

ROBERT PŁOSKONKA, KRZYSZTOF KNAPIK*

**METODYKA, ALGORYTMY I BADANIA MODELOWE
WPŁYWU LOKALIZACJI ZBIORNIKOWYCH REZERW
WODY NA NIEZAWODNOŚĆ FUNKCJONOWANIA
SYSTEMÓW ZAOPATRZENIA W WODĘ**

**METHODOLOGY, ALGORITHMS AND MODEL
RESEARCH FOR THE INFLUENCE OF DISLOCATION
OF WATER TANKS ON RELIABILITY OF WATER
SUPPLY SYSTEMS**

Streszczenie

W niniejszym artykule przedstawiono metodę wraz z algorytmem postępowania służącą do wariantowej analizy i oceny rozmieszczeń rezerw zbiornikowych w systemie zaopatrzenia w wodę. Metoda ta może znaleźć zastosowanie w procesie przebudowy bądź rozbudowy SZW o dodatkowe zbiorniki wodociągowe, pozwalając na podniesienie niezawodności dostawy wody do odbiorców. Zastosowanie metody przedstawiono na przykładowym modelu SZW.

Słowa kluczowe: system zaopatrzenia w wodę, zbiornik wodociągowy, optymalizacja, niezawodność

Abstract

The study presents the method along with the processing algorithm, which can be used for variant analysis and evaluation of water tanks disposal operating in water supply system. The particular method is adequate to apply in the process of reconstruction of water supply system or its extension with new water tanks. As a result – it may increase the operational reliability of water supply. The example of calculation is included.

Keywords: water supply system, water tank, optimization, reliability

* Mgr inż. Robert Płoskonka, dr hab. inż. Krzysztof Knapik, prof. PK, Instytut Zaopatrzenia w Wodę i Ochrony Środowiska, Wydział Inżynierii Środowiska, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Podstawową funkcją systemu zaopatrzenia w wodę (SZW) jest zapewnienie ciągłej jej dostawy do odbiorców w wymaganej ilości i pod wymaganym ciśnieniem. Zadanie to nie zawsze jest możliwe do zrealizowania ze względu na nieuniknione występowanie awarii, które prowadzą do zaburzeń w dostawie wody. Awarie sieci, w zależności od lokalizacji i czasu trwania, mają zróżnicowany wpływ na komfort poboru wody przez odbiorców. Najbardziej dotkliwe są te, które dotyczą systemu magistralnego i samych źródeł wody (pom-pownie). Wystąpienie takich awarii trwających kilka bądź kilkanaście godzin może często prowadzić do całkowitego pozbawienia dostawy wody części odbiorców. Aby zminimalizować niekorzystne skutki niesprawności SZW, podejmuje się wiele zabiegów podnoszących niezawodność dostawy wody do użytkowników. Jednym z takich rozwiązań jest gromadzenie zapasu wody w zbiornikach wodociągowych. Zbiorniki pełnią ważne funkcje, spośród których najistotniejsze to buforowanie i wyrównywanie zmienności poboru wody, stabilizacja zmian ciśnienia na sieci oraz rezerwa wody na wypadek awarii lub pożaru. Wielkość zgromadzonej rezerwy awaryjnej ma znaczenie kluczowe, lecz nie mniej istotne jest odpowiednie jej rozmieszczenie i stopień dywersyfikacji. Przy odpowiednim rozlokowaniu rezerw awaryjnych można w znacznym stopniu zwiększyć niezawodność działania SZW przy zachowaniu tej samej sumarycznej objętości wody w systemie. Artykuł jest kontynuacją badań opisanych w [4, 6], dotyczących metody wspomagającej ocenę lokalizacji i wielkości rezerw awaryjnych w systemie dystrybucji wody. Poszerza on poruszoną poprzednio tematykę o systemy zasilane wielostrefowo, uwzględniając obecność przepompowni i zbiorników strefowych. W dalszej części artykułu przedstawiono rozwiązanie odnoszące się do wyznaczenia optymalnych objętości wody w zbiornikach oraz wy-niki wielowariantowej analizy niezawodnościowej działania przykładowego systemu zaopatrzenia w wodę.

Proponowana metoda może być zastosowana wyłącznie w powiązaniu z odpowiednim symulatorem pracy SZW, który pozwoli na jej implementację. Symulator taki, będący również dziełem autorów artykułu, został opracowany w Instytucie Zaopatrzenia w Wodę Politechniki Krakowskiej, gdzie jest z powodzeniem eksploatowany i ciągle rozwijany, stanowiąc alternatywę i uzupełnienie innych narzędzi modelowania systemów wodociągowych [3].

2. Podstawy teoretyczne zagadnienia

2.1. Metoda wyznaczania optymalnego rozmieszczenia rezerw wody w systemie.

Zarys koncepcji

Analiza niezawodności funkcjonowania systemu zaopatrzenia w wodę dotyczy w większości przypadków oceny, czy spełnione są wymagania odbiorców w zakresie dostawy odpowiedniej ilości wody i pod wymaganym ciśnieniem. Analiza ta związana jest nierozdzielnie z problematyką zapewnienia odpowiednich warunków funkcjonowania systemu w stanie awaryjnym, tak by skutki potencjalnej niesprawności miały jak najmniejszy zasięg i konsekwencje. Podejmowane działania prewencyjne najczęściej dotyczą zapewnienia odpowiednich rezerw wydajności źródeł, przepustowości przewodów lub też gromadzenia wymaganej ilości rezerw wody w systemie. Często chwilowe zwiększenie ilości pobieranej

wody ze źródeł zasilania jest niemożliwe ze względu na uwarunkowania techniczne oraz może być niewystarczające w momencie awarii przewodu tranzytowego z ujęcia. Podjęcie kroków zmierzających w kierunku zdublowania rurociągów przesyłowych może pociągnąć za sobą poważne niedogodności związane ze zwiększeniem kosztów inwestycji oraz możliwością pogorszenia parametrów fizykochemicznych transportowanej wody z powodu zbyt małych prędkości przepływu. Alternatywą może być zwiększenie i dywersyfikacja rezerw wody gromadzonej w zbiornikach w taki sposób, by znajdowały się one jak najbliżej odbiorców. Skutkiem takiego działania powinny być korzystniejsze warunki do jej konsumpcji.

Literatura opisująca metodykę doboru objętości zbiorników jest obszerna i w znacznym stopniu wyczerpująca. Okazuje się jednak, że obok warunku objętości równie istotny lub nawet ważniejszy jest warunek lokalizacji zbiorników w obrębie systemu wodociągowego. Lokalizacja tych obiektów jest uwarunkowana wieloma czynnikami, z których najistotniejsze to kryteria topograficzne mające bezpośredni wpływ na koszty inwestycji oraz stopień oddziaływania zbiorników na SZW. Drugim niezależnym czynnikiem jest przestrzenne rozmieszczenie odbiorców i związane z nimi zapotrzebowanie na wodę. Problem doboru odpowiedniej lokalizacji zbiorników aktualnie pozostaje rozpoznany w niewielkim stopniu. Przeprowadzone przez autorów serie badań symulacyjnych wykazały istnienie związku między odległością położenia zbiorników od odbiorców a stopniem niezawodności dostawy wody. W celu znalezienia optymalnego rozmieszczenia rezerw awaryjnych zaproponowano kompleksową metodę, na którą składa się kilka etapów postępowania mających na celu wyłonienie i weryfikację wariantowych rozwiązań dyslokacji objętości wody w systemie.

Podstawą opisywanej metody jest działanie polegające na znalezieniu najmniejszej odległości między geometrycznymi środkami ciężkości: punktów poboru wody przez odbiorców i lokalizacji zbiorników.

Wyznaczenie środka ciężkości zbiorników można przeprowadzić na podstawie wzoru na średnią ważoną, gdzie wagą jest objętość zbiorników

$$X_Z = \frac{\sum_{i=1}^{N_z} (V_{zi} \cdot X_{zi})}{\sum_{i=1}^{N_z} V_{zi}} \quad Y_Z = \frac{\sum_{i=1}^{N_z} (V_{zi} \cdot Y_{zi})}{\sum_{i=1}^{N_z} V_{zi}} \quad (1)$$

gdzie:

- X_Z, Y_Z – środek ciężkości układu zbiorników,
- X_{zi}, Y_{zi} – współrzędne lokalizacji i -tego zbiornika,
- V_{zi} – objętość i -tego zbiornika,
- N_z – liczba zbiorników.

Analogicznie przedstawia się wzór na środek ciężkości punktów poboru wody, gdzie wagą jest średnie dobowe zapotrzebowanie

$$X_Q = \frac{\sum_{i=1}^{N_w} (Q_{wi} \cdot X_{wi})}{\sum_{i=1}^{N_w} Q_{wi}} \quad Y_Q = \frac{\sum_{i=1}^{N_w} (Q_{wi} \cdot Y_{wi})}{\sum_{i=1}^{N_w} Q_{wi}} \quad (2)$$

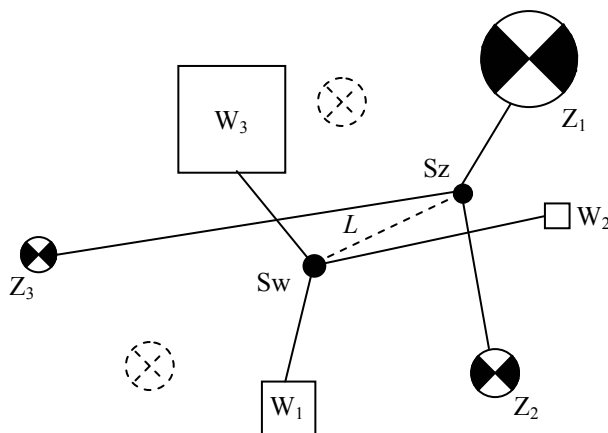
gdzie:

- X_Q, Y_Q – środek ciężkości punktów poboru wody,
 X_{wi}, Y_{wi} – współrzędne lokalizacji i -tego węzła sieci,
 Q_{wi} – średnie dobowe zapotrzebowanie na wodę w i -tym węźle sieci,
 N_w – liczba węzłów sieci.

Za pomocą dobrze znanego wzoru (3) na odległość między dwoma punktami w układzie kartezjańskim można wyznaczyć dystans między dwoma wyżej wspomnianymi środkami ciężkości

$$L = \sqrt{(X_Z - X_Q)^2 + (Y_Z - Y_Q)^2} \quad (3)$$

Środek ciężkości zapotrzebowania jest punktem stałym i niepodlegającym przemieszczaniu. Jedynymi zmiennymi we wzorze (3) są objętości zbiorników. Odpowiednia manipulacja tymi zmiennymi pozwala zminimalizować dystans między obydwoma środkami ciężkości



Ryc. 1. Schemat poszukiwania minimalnej odległości między środkami ciężkości zbiorników i zapotrzebowania na wodę: $Z_{1..3}$ – zbiorniki, $W_{1..3}$ – węzły poboru wody, Sz – środek ciężkości układu zbiorników, Sw – środek ciężkości układu węzłów, L – odległość między Sz i Sw .

Okręgami przerywanymi zaznaczono dodatkowe, potencjalne lokalizacje zbiorników

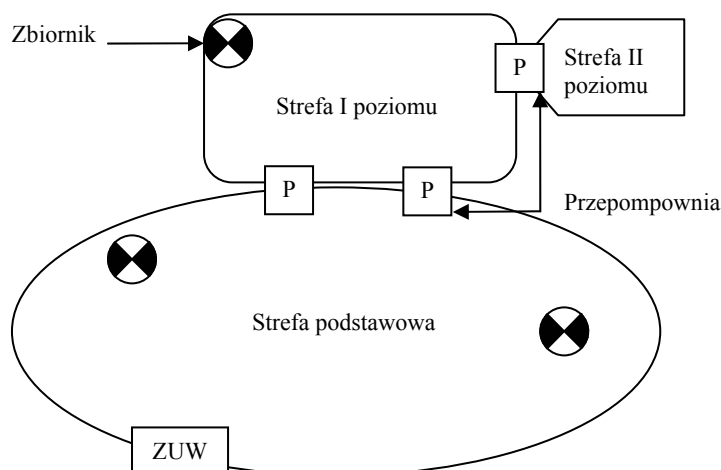
Fig. 1. Search of minimal distance between centre of tanks and demands – diagram: $Z_{1..3}$ – tanks, $W_{1..3}$ – nodes with water demand, Sz – center of tanks, Sw – center of demands, L – distance between Sz and Sw . A broken line stands for additional locations of tanks

W efekcie minimalizacji równania (3) pojawia się układ objętości zbiornikowych, który należy poddać weryfikacji niezawodnościowej za pomocą serii symulacji uwzględniających stany awaryjne systemu. Szczegółowo procedura weryfikacji zostanie przedstawiona w rozdziale 3 artykułu.

W każdym systemie istnieje pewna, ograniczona warunkami topograficznymi, liczba możliwych lokalizacji zbiorników spełniających wymienione kryteria. Dodatkowym ograniczeniem potencjalnych lokalizacji mogą być aspekty formalno-prawne i własnościowe, które jednak nie mieszczą się w ramach niniejszego artykułu. W przypadku budowy nowego systemu praktycznie najistotniejszym ograniczeniem są warunki terenowe. Podczas rozbudowy i modernizacji SZW pojawiają się dodatkowe czynniki limitujące, które wynikają ze struktury istniejącego układu magistralnego, a związane są np. z ograniczeniami przepustowości przewodów i objętości zbiorników oraz koniecznością uwzględnienia rezerw rozmieszczonych w istniejących zbiornikach. Z wyjątkiem tych różnic procedura poszukiwania minimalnej odległości między środkami ciężkości zapotrzebowania i zbiorników przebiega tak samo dla systemów nowoprojektowanych, jak i dla istniejących [6]. Interpretację graficzną metody przedstawiono na ryc. 1.

2.2. Strefy zasilania a środek ciężkości zapotrzebowania na wodę

Metoda poszukiwania optymalnego rozmieszczenia rezerw zbiornikowych w kształcie, w jakim została przedstawiona w poprzednim punkcie stanowi ogólny zarys podejścia do poruszanej tematyki i można ją uznać za właściwą dla systemów jednostrefowych. Uszczegóławiając metodę, należy uwzględnić sytuację, gdy system dystrybucji wody ma więcej stref zasilania. Poprzez strefę zasilania, w kontekście tego artykułu, rozumie się zasięg bezpośredniego oddziaływania źródeł wody. Granicami takiej strefy w sposób naturalny są końcówki wodociągu, zamknięte zasowy oraz przepompownie, które z racji swojej funkcji tworzą granice między sąsiadującymi strefami zasilania. Przykładowy układ z trzema strefami zasilania zamieszczono na ryc. 2.



Ryc. 2. Przykład podziału SZW na strefy zasilania

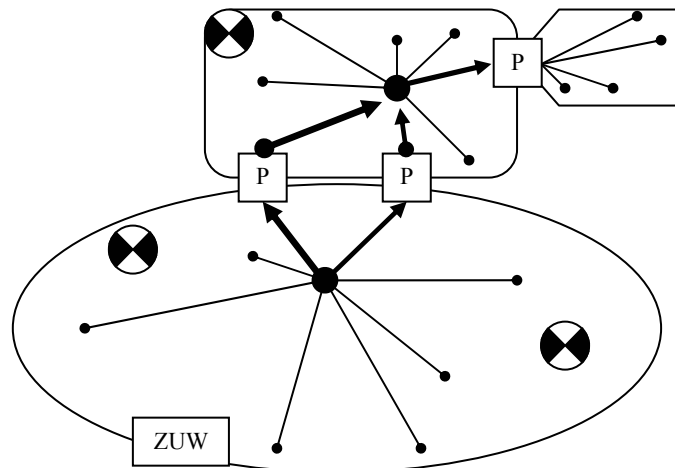
Fig. 2. Example of supply zones diversification

Do docelowych obliczeń niezbędne jest zdefiniowanie wzajemnych relacji sposobu zasilania między poszczególnymi strefami. Hierarchia stref związana jest z kolejnością, w jakiej woda trafia do poszczególnych obszarów. Tak zwana strefa podstawowa zasilana jest bezpośrednio z ZUW, natomiast strefy pozostałe zwykle są zasilane ze strefy podstawowej lub też system ma charakter kaskadowy, w którym każda kolejna strefa zasilana jest ze strefy niższej.

Wyznaczenie środków ciężkości zapotrzebowania w wielostrefowym SZW składa się z kilku etapów, a potrzeba ich realizacji wynika z ewentualnej konieczności doboru objętości zbiorników z różnych stref zasilania. Postępowanie wg wzorca przytoczonego w poprzednim punkcie należy rozpocząć od stref będących najwyżej w hierarchii i systematycznie powtarzać obliczenia dla stref coraz niższych.

Jeśli wyznaczony jest środek ciężkości zapotrzebowania dla strefy, z której woda pobierana jest do strefy wyższej, wtedy należy dokonać agregacji całego zapotrzebowania z wyższej strefy i umieścić je w miejscu będącym hydraulicznie czynnym połączeniem między strefami, czyli w węźle, w którym zlokalizowana jest przepompownia. Operacja ta pozwala zapewnić właściwą lokalizację obciążenia poborem wody dla strefy wyższej. Jest to zwykle istotnie większy pobór punktowy przesuwający ciężar zapotrzebowania bliżej przepompowni.

Gdy system zbudowany jest tak, że woda ze strefy niższej trafia do strefy wyższej za pomocą dwóch lub więcej przepompowni, wtedy do prawidłowego obciążenia węzłów, w których zlokalizowana jest przepompownia, niezbędne są wyniki symulacyjne analizowanego modelu. Na ich podstawie można określić wielkość zasilania strefy z każdej z przepompowni. Znając sumaryczne zapotrzebowanie w strefie wysokiej, należy proporcjonalnie obciążyć węzły każdej z przepompowni. Schemat zamieszczony na ryc. 3 przedstawia graficzną interpretację wyznaczania środka zapotrzebowania dla każdej ze stref zasilania.



Ryc. 3. Wyznaczenie środka ciężkości zapotrzebowania na wodę w strefie zasilania z uwzględnieniem zapotrzebowania w strefach wyższego poziomu

Fig. 3. Calculation of demand centre in supply zone including demand from upper level supply zone

2.3. Podstawy matematyczne i algorytm poszukiwania minimalnej odległości między środkami ciężkości zapotrzebowania i zbiorników

Poszukiwanie optymalnego rozmieszczenia rezerw zbiornikowych opiera się na minimalizacji odległości między dwoma środkami ciężkości w płaskim układzie kartezjańskim. Jeden ze środków ciężkości jest punktem o ustalonym położeniu, którego nie sposób modyfikować – jest to środek ciężkości zapotrzebowania na wodę dla każdej ze stref. Możliwe i dopuszczalne modyfikacje dotyczą objętości wody gromadzonej w istniejących bądź przewidywanych zbiornikach wodociągowych. Modyfikacja ta wpływa na położenie środka ciężkości zbiorników. Zmiany te mogą być dokonywane w pewnym przyjętym zakresie między objętością minimalną a maksymalną. Dodatkowym ograniczeniem wynikającym z przyjęcia pewnego poziomu wielkości rezerw awaryjnych jest stała suma objętości wody we wszystkich zbiornikach strefy, narzucona na początku zadania. Wielkość ta zazwyczaj waha się w przedziale $0,4-1,0 Q_{dmax}$.

Szukanie minimum funkcji $L(V)$ sprowadza się do zadania optymalizacyjnego polegającego na znalezieniu minimum funkcji nieliniowej

$$L(V) = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n V_{zi} \cdot X_{zi}}{\sum_{i=1}^n V_{zi}} - X_Q \right)^2 + \left(\frac{\sum_{i=1}^n V_{zi} \cdot Y_{zi}}{\sum_{i=1}^n V_{zi}} - Y_Q \right)^2} \rightarrow \min. \quad (4)$$

przy następujących ograniczeniach w postaci serii nierówności i jednego równania

$$\begin{cases} V_{zi} \geq 0 \\ V_{zi \min} \leq V_{zi} \leq V_{zi \max} \\ \sum V_{zi} = SV = \text{const} \end{cases} \quad (5)$$

Metody optymalizacyjne funkcji nieliniowych bez ograniczeń są szeroko opisane w literaturze. Różnią się one skutecznością wyszukiwania optymalnego rozwiązania, stopniem złożoności numerycznej oraz stosowanym aparatem matematycznym. Wśród najpopularniejszych można wymienić dwie grupy metod: metody bezgradientowe (prostej Hooke'a-Jeevesa, złotego podziału, Powella) oraz metody gradientowe (ekspansji i kontrakcji geometrycznej, aproksymacji parabolicznej, największego spadku, gradientów sprzężonych) [1, 8].

Metody gradientowe wykazują szybszą zbieżność do rozwiązania, lecz wymagają jawnej znajomości pochodnych cząstkowych, które nie zawsze istnieją w otoczeniu badanego punktu lub ich wyznaczenie bywa kłopotliwe. Tej wady nie mają metody bezgradientowe [8]. Pomimo mniejszej zbieżności do rozwiązania w utworzonym narzędziu analizy funkcjonowania systemu wodociągowego zdecydowano się na implementację algorytmu bezgradientowej metody Powella poszukiwania minimum funkcji wielu zmiennych. Liczba zmiennych w zadaniu w skrajnym przypadku może sięgnąć kilkanastu, więc nie jest to problem, który bezwzględnie wymaga szybkobieżnej metody obliczeniowej.

Sama metoda Powella jest dobrze opisana w literaturze i nie zostanie tu szerzej omówiona. Przytoczony zostanie jedynie w ramowym skrócie kierunek jej działania.

W metodzie dokonuje się minimalizacji funkcji F w przestrzeni R^N w odpowiednio skonstruowanych kierunkach $d^{(1)} \dots d^{(N)}$, które tworzą bazę tej przestrzeni. Po dokonaniu minimalizacji przeprowadza się modyfikację bazy, tworząc nowy sprzężony kierunek $d^{(N+1)}$, taki że

$$d^{(N+1)} = \frac{x^{(N)} - x^{(0)}}{\|x^{(1)} - x^{(0)}\|} \quad (6)$$

gdzie przykładowo

$$\|x^{(N)} - x^{(0)}\| = \max_{1 \leq i \leq N} |x_i^{(N)} - x_i^{(0)}| \quad (7)$$

oraz tworząc nowy punkt startowy $x^{(0)} = x^{(0)} + \tau_{N+1} d^{(N+1)}$ powstający w rezultacie minimalizacji funkcji $F(x^{(0)} + \tau d^{(N+1)})$ wzdłuż kierunku $d^{(N+1)}$. Operacje wymiany kierunków i minimalizacji powtarza się w pętli iteracyjnej do momentu osiągnięcia założonej dokładności ε [1].

Niestety, wszystkie wyżej wymienione metody poszukiwania minimum łącznie z metodą Powella dotyczą zadań bez ograniczeń zakresu ważności zmiennych. Ich obecność pociąga za sobą konieczność wprowadzenia pewnych modyfikacji funkcji celu, tak by uwzględniała ona również te ograniczenia. Modyfikacja ta znana jest pod pojęciem funkcji kary. Metody funkcji kary do rozwiązywania zadań optymalizacji nieliniowej z ograniczeniami są proste koncepcyjnie i stosunkowo łatwe do zaprogramowania. Polegają one na zastąpieniu zadania z ograniczeniami ciągiem zadań bez ograniczeń. Ich rozwiązania tworzą ciąg, który powinien zbiegać do rozwiązania zadania pierwotnego. Można tu wyróżnić metody funkcji kary: zewnętrznej, wewnętrznej oraz ruchomej [1, 8].

Do rozwiązania zadania minimalizacji odległości między środkami ciężkości dokonano implementacji algorytmu metody zewnętrznej funkcji kary. Podstawowe założenia oraz sam algorytm przedstawiono poniżej.

Przy zdefiniowanym zadaniu z ograniczeniami równościowymi i nierównościowymi w postaci

$$\begin{aligned} L(V) \rightarrow \min. \\ \begin{cases} -V_{zi} \leq 0 \\ V_{zi \min} - V_{zi} \leq 0 \\ V_{zi} - V_{zi \max} \leq 0 \\ \sum V_{zi} - SV = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

definiuje się funkcję kary $\alpha(V)$ za naruszenie ograniczeń ważności zmiennych

$$\begin{aligned} \alpha(V) = & \left(\sum V_{zi} - SV \right)^2 + \sum \left\{ \max[0, -V_{zi}] \right\}^2 + \\ & \sum \left\{ \max[0, V_{zi \min} - V_{zi}] \right\}^2 + \sum \left\{ \max[0, V_{zi} - V_{zi \max}] \right\}^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Ostateczna forma zadania pomocniczego w tym przypadku przyjmuje postać

$$L(V) + \mu \cdot \alpha(V) \rightarrow \min.$$

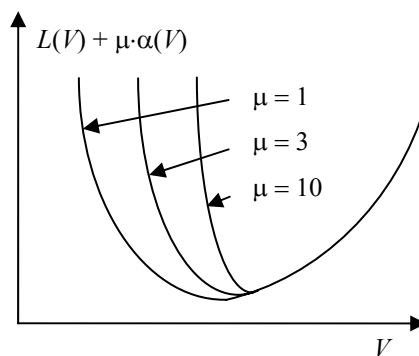
(10)

gdzie μ jest odpowiednio dużą liczbą, zwiększaną w każdym kroku iteracyjnym, tak by funkcja kary działała z coraz większą siłą przy zbliżaniu się do granicy dopuszczalnego przedziału ważności zmiennych.

Do rozwiązania zadania pomocniczego można użyć dowolnej metody rozwiązywania zadań optymalizacyjnych bez ograniczeń. Tu posłużono się metodą Powella.

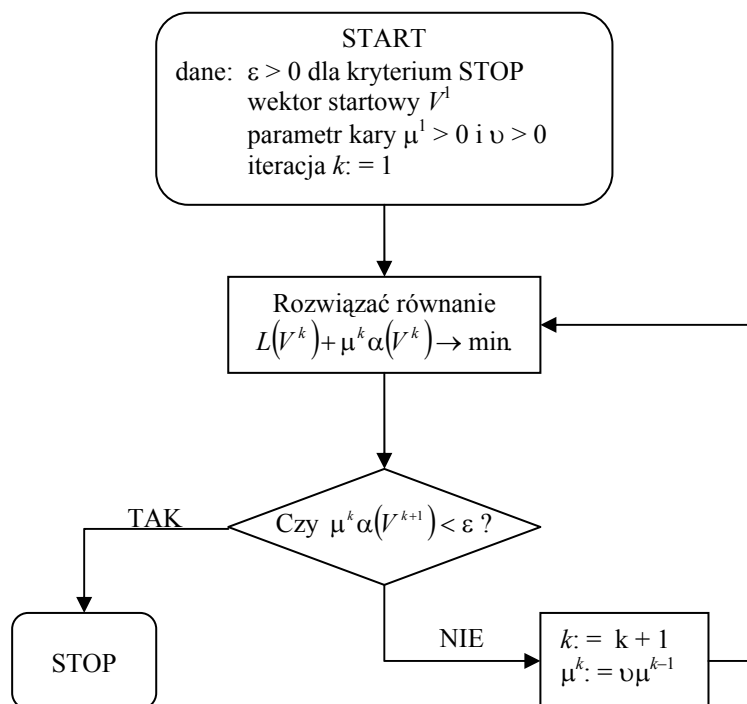
Zaletą metody zewnętrznej funkcji kary jest jej prostota, natomiast wadą jest stopniowe pogarszanie się wskaźnika uwarunkowania zadań rozwiązywanych w kolejnych iteracjach, przy rosnącym współczynniku kary [8].

Sam algorytm metody można przedstawić za pomocą poniższego schematu blokowego.



Ryc. 4. Zadanie pomocnicze z zewnętrzną funkcją kary

Fig. 4. Auxiliary problem with external penalty function



Ryc. 5. Algorytm metody zewnętrznej funkcji kary

Fig. 5. External penalty method – algorithm

2.4. Metoda ukierunkowanej selekcji – ranking przewodów istotnych

Wykreowany wariant rozmieszczenia pojemności zbiornikowych powinien być gruntownie przebadany pod kątem niezawodności działania, a uzyskane wyniki porównane z wynikami dla stanu istniejącego. W tym miejscu pojawia się problem istotnej złożoności badań niezawodnościowych, które z pewnych przyczyn powinny być ograniczone do najistotniejszych obiektów systemu.

Sieci wodociągowe z racji występowania znacznej liczby elementów charakteryzują się bardzo złożoną strukturą niezawodnościową. Wykorzystywane metody oceny niezawodności takich systemów można podzielić na metody dekompozycyjne, minimalnych przekrojów niesprawności, metody macierzowe, grafowe i inne. Spośród nich najczęściej stosowane to dekompozycja zupełna, prosta i złożona. W przypadku rozległych sieci rozgałęziowo-pierścieniowych, a takimi są w większości miejskie sieci wodociągowe, stosowanie metod dekompozycyjnych do oceny ich niezawodności jest bardzo utrudnione, a często wręcz niemożliwe. Jedną z najdokładniejszych metod wyznaczania wskaźnika niezawodności jest metoda dekompozycji zupełnej (przeгляdu zupełnego), która wymaga przeanalizowania wszystkich stanów, w jakich może znaleźć się układ. Z racji dużej złożoności systemów wodociągowych dla większych układów praktycznie nie można jej stosować. Wykonywanie obliczeń dla wszystkich możliwych stanów systemu ze względów praktycznych jest zbędne, gdyż przeważająca ich część w sposób znikomy wpływa na wynik końcowy. Taka sytuacja zmusza do wyodrębnienia pewnej grupy szczególnie istotnych odcinków, których sprawność wpływa w zauważalny sposób na funkcjonowanie systemu [10].

Aby ograniczyć liczbę przypadków eksploatacyjnych poddawanych analizie, w IZWiOŚ została opracowana Metoda Ukierunkowanej Selekcji stanów systemu (MUS) [10]. Polega ona na wyborze do dalszych badań tylko tych stanów, które mają najbardziej niekorzystny wpływ na funkcjonowanie całego układu. Określenie, które odcinki stanowią czułe miejsca sieci odbywa się poprzez stworzenie ich rankingu według kryterium będącego iloczynem średniej wielkości przepływu w założonym czasie trwania awarii, wskaźnika intensywności uszkodzeń oraz długości przewodu. Ranking utworzony na podstawie tego to kryterium jest hierarchicznym szeregiem odcinków, których uszkodzenie może spowodować pogorszenie warunków poboru wody, zaczynając od odcinka, którego awaria pociąga za sobą największe skutki [9, 10]. W większości przypadków w okresie niesprawności określonego odcinka jego funkcje są przejmowane w różnym stopniu przez inne elementy w sposób automatyczny. Analizując wyniki obliczeń symulacyjnych dla wybranego stanu awaryjnego, określa się, które odcinki i w jakim stopniu przejęły funkcję przewodu uszkodzonego. Po ich uszeregowaniu typuje się jako kolejne warianty obliczeniowe odpowiadające kombinacjom dwóch lub więcej przewodów uszkodzonych. Przedstawiony sposób typowania kolejności, w jakiej powinny być wykonywane obliczenia wynika z zasady wyszukiwania tych stanów SZW, w których pojawiają się najbardziej niekorzystne skutki niesprawności. Kombinacja awarii uszkodzonego odcinka z innymi, które w mniejszym stopniu przejęły jego funkcję powinna powodować odpowiednio łagodniejsze skutki. Zasada ta dotyczy kombinacji uszkodzeń zarówno dwóch, jak i większej liczby elementów [10].

Wiadomo, że natężenie przepływu w odcinkach jest zmienne w czasie i zależy od aktualnych warunków dostawy i poboru wody w systemie [3]. Można przyjąć, że najbardziej niekorzystnym okresem wystąpienia awarii jest czas przypadający na największe natężenie przepływu. Na podstawie dobowych wyników symulacji pracy SZW dla wszystkich odcin-

ków sieci można wskazać najbardziej niekorzystne przedziały czasowe wystąpienia niesprawności przy założonym stałym okresie ich trwania [3, 9, 10]. Typowanie przedziałów czasowych polega na wybraniu z całego okresu symulacji przedziału równemu założonemu okresowi niesprawności, w którym wielkość przepływu jest największa. W przypadku stanów odpowiadających kombinacji większej liczby uszkodzeń przyjmuje się, iż są to uszkodzenia równoczesne, o tym samym czasie trwania oraz że wystąpiły w momencie, który został ustalony jako najbardziej niekorzystny dla odcinka najwcześniej typowanego [9].

3. Kolejność działań w kreacji i ocenie wariantów modernizacyjnych

Model sieci, który jest poddawany analizie niezawodnościowej musi zostać odpowiednio przygotowany do tej operacji, a poszczególne etapy analizy powinny stanowić spójny i konsekwentny ciąg przekształceń, prowadzący do wykreowania wiążącej oceny wariantu.

Model sieci powinien być wykalibrowany tak, by odpowiadał rzeczywistym warunkom funkcjonowania SZW. Taki układ można potraktować jako wariant podstawowy, na bazie którego będą tworzone i do którego będą porównywane warianty pochodne. Każdy kolejny wariant powinien odpowiadać innej konfiguracji objętości zbiorników i uwzględniać ewentualną zmianę sposobu zasilania samego zbiornika. Wybór odpowiedniej dywersyfikacji rezerw zbiornikowych odbywa się na drodze minimalizacji funkcji $L(V)$ przy różnych (uwzględniających też skrajne) granicach objętości minimalnych i maksymalnych dla każdego ze zbiorników. Zakres tych modyfikacji jest różny dla każdego z SZW i uwarunkowany wieloma ograniczeniami, które nie będą szerzej omawiane w ramach tej pracy.

W kolejnym etapie należy zdefiniować czynniki ograniczające zakres prowadzonych symulacji systemu w stanie niesprawności. Są to: założony czas trwania awarii, wielkość listy rankingowej odcinków najbardziej obciążonych, które w trakcie symulacji zostaną uszkodzone oraz liczba równoczesnych awarii. Wartości te powinny być niezmiennie i obowiązujące dla każdego z wariantów obliczeniowych, by można było w późniejszym etapie przeprowadzić wiążącą analizę porównawczą.

Kolejnym krokiem po wyznaczeniu nowego, proponowanego rozmieszczenia rezerw zbiornikowych jest przeprowadzenie symulacji i kalibracji systemu sprawnego. Kalibracja ta w głównej mierze powinna sprowadzać się do korekty rzędnej dna zbiorników projektowanych i ustalenia harmonogramu pracy pompowni zapewniającego bilansowanie dobowego cyklu pracy zbiorników.

Aby móc wstępnie wyeliminować warianty niekorzystne, należy przeprowadzić serie symulacji awaryjnych, w których dla różnych czasów trwania awarii następuje całkowity zanik zasilania ze strony źródeł pierwotnych. Wyniki tych symulacji pozwalają ocenić skuteczność dywersyfikacji rezerw zbiornikowych w stanach skrajnych.

Po wstępnej selekcji wariantów kolejny krok dotyczy utworzenia listy rankingowej przewodów, których awaria w sposób najistotniejszy wpływa na poprawność funkcjonowania SZW. Lista rankingowa tworzona jest z zastosowaniem MUS. Na jej bazie analizowany wariant podlega dalszej weryfikacji przez wykonanie serii symulacji, w których wybrane odcinki wprowadzane są w okresowy stan niesprawności. Jeśli badania uwzględniają równoczesne uszkodzenia większej liczby przewodów, wtedy – znając wyniki symulacji awaryjnej dla układu z mniejszą liczbą uszkodzeń – tworzy się nową listę rankingową uwzględniającą odcinki, które przejęły rolę przewodu uszkodzonego i wykonuje się serię symulacji wielu równoczesnych uszkodzeń.

Proces wyboru odcinków najistotniejszych i cykl symulacji awaryjnych należy powtarzać dla każdego z wcześniej zdefiniowanych wariantów rozmieszczenia rezerw zbiornikowych.

Wyniki symulacji stanowią źródło danych do oceny skutków wystąpienia awarii i stopnia jej łagodzenia wynikającego z różnego rozmieszczenia rezerw wody w zbiornikach. Każdy z wariantów jest przebadany za pomocą jednakowej liczby symulacji awaryjnych, których wyniki pozwalają określić wartości średnie i skrajne mierników funkcjonowania systemu podczas awarii. Ocena każdego z wariantów dokonywana jest za pomocą dwóch mierników poprawności funkcjonowania SZW. Są to: Wskaźnik Warunków Poboru Wody oraz wielkość niedoboru. Wskaźniki te stanowią wymierną podstawę do oceny porównawczej każdego z wariantów i wytypowania najbardziej korzystnego.

4. Mierniki skuteczności dostawy wody

Dla wymiernego określenia stopnia negatywnych skutków niesprawności posłużono się dwoma miernikami. Jeden z nich pozwala określić stopień niesprawności systemu w procentach wymaganej sprawności, drugi natomiast szacuje wolumetryczną wartość niedoboru wody.

Wskaźnik Warunków Poboru Wody jest szerzej opisany w [3, 4]. Opisuje on stosunek rzeczywistego poboru wody do deklarowanego zapotrzebowania stosownie do relacji

$$\text{WWPW} = \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I Qp_{ki}}{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I Qz_{ki}} \quad (11)$$

gdzie:

- Qp_{ki} – rzeczywisty pobór wody w k -tym kroku czasowym,
- Qz_{ki} – zapotrzebowanie na wodę w k -tym kroku czasowym,
- $i = 1 \dots I$ – kolejny numer węzła,
- $k = 1 \dots K$ – kolejny krok czasowy w okresie symulacji.

W elektronicznym modelu SZW założono węzłową orientację rozbiórów, tzn. rozbiory wody rozłożone w rzeczywistości wzdłuż rurociągów są agregowane w węzłach sieci. Przyjmuje się, iż cząstkowe pobory wody przez odbiorców znajdujących się w bezpośrednim sąsiedztwie węzła traktowane są jako pobór skupiony z danego węzła.

Każdy z odbiorców przyporządkowany do danego węzła ma określone wymagania nie tylko co do ilości dostarczanej wody, ale również co do wartości ciśnienia, pod jakim jest ona dostarczana. W przypadku gdy ciśnienie nie osiąga wymaganej wartości, skutkiem może być ograniczenie w wielkości poboru wody. Dają się tutaj rozróżnić dwa pojęcia – nominalnego zapotrzebowania na wodę w węźle oraz rzeczywistego poboru związanego z chwilową wartością ciśnienia. Zakłada się, że dostarczenie wody pod ciśnieniem niższym od wymaganego będzie powodować zmniejszenie realnych poborów wody przez odbiorców o określonych wymaganiach co do ciśnienia, a w konsekwencji zmniejszenie wartości

całego poboru w węźle. Jeżeli obliczone wartości rzeczywistego poboru odniesiemy do wielkości zapotrzebowania w węźle, otrzymamy wspomniany powyżej wskaźnik (11) [4].

Tak zdefiniowany wskaźnik stanowi wymierną ocenę spełnienia ilościowego kryterium dostawy wody. Sposób jego wyliczenia opisano w [3]. Poprzez porównanie wartości wyliczonych dla poszczególnych węzłów możliwa jest ocena stopnia dopasowania wartości rzeczywistego poboru wody do wielkości wymaganej przez odbiorców. Wartość $WWPW < 1$ mówi o skali niedoboru ciśnienia i związanego z nim ograniczenia poboru wody. Uśredniona wartość $WWPW$ dla całego SZW określa procentowy udział odbiorców, dla których wymagania techniczne dostawy wody zostały w pełni zaspokojone, pozwalając w sposób wymierny ocenić skutek awarii systemu w każdym z analizowanych przypadków symulacyjnych [5, 6].

Drugi zastosowany miernik określa wolumetryczną wielkość niedoboru wody w systemie mierzoną jako różnicę między wielkością zapotrzebowania a poborem. Jest to miernik równoważny $WWPW$, lecz wyrażający skutek niesprawności systemu w objętości wody niepobranej. Całkowity niedobór liczony jest jako suma niedoborów cząstkowych dla każdego węzła sieci i w każdym kroku czasowym

$$N = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I Q_{z_{ki}} - Q_{p_{ki}} \quad (12)$$

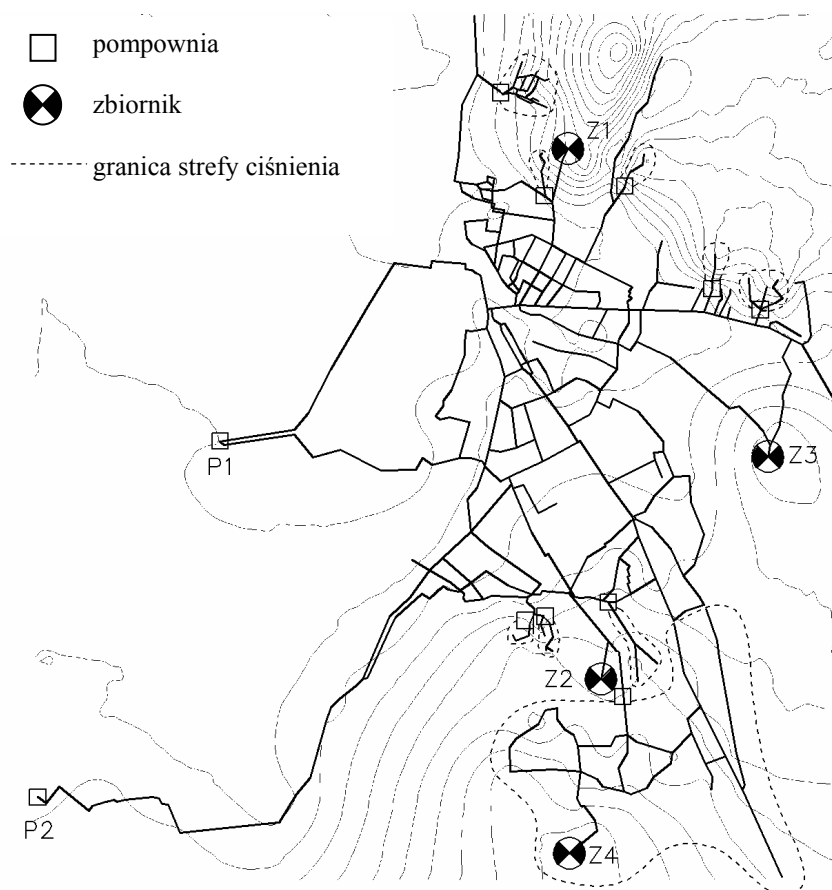
5. Aplikacja metody na przykładzie wybranego SZW

W celu zilustrowania opisywanej metody optymalizacji rozmieszczenia rezerw zbiornikowych i jego wpływu na funkcjonowanie całego SZW rozpatrzono przykład hipotetycznego systemu dystrybucji wody przedstawionego na ryc. 6. System ten zasilany jest z dwóch źródeł o porównywalnej wydajności. W układzie funkcjonuje zbiornik strefy podstawowej Z1 i zbiornik strefy wysokiego ciśnienia Z4. Przewiduje się możliwość rozbudowy SZW o zbiorniki Z2 i/lub Z3 w narzuconych lokalizacjach. System stref ciśnienia składa się ze strefy podstawowej, szeregu małych stref hydroforowych i jednej dużej strefy wysokiego ciśnienia z wewnętrznym zbiornikiem. Zasięg stref wysokiego ciśnienia oznaczono linią przerywaną. Dane charakteryzujące przykładowy SZW przedstawiono w tablicy 1.

Tablica 1

Dane charakteryzujące przykładowy SZW

Pobór wody w dobie o średnim zapotrzebowaniu	20 676 m ³ /d
Pobór wody w dobie o maksymalnym zapotrzebowaniu	29 826 m ³ /d
Przyjęta sumaryczna pojemność wszystkich zbiorników strefy podst.	10 000 m ³
Pojemność zbiornika nr 1	2200 m ³
Pojemność zbiornika nr 4	2500 m ³
Wydajność pompowni nr 1 (dla Q_{dst})	12 390 m ³ /d
Wydajność pompowni nr 2 (dla Q_{dst})	8170 m ³ /d
Średnia wartość ciśnienia (dla Q_{dst})	48,5 m



Ryc. 6. Przykładowa sieć wodociągowa ze strefowym systemem zasilania

Fig. 6. Sample water distribution network with supply zones

Opisany w ten sposób przykładowy system należy potraktować jako istniejący, który wymaga modernizacji. Założono również, że w ramach wariantów modernizacyjnych można dokonywać dowolnych zmian pojemności zbiorników i niewielkich przesunięć wysokościowych dla zbiorników projektowanych. Celem modernizacji jest znalezienie takiego rozkładu pojemności, który spowoduje największe podniesienie poziomu niezawodności dostawy wody do odbiorców. Dla każdego badanego wariantu rozmieszczenia rezerw zbiornikowych zostały przeprowadzone obliczenia mające na celu:

- wyznaczenie parametrów pracy systemu w normalnych warunkach eksploatacyjnych przy zapewnionych warunkach poboru wody na poziomie 100% WWPW,
- określenie wymiernego stopnia negatywnych skutków dla odbiorców przy równoczesnym zaniku zasilania z obu źródeł,
- utworzenie rankingu odcinków, których awaria może spowodować pogorszenie warunków dostawy wody. Ograniczono się do obliczeń uwzględniających uszkodzenie jednego odcinka,

- określenie wymiernego stopnia negatywnych skutków awarii dla 20 pierwszych odcinków z listy rankingowej.

Wyniki tych obliczeń dają wymierną podstawę oceny każdego z wariantów i wytypowania wariantu najbardziej korzystnego pod względem niezawodności dostawy wody.

Wymienione obliczenia zostały wykonane za pomocą aplikacji Vlokator stworzonej przez autorów artykułu. Aplikacja jest ciągle rozwijanym symulatorem badań wpływu awarii na funkcjonowanie SZW i aktualnie zakresem swojej funkcjonalności pokrywa temat niniejszego opracowania.

Obliczenia obejmują analizę sześciu wariantów rozmieszczenia rezerw zbiornikowych oraz wariantu istniejącego. Badania obejmują serie symulacji systemu sprawnego, całkowitego zaniku zasilania z pompowni oraz wystąpienia awarii na jednym z 20 odcinków. Każdy z przypadków awaryjnych przeliczono dla trzech różnych czasów trwania niesprawności, odpowiednio: 8, 16 i 24 h. W efekcie minimalizacji odległości między środkami ciężkości zbiorników i zapotrzebowania wariantu 6 został sprowadzony do wariantu nr 2. Całkowita liczba wykonanych symulacji wyniosła 378.

Dyslokacji rezerw zbiornikowych dokonano przy założeniu utrzymania w strefie podstawowej rezerwy objętości na poziomie 10 000 m³, co w przybliżeniu odpowiada rezerwie wody na okres połowy doby średniej przy całkowitym braku dostawy z pompowni. Gromadzenie większej ilości wody w tym systemie jest niewskazane, gdyż może powodować problem wynikający ze zbyt małego stopnia wymiany wody w zbiornikach.

T a b l i c a 2

Wariantowe zestawienie pojemności zbiorników

Wariant	Maksymalna pojemność założona			Pojemność wyliczona		
	Z1	Z2	Z3	Z1	Z2	Z3
0	2200	–	–	2200	–	–
1	10 000	–	–	10 000	–	–
2	10 000	10 000	–	5565	4435	–
3	2200	7800	–	2200	7800	–
4	2200	10 000	10 000	2200	3820	3980
5	2200	–	7800	2200	–	7800
6	10 000	10 000	10 000	5565	4435	0

Wariant 0 dotyczy stanu istniejącego, natomiast warianty od 1 do 6 opisują alternatywne rozwiązania rozmieszczenia wody w zbiornikach. Z powodu wzrostu rezerwy wody w systemie w wariantach 1–6 uległ modyfikacji harmonogram pracy pompowni, tak by zapewnić wymianę wody w zbiornikach i dla sprawnego SZW napęlić je pod koniec symulacji do poziomu startowego. Modyfikacja harmonogramu była identyczna dla wszystkich wariantów modernizacyjnych i dotyczyła wyłącznie przesunięcia czasu pompowania na godziny nocne.

Każdy z wariantów poddano serii symulacji awaryjnych uwzględniających 8-, 16- i 24-godzinny czas trwania niesprawności obydwu pompowni. Wyniki obliczeń dla tych stanów systemu pozwalają wstępnie szacować, który z proponowanych wariantów jest najkorzystniejszy. W rezultacie tych symulacji uzyskano wiele wskaźników, z których

zestawienie całodobowego niedoboru wody przedstawiono w tabl. 3, natomiast wartość średnią WWPW przedstawiono w tabl. 4 i na ryc. 7.

Tablica 3

Niedobór wody w systemie przy całkowitym zaniku zasilania z pompowni

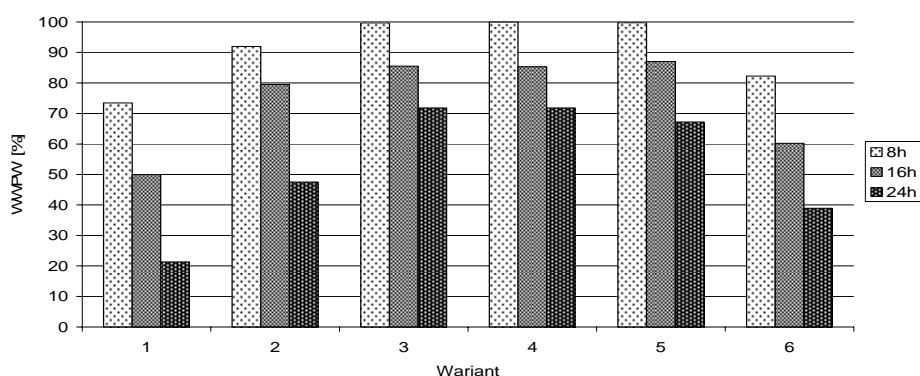
Seria	0	1	2	3	4	5
N_8 [m ³]	5545	1300	36	7	35	2988
N_{16} [m ³]	11 274	3192	1948	2115	2124	8296
N_{24} [m ³]	16 142	9775	4938	4906	6366	12 834

Tablica 4

Wskaźnik WWPW średni przy całkowitym zaniku zasilania z pompowni

Seria	0	1	2	3	4	5
WWPW ₈ [%]	73,45	91,98	99,71	99,95	99,74	82,25
WWPW ₁₆ [%]	49,95	79,52	85,53	85,31	87,05	60,21
WWPW ₂₄ [%]	21,33	47,54	71,81	71,83	67,19	38,92

Wartość WWPWśr dla 8-, 16- i 24-godzinnego braku zasilania z obu pompowni



Ryc. 7. WWPWśr przy braku zasilania z pompowni w czasie 8, 16 i 24 h

Fig. 7. WWPWśr indicator during malfunction of pumping stations in 8, 16 and 24 h period

Analiza zmienności WWPW w każdym z wariantów i przy różnych czasach trwania awarii pozwala wysunąć wniosek, że każde zwiększenie rezerwy wody do 10 000 m³ przynosi oczekiwany skutek w postaci poprawy warunków poboru wody. Spośród wariantów 1–5 najkorzystniejsze rozmieszczenia rezerw zbiornikowych proponowane są w wariantach 2, 3 i 4. Głębsza analiza wyników każe odrzucić wariant 4 z powodu dużych trudności z uzyskaniem prawidłowej wymiany wody w zbiorniku Z3. Symulacje sprawnego SZW pozwoliły uzyskać dobową wymianę wody w tym zbiorniku na poziomie około 5% jego pojemności przy 30–50% wymianie w zbiornikach pozostałych. Poprawa warunków wymiany wody w zbiorniku Z3 jest możliwa pod warunkiem istotnej przebudowy fragmentu

sieci, tak by zwiększyć przepustowość przewodu zasilającego zbiornik. Ze względu na przyjęte ramy artykułu nie brano pod uwagę możliwości istotnych modyfikacji tras i średnic przewodów, czego skutkiem jest eliminacja wariantu nr 4. Dalsza analiza porównawcza wariantów 2 i 3 na podstawie awarii istotnych odcinków sieci pozwala wskazać wariant nr 2 jako najkorzystniejszy. Uzyskiwane wielkości niedoboru dla tego wariantu w większości przypadków awaryjnych były mniejsze od analogicznych przypadków dla wariantu 3. Wybór tego wariantu potwierdza również tezę słuszności poszukiwania optymalnego rozmieszczenia rezerw awaryjnych tak, by ich środek ciężkości był jak najbliżej środka ciężkości zapotrzebowania na wodę. Ze względu na ograniczenia wynikające z formuły artykułu nie jest możliwe przytoczenie szczegółowych wyników symulacji wszystkich przypadków awaryjnych. Ograniczono się wyłącznie do prezentacji wyników dla stanów całkowitego braku zasilania.

Zestawione wartości WWPW i niedoboru niosą wiele informacji, z których najistotniejsze to:

- zmiana rozkładu pojemności zbiorników przy praktycznie tej samej sumarycznej objętości rezerw w sposób istotny zmienia warunki funkcjonowania systemu,
- rozmieszczenie rezerw zbiornikowych w taki sposób, że środek ciężkości układu zbiorników w analizowanej strefie jest blisko środka ciężkości zapotrzebowania, może w znaczący sposób podnieść niezawodność dostawy wody w warunkach awaryjnych,
- korzyści płynące ze zmian w rozmieszczeniu pojemności zbiorników w systemie są bardziej widoczne w miarę wzrostu czasu trwania awarii.

Przedstawione wyniki i przeprowadzone rozważania wskazują, że stosunkowo prosty algorytm poszukiwania najkorzystniejszego rozmieszczenia pojemności zbiorników w stosunku do przestrzennego rozkładu poborów wody umożliwia uzyskanie wskazań bardziej efektywnych lokalizacji, które za pomocą odpowiednich symulatorów mogą zostać podane dodatkowym badaniom i ocenom. Wyniki obliczeń przy 8-, 16- i 24-godzinnej awarii pojedynczego odcinka pozwalają przypuszczać, że właściwe rozmieszczenie rezerw awaryjnych w sposób istotny może podnieść niezawodność dostawy wody do odbiorców.

Kolejnym krokiem podjętym przez autorów jest wzbogacenie algorytmu o stronę ekonomiczną uwzględniającą koszty budowy bądź przebudowy poszczególnych zbiorników oraz zmiany średnic niektórych odcinków. Taka poszerzona analiza optymalizacyjno-ekonomiczna pozwala w innym świetle spojrzeć na zagadnienie bezpieczeństwa dostawy wody.

6. Wnioski

Zapewnienie odpowiedniej niezawodności dostawy wody do odbiorców wymaga podjęcia wielu działań prewencyjnych, wśród których istotną rolę odgrywa optymalne rozmieszczenie zbiornikowych rezerw awaryjnych. Jak wykazano w niniejszym artykule, ich prawidłowa lokalizacja może w istotny sposób podnieść niezawodność pracy systemu. Zaproponowana metoda jest na tyle elastyczna, że może zostać zastosowana praktycznie dla każdego systemu wodociągowego z uwzględnieniem jego specyfiki topograficznej oraz istniejącej struktury przesyłowej. Każdy zaproponowany wariant powinien być zbadany za pomocą odpowiednich symulatorów umożliwiających ocenę wymiernych skutków modernizacji. Z kolei ta ocena pozwala przeprowadzić konstruktywną analizę porównawczą wskazanych wariantów. Algorytm poszukiwania efektywnego rozmieszczenia rezerw

zbiornikowych może zostać wzbogacony o rachunek ekonomiczny oraz dodatkowe elementy, takie jak wpływ rozkładu wydajności ujęć na warunki funkcjonowania sieci. Niniejszy artykuł porusza zaledwie część zagadnień związanych z optymalizacją dyslokacji rezerw zbiornikowych, sygnalizując równocześnie konieczność rozwinięcia zagadnienia, dlatego należy go traktować jako zapowiedź dalszych badań.

Literatura

- [1] Baron B., *Algorytmy numeryczne w Delphi*, Helion 2006.
- [2] Głód K., *Niezawodność sieciowych zbiorników wodociągowych*, praca doktorska, Kraków 2000.
- [3] Knapik K., *Dynamiczne modele w badaniach sieci wodociągowych*, Monografia 279, Politechnika Krakowska, Kraków 2000.
- [4] Knapik K., Wierzbicki R., Płoskonka R., *Zastosowanie technik komputerowych w analizie funkcjonowania istniejących i projektowanych systemów zaopatrzenia w wodę*, materiały II Ogólnopolskiej Konferencji Naukowo-Technicznej, Szczyrk, 5–6 czerwca 2003.
- [5] Knapik K., *Lokalizacja zbiornikowych rezerw awaryjnych w systemie dystrybucji wody*, Czasopismo Techniczne z. 7-Ś/2003, Politechnika Krakowska, Kraków.
- [6] Knapik K., Płoskonka R., *Wpływ rozmieszczenia zbiornikowych rezerw awaryjnych na niezawodność systemu dystrybucji wody*, materiały XVIII Krajowej, VI Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej nt. „Zaopatrzenie w wodę, jakość i ochrona wód”, t. II, Poznań, wrzesień 2004.
- [7] Lipski W., *Kombinatoryka dla programistów*, Wyd. Naukowo-Techniczne, Warszawa 1989.
- [8] Stachurski A., Wierzbicki A., *Podstawy optymalizacji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2001.
- [9] Wierzbicki R., *Program BANIEZ. Opis i instrukcja użytkowania programu do badania niezawodności działania sieci wodociągowych*, maszynopis, Politechnika Krakowska, Kraków 1995.
- [10] Wierzbicki R., *Metoda wyznaczania niezawodności dostawy wody dla użytkowników sieci wodociągowych*, rozprawa doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 1996.