

JANUSZ KAWECKI, KRZYSZTOF STYPUŁA*

BŁĘDY W PROGNOZOWANIU I DIAGNOSTYCE WPŁYWÓW DYNAMICZNYCH NA BUDYNKI

ERRORS IN VIBRATION FORECASTS AND DIAGNOSES CONCERNING EVALUATION OF DYNAMIC INFLUENCES ON BUILDINGS

Streszczenie

Skale SWD są stosunkowo prostym kryterium oceny wpływu drgań na budynki. Zapewne dlatego prace diagnostyczne z zastosowaniem tych skal podejmują również osoby niemające wykształcenia z zakresu budownictwa. Na podstawie przeglądu wielu opracowań diagnostycznych oraz publikacji opisujących ich wyniki zestawiono najczęściej występujące błędy w ocenach.

Słowa kluczowe: wpływy parasejsmiczne, wpływ na budynki, diagnostyka dynamiczna

Abstract

SWD scales are a relatively simple evaluation criterion of vibration influence on buildings. Due to it people without building engineering education undertake diagnostic evaluations with application of these scales. Basing on the review of a number of diagnostic elaborations as well as publications presenting their results a list of the most frequent faults in evaluation was given.

Keywords: dynamic influences, influences on buildings, dynamic diagnoses

* Prof. dr hab. inż. Janusz Kawecki, dr hab. inż. Krzysztof Stypuła, prof. PK, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Zwiększające się liczba i intensywność źródeł działań dynamicznych sytuujących się w budynkach i w ich sąsiedztwie (por. [2]) oraz zaostrzanie wymagań w zakresie ochrony budowli przed wpływami dynamicznymi powodują, że coraz częściej w opracowaniach diagnostycznych dotyczących budynków i ludzi w nich przebywających trzeba sięgnąć po kryteria uwzględniające wpływy dynamiczne.

Kryteria stosowane w diagnostyce dynamicznej [4] mogą być podane bezpośrednio (w postaci zadanych wartości dopuszczalnych) albo pośrednio (dotyczące takich wielkości podstawowych, jak naprężenie czy odkształcenie). W diagnozie dynamicznej odnoszącej się do konstrukcji budowlanych zwykle kryteria diagnostyczne wywodzi się z warunków wytrzymałości i sztywności. Opracowanie diagnozy dynamicznej dla budynku wymaga wyznaczenia sił bezwładności generowanych podczas drgań budynku i uwzględnienia ich działania w przyjętym kryterium diagnostycznym.

W odniesieniu do pewnej klasy typowych budynków murowanych w [1] sformułowano kryteria diagnostyczne w postaci tzw. skal wpływów dynamicznych: SWD-I i SWD-II. Po wieloletniej weryfikacji aplikacyjną wersję tych skal wprowadzono do normy PN-85/B-02170 (Ocena szkodliwości drgań przekazywanych przez podłoże na budynki). Diagnozę dynamiczną dla budynków objętych zakresem stosowania skal SWD przeprowadza się na podstawie odpowiednio zebranych i opracowanych wyników pomiarów dynamicznych. Stosunkowo prosta procedura diagnostyczna uwzględniająca kryterium oceny podane w postaci skal SWD wzbudza zainteresowanie nie tylko specjalistów z zakresu budownictwa, ale również osób przygotowanych do zupełnie innych zadań technicznych, dysponujących wiedzą z zakresu pomiarów wielkości fizycznych oraz aparaturą pomiarową. Okazuje się, że pomimo prostoty procedury diagnostycznej stosowanie jej przez osoby niemające wiedzy technicznej z zakresu budownictwa popartej doświadczeniem w dziedzinie dynamiki budowli prowadzi do diagnoz obarczonych błędami. Bywa też, że w wyniku błędnych diagnoz nie są podejmowane odpowiednie działania techniczne w stosunku do obiektu objętego diagnozą i zwiększa się stan zagrożenia tego obiektu awarią.

Autorzy normy PN-85/B-02170, przewidując typy zagrożenia, wprowadzili w przedmowie następujące zobowiązanie: „Do wykorzystania normy, szczególnie w przypadku diagnostyki, potrzebne są pomiary drgań. Mogą je wykonywać jednostki naukowo-badawcze lub służby techniczne dysponujące sprzętem pomiarowym i obsługującą go ekipą specjalistów, w której skład powinien wchodzić inżynier budownictwa”.

Pomimo tak sprecyzowanych wymagań oraz stosunkowo szczegółowych zapisów odnoszących się do metodyki pomiarowo-interpretacyjnej coraz częściej pojawiają się opracowania diagnostyczne, w których formułowane są wnioski i zalecenia na podstawie błędnie prowadzonych pomiarów oraz źle opracowywanych wyników diagnozy. Bywa również, że takie opracowania diagnostyczne i ich wyniki są upowszechniane w publikacjach, a nawet wykorzystywane w prognozowaniu wpływów dynamicznych na budynki. A przecież prognozowanie wymaga najczęściej modelowania konstrukcji i wykonania obliczeń konstrukcyjnych (z zakresu projektowania budowli), do których przygotowani są jedynie absolwenci kierunku budownictwo.

Zauważone przez nas błędy występujące coraz częściej w diagnozach dynamicznych przeprowadzonych z zastosowaniem skal SWD i w publikacjach opisujących wyniki owych prac diagnostycznych były inspiracją do napisania niniejszego artykułu.

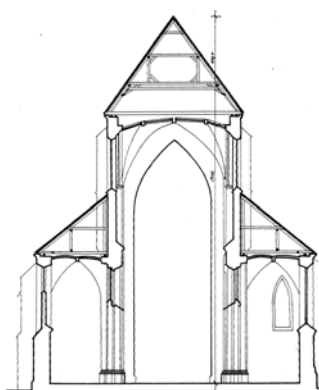
2. Błędy w ocenie wpływów dynamicznych na budynki

2.1. Stosowanie skal SWD do budowli spoza zakresu objętego tym kryterium

Autor skal SWD – Roman Ciesielski wyraźnie zaznaczył [1], że wszystkie analizy, które posłużyły do skonstruowania tych skal, zostały przeprowadzone na dwóch budynkach wzorcowych. Obydwa były budynkami o konstrukcji murewej i warunki odpowiadające tworzeniu linii rozgraniczających strefy wpływów dynamicznych uwzględniały wytrzymałość, sztywność i stateczność takich właśnie konstrukcji (por. [4]). Wymagania dla budynków, do których odnoszą się skale SWD, podane są w p. 5.2 normy PN-85/B-02170. Nie można więc stosować tych skal do budynków o konstrukcji żelbetowej (ścianowych i szkieletowych) i stalowej.

Okazuje się jednak, że autorzy diagnoz dotyczących nawet takich obiektów, jak hale produkcyjne o konstrukcji stalowej w kryterium diagnostycznym wykorzystują skale SWD. Nie zauważają, że nie tylko układ konstrukcyjny i materiał, z którego konstrukcja została wykonana, zasadniczo odbiegają od budynków, które posłużyły jako wzorce przy opracowywaniu skal, ale również znacząco różnią się wartości współczynnika opisującego tłumienie stalowej hali i budynku murewanego, co ma istotny wpływ na reakcję dynamiczną budowli.

Istnieją również opracowania diagnostyczne dotyczące takich budowli murewanych, jak kościoły. Ich autorzy, upraszczając analizy, które powinny towarzyszyć diagnozie, wykorzystują skale SWD do oceny wpływu drgań na te obiekty budowlane. I chociaż konstrukcja tych budowli jest wykonywana z elementów murewych, jej układ jednak znacząco różni się od konstrukcji budynków (rys. 1). W tych ostatnich występują stropy nie tylko wydzielające w przestrzeni poszczególne kondygnacje, ale również usztywniające cały obiekt. Ta różnica w konstrukcji istotnie wpływa na wartości sił bezwładności generowanych podczas drgań i na rozkład sił przekrojowych w elementach konstrukcji. Nie można więc na podstawie pomierzonych wartości parametrów drgań fundamentu takiego obiektu oceniać skutków tego działania dynamicznego za pomocą skal SWD.



Rys. 1. Przykładowy przekrój poprzeczny konstrukcji kościoła

Fig. 1. Exemplary cross-section of a church structure

2.2. Nieprawidłowe usytuowanie punktu pomiarowego

Przy stosowaniu skal SWD w ocenie wpływu drgań na budynek wykorzystuje się wyniki pomiarów uzyskane w punkcie pomiarowym umieszczonym od strony źródła drgań na fundamencie budynku lub ścianie nośnej w poziomie otaczającego terenu. Pomiar dotyczy składowych poziomych przyspieszenia drgań. Takie wymaganie zapisano w p. 3.1.c załącznika 2 do normy, w którym zestawiono wytyczne wykonania pomiarów drgań. Już z tego zapisu wynika wyraźnie żądanie, aby pomiar dotyczył wymuszenia kinematycznego budynku.

Jeśli jednak wykonujący pomiar nie ma wiedzy z zakresu konstrukcji obiektów budowlanych, to sytuuje punkt pomiarowy w miejscu, w którym występują duże amplitudy drgań. I takie miejsce odnajduje np. na murku pod spocznikiem schodów wejściowych do budynku. Najczęściej ta część obiektu jest oddylatowana od budynku.

W innym opracowaniu diagnostycznym przyjęto punkt pomiarowy na stropie nad piwnicą i wyniki uzyskane w tym miejscu wykorzystano do oceny wpływu drgań na budynek, stosując skale SWD. Przeważnie pomierzone w ten sposób parametry charakteryzują się większymi wartościami, a na wykresach skal SWD punkty odpowiadające pomierzonym wartościom (częstotliwość, maksymalne przyspieszenie odpowiadające tej częstotliwości) sytuują się w wyższej strefie szkodliwości i wówczas wyniki diagnozy nie pokrywają się ze zidentyfikowanymi podczas wizji skutkami działań dynamicznych.

Przeglądając różne opracowania diagnostyczne, spotkaliśmy się i z takimi wynikami, w których – stosując skale SWD – przyjmowano za podstawę oceny wyniki pomiarów drgań poziomych budynku zarejestrowanych na wyższej kondygnacji.

Trzeba również wyraźnie przypomnieć, że występujące w skalach SWD linie rozdzielające strefy wpływów dynamicznych na budynki ujęte są w układzie współrzędnych: częstotliwość drgań–maksymalna (szczytowa) wartość przyspieszenia (przemieszczenia) odpowiadająca tej częstotliwości. Spotkać można jednak diagnozy, w których autorzy zamiast maksymalnych uwzględniają wartości średniokwadratowe tych wielkości. Nietrudno zauważyć, że prowadzi to do błędnych wyników diagnozy.

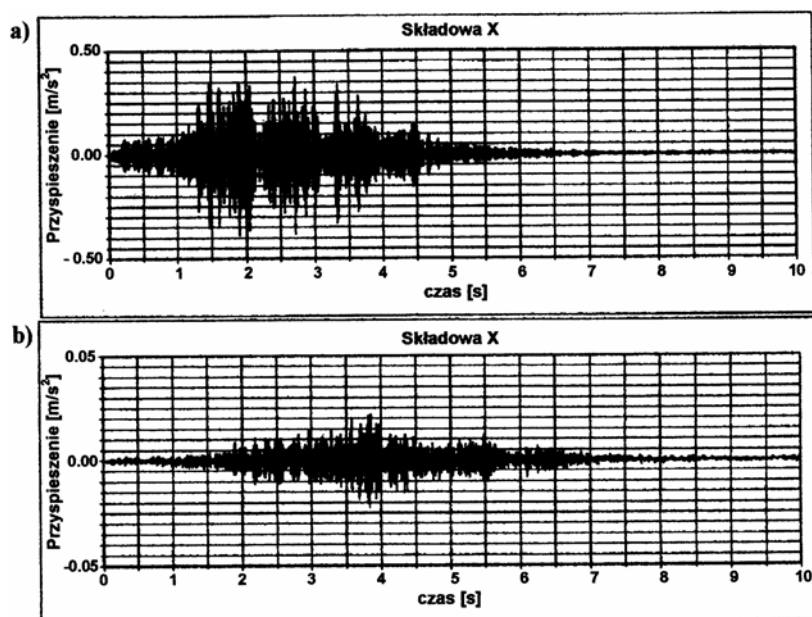
2.3. Błędna interpretacja możliwości pominięcia wpływu drgań przekazywanych na budynek przez podłoże

W punkcie 4.3 normy PN-85/B-02170 sformułowano warunki, których spełnienie umożliwia pominięcie w obliczeniach wpływu drgań przekazywanych na obiekt przez podłoże. Bardzo często podane tam odległości budynku od źródła drgań przyjmowane są również w opracowaniach diagnostycznych jako wiążące. A tak być nie powinno. Wyraźnie bowiem już w tytule tego punktu zaznaczono, że owe „pominięcie” dotyczy obliczeń, czyli fazy projektowania, kiedy jeszcze budynek lub źródło drgań nie występuje i nie jest możliwe wykonanie analizy przyczynowo-skutkowej. Podane w normie odległości powinny być traktowane jako orientacyjne i tak jest to w normie zapisane. Podczas diagnozy przeprowadzanej w stosunku do budynku zrealizowanego i działającego źródła drgań jest możliwe bezpośrednie ocenienie wpływu działań dynamicznych na obiekt i wynik oceny może być inny od podanego w normie jako „orientacyjny”.

Niekiedy autorzy diagnoz, korzystając z pomiarów dynamicznych w punkcie pomiarowym na zrealizowanym budynku (ściana piwniczna w poziomie terenu, fundament), stosują

zapis podany w punkcie 4.3 normy i na tej podstawie stwierdzają, że drgania nie wpływają na budynek, gdyż maksymalna wartość pomierzonego przyspieszenia jest mniejsza od 0,005 g (por. wzór (11) w normie). Tak właśnie postąpili np. autorzy diagnozy przedstawionej w opracowaniu [6]. W normie zaś zaznaczono wyraźnie, że wartość a_p występująca we wzorze (11) to „amplituda przyspieszenia ruchu poziomego podłoża”, nie zaś konstrukcji nośnej ściany piwnicznej budynku. Istnieją bowiem znaczące różnice między drganiami podłoża w miejscu przyszłego posadowienia budynku a drganiami jego fundamentu. Przedstawiono to m.in. w [3, 4]. Natomiast w niniejszym artykule na rys. 2 zamieszczono wibrogramy uzyskane z pomiaru składowej poziomej przyspieszeń drgań na podłożu (rys. 2a) i na fundamencie budynku (rys. 2b)) wywołane przejazdem pociągu metra. Redukcja amplitud drgań przy przejściu z podłoża na fundament wyniosła w tym przypadku ok. 92%. Tak więc wynik diagnozy budynków opisanych w [6] wyrażony stwierdzeniem, że „obciążenia budynku wywołane przez podłoże mogą być w obliczeniach dynamicznych pomijane”, nie ma żadnego uzasadnienia w przywołanych w pracy analizach.

Całkowicie błędne były również przedstawione w [6] analizy dotyczące dwóch wysokich (9- i 10-kondygnacyjnych) budynków i wyrażane na tej podstawie opinie o przyczynie odpadania płyt elewacyjnych z tych budynków. Jako kryterium oceny przyjęto tu warunki zapisane w p. 6.1 normy dotyczące urządzeń bardzo wrażliwych (I klasa wrażliwości) usytuowanych w budynkach.



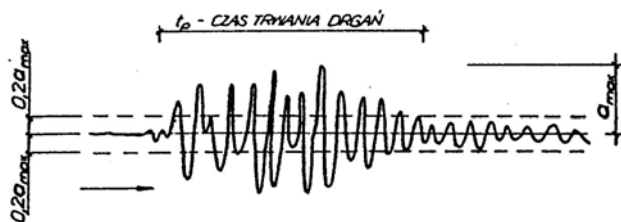
Rys. 2. Akcelerogramy składowej poziomej drgań podłoża – a) oraz drgań fundamentu budynku – b) wywołanych przejazdem pociągu metra

Fig. 2. Accelerograms of horizontal vibrations of ground surface – a) and building foundation – b) caused by metro train passage in tunnel

2.4. Nieprawidłowe opracowanie wyników pomiarów

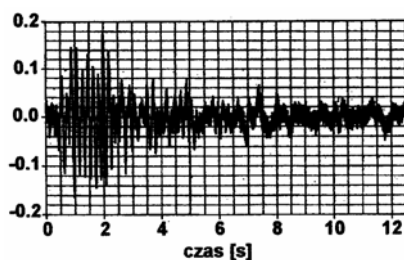
Zarejestrowane drgania budynku w punkcie obranym według zasad podanych w rozdziale 3.1.c załącznika 2 do normy należy poddać analizie w pasmach tercjowych ($\frac{1}{3}$ -oktawowych) w przedziale częstotliwości od 1 Hz do 100 Hz. W każdym punkcie pomiarowym trzeba określić czas trwania drgań i przeprowadzić analizę w odniesieniu do tego czasu. W normie jednoznacznie zdefiniowano czas trwania drgań (por. p. 1.3.3 normy oraz rys. 3): analiza poszczególnych składowych wibrogramu powinna dotyczyć tego wycinka, w którym wartości amplitud ocenianego parametru ruchu są większe niż 0,2 wartości maksymalnej.

Na rysunku 4 zamieszczono wibrogram zarejestrowany na fundamencie budynku murowanego. Z rejestracji obejmującej ponad 12 s w dalszej analizie uwzględniono początkowe 8 s. Na podstawie analizy częstotliwościowej wybranej części wibrogramu uzyskano informacje o zawartości w łącznym sygnale drgań o zadanych częstotliwościach z przedziałów odpowiadających kolejnym częstotliwościom środkowym. Przykładowo na rys. 5 podano wykresy odpowiadające pasmom o częstotliwościach środkowych 3,15 Hz i 5,00 Hz. Wartości maksymalne przyspieszenia drgań występujące w każdym z takich wykresów będą przypisane częstotliwościom środkowym każdego z pasm częstotliwości.



Rys. 3. Interpretacja czasu trwania drgań

Fig. 3. Interpretation of vibration duration time

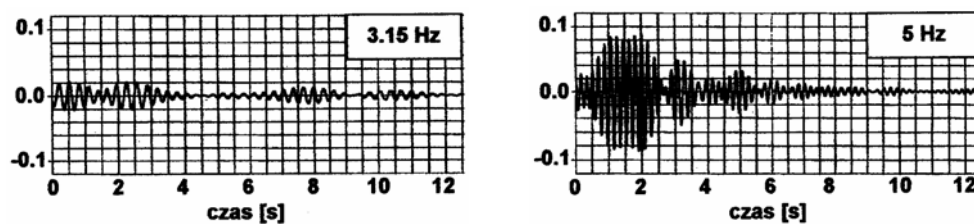


Rys. 4. Sygnał zarejestrowany podczas pomiaru

Fig. 4. Signal recorded during measurement

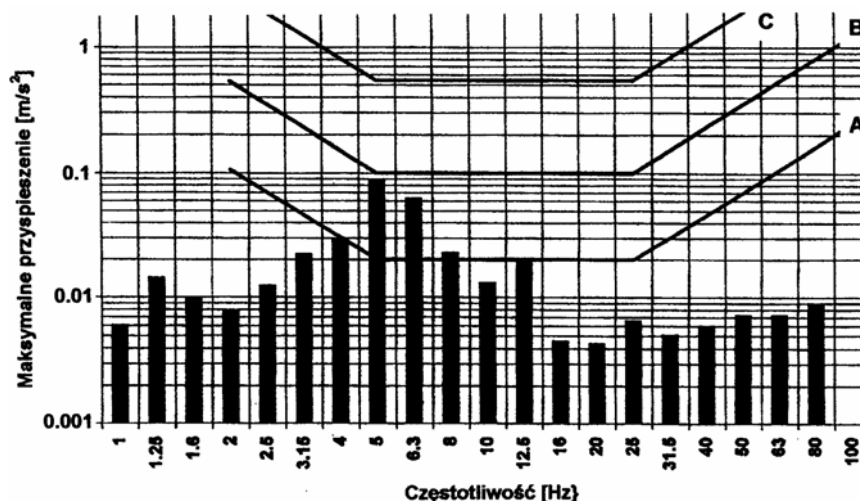
Zestawienie wyników analizy wibrogramu w poszczególnych pasmach częstotliwości zawarto na rys. 6. Na ten wykres naniesiono linie rozdzielające strefy wpływów dynamicz-

nych wg skali SWD-I. Wynik diagnozy dynamicznej w odniesieniu do rozważanego niskiego budynku murowanego można sformułować następująco: drgania, którym poddany jest budynek są przez budynek odczuwalne (II strefa), ale nie są szkodliwe dla konstrukcji, jedynie przyspieszają zużycie budynku i mogą spowodować wystąpienie rys w wyprawach i tynkach. Trzeba jednak zauważyć, że drgania te w przedziale częstotliwości 5–6,3 Hz osiągają poziom bliski dolnej granicy powstania zarysowań i spękań w elementach konstrukcyjnych (linia B na skali SWD-I). Jeśli więc należałoby zmierzać do ograniczenia wpływów dynamicznych na budynek, potrzebne byłoby zastosowanie środków technicznych redukujących drgania w tym przedziale 5–6,3 Hz (por. [4, 11]).



Rys. 5. Składowe wibrogramu po przejściu sygnału przez filtry o pasmach $\frac{1}{3}$ -oktawowych i częstotliwościach środkowych 3,15 Hz i 5,00 Hz

Fig. 5. Components of signal after filtration in $\frac{1}{3}$ octave band with central frequency 3,15 Hz and 5,00 Hz



Rys. 6. Wyniki analizy pomierzonych drgań naniesione na wykresach skali SWD-I

Fig. 6. Results of measured vibrations analysis compared with scale SWD-I

Zupełnie inny wynik diagnozy („drgania nieodczuwalne przez budynek”) przedstawiono w opracowaniu diagnostycznym, którego autorzy wyznaczali wartości skuteczne (RMS) przyspieszenia drgań i to obliczane w znacznie dłuższym czasie rejestracji. W owym opracowaniu nie brano pod uwagę ograniczenia podanego w p. 1.3.3 normy („czas trwania drgań”), a wartości przyspieszenia drgań w każdym z pasm częstotliwości wyznaczono jako RMS (analogicznie do analiz związanych z wpływem drgań na ludzi przeprowadzanych wg PN-88/B-02171), chociaż w normie PN- 85/B-02170 nie występuje takie określenie (ocena wg skal SWD dotyczy – jak to już przypomniano wcześniej – wartości szczytowych, a nie wartości RMS).

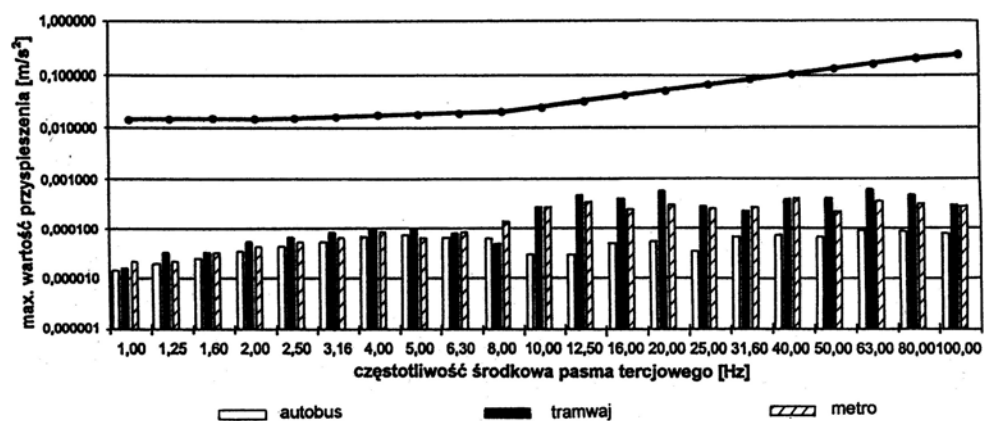
3. Błędy w prognozowaniu wpływów dynamicznych na budynki

Znacznie trudniejszym zadaniem jest opracowanie diagnozy z uwzględnieniem prognozowania wpływu planowanych źródeł drgań na istniejący budynek albo występujących już źródeł drgań na budynek projektowany (por. [5]). Zadaniem diagnozy w takich przypadkach jest sprawdzenie, czy i w jaki sposób działanie źródła drgań może oddziaływać na stan techniczny budynku usytuowanego w strefie wpływu drgań na zabudowę. Autor prognozy musi dysponować obszernym zbiorem informacji uzyskanych podczas pomiarów przeprowadzanych w różnych warunkach działania źródeł drgań. Najczęściej informacje takie gromadzi się w specjalnych bazach danych. Każdy z wibrogramów umieszczonych w bazie danych powinien być scharakteryzowany opisem miejsca odbioru drgań, źródła drgań i drogi propagacji od źródła drgań do ich odbiornika. Na podstawie zbioru podanego w bazie danych można wybrać wibrogram najbardziej zbliżony do wywołanego prognozowaną sytuacją.

Ostatnio coraz częściej zachodzi potrzeba wykonania diagnoz odnoszących się do istniejących budynków, w sąsiedztwie których będą przebiegać nowe trasy komunikacyjne (droga szybkiego ruchu, tunel metra, tor kolejowy). Bardzo ważnym elementem wpływającym na wiarygodność tego typu diagnoz jest prawidłowe wyznaczenie charakterystyki drgań fundamentu budynku wywołanych prognozowanym źródłem drgań.

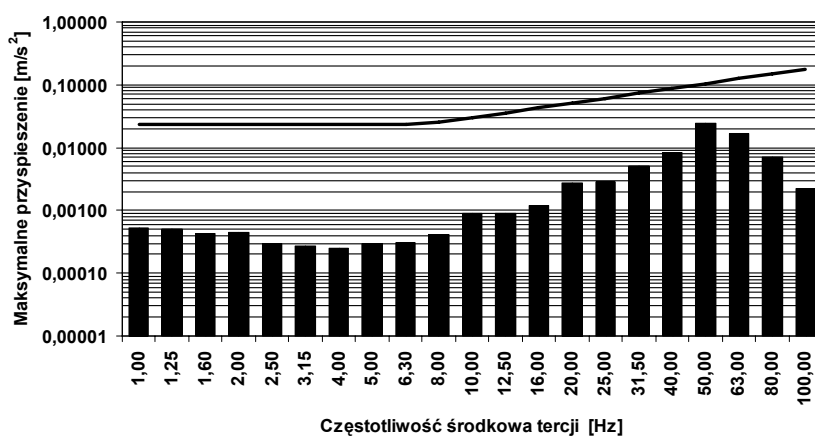
W [7] i [9] autorzy zastosowali opracowany przez nich numeryczny model generatora drgań harmonicznym i wykorzystali go do badań symulacyjnych wpływu na budynki drgań generowanych przejazdami różnych pojazdów (tramwaj, autobus, metro). W diagnozie połączonej z prognozą autorzy korzystali ze skali SWD-II. Wyniki diagnoz przedstawili w postaci wykresów. Na rysunku 7 zamieszczono jeden z nich, z którego – w celu zwiększenia jego czytelności – wybrano wyniki odnoszące się do takich źródeł drgań, jak autobus, tramwaj oraz metro. Na wykresie wpływ każdego ze środków transportu w poszczególnych pasmach częstotliwości różni się jedynie wartościami amplitud drgań. Nie występują istotne różnice w strukturze częstotliwościowej między oddziaływaniami różnych źródeł drgań na budynek. Struktura drgań prognozowanych wg autorów [7, 9] w porównaniu ze strukturą rzeczywistych drgań, jaką otrzymuje się w wyniku pomiarów na fundamentach różnych budynków przy działaniu tych źródeł drgań jest znacząco inna. Różnice są nie tylko ilościowe, ale również jakościowe (por. [10]). Na rysunku 8 podano przykładowy wynik oceny wpływu pomierzonych w budynku drgań poziomych generowanych przejazdem metra oraz zaznaczono linię A skali SWD-II. Widać wyraźnie, że dominują wyższe częstotliwości drgań. Zupełnie inny wykres słupkowy uzyska się, analizując drgania wywołane przejazdem tramwaju, a jeszcze inny przejazdem autobusu.

Prognozy otrzymane na podstawie złego (np. przyjętego w [7, 9]) modelu wymuszenia są błędne i nie mogą służyć do oceny wpływu drgań na budynek ani do oceny tego wpływu na ludzi przebywających w budynkach (np. wykonanej w [8]).



Rys. 7. Wyniki diagnozy prognozowane w [9]

Fig. 7. Diagnosis results prognosed in [9]



Rys. 8. Wyniki oceny za pomocą skali SWD-II wpływu na budynek drgań poziomych generowanych przejazdem metra [10]

Fig. 8. Results of evaluation by means SWD-II scale of influence on building of horizontal vibrations generated by metro train passage [10]

4. Podsumowanie

Przedstawione powyżej spostrzeżenia mają za zadanie zwrócić uwagę autorów opracowań diagnostycznych na to, aby przed przystąpieniem do wykonywania tych prac dogłęb-

nie rozpoznali problemy z tym związane i stosowali się do wymagań precyzyjnie określonych w cytowanej normie i wspartych stosownymi uzasadnieniami podanymi w publikacjach. Powinni również mieć świadomość, że błędne oceny mogą prowadzić do awarii budowli, a w przypadku prognoz także do poważnych strat materialnych. Celem niniejszego artykułu jest też zwrócenie uwagi zleceniodawcom tego typu diagnoz na to, aby opracowywały je zespoły posiadające konieczne doświadczenie. Szczególnie ważne jest to wówczas, gdy diagnozy mają mieć charakter prognozowania wpływów dynamicznych. Powinny je wykonywać instytucje dysponujące odpowiednio obszernymi bazami danych (umożliwiającymi wiarygodne prognozowanie) oraz umiejętnością kształtowania modeli i wykonywania obliczeń dynamicznych konstrukcji budowlanych.

Literatura

- [1] Ciesielski R., *Ujęcie obliczeniowe oraz ocena wpływu drgań i wstrząsów ze źródeł zewnętrznych na niektóre typy budowli*, Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej 1, Kraków 1961.
- [2] Ciesielski R., *Istniejące i potencjalne możliwe obciążenia dynamiczne budynków Śródmieścia Krakowa*, Inżynieria i Budownictwo 11-12, 1983.
- [3] Ciesielski R., Maciąg E., *Drgania drogowe i ich wpływ na budynki*, WKiŁ, Warszawa 1990.
- [4] Ciesielski R., Kawecki J., Maciąg E., *Ocena wpływu wibracji na budowle i ludzi w budynkach (diagnostyka dynamiczna)*, Wyd. ITB, Warszawa 1993.
- [5] Kawecki J., *Diagnostyka drgań komunikacyjnych na budynki i ludzi w budynkach*, Transport Miejski i Regionalny 11/2006, 17-27.
- [6] Kruszką L., Rekucki R., *Badania eksperymentalne in situ odpowiedzi dynamicznej elementów konstrukcyjno-budowlanych obiektów na wymuszenie losowe*, XIIth Theoretical Foundation of Civil Engineering, Warszawa 2004, 257-268.
- [7] Nader M., Różowicz J., Korzeb J., Purta E., *Wybrane zagadnienia oddziaływania metra warszawskiego na budynki*, Politechnika Radomska, Prace Naukowe, Transport 3(23), 2005, 361-366.
- [8] Nader M., Purta E., *Wpływ metra warszawskiego na ludzi w budynkach mieszkalnych*, Czasopismo Techniczne z. 3-M/2005, Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2005, 217-224.
- [9] Różowicz J., Nader M., Korzeb J., *Traffic generated vibration impact on buildings*, Twelfth International Congress on Sound and Vibration, Lisbon 2005.
- [10] Stypuła K., *Drgania mechaniczne wywołane eksploatacją metra płytkiego i ich wpływ na budynki*, Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej, Inżynieria Lądowa 72, Kraków 2001.
- [11] Stypuła K., *Drgania wywołane eksploatacją miejskiego transportu szynowego – badania i zapobieganie*, Transport Miejski i Regionalny 10/2006, 2-11.