CZASOPISMO TECHNICZNE M
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

z. 2-M/2008
ISSN 0011-4561
ISSN 1897-6328

JAN TALAGA*

CZASOWE I PRZESTRZENNE SKALE TURBULENCJI W MIESZALNIKU WIELOSTOPNIOWYM

TIME AND LENGTH SCALES OF TURBULENCE IN A MIXING VESSEL WITH MULTIPLE IMPELLERS

Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalnych, których celem było określenie czasowych i przestrzennych mikroskal i makroskal turbulencji cieczy w mieszalniku wielostopniowym z dwoma mieszadłami usytuowanymi na wspólnym wale. Wielkości te wyznaczano w oparciu o funkcję autokorelacji prędkości fluktuacyjnych, uzyskaną na podstawie wyników pomiarów chwilowych prędkości przepływu cieczy w mieszalniku. Wyznaczone wielkości skal turbulencji porównano dla sześciu różnych kombinacji dwóch mieszadeł na wale oraz dla różnych odległości między mieszadłami.

Słowa kluczowe: mieszanie, turbulencja, skala czasowa, skala przestrzenna

Abstract

In the paper the results of investigations of time and length turbulence macro and micro scales for mixing vessel with multiple impellers are presented. These quantities were determined on the ground of the autocorrelation function of rms velocities, calculated on the basis of instantaneous velocities of flow in the mixing vessel. The values of turbulence scales obtained were compared for six different configurations of dual-impeller systems and different distances between impellers.

Keywords: mixing, turbulence, time scale, length scale

* Dr inż. Jan Talaga,
Politechnika Krakowska.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

1. Wstęp

Mieszalniki z wielostopniowym układem mieszadeł, tj. wyposażone w więcej niż jedno mieszadło na wspólnym wale, stosowane są w różnych gałęziach przemysłu, np. chemicznego, farmaceutycznego, spożywczego itp. Wysokość napełnienia cieczą H jest w tym przypadku większa od średnicy zbiornika ($H > D$), a zadaniem wielostopniowego układu mieszadeł jest wytworzenie odpowiednio intensywnej cyrkulacji oraz turbulencji przepływu cieczy w całej objętości smukłego aparatu, a w konsekwencji intensyfikację procesów wymiany masy lub ciepła, przebiegających w mieszaninie.

Efekty procesów technologicznych realizowanych w mieszalniku z wielostopniowym układem mieszadeł zdeterminowane są warunkami hydrodynamicznymi wytworzonymi w aparacie, a w szczególności własnościami burzliwego przepływu cieczy generowanego przez mieszadła. W przypadku analizy specyficznych cech i mechanizmów powstającej turbulencji, jak również przy opisie jej charakterystycznych wielkości fizycznych, istotną rolę odgrywają między innymi czasowe i przestrzenne skale burzliwości [1].

Skale czasowe opisują czas trwania zmian zachodzących w strukturze turbulencji, przy czym rozróżnić można mikroskalę i makroskalę czasową. Mikroskala czasowa charakteryzuje najszybsze, a więc najkrócej trwające zmiany zachodzące w strukturze turbulencji, za które odpowiedzialne są najmniejsze wiry występujące w przepływie. Makroskala czasowa charakteryzuje natomiast przeciętny czas trwania najpowolniejszych zmian w przepływie turbulentnym, za które odpowiedzialne są wiry o największych skalach.

Skale długości, zwane inaczej przestrzennymi skalami turbulencji, opisują z kolei przeciętne rozmiary pewnych grup struktur wirowych uczestniczących w przepływie turbulentnym, przy czym rozróżnia się mikroskalę i makroskalę turbulencji. Przestrzenna mikroskala turbulencji określa przeciętny rozmiar najmniejszych wirów uczestniczących w turbulentnym ruchu płynu. Z kolei makroskala turbulencji lub inaczej całkowa skala długości określa rozmiar największych wirów, odpowiadających charakterystycznym wymiarom ruchu średniego. Makroskala turbulencji może być interpretowana również jako największa, charakterystyczna dla danego przepływu odległość, na której istnieje jeszcze znacząca, statystyczna zależność między fluktuacjami prędkości w dwóch różnych punktach wypełnionej płynem przestrzeni.

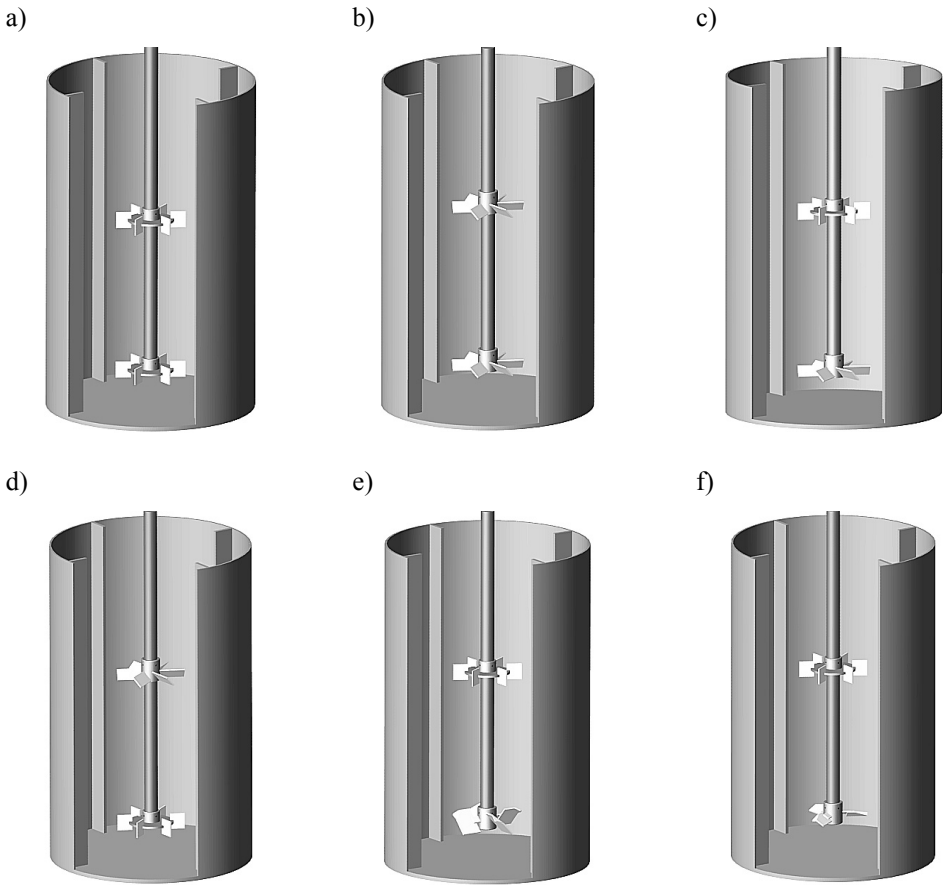
2. Przedmiot i zakres pracy

Przedmiotem prezentowanej pracy są wyniki badań doświadczalnych, których celem było wyznaczenie czasowych i przestrzennych skal turbulencji – w tym zarówno mikro, jak i makroskal – w mieszalniku wyposażonym w dwa mieszadła na jednym wale. Wymienione skale turbulencji wyznaczano w zależności od:

– rodzaju współpracujących ze sobą mieszadeł mechanicznych – w sumie przebadano sześć różnych kombinacji dwustopniowego układu mieszadeł,
– odległości pomiędzy mieszadłami Δh zmienianej w granicach $0{,}5d \div 2d$, gdzie d jest średnicą mieszadła.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Na rys. 1 przedstawiono wizualizacje mieszalników, obrazujące badane konfiguracje dwóch mieszadeł na wale. Zastosowane w badaniach mieszadła turbinowe tarczowe (RT) oraz turbinowe z łopatkami pochylonymi (PBT) należą do grupy klasycznych i powszechnie stosowanych w praktyce konstrukcji mieszadeł, natomiast mieszadła hydrofoilowe typu A315 oraz HE-3 [2] są stosunkowo nowymi konstrukcjami mieszadeł osiowych, których działanie w układzie wielostopniowym jest do tej pory mało znane i wymaga eksperymentalnej weryfikacji.



Rys. 1. Wizualizacja badanych konfiguracji dwóch mieszadeł na wspólnym wale:
a) układ RT – RT; b) układ PBT – PBT; c) układ PBT – RT;
d) układ RT – PBT; e) układ A315 – RT; f) układ HE-3 – RT

Fig. 1. Visualization of investigated dual-impeller systems:
a) RT – RT system; b) PBT – PBT system; c) PBT – RT system;
d) RT – PBT system; e) A315 – RT system; f) HE-3 – RT system

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Zastosowane w badaniach wymienione typy mieszadeł zapewniały uzyskanie różnych rodzajów cyrkulacji cieczy w mieszalniku, będącej wynikiem superpozycji strumieni przepływów generowanych przez poszczególne mieszadła [3]. Przedstawiony na rys. 1a układ mieszadeł charakteryzował się przewagą cyrkulacji promieniowej, układ na rys. 1b przewagą cyrkulacji osiowej, natomiast układy mieszadeł przedstawione na rys. 1c÷1f cyrkulacją mieszaną, tj. jedno z mieszadeł wytwarzało przepływ promieniowy, a drugie przepływ osiowy, przy czym każde z nich mogło pracować jako mieszadło górne lub mieszadło dolne.

3. Warunki prowadzenia badań

Całość badań doświadczalnych przeprowadzono w mieszalniku z dnem płaskim o średnicy wewnętrznej D = 296 mm i wyposażonym w cztery przegrody o standardowej szerokości równej $1/10 \cdot D$. Średnica mieszadeł d wynosiła $1/3 \cdot D$, przy czym odległość dolnego mieszadła od dna zbiornika była równa $0{,}5 \cdot d$. Mieszaną cieczą był sulfotlenek dwumetylu o gęstości $\rho = 1100$ kg/m^3 i lepkości $\eta = 2{,}3$ mPas. Badania prowadzono w warunkach w pełni rozwiniętego przepływu burzliwego, $Re = 2{,}9 \cdot 10^4$.

Pomiarów chwilowych prędkości przepływu cieczy w mieszalniku – stanowiących podstawę do wyznaczenia składowych fluktuacyjnych prędkości, a następnie skal turbulencji – dokonano za pomocą dwukanałowego dopplerowskiego anemometru laserowego. Punkty pomiarowe usytuowane były w płaszczyźnie środkowej leżącej pomiędzy dwoma sąsiednimi przegrodami na różnych wysokościach Z w mieszalniku i w różnych odległościach r od osi aparatu określonych bezwymiarową odległością $r^* = 2r/D$.

4. Wyznaczanie skal turbulencji

Wielkość czasowych skal Eulera: mikroskali τ_E oraz makroskali turbulencji T_E, określano na podstawie wyznaczonej doświadczalnie znormalizowanej funkcji czasowej autokorelacji prędkości (współczynnika autokorelacji)

$$R_{ii}(\tau) = \frac{\overline{u'_i(t)\,u'_i(t+\tau)}}{(u'_i)^2} \tag{1}$$

którą utworzono w oparciu o wyniki pomiarów chwilowych prędkości cieczy w mieszalniku i wyznaczonych na ich podstawie składowych fluktuacyjnych prędkości u'.
Mikroskala czasowa Eulera τ_E jest związana ze współczynnikiem autokorelacji $R_{ii}(\tau)$ za pomocą znanej relacji [4]

$$\tau_E = \sqrt{2} \cdot \left[-\left(\frac{\partial^2 R_{ii}(\tau)}{\partial \tau^2} \right)_{\tau=0} \right]^{-0,5} \tag{2}$$

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

z której wynika wynika, że wyznaczenie mikroskali czasowej wymaga określenia wartości drugiej pochodnej ze znormalizowanej funkcji autokorelacji w punkcie $\tau = 0$.

Duża niejednoznaczność w określaniu kształtu znormalizowanej funkcji autokorelacji $R_{ii}(\tau)$ w obszarze małych wartości dystansu korelacyjnego τ i wynikający stąd brak jednoznacznej i uznanej metody obliczania wartości wyrażenia $[\partial^2 R_{ii}(\tau)/\partial\tau^2]_{\tau=0}$ [5] jest przyczyną znacznych trudności w wykorzystaniu definicyjnej zależności (2) do wyznaczenia mikroskali turbulencji. Dlatego też, w pracy zastosowano własną, nowoopracowaną metodę określania wartości drugiej pochodnej w punkcie $\tau = \tau_0 = 0$ z wyznaczonej doświadczalnie funkcji autokorelacji prędkości, polegającą na minimalizacji funkcjonału Φ

$$\Phi\ [\tau_0, R(\tau_0)] = \sum_{i=1}^{N} \left[R(\tau_0) - R^*(\tau_i)\right]^2 \cdot \phi(\tau_i - \tau_0) \tag{3}$$

Tak zdefiniowany funkcjonał (3) jest miarą odchyłek wartości nieznanej funkcji autokorelacji (funkcji aproksymującej) w wybranym punkcie τ_0 od wartości doświadczalnych $R^*(\tau_i)$ z uwzględnieniem wagi – w postaci funkcji wagowej „φ" – wpływu odległości poszczególnych punktów pomiarowych τ_i od wybranego punktu τ_0. Poszukiwana wartość drugiej pochodnej funkcji autokorelacji zawarta jest w rozwinięciu tej funkcji w szereg Taylora. Szczegóły metody opisano we wcześniejszej pracy [6].

Wielkość czasowej makroskali turbulencji $T_{E,i}$ dla poszczególnych kierunków przepływu $i = r, z, t$ (odpowiednio promieniowym, osiowym i stycznym) wyznaczano poprzez całkowanie funkcji autokorelacji zgodnie z zależnością

$$T_{E,i} = \int_0^\infty R_{ii}(\tau)d\tau \tag{4}$$

Tak określona makroskala turbulencji jest miarą długotrwałości więzi statystycznej, istniejącej między pulsacjami prędkości u'_i. Jej sens fizyczny to czas najdłużej trwających zmian w strukturze turbulencji.

Dla wyznaczenia przestrzennych skal turbulencji konieczna jest znajomość przestrzennych (dwupunktowych) korelacji prędkości. Doświadczalne wyznaczenie funkcji autokorelacji przestrzennej jest na obecnym etapie rozwoju technik pomiarowych trudnym zagadnieniem [7, 8], wymaga bowiem równoczesnego pomiaru prędkości w dwóch punktach położonych w odległości równej dystansowi korelacyjnemu r, a co za tym idzie użycia dwóch czujników pomiarowych.

Korelacje przestrzenne można jednak – przy pewnych założeniach upraszczających – określić na podstawie wyznaczonych korelacji czasowych. Zgodnie bowiem z hipotezą Taylora o „zamrożonym" charakterze struktur wirowych można przyjąć [1], że dla małych dystansów korelacyjnych słuszna jest zależność $R_{ii}(r) = R_{ii}(\tau)$, która pozwala na wyrażenie wzdłużnych mikro- (λ) i makroskali (Λ) turbulencji dla poszczególnych kierunków przepływu i za pomocą mikro- i makroskal czasowych oraz prędkości konwekcyjnych przepływu U_c [9] w postaci następujących zależności

$$\lambda_i = \tau_{E,i} \cdot U_{c,i} \tag{5}$$

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

$$\Lambda_i = T_{E,i} \cdot U_{c,i} \tag{6}$$

Prędkość konwekcyjną obliczano z uwzględnieniem tzw. pełnej poprawki zgodnie z procedurą zaproponowaną we wcześniejszej pracy [10].

Wyznaczone w trakcie badań wartości czasowych i przestrzennych skal turbulencji stanowią liczbową miarę czasu trwania najszybszych i najwolniejszych zmian zachodzących w strukturze turbulencji (mikro i makroskale czasowe) oraz miarę wielkości powstających najmniejszych i największych struktur wirowych (mikro i makroskale przestrzenne).

5. Omówienie wyników badań

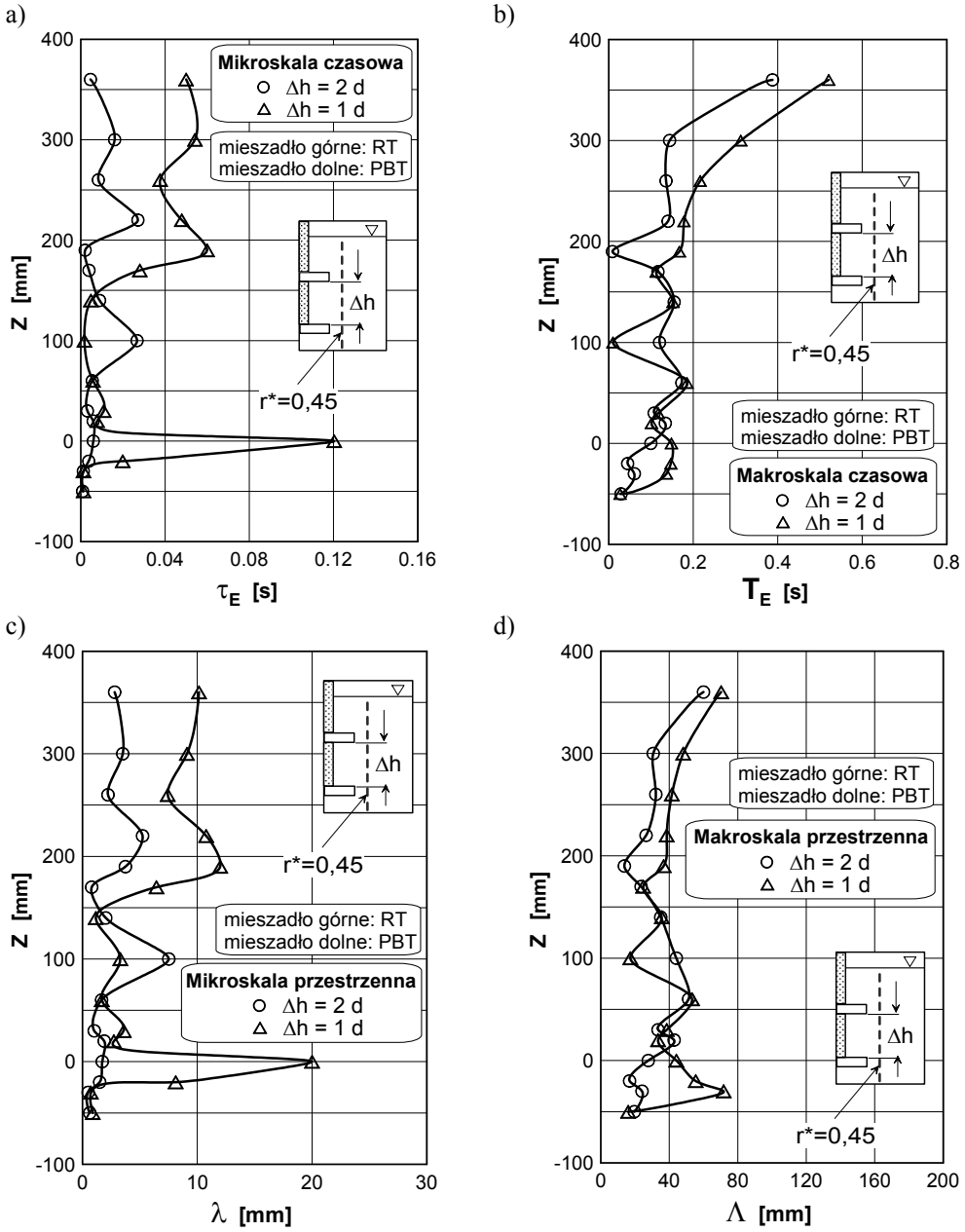
Przedstawione na rys. 2 przykładowe wyniki badań ilustrują zmiany czasowych i przestrzennych skal turbulencji w układzie mieszadeł: dolne PBT, górne RT dla dwóch różnych odległości między mieszadłami Δh = 1d i 2d. Na podstawie przedstawionych wyników można stwierdzić, że najszybsze zmiany czasowe w strukturze turbulencji zarówno w skali mikro, jak i makro, zachodzą w przypadku dużej odległości między mieszadłami, tj. dla $\Delta h = 2d$. Podobny wpływ odległości Δh obserwuje się również dla skal przestrzennych – im większy rozstaw mieszadeł, tym bardziej drobnoskalowa struktura turbulencji.

Na podstawie otrzymanych wyników stwierdzono, że przestawienie mieszadeł, tj. zamiana układu PBT-RT na RT-PBT, powoduje istotne zmiany w strukturze turbulencji, co zilustrowano na rys. 3. W układzie mieszadeł RT-PBT, tj. gdy dolne mieszadło jest o działaniu promieniowym, a górne o osiowym, zmiany w strukturze turbulencji zachodzą w dłuższym czasie, a generowane struktury wirowe mają większe rozmiary.

W górnej części zbiornika wiry drobnoskalowe mają maksymalnie czterokrotnie większe rozmiary, a gruboskalowe nawet sześciokrotnie, w porównaniu z układem, gdy te same mieszadła usytuowane są na wale w odwrotnej kolejności, tj. w układzie PBT-RT. Tak więc z punktu widzenia struktury turbulencji, korzystniejszym układem jest, gdy dolne mieszadło tłoczy ciecz w kierunku osiowym, a górne w kierunku promieniowym.

Na wykresach zamieszczonych na rys. 4a i 4b przedstawiono porównanie czasowych skal turbulencji (skale Eulera) dla wszystkich badanych układów mieszadeł, natomiast na rys. 4c i 4d porównanie skal przestrzennych (skale Taylora). Porównania tego dokonano dla przypadku, gdy odległość między mieszadłami wynosiła $\Delta h = 2d$, co w świetle wcześniejszych badań cyrkulacji cieczy w mieszalniku odpowiada zanikowi interakcji między mieszadłami [11].

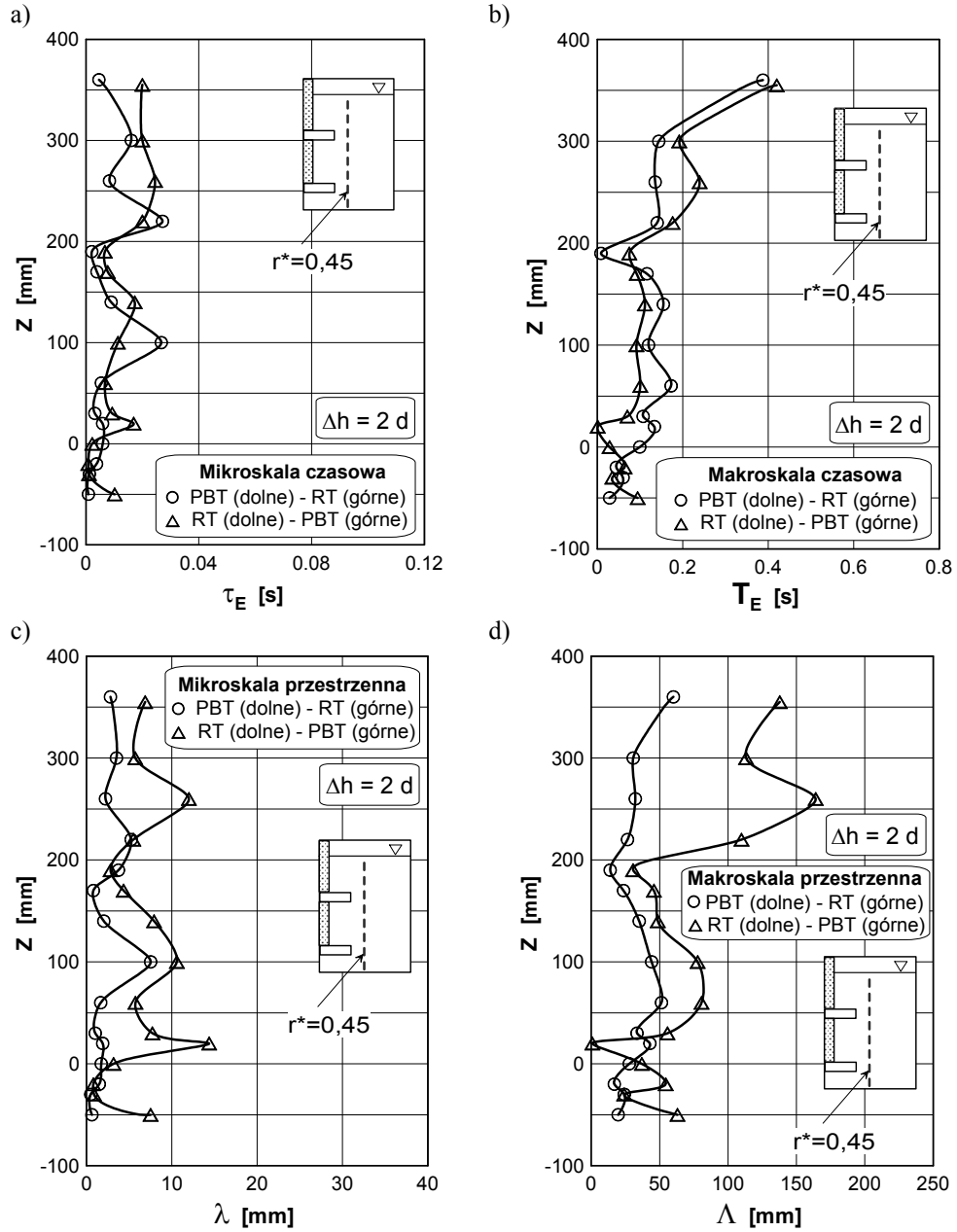
BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ



Rys. 2. Porównanie skal turbulencji wzdłuż wysokości cieczy w mieszalniku dla różnych odległości Δh między mieszadłami: a), b) skale czasowe; c), d) skale przestrzenne

Fig. 2. Comparison the turbulence scales along the mixing vessel height for various distance between impellers Δh a), b) time scales; c), d) length scales

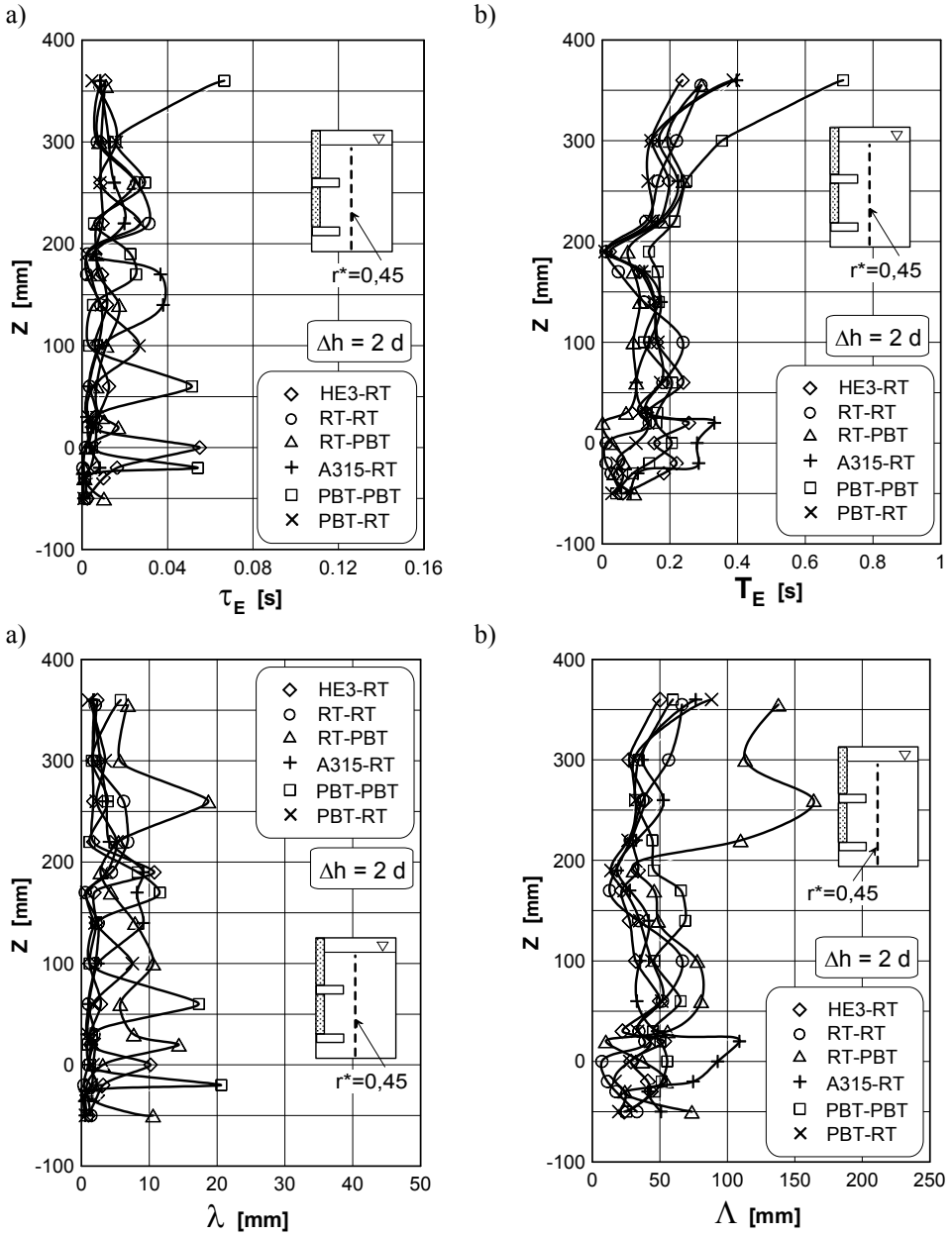
BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ



Rys. 3. Porównanie skal turbulencji wzdłuż wysokości cieczy w mieszalniku dla układów mieszadeł PBT-RT oraz RT-PBT: a), b) skale czasowe; c), d) skale przestrzenne

Fig. 3. Comparison the turbulence scales along the mixing vessel height for PBT-RT and RT-PBT impeller systems a), b) time scales; c), d) length scales

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ



Rys. 4. Porównanie skal turbulencji wzdłuż wysokości *Z* cieczy w mieszalniku dla badanych układów mieszadeł: a), b) skale czasowe; c, d) skale przestrzenne

Fig. 4. Comparison the turbulence scales along the mixing vessel height *Z* for investigated impeller systems a), b) time scales; c), d) length scales

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

6. Podsumowanie

Z przedstawionych wyników badań wynika, że dla większości badanych układów mieszadeł czas trwania najszybszych zmian w strukturze turbulencji nie przekracza 0,04 s (rys. 4a), z wyjątkiem dwóch układów: PBT – PBT oraz HE3 – PBT. W przypadku dwóch mieszadeł o działaniu osiowym wartość mikroskali czasowej w górnej części zbiornika dochodzi do 0,07 s. Z kolei czas trwania najwolniejszych zmian jest około 10 razy dłuższy (rys. 4b), przy czym dla dwóch mieszadeł osiowych wielkość makroskali czasowej w górnej części aparatu jest – podobnie jak w przypadku mikroskali – dużo większa i wynosi około 0,7 s.

Analizując wyniki skal przestrzennych, obrazujących wielkość generowanych wirów turbulentnych (rys. 4c), można stwierdzić, że rozmiary najmniejszych wirów są rzędu 0,1–10 mm z wyjątkiem układów mieszadeł PBT – PBT oraz RT – PBT, dla których mikrowiry osiągają w niektórych obszarach w mieszalniku wymiary prawie dwukrotnie większe, tj. około 20 mm. Interesujące wnioski – zdaniem autora – wynikają z porównania wielkości makroskal (rys. 4d). Średnia wartość makroskali przestrzennej dla badanych kombinacji mieszadeł – z wyjątkiem układu RT–PBT – jest rzędu 45–50 mm, co odpowiada w przybliżeniu połowie średnicy mieszadeł. Ten stwierdzony doświadczalnie fakt może stanowić przyczynek do dyskusji, jaką wartość należy przyjmować jako makroskalę turbulencji w mieszalniku. W literaturze najczęściej zalecane jest przyjmowanie do obliczeń wielkości makroskali równej średnicy mieszadła, choć na przykład inni autorzy [9] sugerują mniejsze wartości makroskali rzędu $d/2$ a nawet $d/10$. Uzyskane własne wyniki badań stanowią w pewnym stopniu potwierdzenie słuszności tych propozycji. Z drugiej jednak strony wyniki obliczeń makroskali dla układu mieszadeł RT–PBT wskazują na dużo większe wartości makroskali do około 150 mm, jednakże uwagę zwraca fakt, że stwierdzono je tylko w górnej części zbiornika, natomiast poniżej górnego mieszadła za średnią wartość makroskali można już uznać wartość około 50 mm, a więc w przybliżeniu wielkość rzędu $d/2$.

Literatura

[1] Elsner J. W.: *Turbulencja przepływów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1987.
[2] Kamieński J.: *Mieszanie układów wielofazowych*, WNT, Warszawa 2004.
[3] Kamieński J., Talaga J., Duda A.: Inż. Aparat. Chem., nr 6s, 2006, 236.
[4] Gryboś R.: *Podstawy mechaniki płynów. Część 2*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998.
[5] Wu H., Patterson G. K.: Chem. Eng. Sci. **44**, 1989, 2207.
[6] Talaga J.: Inż. Aparat. Chem., nr 5s, 2005, 66.
[7] Ducci A., Yianneskis M. : AICHE Journal, **51**, 2005, 2133.
[8] Belmabrouk H.: Exper. Therm. Fluid Sci., **22**, 2000, 45.
[9] Kresta S. M., Wood P. E.: Chem. Eng. Sci., **48**, 1993, 1761.
[10] Talaga J., Duda A.: Inż. Aparat. Chem., nr 3s, 2004, 152.
[11] Kamieński J., Talaga J., Wójtowicz R., Duda A.: Chem. and Proc. Eng., **28**, 2007.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ