Praktische
Unterrichtsbücher für Bautechniker.
III.

Die Festigkeitslehre

und die

Statik im Hochbau

mit zahlreichen Beispielen, ausführlichen Berechnungen und Tabellen zu Holz-, Stein- und Eisenkonstruktionen.

Unter Berücksichtigung der deutschen Normalprofile für die Bedürfnisse der Praxis, zum Selbstunterricht und Schulgebrauch

bearbeitet von

H. Diesener, Architekt,
Direktor der Großherzoglichen Baugewerk- und Maschinenbauschule zu Varel a. d. Jade.

Fünfte verbesserte Auflage.

Mit 233 Holzschnitten.

Halle a. S.,
Ludw. Hofstetter, Verlag.
1903.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Die zweite Auflage meiner „Festigkeitslehre und Statik im Hochbau", welche den III. Band meiner „Praktischen Unterrichtsbücher für Bautechniker" bildet, erscheint zwar in demselben Umfange wie die erste Auflage, aber es sind doch vielfache Verbesserungen und Ergänzungen in dieselbe aufgenommen worden, besonders habe ich der Benutzung der deutschen Normalprofile, soweit es dem Zwecke des Werkes entspricht, in ausgibigem Maße Rechnung getragen. Von einer Erweiterung des Inhalts habe ich jedoch Abstand genommen, weil ich überzeugt bin, daß eine solche für den Bautechniker nicht erwünscht ist und das Buch alle Ansprüche, die an ein derartiges Werk gestellt werden, auch vollständig erfüllt hat. Es beweist dies wohl am besten der schnelle Absatz der ersten Auflage.

Wie bei allen Bänden meiner „Praktischen Unterrichtsbücher" war ich auch bei der „Festigkeitslehre und Statik im Hochbau" vorzugsweise bestrebt, bei möglichst kurzer, allgemein verständlicher Fassung, ein brauchbares und hinreichend vollständiges Hand- und Hilfsbuch sowohl für den praktischen Bautechniker, als auch für den Baueleven zu bearbeiten. Aus diesem Grunde sind alle Berechnungen nur mit Hilfe der niederen Mathematik durchgeführt und praktische Beispiele und Aufgaben nebst vollständiger Ausführung der Rechnung resp. Lösung, in großer Zahl hinzugefügt, sodaß es mit leichter Mühe möglich ist, jede im Hochbau vorkommende statische Berechnung ohne besondere Schwierigkeit auszuführen, wobei selbstredend die nötigen mathematischen Kenntnisse vorausgesetzt sind. Zur Ersparung zeitraubender Rechnungen sind zahlreiche und vollständige Tabellen ebenfalls beigegeben und werden jüngere Techniker bei Rechnungsübungen mit Befriedigung wahrnehmen, wie leicht jeder Fehler durch Vergleichung mit der übersichtlich geordneten Rechnung der Beispiele erkannt und wie dadurch das schnelle Verständnis für derartige statische Berechnungen gefördert wird.

Angenehm wäre es mir, wenn irgend welche Wünsche bezüglich weiterer Vervollkommnung des Werkes mir mitgeteilt würden; dieselben sollen nach Möglichkeit bei etwa erscheinenden ferneren Auflagen gern berücksichtigt werden.

Meine jetzt komplet erschienenen „Praktischen Unterrichtsbücher für Bautechniker" stellen in ihrer Gesamtheit, bei sehr billigem Preise, eine vollständige wertvolle Bibliothek für jeden Bautechiker dar, aber es bildet auch jeder einzelne Band ein selbständiges, einzeln käufliches Werk.

Außer dem vorliegenden sind folgende Bände erschienen:

I. Darstellende Geometrie (2. Auflage);
II. Technische Naturlehre und Mechanik;
IV. Baukonstruktionen des Maurers;
V. Baukonstruktionen des Zimmermanns;
VI. Veranschlagen im Hochbau;
VII. Säulenordnungen;
VIII. Das Entwerfen der Fassaden, Grundrisse und Gesimse;
IX. Die Kontorarbeiten des Bauhandwerkers;
X. Lehrbuch der gesamten niederen Mathematik von Otto und Diesener, zugleich „Mathematische Vorschule" zu den praktischen Unterrichtsbüchern für Bautechniker.

H. Diesener.

Inhalt.

I. Das Wesentlichste und Notwendigste aus den Resultaten der Festigkeitslehre.

II. Statik.

Erster Abschnitt: Allgemeines.

Zweiter Abschnitt: Berechnungen.

I. Das Wesentlichste und Notwendigste aus den Resultaten der Festigkeitslehre.

Einleitung.

Jeder feste Körper setzt denjenigen äußeren Kräften, welche eine Änderung seiner Form oder eine Trennung seiner Teile herbeizuführen suchen, einen größeren oder kleineren Widerstand entgegen, und es muß daher angenommen werden, daß zwischen den kleinsten gleichartigen materiellen Teilchen des Körpers, einer Gruppe von Atomen, den sogenannten **Molekülen,** eine Kraft thätig ist, durch welche diese Teilchen zusammengehalten werden. Diese Kraft ist die **Kohäsionskraft.**

Die Wirkung dieser Kraft besteht aber einesteils darin, daß sie der Verschiebung und Trennung der Moleküle einen Widerstand entgegensetzt, anderenteils darin, daß sie innerhalb gewisser Grenzen die verschobenen Moleküle wieder in ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage zurücktreibt, wenn die Wirkung derjenigen Kraft, welche dieses Gleichgewicht störte, aufhört. In diesem letzteren Sinne nennt man die zwischen den Molekülen wirkende Kraft **Elastizität.**

Bis zu demjenigen Stadium der Verschiebung, welches als die Grenze der vollkommenen Elastizität bezeichnet wird, findet eine nahezu vollständige Zurückführung der Moleküle in ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage statt; über diese **Elastizitätsgrenze** hinaus aber werden die Moleküle nur unvollständig oder gar nicht in ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage zurückgebracht, sondern nehmen eine andere Gleichgewichtslage an.

Der Widerstand, den die Kohäsionskraft der vollständigen Trennung der Moleküle, also der Zerstörung des festen Körpers entgegensetzt, wird die **Festigkeit** des Körpers genannt. Je nach der Art der Belastung und der durch dieselbe bewirkten Formveränderung werden mehrere Arten der Festigkeit unterschieden.

1. Absolute oder Zug-Festigkeit heißt der Widerstand, den die inneren Kräfte eines festen Körpers denjenigen äußeren Kräften entgegensetzen, welche ihn in der Richtung seiner Längenaxe zu dehnen, beziehungsweise zu zerreißen bestrebt sind. Fig. 1.

Außer vom Material hängt die Größe des Widerstandes hierbei lediglich von der Größe des Normal-Querschnittes ab. Bezeichnet P die ziehende Kraft, F den Inhalt des Normal-Querschnittes und C die Belastung pro Flächeneinheit, die sogenannte spezifische Belastung, so kann

$$P = C \cdot F$$ sein.

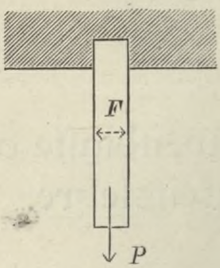


Fig. 1.

Die Größe des nach dem Material zu bestimmenden Koeffizienten C wird durch Versuche bestimmt; die Werte sind aus der betreffenden Tabelle zu entnehmen.

2. Rückwirkende oder **Druck-Festigkeit** wird der Widerstand genannt, den die inneren Kräfte dem Zusammendrücken, beziehungsweise dem Zerdrücken in der Richtung der Längenaxe des Körpers entgegensetzen. Es kann demnach kein Zerbrechen, sondern nur ein Zermalmen des Körpers erfolgen. Fig. 2.

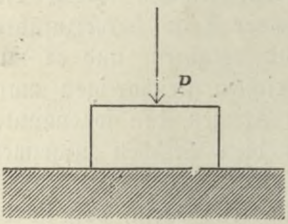


Fig. 2.

Der Widerstand ist ebenfalls proportional der Größe der spezifischen Belastung und des Normal-Querschnittes.

3. Zerknickungs- oder **Strebe-Festigkeit** nennt man den Widerstand, den die inneren Kräfte des Körpers dem Zerbrechen desselben nach vorangegangener Biegung entgegensetzen, wenn die Kraft in der Richtung der Längsaxe des Körpers wirkt. Fig. 3.

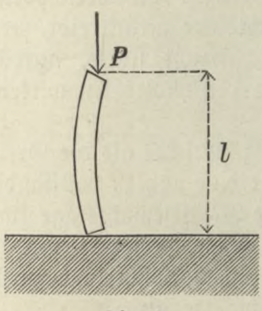


Fig. 3.

Die Zerknickungsfestigkeit hängt außer vom Material von der Länge l und dem kleinsten Trägheitsmomente (T min.) des Normal-Querschnittes ab. Der die Abhängigkeit vom Material ausdrückende Koeffizient ist hierbei nicht die spezifische Belastung, sondern der Elastizitätsmodul E.

Der Elastizitätsmodul E ist diejenige Kraft, durch welche ein prismatischer Körper von 1 qcm Querschnitt auf das Doppelte seiner Länge ausgedehnt bezw. auf die Länge Null zusammengedrückt werden würde, wenn dies überhaupt möglich wäre.

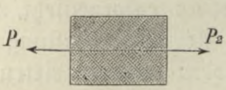


Fig. 4.

4. Scheer-, Schub- oder **Gleitungs-Festigkeit** ist der Widerstand, den die inneren Kräfte solchen äußeren Kräften entgegensetzen, welche einen Teil des Körpers zu verschieben, beziehungsweise abzuschieben bestrebt sind. Die angreifende Kraft wirkt in der Richtung des Normal-Querschnittes. Fig. 4.

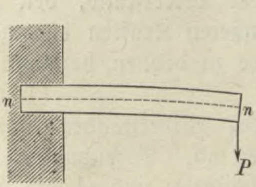


Fig. 5.

Die Scheerfestigkeit folgt demselben Gesetze, wie die Zug- und Druckfestigkeit.

5. Relative oder **Biegungs-Festigkeit** ist der Widerstand, den die inneren Kräfte einer Biegung, beziehungsweise dem Zerbrechen des Körpers, wobei die äußeren Kräfte senkrecht gegen die Längenaxe des Körpers gerichtet sind, entgegensetzen. Fig. 5.

Die Fasern des Körpers werden teils gezogen, teils gedrückt, während eine Faserschicht ungespannt bleibt. Diese schneidet alle Normal-Querschnitte in einer geraden Linie, welche die **neutrale Axe** genannt wird und durch die Schwerpunkte der Querschnitte geht. Sie liegt horizontal, wenn, unter Annahme vertikal wirkender Belastung, die vertikale oder horizontale Schweraxe des Querschnittes eine Symmetrieaxe desselben ist.

Die Biegungsfestigkeit eines Körpers wird bestimmt durch die Größe des zulässigen Angriffsmomentes M, und zwar ist dieses

$$M = S . W,$$

unter S den Festigkeitskoeffizienten des Materials und unter W das Widerstandsmoment des Normal-Querschnittes verstanden. Hierbei ist

$$W = T : a,$$

wenn T das auf die neutrale Axe bezogene Trägheitsmoment, a den Abstand der am stärksten gespannten Faser von der neutralen Axe bezeichnet.

6. Drehungs- oder **Torsions-Festigkeit** ist der Widerstand, den die inneren Kräfte solchen äußeren Kräften entgegensetzen, welche den Körper um seine Axe zu drehen bestrebt sind. Fig. 6. —

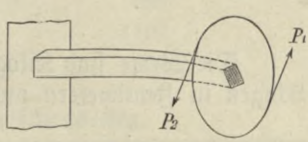


Fig. 6.

Das **Trägheitsmoment** eines Körperteilchens ist das Produkt aus seiner Masse und dem Quadrat seines Abstandes von einer Schweraxe. Das Trägheitsmoment eines Körpers ist die Summe aus den Trägheitsmomenten der einzelnen Teilchen. Unter dem *Trägheitsmoment der Querschnittsfläche* eines Körpers versteht man die Summe der Trägheitsmomente des gezogenen und gedrückten Teils, mit der neutralen Axe als Drehungsaxe.

Das **Widerstandsmoment** einer Querschnittsfläche ist der Quotient aus dem Trägheitsmoment, bezogen auf die neutrale Axe, dividiert durch den Abstand der am stärksten gezogenen Faser von der neutralen Axe.

(Siehe: Band II, die technische Naturlehre und Mechanik.)

7. Tabelle der Festigkeits-Koeffizienten.

Material.	Kilogramm pro qcm		
	Zug.	Druck.	Abscheerung.
Schmiedeeisen	750	750	600
Bombiertes Eisenwellblech	500	500	—
Eisendraht	1200	—	—
Gußeisen	250	500	200
Gußstahl, gehärtet	3000	3000	2200

Material.	Kilogramm pro qcm		
	Zug.	Druck.	Abscheerung.
Eichenholz	100	80	—
Buchenholz	100	80	—
Kiefernholz	100	60	—
Tannenholz	80	50	—
Glas	—	75	—
Basalt	—	75	—
Granit	—	45	—
Rüdersdorfer Kalkstein	—	25	—
Roter Sandstein	—	15	—
Heller Sandstein, guter harter	—	30	—
Gewöhnliches Ziegelmauerwerk mit Kalkmörtel	—	7	—
Gutes Ziegelmauerwerk mit Zementmörtel	—	11	—
Bestes Ziegelmauerwerk mit Zementmörtel	—	12—14	—
Poröse Ziegel, leicht gebrannt	—	3	—
Poröse Ziegel, hart gebrannt	—	6	—
Tuffstein	—	6	—
Marmor	—	24	—
Guter Baugrund	—	2,5	—
Beton	—	6	—

Die Werte sind Kilogramme pro qcm; in die Formeln sind daher die Längen in Zentimetern und die Belastungen in Kilogrammen einzuführen.

Belastungen, welche den statischen Berechnungen der Hochbaukonstruktionen zu Grunde zu legen sind.

1. Eigengewichte verschiedener Materialien.

In Kilogrammen pro Kubikmeter.

Ziegelmauerwerk, frisch	1600 kg
do. trocken	1550 „
Kalksteinmauer, frisch	2500 „
do. trocken	2450 „
Sandsteinmauer, frisch	2400 „
do. trocken	2050 „
Beton	2000 „
Tonerde, trocken	1550 „
do. stark durchnäßt	1950 „
Lehm, trocken	1460 „
do. stark durchnäßt	1800 „
Gewöhnliche Dammerde, feucht	1600 „

Sand oder Kies, feucht	1860—2000 kg
Steinschotter	1620 „
Ziegelmauerwerk aus porösen oder Lochsteinen	1100—1300 „
Kiefernholz	650 „
Eichenholz	800 „
Torf	550 „
Roggenschüttung	650 „
Asphalt	1120 „
Basalt	3200 „
Granit	2700 „
Sandstein	2300 „
Sehr grober Kies	3050 „
Eis	910 „
Steinkohlen	1250 „
Gußeisen	7500 „
Schmiedeeisen	7800 „

2. Eigengewichte von Mauern pro qm Ansichtsfläche.

Fachwerk mit Ziegelsteinen,	$\frac{1}{2}$	Stein	stark	220 kg
do.	1	„	„	380 „
Massives Mauerwerk,	1	„	„	460 „
Desgl.	$1\frac{1}{2}$	„	„	670 „
Desgl.	2	„	„	880 „
Desgl.	$2\frac{1}{2}$	„	„	1100 „
Desgl.	3	„	„	1300 „

3. Eigengewichte hölzerner Zwischendecken.

Bezeichnung der Deckenkonstruktionen.	Entfernung der Balken von Mitte zu Mitte: 0,9 m		1,2 m	
	Stärke der Balken in Zentimetern: $\frac{20}{25}$	$\frac{25}{30}$	$\frac{20}{25}$	$\frac{25}{30}$
	Gewicht in Kilogramm pro qm			
Balken mit einfacher Dielung	60	80	56	66
Einfache Kassettendecke ohne Stuck	120	140	110	130
do. mit halbem Windelboden und Stuck	280	330	310	380
Balken mit gestrecktem Windelboden	200	230	190	200
Balken mit halbem Windelboden	250	300	280	350
Balken mit ganzem Windelboden	350	400	380	450

Anmerkung. Für jede Vermehrung der Balkenhöhe um 2,5 cm erhöht sich das Gewicht der Zwischendecken um cirka 25 kg pro qm.

4. Eigengewichte flacher gewölbter Decken.

Art der Decken.	kg pro qm.
Decke aus Ziegelmauerwerk, $\frac{1}{2}$ Stein stark mit Hintermauerung Fußbodenlager und Dielung	400
Desgl., $\frac{1}{4}$ Stein stark	250
Desgl., 1 Stein stark	650
Desgl., $\frac{1}{2}$ Stein stark, aus porösen oder Hohlsteinen	130—150
Wellblechdecke mit Beton, 13 cm stark	250 - 350

5. Verkehrslast für Zwischendecken.

Belastung der Zwischendecken von:	kg pro qm.	Belastung der Zwischendecken von:	kg pro qm.
Wohnräumen ꝛc.	150—250	Kaufmannsspeichern	760
Tanzsälen	400	Salzspeichern	600
Werkstätten mit schweren Maschinen	500—700	Belastung durch Menschengedränge; genügende Annahme	400
Heu- und Fruchtböden	400—450		

6. Totalbelastung von Zwischendecken und Dächern.

In Kilogrammen pro Quadratmeter.

Balkenlage mit einfacher Dielung, ohne Stakung	350 kg
do. mit gestrecktem Windelboden und Lehm-Estrich	430 „
do. ausgestakt und verschalt in Wohnhäusern	500 „
do. do. bei Tanzsälen und Werkstätten	700 - 800 „
Balkenlage in Kornspeichern	850—1000 „
do. in Salzspeichern	800 „
Dachbalkenlage in Wohngebäuden einschl. Dachdruck	750 „
Gewölbte Decken zwischen eisernen Trägern, $\frac{1}{2}$ Stein stark, mit Hintermauerung, Fußbodenlagern und Dielung	600 - 750 „
Gewölbte Decken zwischen eisernen Trägern, $\frac{1}{4}$ Stein stark, mit Hintermauerung, Fußbodenlagern und Dielung	500—550 „
Gewölbte Decken aus porösen Steinen	600 „
do. in Fabrikgebäuden	1000 „
do. unter Durchfahrten ꝛc.	1250 „
Wellblechdecken in Wohnhäusern / do. in Fabriken } zum Nachweis	500—1000 „

Dachflächen in der Horizontalprojektion gemessen, einschl. Schnee- und Winddruck, entsprechend der Neigung:

bei Ziegeldeckung	250—300 kg
„ Schieferdeckung	200—240 „
„ Metall- und Glasdeckung	125—150 „
„ Holzzementdeckung	350 „
„ steilen Mansardedächern	400 „

Belastung der Dachkonstruktionen.

In Kilogrammen pro Quadratmeter.

1. Eigengewicht der Dächer.

a. Holzdächer.	Mittleres Gewicht.
Einfaches Ziegeldach	100 kg
Doppel- und Kronendach (Ziegeldach)	130 „
Gewöhnliches Schieferdach (englischer Schiefer)	75 „
Desgl. (deutscher Schiefer)	90 „
Holzzementdach	180 „
Dach mit Holzschalung und Zink- oder Eisenblech	30 „
do. und Theerpappe	35 „
Falzziegeldach	110—125 „
b. Metalldächer.	
Glas auf Winkeleisen	30 „
Schiefer auf do.	50 „
Ebenes Eisenblech auf Winkeleisen	20 „
Eisenwellblech auf do.	25 „
Zinkwellblech auf do.	15—20 „
Gußeiserne Platten	70 „

2. Verkehrslast für Dächer.

Winddruck normal zur Windrichtung	120 „
Schneedruck	75 „

3. Totalbelastung der Dächer.

In Kilogrammen pro qm Horizontalprojektion.

h=Höhe des Daches, s=Tiefe des Daches.

Art der Bedachtung.	h : s =								
	1 : 2	1 : 3	1 : 4	1 : 5	1 : 6	1 : 7	1 : 8	1 : 9	1 : 10
Einfaches Ziegeldach	360	270	220	—	—	—	—	—	—
Doppel- und Kronenziegeldach	380	260	240	—	—	—	—	—	—
Falzziegeldach	290	250	230	220	—	—	—	—	—
Gewöhnliches Schieferdach (englisch)	240	210	190	180	—	—	—	—	—
Desgleichen (deutsch)	300	270	260	250	—	—	—	—	—
Holzzementdach	—	1:10	—	bis	—	1:48	—	—	250
Dach mit Zink oder Eisenblech	280	200	170	160	158	140	135	132	130
Dach mit Theerpappe	260	190	170	160	150	140	135	130	125

Belastung der Straßenbrücken.

1. Veränderliche Belastung.

Brücken.	Belastung.	Bemerkungen.	kg pro qm.
Straßen- und Pferdeeisenbahn-Brücken .	Menschengedränge .	Annahme in Amerika	150
		do. in Frankreich . . .	200
		do. in Deutschland . .	280
		Genügende Annahme	400
Fußsteige u. Ziehwege.	Menschen, Tiere und Fuhrwerk .	Stege für öffentlichen Verkehr .	400
		do. Privatverkehr . . .	200
		Ziehwege in Städten	400
		Stege für leichtes Fuhrwerk . .	150

2. Eigengewicht eiserner Straßenbrücken.

a. Wenn die Fahrbahn 0,20 m stark beschottert ist:

$42 . l + 900$ kg. ($l =$ freie Spannweite in Metern.)

b. Wenn die Fahrbahn doppelte Bohlenlage hat:

$28 . l + 600$ kg.

3. Totalbelastung eiserner Brücken.

a. Wenn die Fahrbahn 0,20 m stark beschottert ist:

$42 . l + 3600$ kg.

b. Wenn die Fahrbahn doppelte Bohlenlage hat:

$28 . l + 1300$ kg.

Pro qm in Kilogrammen.

II. Statik.

Erster Abschnitt: Allgemeines.

1. Die Freiträger.

Bezeichnet man mit:

M das größte Biegungsmoment,

W das Widerstandsmoment des Profils,

S die zulässige Spannung oder den Festigkeitskoeffizienten des Materials, so ist

$$M = S \,.\, W,$$

und ergiebt sich hieraus die Fundamentalformel

$$W = \frac{M}{S}.$$

Jedes durch die Belastung eines Trägers erzeugte Moment nennt man „Kraftmoment" oder „Moment der äußeren Kräfte". Damit der Träger nicht bricht, müssen die im Innern des Trägers tätig werdenden Kräfte ein Moment erzeugen, welches dem Kraftmomente gleich ist und diesem entgegengesetzt wirkt. Dieses widerstehende Moment heißt das „Moment der inneren Kräfte."

Dieses ist nun

$$M = S \cdot \frac{T}{a},$$

wenn T das auf die neutrale Axe bezogene Trägheitsmoment des Profils und a der Abstand der am stärksten gezogenen Faser von der neutralen Axe ist; es ist aber auch

$$T : a = W,$$

gleich dem Widerstandsmoment des Profils, und demnach

$$M = S \,.\, W.$$

Hat man nach der Fundamentalformel das erforderliche Widerstandsmoment eines Trägers berechnet, so entnimmt man entweder aus einer von den Hüttenwerken herausgegebenen Profiltafel ein entsprechendes Profil, oder man konstruiert selbst unter Benutzung des später Folgenden ein dem berechneten W genügendes Profil; letzteres jedoch nur in seltenen Fällen.

Aus der Tabelle der Festigkeitskoeffizienten sind die angegebenen Werte in die Formeln einzuführen.

Die meiste Verwendung finden jetzt die deutschen Normalprofile, welche in den betreffenden Tabellen genau angegeben sind.

Gußeiserne Träger dürfen im Allgemeinen nicht über mehr als zwei Stützen verlegt werden. Sie sind so anzuordnen, daß bei vertikal gerichteter Belastung die Flansche, bezw. die größere, wenn deren zwei verschiedene vorhanden sind, die gezogenen Fasern enthält und außerdem horizontal liegt. Hieraus ergeben sich die in den Figuren 7 bis 10 skizzierten, verschiedenen Angriffsweisen entsprechenden Anordnungen. Die Figuren 9 und 10 zeigen, daß die Anwendung eines gußeisernen Trägers ausgeschlossen ist, sobald die elastische Linie wechselweise nach der einen oder der anderen Seite konvex ist, da im Wendepunkte eine Umkehrung des Profils nötig wäre. Anordnungen gußeiserner Träger in T-Form, wie Fig. 9 und 10, sind also unzulässig.

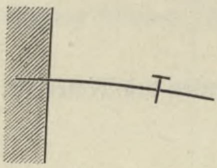


Fig. 7.

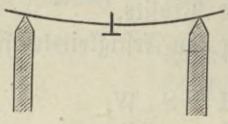


Fig. 8.

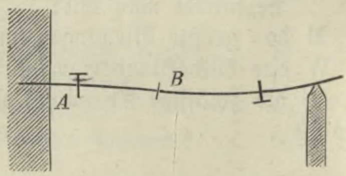


Fig. 9.

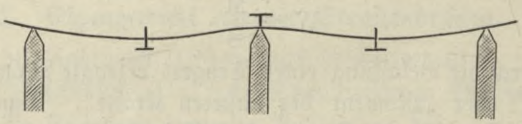


Fig. 10.

Die Anwendung der Fundamentalformel setzt voraus, daß die Richtungslinien aller äußeren Kräfte in einer Ebene liegen, die den Querschnitt in einer Symmetrieaxe oder einer normal zu dieser gelegenen Axe schneidet; es muß demnach bei vertikal gerichteten äußeren Kräften die horizontale oder die vertikale Schweraxe eine Symmetrieaxe des Querschnittes sein.

Die Fundamentalformel ist daher brauchbar für die Berechnung von Trägern mit rechteckigem Querschnitt, mit **I**- oder **C**-Querschnitt, unter Voraussetzung kongruenter Flanschen; sie ist jedoch nicht anwendbar bei **L**- oder **Z**-Querschnitt. —

Beim Freiträger liegt der gefährliche Querschnitt, d. h. derjenige, welchem das größte Biegungsmoment entspricht, stets an der Einklemmungsstelle.

Ist in Fig. 11 der Träger von der Länge l an seinem freien Ende B durch die zentrierte Last P beansprucht, so liegt der gefährliche Querschnitt an der Einklemmungsstelle A und das größte Biegungsmoment ist dann:

$$M = P\,l.$$

Weil nun aber

$$W = M : S,$$

so ist auch

$$W = P\,l : S.$$

Ist in Fig. 12 die Last gleichförmig über den ganzen Träger A B verteilt, so nimmt man dieselbe als im Schwerpunkt s zentriert an. Der Hebelarm der Last ist dann in Bezug auf die Einklemmungsstelle $A = \frac{1}{2}\,l$, demnach

$$M = P\,l : 2, \text{ und}$$
$$W = P\,l : 2\,S.$$

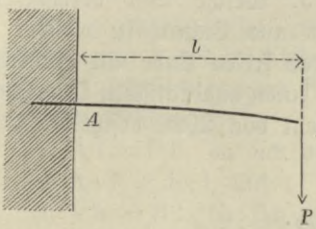


Fig. 11.

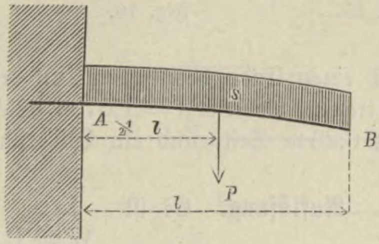


Fig. 12.

Beispiele.

1. Ein schmiedeeiserner Freiträger von 1,0 m freitragender Länge ist am freien Ende durch eine zentrierte Last von 1600 kg beansprucht; welches Profil muß er erhalten?

Auflösung. Das erforderliche Widerstandsmoment ist

$$W = P\,l : S = (1600 \,.\, 100) : 750 = 213{,}33,$$

auf Zentimeter bezogen. Das Profil Fig. 13 mit W = 239 genügt also; desgleichen Normal-Profil Nr. 20 mit W = 216.

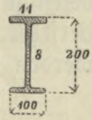


Fig. 13.

Anmerkung. Die Profilmaße der eisernen Träger &c. sind stets in Millimetern angegeben.

2. Ein Träger von $l_1 = 1{,}50$ m freier Länge, der an einem Ende fest eingemauert ist, trägt an seinem freien Ende eine zentrierte Last von $P_1 = 600$ kg, im Abstande von $l_2 = 0{,}90$ m von der Einklemmungsstelle eine solche von $P_2 = 800$ kg und ist in seiner ganzen freien Länge gleichförmig mit P = 700 kg belastet; welches Profil muß er erhalten, wenn er von Schmiedeeisen gefertigt wird?

Auflösung. Fig. 14. Das größte Biegungsmoment ist

$$M = P \cdot \frac{l_1}{2} + P_1 \,.\, l_1 + P_2 \,.\, l_2,$$

oder:

$$M = 700 \cdot \frac{150}{2} + 600 \,.\, 150 + 800 \,.\, 90 = 214500.$$

Es ist demnach

$$W = \frac{214500}{750} = 286,$$

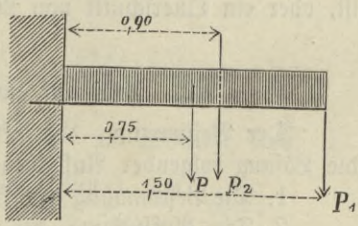


Fig. 14.

sodaß das Profil Fig. 15 mit $W = 296$, oder Normal-Profil Nr. 23 mit $W = 317$ genügend ist.

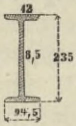


Fig. 15.

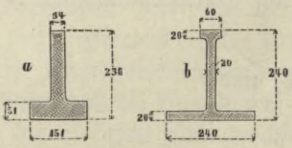


Fig. 16.

Wäre der Träger in Gußeisen auszuführen, so ergiebt sich:

$$W = 214500 : 500 = 429.$$

Die beiden Profile Fig. 16, a mit $W = 438$ und b mit $W = 440$ würden also ausreichen.

3. Welche Last vermag ein Balken aus Eichenholz. welcher an dem einen Ende befestigt ist, an dem anderen freien Ende mit Sicherheit zu tragen, wenn er $l = 1{,}57$ m freie Länge, einen quadratischen Querschnitt von 0,26 m Seite und ein Widerstandsmoment von 2929 besitzt?

Auflösung. Es ist

$$W = P\,l : S, \text{ oder:}$$

$$2929 = P \,.\, 157 : 80, \text{ und hieraus:}$$

$$P = \frac{2929 \,.\, 80}{157} = 1492{,}48 = \text{rd. } 1490 \text{ kg.}$$

4. Ein kieferner Balken von 3,0 m freier Länge ist an einem Ende befestigt und trägt an seinem freien Ende 1000 kg; welches Profil muß derselbe erhalten, wenn sein Eigengewicht = 95 kg mit in Rechnung gezogen werden soll?

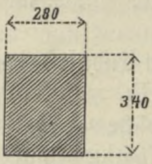


Fig. 17.

Auflösung. Das Eigengewicht wirkt als gleichförmig verteilte Belastung und ist als im Schwerpunkte zentriert anzunehmen. Es ist demnach

$$M = 1000 \,.\, 300 + 95 \,.\, 150 = 314250,$$

und hiernach

$$W = 314250 : 60 = 5237{,}5.$$

Das Profil Fig. 17 mit $W = 5395$ ist also ausreichend, dessen Höhe = 34 cm und dessen Breite = 28 cm ist, oder ein Querschnitt von 26.35 cm mit $W = 5278$.

2. Frei auf zwei Stützen ruhende Träger.

Der Bestimmung des erforderlichen Widerstandsmomentes hat hier die Lösung folgender Aufgaben voranzugehen.

1. Die Bestimmung der Auflagerdrücke oder der Reaktionen der Stützen.
2. Die Aufsuchung der Lage des gefährlichen Querschnittes, des Bruchquerschnittes.
3. Die Berechnung des größten biegenden Momentes.

ä. Die Reaktionen der Stützen,

d. h. den Widerstand, den die Stützen dem durch die Träger auf sie übertragenen Drucke entgegensetzen, bezeichnet man gleichnamig mit der Bezeichnung der Stützen; in Fig. 18 also mit A und B. Sollen die Stützen die Belastung tragen können, so müssen die Momente der Belastung den Momenten der Stützen gleich sein; P muß also Resultierende zwischen den Seitenkräften A und B sein.

Die zentrierte Last P greift im Abstande a von A und im Abstande b von B an. Hieraus ergeben sich die Momenten-Gleichungen:

1. $A\,l = P\,b$, da sich verhält $A : P = b : l$, und
2. $P\,a = B\,l$, da sich verhält $B : P = a : l$,

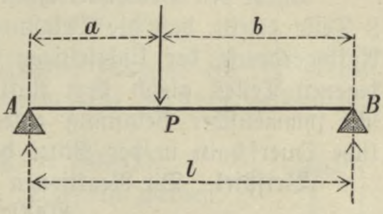


Fig. 18.

je nachdem A oder B als Drehungspunkt angenommen wird, Aus den Gleichungen 1 und 2 folgt, daß

$$A = P\,b : l \text{ und } B = P\,a : l.$$

NB. Wenn die Belastung über irgend eine Strecke des Trägers oder über den ganzen Träger gleichmäßig verteilt ist, nimmt man dieselbe als in ihrem Schwerpunkte zentriert an und behandelt sie wie die Last P in Fig. 14.

Beispiel. Der in Fig. 19 schematisch dargestellte Träger ruht frei auf den Stützen A und B; im Punkte I trägt er die zentrierte Last 900 kg, im Punkte II die zentrierte Last 600 kg, auf seiner ganzen Länge ist er mit 1200 kg und auf eine Länge von 2,0 m von B ab mit 3000 kg gleichförmig verteilt belastet.

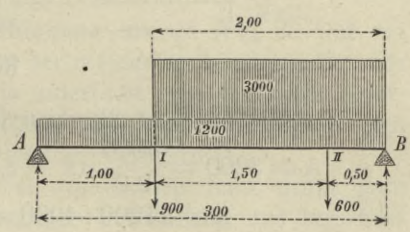


Fig. 19.

Die Reaktionen der Stützen sind

$$A = \frac{900 \,.\, 2,0}{3,0} + \frac{600 \,.\, 0,50}{3,0} + \frac{1200 \,.\, 1,50}{3,0} + \frac{3000 \,.\, 1,0}{3,0}, \text{ oder:}$$

$$A = \frac{1200}{2} + \frac{900 \,.\, 2,0 + 600 \,.\, 0,5 + 3000 \,.\, 1,0}{3,0} = 2300 \text{ kg, und}$$

$$B = \frac{900 \,.\, 1,0}{3,0} + \frac{600 \,.\, 2,50}{3,0} + \frac{1200 \,.\, 1,50}{3,0} + \frac{3000 \,.\, 2,0}{3,0}, \text{ oder:}$$

$$B = \frac{1200}{2} + \frac{900 \,.\, 1,0 + 600 \,.\, 2,5 + 3000 \,.\, 2,0}{3,0} = 3400 \text{ kg.}$$

Da A + B stets gleich der gesamten Belastung sein muß, so hätte man nach der Berechnung von A auch B einfacher erhalten, wenn man A von der Gesamtlast abgezogen hätte; es hätte demnach ergeben

$$B = (1200 + 3000 + 900 + 600) - 2300 = 3400 \text{ kg}.$$

Will man aber sicher gegen Rechnenfehler sein, dann ist stets die Berechnung für beide Reaktionen auszuführen.

b. Die Lage des Bruchquerschnittes.

Durch den Bruchquerschnitt eines Trägers wird derselbe derartig in 2 Teile geteilt, daß die Belastung des links gelegenen Teiles gleich dem Auflagerdrucke der linksseitigen Stütze und die Belastung des rechts gelegenen Teiles gleich dem Auflagerdrucke der rechtsseitigen Stütze wird. Bei symmetischer Belastung eines Trägers liegt demnach auch der gefährliche Querschnitt in der Mitte desselben.

Beispiel. Die Reaktionen des in Fig. 20 dargestellten Trägers sind:

$$A = \frac{8000 \,.\, 2{,}0}{5{,}0} = 3200 \text{ kg, und}$$

$$B = 8000 - 3200 = 4800 \text{ kg}.$$

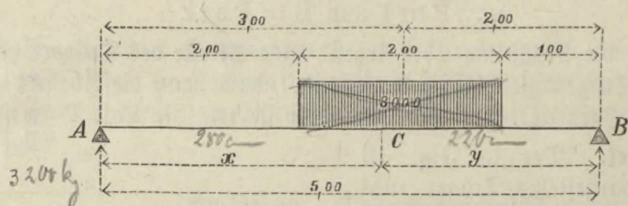


Fig. 20.

Den Abstand x des Bruchquerschnittes C findet man aus der Gleichung

$$A = 3200 = \frac{8000}{2{,}0} \cdot (x - 2{,}0) = 4000\,x - 8000, \text{ woraus}$$

$$x = 11200 : 4000 = 2{,}80 \text{ m, und demnach}$$

$$y = 2{,}20 \text{ m; oder}$$

aus der Gleichung

$$B = 4800 = \frac{8000}{2{,}0} \cdot (y - 1{,}0) = 4000\,y - 4000, \text{ woraus}$$

$$y = 8800 : 4000 = 2{,}20 \text{ m, und demnach}$$

$$x = 2{,}80 \text{ m}.$$

NB. $B : 8000 = (y - 1{,}0) : 2{,}0$, und $A : 8000 = (x - 2{,}0) : 2{,}0$, oder:

$$4800 : 8000 = (y - 1{,}0) : 2{,}0, \text{ und } 3200 : 8000 = (x - 2{,}0) : 2{,}0.$$

c. Das größte Biegungsmoment,

d. h. das auf den gefährlichen Querschnitt C bezogene Moment, bestimmt man, indem man die Trägerteile A C oder B C, Fig, 20, als bei C horizontal eingeklemmte Freiträger ansieht. In Bezug auf den Querschnitt C des als Freiträger anzusehenden Trägerteils A C wirkt die Reaktion A = 3200 kg als zentrierte Last am Hebelarme 280 cm mit dem Drehungspunkte C. Dem hierdurch erzeugten Momente entgegen wirkt der auf A C fallende Teil der 8000 kg, nämlich

$$8000 \,.\, \frac{2{,}80 - 2{,}00}{2{,}00} = 8000 \,.\, \frac{0{,}80}{2{,}00} = 8000 \,.\, 0{,}4,$$

am Hebelarme

$$\frac{1}{2} \cdot (280 - 200) \text{ cm} = \frac{80}{2} = 40 \text{ cm}.$$

Wird nun das durch die Reaktion bewirkte Moment ein für allemal positiv angenommen, dann ist das Biegungsmoment für den gefährlichen Querschnitt C gleich

$$M = 3200 \,.\, 280 - 8000 \,.\, 0{,}4 \,.\, 40 = 768000.$$

Soll der Träger aus Schmiedeeisen hergestellt werden, dann ist das erforderliche Widerstandsmoment

$$W = 76800 : 750 = 1024,$$

und würde das Profil Fig. 21 mit W = 1035, oder Normal-Profil Nr. 36 mit W = 1089 genügen.

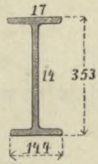


Fig. 21.

Für B C ist in Bezug auf C das Biegungsmoment

$$M = 4800 \,.\, 220 - 8000 \cdot \frac{2{,}2 - 1{,}0}{2{,}0} \cdot \frac{1}{2} \cdot (220 - 100) =$$

$$4800 \,.\, 220 - 8000 \,.\, 0{,}6 \,.\, 60 = 1056000 - 288000 = 768000,$$

also dasselbe als für A C. —

Kann bei einer Verteilung der Belastung wie in Fig. 22 und 24 nicht sofort angegeben werden, auf welcher der verschieden belasteten Strecken des Trägers der Bruchquerschnitt liegt, so untersucht man diejenigen Querschnitte, in denen die Belastung sich ändert, durch die Differenz zwischen Auflagerreaktion und Belastung des bezüglichen Trägerteils.

Diese Differenz, welche positiv oder negativ sein kann, nennt man die dem betreffenden Querschnitte entsprechende Vertikalkraft und bezeichnet sie mit V, V_I, V_{II} 2c.

Ergiebt sich nun für den einen dieser Querschnitte die Vertikalkraft positiv, und für den benachbarten negativ, so liegt der Bruchquerschnitt zwischen beiden, da diesem die Vertikalkraft Null entspricht. Man hat jedoch nicht nötig, die Vertikalkräfte selbst zu berechnen, sondern nur deren Vorzeichen.

Beispiel. Bei dem in Fig. 22 dargestellten Träger A B sind die Auflager-Reaktionen:

$$A = \frac{4000}{2} + \frac{8000 \,.\, 3{,}7}{4{,}0} + \frac{12000 \,.\, 2{,}1}{4{,}0} = 15700 \text{ kg}.$$

$$B = (12000 + 8000 + 4000) - 15700 = 8300 \text{ kg}.$$

Die Vertikalkräfte, welche den Querschnitten I, II und III entsprechen, sind:

$$V_{I} = 15700 - 8000 - \frac{4000 \,.\, 0{,}6}{4{,}0} = + \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$V_{II} = 15700 - 8000 - \frac{4000 \,.\, 1{,}6}{4{,}0} = + \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$V_{III} = 15700 - 8000 - 12000 - \frac{4000 \,.\, 2{,}2}{4{,}0} = - \cdot \cdot \cdot \cdot$$

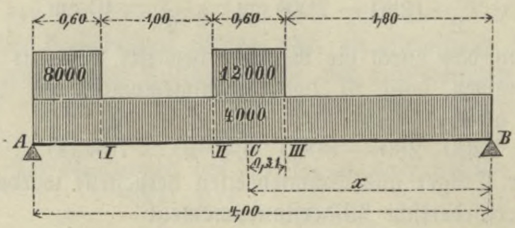


Fig. 22.

Der Bruchquerschnitt C muß demnach zwischen II und III liegen. Sein Abstand x von B ergiebt sich aus der Gleichung:

$$8300 = \frac{4000 \,.\, x}{4{,}00} + \frac{12000 \,.\, (x - 1{,}8)}{0{,}6}, \text{ oder}$$

$$8300 = 1000\,x + 20000\,x - 36000, \text{ oder}$$

$$21000\,x = 44300, \text{ woraus}$$

$$x = 44300 : 21000 = 2{,}109 = 2{,}11 \text{ m}.$$

Das größte Biegungsmoment ist also:

$$M = 8300 \,.\, 211 - \frac{4200 \,.\, 211}{400} \cdot \frac{211}{2} - \frac{12000 \,.\, 31}{60} \cdot \frac{31}{2}, \text{ oder}$$

$$M = 1432595.$$

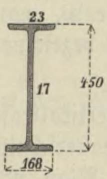


Fig. 23.

Soll der Träger aus Schmiedeeisen hergestellt werden, dann ist

$$W = 1432595 : 750 = 1910{,}1.$$

Das Profil Fig. 23 mit $W = 1954$ oder Normal-Profil Nr. 45 mit $W = 2054$ ist also ausreichend.

Es ist einerlei, ob bei der Berechnung der Vertikalkräfte von A oder B ausgegangen wird. Man konnte also auch setzen:

$$V_{III} = 8300 - \frac{4000 \,.\, 1{,}8}{4{,}0} = + \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$V_{II} = 8300 - \frac{4000 \,.\, 2{,}4}{4{,}0} - 12000 = - \cdot \cdot \cdot \cdot$$

Der Wert der Vertikalkraft für den Querschnitt III ist z. B. derselbe, ob V_{III} als Resultante der auf der Strecke A III oder der auf

B III wirkenden Kräfte dargestellt wird, es erfährt nur das Vorzeichen eine Änderung.

Wenn auf dem Träger, außer gleichmäßig verteilten Lasten, noch zentrierte Lasten ruhen, so sind auch für die den Angriffspunkten dieser entsprechenden Querschnitte die Vertikalkräfte zu ermitteln. Für jeden solchen Querschnitt ergeben sich alsdann 2 verschiedene Werte für die Vertikalkraft, je nachdem man die bezügliche zentrierte Last zu dem linksseitigen oder rechtsseitigen Trägerteile rechnet. Nehmen verhältnismäßig große zentrierte Lasten, oder nur zentrierte Lasten den Träger in Anspruch, so kommt es vor, daß der eine dieser Werte V desselben Querschnittes positiv, der andere negativ ist. In einem solchen Falle entspricht der Bruchquerschnitt dem betreffenden Lastangriffspunkte.

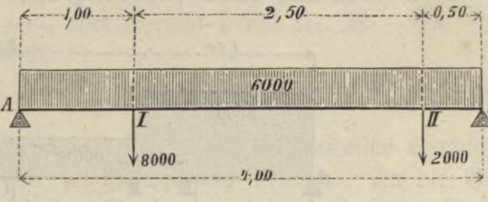


Fig. 24.

Beispiel.

Für den in Fig. 24 dargestellten Träger sind die Reaktionen:

$$A = \frac{6000}{2} + \frac{2000 \cdot 0{,}5 + 8000 \cdot 3{,}0}{4{,}0} = 9250 \text{ kg}.$$

$$B = 6000 + 2000 + 8000 - 9250 = 6750 \text{ kg}.$$

Nimmt man die Vertikalkraft V_I als Resultante der auf der Strecke A I ruhenden Lasten an, so ergeben sich die beiden Werte:

$$V_I = 9250 - \frac{6000 \cdot 1{,}0}{4{,}0} = + \cdots \text{ und}$$

$$V'_I = 9500 - \frac{6000 \cdot 1{,}0}{4{,}0} - 8000 = - \cdots$$

Der Bruchquerschnitt liegt also bei I. Das größte Biegungsmoment ist demnach:

$$M = 9250 \cdot 100 - \frac{6000 \cdot 100}{400} \cdot \frac{100}{2} = 850000.$$

Als Material Schmiedeeisen angenommen, ist also:

$$W = 850000 : 750 = 1133.$$

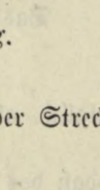


Fig. 25.

Das Profil Fig. 25 mit $W = 1137$ oder Normal-Profil Nr. 38 mit $W = 1274$ genügt also.

Bei der Beanspruchung eines Trägers durch Einzellasten kann man auch in der Weise verfahren, daß bei der Bildung der dem Angriffspunkte einer zentrierten Last P entsprechenden Vertikalkraft stets P mit in Rechnung gezogen wird. Erhält man dann für V einen negativen Wert, der, positiv genommen, kleiner als P ist, so liegt der gefährliche Querschnitt im Angriffspunkte von P.

Beispiele.

1. Die in Fig. 26 dargestellte Angriffsweise ergibt die Reaktionen:

$$A = 2000 + (8000 \,.\, 3{,}25 + 9000 \,.\, 1{,}4 + 2000 \,.\, 3{,}0) : 4{,}0 = 13150 \text{ kg.}$$

$$B = 2000 + 9000 + 4000 + 8000 - 13150 = 9850 \text{ kg.}$$

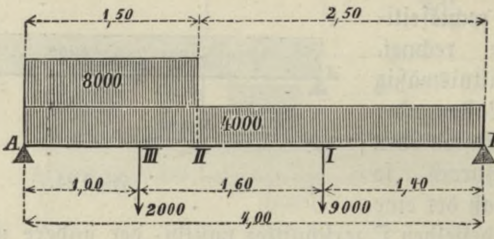


Fig. 26.

Die Vertikalkraft V_I wird

$$V_I = 9850 - 9000 - \frac{4000 \,.\, 1{,}4}{4{,}0} = -550.$$

Da nun 550 kleiner als 9000 ist, so liegt der Bruchquerschnitt bei I.

Das größte Biegungsmoment ist nun:

$$M = 9850 \,.\, 140 - \frac{4000 \,.\, 140}{400} \cdot \frac{140}{2} = 128100,$$

folglich, als Material Schmiedeeisen angenommen,

$$W = 1281000 : 750 = 1708,$$

sodaß das Profil Fig. 27 mit $W = 1759$ oder Normal-Profil Nr. $42\frac{1}{2}$ mit $W = 1754$ genügend ist.

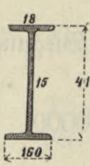


Fig. 27.

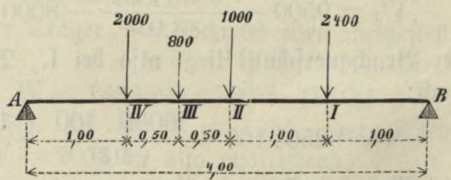


Fig. 28.

2. Der in Fig. 28 dargestellte Träger ist nur durch zentrierte Lasten in Anspruch genommen; seine Auflager-Reaktionen sind:

$$A = (2000 \,.\, 3{,}0 + 800 \,.\, 2{,}5 + 1000 \,.\, 2{,}0 + 2400 \,.\, 1{,}0) : 4{,}0 = 3100 \text{ kg.}$$

$$B = 2000 + 800 + 1000 + 2400 - 3100 = 3100 \text{ kg.}$$

Die Vertikalkräfte sind:

$$V_I = 3100 - 2400 = +700.$$

$$V_{II} = 3100 - 2400 - 1000 = -300.$$

Da nun 300 kleiner als 1000 ist, so liegt der Bruchquerschnitt bei II.

Das größte Biegungsmoment ist nun:

$$M = 3100 \cdot 200 - 2400 \cdot 100 = 380000,$$

und demnach das erforderliche Widerstandsmoment

$$W = 380000 : 750 = 480,$$

wenn als Material Schmiedeeisen zur Verwendung gelangt. Das Profil Fig. 29 mit $W = 480$, oder Normal-Profil Nr. 28 mit $W = 547$ ist also ausreichend.

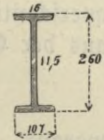


Fig. 29.

Ein häufig vorkommender Fall, der eine ziemlich einfache Behandlung gestattet, ist folgender.

In Fig. 30 sei die dem Bruchquerschnitte C entsprechende Vertikalkraft = Null und die Strecke AB sei gleichförmig belastet. Da die Belastungen von AC und BC gleich den Reaktionen A und B sind und in Bezug auf C am Hebelarme $\frac{x}{2}$ wirken, unter x die Länge der Strecken AC und BC verstanden, so ist das größte Biegungsmoment:

$$M = A\,x - \frac{A\,x}{2} = \frac{A\,x}{2}, \text{ und}$$

$$M = B\,x - \frac{B\,x}{2} = \frac{B\,x}{2},$$

und demnach

$$W = \frac{A\,x}{2\,S}, \text{ oder}$$

$$W = \frac{B\,x}{2\,S}.$$

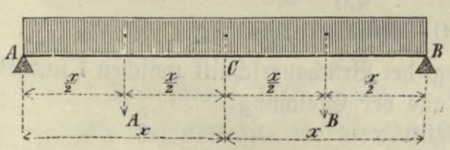


Fig. 30.

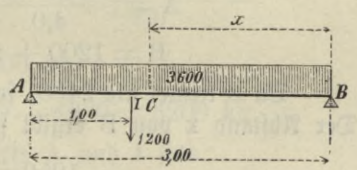


Fig. 31.

Beispiele.

1. Für den in Fig. 31 dargestellten Träger sind die Reaktionen:

$$A = \frac{3600}{2} + \frac{1200 \cdot 2{,}0}{3{,}0} = 2600 \text{ kg}.$$

$$B = 3600 + 1200 - 2600 = 2200 \text{ kg}.$$

Für den Querschnitt I ist die Vertikalkraft:

$$V_{I} = 2200 - \frac{3600 \cdot 2{,}0}{3{,}0} - 1200 = -1400 \text{ kg}.$$

Da V_I als Resultante der auf der Strecke I B wirkenden Kräfte dargestellt worden ist, und 1400 größer als 1200 ist, so muß der Bruchquerschnitt zwischen I und B liegen. Sein Abstand x von B ergibt sich aus der Gleichung:

$$2200 = \frac{3600 \,.\, x}{3{,}0},$$

woraus

$$x = \frac{3 \,.\, 2200}{3600} = 1{,}833 \text{ m.}$$

Wird als Material Schmiedeeisen angenommen, so ist ein Widerstandsmoment erforderlich von

$$W = \frac{B \,.\, x}{2\,S} = \frac{2200 \,.\, 183{,}3}{2 \,.\, 750} = 268{,}84,$$

sodaß das Profil Fig. 32 mit W = 270 oder Normal-Profil Nr. 22 mit W = 281 genügend ist.

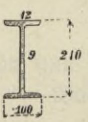


Fig. 32.

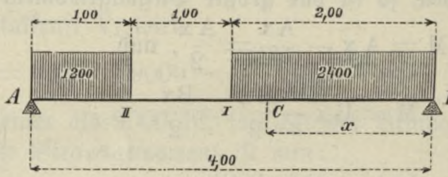


Fig. 33.

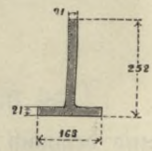


Fig. 34.

2. Bei einer Belastung des Trägers wie in Fig. 33 ergeben sich die Reaktionen:

$$A = \frac{1200 \,.\, 3{,}5}{4{,}0} + \frac{2400 \,.\, 1{,}0}{4{,}0} = 1650 \text{ kg;}$$

$$B = 1200 + 2400 - 1650 = 1950 \text{ kg.}$$

Da B kleiner als 2400, so liegt der Bruchquerschnitt zwischen I und B. Der Abstand x von B ergibt sich aus der Gleichung:

$$1950 = \frac{2400 \,.\, x}{2{,}0},$$

woraus

$$x = \frac{2 \,.\, 1950}{2400} = 1{,}625 \text{ m.}$$

Als Material Gußeisen angenommen, ist das erforderliche Widerstandsmoment

$$W = \frac{1950 \,.\, 162{,}5}{2 \,.\, 500} = 316{,}87.$$

Das Profil Fig. 34 mit W = 322; oder in Schmiedeeisen: Deutsches Normal-Profil Nr. 23 mit W = 317, ist also ausreichend.

Ist die Stütze B des Trägers nicht am Ende desselben angeordnet und ist der um die Länge b überragende Teil durch die Last P in Anspruch genommen, Fig. 35, so ergeben sich die Reaktionen:

$$A = -\frac{P\,b}{l}, \text{ und}$$

$$B = \frac{P\,(b + l)}{l}.$$

Der Träger muß bei A von oben nach unten gestützt werden. Zur Ermittelung der Lage des gefährlichen Querschnitts und des größten Biegungsmomentes verfährt man nach den bisher gegebenen Regeln. Außer dem größten Moment zwischen den Stützen ist auch dasjenige außerhalb derselben zu untersuchen, da hier der gefährliche Querschnitt des überragenden Trägerteils liegt, welcher letztere als Freiträger zu behandeln ist.

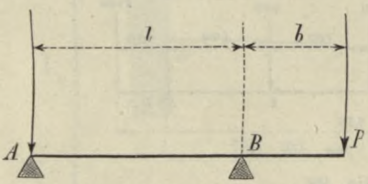


Fig. 35.

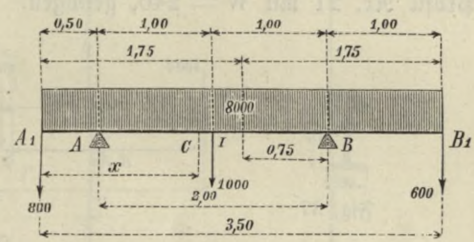


Fig. 36.

Beispiele.

1. Bei dem in Fig. 36 dargestellten Träger sind die Reaktionen:

$$A = \frac{800 \,.\, 2{,}5}{2{,}0} + \frac{1000 \,.\, 1{,}0}{2{,}0} + \frac{8000 \,.\, 0{,}75}{2{,}0} - \frac{600 \,.\, 1{,}0}{2{,}0} = 4200 \text{ kg}.$$

$$B = 800 + 1000 + 600 + 8000 - 4200 = 6200 \text{ kg}.$$

Die Vertikalkräfte für die Querschnitte A und I sind:

$$V_A = + \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot$$

$$V_I = 4200 - 800 - 1000 - \frac{8000 \,.\, 1{,}5}{3{,}5} = -1640 \text{ kg}.$$

Der Bruchquerschnitt liegt also zwischen A und I. Sein Abstand x vom Trägerende A_1 ergibt sich aus der Gleichung:

$$4200 = 800 + \frac{8000 \,.\, x}{3{,}5},$$

woraus

$$x = \frac{(4200 - 800) \,.\, 3{,}50}{8000} = 1{,}4875 \text{ m}.$$

Das größte Biegungsmoment ist nun:

$$M = 4200 \,.\, (148{,}75 - 50) - 800 \,.\, 148{,}75 - \frac{8000 \,.\, 148{,}75}{350} \cdot \frac{148{,}75}{2} = 161875.$$

Das Biegungsmoment über der Stütze B ist:

$$M_B = 600 \,.\, 100 + \frac{8000 \,.\, 100}{350} \cdot \frac{100}{2} = 174285{,}7 = 174286.$$

Da nun M_B größer ist als M_C und offenbar auch größer als M_A, so ist das Widerstandsmoment des Trägers nach M_B zu berechnen. Es ist also

$$W = 174286 : 750 = 232{,}4,$$

die Verwendung von Schmiedeeisen vorausgesetzt, und wird demnach ein Träger mit dem Profil Fig. 37 und $W = 238$, oder Deutsches Normal-Profil Nr. 21 mit $W = 246$, genügen.

Fig. 37.

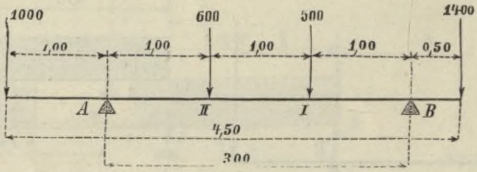


Fig. 38.

2. Für den in Fig. 38 dargestellten Träger, der nur durch zentrierte Lasten beansprucht wird, sind die Reaktionen:

$$A = (1000 \,.\, 4{,}0 + 600 \,.\, 2{,}0 + 500 \,.\, 1{,}0 - 1400 \,.\, 0{,}5) : 3{,}0 = 1667 \text{ kg};$$
$$B = 1000 + 600 + 500 + 1400 - 1667 = 1833 \text{ kg}.$$

Dem Querschnitt I entspricht die Vertikalkraft

$$V_I = 1833 - 1400 - 500 = -67 \text{ kg}.$$

Da 67 kleiner als 500 ist, so liegt der Bruchquerschnitt bei I, und ist demnach das größte Biegungsmoment:

$$M_I = 1833 \,.\, 100 - 1400 \,.\, 150 = -26700.$$

Ein negatives Maximum stellt aber positiv genommen ein Minimum dar, woraus folgt, daß sämtliche Momente zwischen A und B größer sind als M_I.

Für M_{II} ergibt sich z. B.

$$M_{II} = 1667 \,.\, 100 - 1000 \,.\, 200 = -33300.$$

Die größten Momente sind die über den Stützen A und B und ist demnach:

$$M_A = 1000 \,.\, 100 = 100000, \text{ und}$$
$$M_B = 1400 \,.\, 50 = 70000;$$

von diesen ist das erstere das größte und muß deshalb dieses für die Berechnung des Widerstandsmomentes verwendet werden. Es ist demnach, bei Verwendung von Schmiedeeisen,

$$W = 100000 : 750 = 133{,}33\ldots.$$

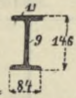
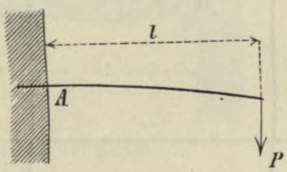
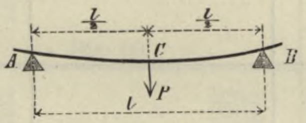
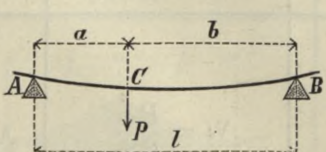
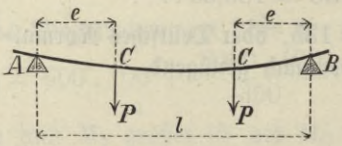
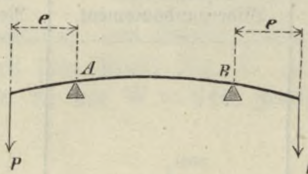
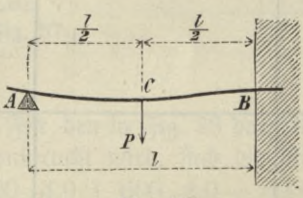
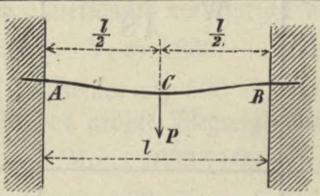
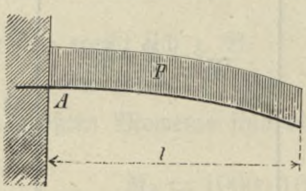


Fig. 39.

Das Profil Fig. 39 mit $W = 135$, oder Deutsches Normal-Profil Nr. 17 mit $W = 139$, ist demnach genügend.

3. Formeln für die Berechnung einfach belasteter Träger.

Nr.	Angriffsweise.	Erforderliches Widerstandsmoment.	Auflager-Reaktionen.
I.	 Fig. 40.	$W = \frac{P\,l}{S}$.	—
II.	 Fig. 41.	$W = \frac{P\,l}{4\,S}$.	$A = \frac{P}{2}$. $B = \frac{P}{2}$.
III.	 Fig. 42.	$W = \frac{P\,a\,b}{l\,S}$.	$A = \frac{P\,b}{l}$. $B = \frac{P\,a}{l}$.

Nr.	Angriffsweise.	Erforderliches Widerstandsmoment.	Auflager-Reaktionen.
IV.	 Fig. 43.	$W = \frac{Pe}{S}$.	$A = P$. $B = P$.
V.	 Fig. 44.	$W = \frac{Pe}{S}$.	$A = P$. $B = P$.
VI.	 Fig. 45.	$W = \frac{3Pl}{16S}$.	$A = \frac{5P}{16}$. $B = \frac{11P}{16}$.
VII.	 Fig. 46.	$W = \frac{Pl}{8S}$.	$A = \frac{P}{2}$. $B = \frac{P}{2}$.
VIII.	 Fig. 47.	$W = \frac{Pl}{2S}$.	$A = P$.

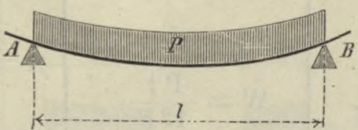
<table>
<tr><th>Nr.</th><th>Angriffsweise.</th><th>Erforderliches Widerstandsmoment.</th><th>Auflager-Reaktionen.</th></tr>
<tr><td>IX.</td><td>


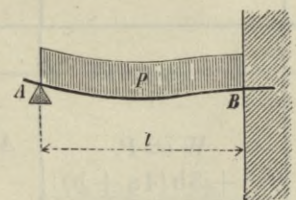
Fig. 48.</td><td>$W = \frac{P\,l}{8\,S}.$</td><td>$A = \frac{P}{2}.$
$B = \frac{P}{2}.$</td></tr>
<tr><td>X.</td><td>


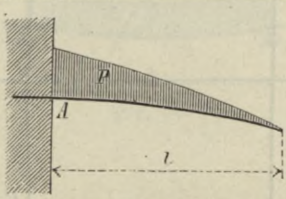
Fig. 49.</td><td>$W = \frac{P\,l}{8\,S}.$</td><td>$A = \frac{3}{8}P.$
$B = \frac{5}{8}P.$</td></tr>
<tr><td>XI.</td><td>


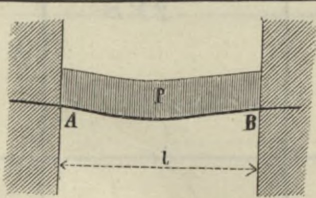
Fig. 50.</td><td>$W = \frac{P\,l}{3\,S}.$</td><td>$A = P.$</td></tr>
<tr><td>XII.</td><td>


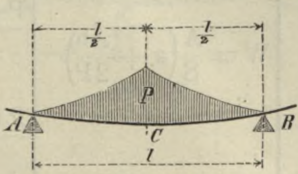
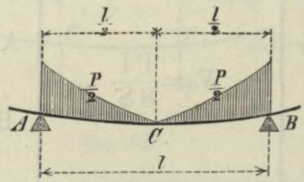
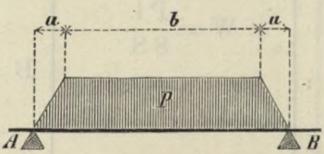
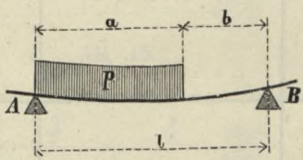
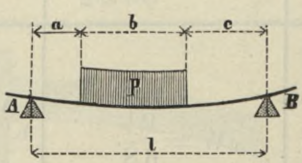
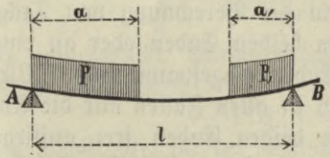
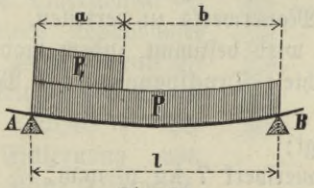
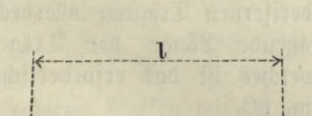
Fig. 51.</td><td>$W = \frac{P\,l}{12\,S}.$</td><td>$A = \frac{P}{2}.$
$B = \frac{P}{2}.$</td></tr>
<tr><td>XIII.</td><td>


Fig. 52.</td><td>$W = \frac{P\,l}{6\,S}.$</td><td>$A = \frac{P}{2}.$
$B = \frac{P}{2}.$</td></tr>
</table>

Nr.	Angriffsweise.	Erforderliches Widerstandsmoment.	Auflager-Reaktionen.
XIV.	 Fig. 53.	$W = \frac{P\,l}{12\,S}$.	$A = \frac{P}{2}$. $B = \frac{P}{2}$.
XV.	 Fig. 54.	$W = P \cdot \frac{8a^2 + 3b(4a + b)}{24(a + b) \cdot S}$.	$A = \frac{P}{2}$. $B = \frac{P}{2}$.
XVI.	 Fig. 55.	$W = \frac{A^2 a}{2\,P\,S}$.	$A = \frac{P(2b + a)}{2\,l}$. $B = \frac{P\,a}{2\,l}$.
XVII.	 Fig. 56.	$W = \frac{A}{S}\left(a + \frac{A\,b}{2P}\right)$.	$A = \frac{P(2c + b)}{2\,l}$. $B = \frac{P(2a + b)}{2\,l}$.

Nr.	Angriffsweise.	Erforderliches Widerstandsmoment.	Auflager-Reaktionen.
XVIII.	 Fig. 57.	Ist $A \leqq P$ oder $B \geqq P$, so wird $W = \frac{A^2 a}{2PS}$. Ist $A \geqq P$ oder $B \leqq P$, so wird $W = \frac{B^2 a_1}{2P_1 S}$. Ist $a = a_1$ und $P = P_1$, so wird $W = \frac{Pa}{2S}$.	$A = \frac{P(2l-a)+P_1 a_1}{2l}$. $B = \frac{P_1(2l-a_1)+Pa}{2l}$.
XIX.	 Fig. 58.	Ist $B \geqq \frac{Pb}{l}$, oder $A \leqq P_1 + \frac{Pa}{l}$, so wird $W = \frac{A^2 a l}{2(P_1 l + Pa)S}$. Ist $B \leqq \frac{Pb}{l}$, oder $A \geqq P^1 + \frac{Pa}{l}$, so wird $W = \frac{B^2 l}{2PS}$.	$A = \frac{P}{2} + P_1 - \frac{P_1 a}{2l}$. $B = \frac{P}{2} + \frac{P_1 a}{2l}$.
XX.	 Fig. 59.	Ist $B \leqq \frac{Pb}{l}$, so wird $W = \frac{B^2 l}{2PS}$. Ist $B \geqq \frac{Pb}{l}$, so wird $W = \frac{ab}{2Sl}(P + 2P_1)$. Ist $a = b = \frac{l}{2}$, so wird $W = \frac{l}{8S}(P + 2P_1)$.	$A = \frac{P}{2} + \frac{P_1 b}{l}$. $B = \frac{P}{2} + \frac{P_1 a}{l}$.

Die vorstehend aufgeführten Formeln gestatten die Ermittelung der Auflagerdrücke und des erforderlichen Widerstandsmomentes bei allen im Hochbau vorkommenden Fällen. In den Formeln XVI bis XX ist die Kenntnis der Auflagerdrücke zur Bestimmung des Widerstandsmomentes erforderlich, in den übrigen Fällen aber auch, um die Stabilität der Stützen zu prüfen.

Es sind in der Tabelle Formeln zur Berechnung von Trägern aufgeführt, für solche Träger, welche an beiden Enden oder an einem Ende frei aufliegen, oder auch an beiden Enden eingespannt sind. Vielfach gestatten die Baupolizei-Behörden jedoch in allen Fällen nur die Anwendung der Formeln für Träger welche an beiden Enden frei aufliegen. Die anderen Formeln sind hier ebenfalls angeführt, weil sie zuweilen benutzt werden können.

Sind für einen Fall zwei verschiedene Widerstandsmomente angegeben, so ist das Trägerprofil stets nach dem größeren zu bestimmen.

In den folgenden Beispielen ist Unterstützung durch Mauerwerk vorausgesetzt, welches in vielen Fällen die Anwendung einer besonderen Auflagerplatte bedingt, deren Zweck es ist, den Druck der Träger gleichmäßig über eine größere Fläche des Mauerwerks zu verteilen.

Die erforderliche Auflagerfläche wird bestimmt, indem man den Auflagerdruck durch die für zuläßig erachtete Druckspannung des Mauerwerks dividiert.

Diese zuläßige Belastung beträgt:

a. für gewöhliches Ziegelmauerwerk 7 kg p. qcm;
b. für gutes Ziegelmauerwerk in Zement 11 kg p. qcm;
c. für bestes do. desgl. 12—14 kg p. qcm;
d. für ausgezeichnetes Ziegelmauerwerk (beste Klinkersteine) in fettem Zement 25 kg p. qcm.

Beispiele.

1. Ein Keller soll mit $\frac{1}{2}$ Stein starken gewölbten Kappen von 2,20 m Spannweite zwischen schmiedeeisernen Trägern überdeckt werden. Die freitragende Länge der Träger ist = 4,50 m; welches ist das erforderliche Trägerprofil? Fig. 60.

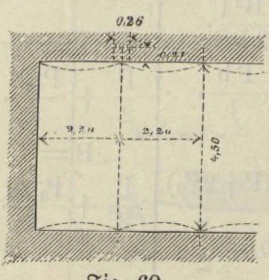


Fig. 60.

Auflösung. Das Gewicht der Kappe einschl. Verkehrslast und Fußboden beträgt 750 kg pro qm, weil stets die höchste Belastung anzunehmen ist, wenn keine bestimmten Angaben über dieselben gemacht sind. Die auf jeden Träger entfallende Last ist demnach =

$$2{,}20 \,.\, 4{,}50 \,.\, 750 = 7425 \text{ kg},$$

und das erforderliche Widerstandsmoment nach der Formel Nr. IX der Tabelle:

$$W = \frac{P\,l}{8\,S} = \frac{7425\,.\,450}{8\,.\,750} = 557,$$

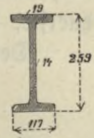


Fig. 61.

sodaß das Profil Fig. 61 mit $W = 589$ oder Normal-Profil Nr. 30 mit $W = 659$ genügend ist.

Jeder Auflagerdruck ist =

$$\frac{P}{2} = \frac{7425}{2} = 3712{,}5 = \text{rd. } 3715 \text{ kg.}$$

Die erforderliche Auflagerfläche, unter Voraussetzung gewöhnlichen Mauerwerks, ist hiernach =

$$3715 : 7 = 531 \text{ qcm.}$$

Das Profil Nr. 30 der deutschen Normalprofile hat eine Flanschenbreite von 12,5 cm, es würde also eine Auflagerlänge desselben von $531 : 12{,}5 = 42{,}48$ cm erforderlich sein. Man verwendet daher besser Platten aus Gußeisen mit 26 cm Länge, 21 cm Breite und 2 cm Stärke, welche ausreichend sind. Die erforderliche Länge der Träger ist = 4,92 m einschl. Auflager.

2. Es soll der erforderliche Querschnitt der Balken eines Wohnhauses berechnet werden, wenn die größte freitragende Länge derselben = 5,40 m, ihre größte Entfernung von Mitte zu Mitte 0,95 m ist, und die Balken auf der Mittelwand gestoßen sind. Fig. 62.

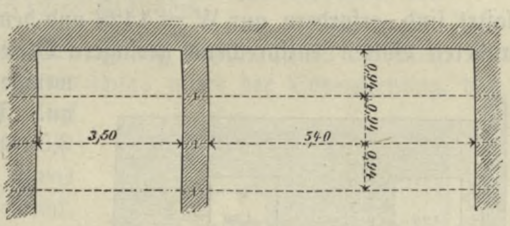


Fig. 62.

Auflösung. Das Gewicht der Balkenlage eines Wohngebäudes einschl Verkehrslast beträgt 500 kg pro qm. Die Belastung jedes Balkens ist daher für die größte freitragende Länge =

$$5{,}40\,.\,0{,}94\,.\,500 = 2538 \text{ kg.}$$

Werden die Balken aus Kiefernholz gefertigt, so ist nach der Formel Nr. IX der Tabelle:

$$W = \frac{2538\,.\,540}{8\,.\,60} = 2855{,}25.$$

Es würden Balken mit folgenden Querschnitten genügen:

a. 26 cm hoch, 26 cm breit, mit $W = 2929$; 676 qcm Querschnitt;
b. 29 cm hoch, 21 cm breit, mit $W = 2944$; 609 qcm Querschnitt;
c. 28 cm hoch, 22 cm breit, mit $W = 2875$; 616 qcm Querschnitt;
d. 30 cm hoch, 19 cm breit, mit $W = 2850$; 570 qcm Querschnitt;
e. 31 cm hoch, 18 cm breit, mit $W = 2883$; 558 qcm Querschnitt.

Hieraus ergibt sich, daß Hölzer mit quatratischem Querschnitt niemals zu Balken und überhaupt nicht da zu verwenden sind, wo sie auf Biegung in Anspruch genommen werden. Der Balken unter a hat nämlich pro m 0,0676 cbm, der unter b 0,0609 cbm, der unter c 0,0616 cbm, der unter d 0,0570 cbm und der unter e 0,0558 cbm Inhalt; der erste ist also der teuerste, der letzte der billigste, bei fast gleicher Tragfähigkeit.

Der Auflagerdruck jedes Balkens ist an jedem Ende =

$$\frac{2538}{2} = 1269 \text{ kg}.$$

Unter der Voraussetzung gewöhnlichen Mauerwerks ist also an Auflagerfläche erforderlich: 1269 : 7 = 182 qcm, für den Balken e also eine Auflagerlänge von mindestens

$$182 : 18 = 10{,}2 \text{ cm} = \tfrac{1}{2} \text{ Stein},$$

welche also auch für die übrigen Querschnitte vollkommen ausreichen würde.

Aus praktischen Gründen gibt man den Balken häufig eine Auflagerlänge gleich der Höhe des Balkens oder wenigstens = 1 Stein = 25 cm, welche also in allen 5 obigen Fällen mehr als genügend ist. Aus ebensolchen praktischen Gründen ist auch oft der Balken unter b oder c dem unter e vorzuziehen.

Die Streichbalken, welche nur halb so schwer als die Vollbalken belastet sind, erfordern nur W = 1428 und demnach bei gleicher Höhe mit den anderen Balken entsprechend geringere Breite, jedoch nimmt man niemals weniger als 10 bis 12 cm Breite an. Für die kurzen Balken ist P = 3,5 . 0,94 . 500 = 1645 kg, demnach

$$W = \frac{1645 \cdot 350}{8 \cdot 60} = 1200;$$

die Dimensionen für die Streichbalken werden aber auch hier, wegen der erforderlichen gleichmäßigen Höhe, Verwendung finden.

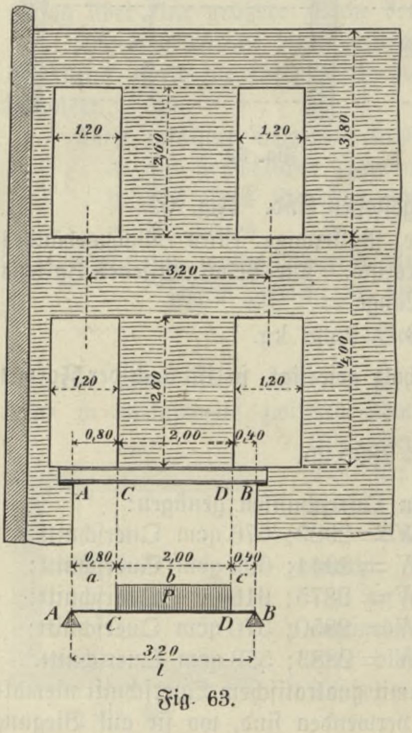


Fig. 63.

3. Die in Fig. 63 skizzierte Wand, welche eine Stärke von 0,25 m hat, soll durch einen schmiedeeisernen Träger unterfangen werden; die Wand ist aus gewöhnlichen Ziegelsteinen hergestellt.

Auflösung. Die Strecke CD wird von einer gleichförmig verteilten Belastung in Anspruch genommen; dieselbe ist =

$$(3{,}20 \cdot (4{,}00 + 3{,}80) - 2 \cdot 1{,}20 \cdot 2{,}60) \cdot 4{,}25 \cdot 1600 = 7488 \text{ kg},$$

oder, mit Rücksicht auf das Eigengewicht des Trägers, abgerundet auf 7600 kg.

Die Lastverteilung entspricht in diesem Falle der Formel Nr. XVII der Tafel und ist hier a = 0,80 m, b = 2,00 m, c = 0,40 m, l =

3,20 m, P = 7600 kg, und S = 750. Es ergeben sich demnach die Reaktionen:

$$A = \frac{7600 . (2 . 0,4 + 2,0)}{2 . 3,2} = 3325 \text{ kg},$$

$$B = 7600 - 3325 = 4275 \text{ kg},$$

und ist das erforderliche Widerstandsmoment

$$W = \frac{3325}{750} \cdot \left(80 + \frac{3325 . 200}{2 . 7600}\right) = 548,625.$$

Das Profil Fig. 64, mit W = 589, oder Normal-Profil Nr. 28 mit W = 547, genügt also vollkommen.

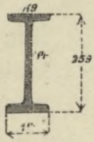


Fig. 64.

Die den Träger stützenden Pfeiler sind aus gewöhnlichem Ziegelmauerwerk aufgeführt, und ergeben sich demnach die Auflagerflächen:

bei A = 3325 : 7 = 475 qcm, und
bei B = 4275 : 7 = 611 qcm.

Die Auflagerplatte bei A wird 25 cm breit und 19 cm lang, die bei B wird 25 cm breit und 25 cm lang, unter der Voraussetzung, daß die stützenden Pfeiler 25 cm stark sind. Die Stärke beider Platten ist mit 1,5 cm ausreichend. Die Länge des Trägers beträgt 3,64 m einschl. Auflager.

4. Die in Fig. 65 dargestellte, 0,25 m starke Scheidewand soll durch einen schmiedeeisernen Träger unterstützt werden.

Auflösung. Die gleichförmig verteilte Belastung der Strecke A C beträgt:

$$(1,4 . 7,6 - 0,5 . (1,2 . 2,8 + 1,0 . 2,6)) . 0,25 . 1600 = 3064 \text{ kg},$$

und mit Rücksicht auf das Eigengewicht des Trägers:

P = rd. 3100 kg.

Die Strecke D B hat eine Belastung von

$$(2,6 . 7,6 - 0,5 . (1,2 . 2,8 + 1,0 . 2,6)) . 0,25 . 1600 = 6712 \text{ kg},$$

oder, mit Rücksicht auf das Eigengewicht des Trägers:

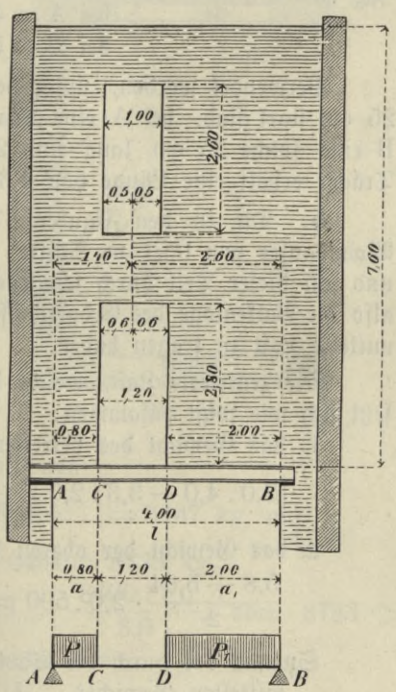


Fig. 65.

P_1 = rd. 6800 kg.

Es ist hier Formel XVIII der Tafel anzuwenden, und sind demnach, da $a = 0{,}80$ m, $a_1 = 2{,}0$ m, $l = 4{,}0$ m, $P = 3100$ kg und $P_1 = 6800$ kg, die Reaktionen:

$$A = \frac{3100 \, . \, (2 \, . \, 4{,}0 - 0{,}8) + 6800 \, . \, 2{,}0}{2 \, . \, 4{,}0} = 4490 \text{ kg};$$

$$B = 3100 + 6800 - 4490 = 5410 \text{ kg}.$$

Da A größer ist als P, weil $4490 > 3100$, so ist das erforderliche Widerstandsmoment, da $S = 750$,

$$W = \frac{B^2 \, a_1}{2 \, P_1 \, S}, \text{ oder}$$

$$W = \frac{5410 \, . \, 5410 \, . \, 200}{2 \, . \, 6800 \, . \, 750} = 573{,}88.$$

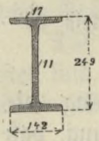


Fig. 66.

Das Profil Fig. 66 mit $W = 595$, oder Normal-Profil Nr. 30 mit $W = 659$ ist also vollkommen ausreichend. Die Pfeiler A und B werden aus guten Steinen in Zement aufgeführt und 25 cm stark; es sind demnach an Auflagerflächen erforderlich:

bei $A = 4490 : 11 = 409$ qcm, und
bei $B = 5410 : 11 = 492$ qcm.

Verwendet werden, unter der Annahme, daß die stützenden Pfeiler 25 cm stark sind, bei A eine Platte 25 cm lang, 17 cm breit, und bei B eine solche 25 cm lang und 20 cm breit, beide 1,5 cm stark. Der Träger erhält eine Länge von 4,37 m einschl. Auflager.

5. Die in den Figuren 67 und 68 skizzierten Mittelwand eines Wohnhauses von 0,51 m Stärke wird auf der Strecke AB unterbrochen, und soll dieser Teil durch schmiedeeiserne Träger überdeckt werden, welche also die Balkenlage des Erdgeschosses und die durch die Säule bei C übermittelte Last zu tragen haben.

Die zentrierte Last, welche durch die Säule bei C übertragen wird, setzt sich wie folgt zusammen:

1. das Gewicht des betreffenden Mauerwerks =
$$\left(2{,}0 \, . \, 4{,}0 - 3{,}3 \, . \, 2{,}0 - \frac{2}{3} \, . \, 2{,}0 \, . \, 0{,}3\right) . \, 0{,}51 \, . \, 1600 = 816{,}00 \text{ kg};$$

2. das Gewicht der oberen Balkenlage =
$$\frac{5{,}8 + 5{,}64}{2} \, . \, 2{,}0 \, . \, 500 = \ldots\ldots\ldots \quad 5720{,}00 \text{ „}$$

Summa des durch die Säule auf den Punkt C übermittelten Gewichts . . . . 6536,00 kg,

wofür mit Rücksicht auf das Eigengewicht der Säule rd. 6800 kg gesetzt werden, welche also in C zentriert angreifen.

Die gleichförmig verteilte Belastung durch die Balkenlage des Erdgeschosses beträgt:

$$\frac{5{,}51 + 5{,}67}{2} \cdot 3{,}0 \,.\, 500 = 8385 \text{ oder rd. } 8400 \text{ kg.}$$

Die Lastverteilung ist die unter Nr. XX. der Formeln dargestellte und ist hierin $a = 2{,}0$ m, $b = 1{,}0$ m, $l = 3{,}0$ m, $P = 8400$ kg und $P_1 = 6800$ kg.

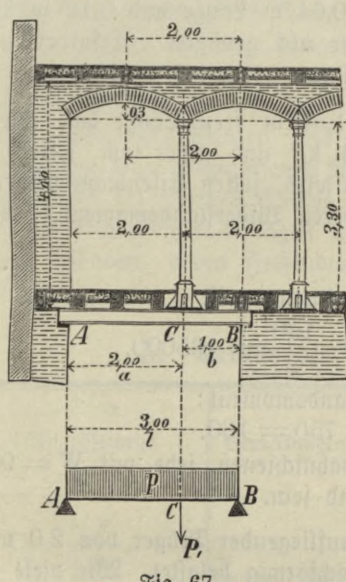


Fig. 67.

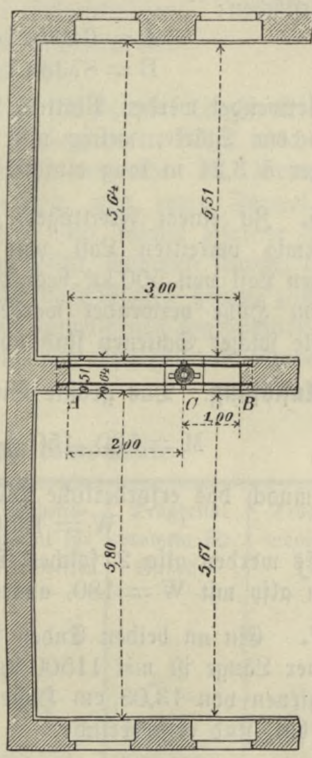


Fig. 68.

Es ergeben sich demnach die Reaktionen

$$A = \frac{8400}{2} + \frac{6800 \,.\, 1{,}0}{3{,}0} = 6466{,}\overline{6}6 \ldots = 6467 \text{ kg, und}$$

$$B = 8400 + 6800 - 6467 = 8733 \text{ kg.}$$

Da B größer ist als $\frac{Pb}{l}$ oder $8733 > \frac{8400 \,.\, 1{,}0}{3{,}0}$, oder $8733 > 2800$, so ist das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W = \frac{a\,b}{2\,S\,l} \cdot (P + 2\,P_1) = \frac{200 \,.\, 100}{2 \,.\, 750 \,.\, 300} \cdot (8400 + 2 \,.\, 6800) =$$

$$977{,}\overline{77} \ldots = 978.$$

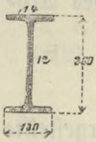


Fig. 69.

Verwendet werden 2 Träger des Profils Fig. 69, welche jeder ein Widerstandsmoment von 512 haben, das ausreichend ist, da für jeden einzelnen erforderlich: $W = \frac{978}{2} = 489$, oder des Normal-Profils Nr. 28 mit $W = 547$.

Werden die Pfeiler A und B aus bestem Ziegelmauerwerk in Zementmörtel aufgeführt, dann sind die erforderlichen Auflagerflächen:

$$A = 6467 : 14 = 461 \text{ qcm, und}$$
$$B = 8733 : 14 = 625 \text{ qcm.}$$

Verwendet werden Platten von 0,64 m Länge und 0,12 m Breite, bei 1,5 cm Stärke, welche also mehr als genügen. Erforderlich sind 2 Träger à 3,24 m lang einschl. Auflager.

6. Zu einem Freiträger, der 1,50 m freie Länge hat, mit einer gleichförmig verteilten Last von 800 kg und einer am freien Ende wirkenden Last von 500 kg beansprucht wird, sollen Eisenbahnschienen von 10,5 cm Höhe verwendet werden, deren Widerstandsmoment $= 90$ ist; wie viele solcher Schienen sind nötig?

Auflösung. Das größte Biegungsmoment ist

$$M = 500 \,.\, 150 + 800 \cdot \frac{150}{2} = 135000,$$

und demnach das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W = 135000 : 750 = 180.$$

Es werden also 2 solcher Eisenbahnschienen, jede mit $W = 90$, zusammen also mit $W = 180$, ausreichend sein.

7. Ein an beiden Enden frei aufliegender Träger von 2,0 m freitragender Länge ist mit 11500 kg gleichförmig belastet. Wie viele Eisenbahnschienen von 13,08 cm Höhe, deren jede ein Widerstandsmoment von 140,4 hat, sind erforderlich?

Auflösung. Das erforderliche Widerstandsmoment ist nach Nr. IX der Formeltafel

$$W = \frac{11500 \,.\, 200}{8 \,.\, 750} = 383,33 \ldots$$

Es sind demnach notwendig $383,3 : 140,4 = 3$ Eisenbahnschienen.

4. Berechnung der Stützen.

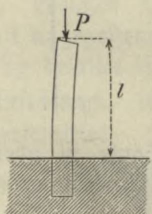
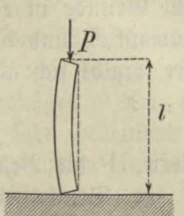
Bei der Beurteilung der Tragfähigkeit einer Stütze sind 4 Momente zu berücksichtigen, und zwar sind diese das Material, aus dem die Stütze gefertigt ist, das Trägheitsmoment des Querschnittes, die Länge der Stütze und die Art ihrer Befestigung am Kopf- und Fußende.

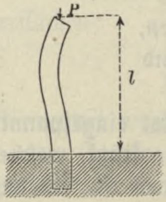
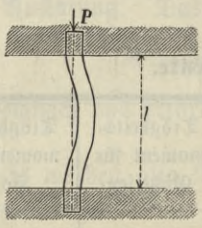
In der folgenden Tabelle ist die Zusammenstellung der Formeln enthalten, welche das erforderliche Trägheitsmoment T ergeben. In diese Formeln ist beim Gebrauche die freie Länge l der Stütze in Zentimetern und die Belastung P in Kilogrammen einzuführen. Der Elastizitätsmodul ist hier, wie überall, unter Voraussetzung fünffacher Sicherheit bei Schmiedeeisen, von sechsfacher Sicherheit bei Gußeisen und von zehnfacher Sicherheit bei Holz, angenommen auf

2000000 kg pro qcm bei Schmiedeeisen,
1000000 kg pro qcm bei Gußeisen und
110000 kg pro qcm bei Holz.

Ein Säulenende ist bei Gußeisen stets als vertikal eingespannt anzusehen, wenn es sich auf eine horizontale Auflagerplatte stützt, welche durch angegossene Verstärkungsrippen mit der Säule verbunden ist. Beim Hochbau ist stets Formel II und III anzuwenden, und zwar Formel II bei Berechnung hölzerner Säulen und Stützen und solcher eiserner Säulen, deren Fußende keine angegossenen Rippen besitzt, während Formel III Anwendung findet bei eisernen Säulen, welche diese Rippen haben, z. B. auch bei den bei Schaufenster-Anlagen üblichen gußeisernen sogenannten durchbrochenen Wänden, deren Fußenden stets mit angegossenen Rippen versehen sind.

5. Tabelle der Trägheitsmomente.

Nr.	Angriffsweise.	Bemerkungen.	Trägheitsmoment für Schmiedeeisen.	Trägheitsmoment für Gußeisen.	Trägheitsmoment für Holz.
I.	 Fig. 70.	Das untere Ende ist fest eingeklemmt, das obere frei beweglich.	$T = \frac{P l^2}{1000000}$.	$T = \frac{12 P l^2}{5000000}$.	$T = \frac{2 P l^2}{55000}$.
II.	 Fig. 71.	Beide Enden stehen frei auf. Das obere Ende liegt stets vertikal über dem unteren, bezw. in der Richtung der Achse.	$T = \frac{P l^2}{4000000}$.	$T = \frac{6 P l^2}{10000000}$.	$T = \frac{P l^2}{110000}$.

Nr.	Angriffsweise.	Bemerkungen.	Trägheitsmoment für Schmiedeeisen.	Trägheitsmoment für Gußeisen.	Trägheitsmoment für Holz.
III.	 Fig. 72.	Das untere Ende ist fest eingespannt, das obere ist frei beweglich und liegt stets lotrecht über dem unteren, bezw. in der Richtung der Achse.	$T = \frac{P\,l^2}{8000000}$.	$T = \frac{3\,P\,l^2}{10000000}$.	$T = \frac{P\,l^2}{220000}$.
IV.	 Fig. 73.	Beide Enden sind fest eingespannt und liegen stets lotrecht übereinander, bezw. liegen beide in der Richtung der Achse.	$T = \frac{P\,l^2}{16000000}$.	$T = \frac{3\,P\,l^2}{20000000}$.	$T = \frac{P\,l^2}{440000}$.

Bei der Berechnung der Tragfähigkeit einer Säule ist aber außer dem zulässigen Trägheitsmomente auch die nötige Sicherheit gegen Zerdrücken zu berechnen. Sollte der Querschnitt des als erforderlich berechneten Trägheitsmomentes hierbei nicht genügen, so sind die Querschnitts-Dimensionen entsprechend zu vergrößern. Aus diesem Grunde ist es notwendig, stets gleichzeitig das erforderliche Trägheitsmoment T und den erforderlichen Querschnitt F zu berechnen. Der letztere ergibt sich aus der Formel

$$F = P : S,$$

worin F den Normalquerschnitt in Quadratzentimetern, P die Belastung in Kilogrammen und S den Festigkeitskoeffizienten für Druck bedeutet. Demnächst ist das entsprechende Profil derartig anzunehmen, daß es beiden Bedingungen genügt.

Beispiele.

1. Es soll der Querschnitt der in den Figuren 67 und 68 zur Unterstützung der Gurtbögen und der Balkenlage angeordneten gußeisernen Hohlsäulen bestimmt werden.

Die Belastung einer Säule beträgt, wie dort berechnet ist, 6800 kg. Der Säulenfuß ist mit angegossenen Rippen versehen, weshalb sich das erforderliche Trägheitsmoment nach Formel III ergibt; es ist dann

$$T = \frac{3\,P\,l^2}{10000000} = \frac{3 . 6800 . 330 . 330}{10000000} = 222{,}15.$$

Der Flächeninhalt des zulässigen geringsten Querschnittes ist

$$F = 6800 : 500 = 13{,}6 \text{ qcm}.$$

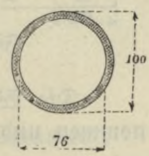


Fig. 74.

Das Profil Fig. 74, dessen Wandstärke also 12 mm beträgt, mit T = 327 und F = 33 ist also mehr als ausreichend.

Anmerkung. Schwächere gußeiserne Säulen, als die vorstehend angegebene, werden niemals verwendet.

Sollten die Verstärkungsrippen fortfallen, dann käme Formel II zur Anwendung und es wäre

$$T = \frac{6\,P\,l^2}{10000000} = \frac{6 . 6800 . 330 . 330}{10000000} = 444{,}31,$$

während F ebenfalls = 13,6 qcm erforderlich ist.

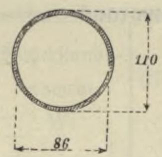


Fig. 75.

Das Profil Fig. 75 mit T = 450 und F = 37 würde für diesen Fall ausreichend sein; die Wandstärke ist ebenfalls = 12 mm.

2. Welchen Querschnitt muß eine gußeiserne, 3,0 m lange, am Fuße mit angegossenen Rippen versehene Hohlsäule erhalten, wenn sie mit 90000 kg belastet ist?

Auflösung. Nach Formel III ist das erforderliche Trägheitsmoment des Querschnittes:

$$T = \frac{3 . 90000 . 300 . 300}{10000000} = 2430,$$

während

$$F = 90000 : 500 = 180 \text{ qcm ist}.$$

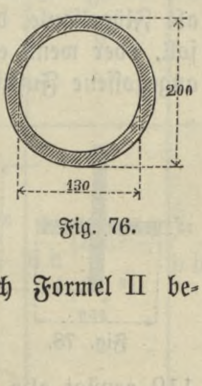


Fig. 76.

Der Querschnitt Fig. 76 mit einer Wandstärke von 35 mm hat T = 6452 und F = 181 und wird also genügen. Da das Trägheitsmoment desselben jedoch sehr bedeutend ist, so können hier die Verstärkungsrippen fortfallen, denn die Säule würde nach Formel II beanspruchen:

$$T = \frac{6 . 90000 . 300 . 300}{10000000} = 4860,$$

also noch bedeutend weniger als der wegen der Druckfestigkeit zur Verwendung kommende Querschnitt ermöglicht.

3. Die Tragfähigkeit einer 4,0 m hohen durchbrochenen gußeisernen Wand mit dem in Fig. 77 dargestellten Querschnitte zu bestimmen.

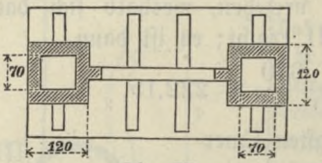


Fig. 77.

Auflösung. Das Trägheitsmoment jedes der beiden Hohlpfeiler ist $T = 1528$, mithin, unter Vernachlässigung der die beiden Pfeiler verbindenden Wand, das Gesamtträgheitsmoment

$$T = 2 \,.\, 1528 = 3056.$$

Die Wand wird zunächst auf Zerknickungsfestigkeit in Anspruch genommen und ist demnach

$$T = \frac{3 \, P \, l^2}{10000000},$$

woraus

$$P = \frac{T \,.\, 10000000}{3 \, l^2}, \text{ oder}$$

$$P = \frac{3056 \,.\, 10000000}{3 \,.\, 400 \,.\, 400} = 63667 \text{ kg}.$$

Außerdem wird die Wand aber auf Druck in Anspruch genommen und ist hier aus der Gleichung:

$$F = P : S,$$

$P = S \,.\, F = 500 \,.\, 2 \,.\, (12{,}0 \,.\, 2 + 7{,}0 \,.\, 2) \,.\, 2{,}5 = 500 \,.\, 190 = 95000$ kg.
Die Stütze darf daher höchstens mit 63667 kg belastet werden, da sie anderenfalls keine genügende Sicherheit gegen Zerknicken bieten würde.

4. Eine aus Gußeisen herzustellende Säule von 4,20 m Höhe soll mit 30000 kg belastet werden; welches Profil muß sie erhalten, wenn sie als Flügelsäule, d. h. mit kreuzförmigem Querschnitt, ausgeführt werden soll, oder wenn eine Hohlsäule zur Verwendung kommt, wenn beide ohne angegossene Fußrippen hergestellt werden?

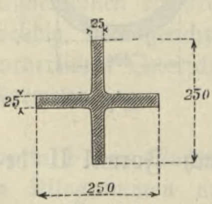


Fig. 78.

Auflösung. Das erforderliche Trägheitsmoment ist nach Formel II der Tafel:

$$T = \frac{6 \,.\, 30000 \,.\, 420 \,.\, 420}{10000000} = 3175{,}2.$$

Der erforderliche Querschnitt ist:

$$F = 30000 : 500 = 60 \text{ qcm}.$$

Das Profil Fig. 78 mit $T = 3285$ und $F = 119$ genügt also nach beiden Richtungen.

Soll eine Hohlsäule verwandt werden, dann genügt das Profil Fig 79 mit T = 3180 und F = 82. Dieselbe hat ein bedeutend geringeres Gewicht als die Flügelsäule; man zieht letztere jedoch zuweilen vor, weil an derselben Gußfehler weniger leicht verborgen bleiben können, als an der Hohlsäule.

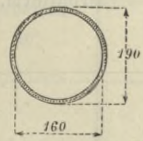


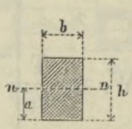
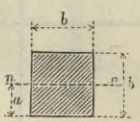
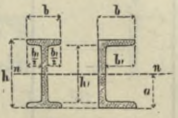
Fig. 79.

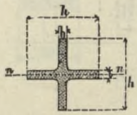
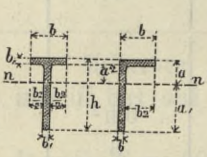
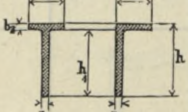
Anmerkung. Die Platten am Fuß- und Kopfende der Stützen werden in der Weise angefertigt, daß ihre Stärke vom Rande nach der Mitte zu etwas zunimmt, jedoch dürfen dieselben am Rande nicht schwächer als 2 cm sein.

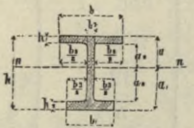
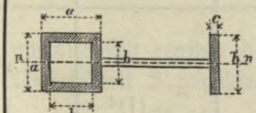
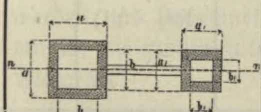
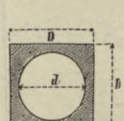
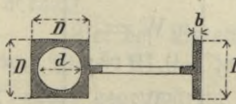
---

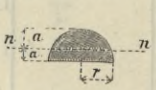
6. Berechnung der Trägheitsmomente und Widerstandsmomente gegebener Profile.

a. Querschnittstafel.

Nr.	Profilform.	Trägheitsmoment bezogen auf die horizontale Schwerachse: T.	Trägheitsmoment bezogen auf die vertikale Schwerachse: T_1.	Abstand a.	Widerstandsmoment W.	Flächeninhalt F.
I.	 Fig. 80.	$\frac{b\,h^3}{12}$	$\frac{h\,b^3}{12}$	$\frac{h}{2}$	$\frac{b\,h^2}{6}$	$b\,h$
II.	 Fig. 81.	$\frac{b^4}{12}$	$\frac{b^4}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{b^3}{6}$	b^2
III.	 Fig. 82.	$\frac{1}{12}(b\,h^3 - b_1\,h_1{}^3)$	$\frac{1}{12}(h - h_1)\,b^3 + (b - b_1)^3 \cdot h_1)$	$\frac{h}{2}$	$\frac{1}{6\,h}(b\,h^3 - b_1\,h_1{}^3)$	$b\,h - b_1\,h_1$

Nr.	Profilform.	Trägheitsmoment bezogen auf die horizontale Schwerachse: T.	Trägheitsmoment bezogen auf die vertikale Schwerachse: T_1.	Abstand a.	Widerstandsmoment W.	Flächeninhalt F.
IV.	 Fig. 83.	$\frac{b}{12}(h^3 + (h - b)\, b^2)$	$T_1 = T$	$\frac{h}{2}$	$\frac{b}{6\,h}(h^3 + (h - b)\, b^2)$	$b\,(2\,h - b)$
V.	 Fig. 84.	$\frac{1}{3}(b\,a^3 + b_1\,a_1{}^3 - b_2\,a_2{}^3)$	—	$a = \frac{1}{2} \cdot \frac{(b - b_1)\, b_2{}^2 + b_1\, h^2}{(b - b_1)\, b_2 + b_1\, h}$; $a_1 = h - a$	$W = \frac{T}{a}$ $W_1 = \frac{T}{a_1}$	$b\,a + b_1\,a_1 - b_2\,a_2$
IV.	 Fig. 85.	Ohne vorhergegangene Bestimmung der neutralen Achse: $\frac{1}{12}(b\,b_2{}^3 + b_1\,h_1{}^3) + \frac{b\,b_2\,b_1\,h_1}{b\,b_2 + b_1\,h_1} \cdot \frac{h_2}{4}$	Desgleichen: $\frac{1}{12}(b_2\,b^3 + h_1\,b_1{}^3)$	—	—	$b\,b_2 + b_1\,h_1$

Nr.	Profilform.	Trägheitsmoment bezogen auf die horizontale Schwerachse: T.	Trägheitsmoment bezogen auf die vertikale Schwerachse: T_1.	Abstand a.	Widerstandsmoment W.	Flächeninhalt F.
VII.	 Fig. 86.	$\frac{1}{3}(b\,a^3 + b_1\,a_1^3 - b_2\,a_2^3 - b_3\,a_3^3)$	$\frac{1}{12}((a - a_2)\,b^3 + (a_1 - a_3)\,b_1^{\,3} + (a_2 + a_3)\,(b - b_2)^3)$	$a = \frac{1}{2}(b_4 h^2 + b_2 h_1^{\,2} + 2\,h_2\,b_3\,.\,(h - h_2)) : (2\,.\,(b_4 h + b_2 h_1 + b_3 h_2))$	$W = \frac{T}{a}$ $W_1 = \frac{T}{a_1}$	$ba + b_1 a_1 - b_2 a_2 - b_3 a_3$
VIII.	 Fig. 87.	$\frac{1}{12}(a_4 - b_4 + c\,h^3)$	—	—	—	$a_2 - b^2 + c\,h$
IX.	 Fig. 88.	$\frac{1}{12}(a^4 - b^4 + a_1^{\,4} - b_1^{\,4})$	—	—	—	$a^2 - b^2 + a_1^{\,2} - b_1^{\,2}$
X.	 Fig. 89.	$\frac{1}{4}\left(\frac{D^4}{3} - \frac{\pi\,d^4}{16}\right)$	$T_1 = T$	—	—	$D^2 - \frac{\pi\,d^2}{4}$
XI.	 Fig. 90.	$\frac{1}{4}\left(\frac{D^3\,(D + b)}{3} - \frac{\pi\,d^4}{16}\right)$	—	—	—	$D\,(b + D) - \frac{\pi\,d^2}{4}$

Nr.	Profilform.	Trägheitsmoment bezogen auf die horizontale Schwerachse. T.	Trägheitsmoment bezogen auf die vertikale Schwerachse: T_1.	Abstand a.	Widerstandsmoment W.	Flächeninhalt F.
XII.	 Fig. 91.	$\frac{\pi}{64} d^4 = \frac{\pi r^4}{4}$	$T_1 = T$	—	$\frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi r^3}{4}$	$\frac{\pi d^2}{4} = \pi r^2$
XIII.	 Fig. 92.	$\frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{4} \cdot (R^4 - r^4)$	$T_1 = T$	—	$\frac{\pi}{32\,D}(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{4R}(R^4 - r^4)$	$\frac{\pi}{4}(D^2 - d) = \pi(R^2 - r^2)$
XIV.	 Fig. 93.	$\frac{0{,}110(R^4 - r^4) - 0{,}283\,R^2 - r^2\,(R - r)}{R + r}$	$\frac{\pi}{8}(R^4 - r^4)$	$a_1 = 0{,}4244 \cdot \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}$; $a = R - a_1$	—	$\frac{\pi}{2}(R^2 - r^2)$
XV.	 Fig. 94.	$0{,}110\,r^4$	—	$a = 0{,}5765\,r$; $a_1 = 0{,}4244\,r$	$W = 0{,}19\,r^3$; $W_1 = 0{,}26\,r^3$	$\frac{\pi r^2}{2}$

In der vorstehenden Tafel der Querschnitte sind diejenigen Formeln enthalten, deren man bedarf, um die einem gegebenen Profil entsprechenden Werte für das Trägheitsmoment, das Widerstandsmoment und den Normalquerschnitt zu berechnen.

Hierbei bedeutet:

T das Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse,

T_1 das Trägheitsmoment, bezogen auf die vertikale Schwerachse,

W das Widerstandsmoment,

F den Flächeninhalt des Normalquerschnittes,

a den Abstand der am stärksten gezogenen Faser von der neutralen Achse und

a_1 den Abstand der am stärksten gedrückten Faser von der neutralen Achse.

Zwischen T, W und a besteht das Verhältnis

$$W = T : a,$$

woraus sich ergibt, daß, wenn die Abstände a und a_1 ungleich sind, der Querschnitt 2 verschiedene Widerstandsmomente besitzt, nämlich:

$$W = T : a \text{ und}$$
$$W_1 = T : a_1.$$

Soll das dem Träger zuzumutende größte Biegungsmoment bestimmt werden und bezeichnet man mit S die größte zulässige Zugspannung und mit S_1 die größte zulässige Druckspannung, so wird das kleinere der beiden Momente:

$$M = S\,W \text{ und } M_1 = S_1\,W_1$$

das gesuchte größte zulässige Angriffsmoment sein.

Die vorteilhafteste Ausnützung des Materials ist dann vorhanden, wenn $S\,W = S_1\,W_1$ ist, also $\frac{S\,.\,T}{a} = \frac{S_1\,T}{a_1}$, woraus sich ergibt:

$$S : S = S_1 : a_1, \text{ oder } S : S_1 = a : a_1.$$

Für Gußeisen ist z. B. $S = 250$ und $S_1 = 500$, mithin verhält sich

$$250 : 500 = a : a_1,$$

d. h. das günstigste Verhältnis für Gußeisen ist dasjenige, wenn sich

$$a : a_1 = 1 : 2$$

verhält.

Bei der Berechnung von Trägern kommt man selten in die Lage, die Werte W und W_1 ermitteln zu müssen, da die Anwendung gußeiserner Träger gegenwärtig eine sehr geringe ist. Bei Bedarf an schmiedeeisernen Trägern ist man dagegen stets gezwungen, im Handel vorrätige Façoneisen, besonders die sogenannten „Deutschen Normalprofile,“ zu verwenden, und findet dann in den Tafeln, welche die betreffenden Firmen gratis abgeben, das Widerstandsmoment für jedes Profil angegeben.

Ist es notwendig, eine Bestimmung des Wertes T zu treffen, so multipliziert man den Wert W mit der halben Höhe des Trägers.

Die Querschnittstafel findet häufige Anwendung bei der Berechnung gußeiserner Stützen, da hier oft das Vorhandensein von Modellen auf die Wahl des Querschnittes einen großen Einfluß ausübt.

Dasselbe gilt für die Beurteilung der Tragfähigkeit von Stützen mit T- und I-Querschnitt, welche häufig zur Armierung der Balkonträger, zu Streben 2c. verwendet werden. Hierbei kommt es darauf an, das kleinste Trägheitsmoment eines gegebenen Querschnittes zu bestimmen. Es müssen daher für die Querschnitte III, VI und VII der Querschnittstafel die Trägheitsmomente T und T_1 miteinander verglichen und das kleinste in die Formeln für die Tragfähigkeit der Stützen eingeführt werden.

b. Beispiele.

1. Die Tragfähigkeit einer 3,0 m langen schmiedeeisernen Strebe mit dem Querschnitt Fig. 95 zu berechnen.

Anmerkung. Die Querschnitts-Dimensionen sind stets in Millimetern angegeben.

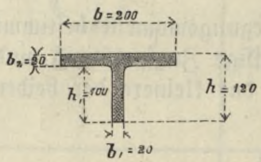


Fig. 95.

Auflösung. Das Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse, ist nach Nr. VI der Querschnittstafel:

$$T = \frac{1}{12} \cdot (20 \,.\, 2^3 + 2 \,.\, 10^3) + \frac{20 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 10}{20 \,.\, 2 + 2 \,.\, 10} \cdot \frac{12^2}{4} = 660.$$

Das auf die vertikale Schwerachse bezogene Trägheitsmoment ist

$$T = \frac{1}{12} \cdot (2 \,.\, 20^3 + 10 \,.\, 2^3) = 1340.$$

Weil T kleiner ist als T_1, so ist in die betreffende Formel 660 einzuführen, und ergibt sich unter Voraussetzung loser Enden:

$$T = \frac{P \,.\, l^2}{4000000},$$

woraus

$$P = \frac{4000000 \,.\, T}{l^2} = \frac{4000000 \,.\, 660}{300 \,.\, 300} = 29333{,}33 \;\ldots\; \text{kg}.$$

Die Strebe ist außer gegen Zerknicken aber auch auf Druck in Anspruch genommen, und ist demnach:

$$F = 20 \,.\, 2 + 10 \,.\, 2 = 60 \text{ qcm},$$

sodaß die Strebe einem Drucke von $60 \,.\, 750 = 45000$ kg widerstehen kann.

Da die Strebe jedoch gegen Zerknicken nur mit 29333 kg in Anspruch genommen werden darf, so darf sie überhaupt nur mit 29333 kg belastet werden.

2. Die Tragfähigkeit eines 4,0 m langen kiefernen Stieles von $\frac{18}{21}$ cm Stärke zu berechnen.

Auflösung. Das auf die horizontale Schwerachse bezogene Trägheitsmoment ist nach Nr. I der Querschnittstafel:

$$T = \frac{h\,b^3}{12} = \frac{18 \,.\, 21^3}{12} = 13891{,}5,$$

und das auf die vertikale Schwerachse bezogene Trägheitsmoment

$$T_1 = \frac{h\,b^3}{12} = \frac{21 \,.\, 18 \,.\, 18 \,.\, 18}{12} = 10206.$$

Da T_1 kleiner ist als T, so wird, unter Voraussetzung loser Enden, die Tragfähigkeit gegen Zerknicken aus $T_1 = \frac{P \,.\, l^2}{110000}$:

$$P = \frac{110000 \,.\, T_1}{l^2} = \frac{110000 \,.\, 10206}{400 \,.\, 400} = 7016{,}625 \text{ kg}.$$

Der Querschnitt des Stiles ist:

$$F = 21 \,.\, 18 = 378 \text{ qcm},$$

und kann derselbe demnach einem Drucke von 378 . 60 = 22680 kg widerstehen. Die Belastung des Stiles darf demnach höchstens 7016 kg betragen, wobei vorausgesetzt ist, daß derselbe nicht durch Löcher geschwächt wird.

3. Die Tragfähigkeit einer kreisrunden Säule aus Gußeisen, 4,30 m lang mit 120 mm äußerem und 80 mm innerem Durchmesser, zu berechnen.

Auflösung. Das Trägheitsmoment ist:

$$T = \frac{3{,}14}{64} \cdot (12^4 - 8^4) = \frac{3{,}14 \,.\, 16640}{64} = 816{,}4, \text{ oder}$$

rd. 820.

Ist die Säule mit angegossenen Rippen versehen, so beträgt ihre Tragfähigkeit gegen Zerknicken:

$$P = \frac{10000000 \,.\, T}{3\,l^2} = \frac{10000000 \,.\, 820}{3 \,.\, 430 \,.\, 430} = 14782{,}7 \text{ kg}.$$

Der Inhalt des Querschnittes ist:

$$F = \frac{3{,}14}{4} \cdot (12^2 - 8^2) = 62{,}80 \text{ qcm},$$

demnach die Tragfähigkeit gegen Zerdrücken:

$$62{,}8 \,.\, 500 = 31400 \text{ kg}.$$

Die Säule darf also in diesem Falle mit höchstens 14782 kg belastet werden.

Erhält die Säule keine angegossenen Rippen, so ist

$$P = \frac{10000000 \,.\, T}{6\,l^2} = \frac{10000000 \,.\, 820}{6 \,.\, 430 \,.\, 430} = 7391{,}4 \text{ kg},$$

und darf die Säule in diesem Falle nur mit höchstens 7391 kg belastet werden.

4. Wie groß ist die Tragfähigkeit eines kiefernen Balkens mit einem Querschnitt von $\frac{25}{30}$ cm, wenn derselbe 6,0 m freitragende Länge hat?

Auflösung. Das Widerstandsmoment ist

$$W = \frac{b\,h^2}{6} = \frac{25 \,.\, 30 \,.\, 30}{6} = 3750.$$

Die Tragfähigkeit ist demnach, da $W = \frac{P\,l}{8\,S}$:

$$P = \frac{8\,S\,W}{l} = \frac{8 \,.\, 60 \,.\, 3750}{600} = 3000 \text{ kg}.$$

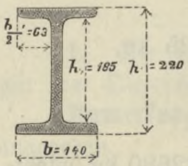


Fig. 96.

5. Die Tragfähigkeit einer schmiedeeisernen Säule und eines schmiedeeisernen Trägers mit dem Querschnitt Fig. 96 und 4,35 m freitragender Länge zu berechnen.

Auflösung. Die Trägheitsmomente sind:

$$T = \frac{1}{12}(14 \,.\, 22^3 - 12{,}6 \,.\, 18{,}5^3) = 5774{,}46, \text{ und}$$

$$T_1 = \frac{1}{12}((22 - 18{,}5) \,.\, 14^3 + (14 - 12{,}6)^3 \,.\, 18{,}5) = 804{,}56 = \text{rd. } 805.$$

Die Tragfähigkeit der Säule ist demnach unter Voraussetzung loser Enden, da nur das kleinste Trägheitsmoment in Rechnung gezogen werden darf:

$$P = \frac{4000000 \,.\, T_1}{l^2} = \frac{4000000 \,.\, 805}{435 \,.\, 435} = 16995{,}6 \text{ kg}.$$

Der Inhalt des Querschnittes ist:

$$F = b\,h - b_1 h_1 = 14 \,.\, 22 - 12{,}6 \,.\, 18{,}5 = 74{,}9 \text{ qcm},$$

und demnach die Tragfähigkeit gegen Druck:

$$74{,}9 \,.\, 750 = 56175 \text{ kg}.$$

Die Säule darf also nur mit höchstens 16995 kg belastet werden.

Das Widerstandsmoment des Profils ist:

$$W = \frac{1}{6\,h} \cdot (b\,h^3 - b_1\,h_1{}^3) = \frac{1}{6 \,.\, 22} \cdot (14 \,.\, 22^3 - 12{,}6 \,.\, 18{,}5^3) =$$

$$524{,}95 = \text{rd. } 525,$$

und demnach, bei gleichförmiger Belastung, an beiden Enden frei aufliegend:

$$P = \frac{8\,S\,W}{l} = \frac{8 \,.\, 750 \,.\, 525}{435} = 7227{,}6 \text{ kg}.$$

6. Die Tragfähigkeit der in Fig. 97 skizzierten durchbrochenen gußeisernen, 5,30 m hohen Wand zu berechnen.

Auflösung. Das Trägheitsmoment ist:

$$T = \frac{1}{12} \cdot (13{,}0^4 - 10{,}0^4 + 9{,}0^4 - 6{,}6^4) = 1935{,}3772.$$

Die Tragfähigkeit der Säule ist demnach gegen Zerknicken:

$$P = \frac{10000000 \,.\, 1935{,}3772}{3 \,.\, 530 \,.\, 530} = 22966{,}3842 \text{ kg}.$$

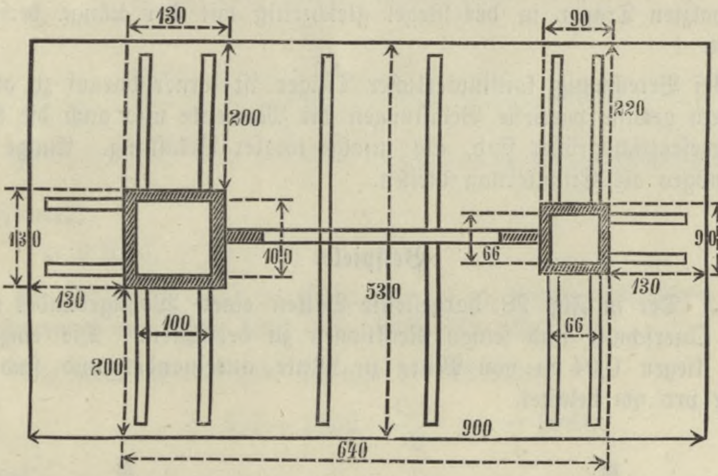


Fig. 97.

Die Tragfähigkeit gegen Zerdrücken ist:

$$F = 13{,}0^2 - 10{,}0^2 + 9{,}0^2 - 6{,}6^2 = 106{,}44 \text{ qcm},$$

und demnach

$$P = 106{,}44 \,.\, 500 = 53220 \text{ kg}.$$

Die Stütze darf also nur mit 22996 kg belastet werden, da sie anderenfalls keine Sicherheit gegen Zerknicken bieten würde.

7. Auf mehr als 2 Stützen ruhende Träger.

Träger, welche auf mehr als 2 Stützen ruhen, ohne auf einer derselben gestoßen zu sein, heißen kontinuierliche Träger. Es kommt bei denselben zunächst darauf an, die über den Stützen auftretenden Biegungsmomente festzustellen.

Der Umstand, daß die Anordnung der Höhenlage der Stützen bei den kontinuierlichen Trägern von sehr großem Einfluß, sowohl auf die Tragfähigkeit des Trägers, als auf seine Reaktionen ist, machen dieselben gewissermaßen zu einem gefährlichen System, da durch ungleiche Fundierung und ungleiches Zusammendrücken der Stützen sehr leicht Änderungen der Höhenlage derselben veranlaßt werden können, welche zuweilen die Tragfähigkeit des Trägers erhöhen, ebenso oft aber auch erniedrigen.

Ein weiterer Mangel ist der, daß die unten angegebene Gleichung nur dann richtig ist, wenn die Unterstützung in einem Punkte erfolgt, was aber im Hochbau nicht einmal annähernd der Fall ist.

Aus diesen Gründen ist die Anwendung kontinuierlicher Träger im gewöhnlichen Hochbau möglichst zu vermeiden, zumal eine Materialersparnis damit nicht verbunden ist. Zu Ungunsten des Kostenpunktes kontinuierlicher Träger spricht übrigens der Umstand, daß der Preis pro Gewichtseinheit der gewalzten Träger in der Regel gleichzeitig mit der Länge derselben zunimmt.

Bei Berechnung kontinuierlicher Träger ist ferner darauf zu achten, daß durch gewisse partielle Belastungen die Momente und auch die Reaktionen wesentlich größer sind, als infolge totaler Belastung. Einige Beispiele mögen als Erläuterung dienen.

Beispiele.

1. Der in Fig. 98 dargestellte Balken eines Wohngebäudes ist in seinem Querschnitt und seinen Reaktionen zu berechnen. Die einzelnen Balken liegen 0,94 m von Mitte zu Mitte auseinander und sind mit 500 kg pro qm belastet.

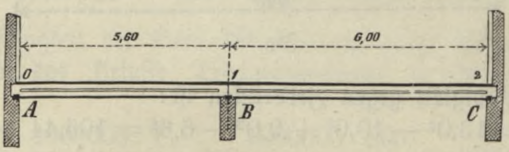


Fig. 98.

Auflösung. Die Belastung des ersten Feldes ist:

$$P_1 = 500 \,.\, 5{,}6 \,.\, 0{,}94 = 2632 \text{ kg};$$

die des zweiten:

$$P_2 = 500 \,.\, 6{,}0 \,.\, 0.94 = 2820 \text{ kg}.$$

Da $M_0 = 0$ und $M_2 = 0$, so wird:

$$0 = 2\,M_1 \,.\, (5{,}6 + 6{,}0) + \frac{2632 \,.\, 5{,}6^2}{4} + \frac{2820 \,.\, 6{,}0^2}{4}, \text{ oder}$$

$$23{,}2\,M_1 = -\,20634{,}88 - 25380 = -\,46015;$$

demnach

$$M_1 = -\,\frac{46015}{23{,}2} = -\,1983{,}4 = \text{rd. } 1984.$$

Folglich ist

$$W = \frac{198400}{60} = 3306{,}\overline{66} \;. \;. \;.$$

(NB. Die Formel, nach welcher O berechnet ist, lautet:

$$O = 2\,M_1\,(l_1 + l_2) + M_0\,l_1 + M_2\,l_2 + E' + E'' + E''', \text{ worin}$$

$$E' = \frac{P_1\,a_1\,(l_1{}^2 - a_1{}^2) + P_1\,x_1\,(l_1{}^2 - x_1{}^2) + P_1\,y_1\,(l_1{}^1 - y_1{}^2)}{l_1} + \frac{P_2\,a_2\,(l_2{}^2 - a_2{}^2) + P_2\,x_2\,(l_2{}^2 - x_2{}^2)}{l_2};$$

$$E'' = \frac{Q_1\,(c_1 + b_1)\,(2\,l_1{}^2 - b_1{}^2 - c_1{}^2)}{4\,l_1} + \frac{Q_2\,(c_2 + b_2)\,(2\,l_2{}^2 - b_2{}^2 - c_2{}^2)}{4\,l_2}, \text{ und}$$

$$E''' = \frac{K_1\,l_1{}^2}{4} + \frac{K_2\,l_2{}^2}{4}.$$ Für das gegenwärtige Beispiel lautet die Formel:

$$O = 2\,M_1\,(l_1 + l_2) + E'''.)$$

Ein Balken von 31 cm Höhe und 21 cm Breite, mit einem Widerstandsmoment von 3363 wird also erforderlich sein.

Die Reaktion A ergibt sich aus der Gleichung:

$$A\,.\,5{,}6 - 2632 \cdot \frac{5{,}6}{2} = -\,1984,$$

woraus

$$A = (2632\,.\,2{,}8 - 1984) : 5{,}6 = 961{,}7 = 962 \text{ kg}.$$

Die Reaktion C erhält man aus der Gleichung:

$$C\,.\,6{,}0 - 2820 \cdot \frac{6{,}0}{2} = -\,1984,$$

woraus

$$C = \frac{2820\,.\,3 - 1984}{6{,}0} = 1079{,}3 = 1079 \text{ kg}.$$

Der Druck auf die mittelste Stütze B ist demnach:

$$B = 2632 + 2820 - 962 - 1079 = 3411 \text{ kg}.$$

Man nimmt jedoch in der Regel an, daß die Stütze B in der Mitte zwischen A und C liege, da dies in Wirklichkeit wenigstens annähernd meist der Fall ist. Es ist dann, unter P die Gesamtbelastung des Trägers AC verstanden:

$$B = \frac{5}{8}\,P.$$

Im obigen Falle also ist:

$$B = \frac{5}{8} \cdot (2632 + 2820) = 3407{,}5.$$

Die Differenz ist hier also sehr unbedeutend, sie wird aber größer, wenn die beiden Felder sehr verschieden lang sind, und ist dann die genauere Rechnung vorzuziehen.

2. Der in Fig. 99 dargestellte von Frontwand zu Frontwand durchgehende Balken eines Wohnhauses wird durch 2 Mittelwände unterstützt. Der Abstand der Balken von einander ist von Mitte zu Mitte 0,94 m; es soll der erforderliche Querschnitt, sowie der größte Druck auf eine der Mittelwände bestimmt werden.

Auflösung. Um das größte Moment der Mittelstütze B und die größte Reaktion derselben zu bestimmen, sind die Felder AB und BC total belastet, das Feld CD nur mit dem Eigengewicht belastet anzunehmen.

Das Eigengewicht der Balkendecke mit halbem Windelboden beträgt 300 kg pro qm, die Totalbelastung 500 kg pro qm; es ist daher belastet:

das erste Feld AB mit: $500 \,.\, 5{,}5 \,.\, 0{,}94 = 2585 =$ rd. 2590 kg;
das zweite Feld BC mit: $500 \,.\, 1{,}5 \,.\, 0{,}94 = 705 =$ rd. 700 kg;
das dritte Feld CD mit: $300 \,.\, 5{,}5 \,.\, 0{,}94 = 1551 =$ rd. 1550 kg.

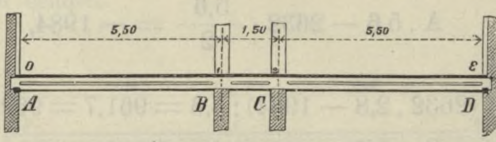


Fig. 99.

Zwischen den Momenten M_0, M_1 und M_2 besteht die Beziehung:

$$1, \quad 0 = M_0 \,.\, 5{,}5 + 2\,M_1 \,.\, (5{,}5 + 1{,}5) + M_2 \,.\, 1{,}5 + \frac{700 \,.\, 1{,}5^2}{4} + \frac{2590 \,.\, 5{,}5^2}{4};$$

zwischen den Momenten M_1, M_2 und M_3 die Gleichung:

$$2, \quad 0 = M_1 \,.\, 1{,}5 + 2\,M_2 \,.\, (1{,}5 + 5{,}5) + M_3 \,.\, 5{,}5 + \frac{1550 \,.\, 5{,}5^2}{4} + \frac{700 \,.\, 1{,}5^2}{4}.$$

Da $M_0 = 0$ und $M_3 = 0$, so gehen die Gleichungen 1 und 2 über in:

$$1, \quad 14\,M_1 + 1{,}5\,M_2 + 393{,}75 + 19586{,}875 = 0 \text{ und}$$
$$2, \quad 1{,}5\,M_2 + 14\,M_2 + 11721{,}88 + 393{,}74 = 0 \text{ oder}$$
$$1, \quad 14\,M_1 + 1{,}5\,M_2 + 19981 = 0 \text{ und}$$
$$2, \quad 1{,}5\,M_1 + 14\,M_2 + 12116 = 0.$$

Die erste Gleichung mit 1,5, die zweite mit 14 multipliziert, ergiebt:

1, $1{,}5 \,.\, 14\, M_1 + 2{,}25\, M_2 + 29971 = 0$ und

2, $14 \,.\, 1{,}5\, M_1 + 196\, M_2 + 169624 = 0$; die erste von der zweiten Gleichung subtrahiert, giebt: $193{,}75\, M_2 + 139653 = 0$, und hieraus ist:

$$M_2 = -139653 : 193{,}75 = -720{,}8 = -720.$$

Diesen Wert in die erste Gleichung eingesetzt, ergiebt:

$14\, M_1 + 1{,}5 \cdot -720 + 19981 = 0$ oder
$14\, M_1 = 1080 - 19981 = -18901$ und
$M_1 = -18901 : 14 = -1350{,}07 = -1350$ kgmeter.

Der Druck auf das Auflager A wird gefunden aus der Gleichung

$$A \,.\, 5{,}5 - 2590 \cdot \frac{5{,}5}{2} = -1350,$$

woraus

$$A = (2590 \,.\, 2{,}75 - 1350) : 5{,}5 = 1049{,}5 = 1050 \text{ kg};$$

der Druck auf das Auflager B ergiebt sich aus der Gleichung:

$$1050 \,.\, (5{,}5 + 1{,}5) + B \,.\, 1{,}5 - 2590 \cdot \left(\frac{5{,}5}{2} + 1{,}5\right) - \frac{700 \,.\, 1{,}5}{2} = -720,$$

woraus:

$$B = (-7350 + 11007{,}5 + 525 - 720) : 1{,}5 = 2308 \text{ kg}.$$

Besteht der Balken aus Kiefernholz, dann ergiebt sich:

$$W = 134800 : 60 = 2246{,}\overline{66} \;\ldots$$

Ein Balken von 29 cm Höhe und 16 cm Breite mit $W = 2243$ würde genügen.

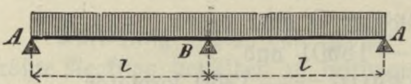
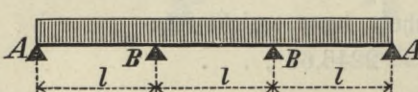
Hätte man hier annäherungsweise

$$B = \frac{5}{8} \cdot (2590 + 700) = 2056{,}25$$

gerechnet, so hätte man circa 12 % zu wenig erhalten.

Für gleichmäßig belastete Träger mit 2 und 3 gleich langen Feldern sind die Auflagerdrücke und das erforderliche Widerstandsmoment nach den folgenden einfachen Formeln zu bestimmen. Die Minimalwerte der Auflagerdrücke sind nur dann zu berechnen, wenn dieselben negativ werden, da in diesem Falle für eine Verankerung des entsprechenden Trägerendes Sorge getragen werden muß, um ein durch partielle Belastung erstrebtes Abheben zu verhüten. In den folgenden Formeln bezeichnet:

P = Eigengewicht,
K = Verkehrslast und
Q = Totallast pro Feld.

Kontinuierliche Träger.	Erforderliches Widerstands-moment.	Auflagerdrücke.
 Fig. 100.	$W = \frac{Q\,l}{8\,S}$.	$B = \frac{5}{4}\,Q$, $A\max = \frac{1}{16}\,(6\,P + 7\,K)$, $A\min = \frac{1}{16}\,(6\,P - K)$.
 Fig. 101.	$W = \frac{1}{10\,S}\left(P + \frac{7\,K}{6}\right)$.	$B\max = \frac{1}{10}\,(11\,P + 12\,K)$, $B\min = \frac{1}{10}\,(11\,P - K)$, $A\max = \frac{1}{20}\,(8\,P + 9\,K)$, $A\min = \frac{1}{20}\,(8\,P - K)$.

Beispiel.

Die in Fig. 100a dargestellte Decke des Kellers eines Wohnhauses ist durch $\frac{1}{2}$ Stein starke Kappen von 2,4 m Spannweite, welche zwischen schmiedeeisernen Trägern gewölbt sind, hergestellt. Die Träger sind in der Mitte durch gemauerte Pfeiler unterstützt.

Jedes Trägerfeld hat eine Länge von 2,5 m; rechnet man pro qm 750 kg Totalbelastung, so ist:

$$Q = 2{,}5 \,.\, 2{,}4 \,.\, 750 = 4500 \text{ kg}.$$

Das Eigengewicht jedes Feldes beträgt ausschl. Fußboden, welcher zur veränderlichen Belastung gerechnet wird, pro qm 325 kg, und ist demnach

$$P = 2{,}5 \,.\, 2{,}4 \,.\, 325 = 1950 \text{ kg},$$

und folglich die veränderliche Belastung

$$K = 4500 - 1950 = 2550 \text{ kg}.$$

Das erforderliche Widerstandsmoment ist nun nach der ersten Formel

$$W = \frac{4500 \,.\, 250}{8 \,.\, 750} = 187{,}5.$$

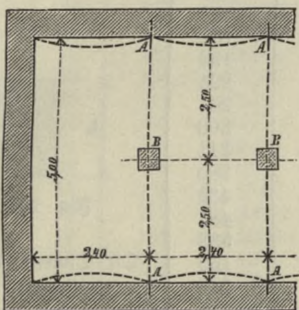


Fig. 100a.

Fig. 100b.

Das Profil Fig. 100b mit $W = 187$, oder Normal-Profil Nr. 19 mit $W = 187$ ist also ausreichend.

Der Maximaldruck auf die Mittelstütze wird

$$B = \frac{5}{4} \cdot 4500 = 5625 \text{ kg}.$$

Werden die massiven Pfeiler aus gutem Ziegelmauerwerk in Zement hergestellt, so ist ein Pfeilerquerschnitt von

$$5625 : 11 = 512 \text{ qcm}$$

erforderlich und genügt demnach ein Pfeiler von 25 cm im Quadrat, der aber mit einer 1,5 cm starken gußeisernen Unterlagsplatte abgedeckt werden muß.

Der Maximaldruck auf A wird:

$$A \max = \frac{1}{16}(6 \,.\, 1950 + 7 \,.\, 2550) = 1846{,}8 = 1847 \text{ kg}.$$

Der Minimaldruck auf A braucht nicht berechnet zu werden, da derselbe possitiv wird, denn 6 P ist größer als K.

Wird das Mauerwerk von gewöhnlichen Mauersteinen in Kalkmörtel ausgeführt, dann ist die erforderliche Auflagerfläche

$$1847 : 7 = 263{,}8 = 264 \text{ qcm}.$$

Der Träger hat eine 9,1 cm breite Flansche; soll keine Auflagerplatte verwendet werden, dann muß der Träger ein Auflager erhalten, welches

$$264 : 9{,}1 = 29 \text{ cm lang ist}.$$

8. Tabellen.

a. Träger und Stützen von Holz mit rechteckigem Querschnitt.

b = Breite, h = Höhe.

Nr.	Dimensionen b	Dimensionen h	Flächeninhalt F	Trägheitsmomente $T = bh^3 : 12$	Trägheitsmomente $T_1 = hb^3 : 12$	Widerstandsmoment $W = bh^2 : 6$
1	8	9	72	486	384	108
2	8	10	80	667	427	133
3	8	11	88	887	469	161
4	8	12	96	1152	512	192
5	8	13	104	1465	555	225
6	8	14	112	1829	597	261
7	8	15	120	2250	640	300
8	8	16	128	2731	683	341
9	8	17	136	3275	725	385
10	8	18	144	3888	768	432
11	8	19	152	4573	811	481
12	8	20	160	5333	853	533
13	9	10	90	750	608	150
14	9	11	99	998	668	182
15	9	12	108	1296	729	216
16	9	13	117	1648	790	254
17	9	14	126	2058	851	294
18	9	15	135	2531	911	338
19	9	16	144	3072	972	384
20	9	17	153	3685	1033	434
21	9	18	162	4374	1094	486
22	9	19	171	5144	1154	542
23	9	20	180	6000	1215	600
24	9	21	189	6946	1276	662
25	10	11	110	1109	917	202
26	10	12	120	1440	1000	240
27	10	13	130	1831	1083	282
28	10	14	140	2287	1167	327
29	10	15	150	2813	1250	375
30	10	16	160	3413	1333	427
31	10	17	170	4094	1417	482
32	10	18	180	4860	1500	540
33	10	19	190	5716	1583	602
34	10	20	200	6667	1667	667
35	10	21	210	7718	1750	735
36	10	22	220	8873	1833	807
37	10	23	230	10139	1917	882
38	10	24	240	11520	2000	960
39	10	25	250	13021	2083	1042
40	10	26	260	14647	2167	1127
41	11	12	132	1584	1331	264
42	11	13	143	2014	1442	310
43	11	14	154	2515	1553	359
44	11	15	165	3094	1664	423
45	11	16	176	3755	1775	469
46	11	17	187	4504	1886	265
47	11	18	198	5346	1996	594
48	11	19	209	6287	2107	662

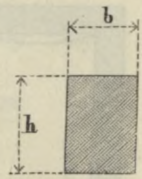


Fig. 102.

Die Dimensionen sind in Zentimetern angegeben. Der Flächeninhalt F in Quadratzentimetern.

T = dem größten Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

T_1 = dem kleinsten Trägheitsmoment, bezogen auf die vertikale Schwerachse.

W = dem Widerstandsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

Nr.	Dimensionen b	Dimensionen h	Flächeninhalt F	Trägheitsmomente $T = bh^3 : 12$	Trägheitsmomente $T_1 = hb^3 : 12$	Widerstandsmoment $W = bh^2 : 6$
49	11	20	220	7333	2218	733
50	11	21	231	8489	2329	808
51	11	22	242	9761	2440	887
52	11	23	253	11153	2551	970
53	11	24	264	12672	2662	1056
54	11	25	275	14323	2773	1146
55	11	26	286	16111	2884	1239
56	11	27	297	18043	2995	1337
57	11	28	308	20123	3106	1438
58	11	29	319	22357	3217	1542
59	11	30	330	24750	3328	1650
60	11	31	341	26630	3438	1762
61	12	13	156	2197	1872	338
62	12	14	168	2744	2016	392
63	12	15	180	3375	2160	450
64	12	16	192	4096	2304	512
65	12	17	204	4913	2448	578
66	12	18	216	5832	2592	648
67	12	19	228	6859	2736	722
68	12	20	240	8000	2880	800
69	12	21	252	9261	3024	882
70	12	22	264	10648	3168	968
71	12	23	276	12167	3312	1058
72	12	24	288	13824	3456	1152
73	12	25	300	15625	3600	1250
74	12	26	312	17576	3744	1352
75	12	27	324	19683	3888	1458
76	12	28	336	21952	4032	1568
77	12	29	348	24389	4176	1682
78	12	30	360	27000	4320	1800
79	12	31	372	29791	4464	1922
80	12	32	384	32768	4608	2048
81	13	14	182	2973	2563	425
82	13	15	195	3656	2746	488
83	13	16	208	4437	2929	555
84	13	17	221	5322	3112	626
85	13	18	234	6318	3296	702
86	13	19	247	7431	3479	782
87	13	20	260	8667	3662	867
88	13	21	273	10033	3845	955
89	13	22	286	11535	4028	1049
90	13	23	299	13181	4211	1146
91	13	24	312	14976	4394	1248
92	13	25	325	16927	4577	1354
93	13	26	338	19041	4760	1465
94	13	27	351	21323	4943	1580
95	13	28	364	23781	5126	1699
96	13	29	377	26421	5309	1822
97	13	30	390	29250	5493	1950
98	13	31	403	32274	5676	2082
99	13	32	416	35499	5859	2219
100	14	15	210	3938	3430	525
101	14	16	224	4779	3659	597

(Siehe Fig. 102.)

Die Dimensionen sind in Zentimetern angegeben. Der Flächeninhalt F in Quadratzentimetern.

T = dem größten Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

T_1 = dem kleinsten Trägheitsmoment, bezogen auf die vertikale Schwerachse.

W = dem Widerstandsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

Nr.	Dimensionen		Flächeninhalt	Trägheitsmomente		Widerstandsmoment
	b	h	F	$T = bh^3 : 12$	$T_1 = hb^3 : 12$	$W = bh^2 : 6$
102	14	17	238	5732	3887	674
103	14	18	252	6804	4116	756
104	14	19	266	8002	4345	842
105	14	20	280	9333	4573	933
106	14	21	294	10805	4802	1029
107	14	22	308	12423	5031	1129
108	14	23	322	14195	5259	1234
109	14	24	336	16128	5488	1344
110	14	25	350	18229	5717	1458
111	14	26	364	20505	5945	1577
112	14	27	378	22964	6174	1701
113	14	28	392	25611	6403	1829
114	14	29	406	28454	6631	1962
115	14	30	420	31500	6860	2100
116	14	31	434	34756	7089	2276
117	14	32	448	38229	7317	2389
118	15	16	240	5120	4500	640
119	15	17	255	6141	4781	723
120	15	18	270	7290	5063	810
121	15	19	285	8574	5344	903
122	15	20	300	10000	5625	1000
123	15	21	315	11576	5906	1103
124	15	22	330	13310	6188	1210
125	15	23	345	15209	6469	1323
126	15	24	360	18240	6750	1440
127	15	25	375	19531	7031	1563
128	15	26	390	21970	7313	1690
129	15	27	405	24604	7594	1823
130	15	28	420	27440	7875	1960
131	15	29	435	30486	8156	2103
132	15	30	450	33750	8438	2250
133	15	31	465	37239	8719	2403
134	15	32	480	40960	9000	2560
135	16	17	272	6551	5803	771
136	16	18	288	7776	6144	864
137	16	19	304	9145	6485	963
138	16	20	320	10667	6827	1066
139	16	21	336	12348	7168	1176
140	16	22	352	14197	7509	1291
141	16	23	368	16223	7851	1411
142	16	24	384	18432	8192	1536
143	16	25	400	20833	8533	1667
144	16	26	416	23435	8875	1803
145	16	27	432	26244	9216	1944
146	16	28	448	29269	9557	2091
147	16	29	464	32519	9899	2243
148	16	30	480	36000	10240	2400
149	16	31	496	39721	10581	2563
150	16	32	512	43691	10923	2731
151	16	33	528	47916	11264	2904
152	16	34	544	52405	11605	3083
153	17	18	306	8262	7370	918
154	17	19	323	9717	7779	1023

(Siehe Fig. 102.)

Die Dimensionen sind in Zentimetern angegeben. Der Flächeninhalt F in Quadratzentimetern.

T = dem größten Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

T_1 = dem kleinsten Trägheitsmoment, bezogen auf die vertikale Schwerachse.

W = dem Widerstandsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

Nr.	Dimensionen b	Dimensionen h	Flächeninhalt F	Trägheitsmomente T = bh³ : 12	Trägheitsmomente T₁ = hb³ : 12	Widerstandsmoment W = bh² : 6
155	17	20	340	11333	8188	1133
156	17	21	357	13120	8598	1250
157	17	22	374	15085	9007	1371
158	17	23	391	17237	9417	1499
159	17	24	408	19584	9826	1632
160	17	25	425	22135	10235	1771
161	17	26	442	24899	10645	1915
162	17	27	459	27884	11054	2066
163	17	28	476	31099	11464	2221
164	17	29	493	34551	11873	2383
165	17	30	510	38250	12283	2550
166	17	31	527	42204	12692	2723
167	17	32	544	46421	13101	2901
168	17	33	561	50911	13511	3086
169	17	34	578	55681	13920	3275
170	17	35	595	60740	14330	3471
171	18	19	342	10289	9234	1083
172	18	20	360	12000	9720	1200
173	18	21	378	13891	10206	1323
174	18	22	396	15972	10692	1452
175	18	23	414	18251	11178	1587
176	18	24	432	20736	11664	1728
177	18	25	450	23438	12150	1875
178	18	26	468	26364	12636	2028
179	18	27	486	29525	13122	2187
180	18	28	504	32928	13608	2352
181	18	29	522	36583	14094	2523
182	18	30	540	40500	14580	2700
183	18	31	558	44686	15066	2883
184	18	32	576	49152	15552	2976
185	18	33	594	53906	16038	3267
186	18	34	612	58956	16524	3468
187	18	35	630	64313	17010	3675
188	18	36	648	69984	17496	3886
189	19	20	380	12667	11432	1267
190	19	21	399	14663	12003	1397
191	19	22	418	16859	12572	1533
192	19	23	437	19264	13146	1675
193	19	24	456	21888	13718	1824
194	19	25	475	24740	14290	1979
195	19	26	494	27829	14861	2141
196	19	27	513	31165	15433	2309
197	19	28	532	34757	16004	2483
198	19	29	551	38616	16576	2663
199	19	30	570	42750	17148	2850
200	19	31	589	47169	17719	3043
201	19	32	608	51883	18291	3243
202	19	33	627	56900	18862	3449
203	19	34	646	62231	19434	3661
204	19	35	665	67885	20005	3879
205	19	36	684	73872	20557	4104
206	19	37	703	80201	21149	4335
207	19	38	722	86881	21720	4573

(Siehe Fig. 102.)

Die Dimensionen sind in Zentimetern angegeben. Der Flächeninhalt F in Quadratzentimetern.

T = dem größten Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

T_1 = dem kleinsten Trägheitsmoment, bezogen auf die vertikale Schwerachse.

W = dem Widerstandsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

Nr.	Dimensionen b	Dimensionen h	Flächeninhalt F	Trägheitsmomente $T = bh^3 : 12$	Trägheitsmomente $T_1 = hb^3 : 12$	Widerstandsmoment $W = bh^2 : 6$
208	20	21	420	15435	14000	1470
209	20	22	440	17747	14667	1613
210	20	23	460	20278	15333	1763
211	20	24	480	23040	16000	1920
212	20	25	500	26042	16667	2083
213	20	26	520	29293	17333	2253
214	20	27	540	32805	18000	2430
215	20	28	560	36587	18667	2613
216	20	29	580	40648	19333	2803
217	20	30	600	45000	20000	3000
218	20	31	620	49652	20667	3203
219	20	32	640	54613	21333	3413
220	20	33	660	59895	22000	3630
221	20	34	680	65507	22667	3853
222	20	35	700	71458	23333	4083
223	20	36	720	77760	24000	4320
224	20	37	740	84422	24667	4563
225	20	38	760	91487	25333	4813
226	20	39	780	98865	26000	5070
227	20	40	800	106667	26667	5333
228	21	22	462	18634	16978	1694
229	21	23	483	21292	17750	1852
230	21	24	504	24192	18522	2016
231	21	25	525	27344	19294	2188
232	21	26	546	30758	20065	2366
233	21	27	567	34445	20837	2552
234	21	28	588	38416	21609	2744
235	21	29	609	42681	22381	2944
236	21	30	630	47250	23153	3150
237	21	31	651	52134	23924	3364
238	21	32	672	57344	24696	3574
239	21	33	693	62890	25468	3812
240	21	34	714	68782	26240	4046
241	21	35	735	75031	27011	4288
242	21	36	756	81648	27783	4536
243	21	37	777	88643	28555	4792
244	21	38	798	96026	29327	5054
245	21	39	819	103808	30098	5324
246	21	40	840	112000	30870	5600
247	22	23	506	22306	20409	1940
248	22	24	528	25344	21296	2112
249	22	25	550	28646	22183	2292
250	22	26	572	32223	23071	2475
251	22	27	594	36086	23958	2673
252	22	28	616	40245	24845	2875
253	22	29	638	44713	25733	3084
254	22	30	660	49500	26620	3300
255	22	31	682	54617	27507	3524
256	22	32	704	60075	28395	3755
257	22	33	726	65885	29282	3993
258	22	34	748	72057	30169	4239
259	22	35	770	78938	31057	4492
260	22	36	792	85536	31944	4752

(Siehe Fig. 102.)

Die Dimensionen sind in Zentimetern angegeben. Der Flächeninhalt F in Quadratzentimetern.

T = dem größten Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

T_1 = dem kleinsten Trägheitsmoment, bezogen auf die vertikale Schwerachse.

W = dem Widerstandsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

Nr.	Dimensionen b	Dimensionen h	Flächeninhalt F	Trägheitsmomente T = bh³ : 12	Trägheitsmomente T_1 = hb³ : 12	Widerstandsmoment W = bh² : 6
261	22	37	814	92831	32831	5020
262	22	38	836	100765	33719	5295
263	22	39	858	108752	34606	5577
264	22	40	880	117333	35493	5867
265	23	24	552	26496	24334	2208
266	23	25	575	29948	25348	2396
267	23	26	598	33687	26362	2591
268	23	27	621	37726	27376	2795
269	23	28	644	42075	28390	3005
270	23	29	667	46746	29404	3224
271	23	30	690	51750	30418	3450
272	23	31	713	57099	31431	3684
273	23	32	736	62805	32445	3925
274	23	33	759	68879	33459	4175
275	23	34	782	75333	34307	4431
276	23	35	805	82177	35487	4696
277	23	36	828	89424	36501	4968
278	23	37	851	97085	37515	5248
279	23	38	874	105171	38524	5535
280	23	39	897	113695	39543	5831
281	23	40	920	122667	40557	6133
282	24	25	600	31250	28800	2500
283	24	26	624	35152	29952	2704
284	24	27	648	39366	31104	2916
285	24	28	672	43904	32256	3136
286	24	29	696	48778	33408	3364
287	24	30	720	54000	34560	3600
288	24	31	744	59582	35712	3844
289	24	32	768	65536	36864	4096
290	24	33	792	71874	38016	4356
291	24	34	816	78608	39168	4624
292	24	35	840	85750	40320	4900
293	24	36	864	93312	41472	5184
294	24	37	888	101306	42624	5476
295	24	38	912	109744	43776	5776
296	24	39	936	118638	44928	6084
297	24	40	960	128000	46080	6400
298	25	26	650	36617	33854	2817
299	25	27	675	41006	35156	3038
300	25	28	700	45733	36458	3267
301	25	29	725	50810	37760	3504
302	25	30	750	56250	39062	3750
303	25	31	775	62065	40364	4004
304	25	32	800	68267	41666	4267
305	25	33	825	74869	42968	4538
306	25	34	850	81883	44270	4818
307	25	35	875	89323	45572	5105
308	25	36	900	97200	46874	5400
309	25	37	925	105527	48176	5703
310	25	38	950	114317	49478	6017
311	25	39	975	123581	50780	6340
312	25	40	1000	133333	52083	6667
313	26	27	702	42647	39546	3159

(Siehe Fig. 102.)

Die Dimensionen sind in Zentimetern angegeben. Der Flächeninhalt F in Quadratzentimetern.

T = dem größten Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

T_1 = dem kleinsten Trägheitsmoment, bezogen auf die vertikale Schwerachse.

W = dem Widerstandsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

Nr.	Dimensionen		Flächeninhalt	Trägheitsmomente		Widerstandsmoment
	b	h	F	T = bh³ : 12	T₁ = hb³ : 12	W = bh² : 6
314	26	28	728	47563	41011	3397
315	26	29	754	52843	42475	3644
316	26	30	780	58500	43940	3900
317	26	31	806	64547	45404	4164
318	26	32	832	70997	46869	4437
319	26	33	858	77864	48333	4709
320	26	34	884	85159	49798	4989
321	26	35	910	92896	51262	5278
322	26	36	936	101088	52727	5616
323	26	37	962	109748	54191	5868
324	26	38	988	118889	55656	6175
325	26	39	1014	128525	57121	6491
326	26	40	1040	138666	58586	6933
327	27	28	756	49392	45927	3528
328	27	29	783	54875	47567	3785
329	27	30	810	60750	49208	4050
330	27	31	837	67030	50848	4325
331	27	32	864	73728	52488	4608
332	27	33	891	80858	54128	4901
333	27	34	918	88434	55769	5202
334	27	35	945	96469	57409	5513
335	27	36	972	104976	59049	5832
336	27	37	999	113969	60690	6161
337	27	38	1026	123462	62330	6498
338	27	39	1053	133468	63970	6845
339	27	40	1080	144000	65610	7200
340	28	29	812	56908	53051	3925
341	28	30	840	63000	54880	4200
342	28	31	868	69512	56709	4485
343	28	32	896	76459	58538	4779
344	28	33	924	83853	60368	5082
345	28	34	952	91709	62197	5395
346	28	35	980	100042	64026	5717
347	28	36	1008	108864	65856	6048
348	28	37	1036	118190	67685	6389
349	28	38	1064	128035	69514	6739
350	28	39	1092	138411	71344	7098
351	28	40	1120	149333	73173	7467
352	29	30	870	65250	60973	4350
353	29	31	899	71995	63005	4645
354	29	32	928	79189	65037	4949
355	29	33	957	86848	67070	5264
356	29	34	986	94985	69102	5587
357	29	35	1015	103615	71135	5921
358	29	36	1044	112752	73167	6264
359	29	37	1073	122411	75200	6617
360	29	38	1102	132607	77232	6979
361	29	39	1131	143354	79264	7352
362	29	40	1160	154667	81297	7733
363	30	31	930	74478	69750	4949
364	30	32	960	81920	72000	5120
365	30	33	990	89843	74250	5445
366	30	34	1020	98260	76500	5780

(Siehe Fig. 102.)

Die Dimensionen sind in Zentimetern angegeben. Der Flächeninhalt F in Quadratzentimetern.

T = dem größten Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

T_1 = dem kleinsten Trägheitsmoment, bezogen auf die vertikale Schwerachse.

W = dem Widerstandsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

Nr.	Dimensionen		Flächeninhalt	Trägheitsmomente		Widerstandsmoment
	b	h	F	T = bh³ : 12	T_1 = hb³ : 12	W = bh² : 6
367	30	35	1050	107188	78750	6125
368	30	36	1080	116640	81000	6480
369	30	37	1110	126633	83250	6845
370	30	38	1140	137180	85500	7220
371	30	39	1170	148298	87750	7605
372	30	40	1200	160000	90000	8000
373	31	32	992	84651	79443	5291
374	31	33	1023	92837	81925	5627
375	31	34	1054	101535	84408	5973
376	31	35	1085	117927	86890	6329
377	31	36	1116	120528	89373	6696
378	31	37	1147	130854	91855	7073
379	31	38	1178	141753	94338	7461
380	31	39	1209	153241	96820	7859
381	31	40	1240	165333	99303	8267
382	32	33	1056	95832	90112	5808
383	32	34	1088	104811	92843	6165
384	32	35	1120	114333	95573	6533
385	32	36	1152	124416	98304	6912
386	32	37	1184	135075	101035	7301
387	32	38	1216	146325	103035	7701
388	32	39	1248	158184	106496	8112
389	32	40	1280	170667	109227	8533
390	33	34	1122	108086	101822	6358
391	33	35	1155	117906	104816	6738
392	33	36	1188	128304	107811	7128
393	33	37	1221	139296	110806	7530
394	33	38	1254	150898	113801	7942
395	33	39	1287	163127	116795	8366
396	33	40	1320	176000	119790	8800
397	34	35	1190	121479	114637	6942
398	34	36	1224	132192	117912	7344
399	34	37	1258	143517	121187	7758
400	34	38	1292	155471	124463	8183
401	34	39	1326	168071	127738	8619
402	34	40	1360	181333	131013	9067
403	35	36	1260	136080	128625	7560
404	35	37	1295	147738	132198	7986
405	35	38	1330	160043	135771	8423
406	35	39	1365	173014	139344	8873
407	35	40	1400	186667	142917	9333
408	36	37	1332	151959	143856	8436
409	36	38	1368	164616	147744	8664
410	36	39	1404	177957	151632	9126
411	36	40	1440	192000	155520	9600
412	37	38	1406	169189	160401	8905
413	37	39	1443	182900	164622	9380
414	37	40	1480	197333	168843	9867
415	38	39	1482	187843	178334	9633
416	38	40	1520	202167	182907	10133
417	39	40	1560	208000	197730	10400

(Siehe Fig. 102.)

Die Dimensionen sind in Zentimetern angegeben. Der Flächeninhalt F in Quadratzentimetern.

T = dem größten Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

T_1 = dem kleinsten Trägheitsmoment, bezogen auf die vertikale Schwerachse.

W = dem Widerstandsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

b. Träger und Stützen von Holz mit quadratischem Querschnitt.

Nr.	Quadratseite a	Flächeninhalt F	Widerstands-moment W	Widerstands-moment W_1	Trägheits-moment T
1	2	4	1,3	0,9	1,3
2	3	9	4,5	3,2	6,7
3	4	16	11	7,6	21
4	5	25	21	15	52
5	6	36	36	25	108
6	7	49	57	40	200
7	8	64	85	60	341
8	9	81	121	85	547
9	10	100	167	118	833
10	11	121	222	157	1220
11	12	144	288	204	1728
12	13	169	366	259	2381
13	14	196	457	324	3201
14	15	225	562	398	4219
15	16	256	683	483	5461
16	17	289	819	580	6960
17	18	324	972	688	8748
18	19	361	1143	809	10860
19	20	400	1333	944	13333
20	21	441	1543	1093	16207
21	22	484	1775	1256	19521
22	23	529	2028	1436	23320
23	24	576	2304	1631	27648
24	25	625	2604	1844	32552
25	26	676	2929	2074	38081
26	27	729	3280	2323	44287
27	28	784	3659	2590	51221
28	29	841	4065	2878	58940
29	30	900	4560	3186	67500
30	31	961	4965	3515	76960
31	32	1024	5461	3867	87381
32	33	1089	5989	4240	98827
33	34	1156	6550	4638	111361
34	35	1225	7146	5059	125052
35	36	1296	7776	5505	139968
36	37	1369	8442	5961	156180
37	38	1444	9145	6469	173761
38	39	1521	9887	6994	192787
39	40	1600	10667	7539	213333

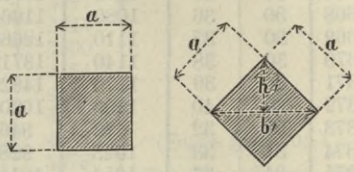


Fig. 103.

Quadratseite = a in Zentimetern.

Flächeninhalt = F in Quadratzentimetern.

Widerstandsmoment W, bezogen auf eine der Quadratseite parallele Schwerachse.

Widerstandsmoment W_1, bezogen auf eine Diagonale des Normal-Querschnittes.

$$W = \frac{b_1 \cdot h_1^2}{6}.$$

b_1 = ganze Diagonale, h_1 = halbe Diagonale des Querschnitts.

Trägheitsmoment = T.

c. Tabelle des Kreisring-Querschnittes.

(Hohle kreisrunde Säulen.)

Nr.	Dimensionen D	d	δ	Flächeninhalt F	Widerstandsmoment W	Trägheitsmoment T
1	100	76	12	33	65	327
2	100	70	15	40	75	373
3	100	64	18	46	82	408
4	100	60	20	50	85	427
5	110	86	12	37	82	450
6	110	80	15	45	94	518
7	110	74	18	52	104	571
8	110	70	20	57	109	601
9	110	66	22	61	113	625
10	120	96	12	41	100	601
11	120	90	15	49	116	696
12	120	84	18	58	129	774
13	120	80	20	63	136	817
14	120	76	22	68	155	933
15	130	106	12	44	120	782
16	130	100	15	54	140	911
17	130	94	18	63	157	1019
18	130	90	20	69	166	1080
19	130	86	22	75	174	1134
20	130	80	25	82	185	1201
21	140	116	12	48	142	997
22	140	110	15	59	167	1167
23	140	104	18	69	187	1311
24	140	100	20	75	199	1395
25	140	96	22	82	210	1468
26	140	90	25	90	223	1564
27	140	84	28	99	234	1641
28	150	120	15	64	196	1467
29	150	114	18	75	221	1656
30	150	110	20	82	235	1766
31	150	106	22	88	249	1866
32	150	100	25	98	266	1994
33	150	94	28	107	280	2102
34	160	130	15	68	227	1815
35	160	124	18	80	257	2056
36	160	120	20	88	275	2199
37	160	116	22	95	291	2329
38	160	110	25	106	312	2498
39	160	104	28	116	330	2643
40	160	100	30	123	341	2726
41	170	140	15	73	260	2214
42	170	134	18	86	296	2517
43	170	130	20	94	317	2698
44	170	126	22	102	337	2863
45	170	120	25	114	363	3082
46	170	114	28	125	385	3271
47	170	110	30	132	398	3381
48	180	150	15	78	296	2668
49	180	144	18	92	338	3042
50	180	140	20	101	363	3267

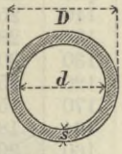


Fig. 104.

Die Dimensionen sind in Millimetern angegeben.

D = äußerer Durchmesser.

d = innerer Durchmesser.

δ = Wandstärke.

Normal-Querschnitt:
Flächeninhalt = F in Quadratzentimetern.

W = Widerstandsmoment, bezogen auf Zentimeter.

T = Trägheitsmoment, bezogen auf Zentimeter.

Nr.	Dimensionen			Flächeninhalt F	Widerstandsmoment W	Trägheitsmoment T
	D	d	δ			
51	180	136	22	109	386	3474
52	180	130	25	122	417	3751
53	180	124	28	134	444	3992
54	180	120	30	141	459	4135
55	180	110	35	160	493	4434
56	190	160	15	82	335	3180
57	190	154	18	97	383	3636
58	190	150	20	107	412	3912
59	190	146	22	116	439	4168
60	190	140	25	130	475	4511
61	190	134	28	143	507	4814
62	190	130	30	151	526	4995
63	190	120	35	170	566	5379
64	200	170	15	87	375	3754
65	200	164	18	103	430	4303
66	200	160	20	113	464	4637
67	200	156	22	123	495	4948
68	200	150	25	137	537	5369
69	200	144	28	151	574	5743
70	200	140	30	160	597	5968
71	200	130	35	181	645	6452
72	225	185	20	129	607	6831
73	225	181	22	140	650	7311
74	225	175	25	157	709	7977
75	225	169	28	173	762	8576
76	225	165	30	184	795	8942
77	225	155	35	209	866	9747
78	250	206	22	158	827	10334
79	250	200	25	177	906	11321
80	250	194	28	195	978	12222
81	250	190	30	207	1022	12778
82	250	180	35	236	1122	14022
83	275	231	22	175	1025	14098
84	275	225	25	196	1127	15493
85	275	219	28	217	1221	16782
86	275	215	30	231	1279	17585
87	275	205	35	264	1411	19405
88	300	244	28	239	1491	22362
89	300	240	30	254	1565	23475
90	300	230	35	291	1735	26024
91	325	269	28	261	1788	28464
92	325	265	30	278	1880	30557
93	325	255	35	319	2093	34010
94	350	294	28	283	2114	36988
95	350	290	30	302	2225	38943
96	350	280	35	346	2485	43490
97	375	319	28	305	2466	46240
98	375	315	30	325	2599	48742
99	375	305	35	374	2912	54593
100	400	344	28	327	2846	56925
101	400	340	30	349	3003	60066
102	400	330	35	401	3372	67450

(Siehe Fig. 104.)

Die Dimensionen sind in Millimetern angegeben.

D = äußerer Durchmesser.

d = innerer Durchmesser.

δ = Wandstärke.

Normal-Querschnitt:

Flächeninhalt = F in Quadratzentimetern.

W = Widerstandsmoment, bezogen auf Zentimeter.

T = Trägheitsmoment, bezogen auf Zentimeter.

d. Tabelle des Kreisquerschnittes.

Nr.	d	F	T	W
1	1	0,79	0,049	0,98
2	2	3,14	0,785	0,785
3	3	7,07	3,976	2,651
4	4	12,57	12,57	6,283
5	5	19,63	30,68	12,27
6	6	28,27	63,62	21,21
7	7	38,48	117,90	33,67
8	8	50,27	201,10	50,27
9	9	63,62	322,10	71,57
10	10	78,54	490,90	98,17
11	11	95,03	718,70	130,70
12	12	113,10	1018	169,60
13	13	132,73	1402	215,70
14	14	153,94	1886	269,40
15	15	176,71	2485	331,30
16	16	201,06	3217	402,10
17	17	226,98	4100	482,30
18	18	254,47	5153	572,60
19	19	283,53	6397	673,40
20	20	314,16	7854	785,40
21	21	346,36	9547	909,20
22	22	380,13	11499	1045
23	23	415,48	13737	1194
24	24	452,39	16286	1357
25	25	490,87	19175	1534
26	26	530,93	22432	1726
27	27	572,56	26087	1932
28	28	615,75	30172	2155
29	29	660,52	34719	2394
30	30	706,86	39761	2651
31	31	754,77	45333	2925
32	32	804,25	51472	3217
33	33	855,30	58214	3528
34	34	907,92	65597	3859
35	35	962,11	73662	4209
36	36	1017,88	82448	4580
37	37	1075,21	91998	4973
38	38	1134,11	102354	5387
39	39	1194,59	113561	5824
40	40	1256,64	125664	6283
41	41	1320,25	138709	6766
42	42	1385,44	152745	7274
43	43	1452,20	167820	7806
44	44	1520,53	183984	8363
45	45	1590,43	201289	8946
46	46	1661,90	219787	9556
47	47	1734,94	239531	10193
48	48	1809,56	260576	10857
49	49	1885,74	282979	11550
50	50	1963,50	306796	12272

Bemerkungen.

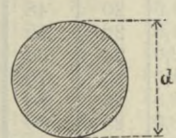


Fig. 105.

d = Durchmesser in Zentimetern.

F = Flächeninhalt in Quadratzentimetern.

T = Trägheitsmoment, bezogen auf Zentimeter.

W = Widerstandsmoment, bezogen auf Zentimeter.

e. Tabelle des Kreuzquerschnittes.

Nr.	Dimensionen h	Dimensionen b	Flächeninhalt F	Trägheitsmoment T	Nr.	Dimensionen h	Dimensionen b	Flächeninhalt F	Trägheitsmoment T
1	5	1,2	11	13	47	16,2	1,8	55	645
2	5	1,4	12	15	48	16,1	2,3	69	814
3	5	1,6	14	18	49	16,8	2,1	66	841
4	5	1,8	15	20	50	16,8	2,4	75	965
5	5	2,0	16	23	51	16	3,0	87	1053
6	6	1,2	13	22	52	17	1,7	55	702
7	6	1,4	15	26	53	17,1	1,9	61	800
8	6	1,6	17	30	54	17,6	2,2	73	1013
9	6	1,8	18	34	55	17,5	2,5	81	1136
10	6	2,0	20	39	56	18	1,8	62	883
11	7	1,4	18	40	57	18	2,0	68	983
12	7	1,6	20	48	58	18,9	2,1	75	1194
13	7	1,8	22	55	59	18,4	2,3	79	1210
14	7	2,0	24	60	60	18,2	2,6	88	1329
15	8	1,6	23	70	61	18,9	2,7	95	1546
16	8	1,8	26	80	62	19	1,9	69	1096
17	8	2,0	28	89	63	19,2	2,4	86	1435
18	9	1,6	26	96	64	19,8	2,2	82	1439
19	9	1,8	29	113	65	19,6	2,8	102	1788
20	9	2,0	32	126	66	20	2,0	76	1345
21	10	1,6	29	136	67	20	2,5	94	1689
22	10	1,8	33	153	68	20,7	2,3	90	1719
23	10	2,0	36	172	69	20,8	2,6	101	1976
24	10,5	1,5	29	147	70	20,3	2,9	109	2010
25	11	2,0	40	228	71	21	2,1	84	1635
26	11,2	1,6	33	191	72	21,6	2,4	98	2038
27	11,9	1,7	38	243	73	21,6	2,7	109	2298
28	12	1,5	34	219	74	21	3,0	117	2356
29	12	2,0	44	295	75	22	2,2	92	1970
30	12,6	1,8	42	305	76	22,5	2,5	106	2399
31	12,8	1,6	38	283	77	22,4	2,8	118	2658
32	13	2,0	48	373	78	23	2,3	101	2353
33	13,3	1,9	47	379	79	23,4	2,6	115	2807
34	13,5	1,5	38	311	80	23,2	2,9	126	3059
35	13,6	1,7	43	361	81	24	2,4	109	2790
36	14	2,0	52	465	82	24,3	2,7	124	3264
37	14,4	1,6	44	403	83	24	3,0	135	3530
38	14,4	1,8	49	454	84	25	2,5	119	3285
39	15	1,5	43	426	85	25,2	2,8	133	3775
40	15,3	1,7	49	513	86	26	2,6	128	3842
41	15,2	1,9	54	564	87	26,1	2,9	143	4344
42	15,4	2,2	63	681	88	27	2,7	139	4469
43	14	3,0	75	711	89	27	3,0	153	4975
44	14,7	2,1	57	566	90	28	2,8	149	5168
45	16	1,6	49	551	91	29	2,9	160	5947
46	16	2,0	60	692	92	30	3,0	171	6811

Bemerkungen.

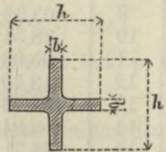


Fig. 106.

h = Seitenlänge des Querschnittes in Zentimetern.

b = Stärke der einzelnen Flügel des Querschnittes in Zentimetern.

F = Flächeninhalt des Normal-Querschnittes in Quadratzentimetern.

T = Trägheitsmoment, bezogen auf Zentimeter.

f. Tabelle hohler viereckiger Pfeiler mit viereckigem Hohlraum.

Nr.	Dimensionen			F	T	Nr.	Dimensionen			F	T
	A	a	d				A	a	d		
1	10	7,6	1,2	42	556	36	16	12,0	2,0	112	3733
2	10	7,0	1,5	51	633	37	16	11,6	2,2	121	3952
3	10	6,4	1,8	59	694	38	16	11,0	2,5	135	4241
4	10	6,0	2,0	64	725	39	16	10,4	2,8	148	4486
5	11	8,6	1,2	47	774	40	16	10,0	3,0	156	4628
6	11	8,0	1,5	57	879	41	17	13,0	2,0	120	4580
7	11	7,4	1,8	66	970	42	17	12,0	2,5	145	5232
8	11	7,0	2,0	72	1020	43	17	11,0	3,0	168	5740
9	11	6,0	2,5	85	1112	44	18	14,0	2,0	128	5547
10	12	9,6	1,2	52	1020	45	18	13,0	2,5	155	6368
11	12	8,4	1,8	73	1313	46	18	12,0	3,0	180	7020
12	12	8,0	2,0	80	1387	47	19	15	2,0	136	6641
13	12	7,0	2,5	95	1528	48	19	14	2,5	165	7659
14	12	6,0	3,0	108	1620	49	19	13	3,0	192	8480
15	13	10,6	1,2	57	1328	50	20	16	2,0	144	7872
16	13	10,0	1,5	69	1547	51	20	15	2,5	175	9115
17	13	9,4	1,8	81	1730	52	20	14	3,0	204	10132
18	13	9,0	2,0	88	1833	53	21	17	2,0	152	9247
19	13	8,6	2,2	95	1924	54	21	16	2,5	185	10745
20	13	8,0	2,5	105	2040	55	21	15	3,0	216	11988
21	13	7,0	3,0	120	2180	56	22	18	2,0	160	10773
22	14	11,6	1,2	61	1692	57	22	17	2,5	195	12561
23	14	11,0	1,5	75	1981	58	22	16	3,0	228	14060
24	14	10,4	1,8	88	2226	59	23	19	2,0	168	12460
25	14	10,0	2,0	96	2368	60	23	18	2,5	205	14572
26	14	9,0	2,5	115	2655	61	23	17	3,0	240	16360
27	14	8,0	3,0	132	2860	62	24	20	2,0	176	14315
28	15	12,0	1,5	81	2491	63	24	19	2,5	215	16788
29	15	11,4	1,8	95	2811	64	24	18	3,0	252	18900
30	15	11,0	2,0	104	2999	65	25	20	2,5	225	19219
31	15	10,6	2,2	113	3167	66	25	21	2,0	184	16345
32	15	10,0	2,5	125	3385	67	25	19	3,0	264	21692
33	15	9,4	2,8	137	3568	68	26	20	3,0	276	24748
34	16	13,0	1,5	87	3081	69	30	25	2,5	275	34948
35	16	12,4	1,8	102	3491	70	30	24	3,0	324	39852

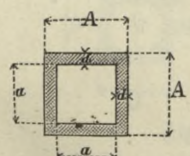


Fig. 107.

Die Dimensionen sind in Zentimetern angegeben.

A = äußere Quadratseite des Querschnittes.
a = innere Quadratseite des Querschnittes.
d = Wandstärke des Querschnittes.
F = Flächeninhalt des Querschnittes in Quadratzentimetern.
T = Trägheitsmoment, bezogen auf Zentimeter.

g. Tabelle hohler viereckiger Pfeiler mit kreisrundem Hohlraum.

Nr.	Dimensionen D	Dimensionen d	F	T
1	10	7,6	55	670
2	10	7,0	62	715
3	10	6,4	68	751
4	11	8,6	63	952
5	11	8,0	71	1019
6	11	7,4	78	1073
7	12	9,6	72	1311
8	12	8,4	89	1484
9	12	8,0	94	1527
10	13	10,6	81	1760
11	13	10,0	90	1889
12	13	9,4	100	1997
13	13	9,0	105	2058
14	13	8,6	111	2112
15	13	8,0	119	2179
16	14	11,6	90	2313
17	14	11,0	101	2483
18	14	10,4	111	2627
19	14	10,0	117	2710
20	14	9,0	132	2879
21	14	8,4	141	2957
22	15	12,0	112	3201
23	15	11,4	123	3390
24	15	11,0	130	3500
25	15	10,6	137	3599
26	15	10,0	146	3728
27	15	9,4	157	3835
28	16	13,0	123	4059
29	16	12,4	135	4301
30	16	12,0	143	4443
31	16	11,6	150	4572
32	16	11,0	161	4743
33	16	10,4	171	4887
34	16	10,0	177	4970
35	17	14,0	135	5074

Bemerkungen.

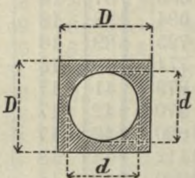


Fig. 108.

Die Dimensionen sind in Zentimetern angegeben.

D = äußere Quadratseite des Querschnittes.

d = Durchmesser des Hohlraumes der Pfeiler.

F = Flächeninhalt des Querschnittes in Quadratzentimetern.

T = Trägheitsmoment, bezogen auf Zentimeter.

NB. Zwei Pfeiler dieses oder des vorigen Profils werden häufig zu einer sogenannten durchbrochenen Wand in ähnlicher Weise wie die Profile unter h vereinigt.

Nr.	Dimensionen D	Dimensionen d	F	T
36	17	13,4	148	5377
37	17	13,0	156	5558
38	17	12,6	164	5723
39	17	12,0	176	5942
40	17	11,4	187	6131
41	17	11,0	194	6241
42	18	15,0	147	6263
43	18	14,4	161	6637
44	18	14,0	170	6862
45	18	13,6	179	7069
46	18	13,0	191	7346
47	18	12,4	203	7588
48	19	16,0	160	7643
49	18	12,0	248	7730
50	19	15,4	175	8099
51	19	15,0	184	8375
52	19	14,6	194	8630
53	19	14,0	207	8974
54	19	13,4	220	9277
55	20	17,0	173	9234
56	19	13,0	223	9358
57	20	16,4	189	9782
58	20	16,0	199	10116
59	20	15,6	209	10426
60	20	15,0	223	10848
61	20	14,4	237	11223
62	20	14,0	246	11448
63	22,5	17,5	266	16754
64	22,5	16,9	282	17353
65	22,5	16,5	292	17719
66	22,5	15,5	318	18524
67	25	20,6	292	23712
68	25	20,0	311	24698
69	25	19,4	329	25599
70	25	19,0	341	26155

h. Tabelle durchbrochener gußeiserner Wände.

Nr.	Dimensionen D	d	b	F	T	Bemerkungen.	Nr.	Dimensionen a	S	b	F	T
1	10	7,6	3	85	920		1	10	1,2	3	72	805
2	10	7,0	3	92	965	Die Dimensionen sind in Zentimetern angegeben.	2	10	1,5	3	81	883
3	10	6,4	3	98	1001		3	10	1,8	3	89	944
4	11	8,6	3	96	1284		4	10	2,0	3	94	975
5	11	8.0	3	104	1352	D = äußere Quadratseite des Pfeilers.	5	11	1,2	3	80	1107
6	11	7,4	3	111	1411		6	11	1,5	3	90	1212
7	12	9,6	4	120	1887		7	11	1,8	3	99	1303
8	12	8,4	4	137	2060	d = innerem Durchmesser des Pfeilers.	8	11	2,0	3	105	1353
9	12	8,0	4	142	2103		9	11	2,5	3	118	1445
10	13	10,6	4	133	2493		10	12	1,2	4	100	1596
11	13	10,0	4	142	2622	b = Stärke des inneren flachen Pfeilers.	11	12	1,8	4	121	1889
12	13	9,4	4	152	2729		12	13	1,2	4	109	2060
13	13	9,0	4	157	2790		13	12	2,5	4	143	2104
14	13	8,6	4	163	2844	a = äußere Quadratseite des Pfeilers.	14	12	3,0	4	156	2196
15	13	8,0	4	171	2911		15	13	1,5	4	121	2279
16	14	11,6	4	146	3227		16	13	1,8	4	133	2462
17	14	11,0	4	157	3397	S = Wandstärke des quadratischen äußeren Pfeilers.	17	13	2,0	4	140	2565
18	14	10,4	4	167	3542		18	14	1,2	4	117	2607
19	14	10,0	4	173	3625		19	13	2,2	4	147	2656
20	14	9,0	4	188	3794	b = Stärke des inneren flachen Pfeilers.	20	13	2,5	4	157	2772
21	14	8,4	4	197	3871		21	14	1,5	4	131	2896
22	15	12,0	4	172	4326		22	13	3,0	4	172	2912
23	15	11,4	4	183	4515	F = Flächeninhalt des Querschnittes in Quadratzentimetern.	23	14	1,8	4	144	3141
24	15	11,0	4	190	4625		24	14	2,0	4	152	3283
25	15	10,6	4	197	4724		25	14	2,5	4	171	3570
26	15	10,0	4	206	4853		26	15	1,5	4	141	3616
27	15	9,4	4	216	4960	T = Trägheitsmoment, bezogen auf Zentimeter.	27	14	3,0	4	188	3775
28	16	13,0	5	203	5766		28	15	1,8	4	155	3936
29	16	12,4	5	215	6007		29	15	2,0	4	164	4124
30	16	12,0	5	223	6150		30	15	2,2	4	173	4292
31	16	11,6	5	230	6279		31	15	2,8	4	197	4693
32	16	11,0	5	241	6449		32	16	1,5	5	167	4788
33	16	10,4	5	251	6594		33	16	1,8	5	182	5198
34	16	10,0	5	257	6677		34	16	2,0	5	192	5440

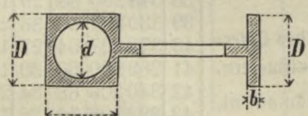


Fig. 109.

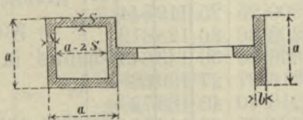


Fig. 110.

i. Tabelle für Träger aus Gußeisen.

Nr.	Dimensionen H	B	h	b	F	W
1	120	100	20	20	40	67
2	126	105	21	21	44	77
3	132	88	44	22	58	85
4	132	110	22	22	48	89
5	138	115	23	23	53	101
6	144	96	48	24	69	111
7	144	120	24	24	58	115
8	154	120	22	22	55	122
9	150	125	25	25	63	130
10	156	104	52	26	81	141
11	156	130	26	26	68	146
12	180	128	20	20	58	154
13	162	135	27	27	73	164
14	168	112	56	28	94	176
15	168	140	28	28	78	183
16	182	106	52	26	89	192
17	174	145	29	29	84	203
18	180	120	60	30	96	216
19	180	150	30	30	90	225
20	220	117	33	22	80	248
21	240	100	40	20	80	267
22	240	160	20	20	76	278
23	242	105	44	22	90	296
24	252	105	42	21	88	309
25	210	164	30	30	103	309
26	240	110	48	24	99	316
27	252	168	21	21	84	322
28	264	120	44	22	97	355
29	264	176	22	22	92	370
30	276	115	46	23	106	406
31	240	178	30	30	116	407
32	276	184	23	23	101	423
33	238	151	51	34	141	438
34	288	120	48	24	115	461
35	288	192	24	24	109	481
36	270	192	30	30	130	518
37	300	125	50	25	125	521
38	240	200	40	40	160	533
39	300	200	25	25	119	544
40	312	208	26	26	128	612
41	300	206	30	30	143	643
42	324	216	27	27	139	685
43	280	218	40	40	183	733
44	336	224	28	28	149	764
45	330	221	30	30	156	782
46	360	236	30	30	170	933

Bemerkungen.

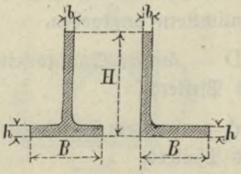


Fig. 111.

Die Dimensionen sind in Millimetern angegeben.

H = ganze Höhe.
B = Breite.
h = Stärke der Flansche.
b = Stärke des Steges.

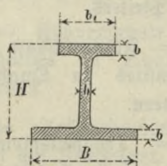


Fig. 112.

Die Dimensionen sind in Millimetern angegeben.

H = ganze Höhe.
B = untere Breite.
b_1 = obere Breite.
b = Stärke des Steges und der Flanschen.

F = Flächeninhalt des Querschnittes in Quadratzentimetern.

W = Widerstandsmoment, bezogen auf Zentimeter.

Nr.	Dimensionen H	B	b_1	b	F	W
1	200	180	40	20	76	257
2	216	216	54	18	81	321
3	210	189	42	21	84	297
4	220	198	44	22	92	342
5	240	200	40	20	88	359
6	230	207	46	23	101	391
7	252	210	42	21	97	416
8	240	240	60	20	100	440
9	240	216	48	24	109	444
10	280	220	40	20	100	478
11	264	220	44	22	106	478
12	250	225	50	25	119	502
13	252	252	63	21	110	509
14	276	230	46	23	116	546
15	294	231	42	21	110	553
16	260	234	52	26	128	564
17	264	264	66	22	121	586
18	288	240	48	24	127	621
19	270	243	54	27	139	632
20	308	242	44	22	121	636
21	276	276	69	23	132	669
22	300	250	50	25	138	702
23	280	252	56	28	149	705
24	322	253	46	23	132	727
25	288	288	72	24	144	760
26	290	261	58	29	160	783
27	312	260	52	26	149	789
28	336	264	48	24	144	826
29	300	300	75	25	156	859
30	300	270	60	30	171	867
31	324	270	54	27	160	884
32	350	275	50	25	156	933
33	310	279	62	31	183	957
34	312	312	78	26	169	967
35	336	280	56	28	172	986
36	320	288	64	32	195	1052
37	324	324	27	27	182	1082
38	348	290	58	29	185	1096
39	330	297	66	33	207	1154
40	378	297	54	27	182	1175
41	369	300	60	30	196	1213
42	340	306	68	34	220	1262
43	392	308	56	28	196	1311
44	350	315	70	35	233	1377
45	406	319	58	29	210	1456
46	420	330	60	30	225	1612

k. Tabelle für Träger aus Schmiedeeisen.

1. Deutsche Normalprofile.

Profil-Nr.	Dimensionen h	b	d	t	G	W	T	T_1	F
8	80	42	3,9	5,9	6,0	19,6	78,4	7,35	7.61
9	90	46	4,2	6,3	7,1	26,2	118	10,4	9,05
10	100	50	4,5	6,8	8,3	34,4	172	14,3	10,69
11	110	54	4,8	7,2	9,6	43,8	241	18,9	12,36
12	120	58	5,1	7,7	11,1	55,1	331	25,2	14,27
13	130	62	5,4	8,1	12,6	67,8	441	32,2	16,19
14	140	66	5,7	8,6	14,3	82,7	579	41,3	18,35
15	150	70	6,0	9,0	16,0	99,0	743	51,8	20,5
16	160	74	6,3	9,5	17,9	118	945	64,4	22,9
17	170	78	6,6	9,9	19,8	139	1177	78,8	25,4
18	180	82	6,9	10,4	21,9	162	1460	95,9	28,0
19	190	86	7,2	10,8	24,0	187	1779	115,2	30,7
20	200	90	7,5	11,3	26,2	216	2162	138	33,7
21	210	94	7,8	11,7	28,5	246	2587	163	36,6
22	220	98	8,1	12,2	31,0	281	3090	192	39,8
23	230	102	8,4	12,6	33,5	317	3642	224	42,9
24	240	106	8,7	13,1	36,2	357	4288	261	46,4
26	260	113	9,4	14,1	41,9	446	5798	341	53,7
28	280	119	10,1	15,2	47,9	547	7658	429	61,4
30	300	125	10,8	16,2	54,1	659	9888	530	69,4
32	320	131	11,5	17,3	61,0	789	12622	652	78,2
34	340	137	12,2	18,3	68,0	931	15827	789	87,2
36	360	143	13,0	19,5	76,1	1098	19766	956	97,5
38	380	149	13,7	20,5	83,9	1274	24208	1138	107,5
40	400	155	14,4	21,6	92,3	1472	29446	1349	118,3
$42\frac{1}{2}$	425	163	15,3	23,0	103,7	1754	37266	1672	133,0
45	450	170	16,2	24,3	115,2	2054	46204	2004	147,7
$47\frac{1}{2}$	475	178	17,1	25,6	127,6	2396	56912	2424	163,6
50	500	185	18,0	27,0	140,5	2770	69245	2871	180,2

Bemerkungen.

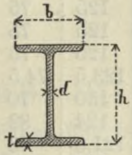


Fig. 113.

Die Dimensionen sind in Millimetern angegeben.

h = Höhe.

b = Breite.

d = Stärke des Steges.

t = Stärke des Flansches.

Neigung im Flansch: 14% oder ca. 1 : 7.

G = Gewicht pro Meter in Kilogrammen.

W = Widerstandsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

T = Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse.

T_1 = Trägheitsmoment, bezogen auf die vertikale Schwerachse.

F = Flächeninhalt des Querschnittes in Quadratzentimetern.

2. Andere gebräuchliche Profile.

Laufende Nr.	Dimensionen h	b	d	t	G	W	Bemerkungen.
1	80	40	4	7,22	6,6	21,5	
2	80	54,5	6	7,5	9,5	35	
3	100	50	5	7	9	36	
4	97	53	7	10	12,5	47	
5	100	60	4,2	8,8	11,5	48	
6	95	59	10	13	17,5	61	
7	125	75	6	8	14,5	76	
8	125	75	6	9	15	82,5	
9	125	75	8,5	8,5	15	83	
10	123,5	74,5	7,5	10	16,5	89	
11	150	70	5,5	9,7	16	102,2	
12	124	82	8	9	17	105	
13	121,5	82	8,5	12	17,5	108	(Siehe Fig. 113.)
14	150	75	6,5	9,5	17,5	110	Die Dimensionen sind in Millimetern angegeben.
15	130	85	8	10,5	20,5	112	
16	140	80	8	10	21,5	113	
17	128	84	8,75	11,25	22	114	h = Höhe.
18	150	80	7	9,5	18,5	118	b = Breite.
19	150	80	7	10	20	121,5	d = Stärke des Steges.
20	148	79	7,5	10.25	20	122	t = Stärke der Flansche.
21	150	81	8	10,5	20	129	
22	119,5	90	11	14	27,5	130	G = Gewicht pro Meter in Kilogrammen.
23	146	84	9	11	23	135	
24	126	95	10,5	13	27,25	140	
25	160	80	8	10,5	22	140	W = Widerstandsmoment, bezogen auf Zentimeter.
26	149	86	8	11	23	160	
27	175	80	8	11	23	160	
28	176	91,5	8,5	9,5	24	168	Die Profile sind so gewählt, daß sie den weitgehendsten Anforderungen Rechnung tragen. Die Auswahl ist aus den Listen der bedeutendsten Hüttenwerke Deutschlands erfolgt, welche fast überall vorrätig sind.
29	174	86	9	11	26,5	172	
30	175	91.5	9	10	23	174	
31	175	90	7,5	10,7	24	174	
32	144	90	11	15	30,75	176	
33	174	91	9	11	26,25	183	
34	174	88	8,5	12,5	27	192	
35	190	86	6,5	11,75	24	195	
36	172	96	10,5	13	31,25	210	
37	180	100	8	12	30,5	210	
38	200	100	9	11	30,5	240	
39	200	90	7	13,8	30	244	
40	235	85	10	10,5	30	249	
41	198	99	9,5	12,5	32	257	
42	235	93	10	9,25	30	259	
43	183	105	13	13	36,75	261	
44	170	103	12	16	38,5	262	
45	181	103	14	14	39	269	
46	210	100	9	12	31,9	270	
47	236	88	9	11,5	30,5	276	
48	200	110	9	13	34,75	278	
49	209	95	10	13,5	34,4	282	
50	180	120	10	14	37,5	290,5	
51	235	94,5	8,5	12	31,5	296	

Laufende Nr.	Dimensionen h	Dimensionen b	Dimensionen d	Dimensionen t	G	W
52	196	104	11	14,5	37,75	298
53	235	96	10	12	33,75	311
54	233,5	95	11	13	37,25	328
55	200	130	12	12,5	45	340
56	235	96	11	14	36	348
57	294	112	14	17,5	47,5	364
58	233	108	11	15	41,5	380
59	261,5	97	10	13	38,75	381
60	262	96	9,5	14	38	393
61	262	96	10	14,5	39	406
62	250	115	11	13 5	43,25	429
63	230	108	15	17,25	51,5	449
64	250	115	8,75	15,3	41,9	451
65	260	107	11,5	16	45,5	480
66	235	105	20	20	62,75	519
67	250	140	10	14,75	49	529
68	249	138	11	15	52,25	553
69	259	117	14	19	60	589
70	300	142	12	14	54	676
71	300	127 5	12,5	16,25	58,5	690
72	298	126	14	17	62,5	712
73	299	138	13	17	65 5	759
74	300	146,8	16	13	66	763
75	320	135,2	15,2	20	73,5	935
76	325	140	17	20	80	948
77	355	142	13	16,5	70	960
78	317,5	135	17	20,75	80,25	966
79	350	140	11	18,45	67,2	972
80	353	144	14	18	74	1035
81	305	152	15	23	83	1047
82	350	145	16	18,6	81,4	1080
83	315	142	20	23,5	93,75	1106
84	348	146	12,1	21,6	78	1131
85	400	140	16	17	83	1200
86	356	152	14	21	85	1200
87	350	156	16	20	87,5	1218
88	400	140	16	18	82,5	1241
89	398	139	17	18,5	87,75	1266
90	400	140	12	22	81	1327
91	396	150	18	21,25	99	1466
92	410	160	15	18	92,5	1466
93	400	145,5	17,5	22 2	98	1481
94	398	147	13,2	25,4	94	1535
95	425	160	17	21	104	1666
96	425	160	18	21	107	1688
97	398	152	18,2	25,6	109,9	1875
98	450	168	17	23	114,5	1954
99	450	170	19	23	122	2050
100	475	176	18	26	135,5	2422
101	475	180	20	25	137,5	2459
102	500	176	18	26	136	2597
103	500	180	22	26	151	2764

Bemerkungen.

(Siehe Fig. 113.)

Die Dimensionen sind in Millimetern angegeben.

h = Höhe.

b = Breite.

d = Stärke des Steges.

t = Stärke der Flansche.

G = Gewicht pro Meter in Kilogrammen.

W = Widerstandsmoment, bezogen auf Zentimeter.

Die Profile sind so ausgewählt, daß sie den weitgehendsten Anforderungen Rechnung tragen. Die Auswahl ist aus den Listen der bedeutendsten Hüttenwerke Deutschlands erfolgt, welche fast überall vorrätig sind.

I. Tabelle für Eisenbahnschienen.

a) Einfache Schienen.

Nr.	h	F	G	T	T_1	W	Bemerkungen.
1	13,08	42,75	32,66	919,00	149,37	140,40	
2	11,80	39,00	29,80	691,59	140,38	117,50	
3	10,46	34,20	26,10	470,26	121,66	90,00	
b) Gekuppelte Schienen.							
4	26,16	85,50	65,31	5521,50	299,47	422,20	
5	23,60	78,00	59,60	4083,60	280,75	346,90	
6	20,92	68,40	52,20	2812,20	243,32	268,46	

Fig. 114.

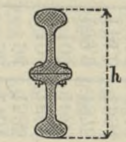


Fig. 115.

h = Höhe in Zentimetern.
F = Flächeninhalt des Querschnittes in Quadratzentimetern.
G = Gewicht pro Meter in Kilogrammen.
T = Trägheitsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse und auf Zentimeter.
T_1 = Trägheitsmoment, bezogen auf die vertikale Schwerachse und auf Zentimeter.
W = Widerstandsmoment, bezogen auf die horizontale Schwerachse und auf Zentimeter.

m. Tabelle für breitfüßige ⊥-Eisen.

(Deutsche Normalprofile.)

Profil-Nr.	Dimensionen b	h	d	F	G	T	T_1	W	W_1
6|3	60	30	5,5	4,64	3,6	2,91	9,98	1,26	3,33
$7\|3\frac{1}{2}$	70	35	6	5,94	4,6	5.12	17,3	1,90	4,94
8|4	80	40	7	7,91	6,2	8,87	30,1	2,89	7,52
$9\|4\frac{1}{2}$	90	45	8	10,16	7,9	14,4	49,0	4,18	10,9
10|5	100	50	8,5	12,02	9,4	21,2	71,3	5,51	14,3
12|6	120	60	10	17,0	13,3	43,2	145	9,35	24,2
14|7	140	70	11,5	22,8	17,8	79,1	265	14,7	37,8
16|8	160	80	13	29,5	23,0	134	446	21,7	55,8
18|9	180	90	14,5	37,0	28,9	213	709	30,5	78,8
20|10	200	100	16	45,4	35,4	323	1073	41,8	107,0

n. Tabelle für hochstegige ⊥-Eisen.

(Deutsche Normalprofile.)

2|2	20	20	3	1,11	0,9	0,204	0,403	0,20	0,29
$2\frac{1}{2}/2\frac{1}{2}$	25	25	3,5	1,63	1,3	0,463	0,931	0,37	0,53
3|3	30	30	4	2,24	1,7	0,914	1,86	0,61	0,88
$3\frac{1}{2}/3\frac{1}{2}$	35	35	4,5	2,95	2,3	1,63	3,34	0,93	1,36
4|4	40	40	5	3,75	2,9	2,70	5,56	1,35	1,97
$4\frac{1}{2}/4\frac{1}{2}$	45	45	5,5	4,65	3,6	4,23	8,74	1,88	2,76
5|5	50	50	6	5,64	4,4	6,33	13,1	2,54	3,71
6|6	60	60	7	7,91	6,2	12,8	26,4	4,25	6,23
7|7	70	70	8	10,6	8,2	23,1	48,4	6,62	9,76
8|8	80	80	9	13,6	10,6	38,8	81,5	9,70	14,4
9|9	90	90	10	17,0	13,3	61,4	129	13,6	20,3
10|10	100	100	11	20,8	16,2	92,7	195	18,5	27,5
12|12	120	120	13	29,5	23,0	189	389	31,5	45,6
14|14	140	140	15	39,8	31,0	347	734	49,5	73,7

Bemerkungen.

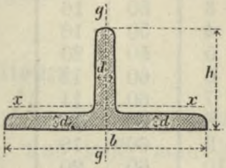


Fig. 116.

Die Dimensionen sind in Millimetern angegeben.

Neigung im Fuß $2^0|_0$, auf jeder Seite des Steges $4^0|_0$.

b = Breite.

h = Höhe.

d = Stärke des Flansches und Steges in der Mitte.

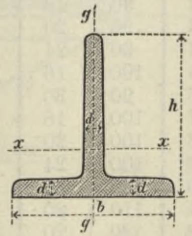


Fig. 117.

Neigung im Fuß $2^0|_0$, auf jeder Seite des Steges $2^0|_0$.

F = Flächeninhalt des Querschnittes in Quadratzentimetern.

G = Gewicht pro Meter in Kilogrammen.

T = Trägheitsmoment auf x bezogen.

T_1 = Trägheitsmoment auf g bezogen.

W = Widerstandsmoment auf x bezogen.

W_1 = Widerstandsmoment auf g bezogen.

o. Tabelle des halben Kreisring-Querschnittes.

Nr.	Dimensionen		T	Bemerkungen.
	R	d		
1	50	12	34	
2	50	14	35	
3	50	16	39	
4	50	18	41	
5	50	20	44	
6	60	12	58	
7	60	14	65	
8	60	16	72	
9	60	18	76	
10	60	20	82	
11	70	14	108	
12	70	16	118	
13	70	18	128	
14	70	20	138	
15	70	24	154	
16	80	16	184	
17	80	18	200	
18	80	20	215	
19	80	24	242	
20	90	16	268	
21	80	30	277	
22	90	18	294	
23	90	20	317	
24	90	24	360	
25	100	16	379	
26	90	30	414	
27	100	18	414	
28	100	20	448	
29	100	24	510	
30	100	30	591	
31	110	20	611	
32	120	20	810	
33	110	30	814	
34	130	20	1049	
35	120	30	1088	
36	140	20	1330	
37	130	30	1418	
38	150	20	1658	
39	140	30	1810	
40	160	20	2037	
41	150	30	2253	
42	170	20	2468	
43	160	30	2800	
44	180	20	2958	
45	170	30	3410	
46	190	20	3563	
47	180	30	4103	
48	200	20	4122	
49	190	30	4884	
50	200	30	5760	

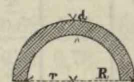


Fig. 118.

Die Dimensionen sind in Millimetern angegeben.

R = äußerer Radius.

r = R — d = innerer Radius.

d = Wandstärke.

T = Minimal-Trägheitsmoment, bezogen auf Zentimeter.

Zweiter Abschnitt: Berechnungen.

1. Die Balkon- und Erker-Konstruktionen.

Es kommt hier natürlich nur die Eisenkonstruktion in Betracht, welche zum Tragen des Balkons bezw. Erkers bestimmt ist, und trifft man die Anordnung in der Regel nach einem der folgenden drei Prinzipien.

1. Zum Tragen des in den Figuren 119 und 120 dargestellten offenen Balkons dienen wagerecht herausgestreckte Träger, welche die von ihnen zu tragende Last, ohne jegliche Unterstützung übernehmen müssen, und sind demgemäß die Dimensionen der Träger zu berechnen.

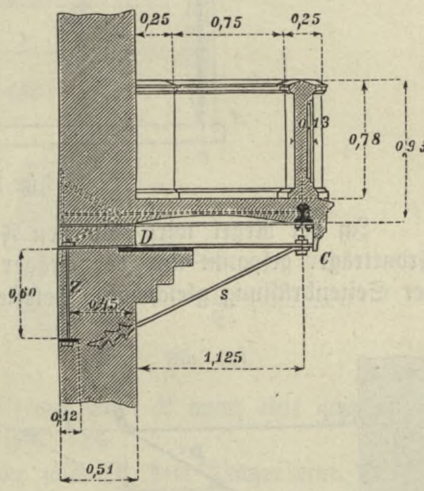


Fig. 119.

Die möglichst weit in die Mauer hineingreifenden Träger müssen in dieser kräftig verankert werden. Zu diesem Zwecke ist die in Fig. 119 angegebene Zugstange z nebst Ankerplatte, deren Konstruktion aus der Figur ersichtlich ist, sehr zu empfehlen. Beide sind fest in Zement zu vermauern und ist der Platte die größte Ausdehnung in der Längenrichtung der Mauer zu geben. Es empfiehlt sich außerdem das Herauskragen mehrerer Schichten des Mauerwerks unter dem Träger und deren Abdeckung durch eine Eisenplatte, jedoch ist diese Konstruktion bei der statischen Berechnung außer Acht zu lassen.

Die unter den Trägern angebrachten schrägen schmiedeeisernen Stangen s, Fig. 119, dienen in diesem Falle nur zur Befestigung der hohlen Gips- oder Zementkonsole, sodaß eine Berechnung derselben unnötig ist. Damit jedoch die Träger keinen Druck auf die Stange ausüben können, sind die Löcher, durch welche die Bolzen bei C gehen, in ovaler Form, sowohl im Träger als in der Stange anzuordnen.

2. Die Tragfähigkeit des Trägers wird durch eine Stange BC, welche ihn am freien Ende B unterstützt, vergrößert, bezw. können seine Dimensionen durch diese Konstruktionen geringere werden; Fig. 121.

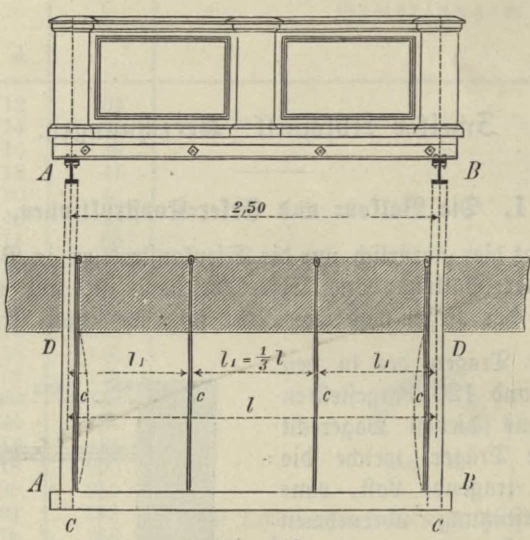


Fig. 120.

In der Regel wird die den Fußboden bildende Kappe gegen den Frontträger gespannt und der Träger AB, Fig. 121, durch das Gewicht der Seitenbrüstung gleichmäßig belastet und auf Biegung in Anspruch genommen. Der Punkt B ist außerdem der Angriffspunkt für eine zentrierte Last Q, welche sich zusammensetzt aus der Summe der durch den Eckpfeiler und den Frontträger herbeigeführten Belastungen und demjenigen Teile der gleichförmigen Belastung des Trägers AB, welcher auf die Stütze B als Druck wirkt. Durch ein Kräfteparallelogramm kann nun diese zentrierte Last Q zerlegt werden in eine in der Richtung des Trägers AB wirkende Kraft P und in eine in der Richtung der Stange BC übergehende Kraft P^1.

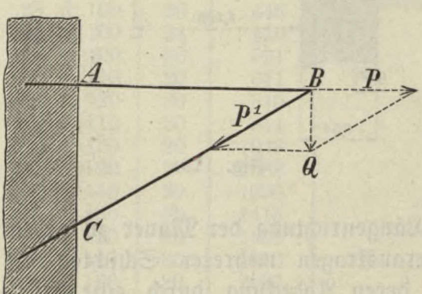


Fig. 121.

Die Stütze BC wird durch die Kraft P^1 auf Druck und Zerknicken in Anspruch genommen, ist also als Strebe zu konstruieren, während die Kraft P in dem Träger AB eine Zugspannung hervorbringt. Für den Träger ist eine Verankerung im Mauerwerk erforderlich, welche am zweckmäßigsten wie bei a in Fig. 122 angeordnet wird. Die Strebe muß sich auf eine im Mauerwerk liegende Ankerplatte stützen, welche entweder lotrecht, wie bei c in Fig. 123, oder rechtwinklig zur Richtung der Strebe, wie bei b in Fig. 122, angeordnet werden kann. Die Platten müssen sehr sorgfältig in Zement vermauert werden.

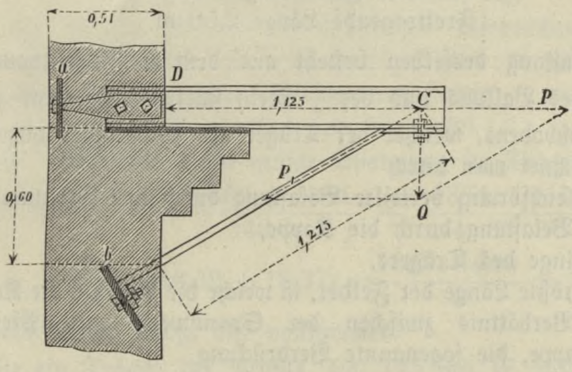


Fig. 122.

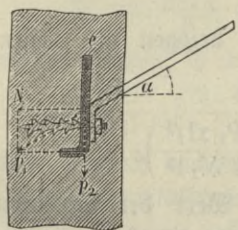


Fig. 123.

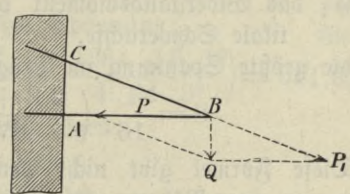


Fig. 124.

3. Der Träger soll an seinem freien Ende B durch eine nach oben gehende Zugstange verstärkt werden; Fig. 124.

Durch eine derartige Konstruktion wird in dem Träger eine Druckspannung P hervorgebracht, die ihn auch gegen Zerknicken beansprucht, und außerdem wird er durch die Seitenbrüstung auf Biegung in Anspruch genommen. Um den Druck des Trägers auf das Mauerwerk zu übertragen, ist die Anordnung einer wagerecht liegenden Auflagerplatte unter demselben erforderlich. Die Zugstange BC, durch die Kraft P_1 auf Zug beansprucht, erfordert wiederum die Anordnung einer Ankerplatte, welche wie bei der zweiten Konstruktion entweder lotrecht oder rechtwinklig zur Richtung der Stange angenommen werden kann. Die sorgfältigste Vermauerung in Zement ist hier ebenfalls notwendig.

Außer diesen 3 Arten der Ausführung könnte man noch Kombinationen der ersten mit der zweiten oder dritten ausführen. Wenn dies geschehen sollte, was jedoch nicht erforderlich ist, so ist zu empfehlen, bei der Berechnung dies außer Acht zu lassen.

Berechnung der Eisenkonstruktionen des offenen Balkons Fig. 119 und 120.

Die Träger CD sollen als Freiträger ohne jede Unterstützung berechnet und konstruiert werden.

1. Der Frontträger AB.

Freitragende Länge 2,50 m.

Die Belastung desselben besteht aus dem Brüstungsmauerwerk der Frontmauer des Balkons und der $\frac{1}{4}$ Stein starken in Zement gemauerten Kappe des Fußbodens, welcher der Träger als Widerlager dient.

Bezeichnet man durch

P die gleichförmig verteilte Belastung durch das Frontmauerwerk,

P_1 die Belastung durch die Kappe,

l die Länge des Trägers,

l_1 die größte Länge der Felder, in welche die Anker c die Kappe teilen,

x das Verhältnis zwischen der Spannweite und Pfeilhöhe der Kappe, die sogenannte Verdrückung,

W das Widerstandsmoment des Profils, bezogen auf die horizontale Schwerachse desselben, und

W_1 das Widerstandsmoment des Profils, bezogen auf dessen vertikale Schwerachse,

so ist die größte Spannung im Träger:

$$S = \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{2P + P_1}{W} + \frac{P_1 x l_1^2}{4 W_1 l^2} \right).$$

Diese Formel gibt nicht den genauen Wert der Spannung S, sondern nur einen Näherungswert, und zwar einen etwas zu großen. Ist der Träger von Schmiedeeisen, so darf S den Wert von 750 nicht übersteigen.

Die Lasten sind in Kilogrammen und die Längen in Zentimetern in die Formel einzuführen.

Für einen I-Träger ist, wenn b die Breite, h die Höhe, d die Stegstärke und t die Flanschenstärke bedeutet:

$$W_1 = \frac{t b^2}{3},$$

während eine 13,08 cm hohe Eisenbahnschiene, welche wegen ihrer großen Flanschenbreite häufig angewendet wird, $W_1 = 33$ besitzt.

Im obigen Falle ist das Gewicht der 0,13 m starken Vorderbrüstung des Balkons:

$$2 . 1{,}0 . 0{,}78 . 0{,}13 . 1600 = 324{,}48 \text{ kg}.$$

Das Gewicht des mittelsten Balkonpfeilers beträgt:

$$0{,}25 . 0{,}25 . 0{,}78 . 1600 = 78 \text{ kg}.$$

Die letztere Last wirkt als zentrierte in der Mitte des Trägers und nimmt denselben in gleichem Maße in Anspruch, als eine doppelt so große gleichmäßig verteilte Last. Es ist demnach

$$P = 324,48 + 2 . 78 = 480,48 \text{ kg},$$

oder rd. 480 kg anzunehmen.

Das Gewicht einer $\frac{1}{4}$ Stein starken Kappe beträgt einschl. Verkehrslast 485 kg pro qm, und ist deshalb:

$$P_1 = 1,125 . 2,5 . 485 = 1364 \text{ kg}.$$

In der obigen Formel ist, wenn die Verdrückung der Kappe $= 1 : 16$ angenommen wird, $x = 16$, und $l_1 : l = 1 : 3$, sodaß, wenn eine 13,08 cm hohe Eisenbahnschiene Verwendung findet,

$$W = 140,4 \text{ und } W_1 = 33$$

zu setzen ist. Demnach ist die größte Spannung im Träger:

$$S = \frac{250}{16} \cdot \left(\frac{2 . 480 + 1364}{140,4} + \frac{1364 . 16 . 1^2}{4 . 33 . 3^2}\right) =$$

$$\frac{125}{8} \cdot (16,52 + 18,37) = \frac{125 . 34,89}{8} = 545,15;$$

die Eisenbahnschiene genügt also vollkommen.

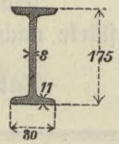


Fig. 125.

Sollte ein Träger des Profils Fig. 125 mit $W = 160$ und $W_1 = \frac{t\, b^2}{3} = \frac{1,1 . 8^2}{3} = 23,47$ angewendet werden, so wäre die größte Spannung:

$$S = \frac{250}{16} \cdot \left(\frac{2 . 480 + 1364}{160} + \frac{1364 . 16 . 1^2}{4 . 24 . 3^2}\right) = 611,25;$$

es würde demnach auch dieser Träger genügen.

Der Horizontalschub der Kappe ist:

$$H = \frac{P_1\, x}{8} = \frac{1364 . 16}{8} = 2728 \text{ kg}.$$

Die durch den Horizontalschub der Kappe in den einzelnen Ankern hervorgerufenen Spannkräfte kann man mit Hilfe der folgenden kleinen Tabelle berechnen, wobei vorausgesetzt ist, daß die Anordnung der Anker in gleichen Abständen von einander erfolgt.

Anzahl der Anker	Belastung von Anker Nr. 1.	2.	3.	4.	5.	Bemerkungen.
3	$\frac{3}{16}H$	$\frac{5}{8}H$	$\frac{3}{16}H$	—	—	H = dem Horizontalschub der Kappe.
4	$\frac{2}{15}H$	$\frac{11}{30}H$	$\frac{11}{30}H$	$\frac{2}{15}H$	—	
5	$\frac{11}{112}H$	$\frac{2}{7}H$	$\frac{13}{56}H$	$\frac{2}{7}H$	$\frac{11}{112}H$	

Sämtliche Zwischenanker werden meist gleich stark gemacht und erhält jeder Endanker die Hälfte des Querschnittes eines Zwischenankers. Werden z. B. 5 Anker angeordnet, so berechnet man die drei Zwischenanker für eine Spannkraft von $\frac{2}{7}$ H und den ersten und letzten für eine solche von $\frac{1}{7}$ H. Werden mehr als 5 Anker angeordnet und bedeutet n die Anzahl der gleich langen Felder, in welche die Anker den Träger teilen, so rechnet man auf jeden Zwischenanker die Belastung H : n und auf jeden Endanker eine solche von H : 2 n.

Im obigen Falle kommt nach der Tabelle auf jeden der beiden Zwischenanker $\frac{11}{30} \cdot 2728 = 1000{,}266 \ldots$ kg. Da die Anker von Schmiedeeisen gefertigt werden, so können dieselben pro qcm mit 750 kg beansprucht werden; der erforderliche Querschnitt ist demnach:

$$F = 1000{,}266 \ldots : 750 = 1{,}33 \text{ qcm},$$

sodaß ein 1,3 cm starkes Rundeisen mit F = 1,327 qcm genügend ist.

Jeder Anker endigt jedoch vorn in einer Schraube, deren Bolzenstärke nach folgender Tabelle zu bestimmen ist.

Tabelle über die zulässige Belastung der Schraubenbolzen.
(Aus: „Ingenieurs Taschenbuch" vom Verein „Hütte".)

Nr.	d	T	Bemerkungen.	Nr.	d	T
1	6,3	91,5	d =	11	31,7	3295
2	7,9	154	Durchmesser des	12	34,9	3870
3	9,5	231	Bolzens	13	38,1	4790
4	11,1	335	in Millimetern.	14	41,3	5480
5	12,7	430		15	44,4	6485
6	15,9	735	T =	16	47,6	7385
7	19,0	1095	Tragkraft der Schraube	17	50,8	8650
8	22,2	1545	des Bolzens	18	57,1	10900
9	25,4	2030	in Kilogrammen.	19	63,5	13900
10	28,6	2555		20	69,8	16750

Aus der vorstehenden Tabelle ergibt sich, daß der Durchmesser des oben auf 13 mm berechneten Bolzens auf 19 mm zu vergrößern ist, da ersterer nur 430 kg Tragkraft in der Schraube hat, während er von 1000 kg beansprucht wird. Die Verstärkung braucht aber event. nur am Ende in dem Schraubengewinde erfolgen, da die Tabelle unter Berücksichtigung der durch die Drehung der Mutter hervorgerufenen Torsionsspannung aufgestellt ist.

Der erste und letzte Anker wird von einer Last beansprucht, welche

$$= \frac{2}{15} \cdot 2728 = 363{,}73 \text{ kg}$$

ist, und ist demnach erforderlich:

$$F = 363{,}73 : 750 = 0{,}485 \text{ qcm},$$

sodaß ein 8 mm starkes Rundeisen mit $F = 0{,}5024$ qcm genügend ist. Man verwendet jedoch aus praktischen Gründen selten zu diesen Zwecken schwächeres Rundeisen, als mit einem Durchmesser von 10 mm, dessen Schraubenbolzen also auf 12 bis 13 mm zu verstärken ist.

2. Die Freiträger C D.

Freitragende Länge 1,125 m.

Die Belastungen und deren Hebelarme in Bezug auf den gefährlichen Querschnitt D sind folgende:

Das Gewicht des Eckpfeilers =

$$0{,}25 \,.\, 0{,}25 \,.\, 0{,}95 \,.\, 1600 = 95 \text{ kg},$$

am Hebelarme 112,5 cm.

Der Druck des Frontträgers AB =

$$0{,}5 \cdot \left(324 + 78 + \frac{1364}{2}\right) = 542 \text{ kg},$$

am Hebelarme 112,5 cm.

Das Eigengewicht des halben Frontträgers A B =

32,66 kg pro m, also =

$$0{,}5 \,.\, 2{,}75 \,.\, 32{,}66 = 44{,}9075 = 45 \text{ kg},$$

am Hebelarme 112,5 cm.

Das Gewicht des an der Einmauerungsstelle bei D belegenen Balkonpfeilers, wie der Eckpfeiler = 95 kg,

am Hebelarme 12,5 cm.

Das Gewicht der Seitenbrüstung des Balkons:

$$0{,}75 \,.\, 0{,}95 \,.\, 0{,}13 \,.\, 1600 = 148{,}2 = \text{rd. } 148 \text{ kg},$$

$$\text{am Hebelarme } 25 + \frac{75}{2} = 62{,}5 \text{ cm}.$$

Das größte Biegungsmoment ist demnach:

$$M = (95 + 542 + 45) \,.\, 112{,}5 + 95 \,.\, 12{,}5 + 148 \,.\, 62{,}5 =$$
$$87162{,}5 \text{ Kilogrammzentimeter},$$

und folglich das erforderliche Widerstandsmoment

$$W = 87162{,}5 : 750 = 116{,}22.$$

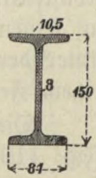


Fig. 126.

Eine gut erhaltene Eisenbahnschiene von 13,08 cm Höhe mit $W = 140{,}4$ genügt also, jedoch ist in diesem Falle ein Träger mit dem Profil Fig. 126 und $W = 129$ vorzuziehen.

Die Kraft y, welche die beiden Anker z auf Zug in Anspruch nimmt, wird dadurch bestimmt, daß man von dem Widerstande, der sich einem Abheben des Trägers infolge seiner Einmauerung entgegenstellt, absieht, und dieselbe aus der Momenten-Gleichung

$$y \cdot 45 = 87162{,}5$$

berechnet; hieraus ist

$$y = 87162{,}5 : 45 = 1936{,}94 \text{ kg},$$

sodaß jeder Anker mit

$$1936{,}94 : 2 = 969 \text{ kg}$$

gezogen wird.

Es sind demnach dieselben Dimensionen anzuwenden, wie für die Zwischenanker zur Aufnahme des Horizontalschubs der Kappe, d. h. für die Bolzenstärke 13 mm und für die Schraube 19 mm bei Verwendung von Rundeisen.

Die Ankerplatte erhält die Dimensionen von 12 cm und 24 cm bei 2 cm Stärke und beträgt der durch dieselbe auf das Mauerwerk ausgeübte Druck:

$$\frac{1937}{12 \cdot 24} = 6{,}7 \text{ kg pro qcm};$$

derselbe ist also kleiner als 7 kg.

Wie viel Mauerwerk auf der Ankerplatte ruhen muß, damit die angestrebte Verankerung wirklich bestehe, ist nicht genau zu berechnen. Über-

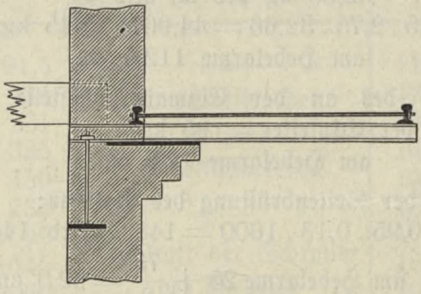


Fig. 127.

schlägliche Berechnungen und die Erfahrung zeigen aber, daß man diese Konstruktion mit ausreichender Sicherheit selbst in dem obersten, 0,38 m in seinen Frontwänden starken Geschoß eines Gebäudes anwenden darf, unter der Voraussetzung, daß die Träger in einem Pfeiler und nicht in einem Fenster oder der Tür zu liegen kommen.

Die Verankerung der Kappe des Balkon-Fußbodens, wie sie in Fig. 119 und 120 dargestellt ist, ist für die mittleren Anker nicht anwendbar, wenn sie in der Tür des Balkons liegen. Können die Anker nun nicht mit den Balken verbunden werden, so ist die Anordnung einer vor den Balkenköpfen liegenden 13,08 cm hohen Eisenbahnschiene, wie Fig. 127, zu empfehlen. —

Zur Berechnung des unter 2. aufgestellten Konstruktionsprinzips setze man an Stelle des Freiträgers CD den in Fig. 122 dargestellten durch eine Strebe armierten Träger. Die Seitenbrüstung des Balkons ergibt für den Träger eine gleichförmige Belastung von 148 kg — nach der vorigen Berechnung —, welche mit Rücksicht auf das Gewicht der Eisenkonstruktion auf 200 kg abgerundet wird.

Das Biegungsmoment, welches der bei D liegende Balkonpfeiler hervorbringt, kann um so mehr unberücksichtigt bleiben, wenn die Auskragung unter dem Träger beibehalten wird, sodaß sich die Last des Pfeilers direkt auf diese überträgt.

Das größte Biegungsmoment ist:

$$M = W . S,$$

und da

$$W = \frac{Pl}{8S}$$

nach Nr. IX der Formeltafel, und

$$W . S = Pl : 8,$$

so ist auch

$$M = \frac{Pl}{8} = \frac{200 . 112{,}5}{8} = 2812{,}5 \text{ kgcm},$$

und die Biegungsspannung

$$S_1 = M : W$$

aus der Formel I, oder

$$S_1 = 2812{,}5 : W.$$

In dem Punkte C greift eine zentrierte Last Q an, bestehend aus:

dem Gewicht des Eckpfeilers = ...	95 kg
der halben Belastung des Frontträgers = .	542 „
dem halben Eigengewicht des Frontträgers =	45 „
der halben Belastung von CD = 200 : 2 =	100 „
Zusammen Q =	782 kg.

Diese Last erzeugt in dem Träger CD eine Zugspannung

$$P = \frac{Q . l}{h} + \frac{782 . 112{,}5}{60} = 1466{,}25 \text{ kg},$$

wenn $l = 112{,}5$ cm die freie Länge und $h = 60$ cm die Höhe bezeichnet, und ist daher, wenn F der Flächeninhalt des Trägerquerschnittes ist, die Zugspannung

$$S_2 = 1466{,}25 : F.$$

Die Gesamtspannung des Trägers CD ist nun

$$S = S_1 + S_2 = \frac{2812{,}5}{W} + \frac{1466{,}25}{F}.$$

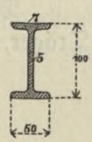


Fig. 128.

Wird das Profil Fig. 128 mit $W = 35$ und $F = 0{,}5 . (10 - 2 . 0{,}7) + 2 . 5 . 0{,}7 = 11{,}3$ qcm verwendet, so ergibt sich eine Spannung:

$$S = \frac{2812{,}5}{35} + \frac{1466{,}25}{11{,}3} = 80{,}36 + 129{,}76 = 210{,}12,$$

die also bedeutend kleiner ist als 750, sodaß der Träger weit mehr als genügende Sicherheit bietet.

Der durch die Last Q in der Strebe erzeugte Druck ist:

$$P_1 = \frac{782 \,.\, 127{,}5}{60} = 1661{,}75 = \text{rd. } 1662 \text{ kg};$$

folglich ist, da die Strebe von Schmiedeeisen gefertigt wird, unter Voraussetzung loser Enden, das erforderliche Trägheitsmoment

$$T = \frac{1662 \,.\, 127{,}5^2}{4000000} = 7{,}004.$$

Ist der Querschnitt der Stange quadratisch mit der Seite b, so ist

$$T = b^4 : 12 \text{ — Nr. II der Querschnittstafel —,}$$

oder

$$7{,}004 = b^4 : 12,$$

woraus

$$b^4 = 12 \,.\, 7{,}004 = 84{,}05,$$

und

$$b = \sqrt[4]{84{,}05} = 3{,}03 \text{ cm};$$

mit Rücksicht auf die Belastung der Strebe durch die Gipskonsole ist aber die quadratische Querschnittsseite der Stange = 3,5 cm anzunehmen.

Der Fuß der Strebe stützt sich auf eine Platte b, welche bei 1,5 cm Stärke mindestens eine Auflagerfläche von

$$1662 : 7 = 238 \text{ qcm}$$

erhalten muß; eine Platte von 15 und 16 cm wird also genügen.

Erhält die Platte eine vertikale Lage, wie bei e in Fig. 123, so ist der Druck auf dieselbe gleich dem Zuge im Träger = 1466,25; die Auflagerfläche muß also mindestens = 1466,25 : 7 = 210 qcm sein und wird eine Platte von 14 cm Breite und 15 cm Länge bei 1,5 cm Stärke ausreichen.

Die zur Verankerung des Trägers dienende Platte a müßte mindestens dieselben Abmessungen erhalten, da sie ebenfalls einen Druck von 1466,25 kg zu übertragen hat. Man nimmt diese Platte jedoch etwas größer, hier etwa 20 cm im Quadrat. Der durch diese Platte gehende Schraubenbolzen erhält nach der Tabelle eine Stärke von 2,22 cm, bei Verwendung von Rundeisen.

Die Berechnung der Bolzen, welche zur Verbindung von Strebe und Träger, sowie von Träger und Anker dienen, geschieht in folgender Weise.

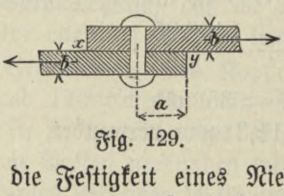


Fig. 129.

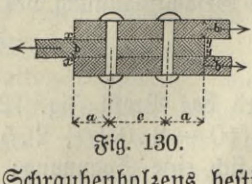


Fig. 130.

Um die Festigkeit eines Niet- oder Schraubenbolzens bestimmen zu können, hat man zunächst die Anzahl der auf Schubfestigkeit beanspruchten Querschnitte festzustellen. Bei der in Fig. 129 dargestellten Überblattungsnietung ist nur eine Trennungsfläche x y vorhanden, während bei der zweischnittigen Nietung, Fig. 130, jeder Bolzen mit 2 Querschnitten Widerstand leisten muß. Es werden hiernach einschnittige, zweischnittige und mehrschnittige Bolzen und Niete unterschieden.

Bezeichnet

P die von der Verbindung zu übertragende Last in Kilogrammen,
n die Anzahl der Bolzen,
F den Querschnitt eines Bolzens in Quadratzentimetern,

so erhält man:

für den einschnittigen Bolzen $F = P : 525$ n,
„ „ zweischnittigen „ $F = P : 1050$ n,
„ „ n_1-schnittigen „ $F = P : n_1\ 525$ n.

Die Verbindung der Strebe mit dem Träger des obigen Balkons wird durch zwei einschnittige Schraubenbolzen hergestellt, welche zusammen die Kraft 1466,25 kg, d. h. den den Träger in Anspruch nehmenden Zug, übertragen müssen. Da hier $n = 2$, so wird der erforderliche Querschnitt

$$F = \frac{1466{,}25}{525 \,.\, 2} = 1{,}396 = 1{,}4 \text{ qcm},$$

sodaß 2 Bolzen von 1,4 cm Durchmesser, mit 1,6 cm starker Schraube, der jeder 1,54 qcm Flächeninhalt des Querschnittes hat, genügen. Dieselbe Stärke erhalten die beiden Bolzen, welche das Flacheisen mit dem Träger verbinden. Dieses Flacheisen, welches den Zug auf die Ankerplatte a überträgt, erfordert bei 1 cm Stärke, mit Rücksicht darauf, daß es durch die Bolzen geschwächt wird, eine Breite von

$$\frac{1466{,}25}{1 \,.\, 750} + 1{,}4 = 1{,}95 + 1{,}40 = 3{,}35 \text{ cm},$$

wofür aus praktischen Gründen 5 cm genommen wird.

Der Abstand a der Bolzenmitte vom Ende des Eisens in Fig. 129 und 130 muß, damit das letztere nicht ausreißen kann, mindestens

$$a = F : b$$

betragen, wenn F den Inhalt des Bolzenquerschnittes und b die Stärke des schwächsten der miteinander zu verbindenden Eisen bedeutet.

In obigem Falle ist das obere Ende der Strebe, sowie die untere Flansche des Trägers zum Zwecke der Aufnahme der Bolzen entsprechend breiter zu machen. Die Flanschenstärke wird hierdurch von 0,7 cm auf circa 0,4 cm gebracht und wird deshalb

$$a = 1{,}54 : 0{,}4 = 3{,}85 \text{ cm oder rd. } 4 \text{ cm}$$

genommen werden.

Werden auf jeder Seite des Steges 2 Bolzen angeordnet, wie in Fig. 131, so ist der Abstand c der Bolzenmitten von einander mindestens

$$c = a + d$$

anzunehmen, unter d die Stärke der Bolzen verstanden.

Die Verbindung der Strebe mit dem Träger kann auch durch einen Bolzen hergestellt werden. Derselbe wird dann in der Mitte der Flansche angeordnet, nachdem in den Steg ein entsprechender Ausschnitt gemacht ist; Fig. 132. Der erforderliche Querschnitt ist in diesem Falle

$$F = 2 \,.\, 1{,}4 = 2{,}80 \text{ qcm},$$

und genügt deshalb ein Bolzen von 1,9 cm Durchmesser mit $F = 2{,}83$ qcm. Zur Verbindung der Strebe mit der Platte b ist ein Bolzen von 1,4 cm Durchmesser vollkommen ausreichend, da derselbe keiner Kraft außer der Torsionskraft der Schraube zu widerstehen hat.

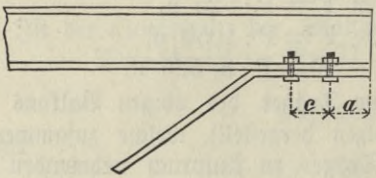


Fig. 131.

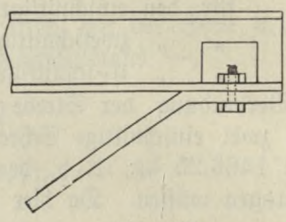


Fig. 132.

Zur Verbindung der Strebe mit der Platte e soll ebenfalls nur ein Bolzen dienen. Die Kraft $P_1 = 1662$ kg zerlegt sich in 2 Komponenten N und P_2, von denen die letztere jedenfalls die kleinere ist, wenn die Neigung der Strebe, d. h. der $\measuredangle\, a$, Fig. 123, kleiner als 45^0 ist; und dies ist fast stets der Fall. Nimmt man

$$P_2 = 1662 : 2 = 831 \text{ kg}$$

an, so ist für den Bolzen ein Querschnitt von

$$831 : 525 = 1{,}6 \text{ cm}$$

mit 1,8 cm starker Schraube erforderlich. In der Regel nimmt man auch hier 2 Bolzen von derselben Stärke, wie die zur Verbindung von Träger und Strebe berechneten.

Die Berechnung der unter 3. beschriebenen Konstruktion wird bei Gelegenheit der Berechnung eines Erkers erfolgen.

Berechnung des in den Figuren 133, 134, 135 und 136 dargestellten Erkers.

Die Fig. 136 zeigt den Durchschnitt eines Gebäudes, in dessen I. Obergeschoß ein Erker mit darüber befindlichem offenen Balkon angeordnet ist.

Die ganze Last des Erkers einschl. Balkon soll von den im I. Obergeschoß herausgestreckten Trägern aufgenommen werden und zwar ist das unter 3. besprochene System anzuwenden, d. h. das freie Ende des Trägers wird durch eine Zugstange armiert.

Fig. 133 zeigt einen Schnitt durch den ganzen Vorbau und die gesamte Eisenkonstruktion; Fig. 134 und 135 die Grundrisse des Balkons bezw. des Erkers.

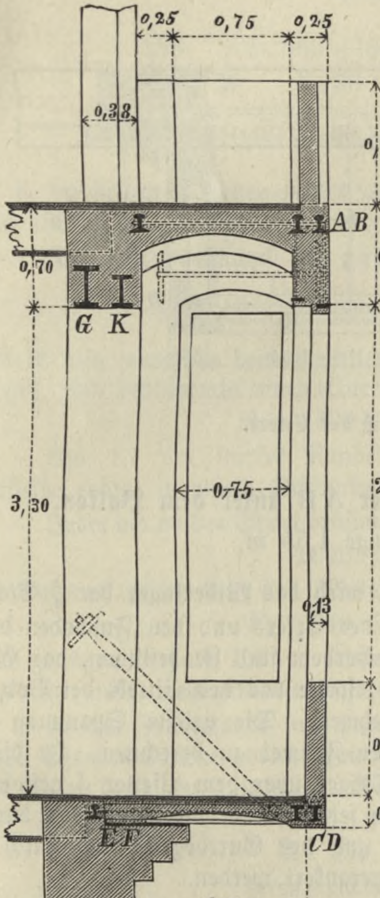


Fig. 133.

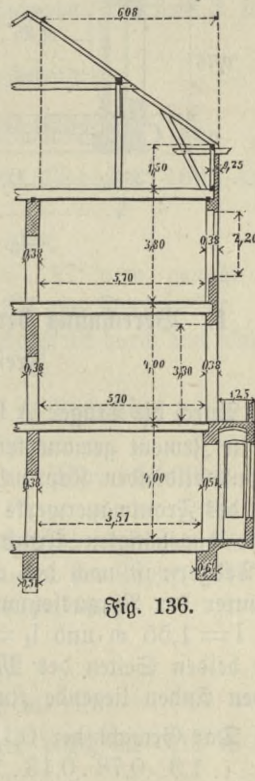


Fig. 136.

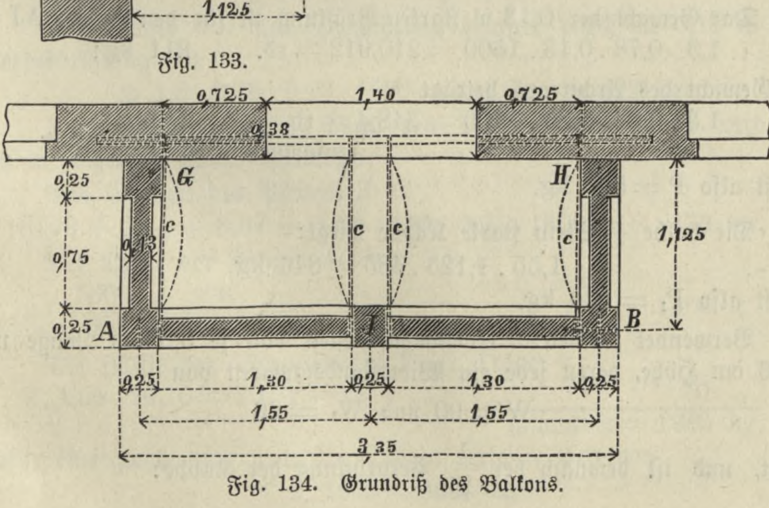


Fig. 134. Grundriß des Balkons.

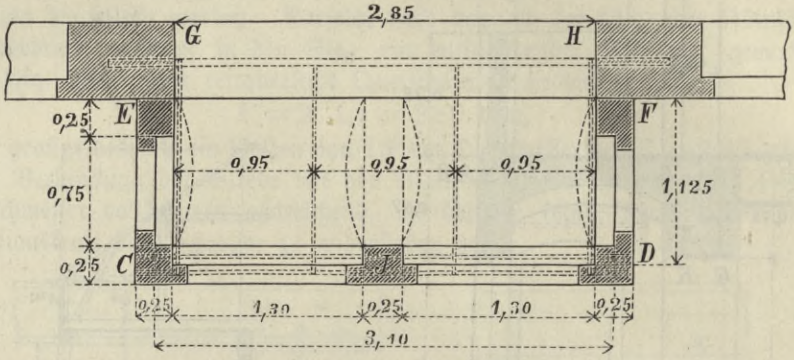


Fig. 135. Grundriß des Erkers.

1. Berechnung der Frontträger AB unter dem Balkon.

Freitragende Länge 1,55 m.

Durch die Träger AB, Fig. 134, wird das Widerlager der $\frac{1}{4}$ Stein stark in Zement gemauerten, die Decke des Erkers und den Fußboden des Balkons bildenden Kappe hergestellt; außerdem sind sie bestimmt, das Gewicht des Frontmauerwerks des Balkons, sowie das des mittels der Bolzen an sie angehängten Architravs aufzunehmen. Die größte Spannung in den Trägern ist nach der oben gegebenen Formel zu berechnen. In diese ist, unter der Voraussetzung, daß die Träger über dem Pfeiler J gestoßen sind, $l = 1{,}55$ m und $l_1 = 1{,}30$ m zu setzen, d. h. die Kappe soll durch 2 zu beiden Seiten des Mittelpfeilers und des Gurtbogens und durch 2 an den Enden liegende Zugstangen c verankert werden.

Das Gewicht der 0,13 m starken Brüstung ist für den Träger AJ = $1{,}3 \cdot 0{,}78 \cdot 0{,}13 \cdot 1600 = 210{,}912 =$ rd. . 211 kg;

das Gewicht des Architravs beträgt
$1{,}3 \cdot 0{,}67 \cdot 0{,}25 \cdot 1600 = 348{,}4 =$ rd. . . 349 „

zusammen = 560 kg.

Es ist also $P = 560$ kg.

Die halbe $\frac{1}{4}$ Stein starke Kappe wiegt:

$$1{,}55 \cdot 1{,}125 \cdot 485 = 846 \text{ kg}.$$

Es ist also $P_1 = 846$ kg.

Verwendet werden 2 Eisenbahnschienen von je 3,35 m Länge und 10,46 cm Höhe, deren jede ein Widerstandsmoment von

$$W = 90 \text{ und } W_1 = 26$$

besitzt, und ist demnach bei $\frac{1}{16}$ Verdrückung der Kappe:

$$S = \frac{155}{16} \cdot \left(\frac{2 \cdot 560 + 846}{2 \cdot 90} + \frac{846 \cdot 16 \cdot 130^2}{4 \cdot 2 \cdot 26 \cdot 155^2} \right) =$$

$$\frac{155}{16} \cdot (10{,}92 + 45{,}77) = \frac{155 \cdot 56{,}69}{16} = 550,$$

d. h. die beiden Schienen bieten ausreichende Sicherheit, da hier S kleiner als 750 ist.

Der Horizontalschub der ganzen Kappe beträgt:

$$H = \frac{P_1\,x}{8} = \frac{2 \cdot 846 \cdot 16}{8} = 3384 \text{ kg}.$$

Es ist also jeder der beiden mittleren Anker mit 3384 : 2 = 1692 kg gezogen, und beansprucht einen Querschnitt

$$F = 1692 : 750 = 2{,}26 \text{ qcm}.$$

Ein 1,7 cm starkes Rundeisen mit F = 2,27 qcm genügt also; dasselbe endigt in einem Schraubenbolzen von 2,4 cm Durchmesser.

Jeder der an der Seitenbrüstung liegenden Anker ist durch eine Last von

$$1692 : 2 = 846 \text{ kg}$$

in Anspruch genommen; ihr Minimalquerschnitt ist demnach

$$F = 846 : 750 = 1{,}13 \text{ qcm},$$

und genügen deshalb 1,2 cm starke Rundeisen mit F = 1,13 qcm, die in 1,7 cm starken Schrauben endigen.

In der Frontmauer liegt parallel zu den Trägern AB eine 13,08 cm hohe Eisenbahnschiene, welche das zweite Widerlager der Kappe bildet und die Anker derselben aufnimmt. Dieselbe ist 3,70 m lang.

2. Die Träger CD.

Freitragende Länge 3,10 m.

Die Träger CD sind gleichförmig belastet durch die 0,13 m starke Vorderbrüstung mit

$$2 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}78 \cdot 0{,}13 \cdot 1600 = 421{,}8 = \text{rd. } 422 \text{ kg}.$$

Die Belastung, welche durch den Pfeiler J übertragen wird, setzt sich in folgender Weise zusammen:

Das Gewicht des Pfeilers J =

$(0{,}78 + 2{,}55 + 0{,}67 + 0{,}78) \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}25 \cdot 1600 =$. 478 kg.

Der Druck der Träger AJ und JB =

$2 \cdot \frac{560}{2} + \frac{846}{2} =$ . . . . 1406 „

Die Hälfte des Eigengewichts dieser Träger =

$2 \cdot 1{,}55 \cdot 26{,}10 = 80{,}91 =$ rd. . . . . 81 „

zusammen = 1965 kg,

wofür eine gleichmäßig über den Träger verteilte Last von

$$2 \cdot 1965 = 3930 \text{ kg}$$

gesetzt werden kann. Es ist daher in der betreffenden Formel

$$P = 422 + 3930 = 4352 \text{ kg},$$

oder mit Rücksicht auf das Eigengewicht der Träger,

$$P = 4500 \text{ kg}$$

zu setzen.

Der Fußboden des Erkers wird durch eine $\frac{1}{2}$ Stein starke Kappe gebildet, deren Gewicht = 750 kg pro qm ist; es ist daher

$$P_1 = 3{,}10 \,.\, 1{,}125 \,.\, 750 = 2615{,}625 = \text{rd. } 2626 \text{ kg}.$$

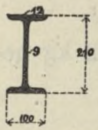


Fig. 137.

Die Verankerung der Kappe wird wie in Fig. 120 ausgeführt, d. h. es ist $l_1 = \frac{1}{8}\, l$.

Verwendet werden 2 Träger des Profils, Fig. 137, deren jeder ein $W = 270$ und ein $W_1 = \frac{1{,}2 \,.\, 10^2}{3} = 40$ besitzt und 3,10 m Länge hat, oder Normal-Profil Nr. 22 mit $W = 281$.

Ist die Verdrückung der Kappe $= \frac{1}{14}$, so wird

$$S = \frac{310}{16} \cdot \left(\frac{2 \,.\, 4500 + 2616}{2 \,.\, 270} + \frac{2616 \,.\, 14}{4 \,.\, 2 \,.\, 40 \,.\, 9}\right) =$$

$$\frac{310 \,.\, (21{,}50 + 12{,}70)}{16} = \frac{310 \,.\, 34{,}2}{16} = 663{,}75.$$

Da nun S kleiner als 750 ist, so genügen die angeführten Träger.

Der Horizontalschub der Kappe beträgt:

$$H = \frac{P_1\, n}{8} = \frac{2616 \cdot 14}{8} = 4578 \text{ kg},$$

sodaß der Zug in den beiden mittleren Ankern =

$$\frac{11}{30} \cdot 4578 = 1678{,}6 \text{ kg}$$

ist, und der in den Seitenankern =

$$\frac{2}{15} \cdot 4578 = 610{,}4 \text{ kg}.$$

Durch Vergleichung mit den für die obere Kappe berechneten Ankern ergibt sich, daß hier Anker von derselben Stärke verwendet werden können.

3. Die armierten Träger CE und DF.

Freitragende Länge 1,125 m.

Die über jeden Träger gleichförmig verteilte Belastung durch die Seitenbrüstung beträgt:

$$0{,}78 \,.\, 0{,}75 \,.\, 0{,}13 \,.\, 1600 = 121{,}68 = \text{rd. } 122 \text{ kg},$$

wofür mit Rücksicht auf das eigene Gewicht der Eisenkonstruktion, 200 kg zu setzen sind. Die Last der Pfeiler über den Auskragungen bei E und F wird durch die Auskragungen aufgenommen.

Die in C bezw. in D angreifende Last setzt sich folgendermaßen zusammen:

Das Gewicht des Eckpfeilers =
$(0{,}78 + 2{,}55 + 0{,}67 + 0{,}78) \,.\, 0{,}25 \,.\, 0{,}25 \,.\, 1600 =$. 478,00 kg.

Die halbe Belastung der Träger A J oder J B =
$0{,}5 \,.\, 560 + 0{,}25 \,.\, 846 =$ . . . . 491,50 „

Die Hälfte des Eigengewichts der Träger AJ oder JB =
$(2 \,.\, 1{,}55 \,.\, 26{,}10) : 2 =$ . . . . 40,46 „

Die durch den Pfeiler C oder D übertragene Last:

1. die Hälfte des Seiten-Architravs =
$0{,}5 \,.\, 0{,}75 \,.\, 0{,}67 \,.\, 0{,}25 \,.\, 1600 =$ . . . . 100,50 „

2. die Hälfte der Seitenbrüstung des Balkons =
$0{,}5 \,.\, 0{,}75 \,.\, 0{,}78 \,.\, 0{,}13 \,.\, 1600 =$ . . . . 60,84 „

Die halbe Belastung der Träger CD =
$0{,}5 \,.\, \left(422 + 1965 + \frac{2616}{2}\right) =$ . . . . 1847,50 „

Die Hälfte des Eigengewichts der Träger CD mit
31,9 kg pro m $= \frac{2 \,.\, 3{,}10 \,.\, 31{,}9}{2} =$ . . . . . . 98,89 „

Die Hälfte der Belastung der Träger CE oder DF =
$200 : 2 =$ . . . . 100,00 „

zusammen = 3217,69 kg,

oder rd. 3220 kg = Q.

Das Schema der Armierung stellt Fig. 138 dar.

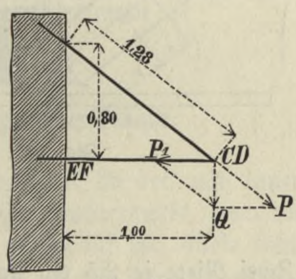


Fig. 138.

Der Druck in den Trägern CE und DF beträgt, da $Q : P_1 = 0{,}8 : 1{,}0$:

$$P_1 = \frac{3220 \,.\, 1{,}0}{0{,}8} = 4025 \text{ kg};$$

das biegende Moment desselben ist

$$M = \frac{200 \,.\, 112{,}5}{8} = 2812{,}5 \text{ kgcm}.$$

Das Profil Fig. 139 mit $W = 36$ und $F = 11{,}3$ qcm wird genügen, denn für dasselbe ist die zulässige Spannung

$$S = \frac{M}{W} + \frac{P_1}{F} = \frac{2812{,}5}{36} + \frac{4025}{11{,}3} = 434{,}41,$$

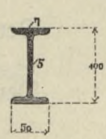


Fig. 139.

also kleiner als 750; desgleichen kann Normal-Profil Nr. 11 mit $W = 43{,}8$ Verwendung finden.

Das erforderliche kleinste Trägheitsmoment ist

$$T = \frac{4025 \cdot 100 \cdot 100}{4000000} = 10{,}06.$$

Für das vorstehende Profil ist ferner das auf die vertikale Schwerachse bezogene Trägheitsmoment

$$T_1 = \frac{1}{12} \cdot ((10 - 8{,}6) \cdot 5^3 + (5 - 4{,}5)^3 \cdot 8{,}6) = 14{,}67,$$

sodaß das angewendete Profil auch die erforderliche Sicherheit gegen Zerknicken gibt. Die Herstellung einer soliden Verbindung zwischen den Frontträgern CD und den Trägern CE und DF wird jedoch ein stärkeres Profil als das berechnete wünschenswert machen; derselbe Grund ist für die Verbindung der Hängeeisen mit den Trägern CE und DF maßgebend, um für diese das Profil Fig. 140 zu verwenden, welches W = 239 hat. Die Träger CE und DF erhalten also das Profil Fig. 140 oder Normalprofil Nr. 20 mit W = 216 und jeder eine Länge von 1,40 m.

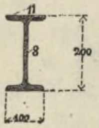


Fig. 140.

Der Druck der Träger CE und DF wird, außer durch die unter ihnen auf den Auskragungen liegenden Auflagerplatten, auch durch die in der Frontmauer liegende, der Fußbodenkappe zum Widerlager dienende, 13,08 cm hohe und 3,70 m lange Eisenbahnschiene auf das Mauerwerk übertragen.

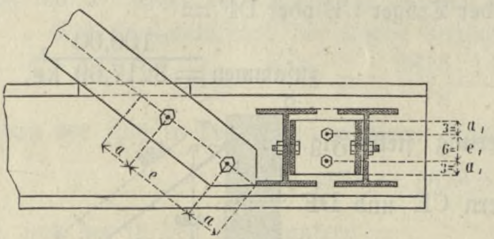


Fig. 141.

Der Zug in dem Hängeeisen ist

$$P = \frac{3220 \cdot 1{,}28}{0{,}8} = 5152 \text{ kg}.$$

Die Verbindung von Hängeeisen und Träger wird durch 2 einschnittige Niete oder Bolzen bewerkstelligt; Fig. 141. Der Minimalquerschnitt jedes Bolzens ist:

$$F = \frac{5152}{525 \cdot 2} = 4{,}9 \text{ qcm}.$$

Zwei Niete je 2,5 cm stark mit F = 4,9 qcm genügen also.

Der Abstand der Nietenmitte vom Ende beträgt, da die Stegstärke des Trägers = 0,8 cm ist,

$$a = F : b = 4{,}9 : 0{,}8 = 6{,}15 \text{ cm}.$$

Der Abstand der Nietenmitten von einander ist

$$e = a + d = 6{,}15 + 2{,}50 = 8{,}63 \text{ cm}.$$

Der Minimalquerschnitt des Hängeeisens ergibt sich aus:

$$F = 5152 : 750 = 6{,}87 = 6{,}9 \text{ qcm}.$$

Bei einer Stärke des Eisens von 1,2 cm ergibt sich mit Rücksicht auf die Schwächung durch die Löcher für die Nietbolzen die erforderliche Breite =

$$\frac{6,9}{1,2} + 2,5 = 5,75 + 2,5 = 8,25 \text{ cm},$$

wofür 9 cm genommen werden können.

Das Hängeeisen endigt in einem 4 cm starken Schraubenbolzen, dessen Mutter auf einer starken möglichst großen Platte ruht. Diese muß den Druck von 5125 kg mindestens auf eine Fläche von

$$5125 : 7 = 732,14 \text{ qcm}$$

verteilen, weshalb sie, bei 2 cm Stärke, 26 cm Breite und 29 cm Länge erhält. Außerdem ist jedoch sehr zu empfehlen, der Platte ein sorgfältig aus guten Steinen und Zement hergestelltes Auflager zu geben.

Die Schraubenbolzen, welche die Träger CD mit den Trägern CE und DF verbinden, haben die Reaktion C der Stütze zu übertragen.

Diese ist nach der obigen Berechnung =

$$1847,50 + 98,89 = 1946,39 = 1947 \text{ kg}.$$

Gelangen zwei Bolzen zur Verwendung, so ist der Minimalquerschnitt eines jeden:

$$F = \frac{1947}{525 \,.\, 2} = 1,85 \text{ qcm}.$$

Bolzen von 1,6 cm Stärke mit $F = 2,009$ qcm genügen.

In Fig. 141 ist ein zweimal gekröpftes 1,2 cm starkes Hilfsblech, welches mittels zweier 1,6 cm starker Bolzen mit den Trägern CE und DF verbunden ist, angeordnet; an das Hilfsblech sind die Träger CD befestigt. Die hierzu dienenden Bolzen erhalten, anstatt der vorhin berechneten 1,6 cm, eine Stärke von 2,0 cm, da es vorkommen kann, daß dieselben ungleich beansprucht werden.

Der Minimalabstand der Bolzenmitten vom Blechrande ist

$$a_1 = 1,85 : 1,2 = 1,54 \text{ cm}.$$

Hier ist $a_1 = 3,0$ cm und $e_1 = 6,0$ cm angenommen.

4. Die über der Öffnung GH liegenden Träger.

Freitragende Länge 2,85 m.

Die beiden Träger GH sind verschieden belastet, da der nach innen liegende, außer dem entsprechenden Teile des Frontmauerwerks, noch die Balkenlage des I. Obergeschosses zu tragen hat, welche auf ihm allein ruht.

Die Belastung durch das Frontmauerwerk setzt sich wie folgt zusammen:

Das Eigengewicht des Frontmauerwerks; dasselbe beträgt, wenn in der Mitte über der Öffnung GH in dem III. Obergeschoß ein 1,30 m breites und 2,20 m hohes Fenster liegt:

$(2,85 \,.\, (0,38 \,.\, (4,0 + 3,8) + 0,25 \,.\, 1,5) -$
$(1,4 \,.\, 3,3 + 1,3 \,.\, 2,2) \,.\, 0,38) \,.\, 1600 =$. 10678 kg.

NB. Das Gewicht der Fensteranschläge ist hier vernachlässigt, dagegen sind die Fensterbrüstungen voll gerechnet. In dieser Art verfährt man gewöhnlich. Seite: 10678 kg.

Transport: 10678 kg.

Der betreffende Teil der beiden oberen Balkenlagen:

2 . 0,5 . 5,7 . 2,85 . 500 = ... 8122,5 „

Der betreffende Teil des Dachdruckes:

0,5 . 6,08 . 2,85 . 250 = ... 2166 „

zusammen = 21966,5 kg,

oder rd. 21970 kg.

Die hiervon auf jeden der beiden Träger entfallende Last ist = 21970 : 2 = 10985 oder rd. 11000 kg,

wovon auf jede Seite, vom Stützpunkt ab,

11000 : 2 = 5500 kg

kommen, die sich auf eine Länge von 0,725 m gleichmäßig verteilen.

Die Belastung durch die Balkendecke des I. Obergeschosses ist = 0,5 . 5,57 . 2,85 . 500 = 3968,625 oder rd. 3970 kg.

Fig. 142 zeigt das Schema der Angriffsweise des inneren Trägers. Der Last 3970 entspricht Nr. IX der Formeltafel und ist demnach

$$W_1 = \frac{3970 \cdot 285}{8 \cdot 750} = 189.$$

Den Lasten 5500 entspricht der Spezialfall der Nr. XVIII der Formeltafel, wo $a = a_1$ und $P = P_1$, und ist demnach

$$W_2 = \frac{5500 \cdot 72{,}5}{2 \cdot 750} = 266.$$

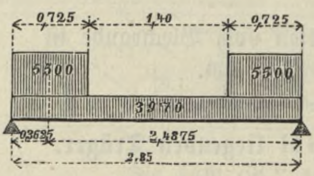


Fig. 142.

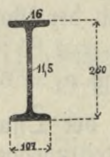


Fig. 143.

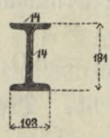


Fig. 144.

Für den inneren Träger ist also das Gesamt-Widerstandsmoment

$$W = W_1 + W_2 = 189 + 266 = 455;$$

dagegen ist dasjenige für den äußeren Träger

$$W = W_2 = 266.$$

Verwendet werden die Trägerprofile Fig. 143 und 144, von denen das erstere $W = 480$ und das zweite $W = 269$ hat, oder die Normalprofile Nr. 28 und 22 mit $W = 547$ und 281.

Der Druck auf jedes Auflager ist =

$$0{,}5 \cdot 3970 + 5500 = 7485 \text{ kg},$$

mithin die erforderliche Auflagerfläche =

$$7485 : 7 = 1069{,}3 \text{ qcm},$$

bei Ausführung der Pfeiler in gewöhnlichem Mauerwerk. Die Auflagerplatten erhalten bei 2 cm Stärke eine Länge von 51 cm und eine Breite von 21 cm. Würden die Träger mit guten Steinen in Zement untermauert, so genügt eine Auflagerfläche von

$$7485 : 11 = 681 \text{ qcm},$$

sodaß bei gleicher Stärke und Länge eine Breite der Platten von 14 cm ausreichend wäre. Im ersten Falle werden beide Träger 3,27 m lang, im zweiten Falle 3,13 m lang.

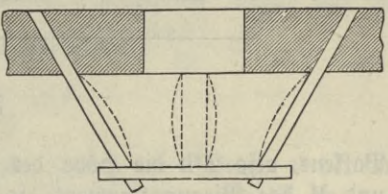


Fig. 145.

Ist die Grundrißform des Balkons oder Erkers kein Rechteck, sondern ein Trapez, wie Fig. 145, so läßt sich der Horizontalschub der Fußbodenkappe nicht mehr in so einfacher Weise, auch selbst nicht näherungsweise, bestimmen, als dies beim Rechteck möglich war. Es empfiehlt sich daher, auch hier für die Berechnung des Frontträgers die oben mitgeteilte Formel anzuwenden, zumal die so erzielten Resultate etwas zu groß sind und wegen der Geringfügigkeit des Gegenstandes nicht wohl von einer Materialverschwendung gesprochen werden kann.

2. Verstärkte Balken.

Unter verstärkten Balken versteht man diejenigen Träger, welche aus einer Vereinigung mehrerer Balken mit parallelen Längenaxen entstanden sind. Dieselben kommen in den verschiedensten Vereinigungen zur Ausführung und können für bedeutende Belastungen Anwendung finden.

Legt man zwei Balken nebeneinander oder aufeinander, so trägt jeder für sich die Hälfte der gemeinschaftlichen Belastung. Für die Berechnung solcher Balken ergibt sich unter Voraussetzung gleichförmiger Belastung, wenn n die Anzahl der Balken, l die freie Länge derselben und a den Abstand der von der neutralen Achse entferntesten gezogenen Faser bedeutet:

$$M = \frac{P\,l}{8} = n\,\frac{T}{a} \cdot S = n\,WS.$$

Vereinigt man die Balken so miteinander, daß sie sich nicht einzeln, sondern gemeinschaftlich biegen müssen, und ein Verschieben in der Längenrichtung nicht eintreten kann, und außerdem ihre Endflächen eine Ebene bilden, welche durch die Biegung nicht zerstört werden kann, so darf man dieselben als einen Balken betrachten und erhöht sich in diesem Falle die Tragkraft bedeutend.

Die am meisten zur Verwendung kommenden Vereinigungen verstärkter Balken sind folgende:

a. Verdübelte Balken.

Sind 2 Balken, wie in Fig. 146, aufeinander gelegt, durch Schraubenbolzen miteinander verbunden, und ist durch Doppelkeile oder durch genau eingepaßte Hölzer, sogenannte Dübel, die Verschiebung unmöglich gemacht, so entsteht ein einfach verdübelter Balken. Ist h die Höhe jedes einzelnen

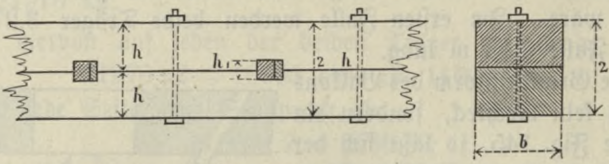


Fig. 146.

Balkens, also 2 h die Höhe des ganzen Trägers, b die Breite desselben und M das Biegungsmoment, so ist, wenn man beide Balken als einen betrachtet, also eine durchaus solide Verbindung annimmt, welche Schwächungen der Hölzer nicht herbeiführt, da

$$M = W \cdot S, \; W = \frac{b\,h^2}{6}, \; M = \frac{P\,l}{8},$$

$$M = \frac{b \cdot (2\,h)^2\,S}{6},$$

also für den Fall einer gleichförmig verteilten Last P und frei aufliegenden Enden ist

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{b\,(2\,h)^2\,S}{6} = \frac{4\,b\,h^2\,S}{6} = \frac{2\,b\,h^2\,S}{3};$$

ein solcher Träger würde also viermal so viel als ein Balken von der Breite b und der Höhe h tragen, demnach doppelt so viel als die beiden einfach zusammengelegten Balken, aus welchen der Träger gebildet ist.

Jeder einzelne Balken hat nämlich

$$M = \frac{b\,h^2\,S}{6},$$

die beiden einzelnen Balken also zusammen

$$M = \frac{2\,b\,h^2\,S}{6} \text{ oder}$$

$$M = \frac{b\,h^2\,S}{3}, \text{ d. h.}$$

die beiden einzelnen Balken würden halb so viel tragen, als wenn sie zu einem Träger in obiger Weise vereinigt werden.

Durch die Keilöffnungen sind aber Längsfasern der Balken durchschnitten, welche also auf die Tragfähigkeit des Trägers keinen Einfluß mehr haben können. Haben die Keileinschnitte eine Höhe h_1, so haben die abgeschnittenen Fasern, wenn dieselben als durchgehendes Holz für sich betrachtet werden, eine Tragkraft

$$P_1 = \frac{8\,b\,h_1^2\,S}{6\,l},$$

und wenn man z. B. $h_1 = \frac{h}{8}$ setzt,

$$P_1 = \frac{8\,b\,h^2\,S}{6\,.\,8^2\,l} = \frac{b\,h^2\,S}{48\,l}.$$

Stellt man die abgeschnittenen Fasern in Rechnung, so hat man das Trägheitsmoment des verbleibenden Querschnittes $= \frac{b\,h^3}{12} =$

$$b \cdot \frac{(2\,h)^3 - h_1^3}{12},$$

und es ergibt sich die Festigkeitsgleichung, wenn der Abstand a der am stärksten gespannten Faser von der neutralen Achse hier $= h$ ist, da

$$W = \frac{T}{a} \text{ und } M = \frac{P\,l}{8\,S},$$

$$\frac{P\,l}{8\,S} = \frac{b\,.\,(2\,h)^3 - h_1^3}{12\,h}, \text{ oder } \frac{P\,l}{8} = \frac{(2\,h)^3 - h_1^3}{12\,h} \cdot b\,S, \text{ oder}$$

$$P = \frac{8\,((2\,h)^3 - h_1^3)\,b\,.\,S}{12\,h\,l};$$

nimmt man wieder $h_1 = \frac{h}{8}$, so ist

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{8\,h^3 - \left(\frac{h}{8}\right)^3}{12\,h} \cdot b\,S = \frac{8\,h^3 - \frac{h^3}{512}}{12\,h} \cdot b\,S =$$

$$\frac{4095\,h^3\,b\,S}{512\,.\,12\,.\,h} = \frac{4095\,h^2\,b\,S}{6144} = 0{,}6665\,h^2\,b\,S.$$

Nimmt man die Keilfasern als voll durchgehend, also als tragend an, dann ist

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{(2\,h)^3}{12\,h} \cdot b\,S = 0{,}6667\,h^2\,b\,S.$$

Hieraus folgt, daß die abgeschnittenen Fasern auf die Tragfähigkeit des Trägers einen sehr geringen Einfluß haben, wie auch nicht anders zu erwarten, da diese Fasern zunächst an der neutralen Achse liegen, und solche Fasern überhaupt auf die Tragkraft eines Balkens einen sehr geringen Einfluß auszuüben vermögen.

Beispiele.

1. Ein kieferner Balken von 20 cm Breite und 28 cm Höhe kann, wenn er an den Enden frei aufliegt und gleichförmig belastet ist, bei 8,0 m freier Länge tragen:

$$P = \frac{8\,b\,h^2\,S}{6\,l} = \frac{8 \,.\, 20 \,.\, 28 \,.\, 28 \,.\, 60}{6 \,.\, 800} = 1568 \text{ kg}.$$

Legt man zwei solcher Balken auf- oder nebeneinander, so ist die Tragkraft derselben =

$$2\,P = 2 \,.\, 1568 = 3136 \text{ kg}.$$

Werden diese beiden Balken in der oben angegebenen Weise verbolzt und verkeilt, so ist die Tragfähigkeit derselben, wenn man die zerschnittenen Fasern nicht berücksichtigt:

$$P = \frac{4 \,.\, 8 \,.\, 20 \,.\, 28 \,.\, 28 \,.\, 60}{6 \,.\, 800} = 4 \,.\, 1568 = 6272 \text{ kg}.$$

Wird die Tiefe der Keilschnitte in jedem Balken $= \frac{h_1}{2} = 4$ cm angenommen, und diese in Rechnung gezogen, dann ist

$$P = \frac{8 \,.\, ((2 \,.\, 28)^3 - 8^3) \,.\, 20 \,.\, 60}{12 \,.\, 28 \,.\, 800} = 6253{,}71 \text{ kg},$$

oder rd. 20 kg weniger, als vorher berechnet wurde. Der Träger kann also mindestens mit 6250 kg belastet werden, aber er ist auch ohne Gefahr mit 6272 kg zu beanspruchen, da ja zehnfache Sicherheit in der Rechnung enthalten ist.

2. Ein an den Enden frei aufliegender verdübelter Träger, der aus 2 quadratischen kiefernen Hölzern von 25 cm Seite gefertigt ist und dessen Keile 6 cm hoch sind, soll eine Last von 10000 kg tragen; wie weit darf derselbe frei liegen?

Auflösung. Es ist $P = 10000$, $b = 25$, $h = 25$, $h_1 = 6$ und $S = 80$, demnach ist:

$$l = \frac{8 \,.\, ((2\,h)^3 - {h_1}^3)\, b\, S}{12\, h\, P}, \text{ oder}$$

$$l = \frac{8 \,.\, ((2 \,.\, 25)^3 - 6^3) \,.\, 25 \,.\, 80}{12 \,.\, 25 \,.\, 10000} = 665{,}5 \text{ cm} = 6{,}655 \text{ m}.$$

3. Ein verdübelter kieferner Träger von 9,0 m freitragender Länge, dessen Keile eine Höhe von $\frac{1}{16}$ der ganzen Höhe des Trägers erhalten sollen, soll mit 10000 kg belastet werden; welche Dimensionen muß er erhalten?

Auflösung. Es ist $P = 10000$, $l = 900$, $S = 80$ und $h_1 = \frac{h}{8}$.

Nimmt man $b = \frac{2\,h}{3}$ an, d. h. die Breite gleich dem dritten Teile der ganzen Höhe, dann ist

$$\frac{P\,l}{8} = 0{,}6665\; h^2\, b\, S,$$

und hieraus

$$h^2 = \frac{P\,l}{8 \,.\, 0{,}6665 \,.\, b \,.\, S} = \frac{10000 \,.\, 900 \,.\, 3}{8 \,.\, 0{,}6665 \,.\, 2\,h \,.\, 80}, \text{ oder}$$

$$h^3 = \frac{10000 \,.\, 900 \,.\, 3}{8 \,.\, 0{,}6665 \,.\, 2 \,.\, 80} = 31648{,}5 = \text{rd. } 31650 \text{ cbcm};$$

folglich

$$h = \sqrt[3]{31650} = 31{,}631 = \text{rd. } 22 \text{ cm.}$$

Nun ist

$$b = \frac{2\,h}{3} = \frac{2 \,.\, 32}{3} = 21{,}3 = \text{rd. } 22 \text{ cm},$$

und

$$h_1 = \frac{h}{8} = \frac{32}{8} = 4 \text{ cm.}$$

Der ganze Träger erhält also eine Höhe von 64 cm, eine Breite von 22 cm und seine Keile werden 4 cm hoch.

Anmerkung. Folgende Konstruktionsregel wird vielfach zur Berechnung verdübelter Balken angewendet.

Man berechnet einen gewöhnlichen Balken, welcher den Verhältnissen entspricht und gibt dem verdübelten Träger 1,1 der gefundenen Höhe. Zur Höhe der Keile nimmt man $\frac{1}{10}$ der Trägerhöhe, macht die Entfernung der Keile voneinander gleich der Trägerhöhe und sprengt den Träger um $\frac{1}{60}$ seiner Länge.

In dem letzten Beispiele ist unter Anwendung dieser Regel, wenn $b = \frac{2\,h}{3}$ gesetzt wird und h die Höhe eines vollen Balkens bezeichnet,

$$W = \frac{P\,l}{8\,S} = \frac{b\,h^2}{6} = \frac{2\,h \,.\, h^2}{3 \,.\, 6}, \text{ oder}$$

$$\frac{P\,l}{8\,S} = \frac{h^3}{9}, \text{ oder}$$

$$\frac{10000 \,.\, 900 \,.\, 9}{8 \,.\, 80} = h^3, \text{ oder}$$

$$h^3 = 126562{,}5 = \text{rd. } 126570,$$

und demnach

$$h = \sqrt[3]{126570} = 50{,}208 \text{ cm} = \text{rd. } 50 \text{ cm}$$

für die Höhe des vollen Balkens, und demnach

$$50 \,.\, 1{,}1 = 55 \text{ cm}$$

für die Höhe des verdübelten Balkens. Die Breite desselben ist

$$\frac{2\,h}{3} = \frac{2 \,.\, 55}{3} = 36{,}66 = \text{rd. } 37 \text{ cm.}$$

Die Keile erhalten eine Höhe von $55:10 = 5{,}5$ cm und sind 55 cm circa voneinander entfernt. Die Sprengung des Balkens ist

$$900:60 = 15 \text{ cm}.$$

Der hier berechnete Träger hat $55 . 37 = 2035$ qcm Querschnittsfläche, der oben berechnete $64 . 22 = 1408$ qcm Querschnittsfläche; der hier berechnete ist also teurer, sein Widerstandsmoment ist aber auch größer, nämlich $= 18125$, während das des oben berechneten $= 15020$ ist.

Die hier angeführte Konstruktionsregel liefert also eine größere Stärke, aber auch eine größere Tragfähigkeit des verdübelten Trägers, als der oben berechnete.

b. Verzahnte Träger.

Die Fig. 147 zeigt die Verbindung der verzahnten Träger. Der Unterschied gegen die verdübelten Träger ist einzig und allein der, daß hier die Verbindung gegen eine Verschiebung der aufeinander liegenden Hölzer, anstatt durch Keile oder Dübel, durch der Länge nach keilförmige Einschnitte — die Zähne — hergestellt wird. Die Tiefe der Zähne beträgt ca. $\frac{1}{10}$ der Trägerhöhe, ihre Länge ist in der Regel nicht größer als die Trägerhöhe. Die Entfernung der Bolzen voneinander soll in der Regel 2 Zahnlängen nicht übersteigen, jedoch ist in der Mitte der zu beiden Seiten eines Stoßes befindlichen Zähne stets in Bolzen anzuordnen; überhaupt sind die Bolzen stets in der Mitte der Zähne anzubringen. Die Sprengung ist wie beim verdübelten Träger.

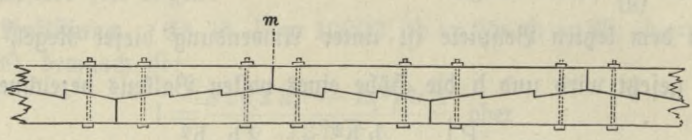


Fig. 147.

Bei der Berechnung verzahnter Träger kann ein Unterschied gegen die verdübelten Träger nicht eintreten, da es gleichgültig ist, in welcher Weise die Balken miteinander verbunden werden, wenn diese Verbindung nur vollständig gegen eine Verschiebung der einzelnen Hölzer in der Längsrichtung schützt.

Bei einer Biegung der Träger wird der obere Balken einer Druckwirkung ausgesetzt, es kann also die Tragfähigkeit der Träger nicht viel beeinträchtigen, wenn der obere Balken nicht in einer Länge durchgeht, sondern gestoßen wird. In dem unteren Balken, der bei der Biegung einer Zugwirkung ausgesetzt wird, darf ein Stoß der Hölzer nicht angeordnet werden, ohne daß eine solche Verbindung hergestellt wird, welche vollständig imstande ist, die Zugwirkung aufzunehmen, was jedoch sehr schwierig ist. Man läßt deshalb verzahnte oder verdübelte Träger in der

Regel nur so lang anfertigen, als man das untere Holz aus einem Stück erhalten kann. Jedenfalls darf das untere Holz in der Mitte des Trägers nie gestoßen werden und ist dann das Mittelstück möglichst lang zu machen.

Müssen längere verzahnte oder verdübelte Träger gefertigt werden, so ordnet man besser nicht zwei, sondern drei Hölzer übereinander an und verteilt die Stöße so, daß in keinem vertikalen Schnitte mehr als ein Stoß vorkommt und die Stöße möglichst weit voneinander entfernt sind; Fig. 148. Für die Tragkraft dürfen jedoch nur das obere und untere

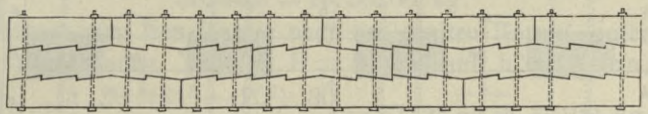


Fig. 148.

Holz in Rechnung gebracht werden, während das dritte, nur die Verbindung herstellend, als nicht tragender Teil betrachtet wird, da in ihm die neutrale Achse liegt.

Alles, was hier über verzahnte Träger gesagt ist, gilt auch für die verdübelten Träger, und umgekehrt. Der schwierigeren Arbeit wegen, die sehr große Sorgfalt erfordert, zieht man den verzahnten Trägern meist die verdübelten vor.

c. Verbolzte Balken.

Die Tragfähigkeit von Trägern kann noch mehr erhöht werden, als durch verdübelte oder verzahnte Balken zu erreichen ist, wenn man die Balken so miteinander verbindet, daß sie nicht fest aufeinander liegen, sondern einen Zwischenraum zwischen sich lassen, wie in Fig. 149.

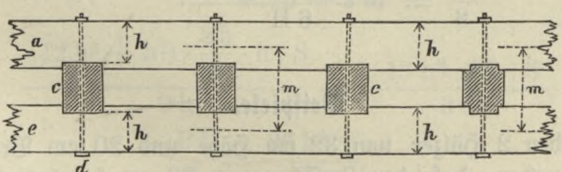


Fig. 149.

Die beiden Langhölzer a und e sind durch die zwischengelegten, etwas eingeschnittenen oder besser eingekämmten Klötze c auseinander gehalten und durch die Schraubenbolzen d zusammengezogen und fest miteinander verbunden. Die Einkämmung hat den Vorteil, daß die durchschnittenen Fasern nicht losreißen und Risse bilden können, was bei dem einfachen Einschneiden häufig der Fall ist. Eine solche Verbindung ist aber nur anwendbar für Träger von geringerer Höhe, denn wenn die Hölzer c zu hoch genommen werden, kann leicht ein Kippen derselben eintreten, wodurch die Haltbarkeit und die Tragkraft des Trägers gestört wird. Um die Sicherheit zu erhöhen, werden deshalb die Hölzer c, wie in Fig. 150, etwas länger gemacht und durch jedes derselben 2 Bolzen gezogen. Ein Kippen dieser Hölzer ist nicht zu befürchten, selbst wenn ihre Höhe = der 1,5fachen der Hölzer a und e wird, während sie bei der Konstruktion Fig. 149 höchstens nur dieser gleich sein darf.

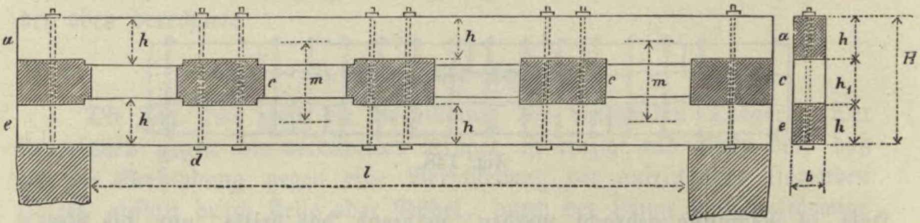


Fig. 150.

Ist die Belastung eines verbolzten Trägers gleichförmig verteilt und liegen die Enden frei auf, dann erfolgt die Berechnung desselben nach der Gleichung

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{(3\,m^2 + h^2)\,.\,b\,h\,S}{3\,(h + m)}.$$

Hierin ist h gleich der Höhe der Hölzer a und e, beziehungsweise ausschl. der Höhe der Einschnitte, m gleich dem Abstand der Schwerpunkte der in Rechnung gestellten Querschnitte der Hölzer a und e, l gleich der freitragenden Länge, b gleich der Breite.

Legt man die in Fig. 150 in der Seitenansicht angegebenen Bezeichnungen zu Grunde, dann kann man auch die Formel anwenden:

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{b\,.\,(H^3 - h_1{}^3)\,.\,S}{6\,H}.$$

Beispiele.

1. Werden 2 Hölzer von 32 cm Höhe und 20 cm Breite so miteinander verbunden, daß der Zwischenraum 20 cm beträgt und sind die diesen Abstand sichernden Hölzer 4 cm tief in die horizontalen Balken eingeschnitten, also 28 cm hoch, so ist, unter Abrechnung der Einkämmungen,

$$h = 32 - 4 = 28 \text{ cm},$$

und, für diese Höhe h,

$$m = \frac{2\,.\,28}{2} + 28 = 56 \text{ cm}.$$

Soll der Balken 4,0 m frei liegen und ist $S = 80$, so ist die Tragkraft des Balkens nach der ersten Formel:

$$P = \frac{8\,b\,.\,(3\,m^2 + h^2)\,.\,h\,S}{l\,.\,3\,.\,(h + m)} = \frac{8\,.\,20\,.\,(3\,.\,56^2 + 28^2)\,.\,28\,.\,80}{400\,.\,3\,.\,(28 + 56)} =$$

$$36238{,}2 = \text{rd.}\ 36200\ \text{kg}.$$

Hätte man die zweite Formel benutzt, dann ist $H = 84$ cm und $h_1 = 28$ cm zu setzen, und es wäre:

$$P = \frac{8\,.\,b\,.\,(H^3 - h_1{}^3)\,.\,S}{6\,.\,H\,.\,l} = \frac{8\,.\,20\,.\,(84^3 - 28^3)\,.\,80}{6\,.\,84\,.\,400} =$$

$$36244{,}5 = \text{rd.}\ 36200\ \text{kg}.$$

Berechnet man den Träger nach der zweiten Formel unter Anrechnung der Einkämmung, dann ist $H = 84$ cm und $h_1 = 20$ cm, folglich

$$P = \frac{8\,.\,20\,.\,(84^3 - 20^3)\,.\,80}{6\,.\,84\,.\,400} = 37124 = \text{rd.}\ 37100\ \text{kg}.$$

Man erhält also durch die Verkämmung eine etwas erhöhte Tragfähigkeit des Trägers, berechnet ihn jedoch meist, ohne die Verkämmung in Rechnung zu ziehen.

2. Ein Träger von 8,0 m freitragender Länge soll mit 30000 kg gleichförmig belastet werden; welche Dimensionen muß er erhalten?

In diesem Falle sind in der Gleichung

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{(3\,m^2 + h^2)\,.\,b\,h\,S}{3\,(h + m)}$$

drei Unbekannte enthalten, m, h und b. Zur Berechnung ist es nötig, zwischen diesen Unbekannten ein bestimmtes Verhältnis anzunehmen. Setzt man z. B. $m = 2\,h$ und $b = \frac{2\,h}{3}$, so ergibt sich mit einer Unbekannten h:

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{(3\,.\,(2\,h)^2 + h^2)\cdot\frac{2\,h}{3}\cdot h\,.\,S}{3\,.\,(h + 2\,h)} =$$

$$\frac{(12\,h^2 + h^2)\cdot\frac{2\,h}{3}\cdot h\,.\,S}{9\,h} = \frac{13\,h^2\,.\,2\,h\,.\,S}{3\,.\,9},\ \text{oder}$$

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{26\,h^3\,S}{27},$$

woraus

$$h^3 = \frac{P\,.\,l\,.\,27}{8\,.\,26\,.\,S} = \frac{27\,Pl}{208\,S},$$

und

$$h = \sqrt[3]{\frac{27\,.\,P\,.\,l}{208\,.\,S}} = \sqrt[3]{\frac{27\,.\,30000\,.\,800}{208\,.\,80}} = \sqrt[3]{38942{,}3077} =$$

$$33{,}896\ \text{oder rd.}\ 34\ \text{cm}.$$

Demnach ist $m = 2 . 34 = 68$ cm,

$$b = \frac{2 . 34}{3} = 22{,}6 = 23 \text{ cm},$$

und die ganze Trägerhöhe =

$$H = m + h = 68 + 34 = 102 \text{ cm}.$$

Werden nicht 2, sondern 3 Balken a, c und d, Fig. 151, miteinander verbolzt, so wird die Tragkraft gegen die aus 2 Balken bestehenden Träger nur ganz unbedeutend erhöht. Der Balken a enthält nämlich die neutrale Achse, trägt also zur Erhöhung der Tragfähigkeit wenig bei, sondern ist nur als verbindendes Glied zu betrachten. Benutzt man die im Querschnitt angegebenen Bezeichnungen, dann ergibt sich die zur Berechnung nötige Gleichung wie folgt.

Das Trägheitsmoment eines der einzelnen Balken ist $= \frac{b\,h^3}{12}$, und da 2 dieser Balken mit ihrer Mitte um m von der neutralen Achse entfernt sind, so ist das Trägheitsmoment des ganzen Querschnittes:

$$\frac{b\,h^3 + 8\,b\,h\,m^2}{4} = \frac{b\,h\,(h^2 + 8\,m^2)}{4}.$$

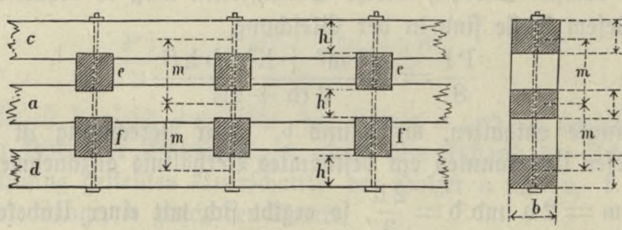


Fig. 151.

Da ferner der Abstand der entferntesten gezogenen Faser von der neutralen Achse $= m + \frac{h}{2}$ ist, so ergibt sich für den an den Enden frei aufliegenden gleichförmig belasteten Träger die Gleichung:

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{b\,h\,(h^2 + 8\,m^2)\,.\,S}{2\,(2\,m + h)}.$$

Wird bei diesem Träger der mittlere Balken fortgelassen, so geht derselbe in den vorher betrachteten über und findet man dann, daß, wenn man bei beiden Trägern die Holzstärken und Zwischenräume beibehält, sich die Tragkraft beider wie 49,5 : 49 verhält. Träger aus 3 Balken verbolzt sind also nicht zu empfehlen, da ihre Tragkraft nur um ein sehr geringes größer ist, als die der Träger mit 2 Balken von gleichen Holzstärken und Zwischenräumen, ihre Kosten dagegen um mindestens $\frac{1}{3}$ höher sind, als die der letzteren.

Ist der Träger, wie in Fig. 152, aus 4 Balken zusammengesetzt, so ergibt sich zur Berechnung die Gleichung:

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{2\,b\,h\,S\,.\,(h^2 + 6\,m^2 + 6\,m_1^2)}{3\,(2\,m_1 + h)},$$

wenn die Balken von der Länge l durch die Last P gleichförmig belastet sind. Setzt man $m_1 = 3$ m, so erhält man:

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{2\,b\,h\,S\,.\,(h^2 + 60\,m^2)}{3\,.\,(6\,m + h)}.$$

Mehr als 4 Balken verwendet man in der Regel nicht zu einem verbolzten Träger. Ist mit einem solchen die erforderliche Tragfähigkeit

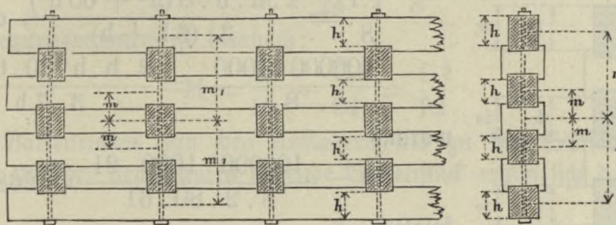


Fig. 152.

nicht zu erreichen, so legt man 2 Träger nebeneinander und vereinigt sie meist dadurch, daß man die zwischengelegten Hölzer durch beide Träger hindurchgehen läßt, wie in Fig. 153. In einem solchen Falle können die Zwischenhölzer auch höher gemacht werden, als bei einfachen Trägern.

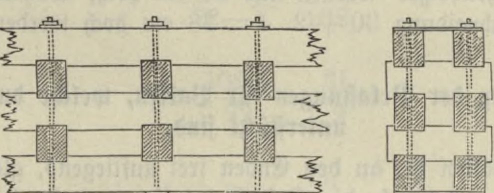


Fig. 153.

Die Tragfähigkeit eines solchen Trägers ist doppelt so groß, als die eines einfachen derselben Konstruktion.

Beispiele.

1. Ein verbolzter Träger soll aus 3 Hölzern von 32 cm Höhe und 20 cm Breite mit 28 cm hohen Zwischenhölzern, welche 4 cm in jeden Balken eingelassen sind, hergestellt werden; es ist also h = 28 cm, m = 56 cm und b = 20 cm. Ist ferner die freitragende Länge l = 4,0 m und S = 80, so kann der Träger belastet werden mit:

$$P = \frac{8\,b\,h\,(h^2 + 8\,m^2)\,.\,S}{l\,.\,2\,.\,(2\,m + h)} =$$

$$\frac{8\,.\,20\,.\,28\,.\,(28^2 + 8\,.\,56^2)\,.\,80}{400\,.\,2\,.\,(2\,.\,56 + 28)} = \frac{8\,.\,20\,.\,28\,.\,25872\,.\,80}{400\,.\,2\,.\,140} =$$

$$82502{,}4 = \text{rd. } 82500 \text{ kg.}$$

2. Ein Träger von 10,0 m Länge soll aus 4 übereinander liegenden Balken, wie Fig. 152, hergestellt werden. Die Belastung beträgt gleichförmig verteilt 100000 kg. Welche Dimensionen muß der Träger erhalten?

Setzt man, in Fig. 154, $m_1 = 3$ m, $h = m$, $b = h$ und $S = 80$, so findet man:

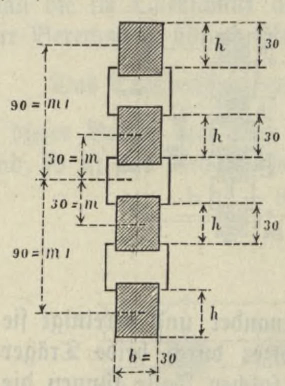


Fig. 154.

$$\frac{P\,l}{8} = \frac{2\,.\,h\,.\,h\,.\,S\,(h^2 + 60\,h^2)}{3\,.\,(6\,h + h)}, \text{ oder}$$

$$\frac{100000\,.\,1000}{8} = \frac{2\,.\,h\,.\,h\,.\,80\,.\,61\,h^2}{3\,.\,7\,h},$$

woraus

$$h^3 = \frac{100000\,.\,1000\,.\,21}{8\,.\,2\,.\,80\,.\,61} = 26895{,}5,$$

folglich

$$h = \sqrt[3]{26895{,}5} = 29{,}963 = \text{rd. } 30 \text{ cm.}$$

Dann ist also:

$$b = h = 30 \text{ cm},$$
$$m = h = 30 \text{ cm},$$
$$m_1 = 3\,m = 3\,.\,30 = 90 \text{ cm}.$$

Die Zwischenhölzer werden also 30 cm hoch, während die Balken bei 4 cm Überschneidung $30 + 2\,.\,4 = 38$ cm hoch werden.

3. Berechnung der Belastungen für Balken, welche durch Säulen unterstützt sind.

1. Der Balken ist, an den Enden frei aufliegend, gleichförmig über seine ganze Länge l durch die Last L belastet und in der Mitte durch eine Säule gestützt.

Die Belastung des halben Balkens ist $\frac{L}{2}$, demnach in den Endunterstützungen die Last

$$P = \frac{3L}{16}, \text{ und in der Säule}$$

$$P_1 = \frac{5L}{8}.$$

Das Biegungsmoment ist also

$$M = \frac{L\,l}{8} - \frac{3\,L\,l}{32} = \frac{L\,l}{32}.$$

2. Der Balken ist an den Enden frei aufliegend und in gleichen Entfernungen, $= \frac{l}{3}$, zwischen den Enden durch 2 Säulen unterstützt; die Belastung L ist gleichförmig über die ganze Länge l verteilt.

Jedes Balkenfeld von der Länge $\frac{l}{3}$ ist mit $\frac{L}{3}$ belastet; der Druck in den Endunterstützungen ist also:

$$P = \frac{3L}{24} = \frac{L}{8},$$

und der Druck in den Säulen

$$P_1 = \frac{9L}{24} = \frac{3L}{8}.$$

Das Biegungsmoment ist demnach:

$$M = \frac{L\,l}{18} - \frac{L\,l}{24} = \frac{L\,l}{72}$$

für die Balkenenden von den Auflagern bis zu den Säulen. Für das mittlere, zwischen den Säulen liegende Balkenstück ergibt sich das Biegungsmoment:

$$M = \frac{L\,l}{108}.$$

3. Der Balken ist unterstützt und belastet wie bei 2, aber die Säulen sollen so aufgestellt werden, daß der Balken überall gleiche Stärke erhält. Bezeichnet l_1 die Länge der Seitenfelder, l_2 die des Mittelfeldes zwischen den Säulen, so muß

$$\frac{L\,l_1}{72} = \frac{L\,l_2}{108}$$

sein, oder

$$l_2 = \frac{108\,l_1}{72} = \frac{3l_1}{2}.$$

Es ist aber

$$l = l_2 + 2\,l_1 = \frac{7l_1}{2},$$

und folglich

$$l_1 = \frac{2\,l}{7} \text{ oder rd.} = 0{,}3\,l,$$

und

$$l_2 = \text{rd. } 0{,}4\,l,$$

d. h. es verhält sich

$$l_1 : l_2 : l_1 = 3 : 4 : 3,$$

wenn der Balken überall gleiche Stärke erhalten soll.

Der Druck in den Auflagern der Enden ist:

$$P = \frac{3\,L\,l_1}{8\,l} = \frac{3\,L\,.\,0{,}3\,l}{8\,l}, \text{ oder}$$

$$P = \frac{3 \,.\, 0{,}3\,L}{8} = \frac{0{,}9\,L}{8} = 0{,}1125\ L,$$

und der in den Säulen:

$$P_1 = \frac{5\,L\,l_1}{8\,l} + \frac{L\,l_2}{2\,l} = \frac{5\,L \,.\, 0{,}3\,l}{8\,l} + \frac{L \,.\, 0{,}4\,l}{2\,l};$$

$$P_1 = \frac{5\,L \,.\, 0{,}3}{8} + \frac{L \,.\, 0{,}4}{2} = \frac{1{,}5\,L}{8} + 0{,}2\ L;$$

$$P_1 = 0{,}1875\,L + 0{,}2\,L = 0{,}3875\,L.$$

4. Der Balken liegt an den Enden frei auf und ist in gleichen Zwischenräumen durch 3 Säulen unterstützt. Die Belastung L ist gleichförmig über die ganze Länge l des Balkens verteilt.

Der Druck in den Auflagern der Enden ist:

$$P = \frac{3L}{32},$$

in den den Enden zunächst stehenden Stützen:

$$P_1 = \frac{9L}{32},$$

und in der mittelsten Stütze:

$$P_2 = \frac{8}{32}\,L = \frac{L}{4}.$$

Bezeichnet man allgemein mit n die Anzahl der Teile, in welche der Balken durch die Unterstützungen geteilt wird, so ist der Druck in den Endauflagern:

$$P = \frac{3L}{8\,n},$$

der in den zunächst stehenden Säulen:

$$P_1 = \frac{9L}{8\,n},$$

und in allen zwischen diesen angebrachten Unterstützungen:

$$P_2 = \frac{L}{n}.$$

Soll bei dreimaliger Unterstützung des Balkens durch Säulen die Lastverteilung derartig sein, daß der Balken überall gleiche Stärke erhält, so muß zwischen den Endstützen und den ersten Säulen 0,2 l und zwischen den übrigen Säulen 0,3 l liegen, d. h. es verhält sich

$$l_1 : l_2 : l_2 : l_1 = 2 : 3 : 3 : 2.$$

Der Druck in den Endauflagern ist dann $P = 0{,}075\,L$, derjenige in den zunächst liegenden Säulen:

$$P_1 = 0{,}275\,L,$$

und der in der Mittelsäule:

$$P_2 = 0{,}3\,L.$$

5. Der Balken liegt an den Enden frei auf, ist gleichförmig über seine ganze Länge belastet und an einer beliebigen Stelle durch eine Säule unterstützt; Fig. 155.

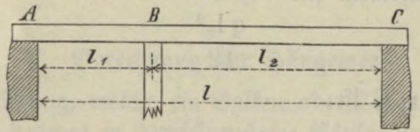


Fig. 155.

Ist L die Belastung des ganzen Balkens, so ist die Belastung der Längeneinheit des Balkens:

$$q = \frac{L}{l},$$

und demnach die Belastung der Strecke $AB = q\,l_1$ und die der Strecke $BC = q\,l_2$. Der Druck in A ist demnach:

$$P = \frac{3\,q\,l_1}{8} = \frac{3\,L_1}{8\,l},$$

derjenige in C =

$$P_1 = \frac{3\,q\,l_2}{8} = \frac{3\,L\,l_2}{8\,l},$$

und derjenige in B =

$$P_2 = \frac{5\,q}{8} \cdot (l_1 + l_2) = \frac{5\,q\,l}{8} = \frac{5\,L\,l}{8\,l} = \frac{5L}{8}.$$

6. Der Balken liegt an den Enden frei auf, ist gleichförmig über seine ganze Länge belastet und an 2 beliebigen Stellen durch Säulen unterstützt; Fig 156.

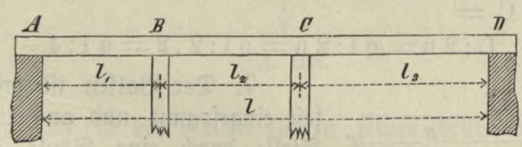


Fig. 156.

Bezeichnet q wieder die Belastung pro Längeneinheit, so ist der Druck in A =

$$P = \frac{3\,q\,l_1}{8},$$

und das Biegungsmoment für das Balkenstück AB =

$$\frac{q\,l_1^2}{8}.$$

Für die Unterstützung bei B erhält man:

$$P_1 = \frac{5\,q}{8} \cdot (l_1 + l_2),$$

und das Biegungsmoment für CB =

$$\frac{q\,l_2^2}{12}.$$

Der Druck in C ist:

$$P_2 = \frac{5\,q}{8} \cdot (l_2 + l_3)$$

und derjenige in D =

$$P_3 = \frac{3\,q\,l_3}{8},$$

das Biegungsmoment für CD =

$$\frac{q \cdot l_3^2}{8}.$$

Anmerkung. Ist in den Fällen 1 bis 4 der Balken nicht frei aufliegend, sondern an den Enden fest eingespannt, so ist der Druck in den Endauflagern =

$$L : 2\,n,$$

und derjenige in den Säulen, wenn diese gleichmäßig verteilt sind, oder die Teile n gleiche Länge haben, =

$$L : n.$$

$$(L : n = q\,l : n = q\,l : 2, \text{ denn } q = L : l).$$

Ist in Fig. 155 der Balken an seinen Enden A und C fest eingespannt, so ist der Druck in dem Punkte B =

$$\frac{q}{2} \cdot (l_1 + l_2) = q\,l : 2,$$

und in A und C =

$$L : 2\,n = q\,l : 2\,n = q\,l : 2\,.\,2 = q\,l : 4.$$

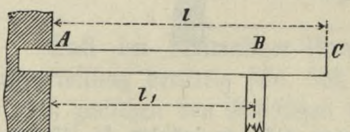


Fig. 157.

7. Der Balken ist an einem Ende fest eingespannt und an einer beliebigen Stelle durch eine Säule gestützt. Die Belastung ist gleichförmig über den Balken verteilt; Fig. 157.

Es ist l = der Länge des Balkens, l_1 = der Entfernung der Stütze B von der Einklemmungsstelle A, L = der Gesamtlast und q = der Belastung pro Längeneinheit, also:

$$L = q\,.\,l,$$

so ist der Druck in B =

$$P = L\,l : 2\,l,$$

wenn A als Drehungspunkt angenommen wird, und daher der Druck in A =

$$P_1 = L - P = L - \frac{L\,l}{2\,l_1} = L \cdot \left(1 - \frac{l}{2\,l_1}\right).$$

4. Berechnung der Hängewerke.

Jede Unterstützung, welche ein Balken oder Träger durch ein Hängewerk erhalten soll, bedingt in demselben eine Säule, und man unterscheidet daher einsäulige, zweisäulige 2c. Hängewerke.

a. Das einsäulige Hängewerk.
(Einfacher Hängebock.)

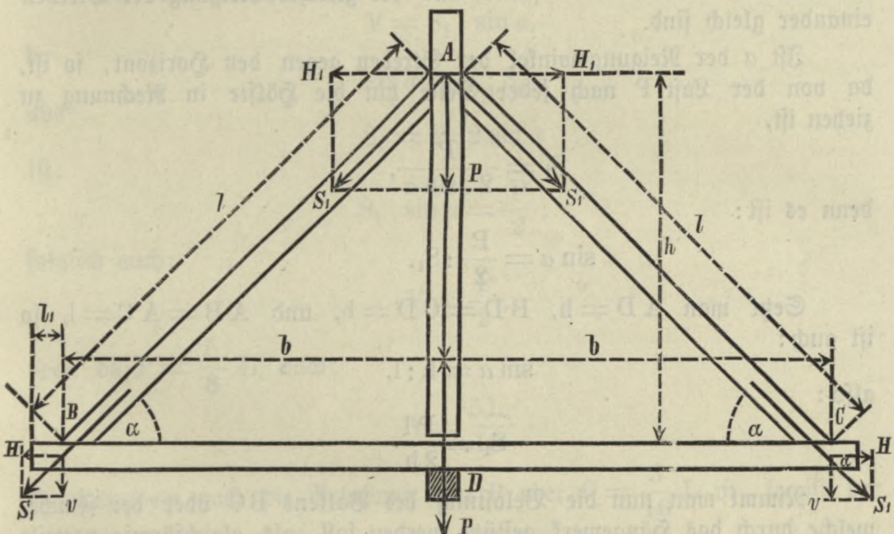


Fig. 158.

In Fig. 158 ist der Balken BC in seiner Mitte durch die Hängesäule AD gehalten. Diese wiederum ist durch die Streben AC und AB, welche oben in sie eingesetzt sind, und unten in dem Balken BC stehen, gefaßt. Sollen mehrere Balken durch den Hängebock Unterstützung finden, so wird an der Hängesäule ein Träger D befestigt, auf den sich dann die Balken legen, oder dieser Träger wird auf den Balken BC unter oder neben die Säule AD gelegt und die Balken werden an ihn angehängt.

Bezeichnet P die Belastung des Punktes D, so ist P gleichzeitig der Zug, dem die Hängesäule ausgesetzt ist und dem sie widerstehen muß. Eine Hängesäule aus Holz muß deshalb einen tragenden Querschnitt haben, welcher

$$F = P : S \text{ qcm}$$

enthalten muß. Bezeichnet a die Breite der Säule in der Richtung BC und b die hierzu lotrecht stehende Stärke, so muß

$$a \cdot b = F = P : S \text{ qcm}$$

sein. Bezeichnet man ferner mit a_1 die Tiefe der Versatzung, event. einschließlich der Länge des Zapfens, mit welcher die Streben in die Hängesäule eingesetzt sind, so muß die Breite der Säule, anstatt der Breite a,

$$d = a + 2\, a_1$$

werden, da nur die durchgehenden Holzfasern tragen können.

Wird der Angriffspunkt D der Kraft P nach A verlegt, d. h. nach dem Kreuzungspunkte der Mittellinien der Säulen und der Streben, so zerlegt sich die Kraft P hier in die Komponenten S_1, welche in die Richtung der Streben AB und AC fallen und bei gleicher Neigung der Streben einander gleich sind.

Ist α der Neigungswinkel der Streben gegen den Horizont, so ist, da von der Last P nach jeder Seite hin die Hälfte in Rechnung zu ziehen ist,

$$S_1 = \frac{P}{2 \cdot \sin \alpha},$$

denn es ist:

$$\sin \alpha = \frac{P}{2} : S_1.$$

Setzt man $AD = h$, $BD = CD = b$, und $AB = AC = l$, so ist auch:

$$\sin \alpha = h : l,$$

also:

$$S_1 = \frac{P\, l}{2\, h}.$$

Nimmt man nun die Belastung des Balkens BC oder der Fläche, welche durch das Hängewerk gestützt werden soll, als gleichförmig verteilt an und bezeichnet dieselbe mit L, so ist:

$$P = \frac{5}{8} L,$$

und demgemäß:

$$S_1 = \frac{5\, L\, l}{16\, h} = \frac{5\, L}{16 \sin \alpha}.$$

Man verlege nun den Angriffspunkt der Kraft S_1 von A nach B und C und zerlege dieselbe in die Komponenten H und V, von denen die erstere horizontal liegt und ziehend auf den Balken BC wirkt, während V vertikal gerichtet ist und auf die Unterstützung des Hängewerks bezw. des Balkens BC drückend wirkt.

Es ist dann:

$$\cos \alpha = H : S_1,$$

folglich:

$$H = S_1 . \cos a = \frac{P}{2 \sin a} \cdot \cos a,$$

oder:

$$H = \frac{P . \cos a}{2 . \sin a} = \frac{P}{2} \cdot \cot a,$$

und da $\cot a = b : h$, so ist auch:

$$H = \frac{Pb}{2\,h}.$$

Setzt man nun noch den Wert für P ein, dann ist auch:

$$H = \frac{5\,L\,b}{16\,h} = \frac{5\,L . \cot a}{16}.$$

Die vertikale Kraft ist:

$$V = S_1 . \sin a,$$

da

$$\sin a = V : S_1;$$

aus

$$S_1 = P : 2 \sin a$$

ist:

$$S_1 . \sin a = \frac{P}{2},$$

folglich auch:

$$V = \frac{P}{2},$$

oder, da $P = \frac{5}{8} L$, auch:

$$V = \frac{5L}{16}.$$

Da außerdem noch die Belastung von B oder $C = \frac{3}{16} L$ ist, so ist der ganze in B und C wirkende vertikale Druck:

$$V = \frac{3L}{16} + \frac{5L}{16} = \frac{L}{2}.$$

An ihrem Fußende hat die Strebe die Neigung auszuweichen, also das von dieser Stelle bis zum Ende des Balkens BC stehende Holz wegzuschieben, die Länge dieses überstehenden Holzes muß also so angenommen werden, daß dasselbe der schiebenden Kraft Widerstand zu leisten imstande ist.

Bezeichnet l_1 die Länge dieses Balkenteils und b_1 die Breite desselben, so ist die der Abschiebung widerstehende Fläche:

$$F_1 = b_1\, l_1;$$

bezeichnet S_2 den Festigkeitskoeffizienten gegen Schub, dann muß:

$$H = b_1\, l_1\, S_2,$$

und hieraus:

$$l_1 = \frac{H}{b_1 S_2} \text{ cm sein.}$$

Kann der Balken nicht dieser berechneten Länge l_1 entsprechend lang gemacht werden, so ist eine Sicherung der Strebe gegen Ausgleiten durch Schraubenbolzen oder Eisenbänder herbeizuführen, welche auf Biegung und Zug beansprucht sind. Berücksichtigt man die Reibung, welche zwischen dem Strebenfuß und der Versatzung stattfindet, und setzt diese = R, so ist bei Bestimmung der Länge l_1 anstatt H nur H — R in Rechnung zu stellen. Als Reibungskoeffizient kann 0,3 angenommen werden, und ist dann:

$$R = 0{,}3 \,.\, V.$$

Der über A liegende Teil der Hängesäule ist in derselben Weise zu berechnen.

Der Balken BC ist durch Eisenschienen an der Hängesäule zu befestigen, welche auf Zug in Anspruch genommen werden.

Beispiele.

1. Die Spannweite eines einfachen Hängebocks sei 6,0 m und die Belastung durch die 5,0 m breite, durch den Bock zu unterstützende Balkendecke pro qm = 400 kg; welches sind die einzelnen Kräfte, wenn $\measuredangle\, \alpha = 30^0$ ist?

Auflösung. Die gesamte Belastung durch die Balkenlage ist:

$$L = 400 \,.\, 5{,}0 \,.\, 6{,}0 = 12000 \text{ kg},$$

und folglich:

$$P = \frac{5}{8} L = \frac{5 \,.\, 12000}{8} = 7500 \text{ kg}.$$

Ist $\measuredangle\, \alpha = 30^0$, so ist:

$$S_1 = \frac{7500}{2 \,.\, \sin 30^0} = \frac{7500}{2 \,.\, 0{,}5} = 7500 \text{ kg},$$

und

$$H = 7500 \,.\, \cos 30^0 = 7500 \,.\, 0{,}866 = 6495 \text{ kg}.$$

Es ist ferner:

$$V = \frac{5}{16} L = \frac{5 \,.\, 12000}{16} = 3750 \text{ kg},$$

und

$$V_1 = \frac{3}{16} L + \frac{5}{16} L = \frac{L}{2} = \frac{12000}{2} = 6000 \text{ kg}.$$

2. Ein einfaches Hängewerk ist durch eine hölzerne Balkendecke von 20000 kg Gewicht belastet, welche gleichmäßig über den Hängewerksbalken verteilt sind; die Höhe der Hängesäule sei h = 3,75 m und die freie Länge des Hängebalkens = 12,0 m; wie stark sind die Dimensionen der Hölzer und des Hängeeisens zu machen?

Auflösung. Die gesamte Belastung ist L = 20000 kg, demnach

$$P = \frac{5}{8} L = \frac{5 . 20000}{8} = 12500 \text{ kg.}$$

Die **Hängesäule** wird auf absolute Festigkeit in Anspruch genommen; wird dieselbe aus Kiefernholz angefertigt, dann ist:

$$F = P : S = 12500 : 100 = 125,0 \text{ qcm.}$$

Wird die Säule quadratisch angenommen, dann wird die Seite des Querschnittes =

$$\sqrt{125} = 11,2 = 12 \text{ cm.}$$

Die Breite a der Säule muß jedoch um die Tiefe der Versatzungen, $= a_1$, der beiden Streben vergrößert werden, sodaß dieselbe

$$d = a + 2\, a_1 = 12 + 2 . 3,5 = 19 \text{ cm}$$

wird.

Der Querschnitt der Hängesäule ist also = 13 und 19 cm.

Das **Hängeeisen,** welches die Hängesäule mit dem Hängebalken verbindet, muß einen Querschnitt erhalten:

$$F = 12500 : 750 = 16,6 = 17 \text{ qcm.}$$

Es werden jedoch 2 Eisen, auf jeder Seite des Balkens eins, verwendet, welche einen Querschnitt von

$$17 : 2 = 8,5 \text{ qcm}$$

erfordern. Verwendet werden Eisen von 6 cm Breite und 1,5 cm Stärke, welche F = 9 qcm haben, und durch je eine Kramme und 2 Nägel an der Hängesäule befestigt werden; besser ist es, wenn ein 2 cm starker Bolzen durch die Hängeeisen und die Säule gezogen wird. Nach unten endigen beide Eisen in 2 cm starken Schraubenbolzen, welche durch ein quer über dem Balken liegendes 8 cm breites und 1,5 cm starkes Eisen gehen, auf dem die Muttern der Bolzen aufliegen.

Die **Hängestreben** werden gegen Zerknicken und gegen Zerdrücken in Anspruch genommen. Die Kraft, durch welche die Strebe beansprucht wird, ist

$$S_1 = \frac{P\,l}{2\,h} = \frac{12500 . 7,08}{2 . 3,75} = 11800 \text{ kg.}$$

$$(l = \sqrt{3,75^2 + 6,0^2} = \sqrt{50,0625} = 7,075 = 7,08 \text{ m}).$$

Die Festigkeit gegen Zerdrücken ist demnach:

$$F = 11800 : 60 = 196,6 = \text{rd. } 200 \text{ qcm.}$$

Setzt man das Verhältnis der Breite b der Strebe zu ihrer Höhe h, also b : h = 5 : 7, und demnach b = 5 h : 7, folglich auch

$$\frac{5}{7} h . h = 200, \text{ oder } h^2 = \frac{200 . 7}{5} = 280,$$

und

$$h = \sqrt{280} = 16,7 = 17 \text{ cm},$$

dann ist:

$$b = \frac{5 \,.\, 17}{7} = 12,14 = 13 \text{ cm}.$$

Der Querschnitt der Hängestreben ist also = 13 und 17 cm.

Da die Breite b der Strebe nicht größer sein darf, als die Stärke b der Säule, so konnte man auch sagen:

$$h = 200 : 13 = 16 \text{ cm}.$$

Würde man die Breite der Strebe größer machen, als die Stärke der Säule berechnet ist, so müßte man diese mindestens ebenso groß nehmen.

Die Festigkeit gegen Zerknicken ergibt sich in folgender Weise. Es ist das erforderliche Trägheitsmoment:

$$T = \frac{P\,l^2}{110000} = \frac{S_1\,l^2}{110000} = \frac{11800 \,.\, 708 \,.\, 708}{110000} = 53772.$$

Die gegen Zerdrücken genügende Strebe hatte einen Querschnitt von $\frac{13}{17}$ cm; dessen kleinstes Trägheitsmoment ist jedoch nur 3112, welches also gegen Zerknicken nicht genügt. Es muß vielmehr eine Strebe mit dem Querschnitt $\frac{27}{33}$ cm verwendet werden, dessen kleinstes Trägheitsmoment $T_1 = 54128$ ist, und demnach genügt. Da die Breite der Strebe nunmehr 27 cm ist, so muß auch die Stärke der Säulen ebenfalls mindestens 27 cm betragen; den Querschnitt der **Säule** wird man demnach in diesem Falle mindestens $\frac{20}{27}$ cm stark annehmen müssen.

Der **Hängebalken** ist in der Mitte unterstützt, seine freitragende Länge ist demnach = 6,0 m, und seine Belastung:

$$P = \frac{L}{2} = \frac{20000}{2} = 10000 \text{ kg}.$$

Das erforderliche Widerstandsmoment ist:

$$W = \frac{10000 \,.\, 600}{8 \,.\, 60} = 12500,$$

wenn der Balken an beiden Enden frei aufliegend angenommen wird. Er kann aber hier als an beiden Enden fest eingespannt betrachtet werden, und ist dann:

$$W = \frac{10000 \,.\, 600}{12 \,.\, 60} = 8333,3.$$

Erforderlich würde ein Balken von 30 cm Breite und 41 cm Höhe sein, mit W = 8405. Da derselbe aber nicht leicht aus einem Stück zu beschaffen ist, so ist ein verdübelter Balken von 41 · 1,1 = 45,1 cm Höhe und 30 cm Breite zu verwenden = 30 . 46 cm.

Die **Länge** des vor dem Fußende der Strebe überstehenden **Balkenteils** ist:

$$l_1 = \frac{H}{b_1 S_2} \text{ cm.}$$

Es ist:

$$H = \frac{S_1 b}{l} \text{ (denn } \cos\alpha = H : S_1;\ S_1 = H : \cos\alpha;\ \cos\alpha = b : l,$$

$$\text{folglich } S_1 = \frac{H\,l}{b}, \text{ woraus } H = \frac{S_1 h}{l}\Big), \text{ und demnach}$$

$$l_1 = \frac{S_1 b}{l\, b_1 S_2} = \frac{11800 \,.\, 600}{708 \,.\, 30 \,.\, 4} = 83{,}3 = 84 \text{ cm.}$$

$$(S_2 = \frac{1}{15} S \text{ gegen Druck, für Holz} = 60 : 15 = 4).$$

Die **Auflagerfläche des Balkens** auf der Mauer ergibt sich in folgender Weise. Der vertikale Gesamtdruck auf die Mauer ist:

$$V_1 = \frac{3L}{16} + \frac{5L}{16} = \frac{L}{2} = \frac{20000}{2} = 10000 \text{ kg.}$$

Demnach ist bei gewöhnlicher Ausführung des Mauerwerks die erforderliche Auflagerfläche:

$$F = 10000 : 7 = 1429 \text{ qcm.}$$

Der Balken hat eine Breite von 30 cm, er muß also mindestens

$$1429 : 30 = 48 \text{ cm}$$

weit auf der Mauer aufliegen, die Mauer muß demnach eine Stärke von mindestens 2 Stein $= 0{,}51$ m erhalten.

Der **Überstand der Hängesäule über die Streben** ist mindestens gleich dem Überstande l_1 des Balkens über die Strebe, also $= 84$ cm zu machen. Hätte man hierbei die Reibung in Rechnung gezogen, dann ist anstatt

$$H = \frac{S_1 b}{l},$$

nur

$$H - R = H - 0{,}3\,V$$

zu setzen. Es wäre dann

$$H = \frac{11800 \,.\, 600}{708} = 10000,$$

und

$$0{,}3\,V = 0{,}3 \cdot \frac{P}{2} = 0{,}3 \cdot \frac{12500}{2} = 1875,$$

und

$$H - 0{,}3\,V = 10000 - 1875 = 8125 \text{ kg;}$$

demnach ist, unter Anrechnung der Reibung:

$$l_1 = \frac{8125}{30 \,.\, 4} = 67{,}6 = 68 \text{ cm.}$$

b. Das zweisäulige Hängewerk.

(Doppelter Hängebock.)

In Fig. 159 ist der Hängebalken CD durch die beiden Hängesäulen AB und A_1B_1 gestützt, welche so angenommen sind, daß $CB = BB_1 = B_1D$ ist. Die Hängesäulen werden durch die Streben AC und A_1D, sowie durch den Spannriegel AA_1 gehalten. Ist L die Belastung, welche das Hängewerk aufzunehmen hat, so verteilt sich dieselbe so auf die Auflager C und D und die Punkte B und B_1, daß C und D die Last $P_1 = \frac{3}{24} L$ und B und B_1 die Last $P = \frac{9}{24} L$ aufzunehmen haben. Verlegt man die Kräfte P von B und B_1 nach A und A_1, so kann man sie in die Komponenten K und H zerlegen. Von diesen geht K in die Streben und H in den Spannriegel über. Ist a der Neigungswinkel der Strebe, so ist

$$K = \frac{P}{\sin a} = \frac{9\,L}{24 \sin a} = \frac{P l_1}{h} = \frac{9\,L\,l_1}{24\,h},$$

wenn l_1 die Länge der Strebe und h ihre Höhe ist.

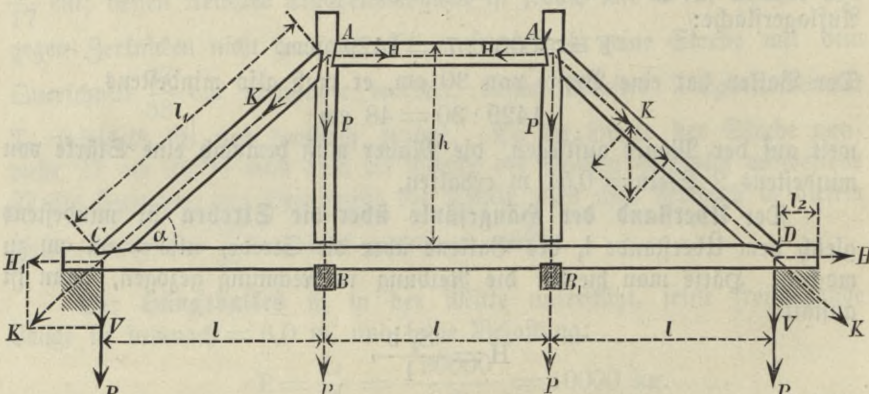


Fig. 159.

Die den Spannriegel belastende Kraft, welche horizontal liegt, ist

$$H = P \cdot \cot a = \frac{9\,L \cdot \cot a}{24} = \frac{P\,l}{h} = \frac{9\,L\,l}{24\,h}, \text{ oder}$$

$$H = \frac{P}{\operatorname{tg} a} = \frac{9\,L}{24 \operatorname{tg} a} = \frac{P\,l}{h} = \frac{9\,L\,l}{24\,h}.$$

Wird die Kraft K nun nach dem Fußende der Strebe, nach C, verlegt und in die horizontal wirkende Kraft H_1 und die vertikal wirkende Kraft V zerlegt, so ist, da $\cos a = H_1 : K$,

$$H_1 = K \cdot \cos a = \frac{P \cdot \cos a}{\sin a} = P \cdot \cot a,$$

und $$V = K \cdot \sin \alpha = P = \frac{9L}{24}, \text{ da aus}$$
$$K = P : \sin \alpha,$$
$$P = K \cdot \sin \alpha \text{ ist.}$$

H_1 beansprucht den Hängebalken auf Zug, die Kraft V bildet mit P_1 zusammen den Druck auf die Unterstützung.

Beispiele.

1. In der Dachbalkenlage eines Wohnhauses sollen 7 Balken, welche 1,0 m von Mitte zu Mitte voneinander entfernt sind, durch ein zweisäuliges Hängewerk von 12,0 m Spannweite gestützt werden; der Raum ist 8,0 m lang und liegen die beiden Balken an den Enden desselben auf den Querwänden. Der mittelste Balken dient als Hängebalken und sind die Träger **unter** den Balken anzuordnen. Die Säulen sollen den Hängebalken in drei gleich große Felder teilen und die Streben einen Neigungswinkel gegen den Horizont von 40° erhalten. Es sind die Dimensionen des Hängewerks, sowie diejenigen der Balken und der Träger zu berechnen, wobei die durch das Dach herbeigeführte Belastung nicht direkt das Hängewerk belastend anzunehmen ist, sondern als mittelbar durch die Balkenlage übertragen. Fig. 159 und 159a.

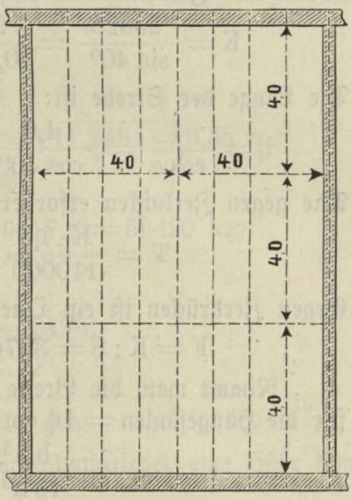


Fig. 159a.

Auflösung. Die Last, welche das Hängewerk zu tragen hat, besteht aus der Balkenlage und dem auf diese übertragenen Dachdrucke.

Die Belastung durch die Balkenlage ist, da die Hälfte der beiden letzten Felder durch die Wandbalken getragen wird:

$L_1 = 12{,}0 \cdot 7 \cdot 1{,}0 \cdot 500 = \ldots\ 42000$ kg

Die Belastung durch das Dach ist ebenso

$L_2 = 12{,}0 \cdot 7{,}0 \cdot 250 = \ldots\ 21000$ „

Die Gesamtlast ist demnach: $L = 63000$ kg.

Von der Gesamtlast $L = 63000$ kg wirken auf die Stützpunkte C und D die Lasten

$$P_1 = \frac{3L}{24} = \frac{3 \cdot 63000}{24} = 7875 \text{ kg},$$

und auf die Punkte B und B_1 die Lasten

$$P = \frac{9L}{24} = \frac{9 \cdot 63000}{24} = 23625 \text{ kg}.$$

Die **Hängesäulen** werden durch die Last $P = 23625$ kg in Anspruch genommen und zwar auf absolute Festigkeit. Es ist demnach ein Querschnitt der Säulen erforderlich von

$$F = 23625 : 100 = 236{,}25 = 237 \text{ qcm}.$$

Bei quadratischem Querschnitt würde nun die Säule $15{,}4 = 16$ cm Seite erhalten müssen. Für die Breite der Säule kommt aber für die beiden Versatzungen $2 . 3{,}5 = 7$ cm, und, wenn Spannriegel und Streben Zapfen mit Versatzungen erhalten sollen, $2 . 9 = 18$ cm hinzu, sodaß für letzteren Fall die Breite der Hängesäulen

$$16 + 18 = 34 \text{ cm}$$

betragen müßte, während die Stärke mit 16 cm genügend ist.

Die **Hängestreben** werden durch die Last $K = P : \sin \alpha$ gegen Zerknicken und Zerdrücken in Anspruch genommen. Es ist nun

$$K = \frac{23625}{\sin 40^0} = \frac{23625}{0{,}64278} = 36754{,}5 = \text{rd. } 36760 \text{ kg}.$$

Die Länge der Strebe ist:

$$l_1 = \frac{l}{\cos \alpha} = \frac{4{,}0}{\cos 40^0} = \frac{4}{0{,}76605} = 5{,}22 \text{ m ausschl. Zapfen.}$$

Das gegen Zerknicken erforderliche Trägheitsmoment ist demnach:

$$T = \frac{K . l_1^2}{110000} = \frac{36760 . 522 . 522}{110000} = 91059.$$

Gegen Zerdrücken ist ein Querschnitt erforderlich mit

$$F = K : S = 36760 : 60 = 612{,}6 = \text{rd. } 613 \text{ qcm}.$$

Nimmt man die Breite der Streben gleich der berechneten Stärke für die Hängesäulen $= 16$ cm an, dann muß die Höhe 39 cm werden, da

$$b\,h^3 : 12 = 91059 \text{ oder}$$

$$16\,h^3 : 12 = 91059 \text{ und}$$

$$h^3 = \frac{91059 . 12}{16} = 67544, \text{ folglich}$$

$$h = \sqrt[3]{67544} = \text{rd. } 42 \text{ cm}$$

sein muß.

Der Querschnitt 16 . 42 cm hat ein Trägheitsmoment $T = 98784$, $T_1 = 14336$, und einen Querschnitt $F = 672$ qcm, würde also ausreichend sein.

Können Hölzer dieses Querschnittes nicht beschafft werden, dann sind die Streben als verdübelte Träger zu konstruieren.

Die Höhe der Streben würde hier, wenn die Höhe der Dübel $= 0{,}1$ der ganzen Höhe angenommen wird,

$$h_1 = 42 . 1{,}1 = 46{,}2 \text{ cm} = 46 \text{ cm},$$

oder jedes Stück 16 cm breit und 23 cm hoch werden.

Soll jedoch das kleinste Trägheitsmoment in Rechnung gezogen werden, hier also $T_1 = 14336$, dann genügt der Querschnitt von 16 . 42 cm nicht, sondern es würde ein solcher von

$$h\,b^3 : 12 = 91059 \text{ oder:}$$
$$h \,.\, 18^3 : 12 = 91059 \text{ oder:}$$
$$h = \frac{91059 \,.\, 12}{16^3} = 296$$

verwendet werden müssen, dessen Höhe h sich also auf 296 cm, bei einer Breite von 16 cm, berechnet; die Breite müßte also dann erheblich größer angenommen werden. Es ist jedoch nicht notwendig, das Trägheitsmoment T_1 hier in Rechnung zu ziehen, sondern es genügt die obige Berechnung.

Der **Spannriegel** wird auf Druck und Zerknicken in Anspruch genommen und zwar durch eine Kraft

$$2\,H = 2 \cdot \frac{P\,l}{h}.$$

Hierin ist

$$h = \sqrt{l_1{}^2 - l^2} = \sqrt{5{,}22^2 - 4{,}0^2} = \sqrt{11{,}2484} = 3{,}35 \text{ m.}$$

Die Belastung des Spannriegels ist demnach:

$$2\,H = \frac{2 \,.\, 23625 \,.\, 400}{335} = 56417{,}8 = 56420 \text{ kg.}$$

Das erforderliche Trägheitsmoment ist nun:

$$T = \frac{56420 \,.\, 400 \,.\, 400}{110000} = 82066.$$

Der erforderliche Querschnitt ist:

$$F = 56420 : 60 = 941 \text{ qcm.}$$

Bei einer Breite von 25 cm wird der Spannriegel eine Höhe von 36 cm erhalten. Dieser Querschnitt hat

$$T = 85750 \text{ und } F = 900 \text{ qcm.}$$

Wenn die erforderliche Breite des Spannriegels auf 25 cm festgestellt ist, so müssen nunmehr auch die **Hängesäulen** und die **Hängestreben** dieselbe Breite erhalten, ihre Stärke bezw. Höhe kann dagegen auch entsprechend verringert werden.

T_1 kann hier ebenfalls unberücksichtigt bleiben.

Der **Hängebalken** wird auf Biegung in Anspruch genommen, auf jeder der 3 Strecken CB, BB_1 und B_1D, durch eine Kraft

$$P_2 = 4{,}0 \,.\, 1{,}0 \,.\, 500 = 2000 \text{ kg;}$$

das erforderliche Widerstandsmoment ist demnach

$$W = \frac{2000 \,.\, 400}{8 \,.\, 60} = 1666{,}6.$$

Außerdem wird der Hängebalken auf Zug beansprucht durch die Kraft $2\,H_1 = 2\,K \cdot \cos\alpha = 2 \cdot 36760 \cdot 0{,}76605 = 56319{,}996 =$

rd. 56320 kg.

Der hierfür erforderliche Querschnitt ist demnach

$$F = 56320 : 100 = 563 \text{ qcm}.$$

Das Widerstandsmoment von 1666,6 erfordert einen Querschnitt des Balkens von 18 cm und 24 cm = 432 qcm, welche, mit vorstehenden 563 qcm addiert, eine erforderliche Querschnittsfläche von 996 qcm ergeben. Der Balken muß demnach bei einer Breite von 25 cm eine Höhe von 40 cm erhalten = 1000 qcm Querschnitt, oder als verdübelter Balken eine Höhe von 44 cm.

Die übrigen **Balken** werden nur auf Biegung beansprucht und erhalten gemäß dem berechneten Widerstandsmoment von $W = 1666{,}6$ einen Querschnitt von 18 cm Breite und 24 cm Höhe. Soll nach unten eine glatte Decke hergestellt werden, so ist natürlich die Unterkante sämtlicher Balken in eine Ebene zu legen, sodaß die Hängebalken dann mit ihrer Oberfläche höher als die übrigen Balken liegen.

Sollen die Balken gefalzt werden, dann muß die Breite um mindestens 4 - 5 cm vergrößert werden; man tut aber gut, dann lieber ein Profil von 21 cm Breite und 26 cm Höhe anzuwenden. Das Falzen der Balken ist jedoch nicht zu empfehlen.

Will man diesen Balken die Höhe des Hängebalkens mit 40 cm bezw. 44 cm geben, dann wäre eine Breite von nur 12 cm erforderlich, welche man jedoch aus praktischen Gründen auf mindestens 15 bis 16 cm erhöhen wird. Gefalzt dürfen diese Balken aber nicht werden, sondern es müssen zur Auflage der Zwischendecke Latten an die Balken genagelt werden, was jedenfalls in allen Fällen vorzuziehen ist.

Die **Träger** bei B und B_1 werden durch je 4 Balkenfelder von B und B_1 aus gleichförmig belastet, und zwar ist diese Last:

$$P_3 = 4{,}0 \cdot 4{,}0 \cdot 500 = 8000 \text{ kg}.$$

Das erforderliche Widerstandsmoment ist also

$$W = \frac{8000 \cdot 400}{12 \cdot 60} = 4444{,}4,$$

wenn der Träger an beiden Enden als fest eingespannt angenommen wird. Es würde in diesem Falle ein Querschnitt von 26 cm Breite und 32 cm Höhe mit $W = 4437$ erforderlich sein.

Werden die Träger nicht als fest eingespannt, sondern als frei aufliegend berechnet, so ist

$$W = \frac{8000 \cdot 400}{8 \cdot 60} = 6666{,}6,$$

sodaß dieselben als Träger von 28 cm Breite und 38 cm Höhe mit $W = 6739$ konstruiert werden müßten. Sie können jedoch auf jedem Binder gestoßen, und als verdübelte Träger von 28 cm Breite und 42 cm Höhe ausgeführt werden.

Wenn es möglich ist, wird man in solchen Fällen am besten tun, die Träger auf den Hängebalken zu legen und zwar, anstatt 2 deren 4 Stück unmittelbar an jede Seite der Hängesäulen. Für jeden einzelnen Träger ist dann

$$W = 6666{,}6 : 2 = 3333{,}3$$

erforderlich, für den ein Querschnitt von 24 cm Breite und 29 cm Höhe mit $W = 3364$ ausreichend wäre.

Würden die **Streben** noch durch einen anderen Konstruktionsteil belastet, so ist diese Last für die Berechnung des Querschnittes wie folgt in Rechnung zu ziehen. Man zerlegt die vertikal wirkende Kraft K_1 in Fig. 160 in 2 Komponenten, von denen K_2 senkrecht zur Richtung der Strebe, K_3 in die Richtung der Strebe fällt. Die erstere beansprucht die Strebe auf Biegung, während K_3 zu der Last K addiert werden muß, wenn die Strebe gegen Zerknicken und Zerdrücken berechnet wird. Es ist in diesem Falle natürlich auch eine Berechnung auf Biegungsfestigkeit anzustellen und der größte der sich ergebenden Querschnitte zu verwenden.

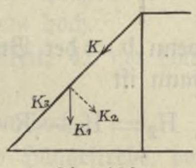


Fig. 160.

Der **Überstand der Hängesäulen** über die Streben bezw. über den Spannriegel ist

$$l_3 = \frac{H_2}{b_1\, S_1},$$

wenn b_1 = der Breite der Streben ist, oder

$$l_3 = \frac{23625}{25 \,.\, 4} = 236{,}25 \text{ cm} = 2{,}36 \text{ m}.$$

Kann diese Länge nicht erreicht werden, dann ist eine Sicherung durch Eisenkonstruktion herzustellen.

Der **Überstand des Hängebalkens** über die Streben ist:

$$l_2 = \frac{K \,.\, l}{l_1\, b_1\, S_1} = \frac{36760 \,.\, 400}{522 \,.\, 25 \,.\, 4} = 282 \text{ cm} = 2{,}82 \text{ m}.$$

Die Reibung ist bei dieser Berechnung außer Acht gelassen. Würde dieselbe aber auch in Rechnung gezogen, so wird man bei größeren Hängewerken doch selten den erforderlichen Überstand erreichen können. Man nimmt deshalb häufig die Hängesäule und den Balken etwas stärker an, als die Streben sind, wodurch die der Abscherung widerstrebenden Flächen vergrößert werden. Bei einsäuligen Hängewerken zieht man auch wohl einen Bolzen wagerecht durch beide Streben und die Hängesäule, während bei zweisäuligen Hängewerken Zuganker über Strebe, Hängesäule und Spannriegel gelegt werden.

Am Fußende wird die Strebe mit dem Balken durch einen oder mehrere **Bolzen** oder durch eine **Eisenkonstruktion** wie Fig. 161 verbunden. In beiden Fällen ist die Konstruktion lotrecht zur Richtung der Strebe anzuordnen. Die schiebende Kraft H_2 der Strebe ist hierbei in 2 Komponenten zu zerlegen, von denen die eine, V_1, senkrecht zur Richtung des Eisens, dasselbe auf Biegung in Anspruch nimmt, während die andere, V_2, in der Richtung des Eisens liegend, dasselbe auf Zug beansprucht. Hierbei ist für die Berechnung des Eisens außer der Reibung R der durch den Überstand a d bewirkte Widerstand in Abrechnung zu bringen und zwar

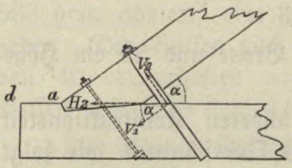


Fig. 161.

$$R_1 = 4 \,.\, a\,d \,.\, b,$$

wenn b = der Breite des Balkens ist. Wird ad = 40 cm angenommen, dann ist

$$H_2 = H_1 - R - R_1 = \frac{56320}{2} - 0{,}3 \,.\, 23625 - 4 \,.\, 40 \,.\, 25 =$$

$$17072{,}5 = \text{rd. } 17080 \text{ kg.}$$

Es ist ferner die Kraft

$$V_1 = H_2 \,.\, \cos 40^0 = 17080 \,.\, 0{,}76605 = 13091{,}78 = \text{rd. } 13100 \text{ kg.}$$

Demnach ist das erforderliche Widerstandsmoment

$$W = \frac{13100 \,.\, 100}{8 \,.\, 750} = 218{,}3 = \text{rd. } 220,$$

oder für jede Seite des Eisens

$$W_1 = 220 : 2 = 110.$$

Der erforderliche Querschnitt ist, da

$$V_2 = H_2 \,.\, \cos 50^0 = 17080 \,.\, 0{,}64279 = 10978{,}85 = \text{rd. } 10980,$$

$$F = 10980 : 750 = 14{,}64 = 15 \text{ qcm},$$

oder für jede Seite des Eisens:

$$F_1 = 15 : 2 = 7{,}5 \text{ qcm.}$$

Das Eisen wird eine Stärke von 3 cm und eine Breite von 15 cm erhalten, dessen W = 112,5 und dessen F = 45 qcm ist.

Jedes der **Hängeeisen** erfordert:

$$F = \frac{P}{2\,S} = \frac{23625}{2 \,.\, 750} = 15{,}7 = 16 \text{ qcm.}$$

Verwendet werden 2 Eisen von 2 cm Stärke und 8 cm Breite, welche durch einen durch die Hängesäule gehenden Bolzen von 3 cm Stärke gehalten werden. Jedes Hängeeisen muß unten in einem Schraubenbolzen von 4,5 cm Durchmesser endigen, welche durch ein quer über dem Träger bezw. dem Balken liegendes Eisen von 2 cm Stärke und 13 cm Breite gehen.

Die Dimensionen haben sich also wie folgt ergeben:

2 **Hängesäulen** à 4,0 m lang, 25 cm stark und mindestens 30 bis 36 cm breit, bei einem Überstande über den Spannriegel von 3,68 m, wenn keine Eisenkonstruktion verwendet wird.

2 **Hängestreben** à 5,40 m lang, 25 cm breit, 30 bis 40 cm hoch; bei Verdübelung 34 bis 44 cm hoch.

1 **Spannriegel** 4,20 m lang, 25 cm breit, 36 cm hoch.

1 **Hängebalken** 12,75 m lang, 25 cm breit, 40 cm hoch; bei Verdübelung 44 cm hoch.

6 **Balken** à 12,75 m lang, 18 cm breit, 24 cm hoch, oder:
21 cm breit, 26 cm hoch, oder:
15 cm breit, 40 cm hoch.

2 **Träger** à 8,60 m lang, verdübelt, 28 cm breit, 42 cm hoch, oder:

4 **Träger** à 8,60 m lang, 24 cm breit, 29 cm hoch.

4 **Zuganker** über Spannriegel, Hängesäule und Hängestrebe, von 1,5 cm starkem, 8 cm breitem Eisen und 3 Bolzen dazu mit 3 cm Durchmesser, wenn der Überstand der Säulen über den Spannriegel von 3,68 m auf ca. 60 cm verringert wird.

2 **Korbeisen** am Fuße der Streben 3 cm stark, 15 cm breit, auslaufend in Schraubenbolzen mit 5 cm Durchmesser; hierzu ein Quereisen 4 cm stark, 20 cm breit, da die Balken den erforderlichen Überstand über die Streben von 2,82 m nicht erhalten können.

4 **Hängeeisen** à 1,0 m lang, 2 cm stark, 8 cm breit, auslaufend in 4,5 cm starke Schraubenbolzen; hierzu 2 Schraubenbolzen 3 cm stark, 30 cm lang, und 2 Quereisen unter den Unterzügen bezw. Balken 2 cm stark, 13 cm breit.

2. Auf einem nicht unterstützten Balken soll eine Wand aufgeführt werden, die als Hängewerkswand mit 2 Säulen konstruiert werden soll. Die Wand ist 5,0 m hoch, 11,25 m lang und 12 cm stark; die Hängesäulen sollen von Mitte zu Mitte 3,75 m voneinander entfernt sein, die Höhe der Streben ist = 4,40 m anzunehmen. Welche Dimensionen erhalten die Verbandstücke?

Auflösung. Fig. 162. Das Gewicht der Wand ist:

$$L_1 = 5{,}0 \,.\, 11{,}25 \,.\, 0{,}12 \,.\, 1600 = 10800 \text{ kg.}$$

Außerdem hat das Hängewerk den betreffenden Teil der Balkenlage zu tragen. Dieser ist, wenn die Balken 1,0 m voneinander entfernt sind,

$$L_2 = 1{,}0 \,.\, 11{,}25 \,.\, 500 = 5625 \text{ kg.}$$

Folglich ist:

$$L = L_1 + L_2 = 10800 + 5625 = 16425 \text{ kg}.$$

Es ist ferner

$$P = \frac{9 \,.\, 16425}{24} = 6159{,}3 = \text{rd. } 6160 \text{ kg},$$

und

$$P_1 = \frac{3 \,.\, 16425}{24} = 2053{,}1 = \text{rd. } 2060 \text{ kg}.$$

Die **Hängesäulen** erfordern einen Querschnitt

$$F = 6160 : 100 = 52 \text{ qcm},$$

was einer Quadratseite von 8 cm entspräche. Die Säulen sind wegen der Stärke der Wand aber 12 cm stark zu machen; die Breite würde demnach mit $8 + 2 \,.\, 3{,}5 = 15$ cm genügen; man wird aber aus praktischen Gründen mindestens 16 bis 18 cm verwenden.

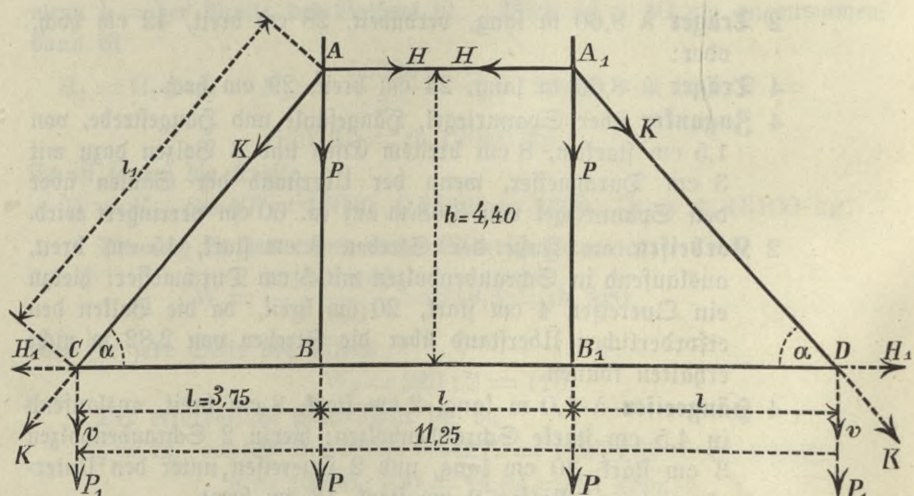


Fig. 162.

Die **Hängeeisen** erfordern einen Querschnitt

$$F = \frac{6160}{750} = 8{,}21 = 9 \text{ qcm},$$

für jede Seite also $9 : 2 = 4{,}5$ qcm.

Es werden Eisen von 3,0 cm Breite und 1,5 cm Stärke verwendet, da geringere Dimensionen für Hängeeisen in der Regel nicht zur Anwendung kommen.

Die **Hängestreben** werden belastet durch:

$$K = \frac{P\, l_1}{h}.$$

Es ist:

$$l_1 = \sqrt{4,4^2 + 3,75^2} = \sqrt{33,4225} = 5,78 \text{ m},$$

und demnach:

$$K = \frac{6160 \,.\, 5,78}{4,4} = 8092 \text{ kg}.$$

Das erforderliche Trägheitsmoment ist:

$$T = \frac{8092 \,.\, 578 \,.\, 578}{110000} 24577,$$

und der erforderliche Flächeninhalt des Querschnitts

$$F = 8092 : 60 = 135 \text{ qcm}.$$

Verwendet werden Hölzer von 12 cm Breite und 30 cm Höhe mit $T = 27000$ und $F = 360$ qcm.

Der **Spannriegel** hat der Last

$$2\,H = \frac{2\,P\,l}{h}$$

gegen Zerknicken und Zerdrücken zu widerstehen. Es ist:

$$2\,H = \frac{6160 \,.\, 375 \,.\, 2}{440} = 10500,$$

und demnach

$$T = \frac{10500 \,.\, 375 \,.\, 375}{110000} = 13424,$$

und

$$F = 10500 : 60 = 175 \text{ qcm}.$$

Zur Verwendung gelangt ein Querschnitt von 12 cm Breite und 24 cm Höhe, mit $T = 13824$ und $F = 288$ qcm.

Ist der Balken, auf dem das Hängewerk steht, 25 cm breit, dann ist der **Überstand des Balkens** über die Strebe

$$l_2 = \frac{H_1 - R}{l_1\, b\, S_1} = \frac{6160 \,.\, 3,75 - 0,3 \,.\, 6160}{25 \,.\, 4 \,.\, 4,40} = 48,3 = 49 \text{ cm}.$$

Der **Überstand der Säulen** über die Strebe ist:

$$l_3 = \frac{K - R_1}{b_1\, S_1};$$

$$\text{da } R_1 = 0,3\,H = 0,3 \,.\, 10500 = 3150,$$

so ist:

$$l_3 = \frac{8092 - 3150}{12 \,.\, 4} = 1,03 \text{ m}.$$

Da dies bei der Höhe der Wand von 5,0 m nicht möglich ist, so müssen eiserne Schienen, welche auf beiden Seiten über Streben und Spannriegel gelegt werden, die schiebende Kraft der Streben aufnehmen. Dieselben werden 1,5 cm stark und 4,0 cm breit.

Es sind also folgende Dimensionen der Hölzer und Eisen erforderlich:

2 Hängesäulen à 5,0 m lang, 12 cm stark, 16 cm breit.

4 Hängeeisen à 0,80 m lang, 3,0 cm breit, 1,5 cm stark, mit zwei 3 cm starken, 18 cm langen Schraubenbolzen und 2 Stück 35 cm langen, 2 cm starken und 8 cm breiten Quereisen.

2 Hängestreben à 6,0 m lang, 12 cm stark, 30 cm hoch.

1 Spannriegel 3,75 m lang, 12 cm stark, 24 cm hoch.

4 gebogene Schienen à 1,30 m lang, 1,5 cm stark, 4,0 cm breit, mit 4 Schraubenbolzen à 14 cm lang, 2 cm stark.

Die vorteilhafteste Stellung der Hängesäulen bei zweisäuligen Hängewerken.

Bisher ist das mittlere Feld BB_1 in Fig. 163, weil dasselbe als an beiden Enden fest eingespannt betrachtet werden muß, weniger in Anspruch genommen, als die beiden Seitenfelder. Das so zuviel verwendete Material in dem Balken kann nur dann erspart werden, wenn man die drei Balken-

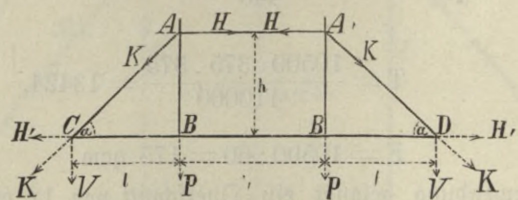


Fig. 163.

felder gleich stark in Anspruch nimmt. Wird gleichförmige Belastung vorausgesetzt, so ergibt sich für die Berechnung der Querschnitts-Dimensionen:

$$\text{Für die Seitenfelder: } L_1 = \frac{8\,b\,h^2\,S}{6\,l},$$

$$\text{für das Mittelfeld: } L_2 = \frac{12\,b\,h^2\,S}{6\,l_1}.$$

Setzt man diese Werte einander gleich, so ist:

$$\frac{8\,b\,h^2\,S}{6\,l} = \frac{12\,b\,h^2\,S}{6\,l_1}, \text{ oder}$$

$$\frac{2}{l} = \frac{3}{l_1},$$

woraus

$$2\,l_1 = 3\,l, \text{ oder } l = \frac{2}{3}\,l_1.$$

Bezeichnet L die ganze freitragende Länge des Balkens CD, sodaß

$$L = 2l + l_1,$$

so ist auch:

$$L = 2 \cdot \frac{2}{3} l_1 + l_1 = \frac{7}{3} l_1,$$

und hieraus

$$l_1 = \frac{3L}{7} = 0{,}4286\ L,$$

wofür in der Regel 0,4 L angenommen wird.

Es muß dann:

$$2l = L - 0{,}4\,L = 0{,}6\,L,$$

also:

$$l = 0{,}3\,L$$

sein; d. h. es verhält sich

$$l : l_1 : l = 3 : 4 : 3.$$

Die Belastung der Punkte B und B_1 wird natürlich nun auch eine andere. Auf den Seitenteilen des Balkens liegen jetzt:

$$L_1 = 0{,}3\,L,$$

und auf dem mittleren Teile:

$$L_2 = 0{,}4\,L.$$

Von der Belastung L_1 gehen $\frac{3}{8}$ nach C und D über; der Druck in C und D ist also:

$$P_1 = \frac{3\,L_1}{8} = \frac{3 \,.\, 0{,}3\,L}{8} = 0{,}1125\,L,$$

während in B und B_1 übergeht $\frac{5}{8}$ L_1 und die Hälfte der Last L_2; es ist demnach:

$$P = \frac{5}{8} L_1 + \frac{L_2}{2},$$

oder:

$$P = \frac{5 \,.\, 0{,}3\,L}{8} + \frac{0{,}4\,L}{2} = 0{,}3875\,L.$$

Die Zerlegung und Verteilung der Kräfte auf die einzelnen Konstruktionsteile ist genau wie oben vorzunehmen.

Die vorteilhafteste Richtung der Streben, d. h. bei welcher dieselben den geringsten Querschnitt erfordern, ergibt sich, wenn der Neigungs-

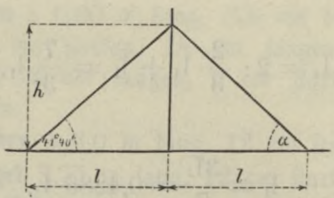


Fig. 164.

winkel a der Streben $= 41^0 40'$ ist; Fig. 164. Beim ein- und zweisäuligen Hängewerk erhält man diesen Winkel, wenn man $h = 0{,}7\,l$ macht.

c. Hängewerk mit 3 Hängesäulen.

Ist das Hängewerk wie in Fig. 165 angeordnet, daß also der Hängebalken AB in F, G und L durch die Hängesäulen CF, DG und EL gestützt wird, welche ihrerseits wieder durch die Streben AC und BC, und AD und BD, sowie durch den Spannriegel CE gehalten

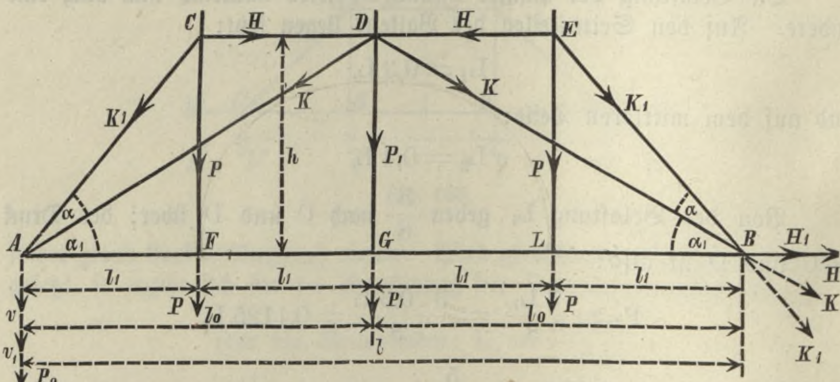


Fig. 165.

werden, so verteilt sich die gleichförmig über AB ausgebreitete Belastung L, unter der Voraussetzung, daß die Längen $l_1 = \frac{1}{4}\,l$ sind, derart, daß in A und B die Lasten

$$P_0 = \frac{3L}{32},$$

in F und L die Lasten

$$P = \frac{9L}{32},$$

und in G die Last

$$P_1 = \frac{8}{32} L = \frac{L}{4}$$

wirken, von denen P und P_1 direkt in die Hängesäulen als Zugkräfte übergehen.

Wird die Kraft P_1, welche in G wirkt, mit ihrem Angriffspunkte nach D verlegt, so ergeben sich die beiden Komponenten K, welche in die Streben AD und DB übergehen. Ist α_1 der Neigungswinkel dieser Streben gegen den Horizont, so ist

$$K = \frac{P_1}{2 \sin \alpha_1} = \frac{L}{8 \sin \alpha_1}.$$

Ist $DG = h$ und

$$AD = BD = l_0 = \frac{AG}{\cos \alpha_1} = \frac{2 l_1}{\cos \alpha_1} = \frac{2 l}{4 \cos \alpha_1} = \frac{l}{2 \cos \alpha_1},$$

so ist auch:

$$K = \frac{P_1 l_0}{2 h} = \frac{L l_0}{8 h}.$$

Verlegt man nun die Kräfte K von D nach A und B, so findet man hier die Komponenten H_1 und V. Von diesen ist die horizontale Kraft

$$H_1 = K . \cos \alpha_1 = \frac{P_1 . \cos \alpha_1}{2 . \sin \alpha_1} = \frac{P_1 \cot \alpha_1}{2} = \frac{L \cot \alpha_1}{8},$$

oder auch, da $\cot \alpha_1 = \frac{l}{2 h}$,

$$H_1 = \frac{P_1 . l}{4 h} = \frac{L l}{16 h}.$$

Die vertikale Kraft ist:

$$V = K . \sin \alpha_1 = \frac{P_1}{2} = \frac{L}{8}.$$

Wird ferner der Angriffspunkt der Lasten P von F und L nach C und E verlegt, und ist α der Neigungswinkel der Streben AC und BE mit dem Horizont, so erhält man die horizontale Kraft

$$H = P . \cot \alpha,$$

welche in den Spannriegel CE übergeht, und die Kraft K_1, welche in die Streben AC und BE übergeht; es ist dann

$$K_1 = \frac{P}{\sin \alpha}.$$

Setzt man für P den oben gefundenen Wert ein, so ist

$$K_1 = \frac{9\,L}{32 \sin a},$$

und

$$H = \frac{9\,L \cot a}{32}.$$

Bezeichnet l_2 die Länge der Streben A C und B E, so ist

$$\sin a = \frac{h}{l_2},$$

und

$$\cot a = \frac{l}{4\,h},$$

und es ergibt sich:

$$K_1 = \frac{P l_2}{h} = \frac{9\,L l_2}{32\,h},$$

und

$$H = \frac{P\,L}{4\,h} = \frac{9\,L\,l}{128\,h}.$$

Die Kraft K_1 wird nun noch nach A und B verlegt und ergibt hier die horizontale Kraft

$$H_2 = K_1 \cos a = \frac{P \cos a}{\sin a} = P \, . \cot a = H,$$

während die vertikale Kraft

$$V_1 = K_1 \sin a = P$$

wird.

Der vertikale Gesamtdruck, welcher in die Unterstützungen A und B übergeht, ist nun:

$$V_0 = P_0 + V + V_1 = P_0 + \frac{P_1}{2} + P = \frac{3L}{32} + \frac{L}{8} + \frac{9L}{32},$$

oder:

$$V_0 = \frac{L}{2}.$$

Soll der Hängebalken überall gleiche Neigung zum Bruche haben, so ergibt sich die Entfernung der Hängesäulen voneinander in ähnlicher Weise wie beim zweisäuligen Hängewerk. Man erhält dann:

$$A\,F = L\,B = 0{,}20\,l, \text{ und } F\,G = G\,L = 0{,}30\,l,$$

oder es verhält sich:

$$A\,F : F\,G : G\,L : L\,B = 2 : 3 : 3 : 2.$$

Die hieraus sich ergebenden Belastungen sind dann:

$$P_0 = 0{,}075\ L,$$
$$P = 0{,}275\ L,$$
$$P_1 = 0{,}3\ L;$$

hiernach sind demnächst die Werte von K, K_1, H, H_1, H_2, V, V_1 und V_0 zu ändern.

Das dreisäulige Hängewerk kann auch so, wie in Fig. 166, angeordnet werden, daß die beiden äußeren Streben AE und BE die mittlere Säule EG stützen, während die beiden inneren Streben AC und BD, welche unmittelbar unter den äußeren liegen, und event. mit diesen verbolzt und verdübelt werden, in Gemeinschaft mit dem Spannriegel CD oder mit den Streben CG und DG die Säulen CF und DL unterstützen. Zuweilen werden auch die Streben CG und DG in Gemeinschaft mit dem Spannriegel CD angeordnet.

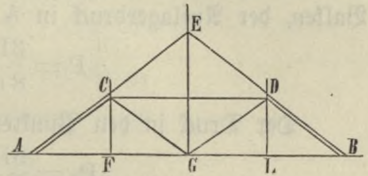


Fig. 166.

Bei jedem Hängewerk mit mehr als 2 Säulen sind diese stets verdoppelt als sogenannte Doppel- oder Klappsäulen anzuordnen, während Streben und Spannriegel ohne Schwächung auszuführen sind. Bei Berechnung des Querschnittes der Säulen darf die Doppelsäule, deren beide Hälften durch Bolzen gut miteinander zu verbinden sind, nur in der Stärke berechnet werden, welche sich nach Abzug des Ausschnittes für Streben bezw. Spannriegel ergibt.

Vier- und mehrsäulige Hängewerke werden in ähnlicher Weise wie dreisäulige berechnet und soll hier noch die Berechnung eines fünfsäuligen Hängewerks durchgeführt werden.

d. Hängewerk mit 5 Säulen.

Die in Fig. 167 dargestellte Konstruktion besteht aus vier ineinander stehenden, zu einem System vereinigten Hängewerken. Die mittlere Hänge-

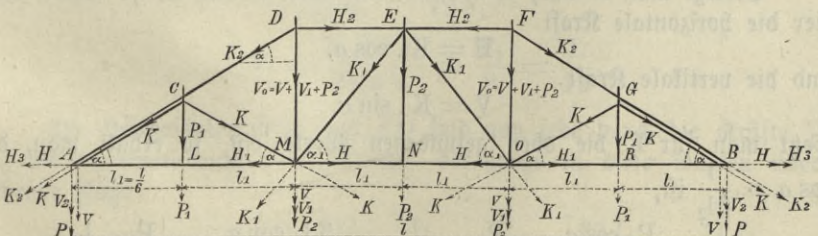


Fig. 167.

säule EN ist durch die Streben EM und EO gehalten, welche sich mit ihren Fußpunkten M und O an den Stellen in den Balken einsetzen, an welchen dieser durch die Hängesäulen DM und FO unterstützt wird. Diese letzteren werden durch die Streben AD und BF, sowie durch den Spannriegel DF gehalten. In die Räume AM und OB sind dann noch einsäulige Hängewerke eingeschaltet, deren Hängesäulen CL und GR durch die Streben AC und CM, sowie OG und GB gehalten werden.

Der Balken AB wird durch die Hängesäulen in 6 gleiche Teile geteilt und ist dann, bei gleichförmig verteilter Belastung L über den ganzen Balken, der Auflagerdruck in A und B:

$$P = \frac{3L}{8n} = \frac{3L}{8.6} = \frac{3L}{48}.$$

Der Druck in den Punkten L und R ist:

$$P_1 = \frac{9L}{8n} = \frac{9L}{8.6} = \frac{9L}{48},$$

und der Druck in den übrigen drei unterstützten Punkten M, N und O ist

$$P_2 = \frac{L}{n} = \frac{L}{6};$$

es ist also

$$P = \frac{L}{16},\ P_1 = \frac{3L}{16} \text{ und } P_2 = \frac{L}{6}.$$

Setzt man nun den Neigungswinkel der Streben AC, CM und OG, BG, sowie AD und BF $= \alpha$, so ergeben sich zunächst aus P_1 die Komponenten K, welche in die Streben AC, CM, OG und BG übergehen. Es ist dann:

$$K = \frac{P_1}{2 \sin \alpha} = \frac{3L}{32 \sin \alpha},$$

und da, wenn l_2 die Länge der Strebe AC und h die Höhe der Säule CL bezeichnet, $\sin \alpha = h : l_2$ ist, so ist auch:

$$K = \frac{P_1 l_2}{2h} = \frac{3L l_2}{32h}.$$

Verlegt man K nach A und M und nach O und B, so erhält man hier die horizontale Kraft

$$H = K . \cos \alpha,$$

und die vertikale Kraft

$$V = K . \sin \alpha.$$

Setzt man für K die oben gefundenen Werte ein, so erhält man, da $\cos \alpha = \frac{1}{6 l_2}$ ist,

$$H = \frac{P_1 \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{P_1}{2} \cdot \cot \alpha = \frac{3L \cot \alpha}{32} = \frac{P_1}{2} \cdot \frac{l_1}{h} =$$

$$\frac{P_1}{2} \cdot \frac{l}{6h} = \frac{P_1 l}{12h} = \frac{3L l_1}{32h} = \frac{3Ll}{32.6h} = \frac{Ll}{64h};$$

$$V = \frac{P_1 \sin \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{P_1}{2} = \frac{3L}{32}.$$

In dem Punkte N wirkt die Kraft

$$P_2 = L : 6.$$

Diese verlegt man von N nach E und zerlegt sie dort in die Komponenten K_1. Ist α_1 der Neigungswinkel der Streben EM und EO, so ist:

$$K_1 = \frac{P_2}{2 \sin \alpha_1} = \frac{L}{12 \sin \alpha_1}.$$

Ist ferner $EN = h_1$ und $EM = EO = l_3$, so ist

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{h_1}{l_1} = \frac{6\, h_1}{l}, \text{ und}$$

$$l_3 = \frac{h_1}{\sin \alpha_1}, \text{ oder } \sin \alpha_1 = \frac{h_1}{l_3}.$$

Es ist demnach auch:

$$K_1 = \frac{P_2\, l_3}{2\, h_1} = \frac{L\, l_3}{12\, h_1}.$$

Verlegt man nun die Kräfte K_1 nach den Punkten M und O, so findet man:

$$H_1 = K_1 \,.\, \cos \alpha_1$$

in die Richtung von AB fallend, und

$$V_1 = K_1 \,.\, \sin \alpha_1$$

vertikal gerichtet.

Es ist dann auch

$$H_1 = \frac{P_2 \cos \alpha_1}{2 \sin \alpha_1} = \frac{P_2 \cot \alpha_1}{2} = \frac{L \cot \alpha_1}{12} = \frac{P_2\, l_1}{2\, h_1} =$$

$$\frac{P_2\, l}{12\, h_1} = \frac{L\, l}{72\, h_1};$$

$$V_1 = \frac{P_2 \sin \alpha_1}{2 \sin \alpha_1} = \frac{P_2}{2} = \frac{L}{12}.$$

Die Hängesäulen DM und FO sind nun jede durch die Kräfte V, V_1 und P_2 beansprucht, und demnach der ganze in diese Säulen übergehende Zug:

$$V_0 = V + V_1 + P_2 = \frac{3L}{32} + \frac{L}{12} + \frac{L}{6} = \frac{33\, L}{96} = \frac{11\, L}{32}.$$

Verlegt man diese Kräfte nach D und F, so erhält man horizontal in den Spannriegel DF übergehend:

$$H_2 = V_0 \cot \alpha_1 = \frac{11\, L \cot \alpha_1}{32} = \frac{V_0\, l_1}{h_2} = \frac{V_0\, l}{6\, h_2} = \frac{11\, L\, l}{192\, h_2},$$

und, in die Streben AD und BF übergehend, die Kräfte:

$$K_2 = \frac{V_0}{\sin a} = \frac{11\,L}{32 \sin a} = \frac{V_0\, l_3}{h_2} = \frac{11\,L\,l_3}{32\,h_2},$$

wenn l_3 die Länge der Streben AD und BF bezeichnet.

Verlegt man jetzt K_2 nach A und B, so findet man horizontal gerichtet:

$$H_3 = K_2 \cos a = \frac{V_0 \cos a}{\sin a} = V_0 \cot a = \frac{11\,L \cot a}{32} = \frac{V_0\, l_1}{h} =$$

$$\frac{V_0\, l}{6\,h} = \frac{11\,L\,l}{192\,h},$$

und in vertikaler Lage:

$$V_2 = K_2 \sin a = V_0 = \frac{11\,L}{32}.$$

Der gesamte in die Auflager bei A bezw. B übergehende Druck beträgt nun:

$$V_3 = V + V_2 + P = \frac{3L}{32} + \frac{11\,L}{32} + \frac{L}{16} = \frac{L}{2}.$$

Der horizontale Hängebalken AB wird durch die Kräfte H in den mittleren Feldern auf Druck beansprucht und durch die Kräfte H_1 in den vorletzten Feldern, sowie durch H und H_3 an den Enden A und B auf Zug. Die Druckkraft in demselben ist demnach $= 2\,H$, und die an den Enden wirkende Zugkraft =

$$2\,.\,(H + H_1 + H_3).$$

Der Spannriegel DF wird durch die Kraft $2\,H_2$ auf Druck und Zerknicken in Anspruch genommen.

Beispiel.

Ein Hängewerk nach Fig. 167 hat 24,0 m Spannweite und ist mit 30000 kg gleichförmig belastet. Die Höhe der Säulen DM = FO ist = 3,0 m; wie stark sind die einzelnen Konstruktionsteile zu machen?

Auflösung. Die Größenverhältnisse der auf die einzelnen Konstruktionsteile wirkenden Kräfte sind folgende:

$L = 30000$ kg; $h_1 = 3{,}0$ m.

$$AM = 2\,l_1 = \frac{l}{3} = \frac{24}{3} = 8{,}0 \text{ m};$$

$\mathrm{tg}\, a = \dfrac{3{,}0}{8{,}0} = 0{,}375$; $\measuredangle\, a = 20^0\, 33'\, 22''$, da $\log 0{,}375 =$ $0{,}574313 - 1$

$$\operatorname{tg} a_1 = \frac{3{,}0}{4{,}0} = 0{,}75; \measuredangle a_1 = 26^0\,52'\,12''.$$

$$P = \frac{3L}{48} = \frac{L}{16} = \frac{30000}{16} = 1875 \text{ kg.}$$

$$P_1 = \frac{3L}{16} = \frac{3\,.\,30000}{16} = 5625 \text{ kg.}$$

$$P_2 = \frac{L}{6} = \frac{30000}{6} = 5000 \text{ kg.}$$

$$K = \frac{P_1}{2 \sin a} = \frac{5625}{2\,.\,\text{num}\,(\log 20^0\,33'\,22'')} =$$

$$\frac{5625}{2\,.\,\text{num}\log 0{,}5454611 - 1} = \frac{5625}{2\,.\,0{,}35113} = \frac{5625}{0{,}70226} =$$
$$8009 = \text{rd.}\ 8000 \text{ kg.}$$

$$H = K\,.\cos a = 8000\,.\,0{,}93634 = 7490{,}72 = \text{rd.}\ 7500 \text{ kg.}$$

$$V = \frac{P_1}{2} = \frac{5625}{2} = 2812{,}5 = \text{rd.}\ 2810 \text{ kg.}$$

$$K_1 = \frac{P_2}{2 \sin a_1} = \frac{5000}{2\,.\sin 36^0\,52'\,12''} = \frac{5000}{2\,.\,0{,}6} = \frac{5000}{1{,}2} =$$
$$4166{,}6 = \text{rd.}\ 4170 \text{ kg.}$$

$$H_1 = K_1\,.\cos a_1 = 4170\,.\,0{,}8 = 3336 = \text{rd.}\ 3340 \text{ kg.}$$

$$V_1 = \frac{P_2}{2} = \frac{5000}{2} = 2500 \text{ kg.}$$

$$V_0 = V + V_1 + P_2 = 2810 + 2500 + 5000 = 10310 \text{ kg, oder}$$

$$V_0 = \frac{11\,.\,30000}{32} = \frac{11\,.\,L}{32} = 10312{,}5 = \text{rd.}\ 10310 \text{ kg.}$$

$$H_2 = V_0\,.\cot a_1 = 10310\,.\,1{,}334 = 13753{,}54 = \text{rd.}\ 13750 \text{ kg.}$$

$$K_2 = \frac{V_0}{\sin a} = \frac{10310}{0{,}35113} = 29362 = \text{rd.}\ 29360 \text{ kg.}$$

$$H_3 = K_2\,.\cos a = 29360\,.\,0{,}93634 = 27390{,}94 = \text{rd.}\ 27400 \text{ kg.}$$

$$V_2 = V_0 = 10310 \text{ kg.}$$

$$V_3 = \frac{L}{2} = \frac{3000}{2} = 15000 \text{ kg.}$$

$$2\,H = 2\,.\,7500 = 15000 \text{ kg.}$$

$$H_4 = 2\,.\,(H + H_1 + H_3) = 2\,.\,(7500 + 3340 + 27400) =$$
$$76480 \text{ kg.}$$

$$2\,H_2 = 2\,.\,13750 = 27500 \text{ kg.}$$

Die Säulen CL und GR. Dieselben werden durch die Kraft P_1 auf Zug beansprucht und ist demnach der erforderliche Inhalt des Querschnitts

$$F = 5625 : 100 = 56{,}25 \text{ qcm.}$$

Die **Streben AC, CM, OG und GB.** Die Länge derselben ist

$$l_2 = h : \sin\alpha;$$

$$h = l_1 . \mathrm{tg}\,\alpha = 4{,}0 . 0{,}375 = 1{,}50 \text{ m},$$

folglich:

$$l_2 = 1{,}5 : 0{,}35113 = 4{,}27 \text{ m}.$$

Diese 4 Streben werden durch die Kraft K auf rückwirkende und Zerknickungs-Festigkeit in Anspruch genommen. Es ist demnach erforderlich: gegen Zerdrücken ein Querschnitt

$$F = K : S = 8000 : 60 = 133{,}33 \text{ qcm},$$

gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{8000 . 427 . 427}{110000} = 13260.$$

Ein Querschnitt von 21 cm Breite und 26 cm Höhe, mit $T_1 = 20065$ und $F = 546$ qcm ist ausreichend.

Die **Säule EN.** Dieselbe wird durch die Kraft P_2 auf absolute Festigkeit beansprucht. Der erforderliche Querschnitt ist demnach:

$$F = 5000 : 100 = 50{,}0 \text{ qcm}.$$

Die **Streben EM und EO.** Die Länge derselben ist

$$l_3 = \frac{h_1}{\sin\alpha_1} = \frac{3{,}0}{0{,}6} = 5{,}0 \text{ m}.$$

Die Kraft K_1 nimmt die Streben auf Druck und Zerknicken in Anspruch und ist demnach erforderlich:
gegen Druck ein Querschnitt

$$F = \frac{K_1}{S} = \frac{4170}{60} = 69{,}5 \text{ qcm},$$

gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{4170 . 500 . 500}{110000} = 9478.$$

Ein Querschnitt von 18 cm Breite und 26 cm Höhe, mit $T_1 = 12636$ und $F = 468$ qcm ist genügend.

Die **Säulen DM und FO.** Dieselben werden durch die Kraft V_0 auf Zug beansprucht; sie erfordern folglich einen Querschnitt

$$F = 10310 : 100 = 103{,}10 = 104 \text{ qcm}.$$

Die **Streben AD und BF.** Die Last K_2 beansprucht dieselben auf Druck und Zerknicken, demnach ist erforderlich:
gegen Druck ein Querschnitt

$$F = 29360 : 60 = 489{,}4 \text{ qcm},$$

gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{29360 . 854 . 854}{110000} = 194661.$$

Die Länge der Streben ist:

$$l_3 = h_2 : \sin\alpha = 3{,}0 : 0{,}35113 = 8{,}54 \text{ m.}$$
$$(\sin\alpha = h_2 : l_3).$$

Für diese Streben wird am zweckmäßigsten ein verdübelter Balken angewendet werden und für jede Hälfte desselben ein Trägheitsmoment von 194661 : 2 = 97331 erforderlich sein. Es würden also 2 Hölzer von 33 cm im Quadrat mit je einem Trägheitsmoment T = 98827 ausreichend sein, da ein Balken von $\frac{33}{66}$ cm Querschnitt $T_1 = 197653$ hat. Die verdübelte Strebe muß nun eine Breite von 33 cm und eine Höhe von 66 . 1,1 = 72,6 cm erhalten.

Der **Spannriegel DF.** Denselben nimmt die Kraft $2\,H_2$ auf Druck und Zerknicken in Anspruch. Es ist deshalb erforderlich:
gegen Druck ein Querschnitt

$$F = \frac{27500}{60} = 458{,}33 \text{ qcm,}$$

gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{27500 \,.\, 800 \,.\, 800}{110000} = 160000.$$

Bei Anwendung eines verdübelten Trägers wird ein Querschnitt von 33 cm Breite und 2 . 32 . 1,1 = 70,4 cm Höhe genügen, da das kleinste Trägheitsmoment eines Querschnittes von $\frac{33}{64}$ cm = 191664 ist.

Der **Hängebalken AB.** Auf der Strecke MO wird derselbe in einer Länge von 8,0 m durch die Kraft 2 H = 15000 kg auf Druck und Zerknicken beansprucht, während ihn auf Zug die Kraft $H_4 = 76480$ kg in Anspruch nimmt. Es wird demnach erfordert:
gegen Druck ein Querschnitt

$$F_1 = 15000 : 80 = 187{,}5 \text{ qcm,}$$

gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{15000 \,.\, 800 \,.\, 800}{110000} = 87273,$$

gegen Zug ein Querschnitt

$$F_2 = 76480 : 80 = 956 \text{ qcm.}$$

Der gesamte erforderliche Flächeninhalt des Querschnittes ist also

$$F = F_1 + F_2 = 187{,}5 + 956 = 1143{,}5 \text{ qcm.}$$

Der Balken wird außerdem auf Biegung am stärksten beansprucht in den Feldern LM und OR durch die gleichförmig verteilte Belastung:

$$\frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{5625 + 5000}{2} = 5312{,}5 = \text{rd. } 5310 \text{ kg.}$$

Das erforderliche Widerstandsmoment ist also:

$$W = \frac{5310 \, . \, 400}{8 \, . \, 60} = 4425.$$

Zur Verwendung kommt ein verdübelter Balken von 33 cm Breite und 70 cm Höhe, bei 4 cm tiefer Verdübelung und 37 cm Höhe des unteren Stückes. Dieses letztere hat dann 33 . 35 = 1155 qcm undurchbrochenen Querschnitt und $T_1 = 104816$, während das obere Stück, welches von L bis M und von O bis R keinen Stoß erhalten darf, eine Breite von 33 cm und eine Höhe von 31 cm mit W = 5285 erhält.

Der Balken erfordert an **Auflagerfläche**

$$F = V_3 : 7 = 15000 : 7 = 2143 \text{ qcm},$$

wenn gewöhnliches Ziegelmauerwerk angenommen wird. Bei einer Breite von 33 cm muß der Balken eine Auflagerlänge von 2143 : 33 = 65 cm erhalten.

Der **Überstand** des Balkens über den Fußpunkt der Streben AD und BF müßte betragen:

$$l_4 = \frac{H + H_3 - R}{b\,S} = \frac{(7500 + 27400) - 0{,}3 \, . \, (2810 + 10310)}{33 \, . \, 4} = 234 \text{ cm},$$

was unmöglich ist. $(R = 0{,}3 \, . \, (V + V_0))$.

Es muß also eine Sicherung des Fußendes der Streben bei A und B durch Eisenkonstruktionen erfolgen, wie sie beim zweisäuligen Hängewerk angegeben ist.

Die Dimensionen der einzelnen Hölzer ergeben sich nun wie folgt:

1. Der **Hängebalken AB.** 25,30 m lang, 33 cm breit, 70 cm hoch, verdübelt mit 4 cm hohen Dübeln; das untere Stück wird 37 cm, das obere 33 cm hoch.

2. Die **Streben AD und BF.** 2 Stück à 9,0 m lang, 33 cm breit und 73 cm hoch, verdübelt.

3. Der **Spannriegel DF.** 8,0 m lang, 33 cm breit und 70 cm hoch, verdübelt. Hierbei ist angenommen, daß, obgleich die mittelste Säule über den Spannriegel hinausgeht und oberhalb desselben noch einen Bolzen erhält, der Spannriegel also in der Mitte gestützt wird, dies keinen Einfluß auf denselben ausübe. In Wirklichkeit wird man aber bei der Berechnung des Spannriegels in diesem Falle nur seine halbe Länge mit 4,0 m in Rechnung ziehen brauchen, sodaß sich dann eine bedeutend geringere Stärke für denselben ergibt.

4. Die **Säulen DM und FO.** Dieselben werden Doppelsäulen à 4,50 m lang, aus je 2 Stücken von 21 cm Breite und 21 cm Stärke, welche zu je einer Säule von 21 cm Breite und 42 cm Stärke verbolzt werden. Der nicht durchbrochene Teil von 42 — 33 = 9 cm Stärke gibt 9 . 21 = 189 qcm Querschnittsfläche, welche also für den erforderlichen Querschnitt von 104 qcm ausreicht.

5. Die **Säule EN.** Dieselbe wird aus praktischen Gründen ebenso stark als die Säulen DM und FO angenommen, besteht also aus 2 Stücken à 4,50 m lang, 21 cm breit und 21 cm stark.

6. Die **Streben AC, CM, OG und GB.** Es sind erforderlich 4 Stück à 4,50 m lang, 21 cm breit und 26 cm hoch.

7. Die **Streben EM und EO.** Dieselben erhalten aus praktischen Gründen dieselbe Breite wie die vorigen. Es werden also erfordert 2 Stück à 5,30 m lang, 21 cm breit und 26 cm hoch.

7. Die **Säulen CL und GR.** Die Länge derselben ist 1,75 m, da sie bis an die Streben AD und BF gehen. Zur Verwendung kommen verbolzte Doppelsäulen von 21 cm Breite und 33 cm Stärke, deren jede aus 2 Hölzern von 21 cm Breite und 16,5 cm Stärke besteht. Die nicht durchbrochene Stärke hat also 12 . 21 = 259 qcm Querschnittsfläche, also bedeutend mehr als erforderlich ist.

9. Die Hängeeisen werden sämtlich doppelt und müssen demnach erhalten:

$$F = \frac{P_1}{2\,S} = \frac{5625}{2\,.\,750} = 3{,}75 \text{ qcm}.$$

Es werden Eisen von 1,5 cm Stärke und 3 cm Breite zu verwenden sein, die an den Säulen durch einen Bolzen zu befestigen sind, der auf Abscherung zu berechnen ist.

10. Die **Kopfenden der Streben** sind sämtlich durch eine Eisenkonstruktion zu sichern, mit Ausnahme desjenigen bei E.

Bei C und G empfiehlt es sich ein Korbeisen über die Streben AD und BF so zu legen, daß es durch einen Bolzen an den Säulen CL und GR befestigt wird.

11. Die **Fußenden der Streben** bei A und B sind durch Bolzen oder durch Korbeisen gegen Abscherung zu sichern.

5. Die Sprengewerke.

Die Sprengewerke unterscheiden sich in Bezug auf ihre Tragkraft nicht von den Hängewerken, sodaß unter gleichen Verhältnissen die für diese gegebenen Formeln und Gleichungen sofort auf die Sprengewerke angewendet werden können. Man hat hier nur zu berücksichtigen, daß die horizontalen Kräfte, welche im Fußpunkte der Streben auftreten, in die Widerlager übergehen.

Ist in Fig. 168: $l_1 = l_2 = \frac{1}{3}$ und der Balken EF in B und C durch die Streben AB und CD und den Spannriegel BC gestützt, so erhält man, bei gleichförmiger Verteilung der Belastung L, in B und C die vertikal gerichteten Kräfte:

$$P = \frac{9L}{24},$$

während in den Auflagern bei E und F die Kräfte:

$$P_0 = \frac{3L}{24}$$

wirken.

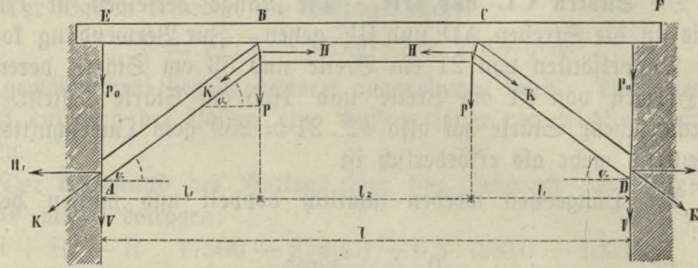


Fig. 168.

Die Kraft P zerlegt sich in die Kräfte K und H, von denen

$$K = \frac{P}{\sin a} = \frac{9\,L}{24 \sin a} = \frac{3\,L}{8 \sin a}$$

in die Streben AB und CD übergeht, während

$$H = P \,.\, \cot a = \frac{3\,L \cot a}{8}$$

den Spannriegel CB beansprucht.

Verlegt man dann die Kräfte K nach A und D, so findet man hier die Komponenten

$$H_1 = H = P \,.\, \cot a,$$

in horizontaler Richtung als Kraft, welche das Bestreben hat, das Widerlager umzuwerfen, und

$$V = P,$$

als vertikale Kraft, welche in Gemeinschaft mit P_0 das Widerlager auf Druck beansprucht.

Soll der Balken EF so unterstützt werden, daß er überall gleich stark wird, und nimmt man an, daß der Spannriegel BC mit dem Balken EF nach Art der verdübelten Träger durch Bolzen und Keile verbunden ist, so muß

$$l_2 = BC = 0{,}75\,l,$$

und $EB = CF = l_1 = 0{,}125\,l$

genommen werden. —

Die Streben der Sprengewerke erhalten nicht immer gleiche Neigung, sondern werden auch so ausgeführt wie Fig. 169 zeigt.

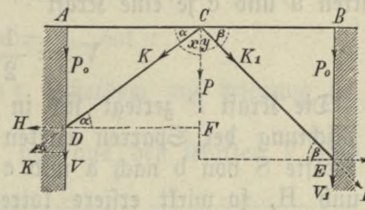


Fig. 169.

Ist L die gleichförmige über AB verteilte Belastung, so ist die vertikal in C wirkende Kraft

$$P = \frac{5L}{8},$$

welche sich in die Seitenkräfte K und K_1, die in die Richtungen der Streben fallen, zerlegt. Ist α der Neigungswinkel der Strebe CD und β derjenige der Strebe CE, so ist

$$\left[K = \frac{P\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{5\,L\cos\beta}{8\sin(\alpha+\beta)}\right];$$

$$K = \frac{P}{\sin\alpha} = \frac{5\,L}{8\sin\alpha}, \text{ und}$$

$$\left[K_1 = \frac{P\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{5\,L\cos\alpha}{8\sin(\alpha+\beta)}\right];$$

$$K_1 = \frac{P}{\sin\beta} = \frac{5\,L}{8\sin\beta}.$$

In D und E erhält man dann die horizontalen Kräfte:

$$H = K\,.\,\cos\alpha\left[= \frac{P\cos\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}\right];$$

$$H_1 = K_1\cos\beta\left[= \frac{P\cos\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}\right].$$

Der vertikale Druck in D ist:

$$V = K\,.\,\sin\alpha\left[= \frac{P\cos\beta\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}\right];$$

und derjenige in E:

$$V_1 = K_1\sin\beta\left[= \frac{P\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}\right].$$

$$V + V_1 \text{ ist dann} = P = \frac{5}{8}L;$$

der Gesamtdruck auf die Widerlager ist folglich bei D:

$$V + P_0 = V + \frac{3}{16}L,$$

und derjenige bei E:

$$V_1 + P_0 = V_1 + \frac{3}{16}L.$$

6. Berechnung der Dachkonstruktionen.

a. Das einfache Sparrendach.

Wird die Belastung eines Sparrens, Fig. 170, mit L bezeichnet, so wirkt im Stützpunkte b eine vertikale Kraft $P = L$, und in den Stützpunkten a und c je eine Kraft

$$V_1 = \frac{1}{2} L.$$

Die Kraft P zerlegt sich in die beiden Komponenten S, welche in der Richtung der Sparren wirken; verlegt man nun den Angriffspunkt der Kräfte S von b nach a und c und zerlegt S hier in die Komponenten V_2 und H, so wirkt erstere lotrecht drückend auf die Unterstützung des

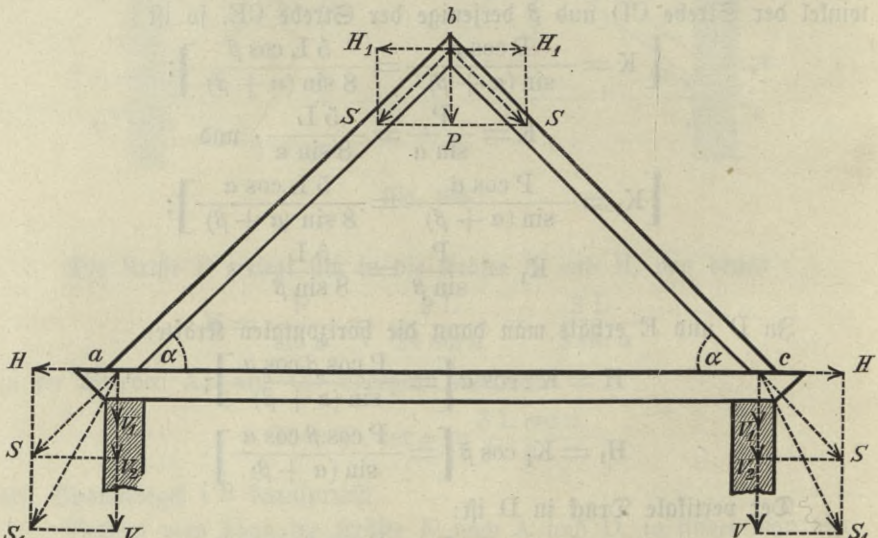


Fig. 170.

Balkens und H wagerecht ziehend auf den Balken a c. Der Gesamtdruck auf die Unterstützung des Balkens, welcher durch einen Sparren ausgeübt wird, ist demnach:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{2} L + \frac{1}{2} L = L.$$

Die Vertikalkraft V_2 muß $=$

$$S = \frac{1}{2} L$$

angenommen werden, weil in b keine Last absorbiert werden kann. Zu diesem Vertikaldrucke auf die Unterstützung des Balkens kommt noch der durch den Balken ausgeübte Druck.

Die bei b auftretende Horizontalkraft H_1 kann außer Berechnung bleiben, weil sie durch die entgegengesetzt wirkende zweite Kraft H_1 aufgehoben wird.

Die Kraft H hat das Bestreben, den Sparren zum Ausgleiten zu bringen und außerdem den Balken a c zu zerreißen. Die Kraft

$$H = \frac{L}{2} \cdot \cot \alpha = V_2 \cdot \cot \alpha$$

wirkt auf Zug, während der Balken a c außerdem auf Biegung in Anspruch genommen wird.

Der Gesamt-Sparrenschub ergibt sich aus den Kräften V und H; es ist:

$$S_1 = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{\left(\frac{L}{2} \cdot \cot \alpha\right)^2 + L^2} = \sqrt{\frac{L^2}{4} \cdot \cot^2 \alpha + L^2} =$$

$$L \cdot \sqrt{\frac{\cot^2 \alpha}{4} + 1}.$$

Der Neigungswinkel β ergibt sich aus

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{V}{H} = \frac{L}{\frac{L}{2} \cdot \cot \alpha} = 2 \cdot \frac{1}{\cot \alpha} = 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Für die Bestimmung der Querschnittsdimensionen des Sparrens ist zu beachten, daß derselbe durch die Kraft S auf Zerdrücken und Zerknicken und durch die Kraft L auf Biegung in Anspruch genommen wird.

Beispiel.

Ein mit einem einfachen Ziegeldache versehenes Gebäude hat eine Tiefe von 6,0 m, eine Höhe des Daches von 3,0 m und sind seine Sparren von Mitte zu Mitte 1,0 m von einander entfernt. Die Balken sind nur an den Enden durch Mauerwerk gestützt; wie groß ist der Gesamtdruck auf das Mauerwerk und welche Dimensionen müssen Balken und Sparren erhalten, wenn letztere keine Unterstützung haben?

Auflösung. Die Länge der Sparren ist:

$$l = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 4{,}243 \text{ m}.$$

Die Belastung eines Sparrens ist demnach:

$$L = 4{,}243 \cdot 1{,}0 \cdot 264 = 1120{,}152 = \text{rd. } 1120 \text{ kg}.$$

Der Gesamtdruck des Sparrens auf die Mauer ist:

$$S_1 = L \cdot \sqrt{\frac{\cot^2 \alpha}{4} + 1} = 1120 \cdot \sqrt{\frac{\cot^2 45^0}{4} + 1} = 1120 \cdot \sqrt{\frac{1^2}{4} + 1} =$$

$$1120 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{1120}{2} \cdot 2{,}236 = 560 \cdot 2{,}236 = 1252{,}16 \text{ kg}.$$

Der durch einen Balken ausgeübte Druck ist

$$S_2 = \frac{6{,}0 \cdot 1{,}0}{2} \cdot 250 = 750 \text{ kg},$$

sodaß der Gesamtdruck auf die Mauer beträgt:

$$S_0 = S_1 + S_2 = 1252{,}16 + 750 = 2002{,}16 = \text{rd. } 2000 \text{ kg}.$$

Die Auflagerfläche des Balkens muß also

$$2000 : 7 = 286 \text{ qcm}$$

betragen.

Der Balken wird auf Biegung in Anspruch genommen durch

$$2 \cdot 750 = 1500 \text{ kg},$$

und ist folglich ein Widerstandsmoment erforderlich von:

$$W = \frac{1500 \cdot 600}{8 \cdot 60} = 1875.$$

Durch die Kraft H wird derselbe aber noch auf Zug in Anspruch genommen. Es ist

$$H = \frac{L}{2} \cdot \cot \alpha = \frac{1120}{2} \cdot \cot 45^0 = 560 \cdot 1 = 560 \text{ kg}.$$

Der erforderliche Querschnitt ist demnach:

$$F = H : S = 560 : 80 = 7 \text{ qcm}.$$

Ein Balken von $\frac{18}{26}$ cm Querschnitt mit $W = 2028$ und $F = 468$ qcm genügt also beiden Ansprüchen.

Wird die Mauer nur $1\frac{1}{2}$ Stein stark $= 38$ cm, so ergibt sich eine Auflagerfläche des Balkens von:

$$38 \cdot 18 = 684 \text{ qcm},$$

welche also auch mehr als genügend ist.

Die Kraft S ist =

$$\frac{L}{2} = \frac{1120}{2} = 560 \text{ kg}.$$

Der Sparren beansprucht also gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{P\,l^2}{110000} = \frac{560 \cdot 424{,}3^2}{110000} = 916{,}52.$$

Gegen Zerdrücken ist erforderlich eine Querschnittsfläche

$$F = P : S = 560 : 80 = 7 \text{ qcm}.$$

Auf Biegung beträgt das erforderliche Widerstandsmoment

$$W = \frac{1120 \cdot 424{,}3}{8 \cdot 60} = 990{,}03.$$

Verwendet werden Sparren von 15 cm Breite und 20 cm Höhe, welche $W = 1000$, $T = 10000$ und $F = 300$ qcm haben, also nach jeder Richtung hin genügen.

b. Das einfache Kehlbalkendach.

In Fig. 171 seien die Sparren a b und b c in der Mitte durch den Kehlbalken e f fest unterstützt. Bezeichnet L wieder die Gesamtbelastung eines Sparrens, so kommt auf die Stützpunkte e und f je $\frac{5}{8}$ L, auf a und b je $\frac{3}{16}$ L, und auf c und b ebenfalls je $\frac{3}{16}$ L.

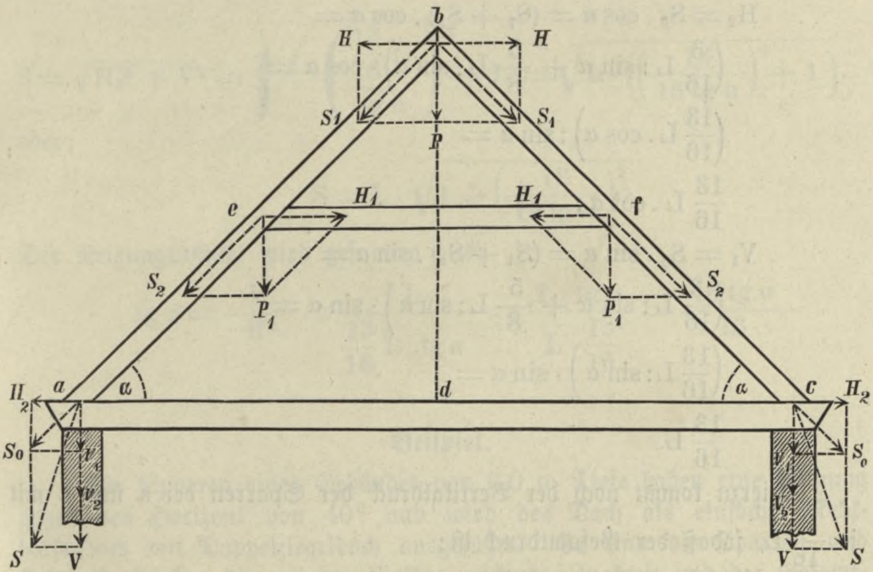


Fig. 171.

Der Vertikaldruck in b ist demnach:

$$P = \frac{3}{8} L,$$

und in e und f:

$$P_1 = \frac{5}{8} L.$$

Es wird nun P zerlegt in die Komponenten S_1, welche in der Richtung der Sparren wirken, und H_1, welche senkrecht zur Richtung von P wirken; es ist dann die Kraft

$$S_1 = \frac{P}{\sin \alpha} = \frac{3}{16} L : \sin \alpha,$$

welche sich nach den Stützpunkten a und c hin fortpflanzt.

Der Vertikaldruck P_1 wird zerlegt in die Komponenten S_2, in der Sparrenrichtung wirkend, und H_1 in der Richtung des Kehlbalkens wirkend.

Es ist die Kraft

$$S_2 = P_1 : \sin\alpha = \frac{5}{8} L : \sin\alpha,$$

und pflanzt sich dieselbe ebenfalls nach den Stützpunkten a und c fort. Der gesamte Sparrenschub ist nun:

$$S_0 = S_1 + S_2,$$

welcher sich in die Vertikalkomponente V_1 und die Horizontalkomponente H_2 zerlegt, und zwar ist:

$$H_2 = S_0 . \cos\alpha = (S_1 + S_2) . \cos\alpha =$$
$$\left(\frac{3}{16} L : \sin\alpha + \frac{5}{8} L : \sin\alpha\right) \cdot \cos\alpha =$$
$$\left(\frac{13}{16} L . \cos\alpha\right) : \sin\alpha =$$
$$\frac{13}{16} L . \cot\alpha;$$

$$V_1 = S_0 . \sin\alpha = (S_1 + S_2) . \sin\alpha =$$
$$\left(\frac{3}{16} L : \sin\alpha + \frac{5}{8} L : \sin\alpha\right) \cdot \sin\alpha =$$
$$\left(\frac{13}{16} L : \sin\alpha\right) \cdot \sin\alpha =$$
$$\frac{13}{16} L.$$

Hierzu kommt noch der Vertikaldruck der Sparren bei a und c mit je $\frac{3}{16} L$, sodaß der Gesamtdruck ist:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{13}{16} L + \frac{3}{16} L = L,$$

d. h. der Gesamtdruck eines Sparrens wirkt auf seinen Fußpunkt.

Die beiden Kräfte

$$H = P : \operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{16} L : \operatorname{tg}\alpha$$

heben sich gegenseitig auf.

H_1 wirkt drückend auf den Kehlbalken und ist

$$H_1 = P_1 : \operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{8} L : \operatorname{tg}\alpha.$$

Der Gesamtdruck auf den Kehlbalken ist also

$$2 H_1 = 2 \cdot \frac{5}{8} L : \operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{4} L : \operatorname{tg}\alpha.$$

Die Kraft H_2 wirkt ziehend auf den Balken a c und ist:

$$H_2 = V_1 : \operatorname{tg}\alpha = \frac{13}{16} L : \operatorname{tg}\alpha.$$

Auf die oberen Sparrenteile b e und b f wirkt die Kraft S_1 auf Druck und Zerknicken, auf a e und a f die Kraft S_2 in demselben Sinne; jeder Sparrenteil wird außerdem auf Biegung beansprucht durch eine Kraft $\frac{L}{2}$.

Der Kehlbalken e f wird durch die Kräfte H_1 auf Druck und Zerknicken beansprucht, während H_2 auf den Balken a c ziehend wirkt, und V_1 in die Unterstützung übergeht.

Der Gesamtdruck des Daches auf die Unterstützung ist:

$$S = \sqrt{H_2^2 + V^2} = \sqrt{\left(\frac{\frac{13}{16} L}{\operatorname{tg} \alpha}\right)^2 + L^2} = \sqrt{L \cdot \left(\left(\frac{13}{16 \operatorname{tg} \alpha}\right)^2 + 1\right)},$$

oder:

$$S = L \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{13}{16 \operatorname{tg} \alpha}\right)^2}.$$

Der Neigungswinkel wird gefunden aus:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{V}{H^2} = \frac{L}{\frac{13}{16} L : \operatorname{tg} \alpha} = \frac{L . \operatorname{tg} \alpha}{L \cdot \frac{13}{16}} = \frac{16 \operatorname{tg} \alpha}{13}.$$

Beispiel.

Die Sparren eines Gebäudes von 6,0 m Tiefe haben eine Neigung gegen den Horizont von 40^0 und wird das Dach als einfaches Kehlbalkendach mit Doppelziegeldach ausgeführt. Es sind die Sparren und Kehlbalkenstärken, die auf den Balken wirkende Zugkraft und der Gesamtdruck auf die Unterstützung zu berechnen, bei 1,0 m Sparrenentfernung von Mitte zu Mitte.

Auflösung. Die Last L ist =

$$3{,}916 . 1{,}0 . 290 = 1135{,}64 = \text{rd. } 1140 \text{ kg},$$

da die Länge des Sparrens beträgt:

$$l = \frac{3{,}0}{\cos 40^0} = \frac{3}{0{,}766} = 3{,}916 \text{ m}.$$

Es ist ferner:

$$S_1 = \frac{3}{16} L : \sin \alpha = \frac{3 . 1140}{16 . 0{,}643} = 332{,}42 = \text{rd. } 335 \text{ kg}.$$

$$S_2 = \frac{5}{8} L : \sin \alpha = \frac{5 . 1140}{8 . 0{,}643} = 1108{,}08 = \text{rd. } 1110 \text{ kg}.$$

$$H = \frac{3}{16} L : \operatorname{tg} \alpha = \frac{3 . 1140}{16 . 0{,}839} = 254{,}7 = \text{rd. } 255 \text{ kg}.$$

$$H_1 = \frac{5}{8} L : \operatorname{tg}\alpha = \frac{5 \cdot 1140}{8 \cdot 0,839} = 849,2 = \text{rd. } 850 \text{ kg.}$$

$$H_2 = \frac{13}{16} L : \operatorname{tg}\alpha = \frac{13 \cdot 1140}{16 \cdot 0,839} = 1103,9 = \text{rd. } 1105 \text{ kg.}$$

Der Gesamtdruck auf die Unterstützung ist:

$$S = L \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{13}{16 \operatorname{tg}\alpha}\right)^2} = 1140 \cdot \sqrt{1 + \frac{13^2}{16^2 \cdot 0,839^2}} =$$

$$1140 \cdot \sqrt{1 + \frac{169}{180,204}} = 1140 \cdot \sqrt{1 + 0,9378} =$$

$$1140 \cdot \sqrt{1,9378} = 1140 \cdot 1,39 = 1584,6 = \text{rd. } 1585 \text{ kg.}$$

Bei Berechnung der Sparrenstärke ist nur die Berechnung des am stärksten in Anspruch genommenen Teils, also des unteren, nötig.

Hier ist:

$$T = \frac{1110 \cdot 200 \cdot 200}{110000} = 403,63;$$

$$F = 1110 : 80 = 14 \text{ qcm};$$

$$W = \frac{570 \cdot 200}{8 \cdot 60} = 237,5.$$

Es werden **Sparren** von 10 cm Breite und 12 cm Höhe verwendet, welche $T = 1440$, $T_1 = 1000$, $F = 120$ qcm und $W = 240$ haben, also vollkommen genügen.

Zur Berechnung der Stärke des **Kehlbalkens** ist, da seine Länge $= 3,0$ m,

$$T = \frac{2 \cdot 850 \cdot 300 \cdot 300}{110000} = 1390,9 = \text{rd. } 1400.$$

$$F = \frac{2 \cdot 850}{80} = 21,2 = \text{rd. } 22 \text{ qcm.}$$

Verwendet werden Hölzer von 10 cm Breite und 17 cm Höhe mit $T_1 = 1417$, $T = 4094$ und $F = 170$ qcm, welche also ausreichend sind.

Die Sparren können auch 9 . 13 cm und die Kehlbalken 9 . 16 cm stark genommen werden.

c. Das Kehlbalkendach mit einfach stehendem Stuhl.

Dasselbe entsteht, wenn die Kehlbalken in der Mitte durch ein Rähm, welches auf sogenannten Dachstuhlstielen ruht, gestützt werden; Fig. 172.

Liegen die Kehlbalken in der Mitte der Sparren und ist L die gleichförmig über den ganzen Sparren verteilte Belastung, so ist die Belastung in d und e =

$$P_1 = \frac{5}{8} L,$$

und in a und b, und in b und c =

$$P_2 = \frac{3}{16} L,$$

sodaß der Druck in b =

$$P = \frac{3}{8} L,$$

ist. Die Kraft P wird in die Komponenten S_1 zerlegt, welche in die Richtung der Sparren fallen, und ist:

$$S_1 = \frac{P}{2 \sin \alpha} = \frac{3 L}{16 \sin \alpha}.$$

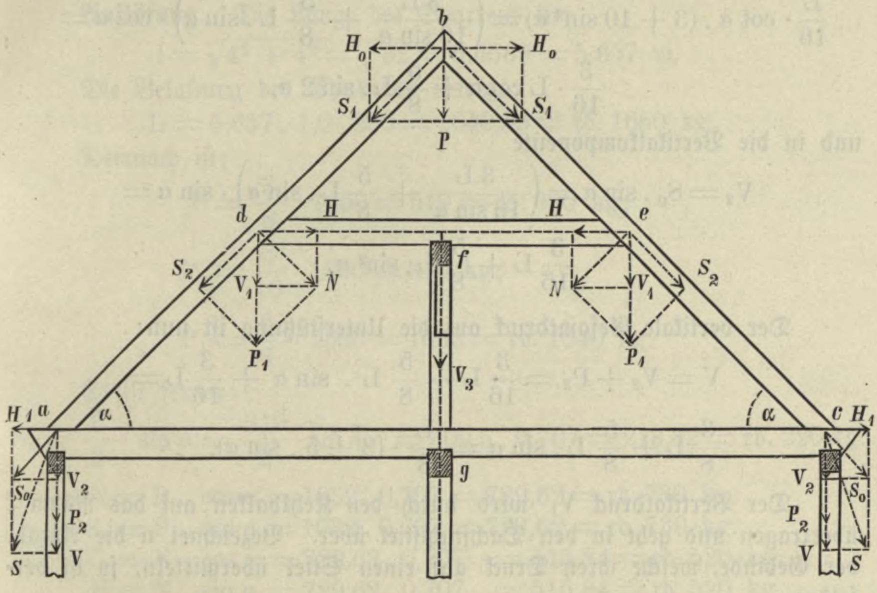


Fig. 172.

Die in d wirkende Kraft P_1 wird in die Komponenten N, welche lotrecht zum Sparren, und S_2, welche in der Sparrenrichtung liegen, zerlegt. Es ist dann:

$$N = P_1 . \cos \alpha = \frac{5}{8} L . \cos \alpha,$$

und

$$S_2 = P_1 . \sin \alpha = \frac{5}{8} L . \sin \alpha.$$

Die Kraft N zerlegt sich nun wieder in die Komponenten H, in der Richtung des Kehlbalkens, und V_1 in vertikaler Richtung. Es ist:

$$V_1 = N \cdot \cos\alpha = P_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\alpha = P_1 \cdot \cos^2\alpha = \frac{5}{8} L \cdot \cos^2\alpha.$$

$$H = N \cdot \sin\alpha = P_1 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = P_1 \cdot \frac{1}{2} \sin 2\alpha = \frac{5}{16} L \cdot \sin 2\alpha.$$

Der gesamte Sparrenschub ist:

$$S_0 = S_1 + S_2 = \frac{3L + 10L \cdot \sin^2\alpha}{16 \cdot \sin\alpha} = \frac{L \cdot (3 + 10\sin^2\alpha)}{16 \cdot \sin\alpha}.$$

Der Sparrenschub S_0 zerlegt sich in die Horizontalkomponente

$$H_1 = S_0 \cdot \cos\alpha = \frac{L \cdot \cos\alpha}{16 \sin\alpha} = \left(3 + 10\sin^2\alpha\right) =$$

$$\frac{L}{16} \cdot \cot\alpha \cdot (3 + 10\sin^2\alpha) = \left(\frac{3L}{16\sin\alpha} + \frac{5}{8} L \cdot \sin\alpha\right) \cdot \cos\alpha =$$

$$\frac{3}{16} \cdot L \cot\alpha + \frac{5}{8} L \cdot \sin 2\alpha,$$

und in die Vertikalkomponente

$$V_2 = S_0 \cdot \sin\alpha = \left(\frac{3L}{16\sin\alpha} + \frac{5}{8} L \cdot \sin\alpha\right) \cdot \sin\alpha =$$

$$\frac{3}{16} L + \frac{5}{8} L \cdot \sin^2\alpha.$$

Der vertikale Gesamtdruck auf die Unterstützung ist nun:

$$V = V_2 + P_2 = \frac{3}{16} L + \frac{5}{8} L \cdot \sin\alpha + \frac{3}{16} L =$$

$$\frac{3}{8} L + \frac{5}{8} L \cdot \sin\alpha = \frac{L}{8} \cdot (3 + 5 \cdot \sin\alpha).$$

Der Vertikaldruck V_1 wird durch den Kehlbalken auf das Rähm f übertragen und geht in den Dachstuhlstiel über. Bezeichnet n die Anzahl der Gebinde, welche ihren Druck auf einen Stiel übermitteln, so ist derselbe:

$$V_3 = 2n\,V_1 + \frac{2n\,5 \cdot L \cdot \cos^2\alpha}{8} = \frac{5n\,L \cdot \cos^2\alpha}{4}.$$

Der Kehlbalken hat dem Horizontaldruck 2 H mit rückwirkender Festigkeit zu widerstehen, während ihn die Kraft V_1 an jedem Ende auf Biegungsfestigkeit beansprucht.

Die Gesamtbelastung der Unterstützung an den Enden ist nun durch die Dachkonstruktion:

$$S = \sqrt{V^2 + H_1^2} = \sqrt{\left(\frac{L}{8} \cdot (3 + 5\sin\alpha)\right)^2 + \left(\frac{L}{16} \cdot \cot\alpha\,(3 + 10\sin^2\alpha)\right)^2} =$$

$$\sqrt{\frac{L^2}{64} \cdot (3 + 5\sin\alpha)^2 + \frac{L^2}{256} \cot^2\alpha \cdot (3 + 10\sin^2\alpha)^2} =$$

$$\sqrt{\frac{4L^2}{256} \cdot (3 + 5 \sin \alpha)^2 + \frac{L^2}{256} \cdot \cot^2 \alpha \, (3 + \sin^2 \alpha)^2} =$$

$$\frac{L}{16} \cdot \sqrt{4 \, . \, (3 + 5 \sin \alpha)^2 + \cot^2 \alpha \, . \, (3 + 10 \sin^2 \alpha)^2}.$$

Beispiel.

Über einem Gebäude von 8,0 m Tiefe soll ein Dach als Doppelziegeldach mit einem in der Mitte der Sparren liegenden Kehlbalken und einfach stehendem Stuhl konstruiert werden. Die Sparren sind 1,0 m von Mitte zu Mitte auseinander zu stellen und ist alle 4,0 m ein Binder anzuordnen. Die Höhe des Daches ist = 4,0 m.

Auflösung. Die Länge des Sparrens ist:

$$l = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 5{,}6569 = 5{,}657 \text{ m}.$$

Die Belastung des **Sparrens** beträgt:

$$L = 5{,}657 \, . \, 1{,}0 \, . \, 290 = 1640{,}53 = \text{rd. } 1650 \text{ kg}.$$

Demnach ist:

$$P = \frac{3}{8} \cdot 1650 = 619 = \text{rd. } 620 \text{ kg};$$

$$P_2 = \frac{3}{16} \cdot 1650 = 310 \text{ kg};$$

$$P_1 = \frac{5}{8} \cdot 1650 = 1032 = \text{rd. } 1040 \text{ kg}.$$

Es ist ferner:

$$S_1 = \frac{P}{2} \cdot \sin \alpha = \frac{619}{2} \cdot \sin 45^0 = 309{,}5 \, . \, 0{,}707 = 218{,}82 = \text{rd. } 220 \text{ kg}.$$

$$N = P_1 \, . \cos \alpha = 1032 \, . \, 0{,}707 = 729{,}62 = \text{rd. } 730 \text{ kg}.$$
$$S_2 = P_1 \, . \sin \alpha = 1032 \, . \, 0{,}707 = 729{,}62 = \text{rd. } 730 \text{ kg}.$$
$$V_1 = N \, . \cos \alpha = 729{,}62 \, . \, 0{,}707 = 515{,}84 = \text{rd. } 520 \text{ kg}.$$
$$H = N \, . \sin \alpha = 729{,}62 \, . \, 0{,}707 = 515{,}84 = \text{rd. } 520 \text{ kg}.$$
$$S_0 = S_1 + S_2 = 218{,}82 + 729{,}62 = 948{,}44 = \text{rd. } 950 \text{ kg}.$$
$$H_1 = S_0 \, . \cos \alpha = 948{,}44 \, . \, 0{,}707 = 670{,}55 = \text{rd. } 670 \text{ kg}.$$
$$V_2 = S_0 \, . \sin \alpha = 948{,}44 \, . \, 0{,}707 = 670{,}55 = \text{rd. } 670 \text{ kg}.$$
$$V = V_2 + P_2 = 670{,}55 + 310 = 980{,}55 = \text{rd. } 980 \text{ kg}.$$
$$V_3 = 2 \, n \, V_1 = 2 \, . \, 4 \, . \, 515{,}84 = 4126{,}72 = \text{rd. } 4130 \text{ kg}.$$

Der Sparren beansprucht:

gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{730 \, . \, 283 \, . \, 283}{110000} = 531{,}5;$$

gegen Zerdrücken einen Flächeninhalt des Querschnittes

$$F = \frac{730}{80} = 9{,}12 = \text{rd. } 10 \text{ qcm}.$$

gegen Biegung ein Widerstandsmoment (da $P = 1650 : 2 = 825$ kg),

$$W = \frac{825 . 283}{8 . 60} = 486{,}4.$$

Verwendet werden Sparren von 12 cm Breite und 16 cm Höhe, mit $T = 4096$, $T_1 = 2304$, $F = 192$ und $W = 512$, welche also vollkommen genügen.

Für den **Kehlbalken** ist das erforderliche Trägheitsmoment:

$$T = \frac{2\,H . 400 . 400}{110000} = \frac{2 . 520 . 400 . 400}{110000} = 1513.$$

Gegen Zerdrücken ist notwendig:

$$F = \frac{2 . 520}{80} = 13 \text{ qcm}.$$

Es würden hier Hölzer von $\frac{12}{16}$ cm Querschnitt mehr als genügen, wenn die Kraft V_1 den Kehlbalken nicht an seinen Enden auf Biegung beanspruchte. Jeder halbe Kehlbalken ist daher als ein an seinem freien Ende belasteter Freiträger zu berechnen und erfordert ein Widerstandsmoment

$$W = \frac{520 . 200}{60} = 1733.$$

Es müßten deshalb Kehlbalken von 18 cm Breite und 24 cm Höhe verwendet werden, welche $W = 1728$, $T = 20736$, $T_1 = 11664$ und $F = 432$ qcm haben. Soll die Breite, wie bei den Sparren, 12 cm betragen, dann muß die Höhe mindestens 29 cm werden, da dieses Profil $W = 1682$ hat.

Die Belastung des **Rähms** kann wie die der Stuhlsäule mit 4130 kg angenommen werden. Dasselbe wird auf Biegung beansprucht, und ist demnach:

$$W = \frac{4130 . 400}{12 . 60} = 2294{,}4,$$

wenn angenommen wird, daß es über mehrere Stiele hinweggeht und an den Stößen fest verbunden ist.

Ein Querschnitt von 21 cm Breite und 26 cm Höhe mit $W = 2366$ ist ausreichend. Um zu große Stärke der Dachrähme zu vermeiden, ist es zu empfehlen, die Entfernungen der Binder voneinander nicht zu groß anzunehmen.

Die **Dachstuhlstiele** erfordern gegen Zerknicken:

$$T = \frac{4130 . 200 . 200}{110000} = 1501{,}8,$$

und gegen Zerdrücken

$$F = \frac{4130}{80} = 51{,}6 = 52 \text{ qcm.}$$

Verwendet werden, wegen der Breite des Rähms von 21 cm, Hölzer von $\frac{13}{21}$ cm Stärke mit $T = 10033$, $T_1 = 3845$ und $F = 273$ qcm.

Aus vorstehender Berechnung geht hervor, daß die Kehlbalken, Rähme und Dachstuhlstiele sehr ungünstige Dimensionen erhalten und ist diese Konstruktion deshalb keine empfehlenswerte.

NB. Ich mache darauf aufmerksam, daß die statische Berechnung häufig für die Hölzer der Dachkonstruktion bedeutend größere Stärken ergibt, als in der Praxis verwendet werden. Es ist aber zu berücksichtigen, daß für Holzkonstruktionen bei der statischen Berechnung stets zehnfache Sicherheit in Rechnung gezogen ist. Begnügt man sich dagegen in der Praxis mit einer geringeren Sicherheit, so ist das für die Dachkonstruktionshölzer allenfalls zu gestatten, bei Balken, Trägern ꝛc. dagegen nicht. Die in der Praxis meist verwendeten Stärken sind im Band IV meiner „Praktischen Unterrichtsbücher für Bautechniker" genügend angeführt, hier dagegen kann nur die genaue statische Berechnung, mit zehnfacher Sicherheit für Holz, Platz greifen.

d. Das Kehlbalkendach mit doppelt stehendem Stuhl.

Unterstützt man den Kehlbalken durch 2 Rähme und diese in den Bindern durch Dachstuhlstiele, so entsteht das Kehlbalkendach mit doppelt stehendem Stuhl; Fig. 173.

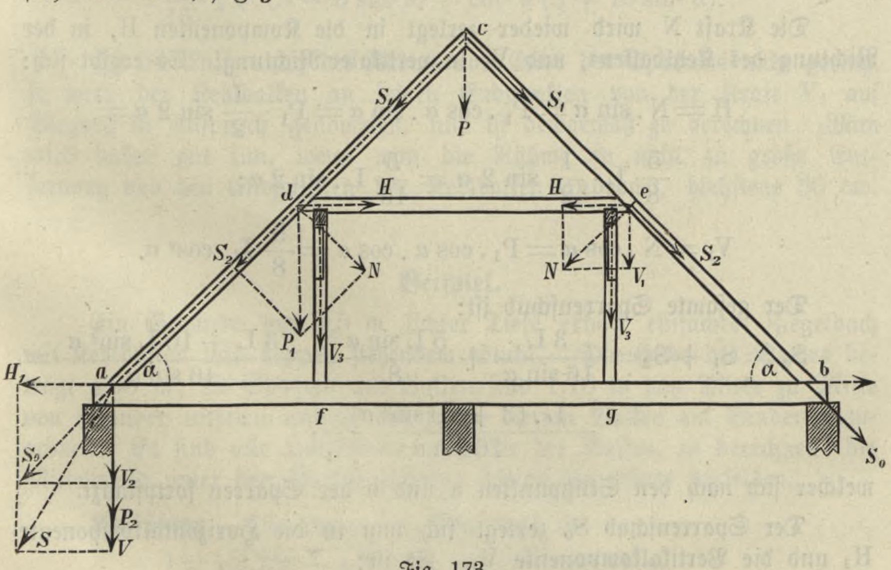


Fig. 173.

Bezeichnet L die gleichförmig über den Sparren verteilte Belastung und liegt der Kehlbalken d e in der Mitte der Sparren, so ist der Vertikaldruck in d und e =

$$P_1 = \frac{5}{8} L,$$

und in jedem Endpunkte a und c, und b und c $= \frac{3}{16} L$, sodaß in c die Last

$$P = \frac{3}{8} L,$$

und in a und b die Last

$$P_2 = \frac{3}{16} L$$

wirkt.

Die Kraft P zerlegt sich in die beiden in die Sparren übergehenden Komponenten

$$S_1 = \frac{P}{2 \sin \alpha} = \frac{3 L}{16 \sin \alpha}.$$

Der Vertikaldruck P_1 wird in die Komponenten S_2, in der Richtung des Sparrens, und N, senkrecht zur Sparrenrichtung, zerlegt. Es ist:

$$N = P_1 . \cos \alpha = \frac{5}{8} L . \cos \alpha;$$

$$S_2 = P_1 . \sin \alpha = \frac{5}{8} L . \sin \alpha.$$

Die Kraft N wird wieder zerlegt in die Komponenten H, in der Richtung des Kehlbalkens, und V_1 in vertikaler Richtung. Es ergibt sich:

$$H = N . \sin \alpha = P_1 . \cos \alpha . \sin \alpha = P_1 \cdot \frac{1}{2} \sin 2 \alpha =$$

$$\frac{5}{8} L \cdot \frac{1}{2} \sin 2 \alpha = \frac{5}{16} L . \sin 2 \alpha;$$

$$V_1 = N . \cos \alpha = P_1 . \cos \alpha . \cos \alpha = \frac{5}{8} L . \cos^2 \alpha.$$

Der gesamte Sparrenschub ist:

$$S_0 = S_1 + S_2 = \frac{3 L}{16 \sin \alpha} + \frac{5 L \sin \alpha}{8} = \frac{3 L + 10 L \sin^2 \alpha}{16 \sin \alpha} =$$

$$\frac{L . (3 + 10 \sin^2 \alpha)}{16 \sin \alpha},$$

welcher sich nach den Stützpunkten a und b der Sparren fortpflanzt.

Der Sparrenschub S_0 zerlegt sich nun in die Horizontalkomponente H_1 und die Vertikalkomponente V_2. Es ist:

$$H_1 = S_0 \,.\, \cos\alpha = \frac{L\,.\,(3 + 10\sin^2\alpha)\,.\,\cos\alpha}{16\sin\alpha} = \frac{L}{16}\cot\alpha\,.\,(3 + 10\sin^2\alpha).$$

$$V_2 = S_0 \,.\, \sin\alpha = \frac{L\,.\,(3 + 10\sin^2\alpha)\,.\,\sin\alpha}{16\sin\alpha} = \frac{L}{16}\cdot(3 + 10\sin^2\alpha).$$

Der vertikale Gesamtdruck auf die Unterstützung ist nun:

$$V = V_2 + P_2 = \frac{L}{16}(3 + 10\sin^2\alpha) + \frac{3}{16}L = \frac{L}{16}\cdot(3 + 10\sin^2\alpha + 3) =$$

$$\frac{L}{16}\cdot(6 + 10\sin^2\alpha) = \frac{L}{8}\cdot(3 + 5\sin^2\alpha).$$

Der Vertikaldruck V_1 wird auf die Rähme bei d und e übertragen und geht in den Dachstuhlstiel über. Bezeichnet man die Anzahl der Gebinde, welche ihren Druck auf einen Stiel übertragen, mit n, so ist:

$$V_3 = n\,.\,V_1 = n\cdot\frac{5}{8}L\,.\,\cos^2\alpha.$$

Der Kehlbalken hat dem Druck 2 H gegen Biegung und gegen Zerdrücken zu widerstehen.

Die Gesamtbelastung der Unterstützungen durch die Dachkonstruktion ist an den Enden:

$$S = \sqrt{V^2 + H_1{}^2} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{L}{8}\cdot(3 + 5\sin^2\alpha)\right)^2 + \left(\frac{L}{16}\cot\alpha\,.\,(3 + 10\sin^2\alpha)\right)^2} =$$

$$\frac{L}{16}\cdot\sqrt{4\,.\,(3 + 5\sin^2\alpha) + \cot^2\alpha\,(3 + 10\sin^2\alpha).}$$

Ist die Entfernung des Rähms vom Ende des Sparrens nicht gering, so wird der Kehlbalken an seinen Endpunkten von der Kraft V_1 auf Biegung in Anspruch genommen, und ist demgemäß zu berechnen. Man wird daher gut tun, wenn man die Rähme in nicht zu große Entfernung von den Endpunkten der Kehlbalken anordnet, höchstens 30 cm.

Beispiel.

Ein Gebäude von 9,5 m lichter Tiefe erhält einfaches Ziegeldach mit Kehlbalken und doppelt stehendem Stuhl. Die Höhe des Daches beträgt 4,50 m; die Sparren und Balken sind 1,10 m von Mitte zu Mitte von einander entfernt und ist auf jedem vierten Balken ein Binder anzuordnen. Es sind alle Holzstärken, auch die der Balken, zu berechnen; die Mittelwand unter den Balken befindet sich in der Mitte derselben.

Auflösung. Die Länge des **Sparrens** ist:

$$l = \sqrt{4{,}75^2 + 4{,}5^2} = \sqrt{42{,}8125} = 6{,}54 \text{ m}.$$

Die Belastung eines Sparrens beträgt:

$$L = 6{,}54 \,.\, 1{,}10 \,.\, 264 = 1899{,}216 = \text{rd. } 1900 \text{ kg};$$

folglich ist:

$$P = \frac{3}{8} \cdot 1900 = 712{,}5 = \text{rd. } 750 \text{ kg.}$$

$$P_1 = \frac{5}{8} \cdot 1900 = 1187{,}5 = \text{rd. } 1190 \text{ kg};$$

$$P_2 = \frac{3}{16} \cdot 1900 = 356{,}25 = \text{rd. } 360 \text{ kg.}$$

Es ist ferner (da $\sin\alpha = 4{,}5 : 6{,}54 = 0{,}688$, und $\cos\alpha = 4{,}75 : 6{,}54 = 0{,}726$), auch

$$S_1 = \frac{P}{2\sin\alpha} = \frac{720 \,.\, 6{,}54}{2 \,.\, 4{,}5} = 523{,}2 = \text{rd. } 530 \text{ kg.}$$

$$N = P_1 \,.\, \cos\alpha = 1190 \cdot \frac{4{,}75}{6{,}54} = 864{,}3 = \text{rd. } 870 \text{ kg.}$$

$$S_2 = P_1 \,.\, \sin\alpha = 1190 \cdot \frac{4{,}5}{6{,}54}\ 818{,}8 = \text{rd. } 820 \text{ kg.}$$

$$H = N \,.\, \sin\alpha = 870 \,.\, 0{,}688 = 598{,}56 = \text{rd. } 600 \text{ kg.}$$

$$V_1 = N \,.\, \cos\alpha = 870 \,.\, 0{,}726 = 631{,}62 = \text{rd. } 630 \text{ kg.}$$

$$S_0 = S_1 + S_2 = 530 + 820 = 1350 \text{ kg.}$$

$$H_1 = S_0 \,.\, \cos\alpha = 1350 \,.\, 0{,}726 = 980{,}1 = \text{rd. } 980 \text{ kg.}$$

$$V_2 = S_0 \,.\, \sin\alpha = 1350 \,.\, 0{,}688 = 928{,}80 = \text{rd. } 930 \text{ kg.}$$

$$V = V_2 + P_2 = 930 + 360 = 1290 \text{ kg.}$$

$$V_3 = n \,.\, V_1 = 4 \,.\, 630 = 2520 \text{ kg.}$$

$$S = \sqrt{V^2 + H_1{}^2} = \sqrt{1290^2 + 980^2} = 1620 \text{ kg.}$$

Die **Sparren** beanspruchen auf der am stärksten beanspruchten Strecke a d:

gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{S_2 \,.\, l^2}{110000} = \frac{820 \,.\, 327 \,.\, 327}{110000} = 797{,}1;$$

gegen Zerdrücken eine Querschnittsfläche

$$F = 820 : 80 = 10{,}25 \text{ qcm};$$

gegen Biegung ein Widerstandsmoment, da $\frac{L}{2} = 1900 : 2 = 950$,

$$W = \frac{950 \,.\, 327}{12 \,.\, 60} = 432,$$

wenn die Sparren als fest eingespannt angenommen werden.

Verwendet werden Sparren von 12 cm Breite und 15 cm Höhe, mit $F = 180$, $T = 3375$, $T_1 = 2160$ und $W = 450$, welche also mehr als genügen.

Die **Kehlbalken** werden durch den Druck 2 H in Anspruch genommen, und zwar gegen Zerknicken mit einem Trägheitsmoment

$$T = \frac{2 \cdot 600 \cdot 475 \cdot 475}{110000} = 2462;$$

gegen Zerdrücken mit einer Querschnittsfläche

$$F = \frac{2 \cdot 600}{80} = 15 \text{ qcm}.$$

Verwendet werden aus praktischen Gründen Hölzer von $\frac{12}{16}$ cm Querschnitt, welche ebenfalls mehr als genügen.

Das **Dachstuhlrähm** wird durch die Kraft V_3 auf Biegung beansprucht; es ist demnach

$$W = \frac{2520 \cdot 440}{12 \cdot 60} = 1528.$$

Verwendet werden Hölzer von 25 cm Höhe und 15 cm Breite, mit W = 1563, die also ausreichend sind.

NB. In der Praxis verwendet man in solchen Fällen Rähme von 15 bis 16 cm Breite und 18 bis 22 cm Höhe, was mit Rücksicht auf die in Rechnung gestellte zehnfache Sicherheit auch zulässig erscheint. Man wird jedoch stets gut tun, die Binderentfernung nicht zu groß anzunehmen, um nicht zu starke Rähme zu erhalten.

Die **Dachstuhlstiele** werden durch die Kraft V_3 auf Zerknicken und Zerdrücken beansprucht und ist demnach erforderlich:

$$T = \frac{2520 \cdot 215 \cdot 215}{110000} = 1059;$$

$$F = 2520 : 80 = 31{,}5 \text{ qcm}.$$

Stiele mit einem Querschnitt von 15 cm im Quadrat, mit T = 4219 und F = 225 qcm sind mehr als ausreichend.

Die **Kopfbänder** dienen nur zur Längenverstrebung und erhalten eine Stärke von $\frac{10}{12}$ cm.

Der Balken a b, welcher in seiner Mitte unterstützt wird, ist gleichförmig belastet auf seine freitragende Länge von 4,75 m, und wird in der Mitte dieser Länge bei f und g durch die zentrierte Last V_3 auf Biegung beansprucht. Das Maximalbiegungsmoment ist demnach:

$$M = \frac{V_3 + 2 P_1}{8} \cdot l, \text{ worin } P_1 = V_3,$$

und also ein Widerstandsmoment erforderlich von:

$$W = \frac{1}{8\,S} \cdot (V_3 + 2\,V_3) = \frac{475 \,.\, (2520 + 2 \,.\, 2520)}{8 \,.\, 60} =$$

$$\frac{475 \,.\, 7560}{8 \,.\, 60} = 7481.$$

Es würde für den Balken ein Querschnitt von 28 cm Breite und 40 cm Höhe mit $W = 7467$ erforderlich sein. Um für den Binderbalken diese ungewöhnliche Stärke zu vermeiden, überträgt man durch einen Überzug, auf welchen der Stiel gestellt wird, die zentrierte Last auf drei Balken. Es ist dann erforderlich:

$$W = 7467 : 3 = 2489.$$

Der Balken erfordert hierbei einen Querschnitt von 19 cm Breite und 28 cm Höhe, mit $W = 2483$, sodaß event. eine weitere Verteilung durch Verlängerung des Trägers erfolgen kann.

Wirkt die zentrierte Last so auf den Balken, daß dieser durch eine Querwand gestützt wird, dann ist dieselbe außer Ansatz zu lassen. Die Zwischenbalken und Binderbalken erfordern in diesem Falle:

$$W = \frac{475 \,.\, 2520}{8 \,.\, 60} = 2493{,}75.$$

Erforderlich ist hier ein Querschnitt von 13 cm Breite und 40 cm Höhe, mit $W = 3466$, oder von 26 cm Höhe und 22 cm Breite, mit $W = 2475$; vorzuziehen wäre aber ein Querschnitt von 21 cm Breite und 27 cm Höhe, mit $W = 2552$.

e. Das Dach mit Forsträhm.

Die Sparren werden hierbei unter der Forstlinie durch ein auf Stuhlsäulen ruhendes Rähm gestützt und die Längenverstrebung durch Kopfbänder zwischen Forsträhm und Stuhlsäulen hergestellt. Ruht der Binderbalken auf einer Querwand oder ist er an der Stelle, wo der Dachstuhlstiel auf ihn drückt, anderweitig unterstützt, so kann die bei d, Fig. 174, angegebene Stuhlschwelle fortfallen.

Bezeichnet L die Belastung eines Sparrens, dann ist der Druck in a und b, und in c und b $= \frac{L}{2}$; demnach der Druck in der Säule:

$$P = L,$$

und derjenige auf die Stützmauern:

$$P_1 = \frac{L}{2}.$$

Zerlegt man die Kraft P in die Komponenten S_1, in den Richtungen der Sparren liegend, und N hierzu normal, dann ist:

$$\sin \alpha = \frac{P}{2} : S_1 = \frac{L}{2} : S_1, \text{ folglich}$$

$$S_1 = \frac{L}{2} : \sin \alpha;$$

$$\cos \alpha = N : \frac{P}{2} = N : \frac{L}{2}, \text{ folglich}$$

$$N = \frac{L}{2} \cdot \cos \alpha.$$

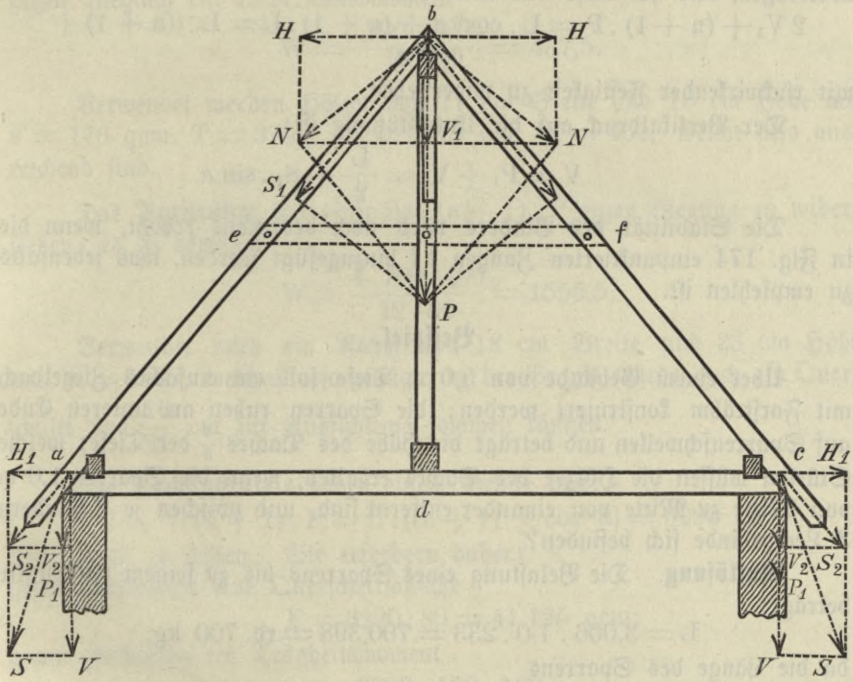


Fig. 174.

Die Kraft N zerlegt sich in die Vertikalkomponente V_1 und die Horizontalkomponente H, welche letztere durch die Kraft — H aufgehoben wird. Es ist:

$$\cos \alpha = V_1 : N, \text{ folglich}$$

$$V_1 = N \cdot \cos \alpha = \frac{L}{2} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha,$$

welche Kraft drückend auf die Stuhlsäule wirkt, und zwar mit

$$V_1 = \frac{L}{2} \cdot \cos^2 \alpha = 2\, V_1 = L \cdot \cos^2 \alpha.$$

S_1 setzt sich in der Sparrenrichtung nach dem Fußende des Sparrens fort und zerlegt sich hier in die Horizontalkomponente

$$H_1 = S_1 \cdot \cos\alpha,$$

und in die Vertikalkomponente

$$V_2 = S_1 \cdot \sin\alpha.$$

Das Stück des Forsträhms zwischen je 2 Bindern enthält n Sparren; dann wird dasselbe auf Biegung in Anspruch genommen durch die Last $(n + 1) \cdot P$. Nimmt man an, die Sparren sind unter sich und mit dem Forsträhm fest verbunden, dann wird diese Last auch auf die Stuhlsäule übertragen, und hat diese nur einer Kraft von

$$2\,V_1 + (n + 1) \cdot P = L \cdot \cos^2\alpha + (n + 1) \cdot L = L \cdot ((n + 1) + \cos^2\alpha)$$

mit rückwirkender Festigkeit zu widerstehen.

Der Vertikaldruck auf die Unterstützung ist:

$$V = P_1 + V_2 = \frac{L}{2} + S_1 \cdot \sin\alpha.$$

Die Stabilität des Binders wird noch bedeutend erhöht, wenn die in Fig. 174 einpunktierten Zangen ef hinzugefügt werden, was jedenfalls zu empfehlen ist.

Beispiel.

Über einem Gebäude von 5,0 m Tiefe soll ein einfaches Ziegeldach mit Forsträhm konstruiert werden; die Sparren ruhen am unteren Ende auf Sparrenschwellen und beträgt die Höhe des Daches $\frac{1}{3}$ der Tiefe; welche Stärken müssen die Hölzer des Daches erhalten, wenn die Sparren 1,0 m von Mitte zu Mitte von einander entfernt sind, und zwischen je 2 Bindern 3 Leergebinde sich befinden?

Auflösung. Die Belastung eines Sparrens bis zu seinem Fußpunkte beträgt:

$$L = 3{,}006 \cdot 1{,}0 \cdot 233 = 700{,}398 = \text{rd. } 700 \text{ kg},$$

da die Länge des Sparrens

$$l = \sqrt{2{,}5^2 + 1{,}67^2} = 3{,}006 \text{ m ist}.$$

Es ist demnach:

$$P = 700 \text{ kg}.$$

$$P_1 = 700 : 2 = 350 \text{ kg}.$$

$$S_1 = 350 : \sin\alpha = 350 \cdot \frac{1{,}67}{3{,}0} = \frac{350 \cdot 3{,}0}{1{,}67} = 628{,}74 = \text{rd. } 630 \text{ kg}.$$

$$N = 350 \cdot \cos\alpha = 350 \cdot \frac{2{,}5}{3{,}0} = 291{,}66 = \text{rd. } 300 \text{ kg}.$$

$$2\,V_1 = L \cdot \cos^2\alpha = 700 \cdot \frac{2{,}5^2}{3{,}0^2} = 486{,}1 = \text{rd. } 490 \text{ kg}.$$

$$H_1 = S_1 \,.\, \cos\alpha = 630 \,.\, 0{,}83 = 522{,}9 = \text{rd. } 530 \text{ kg.}$$
$$V_2 = S_1 \,.\, \sin\alpha = 630 \,.\, 0{,}56 = 352{,}8 = \text{rd. } 360 \text{ kg.}$$
$$L \,.\, ((n+1) + \cos^2\alpha) = 700 \,.\, (4 + 0{,}69) = 3283 = \text{rd. } 3290 \text{ kg.}$$

Die **Sparren** erfordern:
gegen Zerdrücken eine Querschnittsfläche

$$F = 630 : 80 = 7{,}87 \text{ qcm};$$

gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{630 \,.\, 300 \,.\, 300}{110000} = 515{,}45;$$

gegen Biegung ein Widerstandsmoment

$$W = \frac{700 \,.\, 300}{8 \,.\, 60} = 437{,}5.$$

Verwendet werden Hölzer von 11 cm Breite und 16 cm Höhe mit $F = 176$ qcm, $T = 3755$, $T_1 = 1775$ und $W = 469$, welche also ausreichend sind.

Das **Forsträhm** hat einer Last $(n+1) \,.\, P$ gegen Biegung zu widerstehen; es ist demnach:

$$W = \frac{4 \,.\, 700 \,.\, 400}{12 \,.\, 60} = 1555{,}5.$$

Verwendet wird ein Rähm von 18 cm Breite und 23 cm Höhe mit $W = 1587$, welches also genügt; in der Praxis würde auch ein Querschnitt von $\frac{16}{21}$ cm zur Ausführung kommen können.

Die **Dachstuhlstiele** haben einem Drucke von:

$$2\,V_1 + (n+1) \,.\, P = L \,.\, ((n+1) + \cos^2\alpha) = 3290 \text{ kg}$$

Widerstand zu leisten. Sie erfordern daher:
gegen Zerdrücken eine Querschnittsfläche

$$F = 3290 : 80 = 41{,}125 \text{ qcm};$$

gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{3290 \,.\, 160 \,.\, 160}{110000} = 765{,}67.$$

Verwendet werden Hölzer mit einem Querschnitt von $\frac{15}{18}$ cm, deren $T_1 = 5063$ und $F = 270$ ist, die also mehr als genügen. Bei einer Rähmstärke von $\frac{16}{21}$ cm würde hier ein Querschnitt von $\frac{15}{16}$ cm ausreichend sein.

Die **Sparrenschwellen** haben, wenn sie nicht mehr voll untermauert sind, einem Drucke von:

$$(n+1) \,.\, (V_2 + P_1) = 4 \,.\, (360 + 350) = 4 \,.\, 710 = 2840 \text{ kg}$$

mit Biegungsfestigkeit zu widerstehen. Es ist demnach:

$$W = \frac{2840 \,.\, 400}{12 \,.\, 60} = 1577{,}7.$$

Zur Verwendung kommen Hölzer von 20 cm Breite und 22 cm Höhe mit $W = 1613$, welche also ausreichend sind.

Der **Balken** a c wird durch die Kraft $2\,H_1$ auf Zug in Anspruch genommen, und erfordert demnach einen Flächeninhalt des Querschnitts:

$$F = \frac{2 \,.\, 530}{100} = 11 \text{ qcm}.$$

Liegt der Balken nun frei, dann würde ihn die direkt auf ihm ruhende Stuhlsäule mit der Kraft $2\,V_1 + (n + 1) \,.\, P$ in seiner Mitte auf Biegung beanspruchen. Es wird dann:

$$W = \frac{3290 \,.\, 500}{4 \,.\, 60} = 6854{,}16.$$

Es müßten verwendet werden: Balken von 26 cm Breite und 40 cm Höhe, mit $W = 6933$. Es wäre hier also jedenfalls ein Überzug anzuordnen, sodaß wenigstens 3 Balken die Last aufnehmen, jeder also $W = 6854{,}16 : 3 = 2284{,}72$ erfordert. Der Querschnitt würde dann mit 21 . 26 cm, dessen $W = 2366$ ist, ausreichend sein. — Ist der Balken in der Mitte oder deren Nähe oder durch eine Querwand unterstützt, dann wird er natürlich bedeutend schwächer, und erfordert nur, wie alle übrigen Balken, $W = \frac{1{,}0 \,.\, 500 \,.\, 500}{8 \,.\, 60} = 521$, und einen Querschnitt von 12 . 17 cm, mit $W = 578$ und $F = 204$ qcm.

f. Dach mit dreifach stehendem Stuhl.

Bei diesem Dache wird vorwiegend jetzt Zangenverband und Trempelwand angewendet, sodaß die Kehlbalken fortfallen; Fig. 175.

Es sei L wieder die Belastung einer Seite der Dachkonstruktion, dann ist, wenn die Unterstützung bei d und e in der Mitte der Sparren sich befindet,

$$P = 2 \cdot \frac{3}{16} L = \frac{3}{8} L;$$

$$P_1 = \frac{5}{8} L;$$

$$P_2 = \frac{3}{16} L.$$

Zerlegt man P in die Komponenten S_1 in der Sparrenrichtung und N hierzu senkrecht, dann ist, da $\sin\alpha = S_1 : \frac{P}{2}$ und $\cos\alpha = N : \frac{P}{2}$,

$$S_1 = \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha = \frac{3}{16} L . \sin\alpha;$$

$$N = \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha = \frac{3}{16} L . \cos\alpha.$$

Die Kraft N wird wieder zerlegt in die Vertikalkomponente

$$V_1 = N . \cos\alpha = \frac{P}{2} \cdot \cos^2\alpha = \frac{3}{16} L . \cos^2\alpha,$$

$$\text{da } \cos\alpha = V_1 : N,$$

und in die Horizontalkomponente H, welche durch — H aufgehoben wird.

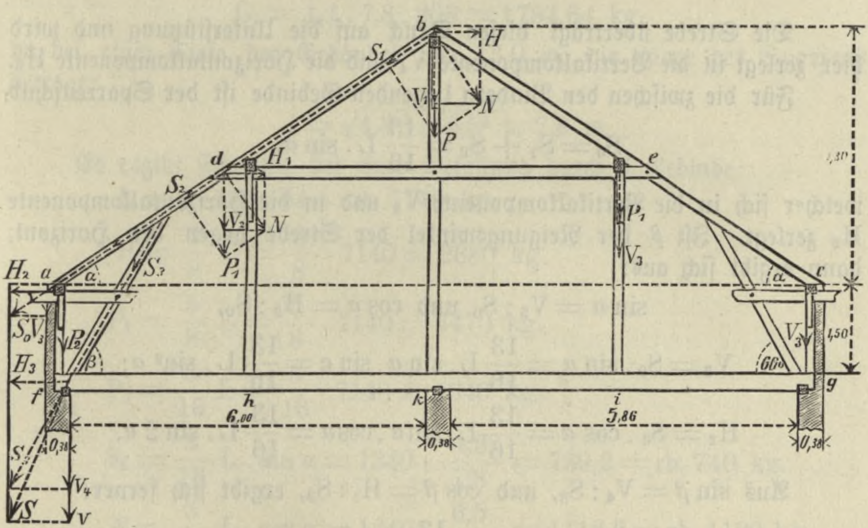


Fig. 175.

Die Last P_1 wird zerlegt in die in der Sparrenrichtung liegende Komponente und ist, da

$$\sin\alpha = S_2 : P_1,$$

$$S_2 = P_1 . \sin\alpha = \frac{5}{8} L . \sin\alpha,$$

und in die hierzu senkrechte, welche, da

$$\cos\alpha = N_1 : P_1, \text{ ergibt}$$

$$N_1 = P_1 . \cos\alpha = \frac{5}{8} L . \cos\alpha.$$

Die Kraft N_1 zerlegt sich in die Komponenten V_2 vertikal und H_1 horizontal gerichtet; und zwar ist aus:

$$\cos\alpha = V_2 : N_1 \text{ und } \sin\alpha = H_1 : N_1,$$

$$V_2 = N_1 \cdot \cos\alpha = \frac{5}{8} L \cdot \cos\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{5}{8} L \cdot \cos^2\alpha;$$

$$H_1 = N_1 \cdot \sin\alpha = \frac{5}{8} L \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = \frac{5}{16} L \cdot \sin 2\alpha.$$

In den Bindern wird der Schub im Sparren von der Strebe aufgenommen und ist deshalb hier:

$$S_3 = S_1 + S_2 = \frac{3}{16} L \cdot \sin\alpha + \frac{5}{8} L \cdot \sin\alpha =$$

$$\sin\alpha \cdot \left(\frac{3L}{16} + \frac{5L}{8}\right) = \frac{13}{16} L \cdot \sin\alpha.$$

Die Strebe überträgt diesen Druck auf die Unterstützung und wird hier zerlegt in die Vertikalkomponente V_4 und die Horizontalkomponente H_3.

Für die zwischen den Bindern liegenden Gebinde ist der Sparrenschub

$$S_0 = S_1 + S_2 = \frac{13}{16} L \cdot \sin\alpha,$$

welcher sich in die Vertikalkomponente V_3 und in die Horizontalkomponente H_2 zerlegt. Ist β der Neigungswinkel der Strebe gegen den Horizont, dann ergibt sich aus:

$$\sin\alpha = V_3 : S_0 \text{ und } \cos\alpha = H_2 : S_0,$$

$$V_3 = S_0 \cdot \sin\alpha = \frac{13}{16} L \cdot \sin\alpha \cdot \sin\alpha = \frac{13}{16} L \cdot \sin^2\alpha;$$

$$H_2 = S_0 \cdot \cos\alpha = \frac{13}{16} L \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{13}{16} L \cdot \sin 2\alpha.$$

Aus $\sin\beta = V_4 : S_3$, und $\cos\beta = H_3 : S_3$, ergibt sich ferner:

$$V_4 = S_3 \cdot \sin\beta = \frac{13}{16} L \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta;$$

$$H_3 = S_3 \cdot \cos\beta = \frac{13}{16} L \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta.$$

Der vertikale Gesamtdruck, welchen die Dachkonstruktion auf die Endunterstützungen der Balken ausübt, ist:

$$V = V_3 + P_2 + V_4 = \frac{13}{16} L \cdot \sin^2\alpha + \frac{3}{16} L + \frac{13}{16} L \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta =$$

$$\frac{L}{16} \cdot (13 \sin^2\alpha + 3 + 13 \sin\alpha \cdot \sin\beta) =$$

$$\frac{L}{16} \cdot (3 + 13 \sin\alpha \cdot (\sin\alpha + \sin\beta)).$$

Die Gesamtbelastung der Unterstützung durch die Dachkonstruktion ist:

$$S = \sqrt{V^2 + H_3^2}.$$

Beispiel.

In Fig. 175 sei die Wandstärke der Unterstützungen 0,38 m, die Tiefe des vorderen Raumes 6,0 m, die des hinteren Raumes 5,86 m; das Dach wird Schieferdach mit einer Neigung 1 : 3 und 1,50 m hoher Trempelwand und erhält ein Forsträhm und zwei Dachstühle, welche letzteren in der Mitte der Sparren angeordnet sind, sowie Zangenverband. Welche Dimensionen müssen die Hölzer erhalten, wenn die Binder 4,40 m voneinander entfernt sind?

Auflösung. Die Belastung eines Sparrens ist bei $4{,}40 : 4 = 1{,}10$ m Sparrenentfernung:

$$L_1 = 1{,}1 \,.\, 7{,}8 \,.\, 208 = 1784{,}64 \text{ kg},$$

da bei einer Tiefe des Gebäudes von 13,0 m, die Länge des Sparrens beträgt:

$$l = \sqrt{4{,}3^2 + 6{,}5^2} = 7{,}8 \text{ m}.$$

Es ergibt sich nun, bei einer Belastung durch 4 Gebinde:

$$L = 4 \,.\, 1784{,}64 = \text{rd. } 7140 \text{ kg}.$$

$$P = \frac{3}{8} L = \frac{3}{8} \cdot 7140 = 2680 \text{ kg}.$$

$$P_1 = \frac{5}{8} L = \frac{5}{8} \cdot 7140 = 4470 \text{ kg}.$$

$$P_2 = \frac{3}{16} L = \frac{3}{16} \cdot 7140 = 1340 \text{ kg}.$$

$$S_1 = \frac{3}{16} L \,.\, \sin\alpha = 1340 \cdot \frac{4{,}3}{7{,}8} = 739{,}2 = \text{rd. } 740 \text{ kg}.$$

$$N = \frac{3}{16} L \,.\, \cos\alpha = 1340 \cdot \frac{6{,}5}{7{,}8} = 1116{,}6 = \text{rd. } 1120 \text{ kg}.$$

$$V_1 = N \,.\, \cos\alpha = 1120 \,.\, 0{,}833 = 932{,}96 = \text{rd. } 940 \text{ kg}.$$

$$S_2 = P_1 \,.\, \sin\alpha = 4470 \,.\, 0{,}551 = 2462{,}97 = \text{rd. } 2470 \text{ kg}.$$

$$N_1 = P_1 \,.\, \cos\alpha = 4470 \,.\, 0{,}833 = 3723{,}51 = \text{rd. } 3730 \text{ kg}.$$

$$V_2 = N_1 \,.\, \cos\alpha = 3730 \,.\, 0{,}833 = 3107{,}09 = \text{rd. } 3110 \text{ kg}.$$

$$H_1 = N_1 \,.\, \sin\alpha = 3730 \,.\, 0{,}551 = 2055{,}23 = \text{rd. } 2060 \text{ kg}.$$

$$S_0 = S_3 = S_1 + S_2 = 740 + 2470 = 3210 \text{ kg}.$$

$$V_3 = S_0 \,.\, \sin\alpha = 3210 \,.\, 0{,}551 = 1768{,}71 = \text{rd. } 1770 \text{ kg}.$$

$$H_2 = S_0 \,.\, \cos\alpha = 3210 \,.\, 0{,}832 = 2673{,}93 = \text{rd. } 2680 \text{ kg}.$$

$$V_4 = S_3 \,.\, \sin\beta = 3210 \,.\, \sin 60^0 = 3210 \,.\, 0{,}866 = 2779{,}86 = \text{rd. } 2780 \text{ kg}.$$

$$H_3 = S_3 \,.\, \cos\beta = 3210 \,.\, \cos 60^0 = 3210 \,.\, 0{,}5 = 1605 \text{ kg}.$$

$$V = V_3 + P_2 + V_4 = 1770 + 1340 + 2780 = 5890 \text{ kg}.$$

$$S = \sqrt{V^2 + H_3^2} = \sqrt{3110^2 + 1605^2} = \sqrt{9672100 + 2578025} = \sqrt{12248125} = 3499{,}7 = \text{rd. } 3500 \text{ kg}.$$

Jeder **Sparren** wird auf Druck in Anspruch genommen durch ein Viertel der Kraft $S_2 =$

$$2470 : 4 = 617{,}5 = \text{rd. } 620 \text{ kg},$$

auf Biegung durch die Kraft:

$$\frac{L_1}{2} = \frac{1790}{2} = 895 \text{ kg}.$$

Demnach ist:

$$T = \frac{620 \, . \, 390 \, . \, 390}{110000} = 857{,}3;$$

$$F = 620 : 100 = 6{,}20 \text{ qcm};$$

$$W = \frac{895 \, . \, 390}{12 \, . \, 60} = 485,$$

wenn man den Sparren als fest eingespannt annimmt. Hölzer von 13 cm Breite und 15 cm Höhe mit $F = 195$, $T = 3656$, $T_1 = 2746$ und $W = 488$ genügen also.

Das **Forsträhm** wird auf Biegung beansprucht durch die Kraft

$$2 \, V_1 = 2 \, . \, 940 = 1880 \text{ kg},$$

und ist demnach, bei gleichförmig verteilter Belastung,

$$W = \frac{1880 \, . \, 440}{12 \, . \, 60} = 1148{,}8.$$

Ein Querschnitt von 16 cm Breite und 21 cm Höhe, mit $W = 1176$, ist ausreichend; in der Praxis wird auch 15 . 20 cm genügen, oder, wenn die Kopfbänder gut mit Versatzung konstruiert werden, auch 14 . 18 cm.

Die **Dachstuhlrähme** werden durch die Kraft $V_2 = 3110$ auf Biegung beansprucht, und ist folglich, bei gleichförmig verteilter Belastung:

$$W = \frac{3110 \, . \, 440}{12 \, . \, 60} = 1900.$$

Hölzer mit dem Querschnitt von $\frac{18}{25}$ cm und $W = 1875$, oder von $\frac{17}{26}$ cm mit $W = 1915$, sind also ausreichend; in der Praxis wird auch ein Querschnitt von $\frac{16}{22}$ cm genügen, oder, bei Kopfbändern mit Versatzung, $\frac{15}{20}$ cm.

Die **Trempelrähme** werden in der Regel ganz untermauert, sodaß sie in ihrer ganzen Länge fest aufliegen. Ist dies nicht der Fall, so werden sie durch eine Kraft:

$$(V_3 = 1770 \text{ kg} + P_2 = 1340 \text{ kg}) = 3110 \text{ kg}$$

auf Biegung beansprucht, und ist dann:

$$W = \frac{3110 \, . \, 440}{12 \, . \, 60} = 1900,$$

sodaß hier ein Querschnitt von $\frac{18}{25}$ cm mit $W = 1875$, oder von $\frac{17}{26}$ cm mit $W = 1915$ genügt; in der Praxis wird auch event. ein Querschnitt von $\frac{12}{18}$ cm ausreichend sein.

Im ersteren Falle beim Aufliegen des Rähms auf der Mauer kann man den Querschnitt $= \frac{13}{15}$ cm annehmen.

Die **Forsträhmstiele** werden durch die Kraft

$$2\,V_1 = 2 \,.\, 940 = 1880 \text{ kg}$$

auf Druck beansprucht; demnach ist erforderlich:

$$T = \frac{1880 \,.\, 560 \,.\, 560}{110000} = 5359;$$

$$F = \frac{1880}{100} = 23{,}5 \text{ qcm.}$$

Ein Querschnitt von $\frac{16}{18}$ cm mit $F = 288$, $T = 7776$ und $T_1 = 6144$ ist also mehr als ausreichend, event. auch 13 . 16 cm oder 15 cm im Quadrat.

Die **Dachstuhlstiele** werden auf Druck in Anspruch genommen durch die Kraft $V_2 = 3110$ kg, sodaß sich als erforderlich ergibt:

$$T = \frac{3110 \,.\, 360 \,.\, 360}{110000} = 3664;$$

$$F = 3110 : 100 = 32 \text{ qcm.}$$

Ein Querschnitt von $\frac{14}{18}$ cm mit $T = 6804$ und $T_1 = 4116$, sowie $F = 252$ qcm ist also genügend, oder $\frac{14}{17}$ cm mit $T_1 = 3887$ und $F = 238$ qcm, event. kann auch ein Querschnitt von $\frac{15}{16}$ cm Verwendung finden.

Die **Trempelstiele** werden durch die Last V_3 auf Druck beansprucht, deshalb ist:

$$T = \frac{3110 \,.\, 140 \,.\, 140}{110000} = 554{,}1;$$

$$F = 3110 : 100 = 31{,}10 \text{ qcm.}$$

Verwendet werden Hölzer mit $\frac{13}{15}$ cm Querschnitt, deren $F = 195$ qcm, $T = 3656$ und $T_1 = 2746$ ist, oder mit $\frac{12}{16}$ cm Querschnitt mit $F = 192$ qcm und $T_1 = 2304$.

Die **oberen Zangen** werden durch die Kraft

$$H_1 = 2060$$

auf Druck in ihrer halben Länge beansprucht. Es ist also erforderlich:

$$T = \frac{2060 \cdot 320 \cdot 320}{110000} = 1918,$$

und

$$F = 2060 : 100 = 20{,}60 = 21{,}0 \text{ qcm};$$

oder, wenn doppelte Zangen angeordnet werden,

$$T = 1918 : 2 = 959, \text{ und}$$
$$F = 21 : 2 = 10{,}5 \text{ qcm}.$$

Mit Rücksicht auf die Bolzenlöcher und die Einkämmung werden im ersten Falle Hölzer von 11 cm Breite und 21 cm Höhe mit $T = 8489$, $T_1 = 2329$ und $F = 231$ qcm, im zweiten Falle Hölzer von 9 cm Breite und 18 cm Höhe mit $T_1 = 1094$ und $F = 162$ qcm verwendet.

Die **unteren Zangen** werden durch die Kraft

$$H_2 = 2680$$

auf Zug in Anspruch genommen, und ist demnach notwendig:

$$F = 2680 : 100 = 26{,}8 \text{ qcm} = 27 \text{ qcm},$$

oder, wenn doppelte Zangen verwendet werden,

$$F = 27 : 2 = 13{,}5 \text{ qcm}.$$

Zur Verwendung gelangen im ersten Falle Hölzer von 8 cm Breite und 16 cm Höhe mit $F = 128$ qcm, im zweiten Falle Hölzer von 12 cm Höhe und 8 cm Breite mit $F = 96$ qcm.

Die **Strebe** wird beansprucht durch die Kraft

$$S_3 = 3210 \text{ kg}$$

auf Druck, und durch die Kraft

$$H_2 = 2680 \text{ kg}$$

auf Biegung. Es ist demnach, da die Länge der Strebe beträgt,

$$l_1 = \frac{3{,}6}{\sin 60^0} = \frac{3{,}6}{0{,}866} = 4{,}16 \text{ m}, \text{ erforderlich:}$$

$$T = \frac{3210 \cdot 416 \cdot 416}{110000} = 5050;$$

$$F = 3210 : 100 = 32{,}10 \text{ qcm};$$

$$W = \frac{2680 \cdot 416}{12 \cdot 60} = 1548.$$

Verwendet werden Hölzer von 13 cm Breite, gleich der Stärke der Sparren, und 27 cm Höhe mit $W = 1580$, $T = 21323$, $T_1 = 4943$ und $F = 351$ qcm; in der Praxis würde event. auch ein Querschnitt von $\frac{13}{22}$ cm genügen.

g. Das Dach mit liegendem Stuhl.

Die gleichförmig über den Sparren, Fig. 176, verteilte Last ist L; demnach ist die an jedem Ende des Sparrens, in a und b und in c und b wirkende Kraft:

$$P_0 = \frac{P}{2} = \frac{3}{16} L,$$

und die bei d und e wirkende Kraft:

$$P_1 = \frac{5}{8} L.$$

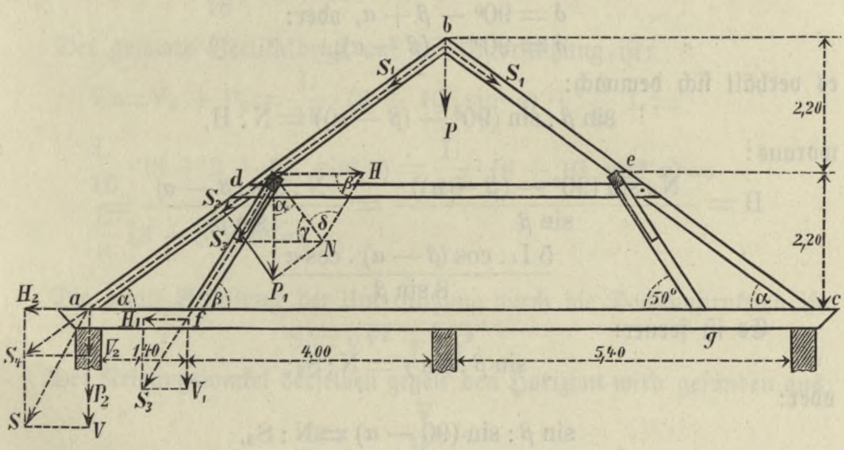


Fig. 176.

In b wirkt die Last P_0 zweimal, nämlich aus jedem Sparren, folglich ist bei b die Vertikalkraft:

$$P = \frac{3}{8} L.$$

Dieselbe wird zerlegt in die in der Sparrenrichtung wirkenden Komponenten S_1, und ist, da $\sin\alpha = P_0 : S_1$,

$$S_1 = \frac{P_0}{\sin\alpha} = \frac{P}{2\sin\alpha} = \frac{3\,L}{16\sin\alpha}.$$

Die Kraft P_1, welche im Punkte d wirkt, wird zerlegt in die in der Sparrenrichtung liegende Komponente S_2 und in die hierzu senkrechte Komponente N; es ist dann, da $\sin\alpha = S_2 : P_1$, und $\cos\alpha = N : P_1$,

$$S_2 = P_1 \,.\, \sin\alpha = \frac{5}{8} L \,.\, \sin\alpha;$$

$$N = P_1 \,.\, \cos\alpha = \frac{5}{8} L \,.\, \cos\alpha.$$

Die Kraft N wird wieder zerlegt in die Horizontalkomponente H und in die in der Richtung der Stuhlsäule liegende Komponente S_3; bezeichnet β den Neigungswinkel der Stuhlsäule gegen den Horizont, dann ist:

$$H = \frac{5\,L\,.\cos\alpha\,.\cos(\beta-\alpha)}{8\sin\beta}.$$

Es ist nämlich:

$$\sin\beta : \sin\delta = N : H;$$

es ist aber auch:

$$\beta = 90^0 - (\delta - \alpha);$$
$$\beta = 90^0 - \delta + \alpha;$$
$$\delta = 90^0 - \beta + \alpha, \text{ oder:}$$
$$\delta = 90^0 - (\beta - \alpha);$$

es verhält sich demnach:

$$\sin\beta : \sin(90^0 - (\beta-\alpha)) = N : H,$$

woraus:

$$H = \frac{N\,.\sin(90^0 - (\beta-\alpha))}{\sin\beta} = \frac{N\,.\cos(\beta-\alpha)}{\sin\beta} = \frac{5\,L\,.\cos(\beta-\alpha)\,.\cos\alpha}{8\sin\beta}.$$

Es ist ferner:

$$\sin\beta : \sin\gamma = N : S_3;$$

oder:

$$\sin\beta : \sin(90-\alpha) = N : S_3,$$

woraus:

$$S_3 = \frac{N\,.\sin(90-\alpha)}{\sin\beta} = \frac{5\,L\,.\cos\alpha\,.\cos\alpha}{8\sin\beta} = \frac{5\,L\,.\cos^2\alpha}{8\sin\beta}.$$

Wird der Angriffspunkt der Kraft S_3 von d nach f verlegt, so ergibt sich hier die Horizontalkomponente, da $\cos\beta = H_1 : S_3$,

$$H_1 = S_3\,.\cos\beta = \frac{5\,L\,.\cos^2\alpha\,.\cos\beta}{8\,.\sin\beta} = \frac{5}{8}\,L\,.\cos^2\alpha\,.\cot\beta,$$

und die Vertikalkomponente, weil $\sin\beta = V_1 : S_3$,

$$V_1 = S_3\,.\sin\beta = \frac{5\,L\,.\cos^2\alpha\sin\beta}{8\sin\beta} = \frac{5}{8}\,L\,.\cos^2\alpha.$$

Werden ferner die Kräfte S_1 und S_2 zu einer Kraft S_4 vereinigt und deren Angriffspunkte nach a verlegt, so ist:

$$S_4 = S_1 + S_2 = \frac{3\,L}{16\sin\alpha} + \frac{5}{8}\,L\,.\sin\alpha =$$

$$\frac{3\,L + 10\,L\,.\sin^2\alpha}{16\sin\alpha} = \frac{L}{16\sin\alpha}\cdot(3 + 10\,.\sin^2\alpha).$$

Die Kraft S_4 wird zerlegt in die horizontale Kraft H_2, welche sich aus $\cos\alpha = H_2 : S_1$ ergibt:

$$H_2 = S_4 \cdot \cos\alpha = \frac{L \cdot \cos\alpha}{16 \cdot \sin\alpha} \cdot (3 + 10 \cdot \sin^2\alpha) =$$

$$\frac{L}{16} \cdot \cot\alpha \cdot (3 + 10 \cdot \sin^2\alpha),$$

und in die vertikale Kraft V_2, welche aus $\sin\alpha = V_2 : S_4$ gleich ist:

$$V_2 = S_4 \cdot \sin\alpha = \frac{L \cdot \sin\alpha}{16 \cdot \sin\alpha} \cdot (3 + 10 \cdot \sin^2\alpha) =$$

$$\frac{L}{16} \cdot (3 + 10 \cdot \sin^2\alpha).$$

Der gesamte Vertikaldruck auf die Unterstützung ist:

$$V = V_2 + P_2 = \frac{L}{16} \cdot (3 + 10 \cdot \sin^2\alpha) + \frac{3}{16} L =$$

$$\frac{L}{16} \cdot (3 + 3 + 10 \cdot \sin^2\alpha) = \frac{L}{16} \cdot (6 + 10 \cdot \sin^2\alpha) =$$

$$\frac{L}{8} (3 + 5 \cdot \sin^2\alpha).$$

Die totale Belastung der Unterstützung durch die Dachkonstruktion ist:

$$S = \sqrt{V^2 + H_2^2}.$$

Der Neigungswinkel derselben gegen den Horizont wird gefunden aus:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{V}{H_2}.$$

Ist die Stuhlsäule dem Sparren parallel, so ist $\alpha = \beta$ und demnach dann:

$$H = \frac{5 L \cdot \cos\alpha \cdot \cos(\alpha - \alpha)}{8 \sin\alpha} = \frac{5}{8} L \cdot \cot\alpha;$$

$$S_3 = \frac{5 L \cdot \cos^2\alpha}{8 \sin\alpha} = \frac{5}{8} L \cdot \cos\alpha \cdot \cot\alpha;$$

$$H_1 = \frac{5}{8} L \cdot \cos^2\alpha \cdot \cot\alpha.$$

Beispiel.

In Fig. 176 sei das Dach als Doppel-Ziegeldach gedeckt, die ganze Tiefe = 12,0 m und die Höhe = 4,40 m; die Neigung des Dachstuhls sei $\beta = 50^0$; welche Dimensionen müssen die Hölzer erhalten, wenn die Binder 4,0 m von einander entfernt sind?

Auflösung. Die Belastung eines Sparrens ist:

$$L = 7{,}44 \cdot 1{,}0 \cdot 280 = 2083{,}2 = \text{rd. } 2090 \text{ kg},$$

da die Länge des Sparrens

$$l = \sqrt{6^2 + 4{,}4^2} = \sqrt{55{,}36} = 7{,}44 \text{ m}$$

ist. Es ergibt sich nun:

$$P = \frac{3}{8} L = \frac{3}{8} \cdot 2090 = 783{,}75 = \text{rd. } 790 \text{ kg.}$$

$$P_0 = P_2 = \frac{3}{16} L = \frac{3 \,.\, 2090}{16} = 391{,}875 = \text{rd. } 395 \text{ kg.}$$

$$P_1 = \frac{5}{8} L = \frac{5}{8} \cdot 2090 = 1306{,}25 = \text{rd. } 1310 \text{ kg.}$$

$$S_1 = \frac{P_0}{\sin\alpha} = 395 : \frac{4{,}40}{7{,}44} = 395 : 0{,}591 = 668{,}3 = \text{rd. } 670 \text{ kg.}$$

$$S_2 = P_1 \,.\, \sin\alpha = 1310 \,.\, 0{,}591 = 774{,}21 = \text{rd. } 780 \text{ kg.}$$

$$N = P_1 \,.\, \cos\alpha = 1310 \cdot \frac{6{,}0}{7{,}44} = 1310 \,.\, 0{,}806 = 1055{,}86 = \text{rd. } 1060 \text{ kg.}$$

$$H = \frac{5\,L \,.\, \cos\alpha \,.\, \cos(\beta - \alpha)}{8 \sin\beta} = \frac{5 \,.\, 2090 \,.\, 0{,}806 \,.\, \cos(50^0 - 36^0\, 15')}{8 \,.\, \sin 50^0} = \frac{5 \,.\, 2090 \,.\, 0{,}806 \,.\, \cos 13^0\, 45'}{8 \,.\, \sin 50^0} = \frac{10450 \,.\, 0{,}806 \,.\, 0{,}971}{8 \,.\, 0{,}766} = 1334{,}6 = \text{rd. } 1340 \text{ kg.}$$

$$S_3 = \frac{5\,L \,.\, \cos^2\alpha}{8 \,.\, \sin\beta} = \frac{5 \,.\, 2090 \,.\, 0{,}806^2}{8 \,.\, \sin 50^0} = \frac{5 \,.\, 2090 \,.\, 0{,}806 \,.\, 0{,}806}{8 \,.\, 0{,}766} = 1107{,}8 = \text{rd. } 1110 \text{ kg.}$$

$$H_1 = S_3 \,.\, \cos\beta = 1110 \,.\, \cos 50^0 = 1110 \,.\, 0{,}643 = 713{,}73 = \text{rd. } 720 \text{ kg.}$$

$$V_1 = S_3 \,.\, \sin\beta = 1110 \,.\, 0{,}766 = 850{,}26 = \text{rd. } 850 \text{ kg.}$$

$$S_4 = S_1 + S_2 = 670 + 780 = 1450 \text{ kg.}$$

$$H_2 = S_4 \,.\, \cos\alpha = 1450 \,.\, 0{,}806 = 1168{,}7 = \text{rd. } 1170 \text{ kg.}$$

$$V_2 = S_4 \,.\, \sin\alpha = 1450 \,.\, 0{,}591 = 856{,}95 = \text{rd. } 860 \text{ kg.}$$

$$V = V_2 + P_2 = 860 + 395 = 1255 \text{ kg.}$$

Die größte Kraft, durch welche der **Sparren** auf Druck und Zerknicken beansprucht wird, ist S_2, folglich ist erforderlich:
ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{780 \,.\, 372 \,.\, 372}{110000} = 981{,}2,$$

und ein Querschnitts-Flächeninhalt

$$F = 780 : 100 = 7{,}80 \text{ qcm.}$$

Die Last $\frac{L}{2}$ nimmt den Sparren auf Biegung in Anspruch und ist demnach das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W = \frac{1045 \,.\, 372}{12 \,.\, 60} = 539{,}91.$$

Verwendet werden Sparren von 13 cm Breite und 16 cm Höhe mit $F = 208$ qcm, $T = 4437$, $T_1 = 2929$ und $W = 555$, die also genügen.

Die **Zangen** werden durch die Kraft H auf rückwirkende und Zerknickungs-Festigkeit in Anspruch genommen. Es ist demnach nötig:

$$F = 1340 : 80 = 16{,}75 \text{ qcm};$$

$$T = \frac{1340 \,.\, 700 \,.\, 700}{110000} = 5969{,}09;$$

oder, wenn **Doppelzangen** verwendet werden:

$$F = 16{,}75 : 2 = 8{,}375 \text{ qcm};$$

$$T = 5970 : 2 = 2985.$$

Im ersteren Falle werden genügen:
Zangen von 26 cm Höhe und 14 cm Breite, mit $T = 20205$, $T_1 = 5945$ und $F = 364$ qcm; event. wäre in der Praxis auch ein Querschnitt von $\frac{15}{20}$ cm ausreichend;

im zweiten Falle:
Zangen von 21 cm Höhe und 12 cm Breite, mit $T = 9261$, $T_1 = 3024$ und $F = 252$ qcm, für welche event. $\frac{10}{20}$ cm ausreichen dürfte.

Die **Dachstuhlstiele** werden belastet durch je 4 Sparren, sodaß sie also auf Druck und Zerknicken in Anspruch genommen werden durch:

$$4 \,.\, S_3 = 4 \,.\, 1110 = 4440 \text{ kg}.$$

Es ist demnach erforderlich ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{4440 \,.\, 220 \,.\, 220}{110000} = 1953{,}6$$

und ein Querschnitt

$$F = 4440 : 80 = 55{,}5 \text{ qcm}.$$

Verwendet werden Säulen von $\frac{15}{16}$ cm Stärke, mit $T = 5120$, $T_1 = 4500$ und $F = 240$ qcm, die also mehr als genügen.

Die **Dachstuhlrähme** werden auf Biegung beansprucht von der Kraft:

$$4 \,.\, S_3 = 4 \,.\, 1110 = 4440 \text{ kg},$$

und ist also ein Widerstandsmoment erforderlich von

$$W = \frac{4440 \,.\, 400}{12 \,.\, 80} = 1850.$$

Verwendet werden Hölzer von 15 cm Breite und 27 cm Höhe mit $W = 1823$, die also ausreichend sind; genügen dürfte aber auch ein Querschnitt von $\frac{15}{22}$ cm, oder von $\frac{16}{21}$ cm.

Hat der **Binderbalken** keine Unterstützung durch eine Querwand, so ist er, außer seiner gleichförmig verteilten Belastung, durch H_1 auf Zug und durch V_1 auf Biegung beansprucht.

Es ist demnach erforderlich:

$$W = \frac{B^2 l}{2 P S} = \frac{1570 . 1570 . 540}{2 . 2700 . 60} = 4108{,}16, \text{ und}$$

$$F = H_1 : S = 720 : 80 = 9 \text{ qcm}.$$

In der Formel für Reaktion A:

$$\frac{P}{2} + \frac{P_1 b}{l} = \frac{2700}{2} + \frac{850 . 4{,}0}{5{,}4},$$

und in der obigen Formel für W ist nämlich:

$$P = 5{,}4 . 1{,}0 . 500 = 2700 \text{ kg},$$
$$P_1 = V_1 = 850 \text{ kg},$$
$$A = 1350 + 630 = 1980 \text{ kg},$$
$$B = 3550 - 1980 = 1570 \text{ kg},$$
$$\frac{Pb}{l} = \frac{2700 . 4}{5{,}4} = 2000 \text{ kg und demnach } B < \frac{Pb}{l}.$$

Ein Balken von 24 cm Breite und 31 cm Höhe mit $W = 3844$ würde ausreichen; der Flächeninhalt dieses Querschnittes ist $= 744$ qcm, welche mit den vorstehend berechneten 9 qcm eine erforderliche Querschnittsfläche von 753 qcm ergeben. Es wird also ein Balken von 24 cm Breite und 32 cm Höhe mit $F = 768$ und $W = 4096$ zu verwenden sein, wenn sich keine Querwand unter dem Balken befindet; ist dies der Fall, dann wäre ein Querschnitt von $\frac{20}{24}$ cm ausreichend.

h. Mansardedächer.

Bezeichnet L die Belastung jedes oberen Sparrens b c, in Fig. 177, so sind die Punkte b mit $\frac{L}{2}$ und der Punkt c mit $2 \cdot \frac{L}{2} = L$ belastet.

Von dieser letzteren Kraft pflanzt sich in jeden Sparren, und zwar in seine Richtung, eine Komponente

$$S_1 = \frac{L}{2 \sin \alpha}$$

bis an den Fußpunkt b fort und wird hier zerlegt in die Horizontalkomponente

$$H_1 = S_1 . \cos \alpha = \frac{L . \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{L}{2} \cdot \cot \alpha,$$

und in die Vertikalkomponente

$$V_1 = S_1 . \sin\alpha = \frac{L . \sin\alpha}{2 \sin\alpha} = \frac{L}{2}.$$

In jedem der Punkte b ist aber bereits ein Vertikaldruck

$$V_0 = \frac{L}{2}$$

vorhanden, folglich hat jeder Punkt b einen Vertikaldruck

$$V_2 = V_0 + V_1 = L$$

zu ertragen.

Bezeichnet ferner L_1 die Belastung eines unteren Sparrens a b, so hat jeder Punkt b noch einen Vertikaldruck $\frac{L_1}{2}$ auszuhalten; der in den Punkten b wirkende gesamte Vertikaldruck ist demnach:

$$V = L + \frac{L_1}{2}.$$

Zerlegt man diese Kraft in die beiden Komponenten S_2 und H_2, erstere in der Richtung des Sparrens liegend, letztere horizontal, so ist, da

$$\sin\beta = V : S_2$$

$$\text{und } \cos\beta = H_2 : S_2,$$

$$V = S_2 . \sin\beta;$$

$$S_2 = \frac{V}{\sin\beta};$$

$$H_2 = V . \cot\beta = S_2 . \cos\beta.$$

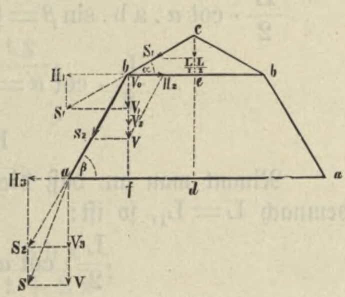


Fig. 177.

Die Kraft S_2 pflanzt sich in der Richtung des Sparrens a b nach seinem Stützpunkte a fort und zerlegt sich hier in die Horizontal-Komponente

$$H_3 = S_2 . \cos\beta = V . \cot\beta = H_2,$$

und in die Vertikal-Komponente

$$V_3 = S_2 . \sin\beta = V, \text{ weil}$$

$$\cos\beta = H_3 : S_2 \text{ und } \sin\beta = V_3 : S_2 \text{ ist.}$$

Im Punkte a ist außerdem der Vertikaldruck $\frac{L_1}{2}$ vorhanden, sodaß der gesamte Vertikaldruck im Punkte a gleich

$$V + \frac{L_1}{2} = L + \frac{L_1}{2} + \frac{L_1}{2} = L + L_1,$$

d. h. gleich der Gesamtbelastung der Sparren a b und b c ist. Hierbei ist Voraussetzung, daß die Verbindung der Sparren in den Punkten b eine derartige ist, daß eine Drehung der unteren Sparren um ihren Stützpunkt a unmöglich wird. Es ist demnach noch zu untersuchen, unter welchen Bedingungen dieser Voraussetzung entsprochen wird.

Eine Drehung des Sparrens a b um seinen Fußpunkt a versuchen die Kräfte H_1 und V herbeizuführen, und zwar in entgegengesetztem Sinne, und ist demnach festzustellen, unter welchen Bedingungen diese beiden Kräfte sich im Gleichgewicht befinden. In Beziehung auf den fixen Punkt a ist b f der Hebelarm von H_1 und a f derjenige von V; die Bedingungsgleichung für das Gleichgewicht ist demnach:

$$H_1 . b f = V . a f.$$

Es ist aber:

$$b f = a b . \sin \beta, \text{ und } a f = a b . \cos \beta,$$

folglich auch:

$$H_1 . a b . \sin \beta = V . a b . \cos \beta,$$

oder:

$$\frac{L}{2} \cdot \cot \alpha . a b . \sin \beta = \left(L + \frac{L_1}{2}\right) \cdot a b . \cos \beta, \text{ oder:}$$

$$\frac{L}{2} \cdot \cot \alpha = \left(L + \frac{L_1}{2}\right) \cdot \cot \beta, \text{ oder:}$$

$$H_1 = V . \cot \beta.$$

Nimmt man an, daß die Sparren a b und b c gleich lang sind, und demnach $L = L_1$, so ist:

$$\frac{L}{2} \cdot \cot \alpha = \frac{2}{3} L . \cot \beta, \text{ oder:}$$

$$\cot \alpha = 3 . \cot \beta,$$

d. h. bei gleicher Länge und gleicher Belastung der oberen und unteren Sparren findet Gleichgewicht statt, wenn die Kotangente des Neigungswinkels des oberen Sparrens sich zur Kotangente des Neigungswinkels des unteren Sparrens verhält wie 3 : 1.

Bei gegebener Höhe und Tiefe des Daches ist nun die Lage der Punkte b so zu bestimmen, daß die unteren und oberen Sparren gleiche Länge erhalten.

Bezeichnet t die halbe Tiefe und h die Höhe des Daches, und setzt man $a f = x$ und $b f = y$, so ist:

$$a b = \sqrt{x^2 + y^2}, \text{ und } b c = \sqrt{(t - x)^2 + (h - y)^2}.$$

Da nun $a b = b c$ sein soll, so muß auch

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(t - x)^2 + (h - y)^2}, \text{ oder}$$

$$x^2 + y^2 = t^2 - 2 t x + x^2 + h^2 - 2 h y + y^2 \text{ sein.}$$

Hieraus ist:

$$1.\quad t^2 + h^2 = 2 . (t\,x + h\,y).$$

Es ist ferner:

$$\cot\alpha = \frac{t - x}{h - y} \text{ und } \cot\beta = \frac{x}{y},$$

und da sich verhält:

$$\cot\alpha : \cot\beta = 3 : 1,$$

so ist auch

$$\frac{t - x}{h - y} : \frac{x}{y} = 3 : 1,$$

und hieraus:

$$\frac{3\,x}{y} = \frac{t - x}{h - y}, \text{ oder}$$

$$3\,h\,x - 3\,x\,y = t\,y - x\,y, \text{ oder:}$$

$$2.\quad t\,y + 2\,x\,y = 3\,h\,x, \text{ oder}$$

$$y . (t + 2\,x) = 3\,h\,x.$$

Aus den Gleichungen 1. und 2. können nun x und y leicht berechnet werden Aus Gleichung 1. ist:

$$y = \frac{t^2 + h^2 - 2\,t\,x}{2\,h},$$

und aus Gleichung 2. ferner:

$$y = \frac{3\,h\,x}{t + 2\,x},$$

folglich:

$$\frac{t^2 + h^2 - 2\,t\,x}{2\,h} = \frac{3\,h\,x}{t + 2\,x};$$

diese Gleichung aufgelöst, gibt:

$$t^3 + t\,h^2 - 2\,t^2x + 2\,t^2x + 2\,h^2x - 4\,t\,x^2 = 6\,h^2x;$$

$$t^3 + t\,h^2 - 4\,t\,x^2 = 4\,h^2x;$$

$$t . (t^2 + h^2 - 4\,x^2) = 4\,h^2x;$$

$$t^2 + h^2 - 4\,x^2 = \frac{4\,h^2x}{t};$$

$$4\,x^2 + \frac{4\,h^2x}{t} = t^2 + h^2;$$

$$x^2 + \frac{h^2}{t} \cdot x = \frac{t^2 + h^2}{4};$$

$$x^2 + \frac{h^2}{t} \cdot x + \left(\frac{h^2}{2\,t}\right)^2 = \frac{t^2 + h^2}{4} + \frac{h^4}{4\,t^2};$$

$$x + \frac{h^2}{t} = \sqrt{\frac{t^4 + t^2\,h^2 + h^4}{4\,t^2}},$$

und hieraus:

$$x = -\frac{h^2}{2t} + \frac{\sqrt{t^4 + t^2h^2 + h^4}}{2t} = \frac{-h^2 \pm \sqrt{t^4 + t^2h^2 + h^4}}{2t},$$

folglich:

$$y = \frac{t^2 + h^2 - (-h^2 \pm \sqrt{t^4 + t^2h^2 + h^4}}{2h} =$$

$$\frac{t^2 + h^2 + h^2 \mp \sqrt{t^4 + t^2h^2 + h^4}}{2h} =$$

$$\frac{t^2 + 2h^2 \mp \sqrt{t^4 + t^2h^2 + h^4}}{2h}.$$

Nimmt man die Höhe des Daches gleich der halben Tiefe an, also $h = t$, so ist für diesen Fall:

$$x = \frac{-t^2 \pm \sqrt{t^4 + t^2 . t^2 + t^4}}{2t} = \frac{-t^2 \pm \sqrt{3t^4}}{2t} =$$

$$\frac{-t^2 \pm t^2\sqrt{3}}{2t} = \frac{t^2(-1 \pm \sqrt{3})}{2t} = t \cdot \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2};$$

$$y = \frac{t^2 + 2t^2 \mp \sqrt{t^4 + t^2 . t^2 + t^4}}{2t} = \frac{3t^2 \mp \sqrt{3t^4}}{2t} =$$

$$\frac{3t^2 \mp t^2 . \sqrt{3}}{2t} = \frac{t^2 . (3 \mp \sqrt{3})}{2t} = t \cdot \frac{3 \mp \sqrt{3}}{2}.$$

Durch Konstruktion kann nun die Lage des Punktes b wie folgt bestimmt werden; Fig. 178. Man schlage über der ganzen Tiefe einen Halbkreis, schlage dann mit der halben Tiefe als Radius um a und c Kreisbögen, welche den Halbkreis in h und i schneiden, und ziehe die Linien a h und c i. Der Schnittpunkt b dieser Linien ist der Punkt, in welchem beide Sparren zusammenstoßen müssen.

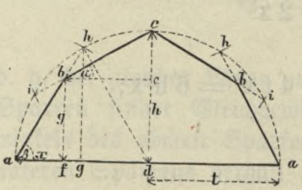


Fig 178.

Zieht man b f und h g senkrecht auf a d, b e parallel a d, und die Linie d h, so ist $\triangle$ a b f $\sim$ a h g, und verhält sich demnach a f : b f = a g : h g, oder, wenn a f = x und b f = y gesetzt wird,

$$x : y = ag : hg.$$

Da a h = a d = d h ist, so ist $\triangle$ a d h ein gleichseitiges und folglich

$$ag = dg = \frac{1}{2}t,$$

wenn t die halbe Tiefe bedeutet.

Es ist ferner

$$hg = \sqrt{ah^2 - ag^2} = \sqrt{t^2 - \frac{1}{4}t^2} = \sqrt{\frac{3}{4}t^2} = \frac{t}{2} \cdot \sqrt{3}.$$

Die obige Proportion lautet dann:

$$x : y = \frac{1}{2}t : \frac{t}{2}\sqrt{3}, \text{ oder}$$

$$x : y = 1 : \sqrt{3},$$

woraus

$$y = x \,.\, \sqrt{3}.$$

Es ist aber auch $\triangle\, abf \sim bce$, folglich verhält sich:

$$ce : be = af : bf,$$

da aber $ce = t - y$, und $be = t - x$, so verhält sich auch:

$$(t - y) : (t - x) = x : y,$$

woraus

$$ty - y^2 = tx - x^2.$$

Setzt man in diese Gleichung den obigen Wert für y ein, so ist

$$tx\sqrt{3} - (x\sqrt{3})^2 = tx - x^2;$$
$$tx\sqrt{3} - 3x^2 = tx - x^2;$$
$$-2x^2 = tx - tx\sqrt{3} = tx(1 - \sqrt{3});$$
$$2x - t \cdot (\sqrt{3} - 1),$$
$$x = t \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{2}.$$

Setzt man diesen Wert für x in die Gleichung

$$y = x \cdot \sqrt{3}$$

ein, so ergibt sich:

$$y = \sqrt{3} \cdot t \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{2} = \frac{3t - t \cdot \sqrt{3}}{2} = t \cdot \frac{3 - \sqrt{3}}{2};$$

die Konstruktion ergibt also die für das Gleichgewicht aufgestellten Bedingungen.

Da das Dreieck adh gleichseitig ist, so ist der Winkel $\beta = 60^0$, und ergibt sich dann der Winkel $\alpha = 30^0$.

i. Die Pultdächer.

Lehnt sich der Sparren ab, wie in Fig. 179, gegen die Wand und ist L die gleichförmige Belastung desselben, dann wirkt in a und b eine Kraft $\frac{L}{2}$ in vertikaler Richtung. Die im Punkte b wirkende Kraft wird zerlegt in die Komponenten S_1 und H_1, von denen die erstere in die Richtung des Sparrens fällt, die zweite senkrecht zur Wand b c wirkt und diese umzuwerfen versucht. Es ist dann:

$$S_1 = \frac{L}{2} : \sin\alpha;$$

$$H_1 = \frac{L}{2} \cdot \cot\alpha.$$

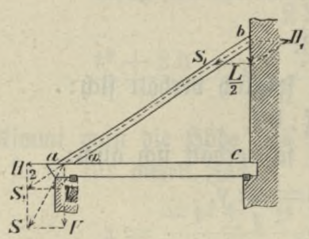


Fig. 179.

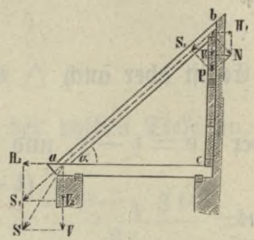


Fig. 180.

Die Kraft S_1 pflanzt sich in dem Sparren nach seinem Fußpunkte a fort und zerlegt sich hier in die Horizontal-Komponente

$$H_2 = S_1 \,.\, \cos\alpha,$$

und in die Vertikal-Komponente

$$V_1 = S_1 \,.\, \sin\alpha,$$

oder, wenn man für S_1 den obigen Wert einsetzt, dann ist:

$$H_2 = \frac{\frac{L}{2}}{\sin\alpha} \cdot \cos\alpha = \frac{L}{2} \cdot \cot\alpha;$$

$$V_1 = \frac{L}{2} : \sin\alpha \,.\, \sin\alpha = \frac{L}{2}.$$

Im Punkte a ist aber bereits der Vertikaldruck $\frac{L}{2}$ vorhanden, folglich ist der gesamte Vertikaldruck im Punkte a =

$$V = 2 \cdot \frac{L}{2} = L,$$

d. h. gleich der Belastung des Sparrens a b.

Der Gesamtdruck auf die Unterstützung bei a ist:

$$S = \sqrt{V^2 + H_2^2}.$$

Die Wand b c hat der Horizontalkraft H_1 zu widerstehen.

Ist der Sparren, wie Fig. 180, mit der Wand verbunden, dann ist der bei b vorhandene Vertikaldruck $\frac{L}{2}$ in die Komponenten S_1, in der

Richtung des Sparrens liegend, und N senkrecht hierzu, zu zerlegen, und zwar ist:

$$S_1 = \frac{L}{2} \cdot \sin\alpha;$$

$$N = \frac{L}{2} \cdot \cos\alpha.$$

Der sich in der Richtung des Sparrens nach a fortpflanzende Druck S_1 wird hier in die Komponenten

$$H_2 = S_1 \,.\, \cos\alpha,$$

in horizontaler Richtung, und

$$V_2 = S_1 \,.\, \sin\alpha,$$

in vertikaler Richtung, zerlegt.

Setzt man für S_1 den Wert ein, dann ist:

$$H_2 = \frac{L}{2} \cdot \sin\alpha \,.\, \cos\alpha;$$

$$V_2 = \frac{L}{2} \cdot \sin\alpha \,.\, \sin\alpha = \frac{L}{2} \cdot \sin^2\alpha.$$

Im Punkte a wirkt aber bereits der Vertikaldruck $\frac{L}{2}$, demnach ist der gesamte im Punkte a wirkende Vertikaldruck:

$$V = \frac{L}{2} \cdot \sin^2\alpha + \frac{L}{2} = \frac{L}{2} \cdot (1 + \sin^2\alpha).$$

Der Gesamtdruck aller im Punkte a wirkenden Kräfte ist die Resultante S zwischen H_2 und V; dieselbe ist demnach:

$$S = \sqrt{V^2 + H_2^2}.$$

Die Kraft $N = \frac{L}{2} \cdot \cos\alpha$ ist zu zerlegen in die Horizontal-Komponente H_1 und in die Vertikalkomponente V_1, und zwar ist:

$$H_1 = N \,.\, \sin\alpha;$$

$$V_1 = N \,.\, \cos\alpha.$$

Setzt man für N seinen Wert ein, dann ergibt sich:

$$H_1 = \frac{L}{2} \cdot \sin\alpha \,.\, \cos\alpha;$$

$$V_1 = \frac{L}{2} \cdot \cos\alpha \,.\, \cos\alpha = \frac{L}{2} \cdot \cos^2\alpha.$$

Der Vertikaldruck V_1 pflanzt sich nach dem Fußpunkte c fort und ist demnach der in den Fußpunkten a und c wirkende Vertikaldruck

$$V + V_1 = \frac{L}{2} \cdot (1 + \sin^2 \alpha) + \frac{L}{2} \cdot \cos^2 \alpha =$$
$$\frac{L}{2} \cdot (1 + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) =$$
$$\frac{L}{2} + \frac{L}{2} \cdot \sin^2 \alpha + \frac{L}{2} \cdot \cos^2 \alpha =$$
$$\frac{L}{2} + \frac{L}{2} \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) =$$
$$\frac{L}{2} + \frac{L}{2} \cdot 1 = L,$$

d. h. der gesamte Sparrendruck geht auf die Punkte a und c über.

Die Wand b c hat dem Drucke H_1 durch ihre Stabilität Widerstand zu leisten, welche durch den Vertikaldruck V_1 vergrößert wird.

k. Dächer aus Holz und Eisen.

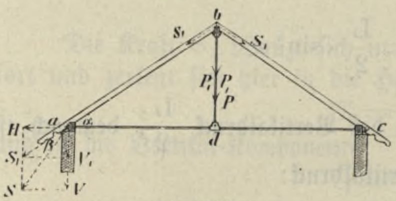


Fig. 181.

1. Das Dach in Fig. 181 ist derartig konstruiert, daß die hölzernen Sparren a b und b c durch eine Eisenstange a c zusammengehalten werden, deren Durchbiegung wieder durch eine Eisenstange b d verhindert wird. Bezeichnet L die Belastung eines Sparrens, so wirken in a und c die Kräfte

$$V_0 = \frac{L}{2},$$

und in b ebenfalls zwei Kräfte

$$P_1 = \frac{L}{2},$$

in vertikaler Richtung, sodaß also in b die Kraft

$$P = L$$

wirkt. Diese Kraft wird zerlegt in die Komponenten

$$S_1 = L : 2 \sin \alpha,$$

welche in die Richtung der Sparren fallen. Bezeichnet man die Höhe b d mit h und die Länge a b des Sparrens mit l, so ist:

$$\sin \alpha = h : l,$$

und demnach:

$$S_1 = L . l : 2 h.$$

Wird der Angriffspunkt der Kraft S_1 von b nach a verlegt und hier in die Horizontal-Komponente

$$H = S_1 . \cos \alpha = \frac{L . \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{L}{2} \cdot \cot \alpha,$$

und in die Vertikal-Komponente

$$V_1 = S \,.\, \sin\alpha = \frac{L \,.\, \sin\alpha}{2\sin\alpha} = \frac{L}{2}$$

zerlegt, so ist auch, wenn man die halbe Tiefe $a\,d = t$ setzt,

$$\cot\alpha = t : h,$$

und $$H = L\,t : 2\,h \text{ und } V_1 = \frac{L}{2}.$$

In den Punkten a und c wirken nun vertikal die Kräfte:

$$V_0 + V_1 = V = \frac{L}{2} + \frac{L}{2} = L.$$

Die Gesamtbelastung des Punktes a ist demnach

$$S = \sqrt{H^2 + V^2},$$

und der Neigungswinkel dieser Kraft gegen den Horizont ergibt sich aus:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{V}{H} = \frac{2\,L}{L\cot\alpha} = \frac{2}{\cot\alpha} = 2\,.\,\operatorname{tg}\alpha.$$

Die hölzernen Sparren haben dem Druck S_1 auf ihre Längsrichtung zu widerstehen und werden auf relative Festigkeit durch die Last L gleichförmig beansprucht. Die eiserne Zugstange a c wird durch die Kraft 2 H auf Zug in Anspruch genommen; dagegen hat die eiserne Stange b d nur den Zweck, das bei b unter den Sparren liegende Rähm festzuhalten, welches nur dazu dient, eine Längenverbindung bezw. Längenverstrebung derselben herzustellen. Aus diesem Grunde können auch noch Eisenstangen nach Art der Kopfstreben, von den Stangen b d aus nach dem Forsträhm angeordnet werden.

Der Druck V ist von der Unterstützung aufzunehmen.

2. Ist die Zugstange nicht horizontal, sondern geneigt, wie in Fig. 182, so ist der gesamte Vertikaldruck im Punkte a =

$$V = L.$$

Der Vertikaldruck gegen den Binder ist im Auflager:

$$V_1 = \frac{1}{2}\,L;$$

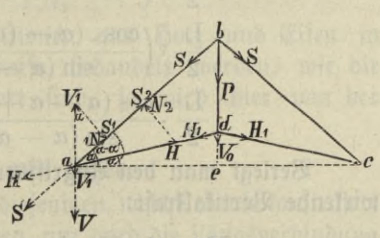


Fig. 182.

derselbe zerlegt sich in 2 Komponenten, eine in der Richtung des Sparrens, die andere hierzu senkrecht. Die erstere ist:

$$S_1 = V_1 \,.\, \sin\alpha = \frac{L}{2}\cdot\sin\alpha,$$

die zweite:

$$N_1 = V_1 \,.\, \cos\alpha = \frac{L}{2}\cdot\cos\alpha.$$

Bezeichnet man den Zug in der Strecke a d mit H, so muß dieser ebenfalls in 2 Komponenten zerlegt werden, von denen die eine wieder in der Richtung des Sparrens, die andere hierzu senkrecht liegt. Hiervon ist die erste:

$$S_2 = H \,.\, \cos(\alpha - \alpha_1),$$

und die zweite:

$$N_2 = H \,.\, \sin(\alpha - \alpha_1).$$

Die in die Richtung des Sparrens fallenden Komponenten müssen von diesem aufgenommen werden; soll aber Gleichgewicht herrschen, dann müssen die zum Sparren senkrecht gerichteten Komponenten sich das Gleichgewicht halten.

In der Richtung des Sparrens wirken die Kräfte:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{L}{2} \cdot \sin\alpha + H \,.\, \cos(\alpha - \alpha_1).$$

Die zum Sparren senkrecht gerichteten Kräfte sind:

$$N_1 = N_2, \text{ oder}$$

$$\frac{L}{2} \cdot \cos\alpha = H \,.\, \sin(\alpha - \alpha_1),$$

woraus

$$H = \frac{L \,.\, \cos\alpha}{2 \sin(\alpha - \alpha_1)}.$$

Setzt man diesen Wert in die obige Gleichung für H ein, so ist:

$$S = \frac{L}{2} \cdot \sin\alpha + \frac{L \,.\, \cos\alpha \,.\, \cos(\alpha - \alpha_1)}{2 \,.\, \sin(\alpha - \alpha_1)} =$$

$$\frac{L}{2} \cdot \left(\sin\alpha + \frac{\cos\alpha \,.\, \cos(\alpha - \alpha_1)}{\sin(\alpha - \alpha_1)}\right) =$$

$$\frac{L}{2} \cdot \left(\frac{\sin\alpha \,.\, \sin(\alpha - \alpha_1) + \cos\alpha \,.\, \cos(\alpha - \alpha_1)}{\sin(\alpha - \alpha_1)}\right) =$$

$$\frac{L}{2} \cdot \left(\frac{\cos \,.\, (\alpha - (\alpha - \alpha_1))}{\sin(\alpha - \alpha_1)}\right) =$$

$$\frac{L}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha - \alpha + \alpha_1)}{\sin(\alpha - \alpha_1)} = \frac{L \,.\, \cos\alpha_1}{2 \sin(\alpha - \alpha_1)}.$$

Verlegt man den Angriffspunkt der Kräfte H nach d, so ist die hier wirkende Vertikalkraft:

$$V_0 = 2 \,.\, H \,.\, \sin\alpha_1 = \frac{L \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin\alpha_1}{\sin(\alpha - \alpha_1)},$$

welche von der senkrechten Stange b d aufgenommen werden muß.

Wird nun noch der Angriffspunkt der Kraft S nach b verlegt, so erhält man in b wirkend:

$$P = 2 \,.\, S \,.\, \sin\alpha = \frac{2 \,.\, L \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin\alpha_1}{2 \,.\, \sin(\alpha - \alpha_1)}.$$

$$\frac{L \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin\alpha_1}{\sin(\alpha - \alpha_1)} = V_0.$$

Bezeichnet man die halbe Tiefe mit t, die Höhe mit h, den Abstand d e mit h_1, die Länge a b mit l und a d mit l_1, so ist:

$$\sin\alpha = h : l,$$
$$\cos\alpha = t : l,$$
$$\sin\alpha_1 = h_1 : l_1,$$
$$\cos\alpha_1 = t : l_1.$$

Man erhält also:

$$\sin(\alpha - \alpha_1) = \sin\alpha \,.\, \cos\alpha_1 - \cos\alpha \,.\, \sin\alpha_1 =$$
$$\frac{h}{l} \cdot \frac{t}{l_1} - \frac{t}{l} \cdot \frac{h_1}{l_1} =$$
$$\frac{t}{l \,.\, l_1} \cdot (h - h_1).$$

Die Werte der Kräfte ergeben sich nun hiernach:

$$S = \frac{L \,.\, \cos\alpha_1}{2 \,.\, \sin(\alpha - \alpha_1)} = \frac{L \,.\, t}{2\, l_1 \cdot \frac{t}{l \,.\, l_1} \cdot (h - h_1)} =$$
$$\frac{L \,.\, l}{2 \,.\, (h - h_1)}.$$

$$H = \frac{L \,.\, \cos\alpha}{2 \,.\, \sin(\alpha - \alpha_1)} = \frac{L \,.\, t}{2\, l \cdot \frac{t}{l \,.\, l_1} \cdot (h - h_1)} =$$
$$\frac{L \,.\, l_1}{2 \,.\, (h - h_1)}.$$

$$V_0 = \frac{L \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin\alpha_1}{\sin(\alpha - \alpha_1)} = \frac{L \,.\, t \,.\, h_1}{l \,.\, l_1 \cdot \frac{t}{l \,.\, l_1} \cdot (h - h_1)} = \frac{L \,.\, h_1}{h - h_1}.$$

Anmerkung. Da die Dachkonstruktionen aus Holz und Eisen in Bezug auf die Zerlegung der Kräfte ebenso behandelt werden, wie die Dächer, welche ganz aus Eisen konstruiert sind, so wird hier von der weiteren Behandlung abgesehen.

1. Einfache Dächer aus Eisen.

Die einfachsten Dächer aus Eisen sind diejenigen, welche ebenso konstruiert sind, wie die in Fig. 181 u. 182 aufgeführten, nur wird die Längsverbindung und Verstrebung durch an die Sparren gebolzte leichte eiserne Kreuze hergestellt.

1. Ist der Sparren, wie in Fig. 183, in der Mitte einmal unterstützt, und bezeichnet L die Belastung eines Sparrens, so ist die Belastung durch Vertikaldruck bei a und $c = \frac{3}{16}$ L und bei $e = \frac{5}{8}$ L. Die im Auflager des Binders senkrecht aufwärts wirkende Kraft ist daher:

$$L - \frac{3}{16} L = \frac{13}{16} L = V.$$

Die Kraft V ist zu zerlegen in die Komponente S_1 in der Richtung des Sparrens und N_1 senkrecht hierzu. Es ist dann:

$$S_1 = \frac{13}{16} L \,.\, \sin \alpha;$$

$$N_1 = \frac{13}{16} L \,.\, \cos \alpha.$$

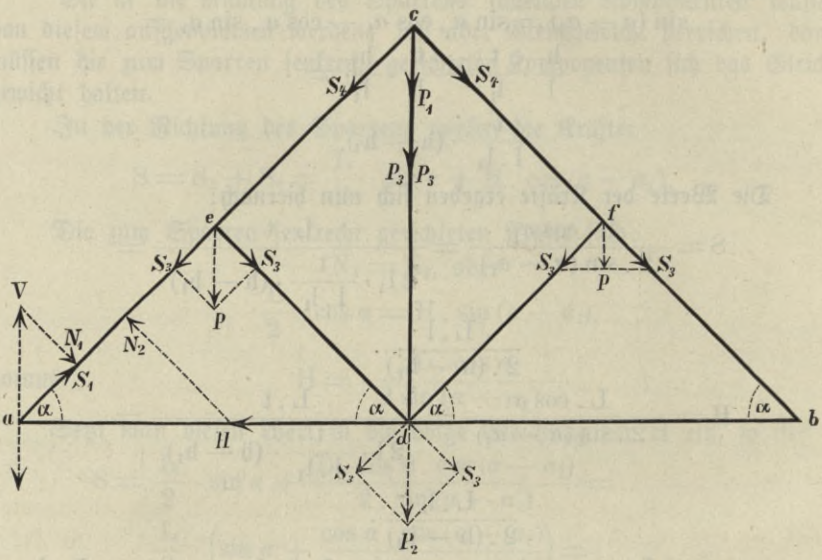


Fig. 183.

Bezeichnet man den Zug in der wagerechten Stange ab mit H und zerlegt denselben in die in der Richtung des Sparrens liegende Komponente S_2 und die hierzu senkrechte Komponente N_2, so ist:

$$S_2 = H \,.\, \cos \alpha;$$

$$N_2 = H \,.\, \sin \alpha.$$

Wenn an den Auflagern a und b Gleichgewicht herrschen soll, dann müssen S_1 und S_2 vom Sparren aufgenommen werden, während sich N_1 und N_2 das Gleichgewicht halten müssen.

Es muß demnach

$$N_1 = N_2, \text{ oder}$$

$$\frac{13}{16} L \,.\, \cos \alpha = H \,.\, \sin \alpha$$

sein, und hieraus ist:

$$H = \frac{13\, L \,.\, \cos \alpha}{16 \sin \alpha} = \frac{13}{16} L \,.\, \cot \alpha.$$

Der Druck im Sparren ist:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{13}{16} L \,.\, \sin\alpha + H \,.\, \cos\alpha,$$

oder, für H den Wert eingesetzt,

$$S = \frac{13}{16} L \,.\, \sin\alpha + \frac{13}{16} L \,.\, \cot\alpha \,.\, \cos\alpha =$$

$$\frac{13}{16} L \,.\, (\sin\alpha + \cos\alpha \,.\, \cot\alpha) =$$

$$\frac{13}{16} L \cdot \left(\frac{\sin^2\alpha + \cos\alpha \,.\, \cos\alpha}{\sin\alpha}\right) =$$

$$\frac{13}{16} L \cdot \left(\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin\alpha}\right) =$$

$$\frac{13}{16} L \cdot \frac{1}{\sin\alpha} = \frac{13\,L}{16\sin\alpha}.$$

Der im Punkte e bezw. f vorhandene Vertikaldruck

$$P_1 = \frac{5}{8} L$$

wird in die beiden Komponenten

$$S_2 = \frac{P}{2\sin\alpha} = \frac{5\,L}{16\sin\alpha},$$

von denen die eine in den Sparren, die andere in die Strebe übergeht, zerlegt.

Der Druck in den Streben d e und d f vereinigt sich im Punkte d und wirkt hier als Zug auf die Stange c d, sodaß derselbe gleich ist:

$$P_2 = 2 \cdot \frac{5\,L}{16\sin\alpha} = \frac{5\,L}{8\sin\alpha}.$$

Der im unteren Teile des Sparrens a e wirkende Druck ist nun

$$S_0 = S + S_3 = \frac{13\,L}{16\sin\alpha} + \frac{5\,L}{16\sin\alpha} = \frac{18\,L}{16\sin\alpha} = \frac{9\,L}{8\sin\alpha}$$

Der in c wirkende Vertikaldruck aus jedem Sparren =

$$P_3 = \frac{3}{16} L$$

geht in die Stange c d über, und sind die in den Sparren liegenden Komponenten S_4 ohne Einfluß auf die Konstruktion.

Bezeichnet t die halbe Tiefe, h die Höhe des Daches und s die Länge des Sparrens, sodaß $d\,e = d\,f = \frac{1}{2}\,s$, und

$$s = \sqrt{t^2 + h^2},$$

so ist:

$$H = \frac{13}{16} L \cdot \frac{t}{h};$$

$$S_0 = \frac{9}{8} L : \frac{h}{s} = \frac{9}{8} L \cdot \frac{s}{h};$$

$$P_2 = \frac{5}{8} L : \frac{h}{s} = \frac{5}{8} L \cdot \frac{s}{h}.$$

2. In Fig. 184 ist die Zugstange a b nicht wagerecht, sondern von a und b aus nach der Mitte zu ansteigend. Bezeichnet L die Belastung eines Sparrens, so ist im Punkte e ein Vertikaldruck

$$P = \frac{5}{8} L,$$

und in a und c ein solcher =

$$P_1 = \frac{3}{16} L$$

vorhanden. Es ist demnach die Kraft, welche bestrebt ist, den Binder im Auflager a aufwärts zu biegen =

$$V = L - \frac{3}{16} L = \frac{13}{16} L.$$

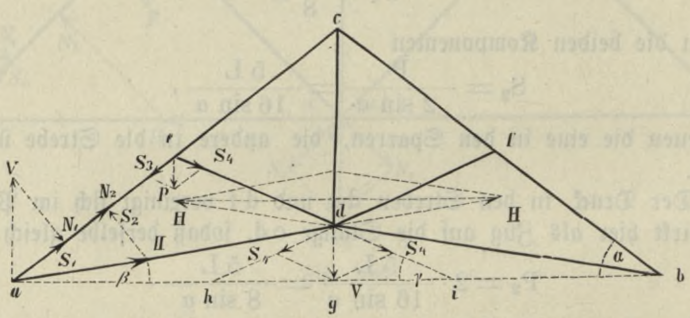


Fig. 184.

Dieselbe ist in die in der Sparrenrichtung liegende Komponente S_1 und die hierzu senkrechte Komponente N_1 zu zerlegen, und zwar ist:

$$S_1 = \frac{13}{16} L \,.\, \sin \alpha;$$

$$N_1 = \frac{13}{16} L \,.\, \cos \alpha.$$

Bezeichnet man den Zug in der Stange a d mit H, so ist dieser gleichfalls in die Richtung des Sparrens und senkrecht darauf zu zerlegen; es ergeben sich dann diese Komponenten:

$$S_2 = H \,.\, \cos (\alpha - \beta);$$

$$N_2 = H \,.\, \sin (\alpha - \beta).$$

Soll nun am Punkte a Gleichgewicht herrschen, dann müssen die Kräfte S_1 und S_2 vom Sparren aufgenommen werden, und N_1 und N_2 müssen im Gleichgewicht sein; es muß also

$$N_1 = N_2, \text{ oder}$$

$$\frac{13}{16} L \cdot \cos\alpha = H \cdot \sin(\alpha - \beta)$$

sein, woraus $$H = \frac{13}{16} L \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha - \beta)}.$$

Die Vertikalkraft $$P = \frac{5}{8} L,$$

welche in der Mitte e des Sparrens wirkt, geht in den Sparren und in die Strebe d e über; erstere ist:

$$S_3 = \frac{P}{\sin\alpha} = \frac{5\,L}{8\sin\alpha},$$

die letztere, wenn γ der Neigungswinkel der Strebe mit dem Horizont ist,

$$S_4 = \frac{P}{\sin\gamma} = \frac{5\,L}{8\sin\gamma}.$$

Der Gesamtdruck in dem Teile a e des Sparrens ist nun:

$$S = S_1 + S_3 + S_3 = \frac{13}{16} L \cdot \sin\alpha + H \cdot \cos(\alpha - \beta) + \frac{5\,L}{8\sin\gamma} =$$

$$\frac{13}{16} L \cdot \sin\alpha + \frac{13}{16} L \cdot \frac{\cos\alpha \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} + \frac{5\,L}{8\sin\gamma} =$$

$$\frac{13}{16} L \cdot \sin\alpha + \frac{13}{16} L \cdot \cos\alpha \cdot \cot(\alpha - \beta) + \frac{5\,L}{8\sin\gamma} =$$

$$\frac{13}{16} L \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha \cdot \cot(\alpha - \beta)) + \frac{5\,L}{8\sin\gamma}.$$

Aus den Zugstangen a d und b d gehen die Kräfte H, und aus den Zugstangen d e und d f die Kräfte S_4 auf den Punkt d über und wirken hier ziehend auf die Stange c d. Der Zug, dem diese Stange zu widerstehen hat, ist:

$$V = 2\,H \cdot \sin\beta + 2\,S_4 \cdot \sin\gamma.$$

Bezeichnet t die halbe Tiefe, h die Höhe des Daches, ist $d\,g = h_1$, $l =$ der Länge des Sparrens, $l_1 =$ der Länge der Stange a d, $l_2 =$ der Länge e i und $l_3 =$ der Länge der Stange d e, so ist:

$$l = \sqrt{t^2 + h^2};$$

$$l_1 = \sqrt{t^2 + h_1^2};$$

$$\sin\alpha = h : l;$$

$$\cos\alpha = t : l;$$

$$\sin\beta = h_1 : l_1;$$

$$\cos\beta = t : l_1;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta =$$

$$\frac{h}{l} \cdot \frac{t}{l_1} - \frac{t}{l} \cdot \frac{h_1}{l_1} =$$

$$\frac{h\,t - t\,h_1}{l\,l_1} = \frac{t}{l\,l_1} \cdot (h - h_1);$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \,.\, \cos\beta + \sin\alpha \,.\, \sin\beta =$$
$$\frac{t}{l} \cdot \frac{t}{l_1} + \frac{h}{l_1} \cdot \frac{h_1}{l_1} =$$
$$\frac{t^2 + h\,h_1}{l\,l_1};$$
$$\cot(\alpha - \beta) = \frac{\cot\alpha \,.\, \cot\beta + 1}{\cot\beta - \cot\alpha} = \frac{(t \,.\, l \,.\, t \,.\, l_1 + 1) \,.\, h\,h_1}{l \,.\, h \,.\, l_1 \,.\, h_1 \,.\, (h\,t - t\,h_1)} =$$
$$\frac{t^2 + 1}{h\,t - t\,h_1} = \frac{t^2 + 1}{t \,.\, (h - h_1)};$$
$$\sin\gamma = \frac{h_1}{l_2 - l_3}.$$

Es ist demnach:

$$H = \frac{13}{16} L \cdot \frac{t \,.\, l \,.\, l_1}{l \,.\, t \,.\, (h - h_1)} = \frac{13}{16} L \cdot \frac{l_1}{h - h_1};$$
$$S = \frac{13}{16} L \cdot \left(\frac{h}{l} + \frac{t}{l} \cdot \frac{t^2 + 1}{t \,.\, (h - h_1)} + \frac{5}{8} L \cdot \frac{l_2 - l_3}{h_1}\right) =$$
$$\frac{1}{16} L \cdot \left(13 \cdot \frac{h \,.\, (h - h_1) + t^2 + 1}{l \,.\, (h - h_1)} + 10 \frac{l_2 - l_3}{h_1}\right);$$
$$V = 2\,H \sin\beta = 2\,S_4 \sin\gamma =$$
$$2 \cdot \frac{13}{16} L \cdot \frac{l_1}{h - h_1} + 2 \cdot \frac{5\,L \sin\gamma}{8 \sin\gamma} =$$
$$\frac{13}{8} L \cdot \frac{l_1}{h - h_1} + \frac{5}{4} L =$$
$$\frac{1}{8} L \cdot \left(13 \cdot \frac{l_1}{h - h_1} + 10\right).$$

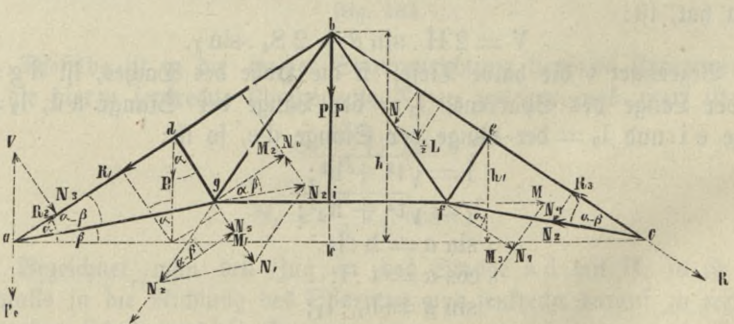


Fig. 185.

3. In Fig. 185 ist ein Polonceau-Binder dargestellt. Bei demselben sind die Sparren a b und b c in ihrer Mitte durch die auf ihnen senkrechten Streben d g und e f gestützt, deren Fußende mit den Sparrenenden a, b und c durch die Stangen a g, g b, b f und f c verbunden ist. Zwischen

den Punkten g und f befindet sich eine Zugstange, welche das Ausgleiten der Sparren in den Punkten a und c verhütet und die event. durch eine lotrechte Stange b i gestützt wird, um ihr Durchbiegen zu verhindern.

Ist α der Neigungswinkel der Sparren, β derjenige der Zugstangen a g und f c gegen den Horizont, und L die Belastung des Sparrens, dann ist:

$$P = \frac{3}{16} L,$$

$$P_1 = \frac{5}{8} L \text{ und}$$

$$P_0 = \frac{3}{16} L.$$

Die Kraft P_1 zerlegt sich in die Komponenten R_1 in der Richtung des Sparrens und N_1 in der Richtung der Strebe d g; es ist:

$$\sin\alpha = R_1 : P_1, \text{ woraus}$$
$$R_1 = P_1 . \sin\alpha;$$
$$\cos\alpha = N_1 : P_1, \text{ woraus}$$
$$N_1 = P_1 . \cos\alpha;$$

oder es ist:

$$R_1 = \frac{5 L \sin\alpha}{8};$$

$$N_1 = \frac{5 L \cos\alpha}{8}.$$

Bezeichnet h die Höhe, t die halbe Tiefe des Daches, und l die Länge des Sparrens, dann ist:

$$\sin\alpha = h : l,$$
$$\cos\alpha = t : l,$$

$$R_1 = \frac{P_1 h}{l} = \frac{5 L h}{8 l},$$

$$N_1 = \frac{P_1 t}{l} = \frac{5 L t}{8 l}.$$

Die Kraft N_1 geht in die Zugstangen a g und b g über, wenn man ihren Angriffspunkt von d nach g verlegt, und zerlegt sich in die beiden Komponenten N_2.

Da $$\sin(\alpha - \beta) = N_1 : a g = N_1 : l_1,$$
wenn die Länge von $a g = l_1$, und $P_1 = h_1$ ist, so ist auch:

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{P_1 \cos\alpha}{l_1} = \frac{h_1 t}{l l_1};$$

$$N_2 = \frac{P_1 t l l_1}{l h_1 t} = \frac{P_1 l_1}{h_1}.$$

Der Druck in den Auflagern ist:

$$P_0 = \frac{3}{16} L,$$

folglich die nach aufwärts strebende Kraft V des Binders $= \frac{13}{16}$ L, welche in die Richtung des Sparrens und senkrecht darauf zu zerlegen ist. Die erstere ist:

$$R_2 = \frac{13\,L \,.\, \sin\alpha}{16} = V \,.\, \sin\alpha,$$

die letztere:

$$N_3 = V \,.\, \cos\alpha = \frac{13\,L \,.\, \cos\alpha}{16}.$$

Die Kraft N_2 zerlegt sich im Punkte a ebenfalls in eine in der Richtung des Sparrens liegende Komponente

$$R_3 = N_2 \cos(\alpha - \beta),$$

und in die hierzu senkrechte Komponente

$$N_4 = N_2 \,.\, \sin(\alpha - \beta).$$

Soll nun am Auflager Gleichgewicht stattfinden, dann muß $N_3 = N_4$ sein, oder:

$$\frac{13\,L \,.\, \cos\alpha}{16} = N_2 \,.\, \sin(\alpha - \beta),$$

woraus

$$N_2 = \frac{13\,L \,.\, \cos\alpha}{16 \sin(\alpha - \beta)}.$$

Der Sparren wird auf Druck beansprucht, sowie auf Zerknicken durch die Kraft

$$R = R_1 + R_2 + R_3 =$$

$$\frac{5}{8} L \,.\, \sin\alpha + \frac{13}{16} L \,.\, \sin\alpha + N_2 \,.\, \cos(\alpha - \beta) =$$

$$\frac{23}{16} L \,.\, \sin\alpha + \frac{13}{16} L \cdot \frac{\cos\alpha \,.\, \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} =$$

$$\frac{23}{16} L \,.\, \sin\alpha + \frac{13}{16} L \,.\, \cos\alpha \,.\, \cot(\alpha - \beta) =$$

$$\frac{L}{16} \cdot (23 \sin\alpha + 13 \cos\alpha \,.\, \cot(\alpha - \beta)).$$

Die Zugstangen a g und b g werden auf Zug beansprucht durch die Kraft

$$N_2 = \frac{13}{16} L \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha - \beta)}.$$

Die Stangen d g und e f werden auf Druck und Zerknicken durch die Kraft

$$N_1 = \frac{5}{8} L \,.\, \cos\alpha$$

in Anspruch genommen.

Bezeichnet M den Zug im Stabe f g, dann wirken in den Punkten f und g die Kräfte N_1, $2\,N_2$ und M. Soll in diesen Punkten Gleichgewicht vorhanden sein, so müssen die Komponenten nach jeder der beiden aufeinander senkrechten Richtungen im Gleichgewicht sich befinden.

Die in die Richtung des Druckstabes d g fallenden Komponenten sind N_1, N_5, N_6 und N_7: dieselben haben folgende Werte:

$$N_1 = P_1 . \cos\alpha,$$
$$N_5 = N . \sin(\alpha - \beta),$$
$$N_6 = N_2 . \sin(\alpha - \beta),$$
$$N_7 = M . \sin\alpha.$$

Die hierzu senkrechten Komponenten sind M_1, M_2 und M_3, und deren Werte:

$$M_1 = N_0 . \cos(\alpha - \beta),$$
$$M_2 = N_2 . \cos(\alpha - \beta),$$
$$M_3 = M . \cos\alpha.$$

Für den Gleichgewichtszustand ergeben sich demnach die Gleichungen:

1, $P_1 . \cos\alpha + M . \sin\alpha = N_0 . \sin(\alpha - \beta) + N_2 . \sin(\alpha - \beta)$;

2, $N_2 . \cos(\alpha - \beta) = N_0 . \cos(\alpha - \beta) + M . \cos\alpha$.

Aus der ersten Gleichung folgt:

$$P_1 . \cos\alpha + M \sin\alpha = (N_0 + N_2) . \sin(\alpha - \beta), \text{ oder:}$$

$$\mathbf{1,}\quad N_0 + N_2 = \frac{P_1 \cos\alpha + M \sin\alpha}{\sin(\alpha - \beta)};$$

aus der zweiten Gleichung folgt:

$$M . \cos\alpha = (N_2 - N_0) . \cos(\alpha - \beta), \text{ oder:}$$

$$\mathbf{2,}\quad N_2 - N_0 = \frac{M . \cos\alpha}{\cos(\alpha - \beta)}.$$

Addiert man die letzten mit 1, und 2, bezeichneten Gleichungen, so ergibt sich:

$$2 N_2 = \frac{P_1 \cos\alpha + M \sin\alpha}{\sin(\alpha - \beta)} + \frac{M \cos\alpha}{\cos(\alpha - \beta)} =$$

$$\frac{P_1 \cos\alpha}{\sin(\alpha - \beta)} + \frac{M \sin\alpha}{\sin(\alpha - \beta)} + \frac{M \cos\alpha}{\cos(\alpha - \beta)}, \text{ oder:}$$

$$2 N_2 - \frac{P_1 \cos\alpha}{\sin(\alpha - \beta)} = M \cdot \left(\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha - \beta)} + \frac{\cos\alpha}{\cos(\alpha - \beta)}\right),$$

woraus

$$M = \frac{2 N_2 - \dfrac{P_1 \cos\alpha}{\sin(\alpha - \beta)}}{\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha - \beta)} + \dfrac{\cos\alpha}{\cos(\alpha - \beta)}}.$$

Aus Gleichung 2, ist ferner:

$$N_0 = N_2 - \frac{M \cos\alpha}{\cos(\alpha - \beta)}.$$

Die Stange b i hat keinen konstruktiven Charakter und kann event. fehlen. Die Kraft P braucht nicht weiter in Rechnung gezogen zu werden, da sie keinen Einfluß auf die Stärke des Sparrens ausüben würde.

Es werden nun beansprucht:

Die Sparren a b und b c auf ihre halbe Länge gegen Druck und Zerknicken durch die Kraft R_1, und auf Biegungsfestigkeit durch die Kraft

$$N = \frac{1}{2} L . \cos \alpha.$$

Die Stangen a g und c f werden auf Zug beansprucht durch die Kraft N_2.

Die Stangen b g und b f nimmt die Kraft N_0 auf Zug in Anspruch.

Die Stangen d g und e f werden auf Zerknicken und Druck durch die Kraft N_1 beansprucht, während

die Stange g f durch die Kraft 2 M auf Zug in Anspruch genommen wird.

Beispiel.

In Fig. 185 sei die Tiefe des Gebäudes 10,0 m, der Winkel $\alpha = 36^0$, der Winkel $\beta = 14^0 10'$, und demnach Winkel $(\alpha - \beta) = 21^0 50'$. Die Sparren und Rähme werden von Holz, alle übrigen Konstruktionsteile von Schmiedeeisen angefertigt; welche Dimensionen müssen die Hölzer und Eisenteile erhalten, wenn das Dach mit Zink gedeckt wird, die Sparren 1,05 m und die Binder 4,20 m von Mitte zu Mitte voneinander entfernt sind?

Auflösung. Es ist:

$$L_1 = \frac{1{,}05 . 1 . 2 . 142}{2},$$

denn

$$\cos \alpha = t : l, \text{ oder } \cos 36^0 = 5{,}0 : l,$$

woraus

$$l = 5{,}0 : \cos 36^0 = 5{,}0 : 0{,}809 = 6{,}18 \text{ m};$$

demnach

$$h = \sqrt{6{,}18^2 - 5{,}0^2} = \sqrt{13{,}1924} = 3{,}63 \text{ m, und}$$

$$L_1 = \frac{1{,}05 . 6{,}18 . 2 . 142}{2} = 921{,}438 = \text{rd. } 950 \text{ kg}$$

für die Belastung eines Sparrens. Durch die Rähme wird aber die Belastung von 4 Sparren auf jeden Binder übertragen, sodaß

$$L = 4 . 950 = 3800 \text{ kg}$$

ist. Es ergibt sich nun:

$$P = \frac{3}{16} L = \frac{3 . 3800}{16} = 712{,}5 = \text{rd. } 715 \text{ kg.}$$

$$P_1 = \frac{5}{8} L = \frac{5 . 3800}{8} = 2375 \text{ kg.}$$

$$P_0 = \frac{3}{16} L = \frac{3 . 3800}{16} = \text{rd. } 715 \text{ kg.}$$

$$R_1 = P_1 . \sin \alpha = 715 . \sin 36^0 = 715 . 0{,}588 = 420{,}42 = \text{rd. } 420 \text{ kg.}$$
$$N_1 = P_1 . \cos \alpha = 715 . \cos 36^0 = 715 . 0{,}809 = 578{,}435 = \text{rd. } 580 \text{ kg.}$$

$$N_2 = \frac{13\,L\,.\cos\alpha}{16\sin(\alpha-\beta)} = \frac{13\,.\,3800\,.\cos 36^0}{16\sin 21^0\,50'} = \frac{13\,.\,3800\,.\,0{,}809}{16\,.\,0{,}372} =$$
rd. 4880 kg.

$$R_2 = \frac{13\,L\,.\sin\alpha}{16} = \frac{13\,.\,3800\,.\sin 36^0}{16} = \frac{13\,.\,3800\,.\,0{,}588}{16} =$$
1815,45 = rd. 1820 kg.

$$N_3 = \frac{13\,L\,.\cos\alpha}{16} = \frac{13\,.\,3800\,.\cos 36^0}{16} = \frac{13\,.\,3800\,.\,0{,}809}{16} =$$
2497,79 = rd. 2500 kg.

$$R_3 = N_2\,.\cos(\alpha-\beta) = 4880\,.\cos 21^0\,50' = 4880\,.\,0{,}928 =$$
4528,64 = rd. 4530 kg.

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = 420 + 1820 + 4530 = 6770 \text{ kg.}$$

$$M = \left(2\,N_2 - \frac{P_1\cos\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}\right) : \left(\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha-\beta)} + \frac{\cos\alpha}{\cos(\alpha-\beta)}\right) =$$

$$\left(2\,.\,4800 - \frac{2375\,.\cos 36^0}{\sin 21^0\,50'}\right) : \left(\frac{\sin 36^0}{\sin 21^0\,50'} + \frac{\cos 36^0}{\cos 21^0\,50'}\right) =$$

$$\left(9760 - \frac{2375\,.\,0{,}809}{0{,}372}\right) : \left(\frac{0{,}588}{0{,}372} + \frac{0{,}809}{0{,}928}\right) =$$

$$(9760 - 5165) : (1{,}58 + 0{,}872) =$$

4595 : 2,452 = 1873,9 = rd. 1880 kg.

$$N_0 = N_2 - \frac{M\,.\cos\alpha}{\cos(\alpha-\beta)} = 4880 - \frac{1880\,.\,0{,}809}{0{,}928} =$$
4880 — 1640 = 3240 kg.

Die **Sparren** a b und b c, deren freitragende Länge 3,09 m ist, werden gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment beanspruchen von:

$$T = \frac{R\,.\,l_2}{110000} = \frac{6770\,.\,309\,.\,309}{110000} = 5876;$$

gegen Druck einen Querschnitt:

$$F = 6770 : 80 = 85 \text{ qcm};$$

gegen Biegung ein Widerstandsmoment:

$$W = \frac{N\,.\,l}{12\,S} = \frac{\frac{1}{2}\,L\,.\cos\alpha\,.\,l}{12\,S} =$$

$$\frac{0{,}5\,.\,3800\,.\,0{,}809\,.\,309}{12\,.\,60} = 660.$$

Verwendet werden Sparren von 13 cm Breite und 18 cm Höhe, mit W = 702, F = 234 qcm und T = 6318, die also genügen.

Die **Freisparren** werden nur auf Biegung in Anspruch genommen und erfordern also W = 660.

Zur Verwendung kommen Hölzer von 13 cm Breite und 18 cm Höhe, mit W = 702.

Das **Forsträhm** wird auf Biegung beansprucht durch die Last:

$$2\,P = 2 \,.\, 715 = 1430 \text{ kg},$$

und ist demnach erforderlich:

$$W = \frac{1430 \,.\, 420}{12 \,.\, 60} = 844.$$

Verwendet werden Hölzer von 15 cm Breite und 18 cm Höhe, mit $W = 810$.

Die beiden **Pfetten** nimmt eine Kraft

$$P_1 = 2375 \text{ kg}$$

auf Biegung in Anspruch, und ist demnach notwendig:

$$W = \frac{2375 \,.\, 420}{12 \,.\, 60} = 1386.$$

Zur Verwendung kommen Hölzer von 17 cm Breite und 22 cm Höhe, mit $W = 1371$.

Die Längenverstrebung wird durch schmiedeeiserne **Kopfstreben** hergestellt, welche an den Stangen d g und e f, sowie an der Stange b i, und unter dem Forsträhm und den Pfetten, mit 1,5 cm starken Bolzen befestigt werden. Die Kopfbänder erhalten einen Durchmesser von 3 cm bei Rundeisen.

Die **Stangen** a g **und** c f werden durch die Kraft N_2 auf Zug beansprucht und ist demnach erforderlich:

$$F = 4880 : 750 = 6{,}5 \text{ qcm}.$$

Schmiedeeiserne Stangen von 3 cm Durchmesser mit $F = 7{,}07$ qcm werden also genügen.

Die **Stangen** b g **und** b f nimmt die Kraft N_0 auf Zug in Anspruch; es ist also erforderlich:

$$F = 3240 : 750 = 4{,}32 \text{ qcm}.$$

Verwendet werden ebenfalls Stangen von 3 cm Durchmesser.

Die **Stangen** d g **und** e f werden durch die Kraft N_1 beansprucht, und zwar ist erforderlich:

gegen Zerknicken ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{580 \,.\, 124 \,.\, 124}{4000000} = 2{,}23,$$

gegen Zerdrücken ein Querschnitt

$$F = 580 : 750 = 1 \text{ qcm}.$$

$$(d\,g = 3{,}09 \,.\, \operatorname{tg} 21^0\, 50' = 3{,}09 \,.\, 0{,}401 = 1{,}24 \text{ m.})$$

Stangen von 3 cm Durchmesser mit $T = 3{,}976$ und $F = 7{,}07$ genügen also.

Die **Stange fg** wird auf Zug in Anspruch genommen durch die Kraft

$$2\,M = 2 \,.\, 1880 = 3760 \text{ kg};$$

es ist also erforderlich ein Querschnitt

$$F = 3760 : 750 = 5{,}02 \text{ qcm}.$$

Eine Stange von 3 cm Durchmesser würde also auch hier genügen. Dieselbe Stärke wird man der **Stange bi** geben.

Die **Bolzen,** welche die verschiedenen Verbindungen der Stangen herstellen, werden zweischnittig; die am stärksten in Anspruch genommenen sind diejenigen der Stangen ag und cf. Es ist also erforderlich ein Querschnitt

$$F = 4880 : 1050 = 4{,}65 \text{ qcm}.$$

Es werden Bolzen von 4 cm Durchmesser verwendet mit F = 12,57 qcm, deren Schraubengewinde ebenfalls ausreichend ist.

Die **Flacheisen,** durch welche die Bolzen gehen, erfordern, bei 1,5 cm Stärke, eine Breite von:

$$\frac{4880}{1{,}5 \,.\, 750} = 4{,}34 + 4{,}0 = 8{,}5 \text{ cm mindestens.}$$

Hierbei müssen die Bolzen vom Ende des Flacheisens mindestens

$$a = F : b = 12{,}57 : 1{,}5 = 8{,}5 \text{ cm}$$

entfernt sein.

Die Entfernung der Bolzen voneinander muß mindestens

$$a + d = 8{,}5 + 4 = 12{,}5 \text{ cm betragen.}$$

7. Die Stabilität der Mauern.

Unter der Stabilität oder Standsicherheit eines Körpers versteht man denjenigen Widerstand, den derselbe einer Kraft entgegensetzt, welche bestrebt ist, ihn um eine Kante seiner Unterstützungsfläche zu drehen und umzuwerfen.

Man nennt einen Körper in sich stabil, wenn eine bestimmte Kraft nötig ist, um ihn umzustürzen. Trifft eine Vertikale aus dem Schwerpunkte eines Körpers die Unterstützungsfläche desselben, dann ist der Körper stabil; wird die Unterstützungsfläche von dem Lote nicht getroffen, dann ist der Körper nicht stabil.

Die Stabilität eines Körpers ist abhängig von seinem Gewicht, von der Größe seiner Unterstützungsfläche und von der Lage seines Schwerpunktes.

Die Stabilität eines Körpers ist das statische Moment aus seinem Gewichte und dem Lote von dem Drehungspunkte bezw. der Drehungskante auf die aus dem Schwerpunkte gezogene Vertikale. Dieses Moment muß für den Gleichgewichtszustand gleich sein dem Momente der umwerfenden Kraft, bezogen auf denselben Drehungspunkt.

Hieraus ergibt sich, daß die Stabilität eines auf einer horizontalen Ebene ruhenden Körpers um so größer ist, je größer das Gewicht des Körpers, je breiter seine Unterstützungsfläche und je tiefer sein Schwerpunkt liegt.

Ist a b c d in Fig. 186 der Querschnitt einer senkrechten Mauer, dann müssen für den Gleichgewichtszustand derselben, wenn a b horizontal und a die Drehungskante ist, die Momente der schiebenden Kraft P, mit dem Hebelarme $a\,h = y$, und des Gewichtes G der Mauer, mit dem Hebelarme $a\,i = x$, gleich sein; also es muß:

$$P \cdot y = G \cdot x$$

sein.

Wird der Querschnitt einer Mauer so angeordnet, daß derselbe wie in Fig. 187 ein Trapez ist, dessen äußere Seite der schiebenden Kraft P

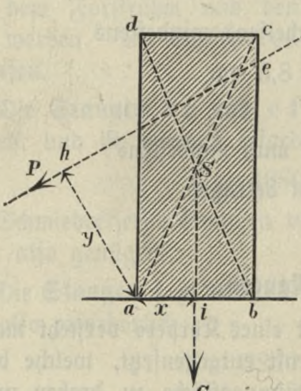


Fig. 186.

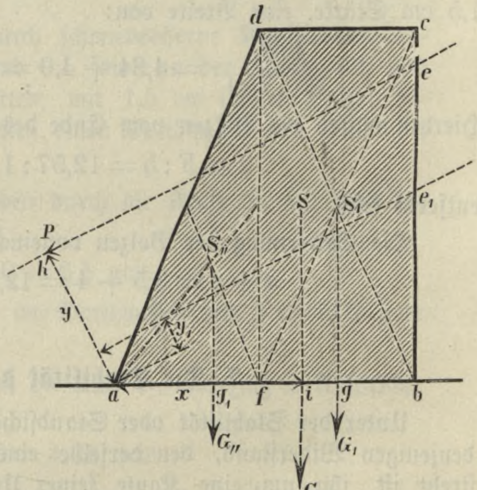


Fig. 187.

entgegen geneigt ist, so ist natürlich die Stabilität der Mauer eine größere, als beim rechteckigen Querschnitt. Je größer nämlich G und x wird, je größer kann auch P und y sein. Wird der Angriffspunkt der Kraft P mehr nach der Unterstützungsfläche a b zu, von e nach e_1 verlegt, so wird y kleiner $= y_1$, und kann demnach P desto größer sein.

Soll eine Mauer bei gegebener Länge und Höhe einem Drucke widerstehen, dessen Größe, Richtung und Angriffspunkt gegeben sind, so ist die Breite der Basis der Mauer zu bestimmen, d. h. aus der Gleichung

$$P \cdot y = G \cdot x$$

ist x bezw. G zu berechnen.

Die so erhaltene Breite genügt natürlich nur für den Gleichgewichtszustand. Die Mauer muß aber dem Drucke mit gehöriger Sicherheit widerstehen und, um diese zu erlangen, berechnet man die Breite der Basis der Mauer für einen zwei- bis dreimal so großen Druck als der gegebene ist.

Beispiel.

In Fig. 186 sei die Kraft P = 1500 kg, y = 3,5 m, die Höhe bc = 4,30 m und die Länge = 4,50 m; wie stark ist die Mauer zu machen?

Auflösung. Es muß P . y = G . x sein; nimmt man die Stärke = 0,38 m an, dann wäre, wenn man 1 cbm Mauer = 1600 kg rechnet,

$$G = 4{,}5 \,.\, 4{,}3 \,.\, 0{,}38 \,.\, 1600 = 11764{,}8 = \text{rd. } 11800 \text{ kg},$$

und

$$x = 0{,}38 : 2 = 0{,}19 \text{ m}.$$

Es müßte also:

$$1500 \,.\, 3{,}5 = 11800 \,.\, 0{,}19, \text{ oder}$$
$$5250 = 2242$$

sein; es ist demnach hier die Stärke der Mauer mit 0,38 m zu gering angenommen.

Nimmt man nun die Mauerstärke mit 0,64 m an, berechnet aber gleichzeitig die Kraft mit der nötigen Sicherheit, also:

$$P = 2 \,.\, 1500 = 3000 \text{ kg},$$

so müßte sein:

$$3000 \,.\, 3{,}5 = 4{,}5 \,.\, 4{,}3 \,.\, 0{,}64 \,.\, 1600 \,.\, 0{,}32, \text{ oder}$$
$$10500 = 19814{,}4 \,.\, 0{,}32 = 6340{,}608.$$

Die Stärke der Mauer von 0,64 m wird also ebenfalls nicht genügen, wenn man die Kraft P für die nötige Sicherheit zweimal in Rechnung gezogen hätte, dagegen genügt sie für Gleichgewichtszustand.

Die Stärke der Mauer wird aber vollkommen ausreichend mit 0,64 m an der oberen Kante sein, wenn die Kraft P mit 2 . 1500 kg in Rechnung gestellt und die untere Fläche verbreitert wird.

Der Querschnitt der Mauer erhält also eine Form wie in Fig. 187; bezeichnet man fb mit n, und af mit n_1, so ist der Abstand der vertikalen Schwerlinie $S_1 G_1 = ag = \frac{1}{2} n + n_1$, und der Abstand $gb = \frac{1}{2} n$. Der Abstand ag_1 der vertikalen Schwerlinie $S_{11} G_{11}$ ist $= \frac{2}{3} n_1$ und der Abstand $g_1 b = \frac{1}{3} n_1 + n$. Bezeichnet l die Länge der Mauer, h die Höhe und g das Gewicht eines Kubikmeters Mauerwerk, so ist das Gewicht des rechteckigen Teiles = n . h . l . g, und dasjenige des dreieckigen Teiles gleich

$$\frac{n_1 h}{2} \,.\, l \,.\, g.$$

Die Stabilität der Mauer ist nun gleich der Summe der Produkte aus den Gewichten beider Teile und den Abständen ihrer vertikalen Schwerlinien von der Umdrehungskante.

Die Stabilität S ist demnach in Bezug auf die Drehungskante a:

$$S = \left(\frac{1}{2} n + n_1\right) \cdot n h l g + \frac{2}{3} n_1 \cdot \frac{n_1 h}{2} \cdot l g =$$

$$\left(\frac{1}{2} n + n_1\right) \cdot n h l g + \frac{1}{3} n_1^2 h l g =$$

$$h l g \cdot \left(\frac{1}{2} n^2 + n n_1 + \frac{1}{3} n_1^2\right).$$

[In Bezug auf die Drehungskante b ist die Stabilität:

$$S = \frac{1}{2} n . n . h . l . g + \left(\frac{1}{3} n_1 + n\right) \cdot g \cdot \frac{n_1 h}{2} \cdot l =$$

$$\frac{1}{2} g . h . l . \left(n^2 + \frac{1}{3} n_1{}^2 + n^2 . n_1\right) \cdot]$$

Es ist nun:

$$2 . 1500 . 3{,}5 = 4{,}3 . 4{,}5 . 1600 . \left(\frac{1}{2} n^2 + n . n_1 + \frac{1}{3} n_1{}^2\right), \text{ oder}$$

$$10500 = 30960 . \left(0{,}5 . 0{,}64^2 + 0{,}64 . n_1 + \frac{1}{3} n_1{}^2\right) =$$

$$30960 . \left(0{,}2048 + n_1 . \left(0{,}64 + \frac{1}{3} n_1\right)\right) =$$

$$6340{,}608 + 30960\, n_1 . \left(0{,}64 + \frac{1}{3} n_1\right), \text{ oder:}$$

$$10500 - 6340{,}608 = 19814{,}4\, n_1 + 10320\, n_1{}^2, \text{ oder:}$$

$$4159{,}392 = 10320\, n_1{}^2 + 19814{,}4\, n_1, \text{ oder:}$$

$$n_1{}^2 + \frac{19814{,}4}{10320} n_1 = \frac{4159{,}392}{10320};$$

$$n_1{}^2 + \frac{19814{,}4}{10320} n_1 + \left(\frac{9907{,}2}{10320}\right)^2 = 0{,}403 + 0{,}96^2;$$

$$n_1 + 0{,}96 = 0{,}403 + 0{,}9216 = 1{,}3246;$$

$$n_1 = 1{,}3246 - 0{,}96 = 0{,}3646;$$

es ist also $a f = n_1 = 0{,}37$ m.

Ist die Mauer nach beiden Seiten geböscht, so berechnet sich die Stabilität in ähnlicher Weise, indem man den Querschnitt in ein Rechteck und 2 Dreiecke zerlegt.

Ist die Mauer mit Verstärkungspfeilern versehen, so ist bei Berechnung der Stabilität für den Pfeiler nur die Länge desselben in Rechnung zu ziehen, sonst aber wie oben zu verfahren.

Ist die Mauer belastet, so wird die Stabilität derselben vergrößert, und zwar um das Moment der Belastung in Beziehung auf die Drehungskante.

8. Die Stabilität der Futter- und Quaimauern.

Die Stabilität dieser Mauern ist eine zusammengesetzte, wenn Erd- und Wasserdruck gleichzeitig wirken und bisweilen noch die Wirkung eines Erdankers hinzukommt.

Bezeichnet, in Fig. 188, H_1 die horizontale Komponente des Erddrucks, dessen Höhe h_1, H_2 diejenige des Wasserdrucks, dessen Höhe h_2, und H_3 diejenige des Zuges des Erdankers, dessen Höhe h_3 ist, G das Gewicht der Mauer mit dem Abstande g ihres Schwerpunktes von der Drehungskante, so ist für Quaimauern:

$$G \, . \, g = H_1 \cdot \frac{h_1}{3} - H_2 \cdot \frac{h_2}{3} - H_3 \, . \, h_3,$$

und für Futtermauern, bei welchen $H_2 = O$ ist,

$$G \, . \, g = H_1 \frac{h_1}{3} - H_3 \, . \, h_3.$$

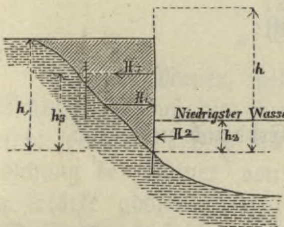


Fig. 188.

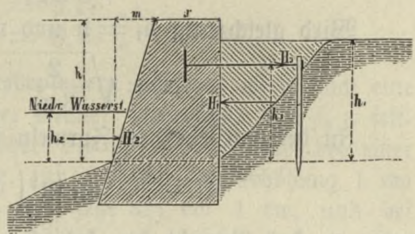


Fig. 189.

Für solche Mauern, wie in Fig. 189 dargestellt, welche eine im Verhältnis m geböschte Vorderwand und lotrechte Hinterwand mit der Höhe h haben, und für welche die Kubikeinheit des Mauerwerks das Gewicht g_2 hat, ergibt sich für vollkommene Stabilität die obere Breite der Mauer:

$$\text{I.} \quad x = -m \, . \, h + \sqrt{\frac{2}{h \, g_2}\left(H_1 \frac{h_1}{3} - H_2 \frac{h_2}{3} - H_3 \, h_3\right) + \frac{m^2 h^2}{3}} \; \ldots \ldots$$

und, wenn der Erdanker fortgelassen wird,

$$\text{II.} \quad x = -m \, . \, h + \sqrt{\frac{2}{3 \, h \, g_2}(H_1 \, h_1 - H_2 \, h_2) + \frac{m^2 h^2}{3}} \; \ldots \ldots$$

Soll für den letzteren, gewöhnlicheren Fall die Ufermauer als Quaimauer dienen, also $h_1 = h$ werden, so wird

$$x = -m \, h + \sqrt{\frac{2}{3 \, h \, g_2}(H_1 \, h_1 - H_2 \, h_2) + \frac{m^2 h^2}{3}}.$$

Soll für denselben Fall die Stirn der Mauer senkrecht, also $m = O$ werden, so ergibt sich aus Formel II:

$$x = \sqrt{\frac{2}{3 \, h \, g_2}(H_1 \, h_1 - H_2 \, h_2)}.$$

Soll gleichzeitig $h_1 = h$ und $m = 0$ werden, so ist

$$x = \sqrt{\frac{2}{3\,g_2}\left(H_1 + H_2\frac{h_2}{h}\right)}.$$

Bei den Futtermauern, für welche $H_2 = 0$ ist, geht Gleichung II über in:

$$x = -\,m\,h + \sqrt{\frac{2}{3\,h\,g_2}\cdot H_1\,h_1 + \frac{m^2\,h^2}{3}}.$$

Soll die Futtermauer bis zu ihrem Kopfe hinterfüllt, also $h_1 = h$ werden, so erhält man:

$$x = -\,m\,h + \sqrt{\frac{2}{3\,g_2}\,H_1 + \frac{m^2\,h^2}{3}}.$$

Wird die Stirn der Futtermauer senkrecht, also $m = 0$, so ist:

$$x = \sqrt{\frac{2}{3\,h\,g_2}\cdot H_1\,h_1}.$$

Wird gleichzeitig $h_1 = h$ und $m = 0$, so ist:

$$x = \sqrt{\frac{2}{3\,g_2}\cdot H_1}.$$

In den vorstehenden Formeln ist für den Erddruck zu setzen:

$$H_1 = \frac{h_1{}^2}{2}\cdot g_1\,\mathrm{tg}^2\left(45^0 - \frac{\alpha}{2}\right),$$

worin g_1 das Gewicht der kubischen Einheit Erde und α den Reibungswinkel der Erde bezeichnet, ein Wert, welcher bei einer völlig durchweichten Bodenmasse, für welche $\alpha = 0$ ist, in

$$H_1 = \frac{h_1^2}{2}\cdot g_1$$

übergeht.

Erfahrungsregeln für Futtermauern.

Man ziehe zwei horizontale Linien in der Entfernung h = der Höhe der Futtermauer, zwischen denselben eine nach dem natürlichen Böschungswinkel des Materials geneigte Linie und teile den so gefundenen natürlichen Abhang a des zu stützenden Erdreichs in 6 gleiche Teile, so ist bei gewöhnlichen Futtermauern, die keine Erschütterung zu erleiden haben, $\frac{1}{6}$ a zur unteren Stärke ausreichend; bei Erschütterungen ist $\frac{1}{6}$ a als Stärke auf der Mitte der Höhe anzunehmen; bei parallelen Futtermauern an den Seiten einer Straße gibt $\frac{1}{5}$ a die untere Stärke.

Soll eine Futtermauer auf der vorderen Seite mit einer Böschung ausgeführt werden, die $\frac{1}{6}$ ihrer Höhe beträgt, so gebe man der Mauer zur oberen Stärke $\frac{1}{9}$ des natürlichen Abhanges.

Die Stärke einer Futtermauer soll, wenn der natürliche Böschungswinkel des Materials unbekannt ist, bei $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{5}$ Böschung mindestens betragen:

Bei 2,5 m	Höhe,	0,50 m obere	und	0,90 m untere	Stärke,
„ 4,0 m	„	0,85 m „	„	1,25 m „	„
„ 5,0 m	„	1,00 m „	„	1,70 m „	„

Die Stärke einer senkrechten Futtermauer, welche Strebepfeiler erhält, die je nach Form und Stärke der Mauer in einer Entfernung von höchstens 2,5—3,0 m voneinander angeordnet werden, soll mindestens $= \frac{1}{8}$ a betragen. Die Breite des Teiles, wo die Strebepfeiler mit der Mauer in Verbindung stehen, die Wurzel derselben, soll mindestens gleich der doppelten Mauerstärke, also $= \frac{1}{4}$ a sein. Ihre Stärke soll mindestens betragen:

Bis 2,5 m	Höhe	=	0,35 h
„ 4,0 „	„	=	0,30 „
„ 5,0 „	„	=	0,26 „
„ 7,5 „	„	=	0,23 „
„ 10,0 „	„	=	0,20 „
„ 12,5 „	„	=	0,17 „
„ 15,0 „	„	=	0,15 „

Hat die Mauer, welche mit Strebepfeilern versehen wird, auch eine Böschung, so muß die obere Stärke der Mauer mindestens auf $\frac{1}{10}$ a festgesetzt werden. Wird die Mauer höher als 2,5 m, so wird bei einer Böschung der Mauer von $\frac{1}{5}$ der Höhe, für jede 30 cm Erhöhung 1 cm zur Stärke addiert: bei $\frac{1}{6}$ Dossierung auf jede 24 cm 1 cm, und bei $\frac{1}{8}$ Dossierung auf jede 16 cm 1 cm.

Die Maße der Strebepfeiler sollen mindestens folgende sein:

Bis 2,5 m	Höhe (= h),	0,4 h	Breite	und	0,26 h	Stärke,
„ 4,0 „	„ „	0,35 „	„	„	0,22 „	„
„ 5,0 „	„ „	0,32 „	„	„	0,19 „	„
„ 6,5 „	„ „	0,30 „	„	„	0,17 „	„
„ 7,5 „	„ „	0,29 „	„	„	0,15 „	„
„ 9,0 „	„ „	0,27 „	„	„	0,14 „	„
„ 10,0 „	„ „	0,25 „	„	„	0,13 „	„
„ 12,5 „	„ „	0,24 „	„	„	0,12 „	„
„ 15,0 „	„ „	0,23 „	„	„	0,11 „	„

Das Bankel muß mindestens die doppelte Stärke der unteren Mauerstärke erhalten.

Werden die Fugen rechtwinklig zur Böschung gelegt, so muß hierbei sehr vorsichtig verfahren werden, damit dem Regen und der Nässe das Eindringen in die Fugen unmöglich gemacht wird.

Die Futtermauern dürfen nur nach vollkommener Austrocknung hinterfüllt werden.

9. Das Gleiten der Mauern auf der Basis.

Ein seitlicher Druck gegen eine Mauer kann nicht allein ein Umwerfen der Mauer bewirken, sondern er kann die Mauer auch auf ihrer Basis fortschieben, also ein Ausgleiten derselben herbeiführen. Die seitlich wirkende Kraft hat hierbei die Reibung zu überwinden, welche die Mauer auf ihre Unterlage ausübt.

Da sich die Größe der Reibung ergibt, wenn man den Druck mit dem Reibungskoeffizienten multipliziert, so ist, wenn F die Reibung, f den Reibungskoeffizienten und L das Gewicht der Mauer bezeichnet;

$$F = f \,.\, L.$$

Für den Zustand des Gleichgewichts ist also, wenn P die schiebende Kraft bezeichnet,

$$P = F = f \,.\, L;$$

ein Fortschieben der Mauer kann also nicht stattfinden, wenn P kleiner als f . L ist.

Bezeichnet l die Länge, b die Stärke, h die Höhe und g das Gewicht der Kubikeinheit einer Mauer, so muß also

$$P < f \,.\, b\,h\,g\,l, \text{ oder}$$

$$f > \frac{P}{b\,h\,g\,l}$$

sein.

Soll bei gegebener Länge und Höhe einer Mauer für einen bestimmten Druck die Stärke bestimmt werden, so folgt aus der Gleichung

$$P = f \,.\, L = f \,.\, b\,h\,l\,g,$$

daß

$$b = \frac{P}{f\,h\,l\,g}$$

sein muß. Diese Stärke der Mauer entspricht jedoch nur dem Gleichgewichtszustande; um die nötige Sicherheit zu erhalten, führt man die doppelte Kraft in die Rechnung ein, sodaß also

$$b = \frac{2\,P}{f\,h\,l\,g}$$

wird.

Erhält die Mauer auf einer Seite eine Böschung und ist x die Breite derselben, dann ist mit Rücksicht auf die Sicherheit:

$$2\,P = g\,l\,h \cdot \left(b + \frac{x}{2}\right) = b\,g\,l\,h + \frac{x\,g\,l\,h}{2}, \text{ oder}$$

$$4\,P = 2\,b\,g\,l\,h + x\,g\,l\,h, \text{ oder}$$

$$4\,P - 2\,b\,g\,l\,h = x\,g\,l\,h,$$

woraus

$$x = \frac{4\,P}{g\,l\,h} - 2\,b.$$

Die Breite oder Stärke einer Mauer an ihrer Basis muß nun in jedem Falle für den Widerstand gegen Umkanten und für den Widerstand gegen Gleiten berechnet werden und hat dann die Mauer die sich ergebende größte Stärke zu erhalten.

Beispiel.

Für das obige Beispiel würde die gegen Gleiten erforderliche Stärke sein:

$$b = \frac{2\,P}{f\,h\,l\,g} = \frac{2\,.\,1500}{0{,}63\,.\,4{,}3\,.\,4{,}5\,.\,1550} = \frac{3000}{18895{,}275} = 0{,}159 \text{ m.}$$

Die in dem oben angeführten Beispiel berechnete Stärke, mit 0,64 m oben und $0{,}64 + 0{,}37 = 1{,}01$ m unten, wird also auch gegen Gleiten mehr als genügend sein.

10. Berechnung der Stabilität der Gewölbe.

Der einfachste Fall ist ein Tonnengewölbe bezw. ein Gurtbogen mit symmetrischen Hälften und symmetrischer vertikaler Belastung. Ein solcher Bogen wird nur dann im Gleichgewicht sein, d. h. stehen können, wenn, nach Zerlegung der in den einzelnen Schwerpunkten der Wölbsteine wirkenden Kräfte in vertikale und horizontale Komponenten, alle diese Komponenten in derselben vertikalen Ebene liegen, alle horizontalen Komponenten untereinander im Gleichgewicht sind, d. h. sich gegenseitig aufheben, und sämtliche vertikale Komponenten mit der Resultante aller Gewichte im Gleichgewicht stehen.

Der Widerstand, d. h. die Widerlagsstärke, wird also der möglichst kleinste sein, wenn die Neigungswinkel der einzelnen Widerstandsrichtungen gegen die Vertikale die möglichst kleinsten sind. Betrachtet man nun die eine Bogenhälfte für sich und legt durch den Schwerpunkt derselben eine Vertikale, so ist, um die Masse im Gleichgewicht zu halten, eine gegen den Scheitel wirkende Kraft nötig, deren Richtung durch den Durchschnittspunkt der Schwerlinie und der Widerstandslinie des Widerlagers geht.

Da nun die vertikale Komponente des Widerstandes gleich dem in der Schwerlinie wirkenden Gewicht sein muß, so muß auch der Druck im Bogenscheitel gleich der horizontalen Komponente des Widerstandes und ebenfalls horizontal sein.

Es kommt also darauf an, zu ermitteln, unter welchen Bedingungen die horizontale Komponente des Widerstandes, und folglich auch der Druck im Scheitel der möglichst kleinste ist, während die vertikale Komponente, d. h. die erforderliche rückwirkende Festigkeit des Widerlagers, also das zu wählende Material, sich ganz einfach aus dem Gewicht der Wölbung und der darauf ruhenden Last ermitteln läßt, nachdem die Widerlagsstärke gefunden ist, aus welcher hervorgeht, auf wie viele Quadratzentimeter Querschnitt sich die Last verteilt.

Wenn man nun die Schwerlinie der einzelnen, vom Scheitel aus numerierten Gewölbeteile, und zwar in dem Schwerpunkte des Steines 1 die Schwerlinie für sein Gewicht, durch den Schwerpunkt von 1 und 2 — als einen Körper gedacht — die Schwerlinie für die Gewichte von 1 und 2 zusammengenommen 2c. anträgt, dann in den Durchschnittspunkten dieser Schwerlinien mit der Richtung der im Scheitel angreifenden horizontalen Kraft die Parallelogramme der Gewichte und dieser Kraft konstruiert, die so gewonnenen Resultanten verlängert, so sind die Punkte, wo jede derselben die zugehörige Fuge schneidet, die Angriffspunkte der Kräfte, welche auf diese Fuge drücken, sodaß die Widerlagsfuge eben der Resultante aus der ganzen Last des Bogens und dem auf den Scheitel wirkenden Horizontaldruck zu widerstehen hat.

Dazu ist nun notwendig, daß sämtliche Angriffspunkte innerhalb der Fugenflächen liegen, damit kein Stein Gefahr läuft, ausgekantet zu werden, und daß die Winkel der Drücke mit den Fugen nicht zu viel vom rechten Winkel abweichen, um die Reibung auf der Fuge überwinden zu können, weil sonst ein Ausgleiten der Wölbsteine stattfinden würde. Vermehrung der Reibung kann man fast stets durch Mörtel erreichen.

Die Verbindungslinie der Angriffspunkte nennt man die Mittellinie des Druckes; bei stetiger Belastung des Bogens wird sie eine stetige Kurve darstellen, während sie bei ungleichmäßiger oder nur auf einzelne Punkte wirkender Belastung abgerissen erscheinen würde. Da aber in der Natur eine Belastung auf einen Punkt nicht möglich ist, so wird die Mittellinie des Druckes an stärker belasteten Stellen keine Ecke, sondern nur eine karniesförmige Biegung bilden und sich dabei in der Regel der oberen Wölbungslinie etwas nähern, dann aber steiler als zuvor wieder fortsetzen.

Durch Anbringung solcher Einzelbelastungen, oder was dasselbe ist, durch Vermehrung der Wölbsteine an einzelnen Stellen, ist man also imstande, die Richtung der Drucklinie zu verändern. Man hat nun dieselbe so zu legen, wie sie die möglichst kleine Horizontalkraft braucht, mit anderen Worten, wie sie unten am Widerlager möglichst steil endet.

Das Minimum des Druckes wird man erreichen, wenn man die Mittellinie des Druckes so zu legen weiß, daß sie, ohne irgendwo aus der Bogenmasse herauszutreten, einen Punkt mit der äußeren und einen mit der inneren Wölbungslinie gemein hat und der Berührungspunkt mit der äußeren Wölbungslinie höher liegt als der mit der inneren, gleichviel, welcher von beiden Punkten näher am Scheitel liegt. Hingegen wird der Horizontalschub sein Maximum erreichen, wenn der Berührungspunkt der Drucklinie mit der äußeren Gewölbelinie tiefer liegt, als der mit der inneren; dies ist also zu vermeiden. Alle zwischen diesen liegenden Drucklinien werden möglich, alle darüber hinausliegenden unmöglich sein, d. h. die Grenze der Stabilität überschreiten.

Bezeichnet L das Gewicht einer Bogenhälfte einschl. Belastung, b die wagerechte Entfernung der Schwerlinie dieses Gewichtes vom Angriffspunkte der Drucklinie des Bogens auf dem Widerlager, P den horizontalen

Druck im Scheitel, h die Höhe von der Mitte der Widerlagsfuge bis zum Angriffspunkt des Scheiteldrucks, so ist:

$$P . h = L . b,$$

woraus

$$P = \frac{L . b}{h}.$$

Es wird nun P um so kleiner sein, je größer h und je kleiner b ist, d. h. je steiler die Drucklinie steht und je näher der Schwerpunkt der Widerlagswand gerückt wird; dies kann man nun erreichen durch eine höhere Wölbungslinie und durch Übermauerung der Spitze und des Widerlagers. Am besten genügt beiden Anforderungen ein Spitzbogen mit Wimpergen und Fialen über den Widerlagern.

Zur Prüfung der Stabilität eines gewölbten Bogens konstruiert man seine Drucklinie. Bleibt dieselbe innerhalb des Bogens selbst, so hält er; berührt oder durchschneidet dieselbe die innere Gewölbelinie, so wird an dieser Stelle, der Brechungsfuge, der Bogen nach außen brechen; berührt oder schneidet sie die äußere Gewölbelinie, so wird der Bogen an den betreffenden Stellen einwärts sinken; fällt die Drucklinie am Scheitel unter die innere Gewölbelinie, so hat der Bogen das Bestreben, nach aufwärts zu brechen, wobei die Bogenanfänge nach innen fallen und die Scheitelstücke emporgehoben werden. Je preßbarer das Material ist, um so weniger darf sich die Drucklinie den Gewölbeflächen nähern. Die Fugenfläche muß jedenfalls größer sein, als nach der rückwirkenden Festigkeit des Materials nötig wäre, weil dasselbe an den Knoten stets preßbarer sein wird als in der Mitte, und weil die Mittellinie des Druckes nie genau in der Mitte der Fugen auftreffen wird. Wenn man aber einen Bogen mit der Absicht konstruiert, dies zu erreichen, so wird er jedenfalls größere Stabilität besitzen als jeder andere Bogen, welcher dieser gedachten Mittellinie des Druckes entspricht. Bei sehr preßbarem Material kann man diese Lage der Drucklinie annähernd dadurch herbeiführen, daß man die Gewölbestärke am Widerlager vermehrt oder die Wölbungslinie mit Beibehaltung des Scheitels und Widerlagers etwas weniger krümmt, oder endlich die Gewölbestärke durchgängig vermehrt.

Bezeichnet S die Spannweite und e die Stärke des Gewölbes am Scheitel, so ist bei Spannweiten von 25,0 m und mehr:

$$e = \frac{1}{24} S.$$

Für Spannweiten, welche kleiner als 25,0 m sind, ist

$$e = (0,0347\, d + 0,325) \text{ m},$$

worin d bei kreisförmigen Gewölben den Durchmesser der inneren Gewölbelinie, bei gedrückten Korbbögen aber die doppelte Pfeilhöhe der inneren Gewölbelinie bezeichnet.

Hierbei ist überall vorausgesetzt, daß die Stärke des Gewölbes vom Scheitel nach den Widerlagern zu wächst, und daß sie an den Widerlagern nahezu doppelt so groß, als am Scheitel ist.

Für kreisförmige Gewölbe ist auch:

$$e = 0{,}346 \sqrt{r},$$

wenn r der Radius der inneren Gewölbelinie ist, und für gedrückte Bögen

$$e = 0{,}412 \sqrt{r},$$

worin r die Pfeilhöhe der inneren Gewölbelinie bezeichnet.

Alle vorstehenden Formeln beziehen sich auf Hausteine.

Rondelet gibt für Gewölbe aus Hausteinen von mittlerer Härte folgende Formeln:

Für starke Brückengewölbe ist:

$$e = \left(\frac{1}{24} S + 0{,}314\right) m,$$

für mittlere Gewölbe ist:

$$e = \left(\frac{1}{48} S + 0{,}157\right) m,$$

und für unbelastete leichte Gewölbe ist:

$$e = \left(\frac{1}{96} S + 0{,}078\right) m.$$

Hierbei ist überall vorausgesetzt, daß die Stärke des Gewölbes an den Widerlagern doppelt so groß als am Scheitel ist.

Für halbkreisförmige Gewölbe aus Backsteinen oder Bruchsteinen gibt Rondelet folgende Regeln:

Ist das Gewölbe im Scheitel horizontal abgeglichen, so ist:

$$e = \frac{1}{48} S.$$

Ist das Gewölbe bis zur halben Höhe hintermauert, und dann im Rücken parallel mit der Leibung abgeglichen, so ist:

$$e = \frac{1}{36} S.$$

Ist endlich das Gewölbe bis zur halben Höhe hintermauert und von da an bis zum Scheitel verjüngt abgeglichen, so ist die Stärke im Scheitel:

$$e = \frac{1}{48} S,$$

und da, wo die Aufmauerung aufhört, ist

$$e = \frac{1}{32} S.$$

Die Gewölbe aus Backsteinen und Bruchsteinen kommen vorzugsweise beim Hochbau vor und haben selten große Spannweiten.

Die Backsteine lassen rücksichtlich der Gewölbestärken keinen anderen Unterschied als ihre Breite zu und man hat es daher in den meisten Fällen mit $\frac{1}{2}$ Stein starken Gewölben zu tun. Bei Spannweiten bis zu 6,25 m genügt die Stärke von $\frac{1}{2}$ Stein und bei größeren Spannweiten die Stärke von 1 Stein.

Da, wo es nötig erscheint, bringt man in Entfernungen von 0,95 bis 1,25 m Verstärkungsgurte an, welche entweder durchgehends von gleicher Stärke sind und um $\frac{1}{2}$ Stein nach oben vorspringen, oder deren Stärke von dem Scheitel nach den Widerlagern hin zunimmt.

Bei lagerhaften Bruchsteinen sind 0,21 m für $\frac{1}{2}$ Stein Stärke und 0,45 m für 1 Stein anzunehmen.

Bei Bögen aus Backsteinen über Maueröffnungen in 2 bis 3 Geschosse hohen Gebäuden hat man erfahrungsmäßig folgende Verhältnisse als zweckmäßig festgestellt:

Für Spannweiten von	. . . 1,88 m	eine Stärke von	1 Stein,
„ „ „	1,89—3,14 „	„ „ „	$1\frac{1}{2}$ „
„ „ „	3,15—5,00 „	„ „ „	2 „
„ „ „	5,01—6,28 „	„ „ „	$2\frac{1}{2}$ „

11. Die Widerlager.

Bei den vorhergehenden Bestimmungen ist angenommen, daß die Widerlager absolut fest sind, es sind demnach nun noch die Bedingungen zu ermitteln, unter denen dies der Fall ist, d. h. es sind für die Widerlager die Stabilitätsbedingungen festzustellen.

Der Widerstand des Widerlagers besteht darin, daß es sich weder um die äußere Kante seiner Basis dreht, noch daß es sich auf der Basis fortschieben läßt, also ausgleitet. Der ersten Bedingung wird entsprochen, wenn die Resultante aus allen bei der Drehung in Betracht kommenden Kräften durch die Basis des Widerlagers hindurchgeht und die Basis in einem Punkte schneidet, dessen Abstand von der vertikalen Schwerlinie des Widerlagers höchstens nur $\frac{4}{9}$ des Abstandes dieser Schwerlinie von der Umdrehungskante beträgt.

Der zweiten Bedingung wird entsprochen, wenn der Winkel, den die Resultante mit der vertikalen Schwerlinie des Widerlagers bildet, kleiner als der Reibungswinkel ist.

Bei symmetrischen Gewölben ist der Druck gegen ein Widerlager der in der Widerlagsfuge stattfindende Normaldruck. Diesen Normaldruck kann man in das Gewicht des Gewölbeschenkels und in den im Gewölbe stattfindenden Horizontalschub zerlegen. Das Gewicht greift im Schwerpunkte des Schenkels, der Horizontalschub aber greift in der Scheitelfuge des Gewölbes an, und ist es zweckmäßig, den Angriffspunkt so anzunehmen, daß er um $\frac{1}{3}$ der Höhe des Scheitels vom höchsten Punkte desselben absteht.

Konstruiert man in Fig. 190 den Gewölbeschenkel a b c d und das Widerlager a b e f k, macht von dem Punkte aus, in welchem die Richtung des Horizontalschubs und die vertikale Schwerlinie des Gewölbeschenkels sich schneiden, d. i. der Punkt l, den Horizontalschub

$$H = l\,m$$

und das Gewicht des Gewölbeschenkels

$$G = l\,n,$$

konstruiert das Parallelogramm l m p n und zieht die Diagonale l p, so ist diese die Resultante aus dem Horizontalschub und dem Gewichte des Gewölbeschenkels. Macht man ferner von dem Punkte aus, in welchem die Richtung dieser Resultante und die vertikale Schwerlinie des Widerlagers sich schneiden, d. i. der Punkt q,

$$q\,t = l\,p,$$

gleich der eben gefundenen Resultante, und

$$q\,s = G_1,$$

wenn G_1 das Gewicht des Widerlagers bezeichnet, konstruiert das Parallelogramm q s r t und zieht die Diagonale q r, so ist diese die Resultante aus allen bei der Stabilität des Widerlagers in Betracht kommenden Kräften.

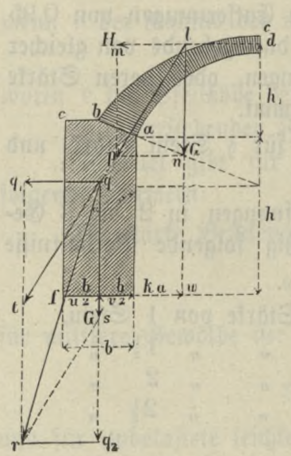


Fig. 190.

Diese Resultante schneidet die Basis des Widerlagers im Punkte u und es darf nun für eine vollkommene Sicherheit gegen das Drehen um die Kante f höchstens

$$u\,v = \frac{4}{9}\,f\,k$$

sein.

Soll ferner genügende Sicherheit gegen das Gleiten des Widerlagers auf seiner Unterlage f k vorhanden sein, so muß der Winkel, den die Resultante mit der vertikalen Schwerlinie des Widerlagers macht, d. i. der Winkel u q v, kleiner als der Reibungswinkel sein.

Bezeichnet h die Höhe des Widerlagers, h_1 die Höhe des Gewölbes vom Widerlager bis zum Angriffspunkte der Horizontalkraft H, b die Breite der Basis des Widerlagers, a den Abstand der Schwerlinie des Gewölbeschenkels von der inneren Kante des Widerlagers, und $\frac{b}{2}$ den Abstand der Schwerlinie des Widerlagers von der äußeren Kante f, so ergibt sich für den Zustand des Gleichgewichts die Momentengleichung:

$$H\,.\,(h + h_1) = G\,.\,(a + b) + G_1 \cdot \frac{b}{2}\cdot$$

Da aber nicht nur Gleichgewicht stattfinden soll, sondern eine vollständige Sicherheit des Widerlagers gegen Drehung um die äußere Kante seiner Basis verlangt werden muß, so führt man den Sicherheitskoeffizienten 2,25 ein und lautet dann die Gleichung:

$$2{,}25\,H\,.\,(h+h_1)=G\,.\,(a+b)+G_1\cdot\frac{b}{2}.$$

Das Gewicht des Widerlagers hängt aber nun von den Dimensionen desselben ab, also auch von der Breite seiner Basis. Bezeichnet l die Länge des Widerlagers und g das Gewicht der Kubikeinheit des Mauerwerks, so ist:

$$G_1=g\,b\,h\,l,$$

oder setzt man $l=1$, so ist:

$$G_1=g\,b\,h.$$

Setzt man in die obige Gleichung den Wert für G_1 ein, so ergibt sich:

$$2{,}25\,H\,.\,(h+h_1)=G\,.\,(a+b)+g\,b\,h\cdot\frac{b}{2}, \text{ oder}$$

$$2{,}25\,H\,.\,(h+h_1)=G\,.\,(a+b)+\frac{g\,h}{2}\cdot b^2, \text{ oder}$$

$$4{,}5\,H\,.\,(h+h_1)=2\,G\,.\,(a+b)+g\,h\,b^2, \text{ oder}$$

$$4{,}5\,H\,.\,(h+h_1)=2\,G\,a+2\,G\,b+g\,h\,b^2, \text{ oder}$$

$$\frac{4{,}5\,H\,.\,(h+h_1)-2\,G\,a}{g\,h}=\frac{2\,G\,b}{g\,h}+b^2, \text{ oder}$$

$$b^2+b\cdot\frac{2\,G}{g\,h}=\frac{4{,}5\,H\,.\,(h+h_1)-2\,G\,a}{g\,h},$$

woraus

$$b=-\frac{G}{g\,h}\pm\sqrt{\frac{4{,}5\,H\,.\,(h+h_1)-2\,G\,a}{g\,h}+\left(\frac{G}{g\,h}\right)^2}.$$

Ist h verhältnismäßig sehr groß, so können diejenigen Glieder, welche h im Nenner haben, vernachlässigt werden, auch kann man h_1 gegen h unbeachtet lassen. Für diesen Fall ist:

$$b=\sqrt{\frac{4{,}5\,H}{g}}.$$

Um die Breite zu bestimmen, welche die Basis des Widerlagers haben muß, damit es auf seiner Unterlage nicht fortgeschoben werden kann, sei der Winkel u q v mit α und der Reibungskoeffizient mit f bezeichnet. Für das Gleichgewicht gegen Gleiten muß dann

$$\operatorname{tg}\alpha=f$$

sein.

Zur Bestimmung des Winkels α ergibt sich Folgendes. Zerlegt man die Resultante q r in die Horizontalkomponente $q\,q_1$ und in die Vertikalkomponente $q\,q_2$, so ist:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{q\,q_1}{q\,q_2}.$$

Es ist $q\,q_1 = H$ und $q\,q_2 = G + G_1$, folglich ist auch:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{H}{G + G_1}.$$

Es muß daher für den Gleichgewichtszustand gegen Gleiten sein:

$$f = \frac{H}{G + G_1}.$$

Es ist nun aber ferner:

$$G_1 = g\,b\,h,$$

und daher auch:

$$f = \frac{H}{G + g\,b\,h}.$$

Wird diese Gleichung auf b reduziert, so ergibt sich die Breite der Basis des Widerlagers, wenn Gleichgewicht stattfinden soll:

$$b = \frac{H - f\,.\,G}{f\,g\,h}.$$

Um aber genügende Sicherheit zu erhalten, wird der Sicherheitskoeffizient 2 eingeführt, und ergibt sich dann:

$$b = \frac{2\,H - f\,.\,G}{f\,g\,h}.$$

Es sind nun beide Werte von b mit einander zu vergleichen, und ist der Basis des Widerlagers diejenige Breite zu geben, welche dem größeren der beiden Werte entspricht.

Hat das Widerlager keinen rechteckigen Querschnitt, so ist bei Bestimmung der Breite seiner Basis in Bezug auf die Drehung die betreffende Stabilitätsformel in die Gleichung einzuführen.

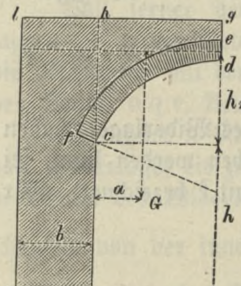


Fig. 191.

Ist das Gewölbe übermauert oder belastet, wie in Fig. 191, so ist die Berechnung genau dieselbe wie vor, nur ist darauf zu achten, daß bei Anwendung derselben Formeln für G nicht das Gewicht des Gewölbeschenkels c d e f, sondern das Gewicht des Gewölbeteils c d g h und als Gewicht G_1 des Widerlagers der Mauer h i k l einzuführen ist.

Für die Stärken der Widerlager halbkreisförmiger Gewölbe gibt Rondelet Folgendes an.

Ist das Gewölbe im Scheitel horizontal abgeglichen, so soll die Stärke der Widerlager $\frac{1}{11}$ der Spannweite betragen.

Ist das Gewölbe bis zur halben Höhe hintermauert und dann im Rücken parallel mit der Leibung abgeglichen, so soll die Stärke der Widerlager $\frac{1}{9}$ der Spannweite betragen.

Ist das Gewölbe bis zur halben Höhe hintermauert und von da an bis zum Scheitel verjüngt abgeglichen, so soll die Stärke der Widerlager $\frac{1}{10}$ der Spannweite betragen. —

Die Stärke b der Widerlagsmauern kann auch nach folgender Formel berechnet werden. Bezeichnet W die Spannweite des Gewölbes, h die Pfeilhöhe und H die Höhe der Widerlagsmauern von der Kämpferlinie des Gewölbes bis zur Sohle des Fundaments, so ist:

$$b = \frac{3\,W.(W-h)}{8.(W+h)} + \frac{H}{6} + 0{,}3 \text{ m.}$$

Schiefe Tonnengewölbe beurteilt man so, als wären sie aus sehr vielen sehr kurzen geraden Tonnengewölben zusammengesetzt. Für das ganze schiefe Gewölbe gelten dann diejenigen Stabilitätsbedingungen, welche für eine solche kurze gerade Strecke gelten.

In Bezug auf die Stabilitätsbedingungen der Kloster-, Kuppel- und Kreuzgewölbe gelten dieselben Regeln, welche für die Tonnengewölbe gegeben sind. Die Widerlager der Klostergewölbe sind im allgemeinen ebenso stark zu machen, wie das Widerlager eines Tonnengewölbes von derselben Spannweite, während Rondelet $\frac{2}{3}$ dieser Stärke für ausreichend hält.

Kuppelgewölbe erfordern ein halb so starkes Widerlager, als ein Tonnengewölbe von derselben Spannweite.

Die Stärke der Widerlager eines Kreuzgewölbes soll doppelt so groß sein, als für das Widerlager eines Tonnengewölbes von derselben Spannweite; als Widerlager beim Kreuzgewölbe sind aber nur Pfeiler erforderlich, welche auch nur $1\frac{3}{4}$ der oben angegebenen Stärke erhalten brauchen, wenn die Kappen über dieselben hinweggehen und bis zu den äußeren Seiten derselben reichen.

Soll ein größerer Raum durch Kreuzgewölbe überdeckt werden, so ist nach Rondelet folgendes Verfahren anzuwenden.

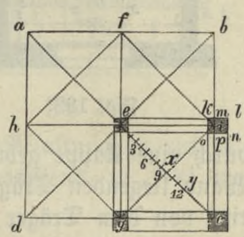


Fig. 192.

Ist a b c d, Fig. 192, die Grundfläche eines mit Kreuzgewölben zu überspannenden Raumes, so zieht man zunächst die Diagonalen und legt durch deren Schnittpunkt e die Parallelen f g und h i zu den Seiten des Grundrisses. Zieht man nun noch in den so entstehenden Quadraten oder Rechtecken die Diagonalen, so ist der Grundriß des Gewölbes entworfen.

Nimmt man dann die halbe Pfeilerhöhe von der Sohle bis zum Kämpfer und trägt sie von x nach y ab und teilt e y in 12 gleiche Teile, so ist ein solcher Teil die halbe Diagonale der Grundfläche des Mittelpfeilers, welche ein Quadrat ergibt.

Die Grundfläche der mittleren Seitenpfeiler ergibt sich, wenn man an den halben Mittelpfeiler k m p o den ganzen Mittelpfeiler l n p m ansetzt, sodaß dieselbe ein Rechteck k l n o bildet, dessen eine Seite die Seite des

Mittelpfeilers und dessen andere Seite das 1,5-fache der Seite des Mittelpfeilers ist.

Die Eckpfeiler erhält man, wenn man die Seiten der Zwischenpfeiler bis zum Durchschnitt verlängert. Der Grundriß der Eckpfeiler ist dann ein Quadrat, dessen Seite gleich der längeren Seite der Zwischenpfeiler ist.

Zwischen dem Mittelpfeiler und den Zwischenpfeilern, sowie zwischen diesen und den Eckpfeilern werden Gurtbögen gespannt.

12. Berechnung der eisernen Träger gewölbter Treppen.

In neuerer Zeit wird hier häufig eine Konstruktion massiver Treppen aus Ziegelsteinen angewendet, bei denen die Gewölbekappen von Podest zu Podest aufsteigen und als Widerlager, sowohl für diese als für die Podestkappen, eiserne Träger dienen. In Fig. 193 ist der Grundriß einer solchen Treppe dargestellt, bei welcher der Lauf I von dem Träger a b nach dem Träger a_1 b_1 aufsteigt und der Lauf II von dem Träger a_1 b_1 nach dem Träger, welcher lotrecht über a b liegt. Das untere Podest III wird

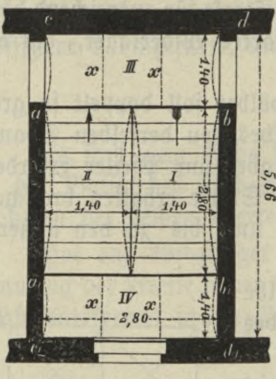


Fig. 193.

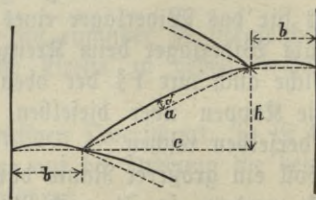


Fig. 194.

durch eine Kappe gebildet, welche von dem Träger a b nach einem in der Wand liegenden Träger c d gespannt ist, das mittlere Podest IV durch eine von dem Träger a_1 b_1 nach dem Träger c_1 d_1 gespannte Kappe und das obere oder Austrittspodest durch eine Kappe wie die untere. Die Träger c d und c_1 d_1 sind nötig, wenn die Wände, gegen welche sich die Podestkappen lehnen, schwächer als 2 Steine sind, weil Wände unter 0,51 m dem Horizontalschub der Kappen schlecht widerstehen. Es empfiehlt sich aber auch bei 2 Stein starken Wänden den Träger einzulegen, wenn die Wand ein Fenster oder eine sonstige Öffnung enthält. Als Träger c d und c_1 d_1 werden häufig, der breiten Flanschen wegen, 0,13 m hohe Eisenbahnschienen verwendet, welche auch vollkommen genügen.

In Fig. 194 sei P_1 das Eigengewicht eines Treppenarmes, P die Totalbelastung des Treppenarmes, a die Länge der Sehne des steigenden

Bogens, d die Pfeilhöhe desselben, h seine Höhe und c die Horizontalprojektion desselben. Die Belastung des Trägers $a_1 b_1$ durch den Treppenarm II ist nun:

$$L = \frac{P \, . \, c \, . \left(4\,c + h \cdot \frac{a}{d}\right)}{8\,a^2};$$

oder setzt man

$$\frac{c \, . \left(4\,c + h \cdot \frac{a}{d}\right)}{8\,a^2} = x,$$

so ergibt sich die Formel:

$$L = x \, . \, P,$$

während die durch den unbelastet gedachten Arm I herbeigeführte Entlastung

$$L_1 = (x - 1) \, . \, P_1$$

ist.

Im Folgenden werden L und L_1 gleichförmig auf je eine Hälfte des Trägers verteilt angenommen.

Gleichmäßig über den ganzen Träger $a_1 b_1$ ist außerdem eine Belastung Q, welche gleich dem Gewichte der halben Podestkappe einschl. der auf dieser ruhenden Belastung ist.

Fig. 195 zeigt das Schema der Belastung des Trägers $a_1 b_1$. Bei a_1 wird nun der Druck von oben nach unten ausgeübt, während bei b_1 durch den entlastenden Arm ein Abheben angestrebt wird. Zur Untersuchung der Stabilität dieses Auflagers ist es nötig, die Reaktionen b_1 max und b_1 min zu ermitteln. Ist b_1 min negativ, so ist eine Unterstützung von oben erforderlich, sodaß unter Umständen die Anordnung einer Auflagerplatte oberhalb des Trägers erforderlich sein kann.

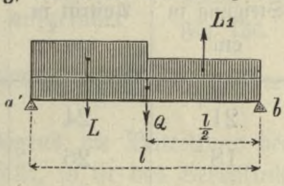


Fig. 195.

Die Totalbelastung der Treppe wird pro qm mit 700 kg angenommen, wovon die Hälfte auf das Eigengewicht und die Hälfte auf die zufällige Belastung zu rechnen ist. Die zulässige Spannung nimmt man hier höchstens zu 700 kg pro qcm an.

Die Auflagerdrücke ergeben:

$$a_1 \max = \frac{700\,l}{16} \cdot (4\,b + c \, . \, (5\,x + 1));$$

$$b_1 \max = \frac{700\,l}{16} \cdot (4\,b + c \, . \, (3 - x));$$

$$b_1 \min = \frac{700\,l}{16} \cdot (2\,b - c \, . \, (5\,x - 6)).$$

Das erforderliche Widerstandsmoment des Trägerprofils ist:

$$W = 0{,}02041 \cdot \frac{a_1 \max^2}{b + 2\,c\,x}.$$

In die Formeln für die Auflagerdrücke sind die Maße in Metern einzuführen, worauf sich die Auflagerdrücke in Kilogrammen ergeben. In die Formel für das Widerstandsmoment sind die Maße in Zentimetern einzuführen.

Sind die Dimensionen beider Treppenarme ungleich, so sind die Abmessungen des größeren Armes in die Formeln einzuführen. In der Regel werden nur die in dem höchsten Geschoß zu verlegenden Podestträger berechnet, und erhalten dann alle anderen Träger dasselbe Profil.

Bei der Formel für das Widerstandsmoment ist angenommen, daß der Horizontalschub des Treppenarmes durch die Podestkappe auf die Außenmauer übertragen wird. Um den Druck der Podestkappe nach beiden Seiten möglichst zu verringern, empfiehlt es sich, beide Träger durch Bolzen x, Fig. 193, miteinander zu verbinden.

Man wendet als Kappenträger solcher Treppen vielfach gebrauchte Eisenbahnschienen an, die sich häufig in einem Zustande befinden, der keine lange Dauer derselben verspricht. Werden Eisenbahnschienen verwendet, dann soll man wenigstens nur durchaus gute benutzen.

Die folgende Tabelle gibt eine Zusammenstellung der Koeffizienten x, wie dieselben den gangbarsten Treppenverhältnissen unter Annahme verschiedener Verdrückungen des steigenden Bogens entsprechen.

Tabelle der Koeffizienten x.

Steigung in cm	Auftritt in cm	Verdrückung a : d (Fig. 194) =			
		12	14	16	20
21	24	1,03	1,15	1,27	1,52
18	26	1,04	1,16	1,27	1,51
16	31	1,01	1,11	1,21	1,41
13	34	0,94	1,02	1,10	1,23

Beispiel.

In Fig. 193 sei die Tiefe des Treppenhauses 2,80 m, die Länge 5,66 m, die Breite der Treppenläufe und Podeste 1,40 m und die Höhe des Geschosses von Oberkante Fußboden bis Oberkante Fußboden 4,30 m.

Werden 18 cm Steigung angenommen, so ergeben sich $430 : 18 = 24$ Steigungen, sodaß jeder Treppenarm 11 Auftritte erhält, deren jeder $286 : 11 = 26$ cm breit ist. Es ist ferner, nach Fig. 194, $c = 2{,}86$ m, $b = 1{,}40$ m, $h = 4{,}30 : 2 = 2{,}15$ m, $a = \sqrt{2{,}86^2 + 2{,}15^2} = \sqrt{12{,}80} = 3{,}58$ m, und, wenn $a : d = 14$ angenommen wird, nach der vorstehenden Tabelle $x = 1{,}16$.

Die Auflagerdrücke ergeben:

$$a_1 \max = \frac{700 \,.\, 2{,}8}{16} \cdot (4 \,.\, 1{,}4 + 2{,}86 \,.\, (5 \,.\, 1{,}16 + 1)) = 3068 \text{ kg};$$

$$b_1 \max = \frac{700 \,.\, 2{,}8}{16} \cdot (4 \,.\, 1{,}4 + 2{,}86 \,.\, (3 + 1{,}16)) = 1331 \text{ kg};$$

$$b_1 \min = \frac{700 \,.\, 2{,}8}{16} \cdot (2 \,.\, 1{,}4 - 2{,}86 \,.\, (5 \,.\, 1{,}16 - 6)) = + \cdot \cdot \cdot \cdot$$

Das erforderliche Widerstandsmoment ist:

$$W = 0{,}02041 \cdot \frac{3068^2}{140 + 2 \,.\, 286 \,.\, 1{,}16} = 239{,}086 = 239.$$

Es werden Träger des Profils Fig. 196 mit $W = 239$, oder Normal-Profil Nr. 21 mit $W = 246$ genügen, während eine 13,08 cm hohe Eisenbahnschiene mit $W = 140$ ungenügend wäre, wenn man die notwendige Sicherheit nicht außer Acht lassen will. Es empfiehlt sich der nötigen Widerlager wegen, stets solche Profile zu wählen, welche möglichst breite Flanschen haben.

Alle Träger a b und a_1 b_1 werden nach Fig. 196 ausgeführt, während die Träger c d und c_1 d_1 aus 13,08 cm hohen Eisenbahnschienen gefertigt werden können, welche der größeren Sicherheit wegen durch je 2 Bolzen mit den Trägern a b zu verbinden sind.

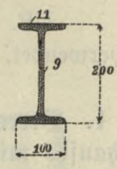


Fig. 196.

Sollen für die Träger Auflagerplatten vermieden werden, so müssen die Pfeiler unter denselben aus guten hartgebrannten Ziegelsteinen in Zementmörtel aufgeführt werden.

Folgende Regeln sind noch bei der Herstellung massiv gewölbter Treppen nach vorbeschriebener Art zu beachten.

Da nur bei Anwendung eines flachen Bogens die Mittellinie des Druckes annähernd mit der Bogenaxe zusammenfällt, so ist das Verhältnis $a : d = 12$ das äußerste, welches angewendet werden darf. Da aber außerdem infolge zu großer Pfeilhöhe leicht die nötige Höhe zwischen den einzelnen Podesten verloren geht und die untersten Stufen eine zu hohe Aufmauerung erhalten müßten, so ist es besser, das Verhältnis $a : d = 16$ bis 20 zu nehmen.

Es empfiehlt sich, stets zu beiden Seiten jedes Podestes einen Widerlagsträger anzuordnen, von denen der eine in der Front- bezw. Mittelmauer liegende eine 13,08 cm hohe Eisenbahnschiene sein kann, während der andere stets rechnungsmäßig zu ermitteln ist. Für diese I-Träger sind Profile mit möglichst großen Flanschen zu wählen, wobei 90 mm als das Minimum derselben anzunehmen ist. Die Widerlagsträger sind durch 1,5 cm bis 2,0 cm starke Anker zu verbinden, welche in 2,0 cm bis 2,5 cm starken Schraubenbolzen endigen. Außerdem sind neben den Bolzen, oder so, daß die Bolzen durch sie hindurchgehen — also in Röhrenform —, Steifen zwischen den Widerlagsträgern anzuordnen.

Der Anschluß des steigenden Bogens an den Träger ist durch ein möglichst großes Seitenstück, welches der Form des Trägers genau anzupassen ist, herzustellen.

Die steigenden Bögen und Kappen müssen aus durchaus guten Steinen und gutem Zement in sorgfältigster Weise hergestellt werden, wobei nicht zu übersehen ist, daß kein Stein verwendet werden darf, der nicht mindestens eine Viertelstunde lang im Wasser gelegen hat. Nur bei einer solchen Ausführung dürfen Kappen mit so geringer Pfeilhöhe angewandt werden.

Es ist durchaus nötig, daß die Lehren unter Bögen und Kappen bis zur vollständigen Erhärtung des Zements, d. h. mindestens 3 Wochen lang nach der Anfertigung der Treppe, stehen bleiben.

Die Erfüllung dieser Bedingungen ist um deshalb notwendig, weil die Konstruktion dieser Treppen weniger auf einer regelrechten Herstellung der Gewölbe als auf der Verwendung guter Ziegelsteine und guten Mörtels — Zement — basiert. Für die Haltbarkeit ist also mehr gutes Material und vorzügliche Ausführung, als zweckmäßige und richtige Konstruktion maßgebend.

13. Übungen.

NB. Als schmiedeeiserne Träger werden ausschließlich I-Träger verwendet, wenn nichts anderes angegeben ist.

1. Berechnung der Eisenkonstruktionen eines Wohn- und Geschäftshauses mit Keller, welcher zwischen eisernen Trägern gewölbt ist, mit Laden, Schaufenstern 2c.

Berechnung der **Eisenkonstruktion** des in den Figuren 197 bis 201 dargestellten **Wohn- und Geschäftshauses.** Fig. 197 ist der Grundriß des Kellergeschosses, Fig. 198 derjenige des Erdgeschosses, Fig. 199 der des I. Obergeschosses, Fig. 200 der des II. Obergeschosses und Fig. 201 der Querschnitt des Hauses.

A. Schmiedeeiserne Träger zur Unterstützung der Kappen im Keller, der Vorder- und Hinterfront und der Mittelwände.

1. Die Träger a im großen Keller vorn.

Freitragende Länge 5,87 m. Die Belastung jedes Trägers besteht aus der Kappe nebst dem Fußboden und ist einschl. zufälliger Belastung pro qm mit 750 kg angenommen, also =

$$5{,}87 \,.\, 2{,}18 \,.\, 750 = 9597{,}45 \text{ oder rd. } 9600 \text{ kg.}$$

Das erforderliche Widerstandsmoment ist demnach:

$$W = \frac{9600 \,.\, 587}{8 \,.\, 750} = 939{,}2 = \text{rd. } 940.$$

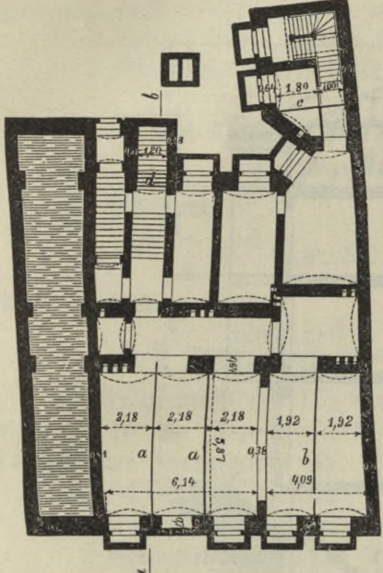


Fig. 197.

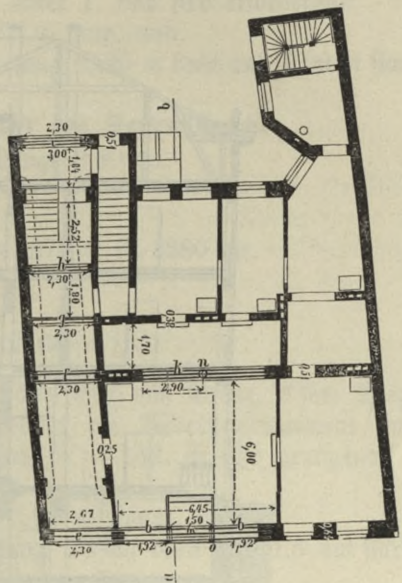


Fig. 198.

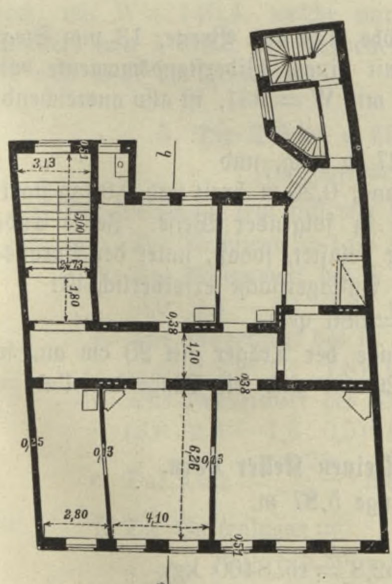


Fig. 199.

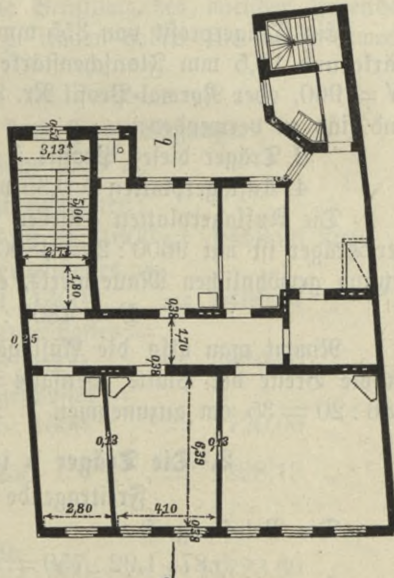


Fig. 200.

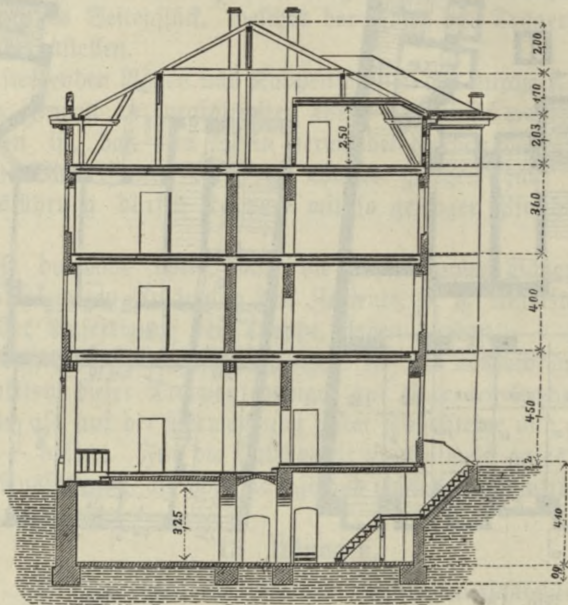


Fig. 201.

Ein Trägerprofil von 355 mm Höhe, 142 mm Breite, 13 mm Stegstärke und 16,5 mm Flanschenstärke, mit einem Widerstandsmomente von $W = 960$, oder Normal-Profil Nr. 34, mit $W = 931$, ist also ausreichend, und sind zu verwenden:

2 Träger dieses Profils à 6,27 m lang, und

4 Auflagerplatten à 0,35 m lang, 0,20 m breit und 0,02 m stark.

Die Auflagerplatten ergeben sich in folgender Weise. Jedes Ende der Träger ist mit $9600 : 2 = 4800$ kg belastet, sodaß, unter der Voraussetzung gewöhnlichen Mauerwerks, eine Auflagerfläche erforderlich ist:

$$F = 4800 : 7 = 686 \text{ qcm}.$$

Nimmt man also die Auflagerlänge der Träger mit 20 cm an, so ist die Breite der Platte ebenfalls = 20 cm und die Länge derselben = $686 : 20 = 35$ cm anzunehmen.

2. Die Träger b im kleinen Keller vorn.

Freitragende Länge 5,87 m.

Die Belastung ist =

$$5{,}87 \cdot 1{,}92 \cdot 750 = 8452{,}8 = \text{rd. } 8460 \text{ kg}.$$

Demnach ist:

$$W = \frac{8460 \cdot 587}{8 \cdot 750} = 827{,}67 = \text{rd. } 828 \text{ kg}.$$

Verwendet wird dasselbe Profil wie unter 1, und sind erforderlich:
1 Träger dieses Profils 6,27 m lang, und
2 Auflagerplatten à 0,35 m lang, 0,20 m breit und 0,02 m stark.

Der Träger c im Keller des Seitenflügels.

Freitragende Länge 2,80 m.

Die Belastung ist =

$$\frac{1,60 + 1,52}{2} \cdot 2,8 \,.\, 750 = 3276 = \text{rd. } 3280 \text{ kg.}$$

Es ist demnach:

$$W = \frac{3280 \,.\, 280}{8 \,.\, 750} = 153,06 = 153.$$

Ein Trägerprofil mit 175 mm Höhe, 91,5 mm Breite, 9 mm Stegstärke und 10 mm Flanschenstärke, welches ein Widerstandsmoment von 174 hat, oder Normalprofil Nr. 18, mit W = 162, ist also genügend.

Zur Verwendung kommen:
1 Träger dieses Profils von 3,20 m Länge, und
2 Auflagerplatten à 20 cm lang, 20 cm breit und 1,5 cm stark.

4. Die Träger d über der Kellertreppe vom Hofe aus.

Es werden verwendet 4 Eisenbahnschienen à 1,60 m lang, 13,08 cm hoch, mit W = 140,4, welche nur die Brüstung des darüber liegenden Fensters und 1 Stück des Fußbodens zu tragen haben, für welche Zwecke sie weit mehr als genügen.

5. Die Träger e über dem Haupteingange.

Freitragende Länge 2,30 m.

Die Belastung setzt sich wie folgt zusammen:

a. Der Architrav = 1,05 . 2,3 . 0,64 . 1600 = 2456,96 kg.
b. Das Mauerwerk des I. Obergeschosses =
(4,0 . 2,3 — 1,1 . 2,8) . 0,51 . 1600 . . . = 5460,67 „
c. Das Mauerwerk des II. Obergeschosses =
(3,6 . 2,3 — 1,1 . 1,8) . 0,38 . 1600 . . . = 3830,40 „
d. Das Mauerwerk des Dachgeschosses =
(2,0 . 2,3 — 1,6 . 0,5) . 0,25 . 1600 . . . = 1720,00 „
e. Das Dach = $\frac{7,75}{2} \cdot 2,3 \,.\, 250$ . . . . . = 2228,13 „
f. Die Balkenlagen =
$3 \,.\, 2,3 \cdot \left(\frac{6,0 + 6,26 + 6,39}{3 \,.\, 2}\right) \cdot 500$ . . . = 11723,60 „

Summa 27419,76 kg,

oder rd. 27450 kg.

Es ist demnach:

$$W = \frac{27450 \,.\, 230}{8 \,.\, 750} = 1052{,}25 = 1053.$$

Verwendet werden drei Träger, welche jeder ein Widerstandsmoment

$$W = 1053 : 3 = 351$$

erfordern, sodaß ein Trägerprofil von 262 mm Höhe, 96 mm Breite, 10 mm Stegstärke und 14,5 mm Flanschenstärke mit $W = 406$, oder Normal-Profil Nr. 24, mit $W = 357$, ausreichend ist.

Zur Verwendung kommen:

3 Träger dieses Profils à 2,70 m lang, und

2 Auflagerplatten à 64 cm lang, 20 cm breit und 2 cm stark, da die Pfeiler von Klinkern in Zement aufgeführt werden, also mit 11 kg pro qcm belastet werden können.

NB. Das Kubikmeter Mauerwerk ist mit 1600 kg, das Quadratmeter Balkenlage einschl. Verkehrslast mit 500 kg, das Dach, in der Horizontalprojektion gemessen, mit 250 kg pro qm angenommen. Alle Dimensionen der Querschnitte werden in Millimetern angegeben.

6. Die Träger f unter der ersten Mittelwand in der Durchfahrt.

Freitragende Länge 2,30 m.

Die Belastung beträgt:

a. Mauerwerk =

$((0{,}64 \,.\, 0{,}6 + 4{,}0 \,.\, 0{,}51 + 3{,}6 \,.\, 0{,}38) \,.\, 2{,}3 -$
$(1{,}3 \,.\, 2{,}8) \,.\, 0{,}51 + (1{,}3 \,.\, 2{,}6 \,.\, 0{,}38) \,.\, 2{,}3) \,.\, 1600 =$ 2400,00 kg.

b. Das Dach =

$\frac{7{,}75 \,.\, 8{,}20}{2} \cdot 2{,}3 \,.\, 250$ . . . . = 4585,63 „

c. Die Balkenlagen =

$3 \cdot \frac{6{,}22 + 1{,}70}{2} \cdot 2{,}3 \,.\, 500$ . . . . = 13662,00 „

Summa 20647,63 kg,

oder rd. 20650 kg.

Demnach ist:

$$W = \frac{20650 \,.\, 230}{8 \,.\, 750} = 791{,}58 = 792.$$

Da 2 Träger nebeneinander liegend zur Verwendung kommen, so ist für jeden ein Widerstandsmoment von

$$W = 792 : 2 = 396$$

erforderlich, sodaß ein Träger-Profil von denselben Dimensionen wie unter 5, oder Normal-Profil Nr. 24, mit $W = 357$, genügend ist.

Verwendet werden:

2 Träger des Profils unter 5, à 2,70 m lang, und

2 Auflagerplatten à 51 cm lang, 20 cm breit und 2 cm stark, da die Pfeiler ebenfalls von Klinkern in Zement aufgeführt werden.

7. Die Träger g unter der zweiten Mittelwand in der Durchfahrt.

Freitragende Länge 2,30 m.

Die Belastung besteht aus:

a. Mauerwerk =
$((0{,}6 + 4{,}0 + 3{,}6) \,.\, 2{,}3 - (2{,}1 \,.\, (3{,}45 + 3{,}05))) \,.$
$0{,}38 \,.\, 1600$ . . . . $= 3167{,}68$ kg.

b. Balkenlagen =
$3 \cdot \frac{1{,}7 + 1{,}8}{2} \cdot 2{,}3 \,.\, 500$ . . . . $= 6210{,}00$ „

Summa 9377,68 kg,

oder rd. 9380 kg.

Es ist also:

$$W = \frac{9380 \,.\, 230}{8 \,.\, 750} = 359{,}56 = \text{rd. } 360.$$

Da 2 Träger verwendet werden, so ist für jeden erforderlich:

$$W = 360 : 2 = 180.$$

Ein Trägerprofil von 174 mm Höhe, 88 mm Breite, 8,5 mm Stegstärke und 12,5 mm Flanschenstärke mit $W = 192$, oder Normal-Profil Nr. 19, mit $W = 187$, genügt also.

Zur Verwendung kommen:

2 Träger dieses Profils von je 2,70 m Länge, und

2 Auflagerplatten à 38 cm lang, 20 cm breit und 1,5 cm stark.

8. Die Träger h über der Durchfahrt am Austritt der Treppe.

Freitragende Länge 2,30 m.

Die Belastung beträgt:

a. Mauerwerk =
$((0{,}6 + 4{,}0 + 3{,}6) \,.\, 2{,}3 - (2{,}53 \,.\, 3{,}45 + 2{,}53 \,.$
$3{,}05)) \,.\, 0{,}38 \,.\, 1600$ . . . . $= 614{,}08$ kg.

b. Balkenlagen =
$\left(\frac{1{,}8}{2} + 1{,}0 + 2 \cdot \frac{1{,}8}{2}\right) \cdot 2{,}3 \,.\, 500$ . . . . $= 4255{,}00$ „

Summa 4869,08 kg,

oder rd. 4900 kg.

Demnach ist:

$$W = \frac{4900 \, . \, 230}{8 \, . \, 750} = 187{,}83 = 188.$$

Bei der Verwendung von 2 Trägern nebeneinander ist für jeden erforderlich:

$$W = 188 : 2 = 94,$$

sodaß ein Trägerprofil von 150 mm Höhe, 75 mm Breite, 6,5 mm Stegstärke und 9,5 mm Flanschenstärke mit W = 110, oder Normal-Profil Nr. 15 mit W = 99 ausreichend ist.

Verwendet werden:

2 Träger dieses Profils à 2,70 m lang, und
2 Auflagerplatten à 38 cm lang, 15 cm breit und 1,5 cm stark.

9. Die Träger i über dem hinteren Torwege.

Freitragende Länge 2,30 m.

Die Belastung setzt sich zusammen aus:

a. Mauerwerk =
$(((1{,}05 + 4{,}0 + 3{,}6) \, . \, 2{,}3 - (1{,}5 \, . \, (2{,}28 + 1{,}8) \, .$
$0{,}51) + (2{,}0 \, . \, 2{,}3 - 1{,}5 \, . \, 1{,}5) \, . \, 0{,}25)) \, . \, 1600 = 12176{,}00$ kg.
b. Das Dach =
$2{,}6 \, . \, 2{,}3 \, . \, 250$ . . . . = 1425,00 „

Summa 13601,00 kg,

oder rd. 13600 kg.

Es ist also:

$$W = \frac{13600 \, . \, 230}{8 \, . \, 750} = 521{,}23 = 521.$$

Es werden 3 Träger nebeneinander liegend verwendet, und ergibt sich demnach für jeden ein erforderliches Widerstandsmoment von

$$W = 521 : 3 = 174,$$

sodaß ein Trägerprofil von 175 mm Höhe, 91,5 mm Breite, 9 mm Stegstärke und 10 mm Flanschenstärke mit W = 174, oder Normal-Profil Nr. 19 mit W = 187, genügend ist.

Verwendet werden:

3 Träger dieses Profils à 2,70 m lang, und
2 Auflagerplatten à 51 cm lang, 20 cm breit und 2 cm stark.

10. Die Träger k unter der Mittelwand im Laden.

Die Träger werden auf der Säule gestoßen.
Freitragende Länge links von der Säule 2,90 m.
Die Belastung beträgt:

a. Mauerwerk =

$((0{,}7 + 4{,}0 + 3{,}6) \,.\, 2{,}9 - (1{,}3 \,.\, (2{,}8 + 2{,}6)))\,.$
$0{,}38 \,.\, 1600 \ldots\ldots\ldots\ldots = 10366{,}40$ kg.

b. Balkenlagen =

$3 \cdot \frac{6{,}22 \,.\, 1{,}7}{2} \cdot 2{,}9 \,.\, 500 \ldots\ldots\ldots = 17226{,}00$ „

c. Das Dach =

$\frac{7{,}75 + 8{,}2}{2} \cdot 2{,}9 \,.\, 250 \ldots\ldots\ldots\ldots = 5781{,}88$ „

Summa 33374,28 kg,

oder rd. 33400 kg.

Demnach ist:

$$W = \frac{33400 \,.\, 290}{8 \,.\, 750} = 1614{,}33 = 1614.$$

Da 3 Träger nebeneinander verwendet werden, so ist für jeden derselben

$$W = 1614 : 3 = 538$$

erforderlich, sodaß ein Trägerprofil von 300 mm Höhe, 123 mm Breite, 10 mm Stegstärke und 14 mm Flanschenstärke mit W = 637, welches verwendet werden soll, oder auch Normal-Profil Nr. 28 mit W = 547, ausreichend ist.

Der Teil rechts von der Säule hat eine freitragende Länge von 2,0 m, bei entsprechender gleichartiger Belastung wie der linke Teil.

Die Träger sollen nun in der für den linken Teil berechneten Stärke über beiden Teilen als kontinuierliche Träger verwendet werden, sodaß erforderlich sind:

3 Träger obigen Profils à 5,74 m lang, und
2 Auflagerplatten à 51 cm lang, 42 cm breit und 2 cm stark.

11. Die Träger 1 über den Schaufenstern der Vorderfront.

Freitragende Länge 1,92 m.

Die Belastung besteht aus:

a. Mauerwerk =

$(1{,}05 \,.\, 0{,}64 \,.\, 1{,}92 + (4{,}0 \,.\, 1{,}92 - 1{,}1 \,.\, 2{,}28) \,.\, 0{,}51 +$
$(3{,}6 \,.\, 1{,}92 - 1{,}1 \,.\, 1{,}8) \,.\, 0{,}38 + (2{,}0 \,.\, 1{,}92 - 0{,}6 \,.\, 0{,}5)\,.$
$0{,}25) \,.\, 1600 \ldots\ldots\ldots\ldots = 10696{,}48$ kg.

b. Balkenlagen =

$3 \cdot \frac{6{,}22}{2} \cdot 1{,}92 \,.\, 500 \ldots\ldots\ldots\ldots = 8956{,}80$ „

c. Das Dach =

$\frac{7{,}75}{2} \cdot 1{,}92 \,.\, 250 \ldots\ldots\ldots\ldots = 1860{,}60$ „

Summa 21513,28 kg,

oder rd. 21550 kg.

Es ist demnach

$$W = \frac{21550 \,.\, 192}{8 \,.\, 750} = 689{,}6 = \text{rd. } 690.$$

Über jedem Schaufenster werden 3 Träger nebeneinander verwendet, welche jeder ein Widerstandsmoment

$$W = 690 : 3 = 230$$

erfordern. Ein Trägerprofil von 210 mm Höhe, 100 mm Breite, 9 mm Stegstärke und 12 mm Flanschenstärke mit $W = 270$, oder Normal-Profil Nr. 21 mit $W = 246$, genügt also.

Verwendet werden:

6 Träger dieses Profils à 2,17 m lang, und
2 Auflagerplatten à 64 cm lang, 20 cm breit und 2 cm stark.

12. Die Träger m über der Ladentür.

Freitragende Länge 1,60 m.

Die Belastung beträgt:

a. Mauerwerk =
$(1{,}05 \,.\, 0{,}64 \,.\, 1{,}6 + (4{,}0 \,.\, 1{,}6 - 1{,}1 \,.\, 2{,}28) \,.\, 0{,}51 +$
$(3{,}6 \,.\, 1{,}6 - 1{,}1 \,.\, 1{,}8) \,.\, 0{,}38 + (2{,}0 \,.\, 1{,}6 - 0{,}6 \,.\, 0{,}5) \,.$
$0{,}25 \,.\, 1600$ . . . . = 8352,80 kg.

b. Balkenlagen =
$3 \cdot \frac{6{,}22}{2} \cdot 1{,}6 \,.\, 500$ . . . . = 7464,00 „

c. Das Dach =
$\frac{7{,}75}{2} \cdot 1{,}6 \,.\, 250$ . . . . = 1550,00 „

Summa 17366,80 kg,

oder rd. 17400 kg.

Verwendet werden 3 Träger nebeneinander von 175 mm Höhe, 91,5 mm Breite, 9 mm Stegstärke und 10 mm Flanschenstärke, mit je einem Widerstandsmoment von 174, sodaß das gesamte Widerstandsmoment

$$W = 3 \,.\, 174 = 522$$

hinreichend genügt, da erforderlich ist:

$$W = \frac{17400 \,.\, 160}{8 \,.\, 750} = 464.$$

3 Träger des Normal-Profils Nr. 18, mit $W = 3 \,.\, 162 = 486$ genügen ebenfalls.

Verwendet werden:

3 Träger eines der obigen Profile à 1,60 m lang.

13. Die Säule n unter den Trägern der Mittelwand im Laden.

Freie Höhe 4,0 m.

Der Druck auf die Säule beträgt:

a. Die halbe Belastung der Träger unter 10, welche für die linke Seite berechnet ist $= 33400 : 2 = 16700{,}00$ kg.

b. Die halbe Belastung der Träger unter 10 für die rechte Seite:

1. Mauerwerk $= ((0{,}7 + 4{,}0 + 3{,}6) \,.\, 2{,}0 - 1{,}3 \,.\, (2{,}8 + 2{,}6)) \,.\, 0{,}38 \,.\, 1600 = 5824{,}64 : 2 \; .\,.\,.\,.\,. = 2912{,}32$ „

2. Balkenlagen $= 3 \cdot \frac{6{,}22 + 1{,}7}{2} \cdot 2{,}0 \,.\, 500 = 11880 : 2 \; .\,. = 5940{,}00$ „

3. Das Dach $= \frac{7{,}75 + 8{,}2}{2} \cdot 2{,}0 \,.\, 250 = 3987{,}5 : 2 \; .\,.\,. = 1993{,}75$ „

c. Das halbe Eigengewicht der Träger unter 10 $= 3 \cdot \frac{5{,}74}{2} \cdot 54 \; .\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,. = 464{,}94$ „

d. Die halbe Last der Sprengewände $= \left(\frac{6{,}33}{2} \cdot (4{,}0 + 3{,}6) \,.\, 0{,}13\right) . 1600 \; .\,.\,.\,. = 5793{,}63$ „

Summa 33804,64 kg,

oder rd. 33850 kg.

Hiernach ist erforderlich ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{3 \,.\, 33850 \,.\, 400 \,.\, 400}{10000000} = 1624{,}8 = 1625,$$

da der Säulenfuß mit angegossenen Rippen versehen wird.

Es ist ferner erforderlich ein Flächeninhalt des Querschnitts:

$$F = 33850 : 500 = 67{,}7 = \text{rd. } 68 \text{ qcm}.$$

Verwendet wird ein kreisrunder Querschnitt mit 150 mm äußerem und 100 mm innerem Durchmesser, also mit 25 mm Wandstärke. Derselbe hat ein Trägheitsmoment $T = 1994$ und einen Flächeninhalt des Querschnittes $F = 98$ qcm, genügt also nach beiden Richtungen vollkommen.

14. Die durchbrochenen Wände o der Vorderfront.

2 Stützen mit freier Höhe von je 4,0 m.

Der Druck auf jede Stütze beträgt:

a. Die halbe Belastung der Träger unter 11 =
21550 : 2 . . . . = 10775,00 kg.

b. Das halbe Eigengewicht derselben =
(3 . 31,9 . 2,17) : 2 . . . . = 138,45 „

c. Die halbe Belastung der Träger unter 12 =
17400 : 2 . . . . = 8700,00 „

d. Das halbe Eigengewicht derselben =
(3 . 23 . 1,60) : 2 . . . . = 55,20 „

Summa 19668,65 kg,

oder rd. 19700 kg.

Es ist demnach erforderlich ein Trägheitsmoment

$$T = \frac{3 \,.\, 19700 \,.\, 400 \,.\, 400}{10000000} = 945{,}6 = \text{rd. } 950,$$

und ein Flächeninhalt des Querschnitts

$$F = 19700 : 500 = 39{,}4 = 40 \text{ qcm}.$$

Verwendet wird das Profil Fig. 202, dessen Füße mit angegossenen Rippen versehen werden, und dessen Trägheitsmoment

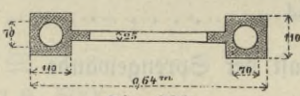


Fig. 202.

$$T = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{11^4}{3} - \frac{3{,}14 \,.\, 7^4}{16}\right) \cdot 2 = 2205$$

ist, und welches einen Flächeninhalt des Querschnitts

$$F = 2 \cdot \left(11^2 - \frac{3{,}14 \,.\, 7^2}{4}\right) = 165 \text{ qcm}$$

hat. Dasselbe entspricht also beiden Forderungen weit mehr als erforderlich ist. Außerdem sind die Zwischenstücke zwischen der vorderen und hinteren Säule bei der Berechnung vernachlässigt.

2. Berechnung der Eisenkonstruktionen eines Erkers mit darüber liegendem Balkon.

Berechnung der **Eisenkonstruktionen des Erkers** mit darüber liegendem offenen **Balkon,** wie er in Fig. 203 im Grundriß und in Fig. 204 im Querschnitt dargestellt ist. Fig. 205 zeigt den Grundriß der Eisenkonstruktion des offenen Balkons, Fig. 206 und 207 geben die Grundrisse der Eisenkonstruktionen des Erkers im II. und I. Obergeschosse. Die Konstruktion ist derartig auszuführen, daß jedes Geschoß seine eigene Eisenkonstruktion erhält.

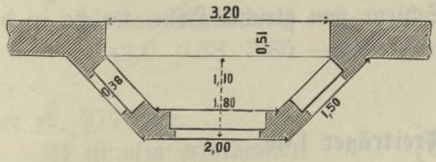


Fig. 203.

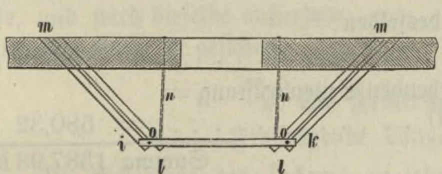


Fig. 205.

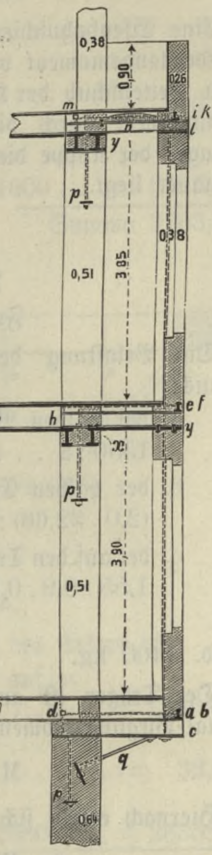


Fig. 204.

a. Der offene Balkon.

1. Der Frontträger i k.

Freitragende Länge 2,0 m.

Die Belastung ist:

a. der Fußboden mit der Kappe =

$\frac{3,2 + 1,8}{2} \cdot \frac{0,84}{2} \cdot 750$ . . . . = 787,50 kg.

b. die Brüstung =

2,0 . 0,9 . 0,26 . 1600 . . . . = 748,80 „

Summa 1536,30 kg,

oder rd. 1550 kg.

Es ist demnach:

$$W = \frac{1550 \,.\, 200}{8 \,.\, 750} = 51,66 = 52.$$

Eine Eisenbahnschiene von 2,20 m Länge und 13,08 cm Höhe, die ein Widerstandsmoment von 140,4 hat, genügt demnach vollkommen, auch für den Seitenschub der Kappe, welcher sie als Widerlager dient; derselbe wird außerdem durch die Anker n bedeutend verringert. Als zweites Widerlager der Kappe dient eine Schiene von gleicher Höhe, welche in der Frontmauer liegt.

2. Die Freiträger l m.

Freitragende Länge 1,50 m.

Die Belastung des Trägers an jeder Seite des Balkons besteht aus:

a. der halben Belastung des Trägers i k = 1550 : 2	=	775,00 kg.
b. der halben Eigenlast desselben = (2,0 . 32,66) : 2	=	32,66 „
c. der auf den Trägern stehenden Seitenbrüstung = 1,55 . 0,9 . 0,26 . 1600	=	580,32 „
	Summa	1387,98 kg,

oder rd. 1400 kg.

Der Träger ist an einem Ende fest eingespannt, demnach ist sein Maximal-Biegungsmoment:

$$M = 1400 \,.\, 150 = 210000.$$

Hiernach ergibt sich als erforderlich:

$$W = 210000 : 750 = 280.$$

Verwendet werden an jeder Seite 2 Träger von 147 mm Höhe, 85 mm Breite, 9 mm Stegstärke und 12 mm Flanschenstärke, welche jeder ein Widerstandsmoment von 150, je 2 also ein solches von 2 . 150 = 300 haben und demnach genügen. Die Träger erhalten außerdem Ankerbolzen p, welche mit einer Ankerplatte versehen und fest vermauert sind. 2 Träger des Normal-Profils Nr. 18 mit W = 162 sind ebenfalls ausreichend.

Gebraucht werden:

4 Träger obiger Profile à 2,10 m lang.

b. Der Erker des II. Obergeschosses.

1. Der Frontträger e f.

Freitragende Länge 2,0 m.

Die Belastung beträgt:

a. Der Fußboden =

$$\left(\frac{3{,}20 + 1{,}80}{2} \cdot 1{,}1 \,.\, 500\right) : 2 \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,. = 687{,}50 \text{ kg.}$$

b. Das Mauerwerk =

$$(2{,}0 \,.\, 0{,}38 \,.\, 3{,}85 - 2{,}4 \,.\, 0{,}38 \,.\, 1{,}1) \,.\, 1600 \,.\,.\,. = 3076{,}48 \text{ „}$$

Summa 3763,98 kg,

oder rd. 3770 kg.

Es ist also erforderlich:

$$W = \frac{3770 \,.\, 200}{8 \,.\, 750} = 125{,}6 = 126.$$

Eine Eisenbahnschiene von 2,20 m Länge und 13,08 cm Höhe, mit W = 140,4, genügt also, und wird dieselbe außerdem durch die Anker n gesichert.

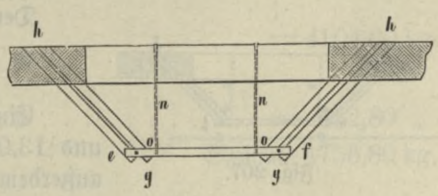


Fig. 206.

2. Die Freiträger g h.

Freitragende Länge 1,50 m.

Die Belastung des Trägers an jeder Seite des Erkers ist:

a. Die halbe Belastung des Trägers e f auf =

$$3770 : 2 \,. = 1885{,}00 \text{ kg.}$$

b. Das halbe Eigengewicht desselben =

$$(2{,}0 \,.\, 32{,}66) : 2 \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,. = 32{,}66 \text{ „}$$

c. Eine Seitenwand des Erkers =

$$(1{,}5 \,.\, 3{,}85 \,.\, 0{,}38 - 0{,}38 \,.\, 2{,}4 \,.\, 0{,}6) \,.\, 1600 \,.\,.\,. = 2635{,}68 \text{ „}$$

Summa 4553,34 kg,

oder rd. 4560 kg.

Demnach ist die Maximalbelastung am Ende des Trägers =

$$M = 4560 \,.\, 150 = 684000.$$

Es ist also erforderlich:

$$W = 684000 : 750 = 912.$$

Verwendet werden an jeder Seite des Erkers 2 Träger von 230 mm Höhe, 112 mm Breite, 14 mm Stegstärke und 20 mm Flanschenstärke, von denen jeder ein Widerstandsmoment von 492 und je 2 ein solches von 2 . 492 = 984 haben, also vollkommen genügen. Ankerbolzen p wie oben.

Gebraucht werden 2 Träger des Normal-Profils Nr. 28 mit W = 547, oder 4 Träger obigen Profils, von 2,10 m Länge.

c. Der Erker des I. Obergeschosses.

1. Der Frontträger a b.

Freitragende Länge 2,0 m.

Die Belastung beträgt:

a. Der Fußboden =

$$\left(\frac{3{,}2 + 1{,}8}{2} \cdot 1{,}1 \cdot 500\right) : 2 \dots\dots\dots = 687{,}50 \text{ kg.}$$

b. Das Mauerwerk =

$(2{,}0 \,.\, 3{,}9 \,.\, 0{,}38 - 2{,}4 \,.\, 1{,}1 \,.\, 0{,}38) \,.\, 1600 \;\dots = 3137{,}28$ „

Summa 3824,78 kg,

oder rd. 3850 kg.

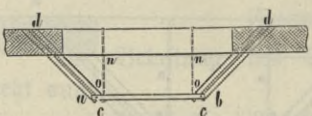


Fig. 207.

Demnach ist erforderlich:

$$W = \frac{3850 \,.\, 200}{8 \,.\, 750} = 128{,}3 = 128.$$

Eine Eisenbahnschiene von 2,20 m Länge und 13,08 cm Höhe genügt also, und wird außerdem wie oben befestigt.

2. Die Freiträger c d.

Freitragende Länge 1,50 m.

Die Belastung des Trägers an jeder Seite des Erkers ist:

a. Die halbe Belastung des Trägers a b =

$3850 : 2 \dots\dots\dots\dots = 1925{,}00$ kg.

b. Das halbe Eigengewicht desselben =

$(2{,}0 \,.\, 32{,}66) : 2 \dots\dots\dots = 32{,}66$ „

c. Eine Seitenwand des Erkers =

$(1{,}5 \,.\, 3{,}9 \,.\, 0{,}38 - 2{,}4 \,.\, 0{,}6 \,.\, 0{,}38) \,.\, 1600 \;\dots = 2681{,}28$ „

Summa 4626,49 kg,

oder rd. 4650 kg.

Die Maximalbelastung am Ende des Trägers ist demnach:

$$M = 4650 \,.\, 150 = 697500.$$

Es ist also ein Widerstandsmoment notwendig =

$$W = 697500 : 750 = 930.$$

Verwendet werden an jeder Seite 2 Träger von 258 mm Höhe, 105 mm Breite, 14,5 mm Stegstärke und 17 mm Flanschenstärke, deren jeder ein W = 505, je 2 also ein W = 2 . 505 = 1010 haben, und demnach vollkommen genügen. Ankerbolzen p wie oben.

Gebraucht werden:

4 Träger dieses Profils à 2,10 m lang, oder des Normal-Profils Nr. 28 mit W = 547.

An den Ecken der Erker werden die Träger lotrecht durch starke Ankerbolzen mittels Schrauben bezw. Platten miteinander verbunden.

Die Stützen q dienen nur zur Befestigung der Konsole ꝛc.

NB. Die Berechnung ist in der Weise erfolgt, daß die Eisenkonstruktion jedes Geschosses auch nur das betreffende Geschoß trägt.

d. Die Träger x über der Öffnung im Erker des I. Obergeschosses.

Freitragende Länge 3,20 m.

Die Belastung besteht aus der Balkenlage und dem Architrav. Die erstere wird nur von dem inneren Träger aufgenommen, jedoch wird der äußere, weil er einen Teil des Erker-Fußbodens zu tragen hat und aus praktischen Gründen, ebenso stark ausgeführt.

Die Belastung des inneren Trägers ist:

a. Balkenlage =

$\frac{5,13}{2} \cdot 3,2 \,.\, 500$ . . . . $= 4104,00$ kg.

b. Architrav =

$(0,5 \,.\, 3,2 \,.\, 0,51 \,.\, 1600) : 2$ . . . . $= \quad 652,80$ „

Summa 4756,80 kg,

oder rd. 4760 kg.

Demnach ist ein Widerstandsmoment erforderlich =

$$W = \frac{4760 \,.\, 320}{8 \,.\, 750} = 253,8 = 254.$$

Verwendet wird ein Träger von 235 mm Höhe, 93 mm Breite, 10 mm Stegstärke und 9,25 mm Flanschenstärke, mit W = 259, der also genügt. Da der äußere Träger dieselben Dimensionen erhält, so sind erforderlich:

2 Träger dieses Profils à 4,60 m lang, oder des Normal-Profils Nr. 22, mit W = 281, damit dieselben für die Seitenträger des Erkers gleichzeitig als Auflage dienen können.

Unterlagsplatten sind hier nicht erforderlich, denn es ist an Auflagerfläche notwendig:

$$F = 4760 : 11 = 433 \text{ qcm},$$

weil die Pfeiler aus Klinkern in Zementmörtel hergestellt werden, und die Auflagerfläche eines Trägers $= 70 \,.\, 9,3 = 651$ qcm beträgt, also ausreichend ist.

e. Die Träger y über der Öffnung im Erker des II. Obergeschosses.

Freitragende Länge 3,20 m.

Die Belastung beider Träger besteht aus:

a. Mauerwerk =

$(((3,8+3,5) \,.\, 0,38+1,25 \,.\, 0,26) \,.\, 3,2 - (2 \,.\, (2,3+$
$2,2) \,.\, 0,38) \,.\, 1,1+0,5 \,.\, 0,51 \,.\, 3,2) \,.\, 1600$ . . . . $= 11153,68$ kg.

Seite = 11153,68 kg.

Übertrag = 11153,68 kg.

b. Das Dach =

$3{,}2 \cdot \frac{6{,}8}{2} \cdot 250$ . . . . = 2720,00 „

c. Die Dachbalkenlage =

$\frac{5{,}26}{2} \cdot 3{,}2 . 500$ . . . . = 4208,00 „

Summa = 18081,68 kg.

Von diesen 18081,68 kg trägt jeder der beiden Träger die Hälfte mit . . . . = 9040,84 kg.

Der innere Träger hat außerdem zu tragen, die Balkenlage =

$\frac{5{,}13}{2} \cdot 3{,}2 . 500$ . . . . = 4104,00 „

Für den inneren Träger: Summa = 13144,84 kg, oder rd. 13150 kg.

Es ist demnach erforderlich ein Widerstandsmoment:

$$W = \frac{13150 . 320}{8 . 750} = 701{,}3 = 700.$$

Ein Trägerprofil von 245 mm Höhe, 150 mm Breite, 13 mm Stegstärke und 21,5 mm Flanschenstärke mit W = 732, oder Normal-Profil Nr. 32, mit W = 789, genügt also.

Da der äußere Träger dasselbe Profil erhält, so sind erforderlich: 2 Träger dieser Profile à 4,08 m lang.

An Auflagerfläche ist erforderlich, da die Pfeiler aus Klinkern in Zementmörtel aufgeführt werden:

F = 13150 : 11 = 1196 qcm für den inneren Träger, und
F = 9050 : 11 = 823 qcm für den äußeren Träger.

Die Auflagerfläche jedes Trägers beträgt an jedem Ende 70 . 15 = 1050 qcm. Für den inneren Träger ist demnach eine Auflagerplatte von 44 cm Länge und 25 cm Breite bei 2 cm Stärke erforderlich, während die Auflagerfläche des äußeren Trägers genügend ist; man wird jedoch des gleichmäßigeren Auflagers wegen eine Platte unter beiden Trägern von 51 cm Länge und 25 cm Breite verwenden.

3. Berechnung der Stabilität eines Dachbinders und der Holzstärken desselben.

Die **Stabilität** des in den Figuren 208 und 209 dargestellten **Binders**, sowie die erforderlichen **Holzstärken** desselben zu berechnen. Die Entfernung der einzelnen Binder voneinander beträgt von Mitte zu Mitte 4,50 bis 5,10 m. Für die Belastung wird deshalb die größte Entfernung von 5,10 m in Rechnung gezogen. Das Dach wird mit Steinpappe auf Schalung gedeckt.

Die Gesamtbelastung eines Binders beträgt demnach, bei 150 kg pro qm:

$$L = 2 \cdot 5{,}1 \cdot 8{,}485 \cdot 150 = 12982{,}05 \text{ kg}.$$

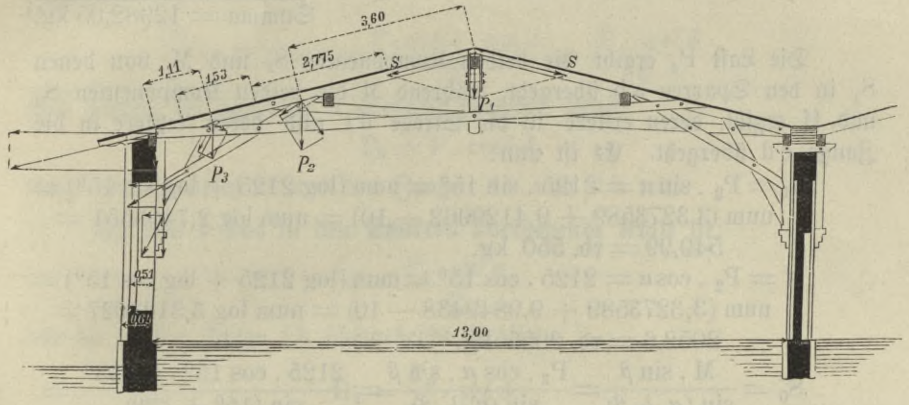


Fig. 208.

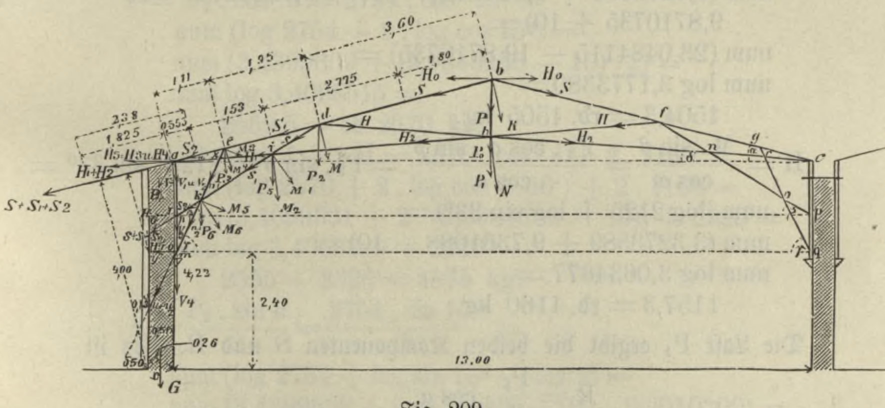


Fig. 209.

Dieselbe verteilt sich in folgender Weise:

$P_1 = 2 \cdot 1{,}8 \cdot 5{,}1 \cdot 1{,}50$ . . . . $= 2754{,}00$ kg

$P_2 = 2{,}775 \cdot 5{,}1 \cdot 150 = 2122{,}875 =$ rd. 2125 kg
für jede Seite; für beide Seiten also:
$2 \cdot 2122{,}875 = 2 \cdot P_2$ . . . . $= 4245{,}75$ „

$P_3 = 1{,}53 \cdot 5{,}1 \cdot 150 = 1170{,}45 =$ rd. 1170 kg
für jede Seite; für beide Seiten also:
$2 \cdot 1170{,}45 = 2 \cdot P_3$ . . . . $= 2340{,}90$ „

Seite $= 9340{,}65$ kg.

Übertrag = 9340,65 kg,

$P_4 = 2{,}38 \,.\, 5{,}1 \,.\, 150 = 1820{,}70 =$ rd. 1820 kg

für jede Seite; für beide Seiten also:

$2 \,.\, 1820{,}70 = 2 \,.\, P_4 \ldots\ldots\ldots\ldots = 3641{,}40$ kg.

Summa = 12982,05 kg.

Die Last P_4 ergibt die beiden Komponenten S_1 und M, von denen S_1 in den Sparren a b übergeht, während M die beiden Komponenten S_0 und H ergibt, deren erstere in die Strebe d l und deren letztere in die Zange c d übergeht. Es ist nun:

$$S_1 = P_2 \,.\, \sin\alpha = 2125 \,.\, \sin 15^0 = \text{num}\,(\log 2125 + \log \sin 15^0) =$$
$$\text{num}\,(3{,}3273589 + 9{,}4129962 - 10) = \text{num}\log 2{,}7403551 =$$
$$549{,}99 = \text{rd. } 550 \text{ kg.}$$

$$M = P_2 \,.\, \cos\alpha = 2125 \,.\, \cos 15^0 = \text{num}\,(\log 2125 + \log \cos 15^0) =$$
$$\text{num}\,(3{,}3273589 + 9{,}9849438 - 10) = \text{num}\log 3{,}3123027 =$$
$$2052{,}6 = \text{rd. } 2055 \text{ kg.}$$

$$S_0 = \frac{M \,.\, \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{P_2 \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{2125 \,.\, \cos 15^0 \,.\, \sin 33^0}{\sin(15^0 + 33^0)} =$$
$$\text{num}\,(\log 2125 + \log\cos 15^0 + \log\sin 33^0 - \log\sin 48^0) =$$
$$\text{num}\,(3{,}3273589 + 9{,}9849438 - 10 + 9{,}7361088 - 10 -$$
$$9{,}8710735 + 10) =$$
$$\text{num}\,(23{,}0484115 - 19{,}8710735) =$$
$$\text{num}\log 3{,}1773380 =$$
$$1504{,}3 = \text{rd. } 1505 \text{ kg.}$$

$$H = \frac{M \,.\, \sin\beta}{\cos\alpha} = \frac{P_2 \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin\beta}{\cos\alpha} = P_2 \,.\, \sin\beta = 2125 \,.\, \sin 33^0 =$$
$$\text{num}\,(\log 2125 + \log\sin 33^0) =$$
$$\text{num}\,(3{,}3273589 + 9{,}7361088 - 10) =$$
$$\text{num}\log 3{,}0634677 =$$
$$1157{,}3 = \text{rd. } 1160 \text{ kg.}$$

Die Last P_1 ergibt die beiden Komponenten S und R. Es ist

$$R = \frac{P_1}{2} \cdot \cos\alpha,$$

woraus sich die horizontale Kraft H_0 ergibt, welche jedoch für die Konstruktion ohne Einfluß ist, da sie durch die Kraft $- H_0$ aufgehoben wird.

Die sich aus R ergebende vertikale Kraft ist:

$$\frac{P}{2} = R \,.\, \cos\alpha = \frac{P_1 \,.\, \cos\alpha \,.\, \cos\alpha}{2} = \frac{P_1 \,.\, \cos^2\alpha}{2},$$

und demnach die ganze in b wirkende Kraft:

$$P = P_1 \,.\, \cos^2\alpha.$$

Diese Kraft P wird durch die Säule b h, welche mit dem Forsträhm und den Sparren durch eiserne Anker fest verbunden ist, auf den Punkt h übertragen und zerlegt sich in die Komponenten H_2 und N. Es ist

$$N = \frac{P}{2} \cdot \cos \delta,$$

und

$$\frac{P_0}{2} = N \,.\, \cos \delta = \frac{P \,.\, \cos \delta \,.\, \cos \delta}{2} = \frac{P \,.\, \cos^2 \delta}{2},$$

und folglich die ganze in h wirkende vertikale Kraft:

$$P_0 = P \,.\, \cos^2 \delta,$$

wozu noch zweimal H aus den Zangen f h und d h tritt.

Die von b aus in den **Sparren** übergehende Kraft ist:

$$S = \frac{P_1 \,.\, \sin \alpha}{2},$$

und die in die Zange i h übergehende Kraft:

$$H_4 = \frac{P_0}{2} \cdot \sin \delta.$$

Es ist demnach:

$$\begin{aligned}
P = P_1 \,.\, \cos^2 \alpha = 2754 \,.\, \cos^2 15^0 = \\
\text{num} (\log 2754 + 2 \,.\, \log \cos 15^0) = \\
\text{num} (3{,}4399639 + (9{,}9849438 - 10) \,.\, 2) = \\
\text{num} \log 3{,}4098515 = \\
2569{,}5 = \text{rd. } 2570 \text{ kg.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_0 = P \,.\, \cos^2 \delta + 2\,H = 2570 \,.\, \cos^2 \delta + 2 \,.\, 1160 = \\
\text{num} (\log 2570 + 2 \,.\, \log \cos 4^0\, 50') + 2 \,.\, 1160 = \\
\text{num} (3{,}4099331 + 2 \,.\, (9{,}9984529 - 10)) + 2320 = \\
\text{num} \log 3{,}4068389 + 2320 = \\
2555 + 2320 = 4875 \text{ kg.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S = \frac{P_1 \,.\, \sin \alpha}{2} = \frac{2754 \,.\, \sin 15^0}{2} = \\
\text{num} (\log 2754 + \log \sin 15^0 - \log 2) = \\
\text{num} (3{,}4399639 + 9{,}4129962 - 10 - 0{,}3010300) = \\
\text{num} \log 2{,}5519301 = \\
356{,}4 = \text{rd. } 360 \text{ kg.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_2 = \frac{P_0}{2} \cdot \sin \delta = \frac{4875}{2} \cdot \sin 4^0\, 50' = \\
\text{num} (\log 2438 + \log \sin 4^0\, 50') = \\
\text{num} (3{,}3870337 + 8{,}9256089 - 10) = \\
\text{num} \log 2{,}3126426 = \\
205{,}42 = \text{rd. } 210 \text{ kg.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N = \frac{P}{2} \cdot \cos \delta = \frac{2570}{2} \cdot \cos 4^0\, 50' - \\
\text{num} (\log 1285 + \log \cos 4^0\, 50') =
\end{aligned}$$

num (3,1089031 + 9,9984529 — 10) =
num log 3,1073560 =
1280,5 = rd. 1280 kg.

Die Last P_3 setzt sich zusammen aus:

$$s + H_4 = 1505 + 210 = 1715 \text{ kg}.$$

Dieselbe zerlegt sich in die Komponente S_0, welche in die Strebe d l übergeht, und M_1 senkrecht zur Strebe d l. Es ist dann:

$$S_0 = P_5 \,.\, \sin\beta;$$
$$M_1 = P_5 \,.\, \cos\beta;$$

M_1 wird in die Komponenten H_1 und M_2 zerlegt, von denen die erstere in die **Zange** a f übergeht, während M_2 biegend auf die Strebe d l wirkt. Es ist:

$$H_1 = M_1 \,.\, \sin(\beta - \delta);$$
$$M_2 = M_1 \,.\, \cos(\beta - \delta).$$

Es ergibt sich also:

$S_0 = P_5 \sin\beta = 1715 \,.\, \sin 33^0 =$
num (log 1715 + log sin 32^0) =
num (3,2342641 + 9,7361088 — 10) =
num log 2,9703729 =
934,05 = rd. 935 kg.

$M_1 = P_5 \,.\, \cos\beta = 1715 \,.\, \cos 33^0 =$
num (log 1715 + log cos 33^0) =
num (3,2342641 + 9,9235914 — 10) =
num log 3,1578555 =
1438,3 = rd. 1440 kg.

$H_1 = M_1 \,.\, \sin(\beta - \delta) = 1440 \,.\, \sin(33^0 - 4^0\,50') =$
1440 . sin $28^0\,10'$ =
num (log 1440 + log sin $28^0\,10'$) =
num (3,1583625 + 9,6739769 — 10) =
num log 2,8323394 =
679,73 = rd. 680 kg.

$M_2 = M_1 \,.\, \cos(\beta - \delta) = 1440 \,.\, \cos 28^0\,10' =$
num (log 1440 + log cos $28^0\,10'$) =
num (3,1583625 + 9,9452609 — 10) =
num log 3,1036234 =
1269,5 = rd. 1270 kg.

Die Last P_3 ist = 1170 kg und ergibt die beiden Komponenten S_2, welche in den Sparren, und u_1, welche in die **Strebe** e m übergehen. Für die Punkte e und t ist ein gemeinschaftlicher Angriffspunkt angenommen, weil beide ganz nahe bei einander liegen und fest miteinander verbunden sind. Es ist:

$$u_1 = P_3 \,.\, \sin\gamma = 1170 \,.\, \sin 62^0 =$$
$$\text{num} (\log 1170 + \log \sin 62^0) =$$
$$\text{num} (3{,}0681859 + 9{,}9459349 - 10) =$$
$$\text{num} \log 3{,}0141208 =$$
$$1033{,}1 = \text{rd. } 1035 \text{ kg.}$$

$$M_3 = P_3 \,.\, \cos\gamma = 1170 \,.\, \cos 62^0 =$$
$$\text{num} (\log 1170 + \log \cos 62^0) =$$
$$\text{num} (3{,}0681859 + 9{,}6716093 - 10) =$$
$$\text{num} \log 2{,}7397952 =$$
$$549{,}28 = \text{rd. } 550 \text{ kg.}$$

M_3 zerlegt sich in die Komponenten S_2 und M_4, von denen S_2 in den Sparren übergeht und M_4 biegend auf die Strebe e m wirkt. Es ergibt sich:

$$S_2 = M_3 \,.\, \sin(\gamma - \alpha) = 550 \,.\, \sin(62^0 - 15^0) =$$
$$550 \,.\, \sin 47^0 =$$
$$\text{num} (\log 550 + \log \sin 47^0) =$$
$$\text{num} (2{,}7403627 + 9{,}8641275 - 10) =$$
$$\text{num} \log 2{,}6044902 =$$
$$402{,}25 = \text{rd. } 405 \text{ kg.}$$

$$M_4 = M_3 \,.\, \cos(\gamma - \alpha) = 550 \,.\, \cos 47^0 =$$
$$\text{num} (\log 550 + \log \cos 47^0) =$$
$$\text{num} (2{,}7403627 + 9{,}8337833 - 10) =$$
$$\text{num} \log 2{,}5741460 =$$
$$375{,}1 = \text{rd. } 375 \text{ kg.}$$

Die im Punkte k angreifende Kraft ist:

$$P_6 = u_1 + S_0 + s_1 = 1035 + 1505 + 935 = 3475 \text{ kg.}$$

Dieselbe ergibt die Komponenten u_2 und M_5; erstere geht in die Strebe e m über, letztere wirkt auf diese biegend und ist dann:

$$u_2 = P_6 \,.\, \sin\gamma = 3475 \,.\, \sin 62^0 =$$
$$\text{num} (\log 3475 + \log \sin 62^0) =$$
$$\text{num} (3{,}5409548 + 9{,}9459349 - 10) =$$
$$\text{num} \log 3{,}4868897 = 3068{,}2 =$$
$$\text{rd. } 3070 \text{ kg.}$$

$$M_5 = P_6 \,.\, \cos\gamma = 3475 \,.\, \cos 62^0 =$$
$$\text{num} \log 3475 + \log \cos 62^0) =$$
$$\text{num} (3{,}5409548 + 9{,}6716093 - 10) =$$
$$\text{num} \log 3{,}2125641 = 1631{,}4 =$$
$$\text{rd. } 1635 \text{ kg.}$$

M_5 ergibt die Komponenten s_2 und M_6, von denen die erstere in die Strebe d l übergeht, während M_6 biegend auf die Strebe d l, und M_5 biegend auf die Strebe e m im Punkte k wirken. Es ist nun:

$s_2 = M_5 \,.\, \sin(\gamma - \beta) = 1635 \,.\, \sin(62^0 - 33^0) =$
num ($\log 1635 + \log \sin 29^0) =$
num ($3{,}2135178 + 9{,}6855712 - 10) =$
num log $2{,}8990890 = 792{,}66 =$
rd. 795 kg.

$M_6 = M_5 \,.\, \cos(\gamma - \beta) = 1635 \,.\, \cos 29^0 =$
num ($\log 1635 + \log \cos 29^0) =$
num ($3{,}2135178 + 9{,}9418193 - 10) =$
num log $3{,}1553371 =$
1430 kg.

Die Last P_4 setzt sich nun zusammen aus den durch den Sparren ab und die Zange af übermittelten Kräften, sodaß sich ergibt:

$P_4 = S + S_1 + S_2 + H_1 + H_2 =$
$360 + 550 + 405 + 680 + 210 = 2205$ kg.

Hieraus ergibt sich in horizontaler Richtung aus den im **Sparren** wirkenden Kräften:

$H_3 = (S + S_1 + S_2) \,.\, \cos\alpha =$
$(360 + 550 + 405) \,.\, \cos 15^0 = 1315 \,.\, \cos 15^0 =$
num ($\log 1315 + \log \cos 15^0) =$
num ($3{,}1189258 + 9{,}9849438 - 10) =$
num log $3{,}1038696 = 1270{,}2 =$
rd. 1270 kg.

In vertikaler Richtung ergibt sich:

$V_1 = (S + S_1 + S_2) \,.\, \sin\alpha =$
$1315 \,.\, \sin 15^0 =$
num ($\log 1315 + \log \sin 15^0) =$
num ($3{,}1189258 + 9{,}4129962 - 10) =$
num log $2{,}5319220 = 340{,}3 =$
rd. 340 kg.

Aus den in der **Zange** af wirkenden Kräften ergibt sich:

Die Horizontalkraft

$H_3 = (H_1 + H_2) \,.\, \cos\delta =$
$(680 + 210) \,.\, \cos 4^0\,50' =$
num ($\log 890 + \log \cos 4^0\,50') =$
num ($2{,}9493900 + 9{,}9984529 - 10) =$
num log $2{,}9478429 = 886{,}84 =$
rd. 890 kg;

die Vertikalkraft

$V_2 = (H_1 + H_2) \,.\, \sin\delta =$
$890 \,.\, \sin 4^0\,50' =$
num ($\log 890 + \log \sin 4^0\,50') =$

$\text{num}\,(2{,}9478429 + 8{,}9256089 - 10) =$
$\text{num}\log 1{,}8734518 = 74{,}723 =$
rd. 75 kg.

Die gesamte Horizontalkraft im Punkte a, welche durch das **Rähm** und den **Stiel** auf die Mauer übertragen wird, ist demnach:

$$H_5 = H_3 + H_4 = 1270 + 890 = 2160 \text{ kg.}$$

Desgleichen ist die Vertikalkraft

$$V = V_1 + V_2 = 340 + 75 = 415 \text{ kg.}$$

Die auf den Punkt l durch die Strebe d l übertragene Kraft ist =

$$S_0 + s_1 + s_2 = 1505 + 935 + 795 = 3235 \text{ kg.}$$

Dieselbe zerlegt sich in die Horizontalkraft

$H_6 = 3235 \,.\, \cos\beta =$
$\text{num}\,(\log 3235 + \log\cos 33^0) =$
$\text{num}\,(3{,}5098743 + 9{,}9235914 - 10) =$
$\text{num}\log 3{,}4334657 = 2713{,}1 =$
rd. 2715 kg,

und in die Vertikalkraft

$V_3 = 3235 \,.\, \sin\beta =$
$\text{num}\,(\log 3235 + \log\sin 33^0) =$
$\text{num}\,(3{,}5098743 + 9{,}7361088 - 10) =$
$\text{num}\log 3{,}2459831 = 1761{,}9 =$
rd. 1765 kg.

Die auf den Punkt m durch die Strebe e m übertragene Kraft ist =

$$u_1 + u_2 = 1035 + 3070 = 4105 \text{ kg.}$$

Dieselbe zerlegt sich in die Horizontalkraft

$H_7 = 4105 \,.\, \cos\gamma = 4105 \,.\, \cos 62^0 =$
$\text{num}\,(\log 4105 + \log\cos 62^0) =$
$\text{num}\,(3{,}6133132 + 9{,}6716093 - 10) =$
$\text{num}\log 3{,}2849225 = 1927{,}2 =$
rd. 1930 kg,

und in die Vertikalkraft

$V_4 = 4105 \,.\, \sin\gamma = 4105 \,.\, \sin 62^0 =$
$\text{num}\,(\log 4105 + \log\sin 62^0) =$
$\text{num}\,(3{,}6133132 + 9{,}9459349 - 10) =$
$\text{num}\log 3{,}5592481 = 3624{,}5 =$
rd. 3625 kg.

Die Summe aller auf die **Mauer** wirkenden Vertikalkräfte ist nun:

$$V + V_3 + V_4 = 415 + 1765 + 3625 = 5805 \text{ kg.}$$

Diese verteilen ihren Druck auf

$$5{,}10 \,.\, 0{,}51 = 2{,}60 \text{ qm}$$

Fläche des Mauerwerks, was also mehr als genügt.

Das **Rähm** hat eine Auflagerfläche von

$$18 \,.\, 210 = 3780 \text{ qcm;}$$

erforderlich sind:

$$5805 : 7 = 830 \text{ qcm;}$$

es ist also auch die Auflagerfläche des Rähms mehr als ausreichend.

Durch das bei a liegende Rähm werden die in diesem Punkte wirkenden Vertikal- und Horizontalkräfte gleichmäßig auf die Mauer verteilt. In Rechnung gezogen für die **Stabilität der Mauer** wird nur das Stück derselben bis zu den nächstliegenden Fensteröffnungen von 2,10 m Länge. Dasselbe hat ein Gewicht von:

$$G = ((5{,}10 . 0{,}51 + 0{,}13 . 0{,}64) . 4{,}22 - (2{,}10 . 2{,}24 . 0{,}51)) . 1600 = 8310 \text{ kg.}$$

Es ist demnach das statische Moment von G, auf x bezogen =

$$8310 \,.\, 0{,}26 = 2160,$$

welches aber durch die Vertikalkräfte 5805 vergrößert wird, die als Gegengewicht wirken.

Um die Stabilität nachzuweisen, dürfte das Moment aus der Kraft H_5, ebenfalls bezogen auf den Drehungspunkt x, nicht größer als 2160 sein; es ist dieses Moment =

$$H_5 \,.\, 4{,}0 = 2160 \,.\, 4 = 8800,$$

welches zwar größer als das Moment des Gewichts der Mauer ist, aber durch das Moment — 8800 vollständig aufgehoben wird, da dieses ihm infolge der festen Verbindungen das Gleichgewicht hält.

Die Horizontalkraft H_6 braucht für die Stabilität der Mauer ebenfalls nicht in Rechnung gezogen werden, da sie durch den Stiel a m aufgefangen wird, welcher $\frac{18}{20}$ cm stark ist und im Verein mit der Mauer mehr als genügt, um der Kraft von 2715 kg widerstehen zu können.

Die Strebe e m wirkt mit der Horizontalkraft

$$H_7 = 1930 \text{ kg}$$

auf die Mauer. Die Momenten-Gleichung hierfür ist:

$$1930 \,.\, 0{,}50 = (0{,}52 \,.\, 2{,}10 + 0{,}13 \,.\, 0{,}64) \,.\, 2{,}40 \,.\, 1600 \,.\, 0{,}26 \text{ oder:}$$
$$965 = 1173{,}12.$$

Da in dieser Gleichung die rechte Seite, d. h. die Stabilität der Mauer, größer ist als das Moment der Horizontalkraft, so genügt auch hier die Stärke der Mauer mit 0,52 m, zumal der obere Teil der Mauer und die Vertikalkräfte außerdem als Gegengewicht wirken und die Stabilität der Mauer verstärken.

Berechnung der Holzstärken.

Die Streben d l und f p.

Dieselben werden durch die Kräfte

$$S_0 + s_1 + s_2 = 1505 + 935 + 795 = 3235 \text{ kg}$$

auf Druck- und Zerknickungsfestigkeit beansprucht, und außerdem durch die Kräfte

$$M_1 + M_6 = 1440 + 1430 = 2870 \text{ kg}$$

auf Biegung. Die freitragende Länge ist $= 3{,}70$ m.

Das notwendige Trägheitsmoment, auf Zentimeter bezogen, ist

$$T = \frac{3235 \cdot 370^2}{110000} = 4027.$$

Gegen Druck ergibt sich ein erforderlicher Querschnitt:

$$F = 3235 : 60 = 54 \text{ qcm}.$$

Das erforderliche Widerstandsmoment, ebenfalls auf Zentimeter bezogen, gegen Biegung ist:

$$W = \frac{2870 \cdot 370}{12 \cdot 100} = 885.$$

Verwendet werden Hölzer von $\frac{16}{21}$ cm Stärke, mit einem Trägheitsmoment $T = 12348$, einem Flächeninhalt des Querschnittes $F = 336$ qcm und einem Widerstandsmoment $W = 1176$. Dieselben genügen also allen Bedingungen vollkommen.

Die Streben e m und g q.

Freie Länge 2,44 m.

Dieselben sind auf Druck und Zerknicken in Anspruch genommen durch die Kräfte:

$$u_1 + u_2 = 1035 + 3070 = 4105 \text{ kg},$$

und auf Biegung durch die Kräfte:

$$M_3 + M_5 = 550 + 1635 = 2185 \text{ kg}.$$

Es ist demnach erforderlich:

$$T = \frac{4105 \cdot 244 \cdot 244}{110000} = 2222;$$

$$F = 4105 : 60 = 69 \text{ qcm};$$

$$W = \frac{2185 \cdot 244}{12 \cdot 100} = 445.$$

Verwendet werden Hölzer von $\frac{16}{18}$ cm Stärke, mit $T = 7776$, $F = 288$ und $W = 864$, welche also nach allen Richtungen hin genügen.

Die Zangen a f und c d.

Dieselben werden zunächst auf Biegung im Punkte h beansprucht durch die Kräfte:

$$P_0 + N = 4875 + 1280 = 6155 \text{ kg},$$

und zwar auf die Länge $i\,h = h\,n = 4{,}50$ m.

Die Teile a h und c h sind durch die Kräfte

$$H_1 + H_2 = 680 + 210 = 890 \text{ kg}$$

auf Zug in Anspruch genommen, und ist demnach der erforderliche Querschnitt:

$$F = 890 : 100 = 8{,}9 = 9{,}0 \text{ qcm}.$$

Die Strecken d f und f h werden auf Druck in Anspruch genommen durch die Kräfte:

$$H = 1160 \text{ kg}.$$

Es ist demnach, bei 3,60 m freier Länge, das erforderliche Trägheitsmoment:

$$T = \frac{1160 \,.\, 360^2}{110000} = 1030;$$

der erforderliche Querschnitt:

$$F = 1160 : 60 = 20 \text{ qcm}.$$

Verwendet werden Hölzer von $\frac{12}{18}$ cm Stärke mit einem Trägheitsmoment $T = 5832$, einem Flächeninhalt des Normalquerschnitts $F = 216$ qcm und einem Widerstandsmoment $W = 648$, beide also mit $W = 2 \,.\, 648 = 1296$.

Auf den Zangen ruht aber noch im Punkte h die durch die Säule b h übermittelte Last = 6155 kg, für jede Zange also = 3078 kg, welche dieselben auf Biegung in Anspruch nimmt. Es ist demnach das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W_1 = \frac{3078 \,.\, 450}{8 \,.\, 100} = 1732, \text{ und}$$

$$W_2 = \frac{3078 \,.\, 360}{8 \,.\, 100} = 1385, \text{ folglich}$$

$$W = W_1 + W_2 = 1732 + 1385 = 3117.$$

Die zu verwendenden Hölzer haben aber nur ein Widerstandsmoment von 1296 und würden also nicht genügen, wenigstens nicht für zehnfache Sicherheit, wenn die Sparren nicht derartig mit der Säule b h verbunden würden, daß sie einen Teil der Belastung übernehmen könnten. Soll dies nicht der Fall sein, dann sind für die Zangen Hölzer von $\frac{14}{26}$ cm Stärke zu verwenden, die ein Widerstandsmoment von 1577, beide also ein solches von $2 \,.\, 1577 = 3154$ haben, also dann genügen.

Die Sparren ab und bc.

Dieselben sind oben, in der Mitte und unten befestigt. Sie werden auf Druck- und Biegungsfestigkeit in Anspruch genommen durch die Kräfte:

$$S + S_1 + S_2 = 360 + 550 + 405 = 1315 \text{ kg}.$$

Es ist also erforderlich:

$$F = 1315 : 60 = 22 \text{ qcm},$$

und

$$T = \frac{1315 \,.\, 666 \,.\, 666}{110000} = 5304,$$

da die Länge = 6,66 m ist.

Verwendet werden Sparren von $\frac{13}{17}$ cm Stärke, mit $T = 5322$ und $F = 221$ qcm, welche also genügen.

Jeder Sparren wird außerdem auf Biegung in Anspruch genommen, und zwar mit der größten Länge

$$db = bf = 3{,}66 \text{ m}.$$

Die Maximalbelastung beträgt also:

$$0{,}9 \,.\, 3{,}66 \,.\, 150 = 495 \text{ kg},$$

und ist demnach erforderlich:

$$W = \frac{495 \,.\, 366}{8 \,.\, 100} = 227.$$

Die zu verwendenden Sparren haben $W = 626$, genügen also auch hier.

Die Säule bh.

Dieselbe wird auf Zug in Anspruch genommen durch die Kräfte

$$P_0 + N = 6155 \text{ kg},$$

und auf Zerknicken durch die Kraft

$$P = 2570 \text{ kg}.$$

Es ist demnach erforderlich, bei 1,20 m Länge,

$$F = 6155 : 100 = 61{,}55 = 62 \text{ qcm};$$

$$T = \frac{2570 \,.\, 120 \,.\, 120}{110000} = 339.$$

Verwendet wird eine Säule mit quadratischem Querschnitt, dessen Seite = 18 cm, mit $F = 324$ qcm und $T = 8748$, die also mehr als ausreichend ist.

Die Pfetten und das Forsträhm.

Dieselben haben als größte freitragende Länge 5,10 m.

Die Belastung beträgt also höchstens bei gleichförmiger Verteilung:

$$3{,}60 \,.\, 5{,}10 \,.\, 150 = 2754 \text{ kg}.$$

Demnach ist das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W = \frac{2754 \,.\, 510}{8 \,.\, 100} = 1756.$$

Verwendet werden Rähme von $\frac{18}{25}$ cm Querschnitt, mit $W = 1875$, welche also genügen. Werden die Kopfbänder gut mit Versatzung eingesetzt, dann verringert sich die freitragende Länge bedeutend und genügt dann eine Stärke von $\frac{16}{21}$ cm vollkommen.

Die Stiele a m und c q.

Ihre freie Länge beträgt 2,0 m, die Strecke a n ist = 1,15 m, n o = 0,75 m und o m = 0,10 m.

Die Beanspruchung auf Druck und Zerknicken beträgt:

$$V + V_3 + V_4 = 415 + 1765 + 3625 = 5805 \text{ kg}.$$

Die Beanspruchung auf Biegung ist im Punkte n, nach Fig. 210,

$$S_0 + s_1 + s_2 = 1505 + 935 + 795 = 3235 \text{ kg},$$

und im Punkte o:

$$u_1 + u_2 = 1035 + 3070 = 4105 \text{ kg}.$$

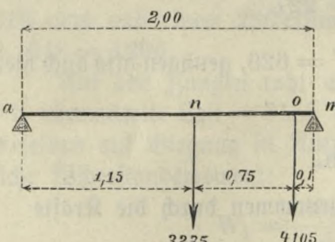


Fig. 210.

Es ist demnach erforderlich:

$$T = \frac{5805 \,.\, 200 \,.\, 200}{110000} = 2111;$$

$$F = 5805 : 60 = 97;$$

$$W = 359150 : 100 \,.\, 8 = 449,$$

da Reaktion a =

$$\frac{3235 \,.\, 0{,}85}{2{,}0} + \frac{4105 \,.\, 0{,}10}{2{,}0} = 1580,$$

und Reaktion $m = (3235 = 4105) - 1580 = 7340$.

Die Vertikalkraft n ist:

$$V_n = 1580 - (3235 + 4105) = -5760,$$

und die Vertikalkraft o ist:

$$V_0 = 1580 - 3235 = -1655.$$

Da nun 1655 kleiner als 4105 ist, so liegt der Bruchquerschnitt bei o. Das größte Biegungsmoment ist demnach:

$$M \max = 1580 \,.\, 190 - 4105 \,.\, 10 = 359150,$$

welches bei der obigen Berechnung des Widerstandsmomentes eingeführt ist.

Verwendet werden Hölzer von $\frac{16}{20}$ cm Stärke, mit $T = 5227$, $F = 320$ und $W = 1066$, welche allen Bedingungen also vollkommen genügen.

Bei der Berechnung ist durchweg angenommen, daß die ganze Konstruktion aus Kiefernholz gefertigt ist. —

4. Berechnung der Eisenkonstruktionen bei Herstellung eines größeren Ladens in einem Wohn- und Geschäftshause.

Es sollen die **Eisenkonstruktionen** des in den Figuren 211, 212 und 213 skizzierten **Gebäudes** berechnet werden. Fig. 211 ist der Grundriß des Erdgeschosses, Fig. 212 der des I., II. und III. Obergeschosses, wobei die Mauerstärken der beiden oberen Geschosse aus dem Schnitt, Fig. 213, zu entnehmen sind. Zum Zwecke der Herstellung eines größeren Ladens sollen die Scheidewand g h und die Mittelwand i h durch je zwei schmiedeeiserne I-Träger, die Mittelwand n o und die Scheidewand k l durch je einen schmiedeeisernen I-Träger unterfangen werden. Die Träger i h werden in der Mitte durch eine gußeiserne Hohlsäule unterstützt, während der Träger k l mit einem Ende auf dem Träger n o ruht. Der Ladeneingang, die beiden Schaufenster und der Torweg werden mit je 3 schmiedeeisernen I-Trägern überdeckt. Den Ladeneingang bilden 2 gußeiserne durchbrochene Wände.

1. Berechnung der Träger a b.

Freitragende Länge 2,34 m.

NB. Bei der Berechnung sollen die Fensteranschläge, sowie das Eigengewicht der Träger vernachlässigt werden, dagegen wird das Brüstungsmauerwerk der beiden oberen Geschosse ebenso stark angenommen, als das entsprechende Frontmauerwerk.

Es ist zunächst die durch den 1,16 m breiten Fensterpfeiler übertragene Belastung zu berechnen. Der Abstand von Mitte zu Mitte der Fenster beträgt 2,48 m; demnach überträgt der Fensterpfeiler:

a. an Mauerwerk =
$(2{,}48 \,.\, (4{,}3 \,.\, 0{,}51 + (4{,}0 + 3{,}75) \,.\, 0{,}38 + 1{,}5 \,.\, 0{,}25) - 1{,}32 \,.\, 3{,}53 \,.\, 0{,}51 - 2 \,.\, 2{,}45 \,.\, 1{,}32 \,.\, 0{,}38) \,.\, 1600$ . . . . $= 14140{,}80$ kg.

b. den betreffenden Teil der 3 oberen Balkenlagen $= 0{,}5 \,.\, 2{,}48 \,.\, (5{,}73 \,.\, 2 + 5{,}60) \,.\, 500$ . . $= 10577{,}20$ „

c. den betreffenden Teil des Dachdruckes =
$0{,}5 \,.\, 2{,}48 \,.\, 5{,}73 \,.\, 250$ . . . . $= 1776{,}30$ „

Summa $= 26494{,}30$ kg,

oder rd. 26495 kg.

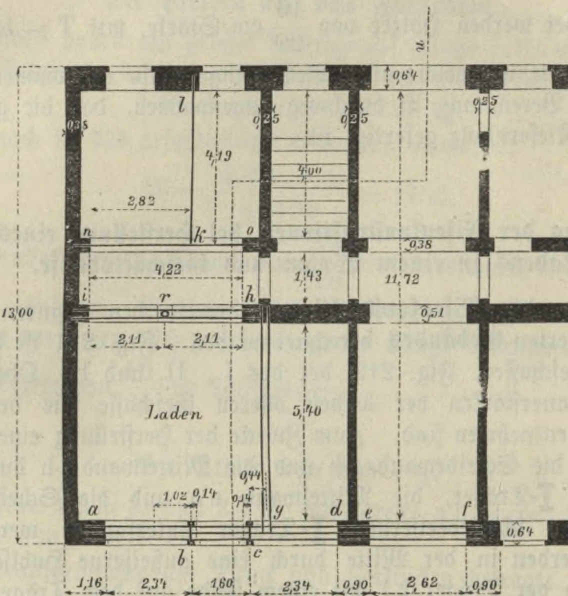


Fig. 211.

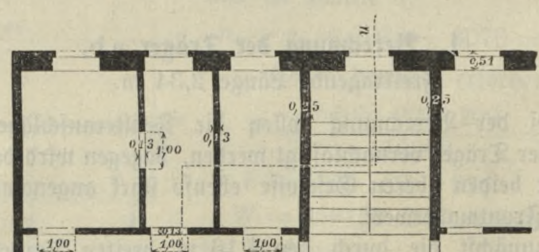


Fig. 212.

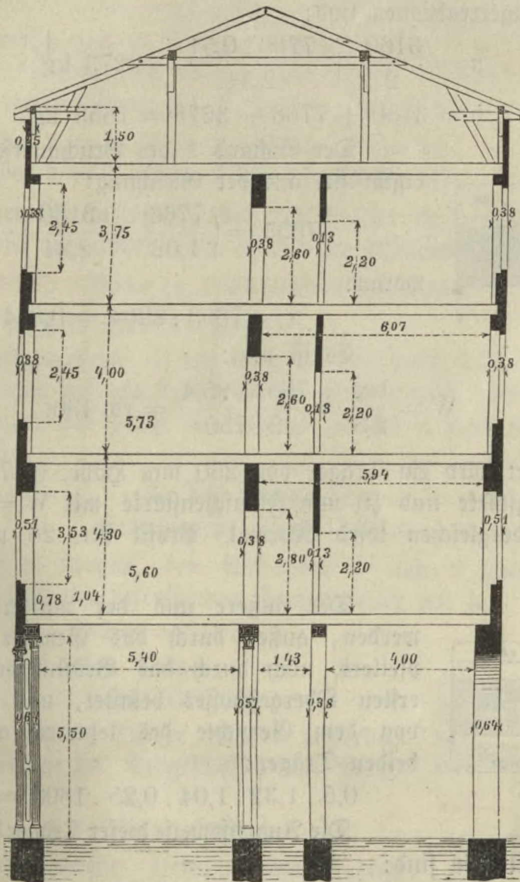


Fig. 213.

Die Last des 1,16 m breiten Fensterpfeilers verteilt sich auf die Öffnungen a b und b c im Verhältnis von 1,02 : 0,14, Figuren 214 und 215, und zwar entfällt auf a b der Anteil:

$$\frac{26495 \,.\, 1{,}02}{1{,}16} = 23297{,}33 \text{ kg},$$

wovon auf jeden der 3 über der Öffnung a b liegenden Träger:

$$23297{,}33 : 3 = 7766 \text{ kg}$$

kommen.

Der innere Träger erhält durch die Balkendecke des Erdgeschosses eine Mehrbelastung von:

$$0{,}5 \,.\, 2{,}34 \,.\, 5{,}4 \,.\, 500 = \text{rd. } 3160 \text{ kg}.$$

Die Angriffsweise dieses Trägers zeigt Fig. 214.

Die Auflagerreaktionen sind:

$$a = \frac{3160}{2} + \frac{7766 \,.\, 0{,}51}{2{,}34} = 3273 \text{ kg};$$

$$b = 3160 + 7766 - 3273 = 7653 \text{ kg}.$$

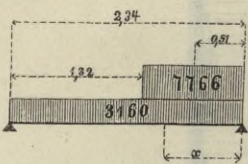


Fig. 214.

Der Abstand x des Bruchquerschnittes von b ergibt sich aus der Gleichung:

$$7653 = \left(\frac{7766}{1{,}02} + \frac{3160}{2{,}34}\right) \cdot x,$$

woraus

$$x = 7653 : 8964 = 0{,}854 \text{ m}.$$

Es ist nun:

$$W = \frac{b\,x}{2\,S} = \frac{7653 \,.\, 85{,}4}{2 \,.\, 750} = \text{rd. } 436.$$

Verwendet wird ein Träger von 260 mm Höhe, 97,75 mm Breite, 12,5 mm Stegstärke und 15 mm Flanschenstärke mit W = 436, welcher also genügt; desgleichen wird Normal-Profil Nr. 26 mit W = 446 ausreichen.

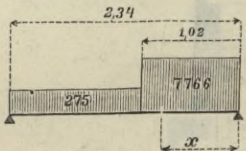


Fig. 215.

Der äußere und der mittlere Träger ab werden, außer durch das Gewicht des Fensterpfeilers, noch durch das Brüstungsmauerwerk des ersten Obergeschosses belastet, und zwar kommen von dem Gewichte des letzteren auf jeden der beiden Träger:

$$0{,}5 \,.\, 1{,}32 \,.\, 1{,}04 \,.\, 0{,}25 \,.\, 1600 = 275 \text{ kg}.$$

Die Angriffsweise dieser Träger zeigt Fig. 215.

Die Reaktionen sind:

$$a = \frac{7766 \,.\, 0{,}51 + 275 \cdot \left(1{,}02 + \frac{1{,}32}{2}\right)}{2{,}34} = 1890;$$

$$b = 7766 + 275 - 1890 = 6151.$$

Der Abstand x des gefährlichen Querschnitts von b ergibt sich aus der Gleichung:

$$6151 = \frac{7766}{1{,}02} \cdot x,$$

woraus

$$x = \frac{6151 \,.\, 1{,}02}{7766} = 0{,}808 \text{ m}$$

ist.

Das erforderliche Widerstandsmoment ist demnach:

$$W = \frac{6151 \,.\, 80{,}8}{2 \,.\, 750} = 332.$$

Verwendet werden 2 Träger von 235 mm Höhe, 91,5 mm Breite, 13 mm Stegstärke und 14 mm Flanschenstärke, mit W = 348, welche also ausreichend sind; desgleichen Normal-Profil Nr. 24, mit W = 357.

Die Gesamtbelastung der Auflager a und b ist:

bei a = 2 . 1890 + 3273 = 7053 kg;
bei b = 2 . 6151 + 7653 = 19955 kg.

Unter der Voraussetzung, daß der Pfeiler bei a aus guten Steinen in Zementmörtel aufgeführt wird, ist hier die erforderliche Auflagerfläche =

$$7053 : 11 = 641{,}18 = 642 \text{ qcm}.$$

Es sind deshalb über a b nötig:

1 Auflagerplatte 15 cm lang, 51 cm breit, 1,5 cm stark;
1 Träger des zuerst berechneten Profils von 2,49 m Länge;
2 Träger des zuletzt berechneten Profils à 2,49 m lang.

2. Die Träger b c.

Freitragende Länge 1,60 m.

Die 0,14 m langen, den Auflagern b und c zunächst gelegenen Strecken sind durch die betreffenden Fensterpfeiler mit je

26495 — 23298 = 3197 kg

belastet, wovon auf jeden Träger

3197 : 3 = rd. 1070 kg

kommen. Der innere Träger erfährt außerdem durch die Balkenlage des Erdgeschosses eine Mehrbelastung von:

0,5 . 1,6 . 5,4 . 500 = 2160 kg.

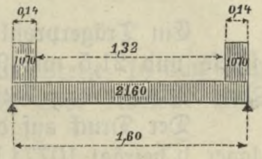


Fig. 216.

Die Angriffsweise dieses Trägers zeigt Fig. 216. Nach Nr. VII der Formeltafel entspricht der Last 2160 kg ein Widerstandsmoment:

$$W_1 = \frac{2160 . 160}{8 . 750} = 57{,}6,$$

und den Lasten 1070 kg, nach Nr. XVIII der Formeltafel, wo $P = P_1$ ist, ein Widerstandsmoment:

$$W_2 = \frac{1070 . 14}{2 . 750} = 9{,}9.$$

Es ist daher ein Gesamt-Widerstandsmoment erforderlich:

$$W = W_1 + W_2 = 57{,}6 + 9{,}9 = 67{,}5 = 68.$$

Verwendet werden drei Eisenbahnschienen von je 1,60 m Länge und 10,46 cm Höhe, deren jede W = 90 besitzt, die also mehr als genügen.

Das Gewicht der über dieser Öffnung befindlichen Fensterbrüstung beträgt 275 kg.

Demnach sind die Gesamtauflagerdrücke bei b und c:

$$b = c = 1070 \,.\, 3 + \frac{2160}{2} + 275 = 4565 \text{ kg.}$$

3. Die Träger g h.

Freitragende Länge 5,40 m.

Die beiden Träger g h dienen zur Aufnahme der 3 Geschosse hohen, 0,25 m starken Scheidewand. Das Gewicht dieser Wand beträgt, nach Abzug von 3 Türöffnungen, deren Breite = 1,40 m, und deren Höhen 2,80 m und 2 . 2,60 m sind:

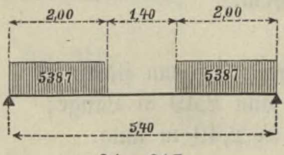


Fig. 217.

$$0{,}25 \,.\, 1600 \,.\, (5{,}4 \,.\, (4{,}3 + 4{,}0 + 3{,}75) - 1{,}4 \,.\, (2{,}8 + 2 \,.\, 2{,}6)) = 21548 \text{ kg,}$$

wovon jeder Träger

$$21548 : 2 = 10774 \text{ kg}$$

trägt.

Die Lastverteilung zeigt Fig. 217.

Danach ergibt sich — nach Nr. XVIII der Formeltafel, wobei $P = P_1$ ist —:

$$W = \frac{5387 \,.\, 200}{2 \,.\, 750} = 718.$$

Ein Trägerprofil von 245 mm Höhe, 150 mm Breite, 13 mm Stegstärke und 21,5 mm Flanschenstärke, mit $W = 732$, oder Normal-Profil Nr. 32, mit $W = 789$, ist also ausreichend.

Der Druck auf das aus besten Klinkern in Zement hergestellte Auflager h beträgt 10774 kg; es ist demnach die erforderliche Auflagerfläche =

$$10774 : 14 = 770 \text{ qcm.}$$

Eine Auflagerplatte von 20 cm Länge, 39 cm Breite und 1,5 cm Stärke, sowie 2 Träger obigen Profils à 5,90 m lang, sind demnach zu verwenden.

4. Die Träger c d.

Freitragende Länge 2,34 m.

Der äußere und der mittlere Träger erhalten das Profil der entsprechenden Träger, welche über a b liegen. Der innere hat im Abstande von 0,44 m von c den Druck der Träger g h = 10774 kg aufzunehmen. Seine Angriffsweise zeigt Fig. 218. Mit Rücksicht auf die unter 1. gewonnenen Resultate ergeben sich für die Reaktionen c und d die Werte:

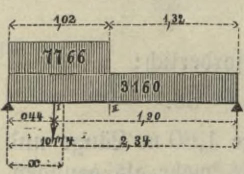


Fig. 218.

$$c = 7653 + \frac{10774 \,.\, 1{,}9}{2{,}34} = 16401 \text{ kg;}$$

$$d = 7766 + 3160 + 10774 - 16401 = 5299 \text{ kg.}$$

Die dem Querschnitt I entsprechende Vertikalkraft ist:

$$V_I = 16401 - \left(\frac{7766}{1,02} + \frac{3160}{2,34}\right) \cdot 0,44 - 10774 = + \cdots,$$

während sich ergibt:

$$V_{II} = 16401 - 10774 - \left(\frac{7766}{1,02} + \frac{3160}{2,34}\right) \cdot 1,02 = - \cdots,$$

Der Bruchquerschnitt liegt also zwischen I und II im Abstande x von c, und zwar ist:

$$16401 - 10774 - \left(\frac{7766}{1,02} + \frac{3160}{2,34}\right) \cdot x = 0, \text{ oder:}$$

$$5627 - 8841\, x = 0,$$

woraus

$$x = 5627 : 8811 = 0,63 \text{ m}.$$

Das größte Biegungsmoment ist nun:

$$M\,max = 16401 \,.\, 0,63 - 10774 \,.\, (0,63 - 0,44) - 8841 \,.\, 0,63 \cdot \frac{0,63}{2} =$$

$$6535,05 \text{ kgm},$$

denn 8841 ist die Belastung pro Längeneinheit des links vom Bruchquerschnitte gelegenen Trägerteils.

Das erforderliche Widerstandsmoment ist demnach:

$$W = 653505 : 750 = 872.$$

Ein Trägerprofil von 320 mm Höhe, 136 mm Breite, 16 mm Stegstärke und 19 mm Flanschenstärke, mit $W = 919$, oder Normal-Profil Nr. 34, mit $W = 931$, ist also genügend.

Die Gesamtdrücke auf die Auflager c und d betragen:

$$c = 19955 + \frac{10774 \,.\, 1,9}{2,34} = 28703 \text{ kg},$$

$$d = 7053 + 10774 - \frac{10774 \,.\, 1,9}{2,34} = 9079 \text{ kg}.$$

Die bei d erforderliche Auflagerfläche ist

$$9079 : 11 = 826 \text{ qcm},$$

bei Verwendung von guten Steinen in Zementmörtel.

Verwendet werden:

2 Träger à 2,52 m lang des unter 1 zu Fig. 215 berechneten Profils,

1 Träger 2,52 m lang des oben zu Fig. 218 berechneten Profils, und

1 Auflagerplatte 18 cm lang, 51 cm breit, 1,5 cm stark.

5. Die Stützen b und c.

Freie Höhe 5,50 m.

Die Totalbelastung der Stützen beträgt:

$$b = 19955 + 4565 = 24520 \text{ kg};$$
$$c = 24520 + 8748 = 33268 \text{ kg}.$$

Werden die Stützen an den Fußenden mit angegossenen Rippen versehen, so sind die erforderlichen Trägheitsmomente:

$$T_b = \frac{3 \,.\, 24520 \,.\, 550^2}{10000000} = 2225{,}19 = \text{rd. } 2230;$$

$$T_c = \frac{3 \,.\, 33268 \,.\, 550^2}{10000000} = 3019{,}07 = \text{rd. } 3020.$$

Zur Verwendung gelangen die in den Figuren 219 und 220 dargestellten Querschnitte; der erstere hat ein Trägheitsmoment

$$T_b = 2 \,.\, 1311 = 2622,$$

der zweite ein solches

$$T_c = 2 \,.\, 1527 = 3054,$$

beide genügen also.

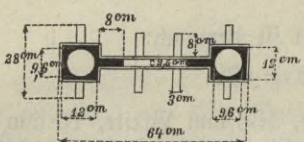


Fig. 219.

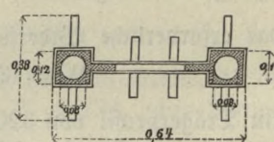


Fig. 220.

Die zur Fundierung der Stützen dienenden Pfeiler werden aus besten Klinkern in Zement aufgeführt, weshalb an Auflagerfläche erforderlich ist:

$$\text{bei } b = 24520 : 14 = 1750 \text{ qcm},$$
$$\text{bei } c = 33268 : 14 = 2377 \text{ qcm},$$

desgleichen bei Ausführung in lagerhaften Bruchsteinen mit Zementmörtel.

Die an den Stützen angegossenen Auflagerplatten werden:

bei b = 64 cm lang, 28 cm breit, 2 cm stark,
bei c = 64 cm lang, 38 cm breit, 2 cm stark.

6. Die Träger e f.

Freitragende Länge 2,62 m.

Jeder der beiden 1,55 m breiten, an den Seiten der Durchfahrt liegenden Fensterpfeiler ruht in der Länge von 0,65 m auf den Trägern e f; Fig. 221.

Die durch einen Fensterpfeiler übertragene Last besteht aus:

a. dem betreffenden Frontmauerwerk, nach der Berechnung unter 1, =
$1600 . (2,87 . 5,513 - 4,8342) \ldots\ldots = 17580,96$ kg;

b. dem betreffenden Gewicht der drei oberen Balkenlagen =
$0,5 . 2,87 . (2 . 5,73 + 5,60) . 500 \ldots\ldots = 12240,55$ „

c. dem entsprechenden Teil des Dachdruckes =
$0,5 . 2,87 . 5,73 . 250 \ldots\ldots = 2055,64$ „

Summa = 31877,15 kg,

oder rd. 31880 kg.

Auf die Träger e f kommt hiervon der Anteil:

$$\frac{31880 . 0,65}{1,55} = 13370 \text{ kg},$$

und auf jeden derselben:

$$13370 : 3 = 4457 \text{ kg}.$$

Der innere Träger ist außerdem gleichförmig belastet durch das Gewicht der Balkenlage des Erdgeschosses:

$$0,5 . 2,62 . 5,4 . 500 = \text{rd. } 3540 \text{ kg}.$$

Die Lastverteilung zeigt Fig. 221. Der Last 3540 entspricht ein Widerstandsmoment

$$W_1 = \frac{3540 . 262}{8 . 750} = 154,6,$$

der Last 4457 ein solches

$$W_2 = \frac{4457 . 65}{2 . 750} = 199,8,$$

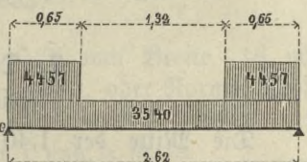


Fig. 221.

sodaß ein Gesamt-Widerstandsmoment

$$W = W_1 + W_2 = 154,6 + 199,8 = 354,4 = 355$$

erforderlich ist.

Ein Trägerprofil von 194 mm Höhe, 112 mm Breite, 14 mm Stegstärke und 17,5 mm Flanschenstärke mit $W = 364$, oder Normal-Profil Nr. 24, mit $W = 357$, genügt also.

Das Gewicht des Brüstungsmauerwerks beträgt 275 kg, welches sich auf den äußeren und mittleren Träger verteilt. Den Belastungszustand eines jeden dieser Träger stellt Fig. 222 dar.

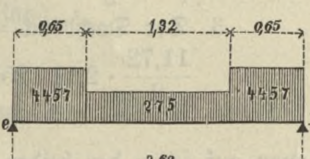


Fig. 222.

Für die Lasten 4457 ergibt sich wieder

$$W_2 = 199,8;$$

der Einfluß der Last von 275 kg ist nach Nr. XVII der Formeltafel zu bestimmen, in welcher Reaktion A = Reaktion $e = \frac{P}{2} = \frac{275}{2}$, $a = 65$ und $b = 132$ zu setzen ist. Es ist demnach:

$$W_1 = \frac{275}{2 \, . \, 750} \cdot \left(65 + \frac{132}{4}\right) = 18.$$

Das erforderliche Gesamt-Widerstandsmoment ist also:

$$W = W_1 + W_2 = 18 + 199{,}8 = 217{,}8 = 218.$$

Es wird also ein Trägerprofil von 200 mm Höhe, 100 mm Breite, 9 mm Stegstärke und 11 mm Flanschenstärke, mit $W = 239$, oder Normal-Profil Nr. 20, mit $W = 216$, ausreichend sein.

Der Druck auf jedes Auflager beträgt:

$$e = f = 3 \, . \, 4457 + 275 + 0{,}5 \, . \, 3540 = 15416 \text{ kg}.$$

Bei guten Steinen in Zementmörtel ist demnach an jeder Seite an Auflagerfläche erforderlich:

$$F = 15416 : 11 = 1402 \text{ qcm}.$$

Es werden verwendet:

2 Auflagerplatten à 28 cm lang, 51 cm breit, 1,5 cm stark;
1 Träger des zuerst berechneten Profils, 3,18 m lang, und
2 Träger des zuletzt berechneten Profils à 3,18 m lang.

7. Die Träger ir und rh.

Freitragende Länge 2,11 m.

Die Mitte der 1,40 m breiten Tür liegt symmetrisch über der Mittelstütze r, und sind demnach beide Träger gleichartig belastet. Die durch das Mauerwerk übertragene Belastung setzt sich zusammen aus:

1. Gewicht der Mittelwand =
$0{,}38 \, . \, 1600 \, . \, (2{,}11 \, . \, (4{,}3 + 4{,}0 + 3{,}75) - \frac{1{,}4}{2} \cdot (2{,}8 + 2 \, . \, 2{,}6))$ . . . . $= 12054$ kg.
2. Die Balkenlagen der 3 oberen Geschosse =
$\left(\frac{5{,}6 + 5{,}94}{2} + 2 \cdot \frac{5{,}73 + 6{,}07}{2}\right) . \, 2{,}11 \, . \, 500$ . . $= 18537$ „
3. Der Dachdruck =
$\frac{11{,}72}{2} \cdot 2{,}11 \, . \, 250$ . . . . $= 3092$ „

Summa $= 33683$ kg,

wovon auf jeden der beiden Träger

$$33683 : 2 = 16842 \text{ kg}$$

kommen. — Die Balken sind auf der Mittelwand gestoßen angenommen. —

Außerdem hat jeder dieser Träger eine durch die Balkendecke des Erdgeschosses herbeigeführte Belastung zu tragen und zwar =

$$\left(\frac{5,4 + 1,43}{2} \cdot 2,11 \,.\, 500\right) : 2 = 3603 \text{ kg.}$$

Die Angriffsweise des Trägers zeigt Fig. 223.

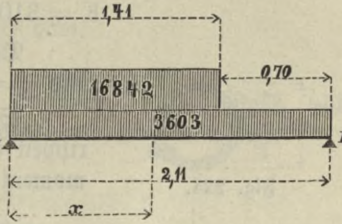


Fig. 223.

Die Auflagerdrücke sind:

$$h = i = \frac{3603}{2} + \frac{16842 \,.\, 1,41}{2,11} = 13057 \text{kg},$$

$$r = 16842 + 3603 - 13057 = 7388 \text{ kg.}$$

Der Abstand x des gefährlichen Querschnitts von i ergibt sich aus der Gleichung:

$$13057 = \left(\frac{16842}{1,41} + \frac{3603}{2,11}\right) \cdot x,$$

woraus

$$x = \frac{13057}{11944,7 + 1707,6} = 0,956 \text{ m.}$$

Das erforderliche Widerstandsmoment ist also

$$W = \frac{13057 \,.\, 95,6}{2 \,.\, 750} = 833.$$

Ein Trägerprofil von 320 mm Höhe, 136 mm Breite, 16 mm Stegstärke und 19 mm Flanschenstärke mit W = 919, oder Normal-Profil Nr. 34, mit W = 931, ist also genügend.

Der Gesamtdruck auf jedes der Auflager i und h ist =

$$2 \,.\, 13057 = 26114 \text{ kg,}$$

mithin bei besten Klinkern in Zement die Minimalauflagerfläche der Untermauerung:

$$F = 26114 : 14 = 1866 \text{ qcm.}$$

Es werden verwendet:

2 Auflagerplatten à 37 cm lang, 51 cm breit, 1,5 cm stark, und, wenn die Träger als kontinuierliche in einem Stück von i bis h genommen werden,

2 Träger obigen Profils à 4,96 m lang.

8. Die Säule r.

Freie Länge 5,50 m.

Die Totalbelastung der Säule ist:

$$4 \,.\, 7388 = 29552 \text{ kg,}$$

wofür mit Rücksicht auf das Gewicht der Eisenkonstruktion 31000 kg gesetzt wird. Der Säulenfuß soll keine angegossenen Rippen erhalten.

Das erforderliche Trägheitsmoment ist:

$$T = \frac{6 . 31000 . 550^2}{10000000} = 5627.$$

Der Minimalquerschnitt beträgt:

$$F = 31000 : 500 = 62 \text{ qcm}.$$

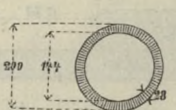


Fig. 224.

Der Querschnitt Fig. 224, mit T = 5743 und F = 151 qcm, ist also ausreichend.

Soll der Säulenfuß angegossene Verstärkungsrippen erhalten, so ist das erforderliche Trägheitsmoment:

$$T = \frac{3 . 31000 . 550^2}{10000000} = 2814.$$

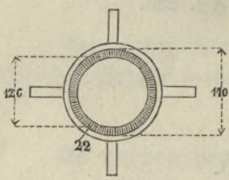


Fig. 225.

Der Querschnitt Fig. 225, mit T = 2863 und F = 102, wird für diesen Fall genügend sein.

Das Fundament der Säule wird aus guten Ziegelsteinen in Zement hergestellt; die erforderliche Auflagerfläche beträgt demnach

$$F = 31000 : 11 = 2819 \text{ qcm},$$

sodaß eine an die Säule angegossene Auflagerplatte von 45 cm Länge, 64 cm Breite und 2 cm Stärke zur Verwendung kommen muß.

9. Der Träger k l.

Freitragende Länge 4,19 m.

Der Träger dient zur Unterstützung einer 0,13 m starken Scheidewand, welche in jedem Geschoß, und zwar genau in der Mitte des Trägers, eine Tür von 1,0 m Breite und 2,20 m Höhe hat. Das Gewicht der Scheidewand beträgt:

$$(4{,}19 . (4{,}3 + 4{,}0 + 3{,}75) - 3{,}10 . 2{,}2) . 0{,}13 . 1600 = 9129 \text{ kg}.$$

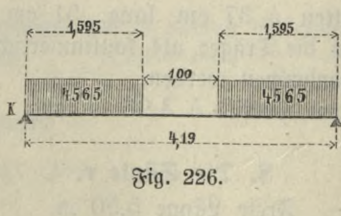


Fig. 226.

Die Lastverteilung zeigt Fig. 226.

Das erforderliche Widerstandsmoment ist

$$W = \frac{4565 . 159{,}5}{2 . 750} = 485.$$

Ein Trägerprofil von 258 mm Höhe, 105 mm Breite, 14,5 mm Stegstärke und 16,9 mm Flanschenstärke, welches ein Widerstandsmoment von 506 hat, oder Normal-Profil Nr. 28, mit W = 547, genügt also.

Unter der Voraussetzung guten Materials ist bei l eine Auflagerfläche erforderlich von:

$$F = 4565 : 11 = 415 \text{ qcm.}$$

Verwendet werden:

1 Auflagerplatte 13 cm lang, 38 cm breit, 1,5 cm stark, und
1 Träger des oben berechneten Profils von 4,57 m Länge.

10. Der Träger n o.

Freitragende Länge 4,22 m.

Derselbe wird durch die 0,13 m starke Korridorwand und durch den Träger k l belastet. Die Lage der 1,0 m breiten und 2,20 m hohen Türöffnungen ergibt das in Fig. 227 dargestellte Schema der Lastverteilung.

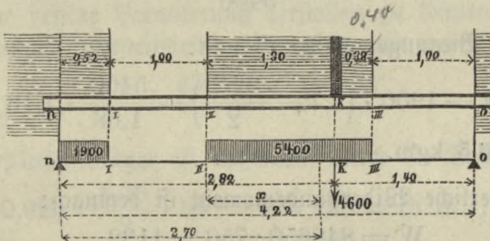


Fig. 227.

Die Belastung der Strecke n I beträgt:

$$\left(\left(0,52 + \frac{1,0}{2}\right) \cdot (4,3 + 4,0 + 3,75) - \right.$$
$$\left. 0,5 \,.\, 2,2 \,.\, 3\right) . \, 0,13 \,.\, 1600 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 1870 \text{ kg.}$$

oder rd. 1900 kg.

Die Belastung der Strecke II bis III ist:

$$\left(\left(1,68 + \frac{1,0}{2}\right) \cdot (4,3 + 4,0 + 3,75) - \frac{1,0}{2} \cdot 2,2 \,.\, 3\right) \cdot$$
$$0,13 \,.\, 1600 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 5344 \text{ kg,}$$

oder rd. 5400 kg.

In k greift außerdem die zentrierte Last:

$$9129 : 2 = 4565 = \text{rd. } 4600 \text{ kg}$$

an. Die Auflagerdrücke betragen:

$$n = \left(4600 \,.\, 1{,}4 + 5400 \,.\, \left(1{,}02 + \frac{1{,}68}{2}\right) + \right.$$

$$\left. 1900 \,.\, \left(4{,}22 - \frac{0{,}52}{2}\right)\right) : 4{,}22 \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,. = 5689 \text{ kg},$$

$$o = 1900 + 5400 + 4600 - 5689 = 6211 \text{ kg}.$$

Den Querschnitten II und k entsprechen die Vertikalkräfte:

$$V_{II} = 5689 - 1900 = + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$V_k = 5689 - 1900 - \frac{5400}{1{,}68} \cdot 1{,}3 - 4600 = -4990 \text{ kg}.$$

Da 4990 größer ist als 4600, so liegt der Bruchquerschnitt zwischen II und k. Sein Abstand x von II ergibt sich aus der Gleichung:

$$5689 = 1900 + \frac{5400}{1{,}68} \cdot x,$$

woraus

$$x = \frac{(5689 - 1900) \,.\, 1{,}68}{5400} = 1{,}18 \text{ m}.$$

Das größte Biegungsmoment ist nun:

$$M = 5689 \,.\, 2{,}7 - 1900 \cdot \left(2{,}7 - \frac{0{,}52}{2}\right) - \frac{5400}{1{,}68} \cdot 1{,}18 \cdot \frac{1{,}18}{2} =$$

$$8486{,}5 \text{ kgm}.$$

Das erforderliche Widerstandsmoment ist demnach:

$$W = 848650 : 750 = 1132.$$

Verwendet wird ein Träger 4,66 m lang, mit einem Profil von 400 m Höhe, 140 mm Breite, 16 mm Stegstärke und 17 mm Flanschenstärke, dessen Widerstandsmoment = 1200 ist, oder Normal-Profil Nr. 38, mit W = 1274.

Die Auflagerflächen erfordern bei Verwendung guten Materials:

bei $o = 6211 : 11 = 565$ qcm,
bei $n = 5689 : 11 = 517$ qcm.

Verwendet werden:

bei o eine Auflagerplatte 25 cm breit, 23 cm lang, 1,5 cm stark;
bei n eine Auflagerplatte 25 cm breit, 21 cm lang, 1,5 cm stark.

Wollte man anstatt des einen Trägers zwei Träger verwenden, so empfiehlt es sich, den einen zur Unterstützung der Wand und den anderen, vollständig außerhalb der Wand liegend, zur Aufnahme des Trägers kl zu bestimmen und demgemäß zu berechnen.

5. Berechnung der Eisenkonstruktionen einer Kirche, deren Turm nur mit einer Seite auf der Mauer steht.

Berechnung der **Eisenkonstruktion** der in den Figuren 228, 229 und 230 dargestellten **Kirche**. Um dem Turme keine zu großen Dimensionen zu geben, ihn aber doch massiv ausführen zu können, werden drei Fronten desselben auf Eisenkonstruktionen gestellt, zu welchem Zwecke zwei gußeiserne Säulen in der Kirche, und zwar innerhalb der Orgel-Empore angeordnet sind.

1. Die Träger ab und cd.

Freitragende Länge 0,925 m.

Dieselben sind gemeinschaftlich belastet durch das Dach, der nach Westen liegende außerdem durch die Balkenlage.

Die Belastung durch das Dach ist =

$$0{,}925 \cdot \frac{3{,}78}{2} \cdot 250 = 437{,}0625 = \text{rd. } 450 \text{ kg.}$$

Um eine bessere Verankerung herstellen zu können, werden an jeder Seite drei Träger nebeneinander verwendet, von denen also jeder

$$450 : 3 = 150 \text{ kg}$$

zu tragen hat.

Der westliche Träger ist außerdem durch die Balkenlage belastet =

$$9{,}925 \cdot \frac{3{,}78}{2} \cdot 500 = 874{,}125 = \text{rd. } 875 \text{ kg.}$$

Derselbe ist also mit $150 + 875 = 1025$ kg belastet.

Sein erforderliches Widerstandsmoment ist demnach:

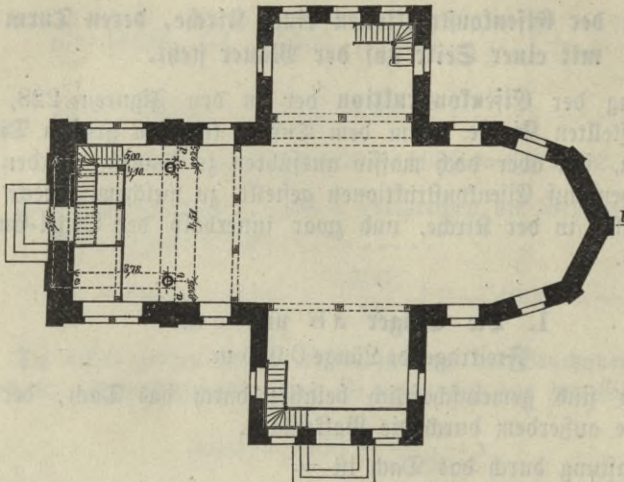
$$W = \frac{1025 \,.\, 92{,}5}{4 \,.\, 750} = 31{,}6.$$

Aus praktischen Gründen werden im Ganzen 6 Träger à 1,20 m lang, mit einem Querschnitt von 250 mm Höhe, 140 mm Breite, 10 mm Stegstärke und 14,5 mm Flanschenstärke verwendet, deren jeder ein Widerstandsmoment von 529 hat, oder Normal-Profil Nr. 24, mit $W = 357$, welche weit mehr als ausreichend sind.

2. Die Träger bc.

Freitragende Länge 4,51 m.

Zur Verwendung kommen ebenfalls 3 nebeneinander liegende Träger, welche gemeinschaftlich die östliche Turmmauer, die oberste Balkenlage des Turmes und den betreffenden Teil der Turmspitze tragen. Der westliche Träger ist außerdem durch die Balkenlage der Glockenkammer belastet.



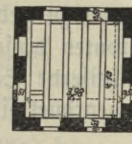


Fig. 229.

Fig. 228.

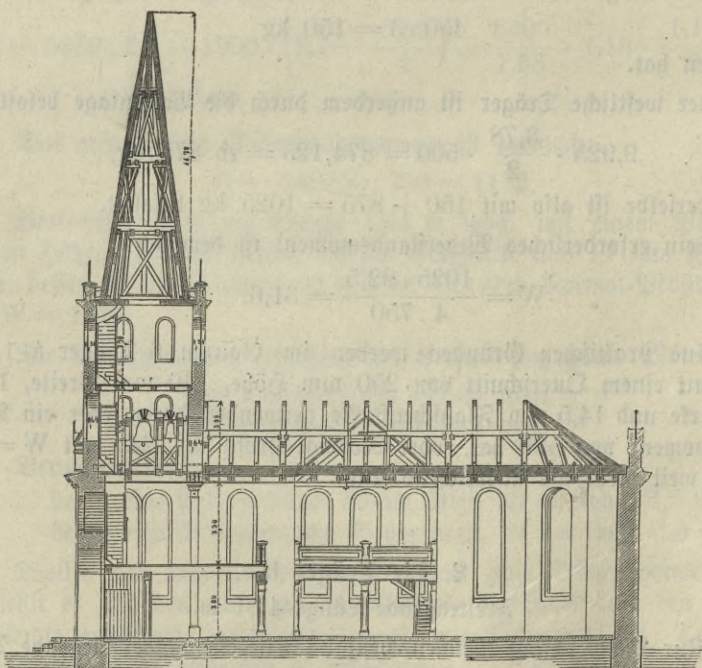


Fig. 230.

Die Belastung, welche durch die Turmmauer übertragen wird, setzt sich wie folgt zusammen:

1. I. Obergeschoß des Turmes =
   $(3{,}5 \,.\, 0{,}64 \,.\, 4{,}51 - 1{,}8 \,.\, 1{,}4 \,.\, 0{,}64) \,.\, 1600 \;.\;. = 13583{,}36$ kg,
2. II. Obergeschoß des Turmes =
   $(3{,}5 \,.\, 0{,}51 \,.\, 4{,}51 - 2 \,.\, 1{,}3 \,.\, 0{,}7 \,.\, 0{,}51) \,.\, 1600 = 11395{,}44$ „
3. Die Attika =
   $4{,}51 \,.\, 0{,}25 \,.\, 0{,}65 \,.\, 1600 \ldots\ldots = 1172{,}60$ „
4. Die oberste Turmbalkenlage =
   $4{,}13 \cdot \frac{3{,}98}{2} \cdot 500 \ldots\ldots = 4109{,}35$ „
5. Die Belastung durch die Turmspitze =
   $\frac{3{,}98}{2} \cdot \frac{4{,}13}{1} \cdot 250 \ldots\ldots = 1027{,}34$ „

Summa = 31288,09 kg,

oder rd. 31300 kg.

Die hiervon auf jeden der drei Träger entfallende Last ist demnach =

$$31300 : 3 = 10433{,}3 \text{ oder rd. } 10430 \text{ kg},$$

wovon auf jede Stütze

$$10430 : 2 = 5215 \text{ kg}$$

kommen, die sich auf eine Länge von 1,555 m gleichmäßig verteilen.

Die Belastung durch die Balkendecke der Glockenkammer ist =

$$4{,}51 \cdot \frac{4{,}24}{2} \cdot 760 = 7266{,}512 = \text{rd. } 7270 \text{ kg},$$

welche gleichmäßig über den ganzen Träger verteilt sind.

Das Schema der Belastung des westlichen Trägers zeigt Fig. 231. Es ist nun

$$W_1 = \frac{7270 \,.\, 451}{8 \,.\, 750} = \text{rd. } 544;$$

$$W_2 = \frac{5215 \,.\, 155{,}5}{2 \,.\, 750} = \text{rd. } 608.$$

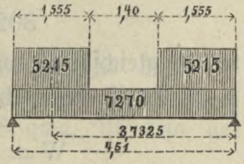


Fig. 231.

Für den westlichen Träger ist demnach das Gesamt-Widerstandsmoment:

$$W = W_1 + W_2 = 544 + 608 = 1152.$$

Ein Trägerprofil von 400 mm Höhe, 140 mm Breite, 16 mm Stegstärke und 18 mm Flanschenstärke, mit einem Widerstandsmoment von 1241, ist also genügend; desgleichen Normal-Profil Nr. 38, mit $W = 1274$.

Für die beiden anderen Träger wird aus praktischen Gründen dasselbe Profil verwendet, sodaß erforderlich sind:

3 Träger obigen Profils à 4,51 m lang.

3. Die Träger b e und c f.

Freitragende Länge 3,78 m.

Verwendet werden je drei nebeneinander liegende Träger, welche gemeinschaftlich die südliche bezw. nördliche Mauer des Turmes, die beiden Balkenlagen des Turmes und den betreffenden Teil der Spitze tragen:

Die Belastung setzt sich wie folgt zusammen:

1. I. Obergeschoß des Turmes =
$(3,5 \,.\, 3,78 - 1,7 \,.\, 0,7 \,.\, 2) \,.\, 0,64 \,.\, 1600 \;\ldots = 11110,40$ kg,
2. II. Obergeschoß des Turmes =
$(3,5 \,.\, 3,78 - 2 \,.\, 1,3 \,.\, 0,7) \,.\, 0,51 \,.\, 1600 \;\ldots = 9310,56$ „
3. Die Attika =
$3,78 \,.\, 0,25 \,.\, 0,65 \,.\, 1600 \ldots\ldots = 982,80$ „
4. I. Turmbalkenlage =
$\frac{3,87}{2} \cdot 3,78 \,.\, 500 \ldots\ldots = 3657,15$ „
5. II. Turmbalkenlage =
$4,13 \cdot \frac{3,98}{2} \cdot 500 \ldots\ldots = 4109,35$ „
6. Die Turmspitze =
$\frac{4,13}{2} \cdot \frac{3,98}{2} \cdot 250 \ldots\ldots = 1027,34$ „

Summa = 30197,60 kg,

oder rd. 30200 kg.

Auf jeden der drei Träger entfallen demnach:

$$30200 : 3 = 10067 \text{ kg} = \text{rd. } 10070 \text{ kg},$$

welche gleichförmig verteilt sind.

Es ist demnach erforderlich ein Widerstandsmoment:

$$W = \frac{10070 \,.\, 378}{8 \,.\, 750} = 630,41 = \text{rd. } 630.$$

Ein Trägerprofil von 300 mm Höhe, 142 mm Breite, 12 mm Stegstärke und 14 mm Flanschenstärke, mit W = 676, ist also ausreichend, ebenso Normal-Profil Nr. 30, mit W = 659.

An Auflagerfläche ist bei gewöhnlicher Ausführung des Mauerwerks für die Träger erforderlich:

$$10070 : 7 = 1439 \text{ qcm},$$

sodaß die Träger auf der westlichen Giebelmauer 101,34 cm lang aufliegen müßten, wenn sie keine Unterlagsplatten erhalten sollten, was nicht ausführbar ist. Es sind deshalb 2 eiserne Unterlagsplatten nötig.

Zur Verwendung kommen:

6 Träger obigen Profils à 4,80 m lang.
2 Unterlagsplatten à 70 cm lang, 70 cm breit, 2 cm stark.

4. Die Säulen b und c.

Freie Höhe 6,50 m.

Die Belastung einer Säule setzt sich folgendermaßen zusammen:

1. Die halbe Belastung der Träger a b =
$2 \cdot \frac{150}{2} + \frac{1025}{2}$ . . . . = 662,50 kg.
2. Die Belastung durch die Träger b c =
$\frac{7270}{2} + 3 \cdot (5215 \cdot 3{,}7325)$ . . . . = 58394,97 „
3. Die Belastung durch die Träger b e bezw. c f =
30200 : 2 . . . . = 15100,00 „

Summa = 74157,47 kg,

oder, mit Rücksicht auf das Eigengewicht der Träger,

rd. 75000 kg.

Das erforderliche Trägheitsmoment ist demnach, da die Säulen am Fußende angegossene Verstärkungsrippen erhalten,

$$T = \frac{3 \cdot 75000 \cdot 650 \cdot 650}{10000000} = \text{rd. } 9507.$$

Der Minimalquerschnitt ist:

$$F = 75000 : 500 = 150 \text{ qcm}.$$

Ein kreisrunder Querschnitt von 250 mm äußerem und 206 mm innerem Durchmesser, also mit 22 mm Wandstärke, einem Trägheitsmoment T = 10334 und einem Normalquerschnitt F = 158 qcm, ist also genügend.

An Auflagerfläche ist erforderlich, bei gutem Material:

$$75000 : 11 = 6819 \text{ qcm}.$$

Es ist demnach oben und unten an der Säule eine angegossene Platte von 83 cm im Quadrat und 3 cm Stärke nötig. —

6. Berechnung der Eisenkonstruktionen einer Treppe.

Berechnung der **Eisenkonstruktionen** der in Fig. 232 dargestellten **Treppe**. Die Höhe des Geschosses, von Oberkante Fußboden bis Oberkante Fußboden, beträgt 4,32 m; bei 24 Steigungen ergibt sich demnach eine Höhe derselben von 18 cm. Der Koeffizient der steigenden Bögen ist $x = 1{,}16$.

Der Treppenlauf I wiegt belastet:

$$P = 1{,}32 \cdot 2{,}86 \cdot 700 = 2643 \text{ kg},$$

und unbelastet:

$$P_1 = 2643 : 2 = 1322 \text{ kg}.$$

Die Belastung des Trägers a b beträgt demnach durch den Lauf I:

$$L = x \cdot P = 1{,}16 \cdot 2643 = 3066 = \text{rd. } 3070 \text{ kg},$$

und die Entlastung infolge des Armes IV:

$$L_1 = (x - 1) \cdot P_1 = (1{,}16 - 1) \cdot 1322 = 212 = \text{rd. } 220 \text{ kg}.$$

In der Mitte e des Trägers a b wirkt als zentrierte Last der durch den Träger e f übertragene vierte Teil des Gewichts des Podestes a b d c =

$$\frac{1}{4} \cdot 2{,}8 \cdot 1{,}3 \cdot 700 = 637 = \text{rd. } 640 \text{ kg}.$$

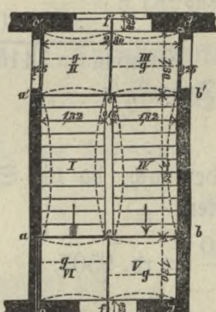


Fig. 232.

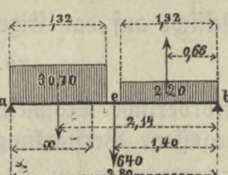


Fig. 233.

Die Angriffsweise des Trägers a b zeigt Fig. 233.

Die Auflager-Reaktionen sind:

$$a = \frac{640}{2} + \frac{3070 \cdot 2{,}14 - 220 \cdot 0{,}66}{2{,}8} = 2615 \text{ kg};$$

$$b = 640 + 3070 - 220 - 2615 = 875 \text{ kg}.$$

Den Abstand x des Bruchquerschnittes erhält man aus der Gleichung:

$$2615 = \frac{3070}{1{,}32} \cdot x,$$

woraus

$$x = \frac{2615 \cdot 1{,}32}{3070} = 1{,}124 \text{ m}.$$

Das erforderliche Widerstandsmoment ist demnach:

$$W = \frac{2615 \,.\, 112{,}4}{2 \,.\, 750} = 195{,}9 = 196.$$

Ein Trägerprofil von 180 mm Höhe, 100 mm Breite, 8 mm Stegstärke und 12 mm Flanschenstärke, mit $W = 210$, ist genügend; desgl. Normal-Profil Nr. 20, mit $W = 216$.

Die bei a erforderliche Auflagerfläche ist, unter der Voraussetzung, daß gute Steine und Zement verwendet werden,

$$F = 2615 : 11 = 238 \text{ qcm}.$$

Der Träger hat 25 cm Auflage und 10 cm Flanschenbreite, also 250 qcm Auflagerfläche, und ist deshalb keine Auflagerplatte nötig.

Der Träger e f ist mit dem halben Gewichte des Podestes belastet, also mit

$$2 \,.\, 640 = 1280 \text{ kg}.$$

Sein erforderliches Widerstandsmoment ist demnach:

$$W = \frac{1280 \,.\, 130}{8 \,.\, 750} = 27{,}7 = 28.$$

Eine 13,08 cm hohe Eisenbahnschiene mit $W = 140{,}4$ ist also mehr als ausreichend.

Für die Widerlager a c und b d werden ebenfalls 13 cm hohe Eisenbahnschienen verwendet, welche ebenso wie die Schiene e f mit dem Träger a b fest zu verbinden sind. Außerdem sind die Träger a c, e f und b d durch die Bolzen g miteinander zu verbinden.

Hofbuchdruckerei von C. A. Kaemmerer & Co., Halle a. S.