

MACIEJ KRASIŃSKI, ANDRZEJ TROJNACKI*

MODEL OBLICZENIOWY METALOWEJ
WYSOKOCIŚNIENIOWEJ USZCZELKI TYPU „2-DELTA”COMPUTATIONAL MODEL OF METAL HIGH-PRESSURE
„2-DELTA” GASKET

Streszczenie

Połączenia z metalową uszczelką typu „2-delta” są używane w wysokociśnieniowych urządzeniach do mocowania dodatkowego osprzętu o niewielkich wymiarach. Szczelność złącza zapewnia nacisk pomiędzy utwardzoną uszczelką a odkształconą plastycznie powierzchnią krawędzi gniazda. W niniejszym artykule przedstawiono i przeanalizowano dwa modele obliczeniowe połączenia z zastosowaniem metalowej uszczelki typu „2-delta”. W pierwszym przypadku uszczelkę zamodelowano grubościennym elementem pierścieniowym, obciążonym ciśnieniem wewnętrznym i siłami ściskającymi. Drugi model nawiązuje do osiowo-symetrycznej powłoki walcowej, podpartej obwodowo na wewnętrznej krawędzi gniazda połączenia. Przeprowadzono analizę wytrzymałościową uszczelki, w wyniku której otrzymano rozkłady przemieszczenia, naprężeń i wyężenia na jej długości. W opisie strefy kontaktu uszczelki z gniazdem zostały uwzględnione plastyczne odkształcenia gniazda. Rozwiązanie analityczne otrzymano wykorzystując teorię linii poślizgu i metodę charakterystyk. Wyniki obliczeń zamieszczono dla wybranej, technicznie uzasadnionej geometrii połączenia oraz ustalonego ciśnienia i porównano z numerycznymi obliczeniami MES, w których uwzględniono nieliniowe własności materiałów złącza oraz tarcie na powierzchni styku. W artykule dokonano oceny przydatności uproszczonych modeli obliczeniowych uszczelki, które mogą mieć zastosowanie w inżynierskich obliczeniach połączeń.

Słowa kluczowe: urządzenia wysokociśnieniowe, połączenia wysokociśnieniowe, metalowe uszczelki typu „2-delta”, analiza wytrzymałościowa, MES

Abstract

The closures with metal „2-delta” gaskets are used in high-pressure equipment to fix additional accessories as they are better adopted to small rather than to large openings. The leak tightness of the closure is ensured by means of the compression between the hardened gasket and deformed edge of the seat caused by the assembly force. Two simplified computational models of the gasket are presented in the paper. Thick-walled ring and axi-symmetric shell locally supported at the internal edge of the seat are adopted as the gasket models. The stress-strain analysis is carried out to determine the distributions of deflection, stress and strength along the gasket. The plastic deformations are taken into account in the investigations of the contact region between the gasket and the seat. The analytical solution is obtained on the basis of the shear line pattern and steady plastic flow theory. The results of the analytical approach are compared with the numerical results of the FEM calculations, which take into account the linear hardening of the material, friction and contact effects. Actually, no procedures exist which can be applied in design projects of the closures with „2-delta” gaskets. In each individual case of technical application a set of complex and time-consuming calculations must be carried out. The investigations are carried out to verify the proposed simplified models which can be used in engineering calculations.

Keywords: high-pressure equipment, high-pressure closures, metal „2-delta” gaskets, stress-strain analysis, FEM

* Dr inż. Maciej Krasiński, dr inż. Andrzej Trojnacki, Instytut Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Konieczność zapewnienia wysokich ciśnień i temperatur w instalacjach energetycznych oraz w licznych procesach syntezy chemicznej wyklucza niekiedy stosowanie uszczelnień miękkich w połączeniach kołnierzowych zbiorników i rurociągów. W takich przypadkach często używa się uszczelnień metalowych, spełniających z powodzeniem postawione im zadania uszczelniające i jednocześnie charakteryzujących się dużą odpornością na chemiczne działanie czynnika. Dla stosunkowo niskich ciśnień (do 32 MPa) przeważnie wykorzystuje się typowe połączenia kołnierzowo-śrubowe z metalowymi uszczelkami płaskimi. Ich wymiary są znormalizowane, podobnie jak metody obliczania (doboru), które dla typowych zastosowań ustala Urząd Dozoru Technicznego lub odpowiednie normy.

W przypadku ciśnień wyższych stosuje się inne systemy uszczelniania z uszczelkami metalowymi [2, 3, 12, 14, 15]. Są to układy z liniowym lub powierzchniowym kontaktem na styku elementów złącza. W niektórych rozwiązaniach wykorzystuje się efekt samouszczelniania, polegający na zwiększaniu się powierzchni kontaktu elementów połączenia lub wzroście nacisku na tej powierzchni ze wzrostem ciśnienia czynnika. Istnieje wiele typów połączeń z wysokociśnieniowymi uszczelkami metalowymi. Jednym z możliwych rozwiązań jest połączenie z uszczelką typu „2-delta”, szczególnie przydatne do uszczelniania otworów o niewielkiej średnicy, przeznaczonych do montowania dodatkowego osprzętu.

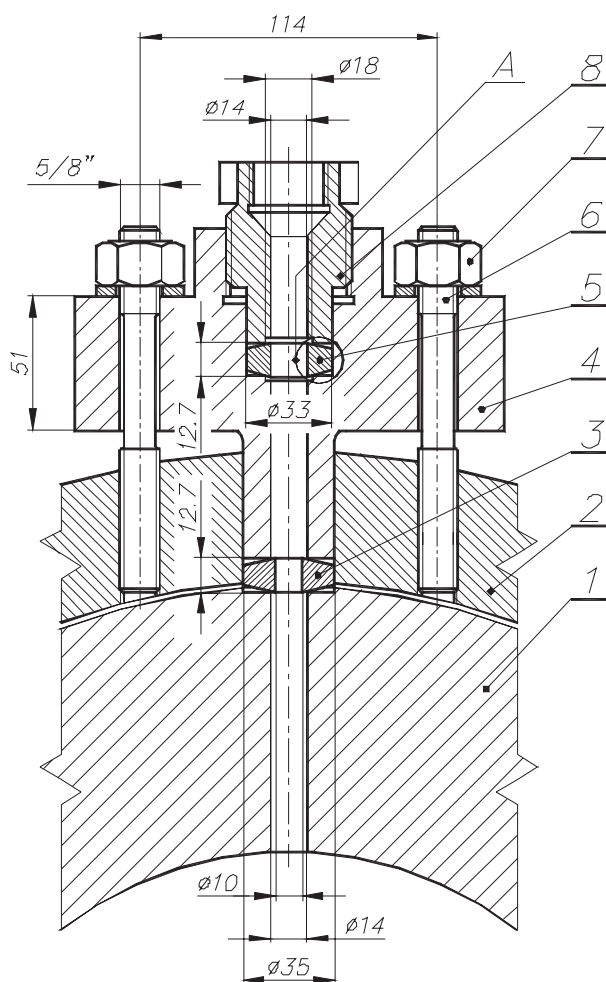
Ze względu na to, że połączenia te nie są znormalizowane i nie ma przepisów odnośnie do ich obliczania, każdy przypadek konstrukcyjnego zastosowania wymaga przeprowadzenia szeregu złożonych obliczeń wytrzymałości i szczelności, jak również określenia warunków montażu i dozoru technicznego. Ponadto istotny jest dobór odpowiednich materiałów na poszczególne elementy złącza i opracowanie technologii ich wykonania.

W niniejszym artykule przedstawiono dwa analityczne modele obliczeniowe połączenia z metalową uszczelką typu „2-delta”, przeznaczonego do pracy w wysokociśnieniowej aparaturze. W pierwszym przypadku uszczelkę zamodelowano grubościennym elementem pierścieniowym, obciążonym ciśnieniem wewnętrznym i siłami ściskającymi. Drugi model nawiązuje do osiowo-symetrycznej powłoki walcowej, podpartej obwodowo na wewnętrznej krawędzi gniazda połączenia. W opisie strefy kontaktu uszczelki z gniazdem zostały uwzględnione plastyczne odkształcenia gniazda. Rozwiązanie analityczne otrzymano wykorzystując teorię linii poślizgu i metodę charakterystyk. Wyniki obliczeń dla obu modeli zamieszczono dla wybranej, technicznie uzasadnionej geometrii połączenia oraz ustalonego ciśnienia i porównano z numerycznym rozwiązaniem z zastosowaniem MES [1, 6, 22], w którym uwzględniono nieliniowe własności materiałów złącza oraz tarcie na powierzchni styku [8, 21].

W artykule dokonano oceny przydatności przedstawionych modeli uszczelki typu „2-delta” w inżynierskich obliczeniach połączeń. Jest to kontynuacja wykonanej wcześniej przybliżonej analizy innego wysokociśnieniowego uszczelnienia z metalową uszczelką typu „B” [13]. Celem obu analiz jest wybór dobrze zweryfikowanych modeli obliczeniowych, które mogłyby zostać wykorzystane do opracowania stosownych przepisów i procedur obliczeniowych dla tego typu wysokociśnieniowych połączeń z metalowymi uszczelkami.

2. Opis rozwiązania konstrukcyjnego i warunków pracy połączenia

W zastosowaniach technicznych uszczelki typu „2-delta” są wykorzystywane do montowania przyłączy o niewielkich średnicach. Mogą to być korpusy manometrów, króćce wlotów gazu, dozowniki katalizatora oraz osłony termopar lub elektrod reaktora. Przykładowe rozwiązanie konstrukcyjne połączenia przedstawia rys. 1. Jest ono stosowane z powodzeniem w wysokociśnieniowej aparaturze chemicznej pracującej pod ciśnieniem roboczym 200 MPa i służy do zamocowania osłony termopary [26].

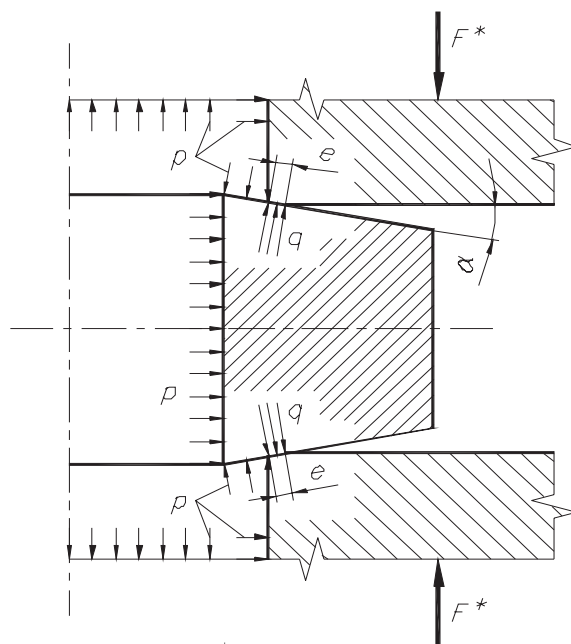


Rys. 1. Rozwiązanie konstrukcyjne połączenia z uszczelkami typu „2-delta”: 1 – korpus, 2 – pierścień pod króćce, 3, 5 – metalowe uszczelki typu „2-delta”, 4 – kołnierz, 6 – śruba, 7 – nakrętka, podkładka, 8 – pierścień

Fig. 1. Engineering example of the joint with „2-delta” gaskets: 1 – reactor vessel, 2 – connecting ring, 3, 5 – metal „2-delta” gaskets, 4 – flange, 6 – bolt, 7 – nut, washer, 8 – ring

Metalowa uszczelka 5 jest założona z luzem do gniazda w kołnierzu 4 i dociśnięta pierścieniem 8. Za pomocą połączenia gwintowego między kołnierzem i pierścieniem uzyskuje się wstępny nacisk między roboczymi powierzchniami uszczelki a gniazdem i pierścieniem. W podobny sposób jest zamontowana uszczelka 3 między korpusem 1 i kołnierzem 4. Do wywołania wstępnego nacisku służą w tym przypadku śruby 6 i nakrętki 7.

Zasada działania metalowej uszczelki typu „2-delta” wymaga, aby granica plastyczności jej materiału była znacznie wyższa od granicy plastyczności materiału gniazda. Uszczelki wykonuje się najczęściej ze stali stopowej specjalnej do ulepszania cieplnego (np. 36CrNi-Mo4 wg EN 10250-3:1999), o granicy plastyczności 900 MPa i wytrzymałości doraźnej 1100–1300 MPa, hartowanej powierzchniowo do ok. 55 HRC. Materiał na elementy współpracujące z uszczelką (gniazda) to przeważnie stale stopowe specjalne do pracy w podwyższonej temperaturze (np. 32CrMo12 wg EN 10250-3:1999), o granicy plastyczności 680 MPa, wytrzymałości doraźnej 900 MPa i wydłużeniu $A > 12\%$.



Rys. 2. Rozkład nacisków i ciśnienia w połączeniu z uszczelką typu „2-delta” (szczegóły A na rys. 1)

Fig. 2. Distribution of boundary stress in the joint with the „2-delta” gasket (detail A in Fig. 1)

Utwardzone powierzchnie robocze uszczelki są nachylone pod niewielkim kątem α do płaszczyzny prostopadłej do osi. W czasie montażu oba segmenty gniazda, pomiędzy którymi znajduje się uszczelka, są dociśnięte siłą montażową F (rys. 2). W jej wyniku gniazda, posiadające ostrą, niestępną krawędź, zostają wstępnie odkształcone na krawędzi o szerokości e i powstaje tam wstępny nacisk q . Ciśnienie robocze p działające wewnątrz instalacji na powierzchni uszczelnianego elementu powoduje spadek siły montażowej do wartości F^* i w konsekwencji spadek nacisku montażowego q . Nacisk ten ulega równocześnie zwięk-

szeniu wskutek parcia na wewnętrzną cylindryczną powierzchnię uszczelki. Dodatkowe doszczelnienie połączenia spowodowane ciśnieniem jest możliwe, gdyż sztywność gniazd jest znacznie większa w porównaniu z uszczelką. Ze względu na charakter pracy rozpatrywana uszczelka może mieć zastosowanie dla wysokich ciśnień rzędu kilkuset MPa.

Połączenie z zastosowaniem uszczelki typu „2-delta” jest zasadniczo połączeniem rozłącznym. Hartowana uszczelka o dużej twardości może być wykorzystana ponownie. Jednakże w wyniku dużej różnicy własności materiałów elementów złącza krawędzie gniazd ulegają odkształceniom plastycznym i wymagają regeneracji przed ponownym montażem. Zaletą połączenia jest nieskomplikowany kształt uszczelki i stosunkowo niska dokładność wszystkich jej wymiarów. Szczególnej uwagi wymagają jedynie stożkowe powierzchnie robocze, które w wyniku szlifowania powinny mieć zapewnioną wysoką gładkość ok. $R_a = 0,16 \mu\text{m}$.

3. Analiza współpracy uszczelki z krawędzią gniazda

3.1. Rozkład sił na krawędzi gniazda

W warunkach montażu uszczelka jest obciążona poprzez gniazda na czołowych powierzchniach naciskiem q (rys. 2). Jego wielkość wynika z zastosowanej siły montażowej F odniesionej do pierścieniowej powierzchni kontaktu o małej szerokości e , która powstaje w wyniku uplastycznienia krawędzi gniazd. Budując modele obliczeniowe uszczelki, uwzględniono tarcie na powierzchni kontaktu i przyjęto dodatkowe uproszczenie, polegające na zastąpieniu nacisku q siłą Q liniowo rozłożoną na okręgu o promieniu równym wewnętrznemu promieniowi gniazda r_g (rys. 3)

$$Q = \frac{F}{2\pi r_g} \quad (1)$$

Z uwagi na osiową i środkową symetrię uszczelki rozkład obciążenia na powierzchni uszczelki od krawędzi gniazd wystarczy rozpatrywać w przekroju osiowym w punkcie styku O , co pokazuje rys. 3a. Jeśli pominąć tarcie na powierzchni styku uszczelki i gniazda, siły działające na uszczelkę spełniają równanie

$$\vec{Q}_n = \vec{Q} + \vec{Q}_x \quad (2)$$

W tym przypadku siłą osiową ściskającą powłokę jest $P_h = Q$, natomiast siła poprzeczna na czołowej powierzchni wynosi $Q_h = Q_x = Q \tan\alpha$.

Uwzględnienie siły tarcia T powoduje zmianę wartości i kierunku wypadkowej reakcji Q_n , dotychczas normalnej do powierzchni, kąt $\rho = \arctan\mu$, gdzie μ oznacza współczynnik tarcia. Obecnie nowa reakcja wypadkowa Q_{RT} na powierzchni musi z jednej strony spełniać równanie

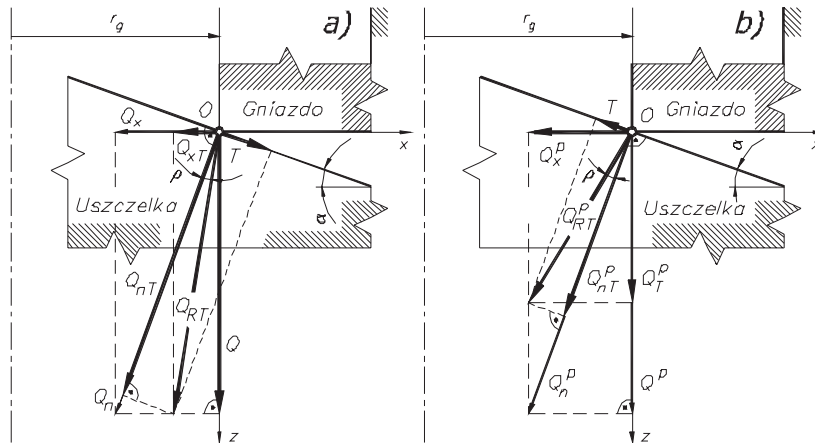
$$\vec{Q}_{RT} = \vec{Q}_{nT} + \vec{T} \quad (3)$$

i równocześnie spełniać występujący tam rozkład sił zgodnie z równaniem

$$\vec{Q}_{RT} = \vec{Q} + \vec{Q}_{xT} \quad (4)$$

Pozwala to wyznaczyć składową $Q_{xT} = Q \tan(\alpha - \rho)$, która jest siłą poprzeczną działającą na uszczelkę. Ostatecznie na brzegu uszczelki występują siły: czynna osiowa i poprzeczna o wartościach odpowiednio

$$P_h = Q, \quad Q_h = Q \tan(\alpha - \rho) \quad (5)$$



Rys. 3. Przyjęty do analizy rozkład obciążenia na roboczej powierzchni uszczelki:
a) – obciążenie tylko siłą montażową, b) – obciążenie tylko ciśnieniem

Fig. 3. Distribution of the load at the working surface of the gasket applied in the analytical approach: a) – under assembly force only, b) – under pressure only

Wskutek dodatkowego obciążenia ciśnieniem p , połączenia wstępnie zmontowanego siłą F układ staje się statycznie niewyznaczalny. Ponadto ciśnienie działające na elementy połączenia odciąża powierzchnię kontaktu siłą $F_{\text{odc}} = \pi r_g^2 p$, powodując równocześnie jej dociążenie w wyniku parcia na wewnętrzną cylindryczną powierzchnię uszczelki. Analiza jest prowadzona w zakresie sprężystym, co pozwala skorzystać z zasady superpozycji i na stan pod działaniem tylko zmniejszonej siły montażowej $F^* = F - F_{\text{odc}}$ nałożyć stan pod działaniem jedynie ciśnienia p .

Przy założeniu, że w obciążonym połączeniu gniazdo nie ulega przemieszczeniom ani deformacjom ciśnienie p bez udziału siły F^* powoduje w miejscu kontaktu przemieszczenie $u_x(r_g)$ uszczelki w kierunku osi x , połączone z jej skróceniem w kierunku z i powstaniem na krawędzi gniazda siły Q_x^p . Rozkład sił jest podobny jak dla obciążenia montażowego, z tym że obecnie siłą czynną jest Q_x^p , a siła tarcia T działa w przeciwnym kierunku (rys. 3b)

$$Q_x^p = Q_T^p \tan(\alpha + \rho) \quad (6)$$

W tym przypadku siły osiowa i poprzeczna na brzegu uszczelki przyjmują wartości

$$P_h = Q_T^p, \quad Q_h = Q_T^p \tan(\alpha + \rho) \quad (7)$$

przy czym z uwagi na statyczną niewyznaczalność układu sił, do wyznaczenia siły Q_T^p jest niezbędna analiza odkształceń uszczelki na krawędzi gniazda.

3.2. Warunki wystąpienia siły poprzecznej

Wystąpienie siły poprzecznej w uszczelce, obciążonej tylko siłą montażową Q , zależy od relacji między kątem α i kątem tarcia ρ . Z rysunku 3a i wzoru (5₂) wynika, że warunkiem na pojawienie się siły poprzecznej jest $\rho < \alpha$. Z przypadku praktycznie stosowanych kątów α pochylenia powierzchni roboczej współczynnik tarcia na tej powierzchni musiałby być $\mu < 0,18$. Ponieważ na krawędzi gniazda należy oczekiwać współczynnika tarcia o większej wartości, w warunkach montażu siła poprzeczna nie wystąpi.

Siła poprzeczna, opisana wzorem (7₂), pojawi się natomiast pod obciążeniem uszczelki ciśnieniem p . Do jej określenia należy wyznaczyć siłę Q_T^p , która ściska uszczelkę w wyniku jej przemieszczenia się o $u_x(r_g)$ na promieniu r_g , co powoduje całkowite skrócenie uszczelki w kierunku osi z o $2\Delta z(r_g)$. W zakresie sprężystym i dla małych przemieszczeń można przyjąć związek między przemieszczeniem i skróceniem w postaci

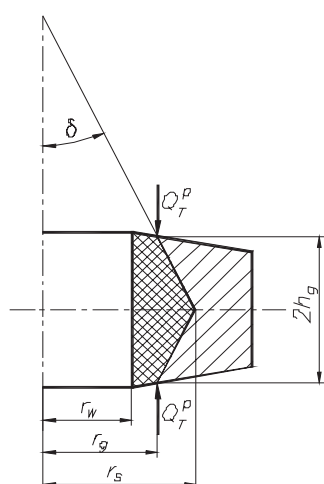
$$\Delta z(r_g) = u_x(r_g) \tan \alpha \quad (8)$$

a następnie siłę ściskającą Q_T^p wyznaczyć na podstawie relacji między sztywnością C uszczelki na ściskanie w kierunku osi z i jej skróceniem o $2\Delta z(r_g)$

$$Q_T^p = \frac{2Cu_x(r_g)\tan \alpha}{2\pi r_g} \quad (9)$$

Na krawędzi gniazd uszczelka jest obciążona liniowo rozłożoną siłą, co powoduje, że jej sztywność C nie może być opisana w elementarny sposób jako iloczyn modułu Younga i pola powierzchni przekroju, gdyż powodowałoby to zawyżenie wartości C . Sztywność C uszczelki można oszacować metodą „stożków wpływu”, stosowaną w obliczeniach połączeń gwintowych [18].

Dla rozpatrywanej uszczelki typu „2-delta” najbardziej odpowiedni wydaje się model, przedstawiony na rys. 4, dla którego sztywność została określona na drodze analizy odkształceń kołowo-symetrycznie obciążonej półprzestrzeni



Rys. 4. Wymiary „stożka wpływu” przyjęte do obliczeń sztywności uszczelki

Fig. 4. Dimensions of the „influence cone” applied to determine the stiffness of the gasket

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{\pi E r_w \tan \delta} \ln \frac{(r_g + r_w)(r_g + h_g \tan \delta - r_w)}{(r_g - r_w)(r_g + h_g \tan \delta + r_w)} \quad (10)$$

gdzie kąt pochylenia tworzącej „stożka wpływu” jest zazwyczaj przyjmowany z zależności $\tan \delta = 0,5$ ($\delta = 0,4636$ rad).

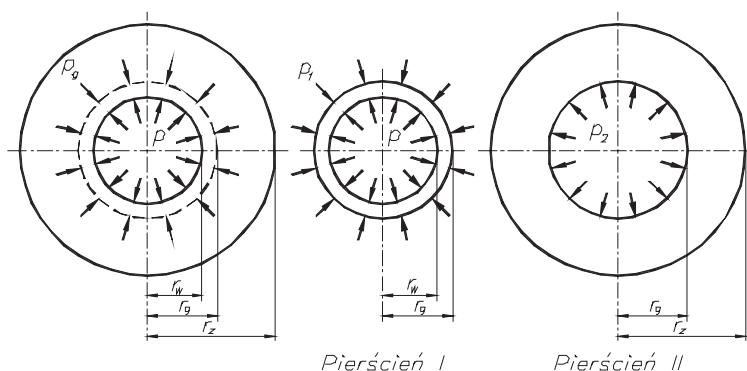
4. Analityczne modele obliczeniowe uszczelki

4.1. Grubościenny model pierścieniowy

Stosowane praktycznie uszczelki typu „2-delta” charakteryzują się dużą grubościennością. Bezpośrednie wykorzystanie teorii Lamego dla tego przypadku jest jednak niemożliwe ze względu na sposób obciążenia uszczelki na powierzchniach czołowych od krawędzi gniazd. Z rozkładu sił przedstawionego na rys. 3 wynika, że z uwagi na stożkowy kształt powierzchni występuje tam nie tylko osiowa siła ściskająca P_h , ale dodatkowo pojawia się siła poprzeczna Q_h opisana równaniem (7₂). Powoduje ona zmianę rozkładów naprężeń w stosunku do rozwiązania klasycznego [9], w którym pierścień obciążony jest tylko ciśnieniem. Siła poprzeczna osiąga dużą wartość, więc różnica może być istotna. W proponowanym modelu grubościennym wpływ siły poprzecznej został uwzględniony przez zastąpienie jej fikcyjnym ciśnieniem p_g przyłożonym do uszczelki na promieniu r_g działania siły poprzecznej. Przyjmując, że wysokość uszczelki na promieniu r_g jest równa $2h_g$, wartość tego ciśnienia została ustalona w odniesieniu do cylindrycznej powierzchni $4\pi r_g h_g$ przyłożenia i wynosi

$$p_g = \frac{2Q_h}{2h_g} \quad (11)$$

Rozpatrywaną uszczelkę można więc przedstawić jako złożenie dwóch grubościennych pierścieni zastępczych obciążonych jak na rys. 5, dla których z uwagi na ich niewielką wysokość (długość) uzasadnione jest założenie płaskiego stanu odkształcenia.



Rys. 5. Grubościenny model pierścieniowy uszczelki przyjęty do analizy

Fig. 5. Thick-walled model of the gasket applied in the analytical approach

Zastępcze ciśnienia p_1 i p_2 są do wyliczenia z warunku równości odkształceń obwodowych pierścieni I i II na wspólnym promieniu r_g , który łącznie z warunkiem równowagi prowadzi do zależności

$$p_1 = \frac{2p(1-\nu^2)r_w^2(r_z^2 - r_g^2) + p_g \left[(1+\nu)(r_z^2 - r_g^2) + 2(1-\nu^2)r_g^2 \right] (r_g^2 - r_w^2)}{2(1-\nu^2)r_g^2(r_z^2 - r_w^2)} \quad (12)$$

$$p_2 = p_1 - p_g$$

gdzie E i ν oznaczają odpowiednio moduł Younga i współczynnik Poissona. Przemieszczenie promieniowe na dowolnym promieniu r uszczelki w obrębie pierścienia II wyraża się wzorem

$$u_{II}(r) = \varepsilon_{II\phi}(r)r = \frac{p_2 r_g^2}{E(r_z^2 - r_g^2)} \left[1 - \nu + (1+\nu)\frac{r_z^2}{r^2} - 2\nu^2 \right] r \quad (13)$$

Największe naprężenie zredukowane pojawi się na wewnętrznym promieniu r_w uszczelki w I pierścieniu i zgodnie z hipotezą energii czystego odkształcenia postaciowego (HMH) jest równe [9]

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_{I\phi}^2 + \sigma_{Ix}^2 + \sigma_{Iz}^2 - \sigma_{I\phi}\sigma_{Ix} - \sigma_{Ix}\sigma_{Iz} - \sigma_{I\phi}\sigma_{Iz}} \quad (14)$$

gdzie naprężenia obwodowe, promieniowe i osiowe wynoszą odpowiednio

$$\sigma_{I\phi} = \frac{p(r_g^2 + r_w^2) - 2p_1 r_g^2}{r_g^2 - r_w^2}, \quad \sigma_{Ix} = -p, \quad \sigma_{Iz} = \nu(\sigma_{I\phi} + \sigma_{Ix}) + \frac{F_c}{\pi(r_s^2 - r_w^2)} \quad (15)$$

przy czym $\sigma_{I\phi}$ i σ_{Ix} są liczone dla pierścienia I obciążonego jak na rys. 5, a σ_{Iz} jest sumą naprężenia wynikającego z założenia płaskiego stanu odkształcenia I pierścienia i naprężenia pochodzącego od ściskania całej uszczelki wypadkową siłą osiową F_c , ale odniesioną do pola powierzchni podstawy „stożka wpływu” (rys. 4).

4.2. Model powłokowy

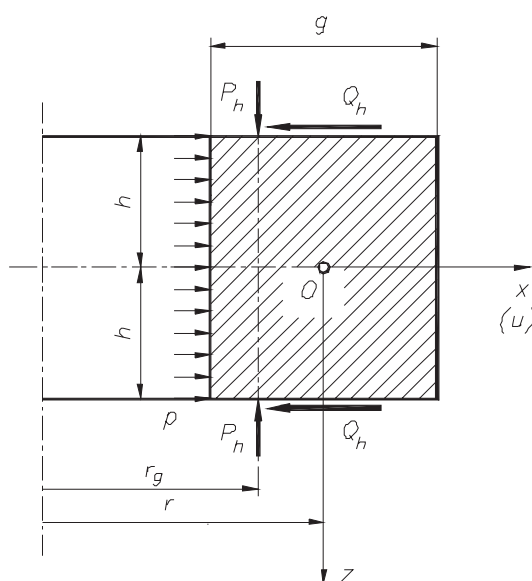
Grubościenny model pierścieniowy nie pozwala na ujawnienie zmienności naprężeń na długości (w kierunku osi z), która występuje w uszczelce i jest spowodowana obciążeniem osiowym i poprzecznym na czołowych powierzchniach. Jako drugi rozpatrzono model, w którym uszczelkę potraktowano jak odpowiednio zamocowaną powłokę, obciążoną siłą montażową i ciśnieniem.

W teorii powłok sprężystych zastosowane podejście analityczne i dopuszczalne uproszczenia zależą od proporcji wymiarowych rozważanego obiektu. Miarodajnym parametrem w oszacowaniu grubości powłoki jest stosunek grubości g do jej średniego promienia

r , natomiast długość powłoki ocenia się za pomocą parametru $\psi = 2,4\sqrt{rg}$. Zgodnie z oszacowaniem podanym np. w [20] należy uznać, że powłoka o stosunku $g/r > 0,17$ jest powłoką grubą, a według [23] przy długości powłoki $2h < \psi$ uważa się ją za krótką.

Przy uszczelkach typu „2-delta” stosunek $g/r > 0,17$ oraz $2h < \psi$. Przyjęty analityczny model powłokowy, uwzględniający praktycznie stosowane proporcje wymiarowe, powinien więc być oparty na teorii zgięciowej powłok krótkich [7, 19].

Geometrię i sposób obciążenia powłokowego modelu uszczelki przyjęte do analizy przedstawia rys. 6. Czołowe stożkowe powierzchnie robocze uszczelki są nachylone do powierzchni prostopadłej do osi pod niewielkim kątem α (rys. 2). W praktycznych zastosowaniach nie przekracza on $0,1745$ rad (10°). Uzasadnione wydaje się więc zastąpienie powłoki o rzeczywistym trapezowym przekroju ścianki powłoką modelową o przekroju prostokątnym. W powłoce modelowej przyjęto grubość ścianki g równą grubości uszczelki, natomiast jej długość $2h$ jako średnią arytmetyczną długości na średnicach wewnętrznej i zewnętrznej. Takie podejście wprowadza do obliczeń niewielki błąd, który w odniesieniu do maksymalnych naprężeń zredukowanych nie przekracza 3%, natomiast zasadniczo upraszcza rozwiązanie zagadnienia.



Rys. 6. Geometria powłokowego modelu uszczelki przyjęta do analizy

Fig. 6. Geometry of the shell model of the gasket applied in the analytical approach

Przy założeniach jak dla krótkich cylindrycznych powłok osiowo-symetrycznych o dużej grubości g , z uwzględnieniem stanów giętych oraz dla małych przemieszczeń promieniowych (u) w porównaniu z grubością, równanie różniczkowe przemieszczenia zapisane względem (u) przyjmuje postać [7, 19]

$$\frac{d^4 u}{dz^4} + 4\beta^4 u = \delta \quad (16)$$

gdzie

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{g^2 r^2}}, \quad \delta = \frac{12(1-\nu^2)}{Eg^3} \left(p + \frac{\nu}{r} P_h \right)$$

Rozwiązanie zagadnienia w przemieszczeniach prowadzi do równania

$$u(z) = C_1 \cosh(\beta z) \cos(\beta z) + C_2 \sinh(\beta z) \sin(\beta z) + u_1, \quad (17)$$

gdzie

$$u_1 = \left(p + \frac{\nu}{r} P_h \right) \frac{r^2}{Eg}$$

Zgodnie z rys. 6 dla rozpatrywanej powłoki obowiązują warunki brzegowe

$$M_z(h) = M_h = -P_h(r - r_g), \quad Q_x(h) = Q_h \quad (18)$$

których wykorzystanie pozwala wyznaczyć stałe całkowania

$$C_1 = -\frac{Q_h F_1 F_3 + M_h \beta (F_1 F_4 - F_2 F_3)}{2\beta^3 D [F_1 F_2 (F_3^2 + F_4^2) + F_3 F_4 (F_1^2 - F_2^2)]} \quad (19)$$

$$C_2 = -\frac{Q_h F_2 F_4 - M_h \beta (F_1 F_4 + F_2 F_3)}{2\beta^3 D [F_1 F_2 (F_3^2 + F_4^2) + F_3 F_4 (F_1^2 - F_2^2)]}$$

gdzie wprowadzono oznaczenia

$$F_1 = \cosh(\beta h), \quad F_2 = \sinh(\beta h), \quad F_3 = \cos(\beta h), \quad F_4 = \sin(\beta h), \quad D = \frac{Eg^3}{12(1-\nu^2)}, \quad N_z(z) = -P_h$$

Momenty i siły przekrojowe wyrażają się znanymi wzorami

$$M_\phi(z) = D\nu \frac{d^2}{dz^2} u(z), \quad N_\phi(z) = -\nu P_h + \frac{Eg}{r} u(z), \quad M_z(z) = D \frac{d^2}{dz^2} u(z), \quad (20)$$

$$N_z(z) = -P_h, \quad Q_x(z) = \frac{d}{dz} M_z(z)$$

Odształcenia w warstwach skrajnych powłoki wynoszą

$$\epsilon_\phi = \frac{1}{E} (\sigma_\phi - \nu \sigma_z), \quad \epsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu \sigma_\phi) \quad (21)$$

gdzie naprężenia

$$\sigma_\phi(z) = \frac{1}{g} N_\phi(z) - \frac{12}{g^3} x M_\phi(z), \quad \sigma_z(z) = \frac{1}{g} N_z(z) - \frac{12}{g^3} x M_z(z) \quad (22)$$

można obliczyć na podstawie podanych wartości sił i momentów (20). Zgodnie z wprowadzonym układem współrzędnych, należy przyjąć na powierzchni zewnętrznej $x = +g/2$, a na powierzchni wewnętrznej $x = -g/2$.

Dla powłoki obciążonej tylko siłą montażową F stosuje się wprost rozwiązanie podane wzorami (16)–(22), przyjmując $p = 0$ i zgodnie z (5) $P_h = Q$ oraz $Q_h = 0$ ($\rho > \alpha$). Dodatkowe obciążenie ciśnieniem p wymaga superpozycji rozwiązania $u^*(z)$ otrzymanego dla zmniejszonej siły montażowej F^* i rozwiązania $u^p(z)$ dla samego ciśnienia p

$$u_c(z) = u^*(z) + u^p(z) \quad (23)$$

Sformułowanie warunków brzegowych (18) na moment zginający i siłę poprzeczną dla rozwiązania $u^p(z)$, w nawiązaniu do rozkładu (7), pociąga za sobą konieczność określenia siły Q_T^p . Do jej wyznaczenia można wykorzystać ponownie zależności (8) i (9) po przyjęciu za $u_x(r_g)$ przemieszczenia $u^p(h)$

$$Q_T^p = \frac{2Cu^p(h) \tan \alpha}{2\pi r} \quad (24)$$

Największe naprężenie zredukowane występuje w warstwach skrajnych uszczelki na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni dla $x = \pm g/2$ i zgodnie z hipotezą HMM wynosi

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_\phi^2 + \sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_\phi \sigma_x - \sigma_x \sigma_z - \sigma_\phi \sigma_z} \Big|_{\max} \quad (25)$$

przy czym na powierzchni wewnętrznej należy przyjąć $\sigma_x = -p$.

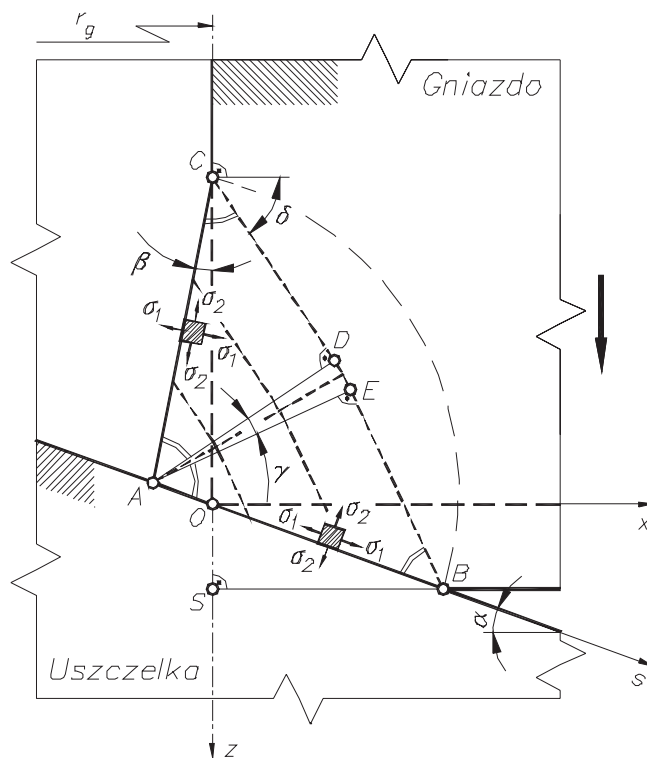
5. Opis kontaktu uszczelki z gniazdem

Szczególnej uwagi wymaga strefa współpracy stożkowej roboczej powierzchni uszczelki z krawędzią gniazda. Zastosowanie siły montażowej o dużej wartości powoduje odkształcenia trwałe. Są one znacznie większe w przypadku gniazda ze względu na jego kształt (ostra krawędź) oraz wyraźną różnicę granic plastyczności materiałów uszczelki i gniazda. Pojawia się strefa kontaktu, na której występują naciski q o dużej wartości, mające zapewnić szczelność. Granice plastyczności materiałów gniazda i uszczelki są lokalnie przekroczone na niewielkim obszarze. Strefy kontaktu nie można więc opisać za pomocą rozwiązania typu Hertza, jak dla dwóch idealnie sprężystych ciał, lecz należy uwzględnić plastyczne odkształcenia gniazda.

Zakładając, że uszczelka jest wykonana z idealnie sztywnego materiału a gniazdo z materiału o schemacie sztywno-plastycznym bez wzmocnienia, oraz że na powierzchni kontaktu nie występuje tarcie, zagadnienie można rozwiązać na bazie znanego w literaturze przedmiotu problemu ściskania plastycznego klina płaskim sztywnym stemplem [5, 10, 17]. Z powyższych założeń najbardziej dyskusyjne jest pominięcie tarcia na powierzchni kontaktu, które w istotny sposób wpływa na rozkład obciążeń pomiędzy uszczelką i gniazdem. Przyjęcie powyższych założeń oraz płaskiego stanu odkształcenia istotnie jednak upraszcza problem i pozwala na otrzymanie rozwiązania analitycznego z wykorzystaniem teorii linii poślizgu i metody charakterystyk [4, 11].

W początkowym etapie współpracy, przed przyłożeniem siły montażowej F , gniazdo i uszczelka stykają się w punkcie O , co przedstawia rys. 7. Dla przyjętych własności materiałowych nawet przy małej sile obciążającej połączenie powstają tam teoretycznie nieskończenie wielkie naprężenia, co wynika z rozwiązania w zakresie sprężystym. Oznacza to, że w sąsiedztwie punktu O zaczynają się tworzyć mikroobszary plastyczne, początkowo niewielkie, przy wzroście siły obejmujące coraz większe części materiału. Dalszy wzrost siły F powoduje wystąpienie odkształceń plastycznych połączone z wypływaniem materiału na zewnątrz. Gniazdo przemieszcza się o odcinek OS zgodnie ze strzałką w kierunku osi z i ustala się stan równowagi, w którym gniazdo styka się z uszczelką na odcinku AB . Część plastycznego materiału gniazda zostaje wypchnięta poza początkową boczną powierzchnię i znajduje się na zewnątrz linii OC . Objętość wypchniętego materiału musi się oczywiście

równać objętości materiału usuniętego spod tej powierzchni. Dodatkowe założenie o prostoliniowości swobodnej krawędzi AC wypchniętego materiału jest poprawne, gdyż zbudowane na jego podstawie rozwiązanie spełnia wszystkie warunki procesu plastycznego płynięcia.



Rys. 7. Schemat odkształcenia i siatki linii poślizgu przy ścisnaniu plastycznego gniazda ze sztywną uszczelką – fragment powierzchni współpracy

Fig. 7. Diagram of deformation and the shear line pattern for extrusion of the billet through tapered die – part of the contact surface

W rozważanym przykładzie występują warunki brzegowe zarówno typu statycznego, jak i kinematycznego. Na linii AB styku gniazda i uszczelki nie jest znany rozkład naprężeń normalnych do powierzchni, lecz jedynie normalna składowa prędkości, równa prędkości gniazda. Na odcinku AC poza uszczelką nie jest znana prędkość, natomiast są znane naprężenia, gdyż naprężenie normalne do powierzchni musi się zerować. Przy założeniu, że rozkład nacisku q na powierzchni styku jest stały siatkę linii poślizgu oraz stan naprężenia można wyznaczyć metodą odwrotną. Jest to założenie dowolne, lecz poprawne, ponieważ nie daje sprzeczności w rozkładzie prędkości.

Wobec założenia, że na linii styku AB nie ma sił tarcia jest ona jednym z kierunków głównych. Linie poślizgu przecinają ją zatem pod kątem $\pi/4$, a ich siatka przyjmuje postać zaznaczoną na rys. 7 grubymi liniami przerywanymi. W trójkącie AEB panuje jednorodny stan naprężenia. Punkt A jest punktem osobliwym, gdyż stan naprężenia na linii granicznej

ośrodka doznaje gwałtownego przeskoku po przekroczeniu krawędzi gniazda. Punkt ten jest więc biegunem siatki linii poślizgu w polu ADE , złożonej z prostoliniowych promieni i łuków kół.

Pole to sąsiaduje z trójkątem ADC , w którym również występuje jednorodny stan naprężenia, określony przez warunki na swobodnej krawędzi AC . Naprężenie główne σ_1 prostopadłe do AC jest tam równe zero. Materiał znajduje się w stanie plastycznym, a więc drugie z naprężeń głównych σ_2 musi przyjmować wartość $-2k$, gdzie $k = R_{0,2}/2$, a $R_{0,2}$ oznacza granicę plastyczności materiału gniazda. Większe z naprężeń głównych σ_1 tworzy z osią z kąt $\varphi = \beta$. Linie poślizgu równoległe do CD są nachylone do osi z pod kątem $\delta = \varphi + \pi/4$, a więc należą do pierwszej rodziny [17].

Naprężenia łatwo wyznaczyć metodą Lévy'ego, korzystając z podanego przez niego układu równań

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) = \sigma_0 + 2k\chi, \quad \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = k \quad (26)$$

gdyż w rozważanym przypadku można przyjąć $\sigma_0 = 0$. Ponieważ w obszarze ADC $\sigma_1 = 0$ i $\sigma_2 = -2k$, wprowadzona nieznana funkcja χ jest do wyznaczenia z pierwszego z równań (26) i wynosi $\chi = -1/2$. Wzdłuż linii poślizgu w obszarze ADC musi być więc spełniona zależność

$$\chi + \phi = -\frac{1}{2} + \beta \quad (27)$$

Przy przejściu tych linii poślizgu do trójkąta AEB kąt ϕ przyjmuje wartość $\beta + \gamma$. W tym polu obowiązują wobec tego równanie

$$\chi = -\frac{1}{2} - \gamma \quad (28)$$

Wyliczone z układu równań (26) naprężenia główne w obszarze AEB wynoszą

$$\sigma_1 = -2k\gamma, \quad \sigma_2 = -2k(1 + \gamma) \quad (29)$$

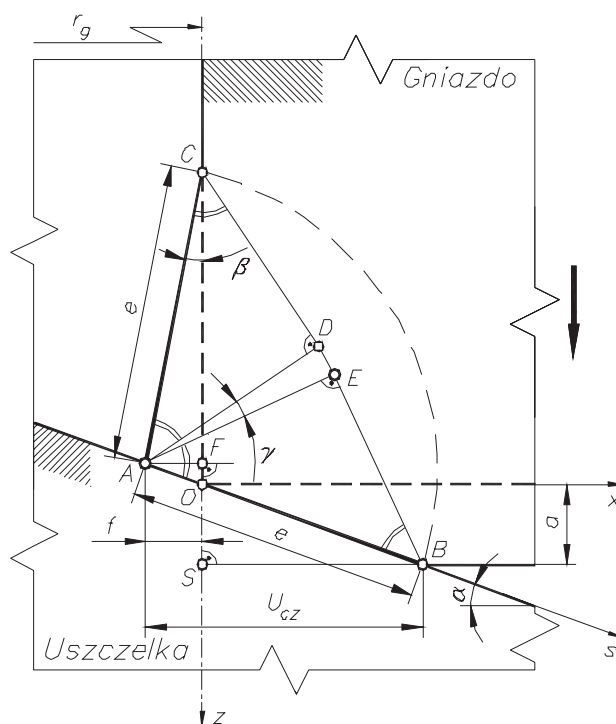
przy czym do krawędzi AB jest prostopadłe naprężenie σ_2 . Wartość nacisku q na powierzchni styku uszczelki z gniazdem, od którego rozpoczyna się proces odkształcania, jest równy naprężeniu σ_2 ze znakiem przeciwnym

$$q = R_{0,2}(1 + \gamma) \quad (30)$$

Pewna część materiału na zewnątrz od linii poślizgu $BEDC$ znajduje się również w stanie plastycznym. Występujące tam odkształcenia w rzeczywistym materiale są porównywalne z odkształceniami sprężystymi. Granica tego obszaru jest na rys. 7 zaznaczona umownie cienką linią przerywaną, gdyż dokładny jej przebieg jest nieznan.

W rozpatrywanym zagadnieniu występuje geometryczne podobieństwo odkształconego obszaru w różnych etapach zaawansowania procesu. Stopień zaawansowania uplastycznienia jest określony wielkością odcinka a , o który przesuwają się gniazdo. Obraz odkształcenia pozostaje niezmienny, a zmianie ulegają jedynie wymiary proporcjonalnie do głębokości uplastycznienia a (rys. 8). Z praktycznego punktu widzenia najbardziej interesujący jest wymiar e , czyli szerokość strefy kontaktu. Równanie określające szerokość strefy kontaktu otrzymuje się z warunku położenia punktu C na nieodkształconej powierzchni gniazda

$$e = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\cos \alpha - \sin(\alpha - \gamma)} a \quad (31)$$



Rys. 8. Przemieszczanie się materiału i geometria odkształconego plastycznie gniazda przy ścisnaniu ze sztywną uszczelką – fragment powierzchni współpracy

Fig. 8. Dislocation of material and geometry of the deformed seat compressed by the rigid gasket – part of the contact surface

Równanie (31) podaje wymiar e w funkcji przemieszczenia gniazda a , kąta α oraz nieznanego kąta γ , jaki tworzą ze sobą linie poślizgu w trójkątach AEB i ADC . W celu jego określenia należy wykorzystać warunek nieściśliwości materiału, z którego wynika, że pola trójkątów OSB i AOC muszą być sobie równe

$$a^2 \cos \alpha - e \sin \alpha \sin(\alpha - \gamma) \{e [\sin \alpha + \cos(\alpha - \gamma)] - a\} = 0 \quad (32)$$

Po podstawieniu zależności (31) do (32) otrzymuje się równanie wiążące znany kąt α oraz poszukiwany kąt γ

$$2 \sin(\alpha - \gamma) [\cos(\alpha - \gamma) + 2 \sin \alpha] - \sin 2\alpha = 0 \quad (33)$$

które wymaga postępowania numerycznego. Wysokość f , na jaką został wypchnięty uplastyczniony materiał na zewnątrz bocznej powierzchni gniazda wyraża się w zależności

od przemieszczenia gniazda a i kątów α oraz γ wzorem

$$f = \frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\tan \alpha [\cos \alpha - \sin(\alpha - \gamma)]} a \quad (34)$$

Dla znanej granicy plastyczności $R_{0,2}$ materiału gniazda, określonej geometrii uszczelki (kąt α) i gniazda (promień r_g) oraz zmierzonego przemieszczenia a gniazda można na podstawie otrzymanych wyników wyliczyć szerokość e uplastycznionej strefy kontaktu gniazda z nieodkształcalną uszczelką oraz panujące tam naprężenie q , a następnie określić siłę wstępnego docisku F . Pomiar przemieszczenia a gniazda jest jednak kłopotliwy w zastosowaniach technicznych tym bardziej, że przyjmuje ono niewielką wartość. Najbardziej wygodną byłaby znajomość siły F , którą należy wywołać w montowanym połączeniu, aby zapewnić jego szczelność na szerokości e .

Przedstawione rozwiązanie ma praktyczne znaczenie w przypadku gdy na podstawie doświadczeń eksploatacyjnych z uszczelkami typu „2-delta” można dla panującego w instalacji ciśnienia p oszacować wymaganą szerokość e strefy kontaktu. Do wykorzystania jest wówczas równanie (30) na wielkość nacisku q na powierzchni styku uszczelki z gniazdem, przy czym kąt γ jest określony zależnością (33). Dla zadanego e siła montażowa powinna być równa

$$F_{an} = \pi (2r_g + e \cos \alpha - 2f) \left[eq \cos^2 \alpha + \frac{1}{4} (2r_g + e \cos \alpha - 2f) p \right] \quad (35)$$

gdzie została uwzględniona korekta w związku z odciążeniem połączenia ciśnieniem p . Przesunięcie gniazda a oraz wymiar f wylicza się odpowiednio z równań (31) i (34).

Należy zwrócić uwagę, że stosowane w praktyce uszczelki typu „2-delta” charakteryzują się małymi kątami α , co powoduje, że kąt γ przyjmuje również niewielką wartość. W przykładowych uszczelkach z rys. 1 kąt $\alpha = 0,1745$ rad, co daje $\gamma = 0,0465$ rad. Wobec powyższego nacisk q liczony wzorem (30) tylko nieznacznie przekracza granicę plastyczności $R_{0,2}$ materiału gniazda.

6. Obliczenia MES

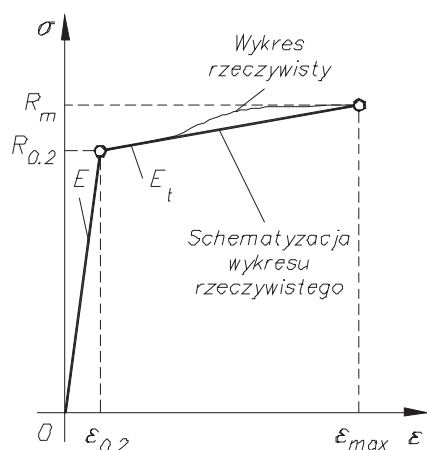
Do numerycznego rozwiązania zagadnienia wykorzystano metodę elementów skończonych posługując się programem ANSYS® [24]. Z uwagi na charakter pracy elementów połączenia (zacisk wstępny o dużej wartości i zróżnicowane własności materiałowe) w okolicach stref kontaktu uszczelki i gniazd należy oczekiwać odkształceń sprężysto-plastycznych.

Tabela 1

Własności wytrzymałościowe materiałów uszczelki i gniazd

Część	Stal	Źródło	E [MPa]	$R_{0,2}$ [MPa]	R_m [MPa]	ϵ_{max} [%]
Uszczelka	36CrNiMo4	[23]	$2,1 \times 10^5$	800	1100	11
Gniazdo	32CrMo12	[23]	$2,1 \times 10^5$	630	850	13

Jest zatem konieczne uwzględnienie fizycznej nieliniowości materiałów. Właściwości materiałowe stali, z których wykonano uszczelkę oraz gniazda zostały przyjęte na podstawie [25] i podano je w tab. 1.



Rys. 9. Schematyzacja wykresów rozciągania dla materiałów uszczelki i gniazd

Fig. 9. Approximation of the real stress-strain curve of the gasket and seat materials

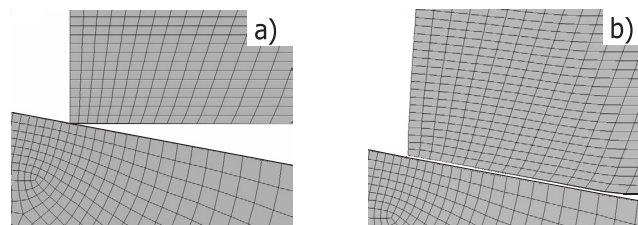
Do obliczeń numerycznych wprowadzono aproksymację zależności $\sigma = f(\epsilon)$ z liniowym wzmocnieniem plastycznym zgodnie z równaniami

$$\sigma = E\epsilon, \quad \epsilon \leq \epsilon_{0,2}$$

(36)

$$\sigma = E_t\epsilon + R_{0,2} - E_t\epsilon_{0,2}, \quad \epsilon_{0,2} \leq \epsilon \leq \epsilon_{\max}$$

gdzie $E_t = (R_m - R_{0,2})/(\epsilon_{\max} - \epsilon_{0,2})$. Schematyzację wykresów rozciągania (w skali skażonej) przedstawia rys. 9.



Rys. 10. Przykładowa siatka elementów skończonych w otoczeniu strefy kontaktu:

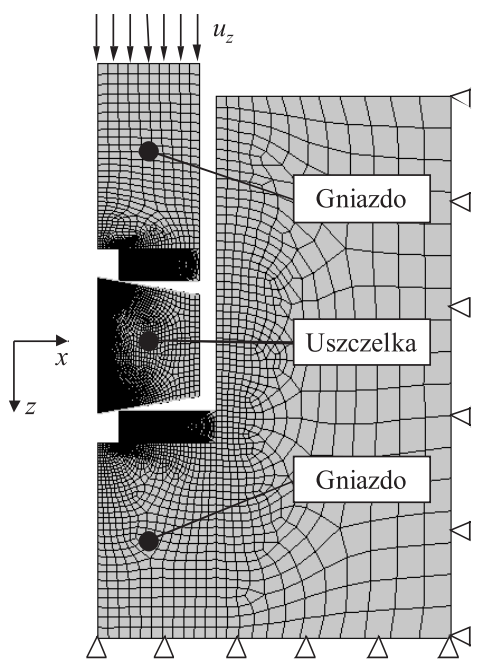
a) – wyjściowa, b) – po obciążeniu

Fig. 10. Exemplary mesh of finite elements in the vicinity of the contact zone:

a) – initial, b) – after loading

Zacisk wstępny o dużej wartości, konieczny do zapewnienia szczelności połączenia, prowadzi do powstania w miejscu współpracy strefy koncentracji naprężeń i dużych odkształceń. Problem należy więc traktować jako zadanie kontaktowe [21]. Pomiędzy stykające się części połączenia wprowadzono elementy kontaktowe typu TARGE169 i CONTAC172 przystosowane do zadań płaskich i osiowo-symetrycznych. Na powierzchni współpracy złącza (pomiędzy uszczelką i gniazdami) przyjęto współczynnik tarcia μ .

Przykładowa siatka elementów skończonych w otoczeniu strefy kontaktu jest przedstawiona na rys. 10. Gęstość siatki dobierano tak, aby przy podwójnym jej zagęszczeniu naprężenia zredukowane σ_{red} (wg HMM) obliczane dla obu siatek na granicy kontaktu uszczelki i gniazda od strony zewnętrznej różniły się o mniej niż 5% [8, 16].



Rys. 11. Podział modelu złącza na obszary, siatka elementów skończonych oraz ilustracja wprowadzonych warunków brzegowych

Fig. 11. Distribution of the model into regions, mesh of finite elements and specification of introduced boundary conditions

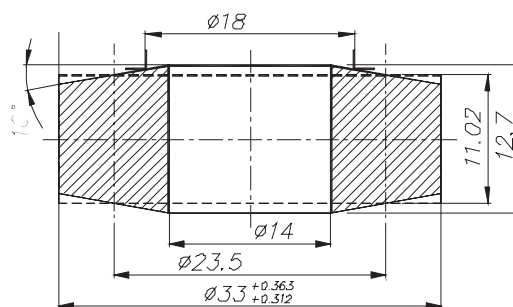
Przyjęte warunki brzegowe dla obu segmentów gniazda ilustruje rys. 11. Aby zapewnić większą stabilność rozwiązania w przypadku obciążenia tylko siłą montażową F , zamiast przykładać obciążenie do górnej powierzchni gniazda, zastosowano wymuszenie kinematyczne. Wszystkim węzłom górnej powierzchni gniazda narzucono określone przemieszczenia u_z w kierunku osi z . Obciążenie było doliczane po zakończeniu procesu obliczeń stosując funkcje FSUM do węzłów o zadanych przemieszczeniach. Procedurę powtarzano odpowiednią liczbę razy aż do uzyskania zadanej siły montażowej F z zadowalającą dokładnością.

Tak otrzymane rozwiązanie zostało następnie wykorzystane w dalszych obliczeniach uwzględniających działanie w połączeniu ciśnienia p . Odczytano siły w węzłach górnej powierzchni gniazda, w których uprzednio były zadane przemieszczenia. Siły te, jako warunki brzegowe siłowe, zostały użyte zamiast wymuszenia kinematycznego. Dzięki temu ujednotwiono rodzaj warunków brzegowych, związanych zarówno z montażem, jak i z działaniem ciśnienia. Pozwoliło to na prawidłowe dwuetapowe rozwiązanie zagadnienia w ramach jednego zadania numerycznego (pliku wsadowego).

Pierwszy etap obejmował rozwiązanie odpowiadające tylko obciążeniu montażowemu F , ale z warunkami brzegowymi siłowymi na górnej powierzchni gniazda. W drugim etapie rozwiązano przypadek uszczelki i gniazd obciążonych dodatkowo ciśnieniem p w postaci nacisków powierzchniowych nałożonych na stosowne linie wewnętrzne modelu konstrukcji. Należy zaznaczyć, że ze względu na nieliniowości materiałowe istotną rolę w obliczeniach MES odgrywa kolejność przykładania obciążeń. Zaproponowana metoda pokrywa się w pełni z praktyką montażu i eksploatacji połączeń z uszczelką typu „2-delta”.

7. Porównanie wyników obliczeń MES i analitycznych

Obliczenia wykonano dla uszczelki 5 z rys. 1. Jej wymiary są przedstawione na rys. 12, gdzie linią przerywaną zaznaczono również wymiary powłokowego modelu uszczelki przyjęte w obliczeniach analitycznych. Uszczelka współpracowała z gniazdami, dla których $r_g = 9$ mm i była umieszczona w otworze kołnierza 4. Średnica zewnętrzna uszczelki i otwór w kołnierzu były wykonane z tolerancjami. Tolerancje uszczelki pokazuje rys. 12, a otwór miał wymiar $\Phi 33^{+0,452}_{+0,401}$. Na zewnętrznej powierzchni uszczelki pojawił się luz o wartościach granicznych $L_{\min} = 0,038$ mm i $L_{\max} = 0,140$ mm. Największa wartość przemieszczenia promieniowego uszczelki na tej powierzchni występuje pod obciążeniem ciśnieniem p i wynosi $u_{x\max} = 0,0102$ mm, wobec czego obliczenia MES zarówno dla warunków montażowych, jak i dla ciśnienia wykonano dla swobodnej powierzchni zewnętrznej.



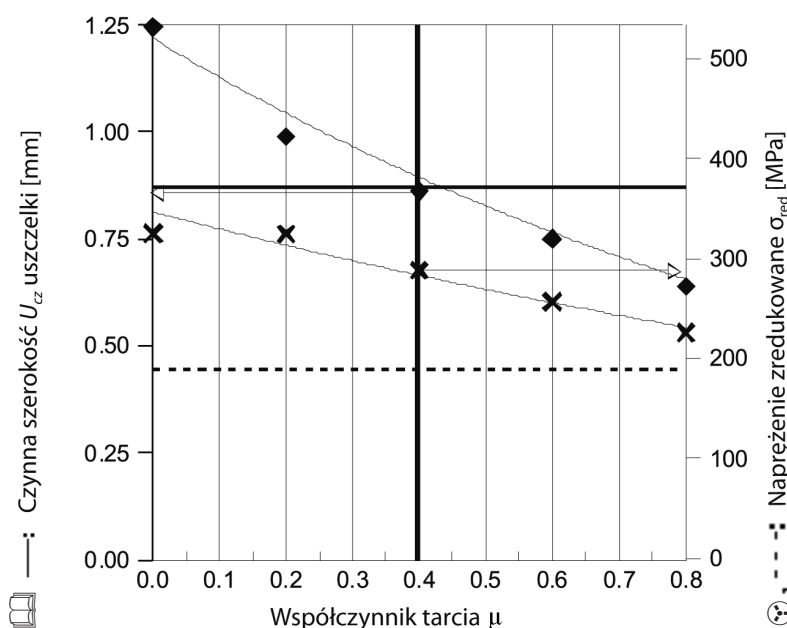
Rys. 12. Wymiary uszczelki przyjęte do obliczeń – linią przerywaną zaznaczono wymiary powłokowego modelu analitycznego

Fig. 12. Dimensions of the gasket introduced into calculations – broken line indicates dimensions of the analytical shell model

Przed wykonaniem obliczeń numerycznych i analitycznych należało w pierwszej kolejności ustalić faktyczną wartość współczynnika tarcia μ na powierzchni styku. W tym celu przeprowadzono badania doświadczalne na uszczelce i gniazdach o geometrii i materiałach zbliżonych do analizowanego połączenia. Pod obciążeniem siłą montażową zmierzono za pomocą czujników tensometrycznych odkształcenia obwodowe i osiowe na wewnętrznej cylindrycznej powierzchni uszczelki. Po odciążeniu uszczelki zmierzono szerokość U_{cz} strefy odkształceń trwałych w płaszczyźnie prostopadłej do osi. Wyniki badań przedstawiono na rys. 13, gdzie linia ciągła odpowiada otrzymanej doświadczalnie średniej szerokości $U_{cz} = 0,87$ mm,

a linia przerywana przedstawia naprężenie zredukowane $\sigma_{red} = 190$ MPa w środku uszczelki wyznaczone na podstawie zmierzonego odkształcenia. Na rysunku 13 zamieszczono również wyniki obliczeń MES dla badanego doświadczalnie połączenia, sporządzone dla różnych wartości współczynnika tarcia.

Szczególne cechy konstrukcyjne połączenia sprawiają, że uzyskanie odpowiedniej wytrzymałości jego elementów nie sprawia trudności. Stalowa uszczelka wykonana z materiału o wysokich własnościach wytrzymałościowych ($R_{0,2} > 800$ MPa) jest dodatkowo hartowana powierzchniowo do min. 55 HRC. Stanowi ona grubościenny element o stosunku średnic > 2 i przy niewielkiej średnicy wewnętrznej rzędu kilkunastu milimetrów jest w stanie przenieść ciśnienie robocze znacznie większe niż pozostałe fragmenty konstrukcji. Z uwagi na wytrzymałość uszczelka jest więc przewymiarowana.



Rys. 13. Czynna szerokość U_{cz} uszczelki i naprężenie zredukowane σ_{red} w funkcji współczynnika tarcia μ . Linie ciągła i przerywana odpowiednio: wartości U_{cz} i σ_{red} otrzymane doświadczalnie; $\blacklozenge - U_{cz}$ MES, $\times - \sigma_{red}$ MES

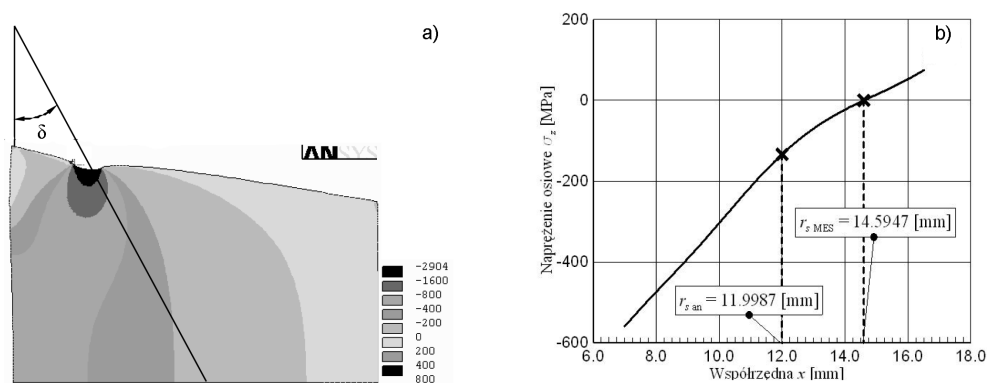
Fig. 13. Active width U_{act} of the gasket and equivalent stress σ_{eqv} versus friction coefficient μ . Solid line and broken line: experimental values of U_{act} and σ_{eqv} , respectively; $\blacklozenge - U_{act}$ FEM, $\times - \sigma_{eqv}$ FEM

Zasadniczym problemem w przypadku połączeń z metalową uszczelką typu „2-delta” jest zapewnienie wymaganej szczelności przez dobór odpowiedniej siły montażowej. Jej wielkość musi uwzględniać własności materiałowe i wymiary części złącza oraz ciśnienie robocze w uszczelnianej przestrzeni. Efektem siły montażowej powinien być określony nacisk q w strefie plastycznego kontaktu o stosownej szerokości U_{cz} .

Wobec powyższego, przy ustalaniu wartości współczynnika tarcia kierowano się zgodnością czynnej szerokości uszczelki U_{cz} , którą otrzymano z obliczeń MES, z wartością doświadczalną. Ostatecznie przyjęto do dalszych obliczeń MES i analitycznych $\mu = 0,40$, dla

którego szerokość U_{cz} jest najbardziej zbliżona do wyników badań. Odpowiada to wartości współczynnika tarcia spotykanym w pewnych procesach przeróbki plastycznej, do których pod względem zjawisk fizycznych na powierzchni kontaktu jest podobny mechanizm powstawania strefy plastycznej.

Ocenę dokładności obliczeń sztywności C uszczelki metodą „stożków wpływu” można przeprowadzić w oparciu o rozkład naprężenia osiowego σ_z w przekroju osiowym uszczelki, otrzymany za pomocą MES (rys. 14a). Został on wykonany pod obciążeniem całkowitą siłą montażową $F_c = 102\,958\text{ N}$, którą określono dla grubościennego modelu pierścieniowego. Zaznaczono tam również kąt δ wykorzystany w obliczeniach. Naprężenie osiowe σ_z w połowie długości uszczelki w funkcji współrzędnej x przedstawia rys. 14b. Na zewnętrznym promieniu $r_{s\text{ an}} = 11,9987\text{ mm}$ podstawy „stożka wpływu”, obliczonym analitycznie (rys. 4), naprężenie osiowe wynosi $\sigma_z = -134\text{ MPa}$, natomiast przyjmuje wartość 0 dla $r_{s\text{ MES}} = 14,5947\text{ mm}$, która to współrzędna odpowiada rzeczywistemu zewnętrznemu promieniowi podstawy „stożka wpływu” według obliczeń MES. Ze wzrostem x naprężenie σ_z zmienia znak na dodatni. Zastosowana metoda powoduje zaniżenie wartości r_s o 18%, co w przypadku wyznaczania sztywności elementu o znacznej grubości należy uznać za dokładność wystarczającą z technicznego punktu widzenia. Ponadto równocześnie ulega zawyżeniu naprężenie σ_z , co działa na korzyść pewności obliczeń.



Rys. 14. Rozkład naprężenia osiowego σ_z pod obciążeniem siłą montażową: a) – w przekroju osiowym uszczelki, b) – na połowie długości uszczelki w funkcji współrzędnej x

Fig. 14. Distribution of axial stress σ_z under assembly force: a) – in the axial cross-section of the gasket, b) – at the half-length of the gasket versus x coordinate

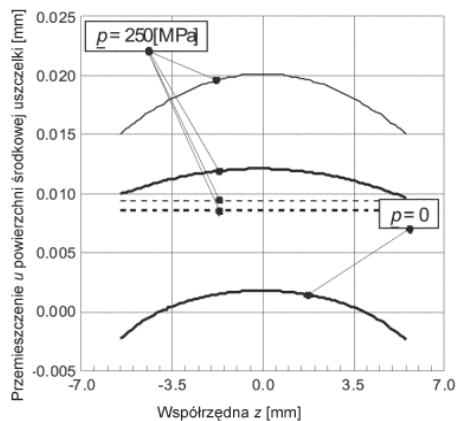
Sprawdzając obliczenia MES wykonano dla materiału uszczelki w pełni sprężystego, stąd maksymalna wartość naprężenia σ_z przekracza lokalnie (w miejscu kontaktu z gniazdem – rys. 14a) granicę plastyczności jej materiału. Przyjęta w obliczeniach MES skala dla przemieszczeń ujawnia ich dużą wartość. Tym niemniej można uznać, że wykonane oszacowanie numeryczne potwierdza poprawność zastosowanej metody.

Dla uszczelki obciążonej wyłącznie siłą montażową F ($p = 0$) wykonane zostały tylko obliczenia MES. Wartość obciążenia montażowego przyjęto na podstawie praktycznych zaleceń, wykorzystywanych przy eksploatacji uszczelki typu „2-delta”. Podają one wartość czynnej szerokości uszczelki U_{cz} , którą należy uzyskać dla znanych wymiarów złącza, jego materiałów oraz ciśnienia roboczego w instalacji. W przypadku rozważanej uszczelki czynna

szerokość została ustalona dla ciśnienia $p_o = 280$ MPa i wynosi $U_{cz} = 1,30$ mm. Obliczenia MES wykonano dla $F_{MES} = 80\,893$ N, dla której w metodzie numerycznej osiągnięta zostaje wartość $U_{cz} = 1,30$ mm. Na bazie analitycznego opisu strefy kontaktu (35) otrzymano siłę montażową $F_{an} = 155\,233$ N.

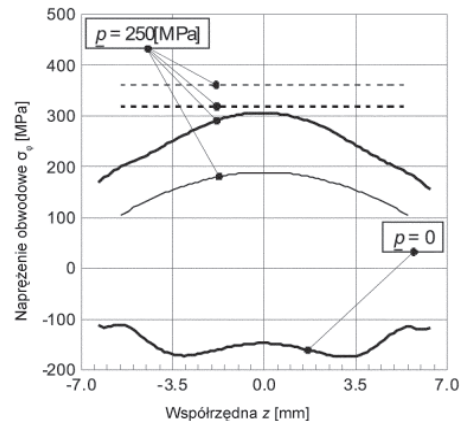
Porównawcze obliczenia MES i dla obu modeli analitycznych wykonano dla ciśnienia $p = 250$ MPa, które jest nieco niższe od ciśnienia obliczeniowego w instalacji, gdzie zastosowano uszczelkę. Ciśnienie odciąża połączenie siłą $F_{odc} = 63\,617$ N, co zostało uwzględnione w obliczeniach. W modelu MES ciśnienie p spowodowało spadek siły montażowej do $F_{MES}^* = 42\,337$ N. W modelach analitycznych przyjęto $F^* = 91\,616$ N, a wykonanie obliczeń wymagało zastosowania iteracji, gdyż zarówno w grubościennym modelu pierścieniowym (9) jak i w modelu powłokowym (24) siła ściskająca Q_T^p zależy od przemieszczenia u_x w miejscu kontaktu z gniazdem. W przypadku modeli analitycznych pominięta została zmiana własności wytrzymałościowych hartowanej powierzchni i do obliczeń przyjęto idealnie sprężysty materiał uszczelki o własnościach odpowiadających rdzeniowi.

Wyniki obliczeń są przedstawione na rys. 15–21, gdzie linie ciągłe grube odnoszą się do MES, linie przerywane do grubościennego modelu pierścieniowego, a linie ciągłe cienkie do modelu powłokowego. W przypadku grubościennego modelu pierścieniowego oprócz obliczeń dla zaproponowanego w pracy rozwiązania (linie grube przerywane) wykonano dodatkowo obliczenia dla grubościennego pierścienia według podejścia klasycznego, bez uwzględnienia sił poprzecznych na czołowych powierzchniach uszczelki (linie cienkie przerywane). W obu tych przypadkach wyniki różnią się od siebie niewiele (o kilkanaście procent) z tym, że przedstawiony w pracy model zmodyfikowany daje wyniki (z wyjątkiem przemieszczenia u) bardziej zbliżone do wyników MES.



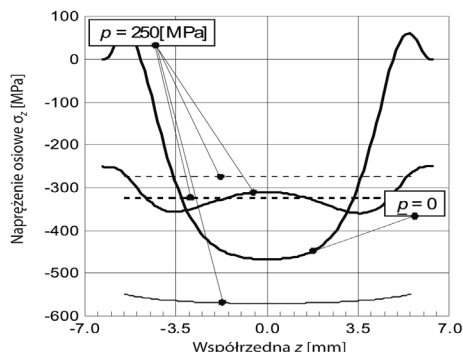
Rys. 15. Przemieszczenie u powierzchni środkowej w funkcji współrzędnej z : linie ciągłe grube – MES, linie przerywane – grubościenny model pierścieniowy, linia ciągła cienka – model powłokowy

Fig. 15. Displacement u of the neutral surface versus z coordinate: solid bold lines – FEM, dotted lines – thick-walled model, fine line – shell model



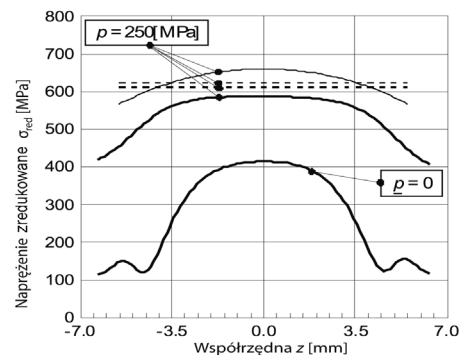
Rys. 16. Naprężenie obwodowe σ_ϕ na powierzchni wewnętrznej w funkcji współrzędnej z : linie ciągłe grube – MES, linie przerywane – grubościenny model pierścieniowy, linia ciągła cienka – model powłokowy

Fig. 16. Circumferential stress σ_ϕ at the internal surface versus z coordinate: solid bold lines – FEM, dotted lines – thick-walled model, fine line – shell model



Rys. 17. Naprężenie osiowe σ_z na powierzchni wewnętrznej w funkcji współrzędnej z : linie ciągłe grube – MES, linie przerywane – grubościenny model pierścieniowy, linia ciągła cienka – model powłokowy

Fig. 17. Axial stress σ_z at the internal surface versus z coordinate: solid bold lines – FEM, dotted lines – thick-walled model, fine line – shell model

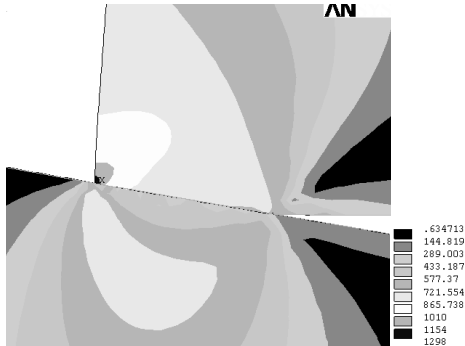


Rys. 18. Naprężenie zredukowane σ_{red} na powierzchni wewnętrznej w funkcji współrzędnej z : linie ciągłe grube – MES, linie przerywane – grubościenny model pierścieniowy, linia ciągła cienka – model powłokowy

Fig. 18. Equivalent stress σ_{eqv} at the internal surface versus z coordinate: solid bold lines – FEM, dotted lines – thick-walled model, fine line – shell model

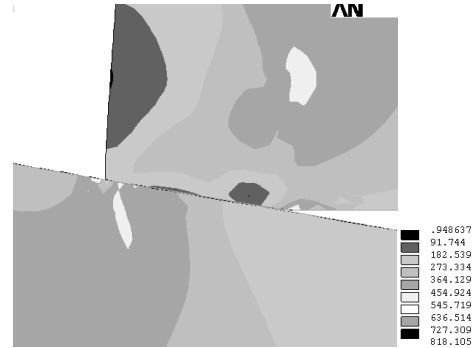
Dla warunków roboczych przemieszczenie dla zmodyfikowanego modelu grubościennego jest mniejsze, a dla modelu powłokowego większe od obliczonego MES (rys. 15), natomiast największa różnica w środku uszczelki wynosi odpowiednio 29% i 66%. Z porównania rozkładów naprężeń obwodowych σ_ϕ i osiowych σ_z na wewnętrznej powierzchni uszczelki (rys. 16 i 17) wynika niewielka różnica między modelem grubościennym i MES, nieprzekraczająca 5% dla wartości maksymalnych. W modelu powłokowym natomiast naprężenie σ_ϕ jest zaniżone o 38% a naprężenie σ_z zawyżone o 84% w stosunku do MES. W przypadku obu modeli naprężenie zredukowane σ_{red} w środku uszczelki na bardziej wyteżonej powierzchni wewnętrznej jest przeszacowane w stosunku do MES o 4% dla modelu grubościennego i o 12% dla modelu powłokowego (rys. 18). Wyniki MES wykazują niewielką asymetrię względem środka uszczelki z powodu innego kształtu obu gniazd i w konsekwencji nieco innych warunków współpracy. Przykładowe wyniki numerycznych obliczeń naprężeń zredukowanych w strefie kontaktu pokazuje rys. 19 dla obciążenia montażowego i rys. 20 pod działaniem dodatkowo ciśnienia. Są one przedstawione również na rys. 21 linią przerywaną na całej powierzchni roboczej.

Nacisk na powierzchni roboczej uszczelki określony za pomocą MES jest przedstawiony na rys. 21 w funkcji współrzędnej s . Oś s jest zdefiniowana na rys. 7, przy czym jej początek pokrywa się z wewnętrzną krawędzią uszczelki. Nacisk rozkłada się zgodnie z przewidywaniem zarówno dla obciążenia montażowego, jak i dla warunków pracy, wykazując spadek na szerokości strefy kontaktu od maksymalnej wartości na jej początku. Dla siły montażowej największa wartość nacisku $q = 1635$ MPa pojawia się w punkcie o współrzędnej $s = 1,8900$ mm, zmniejszając się do $q = 631$ MPa w punkcie $s = 3,0919$ mm i maleje do zera w punkcie $s = 3,1990$ mm. Nacisk przekraczający granicę plastyczności $R_{0,2}$ materiału gniazda jest zatem osiągnięty na szerokości kontaktu $e = 1,2019$ mm.



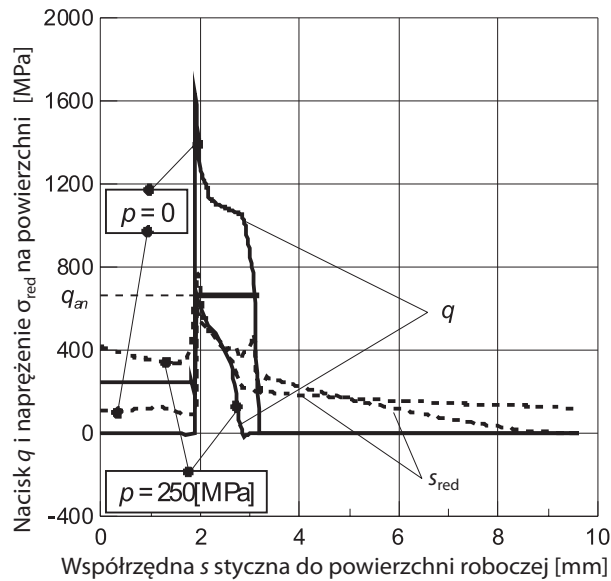
Rys. 19. Rozkład naprężenia zredukowanego σ_{red} pod obciążeniem tylko siłą montażową we fragmentach uszczelki i gniazda

Fig. 19. Distribution of equivalent stress σ_{eqv} under assembly force only at the sections of the gasket and the seat



Rys. 20. Rozkład naprężenia zredukowanego σ_{red} pod obciążeniem siłą montażową i ciśnieniem we fragmentach uszczelki i gniazda

Fig. 20. Distribution of equivalent stress σ_{eqv} under assembly force and pressure at the sections of the gasket and the seat



Rys. 21. Nacisk q (linie ciągłe) i naprężenie zredukowane σ_{red} (linie przerywane) na powierzchni roboczej uszczelki w funkcji współrzędnej s

Fig. 21. Stress q (solid lines) and equivalent stress σ_{eqv} (dotted lines) at the working surface of the gasket versus s coordinate

Zastosowanie ciśnienia $p = 250$ MPa w istotny sposób odciąża powierzchnię kontaktu, gdyż maksymalny nacisk zmniejszył się do 666 MPa, nieznacznie tylko przekraczając $R_{0,2}$ na odcinku o długości 0,2315 mm i miejsce jego występowania nieco się przesunęło do punktu $s = 1,9293$ mm. Całkowity zanik nacisku ma miejsce w punkcie $s = 2,8554$ mm i szerokość strefy kontaktu zmniejszyła się o 29% do $e = 0,9261$ mm. Jeżeli uznać, że szczelność połączenia zapewnia strefa kontaktu, gdzie nacisk jest większy od ciśnienia p , to warunek ten spełnia pole pierścienia o szerokości $e = 0,7717$ mm.

Tabela 2

Porównanie wyników obliczeń MES z analitycznym opisem kontaktu uszczelki z gniazdem

Obliczenia		a [mm]	f [mm]	e [mm]
Analityczne		0,200	0,169	1,320
MES	$p = 0$	0,449	0,114	1,329
	$p = 250$ MPa	0,408	0,096	1,328

Porównanie wyników obliczeń MES z analitycznym opisem kontaktu uszczelki z gniazdem z uwzględnieniem odkształceń plastycznych jest przedstawione w tab. 2. Wymiar e jest w przypadku obu metod zbliżony, co wynika z przyjętych wstępnych założeń do obliczeń. Duże różnice w wartościach a i f są do wytłumaczenia inną schematyzacją krzywej rozciągania materiału gniazda oraz pominięciem tarcia w analitycznym opisie strefy kontaktu. W podejściu analitycznym wielkości: a , f oraz e są ponadto funkcjami jedynie geometrii połączenia i obciążenia zarówno montażowe, jak i robocze nie mają wpływu na ich wartości. Inaczej jest w obliczeniach numerycznych, gdzie ciśnienie p powoduje ich zmniejszenie. Nacisk liczony wzorem (30) jest niewiele większy od granicy plastyczności materiału gniazda i wynosi $q_{an} = 659$ MPa.

8. Wnioski

Wyniki otrzymane dla dwóch analitycznych modeli obliczeniowych uszczelki typu „2-delta”, zbudowanych przy licznych założeniach upraszczających na podstawie teorii Lamego oraz teorii zgięciowej krótkich sprężystych powłok walcowych o dużej grubości, zostały porównane z wynikami MES, które należy uznać za najlepiej odpowiadające stanowi rzeczywistości.

Grubościenny model pierścieniowy daje wprawdzie rozkłady przemieszczenia i naprężeń stałe na długości uszczelki (niezależne od współrzędnej z), ale w najbardziej wyteżonym przekroju środkowym wyniki są bliższe do rozwiązania MES. Naprężenie zredukowane σ_{red} jest tam tylko nieznacznie większe (o 4%) od obliczonego MES. Większe różnice występują dla modelu powłokowego a największe naprężenie zredukowane σ_{red} jest zawyżone w stosunku do MES o 12%. Charakter wszystkich zależności jest w tym przypadku zgodny z rozwiązaniem MES.

Należy zwrócić uwagę, że w modelu powłokowym jest bardziej widoczny wpływ momentu zginającego M_z w porównaniu z wynikami MES. Linia ugięcia wykazuje większą

krzywiznę (rys. 15) i naprężenie osiowe σ_z na wewnętrznej powierzchni osiąga znacznie większą wartość (rys. 17). Słabiej natomiast jest wyeksponowany wpływ siły poprzecznej (rys. 16). W odniesieniu do maksymalnego naprężenia zredukowanego σ_{red} , najbardziej istotnego z praktycznego punktu widzenia, oba modele dają wyniki z niewielkim błędem na korzyść pewności. Ocena większej przydatności jednego z dwóch przedstawionych modeli może być dokonana na podstawie badań doświadczalnych.

W przypadku projektowania instalacji wysokociśnieniowej z licznymi uszczelkami typu „2-delta” nie zawsze jest możliwe szybkie wykonanie pełnej numerycznej analizy wytrzymałościowej wszystkich połączeń. Do wstępnej oceny ich wytrzymałości mogą być wykorzystane proponowane modele. Pozwalają one na wykonanie dużej liczby nieskomplikowanych obliczeń w wielu wariantach, dla zróżnicowanej geometrii połączenia, własności materiałowych oraz warunków montażu. Na tej podstawie można dokonać wyboru właściwych parametrów. Bardziej istotne zagadnienie szczelności połączenia zostało rozwiązane teoretycznie z uwzględnieniem plastycznych odkształceń gniazda. Uzyskanie tej samej szerokości strefy kontaktu uszczelki z gniazdami wymaga zastosowania siły montażowej o 92% większej niż przy podejściu MES. Wysokość wypłynięcia uplastycznionego materiału gniazda na zewnątrz początkowej powierzchni w przypadku obu metod jest podobna lecz z obliczeń analitycznych otrzymuje się ponad dwukrotnie mniejszą wartość przemieszczenia gniazda pod obciążeniem montażowym niż w przypadku obliczeń MES. Różnice te można wytłumaczyć inną aproksymacją krzywych rozciągania materiałów elementów połączenia oraz pominięciem tarcia w obliczeniach analitycznych.

Nacisk na powierzchni kontaktu, mający zapewnić szczelność połączenia, można analitycznie określić tylko dla warunków montażowych. Przewyższa on nieznacznie granicę plastyczności materiału gniazda, co jest zgodne z praktycznym podejściem stosowanym w montażu metalowych uszczelek typu „2-delta”. Na podstawie wyników obliczeń MES można jednak stwierdzić, że nałożenie ciśnienia na obciążenie montażowe powoduje istotne obniżenie nacisku, dodatkowo połączone ze zmniejszeniem szerokości strefy kontaktu. Dla analizowanej uszczelki maksymalny nacisk zmniejszył się o 59%, a szerokość strefy kontaktu zmalała o 29%. Nacisk rozkłada się na powierzchni kontaktu nierównomiernie, więc efektywne uszczelnienie ma miejsce na jeszcze mniejszej szerokości. Uszczelki funkcjonują poprawnie, co świadczy o tym, że przyjęty zapas bezpieczeństwa w ocenie wymaganej szerokości strefy kontaktu do zapewnienia szczelności jest wystarczający.

Opracowanie procedur przydatnych w inżynierskich obliczeniach wysokociśnieniowych połączeń z metalową uszczelką typu „2-delta”, na bazie przedstawionych modeli analitycznych, wymaga przeprowadzenia dalszych badań. W szczególności niezbędna jest doświadczalna weryfikacja rozkładów naprężeń i wyężenia, otrzymanych analitycznie i na podstawie eksperymentu numerycznego.

Literatura

- [1] Bathe K.J., *Finite element procedures in engineering analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1982.
- [2] Deininger J., Strohmeier K., *Metalldichtungen für hohe Drücke*, Dichtungstechnik, Heft 1, Mai 2000, 31-35.
- [3] Freeman A.R., *Gaskets for high-pressure vessels*, Pressure Vessel and Piping Design, Collected Papers 1927 – 1959. ASME 1960, 165-168.
- [4] Hill R., *The plastic yielding of notched bars under tension*, Q. J. Mech. Appl. Math., Vol. 2, 1949.
- [5] Hill R., Lee E.H., Tupper S.J., *The theory of wedge indentation of ductile materials*, Proc. Roy. Soc., (A) 188, London 1947, 273-289.
- [6] Hughes T.J.R., *The finite element method. Linear static and dynamic finite element analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1987.
- [7] Kozłowski T., *Zarys teorii sprężystości*, Arkady, Warszawa 1968.
- [8] Krasieński M., Szybiński B., *Numeryczna analiza zagadnień kontaktu w uszczelnieniach wysokociśnieniowych*, Materiały XXII Sympozjonu PKM, t. III, Jurata 2005, 227-232.
- [9] Lipka J., *Wytrzymałość maszyn wirnikowych*, WNT, Warszawa 1967.
- [10] Prager W., Hodges P.G. Jr., *Theory of perfectly plastic solids*, J. Wiley & Sons, Ltd., New York 1951.
- [11] Prandtl L., *Über die Härte plastischer Körper*, Göttinger Nachrichten mat.-phys., 1920.
- [12] Ryś J., *Analiza zamknięcia wysokociśnieniowego z uszczelką metalową typu B*, Materiały XXI Sympozjonu PKM, t. II, WNT, Warszawa 2003, 183-188.
- [13] Ryś J., Szybiński B., Trojnacki A., *Model obliczeniowy metalowej wysokociśnieniowej uszczelki typu „B”*, Czasopismo Techniczne, z. 11-M/2006, Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2006, 63-87.
- [14] Ryś J., Trojnacki A., Betleja T., *Analiza teoretyczna pracy metalowego uszczelnienia typu B w połączeniach wysokociśnieniowych*, Materiały X Międzynarodowej Konferencji Uszczelnienia i Technika Uszczelniania Maszyn i Urządzeń, Polanica Zdrój 2004, 54-62.
- [15] Ryś J., Zieliński A., *Uszczelnianie zbiorników wysokociśnieniowych za pomocą tulei dwustożkowej*, Przegląd Mechaniczny, z. 7/77, Warszawa 1977, 224-229.
- [16] Stein E., *Error-controlled adaptive finite elements in solid mechanics*, J. Wiley&Sons Ltd., West Sussex 2003.
- [17] Szczepiński W., *Teoria obróbki plastycznej metali*, PWN, Warszawa 1964.
- [18] Szewczyk K., *Połączenia gwintowe*, PWN, Warszawa 1991.
- [19] Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S., *Teoria płyt i powłok*, Arkady, Warszawa 1962.
- [20] Woźniak Cz. (red.), *Mechanika Techniczna T. VIII. Mechanika sprężystych płyt i powłok*, PWN, Warszawa 2001.
- [21] Wriggers P., *Computational contact mechanics*, J. Wiley&Sons Ltd., West Sussex 2002.
- [22] Zienkiewicz O.C., *Metoda elementów skończonych*, Arkady, Warszawa 1972.

- [23] Życzkowski M. (red.), *Mechanika Techniczna T. IX. Wytrzymałość elementów konstrukcyjnych*, PWN, Warszawa 1988.
- [24] *ANSYS. Release 8.0*, Analysis System Inc., Swanson 2003.
- [25] *Leksykon materiałoznawstwa, T. I, T. II*, Verlag Dashöfer, Warszawa 2002.
- [26] Raport TPP-5 Politechniki Krakowskiej: *Wykonanie dokumentacji technicznej reaktora 41/42 V-7 z instalacji polietylenu*, Kraków 2000.