

ANDRZEJ SAWICKI, WALDEMAR ŚWIDZIŃSKI*

PROBLEM OBCIĄŻENIA I ODCIĄŻENIA W MECHANICE GRUNTÓW

PROBLEM OF LOADING AND UNLOADING IN SOIL MECHANICS

Streszczenie

W niniejszym artykule przedyskutowano jeden z podstawowych problemów mechaniki materiałów, w tym szczególnie mechaniki gruntów, a mianowicie definicję obciążenia i odciążenia materiału. Pokazano paradoksy związane z definicjami obciążenia i odciążenia, które wynikają z założeń klasycznych teorii plastyczności. Zaproponowano alternatywny opis deformacji gruntu w postaci empirycznych związków wiążących przyrosty odkształceń z przyrostami naprężeń, gdzie zastosowano oryginalne kryterium obciążenia i odciążenia. Nową propozycję opisu przeanalizowano na przykładowych danych doświadczalnych uzyskanych w laboratorium IBW PAN.

Słowa kluczowe: plastyczność, odciążenie i obciążenie, grunty niespoiste

Abstract

Fundamental problem of the mechanics of materials, particularly soil mechanics, related to the definition of loading and unloading is discussed. Some paradoxes resulting from plasticity theory are shown. Alternative description of soil deformations in terms of empirical relations between strain and stress increments with original loading and unloading criterion is proposed. New proposal was verified on empirical data obtained in geomechanical laboratory of IBW PAN.

Keywords: plasticity, loading and unloading, non-cohesive soils

* Prof. dr hab. inż. Andrzej Sawicki, dr hab. inż. Waldemar Świdziński, Instytut Budownictwa Wodnego, PAN, Gdańsk.

Oznaczenia

c_1-c_4	– współczynniki empiryczne
E	– początkowy moduł styczny
M, N, P, Q	– funkcje niezmiennika tensora naprężenia efektywnego
f	– powierzchnia plastyczności
p'	– średnie naprężenie efektywne
q	– dewiator naprężenia
ε	– odkształcenie
$\dot{\varepsilon}$	– przyrost odkształcenia
$\boldsymbol{\varepsilon}$	– tensor odkształcenia
$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$	– tensor prędkości odkształcenia
ε_1	– odkształcenie pionowe
ε_3	– odkształcenie poziome
ε_v	– odkształcenie objętościowe
ε_q	– odkształcenie postaciowe
η	– współczynnik naprężenia
σ	– naprężenie
σ_s	– naprężenie graniczne
$\dot{\sigma}$	– przyrost naprężenia
$\boldsymbol{\sigma}$	– tensor naprężenia
$\hat{\boldsymbol{\sigma}}$	– pochodna Jaumanna tensora naprężenia $\boldsymbol{\sigma}$
σ_1	– naprężenie pionowe
σ_3	– naprężenie poziome
σ_1'	– pionowe naprężenie efektywne
σ_3'	– poziome naprężenie efektywne

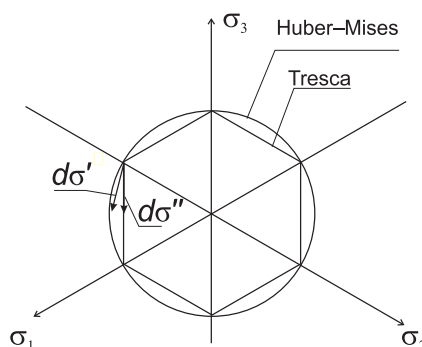
1. Wstęp

Niniejszy artykuł dotyczy jednego z podstawowych problemów w mechanice gruntów, a mianowicie definicji procesu obciążenia i odciążenia materiału. Oprócz zasadniczego znaczenia teoretycznego, definicja obciążenia i odciążenia ma duże znaczenie praktyczne przy obliczeniach dotyczących konstrukcji ziemnych i budowli współpracujących z gruntem, a zatem w większości zagadnień istotnych dla budownictwa wodnego. W powszechnym rozumieniu podczas obciążenia w materiale mogą powstać odkształcenia trwałe (plastyczne), zaś przy odciążeniu odzyskuje się jedynie odpowiednią część odkształceń odwracalnych (sprężystych). Zatem związki pomiędzy naprężeniami i odkształceniami (albo pomiędzy ich przyrostami) muszą mieć inną postać dla obciążenia, a inną dla odciążenia.

Konkretny model materiału, zdefiniowany zwykle przez równania konstytutywne, powinien uwzględniać rzeczywiste zachowanie się tego materiału, przede wszystkim pod względem jakościowym. Przykładowo, jeżeli dany przyrost naprężenia powoduje powstanie w materiale odkształceń trwałych (zakładając, że można to doświadczalnie stwierdzić), to konkretny model musi to uwzględnić. Jeżeli według jakiegoś modelu wspomniany przyrost naprężenia nie powoduje powstania odkształceń trwałych, to ten model jest zły, gdyż

nie jest zgodny z doświadczeniem. Jako ilustrację rozpatrzmy przykład z klasycznej teorii plastyczności. Na rysunku 1 przedstawiono powierzchnie plastyczności dla warunków Hubera–Misesa oraz Treski w tzw. płaszczyźnie oktaedrycznej (por. [6]). W przestrzeni naprężeń głównych warunek Hubera–Misesa przedstawia się w postaci poboczniczy nieograniczonego walca kołowego, którego oś jest jednakowo nachylona względem dodatnich półosi układu. Po przecięciu walca tzw. płaszczyznę oktaedryczną otrzymujemy okrąg przedstawiony na rys. 1. Dla warunku Treski otrzymujemy odpowiednio sześciobok wpisany w okrąg Hubera–Misesa.

Rozpatrzmy przyrosty naprężenia $d\sigma'$ i $d\sigma''$ przedstawione na rys. 1. Zgodnie z klasyczną teorią plastyczności przyrost $d\sigma'$ oznacza odciążenie w przypadku przyjęcia warunku Hubera–Misesa, zaś w przypadku przyjęcia warunku Treski ten przyrost nie ma sensu, gdyż jest skierowany na zewnątrz powierzchni plastyczności, co jest niedopuszczalne. Przyrost $d\sigma''$ jest znowu odciążeniem w przypadku modelu Hubera–Misesa (w materiale odzyskiwane są jedynie odkształcenia sprężyste), zaś w przypadku modelu Treski przyrost ten jest obciążeniem, powodującym powstanie odkształceń plastycznych. Podsumowując, ten sam przyrost naprężenia powoduje tylko odzyskanie odkształceń sprężystych wg jednego modelu, zaś wg drugiego jest albo niemożliwy, albo też powoduje trwałą deformację.



Rys. 1. Geometryczna interpretacja warunków plastyczności Hubera–Misesa i Treski w płaszczyźnie oktaedrycznej

Fig. 1. Geometrical interpretation of Huber–Mises and Tresca yield conditions in octahedral plane

W konkretnym przypadku to doświadczenie musi rozstrzygnąć, który z tych modeli daje dobrą predykcję. Problemem jest jednak fakt, że o tym, czy dany proces jest obciążeniem lub odciążeniem decyduje teoretyczna definicja, często oderwana od realiów, a tym samym pozbawiona wartości naukowej. Dyskutowany problem ma też duże znaczenie praktyczne, gdyż w obliczeniach inżynierskich wykorzystuje się programy, w których stosuje się różne modele teoretyczne, gdzie problemy obciążenia i odciążenia traktowane są w opisany wyżej sposób. Zatem wyniki obliczeń uzyskane za pomocą takich programów mogą być błędne. Autorom nie są znane publikacje poświęcone dokładności obliczeń inżynierskich z zastosowaniem różnych modeli teoretycznych, w tym np. sprężysto-plastycznych modeli gruntów.

Problem definicji obciążenia i odciążenia jest niezwykle ważny przy interpretacji wyników doświadczeń (por. [7, 10]) oraz przy konstruowaniu równań przyrostowych opisujących deformacje gruntów sypkich przed osiągnięciem stanu granicznego (np. [8, 9]). W niniejszym artykule omówiono najbardziej rozpowszechnione podejścia do problemu obciążenia i odciążenia oraz przedstawiono propozycję pewnej odrębnej definicji, która jest użyteczna przy interpretacji dużego zbioru danych doświadczalnych, uzyskanego w laboratorium IBW PAN.

2. Obciążenie i odciążenie w teorii plastyczności

Elementarny przykład obciążenia i odciążenia w teorii plastyczności omówiony w poprzednim rozdziale (por. rys. 1) dotyczy modeli idealnie plastycznych, tj. bez wzmocnienia. W bardziej ogólnym przypadku, dla materiałów wykazujących wzmocnienie plastyczne, wspomniane kryteria definiuje się następująco (por. [1, 11])

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma < 0 \quad - \quad \text{odciążenie} \quad (1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma = 0 \quad - \quad \text{obciążenie obojętne} \quad (2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma > 0 \quad - \quad \text{obciążenie} \quad (3)$$

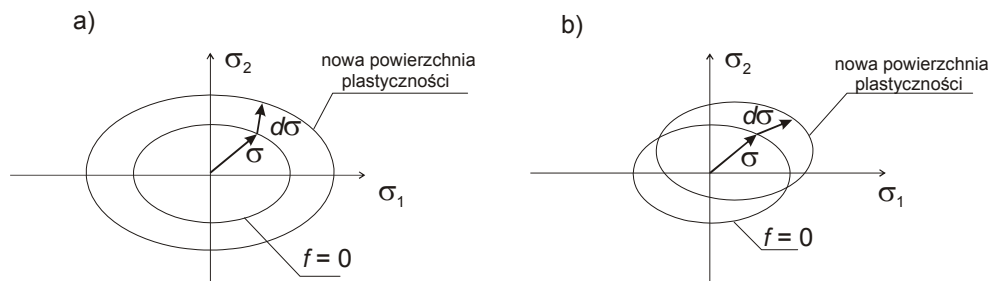
gdzie:

- $f = 0$ – aktualna powierzchnia plastyczności,
- σ – tensor naprężenia.

Na rysunku 2 przedstawiono ilustrację procesu obciążenia dla przypadków materiałów ze wzmocnieniem izotropowym (rys. 2a)) i kinematycznym (rys. 2b)). W pierwszym przypadku przyrost naprężenia $d\sigma$ skierowany na zewnątrz początkowej powierzchni plastyczności $f = 0$ powoduje przejście do nowej powierzchni plastyczności, która ma podobny kształt co pierwotna powierzchnia, natomiast ogranicza większy obszar w przestrzeni naprężeń. W drugim przypadku przyrost $d\sigma$ powoduje przesunięcie pierwotnej powierzchni, która zachowuje kształt i rozmiar. Istnieją też modele o wzmocnieniu mieszanym (por. [4, 3]).

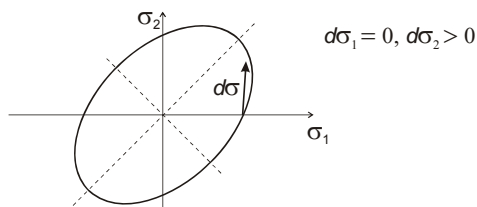
Wspomniana wyżej definicja obciążenia i odciążenia pozostaje w pewnej sprzeczności z potocznym i intuicyjnym rozumieniem tych procesów. Rozpatrzmy przykładowo płaski stan naprężenia w elemencie materiału, reprezentowany przez naprężenia główne σ_1 i σ_2 i załóżmy, że obowiązuje warunek plastyczności Hubera–Misesa (por. rys. 3 za: [13]).

Rozpatrzmy przyrost naprężenia $d\sigma$, taki że $d\sigma_1 = 0$ i $d\sigma_2 > 0$, ale skierowany do wewnątrz powierzchni plastyczności. Zgodnie ze wzorem (1) ten przyrost odpowiada odciążeniu, a zatem procesowi odzyskiwania części odkształcenia sprężystego nagromadzonego w materiale, przy zerowym przyroście odkształceń plastycznych. Zaś zgodnie z potocznym rozumieniem proces ten powinien być nazwany obciążeniem, gdyż jedna składowa tensora naprężenia wzrasta.



Rys. 2. Ilustracja obciążenia dla materiałów o wzmocnieniu plastycznym: a) izotropowym, b) kinematycznym, por. [11]

Fig. 2. Illustration of loading for materials with plastic hardening: a) isotropic and b) kinematic, see [11]



Rys. 3. Warunek plastyczności Hubera–Misesa i dodatni przyrost naprężenia (por. [13])

Fig. 3. Huber Mises yield condition and positive loading increment (see [13])

W pracy [13] wprowadzono równoległe pojęcia procesów czynnego i biernego. Proces plastycznie czynny to taki, w którym następuje rozpraszanie energii odkształcenia. Podczas procesu biernego ta energia nie jest rozpraszana. Rozpraszanie energii występuje podczas rozwoju odkształceń plastycznych. Życzkowski sugeruje, że rozróżnienie pojęć obciążanie – proces czynny oraz odciążanie – proces bierny wydaje się niezbędne w celu uniknięcia nieporozumień. Cytowana monografia została napisana bardzo dawno temu i odnosi się wrażenie, że sugestie jej autora nie znalazły oddźwięku w późniejszych badaniach.

3. Obciążenie i odciążenie w hipoplastyczności

Hipoplastyczność została zaproponowana jako alternatywa dla sprężysto-plastycznych modeli gruntów, które zostały uznane przez pewną grupę badaczy za zbyt trudne, mało praktyczne i nie zawsze zgodne z doświadczeniem (por. [5, 12]). Hipoplastyczność sprowadza się do pewnych relacji tensorowych pomiędzy przyrostami naprężenia i odkształcenia, których cechą charakterystyczną są człony nieliniowe. Procesy obciążenia i odciążenia są wbudowane w te równania poprzez przyjęcie odpowiedniego kształtu tych równań.

W pracy [12] podano prosty, jednowymiarowy przykład równania, które ilustruje podstawowe idee hipoplastyczności

$$\dot{\sigma} = E \left[\dot{\epsilon} - \left(\frac{\sigma}{\sigma_s} \right) |\dot{\epsilon}| \right] \quad (4)$$

gdzie:

- $\dot{\sigma}$ – przyrost naprężenia (*stress rate*),
- $\dot{\epsilon}$ – przyrost odkształcenia (*strain rate*),
- σ – naprężenie,
- σ_s – naprężenie graniczne (*failure stress*),
- E – początkowy moduł styczny.

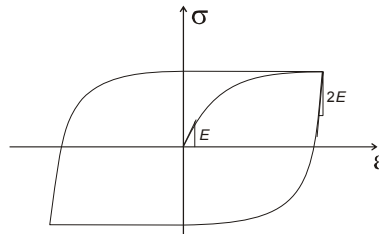
Krzywa naprężenie–odkształcenie, odpowiadająca równaniu (4), została przedstawiona na rys. 4. Rozciąganie zdefiniowane jest tutaj przez $\dot{\epsilon} > 0$, zaś ściskanie przez $\dot{\epsilon} < 0$. Według autorów te nierówności służą również jako rozróżnienie obciążenia i odciążenia. W hipoplastyczności nie zakłada się *a priori* dekompozycji deformacji na część sprężystą i plastyczną.

W ogólnym przypadku równania hipoplastyczności formułuje się w postaci tensorowej. Przykładowo, Kolymbas zaproponował następujące równanie

$$\hat{\sigma} = c_1 (\sigma \dot{\epsilon} + \dot{\epsilon} \sigma) + c_2 \text{tr}(\sigma \dot{\epsilon}) 1 + \left(c_3 \sigma + c_4 \frac{\sigma^2}{\text{tr} \sigma} \right) \|\dot{\epsilon}\| \quad (5)$$

gdzie:

- $\hat{\sigma}$ – pochodna Jaumanna tensora naprężenia σ ,
- $\dot{\epsilon}$ – tensor prędkości odkształcenia,
- c_1 – c_4 – współczynniki, które wyznacza się doświadczalnie,
- $\|\dot{\epsilon}\| = \sqrt{\text{tr}(\dot{\epsilon}^2)}$.



Rys. 4. Krzywa naprężenie–odkształcenie odpowiadająca równaniu (4), [12]

Fig. 4. Stress-strain curve corresponding to eq. (4), [12]

Równanie (5) obowiązuje przy obciążeniu i odciążeniu, które są już wbudowane w jego strukturę. Stosowane są również alternatywne postacie równania hipoplastyczności, szczególnie omówione w cytowanej już literaturze. Pewien komentarz nt. hipoplastyczności przedstawiono jeszcze w rozdz. 5 niniejszego artykułu.

4. Proste związki przyrostowe naprężenie–odkształcenie

Problem definicji obciążenia i odciążenia stał się dla autorów niniejszego artykułu kluczową sprawą podczas interpretacji obszernego zbioru danych doświadczalnych, dotyczących związków naprężenie–odkształcenie dla gruntów sypkich przed osiągnięciem stanu granicznego. Wyniki tych doświadczeń przedstawiono m.in. w [10], gdzie zamieszczono również obszerną bibliografię. Równolegle prowadzono badania dotyczące opisu teoretycznego danych empirycznych w celu skonstruowania możliwie najprostszych równań konstytutywnych. Poprzednio usiłowano zastosować do tego celu modele sprężysto-plastyczny oraz hipoplastyczny, ale bez większego sukcesu (np. [10]). Zdecydowano się na przyjęcie równań przyrostowych w następującej postaci dla konfiguracji w aparacie trójosiowym

$$d\varepsilon_v = Mdp' + Ndq \quad (6)$$

$$d\varepsilon_q = Pdp' + Qdq \quad (7)$$

gdzie:

- $\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3$ – odkształcenie objętościowe,
- $\varepsilon_q = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$ – odkształcenie postaciowe,
- ε_1 – odkształcenie pionowe,
- ε_3 – odkształcenie poziome,
- $p' = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3)$ – średnie naprężenie efektywne,
- $q = \sigma_1' - \sigma_3'$ – dewiator naprężenia,
- σ_1' – pionowe naprężenie efektywne,
- σ_3' – poziome naprężenie efektywne.

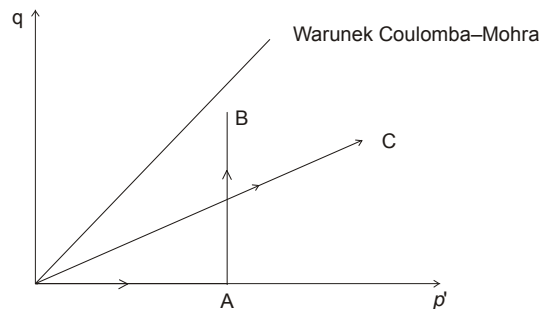
Wielkości M , N , P , i Q są funkcjami niezmiennika tensora naprężenia efektywnego. Wyznacza się te funkcje z danych doświadczalnych odpowiadających prostym ścieżkom naprężenia, jak izotropowe ściskanie i ścinanie przy stałej wartości średniego naprężenia efektywnego. Przykłady takich funkcji przedstawiono w [8, 9]. Przyjęto, że funkcje M , N , P , Q mają różną postać dla procesów obciążenia i odciążenia. Dodatkowo, rozrózono te procesy dla zależności aksjatorowych i dewiatorowych. Tego typu podejście różni się od naszkicowanych poprzednio definicji obciążenia i odciążenia w teorii plastyczności i hipoplastyczności. Przyjęto je dlatego, że zachowanie się ośrodków sypkich pod wpływem działających obciążeń różni się od reakcji innych materiałów i klasyczne definicje prowadzą często do wieloznaczności.

5. Interpretacja danych doświadczalnych oraz definicja obciążenia i odciążenia

Przyjęto konwencję znaków mechaniki gruntów, gdzie plus oznacza ściskanie, a minus rozciąganie. W początkowym okresie badań przyjęto następującą definicję obciążenia i odciążenia

$$\begin{aligned}
 dp' > 0 & - \text{obciążenie aksjatorowe} \\
 dp' < 0 & - \text{odciążenie aksjatorowe} \\
 dq > 0 & - \text{obciążenie dewiatorowe} \\
 dq < 0 & - \text{odciążenie dewiatorowe}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Funkcje M , N , P , i Q wyznaczono w innej postaci dla obciążenia i odciążenia z prostych testów przeprowadzonych w aparacie trójosiowym. Na rysunku 5 przedstawiono pewne charakterystyczne ścieżki naprężenia. Przykładowo, przy izotropowym ściskaniu (ścieżka OA) jest $dp' > 0$ oraz $dq = 0$, a zatem jest to czyste obciążenie aksjatorowe. Odciążeniu aksjatorowemu odpowiada ścieżka AO, na której $dp' < 0$. Z takiego testu można wyznaczyć funkcje M i P , niezależnie dla obciążenia i odciążenia. Ścieżka AB odpowiada obciążeniu dewiatorowemu przy $p' = \text{const}$, gdyż jest na niej $dq > 0$ i $dp' = 0$. Odciążenie dewiatorowe odpowiada ścieżce BA ($dq < 0$ i $dp' = 0$). Z tych drugich testów wyznacza się funkcje N i Q występujące w równaniach (6) i (7), również oddzielnie dla obciążenia i odciążenia.



Rys. 5. Ścieżki naprężenia realizowane w aparacie trójosiowym

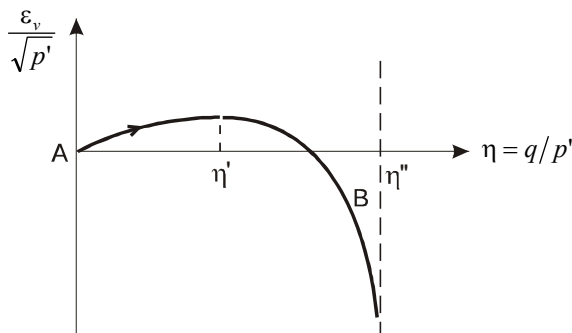
Fig. 5. Stress paths applied in triaxial compression conditions

Przyjęta pierwotnie definicja jest chyba naturalna i oczywista w przypadku prostych ścieżek naprężenia OAO i ABA przedstawionych na rys. 5. Problem powstaje już przy interpretacji wyników prostego ścinania (ścieżka AB) dla różnych wartości $p' = \text{const}$. Wiadomo, że zachowanie się gruntów sypkich w zasadniczy sposób zależy od tego niezmiennika tensora naprężenia efektywnego. Przy interpretacji wyników doświadczeń przeprowadzonych dla różnych wartości $p' = \text{const}$ poszukiwano wspólnego mianownika, który umożliwiłby uogólnienie tych wyników. W tym celu stosowano różne reprezentacje wyników doświadczeń, aby uchwycić jakieś wspólne cechy charakteryzujące zachowanie się gruntu przy ścinaniu. Przykładowo, przy badaniu zmian objętościowych gruntu o początkowym stanie dylatywnym, wywołanych ścinaniem wzdłuż ścieżki AB, dla różnych wartości p' pokazano, że wyniki różnych doświadczeń można przedstawić w postaci wspólnej krzywej, którą naszkicowano na rys. 6 (por. [8, 9]).

Na osi poziomej wprowadzono nową zmienną $\eta = q/p'$, zaś na osi pionowej zmienną $\varepsilon_v / \sqrt{p'}$. Przypomina się, że ta wspólna krzywa odpowiada doświadczeniom polegającym na ścinaniu gruntu wzdłuż ścieżki AB, przy różnych wartościach p' , które było stałe w każdym doświadczeniu. A zatem, według pierwotnych kryteriów, krzywa ta odpowiada obciążeniu, gdyż $dq > 0$ i $dp' = 0$. Odpowiednio jest również

$$d\eta = \frac{\partial \eta}{\partial p'} dp' + \frac{\partial \eta}{\partial q} dq = \frac{1}{p'} (dq - \eta dp') > 0 \quad (9)$$

co może stanowić alternatywny warunek obciążenia dewiatorowego.



Rys. 6. Wspólna krzywa zagęszczania przy ścinaniu gruntu o początkowym stanie dylatywnym (por. [8])

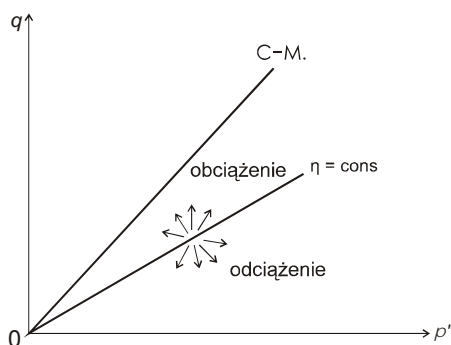
Fig. 6. Common compaction curve at shearing of the dilative soil (see [8])

Za przyjęciem warunku obciążenia dewiatorowego w postaci (9) przemawia również interpretacja innych danych doświadczalnych, omówionych bardziej szczegółowo w następnym rozdziale. Tutaj wspomnimy tylko, że chodzi o przypadek, gdy p' maleje przy $q = \text{const}$. Zgodnie z pierwotną definicją przypadek ten odpowiada tylko aksjatorowemu odciążeniu. Należy zauważyć, że wówczas $d\eta > 0$, czyli zgodnie z definicją (9) mamy też do czynienia z dewiatorowym obciążeniem! Przyjmijmy zatem następujące kryteria obciążenia i odciążenia

$$\begin{aligned} dp' > 0 & - \text{obciążenie aksjatorowe} \\ dp' < 0 & - \text{odciążenie aksjatorowe} \\ d\eta > 0 & - \text{obciążenie dewiatorowe} \\ d\eta < 0 & - \text{odciążenie dewiatorowe} \end{aligned} \quad (10)$$

Interpretację obciążenia i odciążenia dewiatorowego przedstawiono na rys. 7 (por. [9]). Wektory ilustrujące obciążenie i odciążenie dewiatorowe są odniesione do prostej $\eta = \text{const}$. Jeśli wektory przyrostów naprężenia skierowane są powyżej tej prostej, w kierunku większych wartości η , to mamy dewiatorowe obciążenie. Jeśli są one skierowane poniżej prostej $\eta = \text{const}$, to mamy do czynienia z odciążeniem.

W związku z proponowaną definicją pojawia się problem określenia obciążenia dla ścieżki OC z rys. 5, na której $\eta = \text{const}$, natomiast $dp' > 0$ oraz $dq > 0$. Aby rozwiązać ten dylemat, proponuje się tutaj pozostawienie związku (6) i (7) w pierwotnej postaci oraz przyjęcie definicji (10), która w tym szczególnym przypadku przejmie postać wzorów (8).



Rys. 7. Przyrosty obciążenia skierowane powyżej linii $\eta = \text{const}$ oznaczają obciążenie dewiatorowe, a te poniżej oznaczają odciążenie

Fig. 7. Loading increments directed above $\eta = \text{const}$ line correspond to deviatoric loading whereas those below that line to unloading

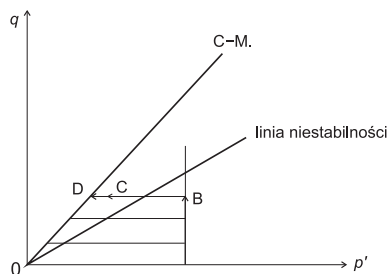
Powyższe rozważania wywołują refleksję odnośnie do pośredniej definicji obciążenia i odciążenia przyjętej w hipoplastyczności (por. rozdz. 3). Po pierwsze, równania hipoplastyczności są formułowane w postaci: przyrost naprężenia jako funkcja przyrostu odkształcenia oraz aktualnego stanu naprężenia. Z inżynierskiego punktu widzenia lepiej byłoby te równania sformułować w postaci: przyrost odkształcenia jako funkcja naprężenia i – ewentualnie – aktualnego stanu odkształcenia. Taka logika ma związek ze sformulowaniem dwóch podstawowych zagadnień mechaniki materiałów, a mianowicie: jaka jest nośność graniczna materiału i jaka jest jego odkształcalność.

Druga uwaga dotyczy pośredniej definicji obciążenia i odciążenia, która jest wbudowana w samo równanie. Otóż ta pośrednia definicja jest związana ze znakiem $\dot{\epsilon}$ (por. rozdz. 3). Analizując rysunek 6, widzimy, że do wartości $\eta = \eta'$ mamy $\dot{\epsilon} > 0$, zaś dla $\eta > \eta'$ mamy $\dot{\epsilon} < 0$, a przecież jest spełniony warunek $d\eta > 0$.

Podsumowując, do analizy i opisu obszernego zbioru danych doświadczalnych dotyczących zachowania się gruntów sypkich przed osiągnięciem stanu granicznego przyjęto kryteria obciążenia i odciążenia zdefiniowane wzorami (10). W pracach [8, 9] przedstawiono przykłady funkcji M , N , P i Q dla obciążenia i odciążenia.

6. Interesujące doświadczenie

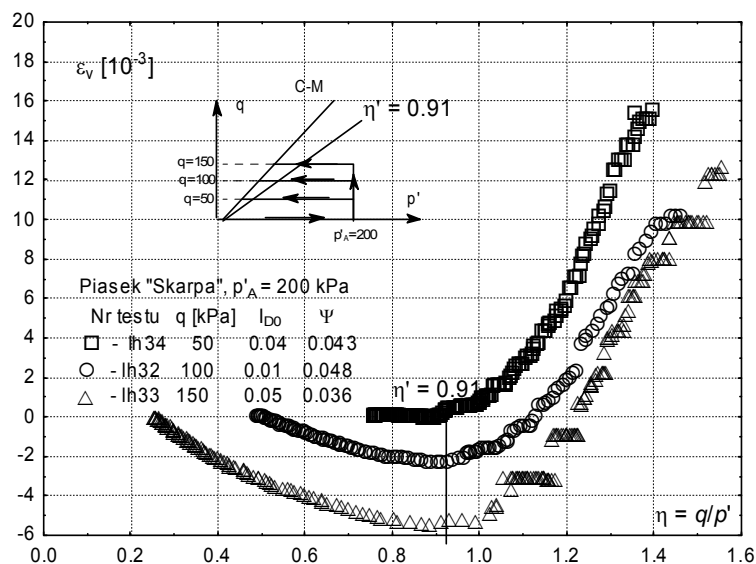
Poniżej przedstawiona zostanie analiza dosyć ciekawego doświadczenia, którego ideę pokazano na rys. 8 (por. [10]). Przeprowadzono trzy doświadczenia na luźnych próbkach gruntu o początkowym stanie kontraktywnym, w warunkach swobodnego przepływu wody przez pory. Najpierw te próbki poddano izotropowej konsolidacji (ścieżka OA) do jednakowej wartości średniego ciśnienia efektywnego $p' = 200$ kPa. Następnie każdą z próbek poddano ścinaniu przy stałej wartości p' , do różnych maksymalnych wartości dewiatora naprężenia q (ścieżka AB). W dalszej kolejności w przypadku każdej z próbek utrzymywano stałą wartość dewiatora naprężenia, natomiast zmniejszano średnie naprężenie efektywne.



Rys. 8. Ścieżki naprężenia podczas odciążenia aksjatorowego przy $q = \text{const}$

Fig. 8. Stress paths during spherical unloading at $q = \text{const}$

Zauważmy, że podczas omawianych doświadczeń dla ścieżek BCD było $dq = 0$ oraz $dp' < 0$, a zatem zgodnie z definicją (8) odpowiada to odciążeniu aksjatorowemu. Natomiast jest również spełniony związek $d\eta > 0$, który oznacza obciążenie dewiatorowe. Na rysunku 9 przedstawiono przebieg zmian objętościowych gruntu spowodowanych zmianą średniego naprężenia efektywnego na ścieżce BCD. Krzywe przedstawione na rys. 9 mają pewną wspólną właściwość, a mianowicie minimum, które z dokładnością do interpretacji tych danych odpowiada jednej wartości $\eta = \eta'$. Wielkość ta odpowiada linii niestabilności (por. rys. 8). Na ścieżce BC w gruncie następuje dylatacja (zwiększenie objętości), co można tłumaczyć odprężeniem materiału wskutek intuicyjnie rozumianego odciążenia. Natomiast po przekroczeniu punktu C na ścieżce CD następuje znowu zagęszczanie.



Rys. 9. Zmiany odkształcenia objętościowego w gruncie kontraktywnym na ścieżkach BCD (por. rys. 8)

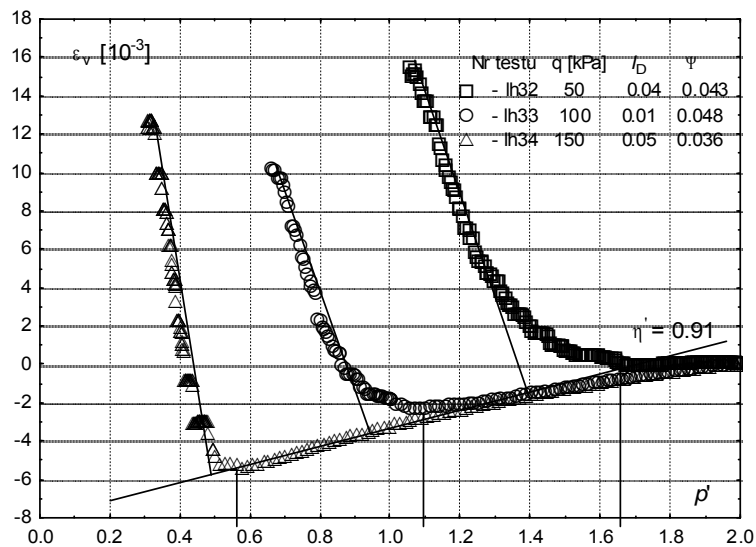
Fig. 9. Changes of volumetric strains in contractive soil along the BCD paths (see Fig. 8)

Na rysunku 10 przedstawiono alternatywną interpretację omawianych danych doświadczalnych, z której widać, jak gwałtownie zagęszcza się grunt po przekroczeniu przez ścieżkę naprężenia linii niestabilności. Prędkość zagęszczenia, mierzona przez pochodną $d\varepsilon_v / dp'$, zwiększa się nawet blisko 100-krotnie wobec prędkości zagęszczenia w fazie BC.

Przed interpretacją przedstawionych wyników zauważmy, że grunt o początkowym stanie kontrakcyjnym zagęszcza się podczas obciążenia wzdłuż ścieżek OA i AB. Na ścieżce BC występuje dylatacja, którą można kojarzyć z aksjatorowym odprężeniem materiału, o czym już wspomniano. Ale też na ścieżce BC jest $d\eta > 0$, czyli obciążenie dewiatorowe. Dla gruntu kontrakcyjnego takie obciążenie oznacza zagęszczanie. A zatem mamy do czynienia z dwoma różnymi procesami: rozluźnianiem wskutek zmniejszania aksjatora naprężenia i zagęszczeniem wskutek wzrostu η , które są ze sobą sprzężone.

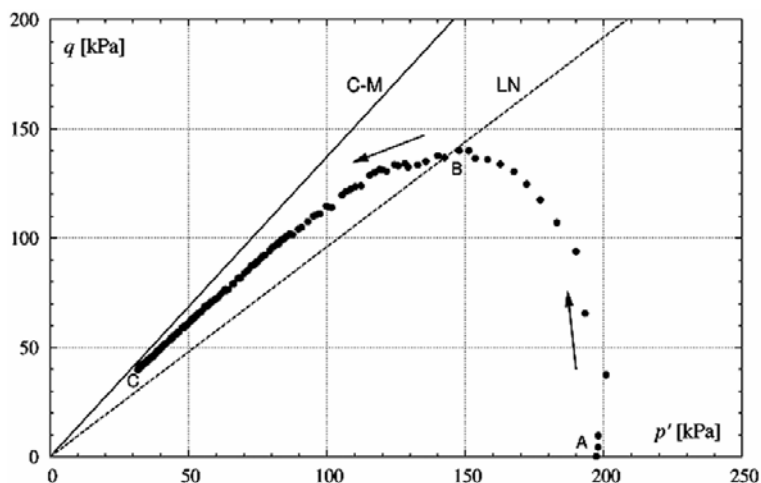
Natomiast na ścieżce CD następuje jakościowa zmiana deformacji objętościowej, czyli gwałtowny przyrost zagęszczenia. Zgodnie z poprzednią interpretacją w tym przypadku mamy odciążenie aksjatorowe i obciążenie dewiatorowe. Jakościowa zmiana charakteru odkształceń objętościowych odpowiada linii niestabilności. W sposób poglądowy nazywa się to zjawisko „załamaniem struktury gruntu, w kierunku gęstszego upakowania ziaren” (por. [10]). Zjawisko to dotyczy stabilności osrodków sypkich i – jak dotąd – nie zostało jeszcze wystarczająco rozpoznane i opisane.

Zachowaniu gruntu kontrakcyjnego przy swobodnym przepływie wody przez pory, przedstawionemu na rys. 9 i 10, odpowiada w warunkach bez odpływu ścieżka naprężeń efektywnych spowodowana makroskopowym ścinaniem próbki nawodnionego gruntu w aparacie trójosiowym, przedstawiona na rys. 11 (por. [10, 9]).



Rys. 10. Wyniki badań z rys. 9 w innej interpretacji

Fig. 10. Results of tests from Fig. 9 in a new interpretation



Rys. 11. Ścieżka naprężenia efektywnego w przypadku ścinania gruntu kontraktywnego w warunkach bez odpływu wody z porów

Fig. 11. Effective stress path during shearing of contractive soil in undrained conditions

Na początku doświadczenia jest $p' = p'(A)$, $q = 0$. Podczas ścinania próbki mamy $dp' < 0$ oraz $d\eta > 0$, czyli podobnie jak poprzednio: aksjatorowe odciążenie i dewiatorowe naprężenie. Maksymalna wartość dewiatora naprężenia odpowiada linii niestabilności, a na ścieżce BC następuje gwałtowny wzrost ciśnienia porowego i redukcja średnich naprężeń efektywnych, aż do upłynięcia próbki w punkcie C.

7. Podsumowanie

1. Problem obciążenia i odciążenia w mechanice materiałów, w tym gruntów, nie jest jednoznacznie zdefiniowany. Pokazano przykłady świadczące o wieloznaczności stosowanych kryteriów.
2. Zaproponowano pewną roboczą definicję obciążenia i odciążenia, przydatną przy interpretacji danych doświadczalnych.
3. Przedstawiono przykłady wyników doświadczeń, które pokazują, że proponowana definicja jest jednoznaczna dla naprężeń efektywnych leżących poniżej linii niestabilności.
4. Problem definicji obciążenia i odciążenia w obszarze pomiędzy linią niestabilności i linią stanu granicznego Coulomba–Mohra nie ma przypuszczalnie sensu, przynajmniej dla gruntów o początkowym stanie kontraktywnym.

Niniejszy artykuł został napisany w ramach grantu Nr 4 T07A 029 30, sponsorowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

Literatura

- [1] Fung Y.C., *Podstawy mechaniki ciała stałego*, PWN, Warszawa 1969.
- [2] Głębowicz K., *Hypoplastic modelling of pre-failure behaviour of sand against experimental data*, Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, Vol. 53, No. 1, 2006, 31-47.
- [3] Gryczmański M., *Wprowadzenie do opisu sprężysto-plastycznych modeli gruntów*, Studia z Zakresu Inżynierii 40, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN, Warszawa 1995.
- [4] Jarzębowski A., *Modele konstytutywne dla gruntów sypkich – przegląd aktualnych koncepcji*, prace IPPT PAN 24/1990, Warszawa.
- [5] Kolymbas D., *Introduction to Hypoplasticity*, Balkema, Rotterdam/Brookfield 2000.
- [6] Sawicki A., *Elasto-plastic interpretation of oedometric test*, Arch. of Hydro-Engineering and Environ. Mech., Vol. 41, No. 1-2, 1994, 111-131.
- [7] Sawicki A., *Cam-Clay approach to modelling pre-failure behaviour against experimental data*, Arch. of Hydro-Engineering and Environ. Mech. Vol. 50, No. 3, 2003, 229-249.
- [8] Sawicki A., *A study of pre-failure deformations of granular soils*, Arch. of Hydro-Engineering and Environ. Mech., Vol. 54, No. 3, 2007, 183-206.
- [9] Sawicki A., Świdziński W., *Drained against undrained behaviour of granular soils*, Arch. of Hydro-Engineering and Environ. Mech., Vol. 54, No. 3, 2007, 207-222.
- [10] Świdziński W., *Mechanizmy zagęszczania i upłynniania gruntów sypkich*, Wyd. IBW PAN, Warszawa 2006, 265.
- [11] Wilde P., *Podstawowe zależności nieliniowej teorii sprężystości i plastyczności*, [w:] *Sprężysto-plastyczne modele ośrodków rozdrobnionych*, red. W. K n a b e, Ossolineum, 1980, 5-37.
- [12] Wu W., Kolymbas D., *Hypoplasticity, then and now*, Constitutive Modelling of Granular Materials, Springer Verlag, 2000, 57-105.
- [13] Życzkowski M., *Obciążenia złożone w teorii plastyczności*, PWN, Warszawa 1973.