

BOGUMIŁ WRANA*

CHARAKTERYSTYKA PARAMETRÓW DYNAMICZNYCH GRUNTU

SOIL PARAMETERS IN DYNAMICS ANALYSIS

Streszczenie

W artykule przedstawiono zagadnienia doboru parametrów dynamicznych gruntu, które przyjmowane są w obliczeniach komputerowych. Rozważane są dwa główne parametry: moduł odkształcenia postaciowego gruntu G oraz parametr tłumienia D przy obciążeniach cyklicznych (harmonicznie zmiennych).

Słowa kluczowe: dynamika gruntów, tłumienie, moduł odkształcenia postaciowego gruntu w dynamicie

Abstract

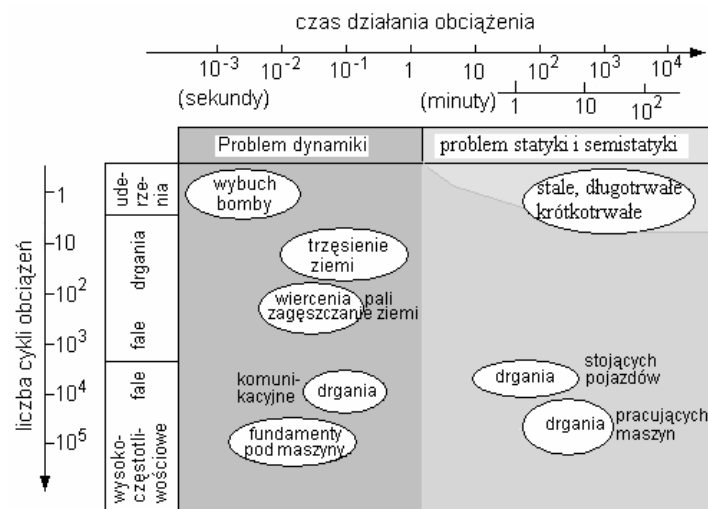
In this paper the parameters of soil in dynamic analysis are presented. Considered two main parameters: soil stiffness G as well as parameter of damping D at cyclic loads. Article gives state of art of different definitions of these parameters and presents main FEM systems, which are used to dynamic calculation of soil.

Keywords: soil dynamic, damping, soil stiffness in dynamic analysis

* Dr hab. inż. Bogumił Wrana, prof. PK, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Charakterystyka obciążeń dynamicznych przekazywanych na grunt

Czas, w którym poziom naprężeń i odkształceń w gruncie zmienia się pod wpływem działania obciążenia można nazwać **czasem działania obciążenia**. Charakterystyka zmienności obciążenia w czasie może być różna – od bardzo szybkich zmian po zmiany wolne w czasie, a szybkość i poziom amplitud tych zmian wywołują różne zmiany w gruncie. Na rysunku 1 przedstawiono ogólną charakterystykę obciążeń dynamicznych działających na grunt w zależności od czasu działania i od szybkości zmian (częstotliwości zmian = liczby cykli zmian w jednostce czasu).



Rys. 1. Klasyfikacja obciążeń dynamicznych działających na grunt

Fig. 1. Classification of dynamic loads acting on soil

W większości przypadków przyjmuje się występowanie obciążeń cyklicznych (obciążeń harmonicznych). Jednak takie obciążenia jak wybuchy czy obciążenia udarowe nie można zaliczyć do obciążeń harmonicznych i powinny być rozpatrywane oddzielnie.

2. Charakterystyka związków konstytutywnych przy obciążeniach dynamicznych

Obciążenia dynamiczne wywołują różny poziom odkształceń w gruncie – od bardzo małych (10^{-6} do 10^{-4}), dla których przyjmuje się liniowe związki konstytutywne, do dużych odkształceń (10^{-2} do 10^{-1}), dla których przyjmowane są związki nieliniowe dużych odkształceń (por. tab. 1).

Charakterystyka związków konstytutywnych

Poziom amplitud odkształceń	10 ⁻⁶ małe	10 ⁻⁴ średnie	10 ⁻² duże	10 ⁻¹
Zjawiska	propagacja fali, drgania	pęknięcia, zmienne osiadania	poślizgi, zagęszczenie, upłynnienie	
Charakterystyka związków konstytutywnych	lepkosprężyste	lepkosprężysto-plastyczne	zmiany w czasie spękań, uplastycznień i poślizgów	

3. Typy obciążeń cyklicznych

3.1. Propagacja fali ciśnieniowej

W czasie obciążeń dynamicznych zmieniają się w gruncie naprężenia normalne poziome i pionowe. Stosunek naprężeń poziomych dynamicznych do pionowych w zagadnieniu propagacji fali ciśnieniowej wynosi

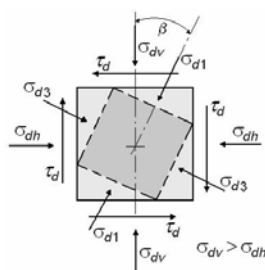
$$\frac{\sigma_{dh}}{\sigma_{dv}} = \frac{\nu}{1-\nu} = 1 - 2nG_oC_1 \quad (1)$$

gdzie:

- n – porowatość,
- G_o – moduł ścinania,
- C_1 – ściśliwość wody.

Kąt między naprężeniami σ_{dh} , σ_{dv} a naprężeniami głównymi σ_1 , σ_3 w płaskim stanie odkształcenia wynosi (por. rys. 2)

$$\tan 2\beta = \frac{2\tau_d}{\sigma_{dv} - \sigma_{dh}} \quad (2)$$



Rys. 2. Składowe naprężeń działających na element gruntu

Fig. 2. Component of stresses acting on a soil element

3.2. Obciążenie dynamiczne od poruszających się pojazdów

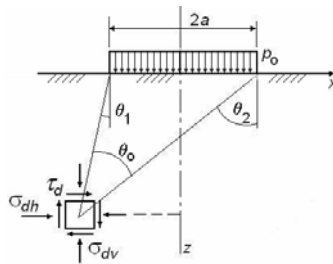
Rozważany jest problem Boussinesqua poruszającej się siły wzdłuż granicy półprzestrzeni sprężystej (por. rys. 3). Poszczególne składowe naprężeń wynoszą

$$\sigma_{dv} = \frac{P_o}{\pi} [\sigma_o + \sin \theta_o \cos(\theta_1 + \theta_2)] \quad (3a)$$

$$\sigma_{dh} = \frac{P_o}{\pi} [\sigma_o - \sin \theta_o \cos(\theta_1 + \theta_2)] \quad (3b)$$

$$\tau_d = \frac{P_o}{\pi} \sin \theta_o \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (3c)$$

gdzie: $\theta_o = \theta_1 + \theta_2$.



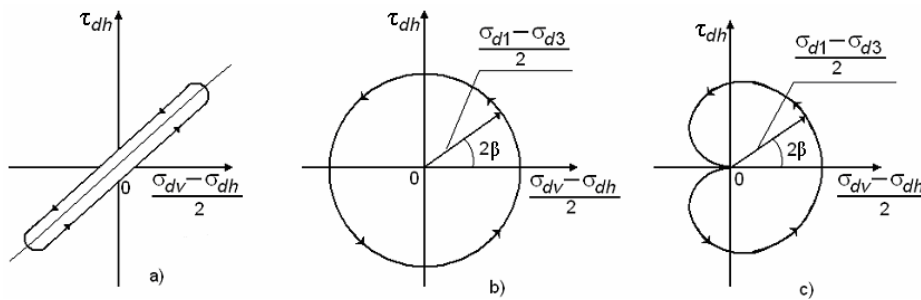
Rys. 3. Problem Boussinesqua dla obciążeń poruszających się

Fig. 3. Uniform loads on an elastic half-space

Kąt między naprężeniami σ_{dh} , σ_{dv} , a naprężeniami głównymi σ_1 , σ_3 wynosi

$$\tan 2\beta = \frac{2\tau_d}{\sigma_{dv} - \sigma_{dh}} = \tan(\theta_1 + \theta_2) \quad (4)$$

Ścieżki naprężeń w gruncie dla obciążenia sejsmicznego, rozchodzenia się fali ciśnieniowej i obciążenia komunikacyjnego przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Ścieżki naprężeń dla obciążenia: a) sejsmicznego, b) fali ciśnieniowej, c) komunikacyjnego

Fig. 4. Characteristic changes in two shear stress components in three typical dynamic loading conditions: a) earthquake, b) wave, c) traffic

Promień wodzący wynosi odpowiednio

$$\frac{\sigma_{d1} - \sigma_{d3}}{2} = p_o \frac{2\pi \cdot z}{L} e^{-\frac{2\pi \cdot z}{L}} \quad - \quad \text{w przypadku fali ciśnieniowej,} \quad (5a)$$

$$\frac{\sigma_{d1} - \sigma_{d3}}{2} = \frac{p_o}{\pi} \sin \theta_o \quad - \quad \text{w przypadku obciążenia komunikacyjnego.} \quad (5b)$$

4. Tłumienie w modelach liniowych

Rozważana jest zmienność w czasie naprężeń stycznych w postaci funkcji harmoniczej (cyklicznej)

$$\tau(t) = \tau_a \sin \omega t \quad \text{lub} \quad \tau(t) = \tau_a \cdot e^{i\omega t} \quad (6)$$

gdzie:

ω – częstość kołowa drgań cząstki gruntu,

τ_a – amplituda naprężeń stycznych.

Odształcenia postaciowe pojawiają się z przesunięciem o kąt fazowy δ

$$\gamma(t) = \gamma_a \sin(\omega t - \delta) \quad \text{lub} \quad \gamma(t) = \gamma_a \cdot e^{i(\omega t - \delta)} \quad (7)$$

Stosunek naprężeń i odształceń wynosi

$$\frac{\tau(t)}{\gamma(t)} = \frac{\tau_a}{\gamma_a} e^{i\delta} = \frac{\tau_a}{\gamma_a} (\cos \delta + i \sin \delta) \quad (8)$$

Przyjęto oznaczenia (por. rys. 5)

$$\mu = \frac{\tau_a}{\gamma_a} \cos \delta, \quad \mu' = \frac{\tau_a}{\gamma_a} \sin \delta \quad (9)$$

stąd (8) zapiszemy

$$\frac{\tau}{\gamma} = \mu + i\mu' \quad \text{oraz} \quad \frac{\tau_a}{\gamma_a} = |\mu| \quad (10)$$

Wprowadza się miarę utraty energii w czasie jednego cyklu obciążeń dynamicznych o częstości ω jako (por. rys. 5)

$$\eta = \frac{\mu'}{\mu} = \tan \delta \quad - \quad \text{parametr zwany współczynnikiem tłumienia histerezą} \quad (11a)$$

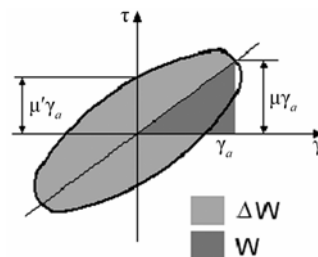
lub

$$\eta = \frac{\text{naprezenia scinajace przy zerowych odształceniach}}{\text{naprezenia scinajace przy maksymalnych odształceniach}} \quad (11b)$$

200

lub

$$D = \frac{\eta}{2} = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W} \quad (11c)$$

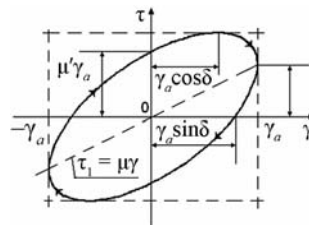


Rys. 5. Tłumienie histerezą

Fig. 5. Definition of loss coefficient

Ścieżkę naprężenia-odkształcenia w czasie tłumienia histerezą można zapisać w postaci pochylonej elipsy (por. rys. 6)

$$\left(\frac{\tau}{\tau_a}\right)^2 - 2 \cos \delta \left(\frac{\gamma}{\gamma_a}\right) \left(\frac{\tau}{\tau_a}\right) + \left(\frac{\tau}{\tau_a}\right)^2 - \sin^2 \delta = 0 \quad (12)$$



Rys. 6. Tłumienie w modelu wiskotycznym, rozkład na część sprężystą i tłumienie

Fig. 6. Decomposition of the viscoelastic model into elastic and viscous components

Zjawisko tłumienia histerezą można opisać za pomocą prostych modeli liniowo lepko-sprężystych: Kelvina – równoległego połączenia „sprężyny” o parametrze G i „tłumika” o parametrze G' oraz Maxwella – połączenia szeregowego tych elementów (por. rys. 7). W modelu Kelvina naprężenia styczne wynoszą

$$\tau = G\gamma + G' \frac{d\gamma}{dt} \quad (13)$$

gdzie przy stałym poziomie naprężen $\tau = \tau_o$, całkując obustronnie (13), otrzymujemy klasyczne równanie pełzania: $\gamma = \frac{\tau_o}{G} (1 - e^{-t/\bar{t}})$, gdzie $\bar{t} = G'/G$ jest czasem retardacji. Z równania (13) otrzymamy parametr tłumienia

$$\eta = \tan \delta = \frac{G' \omega}{G} = \bar{t} \omega \quad (14)$$

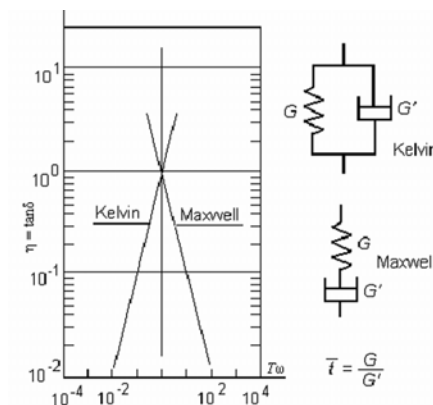
W modelu Maxwella naprężenia styczne wynoszą

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{\tau}{G'} + \frac{1}{G} \frac{d\tau}{dt} \quad (15)$$

gdzie przy stałym poziomie odkształceń $\gamma = \gamma_0$, całkując obustronnie (15), otrzymujemy klasyczne równanie relaksacji: $\tau = \gamma_0 G e^{-t/\bar{t}}$, gdzie $\bar{t} = G'/G$ jest czasem relaksacji. Z równania (15) otrzymamy parametr tłumienia

$$\eta = \tan \delta = \frac{G}{G' \omega} = \frac{1}{\bar{t} \omega} \quad (16)$$

Zauważymy, że w modelu Kelvina przy wzroście częstości ω wzrasta wartość tłumienia η , a w modelu Maxwella przy wzroście częstości ω maleje wartość tłumienia η .



Rys. 7. Współczynnik tłumienia η w zależności od częstości kołowej ω

Fig. 7. Loss coefficients of two models as functions of frequency ω

5. Tłumienie w modelach nieliniowych

Nieliniowe równanie konstytutywne w opisie zachowania się gruntu pod obciążeniem dynamicznym, w którym ścieżka obciążenia i odciążenia nie pokrywa się, powstaje dyssypacja energii w postaci pętli histerezy. Najczęściej są to coraz większe pętle (por. rys. 8a). Kształt pętli histerezy opisywany jest przez trzy równania (por. rys. 8b)

a) $\tau = f(\gamma)$ równanie „szkieletu” (17a)

b) $\frac{\tau - \tau_a}{2} = f\left(\frac{\gamma - \gamma_a}{2}\right)$ równanie odciążenia (17b)

$$c) \frac{\tau + \tau_a}{2} = f\left(\frac{\gamma + \gamma_a}{2}\right) \quad \text{równanie obciążenia} \quad (17c)$$

Sieczny moduł ścinania G określany jest na podstawie równania „szkieletu” przy odkształceniach postaciowych $\gamma = \gamma_a$

$$G(\gamma) = G(\gamma_a) + \frac{dG(\gamma_a)}{d\gamma} \gamma \quad (18)$$

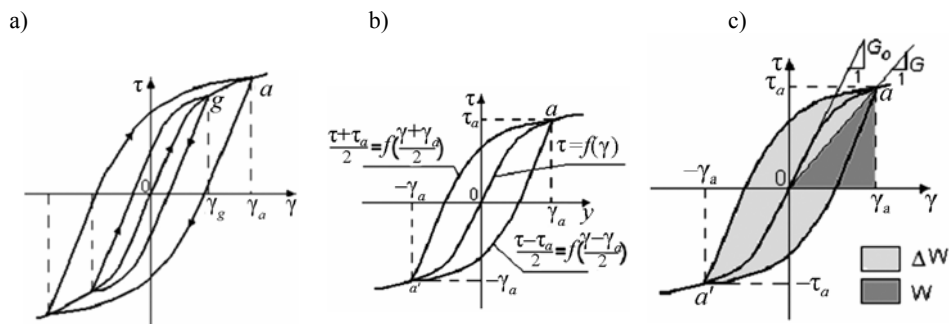
Współczynnik tłumienia histerezą jest określony zgodnie z definicją (11c), gdzie

$$W = \frac{1}{2} \gamma_a f(\gamma_a) \quad - \quad \text{energia sprężysta} \quad (19a)$$

$$\Delta W = 8 \left[\int_0^{\gamma_a} f(\gamma) d\gamma - W \right] \quad - \quad \text{dysypacja energii, zgodnie z [1]} \quad (19b)$$

Wprowadzając górną granicę naprężeń stycznych τ_{\max} , można podać tzw. odkształcenie referencyjne γ_r jako

$$\gamma_r = \frac{\tau_{\max}}{G_o} \quad (20)$$



Rys. 8. Tłumienie w modelach nieliniowych: a) pętle histerezy, b) opis gałęzi pętli, c) energia dysypowana

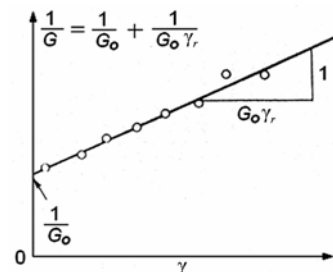
Fig. 8. Definition of elastic stored energy and dissipation of energy

Ishihara [1, 2, 3] zaproponował równanie konstytutywne w postaci krzywej hiperbolicznej

$$\gamma = \gamma_r \left[\frac{1}{1 - \tau / \tau_f} - 1 \right] \quad (21)$$

Opis zmiany modułu ścinania G w zależności od aktualnych odkształceń postaciowych γ wynosi

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = G_o \frac{1}{1 + \gamma/\gamma_r} \quad (22)$$



Badania wskazują, że moduł ścinania zależy też od wskaźnika porowatości i naprężeń średnich

np.
$$G = 326 \frac{(2,97 - e)^2}{1 + e} \sqrt{(\sigma'_m)} \quad (23)$$

Podobnie można zapisać zmiany współczynnika tłumienia w zależności od odkształceń postaciowych

$$\eta = \eta_o \frac{\gamma/\gamma_r}{1 + \gamma/\gamma_r} \quad (24)$$

Maksymalną wartość modułu ścinania G_o określa się na podstawie pomiarów prędkości fali poprzecznej V_s

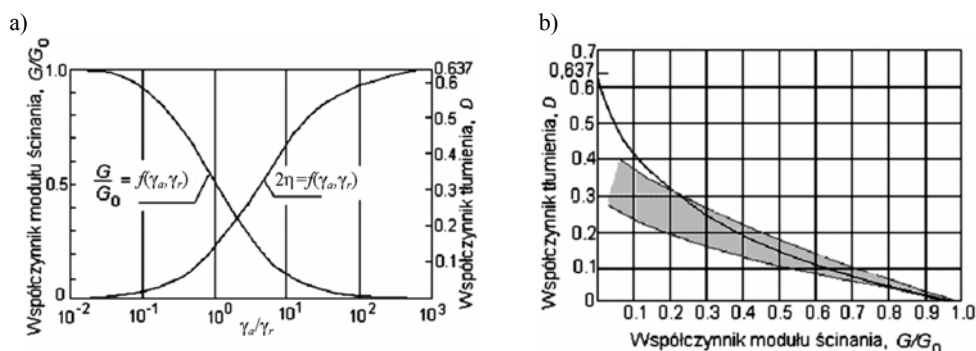
$$G_o = \rho \cdot V_s^2 \quad (25)$$

Korzystając z (22) i (24), współczynnik tłumienia D zapiszemy jako (por. rys. 9)

$$D = \frac{4}{\pi} \left(1 + \frac{1}{\gamma/\gamma_r} \right) \left[1 - \frac{\ln(1 + \gamma/\gamma_r)}{\gamma/\gamma_r} \right] - \frac{2}{\pi} \quad (\text{por. rys. 9a}) \quad (26a)$$

lub

$$D = \frac{4}{\pi} \frac{1}{1 - G/G_o} \left[1 + \frac{G/G_o}{1 - G/G_o} \ln \left(\frac{G}{G_o} \right) \right] - \frac{24}{\pi} \quad (\text{por. rys. 9b}) \quad (26b)$$

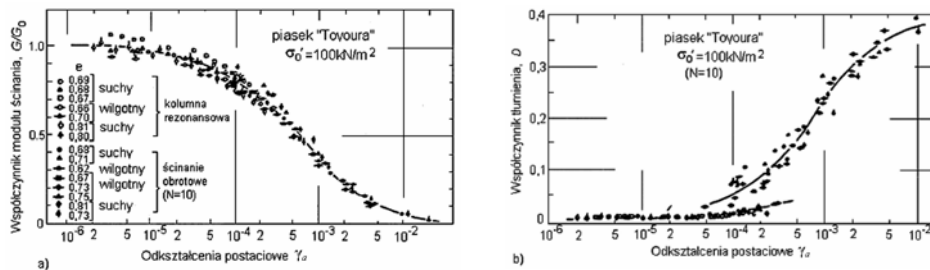


Rys. 9. Moduł ścinania i współczynnik tłumienia w postaci krzywych hiperbolicznych

Fig. 9. Shear modulus ratio and damping ratio for hyperbolic model

Wykonano badanie odkształceń postaciowych do 0,03% ($3 \cdot 10^{-4}$) w kolumnie rezonansowej oraz do 0,01% ($1 \cdot 10^{-4}$) w aparacie obrotowego ścinania [1]. Wykresy zmian modułu ścinania pokrywają się dla obu aparatów w zakresie odkształceń $1 \cdot 10^{-4}$ do $3 \cdot 10^{-4}$ (por. rys. 10a), natomiast wykresy tłumienia dla obu aparatów nie pokrywają się (por. rys. 10b).

Wykresy przedstawione na rys. 10 wskazują, że największe nieliniowości wykresu naprężenia–odkształcenia występują w zakresie małych odkształceń, natomiast największe nieliniowości wykresu tłumienia–odkształcenie występują w zakresie średnich odkształceń. Doświadczenia w analizach wpływów sejsmicznych wskazują, że największe zmiany w gruncie zachodzą w zakresie małych i średnich odkształceń przy przyspieszeniach sejsmicznych do 0,2 g.



Rys. 10. Wyniki badań laboratoryjnych piasku „Toyouura” [3] w zależności od wielkości odkształceń postaciowych: a) wykres zmiany G/G_0 , b) wykres zmiany tłumienia D

Fig. 10. Normalized shear modulus and damping versus shear strain for Toyoura sand [3]

6. Modele parametrów G i D przyjmowane w systemach MES

Model liniowy

Dopasowanie krzywej histerezy do wyników z badań opiera się na wartościach modułu stycznego G_o i modułu siecznego G_a . Model liniowy opisany jest przez wartości średnie [4, 6]

$$\delta\tau(\gamma) = \tau(\gamma_o) - \tau(\gamma_a) \quad - \text{zmiana naprężeń stycznych} \quad (27a)$$

$$\delta G(\gamma) = G(\gamma_o) - G(\gamma_a) = \frac{d(\delta\tau(\gamma))}{d\gamma} \quad - \text{zmiana modułu ścinania} \quad (27b)$$

Modele powyższe stosowane są w systemach MES SHAKE i FLUSH rozwijanych w University of California Berkeley w USA oraz w systemie DYNEQ rozwijanym przez Sato Kogo Engineering Research Institute w Japonii.

Model nieliniowy – Masing

Model nieliniowy Masinga polega na identyfikacji równania krzywej „szkieletu” $\tau = f(\gamma)$ zgodnie z równaniem (17a), a następnie zastosowanie tej krzywej do równania odciążenia (17b) i obciążenia (17c) [5].

Rozważane są tu dwa podejścia opisu znormalizowanych krzywych dla małych i średnich odkształceń (por. rys. 11)

model 1

$$y = x - \alpha y^R \quad (28)$$

gdzie:

$$y = \frac{\tau}{\tau_L} \quad - \text{znormalizowane naprężenia styczne,}$$

$$\tau_L \quad - \text{graniczne naprężenia styczne,}$$

$$x = \frac{\gamma}{\gamma_L} G_o \quad - \text{znormalizowane odkształcenia postaciowe,}$$

$$\gamma_L \quad - \text{odkształcenia graniczne,}$$

$$\alpha = x_L - 1 \quad - \text{parametr,}$$

$$R = \frac{2(x_L - 1) + \pi D_L x_L}{2(x_L - 1) - \pi D_L x_L} \quad - \text{parametr,}$$

$$x_L = \frac{\gamma_L}{\tau_L} G_o \quad - \text{graniczna wartość } x_L,$$

$$D_L < \frac{2}{3\pi} \left(1 - \frac{1}{x_L}\right) \quad - \text{wartość współczynnika tłumienia histerezą przy } \gamma_L$$

model 2

$$y = x - \alpha x[\ln(1+x)]^R \quad (29)$$

gdzie:

$$R = \frac{c(1-x_L)\ln(1+x_L)}{x_L(x_L-1)},$$

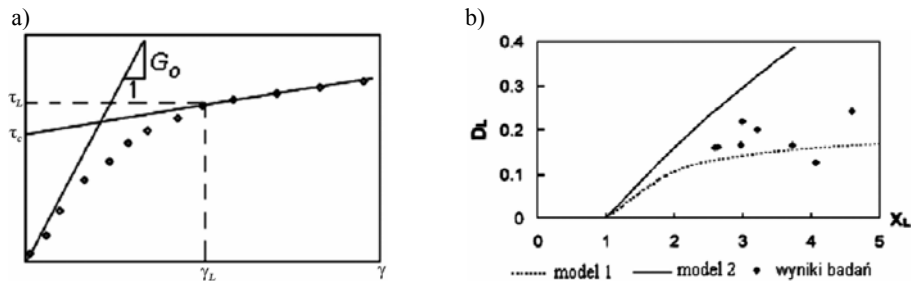
$$\alpha = \frac{x_L - 1}{x_L[\ln(1+x_L)]^R},$$

c – wartość y dla τ_c ,

$$D = \frac{2 \int_0^x (1 - \alpha[\ln(1+x)]^R) x dx}{1 - \alpha[\ln(1+x_L)]^R x^2} - 1 \quad - \text{współczynnik tłumienia wg modelu Masinga}$$

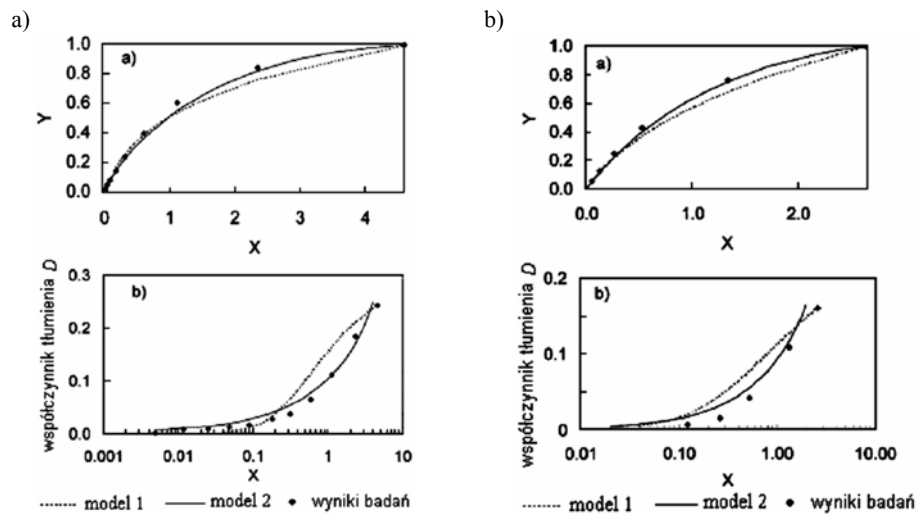
oraz

$$D_L < \frac{2}{\pi} \left[\frac{(x_L - 1)}{x_L \ln(1+x_L)} \left(\frac{x_L}{2} - 1 \right) + \frac{1}{x_L} - \frac{1}{x_L^2} \right]$$



Rys. 11. Model nieliniowy Masinga: a) wartości graniczne, b) porównanie dwóch równań

Fig. 11. Nonlinear Masing model: a) bounding values, b) comparison of two models



Rys. 12. Porównanie modeli obliczeniowych z wynikami badań: a) $\sigma'_o = 49$ kPa, $G_o = 95$ MPa, $x_L = 4,6$, $y_L = 0,16\%$, $c = 0,87$, $D_L = 0,24$; b) $\sigma'_o = 180$ kPa, $G_o = 80$ MPa, $x_L = 3,7$, $y_L = 0,38\%$, $c = 0,58$, $D_L = 0,17$

Fig. 12. Comparison of numerical models with in-situ results: a) $\sigma'_o = 49$ kPa, $G_o = 95$ MPa, $x_L = 4,6$, $y_L = 0,16\%$, $c = 0,87$, $D_L = 0,24$; b) $\sigma'_o = 180$ kPa, $G_o = 80$ MPa, $x_L = 3,7$, $y_L = 0,38\%$, $c = 0,58$, $D_L = 0,17$

Rozwiązywanie zadań dynamiki obszaru gruntu w dużych systemach MES

Porównano sposób rozwiązywania zadań dynamiki w obszarze gruntu przez następujące systemy MES (patrz tab. 2):

- ASKA – rozwijany w zespole prof. Argyrisa,
 FLUSH – rozwijany przez zespół: J. Lysmer, T. Udaka, H.B. Seed, C-F. Tsai,
 QUAD-4 – rozwijany przez zespół: I.M. Idriss, J. Lysmer, R. Hwang, H.B. Seed,
 NODAL – rozwijany przez zespół: Baba, Watanabe, Sato,
 DYSAC2 – rozwijany przez zespół: K.K. Muraleetharan, K.D. Yogachandran [7],
 DIANA-SWANDYNE II – rozwijany przez zespół: O.C Zienkiewicz, A.H.C. Chan [9].

Na rysunku 13 przedstawiono porównanie modeli tłumienia, gdzie h jest amplitudą przemieszczeń w kolejnych cyklach.

Tabela 2

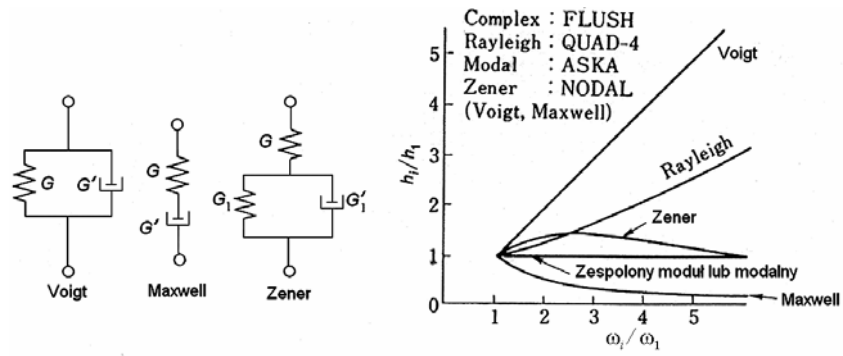
Porównanie systemów MES

System	Metoda analizy	Całkowanie równania ruchu	Metoda całkowania	Tłumienie	Zależność od częstości
ASKA	modalna	w czasie	modalna	wiskotyczne dla każdej postaci	tak
FLUSH	zespolona odpowiedź	w częstościach	modalna	tłumienie zespolone	nie
QUAD-4	w czasie	w czasie	wilsona	rayleigha	od dwóch
NODAL	w czasie	w czasie	newmarka	oddzielnie dla każdego elementu	nie
DYSAC2	w czasie	w czasie	hilbert_Huges_Taylor α metoda	model powierzchni granicznej rys. 14	nie
DIANA-SWANDYNE II	w czasie	w czasie	Newmarka	model uogólnionej pastyczności, rys. 15	nie

W systemie DIANA-SWANDYNE II zastosowano uogólnioną plastyczność zaproponowaną przez Pastora i Zienkiewicz [8, 9] (por rys. 15). Potencjał plastyczny określony jest równaniem

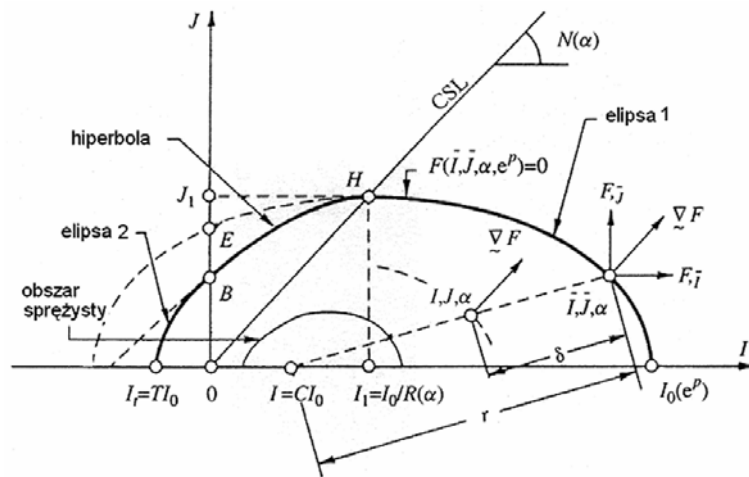
$$g = q - M_g \cdot p \cdot \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \left[1 - \left(\frac{p}{p_g}\right)^\alpha\right] \quad (30)$$

gdzie p_g jest odcięta, w której powyższa funkcja przecina oś p .



Rys. 13. Modele tłumienia

Fig. 13. Damping models



Rys. 14. Model granicznej powierzchni plastyczności w systemie DYSAC2

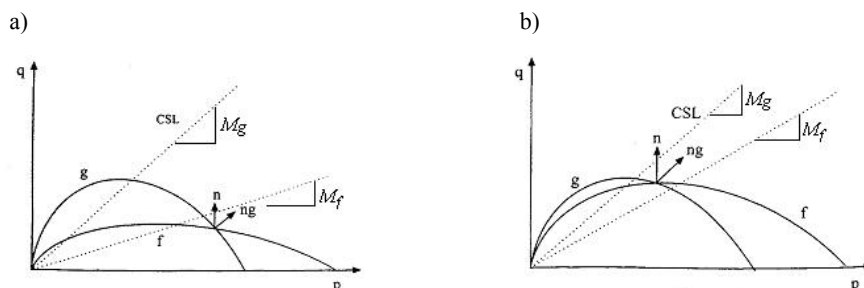
Fig. 14. Bounding surface in FEM system DYSAC2

Powierzchnia plastyczności opisana jest podobnym równaniem

$$f = q - M_f \cdot p \cdot \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \left[1 - \left(\frac{p}{p_g}\right)^\alpha\right] \quad (31)$$

gdzie na ogół $M_f \neq M_g$.

Stosunek M_f / M_g zależy od stopnia zagęszczenia I_D .



Rys. 15. Powierzchnia plastyczności i potencjał plastyczny: a) piasek luźny, b) piasek zagęszczony

Fig. 15. Plastic potential and yield surface for a) lost sands, b) dense sands

7. Wnioski i uwagi końcowe

W artykule przedstawiono zagadnienie modelowania parametrów dynamicznych gruntu. Rozważano obciążenie dynamiczne cykliczne, harmonicznie zmienne w czasie. Przedstawiono problemy doboru dwóch głównych parametrów: modułu odkształcenia postaciowego w dynamice G oraz modele parametru tłumienia D w ośrodku gruntowym.

Dobór parametrów G i D zależy od poziomu amplitud odkształceń i tak:

1. W zakresie małych odkształceń przyjmowane są liniowe modele konstytutywne wraz ze stałymi parametrami G i D określanymi w ramach modeli lepkosprężystych Kelvina lub Maxwella.
2. W przypadku średnich odkształceń przyjmowane są nieliniowe modele konstytutywne wraz ze zmiennymi parametrami G i D zależnymi od poziomu aktualnych odkształceń. Stosowane są tu modele lepkosprężysto-plastyczne. Obecnie do określania parametrów G i D , najczęściej stosowany jest model nieliniowy Masinga (28), (29).

Literatura

- [1] Ishihara K., *Soil Behaviour in Earthquake Geotechnics*, Clarendon Press, Oxford, 2003.
- [2] Vermeer P.A., *A double hardening model for sand*, *Geotechnique*, 28, 1978, 413-433.
- [3] Tatsuoka F., Iwasaki T., *Hysteretic damping of sands under cyclic loading and its relation to shear modulus*, *Soils Foundations*, 18(2), 1978, 25-40.
- [4] Pizrin A.M., Shiran A., *Effects of the constitutive relationship on seismic response of soils, Part I, Constitutive modeling of cyclic behavior of soils*, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 19, 2000, 305-318.
- [5] Ishihara K., Towhata I., *Dynamic response analysis of level ground based on the effective stress method*, [in:] Pande G.N., Zienkiewicz O.C. ed., *Soil mechanics – transient and cyclic loadings*, Wiley, New York 1982, 133-172.

- [6] Nozomu Yoshida, Satoshi Kobayashi, Iwao Suetomi, Kinya Miura, *Equivalent linear method considering frequency dependent characteristics of stiffness and damping*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 22, 2002, 205-222.
- [7] Muraleetharan K.K., Mish K.D., Yogachandran C., Arulanandan K., *User's manual for DYSAC2 (Version 7.0): Dynamic soil analysis code for 2-dimensional problems. Technical Report*, School Of Civil Engineering and Environmental Science, University of Oklahoma, Norman, OK, 1997.
- [8] Zienkiewicz O.C., Mróz Z., *Generalized Plasticity formulation and application to Geomechanics*, Mech. Eng. Mater. Desai C.S., Gallagher R.H. (eds.), Ch. 33, John Wiley and Sons, 1985, 655-680.
- [9] Zienkiewicz O.C., Chan A.H.C., Pastor M., Schrefler B.A., Shiomi T., *Computational Geomechanics with reference to Earthquake Engineering*, John Wiley & Sons, 2000.