

DARIUSZ ŻARDECKI\*

## METODA MODELOWANIA TARCIA I ZJAWISKA *STICK-SLIP* W UKŁADZIE KIEROWNICZYM

### PROBLEMS OF MODELLING AND SIMULATION OF STEERING SYSTEM DYNAMICS – A SURVEY

#### Streszczenie

W niniejszym artykule przedstawiono metodę modelowania tarcia i zjawiska *stick-slip* w układzie kierowniczym. Istotą metody jest zastosowanie specjalnych odwzorowań przedziałami liniowych *luz(...)* i *tar(...)* wraz z ich aparatem matematycznym. Do wyznaczenia opisu stanów przylegania wykorzystano zasadę Gaussa. Dzięki zastosowanemu formalizmowi matematycznemu udało się wprowadzić metody asymptotyczne do redukcji silnie nieliniowych modeli poddawanych uproszczeniom. Metodę tę zastosowano do opracowania serii modeli UK o różnym stopniu szczegółowości dla badań symulacyjnych obejmujących struktury UK: 2WS i 4WS, bez wspomagania i ze wspomaganie. W artykule zaprezentowano przykładowe modele UK oraz wyniki symulacji służące porównaniu modeli tarcia.

*Słowa kluczowe: tarcie, stick-slip, odwzorowania przedziałami liniowe, model, układ kierowniczy*

#### Abstract

The paper presents a original method of mathematical modelling of friction and stick-slip phenomena in a car steering system. The method is based on the *luz(...)* and *tar(...)* piecewise linear projections and their mathematical apparatus. The Gauss' rule was used for description of stick-slip processes. By application of this mathematical formalism, the asymptotic parametric methods might be used for reductions of the models. The method was applied for elaboration of series models of different steering systems (classical and with power assistance, for 2WS as well as 4WS vehicles). An example model as well as example simulation results are presented in the paper. They concern of comparative studies for different friction characteristics.

*Keywords: friction, stick-slip, piecewise linear projections, model, steering system*

\*Dr hab. inż. Dariusz Żardecki, Przemysłowy Instytut Motoryzacji, Warszawa.

## 1. Wstęp

Tarcie jest ważnym atrybutem dynamiki każdego mechanizmu występującego w układzie sterowania. W układzie kierowniczym skojarzenia ciernie dotyczą przede wszystkim zwrotnic, przekładni oraz specjalnie wprowadzanych tłumików drgań. Tarcie odpowiednio dobrane spełnia pozytywną rolę w tłumieniu drgań powstających np. w wyniku oddziaływań od drogi czy też wskutek niewyważenia kół. Nadmierne tarcie jest, oczywiście, niepożądane, gdyż pogarsza samopowracalność kół do położenia zerowego, a także zwiększa wysiłek kierowcy podczas wykonywania manewrów (jest to istotne zwłaszcza w układach kierowniczych bez wspomagania). Postępujące z upływem czasu zużycie, pogłębiane procesami adhezji i utleniania, powoduje niekorzystne zmiany parametrów tarcia w skojarzeniach ciernych. Niestety, wytyczne badań kontrolnych nie precyzują dopuszczalnych zakresów wartości sił tarcia (ani sumarycznego, ani tym bardziej dla poszczególnych skojarzeń ciernych), odsyłając diagnostów do ocen subiektywnych i zaleceń wytwórców pojazdów.

Produkowane samochody muszą spełniać regulamin homologacyjny nr 79 ECE. Określa on dopuszczalną dla danego rodzaju pojazdu maksymalną wartość sumarycznej siły oporu ruchu mierzonej na kierownicy (w warunkach działającego i nie działającego wspomagania), a także wskazuje sposoby subiektywnych ocen funkcjonującego układu kierowniczego (kwestie samopowracalności, braku drgań itp.).

Badania przeprowadzone w Przemysłowym Instytucie Motoryzacji (PIMOT) na licznej reprezentacji samochodów różnych typów i marek [2] wskazują, że na podstawie oceny uproszczonej i ograniczonej do pomiarów siły na kole kierowniczym trudno decydować o własnościach dynamicznych całego układu. Wprowadzenie lepszych procedur diagnostycznych musi być poprzedzone szeroko zakrojonymi badaniami z zastosowaniem modelowania matematycznego oraz symulacji „trudno dostępnych” i często bardzo osobliwych procesów nieliniowych spowodowanych przez tarcie.

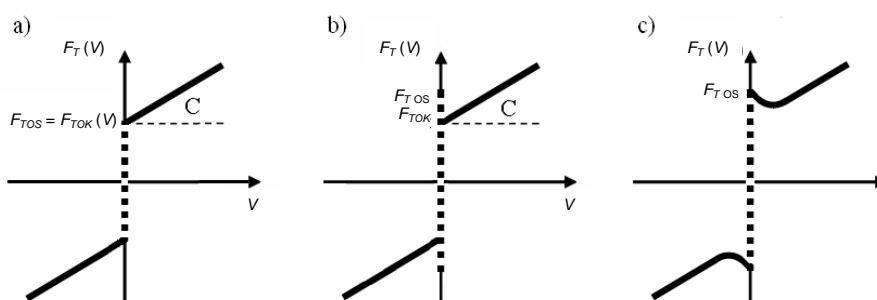
Tymczasem problematyka modelowania tarcia i związanego z tym zjawiska *stick-slip* w układzie kierowniczym jest stosunkowo rzadko podejmowana w publikacjach naukowych. Taki wniosek nasuwa się po przeprowadzeniu rozległych poszukiwań i dogłębnej analizy literatury. Wyniki tej analizy szczegółowo opisano w rozprawie [5]. Na uwagę zasługuje fakt, że problematyka tarcia w układzie kierowniczym została omówiona w pracach kilku polskich autorów. Problematyka modelowania i symulacyjnych badań wpływu tarcia na ruch pojazdu i procesy w układzie kierowniczym jest od wielu lat rozwijana i ekspozowana w pracach autora i współpracowników. Najnowsze większe opracowania na ten temat to publikacja w SAE Papers [3], wspomniana rozprawa [5] oraz praca przeglądowa [2].

Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie metody modelowania tarcia w układach kierowniczych oraz prezentacja wyników symulacyjnych badań porównawczych dla różnych modeli tarcia (z charakterystyką Coulomba, z wyeksponowanym tarciem statycznym, z uwzględnionym efektem Stribeck).

## 2. Modelowanie zjawiska tarcia i procesów *stick-slip*

Modelowanie zjawiska tarcia wymaga w pierwszej kolejności odniesienia się do charakterystyk siły tarcia kinetycznego, które występuje podczas poślizgu oraz opisu działania siły tarcia statycznego w procesach *stick-slip*.

Zgodnie z klasyczną teorią tarcia bazującą na pracach Amontonsa i Coulomba siła tarcia może być opisana za pomocą charakterystyk typu  $F_T(V)$ , gdzie  $F_T$  to siła tarcia, a  $V$  – prędkość poślizgu. Są to charakterystyki przedziałami liniowe uwzględniające efekt tarcia suchego (składnik z *signum*) i wiskotycznego, czyli tłumienia (składnik liniowy). Klasyczna teoria dopuszcza przy tym skokową zmianę siły tarcia suchego, gdy dochodzi do zerwania stanu przylegania (*stick*) i następuje stan poślizgu (*slip*). Według nowszych badań przejście ze stanu tarcia statycznego do stanu tarcia kinetycznego ma fazę pośrednią (tzw. efekt Stribeck), co może być uwzględnione w charakterystyce tarcia, jak wystąpienie dla małych prędkości poślizgu ujemnego tłumienia.

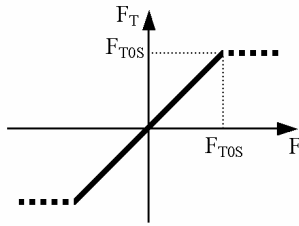


Rys. 1. Typowe charakterystyki siły tarcia  
Fig. 1. Friction force typical features

Charakterystyki przedstawione na rys. 1 pokazują najważniejsze różnice w sposobach modelowania siły tarcia w sposób „statyczny”. Charakterystyka a) eksponuje istotę zjawiska tarcia. Parametr  $F_{T0}$  wyraża maksymalną siłę tarcia suchego kinetycznego, zaś  $C$  – współczynnik tłumienia. Linia przerywana pokazuje, że w stanie zerowej prędkości, gdy może dochodzić do przylegania („szczępienia”) elementów, siła tarcia (statycznego) wyznaczana jest na podstawie innych prawideł. Charakterystyka b) eksponuje możliwość różnicy pomiędzy siłą tarcia suchego kinetycznego (parametr  $F_{T0k}$ ) oraz rozwijaną maksymalną siłą tarcia suchego statycznego (parametr  $F_{T0s}$ ). Jak wynika z badań, parametry te silnie zależą od współczynników materiałowych elementów, które występują w skojarzeniu ciernym (np. dla skojarzenia stal/stal różnice sięgają 30%, zaś w skojarzeniu teflon/teflon nie występują). Charakterystyka c) uwzględnia efekt Stribeck.

Warto w tym miejscu nadmienić, że w ostatnich latach rozwijane są także bardziej złożone dynamiczne modele elementarne sił tarcia, w których siły „produkowane” w charakterystykach są dodatkowo przetwarzane w członach dynamicznych opisanych przez równania różniczkowe (np. model LuGre). Istotą każdego sposobu modelowania tarcia pozostają jednak nieliniowe charakterystyki z członami typu *signum* odpowiedzialnymi za skokową zmianę siły tarcia przy zmianie kierunku ruchu.

Struktura modelu zjawiska *stick-slip* zależy od struktury układu, w którym pojawia się tarcie, w tym zwłaszcza od liczby i powiązań skojarzeń ciernych. Nie zależy natomiast od samej postaci charakterystyki. Można uznać za generalną zasadę, że rozwijana w stanie  $V = 0$  siła tarcia  $F_T$  jest liniowo zależna od siły  $F$  „rozrywającej” elementy w skojarzeniu ciernym (rys. 2).



Rys. 2. Charakterystyka siły tarcia statycznego (linia przerywana oznacza „włączenie się” tarcia kinetycznego)

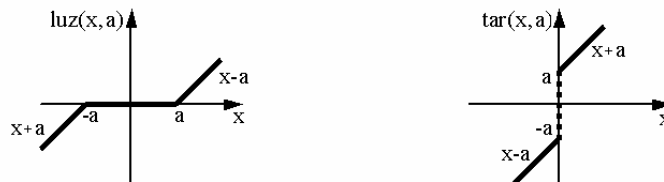
Fig. 2. Static friction force characteristics (broken line indicates "kinetic friction on")

Należy podkreślić, że wyznaczenie siły rozrywającej  $F$  może być niewykonalne w przypadku struktur wieloelementowych (problemy statycznej niejednoznaczności rozkładu rozwijanych sił tarcia). Nie oznacza to bynajmniej że proces *stick-slip* nie może być wówczas jednoznacznie opisany (takie stwierdzenie pojawiło się w jednej z prac podejmujących modelowanie tarcia w układzie kierowniczym). Sposób rozwiązania problemu statycznej niejednoznaczności rozkładu sił tarcia jest szczegółowo opisany w rozprawie [5] i pokazany na przykładzie modelu *stick-slip* układu dwumasowego z trzema skojarzeniami ciernymi. W rozwiązaniu problemu bardzo pomocne okazało się zastosowanie zasady Gaussa (z minimalizacją „energii przyspieszeń” w stanie  $V = 0$ ).

W modelowaniu sił tarcia oraz procesów *stick-slip* zastosowano przedziałami liniowe wzajemnie odwrotne odwzorowania  $luz(\dots)$  i  $tar(\dots)$  oraz wyznaczony aparat matematyczny dotyczący operacji algebraicznych, równań i inkluzji (rozprawa [5]).

$$luz(x, a) = x + \frac{|x - a| - |x + a|}{2} \quad tar(x, a) = x + a \cdot s(x),$$

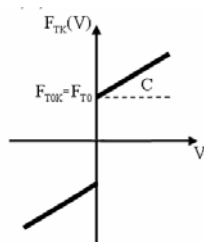
$$\text{gdzie } s(x) = \begin{cases} -1 & \text{dla } x < 0 \\ s^* \in [-1, 1] & \text{dla } x = 0 \quad a \geq 0 \\ 1 & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$



Rys. 3. Definicje odwzorowań  $luz(\dots)$  i  $tar(\dots)$

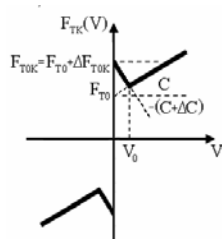
Fig. 3.  $luz(\dots)$  and  $tar(\dots)$  map definitions

Zauważmy, że odwzorowanie tar(...) doskonale przystaje do wyrażania charakterystyki Coulomba, zwłaszcza charakterystyki siły tarcia kinetycznego. Inkluzyjna formuła tar(0, a) pozwala w zwięzły sposób wyrazić postulat dookreślenia wartości siły tarcia statycznego w stanie zerowego poślizgu. Odwzorowanie luz(...) pozwala modyfikować charakterystykę Coulomba (np. poprzez przedziałami liniową aproksymację efektu Stribeck). Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono przedziałami liniowe reprezentacje charakterystyk sił tarcia kinetycznego, dla których sformułowano zapis analityczny. Zaletą tego zapisu jest m.in. ukazanie składników nieliniowego ujemnego tłumienia, które przeprowadzają klasyczną charakterystykę Coulomba w charakterystykę z efektem Stribecka i tar(...).



Rys. 4. Charakterystyka siły tarcia kinetycznego Coulomba

Fig. 4. Characteristics of Coulomb kinetic friction force



Rys. 5. Charakterystyka siły tarcia kinetycznego z efektem Stribeck (aproksymacja)

Fig. 5. Characteristics of kinetic friction force with Stribeck effect (approximation)

Opis charakterystyk siły tarcia kinetycznego:

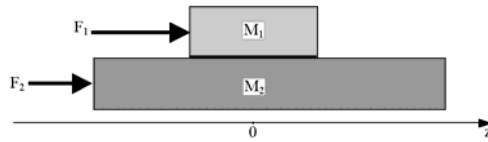
$$\text{Coulomba: } F_{TK}(V) = C \operatorname{tar}\left(V, \frac{F_{T0}}{C}\right)$$

$$\text{Stribeck: } F_{TK}(V) = C \operatorname{tar}\left(V, \frac{F_{T0} + \Delta F_{T0K}}{C}\right) + (2C + \Delta C) (\operatorname{luz}(V, V_0) - V)$$

$$\text{gdzie } \Delta F_{T0K} = (C + C_0)V_0 = (2C + \Delta C)V_0$$

Odwzorowanie luz(...) odgrywa kluczową rolę przede wszystkim w opisie siły tarcia statycznego oraz w modelach *stick-slip* wyznaczonych dla konkretnych struktur ciernych. Opis charakterystyki siły tarcia statycznego (por. rys. 2):  $F_{TS}(F) = F - \operatorname{luz}(F, F_{T0S})$ .

Model *stick-slip* dla elementarnej dwumasowej struktury skojarzenia ciernego (rys. 6) określono z zastosowaniem zasady Gaussa (rozprawa [5]). Uzyskane równania o zmiennej strukturze w pełni wyrażają fizyczny sens zachodzących procesów i są ściśle kompatybilne z „uznanym modelem” *stick-slip* Karnoppa [1] wyznaczonym w sposób klasyczny. W modelu tu przedstawianym dopuszczono różne możliwości opisu charakterystyki siły tarcia kinetycznego (w szczególności Coulomba oraz Stribeck).



Rys. 6. Dwumasowy układ z tarcieniem  
Fig. 6. Two-mass system with friction

### Oznaczenia:

$M_1, M_2$  – masy

$F_1, F_2$  – siły zewnętrzne

$F_{T12}$  – siła tarcia

$F_{TK12}$  – siła tarcia kinetycznego

$F_{T0S12}$  – maksymalna siła tarcia statycznego

Model *stick-slip* w układzie dwumasowym, dla

$$\dot{z}_1(t) \neq \dot{z}_2(t) \quad M_1 \cdot \ddot{z}_1(t) = F_1(t) - F_{TK12}(\dot{z}_1(t) - \dot{z}_2(t))$$

$$M_2 \cdot \ddot{z}_2(t) = F_2(t) + F_{TK12}(\dot{z}_1(t) - \dot{z}_2(t))$$

$$\dot{z}_1(t) = \dot{z}_2(t) \quad M_1 \cdot \ddot{z}_1(t) = \frac{M_1}{M_1 + M_2} \cdot (F_1(t) + F_2(t)) + \text{luz} \left( \frac{M_2 \cdot F_1(t) - M_1 \cdot F_2(t)}{M_1 + M_2}, F_{T0S12} \right)$$

$$M_2 \cdot \ddot{z}_2(t) = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \cdot (F_1(t) + F_2(t)) - \text{luz} \left( \frac{M_2 \cdot F_1(t) - M_1 \cdot F_2(t)}{M_1 + M_2}, F_{T0S12} \right)$$

Zaletą zastosowania formalizmu odwzorowań luz(...) i tar(...) są nie tylko związane i nie zawierające uwikłań analityczne formy (co ułatwia implementację numeryczną), ale przede wszystkim dające możliwość analitycznych przekształceń modeli (co jest szczególnie ważne, gdy przeprowadzane są ich redukcje). Zauważmy na przykład, że przy  $M_2 \rightarrow \infty$  (zakładane w praktyce, gdy  $M_2 \gg M_1$ ) otrzymujemy z modelu dwumasowego model zredukowany jednomasowy, dla

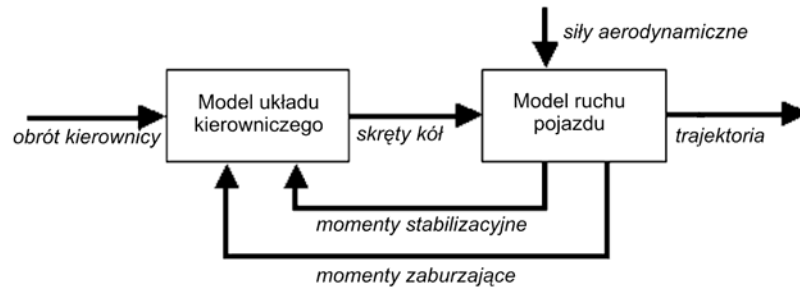
$$\dot{z}_1(t) \neq 0 \quad M_1 \cdot \ddot{z}_1(t) = F_1(t) - F_{TK12}(\dot{z}_1(t))$$

$$\dot{z}_1(t) = 0 \quad M_1 \cdot \ddot{z}_1(t) = \text{luz}(F_1(t), F_{T012})$$

### 3. Modelowanie tarcia i procesów *stick-slip* w układzie kierowniczym

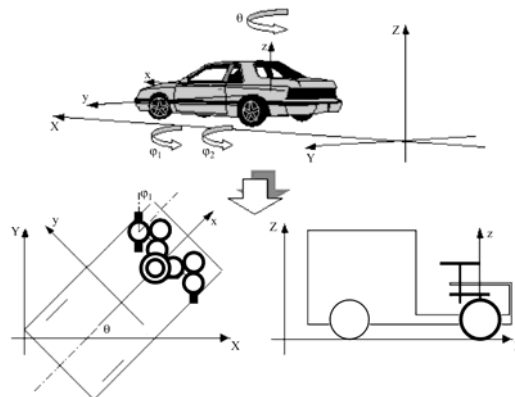
W celu badania wpływu tarcia w układzie kierowniczym na procesy kierowania ruchem pojazdu wyznaczono model dynamiki układu kierowniczego, stosując konwencję modeli częściowych. Koncepcję wydzielenia układu kierowniczego jako układu autonomicznego wyraża schemat blokowy zamieszczony na rys. 7.

Idea dekompozycji modelu całościowego na dwa modele częściowe wydaje się oczywista, niemniej jednak można wykazać to w sposób formalny, przyjmując pewne dodatkowe założenia upraszczające. Podstawowym dla takiej formalnej analizy [4] założeniem było



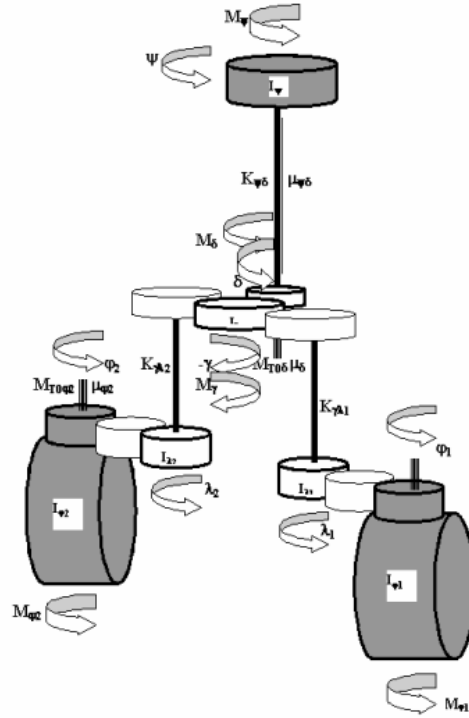
Rys. 7. Idea dekompozycji modelu dynamiki samochodu na dwa modele  
 Fig. 7. The idea of decomposing a model of vehicle dynamics into two models

przede wszystkim potraktowanie modelu w kategoriach ruchów płaskich oraz przyjęcie modelu zastępczego układu kierowniczego jako pewnej struktury mechanicznej, w której występują wyłącznie elementy przenoszące ruch obrotowy przy stałych geometrycznie osiach obrotu (dotyczy to w szczególności przekładni oraz układu zwrotniczego). Takie założenie ułatwia modelowanie, nie pozbawiając modelu jakichkolwiek atrybutów związanych z dynamiką nieliniową mechanizmu kierowniczego. Ideę modelowania wyrażono na rys. 8.



Rys. 8. Idea modeli zastępczych  
 Fig. 8. The idea of equivalent models

Przy tych założeniach tarcie w zwrotnicach czy też tarcie w tłumiku drgań mogą być traktowane jako tarcie w łożyskach odpowiednich brył obrotowych, natomiast tarcie międzyzębne – jako tarcie pomiędzy kołami zastępczej przekładni. W związku z powyższym w charakterystykach i modelach *stick-slip* siły tarcia zostają zastąpione przez odpowiednie momenty sił tarcia. Ze względu na dysproporcje mas w parach ciernych łożyskowań dwumasowe modele *stick-slip* redukują się do modeli jednomasowych. Przyjęty model zastępczy (rys. 9) ułatwia analizę z uwzględnieniem luzu międzyzębnego przekładni kierowniczej i dopuszcza nieliniowości trygonometryczne mechanizmu zwrotniczego jako nieliniowe przełożenia pewnych dodatkowych kół.



Oznaczenia:

- $\psi$  - kąt obrotu kierownicy
  - $\delta$  - kąt obrotu koła przekładni od strony kierownicy
  - $\gamma$  - kąt obrotu kół przekładni od strony zwrotnic
  - $\lambda_1, \lambda_2$  - kąty obrotu elementów układu przenoszącego ruch na zwrotnice
  - $\varphi_1, \varphi_2$  - kąty obrotu zwrotnic kół jezdnych
  - $M_w$  - moment siły na kole kierownicy
  - $M_6$  - moment siły wspomagania sterowania przed przekładnią tj. od strony kierownicy
  - $M_7$  - moment siły wspomagania sterowania za przekładnią tj. od strony zwrotnic
  - $M_{w1}, M_{w2}$  - momenty sił zewnętrznych oddziałujących na zwrotnice (stabilizacyjne plus niewważenia)
  - $I_w$  - moment bezwładności kierownicy wraz z wałkiem
  - $I_3$  - moment bezwładności koła przekładni od strony kierownicy
  - $I_2$  - moment bezwładności koła przekładni od strony zwrotnic
  - $I_1$  - moment bezwładności koła przekładni od strony zwrotnic
  - $I_{21}, I_{22}$  - momenty bezwładności elementów przenoszącego ruch na zwrotnice
  - $I_{w1}, I_{w2}$  - momenty bezwładności zwrotnic z kołami
  - $K_{w6}$  - współczynnik sztywności wałka kierownicy
  - $K_{p6}$  - współczynnik sztywności zębów przekładni
  - $K_{n1}, K_{n2}$  - współczynniki sztywności wałków reprezentujących drążki
  - $K_{z1}, K_{z2}$  - współczynniki sztywności zębów zastępczych „przekładni” zwrotnic
  - $\mu_w$  - współczynnik tarcia materiałowego wałka kierownicy
  - $\mu_6$  - współczynnik tarcia w ułożyskowaniu koła przekładni od strony kierownicy (w tłumiku)
  - $\mu_{w1}, \mu_{w2}$  - współczynniki tarcia w ułożyskowaniu zwrotnic
  - $M_{T66}, M_{T67}$  - momenty sił tarcia suchego ułożyskowania koła przekładni od strony kierownicy (w tłumiku)
  - $M_{T21}, M_{T22}$  - momenty sił tarcia suchego ułożyskowania zwrotnic
  - $\zeta - p\gamma$  - parametr luzu (połowa luzu przekładni widzanego od strony kierownicy)
  - $p$  - przełożenie przekładni (definiowane dla stanu ustalonego tak, że  $\delta = p \cdot \gamma$ )
  - $n_1, n_2$  - przełożenia „przekładni” mechanizmu zwrotniczego ( dla stanów ustalonych  $\lambda_1 = n_1 \cdot \varphi_1, \lambda_2 = n_2 \cdot \varphi_2$  )
- W użytkowym modelu symulacyjnym  $I_1, I_2, I_3, I_{21}, I_{22} = 0, K_{n1}, K_{n2}, K_{z1}, K_{z2} \rightarrow \infty$ .

Rys. 9. Schemat zastępczy mechanizmu kierowniczego  
Fig. 9. Equivalent model of a steering mechanism



### Model matematyczny mechanizmu kierowniczego

$$I_\psi \ddot{\psi} + \mu_{\psi\delta}(\dot{\psi} - \dot{\delta}) + K_{\psi\delta}(\psi - \delta) = M_\psi$$

$$\dot{\delta} = \frac{1}{\mu_\delta + \mu_{\psi\delta}} \text{luz} \left( \mu_{\psi\delta} \dot{\psi} + K_{\psi\delta}(\psi - \delta) - \frac{K_{\gamma\lambda 1} + K_{\gamma\lambda 2}}{p^2} \text{luz} \left( \delta - p \frac{K_{\gamma\lambda 1} n_1 \Phi_1 + K_{\gamma\lambda 2} n_2 \Phi_2 + M_\gamma}{K_{\gamma\lambda 1} + K_{\gamma\lambda 2}}, (\delta - p\gamma)_0 \right) + M_{\delta}, M_{T0\delta} \right)$$

$$I_{\Phi 1} \ddot{\Phi}_1 = \begin{cases} M_{\Phi 1} - M_{TK\Phi 1}(\dot{\Phi}_1, \dots) + n_1 K_{\gamma\lambda 1} \left( \text{luz} \left( \frac{\delta}{p} - \frac{K_{\gamma\lambda 1} n_1 \Phi_1 + K_{\gamma\lambda 2} n_2 \Phi_2 + M_\gamma}{K_{\gamma\lambda 1} + K_{\gamma\lambda 2}}, \frac{(\delta - p\gamma)_0}{p} \right) + \frac{K_{\gamma\lambda 2}(n_2 \Phi_2 - n_1 \Phi_1) + M_\gamma}{K_{\gamma\lambda 1} + K_{\gamma\lambda 2}} \right) & \text{gdy } \dot{\Phi}_1 \neq 0 \\ \text{luz} \left( n_1 K_{\gamma\lambda 1} \left( \text{luz} \left( \frac{\delta}{p} - \frac{K_{\gamma\lambda 1} n_1 \Phi_1 + K_{\gamma\lambda 2} n_2 \Phi_2 + M_\gamma}{K_{\gamma\lambda 1} + K_{\gamma\lambda 2}}, \frac{(\delta - p\gamma)_0}{p} \right) + \frac{K_{\gamma\lambda 2}(n_2 \Phi_2 - n_1 \Phi_1) + M_\gamma}{K_{\gamma\lambda 1} + K_{\gamma\lambda 2}} \right) \right) + M_{\Phi 1}, M_{T0S\Phi 1} & \text{gdy } \dot{\Phi}_1 = 0 \end{cases}$$

$$I_{\Phi 2} \ddot{\Phi}_2 = \begin{cases} M_{\Phi 2} - M_{TK\Phi 2}(\dot{\Phi}_2, \dots) + n_2 K_{\gamma\lambda 2} \left( \text{luz} \left( \frac{\delta}{p} - \frac{K_{\gamma\lambda 1} n_1 \Phi_1 + K_{\gamma\lambda 2} n_2 \Phi_2 + M_\gamma}{K_{\gamma\lambda 1} + K_{\gamma\lambda 2}}, \frac{(\delta - p\gamma)_0}{p} \right) + \frac{K_{\gamma\lambda 1}(n_1 \Phi_1 - n_2 \Phi_2) + M_\gamma}{K_{\gamma\lambda 1} + K_{\gamma\lambda 2}} \right) & \text{gdy } \dot{\Phi}_2 \neq 0 \\ \text{luz} \left( n_2 K_{\gamma\lambda 2} \left( \text{luz} \left( \frac{\delta}{p} - \frac{K_{\gamma\lambda 1} n_1 \Phi_1 + K_{\gamma\lambda 2} n_2 \Phi_2 + M_\gamma}{K_{\gamma\lambda 1} + K_{\gamma\lambda 2}}, \frac{(\delta - p\gamma)_0}{p} \right) + \frac{K_{\gamma\lambda 1}(n_1 \Phi_1 - n_2 \Phi_2) + M_\gamma}{K_{\gamma\lambda 1} + K_{\gamma\lambda 2}} \right) \right) + M_{\Phi 2}, M_{T0S\Phi 2} & \text{gdy } \dot{\Phi}_2 = 0 \end{cases}$$

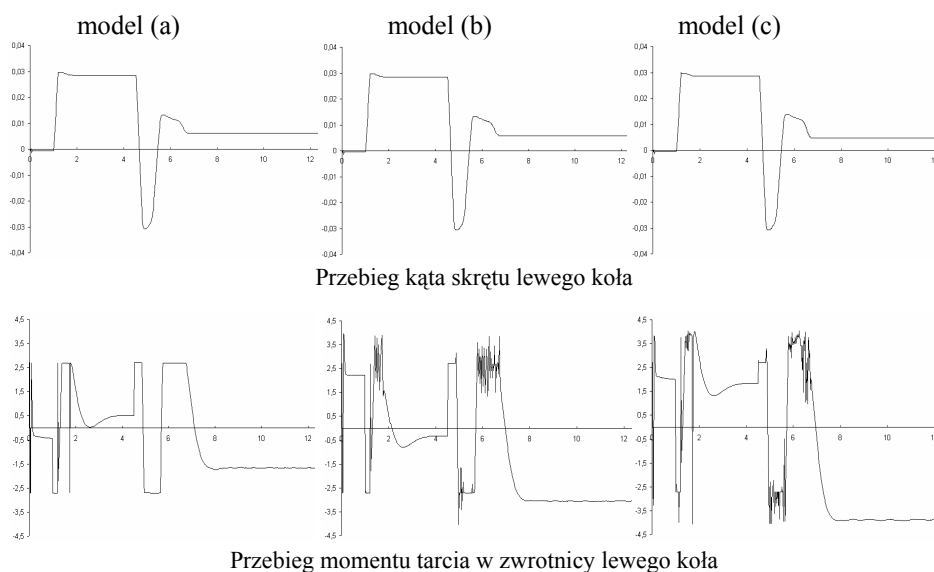
W przedstawionym tu modelu uwzględniono m.in. luz międzyzębny, tarcie w zwrotnicach (model „dowolny”), tarcie w tłumiku drgań (model Coulomba uproszczony). Nie występuje tu tarcie międzyzębne. Opracowany model matematyczny mechanizmu kierowniczego ma zmienną strukturę, co wynika z opisu zjawiska *stick-slip* w zwrotnicach.

Aby umożliwić badania porównawcze obejmujące układy bez wspomaganie i ze wspomaganie, układy 2WS i 4WS, sformułowano odpowiednie modele funkcjonalne serwo-mechanizmów z wykorzystaniem transmitancji (szczegóły w rozprawie [5]).

#### 4. Symulacyjne badania porównawcze

W celu zbadania wpływu postaci charakterystyk sił tarcia, a zwłaszcza wpływu różnicowania sił tarcia kinetycznego i statycznego oraz wpływu efektu Stribeck, wykonano serię badań symulacyjnych. W badaniach tych wykorzystano jako model pojazdu dość rozbudowany model Lozi. Dane liczbowe odpowiadają pojazdom małodrożowym. W badaniach symulowano standardowe testy drogowe stosowane w regulaminach ISO i ECE. Szczegółowy opis i wyniki symulacji dla różnych wariantów wymuszeń i uwarunkowań, m.in. z uwzględnieniem niezerowego luzu przekładni, niewyważenia koła, włączenia wspomaganie, przedstawione są w pracy [3]. Prezentowane tu wyniki (rys. 10) dotyczą kom-

binowanego testu drogowego: gwałtowne skrócenie kierownicy, jazda po łuku z „zablokowaną” kierownicą, puszczenie kierownicy. Dotyczą one układu kierowniczego bez wspomagania działającego w warunkach standardowych (bez luzu i niewyważenia). W modelu (b) z podwyższonym granicznym momentem tarcia statycznego przewyższenie wynosiło 50% wartości tarcia suchego kinetycznego. Podobna sytuacja dotyczyła modelu (c) z efektem Stribecka, gdzie też dodatkowy parametr „prędkości Stribeck” (tu prędkości kątowej skrętu koła) był przyjęty na poziomie 0,03 rd/s.



Rys. 10. Przykładowe wyniki badań porównawczych  
Fig. 10. Examples of comparative testing results

W wyniku przeprowadzonych badań symulacyjnych sformułowano następujące wnioski:

- Uwzględnienie modelu *stick-slip* w opisie tarcia w układzie kierowniczym umożliwia ocenę samopowracalności układu do jazdy na wprost. W każdym z rozpatrywanych wariantów modelu tarcia zaobserwowano znaczące zablokowanie kąta skrętu koła w stanie ustalonym po puszczeniu kierownicy.
- Zwiększenie granicznej wartości rozwijanego momentu tarcia statycznego czy też uwzględnienie efektu Stribecka w bardzo małym stopniu rzutuje na przebieg zmian kąta skrętu koła, mimo że wpływa istotnie na sam przebieg momentu tarcia.
- Wpływ postaci modelu na stan ustalony kąta skrętu kół jest również bardzo mały (wniosek zaskakujący, zważywszy na dość duże różnice wartości parametrów tarcia kinetycznego i statycznego).

## 5. Uwagi końcowe

Opracowano efektywne narzędzia badawcze (metodę, model, oprogramowanie symulacyjne) ułatwiające prowadzenie zaawansowanych badań teoretycznych i symulacyjnych

związanych z problematyką tarcia w układzie kierowniczym. Wykonane testy porównawcze pokazały, że dla symulacyjnych badań kierowności samochodu wystarczająco efektywnym modelem jest klasyczny model Coulomba w prostej formie (bez różnicowania wartości parametrów tarcia kinetycznego i statycznego). Opracowany model oraz jego wersje zredukowane mogą być stosowane w identyfikacji trudno mierzalnych parametrów trybologicznych w układzie kierowniczym.

*Przedstawiony materiał opracowano na podstawie badań wykonanych w ramach Projektu MNiSW nr 9T07B05928 oraz działalności statutowej PIMOT.*

#### Literatura

- [1] Karnopp D., *Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems*, Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 107, March 1985, 100-103.
- [2] Lozia Z., Więckowski D., Żardecki D., *Wpływ luzu i tarcia w układzie kierowniczym na kierowność samochodu*, Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, z. 8, 2008, 89-120.
- [3] Lozia Z., Żardecki D., *Friction and Stick-Slip Phenomena in Steering System Modeling and Simulation Studies*, SAE Paper 2007-01-1153, 2007.
- [4] Żardecki D., *Analiza wrażliwości strukturalnej modelu matematycznego układu kierowniczego z luzem i tarciem*, Teza Komisji Naukowo-Problemovej Motoryzacji PAN O. Kraków, Nr 21, 2000, 73-82.
- [5] Żardecki D., *Modelowanie luzu i tarcia oparte na odwzorowaniach luz(...) i tar(...)* – podstawy teoretyczne i zastosowanie w symulacji drgań nieliniowych w układach kierowniczych samochodów, rozprawa habilitacyjna, WAT, Warszawa 2007.