

# DER BRÜCKENBAU

Zentralorgan für Straßen- und Eisenbahnbrücken, Fußgänger-, Kanal- und Gerüstbrücken.

Herausgeber und Schriftleiter: Dr. Jakob Friedrich Meißner in Heidelberg.

Telefon 1829 Verlag der Fachpresse, Verlagsgesellschaft m. b. H. in Heidelberg. Postfach 3

---

Sonder-Abdruck aus Heft 1, 2 u. 3, Jahrg. 1918.

## Der versteifte Bogenbalkenträger

(D. R. P. 298738).

Von Dr.-Ing. Johs. Thieme

Königl. Oberlehrer und Privatdozent.

G. 58  
110

G. 58 110

313

III 414



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000302703





III 34049

## Der versteifte Bogenbalkenträger (D. R. P. 298738)

Von Dr.-Ing. *Johs. Thieme*, Buxtehude, Oberlehrer und Privatdozent

(Mit 52 Abbildungen)

### A. Der Bogenbalkenträger im Vergleich mit dem steifen Bogen und aufgenommenem Bogenschub

Der Bogenbalkenträger, soweit er aus vollwandigem Versteifungsbalken und einem an ihm nach unten oder oben angebrachten, auf Zug oder Druck in Anspruch genommenen Bogengurt besteht (Abb. 1 u. 2)



Abb. 1.

und dem Fachwerkträger angesehen werden. Er ist trotz gewisser ihm eigentümlicher Vorzüge bisher nur selten angewendet worden.



Abb. 2.

Die erste Ausführung erfolgte — allerdings mit einem parallelgurtigen Fachwerk als Versteifungsträger — durch den bekannten Ingenieur Langer für die Murbrücke in Graz im Jahre 1881. Von späteren Anwendungen sind die Ihmebrücke in Hannover und die Ueberführung des Kurfürstendamms über den Bahnhof Halensee in Berlin zu nennen. Daß diese Trägerart aber auch höheren Anforderungen genügt, zeigt der zweite Wettbewerb für die Straßenbrücke

in Köln, in welchem die Brückenbauanstalt Gustavsborg für die Ueberbrückung der großen Mittelöffnung einen schlaffen Stabbogen mit vollwandigem Versteifungsträger vorgeschlagen hatte.

In statischer Hinsicht als dem Bogenbalkenträger durchaus gleichwertig ist übrigens der in den letzten Jahrzehnten häufiger zur Ausführung gelangte steife Bogen mit Zugband anzusehen. Beide Trägerarten unterscheiden sich von einander nur dadurch, daß bei der letzteren die Versteifung mit dem Bogengurt, bei der anderen aber mit der geraden Gurtung verbunden ist (Abb. 2 u. 3). Sie werden daher hinsichtlich der durch ihre statische Wirkungsweise bedingten Eigenschaften — für die praktische Anwendung kommen lediglich der Baustoffbedarf und die Formänderungen durch die Nutzlast in Betracht — miteinander übereinstimmen, so daß sie insoweit als gleichwertig gelten dürfen und die Wahl der einen oder anderen Anordnung im Einzelfalle von ihren sonstigen Eigentümlichkeiten abhängig zu machen ist. Als solche sind zu berücksichtigen das Aussehen und die Aufstellung, sowie die Werkstattarbeiten.

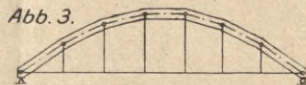


Abb. 3.

Akc. Nr.

332

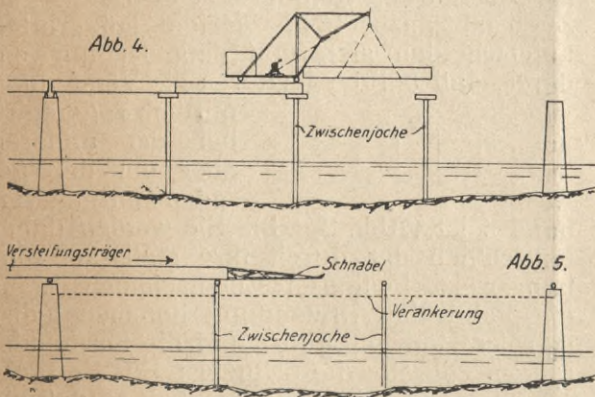
52 1958. 110



Ueber ersteres läßt sich verschiedener Meinung sein. Der statisch empfindende Fachmann wird zwar bei der Betrachtung des als Versteifungsträger ausgebildeten, über die Brückenbahn emporstrebenden Bogens sich insofern befriedigt fühlen, als die in der Ansicht beträchtliche Breite desselben die Sicherheit zu gewähren scheint, daß auch bei ungünstiger Nutzlastwirkung ein Ausknicken nach oben oder unten ausgeschlossen ist; andererseits kann aber auch die Empfindung aufkommen, als ob wenigstens bei größeren Bauwerken von beträchtlicher Höhe und geringerem Abstände der beiden Tragwände diese durch Wind und Sturm zur Seite gedrückt werden müßten.

Jedenfalls wird bei Brücken, für welche das Aussehen nicht in erster Linie entscheidend ist, den anderen praktischen Gesichtspunkten, der Aufstellungsmöglichkeit und der Werkstattbearbeitung, erhöhte Bedeutung beizumessen sein. Und mit Rücksicht auf diese, insbesondere aber auferstere, ist der Bogenbalkenträger dem steifen Bogen mit aufgehobenem Bogenschub überlegen.

Sei der Versteifungsträger des Bogenbalkenträgers nun vollwandig oder als Fachwerk ausgebildet, er wird sich immer in Stücken, so groß wie Bahnbeförderung oder sonstige Anfuhrmittel gestatten, auf die Baustelle bringen lassen. Diese werden dann mit Hilfe von Derrickkränen vorgestreckt oder aber am festen Ufer zu ganzen Brückenlängen, unter Umständen bereits mit sämtlichen Verbänden, zusammengesetzt und über die Oeffnung vorgeschoben. In beiden Fällen genügen statt eines festen durchlaufenden Gerüstes wenige, in Abständen von 10 bis 30 m zu errichtende Zwischenjoche, auf welche die vorderen Enden der Trägerstücke aufgelegt oder über die die zusammengesetzten Trägerstücke hinweggeschoben werden (Abb. 4 u. 5).



Haben die Versteifungsträger dann ihre richtige Lage erhalten, so werden, soweit nötig, die einzelnen Trägerstücke miteinander verbunden, die Zwischenkonstruktionen, wie Fahrbahngerippe, Verbände, eingebaut und die Bogengurte aufgesetzt oder angehängt.

Beide Aufstellungsarten mit dem Einrammen, Abbinden und etwa nötigen Verankern der wenigen Zwischenjoche, mit dem Vorstrecken durch fahrbare, auf den bereits ausgelegten Trägern laufenden Derrickkrane oder mit Vorschieben der bis auf die Bogengurte am Ufer fertig zusammengesetzten Brückenteile und endlich dem Anbringen der Bogengurtungen selbst, erfordern bei weitem nicht diejenige Zeit, welche für die Aufstellung eines hoch über der Fahrbahn liegenden steifen vollwandigen oder Fachwerkbogens mit festem Gerüst benötigt wird. Mit dem Zeitaufwand und überhaupt mit der Einschränkung der auf der Baustelle auszuführenden Arbeiten vermindern sich aber auch die Kosten der Aufstellung.

Indes auch die Werkstattarbeiten gestalten sich einfacher und werden billiger, wenn etwa die Hälfte des gesamten Eisengewichts auf den als vollwandiger Blechträger oder als parallelgurtiges Fachwerk auszuführenden Versteifungsbalken entfällt, als wenn letzterer mit gekrümmten Gurtungen auszuführen ist, wie beim vollwandigen oder fachwerkartigen steifen Bogen mit aufgenommenem Bogenschub.

Sichern aber diese Vorzüge dem Bogenbalkenträger den Vorrang gegenüber dem steifen Bogen mit aufgenommenem Bogenschub, daß letzterer nur seines Aussehens wegen ihm noch vorgezogen werden könnte, so ist er aus den gleichen Gründen auch dem gewöhnlichen Fachwerkbalken überlegen.

## B. Der versteifte Bogenbalkenträger im Vergleich mit dem Fachwerk

Als einziger Nachteil gegenüber dem Fachwerk ist lediglich die größere elastische Nachgiebigkeit des Bogenbalkenträgers beim Uebergang von Nutzlasten anzusehen. Daß ersteres im allgemeinen ein etwas kleineres Eisengewicht erfordert als der letztere, ist deshalb von geringerer Bedeutung, weil dieser Vorteil durch höhere Werkstatts- und Aufstellungskosten nahezu wieder ausgeglichen wird.

Indes auch der Uebelstand der größeren Formänderungen ist zu vermeiden, gleichzeitig damit aber eine etwa vorhandene Ueberlegenheit des Fachwerks durch sein geringeres Eisengewicht wieder einzuholen, sobald man im Bogenbalkenträger eine geeignete Versteifung vorsieht, wie sie durch Schrägstäbe in den Mittelfeldern (Abb. 6 u. 7) oder auch in den seitlichen Feldern erreicht werden kann.

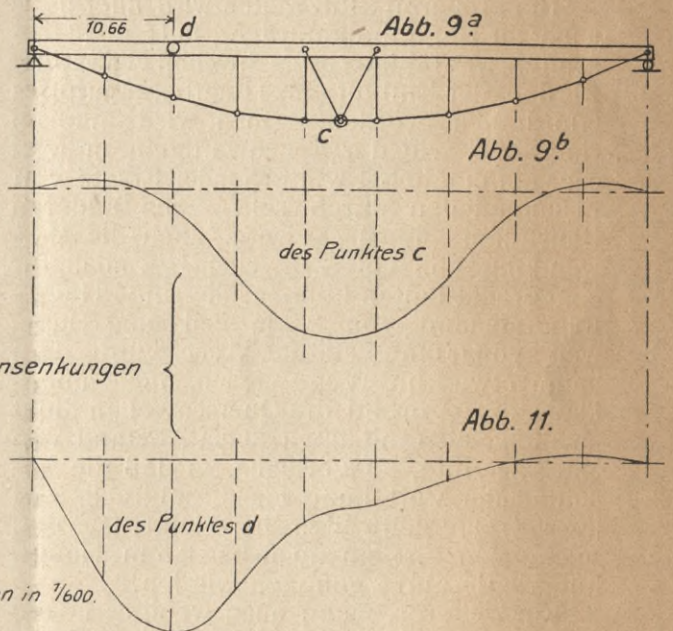
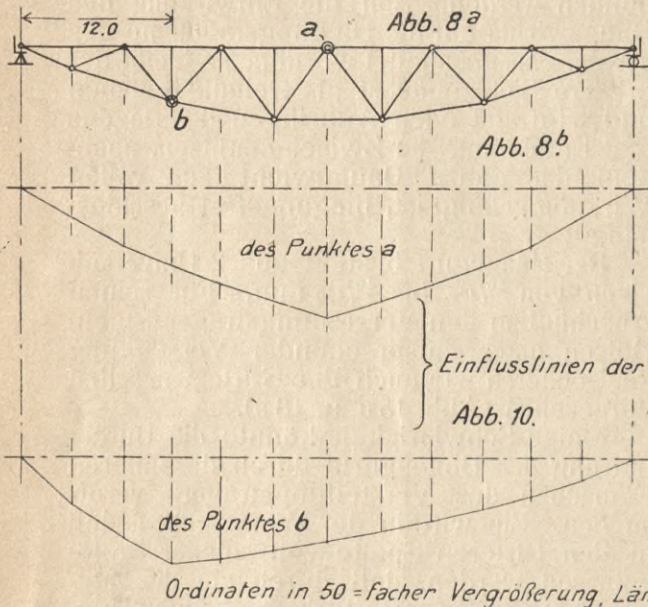
Die Gewichte eines Fachwerks und eines Bogenbalkenträgers für eine Eisenbahn-





brücke mit oberliegender Fahrbahn von beispielsweise 48 m Stützweite betragen für ersteres nach den von Dirksen für die Brücken der Preußischen Staatsbahn angegebenen Beziehungen  $(540 + 27 \cdot 48)$  kg/m für Hauptträger und Verbände, 490 kg/m für Fahrbahngerippe, zusammen also 2330 kg/m, für den Bogenbalkenträger aber, wie er in den Abbildungen 12 u. ff. dargestellt ist, rd. 2000 kg/m. Dabei entspricht das angegebene Gewicht der Fachwerksbrücke dem preußischen Lastenzug A mit 17 t Lokomotiv- und 13 t Tender- und Wagenachsdrukken, während für den Bogenbalkenträger der Lastenzug B mit Achsdrukken von 20 bzw. 15 t angenommen wurde. Der für das Fachwerk berechnete Wert würde also, um

änderungen in den Wandstäben erleidet das erstere — ein Parabelträger — eine Einsenkung von 3,6 cm, der Bogenbalkenträger dagegen nur eine solche von 2,9 cm. Die Abb. 10 u. 11 geben weiterhin die Durchbiegungen beider Trägerarten für Querschnitte, die etwa in den Viertelpunkten, und zwar um 14,4 bzw. 13,3 m vom Auflager entfernt sind. Die ungünstigste Einwirkung des preußischen Lastenzuges B hat beide Male Einsenkungen von 3,2 cm zur Folge. Während also hinsichtlich der Durchbiegungen in den Viertelpunkten beide Trägerarten gleich dastehen, ist der versteifte Bogenbalkenträger dem Fachwerke mit Rücksicht auf die Einsenkungen in der Mitte überlegen. Dies rührt daher, daß bei ihm der



einen zutreffenden Vergleich zu bieten, noch um etwa 10 v. H. auf rd. 2560 kg/m zu erhöhen sein.

Selbst wenn man aber annimmt, daß dieser Betrag im Einzelfalle bei geschickterer Durcharbeitung sich etwas vermindern läßt, so bleibt er immer noch beträchtlich genug, um erkennen zu lassen, daß der versteifte Bogenbalkenträger, hinsichtlich des Eisengewichtes dem Fachwerkträger nicht unterlegen sein wird. Zu seinen weiteren Gunsten spricht aber nachdrücklich der Umstand, daß, wie bereits hervorgehoben wurde, etwa die Hälfte des Gesamtgewichts auf einen für die Werkstatt und Aufstellung vorteilhaften vollwandigen Blechbalken entfällt, daß also die Einheitspreise niedriger werden, als beim Fachwerk.

Was nun die Durchbiegungen beider Trägerarten anlangt, so veranschaulichen die Abb. 8 u. 9 die Einflußlinien für die Einsenkungen in Brückenmitte des Fachwerks und des Bogenbalkenträgers. Bei ungünstigster Einwirkung des preußischen Lastenzuges B und bei Berücksichtigung der Längen-

volle Querschnitt des Versteifungsträgers als Druckgurt wirksam wird, der mit 5,03 qdm reichlich um die Hälfte größer ist, als der entsprechende Fachwerksobergurt.

Zu Gunsten des Bogenbalkenträgers kommt ferner in Betracht, daß bei hängendem Bogengurt die Hauptträger noch mit einem Abstände ausgeführt werden können, der gestattet, die Querswellen unmittelbar aufzunehmen, während das Fachwerk, wenn nicht die Obergurtstäbe außer auf Druck auch auf Biegung beansprucht werden sollen, die Einfügung eines Fahrbahngerippes verlangt.

Allerdings wird der Hauptträgerabstand dabei bis auf 2,1 m vermindert, was indes z. B. nach „Hütte“ III. (21. Aufl.) S. 1057, wo  $b_{\min} = \frac{1}{24}$  angegeben ist, noch zulässig sein würde, denn es ist im vorliegenden Falle  $b = 2,1$ , also größer als  $b_{\min} = \frac{48}{24} = 2,0$  m.

Die Berücksichtigung des Winddrucks



bedingt hierbei keinen Mehraufwand an Eisen, weil die Querschnittsbeanspruchung auch bei günstigster Nutzlast noch soweit unter dem bei gleichzeitigem Auftreten des Windes maßgebenden Werte bleibt, daß die Gesamtspannung den zulässigen Wert nicht überschreitet. Dagegen kann beim Fachwerkträger recht wohl wenigstens im mittleren Teile eine Vergrößerung der Obergurtquerschnitte erforderlich werden. Außerdem wird durch Eintragen der aus dem Winddrucke stammenden Zusatzgurtkräfte im allgemeinen dadurch noch eine Nebenbeanspruchung hervorgerufen, daß der Anschluß des Windverbandes unsymmetrisch, dicht unter dem oberen Gurtflansche, stattfindet.

Bei größeren Stützweiten wird allerdings auch für Bogenbalkenträger, falls nicht besonders tragfähige Querschwellen verwendet werden, der Einbau eines Fahrbahngerippes erforderlich werden. Doch wird man in einer Zeit, wie der gegenwärtigen, in welcher ein möglichst weitgehender Ersatz von Eisenbauteilen durch solche aus anderen Baustoffen angestrebt wird, auch die Verwendung von Querschwellen  $^{30/36}$  noch für angebracht halten können, die einen Hauptträgerabstand von 2,5 m und eine Stützweite von 60 m gestatten. Auch würde dem kaum etwas im Wege stehen, nach amerikanischem Vorbild die Querschwellen dicht an dicht, also mit etwa 30 cm Abstand von Mitte zu Mitte, zu verlegen, so daß die Annahme der Verteilung eines Raddrucks auf je zwei Querschwellen berechtigt ist und solche von  $^{24/30}$  cm noch bei 2,5 m Hauptträgerentfernung genügen würden.

Ein weiterer, wenn auch weniger in die Erscheinung tretender Nachteil des Fachwerks gegenüber dem Bogenbalkenträger besteht darin, daß es erheblich größere Nebenspannungen erhält als der vollwandige Versteifungsbalken des letzteren, für den lediglich die dem zusammengesetzten Blechträger entsprechenden Werte von etwa 10 v. H. statt 30 v. H. der durch das Biegemoment bzw. durch die Stabkraft hervorgerufenen Spannung in Betracht kommen würden. Auch kann es recht wohl als Vorzug für ein Brückenbauwerk angesehen werden, wenn das Fahrbahngerippe entbehrlich wird, dessen Teile durch die Formänderungen der Hauptträger und zwar teilweise unter erheblicher Erhöhung ihrer Beanspruchungen in Mitleidenschaft gezogen werden.

So zeigen sich denn zu Gunsten des versteiften Bogenbalkenträgers verschiedene Vorteile, deren Verwertung in der Praxis allerdings noch in etwas davon abhängen dürfte, daß nicht die bauliche Durchbildung und die statische Behandlung erheblichere Schwierigkeiten verursachen. Auf diese beiden Gesichtspunkte soll daher in den fol-

genden Abschnitten näher eingegangen werden.

### C. Die bauliche Durchbildung des versteiften Bogenbalkenträgers für eine Eisenbahnbrücke von 48 m Stützweite (s. Abb. 12—20)

Der Versteifungsträger besteht aus einem 14 mm starken Stegblech von 1100 mm Höhe, mit Gurtwinkeln von 100 . 150 . 16 und 1 bis 2 Gurtplatten 330 . 16 sowie einer dritten Gurtplatte 330 . 9 im mittleren Teil. Die ganze Baulänge von 48,3 m wird in 4—6 Stücke aufgeteilt, die auf der Baustelle vor dem Ueberschieben oder nach dem Auslegen auf die Zwischenjoche durch Gruppenstöße (Abb. 15c) miteinander verbunden werden. Soll die Einwirkung des Baugewichts auf die Biegemomente des Trägers ausgeschaltet werden, so bleibt der mittlere Stoß zunächst als Gelenk bestehen und wird erst nach Anbringen des Bogens und Entfernung der Zwischenstützen, nachdem das ganze Baugewicht zur vollen Wirkung gelangt ist, biegungsfest geschlossen.

Der Hängegurt besteht aus 2 Universal-eisen von  $^{40/470}$  bis  $^{40/440}$  mm. Für seinen Anschluß an den Versteifungsträger ist ein Bolzen unter entsprechender Verstärkung des letzteren wie auch der Gurteisen selbst vorgesehen (Abb. 15a u. 18a).

Einige Schwierigkeit könnte die Durchführung des Bogengurts durch die unteren Flanschen des Versteifungsträgers verursachen. Sie wird in der Weise gelöst, daß in den letzteren Spalte von solcher Breite gelassen werden, daß durch sie die Zug-eisen mit ihren verstärkten Köpfen hindurchgesteckt werden können. Der dabei dem Trägerflansch verloren gehende Querschnitt wird durch im ganzen 4 Winkeleisen ersetzt, die auf die stehen bleibenden Streifen der Flanschen aufgenietet werden und die letzteren selbst zugleich davor schützen, daß sie unter der Einwirkung einer von ihnen aufzunehmenden Druckkraft ausknicken. Um aber überhaupt neben den Spalten noch solche Streifen zu erhalten, werden auf etwa 2,3 m vom Auflager die Winkel 100 . 150 . 16 durch solche von 100 . 200 . 16 und die Platten 330 . 16 durch solche von 420 . 16 ersetzt.

Der Bogengurt erhält seine Ecken unter den Pfosten. Die dort befindlichen Stöße der Zugeisen werden durch Bolzen- und Nietverbindungen gesichert. Die Aufgabe des Bolzens ist es, einmal ein schnelles Zusammensetzen des Bogengurts zu ermöglichen, dann aber, zu verhindern, daß er vor Schluß des Mittelstoßes durch die bei der Beseitigung der zur Aufstellung verwendeten Zwischenjoche und beim Wirksamwerden des Baugewichts im Versteifungsträger auftretenden Formänderungen



Abb. 12-20. Darstellung eines versteiften Bogenträgers für eine Eisenbahnbrücke von 48,0 m Stützweite.

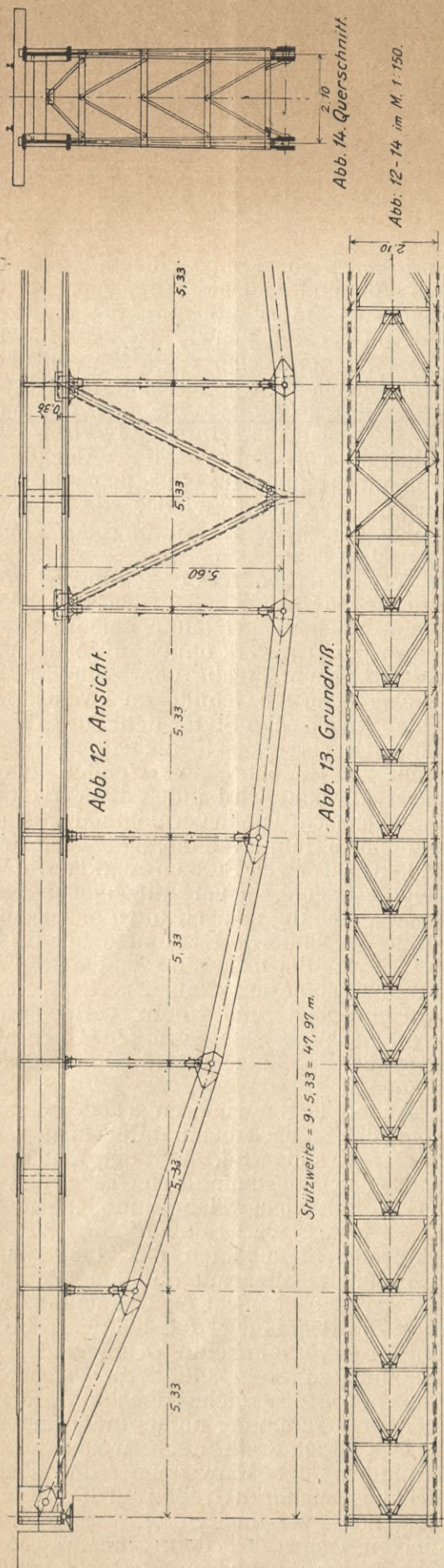


Abb. 14. Querschnitt.

Abb. 12-14 im M. 1:150.

in Mitleidenschaft gezogen wird. Nach Schluß des zunächst als Gelenk belassenen Mittelstoßes werden die zur Erzielung der Tragfähigkeit noch nötigen Niete geschlagen. Daß hierbei die Bolzen höher beansprucht werden als die Niete, ist deshalb unbedenklich, weil sie unschwer aus einem besseren Material hergestellt werden können.

Um aber diese Niete zu schlagen, ist ein gewisser Abstand zwischen den beiden den Bogengurt bildenden Universaleisen und ihren Laschen vorzusehen, während diese am Trägerende möglichst zusammengezogen werden müssen. Die dazu nötige Richtungsänderung im Verlauf der Eisen wird durch die in Abb. 15 a, b u. 18 a, b ersichtlichen, mit a und b gekennzeichneten Vorrichtungen bewirkt.

Die Pfosten (s. Abb. 15 b u. 17) vermitteln die Verbindung des Versteifungsträgers mit dem Bogengurt; für ihren Anschluß an beide Hauptbauteile sind lediglich Bolzen vorgesehen. Die beiden U-Eisen, aus denen sie bestehen, werden in solcher Weise an die zwischen den beiden Tragwänden anzubringenden Querverbände angeschlossen, daß sie auch ohne Vergitterung die erforderliche Knicksicherheit besitzen.

Von besonderer Bedeutung für die sichere Wirkung der Versteifung, die im Einbau zweier Schrägstäbe im Mittelfelde besteht, ist ihre zugfeste Verbindung mit dem Versteifungsbalken. Sie wird dadurch gewährleistet, daß durch die Gurtplatten eine in einen Ausschnitt des Stegblechs passende und an dieses durch ein Laschenpaar angeschlossene Platte c (Abb. 20 a, b) hindurchgesteckt ist. Für die Schrägstäbe selbst ist ein Querschnitt aus 2 U-Eisen, die miteinander zu vergittern sind, vorgesehen.

Für die Pfosten und Schrägstäbe sind zunächst mit Rücksicht auf die Aufstellung Bolzenanschlüsse in Aussicht genommen; an Stelle derselben können indes ebenso wie an Stelle der Bolzenverbindungen zwischen den einzelnen Gliedern der Bogengurtung Vernietungen treten.

Im übrigen ist die bauliche Durchbildung aus den Abb. 12-20 ersichtlich und bedarf wohl kaum der weiteren Erläuterung.

Wenn nun der Bogengurt sich nach oben erstreckt und dabei auf Druck in Anspruch genommen wird, so ist sein Anschluß an den Versteifungsträger, falls er selbst doppelstegig, letzterer aber einstegig ist, zwar mit einer gewissen Schwierigkeit verbunden, keineswegs aber ein Ding der Unmöglichkeit; entweder werden die beiden Stege des Bogengurtes am Ende zusammengeführt, oder der Steg des Versteifungsträgers wird in zwei Stege aufgelöst. Es können aber auch die Stege des Bogengurtes am Ende überhaupt weggelassen und durch weitere Deckplatten ersetzt werden, die dann mit den übrigen auf den nach abwärts abge-



bogenen Obergurt des Versteifungsträgers aufgenietet werden.

Weder die Anordnung mit Zug-, noch diejenige mit Druckbogen stellt also Aufgaben, die für eine mittlere Eisenwerkstatt besondere Schwierigkeiten bedeuten; es werden ja gleichartige Konstruktionen häufig, wenn auch für andere Zwecke, ausgeführt.

#### D. Die statische Behandlung des versteiften Bogenbalkenträgers

Der mit einer Mittelversteifung ausgerüstete Bogenbalkenträger kann je nach den im Versteifungsträger vorzusehenden Gelenken statisch bestimmt, ein- und zweifach unbestimmt sein; erhält er statt einer Versteifung im Mittelfeld deren zwei in seitlich der Mitte gelegenen Feldern, so kann die Zahl der Unbestimmtheiten auf drei anwachsen usf.

Eine statisch bestimmte Anordnung ergibt sich bei Vorhandensein eines Versteifungsfeldes in der Mitte, wenn zu beiden Seiten derselben zwei Gelenke vorgesehen werden (Abb. 21). Diese Anordnung dient

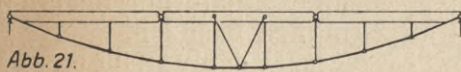


Abb. 21.

mit Vorteil als statisch bestimmtes Hauptnetz für das zweifach unbestimmte gelenklose Tragwerk. Sowohl bei dem statisch bestimmten Tragwerk als solchem wie im statisch bestimmten Hauptnetze der zweifach unbestimmten Anordnung werden die Gelenke zweckmäßig dorthin gelegt, wo im gelenklosen Balken die Biegemomente möglichst klein ausfallen, also etwa derart, daß sie die Trägerstücke zwischen Auflager und Versteifungsfeld im Verhältnis von 3:1 teilen.

Bei einem Balken mit nur einem Gelenke wird dieses bei auch sonst symmetrischer Anordnung in die Mitte des Versteifungsträgers zu verlegen sein (Abb. 22).

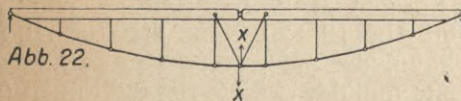


Abb. 22.

Das Tragwerk ist dann für unsymmetrische Belastung einfach statisch unbestimmt, für gleichmäßige bzw. symmetrisch zu der Mitte verteilte jedoch statisch bestimmt. Dieser Anordnung ist indes eine größere praktische Bedeutung nicht beizumessen und zwar wegen der ihr eigentümlichen Formänderungen; sie soll deshalb hiermit nur erwähnt sein, ohne daß auf sie weiter eingegangen wird. Wird sie gelegentlich aus besonderen Gründen gewählt, so hat man als statisch bestimmtes Hauptsystem den unversteiften Bogenbalkenträger mit Mittelgelenk und als statisch nicht bestimmbar Größe  $X$  die lot-

rechte Seitenkraft der die Versteifung bildenden Schrägstäbe im Mittelfeld in Rechnung zu stellen.

Werden dagegen beiderseits der Mitte zwei Versteifungsfelder — nach Abb. 23 —



Abb. 23.

vorgesehen, so ergibt sich bei Vorhandensein von drei Gelenken im Versteifungsträger ein statisch bestimmtes Tragwerk, und mit Wegfall von 1, 2 oder von allen 3 Gelenken eine ein-, zwei- bzw. dreifache Unbestimmtheit. Die Gelenke werden in diesem Falle in der Mitte und ferner zwischen den seitlichen Versteifungsfeldern und den Auflagern vorzusehen sein. Als statisch bestimmtes Hauptnetz eines solchen Bogenbalkenträgers würde wieder die mit 3 Gelenken versehene Anordnung der Abb. 23 anzusehen sein.

Werden ferner drei Versteifungsfelder angeordnet, so entsprechen diesen bei statischer Bestimmtheit vier Gelenke usf.

Für das Tragwerk ohne ein Versteifungsfeld wird nach Angabe von Müller-Breslau, welcher derartige Gebilde im zweiten Band seiner graphischen Statik behandelt, im allgemeinen als statisch nicht bestimmbar Größe die Bogenkraft verwendet. Infolge dieser Annahme wird indes der Verlauf der Einflußlinien des dann verbleibenden statisch bestimmten Hauptsystems, des als einfacher Balken auf zwei Stützen wirkenden Versteifungsträgers, in verhältnismäßig hohem Grade durch die statisch nicht bestimmbar Größe abgeändert. Es sind daher bei der Berechnung der letzteren zeichnerische Verfahren weniger am Platze, weil die ihnen eigentümlichen und kaum vermeidbaren, wenn auch an sich geringen Ungenauigkeiten das Ergebnis zu stark beeinträchtigen können.

Anders liegen dagegen die Verhältnisse, wenn das statisch bestimmte Hauptsystem derart gewählt wird, daß der Einfluß der statisch nicht bestimmbar Größe von vornherein vergleichsweise unbedeutend ist, dieser also gewissermaßen nur eine Korrektur der Einflußlinien des Hauptsystems vorstellt. Da aber mit abnehmendem Einfluß der statisch nicht bestimmbar Größe auch die Bedeutung der bei ihrer Ermittlung etwa vorkommenden Ungenauigkeiten abnimmt, so steht einer ausgedehnteren Anwendung des zeichnerischen Verfahrens zu ihrer Bestimmung nichts mehr im Wege.

Das Gleiche gilt auch weiter bei der Ermittlung der Einwirkung der statisch nicht bestimmbar Größen auf die Biegemomente, Quer- und Stabkräfte des untersuchten Tragwerks, denn indem jene an Einfluß abnehmen, vermindert sich auch die







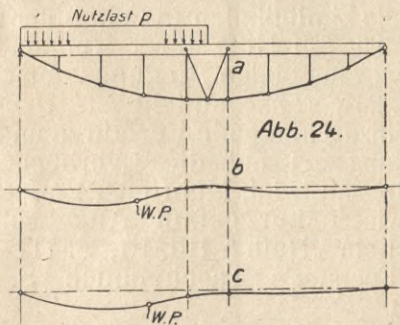




Bedeutung etwaiger weiterer Ungenauigkeiten in ihrer Einwirkung auf die einzelnen Tragwerksteile.

Als statisch bestimmte Hauptsysteme kommen also im vorliegenden Falle Gebilde in Betracht, deren Momentenverlauf dem des unbestimmten Tragwerks möglichst ähnlich ist, die also, um den Ausdruck zu gebrauchen, der verwendeten unbestimmten Trägerart verwandt sind. Man erhält sie, indem man sich den ungefähren Verlauf der ungünstigsten Formänderungen des Versteifungsträgers vergegenwärtigt und an den Wendepunkten der Biegelinie den vollen Trägerquerschnitt durch Gelenke ersetzt.

Bei einem Bogenbalkenträger mit mittlerem Versteifungsfeld ist nun der Balken derart mit dem Bogengurt in Verbindung gebracht, daß unter Nichtberücksichtigung der in den einzelnen Stäben und im Versteifungsträger wirksamen Achsenkräfte und der durch diese hervorgerufenen Stablängenänderungen die beiden Anschlußpunkte der Feldversteifung (Abb. 24a) bei einseitiger



Belastung des Versteifungsträgers ihre ursprüngliche Lage beibehalten. Die Folge davon ist, daß der letztere wie ein in 4 Punkten, den Auflagern und den Anschlußpunkten der Feldversteifung, gestützter durchgehender Balken wirkt und dementsprechend auch die Formänderungen eines solchen erleidet, daß also eine Biegelinie entsteht, die nach Abb. 24b verläuft und einen Wendepunkt W.P. besitzt. Werden aber die durch die Längenänderungen der einzelnen Stäbe ermöglichten weiteren Formänderungen des ganzen Tragwerks berücksichtigt, so ergibt sich eine Senkung der beiden Anschlußpunkte gegen die Auflagerpunkte und weiter eine Verdrehung der Verbindungsgeraden der ersteren. Durch beide Wirkungen wird aber der Wendepunkt an das Versteifungsfeld herangerückt, so daß eine Biegelinie entsteht, deren Charakter durch Abb. 24c wiedergegeben wird.

Entsprechend den bei derartigen durchgehenden Balken obwaltenden Verhältnissen wird der Wendepunkt die Länge des Balkenteils im Verhältnis von etwa 1:3 bis 1:4 teilen. Für das statisch bestimmte Hauptsystem werden dann an die Stelle der Wendepunkte die Gelenke zu verlegen sein.

Soll das Tragwerk aber als statisch bestimmtes, also mit 2 Gelenken, ausgeführt werden, so gilt zur möglichsten Verminderung der Momente im Versteifungsträger dasselbe: die Gelenke werden die Länge des Balkenteils im Verhältnis 1:3 bis 1:4 teilen müssen.

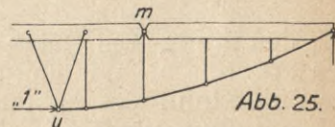
Wenn ferner  $n$  Versteifungsfelder im Tragwerk vorhanden sind, so bedarf es des Einbaues von  $(n + 1)$  Gelenken im Versteifungsträger, um statische Bestimmtheit herzustellen. Mit der Verminderung der Anzahl der Gelenke um  $m$  wird der Träger innerlich  $m$ -fach unbestimmt, und werden als statisch nicht bestimmbar Größen, wie bereits oben erwähnt, die in den Querschnitten der wegfallenden Gelenke auftretenden Biegemomente in Betracht kommen.

Man würde dann mit 1, 2, 3 und auch mehr statisch nicht bestimmbar Größen zu arbeiten und demgemäß die Ordinaten der schließlichen Einflußlinien aus den Ordinaten des statisch bestimmten Hauptsystems und 1, 2, 3 und mehr Beiträgen der einzelnen statisch nicht bestimmbar Größen zusammen zu setzen haben. Dieses Verfahren ist zwar umständlich und zeitraubend, würde aber natürlich zum Ziele führen. Eine wesentliche Vereinfachung ergibt sich nun aus folgender Betrachtung:

Der Einfluß von solchen unbestimmten Größen, die außerhalb desjenigen Trägerteils angreifen, in dem der jeweils zu untersuchende Querschnitt liegt, ist auf diesen nur gering, und zwar umso geringer, je weiter sie von dem betreffenden, durch zwei Versteifungsfelder oder durch ein solches und ein Endauflager begrenzten Trägerteil entfernt sind. Nun ist es zwar nicht zulässig, den Einfluß dieser statisch nicht bestimmbar Größen zu vernachlässigen; er kann aber ersetzt werden durch eine entsprechende Erhöhung der Wirkung der in Betracht kommenden benachbarten Versteifungsfelder, so daß man es bei der Untersuchung schließlich nur mit einer einzigen, die Einflußlinien des Hauptsystems modifizierenden, statisch nicht bestimmbar Größe zu tun hat, nämlich mit derjenigen, welche in dem betreffenden Trägerteil selbst vorhanden ist.

Diese in Rechnung zu stellende Erhöhung der Wirkung der Versteifung wird in folgender Weise bestimmt.

Die Kraft „1“ verursacht in ihrer Richtung eine Verschiebung  $\delta'$  ihres Angriffspunktes  $u$  (Abb. 25), wenn sie am Knoten-



punkt des Versteifungsdreiecks angreifend gedacht wird, während der rechts vom Versteifungsfeld befindliche Trägerteil durch



das Gelenk  $m$  die der Verschiebung  $\delta'$  entsprechenden Formänderungen zwang- und widerstandslos ausführen kann. Die Kraft „1“ verursacht dagegen in ihrer Richtung die Verschiebung  $\delta''$  ihres Angriffspunktes  $u$ , wenn das Versteifungsdreieck nicht vorhanden sein, an Stelle des Gelenkes  $m$  aber ein biegunsfester Querschnitt treten würde.

Werden so durch die Einheitskraft die Verschiebungen  $\delta'$  und  $\delta''$  hervorgerufen, dann entsprechen einer in beiden Systemen gleich großen Verschiebung  $\delta$  die Kräfte

$$Y' = \frac{\delta}{\delta'} \quad \text{und} \quad Y'' = \frac{\delta}{\delta''}$$

Mit Beseitigung des Gelenkes  $m$  wird also der Widerstand des Knotenpunktes  $u$  des Versteifungsdreiecks gegen eine Verschiebung im Sinne der angreifenden Kraft von  $Y'$  auf den Betrag  $(Y' + Y'')$  erhöht, und wird dementsprechend die durch eine äußere Kraft  $Y_u$  verursachte Verschiebung von  $\delta'_u$  vermindert auf

$$\delta_u = \frac{Y'}{Y' + Y''} \delta'_u \quad \text{d. i. aber mit Einsetzung von} \\ \frac{\delta}{\delta'} \text{ für } Y' \text{ und } \frac{\delta}{\delta''} \text{ für } Y'' : \delta_u = \frac{\delta''}{\delta' + \delta''} \delta'_u$$

Bei der Untersuchung der elastischen Verhältnisse des Tragwerks, wie sie zur Feststellung des Wertes der in Betracht kommenden statisch nicht bestimmbar Größe erforderlich ist, wird also an die Stelle des lediglich aus der Nachgiebigkeit des Versteifungsdreiecks bzw. seines Knotenpunktes  $u$  sich ergebenden Verschiebung  $\delta'_u$  nur die Verschiebung  $\delta_u$  zu treten haben, womit dann dem Einfluß der statisch nicht bestimmbar Größe des anderen Trägerteils Rechnung getragen wäre.

Sollten endlich mehrere Versteifungsfelder vorhanden sein, so würde in sinnvoller Erweiterung der vorstehenden Ausführungen, z. B. bei Untersuchung der statischen Verhältnisse in dem zum Gelenk  $c$  gehörigen Trägerteil I (Abb. 26) die Ver-

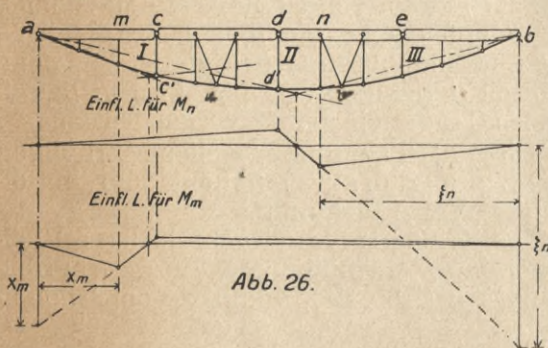


Abb. 26.

schiebung  $\delta_u$  des ihn begrenzenden Knotenpunktes sich ergeben als Wirkung aus dem elastischen Widerstand des zu ihm selbst gehörigen Versteifungsdreiecks, dem des Trägerteils II zwischen den beiden Versteifungsfeldern und endlich dem des Knotenpunktes des rechten Versteifungsdrei-

ecks. Der letztere aber ist wieder genau, wie im Vorhergehenden angegeben, zu berechnen.

Bei Feststellung der statischen Verhältnisse im statisch bestimmten Hauptsystem ist nun zu beachten, daß es für den mit einem Gelenk versehenen Trägerteil gleichgültig ist, ob die anderen von ihm durch Versteifungsfelder getrennten Trägerteile in sich statisch bestimmte Stabwerke, vollwandige Scheiben oder sonst welche Gebilde vorstellen. Die statischen Verhältnisse in dem jeweils untersuchten Trägerteile werden jedenfalls durch die statische Beschaffenheit der anderen Trägerteile nicht beeinflußt, so daß es ohne Bedeutung ist, ob sie von einem Auflager und einem Versteifungsfeld oder von zwei Versteifungsfeldern begrenzt werden.

Für die Bestimmung der Momente, Quer- und Stabkräfte ist daher der betreffende Trägerteil anzusehen als ein mit einem Gelenk versehener Versteifungsträger, unterstützt durch einen auf Zug oder auf Druck wirkenden Stabbogen. Dementsprechend werden die Einflußlinien in bekannter Weise, zweckmäßig mit Hilfe ihrer Nullpunkte ermittelt, wie für einige Biegemomente in der Abb. 26 veranschaulicht ist. Ueber das hierbei einzuschlagende Verfahren und seine Begründung sei auf die Lehrbücher von Müller-Breslau Bd. I, Mehrrens, Vorlesungen u. a. verwiesen, kurz gefaßte Angaben finden sich auch in „Hütte“ Bd. III, S. 111 ff. (21. Aufl.), Foerster's Taschenbuch S. 292 f. (2. Aufl.).

### E. Zur statischen Untersuchung des in Abschnitt C besonders behandelten Bogenbalkenträgers für eine Eisenbahnbrücke von 48,0 m Stützweite

Für das im Abschnitt C dieses Aufsatzes eingehender behandelte Tragwerk, eine Eisenbahnbrücke von 47,97 m Stützweite, eingeteilt in 9 Felder von je 6,33 m, deren mittleres durch Einfügung von zwei im Knotenpunkt  $u$  miteinander und mit dem Bogengurt in Verbindung stehenden Schrägstäben als Versteifungsfeld ausgebildet ist, ergibt sich nach obigen Darlegungen nun folgender Gang der statischen Untersuchung.

Die durch die beiden vorhandenen Versteifungen, diejenige des Versteifungsträgers selbst und diejenige des in Trägermitte vorgesehenen Versteifungsfeldes bedingte zweifache statische Unbestimmtheit wird für das statisch bestimmte Hauptsystem durch Einfügung zweier Gelenke  $c$  und  $d$  beseitigt, welche die Stützweite des ganzen Tragwerks in drei gleichlange Stücke teilen, also in die Achsen der Pfosten 3 fallen und die von den Auflagern und dem Versteifungsfeld begrenzten Stücke I und II des Versteifungsträgers im Verhältnis 3 : 1 teilen (s. Abb. 36).

Als statisch nicht bestimmbar Größen



werden die in den Gelenkquerschnitten des Versteifungsträgers entstehenden Biegemomente  $X_c$  und  $X_d$  in Rechnung gestellt. Die Wirkung der statisch nicht bestimm- baren Größe  $X_d$  auf den zum Gelenk c ge- hörigen Trägerteil I wird durch eine ent- sprechende Erhöhung des durch das Ver- steifungsdreieck geleisteten Widerstands ge- gen die von der äußeren wagerecht gerich- teten Kraft  $H$  angestrebte Verschiebung des Knotenpunkts  $u$  ersetzt, so daß für die Querschnitte des linken Trägerteils als statisch nicht bestimmbar Größe lediglich das Moment  $X_c$  zu berücksichtigen ist. Für die Querschnitte des rechten Trägerteils II gilt Entsprechendes und kommt für sie ledig- lich  $X_d$  als statisch nicht bestimmbar Größe in Betracht.

Man erhält dann die für die einzelnen Last- stellungen in Frage kommenden Werte der statisch nicht bestimmbar Größen, wenn  $\delta_{cc}$  die gegenseitige Verschiebung eines Punktpaares  $c_a$  und  $c_b$ , das im Abstände von 1,0 m (bzw. 100 cm) vom Gelenkmittel- punkt  $c$  befindlich, als Angriffsstelle der beiden das Moment  $X_{cc} = 1$  hervorrufenden Einheitskräfte von 1 t betrachtet werden kann, in Richtung dieser (s. Abb. 27),

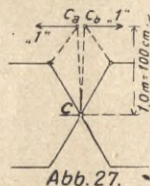


Abb. 27.

$\delta_{cm}$  die entsprechende gegenseitige Ver- schiebung desselben Punktpaares, ver- ursacht durch die Einwirkung einer Ein- heitslast im Querschnitt  $m$  des Versteifungs- trägers,

$\delta_{mc}$  die Verschiebung des Angriffspunktes  $m$  einer äußeren Kraft in Richtung dieser, hervorgerufen durch das Einheitsmoment  $X_{cc}$  im Gelenk  $c$ ,

$X_{cm}$  das durch die in  $m$  angreifende Ein- heitslast verursachte Moment im Gelenk- querschnitt,

— letzteres zu

$$X_{cm} = \frac{\delta_{cm}}{\delta_{cc}} \cdot X_{cc} \text{ d. i. aber nach dem Satz}$$

von der Gegenseitigkeit der Verschiebungen und mit  $X_{cc} = 1$

$$X_{cm} = \frac{\delta_{mc}}{\delta_{cc}} \cdot 1.$$

Zur Verwertung dieser Beziehung be- darf es einer Darstellung der Durchbiegungen des Versteifungsträgers, also der dem Mo- ment  $X_{cc}$  entsprechenden Biegelinie, deren Ordinaten die Verschiebungen  $\delta_{mc}$  liefern. Auch die gegenseitige Verschiebung  $\delta_{cc}$  des Punktpaares  $c_a$  und  $c_b$  wird aus dieser Biege- linie gewonnen.

Die letztere wird mit Hilfe der elastischen Gewichte ermittelt, die sich ihrerseits aus der Beziehung

$$w_m = \frac{\Delta F_{\mathfrak{M}_m}}{EJ_m}$$

ergeben, in welcher  $\Delta F_{\mathfrak{M}_m}$  der Inhalt des in Betracht kommenden Teiles der Momenten- fläche,  $E$  die Elastizitätsziffer ( $= 2150 \text{ t/qcm}$ ) und  $J_m$  das Trägheitsmoment im Querschnitt  $m$ , bzw. für die der Momentenfläche  $\Delta F_{\mathfrak{M}_m}$  entsprechende Teilstrecke des Versteifungs- trägers.

Dabei werden, statt daß, wie sonst üblich ist, die ganze Momentenfläche in Trapeze aufgelöst wird, deren Inhalte, geteilt durch das Produkt  $(EJ)$ , als elastische Gewichte in den Schwerlinien jener angreifen, die Momentenflächen zweckmäßiger in Dreiecke aufgeteilt, deren Grundlinien die — im vor- liegenden Fall überall gleichgroßen — Feld- weiten  $\lambda$  und deren Höhen die Momentenordi- naten  $\mathfrak{M}_m$  bilden (Abb. 28). Die diesen Teil-

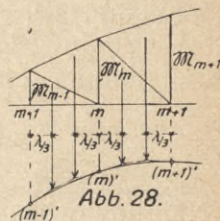


Abb. 28.

momentenflächen entsprechenden elasti- schen Gewichte sind dann, je nachdem sie auf der Seite des Auflagers  $a$  oder  $b$  des Trägerquerschnitts  $m$  liegen, mit  $w_{ma}$  und  $w_{mb}$  zu bezeichnen. Sie sind gleich groß, da sie zu Dreiecken von gleicher Grund- linie  $\lambda$ , gleicher Höhe  $\mathfrak{M}_m$  gehören und auch das Trägheitsmoment überall mit demselben Betrage, nämlich mit  $1246000 \text{ cm}^4$ , in Rech- nung gesetzt werden soll. Sie greifen in den Drittelpunkten der Abstände  $\lambda$  an.

Die Biegelinie ist dem zu den so be- stimmten  $w$ -Kräften gehörigen Seileck ein- geschrieben, derart daß sie letzteres in den Querschnittslinien  $(m - 1)$ ,  $m$ ,  $(m + 1)$  usf. (Abb. 28) berührt.

Bei der Ermittlung der elastischen Ge- wichte ist nun zu unterscheiden zwischen denjenigen im linken, zum Gelenk  $c$  ge- hörigen Trägerteil I ( $w_1$  bis  $w_4$ ), dem Ge- wichte  $w_c$  für den Gelenkpunkt  $c$ , und den Gewichten für den rechten, auf der anderen Seite des Versteifungsfeldes befindlichen Trägerteil II.

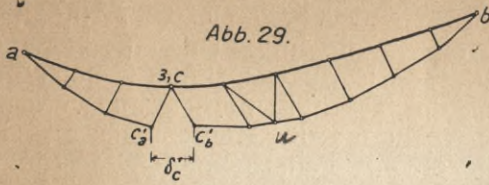
Die Gewichte für den linken Trägerteil I sind nach Vorstehendem ohne weiteres an- zugeben.

Das elastische Gewicht für das Gelenk  $c$  erhält man dagegen, wenn unter  $c'_a$  und  $c'_b$  die im Knotenpunkt  $c'$  vereinigten End- punkte der beiden Gurtungsstäbe  $B_3$  und  $B_4$  verstanden werden (Abb. 29) und  $\delta'_c$  die das



Gewicht  $w_c$  bestimmende gegenseitige Verschiebung der Punkte  $c'_a$  und  $c'_b$  ist, zu

$$w_c = \frac{\delta'_c}{y_c}$$



Die gegenseitige Verschiebung der Stabendenpunkte  $c'_a$  und  $c'_b$  setzt sich aber zusammen aus den Beiträgen

1.  $\delta'_{c,1}$  der Längenänderungen des Versteifungsträgers selbst und der Hängebogengurtung zwischen den Querschnitten durch a und u, wobei der Einfluß der Längenänderungen der Pfosten, als zu unbedeutend, vernachlässigt werden soll,

2.  $\delta'_{c,2}$  infolge der Verbiegung des Versteifungsträgers, wieder zwischen dem Auflager und dem Versteifungsfeld,

3.  $\delta'_{c,3}$  der Verschiebung des Punktes u. Es ist nun

$$1. \delta'_{c,1} = \sum \Delta s' = \frac{\sum s}{\cos \varphi},$$

worin  $\varphi$  der Neigungswinkel des betreffenden Stabes gegen die wagerechte Achse des Versteifungsträgers.

$$\text{Für den letzteren selbst ist } \sum \Delta s' = \frac{4,5 \lambda \cdot H}{FE} = \frac{4,5 \lambda H}{516 E} = 0,0087 \frac{\lambda H}{E}.$$

Für den Bogengurt mit den Stabkräften  $U = \frac{H}{\cos \varphi}$ , den Stablängen  $s = \frac{\lambda}{\cos \varphi}$ , erhält man dagegen

$$\sum \Delta s' = \frac{1}{E} \sum \frac{Us}{F \cos \varphi} = \frac{\lambda H}{E} \sum \frac{1}{F \cdot \cos^3 \varphi}, \text{ und}$$

mit	$\frac{1}{\cos \varphi}$	$\frac{1}{\cos^3 \varphi}$	F	$\frac{1000}{F \cdot \cos^3 \varphi}$	zus.
B <sub>1</sub>	1,084	1,275	376	3,39	} = 13,9
B <sub>2</sub>	1,046	1,150	360	3,20	
B <sub>3</sub>	1,021	1,067	352	3,03	
B <sub>4</sub>	1,005	1,016	352	2,89	
B <sub>5</sub>	1,000	1,000	352	2,84	

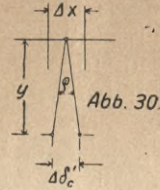
$$\text{also } \sum \Delta s' = \frac{\lambda H}{E} \sum \frac{1}{F \cdot \cos^3 \varphi} = 0,0139 \cdot \frac{\lambda H}{E}.$$

Es berechnet sich also

$$\delta'_{c,1} = \sum \Delta s' \text{ für Versteifungsträger und Bogengurt} = \frac{\lambda H}{E} (0,0087 + 0,0139) = 0,0226 \frac{\lambda H}{E}.$$

2. Es ist ferner die Verschiebung aus der Verbiegung des Versteifungsträgers inner-

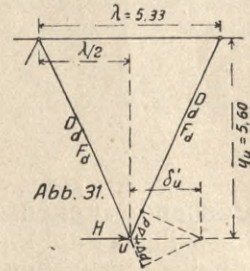
halb des Teils I, wenn  $\Delta \delta'_c = \varrho \cdot y$  und  $\varrho = w$  (Abb. 30)



$$\delta'_{c,2} = \sum w y = \frac{\sum y^2 \cdot H}{y_c} \frac{\lambda}{EI} = \frac{(2,24^2 + 3,92^2 + 5,04^2 + 5,60^2)}{y_c \cdot 5,04} \cdot 100^2 \frac{\lambda}{EI} = \frac{\lambda}{EI y_c} \cdot 153300 \text{ bzw. } = 0,6201 \frac{\lambda H}{E}.$$

3. Endlich berechnet sich die gegenseitige Verschiebung des Punkt paares  $c'_a$  und  $c'_b$  aus der Nachgiebigkeit des Knotenpunktes u zu  $\delta'_{c,3} = \delta'_u$ , letzteres aber entsprechend der Verschiebung  $\delta'_u$  des Punktes u als Knotenpunkt im Versteifungsdreieck einerseits und aus derjenigen  $\delta''_u$  für u als Bogengurtendpunkt der rechten Tragwerkshälfte — unter Ausschaltung des Versteifungsdreiecks — andererseits so, wie am Schluß des vorigen Abschnittes D dargelegt ist.

Hierbei gilt für  $\delta'_u$  (Abb. 31) folgendes:



Am Punkte u greift, hervorgerufen durch  $X_{cc} = 1,0 \text{ tm}$ , die Bogenkraft

$$H = \frac{X_{cc}}{y_c} = \frac{1}{5,04} \text{ als äußere Kraft an}$$

und verursacht in den Schrägstäben, deren Länge  $d = 620 \text{ cm}$  und deren Querschnitte  $F = 81,8 \text{ qcm}$  sind, die Stabkräfte

$D = \pm H \cdot \frac{d}{\lambda}$ , sowie die entsprechenden Längenänderungen

$\Delta d = \pm \frac{D \cdot d}{EF}$ , endlich aber die Verschiebung des Punktes u

$$\delta'_u = \Delta d \cdot \frac{2d}{\lambda} = \frac{H d}{\lambda} \cdot \frac{d}{EF} \cdot \frac{2d}{\lambda} = \frac{2d^3}{EF \cdot \lambda^3} \frac{H \lambda}{E} = \frac{2 \cdot 620^3}{81,8 \cdot 533^3} \cdot \frac{H \lambda}{E} = 0,0385 \frac{H \lambda}{E}.$$

Bei Berechnung von  $\delta''_u$ \*) ist zu beach-

\*) An Stelle der am Ende des Abschnittes D verwendeten Einheitskraft und ihrer Wirkung werden in den folgenden Beziehungen die wirkliche Bogenkraft H und ihr Einfluß auf die Verschiebungen benutzt; es treten also an Stelle der Verschiebungen  $\delta'$  und  $\delta''$  die Werte  $\delta'_u$  und  $\delta''_u$  durch  $H = \frac{1}{5,04} \text{ t}$ .



ten, daß die Verschiebung des Punktes u, hervorgerufen durch die Stablängenänderungen und die Verbiegung des Versteifungsbalkens der rechten Tragwerkshälfte durch H, ebenso groß ist wie diejenige des linken Teils und mit dem bereits bestimmten Werte ( $\delta'_{c1} + \delta'_{c2}$ ) übereinstimmt, also

$$\delta''_u = (0,0226 + 0,6201) \frac{\lambda H}{E} = 0,643 \frac{\lambda H}{E}$$

Man erhält daher

$$\delta_u = \frac{\delta''_u}{\delta'_u + \delta''_u} \cdot \delta'_u = \frac{0,643}{0,039 + 0,643} \cdot 0,0385 \frac{\lambda H}{E} = 0,0364 \frac{\lambda H}{E}$$

So berechnet sich schließlich der Gesamtwert

$$\delta'_c = \delta'_{c1} + \delta'_{c2} + \delta'_{c3} = \frac{\lambda H}{E} (0,0139 + 0,6201 + 0,0364) = 0,6704 \frac{\lambda H}{E}$$

und hieraus

$$w_c = \frac{\delta'_c}{y_c} = \frac{0,6704}{504} \cdot \frac{533}{5,04 \cdot 2150} = \frac{1}{15300}$$

Wenn endlich das Versteifungsfeld nicht vorhanden wäre, würden die elastischen Gewichte für den rechten Trägerteil ebenso groß sein, wie für den linken. In diesem Falle müßte sich aber auch der Punkt u ungehindert durch das Versteifungsdreieck im Mittelfeld bewegen können. So aber ist dieser nur in der Lage, einen Bruchteil der Verschiebung  $\delta''_u$  auszuführen; es ist ihm durch seine gleichzeitige Zugehörigkeit zum Versteifungsdreieck nur gestattet, sich um die Strecke  $\delta'_u$  zu bewegen. Demzufolge wird auch nur ein entsprechender Bruchteil der Bogenkraft H zur Wirkung auf die rechte Trägerhälfte gelangen und im Verhältnis geringere Verbiegungen im Teil II des Versteifungsträgers, mithin aber auch entsprechend kleinere w-Gewichte zur Folge haben. Diese, die mit  $w_r$  bezeichnet werden sollen, besitzen dann die Werte

$$w_r = w \cdot \frac{\delta'_u}{\delta''_u} = w \cdot \frac{0,0364}{0,643} = 0,057 w$$

Die in den Kräftezug bzw. in die Polfigur einzusetzenden die  $w_r$  darstellenden

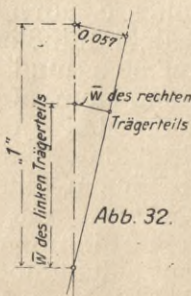


Abb. 32.

Strecken  $\bar{w}_r$  erhält man aus den  $\bar{w}$ -Strecken des linken Trägerteils mit Hilfe eines Verkleinerungsmaßstabs (Abb. 32).

Alle elastischen Gewichte sind dann der Reihe nach zu einem Kräftezug zusammzusetzen (Abb. 37), und zwar wird ihr Maßstab zweckmäßig so gewählt, daß man die

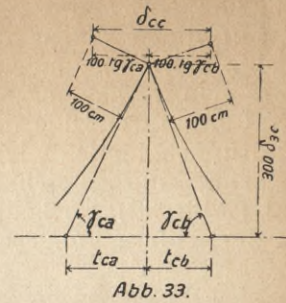


Abb. 33.

jenigen des linken Trägerteils I aus dem Trägernetz (Abb. 36) oder auch aus einer besonderen Darstellung der Momentenfläche (Abb. 35) entnehmen und unmittelbar übertragen kann.

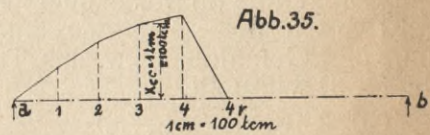


Abb. 35.

Ist dann der Inhalt einer dem elastischen Gewicht  $w_{ma}$  oder  $w_{mb}$  entsprechenden Momentenfläche

$$\Delta F_{M_m} = \frac{\lambda M_m}{2}$$

und der Wert des elastischen Gewichts selbst

$$w_{ma} = w_{mb} = \frac{\lambda M_m}{2} \cdot \frac{1}{EI}$$

bzw. für den Querschnitt 3 mit

$$M_3 = (M_c = X_{cc} \Rightarrow) 100 \text{ tcm}$$

$$w_{3a} = w_{3b} = \frac{533 \cdot 100}{2 \cdot 2150 \cdot 1246000} = \frac{1}{100500}$$

wird dieser ferner bei einem Längenmaßstab  $1/600$  als eine Strecke von  $\bar{w}_3 = 0,84 \text{ cm}$  der Abb. 36 entnommen, so stellt für die w-Strecken vor

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{0,84 \cdot 100500} = \frac{1}{84420} \text{ Einheit der w-Kräfte,}$$

und wird entsprechend die Einheit der letzteren dargestellt durch eine Strecke von 84420 cm.

In diesem Maßstabe wird das elastische Gewicht für das Gelenk c wiedergegeben durch die Strecke

$$\bar{w}_c^*) = \frac{84420}{15300} = 5,52 \text{ cm.}$$

Sollen ferner die Ordinaten der Biegelinie bei einem Längenmaßstabe  $1/600$  in 300-facher Vergrößerung gewonnen werden, so wird der Polabstand

$$\bar{\delta} = 300 \cdot 600 = 180000 \text{ sten Teil}$$

\*) Hier wie im Folgenden sind die wagerecht überstrichenen Buchstaben die Zeichnungslängen der Urzeichnung in cm der durch sie bedeuteten Größen.



der  $w$ -Einheit werden, in der Zeichnung also als eine Strecke von der Länge

$$\bar{\delta} = \frac{84420}{180000} = 0,470 \text{ cm}$$

erscheinen müssen.

Sind nun auf diese Weise alle für die Bestimmung der Durchbiegungen des Versteifungsträgers erforderlichen Angaben vorhanden, und ist mit ihrer Hilfe das zu den  $w$ -Kräften gehörige Seileck gezeichnet, auch die dem letzteren eingeschriebene Biegelinie bestimmt (Abb. 38), so bedarf es zur Verwertung der oben angeschriebenen Gleichung

$$X_{cm} = \frac{\delta_{mc}}{\delta_{cc}} \cdot 1$$

noch der Feststellung des Wertes der gegenseitigen Verschiebung  $\delta_{cc}$ .

Diese ergibt sich, wenn nach Abb. 33  $\gamma_{ca}$  und  $\gamma_{cb}$  die Neigungswinkel der beiden Zweige der Biegelinie im Gelenkquerschnitt  $c$  sind und wenn ferner  $\delta_{3c}$  die lotrechte Verschiebung des Gelenkes (bzw. des Trägerquerschnitts 3) vorstellt,

$$\delta_{cc} = 100^{(cm)} (\text{tg } \gamma_{ca} + \text{tg } \gamma_{cb}),$$

und mit

$$\text{tg } \gamma_{ca} = \frac{\bar{\delta}_{3c}}{300 \cdot t_{ca}} = \frac{4,52}{300 \cdot 480} = \frac{0,00943}{300}$$

$$\text{tg } \gamma_{cb} = \frac{\bar{\delta}_{3c}}{300 \cdot t_{cb}} = \frac{4,52}{300 \cdot 445} = \frac{0,01016}{300}$$

wobei die Tangenten  $t_{ca}$  und  $t_{cb}$  aus der Abb. 38 entnommen werden,

$$\delta_{cc} = \frac{100 (0,00943 + 0,01016)}{300} = \frac{1,959}{300}$$

Das im Querschnitt  $m$  durch die zugehörige statisch nicht bestimmbar Größe  $X_{cm}$  hervorgerufene Biegemoment ist nunmehr

$$M_{mc} = X_{cm} \cdot M'_{mc},$$

worin  $M'_{mc}$  dasjenige Moment, welches durch  $X_{cc} = 1,0 \text{ tm}$  im Querschnitt  $m$  erzeugt wird.

Man hat also mit

$$X_{cm} = \frac{\delta_{mc}}{\delta_{cc}} \cdot 1$$

$$M_{mc} = \frac{\delta_{mc}}{\delta_{cc}} \cdot M'_{mc}.$$

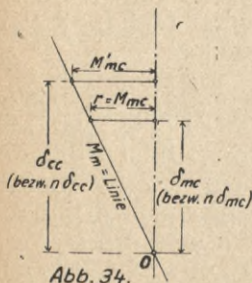


Abb. 34.

Zur zeichnerischen Bestimmung der Momente  $M_{mc}$  wird von einer lotrechten Achse aus (Abb. 34) im Abstand  $\delta_{cc}$  vom Null-

punkt  $O$  das Moment  $M'_{mc}$  wagerecht abgetragen. Dann stellt die Strecke  $r$ , welche in der Entfernung  $\delta_{mc}$  vom Nullpunkte auf einer Wagerechten durch die von jenem aus und durch den Endpunkt von  $M'_{mc}$  gezogenen Gerade abgeschnitten wird, das gesuchte Moment  $M_{mc}$  und zwar im Maßstabe von  $M'_{mc}$  vor, denn es ist

$$r = \frac{\delta_{mc}}{\delta_{cc}} \cdot M'_{mc}, \text{ d. i. aber } = M_{mc}.$$

Liefert die Zeichnung dagegen die ( $n \delta_{mc}$ ) und ( $n \delta_{cc}$ ), so treten diese in Abb. 34 an Stelle der  $\delta_{mc}$  und  $\delta_{cc}$ .

Sollen ferner die  $M'_{mc}$  nicht im Maßstab der Einflußlinien für die Biegemomente angetragen, sondern einer bereits vorhandenen Figur, in welcher sie in einem anderen Maßstabe vorkommen, entnommen werden, so sind diese Werte, statt im Abstand  $\delta_{cc}$  bzw.  $n \delta_{cc}$  in der Entfernung  $i \delta_{cc}$  bzw.  $i (n \delta_{cc})$  anzutragen, wobei  $i$  das Verhältnis der die Einheit des Biegemomentes vorstellenden Strecken in der Entnahmefigur und in den Momenteneinflußlinien bedeutet.

Im vorliegenden Fall ist die Vergrößerung der Durchbiegungen  $n = 300$ , und für die Bestimmung von  $i$  der Maßstab der Entnahmefigur (Abb. 36)  $1 \text{ tm} = 0,84 \text{ cm}$ , in der Darstellung der Momenteneinflußlinien (Abb. 41 ff.) dagegen  $1 \text{ tm} = 0,50 \text{ cm}$ ; daher tritt an Stelle des Abstandes  $n \delta_{cc}$  der Abb. 34 ein solcher von

$$\frac{0,84}{0,50} \cdot 300 \delta_{cc} = 1,68 \cdot 300 \delta_{cc}, \text{ d. i. aber mit}$$

$$300 \delta_{cc} = \bar{\delta}_{cc} = 1,959 \text{ cm}$$

$i (n \delta_{cc}) = i \bar{\delta}_{cc} = 1,68 \cdot 1,959 = 3,29 \text{ cm}$  (Abb. 39).

Hiernach werden die Beiträge der statisch nicht bestimmbar Größen zu den Biegemomenten unschwer ermittelt; es wäre nur noch festzustellen, ob durch sie die Biegemomente des statisch bestimmten Hauptsystems eine Vergrößerung oder Verkleinerung erfahren, die aus der Abb. 39 erhaltenen Werte also zu den Ordinaten des Hauptsystems hinzuzufügen oder von ihnen abzusetzen sind.

Zu einer schnellen Beantwortung dieser Frage dient die Erwägung, daß mit Beseitigung des Gelenkes  $c$  auch die ihm entsprechende Ecke der Einflußlinien des Hauptsystems verschwinden muß, daß also die zu  $\delta_{mc}$  gehörenden Momentenordinaten — und mit ihnen auch alle diejenigen, die den oberhalb der Grundlinie der Abb. 38 gelegenen Verschiebungen entsprechen — in den Abb. 41—49 nach unten abzutragen sind, denn nur so kann durch sie die Beseitigung der Einflußlinienecke erreicht werden.

Besonderer Beachtung bedarf die Momentenlinie für den Querschnitt 4,5. Das Moment desselben ergibt sich als arithme-



tisches Mittel aus den Momenten in den links und rechts gelegenen Querschnitten 4 u. 4r. Man erhält die Einflußlinienordinate daher durch Bildung der Summen aus

gleichschenkliges Dreieck mit der Spitze in der Mitte und einer zusätzlichen Ordinate für das Moment von  $\frac{1.5,33}{4} = 1,33 \text{ tm}$ , also einer Länge von 0,67 cm zum Ausdruck kommt (Abb. 49).

Die Biegemomente allein stellen aber noch nicht die ungünstigste Beanspruchung der einzelnen Trägerquerschnitte vor; diese entsteht vielmehr durch gleichzeitiges Auftreten der Momente und der von dem Träger aufzunehmenden Bogenkraft, so daß man erhält

$$\sigma = -\frac{H}{F} \mp \frac{M}{W}$$

und bei Erweiterung beider Seiten mit W

$$W\sigma = -H\frac{W}{F} \mp M$$

Es ist aber

$$\frac{W}{F} = \frac{J}{aF} = \frac{1246000}{58,2 \cdot 516} = 41,4, \text{ also}$$

$$W\sigma = -41,4H \mp M = \mp M - 41,4H$$

Abb. 41-49 Einflußlinien der Momente und  $W\sigma$  für die eingeschriebenen Querschnitte 1, 03, 20 u. s. w.

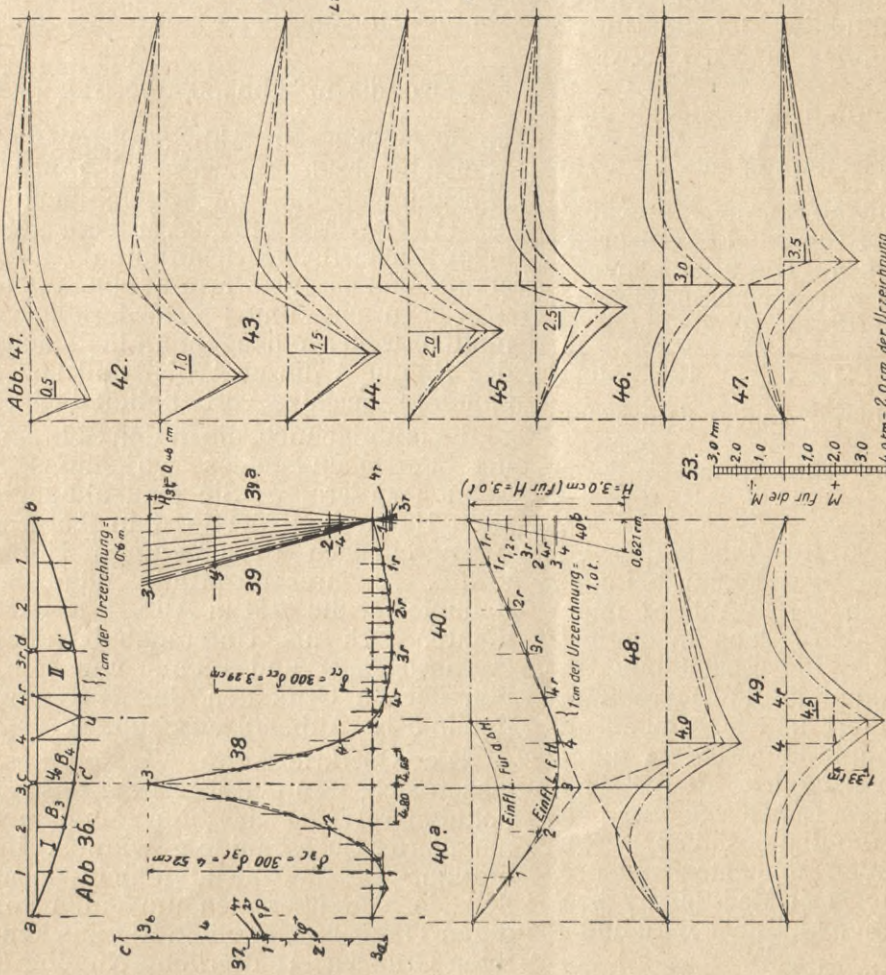
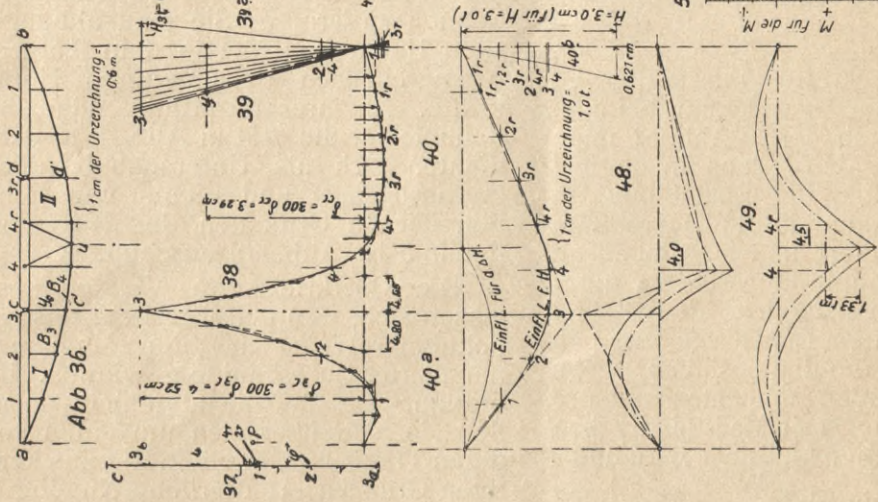


Abb. 36-39 Ermittlung der Biegelinie (Fig. 38.) für  $X_{CC} = 1,0 \text{ tm}$  und der  $M_{mc}$



den entsprechenden Ordinaten für die Einflußlinie des Querschnitts 4 und Halbierung derselben. Zwischen den beiden Ordinaten 4 und 4r tritt aber noch der Einfluß einer innerhalb des Versteifungsfeldes wirksam werdenden Einzelkraft hinzu, der durch ein

eck mit der Spitze im Querschnitt c und der dortigen Ordinate

$$H_c = \frac{1}{y_c} \cdot \frac{3\lambda \cdot 6\lambda}{9\lambda} = \frac{2 \cdot 5,33}{5,04} = 2,08 \text{ t}$$

Die Beiträge der statisch nicht bestimmten Größe ergeben sich aus dem Moment

Von den M-Linien trägt man also nach beiden Seiten die 41,4-fachen H-Werte ab und erhält dann die für die oberen bzw. unteren Randspannungen maßgebenden Werte, aus denen diese selbst zu

$$\sigma = \frac{\mp M - 41,4H}{W}$$

zuberechnen sein würden.

Die Bogenkraft  $H_m$  im Querschnitt m ergibt sich aber aus dem Betrag  $H_m^0$  des statisch bestimmten Hauptsystems und demjenigen  $H_{mc}$  der statisch nicht bestimmten Größe, also  $H_m = H_m^0 - H_{mc}$ .

Die Einflußlinie für die Bogenkraft des Hauptsystems verläuft nach einem Drei-



$M_{cm}$ , das durch die im Querschnitt  $c$  auftretende Einheitskraft hervorgerufen wird, zu  $H_{mc} = \frac{M_{cm}}{y_c}$ .

Die  $M_{cm}$  sind aber in der Einflußlinie für den Querschnitt  $c$  bzw. 3,0 (Abb. 46) erhalten, sie können indes auch mit Hilfe der Biegelinie unmittelbar gewonnen werden. Die hierzu erforderliche Schräglinie in Abbildung 39a ist dadurch bestimmt, daß einer Verschiebung  $\bar{\delta}_{mc} = \bar{\delta}_{3c} (= 300 \delta_{3c})$  ein Moment von  $\frac{300 \delta_{3c}}{300 \delta_{cc}} \cdot 1 = \frac{4,52}{1,96} = 2,31$  tm, dem

Moment  $M_{3c} = 2,31$  tm aber eine Bogenkraft von  $\frac{2,31}{5,04} = 0,46$  t entspricht, so daß zu der

Ordinate  $\bar{\delta}_{3c} = 4,52$  cm im Maßstabe 1 t = 1 cm die die Bogenkraft darstellende Strecke  $\bar{H}_{3c} = 0,46$  cm gehört. Die durch den Nullpunkt 0 und den Endpunkt von  $\bar{H}_{3c}$  verlaufende Schräglinie begrenzt auch die die übrigen  $\bar{H}_{mc}$  darstellenden wagrechten Strecken, welche in Abb. 40 von der Einflußlinie des Hauptsystems aus nach oben oder unten abgetragen die Einflußlinie für die Bogenkraft des statisch unbestimmten Tragwerks liefern.

Aus Abb. 40 werden dann die  $H$  abgegriffen und nach Erweiterung mit  $\frac{W}{F} = 41,4$  im geeigneten Maßstab in die Momentenfiguren 41–49 übertragen. Es entspricht hierbei einer Bogenkraft von beispielsweise 3 t, die in Abb. 40b durch eine Strecke von 3 cm dargestellt wird, ein Wert des Produktes  $\frac{W}{F} \cdot H$  von  $41,4 \cdot 3 = 124,2$  tcm, darzustellen im Maßstab 1 cm = 2 tm = 200 tcm, also durch eine Strecke von  $\frac{124,2}{200} = 0,621$  cm.

Ein auf einem Streifen Pauspapier gezeichneter Lastenzug — es kommt bei allen Einflußlinien lediglich der in Abb. 51 angegebene in Frage — wird dann in ungünstigster Stellung über die Einflußlinie geschoben und werden die  $(W\sigma)$ -Ordinaten mit dem Zirkel addiert und in Abb. 50 angetragen. Ihre Endpunkte werden durch passende Kurven verbunden, so daß sich die dort dargestellten Linienzüge ergeben, und zwar links für die den positiven, rechts für die den negativen Momenten entsprechenden  $(W\sigma)$ -Werte. Der Maßstab ist 1 cm = 50 tm. In demselben Maßstabe wird unterhalb der Grundlinie der  $\frac{W}{F} = 41,4$ -fache

Beitrag der Bogenkraft aus dem Eigengewicht von 1,3 t/m einer Tragwand einschl. Fahrbahn angetragen. Endlich werden die Tragfähigkeiten  $(Wk)$  der gewählten Querschnittsformen mit 1 und 2 Gurtplatten von

je 33 · 1,6 cm und mit einer dritten Gurtplatte von 33 · 0,9 cm — s. Abb. 50e — der wirklichen Inanspruchnahme gegenübergestellt, so daß in bekannter Weise die erforderlichen Lamellenlängen bestimmt werden können.

Der Versteifungsträger wird nun im wesentlichen auf Druck und Biegung beansprucht; an denjenigen Stellen, für welche ein größeres negatives und ein kleineres positives Moment in Betracht kommt, wird der Obergurt zwar mit 2 und 3 Gurtplatten auszustatten sein, für den Untergurt aber unter Umständen nur eine Lamelle nötig werden. Soll dem Rechnung getragen werden, so bedarf es noch der genaueren Bestimmung der Exzentrizität der Bogenkraft im Versteifungsträger, und werden daher

außer den  $(W\sigma = -\frac{HW}{F} \mp H)$  noch die  $(\frac{HW}{F})$  für sich zu ermitteln und der Uebersicht halber in Abb. 50 anzutragen sein.

Man erhält dann die Exzentrizität zu  $e = \frac{M}{H}$ ,

hat also die in Abb. 50 übertragenen  $\frac{HW}{F}$

im besonderen in Abb. 50d angegebenen Maßstabe abzulesen, während Abb. 50c den Maßstab für die Biegemomente bzw. die  $(W\sigma)$ -Werte gibt. Auf eine gut mögliche zeichnerische Bestimmung der  $e$ -Abstände und ihre Verwertung zur Feststellung der oben und unten erforderlichen Gurtplatten weiter einzugehen, liegt außerhalb des Rahmens dieser Arbeit und soll einem späteren Aufsätze vorbehalten bleiben.

Es erübrigt noch, die in den Schrägstäben des Versteifungsfeldes wirksamen Kräfte kennen zu lernen. Sie sind abhängig von dem Unterschied der in dem Knotenpunkt  $u$  angreifenden beiderseitigen Horizontalkräfte. Zu ihrer Ermittlung dient die Einflußlinie für die  $\Delta H$  in Abb. 40a, deren Ordinaten sich als Unterschiede der symmetrisch links und rechts von der Mitte befindlichen Ordinaten der Bogenkrafteinflußlinie  $H$  (Abb. 40) ergeben.

Die Querkräfte im Versteifungsträger lassen sich, wenn erforderlich, unschwer in bekannter Weise aus den Momenten benachbarter Querschnitte gewinnen. Ihre Ermittlung ist aber im allgemeinen entbehrlich, da, soweit es sich um einen vollwandigen Tragbalken handelt, die aus konstruktiven Gründen erforderliche Nietung immer ausreichend sein wird. Zeichnet sich doch der Bogenbalkenträger gerade dadurch aus, daß der größere Teil der Querkraftwirkung durch die Bogenform der Gurtung aufgenommen wird und der Versteifungsbalken daher nur Querkraftreste aufzunehmen hat.



## F. Schlußwort

Damit wären wohl alle für die Beurteilung des versteiften Bogenbalkenträgers, für seine wirtschaftliche und bauliche Ueberlegenheit gegenüber anderen Anordnungen sowie für die statische Behandlung in Betracht kommenden Gesichtspunkte erschöpfend behandelt. Es dürfte höchstens noch zu erwähnen sein, daß als Versteifungs-

träger außer dem vollwandigen genieteten Querschnitt vor allem auch Differdinger und bei kleineren Bauwerken auch gewöhnliche I-Normalprofile in Frage kommen. Aber auch für die Ausführung in Eisenbeton bietet der versteifte Bogenbalkenträger, nachdem der unversteifte schon längst zu einer für größere Stützweiten beliebten Tragwerkart geworden ist, nicht zu unterschätzende Vorteile.













POLITECHNIKA KRAKOWSKA  
BIBLIOTEKA GŁÓWNA



L. inw.

34049

Kdn. 524. 13. IX. 54

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000302703