

PIOTR CZUBAK, ZBIGNIEW RADOSZ*

ANALIZA OBCIĄŻEŃ KORPUSU MASZyny WIBRACYJNEJ PRZENOSZĄCEJ NADAWĘ

LOAD ANALYSIS OF A FRAME OF A FEED CONVEYING VIBRATORY MACHINE

Streszczenie

Maszyny wibracyjne podczas pracy są silnie obciążone siłami bezwładności, wymuszającymi drgania, oraz oddziaływaniem nadawy. Głównym celem niniejszego artykułu było wyznaczenie obciążeń korpusu maszyny wibracyjnej i określenie wpływu oddziaływania dynamicznego transportowanej nadawy na wartość tych obciążeń. W artykule przedstawiono wyniki analiz uzyskane jedną z analitycznych metod obliczeniowych oraz nową, łączoną metodą symulacji cyfrowej modelu dyskretnego i ciągłego maszyny wibracyjnej pracującej z sypką nadawą.

Słowa kluczowe: transport wibracyjny, maszyny wibracyjne, przenośniki wibracyjne

Abstract

Vibratory machines during work are strongly burdened strengths of inertia, forcing vibrations and by influence of the transported material. The main purpose of investigations was delimitation of loads of the machine body and estimation of dynamic influences of the transported material on the value of those loads. The results of analysis obtained by one of the analytical computational method as well as by the new method combining digital simulation of discreet and continuous models of the vibratory machine transporting loose material – are presented in the paper.

Keywords: vibratory transport, vibratory machines, vibratory conveyors

*Dr inż. Piotr Czubak, mgr inż. Zbigniew Radosz, Katedra Mechaniki i Wibroakustyki, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie.

1. Wstęp

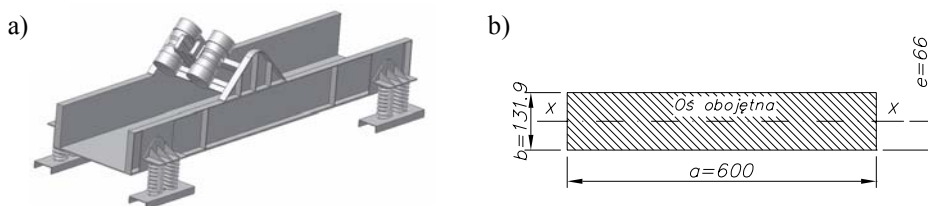
Korpusy przenośników wibracyjnych podczas pracy obciążone są dynamicznie. Obciążenia te pochodzą od siły bezwładności, siły wymuszającej drgania oraz od sił oddziaływania na rynnę transportowanej nadawy. W literaturze występuje wiele rozwiązań dotyczących metod wyznaczania obciążeń dynamicznych przenośników wibracyjnych podczas pracy, które dla przypadków przenośników długich obciążonych nadawą dają często-króć wyniki przybliżone, a nawet błędne [1–5].

Celem niniejszego artykułu było wyznaczenie obciążeń korpusu przenośnika wibracyjnego rynnowego (rys. 1a)) jedną z analitycznych metod obliczeniowych (rozd. 2.2) oraz nową, łączoną metodą symulacji układu dyskretnego (rodz. 2.3) i ciągłego (rozd. 2.4). Otrzymane wyniki porównano oraz dokonano oceny i weryfikacji zastosowanych metod. Dokonano również oceny wpływu oddziaływania dynamicznego nadawy oraz parametrów reologicznych transportowanego materiału na wartość obciążeń rynnny przenośnika wibracyjnego.

2. Analiza obciążeń rynnny przenośnika wibracyjnego z nadawą

2.1. Analizowany przenośnik wibracyjny

W celu przeprowadzenia analizy warunków pracy i wyznaczenia obciążeń korpusu maszyny przebadano zaprojektowany przenośnik wibracyjny rynnowy (rys. 1a)) [7]. Do obliczeń przyjęto uproszczony przekrój, przedstawiony na rys. 1b). Miał on taką samą sztywność giętną jak przekrój rzeczywisty. Natomiast gęstość materiału rynnny dobrano tak, aby jej masa pozostała taka sama jak w rynnny analizowanego przenośnika. Obliczenia oraz symulacje przeprowadzono dla różnych sztywności giętnych korpusu, zmieniając wysokość b przekroju zastępczego (rys. 1b)). Prowadząc obliczenia dla przekroju rzeczywistego, należałoby uwzględnić karby, które powodują spiętrzenia naprężeń niebędące jednak przedmiotem analiz opisanych w niniejszym artykule.



Rys. 1a) Analizowany przenośnik wibracyjny rynnowy, b) zastępczy przekrój poprzeczny rynnny przenośnika wibracyjnego [7]

Fig. 1a) Analysed vibratory trough conveyor, b) substitute cross-section of the trough of the vibratory conveyor [7]

2.2. Analityczne wyznaczenie obciążeń dynamicznych rynnny przenośnika wibracyjnego

W celu wyznaczenia wartości maksymalnego momentu zginającego i naprężeń w rynnny przenośnika wibracyjnego skorzystano z jednej z analitycznych metod obliczeniowych, opracowanej przez J. Michalczyka [4].

W metodzie założono, że korpus maszyny jest wystarczająco sztywny i porusza się ruchem postępowym. Aby wyznaczyć moment gnący przenoszony przez korpus, zgodnie z zasadą d'Alemberta do każdego elementarnego wycinka korpusu należy przyłożyć elementarną siłę bezwładności oraz elementarną siłę ciężkości korpusu. Elementarny wycinek korpusu jest ponadto obciążony siłą okresową pochodzącą od zderzenia z nadawą. W obliczeniach uwzględniono składową stałą tej siły równą wprost naciskowi statycznemu nadawy na korpus. Pozwoliło to na przedstawienie siły udaru przenoszonej na elementarny wycinek korpusu jako elementarnej siły nadawy. Na brzegach korpusu przyłożono – za pośrednictwem układu zawieszenia – siłę skupioną o wartości równej sumie stałej składowej pochodzącej od ciężaru korpusu z wibratorem i nadawą oraz składowej zmiennej wywołanej siłami pochodzącymi od ugięcia sprężyn.

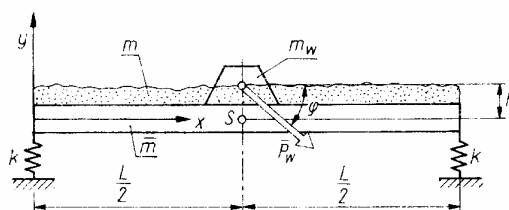
Po obliczeniu całkowitego momentu gnącego względem przekroju odległego o x od lewego końca korpusu (rys. 2) otrzymano

$$M(x, t) = \left[(\bar{m}L + m_w + m) \frac{g}{2} - kC \sin \omega t \right] x - \left[g \left(\bar{m} + \frac{m}{L} \right) - \bar{m}C\omega^2 \sin \omega t \right] \frac{x^2}{2} \quad (1)$$

gdzie:

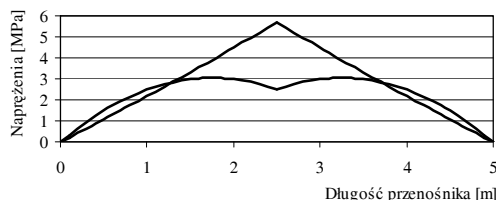
- m [kg] – masa całkowita nadawy, 300, 200, 100, 50, 10, 0,
- $L = 5$ [m] – długość korpusu,
- $k = 520$ [kN/m] – współczynnik sprężystości podparcia końca korpusu,
- $m = 82$ [kg/m] – masa na jednostkę długości korpusu,
- $m_w = 177$ [kg] – masa wibratora wraz z obudową,
- $P_w = 20$ kN – siła wymuszająca wibratora,
- $C = 2,25$ [mm] – amplituda drgań rynny przenośnika,
- $c = 192,2$ [kg/s] – współczynnik tłumienia podparcia korpusu,
- $\omega = 99,43$ [s⁻¹] – częstość wymuszenia.

Moment zginający rynnę przenośnika wyznaczono wg powyższego modelu obliczeniowego (rys. 2), zależności (1) oraz dla powyższych parametrów przenośnika w zależności od całkowitej masy nadawy i różnych sztywności giętych korpusu (tab. 1).



Rys. 2. Model do wyznaczania obciążeń korpusu przenośnika wibracyjnego [4]
Fig. 2. Model for determining loads of the vibratory conveyor frame [4]

Z wyznaczonych wartości momentów gnących, na podstawie zależności klasycznej wytrzymałości materiałów, obliczono naprężenia zginające w rynnę (tab. 1). Przykładowe wyniki obliczeń przedstawiono w postaci wykresu rozkładu naprężeń w rynnę przenośnika w funkcji jego długości (rys. 3).

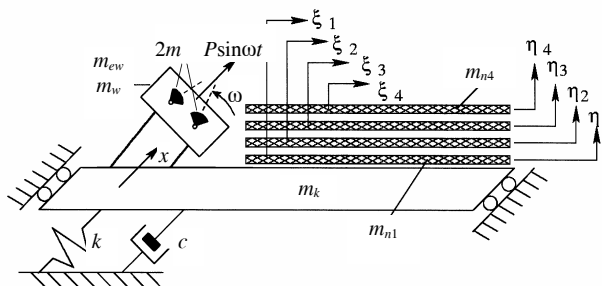


Rys. 3. Rozkład naprężeń w rynnie przenośnika; masa nadawy – 400 kg
Fig. 3. Stress pattern in the conveyer trough; feed mass – 400 kg

2.3. Symulacja cyfrowa pracy przenośnika wibracyjnego z nadawą

W celu weryfikacji wyników otrzymanych metodą analityczną (rozdz. 2.2) skorzystano z nowo opracowanej metody symulacji. W metodzie tej zastosowano wartości sił oddziaływania nadawy na rynnę, wyznaczone z dyskretnego modelu przenośnika wibracyjnego pracującego z nadawą, opracowanego przez J. Michalczyka i G. Ciepłoka [6] w Katedrze Mechaniki i Wibroakustyki AGH, w symulowanym układzie ciągłym, pozwalającym wyznaczyć obciążenia korpusu maszyny.

Nadawę zamodelowano w postaci n warstw o łącznej masie m_n , wykonujących ruch pionowy wzdłuż osi η_i i poziomy wzdłuż osi ξ_i . Warstwy pomiędzy sobą i na styku z rynną oddziałują siłami kontaktowymi, których postać dobrano w ten sposób, by zachowywały zadaną wartość współczynnika restytucji R i współczynnika tarcia rozwiniętego μ .



Rys. 4. Model przenośnika wibracyjnego z 8-warstwową nadawą [7]
Fig. 4. Model of the vibratory conveyer with 8 layers of feed [7]

Przedstawiony model opisują następujące równania ruchu rynny przenośnika oraz 8 warstw nadawy. Równanie ruchu rynny na kierunku x

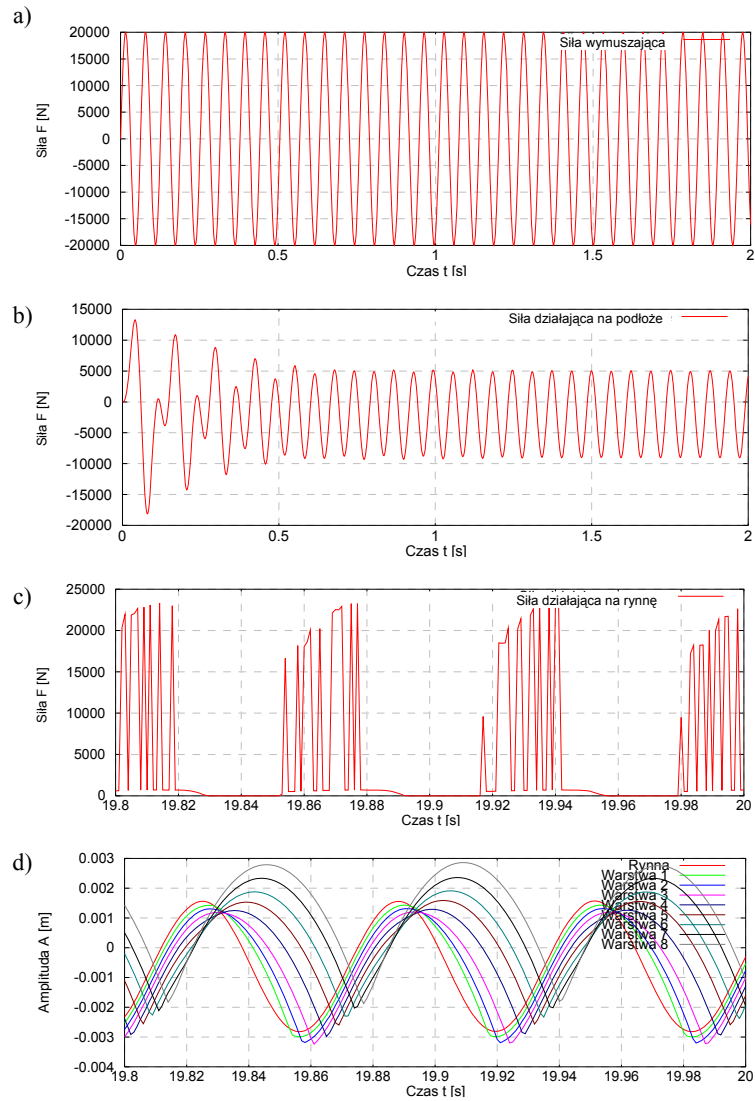
$$m_k \ddot{x} + c \dot{x} + kx = -F_{10} - (2m\omega^2) \sin \omega t \quad (2)$$

Równanie i -tej warstwy nadawy na kierunku poziomym ξ_i i pionowym η_i

$$m_{ni} \ddot{\xi}_i = T_{i,i-1} - T_{i+1,i}, \quad m_{ni} \ddot{\eta}_i = -m_{ni}g + F_{i,i-1} - F_{i+1,i} \quad (3)$$

Współrzędne pionową η_i i poziomą ξ_i ze współrzędną x nachyloną pod kątem 30° do poziomu wiążą poniższe zależności

$$\xi_0 = x \cos \beta, \quad \eta_0 = x \sin \beta \quad (4)$$



Rys. 5a) Siła wymuszająca drgania, b) siła oddziałująca na podłoże, c) siła oddziałująca na rynnę przenośnika, d) amplituda rynny przenośnika i 8 warstw nadawy; masa nadawy – 400 kg

Fig. 5a) Vibrations exciting force, b) force transmitted to the foundation, c) force acting on the trough, d) amplitude of the conveyor trough and 8 layers of feed, feed mass – 400 kg

Jeśli kolejne warstwy nadawy j i $j-1$ nie stykają się, wówczas siła kontaktowa na kierunku normalnym $F_{j,j-1}$ i stycznym $T_{j,j-1}$ pomiędzy tymi warstwami jest równa zero

$$\eta_j \geq \eta_{j-1}, F_{j,j-1} = 0, T_{j,j-1} = 0 \quad (5)$$

W przeciwnym razie występuje siła kontaktowa na kierunku normalnym pomiędzy warstwami j i $j-1$ nadawy (lub w przypadku pierwszej warstwy między warstwą a rynną), jak również na kierunku stycznym, pochodząca od tarcia

$$F_{j,j-1} = (\eta_{j-1} - \eta_j)^p \cdot k \cdot \left\{ 1 - \frac{1-R^2}{2} [1 - \operatorname{sgn}(\eta_{j-1} - \eta_j) \cdot \operatorname{sgn}(\dot{\eta}_{j-1} - \dot{\eta}_j)] \right\} \quad (6)$$

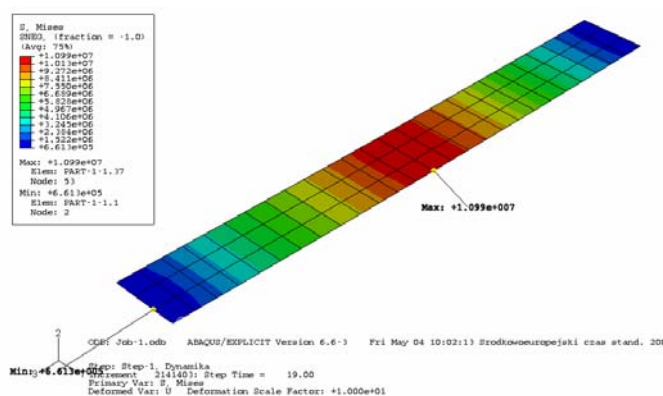
$$T_{j,j-1} = -\mu F_{j,j-1} \operatorname{sgn}(\dot{\xi}_j - \dot{\xi}_{j-1}) \quad (7)$$

Symulacje przeprowadzono dla takich samych parametrów jak w metodzie analitycznej w zależności od masy całkowitej 8 warstw transportowanego materiału.

Na rysunku 5a) przedstawiono przykład przebiegu czasowego siły wymuszającej drgania, na rys. 5b) przebieg siły oddziałującej na podłoże, przenoszonej za pośrednictwem sprężyn, na rys. 5c) przebieg siły oddziałującej na rynnę przenośnika od zderzeń z nadawą. Na wykresie tym widać po 8 ekstremalnych wartości siły dla każdego cyklu podrzutu. Pochodzą one od uderzeń kolejnych, opadających warstw nadawy. Na rysunku 5d) przedstawiono przebieg drgań rynny przenośnika oraz trajektorie ruchu 8 warstw nadawy. Z wykresów tych wynika, że spełniony jest warunek wystąpienia podrzutu nadawy, a przenośnik pracuje w cyklu jednotaktowym.

2.4. Wyznaczenie obciążeń rynny przenośnika metodą elementów skończonych

Symulacje cyfrowe przeprowadzono w programie Abaqus (MES) [3, 7]. Celem analizy była symulacja pracy przenośnika wibracyjnego i określenie naprężeń zginających rynnę transportującą materiał, wywołanych zjawiskami dynamicznymi w układzie ciągłym.



Rys. 6. Rozkład naprężeń w rynnie przenośnika; masa nadawy – 400 kg
Fig. 6. Stress pattern in the conveyer trough, feed mass – 400 kg

W programie zbudowano model przenośnika (rys. 1a)) z elementów płytowych. Rynnę utwierdzono na 12 sprężynach tak, aby otrzymać odpowiednie współczynniki sprężystości i tłumienia na kierunkach prostopadłych i równoległych do osi sprężyn śrubowych. Zmie-

niając grubość płyty oraz gęstość materiału, otrzymano kolejne sztywności giętne rynny, przy zachowaniu jej stałej masy. W skład obciążeń weszły siła grawitacji, obciążenia od wsporników i dwóch elektrowibratorów przeciwbieżnych. Do programu jako amplitudy wymuszenia drgań oraz siły oddziaływania nadawy na rynnę zaimportowano przebiegi czasowe z wyników przeprowadzonej symulacji układu dyskretnego w programie FreePascal (rys. 5a) i c)).

Wyniki symulacji cyfrowych modelu ciągłego otrzymano w postaci rozkładów naprężeń w rynnie przenośnika (rys. 6). Wartości maksymalnych naprężeń zginających w rynnie przenośnika w zależności od masy nadawy i sztywności giętej rynny zestawiono w tab. 1.

Tabela 1

Maksymalne naprężenia rynny przenośnika obliczone wg wzorów (1) i (8) (z postulowaną modyfikacją) i metodą elementów skończonych

Naprężenia maksymalne σ [MPa]															
I_x [mm ⁴]	50 000 000			114 737 238			204 800 000			342 950 000			532 400 000		
φ [kg/m ³]	1364,48			1034,48			852,80			718,15			620,22		
b [mm]	100			132			160			190			220		
Masa nadawy [kg]	Wzór 1	Wzór 10	MES	Wzór 1	Wzór 10	MES	Wzór 1	Wzór 10	MES	Wzór 1	Wzór 10	MES	Wzór 1	Wzór 10	MES
300	9,29	13,46	15,07	5,34	7,74	10,21	3,63	5,26	6,64	2,57	3,73	4,73	1,92	2,78	3,18
200	8,67	11,45	14,60	4,99	6,58	9,57	3,39	4,47	6,34	2,40	3,17	4,14	1,79	2,37	2,92
100	8,06	9,45	13,95	4,63	5,43	7,14	3,15	3,69	4,65	2,23	2,62	3,26	1,67	1,95	2,80
50	7,75	8,45	11,61	4,46	4,86	5,76	3,03	3,3	3,62	2,15	2,34	2,44	1,60	1,75	2,17
10	7,51	7,65	8,99	4,32	4,4	5,19	2,93	2,99	3,35	2,08	2,12	2,39	1,55	1,58	1,79
0	7,45	7,45	8,92	4,28	4,28	5,04	2,91	2,91	3,16	2,06	2,06	2,37	1,54	1,54	1,74

2.5. Porównanie wyników

Porównując wyniki uzyskane z dwóch metod obliczeniowych (analitycznej i cyfrowej), należy pamiętać, że dynamiczna analiza łączoną metodą symulacji układu dyskretnego i ciągłego uwzględniała oddziaływania dynamiczne elementów, bezwładność, sprężystość, tłumienie w układzie oraz oddziaływanie nadawy na rynnę. Niezależnie od sztywności giętej przekroju dla przenośnika pracującego bez nadawy obiema metodami otrzymano zbliżone wyniki. Jednak wraz ze wzrostem masy transportowanej nadawy rozbieżność wyników znacznie rośnie. Wartości maksymalnych naprężeń (tab. 1) otrzymane z symulacji cyfrowych modelu ciągłego są większe niż ze wzoru analitycznego (1).

Po przeprowadzeniu analizy wyników (tab. 1) i wzoru analitycznego (1) na moment gnący w rynnie przenośnika postulowano jego modyfikację przez wprowadzenie poprawki, która uwzględniałaby masę nadawy w siłach bezwładności oddziałujących na rynnę. Wówczas wzór przyjął postać

$$M(x,t) = \left[(\bar{m}L + m_w + m) \frac{g}{2} - kC \sin \omega t \right] x - \left[g \left(\bar{m} + \frac{m}{L} \right) - \left(\bar{m} + \frac{m}{L} \right) C \omega^2 \sin \omega t \right] \frac{x^2}{2} \quad (8)$$

Według powyższego wzoru (8) ponownie wyznaczono wartości maksymalnych naprężeń w rynnie przenośnika i zestawiono w tab. 1 w zależności od masy nadawy dla rozpatrywanych wcześniej różnych sztywności giętych przekroju rynny.

Wartości maksymalnych naprężeń wyznaczone wg postulowanego wzoru (8) są bliskie wartościom wyznaczonym metodą elementów skończonych i różnią się najwyżej o kilka-nastę procent. Również dla dużych wartości masy nadawy wyniki są bardzo zbliżone.

Należy zaznaczyć, że na wartość obciążeń ma wpływ również rodzaj transportowanego materiału. W symulacjach cyfrowych uwzględniano współczynnik sprężystości stykających się warstw transportowanego materiału, wyrażony zależnością

$$k = \frac{8}{3} \frac{E_1 E_2}{E_2 (1 - \nu_1^2) + E_1 (1 - \nu_2^2)} \quad (9)$$

gdzie: E_1 , E_2 , ν_1 , ν_2 to stałe sprężystości podłużnej i współczynniki Poissona materiałów 1 i 2.

Wzór analityczny nie uwzględnia rodzaju transportowanego materiału, jego sprężystości, oddziaływań dynamicznych w nadawie, tarcia, tłumienia. Nadawa traktowana jest jako stała masa leżąca na rynnie. W związku z tym przeprowadzono obliczenia maksymalnych naprężeń zginających w zależności od wartości współczynnika sprężystości materiału i od sztywności giętej rynny. Wyniki zestawiono w tab. 2.

Tabela 2

Maksymalne naprężenia rynny przenośnika obliczone ze wzorów (1) i (8) oraz metodą elementów skończonych dla różnych sprężystości materiału transportowanej nadawy

Sztywność przekroju	Naprężenia maksymalne σ [MPa]						
	MES	Wzór 1	Wzór 10	MES			
Sztywność materiału k [N/m]	k	k	k	$0,8 k$	$0,6 k$	$0,4 k$	$0,2 k$
$I_x = 114\,737\,238$ [mm ⁴]	9,57	4,99	6,58	7,81	6,87	8,10	6,40
$I_x = 204\,800\,000$ [mm ⁴]	6,34	3,39	4,47	5,42	4,49	4,82	4,38
$I_x = 342\,950\,000$ [mm ⁴]	4,14	2,40	3,17	3,82	3,29	3,79	3,29
$I_x = 532\,400\,000$ [mm ⁴]	2,92	1,79	2,37	2,85	2,49	2,87	2,14

Jak widać, wraz ze zmniejszeniem współczynnika sprężystości transportowanego materiału maleją wartości sił oddziaływania nadawy na rynnę, a tym samym wartości naprężeń w rynnie przenośnika. Zmniejszając współczynnik sprężystości, w badanym zakresie otrzymano wyniki symulacji cyfrowej zbliżone do wyników ze wzoru analitycznego w postaci (8) i (1).

3. Wnioski

- Masa i parametry reologiczne transportowanego materiału wpływają w istotny sposób na pracę urządzenia oraz wielkość obciążeń.
- Wzór analityczny po wprowadzeniu postulowanej modyfikacji w postaci poprawki na bezwładnościowe oddziaływanie nadawy na rynnę przenośnika, w badanym zakresie parametrów maszyny, daje wynik bliższy wynikowi uzyskanemu metodą elementów skończonych (tab. 1). Stosowanie zmodyfikowanego wzoru (8) jest korzystne ze względu na uzyskiwanie większego współczynnika bezpieczeństwa.

- Wraz ze zmniejszeniem współczynnika sprężystości k materiału maleją wartości sił oddziaływania nadawy na rynnę, a tym samym wartości naprężeń w rynnę przenośnika (tab. 2). Zmniejszając współczynnik k , w badanym zakresie otrzymano wyniki symulacji cyfrowej zbliżone do wyników ze wzorów analitycznych (1) i (8). Symulacje były przeprowadzone tylko dla pewnego zakresu wartości współczynnika k , bez odniesienia do konkretnych rodzajów transportowanych materiałów.

Pracę wykonano w ramach badań statutowych Katedry Mechaniki i Wibroakustyki AGH za rok 2007.

Literatura

- [1] Czuba k A., *Przenośniki wibracyjne*, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1964.
- [2] Czuba k A., Michałczyk J., *Teoria transportu wibracyjnego*, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2001.
- [3] Grądzki R., *Wprowadzenie do metody elementów skończonych*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2002.
- [4] Michałczyk J., *Maszyny wibracyjne*, WNT, Warszawa 1995.
- [5] Michałczyk J., Banaszewski T., *Oddziaływanie dynamiczne maszyn stosowanych w przeróbce surowców mineralnych*, Wydawnictwo AGH, Kraków 2006.
- [6] Michałczyk J., Cieplok G., *Wyznaczanie ruchu rynny maszyny wibracyjnej z uwzględnieniem zakłóceń wywołanych zderzeniami z nadawą*, Mechanika: kwartalnik Akademii Górniczo-Hutniczej, Kraków 1999.
- [7] Radosz Z., *Analiza obciążeń korpusu maszyny wibracyjnej*, praca magisterska, AGH, Kraków 2007.