

HOCINE MZAD, MOHAMED EL-GUERRI\*

**APPROCHE MATHÉMATIQUE BASÉE SUR DES CRITÈRES  
TECHNICO-ÉCONOMIQUES POUR LA DÉTERMINATION  
DE L'ÉPAISSEUR OPTIMALE D'ISOLATION  
DE RÉSERVOIRS CRYOGÉNIQUES****PODEJŚCIE MATEMATYCZNE OPARTE  
NA TECHNICZNO-EKONOMICZNYCH KRYTERIACH  
DLA WYZNACZENIA OPTYMALNEJ GRUBOŚCI  
IZOLACJI ZBIORNIKÓW KRIOGENICZNYCH****Résumé**

Cet article est basé sur une méthode spécifique de recherche de l'épaisseur optimale d'isolation de réservoirs cylindriques à fonds elliptiques destinés, essentiellement, au stockage de gaz cryogéniques. Dans une première phase d'étude, les réservoirs sphériques sont analysés. L'isolation en question est une couche externe uniformément répartie dont l'épaisseur varie en fonction des conditions aux limites des surfaces externe et interne de la citerne. Le transfert de chaleur radial, basé sur le mécanisme de conduction, est pris en considération. Une expression de l'épaisseur optimale d'isolation dérivée de la fonction du coût total et dépendant de la géométrie du réservoir est présentée. Divers types d'enveloppe isolante sont analysés en évaluant leurs épaisseurs optimales dans des conditions de fonctionnement cryogéniques.

*Mots clés: réservoir cryogénique, pertes thermiques, calorifugeage, épaisseur, optimisation, coût*

**Streszczenie**

W artykule zaprezentowano specyficzną metodę wypracowania optymalnej grubości cylindrycznych zbiorników przeznaczonych do przechowywania substancji kriogenicznych i wyposażonych w eliptyczne pokrywy. W początkowej fazie studiów analizowane są zbiorniki sferyczne. Izolację stanowi równomiernie rozłożona warstwa zewnętrzna o danej grubości ekwiwalentnej do bariery termicznej umieszczonej na zewnętrznej powierzchni zbiornika. Wzięto pod uwagę wielkość przewodzenia ciepłego opartą na mechanizmie przewodzenia. Opracowano i przedstawiono wzór na optymalną grubość izolacji wyprowadzony na podstawie funkcji całkowitego kosztu w zależności od geometrii zbiornika. Analizowano różne typy izolacji w odniesieniu do ich optymalnej grubości w warunkach kriogenicznych.

*Słowa kluczowe: zbiornik kriogeniczny, strata ciepła, izolacja, grubość, optymalizacja, koszt*

\* Hocine Mzad, Docteur d'État (MC), Mohamed El-Guerrri, Magister (CC), Laboratoire de Mécanique Industrielle, Département de Génie Mécanique, Université Badji Mokhtar – Annaba, Algérie.

### Nomenclature

$D$	Diamètre du réservoir	[m]
$e_i, X_i$	Épaisseur du calorifuge	[m]
$L$	Longueur du cylindre	[m]
$n'$	Coût unitaire de masse du fluide stocké	[€/kg]
$\dot{Q}$	Flux thermique	[W]
$\dot{Q}_1$	Flux thermique côté cylindre	[W]
$\dot{Q}_2$	Flux thermique côtés latéraux	[W]
$R_i$	Rayon interne	[m]
$R_e$	Rayon externe	[m]
$S_F$	Surface du fond elliptique du réservoir	[m <sup>2</sup> ]
$S_L$	Surface des parties latérales du réservoir	[m <sup>2</sup> ]
$\bar{S}$	Surface thermique de référence	[m <sup>2</sup> ]
$T_{\text{ext}}$	Température externe	[K]
$T_{\text{liq}}$	Température de liquéfaction	[K]
$V_{\text{cyl}}$	Volume du cylindre	[m <sup>3</sup> ]
$x$	Épaisseur réduite	
$x_{\text{opt}}$	Épaisseur optimale adimensionnelle	
$X_{\text{opt}}$	Épaisseur optimale	[m]
$\lambda_i$	Conductivité thermique de l'isolant	[W/(m·K)]
$\Delta T_{\text{éq}}$	Gradient thermique équivalent	[K]
$\Delta H_v$	Enthalpie de vaporisation	[kJ/kg]

### 1. Introduction

Le problème de l'isolation thermique des réservoirs de stockage de gaz cryogéniques est très important. Il est gouverné par la maîtrise des mécanismes de transfert de chaleur et nécessite une analyse spécifique, car pour isoler les réservoirs cryogéniques on dispose d'un nombre important de matériaux isolants. Cependant, les contraintes dues au froid, à la sécurité et aux performances nécessaires limitent l'application de certains matériaux. En plus des caractéristiques thermophysiques, d'autres critères doivent aussi être examinés pour le choix d'un isolant tels que la facilité de mise en œuvre, la durée de vie, la fiabilité et le prix de l'isolation réalisée.

Pour l'isolation des réservoirs cryogéniques, le choix de l'isolant dépend souvent de la taille du réservoir [1]. En effet, pour les récipients de grande taille, il est possible d'admettre des isolants moins performants, par contre, plus le réservoir est petit plus les caractéristiques thermiques doivent être bonnes. La complexité due aux différents processus de transfert de chaleur et aux contraintes physico-mécaniques impose un grand nombre d'essais en laboratoire et en atelier avant de diffuser un produit sur le marché. Néanmoins, il faut retenir que le super-isolant est le plus approprié pour la cryogénie légère, à la condition que sa mise en œuvre soit faite avec tout le savoir-faire nécessaire.

Onosovskii et al. [2] soulignent qu'en concevant les réservoirs cryogéniques pour le transport et le stockage de certains fluides (N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, Ar), une attention particulière est donnée

pour améliorer leurs caractéristiques techniques, notamment à réduire la perte du liquide causée par l'évaporation, ce qui contredit souvent les considérations techniques et économiques. Ils ont montré que les conditions de service des réservoirs cryogéniques dans diverses branches de l'économie diffèrent énormément, d'où l'importance de tenir compte de facteurs techniques et économiques au stade de la conception. Un modèle d'optimisation technico-économique a été conçu pour tenir compte des conditions de fabrication et de service des réservoirs. Deux conditions nécessaires doivent être remplies dans ce cas là, la comparaison des réservoirs avec divers types d'isolation devrait être effectuée pour la même capacité de remplissage afin d'éviter l'effet des facteurs de proportionnalité, et la détermination de l'épaisseur optimale pour chaque type d'enveloppe isolante.

Balke [3] présente les résultats de plusieurs essais à pleine échelle sur des réservoirs enveloppés par les flammes disposant de divers systèmes de protection. Les essais ont démontré que le réservoir était suffisamment sécuritaire durant 90 minutes. Lorsque la pression interne atteint la valeur de rupture du réservoir, ce dernier éclate violemment engendrant la fragmentation de la coquille et le déversement immédiat de son contenu. S'il s'agit d'un fluide inflammable, on parle alors de détente explosive des vapeurs d'un liquide en ébullition nommée «BLEVE». C'est pourquoi une protection incendie pour les réservoirs constitue un point important pour effectuer une étude supplémentaire en utilisant des tôles d'acier revêtu pour optimiser l'épaisseur nécessaire du revêtement.

Selon des simulations appliquées par Birk [4], le premier simulateur indique que les protections thermiques suffisent largement pour protéger une citerne pendant 100 minutes des effets d'un bain de flammes ayant une température de 1089 K, et pendant 30 minutes une citerne exposée à un jet de gaz enflammé.

Selon la deuxième simulation, il faut appliquer un facteur de sécurité lié aux défauts d'isolation. L'analyse détaillée des défauts laisse penser que moins le défaut est étendu moins la paroi de la citerne risque d'être sollicitée et réchauffée.

Rader [5] avance qu'en vertu de la réglementation et des normes industrielles, on doit concevoir des wagons-citernes munis de dispositifs limiteurs de pression capables d'évacuer le contenu lorsqu'un incendie risque d'y provoquer l'explosion.

Hwang et Toughiry [6] se préoccupent particulièrement d'une évaluation visant à comparer les conséquences de la défaillance des cylindres avec et sans soupape de sûreté et contenant des gaz comprimés et des gaz liquéfiés comprimés, y compris des matières inflammables, des produits dont l'inhalation est toxique et des gaz inertes non toxiques.

D'autres renseignements intéressants nous sont fournis sur la performance des citernes pour des conditions dangereuses [7], qu'elles soient munies ou non de limiteurs de pression. Il en ressort les avantages et les inconvénients liés à l'installation de soupapes de détente dans diverses conditions de fonctionnement des récipients à pression.

Dans le présent article on se propose tout d'abord de calculer les pertes thermiques pour des réservoirs de formes sphérique et cylindrique, ensuite on déterminera l'épaisseur optimale de calorifugeage d'un réservoir cylindrique à fonds elliptiques. On supposera implicitement l'épaisseur du réservoir, de résistance thermique négligeable, comme étant celle de l'isolant disposé en une seule couche. On tiendra compte de la nature du fluide stocké, du coût et des propriétés thermiques de l'isolant utilisé.

## 2. Calcul des déperditions thermiques du réservoir

La sphère creuse est, parmi les formes géométriques, la plus utilisée dans l'industrie chimique pour ses capacités de stockage. A titre purement comparatif, nous étudierons tout d'abord les pertes thermiques à travers une surface sphérique avant de traiter l'exemple proposé d'une surface cylindrique.

Par hypothèse, la conduction thermique est considérée unidimensionnelle en régime stationnaire. Nous supposons que les températures des surfaces intérieure et extérieure du réservoir sphérique sont uniformes et constantes.

En régime établi, le flux de chaleur par conduction thermique s'écrit

$$\dot{Q} = 4\pi\lambda_i \frac{R_e R_i}{R_e - R_i} \Delta T_{\text{éq}} \quad (1)$$

$\Delta T_{\text{éq}}$  est le gradient thermique équivalent donné par Buhler [8], tel que

$$\Delta T_{\text{éq}} = 0,9(T_{\text{ext}} - T_{\text{liq}}) \quad (2)$$

En supposant le réservoir d'épaisseur négligeable et que la couche d'isolant adhère parfaitement à la paroi, on peut écrire

$$\dot{Q} = 2\pi\lambda_i D \left[ 1 + \frac{D}{2e_i} \right] \Delta T_{\text{éq}} \quad (3)$$

Où  $e_i = R_e - R_i$  représente l'épaisseur d'isolation.

Par exemple, pour une température externe de 298 K et un isolant en polyuréthane de conductivité thermique égale à 0,02 W/(m·K), compte tenu des valeurs du tableau 1, on obtient pour le  $\text{NH}_3$  l'expression suivante

$$\dot{Q}|_{\text{NH}_3} = 6,005D \left[ 1 + \frac{D}{2e_i} \right] \quad (4)$$

Pour  $\text{H}_2$  on aura

$$\dot{Q}|_{\text{H}_2} = 29,405D \left[ 1 + \frac{D}{2e_i} \right] \quad (5)$$

Pour des diamètres donnés du réservoir, la fonction  $\dot{Q} = f(e_i)$  nous permet de tracer les graphes du flux thermique en fonction de l'épaisseur de l'isolant (Fig. 1) en considérant différents gaz (Tableau 1).

Tableau 1

Température de liquéfaction et gradient thermique équivalent pour quelques gaz

Gaz	$\text{NH}_3$	$\text{C}_3\text{H}_8$	$\text{CO}_2$	$\text{O}_2$	Ar	$\text{N}_2$	$\text{H}_2$
$T_{\text{liq}}$ [K]	239,9	231,0	240,0	119,9	116,8	104,0	31,9
$\Delta T_{\text{éq}}$ [K]	47,79	55,8	47,7	155,8	158,6	170,1	234,0

Pour la détermination du flux de chaleur radial transmis par conduction à travers un réservoir cylindrique à fonds elliptiques, on suppose que le cylindre, suffisamment long, est

homogène et que la température de la surface intérieure est constante et égale à  $T_{\text{liq}}$ . La surface extérieure est maintenue à la température uniforme  $T_{\text{ext}}$ , le flux de chaleur, évalué à mi-épaisseur du calorifuge, peut s'écrire

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 \quad (6)$$

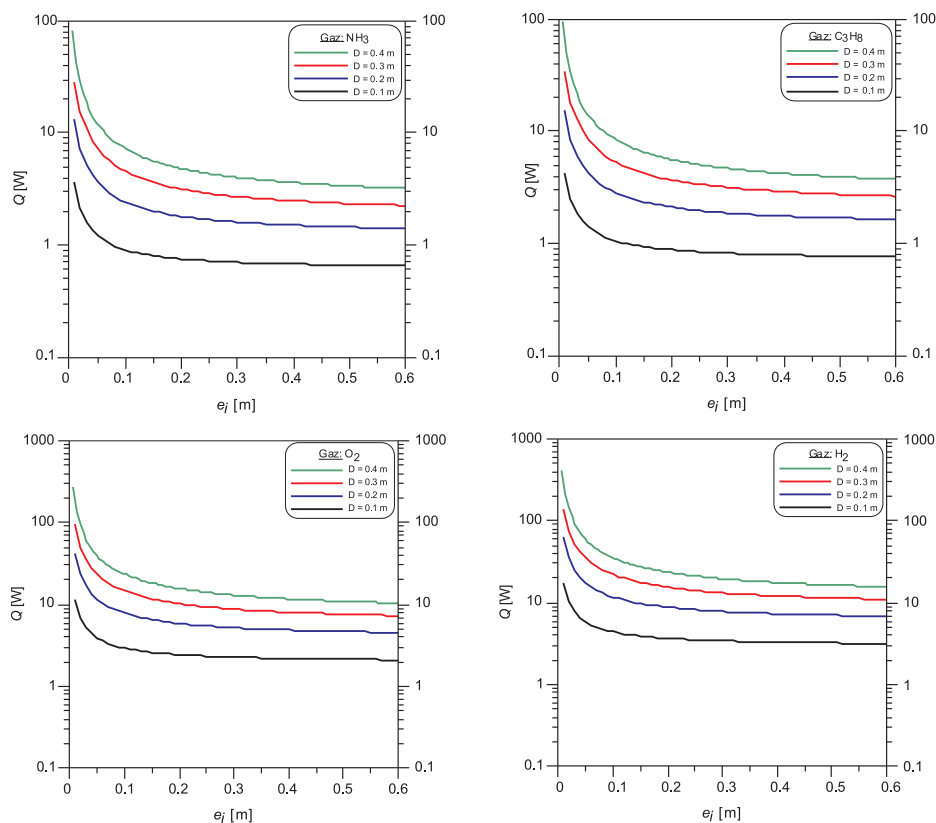


Fig. 1. Déperditions thermiques v épaisseur d'isolation pour des gaz stockés dans un réservoir sphérique

Rys. 1. Straty ciepła a grubość izolacji dla gazów przechowywanych w zbiornikach sferycznych

Le flux thermique traversant la surface cylindrique du réservoir de longueur  $L$

$$\dot{Q}_1 = \lambda_i \frac{2\pi L}{\ln \frac{R_e}{R_i}} \Delta T_{\text{éq}} \quad (7)$$

L'équation (7) peut facilement se mettre sous la forme

$$\dot{Q}_1 = \lambda_i \frac{2\pi L}{\ln \left(1 + \frac{2e_i}{D}\right)} \Delta T_{\text{éq}} \quad (8)$$

Le flux thermique traversant les surfaces latérales du réservoir

$$\dot{Q}_2 = \frac{\lambda_i}{e_i} S_L \Delta T_{\acute{e}q} \quad (9)$$

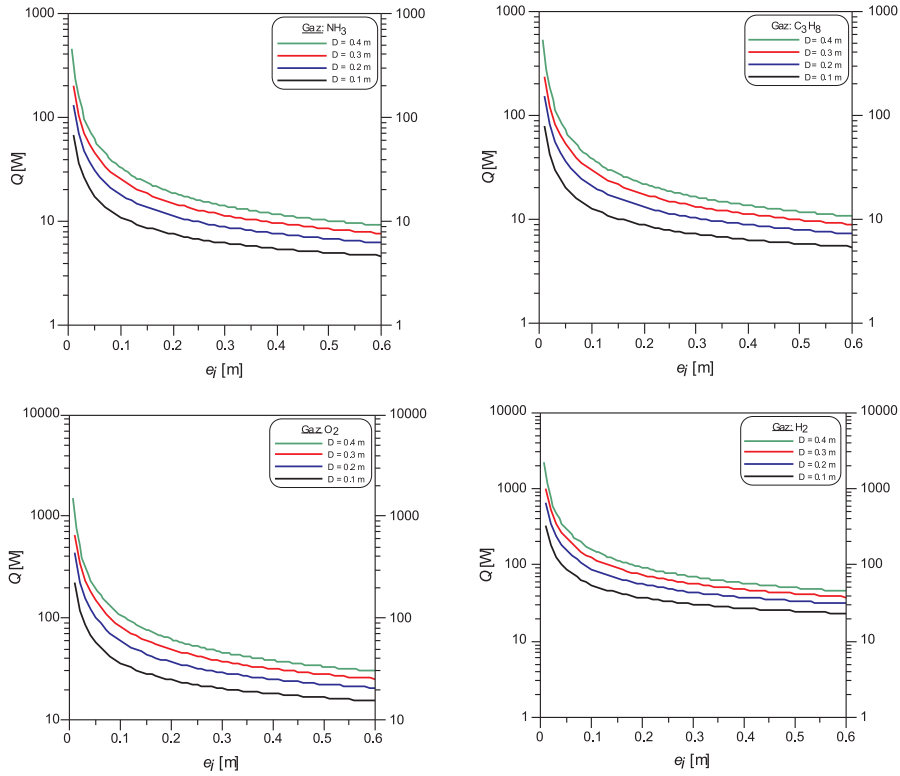


Fig. 2. Déperditions thermiques v épaisseur d'isolation pour des gaz stockés dans un réservoir cylindrique

Rys. 2. Straty ciepła a grubość izolacji dla gazów przechowywanych w zbiornikach cylindrycznych

Telle que

$$S_L = 2S_F = 0,69\pi D^2 \quad (10)$$

D'où

$$\dot{Q}_2 = \frac{\lambda_i}{e_i} 0,69\pi D^2 \Delta T_{\acute{e}q} \quad (11)$$

Finalement

$$\dot{Q} = 2\pi\lambda_i\Delta T_{\acute{e}q} \left[ \frac{L}{\ln\left(1 + \frac{2e_i}{D}\right)} + \frac{0,69D^2}{2e_i} \right] \quad (12)$$

Avec les mêmes hypothèses de la sphère, on obtient pour le  $\text{NH}_3$

$$\dot{Q}|_{\text{NH}_3} = 6,005 \left[ \frac{L}{\ln(1 + \frac{2e_i}{D})} + \frac{0,69D^2}{2e_i} \right] = 6,005 f(D, L, e_i) \quad (13)$$

et pour  $\text{H}_2$

$$\dot{Q}|_{\text{H}_2} = 29,405 f(D, L, e_i) \quad (14)$$

Sachant la longueur du cylindre  $L = 2$  m, la fonction  $f(D, L, e_i)$  nous permet de tracer les graphes du flux thermique en fonction de l'épaisseur du calorifuge (Fig. 2) pour des conditions données d'exploitation.

### 3. Détermination de l'épaisseur optimale de calorifugeage

On cherche à déterminer l'épaisseur optimale d'isolation d'un réservoir dimensionné de forme cylindrique à fonds elliptiques. Nous établirons une expression analytique de l'épaisseur optimale, basée sur des approximations mathématiques, en fonction de paramètres géométriques, thermiques et économiques.

On suppose que les résistances externes sont négligeables et on ne considère que la résistance due à l'isolant d'épaisseur  $X_i$  et de conductivité thermique  $\lambda_i$ . Les parois non mouillées sont supposées sèches et on admet un gradient thermique équivalent de  $0,9\Delta T$ .

Selon Conte [9], on exprime le flux thermique à travers une surface moyenne  $\bar{S}$  évaluée à mi-épaisseur du calorifuge par

$$\dot{Q} = \frac{\lambda_i}{X_i} \bar{S} 0,9\Delta T \quad (15)$$

Selon le même auteur, on peut exprimer des grandeurs géométriques approximatives d'un réservoir cylindrique à fonds elliptiques, montrées sur la figure 3, par les expressions mathématiques suivantes

Le facteur de configuration

$$\theta = L/D \quad (16)$$

L'épaisseur réduite

$$x = X_i/D \quad (17)$$

Le volume du réservoir

$$V_{\text{ré}} = (\theta - 0,1667)\pi D^3 / 4 \quad (18)$$

La surface du réservoir

$$S_{\text{ré}} = (\theta + 0,19)\pi D^2 \quad (19)$$

Le volume du calorifuge

$$V_{\text{ca}} = [(\theta + 0,25)x + (\theta - 0,5)x^2 - x^3 / 3]\pi D^3 \quad (20)$$

La surface externe du calorifuge

$$S_{co} = [(\theta + 0,19) + (2\theta + 2,76)x + 0,76x^2] \pi D^2 \quad (21)$$

Et enfin, la surface thermique de référence

$$\bar{S} = [(\theta + 0,19) + (2\theta + 1,38)x + 0,19x^2] \pi D^2 \quad (22)$$

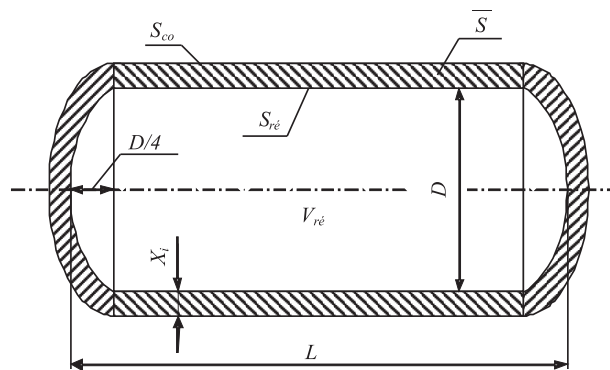


Fig. 3. Caractéristiques géométriques du réservoir cylindrique  
Rys. 3. Charakterystyka geometryczna zbiornika cylindrycznego

Le coût total de l'installation  $C_T$  est basé sur les grandeurs géométriques approximatives du réservoir en question et il dépend de trois coûts essentiels.

Le coût du calorifuge

$$C_{ca} = V_{ca} C_{ca/v} \quad (23)$$

Le coût de la coque

$$C_{co} = S_{co} C_{co/s} \quad (24)$$

Le coût énergétique de fonctionnement

$$C_{én} = \frac{\bar{S}}{xD} C_{én/l} \quad (25)$$

Et le coût énergétique par unité de longueur de calorifuge

$$C_{én/l} = \lambda_i \frac{3,156 \cdot 10^7}{\Delta H_v} n' N \Delta T_{éq} \quad (26)$$

$N$  est la longévité du garnissage en années (dans notre cas  $N = 10$ ) et  $n'$  le coût unitaire de l'énergie ou de l'unité de masse du fluide stocké (Tableau 2).

Soit, le coût total

$$C_T = C_{ca} + C_{co} + C_{én} \quad (27)$$

Pour aboutir à l'expression finale du coût total, les coûts  $C_{ca}$ ,  $C_{co}$  et  $C_{én}$  seront exprimés en fonction du volume de stockage, du facteur de configuration, de l'épaisseur réduite et des coefficients de coût  $C_{ca/v}$ ,  $C_{co/s}$  et  $C_{én/l}$ .



Le coût du calorifuge

$$C_{ca} = [(\theta + 1/4)x + (\theta - 1/2)x^2 - x^3/3]\pi D^3 C_{ca/v} \quad (28)$$

Le coût de la coque

$$C_{co} = [(\theta + 0,19) + (2\theta + 2,76)x + 0,76x^2]\pi D^2 C_{co/s} \quad (29)$$

Le coût de l'énergie de fonctionnement

$$C_{\text{en}} = [(\theta + 0,19) + (2\theta + 1,38)x + 0,19x^2]\pi D C_{\text{en/l}} / x \quad (30)$$

Tableau 2

Coût unitaire de l'énergie et l'enthalpie de vaporisation de quelques gaz

Gaz	NH <sub>3</sub>	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	CO <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Ar	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>
$n'$ [€/kg]	0,064	0,025	0,016	0,400	0,340	0,560	10,000
$\Delta H_v$ [kJ/kg]	1370	425	282	174	131	152	448

D'où, l'expression finale du coût total

$$\begin{aligned} C_T = & -\pi D^3 C_{ca/v} x^3 / 3 + [(\theta - 1/2)\pi D^3 C_{ca/v} + 0,76\pi D^2 C_{co/s}] x^2 + \\ & + [(\theta + 1/4)\pi D^3 C_{ca/v} + (2\theta + 2,76)\pi D^2 C_{co/s} + 0,19\pi D C_{\text{en/l}}] x + \\ & + (\theta + 0,19)\pi D C_{\text{en/l}} / x + [(\theta + 0,19)\pi D^2 C_{co/s} + (2\theta + 1,38)\pi D C_{\text{en/l}}] \end{aligned} \quad (31)$$

Afin d'aboutir à une expression analytique approchée donnant l'épaisseur optimale d'isolation, on définit l'interpolation du type ci-dessous et on se contentera d'une précision d'approximation de  $10^{-3}$

$$x_{\text{opt}} = [x_o^{-n} + x_\infty^{-n}]^{-1/n}, \quad x_{\text{opt}} \in ]0, 1[ \quad (32)$$

$n$  étant un paramètre qui dépend du facteur de configuration.  $x_o$  est évalué lorsque  $C_{\text{en/l}}$  tend vers zéro et  $x_\infty$  est donné lorsque  $C_{\text{en/l}}$  tend vers l'infini.

## 4. Exemples d'application

### 4.1. Cas des mousses

Généralement, les mousses sont utilisées pour les gros stockages cryogéniques malgré une conductivité thermique relativement élevée. Elles sont essentiellement à base de plastique et se classent dans la catégorie des matériaux cellulaires. Pour les réservoirs qui sont calorifugés avec cette classe d'isolant, la coque externe de protection est généralement en PVC ou en tôle. En supposant le coût moyen de la tôle par  $1 \text{ m}^2$  de surface constant, on a

- le coût moyen du calorifuge par unité de volume,  $C_{ca/v} = 250 \text{ €/m}^3$ ,
- le coût moyen de la coque par unité de surface,  $C_{co/s} = 50 \text{ €/m}^2$ ,
- le facteur de configuration,  $\theta = 3$ .

Compte tenu de l'expression du coût total (Eq. 31), la condition nécessaire de l'extremum,  $dC_T/dx = 0$ , donne

$$-x^4 + [(2\theta - 1) + 1,52b]x^3 + [0,19a + (2\theta + 2,76)b + \theta + 0,25]x^2 - (\theta + 0,19)a = 0 \quad (33)$$

avec:  $a = C_{én}/(C_{ca/v}D^2)$  et  $b = C_{co/s}/(C_{ca/v}D)$   
 Dans ce cas le coefficient  $n$  s'écrit

$$n = 0,54 \left[ 1 + \frac{1}{\sqrt{\theta}} \right] \quad (34)$$

On a  $X_i < D$ , les termes en  $x^3$  et  $x^4$  sont négligeables. Quand  $a \rightarrow 0$

$$x_o = \sqrt{\frac{(\theta + 0,19)a}{0,19a + (2\theta + 2,76)b + \theta + 0,25}} \quad (35)$$

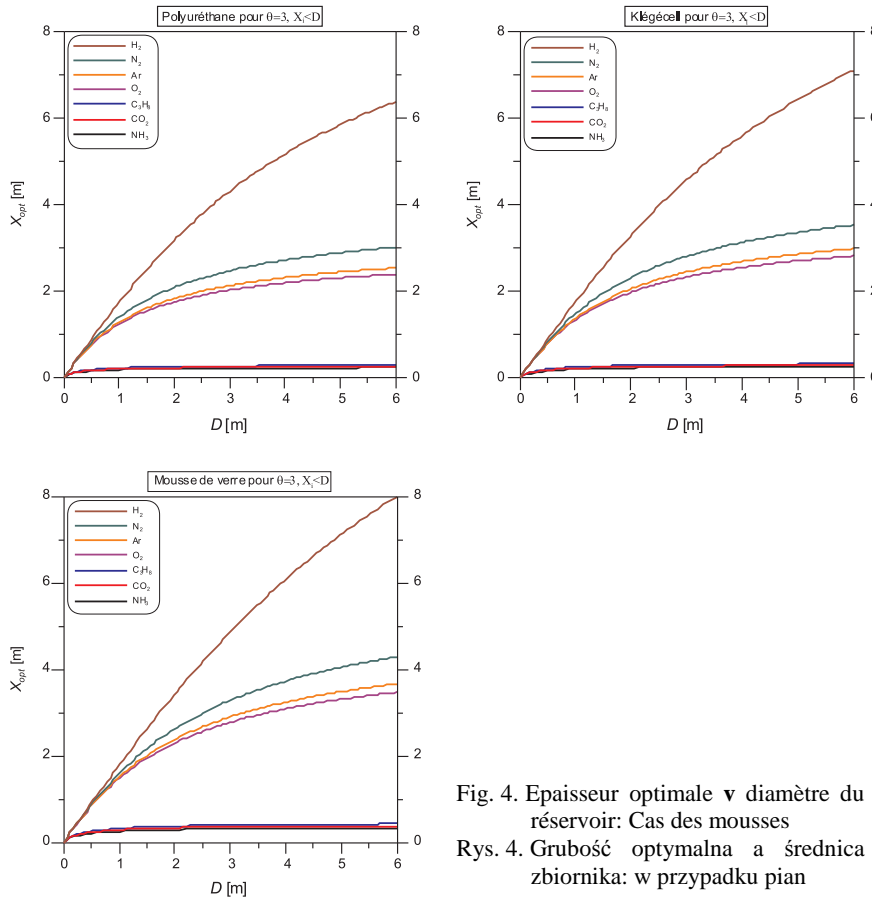


Fig. 4. Epaisseur optimale v diamètre du réservoir: Cas des mousses  
 Rys. 4. Grubość optymalna a średnica zbiornika: w przypadku pian

Et quand  $a \rightarrow \infty$

$$x_\infty = \sqrt{1 + \frac{\theta}{0,19}} \quad (36)$$

Substituons  $x_o$  et  $x_\infty$  par leurs valeurs respectives dans l'équation (32), on a pour  $\theta = 3$

$$x_{opt} = \left\{ \left( \frac{3,19[C_{én/l} / (C_{ca/v} D^2)]}{0,19[C_{én/l} / (C_{ca/v} D^2)] + 8,76[C_{co/s} / (C_{ca/v} D)] + 3,25} \right)^{-0,4259} + 0,3008 \right\}^{-1,1737} \quad (37)$$

Pour chaque isolant du tableau 3 on trace les courbes  $X_{opt} = x_{opt}D = f(D)$  (Fig. 4). Le rapport ( $C_{én/l}/C_{ca/v}$ ) qui a la dimension d'une surface, dépend évidemment du prix de l'isolant, de sa conductivité thermique et des propriétés thermodynamiques du gaz stocké.

Tableau 3

Valeurs du rapport des coûts  $C_{én/l}/C_{ca/v}$ 

Gaz	NH <sub>3</sub>	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	CO <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Ar	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>
Isolant	Polyuréthane, $\lambda_i = 0,02$ W/(m·K)						
$C_{én/l}$ [€/m]	14,1	21,55	17,082	2.260,71	2.596,23	3.955,63	33.109,82
$C_{én/l}/C_{ca/v}$ [m <sup>2</sup> ]	0,0564	0,0862	0,0683	9,0428	10,3849	15,8225	132,4393
Isolant	Klégécell, $\lambda_i = 0,03$ W/(m·K)						
$C_{én/l}$ [€/m]	21,14	32,32	25,62	3.3391	3.897,37	5.933,45	49.664,73
$C_{én/l}/C_{ca/v}$ [m <sup>2</sup> ]	0,0846	0,1293	0,1025	13,564	15,5895	23,7338	198,6589
Isolant	Mousse de verre, $\lambda_i = 0,04$ W/(m·K)						
$C_{én/l}$ [€/m]	32,23	53,87	42,71	5.651,78	6.495,58	9.889,1	82.774,55
$C_{én/l}/C_{ca/v}$ [m <sup>2</sup> ]	0,1289	0,2155	0,1708	22,6071	25,9823	39,5564	331,0982

#### 4.2. Cas des poudres

De caractéristiques thermiques assez bonnes, les poudres entrent fréquemment dans l'isolation thermique de citernes cryogéniques, tout particulièrement les réservoirs de taille moyenne à basse pression. La perlite est la principale poudre utilisée, on rencontre aussi l'alumine activée qui possède une forte masse volumique dont l'utilisation reste limitée au matériel fixe, en particulier à quelques lignes de transfert d'oxygène et d'azote liquides.

Dans ce cas la coque extérieure est constituée d'acier qui doit résister à l'implosion. Le problème devient plus compliqué vu que le coût de la coque par unité de surface dépend du diamètre  $D$ , du facteur de configuration et de l'épaisseur réduite. Ce coût est donné par l'équation

$$C_{co/s} = [1 + (1,2 + 0,8/\theta)x]500D\theta^{0,4} \quad (38)$$

En remplaçant l'équation (38) dans l'équation (31), la condition nécessaire de l'extremum nous fournit

$$\begin{aligned} & [-1 + 2,3\theta^{0,4}(1,2 + 0,8/\theta)c]x^4 + [(2\theta - 1) + \\ & + 2\theta^{0,4}(2,208/\theta + 5,682 + 2,4\theta)c]x^3 + [0,19a \\ & + (\theta + 0,25) + c\theta^{0,4}(0,152/\theta + 3,788 + 3,2\theta)]x^2 - (\theta + 0,19)a = 0 \end{aligned} \quad (39)$$

avec:  $c = 500/C_{ca/v}$

Dans ce cas, l'expression du coefficient  $n$

$$n = 0,835 \theta^{-0,075} \quad (40)$$

Partant des mêmes hypothèses précédentes (chap. 4.1), quand  $a \rightarrow 0$

$$x_o = \sqrt{\frac{(\theta + 0,19)a}{0,19a + (\theta + 0,25) + c\theta^{0,4}(3,788 + 3,2\theta + 0,152/\theta)}} \quad (41)$$

Et quand  $a \rightarrow \infty$

$$x_\infty = \sqrt{1 + \frac{\theta}{0,19}} \quad (42)$$

Par conséquent

$$x_{opt} = \left\{ \left( \frac{3,19[C_{\acute{e}n/l} / (C_{ca/v} D^2)]}{0,19[C_{\acute{e}n/l} / (C_{ca/v} D^2)] + 51,8974(500 / C_{ca/v}) + 3,25} \right)^{-0,3845} + 0,338 \right\}^{-1,3005} \quad (43)$$

Dans le cas des poudres, le coût du calorifuge par unité de volume est  $C_{ca/v} = 150 \text{ €/m}^3$ . En considérant les deux exemples du tableau 4, l'équation (43) nous permet de représenter graphiquement les variations de l'épaisseur optimale en fonction du diamètre du réservoir (Fig. 5).

Tableau 4

Valeurs du rapport des coûts  $C_{\acute{e}n/l}/C_{ca/v}$

Gaz	NH <sub>3</sub>	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	CO <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Ar	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>
Isolant	Alumine activée, $\lambda_i = 0,0015 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$						
$C_{\acute{e}n/l} \text{ [€/m]}$	1,059	1,616	1,2812	169,552	194,866	2.483,236	20.757,56
$C_{\acute{e}n/l}/C_{ca/v} \text{ [m}^2\text{]}$	$0,706 \cdot 10^{-3}$	$1,077 \cdot 10^{-3}$	$0,854 \cdot 10^{-3}$	0,1130	0,1299	1,6555	13,858
Isolant	Perlite, $\lambda_i = 0,02 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$						
$C_{\acute{e}n/l} \text{ [€/m]}$	1,41	2,155	1,7083	226,07	395,562	527,416	3.310,982
$C_{\acute{e}n/l}/C_{ca/v} \text{ [m}^2\text{]}$	$0,94 \cdot 10^{-3}$	$1,437 \cdot 10^{-3}$	$1,139 \cdot 10^{-3}$	0,1507	0,2637	0,3516	2,2073

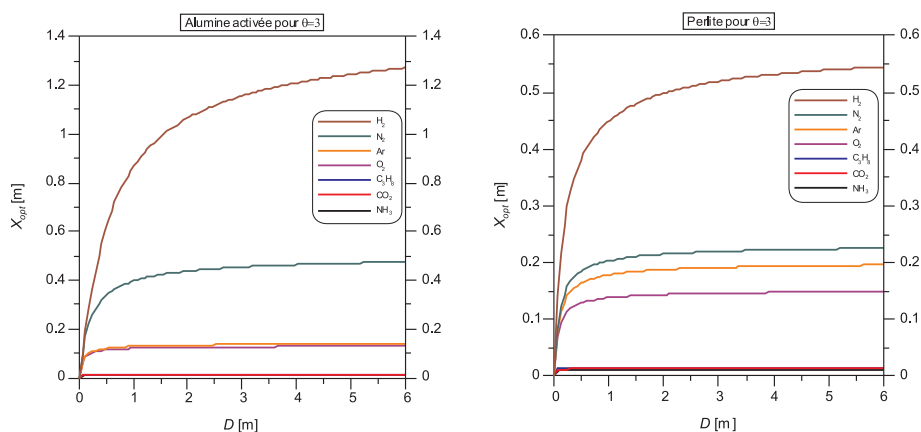


Fig. 5. Epaisseur optimale  $\nu$  diamètre du réservoir: Cas des poudres  
Rys. 5. Grubość optymalna a średnica zbiornika: w przypadku proszków

## 4.3. Cas des super-isolants

Le super-isolant se compose d'une succession d'écrans réflecteurs entre lesquels sont intercalées des feuilles peu conductrices. Ces isolants, aux prix très élevés, ont un coefficient de conductivité thermique très faible, ils sont réservés à la cryogénie et plus spécialement des spatiaux. En pratique, le métal qui offre le meilleur rapport qualité/prix est l'aluminium. Il est utilisé soit sous forme de feuilles, soit déposé sur un film plastique de faible épaisseur type mylar ou cellophane.

Dans ce cas le coût du calorifuge par unité de volume est  $C_{ca/v} = 1200 \text{ €/m}^3$ . Pour le calcul de l'épaisseur optimale, on utilisera la même formule que celle des mousses (Eq. 37) ce qui nous permet de tracer  $X_{opt} = f(D)$  (Fig. 6), pour les deux matériaux isolants dans le tableau 5.

Tableau 5

Valeurs du rapport des coûts  $C_{én}/C_{ca/v}$ 

Gaz	NH <sub>3</sub>	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	CO <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Ar	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>
Isolant	Polyster aluminisé, $\lambda_i = 3 \cdot 10^{-5} \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$						
$C_{én}/[\text{€/m}]$	0,02112	0,03232	0,04362	3,39	4,328	5,932	49,664
$C_{én}/C_{ca/v} [\text{m}^2]$	$0,0176 \cdot 10^{-3}$	$0,0269 \cdot 10^{-3}$	$0,0363 \cdot 10^{-3}$	$2,825 \cdot 10^{-3}$	$3,607 \cdot 10^{-3}$	$4,943 \cdot 10^{-3}$	0,04139
Isolant	Mylar aluminisé, $\lambda_i = 0,0002 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$						
$C_{én}/[\text{€/m}]$	0,14	0,214	0,17	22,6	28,864	39,556	331,098
$C_{én}/C_{ca/v} [\text{m}^2]$	$0,117 \cdot 10^{-3}$	$0,178 \cdot 10^{-3}$	$0,142 \cdot 10^{-3}$	0,0188	0,0241	0,0330	0,2759

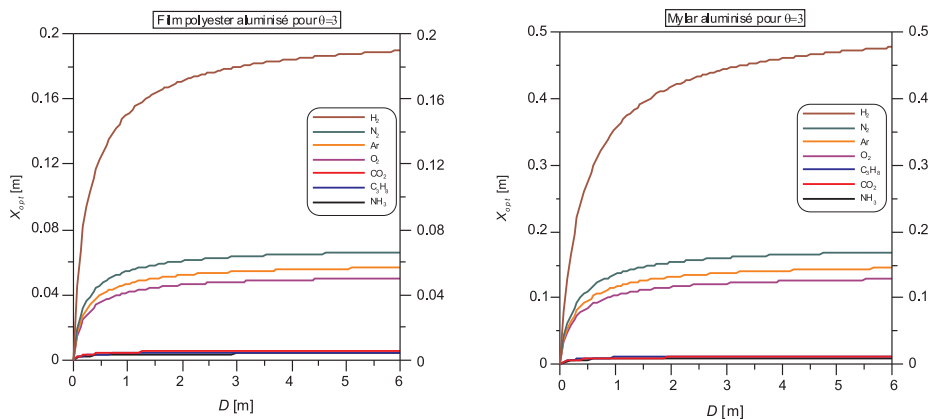


Fig. 6. Epaisseur optimale v diamètre du réservoir: Cas des super-isolants  
Rys. 6. Grubość optymalna a średnica zbiornika: w przypadku super-isolantów

## 5. Analyse et interprétation des résultats

\* Les figures 1 et 2 indiquent que les pertes thermiques diminuent avec l'augmentation de l'épaisseur d'isolation, mais à partir d'une certaine valeur les pertes sont pratiquement constantes. Il est par conséquent inutile de continuer à augmenter l'épaisseur du calorifuge tant que cette dernière ne rapporte pas de profit [10]. L'analyse des graphes (Figs 1 et 2) nous enseigne que les pertes thermiques sont plus importantes pour le réservoir cylindrique à fonds elliptiques. En effet, pour le réservoir sphérique calorifugé en polyuréthane d'épaisseur 0,6 m, on enregistre des gains moyens de 5 W pour l'ammoniac, 6 W pour le propane, 17 W pour l'oxygène et 25 W pour l'hydrogène.

\* D'après les courbes de la figure 4 on constate que l'épaisseur optimale ( $X_{opt}$ ) ne varie presque pas avec la taille du réservoir, pour les gaz  $NH_3$ ,  $C_3H_8$  et  $CO_2$ . Cette variation est assez importante pour les gaz cryogéniques  $O_2$ , Ar et  $N_2$ , par contre  $X_{opt}$  croît déraisonnablement pour l'hydrogène.

Pour le polyuréthane,  $X_{opt}$  atteint des valeurs de 0,25 m pour les gaz  $NH_3$ ,  $C_3H_8$  et  $CO_2$ , d'importantes valeurs (2,4–4,3) m pour  $O_2$ , Ar et  $N_2$ , alors que pour l'hydrogène elle prend des valeurs prohibitives qui peuvent atteindre 6,4 m. Pour le klégécell, on note 0,3 m pour les gaz  $NH_3$ ,  $C_3H_8$  et  $CO_2$ , (2,8–3,7) m pour  $O_2$ , Ar et  $N_2$  et de l'ordre de 7,2 m pour l'hydrogène. Enfin pour la mousse de verre, on a 0,4 m pour  $NH_3$ ,  $C_3H_8$  et  $CO_2$ , (3,5–4,3) m pour  $O_2$ , Ar et  $N_2$  et au-delà de 8 m pour l'hydrogène.

\* Sur la figure 5, la variation modérée de  $X_{opt}$  est assez stable pour des diamètres de réservoirs supérieurs à 0,5 m. Elle présente pour l'alumine activée des valeurs raisonnables, soit 0,02 m pour les gaz  $NH_3$ ,  $C_3H_8$  et  $CO_2$ , autour de 0,13 m pour l'oxygène et l'argon, 0,48 m pour l'azote et 1,27 m pour l'hydrogène. Concernant la perlite, on relève approximativement la même valeur que pour l'alumine activée pour les gaz  $NH_3$ ,  $C_3H_8$  et  $CO_2$ , (0,15–0,23) m pour les gaz  $O_2$ , Ar et  $N_2$ , et environ 0,54 m pour l'hydrogène.

\* Concernant les super-isolants (Fig. 6), la variation de  $X_{opt}$  semble être très raisonnable, elle est pratiquement constante pour  $D > 0,5$  m. En ce qui concerne le mylar, ses valeurs sont de l'ordre de 0,02 m dans le cas des gaz  $NH_3$ ,  $C_3H_8$  et  $CO_2$ , (0,13–0,17) m pour les gaz  $O_2$ , Ar et  $N_2$  et environ 0,48 m pour l'hydrogène.

Pour le film de polyester les valeurs sont encore plus faibles, on note 0,005 m pour les gaz  $NH_3$ ,  $C_3H_8$  et  $CO_2$ , (0,05–0,07) m pour  $O_2$ , Ar et  $N_2$ , et enfin 0,19 m pour l'hydrogène.

## 6. Conclusions et perspectives

Les super-isolants sont les plus appropriés pour les températures extrêmes, en particulier le stockage de gaz cryogéniques dont la température de liquéfaction tourne autour de 73 K, tels que l'oxygène, l'argon et l'azote. Pour les très basses températures avoisinant le zéro absolu comme pour l'hydrogène ou l'hélium liquide, au lieu d'accroître l'épaisseur d'isolation, ce qui serait trop encombrant, les performances des réservoirs de stockage cryogénique sont nettement améliorées par isolation multicouches sous vide utilisant les super-isolants (IMC) [11–15]. Cette technique très efficace mais aussi très onéreuse, qui n'a pas fait l'objet de notre étude, est employée couramment dans les systèmes cryogéniques modernes particulièrement au niveau du CERN.

Le problème de design optimal a été formulé en tenant compte du coût total (coquille + isolation + exploitation) présenté comme une fonction de l'épaisseur d'isolation. C'est certainement une simplification limitée, particulièrement pour les systèmes d'isolation multicouches sous vide utilisant la super-isolation (IMC). Dans de tels systèmes le coût d'isolation est, évidemment, une fonction de nombreux paramètres et exige une optimisation plus complexe.

Néanmoins, tenant compte du critère technico-économique, l'isolation des réservoirs contenant des gaz cryogéniques dont la température de liquéfaction est de l'ordre de 100 K donne de bons résultats avec les poudres. Pour l'isolation des réservoirs contenant des gaz dont la température de liquéfaction est élevée, comme pour le  $\text{NH}_3$ ,  $\text{C}_3\text{H}_8$  et  $\text{CO}_2$ , il est préférable d'utiliser les mousses.

Enfin, notons que le choix de l'échelle logarithmique décimale pour les représentations graphiques de déperditions thermiques (Figs 1 et 2) nous a permis d'éviter la superposition des courbes et donc de mieux interpréter les résultats obtenus.

#### Références

- [1] Boissin J.C., Gistau G., Hébral B., Pelloux-Gervais P., Ravex A., Seyfert P., *Cryogénie: Mise en œuvre des basses températures*, Techniques de l'Ingénieur, B 2382, Paris 1993.
- [2] Onosovskii E.V., Stolper L.M., Kulik N.A., Kostritskii V.Ya., *Selection of the optimum type and thickness of insulation for cryogenic tanks*, Chemical and Petroleum Engineering, Vol. 20, No. 7, 1984, 309-313.
- [3] Balke C., *Verification of fire protection systems for LPG tanks: Thermal Protection Systems*, International Symposium on Protection of Dangerous Goods Tanks and Cylinders in Fire, Ottawa 2002.
- [4] Birk A.M., *Tank-car insulation defect assessment criteria: Thermal analysis of defects*, Engineering Kingston, Transportation Development Centre of Transport, TP 13518E, Ontario 1999.
- [5] Rader J., *Pressure relief systems - Essentials for reducing transportation risks*, Federal Railroad Administration, U.S. Department of Transportation, 2002.
- [6] Hwang S., Toughiry M., *Use of pressure relief devices on cylinders – A comparison of failure consequences*, Research and Special Programs Administration, U.S. Department of Transportation, 2002.
- [7] Meslem J.M., *PRD's and their use on LPG pressure receptacles in Europe: A review of the current legislation in Europe and relevant operational experience*, European LPG Association, Ron Kearney, Shell Gas (LPG), England 2002.
- [8] Buhler S., *La technologie cryogénique*, Institut de Physique Nucléaire, Orsay 1998.
- [9] Conte R.R., *Eléments de cryogénie*, Edition Masson & Cie, Paris 1970.
- [10] Tebbal M., Mzad H., *Analyse et optimisation du rendement des machines énergétiques: Cas de l'échangeur thermique*, 2nd Jordanian International Conference of Mechanical Engineering (JIMEC'97), Amman 1997, 755-767.
- [11] Gathright T.R., Reeve P.A., *Effect of multilayer insulation on radiation heat transfer at cryogenic temperatures*, IEEE Magnetics Society, Vol. 24, No. 2, 1988, 1105-1108.

- [12] Jacob S., Kasthuriangan S., Karunanithi R., *Investigations into the thermal performance of multilayer insulation (300-77K) Part 1: Calorimetric studies*, Cryogenics, Vol. 32, No. 12, 1992, 1137-1146.
- [13] Chorowski M., Grzegory P., Parente C., Riddone G., *Experimental and mathematical analysis of multilayer insulation below 80 k*, 18th International Cryogenic Engineering Conference (ICEC 18), Bombay 2000.
- [14] Fesmire J., Augustynowicz S., Darve C., *Performance characterization of perforated multilayer insulation blankets*, (ICEC 19) Proceeding, Grenoble 2002, 843-846.
- [15] Ohmori T., *Thermal performance of multilayer insulation around a horizontal cylinder*, Cryogenics, Vol. 45, No. 12, 2005, 725-732.