

ANDRZEJ LASZUK, ALEKSANDER PABIŚ,  
JOANNA SZOJA, WOJCIECH WRÓBLEWSKI\*

## PRĘDKOŚĆ KRYTYCZNA W PRZYPADKU FLUIDYZACJI MATERIAŁÓW PYLISTYCH DODATKOWO MIESZANYCH MECHANICZNIE

### CRITICAL VELOCITY IN FLUIDIZATION PROCESS COMBINED WITH MECHANICAL STIRRING OF POWDER MATERIALS

#### Streszczenie

W artykule przedstawiono wyniki badań fluidyzacji niskich warstw materiałów proszkowych z grupy C wg klasyfikacji Geldarta z dodatkowym wykorzystaniem mieszania mechanicznego. Dokonano obliczeń porównawczych prędkości krytycznej dla jednego z badanych materiałów ziarnistych, stosując 35 równań kryterialnych dostępnych w literaturze. Zaproponowano własne równanie kryterialne pozwalające wyznaczać prędkość krytyczną dla złożów fluidalnych materiałów pylistych dodatkowo mieszanych mechanicznie.

*Słowa kluczowe: fluidyzacja, materiały proszkowe*

#### Abstract

The results of research on fluidization combined with mechanical stirring (group C of Geldart classification) have been presented. On the base of 35 correlation equations some comparative calculations of critical velocity for a selected powder material have been done. An own correlation for determination of critical velocity for powder materials in fluidization process combined with mechanical stirring has been proposed.

*Keywords: fluidization, powder materials*

---

\* Dr hab. inż. Andrzej Laszuk, prof. PK, dr inż. Aleksander Pabiś, Joanna Szoja (dyplomantka), Wojciech Wróblewski (dyplomant), Instytut Inżynierii Chemicznej i Procesowej, Wydział Inżynierii i Technologii Chemicznej, Politechnika Krakowska.

### Oznaczenia

$d_m$	– średnica mieszadła [m]
$d_s$	– średni wymiar cząstek ciała stałego [m] lub [ $\mu\text{m}$ ]
$D_k$	– średnica kolumny [m]
$H_0$	– wysokość nieruchomej warstwy wypełnienia [cm] lub [mm]
$n$	– częstość obrotów [1/min]
$\Delta p$	– spadek ciśnienia na warstwie wypełnienia [Pa]
$u$	– prędkość powietrza liczona na przekrój pustego aparatu [m/s]
$u_{kr}$	– prędkość krytyczna powietrza (prędkość minimum fluidyzacji) [m/s]
$\rho_s$	– gęstość materiału ziarnistego [ $\text{kg/m}^3$ ]
$\rho_u$	– gęstość usypowa [ $\text{kg/m}^3$ ]
$\rho_g$	– gęstość gazu [ $\text{kg/m}^3$ ]
$\eta_g$	– współczynnik lepkości dynamicznej gazu [kg/ms]
$\varepsilon_0$	– porowatość warstwy luźno usypanej

### 1. Wstęp

Zainteresowanie materiałami pylistymi o rozmiarach w skali mikro, a nawet nano stale wzrasta, m.in. dzięki ich olbrzymiej powierzchni w odniesieniu do jednostki masy. Te pyliste materiały stosowane są w przemysłach: kosmetycznym, spożywczym, tworzyw sztucznych, w produkcji biomateriałów, w katalizie itd.

Analizowane materiały zaliczane są do kategorii C wg klasyfikacji Geldarta [1]. Próby fluidyzacji takich materiałów, bez dodatkowych szczególnych bodźców, są skazane na niepowodzenie. Silne pulsacje złoża, kanałowanie, wywiewanie, powstawanie stref złoża nieruchomego oraz przywieranie cząstek ciała stałego do ścian aparatu i elementów w nim zanurzonych to typowe przejawy ich zachowania przy przepływie gazu przez aparat. Stosowane sposoby pozwalające uzyskać zadawalający stan złoża fluidalnych cząstek stałych o wymiarach rzędu od kilku do kilkunastu mikrometrów, a nierzadko i mniejszych są opisane m.in. w pracy [2].

Poważnym utrudnieniem przy obliczaniu podstawowych wielkości charakteryzujących złożo fluidalne materiałów pylistych, a w szczególności prędkości minimum fluidyzacji, zwanej też prędkością krytyczną, jest tendencja do tworzenia aglomeratów. Wielkość aglomeratów, trudna do określenia w warunkach przemysłowych, zmienia się w zależności od strefy, w której występują. Największe znajdują się przy dnie aparatu w strefach nieruchomych, mniejsze w zasadniczej warstwie fluidalnej, a najmniejsze, zmieszane z pojedynczymi cząstkami – w górnej rozcieńczonej strefie złoża. Rezultaty badań poświęconych temu zagadnieniu opisano w pracy [3].

Możliwość otrzymania pożądaných parametrów złoża fluidalnego dzięki zastosowaniu fal akustycznych przedstawiono w artykule [4]. Stabilną pracę złoża fluidalnego cząstek ciała stałego o rozmiarach 500 nm i 10,67  $\mu\text{m}$  uzyskano przy częstotliwości od 40 do 70 Hz i natężeniu fali dźwiękowej 100 dB. Fluidyzację tlenku itru  $\text{Y}_2\text{O}_3$  o średniej średnicy cząstek 1,2  $\mu\text{m}$ , z zastosowaniem trzech technik wspomagających: mieszania mechanicznego, wibracji i dodawania materiału o granulacji od 80 do 500  $\mu\text{m}$  opisano w pracy [5]. Wpływ mieszania mechanicznego na właściwości złoża fluidalnego omówiono również w pracy [6].

Trudności w realizacji fluidyzacji materiałów proszkowych przekładają się również na proces projektowania. Wzory umożliwiające obliczanie charakterystycznych parametrów złoża fluidalnego, takich jak: prędkość krytyczna, prędkość unoszenia, wielkość ekspansji – licznie prezentowane w literaturze [7 i 8] – nie uwzględniają sił spójności między cząstkami złoża ani dodatkowych oddziaływań, takich jak: mieszanie mechaniczne, fale akustyczne, wibracje, pole magnetyczne itd.

## 2. Stanowisko badawcze

Głównym elementem stanowiska była kolumna wykonana ze szkła organicznego o średnicy wewnętrznej 0,092 m, z umieszczonym wewnątrz mieszadłem wyposażonym w skrobaki zapobiegające osadzaniu się elementów złoża na ściankach. Szczegółowy opis stanowiska można znaleźć w pracy [9]. Zdjęcie kolumny z mieszadłem i jego napędem przedstawiono na rys. 1.

## 3. Zakres przeprowadzonych badań

Podstawę do obliczeń porównawczych oraz do opracowania własnego równania kryterialnego pozwalającego na obliczanie prędkości krytycznej niskich warstw złoża fluidalnych materiałów z grupy C wg klasyfikacji Geldarta z dodatkowym mieszaniem mechanicznym stanowiły wyniki badań z wykorzystaniem siedmiu materiałów pylistych: molibdenitu, bieli tytanowej, porfiru, siarki, kwasu borowego, talku i mąki. Analiza granulometryczna wykazała, że były to materiały polidispersyjne, jednak o stosunkowo wąskim zakresie zmienności rozmiarów cząstek i z wyraźną przewagą jednej frakcji.

Gęstości wymienionych materiałów określano metodą piknometryczną, stosując w pomiarach alkohol izopropylowy. Każdy pomiar powtarzano pięciokrotnie w celu wyeliminowania ewentualnych pomyłek. Rozmiary cząstek określano metodą mikroskopową, a w przypadku mąki i talku, dzięki uprzejmości firmy Frytch, dodatkowo uzyskano rozkład granulometryczny tych materiałów za pomocą laserowego miernika cząstek Analysette 22.

Pomiary zależności spadku ciśnienia od prędkości przepływającego powietrza prowadzono dla trzech wysokości złoża stacjonarnego: 1, 2 i 3 cm oraz dla pięciu częstości obrotów mieszadła: 30, 75, 105, 140 i 180 1/min. W trakcie każdej serii pomiarowej zwiększano stopniowo wydatek przepływającego powietrza, notując wskazania mikromanometru

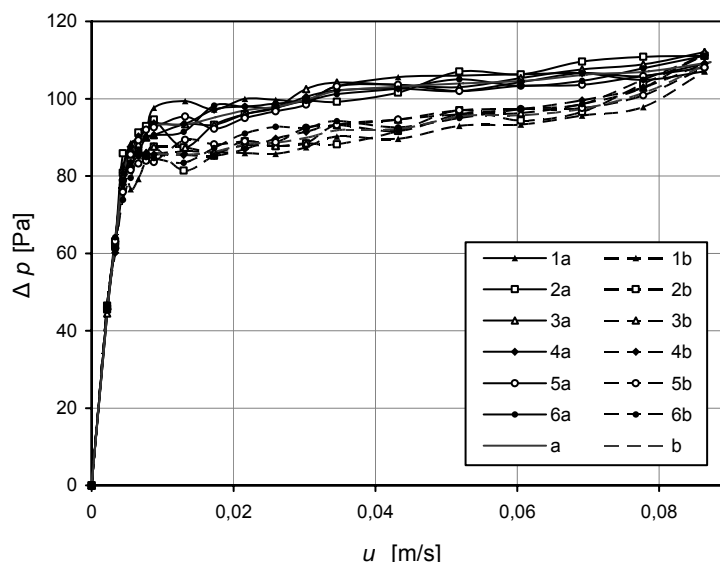


Rys. 1. Zdjęcie kolumny i mieszadła z napędem

Fig. 1. Photograph of column and stirrer

elektronicznego, a następnie po uzyskaniu stopnia ekspansji złoża zagrażającej nadmieremu osadzeniu się cząstek na filtrze tkaninowym w górnej części kolumny stopniowo zmniejszono wydatek powietrza w celu uchwycenia histerezy charakterystycznej dla złożów fluidalnych.

Każdą serię pomiarową powtarzano co najmniej 6 razy, a następnie uśredniano uzyskane wyniki, otrzymując jedną zależność  $\Delta p = f(w_g)$  dla rosnących wartości wydatku powietrza i drugą dla przypadku zmniejszania wydatku. Prędkość krytyczną określano na podstawie uzyskanych wykresów  $\Delta p = f(w_g)$ . Przykładowy wykres  $\Delta p = f(w_g)$ , na którym zestawiono wyniki 6 powtórzeń serii pomiarowej i wynik uśrednienia wyników przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Przykładowy wykres sześciu serii pomiarowych oraz uśrednione przebiegi krzywej pierwotnej i krzywej powrotu dla porfiru o wysokości stacjonarnej  $H_0 = 2$  cm, przy częstotliwości obrotów  $n = 180$  1/min, 1, 2, 3, 4, 5, 6 – numery serii pomiarowych, a – przebieg krzywej pierwotnej, b – przebieg krzywej powrotu

Fig. 2. Exemplary graph of six series of investigations and averaged courses of primary curve and return curve for porphyry for stationary bed height of  $H_0 = 2$  cm at rotation frequency of 180 1/min, 1, 2, 3, 4, 5, 6 – numbers of investigations series, a – primary curve, b – return curve

Tabela 1

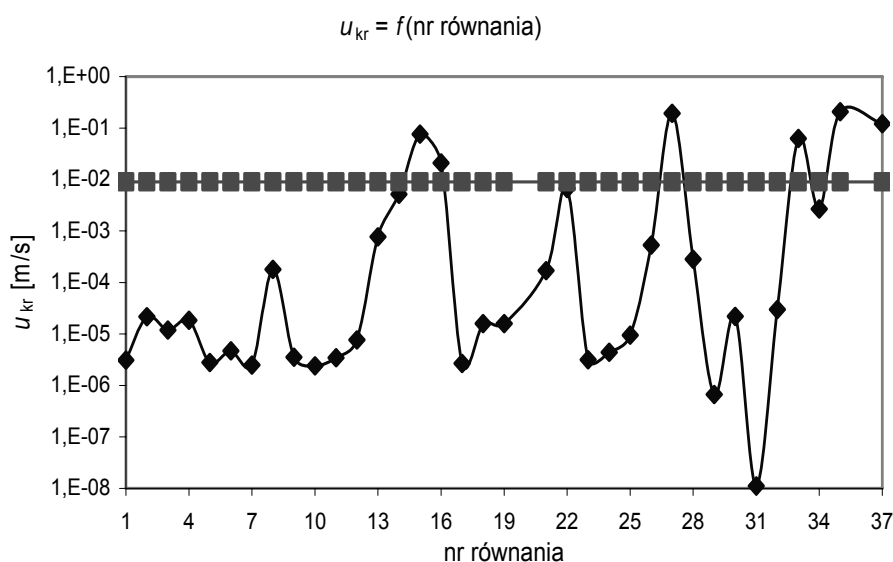
Zestawienie gęstości i średnich rozmiarów cząstek badanych materiałów

Rodzaj pyłu	Molibdenit	Biel tytanowa	Porfir	Siarka	Kwas borowy	Talk	Mąka
Gęstość $\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]	4722	4152	2582,7	2067	1464	2200	1453
$d_z$ [μm]	1,326	1,414	1,565	2,643	6,163	10,48	12,09

#### 4. Obliczenia porównawcze

W celu sprawdzenia przydatności wzorów literaturowych zalecanych do obliczania prędkości krytycznej fluidyzacji w odniesieniu do wyników własnych badań z dodatkowym mieszaniem mechanicznym wykorzystano 35 wzorów zebranych w pracy [7].

Obliczenia przeprowadzono dla bieli tytanowej i porównano z wartością uzyskaną w trakcie doświadczeń dla złoza stacjonarnego  $H_0 = 3$  cm i częstości obrotów  $n = 105$  1/min. Rezultaty obliczeń przedstawiono na rys. 3. Punkty na linii łamanej reprezentują wartości  $u_{kr}$  obliczone z 35 równań, natomiast linia pozioma oznacza wartość prędkości krytycznej znalezionej doświadczalnie.



Rys. 3. Rozkład wartości prędkości krytycznej  $u_{kr}$  obliczonej dla złoza bieli tytanowej z wykorzystaniem 35 równań kryterialnych [7] i porównanie z wynikiem doświadczalnym (linia pozioma na wykresie)

Fig. 3. Distribution of critical velocity values calculated on the base of 35 criterial equations [7] for titanium white and comparisons with experimental result (horizontal line)

Wykres wskazuje na olbrzymie rozbieżności między wynikami obliczeń. Najwyższą wartość 0,193 m/s uzyskano, stosując dwuczłonowe równanie Erguna oznaczone w pracy [7] nr 27, natomiast najniższą  $1,112 \cdot 10^{-8}$  m/s uzyskano na podstawie równania Konduktowa o numerze kolejnym 31.

Wśród zależności dających wartości obliczeń najbardziej zbliżone do doświadczalnych znalazły się równania Kadymowa nr 33, Biejlina nr 14 i Konduktowa nr 22. Zbieżność tę można jednak potraktować jako przypadkową, ponieważ:

- zakresy stosowalności zalecane przez autorów nie obejmują zakresów zmienności parametrów w badaniach własnych,
- nie uwzględniają wpływu mieszania ani zmieniającej się wysokości złoza stacjonarnego.

### 5. Matematyczne opracowanie wyników badań

Analizując warunki prowadzenia procesu oraz uzyskane wyniki, ustalono, że parametrami mającymi zasadniczy wpływ na prędkość krytyczną (minimum fluidyzacji) mają następujące wielkości zmieniane podczas eksperymentów: wielkość cząstek  $d_s$ , ich gęstość  $\rho_s$ , wysokość złoża materiału ziarnistego w stanie stacjonarnym  $H_0$  oraz częstość obrotów  $n$ . Wielkościami, które mogły mieć pewien wpływ na przebieg krzywych fluidyzacji  $\Delta p = f(u)$  były siły spójności międzycząsteczkowej, a także kształt ziaren. Dysponując stosunkowo prostym oprzyrządowaniem, nie próbowano określać wpływu tych dodatkowych wielkości na wynik eksperymentu.

Opierając się na zasadach analizy wymiarowej oraz wzorując się na korelacjach licznie prezentowanych w literaturze, przyjęto równanie kryterialne w postaci iloczynu potęgowego, w którym liczba  $Re_{kr}$  była funkcją: liczby  $Ar$ , liczby  $Re$  dla mieszania  $Re_{miesz}$  oraz simpleksów  $\rho_s/\rho_g$  i  $H_0/D_k$ .

Proponowana zależność miała postać

$$Re_{kr} = C \cdot Ar^a \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_g}\right)^b \cdot \left(\frac{H_0}{D_k}\right)^d \cdot Re_{miesz}^e \quad (1)$$

gdzie

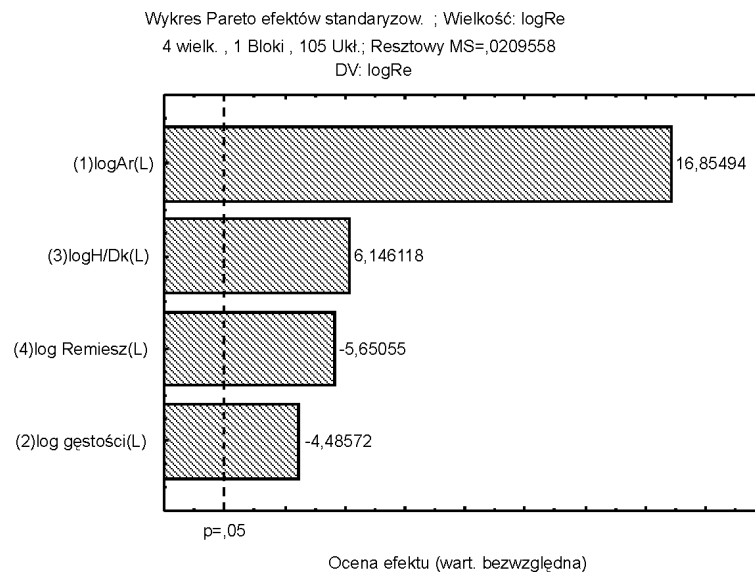
$$Re_{kr} = \frac{u \cdot d_s \cdot \rho_g}{\eta_g} \quad Ar = \frac{d_s^3 \cdot (\rho_s - \rho_g) \cdot \rho_g \cdot g}{\eta_g^2} \quad Re_{miesz} = \frac{n \cdot d_m^2 \cdot \rho_g}{\eta_g}$$

Analiza graficzna wzajemnych relacji między zmienną zależną  $Re_{kr}$  a poszczególnymi zmiennymi niezależnymi:  $Ar$ ,  $Re_{miesz}$ ,  $\rho_s/\rho_g$  i  $H_0/D_k$  wykazała ich liniowy charakter w układzie współrzędnych log-log.

O istotności oszacowanych współczynników regresji przy poszczególnych liczbach bezwymiarowych świadczy m.in. wykres Pareto zamieszczony na rys. 4. Po przeprowadzeniu koniecznych obliczeń uzyskano wartości stałej  $C$  i wykładników  $a$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $e$  w równaniu (1). Ostatecznie równanie pozwalające wyznaczać  $Re_{kr}$ , a tym samym i prędkość krytyczną fluidyzacji  $u_{kr}$  dla przypadku fluidyzacji niskich warstw złoża fluidalnego materiałów z grupy C wg Geldarta z dodatkowym mieszaniem mechanicznym przyjęło postać

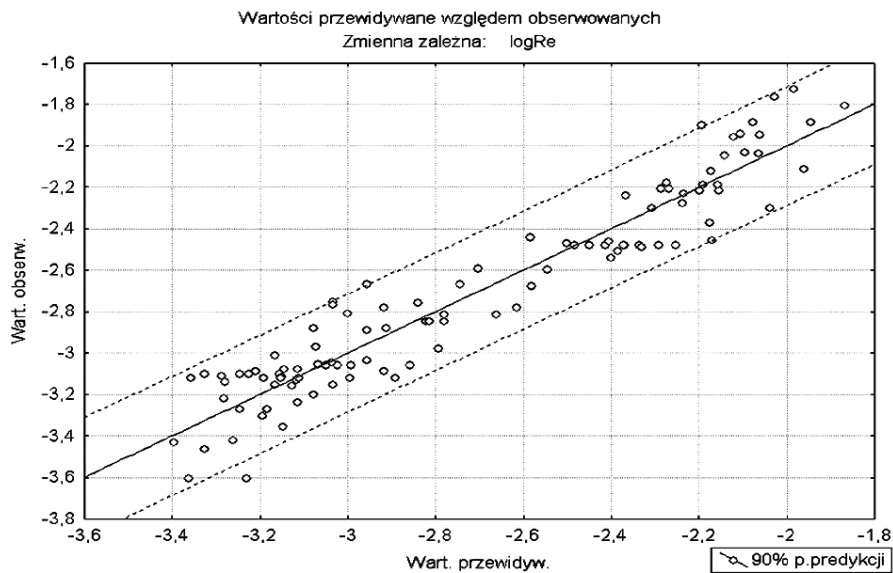
$$Re_{kr} = 10,264 \cdot Ar^{0,35} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_g}\right)^{-0,51} \cdot \left(\frac{H_0}{D_k}\right)^{0,44} \cdot Re_{miesz}^{-0,3} \quad (2)$$

Stałą i wykładniki równania (2) uzyskano dla 105 zmierzonych prędkości krytycznych stanowiących podstawę do obliczenia  $Re_{kr}$ . Błąd standardowy estymacji wyniósł 14,48%, a skorygowana wartość  $R^2 = 0,905$ . Na rysunku 5 przedstawiono zależność pomiędzy wartościami obserwowanymi  $\log Re_{kr}$  a wielkościami  $\log Re_{kr}$  przewidywanymi na podstawie uzyskanego równania (2).



Rys. 4. Wykres Pareto potwierdzający istotności oszacowanych współczynników regresji przy poszczególnych liczbach bezwymiarowych

Fig. 4. Pareto graph confirmed significances of estimation of regression coefficients for individual dimensionless numbers



Rys. 5. Zależność pomiędzy wartościami obserwowanymi  $\log Re_{kr}$  a wielkościami  $\log Re_{kr}$  przewidywanymi na podstawie uzyskanego równania (2)

Fig. 5.  $\log Re_{kr}$  observed vs  $\log Re_{kr}$  predicted on the base of equation (2)

## 6. Wnioski

- Potwierdzono skuteczność zastosowanej metody wprowadzania w stan fluidalny materiałów o granulacji rzędu kilku do kilkunastu mikrometrów, należących do grupy C wg klasyfikacji Geldarta. Zastosowanie dodatkowego mieszania mechanicznego oraz niskich warstw złoża materiałów proszkowych skutecznie eliminuje wpływ sił działających między sąsiadującymi ze sobą cząstkami ciała stałego i zapewnia poprawne warunki fluidyzacji, wprawiając w ruch cząstki ciała stałego w całej objętości złoża.
- Dodatkowym elementem polepszającym strukturę złoża fluidalnego w bezpośrednim sąsiedztwie ściany aparatu było zastosowanie skrobaków specjalnej konstrukcji.
- Analiza możliwości wykorzystania, licznie reprezentowanych w literaturze, równań bezwymiarowych zalecanych do obliczania prędkości krytycznej fluidyzacji wykazała ich nieprzydatność dla przypadku złoża materiałów z grupy C wg klasyfikacji Geldarta mieszanych dodatkowo mechanicznie, co przedstawiono na rys. 3.
- Zaproponowane przez autorów własne równanie kryterialne w postaci wielomianu potęgowego opisuje uzyskane wyniki z zadawalającą dokładnością, co potwierdzają wartości standardowego błędu estymacji (14,48%) i skorygowana wartość  $R^2 = 0,905$ .

## Literatura

- [1] Geldart D., Powder Technology, 7, 1973, 285.
- [2] Laszuk A., Pabiś A., Rynduch Z., *Fluidyzacja materiałów proszkowych*, Inż. i Ap. Chem., 6, 11, 2004.
- [3] Wang Z., Kwauk M., Li H., *Fluidization of fine particles*, Chem. Eng. Sci., Vol. 53, No. 3, 1998, 377-395.
- [4] Guo Q. i in., *Influence of sound wave characteristics on fluidization behaviors of ultrafine particles*, Chem. Eng. Journal, 119, 2006, 1-9.
- [5] Alami S., Caussat B., *Experimental study on fluidization of micronic powders*, Powder Technology, 157, 2005, 114-120.
- [6] Козулин Н.А., Кулямин А.Ф., *Процесс смешения порошковых материалов в псевдооживленном слое*, Химия и Химическая Технология, No. 2, 1964, 313-319.
- [7] Wandrasz J., Zieliński J., *Procesy fluidalne utylizacji odpadów*, cz. 1, Wydawnictwo Ossolineum, Wrocław 1984.
- [8] Rozumow I.M., *Fluidyzacja i transport pneumatyczny materiałów sypkich*, WNT, Warszawa 1975.
- [9] Laszuk A., Pabiś A., Szczupak M., *Fluidyzacja gaz-ciało stałe wspomagana mieszaniem mechanicznym*, Czasopismo Techniczne z. 4-Ch/2006, Wyd. PK, 105-113.