

ZBIGNIEW W. ENGEL*, JÓZEF NIZIOŁ**

PROBLEMY DRGAŃ MECHANICZNYCH W PRACACH UCZONYCH KRAKOWSKICH

PROBLEMS OF MECHANICAL VIBRATIONS IN THE WORKS BY CRACOW'S SCIENTISTS

Streszczenie

W artykule omówiono wkład nieżyjących już uczonych krakowskich w rozwój problematyki drgań mechanicznych zarówno w układach dyskretnych, dyskretno-ciągłych, jak i ciągłych. Wnieśli oni istotny wkład w rozwój zarówno pod kątem nowych metod matematycznych, jak teoria retraków oraz jej zastosowań w przemyśle maszynowym i budownictwie. Zastosowania dotyczyły badania stabilności rozwiązań aktywnego tłumienia drgań i diagnostyki wibroakustycznej.

Słowa kluczowe: drgania mechaniczne, stabilność, metody aktywne, wibroakustyka

Abstract

The paper presents the contribution of some scientists who lived and worked in Cracow in the 20th century into the development of the theoretical and practical aspects of mechanical vibration of discrete, discrete-continuous and continuous systems. The main achievements of Cracow's scientists emphasized in this study are: the new mathematical theory of retractions and its application in machine and construction industry as well as the investigation of the stability of solutions of active damping processes in vibration and acoustics diagnostics.

Keywords: mechanical vibration, stability, active methods, vibro-acoustics

*Prof. dr hab. inż. Zbigniew W. Engel, Katedra Mechaniki i Urbanistyki, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie.

**Prof. dr hab. Józef Nizioł, Instytut Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Uczony rosyjski Nikołaj Papaleksi (1880–1947) przed prawie stu laty wypowiedział słowa: „Nie będzie przesadą, gdy powiem, że wśród zjawisk, jakie zachodzą w otaczającym nas świecie, zarówno zachodzących w przyrodzie, jak i wykorzystywanych w technice, drgania zrozumiane w szerokim sensie tego słowa mają w wielu przypadkach wybitne, a często pierwszorzędne znaczenie. Z ruchami drgającymi i okresowo powtarzającymi się mają do czynienia astronomia, sejsmologia oraz fizyka we wszystkich podstawowych dziedzinach życia”.

Do zagadnień drgań w środowisku życia i pracy człowieka podchodzić należy z różnych punktów widzenia. Z jednej strony, drgania są czynnikiem produktywnym, celowo wprowadzonym przez konstruktora dla realizacji zadanego procesu technologicznego lub przez lekarza dla celów medycznych. Z drugiej strony, i to w przeważającej większości, mają ujemny wpływ na zdrowie człowieka, powodują zakłócenia w prawidłowym działaniu maszyn i urządzeń, zmniejszają niezawodność i trwałość maszyn, są wreszcie źródłem hałasu. Należy dodać, że sygnał drganiowy jest cenionym nośnikiem informacji o stanie maszyny czy urządzenia.

Teoria drgań jako dział mechaniki ma długą historię. Początków teorii drgań należy szukać w pracach Galileusza (1564–1642), Marcina Mersenne’a (1588–1648), Johanna I. Bernoullego (1667–1748), Daniela Bernoullego (1700–1782), Leonarda Eulera (1707–1783) oraz Thomasa Younga (1773–1829). Duży wkład w rozwój teorii drgań wnieśli uczeni polscy, w tym również uczeni krakowscy.

Na świecie znana była polska szkoła drgań nieliniowych. Początki tej szkoły związane są z Krakowem. Tutaj powstała „krakowska szkoła drgań”, a następnie uczeni wywodzący się ze środowiska krakowskiego rozwinęli polską szkołę drganiową.

Głównymi czynnikami, które przyczyniły się do rozwoju tej dziedziny nauki były prace wielu uczonych krakowskich różnych specjalności.

W artykule pokazano wkład uczonych krakowskich w rozwój teorii drgań.

2. Zagadnienia drganiowe w pracach fizyków i matematyków krakowskich

W II połowie XIX w. Uniwersytet Jagielloński stał się głównym ośrodkiem nauki i kultury polskiej. Profesorami tej uczelni byli wybitni uczeni znani na całym świecie. Na uniwersytecie nastąpił rozwój nauk fizycznych i matematycznych. Niektórzy fizycy i matematycy zajmowali się również zagadnieniami drganiowymi. W dalszym ciągu pokazane zostaną sylwetki tylko niektórych uczonych, którzy przyczynili się do rozwoju teorii drgań.

Maksymilian Pius Rudzki (1862–1916), profesor astronomii i geofizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, obok wielu innych prac badawczych zajmował się teorią fal w cieczech oraz teorią fal sprężystych w ośrodkach anizotropowych. Badał rozchodzenie się drgań podczas trzęsień ziemi. Na szczególną uwagę zasługuje opracowanie przez M.P. Rudzkiego oryginalnej metody inwersji redukcji natężenia siły ciężkości. Metoda ta nazywana jest „metodą Rudzkiego”.

Istotny wpływ na rozwój teorii drgań, głównie nieliniowych, miał wybitny polski matematyk, profesor Uniwersytetu Jagiellońskiego **Tadeusz Ważewski** (1896–1972), spe-

cialista z zakresu równań różniczkowych zwyczajnych. Stworzył oryginalną metodę badania jakościowego przebiegu równań różniczkowych, wykorzystując pojęcie retraktu wprowadzone przez J. Borsuka. Zajmował się badaniem własności rozwiązań w zależności od własności funkcji danych. Chodziło nie o znajdowanie tych rozwiązań w postaci konkretnych wzorów, lecz o stwierdzenie, jakie mają własności, jeśli znamy ogólne własności funkcji opisujących ruch układu punktów materialnych. Teoria retraktu zajmuje się więc pytaniami o sposób rozwiązań równań, jeżeli rozwiązania te traktujemy jako funkcje dyktujące ruch punktów w czasie, według prawa narzuconego przez zadane równanie. Jeżeli znamy „zachowanie się” rozwiązań równania różniczkowego na brzegu zadanego obszaru, to możemy stwierdzić, że niektóre rozwiązania tego równania muszą pozostać w tym obszarze. Twierdzenie retraktowe odznacza się kilkoma atrybutami: ma jasną interpretację geometryczną i fizyczną, można je udowodnić w nieskomplikowany sposób.

Uczony amerykański S. Lefschetz wygłosił opinię, że „metoda retraktu Wazewskiego jest najoryginalniejszym odkryciem w równaniach różniczkowych zwyczajnych uzyskanym w świecie po wojnie”.

Metody badawcze opracowane przez Tadeusza Wazewskiego stanowiły dla wielu pracowników naukowych punkt wyjścia do badań, szczególnie dla tych, którzy stworzyli krakowską i polską szkołę drgań.

3. Zagadnienia drganiowe w pracach M. T. Hubera

Jeden z najwybitniejszych mechaników polskich profesor **Maksymilian Tytus Huber** (1872–1950) był przez całe swoje życie związany z Krakowem i ziemią krakowską. Na trwałe do nauki polskiej weszła słynna rozprawa M. T. Hubera ukończona w Krakowie w 1903 r., a opublikowana w 1904 r. pt.: *Właściwa praca odkształcenia jako miara wyężenia materiału*. W rozprawie tej sformułował hipotezę wytrzymałościową odkształcenia postaciowego i warunek osiągnięcia granicy plastyczności. Obok wielu prac z różnych dziedzin mechaniki, Profesor Huber zajmował się zagadnieniami drganiowymi: drganiami prętów, drganiami giętymi i skrętnymi wałów, drganiami układów ciągłych.

Profesor M.T. Huber podał podstawowe definicje dotyczące teorii drgań. Stwierdził, że w technice spośród drgań wyodrębnia się takie drgania, jakie zachodzą dzięki sprężystej odkształcalności obiektów konstrukcyjnych,



Rys. 1. Prof. Tadeusz Wazewski (1896–1972)

Fig. 1. Prof. Tadeusz Wazewski (1896–1972)



Rys. 2. Prof. Maksymilian Tytus Huber (1872–1950)

Fig. 2. Prof. Maksymilian Tytus Huber (1872–1950)

których by nie było, gdyby te elementy były doskonale sztywne. Pojmując więc kategorię drgań maszyn jako drgania układów sprężystych, korzystamy z gotowych pojęć i wyników teorii drgań opracowanej już dawno temu w celu ilościowego ujęcia i naukowego wyjaśnienia zjawisk akustycznych.

Profesor Huber mówił, że nawet dla prostych układów, jak np. rozpięte cięgno (struna) lub pręt jednym końcem zamocowany, może wystąpić nieskończona rozmaitość drgań możliwych. Odkształcenia układów sprężystych podlegają w pewnych granicach zasadzie superpozycji (często z dużym przybliżeniem). Wtedy można zastosować zasadę rozkładu drgań złożonych na proste drgania harmoniczne o różnych okresach.

Maksymilian Tytus Huber podaje w sposób przejrzysty klasyczne ujęcie zagadnień drgań o jednym i kilku stopniach swobody oraz drgań układów ciągłych. Omawia problemy drgań giętych wałów z ciężkimi masami skupionymi, podaje techniczne sposoby wyznaczania częstotliwości drgań skrętnych z licznymi masami skupionymi. Obok zagadnień podstawowych Huber w swoich pracach zajmuje się analizą drgań występujących w rzeczywistych układach technicznych. Omawia drgania fundamentów maszyn, zwracając uwagę, że obliczenia drgań fundamentów są jeszcze dalekie od tej dokładności, z jaką wyznacza się na drodze teoretycznej drgania elementów maszyn, a związane jest to, z jednej strony, z dużymi uproszczeniami modelu teoretycznego, zaś z drugiej – z bardzo niedokładną jeszcze znajomością współczynników sprężystości oraz tarcia wewnętrznego gruntu stanowiącego podłoże fundamentu.

Zajmuje się drganiami nawierzchni kolejowych wzbudzanych ruchem pociągów. Omawia zagadnienia obliczania okresu giętych drgań własnych nawierzchni w płaszczyźnie pionowej oraz prędkości krytycznej obciążenia poruszającego się zarówno po belce mostowej, jak i po powierzchni kolejowej na podłożu ziemnym. Inne jego prace dotyczą analizy drgań kołowo-symetrycznych w lufie dział, powstających wskutek ruchu pocisku niezależnie od drgań innego rodzaju.

Podczas uroczystego posiedzenia Senatu Akademii Górniczej w październiku 1945 r., związanego z nadaniem prof. Huberowi tytułu doktora *honoris causa*, wygłosił on referat pt. *O drganiach wymuszonych uderzeniami rytmicznymi*, w którym omówił przypadek drgań o jednym stopniu swobody wymuszonych powtarzającym się okresowo działaniem sił chwilowych.

4. Krakowska szkoła drganiowa

W Akademii Górniczo-Hutniczej i na Politechnice Krakowskiej powstała polska i krakowska szkoła związana z rozwojem teorii drgań liniowych i nieliniowych zarówno w ujęciu deterministycznym, jak i probabilistycznym. Jej działalność została rozpoczęta przez profesora **Stefana Ziembę** (1907–1994). Gdy przeniesiono go do Warszawy, prace kontynuowane były przez profesorów Władysława Bogusza z Akademii Górniczo-Hutniczej i Kazimierza Piszczka z Politechniki oraz ich uczniów i współpracowników. Profesor Ziemia był zatem twórcą polskiej szkoły drganiowej, której odgałęzieniem była krakowska szkoła drgań Władysława Bogusza

Profesor Ziemia w pierwszym okresie swojej działalności – jako fizyk z wykształcenia – interesował się zagadnieniami wyteżenia tworzyw nie tylko od strony istniejących stanów naprężeń, lecz także od strony wewnętrznej budowy samych tworzyw.

Podstawy teorii drgań ujął w dwutomowej monografii *Analiza drgań*, w której podał ogólne podstawy i przypadki drgań liniowych oraz zamieścił wprowadzenie do teorii drgań nieliniowych układów mechanicznych.



Rys. 3. Prof. Stefan Ziemba
(1907–1994)

Fig. 3. Prof. Stefan Ziemba
(1907–1994)



Rys. 4. Prof. Władysław Bogusz
(1916–1975)

Fig. 4. Prof. Władysław Bogusz
(1916–1975)

W wielu innych swoich pracach zajmuje się analizą drgań nieliniowych układów mechanicznych. W pracach tych dowodzi, że metody małego parametru lub linearyzacji są mało przydatne. Zajmował się drganiami maszyn i urządzeń, a rozważania na ten temat kierował w stronę nieliniowych układów z masami skupionymi o skończonej liczbie stopni swobody. Wykazał istnienie w określonych warunkach ruchu okresowego oraz istnienie obszaru ograniczoności dla ogólnego przypadku tłumienia. Obok prac teoretycznych prowadził wiele badań doświadczalnych mających na celu wyjaśnienie roli tłumienia w materiałach oraz wpływu określonych czynników na zanikanie drgań.

Profesor Ziemba swoją działalność opierał na szerokim gronie specjalistów pracujących w różnych ośrodkach w kraju. Z jego inicjatywy rozwinęła się krakowska szkoła drgań, która skupiała pracowników naukowych Akademii Górniczo-Hutniczej i Politechniki Krakowskiej. Grupie „drganiowców” przewodził profesor **Władysław Bogusz** (1916–1975). Ukończył on na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Jagiellońskiego matematykę, a po wojnie Wydział Elektromechaniczny Akademii Górniczo-Hutniczej. Podczas studiów słuchał na Uniwersytecie wykładow wielu znakomitych uczonych, m.in. profesorów Stanisława Zaremby i Tadeusza Ważewskiego. Doskonałe przygotowanie teoretyczne pozwoliło Władysławowi Boguszowi na szerokie badania zagadnień drganiowych występujących w różnych zakładach przemysłowych.

Profesor Bogusz rozwijał metody jakościowego i ilościowego badania przebiegów niestabilnych w układach nieliniowych. Do podstawowych osiągnięć należy opracowana przez niego oryginalna metoda topologiczna dla jakościowego badania nieliniowych układów dyskretnych, za pomocą której rozwiązał wiele zagadnień z drgań prętów, maszyn wirnikowych, drgań fundamentów. Metoda topologiczna, nazwana przez Bogusza dwutensorową, polega na badaniu dwóch tensorów, z których jeden powstaje z iloczynu skalarnego wektorów prędkości fazowej i odległości punktu w przestrzeni fazowej od po-

czątku układu, a drugi jest biwektorem prostym tych wektorów. Analizując powierzchnię, na której zerują się oba tensory, można wyznaczyć obszary stateczności. Metoda asymptotycznego badania przebiegu rozwiązań może być stosowana do badania stateczności układów mechanicznych i w wielu przypadkach jest korzystniejsza w zastosowaniach niż metoda Lapunowa. Metoda ta – nosząca nazwę retraktu, opracowana przez T. Ważewskiego – została rozwinięta i praktycznie zastosowana przez W. Bogusza, który podał wystarczające warunki stateczności globalnej na podstawie teorii macierzy. Metody opracowane przez prof. Bogusza zastosowane zostały do analizy przebiegu rozwiązań licznych układów nieliniowych. Znajomość przebiegu rozwiązań pozwala na ocenę stateczności położenia zarówno równowagi, jak i ruchu.

Problemy stateczności w sensie Lapunowa i stateczności technicznej należą do głównych prac i osiągnięć Władysława Bogusza i jego współpracowników.

Profesor Władysław Bogusz wykazał, że powszechnie stosowane pojęcie stateczności w sensie Lapunowa jest niewystarczające do rozwiązywania wielu zagadnień technicznych. Dlatego wprowadził pojęcie stateczności technicznej i podał jej definicję zarówno dla układów zdeterminowanych, jak i stochastycznych. Definicja stateczności technicznej dla układów stochastycznych opiera się na definicji stateczności układów deterministycznych i prawdopodobieństwie pozostania trajektorii w danym obszarze. Na podstawie równania Fokkera–Plancka–Kolmogorowa Bogusz wyprowadził warunki wystarczające stateczności technicznej dla układów nieliniowych.

Władysław Bogusz i jego współpracownicy wskazali na wiele możliwości zastosowania pojęcia stateczności technicznej w badaniach rzeczywistych układów mechanicznych. Można podać przykłady praktycznych zastosowań, np. w analizie ruchu przy przesunięciu wielkiego pieca, w określeniu poprawnej pracy kadzi lejniczych wypełnionych płynnym metalem, przy prawidłowej pracy maszyn wirnikowych, podczas analizy pracy układów napędowych walcowni z kołami zamachowymi.

Profesor Bogusz zajmował się także zastosowaniem metod inwersyjnych do analizy drgań nieliniowych. Prace z tego zakresu zaliczyć można do pierwszych w świecie.



Rys. 5. Prof. Kazimierz Piszczek (1919–1979)

Fig. 5. Prof. Kazimierz Piszczek (1919–1979)

Poważny wkład w rozwój teorii drgań parametrycznych i autoparametrycznych oraz badanie stateczności dynamicznej wniósł profesor Politechniki Krakowskiej **Kazimierz Piszczek** (1919–1979). Wyznaczył on obszary stateczności zarówno dla rezonansów głównych, jak i kombinacyjnych. Zajmował się także badaniem utraty stateczności belek przy obciążeniach śledzących oraz metodami probabilistycznymi w teorii drgań nieliniowych. Badał wpływ nieliniowości na charakterystyki drgań przypadkowych w układach dyskretnych i ciągłych. Inne badania dotyczyły układów dyskretno-ciągłych w aspekcie ich zastosowań do redukcji drgań narzędzi ręcznych.

Poważny wkład w rozwój mechaniki, teorii drgań i dynamiki maszyn wniósł absolwent Wydziałów Politechnicznych AGH, asystent Profesora Mirosława Krzyżńskiego w Katedrze Matematyki Wydziału Komunikacji tych Wydziałów, prof. **Roman Gutowski** (1926–2001). Jego prace dotyczą analizy drgań układów nieliniowych,

analizy drgań prętów przestrzennie zakrzywionych. Zajmował się również stabilnością rozwiązań układów równań różniczkowych opisujących ruch układów dyskretnych oraz równań o pochodnych cząstkowych opisujących ruch układów ciągłych. Prowadził badania dynamiki układów nieholonomicznych oraz badania zachowania się układów mechanicznych z więzami wyższych rzędów. Inne jego prace dotyczyły analizy drgań i stateczności ruchu układów o zmiennej masie.



Rys. 6. Prof. Roman Gutowski
(1926–2001)

Fig. 6. Prof. Roman Gutowski
(1926–2001)



Rys. 7. Prof. Stanisław Bednarz
(1932–1996)

Fig. 7. Prof. Stanisław Bednarz
(1932–1996)

Wiele prac naukowo-badawczych prowadzonych w uczelniach krakowskich dotyczyło układów samowzbudnych i drgań relaksacyjnych. Drgania samowzbudne mają ścisły związek ze zjawiskami tarcia suchego. Analiza zjawisk zachodzących w przypadku tarcia suchego pozwala nie tylko na określenie przebiegu ruchu, ale również wyjaśnia zawiłe zjawiska tego rodzaju tarcia. W badaniach określano charakterystykę tarcia suchego w zależności od prędkości względnej w przypadku drgań samowzbudnych. Prowadzone były również badania związane z określeniem wpływu tarcia na przebieg ruchu i zużycie elementów maszyn. Zagadnieniami tymi zajmował się profesor Akademii Górniczej **Stanisław Bednarz**, jako że były one związane z jego głównymi zainteresowaniami naukowymi, mianowicie dynamiką układów ze sprzężeniami ciernymi. Profesor Bednarz zajmował się również minimalizacją efektów wibroakustycznych zachodzących w maszynach i urządzeniach.

5. Drgania konstrukcji budowlanych

W Krakowie rozwinęła się bardzo ważna dziedzina mechaniki-dynamiki budowli. Prace z tego zakresu prowadził znakomity uczony, profesor Politechniki Krakowskiej **Roman Ciesielski** (1924–2004). Roman Ciesielski zajął się zjawiskami dynamicznymi zachodzącymi w budownictwie, a było to w okresie, gdy tego typu badania należały do rzadkich, a nawet pionierskich.

Do jego podstawowych osiągnięć należy zaliczyć koncepcję tzw. Skal Wpływów Dynamicznych (SDW), podaną w rozprawie habilitacyjnej. W rozprawie tej przedstawił oryginalne propozycje oceny wpływu drgań na budowle. Skale SDW wprowadzone zostały do polskich norm technicznych, a po wieloletniej weryfikacji doświadczalnej uwzględnione zostały w opracowaniach norm zagranicznych.



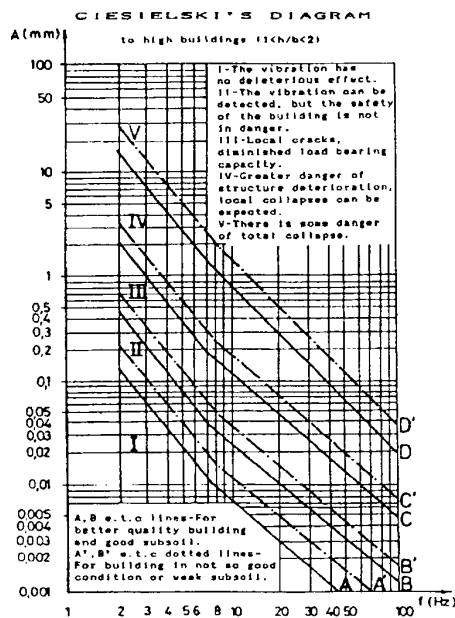
Rys. 8. Prof. Roman Ciesielski (1924–2004)

Fig. 8. Prof. Roman Ciesielski (1924–2004)

Przy wprowadzaniu w praktyce aktywnych metod redukcji drgań wysokich budowli i smukłych konstrukcji – głównie w Japonii i Stanach Zjednoczonych – stosowana jest metoda opracowana przez prof. Romana Ciesielskiego. Metoda ta jest znana w świecie jako „Ciesielski’s Diagram”.

Znane są inne prace Romana Ciesielskiego z zakresu diagnostyki i oceny szkodliwości drgań, metod pomiarów i identyfikacji dynamicznej. Innym znanym kierunkiem jego prac badawczych była propagacja drgań w podłożu gruntowym. Badał propagację drgań pochodzenia komunikacyjnego wywołanych ruchem pojazdów kołowych i szynowych.

Badał również wpływ drgań pochodzących od robót strzałowych w kamieniołomach, kopalniach odkrywkowych i podziemnych. Te ostatnie prace związane są z tzw. badaniami wpływów sejsmicznych i parasejsmicznych na budowle oraz ludzi przebywających w budynkach.



Rys. 9. „Ciesielski’s Diagram”

Fig. 9. "Ciesielski's Diagram"

6. Podsumowanie

Uczni krakowscy wnieśli poważny wkład w rozwój teorii drgań. Prace ich są znane nie tylko w Polsce, lecz również na całym świecie. Są cytowane w wielu znanych zagranicznych czasopismach naukowych.

Do podstawowych osiągnięć krakowskiego środowiska naukowego zaliczyć należy: „metodę retraktu Ważewskiego”, zdefiniowanie „stateczności technicznej” i pokazanie możliwości stosowania tej definicji przy badaniu rzeczywistych obiektów przemysłowych, opracowanie Skali Wpływów Dynamicznych SDW. W Krakowie powstała nowa dziedzina mechaniki: wibroakustyka.

Prace związane z teorią drgań rozwijane są przede wszystkim w Akademii Górniczo-Hutniczej i na Politechnice Krakowskiej. Prowadzone są badania związane z aktywnymi metodami redukcji drgań, diagnostyką wibroakustyczną oraz ze zwalczaniem zagrożeń wibroakustycznych.

Z konieczności przedstawiony został wkład w rozwój drgań tylko niektórych spośród wielu krakowskich uczonych.

Literatura

- [1] Barycz H., *Uniwersytet Jagielloński w życiu narodu polskiego*, PZWS, Warszawa 1948.
- [2] Bogusz W., Karaśkiewicz E., Wiśniewski S., *Rozwój mechaniki układów dyskretnych w ostatnim dziesięcioleciu w Polsce*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana 3, 6, Warszawa 1968, 259-67.
- [3] Engel Z., *Nauki mechaniczne w 70-leciu Akademii Górniczo-Hutniczej*, Zeszyty Naukowe AGH, Mechanika z. 20, Kraków 1989, 7-16.
- [4] Engel Z., *Wkład uczonych Krakowskich w rozwój mechaniki*, wykład wygłoszony na posiedzeniu Senatu Politechniki Krakowskiej, 2006.
- [5] Engel Z., Nizioł J., *Wspomnienie o Profesorze Romanie Gutowskim*, kwartalnik AGH, t. 20, Mechanika z. 2, 2001, 171-175, na posiedzeniu.
- [6] Kucharzewski F., *Mechanika w rozwoju historycznym*, Biblioteka Polska, Warszawa 1924.
- [7] Nizioł J., *Drgania w przyrodzie, technice i medycynie*, wykład wygłoszony na posiedzeniu Senatu Akademii Górniczo-Hutniczej, 2006.
- [8] Olesiak Z., Engel Z., *Maksymilian Tytus Huber*, Wyd. ITE, Radom 2006.
- [9] Średniawa B., *Historia filozofii przyrody i fizyki w Uniwersytecie Jagiellońskim*, Wyd. Retro-Art., Warszawa 2001.
- [10] Wróblewski A.K., *Historia fizyki*, PWN, Warszawa 2006.
- [11] Zarankiewicz K., *Kartki z dziejów mechaniki*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1958.
- [12] *70-lecie urodzin Profesora Romana Ciesielskiego*, Materiały na Sesję Jubileuszową, Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 1995.