THEORIE

DER

VERBUNDBAUTEN IN EISENBETON

UND

IHRE ANWENDUNG.

VON

G. BARKHAUSEN,
Professor, Geheimem Regierungsrate in Hannover.

Mit 17 Abbildungen im Texte.

WIESBADEN.
C. W. KREIDEL's VERLAG.
1907.

THEORIE

DER

VERBUNDBAUTEN IN EISENBETON

UND

IHRE ANWENDUNG.

VON

G. BARKHAUSEN,

Professor, Geheimem Regierungsrate in Hannover.

Mit 17 Abbildungen im Texte.

WIESBADEN.

C. W. KREIDEL's VERLAG.

1907.

Sonderabdruck aus dem Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens in technischer Beziehung,
Jahrgang 1906.

Druck von Carl Ritter in Wiesbaden.

Inhaltsübersicht.

Theorie der Verbundbauten in Eisenbeton und ihre Anwendung.

Von **G. Barkhausen,** Professor, Geheimem Regierungsrate in Hannover.

I. Feststellung des Gegenstandes.

Wie auf den meisten Gebieten des Bauwesens spielt die Verbundbauweise in Eisenbeton auch im Eisenbahnwesen eine beträchtliche Rolle, und ihre Verwendung für Hochbauten, Brücken, Querschwellen und andere Teile wächst schnell. Daher habe ich auch im »Technischen Fachblatte des Vereines Deutscher Eisenbahn-Verwaltungen«, dem »Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens« eine umfassende Behandlung der theoretischen Grundlagen dieser Bauweise und ihrer Anwendung mitgeteilt, die namentlich die möglichst einfache aber vollständige Lösung der gewöhnlichen Aufgaben ins Auge fafst. Diese wird hier nun auch in der Sonderausgabe etwas erweitert veröffentlicht.

In zwei Beziehungen soll zunächst eine Beschränkung der Allgemeinheit vorgenommen werden.

Zunächst wird die Zugwirkung des Beton bei der Ermittelung der Widerstandsfähigkeit der Verbundkörper ganz ausgeschaltet. Zwar hat der Verfasser auch für deren Berücksichtigung bereits vergleichsweise einfache Formeln mitgeteilt,*) so dafs diese innerhalb enger Genauigkeitsgrenzen keine Schwierigkeit bietet, doch hat die übliche Art der Herstellung von Verbundbauten noch nicht den Grad von Sicherheit und Vollkommenheit erreicht, der vorausgesetzt werden mufs, wenn man sich auf den Widerstand des Beton gegen Zug verlassen will. Alle Vorschriften über Berechnung von Verbundbauten fordern deshalb auch vorläufig noch die Vernachlässigung dieses Teiles des Widerstandes der Betonkörper.

Zweitens soll auch für den Beton eine unveränderliche Elastizitätszahl eingeführt werden, da diese die Betrachtung wesentlich vereinfachende Annahme innerhalb der tatsächlich zuzulassenden Spannungen keinen erheblichen Fehler zur Folge hat. Auch in dieser Beziehung liegen aus neuerer Zeit schärfere Behandlungsweisen vor,**) sie führen aber immer noch zu Verfahren, die den für die Bauausführung erwünschten Grad von Einfachheit nicht haben, und die Feststellungen dieses Gebietes durch Beobachtung sind noch nicht so sicher, dafs die verwickelteren Verfahren auch einen entsprechend höhern Grad von Zuverlässigkeit der Ergebnisse bieten könnten.

*) Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen 1901 S. 133; 1902 S. 243.

**) Wir heben hervor: Hotopp, Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen 1906, S. 281; Dr.-Ing. P. Weiske, Dinglers Polytechnisches Journal 1902, November, Heft 46, S. 725 und Dr.-Ing.-Dissertation an der Technischen Hochschule zu Hannover.

Mit diesen Einschränkungen hat der Verfasser bereits eine übersichtlich geordnete Reihe von Formeln mitgeteilt,*) die aber die Beanspruchung von Verbundkörpern gleichzeitig durch Biegungsmomente und Längskräfte, also die Berechnung von Gewölbequerschnitten nur teilweise, und das Vorhandensein von zwei Eiseneinlagen, in der Druckzone und in der Zugzone des Beton, wie es bei Bogen und Stützen unvermeidlich ist, gar nicht berücksichtigt.

Diese Unvollständigkeiten sollen hier vermieden werden, aufserdem wird gröfsere Einfachheit der Ergebnisse angestrebt, als in den angeführten und den meisten sonstigen Veröffentlichungen dieses Gebietes erzielt ist.

Gegenüber den staatlichen Vorschriften in Preufsen**) mufs auch hier betont werden, dafs sich diese nur zur Nachprüfung fertiger Entwürfe oder Ausführungen, nicht zur Aufstellung statischer Berechnungen für geplante Bauwerke eignen, da sie das Bekanntsein der Abmessungen der Bauwerke voraussetzen.

Ferner lassen die staatlichen Vorschriften zu hohe Scherspannungen zu, und machen über die Aufnahme der Querkräfte sowie über Ersatzhaftspannkräfte teils unvollständige, teils unzutreffende Angaben. Diese Mängel sollen hier vermieden werden. Die Behandlung der Rippenplatten wird den staatlichen Vorschriften gegenüber wirtschaftlich günstiger gestaltet.

Im Folgenden sollen zunächst die theoretischen Grundlagen in übersichtlicher Reihenfolge entwickelt werden, daran knüpfen sich dann Ausführungen von Zahlenrechnungen, bei denen die Aufgaben des Eisenbahnbaues besonders berücksichtigt werden sollen, und weiter Formeln zur Ermittelung von Durchbiegungen, die bislang fast ganz fehlen.

II. Bezeichnungen.

Als Bezeichnungen werden die heute überwiegend eingebürgerten beibehalten. Es bezeichnet:

M das Biegungsmoment der äufseren Kräfte für den zu untersuchenden Querschnitt und die Tiefeneinheit, positiv, wenn es den links vom untersuchten Querschnitte liegenden Körperteil mit dem Zeiger der Uhr zu drehen sucht;

*) Deutsche Bauzeitung 1905, S. 4, 26, 30, 144.

**) Zentralblatt der Bauverwaltung 1904, S. 253.

D die Längskraft für den zu untersuchenden Querschnitt und die Tiefeneinheit, positiv, wenn sie den links vom untersuchten Querschnitte liegenden Körperteil nach diesem Querschnitte hin zu bewegen sucht;

Q die Querkraft für den zu untersuchenden Querschnitt und die Tiefeneinheit, positiv, wenn sie den links vom untersuchten Querschnitte liegenden Körperteil nach oben zu bewegen sucht;

σ_b und s_b den auftretenden und den zulässigen Kantendruck im Beton;

σ_e und s_e die auftretende und die zulässige Spannung im Eisen, positiv als Zugspannung;

E_b die unveränderlich angenommene Elastizitätszahl des Beton;

E_e die Elastizitätszahl des Eisens;

n das Verhältnis $E_e : E_b$;

r das Verhältnis $\sigma_b : \sigma_e$ und $s_b : s_e$;

m das Verhältnis $\sigma_e \; E_b : \sigma_b \; E_e$ und $s_e \; E_b : s_b \; E_e$;

h die Höhe des Verbundkörpers;

a den nach Gründen der Herstellung anzunehmenden, daher stets bekannten Abstand des Schwerpunktes der Eiseneinlage von der Aufsenfläche des Verbundkörpers;

b die Teilung der Zugeiseneinlagen;

f den ganzen Querschnitt einer Zugeiseneinlage;

φ die Querschnittsgröfse der Eiseneinlage der Zugseite des Querschnittes für die Tiefeneinheit, $\varphi = f : b$;

φ' die Querschnittsgröfse der Eiseneinlage der Druckseite des Querschnittes für die Tiefeneinheit;

φ'' die Querschnittsgröfse unter 45° hinaufgezogener Eiseneinlagen;

φ_1 die geradlinig durchgeführte Zugeinlage am Auflager, $\varphi_1 = \varphi - \varphi''$;

i die Dickenabmessung eines Einlageeisens des Querschnittes f;

u die Umfangsfläche der Längeneinheit einer Eiseneinlage des Querschnittes f;

u_1 die Umfangsfläche der Längeneinheit einer Eiseneinlage für die Tiefeneinheit, $u_1 = u : b$;

α die für Berechnung von f aus i mafsgebende Verhältniszahl, $\alpha = f : i^2$;

β die für Berechnung des Umfanges u aus i mafsgebende Verhältniszahl, $\beta = u : i$;

x die Höhe des gedrückten Teiles des Querschnittes, also die Höhe der Druckzone;

τ_1 die Scherspannung im Beton;

τ_2 die Haftspannung des Eisens im Beton;

g die Eigenlast eines Verbundkörpers für die Flächeneinheit;

p die Belastung des Verbundkörpers für die Flächeneinheit;

q die ganze Last des Verbundkörpers für die Flächeneinheit $= p + g$;

b_0 die Rippenbreite eines Verbund-Rippenkörpers;

ψ das Verhältnis $b_0 : b$;

l die Stützweite eines Verbundkörpers;

c die Breite eines Stützenquerschnittes;

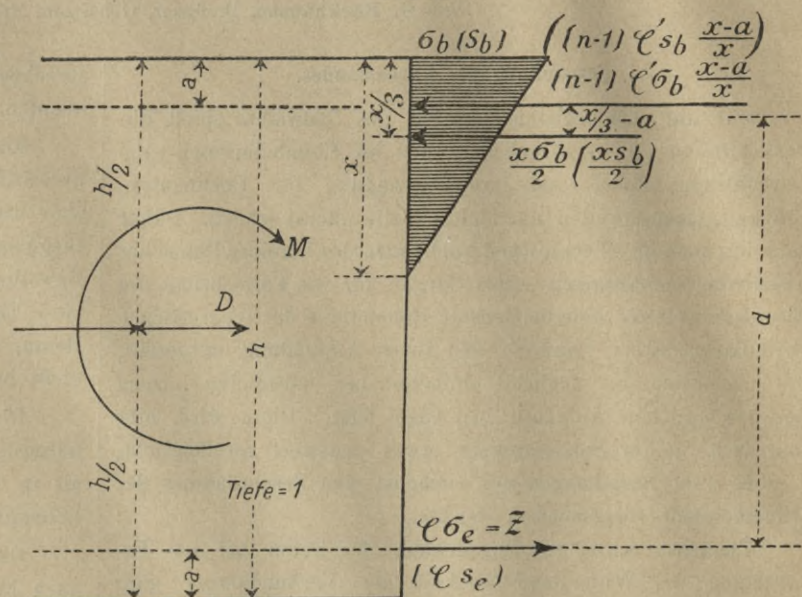
$\mathfrak{D}$ die ganze Längskraft einer Stütze ohne Biegung;

d den Hebel der Zugeinlage bezüglich der Mittelkraft aller Druckwirkungen.

III. Die Grundgleichungen für Biegungsmomente und Längskräfte.

Für das in Abb. 1 dargestellte Stück eines Verbundkörpers können bezüglich der Momente und Längskräfte folgende Gleichungen aufgestellt werden, in denen berücksichtigt ist,

Abb. 1.



dafs, wenn die Querschnittsfläche des Beton in der Druckzone einschliefslich des Querschnittes der Druckeinlage φ' voll gerechnet wird, dann die Spannung der Druckeinlage selbst noch mit der Gröfse $(n - 1) \varphi' \; \sigma_b \frac{x - a}{x}$ anzusetzen ist, weil das Eisen dieselbe Längenänderung annehmen mufs, wie der Beton in der unmittelbaren Umgebung. Ferner ist eine genügend geringe Höhenabmessung des Querschnittes der einzelnen Einlagen vorausgesetzt, um die Ungleichförmigkeit der Spannungsverteilung innerhalb dieser Höhe vernachlässigen zu dürfen. Schliefslich wird vorausgesetzt, dafs Zug- und Druck-Einlage beide gleich weit, um a, von der Aufsenkante entfernt sind, was in den zwei Einlagen erfordernden Fällen auch stets zutreffen wird. Für die Ausführung ist zu betonen, dafs das angenommene Mafs a auf der Zugseite streng eingehalten werden mufs; kleine Abweichungen auf der Druckseite haben keinen erheblichen Einflufs auf die Spannungen.

Die vorläufig noch allgemein beibehaltene Annahme, dafs die Oberkante, der Nullpunkt der Druckspannung und das Ende der Zugeinlage nach eingetretener Formänderung in einer Geraden bleiben, liefert die Bedingung:

Gl. 1) $\sigma_b : (E_b \, . \, x) = \sigma_e : (E_e \, . \, (h - a - x))$, oder $x \, (1 + m) = h - a$.

Die Gleichgewichtsbedingung der Längskräfte lautet:

Gl. 2) $$D + \varphi \, \sigma_e - \frac{\sigma_b \, x}{2} - (n - 1) \, \sigma_b \, \varphi' \frac{x - a}{x} = 0.$$

Die Gleichgewichtsbedingung der Drehmomente lautet: für das Ende der Zugeinlage als Drehpunkt:

$$\text{Gl. 3a)}\quad M + D\,(h/_2 - a) - \frac{\sigma_b\, x}{2}\,(h - a - x/_3) - (n-1)\,\sigma_b\,\varphi'\,\frac{x-a}{x}\,(h - 2a) = 0;$$

für den Mittelpunkt des Betondruckes als Drehpunkt:

$$\text{Gl. 3b)}\quad M - D\,(h/_2 - x/_3) - \varphi\,\sigma_e\,(h - a - x/_3) - (n-1)\,\sigma_b\,\varphi'\,\frac{x-a}{x}\,(x/_3 - a) = 0.$$

für das Ende der Druckeinlage als Drehpunkt:

$$\text{Gl. 3c)}\quad M - D\,(h/_2 - a) - \varphi\sigma_e\,(h - 2a) + \frac{x\,\sigma_b}{2}\,(x/_3 - a) = 0.$$

Mittels dieser drei Gleichungen können alle vorkommenden Fälle behandelt werden. Es kann vorkommen, daſs aus gegebenen Lasten und zulässigen Spannungen die Maſse des auszuführenden Verbundkörpers berechnet werden sollen, dann sind unbekannt:

a) die Gröſsen x, h und φ.

Bei Nachprüfung von Entwürfen kommt es darauf an, die Spannungen zu berechnen, die der entworfene Verbundkörper unter gegebenen Belastungen erleidet, dann sind unbekannt:

b) die Gröſsen x, σ_e, σ_b.

Wenn bestimmt werden soll, welche Lasten ein vorhandener, ausgemessener Verbundkörper bei Einhaltung der zulässigen Spannungen tragen kann, sind unbekannt:

c) die Gröſsen x, M, D.

Die Lösungen der drei Grundgleichungen für diese drei Fälle sollen hergestellt werden. Dabei ist aber noch zu unterscheiden ob:

A) eine nach äuſseren Verhältnissen angenommene Druckeinlage φ' vorhanden, also gegeben ist, oder ob:

B) bestimmt ist, daſs die Druckeinlage φ' der Zugeinlage φ gleich sein soll, wie es bei Verbundbogen die Regel bildet.

Auſserdem müssen zum Zwecke der Darbietung möglichst einfacher Formeln unter A in jedem der Fälle a, b und c die Sonderfälle

α) $\varphi' = D = 0$, Körper ohne Druckeinlage und ohne Längsdruck; lediglich in einem Sinne gebogener Plattenquerschnitt;

β) $\varphi' = 0$, $D > o$ Körper ohne Druckeinlage mit Längsdruck; in einem Sinne gebogener Plattenquerschnitt mit Längsdruck;

γ) $\varphi' > 0$, $D = 0$, Körper ohne Längsdruck mit Druckeinlage; nur in einem Sinne gebogener Plattenquerschnitt mit Eisenverstärkung in der Druckzone berücksichtigt werden.

Unter B sind in jedem der Fälle a, b und c die Sonderfälle:

α) $D = 0$, der Verbundkörper mit zwei gleichen Einlagen wird nur gebogen, und

β) $M = 0$, der Verbundkörper mit zwei gleichen Einlagen wird nur längs gedrückt, zu berücksichtigen.

IV. Die Lösung der Grundgleichungen.

A. Die Druckeinlage φ' ist gegeben.

a) Für Entwürfe. σ_b ist $= s_b$, $\sigma_e = s_e$. Gesucht werden x, h und φ. Nach Gl. 1) folgt unter Einsetzung der Verhältniszahl m $h - a = x\,(1 + m)$, also $h - 2a = x\,(1 + m) - a$. Wird weiter in Gl. 3a) statt $h - a - x/_3$ die Gröſse $h - 2a + a - x/_3$ eingesetzt, so liefert sie:

$$h - 2a = \frac{\frac{s_b\,x}{6}\,(3a - x) - M}{D/_2 - \frac{s_b\,x}{2} - (n-1)\,s_b\,\varphi'\,\frac{x-a}{x}}$$

Werden die beiden Ausdrücke für $h - 2a$ gleich gesetzt, so entsteht eine Gleichung, die von den Unbekannten nur x enthält, und die nach Potenzen von x geordnet die hierunter aufgeführte Form gibt, dann nach Lösung für x die Berechnung von h nach Gl. 1) und von φ nach Gl. 2) gestattet:

$$\text{A. a)}\quad \left\{\begin{aligned} &-x^3\,\frac{2+3m}{6} + x^2\,(1+m)\left\{\frac{D}{2\,s_b} - (n-1)\,\varphi'\right\} + x\left\{\frac{2M - Da}{2\,s_b} + (2+m)(n-1)\,a\,\varphi'\right\} = (n-1)\,\varphi'\,a^2;\\ &h = a + x\,(1+m);\quad \varphi = r\left(\frac{x}{2} + (n-1)\,\frac{x-a}{x}\,\varphi'\right) - \frac{D}{s_e}\end{aligned}\right.$$

Für den Sonderfall α), $\varphi' = D = 0$, folgt durch Einsetzen dieser Werte in die vorstehenden allgemeinen Gleichungen zunächst $-x^3\,\frac{2+3m}{6} + x\,\frac{M}{s_b} = 0$, also

$$\text{A. a. }\alpha)\quad \left\{\; x = \sqrt{\frac{6\,M}{(2+3m)\,s_b}};\quad h = a + x\,(1+m);\quad \varphi = r\,\frac{x}{2}\right.$$

Der Sonderfall β) liefert aus $\varphi' = 0$, $D > 0$ zunächst:

$$-x^3\,\frac{2+3m}{6} + x^2\,(1+m)\,\frac{D}{2\,s_b} + x\,\frac{2M - Da}{2\,s_b} = 0 \text{ also:}$$

A. a. β) $$x = \frac{3}{2}\,\frac{1+m}{2+3m}\,\frac{1}{s_b}\left\{D + \sqrt{D^2 + \frac{4\,(2+3m)\,s_b\,(2M - Da)}{3\,(1+m)^2}}\right\};\quad h = a + x\,(1+m);\quad \varphi = r\,\frac{x}{2} - \frac{D}{s_e}$$

Schliefslich entsteht im Sonderfalle γ) aus $\varphi' > 0$, $D = 0$:

A. a. γ) $$-x^3\,\frac{2+3m}{6} - x^2\,(1+m)\,(n-1)\,\varphi' + x\left\{\frac{M}{s_b} + (2+m)\,(n-1)\,a\,\varphi'\right\} = (n-1)\,a^2\,\varphi';$$
$$h = a + x\,(1+m);\quad \varphi = r\left\{\frac{x}{2} + (n-1)\,\frac{x-a}{x}\,\varphi'\right\}$$

b) Für Entwurfs-Nachprüfungen. Gesucht werden x, σ_b und σ_e.

Aus Gl. 3a) folgt $\sigma_b = \dfrac{M + D/_2\,(h-2a)}{x/_2\,(h - a - x/_3) + (n-1)\,\varphi'\,\frac{x-a}{x}\,(h-2a)}$, aus Gl. 1): $\sigma_e = \sigma_b\,n\,\dfrac{h-a-x}{x}$; wird σ_e in Gl. 2) eingesetzt und diese dann nach σ_b gelöst, so folgt $\sigma_b = \dfrac{D}{x/_2 + (n-1)\,\varphi'\,\frac{x-a}{x} - n\,\varphi\,\frac{h-a-x}{x}}$. Werden nun die beiden Werte von σ_b einander gleich gesetzt, so entsteht eine Gleichung, die von den Unbekannten nur x enthält. Ordnet man sie nach Potenzen von x, so kann man danach x und dann σ_b und σ_e nach den obigen Ausdrücken berechnen. Es folgt:

A. b) $$x^3\,\frac{D}{6} + x^2\left[\frac{M}{2} - \frac{D\,h}{4}\right] + x\left\{M\left[(n-1)\,\varphi' + n\varphi\right] + \frac{D}{2}\,(h-2a)\,\left(n\varphi - (n-1)\,\varphi'\right)\right\} = M\left\{(n-1)a\varphi' + n\,(h-a)\,\varphi\right\}$$
$$+ \frac{D}{2}\,(h-2a)\left\{n\,(h-a)\,\varphi - (n-1)\,a\,\varphi'\right\};\quad \sigma_b = \frac{2M + D\,(h-2a)}{x\,(h - a - x/_3) + 2\,(n-1)\,\varphi'\,\frac{x-a}{x}\,(h-2a)};$$
$$\sigma_e = n\sigma_b\,\frac{h-a-x}{x}.$$

Für den Sonderfall α) $\varphi' = D = 0$ folgt hieraus
$$x^2\,\frac{M}{2} + x\,n\,M\varphi = M\,n\,(h-a)\,\varphi,\ \text{oder}$$

A. b. α) $$x = n\varphi\left\{\sqrt{1 + \frac{2\,(h-a)}{n\,\varphi}} - 1\right\};\quad \sigma_b = \frac{2M}{x\,(h - a - x/_3)};\quad \sigma_e = n\,\sigma_b\,\frac{h-a-x}{x}.$$

Der Sonderfall β) $\varphi' = 0$, $D > 0$ liefert hier:

A. b. β) $$x^3\,\frac{D}{6} + x^2\,\frac{2M - D\,h}{4} + x\,n\varphi\left[M + \frac{D\,(h-2a)}{2}\right] = n\,(h-a)\,\varphi\left\{M + \frac{D\,(h-2a)}{2}\right\};$$
$$\sigma_b = \frac{2M + D\,(h-2a)}{x\,(h - a - x/_3)};\quad \sigma_e = n\,\sigma_b\,\frac{h-a-x}{x}.$$

Im Sonderfalle γ), $\varphi' > 0$, $D = 0$ entsteht aus A. b):
$$x^2\,\frac{M}{2} + x\,M\left\{(n-1)\,\varphi' + n\,\varphi\right\} = M\left\{(n-1)\,a\,\varphi' + n\,(h-a)\,\varphi\right\}\ \text{also:}$$

A. b. γ) $$x = \left\{(n-1)\,\varphi' + n\,\varphi\right\}\left\{\sqrt{1 + 2\,\frac{(n-1)\,a\,\varphi' + n\,(h-a)\,\varphi}{\left((n-1)\,\varphi' + n\,\varphi\right)^2}} - 1\right\};$$
$$\sigma_b = \frac{2M}{x\,(h - a - x/_3) + 2\,(n-1)\,\varphi'\,\frac{x-a}{x}\,(h-2a)};\quad \sigma_e = n\sigma_b\,\frac{h-a-x}{x}$$

c) Für Ermittelung der Tragfähigkeit eines vorhandenen Verbundbauwerkes; σ_e ist $= s_e$, $\sigma_b = s_b$, gesucht werden x, M und D. Nach den Gl. 1), 2) und 3c) folgen ohne weiteres:

A. c) $$x = \frac{h-a}{1+m};\quad D = s_b\left[\frac{x}{2} + (n-1)\,\frac{x-a}{x}\,\varphi'\right] - s_e\varphi;\quad M = (h-2a)\left[\frac{D}{2} + \varphi\,s_e\right] + \frac{s_b\,x}{2}\,(a - x/_3).$$

Im Sonderfalle α), $\varphi' = D = 0$, stehen den drei Gleichungen nur die beiden Unbekannten x und M gegenüber, σ_e kann deshalb nicht $= s_e$ festgelegt, sondern mufs als dritte Unbekannte berechnet werden. Nach Gl. 1) ist $\sigma_e = n\, s_b \dfrac{h - a - x}{x}$. Wird das mit $\varphi' = D = 0$ in Gl. 2) eingesetzt, so folgt die Gleichung für x: $x^2 + 2\, x\, n\, \varphi = 2\, n\, \varphi\, (h - a)$. Daraus und aus Gl. 3a) folgt:

$$\text{A. c. } \alpha) \quad x = n\varphi \left\{ \sqrt{1 + 2\frac{h - a}{n\,\varphi}} - 1 \right\}; \quad \sigma_e = n\, s_b \frac{h - a - x}{x}; \quad M = \frac{s_b\, x}{2}(h - a - x/_3).$$

Für den Sonderfall β), $\varphi' = 0$, $D > 0$, liefert die allgemeine Lösung A. c:

$$\text{A. c. } \beta) \quad x = \frac{h - a}{1 + m}; \quad D = s_b \frac{x}{2} - s_e\, \varphi; \quad M = \frac{1}{2}\left\{ s_b\, x \left[\frac{h}{2} - \frac{x}{3}\right] + s_e\, \varphi\, (h - 2a)\right\}$$

Im Sonderfalle γ), $\varphi' > 0$, $D = 0$, mufs wieder für die ausfallende Unbekannte D σ_e als Unbekannte eingeführt werden. Wird wieder aus Gl. 1) $\sigma_e = n\, s_b \dfrac{h - a - x}{x}$ mit $D = 0$ in Gl. 2) eingesetzt, so folgt die Gleichung:

$x^2 + 2\, x\, [n\, \varphi + (n - 1)\, \varphi'] = 2\, [n\, \varphi\, (h - a) + (n - 1)\, \varphi'\, a]$. Aus ihr und Gl. 3c) folgt dann:

$$\text{A. c. } \gamma) \quad x = (n\varphi + (n - 1)\,\varphi')\left\{\sqrt{1 + 2\,\frac{n\,\varphi\,(h - a) + (n - 1)\,\varphi'\,a}{[n\,\varphi + (n - 1)\,\varphi']^2}} - 1\right\}; \quad \sigma_e = n\, s_b \frac{h - a - x}{x};$$

$$M = \sigma_e\, \varphi\, (h - 2a) + \frac{s_b\, x}{6}(3a - x).$$

B. Auf beiden Seiten des Verbundkörpers ist dieselbe Einlage φ vorhanden, Bogen.

In den allgemeinen Gleichungen 1) bis 3c) ist überall $\varphi' = \varphi$ zu setzen, so dafs kein bekanntes φ' mehr vorhanden ist, die obigen Lösungen treffen daher nicht mehr zu.

a) Für Entwürfe. σ_e ist $= s_e$, $\sigma_b = s_b$, gesucht werden x, h und φ. Wird aus den Gl. 1) und 3c) $h - 2a$ entwickelt, so entsteht die Gleichung $h - 2a = \dfrac{M + \dfrac{s_b\, x}{2}(x/_3 - a)}{D/_2 + \varphi\, s_e} = x\,(1 + m) - a$.

Hieraus folgt $\varphi = \dfrac{6\, M + s_b\, x\, (x - 3a)}{6\, s_e [x\,(1 + m) - a]} - \dfrac{D}{2\, s_e}$. Einen zweiten Ausdruck für φ erhält man aus Gl. 2) $\varphi = \dfrac{D - \dfrac{s_b\, x}{2}}{(n - 1)\, s_b \dfrac{x - a}{x} - s_e}$. Werden die beiden Werte von φ einander gleich gesetzt, so entsteht eine Gleichung, die von den Unbekannten nur noch x enthält. Ordnet man diese nach Potenzen von x und benutzt sie zur Ermittelung von x, so sind dann auch h und φ nach den vorstehenden Ausdrücken zu berechnen. So ergibt sich:

$$\text{B. a)} \quad x^3\, s_b \left\{2 + 3\, m + (n - 1)\, r\right\} - x^2 \left\{3\,(m + 1)\, D\, [1 + (n - 1)\, r] + 4\,(n - 1)\, r\, s_b\, a\right\} - x \left\{6\, M\, [1 - (n - 1)\, r] - \right.$$

$$\left. 3\, D\, a\, [1 + (n - 1)\,(m + 2)\, r] - 3\,(n - 1)\, r\, s_b\, a^2\right\} = 3\,(n - 1)\, r\, a \left\{2\, M + D\, a\right\}; \; h = a + x\,(1 + m);$$

$$\varphi = \frac{s_b\, x - 2\, D}{2\, s_e \left[1 - (n - 1)\, r \dfrac{x - a}{x}\right]}.$$

Da dieser Fall auf der Annahme des Vorhandenseins zweier gleicher Einlagen beruht, so kann hier $\varphi' = 0$ nicht in Frage kommen. Die Sonderfälle beschränken sich also auf die beiden: α) $D = 0$, der Körper ist nur einer biegenden Wirkung ausgesetzt, wie die mit zwei Einlagen ausgestattete Eisenbahnschwelle, und β) $M = 0$, der Körper ist nur einem Längsdrucke ausgesetzt, wie jede in ihrer Schwerachse belastete, von Momenten freie Stütze.

Der Sonderfall α), $D = 0$, liefert:

B. a. α)

$$x^3 \left\{1 + \frac{2+3\,m}{(n-1)\,r}\right\} - x^2\, 4\,a - x \left\{6\,\frac{M}{s_b}\left[\frac{1}{(n-1)\,r} - 1\right] - 3\,a^2\right\} = 6a\,\frac{M}{s_b}\;;\; h = a + x\,(1+m)\;;$$

$$\varphi = \frac{s_b\,x}{2\,s_e\left[1 - (n-1)\,r\,\frac{x-a}{x}\right]}.$$

Im Sonderfalle β), $M = 0$, ist überhaupt keine Zugeinlage da, und x wird ∞, also sind die allgemeinen Grundgleichungen nicht zu verwenden. Ist der ganze Längsdruck der Stütze $= \mathfrak{D}$, die Tiefe des Querschnittes $= c$, so bestehen bei voller Ausnutzung des Eisens nur die beiden Gleichungen:

Gl. 4) . . . . $\mathfrak{D} - s_b\,h\,c - 2\,\varphi\,(n-1)\,s_b = 0$ und

Gl. 5) . . . . $n\,s_b = s_e$.

Je nachdem nun die Mafse h und c, ober φ, die halbe Eiseneinlage, angenommen werden, mufs also sein:

B. a. β)

$$\varphi = \frac{\mathfrak{D} - s_b\,h\,c}{2\,(s_e - s_b)} \text{ oder } h\,c = \frac{\mathfrak{D} - 2\,\varphi\,(s_e - s_b)}{s_b}, \text{ bei quadratischer Stütze für } c = h$$

$$\varphi = \frac{\mathfrak{D} - s_b\,h^2}{2\,(s_e - s_b)} \text{ oder } h = \sqrt{\frac{\mathfrak{D} - 2\,\varphi\,(s_e - s_b)}{s_b}}$$

b) Für Entwurfs-Nachprüfungen. Gesucht werden x, σ_b und σ_e. Nach Gl. 1) ist $\sigma_e = n\,\sigma_b\,\frac{h-a-x}{x}$. Setzt man diesen Wert in Gl. 2) ein, so kann diese auf die Form gebracht werden:

$$\frac{\sigma_b}{x}\left[n\,(h-a-x)\,\varphi - \frac{x^2}{2} - (n-1)\,(x-a)\,\varphi\right] = -D,$$

wobei zugleich $\varphi' = \varphi$ berücksichtigt ist. Mittels derselben Einsetzung kann man Gl. 3c) auf die Form bringen:

$$\frac{\sigma_b}{x}\left[n\,\varphi\,(h-a-x)\,(h-2a) + \frac{x^2}{6}\,(3a-x)\right] = M - \frac{D}{2}\,(h-2a).$$

Teilt man diese beiden Gleichungen durch einander, so fällt $\frac{\sigma_b}{x}$ weg, und es bleibt eine Gleichung über, die von den Unbekannten nur x enthält. Ordnet man sie zur Berechnung von x nach Potenzen dieser Gröfse, und fügt die Ausdrücke für σ_b und σ_e hinzu, so folgt:

B. b)

$$x^3 + x^2\,\frac{3}{2}\left[2\,\frac{M}{D} - h\right] + x\,6\,\varphi\left\{(2n-1)\,\frac{M}{D} + \frac{h-2a}{2}\right\} = 6\varphi\left\{n\left[\frac{(h-2a)^2}{2} + \frac{M\,h}{D}\right] - a\left[\frac{M}{D} - \frac{h-2\,a}{2}\right]\right\};$$

$$\sigma_b = x\,\frac{2\,M - D\,(h-2a)}{2\,n\,\varphi\,(h-a-x)\,(h-2\,a) + \frac{x^2}{3}\,(3a-x)}\;;\; \sigma_e = n\,\sigma_b\,\frac{h-a-x}{x}.$$

Für den Sonderfall α) $D = 0$ folgt hieraus, wenn die Gleichung für x erst mit D ausmultipliziert wird:

B. b. α)

$$x = \varphi\,(2\,n-1)\left\{\sqrt{1 + 2\,\frac{n\,h-a}{\varphi\,(2\,n-1)^2}} - 1\right\};\; \sigma_b = \frac{2\,M\,x}{2\,n\varphi\,(h-a-x)\,(h-2a) + \frac{x^2}{3}\,(3\,a-x)}\;;$$

$$\sigma_e = n\,\sigma_b\,\frac{h-a-x}{x}.$$

Im Sonderfalle β), $M = 0$, ist nach Gl. 4) und 5) für eine Stütze mit Längsdruck:

B. b. β)

$$\sigma_b = \frac{\mathfrak{D}}{h\,c + 2\,(n-1)\,\varphi}\;;\; \sigma_e = n\,\sigma_b.$$

c) Für Ermittelung der Tragfähigkeit eines vorhandenen Verbundbauwerkes. σ_e ist $= s_e$, $\sigma_b = s_b$; gesucht werden x, M und D. Nach den Gl. 1), 2) und 3c) folgt unmittelbar:

B. c)

$$x = \frac{h-a}{1+m}\;;\; D = \frac{s_b\,x}{2} + \varphi\left[(n-1)\,s_b\,\frac{x-a}{x} - s_e\right];\; M = \varphi\,s_e\,(h-2\,a) + \frac{s_b x}{6}\,(3\,a-x) + \frac{D}{2}\,(h-2\,a).$$

Für den Sonderfall α), $D = 0$, verschwindet die eine der drei Unbekannten. Da aber die drei Gleichungen bestehen bleiben, mufs eine andere Gröfse als unbekannt eingeführt werden, wofür zweckmäfsig σ_e gewählt wird. Nach Gl. 1) ist: $\sigma_e = n\, s_b \frac{h - a - x}{x}$; wird das mit $D = 0$ in Gl. 2) eingesetzt, so entsteht eine Gleichung nur mit der Unbekannten x, nach deren Lösung dann σ_e und M zu berechnen sind. So folgt:

B. c. α)

$$x = (2n - 1)\varphi\left\{\sqrt{1 + \frac{2}{(2n-1)^2}\,\frac{n h - a}{\varphi}} - 1\right\};\quad \sigma_e = n\, s_b \frac{h - a - x}{x};\quad M = \varphi\,\sigma_e\,(h - 2a) + \frac{s_b\, x}{6}(3a - x).$$

Im Sonderfalle β), $M = 0$, sind wieder die Gl. 4) und 5) zu verwenden, welche liefern:

B. c. β)

$$\mathfrak{D} = s_b\left[h c + 2\varphi(n - 1)\right];\quad \sigma_e = n\, s_b.$$

V. Die Aufnahme der Querkräfte.

Bezüglich der Aufnahme der Querkräfte ist bei den Verbundkörpern ganz besondere Vorsicht geboten, weil dabei Zug- und Scherspannungen in Frage kommen, für die der Beton nur vergleichsweise geringe, und bei den bisher üblichen Herstellungsweisen unsichere Widerstandsfähigkeit hat. Man beobachtet wohl in den Zugzonen der Verbundkörper feine Risse, die in den Biegungs-Zugspannungen ihre Ursache haben; diese sind jedoch unbedenklich, da ja die Eiseneinlagen ohne Berücksichtigung irgend welcher Zugspannung im Beton bemessen sind. Sie können nur Bedenken erregen, wenn durch sie der Zugang von rosterzeugenden Dämpfen oder Gasen zum Eisen erleichtert wird, oder wenn die Flächen etwa kostbare Stuckarbeiten oder Malereien tragen sollen.

Statisch bedenkliche Verletzungen der Verbundkörper sind bisher fast ausschliefslich, aber sehr häufig, dadurch entstanden, dafs nicht genügend für die sichere Aufnahme der aus den Querkräften erwachsenden lotrechten und wagerechten Scherspannungen, und der unter 45° gerichteten Zugspannungen gesorgt wurde, woraus in der Nähe der Lager unter 45° geneigte, nach der Mitte hin steigende Risse entstehen. Besonders gut sind diese Zerstörungen bei Rippenkörpern in den Rippenflanken zu erkennen, bei vollen Platten werden sie oft verdeckt, wenn sie nicht bis zur Unterfläche durchgehen, andern Falles erscheinen sie als entlang der Auflagerung laufende Risse in der Unterfläche.

Der Entstehung dieser Schrägrisse wird am sichersten durch Verwendung von unter 45° geneigten Eiseneinlagen begegnet, die am besten vom Auflager nach der Mitte hin fallen, aber auch die entgegengesetzte Neigung haben können, weil für die ganz in Beton eingebetteten Eisen keine Gefahr des Ausknickens vorliegt.

Diese schrägen Einlagen werden am einfachsten durch Aufbiegen der unteren Einlagen nach der Oberkante gewonnen, das bei frei aufgelagerten Tragkörpern möglich ist, weil nach den Enden das Biegungsmoment, also der erforderliche Querschnitt der Zugeinlage abnimmt, das aber bei über den Stützen durchlaufenden Verbundkörpern sogar nötig ist, weil bei diesen die in den Öffnungen unten erforderlichen Einlagen über den Stützen oben liegen müssen. Die Schrägeinlagen können fehlen, wo der Beton für sich allein im Stande ist, die Scherspannungen und die aus diesen hervorgehenden Schrägspannungen aufzunehmen. Die in den preufsischen Bestimmungen zugelassene Scherspannung von 4,5 kg/qcm ist gegenüber der heutigen Herstellungsweise des Beton sehr hoch gegriffen.

Besonders ist zu betonen, dafs die häufig verwendeten, mehr oder weniger genau lotrecht gestellten, mit den Zug- oder Druck-Einlagen nicht fest verbundenen Bügel aus Drähten, oder gar dünnen Bandeisen sehr wenig geeignet sind, die Scherspannungen aufzunehmen. Einen Widerstand leisten sie nur gegen wagerechte Scherspannungen, gegen die lotrechten sind sie nutzlos; aber auch ihr Widerstand gegen die wagerechten wird ein befriedigender nur, wenn man zu ganz anderen Ausbildungen übergeht, als sie jetzt üblich sind. Wie überaus hohe Spannungen die angenommene Wirksamkeit der lotrechten Bügel voraussetzt, und wie verwickelt und ungünstig ihre statischen Verhältnisse sind, hat der Verfasser an anderer Stelle nachgewiesen.*)

Bezüglich der statischen Verfolgung der Aufnahme der Querkräfte ist zu unterscheiden, ob es sich um eine Stelle handelt, an der nur wagerechte Zug- und Druck-Einlagen vorhanden zind, oder ob es möglich ist, die Querkraft durch unter 45° geneigte Eisen aufzunehmen.

V. A. Nur wagerechte Einlagen sind vorhanden.

Für diesen Fall führt die Untersuchung der Kraft zum Ziele, die die Zugeiseneinlagen für die Längeneinheit aus dem Beton zu ziehen sucht. Bei der Länge nach veränderlicher Längskraft D hängt diese von der Veränderung von D und M ab. Wenn aber D auch veränderlich ist, so pflegt diese Veränderlichkeit für die Längeneinheit in allen Fällen der Bauausführung doch eine so geringe zu sein, dafs sie vernachlässigt werden kann; ist sie unveränderlich, so hat sie auch theoretisch keinen Einflufs auf die die Einlage lösende Kraft, die demnach in allen Fällen als allein von der Veränderlichkeit des Biegungsmomentes abhängig angesehen werden kann.

*) Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen 1902, S. 243.

Denkt man sich in Abb. 1 die Mittelkraft aus den bekannten Kräften $\frac{x\,\sigma_b}{2}$ und $(n-1)\,\varphi'\,\sigma_b\,\frac{x-a}{x}$, und deren Hebel d gegen die Zugeinlage ermittelt, so wird das Widerstandsmoment des Querschnittes gemessen durch $Z\,d = \sigma_e\,\varphi\,d$, also mufs $Z\,d = M$ sein. Differenziert man diese Gleichung nach der Körperlänge z, so erhält man als Veränderung für die Längeneinheit $\frac{d\,(Z\,d)}{d\,z} = \frac{d\,M}{d\,z}$, oder da $\frac{d\,M}{d\,z} = Q$, und d unveränderlich ist: $\frac{d\,Z}{d\,z} = \frac{Q}{d}$. Nun mufs $\frac{d\,Z}{d\,z}$ durch die Haftfestigkeit der Längeneinheit der Eiseneinlage im Beton aufgenommen werden, daraus folgt die Haftspannung der Zugeiseneinlage im Beton mit:

V A. 1) $$\tau_2 = \frac{f\,Q}{\varphi\,d\,u},$$

da je eine Einlage des Querschnittes f und der Umfangsfläche u in der Teilung $b = f/\varphi$ wiederkehrt, und Q auf die Tiefeneinheit bezogen ist.

Dieselbe Kraft, die das Eisen aus dem Beton zu ziehen sucht, mufs nun durch die Scherfestigkeit des Beton nach der Druckseite übertragen werden, um hier den ihr gleichen Betrag der Druckspannungen aufzuheben. Demnach entsteht auf der ganzen Höhe $h - a - x$ bis zur Unterkante der Druckzone in wagerechten, wie in lotrechten Ebenen die Scherspannung:

V. A. 2) $$\tau_1 = \frac{Q}{d},$$

die zugleich auch als gröfste Schrägspannung auftritt. Es ist zu empfehlen, diese Spannung nicht über 2,5 kg/qcm steigen zu lassen, und da, wo dieser Wert überschritten wird, mit der zweiten Art der Aufnahme der Querkraft durch Schrägeisen zu beginnen.

V. B. Aufnahme der Querkraft durch Schrägeisen.

Wird die nach den vorstehenden Angaben berechnete Scherspannung $\tau_1 > 2{,}5$ kg/qcm, so fange man an, die unten liegenden Einlagen unter 45° nach oben zu ziehen. Der Querschnitt φ'' dieser Schrägeisen wird berechnet, indem man zuerst dem Beton wieder 2,5 kg/qcm Scherspannung auferlegt, also für die Querkraft Q nach:

V. B. 1) $$\varphi'' = \frac{1{,}414\,(Q - 2{,}5\,d)}{s_e}.$$

Da Q in der Nähe der Stützen am gröfsten wird, so wird auch φ'' hier am gröfsten, das heifst, die schräg hinaufgezogenen Eisen müssen in der Nähe der Stützen am dichtesten liegen, in der Nähe der Mitte der Öffnungen können sie auf gewisse Strecken nach V A. ganz fehlen.

Auf die Längeneinheit mufs auf diese Schrägeisen die Änderung von Q, der Regel nach q, übertragen werden. Die auf die Einlage zu übertragende Kraft ist also unter Berücksichtigung der oben festgelegten Verteilung auf Beton und Eisen $1{,}414 \,.\, q \,.\, \frac{Q - 2{,}5\,d}{Q}$, oder für eine Teilung der Einlagen des Querschnittes f nun $f/\varphi'' \,.\, 1{,}414 \,.\, q \,.\, \frac{Q - 2{,}5\,d}{Q}$. Die Umfangfläche eines Schrägeisens für die Längeneinheit ist 1,414 u, also ist die auftretende Ausscherspannung der Schrägeisen:

V. B. 2) $$\tau_2'' = \frac{f\,q}{\varphi''\,u} \cdot \frac{Q - 2{,}5\,d}{Q},$$

welche die zulässige Haftspannung nicht übersteigen darf. Demnach hat man zur Minderung der Gefahr des Ausscherens der Eisen aus dem Beton ein Mittel, indem man die Zahl der Eisen unter entsprechender Verkleinerung des Querschnittes des einzelnen Eisens vermehrt.

Zieht man alle in der Mitte der Öffnung unten liegenden Eisen nach und nach in bezüglich der Zahl der Eisen wachsenden Gruppen nach oben, so dafs über den Lagern alle Eisen oben sind, so erzielt man in der Regel eine Aufnahme der Querkräfte, die das tatsächliche Erfordernis übersteigt. In einem solchen Falle ist es empfehlenswert, diejenigen Eisen, die nicht zur Aufnahme der Querkräfte nach oben gezogen zu werden brauchen, unten liegen zu lassen. Hat man zwei Reihen von Einlagen, so ist die Erzielung des erforderlichen Querschnittes φ'' um so leichter, indem man gleichzeitig die oberen Eisen nach unten und die unteren nach oben zieht; dabei werden die ersteren, nach der Mitte zu steigenden auf Druck beansprucht, was wegen der Einhüllung in den Beton unbedenklich ist.

Die Gröfse des Momentenhebels d ist zur Benutzung dieser Formeln aus den angegebenen, bekannten Kräften zu ermitteln (Abb. 1). Ist keine Druckeinlage φ' vorhanden, so ist $d = h - a - x/_3$.

VI. Rippenkörper.

Rippen-Tragkörper unterscheiden sich theoretisch von den früher behandelten vollen Platten nicht, denn sie entstehen aus jenen dadurch, dafs man die keine Zugeinlagen enthaltenden, gezogenen Teile des Betonkörpers, die oben nicht in Rechnung gestellt sind, nun tatsächlich wegläfst. Der ganze Erfolg ist entsprechende Verminderung des Eigengewichtes, übrigens bleiben die statischen Verhältnisse unverändert, somit kann man die früher entwickelten Fälle ohne weiteres auf die Rippen-Verbundkörper anwenden. Ergänzend kommt nur hinzu, dafs der gewöhnlich aus mehreren Einzeleisen bestehende Einlagenquerschnitt f einer Rippe den Einheitsbedarf φ auf die Breite einer Rippenteilung zu decken hat, somit folgt die Rippenteilung b aus $b\,\varphi = f$ mit:

VI. 1) $$b = f/\varphi.$$

Die lotrechte und wagerechte Scherspannung im Beton wird bei der Rippenbreite b_0 gemäfs V. A. 2) nun

VI. 2) $$\tau_1 = f/\varphi\,\frac{Q}{d\,b_0},$$

oder wenn τ_1 die zulässige Scherspannung ist, mufs sein:

VI. 3) $$b_0 = \frac{f\,Q}{\varphi\,d\,\tau_1}$$

Die Haftspannung wagerechter Einlagen folgt aus V. A. 1).

Die Festlegung der schräg gezogenen Einlagen und die der Haftspannungen bleibt die unter V B 1) und 2) angegebene, wenn man zu V B 1) berücksichtigt, dafs der Querschnitt der in den Rippen schräg gezogenen Eisen:

$$\text{VI. 4)} \qquad f'' = 1{,}414\,\frac{Q\,\dfrac{f}{\varphi} - d\,b_0\,2{,}5}{s_e}\,;\quad \varphi'' = \frac{f''}{b}$$

betragen mufs. Sollte die Querkraft gleich für eine ganze Rippenteilung ermittelt sein, so stellt dieser Wert $Q\,\dfrac{f}{\varphi}$ dar.

Die Haftspannung der heraufgezogenen Eisen ist:

$$\text{VI. 5)} \qquad \tau_2'' = \frac{q\,\dfrac{f}{\varphi}\,\dfrac{Q\,f/\varphi - d\,b_0\,2{,}5}{Q\,f/\varphi}}{u''}.$$

Die Deckplatte erhält so diejenige Dicke $h^1 = x$, die sie befähigt, voll als Druckgurt des T-förmigen Querschnittes einer Rippenteilung zu wirken. Nun hat die Deckplatte des Rippenkörpers aber noch eine zweite Aufgabe zu erfüllen, sie mufs als tragende Platte unter der wirkenden Last von Rippe zu Rippe quer zu den Rippen wirken. Bemifst man nun die Dicke der Deckplatte nach dem einen dieser beiden Gesichtspunkte, so entspricht sie im allgemeinen dem andern nicht, und da man die gröfsere der beiden geforderten Stärken auszuführen hat, so wird die Platte in einer der beiden Beziehungen nicht ausgenutzt.

Deshalb soll nun noch gezeigt werden, wie die Rippenplatten in solcher Weise ausgestattet werden können*), dafs die obere Platte als Tragplatte von Rippe zu Rippe und als Druckgurt des Rippenquerschnittes grade genügt und voll ausgenutzt wird. Für die Deckplatte sollen dabei wieder die oben angegebenen Bezeichnungen, jedoch unter Hinzufügung des Kopfzeichens 1 benutzt werden.

Zunächst ermittele man M und D für den ganzen Rippenkörper und dann je nach Lage des Falles gemäfs IV. A. a) oder B. a) mit ihren Sonderfällen die Höhe x der Druckzone, die nun zugleich die ganze Stärke der oberen Tragplatte, also h^1 sein soll; ebenso berechne man dem Falle entsprechend die ganze Rippenhöhe h und den Querschnitt der Zugeinlage φ für die Tiefeneinheit.

Da nun für die obere Platte $h^1 = x$ bekannt ist, so folgt für alle Fälle die Höhe x^1 der Druckzone der Deckplatte aus:

$$\text{VI. 6)} \qquad x^1 = \frac{h^1 - a^1}{1 + m}.$$

und der Querschnitt φ^1 der Zugeinlage je nach Lage des Falles aus den Lösungen IV. A. a) oder B. a) mit den Sonderfällen.

Damit sind nun alle Querschnittsgröfsen der Deckplatte als Tragplatte bekannt, also kann nach IV. A. c) oder B. c) und den Sonderfällen davon berechnet werden, welches Moment M^1 und welche Längskraft D^1 die Deckplatte mit ihren Abmessungen tragen kann. Anderseits sind die Art der Lagerung der Platte und ihre Belastung bekannt, die wohl ausnahmslos einem der Sonderfälle $D^1 = 0$ entsprechen wird. Ist die Rippenteilung b, so hat bei der Belastung q^1 das gröfste Angriffsmoment jedenfalls die Form $k\,q^1 b^2$, und da nun die Gröfse M^1 bekannt ist, die dieses Moment erreichen darf, so folgt die auszuführende Rippenteilung aus:

$$\text{VI. 7)} \qquad b = \sqrt{\frac{M^1}{k\,q^1}}\ ^{*)}$$

und die Zugeinlage einer Rippe aus

$$\text{VI. 8)} \qquad f = b\,\varphi.$$

Bezüglich der Gröfsen k und q^1 mag angeführt werden, dafs sie für ungünstigste Aufstellung der gleichmäfsig verteilten Verkehrslast p, für die Eigenlast g und für die ganze Last q zu setzen sind:

VI. 9)

$M = k\,q^1\,b_2$	k	q^1
in einem Mittelfelde . .	1/40	$q + 2\,p$
in einem Seitenfelde . .	1/50	$4\,q + p$
über einer Stütze	— 1/10	q

Diese Werte sind nicht für alle Fälle ganz scharf, geben aber genügende Annäherung.

Damit sind die Abmessungen der Deckplatte in den Öffnungen und die Rippenteilung so festgelegt, dafs die Platte in beiden Richtungen voll ausgenutzt wird. Da die durchlaufenden Platten ihre gröfsten Momente aber in der Regel über den Stützen erleiden, so müssen hier meist Verstärkungen vorgenommen werden, die etwa in den Vierteln der Rippenteilung b beginnend, als Ausschrägungen der Platte gegen die Rippen erscheinen, und zugleich die Aufnahme der aus den Querkräften erwachsenden Scherspannungen verbessern.

Für diese Verstärkung der Platte in Rippenmitte sind die folgenden Gesichtspunkte mafsgebend. Über der Rippe ist das Moment M^1_1, in der Regel $= -\dfrac{q^1\,b^2}{10}$, bekannt, ebenso der nur in seltenen Fällen auftretende Druck D^1; die nach oben gezogene Zugeinlage φ^1 und die nach unten gezogene Druckeinlage φ'^1 sollen dieselben bleiben, wie in den Öffnungen, da die Änderung der Einlagen unbequem wäre, auch wird die zulässige Eisenspannung s_e beibehalten, folglich sind die Unbekannten, nach denen die allgemeinen Gleichungen zu lösen sind: die ganze Plattenhöhe h^1_1 in Rippenmitte, die Höhe x^1_1 der untern Druckzone und die Betondruckspannung $\sigma_b{}^1$.

Der Fall B zweier gleicher Einlagen braucht nicht behandelt zu werden, da er bezüglich der Deckplatte eines Rippenkörpers wohl nie vorkommt.

Für den Fall A. des Vorhandenseins einer bekannten Druckeinlage φ'^1 liefern die allgemeinen Gleichungen nach Einführung der neuen Bezeichnungen:

$$\text{Gl. 2)} \quad \sigma_b{}^1 = \frac{D^1 + \varphi^1\,s_e}{\dfrac{x^1_1}{2} + (n-1)\,\varphi'^1\,\dfrac{(x^1_1 - a^1)}{x^1_1}}.$$

Wird Gl. 1) nach $h^1_1 - a^1$ gelöst und in diese Lösung der gefundene Wert von $\sigma_b{}^1$ eingesetzt, aufserdem noch a^1 abgezogen, so folgt:

*) Deutsche Bauzeitung 1905, S. 4, 26, 30, 144.

*) Über die Gröfsen k und q^1 vergleiche Deutsche Bauzeitung 1905, S. 4, 26, 30, 144.

$$h^1_1 - 2\,a^1 = x^1_1 + \frac{s_e\left[\frac{{x^1_1}^2}{2} + (n-1)\,\varphi'^1\,(x^1_1 - a^1)\right]}{n\,(D^1 + \varphi^1\,s_e)} - a^1.$$

Werden ferner diese Werte von $\sigma_b{}^1$ und $h^1_1 - 2\,a^1$ in Gl. 3c) eingesetzt, so entsteht die von den Unbekannten nur x^1_1 enthaltende Gleichung:

$$M^1_1 - \left(\frac{D^1}{2} + \varphi^1\,s_e\right)\left[x^1_1 + \frac{s_e\left[\frac{{x^1_1}^2}{2} + (n-1)\,\varphi'^1\,(x^1_1 - a^1)\right]}{n\,(D^1 + \varphi^1\,s_e)} - a^1\right] - \frac{x^1_1\,(3a^1 - x^1_1)}{6}\,\frac{D^1 + \varphi^1\,s_e}{\frac{x^1_1}{2} + (n-1)\,\varphi'^1\,\frac{x^1_1 - a^1}{x^1_1}} = 0.$$

Wird diese Gleichung nach Potenzen von x^1_1 geordnet und dabei $\dfrac{D^1 + \varphi^1\,s_e}{\frac{D^1}{2} + \varphi^1\,s_e} = \varrho$ gesetzt, so folgt der Gleichungsatz zur Berechnung der drei Unbekannten:

VI. A.

$$\left\{\begin{aligned}
&-{x^1_1}^4\,\frac{s_e}{4} - {x^1_1}^3\left\{\frac{n}{2}\,(D^1 + \varphi^1\,s_e)\left[1 - \frac{\varrho}{3}\right] + (n-1)\,\varphi'^1\,s_e\right\} + {x^1_1}^2\left\{\frac{n}{2}\left[\varrho\,M^1_1 - (D^1 + \varphi^1\,s_e)\,[2\,(n-1)\,\varphi'^1\right.\right.\\
&\left.\left. + a^1\,(\varrho - 1)\,]\right] + (n-1)\,\varphi'^1\,s_e\left[a^1 - (n-1)\,\varphi'^1\right]\right\} + x^1_1\,n\,(n-1)\,\varphi'^1\left\{\varrho\,M^1_1 + 2a^1\left[D^1 + s_e\,(\varphi^1\right.\right.\\
&\left.\left. + \frac{(n-1)}{n}\,\varphi'^1)\right]\right\} - n\,(n-1)\,a^1\,\varphi'^1\left\{\varrho\,M^1_1 + a^1\left[D^1 + s_e\,(\varphi^1 + \frac{n-1}{n}\,\varphi'^1)\right]\right\} = 0;\\
&\sigma_b{}^1 = \frac{D^1 + \varphi^1\,s_e}{\frac{x^1_1}{2} + (n-1)\,\varphi'^1\,\frac{x^1_1 - a^1}{x^1_1}};\quad h^1_1 = a^1 + x^1_1\left[1 + \frac{s_e}{n\,\sigma_b{}^1}\right].
\end{aligned}\right.$$

Im Sonderfalle α), $\varphi'^1 = D^1 = 0$, ist $\varrho = 1$, und der Lösungsatz lautet:

VI. A. α)

$$\left\{\ x^1_1 = \frac{2}{3}\,n\,\varphi^1\left\{\sqrt{1 + \frac{9\,M^1_1}{2\,n\,{\varphi^1}^2\,s_e}} - 1\right\};\ \sigma_b{}^1 = \frac{2\,\varphi^1\,s_e}{x^1_1};\ h^1_1 = a^1 + x^1_1\left[1 + \frac{s_e}{n\,\sigma_b{}^1}\right].\right.$$

Bei den vorkommenden Aufgaben ist dieser Fall α) der weitaus häufigste.

Für den Sonderfall β) $\varphi'^1 = 0$, $D^1 > 0$, vereinigt sich der allgemeine Lösungssatz VI. A. zu:

VI. A. β)

$$\left\{\begin{aligned}
&x^1_1 = \frac{n\,\varrho}{6\,s_e}\,(D^1 + 4\,\varphi^1\,s_e)\left\{\sqrt{1 + \frac{36\,s_e\,(2\,M^1_1 - D^1\,a^1)}{n\,\varrho\,(D^1 + 4\,\varphi^1\,s_e)^2}} - 1\right\};\\
&\sigma_b{}^1 = 2\,\frac{D^1 + \varphi^1\,s_e}{x^1_1};\quad h^1_1 = a^1 + x^1_1\left[1 + \frac{s_e}{n\,\sigma_b{}^1}\right].
\end{aligned}\right.$$

Der Sonderfall γ), $\varphi'^1 > 0$, $D^1 = 0$, liefert $\varrho = 1$ und den Lösungsatz:

VI. A. γ)

$$\left\{\begin{aligned}
&-{x^1_1}^4 - {x^1_1}^3\,4\left\{\frac{n\,\varphi^1}{3} + (n-1)\,\varphi'^1\right\} + {x^1_1}^2\,4\,n\left\{\frac{M^1_1}{2\,s_e} - (n-1)\,\varphi'^1\left[\varphi^1 + \frac{a^1 - (n-1)\,\varphi'^1}{n}\right]\right\}\\
&+ x^1_1\,8\,n\,(n-1)\,\varphi'^1\left\{\frac{M^1_1}{2\,s_e} + a^1\left[\varphi^1 + \frac{n-1}{n}\,\varphi'^1\right]\right\} - 4\,n\,(n-1)\,a^1\,\varphi'^1\left\{\frac{M^1_1}{s_e} + a^1\left[\varphi^1 + \frac{n-1}{n}\,\varphi'^1\right]\right\} = 0;\\
&\sigma_b{}^1 = \frac{2\,\varphi^1\,x^1_1\,s_e}{{x^1_1}^2 + 2\,(n-1)\,\varphi'^1\,(x^1_1 - a^1)};\quad h^1_1 = a^1 + x^1_1\left[1 + \frac{s_e}{n\,\sigma_b{}^1}\right].
\end{aligned}\right.$$

Da für alle Lösungen VI. A. die Druckzone x^1_1 unten, die Zugeinlage φ^1 oben eingeführt ist, so ist das an sich negative Stützenmoment M^1_1 positiv in die Formeln einzusetzen.

Die Höhe h^1_1 wird in der Rippenmitte von Plattenoberkante nach unten abgesetzt, und das untere Ende wird mit den Punkten verbunden, welche in den Vierteln der Rippenteilung b in der Unterkante der mittlern Plattendicke x^1 liegen; so ergibt sich die nötige Ausschrägung der Deckplatte gegen die Rippen.

Die Aufnahme der Querkräfte folgt sowohl bezüglich der Deckplatte, als auch der Rippen ganz den unter V und VI 2) bis 5) gegebenen Regeln; zu beachten ist nur, dafs sich f in den Rippen in der Regel aus mehreren dünnen Eisen zusammen setzen wird, dafs also auch der Umfang u der Längeneinheit mehrerer Eisen entspricht. Da u mit der Zahl der f bildenden Einzeleisen wächst, so ist es für Erniedrigung der Haftspannung günstig, die Rippeneinlage aus vielen dünnen Einzeleisen zu bilden.

In einer Fortsetzung dieses Aufsatzes soll die Anwendung der gegebenen Formeln auf bestimmte Einzelfälle durch Vorführung einer Reihe von Zahlenbeispielen gezeigt werden.

VII. Ersatzhaftkräfte.

Namentlich bei Trägern auf zwei Stützen wirken an den Enden vergleichsweise grofse Querkräfte, die mit den vorstehend erörterten Mitteln aufgenommen werden. In vielen Berechnungen findet man nun, dafs diese Querkräfte in vollem Betrage benutzt werden, um die Haftspannungen an den im Balken- oder Platten-Ende verbliebenen unteren Zugeinlagen zu berechnen und danach Eiseneinlagen für sogenannte »Ersatzhaftkräfte« festzusetzen, sodafs dann in manchen Fällen an den Enden mehr Eisen liegt, als in der Mitte. Diese Berechnungsgrundlage ist nur dann richtig, wenn ausschliefslich wagerechte Einlagen vorhanden sind, deshalb die ganze Querkraft wirklich von der Scherwirkung im Beton aufgenommen, aus diesem also mittels der Haftspannungen in entsprechender Weise auf die Einlagen übertragen werden mufs. Sind aber schräg gezogene Eisen da, so wird nur ein Teil der Querkraft vom Beton aufgenommen, mehr braucht dann aber auch nicht durch Übertragung mittels der Haftspannung in die unten verbleibenden Einlagen gedeckt zu werden. Der von den schräg gezogenen Einlagen aufgenommene Teil der Querkraft hat mit den Zugeinlagen nichts zu tun. Die Aufnahme des Biegungsmomentes erfolgt in diesem Trägerteile zum Teile durch die mittels der Haftspannung in die Zugeinlagen übertragene Kraft, zum Teile durch die wagerechte Seitenkraft der Spannkraft der Schrägeisen.

Hiernach ergibt sich am Ende der ersten Einheit der Trägerlänge, wo das Moment $M = A \,.\, 1 = Q \,.\, 1$ ist, bezüglich des Verhältnisses des vom Beton aufgenommenen Teiles der Querkraft zu der Haftspannung der geraden Eiseneinlagen das folgende.

Ist in der Teilung b eine Rippenbreite b_0 vorhanden, so steht für 1 cm Breite des Tragkörpers nur $1 \dfrac{b_0}{b} = 1 \,.\, \psi$ zur Aufnahme von Querkraft im Beton zur Verfügung. Die Höhe des Querschnittes, der Querkraft aufnimmt, ist etwas zu klein, also zu ungünstig berechnet $= h - 2a$, also kann der Beton an Querkraft aufnehmen: $\psi \,.\, 1 \,.\, (h - 2a)\, \tau_1$, und von den schräg gezogenen Eisen mufs dann $Q - \psi \tau_1 (h - 2a)$ aufgenommen werden; für volle Platten ist $\psi = 1$ und $\psi \tau_1 (h - 2a)$ meist schon $> Q$, so dafs keine Schrägziehung nötig ist. Die Scherkraft im Beton für die Körpertiefe 1 ist dann in lotrechter, wie in wagerechter Ebene $\psi \tau_1$.

Bestehen nun die Einlagen aus Eisen des Querschnittes f und bleibt von der ganzen Einlage φ für 1 cm Körpertiefe unten der Teil φ_1 liegen, so wiederholt sich ein volles Eisen in der Teilung $b_1 = f : \varphi_1$; auf diese Teilung sind dann $f = \alpha i^2$ qcm Querschnitt vorhanden, die Querabmessung eines Eisens ist $i = \sqrt{f : \alpha}$, der auf b_1 Teilung vorhandene Eisenumfang u ist $\beta i = \beta \sqrt{f : \alpha}$, somit der auf die Tiefe 1 vorhandene Eisenumfang $u_1 = \beta \sqrt{f : \alpha} : b_1 = \dfrac{\beta \sqrt{f} \,.\, \varphi_1}{\sqrt{\alpha f}} = \dfrac{\beta \varphi_1}{\sqrt{\alpha f}}$.

α ist für den Kreis $= \pi : 4$, für das Quadrat $= 1$;
β « « « $= \pi$, « « $= 4$.

Auf die Längen- und Tiefen-Einheit mufs durch Haftspannung $\psi \tau_1$ aufgenommen werden, zur Verfügung steht die Umfangsfläche $u_1 = \dfrac{\beta \varphi_1}{\sqrt{\alpha f}}$, somit mufs bei sicherer Aufnahme des Querkraftteiles $\psi \tau_1 (h - 2a)$ durch den Beton für die geradlinig durchgeführte Zugeinlage die Gleichung bestehen:

VII. 1) $$\psi \tau_1 = \frac{\beta \varphi_1 \tau_2}{\sqrt{\alpha f}} \text{ mit den Lösungen } \varphi_1 = \frac{\psi \tau_1 \sqrt{\alpha f}}{\beta \tau_2}$$
$$\text{oder } \tau_2 = \frac{\psi \tau_1 \sqrt{\alpha f}}{\beta \varphi_1},$$

je nachdem man den Querschnitt φ_1 aus der zulässigen Haftspannung τ_2, oder die auftretende Haftspannung τ_2 aus dem vorhandenen Querschnitte φ_1 berechnen will.

Werden keine besonderen Eiseneinlagen an den Enden zugefügt, so ist bei dieser Verteilung der Querkraft die Spannung in den schräg gezogenen Eisen:

VII. 2) $$\sigma_e'' = \frac{Q - \psi \tau_1 (h - 2a)}{\varphi - \varphi_1}.$$

Die Untersuchung der Aufnahme der Biegungsmomente am Trägerende zugleich durch die Spannkraft der geradlinig zu Ende geführten und die wagerechte Seitenkraft der Spannkraft der schräg gezogenen Eisen führt zu umständlichen Rechnungen, die praktisch wenig Bedeutung haben, weil die Aufnahme der Momente hier in der Regel reichlich gesichert ist. Diese Berechnungen sollen deshalb hier nicht weiter behandelt werden.

VIII. Anwendungsbeispiele mit Zahlenrechnung.

Die nachfolgenden Zahlenbeispiele sind so gewählt, dafs sie für das Eisenbahnwesen bedeutungsvolle Aufgaben behandeln, eine möglichst vielseitige Verwendung der mitgeteilten Formeln ergeben und vielfache Hinweise auf für die Ausführung wichtige Umstände zulassen.

VIII. A. Volle Verbunddecke.

Eine flache Verbunddecke ist für $p = 400$ kg/qm $= \underline{0{,}04 \text{ kg/qcm}}$ Nutzlast auf zwei gleichlaufenden Tragwänden herzustellen, die $l = 470$ cm Stützweite ergeben. Zunächt soll angenommen werden, dafs es möglich sei, die Decke in beiden Wänden völlig fest einzuspannen. Bei 18 cm geschätzter mittlerer Dicke wird die später nachzuprüfende Eigenlast zu $g = 0{,}01 \,.\, 0{,}01 \,.\, 0{,}18 \,.\, 2400 = \underline{0{,}043 \text{ kg/qcm}}$ bei 2400 kg/cbm Gewicht des Kiesbeton mit Eiseneinlage eingeführt. Das Moment eines 1 cm tiefen Streifens ist mitten für die ganze Last $q = 0{,}04 + 0{,}043 = \underline{0{,}083 \text{ kg/qcm}}$ $M_m = \dfrac{q l^2}{24} = \dfrac{0{,}083 \,.\, 470^2}{24} = 765 \dfrac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$ und an der Auflagerung $M_s = -\dfrac{q l^2}{12} = -\dfrac{0{,}083 \,.\, 470^2}{12} = -1530 \dfrac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$.

Als zulässige Spannungen werden zur Vermeidung grofser Durchbiegungen eingeführt: $s_b = 35$ kg/qcm, $s_e = 1000$ kg/qcm, dementsprechend $E_e = 2100000$ kg/qcm, $E_b = 170000$ kg/qcm, also $n = \dfrac{2100000}{170000} = 12{,}4$, $m = \dfrac{1000 \,.\, 170000}{35 \,.\, 2100000} = 2{,}3$,

$m + 1 = 3{,}3, \quad 2 + 3\,m = 8{,}9, \quad r = \frac{35}{1000} = 0{,}035.$
Da es sich um schwache Einlagen handelt, wird a = 2 cm gesetzt, um noch sichere Einhüllung zu erzielen.

Die Platte soll ohne Druckeinlagen gebildet werden, Druck hat sie nicht aufzunehmen, also entspricht sie mit $D = \varphi' = 0$ dem Falle IV A. a. α) und liefert für die Mitte:

$$x = \sqrt{\frac{6 . 765}{8{,}9 . 35}} = 3{,}84 \text{ cm}; \; h = 2 + 3{,}3 . 3{,}84 = \underline{14{,}65 \text{ cm}}$$

und $\varphi = 0{,}035 . \frac{3{,}84}{2} = 0{,}067 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$. 1 cm dicke runde Einlagen haben $f = \frac{1^2\pi}{4} = 0{,}785$ qcm, die Teilung dieser Einlagen mufs sein $b = \frac{0{,}785}{0{,}067} = \underline{11{,}7 \text{ cm.}}$

In der Einspannung am Wandauflager wird:

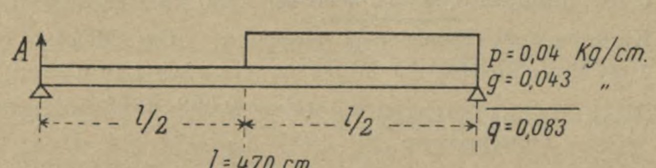
$$x = \sqrt{\frac{6 . 1530}{8{,}9 . 35}} = 5{,}42 \text{ cm}; \; h = 2 + 3{,}3 . 5{,}42 = \underline{19{,}9 \text{ cm}};$$

$\varphi = 0{,}035 \frac{5{,}42}{2} = 0{,}095 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$, sodafs die Teilung der 1 cm dicken Einlagen hier $b = \frac{0{,}785}{0{,}095} = \underline{8{,}3 \text{ cm}}$ wird. Diese Teilung ist entweder unter zu starkem Eisenaufwande ganz beizubehalten, oder es sind an den Einspannrändern Eisen zwischen die der Teilung von 11,7 cm einzulegen, die etwa im Viertel der Spannweite umgebogen werden und aufhören.

Die durchschnittliche Dicke der Decke ist kleiner, als $\frac{14{,}65 + 19{,}9}{2} = 17{,}275$ cm, also ist das Eigengewicht reichlich hoch eingeführt.

Die gröfste Querkraft am Auflager ist $Q = \frac{0{,}083 . 470}{2} = 19{,}5$ kg/cm; da keine Druckeinlage vorhanden ist, folgt nach V am Schlusse $d = h - a - \frac{x}{3} = 19{,}9 - 2 - \frac{5{,}42}{3} = 16{,}1$ cm, somit die Scherspannung im Beton V. A. 2) $\tau_1 = \frac{19{,}5}{16{,}1} = 1{,}21$ kg/qcm die vom Beton ohne Hülfe des Eisens aufgenommen wird. Trotzdem müssen alle in der Mitte unten liegenden Eisen nach den Enden hin nach oben gezogen werden, da die Zugspannungen der Einspannung oben wirken. Die gröfste Querkraft in der Mitte ist bei der Belastung nach Textabb. 2: $Q = A = \frac{3}{32}\,pl = \frac{3 . 0{,}04 . 470}{32} = 1{,}76$ kg/cm, hier ist $d = h - a - \frac{x}{3} = 14{,}65 - 2 - \frac{3{,}84}{3} = 11{,}37$, somit die Scherspannung im Beton V. A. 2) $\tau_1 = \frac{1{,}76}{11{,}37} = 0{,}155$ kg/qcm, und bei $u = 1 . \pi = 3{,}14 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$ nach V. A. 1) $\tau_2 = \frac{0{,}785 . 1{,}76}{0{,}067 . 11{,}37 . 3{,}14} = 0{,}058$ kg/qcm. Die Scher- und Haft-Spannungen fallen in der vollen Platte somit überall sehr gering aus.

Abb. 2.



Diese Berechnung setzt völlig feste Einspannung der Platte an beiden Tragwänden voraus. Dies kann aber mittels der Gebäudemauern wegen der Nachgiebigkeit gegen verbiegende Momente bei irgend erheblicher Höhe, und wegen der Unmöglichkeit, die Enden der Zugeisen in annähernd unnachgiebige Verbindung mit den Mauern zu bringen, fast nie auch nur annähernd erzielt werden. Die unvermeidliche Nachgiebigkeit hoher Mauern und selbst der sorgfältigsten Befestigungen der Zugeisen in den Mauern entfernt das Plattenende soweit vom Zustande fester Einspannung, dafs von einer solchen kaum die Rede sein kann.

Ein sicherer Grad der Einspannung, nämlich der des durchlaufenden Trägers, ist zu erzielen, wenn man die Decke bei Anordnung mehrerer Räume neben einander durch die stützenden Mauern ununterbrochen durchlaufen lassen kann, aber auch dann ist eben nur der Grad der Einspannung eines durchlaufenden Trägers, nicht völlig feste Einspannung erzielt, die oben angenommen wurde.

Da hiernach die Annahme völliger Einspannung auf sehr schwachen Füfsen steht, namentlich, wenn es sich um blofs einen Raum überspannende Decken handelt, so soll nun an diesem Beispiele gezeigt werden, um wieviel zu schwach die Decken unter der fälschlich gemachten Annahme der festen Einspannung werden.

Ist die Decke frei aufgelagert, so hat sie in der Mitte das Moment $\frac{0{,}083 . 470^2}{8} = 2290 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$ aufzunehmen. Würde sie also nach vorstehender Rechnung mitten mit $h = 14{,}65$ cm, $\varphi = 0{,}067 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$, $\varphi' = 0$, $D = 0$, $M = 2290 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$ ausgeführt, so ergäben sich nach IV A. b. α) die Gröfsen:

$$x = 12{,}4 . 0{,}067 \left\{\sqrt{1 + 2\,\frac{14{,}65 - 2}{12{,}4 . 0{,}067}} - 1\right\} = 3{,}84 \text{ cm};$$

$$\sigma_b = \frac{2 . 2290}{3{,}84\left(14{,}65 - 2 - \frac{3{,}84}{3}\right)} = 105 \text{ kg/qcm}; \; \sigma_e = 12{,}4 . 105\,\frac{14{,}65 - 2 - 3{,}84}{3{,}84} = 3000 \text{ kg/qcm},$$

also wegen des dreifachen Momentes dreifach zu hohe Spannungen. Mit der Annahme der Endeinspannung soll man also sehr vorsichtig sein, sonst rechnet man verdeckt mit zu hohen Spannungen.

Ist die Platte frei aufgelagert, so mufs g wegen der gröfsern Dicke schätzungsweise mit $0{,}01 . 0{,}01 . 0{,}27 . 2400 = 0{,}065$ kg/qcm, also q mit 0,105 und $M = \frac{0{,}105 . 470^2}{8} = 2910 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$ eingeführt werden. Demnach wird nach IV A. a. α) nun $x = \sqrt{\frac{6 . 2910}{8{,}9 . 35}} = 7{,}48$ cm, $h = 2 + 3{,}3 . 7{,}48 = \underline{26{,}6 \text{ cm}}$, $\varphi = 0{,}035\,\frac{7{,}48}{2} = 0{,}131 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$. Drähte von 1 cm Dicke müssen also in $b = \frac{0{,}785}{0{,}131} = \underline{6 \text{ cm}}$ Teilung liegen.

Bezüglich der Scher- und Haftspannungen ist diese Platte nun wegen der gröfsern Dicke noch gesicherter, als die unter der Annahme der Einspannung berechnete.

Es gibt aber ein anderes Mittel, zu geringerer Dicke zu kommen, ohne die Spannungen zu erhöhen, das ist namentlich bei Platten, deren Grundrifs sich nicht allzuweit vom Quadrate entfernt, die vierseitige freie Auflagerung. Für solche Platten kann man mit genügender Schärfe annehmen, dafs die Lasten sich auf die beiden Tragwirkungen im umgekehrten Verhältnisse der dritten Potenzen der Seitenlängen verteilen.

Böte der oben angenommene Raum in der zweiten Richtung 700 cm Stützweite, und wird das Eigengewicht der nun entstehenden Platte mit $g = 0{,}01 . 0{,}01 . 0{,}23 . 2400 = 0{,}055$ kg/qcm, also $q = 0{,}095$ kg/qcm eingeführt, so kommt auf die kurze Traglänge $0{,}095 \frac{7^3}{7^3 + 4{,}7^3} = 0{,}073$ kg/qcm, auf die lange $0{,}095 \frac{4{,}7^3}{7^3 + 4{,}7^3} = 0{,}022$ kg/qcm, daraus folgt das Moment der kurzen Traglänge bei freier Lagerung mit $\frac{0{,}073 . 470^2}{8} = 2010 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$, der langen mit $\frac{0{,}022 . 700^2}{8} = 1350 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$.

Für die kurze Tragrichtung folgt also nach IV A. a. α) $x = \sqrt{\frac{6 . 2010}{8{,}9 . 35}} = 6{,}21$ cm; $h = 2 + 3{,}3 . 6{,}21 = \underline{22{,}5 \text{ cm}}$; $\varphi = 0{,}035 . \frac{6{,}21}{2} = 0{,}109 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$ und bei $\underline{1 \text{ cm}}$ dicken Einlagen $b = \frac{0{,}785}{0{,}109} = \underline{7{,}2 \text{ cm}}$, für die lange Tragrichtung $x = \sqrt{\frac{6 . 1350}{8{,}9 . 35}} = 5{,}09$ cm; $h = 2 + 3{,}3 . 5{,}09 = \underline{18{,}8 \text{ cm}}$; $\varphi = 0{,}035 . \frac{5{,}09}{2} = 0{,}089 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$, also bei $\underline{1 \text{ cm}}$ Durchmesser der Einlagen $b = \frac{0{,}785}{0{,}089} = \underline{8{,}8 \text{ cm.}}$ Die Platte ist also mit 22,5 cm Dicke und 1 cm starken Einlagen mit 7,2 cm Teilung nach der kurzen, mit 8,8 cm Teilung nach der langen Seite zu bilden, in letzterer Richtung ist sie dann etwas zu stark, da sie nur 18,8 cm dick zu sein brauchte.

Die vierseitig frei gelagerte Platte ist also gegen die zweiseitig frei gelagerte von 26,6 cm auf 22,5 cm verschwächt, sie enthält nun aber in 1 qm Grundfläche $\frac{100}{7{,}2} + \frac{100}{8{,}8} = 25{,}3 \frac{\text{m}}{\text{qm}}$ an gekreuzten Einlagen, während die zweiseitig gelagerte $\frac{100}{6} = 16{,}7 \frac{\text{m}}{\text{qm}}$ Einlagen nach einer Richtung erfordert. Über die Ausführung der einen oder andern Lösung entscheidet, wenn vierseitige Lagerung überhaupt möglich ist, der Kostenvergleich.

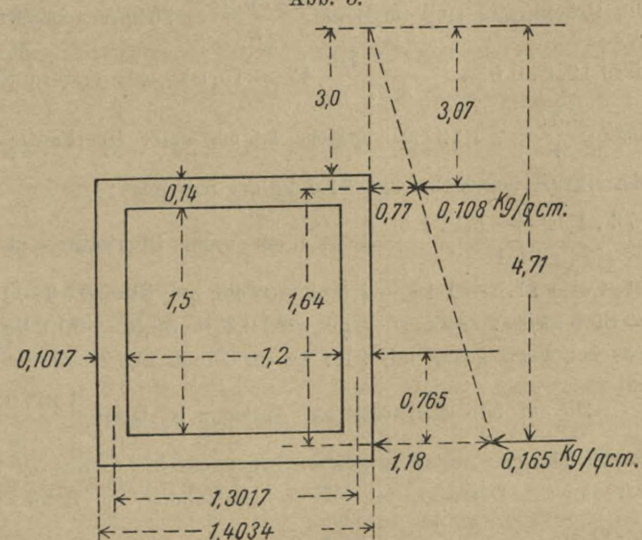
VIII. B. Rechteckiger Plattendurchlafs in einem Eisenbahndamme.

Für den rechteckigen Durchlafs soll höchstens die Sohle an Ort und Stelle eingestampft werden, übrigens besteht er aus fertig einzubringenden seitlichen und Deck-Platten (Textabb. 6). Die Oberkante liegt 40 cm unter Schwellen-Unterkante oder 70 cm unter Schienen-Oberkante. Die ständige Last des Gleises und der Überfüllung kann mit $g = 0{,}01 . 0{,}01 . 0{,}7 . 2000 = 0{,}14$ kg/qcm eingeführt werden. Die Verkehrslast besteht aus einem Schwellendrucke von 10 t, der sich mittels der Querschwellen und Bettung auf $23 + 2 . 40 = 103$ cm Länge und $270 + 2 . 40 = 350$ cm Breite verteilt, also eine Belastung von $p = \frac{10000}{103 . 350} = 0{,}277$ kg/qcm gibt. Die ganze Auflast $q = 0{,}417$ kg/qcm entspricht einer Überschüttung aus gewöhnlichem Boden von $\frac{0{,}417}{0{,}01 . 0{,}01 . 1400} = 3$ m über dem Durchlasse. Die Deckplatte wird zunächst zur annähernden Mafsbestimmung ohne Berücksichtigung der Eigenlast nach IV A. a. α) berechnet. Wegen der vergleichsweise ruhigen Belastung werden eingeführt: $s_b = 45$ kg/qcm, $s_e = 1200$ kg/qcm, $E_e = 2100000$ kg/qcm, $E_b = 160000$ kg/qcm, $n = 13{,}1$, $n - 1 = 12{,}1$, $r = 0{,}0375$, $m = \frac{1}{r . n} = 2{,}04$, $m + 1 = 3{,}04$, $m + 2 = 4{,}04$, $2 + 3\,m = 8{,}12$, $a = 1{,}5$ cm, $(n - 1) . r = 0{,}454$.

Bei $l = 1{,}3$ m gegebener Stützweite der Deckplatte ist $M = \frac{0.417 . 130^2}{8} = 880 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$; $x = \sqrt{\frac{6 . 880}{8{,}12 . 45}} = 3{,}8$; $h = 1{,}5 + 3{,}04 . 3{,}8 = 13{,}1$ cm. Das Eigengewicht ist also $g = 0{,}01 . 0{,}01 . 0{,}14 . 2400 = 0{,}0335$, folglich $q = 0{,}45$ kg/qcm.

Der Durchlafs soll im Lichten 1,5 m hoch, 1,2 m breit sein, die Bauhöhe ist also $1{,}5 + 2 . 0{,}14 = 1{,}78$ m. Der Erdschub wird dargestellt durch das Gewicht eines 1400 kg/cbm wiegenden Erdkörpers, der ein Viertel der Höhe zur Grundlinie hat, er beträgt also nach Textabb. 3 in der Mitte der Decke

Abb. 3.

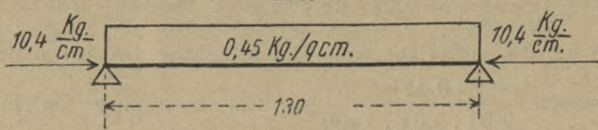


$0{,}01 . 0{,}01 . 0{,}77 . 1400 = 0{,}108$ kg/qcm, in Mitte des Bodens $0{,}01 . 0{,}01 . 1{,}18 . 1400 = 0{,}165$ kg/qcm. Der ganze Erddruck gegen die Seitenwand ist $\frac{0{,}108 + 0{,}165}{2} . 164 = 22{,}4$ kg/cm, er greift $\frac{164}{3} \frac{2 . 1{,}18 + 0{,}77}{1{,}18 + 0{,}77} = 88$ cm unter der Oberkante des Trapezes an, folglich erhält die Decke einen Längsdruck von $22{,}4 \frac{164 - 88}{164} = 10{,}4$ kg/cm, der Boden von $22{,}4 . \frac{88}{164}$

$= 12$ kg/qcm. Das Biegungsmoment der Decke ist bei 130 cm Stützweite nun $\frac{0,45 \,.\, 130^2}{8} = 954 \, \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$.

Die Deckplatte ist also in dem in Textabb. 4 dargestellten

Abb. 4.



Zustande. Wegen des Längsdruckes soll die Decke eine Druckeinlage erhalten, die zu $\varphi' = 0,05 \, \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$ bei a $= 1,5$ cm festgesetzt wird. Die doppelte Einlage ist für die Handhabung der fertigen Platten günstig. Es handelt sich also nun um den Fall IV A. a), für den sich ergibt:

$$-x^3 \frac{8,12}{6} + x^2 \,.\, 3,04 \left\{ \frac{10,4}{2 \,.\, 45} - 12,1 \,.\, 0,05 \right\} +$$

$$x \left\{ \frac{2 \,.\, 954 - 10,4 \,.\, 1,5}{2 \,.\, 45} + 4,04 \,.\, 12,1 \,.\, 1,5 \,.\, 0,05 \right\} = 12,1 \,.\, 0,05 \,.\, 1,5^2$$

$$\text{oder} \; - x^3 \,.\, 1,37 - x^2 \,.\, 1,49 + x \,.\, 21 = 1,36,$$

$$\text{oder} \; - x^3 - x^2 \,.\, 1,085 + x \,.\, 15,3 = 0,99.$$

Setzt man $x = 3$ ein, so ist die linke Seite $+ 9,15$, für $x = 4$ wird sie $- 20,2$, sie soll aber $+ 0,99$ sein. Eine einfache Zwischenrechnung gibt die Lösung der Gleichung mit $x = 3,37$ cm; $h = 1,5 + 3.04 \,.\, 3,37 = \overline{11,7 \text{ cm}}$; $\varphi = 0,0375$ $\left(\frac{3,37}{2} + 12,1 \, \frac{3,37 - 1,5}{3,37} \, 0,05 \right) - \frac{10,4}{1200} = 0,067 \, \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$.

Die Druckkräfte sind im Beton $\frac{45 \,.\, 3,37}{2} = 76$ kg/cm, im Druckeisen $12,1 \,.\, 0,05 \,.\, \frac{3,37 - 1,5}{3,37} \, 45 = 15,1$ kg/cm, erstere Kraft liegt $\frac{3,37}{3} = 1,12$ cm, letztere 1,5 cm unter Oberkante, die Mittelkraft beider beträgt 91,1 kg/cm und liegt:

$\frac{76 \,.\, 1,12 + 15,1 \,.\, 1,5}{91,1} = 1,18$ cm unter Oberkante. d beträgt also $11,7 - 1,18 - 1,5 = 9,02$ cm, φs_e ist $= 0,067 \,.\, 1200 = 80,5$ kg/cm, somit $D + \varphi s_e = 10,4 + 80,5 = 90,9$ kg/cm, was genügend genau mit 91,1 kg/cm Druck übereinstimmt.

Die gröfste Querkraft am Auflager ist $Q = \frac{130 \,.\, 0,45}{2} = 29,2$ kg/cm, wegen zu grofsen Eigengewichtes etwas zu hoch berechnet. Demnach ist die Scherspannung im Beton nach V. A. 2) $\tau_1 = \frac{29,2}{9,02} = 3,25$ kg/qcm. Da das 2,5 kg/qm übersteigt, ist das Heraufziehen einiger der unteren Eisen nach oben zu empfehlen, nach V. B. 1) ist der Querschnitt der heraufzuziehenden Eisen $q'' = \frac{1,414 \, (29,2 - 2,5 \,.\, 9,02)}{1200} = 0,0079$ qcm/cm. Für Drähte von 8 mm Durchmesser ist: $f = \frac{0,8^2 \,.\, \pi}{4} = 0,5$ qcm, dabei erhalten die oberen Druckeisen die Teilung $b = \frac{0,5}{0,05} = \underline{10 \text{ cm}}$, die unteren Zugeisen b $= \frac{0,5}{0,067} = \underline{7,5 \text{ cm}}$ und die heraufgezogene Eisen von $\frac{0,5}{0,0079} = \underline{63,5 \text{ cm}}$, also braucht nur jedes $\frac{63,5}{7,5} = 8,5$. Zugeisen nach oben gezogen zu werden. Die Querkraft am Ende der ersten Schrägziehung ist noch $29,2 - 9,02 \,.\, 0,45 = 25,15$ kg/cm, nach V. A 2) ist also hier die Scherspannung $\tau_1 = \frac{25,15}{9,02} = 2,78$ kg/qcm, für eine zweite Schrägziehung wäre daher nach V. B. 1):

$$\varphi'' = \frac{1,414 \, (25,15 - 2,5 \,.\, 9,02)}{1200} = 0,0031 \text{ qcm/cm}.$$

Die Teilung dieser zweiten Heraufziehung müfste also $b = \frac{0,5}{0,0031} = \underline{162 \text{ cm}}$ sein, also wäre jedes $\frac{162}{7,5} = 21,5$te Zugeisen hinaufzuziehen, was kaum noch lohnt.

Am Ende der zweiten Schrägziehung ist die Querkraft noch $Q = 29,2 - 2 \,.\, 9,02 \,.\, 0,45 = 21,1$ kg/cm, somit beträgt hier die Haftspannung der Zugeinlagen nach V. A. 1)

$$\tau_2 = \frac{0,5 \,.\, 21,1}{0,067 \,.\, 9,02 \,.\, 0,8 \,.\, 3,14} = 6,95 \text{ kg/qcm},$$

was zu hoch ist.

Für die Verminderungen der Haftspannungen kommen vier Mittel in Frage:

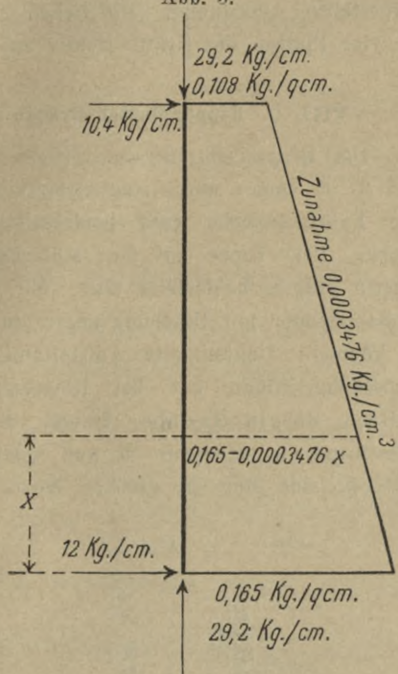
1) Vermehrung und Verschwächung der Eiseneinlagen, um bei Aufrechterhaltung des Querschnittes mehr Umfangsfläche zu erhalten; da die Teilung der Zugeinlagen aber schon 7,5 cm beträgt, so ist auf diesem Wege nichts Wesentliches zu erreichen, die Teilung würde für die Einbringung des Beton zu eng werden.
2) Die vorhandenen Eisen an den Enden durch Anbinden neuer zu gabeln, empfiehlt sich auch nicht, weil die Verbindungen teuer und zeitraubend sind, die Teilung wenigstens an den Seiten auch wieder zu eng werden würde.
3) Die Verwendung mechanischer Mittel zur Erhöhung des Haftwiderstandes durch Anlöten, Ankerben, Durchstecken und dergleichen ist bezüglich vieler Mittel zu umständlich und teuer, bezüglich anderer unzuverlässig. Zur Verwendung dieses Mittels müfste man von vorn herein zu anderen Einlagen greifen, als Rund- oder Quadrat-Eisen.
4) Vergröfserung des Widerstandshebels d, also der Plattendicke. Dieses Mittel ist vergleichsweise einfach und sicher wirksam. Um von 6,95 kg/qcm auf 4 kg/qcm zu kommen, müfste d auf $9,02 \, \frac{6,95}{4,5} = 14$ cm gebracht werden, was bei $h = 14 + 1,5 + 1,18 = 16,7$ cm Plattendicke genügend genau erreicht wird.

Die zulässige Querkraft der Stelle, wo $d = 9,02$ cm bleiben kann, wenn $\tau_2 = 4,5$ kg/qcm werden soll, folgt nach V. A. 1) aus $4,5 = \frac{0,5 \,.\, Q}{0,067 \,.\, 9,02 \,.\, 0,8 \,.\, 3,14}$ mit $Q = 13,6$ kg/cm, und die Länge z der Stelle, wo diese Querkraft erreicht wird, aus $29,2 - z \,.\, 0,45 = 13,6$ mit $z = 35$ cm.

Nach Vergröfserung von d auf 14 cm ist nun aber nach

V. A. 2) τ_1 nur noch $= \frac{29,2}{14,0} = 2,1$ kg/qcm, und die Haftspannung nach V. A. 1) $\tau_2 = \frac{0,5 \cdot 29,2}{0,067 \cdot 14 \cdot 0,8 \cdot \pi} = 6,25$ kg/qcm, folglich überhaupt keine Schrägziehung der Eiseneinlagen mehr nötig, wenn man zur Verminderung von τ_2 auf 4,5 kg/qcm noch d auf $14 \cdot \frac{6,25}{4,5} = 19,4$ cm, also h auf $19,4 + 1,5 + 1,18 = 22,1$ cm verstärkt. Die Deckplatte mufs also von beiden Enden her auf etwa 25 cm Länge 22,1 cm dick sein, und ist dann auf weiteren 10 cm Länge auf 11,7 cm Dicke einzuschrägen.

Abb. 5.



Die Seitenplatte erhält aus der Deckplatte einen Längsdruck von D = 29,2 kg/cm und die aus Textabb. 3 hervorgehenden Erddrucke, welche nach der obigen Ermittelung 10,4 kg/cm Gegendruck der Decke und 12 kg/cm Gegendruck der Sohle bewirken. Die Zunahme des Druckes ist $\frac{0,165 - 0,108}{164} = 0,0003476$ kg/cm³, also der Belastungszustand der Seitenplatte der in Textabb. 5 dargestellte. Nach der Regel, dafs das Moment da am gröfsten wird, wo die Querkraft verschwindet, folgt die Stelle des gröfsten Biegungsmomentes Textabb. 5 aus:

$$0 = 12 - \frac{0,165 + 0,165 - 0,0003476\,x}{2}\,x$$

oder $x^2 - 2 \cdot x \cdot 475 = -69200$ mit x = 80 cm. Das Moment selbst beträgt demnach

$$M = 12 \cdot 80 - \frac{2 \cdot 0,165 + 0,165 - 0,0003476 \cdot 80}{0,165 + 0,165 - 0,0003476 \cdot 80} \cdot \frac{80}{3} \cdot \frac{0,165 + 0,165 - 0,0003476 \cdot 80}{2} \cdot 80$$

$$= 960 - \frac{80^2}{6} \cdot 0,4672 = 460 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}.$$

Die Seitenplatte soll zwei gleiche Eiseneinlagen mit a = 1,5 cm erhalten, um sie einfach herstellen und sicher zur Baustelle bringen zu können, also tritt der Fall IV. B. a), und zwar mit D = 29,2 kg/cm, M = 460 kgcm/cm, a = 1,5 cm, sonst mit den Werten der Deckplatte ein.

$$x^3 \cdot 45 \{8,12 + 0,454\} - x^2 \{3 \cdot 3,04 \cdot 29,2 \cdot 1,454 + 4 \cdot 0,454 \cdot 45 \cdot 1,5\} - x \{6 \cdot 460 (1 - 0,454) - 3 \cdot 29,2 \cdot 1,5 (1 + 0,454 \cdot 4,04) - 3 \cdot 0,454 \cdot 45 \cdot 1,5^2\} = 3 \cdot 0,454 \cdot 1,5 \{2 \cdot 460 + 29,2 \cdot 1,5\}$$ oder $x^3 \cdot 386 - x^2 \cdot 509 - x \cdot 995 = 1970$ oder $x^3 - x^2 \cdot 1,317 - x \cdot 2,57 = 5,1$.

x = 3 cm macht die linke Seite zu 7,44, x = 2 zu − 2,41, Zwischenrechnung liefert die Wurzel x = 2,85 cm;

$$h = 1,5 + 2,85 \cdot 3,04 = 10,17 \text{ cm},$$

$$\varphi = \frac{45 \cdot 2,85 - 2 \cdot 29,2}{2 \cdot 1200 \left[1 - 0,454 \frac{2,85 - 1,5}{2,85}\right]} = 0,0372 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}.$$

Werden Drähte von 6 mm Durchmesser mit $f = \frac{0,6^2 \pi}{4} = 0,283$ qcm verwendet, so mufs die Teilung $b = \frac{0,283}{0,0372} = 7,6$ cm sein.

Die gröfste Querkraft tritt mit Q = 12 kg/cm unten auf. Der Widerstandshebel d folgt aus folgender Rechnung. Die Summe der Betondrücke ist $2,85 \cdot 45 \cdot 1/2 = 64,2$ kg/cm, die Kraft im Druckeisen nach Textabb. 1 $12,1 \cdot 0,0372 \cdot 45 \frac{2,85 - 1,5}{2,85} = 9,55$ kg/cm, beider Mittelkraft wirkt von Betonaufsenkante um

$$\frac{64,2 \cdot \frac{2,85}{3} + 9,55 \cdot 1,5}{64,2 + 9,55} = 1,02 \text{ cm},$$

folglich ist d = 10,17 − 1,5 − 1,02 = 7,65 cm. Nach V. A. 2) ist die Scherspannung im Beton ohne Schrägeisen $\tau_1 = \frac{12}{7,65} = 1,57$ kg/qcm, und die Haftspannung nach V. A. 1) $\tau_2 = \frac{12 \cdot 0,283}{0,0372 \cdot 7,65 \cdot 0,6 \cdot \pi} = 6,3$ kg/qcm; soll τ_2 nur 4,5 kg/qcm betragen, so ist d auf $\frac{7,65 \cdot 6,3}{4,5} = 10,7$ cm, also h auf $10,7 + 1,5 + 1,02 = 13,2$ cm zu vergröfsern.

Soll $\tau_2 = 4,5$ kg/qcm bei d = 7,65 cm eingehalten werden, so folgt die dabei zulässige Querkraft Q nach V. A. 1) aus $4,5 = \frac{Q \cdot 0,283}{0,0372 \cdot 7,65 \cdot 0,6 \cdot \pi}$, sie ist Q = 8,5 kg/cm, und der Abstand x vom Unterende, wo diese Querkraft wirkt, ergibt sich aus (Textabb. 5) $12 - \frac{0,165 + 0,165 - 0,0003476\,x}{2}\,x$. x = 8,5 oder $x^2 - 2\,x \cdot 476 = -20150$ mit x = 23 cm.

Die Seitenplatte mufs also am Unterende 13,2 cm dick sein und auf 23 cm Höhe auf 10,17 cm eingeschrägt werden. Wird sie am obern Ende freien Umkehrens wegen ebenso geformt, so ist sie hier bei der etwas kleinern Querkraft von 10,4 kg/cm (Textabb. 5) etwas zu stark.

Die Bodenplatte hat auf ihren Rändern zu tragen $2 \cdot 29,2 + 2 \cdot 0,01 \cdot 0,1017 \cdot (1,64 + 0,14)\, 2400 = 67,1$ kg/cm, wenn von dem Gewichte der geringen Endverstärkungen abgesehen wird. Der Bodengegendruck ist bei gleichmäfsiger Verteilung $\frac{67,1}{140,34} = 0,48$ kg/qcm (Textabb. 3), das Biegungsmoment in der Mitte ist $M = \frac{0,48 \cdot 130^2}{8} = 1015 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$, das Eigengewicht der Bodenplatte ruht auf dem Boden auf, ohne Biegung zu erzeugen, der Längsdruck aus den Seitenwänden ist D = 12 kg/cm.

Da sich die Anordnung zweier Einlagen bei dünnen Platten als nicht besonders wirksam erweist, die Bodenplatte auch an Ort und Stelle hergestellt werden kann, so soll sie nur eine

Einlage oben in der Zugzone erhalten, somit liegt bei $\varphi^1 = 0$, $D > 0$ der Fall IV. A. a. β) mit $M = 1015 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$, $D = 12$ kg/cm, $a = 1,5$ cm vor:

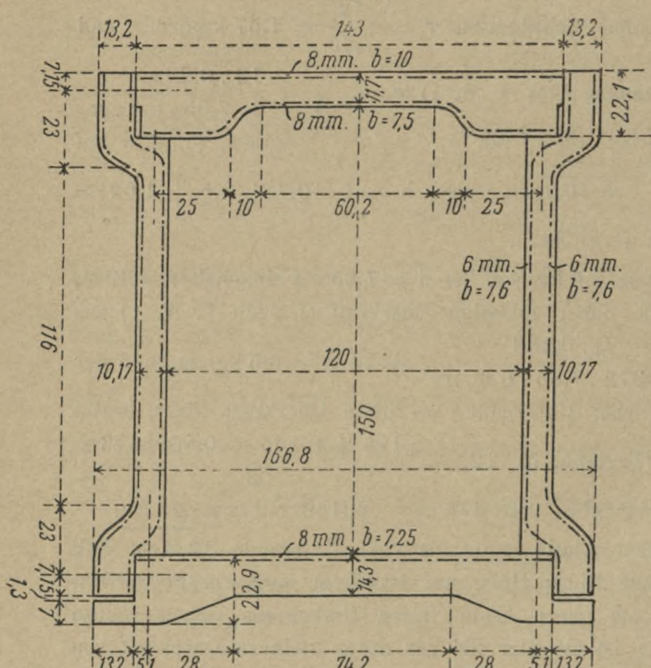
$$x = \frac{3}{2} \frac{3,04}{8,12 \cdot 45} \left\{ 12 + \sqrt{12^2 + \frac{4 \cdot 8,12 \cdot 45 (2 \cdot 1015 - 12 \cdot 1,5)}{3 \cdot 3,04^2}} \right\}$$

$= 4,22$ cm; $h = 1,5 + 4,22 \cdot 3,04 = \underline{14,3 \text{ cm}}$, $\varphi = 0,0375 \frac{4,22}{2} - \frac{12}{1200} = 0,069 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$. Bei 8 mm Durchmesser der Einlagen ist $f = \underline{0,5 \text{ qcm}}$ und die Teilung $b = \frac{0,5}{0,069} = \underline{7,25 \text{ cm}}$.

Die Querkraft am Ende ist $\frac{0,48 \cdot 130}{2} = 31,2$ kg/cm und der Hebel $d = 14,3 - 1,5 - \frac{4,22}{3} = 11,4$ cm. Soll nun wieder nach V. A. 1) die Haftspannung τ_2 4,5 kg/qcm sein, so folgt das erforderliche Mafs d aus $4,5 = \frac{0,5 \cdot 31,2}{0,069 \cdot d \cdot 0,8 \cdot \pi}$ mit $d = 20$ cm, die Plattenenden sind also auf $20 + 1,5 + \frac{4,22}{3} = 22,9$ cm zu verstärken, die Scherspannung im Beton ist dann nach V. A. 2) $\tau_1 = \frac{31,2}{20} = 1,56$ kg/qcm. Bei $d = 11,4$ kann die aus V. A. 1) nach $4,5 = \frac{0,5 \cdot Q}{0.069 \cdot 11,4 \cdot 0,8 \cdot \pi}$ mit $Q = 17,7$ kg/cm folgende Querkraft aufgenommen werden. Die Stelle, wo diese wirkt, folgt aus $31,2 - x \cdot 0,48 = 17,7$ mit $x = 28$ cm. Die Bodenplatte ist also an den Rändern 22,9 cm dick zu machen, und auf 28 cm Länge von jeder Seite auf 11,4 cm Dicke einzuschrägen.

Hiernach erhält der ganze Durchlafs die in Textabb. 6 dargestellte Anordnung. Die Ecken sind so ausgebildet, dafs die vier Platten die Kräfte richtig auf einander übertragen.

Abb. 6.



VIII. C. Rippenplatten-Brücke auf fünf Stützen.

Die Brücke für Strafsenverkehr hat die in Textabb. 7 und 8 in Quer- und Längs-Schnitt dargestellte Anordnung. Die Fahrbahndecke ruht beiderseits überkragend auf fünf Rippen, jede Rippe auf fünf stützenden Pfählen. Auch die Rippen kragen beiderseits über, um den Strafsendamm ohne Endstützmauer mit Böschung gegen die Brückenenden schütten zu können. Ungünstigste Aufstellung einer Walze und von Menschengedränge hat bei Einsetzung des 1,5 fachen der Nutzlast die in Textabb. 7 und 8 angegebenen Einheitsbelastungen q, Momente M und Querkräfte Q geliefert; von letzteren sind nur die gröfsten Werte eingeschrieben, da die

Abb. 7.

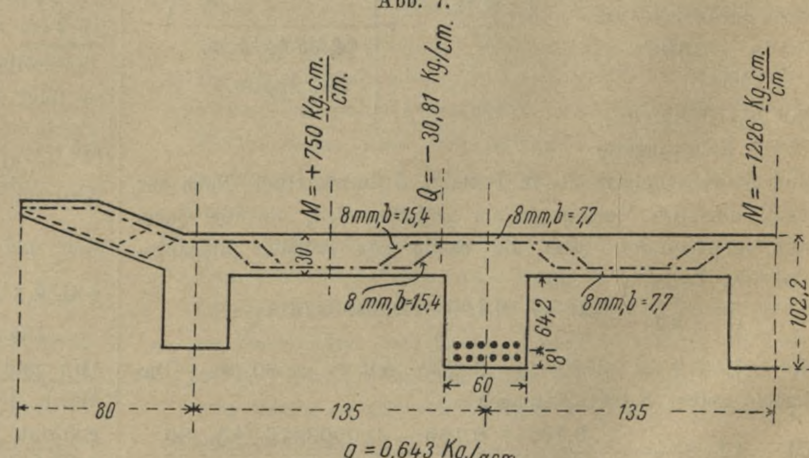
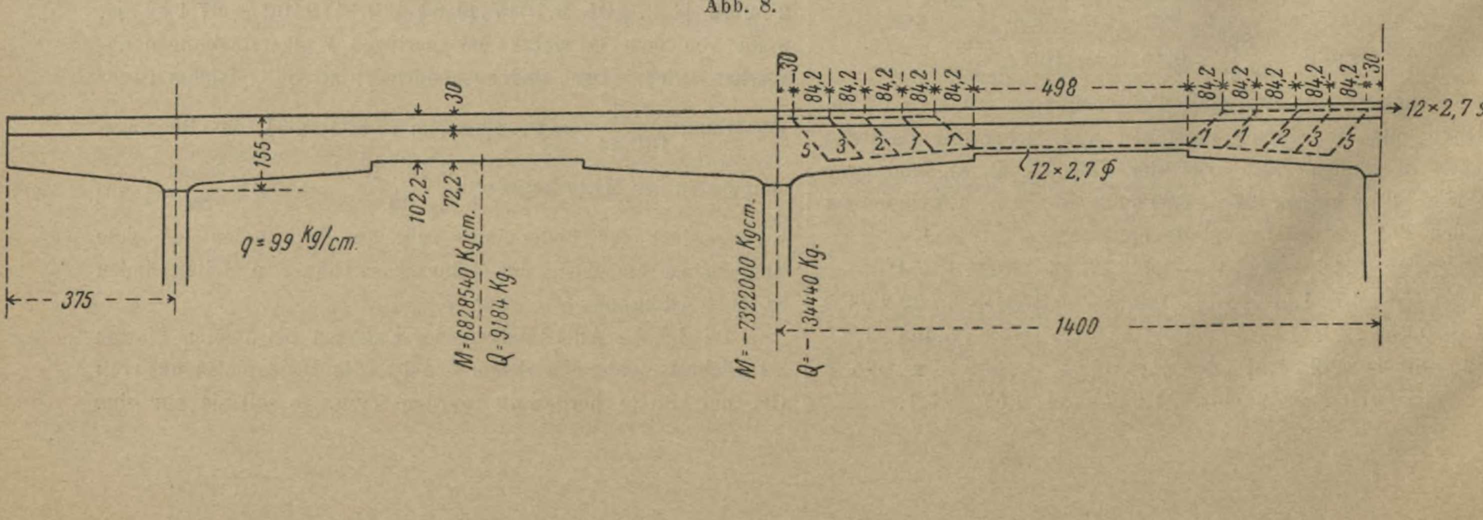


Abb. 8.



Querschnitte der Quere und Länge nach unveränderlich durchgeführt werden sollen*).

C. 1) Die Fahrbahndeckplatte.

Wegen der unmittelbaren Belastung werden folgende Werte eingeführt. $s_b = 35$ kg/qcm, $s_e = 1000$ kg/qcm, $E_e = 2100000$ kg/qcm, $E_b = 180000$ kg/qcm, $n = 11,6$, $m = \frac{1000 \,.\, 180000}{35 \,.\, 2100000} = 2,45$, $n - 1 = 10,6$, $m + 1 = 3,45$, $m + 2 = 4,45$, $2 + 3\,m = 9,35$, $r = 0,035$, $a^1 = 2$ cm, D^1 und φ'^1 sind beide $= 0$, also liegt der Fall A. a. α) vor und gibt für $M^1 = 750 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$ in der Platte zwischen den Rippen:

$x^1 = \sqrt{\frac{6 \,.\, 750}{9,35 \,.\, 35}} = 3,72$ cm; $h^1 = 2 + 3,72 \,.\, 3,45 = \underline{14,8 \text{ cm}}$

$\varphi^1 = 0,035 \,.\, \frac{3,72}{2} = 0,065 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$. Einlagen von $\underline{8 \text{ mm Durchmesser}}$ und $f^1 = 0,5$ qcm Querschnitt erhalten $b^1 = \frac{0,5}{0,065} = \underline{7,7 \text{ cm}}$ Teilung. Da nur eine Einlage angeordnet ist, wird $d^1 = 14,8 - 2 - \frac{3,72}{3} = 11,56$ cm. Aus der gröfsten Querkraft der Öffnung von $-30,81$ kg/cm unmittelbar neben der Rippe folgt nach V. A. 2) die Scherspannung $\tau_1 = \frac{30,81}{11,56} = 2,67$ kg/qcm. Da das über 2,5 kg/qcm hinausgeht, sollen nach V. B. 1) Eisen des Querschnittes $\varphi''^1 = \frac{1,414 \,.\, (30,81 - 11,56 \,.\, 2,5)}{1000} = 0,002828 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$ schräg hinaufgezogen werden, also Eisen von 8 mm Durchmesser in der Teilung $b^1 = \frac{0,5}{0,002828} = 177$ cm, das heifst jedes $\frac{177}{7,7} = 23$ ste Eisen wäre hinaufzuziehen. Bei der Last $q = 0,643$ kg/qcm für die Einheit wäre die Haftspannung der schräg gezogenen Eisen nach V. B. 2) $\tau_2''^1 = \frac{0,5 \,.\, 0,643\,(30,81 - 2,5 \,.\, 11,56)}{0,002828 \,.\, 0,8 \,.\, \pi \,.\, 30,81} = 2,93$ kg/qcm.

Am Ende der ersten Aufziehung ist noch $Q = 30,81 - 11,56 \,.\, 0,643 = 23,4$ kg/cm, somit nach V. A. 2) die Betonscherspannung $\tau_1{}^1 = \frac{23,4}{11,56} = 2,03$ kg/qcm, und nach V. A. 1) die Haftspannung $\tau_2{}^1 = \frac{0,5 \,.\, 23,4}{0,065 \,.\, 11,56 \,.\, 0,8 \,.\, 3,14} = 6,2$ kg/qcm. Um diese Spannung auf 4,5 kg/qcm zu vermindern, müfste $d^1 = \frac{11,56 \,.\, 6,2}{4,5} = 15,9$ cm gemacht werden, welches Mafs weiter unten aus anderen Gründen noch vergröfsert wird. Übrigens müssen tatsächlich nicht die 23sten Eisen, sondern alle hinaufgezogen werden, weil sie wegen der über den Rippen negativen Momente hier alle oben liegen müssen. Dieses negative Moment ist auf der Mittelrippe am gröfsten mit $M_1{}^1 = -1226 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$. Da $D^1 = \varphi'^1 = 0$ ist, so trifft VI. A. α) zu, und es mufs sein:

$x_1{}^1 = \frac{2}{3} 11,6 \,.\, 0,065 \left\{ \sqrt{1 + \frac{9 \,.\, 1226}{2 \,.\, 11,6 \,.\, 0,065^2 \,.\, 1000}} - 1 \right\} = 4,86$ cm; $\sigma_b{}^1 = \frac{2 \,.\, 0.065 \,.\, 1000}{4,86} = 26,8$ kg/qcm; $h_1{}^1 = 2 + 4,86 \left(1 + \frac{1000}{11,6 \,.\, 26.8}\right) = \underline{22,5 \text{ cm}}$. Die obere Platte mufs also so geformt werden, dafs ihre Stärke mitten über den Rippen mindestens 22,5 cm beträgt, welches Mafs unten noch vergröfsert wird.

C. 2) Die Rippen.

Die drei mittleren Rippen sind bei ungünstigster Lastverteilung fast gleich, und so belastet, dafs die in Textabb. 8 angegebenen Momente und Querkräfte entstehen. Die äufsere Rippe hat weniger zu tragen, wird daher schwächer, doch sollen hier nur die drei gleichen mittleren berechnet werden. Die angegebenen Momente und Querkräfte beziehen sich auf eine ganze Rippenteilung von $b = 135$ cm, müssen also bei Anwendung der Formeln aus IV und V durch dieses Mafs beziehungsweise durch die Rippenbreite b_0 geteilt werden.

Wegen der mehr mittelbaren Belastung wird hier eingeführt: $s_b = 40$ kg/qcm, $s_e = 1200$ kg/qcm, $E_e = 2100000$ kg/qcm, $E_b = 150000$ kg/qcm, $r = 0,0333$, $n = 14$, $n - 1 = 13$ $m = \frac{1200 \,.\, 150000}{40 \,.\, 2100000} = 2,14$, $m + 1 = 3,14$, $m + 2 = 4,14$, $2 + 3\,m = 8,42$. Da hier starke Einlagen nötig werden, wird $a = 8$ cm angenommen, eine Druckeinlage φ' wird nicht eingeführt, um beim Stampfen der Rippen nicht behindert zu sein, ebenso ist $D = 0$, also tritt der Fall IV. A. a. α) ein.

In den Öffnungen ist: $x = \sqrt{\frac{6 \,.\, 6828540}{135 \,.\, 8,42 \,.\, 40}} = 30$ cm; $h = 8 + 3,14 \,.\, 30 = \underline{102,2 \text{ cm}}$; $\varphi = 0,0333 \frac{30}{2} = 0,5 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$. Da die Einlagen nur in 135 cm Teilung in den Rippen wiederkehren, ist $f = 135 \,.\, 0,5 = \underline{67,5 \text{ qcm}}$; $\underline{12 \text{ Eisen}}$ von $\underline{2,7 \text{ cm Durchmesser}}$ in zwei Reihen von sechs Eisen geben: $12 \frac{2,7^2 \,.\, \pi}{4} = 68,5$ qcm. Werden diese Eisen in 10 cm Teilung gelegt, so müssen die Rippen mindestens $b_0 = 6 \,.\, 10 = \underline{60 \text{ cm}}$ breit sein. Da eine Druckzone von 30 cm erforderlich ist, mufs die obere Platte statt 14,8 cm beziehungsweise 22,5 cm (VII. C. 1) $\underline{30 \text{ cm dick}}$ gemacht werden, womit die oben schon als nötig nachgewiesenen Verstärkungen reichlich angebracht sind.

Bei fehlender Druckeinlage ist: $d = 102,2 - 8 - \frac{30}{3} = 84,2$ cm, u ist $= 12 \,.\, 2,7 \,.\, \pi = 102$ qcm/cm. An der Stelle des gröfsten Momentes in der Öffnung ist die gröfste Querkraft: $Q = 9184$ cm, also nach VI. 2) die Betonscherspannung: $\tau_1 = \frac{9184 \,.\, 67,5}{135 \,.\, 0,5 \,.\, 84,2 \,.\, 60} = 1,82$ kg/qcm, die Haftspannung nach V. A. 1) $\tau_2 = \frac{67,5 \,.\, 9184}{0,5 \,.\, 135 \,.\, 84,2 \,.\, 102} = 1,07$ kg/qcm.

Für die Aufnahme der Querkraft von 34440 kg an der Stütze müssen Eisen des Querschnittes VI. 4) $f'' = 1,414$

*) Die vollständige Vorführung der Ermittelung der Werte von M und Q verbietet der Platzmangel. Sie folgt den allgemeinen Regeln der Statik und hat mit den Besonderheiten der Verbundbauweise, die hier zu behandeln sind, nichts zu tun.

$$\frac{\frac{34440 . 67,5}{135 . 0,5} - 84,2 . 60 . 2,5}{1200} = 25,6 \text{ qcm schräg hinauf gezogen}$$

werden. Eines der Eisen hat $\frac{2,7^2 \pi}{4} = 5,7$ qcm, also müssen neben der Stütze $\frac{25,6}{5,7} = 4,5$ rund 5 Eisen schräg gezogen werden (Textabb. 8). Diese haben $u'' = 5 . 2,7 . \pi = 42,4 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$ Umfang, folglich ist ihre Haftspannung bei $q = \frac{99}{135}$ nach VI. 5)

$$\tau_2'' = \frac{99}{135} \frac{67,5}{0,5} \cdot \frac{\frac{34440}{135} \frac{67,5}{0,5} - 84,2 . 60 . 2,5}{\frac{34440}{135} \frac{67,5}{0,5} . 42,4} = 1,49 \text{ kg/qcm.}$$

Am Ende der ersten Schrägziehung ist die Querkraft etwas gröfser, als $34440 - 84,2 . 99 = 26000$ kg, etwa 28000 kg. Der Eisenquerschnitt der zweiten Aufziehung ist nach VI. 4) $f'' = 1,414 \frac{28000 - 84,2 . 60 . 2,5}{1200} = 12,9$ qcm, folglich müssen in der zweiten Aufbiegung: $\frac{12,9}{5,7} = 2,25$ oder 3 Eisen liegen. u'' ist dann $= 3 . 2,7 . \pi = 25,4 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$ und die Haftspannung wird nach VI. 5): $\tau_2'' = 99 . \frac{28000 - 12600}{28000 . 25,4} = 2,14$ kg/qcm. Weiter werden der Reihe nach 2, 1, 1 Eisen heraufgezogen, sodafs über der Stütze $5 + 3 + 2 + 1 + 1$, also alle 12 Eisen oben liegen (Textabb. 8).

Über der Stütze steht als Breitenmafs des Betondruckgurtes nur die Breite $b_0 = 60$ cm der Rippe zur Verfügung, die für den Fall, dafs nicht zu grofse Höhe nötig wird, ungeändert durchgeführt werden soll; wie früher durch 135 ist das Moment nun durch 60 zu teilen. Da $D = 0$ und unten keine Druckeinlage vorhanden ist, liegt der Fall IV. A. a. α) vor, welcher liefert:

$$x = \sqrt{\frac{6 . 7322000}{60 . 8,42 . 40}} = 46,7 \text{ cm}; \; h = 8 + 3,14 . 46,7 = 155 \text{ cm};$$

$\varphi = 0,0333 \frac{46,7}{2} = 0,777 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$, also mufs die Einlage oben in der Rippe $f = 60 . 0,777 = 46,5$ qcm betragen, während sie tatsächlich 68,5 qcm ist, denn man wird hier keines der in den Öffnungen vorhandenen Eisen fehlen lassen. In Textabb. 8 ist die Anordnung der Einlagen einmal eingetragen.

VIII. D. Rippendecke für 800 kg/qm Last.

In einem Lagerhause soll eine Rippendecke auf zwei tragenden Wänden mit $l = 725$ cm Stützweite für 800 kg/qm Nutzlast so hergestellt werden, dafs die obere durchgehende Platte als Tragplatte zwischen den Rippen und als Druckgurt des Rippenquerschnittes grade voll ausgenutzt wird. Wird die Platte vorläufig 12 cm dick, und sonst angenommen, dafs alle 200 cm eine Rippe mit 40 cm Breite und Höhe vorspringt, so ist anzusetzen: $g^1 = 0,01 . 0,01 . 0,12 . 2400 = 0,029$ kg/qcm, $g = 0,029 + \frac{0,01 . 0,4 . 0,4 . 2400}{200} = 0,048$ kg/qcm, $p = 0,08$ kg/qcm, $q^1 = 0,029 + 0,08 = 0,109$ kg/qcm, $q = 0,048 + 0,08 = 0,128$ kg/qcm. Ferner gelten die Werte des Beispieles C. 2) mit $a = 4$ cm. Die Rippen sollen eine Druckeinlage $\varphi' = 0,15 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$ erhalten, da die Druckeinlagen bei starken Körpern zur Wirkung zu bringen sind, D ist $= 0$, $M = \frac{0,128 . 725^2}{8} = 8430 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$. Nach IV A. a. γ) ist: $-x^3 \frac{8,42}{6} - x^2 . 3,14 . 13 . 0,15 + x \left\{ \frac{8430}{40} + 4,14 . 13 . 4 . 0,15 \right\} = 13 . 4^2 . 0,15$ oder $-x^3 . 1,403 - x^2 . 6,12 + x . 243 = 31,2$ oder $-x^3 - x^2 . 4,35 + x . 173 = 22,2$. $x = 11$ cm macht die linke Seite zu 46, $x = 11,1$ zu 19, also liegt die Lösung genau genug bei $x = 11,08$ cm; $h = 4 + 3,14 . 11,08 = 39$ cm;

$$\varphi = 0,0333 \left\{ \frac{11,08}{2} + 13 \frac{11,08 - 4}{11,08} 0,15 \right\} = 0,226 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}.$$

Die Plattendicke ist nach VI $h^1 = x = 11,08$ cm. Wird $a^1 = 1,5$ cm neben den obigen Spannungswerten eingesetzt, und $D^1 = \varphi'^1 = 0$ beachtet, so ist nach VI 6) $x^1 = \frac{11,08 - 1,5}{3,14} = 3,05$ cm, ferner nach IV A. a. α) $\varphi^1 = 0,0333 . \frac{3,05}{2} = 0,0508 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$ und nach IV A. c. α) $\sigma_e^1 = 14 . 40 \frac{11,08 - 1,5 - 3,05}{3,05} = 1200$ kg/qcm, $M^1 = \frac{40 . 3,05}{2} \left(11,08 - 1,5 - \frac{3,05}{3} \right) = 520 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$.

Für eine Mittelöffnung der Platte ist nach VI 7) und 9) $k = 1 : 40$, die einzuführende Last $q^1 + 2p = 0,109 + 2 . 0,08 = 0,269$ kg/qcm, also $b = \sqrt{\frac{520 . 40}{0,269}} = 278$ cm. für ein Seitenfeld $k = 1 : 50$ und die Last $4 q^1 + p = 4 . 0,109 + 0,08 = 0,516$, $b = \sqrt{\frac{520 . 50}{0,516}} = 224$ cm.

Die angenommene Druckeinlage der Rippen mufs $f' = 278 . 0,15 = 42$ qcm, die Zugeinlage $f = 278 . 0,226 = 63$ qcm betragen.

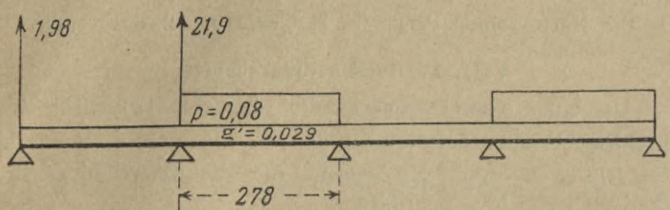
9 Quadrateisen von 2,20 cm Seite geben oben $f' = 9 . 2,2^2 = 43,5$ qcm.

13 Quadrateisen von 2,20 cm Seite geben unten $f = 13 . 2,2^2 = 63,0$ qcm.

Die Platte erhält Einlagen aus Drähten von 6 mm Durchmesser, also ist $f^1 = \frac{0,6^2 \pi}{4} = 0,282$ qcm und nach VI 8) $b = \frac{f^1}{\varphi^1} = \frac{0,282}{0,0508} = 5,6$ cm.

Der in Textabb. 9 dargestellte Lastzustand liefert, wenn von der Verschiedenheit der Weite des Seitenfeldes abgesehen wird, rechts von der zweiten Stütze die Querkraft $Q = 1,98 + 21,9 - 278 . 0,029 = 15,83$ kg/cm, d beträgt: $11,08 - 1,5 - \frac{3,05}{3} = 8,56$ cm, also ist nach V A 2) $\tau_1^1 = \frac{15,83}{8,56} = 1,56$ kg/qcm, aber nach V A 1) $\tau_2^1 = \frac{0,282}{0,0508} \frac{15,83}{8,56 . 0,6 . \pi} = 5,47$ kg/qcm. Da letzte Spannung zu hoch ist, mufs die Querkraft durch Schrägziehen aufgenommen werden, das übrigens doch nötig ist, um die Eisen über der Rippe oben zu haben. Bei der Berechnung der Haftspannung der Schrägeisen nach V B. 2) ergibt sich aber, dafs $2{,}5 \,.\, d = 2{,}5 \,.\, 8{,}56 = 21{,}4$ kg/cm schon

Abb. 9.



gröfser ist, als Q, folglich brauchten die Schrägeisen gar nicht in Anspruch genommen zu werden, der Beton nimmt die Querkraft allein schon auf.

Die Querkraft, die von der Haftspannung der wagerechten Zugeinlage aufgenommen werden kann, folgt nach V A 1) aus $4{,}5 = \frac{0{,}282 \,.\, Q}{0{,}0508 \,.\, 8{,}56 \,.\, 0{,}6 \,.\, \pi}$ mit $Q = 13$ kg/cm, und der Abstand z von der Rippe, in dem diese Querkraft erreicht wird genügend genau nach Textabb. 9 aus $15{,}81 - z \,.\, 0{,}109 = 13$ mit $z = 25{,}7$ cm. In dieser Länge sind $\frac{25{,}7}{8{,}56} = 3$ Schrägziehungen möglich, also werden die Einlagen der Platte nach Textabb. 10 in drei Feldern nach oben zu ziehen sein.

Die Mafse der Platte über der Rippenmitte folgen aus dem Momente nach VI. 9) $\frac{0{,}109 \,.\, 278^2}{10} = 842 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$, da keine Druckeinlage da ist, aus VI. A. α) mit:

$$x_1{}^1 = \frac{2}{3}\, 14 \,.\, 0{,}0508 \left\{\sqrt{1 + \frac{9 \,.\, 842}{2 \,.\, 14 \,.\, 0{,}0508^2 \,.\, 1200}} - 1\right\}$$
$$= 3{,}97 \text{ cm;}$$

$$\sigma_b{}^1 = \frac{2 \,.\, 0{,}0508 \,.\, 1200}{3{,}97} = 30{,}7 \text{ kg/qcm;}$$

$$h^1{}_1 = 1{,}5 + 3{,}97\left(1 + \frac{1200}{14 \,.\, 30{,}7}\right) = \underline{16{,}5 \text{ cm.}} \quad \text{(Textabb. 10).}$$

Für die Rippe ist am Lagerende:

$$Q = \frac{725\,(0{,}048 + 0{,}08)}{2} = 46{,}3 \text{ kg/cm,}$$

der Betondruck des Druckgurtes ist:

$$\frac{40 \,.\, 11{,}08}{2} = 221{,}6 \text{ kg/cm,}$$

der Druck des Druckeisens

$$13 \,.\, 40 \,.\, 0{,}15\, \frac{11{,}08 - 4}{11{,}08} = 49{,}6 \text{ kg/cm}$$

der Hebel des erstern bezüglich Betonoberkante ist (Textabb. 1) $\frac{11{,}08}{3} = 3{,}69$ cm, der des letztern 4 cm, der Abstand der Mittelkraft von $221{,}6 + 49{,}6 = 271{,}2$ kg/cm von der Oberkante ist also: $\frac{221{,}6 \,.\, 3{,}69 + 49{,}6 \,.\, 4}{271{,}2} = 3{,}73$ cm, folglich: $d = 39 - 4 - 3{,}73 = 31{,}27$ cm. Der erforderliche Querschnitt der Schrägeisen am Plattenende ist nach VI. 4)

$$f'' = 1{,}414\, \frac{46{,}3\, \frac{63}{0{,}226} - 31{,}27 \,.\, b_0 \,.\, 2{,}5}{1200}$$

Wird darin b_0 zunächst $= 45$ cm gesetzt, um 6 von den 13 Zugeisen neben einander legen zu können, so folgt $f'' = 11$ qcm, am Ende sind also 2 Quadrateisen von 2,2 cm hinaufzuziehen und eines von oben nach unten (Textabb. 12), zusammen mit $3 \,.\, 2{,}2^2 = 14{,}5$ qcm Fläche, deren Haftspannung nach VI. 5) beträgt

$$\tau_2{}'' = \frac{0{,}128 \,.\, \frac{63}{0{,}226} \,.\, \frac{146{,}3\, \frac{63}{0{,}226} - 31{,}27 \,.\, 45 \,.\, 2{,}5}{46{,}3 \,.\, \frac{63}{0{,}226}}}{3 \,.\, 4 \,.\, 2{,}2}$$
$$= 0{,}98 \text{ kg/qcm.}$$

Nach Textabb. 11 ist die Querkraft am Ende der ersten

Abb. 10.

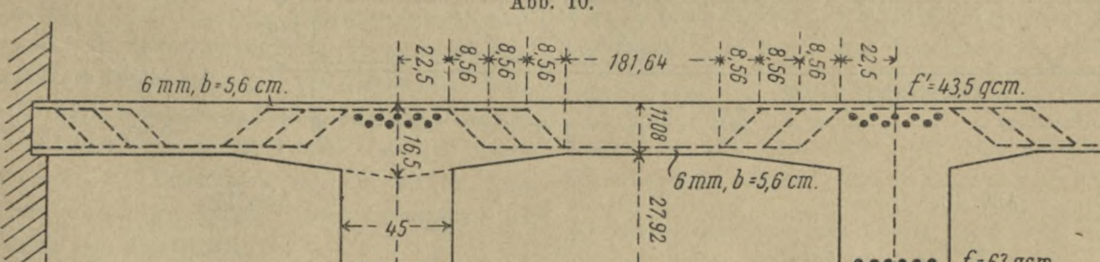
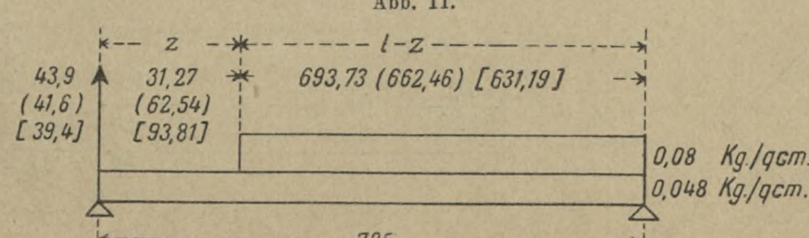


Abb. 11.



Aufziehung Q = 43,9 — 31,27 . 0,048 = 42,4 kg/cm, somit für eine zweite Aufziehung nach VI. 4)

$$f'' = 1{,}414 \frac{42{,}4 . 278 - 31{,}27 . 45 . 2{,}5}{1200} = 9{,}8 \text{ qcm},$$

wofür die Herauf- und Herabziehung je eines Eisens genügt, deren Haftspannung nach VI. 5) beträgt:

$$\tau_2'' = \frac{0{,}128 . 278 . \dfrac{42{,}4 . 278 - 31{,}27 . 45 . 25}{42{,}4 . 278}}{2 . 4 . 2{,}2} = 1{,}42 \text{ kg/qcm}.$$

Am Ende der zweiten Aufziehung ist nach Textabb. 11 Q = 41,6 — 62,54 . 0,048 = 38,6 kg/cm folglich nach VI. 4):

$$f'' = 1{,}414 \frac{38{,}6 . 278 - 31{,}27 . 45 . 2{,}5}{1200} = 8{,}5 \text{ qcm},$$

also ist wieder je ein Eisen herauf und herunter zu ziehen. Am Ende dieses dritten Feldes ist nach Textabb. 11 Q = 39,4 — 93,81 . 0,048 = 34,9 kg/cm und

$$f'' = 1{,}414 \frac{34{,}9 . 278 - 3500}{1200} = 7{,}25 \text{ qcm},$$

folglich ist im 4. Felde wieder ein Eisenpaar zu kreuzen.

Von der wagerechten Betonscherspannung kann nach VI. 2) eine Querkraft aufgenommen werden, die aus

$$2{,}5 = \frac{63 . Q}{0{,}226 . 31{,}27 . 45} \text{ mit } Q = 12{,}6 \text{ kg/cm folgt.}$$

Ebenso liefert V, A. 1) eine zulässige Querkraft aus:

$$4{,}5 = \frac{63 . Q}{0{,}226 . 31{,}27 . 13 . 4 . 2{,}2} = 58 \text{ kg/cm},$$

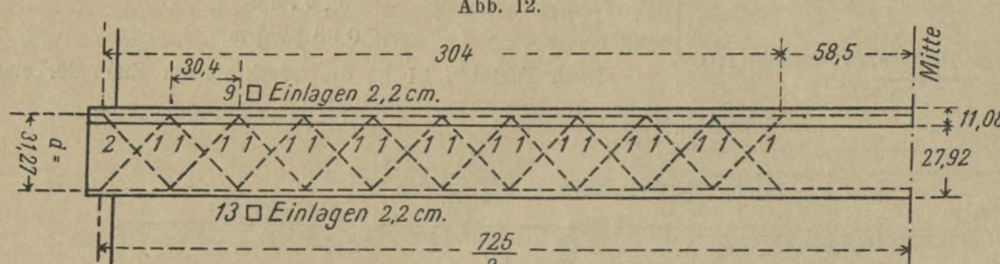
demnach kann die Rippe nur bis zu der Stelle z (Textabb. 11) von Schrägeisen frei bleiben, wo die Querkraft noch 12,6 kg/cm beträgt. Diese folgt aus:

$$\frac{725}{2} 0{,}048 + \frac{(725 - z)^2}{2 . 725} 0{,}08 - z . 0{,}048 = 12{,}6$$

mit z = 304 cm. $\frac{304}{31.27}$ gibt 9,75 = rund 10 Felder von 30,4 cm Länge mit gekreuzten Schrägeisen, mitten erhalten 725 — 2 . 304 = 117 cm der Rippe nur die wagerechten Einlagen.

Die Hälfte einer Rippe ist in Textabb. 12 dargestellt.

Abb. 12.



VIII. E. Gewölbe-Querschnitt.

Auf einen Gewölbe-Querschnitt (Textabb. 13) wirkt die Mittelkraft R aller äufseren Kräfte ein, die einen Längsdruck D = 100 kg/cm und ein Moment für die Querschnittsmitte $M = 100 . 27 = 2700 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$ gibt. Da ein Gewölbe bei den ungünstigsten Belastungen in demselben Querschnitte annähernd gleiche positive und negative Momente aufzunehmen hat, so sollen zwei gleiche Einlagen angeordnet werden. Die Elastizitäts- und Spannungs-Zahlen sind die der Beispiele C. 2) und D, a wird = 3 cm angenommen, (n — 1) . r ist = 13 . 0,0333 = 0,433. Hier liegt der Fall IV. B. a) vor, welcher liefert:

$$x^3 . 40 \{8{,}42 + 0{,}433\} - x^2 \{3 . 3{,}14 . 100 (1 + 0{,}433) + 4 . 0{,}433 . 40 . 3\} - x \{6 . 2700 (1 - 0{,}433) - 3 . 100 . 3 (1 + 0{,}433 . 4{,}14) - 3 . 0{,}433 . 40 . 3^2\} = 3 . 0{,}433 . 3 \{2 . 2700 + 3 . 100\} \text{ oder } x^3 . 354{,}1 - x^2 . 1558 - x . 6200 = 22200 \text{ oder } x^3 - x^2 . 4{,}4 - x . 17{,}5 = 62{,}5.$$

x = 6 macht die linke Seite zu — 47, x = 10 gibt links + 385 und x = 8 liefert: 90. In Textabb. 14 sind die drei so erhaltenen Punkte durch eine krumme Linie verbunden, der bei der Höhe + 62,5 die Lösung x = 7,7 cm entspricht. h = 3 + 7,7 . 3,14 = 27,2 cm,

$$\varphi = \frac{40 . 7{,}7 - 2 . 100}{2 . 1200 \left(1 - 0{,}433 \dfrac{7{,}7 - 3}{7{,}7}\right)} = 0{,}0613 \text{ qcm/cm}.$$

Werden also Rundeisen von 1,2 cm Durchmesser eingelegt, was bei a = 3 cm zweckmäfsig ist, so wird

$$f = \frac{1{,}2^2 \pi}{4} = 1{,}13 \text{ qcm},$$

folglich die Teilung der Einlagen

$$b = \frac{1{,}13}{0{,}0613} = \underline{18{,}4 \text{ cm.}}$$

Abb. 13.

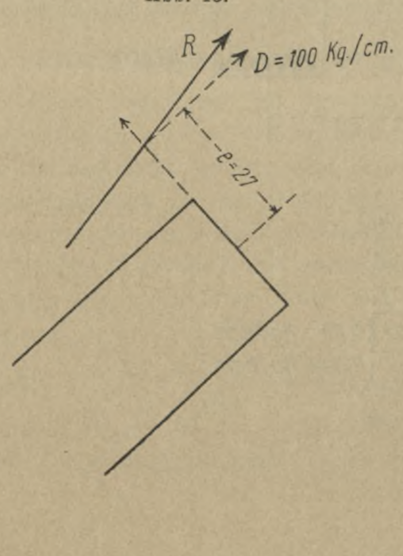
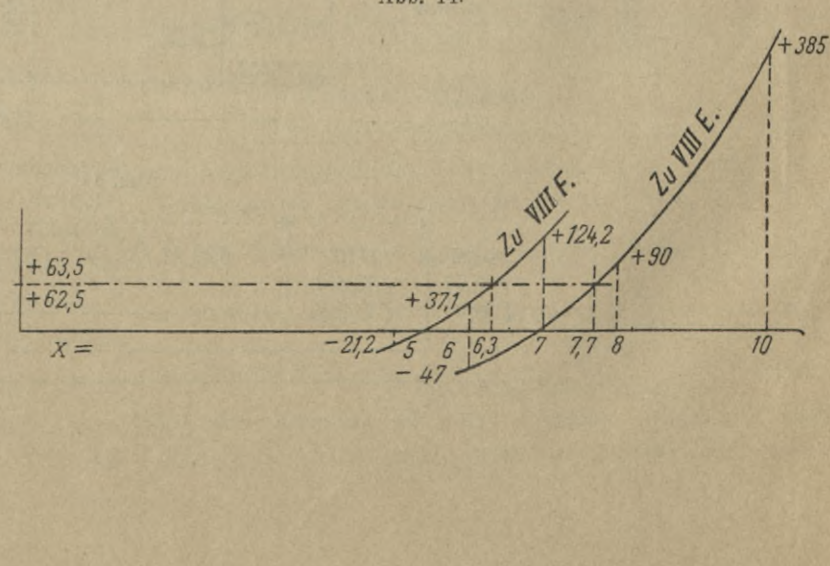


Abb. 14.



Die Querkräfte fallen bei Gewölben regelmäſsig so klein aus, daſs sie vom Beton allein aufgenommen werden können und besondere Maſsnahmen bezüglich der Eisen nicht erfordern. Letztere laufen also gleichmäſsig entlang der innern und äuſsern Laibung.

Wird die Lösung zur Prüfung der Richtigkeit nach IV. B. c) umgekehrt, so folgt:

$$x = \frac{27{,}2 - 3{,}0}{3{,}14} = 7{,}7 \text{ cm}; \; D = \frac{40 \,.\, 7{,}7}{2} + 0{,}0613 \,.$$

$$\left(13 \,.\, 40 \frac{7{,}7 - 3}{7{,}7} - 1200\right) = 100 \text{ kg/cm}; \; M = 0{,}0613 \,.\, 1200$$

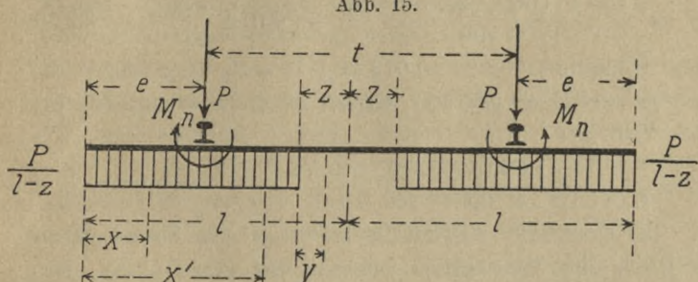
$$(27{,}2 - 2 \,.\, 3) + \frac{40 \,.\, 7{,}7}{6} (3 \,.\, 3 - 7{,}7) + \frac{100}{2} (27{,}2 - 2 \,.\, 3)$$

$= 2697 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$ statt $2700 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$, die Probe trifft also zu.

VIII. F. Die Eisenbahn-Verbundschwelle.

Eine Eisenbahnquerschwelle der Länge 2 l hat den Schienendruck P unter jeder Schiene zu tragen, sie ist mitten auf solche Länge 2z (Textabb. 15) nicht gestopft, daſs die

Abb. 15.



Berührende der verbogenen Schwelle unter der Schiene wagerecht bleibt. Die Verteilung der Pressung soll gleichmäſsig angenommen werden. Das widerspricht zwar der von Zimmermann ausgebildeten Annahme Winkler's, nach der die Bodenpressungen in geradem Verhältnisse zu den Höhen der Biegungslinie der Schwelle stehen, aber einerseits ergeben sich die gröſsten Momente bei dieser Annahme in der Regel kleiner, als bei gleichmäſsiger Lastverteilung, und anderseits weist Bastian*) nach, daſs eine starre Platte an den Rändern erheblich gröſsern Bodendruck erzeugen muſs, als im Innern der Fläche, wodurch die Grundlagen der Winkler'schen Annahme teilweise aufgehoben werden. Der Lastzustand ist also der in Textabb. 15 dargestellte.

Die Bedingung der unveränderlichen Lage der Berührenden unter der Schiene findet ihren Ausdruck, wenn man den Differenzialquotienten der Formänderungsarbeit nach den hinzugefügt gedachten Drehmomenten M_n gleich Null setzt, und in der so entstehenden Gleichung M_n verschwinden läſst.

Für die Stelle x ist das Moment $M_x = \frac{P}{l - z} \frac{x^2}{2}$, folglich der Differenzialquotient der Formänderungsarbeit nach M_n genommen $= 0$.

Für die Stelle x' ist $M_{x'} = \frac{P}{l - z} \frac{x'^2}{2} + M - P(x' - e)$, also $\frac{dM_x'}{dM_n} = 1$ und der ganze Differenzialquotient der Formänderungsarbeit $\frac{dA_i}{dM_n} = \frac{\int_{x'=e}^{x'=l-z} M_x' \frac{dM_x'}{dM_n} dx}{EJ}$ für $M_n = 0$ und das gibt:

$$\frac{dA_i}{dM_n} = 2 \int_{x'=e}^{x'=l-z} \left(\frac{P x'^2}{2(l - z)} - Px' + Pe \right) 1 \,.\, \frac{dx'}{EJ}, \text{ woraus folgt}$$

$$\frac{1 A_i}{dM_n} = \frac{2P}{EJ} \left\{ \frac{(l - z)^3}{6(l - z)} - \frac{e^3}{6(l - z)} - \frac{(l - z)^2}{2} + \frac{e^2}{2} + e(l - z) - e^2 \right\}$$

Für die ununterstopfte Strecke ist:

$$M_y = - P(l - z - e + y) + \frac{P(l - z)}{l - z} \left(\frac{l - z}{2} + y \right) + M_n =$$

$P . \left(e - \frac{l - z}{2} \right) + M_n$, also $\frac{d M_y}{d M_n} = 1$ und $\frac{d A_i}{d M_n}$ für $M_n = 0$ gleich

$$\frac{2 \int_{y=0}^{y=z} \left(Pe - P \frac{l - z}{2} \right) . 1 \, dy}{EJ} \text{ oder } \frac{d A_i}{d M_n} = \frac{2P}{EJ} \left(ez - \frac{l - z}{2} z \right).$$

Wird nun die ganze Summe des Differenzialquotienten $\frac{d Ai}{dM_n} = 0$ gesetzt, und dabei $\frac{2P}{EJ}$ weggeteilt, so folgt:

$$0 = - \frac{(l - z)^2}{3} - \frac{e^3}{6(l - z)} - \frac{e^2}{2} + e(l - z) + ez - z \,.\, \frac{l - z}{2}$$

oder $\quad 0 = z^3 - 3z(l - e) + (l - e)(2 l^2 - 4 e l - e^2)$.

Wird nun noch der Mittenabstand der Schienen t eingeführt, so ist $l - e = \frac{t}{2}$ und $e = l - \frac{t}{2}$, daher $0 = z^3 - 3z \frac{t}{2} + \frac{t}{2} \left(3 l (t - l) - \frac{t^2}{4} \right)$, wonach z für alle Werte von l und t, also für alle Spurweiten und Schwellenlängen zu bestimmen ist. Soll nun die Schwelle unter Einhaltung der Bedingung, daſs sie unter den Schienen stets wagerecht bleiben muſs, auf der ganzen Länge gleichmäſsig gestopft werden, was die Aufsicht über das Stopfen erleichtert, so ist l so zu bestimmen, daſs die letzten Gleichungen $z = 0$ liefern. Das tritt ein für $l - e = 0$, also $l = e$ oder $\frac{t}{2} = 0$. Diese Lösung ist aber unmöglich, weil dann zwei Schienen in der Schwellenmitte ständen. Die Bedingung $z = 0$ wird aber nach der letzten Gleichung auch erfüllt durch $3 l (t - l) - \frac{t^2}{4} = 0$, was liefert: $l = \frac{t}{2} \frac{\sqrt{1{,}5} \pm 1}{\sqrt{1{,}5}}$. Das — Zeichen hat keine Bedeutung, denn dafür würde $l < \frac{t}{2}$, was unmöglich ist. Mit dem + Zeichen folgt $l = 0{,}91$ t. Bei $t = 1{,}5$ m Schienenmittenabstand müſste also die Schwellenlänge $2 l = 2 \,.\, 0{,}91 \,.\, 1{,}5 = 2{,}73$ m gemacht werden, was mit bewährten Ausführungen übereinstimmt.

Das Moment unter der Schiene beträgt für $z = 0$

$M_s = \frac{P}{l} \frac{\left(l - \frac{t}{2} \right)^2}{2}$, oder für $l = 0{,}91$ t $M_s = 0{,}0925$ P . t

---

*) Organ **1906**. Ergänzungsheft Seite 303.

und in der Schwellenmitte $M = P\left(\frac{l}{2} - \frac{t}{2}\right) = -0{,}045\,P.t.$

Wird nun der Schienendruck für schweren Betrieb $P = 5000$ kg, $t = 150$ cm, die Schwellenbreite = 24 cm gesetzt, so wird: $M_s = \frac{0{,}0925 \,.\, 5000 \,.\, 150}{24} = 2880 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$. Werden die Elastizitäts- und Spannungs-Zahlen der Beispiele C. 2), D und E wieder beibehalten, ferner bestimmt, dafs die Schwelle zwei gleiche Einlagen mit $a = 3$ cm erhalten soll, damit sie beliebig gehandhabt werden kann, schliefslich $D = 0$ berücksichtigt, so ist nach IV. B. a. α) $x^3\left\{1 + \frac{8{,}42}{0{,}433}\right\} - x^2 . 4 . 3 - x\left\{6\,\frac{2880}{40}\left(\frac{1}{0{,}433} - 1\right) - 3 . 3^2\right\} = 6 . 3 . \frac{2880}{40}$ oder $x^3 . 20{,}45 - x^2 . 12 - x . 537 = 1300$ oder $x^3 - x^2 . 0{,}587 - x . 26{,}3 = 63{,}5$

$x = 5, 6, 7$ gibt links der Reihe nach $-21{,}2, +37{,}1, +124{,}2$. Diese drei Punkte sind wieder in Textabb. 14 aufgetragen und verbunden, die Höhe 63,5 gibt genau genug die Lösung $x = 6{,}3$; $h = 3 + 6{,}3 . 3{,}14 = 22{,}8$ cm; $\varphi = \frac{40 . 6{,}3}{2 . 1200\left(1 - 0{,}433\,\frac{6{,}3 - 3}{6{,}3}\right)} = 0{,}136 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$, also mufs für die 24 cm breite Schwelle $f = 24 . 0{,}136 = 3{,}25$ qcm sein. 9 mm starke Quadrateisen haben 0,81 qcm, also sind 4 Quadrateisen von 9 mm Seite nötig.

Das Mittelmoment ist: $M_m = -\frac{0{,}045 \,.\, 5000 \,.\, 150}{24} = 1415 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$, also folgt für die Mitte nach IV. B. a. α): $x^3\left(1 + \frac{8{,}42}{0{,}433}\right) - x^2 . 12 - x\left\{6\,\frac{1415}{40}\,1{,}3 - 27\right\} = 0{,}45 . 1415$ oder $x^3 . 20{,}45 - x^2 . 12 - x . 248 = 637$ oder $x^3 - x^2 . 0{,}587 - x . 12{,}15 = 31{,}1$, daraus folgt mittels der Auftragung wie in Textabb. 14 $x = 4{,}65$; $h = 3 + 3{,}14 . 4{,}65 = 17{,}6$ cm; $\varphi = \frac{40 . 4{,}65}{2 . 1200\left(1 - 0{,}433\,\frac{4{,}65 - 3}{4{,}65}\right)} = 0{,}0915 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$. In der Mitte beträgt der Eisenquerschnitt $f = 24 . 0{,}0915 = 2{,}2$ qcm, also sind hier noch 3 Quadrateisen von 9 mm Seite mit 2,43 qcm nötig.

Die Bodenpressung ist nun $q = \frac{2 . 5000}{273 . 24} = 1{,}525$ kg/qcm, somit Q an der Aufsenkante des 11 cm breiten Schienenfufses: $Q = 1{,}525 . \left(\frac{273}{2} - 75 - 5{,}5\right) = 85{,}4$ kg/qcm.

Der ganze Betondruck unter der Schiene beträgt $\frac{40 . 6{,}3}{2} = 126$ kg/cm, er wirkt 2,1 cm von Oberkante, der Eisendruck ist $13 . 0{,}136 . 40\,\frac{6{,}3 - 3}{6{,}3} = 37$ kg/cm, er wirkt 3 cm von Oberkante, die Mittelkraft beider von 163 kg/cm wirkt $\frac{126 . 2{,}1 + 37 . 3}{163} = 2{,}22$ cm unter Oberkante, folglich ist d unter der Schiene: $d = 22{,}8 - 2{,}22 - 3 = 17{,}58$ cm.

Die Betonscherspannung ist demnach nach V. A. 2) mit $\tau_1 = \frac{85{,}4}{17{,}58} = 4{,}86$ kg/qcm zu hoch. Nach V. B. 1) mufs der Querschnitt der Schrägeisen $\varphi'' = \frac{1{,}414\,(85{,}4 - 2{,}5 . 17{,}58)}{1200} = 0{,}0488 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$, der Querschnitt der Schrägeisen einer Schwelle also $f'' = 24 . 0{,}0488 = 1{,}17$ qcm sein, also sind zwei der vorhandenen Eisen zu kreuzen. Die Haftspannung wird nach V. B. 2) dabei

$$\tau_2'' = \frac{1{,}17 . 1{,}525}{0{,}0488 . 2 . 4 . 0{,}9}\;\frac{85{,}4 - 2{,}5 . 17{,}58}{85{,}4} = 2{,}45 \text{ kg/qcm.}$$

Diese paarweise Kreuzung je zweier Eisen wird bis zum Schwellenende durchgeführt, also in $\left(\frac{273}{2} - 75 - 5{,}5\right)\frac{1}{17{,}58} = 3{,}2$ rund 3 Feldern.

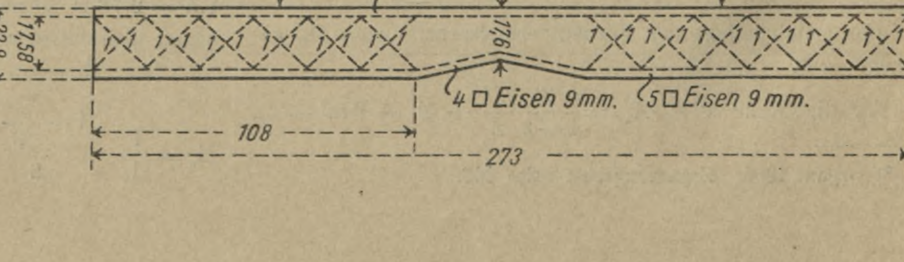
Innerhalb der Schiene ist die Querkraft $-\frac{5000}{24} + 85{,}4 + 11 . 1{,}525 = -106$ kg/cm. Hier mufs nach V. B. 1) sein: $\varphi'' = \frac{1{,}414\,(106 - 2{,}5 . 17{,}58)}{1200} = 0{,}073 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$, oder für die ganze Schwelle $f'' = 24 . 0{,}073 = 1{,}75$ qcm. Hier müssen also auch je zwei Eisen gekreuzt werden, die Haftspannung ist dann nach V. B. 2):

$$\tau_2'' = \frac{1{,}75 . 1{,}525}{0{,}073 . 2 . 4 . 0{,}9}\;\frac{106 - 2{,}5 . 17{,}58}{106} = 2{,}97 \text{ kg/qcm.}$$

Die Querkraft, die mit Rücksicht auf die Scherspannung im Beton ohne Schrägeisen aufgenommen werden kann, folgt nach V. A. 2) aus $2{,}5 = \frac{Q}{17{,}58}$ mit $Q = 44$ kg/cm, und die mittels der Haftspannung nur wagerechter Einlagen aufzunehmende nach V. A. 1) aus $4{,}5 = \frac{3{,}25 . Q}{0{,}136 . 17{,}58 . 4 . 4 . 0{,}9}$ mit $Q = 47{,}5$. Die Stelle, wo die kleinere von beiden erreicht wird, folgt nach dem Abstande w vom Schwellenende aus $\frac{5000}{24} - w . 1{,}525 = 44$ mit $w = 108$ cm, von hier nach der Mitte hin sind keine Schrägeisen mehr nötig, von hier beginnt dann auch die Einschrägung auf die geringere Stärke von 17,6 cm in der Mitte. Vom Schwellenende her sind also im Ganzen $\frac{108}{17{,}50} = 6{,}1$ rund 6 Kreuzfelder nötig.

Da je ein oberes und ein unteres Eisen zu diesen Kreuzungen verwendet werden mufs, und dann als Zugeisen fehlt, so mufs

Abb. 16.



die untere Einlage wegen des Momentes unter den Schienen in den Schwellenteilen mit Kreuzfeldern auf 5 Quadrateisen von 9 mm Seite gebracht werden. Die obere Einlage genügt durchweg mit 3 solchen Eisen, da sie als Druckeinlage sehr wenig Wirkung hat und als Zugeinlage des Mittelquerschnittes nur dreier Eisen bedarf.

Die so festgelegte Schwelle ist in Textabb. 16 gezeichnet.

IX. Berechnung von Durchbiegungen der Verbundkörper.

Bei den zu Grunde gelegten Annahmen ist die Festlegung der Spannungsnullinie des Querschnittes durch Berechnung von x nur ein geometrischer Vorgang. Denn die Durchbiegungen sind für Träger und Platten ganz, für Bogen fast ganz unabhängig vom Längsdrucke D, der nur gleichförmig verteilte Druckspannung, also nur gleichmäfsige Verkürzung und keine Verbiegung erzeugt. Selbst der Umstand, dafs D bei ungleichen oberen und unteren Einlagen und bei Rippenkörpern aufserhalb des Schwerpunktes wirkt, hat hierauf nur geringen Einflufs. Die Verbiegungen hängen fast, oder ganz allein von den Momenten ab, und unter dieser Annahme ist x unabhängig von der Gröfse der Momente, die Nullinie liegt demnach in einem Körper überall gleicher Stärke, auch überall an derselben Stelle. Richtig ist diese Grundlage nicht, denn wenn man die Veränderlichkeit der Elastizitätszahl mit der Spannung berücksichtigt, so erkennt man, dafs sich die Nullinie mit der Gröfse der Momente verschieben mufs. Nachdem aber diese ganze Abhandlung auf der Annahme unveränderlicher Elastizitätszahl aufgebaut ist, was sich für die Bauausführung auch als genügend herausgestellt hat, wäre es folgeunrichtig, nun von dieser Grundlage abzugehen. Auch ist der Einflufs der Veränderlichkeit der Elastizitätszahl gering, weil eben der Einflufs auf die Gröfse der Spannungen in den für Bauzwecke bedeutungsvollen Fällen gering ist.

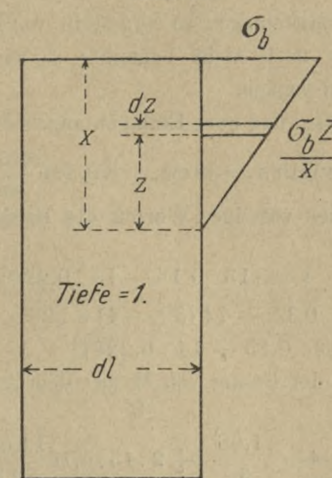
Wird nun hiernach die Ermittelung der Durchbiegungen unter Vernachlässigung von D für die tatsächlich wirkenden Momente ausgeführt, so trifft jedenfalls einer der Formelsätze IV A. b. α), IV A. b. γ) oder IV B. b. α) zu, da stets x und die Spannungen σ_b und σ_e aus dem gegebenen Momente und den gegebenen Abmessungen des auf die Durchbiegung zu untersuchenden Verbundkörpers zu berechnen sind. Diese Formelsätze zeigen aber, dafs man stets $\sigma_b = \mu\, M$ und $\sigma_e = \nu\, M$ setzen kann, worin μ und ν als die M anhaftenden Zahlenwerte aus den Formelsätzen abgelesen werden können.

Nun ist jede Durchbiegung $\delta = \frac{d\,A_i}{d\,P_n}$, worin A_i die ganze von den Momentspannungen verrichtete Formänderungsarbeit, und P_n eine in Richtung der zu ermittelnden Durchbiegung wirklich wirkende, oder in dieser nur angenommene und deshalb am Schlusse der Rechnung wieder $= 0$ zu setzende Last bedeutet. Die Formänderungsarbeit A_i aus den Momententspannungen ist aber nach der üblichen Bezeichnungsweise $\int_0^l \frac{M^2\,d\,l}{2\,.\,E\,J}$, worin d l das Differenzial der Länge, J das Trägheitsmoment des Querschnittes ist für Verbundkörper, namentlich statisch bestimmt gelagerte, bleiben die Momente M dieselben, wie für jeden in gleicher Lage befindlichen Tragkörper, die Länge ist nur eine geometrische Beziehung; anders, als bei anderen Körpern gestalten sich aber E und J. Deshalb soll die Formänderungsarbeit eines Verbundkörperteiles der Länge d l unter dem Momente M nun wirklich ausgerechnet werden, um zu sehen, welche Gröfse bei Verbundkörpern an die Stelle von $\frac{1}{EJ}$ treten mufs.

1. Formänderungsarbeit des Betondruckes.

Die Spannung auf dem Flächenteilchen d z (Abb. 17) ist

Abb. 17.



$\frac{\sigma_b\,z}{x}$, die Fläche d z . 1 und der Weg, das ist die Verkürzung von $d\,l = \frac{\sigma_b\,z}{x\,E_b}\,d\,l$, folglich die Formänderungsarbeit des Teilchens d l $\int_{z=0}^{z=x} \frac{1}{2}\,\frac{\sigma_b\,z\,.\,d\,z}{x}\,\frac{\sigma_b\,z\,d\,l}{x\,E_b}$, also da $\sigma_b = \mu\,M$ gesetzt wurde: $\frac{x\,\mu^2}{6\,E_b}\,M^2\,d\,l$.

2. Formänderungsarbeit der Zugeinlage.

Die Kraft ist $\varphi\,\sigma_e$, der Weg das ist die Verlängerung $\frac{\sigma_e}{E_e}\,d\,l$, also bei $\sigma_e = \nu\,M$ die Formänderungsarbeit: $\frac{\nu^2\,\varphi}{2\,E_e}\,M^2\,d\,l$.

3. Formänderungsarbeit der Druckeinlage.

Die noch nicht in Rechnung gestellte Kraft ist nach Textabb. 1 $(n-1)\,\varphi'\,\sigma_b\,\frac{x-a}{x}$, der Weg der Verkürzung ist derselbe, wie der des Beton an der Stelle der Druckeinlage, also $\sigma_b\,\frac{x-a}{x\,E_b}\,d\,l$, denn die Untersuchung ist von vorn herein so angelegt, dafs Beton und Eisen sich um Gleiches verkürzen müssen. Die Formänderungsarbeit ist für $\sigma_b = \mu\,M$ somit:

$$\frac{(n-1)\,(x-a)^2\,\varphi'\,\mu^2}{2\,.\,x^2\,.\,E_b}\,M^2\,d\,l.$$

Werden diese drei Beträge zusammengezogen, so ergibt sich als Formel für die Durchbiegung eines Verbundkörpers:

$$\delta = \frac{d\int_0^l \left\{\frac{\mu^2}{E_b}\left(\frac{x}{3} + \frac{(n-1)\,(x-a)^2\,\varphi'}{x^2}\right) + \frac{\nu^2\,\varphi}{E_e}\right\}\frac{M^2\,d\,l}{2}}{d\,P_n}.$$

Hiernach können die üblichen Durchbiegungsformeln mit genügender Genauigkeit verwendet werden, wenn statt $\frac{1}{EJ}$ die Gröfse

$$\text{IX. 1)} \quad \left\{ \frac{\nu^2 \varphi}{E_e} + \frac{\mu^2}{E_b}\left[\frac{x}{3} + (n-1)\left(\frac{x-a}{x}\right)^2 \varphi'\right]\right.$$

eingeführt wird, in der bei zwei gleichen Einlagen statt φ' auch φ zu setzen ist.

Als Beispiel möge die Durchbiegung der Rippendecke VIII D für volle Belastung mit einer Probelast von 1200 kg/qcm, der 1,5 fachen Nutzlast, berechnet werden, und zwar sollen die erforderlichen Ermittelungen so angestellt werden, als seien die Mafse der Decke noch nicht bekannt; so wird zugleich eine Proberechnung gewonnen.

Da D = 0 ist, und zwei Einlagen angeordnet wurden, liegt der Fall IV. A. b. γ) mit h = 39 cm, $\varphi = 0{,}226 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$, $\varphi' = 0{,}15 \frac{\text{qcm}}{\text{cm}}$, a = 4 cm und den sonstigen Werten des Beispieles VIII D vor. Danach ist:

$$x = (13 \,.\, 0{,}15 + 14 \,.\, 0{,}226) \,.$$
$$\left(\sqrt{1 + 2\frac{13 \,.\, 4 \,.\, 0{,}15 + 14\,(39-4)\; 0.226}{(13 \,.\, 0{,}15 + 14 \,.\, 0{,}226)^2}} - 1\right) = 11{,}08 \text{ cm},$$

wie früher, und der Faktor von M aus dem Ausdrucke für σ_b:

$$\mu = \frac{2}{11{,}08\left(39 - 4 - \frac{11{,}08}{3}\right) + 2 \,.\, 13 \,.\, 0{,}15 \frac{11{,}08 - 4}{11{,}08}(39 - 2 \,.\, 4)}$$

$= 0{,}00472$, der Faktor von M aus dem Ausdrucke für σ_e durch Einsetzen von σ_b:

$$\nu = 14 \,.\, 0{,}00472 \frac{39 - 4 - 11{,}08}{11{,}08} = 0{,}1425.$$

Das bei VIII D ermittelte Moment war $8430 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}}$, also würde hier folgen $\sigma_b = 8430 \,.\, 0{,}00472 = 39{,}8$ kg/qcm, $\sigma_e = 8430 \,.\, 0{,}1425 = 1200$ kg/qcm, die Rückrechnung stimmt also fast ganz genau.

Die als $\frac{1}{JE}$ zu benutzende Gröfse wird somit nach IX 1)

$$\frac{0{,}1425^2 \,.\, 0{,}226}{2100000} + \frac{0{,}00472^2}{150000}\left[\frac{11{,}08}{3} + 13\left(\frac{11{,}08 - 4}{11{,}08}\right)^2 . \, 0{,}15\right]$$
$$= 0{,}000000002851.$$

Die Formel für die Durchbiegung in der Mitte eines voll belasteten Trägers auf zwei Stützen ist $\frac{5\,p \,.\, l^4}{384 \,.\, EJ}$, also wird die Durchbiegung in diesem Falle für p = 0,12 kg/qcm Verkehrslast:

$$\delta = \frac{5 \,.\, 0{,}12 \,.\, 725^4 \,.\, 0{,}000000002851}{384} = 1{,}23 \text{ cm}.$$

Da diese Untersuchung den Widerstand der Beton-Zugspannungen nicht berücksichtigt, so mufs die gemessene Durchbiegung etwas kleiner bleiben, als diese berechnete.

In Fällen verwickeltern Momentengesetzes, in denen keine fertige Durchbiegungsformel zur Hand ist, mufs der Wert $\frac{d\int_0^l \frac{M^2\,dl}{2}}{d\,P_n} = \int_0^l M \frac{d\,M}{d\,P_n}\,d\,l$ erst ausintegriert werden, auf den Ausdruck IX 1) für $\frac{1}{EJ}$ hat das keinen Einflufs.

Buchdruckerei von Carl Ritter in Wiesbaden.