

z. 1-B/2008 ISSN 0011-4561 ISSN 1897-628X

ANDRZEJ SERUGA, WOJCIECH POLITALSKI*

GRANICZNE NAPRĘŻENIA STALI SPRĘŻAJĄCEJ W ELEMENTACH ZGINANYCH SPRĘŻONYCH CIĘGNAMI BEZ PRZYCZEPNOŚCI

LIMIT STRESS OF COMPRESSING STEEL IN BENT ELEMENTS COMPRESSED WITH BONDLESS TENSION MEMBERS

Streszczenie

W artykule przedstawiono informacje dotyczące elementów i konstrukcji sprężonych cięgnami bez przyczepności. Omówiono parametry mające wpływ zarówno na przyrost naprężeń w stali sprężającej, jak i nośność na zginanie elementu. Przedstawiono równania szacujące przyrost naprężeń zalecane przez różnych autorów. Pokazano wyniki trzech testów laboratoryjnych, które porównano z zaleceniami normowymi i teoriami naukowców zajmujących się powyższym zagadnieniem.

Słowa kluczowe: kablobeton, beton sprężony, cięgna bez przyczepności

Abstract

In this paper there are presented some informations about members and structures prestressed with unbonded tendons. There are discussed parameters which influence both stress increase in prestressing steel and the flexural capacity of the member. Prediction equations for stress increase suggested by different investigators are demonstrated. There are shown results of three laboratory tests which are compared with codes recommendations and theories proposed by researchers dealing with the matter given above.

Keywords: post-tensioning, prestressed concrete, unbonded tendons



^{*} Dr hab. inż. Andrzej Seruga, prof. PK, mgr inż. Wojciech Politalski, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

Oznaczenia

- A_c - pole przekroju betonu - pole rozciąganej strefy przekroju betonu A_{ct} – pole przekroju zbrojenia sprężającego – oznaczenie wg PN $[1] - A_p$ A_{ps} – minimalne pole przekroju zbrojenia rozciąganego – wg PN $[1] - A_{s1,min}$ $A_{s,\min}$ A_{s} – pole przekroju zbrojenia rozciąganego – wg PN $[1] - A_{s1}$ A'_s – pole przekroju zbrojenia ściskanego – wg PN $[1] - A_{s2}$ b – szerokość przekroju b_w – szerokość środnika w przekroju teowym – wysokość ściskanej strefy przekroju – wg PN [1] - xС – odległość skrajnego włókna ściskanego od środka cieżkości kabla wypadkowego d_{ps} – odległość skrajnego włókna ściskanego od środka ciężkości zbrojenia A_s d_{s} d'_s – odległość skrajnego włókna ściskanego od środka ciężkości zbrojenia A's е - mimośród kabla wypadkowego f - współczynnik typu obciążenia E_c - moduł sprężystości betonu E_{ps} moduł sprężystości stali sprężającej E_s moduł sprężystości stali zwykłej fc' fpe fps fpu fpy fy h – wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie – wg PN [1] – f_{ck} – efektywne naprężenie w stali sprężającej – oznaczenie wg EC-2 [2] – $\sigma_{pm\infty}$ – naprężenie w stali sprężającej w SGN – wg EC-2 [2] – σ_{pmt} – wytrzymałość charakterystyczna stali sprężającej na rozciąganie – wg PN [1] – f_{pk} – charakterystyczna granica plastyczności stali sprężającej – wg PN [1] – $f_{p0,1k}$ – charakterystyczna granica plastyczności stali zbrojeniowej – wg PN [1] – f_{vk} - wysokość przekroju h, - grubość półki w przekroju teowym Ι_{cr} - moment bezwładności przekroju zarysowanego I_g L moment bezwładności przekroju brutto - rozpiętość przęsła L_a – długość obszaru stałych momentów – długość przegubu (obszaru) plastycznego L_0 $L_{1,(n_{0})}$ – długość obciążonych przeseł L_{2} , (n_{1}) – długość cięgien pomiędzy zakotwieniami promień bezwładności r Δε - fikcyjny wzrost odkształceń poza dekompresję na poziomie kabla wypadkowego - wzrost odkształceń w stali sprężającej poza efektywne sprężenie $\Delta \varepsilon_{ps}$ - wzrost naprężeń w stali sprężającej poza efektywne sprężenie Δf_{ps} – odkształcenie w betonie na poziomie włókna wypadkowego od f_{pe} ϵ_{ce} - graniczne odkształcenie betonu ϵ_{cu} - odkształcenie w stali sprężającej wywołane efektywnym sprężeniem $\mathcal{E}_{n\rho}$ - graniczne odkształcenie w stali sprężającej ϵ_{ps}
- ε_s graniczne odkształcenie w stali zwykłej
- Ω_u współczynnik redukcji przyczepności w stanie granicznym nośności



1. Ogólne wiadomości dotyczące konstrukcji sprężonych bezprzyczepnościowo

1.1. Historia i zastosowanie

Konstrukcje kablobetonowe miały zastosowanie w różnych dziedzinach budownictwa, jednak najbardziej dynamiczny rozwój odnotowano w USA i w Australii w zakresie wykonawstwa betonowych płyt stropowych o stałej grubości, który przypadł na połowę lat 50. Zastosowanie cięgien w rozwijającej się wtedy metodzie podnoszenia stropów czyniło wykonane w ten sposób elementy lżejszymi i rozwiązywało problem ugięć i za-rysowań występujących w elementach żelbetowych. W latach 1967–1976 w USA [4] zbu-dowano 23 mln m² stropów. Od 1960 r. odnotowuje się pierwsze wykorzystanie cięgien bezprzyczepnościowych do realizacji płyt stropowych. T.Y. Lin podaje w pracy [5], że w 99% wykonanych w USA stropów wprowadzono cięgna bez przyczepności. M. Schupack w pracy [6] prezentuje wyniki dokonanej oceny stanu technicznego cięgien bez przyczepności używanych w USA do 1977 r. Jak wynika z przytoczonych przez niego danych, w latach 1965–1982 wykonano 56 mln m² stropów z zastosowaniem cięgien bez przyczepności. Są one nadal powszechnie używane w USA w budownictwie ogólnym. Jak podaje B.O. Aalami [7], rocznie przybywa 10 mln m² płyt stropowych z ich wyko-rzystaniem.

We Francji cięgna bez przyczepności zostały użyte po raz pierwszy w realizacji budynków w 1970 r. Potem bardzo wolno przechodziły do innych gałęzi budownictwa. W 1983 r. odnotowano pierwsze realizacje cięgien kotwionych w gruncie, a następnie mostów, zbiorników i silosów z cięgnami bez przyczepności.

Stosunkowo wysoki koszt cięgien bez przyczepności wykonanych z pojedynczych splotów chronionych parafiną lub smarem w osłonce HDPE był czynnikiem hamującym ich zastosowanie. Sytuacja ta jednak zaczęła ulegać zmianie z chwilą pojawienia się systemów wielosplotowych. Jako przykład może posłużyć system VORSPANN – TECHNIK VT – CMM (*Compact Multi Mono*) [8] umożliwiający wprowadzanie 2, 3 i 4 splotów uformowanych w pasma o szerokości 4,4; 6,8 i 9,2 cm w pojedynczej osłonce lub o szerokości 5,1; 7,5 i 9,9 cm w podwójnej osłonce. Cięgno w pojedynczej osłonce pojawia się wewnątrz konstrukcji, natomiast w podwójnej osłonce na zewnątrz konstrukcji.

1.2. Wady i zalety

Do zalet cięgien bez przyczepności należą: małe tarcie, zabezpieczenie stali sprężającej w trakcie realizacji, możliwe lepsze ułożenie cięgien (mniejsze promienie wygięcia – w konstrukcjach kołowych nawet 1,2 m), eliminacja iniekcji oraz znaczące efekty ekonomiczne, pomimo że elementy konstrukcyjne sprężone cięgnami bez przyczepności charakteryzują się – w porównaniu z elementami sprężonymi cięgnami przyczepnościowymi – mniejszą nośnością na zginanie i ścinanie, mniejszą odpornością na zmęczenie i wstrząsy sejsmiczne oraz mniejszym bezpieczeństwem ogniowym w konstrukcjach ciągłych [5, 9].

Do podstawowych wad cięgien bez przyczepności należą: brak pełnego zaufania do pewności zakotwienia oraz wrażliwość na korozję. W Japonii przeprowadzono jednak obszerne prace badawcze dotyczące trwałości i zabezpieczenia cięgien. Nie wykazywały one objawów uszkodzenia korozyjnego po 5-letnim okresie oddziaływania powietrznego środowiska wody morskiej [10]. Na podstawie wyników badań przeprowadzonych w USA, Japonii i Holandii za główne przyczyny korozji uznano penetrację wilgoci do cięgna przez osłonkę, powłokę ochronną lub zakotwienie. Korozji cięgien można jednak zapobiegać:



- stosując wodoszczelne osłonki, wytrzymałe i odporne na otarcia lub uszkodzenia podczas transportu, montażu i betonowania, nieposiadające połączeń na długości,
- używając smarów nieprzepuszczalnych dla wilgoci i niezawierających związków agresywnych w stosunku do stali sprężającej,
- zwracając szczególną uwagę na korozję w strefie zakotwień, która może być wywołana obecnością chlorku wapnia w betonie lub zaprawach stosowanych do wypełniania wnęk w zakotwieniach, penetracją wody morskiej i chlorków, zawartością wolnych siarczków w kruszywie lekkim lub prądami błądzącymi.

Na uwagę zasługuje fakt, że nie zanotowano przypadku katastrofy konstrukcji sprężonej cięgnami bez przyczepności w wyniku korozji cięgien.

1.3. Różnice w pracy konstrukcji sprężonej cięgnami z przyczepnością i bez przyczepności

1.3.1. Schemat pracy elementu prętowego

Istotną różnicą pomiędzy zachowaniem się elementu sprężonego cięgnami z przyczepnością a elementu sprężonego cięgnami bez przyczepności jest schemat pracy ustroju po zarysowaniu. Elementy strunobetonowe, jak i kablobetonowe z przyczepnością wykazują, dzięki współpracy betonu i stali sprężającej, tendencję do powstawania rys o stosunkowo niewielkiej szerokości i małym rozstawie. Kablobetonowe elementy sprężone cięgnami bez przyczepności wykazują tendencję do powstawania w strefie maksymalnych momentów jednej rysy, która wraz ze wzrostem obciążenia bardzo szybko zwiększa swoją szerokość i zasięg. Prowadzi to do zmiany schematu pracy konstrukcji z elementu zginanego na łuk ze ściągiem i gwałtownego wzrostu ugięć. Jesteśmy jednak w stanie zapobiegać temu niekorzystnemu zjawisku poprzez zastosowanie niewielkiej powierzchni przekroju zbrojenia pasywnego, którego obecność ma korzystny wpływ na zachowanie się belki po zarysowaniu. Minimalna powierzchnia zbrojenia zwykłego zalecana w paragrafie 18.9 ACI Code [3], bez względu na klasę zastosowanego betonu i stali, wynosi $A_{s,min}$ = = 0,004 A_{ct} (co przy założeniu $A_{ct} = 0.5 \cdot A_c$ i $d = 0.85 \cdot h$ wynosi 0,0024 $\cdot b \cdot d$). W PN [1] minimalna powierzchnia zbrojenia określona jest w paragrafach 4.8 i 6.2. W zginanym elemencie o przekroju prostokatnym waha się ona w granicach $0.0014 \cdot b \cdot d < A_{s \min} <$ $< 0.0027 \cdot b \cdot d$ (odpowiednio: dla elementów z betonu B30 zbrojonych stalą klasy A-IIIN i elementów z betonu B60 zbrojonych stalą klasy A-III).

1.3.2. Nośność na zginanie konstrukcji sprężonej

W celu określenia nośności przekroju sprężonego cięgnami bez przyczepności potrzebna jest znajomość sił działających w interesującym nas przekroju, a więc siły ściskającej w betonie i zbrojeniu ściskanym oraz siły rozciągającej w zbrojeniu rozciąganym i w cięgnach bez przyczepności. W tym celu możemy zastosować znaną z Polskiej Normy [1], jak i z EC-2 [2] analizę przekrojów zginanych, zależności pomiędzy odkształceniami i naprężeniami oraz równania równowagi. W tym miejscu pojawia się jednak problem związany z określeniem naprężeń występujących w stali sprężającej, a co za tym idzie – sił, które możemy przedstawić za pomocą poniższych równań: – według konwencji oznaczeń występujących w EC-2

oznaczen występujących w EC-2

$$\sigma_{pmt} = \sigma_{pm\infty} + \Delta \sigma_{p,\text{ULS}} \tag{1}$$

- według konwencji oznaczeń występujących w ACI 318M-02

$$f_{ps} = f_{pe} + \Delta f_{ps} \tag{2}$$

11



gdzie:

 $\sigma_{pmt} i f_{ps}$ - naprężenie w cięgnie w stanie granicznym,

 $\sigma_{pm\infty} i f_{pe}$ - naprężenie w cięgnie sprężającym po wszystkich stratach,

 $\Delta \sigma_{p,\text{ULS}}$ i Δf_{ps} – zmiana naprężenia w cięgnie wywołana dodatkowym obciążeniem.

O ile wyznaczenie naprężenia efektywnego po wszystkich stratach nie nastręcza większych problemów, to określenie wzrostu naprężeń wywołanego przyłożeniem do elementu obciążeń wykraczających poza ciężar własny nie jest zadaniem tak łatwym. Spowodowane jest to tym, że zmiana odkształceń w cięgnach bez przyczepności ma charakter globalny, a nie lokalny, jak w przypadku cięgien z przyczepnością. W cięgnach z przyczepnością, przy założeniu idealnej przyczepności stali do betonu, zmiana odkształcenia w stali sprężającej jest równa zmianie odkształcenia betonu na poziomie cięgna wypadkowego. Natomiast w cięgnach bez przyczepności, przy założeniu pominięcia tarcia pomiędzy cięgnami a osłonką i wynikającej z tego równości naprężeń na całej długości cięgna, odkształcenie cięgna w dowolnym przekroju jest równe średniemu odkształceniu betonu na poziomie cięgna wypadkowego, na długości cięgna pomiędzy zakotwieniami.

1.4. Postępowanie przy formułowaniu równań szacujących graniczne naprężenia w cięgnach bez przyczepności w stanie granicznym nośności

Od kilkudziesięciu lat prowadzone są badania dotyczące zachowania się konstrukcji z cięgnami bez przyczepności. Badania te możemy podzielić na dwie grupy.

Pierwsza i zarazem stanowiąca większą część przeprowadzonych badań to doświadczenia. Na podstawie otrzymanych wyników zostają wykreślone krzywe obrazujące związek wzrostu naprężeń z badanymi parametrami. Kolejnym krokiem jest stworzenie równań opisujących te zależności. Ze względu na złożoność zagadnienia i dużą liczbę parametrów mających wpływ na wzrost naprężeń w cięgnach bez przyczepności, jak również ograniczoną bazę danych testowych, wyprowadzone w ten sposób równania okazywały się mało dokładne i dawały stosunkowo duży rozrzut wyników. Ich przeprowadzenie nie było jednak bezowocne, ponieważ dzięki nim wyodrębniono grupę parametrów mających istotny wpływ na przyrost naprężeń. Zebrano i opracowano dość dużą liczbę wyników, które stanowiły podstawę do dalszych rozważań teoretycznych (168 przebadanych elementów [15] – stan na 2003 r.).

Drugą grupę stanowią analizy. Wyprowadzenie równania poprzedzone jest często stworzeniem numerycznego modelu MES stosującego analizę nieliniową i mającego na celu weryfikację przyjętej teorii. Kolejnym krokiem jest opracowanie stosunkowo prostego równania opisującego zależność wzrostu naprężeń od przyjętych parametrów. W razie braku zgodności wyników testowych z wyprowadzonym równaniem stosuje się często analizę regresyjną mającą na celu korektę równania wyjściowego poprzez wprowadzenie odpowiednich współczynników.

2. Prace doświadczalne

Poniżej przedstawiono wpływ badanych parametrów na przyrost naprężeń w cięgnach bez przyczepności:

 $-f_{pe}$ – efektywne sprężenie – według niektórych badaczy nie ma wpływu na wartość Δf_{ps} , natomiast według innych Δf_{ps} maleje wraz z jego wzrostem,



– f_c' – wytrzymałość betonu na ściskanie – Δf_{ps} rośnie wraz z jej wzrostem,

- $-\rho_{ps}$ stopień zbrojenia sprężającego Δf_{ps} maleje wraz z jego wzrostem,
- ω_s wskaźnik rozciąganego zbrojenia zwykłego należy zapewnić minimalną powierzchnię zbrojenia w celu właściwej pracy elementu i rozkładu rys. Powyżej tej granicznej wartości Δf_{ps} maleje wraz z jego wzrostem,
- $-\omega'_s$ wskaźnik ściskanego zbrojenia zwykłego Δf_{ps} rośnie wraz z jego wzrostem,
- L/d_p stosunek rozpiętości do wysokości użytecznej przekroju Δf_{ps} maleje wraz z jego wzrostem,
- typ obciążenia przebadano trzy najczęściej występujące typy obciążeń: dwie siły skupione w odległości ¼ rozpiętości od podpór, obciążenie równomierne oraz siłę skupioną w środku rozpiętości. Największy przyrost naprężeń Δf_{ps} zaobserwowano przy pierwszym z wymienionych typów obciążeń, natomiast najmniejszy przy ostatnim,
- schemat obciążeń przyrost naprężeń zależy od parametru, który jest ilorazem długości przęseł obciążonych do całkowitej długości elementu n_0/n lub L_1/L_2 . Inne badania wykazują, że przy jednakowej długości przęseł istnieje także różnica wynikająca z rodzaju obciążonego przęsła (wewnętrzne lub zewnętrzne [16]).

W tabeli 1 wymieniono w kolejności chronologicznej ważniejsze prace doświadczalne wraz z zakresem przebadanych parametrów mających wpływ na naprężenia graniczne w cięgnach bez przyczepności.

Tabela 1

Rok	Autorzy	Liczba przebadanych elementów bez przyczepności	Przebadane parametry		
1	2	3	4		
1956	Janney, Hognestad i McHenry	8	Stopień zbrojenia sprężającego i zwykłego		
1962	Warwaruk, Sozen i Siess	41	Stopień zbrojenia sprężającego i zwykłego, wytrzymałość betonu na ściskanie oraz rodzaj obciążenia		
1969	Pannell	38	Stopień zbrojenia sprężającego i zwykłego, początkowe sprężenie oraz stosunek rozpiętości do wysokości		
1971	Mattock, Yamazaki i Kattula	7	Minimalny stopień zbrojenia zwykłego, stopień zbrojenia sprężającego i zwykłego, trasa cięgna oraz ciągłość elementu		
1976	Tam i Pannell	8	Stopień zbrojenia sprężającego i zwykłego, początkowe sprężenie, klasy użytych materiałów oraz stosunek rozpiętości do wysokości elementu		
1978	Burns, Charney i Vines	2	Stopień zbrojenia sprężającego i zwykłego, początkowe sprężenie oraz schemat obciążeń		
1981	Cooke, Park i Yong	9	Stopień zbrojenia sprężającego oraz stosunek rozpiętości do wysokości elementu		

Lista autorów ważniejszych prac doświadczalnych i przebadanych przez nich parametrów

1	1	5
1	1	2

1	2	3	4
1985	Du i Tao	22	Stopień zbrojenia sprężającego i zwykłego, wytrzymałość betonu na ściskanie
1987	Chakrabarti i Whang	33	Stopień zbrojenia sprężającego i zwykłego, wytrzymałość betonu na ściskanie, stosunek rozpiętości do wysokości i sprężenie efektywne
1989	Chouinard	6	Stopień zbrojenia zwykłego
1991	Harajli i Kanj	26	Stopień zbrojenia sprężającego i zwykłego, stosunek rozpiętości do wysokości i typ obciążenia
2004	Hani Nassif i Ozgur Ozkul	22	Stopień zbrojenia sprężającego i zwykłego, stosunek rozpiętości do wysokości i wytrzymałość betonu na ściskanie

3. Prace analityczne

Znacznie lepsze wyniki od wspomnianych wcześniej prac doświadczalnych przyniosły prace analityczne. Do najważniejszych z nich należą te przeprowadzone przez zespoły badaczy: M. Harajli i S. Hijazi [11], L.H. Lee, J.H. Moon i J.H. Lim [12] oraz A. Naaman i F. Alkhairi [13–15].

3.1. M. Harajli i S. Hijazi

Przed wyprowadzeniem równania na przyrost naprężeń w cięgnach bez przyczepności Harajli [11] stworzył analityczny model stosujący analizę nieliniową. Oparty był on na trzech fundamentalnych założeniach: zależność naprężeń od odkształceń w materiałach składowych przebiega wg odpowiednich krzywych ($\sigma = F(\varepsilon)$ lub $f = F(\varepsilon)$); zgodność od-kształceń w przekroju poprzecznym wg rys. 1; naprężenie w stali sprężającej przy do-wolnym poziomie przyłożonego obciążenia jest stałe na długości (pominięto siły tarcia).



116

Z powyższych założeń wyprowadzono poniższe równania, na podstawie których obliczono przyrost naprężeń w cięgnie bez przyczepności

$$\varepsilon_{ce} = \frac{A_{ps} \cdot f_{pe}}{A_c \cdot E_c} \cdot \left(\frac{1+e^2}{r^2}\right)$$
(3)

$$\varepsilon_{pe} = \frac{f_{pe}}{E_{ps}} \tag{4}$$

$$\Delta \varepsilon = \left(\frac{d_p - c}{c}\right) \cdot \varepsilon_c \tag{5}$$

$$\Delta l_{ps} = \sum_{n=1}^{N} \left(\Delta \varepsilon + \varepsilon_{ce} \right) \cdot l_n \tag{6}$$

$$\Delta \varepsilon_{ps} = \frac{\Delta l_{ps}}{L} \tag{7}$$

$$\varepsilon_{ps} = \varepsilon_{pe} + \Delta \varepsilon_{ps} \tag{8}$$

$$f_{ps} = F(\varepsilon_{ps}) \tag{9}$$

Jak wynika z powyższych równań, wartość naprężeń w cięgnach bez przyczepności zależy od takich czynników, jak: charakterystyka przekroju, wartość siły sprężającej, trasa cięgna, wytrzymałość użytych materiałów oraz przyłożonych obciążeń zewnętrznych. Dokonano próby przedstawienia tych parametrów za pomocą analitycznego modelu uwzględ-



- Rys. 2. Rzeczywisty i idealizowany rozkład krzywizny
- Fig. 2. Actual and idealized curvature distribution

niającego stosunek rozpiętości do wysokości oraz typ obciążenia. Początkowo przyjęto model belki wolnopodpartej, a następnie rozszerzono go na belki ciągłe.

Na rysunku 2 przedstawiono częściowo sprężony element z cięgnem bez przyczepności poddany działaniu dwóch sił skupionych oddalonych od siebie o La. Linia przerywana przedstawia oczekiwany rozkład krzywizny określony przy założeniu, że powstałe w belce rysy pochodzą od zginania i wraz ze wzrostem obciążenia pozostają pionowe. To założenie jest ważne jedynie w tym obszarze elementu, gdzie momenty pozostają stałe (a siły poprzeczne jako pochodna momentów są równe zero). Jednak rysy prostopadłe do trajektorii naprężeń głównych rozciągających pojawiają się również na pozostałej części przęsła (o długości 2:Z) podlegającej równoczesnemu działaniu zginania i ścinania. Z testów przeprowadzonych na elementach żelbetowych i sprężonych wynika, że rysy (pierwszorzędnego znaczenia) prostopadłe do głównych naprężeń rozciągających mają tendencję do powstawania w obszarze stałych momentów powiększonym o odległość równą w przybliżeniu d/2, gdzie d jest wysokością użyteczną przekroju. Stąd też analiza nieliniowa i odpowiadający jej rozkład krzywizny powinny uwzględnić wpływ rys prostopadłych do głównych naprężeń rozciągających, tak jak narysowano linią ciągłą na rys. 2. Dla celów analizy nieliniowej przyjęto, że odległość pomiędzy działającymi siłami skupionymi zostaje powiększona i wynosi $L_a + d_p$. To założenie uwzględnia wpływ stosunku rozpiętości do wysokości elementu na szacowane wyniki wzrostu naprężeń.

To samo zjawisko może być ujęte w prostszy sposób przez użycie pojęcia ekwiwalentnego przegubu plastycznego. Długość przegubu plastycznego jest równa długości obszaru, na którym powstały rysy (pierwszorzędnego znaczenia) prostopadłe do głównych naprężeń rozciągających. Rysy wewnątrz przegubu plastycznego dążą do scalenia, powodując, że jego właściwości są zależne raczej od wewnętrznego niż od zewnętrznego momentu działającego w przekroju. Długość przegubu plastycznego jest równa obszarowi stałych momentów, poszerzonemu na zewnątrz o długość wynoszącą L_v. W niniejszej analizie przyjęto wyrażenie Corleya określające długość tego poszerzenia, zmodyfikowane przez Mattocka i wynoszące

$$L_n = 0, 5 \cdot d_n + 0, 05 \cdot Z \tag{10}$$

Stad też całkowita długość przegubu plastycznego powstałego przy pierwotnym zarysowaniu może zostać wyrażona w następujący sposób

$$L_0 = L_a + 2 \cdot L_p \tag{11}$$

$$L_0 = L_a + d_p + 0, 1 \cdot Z \tag{12}$$

gdzie:

- d_p użyteczna wysokość przekroju,
- L_p długość poszerzenia przegubu plastycznego poza obszar stałych momentów,
- $\dot{L_a}$ długość obszaru stałych momentów,
- L₀ długość przegubu plastycznego,
- Z odległość pomiędzy siłą skupioną a podporą.

Jak wynika z powyższych wzorów, długość przegubu plastycznego zależy od rozpietości elementu, wysokości użytecznej przekroju oraz odległości pomiędzy siłami skupionymi. W przyjętym modelu postawiono sobie za cel uwzględnienie nie tylko parametru, jakim jest stosunek rozpiętości do wysokości, lecz również typu przyłożonego obciążenia. Do najczęściej spotykanych typów obciążenia należą: obciążenie siłą skupioną w środku rozpiętości, dwoma siłami skupionymi w $\frac{1}{3}$ oraz w $\frac{2}{3}$ rozpiętości oraz obciążenia równomierne. O ile obliczenie długości przegubu plastycznego przy dwóch pierwszych typach obciążenia nie sprawia kłopotu, to pojawia się pytanie, w jaki sposób zamodelować obciążenie równomierne. Wyniki badań pokazały, że najlepsze odzwierciedlenie obciążenia równomiernego daje jego zamodelowanie za pomocą dwóch sił skupionych odległych od siebie o $\frac{1}{6}$ rozpiętości przęsła. Po odpowiednich przekształceniach można wyrazić długość przegubu plastycznego wzorem

$$L_{0} = d_{p} \left[\frac{L}{d_{p}} \cdot \left(\frac{0.95}{f} + 0.05 \right) + 1 \right]$$
(13)

gdzie:

 $f = L/L_a$ – współczynnik zależny od typu przyjętego obciążenia,

 $f = \infty$ – dla pojedynczej siły skupionej w środku rozpiętości,

f=6 – dla obciążenia równomiernego,

f=3 – dla dwóch sił skupionych w ¹/₃ oraz w ²/₃ rozpiętości.

Dzieląc powyższe wyrażenie przez rozpiętość elementu L, otrzymamy względną długość obszaru plastycznego

$$\frac{L_0}{L} = \frac{0.95}{f} + 0.05 + \frac{1}{\frac{L}{d_n}}$$
(14)

Jeśli zgodzimy się z założeniem, że wartość odkształceń betonu na poziomie cięgna wypadkowego (a co za tym idzie – odkształceń i naprężeń w stali sprężającej) zależy od względnej długości przegubu plastycznego, to można wyciągnąć następujące wnioski: wraz ze wzrostem współczynnika f maleje przyrost naprężeń w stali sprężającej; wraz ze wzrostem rozpiętości maleje przyrost naprężeń w stali sprężającej.

Kolejnym krokiem było zbadanie uzyskanych wyników z rezultatami otrzymanymi z przetestowanych belek wolnopodpartych. Badanymi parametrami były: stosunek rozpiętości do wysokości, typ obciążenia (pojedyncza siła skupiona i prostoliniowa trasa kabla, dwie siły skupione i prostoliniowa trasa kabla oraz obciążenia równomierne i paraboliczna trasa kabla), rodzaj przekroju – prostokątny i teowy, trzy wytrzymałości betonu na ściskanie ($f_c' = 35$, 48 i 62 MPa), dwie klasy zbrojenia sprężającego ($f_{pu} = 1862$ i 1620 MPa), trzy wskaźniki częściowego sprężenia (PPR = 0,4; 0,7; 1,0), pięć wskaźników zbrojenia ($\omega_e = 0,08-0,25$), dwa wskaźniki stali ściskanej ($\gamma_c = 0,25$; 0,5), trzy stopnie sprężenia efektywnego ($f_{pe} = 0,5$; 0,6 i 0,7 f_{pu}). Wykreślono kilkanaście krzywych obrazujących zależność naprężenia w cięgnach bez przyczepności od podanych parametrów. Najmniejszy rozrzut wyników otrzymano przy wykreślaniu krzywych zależności stosunku wzrostu naprężeń do naprężeń niszczących cięgno ($\Delta f_{ps}/f_{pu}$); od stosunku wysokości strefy ściskanej betonu do wysokości użytecznej przekroju (c/d_p). Stąd też wyjściowe równanie szacunkowe będące liniowym przybliżeniem dolnej granicy otrzymanych wyników ma postać

$$\left(\frac{f_{ps} - f_{pe}}{f_{pu}}\right)_{\infty} = \alpha - \beta \frac{c}{d_p}$$
(15)

gdzie:

 $\alpha = 0,40$; $\beta = 0,70$ dla dwóch sił skupionych w ¹/₃ rozpiętości (f = 3), $\alpha = 0,25$; $\beta = 0,44$ dla obciążenia równomiernego (f = 6),

 $\alpha = 0,10; \beta = 0,18$ dla pojedynczej siły skupionej ($f = \infty$),

w którym indeks ∞ odpowiada $L/d_p = \infty$.

Wydłużenie cięgna ΔI_{ps} (6) zależy głównie od plastycznego odkształcenia pojawiającego się w obszarze niesprężystym belki. Stąd też z użyciem pojęcia równoważnej długości obszaru plastycznego wzrost odkształcenia $\Delta \varepsilon_{ps}$ (8) jest liniowo proporcjonalny do L_0/L (14). Ponieważ większość szacowanych wyników f_{ps} mieści się w obszarze sprężystym pomiędzy f_{pe} a f_{py} , to można właściwie założyć, że wzrost naprężeń Δf_{ps} jest również liniowo proporcjonalny do L_0/L . Należy zauważyć, że jest to jedynie przybliżenie, ponieważ krzywa naprężenie–odkształcenie stali sprężającej nie jest idealnie liniowa w obszarze sprężystym i nie ma wyraźnie zdefiniowanej granicy plastyczności. Używając tego przybliżenia, równanie (15) może zostać uogólnione dla belek wolnopodpartych o dowolnym stosunku rozpiętości do wysokości w następujący sposób

$$\frac{f_{ps} - f_{pe}}{f_{pu}} = \gamma \cdot \left(\alpha - \beta \frac{c}{d_p}\right)$$
(16)

$$f_{ps} = f_{pe} + \gamma \cdot f_{pu} \cdot \left(\alpha - \beta \cdot \frac{c}{d_p} \right)$$
(17)

gdzie γ jest stosunkiem L_0/L wyrażonym z zastosowaniem równania (14) dla dowolnego podanego stosunku rozpiętości do wysokości do zastępczego $L/d_p = \infty$. We współczynniku tym uwzględniono również parametr, jakim jest schemat obciążeń w elementach ciągłych. Uczyniono to przy założeniu, że przed powstaniem przegubów plastycznych w przęsłach powstaną przeguby plastyczne nad podporami, co spowoduje, że pojedyncze przęsła będą się zachowywać jak belki wolnopodparte. Schemat obciążeń jest uwzględniony przez wprowadzenie współczynnika będącego stosunkiem liczby obciążonych przęseł n_0 , dających maksymalny moment w danym przekroju do całkowitej liczby przęseł n. Równoważnie n_0/n reprezentuje stosunek długości przęseł obciążonych do całkowitej długości elementu pomiędzy zakotwieniami. Dla elementów wolnopodpartych $n_0/n = 1$. Ostatecznie współczynnik γ wyrażony jest wzorem

$$\gamma = \frac{\left(\frac{n_0 \cdot L_0}{n \cdot L}\right)}{\left(\frac{L_0}{L}\right)_{\frac{L}{d_p}=\infty}} = \left[1 + \frac{1}{\frac{L}{d_p} \cdot \left(\frac{0.95}{f} + 0.05\right)}\right] \cdot \frac{n_0}{n}$$
(18)

Biorąc pod uwagę fakt, że podany wzór inżynierski został zaproponowany jako równanie normowe i powinien spełniać kryteria bezpieczeństwa, do jego wyprowadzenia przyjęto współczynniki odpowiadające najbardziej niekorzystnemu przypadkowi, a więc sile skupionej w środku rozpiętości. To znaczy: $f = \infty$, $\alpha = 0,10$ oraz $\beta = 0,18$.

Proponowany wzór inżynierski ma trzy postaci w zależności od podejścia proponowanego przez autora:

Podejście I – równowaga sił w przekroju

Podejście to wymaga obliczenia położenia osi obojętnej (wysokości ściskanej strefy betonu *c*), wykorzystując równanie równowagi

$$A_{ps} \cdot f_{ps} + A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f_y = 0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot \beta_1 \cdot c + C_f \quad \text{dla} \quad \beta_1 \cdot c > h_f$$
(19)

gdzie

$$C_f = 0.85 \cdot f_c' \cdot (b - b_w) \cdot h_f \tag{20}$$

w którym *b*, *b_w*, *h_f* i *C_f* są – odpowiednio – szerokością półki, szerokością środnika, grubością półki i siłą ściskającą w betonie skrzydełek. Podstawiając wartość *f_{ps}* z równania (17) dla $f = \infty$, $\alpha = 0,10$ oraz $\beta = 0,18$ do równania (19), uzyskujemy następujące ogólne wyrażenie na *c*

$$c = \frac{A_{ps} \cdot \left(f_{pe} + \gamma_s \cdot f_{pu}\right) + A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f_y - C_f}{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot b_w + 1,8 \cdot \gamma_s \cdot A_{ps} \cdot \frac{f_{pu}}{d_p}} \quad \text{dla } \beta_1 \cdot c > h_f \qquad (21)$$
$$\gamma_s = \left[0,1 + \frac{2,0}{\frac{L}{d_p}}\right] \cdot \frac{n_0}{n}$$

a stąd

$$f_{ps} = f_{pe} + \gamma_s \cdot (1 - 1, 8 \cdot \frac{c}{d_p}) \le f_{py}$$
⁽²³⁾

Dla przekrojów prostokątnych i pozornie teowych ($\beta_1 \cdot c \leq h_f$): $C_f = 0$; $b_w = b$.

Nominalna nośność na zginanie może zostać obliczona z użyciem następujących równań

$$M_{n} = A_{ps} \cdot f_{ps} \cdot d_{p} + A_{s} \cdot f_{y} \cdot d_{s} - A_{s}' \cdot f_{y} \cdot d_{s}' - 0,85 \cdot f_{c}' \cdot b \cdot \frac{(\beta_{1} \cdot c)^{2}}{2}$$
(24)

dla $\beta_1 \cdot c \leq h_f$ (przekrój prostokątny lub pozornie teowy)

$$M_{n} = A_{ps} \cdot f_{ps} \cdot d_{p} + A_{s} \cdot f_{y} \cdot d_{s} - A_{s}' \cdot f_{y} \cdot d_{s}' - 0,85 \cdot f_{c}' \cdot b_{w} \cdot \frac{(\beta_{1} \cdot c)^{2}}{2} - 0,85 \cdot f_{c}' \cdot (b - b_{w}) \cdot \frac{h_{j}^{2}}{2}$$
(25)

dla $\beta_1 \cdot c > h_f$ (przekrój rzeczywiście teowy).

Gdy w obliczeniach uwzględniamy zbrojenie ściskane, to w celu zapewnienia jego uplastycznienia w równaniu (21) należy brać wartość poniższego wyrażenia

$$\frac{A_{ps} \cdot f_{ps} + A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f_y}{b \cdot d_p \cdot f'_c} \ge 0,17 \text{ i } d'_s \le 0,15d_p$$
(26)

Podejście II – bezpośrednie wyliczenie wartości f_{ps}

Po odpowiednich przekształceniach, po wstawieniu z równania równowagi (21) wartości c do równania (23) otrzymamy następujące wyrażenie na naprężenia w cięgnach bez przyczepności

$$f_{ps} = f_{pe} + \gamma_s \cdot f_{pu} \cdot \left(1 - \frac{2,1}{\beta_1} \cdot \left[\rho_p \cdot \frac{f_{pe} + \gamma_s \cdot f_{pu}}{f'_c} + \frac{d_s}{d_p} \cdot \left(\omega_s - \omega'_s \right) \right] \right) \le f_{py}$$
(27)

gdzie: ω_s i ω_s' są – odpowiednio – wskaźnikami zwykłego zbrojenia rozciąganego i ściskanego zgodnie z normą ACI 318M-05 [3].

Gdy w obliczeniach uwzględniamy zbrojenie ściskane, to w celu zapewnienia jego uplastycznienia w równaniu (27) należy brać wartość poniższego wyrażenia

$$\rho_p \cdot \frac{f_{pe} + \gamma_s \cdot f_{pu}}{f'_c} + \frac{d_s}{d_p} \cdot \left(\omega_s - \omega'_s\right) \ge 0,17 \quad \mathbf{i} \quad d'_s \le 0,15d_p \tag{28}$$

Podejście III – metoda zgodności odkształceń

Używając najdokładniejszego podejścia zgodności odkształceń, długości ekwiwalentnego obszaru plastycznego (13), równań opisujących wydłużenie cięgna bez przyczepności (3)–(8) oraz równowagi sił w przekroju (19), wyprowadzono następujące równanie

$$f_{ps} = \frac{1}{A_{ps}} \cdot \frac{0.85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot \frac{L_0}{L} \cdot d_p \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{ps} - \varepsilon_{pe} - \frac{L_0}{L} (\varepsilon_{ce} - \varepsilon_{cu})} + \frac{(A'_s - A_s) \cdot f_y + C_f}{A_{ps}}$$
(29)

gdzie

$$\frac{L_0}{L} = \left[\frac{0.95}{f} + 0.05 + \frac{1}{L/d_p}\right] \cdot \frac{n_0}{n}$$
(30)

w którym $\varepsilon_{cu} = 3\%$ (za ACI Code [3]). Dla przekrojów prostokątnych i pozornie teowych $C_f = 0$ i $b_w = b$. Równanie to jest podobne do tego wyprowadzonego dla elementów z cięgnami przyczepnościowymi, z tą jednak różnicą, że zamiast L_o/L należy przyjmować 1.

3.2. L.H. Lee, J.H. Moon i J.H. Lim

Autorzy pracy [12] zaproponowali równanie projektowe służące do obliczania naprężeń w cięgnach bez przyczepności otrzymane w ten sposób, że główne parametry i ich kombinacje zostały uzyskane z pracy teoretycznej, a następnie – wykorzystując analizę regresyjną – dobrano do nich odpowiednie współczynniki. W pracy teoretycznej wykorzystano następujące założenia: zgodność odkształceń w przekroju wg rys. 1, stałość naprężeń na długości cięgna (pominięto wpływ tarcia cięgna o osłonkę), zależność naprężenie–odkształcenie oraz wykorzystano równanie równowagi momentów, które przedstawiono w poniższej postaci

$$0,85f'_{c} \cdot b \cdot \beta_{1} \cdot c \cdot (d_{e} - \frac{\beta_{1} \cdot c}{2}) = A_{ps}f_{ps}(d_{p} - \frac{\beta_{1} \cdot c}{2}) + A_{s}f_{y} \cdot (d_{s} - \frac{\beta_{1} \cdot c}{2}) - A'_{s}f_{y} \cdot (d_{e} - \frac{\beta_{1} \cdot c}{2})$$
(31)

122

gdzie

$$d_{e} = \frac{A_{ps} \cdot f_{ps} \cdot d_{p} + A_{s} \cdot f_{y} \cdot d_{s}}{A_{ps} \cdot f_{ps} + A_{s} \cdot f_{y}}$$
(32)

Odkształcenie w cięgnach bez przyczepności wg rys. 1 wynosi

$$\varepsilon_{ps} = \varepsilon_{pe} + \left[\varepsilon_{cu} \cdot \frac{d_p - c}{d_p}\right] \cdot \frac{L_0}{L}$$
(33)

gdzie L_o jest długością ekwiwalentnego przegubu plastycznego, a L jest całkowitą długością pomiędzy zakotwieniami. Stąd też położenie osi obojętnej uzyskamy z równania

$$c = \frac{\frac{L_0}{L} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot d_p}{\varepsilon_{ps} - \varepsilon_{pe} + \frac{L_0}{L} \cdot \varepsilon_{cu}}$$
(34)

Obliczone z równań (31) i (34) naprężenie w cięgnach bez przyczepności wynosi

$$f_{ps} = \frac{1}{\alpha_p \cdot A_{ps}} \cdot \frac{0.85 \cdot f_c' \cdot b \cdot \beta_1 \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \frac{L_0}{L} \cdot d_p}{\varepsilon_{ps} - \varepsilon_{pe} + \varepsilon_{cu} \cdot \frac{L_0}{L}} + \frac{(A_s' - \alpha_s A_s) \cdot f_y}{\alpha_p \cdot A_{ps}}$$
(35)

gdzie

$$\alpha_{p} = \frac{d_{p} - \frac{\beta_{1} \cdot c}{2}}{d_{e} - \frac{\beta_{1} \cdot c}{2}}$$
(36)

$$\alpha_{s} = \frac{d_{s} - \frac{\beta_{1} \cdot c}{2}}{d_{e} - \frac{\beta_{1} \cdot c}{2}}$$
(37)

Przy wyprowadzaniu równania wykorzystano również pojęcie długości ekwiwalentnego przegubu plastycznego, z tą jednak różnicą, że przyjęto trochę inną teorię i oznaczenia

$$L_0 = \frac{L}{f} + 2L_p \tag{38}$$

w którym f jest współczynnikiem zależnym od typu obciążenia. Dla obciążenia jednopunktowego f=10, a dla dwupunktowego lub równomiernego f=3. Zakładając długość poszerzenia obszaru plastycznego $L_p = 0,5 \cdot d_p$, względna długość obszaru plastycznego jest wyrażona równaniem

$$\frac{L_0}{L} = \frac{1}{f} + \frac{1}{\frac{L}{d_n}}$$
(39)

Wyprowadzając równanie, które umożliwiłoby prosty tok obliczeń przy zachowaniu dokładności metody zgodności odkształceń, założono, że cięgna bez przyczepności pracują w zakresie sprężystym. Wyniki uzyskane z większości badań doświadczalnych nie wykazały występowania w cięgnach bez przyczepności odkształceń plastycznych, nawet przy zniszczeniu elementu. Dzieje się tak, ponieważ naprężenia w cięgnach rozkładają się na całej długości elementu. Stąd też równanie konstytutywne można wyrazić w prosty sposób

$$f_{ps} = E_{ps} \cdot \varepsilon_{ps} \tag{40}$$

Korzystając z tego założenia i mnożąc pierwszy człon równania przez E_{ps} , otrzymujemy

$$f_{ps} = \frac{1}{\alpha_p \cdot A_{ps}} \cdot \frac{0.85 \cdot f_c' \cdot b \cdot \beta_1 \cdot \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot \frac{L_0}{L} \cdot d_p}{f_{ps} - f_{pe} + \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot \frac{L_0}{L}} + \frac{(A_s' - \alpha_s A_s) \cdot f_y}{\alpha_p \cdot A_{ps}}$$
(41)

Do równania (41) dodano obustronnie – $f_{pe} + \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot (L_0/L)$

$$\Delta f_{ps} + \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot \frac{L_0}{L} = \frac{0.85 \cdot f_c' \cdot b \cdot \beta_1 \cdot \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot \frac{L_0}{L} \cdot d_p}{\alpha_p \cdot A_{ps} \cdot \left(\Delta f_{ps} + \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot \frac{L_0}{L}\right)} + \frac{\left(A_s' - \alpha_s A_s\right) \cdot f_y}{\alpha_p \cdot A_{ps}} - f_{pe} + \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot \frac{L_0}{L}$$

$$(42)$$

Mnożąc obustronnie przez $\Delta f_{se} + \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot (L_0/L)$, otrzymujemy równanie kwadratowe

$$X^2 - 2B \cdot X - C = 0 \tag{43}$$

w którym

$$X = \Delta f_{ps} + \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot \frac{L_0}{L}$$
(44)

$$2B = \frac{\left(A_{s}^{\prime} - \alpha_{s}A_{s}\right) \cdot f_{y}}{\alpha_{p} \cdot A_{ps}} - f_{pe} + \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot \frac{L_{0}}{L}$$

$$\tag{45}$$

$$C = \frac{0,85 \cdot f_c' \cdot b \cdot \beta_1 \cdot \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot \frac{L_0}{L} \cdot d_p}{\alpha_p \cdot A_{ps}}$$
(46)

Rozwiązaniem tego równania jest pierwiastek

$$X = B + B \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt{C}}{B}\right)^2} \tag{47}$$

który może zostać przybliżony za pomocą wyrażenia

$$\sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt{C}}{B}\right)^2} \approx 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{C}}{B}$$
(48)

$$X = 2 \cdot B + \frac{\sqrt{C}}{2} \tag{49}$$

Ze względu na aproksymację występującą w równaniu (48) współczynniki *B* i *C* równania kwadratowego zastąpiono dowolnymi współczynnikami Q_1 , Q_2 , Q_3 i Q_4 . Dodatkowo wyrażenie pod pierwiastkiem $A_{ps}/(b \cdot d_p)$ zastąpiono przez ρ_p i otrzymano

$$\Delta f_{ps} = -Q_1 f_{pe} + Q_2 \frac{\left(A_s' - \alpha_s A_s\right) \cdot f_y}{\alpha_p \cdot A_{ps}} - Q_3 \left(\varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot \frac{L_0}{L}\right) + Q_4 \sqrt{\frac{0,85 \cdot f_c' \cdot \beta_1 \cdot \varepsilon_{cu} \cdot E_{ps} \cdot \frac{L_0}{L}}{\alpha_p \cdot \rho_p}}$$
(50)

Wyciągnięto przed nawias wspólne parametry występujące w trzecim i czwartym wyrażeniu powyższego równania i otrzymano

$$\Delta f_{ps} = -Q_1 f_{pe} + Q_2 \frac{\left(A'_s - \alpha_s A_s\right) f_y}{\alpha_p \cdot A_{ps}} + \sqrt{\frac{f'_c \cdot \frac{L_0}{L}}{\alpha_p \cdot \rho_p}} \cdot \left(-Q_3 \varepsilon_{cu} E_{ps} \frac{L_0}{L} \frac{\sqrt{\frac{L_0}{L}}}{\sqrt{\frac{f'_c}{\alpha_p \cdot \rho_p}}} + Q_4 \sqrt{0.85\beta_1 \varepsilon_{cu} E_{ps}}\right)$$
(51)

_

W dalszych obliczeniach pominięto występujące po Q_3 wyrażenie ze względu na to, że występujące w liczniku L_0/L jest mniejsze od jedności, a mianownik jest relatywnie wysoki. Zastępując L_0/L przez wyrażenie opisujące względną długość obszaru plastycznego, otrzymujemy ostatecznie następującą zależność

$$\Delta f_{ps} = K_1 + -K_2 f_{pe} + K_3 \frac{(A'_s - A_s) f_y}{A_{ps}} + K_4 \sqrt{\frac{d_s}{d_p} \cdot \frac{f'_c}{\rho_p}} \cdot \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{\frac{L}{d_p}}\right)$$
(52)

Współczynniki K_i wyznaczono poprzez zastosowanie analizy regresyjnej z wykorzystaniem wcześniejszych wyników badań (167 badań przeprowadzonych przez 13 badaczy w latach 1956–1997). Proponowane równanie ma postać

$$\Delta f_{ps} = 30\,000 + 0,75f_{pe} + \frac{1}{12}\frac{\left(A'_{s} - A_{s}\right)f_{y}}{A_{ps}} + 82\sqrt{\frac{d_{s}}{d_{p}} \cdot \frac{f'_{c}}{\rho_{p}} \cdot \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{\frac{L}{d_{p}}}\right)} \quad \text{[psi]} \qquad (53)$$

Ostateczna postać równania proponowana do zapisu normowego i zapewniająca odpowiedni zapas bezpieczeństwa ma postać

$$\Delta f_{ps} = 10\,000 + 0,80\,f_{pe} + \frac{1}{15}\frac{\left(A_s' - A_s\right)f_y}{A_{ps}} + 80\,\sqrt{\frac{d_s}{d_p} \cdot \frac{f_c'}{\rho_p}} \cdot \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{\frac{L}{d_p}}\right) \quad \text{[psi]} \tag{54}$$

3.3. A. Naaman i F. Alkhairi

Autorzy prac [13, 14] podjęli próbę rozwiązania problemu wzrostu naprężeń w cięgnach bez przyczepności poprzez wskazanie pewnej analogii do zachowania się elementów z cięgnami przyczepnościowymi. Ich podejście polegało, w skrócie, na sprowadzeniu analizy belek sprężonych cięgnami bez przyczepności do belek sprężonych cięgnami przyczepnościowymi poprzez wprowadzenie współczynnika ograniczenia odkształceń (zwanego też współczynnikiem ograniczenia przyczepności). Swoimi badaniami odnieśli się do prac zapoczątkowanych przez Bakera, który wprowadził współczynnik zgodności odkształceń oraz wyraził odkształcenie w stali sprężającej w następujący sposób

$$\varepsilon_{ps} = \varepsilon_{pe} + (\Delta \varepsilon_{psu})_{av} \tag{55}$$

$$\varepsilon_{ps} = \varepsilon_{pe} + F \cdot (\Delta \varepsilon_{cps})_m \tag{56}$$

gdzie:

 ϵ_{ps}

F

– odkształcenie w stali sprężającej w stanie granicznym,

- ϵ_{pe} odkształcenie w stali sprężającej od efektywnego sprężenia,
- $(\Delta \varepsilon_{psu})_{av}$ przeciętny wzrost odkształceń w stali sprężającej bez przyczepności poza efektywne sprężenie,
- $(\Delta \varepsilon_{cps})_m$ maksymalny wzrost odkształceń w betonie poza stan efektywnego sprężenia, jaki zachodziłby w przypadku zastosowania takiej samej ilości stali sprężającej, lecz mającej przyczepność do betonu,
 - współczynnik zdefiniowany jako stosunek przeciętnego naprężenia w betonie przyległego do stali do maksymalnego naprężenia w betonie przyległego do stali.

Jeśli założymy, że stal pracuje w zakresie sprężystym, to naprężenia w stali sprężającej mogą być zapisane w postaci

$$f_{ps} = E_{ps} \cdot \varepsilon_{ps} = E_{ps} \cdot \left[\varepsilon_{pe} + \left(\Delta \varepsilon_{psu}\right)_{av}\right]$$
(57)

lub

$$f_{ps} = f_{pe} + E_{ps} \cdot \left(\Delta \varepsilon_{psu}\right)_{av} = f_{pe} + F \cdot E_{ps} \cdot \left(\Delta \varepsilon_{cps}\right)_{m}$$
(58)

gdzie E_{ps} to moduł stali sprężającej.

Baker (1949) zasugerował, aby w stanie granicznym nośności przyjąć wartość F = 0,66dla belek obciążonych równomiernie i F = 0,5 dla belek obciążonych siłą skupioną w środku rozpiętości. W kolejnej publikacji (1951), opierając się na doświadczeniach przeprowadzonych przez Mattocka, zaproponował przyjęcie wartości F = 0,1.

Kolejną definicję współczynnika zgodności odkształceń podał Gifford (1953) jako stosunek przeciętnego efektywnego odkształcenia betonu na poziomie stali sprężającej do odkształcenia betonu w przekroju krytycznym (o maksymalnym momencie). Zasugerował przyjęcie wartości F = 0,2.

Janney, Hognestad i McHenry (1956) przetestowali wiele wolnopodpartych belek sprężonych cięgnami bez przyczepności o stosunku rozpiętości do wysokości bliskiemu 13 obciążonych dwoma siłami skupionymi w ¹/₃ i ²/₃ rozpiętości przęsła. Opierając się na przeprowadzonych przez siebie testach, zasugerowali wartość współczynnika równą stosunkowi strefy ściskanej betonu w stanie granicznym nośności do wysokości użytecznej 126



przekroju, tj. $F = 1, 1 \cdot c/d_p \approx c/d_p$. Zaznaczyli jednak, że należy się spodziewać mniejszej wartości F przy zastosowaniu obciążenia pojedynczą siłą skupioną lub przy większym stosunku rozpiętości do wysokości elementu.

Kolejną ważną publikacją dotyczącą współczynnika F była praca Warwaruka, Sozena i Siessa (1962), w której napisali, że wartość F zależy od kształtu wykresów momentów jako stosunek wysokości strefy ściskanej betonu do wysokości użytecznej przekroju $F = c/d_p$.

Korzystając z tych samych głównych definicji współczynnika redukcji odkształceń, Naaman (1990) był pierwszym, który zaproponował analityczne wyrażenie współczynnika mającego zastosowanie w stanie sprężystym niezarysowanym, zarysowanym i w stanie granicznym zniszczenia. Dla celów praktycznych współczynnik *F* ma tę samą definicję jak rozszerzony w dalszej części współczynnik Ω_u , z tym wyjątkiem, że Ω_u wyraża wzrost naprężeń poza stan wyjściowy odpowiadający działaniu sprężenia efektywnego i obciążeń stałych. Naaman ujął te współczynniki w zmodyfikowanej analizie zgodności odkształceń w celu przewidzenia krzywizny momentu belek sprężonych cięgnami bez przyczepności. Współczynnik redukcji odkształceń został zdefiniowany jako stosunek średniego wzrostu odkształceń w cięgnach bez przyczepności do wzrostu odkształceń w ekwiwalentnych cięgnach z przyczepnością w przekroju o największym momencie zginającym i wyraża się równaniem

127

$$\Omega_{u} = \frac{\left(\Delta \varepsilon_{psu}\right)_{av}}{\left(\Delta \varepsilon_{psb}\right)_{m}} = \frac{\left(\Delta \varepsilon_{psu}\right)_{av}}{\left(\Delta \varepsilon_{cps}\right)_{m}}$$
(59)

gdzie:

 $(\Delta \varepsilon_{psu})_{av}$ – wzrost odkształcenia w cięgnach bez przyczepności,

 $(\Delta \varepsilon_{psb})_m$ – wzrost odkształcenia w równoważnych cięgnach z przyczepnością,

 $(\Delta \epsilon_{cps})_m$ – wzrost odkształcenia w betonie poza efektywne sprężenie na poziomie cięgna wypadkowego.

Wszystkie odkształcenia są brane w przekroju krytycznym o największym momencie, tak jak na rys. 3. Z powyższego równania można wyciągnąć trzy następujące wnioski: wyrażenia ($\Delta \varepsilon_{psb}$)_m i ($\Delta \varepsilon_{cps}$)_m są sobie równe, odkształcenia w cięgnie bez przyczepności są równe w każdym przekroju elementu (dzięki założeniu o pominięciu sił tarcia) oraz $\Omega_u = 1$ w przypadku, gdy cięgna wykazują pełną przyczepność do betonu.

Dla belek wolnopodpartych o stałym przekroju, symetrycznym obciążeniu i symetrycznej trasie cięgien można wykazać, że Ω może być wyliczone w większości przypadków z poniższego równania

$$\Omega = \frac{2}{\Delta M_{\max} \cdot (e_0)_{\max} \cdot L} \cdot \int_0^{L/2} \Delta M(x) \cdot e_e(x) dx$$
(60)

gdzie:

 $\Delta M_{\rm max}$ – zmiana momentu w przekroju krytycznym,

 $\Delta M(x)$ – zmiana momentu w dowolnym przekroju o współrzędnej x wzdłuż przęsła,

- mimośród cięgien w przekroju krytycznym, $(e_0)_{\max}$

– odpowiadający $\Delta M(x)$ mimośród cięgien w dowolnym przekroju o współ $e_0(x)$ rzędnej x wzdłuż przęsła,

L – długość przęsła.

Obowiązuje założenie, że zmiana momentu zginającego odnosi się do stanu, w którym działa efektywna siła sprężająca i moment od obciążeń stałych, a naprężenie w stanie odniesienia jest znane i równe efektywnemu sprężeniu fpe. Aby uniknąć żmudnych obliczeń, wartość Ω określono dla typowych warunków obciążenia i tras cięgien (rys. 4). Można zauważyć, że Ω zależy od typu obciążenia (obciążenie równomierne, pojedynczą lub wieloma siłami skupionymi), trasy kabla (prostoliniowa, odgięta lub paraboliczna) oraz mimośrodów cięgna wypadkowego w przekroju przęsłowym i podporowym.

W celu rozważenia elementu w stanie użytkowalności (po zarysowaniu) wprowadzono współczynnik redukcji przyczepności Ω_{cr} przy założeniu pojawienia się pojedynczej rysy w przekroju o maksymalnym momencie. Dla belek wolnopodpartych obciążonych symetrycznie i o symetrycznej trasie kabla wartość Ω_{cr} może być obliczona z następującego równania

$$\Omega_{cr} = \Omega \cdot \frac{I_{cr}}{I_g} + \frac{2}{L} \cdot \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right) \cdot \int_{0}^{L_c/2} \frac{\Delta M(x) \cdot e_e(x)}{\Delta M_{\max} \cdot (e_e)_{\max}} dx$$
(61)

gdzie:

Ig – moment bezwładności przekroju brutto (niezarysowanego),

Icr – moment bezwładności przekroju zarysowanego,

 $L_c\,$ – szerokość rysy lub szerokość obszaru zarysowanego.

Ponieważ przegub plastyczny tworzy się teoretycznie we fragmencie zarysowanym, a brak przyczepności pomiędzy cięgnami i betonem uniemożliwia pojawienie się zarysowania poza tym odcinkiem, L_c jest zazwyczaj bardzo małe w porównaniu z L, nawet jeśli zastosowane jest zbrojenie pasywne zgodnie z ACI Building Code mające na celu dystrybucję rys. Przyjęcie tego założenia umożliwia oszacowanie Ω_{cr} z wystarczającą dokładnością za pomocą poniższego równania

Przypadek obciążenia	Ω	
	$\Omega = \frac{5}{12} + \frac{1}{4} e_s / e_m$	
	$\Omega = \frac{2}{3}$	
	$\Omega = \frac{8}{15} + \frac{2}{15} e_s/e_m$	
+ + 	$\Omega = \frac{23}{54} + \frac{13}{54} e_{s} / e_{m}$	
<u>+</u> +	$\Omega = \frac{2}{3}$	
+ + 	$\Omega = \frac{44}{81} + \frac{10}{81} e_{s} / e_{m}$	
+	$\Omega = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} e_{s}/e_{m}$	
<u> </u>	$\Omega = \frac{1}{2}$	Rys. 4. Wyrażenia współczynnika r kształceń O w stanie niezary
+	$\Omega = \frac{5}{12} + \frac{1}{12} e_s/e_m$	Fig. 4. Expressions for strain reducti coefficient Ω for uncracked s

 $\Omega_{cr} \cong \Omega \cdot \frac{I_{cr}}{I_g}$ (62)

> edukcji odvsowanym ion state

Naaman i Alkhairi próbowali rozszerzyć teoretyczne wyprowadzenie współczynnika redukcji odkształceń w stanie zniszczenia przy zginaniu. Zdefiniowali ten współczynnik jako Ω_u i próbowali przedstawić go w podobnej formie jak w równaniach (60) i (61). W szczególności pracowali nad uproszczoną formą równania, gdzie L_c staje się długością przegubu plastycznego w stanie zniszczenia, a Icr staje się momentem bezwładności zarysowanego przekroju w stanie zniszczenia. Jednak zadanie okazało się zbyt trudne i nie udało się znaleźć zadowalającego rozwiązania zgodnie pasującego do wszystkich dostępnych wyników badań. Z tego powodu przeanalizowali 143 wyniki badań z 15 różnych źródeł pochodzące z lat 1962–1990 i ponownie przeliczyli współczynnik redukcji Ω_u . Współczynnik obliczono dla dwóch zmiennych: warunków obciążenia (siła skupiona w środku przęsła, w dwóch punktach i obciążenie równomierne) oraz stosunku rozpiętości do wysokości, który wahał się od 7,8 do 45, co obejmuje większość projektowanych obec-

nie belek i płyt. Najlepszą zależność pomiędzy wynikami doświadczalnymi i analitycznymi uzyskano dla następujących wartości Ω_u

$$\Omega_{u} = \frac{2,6}{\left(\frac{L}{d_{ps}}\right)} \quad \text{dla obciążenia pojedynczą siłą skupioną}$$
(63)
$$\Omega_{u} = \frac{5,4}{\left(\frac{L}{d_{ps}}\right)} \quad \text{dla obciążenia dwiema siłami skupionymi lub równomiernego}$$
(64)

Współczynnik Ω_u został wyprowadzony w celu ukazania najlepszej możliwej zależności pomiędzy doświadczalnymi a przewidywanymi wynikami. Dla celów normowych wprowadzono współczynniki bezpieczeństwa do wyznaczonych wartości Ω_u . Uczyniono to, mnożąc wartość tego współczynnika przez liczbę mniejszą od jedności. Zalecane wartości Ω_u dla celów normowych wynoszą

$$\Omega_{u} = \frac{1,5}{\left(\frac{L}{d_{ps}}\right)} \quad \text{dla obciążenia pojedynczą siłą skupioną}$$
(65)

$$\Omega_{u} = \frac{3,0}{\left(\frac{L}{d_{us}}\right)} \quad \text{dla obciążenia dwiema siłami skupionymi lub równomiernego}$$
(66)

Na rysunku 3 przedstawiono rozkład odkształceń w elemencie sprężonym cięgnami bez przyczepności i z przyczepnością w stanie odniesienia (pod działaniem sprężenia efektywnego i obciążenia ciężarem własnym) i w stanie zniszczenia (przy nominalnej nośności na zginanie). Założono, że wzrost odkształceń w cięgnach bez przyczepności może być uzyskany przez obliczenie wzrostu odkształceń w cięgnach z przyczepnością i zastosowanie współczynnika redukcji przyczepności Ω_u zdefiniowanego powyżej. Dla cięgien z przyczepnością wzrost odkształceń pomiędzy dwoma stanami jest równy wzrostowi odkształceń w betonie na poziomie cięgna. Może być łatwo określony z geometrii wykresu i wyrażony za pomocą równania

$$\left(\Delta \varepsilon_{psb}\right)_{m} = \varepsilon_{ce} + \left(\Delta \varepsilon_{cps}\right)_{m} = \varepsilon_{ce} + \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_{ps}}{c} - 1\right)$$
(67)

Jeśli znana jest wartość Ω_u , to wzrost odkształceń w cięgnach bez przyczepności może zostać określony ze wzrostu odkształceń w cięgnach z przyczepnością za pomocą równania

$$\left(\Delta \varepsilon_{psu}\right)_{av} = \Omega_{u} \cdot \varepsilon_{ce} + \Omega_{u} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_{ps}}{c} - 1\right)$$
(68)

Jeśli założymy, że naprężenie w cięgnach bez przyczepności pozostaje w zakresie liniowo-sprężystym (~0,94 f_{py}), to zmiana naprężeń przy nominalnej wytrzymałości na zginanie wynosi

 $\left(\Delta f_{psu}\right)_{av} = \Omega_{u} \cdot E_{ps} \cdot \left(\Delta \varepsilon_{psu}\right)_{av} = \Omega_{u} \cdot E_{ps} \cdot \varepsilon_{ce} + \Omega_{u} \cdot E_{ps} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_{ps}}{c} - 1\right)$ (69)

Stad odpowiadające naprężenie w cięgnach bez przyczepności wynosi

$$f_{psu} = f_{pe} + \Omega_u \cdot E_{ps} \cdot \varepsilon_{ce} + \Omega_u \cdot E_{ps} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_{ps}}{c} - 1\right)$$
(70)

Zazwyczaj wartość ε_{ce} jest niewielka w porównaniu z innymi wyrażeniami. Po pominięciu ε_{ce} i opuszczeniu indeksu "u" w f_{psu} (ze względu na to, że z definicji ACI Code f_{ps} jest granicznym naprężeniem w stali sprężającej) równanie (70) przybiera postać

$$f_{ps} = f_{pe} + \Omega_u \cdot E_{ps} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_{ps}}{c} - 1\right)$$
(71)

Aby uwzględnić schemat obciążeń w elementach ciągłych, wprowadzono do powyższego równania parametr L_1/L_2

$$f_{ps} = f_{pe} + \Omega_u \cdot E_{ps} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_{ps}}{c} - 1\right) \cdot \frac{L_1}{L_2}$$
(72)

gdzie:

 L_1 – długość obciążonego przesła lub suma długości obciążonych przeseł, mających wpływ na to samo cięgno,

L₂ – długość cięgna pomiędzy zakotwieniami.

W powyższych równaniach niewiadomymi są naprężenia w cięgnach bez przyczepności oraz wysokość ściskanej strefy betonu c. Drugie równanie umożliwiające ich wyliczenie otrzymujemy, korzystając z równowagi sił w przekroju

$$A_{ps} \cdot f_{ps} + A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f_y = 0.85 \cdot f'_c \cdot (b - b_w) \cdot h_f + 0.85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot \beta_1 \cdot c$$
(73)

Dla przekrojów prostokątnych lub pozornie teowych $b_w = b$.

Powyższy układ równań możemy rozwiązać na dwa sposoby – rozwiązując poniższe równanie kwadratowe, gdzie rzeczywistym pierwiastkiem jest c w postaci

$$c = \frac{-B_1 + \sqrt{B_1^2 - 4 \cdot A_1 \cdot C_1}}{2 \cdot A_1}$$
(74)

gdzie

$$A_{1} = 0.85 \cdot f_{c}^{\prime} \cdot b_{w} \cdot \beta_{1} \tag{75}$$

$$A_{1} = 0.85 \cdot f_{c} \cdot b_{w} \cdot \beta_{1}$$

$$B_{1} = A_{ps} \cdot \left(\Omega_{u} \cdot E_{ps} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \frac{L_{1}}{L_{2}} - f_{pe}\right) + A_{s}' \cdot f_{y} - A_{s} \cdot f_{y} + 0.85 \cdot f_{c}' \cdot (b - b_{w}) \cdot h_{f_{1}}$$

$$(75)$$

$$C_{1} = -A_{ps} \cdot \Omega_{u} \cdot E_{ps} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot d_{ps} \cdot \frac{L_{1}}{L_{2}}$$
(77)

lub poprzez zastosowanie prostego toku iteracyjnego składającego się z trzech kroków: – założenia $f_{ps} = f_{pe} + 15$ ksi (105 MPa) i wyliczenia wysokości strefy ściskanej betonu c,

użycie uzyskanego c do obliczenia f_{ps} z równania (72),

powtórzenia procedury aż do uzyskania małych przyrostów w kolejnych iteracjach.

4. Analiza wybranych badań oraz wnioski końcowe

Tabela 2

Oznaczenie elementu	Analizowane parametry	PN-B-03264	ACI Code 318M-05	Harajli i Hijazi	Lee, Moon i Lim	Naaman i Alkhairi	Metoda dokładna +ΩU	Wyniki badania
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Belka B8 [17]	$\Delta f_{\rho s}$ [MPa]	100,0	112,9	134,4	235,9	96	73,8	76,7
	f _{ps} [MPa]	756,0	768,9	790,4	891,9	752	729,8	732,7
	M _{Rd} [kNm]	21,1	20,9	21,0	21,6	20,8	20,7	21,0
	$\Delta f_{\rho s}$ [MPa]	100,0	344,2	637,0	637,0	538,3	416,8	637,0
Belka B1 [18]	f _{ps} [MPa]	1108,0	1352,2	1645,0	1645,0	1546,3	1424,8	1645,0
	M _{Rd} [kNm]	24,0	26,8	30,2	30,2	28,4	30,72	30,3
	Δf_{ps} [MPa]	100	170	553	414	620	495	552
Belka [19]	f _{ps} [MPa]	935	1005	1388	1250	1455	1331	1385
	M _{Rd} [kNm]	64,2	67,1	78,2	74,2	80	75,4	75,1

Wyniki wybranych badań doświadczalnych

W tabeli 2 zebrano wyniki obliczeń przeprowadzonych na podstawie badań trzech elementów. Dwa pierwsze przykłady dobrano w ten sposób, aby ukazać, jak duży jest rozrzut wartości, które może przyjmować przyrost naprężeń w cięgnach bez przyczepności. Trzeci przykład pochodzi z badań własnych. Wszystkie obliczenia zostały wykonane z pominięciem częściowych współczynników bezpieczeństwa, opierając się na danych materiałowych zamieszczonych w publikacjach [17-19]. Kolumny 3 i 4 zawierają wyniki obliczeń przeprowadzonych na podstawie zaleceń zawartych w polskiej i amerykańskiej normie, kolumny od 5 do 7 - wyniki bazujące na wyżej opisanych teoriach, kolumna 8 - wyniki na podstawie metody dokładnej zmodyfikowanej przez autorów o wprowadzenie współczynnika Ω_u oraz ostatnia kolumna – wyniki badań.

W pierwszym z wymienionych badań przeprowadzonych na jednoprzęsłowej belce o przekroju prostokątnym o wymiarach 158 × 162 mm i długości przęsła 4 m uzyskano przyrost naprężeń w cięgnach poniżej 100 MPa. Jest to wartość niższa niż zalecają PN [1] i EC-2 [2]. Wartość tę uzyskano przy spełnieniu następujących warunków: działaniu pojedynczej siły skupionej na element o dużej smukłości ($L/d_{ps} \approx 43$) i znacznej ilości stali zwykłej w strefie rozciąganej (3 pręty ø10 mm). Ostatni z wymienionych warunków powoduje zmniejszony wpływ przyrostu naprężeń w cięgnach na nośność elementu. Uzyskanie w obliczeniach przyrostu naprężeń wiekszego niż w rzeczywistości nie wpływa na bezpieczeństwo konstrukcji, a ewentualne przeszacowanie nośności mieści się w częściowych współczynnikach bezpieczeństwa. Najlepszą zbieżność wyników uzyskano dla teorii wprowadzającej współczynnik redukcji odkształceń, gdyż dzięki niej przewidziano przyrost naprężeń niższy niż proponowany przez normy.

W drugim oraz trzecim badaniu uzyskano przyrost naprężeń w cięgnach znacznie powyżej przyjętego przez PN [1] i EC-2 [2] - 100 MPa. Oba opisywane elementy to belki jednoprzęsłowe. Pierwszy z nich miał wymiary przekroju poprzecznego 160 × 280 mm oraz rozpiętość w osiach podpór wynoszącą 4,2 m. Drugi, pochodzący z badań własnych, miał wymiary przekroju poprzecznego 150 × 250 mm oraz rozpiętość w osiach podpór

3,6 m. Dużą wartość przyrostu naprężeń w cięgnach sprężających uzyskano przy spełnieniu następujących warunków: działaniu dwóch sił skupionych w $^{1}/_{3}$ i $^{2}/_{3}$ rozpiętości na element krępy (L/d_{ps} wynoszące, odpowiednio, \approx 19 oraz 18) z niedużą ilością zbrojenia zwykłego w strefie rozciąganej (odpowiednio: 2 pręty ø10 mm oraz 3 pręty ø12 mm). W takich wypadkach zniszczenie elementu może nastąpić nawet poprzez zerwanie stali sprężającej, a niedoszacowanie przyrostu naprężeń w cięgnach wpływa znacząco na obniżenie nośności obliczeniowej w stosunku do rzeczywistej.

W drugim przykładzie dwie z wybranych teorii dobrze przybliżyły zarówno przyrost naprężeń, jak i nośność elementu na zginanie. Powstałe różnice pomiędzy teoriami (odpowiednio: kolumny 5 i 6 oraz 7) wynikają z tego, że autorzy dwóch pierwszych teorii przyjęli jako graniczne naprężenie w cięgnie bez przyczepności umowną granicę plastyczności stali sprężającej – f_{py} , natomiast trzecia teoria dopuszcza przyjęcie maksymalnego naprężenia w stali sprężającej wynoszącego 0,94 f_{py} .

W trzecim z przedstawionych badań uzyskano wartości przyrostu naprężeń oraz nośności niższe niż proponują teorie. Należy jednak nadmienić, że podczas badania nastąpiło zerwanie jednego z siedmiu drutów cięgna, co miało wpływ na niższą nośność elementu podczas zniszczenia.

5. Podsumowanie

Jak wynika z analizy badań przeprowadzonych na wielu elementach i w różnych ośrodkach naukowych, obecnie nie można jednoznacznie określić, która z proponowanych metod jest najwłaściwsza i najbardziej przydatna do analizy przyrostu naprężeń w cięgnie bez przyczepności oraz stanu granicznego nośności. Przytoczone wzory i ich wyprowadzenia zostały opublikowane w czasopismach amerykańskich i odniesione są do normy amerykańskiej [3]. W literaturze krajowej, jak również w obowiązujących normach [1, 2] nie ma żadnego odniesienia ani propozycji dotyczącej projektowania tego typu konstrukcji.

Należy wziąć również pod uwagę podwójny aspekt omawianego zagadnienia. Z jednej strony – niedoszacowanie przyrostu naprężeń w cięgnach prowadzi bardzo często do zaniżenia nośności elementu na zginanie. Z drugiej strony – brak znajomości rzeczywistego przyrostu naprężeń może prowadzić do zaniżenia końcowej wartości naprężeń w cięgnach, którą należy ograniczać zgodnie z postanowieniami normowymi. Przekroczenie tej wartości może mieć wpływ na nośność cięgna, co jest szczególnie niebezpieczne w tego rodzaju konstrukcjach.

Literatura

- PN-B-03264:2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [2] PN-EN 1992-1-1:2004 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu Część 1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [3] Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-05) and Commentary (ACI 318 RM-05).
- [4] Matt P., FIP design recommendations for flat slabs in post-tensioned concrete using unbonded and bonded tendons, VIII Congress of the FIP, 1–4 May 1978, London.

- [5] Lin T.Y., Unbonded vs. bonded tendons for building construction with particular reference to flat slabs, Symposium on Prestressed Concrete in Buildings, Sydney 1976.
- [6] S c h u p a c k M., A Survey of the durability performance of post-tensioning tendons, Journal of American Concrete Institute, Vol. 75, No. 10, 1978, 501-510.
- [7] Aalami B.O., *Development in post-tensioned floors in buildings*, XI Congress of the FIP, 4–9 June 1990, Hamburg.
- [8] Thal H., *VT-CMM a new system for unbonded prestressing*, FIP Symposium on Modern Prestressing Techniques and Their Applications, 17–20 October 1993, Kyoto.
- [9] Pash G.F., Introduction to prestressing and the application of post-tensioned concrete slabs in buildings, Symposium on Post-Tensioned Prestressed Concrete in Buildings, April 1977, South Africa, Journal of the Concrete Society of Southern Africa, No. 6, June 1977.
- [10] Muguruma H., On the use of unbonded Prestressed concrete members, Transactions of the Architectural Institute of Japan, May 1968 (in Japanese).
- [11] Harajli M., Hijazi S., Evaluation of the Ultimate Steel Stress in Partially Prestressed Concrete Members, PCI Journal, Vol. 36, No. 1, 1991, 62-82.
- [12] Lee L.H., Moon J.H., Lim J.H., Proposed Methodology for Computing of Unbonded Tendon Stress at Flexural Failure, ACI Structural Journal, Vol. 96, No. 6, 1999, 1040-1048.
- [13] Naaman A., Alkhairi F., Stress at Ultimate in Unbonded Prestressing Tendons - Part I: Evaluation of the State-of-the Art, ACI Structural Journal, Vol. 88, No. 5, 1991, 641-651.
- [14] Naaman A., Alkhairi F., Stress at Ultimate in Unbonded Prestressing Tendons

 Part II: Proposed Methodology, ACI Structural Journal, Vol. 88, No. 6, 1991, 683-692.
- [15] Naaman A., Burns N., French C., Gamble W., Mattock A., Stresses in Unbonded Prestressing Tendons at Ultimate: Recommendation, ACI Structural Journal, Vol. 99, No. 4, 2002, 518-529.
- [16] Allouche E.N., Campbell T.I., Green M.F., Soudki K.A., Tendon Stress in Continuous Unbonded Prestressed Concrete Members – Part 2: Parametric Study, PCI Journal, Vol. 44, No. 1, 1999, 60-73.
- [17] T a m A., P a n n e 11 F.N., The ultimate moment of resistance of unbonded partially prestressed reinforced concrete members, Magazine of Concrete Research, Vol. 28, No. 97, 1976, 203-208.
- [18] Du G., Tao X., Ultimate Stress of Unbonded Tendons in Partially Prestressed Concrete Beams, PCI Journal, Vol. 30, No. 6, 1985, 72-91.
- [19] Politalski W., Przyrost naprężeń w cięgnie bez przyczepności w wyniku obciążenia sprężonej belki kablobetonowej, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo, z. 109, 2006, 309-316.