



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300713

- XXII. Heft: Verhandlungen der in Dresden (1866) und Berlin (1890) abgehaltenen Conferenzen zur Vereinbarung einheitlicher Prüfungsmethoden für Bau- und Konstruktions-Materialien. — Nachruf von A. Martens. Mit 1 Portrait in Lichtdruck. VIII u. 164 S. Preis M. 12.—
- XXIII. Heft: Verhandlungen der in Wien im Jahre 1893 abgehaltenen Conferenz zur Vereinbarung einheitlicher Prüfungsmethoden für Bau- und Konstruktions-Materialien. Bearbeitet von Prof. H. Gollner und Prof. A. Martens. Mit einer Tafel in Steindruck. 111 S. Preis M. 9.—
- XXIV. Heft: Die Biegeelasticität der Steinbalken. Belastungsversuche an einem Tonnenflechtwerkdache. Versuche über die Ausschläge schnell umlaufender Wellen. Mit 16 Abbildungen im Text, 2 Lichtdr. und 3 lithographischen Tafeln. 56 S. Preis M. 12.—
- XXV. Heft: Dauerversuche von Bauschinger, ausgeführt in den Jahren 1886 — 1893. Prüfung der Werderschen Festigkeitsmaschine. Knickversuche mit Winkel-eisen. Härteversuche. Mit 13 Abbildungen im Text und 4 lithographirten Tafeln. 48 S. Preis M. 10.—
- XXVI. Heft: I. Festigkeit und Abnützbarkeit von Hartsteinen. — II. Festigkeitsversuche mit Eisenbahn-Wagen-Kuppelungen. — III. Ueber die Biegefestigkeit gekrümmter Stäbe. Mit 1 Abbildung im Text und 2 lithographischen Tafeln. 43 S. Preis M. 8.—
- XXVII. Heft: I. Abhängigkeit der Bruchgefahr von der Art des Spannungszustandes. — II. Prüfung einer gusseisernen Säule auf Ausknicken. — III. Das elastische Verhalten des Erdbodens. — IV. Probe-Belastung von Decken. Mit 6 Abbildungen im Text, 4 Stein- u. 2 Lichtdrucktafeln. 43 Seiten. 1900. Preis M. 12.—
- XXVIII. Heft: I. Versuche über Elasticität und Festigkeit von Gusseisen. — II. Ueber die Abhängigkeit der Härteziffer von der Grösse der Druckfläche und dem Krümmungshalbmesser. — III. Druckversuche mit Wasserkissen. Mit 14 Abbildungen im Text und 4 Steintafeln. 48 Seiten. 1902. Preis M. 10.—





# MITTHEILUNGEN

AUS DEM

# MECHANISCH-TECHNISCHEN LABORATORIUM

DER

**K. TECHNISCHEN HOCHSCHULE MÜNCHEN.**

GEGRÜNDET VON J. BAUSCHINGER.

NEUE FOLGE.

HERAUSGEGEBEN VON

**AUGUST FÖPPL.**

DER GANZEN REIHE FÜNFUNDZWANZIGSTES HEFT.

INHALT:

I. DAUERVERSUCHE VON BAUSCHINGER, AUSGEFÜHRT IN DEN JAHREN 1886—1893. — II. PRUFUNG DER WERDERSCHEN FESTIGKEITSMASCHINE. — III. KNICKVERSUCHE MIT WINKELEISEN. — IV. HÄRTEVERSUCHE.

*F. Nr. 20 775*

MIT 13 ABBILDUNGEN IM TEXT UND 4 LITHOGRAPHISCHEN TAFELN.



MÜNCHEN

THEODOR ACKERMANN

KÖNIGLICHER HOF-BUCHHÄNDLER.

1897.

*G. 16*  
*22*

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000315050



# MITTHEILUNGEN

AUS DEM

# MECHANISCH-TECHNISCHEN LABORATORIUM

DER

**K. TECHNISCHEN HOCHSCHULE MÜNCHEN.**

GEGRÜNDET VON J. BAUSCHINGER.

NEUE FOLGE.

HERAUSGEGEBEN VON

**AUGUST FÖPPL.**

DER GANZEN REIHE FÜNFUNDZWANZIGSTES HEFT.

INHALT:

I. DAUERVERSUCHE VON BAUSCHINGER, AUSGEFÜHRT IN DEN JAHREN 1886—1893. — II. PRÜFUNG DER WERDERSCHEN FESTIGKEITSMASCHINE. — III. KNICKVERSUCHE MIT WINKELEISEN. — IV. HARTEVERSUCHE.

*F. Nr. 20 775*

MIT 13 ABBILDUNGEN IM TEXT UND 4 LITHOGRAPHISCHEN TAFELN.



THEODOR ACKERMANN

KÖNIGLICHER HOF-BUCHHÄNDLER.

1897.

*576*  
*22*



MITTHEILUNGEN

MECHANISCH-TECHNISCHES LABORATORIUM

W. POLITECHNISCHES HOCHSCHULE MITZGEBEN

7.X.47/1897



nr inv. 1863

AUGUST FÖPPL

Faint mirrored text at the bottom of the page, likely bleed-through from the reverse side.



Faint mirrored text at the bottom of the page, likely bleed-through from the reverse side.

## I.

### Dauerversuche von Bauschinger, ausgeführt in den Jahren 1886—1893.

Im Hefte XIII der „Mittheilungen“, das im Jahre 1886 erschien, hat Bauschinger über die bis dahin von ihm ausgeführten Versuche mit der Wöhler'schen Maschine für wiederholte Beanspruchung auf Zug berichtet. Auch in einem Vortrage, den er im August 1886 auf der Wanderversammlung des Verbandes deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine in Frankfurt a. M. hielt und der im Centralblatt der Bauverwaltung, 1886, S. 351, auszugsweise abgedruckt ist, hat Bauschinger eine gedrängte Uebersicht über diese früheren Versuche gegeben. In demselben Jahre liess er noch eine zweite Wöhler'sche Maschine und zwar eine für wiederholte Hin- und Herbiegung aufstellen, die im Wesentlichen mit der von Wöhler selbst benutzten und auf der unteren Hälfte von Blatt IV der Wöhler'schen Schrift „Festigkeitsversuche mit Eisen und Stahl“, Berlin 1870, dargestellten übereinstimmt. Auf beiden Maschinen hat Bauschinger bis zu seinem Tode im Jahre 1893 zahlreiche Dauerversuche ausgeführt, über die bis jetzt noch nichts veröffentlicht ist. Einige Versuche gelangten nach dem von ihm vorgeschriebenen Plane erst nach seinem Tode zur Beendigung; die sich darauf beziehenden Aufschreibungen rühren von Herrn Assistent Klebe her.

Beide Maschinen wurden, wie schon früher die erste, von einer Transmissionswelle aus angetrieben, die in der Minute ungefähr 100 Umdrehungen macht. Auf einen Tag kommen daher (bei 8 Arbeitsstunden) etwa 48,000 und auf ein Jahr unausgesetzten Betriebs (gegen 300 Arbeitstage) ungefähr 14 Millionen Wiederholungen.

Ich werde mich hier im Wesentlichen damit begnügen, die zum Theil überaus werthvollen Versuchsdaten entsprechend geordnet vorzuführen. Nur in der Absicht, die Benutzung der Tabellen zu erleichtern, werde ich an einzelnen Stellen kurze Bemerkungen beifügen. Einige handschriftliche Bemerkungen Bauschingers, die sich unter

seinen Papieren vorfanden, lasse ich natürlich auch mit abdrucken; mit einer eigentlichen Bearbeitung der Versuchsergebnisse hatte er offenbar noch nicht begonnen, wenigstens liess sich in seinen Papieren nichts darüber finden.

Für die Gliederung des umfangreichen Stoffes wird es sich am meisten empfehlen, alle Versuche zusammenzufassen, die sich auf das gleiche Material beziehen; um eine Uebersicht der Aufeinanderfolge der Versuche in der Zeit zu geben, werde ich indessen gelegentlich Jahreszahlen beifügen, obwohl auch schon die Aufeinanderfolge der den Stäben beigefügten Ordnungsnummern einen ungefähren Anhaltspunkt über die Reihenfolge gibt. Zunächst beginne ich dabei mit Versuchen, die sich auf die schon in Heft XIII aufgeführten 7 Materialien beziehen. Es waren dies:

1. das Material von Tabelle XIX (Schweisseisenblech),
2. „ „ „ „ XX (Flusseisenblech),
3. „ „ „ „ XXI (<sup>80</sup>/<sub>10</sub> mm Flacheisen),
4. „ „ „ „ XXII (<sup>40</sup>/<sub>10</sub> mm Flacheisen),
5. „ „ „ „ XXIII (Achswelle aus Thomasstahl),
6. „ „ „ „ XXIV (Eisenbahnschiene a. Thomasstahl),
7. „ „ „ „ XXV (Kesselblech aus Thomasflusseisen).

In diesen 7 Tabellen hat Bauschinger zunächst 4 Stäbe aufgeführt (mit den Nummern 49, Tab. XIX, 47, Tab. XX, 44 und 45, Tab. XXV), die damals noch im Betrieb waren. Ich gebe hier die Ergänzung, die diese Tabellen durch den Abschluss der Versuche erfahren, wobei ich der Uebersichtlichkeit wegen auch die schon früher mitgetheilten Ziffern nochmals anführe. Die Versuche mit allen 4 Stäbchen wurde am 5. August 1886 beendet.

**Tabelle I.**

Ergänzung der Tabellen XIX, XX und XXV in Heft XIII.

Nr. und Tabelle	Nach Anstrengungen	Zwischen den Spannungen at	Nach Ruhetagen	Erfolgt bei wechs. Belastung	Ergibt die Prüfung mit ruhender Belastung						Nach dem Bruche			Bruchaussehen
					bei der Messlänge cm	Elastic.-Modul at	Elast. Grenz. at	Max.-Belast. at	bleib. Dehnung <sup>1/1000</sup> cm	Zugfestigkeit at	Contr. Proc.	Dehnung für die Länge mm	Betrag in Proc.	
49, XIX	1'708010	0—2000	$\frac{1}{4}$	—	10,0	2'060000	1790	2110	0,62	—	—	—	—	Hell und dunkelgrau, feingeschichtet
„	3'872604	0—2000	$\frac{3}{4}$	—	10,0	2'160000	2190	2440	0,78	—	—	—	—	
„	7'848707	0—2000	$1\frac{3}{4}$	—	10,0	2'080000	2280	2600	5,78	—	—	—	—	
„	10'129888	0—2000	—	—	10,0	2'045000	2280	—	—	3660	20	150	12,7	
47, XX	8'864182	0—2440	$\frac{1}{5}$	—	10,0	2'160000	2780	2980	0,10	—	—	—	—	Feinstsehnig, mild mit aufgezogenem Rand
„	11'028776	0—2440	$\frac{1}{3}$	—	10,0	2'270000	3060	3330	0,22	—	—	—	—	
„	15'004879	0—2440	$1\frac{7}{8}$	—	10,0	2'150000	2870	3150	0,12	—	—	—	—	
„	17'286060	0—2440	—	—	10,0	2'160000	2680	—	—	4310	60	150	19,8	
44, XXV	2'078902	0—2500	$\frac{1}{8}$	—	10,0	2'170000	2650	2860	2,12	—	—	—	—	Feinstsehnig, 3 mal gespalten
„	4'375595	0—2500	$\frac{1}{6}$	—	10,0	2'040000	2450	2860	0,33	—	—	—	—	
„	5'802747	0—2500	$\frac{1}{2}$	—	10,0	2'170000	2450	2860	0,78	—	—	—	—	
„	6'540189	0—2500	$\frac{3}{4}$	—	10,0	2'220000	2750	2960	7,08	—	—	—	—	
„	10'516292	0—2500	$1\frac{1}{2}$	—	10,0	2'160000	2860	3000	9,92	—	—	—	—	
„	12'797473	0—2500	—	—	10,0	2'106000	2860	—	—	3880	59	150	21,0	
45, XXV	407846	0—2850	$\frac{1}{10}$	—	10,0	2'200000	2090	2560	0,49	—	—	—	—	Feinstsehnig, feingeschichtet, einmal gespalten.
„	2'704539	0—2850	$\frac{1}{5}$	—	10,0	2'090000	2560	2800	0,43	—	—	—	—	
„	4'869133	0—2850	$1\frac{1}{2}$	—	10,0	2'300000	2440	2800	0,22	—	—	—	—	
„	8'845236	0—2850	$1\frac{7}{8}$	—	10,0	2'150000	2560	2790	6,98	—	—	—	—	
„	11'126417	0—2850	—	—	10,0	2'070000	2670	—	—	3840	61	150	19,7	

Hieran schliesst sich eine Versuchsreihe mit dem Schweißeisen der Tabelle XIX und dem Flusseisen der Tabelle XX. Die dazu verwendeten Stäbchen wurden aus denselben Blechtafeln unmittelbar neben jenen entnommen, die früher geprüft worden waren. Es handelte sich dabei darum, den Einfluss festzustellen, den eine

längere Zeit einwirkende ruhende Belastung auf die elastischen Eigenschaften ausübt. Zu diesem Zwecke wurden die Stäbchen in die Wöhler'sche Maschine eingespannt, die während dieser Zeit stillstand. Bei den in Tabelle 3 behandelten Flusseisenstäbchen folgte darauf noch eine wiederholte Beanspruchung auf Zug.

**Tabelle II.**

Vier Vierkantstäbchen (Nr. 146—149) aus dem Schweißeisenblech der Tab. XIX in Heft XIII, längere Zeit durch ruhende Zug-Belastung beansprucht.

Nr. des Stabes	Querschnitt in cm	Nach Tagen	Unter der Spannung at	Elasticitäts-Modul at	Elastic.-Grenze at	Streck.-Grenze at	Zugfestigkeit at	Contraction Proc.	Dehnung		Bemerkungen
									für die Länge cm	Betrag in Proc.	
146	1,09 × 1,18	7	2000	2'030000	2020	2560	3680	20	15	11,3	— Alle diese Versuche sind in den Monaten Januar bis März 1893 angestellt. Bruch an einer schieferig. Stelle.
147	1,09 × 1,18	28	2000	2'050000	1780	2400	3680	22	15	14,4	
148	1,09 × 1,18	49	2000	2'050000	2090	2560	3680	22	15	12,9	
149	1,09 × 1,18	70	2000	2'060000	2250	2480	3640	13	15	10,3	

**Tabelle III.**

Vier Vierkantstäbchen (Nr. 150—153) aus dem Flusseisenblech der Tab. XX, Heft XIII, längere Zeit durch ruhende Belastung und hierauf durch wiederholten Zug beansprucht.

Nr. des Stabes	Querschnitt in cm	Nach Tagen oder Anstrengungen	Unter den Spannungen at	Nach Ruhetagen	Elasticitäts-Modul at	Elastic.-Grenze at	Streck.-Grenze at	Maxim.-Belastg. dabei at	Zugfestigkeit at	Contraction Proc.	Dehnung		Bemerkungen
											auf die Länge cm	Betrag in Proc.	
153	1,09 × 1,08	7 Tage	2400	—	2'150000	2540	—	2880	—	—	—	—	Diese Versuche sind im März 1893 begonnen, d. letzte wurde erst am 5. Jan. 1894 nach dem Tode Bauschingers abgeschlossen.
153	1,09 × 1,08	800000	0—2400	$\frac{1}{3}$	2'120000	2800	3140	—	4200	62	15	25,0	
152	1,09 × 1,08	28 Tage	2400	—	2'140000	2630	—	3050	—	—	—	—	
152	1,09 × 1,08	3'200000	0—2400	$\frac{1}{3}$	2'110000	2800	3140	—	4490	60	15	18,5	
151	1,09 × 1,08	49 Tage	2400	—	2'120000	3050	—	3130	—	—	—	—	
151	1,06 × 1,08	5'600000	0—2400	$\frac{1}{3}$	2'120000	2880	3140	—	4360	53	15	19,1	
150	1,09 × 1,08	70 Tage	2400	—	2'170000	2800	—	3050	—	—	—	—	
150	1,09 × 1,08	8'275122	0—2400	—	2'110000	2800	3230	—	4330	60	15	20,5	

Vielleicht die wichtigsten Versuche von allen sind die jetzt folgenden, bei denen Bauschinger die vorher aufgeführten 7 Materialsorten der Tabellen XIX bis XXV im Heft XIII einer Prüfung auf Hin- und Herbiegen unterwarf, um jene Spannung  $\sigma$  zu ermitteln, die bei wechselnder Richtung (abwechselnd Zug und Druck von der gleichen Grösse  $\sigma$ ) gerade noch beliebig oft ertragen wird. Lassen wir zunächst Bauschinger selbst über die Absicht reden, in der er diese Versuche unternahm.

In der ausführlicheren Veröffentlichung des vorher erwähnten Frankfurter Vortrags in den „Mittheilungen des Verb. d. Arch.- u. Ing.-V.“, Nr. 8, 1886, heisst es auf S. 240:

„Ich lege grosses Gewicht auf diese Versuche (mit der zweiten Wöhler'schen Maschine), weil sie uns, falls sie bestätigend ausfallen, der letzten Stufe, die ich vorhin angedeutet habe, nahe bringen würden, nämlich der, blos durch Proben mit ruhender Belastung, wenn sie auch einen halben Tag oder einen Tag Zeit erfordern sollten, die Eigenschaften eines Materials bezüglich seines Verhaltens bei oft wiederholter wechselnder Beanspruchung zu erforschen. Denn wenn man dann auf die oben beschriebene Weise die sogenannte natürliche Elasticitätsgrenze eines Materials, also den Scheitelpunkt der Parabel gefunden hat, so ist dies ein zweiter Punkt derselben neben dem durch die Zugfestigkeit bei ruhender Belastung bekannten Durchgangspunkte durch die Abscissenachse und damit die ganze Parabel bekannt.“

Aus diesen Sätzen geht hervor, welches Vertrauen Bauschinger damals dem von Gerber aus den alten Wöhler'schen Versuchen abgeleiteten Parabelgesetz entgegenbrachte. Etwas vorsichtiger gefasst ist ein handschriftlich vorliegender Satz, der einem Verzeichniss der für die Versuchszwecke angefertigten Stäbe voransteht. Dort (es wird wohl bald nach der Frankfurter Versammlung gewesen sein) schreibt Bauschinger:

„Diese Stäbchen sollen dazu dienen, um diejenigen Materialien, die auf wiederholten Zug geprüft und für welche die Resultate in Heft XIII veröffentlicht worden sind, nun auch auf wiederholte Biegung ( $\pm$  Anstrengung) zu prüfen, um zu sehen, ob die aus jenen Versuchen mit der Gerber'schen Parabel geschlossenen Werthe für  $\sigma$  auch wirklich richtig sind. Dazu wurden hergestellt u. s. f.“

In der That fing nun Bauschinger damit an, alle Stäbe zuerst mit der in Heft XIII berechneten Spannung  $\pm \sigma$  anzustrengen, offenbar in der Erwartung, bei genügend häufiger Wiederholung den Bruch dadurch herbeizuführen. Besonders interessant und lehrreich sind in dieser Hinsicht die Versuche mit den Rundstäbchen 12

bis 15 der folgenden Tabelle; die Vierkantstäbchen verhielten sich freilich im Wesentlichen ebenso, dieses Verhalten wird aber auf den ersten Blick durch einen Umstand, auf den ich alsbald eingehen werde, etwas verschleiert. Man sieht, wie lange er zögerte, mit den Anstrengungen in die Höhe zu gehen. Aber erst, als er die vorausberechnete Spannung  $\sigma$  nahezu auf das Doppelte erhöht hatte, trat bei den Stäbchen 13 und 15 wiederum nach millionenmaliger Wiederholung endlich der Bruch ein. Bei den Stäbchen 12 und 14 gab er es auf, sie zum Bruch zu bringen, nachdem sie 15 Millionen mal ungefähr das anderthalbfache der vorher berechneten Spannung  $\sigma$  ertragen hatten.

In der That, es ist das wichtige Hauptergebniss dieser Versuchsreihe, dass das Material weit höhere, zwischen Zug und Druck wechselnde Spannungen erträgt, als man vorher annahm. Mit den von Wöhler erhaltenen Zahlenwerthen stimmt dieses Ergebniss freilich nicht überein. Ich enthalte mich hier jeder Vermuthung über die Gründe dieses Widerspruchs, der sich durch die Verschiedenheit der untersuchten Materialien kaum ausreichend erklären lässt, da Bauschinger bei allen von ihm untersuchten Materialgattungen dieselbe Erfahrung machte. Dagegen will ich nicht verschweigen, dass ich gerade in diese Versuche Bauschingers das grösste Vertrauen setze. Schon der Umstand, dass er selbst ein ganz anderes Resultat erwartete und nur nach langem Zögern und Miss-trauen sich dazu entschloss, die Belastung immer weiter zu erhöhen, bürgt, ganz abgesehen von der bekannten Sorgfalt, die Bauschinger allen seinen Versuchen zuwandte, dafür, dass er sich nicht geirrt, nichts Wesentliches ausser Acht gelassen haben kann.

Bei den Stäben mit quadratischem Querschnitt ist auf einen besonderen Umstand zu achten, den Bauschinger bei der ersten Einrichtung der Versuche offenbar übersehen, nachher aber bald selbst auf den Versuchslisten berichtigt hat. Ich kann über diesen anfänglichen Irrthum, wie er im ersten Anlauf bei Jedem vorzukommen pflegt, nicht hinweggehen, weil man nur so einsieht, wie Bauschinger bei den Vierkantstäben zu der Wahl der Anstrengung kam, mit denen er sie zuerst prüfte. — Während sich der Stabquerschnitt gegen die Krafrichtung dreht, ändert sich nämlich die Spannungsvertheilung in jedem Augenblick und der absolut grösste Werth der Spannung tritt in den Kanten ein und zwar dann, wenn die Krafrichtung durch die Kante hindurchgeht. Die Beanspruchung des Materials ist in diesem Falle nach der gewöhnlichen Biegungsformel  $\sqrt{2}$  mal so gross, als wenn die Kraft parallel zu zwei Seiten geht. Bei den Prüfungen des Stabes mit ruhender Belastung, wie sie zum Zwecke der Feststellung des Elasticitätsmoduls und

der Elasticitätsgrenze von Zeit zu Zeit vorgenommen wurden, war stets die letzte Lage gewählt; für die Beanspruchung des Stabes in der Maschine kommt aber natürlich vorwiegend die erste in Betracht, da der Bruch bei der ungünstigst beanspruchten Faser beginnt, wie auch aus einigen noch vorhandenen Bruchresten deutlich genug zu erkennen ist. Ich folge bei der Einrichtung der Tabelle den Blättern, auf denen die Beobachtungen verzeichnet sind, indem ich bei den Vierkantstäben die Spannung immer zuerst in der günstigeren Querschnittslage angebe und dann die Spannung für die ungünstigere Lage in Klammern beifüge. Die erste Angabe ist auf allen Beobachtungsblättern zu finden, oft mit dem ausdrücklichen Hinweis darauf, dass sie mit dem in Heft XIII berechneten Werthe von  $\sigma$  übereinstimme; dann ist aber gewöhnlich noch von der Hand Bauschingers die Bemerkung darunter gesetzt: „eigentlich . . .“, worauf der grössere Werth folgt. Natürlich kommt es auf diesen

grösseren Werth allein an, und ich habe ihn auch für die wenigen Fälle, bei denen nicht schon von Bauschinger die Berichtigung angebracht war, in der Tabelle noch selbst überall beigesetzt. Ich muss dies erwähnen, weil ich mich selbstverständlich überall genau an das Original zu halten habe, sofern nicht ein besonders zu begründender Umstand eine Abweichung fordert.

Zu der jetzt folgenden Tabelle bemerke ich noch, dass die in der zweiten Wöhler'schen Maschine (wie ich die für Hin- und Herbiegen der Kürze halber hier wiederholt genannt habe) geprüften Stäbe eine besonders fortlaufende Nummerirung erhalten haben. In der Spalte für den Elasticitätsmodul ist überall nur der von dem Material des Stabes abhängige Faktor angegeben, der durch Division der Biegungslast durch den Biegungspfeil gefunden wird und dem Elasticitätsmodul proportional ist. Da es sich nur darum handelt, die Veränderung des Elasticitätsmoduls zu verfolgen, genügt diese Angabe überall.

**Tabelle IV.**

Vierzehn Stäbe aus den früher auf Zug geprüften Materialsorten, in der zweiten Wöhlerschen Maschine auf Hin- und Herbiegen geprüft.

Stab-Nr. und Material	Querschnitt cm	Nach An- strengungen	Zwischen- den Gren- zen at	Nach Ruhe- tagen	Elastic- Modul P at a	Elast. Grenze at	Maxim.- Belastg. dabei at	Ob Bruch unter wechselnd Belastung	Bemerkungen
Nr. 18, Schweisseisen der Tab. XIX Heft XIII.	□ 1,19 × 1,19	3'122387	+ 1090 (± 1540)	$\frac{1}{5}$	2,882	1525	1888	—	—
desgl.	„	8'275371	„	1	2,878	1525	1888	—	—
„	„	15'717568	„	$\frac{1}{5}$	2,863	1888	2179	—	—
„	„	weitere: 3'008744	+ 1200 (± 1700)	$\frac{1}{5}$	2,860	1888	2324	—	—
„	„	7'186584	„	1	2,830	1888	2324	—	—
„	„	10'736600	„	$\frac{2}{5}$	2,950	2179	2324	—	—
„	„	weitere: 5'004968	+ 1300 (± 1840)	$\frac{1}{5}$	12,72	1924	2324	—	Sehr unregelmässiger Gang.
„	„	5'985519	„	—	—	—	—	Bruch	Fehlerhafter Bruch; am 22 Nov. 1892 nach 2 $\frac{1}{2}$ jährigem Betrieb.
Nr. 19, desgl.	□ 1,20 × 1,20	2'189585	+ 1300 (± 1840)	$\frac{1}{4}$	3,171	1806	2083	—	—
„	„	3'897008	„	—	—	—	—	Bruch	Grosse schieferige Stelle im Bruch, 22. Sept. 1890.
Nr. 20, desgl.	□ 1,20 × 1,20	584295	+ 1500 (± 2120)	$\frac{5}{5}$	3,405	2094	2513	—	—
„	„	5'737279	„	1	3,321	1885	2513	—	—
„	„	7'283201	„	—	—	—	—	Bruch	— 1890.
Nr. 7, Flusseisen der Tab. XX, Heft XIII	□ 1,10 × 1,09	0	—	—	1,983	2587	3115	—	In der Lage, dass das Zeichen 7 oben ist.
„	„	1'228044	+ 1300 (± 1840)	1 $\frac{1}{2}$	2,016	2587	2725	—	In der Lage mit Zeichen 7 unten.
„	„	4'096487	„	$\frac{5}{5}$	2,020	2482	3115	—	Zeichen 7 oben.
„	„	8'043823	„	$\frac{1}{4}$	2,026	1850	2725	—	„
„	„	13'004836	„	$\frac{1}{24}$	2,039	1850	2725	—	„
„	„	weitere: 508892	+ 1500 (± 2120)	—	—	—	—	Bruch	1887—1888.

Stab-Nr. und Material	Querschnitt cm	Nach An- strengungen	Zwischen den Gren- zen at	Nach Ruhe- tagen	Elastic- Modul P at a	Elast. Grenze at	Maxim. Belastg. dabei at	Ob Bruch unter wechselnd Belastung	Bemerkungen
Nr. 8 desgl.	□ 1,10 × 1,09	0	—	—	—	1752	2239	—	In der Lage, dass das Zeichen 8 unten ist.
"	"	0	—	—	—	3212	3504	—	Zeichen 8 oben.
"	"	252554	+ 1752 (+ 2480)	—	—	—	—	Bruch	1887.
Nr. 9, Flacheisen der Tab. XXI Heft XIII.	□ 1,02 × 1,02	0	—	—	—	1678	2397	—	Biegungsebene    Schichtung
"	"	335580	+ 1650 (+ 2330)	$\frac{1}{6}$	—	1918	2397	—	Biegungsebene ⊥ Schichtung
"	"	1'429944	"	$\frac{1}{3}$	—	2038	2397	—	— desgl.
"	"	1'885549	"	—	—	—	—	Bruch	1886—1887.
Nr. 10 desgl.	□ 1,035 × 1,02	0	—	—	1,714	1534	1888	—	—
"	"	335580	+ 1190 (+ 1680)	$\frac{1}{8}$	1,764	1888	2124	—	Elasticitätsgrenze unsicher.
"	"	1'429944	"	$\frac{1}{3}$	1,750	1947	2242	—	—
"	"	3'123472	"	$1\frac{1}{2}$	1,750	2006	2360	—	—
"	"	5'991915	"	$\frac{7}{8}$	1,750	2006	2360	—	—
"	"	9'939251	"	$\frac{1}{4}$	1,729	2006	2360	—	—
"	"	14'900264	"	$\frac{1}{3}$	1,748	2006	2360	—	—
"	"	weitere: 4'489680	+ 1400 (+ 1980)	1	1,742	1849	2124	—	Elasticitätsgrenze entschieden gefallen.
"	"	7'704922	"	$1\frac{1}{8}$	1,733	1947	2242	—	Elasticitätsgrenze entschieden gestiegen.
"	"	11'358762	"	$3\frac{1}{8}$	1,721	2006	2242	—	—
"	"	weitere: 2'892190	+ 1500 (+ 2120)	2	1,700	2006	2242	—	—
"	"	4'698048	"	—	—	—	—	Bruch	Bruch an einer Walzdalle 1886—1889.
Nr. 11, Flacheisen der Tab. XXII Heft XIII	□ 1,00 × 1,00	0	—	—	1,567	1480	2059	—	—
"	"	335580	+ 1320 (+ 1870)	$\frac{1}{8}$	1,580	2059	2317	—	—
"	"	1'429944	"	$\frac{1}{3}$	1,574	2317	2445	—	—
"	"	3'123472	"	$1\frac{1}{2}$	1,590	2317	2574	—	—
"	"	5'991915	"	$1\frac{1}{2}$	1,582	2317	2574	—	—
"	"	9'939251	"	$\frac{1}{4}$	1,566	2317	2574	—	—
"	"	14'900264	"	$1\frac{1}{3}$	1,570	2445	2574	—	—
"	"	weitere: 4'489680	+ 1520 (+ 2150)	$1\frac{1}{6}$	1,590	2190	2574	—	—
"	"	7'704922	"	$2\frac{2}{3}$	1,591	1930	2574	—	Elasticitätsgrenze entschieden gefallen.
"	"	11'358762	"	4	1,589	2317	2574	—	—
"	"	weitere: 2'892190	+ 1650 (+ 2330)	2	1,580	2445	2574	—	—
"	"	10'001225	"	$1\frac{1}{2}$	1,589	1995	2317	—	—
"	"	weitere: 5'105192	+ 1520 (+ 2150)	$1\frac{1}{2}$	1,568	2188	2574	—	—
"	"	weitere: 2'427476	+ 1650 (+ 2330)	—	—	—	—	Bruch	18. Dec. 1886—7. Juli 1890.
No. 12, Achse aus Tho- masstahl der Tab. XXIII Heft XIII.	⊙ d = 1,28	822120	+ 1600	$1\frac{1}{2}$	3,822	3750	4500	—	Der Stab wurde bei den Prü- fungen mit ruhender Last stets so eingespannt, dass eine daran befindliche Marke nach oben hin stand.
"	"	3'690563	"	$1\frac{1}{2}$	3,700	2906	4124	—	—
"	"	7'637899	"	$\frac{1}{3}$	3,703	3937	4500	—	—
"	"	12'598812	"	$1\frac{1}{3}$	3,687	4125	4500	—	—

Stab-Nr. und Material	Querschnitt em	Nach An- strengungen	Zwischen den Gren- zen at	Nach Ruhe- tagen	Elastic- Modul P at a	Elast. Grenze at	Maxim. Belastg. dabei at	Ob Bruch unter wechselnd Belastung	Bemerkungen
Nr. 12	„	weitere 4'489680	+ 2000	1	3,644	4312	4500	—	—
„	„	7'704922	„	1 $\frac{1}{6}$	3,692	4125	4500	—	—
„	„	11'358762	„	3 $\frac{1}{2}$	3,688	4125	4500	—	—
„	„	weitere 2'892190	+ 2400	2	3,678	4031	4500	—	—
„	„	10'001225	„	1 $\frac{1}{2}$	3,715	3093	3750	—	—
„	„	15'106417	„	1 $\frac{1}{2}$	3,708	3093	3750	—	Ausser Betrieb gesetzt am 1. Mai 1890.
Nr. 13 desgl.	○ d = 1,28	0	—	—	3,337	3415	4246	—	—
„	„	3'928505	+ 1800	1 $\frac{1}{2}$	3,336	4246	4430	—	—
„	„	8'889518	„	1 $\frac{1}{2}$	3,341	3415	4430	—	—
„	„	13'379198	„	1 $\frac{1}{2}$	3,360	3046	4430	—	—
„	„	16,594440	„	1 $\frac{1}{2}$	3,351	4061	4430	—	Elasticitätsgrenze entschieden gestiegen.
„	„	20'248280	„	3 $\frac{2}{3}$	3,354 bis 3,333	3600 bis 4618	4800	—	—
„	„	weitere 2'892190	+ 2200	1 $\frac{2}{3}$	3,439	4430	4800	—	—
„	„	10'001225	„	1 $\frac{5}{6}$	3,340	2954	3692	—	—
„	„	15'106417	„	1 $\frac{3}{4}$	3,344	2954	3692	—	—
„	„	weitere 3'122387	+ 2600	1 $\frac{1}{6}$	3,333	2954	3692	—	—
„	„	8'275371	„	1 $\frac{1}{2}$	3,337	3138	3692	—	—
„	„	weitere 7'442197	+ 2800	1 $\frac{1}{6}$	3,294	3138	3692	—	—
„	„	10'450941	„	1 $\frac{1}{2}$	3,354	3064	3692	—	—
„	„	weitere 4'177840	+ 3000	1	3,308	3138	3692	—	—
„	„	5'264010	„	—	—	—	—	Bruch	22. Juni 1887—17. März 1892.
Nr. 14, Schiene aus Thomasstahl der Tab. XXIV, Heft XIII.	○ d = 1,265	4'961013	+ 1480	1 $\frac{1}{2}$	2,558	3460	4110	—	—
„	„	9'450693	„	1 $\frac{1}{2}$	2,560	4111	4327	—	—
„	„	12'665935	„	1 $\frac{1}{6}$	2,553	4327	4543	—	Elasticitätsgrenze entschieden gestiegen.
„	„	16'319755	„	3 $\frac{2}{3}$	2,553	4327	4760	—	—
„	„	weitere: 2'892190	+ 2100	1 $\frac{2}{3}$	2,532	3894	4760	—	—
„	„	10'001225	„	1	2,558	3462	4327	—	—
„	„	15'106417	„	1 $\frac{2}{3}$	2,559	2704	3462	—	Ausser Betrieb gesetzt am 1. Mai 1890.
Nr. 15, desgl.	○ d = 1,28	3'830693	+ 1700	1 $\frac{1}{3}$	2,690	4018	4327	—	—
„	„	7'045935	„	1 $\frac{5}{6}$	2,694	4533	4739	—	Elasticitätsgrenze entschieden gestiegen.
„	„	10'699775	„	1 $\frac{2}{3}$	2,684	4739	4945	—	—
„	„	weitere: 2'892190	+ 1900	1 $\frac{5}{6}$	2,678	3915	4945	—	—
„	„	10'001225	„	1 $\frac{5}{6}$	2,684	2885	3297	—	—
„	„	15'106417	„	1 $\frac{7}{8}$	2,676	3091	3709	—	—
„	„	weitere: 3'122387	+ 2300	1 $\frac{1}{2}$	2,664	3400	3709	—	—
„	„	8'275371	„	1 $\frac{1}{2}$	2,661	3812	3915	—	—
„	„	weitere: 7'442197	+ 2500	1 $\frac{1}{2}$	2,672	2679	3297	—	—
„	„	10'450941	„	1 $\frac{1}{2}$	2,690	2885	4122	—	—
„	„	weitere: 4'177840	+ 2800	1	2,667	2885	4122	—	Elasticitätsgrenze mehr abge- rundet, gehoben.
„	„	7'727856	„	1 $\frac{1}{2}$	2,672	3091	4121	—	Elasticitätsgrenze sicher ge- hoben.
„	„	12'732824	„	1 $\frac{1}{2}$	?	?	4121	—	Sehr unregelmässiger Gang.
„	„	15'491819	„	1 $\frac{1}{6}$	2,676	3091	4121	—	Elasticitätsgrenze unveränd.
„	„	weitere: 5'389849	+ 3000	1 $\frac{1}{4}$	2,64	3400	4121	—	—
„	„	7'375377	„	—	—	—	—	Bruch	18. April 1888—23. Sept. 1893.

Stab-Nr. und Material	Querschnitt cm	Nach An- strengungen	Zwischen den Gren- zen at	Nach Ruhe- tagen	Elastic- Modul P at a	Elast. Grenze at	Maxim. Belastg. dabei at	Ob Bruch unter wechselnd. Belastung	Bemerkungen
Nr. 16, Kesselblech aus Thomasflusseisen, Tab. XXV von Heft XIII.	□ 1,15 × 1,17	0	—	—	2,961	1918	3335	—	—
„	„	2'451947	+ 1320 (+ 1870)	1	2,944	2418	2668	—	—
„	„	7'557139	„	1 $\frac{7}{8}$	2,958	2251	2668	—	—
„	„	10'679516	„	1 $\frac{5}{8}$	2,938	2251	2668	—	—
„	„	1'175096 weitere:	+ 1400 (+ 1980)	—	—	—	—	Bruch	21. Sept. 1889—4. Sept. 1890.
Nr. 17, dsogl.	□ 1,16 × 1,16	924071	+ 1500 (+ 2120)	—	—	—	—	Bruch	Im Mai 1890.

Aus diesen Versuchen lässt sich ein Schluss über den wahren Werth von  $\sigma$  (der Schwingungsfestigkeit nach der Bezeichnung von Weyrauch) ziehen. Dabei muss indessen immer noch eine gewisse Schätzung vorgenommen werden, namentlich auch mit Rücksicht darauf, dass bei einzelnen Stäben Fehlstellen im Bruch vorkamen. Es ist mir daher sehr angenehm, dass sich ein Blättchen vorfand, auf dem Bauschinger selbst eine Zusammenstellung der Versuchsergebnisse auf Grund einer solchen von ihm selbst herrührenden Abschätzung gemacht hat. Das Blättchen hat die Ueberschrift „Verzeichniss derjenigen auf wiederholten Zug geprüften Stäbchen, welche aus gleichem Material sind, welches auch auf wiederholte Biegung geprüft wurde“. Bauschinger setzt hier:

- 1) für das Schweisseisen der Tabelle XIX, Heft XIII  
 $\alpha = 2000, \alpha_0 = 3480, \sigma_r = \pm 1090, \sigma_b = \pm 1250 (\pm 1770)$
- 2) für das Flusseisen der Tabelle XX  
 $\alpha = 2400, \alpha_0 = 4360, \sigma_r = \pm 1300, \sigma_b = \pm 1400 (\pm 1980)$
- 3) für das 80/10 mm Flacheisen der Tabelle XXI  
 $\alpha = 2200, \alpha_0 = 4050, \sigma_r = \pm 1190, \sigma_b = \pm 1400 (\pm 1980)$
- 4) für das 40/10 mm Flacheisen der Tabelle XXII  
 $\alpha = 2400, \alpha_0 = 4020, \sigma_r = \pm 1320, \sigma_b = \pm 1600 (\pm 2260)$
- 5) für die Achswelle aus Thomasstahl der Tabelle XXIII  
 $\alpha = 3000, \alpha_0 = 6120, \sigma_r = \pm 1600, \sigma_b = \pm 3000$
- 6) für die Eisenbahnschienen aus Thomasstahl d. Tab. XXIV  
 $\alpha = 2800, \alpha_0 = 5940, \sigma_r = \pm 1480, \sigma_b = \pm 2800$
- 7) für das Kesselblech aus Thomasflusseisen d. Tab. XXV  
 $\alpha = 2400, \alpha_0 = 4050, \sigma_r = \pm 1320, \sigma_b = \pm 1350 (\pm 1900)$

Hierin bedeutet überall  $\alpha$  die auf S. 40—42 von Heft XIII ermittelte „Ursprungfestigkeit“, d. h. jene Spannung, die im Wechsel mit dem spannungslosen Zustand beliebig oft ertragen werden kann,  $\alpha_0$  die durch einen einfachen Zugversuch ermittelte „Tragfestigkeit“, d. h. die Zugfestigkeit für constante Last,  $\sigma_r$  den auf S. 47 bis 48 in Heft XIII nach der Gerber'schen Parabel berechneten und  $\sigma_b$  den nach den Beobachtungen in Tabelle 4 festgestellten Werth der „Schwingungsfestigkeit“. In Bezug auf die Vierkantstäbe ist dabei die schon vorher

gemachte Bemerkung zu beachten, wonach die in Klammern beigefügten Werthe von  $\sigma_b$ , wie auch schon aus dem übereinstimmenden Verhalten der Rundstäbe zu schliessen ist, massgebend sind. Auch Bauschinger hat sie als die massgebenden anerkannt, wie aus folgender Bemerkung hervorgeht.

Auf Seite 235 der vorher angeführten Veröffentlichung des Frankfurter Vortrags in den Verbandsmittheilungen hat nämlich Bauschinger für die 7 von ihm untersuchten Materialien die Gerber'sche Parabel auf Grund der ihm damals bekannten Werthe von  $\alpha$  und  $\alpha_0$  verzeichnet. In das zur Handbibliothek des Laboratoriums gehörige Exemplar dieser Veröffentlichung hat er nachträglich die beobachteten Werthe  $\sigma_b$  in Bleistift eingetragen. Die drei Punkte, die durch  $\alpha, \alpha_0$  und  $\sigma_b$  bestimmt sind, sollten nach der Gerber'schen Formel auf einem Parabelbogen liegen, der der Abscissenachse die concave Seite zukehrt. In der That ist aber ein Kreis- oder Parabelbogen, den man durch diese 3 Punkte legt, in allen 7 Fällen convex gegen die Abscissenachse gekrümmt. Bauschinger war sich daher offenbar vollständig klar darüber geworden, dass das Parabelgesetz durch seine Versuche widerlegt ist; leider findet sich nirgends eine Andeutung darüber, was er etwa dafür an die Stelle zu setzen gedachte. Es mag damit, dass er hierüber unschlüssig war, vielleicht auch damit, dass sich seine früher mit grosser Hoffnung ausgesprochenen Erwartungen nicht bestätigten, zusammenhängen, dass er so lange mit einer Bekanntgabe der in seinen letzten Lebensjahren gefundenen Resultate zögerte. Jedenfalls müssen wir ihm aber sehr dankbar sein, dass er diese wichtige Versuchsreihe, so wenig willkommen ihm auch zunächst ihre Ergebnisse gewesen sein mögen, mit zäher Ausdauer zu Ende geführt hat.

Hieran schliesst sich am besten eine andere Versuchsreihe, die für ein echtes Material in ganz ähnlicher Weise durchgeführt wurde. Bei der Aufstellung der zweiten Maschine waren 6 Stäbe, die aus einer „Rundeisenstange“ (die nach den Festigkeitsversuchen in Tabelle 9

anscheinend aus Flusseisen bestand) geschnitten waren, mit geliefert worden. Mit diesen 6 Stäben, von denen 4 zum Bruch gebracht wurden, begann die Maschine am 20. Oktober 1886 zu laufen. Aus diesen Stäben bzw. ihren Bruchstücken wurden dann später 3 Stäbe für wiederholten Zug, 2 für Prüfung auf Zugfestigkeit bei ruhender Belastung und ein Cylinder zur Ermittlung der Druckfestigkeit entnommen.

Die Ergebnisse der Prüfung in den beiden Wöhler'schen Maschinen sind in den Tabellen 5 und 6 zusammengestellt. Die Prüfung mit ruhender Belastung ergab für die Probestücke aus den Stäben der Tabelle 5:

Nr.	Elasticitäts-Modul	Elasticit.-Grenze	Streck.-Grenze	Zugfestigkeit	Contraction	Dehnung auf 18 cm Länge
3	2'180,000	1285	1960	3320	43 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	21,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
5	2'180,000	1620	2100	3380	52 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	23,2 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>

Für den aus Stab Nr. 1 hergestellten Cylinder von 2,11 cm Durchmesser und 3,22 cm. Höhe, der auf ruhende Druckbelastung geprüft wurde, ergab sich die Quetschgrenze zu 2300 at und die Druckfestigkeit nach der Bauschinger'schen Bestimmung zu  $\beta_0 = \text{cca } 9000 \text{ atm.}$

Bauschinger stellt schliesslich die charakteristischen Ziffern für dieses achte Material wie folgt zusammen:

8)  $\alpha = 2200, \alpha_0 = 3350, \sigma_r = \pm 1400, \sigma_b = \pm 1600, \beta_0 = 9000.$

Die den Werthen von  $\alpha, \alpha_0$  und  $\sigma_b$  entsprechenden 3 Punkte in dem nach Gerbers Art aufgetragenen Bild liegen hier ungefähr auf einer Geraden. Dieses Ergebniss nähert sich also wieder mehr den früher von Wöhler erhaltenen Zahlenwerthen.

**Tabelle V.**

Sechs Rundstäbe aus der „Rundeisenstange“ geprüft auf  $\pm$  Anstrengung in der zweiten Maschine.

Stab No.	Querschnitt cm	Nach Anstrengungen	Zwischen d. Grenzen at	Nach Ruhetagen	Elastic.-Modul $\frac{P}{a}$ at	Elastic.-Grenze at	Maximal-Belast. dabei at.	Ob Bruch unt. wechs. Belastung	Bemerkungen.
1.	○ d = 2,49	0	—	—	88,9	1623	1985	—	—
„	„	500031	$\pm 1623$	$\frac{1}{6}$	90,6	1740	2320	—	—
„	„	1'423907	„	—	—	—	—	Einriss	—
„	„	1'426747	„	—	—	—	—	(Bruch)	Ausgespannt und von Hand abgebrochen.
2.	○ d = 2,49	0	—	—	—	1624	2711	—	—
„	„	500031	$\pm 1400$	$\frac{1}{6}$	—	1667	2320	—	—
„	„	1'426747	„	$\frac{1}{4}$	—	1740	2030	—	—
„	„	2'135954	„	$\frac{1}{5}$	—	1855(?)	2320	—	Das Fragezeichen rührt von Bauschinger her.
„	„	3'230318	„	$\frac{1}{5}$	—	1812	2320	—	—
„	„	4'923846	„	$1\frac{1}{2}$	—	1812	2320	—	—
„	„	weitere	—	—	—	—	—	—	—
„	„	2'868443	$\pm 1700$	$\frac{1}{6}$	—	1957	2320	—	—
„	„	2'881189	„	—	—	—	—	Bruch	Einriss.
3.	○ d = 2,48	0	—	—	—	2161	2454	—	Elasticitätsgrenze unsicher.
„	„	500031	$\pm 1620$	$\frac{1}{5}$	—	1764	2352	—	—
„	„	1'426747	„	$\frac{1}{3}$	—	1764	2058	—	—
„	„	2'135954	„	$\frac{1}{5}$	—	1691	2352	—	—
„	„	3'230318	„	$\frac{1}{4}$	—	1691	2352	—	—
„	„	4'923846	„	$1\frac{1}{2}$	—	1838	2352	—	—
„	„	7'792289	„	$\frac{1}{6}$	—	1691	2352	—	—
„	„	11'739625	„	1	—	1911	2352	—	Ausser Betrieb gesetzt
4.	○ d = 2,48	0	—	—	—	2308	2748	—	Elasticitätsgrenze unsicher.
„	„	500031	$\pm 1900$	$\frac{1}{8}$	—	2058	2352	—	desgl.
„	„	1'337371	„	—	—	—	—	Bruch	—
5.	○ d = 2,48	0	—	—	—	2160	2453	—	—
„	„	500031	$\pm 1200$	$\frac{1}{2}$	—	1544	1911	—	—
„	„	1'426747	„	$\frac{1}{6}$	—	1544	2058	—	—
„	„	2'135954	„	$\frac{1}{6}$	—	1837	2352	—	—
„	„	3'230318	„	$\frac{1}{4}$	—	1837	2352	—	—
„	„	3'695802	„	—	—	2058	2352	—	Ausgespannt
6.	○ d = 2,48	0	—	—	—	2305	2745	—	—
„	„	316077	$\pm 2305$	—	—	—	—	Bruch	—

Tabelle VI.

Drei Rundstäbchen auf wiederholten Zug in der ersten Maschine geprüft, die aus den Stäben der vorigen Tabelle hergestellt waren.

Stab No. und Herkunft	Durchmess. cm	Nach Anstrengungen	Zwischen d. Grenzen at	Nach Ruhetagen	Elasticitätsmodul at	Elastic-Grenze at.	Streckgrenze at	Maximalbelastung dabei at	Zugfestigkeit at	Querschn.-Contr. Proc.	Dehnung auf 15 cm Länge Proc.	Ob Bruch b. wechs. Anstrengung	Bemerkungen
Nr. 105 aus Nr. 1 der Tab. 5	1,15	2'508286	0—2500	—	—	—	—	—	—	—	—	Bruch	—
Nr. 106 aus Nr. 4 der Tab. 5	1,28	4'610126	0—2000	$\frac{1}{2}$	2'150000	1780	—	1860	—	—	—	—	—
„	„	8'120765	„	$\frac{1}{2}$	2'090000	1480	1940	1940	—	—	—	—	—
„	„	13'360173	„	2	2'090000	1900	1970	—	3220	56	23,8	—	—
Nr. 107 aus Nr. 6 der Tab. 5	1,40	4'610126	0—1600	$\frac{3}{4}$	2'200000	1820	—	1940	—	—	—	—	Mit 1940 schon etwas gestreckt.
„	„	8'120765	„	$\frac{1}{2}$	2'205000	1750	1880	1880	—	—	—	—	—
„	„	13'360173	„	$3\frac{3}{4}$	2'190000	1950	2010	—	3310	52	25,0	—	—

Eine andere Versuchsreihe, die mit zwei von den vorigen verschiedenen Materialien (einem Schweisseisen und einem Flusseisen) angestellt wurde, hatte den Zweck, das elastische Verhalten von Stäben miteinander zu vergleichen, die zuvor längere Zeit entweder zwischen 0 und einer oberen Spannungsgrenze oder dauernd mit der glei-

chen Spannung angestrengt worden waren. Sie ist also verwandt mit jener, über die schon in den Tabellen 2 und 3 berichtet wurde. Eindeutige Resultate, die eine besondere Hervorhebung erforderten, sind dabei, soweit ich sehe, nicht erlangt worden. Ich lasse daher die Tab. 7 u. 8, die davon handeln, ohne weitere Bemerkungen folgen.

Tabelle VII.

Acht Vierkantstäbchen aus einer 40/10 mm Schweisseisenflachstange L. Nr. 4011 theils auf wiederholte, theils auf dauernde Zuganstrengung geprüft.

Stab-Nr.	Querschnitt cm	Geprüft vom ... bis ... 1891	Zahl der Anstreng.	Spanngen. at.	nach Ruhetagen	Elasticitäts-Modul at	Elasticitäts-grenze at	Streck-grenze at	Zugfestig-keit at	Contraction Proc.	Dehnung		Bemerkungen
											von ursprüngh. om	Betrag Proc.	
110	1,01 × 1,02	10. Jan.—6. Fbr.	1'000000	0—2000	$\frac{1}{4}$	2'020000	1940	2530	3640	27	15	16,8	—
111	1,01 × 1,02	„	ruhend	2000	$\frac{1}{4}$	2'060000	2040	2620	3480	21	15	9,4	Fehler im Bruch
112	1,02 × 1,02	10. Jan.—13. Aug.	8'147957	0—2000	$\frac{1}{2}$	2'156000	1910	2790	3870	24	15	17,5	—
113	1,01 × 1,02	„	ruhend	2000	$\frac{1}{2}$	2'160000	2320	2910	3790	29	15	15,7	—
116	1,02 × 1,02	9. März—1. Apr.	653269	0—2550	—	—	—	—	—	—	—	—	Bruch d. wechs. Belastung
117	1,02 × 1,02	„	ruhend	2550	—	1'940000	2310	3190	3880	15	14,2	33	Längs d. Stabes an d. ein. Oberfläche. e. schlecht geschweisste Schichte
118	1,02 × 1,02	9. Apr.—4. Mai	903807	0—2550	—	—	—	—	—	—	—	—	Bruch d. wechs. Belastung
119	1,02 × 1,02	9. Apr.—6. Mai	ruhend	2550	—	1'990000	2500	2600	3700	27	15	11,3	—

Tabelle VIII.

Zehn Vierkantstäbchen aus einer Flusseisenstange L. Nr. 4012, wie die vorigen geprüft.

114	1,00 × 0,98	7. Fbr.—5. März	1'000000	0—2700	$\frac{1}{4}$	2'217000	1630	2750	4130	65	15	24,2	—
115	1,00 × 0,98	„	ruhend	2700	$\frac{1}{4}$	2'166000	3610	3800	4630	63	15	19,5	—
120	0,97 × 0,98	12. Mai—9. Juni	1'000000	0—2700	$1\frac{1}{2}$	2'210000	2800	2840	4160	70	15	26,7	—
121	0,98 × 0,97	„	ruhend	2700	$1\frac{1}{2}$	2'120000	2210	2630	4160	70	15	25,3	—
122	0,96 × 0,97	11. Juni—18. Spt.	4'000000	0—2700	$4\frac{1}{4}$	2'050000	2580	2690	4030	68	15	23,9	—
123	0,98 × 0,97	„	ruhend	2700	$4\frac{1}{4}$	2'110000	2630	2840	4050	72	15	24,0	—
124	0,97 × 0,97	13. Aug.—9. Spt.	1'000000	0—2700	6	2'270000	1810	2660	4150	70	15	21,2	—
125	1,00 × 0,97	„	ruhend	2700	6	2'180000	2470	2890	4230	69	15	23,7	—
126	0,97 × 0,97	21. Spt.—11. Fbr. 1892	4'977368	0—2700	$\frac{1}{2}$	—	—	—	—	—	—	—	Abgerundet, k. Elastic.-Grenze.
127	0,97 × 1,00	bis 11. Mai 1892	8'256449	„	$2\frac{3}{4}$	2'200000	2550	2870	4200	66	15	25,7	—
„	„	21. Spt.—11. Fbr. 1892	ruhend	2700	—	„	—	—	—	—	—	—	Sehr unregelm.
„	„	bis 11. Mai 1892	„	„	—	2'230000	2000	3000	4310	65,5	15	20,3	—

Ein grösseres Interesse nimmt eine Versuchsreihe in Anspruch, die in der Absicht unternommen wurde, den Einfluss plötzlicher Querschnittsänderungen festzustellen. Die dazu dienenden Stäbe wurden zwei Flachstangen aus Schweisseisen und aus Flusseisen entnommen, die bei den übrigen Versuchen nicht wieder vorkommen. Zuerst wurde eine Anzahl unverletzter Stäbe der einfachen Festigkeitsprobe oder wiederholter Zuganstrengung unterworfen und dann wurden die drei letzten Stäbe von jeder Sorte — die natürlich, wie dies Bauschinger stets einzurichten pflegte, in der Stange ursprünglich in der Aufeinanderfolge mit den übrigen abwechselten — mit ringsum laufenden 0,1 bis zu 0,5 mm tiefen Einschnitten versehen und auf wiederholte Zugbeanspruchung geprüft. Abgesehen von 2 Stäben, die nach 10,7 bzw. 14,9 Millionen Anstrengungen trotz der Einschnitte nicht gerissen waren und dann zur Seite gelegt wurden, brachen die mit Einschnitten versehenen Stäbe alle durch den verschwächten Querschnitt. Es lässt sich auch sonst aus den freilich nicht sehr zahlreichen Ziffern entnehmen, dass der Einschnitt in der That eine Erhöhung der Bruchgefahr bedingt, abgesehen natürlich von der Verminderung des Querschnitts,

die bei der Feststellung der Spannungen schon berücksichtigt ist. Um darüber keinen Zweifel aufkommen zu lassen, bemerke ich noch ausdrücklich, dass die ganze Kraft, mit der ein Stab gezogen wurde, gefunden wird, wenn man die in atm. angegebene Spannung mit dem Flächeninhalt des durch die Einschnitte verschwächten Querschnitts multiplicirt.

Freilich ist die Verminderung der Widerstandsfähigkeit durch die Einschnitte nicht so erheblich, als man vielleicht erwartet hätte, obschon diese Schnitte zuletzt bei allen Stäben mit der Laubsäge ausgeführt wurden und scharfe Ränder hatten, während die zuerst angebrachten Feilstriche, unter der Loupe betrachtet, abgerundete Ränder zeigten. Es mag sein, dass die verhältnismässig geringe Abminderung der „Ursprungsfestigkeit“ durch die Einschnitte nur für so weiche Materialgattungen wie die hier untersuchten zutrifft und dass sie sich bei hartem Stahl vielleicht weit deutlicher ausspricht. Indessen ist dies nur eine Vermuthung, für die zwar manche gelegentlichen Erfahrungen zu sprechen scheinen, für die aber aus den Dauerversuchen Bauschingers kein Grund angeführt werden kann.

Tabelle IX.

Neun Vierkantstäbchen aus der Schweisseisenflachstange L. Nr. 3059, von denen die 3 letzten mit Einschnitten versehen waren, für wiederholte Beanspruchung auf Zug.

Stab-Nr.	Querschnitt cm	Nach An- streuungen	Zwischen d. Spannungen at	Nach Ruhe- tagen	Elasticitäts- Modul at	Elasticitäts- Grenze at	Streck- Grenze at	Maximal-Be- lastung dab. at	Zugfestig- keit at	Contraction Proc.	Dehnung		Bemerkungen
											auf Länge cm	Betrag Proc.	
54	1,20 × 1,29	0	—	—	2'050000	2060	2710	—	3420	30	15	16,1	Feinsehnig, fein geschicht. desgl.
54a	1,29 × 2,64	0	—	—	2'080000	1740	2600	—	3410	24	20	18,5	
55	1,20 × 1,01	1'167429	0—2000	2 $\frac{1}{2}$	2'100000	2150	—	2310	—	—	—	—	—
"	"	3'724947	"	1 $\frac{1}{4}$	2'070000	2230	—	2480	—	—	—	—	—
"	"	6'186759	"	2 $\frac{5}{7}$	2'100000	2560	—	2630	—	—	—	—	—
"	"	9'044913	"	1 $\frac{1}{6}$	2'010000	2310	—	2480	—	—	—	—	—
"	"	12'898693	"	1 $\frac{1}{2}$	2'140000	2400	—	—	3600	24	15	14,7	Bruch feinsehnig, aufge- blättert, 1886—1887.
56	1,20 × 0,825	1'167429	0—2500	3	2'200000	1720 (?)	—	2420	—	—	—	—	Elasticitätsgr. unsicher.
"	"	3'724947	"	1	2'120000	2120	—	2420	—	—	—	—	—
"	"	6'186759	"	2 $\frac{2}{3}$	2'180000	2220	—	2420	—	—	—	—	—
"	"	9'044913	"	1 $\frac{1}{4}$	2'080000	2730 (?)	—	2830	—	—	—	—	—
"	"	9'780475	"	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Gebrochen.
57	1,20 × 1,25	0	—	—	2'055000	2000	—	2130	—	—	—	—	1. April 1887.
"	"	0	—	—	2'150000	2400	—	2530	—	—	—	—	13. " "
"	"	0	—	—	2'104000	2530	—	2670	—	—	—	—	16. " "
"	"	0	—	—	2'120000	2530	—	2730	—	—	—	—	21. " " hierauf be- arbeitet (im Querschnitt geschwächt).
"	1,20 × 0,90	4'546295	0—2250	1 $\frac{1}{3}$	1'950000	2220	—	2410	—	—	—	—	—
"	"	8'976488	"	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Gebrochen, 17. Juli 1887. Bruch durch die eine Marke für die Messung und von dieser beein- flusst; zeigt die charak- teristische Form u. einen Fehler (kupferfarb. glän- zende Punkte über eine grössere Fläche hin).

Stab-Nr.	Querschnitt cm	Nach An- strengungen	Zwischen d. Spannungen at	Nach Ruhe- tagen	Elasticitäts- modul at	Elastic- Grenze at	Streck- grenze at	Maximal-Be- lastung dab. at	Zugfestig- keit at	Contraction Proc.	Dehnung auf Länge cm	Betrag Proc.	Bemerkungen
61	1,20 × 0,86	607417	0—2250	—	2'010000	2130	—	2330	—	—	—	—	—
"	"	3'821135	"	—	2'020000	1460	—	2130	—	—	—	—	—
"	"	7'182294	"	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Gebrochen; charakteristi- scher Bruch mit Fehler.
58 (m. Ein- schnitt)	aussen: 1,20 × 1,04 innen: 1,18 × 1,01	3'100426	0—2000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Ursprünglich mit einem seichten, ca. 0,1mm tiefen, ringsum gehenden Feil- strich. Dann daneben ein ungefähr ebenso tiefer Einschnitt mit der Laub- säge gemacht, der scharfe Ränder hat.
"	innen: 1,16 × 1,00	weitere: 1'183446	"	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Gebrochen; Bruch zeigt d. charakt. Form und einen kl. Fehler, um welchen kupferfarbenen glänzende Punkte lagern.
59 (m. Ein- schnitt)	aussen: 1,20 × 1,04 innen: 1,10 × 0,94	277516	0—2000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Mit einem 0,5 mm tief. Laub- sägeeinschnitt. Gebroch. Bruch ohne Fehler, von d. charakt. Form.
60 (m. Ein- schnitt)	aussen: 1,20 × 1,04 innen: 1,18 × 1,02	14'890966	0—2000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Seichter Laubsägeeinschn. Nicht gebr.; ausser Bet- rieb gesetzt, 1887—1889.

Tabelle X.

Neun Vierkantstäbchen aus der Flusseisenstange L. Nr. 3060, von denen die 3 letzten mit Einschnitten versehen waren, für wiederholte Beanspruchung auf Zug.

62	1,42 × 1,28	0	—	—	2'220000	2750	3080	—	4510	67	15	25,4	Ausserordentl. feinkörnig, sehnig mit aufgezogenem Rand.
62 a	1,42 × 2,64	0	—	—	2'200000	2800	2940	—	4430	55	20	27,0	Desgl., Bruchfläche schief.
63	1,42 × 0,64	1'167429	0—2700	3	2'150000	2970	—	3190	—	—	—	—	—
"	"	3'724947	"	1	2'210000	3080	—	3300	—	—	—	—	—
"	"	6'186759	"	2 $\frac{3}{4}$	2'280000	2970	—	3190	—	—	—	—	—
"	"	9'044913	"	2 $\frac{5}{4}$	2'150000	2970	—	3190	—	—	—	—	—
"	"	12'898693	"	2 $\frac{3}{4}$	2'200000	3000	3400	—	4725	64	15	19,5	Bruch s. feinsehnig, Probe- stücke an mehrer. Stellen stark eingezogen. Auffal- lender Weise gerade da, wo die vorher ausgefeilten Schnitte für d. Instrument waren, am dicksten ge- blieben.
64	1,42 × 0,52	1'167429	0—3300	3	2'350000	2700	—	3000	—	—	—	—	—
"	"	3'724947	"	1 $\frac{1}{6}$	2'280000	2840	—	3240	—	—	—	—	—
"	"	6'186759	"	2 $\frac{3}{4}$	2'270000	2570	—	3110	—	—	—	—	—
"	"	7'375860	"	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Gebrochen. Schwarze Feh- lerstelle am Rande des Bruches; charakt. helle, matte Fläche, m. sehr zer- rissener poröser Stelle.
65	1,42 × 1,26	"	—	—	2'230000	2770	—	2790	—	—	—	—	1. April 1887
"	"	"	—	—	2'250000	2905	—	3020	—	—	—	—	13. " "
"	"	"	—	—	2'230000	2900	—	3130	—	—	—	—	16. " "
"	"	"	—	—	2'205000	3130	—	3240	—	—	—	—	21. " " . Hierauf be- arbeitet (der Querschnitt geschwächt).
"	1,42 × 0,58	"	—	—	2'160000	2700	—	3280	—	—	—	—	—
"	"	1'556241	0—3000	2 $\frac{5}{4}$	2'120000	2910	—	3160	—	—	—	—	—
"	"	2,229282	"	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Gebrochen. Bruch durch einen der Einschnitte für Anbringung der Messin- strumente u. sichtlich da- durch beeinflusst; er zeigt die charakt. Form u. ein Fehler.

Stab-Nr.	Querschnitt cm	Nach An- streuungen	Zwischen d. Spannungen at	Nach Ruhe- tagen	Elasticitäts- modul at	Elastic.- grenze at	Streck- grenze at	Maximal-Be- lastung dab.	Zugfestig- keit at	Contraction Proc.	Dehnung auf Länge cm	Betrag Proc.	Bemerkungen
67	1,42 × 0,58	4'546295	0—3000	$\frac{1}{2}$	2'210000	2910	—	3000	—	—	—	—	—
"	"	9'642561	"	$\frac{1}{2}$	2'210000	2910	—	3000	—	—	—	—	—
"	"	12'856279	"	$\frac{1}{2}$	2'140000	2670	—	3000	—	—	—	—	—
"	"	14'363184	"	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Gebrochen. Bruchquer- schnitt zeigt sehr schön d. charakt. ellipt. Zeichn. u. einen Fehler.
66	aussen: 1,42 × 0,67 innen: 1,40 × 0,65	3'100426	0—2700	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Ursprünglich m. e. seichten 0,1 mm tiefen, ringsum gehenden Feilstrich. Hie- rauf ein zweiter Einschn. mit d. Laubsäge daneben angebracht, der scharfe Ränder zeigt.
"	innen: 1,38 × 0,62	weitere: 4'615333	"	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Gebrochen. Bruch zeigt d. charakt. Form und einen Fehler an einer Ecke.
68	aussen: 1,42 × 0,67 innen: 1,40 × 0,65	929006	0—2700	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Laubsäge-Einschnitt. Ge- brochen. Bruch zeigt die charakt. Form und einen Fehler in einer Ecke.
69	aussen: 1,42 × 0,67 innen: 1,40 × 0,65	10'710827	0—2700	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Laubsäge-Einschn. Nicht gebrochen, ausser Betrieb gesetzt, 11. Mai 1889.

Es bleibt uns jetzt nur noch eine Versuchsreihe übrig, die sich auf Schweiss- und auf Flusseisen bezieht und die in den Jahren 1889—1891 zur Durchführung gelangte. Die Stäbchen entstammten: 1. einer Schweisseisenflachstange 36/10 mm L. Nr. 3232, 2. einer Flusseisenstange 36/10 mm von Gebr. Stumm L. Nr. 3233, 3. einer Flusseisenstange 36/10 mm von Peine L. Nr. 3234, sämtlich bezogen aus der Eisenhandlung von Kustermann in München. Auf einem den Beobachtungslisten beigelegten Blatte heisst es:

„Zweck: Es soll bewiesen werden, dass die Erhöhung der Elasticitätsgrenze durch wiederholte Beanspruchung nicht davon herrührt, dass bei der vorhergegangenen Prüfung in der Werder'schen Maschine die Elasticitätsgrenze überschritten worden ist.“

Dazu war es nöthig, eine Anzahl der Stäbchen aus einer Stange, die mit den übrigen abwechselnd lagen, von vornherein einer gewöhnlichen Festigkeitsprobe zu unterwerfen und die anderen zuerst eine gewisse Zahl Zuganstreuungen durchmachen zu lassen, um sie darauf in derselben Weise zu prüfen. Voraussetzung ist dabei, dass die Stäbchen von vornherein alle unter sich gleich seien. Dies war aber zunächst keineswegs der Fall und Bauschinger musste daher nach einem Mittel suchen, um sie erst alle in einen gleichen Zustand zu versetzen, der zum Ausgang genommen werden konnte. Er hat dies,

wie aus dem Folgenden hervorgeht, durch Ausglühen, Gradrichten und Strecken der Stäbe in der That erreicht. Ich kann ihn hier mit seinen eigenen Worten reden lassen:

„Bei der Bestimmung der Elasticitätsgrenze u. s. w. der Stäbchen 3232, a, d und g zeigte aber das Stäbchen g eine erheblich geringere Elasticitäts- und Streckgrenze als a und d. Es müssen daher alle Stäbchen vorher ausgeglüht werden. Um von der Stange L Nr. 3232 wieder 7 Stäbchen zu bekommen, werden von dem noch übrigen Stück drei weitere Stäbchen h, i, k abgeschnitten und hergestellt und dann mit den noch übrigen vier (b, c, e, f) ausgeglüht. Es wird dann an den Stücken b, f und k Elast. Grenze, Streckgrenze und Festigkeit bestimmt und die Stäbchen c, e, h, i, für die Einspannung in die Wöhl'sche Maschine verwendet.“

Hierauf heisst es weiter (später geschrieben):

„Durch das Ausglühen hatten sich aber die meisten Stäbchen verzogen und mussten gerade gerichtet werden, was nur durch Drücken und mit dem Holzhammer geschah, aber doch die Elasticitäts- und die Streckgrenze überschreiten machte, wie die baumförmigen Zeichnungen bewiesen. Dadurch aber wurde die Elasticitätsgrenze der gerade gerichteten Stäbchen ganz herunter geworfen und es blieb daher nichts übrig, als sämtliche

Stäbchen erst in womöglich gleicher Weise (mit gleicher Belastung und gleich viel) zu strecken und dann mehrere Tage liegen zu lassen. Dies geschah am 21. und 22. März (1889) zunächst mit den Stäbchen L. Nr. 3234, a—g und am 29. März wurde für die Stäbchen a, d und g die Elasticitätsgrenze bei 2890—2890—2900 at, also nahezu gleich gefunden. Es konnte daher angenommen werden, dass sie bei den nicht gemessenen Stäbchen 3234, b, c, e, f auch da lag. Diese wurden nun, ohne vorher gemessen worden zu sein, in die Wöhlersche Maschine eingespannt u. s. f.“ (Folgt die Verzeichnung der Stäbe, der Hebel und der Federspannungen.)

Gerade so wurden dann auch die Stäbe aus den beiden anderen Eisenstangen behandelt. — Am Schlusse des Blattes heisst es:

„Resultat:

„Bei 3232 und 3234 wurde die Elasticitäts- und Streckgrenze, sogar auch die Zugfestigkeit erhöht, bei 3233 nicht“.

Ehe die Tabellen folgen, führe ich noch das Ergebniss eines Zugversuchs mit einem von der Stange 3234 später abgeschnittenen Stabe 3234 k an, der nicht in die Ordnungsnummern der zu den Dauerversuchen benutzten Stäbe eingereiht ist. Der Stab war, wie die übrigen aus der gleichen Stange, zuerst ausgeglüht und gerade gerichtet und mit 2730 atm gestreckt worden, blieb aber dann 180 Tage liegen, worauf er abgerissen wurde. Bauschinger fand den Elasticitätsmodul = 2'160,000 at, die Elasticitätsgrenze = 3040 at, die Streckgrenze = 3480 at, die Zugfestigkeit = 4620 at, die Querschnitts-Contraction = 65%, die Dehnung auf ursprünglich 7,5 cm = 24,8%. Diese Zahlen weichen ziemlich erheblich von den Mittelwerthen, für die, abgesehen von der längeren

Ruhepause, ebenso behandelten Stäbe 90, 93 und 96 der Tabelle 13 ab, was freilich nach früheren Erfahrungen nicht besonders überraschen kann.

Ich überlasse es dem Urtheile der Leser, inwiefern der weiter oben bezeichnete Zweck dieser Versuche erreicht wurde und möchte selbst nur die Bemerkung hinzufügen, dass die Ermittlung der Elasticitätsgrenze an und für sich eine gewisse Unsicherheit in sich schliesst. Denkt man sich die Längenänderungen als Abscissen und die zugehörigen Spannungen als Ordinaten aufgetragen, so entspricht der Elasticitätsgrenze (die von Bauschinger immer als Proportionalitätsgrenze aufgefasst wird) der Punkt, in dem sich der gekrümmte Theil der erhaltenen Linie an den geraden Theil berührend anschliesst. Die Bestimmung der genauen Lage eines solchen Berührungspunktes ist aber immer eine unsichere Sache; es ist eine Schätzung dazu erforderlich, die selbst auf Grund einer gegebenen Beobachtungstabelle von verschiedenen Beurtheilern ziemlich abweichend erfolgen kann. Sobald aber kleine Beobachtungsfehler dazu kommen, die noch ganz innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der Messung liegen können, kann die Lage der Elasticitätsgrenze dadurch recht weit verrückt erscheinen. Ich glaube kaum zu weit zu greifen, wenn ich die unvermeidliche Unsicherheit in der Bestimmung der Lage der Elasticitätsgrenze in vielen Fällen bis zu 10% veranschlage. Ich könnte diese Behauptung leicht durch Vorführung von Originaltabellen begründen, glaube aber darauf verzichten zu dürfen, da wohl jeder Experimentator schon ähnliche Erfahrungen gemacht haben wird.

Auf diese Unsicherheit der Bestimmung sind wohl manche anscheinende Widersprüche in den nachfolgenden Tabellen zurückzuführen.

**Tabelle XI.**

Zehn Vierkantstäbchen aus der Schweisseisenstange L. Nr. 3232 nach verschiedener Behandlung auf Elasticität und Festigkeit geprüft.

Nr. des Stabes	Behandlung vorher	Querschnitt cm	Nach Anstrengungen	Zwischen den Spannungen at	Nach Ruhetagen	Elasticitäts-Modul at	Elasticitäts-Grenze at	Streck-Grenze at	Zugfestigkeit at	Contraction Proc.	Dehnung auf 15 cm Länge Proc.	Bemerkungen
70	Nicht ausgeglüht	1,31 × 0,97	0	—	—	2'020000	2360	3000	4060	36	18,4	Feinsehn., fehlerl.
73		1,32 × 0,975	0	—	—	2'056000	2400	3020	4070	37	18,2	desgl.
76		1,25 × 0,97	0	—	—	2'107000	1500	2560	4010	40	16,9	desgl.
71	Ausgeglüht, mit 1870 at gestreckt und 5	1,32 × 0,97	0	—	—	2'030000	1875	2110	3710	41	21,3	Feinsehn., fehlerl., etwas heller in der Farbe als die vorigen.
75	Tage Ruhe	1,305 × 0,97	0	—	—	2'000000	1820	1980	3755	39	23,1	desgl.
79	„	1,25 × 0,97	0	—	—	2'005000	1900	2060	3750	42	26,6	desgl.

Stab-Nr.	Behandlung vorher	Querschnitt cm	Nach Anstrengungen	Zwischen d. Spannungen at	Nach Ruhetagen	Elastic.-Modul at	Elastic.-grenze at	Streckgrenze at	Zugfestigkeit at	Contraction Proc.	Dehn. auf 15 cm Länge Proc.	Bemerkungen.
72	Ausgeglüht und mit 1870 at gestreckt von 10,00 bis 10,03 cm	1,00 × 0,97	500000	0—2000	131	1'990000	2165	2270	3710	39	19,7	—
74	w. d. vorige, gestreckt v. 10,00 bis 10,02 cm	1,00 × 0,97	1'000000	0—2000	126	2'000000	2170	2370	3660	39	20,2	—
77	w. d. vorige, gestreckt v. 10,00 bis 10,03 cm	1,01 × 0,97	2'000000	0—2000	69	1'950000	2250	2450	3830	40	22,1	—
78	w. d. vorige, gestreckt v. 10,00 bis 10,025 cm	1,00 × 0,97	4'000000	0—2000	31	2'000000	1850	2220	3920	39	20,0	—

Tabelle XII.

Zehn Vierkantstäbchen aus der Flusseisenstange L. Nr. 3233 nach verschiedener Behandlung auf Elasticität und Festigkeit geprüft.

80	Ausgeglüht u. gerade gerichtet	1,19 × 0,97	0	—	—	2'060000	1310	2160	4440	67	25,7	—	
86	desgl.	1,09 × 0,975	0	—	—	—	—	—	4340	65	23,3	Elasticitätsgrenze ganz heruntergeworfen.	
83	Ausgeglüht und nicht gerichtet	1,15 × 0,97	0	—	—	2'194000	2410	2680	4420	67	25,6	—	
81	Ausgeglüht, gerade gerichtet, und gestreckt mit 2420 at von 10,00 cm bis	10,035	1,015 × 0,975	0	—	2'146000	2525	2630	4390	66	22,4	—	
85		10,06	1,00 × 0,98	0	—	2'125000	2450	2450	4290	64	24,4	—	
89		10,045	1,00 × 0,98	0	—	2'145000	2550	2600	4440	67	26,2	Enthält noch eine zweite eingeschnürte Stelle.	
82		10,03	1,00 × 0,98	500000	0—2500	34	2'130000	2450	2600	4290	65	21,9	—
84		10,04	1,00 × 0,98	1'000000	„	46	2'110000	2450	2550	4230	67	24,7	—
87	10,03	0,98 × 0,87	2'000000	„	23	2'120000	2350	2590	4180	68	22,5	—	
88	10,03	1,01 × 0,98	4'000000	„	29	2'110000	2420	2580	4290	66	22,0	—	

Tabelle XIII.

Neun Vierkantstäbchen aus der Flusseisenstange L. Nr. 3234, alle zuvor ausgeglüht, gerade gerichtet und gestreckt mit 2730 at, entweder sofort oder nach einer Anzahl Zuganstrengungen auf Elasticität und Festigkeit geprüft.

Stab-Nr.	Querschnitt cm	Nach An- strengungen	Zwischen d. Spannungen at	Nach Ruhe- tagen	Elastic.- Modul at	Elastic.- grenze at	Streck- grenze at	Zugfestig- keit at	Contraction Proc.	Dehn. auf 15 cm Länge Proc.	Bemerkungen
90	1,23 × 0,98	0	—	—	2'206000	2890	3000	4210	70,5	25,0	—
93	1,265 × 0,98	0	—	—	2'208000	2900	3100	4230	67	26,4	—
96	1,255 × 0,98	0	—	—	2'230000	2890	3000	4190	69	23,9	—
91	0,98 × 0,99	500000	0—2500	161	2'150000	2990	3300	4380	66,5	21,1	—
92	0,99 × 0,98	1'000000	„	142	2'150000	3230	3330	4370	67	21,0	—
94	1,00 × 0,98	2'000000	„	119	2'120000	3090	3350	4480	65	20,0	—
95	1,00 × 0,98	4'000000	„	69	2'150000	3200	3300	4480	67	20,4	—
108	1,00 × 0,97	5'931546	0—2500	$\frac{5}{3 \cdot 4}$	2'160000	3200	—	—	—	—	Maximalbelastung dabei 3420 at.
„	„	11'170954	„	$3\frac{1}{6}$	2'120000	3200	3240	4330	67	21,3	—
109	1,00 × 0,90	5'641933	0—2700	$\frac{1}{4}$	2'100000	2750	3330	—	—	—	Maximalbelastung dabei 3330 at.
„	„	10'881341	„	3	2'090000	2750	3330	4280	69	22,5	—

Die bis dahin mitgetheilten Versuchsergebnisse sind — wenigstens meiner Schätzung nach — weitaus die wichtigsten. Ehe ich weiter gehe, möchte ich noch meiner Ansicht darüber Ausdruck geben, auf welche Art diese Versuche am besten weiterzuführen wären. Es scheint mir besonders darauf anzukommen, dass für eine möglichst grosse Zahl der heute gebrauchten Eisensorten neben der „Tragfestigkeit“ ( $\alpha_0$ ) auch die „Ursprungsfestigkeit“ ( $\alpha$ ) und die „Schwingungsfestigkeit“ ( $\sigma$ ) ermittelt würden. Mit Hilfe etwa der Launhardt'schen und Weyrauch'schen, vielleicht auch der Winkler'schen Interpolationsformeln liesse sich dann — da sich die Gerber'sche Formel nach den Bauschinger'schen Versuchen nicht bewährt hat — mit hinreichender Genauigkeit die zulässige Inanspruchnahme für alle in der Praxis vorkommenden Fälle bemessen.

Freilich dürfte man sich dabei nicht auf die Versuchsanstalten allein verlassen. Um eine breite Unterlage zu gewinnen, wäre es nöthig, dass sich daran auch die grossen Hütten, Werkstätten, Brückenbauanstalten u. s. w. beteiligten. So gut diese jetzt allenthalben Festigkeitsmaschinen zur Ermittlung des einen der drei hier in Frage kommenden Werthe in Betrieb haben, sollten sie auch Maschinen für Dauerversuche aufstellen, um von Zeit zu Zeit für einzelne Proben der verwendeten Eisensorten die anderen beiden Festigkeitswerthe zu ermitteln. Erst wenn sich dieser Gebrauch allgemein einbürgerte, dürfte man hoffen, ein hinreichend umfassendes Bild von den Festigkeitseigenschaften der verschiedenen Eisensorten zu erhalten. Es ist auch nicht mehr als billig, wenn man verlangt, dass jene Kreise, die an der Erforschung dieser Eigenschaften in erster Linie interessirt sind und dabei über weit grössere Mittel verfügen, als sie wenig-

stens dem hiesigen Laboratorium zu Gebote stehen, die dazu nöthigen Opfer bringen. Den ersten Anstoss dazu könnten die grossen Abnehmer der Eisenwerke, also z. B. die Eisenbahnverwaltungen geben, wenn sie verlangten, dass in einzelnen Fällen ausser den jetzt schon vorgeschriebenen auch noch Ausweise über die Ursprungsfestigkeit und Schwingungsfestigkeit erbracht würden. Die Versuchsmethoden sind jetzt hinreichend erprobt, um sie den Weg aus dem für wissenschaftliche Zwecke eingerichteten Laboratorium in die Werkstätten der Industrie machen zu lassen.

Die noch ausstehenden Versuchsreihen beziehen sich auf zwei Sorten Gusseisen und auf Steine. Hier besteht natürlich von vornherein die Schwierigkeit der Ungleichmässigkeit des Materials. In der That ist die Versuchsreihe über das Verhalten der einen Gusseisensorte nur wenig brauchbar, da fast jeder Bruch einen Gussfehler aufwies und bei der anderen Gusseisensorte, die nur 7 Versuchsstücke umfasst, ist es leider nicht viel besser. Vielleicht würde Bauschinger unter diesen Umständen von der Veröffentlichung dieser Versuchsreihen ganz abgesehen haben; ich selbst habe aber kein Recht dazu, sie aus diesem Grunde zurückzuhalten, betrachte mich vielmehr für verpflichtet, bei dieser Gelegenheit alle Dauerversuche ohne jede Auswahl zu veröffentlichen, die überhaupt von Bauschinger in seinen letzten 7 oder 8 Lebensjahren vorgenommen wurden.

Zu Tabelle 16 bemerke ich noch, dass ein Gusseisenstab aus demselben Material frisch geprüft eine Zugfestigkeit von 2000 atm ergab. Eine Elasticitätsgrenze bestand nicht, vielmehr sank der „Elasticitätsmodul“ stetig von 1'230,000 atm bei niederer Beanspruchung auf 795,000 atm für die Belastungsstufe von 980 bis 1120 at.

**Tabelle XIV.**

Elf Gusseisen-Rundstäbchen L. Nr. 4262 auf wiederholten Zug geprüft.

Stab-Nr.	Querschnitt cm	Nach An- strengungen	Zwischen d. Spannungen at	Nach Ruhe- tagen	Elasticitäts- modul at	Elastic- grenze at	Maximal-Be- lastung dab. at	Zugfestig- keit at	Bemerkungen
Nicht ein- gereiht, L. Nr. 4262a	d = 1,33	0	—	—	1'456000	—	—	2260	Ueber d. Bruchfläche ist nichts bemerkt.
128	d = 1,33	531	0—1730	—	—	—	—	—	Gebrochen; Fehler im Bruch.
129	1,33	7374	0—1150	—	—	—	—	—	Gebrochen; Fehler im Bruch.
130	1,33	1325	0—1730	—	—	—	—	—	Gebrochen; Fehler im Bruch.
131	1,33	105489	0—1440	—	—	—	—	—	Gebrochen; Fehler im Bruch.
132	1,33	1'167118	0—1150	$\frac{1}{2}$	—	—	1150	—	Keine eigentliche Elasticitätsgrenze, Differenzen nur wenig wachsend, von 104—110.
„	„	2'334623	„	$\frac{1}{1\frac{1}{2}}$	—	—	1440	—	Ueber 1150 at wachsen Diff. schnell.
„	„	4'100124	„	$\frac{1}{1\frac{1}{2}}$	—	—	1440	—	—
„	„	7'379205	„	$\frac{5}{8}$	1'400000	790	1440	—	—
„	„	12'782695	„	$1\frac{1}{2}$	1'370000	1080	—	>2410	Bruch im grösseren Querschnitt m. grosser Gussblase.
133	„	980222	0—863	—	—	—	—	—	Gebrochen; Fehler im Bruch.
134	„	1'250526	„	—	—	—	1150	—	—
„	„	3'016037	„	$1\frac{1}{2}$	—	—	1150	—	Unverändert.
„	„	weitere 179728	0—1295	—	—	—	—	—	Gebrochen; Fehler im Bruch.
135	„	93	„	—	—	—	—	—	Gebrochen; grosser Fehler im Bruch.
136	„	21771	„	—	—	—	—	—	Gebrochen; grosser Fehler im Bruch.
137	„	60586	„	—	—	—	—	—	Gebrochen; Gussfehler.

**Tabelle XV.**

Sechs Gusseisenrundstäbchen L. Nr. 4263, mit den vorigen aus einer Pfanne gegossen, auf wiederholte Hin- und Herbiegung geprüft.

Stab No.	Querschnitt cm	Nach An- strengungen	Zwischen den Spannungen at	Bemerkungen
31	d = 2,48	228041	+ 1116	Gebrochen; Gussfehler im Bruch.
32	2,48	5'664788	+ 1165	Gebrochen; kleiner Fehler am Rand.
33	2,47	1'331969	+ 1000	Gebrochen; grösserer Fehler im Bruch.
34	2,47	9'813828	+ 900	Nicht gebrochen; Betrieb eingestellt.
35	2,49	8'220730	+ 900	Nicht gebrochen; Betrieb eingestellt.
36	2,50	2'096452	+ 1000	Gebrochen, am 29. Dez. 1893 (nach Bauschingers Tod); Gussf. a. Rand.

**Tabelle XVI.**

Sieben Rundstäbchen aus der zweiten Gusseisensorte L. Nr. 4434 auf wiederholten Zug geprüft.

Stab-Nr.	Querschnitt cm	Nach An- strengungen	Zwischen d. Spannungen at	Nach Ruhe- tagen	Elasticitäts- Modul at	Elasticitäts- Grenze at	Maximal-Be- lastung dab. at	Bemerkungen
138	d = 1,37	5'403490	0—840	$1\frac{1}{2}$	1'110000	646	816	—
„	„	13'157432	„	—	—	—	—	Nicht gebrochen; Betrieb eingest. am 25. Juni 1894.
139	1,375	5'403490	0—420	1	1'140000	370	400	—
„	„	15'367057	„	—	—	—	—	Nicht gebrochen; Betrieb eingestellt.
140	1,38	124'854	0—630	—	—	—	—	Gebrochen; grosser Fehler im Bruch.
141	1,38	5'278636	„	$1\frac{1}{2}$	—	keine	—	—
„	„	15'242203	„	—	—	—	—	Nicht gebrochen, Betrieb eingestellt.
142	1,35	84908	0—1050	—	—	—	—	Gebrochen; Bruch im scharfen Ansatz des Kopfes. Kern der Bruchfläche porös.
143	1,35	62430	0—1050	—	—	—	—	Gebrochen; Bruch dicht am Kopf wie der vorige. Die inzwischen angebrachte Abrundung war nicht genügend.
144	1,35	5'367888	0—1050	—	—	—	—	Gebrochen, am 27. Jan. 1894. Der Uebergang vom Schaft zum Kopf war noch mehr abgerundet worden, Bruch aber wieder dicht am Kopfe.

Die letzte Versuchsreihe bietet insofern ein besonderes Interesse, als hier zum ersten Male verschiedene Steinarten, die schon früher auf ihre Festigkeit gegen ruhende Lasten untersucht waren, einem Dauerversuche unterworfen wurden. In der Maschine ist allerdings unter dem Einflusse der wechselnden Beanspruchung nur ein einziges Prisma gebrochen, bei dem überdies eine Fehlstelle im Bruch angemerkt ist. Offenbar rührt dies daher, dass die Beanspruchung ziemlich niedrig gewählt war. Zum Vergleiche bemerke ich, dass nach Tabelle I in Heft X der Schilfsandstein, aus dem das gebrochene Prisma bestand, eine Biegungsfestigkeit von 17,5 atm hatte, während die Beanspruchung in der Maschine zwischen den Grenzen  $\pm 5,0$  (auf die Kante bezogen) wechselte. Die Biegungsfestigkeit der nach den Dauerversuchen mit ruhender Belastung abgebrochenen Prismen 21—25 stellte sich übrigens in allen Fällen höher, als sie in Tabelle I Heft X angegeben ist. Ob dies auf die wechselnde Beanspruchung zurückzuführen ist, wage ich nicht zu entscheiden, da das vorliegende Material zu dürrig ist, um allgemeine Schlüsse daraus zu ziehen.

Alle Versuchsstücke für diese Dauerversuche wurden

aus den Bruchstücken der Steinbalken herausgearbeitet, an denen früher die in der mehrfach erwähnten Tabelle in Heft X mitgetheilten Festigkeitsversuche vorgenommen worden waren. Die Steine von ungefähr quadratischem Querschnitt wurden an den Enden in zwei dazu passende Gusseisenhülsen eingekittet, die mit Zapfen für die Einspannung in die „zweite“ Wöhler'sche Maschine versehen waren. Anfänglich ergaben sich einige Schwierigkeiten dadurch, dass die Zapfen wiederholt abbrachen, bis eingegossene schmiedeiserne Zapfen verwendet wurden, die der wechselnden Beanspruchung gewachsen waren.

Wegen des quadratischen Querschnitts sind in Tabelle 17 für die Spannungen wieder zwei Werthe angegeben, von denen der in Klammern beigefügte sich auf die ungünstige Stellung des Querschnitts zur Krafrichtung bezieht und für die Beurtheilung der Schwingungsfestigkeit — soweit eine solche nach den vorliegenden Ergebnissen überhaupt möglich ist — in Frage kommt.

Diese Versuche wurden im Jahre 1890 begonnen; für die zuletzt angeführten 3 Steine wurden sie bis über Bauschingers Tod hinaus fortgeführt.

**Tabelle XVII.**

Neun Steinprismen auf wiederholte Hin- und Herbiegung geprüft.

Stab-Nr.	Material: in Heft X Tab. I aufgeführt unter Nr.	Querschnitt cm	Hebelarm der Kraft cm	Nach An- strengungen	Zwischen den Span- nungen at	nach Ruhetagen	Biegungs- festigkeit at	Bemerkungen
21	Granit von Kittlmühle bei Passau, Heft X Nr. 13	10,20 × 10,27	22,4	16'806046	$\pm 8,4 (\pm 11,8)$	5	107,6	—
22	„	10,15 × 10,15	22,1	15'903296	$\pm 14 (\pm 19,8)$	5	107,3	—
23	Kehlheimer Marmor Nr. 19	10,10 × 10,10	21,6	12'523385	$\pm 6,5 (\pm 9,2)$	5	56,1	—
24	„	10,08 × 10,05	23,9	16'407381	$\pm 10 (\pm 14,1)$	—	47,9	—
25	Schilfsandstein v. Lichtenau Nr. 52	10,12 × 10,00	16,3	16'225457	$\pm 2,5 (\pm 3,5)$	—	20,9	—
26	„	10,0 × 9,9	21,8	10'476884	$\pm 3,5 (\pm 5,0)$	—	—	Gebroch.; weissliche Stelle im Bruch, wie von eingedrung. Gyps herrührend.
27	Buntsandstein von Roden- bach Nr. 31	10,0 × 10,0	24,5	5'530024	$\pm 9,7 (\pm 13,7)$	—	—	Nicht gebrochen; ausser Be- trieb gesetzt am 25. Juni 1894.
28	„	10,10 × 10,10	21,4	6'433270	$\pm 13,7 (\pm 19,4)$	—	—	
29	Grünsandstein v. Ihrstein Nr. 64	10,2 × 10,2	22,3	9'570057	$\pm 2,0 (\pm 2,8)$	—	—	Desgl.

Hiermit schliesse ich den Bericht über die mühsamen, dafür aber auch ungemein lehrreichen Versuche, auf die mein hochgeschätzter Vorgänger Bauschinger seine letzte Kraft verwendete und durch die er seinen Ruf als bedeutender Experimentator noch einmal glänzend gerechtfertigt hat. Wenn es ihm selbst vergönnt gewesen wäre, den Bericht über seine Versuche abzufassen, würde dieser natürlich in ganz anderer Weise lebendig gestaltet worden sein, durch Hinzufügung von Schlüssen und durch Mittheilung von Erfahrungen, die nebenher liefen, ohne dass sie zahlenmässig aufgezeichnet wurden, auch durch Weglassung von Versuchen, die wegen ihres unbestimmten

Ergebnisses ohne Bedeutung blieben, als so, wo es seinem an der Durchführung der Versuche ganz unbetheiligten, mit den Ideen, von denen er ausging, nicht näher vertrauten Nachfolger überlassen blieb, seine Versuchswerthe einfach tabellarisch zu ordnen und ein paar dürftige, erläuternde Bemerkungen daran zu knüpfen. Diese Bemerkungen selbst bitte ich nur als ein untergeordnetes Beiwerk zu den Tabellen zu betrachten, die den Hauptwerth dieser Abhandlung ausmachen; ich glaubte jene nicht weglassen zu sollen, weil sie zur ersten Orientirung über den Inhalt und die Beweiskraft der Tabellen immerhin von Nutzen sein dürften.

### Prüfung der Werder'schen Festigkeitsmaschine.

Vergleichende Festigkeitsversuche, die aus verschiedenen Anlässen gleichzeitig mit demselben Material in mehreren Laboratorien vorgenommen wurden, hatten schon seit Jahren und schon lange bevor ich die Leitung des hiesigen Laboratoriums übernommen hatte, in der Regel und im Durchschnitt hier zu etwas grösseren Festigkeitsziffern geführt als anderwärts. Es musste dadurch der Verdacht geweckt werden, dass die Werdersche Maschine des hiesigen Laboratoriums etwas zu hohe Angaben liefere, obschon die Instandhaltung der Maschine von jeher durchaus musterhaft gewesen ist und obwohl eine öftere Justirung der Maschine mit Hilfe der an ihr angebrachten Controlwaage keineswegs versäumt worden war.

Allerdings kann durch die Vergleichung der Zugfestigkeitswerthe für Stäbe, die aus derselben Stahlstange entnommen sind, kein sicherer Schluss auf die Uebereinstimmung oder Nichtübereinstimmung verschiedener Maschinen gezogen werden, da die Festigkeit solcher Stäbe an sich schon zu grosse Abweichungen zeigt. Nur durch das oft wiederholte Vorkommen von Unterschieden in dem gleichen Sinne wird ein Verdacht dieser Art gerechtfertigt. Das einzig zuverlässige Mittel, verschiedene Maschinen auf ihre Uebereinstimmung zu prüfen, besteht darin, an demselben Stahlstabe Spiegelmessungen mit dem gleichen Apparate bei Belastungen, die stets unterhalb der Elasticitätsgrenze bleiben, auf den miteinander zu vergleichenden Maschinen vorzunehmen. Ein solcher Vergleich zwischen der Werder'schen Maschine des Laboratoriums und einer Maschine gleicher Construction in der Centralwerkstätte der k. Bayerischen Staatsbahnen ergab im letzten Sommer eine erhebliche Differenz. Natürlich war aber mit dieser Messung noch nicht entschieden, auf welcher Seite der Fehler lag und in der That zeigte sich später, dass die eine Maschine zu hohe, die andere zu niedrige Angaben geliefert hatte. — Schon ehe ich die Leitung des Laboratoriums übernommen hatte, waren mehrere Stahlstäbe, deren Elasticitätsmodul hier gemessen worden war, sammt dem zur Messung benutzten Apparate nach der Charlottenburger Anstalt mit dem Ersuchen gesendet worden, diese Versuche auf den dortigen Maschinen zu wiederholen, um so einen Vergleich der hier und dort gebrauchten Maschinen zu gewinnen. Leider konnte aber bis zum letzten Sommer aus Zeitmangel der Versuch dort nicht vorgenommen werden und es ist mir daher zu meinem lebhaften Bedauern nicht möglich, eine Angabe über die mit der Berliner Anstalt etwa bestehenden Abweichungen zu machen.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich sofort der Vollständigkeit wegen einen Punkt zur Sprache bringen, der freilich nur von geringem Belang ist. Wenn nämlich mit genau richtigen Maschinen gleichzeitig nach demselben Verfahren z. B. in München und in Berlin Festigkeits- und Elasticitätsmessungen vorgenommen werden, muss die Festigkeit und der Elasticitätsmodul in München etwas höher gefunden werden, als in Berlin, weil diese Angaben in Gewichtseinheiten gemacht werden und die Beschleunigung der Schwere in München etwas kleiner ist, als in Berlin. Der dadurch bedingte Unterschied ist aber nur gering (wenigstens soweit nur Versuchsanstalten etwa innerhalb Europas verglichen werden) und kann gegenüber den sonst bestehenden Fehlerquellen ganz vernachlässigt werden. Nach Everett, *Physikalische Einheiten und Constanten*, Leipzig 1888 S. 19 ist  $g$  für München gleich 980,81, für Berlin 981,28  $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ ; der Unterschied macht also nur etwa 0,048% aus, ist also in der That gegenüber der Genauigkeit, auf die im allergünstigsten Falle zu rechnen ist, ganz unbedeutend.

Nachdem einmal Abweichungen von erheblichem Betrage zwischen der Maschine des Laboratoriums und wenigstens einer anderen von der gleichen Construction und aus derselben Fabrik sicher festgestellt waren, musste ich natürlich eine eingehende Prüfung der Maschine vornehmen. Ein blosses Nachmessen der Hebelarme, das früher schon oft vorgenommen worden war, genügte dazu nicht. Zunächst ist die Messung des kleinen Hebelarmes der Controlwaage, auf der alles beruht, an sich nicht völlig genau möglich. Dazu kommt noch, dass an jener Schneide dieses Hebels, die sich gegen das aus den vier grossen Zugstangen zusammengesetzte Gestänge der Maschine legt, ausser dem horizontal gerichteten Normaldrucke, der mit dem Gewichte auf der grossen Waage verglichen werden soll, auch noch eine Reibung auftreten kann und in der Regel auch wirklich auftreten wird. Solange allerdings diese Schneide mit der als Drehpunkt des Hebels dienenden genau in einer lothrechten Ebene liegt, wie es von dem Constructeur beabsichtigt ist, hat die Reibung das statische Moment Null für den Drehpunkt und sie bleibt daher ohne Einfluss auf die beabsichtigte Messung. Aber schon eine kleine Abweichung der Verbindungsebene beider Schneiden von der lothrechten Stellung kann, wie man leicht einsieht, das Resultat der Abwägung recht merklich fälschen. Man scheint auf diesen Umstand bisher nicht genügend geachtet zu haben.

Um eine zuverlässige Unterlage zu gewinnen, blieb mir daher nur ein Vergleich der Angaben der Werder'schen Maschine mit einer unmittelbar abgewogenen Belastung übrig. Die Ueberzeugung, dass dies der einzige einwandfreie Weg ist, um eine Festigkeitsmaschine zu prüfen und zu berichtigen, hat sich übrigens offenbar längst auch schon anderwärts eingestellt; aus gelegentlichen Mittheilungen im Gespräche mit Leitern anderer Versuchsanstalten weiss ich, dass sie darüber ebenso denken wie ich. In der That wird auch z. B. jeder Fabrikant von Brückewaagen bestätigen, dass genaue Angaben einer solchen Waage nur dadurch erzielt werden können, dass die Hebelarme auf Grund einer Abwägung berichtigt werden. Wenn man sich mit einem blossen Abmessen der Hebelarme begnügen wollte, würde man dort ohne Zweifel ähnlich grosse Fehler zu erwarten haben, wie sie bei Festigkeitsmaschinen thatsächlich vorkommen. Uebrigens ist auch schon in dem jüngst erschienenen dritten Hefte 1896 S. 180 der Mittheilungen der Berliner Versuchsanstalten über die Prüfung einer Festigkeitsmaschine mit einer abgewogenen Belastung berichtet, die sich ebenfalls deshalb nöthig machte, weil die zuerst beabsichtigte Prüfung mit Hilfe eines Controlhebels keine befriedigende Uebereinstimmung erreichen liess.

Zu dem beabsichtigten Vergleiche bediente ich mich einer der S-Federn der Wöhlerschen Maschine, die früher schon mit Lasten bis zu 2000 kg, damals allerdings in der Werder'schen Maschine geprüft worden war. Auf jeder Seite der Feder waren zwei feine Körner an den Enden angebracht. Der Abstand dieser Körner im belasteten und im unbelasteten Zustand wurde einfach durch Abgreifen mit dem Zirkel bestimmt. Es kam mir darauf an, mich bei dem ganzen Versuch überall nur der möglichst einfachen Mittel zu bedienen, um ganz sicher zu sein, dass nicht etwa durch unbemerkt bleibende Fehlerquellen zusammengesetzterer Messapparate ein Irrthum verursacht werden könnte. Es schien mir besser, auf eine übertriebene Genauigkeit zu verzichten, dafür aber ein innerhalb der mit diesen einfachen Mitteln erreichbaren Genauigkeitsgrenzen ganz unanfechtbares Resultat zu erhalten. In der Praxis und auch bei den meisten zu wissenschaftlichen Zwecken angestellten Festigkeitsversuchen reicht eine Genauigkeit bis auf zwei oder drei Zehntel Prozent, wie sie auf diesem Wege durch wiederholte sorgfältige Messungen leicht erreicht werden kann, vollständig aus; es würde aber Beunruhigung hervorrufen — und es hat in der That schon Beunruhigung hervorgerufen — wenn Differenzen vorkommen, die sich nach ganzen Prozenten bemessen. Natürlich wurde bei dem Abmessen der Längen immer nur derselbe fein ge-

theilte Transversalmaassstab während des ganzen Versuchs benützt.

Mit Hilfe eines Gehänges wurde nun die Feder einmal an einem Flaschenzug angebracht, mit dessen Hilfe die zuvor genau abgewogenen Gewichte sammt der Feder an der sie hingen, in die Höhe gezogen werden konnten. Dann wurde die Feder mit demselben Gehänge in die Werder'sche Maschine eingespannt, nachdem diese zuvor in der bis dahin üblichen Weise mit Hilfe der Controlwaage berichtigt worden war. Der Vergleich der elastischen Streckungen, die die Feder zwischen den Körnern in beiden Fällen erfuhr, lehrte dann, wie sich die Angaben der Maschine zu der wirklichen Federspannung verhielten. Natürlich wurde der Versuch, dessen Einzelheiten ich sofort näher beschreiben werde, mehrmals wiederholt und zwar der Sicherheit wegen von zwei verschiedenen Beobachtern, Herrn Assistent Klebe und mir. Nachdem wir beide zu nahezu dem gleichen Ergebnisse gelangt waren, durfte dieses als sicher festgestellt angenommen werden.

Zunächst ging ich von einem geachteten, vergoldeten Gewichtssatze aus, der zwei Jahre zuvor vom hiesigen Aichamte genau nachgeprüft und berichtigt worden war. Damit wurden auf einer zweiarmigen Waage zwei Eisen Gewichte von je 10 kg Sollgewicht, natürlich unter Beobachtung aller üblichen Vorsichtsmassregeln, namentlich mit Vertauschung der Waagschalen, abgewogen; das eine wog 6,8 gr, das andere 0,7 gr weniger als 10 kg. Bei den weiteren Wägungen wurden beide Gewichte durch Zufügung des Minderbetrages auf 10 kg gebracht. Dann wurde mit Hilfe der Gewichte die Decimalwaage des Laboratoriums geprüft. Es wurde zunächst festgestellt, dass sie leer einspielte. Sie spielte auch noch ein, als man auf die Mitte der Brücke 20 kg und in die Waagschale 2 kg des Gewichtssatzes legte. Verschob man die 20 kg bis an das äussere Ende der Brücke, so musste man etwa 20 gr dazu legen, um die Waage wieder zum Einspielen zu bringen, während bei der entgegengesetzten Lage (unmittelbar bei dem Ständer der Waage) umgekehrt 1 gr in die Waagschale zugelegt werden musste. Da bei den späteren Wägungen darauf gesehen wurde, alle Lasten möglichst gleichmässig über die Brücke zu vertheilen, so dass der Schwerpunkt ungefähr auf die Brückenmitte fiel, kann hiernach die Decimalwaage bis auf etwa 0,05 Proc. als richtig angesehen werden.

Dann wurden der Reihe nach vier verschiedene Lasten von je 250 kg auf der Decimalwaage abgewogen, wobei in der Waagschale die zuvor erwähnten Gewichte ruhten. Die erste dieser Lasten setzte sich aus einem starken Holzbrett, einem Seil für die Aufhängung an dem Gehänge der S-Feder, dem unteren Theile dieses Gehänges

selbst, fünf Eisencylindern und einigen kleinen Stücken zur Ausgleichung zusammen. Die übrigen Lasten bestanden ebenfalls aus grossen Eisencylindern und Guss-eisenbarren, sowie aus Bruchstücken abgerissener Probe-stäbe, die mit Draht zu Bündeln vereinigt und mit Blei-streifen unwickelt waren, um die Ausgleichung zu be-wirken. Die Lasten wurden mit den Ziffern I bis IV be-zeichnet und auf jedem Bestandtheile wurde diese Ord-nungsnummer mit Kreide angegeben. Ausserdem war auch die Zahl der zu jeder Last gehörigen Einzelstücke aufgeschrieben worden und es wurde jedesmal nachgezählt, ob alle Theile auch wirklich bei der Belastung der Feder auf das Holzbrett gekommen waren.

Nach diesen Vorbereitungen wurde zur Belastung der Feder durch diese abgewogenen Lasten geschritten. Den letzten Versuch, bei dem ich die Messungen selbst vor-nahm, gebe ich ausführlich in der folgenden Tabelle wieder. Die Messung des Abstandes der Marken ist auf 0,1 mm als sicher anzunehmen; nach jeder Belastung wurden die Abstände mehrmals nach einander abgegriffen und aus der Uebereinstimmung, die sich dabei ergab, lässt sich schliessen, dass kein grösserer Fehler vorgekommen sein konnte. Geschätzt wurde indessen noch auf  $\frac{1}{20}$  mm; in der letzten Decimalstelle der nachfolgenden Abstands-angabe steht daher immer nur entweder 0 oder 5. In der vorletzten Spalte ist die Summe aus den zu beiden Seiten beobachteten Verlängerungen angegeben; hier sind daher die Längenänderungen bis auf  $\frac{1}{40}$  mm angegeben und voraussichtlich bis etwa auf  $\frac{1}{20}$  mm genau.

**Tabelle I.**

Elastische Streckung der S-Feder durch daran auf-gehängte abgewogene Lasten.

Last nach Bezeichnung und Betrag	Entfernung der Marken in cm				Streck- ung in $\frac{1}{2}$ cm	Ange- wachsen um
	auf Seite 1	Diff.	auf Seite 2	Diff.		
0	12,335	—	12,575	—	—	
I = 250 kg	13,225	0,890	13,460	0,885	1,775	1,775
I + IV = 500 „	14,105	1,770	14,355	1,780	3,550	1,775
I + II + IV = 750 „	15,000	2,665	15,270	2,695	5,360	1,810
I + II + III + IV = 1000 „	15,930	3,595	16,215	3,640	7,235	1,875

Nach dieser Messung wurde die Werder'sche Maschine durch Auflegen eines Gewichtes von 100 kg auf die Waag-schale der Controlwaage und von 2 kg auf die Hauptwaag-schale geprüft und die kleine Differenz, die sich dabei im Einspielen zeigte, durch ein geringes Drehen an der zur Veränderung des grossen Hebelarms der Hauptwaage an-gebrachten Schraube beseitigt. Dann wurde auch noch der grosse Normalstab des Laboratoriums, von dem als-bald noch weiter die Rede sein wird, eingespannt und

durch eine daran vorgenommene Spiegelmessung wurde festgestellt, dass die Maschine nun in der That in jener Einstellung war, die seit Jahren als die richtige gegolten hat. Als dann die S-Feder mit demselben Gehänge, an dem vorher die abgewogenen Lasten angegriffen hatten, in die Maschine eingespannt und belastet wurde, ergaben sich die in der folgenden Tabelle abgedruckten Werthe.

**Tabelle II.**

Elastische Streckung der S-Feder in der zuvor in üblicher Weise justirten Maschine.

Last in kg	Entfernung der Marken in cm				Streck- ung in $\frac{1}{2}$ cm	Ange- wachsen um
	auf Seite 1	Diff.	auf Seite 2	Diff.		
0	12,335	—	12,585	—	—	
250	13,210	0,875	13,450	0,865	1,740	1,740
500	14,090	1,755	14,330	1,745	3,500	1,760
750	14,980	2,645	15,230	2,645	5,290	1,790
1000	15,890	3,555	16,135	3,550	7,105	1,810
0	12,340	+ 0,005	12,580	— 0,005	0,000	

Bei einer zweiten Messung fand ich für die Streckung durch 1000 kg Belastung 7,095 halbe Centimeter; im Mittel nehme ich daher 7,100. Vergleicht man diesen Werth mit dem in Tabelle 1 für die wahre Federspannung von 1000 kg ermittelten von 7,235, so findet man, dass die Maschine, während sie eine Kraft von 1000 kg an-zeigte, in Wirklichkeit nur eine solche von  $\frac{7,100}{7,235} \times 1000 = 981,3$  kg ausübte, wobei aber natürlich auf die hinter dem Decimalkomma stehende Stelle gar kein Werth mehr zu legen ist. Auch die Einerstelle kann noch vielleicht bis zu 2 Einheiten falsch sein, obschon ich nicht annehme, dass der Fehler mehr als eine Einheit ausmachen wird.

Meinen Messungen waren die von Herrn Assistent Klebe, die ich als Vorversuche betrachte, vorausgegangen. Für 1000 kg direkter Belastung hatte Herr Klebe eine Streckung der Feder um 7,23 halbe Centimeter und bei Einspannung in die Maschine 7,08 gefunden. Auf die Einschätzung von  $\frac{1}{20}$  mm beim Abgreifen der Messstrecken war dabei verzichtet worden. Nach den Messungen des Herrn Klebe würde daher einer Angabe der Maschine von 1000 kg ungefähr eine wirklich ausgeübte Kraft von 979,2 kg entsprechen. Der Mittelwerth beider Beob-achtungen würde zu 980,3 kg führen. Ich glaube aber der letzten, von mir ausgeführten Messung ein etwas höheres Gewicht beilegen zu dürfen und nehme daher als wahrscheinlichsten Werth 981 kg an.

Daraus folgt, dass im Juni 1896, zu welcher Zeit diese Versuche ausgeführt wurden, die vorher nach der hergebrachten Art justirte Maschine in ihren Angaben einen mittleren Fehler von etwa 1,9 Procent machte. Es

fragt sich jetzt, wie gross dieser Fehler wohl bei früheren Messungen, also namentlich auch bei den klassischen Messungen Bauschingers gewesen sein mag. Auch diese Frage kann auf Grund älterer Messungen entschieden werden.

Hier muss ich einschalten, dass die Werder'sche Maschine des Laboratoriums in früheren Jahren, ehe noch die später dazu benutzte vertikale Presse aufgestellt war, auch zum Zerdrücken von Hartsteinwürfeln verwendet wurde. Bei solchen Versuchen sind oft Kräfte erforderlich, die bis nahe an die Grenze der Leistungsfähigkeit der Maschine (100 Tonnen) heranreichen und bei dem plötzlich eintretenden Bruch der Probestücke treten starke Stösse auf, die namentlich für die Hebelschneiden sehr schädlich sind. Daher kam es, dass ursprünglich die Maschine in ihren Angaben ziemlich stark wechselte. Um diesem Uebelstande zu begegnen, oder vielmehr, um ihn besser verfolgen zu können, liess Bauschinger im Jahre 1878 einen Normalstab aus Tiegelgussstahl von 19,5565 qcm Querschnittsfläche herstellen, an dem dann später von Zeit zu Zeit eine Elasticitätsmessung ausgeführt wurde, um zu sehen, ob die Maschine in Ordnung sei. Für eine Messlänge von 14,995 cm, die durch kleine eingefeilte Marken bezeichnet war und später immer wieder benützt wurde, betrug bei einer Belastung von 40 Tonnen die elastische Dehnung am 22. Februar 1878 bei verschiedenen Messungen zwischen 13,64 bis 13,67 Tausendstel cm. Im Mittel nahm Bauschinger 13,65 und berechnete darnach den Elasticitätsmodul der Stahlstange zu 2248000 atm. Ein Versuch, der zuletzt als massgebend angesehen wurde und bei dem auch die Hebelarme der Controlwaage möglichst genau nachgemessen worden waren, lieferte am 23. Januar 1889 für 40 t die elastische Dehnung nach Justirung der Maschine zu  $13,72 \cdot 10^{-3}$  cm. Vor der Justirung der Maschine hatte man  $13,41 \cdot 10^{-3}$  cm erhalten. Die Zahl von 13,72 wurde aber, wie gesagt, als jene angesehen, bei der die Maschine richtig eingestellt sei. Jene Messungen, die jeweilig als massgebend betrachtet wurden, stelle ich wie folgt zusammen:

22. Febr. 1878,	Längenänderung für 40 t =	13, 65.	$10^{-3}$ cm,
6. Nov. 1882,	„ „	= 13, 78	„
18. April 1884,	„ „	= 13, 68	„
23. Jan. 1889,	„ „	= 13, 72	„
5. Sept. 1894,	„ „	= 13,725	„

Die hier zuletzt angeführte Messung wurde von mir selbst, wenige Tage nach meiner Uebersiedelung nach München vorgenommen. Sie sollte mir die Ueberzeugung verschaffen, dass die Maschine in Ordnung sei und ich nahm dies nach der guten Uebereinstimmung mit der letzten, besonders sorgfältig durchgeführten Messung Bauschingers auch als erwiesen an. Dazu füge ich noch die

schon vorher erwähnte Messung vom 26. Juni 1896, die mit der nach der seitherigen Methode justirten Maschine vorgenommen worden war; ich erhielt:

26. Juni 1896, Längenänderung für 40 t =  $13,79 \cdot 10^{-3}$  cm.

Dazu muss ich noch bemerken, dass seit dem Auftauchen der Bedenken über die Zuverlässigkeit der Maschine bei der Justirung mit der Controlwaage immer darauf Bedacht genommen wurde, den Hebelarm der grossen Waage im Zweifelsfalle lieber etwas zu gross als zu klein einzustellen. Damit hängt es wohl zusammen, dass der zuletzt angegebene Werth grösser ist als alle vorausgegangen. Aber auch er war noch entschieden zu klein, wie aus den vorher beschriebenen Versuchen mit der S-Feder folgt.

Nachdem die fehlerhafte Angabe der Maschine trotz vorausgegangener Justirung erwiesen war, liess ich, um sie richtig zu stellen, auf die Controlwaage anstatt 100 kg. jetzt 101,9 kg und auf die Waagschale der Hauptwaage 2 kg legen und den grossen Hebel um so viel verlängern, bis die Waage bei diesen Lasten einspielte. Nachdem dies geschehen war, wurde die S-Feder von Neuem eingespannt. Die Feder streckte sich jetzt bei der Angabe der Maschine von 1000 kg um 7,23 halbe Centimeter, in genügender Uebereinstimmung mit der Dehnung bei direkter Belastung. Hierauf wurde abermals der Normalstab eingespannt und es ergab sich jetzt:

4. Juli 1896 Längenänderung für 40 t =  $14,04 \cdot 10^{-3}$  cm.

Diese Längenänderung betrachte ich für die Zukunft als die richtige und ich werde, sobald es sich darum handelt, die Maschine für eine Messung, die möglichste Genauigkeit erfordert, vorher genau einzustellen, stets eine Spiegelmessung mit dem Normalstab vornehmen und die Einstellung erst dann als richtig betrachten, wenn ich wiederum für 40 t die Längenänderung von  $14,04 \cdot 10^{-3}$  cm erhalte. Natürlich wird dazu immer derselbe Spiegelapparat verwendet werden.

Der Elasticitätsmodul des Tiegelgussstahles, aus dem der Normalstab besteht, ist nach der neuen Berichtigung der Maschine gleich 2 185 000 at zu setzen.

Bisher habe ich von einem Umstande noch nicht gesprochen, der bei solchen Untersuchungen ebenfalls im Auge behalten werden muss, nämlich von der Veränderlichkeit des Elasticitätsmoduls mit der Temperatur. Nach einer neueren Untersuchung von A. M. Mayer, die nach einer akustischen Methode durchgeführt wurde\*), nimmt der Elasticitätsmodul verschiedener Stahlsorten von 0° bis 100° C. um 2,24 bis 3,09 Procent ab. Die Temperaturschwankungen im Prüfungssaale des Laboratoriums sind aber in der Regel unbedeutend und eine Correction von

\*) Beiblätter zu Wiedemanns Annalen, Bd. 20 S. 632, 1896.

etwa  $\frac{1}{10}$  Procent macht gegenüber den hier festgestellten Unterschieden nicht viel aus. Am 26. Juli 1896 wurde die Temperatur zu  $18^{\circ}$  C notirt; für die übrigen Versuche fehlen Temperaturangaben.

Schliesslich bemerke ich noch, dass dieselbe S-Feder, die ich bei den vorher beschriebenen Messungen verwendete (Feder Nr. 2 der Wöhler'schen Maschine) am 21. Juli 1881 in der Werder'schen Maschine geprüft worden war. Nach dem Prüfungsprotokoll Bauschingers ergab sich

für 200 kg Belastung die Streckung von 1,36 halben Centim.

„ 400 „	„	„	„	„	2,79	„	„
„ 600 „	„	„	„	„	4,15	„	„

für 800 kg Belastung die Streckung von 5,68 halben Centim.  
 „ 1000 „ „ „ „ „ 7,10 „ „

Die letzte Ziffer stimmt genau mit jener überein, die ich selbst mit der vorher justirten, aber noch nicht nach dem neuen Verfahren berichtigten Maschine erhalten hatte. Man sieht daher, dass auch bei allen Festigkeitsangaben in der vorausgehenden Abhandlung über die Dauerversuche Bauschingers eigentlich ein Abzug von etwa 1,9 Procent zu machen wäre. Ich habe es aber aus leicht begreiflichen Gründen unterlassen, diese Correctur selbst vorzunehmen. Der Fehler schadet auch nichts, da es sich bei jenen Versuchen immer nur darum handelt, dass unter einander vergleichbare Werthe gegeben werden.

### III.

#### Knickversuche mit Winkeleisen.

Durch die umfangreichen und sorgfältigen Untersuchungen von Bauschinger und von Tetmajer über die Knickfestigkeit von Stäben aus Walzeisen, Gusseisen und Holz ist die früher viel umstrittene Frage nach der die Erfahrungsthasachen am besten wiedergebenden Knickformel im Wesentlichen erledigt. Viel mag auch zu dem Umschwung der Meinungen, der sich seitdem unverkennbar vollzogen hat, die überzeugende Darlegung Zimmermanns im Centralblatte der Bauverwaltung 1886 beigetragen haben, in der schlagend nachgewiesen ist, wie unberechtigt die früher in den Kreisen der Bautechniker weit verbreitete Meinung war, dass eine brauchbare Knickformel die zulässige Beanspruchung des Materials auf Zug oder Druck als Factor enthalten müsse. Nachdem inzwischen namentlich durch die Tetmajer'schen Versuche der Nachweis erbracht wurde, dass die Euler'sche Formel innerhalb der Grenzen der rein elastischen Ausknickung, für die sie allein entwickelt ist, die Erfahrungswerte mit einer Genauigkeit darstellt, die wenigstens für die Zwecke der praktischen Anwendung kaum noch zu wünschen übrig lässt, könnte es scheinen, als wenn eine weitere Arbeit über diesen Gegenstand ziemlich überflüssig wäre. In der That bedurfte es auch eines besonderen Anstosses, um mich zur Anstellung von Knickversuchen, in etwas grösserem Massstabe zu veranlassen. Dieser Anlass ging von Herrn Oberbaurath Gerber, dem berühmten Eisenkonstrukteur, aus, der seinerzeit auch schon zu den bekannten grundlegenden Versuchen Bauschingers, über die im XV. Hefte dieser „Mitteilungen“ berichtet ist, die Anregung gegeben hatte.

Herr Gerber hatte auch noch mit seinem Freunde Bauschinger eine Verabredung über eine zweite Versuchsreihe getroffen, durch die festgestellt werden sollte, in welchem Grade die Knickfestigkeit eines Stabes dadurch vermindert wird, dass der Querschnitt an einzelnen Stellen — etwa durch offene Nietlöcher oder durch Einschnitte — geschwächt ist. Nachdem der vorzeitige Tod Bauschingers die Ausführung dieses Planes vereitelt hatte, blieb mir es vorbehalten, ihn gewissermassen als ein Vermächtniss meines Vorgängers wieder aufzunehmen und ihn mit Versuchsstücken, die Herr Gerber aus der Brückenbauwerkstätte in Gustavsburg freundlichst zur Verfügung stellte, durchzuführen. Zugleich war es mir sehr willkommen, mich bei dieser Gelegenheit, ohne den besonderen Zweck aus dem Auge zu verlieren, auch über das Verhalten der Stäbe beim Ausknicken im Allgemeinen durch eigenen Augenschein näher unterrichten zu können. Ganz ohne Nutzen für die Erweiterung der früher gewonnenen Erkenntnisse pflegt ja eine solche Nachprüfung auch bei Erscheinungen, die schon gut untersucht sind, selten zu bleiben, da jeder neue Beobachter sein Augenmerk wieder auf andere Umstände richten wird, die noch nicht näher verfolgt wurden. So ist es wohl auch im vorliegenden Falle gewesen. Leider sind freilich manche Fragen, die sich im Laufe der Untersuchung einstellten, offen geblieben, da es mir an ausreichender Zeit fehlte, allen Nebenumständen, auf die ich aufmerksam wurde, hinreichend nachzuspüren. Wer auf einem Gebiete dieser Art jemals gearbeitet hat, weiss, welche Opfer an Zeit und Kraft dazu gehören, um allen feineren Einzelheiten, die zu der

Gesamterscheinung beitragen, auf den Grund zu kommen und ich hoffe, er wird mich entschuldigen, dass ich davon absah, den Gegenstand vollständig zu erschöpfen. Die Frage nach dem Einflusse der Querschnittsverwächungen, um derenwillen die ganze Untersuchung begonnen wurde, hat indessen eine bestimmte und, wie ich wohl annehmen darf, endgültige Beantwortung gefunden; die anderen Beobachtungen, die sich daran knüpften, bitte ich dagegen nur als gelegentliche Bemerkungen aufzufassen, die zur Vollständigkeit noch weiterer Ergänzungen bedürften.

### § 1. Die Versuchsanordnung.

Als Probestücke waren von Anfang an nur gleichschenkelige Winkeleisen in Aussicht genommen worden, weil sich bei diesem Profile die Erscheinungen am einfachsten verfolgen lassen, namentlich weil hier die Biegungsebene eine von vornherein ziemlich genau ausgesprochene Lage hat. Um klar übersehbare Versuchsbedingungen zu schaffen, sollten ausserdem die Stäbe bei allen Versuchen zwischen Spitzen gelagert werden. Insoweit schloss ich mich vollständig dem ersten, zwischen Bauschinger und Gerber verabredeten Versuchsplane an, da ich ihn vollkommen billigte; nur die an den Probestücken vorzunehmenden Messungen dehnte ich nach einigen Richtungen hin etwas weiter aus, als es ursprünglich beabsichtigt war.

Im Ganzen wurden 24 Winkeleisen aus Flusseisen auf Zerknicken geprüft und zwar je 8 von den Profilen 80 auf 10, 70 auf 9 und 60 auf 8 mm. Drei Stäbe jedes Profils hatten 2 m Länge, zwei andere 3 m und die drei übrigen 4 m Länge. Aus diesen Zahlenangaben folgt, dass man es in allen Fällen mit einem elastischen Ausknicken zu thun hatte, für das nach den Tetmajer'schen Erfahrungen die Euler'sche Formel anwendbar ist. Auch bei den kürzesten Stäben des stärksten Profils stellt sich nämlich das Verhältniss zwischen der Länge (selbst ohne Berücksichtigung der Vergrösserung, die diese durch die Armirung mit den Endplatten erfuhr) und dem Trägheitsradius noch auf 127, während nach Tetmajer die Euler'sche Formel auf Flusseisenstäbe anwendbar ist, sobald das Verhältniss grösser als 105 ist. Bei dieser Gelegenheit möchte ich eine kleine Bemerkung einschalten. Setzt man nämlich jenes Längenverhältniss gerade gleich 105, so erhält man nach der Euler'schen Formel eine Knicklast von 1920 kg auf 1 qcm der Querschnittsfläche, also einen Werth, der nicht viel von der Proportionalitätsgrenze des Flusseisens abweicht. Die Tetmajer'sche Gültigkeitsgrenze der Euler'schen Formel stimmt also ziemlich genau mit einer Folgerung überein, die schon Bauschinger aus seinen Versuchen — und wohl auch aus einer sehr nahe liegenden Erwägung — zog, indem er auf Seite 21, Heft XV sagt: „Es folgt daraus, dass der aus der Euler'schen

Formel berechnete Werth von  $P_0$  nur insoweit als Zerknickungsbelastung genommen werden darf, als die sich daraus ergebende mittlere Spannung  $\frac{P_0}{F}$  eine gewisse Grenze, vielleicht die Elasticitätsgrenze nicht überschreitet“.

Zur Kennzeichnung des Materials, aus dem die Stäbe bestanden, wurden zwei Zugversuche an Probestücken von der üblichen Form vorgenommen, deren Ergebnisse so gut mit einander übereinstimmten, dass es nicht nöthig erschien, noch weitere Zugproben anzuschliessen. Darnach betrub die Zugfestigkeit in beiden Fällen 3940 atm., die Proportionalitätsgrenze in beiden Fällen 2080 atm., die Fliessgrenze in beiden Fällen 2780 atm., der Zugelastizitätsmodul 2112000 bzw. 2110000 atm., die Dehnung 24,3 bzw. 22,6 Proc. und die Contraction 63 bzw. 65 Procent.

Die Stäbe waren, als sie in meine Hände gelangten, meist schon etwas krumm, wahrscheinlich in Folge des Umladens beim Transport. Der Biegungspfeil betrug in der Mehrzahl der Fälle zwischen 1 und 3 mm; einige Stäbe waren anscheinend ganz gerade, während der Biegungspfeil bei einigen der längsten Stäbe bis auf über 1 cm anstieg. Es ist sonst üblich, die Stäbe vor Anstellung eines Knickversuchs so genau als irgend möglich gerade zu richten. Nach eingehender Erwägung verzichtete ich aber auf diese Massregel, nicht nur weil es im Laboratorium selbst an geeigneten Einrichtungen dazu fehlt, sondern auch aus Gründen, die in der Sache selbst liegen. Zunächst nämlich hätte ich die Stäbe nach dem Gradrichten längere Zeit ausruhen lassen müssen, ehe ein Versuch damit vorgenommen werden konnte, indem die Elasticitätsgrenze des Materials, wie Bauschinger in einer seiner berühmtesten Versuchsreihen nachgewiesen hat, durch bleibende Formänderungen, wie sie beim Richten vorgenommen werden, stark verändert und unter Umständen ganz herabgeworfen wird. Dann hielt ich es für ganz zweckmässig, die Stäbe ungefähr in solchem Zustande zu untersuchen, wie sie auch in der Praxis verwendet werden, wo man sich nicht immer damit aufhalten kann, jeden Stab ganz sorgfältig gerade zu richten. Den Ausschlag gab aber eine andere Erwägung, die es mir sogar erwünscht erscheinen liess, dass neben einigen geraden Stücken auch andere mit geringen anfänglichen Krümmungen vorkamen. Es ist nämlich ohnehin durch kein Mittel möglich, einen im strengen Sinne geraden Stab herzustellen, und wenn solche Fehler einmal unvermeidlich sind, ist es in vieler Hinsicht besser, sie gleich von vornherein in solcher Grösse zuzulassen, dass sie wenigstens ungefähr gemessen und dadurch mit berücksichtigt werden können. In der That zeigte sich auch bei den Versuchen, dass das Verhalten jener Stäbe, die vorher keine messbare Krümmung hatten, am unregelmässigsten war. Offenbar

kam dies davon her, dass die unvermeidliche Exentricität des Kraftangriffs, die sich nicht controliren lässt und die im Verlaufe des Versuchs selbst wechseln kann, bei den geraden Stäben eine viel ausschlaggebendere Rolle spielt, als bei jenen, die vorher schon ein wenig gekrümmt sind. Im Uebrigen ist es längst bekannt, dass sich auch anscheinend ganz gerade Stäbe bei Knickversuchen schon unter verhältnissmässig kleinen Lasten seitlich auszubiegen beginnen und man hat daher schon lange eingesehen, dass jener ideale Fall, den man früher bei der Euler'schen Theorie der Knickfestigkeit voranzustellen pflegte, überhaupt nicht zu verwirklichen ist; von wirklichem Werthe ist nur jene Ableitung der Euler'schen Formel, bei der auf den Betrag der ursprünglichen Krümmung und der trotz sorgfältiger Centrirung unvermeidlichen Exentricität des Kraftangriffs Rücksicht genommen wird. Dass diese beiden Grössen gewöhnlich unbekannt sind, hindert bekanntlich nicht, ein von ihnen freies Resultat abzuleiten, das wenigstens ungefähr zutrifft.

Für die Spitzenlagerung der Stäbe wurden dieselben Einrichtungen benutzt, mit denen Bauschinger seine Versuche anstellte. An jedem Ende war der Stab stumpf auf eine Gusseisenplatte aufgesetzt, die einen Stahlkegel trug. Diese „Spitze“ konnte in einem Hohlkegel von etwas grösserer Oeffnung, der sich in einer mit der Festigkeitsmaschine verbundenen Platte befand, spielen. Zur Centrirung des Stabes war an der Gusseisenplatte der Armirung ein dünnes Eisenblech mit passendem Ausschnitt befestigt, an das der Stab angeschoben wurde.

Die Versuche wurden in der grossen vertikalen Presse vorgenommen, die Bauschinger vor einigen Jahren, namentlich auch in der Absicht, Knickversuche damit anzustellen, erbaut hatte. Die Kraftangaben dieser Presse können nur nach dem Manometerstande für das Druckwasser bemessen werden. Um zuverlässige Werthe zu erhalten, begann ich die Versuche mit einer neuen Aichung dieser Maschine. Zum Zwecke der Aichung hatte Bauschinger einen Stahlcylinder von 7,95 cm Durchmesser herstellen lassen, an dem ein Spiegelapparat ein für alle Male befestigt ist. Man bringt diesen Stahlcylinder, der nichts anderes als eine Federwaage im grossen Massstabe darstellt, zuerst in die Werder'sche Maschine und misst die elastischen Formänderungen unter bekannten Lasten. Wenn man dann den Versuch in der vertikalen Presse wiederholt, kann man rückwärts aus den Formänderungen auf die Belastungen schliessen und eine Reductionstabelle entwerfen, in der zu jedem Manometerstande der durch die Presse ausgeübte Druck angegeben wird. Hierbei ist nur eine Vorsicht zu beobachten: man darf bei der Steigerung der Belastung niemals für einen Augenblick den Manometerstand über jenen Werth steigen

lassen, den man im gegebenen Falle erreichen will. War der Manometerstand desselben Versuchs vorher schon einmal höher, als man ihn augenblicklich abliest, so gibt die Reductionstabelle nicht den richtigen Betrag der Belastung an. Der Grund dafür ist leicht einzusehen: er hängt mit der Kolbenreibung zusammen. Bei Beachtung dieser Vorsichtsmassregel erhält man aber, wie die Aichungsversuche lehrten, aus der Manometerablesung ziemlich brauchbare Werthe. Nur bei kleinen Lasten, von etwa 1—2 Tonnen und darunter wird die Kraftmessung in störender Weise ungenau; die für die schlanksten Stäbe gefundenen Knickwerthe sind daher nicht sehr zuverlässig. Um diesem Uebelstande soweit als thunlich abzuhelfen; habe ich nach Beendigung der Knickversuche übrigens auch noch eine Aichung der Presse durch direkt aufgebrachte Lasten bis zum Betrage von 2 t vorgenommen und die Zahlen nachträglich nach deren Ergebniss umgerechnet. Immerhin darf man nicht erwarten, dass die Kraftangaben ebenso zuverlässig sind, als sie bei einer Maschine mit unmittelbarer Abwägung der Belastung gefunden werden können. Inzwischen liess ich, um die Presse zu genaueren Versuchen brauchbar zu machen, eine Federwaage aus einer gewöhnlichen Pufferfeder herstellen, wie sie bei Eisenbahnwagen gebraucht werden, die zwischen die Druckplatte der Maschine und das Probestück geschaltet wird. Bei den hier zu beschreibenden Versuchen stand aber eine solche Vorrichtung zur Messung der Kraft noch nicht zur Verfügung.

Abgesehen von diesem Nachtheile bot aber die vertikale Aufstellung des Probestabes erhebliche Vortheile. Das Eigengewicht hatte keinen Einfluss auf die Biegung und gewisse Messungen waren überhaupt nur bei dieser Anordnung zuverlässig ausführbar.

Gemessen wurde natürlich vor allen Dingen die horizontale Bewegung, die die Mitte des aufrecht stehenden Stabes unter der Belastung ausführte. Dazu dienten zwei Rollenfühlhebel der Bauschinger'schen Construction; die in den Richtungen der beiden Hauptaxen des Querschnitts verliefen. Da die beiden Hauptträgheitsmomente eines Winkeleisenprofils von sehr verschiedener Grösse sind, bogen sich indessen die Stäbe, wie zu erwarten war, fast nur in der Richtung der kleinen Hauptaxe durch, so dass die im Vergleiche dazu unmerklichen Bewegungen in der Richtung der anderen Hauptaxe von geringerem Interesse sind.

Mit dem unteren Ende des Stabes war ein Rahmen fest verbunden, der zugleich einem sofort zu besprechenden anderen Zwecke diente, ausserdem aber einen darauf befestigten Spiegel trug, dessen Ebene ursprünglich lothrecht stand und zwar parallel der grösseren Hauptaxe des Stabquerschnitts, mit anderen Worten also senkrecht

zu jener Richtung, in der sich die Stabmitte ausbog. Bei der Biegung des Stabes dreht sich der Spiegel und aus dem Ausschlage, der mit Hilfe eines Fernrohrs auf einer lothrecht aufgestellten Scala abgelesen wird, ergibt sich der Winkel, den die Endtangente der elastischen Linie mit der Stabsehne bildet. Nach der Theorie der Knickerscheinungen muss dieser Winkel ungefähr proportional mit der Ausbiegung der Stabmitte wachsen und zwar so, dass diese Horizontalbewegung durch Multiplikation mit  $\frac{1}{\pi}$  aus der in Bogenmass gemessenen Winkeldrehung des Stabendes gefunden wird. Wie man später sehen wird, traf dies in der That auch zu.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich erwähnen, dass es sich empfehlen dürfte, wenn man Knickversuche mit stumpfen Stabenden anstellt, die etwaige Winkeldrehung der Stabenden auf dieselbe Art zu messen. Dieses einfache Mittel würde am besten zeigen können, bis zu welchem Grade die Voraussetzung, dass das Stabende an einer Drehung verhindert sei, im gegebenen Falle verwirklicht ist.

Der schon vorher erwähnte Rahmen am Fussende des Stabes trägt eine aus Messing gefertigte kleine Schneide. Diese Schneide steht einer zweiten gegenüber, die am unteren Ende einer Holzstange befestigt ist, und diese Holzstange hängt an dem Stabe seiner ganzen Länge nach herab. Oben ist die Holzstange an einem zweiten Rahmen, der das Kopfende des Winkelleisenstabs umfasst, zwischen Spitzen drehbar gelagert. Diese Drehaxe wird so eingestellt, dass sie mit der grösseren Axe der Centralellipse des Querschnitts zusammenfällt. Der Spalt zwischen der Schneide am unteren Ende des Stabs und der ihr gegenüber liegenden am Rahmen kann durch Verschieben des Messingbeschlags der Stange so regulirt werden, dass er zu Beginn des Knickversuchs um etwa 2 mm offen steht. Wenn sich der Stab unter dem Einflusse einer Belastung verkürzt, macht sich dies durch eine Abnahme der Spaltöffnung bemerklich. Man misst die Grösse der Spaltöffnung durch Einschieben eines mit geringem Anzug versehenen Messkeils, zu dessen Führung am unteren Rande eine besondere, nach aussen vorkragende Auflage geschaffen ist. Die Genauigkeit dieser Messungen kann auf etwa  $\frac{1}{100}$  mm geschätzt werden. Die ganze Vorrichtung ist auf Tafel I in  $\frac{1}{2}$  der natürlichen Grösse genau dargestellt.

Beabsichtigt wird bei diesem Versuche die Messung der Verkürzung der Stabsehne, also die Annäherung der Schwerpunkte der beiden von den Rahmen gefassten Stabquerschnitte. Diese Verkürzung kann aber durch Messung der Spaltöffnung nicht unmittelbar gefunden werden, weil es nicht möglich ist, die Spaltschneiden durch den Schwerpunkt des Querschnitts zu legen. Der Spalt liegt weiter nach vorn und die Schneide des unteren Rahmens macht

daher bei der Drehung des Stabendes einen Weg in vertikaler Richtung, der mit der Verkürzung der Stabsehne nichts zu thun hat. Da die Winkeldrehung des Stabendes aus der Spiegelbeobachtung schon bekannt ist, kann indessen diese Verschiebung der unteren Schneide leicht berechnet und bei der Ermittlung der Stabverkürzung aus der Weite des Spaltes berücksichtigt werden. Gewöhnlich lag der Spalt um ungefähr 30 mm von dem Schwerpunkt des unteren Stabquerschnitts nach vorn hin entfernt. Die Scala, an der man die Drehung des unteren Stabendes ablas, wurde stets 50 mal so weit vom Spiegel entfernt aufgestellt, also im vorher genannten Falle 1500 mm weit. Mit Rücksicht darauf, dass sich bei der Spiegelung der Winkel verdoppelt, gibt daher die Ablesung des Ausschlags an der Scala zugleich in hundertfacher Vergrößerung an, um wie viel sich die untere Schneide des Spaltes in senkrechter Richtung gegen den zugehörigen Querschnittsschwerpunkt verschoben hat.

Die elastische Verkürzung des ganzen Stabes, die theils von der Druckelastizität, theils von der Ausbiegung herrührt, ist insofern von besonderem Interesse, als die ganze auf den Stab verwendete Formänderungsarbeit sofort angegeben werden kann, wenn jene als Funktion der Belastung dargestellt ist. Man sieht auch leicht ein, wie daraus auf einen Zusammenhang mit der Ausbiegung geschlossen werden kann. Darum habe ich auch gerade auf diese Messungen viele Mühe verwendet, freilich ohne das ursprünglich gesteckte Ziel erreichen zu können. Bei allen Messungen habe ich nämlich die Stabverkürzungen grösser gefunden, als zu erwarten war. Es ist selbstverständlich, dass ich zunächst der Zuverlässigkeit dieser Messungen sehr misstraute; nachdem ich sie aber öfters wiederholt und mich immer wieder von Neuem davon überzeugt hatte, dass irgend ein principiell Versehen bei der übrigens sehr einfachen Versuchsanordnung nicht aufzufinden war, musste ich die Ziffern — wenigstens ungefähr — als richtig annehmen und über das Räthsel nachdenken, wie die stärkere Verkürzung der Stabsehne zu erklären sei. Wenn ich mehr Zeit auf die Versuche hätte verwenden können, hätte sich diese Frage natürlich vollständig lösen lassen, da es sich in solchen Fällen mehr um einen Aufwand hinreichender Arbeit als um die Benützung irgend eines glücklichen Einfalls handelt. So begnügte ich mich damit, festzustellen, dass in der That noch andere Formänderungen nebenherlaufen, die in der gewöhnlichen Theorie nicht berücksichtigt sind und daher voraussichtlich zu den Abweichungen zwischen den beobachteten und den nach der Theorie berechneten Stabverkürzungen Veranlassung geben.

Die Winkel bogen sich ausnahmslos so aus, dass die hohle Seite des Winkelquerschnitts voranging. Die Winkel-

schenkel biegen sich dabei aufeinander zu, so dass in der Stabmitte der ursprünglich rechte Winkel zwischen ihnen verkleinert wird. Dies wurde dadurch festgestellt, dass am Ende jedes Schenkels im Mittelquerschnitt des Stabes je ein Messingstück festgeklemmt wurde, von denen das eine die Stange und das andere die Rolle eines Bau-schinger'schen Fühlhebels mit der Uebersetzung 1 : 50 trug. Allerdings gibt nun die Ablesung nicht unmittelbar den Betrag der Annäherung beider Schenkelkanten aneinander an, da die Messstrecke nicht zum Zusammenfallen mit dem Abstände gebracht werden kann, dessen Aenderung gemessen werden soll. Ich kann daher nur sagen, dass sich die Schenkelkanten in manchen Fällen bis zu ungefähr 0,1 mm einander nähern, wenn der Stab in der Mitte um einige cm seitlich ausknickt. Dieser Apparat wurde übrigens nicht nur in der Mitte, sondern in einigen Fällen auch in verschiedenen Entfernungen vom Fussende des Stabs angebracht und es zeigte sich, dass diese Profiländerung regelmässig vom Stabende aus nach der Mitte hin zunimmt.

Nachdem diese Erscheinung ganz regelmässig beobachtet war, lag es nahe, zu untersuchen, ob sie auch bei einer gewöhnlichen Biegung auftritt. Derselbe Winkel, der vorher unter einer Knickbelastung stand, wurde daher jetzt auf Biegung bei verschiedenen Spannweiten geprüft und es zeigte sich, dass in der That auch hier die Schenkelkanten auf einander zu gehen und zwar um ungefähr den gleichen Betrag wie vorher, wenn der Stab nach derselben Seite hin gleich stark gekrümmt ist. Zugleich wurde bemerkt, dass der Pfeil bei der Biegungsbelastung grösser war, als man nach der Theorie unter Zugrundelegung des bei der Zugprobe bestimmten Elasticitätsmoduls erwarten sollte. Rechnete man umgekehrt den Elasticitätsmodul aus dem Biegungspfeil, so erhielt man im Mittel etwa 1800000 atm. Hierzu ist zu bemerken, dass der Einfluss der Scheerkräfte, die in der gewöhnlich benutzten Formel für den Biegungspfeil unberücksichtigt bleibt, hier auch bei der kleinsten Spannweite keinen merklichen Einfluss gehabt haben kann, da er, wie eine Vergleichsrechnung lehrte, höchstens etwa 1% betragen haben kann.

Diese Beobachtungen beweisen, dass bei jeder Biegung eines Winkeleisens in der Richtung der kleinen Axe der Centralellipse Querschnittsänderungen auftreten, von denen die Theorie keine Rechenschaft gibt; sie genügen aber nicht, die näheren Umstände vollständig aufzudecken. Aus diesem Grunde kann ich diese Auseinandersetzungen, wie schon im Eingange gesagt wurde, nur als gelegentliche Bemerkungen ausgeben. Sie haben mir nur dazu gedient, die Abweichungen der Beobachtung von der Theorie verständlich zu machen. Bei anderen Querschnitts-

formen ist natürlich ein anderes Verhalten zu erwarten; damit hängt wohl eine Beobachtung von Tetmajer zusammen, der im 8. Heft seiner „Mittheilungen“, S. 76, sagt: „Einflüsse der Form der Versuchsstäbe auf die Knickfestigkeit des schmiedbaren Konstruktionseisens werden wahrscheinlich bestehen. Vorliegende Versuchsreihen geben indessen zur Beurtheilung derselben keine Anhaltspunkte.“

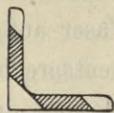
Alle Versuchseinrichtungen, die ich bisher beschrieb, dienten nur dem Zwecke, die Knickerscheinungen an sich zu verfolgen. Ich muss nun noch erläutern, auf welche Weise ich mir Rechenschaft über den Einfluss der Querschnittsverwächung eines Stabes zu geben suchte.

Am nächsten hätte es gelegen, zu diesem Zwecke eine Anzahl Stäbe von der gleichen Länge und dem gleichen Profil unverletzt zu zerknicken und dann eine eben so grosse Anzahl unter sonst gleichen Umständen, nachdem irgend eine bestimmte Querschnittsverwächung bei allen vorgenommen gewesen wäre. Aus dem Vergleiche der Mittelwerthe der Knickfestigkeiten in beiden Fällen hätte sich dann der Einfluss der Querschnittsverwächung ohne Weiteres ergeben. So war der Versuchsplan ursprünglich auch gedacht. Man sieht aber sofort ein, dass die Versuche dann einen sehr grossen Umfang hätten annehmen müssen, wenn man einigermaßen zuverlässige Resultate erhalten wollte. Denn für jede einzelne Art der Querschnittsverwächung, die man in Betracht ziehen wollte, hätte man eine grössere Zahl von Knickversuchen ausführen müssen, da die Ergebnisse der unter gleichen Umständen ausgeführten Einzelproben so weit von einander abzuweichen pflegen, dass man erst aus einer grösseren Zahl gleicher Versuche von zufälligen Unterschieden ziemlich freie Durchschnittswerthe erlangen kann.

Ich sah daher von einem solchen weitschichtig angelegten Versuchsplane ab und glaube dafür einen sehr brauchbaren Ersatz in dem folgenden Vorgehen gefunden zu haben. Zuerst wurde nämlich ein Stab im unversehrten Zustande geprüft, der Versuch aber abgebrochen, sobald die Ausbiegung stark zu wachsen anfang. Man wusste dann schon genau, dass der Stab bei einer verhältnissmässig geringen Laststeigerung ganz ausknicken würde, obschon die Elasticitätsgrenze des Materials bis dahin noch nicht überschritten war. Wenn der Stab dann aus der Maschine genommen wurde, hatte man ihn wieder in dem ursprünglichen Zustande. Nun wurde ein Einschnitt in der Mitte angebracht und der Versuch wiederholt. Unter Umständen konnte man so denselben Stab mit allmählich gesteigerten Verletzungen untersuchen und dieses Vorgehen hatte den Vortheil, dass die erlangten Vergleichswerthe unabhängig von den zufälligen Unterschieden waren, mit denen man bei den verschiedenen Stäben zu

rechnen hat. Auf welche Weise man aus den beobachteten Formänderungen auf die Verhältnisse zwischen den Knickfestigkeiten schliessen kann, wird weiterhin erläutert werden.

Zuerst wurden nur Nietlöcher von 20—22 mm Durchmesser in die Schenkel gebohrt, die beim Knickversuche offen blieben. Es zeigte sich bald, dass die Knickfestigkeit dadurch nur unmerklich geschwächt wird. Das war auch zu erwarten, da das Trägheitsmoment des geschwächten Querschnitts dadurch nur wenig herabgemindert wird. Dann wurden Einschnitte von zwei Seiten her in der Weise angebracht wie es die beistehende Abbildung zeigt.



Abbildg. 1.

Der stehen gebliebene, in der Abbildung schraffierte Theil des Querschnitts hatte den gleichen Schwerpunkt, wie der volle Querschnitt; das Trägheitsmoment wurde durch die Einschnitte auf  $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{5}$  des ursprünglichen Werthes vermindert. Der Einschnitt wurde entweder nur mit der Laubsäge ausgeführt; es entstand dann ein klaffender Spalt von etwa  $2\frac{1}{2}$  mm Länge in der Richtung der Stabaxe. Oder die Länge des Einschnittes wurde (bei gleicher Tiefe) auf 20 oder auf 60 mm gebracht. Solche Einschnitte bringen eine merkliche Schwächung der Knickfestigkeit hervor, die mit der Länge des Einschnittes — selbstverständlich auch mit der Tiefe, obschon dies nicht näher untersucht wurde — in gesetzmässiger Weise zunimmt. Die beobachtete Verminderung der Knickfestigkeit wird in zutreffender Weise durch eine theoretische Betrachtung gefunden, die im folgenden Abschnitte dargelegt werden soll.

Schliesslich bemerke ich noch, dass der Versuch in jedem Falle immer dann abgebrochen wurde, wenn sich der Stab, ohne dass noch eine Laststeigerung zu erzielen war, schnell in gefahrdrohender Weise seitlich ausbog. Die Rücksicht auf die Sicherheit der Beobachter verbot es, den Stab etwa so vollständig zu verbiegen, wie man dies bei einem eigentlichen Biegungsversuche zu thun pflegt. Man sieht es daher den aus der Maschine genommenen Stäben auf den ersten Blick nicht besonders an, dass sie in den Beobachtungsheften als zerknickt aufgeführt sind. Eine nicht sehr starke Krümmung in der Mitte — namentlich bei den Stäben mit tiefen Einschnitten — ist Alles, was man an Spuren der Bruchbelastung bei ihnen wahrnimmt.

Bei der Ausführung eines Knickversuchs waren vier Personen, d. h. das ganze Personal des Laboratoriums, betheilig. Ein Beobachter sagte die erreichte Belastung an, ein zweiter las den Stand der Zeiger an den Rollenführlhebeln ab, ein dritter (Herr Assistent Klebe) mass die Spaltbreite zum Zwecke der Ermittlung der Sehnenverkürzung mit dem Messkeile und der vierte (ich selbst)

notierte den Ausschlag des Spiegels, der mit dem Fussende des Stabes verbunden war.

Die Versuche, die nicht bis zum vollständigen Ausknicken fortgesetzt wurden, wurden stets mehrmals wiederholt; anfänglich immer viermal hintereinander. Als sich dann herausstellte, dass die Beobachtungswerthe immer sehr gut mit einander übereinstimmten, wurde später oft nur eine einmalige Wiederholung als genügend erachtet, vorausgesetzt natürlich, dass der Gang der Zahlen in beiden Versuchen hinreichend übereinstimmte. Da ich im letzten Sommerhalbjahre durch meine Vorlesungen besonders stark in Anspruch genommen war, liess ich auch eine Anzahl der Versuche in meiner Abwesenheit ausführen, nachdem der ganze Vorgang bei allen Betheiligten hinreichend eingeübt war. In diesen Fällen übernahm Herr Klebe zu der ihm sonst zugetheilten Aufgabe auch noch meinen Beobachtungsposten und besorgte die Aufschreibungen. Ich kann mich vollständig darauf verlassen, dass auch diese Versuche mit derselben Umsicht und Gewissenhaftigkeit vorgenommen wurden, die ich selbst darauf hätte verwenden können und unterlasse es daher, sie besonders als Versuche in absentia aufzuführen.

### § 2. Theorie.

Die auf der Gleichung der elastischen Linie beruhende, zuerst von Euler aufgestellte Theorie der Knickfestigkeit ist so allgemein bekannt, dass es nicht nöthig ist, sie hier ausführlich zu besprechen. Ich verweise in dieser Hinsicht nur auf die Zusammensetzung der Formeln, die Bauschinger im XV. Hefte der Mitteilungen gegeben hat. Nur so weit als es nöthig erscheint, um das Verständniss der daran anzuknüpfenden Bemerkungen zu sichern, werde ich hier auf diese Betrachtungen zurückgreifen.

Es sei angenommen, dass der Stab im ursprünglichen Zustande schon etwas gekrümmt war und zwar soll der zugehörige Biegungspfeil  $f_0$  gross genug sein (etwa 2—3 mm) um die unvermeidliche Excentricität der Spitzen dagegen vernachlässigen zu können. Der sehr flache Bogen, den die Stabachse bildet, kann als Bogen einer Sinuslinie angesehen werden, deren Gleichung in der Form

$$y_0 = f_0 \sin \pi \frac{x}{l} \dots \dots \dots (1)$$

angeschrieben werden mag; die Bedeutung der Buchstaben ist ohne weiteres ersichtlich. Unter der Last  $P$  vergrössert sich  $f_0$  um  $f$  bis auf  $f + f_0$  und  $y_0$  um  $y$ . Die Stabaxe bildet dann wieder eine Sinuslinie und man hat

$$y = f \sin \pi \frac{x}{l} \dots \dots \dots (2)$$

während die an den Rollenführlhebeln beobachtete Ausbiegung  $f$  aus der Gleichung

$$f = \frac{f_0}{\frac{E\Theta\pi^2}{Pl^2} - 1} \dots \dots \dots (3)$$

folgt. Zunächst erkennt man aus dieser Gleichung, dass der Theorie nach eine Hyperbel entstehen muss, wenn man die Lasten P als Abscissen und die in der Stabmitte beobachteten Biegungspfeile f als Ordinaten aufträgt. Eine Durchsicht der auf den Tafeln aufgetragenen Messungsergebnisse lehrt, dass diese Folgerung der Theorie in der That in der Mehrzahl der Fälle recht gut bestätigt ist. Ausnahmen kommen nur vor, wo sich entweder Messungsfehler vermuthen lassen (namentlich bei den zur ersten Belastungsstufe gehörigen f, wo sich ein etwa vorhandener todter Gang des Apparates bemerklich machen kann) oder bei ursprünglich sehr geraden Stäben, d. h. dann, wenn der Einfluss der Excentricität der Spitzen nicht zu vernachlässigen ist, sondern vielleicht geradezu die ausschlaggebende Rolle spielt.

Für den Euler'schen Werth von P findet man f unendlich gross, d. h. die Hyperbel, von der vorher die Rede war, hat eine senkrechte Asymptote, deren Lage ganz unabhängig von dem anfänglichen  $f_0$  ist. Man kann dies auch so ausdrücken, dass die Zerknickungsbelastung in gewissen Grenzen unabhängig von der Grösse des ursprünglichen Biegungspfeiles ist, falls dieser nur überhaupt klein war. Erst in dieser nahezu bestehenden Unabhängigkeit der Grenzbelastung von den unvermeidlichen Zufälligkeiten des Anfangszustandes ist die Brauchbarkeit der Euler'schen Formel begründet.

Ganz streng, wie es nach der Formel scheinen könnte, lässt sich diese Unabhängigkeit freilich nicht behaupten und zwar desshalb nicht, weil bei der Rechnung keine Rücksicht auf die Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze von einem gewissen Werthe des Biegungspfeils f an genommen ist. Sobald aber die Elasticitätsgrenze überschritten ist, wird f aus leicht ersichtlichen Gründen viel schneller wachsen müssen, als es die Formel angibt und die Knicklast wird sich praktisch nicht merklich von jenem Werthe von P unterscheiden, bei dem jene Grenze erreicht wird. Die Knicklast ist also bei einem anfänglich etwas gekrümmten Stabe immer etwas niedriger zu erwarten, als der aus der Euler'schen Formel hervorgehende Werth.

Diese Ueberlegung lässt sich leicht auch zahlenmässig zum Ausdrucke bringen. Zu diesem Zwecke mögen drei verschiedene Lasten P durch angehängte Zeiger von einander unterschieden werden. Unter  $P_D$  soll jene Last P verstanden werden, die einen Stab von demselben Querschnitt, aber geringer Länge (oder einen kurzen Abschnitt des gegebenen Stabes) bis zur Proportionalitätsgrenze anstrengt, unter  $P_E$  der aus der Euler'schen Formel hervorgehende Werth  $\frac{\pi^2 E \Theta}{l^2}$  und unter  $P_K$  jene Last, die in Wirklichkeit das Ausknicken zu Stande bringt, weil sie bereits zu einer Ueberschreitung der Proportionalitäts-

grenze des Materials an der stärkst gedrückten Stelle führt.

Für die Spannung  $\sigma$  in irgend einer Faser des Mittelquerschnitts, die im Abstände a von der Schwerpunktsaxe liegt, hat man allgemein die Gleichung

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{P(f+f_0)}{\Theta} \cdot a \dots \dots (4)$$

In diesem Ausdruck kann für f der in Gl. (3) gegebene Werth, der sich mit den neu gewählten Bezeichnungen kürzer in der Form

$$f = f_0 \frac{P}{P_E - P} \dots \dots (5)$$

schreiben lässt, eingesetzt werden. Bezieht man ferner den Abstand a in Gl. (4) auf die äusserste Faser auf der Hohlseite der elastischen Linie, wählt dementsprechend in dieser Gleichung das obere Vorzeichen und setzt darin  $\sigma = \frac{P_D}{F}$  d. h. gleich der Proportionalitätsgrenze des Materials, so liefert die Auflösung der in Bezug auf P quadratischen Gleichung nach dieser Unbekannten die gesuchte Knicklast  $P_K$ . Da nur die kleinere der beiden Wurzeln der Gleichung in Betracht kommen kann, erhält man auf diesem Wege

$$P_K = \frac{P_D + P_E \cdot \frac{\Theta + aFf_0}{\Theta}}{2} - \sqrt{\left(\frac{P_D + P_E \cdot \frac{\Theta + aFf_0}{\Theta}}{2}\right)^2 - P_D \cdot P_E} \dots (6)$$

Mit  $f_0 = 0$  geht dieser Werth von  $P_K$  natürlich wieder in den Euler'schen Werth  $P_E$  über. Man erkennt aber leicht, dass beide schon nicht unerheblich von einander abweichen können, wenn auch  $f_0$  noch ziemlich klein gegen den Trägheitshalbmesser des Querschnitts ist. So erhält man z. B. selbst für einen anfänglichen Krümmungspfeil  $f_0$  von nur 1 mm bei dem gleichschenkligen Winkeleisen von 70 auf 9 mm, falls die Proportionalitätsgrenze gleich 2000 atm. und der Elasticitätsmodul gleich 2110000 atm. gesetzt werden,

bei der Länge von 2 m  $P_D = 23,6$  t,  $P_E = 11,8$  t,  $P_K = 10,4$  t,

„ „ „ „ 3 m  $P_D = 23,6$  t,  $P_E = 5,2$  t,  $P_K = 5,0$  t,

bei der ersten Länge also Unterschiede von über 10 und bei der zweiten noch solche von 4 Procent zwischen der wirklich zu erwartenden Knicklast  $P_K$  und der aus der Euler'schen Formel entnommenen  $P_E$ . Bei einer so kleinen Krümmung, wie sie dem Werthe  $f_0 = 1$  mm entspricht, kommt aber daneben noch die unvermeidliche Excentricität der Kraftangriffslinie in Betracht, die selbst einen ganz ähnlichen Einfluss wie  $f_0$  hat. Daraus ist zu schliessen, dass im Allgemeinen die Knicklast  $P_K$  selbst bei grad gerichteten Stäben immer etwas niedriger zu erwarten ist, als  $P_E$ .

Ehe ich auf diesen Punkt noch etwas weiter eingehe, möchte ich darauf hinweisen, dass Gl (6) selbst noch für den Fall angewendet werden kann, dass  $P_D$  kleiner als  $P_E$  ist, dass also ein Ausknicken im eigentlichen Sinne gar nicht in Betracht kommt. Man muss nur darauf achten, dass das Wurzelvorzeichen in jedem Falle so zu wählen ist, dass die Wurzelgrösse negativ wird. Für  $f_0 = 0$  liefert daher die Formel unter der Voraussetzung  $P_E > P_D$  den Werth  $P_D$  und nicht, wie vorher unter der entgegengesetzten Voraussetzung angegeben war, den Werth  $P_E$ .

Es mag hier vielleicht von Interesse sein, den Zusammenhang nachzuweisen, in dem Gl (6) mit einer Tetmajer'schen Formel steht. Für den Fall, dass  $P_D$  ungefähr gleich  $P_E$  oder kleiner ist, dass also die Euler'sche Formel ihre Bedeutung verliert, hat Herr v. Tetmajer auf Grund seiner Versuche eine Formel gegeben, die z. B. für Flusseisenstäbe in der Form

$$\beta_K = 3,10 - 0,0114 \frac{1}{K} \dots \dots \dots (7)$$

angeschrieben wird. Darin bedeutet  $\beta_K$  die auf 1 qcm der Querschnittsfläche bezogene Knicklast in Tonnen, ferner  $l$  die Länge und  $K$  den Trägheitshalbmesser des Querschnitts und die Formel gilt für Werthe des Längenverhältnisses  $\frac{l}{K}$  zwischen 10 und 105.

Nehmen wir nun zunächst  $P_D = P_E$ , was ungefähr der oberen Gültigkeitsgrenze der Tetmajer'schen Formel entspricht, und bezeichnen wir die absolute Zahl  $\frac{a F f_0}{\Theta}$ , die hier als kleiner Bruch vorausgesetzt werden kann, der Kürze halber mit  $\alpha$ , so liefert Gl (6)

$$P_K = P_D \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right) - \sqrt{P_D^2 \left( \alpha + \frac{\alpha^2}{4} \right)}$$

oder mit Rücksicht darauf, dass  $\alpha$  klein gegen 1 ist, näherungsweise  $P_K = P_D (1 - \sqrt{\alpha}) \dots \dots \dots (8)$

Der ursprüngliche Biegungspfeil  $f_0$  eines Stabes, der von einem längeren Stücke mit gegebener Krümmung abgeschnitten ist, wächst proportional mit dem Quadrate der Länge des Stabes. Man wird daher zu erwarten haben, dass der Werth

$$\alpha = \frac{a F f_0}{\Theta} = c^2 \frac{l^2}{K^2}$$

gesetzt werden kann, wobei die Constante  $c$  davon abhängt, mit welchem Grade von Genauigkeit der Stab grade gerichtet war. Setzt man dies in Gl (8) ein, so geht diese über in

$$P_K = P_D \left( 1 - c \frac{l}{K} \right) \dots \dots \dots (9)$$

in Uebereinstimmung mit der allgemeinen Gestalt des Tetmajer'schen Ansatzes. — Verfährt man ähnlich für den Fall, dass  $P_D$  sehr viel kleiner ist als  $P_E$ , so gelangt man aus Gl (6) allerdings zu einer etwas anders gestalteten

Näherungsformel, so nämlich, dass das Verhältniss  $\frac{1}{K}$  ersetzt wird durch  $\frac{l^2}{K^2}$ . Indessen ist dabei noch nicht berücksichtigt, dass neben der Krümmung des Stabes auch die Excentricität des Kraftangriffs in Betracht kommt. Diese nimmt aber, wenn überhaupt, offenbar langsamer mit der Länge ab, als  $f_0$ . Daraus erklärt es sich wohl, dass die Tetmajer'sche Formel die Erscheinungen für einen grösseren Bereich befriedigend darzustellen vermag.

Nach dieser Abschweifung kehre ich zur Betrachtung des Falles  $P_D > P_E$  zurück, der bei meinen Versuchen allein in Betracht kam. Ich erwähnte schon, dass nach den Betrachtungen, die zu Gl (6) führten, die wirkliche Knicklast  $P_K$  immer kleiner sein sollte als  $P_E$ . Dies traf auch bei meinen Versuchen im Allgemeinen zu; nur in einem Falle war eine Ausnahme zu verzeichnen. Bei dem Stabe Lab. Nr. 5493a vom Profile 60 auf 8 mm und von 2 m Länge betrug nämlich die Knicklast 6,9 t, während sich  $P_E$  zu 5,7 t berechnet. Theilweise erklärt sich dies daraus, dass die Schenkelstärke, wie sich beim Nachmessen herausstellte, um etwa  $\frac{1}{2}$  mm grösser war, als die in Rechnung gezogene Sollstärke von 8 mm. In der That wog auch das 2 m lange Stück 14,85 kg, während es bei richtiger Innehaltung des Walzprofils nach den Normalprofil-Tabellen nur 14,0 kg hätte wiegen dürfen.

Auch andere Beobachter haben gelegentlich die Knicklast grösser gefunden, als  $P_E$ , ohne dass vermuthlich eine solche Profilabweichung als Grund geltend gemacht werden könnte. Es kann aber auch in der That hier noch ein Umstand mitspielen, auf den bei der Herleitung der Formeln nicht geachtet ist. Durch die von Bauschinger eingeführten Stahlspitzen wird, wie auch aus den von mir beobachteten Drehungswinkeln hervorgeht, zwar in der Regel eine fast völlig freie Beweglichkeit der Stabenden erreicht. Zuweilen scheint es aber auch vorzukommen, dass selbst in diesen Spitzen ein Anfangsmoment von geringer Grösse übertragen wird. Ein stärkeres Abplatten der Spitze unter dem Druck oder das Hineingerathen eines grösseren Staubkornes in den engen Spielraum zwischen Spitze und Körner könnte die Veranlassung dazu geben. Eine solche, wenn auch nur ganz geringfügige, theilweise Einspannung des einen Stabendes müsste natürlich zu einer Erhöhung der Knicklast führen.

Ich werde zu dieser Anschauung durch den Umstand geführt, dass gerade bei dem als Ausnahmefall angeführten Stabe L Nr. 5493a irgend eine kleine Unregelmässigkeit in der Spitzenlagerung vorgekommen sein muss, wie aus dem Vergleiche der Curven für den Drehungswinkel und die seitliche Ausbiegung  $f$  auf Tafel III zu erkennen ist.

Für den Drehungswinkel  $\varphi$  eines Stabendes, der in Bogenmass gemessen seiner Kleinheit wegen gleich der

Tangente, d. h. also gleich  $\frac{dy}{dx}$  für  $x = 0$  gesetzt werden kann, erhält man aus Gl (2) den Werth

$$\varphi = \frac{\pi}{1} f \dots \dots \dots (10)$$

Der Winkel  $\varphi$  wächst also nach der Theorie proportional mit dem Biegungspfeil und kann aus diesem durch Multiplikation mit  $\frac{\pi}{1}$  gefunden werden. Im Allgemeinen (abgesehen also von dem vorher erwähnten Ausnahmefalle) hat sich diese theoretische Folgerung in der That auch ganz gut bestätigt.

Auch für die Verkürzung des Stabes unter der Last lässt sich aus Gl (2) leicht ein theoretischer Ausdruck ableiten. Diese Verkürzung besteht aus zwei Antheilen: zunächst verkürzt sich die Stabaxe um so viel, als nach dem Elasticitätsgesetz der durchschnittlichen Belastung auf die Flächeneinheit  $\frac{P}{F}$  entspricht und dann tritt noch eine weitere Annäherung der beiden Enden wegen der Krümmung, d. h. wegen des Unterschiedes zwischen der Bogenlänge der elastischen Linie und ihrer Projektion auf die Verbindungslinie der Stabendpunkte ein. Für den ersten Antheil hat man einfach

$$\Delta l_1 = \frac{1P}{EF} \dots \dots \dots (11)$$

Der zweite Antheil der Stabverkürzung kann zunächst in der Form  $\Delta l_2 = \int_0^1 (ds - dx) \dots \dots \dots (12)$  geschrieben werden. Für  $ds$  setze man der Reihe nach

$$ds = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = dx \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right) = dx \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{f\pi}{1}\right)^2 \cos^2 \frac{\pi x}{1}\right)$$

Bei der zweiten Umformung ist zu beachten, dass  $\frac{dy}{dx}$  stets klein gegen 1 bleibt, dass also von der Reihenentwicklung, die beim Ausziehen der Wurzel erhalten wird, die Glieder mit höheren Potenzen vernachlässigt werden können; bei der dritten Umformung ist für den Differentialquotienten sein Werth aus Gl (2) eingeführt. Setzt man den zuletzt für  $ds$  gefundenen Werth in Gl (12) ein, so erhält man nach Ausführung der Integration

$$\Delta l_2 = \frac{\pi^2 f^2}{41} \dots \dots \dots (13)$$

Um diesen Antheil ebenso wie  $\Delta l_1$  als Funktion der Belastung  $P$  auszudrücken, kann man noch den Werth von  $f$  aus Gl (5) entnehmen. Man erhält dann

$$\Delta l_2 = \frac{\pi^2 f_0^2}{41} \left(\frac{P}{P_E - P}\right)^2 \dots \dots \dots (14)$$

Vergleicht man beide Antheile mit einander, so findet man, dass  $\Delta l_2$ , also der Einfluss der Stabkrümmung, bei geringen Lasten  $P$  ganz unerheblich gegen  $\Delta l_1$  bleibt; erst bei Annäherung an den Eulerschen Werth  $P_E$  erlangt

$\Delta l_2$  das Uebergewicht und führt dann zu sehr schnell wachsenden Verkürzungen des Stabes. Für ein Winkel-eisen vom Querschnitt 70 auf 9 mm und 2 m Länge, das eine ursprüngliche Krümmung vom Pfeile  $f_0 = 2$  mm hatte, findet man z. B. nach den vorausgegangenen Formeln bei den angegebenen Lasten die folgenden Verkürzungen in Tausendstel mm:

Last =	1	2	4	6	8	10	11	11,8 t.
$\Delta l_1 =$	80	161	321	482	643	803	883	948 $10^{-3}$ mm
$\Delta l_2 =$	0,04	0,2	1,3	5	22	152	933	$\infty 10^{-3}$ mm
$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 =$	80	161	322	487	665	955	1816	$\infty 10^{-3}$ mm

Erst von etwa 8 t an erlangt demnach die Stabkrümmung einen Einfluss, dessen Betrag  $\Delta l_2$  über die Versuchsfehler hinaus reicht; dafür ist schon bei 11 t der Antheil  $\Delta l_2$  grösser geworden als die gleichmässig wachsende Verkürzung  $\Delta l_1$  und darüber hinaus zeigt die schnelle Vergrößerung von  $\Delta l_2$ , das bei 11,8 t nach der Formel unendlich gross wird, den Bruch des Stabes — oder richtiger das vorher eintretende Ende der elastischen Ausbiegung — an.

Nach der Theorie muss man demnach erwarten, dass man eine im ersten Theile fast genau gerade Linie erhält, wenn man die Lasten  $P$  als Abscissen und die beobachteten Stabverkürzungen als Ordinaten aufträgt; erst gegen das Ende hin sollte sich die Curve von dieser Graden abheben und dann schnell wachsende Werthe liefern. Im Allgemeinen stimmen denn auch in der That die auf den Tafeln wiedergegebenen Messungsergebnisse mit dieser Folgerung überein. Die unerheblichen Abweichungen von geraden Linien, die durch den Anfangspunkt gehen, liegen im grösseren Theile der Curven noch in den Grenzen der Versuchsfehler. Wo der Versuch schon ein ziemliches Stück vor der Knickgrenze abgebrochen wurde, lassen diese Linien bis an das Ende hin keine deutlich ausgesprochene Krümmung erkennen; im anderen Falle steigt die Linie erst gegen das Ende hin plötzlich stärker an. Ich habe aber schon im vorigen Abschnitte erwähnt, dass die gemessenen Längenänderungen  $\Delta l$ , die bei niederen Belastungen fast ausschliesslich den Antheil  $\Delta l_1$  darstellen, grösser gefunden wurden, als man nach Gl. (11) erwarten sollte und dass es mir bisher nicht gelungen ist, eine befriedigende Erklärung dafür zu finden. Es scheint vielmehr, als ob die schon früher erwähnten Nebenerscheinungen, die in der Theorie nicht berücksichtigt sind, gerade auf diese Werthe von besonderem Einflusse seien. Indessen muss man auch beachten, dass bei den schlanken Stäben mit geringer Knickbelastung, bei denen die Unterschiede am stärksten hervortreten, die Kraftangaben aus den früher erwähnten Gründen mit grösseren Fehlern behaftet sein können, wodurch es erschwert wird, allgemeine Schlüsse aus den Beobachtungen zu ziehen. Ich betrachte daher die Beobachtungen über

die Längenänderungen  $\Delta l$  nur als ein immerhin schätzbares Material für weitere Untersuchungen über diesen Gegenstand und theile sie darum mit, obschon sich zur Zeit nicht viel damit anfangen lässt.

Es bleibt mir jetzt noch übrig, die Anschauung auseinander zu setzen, die ich mir über den Einfluss der Schwächung des Stabes durch Einschnitte gebildet habe. Zuvor erwähne ich, dass ich nicht mit einer fertigen Theorie in die Versuchsarbeiten eintrat, dass ich vielmehr anfänglich nur darauf bedacht war, die Erfahrungsthatfachen festzustellen. Erst als ich über diese einen hinreichenden Ueberblick gewonnen hatte, versuchte ich mir theoretisch Rechenschaft darüber zu geben. Es zeigte sich bald, dass dies auf sehr einfache Weise möglich war. Von einer Bestätigung der theoretischen Folgerungen durch die Versuche kann daher bei dieser Sachlage nicht die Rede sein; vielmehr ist die Formel, die ich jetzt ableiten werde, nur als eine nachträglich abgefasste und in kürzester Form vorgetragene Beschreibung der beobachteten Erscheinungen zu betrachten.

Das Trägheitsmoment des geschwächten Querschnitts sei mit  $\Theta'$ , die Länge, auf die sich die Schwächung in der Richtung der Stabaxe erstreckt, mit  $l'$  bezeichnet. Dabei nehme ich an, dass  $l'$  klein ist gegenüber der ganzen Stablänge  $l$ . Die elastische Linie beim Ausknicken zerfällt dann in drei, sich berührend aneinander schliessende Aeste, von denen die beiden äusseren symmetrisch zu einander sind. Die ganze Linie kann mit einer aus einem einzigen Aste bestehenden, einheitlichen verglichen werden die sich nur im mittleren Theile von der vorigen unterscheidet, in den äusseren Abschnitten aber mit ihr übereinstimmt. Damit das möglich sei, muss das Mittelstück der Vergleichslinie entsprechend länger angenommen werden, denn bei der wirklich vorhandenen, dreitheiligen elastischen Linie ist das Mittelstück wegen des kleineren Trägheitsmoments stärker gekrümmt, als die sich ihm unmittelbar anschliessenden Theile der äusseren Abschnitte. Soll also das stark gekrümmte Mittelstück durch ein anderes ersetzt werden, das sich stetig an die äusseren Abschnitte anschliesst, so muss dessen Länge um so viel vermehrt werden, dass der Winkel zwischen den Endquerschnitten dieses Stücks trotz des grösseren Krümmungshalbmessers denselben Betrag erlangt wie in Wirklichkeit.

Aus diesen Ueberlegungen geht unmittelbar hervor, wie das Verhalten des durch einen Einschnitt geschwächten Stabes zu beurtheilen ist. Die Knickerscheinungen müssen vor Erreichung der Proportionalitätsgrenze dieselben bleiben, wie bei einem Stabe ohne Einschnitt und von derselben anfänglichen Krümmung  $f_0$ , dessen freie Länge um den Betrag

$$l'' = l' \frac{\Theta - \Theta'}{\Theta'} \dots \dots \dots (15)$$

vergrössert ist. Die Knicklast  $P_K$  dagegen, die mit Rücksicht auf die Ueberschreitung der Proportionalitätsgrenze an der stärkst gespannten Faser des geschwächten Querschnitts zu erwarten ist, folgt aus der früher dafür abgeleiteten Formel (6), wenn man darin an Stelle von  $P_E$  den Werth

$$P'_E = \pi^2 \frac{E \Theta}{(1 + l'')^2} \dots \dots \dots (16)$$

einsetzt und alle übrigen in der Formel vorkommenden Grössen auf den geschwächten Querschnitt bezieht.

Hierzu ist indessen noch eine Bemerkung zu machen. Ein scharf abgesetzter Einschnitt von der Länge  $l'$  muss nämlich nothwendig auch noch eine Schwächung der unmittelbar angrenzenden Stabtheile bedingen. Die frei in die Luft hinausragenden Kanten, die ihn einschliessen, können sich an dem Kräftespiel nicht so betheiligen, als wenn der Querschnitt ohne Unterbrechung durchging. Mit anderen Worten heisst dies, dass als wirksame Länge  $l'$  des Einschnitts ein etwas grösserer Werth in die Formeln einzusetzen ist, als die unmittelbar gemessene Weite des klaffenden Spalts. Es wird von den Querschnittsabmessungen und von der Tiefe des Einschnitts abhängen, welcher Betrag aus diesem Grunde zuzuschlagen ist; dagegen scheint kein Grund dafür vorzuliegen, dass dieser Betrag von der Länge des Einschnitts selbst abhängig sei. Ueber die Grösse dieses Summanden lässt sich von vornherein nur schätzungsweise sagen, dass er etwa von derselben Grössenordnung wie die Einschnitttiefe zu erwarten ist. In der That folgt aus den Versuchen, dass er bei den von mir angewendeten Einschnitttiefen etwa zwischen 2 und 4 cm beträgt. Dass ich diesen Werth nicht in engere Grenzen einzuschliessen vermag, kann nicht überraschen, denn in der That war diese Correctionsgrösse, die mit der Länge des ganzen Stabs zu vergleichen ist, schliesslich der einzige Zahlenwerth, den ich aus den Versuchsergebnissen ableitete und in ihm häufen sich daher alle zufälligen Abweichungen und alle Versuchsfehler zusammen. Es muss vielmehr als ein Beweis für die hinreichend genaue Beschreibung des wirklichen Vorgangs durch die vorausgehenden Betrachtungen gelten, dass für diesen Summanden in allen Fällen Werthe gefunden wurden, die, so wenig sie auch auf Genauigkeit Anspruch erheben können, doch immer innerhalb der Grenzen bleiben, die augenscheinlich als annehmbar gelten können.

Ausdrücklich hervorheben möchte ich übrigens noch einmal, dass die ganze vorausgehende Betrachtung nur unter der Voraussetzung zulässig ist, dass  $l'$  klein ist gegen  $l$ . Nur in diesem Falle kann, wie es stillschweigend geschehen ist, der zu dem Mittelstück für sich gehörige Biegunbspfeil gegenüber dem Biegunbspfeile des ganzen

Stabes vernachlässigt werden. Man überzeugt sich davon auch leicht durch die Ueberlegung, dass die der Querschnittsverchwächung Rechnung tragende Stabverlängerung  $l'$  in Gl. (15) unrichtig wird, sobald man  $l'$  gleich der ganzen Stablänge  $l$  setzt.

Ausserdem ist die Betrachtung, wenigstens in der besonderen Form, die ihr hier gegeben wurde, auch nur auf einen Einschnitt anwendbar, der in der Stabmitte angebracht ist. Es ist von vornherein klar, dass die Stabmitte jene Stelle ist, an der ein Einschnitt am gefährlichsten wirkt. Ursprünglich war auch eine Prüfung von solchen Stäben in Aussicht genommen, die an anderen Stellen als in der Mitte mit Einschnitten versehen werden sollten. Nachdem sich aber, in Uebereinstimmung mit der vorausgehenden theoretischen Betrachtung, gezeigt hatte, dass eine Verschwächung durch gewöhnliche Nietlöcher, die praktisch am wichtigsten ist, ohne merklichen Einfluss bleibt, und da auch die später vorgenommenen, weit gefährlicheren Beschädigungen die Knickfestigkeit nicht in solchem Maasse herabsetzten, dass eine ganz scharfe Ermittlung des Betrages der Abminderung möglich gewesen wäre, konnte es als überflüssig angesehen werden, die Versuche mit Einschnitten an anderen Stellen zu wiederholen, an denen sie nothwendig noch weniger Einfluss haben mussten.

Ich komme jetzt noch einmal auf das Verfahren zurück, nach dem die Abminderung der Knickfestigkeit durch die Beschädigungen, die der Stab erlitt, fest gestellt wurde. In allgemeinen Umrissen ist dieses Verfahren schon im vorigen Abschnitte geschildert worden; es bleibt mir hier nur noch übrig, die Verwerthung der Beobachtungsziffern im Einzelnen auseinander zu setzen.

Ohne Einschnitte erfuhr der Stab bei der Belastung gewisse Formänderungen, die bis nahe an die Ueberschreitung der Proportionalitätsgrenze, also auch bis nahe an die Erreichung der Knicklast beobachtet wurden. Diese Beobachtungen lieferten 3 Curven, von denen die für die Ausbiegung  $f$  und die für den Drehungswinkel  $\varphi$  die wichtigsten sind. Diese beiden konnten in der That in der Mehrzahl der Fälle, wie es die Theorie verlangt, hinreichend genau als Hyperbelbögen angesehen werden. Als dann der Versuch mit den Einschnitten wiederholt wurde, erhielt man andere Curven und es handelte sich darum, aus dem Vergleiche der Curven mit einander das Verhältniss zwischen den Knicklasten, d. h. zwischen den Abscissen der beiden senkrechten Asymptoten der Hyperbeln zu bestimmen. Hätte man annehmen dürfen, dass durch die Bearbeitung der anfängliche Biegunbspfeil  $f_0$  ungeändert bliebe und dass der Stab auch mit derselben Excentricität des Kraftangriffs von Neuem in die Maschine komme wie beim ersten Versuche, so hätte ein Vergleich

der Kräfte, die in beiden Fällen dieselbe Ausbiegung  $f$  ergaben, zugleich auch das Verhältniss der Knicklasten kennen gelehrt, wie aus Gl (5) ohne Weiteres zu schliessen ist. Bezeichnet man nämlich mit  $P'$  die Kraft, die im zweiten Falle dieselbe Ausbiegung  $f$  hervorbringt wie  $P$  im ersten Falle und die Eulerschen Werthe für beide Zustände des Stabs mit  $P'_E$  und  $P_E$ , so folgt aus Gl (5)

$$\frac{P}{P_E - P} = \frac{P'}{P'_E - P'}, \text{ also } \frac{P_E}{P'_E} = \frac{P}{P'} \quad \dots \quad (17)$$

Von den Drehungswinkeln  $\varphi$  gilt nach Gl (10) dasselbe wie für  $f$ . — Durch Aenderung des Massstabs für die Abscissen hätten sich die Hyperbeln für den zweiten Fall zur Deckung mit jenen für den ersten Fall bringen lassen müssen.

Anfänglich hoffte ich auch, das Verhältniss  $\frac{P_E}{P'_E}$ , auf dessen Ermittlung die ganze Untersuchung hinzielte, einfach mit Hilfe von Gl (17) bestimmen zu können. Bald zeigte sich aber, dass der Anfangszustand des Stabes durch das Herausnehmen aus der Maschine und die darauf folgende Bearbeitung eine Aenderung erfährt; es lässt sich namentlich kaum vermeiden, dass sich die anfängliche Krümmung  $f_0$  durch die immerhin ziemlich derbe Behandlung des Stabs beim Anbringen der Einschnitte etwas ändert.

Sobald  $f_0$  (und beim Wiedereinsetzen wohl auch die unvermeidliche Excentricität der Kraftangriffslinie) geändert ist, wird dadurch nach Gl (5) unter sonst gleichen Umständen  $f$  in demselben Verhältnisse mit geändert. Würde man also nichts ändern als  $f_0$ , so müsste man durch entsprechende Wahl des Massstabs für die Ordinaten, aber unter Beibehaltung des gleichen Massstabs für die Abscissen, die den beiden Fällen entsprechenden Hyperbeln zur Deckung bringen können.

Wirken nun beide Umstände zusammen, ist also der Stab erstens durch Einschnitte geschwächt und zweitens bei dieser Gelegenheit auch ein wenig verbogen worden, so wird man zwei Hyperbeln, von denen sich die eine auf das Verhalten vor, die andere auf das nach der Bearbeitung bezieht, mit einander zu vergleichen haben, die erst durch Aenderung sowohl des Abscissen- als auch des Ordinationsmassstabs zur Deckung gebracht werden können. Das Verhältniss der Knicklasten, das man sucht, wird dann durch das Verhältniss der Abscissen-Massstäbe angegeben.

Um die beiden Curven, die ja nicht in Wirklichkeit genaue Hyperbeln, sondern mit Versuchsfehlern und anderen Abweichungen behaftete Linienzüge sind, in der angegebenen Weise mit einander vergleichen zu können, wird man sich nach einer Eigenschaft umsehen müssen, die von Massstabänderungen für die Abscissen und Ordinaten nicht berührt wird. Eine solche Eigenschaft lässt sich leicht

angeben. In nebenstehender Abbildung sei irgend ein vom Anfangspunkte O ausgehendes Stück OA einer aus dem

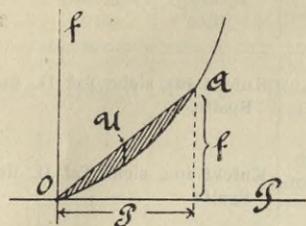


Abbildung 2.

Versuche etwa für die Ausbiegungen  $f$  (oder für die Drehungswinkel  $\varphi$ ) gefundenen Curve ins Auge gefasst. Man ziehe die Sehne OA und betrachte das von ihr abgeschnittene Segment. Das Verhältniss des grössten in der Richtung der  $f$ -Axe gemessenen Abstandes  $u$  zwischen der Sehne und dem Bogen des Segments zu dem Biegungspfeile  $f$  für den letzten Punkt A der Curve ist dann ganz unabhängig von den beiden Massstäben, die man beim Auftragen der Coordinaten zu Grunde legt.

Mit dieser Bemerkung ist der Weg gewiesen, den man beim Vergleiche des Verhaltens des Stabes vor und nach der Schwächung durch die Einschnitte einzuschlagen hat. Angenommen etwa, das Verhältniss  $\frac{u}{f}$  sei für irgend eine Belastung  $P$  beim ungeschwächten Stabe gleich  $\frac{1}{8}$ . Um dann die entsprechende Belastung  $P'$  zu finden, die zur Euler'schen Knicklast  $P'_E$  in demselben Verhältnisse steht wie  $P$  zu  $P_E$ , muss man (durch Probiren) einen Punkt der zweiten Curve aufsuchen, für den das Verhältniss  $\frac{u'}{f'}$  ebenfalls gleich  $\frac{1}{8}$  ist. Dann gibt nach den vorausgehenden Erörterungen das Verhältniss  $P':P$  an, in welchem Verhältnisse die Euler'sche Knicklast durch den Einschnitt herabgesetzt wird.

In dieser Weise sind die Versuchsergebnisse berechnet worden und sie fügen sich, wie bereits angegeben wurde, dem durch Gl (15) ausgesprochenen Gesetze, falls man darin unter  $l$  die um einen zwischen 2 und 4 cm liegenden Summanden vermehrte Einschnittlänge (in der Richtung der Stabaxe gemessen) versteht. Zugleich geht aus dieser Besprechung hervor, dass in der That eine genauere Bestimmung des Summanden, als eben angegeben wurde, wegen der unvermeidlichen Versuchsfehler nicht durchführbar ist.

Selbstverständlich wurden für den Zweck der Berechnung sowohl die Curven für  $f$  als die für  $\varphi$  verwendet und aus beiden Resultaten das Mittel genommen.

### § 3. Auszüge aus den Beobachtungsheften.

Der Inhalt der Beobachtungshefte wird am übersichtlichsten durch die auf den Tafeln I bis III verzeichneten Curven wiedergegeben. Da die Messungen in keinem Falle auf grössere Genauigkeit Anspruch machen können, als die Zeichenfehler ausmachen, kann ich davon absehen, die Zahlenwerthe ausserdem noch sämmtlich tabellarisch aufzuführen. Ich mache nur darauf aufmerksam, dass alle aufgetragenen Werthe Mittelwerthe aus Beobachtungssätzen sind, die unter gleichen Bedingungen aufeinanderfolgten, und dass die für denselben Stab unter verschiedenen Umständen (nach erfolgter Schwächung) gefundenen Zahlen auf den Tafeln durch unmittelbar aufeinander folgende Curvenzüge dargestellt sind.

Der Uebersichtlichkeit wegen möge hier nur noch eine Zusammenstellung aller Versuchsreihen mit einigen summarischen Angaben Platz finden.

#### A. Winkeleisen von 60 mm Schenkellänge und 8 mm Stärke.

Lab-Nr.	Länge des Stabes		Angaben über Querschnittschwächungen	Ursprünglicher Biegungspfeil $f_0$ in mm	Knicklast $P'_E$ nach der Euler'schen Formel in t	Grösste Last, bis zu der der Versuch durchgeführt wurde in t	Ausbiegung $f$ , die dabei erreicht wurde in mm	Werth des Verhältniss. $\frac{f \cdot l^3}{P'_E}$	Bemerkungen
	ohne Spitzen mm	mit Spitzen mm							
5493a	1999,5	2134,5	ungeschwächt	$\leftarrow \rightarrow 1 \text{ mm}$ $\downarrow 1 \text{ mm}$	5,7	6,9	—	—	Das Profil war etwas zu stark; ausserdem eine Unregelmässigkeit in der Spitzenlagerung, siehe Tafel III, rechte Hälfte; der Stab zerknickt bei 6,9 t
5493b	1999,5	2134,5	ungeschwächt	$\leftarrow \rightarrow 3 \text{ mm}$ $\downarrow 2 \text{ mm}$	5,7	4,0	3,21	—	Siehe Taf. II, Mittelspalte unten.
"	"	"	Einschnitte von $l = 2,5 \text{ mm}$ Länge	"	"	4,0	3,84	4,93	
"	"	"	desgl. $l = 20 \text{ mm}$	"	"	4,0	3,96	"	
"	"	"	desgl. $l = 60 \text{ mm}$	"	"	4,0	4,41	"	Der Stab zerknickt bei Steigerung der Last über 4,0 t.
5493c	1999,5	2134,5	ungeschwächt	$\leftarrow \rightarrow 2,8 \text{ mm}$ $\downarrow 1 \text{ mm}$	5,7	4,0	3,42	—	Siehe Taf. III, rechte Hälfte oben.
"	"	"	ein Bohrloch v. 20 mm im einen Schenkel	"	"	4,0	3,40	—	
"	"	"	dazu noch 2 Bohrlöcher im andern Schenkel	"	"	5,7	—	—	Der Stab zerknickt bei 5,7 t.

Lab-Nr.	Länge des Stabes		Angaben über Querschnittsverschwächungen	Ursprünglicher Biegunspfeil $f_0$ in mm	Knicklast $P_E$ nach der Eulerschen Formel in t	Grösste Last, bis zu der der Versuch durchgeführt wurde in t	Ausbiegung $f$ , die dabei erreicht wurde in mm	Verhältniss. $\frac{f}{f_0}$	Bemerkungen
	ohne Spitzen mm	mit Spitzen mm							
5494a	2998,5	3133,5	ungeschwächt	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 5 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 2,5 \text{ mm} \end{array}$	2,6	2,3	—	—	Knickt aus, siehe Taf. II, linke Spalte.
5494b	2998,5	3133,5	..	$\begin{array}{c} \leftarrow \leftarrow 1 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 2,5 \text{ mm} \end{array}$	2,6	2,3	—	—	Knickt aus, siehe Taf. II, linke Spalte.
5495a	3998	4133	..	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 13,5 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 1,5 \text{ mm} \end{array}$	1,5	1,2	—	—	Knickt aus, Taf. I.
5495b	3998	4133	..	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 12 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 0 \end{array}$	1,5	1,4	—	—	Knickt aus, Taf. I.
5495c	3998	4133	..	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 5 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 2 \text{ mm} \end{array}$	1,5	1,5	—	—	Knickt aus, Taf. I.

### B. Winkeleisen von 70 mm Schenkellänge und 9 mm Stärke.

5497a	1999,5	2134,5	ungeschwächt	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 2,5 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 2,5 \end{array}$	10,2	7,9	8,34	—	Siehe Taf. III, rechte Hälfte.
"	"	"	mit Einschnitt $l=2,5$ mm	"	"	7,9	—	4,66	Knickt aus.
5497b	1999,5	2134,5	ungeschwächt	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 3,0 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 0 \end{array}$	10,2	5,3	4,16	—	Siehe Taf. II, Spalte rechts.
"	"	"	mit Einschnitt $l=2,5$ mm	"	"	5,3	1,60	4,66	—
"	"	"	desgl. $l=20$ mm	"	"	7,1	—	"	Knickt aus.
5497c	1999,5	2134,5	ungeschwächt	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 2,5 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 0 \end{array}$	10,2	5,3	1,24	—	Siehe Taf. II, Spalte rechts.
"	"	"	Einschnitt $l=2,5$ mm	"	"	5,3	1,72	4,66	—
"	"	"	desgl. $l=20$ mm	"	"	5,3	2,04	"	—
"	"	"	desgl. $l=60$ mm	"	"	5,3	4,06	"	—
"	"	"	"	"	"	6,5	—	"	Knickt aus.
5498a	2999	3134	ungeschwächt	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 3,0 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 0 \end{array}$	4,7	4,0	—	—	Knickt aus, siehe Taf. II, Mittelspalte.
5498b	2999	3134	ungeschwächt	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 3,5 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 2,9 \text{ mm} \end{array}$	4,7	3,5	17,8	—	Siehe Taf. II, Mittelspalte.
"	"	"	mit Einschnitt $l=2,5$ mm	"	"	3,5	—	4,66	Knickt aus.
5499a	3998	4133	ungeschwächt	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 4 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 0 \end{array}$	2,7	2,2	—	—	Knickt aus, Taf. I.
5499b	3998,5	4133,5	ungeschwächt	grad.	2,7	2,2	—	—	Knickt aus, Taf. I.
5499c	3998	4133	ungeschwächt	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 9 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 3,5 \text{ mm} \end{array}$	2,7	2,2	—	—	Knickt aus, Taf. I.

### C. Winkeleisen von 80 mm Schenkellänge und 10 mm Stärke.

5501a	1999,5	2134,5	ungeschwächt	$\begin{array}{c} \leftarrow \rightarrow 3 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 0 \end{array}$	17,0	15,7	—	—	Knickt aus. Siehe Taf. III, rechte Hälfte unten.
5501b	1999,5	2134,5	ungeschwächt	grad	17,0	10,5	0,8	—	Siehe Taf. III, linke Hälfte.
"	"	"	mit Einschnitt $l=2,5$ mm	"	"	10,5	0,1	4,03	—
"	"	"	desgl. $l=20$ mm	"	"	9,2	0,3	"	—
"	"	"	desgl. $l=60$ mm	"	"	14,4	—	"	Knickt aus.
5501c	1999,5	2134,5	ungeschwächt	$\begin{array}{c} \leftarrow \leftarrow 2,9 \text{ mm} \\ \downarrow \\ 0 \end{array}$	17,0	11,8	4,9	—	Siehe Taf. III, linke Hälfte.

Lab-Nr.	Länge des Stabes		Angaben über Querschnittsverwächungen	Ursprünglicher Biegunspfeil $f_0$ in mm	Knicklast $P_E$ nach der Eulerschen Formel in t	Grösste Last, bis zu der der Versuch durchgeführt wurde in t	Ausbiegung $f$ , die dabei erreicht wurde in mm	Verhältniss $\frac{f}{f_0}$		Bemerkungen
	ohne Spitzen mm	mit Spitzen mm						$\frac{f}{f_0}$	$\frac{f}{f_0}$	
5501 c	1999,5	2184,5	Bohrloch von 22 mm im einen Schenkel	$\leftarrow 2,9$ mm	17,0	11,8	4,7	—	—	
"	"	"	dazu noch zwei Bohrlöcher im anderen Schenkel	"	"	14,4	13,0	—	—	
"	"	"	"	"	"	14,8	—	—	—	Knickt aus.
5502 a	3000	3135	ungeschwächt	$\leftarrow 2,5$ mm	7,9	5,9	16,8	—	—	Siehe Taf. II, linke Hälfte.
"	"	"	Ein Bohrloch von 20 mm in jedem Schenkel	"	"	5,9	16,0	—	—	
"	"	"	"	"	"	6,4	—	—	—	Knickt aus.
5502 b	2999	3134	ungeschwächt	$\leftarrow 5$ mm	7,9	5,3	11,2	—	—	Siehe Taf. II, linke Hälfte.
"	"	"	mit Einschnitt $l=2,5$ mm	"	"	4,0	8,1	4,03	—	
"	"	"	desgl. $l=20$ mm	$\leftarrow 5,6$ mm	"	4,0	8,7	"	—	
"	"	"	"	"	"	5,0	—	"	—	Knickt aus.
5503 a	3998,5	4133,5	ungeschwächt	$\leftarrow 2,0$ mm	4,5	4,2	—	—	—	Knickt aus, Taf. I.
5503 b	3997,5	4132,5	ungeschwächt	$\leftarrow 2,2$ mm	4,5	4,3	—	—	—	Knickt aus, Taf. I.
5503 c	3998	4133	ungeschwächt	$\leftarrow 0,8$ mm	4,5	3,0	2,2	—	—	
"	"	"	mit Einschnitt $l=2,5$ mm	"	"	3,0	2,6	4,03	—	
"	"	"	"	"	"	3,6	—	"	—	Knickt aus, Taf. I.

## IV.

## Härteversuche.

In einem Aufsätze, der im Centralblatte der Bauverwaltung Nr. 18 vom 2. Mai 1896 abgedruckt ist, habe ich schon einige kurze Angaben über eine Methode gemacht, die ich zur Prüfung der Härte von Metallen geeignet fand. Einige Sätze aus jener Veröffentlichung, die ich hier folgen lasse, schildern hinreichend das damals angewendete Verfahren und die Vorzüge, die man dieser Methode zusprechen muss.

Es heisst dort:

„Ich liess aus jeder Stahlplatte zwei Plättchen von etwa 15 mm Breite und 25 mm Länge entnehmen, die auf einer Breitseite cylindrisch zuge-  
schliffen und fein polirt wurden. Der Halbmesser der Cylinderfläche betrug bei allen Plättchen 20 mm. Die

zusammengehörigen Plättchen wurden dann mit ihren cylindrischen Flächen kreuzweise aufeinander gelegt, sodass sie sich nur in einem Punkte berührten. Dann wurden beide durch eine Kraft, die allmählich gesteigert wurde, aufeinander gepresst, bis ein bleibender Eindruck, der sich im spiegelnden Lichte bei einiger Sorgfalt deutlich genug zu erkennen giebt, wahrgenommen werden konnte. Je härter ein Körper ist, um so grösser ist (bei gleichem Elasticitätsmodul) die Druckkraft, die dazu aufgewandt werden muss, und diese kann daher ohne weiteres als Mass für die Härte des Körpers benutzt werden.

Der Versuch gelang vollkommen. Bei jener Stahl-  
sorte, die mein Werkmeister als die härtere bezeichnet

hatte, entstand ein gerade noch wahrnehmbarer Eindruck (ein „Schimmer von Eindruck“, wie mein Assistent in das Beobachtungsheft schrieb) erst bei einem Drucke von 3500 kg, während bei der minder harten Sorte ein wahrnehmbarer Eindruck schon bei 350 kg auftrat und ein Druck von 700 kg schon eine bleibende Ablattung von 2,7 mm Durchmesser hervorrief.

Dieses einfache Verfahren der Härteprüfung hat mehrere wichtige Vorzüge. Zunächst bestehen bei der Bearbeitung — denn als eine solche ist die Herbeiführung der bleibenden Gestaltänderung an der Berührungsstelle zu kennzeichnen — Werkzeug und Werkstück aus demselben Stoffe, den man der Prüfung unterwerfen will. Dann sind alle Versuchsbedingungen genau umschrieben, sodass sie an jeder Stelle leicht in gleicher Art wieder hergestellt werden können. Die Härteprüfung wird dadurch zu einer absoluten Messung, die für denselben Stoff überall zu derselben Zahl führen muss.“

Nachdem die ersten Versuche, denen bald auch noch einige andere folgten, die ich hier übergehen kann, die Anwendbarkeit des Verfahrens dargethan hatten, entstand die Aufgabe, eine grössere Zahl verschiedener Metalle in dieser Weise zu prüfen, um ein Bild davon zu erhalten, in welchem Grade sich die Eigenschaft der Härte in den durch die Versuche gewonnenen Ziffern ausspricht. Ausserdem musste man suchen, die zuerst nur mit den einfachsten Hilfsmitteln ausgeführten Messungen so weit als thunlich zu verfeinern, die bei den Versuchen auftretenden Fehlerquellen aufzudecken und die erreichbaren Genauigkeitsgrenzen festzustellen.

Da ich durch die vielseitige Thätigkeit, die mir mein Lehramt zur Pflicht macht, immer sehr in Anspruch genommen bin, war es mir sehr willkommen, diese Aufgabe einem strebsamen und begabten jüngeren Fachgenossen übertragen zu können. Herr Ingenieur Schwerd, der die mechanisch-technische Abtheilung unserer Hochschule im vorigen Herbst absolvirte, sprach mir den Wunsch aus, zu seiner weiteren Ausbildung noch einige Zeit in meinem Laboratorium mit wissenschaftlichen Untersuchungen verbringen zu können. Ihm habe ich die Aufgabe gestellt, jenes Verfahren weiter auszuarbeiten, und er hat sich ihr nicht nur mit grossem Fleiss und anerkennenswerthem Geschick, sondern auch — wie man sehen wird — mit recht gutem Erfolge unterzogen.

Die Versuche des Herrn Schwerd sind allerdings noch nicht abgeschlossen. Namentlich sind sie noch nicht so weit gediehen, um darauf einen genau formulirten Antrag auf die allgemeine Einführung dieser Härteprüfung nach bestimmten Normen etwa bei dem Verbande für die

Materialprüfungen der Technik gründen zu können. Vorläufig muss als Unterlage zu einer solchen Entscheidung noch weiteres Material gesammelt werden. Die bisher erzielten Ergebnisse sind aber schon bemerkenswerth genug, und da die „Mittheilungen“ des Laboratoriums nur in längeren Zwischenräumen erscheinen, habe ich mich entschlossen, in diesem Hefte einstweilen einen vorläufigen Bericht über den jetzigen Stand dieser Arbeiten zum Abdruck bringen zu lassen.

Ich lasse Herrn Schwerd, der seine Versuche im Wesentlichen ganz selbständig durchführte und nur gelegentlich von mir berathen wurde, jetzt selbst zum Worte kommen.

A. F ö p p l.

### Bericht des Herrn Schwerd.

Die ersten Versuche wurden mit Volleycylinderpaaren von Kupfer und Schmiedeseisen ausgeführt, die auf den vorgeschriebenen Radius von 20 mm abgedreht und fein polirt waren. Dabei bemühte ich mich, die Druckflächen in einer Mantellinie anzuordnen und erhielt so 11 übersichtliche Reihen zu je ca. 8 Eindrücken. Hieran schlossen sich 8 ebensolche Reihen von Versuchen mit einem Volleycylinderpaar, das dem mittleren Teile eines hierzu cylindrisch gegossenen und wie oben bearbeiteten Messingstückes entnommen war, während die beiden Endstücke zu einem später noch zu behandelnden Zwecke zurückgelegt wurden.

Bei der Ausführung dieser Versuchsreihen bildete sich folgendes Verfahren heraus, welches den Anforderungen der Hertz'schen Härte-Definition Rechnung trägt, dass nämlich die Deformationsflächen (resp. genau genommen deren Projektionen auf eine Ebene senkrecht zum Lote, welches man aus der Mitte der Druckfläche auf die Cylinderachse fällt) Kreisflächen seien, und ferner jeden Stoss vermeidet, der den Eindruck über Gebühr vergrössern würde.

### Die Fassungen.

Zunächst wurden die Versuchscylinder C u. C<sub>1</sub>, in die Fassungen F aus Gusseisen und F<sub>1</sub>, aus Bessemerstahl (Abb. 3) eingelegt.

An den beiden Köpfenden der oberen Fassung F, in welche die halbcylindrische Aussparung mündet, ist je ein Stäbchen k angeschraubt, welches noch eine Schraube K mit gereibteltem Kopfe trägt, die in die halbcylindrische Rinne hineinragt. Hiermit kann man den zu prüfenden Cylinder C an jeder Stelle festklemmen. Dabei ist es zweckmässig, die Enden der Klemmschrauben K leicht abzurunden und die Schraubenachsen ein wenig geneigt (cfr. Abb. 3) anzubringen, damit der Cylinder fest in die Rinne hineingepresst wird und sich nicht bei den stets etwas abnützenden Gewinden kniehebelartig durchhängt.

Die untere Fassung  $F_1$  war ursprünglich gleich der oberen. Es ist hier jedoch einfacher, den Cylinder nicht in der Fassung, sondern mit dieser zu verschieben, wenn man 2 andere Punkte der beiden Cylinder zur Berührung bringen will, weshalb dieselbe durch eine leichtere ersetzt wurde. Beide Cylinder müssen natürlich in ihren Fassungen satt aufliegen.

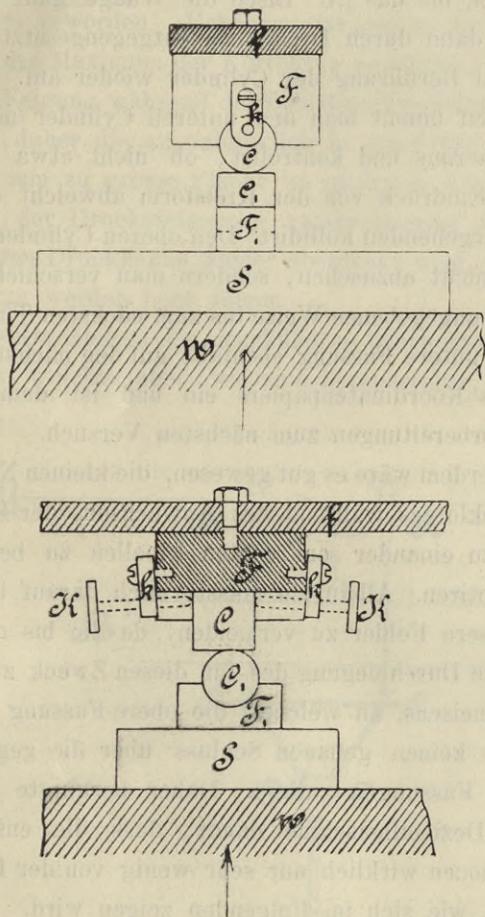


Abbildung 3.

**Die Lagerung der Fassungen in der Dezimalmaschine.**

Mit dem Namen „Dezimalmaschine“ soll künftig der zur Werdermaschine gehörige, nach dem Prinzip einer Dezimalwaage gebaute Apparat bezeichnet werden, welchen Professor Bauschinger (Mitth. III pag. 15) zum Zerreißen von Drähten etwas abgeändert hat.

Diese Maschine wurde hier zur Ausübung von Druckkräften benützt und in ihr die Härtebestimmung der 14 untersuchten Metallproben ausgeführt. Nur die Versuche mit einem Druck von 2000 kg und darüber bei gehärtetem Huntsmanstahl wurden in der Werdermaschine selbst ausgeführt.

Durch zwei gegenüberliegende Gitterlöcher des Rahmens dieser Dezimalmaschine wurde ein Flacheisen  $f$  von 20:104 mm Querschnitt gelegt, in dessen Mitte (Abb. 3) die obere Fassung  $F$  angeschraubt war.

Die untere Fassung  $F_1$ , hingegen stand einfach auf einer genau ebenen Stahlplatte  $S$  von 40:150:280 mm,

welche auf den Waageklotz  $W$  der Dezimalmaschine aufgegypst war.

**Verschiebung der Probestücke zur Erzielung geordneter Versuchsreihen.**

Ist ein Versuch gemacht, so müssen beim nächsten 2 andere Punkte der Cylindermantellinien zur Berührung gebracht werden. Dabei war es Grundsatz, beide Cylinder zu verschieben (nicht einfach nur den unteren), um relativ zur Belastungsmaschine stets den gleichen Druckpunkt, d. h. denselben Berührungspunkt der Cylinder beizubehalten.

Es wird stets gut sein, an diesem Grundsatz festzuhalten. Bei der Dezimalmaschine z. B. ist es unerlässlich mit dem Druckpunkte wenigstens in der Ebene der beiden Zugstangen zu bleiben, an denen der Waageklotz hängt, da dieser sonst sich neigt und seitlich ausweicht.

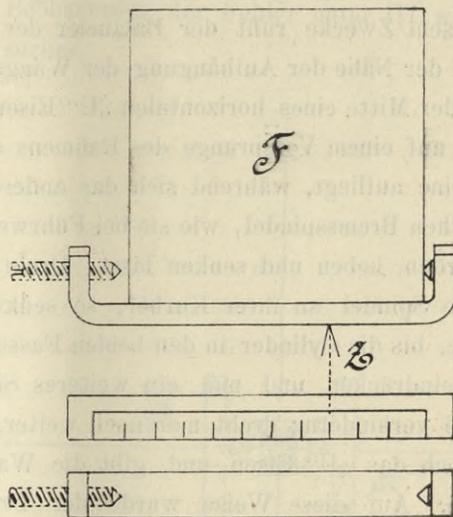


Abbildung 4.

Um nun aber beim Verschieben der Cylinder dieselbe Mantellinie beizubehalten, wendete ich ein kleines Bügelchen aus Messing (Abb. 4) an, welches vor Anstellung jeder Reihe von Versuchen an den Cylinder  $F$  so angeschraubt wurde, dass es, wenn der Cylinder auf eine Mantellinie eingestellt war, gerade auf dem Rande der Fassung ruhte. Wie in Abb. 4 wurde sodann ein Streifen Koordinatenpapier auf die Aussenseite aufgeklebt, auf dem jeder 4. Millimeter markiert war. Auf der Fassung hingegen war ein Zeiger  $Z$  aufgeklebt. So konnte man leicht den oberen Cylinder von 4 zu 4 Millimeter verschieben, wenn man mit 2 Fingern der einen Hand den Cylinder gegen die Fassung drückend mit der anderen Hand die rechte Schraube um 4 mm löste und darauf die linke anzog.

Die Verschiebung des unteren Cylinders geschah natürlich rechtwinklig dazu und zwar von vorn nach hinten (cfr. Abb. 3, wo unten die Vorderansicht ist). Hier wurde

der Cylinder nicht in der Fassung, sondern mit dieser zusammen um 4 mm bei jedem Versuch verschoben, indem ich den vorderen Rand der Fassung über einem Stück Koordinatenpapier hinrückte, das dementsprechend mit den 4 Ecken auf die Platte S geklebt war. Somit lässt sich die untere Fassung ohne weiteres nach jedem Versuche fortnehmen.

Um aber eine bestimmte Lage des Cylinders in der Fassung zu fixiren, schnitt stets die vordere Fläche des Cylinders mit der vorderen Kopfwand der Fassung ab, und gegen Drehung wendete ich ein eben solches Bügelchen wie in Abb. 4 nur ohne die Skala an. Hält man auf diese Weise Ordnung, so kann man in eine Mantellinie gut 8 Eindrücke bringen, wenn die Cylinderhöhe ungefähr gleich dem Durchmesser = 40 mm beträgt, wie es der Fall war.

#### Die Vermeidung von Stosswirkungen.

Zu diesem Zwecke ruht der Balancier der Decimalmaschine in der Nähe der Aufhängung der Waagschale ungefähr auf der Mitte eines horizontalen „U“ Eisens, dessen eines Ende auf einem Vorsprunge des Rahmens der Belastungsmaschine aufliegt, während sich das andere mittelst einer einfachen Bremsspindel, wie sie bei Fuhrwerken verwendet werden, heben und senken lässt. Dreht man nun langsam die Spindel an ihrer Kurbel, so senkt sich die Waagschale, bis die Cylinder in den beiden Fassungen sich berühren, eindrücken und nun ein weiteres Sinken der Waagschale verhindern; dreht man noch weiter, so senkt sich nur noch das „U“ Eisen und gibt die Waage vollständig frei. Auf diese Weise wurde der Druck ganz allmählich ausgeübt und jeder Stoss vermieden.

#### Die Ausführung der Versuche.

Zunächst wurde das Gewicht der aufgegypten Platte S und der Fassung mit dem Probecylinder austarirt, sodann die beiden Zugstangen, an denen der Waageklotz W hängt, soweit angezogen, dass die Cylinder sich eben berührten, wenn der Zeiger der Wage auf Null stand. Gleichzeitig damit wurde die Oberfläche der aufgegypten Platte S in Richtung von einer Zugstange zur andern mittelst einer Libelle horizontal eingestellt. In der Richtung senkrecht hierzu war dies natürlich nicht möglich, aber glücklicher Weise bis auf  $1^{\circ} 30'$  erreicht. Ebenso konnte durch eine Hilfsebene die Neigung der oberen Fassung gegen die Horizontalebene parallel zur Rinne und ebenso senkrecht dazu zu  $0^{\circ} 5'$  ermittelt werden, eine geringe Abweichung.

Jetzt wurde der obere Cylinder so eingelegt und festgeklemmt, dass der Zeiger an der oberen Fassung auf einen Strich der Bügelskala einspielte, und dann die untere Fassung mit dem anderen Cylinder auf den ent-

sprechenden Strich des erwähnten Koordinatenpapiers eingestellt. Beide Ziffern z. B.: 3 3 wurden in die zweite Kolonne P einer für diese Versuchsreihe angelegten Tabelle eingetragen. Es folgt die Auflegung der Gewichte auf die Waagschale, die stets der Uebersetzung gemäss mit ihrem zehnfachen Betrage in der ersten Kolonne der Tabelle notirt wurden. Jetzt dreht man langsam an der Kurbel, bis das „U“ Eisen die Waage ganz frei gibt und hebt dann durch Drehen im entgegengesetzten Sinne Druck und Berührung der Cylinder wieder auf.

Hierauf nimmt man den unteren Cylinder mit seiner Fassung heraus und kontrolirt, ob nicht etwa der entstandene Eindruck von der Kreisform abweicht oder mit dem vorhergehenden kollidirt. Den oberen Cylinder braucht man gar nicht anzusehen, sondern man verschiebt ihn in der früher angegebenen Weise bis zum nächsten Theilstrich, stellt die untere Fassung ebenfalls auf den nächsten Theilstrich des Koordinatenpapiers ein und ist damit schon in den Vorbereitungen zum nächsten Versuch.

Ausserdem wäre es gut gewesen, die kleinen Neigungen des Wageklotzes während des Anwachsens der Belastung an zwei zu einander senkrechten Libellen zu beobachten und zu notiren. Allein ich musste mich darauf beschränken, grössere Fehler zu vermeiden, da die bis ca. 2 mm betragende Durchbiegung des für diesen Zweck zu schwachen Flacheisens, an welchem die obere Fassung befestigt ist, doch keinen genauen Schluss über die gegenseitige Lage der Fassungen zulies. Daher beruhigte ich mich bei der Dezimalmaschine damit, dass die entstandenen Deformationen wirklich nur sehr wenig von der Kreisform abwichen, wie sich im Folgenden zeigen wird.

#### Die Fehlerquellen.

Da Stosswirkungen durch die geschilderte Einrichtung ausgeschlossen sind, so bleibt nur noch die Beseitigung derjenigen Fehlerquellen, welche sich auf die andere der beiden eingangs erwähnten Bedingungen beziehen, dass nämlich die Druckflächen kreisförmig werden. Dies erreicht man, wenn:

die Cylinder genau rechtwinklig gekreuzt sind und die Druckresultierende während des ganzen Verlaufs eines Versuches die Cylinderachsen rechtwinklig in denselben Punkten schneidet.

Daher müssen die Fassungen ebenfalls genau rechtwinklig gekreuzt sein und dürfen sich während des Versuches gegen einander weder neigen noch verschieben.

Bei nicht genau rechtwinkliger Kreuzung entstehen als Druckflächen Ellipsen, die sich nicht ohne Weiteres auf gleichwertige Kreisflächen reduzieren lassen. Bei geringen Abweichungen von der Kreisform genügt es, das arithmetische Mittel zweier zu einander senkrecht stehender Durchmesser zu nehmen; dies geschah bei allen Flächen.

Neigen oder verschieben sich die Fassungen gegen einander, so tritt Abrollen oder Gleiten der Cylinder ein.

Abrollen fand im geringem Masse fast immer statt. Hat man jedoch die Neigung der einen Fassung gegen die andere in Richtung der beiden Cylinderachsen beobachtet, so lässt sich daraus der Bogen rechnen, welcher dem Neigungswinkel entsprechend zu einem Radius von 20 mm gehört; um diese Grösse ist der Flächendurchmesser zu gross geworden. Uebrigens ist der so berechnete Fehler als das Maximum der Korrektur anzusehen, da ja meistens die Neigung während des Belastungsprozesses vor sich geht, und daher die augenblicklich in einer Richtung z. B. um  $\frac{1}{20}$  mm zu grosse Fläche im nächsten Augenblicke durch das der Drucksteigerung entsprechende Anwachsen der ganzen Druckfläche wieder überdeckt wird. Beobachtungen hierzu werden noch folgen.

Ein Gleiten der Druckflächen beobachtete ich nur beim Zink, welches aber, wie sich herausstellte, nicht homogen war.

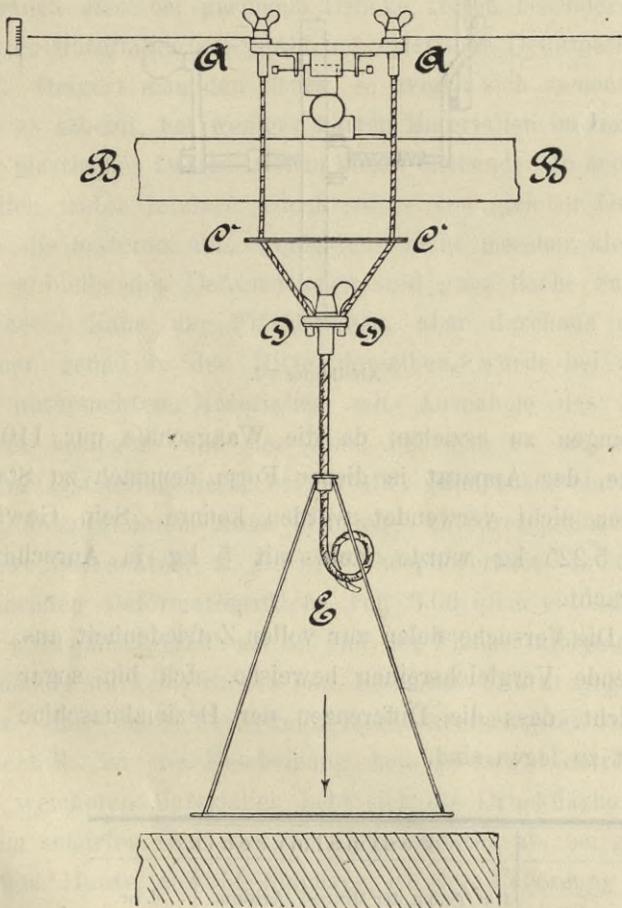


Abbildung 5a.

Am einfachsten ist es immer, wenn man durch die angegebenen Vorsichtsmassregeln dafür sorgt, dass nur kreisförmige Druckflächen entstehen. Bis auf  $\frac{1}{10}$  mm Durchmesserunterschied trat dies bei einer Belastung über 10 kg bei 13 verschiedenen Materialien mit 8 Ausnahmen unter 127 Versuchen ein.  $\frac{1}{10}$  mm ist demnach

als Genauigkeitsgrenze anzusehen, eine Zahl, in welcher auch noch die Fehler der Messung der Flächendurchmesser enthalten sind.

#### Parallelversuche mit einem anderen Belastungsapparate.

Um sicher zu sein, bei Ausführung der Versuche nichts übersehen zu haben, entschloss ich mich, die Ausübung des Druckes noch auf eine andere möglichst einwandfreie Weise zu bewerkstelligen.

Dabei traten von vornherein folgende Forderungen auf:

- I. Vermeidung von Stössen.
- II. Vermeidung jeder Reibung wie z. B. bei Führungen.
- III. Vermeidung der beschriebenen Fehler:
  1. Gleiten der Cylinder,
  2. Abrollen „ „
  3. Nicht rechtwinklige Kreuzung,
  - d. h. die Möglichkeit, dieselben abzustellen.
- IV. Beobachtung der Fehler unter III während des Versuches.

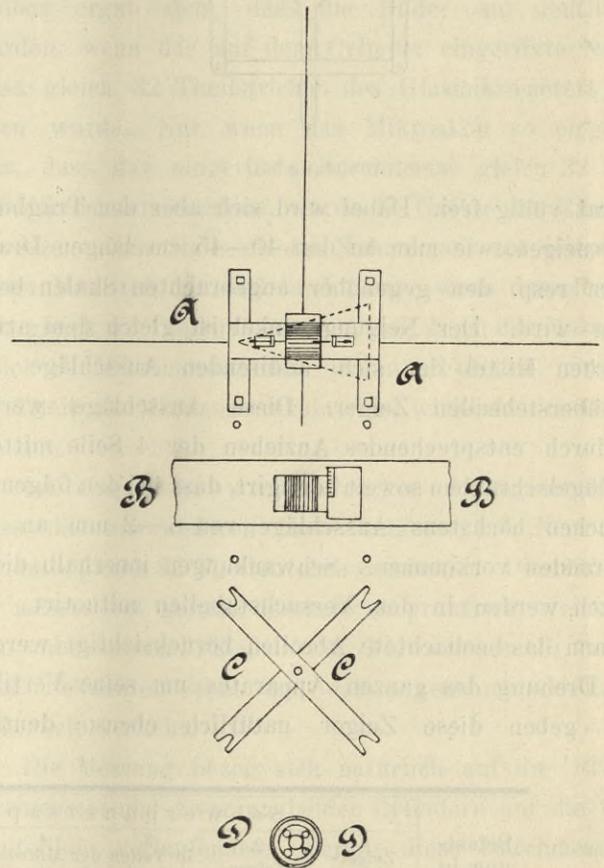


Abbildung 5b.

So entsand der in Abb. 5 dargestellte Apparat. Da der Schwerpunkt desselben sich unten in der Waagschale befindet, so ist derselbe im Gleichgewichte auch dann, wenn er nur im Berührungspunkt der beiden Cylinder unterstützt ist. Der Balken B B ist ein Gussstahlbalken von 64 qcm. Die Fassungen sind ähnlich wie die der Dezimalmaschine. Der ganze Apparat mit dem oberen Cylinder wird mit

einem Gitterhebel (Abb. 5c und d), auf dem er in den drei Eckpunkten des gestrichelten Dreiecks aufruhet, auf den unteren Cylinder herabgesenkt. In diesen drei Punkten sind nämlich 3 Spitzen in das Gitter des Hebels eingeschraubt, welche bei der Montirung des Apparates so eingestellt werden, dass der Tragbügel AA genau horizontal steht, wenn die Cylinder sich eben berühren. Senkt man den Hebel weiter, so giebt er den

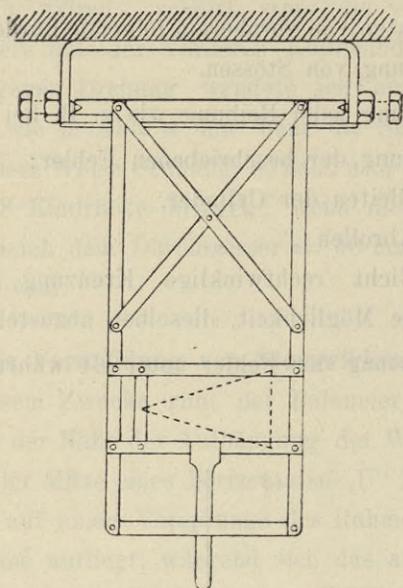


Abbildung 5 c.

Apparat völlig frei. Dabei wird sich aber der Tragbügel etwas neigen, wie man an den 40—45 cm langen Drahtzeigern resp. den gegenüber angebrachten Skalen beobachten wird. Der Neigungswinkel ist gleich dem arithmetischen Mittel der sich addirenden Ausschläge der gegenüberstehenden Zeiger. Diese Ausschläge werden nun durch entsprechendes Anziehen der 4 Seile mittelst der Flügelschrauben soweit korrigirt, dass bei den folgenden Versuchen höchstens Ausschläge von 1—2 mm an den Zeigerenden vorkommen. Schwankungen innerhalb dieser Grenzen werden in den Versuchstabellen mitnotirt. Somit kann das beobachtete Abrollen berücksichtigt werden. Eine Drehung des ganzen Apparates um seine Vertikalachse geben diese Zeiger natürlich ebenso deutlich

an. Nur das Gleiten eines Cylinders über den anderen hin, also eine Horizontalverschiebung des Systems würde weniger leicht sich beobachten lassen; dies kam aber nur bei dem grobkrystallinen Zink vor, bei dem als einem inhomogenen Körper von einer sicheren Härteprüfung nicht die Rede sein kann. Das Seilende E behielt ich deshalb bei, um daran eventuell die Bügelschneide für einen Hebel anzubringen und damit grössere Be-

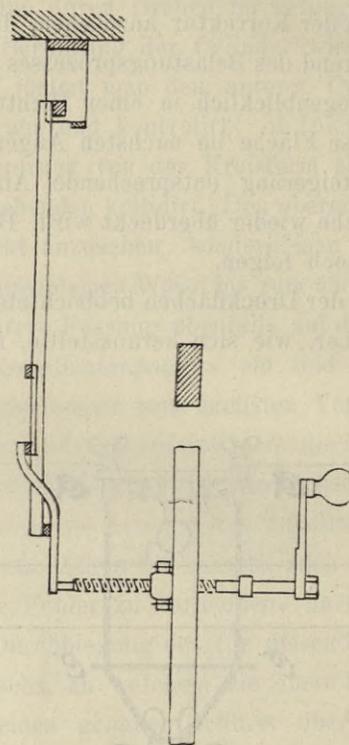


Abbildung 5 d.

lastungen zu erzielen, da die Waagschale nur 110 kg fasste, der Apparat in dieser Form demnach zu Stahlproben nicht verwendet werden konnte. Sein Gewicht von 5,225 kg wurde stets mit 5 kg in Anrechnung gebracht.

Die Versuche fielen zur vollen Zufriedenheit aus, wie folgende Vergleichsreihen beweisen. Ich bin sogar der Ansicht, dass die Differenzen der Dezimalmaschine zur Last zu legen sind.

Belastung in kg	Schwerpunktsapparat						Dezimalmaschine			
	1. Zeigerpaar I seitlich Abweichung in mm	2. Zeigerpaar II Abweichung in mm	3. in Teilen der Mikrometerskala Durchm. d der Druckfläche in der Mantellinie gem.		5. Arithm. Mittel	6. d in mm	d in Teilen der Mikrometerskala		Arithm. Mittel	d in mm
			unten	oben			unten	oben		
70	1/2	2	38 1/2	38	38,25	2,25	37	38	37,5	2,21
"	0	? 1	40 1/2	38	39,25	2,31	37	36	36,5	2,15
"	0	2	39	38	38,5	2,26	36 1/2	36	36,25	2,13
"	0	0	38	37	37,5	2,21	38	36	37	2,18
"	0	0	38	38	38	2,23	36 1/2	37	36,75	2,16
"	0	0	38	37 1/2	37,75	2,22	37 1/2	36	36,75	2,16
"	0	0	38 1/2	38	38,25	2,25	37 1/2	37	37,25	2,19
"							36	37	36,5	2,15

Dabei könnte man in der früher angedeuteten Weise die drei ersten Zahlen der Kolonne 3 aus den Beobachtungen der Kolonne 2 um 2, 1 und 2 Theilstriche und ebenso die erste Zahl der Kolonne 4 aus der ersten Beobachtung der Kolonne 1 um  $\frac{1}{2}$  Theilstrich rektifizieren, d. h. um 1 Theilstrich pro 1 mm der beobachteten Zeigerschwankung. Dies ist absichtlich noch nicht geschehen, um den ganzen Hergang zu zeigen.

Die Neigungen an den Libellen des Waageklotzes der Dezimalmaschine waren gering, wurden aber leider nicht notirt.

Nachdem sich eine solche Uebereinstimmung zwischen den beiden Apparaten gezeigt hatte, wurde zur Ausführung definitiver Versuchsreihen geschritten, von denen weiter unten die Rede sein wird.

### Die Gestalt der Eindrücke:

Die bei der Belastung auftretenden Deformationen zerfallen in zurückgehende d. h. elastische und in bleibende. Anfangs also bei geringem Drucke treten besonders bei harten Materialien wie Stahl nur elastische Deformationen auf. Steigert man den Druck, so zeigen sich namentlich, wie es scheint, bei weniger harten Materialien im Inneren der elastischen Deformationen kleine bleibende. In anderen Fällen treten letztere jedoch sofort von gleicher Grösse wie die ersteren auf, wenigstens nicht messbar kleiner. Diese bleibenden Deformationen sind ganz flache Sattelflächen. Nahe der Flächenmitte, aber durchaus nicht immer genau in der Mitte derselben, wurde bei allen 14 untersuchten Materialien mit Ausnahme des Zink (nicht homogen) und des Zinn, bei dem es sich nicht sicher feststellen liess, bei  $\frac{2}{3}$  aller Eindrücke, ein auch mit unbewaffnetem Auge deutlich sichtbarer glänzender Punkt beobachtet, z. B. bei Phosphorbronze in einer bleibenden Deformationsfläche von 3,66 qmm ein solcher von 0,95 qmm, gerade als ob hier der Fläche infolge eines besonders starken Druckes eine besondere Politur gegeben oder eine neue Festigkeitsgrenze überschritten wäre. Jedenfalls ist die Erscheinung kein blosser Lichtreflex. Bei weicheren Materialien hebt sich die Druckfläche mit einem scharfen Grat von der Cylinderfläche ab, bei glashartem Huntsmanstahl hingegen ist der Uebergang ein rundlicher und der Beginn der Fläche wäre schwer zu erkennen, wenn nicht ein noch anzuführendes Hilfsmittel dies trotzdem ermöglichte.

### Messung der Flächendurchmesser.

Die zu messenden Flächen hatten Durchmesser von  $\frac{1}{2}$  bis  $4\frac{1}{2}$  mm. Daher benützte ich zur Messung derselben ein einfaches Zeiss'sches Mikroskop (Nr. 6867) mit dem Okular Nr. 2 und dem Objektiv Nr. a<sub>2</sub>, in dessen

Bildebene ein Mikrometer aus Glas sich befand. Dieser Zusammenstellung entspricht nach dem Katalog von Zeiss eine Vergrösserung von 1:16. Da man jedoch bei der Messung von nicht ganz planen Flächen, wie es die Deformationen sind, noch dazu wenn sich das eigene Auge leicht akkomodirt, in Bezug auf die genaue Einstellung des Mikroskopes (grösste Deutlichkeit des Bildes) in Verlegenheit gerät und bei Wiederholung einer Messung am folgenden Tage Abweichungen bis auf  $\frac{1}{10}$  mm erlebt, so wendete ich auf den Rat von Herrn Professor Föppl ein Kontrollmass an.

Die beiden Schenkel einer Reissfeder wurden etwa unter  $45^\circ$  zu ihrer Längsrichtung geradlinig abgeschliffen, so dass beide Schenkel scharfe, eindeutige Spitzen bekamen. Zwischen die Schenkel wurde ein Messingplättchen möglichst fest eingeklemmt. Die hierdurch unveränderliche Entfernung der Spitzen bildete das Normalmass. Dieses trug ich vor der Messung an den beiden Enden einer Reihe von Eindrücken in der Mantellinie auf dem Probecylinder ab, einfach durch ganz leichtes Einritzen. Durch mehrere Proben ergab sich, dass die Bilder am deutlichsten wurden, wenn das auf dem Cylinder eingeritzte Normalmass gleich 32 Theilstrichen des Glasmikrometers abgelesen wurde. Nur wenn das Mikroskop so eingestellt war, dass das eingeritzte Normalmass gleich 32 Teilen des Mikrometers erschien, wurde die Grösse der Eindrücke gemessen. Nun ritzte ich das Normalmass auf einem amtlichen Massstab ein und fand, dass, wenn dasselbe auch hier gleich 32 Theilstrichen erschien, 2 mm des Massstabes gleich 34 Mikrometertheilen waren. Folglich entspricht ein Theil der Mikrometerskala einer wirklichen Grösse von  $\frac{1}{17}$  mm.

Ist eine Reihe von Eindrücken durchgemessen, so muss das am anderen Ende aufgetragene Normalmass ebenfalls gleich 32 Theilstrichen erscheinen. Diese Methode zu messen ist gerade deshalb so praktisch, weil neben den unbekanntem Flächen der Normalmassstab wie ein alter Bekannter steht und das angenehme Gefühl der Sicherheit verleiht.

Die Messung bezog sich natürlich auf die Flächendurchmesser und zwar an beiden Cylindern auf die in der Mantellinie verlaufenden. Gerade diese Durchmesser zu messen empfiehlt sich deshalb, weil hier die Cylinder- und die Deformationsfläche den schärfsten Grat bilden und dadurch die Begrenzung der Fläche am deutlichsten erkennbar ist. Da die Cylinder rechtwinklig gekreuzt sind, so erhält man gerade zwei aufeinander senkrecht stehende Durchmesser der Deformationsfläche, die für eine kreisförmige Druckfläche einander gleich sein müssen. Dies ist eine Kontrolle, welche bei Belastung über 10 kg und unter 127 Versuchen nur 8 mal nicht erfüllt wurde, wor-

unter Versuche sich befanden, die schon von vornherein als nicht einwandfrei notirt waren.

Bei Durchmessern grösser als die 50 theilige Mikrometerskala merkte ich mir in der Fläche irgend eine kleine Schramme oder ein Pünktchen, mass von einem Rande bis dahin und nach Verschiebung des Cylinders von da bis zum andern Ende.

Solche Messungen wurden aber stets gleich wiederholt, da man sich mit derartigen Merkmalen sehr leicht irrt.

Anfänglich arbeitete ich nur mit Tageslicht an einem Fenster gegen Norden hin, indem ich durch Ablendung des oberen Theiles des einfallenden Lichtes eine ziemlich scharfe in einer Mantellinie des Cylinders verlaufende Schattengrenze schuf; in diese brachte ich durch Drehung des Cylinders die zu messende Reihe und nun reflektirten die Druckflächen das einfallende Licht anders als die Cylinderfläche und hoben sich deutlich ab. Allein des Winters wegen war schon um 4 Uhr nachmittags nichts mehr zu sehen. So erhielt ich die Erlaubniss, einen Zeiss'schen Vertikalilluminator anzuschaffen, mit dessen Hilfe ich eine künstliche Lichtquelle anwenden zu können hoffte.

Inzwischen erkundigte ich mich bei unserem Werkmeister, ob man die Cylinder nicht etwa mit matter Oberfläche herstellen könnte, in der Hoffnung, dass dann die Druckflächen glänzend werden und sich deutlicher abheben möchten, da es, zumal bei kleinen Eindrücken d. h. unter 1 mm Durchmesser, oft recht schwer war, das Ende der Fläche zu erkennen<sup>1)</sup>. Ein solches Mittel scheint es nicht zu geben.

So griff ich zu dem alten Mittel der Berussung. Der untere Cylinder wurde an der betreffenden Stelle zunächst mit Terpentin angestrichen und dann in langsamem Tempo ziemlich unten durch eine grosse Terpentinflamme geführt, wobei sich ein feiner grauer Russ gleichmässig niederschlägt. Der obere Cylinder bleibt unberusst.

Die Versuche ergaben überraschende Resultate. Innerhalb der Druckfläche ging eine Schicht des Russes an den unberussten Cylinder über, sodass man beim Messen am unteren Cylinder ein helleres Feld in der berussten Umgebung und am oberen ein mattes Feld in glänzender Umgebung sah, beide von so scharfer Begrenzung, dass Messfehler über  $\frac{1}{20}$  mm ausgeschlossen sind. Die Grösse dieser Russfläche giebt an, wie weit sich die beiden Cylinder überhaupt berührt haben, also die elastische De-

<sup>1)</sup> Uebrigens wurde gerade im Anfang entsprechend den Untersuchungen von Hertz der grösste Wert darauf gelegt, den Beginn bleibender Deformationen zu bestimmen, bis sich zeigte, dass dies bei Metallen zu sehr vagen Resultaten führte, während die grösseren Druckflächen mit grosser Exaktheit auftreten und auch bei Wiederholung des Versuches unter denselben Umständen die gleichen Werte wiedergeben.

formationsfläche. Es entsteht daher die Frage, wie gross die allein von der elastischen Deformation herrührende Ringfläche ist, welche den bleibenden Eindruck umgiebt. Um dies zu konstatiren, wischte ich an dem oberen Cylinder, welcher die matten Druckflächen zeigte, die Hälfte des Russes fort, so dass nur noch Halbmondchen stehen blieben.

Da zeigte sich, dass bei 11 von den Materialien von einem Durchmesser  $d = \text{ca. } 1,4 \text{ mm}$  an die elastische und bleibende Deformation um weniger als  $\frac{1}{20}$  mm den Durchmesser nach von einander abwichen. Die Ausnahmen bildeten wieder das Zink (nicht homogen, welches gar nicht gemessen wurde), das Gusseisen und der glas-harte Stahl, bei welchen sich die Uebereinstimmung erst bei  $d = 1,7$  resp.  $2,97 \text{ mm}$  sicher behaupten liess. Die Uebereinstimmung lässt sich, so merkwürdig dies für den ersten Augenblick erscheint, mit unbewaffnetem Auge im reflektirten Lichte feststellen; es handelt sich ja nur um die Entscheidung über die Coincidenz oder Nichtcoincidenz der beiden Ränder, ein Fall, den das menschliche Auge mit weit grösserer Schärfe zu beurteilen vermag, als irgend einen Grössenunterschied. Dies scheint mir der entscheidende Punkt für die Anwendbarkeit des ganzen Verfahrens zu sein.

Inzwischen war auch der Vertikalilluminator von Zeiss angekommen. Sein Einfügen zwischen Tube und Objektiv des Mikroskopes änderte die Vergrösserung von  $1 : 17$  auf  $1 : 21,25 \text{ mm}$ , eine Verhältnisszahl, welche natürlich ebenso wie früher bestimmt wurde.

Infolge des nunmehr tieferen Standes des Objektivs musste der Objektträger entfernt werden. Die Cylinder wurden in der unteren Fassung auf den „u“-förmigen Fuss des Mikroskopes gestellt und darauf verschoben. Eine dicht an die Tube des Mikroskopes gebrachte Glühlampe bildete die Lichtquelle und bewährte sich auffallender Weise ganz gut. Der Illuminator war für gewöhnlich überflüssig und unterstützte nur hie und da durch seine Glanzlichter die Messung. In der Regel wurde er daher ganz abgestellt, niemals aber benützte ich ihn zur Beleuchtung der Mikrometerskala, wie es ursprünglich beabsichtigt war. Es drang immer genug diffuses Licht zur Beleuchtung der Skala ein.

### Volleylinder und Segmente.

Nachdem das Verfahren ausgebildet war, untersuchte ich, ob es etwas ausmache, wenn man statt Volleylindern Cylindersegmente wählt. Zu dem Zwecke wurden die beiden hierzu zurückgelegten Messingcylinder, von denen eingangs die Rede war, nach nebenstehender Abb. 6 zerschnitten und zwei von den erhaltenen Segmenten I und Ia von den Höhen 6,9 und 7,0 mm mit gutem Siegelack auf

zwei hierzu erhitzte Stahlcylindersegmente Abb. 7 ebenfalls vom Radius gleich 20 mm genau zentrisch aufgesetzt. Beim Einlegen in die Fassungen ragen die Mantelflächen

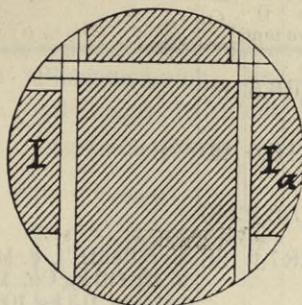


Abbildung 6.

der Cylinder noch etwas aus denselben hervor, sodass man bequem die Bügelchen anbringen konnte.

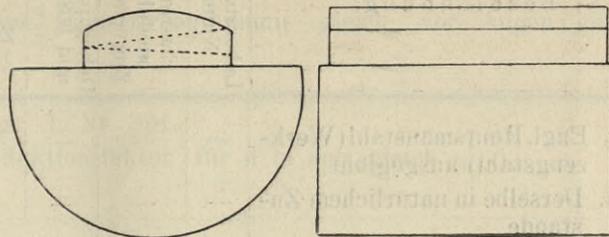


Abbildung 7.

Diese Versuche und zum Vergleiche noch eine Reihe mit den beiden Vollycylindern aus der Mitte desselben Messinggusses, wurden mit dem Schwerpunktsapparat ausgeführt und lieferten folgende Resultate:

kg	Die Segmente I und Ia						Vollycylinder II u. III (Reihe IV)						Segmente IV und IV a					
	Zeiger		Cylinder		Mittel	d in mm	Zeiger		Cylinder		Mittel	d in mm	Zeiger		Cylinder		Mittel	d in mm
	I seitl.	II	u Ia	o I			I seitl.	II	u	o			I seitl.	II	u IV	o IV a		
50	0	2	36	35	35,5	2,09	$\frac{1}{2}$	0	31	32	31,5	1,85	0	0	36	37	36,5	2,15
60	1	$1\frac{1}{2}$	38	36	37	2,18	0	0	$34\frac{1}{2}$	36	35,25	2,07	0	0	$37\frac{1}{2}$	37	37,25	2,19
70	0	0	40	40	40	2,35	1	?1	36	38	37	2,18	0	0	37	39	38	2,23
80	0	0	43	42,5	42,75	2,51	$1\frac{1}{2}$	?1	40	40	40	2,35	?0	?0	41	$41\frac{1}{2}$	41,25	2,43
100	0	0	46	46	46	2,71	$1\frac{1}{2}$	?1	45	$45\frac{1}{2}$	45,25	2,60	0	$\frac{1}{2}$	$47\frac{1}{2}$	48	47,75	2,81 <sup>1)</sup>
70	0	1	40	40	40	2,35	Die Segmente I u. Ia, wie die gestrichelte Linie Abb. 7 andeutet, beide genau auf $h = 5$ mm abgefeilt.											
70	0	1	40	41	40,5	2,38												
70	0	$1\frac{1}{2}$	40	40	40	2,35												
70	1	2	43	38	40,5	2,38	Dieselben beiden auf $h = 4,1$ mm abgefeilt.											
70	$\frac{1}{2}$	0	38	40	39	2,29												
70	0	0	38	40	39	2,29												

Diese Zahlen, welche noch nach den Beobachtungen der Zeigerkolonnen rektifiziert werden können, führen zu dem Ergebniss, dass jedenfalls bei einer Segmenthöhe über 6 mm der Unterschied zwischen Segment und Vollycylinder ohne Bedeutung ist. Demnach ist die Deformation als eine rein örtliche Erscheinung anzusehen, wie schon daraus wahrscheinlich wird, dass bei einer Druckfläche von 10 qmm die vertikale Einsenkung erst ca.  $\frac{1}{10}$  mm beträgt.

Auch eine Dauerbelastung von ca. 12 Stunden wurde ausgeführt, ohne einen merklichen Unterschied erkennen zu lassen.

#### Die 14 untersuchten Materialien.

Erst jetzt war es möglich, eine grössere Anzahl von Materialien, denen, wie dies auch in der Praxis die Regel ist, nur Cylindersegmente entnommen werden konnten, auf ihre Härte zu untersuchen.

In der folgenden Tabelle sind alle aus früheren Untersuchungen derselben Materialien in den Büchern des Laboratoriums enthaltenen Festigkeiten u. s. f., sowie die Höhe der Segmente und endlich die von mir gefundene Härtezahl, deren Ermittlung noch besprochen werden soll, zusammengestellt.

<sup>1)</sup> Drehung um 2 mm an den Zeigerenden beobachtet. Die Segmente IV u. IVa sind von dem Cylinder IV.

Bezeichnung:	Laboratoriums- Nummer	Elasticitäts- modul aus Zugversuchen	Dehng. pr. 15 cm und 308 at. in $\frac{1}{1000}$ cm	Bruch- festigkeit			Proportionalit.- Grenze bei Zug	Streckgrenze	Härte- prüfung		Bemerkungen.	
				Zug	Biegung	Schub			Höhe der Segmt.	Härte C		
												u mm
I. Engl. Huutsmanstahl (Werk- zeugstahl) ausgeglüht	—	—	—	—	—	—	—	6,6	6,5	86		
II. Derselbe in natürlichem Zu- stande	—	—	—	—	—	—	—	6,1	6,0	120		
III. Derselbe glashart	—	—	—	—	—	—	—	6,5	6,2	340		
IV. Bronzeguss (gewöhnl. Roth- guss)	4057	919000 bis 976000	5,02 bis 4,73	—	—	1850	ca. 615	ca. 1000	7,8	7,9	36	Veröffentl. i. d. Mitth. Heft XX S. 20 u. 35 (10 kg Cu, 1 kg Sn, 1 kg Walz- messing, 0,5 kg 10% Phosphorkupfer).
V. Zink (von Kustermann in München)	4056 e	—	—	216 bis 263	—	525	—	—	7,8	7,7	—	Nicht homogene Druckflächen nicht gemessen, weil unsicher.
VI. Glockenguss Nr. 1 (von Rie- dinger in Augsburg)	887	832000 bis 960000	—	1644 bis 1718	—	2000	—	—	7,8	7,6	40	
VII. Phosphorbronze Nr. 5 (von Riedinger in Augsburg)	891	—	—	1910 bis 2000	—	1940	—	—	7,9	8,0	43	
VIII. Gusseisen	—	—	—	—	—	—	—	—	7,8	7,7	74	Guter Guss.
IX. Zinn (von Lichtinger) gegossen	4179 b	—	—	142	—	160	—	—	8,6	8,3	4	Veröffentl. Mitth. Heft XX S. 18.
X. Dekorirter Messingguss Nr. 3 (von Riedinger in Augsburg)	889	816000 bis 955000	—	1430 bis 1600	—	1850	175 bis 200	—	8,0	7,8	23	Weicher Guss. Veröffentl. Mitth. XX S. 21. Ziemlich ungleichmässig cfr. auch die Härtekurve.
XI. Schmiedeseisen	—	—	—	—	—	—	—	—	7,9	7,8	70	

Drei Martinstahlsorten (von Neuberg-Mariazell)

Bezeichnung:	Laboratoriums- Nummer.	Elasticitätsmodul aus		Schiebelastimodul aus Tors.-Versuch. Mit $\frac{360}{\varphi \cdot 10^3}$	Bruchfestigkeit				Proport.-Grenze			Härte- prüfung		Bemerk- ungen.	
		Zug- Versuchen	Biegungs- Versuchen		Zug	Biegung	Schub	Torsion $\frac{16 M}{\pi \delta^3}$	Zug	Biegung	Torsion $\frac{16 M}{\pi \delta^3}$	Höhe d. Seg- mente	Härte C		
															u mm
XII. Härtegrad 6 Exemplar b	569	2'069000	2'111000	825000	4140	7597	3210	4400	1860	2486	1240	7,9	7,6	60	$\omega = 760$ $\delta = 21,7$
XIII. Härtegrad 5 Exemplar b	568	2'117000	2'075000	836000	4780	7090	3390	4370	2445	2222	1240	7,4	7,6	68	$\omega = 500$ $\delta = 18,3$
XIV. Härtegrad 3 Exemplar b	566	2'088000	2'099000	802000	6070	8963	4000	5270	3005	2666	1640	7,8	7,8	84	$\omega = 450$ $\delta = 12,0$

$\omega$  = Verwindung in Graden auf 44 cm.

$\delta$  = Verlängerung durch das Abreißen in % der ursprünglichen Länge.

Spannungen und Festigkeiten in at.

**Das Herrichten der Probestücke.**

Die den zu untersuchenden Materialien entnommenen je 2 Stäbchen wurden vom Werkmeister des Laboratoriums auf die beiden Seiten eines Vierkanteisens aufgelötet (Abb. 8) und auf  $d = 40$  mm abgedreht (der glasharte Stahl, bevor er gehärtet war), hierauf wieder vom Vierkanteisen abgenommen und (der Stahl nachdem er gehärtet) einzeln in einem Hartgussring von genau 40 mm lichter Weite und mit feinem Schmirgel carbonicum Nr. 00

nachgeschliffen. Es folgte freihändig die feine Polirung mit Pariser Staubschmirgel, Kalk und Lederfeile. Auch

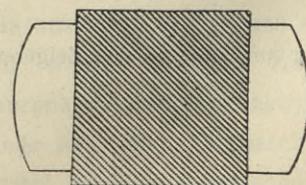


Abbildung 8.

englisch Roth lässt sich verwenden, doch hat ein hoher Glanz der Fläche gar keinen Zweck. Mit Stein (Achat) wurde nicht polirt, damit nicht dadurch die Oberfläche der Probestücke gehärtet werde.

### Die Aufschreibung.

Dieselbe ist aus folgender Tabelle ersichtlich, welche ich gerade deshalb wählte, weil dabei vielerlei vorkam, dessen Registrirung damit gleich vor Augen geführt wird.

Material: Phosphorbronze Nr. 5 (Riedinger Augsburg). L Nr. 891.

Messung: mit eingeschaltetem Illuminator (d. h. Reduktionsfaktor für d in mm gleich  $\frac{1}{21,25}$ ).

Apparat: Dezimalmaschine.

kg	P.	oben: h = 8,0		unten: h = 7,9		M.	d. in mm.	$\frac{d^2 \pi}{4}$	d <sup>3</sup>	x = $\frac{d}{2}$	A in kgm	w
		H.	gl. P.	H.	gl. P.							
5	$\frac{1}{2} \frac{1}{2}$	12	? 5	14 $\frac{1}{2}$	14	13,25	0,62	0,30	0,24			
20	11	17	? 4	18	6	17,50	0,82	0,53	0,55			
200	22	54	0	52	0	53,00	2,49	4,87	15,44	1,25	0,0041	0,039
400	33	74	0	73	0	73,50	3,46	9,40	41,42	1,73	0,0152	0,075
550	44	86	0	86	0	86,00	4,05	12,88	66,43	2,02	0,0282	0,102
15	4 $\frac{3}{4}$ 4 $\frac{3}{4}$	15	4	17	12	16,00	0,75	0,44	0,42			
30	55	21	ca. 9	22	10	21,50	1,01	0,80	1,03			
100	5 $\frac{1}{2}$ 5 $\frac{1}{2}$	37	ca. 16	38	16	37,50	1,76	2,43	5,45			
+ 55	66	28	12	27	12	27,50	1,29	1,31	2,15			
75	6 $\frac{1}{2}$ 6 $\frac{1}{2}$	33	0	ca. 33	ca. 6	33,00	1,55	1,89	3,72			
150	7 $\frac{1}{4}$ 7 $\frac{1}{4}$	46	? 7	46	11	46,00	2,16	3,66	10,08			
250	88	58	0	56	ca. 10	57,00	2,68	5,64	19,25			
325	8 $\frac{1}{2}$ 8 $\frac{1}{2}$	66	? 5	65	14	65,50	3,08	7,45	29,22			

Während der Experimente wurden zunächst auf einem Blatt Papier die Belastungen und dahinter etwaige Störungen notirt. Dabei ist absichtlich die Belastung nicht successive gesteigert worden, um später beim Messen der Flächen das unangenehme Vorurteil zu vermeiden, dass jede folgende Fläche um ein wenig grösser sein müsse als die vorhergehende.

Aus demselben Grunde wurden auch noch die Zahlen H des unteren Segmentes auf dieses provisorische Blatt Papier gesetzt, dann die Gewichte in die vorstehende Tabelle eingetragen und erst jetzt die H des oberen Segmentes gemessen und direkt in diese Tabelle eingetragen, so dass man dabei die Parallelablesungen vom unteren Segment nicht vor Augen hatte und unbeeinflusst ablesen

Anmerkungen zu obiger Tabelle:

Die Libelle senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Zugstangen spielt bis 4' aus.

P Punkt der Bügelskala resp. des Koordinatenpapiers; die Brüche bedeuten Zwischenpunkte, welche bei kleinen zu erwartenden Eindrücken eingestellt wurden.

H Grösse der Russfläche in der Mantellinie gemessen in Mikrometerteilen.

gl. P. Durchmesser des erwähnten glänzenden Punktes ebenso gemessen.

h Höhe der Segmente in mm.

M arithmetisches Mittel der H.

A Deformationsarbeit =  $\frac{c \pi}{3} [\sqrt{r^2 - x^2} (2r^2 + x^2) - 2r^3]$

w Einsenkung vertikal zur Fläche.

+ von hier ab stimmen elastische und bleibende Deformation überein.

{ Die beiden Eindrücke überdecken sich theilweise infolge zu geringer Verschiebung der Cylinder.

konnte. Erst wenn dies geschehen, wurden auch die Werthe H des unteren Segmentes in die Tabelle eingetragen.

In der Rubrik d in mm ist natürlich die zweite Stelle nach dem Komma nur als Korrekturstelle anzusehen, da sie ja  $\frac{1}{100}$  mm gibt, während nur  $\frac{1}{17}$  resp.  $\frac{1}{21,25}$  mm abgelesen wurden.

### Die Versuchskurven.

In der beigegefügteten Tafel IV sind die Werthe d resp.  $\frac{d^2 \pi}{4}$  eingetragen und zu Kurven verbunden worden; und zwar geschah dies mit allen überhaupt mit diesen Materialien gemachten Eindrücken, bis auf 5 derselben, welche unbrauchbar waren, zumeist Versuchen entspringend, die schon während des Experimentes als nicht einwandfrei bemerkt worden waren.

Die Massstäbe sind auf den Tafeln angegeben. Für den glasharten Stahl mussten der hohen Drucke wegen die kleinen Extrafiguren angelegt werden. Bei Horizontalverlauf einer Kurve liegen 2 Beobachtungen mit gleichem Drucke vor. Die Marken bedeuten, dass von dieser Stelle ab die elastische und bleibende Deformationsfläche an Grösse nicht mehr messbar verschieden ist.

### Bemerkungen zu den letzten Rubriken.

Die Kurven der Quadratzahlen sind ziemlich gerade Linien. Hierdurch kam ich auf den Einfall, die konstante Tangente des Neigungswinkels der in einem festzusetzenden Massstabe aufgetragenen Kurven als Härtemaass

anzugeben, als mich Herr Professor Föppl darauf aufmerksam machte, die Belastungen einfach durch die Flächen zu dividiren und diese Konstante C als die Härte des betreffenden Körpers zu bezeichnen. Dadurch bleibt nämlich die Härte eine Festigkeit, worauf auch Hertz in seiner Abhandlung besonderes Gewicht legt. Diese C sind die Werthe, welche bereits in der Tabelle über die Materialien mitgetheilt wurden.

Die Auftragung der Kubikzahlen ergab, dass nunmehr die Kurven  $d^3$  gegenüber denen der  $d$  nach der anderen Seite sich krümmten; von beiden wurde kein weiterer Gebrauch gemacht.

Zum Schlusse habe ich mir noch erlaubt, die Arbeitsleistungen, welche zur Erzielung einiger der Deformationen erforderlich waren, in der Tabelle anzugeben, weil man daraus erkennt, wie klein diese Arbeiten ausfallen und wie wichtig daher die Vermeidung von Stössen ist, besonders bei Apparaten wie die Dezimalmaschine, bei welcher grosse Massen zu den beweglichen Theilen gehören.

Diese Werthe für die Deformationsarbeit sind aus einer Gleichung berechnet, welche man erhält, wenn man, wie die Kurven lehrten, von vornherein annimmt, dass die Belastung K proportional der Fläche wächst, also  $K = C \frac{d^2 \pi}{4} = C x^2 \pi$  ist, worin C die oben eingeführte Konstante,  $d$  und  $x$  die Flächendurchmesser resp. Radien sind.

Der Weg  $w$ , den diese Belastung K zurücklegt, berechnete sich (für 2 Kugeln streng richtig) laut Abb. 9 aus der Proportion:

$$w : x = x : (2r - w)$$

$$\text{zu } w = + r \pm \sqrt{r^2 - x^2}$$

wobei  $r = 20$  mm der Cylinderradius ist. Nun ist aber die geleistete Arbeit in jedem Momente:

$$A = \int K d w$$

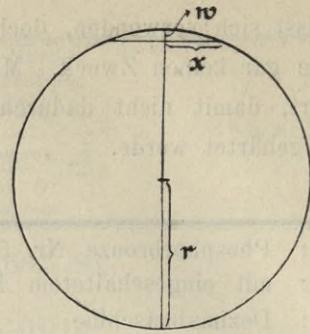


Abbildung 9.

$$d w = - \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}} d x$$

$$A = \int_{x=0}^{x=x_n} x^2 \pi C \left( - \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}} \right) d x =$$

$$A = - C \pi \int_{x=0}^{x=x_n} \frac{x^3}{\sqrt{r^2 - x^2}} d x$$

$$A = + \frac{C \pi}{3} \left[ \sqrt{r^2 - x^2} (2r^2 + x^2) \right]_{x=0}^{x=x_n} + A_0$$

Für  $x=0$  ist  $A=0$ , woraus  $A_0 = - \frac{2}{3} C \pi r^3$  folgt.

Dies oben eingesetzt, giebt:

$$A = \frac{C \pi}{3} \left[ \sqrt{r^2 - x^2} (x^2 + 2r^2) - 2r^3 \right]_{x=0}^{x=x_n}$$

das nach der empirischen Annahme für Kugeln genaue Arbeitsgesetz. Aus dieser Formel wurden die Arbeiten berechnet.

Ich bin im Begriff, diese Messungen besonders über Stahlproben noch weiter auszudehnen und behalte mir vor, nach Fertigstellung der Arbeit einen abschliessenden Bericht darüber zu geben.

Zum Schlusse aber gereicht es mir zur besonderen Freude, Herrn Professor Föppl, meinem verehrten Lehrer, für seine Unterstützung und die mir bei der Ausführung der Arbeit gelassene Freiheit meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

F. M. Schwerd, Ingenieur.

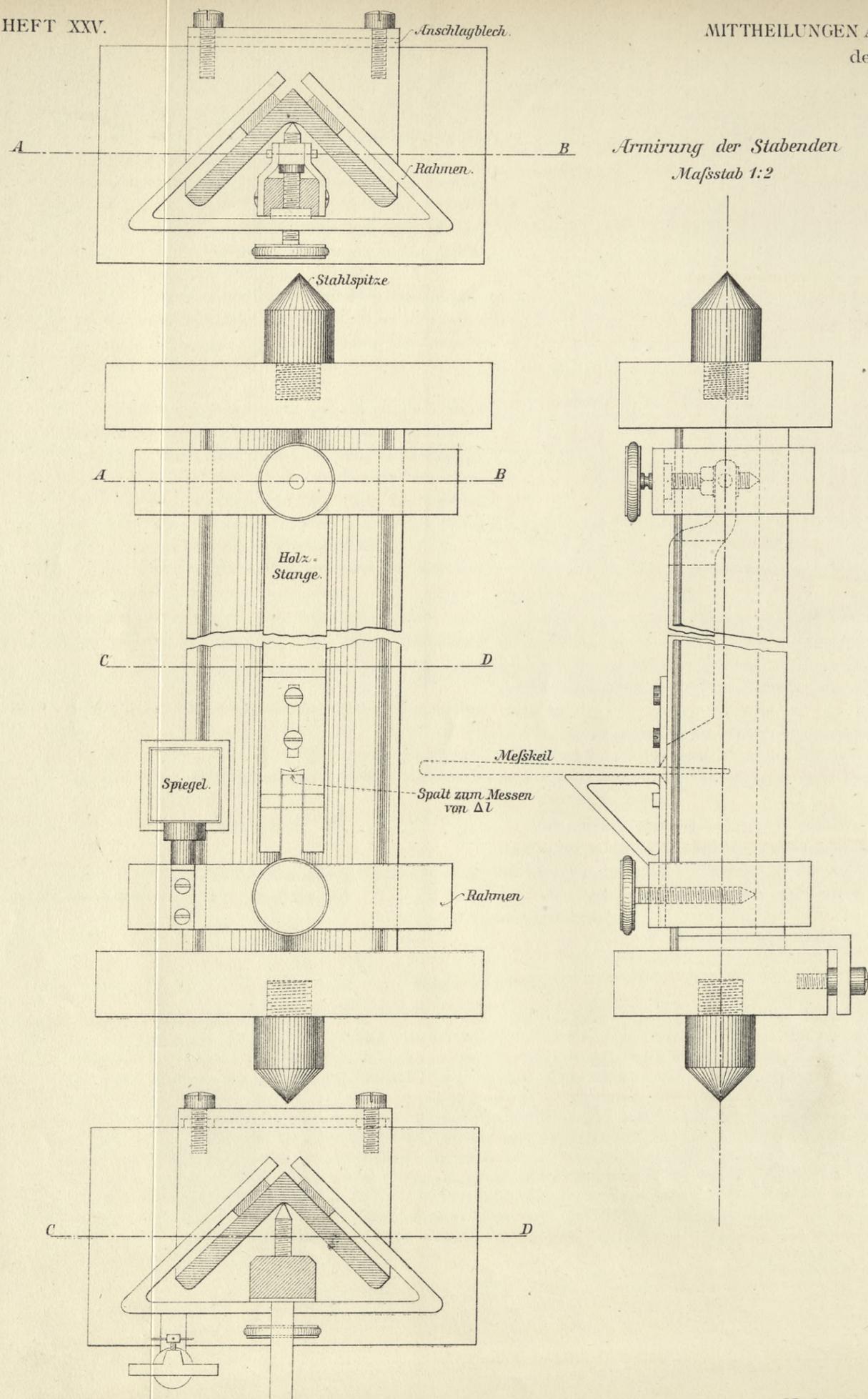
## Nachtrag.

Die Fertigstellung dieses Heftes im Drucke hat sich etwas verzögert. Während dessen hat Herr Schwerd seine Versuche fortgesetzt und dabei hat sich die Verwendbarkeit des Verfahrens noch weiter bestätigt. Wegen der Einzelheiten dieser neueren Versuche muss ich auf eine spätere Veröffentlichung, die ich Herrn S. selbst überlassen werde, verweisen. Hier will ich nur noch kurz erwähnen, wie ich mich auf Grund aller dieser Erfahrungen jetzt selbst zu der Frage stelle. Dies geschieht am besten durch Mittheilung der Vorschrift, die ich für die Ausführung einer Härteprüfung, die praktischen Zwecken dienen soll, bis auf Weiteres für das Laboratorium festgestellt habe. Danach werden zwei Probestücke in der schon ausführlich beschriebenen Art hergestellt und mit verschiedenen Kräften aufeinander gedrückt, so dass man etwa 6 bleibende Eindrücke erhält, von denen der grösste 3 bis 4 mm Durchmesser hat. Die Messung der Durchmesser erfolgt für praktische Zwecke genau genug mit dem Zirkel; dabei wird von der Berührung Gebrauch gemacht. Dann wird durch Division jeder Last durch die zugehörige Druckfläche der auf 1 qmm kommende Druck festgestellt. Diese Zahlen weichen nicht viel von einander ab; man nimmt von ihnen das arithmetische Mittel und die so gefundene Ziffer betrachte ich als Mass der Härte.

München, den 26. April 1897.

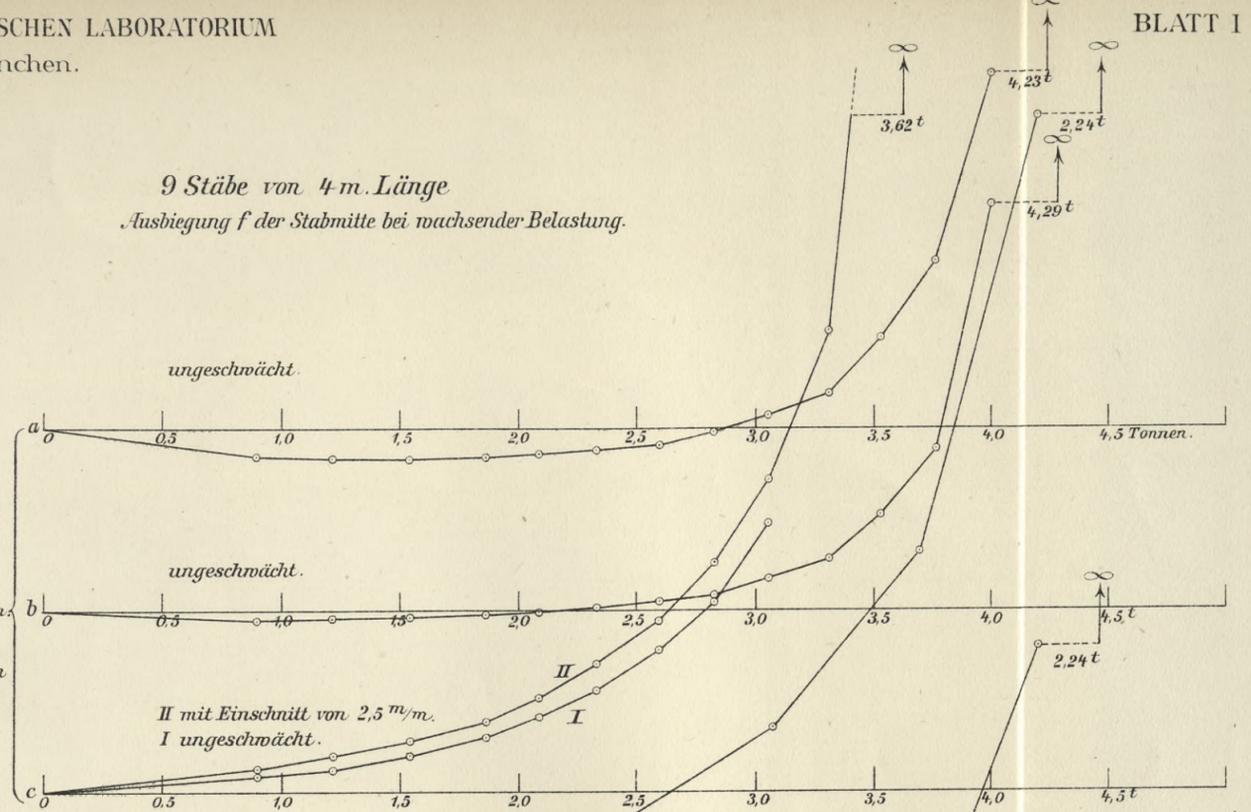
A. Föppl.



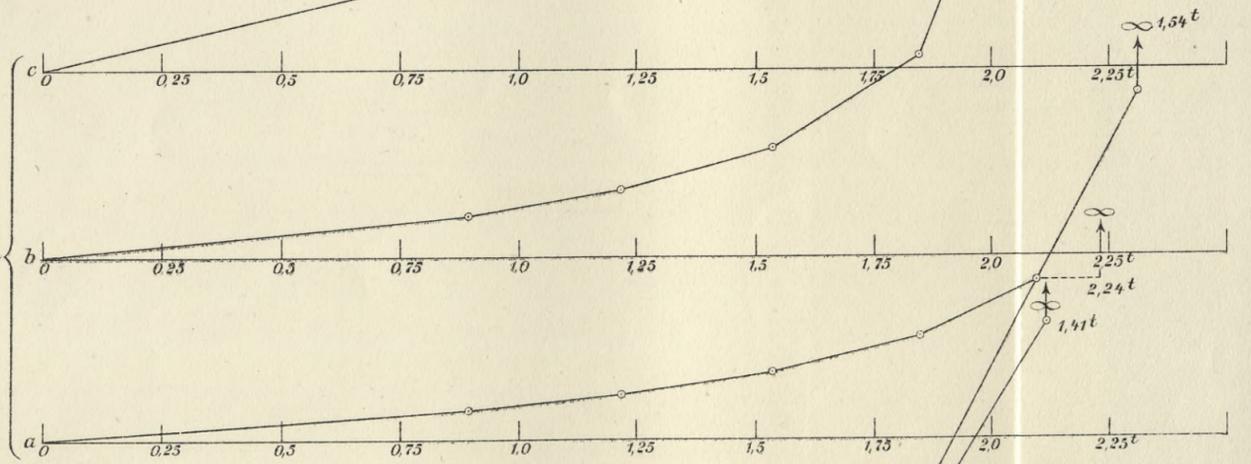


9 Stäbe von 4-m. Länge  
Ausbiegung  $f$  der Stabmitte bei wachsender Belastung.

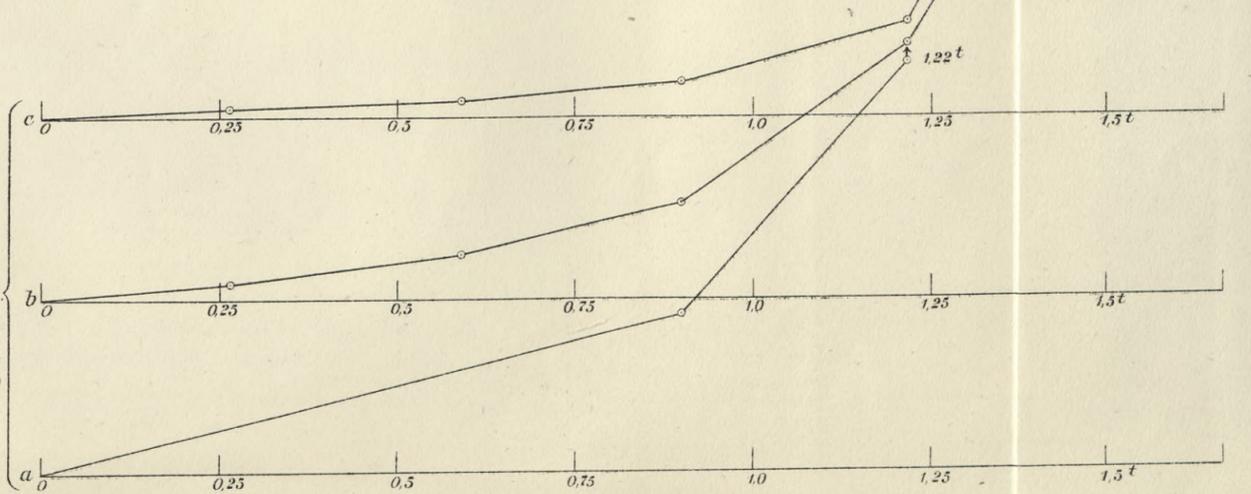
3 Stäbe  
Lab. N<sup>o</sup> 5503  
L 80/10  
Maßst. für die  
Absc. 1<sup>m</sup> = 40<sup>m</sup>/m.  
Ord. = 20 f.  
(Ausbiegung in  
20fach. Größe.)



3 Stäbe  
Lab. N<sup>o</sup> 5499  
L 70/9  
Maßst. für die  
Absc. 1<sup>m</sup> = 80<sup>m</sup>/m.  
Ord. = 4 f.  
(Ausbiegung in  
4fach. Größe.)



3 Stäbe.  
Lab. N<sup>o</sup> 5494.  
L 60/8  
Maßst. für die  
Absc. 1<sup>m</sup> = 120<sup>m</sup>/m.  
Ord. = 1 f.  
(Ausbiegung in  
natürl. Größe.)







Knickversuche mit Winkeleisen.

f. Ausbiegung. —  
 $\varphi$ . Winkeldrehung. - - -  
 $\Delta l$  Verkürzung. ·····

2 Stäbe von 3 m. Länge.  
1 Stab " 2 m "

II mit Einschnitt von 2,5 m/m

I ungeschwächt

ungeschwächt

IV mit Einschnitt von 60 m/m

III mit Einschnitt von 20 m/m

II mit Einschnitt von 2,5 m/m

I ungeschwächt

4 Stäbe von 3 m. Länge.

III mit Einschnitt von 20 m/m

II mit Einschnitt von 2,5 m/m

I ungeschwächt

II mit 2 Bohrlöchern von 22 m/m

I ungeschwächt

ungeschwächt

ungeschwächt

L.N<sup>o</sup> 5502<sup>b</sup>  
L 80/10 3 m.  
1 Tonne - 20 m/m  
f in 7 facher Größe  
 $\Delta l$  in 100 " "  
 $\varphi$  1 m = 2.10<sup>-4</sup>

L.N<sup>o</sup> 5502<sup>a</sup>  
L 80/10 3 m.  
Maßstab w. ob.

L.N<sup>o</sup> 5494<sup>b</sup>  
L 60/8 3 m.  
1 Tonne - 30 m/m  
f in 5 facher Größe

L.N<sup>o</sup> 5494<sup>a</sup>  
Maßstab wie vorher.

L.N<sup>o</sup> 5498<sup>b</sup>  
L 70/9 3 m.  
1 Tonne - 30 m/m  
f in 5 facher Größe  
 $\Delta l$  in 50 " "  
 $\varphi$  1 m = 2.5.10<sup>-4</sup>

L.N<sup>o</sup> 5498<sup>a</sup>  
L 70/9 3 m.  
f in 5 facher Größe

L.N<sup>o</sup> 5493<sup>b</sup>  
L 60/8 2 m.  
1 Tonne - 30 m/m  
f in 10 facher Größe  
 $\Delta l$  in 100 " "  
 $\varphi$  1 m = 0,0001.

2 Stäbe von 2 m. Länge.

III mit Einschnitt von 20 m/m

II mit Einschnitt von 2,5 m/m

I ungeschwächt

IV mit Einschnitt von 60 m/m

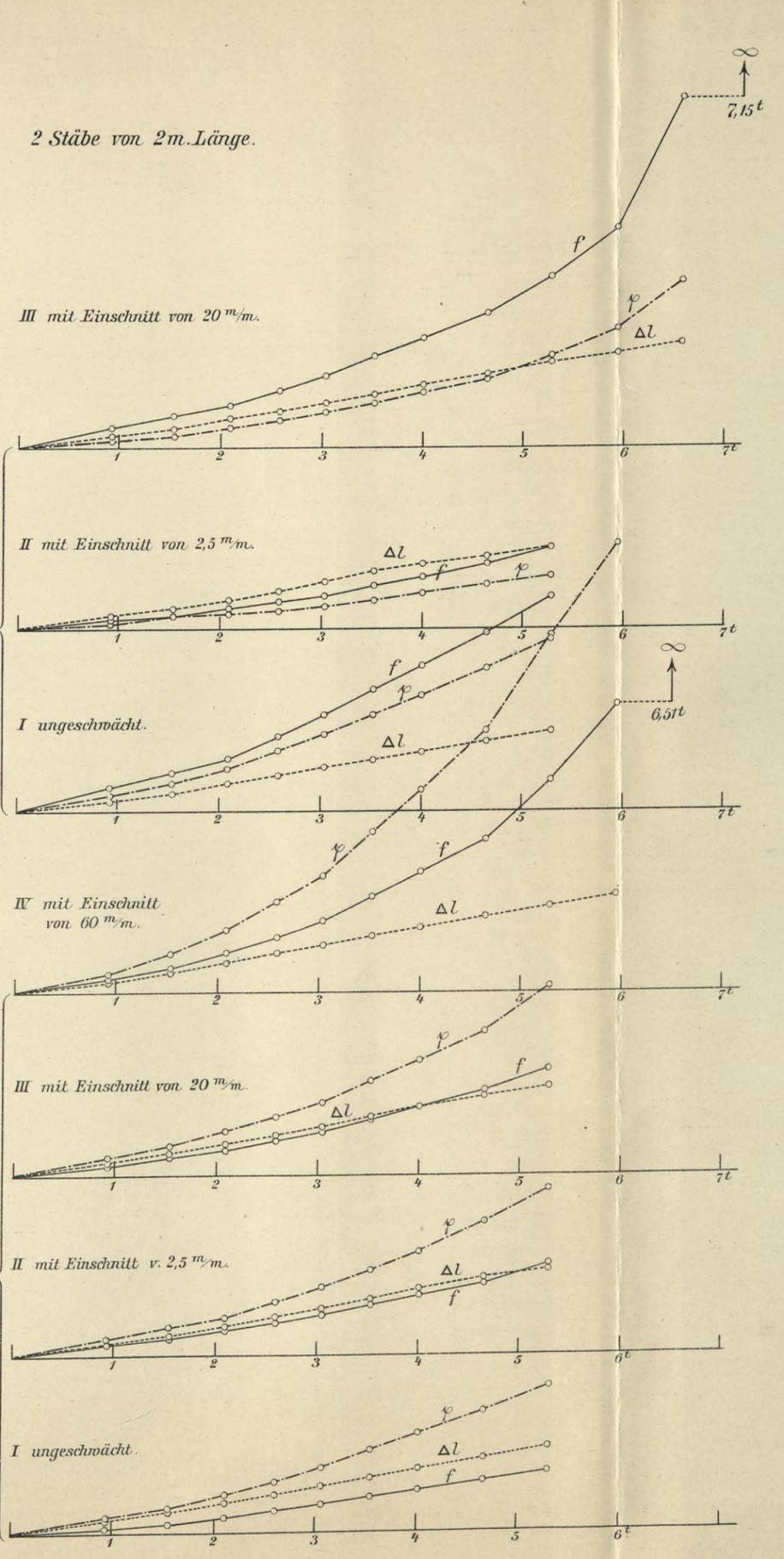
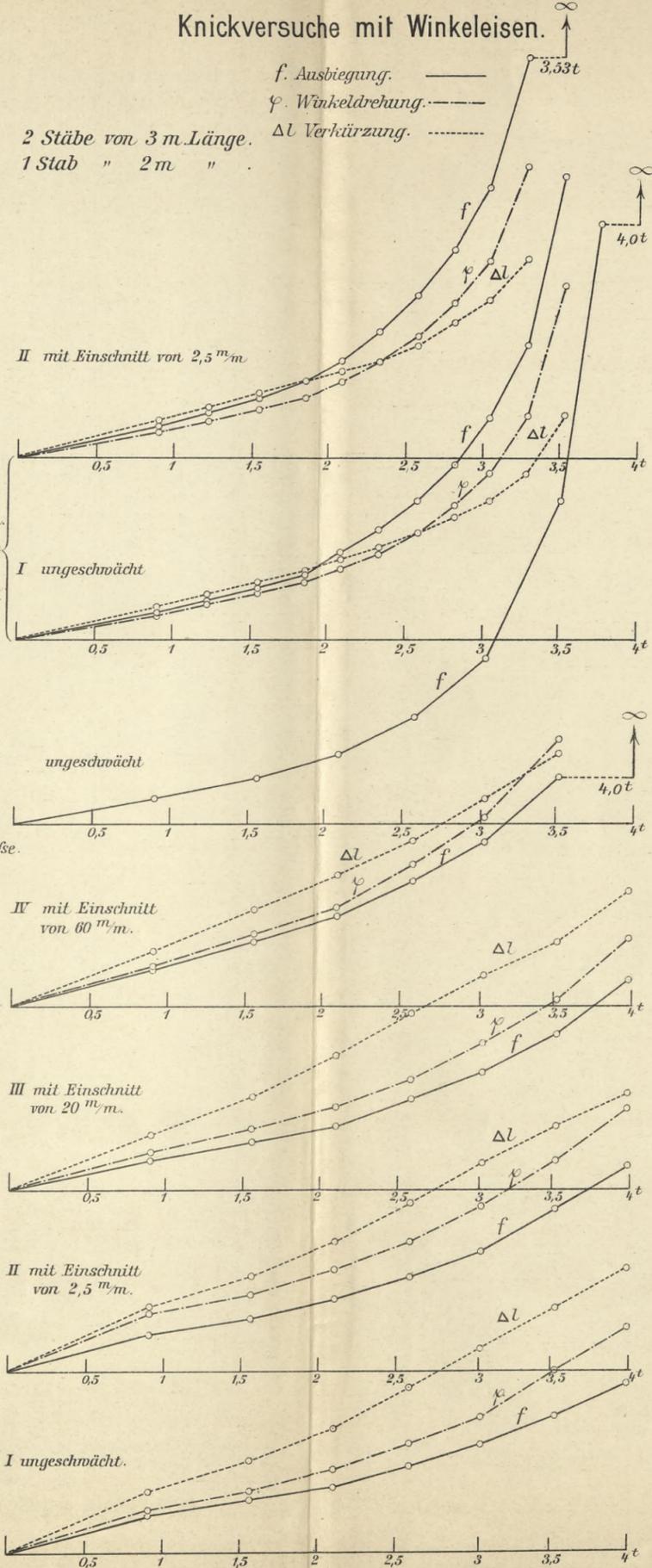
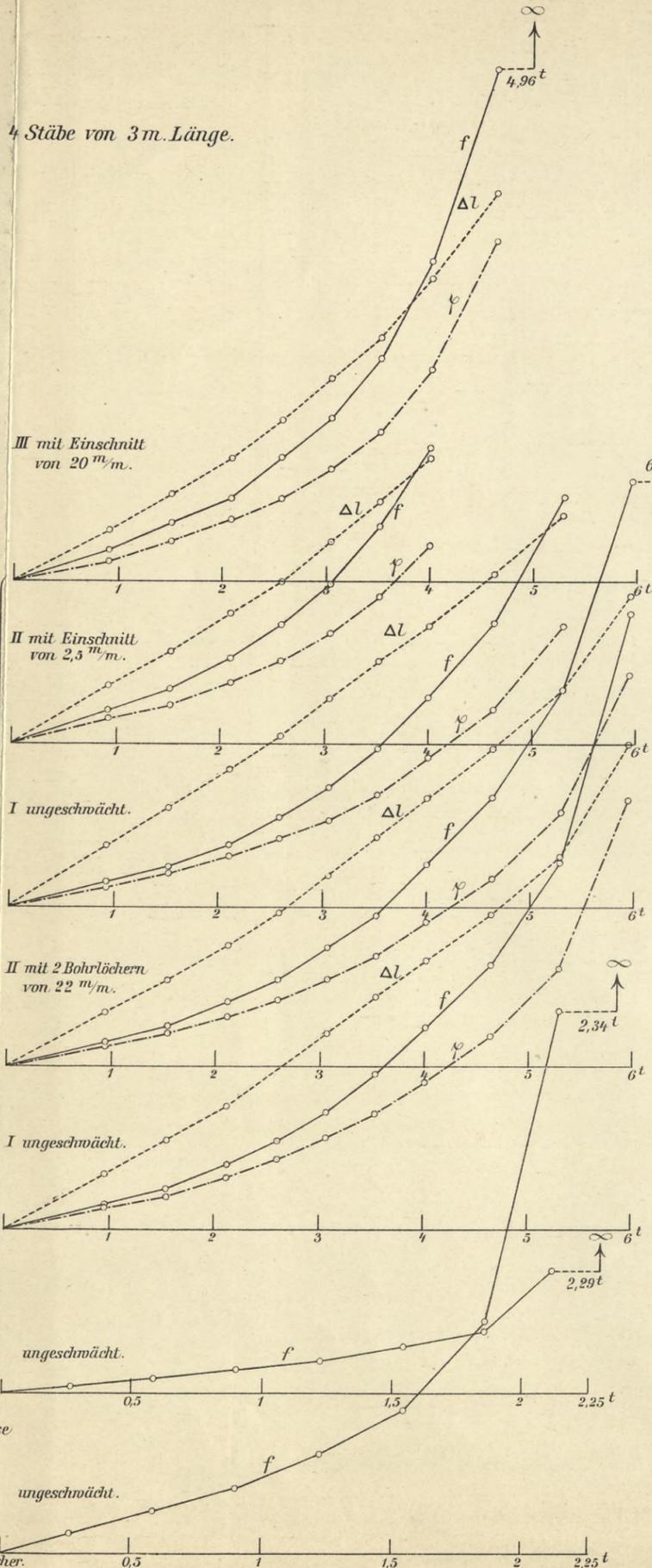
III mit Einschnitt von 20 m/m

II mit Einschnitt v. 2,5 m/m

I ungeschwächt

L.N<sup>o</sup> 5497<sup>b</sup>  
L 70/9 2 m.  
1 Tonne - 20 m/m  
f in 10 facher Größe  
 $\Delta l$  in 30 " "  
 $\varphi$  1 m = 0,0002.  
1 m = 2.10<sup>-4</sup>

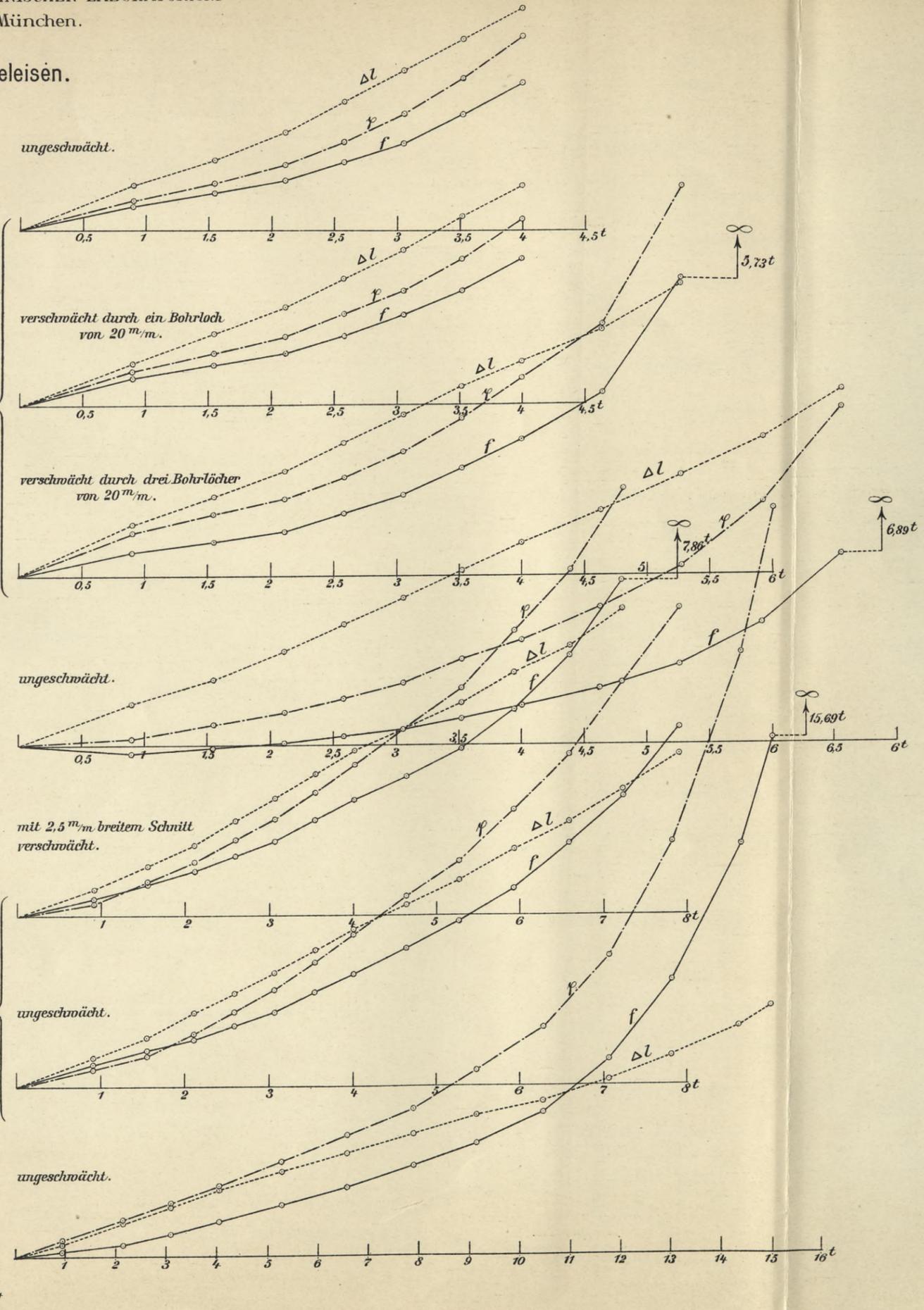
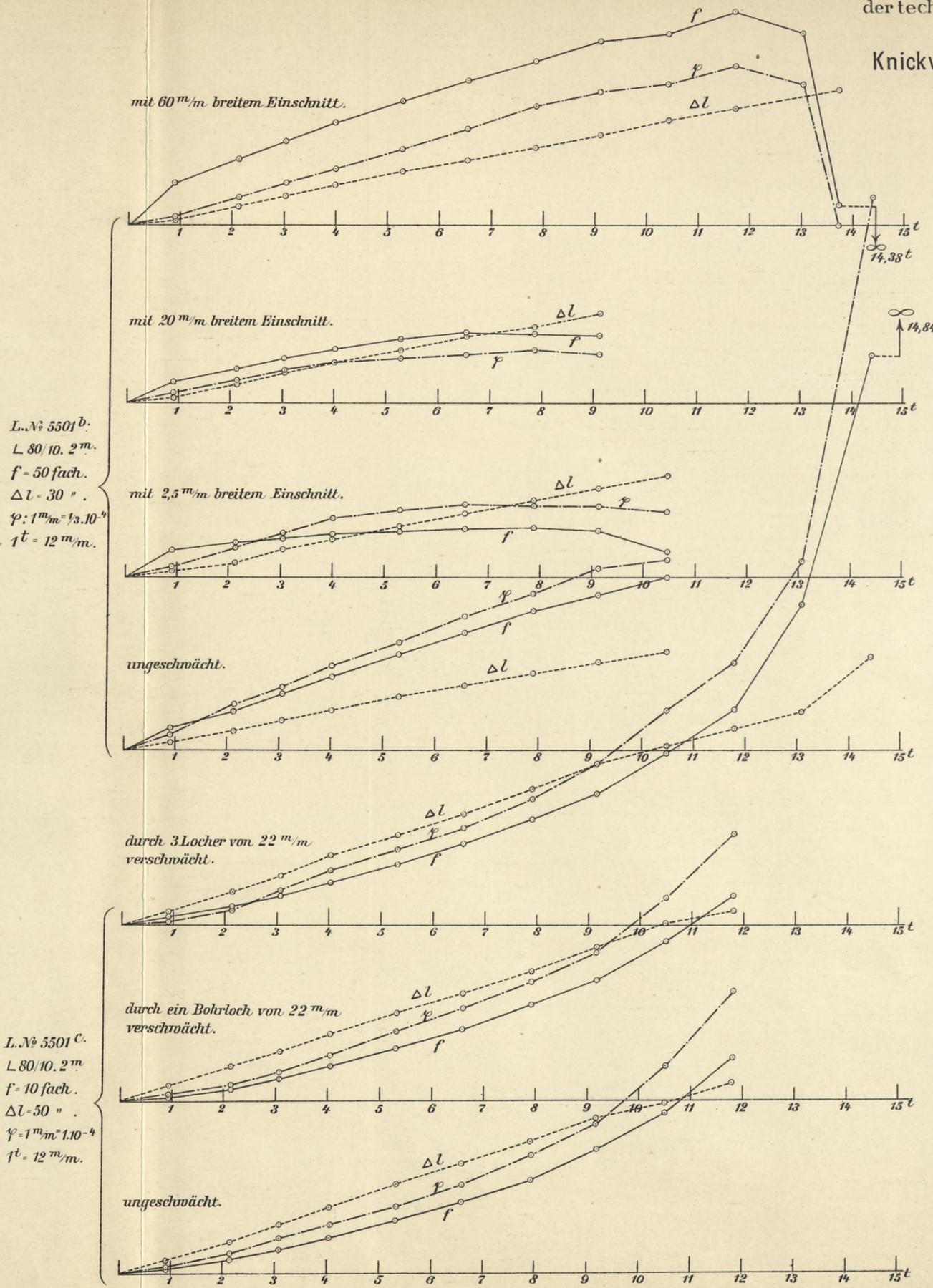
L.N<sup>o</sup> 5497<sup>c</sup>  
L 70/9 2 m.  
1 Tonne - 20 m/m  
f in 10 facher Größe  
 $\Delta l$  in 30 " "  
 $\varphi$  3 m = 0,0002.  
1 m = 2/3 10<sup>-4</sup>





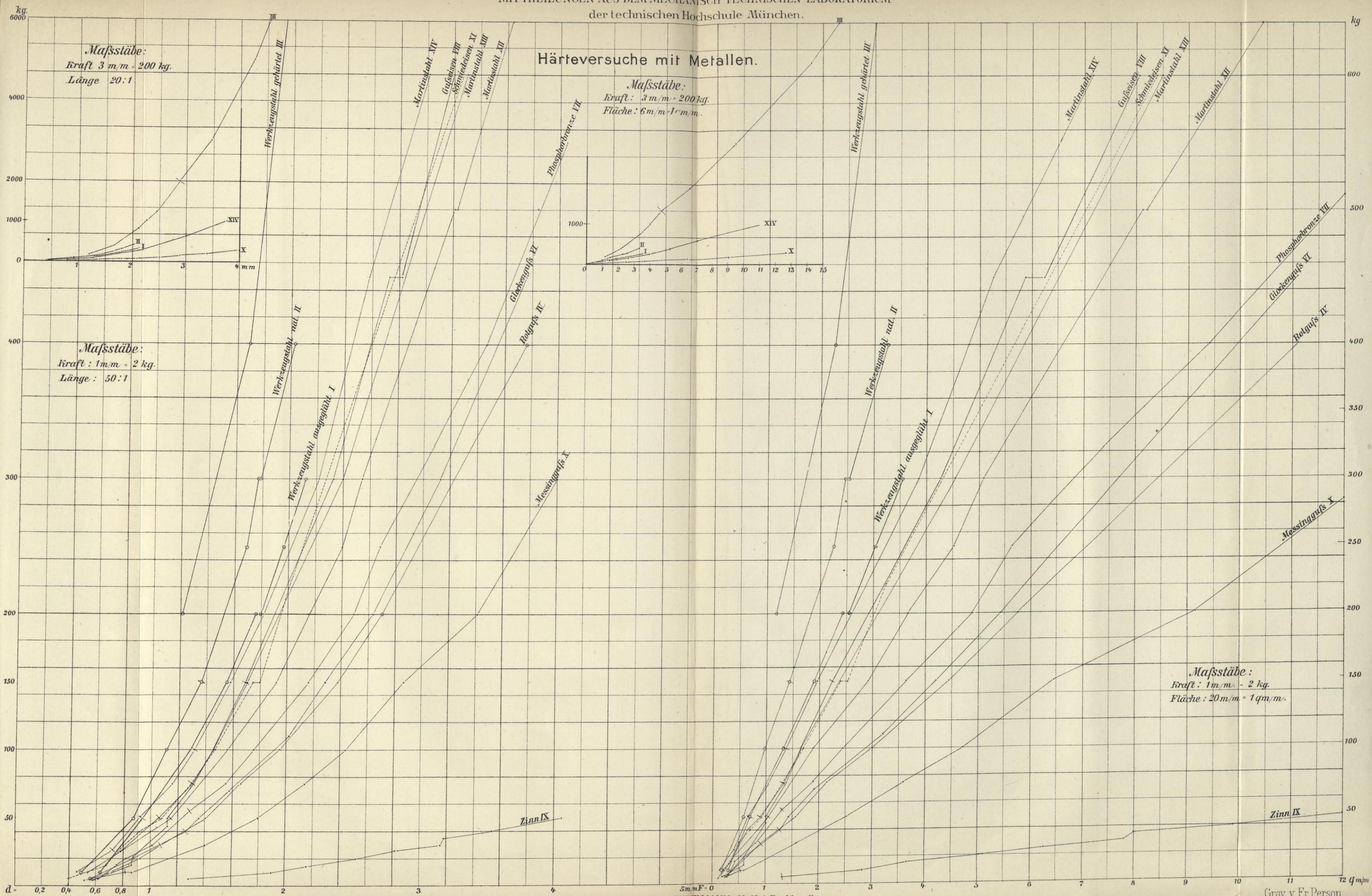


Knickversuche mit 6 Winkeleisen.









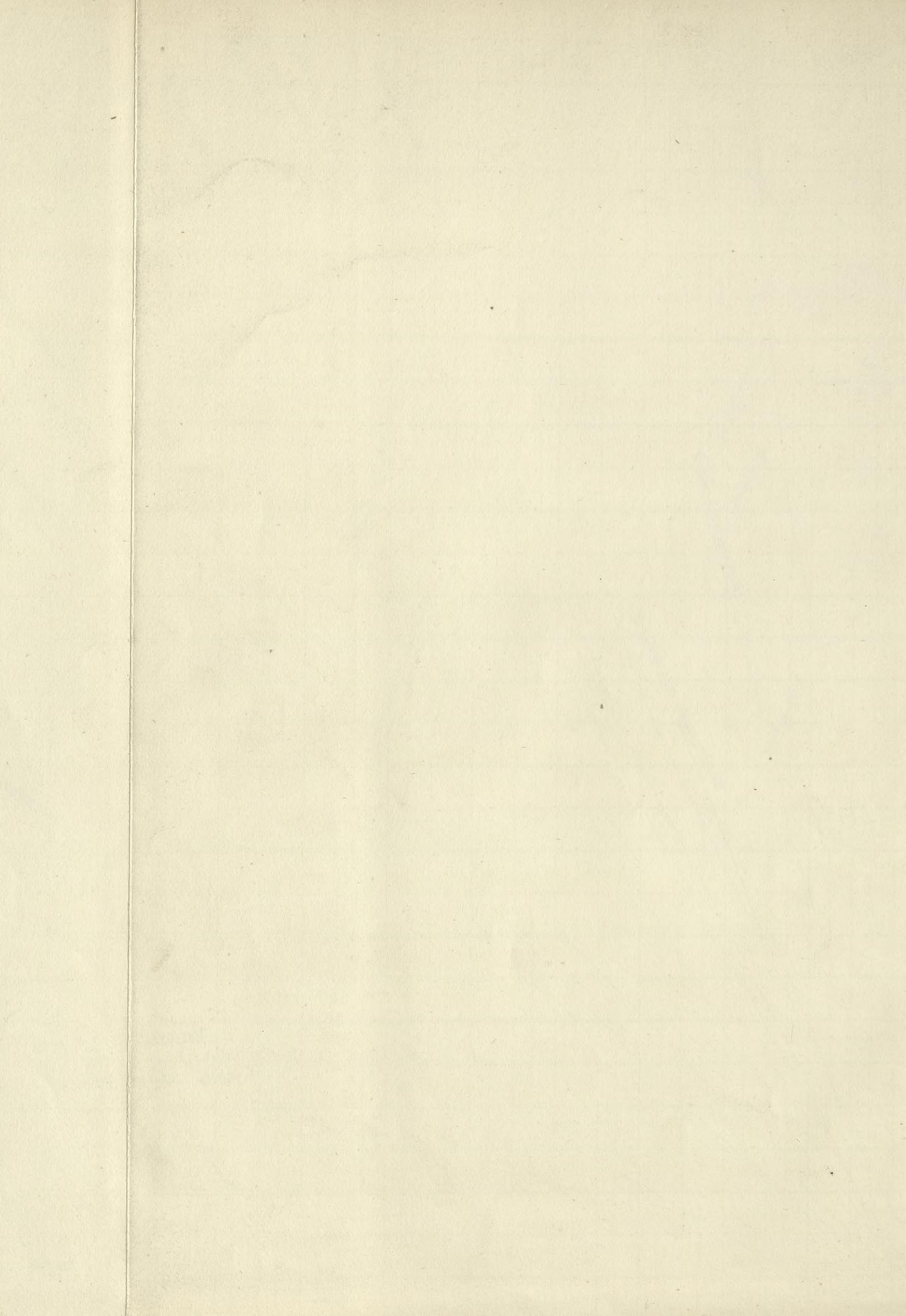
Härteversuche mit Metallen.

Maßstäbe:  
Kraft 3 m/m = 200 kg.  
Länge 20:1

Maßstäbe:  
Kraft: 3 m/m = 200 kg.  
Fläche: 6 m/m² = 1 cm².

Maßstäbe:  
Kraft: 1 m/m = 2 kg.  
Länge: 50:1

Maßstäbe:  
Kraft: 1 m/m = 2 kg.  
Fläche: 20 m/m² = 1 cm².









Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000315048

1895

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000315049

1896

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000315050

1897

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000315051

1898

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000315052

1900

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000315053

1902

Biblioteka PK

J.X.47

/ 1894/1902

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300713

1894