

TOMASZ WĘGIEL*

MODELOWANIE SILNIKÓW KARUZELOWYCH**MODELLING OF CAROUSEL MOTORS****Streszczenie**

Prezentowany w artykule silnik elektryczny karuzelowy składa się z wirników i wspólnego stojana z uzwojeniem, które wytwarza wirujący przepływ o zadanej liczbie par biegunów – p . Zasada budowy silnika polega na symetrycznym rozmieszczeniu nad powierzchnią czynną stojana jednakowych, cylindrycznych wirników w liczbie $2p$, z których każdy może wykonywać ruch obrotowy względem własnej osi i toczyć się po bieżni, jaką jest powierzchnia stojana. Działanie silnika karuzelowego polega na tym, że każdy z wirników jest przyciągany przez stojan i stara się przyjąć położenie odpowiadające maksimum energii pola magnetycznego, wytworzonego przez uzwojenie stojana. Siła przyciągania elektromagnetycznego wirników jest niezależna od prędkości i przekłada się na moment synchroniczny na wale wyjściowym. W niniejszym artykule zaprezentowano model matematyczny oraz przedstawiono wyniki obliczeń polowych mających na celu określenie podstawowych parametrów oraz momentu elektromagnetycznego silnika karuzelowego.

Słowa kluczowe: silnik karuzelowy, silnik reluktancyjny, toczące się wirniki

Abstract

This paper deals with mathematic model of carousel motor. This motor is constructed with a stator typical for AC machines and with a rotor of a new design. The stator is traditionally used to produce p -poles sinusoidal EMF. The rotor consists of $2p$ rotors located over active surface of the stator, and each of them can rotate around its own axis. Rotors are situated on interior surface of stator. The principle of motor work depends on utilizing attractive forces between the stator and the rotors. The rotors try to take position which correspond to the position of the maximum energy of electromagnetic field produced by the stator winding. The paper presents the method of creation of mathematic models for carousel motors. The co-energy functions and produced electromagnetic torques for carousel motors are shown in the paper.

Keywords: carousel motor, reluctance motor, rolling rotors

* Dr inż. Tomasz Węgiel, Instytut Elektromechanicznych Przemian Energii, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej, Politechnika Krakowska.

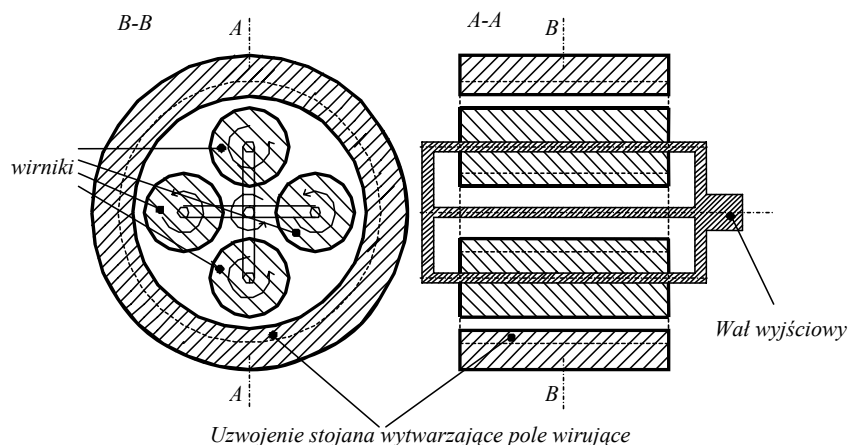
Oznaczenia

- z_s – liczba zwojów uzwojenia fazy stojana
 k_u^ζ – współczynnik uzwojenia dla ζ -tej harmonicznej
 α_j – kąt pomiędzy pasmami uzwojeń $\alpha_j = 2\pi(j-1)/3p$ dla $j = 1, 2, 3$
 R – promień stojana
 r – promień wirników
 l_c – długość osiowa maszyny
 J_r – moment bezwładności pojedynczego wirnika
 m – masa pojedynczego wirnika

1. Wstęp

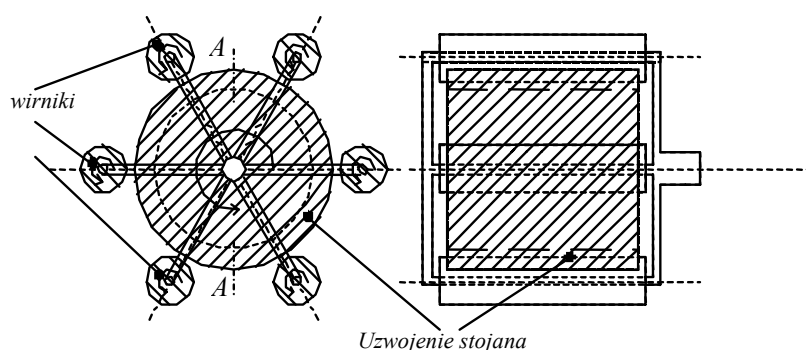
Silnik elektryczny karuzelowy składa się z wirników i wspólnego stojana z uzwojeniem, które ma wytworzyć wirujący przepływ o zadanej liczbie par biegunów p . Istota konstrukcji polega na symetrycznym rozmieszczeniu nad powierzchnią czynną stojana jednakowych, cylindrycznych wirników w liczbie $2p$, z których każdy może wykonywać ruch obrotowy względem własnej osi i toczyć się po jej powierzchni. Nieruchome osie wszystkich wirników są połączone na sztywno z wałem wyjściowym, którego oś obrotu pokrywa się z osią symetrii powierzchni stojana [1].

Przykładowe rozwiązania silnika karuzelowego w przekroju poprzecznym i wzdłużnym zamieszczono na poniższych rysunkach, przy czym na rysunku 1 przedstawiono silnik karuzelowy z czterema wirnikami wewnątrz stojana (silnik karuzelowy wewnętrzny), a na rys. 2 silnik karuzelowy z sześcioma wirnikami na zewnątrz stojana (silnik karuzelowy zewnętrzny) [1].



Rys. 1. Silnik karuzelowy wewnętrzny

Fig. 1. The internal carousel motor



Rys. 2. Silnik karuzelowy zewnętrzny

Fig. 2. The external carousel motor

W silnikach karuzelowych, podobnie jak we wszystkich silnikach prądu przemiennego, uzwojenie stojana wytwarza przepływ wirujący. Nad powierzchnią czynną stojana są rozmieszczone jednakowe cylindryczne wirniki. Każdy z wirników posiada niezależny wał i może wykonywać indywidualnie ruch obrotowy względem własnej osi symetrii.

Wirniki są przyciągane przez stojan i starają się przyjąć położenie odpowiadające maksimum energii pola magnetycznego, wytworzonego przez uzwojenie stojana, czyli przyjmując położenia odległe o podziałkę biegunową uzwojenia. Gdy przepływ zacznie wirować z pewną prędkością obrotową, wirniki będą nadążały synchronicznie za tym ruchem, tocząc się po bieżni, jaką jest powierzchnia wewnętrzna stojana. Spowoduje to także ruch obrotowy wału wyjściowego. Siła przyciągania elektromagnetycznego wirników jest bardzo duża i jest niezależna od prędkości. Siły te przekładają się na moment synchroniczny na wale wyjściowym [1].

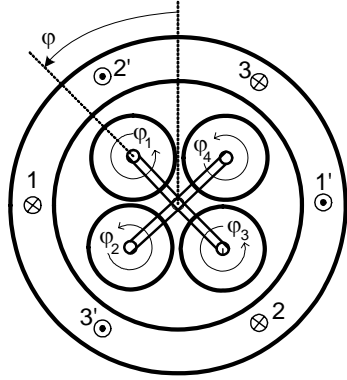
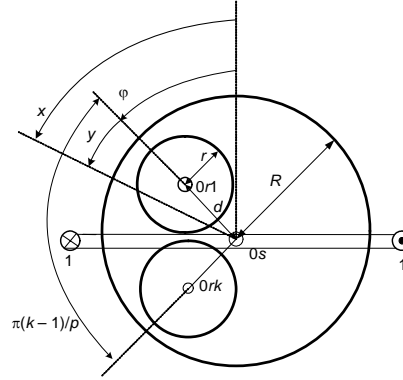
2. Opis modelu matematycznego silnika karuzelowego

Podstawą opisu matematycznego jest określenie funkcji Lagrange'a. Dla elektromechanicznych przetworników energii o ruchu obrotowym (maszyn elektrycznych), w którym przemiana energii zachodzi z wykorzystaniem pola elektromagnetycznego na funkcję Lagrange'a składają się jedynie koenergie kinetyczne, gdyż przetwornik jest rozpatrywany jako zbiór wzajemnie sprzężonych cewek będących elementami kinetycznymi.

W celu utworzenia obwodowego modelu silnika karuzelowego niezbędne jest wyznaczenie koenergii magnetycznej w funkcji zmieniających się parametrów charakteryzujących położenie w szczeliny powietrznej wypadkowego przepływu stojana względem położenia wirnika oraz relacji pomiędzy promieniem stojana i promieniami wirników.

W artykule skupiono uwagę na utworzeniu modeli matematycznych dla 3-fazowych silników karuzelowych ze szczególnym uwzględnieniem przypadku silnika karuzelowego o budowie wewnętrznej.

Zależność opisująca funkcję koenergii kinetycznej silnika karuzelowego o 3-fazowym stojanie i liczbie wirników $2p$ jest zależna od 3 współrzędnych elektrycznych $[i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}]$ oraz $(2p + 1)$ współrzędnych mechanicznych $[\varphi, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{2p}]$.

Rys. 3. Silnik o 3-fazowym stojanie i $2p = 4$ Fig. 3. The motor with 3-phase stator and $2p = 4$ 

Rys. 4. Przyjęty układ odniesienia

Fig. 4. Assumed reference frame

Zakładając liniowość obwodu magnetycznego oraz przyjmując, że wirniki mogą toczyć się po powierzchni stojana bez poślizgu (co wiąże się z redukcją liczby stopni swobody związana z ruchami obrotowymi wirników do jednej współrzędnej mechanicznej φ)

$$\varphi_k = -\frac{R}{r}\varphi + \varphi_{0k} \quad \text{dla } k = 1, \dots, 2p \quad (1)$$

zależność opisującą funkcję koenergii magnetycznej związaną z prądami uzwojeń stojana przedstawia się następująco

$$E_{co} = \frac{1}{2} [i_{s1} \ i_{s2} \ i_{s3}] \cdot \begin{bmatrix} L_{11}(\varphi) & L_{12}(\varphi) & L_{13}(\varphi) \\ L_{21}(\varphi) & L_{22}(\varphi) & L_{23}(\varphi) \\ L_{13}(\varphi) & L_{23}(\varphi) & L_{33}(\varphi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} [i]^T [L(\varphi)] [i] \quad (2)$$

Równania Lagrange'a silnika karuzelowego można więc sprowadzić do dobrze znanej, charakterystycznej dla maszyn elektrycznych postaci

$$\frac{d}{dt} \{ ([L_\sigma] + [L(\varphi)]) [i] \} = [u] - [R_s] [i] \quad (3)$$

$$J \frac{d\dot{\varphi}}{dt} = T_{em}(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}, \varphi) + T_m - D \dot{\varphi}$$

gdzie moment elektromagnetyczny $T_{em}(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}, \varphi) = \frac{\partial E_{co}}{\partial \varphi}$, natomiast zredukowany moment bezwładności wirnika $J = 2p[J_r(R/r)^2 + m \cdot (R-r)^2]$.

W celu określenia koenergii magnetycznej należy znaleźć w pierwszej kolejności rozkład pola magnetycznego w szczelinie powietrznej silnika i na tej podstawie wyznaczyć macierz indukcyjności. W rozważaniach analitycznych dla utworzenia modeli obwodowych sprowadza się to do określenia funkcji jednostkowej permeancji szczeliny powietrznej, której współczynniki zależą od relacji pomiędzy promieniem stojana i promieniami wirników.

$$\lambda(x, \varphi) = \lambda(x - \varphi) = \sum_{k \in Q} \lambda_k e^{jk(x-\varphi)} \quad (4)$$

Zakładając, że przepływ wytworzony przez uzwojenia na stojanie wyraża się zależnością

$$\Theta_s(x, i_1, i_2, i_3) = \sum_{j=1}^3 \sum_{\varsigma \in P} i_j \frac{1}{\pi} w_s^{|\varsigma|} e^{j\varsigma(x-\alpha_j)} \quad (5)$$

współczynniki indukcyjności można przedstawić w następującej postaci

$$L_{ij}(\varphi) = \sum_{\varsigma \in P} \sum_{l \in Q} L_{l,\varsigma} e^{j\varsigma(\alpha_j - \alpha_l)} e^{jl\alpha_j} e^{-jl\varphi} \quad (6)$$

gdzie

$$L_{l,\varsigma} = \frac{2}{\pi} r_m l_c \mu_0 w_s^{|\varsigma|} w_s^{|\varsigma+l|} \lambda_l; \quad w_s^{|\varsigma|} = \frac{z_s k_u^{|\varsigma|}}{|\varsigma|}$$

$$P = \{\dots -3p, -p, p, 3p, 5p, \dots\}; \quad Q = \{\dots -4p, -2p, 0, 2p, 4p, \dots\}$$

Zakładając ponadto, że uzwojenie stojana jest sinusoidalnie rozłożone i wytwarza tylko podstawową harmoniczną przepływu, dostaje się znaczne uproszczenie rozważań i prowadzi to do utworzenia tzw. modelu monoharmonicznego. Dla tego modelu macierz indukcyjności głównych można zapisać w następującej formie

$$[L_s(\varphi)] = L_s \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{bmatrix} + \Delta L \begin{bmatrix} \cos(2p\varphi) & \cos(2p\varphi - 2\pi/3) & \cos(2p\varphi - 4\pi/3) \\ \cos(2p\varphi - 2\pi/3) & \cos(2p\varphi - 4\pi/3) & \cos(2p\varphi) \\ \cos(2p\varphi - 4\pi/3) & \cos(2p\varphi) & \cos(2p\varphi - 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (7)$$

gdzie

$$L_s = \frac{4}{\pi} \mu_0 R l_c (w_s^{|p|})^2 \lambda_0; \quad \Delta L = \frac{4}{\pi} \mu_0 R l_c (w_s^{|p|})^2 \lambda_{2p}$$

Wprowadzając transformacje równań (3) za pomocą macierzy Parka, otrzymuje się klasyczny model silnika reluktancyjnego we współrzędnych $0dq$

$$\begin{bmatrix} L_\sigma & & \\ & L_d & \\ & & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} - p\omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_q \\ 0 & -L_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} - R_s \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$T_{em} = p(3\Delta L i_d i_q) \quad (9)$$

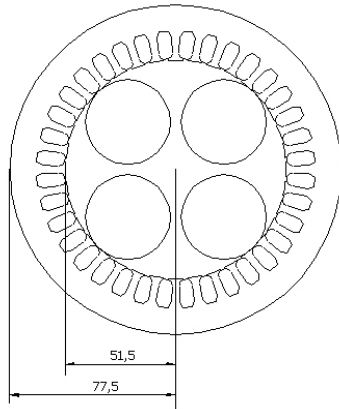
gdzie

$$L_d = L_\sigma + \frac{3}{2}(L_s + \Delta L) L_q = L_\sigma + \frac{3}{2}(L_s - \Delta L)$$

3. Parametry modelu matematycznego

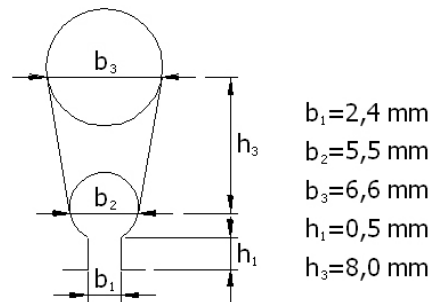
Ze względu na specyficzne ukształtowanie szczeliny powietrznej silnika karuzelowego klasyczne formuły opisujące w sposób analityczny rozkład pola w szczelinie maszyny na podstawie zależności (4) i (5) nie nadają się w łatwy sposób do adaptacji. Z tego względu wykonano analizy, opierając się na możliwości obliczeń polowych metodą elementów skończonych (FEM). W tym celu wykorzystano pakiet MagNet.

Obiektem badań był silnik karuzelowy o liczbie par biegunów $p = 2$, trójfazowym stojanie z uzwojeniem rozłożonym w 36 żłobkach, liczbie zwojów 318, średnicy wewnętrznej stojana równej 103 mm ($R = 56,5$ mm) i zewnętrznej równej 155 mm oraz długości osiowej $l_c = 86$ mm.



Rys. 5. Przekrój poprzeczny silnika

Fig. 5. Cross section of the motor



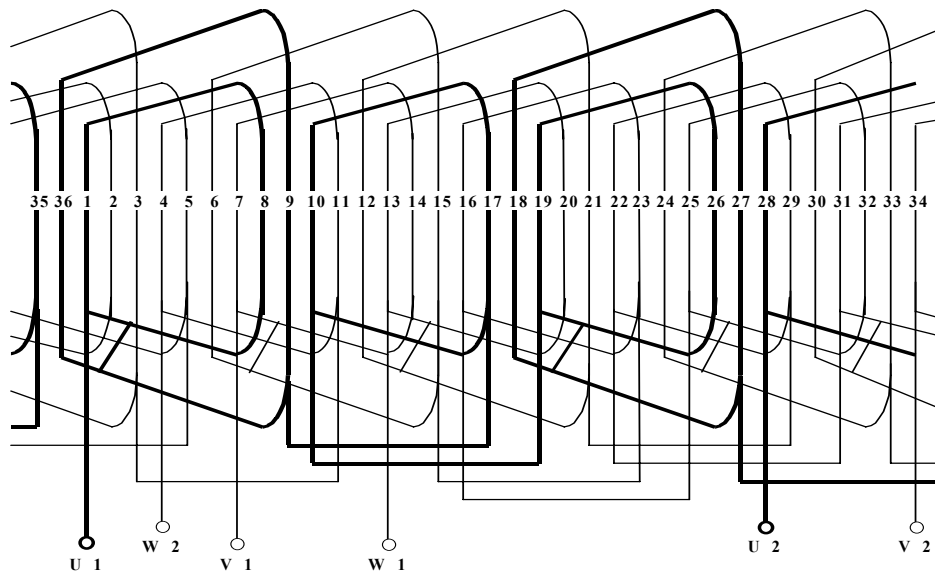
Rys. 6. Żłobek stojana

Fig. 6. Stator slot

Jeżeli przyjmie się założenie, że wirniki silnika karuzelowego mają się toczyć bez poślizgu po powierzchni stojana, to wówczas promienie wirników mogą przyjmować maksymalną wartość równą

$$r = r_{\max} = R \cdot \left(\sqrt{a^4 + a^2} - a^2 \right) \quad (10)$$

gdzie $a = \operatorname{tg}(\pi/2p)$, co dla $p = 2$ sprowadza się do relacji $r \leq 0,41R$ (czyli dla analizowanego obiektu $r \leq 23,1$ mm).



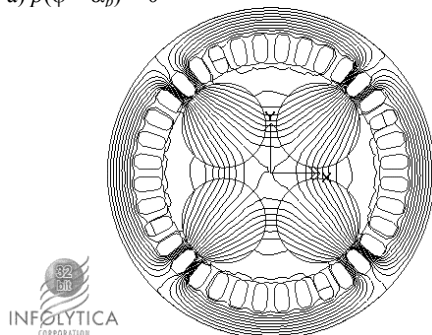
Rys. 7. Uzwojenie stojana

Fig. 7. Stator winding

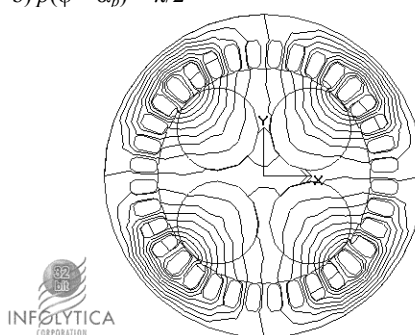
W obliczeniach numerycznych rozkładu pola magnetycznego dla zobrazowania wpływu rozmiarów wirników na wartości funkcji koenergii przyjęto do analizy dwa rozmiary wirników ($r = 20$ mm oraz $r = 21,3$ mm). Założono wymuszenie 3-fazowym sinusoidalnym układem prądów o amplitudzie I_m i analizowano przypadki, gdy uzwojenia stojana zasilane były prądami o amplitudach $I_m = 5$ A oraz $I_m = 10$ A.

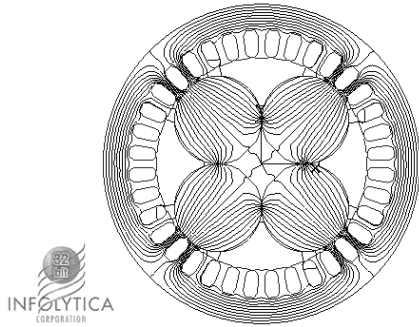
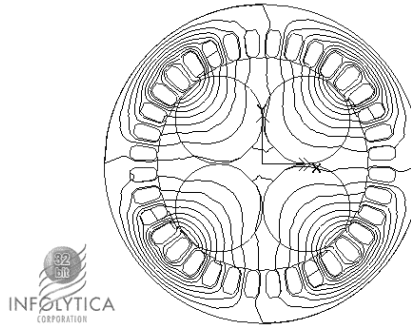
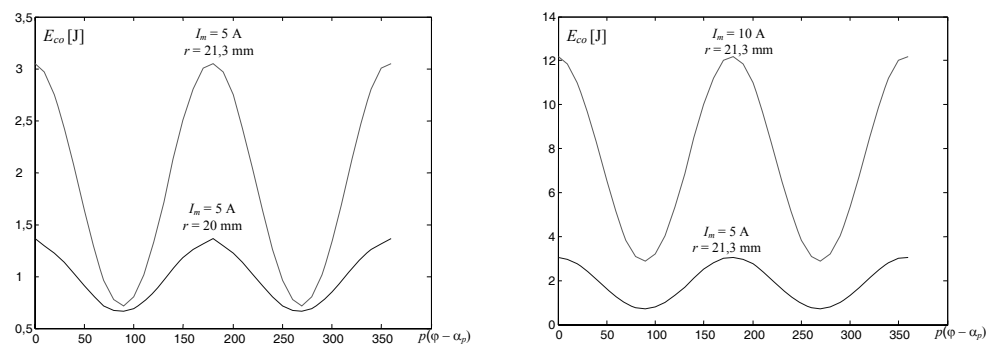
Dla założonych przypadków rozwiązań konstrukcyjnych wirników przeprowadzono obliczenia koenergii magnetycznej w funkcji zmian kąta położenia wirnika φ względem kąta położenia wypadkowego przepływu α_p .

a) $p(\varphi - \alpha_p) = 0$



b) $p(\varphi - \alpha_p) = \pi/2$

Rys. 8. Rozkład linii sił pola magnetycznego (wirniki $r = 20$ mm)Fig. 8. Magnetic flux distribution (rotors $r = 20$ mm)

a) $p(\varphi - \alpha_p) = 0$ b) $p(\varphi - \alpha_p) = \pi/2$ Rys. 9. Rozkład linii sił pola magnetycznego (wirniki $r = 21,3$ mm)Fig. 9. Magnetic flux distribution (rotors $r = 21,3$ mm)

Rys. 10. Funkcje koenergii magnetycznej

Fig. 10. Functions of magnetic coenergy

Na podstawie uzyskanych rozkładów pola i wyznaczonych wartości koenergii wykonano aproksymację funkcji koenergii magnetycznej w postaci

$$E_{co} = E_0(I_m^2) + E_2(I_m^2)\cos 2p(\varphi - \alpha_p) = \frac{1}{2}I_m^2(L_0 + L_2\cos 2p(\varphi - \alpha_p)) \quad (11)$$

gdzie relacje pomiędzy parametrami z zależności (7) w stosunku do (11) przedstawiają się następująco

$$L_s = \frac{4}{9}L_0 - \frac{2}{3}L_\sigma \quad \Delta L = \frac{4}{9}L_2 \quad (12)$$

W rozkładzie Fouriera funkcji koenergii (rys. 10) występowały również współczynniki rzędu 4, 6, 8, ..., lecz ich wartości były przynajmniej o dwa rzędy mniejsze w stosunku do harmonicznych 0 oraz 2.

Wyznaczenie indukcyjności rozprożeń można zwykle wykonać, opierając się na klasycznych wzorach konstrukcyjnych lub na drodze obliczeń polowych dla przypadku, gdy podda się analizie rozkład pola przy wyjętym wirniku. Tą drugą metodą wyznaczono dla analizowanego silnika indukcyjność rozproszenia ($L_\sigma = 15,1$ mH). Obliczone wartości pozostałych współczynników indukcyjności wg (12) w zależności od wymiarów wirników przedstawiono w tabeli 1.

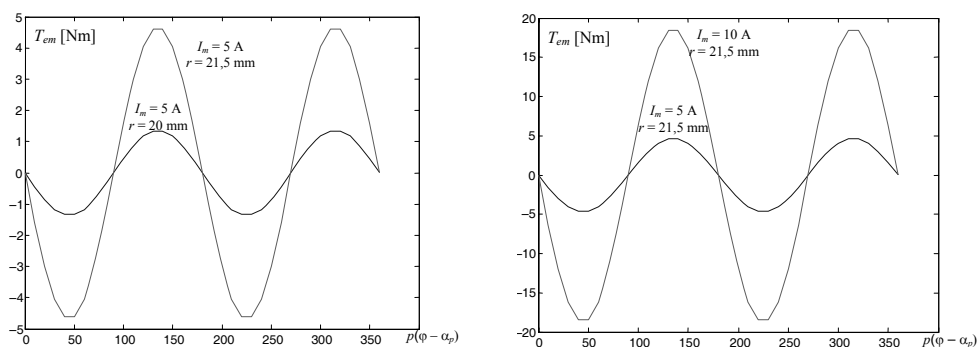
Tabela 1

Współczynniki indukcyjności

Wirnik	L_s [mH]	ΔL [mH]
$r = 20$ mm	25,9	12,5
$r = 21,3$ mm	56,9	41,4

Analizując otrzymane parametry (wg tab. 1), można stwierdzić, że lepszym rozwiązaniem jest przypadek silnika z większymi wirnikami ($r = 21,3$ mm), gdyż taki silnik wytwarza ponad trzykrotnie większy moment elektromagnetyczny zgodnie z poniższą relacją

$$T_{em} = -p \left(\frac{3}{2} I_m \right)^2 \Delta L \sin 2p(\varphi - \alpha_p) \quad (13)$$



Rys. 11. Moment elektromagnetyczny

Fig. 11. Electromagnetic torque

4. Podsumowanie

Przedstawiony opis matematyczny oraz algorytm określania parametrów modelu matematycznego mogą być z powodzeniem stosowane do modelowania silników karuzelowych. Pomimo istotnych ograniczeń tej przykładowej analizy otrzymane rezultaty potwierdzają słuszność przyjętej metodyki. Wstępna analiza wyników prowadzi do wniosku, że model matematyczny dla zaprezentowanej konstrukcji silnika karuzelowego mieści się w klasie dobrze znanych tradycyjnych silników reluktancyjnych. W dalszych pracach zwi-

zanych z modelowaniem silników karuzelowych należałoby zwrócić uwagę na zjawiska nasyceniowe i odejść od założeń odnośnie do liniowego charakteru materiałów magnetycznych. Wprowadzenie do modeli matematycznych silników karuzelowych mechanizmów mających za zadanie uwzględnienie tych zjawisk jest celem dalszych prac badawczych, natomiast ten artykuł akcentuje głównie elementy metodyczne.

Literatura

- [1] Zgłoszenie patentowe Nr P 363198 „*Silnik elektryczny karuzelowy*” Instytutu Elektrotechniki w Warszawie.
- [2] Sobczyk T., Węgiel T., *Silnik elektryczny karuzelowy*, Proceedings of XLI International Symposium on Electrical Machines SME'2005, 17–19.06.2005, Jarnołtówek, 682-686.
- [3] Kamiński G., *Silniki elektryczne z toczącymi się wirnikami*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2003.
- [4] Reinert J., Enslin J.H.R., Smith E.D., *Digital Control and Optimization of a Rolling Rotor Switched Reluctance Machine*, IEEE Trans. on Ind. Appl., Vol. 31, No. 2, March/April 1995.