

~~Expositur
d. H. D. an d. d. W.
in Krakau
Bis 9. Nr. 61.~~

BERECHNUNG DER STAUMAUERN.



VON

FRANZ KREUTER,

ORD. PROFESSOR DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN AN DER KÖNIGL. BAYERISCHEN
TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN MÜNCHEN.



BERLIN 1894.

VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN.

(VORMALS ERNST & KORN.)

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000301183

E-6/9

Expositor
d. k. k. Dion. f. d. B. d. W.
in Krakau
Bibl. S. Nr. 61

~~Expositur
d. k. k. Dio. f. d. B. d. W.
in Krakau
Bibl. 9. Nr. 61~~

BERECHNUNG DER STAUMAUERN.



VON

FRANZ KREUTER,

ORD. PROFESSOR DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN AN DER KÖNIGL. BAYERISCHEN
TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN MÜNCHEN.



BERLIN 1894.

VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN.

(VORMALS ERNST & KORN.)



4014

Sonderdruck aus der Zeitschrift für Bauwesen, Jahrg. 1894.

Alle Rechte vorbehalten.

III 36.328

Akc. IVr. D-2297/58

Vorbemerkung.

Die Entwicklung der Staumauerquerschnitte erschien bisher nur als möglich im Wege weitschweifiger elementarer Rechnungen und versuchsweiser Annahmen. So pflegte man allgemach zu Formen sich durchzuarbeiten, die den Voraussetzungen annähernd entsprachen. Eine strengere, unmittelbare und einfachere Lösung der Aufgabe galt für ausgeschlossen. Mit der vorliegenden Arbeit wird nun ein neuer Weg betreten und gezeigt, wie man die Aufgabe in einzelne Theile zerlegen und schrittweise einer rechnungsmäßigen Behandlung zugänglich machen kann, welche gerade zum Ziele führt.

Die zur Erleichterung der Rechnung als statthaft erachteten Vernachlässigungen sind höchst unerheblich. Wenn man einen nach vorliegendem Verfahren berechneten Mauerquerschnitt im Maßstabe 1:200 aufträgt, so wird sich durch die statische Untersuchung auf zeichnerischem Wege eine Ungenauigkeit kaum nachweisen lassen. Mit Hilfe der gewonnenen neuen Gesichtspunkte liefse sich übrigens auch auf jene Vernachlässigungen noch Rücksicht nehmen und die Genauigkeit beliebig weit treiben.

Die Rechnungen sind keineswegs schwieriger und verwickelter als wir sie nach dem heutigen Stande der Wissenschaft für andere große Bauwerke — wie eiserne Brücken — durchzuführen gewohnt sind, und jedenfalls viel einfacher als das seitherige Vorgehen.

I. Einleitung.

Ursprung und bisheriger Stand der Theorie der Staumauern.

Der Gedanke, den Querschnitten von Staumauern eine solche Gestalt zu geben, daß die Art und Größe der Beanspruchung gewisse Grenzen unter keinen Umständen überschritte, die Standsicherheit in Bezug auf jede gedachte wagerechte Lagerfläche die nämliche bliebe und sohin auch die größtmögliche Ersparung an Gemäuer erzielt würde, ist zuerst im Jahre 1850 von dem französischen Ingenieur de Sazilly ausgegangen.²⁾ Den französischen Meistern Graeff, Delocre und Montgolfier gebührt das Verdienst, die erste wissenschaftliche Lösung der Aufgabe ins Werk gesetzt und die größte bis in die neueste Zeit bestehende Staumauer, nämlich jene im Gouffre d'enfer bei St. Etienne, für den Furens, einen Nebenfluß der Loire, erbaut zu haben.

Die durch Graeff aufgestellten Grundsätze für die Ausführung von Staumauern³⁾ sind mustergültig und sollten von jedem Ingenieur gelesen werden, der einen solchen Bau auszuführen im Begriffe steht. Die statischen Untersuchungen, welche Delocre, den Grundgedanken de Sazillys aufnehmend und weiter ausbildend, im Auftrage Graeffs anstellte, haben zu

1) Im Auszuge vorgetragen vor der Institution of Civil-Engineers in London am 21. November 1893.

2) Sur un type de profil d'égal résistance proposé pour les murs de réservoirs d'eau. Ann. d. p. et ch. 1853. II. Seite 191.

3) Rapport sur la forme et le mode de construction du barrage du gouffre d'enfer, sur le Furens, et les grands barrages en général. Ann. d. p. et ch. 1866. II. Seite 184.

einem Querschnittvorbilde geführt, welches bei allen späteren Ausführungen als Muster gedient hat, obschon es den Anforderungen keineswegs so genau entspricht, wie wir es von den Ergebnissen der auf andere Bauwerke bezüglichen statischen Berechnungen heutzutage verlangen.

Delocre⁴⁾ ist bei seinen Untersuchungen von denselben Bedingungen ausgegangen wie de Sazilly, nämlich:

1) daß die zulässige Grenze des Randruckes nirgends überschritten werde,

2) daß nirgends ein Gleiten eintrete.

Letzteres ist überhaupt noch nie beobachtet worden.

Staumauern sind bis jetzt — von schlechter Gründung abgesehen — wohl nur wegen Nichterfüllung der ersten Bedingung zu Grunde gegangen, oder vielleicht auch dadurch, daß, wegen allzugroßer Ungleichartigkeit des Gefüges, die bei keinerlei Gemäuer zu vermeidenden Setzungen zu Ueberanstrengungen oder Rissen und Trennungen geführt haben. Um so unglaublicher aber erscheint es, wenn man liest, daß bei neueren Ausführungen, in der Absicht, jedes Gleiten unmöglich zu machen, „Steine verschiedener Größe verwendet und jeweils von Zeit zu Zeit langgeformte Felsstücke, in der Art von aufrecht stehenden Bindern auf die hohe Kante gestellt, eingemauert“ wurden. Man hat also aus Furcht vor einer bei geschickter Ausführung gar nicht vorhandenen Gefahr das möglichste gethan, um die Gleichmäßigkeit der Setzungen zu unterbrechen und somit bei Gemäuer der allerwichtigsten Art gegen eine der ersten Grundregeln für die Ausführung von Mauerwerk verstößen.⁵⁾ Die von Delocre aufgestellten Differentialgleichungen der Querschnittcurven erwiesen sich als nicht integrirbar, was ihn dahin führte, seine Querschnittform absatzweise, von oben nach unten fortschreitend, aus einer Folge von Trapezen zusammensetzen, ähnlich wie de Sazilly, schon 1853, einen Staumauerquerschnitt aus Rechtecken aufgebaut hatte. Delocre unterschied zwei Fälle: Staumauern für weite Thäler, welche er als Körper auf wagerechter Unterlage und im Grundriß geradlinig verlaufend behandelt, und Staumauern für enge Thäler, die er im Grundriß bogenförmig gestaltet, erhaben gegen die Wasserseite, und welche, indem ihre Enden gegen die Thalwände sich stemmen, eine ihre Standfähigkeit erhöhende Gewölbwirkung äußern und daher auch geringere Mauerdicken erfordern sollen. Die elementar durchgeführten Berechnungen Delocres sind natürlich höchst weitschweifig.

Im Jahre 1870 veröffentlichte J. B. Krantz⁶⁾ eine Sammlung von Musterplänen für Staumauern verschiedener Größe. Den nach de Sazillys und Delocres Vorgange durchgeführten Berechnungen liegt die Annahme eines Einheitgewichtes von 2,3 t/cbm und einer zulässigen Beanspruchung

4) Delocre, sur la forme du profil à adopter pour les grands barrages en maçonnerie des réservoirs. Ann. d. p. et ch. 1866. II. Seite 212.

5) Vgl. Graeff, a. a. O. S. 203: „Une des conditions essentielles dans de pareils massifs est d'ailleurs de ne pas employer de matériaux d'échantillon trop différent.“

6) Etude sur les murs de réservoirs, Paris, Dunod. 1870.

auf Druck von 60 t/qm für das Gemäuer zu Grunde. Die Mauerquerschnitte sind beiderseits durch Kreisbögen begrenzt, wobei selbstverständlich der theoretisch richtigen Gestalt mehr oder weniger Gewalt angethan wird; denn, wenn man bei der Berechnung die ziemlich verwickelten Kraftwirkungen nur halbwegs gelten läßt, so können die sich ergebenden Curven begreiflicherweise nicht von der einfachsten Art sein. In den Erläuterungen werden übrigens sehr gesunde und beherzigenswerthe Anschauungen geäußert.

Einen werthvollen Beitrag zur Bestimmung von Staumauerquerschnitten verdanken wir Rankine⁷⁾ in Gestalt eines Berichtes über die vorerwähnten französischen Arbeiten, den er, anlässlich in Indien auszuführen gewesener Bauten dieser Art, im Jahre 1871 verfaßt hat. Hätte den großen Forscher nicht bald darauf schon der Tod ereilt, so würde er wahrscheinlich auch auf diesem Gebiete Licht verbreitet haben. Die in Rankines Todesjahr veröffentlichte Arbeit scheint weniger bekannt geworden zu sein, als sie verdiente. Rankine fügt den durch de Sazilly aufgestellten Bedingungen für den sicheren Bestand von Staumauern noch zwei sehr wesentliche hinzu, nämlich:

3) daß der lothrecht gemessene Randdruck in dem Maße abnehmen sollte, als die Mauerböschung flacher wird; denn die Richtung, in welcher der Druck zwischen den Theilchen am Mauerhaupte auftritt, sei nothwendigerweise die einer Berührenden am Mauerhaupte, und der auf die gewöhnliche Art gefundene lothrechte Randdruck sei nicht der ganze Druck, sondern nur seine lothrechte Seitenkraft. Wofern also die äußere Mauerböschung flacher sei, als die innere, so solle der Grenzwert für den äußeren, lothrecht gemessenen Randdruck niedriger angesetzt werden, als für den inneren.⁸⁾

4) daß — worauf die französischen Ingenieure noch nicht Bedacht genommen hatten — an keiner Stelle des Gemäuers eine beachtenswerthe Zugspannung auftreten dürfe, und zwar weder am äußeren Mauerhaupte bei leerem, noch am inneren bei vollem Teiche, d. h. die den beiden Fällen entsprechenden Stützlinien sollen nirgends aus dem mittleren Drittel der Kernfläche des Durchschnitts heraustreten.

Rankine schlug sodann einen beiderseits durch logarithmische Curven begrenzten Musterquerschnitt vor, bei welchem der lothrechte Randdruck von 9,8 kg/qcm auf der Wasserseite und von 7,6 kg/qcm auf der Landseite nicht überschritten wird. Die Annahme der logarithmischen Curven für die ganze Querschnittfigur ist eine willkürliche; allein es wird hierdurch den aufgestellten Bedingungsgleichungen, die wiederum als nicht integrierbar sich erweisen, mit einer für die Zwecke der Ausübung als genügend erachteten Annäherung entsprochen. Die Bogenform des Grundrisses hält Rankine für zweckmäßig, weil sie einer, möglicherweise von lothrechten Sprüngen an der Landseite begleiteten Durchbiegung der Mauer nach außen durch den Wasserdruck vorbeugt, vorausgesetzt, daß die Mauerenden sich fest gegen die Thalwände stemmen. Er ist jedoch, ebenso wie Krantz, der Ansicht, daß die Berücksichtigung der Bogenwirkung bei der Berechnung unsicher und daher von zweifelhaftem

7) Report on the design and construction of masonry dams. The Engineer 1872, Seite 1.

8) Man vergleiche auch M. Bouvier's Arbeit in den Ann. d. p. et ch. 1875, II.

Werthe sei. Im Uebrigen ist, was die Ausführung solcher Bauwerke betrifft, Rankines Abhandlung ebenso lesenswerth, wie jene von Graeff und von Krantz.

Nicht unerwähnt darf die treffliche Arbeit Harlachers⁹⁾ bleiben, in der ein Verfahren zur statischen Untersuchung eines gegebenen Staumauerquerschnittes auf zeichnerischem Wege vollständig vorgeführt wird und auch sonst viel Lehrreiches enthalten ist. Die anderweiten, seither in Büchern sowohl als in Zeitschriften veröffentlichten Abhandlungen über den Gegenstand haben wesentliches zur Klärung und Förderung der Frage kaum beigetragen und können deshalb hier füglich übergangen werden.¹⁰⁾

Bei den bekannt gewordenen Entwürfen von Staumauern hat man sich meist damit begnügt, von den französischen Mustern auszugehen, und getrachtet, dieselben durch versuchsweises Abändern und Nachrechnen allmählich dem gegebenen Falle thunlichst entsprechend zu gestalten. Wenn man aber gewisse Voraussetzungen macht, und wenn man insbesondere nicht übersieht, wo die Grundlagen der Rechnung andere werden, dann ist es in der That möglich, auf rein mathematischem Wege die richtige Querschnittgestalt einer Staumauer von Fall zu Fall selbständig zu entwickeln, wie in nachfolgendem gezeigt werden soll.

II. Grundlagen der neuen Berechnungsweise.

A. Einschränkungen und Voraussetzungen.

Wir halten uns die durch de Sazilly und Rankine aufgestellten Bedingungen vor Augen, wie sie im vorigen Abschnitte unter 1 bis 4 angeführt wurden, machen aber folgende Voraussetzungen beziehungsweise Einschränkungen:

1) Der Wasserspiegel reiche bis an die Krone der Mauer.
2) Die lothrechte Seitenkraft des Wasserdruckes auf den vom Lothe abweichenden Theil der Stauwand werde vor der Hand vernachlässigt.

3) Auf die längs der Lagerflächen der Mauer wirkenden Schubkräfte nehmen wir keine Rücksicht.

Diese Annahmen vereinfachen zunächst die Rechnung. Die ersten beiden sind überdies zu gunsten der Sicherheit, und die dritte wird belanglos, wenn man, wie es schon die französischen Meister gethan, bei der Ausführung des Gemäuers entsprechend zu Werke geht.

Die erste Voraussetzung entspricht dem ungünstigsten Falle, welcher überhaupt denkbar ist, nämlich dem größten Wasserdrucke, der jemals einzutreten vermag.¹¹⁾

Die von anderer Seite vorgeschlagene Untersuchung des Mauerquerschnittes auf „doppelte“ Sicherheit, dahin gehend, ob eine dem doppelten Wasserdrucke entsprechende Stützlinie noch innerhalb der Querschnittfläche bleibt, hat keinen Sinn; denn es ist nicht begreiflich, woher, abgesehen vom Schlamm am Boden des Teiches, eine Flüssigkeit von der doppelten Schwere des Wassers kommen, und noch weniger, warum die Mauer, deren Standsicherheit man doch darauf gründet, daß die Stützlinien innerhalb der Kernfläche bleiben, in dem

9) Das Reservoir im „bösen Loch“ bei Komotau, Technische Blätter 1875, Seite 89 und 169.

10) Eine sehr stattliche Litteratur besitzen die Italiener. Ein ausführliches Verzeichniß der betreffenden Schriften findet sich in dem Werke von Lueger „Die Wasserversorgung der Städte“, 3. Heft.

11) Es würde selbstverständlich keinen Anstand haben, den Berechnungen auch einen beliebigen niedrigeren Wasserstand zu Grunde zu legen. D. V.

Falle, wo eine Stützlinie gar bis an den Querschnitttrand vorrückt, „doppelte“ Sicherheit gewähren soll.

Man kann sich übrigens unschwer vergegenwärtigen, daß an jeder wagerechten Schnittebene einer Mauer, wo der Druckmittelpunkt durch ein gegebenes Moment \mathfrak{M} vom hinteren Kernrand an den vorderen verschoben wird, jene „doppelte Sicherheit“ gegen ein Umknicken um den vorderen Rand der Schnittebene von Haus aus genau vorhanden ist.

Ueber die Gröfse des, der ersten Voraussetzung zu verdankenden Sicherheitsgrades kann man sich folgendermassen Rechenschaft geben.



Es bezeichne (Abb. 1) u die Höhe der Mauerkrone über irgend einer wagerechten Schnittebene X ; $u_1 = \nu u$, wo $\nu < 1$, die Höhe des gewöhnlichen Wasserstands im Teiche über der nämlichen Schnittebene.

Die dem Wasserdruck ausgesetzte Wand sei lothrecht.

Dann ist, mit Bezug auf irgend eine zur Bildebene senkrechte Achse in der Ebene X , für die Länge Eins senkrecht zur Bildebene, das Moment des grösstmöglichen Wasserdruckes

$$1) \dots \dots \dots \mathfrak{M} = \frac{u^3}{6} p;$$

das grösste thatsächlich vorkommende Moment aber ist

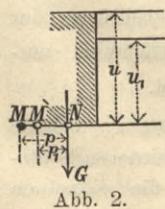
$$2) \dots \dots \mathfrak{M}_1 = \frac{u_1^3}{6} p = \frac{\nu^3 u^3 p}{6} = \nu^3 \mathfrak{M},$$

wo p das Einheitsgewicht des Wassers bezeichnet.

Hier stellt also $\left(\frac{1}{\nu}\right)^3$ den Sicherheitsgrad dar, welcher durch die ersterwähnte Voraussetzung herbeigeführt wird.

Derselbe nähert sich, je weiter nach unten man die Wagerechte X wählt, stetig abnehmend, mehr und mehr der Einheit und wird andererseits um so gröfser, je weiter die betrachtete Fuge nach oben und in der Nähe der Stelle liegt, wo die Mauer dem Anpralle von Wellen und Eisschollen unmittelbar ausgesetzt ist und deren Stößen noch eine verhältnismäfsig geringe Masse entgegenzusetzen vermag.

Die der thatsächlichen grössten Füllung des Teiches entsprechende Stützlinie aber läfst sich leicht auffinden, nachdem man die der grösstmöglichen, bis zur Mauerkrone reichenden Füllung entsprechende Stützlinie hergestellt hat. Es sei nämlich (Abb. 2) N der Druckmittelpunkt an der Wagerechten X bei leerem Teiche; M jener bei ganz vollem Teiche; M' der dem Wasserstande u_1 entsprechende; G das Gewicht des über der Wagerechten X liegenden Mauerklotzes; dann mufs sein



$\mathfrak{M}_1 = G \cdot p_1$; $\mathfrak{M} = G p$; folglich

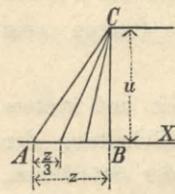
$$3) \dots \dots \dots \frac{p_1}{p} = \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}} = \left(\frac{u_1}{u}\right)^3.$$

Die zweite Einschränkung, nämlich die Vernachlässigung der auf den nicht lothrechten Theil der Stützwand wirkenden lothrechten Seitenkraft des Wasserdruckes, führt zu Querschnittabmessungen, bei welchen im unteren Theile der Mauer, wo die Wirkung des Verhältnisses $\frac{u_1}{u}$ immer weniger zur Geltung kommt, die dem gefüllten Teiche entsprechende Stützlinie mehr gegen die Mitte hereinrückt und

somit die lothrecht gemessene Randspannung an der Vorderböschung sich vermindert. Da ferner infolge der Einschränkungen 1) und 2) bei gefülltem Teiche die Randspannung an der Wasserseite nirgends bis ganz auf Null herabgeht, so besteht auch noch ein Ueberschuss an Sicherheit gegen ein Oeffnen der Fugen daselbst.¹²⁾ Bei Mauern, deren Höhe bedeutend gröfser ist als die zulässige Belastungshöhe des Gemäuers, hat man indessen von der zweiten Einschränkung sich nachträglich freizumachen, wie dies im Schlufsabschnitte gezeigt wird.

B. Grundgestalt der Mauer und Gliederung ihres Querschnittes.

Die einfachste unter den günstigsten Querschnittformen, das sind Formen von durchaus gleicher Standsicherheit, wäre, wie Rankine schon in der 1864 erschienenen dritten Auflage



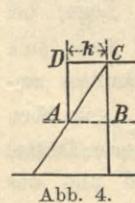
seines „Manual of Applied Mechanics“ gezeigt hat, das rechtwinklige Dreieck mit lothrechter Stützwand, und zwar besteht, wenn γ das spezifische Gewicht des Gemäuers bezeichnet, und die Druckmittelpunkte aller wagerechten Schnitte an den Kernrändern liegen sollen, das einfache Verhältnifs (vgl. Abb. 3)

$$4) \dots \dots \dots \frac{z}{u} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}.$$

Beide Stützlinien sind Gerade, welche das mittlere Drittel der Querschnittfigur begrenzen.

Wird aber der Teich nicht bis zum Rande C gefüllt, so kann, wegen der durch Gleichung (3) ausgedrückten Beziehung, die vordere Stützlinie keine Gerade mehr sein.

Die Mauer oben in einer scharfen Kante enden zu lassen, ist aber nicht thunlich, sondern letztere mufs mindestens zu einer Brüstung ausgebildet werden. Ausserdem pflegt man über die Krone einen Weg zu führen. Dies läfst sich bewerkstelligen mittels eines Bauwerkes aus Holz oder Eisen nach Art einer Jochbrücke, mittels Bogenstellungen, oder, indem man die Mauerkrone mit einem vollen rechteckigen Mauerklotze enden läfst, dessen Kronenbreite der des



Weges entspricht. (Abb. 4.) Die Breite k der Mauerkrone ist demnach in sofern willkürlich, als sie hauptsächlich von der Bauconstruction abhängt, welche man zur Führung des Weges im gegebenen Falle bevorzugt. Allein, auch wenn der Unterbau des Weges nicht aus einem vollen Mauerklotze besteht, mufs man sein Gewicht auf Mauerwerk zurückführen, d. i. einen für die Berechnung der Mauer, sowohl der Gröfse als der Vertheilung der Last nach, möglichst gleichwerthigen Mauerklotz anbringen, einen Belastungsersatzwerth einführen, wie dies auch bei der Berechnung anderer Bauwerke ähnlich zu geschehen pflegt. Je breiter aber die Krone, und je gröfser und schwerer somit jener wirkliche oder stellvertretende Mauerklotz, um so mehr wird nothwendigerweise die Gestalt des darunter liegenden Theiles von der dem ursprünglichen Dreikant zugehörigen Grundgestalt abweichen müssen.

¹²⁾ Auf diesen Umstand hat in einleuchtender Weise Unger hingewiesen (Centralblatt d. Bauv. 1892. S. 161). D. V.

Schon Delocre hat in seinem Mauerquerschnitte drei durch wagerechte Gerade getrennte Theile unterschieden, nämlich einen beiderseits lothrechten Kopftheil, einen mittleren Theil, von welchem er schloß, daß er an der Wasserseite noch lothrecht, aufsen aber nach einer Curve geböschet sein müsse, und den Fußtheil, welcher in jener Tiefe beginnt, wo an der lothrechten Stützwand bei leerem Teiche schon durch das Eigengewicht der Mauer der zulässige Grenzwert der Randspannung hervorgebracht wird, und von wo an die Querschnittform beiderseits durch allmählich sich verflachende Curven zu begrenzen wäre. Aus dem in jedem Werke über Theorie der Bauconstructions behandelten einfachsten Falle,¹³⁾ wo die Gestalt des Unterbaues einer rechteckigen Mauer ermittelt wird, an deren Grundfläche der gleichförmig vertheilte Druck die zulässige Grenze erreicht, kann man schließen, daß die Begrenzungslinien des Fußes eines Staumauerquerschnittes logarithmische Curven sein werden.

Die Unmöglichkeit, für die ganze vordere und hintere Begrenzung des Mauerquerschnittes, unter Einhaltung der aufgestellten Bedingungen für den Verlauf der Stützlinsen, stetige Curven zu finden, liegt aber einfach darin, daß, wenn man an den zu Grunde gelegten Bedingungen der Standsicherheit festhält, das Gesetz, nach welchem bei einmal festgesetzter Kronenbreite die Mauerdicken mit zunehmender Tiefe unter der Krone wachsen, kein stetiges sein kann. Delocre hat dies, wie oben angedeutet, auch theilweise erkannt; allein er hat gleichwohl bei seinem Versuch einer strengen Lösung übersehen, daß auch für seinen Mitteltheil die Begrenzungen noch der Stetigkeit nothwendiger Weise entbehren müssen. Es ist nämlich zwischen Kopf und Rumpf noch ein Zwischenglied erforderlich, sodaß also nicht bloß drei, sondern vier durch wagerechte Gerade getrennte Gebiete des Staumauerquerschnittes zu unterscheiden sind, deren jedes für sich, jedoch im Anschluß an das vorhergehende berechnet werden muß, wie aus den nachfolgenden Erwägungen erhellt:

Der rechteckige Kopftheil kann nur der Bedingung genügen, daß der Druckmittelpunkt bei vollem Teiche im vorderen Drittel seiner unteren Grundfläche liege; bei leerem Teiche liegt er in der Mitte. Der Kopf kann sich also unmöglich an einen Theil des Mauerquerschnittes unmittelbar anschließen, bei welchem durchweg, von oben bis unten, zugleich die hintere Stützwand im hinteren Drittel verläuft. Letzteres würde, lothrechte Stauwand und das Grunddreieck vorläufig beibehaltend, erst möglich sein von einer Wagerechten EF (Abb. 5) an, welche in der Tiefe $2a$ unterhalb der Krone läge. Der vordere Druckmittelpunkt fiele aber dann, wie man sich leicht überzeugt, innerhalb des mittleren Drittels. Wir haben daher vor allem die Aufgabe, dies Uebergangsglied, welches der „Hals“ heißen möge, so zu gestalten, daß an seiner unteren Begrenzung EF die beiden Druckmittelpunkte je an die Ränder des mittleren Drittels zu liegen kommen, wie es in dem nun folgenden Rumpfe

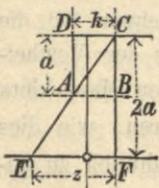


Abb. 5.

durchweg der Fall sein soll. Der Rumpf endet, wo die Grenzhöhe oder zulässige Belastungshöhe erreicht wird, d. i. jene Höhe, bei welcher die Randspannungen bis zu der mit der Sicherheit verträglichen Größe gewachsen sind, und von wo an sie somit nicht mehr wachsen dürfen. Der hier sich anschließende Fuß sollte also an jedem wagerechten Schnitt die nämliche größte Randspannung aufweisen und zwar womöglich am Vorderrande bei vollem, am Hinterrande bei leerem Teiche.

III. Berechnung des Mauerquerschnittes.

Im Mauerquerschnitte sollen zwei Stützlinsen bestehen, deren jede einer besonderen Anforderung hinsichtlich der Standsicherheit entspricht; allein der Verlauf der einen steht mit dem der anderen in gegebenem Zusammenhange. Wir werden also die Berechnungen der Hauptsache nach in zwei Theile gesondert durchzuführen haben.

A) Bekannt ist für jede Tiefe u der Wasserdruck auf den Aufriss der Stauwand und sein Moment M in Bezug auf einen beliebigen Punkt einer in jener Tiefe befindlichen wagerechten Schnittebene des Mauerkörpers; ferner das Verhältniß des Abstandes der beiden Druckmittelpunkte an einer gegebenen wagerechten Schnittfläche zu deren Breite x , oder aber das Gesetz der Druckvertheilung über die Schnittfläche, wonach besagtes Verhältniß sich berechnen ließe. Jener Abstand ist es aber, um welchen die Angriffslinie des über der betrachteten Wagerechten gelegenen Mauergewichtes durch das Hinzutreten des Momentes M parallel verschoben wird. Aus diesen Angaben lassen die Mauerdicken x sich berechnen. Man vermag aber nach dem Ergebnisse dieser ersten Gruppe von Berechnungen bereits ein Bild des Mauerquerschnittes aufzuzeichnen, das zwar vorläufig noch in wagerechtem Sinne willkürlich verschoben, von welchem jedoch jeder beliebige, größere oder kleinere wagerechte Streifen mit dem entsprechenden Streifen des wahren Mauerquerschnittes inhaltgleich ist, und welches Bild sohin mit dem wahren Mauerquerschnitte im ganzen wie im einzelnen dem Inhalte nach übereinstimmt. Dies beruht auf der Inhaltgleichheit aller Trapeze von gleichen Grundlinien und Höhen, welches Gesetz offenbar auf je zwei übereinstimmende ungemein schmale wagerechte Streifen des wahren und des in wagerechtem Sinne willkürlich verschobenen Mauerquerschnittes Anwendung findet.

B) Nachdem die erste Gruppe von Rechnungen, welche vom Abstand zwischen der vorderen und der hinteren Stützwand ausgeht, die Mauerdicken und somit die einzelnen Flächenstreifen des wahren Mauerquerschnittes geliefert hat, liegt es uns ob, letztere dergestalt zurecht zu schieben und übereinander anzuordnen, daß die Schwerlinie des oberhalb jeder beliebigen Wagerechten gelegenen Theiles des Mauerquerschnittes durch einen bestimmten Punkt jener Wagerechten geht; mit anderen Worten, wir haben in zweiter Reihe die Gleichung der hinteren, d. i. der bei leerem Teiche eintretenden Stützwand aufzustellen. Wird danach diese Stützwand gezeichnet und jede der vorherberechneten Mauerdicken so aufgetragen, daß ihre Mitte den, durch das zu Grunde gelegte Gesetz der Druckvertheilung vorweg bestimmten Abstand von der Stützwand hat, so ergibt sich der wahre, allen Bedingungen entsprechende Mauerquerschnitt. Das Zu-

13) Vgl. z. B. Wittmann, Statik der Hochbauconstructions, erster Theil, Seite 12.

rechtschieben kann auf rechnerischem sowohl als auch auf zeichnerischem Wege erfolgen; im vorliegenden Aufsätze soll jedoch nur der erstere vorgeführt werden.

C) Liefern indessen die vorstehend angedeuteten und ohne Rücksicht auf die lothrechte Seitenkraft des Wasserdruckes ausgeführten Berechnungen eine derartige Querschnittgestalt, daß die Vernachlässigung jener Seitenkraft als nicht mehr statthaft erscheint, so kann letztere nachträglich noch in Betracht gezogen und die nach A und B erhaltene Querschnittform entsprechend umgestaltet werden nach dem am Schlusse erklärten Verfahren. Alle die folgenden Berechnungen beziehen sich auf einen von zwei lothrechten Querschnittebenen im Abstände Eins begrenzten Mauerklotz.

A. Berechnung der Mauerdicken.

1) Der Kopf.

Ist die Kronenbreite k (Abb. 6) gegeben, so erhält man,

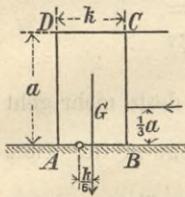


Abb. 6.

wie nicht weiter ausgeführt zu werden braucht, die dem spezifischen Gewicht γ des Gemäuers und der verlangten Lage des vorderen Druckmittelpunktes entsprechende Höhe des rechteckigen Mauerklotzes $ABCD$ aus der Gleichung

$$5) \dots \frac{a}{k} = \sqrt{\gamma}.$$

2) Der Hals.

Wir wollen die Aufgabe etwas allgemeiner stellen wie folgt:

Gegeben sei die obere Grundlinie e des Trapezes (Abb. 7); im Abstand ηe (wo $\eta < 1$) von ihrer Mitte greife ein Gewicht

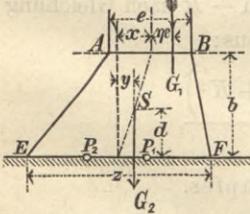


Abb. 7.

G_1 an. Die Höhe des Trapezes sei b . Gesucht werde die Länge x der unteren Grundlinie des Trapezes, sodafs, wenn richtige gegenseitige Lage der beiden Grundlinien AB und EF hergestellt ist, die Mittelkraft aus G_1 und dem Gewichte G_2 des trapezförmigen Klotzes im Abstand $\frac{1}{6}x$ von der Mitte durch

den Punkt P_1 dieser Grundlinie gehen müßte. Tritt aber eine gegebene wagerechte Seitenkraft hinzu, deren Moment in Bezug auf irgend einen Punkt der Wagerechten EF gleich \mathfrak{M} sei, so soll alsdann die Mittelkraft durch den Punkt P_2 gehen, welcher im Abstände $\frac{1}{6}x$ auf der entgegengesetzten Seite von P_1 mit Bezug auf die Mitte liegt.

Wir haben folgende Gleichgewichtsbedingungen, wenn wir beide Male den vorderen Druckmittelpunkt P_2 als Drehpunkt nehmen:

$$6) G_1 \left(\eta e + x + \frac{x}{6} \right) + G_2 \left(y + \frac{x}{6} \right) = (G_1 + G_2) \frac{x}{3};$$

$$7) \dots (G_1 + G_2) \frac{x}{3} = \mathfrak{M}.$$

In dieser allgemeinen Fassung ermöglichen obige Gleichungen nicht allein die Berechnung des Halses, sondern auch des ganzen Rumpfes, wenn man sich nämlich, wie Delocre, mit der Annäherung begnügt, den Rumpf aus einer Folge von Trapezen aufzubauen. Giebt man, von AB nach unten, allen wagerechten Streifen des Querschnittes die nämliche Höhe b , so ist die Fläche oder auch das Gewicht jedes Streifens proportional seiner mittleren Breite. Wir wollen

aber auch, zur Vereinfachung der Rechnung, die oberhalb AB gelegene Querschnittfläche F_1 , welcher das Gewicht G_1 entspricht, auf die Höhe b zurückführen, und erhalten die entsprechende mittlere Breite

$$m = \frac{F_1}{b}.$$

Da nun, wenn g das Einheitsgewicht des Gemäuers ist,

$$G_1 = F_1 g, \quad G_2 = F_2 g,$$

$$F_1 = mb, \quad F_2 = (e+x) \frac{b}{2},$$

so geht Gleichung (7) über in

$$7A) \dots \left(m + \frac{e+x}{2} \right) x = \frac{3\mathfrak{M}}{bg}.$$

Ist u die Tiefe der Grundebene EF unter dem Wasserspiegel, folglich

$$\mathfrak{M} = \frac{u^3 p}{6},$$

so erhalten wir aus (7A)

$$8) \dots x^2 + (2m+e)x = \frac{u^3 p}{bg}; \quad \frac{g}{p} = \gamma,$$

mithin

$$9) \dots x = -\frac{2m+e}{2} + \sqrt{\frac{u^3}{bg} + \left(\frac{2m+e}{2} \right)^2}.$$

Nach Gleichung (9) könnte also eine stufenweise Berechnung der Mauerdicken x von Hals und Rumpf erfolgen und ein Bild davon, vorläufig willkürlich in wagerechtem Sinne verschoben, aufgezeichnet werden. Wir wollen indessen diese Gleichung lediglich für das trapezförmig angenommene Halsstück verwenden.

Es handelt sich nun zunächst um angemessene Festsetzung der Höhe b . Wenn wir uns vergegenwärtigen, daß die zu findende Querschnittform so zu sagen nur eine Ausartung des Grunddreieckes (Abb. 3) ist, so erscheint es jedenfalls statthaft, überall, wo dies in ungezwungener Weise geschehen kann, auf jenes Grunddreieck zurückzugreifen. Wir wollen demnach den in Abb. 5 dargestellten Fall zu Grunde legen und

$$b = a$$

machen. Hierdurch wird $m = e = k$; auch setzen wir der Kürze halber $b+a = 2a = h$, wodurch auch $u = h$ wird; und, wenn wir dies alles in Gleichung 8) einführen, so ergibt sich

$$x_1^2 + 3kx_1 = \frac{2h^2}{\gamma};$$

weil aber $\frac{h^2}{4} = k^2 \gamma$ (nach Gleichung 5), so folgt

$$x_1^2 + 3kx_1 = 8k^2$$

$$\frac{x_1}{k} = -\frac{3}{2} + \sqrt{8 + \frac{9}{4}} = 1,7015,$$

$$10) \dots x_1 = 1,70k.$$

3) Der Rumpf.

Wiewohl die vorhin aufgestellte Gleichung 9) bereits eine Berechnung der Mauerdicken des Rumpfes auf elementarem Wege gestattet, so soll doch noch die genaue Berechnung vorgeführt werden, die sich zugleich wegen ihrer größeren Einfachheit für die Anwendung empfiehlt.

Es bezeichne (Abb. 8) x die Mauerdicke an einer beliebigen wagerechten Schnittebene HJ in der Tiefe t unterhalb des Halsansatzes EF , sohin in der Tiefe $t+h$ unterhalb der Krone. N sei der, auf die (senkrecht zur Bild-

ebene gemessene) Längenheit der Schnittebene HJ ausgeübte Gesamtdruck, dessen Mittelkraft durch das hintere

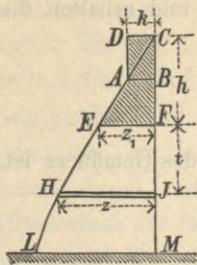


Abb. 8.

Drittel gehen, und der sich somit über die Ebene HJ derart vertheilen soll, dass die Spannung am Rande H zu Null wird. Wir nehmen sonach an, dass der oberhalb HJ befindliche Theil der Querschnittfigur bereits richtig gestellt sei, und behalten uns vor, diese Annahme nachträglich zu verwirklichen. \mathfrak{M} sei, mit Bezug auf eine in der Ebene HJ gelegene, auf der Bildebene senkrechte Achse, das statische Moment des Wasserdruckes auf die Länge Eins des Aufrisses der Stauwand JC . Dies Moment soll eine Verschiebung der Angriffslinie der Mittelkraft N um $\frac{1}{3}z$ nach vorn bewirken, worauf die Randspannung bei J zu Null wird.

Dann haben wir die Bedingungsgleichung

$$11) \dots \dots \dots 0 = \frac{N}{x} - \frac{3\mathfrak{M}}{x^2}. \quad (11)$$

Der Theil $EFCD$ des Mauerquerschnittes, welcher Kopf und Hals umfaßt, kann ausgerechnet werden und sei K . Der oberhalb der betrachteten Wagerechten HJ befindliche Theil $HJFE$ der Querschnittfläche des Rumpfes werde durch R bezeichnet; dann ist

$$N = (K + R)g,$$

und da $\mathfrak{M} = \frac{(h+t)^3}{6}p$, $\frac{g}{p} = \gamma$, so folgt aus 11)

$$x(K + R) = \frac{(h+t)^3}{2\gamma} \quad \text{oder}$$

$$12) \dots \dots \dots x = \frac{1}{2\gamma} \cdot \frac{(h+t)^3}{K+R}.$$

14) Wir haben es hier zu thun mit einer Biegungsspannung durch nicht senkrecht zur Stabachse wirkende äußere Kräfte, und zwar mit dem einfachen Falle, wo die Kraftebene mit einer Hauptachse zusammenfällt.

Es sei y der Abstand eines unendlich kleinen Theilchens der Angriffsfläche von der mit der Nullachse gleichlaufenden Schwerpunktsachse; Θ das Trägheitsmoment, A die Größe der Angriffsfläche und \mathfrak{M} das Drehmoment um jene Schwerpunktsachse; dann ist die in dem Theilchen auftretende Spannung, wie in jedem Lehrbuche entwickelt wird, allgemein

$$a) \dots \dots \dots \delta = \frac{N}{A} + \frac{\mathfrak{M}y}{\Theta},$$

wobei y positiv oder negativ zu nehmen ist, je nachdem das betrachtete Flächentheilchen und der Angriffspunkt der Kraft N auf ein und derselben Seite oder auf entgegengesetzten Seiten der Schwerpunktsachse sich befinden.

In unserem Falle nun handelt es sich zunächst um die Randspannung β und ist somit statt y die Profilweite e einzuführen, wodurch $\frac{\Theta}{y}$ übergeht in $\frac{\Theta}{e}$; außerdem ist wegen der Rechteckform der Angriffsfläche (Länge = 1)

$$A = x, \quad \frac{\Theta}{e} = \frac{x^2}{6},$$

wodurch aus Gleichung a) wird

$$b) \dots \dots \dots \beta = \frac{N}{x} \pm \frac{6\mathfrak{M}}{x^2}.$$

Ferner bezieht sich das Drehmoment \mathfrak{M} auf die Mitte unserer rechteckigen Angriffsfläche, und zwar soll für unsere Zwecke sein

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{6}xN.$$

Weil aber dem Momente \mathfrak{M} der wagerechten Seitenkraft des Wasserdruckes das Gleichgewicht gehalten werden soll durch das Moment der Kraft N am Arme $\frac{x}{3}$, so ist in Gleichung b) einzuführen

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{6}xN = \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{3}N = \frac{1}{2}\mathfrak{M},$$

und zwar entspricht alsdann dem oberen Vorzeichen in Gleichung b) die Spannung β am einen Rande, dem unteren die Spannung Null am entgegengesetzten Rande, was eben durch Gleichung 11) ausgedrückt wird.

Wenn wir nun t um dt wachsen lassen, so nimmt R zu um $dR = \alpha dt$, wonach

$$13) \dots \dots \dots \alpha = \frac{dR}{dt}.$$

Durch Einführung dieses Werthes in 12) ergibt sich

$$(K + R)dR = \frac{(h+t)^3}{2\gamma}dt, \quad \text{mithin}$$

$$KR + \frac{R^2}{2} = \frac{(h+t)^4}{8\gamma} + C;$$

für $t=0$ wird $R=0$, somit erhält man $C = -\frac{h^4}{8\gamma}$, und

$$R^2 + 2KR = \frac{(h+t)^4 - h^4}{4\gamma}$$

$$14 A) \dots \dots \dots K + R = \sqrt{\frac{(h+t)^4 - h^4}{4\gamma} + K^2};$$

dies in die Gleichung 12) gesetzt, giebt

$$14) \dots \dots \dots \alpha = \frac{1}{2\gamma} \times \frac{(h+t)^3}{\sqrt{\frac{(h+t)^4 - h^4}{4\gamma} + K^2}}.$$

Je größer t wird im Verhältniß zu h , desto mehr geht $\frac{\alpha}{h+t}$ gegen $\frac{1}{V\gamma}$ und die Querschnittform geht in der Tiefe allgemach wieder in die des Grunddreieckes über, wie es auch nicht anders sein kann. Die Randspannung aber ist stets am einen Rande Null, während sie am anderen Rande einen mit t zunehmenden Werth β besitzt. Hiervon kann man sich leicht überzeugen, wenn man bedenkt, dass in Gleichung 11):

$$\frac{N}{x} = \frac{\beta}{2}.$$

Setzt man hierin $N = (K + R)g$; $K + R$ nach Gleichung 14 A) und x nach 14), so kommt heraus:

$$\beta = \frac{4g\gamma \left(\frac{(h+t)^4 - h^4}{4\gamma} + K^2 \right)}{(h+t)^3}.$$

4) Grenze für die Höhe des Rumpfes.

Der Grenzwert t_0 für die Höhe des Rumpfes wird aus der Bedingung gefunden, dass die Randspannung β einen bestimmten Werth β_0 nicht überschreiten soll. Indem man in der Grundgleichung 11) $\frac{N}{x_0} = \frac{\beta_0}{2}$ setzt, ergibt sich

$$15) \dots \dots \dots \frac{6\mathfrak{M}}{x_0^2} = \beta_0.$$

Zur Vereinfachung schreiben wir $t_0 + h = u_0$, wodurch

$$\mathfrak{M} = \frac{u_0^3 p}{6}, \quad \text{und}$$

$$16) \dots \dots \dots u_0^3 p = x_0^2 \beta_0.$$

Beim Grunddreieck wäre $\frac{u_0^2}{x_0^2} = \gamma$, daher

$$16 A) \dots \dots \dots u_0 = \frac{\beta_0}{g}.$$

Man kann u_0 am bequemsten durch Versuchsrechnungen bestimmen, indem man vom Werthe u_0 , der für das Grunddreieck gilt, ausgeht.

Soll nicht die lothrecht, sondern die längs der vorderen Böschung gemessene Randspannung den Grenzwert β_0 haben, so ist

$$17) \dots \dots \dots \beta'_0 = \beta_0 \cos \vartheta$$

in die Rechnung einzuführen, wobei genau genug der

Böschungswinkel ϑ dem Grunddreiecke entnommen wird, für welches

$$18) \dots \tan \vartheta = \frac{u}{z} = \sqrt{\gamma}$$

Man hat es also eigentlich mit zweierlei Belastungshöhen zu thun: einer geringeren an der Außenseite und einer größeren an der Innenseite.

Was nun die Größe der zulässigen Beanspruchung β_0 betrifft, so können darüber die Anschauungen weit auseinander gehen. Krantz¹⁵⁾ empfiehlt eindringlichst, mit β_0 nicht höher zu gehen, als bis 60 t/qm. Thatsächlich ist aber diese Grenze bei keiner ausgeführten Stauwand eingehalten, und bei jener im Furens sogar beträchtlich überschritten, weil man dort, statt mit dem wirklichen Einheitgewichte des Gemäuers von $g = 2300$ kg, nur mit $g = 2000$ kg gerechnet hat, sodafs an der ungünstigsten Stelle nicht 60 sondern 70 t/qm sich herausstellen. Bouvier befürwortet auf Grund eigener Versuche die Annahme wesentlich höherer Werthe für β_0 .

Aus Zerdrückversuchen, welche 1878 von der Baumaterialprüfungsstation in Berlin angestellt und zuerst in der „Zeitschrift für Bauwesen“ 1880, S. 553, veröffentlicht worden sind¹⁶⁾, geht hervor, dafs das Verhältnifs φ der Druckfestigkeit von Gemäuer zu der des unvermauerten Steines in hohem Mafse abhängt vom verwendeten Mörtel. So fand sich bei Cementmörtel aus

Cement	1	1
Sand	6	3
$\varphi = 0,55$			0,63.

Die Druckfestigkeit guten Gemäuers ist demnach eine sehr hohe, und zugegeben, dafs ein Ueberschuß an Sicherheit geboten sei, so ist doch nicht einzusehen, warum man gerade mit 35 bis 120 facher Sicherheit gegen Zerdrücken rechnen müsse, während die Sicherheit der Mauer gegen ein Umkippen vielfach geringer ist.

Zwischen weiser Vorsicht bei Bemessung des Sicherheitsgrades für so wichtige Bauwerke und übertriebener Aengstlichkeit, die zu grofsartiger Verschwendung führt, ist doch ein weiter Abstand. Eine vom Verfasser vorgenommene Berechnung der Furensstauwand hat ergeben, dafs bei $\beta_0 = 10$ kg, $u_0 = 50$ m geworden, und fast der ganze Mauerquerschnitt, vom Halsansatze abwärts, als „Rumpf“ nach Gleichung 14) hätte berechnet werden können. Man dürfte daher vollkommen sicher gehen, wenn man

1) eine größere Anzahl möglichst grofsen Versuchskörper, die in gleicher Weise gemauert wären, wie die herzustellende Stauwand, zerdrückte; —

2) den kleinsten der erhaltenen Werthe der Druckfestigkeit der Versuchswürfel als Mafs für die Druckfestigkeit des Gemäuers annähme; und vielleicht noch

3) an der äufseren Fläche festeres Gemäuer herstellte als an der inneren, sei es durch Verwendung härteren Steines oder cementreicheren Mörtels.

Für die Wahl des Sicherheitsgrades bleibt dann noch immer ein weiter Spielraum und man kann schliefslich das gewählte β_0 doch einigermaßen rechtfertigen, was bei Krantz, unseres Dafürhaltens, nicht ausreichend geschieht.

15) a. a. O. Seite 21 und 22.

16) Desgl. in den Mittheilungen aus den Kgl. techn. Versuchsanstalten in Berlin, 1884.

Die Stauwände im oberen Loire-Gebiet sind nämlich aus Granit und Basalt in hydraulischem Mörtel, somit auf die denkbar festeste Art hergestellt.¹⁷⁾ Uebrigens hat auch der V. internationale Binnenschiffahrt-Congress in Paris 1892 ausgesprochen (Abth. I, 4. Frage g) „bei guten Materialien ist eine Belastung von 12 kg auf das qcm im Mauerwerke zulässig“.

5) Der Fufs.

Nach dem Vorangegangenen läfst sich ein — wenn auch in wagerechtem Sinne willkürlich verschobenes — Bild des

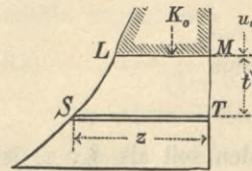


Abb. 9.

über der wagerechten Grenzlinie LM (Abb. 9) gelegenen Theils des Mauerquerschnittes (Rumpf, Hals und Kopf), auftragen und seine Fläche K_0 berechnen, entweder durch Zerlegung in wagerechte Streifen oder mit Hilfe

des Planimeters.

Bezüglich der gleichzeitig an den entgegengesetzten Rändern einer wagerechten Schnittebene auftretenden Spannungen müssen, unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen, die Bedingungen bestehen (siehe Gleichung b) in der Anmerkung zu Gleichung 11):

$$19) \dots \text{größere } \beta_0 = \frac{N}{z} + \frac{3M}{z^2}$$

$$20) \dots \text{kleinere } \beta' = \frac{N}{z} - \frac{3M}{z^2}$$

β_0 soll für den ganzen Fufs festwerthig sein: gleich der zulässigen Beanspruchung des Gemäuers auf Druck.

β' muß zunächst für $t = 0$, d. h. beim Anschluß an den Rumpf, zu Null werden, und wir haben vor allem zu untersuchen, ob und unter welchen Umständen β' , für $t > 0$, von t abhängige positive Werthe haben und gegen β_0 gehen kann.

Wir betrachten eine in der Tiefe t unterhalb der Grenzlinie LM gelegene Wagerechte ST. Der über ihr befindliche Theil des Fufsquerschnittes habe die Fläche F.

a) Aus den Gleichungen 19) und 20) erhalten wir

$$21) \dots \begin{cases} \frac{N}{z} = \frac{\beta_0 + \beta'}{2}; \\ \frac{6M}{z^2} = \beta_0 - \beta'. \end{cases}$$

Hierin sind z und β' Functionen von t .

Weil, ähnlich wie früher, $N = (K_0 + F)g$; $M = \frac{(u_0 + t)^3 p}{6}$,

so wird

$$21 A) \dots \begin{cases} \frac{(K_0 + F)g}{z} = \frac{\beta_0 + \beta'}{2}; \\ \frac{(u_0 + t)^3 p}{z^2} = \beta_0 - \beta'. \end{cases}$$

Durch Division erhält man

$$22) \dots z = \frac{(\beta_0 + \beta')(u_0 + t)^3}{2\gamma(\beta_0 - \beta')(K_0 + F)}$$

Man sieht sofort, dafs für $\beta' = \beta_0$, $z = \infty$ wird, dafs also β' niemals gleich β_0 werden könnte.

17) vgl. Delocre, a. a. O. S. 260.

Es fragt sich nun, wie müfste sich β' mit t' ändern?
 In Abb. 10 stelle der obere Theil (I), das betreffende Stück des Mauerquerschnittes, der untere (II) die Belastungsfläche für die zu betrachtende Wagerechte ST dar.

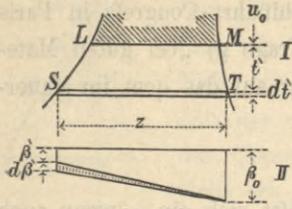


Abb. 10.

Wenn t' wächst um dt' , so darf nur β' allein zunehmen um $d\beta'$, weil ja β_0 festwerthig bleiben soll, und es wird sein müssen

$$23) \dots \dots \dots \frac{x d\beta'}{2} = g dF,$$

oder, da $dF = x dt'$, $\frac{d\beta'}{2} = g dt'$, mithin

$$24) \dots \dots \dots \beta' = 2gt'.$$

Allein, da β' nicht größer werden soll als β_0 , so ist nach 24)

$$\max \beta' = \beta_0 = 2g \cdot \max t'$$

$$25) \dots \dots \dots \max t' = \frac{\beta_0}{2g},$$

für welchen Werth schon $x = \infty$ wird.

Die Mauerdicken wachsen also ungemein rasch, und die Bedingung $\beta' = \text{funct}(t')$ ist nur für Höhen, welche sehr wenig größer sind als u_0 , erfüllbar, somit für die Ausübung nicht zu verwerthen; es bleibt daher nur übrig, vor der Hand ein- für allemal $\beta' = 0$ zu setzen.

b) Soll bei leerem Teiche die Randspannung an der Wasserseite den festen Werth β_0 haben, an der Landseite aber Null sein, so muß stattfinden:

$$\frac{\beta_0}{2} = \frac{K_0 + F}{x} g;$$

$$26) \dots \dots \dots x = \frac{2g}{\beta_0} (K_0 + F);$$

$x = \frac{dF}{dt'}$; folglich

$$\frac{dF}{K_0 + F} = \frac{2g}{\beta_0} dt';$$

$$\log \text{nat} (K_0 + F) = \frac{2g}{\beta_0} t' + C.$$

Für $t' = 0$ wird $F = 0$, daher $C = \log \text{nat} K_0$, mithin

$$\log \text{nat} \frac{K_0 + F}{K_0} = \frac{2g}{\beta_0} t',$$

$$K_0 + F = K_0 e^{\frac{2g}{\beta_0} t'};$$

wenn man dies in Gleichung 26) einführt, so ergibt sich

$$27) \dots \dots \dots x = \frac{2g}{\beta_0} K_0 e^{\frac{2g}{\beta_0} t'}.$$

Diese Gleichung liefert mit zunehmendem t' sehr rasch wachsende Mauerdicken; günstig ist es, wenn $\frac{2g}{\beta_0}$ möglichst klein wird, wenn man somit leichtes aber festes Gemäuer verwendet.

Bezüglich des g wird man im allgemeinen keine große Auswahl haben; dagegen hat man es in der Hand, durch gute Ausführung und maßvolle Annahme des Sicherheitsgrades, den Werth von β_0 erheblich über die von Krantz befürwortete Grenze zu steigern.

Die hintere Stützlinie verläuft — nach erfolgtem Zu-

Randspannung an der Vorderböschung ist bei leerem Teiche durchgängig Null. Füllt man aber den Teich, so muß sein

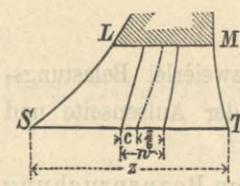


Abb. 11.

— unter Vernachlässigung der lothrechten Seitenkräfte des Wasserdruckes —, wenn w den Abstand der beiden Druckmittelpunkte bezeichnet (Abb. 11)

$$Nw = \mathfrak{M}; \quad w = \frac{\mathfrak{M}}{N};$$

oder, da $N = (K_0 + F)g$, $\mathfrak{M} = \frac{(u_0 + t')^3}{6} p$, $\frac{g}{p} = \gamma$,

$$28) \dots \dots \dots w = \frac{1}{6\gamma} \times \frac{(u_0 + t')^3}{K_0 + F}.$$

Dieser Ausdruck stimmt der Form nach mit Gleichung 12) überein, wonach die Dicken x des Rumpfes berechnet wurden.

Weil aber beim Fuße die Dicken viel rascher wachsen, als beim Rumpfe, und somit die Fläche F des Fußes weit schneller zunimmt, als die Fläche R des Rumpfes, so kann das Verhältniß $\frac{w}{x}$ von der Grenzebene LM an nach abwärts nicht mehr gleich $\frac{1}{3}$ sein, sondern es muß, je weiter nach abwärts, um so kleiner werden, und schließlich gegen Null gehen.

Der Abstand des vorderen Druckmittelpunktes von der Mitte ist

$$29) \dots \dots \dots c = w - \frac{x}{6}.$$

Dieser Ausdruck wird Null für $w = \frac{x}{6}$ und negativ für $w < \frac{x}{6}$, sodafs dann beide Stützlinien auf der nämlichen Seite von der Mitte verlaufen.

Aus diesem Verlaufe der vorderen Stützlinie ist aber zu schliessen, daß bei gefülltem Teiche die Randspannung an der Vorderböschung mehr und mehr abnehmen, an der Hinterböschung aber zunehmen, und möglicherweise infolge der lothrechten Seitenkraft des Wasserdruckes das zulässige Maß überschreiten werde.

Ungünstig ist es auch, daß bei leerem Teiche die längs der sich verflachenden hinteren Böschung des Fußes gemessene Randspannung nach unten zu erheblich wächst. Es bleibt uns noch folgende Annahme übrig:

c) Bei vollem Teiche soll die lothrecht gemessene Randspannung auf der Landseite festwerthig, gleich β_0 , auf der Wasserseite gleich Null sein.

Dieser Fall ist lediglich eine Umkehrung des vorigen, d. h. diesmal muß die Stützlinie bei leerem Teiche im Abstände c von der Mitte verlaufen, bei vollem im vorderen Drittel. Die Werthe von x , w und c sind die nämlichen

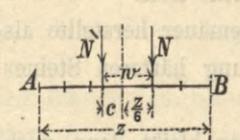


Abb. 12.

wie vorhin. Dies erklärt sich einfach, wie folgt: (Abb. 12.) Am Kernrand der wagerechten Fläche AB greife die Kraft N lothrecht an. Hierdurch erwächst am Rande B eine Spannung

β_0 , am Rande A liegt die Nullachse. Nun trete ein Moment \mathfrak{M} hinzu, und bewirke, daß die Angriffslinie der Kraft N nach N' , um eine Strecke w verschoben wird, und alsdann im Abstände c von der Mitte steht. Will man dagegen umgekehrt bewirken, daß dieselbe Kraft N durch den

Einfluss des nämlichen Momentes gerade an den Kernrand gerückt werde, so muß man sie ursprünglich im Abstände w davon, oder in der Entfernung e von der Mitte angreifen lassen.

Die so zu erhaltende Gestalt des Querschnittes aber ist die den Anforderungen am vollkommensten entsprechende, und zwar aus folgenden Gründen: Die lothrecht gemessene Randspannung ist bei gefülltem Teiche an der Rückwand von oben bis unten gleich Null, wofern man die lothrechte Seitenkraft des Wasserdruckes vernachlässigt; thatsächlich aber ist der Einfluss der letzteren, selbst dort, wo er beträchtlich wird, bei den in der Ausübung überhaupt vorkommenden Höhen, ohne Nachtheil.

An der Vorderböschung des Fusses ist die ohne Berücksichtigung jener Seitenkraft berechnete lothrecht gemessene Randspannung festwerthig gleich β_0 , allein thatsächlich findet, je weiter nach unten, und je mehr diese Böschung sich verflacht, eine Entlastung statt. Bei leerem Teiche werden die Randspannungen an keiner Böschung des Fusses, für endliche Werthe von t' , jemals die Gröfse β_0 überschreiten.

Da die Querschnittfläche, namentlich wenn ein Fuß nöthig wird, mit der Höhe sehr rasch zunimmt, so wäre der Fall denkbar, in dem die Anlage zweier oder mehrerer Stauweiher mit niedrigeren Thalsperren bezüglich der Kosten vortheilhafter sein würde, als ein einziger von sehr großer Tiefe.

B. Herstellung der Querschnittgestalt,

ohne Rücksicht auf die lothrechte Seitenkraft des Wasserdruckes.

Nachdem wir mit Hilfe der Gleichungen 5), 10), 14), 16), 27) und 28) die erforderlichen Abmessungen gerechnet und, am bequemsten von einer lothrechten Grundachse aus, das verschobene Bild des Stauauerquerschnittes samt den gleichermassen verschobenen Stützlinien aufgetragen haben, erübrigt uns noch die Aufgabe, die sämtlichen unendlich schmalen wagerechten Streifen ohne Aenderung ihrer Längen x zurecht zu schieben, d. i. dergestalt übereinander anzuordnen, daß bei jeder beliebigen Wagerechten die Schwerlinie des gesamten darüber befindlichen Theils der Querschnittfläche durch einen Punkt in bestimmtem Abstände von der Mitte hindurchgehe.

- 1) Der Kopf — bleibt unverändert.
- 2) Der Hals.

Zur Berechnung der Gröfse x (Abb. 13), um welche die Mittellinie des Trapezes vom Lothe abweicht, haben wir — zunächst wiederum den allgemeinen Fall behandelnd —

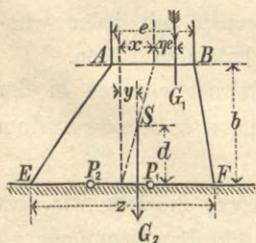


Abb. 13.

$\frac{y}{x} = \frac{d}{b}$. Nun ist aber bekanntlich

$$\frac{d}{b} = \frac{x + 2e}{3(x + e)} = \delta, \text{ somit } y = \delta x$$

(für die weit unten gelegenen Streifen wird man annähernd $y = \frac{1}{2}x$, $\delta = \frac{1}{2}$ setzen dürfen).

Hat man δ ausgerechnet, so ergeben die Gleichungen 6) und 7)

$$(F_1 + F_2) \frac{x}{6} + F_1 x + F_2 \delta x + F_1 \eta e = (F_1 + F_2) \frac{x}{3};$$

$$30) \quad \dots \quad x = \frac{(F_1 + F_2) \frac{x}{6} - F_1 \eta e}{F_1 + F_2 \delta}$$

Nach dieser Gleichung könnte man die stufenweise Verschiebung der mittels Gleichung 9) gefundenen Trapeze zur Bildung des Rumpfes bewerkstelligen; wir wollen sie indessen nur auf den Hals anwenden, indem wir in dieselbe folgende

Werthe einführen: $x = x_1 = 1,7k$; $\eta = 0$; $F_1 = \frac{kh}{2}$;

$$F_2 = \frac{k + 1,7k}{2} \cdot \frac{h}{2} = 1,35 \frac{kh}{2} = 1,35 F_1.$$

$$\delta = \frac{3,70k}{3 \times 2,70k} = 0,457,$$

mithin ergibt sich

$$31) \quad x = \frac{2,35 F_1}{(1 + 0,457 \times 1,35) F_1} \times \frac{1,7}{6} k = 0,4k.$$

Der Abstand des durch die Mitte AB gehenden Lothes vom hinteren Rande bei F ist

$$\left(\frac{e}{2} - x\right) = \left(\frac{1,7}{2} - 0,4\right) k = 0,45k.$$

Somit ist die Rückwand FB des Halstheiles überhängend um den Betrag

$$32) \quad \dots \quad (0,5 - 0,45)k = 0,05k.$$

Dieses geringfügige Ueberhängen, wodurch die verlangten Lagen der Druckmittelpunkte an der Grenzebene zwischen Hals und Rumpf herbeigeführt werden, hat für die Ausführung gar nichts Bedenkliches.

Auf den überhängenden Theil wirkt indessen der Auftrieb des Wassers und erzeugt am Rande F Zugspannung. Es muß also zunächst festgestellt werden, ob dieselbe so unerheblich ist, daß sie vernachlässigt werden könnte. Man findet für sie den Ausdruck

$$33) \quad \dots \quad \alpha = -90k\sqrt{\gamma}$$

in Kilogrammen auf das Quadratmeter.

Hieraus geht hervor, daß α wächst mit dem spec. Gewichte und mit der Kronenbreite. Man sollte also bei großer Kronenbreite leichtes Gemäuer anwenden.

Die specifischen Gewichte von Gemäuer schwanken ungefähr zwischen den Werthen 2 und 3,

$$\text{für } \gamma = 2 \text{ wird } \alpha = -127k;$$

$$\text{„ } \gamma = 3 \text{ „ } \alpha = -156k.$$

Bei der ungewöhnlichen Kronenbreite von 5 m wäre die Zugspannung in obigen Fällen

$$\alpha = -\frac{127 \times 5}{10000} = 0,0635 \text{ kg/qcm};$$

$$\alpha = -\frac{156 \times 5}{10000} = 0,078 \text{ kg/qcm}.$$

Da nun aber die Zugfestigkeit guten Cementmörtel-Mauerwerkes 20 bis 30 kg/qcm beträgt, so ist bei der durch das Ueberhängen des Halses verursachten Zugspannung wenigstens 250 bis 300fache Sicherheit vorhanden und mithin die gänzliche Belanglosigkeit jenes Ueberhängens in jeder Hinsicht dargethan, um so mehr, als die Gegenwirkung einer am wasserseitigen Rande der Mauerkrone etwa zu errichtenden Brüstung und der Umstand gar nicht in Betracht gezogen ist, daß ja der Wasserspiegel thatsächlich fast niemals bis an die Krone reicht, sondern meist mehrere Meter darunter steht.

- 3) Der Rumpf.

Die hintere Stützlinie beginnt an der Grenze EF zwischen Hals und Rumpf, dort, wo letztere durch die Schwerlinie der Fläche K geschnitten wird, d. i. in dem Punkte O , wel-

cher im hinteren Drittel von EF (Abb. 14) liegt. Wir wollen daher diesen Punkt als Ursprung des rechtwinkligen Achsenkreuzes wählen, von welchem aus jene Stützlinie aufgetragen werden soll. Das Loth OY sei Grundachse. Wenn nun die Tiefe t vergrößert wird um dt , so wächst der Abstand x der Stützlinie von der Grundachse OY um dx , und die entsprechenden Zuwächse der statischen Momente in Bezug auf den neuen Druckmittelpunkt P müssen im Gleichgewichte sein, d. h. wenn c den Abstand der Mitte des Streifens xdt von P bezeichnet, so müssen wir haben

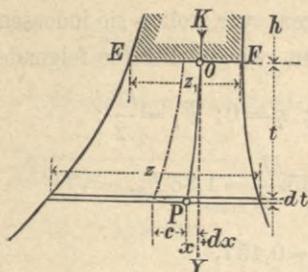


Abb. 14.

den neuen Druckmittelpunkt P müssen im Gleichgewichte sein, d. h. wenn c den Abstand der Mitte des Streifens xdt von P bezeichnet, so müssen wir haben

$$cxdt = \left(\int_0^t xdt + K \right) dx.$$

Hieraus folgt

$$34) \dots dx = \frac{cxdt}{K + \int_0^t xdt}, \text{ und}$$

$$34 A) \dots x = \frac{\int_0^t cxdt}{K + \int_0^t xdt}.$$

Die Ausführung der Integration läßt sich umgehen, sobald man die geometrische und mechanische Bedeutung des Ausdruckes 34) erkannt hat.

Der Zähler des Bruches ist das statische Moment eines unendlich schmalen wagerechten Streifens des Mauerquerschnittes in der Tiefe $t+h$ unterhalb der Krone, bezogen auf die hintere Stützlinie. Der Nenner ist die gesamte oberhalb der betreffenden Wagerechten befindliche Fläche des Mauerquerschnittes.

Wir können die Berechnung der x allerdings nicht genau¹⁸⁾, aber doch jedenfalls so scharf, als es für die Zwecke der Ausführung sich vernünftigerweise nur immer verlangen läßt, bewerkstelligen, indem wir das eingangs erwähnte, von einer lothrechten Grundlinie aus aufgetragene, verschobene Bild des Staumauerquerschnittes benutzen und die gesamte Rumpffläche in wagerechte Streifen von gleicher oder ungleicher, jedoch geringer Breite Δt zerschneiden, den Flächeninhalt jedes Streifens mit dem wagerechten Abstande seines Schwerpunktes von der hinteren Stützlinie multipliciren, jedes dieser Producte ΔR durch die gesamte über dem betreffenden Streifen liegende Querschnittfläche dividiren und die Ergebnisse der Reihe nach zusammenzählen.

Es ist demnach
$$\Delta_t x = \frac{\Delta_t R}{K + R} \text{ und}$$

$$35) \dots x = \sum_0^t \Delta x = \sum_0^t \left(\frac{\Delta R}{K + R} \right) \text{ annähernd.}$$

In Worten heißt dies:

Der Zuwachs des Abstandes der hinteren Stützlinie von der lothrechten Grundachse OY , beim Uebergang von der oberen zur unteren Begrenzung eines schmalen wagerechten Streifens der

18) Es sind ja auch alle Logarithmen und trigonometrischen Functionen nur Näherungswerthe! D. V.

Rumpffläche ist sehr nahezu gleich dem statischen Momente dieses Streifens in Bezug auf den in der Höhe seines Schwerpunktes gelegenen Punkt jener Stützlinie, dividirt durch die Gesamtfläche oberhalb des betrachteten Streifens.

Man könnte hiernach das verschobene Bild auch ganz willkürlich auftragen; bequemer ist es jedoch, von einer lothrechten Begrenzungslinie auf der Teichseite auszugehen.

4) Der Fufs.

Die hintere Stützlinie für den Fufs beginnt an der den Rumpf vom Fufs trennenden Wagerechten LM (Abb. 9) dort, wo die betreffende Stützlinie des Rumpfes endet, nämlich in einem Punkte O' , der im hinteren Drittel der Grenzlinie LM liegt. Durch diesen Punkt geht die lothrechte Schwerlinie der Fläche K_0 , welche wir diesmal als Grundachse annehmen, mit dem Anfangspunkte O' .

Die Verhältnisse liegen dann genau wie vorhin, und die nämlichen Erwägungen führen zu den Ausdrücken

$$dx = \frac{cxdt}{K_0 + \int_0^t xdt}, \text{ oder}$$

$$36) \dots \Delta_t x = \frac{\Delta_t R}{K_0 + F} \text{ annähernd.}$$

Der aus Gleichung 35) abgeleitete Satz gilt also auch hier, und der Vorgang zur richtigen Aufzeichnung der hinteren Stützlinie, um danach die wahre Gestalt des Querschnittes zu erhalten, ist für den Fufs der nämliche, wie für den Rumpf.

Man kann, im Maßstabe 1:200 arbeitend, die Streifen 1 m breit machen und wird ein sehr genaues Ergebnifs erzielen.

C) Richtigstellung der Querschnittgestalt

mit Rücksicht auf die lothrechte Seitenkraft des Wasserdruckes.

Die Vernachlässigung der lothrechten Seitenkraft des Wasserdruckes auf den nahezu lothrechten Theil der Staumauer oberhalb der Grenzebene LM zwischen Rumpf und Fufs ist gewifs statthaft. Dieser Theil: Kopf, Hals und Rumpf, bedarf also einer Abänderung nicht. Was dagegen den Fufs betrifft, so ist, wenn seine Höhe beträchtlich wird, wie bereits früher angedeutet, eine nachträgliche Verbesserung seiner Querschnittgestalt, entsprechend der thatsächlichen Wirkung des Wasserdruckes allerdings nothwendig.

Dies läßt sich nun gleichfalls auf rechnerischem Wege unter Zuhülfenahme der Zeichnung mit beliebig großer Annäherung und ziemlich einfach bewerkstelligen. Die gesuchte Lösung muß offenbar zwischen zwei Grenzfällen liegen, welche sich nach dem Vorangegangenen mit jeder wünschenswerthen Schärfe berechnen und darstellen lassen.

Je nach der Wahl der Grenzfälle hat man es in der Hand, den Fufs verschiedenen Bedingungen anzupassen. Zum Beispiel:

Der erste Grenzfall sei derjenige, in dem wir, bis an die Grundfläche der Mauer hinab, die Randspannung an der einen Stirne stetig wachsen, an der entgegengesetzten Null sein lassen, d. h. der „Fufs“ bleibt weg und die ganze Querschnittfläche, vom Halsansatz abwärts, wird nach Gleichung 14) als „Rumpf“ hergestellt; die Aufserachtlassung der lothrechten Wasserdruck-Seitenkraft aber ist hier ohne weiteres zulässig.



Den zweiten Grenzfall stelle der Querschnitt dar, bei dem der Fuß nach Gleichung 27), ohne Berücksichtigung der lothrechten Seitenkraft des Wasserdruckes, erhalten wurde, was aber, bei großer Ausladung der hinteren Böschung des Fusses nicht angeht. Wenn man daher einen derartigen Querschnitt auf zeichnerischem Wege unter Einbeziehung des gesamten Wasserdruckes statisch untersucht, so findet man, was eigentlich schon das Gefühl lehrt, daß thatsächlich die Randspannung an der Vorderböschung des Fusses nicht festwerthig gleich β_0 ist, sondern, bei der Grenzebene LM beginnend, von β_0 an stetig abnimmt, an der Hinterböschung dagegen von Null an stetig wächst.

Man hat sonach (bei Mauerhöhe $< \frac{\beta_0}{g}$):

Grenzfall	Randspannung an der Grundfläche bei vollem Teiche	
	Thalseite	Wasserseite
1)	$\beta_1 > \beta_0$	0
2)	$\beta_2 < \beta_0$	$\beta'_2 > 0$
Gesuchter Fall	β_0	$\beta'_0 < \beta_0 > 0$.

Wir dürfen demgemäÙ wohl von zwei entgegengesetzten Grenzfällen sprechen.

Zeichnet man nun die den beiden Grenzfällen zugehörigen Mauerquerschnitte aufeinander, so decken sich Kopf, Hals und Rumpf bis zur Grenzebene LM .

Die Fußtheile dagegen, und mit ihnen die betreffenden Grundlinien, ruhen in bestimmter gegenseitiger Lage aufeinander.

Die Grundlinie $\overline{VW} = x_1$ (Abb. 15) entspricht dem ersten, $\overline{QR} = x_2$ dem zweiten Grenzfall.

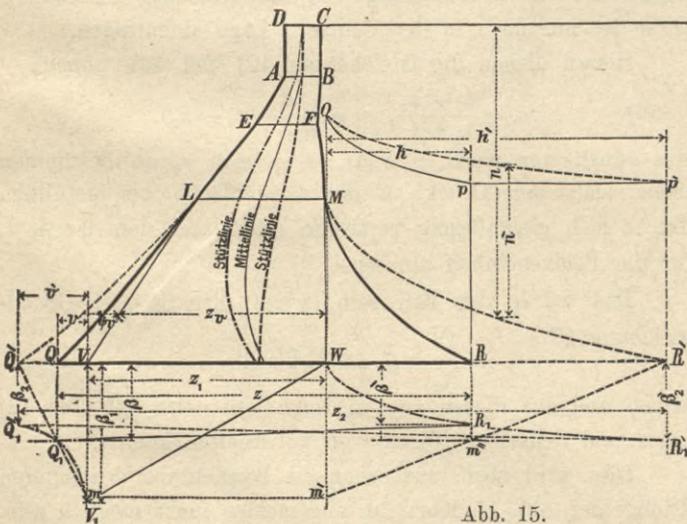


Abb. 15.

Tragen wir jetzt an den Rändern Q, R, V, W , die betreffenden, bei gefülltem Teiche auftretenden Randspannungen als Strecken lothrecht auf, sodafs $\overline{QQ_1} = \beta_2$, $\overline{RR_1} = \beta'_2$; $\overline{VV_1} = \beta_1$, $\overline{WW_1} = \beta'_1 = 0$; und verbinden wir geradlinig deren zusammengehörige Endpunkte, so ergeben sich Flächen, die wir Druckflächen nennen wollen, und deren Inhalte offenbar proportional sind den Gesamtlasten von Gemäuer und Wasser über den entsprechenden Grundflächen.

Zum ersten Grenzfall gehört sonach als Druckfläche über der Grundlinie \overline{VW} das Dreieck $\overline{VV_1W}$; zum zweiten Grenzfall, über der Grundlinie \overline{QR} , das Trapez $\overline{QQ_1R_1R}$.

Soll nun die Randspannung an der Grundebene thalwärts gleich $\beta_0 > \beta_2 < \beta_1$ werden, so muß augenscheinlich der Rand Q gegen V und der Punkt Q_1 gegen V_1 gehen. Gleichzeitig wird aber sowohl R als R_1 sich gegen W hin bewegen müssen. Die Curven, welche dabei die Punkte Q_1

und R_1 beschreiben, sind, wiewohl zur Lösung der Aufgabe nicht nothwendig, in der Abbildung veranschaulicht.

Wir gehen nun folgendermaßen vor: Die auf der hinteren Böschung MR des Fusses ruhende Wasserlast wird auf Mauerwerk zurückgeführt, indem man die Tiefenabstände n der Curve MR durch das spezifische Gewicht γ des Gemäuers dividirt und die so erhaltenen Strecken

$$n' = \frac{n}{\gamma}$$

von der Curve aus lothrecht nach oben aufträgt. Hierdurch erhält man als obere Begrenzung des stellvertretenden Mauerkörpers die Curve Op' . Der durch Vernachlässigung des Zwickels $CBFMWO$ begangene Fehler ist unerheblich. Wenn wir mithin den Mauerquerschnitt an der Rückseite nach $COp'R$ begrenzen und im unteren Drittel der Gesamthöhe eine wagerechte Kraft W , gleich der wagerechten Seitenkraft des gesamten Wasserdruckes, angreifen lassen, so wird die Grundfläche QR genau so beansprucht, wie durch die ohne Rücksicht auf lothrechte Belastung seitens des Wassers gerechnete Mauer bei gefülltem Teiche. Geht man nun von der Sohlenbreite $\overline{QR} = x_2$ auf eine Sohlenbreite $\overline{QR} = x$ über, welche zwischen den Grenzwerten x_1 und x_2 liegt, so bewegt sich der Punkt p der hinteren Belastungsfläche wagerecht nach p und entsprechend jeder andere Punkt der Curve Op' . Das Trapez $OpRW$ kann daher als Parallelprojection des Trapezes $Op'R'W$ angesehen werden; ebenso das Dreieck LQV als Parallelprojection des Dreieckes $LQ'V$.

DemgemäÙ erhalten wir, wenn wir die hinteren Belastungsflächen $Op'R'W$ und $OpRW$ beziehungsweise durch H' und H , die vorderen, $LQ'V$ und LQV , durch V' und V bezeichnen und im übrigen die in die Abbildung eingeschriebenen Maße benutzen,

$$37) \quad \frac{V}{V'} = \frac{v}{v'}; \quad \frac{H}{H'} = \frac{h}{h'}$$

Ist r die mittlere Höhe des Dreieckes $LQ'V$, s die des Trapezes $Op'R'W$, so gilt

$$v'r = V', \quad h's = H';$$

wonach sich, wenn man V' und H' planimetriert oder sonstwie ermittelt hat, r und s ausrechnen lassen

$$38) \quad r = \frac{V'}{v'}, \quad s = \frac{H'}{h'}$$

Es ist aber auch allgemein, wegen 37)

$$39) \quad vr = V, \quad hs = H$$

Wir müssen nun noch eine Beziehung festsetzen zwischen V und H . Hierfür ist nur die Bedingung gegeben, daß, wenn V und H gleichzeitig abnehmen, die vordere Randspannung, von β_2 gegen β_1 sich ändernd, durch einen bestimmten Werth β_0 hindurchgehen muß, und es erscheint wohl gerechtfertigt, die einfachste Annahme zu machen, bei welcher obiger Bedingung genügt wird, nämlich, daß das Verhältniß $\frac{dv}{dh}$ festwerthig sei.

Wir haben sonach

$$40) \quad \begin{cases} \frac{dv}{dh} = \frac{v}{h} = \frac{v'}{h'} = \sigma; \\ \frac{V}{H} = \frac{V'}{H'} = \frac{rv}{sh} = \frac{r}{s} \sigma. \end{cases}$$

Nun lassen sich v und h durch x ausdrücken. Es ist

$$41) \quad \begin{cases} v + h + x_1 = x; \\ \sigma h + h = x - x_1; \end{cases}$$

$$42) \quad \begin{cases} h = \frac{x - x_1}{\sigma + 1}; \\ v + \frac{v}{\sigma} = x - x_1; \end{cases}$$



43) $v = \frac{\sigma}{\sigma + 1}(x - x_1)$.

Man bestimme irgendwie die Schwerpunkte des Dreieckes LVQ und des Trapezes $OpR'W$. Die Schwerpunkte von LVQ und $OpRW$ werden Parallelprojektionen der vorigen sein.

Die Linien LV und MW wollen wir als Gerade und MW überdies als lothrecht betrachten.

Der Abstand des Schwerpunktes der Fläche H von dem Lothe WM ist proportional der Breite h oder gleich φh ,

wo φ eine feststehende Verhältniszahl ist, die auch für alle Parallelprojektionen von $OpR'W$ gilt, sodafs der entsprechende Abstand für die Fläche H beträgt

φh .

Aehnlich findet man die Schwerpunktabstände des Dreieckes LVQ und seiner Parallelprojection LVQ von der Geraden LV , jedoch in wagerechter Richtung gemessen, gleich

ψv und ψv .

Die der Zeichnung zu entnehmende Breite der ersten Grenzgestalt, $VWCD$, in der Höhe der Schwerpunkte der V (sie liegen ja alle gleich hoch über der Grundlinie QR) bezeichnen wir durch x_v ; die Fläche dieser Grenzgestalt sei S . Die statischen Momente der Mauertheile V , S , H , in Bezug auf die Mitte der Grundfläche x , seien beziehungsweise

\mathfrak{B} , \mathfrak{C} , \mathfrak{H} .

Das Gewicht des mittleren Theiles S denken wir uns jedoch dabei im vorderen Drittel von x_1 angebracht. Hierdurch wird nämlich das Moment der wagerechten Seitenkraft des Wasserdruckes in die Rechnung einbezogen, denn dieses Moment bewirkt eben die Verschiebung der Angriffslinie des genannten Gewichtes aus dem hinteren ins vordere Drittel der Grundlinie x_1 .

\mathfrak{B} und \mathfrak{C} sind demnach offenbar positiv, während \mathfrak{H} negativ ist. Wir haben nun:

$$\mathfrak{B} = V \left(\psi v + x_v + h - \frac{x}{2} \right) g$$

$$44) = \frac{r\sigma}{\sigma + 1}(x - x_1) \left\{ \frac{x - x_1}{\sigma + 1}(\psi\sigma + 1) + x_v - \frac{x}{2} \right\} g.$$

$$\mathfrak{C} = S \left(h + \frac{2}{3}x_1 - \frac{x}{2} \right) g$$

45)
$$= S \left(\frac{x - x_1}{\sigma + 1} + \frac{2}{3}x_1 - \frac{x}{2} \right) g.$$

$$\mathfrak{H} = H \left(\frac{x}{2} - h + \varphi h \right) g$$

46)
$$= \frac{s(x - x_1)}{\sigma + 1} \left\{ \frac{x}{2} - \frac{x - x_1}{\sigma + 1}(1 - \varphi) \right\} g.$$

Zur Bestimmung der Randspannung β am thalseitigen Mauerfufse gilt wieder die Grundgleichung

47)
$$\beta = \frac{N}{x} + \frac{6\mathfrak{B}}{x^2}.$$

Hier bezeichnet N , wie früher, den lothrechten Gesamtdruck auf die Grundfläche x , \mathfrak{B} dagegen das resultirende Moment aus dem gesamten Wasserdruck und Mauergewicht in Bezug auf die Mitte von x . Es ist demnach:

48)
$$\begin{cases} N = g(V + S + H), \\ \mathfrak{B} = \mathfrak{B} + \mathfrak{C} - \mathfrak{H}. \end{cases}$$

Hierdurch ist die Aufgabe gelöst und kann alles weitere ausgerechnet werden, wie folgt:

49)
$$N = g \left\{ (r\sigma + s) \frac{x - x_1}{\sigma + 1} + S \right\}$$

50)
$$\mathfrak{B} = g \left\{ \frac{x - x_1}{\sigma + 1} \left[\frac{x - x_1}{\sigma + 1} (r\sigma(\psi\sigma + 1) + s(1 - \varphi)) - \frac{x}{2}(r\sigma + s) + r\sigma x_v + S \right] + S \left(\frac{2}{3}x_1 - \frac{x}{2} \right) \right\}.$$

Durch Einsetzung der Werthe 49) und 50) in die Gleichung 47) erhält man die Bestimmungsgleichung

51)
$$\frac{x^2\beta}{g} = x \left\{ \frac{x - x_1}{\sigma + 1} (r\sigma + s) + S \right\} + 6 \left\{ \frac{x - x_1}{\sigma + 1} \left[\frac{x - x_1}{\sigma + 1} (r\sigma(\psi\sigma + 1) + s(1 - \varphi)) - \frac{x}{2}(r\sigma + s) + r\sigma x_v + S \right] + S \left(\frac{2}{3}x_1 - \frac{x}{2} \right) \right\}.$$

Wir ersetzen nun die sofort auszurechnenden Größen durch ihre Zahlenwerthe:

52)
$$\begin{cases} \frac{\beta}{g} = a; & \frac{r\sigma + s}{\sigma + 1} = b; & \frac{r\sigma(\psi\sigma + 1) + s(1 - \varphi)}{(\sigma + 1)^2} = c; \\ \frac{r\sigma x_v + S}{\sigma + 1} = B; \end{cases}$$

und erhalten zunächst, nach entsprechender Zusammenziehung:

53)
$$x^2(a + 2b - 6c) - 2x[x_1(b - 6c) - S + 3B] = 2x_1[2S + 3(cx_1 - B)].$$

Wir rechnen weiter aus:

54)
$$\begin{cases} a + 2b - 6c = e; \\ x_1(b - 6c) - S + 3B = E; \\ 2x_1[2S + 3(cx_1 - B)] = \mathfrak{E}. \end{cases}$$

und finden schliesslich

55)
$$x = \frac{E}{e} + \sqrt{\frac{\mathfrak{E}}{e} + \left(\frac{E}{e}\right)^2}.$$

Durch Einführung von β_0 statt β in vorstehende Rechnung erhält man nach Gleichung 55) die gesuchte Strecke x_0 . Diese ist nur noch in der richtigen Lage aufzutragen.

Hierzu dienen die Gleichungen 42) und 43), wonach

56)
$$h_0 = \frac{x_0 - x_1}{\sigma + 1}, v_0 = \frac{\sigma}{\sigma + 1}(x_0 - x_1).$$

Am günstigsten wäre es wohl, wenn sich x_0 so bestimmen ließe, dafs der Druck an der Grundfläche bei gefülltem Teiche sich gleichförmig vertheilt und dabei den Werth β_0 für die Flächeneinheit annähme.

Das würde der Fall sein, wenn man in der Grundgleichung 47) $\frac{N}{x_0} = \beta_0$ und $\mathfrak{B} = 0$

setzen und aus diesen zwei Bedingungen nebst 42) und 43) einen und denselben Werth von x_0 erhalten könnte.

Dies wird aber, wie schon die Betrachtung des unteren Theiles der Abb. 15 lehrt, im allgemeinen nicht möglich sein, d. h. nicht für jeden beliebigen Werth von β_0 zutreffen.

QADCMR in der Abb. 15 stellt im Mafsstabe 1:1200 den Querschnitt dar, welcher nach der vorgeführten Berechnungsweise für die Furens-Staumauer sich ergeben hätte, d. h. bei Zugrundelegung von $k=5,7$; $g=2$; $\beta_0=60$. Die größte Abweichung von obigem Grenzwerte für β , etwa 3 v. H., wird erreicht in der Tiefe von 35 m unter der Krone, indem die Randspannung an der äußeren Stirne bei vollem Teiche hier 6,2, statt 6,0 kg/qcm wird. Dies rührt offenbar von der Vernachlässigung des Zwickels *CFWO* her, welche eben so gut hätte unterbleiben können. An der inneren Stirn vermindert sich die Randspannung mit der gegen den Boden flacher werdenden Böschung. Sie wird am Rande *R* des Fufses 4,8 kg/qcm bei vollem und 3,5 kg/qcm bei leerem Teiche.

München, am 14. März 1893. F. Kreuter.



POLITECHNIKA KRAKOWSKA
BIBLIOTEKA GŁÓWNA

III 36328
L. inw.

dn. Zam. 480/55 20.000

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000301183