

ADAM KISIEL, KLAUDIA DOBOSZ*

OCENA DOKŁADNOŚCI FORMUŁ MATEMATYCZNYCH OPRACOWANYCH NA PODSTAWIE WYKRESÓW STANOWIĄCYCH WYNIKI EMPIRYCZNYCH BADAŃ WYPADÓW PRZEPROWADZONYCH PRZEZ USBR

EVALUATION OF ACCURACY OF THE MATHEMATICAL EQUATIONS BASED ON CURVES CARRIED OUT BY THE USBR AS A RESULT OF FIELD TESTS

Streszczenie

Wyznaczenie prawidłowych wymiarów wypadu budowli piętrzącej jest podstawowym warunkiem jego niezawodnego i efektywnego działania w procesie rozpraszania nadmiaru energii kinetycznej wody spływającej z górnego na dolne stanowisko budowli. Znaczący wpływ na przywrócenie naturalnej hydrodynamiki przepływu wody w korycie odpływowym poniżej budowli będzie miało takie ukształtowanie wypadu, które będzie ten proces przyspieszać. Doświadczalne badania współzależności pomiędzy wielkościami niezbędnymi do wyznaczenia parametrów odskoku hydraulicznego tworzącego się na pochylonym lub załamanym dnie wypadu budowli wodnej przeprowadzone zostały przez USBR (Bureau of Reclamation – 1958), a ich wyniki opublikowano w formie wykresów. Jednocześnie mając na celu ułatwienie prac przy projektowaniu wypadów, opracowano [3] analityczne formuły obliczeniowe, stanowiące wzory wspomnianych funkcji. W artykule poddano ocenie dokładność wyników uzyskiwanych z pomocą tych formuł.

Słowa kluczowe: rozpraszanie energii wody, odskok hydrauliczny

Abstract

Proper determination of main dimensions of the spillway apron is a basic condition for its reliable and efficient operation during dissipation of excess of kinetic energy (preventing erosion problems). The apron's bottom shaping has significant influence on natural restoring of hydrodynamics conditions of water flow in the open channel located below the dam. Spillway aprons with sloped or curving bottom are poorly described due to lack of the hydraulic basis that may account for advisable using. Laboratory research made by the USBR (Bureau of Reclamation – 1958) on these constructions have been published in the form of nomographs which are onerous for practical. Nevertheless the spillways with sloped or curving bottom are using exceptionally, for this constructions the improved equations have been carried out in order to simplify the design process. The numbers of examples have been calculated using the proposed equations and compared with nomographs published by the USBR in order to evaluate their precision.

Keywords: water energy dissipation, hydraulic jump

* Prof. dr hab. inż. Adam Kisiel, mgr inż. Klaudia Dobosz, Instytut Inżynierii Środowiska, Wydział Inżynierii i Ochrony Środowiska, Politechnika Częstochowska.

1. Wstęp

W literaturze fachowej problematyka związana z hydrodynamiką przepływu w korytach otwartych obejmuje m.in. zagadnienia związane z powstawaniem odskoku hydraulicznego na pochylonym i załamanym dnie koryta [1] i przynosi wiedzę zarówno na temat rozważań teoretycznych, jak i uzyskanych wyników badań eksperymentalnych [2].

W praktyce inżynierskiej wypadki o dnie pochylonym czy załamanym są jednak rzadko realizowane ze względu na ich mało efektywne hydrauliczne funkcjonowanie oraz z racji towarzyszących im znacznych nakładów finansowych, wynikających z potrzeby wykonania dużych zgłębień dna wypadu. O stosowaniu w praktyce wypadów o dnie pochylonym czy załamanym zdecydować może tylko pewnego rodzaju przymus jako skutek uwarunkowań terenowych. Mając jednak na uwadze możliwe, choć wyjątkowe przypadki uzasadniające potrzebę stosowania wypadów o dnie pochylonym czy załamanym, a także kierując się przesłankami poznawczymi, tego typu rozwiązania były przedmiotem zainteresowań naukowych wielu badaczy.

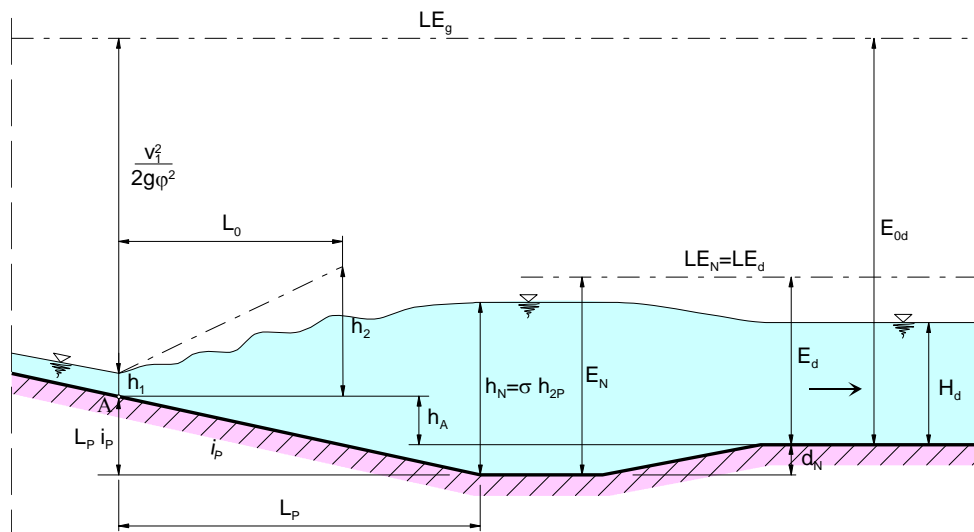
Korzystając z wyników eksperymentalnych badań przeprowadzonych przez Bureau of Reclamation (USBR) i przedstawionych w formie graficznej [2], opracowane zostały przez A.J. Kisiela i opublikowane w [3] formuły matematyczne, które umożliwiają obliczanie określonych bezwymiarowych wartości parametrów wielkości niezbędnych do wyznaczenia parametrów odskoku hydraulicznego tworzącego się na pochylonym lub załamanym dnie wypadu. Formuły te są wzorami funkcji prezentowanych na poszczególnych, wspomnianych wyżej wykresach.

Formuły, o których mowa, dotyczą:

- parametru $\psi_p = \frac{h_{2p}}{h_2} = f_1(i_p)$ zależnego od spadku podłużnego dna wypadu (i_p), a wyrażającego stosunek drugiej głębokości sprzężonej (h_{2p}) odskoku hydraulicznego powstającego na pochylonym dnie do drugiej głębokości sprzężonej (h_2) odskoku hydraulicznego powstającego na poziomym dnie, które położone jest na rzędnej przekroju początkowego obu rodzajów odskoków (ryc. 1),
- parametru $t_p = \frac{h_{2p}}{h_{1p}} = f_2(\sqrt{Fr_1}, i_p)$ wyrażającego stosunek drugiej (h_{2p}) do pierwszej (h_{1p}) głębokości sprzężonej odskoku hydraulicznego powstającego na dnie pochylonym, który zależy od wartości liczby Froude'a (Fr_1) wyznaczonej w początkowym przekroju odskoku oraz spadku dna wypadu (i_p),
- parametru $C_0 = f_3(i_p)$ występującego jako empiryczny współczynnik we wzorze Kindsvatera na obliczanie wartości ψ_p ,
- parametru $\psi_z = \frac{h_{2z}}{h_2} = f_4(i_p, l_n)$ zależnego od spadku dna wypadu (i_p) oraz bezwymiarowej wartości odcinka pochylonego dna załamanego wypadu $\left(l_n = \frac{L_n}{h_2} \right)$. Parametr ψ_z wyraża stosunek drugiej głębokości sprzężonej (h_{2z}) odskoku hydraulicznego powstającego na załamanym dnie do drugiej głębokości sprzężonej (h_2) odskoku hy-

draulicznego powstającego na poziomym dnie, położonym na rzędnej przekroju początkowego obu tych odskoków,

- parametru $\frac{L_p}{h_2} = f_5(i_p, \sqrt{Fr_1})$ wyrażającego stosunek długości (L_p) odskoku na pochyłym wypadzie do drugiej głębokości sprzężonej (h_2).



Ryc. 1. Schemat powstawania odskoku hydraulicznego na pochyłym dnie wypadu

Fig. 1. Scheme of the hydraulic jump formation on the inversely sloping bottom of a spillway apron

Poszczególne formuły zostały przez autorów niniejszego artykułu zweryfikowane w celu ostatecznego sprawdzenia stopnia ich dokładności w odniesieniu do wartości, które odczytywane są z odpowiednich wykresów [1]. Ma to na celu przekonanie kadry inżynierskiej, że schematy obliczeniowe przedstawione w książce A.J. Kisiela [3] są wiarygodne i pozwalają w prosty sposób wymiarować różne typy rozwiązań wypadów, w szczególności wypadu o dnie pochyłym i załamanym. Obliczenia sprawdzające, przeprowadzone dla wystarczającej liczby punktów kontrolnych, polegały na porównaniu wyników otrzymywanych za pomocą formuł A.J. Kisiela z wynikami odczytów z bazowych wykresów podanych w literaturze [1, 2].

Niżej, w trakcie omawiania rezultatów tych obliczeń, wzory A.J. Kisiela będą nazwane skrótowo formułami AK.

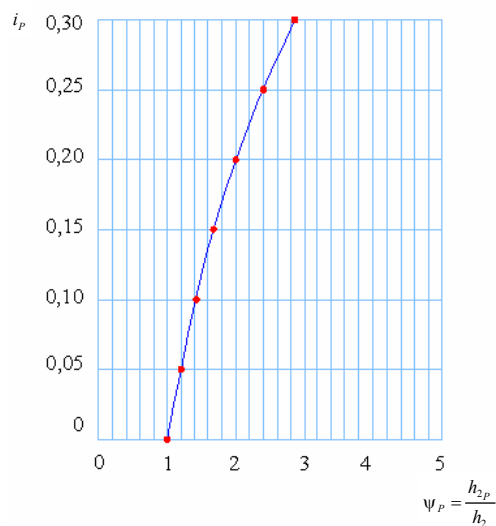
2. Wyznaczanie drugiej głębokości sprzężonej odskoku hydraulicznego powstającego na pochylonym dnie wypadu

2.1. Według wzoru USBR

Formuła AK ma tu następującą postać

$$\psi_p = \frac{h_{2p}}{h_2} = (38,8 - 20i_p)^{i_p} \quad (1)$$

Wyniki obliczeń dla różnych wartości pochylenia dna wypadu (i_p) uzyskane za pomocą wzoru (1) zostały naniesione na bazowy wykres (ryc. 1) podany przez USBR [2]. Widać wyraźnie, że wartości ψ_p (punkty) obliczone i odczytywane z wykresu są sobie równe.



Ryc. 2. Wykres do wyznaczania drugiej głębokości sprzężonej odskoku hydraulicznego na pochylonym wypadzie

Fig. 2. The chart to point out the final coupled depth of the hydraulic jump formed on the sloped apron

2.2. Według wzoru Kindsvatera

Wartość ψ_p można również obliczać wzorem Kindsvatera [1]

$$\psi_p = \frac{h_{2p}}{h_2} < \frac{1}{2t \cos \alpha} \left(\sqrt{\frac{8Fr_1 \cos^3 \alpha}{1 - 2C_0 i_p} + 1} - 1 \right) \quad (2)$$

gdzie:

- Fr_1 – liczba Froude'a wyznaczona w początkowym przekroju odskoku hydraulicznego,
 t – parametr wyrażający stosunek drugiej do pierwszej głębokości sprzężonej odskoku hydraulicznego powstającego na poziomym dnie wypadu

$$t = \frac{h_2}{h_1} = 0,5(\sqrt{1 + 8Fr_1} - 1) \quad (3)$$

przy czym

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{i_p^2 + 1}}$$

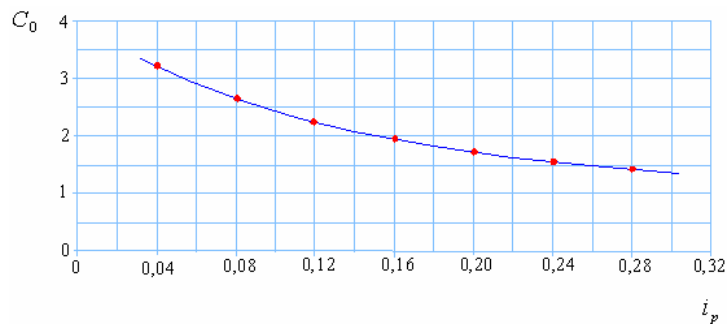
gdzie:

- α – kąt pochylenia dna wypadu do poziomu,
 C_0 – współczynnik empiryczny o wartościach zależnych od spadku (i_p); można go określić za pomocą wykresu (ryc. 3) podanego przez Kindsvatera.

Formuła AK dla współczynnika C_0 jest następująca

$$C_0 = \frac{1}{2,981(i_p + 0,213)^{1,516}} + 0,414 \quad (4)$$

Po naniesieniu rezultatów obliczeń podanym wyżej wzorem (punkty na ryc. 3) na wykres bazowy $C_0 = f_3(i_p)$ okazało się, że są one identyczne z wartościami wg Kindsvatera.



Ryc. 3. Wykres zależności współczynnika C_0 od i_p

Fig. 3. Relationship between coefficient C_0 and i_p

2.3. Według USBR

Wartość drugiej głębokości sprzężonej (h_{2p}) odskoku hydraulicznego powstającego na pochyłym dnie wypadu można wyznaczyć z zależności $t_p = \frac{h_{2p}}{h_1} = f_2(\sqrt{Fr_1}, i_p)$, która

przedstawiona została przez USBR w formie pęku prostych pokazanych na ryc. 4. Wielkość (t_p) wyraża następujący wzór

$$t_p = \frac{h_{2p}}{h_{1p}} = \psi_p t \quad (5)$$

dla

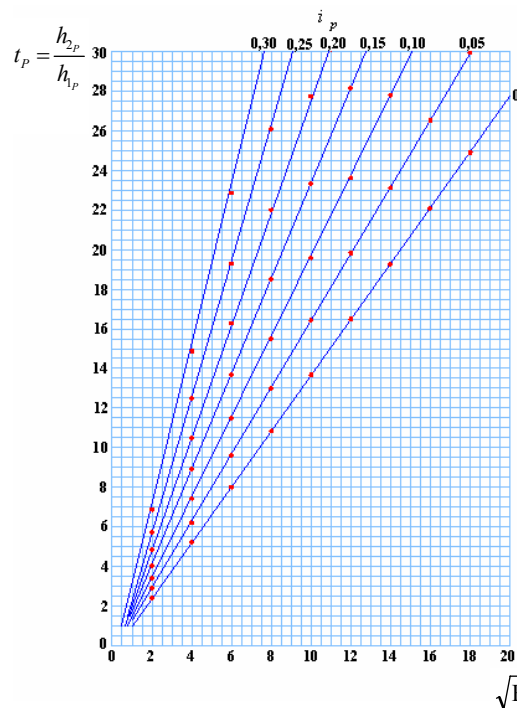
$$t = \frac{h_2}{h_1}$$

oraz

$$\psi_p = \frac{h_{2p}}{h_2}$$

przy

$$h_{1p} = h_1$$



Ryc. 4. Wykres do wyznaczania drugiej głębokości sprzężonej na pochylonym wypadzie, wykres zależności $t_p = \frac{h_{2p}}{h_{1p}} = f_2(\sqrt{Fr_1}, i_p)$

Fig. 4. The chart to point out the final coupled depth of the hydraulic jump formed on the sloped apron, relationship $t_p = \frac{h_{2p}}{h_{1p}} = f_2(\sqrt{Fr_1}, i_p)$

Po uwzględnieniu zależności (1) otrzymuje się

$$t_p = \frac{h_{2p}}{h_{1p}} = \frac{h_2}{h_1} (38,8 - 20i_p)^{i_p} \quad (6)$$

a ponieważ

$$t_p = \frac{h_2}{h_1} = 0,5 \left(\sqrt{1 + 8Fr_1} - 1 \right)$$

to ostatecznie formuła AK ma postać

$$t_p = \frac{h_{2p}}{h_{1p}} = 0,5 \left(\sqrt{1 + 8Fr_1} - 1 \right) (38,8 - 20i_p)^{i_p} \quad (7)$$

Obliczone dzięki niej wartości (t_p) (punkty) naniesiono na wykres bazowy przedstawiony na ryc. 4 w postaci punktów. Można stwierdzić, że wzór (7) pozwala określić właściwą proporcję głębokości sprzężonych odskoku hydraulicznego z dokładnością wystarczającą dla potrzeb praktyki inżynierskiej.

3. Wyznaczanie drugiej głębokości sprzężonej odskoku hydraulicznego na załamanym wypadzie

Stosunek drugiej głębokości sprzężonej (h_{2z}) odskoku hydraulicznego powstającego na załamanym dnie wypadu do drugiej głębokości sprzężonej (h_2) odskoku hydraulicznego powstającego na poziomym dnie, które położone jest na rzędnej przekroju początkowego obu rodzajów odskoków, przedstawia opracowany przez USBR i pokazany na ryc. 5 wykres funkcji dwóch parametrów $\psi_z = \frac{h_{2z}}{h_2} = f_4(i_p, l_n)$. Parametrami są tu spadek (i_p) pochylonej części wypadu oraz bezwymiarowa wielkość ($l_n = L_n / h_2$), gdzie L_n jest długością pochylonego odcinka złamanego wypadu.

Formuła AK rozgranicza dwa przedziały obliczeniowe. Dla wartości L_n spełniających warunek

$$l_n \geq \frac{0,9i_p + 0,64}{i_p + 0,05}$$

stosunek drugiej głębokości sprzężonych odskoków hydraulicznych ψ_z wyznaczany jest wzorem

$$\psi_z = \frac{h_{2z}}{h_2} = i_p(l_n - 0,9) + 0,91 \quad (8)$$

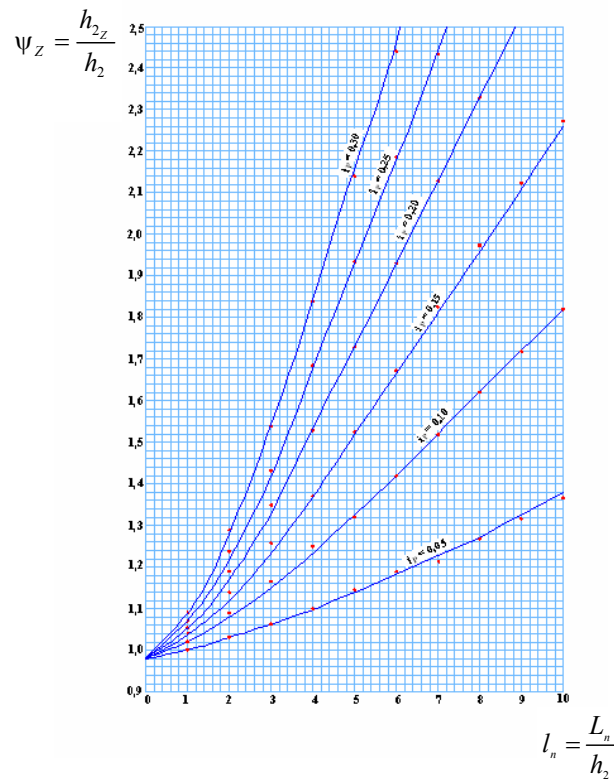
natomiast dla wartości l_n zawartych w granicach

$$0 \leq l_n < \frac{0,9i_p + 0,64}{i_p + 0,05}$$

występuje zależność

$$\psi_z = \frac{h_{2z}}{h_2} = C(Bl_n + 0,98) - (C - 1)[1,98(l_n + 1)^4 - 1] \quad (9)$$

gdzie h_{2z} to druga głębokość sprzężona odskoku hydraulicznego utworzonego na załamanym dnie wypadu, $A = 0,36i_p^{0,363} - 0,055$, $B = 0,48i_p^{0,71} - 0,02$, $C = 2,66i_p + 1,2$.



Ryc. 5. Wykres zależności długości pochylonego odcinka $\left(l_n = \frac{L_n}{h_2}\right)$

dna załamanego wypadu od $\psi_z = \frac{h_{2z}}{h_2}$

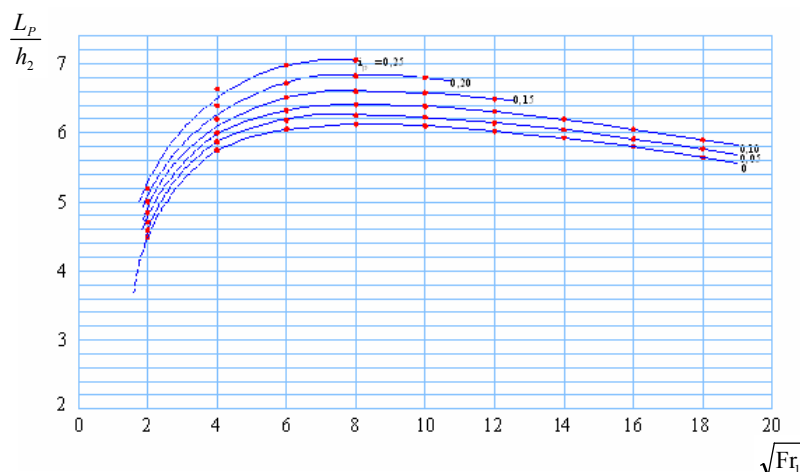
Fig. 5. Relationship between the length of the sloped $\left(l_n = \frac{L_n}{h_2}\right)$

part of the curving apron's bottom and $\psi_z = \frac{h_{2z}}{h_2}$

Jak pokazano na ryc. 5, dokładność wyników dokonanych za pomocą formuł (8) i (9) jest wystarczająca dla potrzeb projektowania wypadów.

4. Wyznaczanie długości odskoku hydraulicznego na poziomym i pochylonym wypadzie

Badania eksperymentalne przeprowadzone przez USBR objęły również zagadnienia związane z określeniem długości odskoku hydraulicznego w zależności od pochylenia dna wypadu, na którym ten odskok powstaje. Wyniki takich badań przedstawione zostały w formie wykresu (ryc. 6), pokazującego związek między stosunkiem $\frac{L_p}{h_2}$ (gdzie L_p jest długością odskoku na pochylonym wypadzie), pochyleniem dna wypadu (i_p) oraz liczbą Froude'a (Fr_1) obliczoną w początkowym przekroju odskoku hydraulicznego.



Ryc. 6. Wykres długości odskoku hydraulicznego tworzącego się na poziomym i pochylonym wypadzie odniesionej do drugiej głębokości sprężonej odskoku hydraulicznego

Fig. 6. Relationship between the length of the hydraulic jump formed on the horizontal and sloping apron and the final coupled depth of the hydraulic jump

Dla każdej wartości spadku dna wypadu zawartej w granicach $0,0 \leq i_p \leq 0,35$ formuła AK jest następująca

$$\frac{L_p}{h_2} = \frac{t - 0,84}{t} [7,025 - 0,026t(1 + 0,33t)][1,415(1 + i_p)]^{i_p} \quad (10)$$

gdzie $t = \frac{h_2}{h_1}$ to stosunek drugiej do pierwszej głębokości sprężonej odskoku hydraulicznego.

Przy poziomym dnie wypadu ($i_p = 0$) długość odskoku hydraulicznego (L_0) zostanie wyznaczona wzorem

$$\frac{L_0}{h_2} = \frac{t - 0,84}{t} [7,025 - 0,026t(1 + 0,33t)] \quad (11)$$

Na rycinie 6 pokazano, że istnieje duża zgodność wyników obliczeń wg zależności (10) (punkty na krzywych) z wartościami podanymi przez USBR.

5. Podsumowanie i wnioski końcowe

Jak już wspomniano na wstępie, wypady o pochylonym i załamanym dnie nie są powszechnie stosowane ze względu na ich mało efektywne hydrauliczne funkcjonowanie oraz nieuzasadnione nakłady ekonomiczne, wynikające z potrzeby wykonania dużych zagłębień dna wypadu. O wyborze tego rodzaju konstrukcji mogą zdecydować jednak warunki terenowe. Opublikowane w [3] formuły obliczeniowe, opracowane przez A.J. Kisiela dla przypadków, gdy zastosowanie pochylonego czy załamanego dna wypadu jest podyktowane wysokościowym ukształtowaniem terenu, pozwalają dokonywać znacznych uproszczeń rachunkowych w procedurach wymiarowania obiektu. Umożliwiają one szybkie i nieskomplikowane obliczanie wartości niezbędnych do wyznaczania parametrów odskoku hydraulicznego tworzącego się na pochylonym lub załamanym dnie wypadu.

Rezultaty obliczeń wspomnianymi formułami są zgodne z odczytami z bazowych wykresów utworzonych na podstawie określonych badań eksperymentalnych przeprowadzonych przez USBR. Formuły te, eliminując konieczność korzystania z owych wykresów bazowych, mogą być z powodzeniem stosowane w praktycznych obliczeniach projektowych i z pełną odpowiedzialnością są rekomendowane przez autorów niniejszego artykułu.

Literatura

- [1] Dąbkowski L., Skibiński J., Żbikowski A., *Hydrauliczne podstawy projektów wodno-melioracyjnych*, PWRiL, Warszawa 1982.
- [2] USBR (Bureau of Reclamation) US Dep. Of Interior Hydraulic design of stilling basins and bucked energy dissipaters, Denver, Colorado 1958.
- [3] Kisiel A., *Hydrauliczne podstawy wymiarowania typowych wypadów budowli hydrotechnicznych*, Wydawnictwa Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2005.