CZASOPISMO TECHNICZNE M
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

z. 2-M/2008
ISSN 0011-4561
ISSN 1897-6328

ВЕРА КАПРАНОВА, АНАТОЛИЙ ЗАЙЦЕВ*

МЕТОД НАХОЖДЕНИЯ ГРАНИЦЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В АКТИВНОЙ ЗОНЕ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ УСТАНОВКИ

FINDING OF THE BOUNDARY OF THE SOLID DISPERSED MEDIA MIXING ACTIVE ZONE IN THE CENTRIFUGAL SET-UP

Аннотация

Рассмотрен метод нахождения границы распределения твердых частиц после смешения в активной зоне в центробежной установке с криволинейными лезвиями в форме дуги. Выражение получено из математической модели перемешивания твердых дисперсных материалов. Функция определения концентрации частиц ключевого компонента в цилиндрических координатах – решение уравнения Фоккер – Планка для непрерывного процесса распределения.

Ключевые слова: *непрерывный процесс распределения, активная зона смешивания, удельная поверхность частиц*

Abstract

The method of finding of the equation of free boundary of the solid dispersed media mixing active zone in the centrifugal set-up with the curvilinear blades in the form of the circle arc is introduced. The expression is derived from the mathematical model of mixing of the solid dispersed media. Function of the specific particles concentration of the key component in cylindrical coordinates is the solution of Fokker – Plank equation of the continuous diffusion process.

Keywords: *continuous diffusion process, active zone of mixing, solid dispersed media*

* К. т. н. доцент Вера Капранова, д. т. н. прфессор Анатолий Зайцев,
Ярославский государственный технический университет.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

1. Введение

Центробежные аппараты с криволинейными рабочими органами в форме лопастей могут быть использованы для осуществления процесса смешения сыпучих сред, как зернистых, так и тонкодисперсных. Комплексный системно-структурный подход к проектированию соответствующего оборудования предполагает этап математического описания поведения дисперсных материалов при их смешивании в ячейке центробежного устройства. Считается, что в ходе непрерывной подачи разносортных дисперсных материалов в область между двумя последовательными лопастями происходит достаточно быстрое прижатие смешиваемых компонентов к одной из лопастей и их движение вдоль нее. Ячейку смесителя можно условно разделить на три зоны: отсутствия элементов сыпучей среды; активного смешивания дисперсных компонентов; преимущественного транспортирования готовой смеси и ее последующего уплотнения. При математическом моделировании процесса смешивания твердых дисперсных систем возникает дополнительная задача об определении уравнения свободной границы зоны активного смешения.

2. Геометрическое описание ячейки лопастного центробежного аппарата

Схема условных зон рабочего объема для лопастного центробежного аппарата $M_1 M_2 M_3 M_4$ с криволинейными лопастями в форме дуги окружности показана на рис. 1, где область $H_1 H_2 M_4 M_3$ соответствует зоне отсутствия элементов материалов I; $M_1 Q_1 Q_2 H_1$ – активного смешивания сыпучих ингредиентов II; $Q_1 M_2 H_2 Q_2$ – преимущественного транспортирования готовой смеси с ее последующим уплотнением III. Кривая $H_1 Q_2$ является свободной границей области II.

Угловая скорость вращения ω диска центробежного смесителя радиусом R_0 представляет собой основной режимный параметр устройства. Число лопаток, закрепленных на цилиндрической поверхности r_0, в форме дуги окружности радиусом ρ, равно N. В полярной системе координат уравнение лопасти $M_1 M_2$, к которой происходит прижатие материала, имеет вид

$$r_s(\theta) = r_{01} \cdot \cos\left(\theta - \theta_{01}\right) + \sqrt{\rho^2 - r_{01}^2 \cdot \sin^2\left(\theta - \theta_{01}\right)}, \quad \theta_{M2} \le \theta \le \theta_{M1} \tag{1}$$

где r_{01} и θ_{01} – радиальная и угловая координаты центра окружности лопасти, а угловые координаты для точек пересечения границ ячейки вычисляются как

$$\theta_{M1} = \theta_{01} + \theta_{M3}, \quad \theta_{M2} = \theta_{01} + \theta_{M4}, \quad \theta_{01} = 2 \cdot \pi / N \tag{2}$$

$$\theta_{M3} = \arccos\left[\left(r_0^2 + r_{01}^2 - \rho^2\right) / \left(2 \cdot r_{01} r_0\right)\right], \ \theta_{M4} = \arccos\left[\left(R_0^2 + r_{01}^2 - \rho^2\right) / \left(2 \cdot r_{01} \cdot R_0\right)\right] \tag{3}$$

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

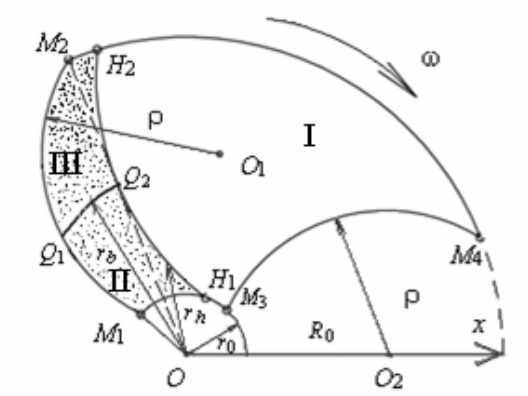

Рис. 1. Схема условных зон рабочего объема для лопастного центробежного аппарата

Fig. 1. The plan of the conditional zones of the work volume of the blade centrifugal set-up

3. Метод определения уравнения свободной границы для зоны активного смешения

Решение осредненного по вертикальной координате z уравнения Фоккера – Планка для непрерывного диффузионного процесса в приближении об изотропности по угловой координате θ

$$\partial c(r,t)/\partial t = (D/r)\partial\left[r\partial c(r,t)/\partial r\right]/\partial r \tag{4}$$

при введении дополнительных параметров $t = \theta + \omega t^{/}$, $D = D^{/}/(2\omega)$, где $t^{/}$ – время, $D^{/}$ – коэффициент макродиффузии, относительно удельной концентрации ключевого компонента, как отношения его концентрации к ее начальному значению, при начальном условии $c(r_0, 0) = 1$ и однородном краевом – типа Дирихле $c(r_b, t) = 0$ позволяет определить уравнение условной границы раздела $r_b = r_b(\theta, t)$ для зон активного смешения компонентов II и преимущественного транспортирования смеси III.

При использовании однородного условия Неймана $\left[\partial c(r,t)/\partial r\right]\Big|_{r=rs} = 0$ на кривой лопасти $r_s = r_s(\theta,t)$, которое характеризует отсутствие дисперсного потока ключевого компонента на стенке лопатки смесителя, и введении следующего обозначения $R(t) = \sqrt{2Dt}$ уравнение для кривой Q_1Q_2 (рис. 1) представляет собой выражение

$$r_b(\theta,t) = \frac{r_0\left[\operatorname{erf}\frac{r_s(\theta)}{2\cdot R(t)} - 1\right]\exp\left[-\left(\frac{r_0}{2\cdot R(t)}\right)^2\right] - r_s(\theta)\left[\operatorname{erf}\frac{r_0}{2\cdot R(t)} - 1\right]\exp\left[-\left(\frac{r_s(\theta)}{2\cdot R(t)}\right)^2\right]}{\operatorname{erf}\frac{r_s(\theta)}{2\cdot R(t)} - \operatorname{erf}\frac{r_0}{2\cdot R(t)}} \tag{5}$$

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Учитывая, что точками пересечения свободной границы зоны активного смешения $r_h = r_h(\theta, t)$ (рис. 1) с цилиндрической поверхностью радиуса r_0 и с условной границей раздела зон II и III $r_b = r_b(\theta, t)$ являются соответственно точки H_1 и Q_1, предполагается следующий вид функции $r_h = r_h(\theta, t)$

$$r_h(\theta,t) = r_0\left[r_u(\theta_{Q2},t)/r_0\right]^{[\theta-\theta_{M1}(t)]/[\theta_{Q2}-\theta_{M1}(t)]}, \quad \theta_{M2} \le \theta \le \theta_{M1} \tag{6}$$

Угловая координата точки Q_1, как пересечения границы $r_b = r_b(\theta, t)$ с кривой лопасти $r_s = r_s(\theta, t)$ в форме дуги окружности, задаваемой выражением (1), согласно опытным данным близка к значению $\theta_{Q1} = (\theta_{M1} + \theta_{M2})/2$. Кроме того, считается, что сравнимы значения радиальных координат средних точек $\overline{M_1}$ и $\overline{H_1}$ на кривых лопасти M_1Q_1 и свободной границе зоны активного смешения H_1Q_2, тогда $r_{\overline{H1}}(t) \approx r_{\overline{M1}}(t) = \left[r_{Q1}(t) + r_{M1}\right]/2$, где радиальная координата точки Q_1 согласно (8), (10) в линеаризованном приближении имеет вид

$$r_{Q1}(t) = (\pi)^{-1/8}\sqrt{\left\{r_0R^3(t)\exp\left[-r_0^2/4R^2(t)\right]\right\}/\left\{2\mathrm{erf}\left[r_0/(2R(t))\right]\right\}} \tag{7}$$

Принимая во внимание следующие допущения $\theta_{\overline{H1}}(t) = \left[2\theta_{H1}(t) + \theta_{Q2}\right]/4$, $\theta_{Q2} \approx \theta_{M2}$, подстановкой в формулу (6) выражение (7) можно получить зависимость для угловой координаты точки H_1 (рис. 1)

$$\theta_{H1} = \frac{\theta_{Q2}}{2}\frac{4\ln\left\{\left[r_{Q1}(t)+r_{M1}\right]/2\right\} - \ln\left(r_b(\theta_{Q2},t)/r_0\right)}{2\ln\left\{\left[r_{Q1}(t)+r_{M1}\right]/2\right\} - \ln\left(r_b(\theta_{Q2},t)/r_0\right)} \tag{8}$$

Тогда с учетом (8) и принятых приближений из уравнения (6) следует выражение для кривой свободной границы зоны активного смешения

$$\theta_h(r,t) = \theta_{H1}(t) + \left[\theta_{Q2} - \theta_{H1}(t)\right]\frac{\ln(r/r_0)}{\ln\left(r_b(\theta_{Q2},t)/r_0\right)} \tag{9}$$

при изменении угловой координаты в пределах $\theta_{Q2} \le \theta \le \theta_{H1}$.

4. Анализ полученных результатов для свободной границы зоны активного смешения

На рис. 2 представлена зависимость $r_h = r_h(\theta, t)$ при смешении двух компонентов, являющихся порошкообразными материалами, каолина ГОСТ 21235 – 75 и техни-

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

ческого углерода П803 ГОСТ 7885-86 в центробежном аппарате с криволинейными лопатками в форме окружности при значениях геометрических параметров ячейки: $R_0 = 0{,}270$ м, $r_0 = 0{,}070$ м, $r_{01} = 0{,}150$ м, $\rho = 0{,}130$ м, $N = 6$; и динамического параметра, связанного с коэффициентом макродиффузии, $D = 1{,}072348 \cdot 10^5$ м^2. Анализ зависимости $r_h = r_h(\theta, t)$ показывает, что с течением времени происходит постепенное возрастание как радиальной, так и угловой координат точек, принадлежащих свободной границе зоны активного смешения, что согласуется с характером движения смешиваемых сыпучих компонентов в рабочем объеме смесителя. Полученные результаты могут быть использованы для дальнейшего математического моделирования процесса смешения твердофазных дисперсных сред в центробежном лопастном аппарате.

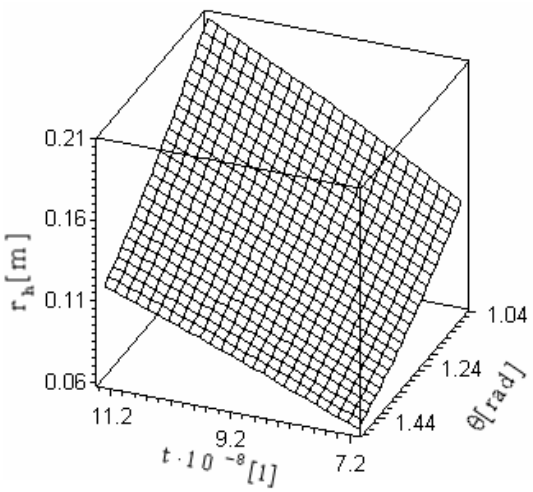

Рис. 2. Зависимость $r_h = r_h(\theta, t)$при смешении порошков в центробежном аппарате с криволинейными лопатками в форме дуги окружности

Fig. 2. The correlation $r_h = r_h(\theta, t)$ while mixing of the powders in centrifugal set-up with the curvilinear blades in the form of the circle arc

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Символи

c	–	характерная концентрация частиц	
D	–	парамет	[m^2]
$D^{/}$	–	коэффициент макродиффузии	[m^2/s]
r	–	параметр функции	[m]
r_0	–	радиус цилиндрической поверхности	[m]
r_{01}	–	радиальная координата центра окружности лопасти	[m]
$R(t)$	–	радиальная цилиндрическая координата	[m]
R_0	–	радиус диска	[m]
t	–	парамет	
$t^{/}$	–	время	[s]
θ	–	угловая координата	[rad]
ρ	–	луч круга лопатки	[m]
ω	–	угловая скорость	[rad/c]

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ