

GRZEGORZ PĘDRAK*

**WYKORZYSTANIE KOMPUTEROWYCH GENERATORÓW
LICZB LOSOWYCH W UKŁADACH STOCHASTYCZNYCH
PRZETWORNIKÓW ANALOGOWO-CYFROWYCH****USE OF COMPUTER RNG IN STOCHASTIC
ANALOG-DIGITAL CONVERTERS****Streszczenie**

W artykule scharakteryzowano układ przetwornika stochastycznego, jego budowę i zasadę działania. Przedstawiono znane metody generowania liczb pseudolosowych o rozkładzie równomiernym. Zaimplementowano algorytmy wybranych metod generowania liczb pseudolosowych (RNG) do postaci programowych komputerowych generatorów w języku C/C++. W wyniku symulacji otrzymano sekwencje rozkładów liczb pseudolosowych, a następnie dokonano analizy tych rozkładów na podstawie parametrów i odpowiednich testów statystycznych. Przeanalizowano celowość wykorzystania generatorów liczb pseudolosowych w przetwornikach stochastycznych A/C.

Słowa kluczowe: przetwornik stochastyczny A/C, generatory RNG o rozkładzie równomiernym, rozkłady liczb pseudolosowych

Abstract

The paper presents stochastic converter and its principle of operation. The methods of pseudorandom numbers of uniform distribution have been also presented. The algorithms of chosen method of PRNG elaborated in C and C++ languages and presented in the form of programmable computer generators. As a result the sequences of pseudorandom number distributions have been received. Their analysis carry out on the base of the parameters and referring statistic tests. Usefulness of the application of PRNG in stochastic converter was also analyzed in this paper.

Keywords: stochastic converter A/C, pseudo numbers generators of uniform distribution, pseudo numbers sequences of schedules

* Mgr inż. Grzegorz Pędrak, Katedra Metrologii Elektrycznej, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Stały rozwój technologii elektronicznych stawia coraz większe wymagania w zakresie szybkości i dokładności przetwarzania. Znaczącą rolę w tym procesie odgrywają układy przetwarzające sygnały z formy analogowej na cyfrową. Postęp w udoskonalaniu i rozwoju układów elektronicznych realizowany jest głównie w zakresie systemów cyfrowego przetwarzania sygnałów, które charakteryzują się znacznie lepszymi wskaźnikami technicznymi i bardziej atrakcyjnymi aspektami pod względem ekonomicznym niż systemy analogowe [1, 2, 5]. Powszechne zastosowanie układów analogowo-cyfrowych (w skrócie A/C) w nowoczesnych systemach elektronicznych jest przyczyną prowadzenia badań dotyczących zarówno już istniejących, jak i nowych układów przetwarzania. Złożoność przetwarzania sygnału analogowego na postać cyfrową daje możliwość wyodrębnienia kilku jego etapów, takich jak próbkowanie, kwantowanie, kodowanie, w obrębie których można prowadzić poszukiwania nowych rozwiązań. Metody przetwarzania sygnałów można podzielić na dwie zasadnicze grupy: metody bezpośrednie i pośrednie [1, 2]. Podstawowa różnica pomiędzy nimi dotyczy sposobu porównywania sygnału badanego z odpowiednią wielkością odniesienia. W metodzie bezpośredniej wejściowy sygnał analogowy jest porównywany z wielkością odniesienia tego samego rodzaju, najczęściej jest to napięcie elektryczne. W metodzie pośredniej wejściowy sygnał analogowy jest zamieniany na proporcjonalną do niego wielkość pomocniczą, najczęściej na czas lub częstotliwość, a następnie przetwarzany na dyskretną wielkość cyfrową.

W artykule przedstawiono stochastyczną metodę przetwarzania analogowo-cyfrowego, którą należy zaliczyć do metod pośrednich. Zaprezentowano w nim podstawy teoretyczne stochastycznego przetwornika A/C. Przedstawiono metody generowania ciągów liczb pseudolosowych o rozkładzie równomiernym, a także metody oceny parametrów i charakterystyk statystycznych otrzymanych rozkładów. Na podstawie wyników oceny statystycznej oraz przeprowadzonych testów dokonano wyboru odpowiedniego generatora liczb pseudolosowych (z ang. PRNG) dla układu stochastycznego przetwornika A/C.

2. Przetwornik stochastyczny A/C

Istotą metody stochastycznej jest wykorzystanie sygnału odniesienia charakteryzującego się równomierną gęstością prawdopodobieństwa rozkładu w całym zakresie przetwarzania [1, 2]. Schemat blokowy metody stochastycznej przetwarzania A/C przedstawiono na rys. 1.

Ważny element w tej metodzie przetwarzania stanowi przetwornik cyfrowo-analogowy (w skrócie C/A), którego zadaniem jest przekształcenie sygnału uzyskanego z generatora przebiegu odniesienia na sygnał analogowy U_{odn} . Proces przetwarzania w metodach stochastycznych może być przedstawiony za pomocą dwóch oddzielnych torów:

- układ formowania sygnału wejściowego,
- układy generatora przebiegu odniesienia i przetwornik C/A.

Zasada działania przetwornika polega na tym, że sygnał analogowy U_{we} podawany jest przez układ formowania na wejście komparatora analogowego. Na drugie wejście komparatora podawany jest odpowiednio przetworzony sygnał U_{odn} uzyskiwany z generatora przebiegu odniesienia. Sygnał wyjściowy z tego generatora ma najczęściej charakter

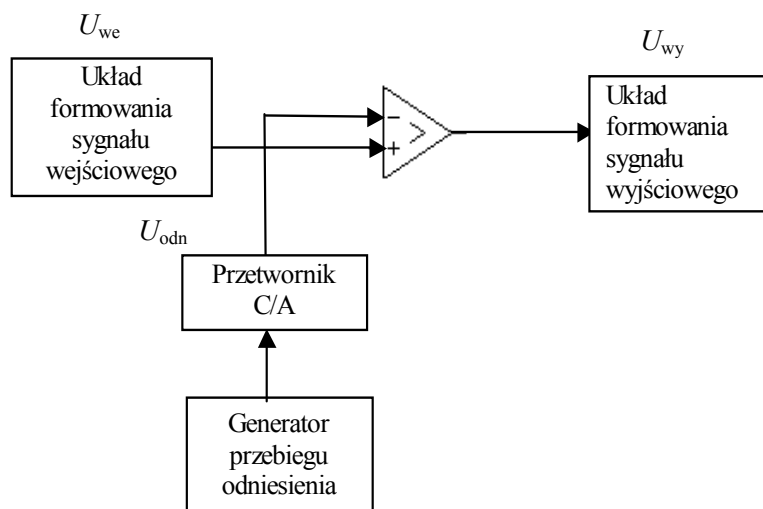
losowy. W przypadku, gdy wartość sygnału U_{we} jest większa od wartości sygnału odniesienia, na wyjściu komparatora pojawia się impuls dodatni o stałej amplitudzie trwającej tak długo, jak długo spełniony jest warunek $U_{we} \geq U_{odn}$. Jeżeli przetwarzanie ma charakter synchroniczny, to porównywanie wartości U_{we} z U_{odn} zachodzi w chwilach pojawienia się impulsów zegarowych synchronizujących oba powyższe sygnały, a czas trwania impulsów wyjściowych jest równy wielokrotności okresu impulsów zegarowych. W wyniku ciągłego porównywania chwilowych wartości U_{we} z U_{odn} na wyjściu komparatora powstaje ciąg sygnałów stochastycznych. Wyznaczenie wartości oczekiwanej W_0 sygnału wyjściowego opisuje się za pomocą wzoru (1) i wzór ten może stanowić tylko podstawę do jej wyznaczenia

$$W_0 = X_0 \cdot F(x) \quad (1)$$

gdzie:

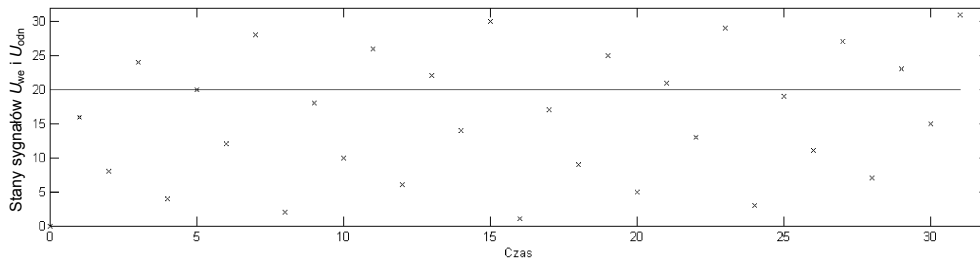
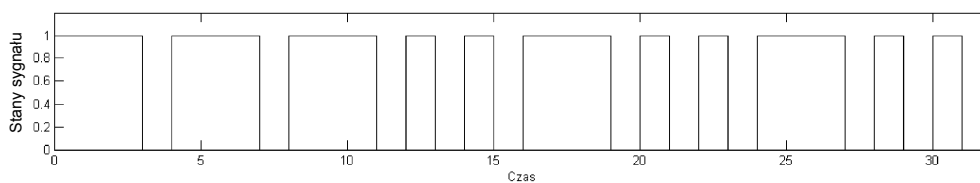
- X_0 – górny zakres wielkości kodowanej,
- $F(x)$ – dystrybuanta rozkładu jednowymiarowego sygnału wzorcowego otrzymanego z generatora przebiegu odniesienia.

Impulsy wyjściowe z komparatora mogą być sumowane w liczniku binarnym. Na rysunkach 2–4 przedstawiono przykładowe przebiegi sygnałów dla układu przetwornika z rys. 1, przy założeniu stałości sygnału wejściowego U_{we} .



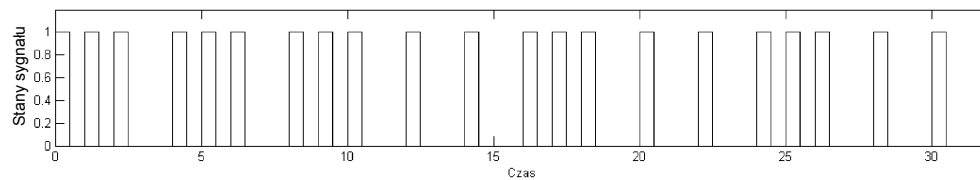
Rys. 1. Schemat blokowy stochastycznego przetwornika A/C

Fig. 1. Block diagram of stochastic A/C converter

Rys. 2. Wykresy zmian sygnałów U_{we} oraz U_{odn} od czasuFig. 2. Time diagram of signal changes U_{we} and U_{odn} 

Rys. 3. Przykład sygnału na wyjściu komparatora

Fig. 3. Example of output signal comparator

Rys. 4. Przykład sygnału U_{wy} Fig. 4. Example of signal U_{wy}

Zaletami przetworników stochastycznych są: prosta budowa (wykorzystuje się tylko jeden komparator, co jest związane z niskimi kosztami produkcji), dobre właściwości szumowe, możliwość uzyskania wysokiej rozdzielczości przetwornika – zależnie od sygnału odniesienia i zastosowanych liczników oraz czasy przetwarzania sygnału pomiarowego porównywalne z metodami całkującymi. Wadę stanowią trudności z doбором właściwego układu generacji sekwencji pseudolosowej o rozkładzie równomiernym oraz o odpowiedniej długości w celu uzyskania żądanej rozdzielczości (np. 8, 10 i więcej bitów). Zastosowanie: przetwarzanie sygnału analogowego na cyfrowy i pomiar wartości średnich.

3. Metody generowania liczb pseudolosowych o rozkładzie równomiernym

Prekursorem generatorów losowych (z ang. RNG) był John von Neumann [3, 4, 7]. W 1946 roku przedstawił on deterministyczny algorytm „generatora środka kwadratu” i później zastosował maszynę cyfrową do generacji sekwencji liczb pseudolosowych. Najbardziej pożądanymi cechami takich generatorów oraz rozkładów otrzymanych z RNG są [3, 4, 7, 9]:

- krótki czas generowania sekwencji ciągu – w idealnym generatorze powinien być bliski 0 s,
- odpowiednie parametry statystyczne otrzymanego ciągu liczb o charakterystycznym rozkładzie – szczegółowo zostały opisane w rozdziale 5,
- długi okres generowanej sekwencji liczb, w idealnym generatorze zmierzający do nieskończoności,
- odtwarzalność uzyskanego ciągu, która jest powtarzalna dla tej samej liczby startowej i jest ona charakterystyczną cechą badanych generatorów. Różne liczby startowe generują jednak odmienne długości ciągów, co ma wpływ na dokładność i rozdzielczość przetwornika.

Obecnie najczęściej stosowane są komputerowe generatory liczb pseudolosowych (PRNG) o rozkładzie równomiernym, które działają według schematu rekurencyjnego opisanego wzorem

$$X_{n+1} = (a \cdot X_n + c) \bmod m \quad (2)$$

Wszystkie liczby we wzorze (2) są liczbami całkowitymi z przedziału $[0, M)$. Oznaczenie N określa zbiór liczb naturalnych. Obecnie najczęściej stosowanymi generatorami o rozkładzie równomiernym są:

a) generatory Fibonacciego

$$X_{n+1} = (X_{n-2} + X_{n-1}) \bmod m \quad \text{dla } n \geq 2 \quad (3)$$

b) generatory multiplikatywne

$$X_{n+1} = (a \cdot X_n) \bmod m \quad \text{dla } a \in [0, M) \cap N \quad (4)$$

c) generatory mieszane

$$X_{n+1} = (a \cdot X_{n-1}) \bmod m + b \quad \text{dla } b \neq 0, b \in [0, M) \cap N \quad (5)$$

d) generatory oparte na rejestrach przesuwanych

$$x_i = (a_1 x_{i-1} + \dots + a_k x_{k-1}) \bmod 2 \quad (6)$$

4. Implementacja programowa wybranych PRNG

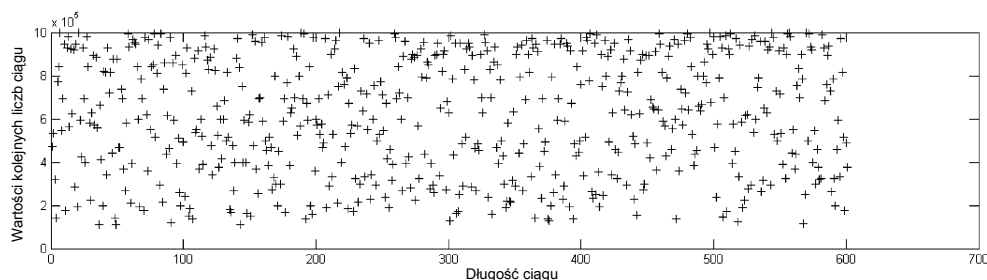
Komputerowe generatory liczb pseudolosowych stosowane są głównie w symulacjach i w procesach wykorzystujących zależności statystyczne i zagadnienia predykcyjne. Nie spotyka się w praktyce generatorów liczb pseudolosowych „idealnych”, często okazuje się, że wybrany PRNG o bardzo dobrych właściwościach statystycznych nie daje dla rozwiązania konkretnego zagadnienia oczekiwanych wyników, natomiast w przypadku symulacji

innego problemu pozwala osiągnąć wyniki zadowalające. Większość obecnie stosowanych PRNG tworzy ciągi liczbowe na podstawie relacji rekurencyjnych z wykorzystaniem funkcji modulo, przy czym ciąg liczb powtarza się. Okres generowanej sekwencji liczb powinien być odpowiednio długi, gdyż zbyt krótki okres stwarza niebezpieczeństwo uzyskania błędnych rezultatów. Większość generatorów działa tak, że na podstawie początkowej liczby całkowitej tworzy w sposób deterministyczny odtwarzalny ciąg pseudolosowych liczb całkowitych. PRNG powinien generować za każdym razem identyczne ciągi, dla takich samych zadanych wartości inicjujących. W sytuacji uzyskiwania różnych ciągów dla identycznych wartości inicjujących wpływ tych zmian byłby trudny do oszacowania i taki generator należy ze względu na aplikacyjną nieprzydatność zdyskwalifikować.

W prezentowanym artykule implementacje algorytmów dla wybranych metod generowania liczb pseudolosowych przeprowadzono w języku C/C++. Algorytmy opisujące działania generatorów na podstawie startowej liczby naturalnej umożliwiają tworzenie w sposób deterministyczny odtwarzalnego ciągu całkowitych liczb pseudolosowych, a wyniki licznych testów, przeprowadzonych za pomocą zaimplementowanych generatorów potwierdziły, że generują one powtarzalne ciągi liczb losowych. Zaimplementowane generatory są dostępne w Internecie pod adresem [8] i otrzymały następujące nazwy:

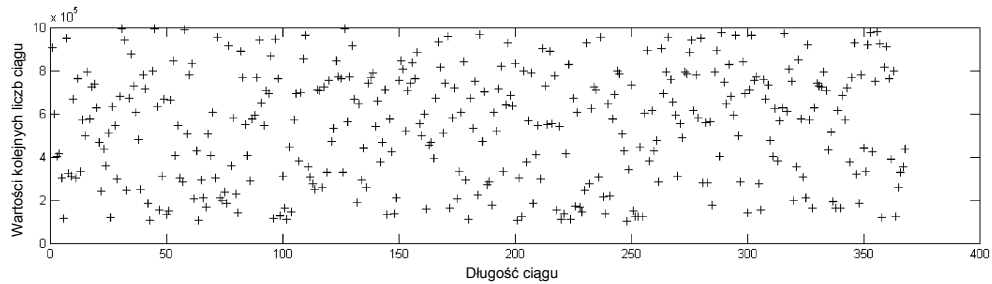
- a) generator algorytmiczny I,
- b) generator algorytmiczny II,
- c) generator algorytmiczny III,
- d) generator Parka i Millera „standard minimum”,
- e) generator L’Ecuyer’a z przetasowaniem,
- f) generator ogólny liniowy,
- g) generator uniwersalny.

W wyniku symulacji dla każdego z ww. generatorów otrzymano rozkłady liczb pseudolosowych. Badania prowadzono dla ciągów liczb o długości cyfr 4, 5, 6, 8. Dla liczb od 6 cyfr generowane ciągi liczb pseudolosowych są rzędu kilkuset lub kilku tysięcy cyfr, a czasy wygenerowania sekwencji znacząco wydłużają się do kilku sekund (komputer PC AMD Athlon 1600 XP, Pamięć 512MB RAM). W każdym jednak przypadku uzyskane wyniki są porównywalne. Rozkłady dla liczb 6-cyfrowych i różnych wartości inicjujących zostały przedstawione na rys. 5–11. Liczby inicjujące dobrano tak, aby uzyskać możliwie porównywalne licznosci ciągów i podane zostały w tabeli 1 w rozdziale 5. Autor pragnie podkreślić, że dla identycznych liczb inicjujących każdy z generatorów uzyskuje najczęściej ciągi o dużej rozbieżności w licznosci.



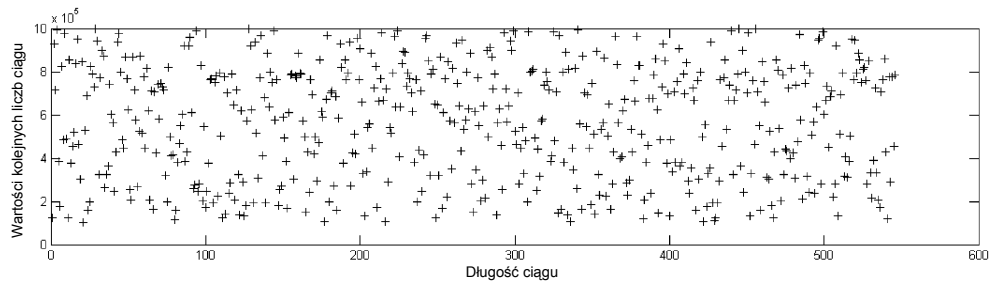
Rys. 5. Rozkład liczb 6-cyfrowych otrzymany za pomocą metody algorytmicznej I

Fig. 5. Distribution of 6 digit numbers received by means of algorithmic method I



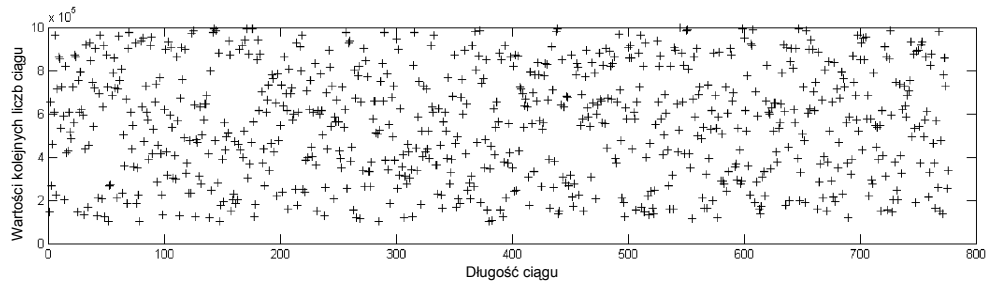
Rys. 6. Rozkład liczb 6-cyfrowych otrzymany za pomocą metody algorytmicznej II

Fig. 6. Distribution of 6 digit numbers received by means of algorithmic method II



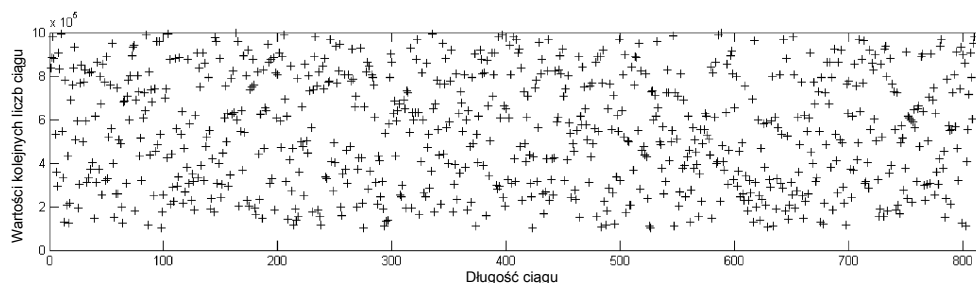
Rys. 7. Rozkład liczb 6-cyfrowych otrzymany za pomocą metody algorytmicznej III

Fig. 7. Distribution of 6 digit numbers received by means of algorithmic method III



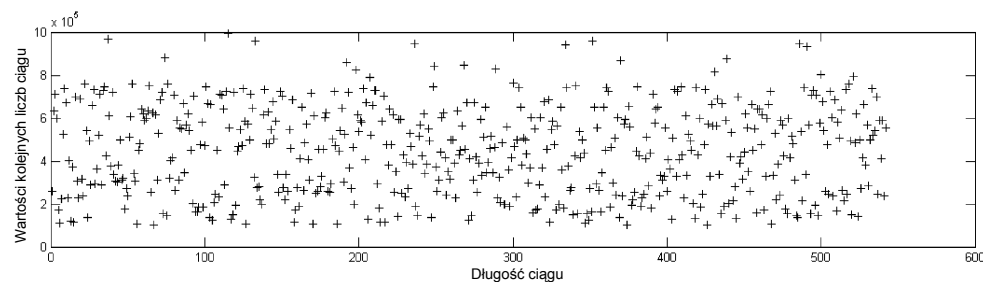
Rys. 8. Rozkład dla liczb 6-cyfrowych otrzymany za pomocą generatora Parka i Millera „standard minimum”

Fig. 8. Distribution of 6 digit numbers received by means of Park and Miller “standard minimum” generator



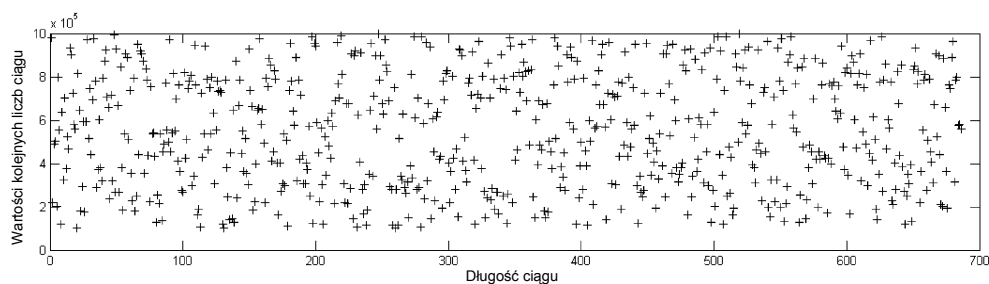
Rys. 9. Rozkład dla liczb 6-cyfrowych otrzymany za pomocą generatora L'Ecuyera z przetasowaniem

Fig. 9. Distribution of 6 digit numbers received by means of L'Ecuyer reshuffle generator



Rys. 10. Rozkład dla liczb 6-cyfrowych otrzymany za pomocą generatora ogólnego liniowego

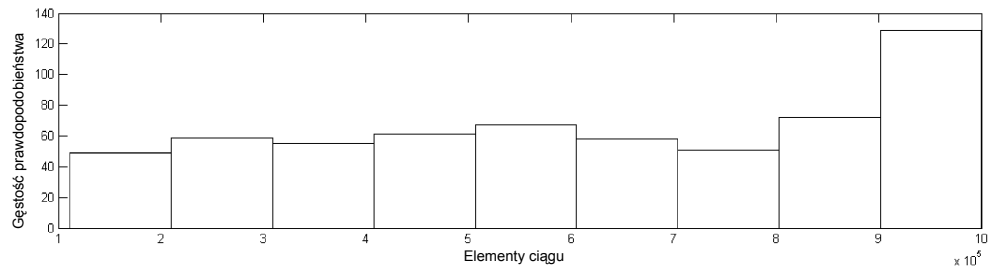
Fig. 10. Distribution of 6 digit numbers received by means of general linear generator



Rys. 11. Rozkład dla liczb 6-cyfrowych otrzymany za pomocą generatora uniwersalnego

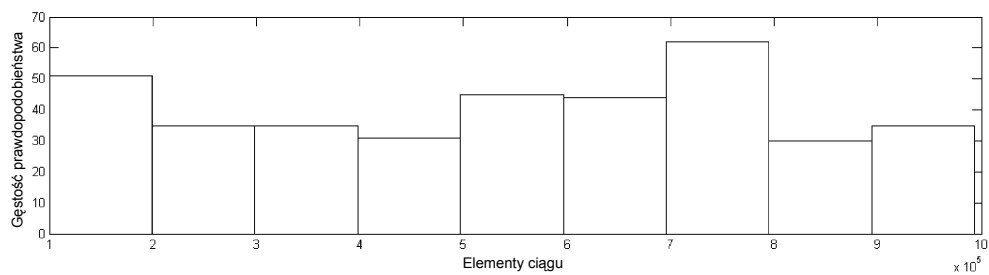
Fig. 11. Distribution of 6 digit numbers received by means of universal generator

Na rysunkach 12–18 zostały zamieszczone empiryczne rozkłady gęstości prawdopodobieństwa ciągów uzyskanych z każdego generatora. Histogramy wykonano dla wartości w 9 klasach (równych przedziałach) z zakresu od 100 000 do 999 999.



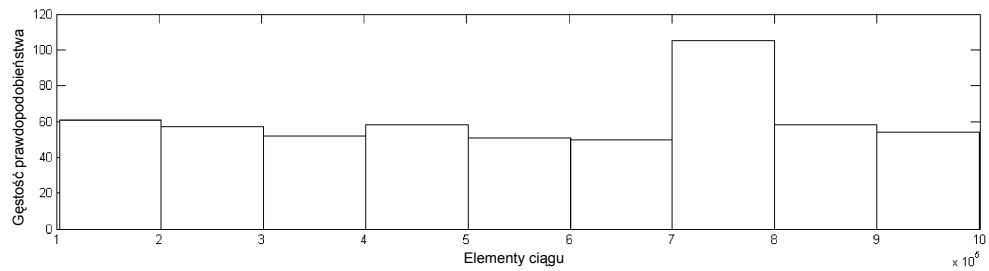
Rys. 12. Empiryczny rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla metody algorytmicznej I

Fig. 12. Empirical distribution density of credibility received from algorithmic method I



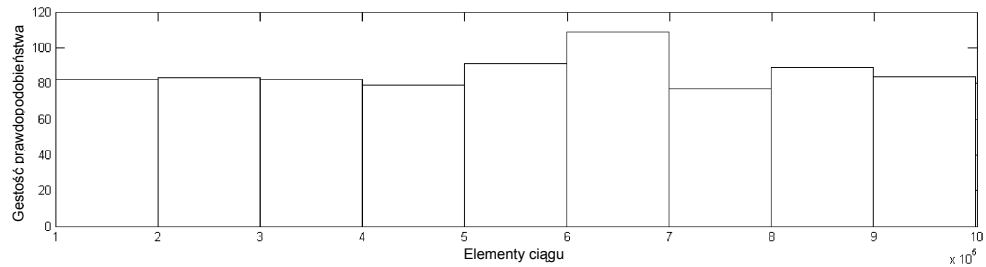
Rys. 13. Empiryczny rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla metody algorytmicznej II

Fig. 13. Empirical distribution density of credibility received from algorithmic method II



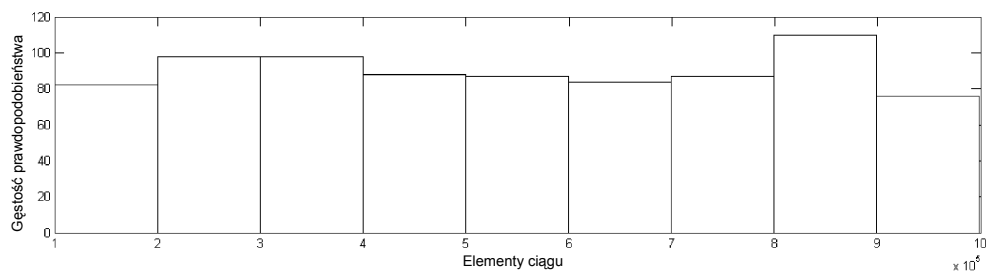
Rys. 14. Empiryczny rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla metody algorytmicznej III

Fig. 14. Empirical distribution density of credibility received from algorithmic method III



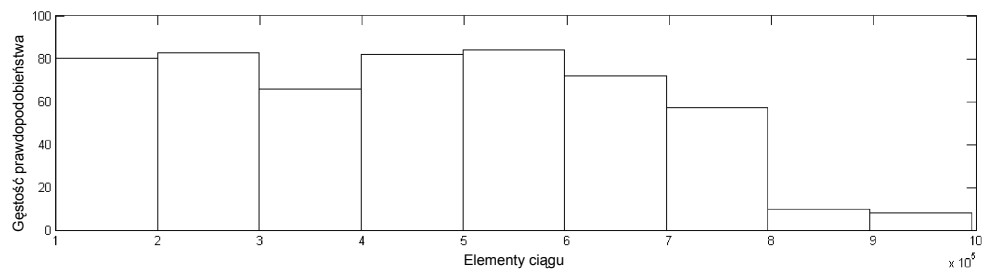
Rys. 15. Empiryczny rozkład gęstości prawdopodobieństwa otrzymany z generatora Parka i Millera „standard minimum”

Fig. 15. Empirical distribution density of credibility received from Park and Miller “standard minimum” generator



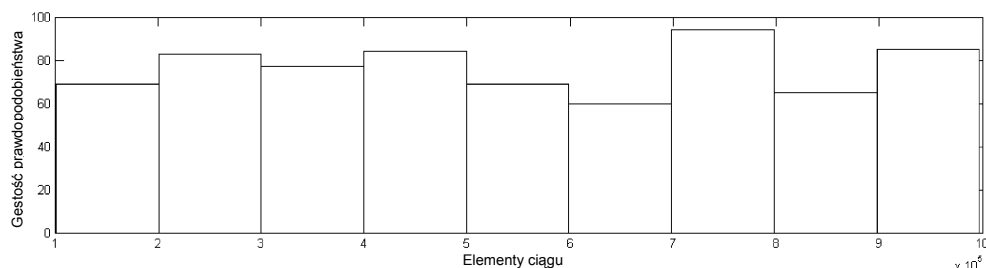
Rys. 16. Empiryczny rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla generatora L'Ecuyera z przetasowaniem

Fig. 16. Empirical distribution density of credibility received from L'Ecuyer reshuffle generator



Rys. 17. Empiryczny rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla generatora ogólnego liniowego

Fig. 17. Empirical distribution density of credibility received from general linear generator



Rys. 18. Empiryczny rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla generatora uniwersalnego

Fig. 18. Empirical distribution density of credibility received from universal generator

5. Zestawienie wyników oceny uzyskanych rozkładów i obliczonych parametrów

Porównanie i ocenę charakterystyk jakości rozkładów RN przeprowadzono wg wybranych kryteriów:

- obliczone parametry statystyczne,
- długość sekwencji RN – liczba cyfr otrzymanych z generatora,
- równomierność rozlokowania punktów w okresie – na podstawie analizy otrzymanych rozkładów RN z generatorów oraz empirycznych rozkładów gęstości prawdopodobieństwa. Przeprowadzone zostały testy: chi-kwadrat oraz Kołmogorowa–Smirnowa (KS). Następnie przeprowadzone zostały dodatkowe testy metodami: średnich kolejnych wartości, odczytów parzystych-nieparzystych i porównania liczby punktów w przestrzeni R^2 .

Analiza uzyskanych rozkładów oraz wyniki przeprowadzonych testów potwierdziły wiarygodność uzyskanych wyników testów zgodności.

Najczęściej wykorzystywane parametry statystyczne w badaniach właściwości rozkładów liczb pseudolosowych w szczególności do oceny równomierności rozkładów zostały opisane za pomocą wzorów (7–10). Na podstawie poniższych zależności dokonano weryfikacji następujących parametrów statystycznych:

wartość średnia

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (7)$$

wariancja

$$D^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (8)$$

odchylenie standardowe

$$D = \sqrt{D^2} \quad (9)$$

odchylenie przeciętne

$$d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (10)$$

Liczby uzyskane z generatorów losowych mogą być wartościami całkowitymi lub rzeczywistymi z zakresu (0, 1). W niniejszym artykule uzyskano ciągi o wartościach całkowitych z przedziału o przyjętym oznaczeniu (ZD, ZG). Dla prezentowanych wyników jest to przedział (100 000, 999 999). Dla ciągu liczb o rozkładzie równomiernym parametry przedstawione w tab. 1 powinny przyjąć, odpowiednio, wartości [7, 9]:

1. **Wartość średnia (oczekiwana)**. Oblicza się na podstawie zależności $(ZG - ZD)/2$. Dla rozkładu równomiernego dla prezentowanego przedziału wartość średnia wynosi dokładnie 549 999,5. Obliczone wartości dla każdego ciągu nie powinny różnić się istotnie od tej liczby.
2. **Wariancja** zmiennej losowej jest miarą rozproszenia wartości zmiennej wokół wartości średniej i wskazuje na stopień równomierności rozkładu. Dla rozkładu równomiernego wartość wariancji oblicza się z zależności $1/12 \cdot (ZG - ZD)^2$. Dla rozkładu równomiernego z przedziału wartość ta powinna wynosić $67\,499,8e + 6$.
3. **Wartość odchylenia standardowego** dla rozkładu równomiernego powinna wynosić dokładnie $(ZG - ZD) \cdot 0,5 / \sqrt{3}$; dla liczb z prezentowanego przedziału wartość ta wynosi 263 157.
4. **Wartość odchylenia przeciętnego** dla rozkładu równomiernego powinna mieć wartość $0,25 \cdot (ZG - ZD)$. Dla liczb z prezentowanego przedziału wartość ta wynosi 224 999,75.
5. **Wartości względne**. W badaniach zastosowano ilorazy odchylenia standardowego i odchylenia przeciętnego do wartości średniej, określane – odpowiednio – w literaturze terminami: współczynniki zmienności i współczynnik nierównomierności. Dla rozkładu równomiernego powinny one przyjmować wartości bliskie 0,5.

Dla sprawdzenia hipotezy, że uzyskane z PRNG liczby losowe mają rozkład równomierny, wykorzystano test zgodności chi-kwadrat oraz test Kołmogorowa–Smirnowa. W tym celu wygenerowano po 10 serii liczb losowych i sprawdzono rozkłady testem zgodności chi-kwadrat dla częstości oraz testem KS dla dystrybuanty rozkładu równomiernego o znanych parametrach. Obliczenia wykonano dla ciągów o długości liczb 4-, 5- oraz 6-cyfrowych. Jako jedyny pozytywnie wszystkie testy zaliczył generator L'Ecuyera z przetasowaniem. Wyniki testu chi-kwadrat zaprezentowano w tab. 2, a w tab. 3 przedstawiono wyniki testu Kołmogorowa–Smirnowa. Testy wykonano dla ciągów 6-cyfrowych o parametrach i właściwościach zaprezentowanych w tab. 1.

Na podstawie przedstawionych w tab. 2 wyników testów można stwierdzić, że test chi-kwadrat pozytywnie spełniają 3 generatory: Parka i Millera „standard minimum”, L'Ecuyera z przetasowaniem oraz uniwersalny.

W tabeli 3 przedstawiono wyniki testu KS dla wybranych ciągów 6-cyfrowych.

Na podstawie zaprezentowanych w tab. 3 wyników testów można stwierdzić, że test KS pozytywnie spełniają 4 generatory: algorytmiczny II, Parka i Millera „standard minimum”, L'Ecuyera z przetasowaniem oraz uniwersalny.

Tabela 1

Porównanie parametrów statystycznych – liczby 6-cyfrowe

Metoda liczba inicjująca	Długość ciągu	Wartość średnia	Wariancja D^2	Odchylenie standardowe D	Odchylenie przeciętne d	Wartość względna $D/\text{średnia}$	Wartość względna $d/\text{średnia}$
Algorytmiczna I 678 951	601	618 250	73 152e+6	270 470	236 690	0,3828	0,4375
Algorytmiczna II 543 219	368	542 860	66 714e+6	258 290	223 450	0,4116	0,4758
Algorytmiczna III 535 453	546	565 270	67 165e+6	259 160	226 560	0,4008	0,4585
Parka i Millera „standard minimum” 789 167	776	554 190	65 274e+6	255 490	219 160	0,3955	0,4610
Generator L’Ecuyera z przetasowaniem 678 951	810	545 700	66 238e+6	257 370	224 070	0,4106	0,4716
Generator ogólny liniowy 135 799	542	448 390	42 790e+6	206 860	176 650	0,3940	0,4613
Generator uniwersalny 890 139	686	552 090	67 376e+6	259 570	227 020	0,4112	0,4702

Tabela 2

Wyniki testu chi-kwadrat – liczby 6-cyfrowe

Metoda	$n \cdot p_i$	Statystyka chi-kwadrat	Wartość krytyczna (0,05)	Długość ciągu n	Liczba klas
Algorytmiczna I	66,7778	71,4842	15,507	601	9
Algorytmiczna II	40,8889	28,1467	15,507	368	9
Algorytmiczna III	60,6667	37,7473	15,507	546	9
Parka i Millera „standard minimum”	86,2222	9,45880	15,507	776	9
Generator L’Ecuyera z przetasowaniem	90,0000	8,5778	15,507	810	9
Generator ogólny liniowy	60,2222	124,2989	15,507	542	9
Generator uniwersalny	76,2222	13,1662	15,507	686	9

Wyniki testu KS – liczby 6-cyfrowe

Metoda	Długość ciągu n	D_n^+	D_n^-	Wartości krytyczne $D_n(0,05)$ dla danego n	$D_n \cdot \sqrt{n}$
Algorytmiczna I	601	0,13211	0,13377	1,36	3,27941
Algorytmiczna II	368	0,06020	0,05749	1,36	1,15483
Algorytmiczna III	546	0,06304	0,06487	1,36	1,51591
Parka i Millera „standard minimum”	537	0,03032	0,03161	1,36	0,88064
Generator L’Ecuyera z przetasowaniem	810	0,02594	0,02471	1,36	0,73832
Generator ogólny liniowy	542	0,23043	0,22858	1,36	5,36461
Generator uniwersalny	686	0,02554	0,02700	1,36	0,70712

6. Podsumowanie i wnioski

Na podstawie wyników licznie przeprowadzonych testów dla wygenerowanych serii ciągów z każdego generatora można stwierdzić, że spośród przebadanych PRNG dla różnych wartości liczb startowych oraz dla uzyskanych ciągów liczb o różnej długości rozkład równomierny zapewnia tylko generator L’Ecuyera z przetasowaniem, niezadowolające wyniki uzyskały pozostałe generatory. Dlatego też w układach stochastycznego przetworznika A/C powinien zostać zastosowany generator L’Ecuyera z przetasowaniem. Obecnie coraz popularniejsze są sprzętowe generatory liczb pseudolosowych, przez co mogą one być wykorzystane bezpośrednio po zaprogramowaniu, np. odpowiedniego układu scalonego lub z użyciem procesora.

Metody generacji liczb pseudolosowych oraz generatory liczb pseudolosowych są wciąż dziedziną rozwijającą się. Zakres zastosowania generatorów liczb pseudolosowych jest rozległy i – zdaniem autora – w przyszłości nadal będą pojawiać się nowe kierunki wykorzystywania ciągów liczb pseudolosowych w układach przetwarzania.

Literatura

- [1] Badźmirowski K., Karkowska H., Karkowski Z., *Cyfrowe systemy pomiarowe*, WNT, Warszawa 1979.
- [2] Kulka Z., Libura A., Nadachowski M., *Przetworniki analogowo-cyfrowe i cyfrowo-analogowe*, WKiŁ, Warszawa 1987.
- [3] Knuth E.D., *The Art. of Computer Programming*, Vol. 1, 2, USA, AWL 1998.
- [4] Zieliński R., Wieczorkowski R., *Komputerowe generatory liczb losowych*, WNT, Warszawa 1997.

- [5] Lyons R.G., *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów*, WKiŁ, Warszawa 2000.
- [6] Pędrak G., *Zastosowanie metody Monte-Carlo w przetwarzaniu sygnałów*, IX MSM Rzeszów 23–25 października 2001.
- [7] Zieliński R., *Generatory liczb losowych*, WNT, Warszawa 1979.
- [8] <http://www.cyf-kr.edu.pl/~pepedrak/generatory/>, odczyt z dnia 28.07.2008.
- [9] Domański Cz., *Statystyczne testy nieparametryczne*, PWE, Warszawa 1979.