

WACŁAW MACIOŁEK\*

**WPŁYW BEZWŁADNOŚCI ORAZ NASYCANIA SIĘ  
GŁÓWNEGO OBWODU MAGNETYCZNEGO  
NA SYGNAŁY DIAGNOSTYCZNE  
MÓWIĄCE O STANIE KLATKI****THE INFLUENCE OF INERTIA AND SATURATION  
OF THE PRIMARY MAGNETIC CIRCUIT ON SIGNALS  
DIAGNOSING STATE OF THE CAGE****Streszczenie**

W artykule przedstawiono wyniki analizy wpływu momentu bezwładności oraz nieliniowości głównego obwodu magnetycznego silnika indukcyjnego na podstawowe sygnały diagnostyczne stosowane do oceny uszkodzeń klatki. W tym celu opracowano relatywnie prosty model matematyczny, w którym niesymetria klatki jest reprezentowana przez odpowiednio zdefiniowane współczynniki, a dla modelowania nieliniowości magnetycznej wykorzystano zastępczy prąd magnesujący. Przeprowadzone badania symulacyjne bazujące na tym modelu wykazały, że zarówno bezwładność, jak i nieliniowość magnetyczna mają istotny wpływ na wartości składowych widma Fouriera o częstotliwościach  $(1 - 2s)f_0$  oraz  $(1 + 2s)f_0$ , które obecnie są najpopularniejszymi sygnałami diagnostycznymi dla oceny stanu klatki. Stwierdzono, że w celu skutecznej diagnozy należy stale monitorować stan klatki, aby uchwycić pierwsze symptomy uszkodzenia.

*Słowa kluczowe: maszyny indukcyjne, diagnostyka klatki, skuteczność diagnostyki bazującej na prądach*

**Abstract**

This paper presents results of the analysis of an influence of the moment of inertia and the non-linearity of the main magnetic circuit on basic diagnostic signals used for the condition monitoring of an induction motor cage. A relatively simple model is used for this, in which a cage asymmetry is represented by respective coefficients and a magnetic non-linearity is modelled by using the equivalent magnetising currents. Simulating tests shows that both the moment of inertia and non-linearity have important impact on values of components with frequencies  $(1 - 2s)f_0$  and  $(1 + 2s)f_0$  in the Fourier spectrum of stator currents, which are most popular diagnostics signals for the cage monitoring. In conclusions it has been stated that for an effective diagnose the cage state should be permanently monitored in order to find the beginning of cage destruction.

*Keywords: induction machines, cage diagnostics, efficiency of current base diagnosis*

\* Mgr inż. Wacław Maciołek, Instytut Elektromechanicznych Przemian Energii, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej, Politechnika Krakowska.

## 1. Wstęp

Diagnostyka stanu klatki jest jednym z ważniejszych problemów eksploatacyjnych silników indukcyjnych. Wczesne rozpoznanie uszkodzenia klatki pozwala ograniczyć zakres uszkodzeń maszyny, a także planowo prowadzić proces technologiczny, w którym maszyna jest wykorzystywana. Współcześnie coraz powszechniej stosuje się diagnostykę bezinwazyjną, która polega na monitorowaniu prądów stojana podczas normalnej eksploatacji silnika i określeniu zawartości składowych  $(1 - 2s)f_0$  oraz  $(1 + 2s)f_0$  w ich widmie Fouriera. O ile składową o częstotliwości  $(1 - 2s)f_0$  należy uznać za pierwotny efekt niesymetrii klatki, to druga z nich o częstotliwości  $(1 + 2s)f_0$  jest efektem wtórnym, charakterystycznym dla pracy przy małych poślizgach, czyli w warunkach normalnej pracy silnika. Efektem pojawienia się w prądach stojana składowej  $(1 - 2s)f_0$  jest generowanie przez silnik indukcyjny, oprócz momentu asynchronicznego, przemiennego momentu elektromagnetycznego o częstotliwości  $2sf_0$ . W stanie normalnej pracy poślizg silnika jest mały i ten przemienny moment elektromagnetyczny ma na tyle niską częstotliwość, że pobudza wirnik silnika do kołysań o tej częstotliwości wokół stałej prędkości obrotowej. Te wahania prędkości generują w prądach stojana składowe o częstotliwości  $(1 + 2s)f_0$  oraz  $(1 - 2s)f_0$ , zmieniając w znaczącym stopniu amplitudę składowej  $(1 - 2s)f_0$  i utrudniając ocenę stopnia niesymetrii klatki na jej podstawie [5]. Opisany powyżej efekt nie występuje dla dużych poślizgów, gdy częstotliwość momentu przemiennego jest na tyle duża, że bezwładność silnika i napędu skutecznie eliminuje wahania prędkości obrotowej, a w konsekwencji likwiduje wtórne oddziaływanie tych wahań na widmo prądów stojana.

Składową o częstotliwości  $(1 - 2s)f_0$  można stosunkowo łatwo przewidzieć i określić ilościowo dla stałej prędkości wirowania na podstawie klasycznego, monoharmonicznego modelu silnika indukcyjnego, zakładającego liniowość obwodu magnetycznego oraz uwzględniającego uszkodzenie klatki. Aby ilościowo określić efekty wywoływane wahaniami prędkości, należy uzupełnić równania elektryczne silnika o równanie ruchu i numerycznie wyznaczać rozwiązania.

Pojawienie się w prądach stojana składowej o częstotliwości  $(1 + 2s)f_0$  może być także wynikiem nasycania się głównego obwodu magnetycznego silnika, nawet przy założeniu stałej prędkości obrotowej wirnika [4]. Niniejszy artykuł ma na celu przedstawienie łącznego wpływu równania ruchu oraz nieliniowości głównego obwodu magnetycznego na wartości składowych  $(1 + 2s)f_0$  oraz  $(1 - 2s)f_0$  pojawiających się w prądach stojana jako wynik niesymetrii klatki. W tym celu w artykule skojarzono dwa modele matematyczne silników indukcyjnych klatkowych. Pierwszy, przedstawiony w pracach [9] i [12], pozwala uwzględniać dowolną niesymetrię klatki przez odpowiednio zdefiniowane współczynniki. Drugi, opisany w książce [10], dotyczy silników klatkowych o symetrycznej budowie, lecz uwzględnia nieliniowość głównego obwodu magnetycznego z użyciem zastępczego prądu magnesującego. W artykule przedstawiono wyniki badań numerycznych bazujących na takim modelu. Nawiązują one do wyników przedstawionych w [13].

## 2. Model matematyczny silnika klatkowego uwzględniający nasycenie głównego obwodu magnetycznego oraz niesymetrię klatki

W celu utworzenia modelu matematycznego silnika klatkowego z niesymetryczną klatką, uwzględniającego także nasycenie głównego obwodu magnetycznego, posłużono się dwoma modelami. Pierwszy z nich został przedstawiony w pracach [9] i [12]. Opisuje on silnik klatkowy z niesymetryczną klatką. W modelu tym wprowadzono współczynniki charakteryzujące niesymetrię klatki  $k_s$  oraz  $k_{as}$ , dzięki którym jest możliwe, dla małych poślizgów, modelowanie niesymetrii klatki za pomocą równań silnika pierścieniowego z niesymetrycznymi rezystancjami wirnika. Model ten dla dwuosowego układu współrzędnych wirujących  $d, q$ , wyznaczonych przez kąty transformacyjne  $\gamma_s$  dla stojana oraz  $\gamma_r$  dla wirnika, ma następującą postać

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_{s,d} \\ u_{s,q} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r'(1+k_s+k_{as}\cos(2\gamma_r-\alpha)) & R_r'k_{as}\sin(2\gamma_r-\alpha) \\ 0 & 0 & R_r'k_{as}\sin(2\gamma_r-\alpha) & R_r'(1+k_s-k_{as}\cos(2\gamma_r-\alpha)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s,d} \\ i_{s,q} \\ i'_{r,d} \\ i'_{r,q} \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} L_{\sigma s}+L_{\mu} & 0 & L_{\mu} & 0 \\ 0 & L_{\sigma s}+L_{\mu} & 0 & L_{\mu} \\ L_{\mu} & 0 & L'_{\sigma r}+L_{\mu} & 0 \\ 0 & L_{\mu} & 0 & L'_{\sigma r}+L_{\mu} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s,d} \\ i_{s,q} \\ i'_{r,d} \\ i'_{r,q} \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & -\omega_s & 0 & 0 \\ \omega_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_r \\ 0 & 0 & \omega_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\sigma s}+L_{\mu} & 0 & L_{\mu} & 0 \\ 0 & L_{\sigma s}+L_{\mu} & 0 & L_{\mu} \\ L_{\mu} & 0 & L'_{\sigma r}+L_{\mu} & 0 \\ 0 & L_{\mu} & 0 & L'_{\sigma r}+L_{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s,d} \\ i_{s,q} \\ i'_{r,d} \\ i'_{r,q} \end{bmatrix} \\
 J \frac{d\omega}{dt} &= -2pL_{\mu} [i_{s,d}i'_{r,q} - i_{s,q}i'_{r,d}] + T_m
 \end{aligned} \tag{1a}$$

$$\tag{1b}$$

gdzie

$$\omega_s = \frac{d\gamma_s}{dt}, \quad \omega_r = \frac{d\gamma_r}{dt}$$

Aby uwzględnić nieliniowość głównego obwodu magnetycznego, posłużono się modelem matematycznym silnika klatkowego z symetryczną klatką, przedstawionego w pracy [10]. Wykorzystano w nim ideę zastępczego prądu magnesującego, który reprezentuje sumaryczne działanie przepływów wszystkich uzwojeń silnika, zarówno faz stojana, jak i klatki. Model ten stosuje do opisu składowe symetryczne: dla napięć i prądów stojana

3-fazowe, a napięcie i prądów klatki wirnika dla wirnika  $N$ -fazowe. Równania tego modelu mają postać

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{\sigma,s} + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L_{\mu}(i_{\mu})e^{jp\phi} & 0 \\ 0 & L_{\sigma,s} + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L_{\mu}(i_{\mu})e^{-jp\phi} \\ L_{\mu}(i_{\mu})e^{-jp\phi} & 0 & L_{\sigma,r}^p + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 \\ 0 & L_{\mu}(i_{\mu})e^{jp\phi} & 0 & L_{\sigma,r}^{N-p} + L_{\mu}(i_{\mu}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^1 \\ i_s^2 \\ i_r^p \\ i_r^{N-p} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r^{N-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^1 \\ i_s^2 \\ i_r^p \\ i_r^{N-p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_s^1 \\ u_s^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ J \frac{d\omega}{dt} = jpL_{\mu}(i_{\mu}) \cdot (i_s^2 i_r^p e^{jp\phi} - i_s^1 i_r^{N-p} e^{-jp\phi}) + T_m \end{aligned} \quad (2)$$

W tych równaniach  $i_{\mu}$  jest zastępczym prądem magnesującym zdefiniowanym następująco

$$i_{\mu}^2 = \frac{3}{2} (w_s k_{sp})^2 \begin{bmatrix} i_s^1 \\ i_s^2 \\ i_r^p \\ i_r^{N-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & e^{jp\phi} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & e^{-jp\phi} \\ e^{-jp\phi} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & e^{jp\phi} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^1 \\ i_s^2 \\ i_r^p \\ i_r^{N-p} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Połączenie tych dwóch modeli pozwoliło na utworzenie modelu matematycznego silnika klatkowego uwzględniającego nasycenia głównego obwodu magnetycznego oraz niesymetrię klatki. Układ współrzędnych został dobrany tak, aby w warunkach symetrycznego zasilania faz stojana napięcia wymuszające w tym układzie przyjmowały wartości stałe w czasie. Zastosowanie takiego układu odniesienia pozwala przewidywać charakter rozwiązań w stanie ustalonym, gdyż okres zmienności współczynników równań wyznacza okres rozwiązań. W tym celu wybrano kąty transformacyjne

$$\begin{aligned} \gamma_s &= -\omega_0 t \\ \gamma_r &= p\phi - \omega_0 t \end{aligned}$$

gdzie  $\omega_0$  jest pulsacją napięć zasilających fazy stojana. Ze względu na przystosowanie równań do wymagań pakietu MATLAB, w którym prowadzono badania symulacyjne, wybrano dwuosiowy układ współrzędnych wirujących prowadzący do równań w ciele liczb rzeczywistych, nawiązujący do równań (1). W efekcie otrzymano następujący układ równań

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_{s,d} \\ u_{s,q} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r'^p(1+k_s+k_{as}\cos(2(p\varphi-\omega_0t)-\alpha)) & R_r'^p k_{as}\sin(2(p\varphi-\omega_0t)-\alpha) \\ 0 & 0 & R_r'^p k_{as}\sin(2(p\varphi-\omega_0t)-\alpha) & R_r'^p(1+k_s-k_{as}\cos(2(p\varphi-\omega_0t)-\alpha)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s,d} \\ i_{s,q} \\ i'_{r,d} \\ i'_{r,q} \end{bmatrix} + \\
&+ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{\sigma s} + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 \\ 0 & L_{\sigma s} + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L_{\mu}(i_{\mu}) \\ L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L'_{\sigma r} + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 \\ 0 & L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L'_{\sigma r} + L_{\mu}(i_{\mu}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s,d} \\ i_{s,q} \\ i'_{r,d} \\ i'_{r,q} \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & -\omega_0 & 0 & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p\omega - \omega_0 \\ 0 & 0 & -p\omega + \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\sigma s} + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 \\ 0 & L_{\sigma s} + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L_{\mu}(i_{\mu}) \\ L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L'_{\sigma r} + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 \\ 0 & L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L'_{\sigma r} + L_{\mu}(i_{\mu}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s,d} \\ i_{s,q} \\ i'_{r,d} \\ i'_{r,q} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4}$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = -2pL_{\mu}(i_{\mu})[i_{s,d}i'_{r,q} - i_{s,q}i'_{r,d}] + T_m$$

w którym niesymetria klatki jest reprezentowana przez współczynniki  $k_s$  oraz  $k_{as}$ , a zastępczy prąd magnesujący określa zależność

$$i_{\mu}^2 = \frac{3}{2}(w_s k_{sp})^2 \left( (i_{s,d} + i'_{r,d})^2 + (i_{s,q} + i'_{r,q})^2 \right) \tag{5}$$

Aby sprowadzić te równania do postaci normalnej, wymaganej przez MATLAB, przekształcono je do postaci

$$\left( \begin{bmatrix} L_{\sigma s} + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 \\ 0 & L_{\sigma s} + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L_{\mu}(i_{\mu}) \\ L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L'_{\sigma r} + L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 \\ 0 & L_{\mu}(i_{\mu}) & 0 & L'_{\sigma r} + L_{\mu}(i_{\mu}) \end{bmatrix} + \frac{1}{i_{\mu}} \frac{\partial L_{\mu}(i_{\mu})}{\partial i_{\mu}} \begin{bmatrix} i_{s,d} + i'_{r,d} \\ i_{s,q} + i'_{r,q} \\ i_{s,d} + i'_{r,d} \\ i_{s,q} + i'_{r,q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s,d} + i'_{r,d} & i_{s,q} + i'_{r,q} & i_{s,d} + i'_{r,d} & i_{s,q} + i'_{r,q} \end{bmatrix} \right) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s,d} \\ i_{s,q} \\ i'_{r,d} \\ i'_{r,q} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} u_{s,d} \\ u_{s,q} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r' p (1 + k_s + k_{as} \cos(2(p\varphi - \omega_0 t) - \alpha)) & R_r' k_{as} \sin(2(p\varphi - \omega_0 t) - \alpha) \\ 0 & 0 & R_r' k_{as} \sin(2(p\varphi - \omega_0 t) - \alpha) & R_r' p (1 + k_s - k_{as} \cos(2(p\varphi - \omega_0 t) - \alpha)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s,d} \\ i_{s,q} \\ i_{r,d}' \\ i_{r,q}' \end{bmatrix} \\
& - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_0 & 0 & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p\omega - \omega_0 \\ 0 & 0 & -p\omega + \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\sigma,s} + L_u(i_\mu) & 0 & L_\mu(i_\mu) & 0 \\ 0 & L_{\sigma,s} + L_u(i_\mu) & 0 & L_\mu(i_\mu) \\ L_\mu & 0 & L_{\sigma,r}' + L_\mu(i_\mu) & 0 \\ 0 & L_\mu & 0 & L_{\sigma,r}' + L_\mu(i_\mu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s,d} \\ i_{s,q} \\ i_{r,d}' \\ i_{r,q}' \end{bmatrix} \quad (6)
\end{aligned}$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = -2pL_\mu(i_\mu) [i_{s,d} i_{r,q}' - i_{s,q} i_{r,d}'] + T_m$$

Stanowią one nieliniowy układ równań różniczkowych, będący podstawą do symulacyjnego badania wpływu dynamiki układu mechanicznego oraz nieliniowości obwodu magnetycznego na efekty wywoływane uszkodzeniem klatki wirnika.

### 3. Wyniki badań numerycznych

Aby określić wpływ momentu bezwładności oraz nieliniowości głównego obwodu magnetycznego silnika na wartości amplitud składowych o częstotliwościach  $(1 - 2s)f_0$  oraz  $(1 + 2s)f_0$ , rozwiązywano numerycznie układ równań (6), wyznaczając rozwiązania ustalone. Na ich podstawie określano widmo Fouriera prądu fazowego, w tym szczególnie jego składowych o ww. częstotliwościach. Wszystkie obliczenia wykonano dla uznanego za reprezentatywny przypadku przerwy jednego pręta klatki modelowanej przez 20-krotne zwiększenie jego rezystancji. Założono, że silnik jest zasilany symetrycznym układem napięć z idealnego źródła. Badano wpływ momentu bezwładności, stopnia obciążenia silnika oraz nieliniowości obwodu magnetycznego. Wartość momentu bezwładności w równaniu mechanicznym (6) zmieniano w granicach od 0,1 do 10 bezwładności wirnika silnika. Obliczenia przeprowadzono dla dwóch obciążeń silnika: obciążenie momentem znamionowym oraz połową momentu znamionowego. Nieliniowość obwodu magnetycznego, reprezentowaną w równaniach (6) nieliniową zależnością  $L_\mu(i_\mu)$ , modelowano funkcją

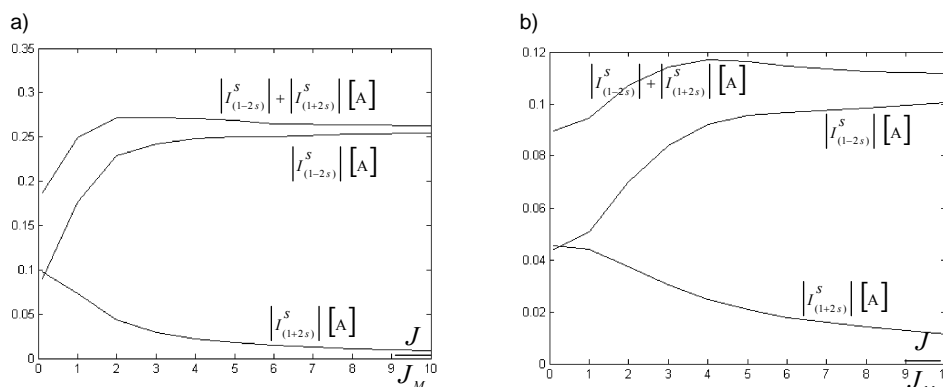
$$L_\mu(i_\mu) = \frac{L_\mu}{1 + a \cdot (i_\mu)^2} \quad (7)$$

przyjmując  $a = 0$  dla liniowego obwodu magnetycznego.

Obliczenia przeprowadzono dla silnika indukcyjnego małej mocy o danych znamionowych:  $P_N = 1,1$  kW,  $U_N = 230/380$  V,  $I_N = 4,9/2,8$  A,  $s_N = 0,07$ . Silnik ten ma dwie pary biegunów  $p = 2$  oraz liczbę żłobków w wirniku  $N = 22$ . Był on wykorzystywany do

obliczeń ilościowych we wcześniejszych pracach autorów [9, 12]. Dla tego silnika przerwie jednego pręta odpowiadają współczynniki  $k_s = 0,0412$  oraz  $k_{as} = 0,0412$ . Współczynnik charakteryzujący nieliniowość głównego obwodu magnetycznego we wzorze (7) oceniono na  $a = 3 \cdot 10^{-7}$ .

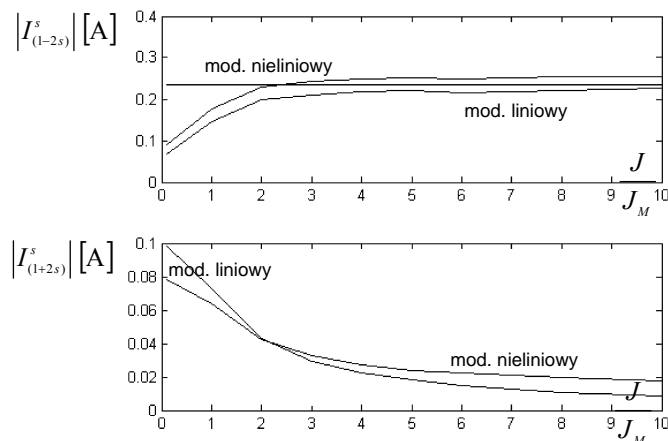
Na rysunku 1 przedstawiono zmienność amplitud składowych o częstotliwościach, odpowiednio,  $(1 - 2s)f_0$  oraz  $(1 + 2s)f_0$ , w funkcji momentu bezwładności w równaniu mechanicznym. Krzywe te otrzymano z modelu zakładającego liniowość obwodu magnetycznego. Na rysunku 1a) przedstawiono wartości tych składowych dla silnika obciążonego znamionowo, a na rys. 1b) przy połowie obciążenia znamionowego. Wpływ momentu bezwładności jest bardzo duży dla mniejszych względnych momentów bezwładności i maleje wraz z jego zwiększaniem się. Dla silnika przy jego własnym momencie bezwładności składowa  $(1 - 2s)f_0$  przy obciążeniu znamionowym zmniejsza się o 40% w stosunku do wartości obliczonej przy założeniu stałej prędkości. Przy połowie momentu znamionowego ta składowa zmniejsza się aż o połowę. Wielu autorów, np. w pracach [5, 11, 13], przyjmuje jako sygnał diagnostyczny sumę amplitud tych dwóch składowych. Na rysunku 1 przedstawiono także zmienność tej sumy, która przy znamionowym obciążeniu w zakresie bezwładności względnych z przedziału  $(1,0-3,0)$  jest dość bliska wartości składowej  $(1 - 2s)f_0$  obliczonej przy założeniu stałej prędkości. Przy mniejszych obciążeniach ta zgodność już nie jest tak dobra, gdyż wówczas maleje częstotliwość momentu przemiennego generowanego przez silnik z niesymetryczną klatką i przy danej bezwładności wahania prędkości są relatywnie większe.



Rys. 1. Składowe prądu stojana o częstotliwościach  $(1 - 2s)f_0$  i  $(1 + 2s)f_0$  oraz ich suma w funkcji bezwładności dla dwóch poziomów obciążenia: a)  $T = T_N$ , b)  $T = 0,5T_N$  (otrzymane z modelu liniowego)

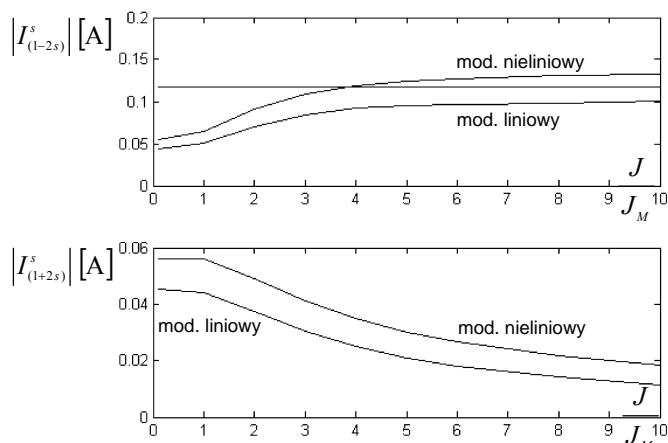
Fig. 1. Stator current components with frequencies of  $(1 - 2s)f_0$ ,  $(1 + 2s)f_0$  and their sum versus moment of inertia at two load levels: a)  $T = T_N$ , b)  $T = 0,5T_N$  (obtained from linear model)

Rysunki 2 i 3 ilustrują wpływ nieliniowości głównego obwodu magnetycznego na obydwie diagnostyczne składowe w prądach stojana. Jak już powiedziano, nieliniowość magnetyczna wywołuje jakościowo takie same efekty w prądach stojana jak pulsacje prędkości, wynikające z równania ruchu. Na tych rysunkach przedstawiono zmienność amplitud składowych  $I_{(1-2s)}^s$  oraz  $I_{(1+2s)}^s$  prądu stojana w funkcji względnego momentu bezwładności, obliczonych z modelu zakładającego liniowość obwodu magnetycznego oraz



Rys. 2. Wpływ bezwładności na składowe o częstotliwości  $(1 - 2s)f_0$ ,  $(1 + 2s)f_0$  prądu stojana dla obciążenia znamionowego ( $T = T_N$ ) przy  $U = U_N$

Fig. 2. Influence of inertia on stator current components with frequencies of  $(1 - 2s)f_0$  and  $(1 + 2s)f_0$  for the nominal load ( $T = T_N$ ) at  $U = U_N$



Rys. 3. Wpływ bezwładności na składowe o częstotliwości  $(1 - 2s)f_0$ ,  $(1 + 2s)f_0$  prądu stojana dla obciążenia  $T = 0,5T_N$  przy  $U = U_N$

Fig. 3. Influence of inertia on stator current components with frequencies of  $(1 - 2s)f_0$  and  $(1 + 2s)f_0$  for the load  $T = 0,5T_N$  at  $U = U_N$

uwzględniającego jego nieliniowy charakter. Krzywe na rys. 2 otrzymano dla obciążenia znamionowego, a na rys. 3 dla połowy obciążenia znamionowego. Poziomą linią prostą oznaczono wartość składowej  $I_{(1-2s)}^s$  obliczoną z modelu liniowego przy założeniu stałej prędkości obrotowej. Należy zauważyć, że nieliniowość obwodu magnetycznego w zasadzie zwiększa amplitudy składowych diagnostycznych, lecz może także je zmniejszyć (np.



dla składowej  $I_{(1+2s)}^S$  na rys. 2). Obydwa badane efekty zmieniają wartości składowych stosowanych do diagnozy stanu klatki, a więc zmniejszają jej dokładność, jeżeli przyporządkować stanowi klatki miary.

W niniejszym artykule przeprowadzono badania przy uszkodzeniu jednego pręta klatki, uznając go za najbardziej prawdopodobne. Wiadomo, że wielomiejscowe uszkodzenia klatki mogą powodować zmniejszenie się, a nawet zanik składowych  $I_{(1-2s)}^S$  oraz  $I_{(1+2s)}^S$  prądu stojana [9], zatem stan klatki powinien być monitorowany stale, od początku pracy silnika, aby stwierdzić pierwsze symptomy uszkodzenia, gdyż w wyniku pogłębienia się uszkodzenia diagnoza może być całkowicie błędna.

#### 4. Wnioski

W artykule przedstawiono model silnika indukcyjnego, który umożliwia określenie widma Fouriera prądów stojana z uszkodzoną klatką z uwzględnieniem wahań prędkości oraz nieliniowości głównego obwodu magnetycznego. Jest to relatywnie prosty monoharmoniczny model, w którym wykorzystano współczynniki charakteryzującej niesymetrię klatki, a dla modelowania nieliniowości użyto zastępczego prądu magnesującego. Badania symulacyjne ustalonych stanów pracy przeprowadzone na podstawie takiego modelu wykazały, że moment bezwładności oraz nieliniowość głównego obwodu magnetycznego wywołują jakościowo takie same zmiany w widmie Fouriera prądów stojana, generując składową o częstotliwości  $(1+2s)f_0$ , lecz także zmieniając wartości podstawowej składowej używanej do oceny stanu klatki, o częstotliwości  $(1-2s)f_0$ . Zmiany ilościowe składowych  $(1-2s)f_0$  oraz  $(1+2s)f_0$  wywoływane pulsacjami prędkości oraz zmianami stanu magnetycznego nie mają jednoznacznych tendencji i zależą od stopnia obciążenia silnika. Takie zmiany utrudniają ilościową ocenę stopnia uszkodzenia klatki i wymagają większej świadomości zjawisk towarzyszących pojawieniu się uszkodzenia klatki. Sugeruje to, że należy stale monitorować stan klatki, aby uchwycić pierwsze jakościowe oznaki jej uszkodzenia oraz śledzić tendencje zachowania się sygnałów diagnostycznych podczas eksploatacji.

#### Literatura

- [1] Vas P., *Parameter estimation, condition monitoring and diagnosis of electrical machines*, Oxford University Press, 1993.
- [2] Sobczyk T.J., Vas P., Tassoni C., *Models for induction motors with air-gap asymmetry for diagnostic purposes*, Proceedings of the 1996 International Conference on Electrical Machines, Vol. 2, 79-84.
- [3] Kliman G.B., Stein J., Endicott R.D., Koegl R.A., *Non-invasive Detection of Broken Rotor Bars in Operating Induction Motor*, IEEE Trans. Energy Conversion, Vol. 3, 1998, 873-879.
- [4] Sobczyk T.J., Węgiel T., *Effects due to saturation of the magnetic circuit of induction machines in unbalanced states*, Proceedings of the 1998 Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Advanced Machines, Power Quality, (SPEEDAM), Appendix, XX21-XX26.

- [5] Filippetti F., Franceschini G., Tassoni C., Vas P., *A techniques in induction machines diagnosis including the speed ripple effect*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 34, No. 1, 1998, 98-108.
- [6] Sobczyk T.J., Vas P., Tassoni C., *A comparative study of effects due to eccentricity and external stator and rotor asymmetries by mono-harmonic models*, Proceedings of the 2000 International Conference on Electrical Machines, ICEM, Vol. 2, 946-950.
- [7] Kral C., Pirker F., Pascoli G., Oberguggenberger H., *Influence of rotor cage design on rotor fault detection by means of the Vienna Monitoring Method*, Proceedings of the 2000 International Conference on Electrical Machines, ICEM, Conference Record.
- [8] Bellini A., Filippetti F., Franceschini G., Tassoni C., Sobczyk T.J., *Unique classification of single frequency induction motors features introduced by different anomalies*, Proceedings of the 2001 IEEE Symp. on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED, 435-440.
- [9] Sobczyk T.J., Maciołek W., *Asymmetry factors of induction motor rotor cages*, Proceedings of the 2001 IEEE Symp. on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED, 487-491.
- [10] Sobczyk T.J., *Metodyczne aspekty modelowania matematycznego maszyn indukcyjnych*, WNT, Warszawa 2004.
- [11] Bellini A., Filippetti F., Franceschini F., Sobczyk T.J., Tassoni C., *Diagnosis of induction machines by d-q and i.s.c rotor models*, Proceedings of the 2005 IEEE Symp. on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED, 41-46.
- [12] Sobczyk T.J., Maciołek W., *Asymmetry factors of rotor cage*, Czasopismo Techniczne z. 5-E/2005, Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2005, 61-76.
- [13] Bellini A., Concari C., Franceschini G., Lorenzani E., Tassoni C., Toscani A., *Virtual inertia test bed for quantification of sideband currents in induction machines diagnostics*, Proceedings of the 2006 International Conference on Electrical Machines, ICEM, Chania, Greece.