

BOGDAN BOCHENEK*, KATARZYNA TAJŚ-ZIELIŃSKA**

OPTYMALIZACJA BELEK I KOLUMN METODĄ AUTOMATU KOMÓRKOWEGO

OPTIMIZATION OF BEAMS AND COLUMNS USING CELLULAR AUTOMATA

Streszczenie

W artykule pokazano zastosowanie metody automatu komórkowego do optymalizacji zginanych belek i kolumn narażonych na utratę stateczności. Przedstawiono wybrane sformułowania problemów optymalnego kształtowania, w szczególności nowe ujęcie projektowania kolumny przy warunkach stateczności, które następnie zilustrowano przykładami numerycznej optymalizacji.

Słowa kluczowe: automaty komórkowe, optymalizacja, równomierna wytrzymałość, stateczność

Abstract

This paper presents application of Cellular Automata concept to optimization of beams under transverse loading and columns exposed to buckling. Selected optimal design problems are formulated, in particular, a new approach to design of column under stability constraints is proposed, which are then illustrated by results of numerical optimization.

Keywords: cellular automata, optimization, fully stressed design, stability

*Dr hab. inż. Bogdan Bochenek, prof. PK, Instytut Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

**Mgr Katarzyna Tajs-Zielińska, Studium Doktoranckie, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Optymalizacja konstrukcji jest szybko rozwijającą się dziedziną badań naukowych, co wiązać należy z rozwojem możliwości obliczeniowych współczesnych komputerów, doskonaleniem metod obliczeniowych oraz postępem w rozwijaniu metod optymalizacji. Równocześnie rosnące zapotrzebowanie na bardziej wytrzymałe, lekkie i trwałe nowoczesne konstrukcje poszerza zakres inżynierskich zastosowań uzyskiwanych rozwiązań. W ostatnich latach szczególnie zauważalny jest rozwój nowoczesnych metod optymalizacji. W wielu przypadkach przy budowaniu algorytmów oparto się na wnioskach wyciągniętych z obserwacji zjawisk zachodzących w przyrodzie bądź z analizy zachowania się zbiorowisk żywych organizmów. Tak powstały algorytmy genetyczne, systemy mrowiskowe, metoda optymalizacji rojem cząstek czy schemat działania automatu komórkowego.

Pojęcie automatu komórkowego (*Cellular Automata* – CA) zostało wprowadzone w latach 40. XX w. przez Von Neumanna [25] i Ulama [24], a rozwijane było później przede wszystkim przez Wolframa [26]. Zasada działania automatu komórkowego opiera się na wymianie informacji między komórkami, na które podzielony zostaje obszar zajmowany przez rozważany obiekt. Każdej komórce odpowiada pewna liczba stanów, stany te są uaktualniane z iteracji na iterację dzięki zastosowaniu lokalnej reguły uaktualniania, która wykorzystuje informacje pochodzące od danej komórki, jak i od jej sąsiadów.

Cechy charakterystyczne automatów komórkowych to lokalny charakter wymiany informacji oraz możliwość modelowania złożonych procesów za pomocą prostych reguł. Dzięki temu znalazły one szerokie zastosowanie w modelowaniu procesów fizycznych, biologicznych, ekonomicznych, społecznych, jak np. zjawisko panicznej ucieczki, czy transportowych i logistycznych oraz w procesach sterowania. Szerokie zastosowanie mają także w naukach informatycznych oraz informatyce stosowanej, gdzie przykładami mogą być grafika komputerowa i komputerowa analiza obrazu. Obszerny przegląd literatury na ten temat można znaleźć np. w pracy [4].

Automat komórkowy można również wykorzystać jako narzędzie optymalizacyjne. Na przełomie XX i XXI w. zaczęto stosować CA do zadań optymalizacji konstrukcji. Zaletą automatu komórkowego jest możliwość sformułowania zarówno zadania optymalizacji wymiarów konstrukcji, jak i problemu określenia jej optymalnej topologii. Dotychczas z powodzeniem zastosowano metodę CA do poszukiwania optymalnej topologii i wymiarów ciągłych struktur dwuwymiarowych (np. [8, 9, 11, 20, 22]), projektowania układów kratowych (np. [2, 3]) lub poszukiwania optymalnego układu włókien w kompozytach [15]. Warto jednak zwrócić uwagę na fakt, że użycie metody automatu komórkowego do rozwiązywania zadań optymalizacji konstrukcji jest względnie nową dziedziną zastosowań tej koncepcji. Pierwsze prace pojawiły się w latach 90. ub. wieku, natomiast większość prac ukazała się dopiero po roku 2000.

Zazwyczaj problem optymalizacji metodą CA jest formułowany tak, że proces optymalizacji dąży do uzyskania jak najmniejszej masy (lub objętości) struktury oraz równomiernego rozkładu naprężeń przy zadanym obciążeniu (np. [11, 14]). Ograniczenia wynikają z wyrównania wartości naprężeń w otoczeniu danej komórki i pełnią rolę lokalnej reguły uaktualniania wartości zmiennych projektowania. Zmiennymi decyzyjnymi są wymiary geometryczne lub reprezentowana, na ogół, przez zmienny moduł Younga sztywność komórek. Działanie automatu komórkowego porównywane jest często do klasycznego schematu optymalizacji topologicznej. Charakterystyczne jest jednak to, że zastosowanie

ujęcia CA ogranicza możliwość pojawienia się „efektu szachownicy”. Dodatkowo, aby uniknąć wspomnianego efektu, można, jak w pracy [8], zastosować technikę „redukcji szumu” (więcej o tej technice w [7]), która w połączeniu z CA daje dobre efekty.

W procesie optymalizacji istotną rolę ogrywa sposób przekazywania komórkom informacji o wartościach zmiennych stanu pochodzących z rozwiązania zadania analizy kształtowanej konstrukcji. Analiza, oparta np. na metodzie elementów skończonych, może być przeprowadzana globalnie, po zakończeniu lokalnego cyklu wymiany informacji pomiędzy komórkami [11, 14] lub jednocześnie z iteracjami CA. Wraz z regułą uaktualniania zmiennych decyzyjnych dla zadania projektowania zastosowana zostaje reguła uaktualniania zmiennych stanu dla zadania analizy. Tak więc automat komórkowy może równocześnie realizować projektowanie i przeprowadzać analizę (*simultaneous analysis and design* – SAND, np. [2, 5, 12, 19]). W pracy [3] zaproponowano dodatkową modyfikację umożliwiającą przyspieszenie zbieżności algorytmu przez wprowadzenie elementu przewidywania przemieszczeń w kolejnych krokach iteracji na podstawie informacji pochodzących z poprzednich iteracji.

Ważną cechą działania automatu komórkowego jest, obok możliwości przeprowadzenia równoczesnej analizy i projektowania, relatywnie proste dostosowanie jego działania do prowadzenia obliczeń równoległych (np. [17]). Równoległe, wieloprocessorowe obliczenia możliwe są dzięki podzieleniu struktury komórek na pasma i przypisaniu każdemu pasmu osobnego procesora. Procesory komunikują się między sobą dzięki wprowadzeniu dodatkowych pasm gromadzących informacje. W pracy [16] rozwinięto tę koncepcję, uwzględniając dodatkowo implementację potokową oraz wykorzystując specjalny interfejs przekazywania informacji.

Reguła uaktualniania stosowana w automacie komórkowym może być zbudowana na podstawie analizy praw fizycznych lub z wykorzystaniem znanych rozwiązań analitycznych. Inne ujęcie przedstawiono w [6]. W artykule tym reguły uaktualniania zostały określone w procesie optymalizacji algorytmem genetycznym w ten sposób, że optymalizowane są wartości współczynników średniej ważonej, która jest ogólną postacią reguły ewolucji. Inna metoda tworzenia reguł uaktualniania została zaprezentowana w artykule [18]. Autorzy zastosowali do procesu odkrywania reguł uaktualniania CA algorytm należący do systemów produkcyjnych – pewnego rodzaju sztuczną inteligencję o nazwie *shape grammar*. W pracach [13, 20, 21] natomiast zaproponowano połączenie działania algorytmu CA ze strategiami odwzorowującymi proces funkcjonalnej adaptacji kości w celu zbudowania nowych reguł ewolucji. Na podstawie różnych strategii kontroli wykorzystujących sygnał błędu, rozumiany jako różnica pomiędzy średnią wartością energii odkształcenia w sąsiedztwie komórki a jej optymalną wartością, wyprowadzono odpowiednie reguły uaktualniania. Uwzględniając różne zależności pomiędzy sygnałem błędu a zmianą wartości zmiennej decyzyjnej dla poszczególnych iteracji, rozważano cztery rodzaje strategii i w konsekwencji cztery różne reguły ewolucji. Warto również zwrócić uwagę na pracę [10], w której połączono zasadę działania automatu komórkowego z metodą wykorzystującą matematyczną teorię rozwoju roślin (tzw. L-system) stworzoną przez Lindenmayera oraz [2] poświęconą algorytmowi genetycznemu, którego działanie opiera się na zasadzie działania automatu komórkowego. Populacja jest rozdzielana na komórki, w odróżnieniu od tradycyjnego algorytmu genetycznego, gdzie osobniki nie mają przestrzennego uporządkowania. Każdy osobnik populacji reprezentuje zmienny stan osobnej komórki, a jego ewolucja następuje na podstawie informacji o jego stanie i stanach

sąsiednich komórek, czyli podlega regule uaktualniania charakterystycznej dla automatu komórkowego.

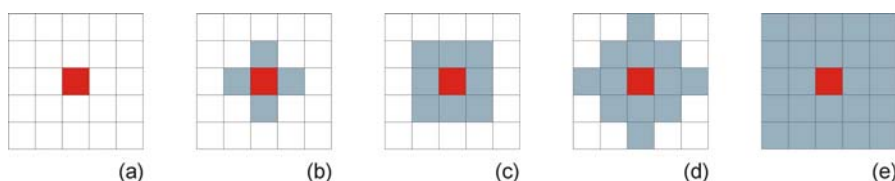
Przedstawione powyżej omówienie wybranych prac poświęconych zastosowaniu automatów komórkowych pokazuje, że podejście to może być efektywną metodą optymalnego kształtowania elementów konstrukcji. W większości przypadków metoda ta stosowana była do rozwiązywania problemów optymalizacji dwuwymiarowych struktur sprężystych. Praktycznie tylko w pracy Abdalla i Gurdal [1] zastosowano automat komórkowy do kształtowania elementów prętowych – kolumny narażonej na utratę stateczności. Niniejszy artykuł uzupełnia tę tematykę, przedstawiając zastosowanie automatu komórkowego do optymalizacji zarówno zginanych belek, jak i kolumn w warunkach utraty stateczności. Omówionych jest kilka sformułowań zadania optymalnego kształtowania, zilustrowanych następnie wynikami obliczeń numerycznych dla wybranych elementów konstrukcji.

2. Automat komórkowy

Zasada działania automatu komórkowego jest następująca. Obszar zajmowany przez rozważany obiekt jest dzielony na – przeważnie jednakowe – komórki. W kolejnych krokach procesu iteracyjnego wielkości charakteryzujące poszczególne komórki są uaktualniane na podstawie informacji pochodzących z poprzedniego i danego kroku zarówno od danej komórki, jak i jej sąsiadów. Sposób komunikowania się między komórkami określa przyjęta lokalna reguła uaktualniania. Charakterystyczny dla działania automatu komórkowego jest właśnie lokalny charakter wymiany informacji, realizowany równocześnie dla wszystkich komórek, a poszczególne algorytmy różnią się między sobą, na ogół, lokalnymi regułami aktualizacji.

2.1. Rodzaje sąsiedztwa

Skoro komórki wymieniają informacje pomiędzy sąsiadami musi być określony rodzaj sąsiedztwa. Typowe przypadki pokazano na rys. 1 i 2, odpowiednio, dla elementów dwuwymiarowych i jednowymiarowych.



Rys. 1. Rodzaje sąsiedztwa w zagadnieniach dwuwymiarowych: (a) – puste, (b) – von Neumann, (c) – Moore'a, (d) – MvonN, (e) – rozszerzone Moore'a

Fig. 1. Neighbourhoods in plane problems: (a) – empty, (b) – von Neumann, (c) – Moore, (d) – MvonN, (e) – extended Moore



Rys. 2. Rodzaje sąsiedztwa w zagadnieniach jednowymiarowych: (a) – puste, (b) – Moore'a, (c) – rozszerzone Moore'a

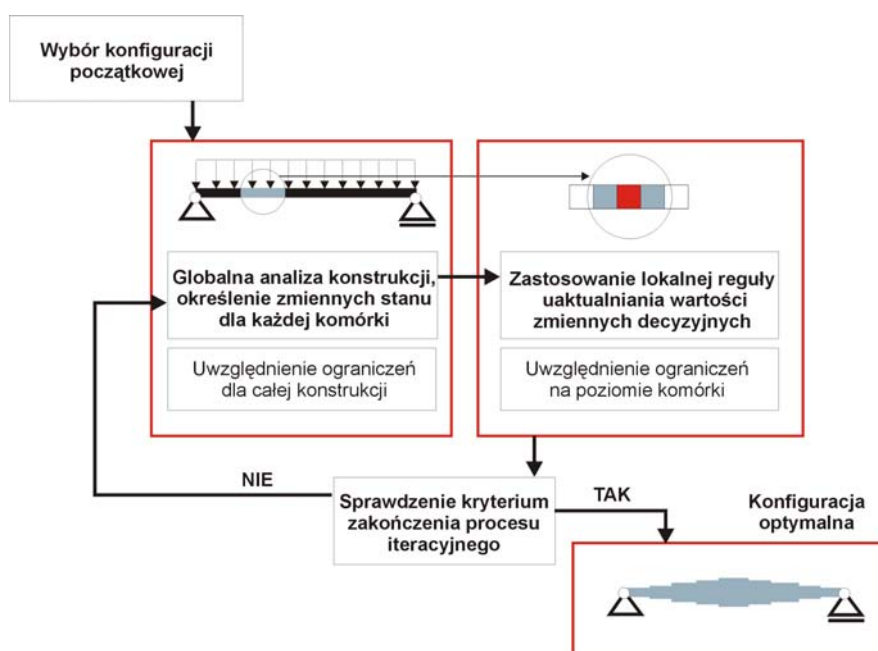
Fig. 2. Neighbourhoods in one-dimensional problems: (a) – empty, (b) – Moore, (c) – extended Moore

2.2. Komórki brzegowe

Wybór określonego rodzaju sąsiedztwa powoduje konieczność uwzględnienia komórek, które znajdują się poza obszarem elementu. Typowe przypadki omówiono np. w pracy [23]. W niniejszym artykule wykorzystano ujęcie, w którym wirtualnej komórce znajdującej się poza elementem przypisuje się określoną wartość wielkości ją charakteryzującej (tutaj przyjęto zero).

2.3. Schemat działania automatu komórkowego

Na rysunku 3 przedstawiono zasadę działania automatu komórkowego. Schemat obrazuje przypadek, w którym uaktualnianie wartości zmiennych stanu realizowane jest przez rozwiązanie zadania analizy rozpatrywanej konstrukcji po zakończeniu pojedynczego cyklu lokalnej wymiany informacji pomiędzy komórkami. Dla alternatywnego sformułowania, czyli równoczesnej analizy i optymalizacji zmienne stanu aktualizowane są lokalnie, tak jak zmienne decyzyjne. Zadanie analizy traktuje się jako rozwiązane dopiero dla konfiguracji optymalnej. Sformułowanie takie, chociaż wydaje się bliższe koncepcji automatu komórkowego, jest jednak na ogół znacznie mniej efektywne i w tym artykule nie jest wykorzystywane. Rozróżnione są dwa typy ograniczeń, te formułowane globalnie pozwalają np. na zapewnienie ustalonej wartości objętości kształtowanego elementu, podczas gdy lokalnie, na poziomie komórki, mogą być określone dopuszczalne wartości zmiennych decyzyjnych.



Rys. 3. Schemat działania automatu komórkowego
Fig. 3. The cellular automaton algorithm performance

3. Sformułowania wybranych problemów optymalizacji belek i kolumn metodą automatu komórkowego

W artykule rozważane są elementy prętowe przy różnych sposobach obciążenia oraz zamocowania. W problemie optymalnego kształtowania poszukiwany jest rozkład sztywności wzdłuż osi pręta, który zapewni minimum funkcji celu przy określonych ograniczeniach. Pręt jest dzielony na n jednakowych komórek tak, że pola powierzchni przekroju komórek (segmentów pręta) lub ich wymiary poprzeczne są zmiennymi decyzyjnymi.

3.1. Minimalizacja objętości belki przy ustalonej wartości maksymalnego naprężenia

Poszukiwany jest taki rozkład sztywności belki wzdłuż osi, który zapewni, przy jak najmniejszej objętości materiału belki i założonej wartości naprężenia dopuszczalnego, równomierny wzdłuż osi rozkład maksymalnego naprężenia pochodzącego od zginania. Funkcja celu w takim przypadku, wyrażona w wielkościach bezwymiarowych ma postać

$$\alpha b_i^2 + \beta \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_0} - 1 \right)^2 + \gamma \sum_{j=1}^m \left(\frac{\sigma_j^{(k)}}{\sigma_j^{(k-1)}} - 1 \right)^2 \rightarrow \min \quad (1)$$

gdzie:

- σ_i – maksymalne bezwymiarowe naprężenie dla danej komórki,
- σ_j – maksymalne naprężenie w komórce sąsiedniej (dla wszystkich m sąsiadów), określane, odpowiednio, w danym (k) i poprzedzającym kroku iteracyjnym $(k-1)$,
- σ_0 – bezwymiarowe naprężenie dopuszczalne,
- α i β – wagi funkcji celu,
- γ – mnożnik kary przy ograniczeniu.

Ograniczenie to zapewnia wyrównywanie wartości naprężeń w otoczeniu danej komórki, stanowi zarazem typowe ograniczenie dla automatu komórkowego. Zmienną decyzyjną jest wymiar b przekroju poprzecznego belki; dla ustalenia uwagi przyjęto, że pręt ma przekrój kwadratowy. W powyższym sformułowaniu wykorzystywane są informacje pochodzące z poprzedzającej iteracji, czyli zastosowano tzw. schemat iteracyjny Jacobiego. Alternatywnie można wprowadzić schemat iteracyjny Gaussa–Seidela, w którym wykorzystywane są informacje z bieżącej iteracji. W takim przypadku ostatni składnik we wzorze (1) przyjmuje postać

$$\sum_{j=1}^m \left(\frac{\sigma_i^{(k)}}{\sigma_j^{(k)}} - 1 \right)^2 \quad (2)$$

Rozwiązując lokalny problem optymalizacji, podobnie jak w pracy Kita i Toyoda [7], można wyznaczyć optymalną zmianę wymiaru przekroju poprzecznego na danym kroku iteracji

$$\delta b_i = - \frac{\alpha b_i + \beta(s_i - 1) \frac{\partial s_i}{\partial b} + \gamma \sum_{j=1}^m (s_j - 1) \frac{\partial s_j}{\partial b}}{\alpha + \beta \left(\frac{\partial s_i}{\partial b} \right)^2 + \gamma \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial s_j}{\partial b} \right)^2} \quad (3)$$

gdzie wprowadzono oznaczenia

$$s_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_0} \quad s_j = \frac{\sigma_j^{(k)}}{\sigma_j^{(k-1)}}$$

3.2. Maksymalizacja naprężenia przy ustalonej objętości belki

Problem optymalizacji często formułowany jest jako maksymalizacja obciążenia bądź naprężenia przy ustalonej wartości objętości lub masy kształtowanego elementu konstrukcji. Tego typu ograniczenie ma charakter globalny i wymaga odpowiedniego umiejscowienia w schemacie działania automatu komórkowego. Jedną z możliwości jest dokonanie przeskalowania wartości zmiennych decyzyjnych otrzymanych po przeprowadzeniu aktualizacji ich wartości dla wszystkich komórek κb_i , a następnie znalezienie takiej wartości κ , dla której spełniony będzie warunek ustalonej objętości

$$\int_0^1 A dx = 1 \quad \text{lub} \quad \sum_{i=1}^n A_i \Delta x = 1 \quad (4)$$

gdzie $A(x)$ lub A_i ($i = 1, 2, \dots, n$) określają zmienność pola powierzchni przekroju poprzecznego pręta. Alternatywnym ujęciem może być rozszerzenie problemu analizy przez włączenie dodatkowego równania do układu równań stanu i spełnienie warunku ustalonej objętości automatycznie już na etapie określania wartości zmiennych stanu

$$\frac{dy}{dx} = A \quad y(0) = 0 \quad y(1) = 1 \quad (5)$$

Takie ujęcie wymaga dodatkowo określenia zależności pomiędzy funkcją pola powierzchni a dyskretnymi wymiarami poszczególnych komórek.

Zależność określającą poprawki wartości zmiennych decyzyjnych stanowiącą lokalną regułę uaktualniania przedstawia się w rozważanym przypadku następująco

$$\delta b_i = - \frac{(s_i - 1) \frac{\partial s_i}{\partial b} + \gamma \sum_{j=1}^m (s_j - 1) \frac{\partial s_j}{\partial b}}{\left(\frac{\partial s_i}{\partial b} \right)^2 + \gamma \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial s_j}{\partial b} \right)^2} \quad (6)$$

3.3. Maksymalizacja siły krytycznej przy ustalonej objętości kolumny

Problem optymalnego kształtowania kolumny narażonej na utratę stateczności metodą automatu komórkowego przedstawiono w pracy [1] jako zadanie równoczesnej analizy

i optymalizacji. Wydaje się jednak, że bardziej efektywne może być sformułowanie przedstawione w niniejszym artykule, w którym analiza jest prowadzona globalnie dla całej konstrukcji, natomiast wartości zmiennych decyzyjnych poszczególnych komórek uaktualniane są lokalnie. Sformułowanie takie jest możliwe dzięki wykorzystaniu faktu, że dla kolumny, której odpowiada maksymalna wartość siły krytycznej, rozkład maksymalnego naprężenia wzdłuż osi jest równomierny. W takiej sytuacji, gdy wielkość globalna, jaką jest siła krytyczna, nie jest bezpośrednio uwzględniana w funkcji celu, można wprost zastosować przedstawione w poprzednich rozdziałach zależności określające lokalne reguły uaktualniania wartości zmiennych decyzyjnych poszczególnych komórek (6).

4. Przykładowe rozwiązania numeryczne

Przedstawione powyżej sformułowania zastosowano do rozwiązania wybranych zadań optymalnego kształtowania belek i kolumn.

4.1. Analiza zginania belki i utraty stateczności ściskanej osiowo kolumny

Analiza prowadzona jest przez całkowanie równania różniczkowego opisującego małe ugięcia zginanej belki (7) lub ściskanej kolumny (8) z odpowiednimi warunkami brzegowymi, wynikającymi ze sposobu zamocowania końców pręta

$$\frac{dw}{dx} = \varphi \quad \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{m}{b^4} \quad \frac{dm}{dx} = t \quad \frac{dt}{dx} = q \quad (7)$$

$$\frac{dw}{dx} = \varphi \quad \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{m}{b^4} \quad \frac{dm}{dx} = t + p\varphi \quad \frac{dt}{dx} = 0 \quad (8)$$

gdzie wprowadzono wielkości bezwymiarowe:

w – ugięcie,

φ – kąt obrotu przekroju,

m – moment zginający,

t – siłę poprzeczną,

q – intensywność obciążenia poprzecznego,

p – siłę ściskającą w przypadku kolumny, zdefiniowane następująco

$$w = \frac{W}{L} \quad m = \frac{ML}{EJ_0} \quad t = \frac{TL^2}{EJ_0} \quad q = \frac{QL^2}{EJ_0} \quad p = \frac{PL^2}{EJ_0} \quad (9)$$

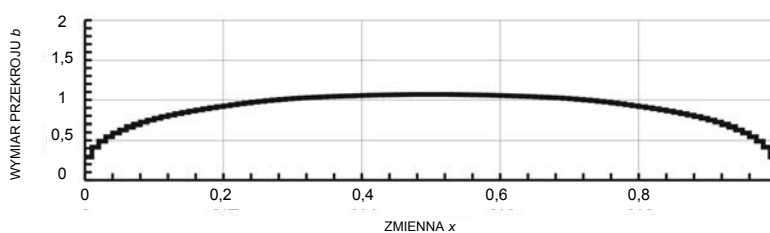
Odpowiednie wielkości wymiarowe oznaczono wielkimi literami, a dodatkowo wprowadzono:

L – długość pręta,

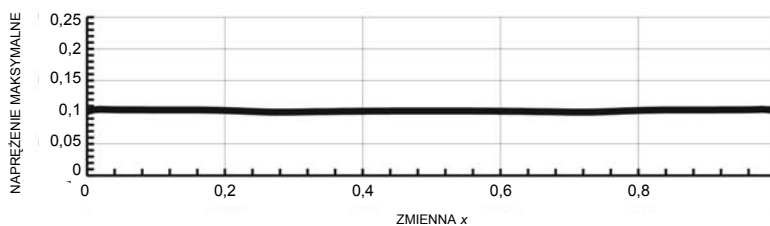
EJ_0 – sztywność zginania dla pręta nieoptymalizowanego.

4.2. Optymalizacja belki zginanej obciążeniem poprzecznym

Poniżej na rysunku 4 przedstawiono przykładowe rozwiązanie zadania optymalizacji (5) otrzymane dla $n = 100$, $q = 1,0$, $\sigma_0 = 0,1$. Przyjęta dla belki nieoptymalizowanej objętość równa 1 została zmniejszona do wartości 0,847.

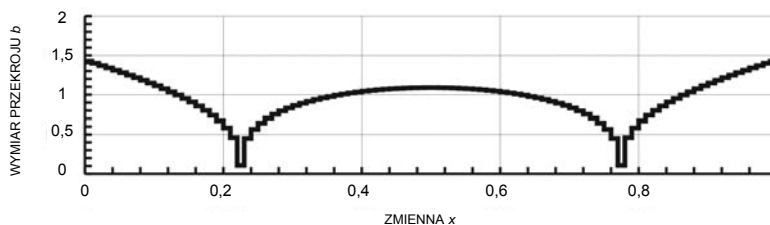


Rys. 4. Optymalny rozkład sztywności belki obustronnie przegubowo podpartej
Fig. 4. Optimal stiffness distribution for simply supported beam



Rys. 5. Rozkład maksymalnego naprężenia dla belki optymalnej
Fig. 5. The distribution of maximal stress for optimal beam

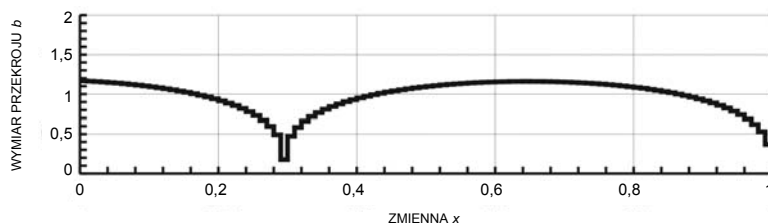
Kolejny przykład to optymalizacja obustronnie utwierdzonej belki obciążonej poprzecznie równomiernie rozłożonym obciążeniem ciągłym. Dla ustalonej objętości belki i bezwymiarowego obciążenia $q = 1,0$ otrzymano optymalny kształt przedstawiony na rys. 6, dla którego wyrównano wzdłuż osi maksymalne naprężenie $\sigma_0 = 0,029$. Podczas modyfikacji zadania i ustalania wartości naprężenia $\sigma_0 = 0,1$ obciążenie zwiększa się do wartości $q = 3,51$.



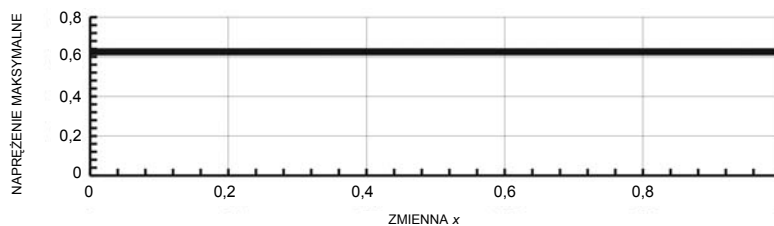
Rys. 6. Optymalny rozkład sztywności belki obustronnie utwierdzonej
Fig. 6. Optimal stiffness distribution for clamped-clamped beam

4.3. Maksymalizacja siły krytycznej ściskanej osiowo kolumny

Znaleziono, przedstawiony na rys. 7, optymalny rozkład sztywności ściskanej kolumny, utwierdzonej na jednym końcu, przegubowo podpartej na drugim, któremu odpowiada maksymalna wartość siły krytycznej przy ustalonej objętości materiału pręta.



Rys. 7. Optymalny rozkład sztywności kolumny
Fig. 7. Optimal stiffness distribution



Rys. 8. Rozkład maksymalnego naprężenia dla kolumny optymalnej
Fig. 8. The distribution of maximal stress for optimal column

Obciążenie krytyczne, które dla kolumny pryzmatycznej wynosi 20,19, zostało podniesione do wartości 27,12 dla kolumny optymalnej, dla której otrzymano równomierny rozkład maksymalnego naprężenia przedstawiony na rys. 8.

5. Podsumowanie

W artykule pokazano, że metoda automatu komórkowego w zastosowaniu do projektowania zginanych belek i kolumn narażonych na utratę stateczności może być efektywnym narzędziem optymalizacji. Ujęcie to, wykorzystując koncepcję kształtowania przy warunku równomiernej wytrzymałości, pozwala na formułowanie różnych problemów optymalnego kształtowania, w szczególności umożliwia nowe podejście do projektowania kolumn przy warunkach stateczności. Dla prezentowanych rozwiązań numerycznych otrzymano dobrą zgodność z rozwiązaniami analitycznymi lub uzyskanymi za pomocą innych metod.

Rozważania niniejszego artykułu nie wyczerpują podjętej tematyki. Wskazane jest dalsze poszukiwanie reguł aktualizacji i budowa automatów komórkowych do optymalizacji bardziej złożonych problemów. Elementy prętowe mogą być w tym zakresie dobrym poligonem doświadczalnym dla rozwijania nowych koncepcji tworzenia automatów komórkowych, umożliwiając następnie dalsze ich zastosowanie do optymalizacji złożonych struktur dwuwymiarowych.

Literatura

- [1] Abdalla M.M., Gurdal Z., *Structural design using cellular automata for eigenvalue problems*, Structural and Multidisciplinary Optimization 26, 2004, 200-208.
- [2] Canyurt O.E., Haleja P., *A SAND approach based on cellular computation models for analysis and optimization*, Engineering Optimization, Vol. 2, No. 1, 2007, 381-396.
- [3] Cortes H., Tovar A., Munoz J.D., Patel N.M., Renaud J.E., *Topology optimization of truss structures using cellular automata with accelerated simultaneous analysis and design*, Proceedings of the Sixth World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-6), Rio de Janeiro, Brasil 2005 (CD-ROM).
- [4] Ganguly N., Sikdar B.K., Deutsch A., Canright G., Chaudhuri P.P., *A survey on cellular automata*, Project BISON (IST-2001-38923), 2001.
- [5] Gurdal Z., Tatting B., *Cellular automata for design of truss structures with linear and nonlinear response*, Proceedings of the 41th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Mechanics and Materials Conference, AIAA Atlanta, GA 2000, 2000-1580.
- [6] Haleja P., Kim B., *On the use of energy minimization for CA based analysis in elasticity*, Structural and Multidisciplinary Optimization 23, 2001, 24-33.
- [7] Hassani B., Tavakkoli S.M., *Prevention of undesirable structural elements in three dimensional topology optimization*, Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing), Vol. 4, No. 1, 2003, 11-21.
- [8] Hassani B., Tavakkoli S.M., *A multi-objective structural optimization using optimality criteria and cellular automata*, Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing), Vol. 8, No. 1, 2007, 77-88.
- [9] Inou N., Shimotai N., Uesugi T., *A cellular automaton generating topological structures*, Proceedings of the 2nd European Conference on Smart Structures and Materials, 2361, 1994, 47-50.
- [10] Inou N., Yashiki H., Morikawa S., Kimoto H., Ujihashi S., *Super-Mechano-Colony Self-organizing a Mechanical Structure*, Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetis, Tokyo 1999, Vol. 3, 1999, 193-198.
- [11] Kita E., Toyoda T., *Structural design using cellular automata*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 19, 2000, 64-73.
- [12] Missoum S., Gurdal Z., Setoodeh S., *Study of a new local update scheme for cellular automata in structural design*, Structural and Multidisciplinary Optimization 29, 2005, 103-112.
- [13] Narvaez C.A., Bustos O.L., Tovar A., *Tuned Proportional-Integral-Derivative Control for Topology Optimization Using the Hybrid Cellular Automata*, Proceedings of the Seventh World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Seoul, Korea 2007.
- [14] Dharmacherla R.R., Barai S.K., *Structural Optimization using Cellular Automata*, Journal Computing of Lateral, Vol. 2, No. 1, 2005, 14-21.
- [15] Setoodeh S., Abdalla M.M., Gurdal Z., *Combined topology and fiber path design of composite layers using cellular automata*, Structural and Multidisciplinary Optimization 30, 2005, 413-421.

- [16] Setoodeh S., Adams D.B., Gurdal Z., Watson L., *Pipeline implementation of cellular automata for structural design on message-passing multiprocessors*, Mathematical and Computer Modelling 43, 2006, 966-975.
- [17] Slotta D.J., Tatting L.T., Watson L.T., Gurdal Z., Missoum S., *Convergence analysis for cellular automata applied to truss design*, Engrg. Comput. 19, 2002, 953-969.
- [18] Speller T.H. Jr., Whitney D., Crawley E., *Using Shape Grammar to Derive Cellular Automata Rule Patterns*, Complex Systems 17, 2007, 79-102.
- [19] Tatting B., Gurdal Z., *Cellular automata for design of two-dimensional continuum structures*, Proceedings of Eighth AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, AIAA, Long Beach, CA 2000, 2000-4832.
- [20] Tovar A., Niebur G.L., Sen M., Renaud J.E., *Bone structure adaptation as a cellular automaton optimization process*, Proceedings of the 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Palm Springs, California 2004.
- [21] Tovar A., Quevedo W.I., Patel N.M., Renaud J.E., *Hybrid cellular automata with local control rules: a new approach to topology optimization inspired by bone functional adaptation*, Proceedings of the Sixth World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Rio de Janeiro, Brazil 2005.
- [22] Tovar A., Quevedo W.I., Patel N.M., Renaud J.E., *Topology optimization with stress and displacement constraints using the hybrid cellular automaton method*, Proceedings of the Third European Conference on Computational Mechanics, Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering, Springer, Lisbon, Portugal 2006, (CD-ROM).
- [23] Tovar A., Patel N.M., Niebur G.L., Sen M., Renaud J.E., *Topology optimization using a hybrid cellular automaton method with local control rules*, Journal of Mechanical Design 128, 2006, 1205-1216.
- [24] Ulam S., *Random processes and transformations*, Proceedings of the International Congress of Mathematics 2, 1952, 85-87.
- [25] Von Neumann J., *Theory of self-reproducing automata*, University of Illinois Press, Urbana, IL 1966.
- [26] Wolfram S., *Cellular automata and complexity: collected papers*, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA 1994.