

TOMASZ SIUTA\*

NUMERYCZNA SYMULACJA GWAŁTOWNEGO  
NAPEŁNIANIA ZBIORNIKANUMERICAL SIMULATION OF RESERVOIRE  
SUDDEN INFLOW

## Streszczenie

W artykule przedstawiono wyniki symulacji numerycznej nieustalonego gwałtownego napełniania zbiornika dolnego na skutek usunięcia fragmentu ściany rozdzielającej oba zbiorniki. W obliczeniach wykorzystano dwuwymiarowy, zachowawczy model numeryczny przepływu wody płytkiej. Ponadto przeprowadzono uproszczone obliczenia czasu opróżnienia zbiornika górnego z uwzględnieniem warunku zatopienia wypływu w otworze. Uzyskano dobrą zgodność obliczeń uproszczonych z obliczeniami z modelu.

*Słowa kluczowe: symulacja numeryczna, czas opróżnienia zbiornika, głębokość krytyczna, wlot zatopiony*

## Abstract

In the paper the results of numerical simulation of unsteady inflow into the downstream reservoir were presented. This inflow is a result of dam-break outflow from upstream reservoir. For this purpose 2D-shallow water conservative numerical program was used. Besides of it, simplified calculation of reservoir emptying (filling up) time, as also condition of drowned inlet in the context of time varying discharge were worked out. Good agreement with simulation results was achieved.

*Keywords: numerical simulation, time of reservoir unloading, critical depth, drowned inlet*

\* Dr inż. Tomasz Siuta, Instytut Inżynierii i Gospodarki Wodnej, Wydział Inżynierii Środowiska, Politechnika Krakowska.

### Oznaczenia

- $Q$  – natężenie przepływu [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]  
 $m$  – współczynnik wydatku otworu niezatopionego  
 $\mu$  – współczynnik wydatku otworu zatopionego  
 $h$  – głębokość [m]  
 $\Delta T$  – czas opróżnienia zbiornika [s]  
 $h_d$  – głębokość w zbiorniku dolnym [m]  
 $h_g$  – głębokość w zbiorniku górnym [m]  
 $H_p$  – głębokość początkowa w zbiorniku górnym [m]  
 $H_k$  – głębokość w zbiorniku górnym, przy której w zbiorniku dolnym występuje ruch krytyczny [m]

## 1. Wstęp

Potrzeba skutecznego ograniczania strat powodziowych wywołanych przez ekstremalne zdarzenia hydrologiczne, zarówno te naturalne, jak i wywołane awariami budowli wodnych, skłoniła naukowców i inżynierów do tworzenia bardziej zaawansowanych programów numerycznych do opisu szybkozmiennego przepływu. Szczególne trudności sprawia odwzorowanie procesów nieciągłości przepływu (propagacja czoła fali po suchym dnie, przejście pomiędzy ruchem nadkrytycznym i podkrytycznym lub odwrotnie). Tego typu problemy opisane równaniem płytkiej wody muszą być rozwiązywane za pomocą numerycznych schematów zachowawczych, zdolnych do poprawnego odwzorowania rzeczywistych procesów fizycznych. W ostatnich latach coraz częściej można spotkać rozwiązania oparte na podejściu Godunova [2], które pozwalają praktycznie rozwiązać problem Riemanna dla hiperbolicznych równań różniczkowych.

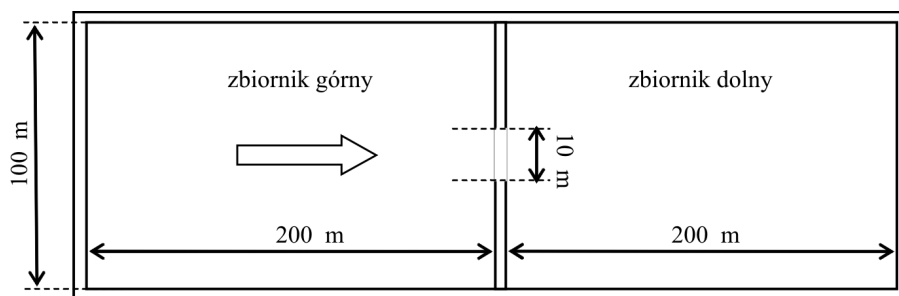
W literaturze przedmiotu oprócz opisów zaawansowanych modeli numerycznych [6] podawane są przykłady praktycznego ich wykorzystania, np. przy tworzeniu map zagrożenia powodziowego, szczególnie gdy zagrożenie to jest konsekwencją przerwania wału [7] lub awarii zbiornika retencyjnego. Modele takie znajdują zastosowanie przy projektowaniu systemów przeciwpowodziowych na terenach zurbanizowanych (system kanalizacji deszczowej, zbiorniki retencyjne *etc.*), gdzie zagrożenie powodziowe jest często wynikiem gwałtownych, choć krótkotrwałych zdarzeń hydrologicznych [3]. Innym interesującym przykładem użycia wspomnianych modeli jest analiza skutków kontrolowanego przerwania wału na obszarze sztucznego polderu, pełniącego rolę „bezpiecznika” w czasie gwałtownych krótkotrwałych wezbrań na małych rzekach [4].

Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie możliwości zastosowania dwuwymiarowego modelu wody płytkiej do symulacji nieustalonego gwałtownego napełniania zbiornika. Dopyty do zbiornika dolnego (rys. 1) rozpoczyna się po nagłym usunięciu fragmentu przegrody zbiornika. Woda ze zbiornika górnego sływa do symetrycznego zbiornika dolnego, aż do wyrównania poziomów w zbiornikach. Poszukiwano hydrogramu przepływu przez otwór w ścianie zbiornika z uwzględnieniem dławienia wypływu oraz czasu, po którym ustanie wypływ ze zbiornika górnego. Czas ten określono także za pomocą wzorów uproszczonych. Wykonanie obliczeń wymagało sprecyzowania warunków, przy których dochodzi do częściowego zatopienia otworu.

Uzyskane dzięki symulacji numerycznej wyniki jakościowe stanowią cenną informację, która będzie wykorzystana w praktyce przy opracowywaniu koncepcji współdziałania systemu sztucznych polderów i koryta rzeki.

## 2. Schemat zbiornika i warunki brzegowe

Na rysunku 1 przedstawiono schematycznie model zbiornika przedzielonego w połowie przegrodą o grubości 1 m. Dno zbiornika jest poziome. W pewnej chwili początkowej  $t_0$  głębokość wody w zbiorniku górnym  $H_p$  wynosi 10 m, a bezodpływowy zbiornik dolny jest suchy. W tej samej chwili  $t_0$  zakłada się, że prostokątny fragment przegrody usytuowany centralnie zostaje natychmiastowo usunięty aż do podstawy zbiornika. W efekcie pojawia się prostokątny otwór o stałej szerokości  $B$  równej 10 m.



Rys. 1. Schemat zbiornika  
Fig. 1. Reservoir scheme

Ściany zbiornika przyjęto jako gładkie, natomiast współczynnik szorstkości dna jest stały i wynosi  $0,04 \text{ m}^{-1/3}$ .

## 3. Model matematyczny

Symulację gwałtownego przepływu wody prowadzono za pomocą programu CCHE2d [5]. Program wykorzystuje numeryczne rozwiązanie równań Navier–Stokesa w postaci uproszczonej do dwuwymiarowego przepływu w planie. Model ten jest opisany przez następujące równania

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = q_m \quad (1)$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q_x^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q_x q_y}{h} \right) + gh \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{1}{\rho} (\tau_{bx} - T_x) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q_x q_y}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q_y^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) + gh \frac{\partial z_b}{\partial y} + \frac{1}{\rho} (\tau_{by} - T_y) = 0 \quad (3)$$

gdzie:

- $q_x$  – przepływ jednostkowy w kierunku  $x$ ,
- $q_y$  – przepływ jednostkowy w kierunku  $y$ ,
- $q_m$  – dopływ/odpływ źródłowy,
- $z_b$  – rzędna dna,
- $h$  – głębokość,
- $\tau_{bx}$  – naprężenie działające na dno w kierunku  $x$ ,
- $\tau_{by}$  – naprężenie działające na dno w kierunku  $y$ .

$$T_x = \frac{\partial(h\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(h\tau_{xy})}{\partial y}; \quad T_y = \frac{\partial(h\tau_{yx})}{\partial x} + \frac{\partial(h\tau_{yy})}{\partial y} \quad (4)$$

gdzie  $\tau_{ij}$  to tensor naprężeń turbulentnych.

Współczynnik lepkości turbulentnej liczony jest na podstawie równania Prandtla [5]. Równania przepływu rozwiązywane są metodą elementów skończonych, na siatce równoległoboków.

W opisywanej symulacji opracowano siatkę dyskretyzacyjną zbudowaną z kwadratów o wymiarach  $2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$  oraz prostokątów o wymiarach  $1 \text{ m} \times 2 \text{ m}$  w pasie obejmującym szerokość otworu. Obliczenia prowadzono z krokiem czasowym  $0,2 \text{ s}$ .

#### 4. Uproszczona metoda oszacowania czasu opróżnienia zbiornika

W celu porównania wyników symulacji numerycznej z obliczeniami uproszczonymi całkowity czas połowicznego opróżnienia zbiornika górnego  $T_c$  podzielono na dwa przedziały. Pierwszy –  $\Delta T_1$  – to czas opróżnienia zbiornika górnego od głębokości początkowej  $H_p$  do głębokości  $H_k$ , przy której w zbiorniku dolnym za wylotem otworu występuje ruch krytyczny (w podejściu uproszczonym zakłada się poziomy układ zwierciadła). Drugi –  $\Delta T_2$  – to czas opróżnienia zbiornika od głębokości  $H_k$  do głębokości  $0,5 \cdot H_p$ , przy której poziomy w zbiornikach górnym i dolnym wyrównują się (ze względu na symetrię obu zbiorników głębokość końcowa jest połową głębokości początkowej). Do obliczenia natężenia przepływu w pierwszym przedziale czasowym zastosowano formułę dla niezatopionego przelewu w postaci

$$Q(h_g) = m\sqrt{2g}B \cdot h_g^{3/2} \quad (5)$$

gdzie:

- $Q$  – wydatek przelewu,
- $h_g$  – głębokość w zbiorniku górnym,
- $B$  – szerokość przelewu (wlotu),
- $g$  – przyspieszenie ziemskie.

W drugim przedziale czasowym –  $\Delta T_2$  – zastosowano formułę na przepływ przez przelew zatopiony

$$Q(h_g) = \mu\sqrt{2g}B \cdot h_d \cdot \sqrt{h_g - h_d} \quad (6)$$

Na podstawie ciągłości przepływu dla analizowanego przypadku zbiorników symetrycznych można zapisać prosty związek pomiędzy głębokościami chwilowymi w zbiornikach dolnym i górnym

$$h_d = H_p - h_g \quad (7)$$

Wartości współczynników wydatku  $m$  i  $\mu$  oszacowano na podstawie wyników symulacji numerycznej. Kolejnym etapem obliczeń uproszczonych jest ustalenie wartości  $H_k$  w zbiorniku górnym, przy której woda dolna zaczyna wywierać wpływ na wydatek otworu. Jak wynika z rozkładu pola prędkości (rys. 2), na tym etapie procesu opróżniania zbiornika przepływ koncentruje się w wąskim pasie o szerokości otworu  $B = 10$  m, można więc oszacować głębokość krytyczną, zakładając przepływ jednowymiarowy w korycie prostokątnym o szerokości  $B$ . Głębokość ta wyraża się wzorem

$$h_{kr} = \left( \frac{\alpha Q^2}{gB^2} \right)^{1/3} \quad (8)$$

gdzie  $\alpha$  to współczynnik Coriolisa.

Podstawiając do powyższej formuły zależność na przepływ (5) oraz uwzględniając fakt, że  $H_k = H_p - h_{kr}$ , z równania (7) otrzymamy następującą zależność

$$h_{kr} = H_p \cdot \frac{a}{a+1} \quad (9)$$

gdzie  $a = (2\alpha \cdot m^2)^{1/3}$ .

Powyższa zależność zakłada poziomy układ zwierciadła wody w zbiorniku. Jak pokazują wyniki symulacji (rys. 3), rzeczywisty układ zwierciadła w zbiorniku dolnym jest silnie pofalowany, stąd nie można spodziewać się dobrego oszacowania  $h_{kr}$ . Niemniej jednak wartość tej głębokości może być wykorzystana pośrednio do obliczenia głębokości  $H_k$  w zbiorniku górnym (7). Zwierciadło wody w zbiorniku górnym jest bardziej stabilne i w dobrym przybliżeniu poziome.

Czas opróżnienia zbiornika można wyliczyć z ogólnej zależności

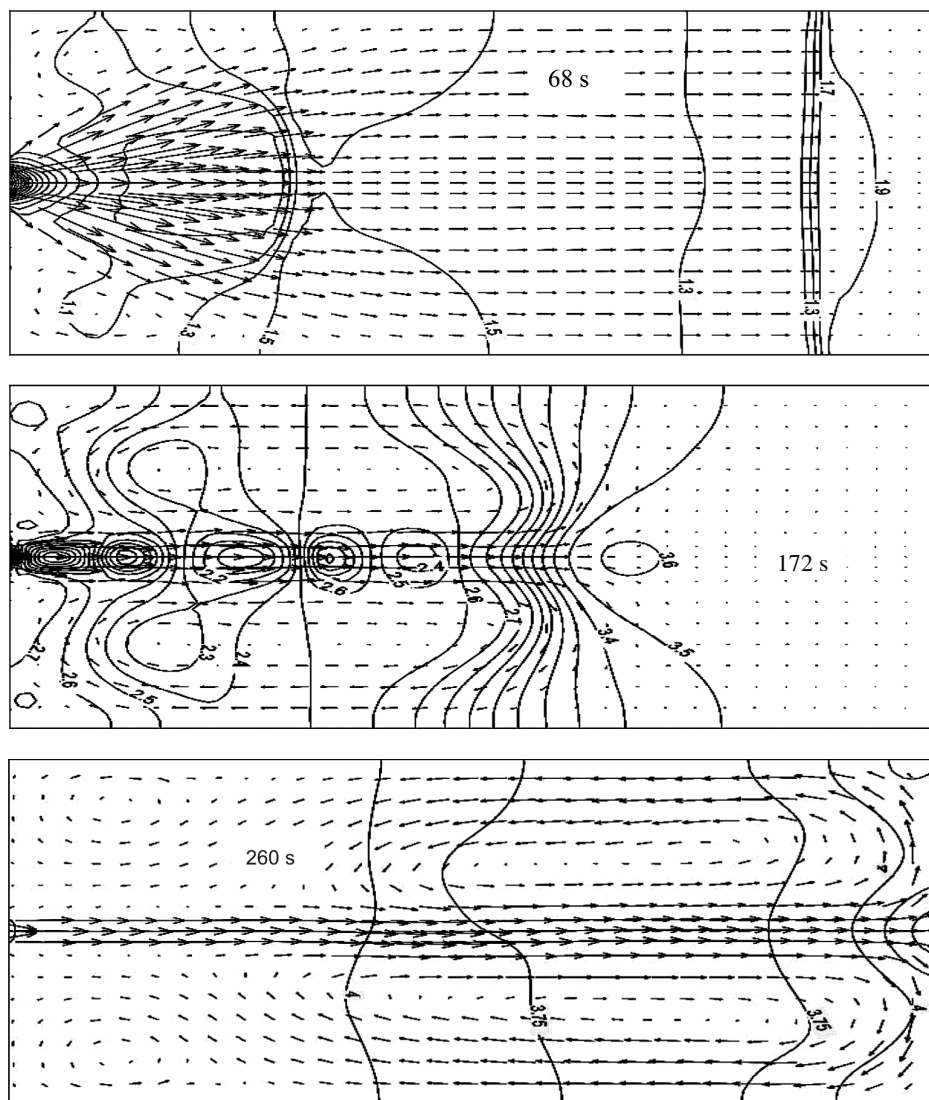
$$dt = -A_{zb}(h) \cdot \frac{dh}{Q(h)} \quad (10)$$

gdzie  $A_{zb}$  to pole powierzchni zbiornika.

Podstawiając związek (5) do równania (10) i całkując w granicach od  $H_p$  do  $H_k$ , otrzymano następującą zależność na  $\Delta T_1$

$$\Delta T_1 = \frac{2A_{zb}}{m\sqrt{2g} \cdot B} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{H_k}} - \frac{1}{\sqrt{H_p}} \right) \quad (11)$$

Czas  $\Delta T_2$  obliczono, wstawiając zależność (6) do równania (10) i całkując numerycznie w granicach od głębokości  $H_k$  do głębokości końcowej, równej  $0,5H_p$ .



Rys. 2. Pole prędkości w zbiorniku dolnym w wybranych momentach symulacji  
 Fig. 2. Velocities field within downstream reservoir for chosen moments of simulation

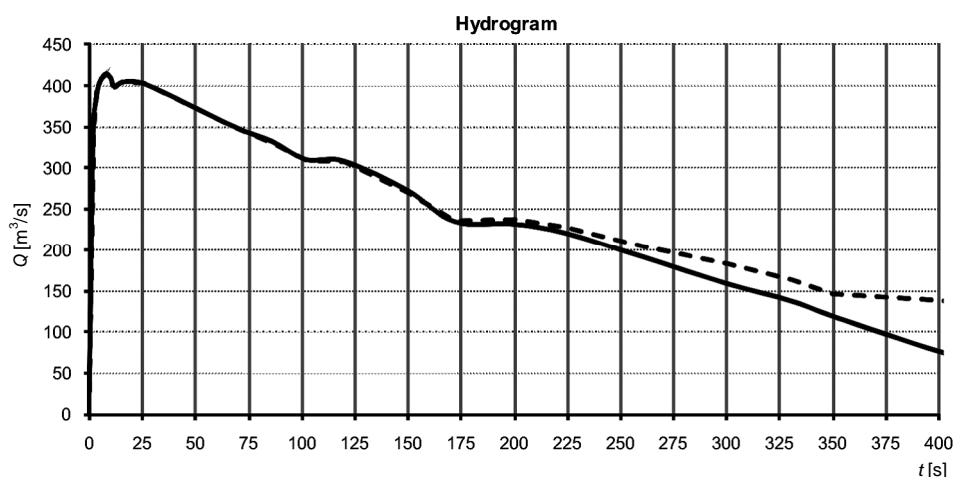
### 5. Analiza wyników

Na rysunku 3 przedstawiono obliczony hydrogram odpływu ze zbiornika górnego do dolnego zbiornika bezodpływowego. W celu porównania efektów jakościowych i ilościowych zmian przepływu wskutek zatopienia otworu na rys. 3 przedstawiono również hydrogram obliczony po całkowitym usunięciu ściany dolnej (zbiornik otwarty).

Hydrogramy praktycznie pokrywają się, aż do momentu (w 260 s), kiedy w zbiorniku dolnym ustaje ruch podkrytyczny i dochodzi do częściowego zatopienia otworu (rys. 4). Na skutek zatopienia przepływy szybko maleją w stosunku do analogicznych z hydrogramu referencyjnego.

Maksymalny przepływ pojawia się już w 8 s od chwili usunięcia fragmentu przegrody, jego wartość wynosi  $415 \text{ m}^3/\text{s}$ . Przez następnych kilka sekund przepływ szybko maleje, a w przedziale od 12 s do 26 s ponownie nieznacznie wzrasta. Od tego momentu natężenie przepływu maleje regularnie, aż do 102 s symulacji, kiedy to pojawia się wyraźna pulsacja. Począwszy od 200 s natężenie przepływu maleje bardziej regularnie. Spadek zwierciadła w zbiorniku górnym zmienia się w czasie w sposób oscylujący względem poziomu. Wielkość zbiornika górnego sprawia, że różnica położenia zwierciadła na jego początku i końcu (u przegrody) sięga 0,2 m.

Te największe różnice poziomów przypadają na okres pomiędzy 172 a 200 s, kiedy to w zbiorniku dolnym formuje się wyraźny strumień o szerokości wyrwy (rys. 2), mający wpływ na efekty dławienia przepływu w przekroju wyrwy. Mniejsza kontrakcja zwiększa natężenie przepływu i w ten sposób wzmacnia jego pulsację na hydrogramie (rys. 3).

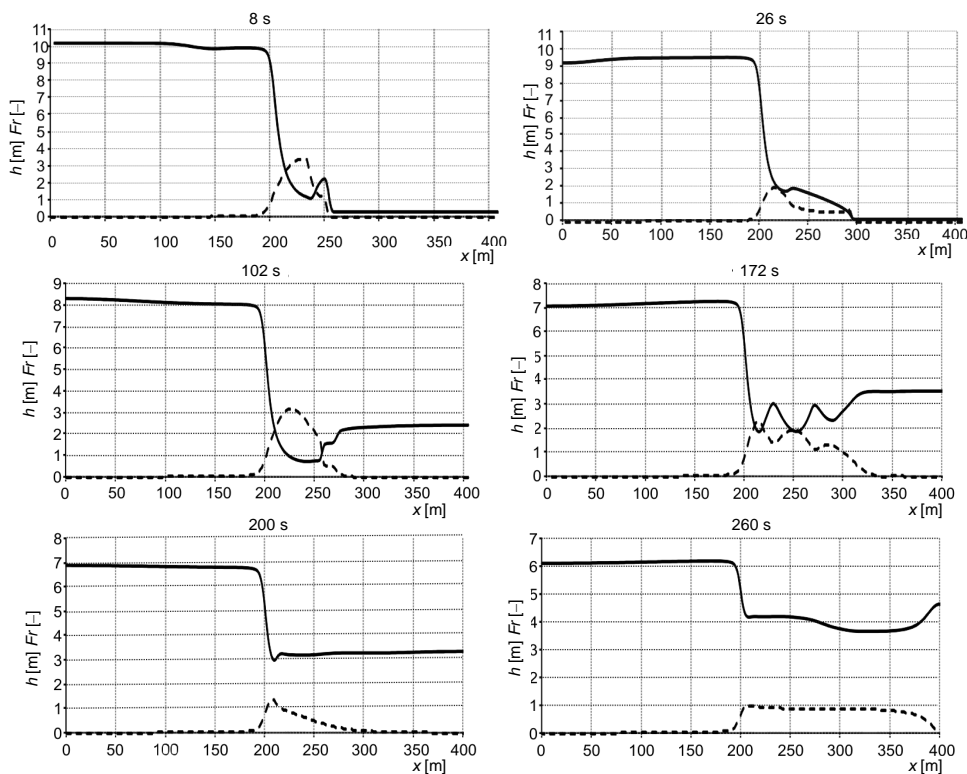


Rys. 3. Hydrogram natężenia przepływu w przekroju wyrwy (linia ciągła) i hydrogram referencyjny (linia przerywana)

Fig. 3. Hydrograph of flow discharge in breach cross-section (continuous line) and reference hydrograph (dashed line)

Czas, po upływie którego przepływ ze zbiornika górnego do dolnego ustaje, wynosi ok. 480 s. W celu dokonania uproszczonego obliczenia czasu opróżnienia zbiornika, zgodnie z opisaną wcześniej metodą, konieczne było oszacowanie współczynników wydatku oraz głębokości  $H_k$  w zbiorniku górnym. Wartość współczynnika wydatku otworu  $m$  do wzoru (5) obliczono na podstawie przepływu maksymalnego ( $415 \text{ m}^3/\text{s}$ ) pojawiającego się przy głębokości  $H_p = 10 \text{ m}$  w zbiorniku górnym i wynosi ona 0,298. Wartość głębokości krytycznej uzyskana na podstawie symulacji numerycznej wynosi:  $h_{kr} = 4,2 \text{ m}$ . Wystąpiła ona przy przepływie  $Q(h_{kr}) = 192 \text{ m}^3/\text{s}$ . Na tej podstawie wyznaczono wartość współczynnika  $\mu$  występującego we wzorze (6) – wynosi ona 0,75. Oszacowane wartości

współczynników są bardzo zbliżone do tych odczytanych z tablic hydraulicznych dla przelewu o szerokiej koronie. Wartości współczynników z tablic [1] wynoszą odpowiednio:  $m = 0,295$ ,  $\mu = 0,8$ .



Rys. 4. Położenie zwierciadła wody (linia ciągła) i wartości liczby Frouda (linia przerywana) wzdłuż osi strumienia w wybranych momentach symulacji

Fig. 4. Longitudinal profile of water surface (continuous line) and Froude number (dashed line) in the center of stream for chosen moments of simulation

Na podstawie równań (7) i (9) uzyskano wynik szacunkowy:  $H_k = 6,4$  m, który wskazuje na dobrą zgodność z wynikiem symulacji ( $H = 6,2$  m); błąd wynosi 3%.

Na podstawie równania (11) wyznaczono czas częściowego opróżniania zbiornika w warunkach otworu niezatopionego:  $\Delta T_1 = 256$  s, podczas gdy wyniki symulacji wskazują na wartość 260 s. Na podstawie równań (6) i (10) szacunkowe obliczenia numeryczne wskazują, że wartość czasu  $\Delta T_2$  wynosi 231 s, podczas gdy wyniki symulacji wskazują na wartość 220 s.

## 6. Podsumowanie

Przeprowadzona symulacja numeryczna procesu opróżniania zbiornika górnego i napełniania zbiornika dolnego przez otwór w ścianie oddzielającej oba zbiorniki umożliwiła



analizę zmienności natężenia przepływu w czasie i określenie czasu, po którym przepływ ustaje, a poziomy wody w obu zbiornikach wyrównują się. Jak wykazano, kontrakcja strugi w obszarze wyrwy maleje na pewnym etapie symulacji, przyczyniając się do zwiększenia wydatku otworu. Wyniki uzyskane z uproszczonego obliczenia czasu częściowego opróżnienia zbiornika nie odbiegają od uzyskanych na drodze symulacji numerycznej.

#### Literatura

- [1] Czetwertyński E., *Hydraulika i hydromechanika*, PWN, Warszawa 1958.
- [2] Caleffi V., Valiani A., Zani A., *Finite volume method for simulating extreme flood events in natural channels*, J. Hydraul. Res., Vol. 41, No. 2, 2003, 167-177.
- [3] Gutierrez A.J. et al., *2D Flooding Analysis in Scotland*, 11<sup>th</sup> International Conference on Urban Drainage, Edinburgh, Scotland, UK 2008.
- [4] Jaffe A.D., Sanders B.F., *Engineered levee breaches for flood mitigation*, J. Hydraul. Eng., Vol. 127, No. 6, 2001.
- [5] Jia J., Wang S.Y., *CCHE2D Verification and Validation Tests Documentation*, Technical Report No. NCCHE-TR-2001-2, August 2001.
- [6] Liang Q., Borthwick A.G.L., Stelling G., *Simulation of dam- and dyke-break hydrodynamics on dynamically adoptive quadtree grids*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 46, 2004.
- [7] Twaróg B., *Ocena zagrożenia w wyniku przerwania wału przeciwpowodziowego*, Gospodarka Wodna 12, Wyd. NOT Sigma, Warszawa 2004.