

ALEKSANDER URBAŃSKI, MICHAŁ GRODECKI, KAZIMIERZ PISZCZEK*

PROPOZYCJA PROSTEJ METODY OCENY STATECZNOŚCI ŚCIANEK SZCZELNYCH NIEKOTWIONYCH

PROPOSITION OF A SIMPLE METHOD FOR A CANTILEVER WALL STABILITY ANALYSIS

Streszczenie

W artykule zaproponowano prostą metodę obliczeniową, umożliwiającą szybką ocenę stateczności niekotwionych ścianek stanowiących zabezpieczenie wykopu w gruncie jednorodnym. Przedstawione podejście bazuje na wynikach analiz numerycznych. Ze względu na dobrą zgodność uzyskiwanych wyników z rezultatami obliczeń numerycznych zaprezentowany algorytm obliczeń nadaje się do zastosowania w praktyce projektowej.

Słowa kluczowe: ścianka szczelna, stateczność

Abstract

In this papers simple algorithm for stability analysis (calculating of safety factor or necessary embedded depth) of a cantilever wall is proposed. Presented approach is basing on results of numerical calculations. Obtained results shows little difference with numerically obtained ones, so proposed method could be used in design practice.

Keywords: sheet pile wall, stability

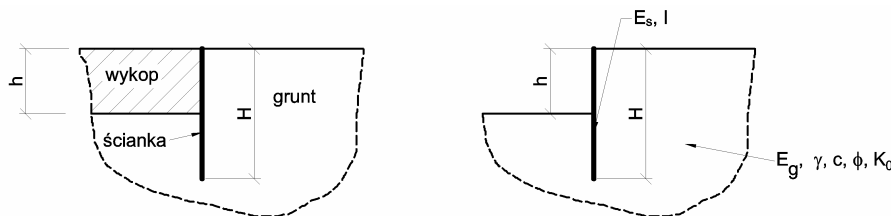
*Dr hab. inż. Aleksander Urbański, prof. PK, dr inż. Michał Grodecki, dr inż. Kazimierz Piszczeck, Instytut Geotechniki, Wydział Inżynierii Środowiska, Politechnika Krakowska.

Oznaczenia

- ϕ – kąt tarcia wewnętrznego [deg]
 ϕ_{kr} – krytyczny kąt tarcia wewnętrznego [deg]
 ξ – parametr geometryczny $\xi\left(\frac{h}{H}\right) = \left(1 - \frac{h}{H}\right)^3$
 γ – ciężar objętościowy gruntu [kN/m^3]
 c – kohezja [kPa]
 c_0 – kohezja bezwymiarowa $c_0 = \frac{c}{h \cdot \gamma}$
 c_{kr} – kohezja krytyczna
 h – głębokość wykopu [m]
 H – całkowita długość ścianki [m]
 SF – współczynnik stateczności

1. Wstęp

Omawiana w niniejszym artykule tematyka jest kontynuacją rozważań podjętych w referacie [1]. Przedmiot badań stanowi współpraca z gruntem ścianki szczelnej niekotwionej, zabezpieczającej wykop o nieobciążonym naziemiu. Na podstawie uzyskanych wyników symulacji numerycznych zaproponowano autorską metodę obliczeniową do oceny stateczności analizowanych obiektów (określenia współczynnika stateczności przy założonych parametrach gruntu i geometrii konstrukcji lub niezbędnego zagłębienia ścianki przy znanych parametrach gruntu, głębokości wykopu oraz potrzebnym współczynniku stateczności) (ryc. 1).



Ryc. 1. Analizowany obiekt
Fig. 1. Analysed object

2. Podejście parametryczne

Jak podano w pracy [1], parametrami decydującymi o stateczności ścianki są wielkości bezwymiarowe: tangens kąta tarcia wewnętrznego $\text{tg}\phi_0$, kohezja bezwymiarowa $c_0 = \frac{c}{h \cdot \gamma}$ oraz stosunek głębokości wykopu do całkowitej długości ścianki $h:H$ charakteryzujący geometrię ścianki.

3. Eksperyment numeryczny

Przeprowadzono eksperyment numeryczny, polegający na analizie stateczności ścianki dla około 1000 przypadków obliczeniowych.

Obliczenia wykonano za pomocą systemu MES Z_Soil.PC (dokładną charakterystykę można znaleźć w pracach [4, 5]) z zastosowaniem modelu sprężysto-plastycznego Coulomba–Mohra z warunkiem *cut-of* (bez nośności na rozciąganie). Przyjęto niestowarzyszone prawo płynięcia ($\psi = 0$). W celu uwzględnienia możliwości wystąpienia nieciągłości pola deformacji na styku grunt–ścianka wykorzystano elementy kontaktowe. Założono brak tarcia pomiędzy gruntem a ścianką. Współczynniki stateczności określono metodą proporcjonalnej redukcji parametrów wytrzymałościowych (redukcji $c - \phi$), omawianą wyczerpująco w pracy [1]. W analizie zastosowano technologię częściowego odprężenia, umożliwiającą efektywne i odpowiadające rzeczywistości przebiegowi modelowanie procesu wykonywania wykopu. Wszystkie obliczenia przeprowadzono przy założeniu płaskiego stanu odkształceń. Szczegółowy opis technologii częściowego odprężenia oraz zasad modelowania ścianek szczelnych można znaleźć w pracach [1, 2].

4. Analiza uzyskanych wyników oraz propozycja autorskiej metody obliczeniowej

Uzyskane wyniki przedstawiono na ryc. 2 w postaci izolinii zagłębienia ścianki $h:H$ w funkcji krytycznych parametrów gruntu, zdefiniowanych jako

$$\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}} = \frac{\operatorname{tg}\phi}{SF} \quad (1)$$

$$c_{0\text{kr}} = \frac{c_0}{SF} \quad (2)$$

gdzie SF jest współczynnikiem stateczności ścianki.

Ze względu na bliski liniowemu charakter zamieszczonych na ryc. 2 wyników zaproponowano dla nich aproksymację liniową jako najprostszą, a jednocześnie umożliwiającą dobry opis zaobserwowanych zjawisk. Przyjętą postać równania aproksymacyjnego przedstawia wzór (3)

$$\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}} = A \cdot c_{0\text{kr}} + B \quad (3)$$

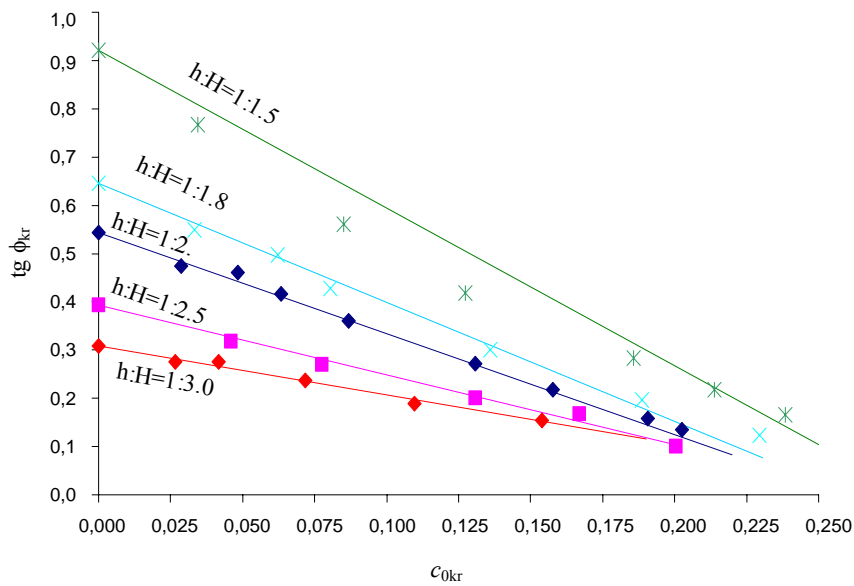
Parametr B ma interpretację fizyczną. Jest to wartość tangensa kąta tarcia wewnętrznego $\phi_{\text{kr}(c=0)} = \bar{\phi}$ niezbędna dla zapewnienia stateczności ścianki zagłębionej w gruncie niespoistym ($c = 0$, więc $c_0 = 0$) o założonym stosunku H/h . Parametr ten może być wyznaczony analitycznie z równania równowagi momentów parcia i odporu gruntu działających na ściankę.

Parcie i odpór w stanie granicznym można wyznaczyć zgodnie z teorią parcia granicznego Rankine'a, jak na ryc. 3. Równanie równowagi momentów przyjmuje następującą postać

$$\gamma H^3 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\bar{\phi}}{2} \right) = \gamma (H - h)^3 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\bar{\phi}}{2} \right) \quad (4)$$

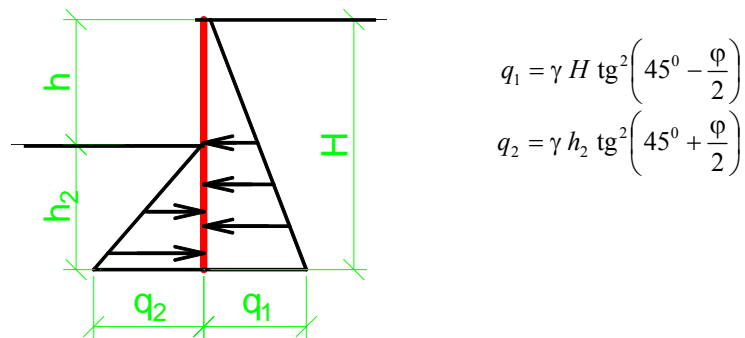
co po uproszczeniach daje zależność

$$\left(1 - \frac{h}{H}\right)^{3/2} = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi - \bar{\phi}}{4} - \frac{\bar{\phi}}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\bar{\phi}}{2}\right)} \quad (5)$$



Ryc. 2. Niezbędne zagłębienie ścianki w funkcji kohezji bezwymiarowej i tangensa kąta tarcia wewnętrznego (punkty – wyniki obliczeń, linie ciągłe – aproksymacja liniowa otrzymanych zależności)

Fig. 2. Necessary embedded depth of a wall as a function of dimensionless cohesion and friction angle (points – results of calculations, lines – linear approximation)



Ryc. 3. Parcie graniczne i odpór gruntu sypkiego według teorii Rankine'a
Fig. 3. Ultimate passive and active state for cohesionless soil according to Rankine's theory

Wprowadzając oznaczenie

$$\xi\left(\frac{h}{H}\right) = \left(1 - \frac{h}{H}\right)^{3/4} \quad (6)$$

oraz wykorzystując zależności trygonometryczne

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta} \quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \quad \operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}(\alpha) \quad (7)$$

można otrzymać

$$\xi\left(\frac{h}{H}\right) = \frac{1 - \operatorname{tg}\left(\frac{\bar{\phi}}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}\left(\frac{\bar{\phi}}{2}\right)} \quad (8)$$

co pozwala po kolejnych przekształceniach zapisać

$$B = \frac{1}{2\xi}(1 - \xi^2) \quad (9)$$

Parametr A nie ma interpretacji fizycznej. Można go wyznaczyć, posługując się metodą najmniejszej sumy kwadratów odchylek.

Dla zależności wartości parametru A od ξ , uzyskanej na drodze eksperymentu numerycznego, proponuje się liniową formułę aproksymacyjną w postaci

$$A = 7,5 * \xi - 6,55 \quad (10)$$

Przyjęta aproksymacja jest ograniczona do zakresu stosunku $h:H$ od 1:1,5 do 1:3,0, zakresu c_{0kr} od 0 do 0,25 oraz dla $\phi_{kr} > 8^{\circ}$.

Wstawiając (3) do (1) i (2), otrzymuje się

$$\frac{\operatorname{tg}\phi}{Ac_{0kr} + B} = \frac{c_0}{c_{0kr}} = SF \quad (11)$$

Układ równań (11) ma dwie niewiadome – SF i c_{0kr} . Eliminując z niego c_{0kr} , po przekształceniach uzyskuje się

$$SF = \frac{\operatorname{tg}\phi - Ac_0}{B} \quad (12)$$

co wraz z zależnościami (8), (9) i (10) pozwala obliczyć współczynnik stateczności SF przy znanych parametrach gruntu, głębokości wykopu h oraz długości ścianki H .

Różnice pomiędzy wartościami współczynnika stateczności SF uzyskanymi za pomocą proponowanej metody a otrzymanymi numerycznie nie przekraczają 10%.

Równanie (12) po wstawieniu do niego zależności (9) i (10) oraz przyjęciu $SF = 1$ można przekształcić do równania nieliniowego wiążącego ze sobą parametry krytyczne gruntu (dane związkami (1) i (2)) oraz parametr geometryczny ξ w postaci

$$\operatorname{tg}\phi_{kr} - (7,5\xi - 6,55)c_{0kr} - \frac{1}{2\xi}(1 - \xi^2) = 0 \quad (13)$$

Przekształcając powyższe równanie do równania kwadratowego względem ξ , otrzymuje się

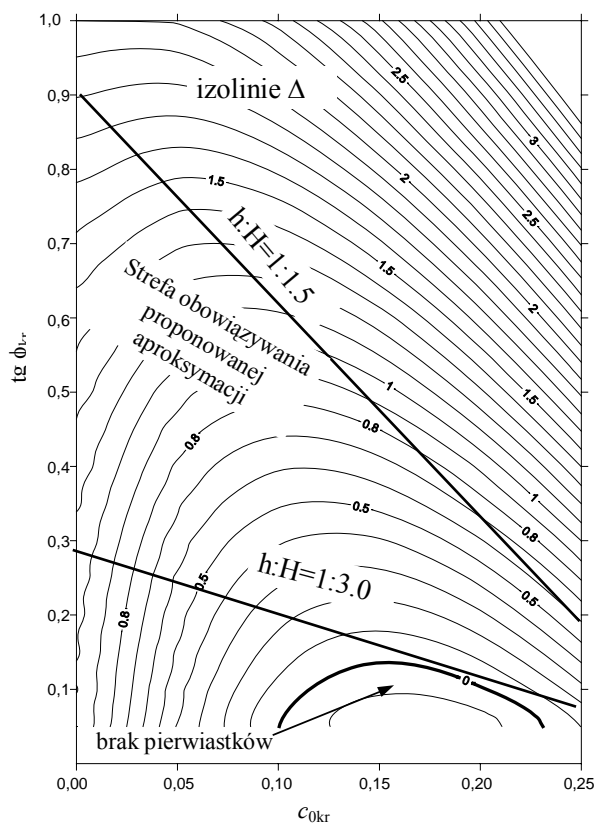
$$\left(\frac{1}{2} - 7,5c_{0kr}\right)\xi^2 + (\operatorname{tg}\phi_{kr} + 6,55c_{0kr})\xi - \frac{1}{2} = 0 \quad (14)$$

W szczególnym przypadku, gdy $c_{0kr} = 1/15$ równanie (14) redukuje się do równania liniowego

$$(\operatorname{tg}\phi_{kr} + 0,437)\xi - \frac{1}{2} = 0 \quad (15)$$

Wyróżnik Δ równania (14) ma postać

$$\Delta = (\operatorname{tg}\phi_{kr} + 6,55c_{0kr})^2 - 15c_{0kr} + 1 \quad (16)$$



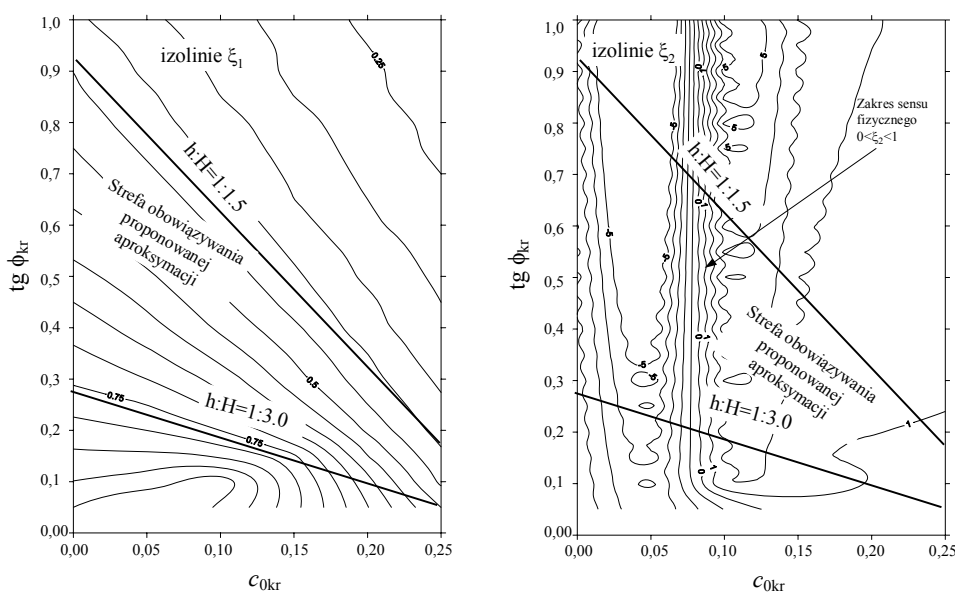
Ryc. 4. Wyróżnik Δ równania (14) w funkcji $\operatorname{tg}\phi_{kr}$ i c_{0kr}
Fig. 4. Δ of equation (14) as function of $\operatorname{tg}\phi_{kr}$ and c_{0kr}

W celu sprawdzenia, czy dla możliwego zakresu parametrów $\operatorname{tg}\phi_{kr}$ i c_{0kr} równanie (14) ma pierwiastki rzeczywiste, sporządzono mapę izolinii zamieszczoną na ryc. 4. Jej analiza pozwala przyjąć, że dla zakresu ważności proponowanej aproksymacji wyróżnik Δ jest większy od zera. Stąd równanie (14) ma dwa pierwiastki rzeczywiste dane następującymi wyrażeniami

$$\xi_1 = \frac{\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}} + 6,55c_{0\text{kr}} - \sqrt{(\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}} + 6,55c_{0\text{kr}})^2 - 15c_{0\text{kr}} + 1}}{15c_{0\text{kr}} - 1} \quad (17)$$

$$\xi_2 = \frac{\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}} + 6,55c_{0\text{kr}} + \sqrt{(\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}} + 6,55c_{0\text{kr}})^2 - 15c_{0\text{kr}} + 1}}{15c_{0\text{kr}} - 1} \quad (18)$$

W celu ustalenia, który z powyższych pierwiastków ma sens fizyczny sporządzono wykresy ich wartości w funkcji $\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}}$ i $c_{0\text{kr}}$ (ryc. 5).



Ryc. 5. Izolinie ξ_1 i ξ_2 w funkcji $\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}}$ i $c_{0\text{kr}}$
Fig. 5. Isolines of ξ_1 and ξ_2 as function of $\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}}$ and $c_{0\text{kr}}$

Analizując równanie odwrotne do równania (8)

$$\frac{h}{H} = 1 - \xi^{4/3} \quad (19)$$

można zauważyć, że w celu spełnienia ograniczenia

$$0 < \frac{h}{H} \leq 1 \quad (20)$$

musi być spełniona zależność

$$0 < \xi \leq 1 \quad (21)$$

Powyższe ograniczenia, w całym zakresie obowiązywania proponowanej aproksymacji, spełnia wyłącznie pierwiastek ξ_1 . Dlatego ξ_1 należy traktować jako rozwiązanie równania (14) mające sens fizyczny.

Z tego powodu finalne rozwiązanie problemu przyjmuje postać

$$\xi = \frac{\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}} + 6,55c_{0\text{kr}} - \sqrt{(\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}} + 6,55c_{0\text{kr}})^2 - 15c_{0\text{kr}} + 1}}{15c_{0\text{kr}} - 1} \quad \text{dla } c_{0\text{kr}} \neq 1/15 \quad (22)$$

$$\xi = \frac{1}{2(\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}} + 0,437)} \quad \text{dla } c_{0\text{kr}} = 1/15$$

Jak wykazała zaprezentowana uprzednio analiza, równanie (22) może być wykorzystywane do projektowania ścianek pracujących w prostych warunkach geotechnicznych, przy podanym we wcześniejszej części niniejszego rozdziału ograniczeniu wartości $c_{0\text{kr}}$, $\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}}$ i h/H . Umożliwia ono określenie wartości parametru geometrycznego ξ przy znanych $\operatorname{tg}\phi_{\text{kr}}$ i $c_{0\text{kr}}$, co po uwzględnieniu równania (19) pozwala określić potrzebne zagłębienie ścianki H/h .

5. Przykłady obliczeniowe ilustrujące zastosowanie proponowanej metody

5.1. Określenie współczynnika stateczności ścianki

Dla danych zapisanych poniżej wyznaczyć współczynnik stateczności ścianki SF .

$$h = 4 \text{ [m]}$$

$$H = 10,75 \text{ [m]}$$

$$c = 10 \text{ [kPa]}$$

$$\phi = 15 \text{ [}^\circ\text{]}$$

$$\gamma = 19 \text{ [kN/m}^3\text{]}$$

Przebieg obliczeń:

$$\text{– kohezja bezwymiarowa } c_0 = \frac{c}{h \cdot \gamma} = \frac{10 \text{ kPa}}{4 \text{ m} \cdot 19 \text{ kN/m}^3} = 0,132$$

$$\text{– tangens kąta tarcia wewnętrznego } \operatorname{tg}\phi = 0,268$$

$$\text{– } h/H = 0,372 \quad \xi\left(\frac{h}{H}\right) = \left(1 - \frac{h}{H}\right)^{\frac{3}{4}} = 0,705$$

$$\text{– } A = 7,5 * \xi - 6,55 = -1,262 \quad B = \frac{1}{2\xi}(1 - \xi^2) = 0,357$$

$$\text{– } SF = \frac{\operatorname{tg}\phi - Ac_0}{B} = 1,22$$

Analiza numeryczna przeprowadzona dla tych samych danych dała współczynnik stateczności 1,27 – bardzo bliski uzyskanemu za pomocą proponowanej metody.

5.2. Określenie niezbędnego zagłębienia przykładowej ścianki

Dla danych zapisanych poniżej wyznaczyć potrzebną długość ścianki H .

$$h = 4 \text{ [m]}$$

$$c = 10 \text{ [kPa]}$$

$$\phi = 15 \text{ [}^\circ\text{]}$$

$$\gamma = 19 \text{ [kN/m}^3\text{]}$$

wymagany współczynnik stateczności $SF = 1,20$

Przebieg obliczeń:

- kohezja bezwymiarowa $c_0 = \frac{c}{h \cdot \gamma} = \frac{10 \text{ kPa}}{4 \text{ m} \cdot 19 \text{ kN/m}^3} = 0,132$
- tangens kąta tarcia wewnętrznego $\text{tg}\phi = 0,268$
- parametry graniczne $c_{0kr} = \frac{c_0}{SF} = 0,110$ $\text{tg}\phi_{kr} = \frac{\text{tg}\phi}{SF} = 0,223$
- graniczna wartość $\xi = \frac{\text{tg}\phi_{kr} + 6,55c_{0kr} - \sqrt{(\text{tg}\phi_{kr} + 6,55c_{0kr})^2 - 15c_{0kr} + 1}}{15c_{0kr} - 1} = 0,697$ co
odpowiada $\frac{h}{H} = 1 - \xi^{4/3} = 1 : 2,62$, stąd otrzymujemy $H = 10,48 \text{ m}$

6. Analiza wrażliwości zagadnienia na błąd określenia danych wejściowych

Wzór (12) pozwala dokonać oceny wpływu dokładności określenia parametrów gruntu na uzyskiwany współczynnik stateczności. Wykorzystując zależność

$$\Delta SF = \frac{\partial SF}{\partial \text{tg}\phi} \Delta \text{tg}\phi + \frac{\partial SF}{\partial c_0} \Delta c_0 \quad (23)$$

oraz wzór (12), uzyskano

$$\Delta SF = \frac{1}{B} \Delta \text{tg}\phi - \frac{A}{B} \Delta c_0 \quad (24)$$

Zależność ta po obustronnym podzieleniu przez współczynnik stateczności SF wyrażony formułą (12) prowadzi do uzyskania wzoru na błąd względny wyznaczenia współczynnika stateczności w postaci

$$\frac{\Delta SF}{SF} = \frac{\Delta \text{tg}\phi - A \Delta c_0}{\text{tg}\phi - A c_0} \quad (25)$$

Ze względu na fakt, że błąd wyznaczania ciężaru objętościowego oraz głębokości wykopu jest nieznaczny w porównaniu z błędem wyznaczenia kohezji, można przyjąć

$$\Delta c_0 = \frac{\Delta c}{h \cdot \gamma} \quad (26)$$

Uwzględniając założenie o równości błędów względnych wyznaczenia kohezji i tangensa kąta tarcia wewnętrznego (co jest uproszczeniem – z reguły błąd wyznaczenia kohezji jest większy)

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta \text{tg}\phi}{\text{tg}\phi} \quad (27)$$

równanie (25) przyjmuje postać

$$\frac{\Delta SF}{SF} = \frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta \text{tg}\phi}{\text{tg}\phi} \quad (28)$$

Reasumując, błąd względny wyznaczenia współczynnika stateczności jest taki sam jak błąd względny wyznaczenia parametrów wytrzymałościowych gruntu, a ponadto nie zależy

on od wartości parametrów wytrzymałościowych gruntu oraz od stosunku $h:H$. Dlatego też można uznać, że powyższa analiza nie wykazała nadmiernej wrażliwości proponowanej metody obliczeniowej na zmiany parametrów wytrzymałościowych gruntu. Ponieważ omawiana metoda bazuje na wynikach obliczeń numerycznych, można przyjąć, że wniosek ten dotyczy również analiz numerycznych (w zakresie oceny stateczności).

W przypadku założenia, że błąd względny wyznaczenia tangensa kąta tarcia wewnętrznego jest mniejszy niż błąd wyznaczenia kohezji, wzór (25) daje wartości błędu wyznaczenia współczynnika stateczności w zakresie

$$\frac{\Delta \text{tg}\phi}{\text{tg}\phi} \leq \frac{\Delta SF}{SF} \leq \frac{\Delta c}{c} \quad (29)$$

Wartości skrajne podanego zakresu dotyczą przypadku gruntu niespoistego ($c = 0$, więc $\frac{\Delta SF}{SF} = \frac{\Delta \text{tg}\phi}{\text{tg}\phi}$) oraz idealnie spoistego ($\phi = 0$, więc $\frac{\Delta SF}{SF} = \frac{\Delta c}{c}$). Wartości pośrednie (dla $\phi > 0$ i $c > 0$) są zależne od parametru A , a tym samym od geometrii układu charakteryzowanej przez stosunek $h:H$.

Uzyskane wartości błędu względnego wyznaczenia współczynnika stateczności pozwalają przyjąć, że zagadnienie nie wykazuje nadmiernej wrażliwości na błąd wyznaczenia danych wejściowych.

7. Wnioski

Zaprezentowana metoda obliczeniowa nadaje się do oceny stateczności ścianek pracujących w prostych warunkach geotechnicznych, zwłaszcza do wstępnej szybkiej oceny niezbędnego ich zagłębienia. W procesie projektowania może być wykorzystana w celu zmniejszenia liczby potrzebnych obliczeń numerycznych poprzez wstępne oszacowanie potrzebnego zagłębienia ścianki.

Literatura

- [1] Grodecki M., *Modelowanie numeryczne ścianki szczelnej niekotwionej*, Materiały Pokonferencyjne XV Konferencji Naukowej „Metody numeryczne w projektowaniu i analizie konstrukcji hydrotechnicznych”, Zakład Podstaw Konstrukcji Inżynierskich, Politechnika Krakowska, Kraków 2003.
- [2] Grodecki M., Truty A., Urbański A., *Modelowanie numeryczne pracy ścian szczelnych i szczelinowych*, Górnictwo i Geoinżynieria, Kwartalnik Akademii Górniczo-Hutniczej z. 3–4, Rok 27 (2003).
- [3] Sanecki L., Truty A., Urbański A., *O możliwościach modelowania komputerowego stateczności złożonych układów geotechnicznych*, Materiały XLV Konferencji Nauk KILiW PAN Krynica '99, Wrocław 1999.
- [4] Truty A., Urbański A., Podleś K., *Analiza zagadnień geotechnicznych w systemie Z_SOIL*, Materiały Pokonferencyjne X Jubileuszowej Konferencji Naukowej „Metody numeryczne do projektowania i analizy konstrukcji hydrotechnicznych”, Samodzielny Zakład Podstaw Konstrukcji Budowli Wodnych, Politechnika Krakowska, Kraków 1998.
- [5] *Z_Soil.PC, Theoretical Manual*, ZACE Services Ltd., Lozanna 1998.