

MACIEJ ORMAN*, JACEK SNAMINA**

PORÓWNANIE EFEKTYWNOŚCI SEMIAKTYWNYCH I AKTYWNYCH TŁUMIKÓW DRGAŃ LIN

COMPARISON OF EFFECTIVENESS OF SEMIACTIVE AND ACTIVE CABLE VIBRATION DAMPERS

Streszczenie

W artykule porównano efektywności semiaktywnych i aktywnych tłumików drgań lin. Do sterowania tłumikami wybrano regulator LQR ze względu na jego popularność w zastosowaniach inżynierskich. Różnice między sterowaniem semiaktywnym a aktywnym zostały zaprezentowane za pomocą kryterium rozpraszania energii oraz kryterium maksymalnych wychyleń liny. Jak wykazano na podstawie obliczeń, pogorszenie jakości tłumienia lin związane z zastosowaniem tłumików semiaktywnych zależy od wielu czynników i w niektórych przypadkach może być znaczące.

Słowa kluczowe: tłumik semiaktywny, regulator LQR, regulator „clipped LQR”

Abstract

The paper presents the comparison of effectiveness of semiactive and active cable vibration dampers. LQR strategy was used to damper control. The dissipative energy criterion and the criterion of maximal deflection were used to evaluate the difference between semiactive and active control. Calculations shown, that the damping effectiveness of semiactive dampers is less than the effectiveness of active dampers.

Keywords: semiactive damper, LQR regulator, “clipped LQR” regulator

* Mgr inż. Maciej Orman, Instytut Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

** Dr hab. inż. Jacek Snamina, prof. AGH, Katedra Automatykacji Procesów, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie.

1. Wstęp

Liny są ważnym elementem konstrukcyjnym w nowoczesnych budowlach. Ze względu na znaczne długości i bardzo mały współczynnik wewnętrznego tłumienia liny są bardzo podatne na niekorzystne warunki atmosferyczne. W efekcie oddziaływań czynników zewnętrznych powstają drgania lin o dużej amplitudzie [1, 2].

Zaproponowano wiele metod służących eliminacji drgań, m.in. dołączanie do lin dodatkowych elementów ograniczających oddziaływanie wiatru. Jedną z podstawowych metod eliminacji drgań lin jest zastosowanie tłumika umieszczonego w niewielkiej odległości od zamocowania liny.

Podstawowym kryterium klasyfikacji tłumików jest podział na tłumiki pasywne, aktywne i semiaktywne. Tłumiki pasywne mają ściśle określony współczynnik tłumienia. Tłumiki semiaktywne mają możliwość sterowania współczynnikiem tłumienia podczas ich pracy. Przykładem takich tłumików mogą być tłumiki magnetoreologiczne (tłumiki MR). Tłumiki aktywne mogą realizować dowolny algorytm sterowania siłą oddziaływania na obiekt, którego drgania mają być zredukowane.

Tłumiki semiaktywne po raz pierwszy zaproponowano do tłumienia drgań zawieszenia samochodów w 1974 r. [3]. Ze względu na niewielki pobór mocy [4], tłumiki semiaktywne są stosowane w wielu współczesnych konstrukcjach. Przykładowo w konstrukcjach mostów, m.in. Brotonne Bridge (Francja), Sunshine Skyway Bridge (USA) i Aratsu Bridge (Japonia).

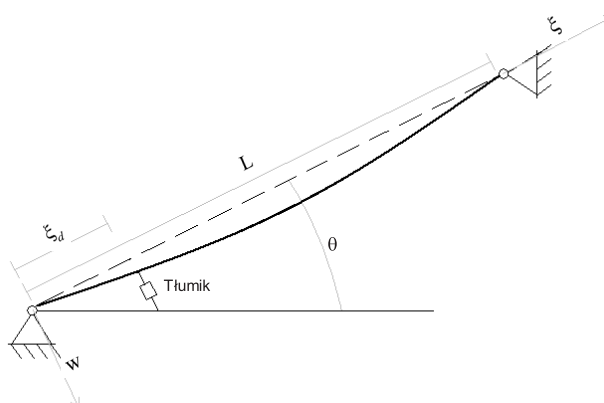
W pracy [5] została przedstawiona przybliżona formuła doboru optymalnego współczynnika dla tłumika wiskotycznego umieszczonego w niewielkiej odległości od zamocowania liny. Stosując tę formułę, można dobrać optymalny współczynnik tłumienia tylko dla jednej formy drgań liny. Optymalny współczynnik tłumienia dla wybranej formy nie jest optymalny dla pozostałych form drgań. W praktyce trudno jest wobec tego stosować omawianą formułę dla zapewnienia optymalnej eliminacji drgań [6]. Dlatego stosuje się algorytmy sterowania optymalizujące współczynnik tłumienia dla dowolnego ruchu liny [7, 8]. Jednym z proponowanych w pracach [7, 8, 9] algorytmów jest algorytm LQR. Jest on dobrze znany i szeroko stosowany. Jednak w przypadku zastosowania tłumika semiaktywnego nie jest możliwa ścisła realizacja sterowania LQR ze względu na jego aktywny charakter.

Algorytm „clipped LQR” jest naturalną modyfikacją algorytmu LQR, dostosowaną do zastosowania semiaktywnych tłumików MR [7, 10, 11, 12]. W opublikowanych artykułach brakuje jednak wyczerpującej analizy porównawczej tych dwóch algorytmów. Celem niniejszego artykułu jest porównanie efektywności tłumika aktywnego działającego zgodnie z algorytmem LQR oraz tłumika semiaktywnego działającego według algorytmu „clipped LQR”.

2. Równania ruchu liny

Rozważamy pochyło zamocowaną linę. Pochylenie określone jest przez kąt θ , a odległość pomiędzy podporami wynosi L . Naciąg liny oznaczono przez T_0 , gęstość liniową przez μ . Do liny dołączony jest tłumik umiejscowiony w odległości ξ_d od dolnego zamocowania liny (rys. 1). Dla większości konstrukcji linowych można przyjąć następujące założenia:

- siła naciągu liny jest na tyle duża w stosunku do jej ciężaru, że linia statycznej równowagi może być opisana parabolą, a zmienność siły osiowej wzdłuż długości liny może być pominięta,
- ruch liny odbywa się tylko w płaszczyźnie zwisu, przy czym przemieszczenia w kierunku osiowym są pomijalnie małe.



Rys. 1. Schemat pochyło zamocowanej liny z dołączonym tłumikiem

Fig. 1. Schematic diagram of inclined cable with attached damper

Uwzględniając powyższe założenia, przemieszczenie punktów liny związane z drganiami można przedstawić zgodnie z [1, 2] w następującej postaci

$$w(\xi, t) = \sum_{k=1}^n X_k(\xi) q_k(t) \quad (1)$$

Funkcje $\{X_k(\xi)\}$ muszą spełniać warunki brzegowe i najczęściej [8] są przyjmowane w postaci

$$X_k(\xi) = \sin\left(\frac{k\pi\xi}{L}\right).$$

Wektor $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ zawiera współrzędne uogólnione. Na jego podstawie wprowadza się wektor stanu $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}$. Ruch liny można ostatecznie opisać, stosując następujące macierzowe równania stanu:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}F_d \\ v_d(t) &= \mathbf{C}_1\mathbf{x}(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}_2\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie F_d jest siłą oddziaływania tłumika na linę; v_d jest prędkością w punkcie zamocowania tłumika; y jest przemieszczeniem liny w punkcie pomiarowym P , którego położenie określa współrzędna ξ_p . Macierze \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C}_1 , \mathbf{C}_2 przyjmują następującą formę

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1} \Phi_d \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \Phi(\xi_d)^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} \Phi(\xi_p)^T & 0 \end{bmatrix}$$

gdzie:

$\Phi(\xi_d) = [X_1(\xi_d) \ X_2(\xi_d) \ \dots \ X_n(\xi_d)]^T$ – wektor zależny od położenia tłumika,
 \mathbf{M} i \mathbf{K} – macierze mas i sztywności.

W pracy [8] przedstawiono szczegółowe wyprowadzenie równań ruchu pochylej liny z dołączonym tłumikiem.

3. Metody sterowania tłumikiem aktywnym i semiaktywnym

Wpływ warunków zewnętrznych zmienia udział poszczególnych form w ruchu liny [8]. Optymalne tłumienie dla wybranej formy jest zbyt duże dla „wyższej formy” i zbyt małe dla „niższej formy”. W praktyce dominująca forma drgań jest nieznana i dodatkowo ulega ona zmianie w zależności od warunków zewnętrznych oraz w wyniku pracy tłumika. Dlatego pożądane jest sterowanie gwarantujące odpowiednio duże tłumienie dla każdej z form. Jednym z algorytmów zapewniającym takie sterowanie jest algorytm LQR.

3.1. Regulator LQR

Regulator LQR jest często stosowany w układach redukcji drgań [7, 8]. Generuje on sterowanie w zależności od aktualnego stanu układu. Należy wspomnieć, że w praktyce nie jest możliwe dokładne określenie pełnego stanu układu [7]. Dlatego inżynierskie implementacje wymagają zastosowania estymatora stanu.

Jeżeli układ opisany równaniem (2) jest układem obserwowalnym, to na podstawie znanych sygnałów wyjścia $y(t)$ i sterowania $u(t)$ można za pomocą odpowiednio dobranej obserwatora wyznaczyć wektor $\mathbf{w}(t)$, będący estymatorem wektora stanu $\mathbf{x}(t)$.

Obserwatorem Luenbergera pełnego rzędu [13] dla układu (2) nazywamy układ liniowy n -tego rzędu

$$\dot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{F}\mathbf{w}(t) + \mathbf{G}y(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (4)$$

taki, że błąd obserwacji stanu dla dowolnych warunków początkowych \mathbf{x} , \mathbf{w}_0 i dla dowolnego sterowania $u(t)$ zanika z czasem.

Konstrukcja obserwatora polega na odpowiednim doborze macierzy \mathbf{G} tak, aby macierz $\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C}_2$ miała wartości własne, których części rzeczywiste są ujemne i na płaszczyźnie zespolonej są położone na lewo od biegunów układu, dla którego obserwator stanu jest stosowany.

Jeżeli układ redukcji drgań posiada aktywne urządzenie wykonawcze, mogące realizować dowolne sterowanie, oraz założymy znajomość stanu układu na podstawie obserwatora (4), to równanie stanu tego w pełni aktywnie sterowanego systemu ma postać

$$\dot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{w}(t) + \mathbf{B}U(t) \quad (5)$$

gdzie $U(t)$ jest siłą oddziaływania tłumika na linę. Siłę tę otrzymujemy, minimalizując następującą funkcję celu

$$J(U) = \int_0^{\infty} [\mathbf{w}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{w}(t) + U(t)\mathbf{R}U(t)] dt \quad (6)$$

Wyznaczenie optymalnego sterowania jest przedstawione m.in. w [7]. Ma ono postać

$$U(t) = -\mathbf{L}\mathbf{w}(t) \quad (7)$$

gdzie:

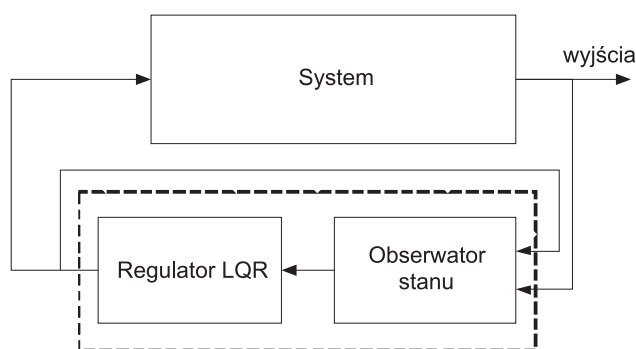
- $\mathbf{L} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}$; \mathbf{Q} – półdefinitnie określona macierz wag związana z wektorem stanu,
- \mathbf{R} – dodatnio określona macierz wag związana ze sterowaniem,
- \mathbf{P} – rozwiązanie następującego równania Riccatiego

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (8)$$

Podstawiając równanie (7) do równania (5), otrzymujemy

$$\dot{\mathbf{w}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{L})\mathbf{w}(t) \quad (9)$$

Tak przyjęta koncepcja sterowania została przedstawiona na schemacie (rys. 2).



Rys. 2. Schemat sterowania LQR z obserwatorem stanu

Fig. 2. Scheme of LQR control with state observer

3.2. Regulator „clipped LQR”

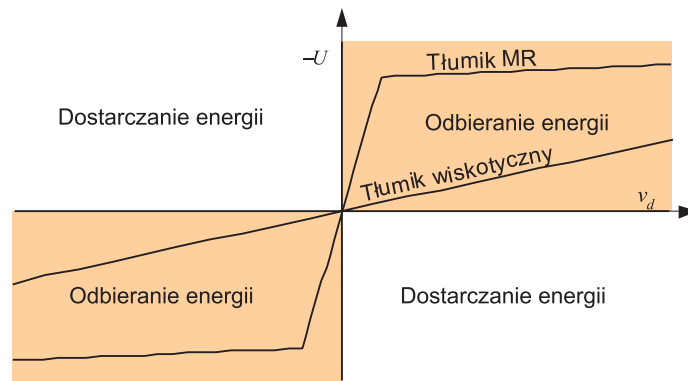
W przeciwieństwie do tłumików aktywnych, tłumiki semiaktywne mogą jedynie rozpraszają energię układu [12]. W pracach [4, 14, 15] przedstawiono różne koncepcje sterowania takimi tłumikami w zależności od przyjętego kryterium oraz rodzaju obiektu. Ponieważ tłumiki

miki semiaktywne nie mogą dostarczać energii do układu, nie ma możliwości pełnej realizacji algorytmu LQR. Mimo to algorytm LQR jest podstawą wyznaczania sterowania w wielu technicznych realizacjach układów eliminacji drgań [7, 8]. Algorytm LQR zastosowany do sterowania tłumikami semiaktywnymi przyjmuje formę algorytmu „clipped LQR”.

Warunek dostarczania energii do układu można zapisać następująco

$$U(t)v_d > 0 \quad (10)$$

Na rysunku 3 przedstawiono zakresy wartości siły i prędkości, dla których energia jest odbierana i dostarczana oraz wykreślono przykładowe charakterystyki tłumika viskozycznego i tłumika MR.



Rys. 3. Zależność siły sterującej od prędkości

Fig. 3. The control force vs. velocity

Przyjmujemy na podstawie [8] następującą definicję regulatora „clipped LQR”

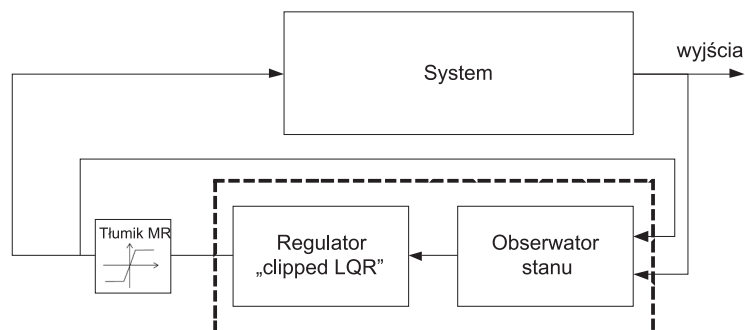
$$F_d = \begin{cases} U(t), & U(t)v_d < 0 \\ 0, & U(t)v_d \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

Dodatkowo tłumiki MR mają praktycznie ograniczoną siłę, jaką mogą oddziaływać na obiekt (rys. 3). Realizacja algorytmu „clipped LQR” z zastosowaniem tłumika MR sprowadza się wobec tego do następującego określenia siły wytworzonej przez tłumik na podstawie wyznaczonego optymalnego sygnału sterującego $U(t)$

$$F_d = \begin{cases} U_{\max}, & U(t)v_d < 0 \text{ i } U(t) > U_{\max} \\ U(t), & U(t)v_d < 0 \text{ i } -U_{\max} < U(t) < U_{\max} \\ -U_{\max}, & U(t)v_d < 0 \text{ i } U(t) < -U_{\max} \\ 0, & U(t)v_d \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

gdzie U_{\max} oznacza maksymalną siłę realizowaną przez tłumik. Koncepcja przyjętego algorytmu sterowania została przedstawiona na schemacie (rys. 4).

Wprowadzone ograniczenia na optymalny sygnał $U(t)$ powodują, że możliwy do zrealizowania przez tłumik semiaktywny algorytm „clipped LQR” nie jest optymalny w sensie przyjętego kryterium (6). Celem obliczeń jest oszacowanie, poprzez symulację drgań, na ile odejście od sterowania optymalnego zmniejsza efektywność tłumienia drgań.



Rys. 4. Schemat sterowania „clipped LQR” z obserwatorem stanu

Fig. 4. Scheme of “clipped LQR” control with state observer

4. Porównanie efektywności algorytmów LQR i „clipped LQR”

Obliczenia zostały wykonane dla danych zaczerpniętych z [8], gdzie podano podstawowe parametry mostu Dongting Lake Bridge. Odległość pomiędzy podporami $L = 115$ m, kąt pochylenia linii łączącej podpory z poziomem $\theta = 37^\circ$ naciąg $T_0 = 3095$ kN, gęstość liniowa liny $\mu = 51,8$ kg/m, moduł Younga $E = 1,80 \times 10^{11}$ N/m², współrzędna punktu zamocowania tłumika $\xi_d/L = 0,1$. W obliczeniach przyjęto $n = 30$. Przez wzgląd na porównawczy charakter pracy, do obliczeń nie wprowadzono ograniczenia maksymalnej siły tłumika. Analiza wyników obliczeń może być podstawą doboru konkretnego tłumika, którego parametry będą zapewniać możliwość otrzymania wymaganej siły oddziaływania na linę.

Model układu z relatywnie dużym rozmiarem wektora stanu sprawia, że ilość operacji numerycznych koniecznych do wykonania, przy wyznaczaniu optymalnego sterowania, może uniemożliwić realizację algorytmu w czasie rzeczywistym.

Macierze wag \mathbf{Q} i \mathbf{R} mają istotny wpływ na funkcję celu (6). W pracy [8] przedstawiono szczegółowe zasady ich doboru w przypadku poszukiwania sterowania tłumikami drgań. Ze względu na cel pracy, jakim jest porównanie dwóch algorytmów sterowania, obliczenia zostały wykonane na podstawie jednej pary wag dobranych zgodnie z zasadami przedstawionymi w pracy [8]

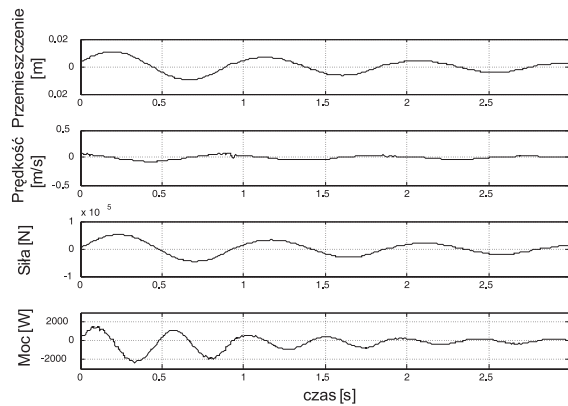
$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{R} = 8 \times 10^{-9} \quad (13)$$

gdzie $\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{(d)} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}$; macierz $\mathbf{M}^{(d)}$ jest utworzona na podstawie macierzy mas \mathbf{M} po pozostawieniu w niej tylko elementów na przekątnej głównej. Przyjęcie macierzy \mathbf{Q}_1 jako macierzy diagonalnej oznacza taką samą wagę dla każdego uogólnionego przemieszczenia uwzględnionego w obliczeniach.

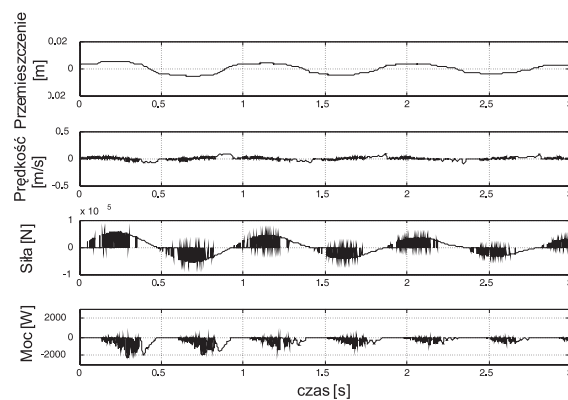
W celu ilustracji różnic między efektywnością tłumika aktywnego i semiaktywnego przeprowadzono symulacje dla różnych warunków początkowych określających początkowe wychylenie liny. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 5 i 6. Zawierają one wykresy przemieszczenia i prędkości punktu zamocowania tłumika, siły tłumiącej oraz mocy, wyzna-

czone dla dwóch wektorów warunków początkowych $\mathbf{x}_0^{(1)} = [0, 1, 0, 0, \dots, 0]^T$ (rys. 5) oraz $\mathbf{x}_0^{(2)} = [0, 0,8, 0, 0,5, 0, 0,2, 0, \dots, 0]^T$ (rys. 6).

a)



b)

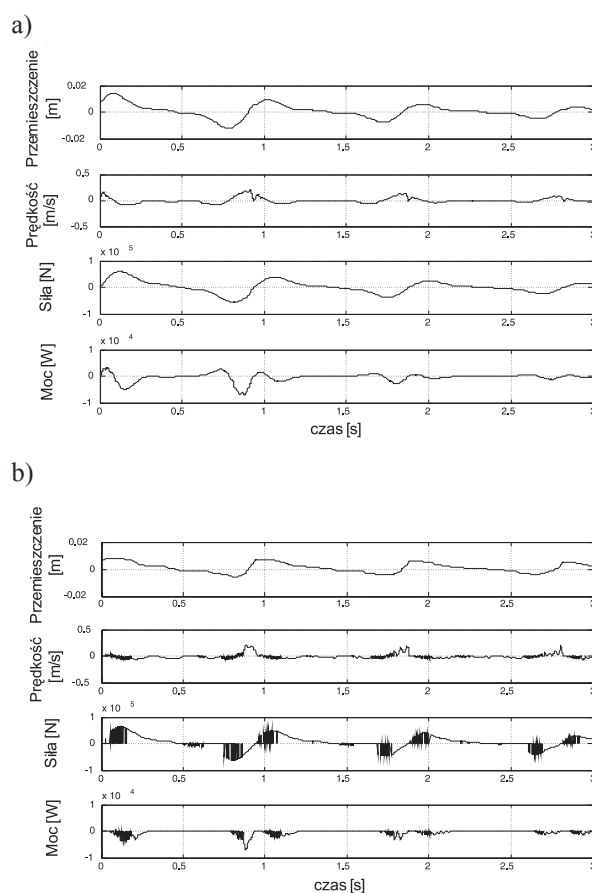


Rys. 5. Wyniki obliczeń dla $\mathbf{x}_0^{(1)}$: a) regulator LQR, b) regulator „clipped LQR”

Fig. 5. Results of calculations for $\mathbf{x}_0^{(1)}$: a) regulator LQR, b) regulator “clipped LQR”

Jeśli sterowanie wyznaczone na podstawie algorytmu LQR przechodzi w zakres aktywny (na rysunkach rys. 5a i 6a jest to widoczne w chwilach, gdy moc przechodzi z wartości ujemnej na dodatnią) wówczas tłumik semiaktywny, realizujący algorytm „clipped LQR”, zostaje wyłączony (na rysunku rys. 5b i 6b moc jest ujemna lub równa zero). Po ponownym załączeniu tłumika przemieszczenie liny i jej prędkość mogą w bardzo krótkim czasie po raz kolejny przyjmować takie wartości, dla których tłumik będzie wyłączony, gdyż w przeciwnym wypadku musiałby dostarczać energię do układu, co nie jest możliwe. Powoduje to efekt szybkiego przełączania się regulatora realizującego algorytm „clipped LQR”. Częste przełączenia są widoczne na wykresach mocy, siły i prędkości (rys. 5b i 6b). W celu zniwelo-

wania tego efektu stosuje się dodatkowe ograniczenia sterowania poprzez wprowadzenie stałej ε , która określa poziom załączenia regulatora poniżej zakresu aktywnego [14]. Ponieważ przeprowadzane obliczenia mają ilustrować zachowanie się regulatora oraz wykonywane są w celach porównawczych, ograniczenia te nie zostały wprowadzone.



Rys. 6. Wyniki obliczeń dla $x_0^{(2)}$: a) regulator LQR, b) regulator „clipped LQR”

Fig. 6. Results of calculations for $x_0^{(2)}$: a) regulator LQR, b) regulator “clipped LQR”

4.1. Energia rozpraszana przez tłumik

Energia rozpraszana przez tłumik może być miarą efektywności tłumienia. Jest oczywiste, że jeśli energia jest rozpraszana bardziej intensywnie, to drgania linii zanikają szybciej. Przyjęte w algorytmie LQR kryterium optymalności dopuszcza możliwość dostarczania energii do układu w pewnych przedziałach czasu (sterowanie aktywne). Sterowanie jest jednak tak dobrane, aby w innych przedziałach czasu znacznie większa ilość energii była odbie-

rana z układu. Sumarycznie, biorąc pod uwagę jeden cykl drgań, energia układu zmniejsza się. Ilość energii, o którą pomniejszyła się energia liny w czasie jednego cyklu drgań – jest energią rozpraszana przez tłumik. Sygnał sterujący otrzymany po zastosowaniu algorytmu „clipped LQR” jest tak uformowany, że nie może doprowadzać energii do drgającej liny, może ją tylko odbierać lub w pewnych przedziałach czasu zachowywać się neutralnie, a więc pozostawiać energię na niezmiennym poziomie.

W rozdziale tym przedstawiono obliczenia porównujące ilość energii rozproszonej przez tłumiki realizujące dwa rozpatrywane algorytmy sterowania.

Energia rozproszona przez tłumik w dowolnym przedziale czasu (t_0, t_m) jest opisana wzorem

$$E_r = \int_{t_0}^{t_m} (-F_d v_d) dt \quad (14)$$

W tabeli 1 zamieszczono wyniki obliczeń energii rozpraszanej przez tłumik aktywny (sterowanie LQR) oraz tłumik semiaktywny (sterowanie „clipped LQR”). Przyjęto wektor warunków początkowych $\mathbf{x}_0^{(1)} = [0, 1, 0, 0, \dots, 0]^T$ oraz przedział czasu ograniczony dolną granicą $t_0 = 0$ oraz górną granicą określoną wzorem $t_m = 2\pi k/\omega_0$ dla $k = 2, 3, \dots, 5$, (ω_0 jest pierwszą częstotliwością drgań nietłumionych liny).

Tabela 1

Energia rozproszona przez tłumik aktywny (algorytm LQR) i tłumik semiaktywny (algorytm „clipped LQR”)

k	Energia rozproszona przez tłumik aktywny [kJ]	Energia rozproszona przez tłumik semiaktywny [kJ]	Obniżenie efektywności [%]
2	1,45	0,91	37
3	1,62	1,15	29
4	1,69	1,30	23
5	1,72	1,40	18

W tabeli 2 zamieszczono wyniki analogicznych obliczeń dla wektora warunków początkowych: $\mathbf{x}_0^{(2)} = [0, 0,8, 0, 0,5, 0, 0,2, 0, \dots, 0]^T$.

Tabela 2

Energia rozproszona przez tłumik aktywny (algorytm LQR) i tłumik semiaktywny (algorytm „clipped LQR”)

k	Energia rozproszona przez tłumik aktywny [kJ]	Energia rozproszona przez tłumik semiaktywny [kJ]	Obniżenie efektywności [%]
2	2,29	1,11	51
3	2,56	1,38	46
4	2,68	1,55	42
5	2,72	1,64	39

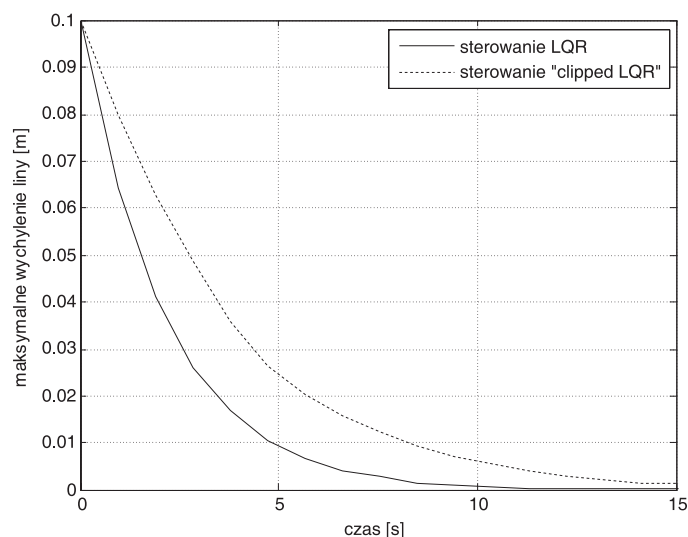
Analizując otrzymane wyniki, stwierdzamy, że w każdym rozważanym przypadku tłumik aktywny odebrał więcej energii, pomimo tego, że w pewnych fragmentach przyjętych przedziałów czasu energia była dostarczana do układu. Efektywność rozpraszania energii przez tłumik semiaktywny realizujący algorytm „clipped LQR” jest mniejsza. Względna różnica energii rozproszonej przez tłumik aktywny i tłumik semiaktywny (odniesiona do energii rozproszonej przez tłumik aktywny) zawiera się w przedziale od 18% do 51% i jest tym mniejsza im dłuższy jest przedział czasu, w którym obliczamy energię rozpraszaną.

4.2. Maksymalne przemieszczenia liny

Miarą efektywności tłumienia jest szybkość zaniku drgań. Szybkość zaniku można określić, badając kolejne maksymalne wychylenia liny. Jako punkt pomiarowy przyjęto punkt położony w środku liny. Łącząc na wykresie (obrazującym przemieszczenie w funkcji czasu) punkty odpowiadające maksymalnym wychyleniom w jedną stronę, można wykreślić obwiednię przemieszczeń. Wykresy obwiedni zostały sporządzone po wykonaniu symulacji drgań w dwóch przypadkach różniących się wektorami warunków początkowych.

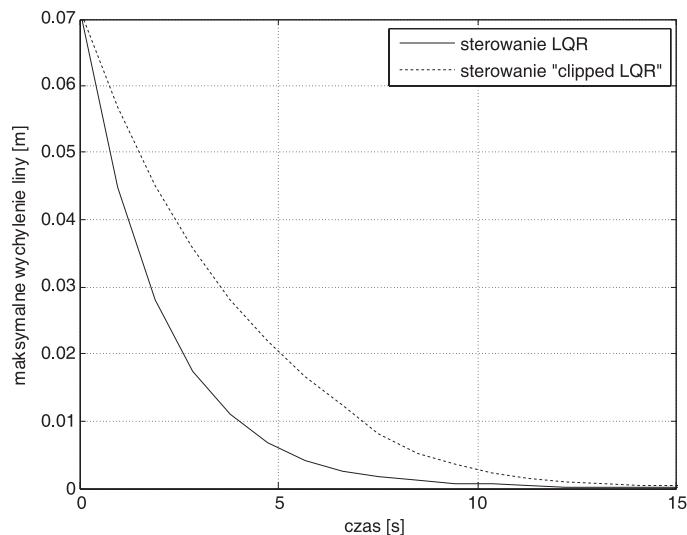
Obwiednię przemieszczenia środka liny wyznaczonego dla wektora warunków początkowych $\mathbf{x}_0^{(1)} = [0, 1, 0, 0, \dots, 0]^T$ przedstawiono na rys. 7, a dla wektora warunków początkowych $\mathbf{x}_0^{(2)} = [0, 0,8, 0, 0,5, 0, 0,2, 0, \dots, 0]^T$ na rys. 8.

Jak wynika z przedstawionych obliczeń, w obu przypadkach bardziej efektywnym algorytmem tłumienia jest algorytm LQR. Różnica między maksymalnymi przemieszczeniami wynikającymi z analizy obwiedni jest zmienna w czasie. Maksymalna różnica występuje w okolicach 5 sekundy symulacji. W obu przypadkach względna różnica między sterowaniem semiaktywnym a aktywnym w poszczególnych punktach w czasie sięga ponad 50%.



Rys. 7. Obwiednia przemieszczenia liny dla wektora warunków początkowych $\mathbf{x}_0^{(1)}$

Fig. 7. Envelope of the cable displacement for initial conditions $\mathbf{x}_0^{(1)}$



Rys. 8. Obwiednia przemieszczenia liny dla wektora warunków początkowego $\mathbf{x}_0^{(2)}$

Fig. 8. Envelope of the cable displacement for initial conditions $\mathbf{x}_0^{(2)}$

5. Wnioski

W artykule przedstawiono obliczenia symulacyjne, w celu zbadania efektywności tłumienia drgań w wyniku zastosowania tłumików aktywnych i semiaktywnych, których sterowanie bazuje odpowiednio na wykorzystaniu algorytmu LQR oraz algorytmu „clipped LQR”. Obliczenia wykonano, aby oszacować na ile zastosowanie tłumików semiaktywnych zmniejsza efektywność sterowania związanego z algorytmem liniowo-kwadratowym.

Jak wykazano na podstawie obliczeń, tłumiki aktywne sterowane z zastosowaniem algorytmu LQR są w każdym badanym przypadku bardziej efektywne niż tłumiki semiaktywne sterowane algorytmem „clipped LQR”. Ze względu jednak na niewielki pobór mocy tłumiki semiaktywne powinny być stosowane w systemach zabezpieczenia lin przed drganiami. Pogorszenie efektywności tłumienia związane z zastosowaniem tłumików semiaktywnych zależy od wielu czynników, m.in. od parametrów rozważanej liny. Optymalny dobór sterowania tłumikami semiaktywnymi przy projektowaniu układów tłumiących lin nabiera wobec tego szczególnego znaczenia.

Literatura

- [1] Pacheco B.M., Fujino Y., Sulekh A., *Estimation curve for modal damping in stay cables with viscous damper*, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 119, No. 6, 1993, 1961-1979.
- [2] Poston R.W., *Cable-stay conundrum*, Civil Engineering-ASCE, Vol. 68, No. 8, 1998, 58-61.

- [3] Karnopp D., Crosby M., Harwood R., *Vibration Control Using Semi-Active Force Generators*, ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 96, 1974, 619-626.
- [4] Jansen L. M., Dyke S. J., *Semi-Active Control Strategies for MR Dampers: A Comparative Study*, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 126, No. 8, 2000, 795-803.
- [5] Krenk S., *Vibrations of a taut cable with an external damper*, Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 67, No. 4, 2000, 772-777.
- [6] Maślanka M., Sapiński B., Snamina J., *Experimental study of vibration control of a cable with an attached MR damper*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 45, No. 4, 2007, 893-917.
- [7] Ni Y.Q., Chen Y., Ko J.M., Cao D.Q., *Neuro-control of cable vibration using semi-active magnetorheological dampers*, Engineering Structures, Vol. 24, No. 3, 2002, 295-307.
- [8] Wang X.Y., Nib Y.Q., Kob J.M., Chenc Z.Q., *Optimal design of viscous dampers for multi-mode vibration control of bridge cables*, Engineering Structures, Vol. 27, No. 5, 2005, 792-800.
- [9] Kwakernaak H., Sivan R., *Linear Optimal Control System*, John & Sons, Inc., 1972.
- [10] Inaudi J.A., *Performance of variable-damping systems: Theoretical analysis and simulation*, 3rd Int. Workshop on Structural Control, France, Paris 2000.
- [11] Johnson E.A., Baker G.A., Spencer B.F., Fujino Y., *Mitigating Stay Cable Oscillation using Semiactive Damping*, Smart Structures and Materials Smart Systems for Bridges, Vol. 3988, 2000, 207-216.
- [12] Baker G.A., Johnson E.A., Spencer B.F., Jr., *Modeling and semiactive damping of stay cables*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 133, No. 1, 2007, 1-11.
- [13] Luenberger D., *An introduction to observers*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 16, 1971, 596-602.
- [14] Jalili N., *A Comparative Study and Analysis of Semi-Active Vibration-Control Systems*, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 124, No. 4, 2002, 593-605.
- [15] Dupont P., Kasturi P., Stoke A., *Semi-active Control of Friction Dampers*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 202, 1997, 203-218.