

PAWEŁ ROMANOWICZ, ANDRZEJ P. ZIELIŃSKI*

**ANALIZA ELEMENTÓW MASZYN
PODDANYCH OBCIĄŻENIOM CYKLICZNYM
W WARUNKACH KONTAKTU**

**ANALYSIS OF MACHINE ELEMENTS UNDER CYCLIC
LOADS IN CONTACT CONDITIONS**

Streszczenie

W niniejszym artykule przedstawiono aplikację wieloosiowego kryterium zmęczenia wysoko-cyklowego Dang Vana bazującego na pojęciu płaszczyzny krytycznej do zjawiska kontaktu tocznego. Zaprezentowano metodykę określania orientacji płaszczyzny krytycznej dla płaskiego stanu odkształcenia. Zbadano również wpływ różnych czynników (m.in. danych materiałowych) na wartości zastępczych naprężeń zmęczeniowych Dang Vana. Do obliczeń wykorzystano metodę elementów skończonych (ANSYS®), co umożliwiło wyznaczenie zmian wartości naprężeń oraz kierunków głównych w czasie.

Słowa kluczowe: kontakt toczny, kryterium Dang Vana, wieloosiowe zmęczenie wysoko-cyklowe, MES

Abstract

Application of multiaxial high-cycle fatigue (HCF) Dang Van's criterion based on a concept of a critical plane is presented in the paper for rolling contact phenomenon. The analysis includes determination of critical plane orientation for plane strain state. Influence of different parameters (e.g. material constants) on equivalent Dang Van's fatigue stresses has been also investigated. The problem of rolling contact has been solved using the finite element method (ANSYS®) in 2D. It makes possible calculation of distribution of stresses (also principal directions) changing in time.

Keywords: rolling contact, Dang Van's criterion, multiaxial high-cycle fatigue, FEM

*Mgr inż. Paweł Romanowicz, prof. dr hab. inż. Andrzej P. Zieliński, Instytut Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Koła kolejowe lub suwnicowe są przykładem elementów narażonych na kontaktowe zniszczenie zmęczeniowe (*rolling contact fatigue*). Zjawisko to ma znaczny wpływ na zmniejszenie czasu użytkowania, jak również na bezpieczeństwo całej konstrukcji. W przypadku typowego koła mogą wystąpić następujące rodzaje zniszczenia [1]:

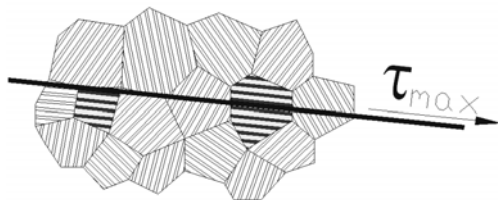
- pęknięcia podpowierzchniowe: inicjują się zwykle kilka milimetrów pod powierzchnią kontaktu w miejscach o dużych wartościach naprężeń stycznych, a po osiągnięciu określonych rozmiarów bardzo szybko się propagują,
- *ratchetting*: objawiający się w postaci pęknięć powierzchniowych; mechanizm zniszczenia jest inicjowany wskutek deformacji plastycznych wywołanych naciskami kontaktowymi,
- pęknięcia wskutek wad materiałowych: mogą powstawać nawet w znacznej odległości od strefy kontaktu (w obszarze niskich naprężeń).

W artykule zostały rozważone efekty sprężyste dla materiałów bez wad podpowierzchniowych oraz zjawisko zmęczenia wysokocyklowego. W takiej sytuacji trwałość zmęczeniowa jest uzależniona jedynie od poziomu amplitudy naprężeń i naprężenia średniego. Zjawisko rozwoju pęknięć podpowierzchniowych powinno być rozpatrywane przy zastosowaniu wieloosiowych kryteriów zmęczenia wysokocyklowego [2–4]. Niektóre z nich, jak np. rozpatrywana hipoteza Dang Vana [5–7], wymagają wyznaczenia przebiegów naprężeń w funkcji czasu t . Naprężenia te mogą zależeć od wielu czynników, jak rodzaj kontaktu czy rozkład efektów ciernych. Wyznaczenie przebiegów naprężeń w kontakcie tocznym złożonych obiektów jest możliwe dzięki zastosowaniu metody elementów skończonych. MES pozwala również na zaobserwowanie zjawisk, które towarzyszą oddziaływującym na siebie ciałom.

Podane niżej wyniki badań numerycznych dotyczą zagadnień dwuwymiarowej sprężystości i nie uwzględniają efektów tarcia. Są jednak niezbędne dla zobrazowania problemu i wyprzedzają prowadzone obecnie obliczenia obiektów trójwymiarowych z tarcie.

2. Kryterium wieloosiowego zmęczenia wysokocyklowego Dang Vana (DV)

Do obliczeń zmęczeniowych zastosowano popularne kryterium DV [5, 7]. Należy ono do grupy hipotez bazujących na mezoskopowym podejściu płaszczyzny krytycznej [4] i zakłada, że uszkodzenie zmęczeniowe wystąpi wówczas, gdy krzywa obciążenia (będąca funkcją mezoskopowego naprężenia tnącego $\tau(t)$ i naprężenia hydrostatycznego $\sigma_H(t)$) wykracza poza obszar dopuszczalny określony nierównością (1). Głównym założeniem tej



Ryc. 1. Uplastycznienie ziarn w przypadku przekroczenia dopuszczalnej wartości amplitudy naprężeń tnących w kierunku płaszczyzny łatwego poślizgu

Fig. 1. Plastification of grains in easy glide direction as effect of exceeding admissible shear stress

hipotezy jest fakt, że do inicjacji pęknięć dochodzi wewnątrz ziarn materiału. Może tak się zdarzyć w momencie, gdy w kierunku płaszczyzny najłatwiejszego poślizgu (ryc. 1) wartość τ_{\max} (sumy zewnętrznych naprężeń tnących τ_z oraz wewnętrznych naprężeń resztkowych τ_{res}) przekroczy lokalnie granicę plastyczności. Można powiedzieć, że wywołuje to uplastycznienia w skali mezoskopowej, podczas gdy w skali makroskopowej nadal występuje stan sprężysty.

Jak widać, kryterium DV wymaga zazwyczaj określenia płaszczyzny, w której zastępcze naprężenia tnące osiągają maksimum. Dla tej płaszczyzny kryterium przybiera postać [6, 8–10]

$$\tau_{\text{zast, DVmax}} = \max_{A,t} \left[\tau(t) + \left(\frac{3Z_{SO}}{Z_{GO}} - 1,5 \right) \cdot \sigma_H(t) \right] \leq Z_{SO} \quad (1)$$

gdzie:

- A – badany obszar,
- $\tau(t)$ – naprężenia tnące

$$\sigma_H(t) = \frac{1}{3} (\sigma_1(t) + \sigma_2(t) + \sigma_3(t)) \quad (2)$$

- $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – naprężenie główne,
- Z_{GO}, Z_{SO} – trwała wytrzymałość zmęczeniowa, odpowiednio, na zginanie i skręcanie obustronne.

3. Model numeryczny

Do obliczenia zagadnienia kontaktu tocznego została zastosowana metoda elementów skończonych (ANSYS®). Dla przykładu kontaktu tocznego metoda ta pozwala łatwo określić m.in.:

- położenia maksymalnych wyteżeń,
- zmiany naprężeń w funkcji czasu,
- deformacje w stykających się obiektach.

Badania zostały przeprowadzone dla przypadku 2D przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia ($u_z = 0$). Model (ryc. 2) został zbudowany z użyciem 8-węzłowych elementów tarczowych PLANE82 oraz elementów kontaktowych: 3-węzłowych *CONTA172* i *TARGE169*. W celu skrócenia czasu obliczeń posłużono się nieregularną siatką elementów skończonych, ze znacznym zagęszczeniem w obszarze kontaktu. Pełny model koła (pomimo symetrii względem pionowej osi) zastosowano pod kątem przyszłego rozpatrywania naprężeń tnących. Obciążenie zostało zadane w formie liniowej (ryc. 2) w celu uniknięcia punktowych koncentracji naprężeń. Zgodnie z zasadą de Saint-Venanta nie miało to wpływu na rozkłady naprężeń w obszarze kontaktu, będącego w znacznej odległości od miejsca przyłożenia siły.

W przypadku braku tarcia powyższe zagadnienie może zostać rozwiązane analitycznie z uwzględnieniem teorii Hertza [11]. Można tu zaobserwować 3 charakterystyczne punkty [12], w których może dojść do inicjacji pęknięć zmęczeniowych:

- punkt Bielajewa (B) (dla $\phi = 0$), najbardziej wyteżony punkt pod powierzchnią,

- dwa punkty Palmgrena-Lundberga (PL), w których występuje największa amplituda naprężeń stycznych.

Należy jednak podkreślić, że nawet w tym prostym przykładzie numerycznym zastosowanie MES jest korzystne, ponieważ znacznie ułatwia operacje transformacyjne i przeszukiwanie badanego obszaru ekstremalnych naprężeń.

4. Aplikacja wieloosiowego kryterium zmęczenia wysokocyklowego DV do zjawiska kontaktu tocznego

4.1. Materiał

Koła kolejowe lub suwnicowe podlegają wieloosiowemu zmęczeniu wysokocyklowemu. Należy więc uwzględnić zmęczeniową inicjację i propagację pęknięć materiału. Do obliczeń przyjęto, że badane koło zostało wykonane ze stali 60G po hartowaniu i odpuszczaniu. Dane materiałowe tej stali są następujące: $Re = 900$ [MPa], $Rm = 1100$ [MPa], $Z_{SO} = 360$ [MPa], $Z_{GO} = 560$ [MPa]. Kryterium DV (1) przyjmuje w tym przypadku postać

$$\tau_{\text{zast, DV 60G}(T)}(t) = \tau(t) + 0,429 \sigma_H(t) \leq 360 \text{ [MPa]} \quad (3)$$

Należy zauważyć, że wartość powyższych zastępczych naprężeń zmęczeniowych w dużym stopniu zależy od danych materiałowych. Na przykład dla tej samej stali 60G, ale w stanie normalizowanym, kryterium to w znacznie mniejszym stopniu uwzględnia wpływ naprężeń hydrostatycznych (por. wzór (1))

$$\tau_{\text{zast, DV 60G}(N)}(t) = \tau(t) + 0,065 \sigma_H(t) \leq 240 \text{ [MPa]} \quad (4)$$

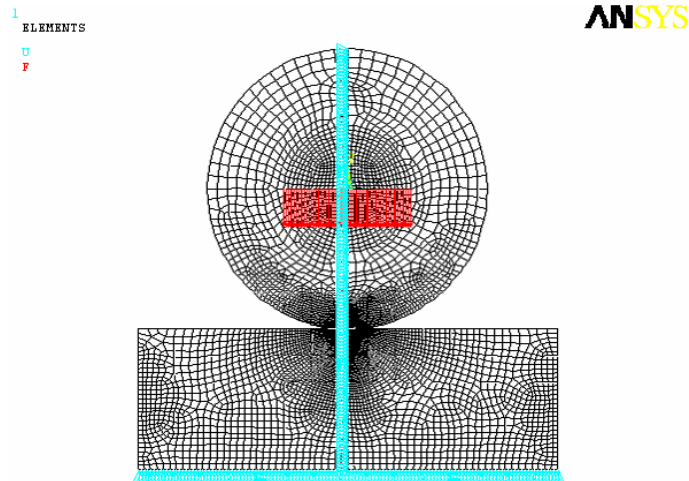
4.2. Przebiegi naprężeń tnących i hydrostatycznych

Jak wcześniej wspomniano, kryterium DV należy do grupy hipotez opartych na pojęciu płaszczyzny krytycznej. Do jego zastosowania wymagane są przebiegi naprężeń w określonych płaszczyznach, w których kombinacja (1) naprężeń tnących $\tau(t)$ i naprężenia hydrostatycznego $\sigma_H(t)$ jest największa. W przypadku kontaktu tocznego bez zjawiska tarcia zbadano trzy potencjalne miejsca inicjacji pęknięć zmęczeniowych:

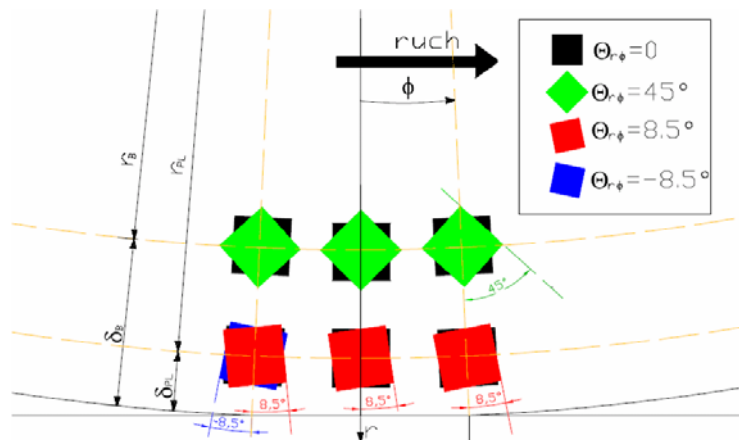
- okrąg o promieniu r_B punktu Bielajewa,
- okrąg o promieniu r_{PL} punktów Palmgrena-Lundberga,
- okrąg o promieniu Dang Vana r_{DV} .

W przeciwieństwie do promieni r_B i r_{PL} wartość promienia r_{DV} , tzn. promienia, na którym występują ekstremalne naprężenia zastępcze w sensie DV, zależy od zmęczeniowych własności materiałowych (1). W ramach tej hipotezy wraz ze zmianą materiału zmienia się również położenie punktów najbardziej narażonych na pęknięcie.

Przy określaniu zmian naprężeń na określonej głębokości (promieniu) wykorzystano układ biegunowy. Zakładając ruch koła zgodnie z ryc. 3, można przyjąć, że kąt ϕ jest parametrem związanym z funkcją czasu t . Na ryc. 3 zostały zaznaczone elementarne cząstki w punktach B i PL w położeniu odczytywanym z ANSYS® ($\Theta_{r\phi} = 0^\circ$), jak również ich położenie po transformacji do płaszczyzn krytycznych. Kąt $\Theta_{r\phi}$ oznacza kątowy obrót rozpatrywanej płaszczyzny względem układu $r - \phi$.



Ryc. 2. Model numeryczny 2D kontaktu koła z podłożem
Fig. 2. 2D numerical model for contact of wheel with flat ground

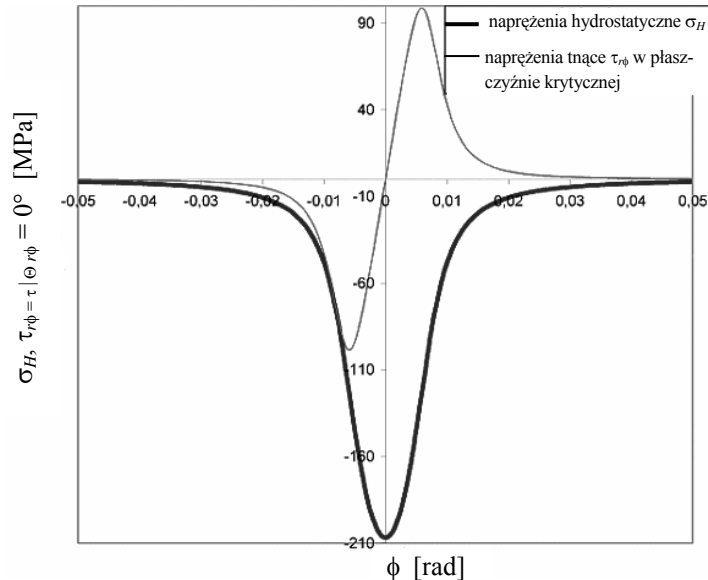


Ryc. 3. Układ współrzędnych oraz metodyka wyznaczania naprężeń
w odpowiednich płaszczyznach krytycznych

Fig. 3. Methodology of shear stress calculation in critical planes (local coordinate system $\{r, \phi\}$)

Dla $\Theta_{r\phi} = 0$ w przypadku punktów na promieniu r_{PL} można zauważyć charakterystyczny antysymetryczny rozkład naprężeń tnących (ryc. 4). Należy jednak zwrócić uwagę, że naprężenia te przybierają maksymalne wartości dla innych kątów $\Theta_{r\phi}$ (ryc. 5). W punkcie, w którym naprężenia mają wartość dodatnią (strona prawa), kąt obrotu do płaszczyzny maksymalnych naprężeń tnących wynosi $\Theta_{r\phi} = 8,5^\circ$. Dla punktu po przeciwnej stronie osi symetrii kąt ten wynosi $\Theta_{r\phi} = -8,5^\circ$. Jednak w obu powyższych przypadkach amplituda naprężeń tnących $\tau_a = 0,5(\tau_{\max} - \tau_{\min})$ ulega zmniejszeniu w stosunku do $\Theta_{r\phi} = 0^\circ$. Słuszne

wyduje się więc zdefiniowanie płaszczyzny krytycznej właśnie dla tego kąta. W takim przypadku do wzoru (1) wstawiane są wartości naprężeń uzyskane bezpośrednio z programu ANSYS®, co dodatkowo ułatwia analizę.



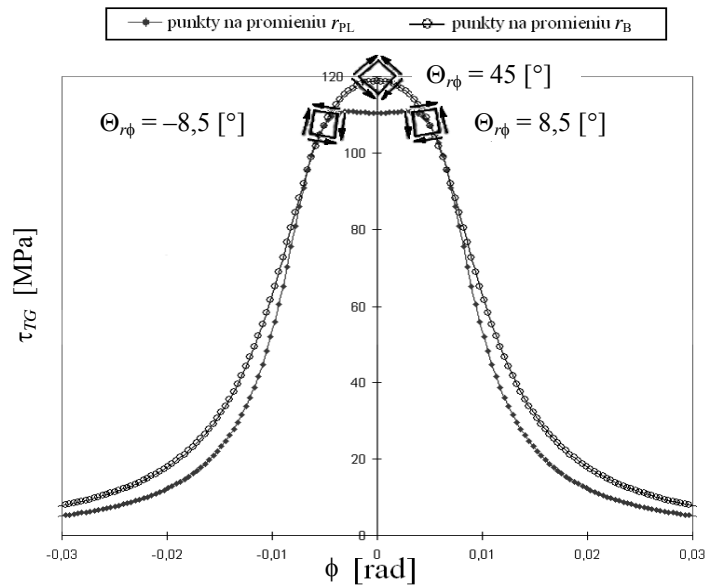
Ryc. 4. Przebieg naprężeń σ_H i $\tau_{r\phi} = \tau_{\Theta_{r\phi}=0^\circ}$ w punktach na promieniu r_{PL} dla $\Theta_{r\phi} = 0^\circ$
 Fig. 4. Distributions of σ_H and $\tau_{r\phi} = \tau_{\Theta_{r\phi}=0^\circ}$ stresses in points on radius r_{PL} for $\Theta_{r\phi} = 0^\circ$

Na rycinie 5, na której przedstawiono zmiany naprężeń tnących obliczanych wg hipotezy T-G

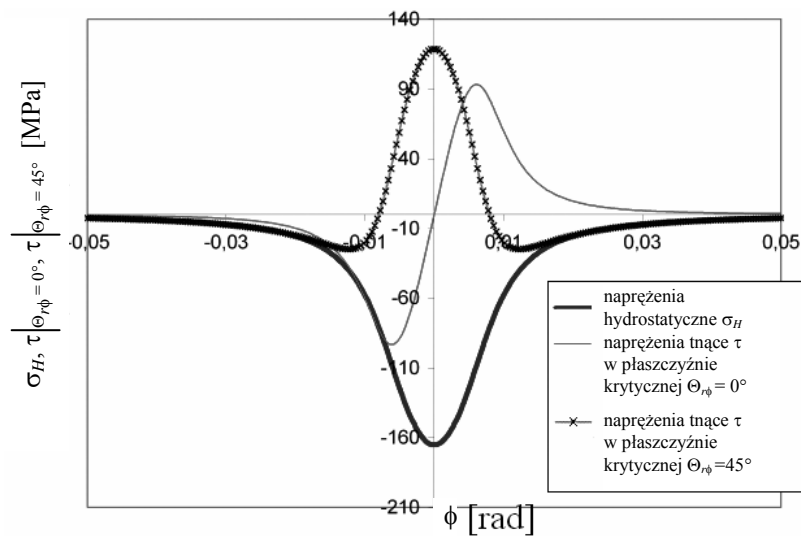
$$\tau_{TG} = 0,5(\sigma_I - \sigma_{III}) \quad (5)$$

można zauważyć, że w punkcie B dla kąta $\Theta_{r\phi} = 45^\circ$ wartość naprężeń tnących jest największa. Zostały tu również zaznaczone obroty rozpatrywanych płaszczyzn wskazujące położenie ekstremalnych naprężeń tnących dla charakterystycznych punktów (B oraz PL) oraz zwroty działania tych naprężeń. Można spostrzec, że w pobliżu punktu PL wartość naprężeń tnących τ_{TG} na promieniach r_{PL} i r_B różni się w niewielkim stopniu, natomiast dla $\phi = 0$ zmiana ta jest o wiele większa.

Nieznacznym zmianom naprężeń tnących w okolicach punktów PL towarzyszy spore zmniejszenie ściskających naprężeń hydrostatycznych σ_H , co dla zmęczenia materiału jest zjawiskiem niekorzystnym (w sensie hipotezy DV). Natomiast w punkcie B ($\phi = 0$) występuje duże ściskanie, co wpływa na zmniejszenie wartości zastępczych naprężeń zmęczeniowych $\tau_{zast, DV}$. Uzasadnia to sens sprawdzenia naprężeń DV na promieniu r_B i r_{DV} również dla $\Theta_{r\phi} = 45^\circ$. Przebiegi naprężeń tnących na promieniu r_B w badanych płaszczyznach krytycznych (dla $\Theta_{r\phi} = 0^\circ$ i $\Theta_{r\phi} = 45^\circ$) oraz naprężeń hydrostatycznych przedstawiono na ryc. 6. Dodatkowo wyznaczono promień r_{DV} , dla którego wartość naprężeń zmęczeniowych obliczonych ze wzorów (1), (3) była największa (do (1) wstawiono wartość τ_{TG} – patrz rozdz. 4.3, metoda DV₂).



Ryc. 5. Ekstremalne naprężenia tnące τ_{TG} w punktach na promieniu r_{PL} i r_B ($\Theta_{r\phi}$ zmienne)
 Fig. 5. Maximal shear stresses τ_{TG} in points on radii r_{PL} and r_B (for various $\Theta_{r\phi}$)



Ryc. 6. Przebieg naprężeń hydrostatycznych σ_H oraz naprężeń stycznych $\tau|_{\Theta_{r\phi}=0^\circ}$ i $\tau|_{\Theta_{r\phi}=45^\circ}$
 w punktach na promieniu r_B dla $\Theta_{r\phi} = 0^\circ$ oraz $\Theta_{r\phi} = 45^\circ$
 Fig. 6. Distributions of hydrostatic σ_H and shear $\tau|_{\Theta_{r\phi}=0^\circ}$ and $\tau|_{\Theta_{r\phi}=45^\circ}$ stresses in points on
 radius r_B for $\Theta_{r\phi} = 0^\circ$ and $\Theta_{r\phi} = 45^\circ$

4.3. Przebiegi naprężeń zmęczeniowych

W trakcie obliczeń wykorzystano dwie interpretacje kryterium DV:

DV₁: do wzoru (3) w miejsce naprężeń tnących $\tau(t)$ wstawiano wartości naprężeń amplitudowych $\tau_a(t)$ wyznaczonych w określonych płaszczyznach krytycznych (wg ryc. 4 i 6, por. wzór (7)),

DV₂: do wzoru (3) w miejsce $\tau(t)$ wstawiano maksymalne naprężenia tnące τ_{TG} (ryc. 5) [2].

Podstawowa forma hipotezy DV odnosi się do amplitudy naprężeń tnących, w związku z tym poprawniejsze jest zastosowanie pierwszego sposobu. Czasami jednak zdarza się sytuacja, w której trudno jednoznacznie określić, co jest wartością średnią naprężeń tnących, a co jest amplitudą. Wtedy bezpieczniejsze wydaje się podejście DV₂, które z reguły oszacowuje wartość naprężeń zmęczeniowych τ_{zast, DV_2} od góry. Interpretację tę można również bez problemu zaimplementować do ANSYS®, co w przypadku złożonych modeli może być bardzo przydatne [6].

Przykładowe rozkłady zastępczych zmęczeniowych naprężeń DV₂ τ_{zast, DV_2} w tej interpretacji można zaobserwować na ryc. 7 dla stali 60G(T) oraz na ryc. 8 dla stali 60G(N). Należy przypomnieć, że ryciny te prezentują jednocześnie dwa odmienne zjawiska:

- 1) wyteżenie kontaktowe elementu spoczywającego pod obciążeniem bez ruchu,
- 2) wyteżenie kontaktowe na pojedynczym promieniu elementu toczącego się pod obciążeniem.

W tym drugim przypadku kąt ϕ (ryc. 3) ma znaczenie parametru czasowego.

W zaprezentowanym przykładzie (ten sam materiał, takie same warunki obciążenia, zmieniona jedynie obróbka cieplna stali) można dostrzec wpływ własności materiałowych na wartości zastępczych naprężeń zmęczeniowych liczonych wg hipotezy DV. Zmiana sposobu obróbki dla stali 60G powoduje w tym przypadku prawie dwukrotną zmianę zastępczych naprężeń zmęczeniowych τ_{zast, DV_2} ($\tau_{zast, DV_2 \max 60G(T)} = 57,6$ [MPa], $\tau_{zast, DV_2 \max 60G(N)} = 108,2$ [MPa]). Zmianie uległ również promień położenia najbardziej wyteżonego punktu, który został oznaczony jako r_{DV} . Powyższy efekt krytykowany jest w ostatnio publikowanych pracach [1, 13], które sugerują mniejszy wpływ na wyteżenie zmęczeniowe naprężeń hydrostatycznych dla $\sigma_H < 0$.

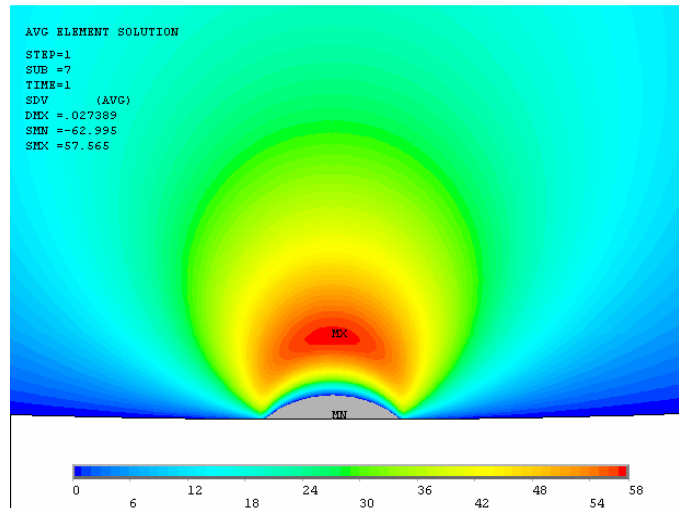
W przypadku punktów na promieniu r_{PL} (ryc. 4) łatwo zauważyć, że wartość średnia naprężeń stycznych wynosi $\tau_{mPL} = 0$, a ich amplituda $\tau_{aPL}(t) = \tau_{r\phi}(\phi)$. Natomiast dla przebiegów naprężeń tnących, w płaszczyźnie krytycznej $\Theta_{r\phi} = 45^\circ$, określenie wartości średniej i amplitudy nie jest jednoznaczne. W badanym zagadnieniu wartość średnia została obliczona ze wzoru

$$\tau_m = 0,5(\tau_{\max} + \tau_{\min}) \quad (6)$$

W przypadku bardziej złożonych przebiegów naprężeń (np. zagadnienie 3D) można zastosować do określenia wartości średniej i amplitudy naprężeń jedną z trzech metod: najdłuższej cięciwy (średnicy), najdłuższej projekcji, okręgu ograniczającego. Ich opis można znaleźć np. w pracy [14].

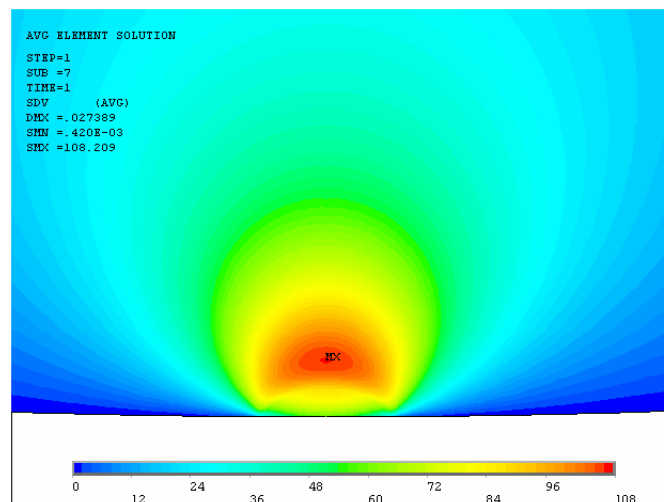
Wyznaczone metodą DV₁ przebiegi τ_{zast, DV_1} zostały przedstawione w formie wykresów na ryc. 9 (dla $\Theta_{r\phi} = 0^\circ$) i 10 (dla $\Theta_{r\phi} = 45^\circ$). W przypadku płaszczyzny krytycznej $\Theta_{r\phi} = 0^\circ$ można zauważyć maksima zastępczych naprężeń zmęczeniowych w okolicy punktów PL.

Dla $|\phi| < 0,004$ [rad] obliczone wartości τ_{zast, DV_1} są mniejsze od zera. Ujemna wartość τ_{zast, DV_1} spowodowana jest występowaniem znacznych naprężeń hydrostatycznych w czasie, gdy zmęczeniowe naprężenia tnące maleją do zera. Dla takich relacji efektów zmęczeniowych i statycznych hipoteza DV traci sens fizyczny.



Ryc. 7. Rozkład $\tau_{zast, DV_2,60G(T)}$ dla kryterium DV₂

Fig. 7. $\tau_{zast, DV_2,60G(T)}$ distribution for DV₂ criterion



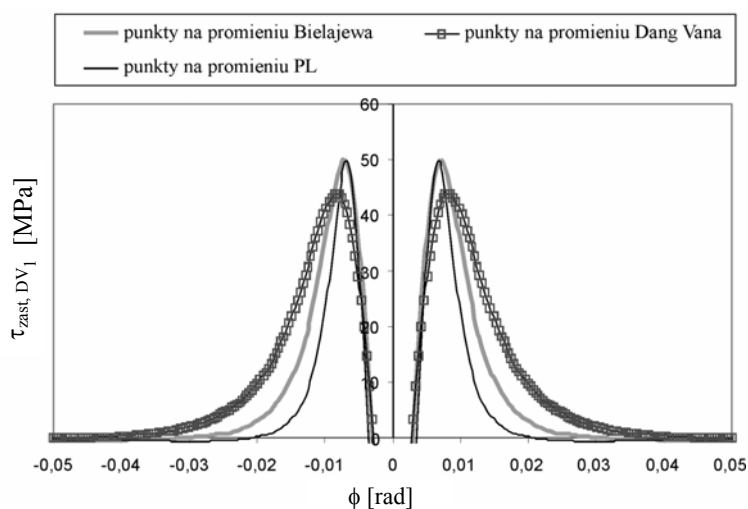
Ryc. 8. Rozkład $\tau_{zast, DV_2,60G(N)}$ dla kryterium DV₂

Fig. 8. $\tau_{zast, DV_2,60G(N)}$ distribution for DV₂ criterion

W przypadku płaszczyzny krytycznej $\Theta_{r\phi} = 45^\circ$ dla $\phi = 0$ [rad] naprężenia tnące przyjmują maksymalną wartość, jednak duże ściskanie sprawia, że w tym punkcie τ_{zast, DV_1} nie osiąga maksimum. Pojawia się ono w miejscu, gdzie naprężenie $\tau(t)$

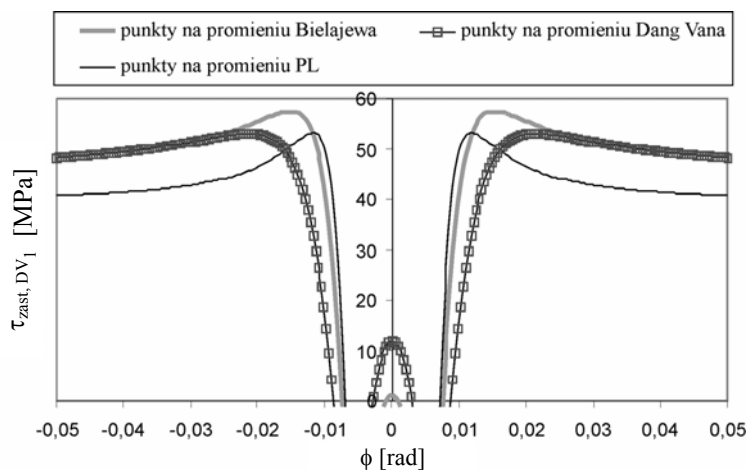
$$\tau(t) = \tau_a(t) + \alpha \cdot \sigma_H = \left| \tau_{r\phi\Theta r\phi = \text{const}}(t) - \tau_m \right| + \alpha \cdot \sigma_H \quad (7)$$

jest największe. Ze względu na przyjęcie wartości naprężenia amplitudowego $\tau_a(t)$ w formie (7) na ryc. 10 występują nieco sztuczne z fizycznego punktu widzenia znaczne wartości τ_{zast, DV_1} w strefach, gdzie wyężenie jest bliskie zero ($|\phi| > 0,03$ [rad]).



Ryc. 9. Naprężenia τ_{zast, DV_1} w płaszczyźnie krytycznej $\Theta_{r\phi} = 0^\circ$ (stal 60G(T))

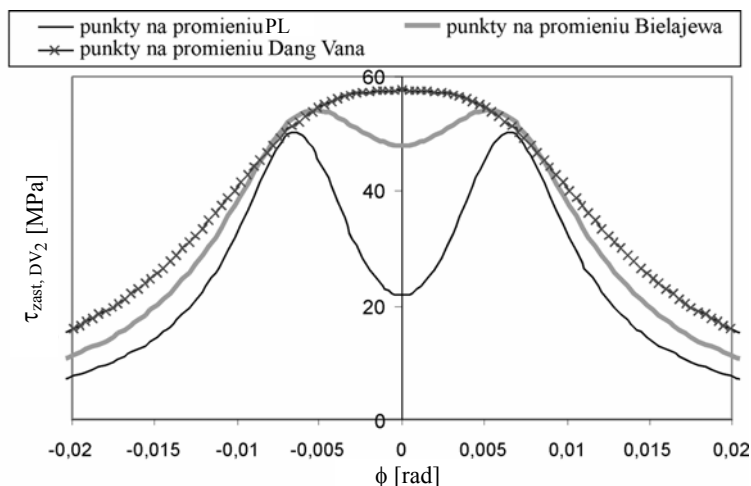
Fig. 9. τ_{zast, DV_1} stresses in critical plane $\Theta_{r\phi} = 0^\circ$ (stal 60G(T))



Ryc. 10. Naprężenia τ_{zast, DV_1} w płaszczyźnie krytycznej $\Theta_{r\phi} = 45^\circ$ (stal 60G(T))

Fig. 10. τ_{zast, DV_1} stresses in critical plane $\Theta_{r\phi} = 45^\circ$ (stal 60G(T))

Na rycinie 11 przedstawiono przebieg τ_{zast, DV_2} . W tym przypadku maksymalna wartość τ_{zast, DV_2} występuje dla promienia r_{DV} i jest ona nieznacznie mniejsza od wartości uzyskiwanych przy zastosowaniu podejścia z płaszczyzną krytyczną.



Ryc. 11. Maksymalne zmęczeniowe naprężenia zastępcze τ_{zast, DV_2} ($\Theta_{r\phi}$ zmienne, stal 60G(T))

Fig. 11. Maximal equivalent fatigue stresses τ_{zast, DV_2} (for various $\Theta_{r\phi}$, steel 60 G(T))

Dla zdefiniowanych w pracy promieni zbadano wszystkie możliwe orientacje płaszczyzn krytycznych $\Theta_{r\phi}$ z dokładnością do $0,5^\circ$. W tabelicy 1 zestawiono uzyskane wyniki zastępczych naprężeń zmęczeniowych DV w badanych płaszczyznach krytycznych. Można zauważyć, że największe ryzyko inicjacji pęknięć zmęczeniowych występuje na promieniu r_B (dla $\Theta_{r\phi} = 30^\circ$ w pobliżu punktów PL). Wartości maksymalne $\tau_{zast, DV_{max}}$ (dla stali 60G(T)) uzyskanych obiema badanymi metodami są zbliżone i wynoszą dla tej stali $\tau_{zast, DV_{1max}} = 58,5$ [MPa] oraz $\tau_{zast, DV_{2max}} = 57,6$ [MPa].

Tablica 1

Zestawienie wyników zastępczych naprężeń zmęczeniowych (materiał 60G(T))

| Metoda | $\Theta_{r\phi}$ [°] | $\tau_{zast, DV_{max}}$ [MPa] | | |
|-----------------|----------------------|-------------------------------|--------------------|-----------------------|
| | | $R_{PL} = 199,2$ [mm] | $R_B = 198,9$ [mm] | $R_{DV} = 198,3$ [mm] |
| DV ₁ | 0 | 49,8 | 49,9 | 43,9 |
| | 21,5 | 57,2 | – | – |
| | 30,0 | – | 58,5 | – |
| | 45 | 53,3 | 57,4 | 53,0 |
| | 52,5 | – | – | 53,2 |
| DV ₂ | | 50,1 | 54,1 | 57,6 |

Maksymalne wartości $\tau_{zast, DV}$ na promieniach r_B i r_{PL} występują dla odmiennych wartości $\Theta_{r\phi}$ niż przedstawione na wykresach (ryc. 4 i 6). Spowodowane jest to wpływem zmiennych w badanym obszarze naprężeń hydrostatycznych σ_H , co uniemożliwia podanie stałej orientacji płaszczyzn krytycznych.

W przypadku stali 60G(N) wpływ naprężeń hydrostatycznych jest znikomy ($\alpha = 0,065$), można więc przyjąć, że maksymalne zastępcze zmęczeniowe naprężenia $\tau_{zast, DVmax}$ wystąpią w płaszczyźnie $\Theta_{r\phi} = 0^\circ$. Mała wartość mnożnika α przy naprężeniach hydrostatycznych (4) powoduje również prawie dwukrotny wzrost zastępczych naprężeń zmęczeniowych ($\tau_{zast, DV_{2max}} = 108,2$ [MPa]) w stosunku do stali 60G(T).

Tablica 2

Zestawienie wyników zastępczych naprężeń zmęczeniowych (materiał 60G(N))

| Metoda | $\Theta_{r\phi}$ [°] | $\tau_{zast, DVmax}$ [MPa] | | |
|-----------------|----------------------|----------------------------|--------------------|-----------------------|
| | | $R_{PL} = 199,2$ [mm] | $R_B = 198,9$ [mm] | $R_{DV} = 198,8$ [mm] |
| DV ₁ | 0 | 90,4 | 86,3 | 84,8 |
| | 2,0 | 90,8 | | |
| | 2,5 | | | 85,1 |
| | 3,0 | | 86,5 | |
| | 45 | 67,7 | 69,2 | 68,7 |
| DV ₂ | | 99,3 | 108,1 | 108,2 |

5. Wnioski

Przedstawione w artykule kryterium DV zostało wykorzystane do obliczeń wytrzymałości zmęczeniowej z zastosowaniem MES. Badania przeprowadzone dla stali 60G(T) wykazały zbieżność wyników zarówno dla interpretacji z płaszczyzną krytyczną, jak również dla przypadku podstawienia do wzoru DV naprężeń tnących obliczonych z hipotezy Treski–Guesta. W przypadku stali 60G(N) różnice dla kryteriów DV₁ i DV₂ były istotnie większe. Należy też podkreślić całkowicie odmiennie wyniki dla obu powyższych materiałów zarówno w wartościach naprężeń zastępczych, jak i położeniach płaszczyzn krytycznych $\Theta_{r\phi}$ (tabl. 1, 2).

Dalsze badania przewidują porównanie wyników otrzymanych za pomocą kryterium DV z wynikami uzyskanymi drogą innych hipotez, np. Liu [1] i Papadopoulou [15]. Głównym celem porównania jest sprawdzenie wpływu na zjawisko zmęczenia naprężeń ściskających, które w kryterium DV odgrywają znaczną rolę, a są ostatnio w literaturze dyskutowane [1, 13].

Równolegle prowadzone badania wpływu tarcia toczonego na zmęczenie materiału w badanych konstrukcjach zostaną zaprezentowane na konferencjach w Spale [17] i Rzeszowie [16]. Kolejnym celem badań będzie analiza 3D koła z uwzględnieniem tarcia oraz optymalizacja geometrii przekroju pod kątem trwałości zmęczeniowej.

Literatura

- [1] Bernasconi A., Filippini M., Foletti S., Vaudo D., *Multiaxial fatigue of a railway steel under non-proportional loading*, International Journal of Fatigue 28 (2006), 663-672.
- [2] Ekberg A., *Rolling contact fatigue of railway wheels – a parametric study*, Wear 211, 1997, 280-288.
- [3] Niesłony A., Macha E., *Wieloosiowe zmęczenie losowe elementów maszyn i konstrukcji, część V: Metoda spektralna*, Studia i monografie z. 160, Politechnika Opolska, Opole 2004.
- [4] Karolczuk A., Macha E., *Płaszczyzny krytyczne w modelach wieloosiowego zmęczenia materiałów. Wieloosiowe zmęczenie losowe elementów maszyn i konstrukcji, część VI*, Studia i monografie z. 162, Politechnika Opolska, Opole 2004.
- [5] Dang Van K., Cailletaud G., Flavenot J.F., Lieurade H.P., *Criterion for high cycle fatigue failure under multiaxial loading*, Biaxial and Multiaxial Fatigue EGF 3, Mechanical Engineering Publications, London 1989, 459-478.
- [6] Mrzygłód M., *Parametryczna optymalizacja konstrukcji pracujących przy obciążeniach wysokocyklowych*, rozprawa doktorska, Kraków 2005.
- [7] Dang Van K., Maitournam M.H., *On some recent trends in modelling of contact fatigue and wear in rail*, Wear 253, 2002, 219-227.
- [8] Mrzygłód M., Zieliński A.P., *Parametric structural optimization with respect to the multiaxial high-cycle fatigue criterion*, Structural and Multidisciplinary Optimization 33, 2007, 161-171.
- [9] Mrzygłód M., Zieliński A.P., *Numerical implementation of multiaxial high-cycle fatigue criterion to structural optimization*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics 44/3, 2006, 691-712.
- [10] Mrzygłód M., Zieliński A.P., *Multiaxial high-cycle fatigue constraints in structural optimization*, International Journal of Fatigue 29/9-11, 2007, 1920-1926.
- [11] Walczak J., *Wytrzymałość materiałów oraz podstawy teorii sprężystości i plastyczności*, t. II, wyd. III, Kraków, PWN, Warszawa 1978.
- [12] *Podstawy konstrukcji maszyn* (red. M. Dietrich), t. 2, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1999.
- [13] Desimone H., Bernasconi A., Beretta S., *On the application of Dang Van criterion to rolling contact fatigue*, Wear 260, 2006, 567-572.
- [14] Bernasconi A., *Efficient algorithms for calculation of shear stress amplitude and amplitude of second invariant of the stress deviator in fatigue criteria applications*, International Journal of Fatigue 24, 2002, 649-657.
- [15] Papadopoulos I.V., Davoli P., Gorla C., Filippini M., Bernasconi A.A., *Comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals*, International Journal of Fatigue, Vol. 19, No. 3, 1997, 219-235.
- [16] Romanowicz P., Zieliński A.P., *Wieloosiowe zmęczenie elementów pracujących w warunkach tarcia tocznego*, XXIII Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn, Rzeszów-Przemysł 2007.
- [17] Romanowicz P., Zieliński A.P., *Application of multiaxial high-cycle fatigue criterion to repeated rolling contact*, CMM-2007, Łódź-Spała 2007.