Die Berichtigung der Krümmung in Gleisbögen

von Max Höfer,
Eisenbahnlandmesser.

Cöln am Rhein.

1914

Die Berichtigung der Krümmung in Gleisbögen

von

Max Höfer,
Eisenbahn-Landmesser.

Cöln 1914.
Druck und Verlag der Buchdruckerei Wilhelm Zörnsch,
Cöln a. Rh., Severinstraße 124.

Die Anlagen auf Millimeterpapier sind
bei Th. Fuhrmann in Cöln gedruckt.

Vorwort.

Der Gedanke, die Lage eines Gleisbogens durch Messung zahlreicher Pfeilhöhen an gleich langen Bogenabschnitten zu prüfen, ist sehr alt; man hat sich aber stets gescheut, durch Anreihung kleiner Abschnitte von gleicher Pfeilhöhe eine neue Gleisachse abzustecken, weil die unvermeidlichen kleinen Fehler sich zu stark fortpflanzen. Wenn man den mittleren Fehler einer Punktbestimmung zu $\pm$ 1 cm annimmt, so ist bei 20 Einrückungen schon ein mittlerer Fehler von $\pm$ 54 cm und bei 30 gar ein solcher von $\pm$ 97 cm zu erwarten. (Vgl. Jordan: Handbuch der Vermessungskunde, II. Band, 7. Auflage, § 208)

Der verstorbene Eisenbahnlandmesser Nalenz kam auf den Gedanken, aus Pfeilhöhenmessungen die seitlichen Lagefehler eines Gleisbogens an jeder Stelle abzuleiten und vom vorhandenen Gleise aus die berichtigte Achse zu bestimmen, wodurch jene schädliche Anhäufung der kleinen Einzelfehler vermieden wurde. Er beschrieb das von ihm erdachte Verfahren zuerst in Heft 1 des Jahrgangs 1898 der Zeitschrift des Rheinisch-Westfälischen Landmesser-Vereins. Die praktischen Erfahrungen der nächsten Jahre veranlaßten ihn zu einer vollständigen Umarbeitung jenes Aufsatzes, die im Jahre 1905 von der Königlichen Eisenbahndirektion in Cöln als Anlage zu einer dienstlichen Anweisung herausgegeben wurde. Beide Veröffentlichungen fanden indessen außerhalb des persönlichen Wirkungskreises ihres Verfassers keinen Anklang, weil die Darstellung ungewöhnlich hohe Anforderungen an die mathematische Vorbildung des Lesers stellte.

Durch die vorliegende Bearbeitung hoffe ich das wertvolle Verfahren, dessen praktische Anwendung trotz des abgelegenen Grundgedankens und der Schwierigkeit des mathematischen Beweises im höchsten Grade einfach genannt werden darf, weiteren Kreisen zugänglich zu machen. Um das Eindringen in den eigenartigen Stoff nicht zu erschweren, sind alle entbehrlichen Beweisführungen unterdrückt oder wenigstens in den Anhang verwiesen worden.

Das Mitglied des Königlichen Eisenbahn-Zentralamtes, Herr Geheimer Baurat Samans, und der mittlerweile in den Ruhestand getretene Vorstand des Eisenbahn-Betriebsamtes in Cöslin, Herr Geheimer Baurat Bräuning, haben dieser Arbeit alle erdenkliche Förderung zuteil werden lassen, manche wertvolle Anregung gegeben und mich bei der Anordnung des Stoffes wohlwollend beraten. Es sei mir gestattet, an dieser Stelle beiden Herren meinen ehrerbietigen Dank auszusprechen.

Cöln, im Oktober 1913.

Höfer.

Einleitung.

In geraden Strecken können die Gleise nach dem Augenmaß ausgerichtet werden, nicht aber in Krümmungen. Die Nachmessung eines nach dem Augenmaß gut ausgerichteten Bogens ergibt in der Regel einen starken Wechsel der Krümmung, der bei großer Fahrgeschwindigkeit heftige Seitenschläge der Fahrzeuge hervorruft.

Die Absteckung eines Betriebsgleisbogens von Tangenten oder sonstigen Hülfslinien aus führt oft zu unzulässigen Abweichungen vom gegenwärtigen Zustande. Deshalb empfiehlt sich ein Verfahren, das unmittelbar von der vorhandenen Bogenlage ausgeht. Für kurze und nicht allzu unregelmäßige Bögen genügt das in Anlage 3 der preußischen Oberbauvorschriften angegebene Verfahren. Für alle übrigen, auch die verwickeltsten Fälle empfiehlt sich das nachstehend behandelte Verfahren, das ohne zeitraubende Berechnungen die an jeder Stelle eines verdrückten Bogens zur Herstellung einer gleichmäßigen Krümmung erforderlichen Verschiebungen ergibt.

Erster Abschnitt.

Der Grundgedanke.

1.

Abwicklung eines Bogens.

In das aufgetragene Bild eines unregelmäßig gekrümmten Gleisbogens ist ein ausgeglichener Bogen einzulegen, der die beiden festen Anschlußgeraden berühren und außerdem mit dem ursprünglichen Bogen möglichst gleiche Länge haben muß, um schädliche Änderungen der Stoßlücken zu vermeiden. Die Abweichungen beider Bögen sind dann die erforderlichen Verschiebungen. Da sie verhältnismäßig klein sind, kann angenommen werden,

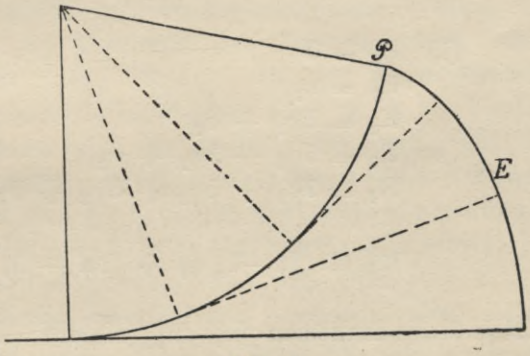


Abb. 1.

daß sie in der Richtung des Halbmessers vorzunehmen sind. In dieser Richtung verläuft auch der erste Teil der Evolvente des Bogenteils. Die erforderlichen Verschiebungen können daher als Anfangsteile der Evolventen aufgefaßt werden.

Die Evolvente (Abb. 1) ist der Bogen E, den ein Punkt P eines Fadens bei der Abwicklung von einer Kreisscheibe beschreibt. Die Tangente ist stets gleich der Länge des abgewickelten Bogens. Wird also die Abwicklung bis zum Bogenanfang fortgesetzt, so ensteht eine gerade Linie, die mit der Tangente des Bogens zusammenfällt.

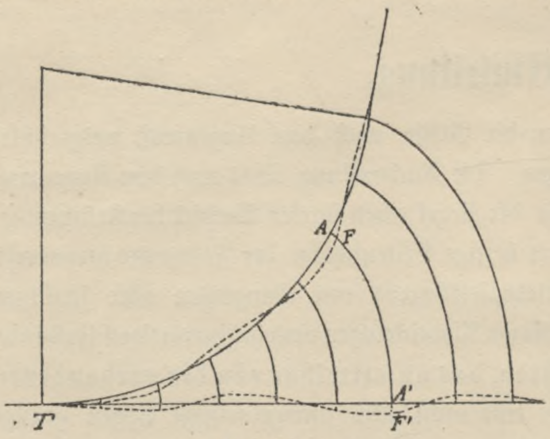


Abb 2.

Denkt man sich, daß jeder Punkt A des Ausgleichbogens bei der Abwicklung den ihm entsprechenden Punkt F des fehlerhaften Gleisbogens in unverändertem Abstand mitnimmt (Abb. 2), so erscheinen die Lagefehler des Gleises als Höhen A'F' zu den Längen des Ausgleichbogens als Grundlinie. Auf eine derartige Darstellung in verzerrtem Maßstabe zielt das Verfahren ab.

2.

Zerlegung der Kreisevolvente.

Die ganzen Evolventen eines Gleisbogens sind nicht an Ort und Stelle unmittelbar meßbar; aber sie lassen sich nach folgenden Reihen aus den Teilevolventen kleiner Bogenabschnitte entwickeln. Bezeichnet man die Hauptevolventen für die in gleichen Abständen $\triangle s$*) gewählten Teilpunkte n des Bogens mit E_n und die Teilevolventen der Bogenabschnitte $\triangle s$ mit e_n, so haben die Hauptevolventen folgende Werte: (Abb. 3)

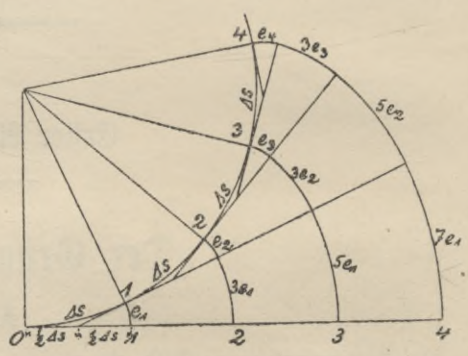


Abb. 3.

$$
\begin{aligned}
(1)\quad E_0 &= 0\\
E_1 &= e_1\\
E_2 &= 3e_1 + e_2\\
E_3 &= 5e_1 + 3e_2 + e_3\\
E_4 &= 7e_1 + 5e_2 + 3e_3 + e_4\\
&\vdots\\
E_n &= (2n-1)\,e_1 + (2n-3)\,e_2 + \cdots + 3e_{n-1} + e_n
\end{aligned}
$$

Diese Reihe kann man sich auf folgende Weise entstanden denken: Aus den Teilevolventen e_n (Spalte 1 der folgenden Aufstellung (2)) erhält man durch fortlaufende Addition ihre erste Summenreihe (Spalte 2), aus den Gliedern dieser Reihe auf gleiche Art die zweite Summenreihe (Spalte 3). Addiert man

*) $\triangle s$ (Delta s) dient im Folgenden stets zur Bezeichnung gleicher Abschnitte der Bogenlänge s.

nun je zwei benachbarte Glieder dieser Spalte 3, so entsteht offenbar die Hauptevolvente zum Teilpunkt des größeren Gliedes (Spalte 4)

(2)

Teilpunkte	1 Teilevolv.	2 1. Summenreihe	3 2. Summenreihe	4 Hauptevolvente
0	0	0	0	$0 = E_0$
1	e_1	e_1	e_1	$e_1 = E_1$
2	e_2	$e_1 + e_2$	$2e_1 + e_2$	$3e_1 + e_2 = E_2$
3	e_3	$e_1 + e_2 + e_3$	$3e_1 + 2e_2 + e_3$	$5e_1 + 3e_2 + e_3 = E_3$
4	e_4	$e_1 + e_2 + e_3 + e_4$	$4e_1 + 3e_2 + 2e_3 + e_4$	$7e_1 + 5e_2 + 3e_3 + e_4 = E_4$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	e_n	Σe_n *)	$\Sigma\Sigma e_n$	$\Sigma\Sigma e_{n-1} + \Sigma\Sigma e_n = E_n$

Die Teilevolventen eines fehlerlosen Kreisbogens müssen sämtlich einander gleich (=e) sein; die Entwicklung der Hauptevolventen würde sich folgendermaßen gestalten:

(3)

Tlp.	1	2	3	4	
0	0	0	0	0	$= E_0$
1	e	1e	1e	1e	$= E_1$
2	e	2e	3e	4e	$= E_2$
3	e	3e	6e	9e	$= E_3$
4	e	4e	10e	16e	$= E_4$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	e	ne	$\frac{n(n+1)}{2}e$	n^2e	$= E_n$

Die Koeffizienten der Glieder in Spalte 4 sind die Quadrate der natürlichen Zahlen.

3.

Centriwinkel und Pfeilhöhensummen.

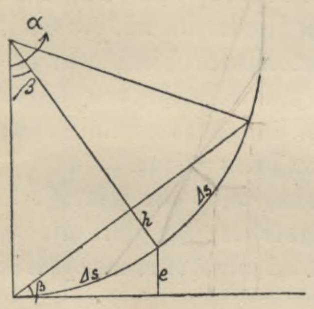


Abb. 4

Wählt man die Bogenabschnitte so klein, daß man die Evolvente des Scheitels gleich seinem rechtwinkligen Abstand von der Anfangstangente des Bogenabschnitts setzen kann, so ist die Scheitelevolvente gleich der Pfeilhöhe des Bogens (Abb. 4). Das heißt: Die Teilevolvente e für den Bogenabschnitt $\triangle s$ kann als Pfeilhöhe h des doppelten Bogens $2\triangle s$ an Ort und Stelle unmittelbar gemessen werden. Aus den Pfeilhöhen könnten die ganzen Evolventen E berechnet werden.

Nach Abb. 4 läßt sich $h + e = 2e$ als Bogenmaß des Winkels β zum Halbmesser $\triangle s$ auffassen; es ist also

(4) $$2e = \triangle s \cdot \beta \text{ oder } e = \triangle s \frac{\beta}{2}$$ $\beta = \frac{2e}{\Delta s}$

Sind alle Werte e (= h) eines Bogens an Abschnitten von der Länge $\triangle s$ (bezw. $2\triangle s$) gemessen, so muß ihre Summe Σe (= Σh) den halben Zentriwinkel

*) Σ (Sigma) dient zur Bezeichnung von Summen.

α ausdrücken, da die Summe der Teilwinkel β der Zentriwinkel ist.

$$\Sigma e = \Sigma h = \Delta s \Sigma \frac{\beta}{2} = \Delta s \cdot \frac{\alpha}{2} \tag{5}$$

Der Ausgleichbogen muß denselben Winkel ausfüllen. Die Summen aller Teilevolventen (Pfeilhöhen) ist also eine feste Größe, nämlich gleich dem gewählten Bogenabschnitt Δs mal dem halben Zentriwinkel.

4.

Die Krümmungslinie.

Es wäre umständlich, die Evolventen E gemäß Ableitung (2) zu berechnen; sie werden besser zeichnerisch ermittelt. Trägt man die Glieder der ersten Summenreihe (Spalte 2 jener Ableitung) als Höhen in Abständen von Δs auf, so entsteht eine ansteigende Linie (Abb. 5).

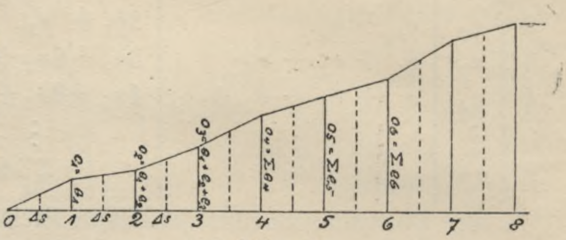


Abb. 5.

Weil die Werte e ungleich sind, ist sie gebrochen. Bezeichnet man die Höhen zu den Teilpunkten n mit o_n ($= \Sigma e_n$), so müßte man, um die Evolvente E_n, etwa E_6, zu erhalten, gemäß Spalte 3 der Ableitung (2) zunächst die Glieder der zweiten Summenreihen für die Teilpunkte $n-1 = 5$ und für $n = 6$ bilden und dann gemäß Spalte 4 diese beiden Summen addieren. Das Ergebnis wäre:

$$E_6 = (o_0 + o_1 + o_2 + o_3 + o_4 + o_5) + (o_0 + o_1 + o_2 + o_3 + o_4 + o_5 + o_6)$$

oder in anderer Reihenfolge, wenn man einmal $o_0 = o$ fortläßt:

$$E_6 = (o_0 + o_1) + (o_1 + o_2) + (o_2 + o_3) + (o_3 + o_4) + (o_4 + o_5) + (o_5 + o_6)$$

Die eingeklammerten Glieder sind offenbar doppelt so groß als die mittleren Höhen der Flächenstreifen von Δs Breite.

Die Evolventen E_n für die Teilpunkte n sind hiernach gleich der doppelten Länge eines Δs breiten Flächenstreifens, der gleichen Inhalt hat mit der durch die Höhe o_n von dem Höhenbilde (Abb. 5) abgeschnittenen Fläche.

Die Höhen ergeben den halben jeweils zurückgelegten Zentriwinkel (nach (5)). Die letzte Höhe ergibt also den halben Zentriwinkel α im Bogenmaß zum Halbmesser Δs. Die gebrochene Umrißlinie geht hier in eine mit der Grundlinie gleichlaufende Linie über; denn die weiteren Teilevolventen (Pfeilhöhen) haben den Wert Null. Der Zentriwinkel wächst nicht mehr. (Vgl. Schlußsatz von Ziffer 3).

Die Richtungsänderung der Umrißlinie, d. h. ihr Steigungsverhältnis, hängt für jeden Abschnitt Δs von der an dieser Stelle gemessenen Pfeilhöhe ab. Da die Pfeilhöhe wächst, wenn der Halbmesser kleiner wird, wird die Umrißlinie um so steiler, je enger der Bogen, und umgekehrt; sie gibt also das Krümmungsverhältnis an jeder Stelle an und heißt deshalb Krümmungslinie.

5.

Ersatz der Teilevolventen durch Pfeilhöhen.

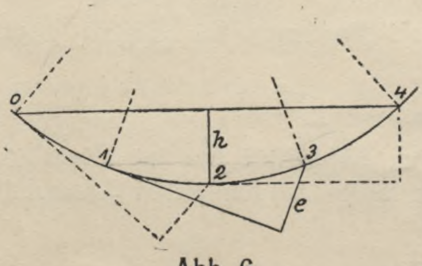


Abb. 6.

Die Teilevolventen werden als Pfeilhöhen an doppelten Bogenlängen gemessen. Die Pfeilhöhe bei Punkt 2 in Abb. 6 kann nun ebensowohl die Evolvente des Bogens 0—2 als die des Bogens 2—4 ersetzen, da sie von der Krümmung beider Abschnite beeinflußt wird. Man kann sie daher als Evolvente der mittleren Hälfte des ganzen

Bogens 1—3 auffassen, dessen Krümmungsverhältnis sie am besten ausdrückt. (Vgl. Begründung im Anhang). Anstatt nach Abb. 5 die Summenreihe der Teilevolventen als Höhen im Teilpunkte der letzten Teilevolvente darzustellen, trägt man aus diesem Grunde die Glieder der Pfeilhöhensummenreihe zu den um $^1/_2 \triangle$s vergrößerten Bogenlängen, d. h. als mittlere Höhen, auf.

6.

(Hierzu gehören die Abbildungen 8—14 auf Anlage 1)

Zeichnerische Entwicklung der Evolventenunterschiede.

In Abb. 7 möge die dünn ausgezogene Linie I einen unregelmäßig gekrümmten Gleisbogen darstellen. Die gebrochene Linie I in Abb. 8 sei seine Krümmungslinie. Wenn der Bogen I in Abb. 7 durch einen fehlerlosen Kreisbogen ersetzt wird, muß die erneute Auftragung seiner Krümmungslinie in Abb. 8 anstelle der gebrochenen Linie I eine gerade Linie II ergeben; denn nach Spalte 2 der Ableitung (3) auf Seite 7 pflanzen sich die Pfeilhöhensummen eines Kreisbogens geradlinig fort.

Man zeichnet eine ausgleichende Linie II nach Augenmaß in Abb. 8 ein. Sie endet auf der Wagerechten durch den Endpunkt der Krümmungslinie; denn die letzte Höhe drückt den halben Zentriwinkel aus, der nicht verändert werden darf. Nach Ziffer 4 ist nun die Evolvente für einen beliebigen Teilpunkt des ursprünglichen Bogens I gleich der doppelten Fläche zwischen Grundlinie, Krümmungslinie und Höhe des Punktes, geteilt durch die gewählte Länge $\triangle$s der Bogenabschnitte. Ebenso ist die Evolvente für den ent-

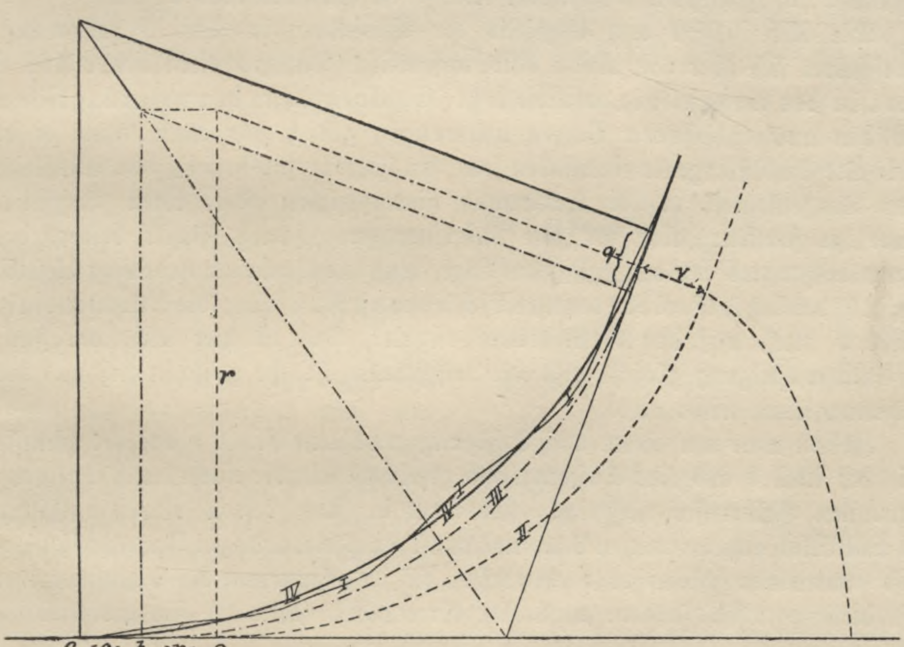
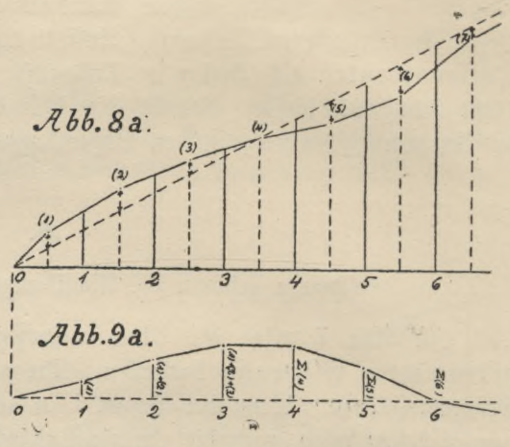


Abb. 7.

sprechenden Punkt eines vorläufig entworfenen Bogens II gleich dem doppelten Inhalt des Dreiecks zwischen Grundlinie, Entwurfssteigung und Höhe des Teilpunktes geteilt durch $\triangle$ s. Da es für die Absteckung nur auf die Evolventenunterschiede ankommt, bildet man nicht die ganzen Evolventen, sondern nur ihre Unterschiede, indem man die Abweichungen der Krümmungslinie von der Entwurfssteigung fortlaufend unter Berücksichtigung des Vorzeichens addiert und die erhaltenen Werte verdoppelt.

Trägt man die Evolventenunterschiede wiederum als Höhen zu den Bogenlängen auf, so bildet die Verbindungslinie der aufgetragenen Punkte die „Summenlinie".



Die Abb. 8a und 9a dienen zur Erläuterung. Man trägt im Teilpunkt 1 der Abb. 9a den mittleren Höhenunterschied (1) zwischen den Teilpunkten o und 1 der Abb. 8a als Höhe auf; dann setzt man den Zirkel mit der Spannung (1) so an (2) in Abb. 8a an, daß (2) außerhalb der Zirkelfüße liegt, setzt den berührenden Fuß über das Maß (2) hinüber und trägt die erhaltene Spannung (1) + (2) im Teilpunkt 2 der Abb. 9a an, ebenso (1) + (2) + (3) im Teilpunkt 3. Bei (4) ändert sich die Spannung nicht; daher wird der Teil der Summenlinie über 3—4 in Abb. 9a gleichlaufend zur Grundlinie. Bei (5) muß die Zirkelspannung verkleinert werden, weil die Krümmungslinie unterhalb der Entwurfssteigung liegt; man setzt den Zirkel mit der Öffnung (1) + (2) + (3) + (4) so an, daß (5) zwischen den Füßen liegt, und setzt dann den berührenden Fuß über. Die Summenlinie nähert sich folglich der Grundlinie wieder; sie ändert ihr Streben stets, wenn die Entwurfssteigung die Krümmungslinie überschneidet.

Wird die Zirkelspannung unbequem klein oder groß (z. B. am Anfang (1), so greift man ein oder einige Zentimeter mehr oder weniger und setzt die Höhen von einer entsprechend verschobenen Grundlinie ab, was bei Verwendung von Millimeterpapier keine Mehrarbeit verursacht.

Anstatt die Höhen des auf diese Art entstandenen Bildes Abb. 9 zu verdoppeln, verdoppelt man das Maßstabverhältnis. Ist Abb. 8 z. B. im Höhenmaßstab 1 : 10 gezeichnet, so erscheint Abb. 9 im Höhenmaßstab 1 : 20.

Die Abb. 9 soll dem Ergebnis der Abwicklung in Abb. 2 entsprechen, unterscheidet sich aber von diesem Bilde wesentlich. Das Höhenbild der Abb. 2 endet in der Grundlinie, weil die letzte Evolvente für den ursprünglichen und den ausgeglichenen Bogen notwendig gleich sein muß, wenn dieser in die alte Schlußtangente einmünden soll. Es ist zwar zulässig, bei dem Ausgleich einen Tangententeil in die Krümmung hineinzuziehen oder einen Bogenteil gerade zu strecken; aber für den äußersten gemeinsamen Punkt beider, der gegenwärtigen und der ausgeglichenen Lage, muß die Evolvente unbedingt dieselbe sein; d. h. der letzte Evolventenunterschied muß Null sein; die Summenlinie in Abb. 9 muß auf der Grundlinie enden. Das ist hier nicht der Fall; die Entwurfssteigung gleicht also die verschränkte Fläche zwischen sich und der Krümmungslinie nicht aus.

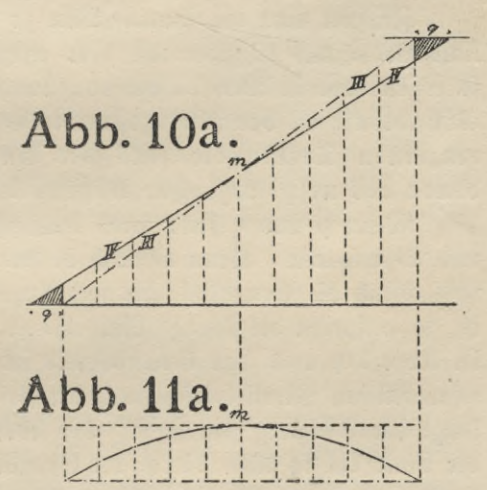
Indem man von einem nach Schätzung gewählten Punkt a auf der Grundlinie der Abb. 8 aus eine Steigungslinie gezeichnet hat, die einem durch Schätzung bestimmten Halbmesser entspricht, hat man in Abb. 7 von einem vorläufig und willkürlich angenommenen Tangentenpunkt a aus einen Bogen II von schätzungsweise ermitteltem Halbmesser r entworfen, der im allgemeinen die Schlußtangente nicht berühren wird, sondern wegen der Unveränderlichkeit des Zentriwinkels in eine gleichlaufende Schlußtangente im Abstand v mündet

Daraus folgt, daß der Unterschied v der Schlußevolventen in Abb. 7 die Endhöhe v in Abb. 9 ist und die Grundlinie in Abb. 9 der nach Abb. 2 gerade gestreckte Bogen II der Abb. 7.

Um die Schlußtangente zu erreichen, muß man den Bogen II der Abb. 7 ohne Änderung seines Halbmessers in den Tangentenwinkel in die Lage III hineinschieben, wobei der Anfangspunkt a sich um das Maß p nach b verschiebt.

Die Wirkung dieser Verschiebung auf die Abb. 8 ist eine Parallelverschiebung der entworfenen Steigung um das wagerechte Maß p in Abb. 10. Da der Erfolg in Abb. 9 die Beseitigung der Endhöhe v sein soll, ist das Maß p so zu bestimmen, daß der senkrechte Abstand der berichtigten Steigung von der nach Augenmaß entworfenen gleich wird der Endhöhe v, geteilt durch die in der Längeneinheit △s ausgedrückte Schattenlänge der Steigungslinie. Um die Zeichnung nicht undeutlich zu machen, ist die Krümmungslinie der Abb. 8 in Abb. 10 nochmals dargestellt und hierin die verbesserte Steigung eingetragen. Abb. 11 ist die Summenlinie dazu, die mit der Höhe Null endet. Die Grundlinie der Abb. 11 stellt nun den gerade gestreckten Bogen III der Abb. 7 dar, was durch übereinstimmende Strichart angedeutet ist.

Der Bogen III in Abb. 7 berührt zwar beide Tangenten; aber er wird im allgemeinen den Bogen I nochnicht genügend decken. Das äußert sich in Abb. 11 darin, daß nach einer Seite mehr und größere Verschiebungen notwendig wären als nach der anderen. Man muß in Abb. 7 nachträglich den Halbmesser ändern. Diese Maßnahme muß sich in Abb. 10 als Änderung des Steigungsverhältnisses aussprechen. Da die Berührungspunkte in Abb. 7 hierbei auf beiden Tangenten um das gleiche Maß q verlegt werden, müssen auch die Schnittpunkte der Steigung mit der Grundlinie und der mit ihr gleichlaufenden im Abstande Σ e in Abb. 10 um das gleiche Maß nach außen oder innen verschoben werden. Dadurch wird eine Drehung der Steigung um ihren Mittelpunkt, der auf halber Endhöhe liegt, bewirkt. Jede Steigung, die durch diesen Mittelpunkt geht, muß die Fläche ebenso ausgleichen wie die in Abb. 10 dargestellte Lage. Die bereits erfüllte Bedingung, daß die Summenlinie mit der Höhe Null, das heißt auf der Grundlinie enden soll, wird also durch eine Drehung nicht gestört.



Durch Drehung der Ausgleichlinie III in Abb. 10 a in die Lage IV entstehen zwei Dreiecke mit gemeinsamer Spitze m. Wenn q klein ist und die schraffierten Dreiecke vernachlässigt werden dürfen, ergibt die Summenlinie der verschränkten Dreiecke genau genug eine quadratische Parabel, Abb. 11a; denn durch die Höhen der Teilpunkte in Abb. 10a werden lauter ähnliche Dreiecke mit der gemeinsamen Spitze m abgetrennt. Die Inhalte ähnlicher Dreiecke verhalten sich aber wie die Quadrate ihrer Höhen, die hier als wagerechte Abstände des Drehpunktes m von den Senkrechten durch die Teilpunkte aufzufassen sind. Die Abstände der Summenlinie Abb. 11a von der Scheiteltangente drücken die Inhalte dieser ähnlichen Dreiecke aus, wobei man sich die Summenlinie durch Auftragung vom Scheitelpunkt aus entstanden denken mag. Die Höhen der Summenlinie von der Grundlinie (Parabelsehne) aus sind demnach Flächenunterschiede zwischen den ähnlichen Teil-Dreiecken und dem ganzen Dreieck beiderseits. Die Scheitelhöhe der Parabel stellt den Inhalt jedes der beiden ganzen Dreiecks dar als Länge eines Flächenstreifens von △s Breite.

Die Drehung der Linie III in Abb. 10 soll bewirken, daß die verschränkte Fläche zwischen den Linien I und III gleich Null wird. Demnach muß die Fläche des Parabelabschnitts (Abb. 11a) gleich dieser verschränkten Fläche in Abb. 11 werden, die man feststellen kann. Da außerdem die Sehnenlänge als Schattenlänge der Steigungslinie bekannt ist, läßt sich die Höhe berechnen.

Bekanntlich ist der Inhalt eines Parabelabschnitts gleich der Sehne mal $^2/_3$ der Pfeilhöhe. Diese Höhe nun soll der Inhalt der durch die Drehung in Abb. 10a oder 10 zu erzeugenden Dreiecke sein. Teilt man also die doppelte Parabelhöhe durch die halbe Schattenlänge der Steigung, mit der Längeneinheit $\triangle s$ gemessen, so erhält man das Maß, um das die Endpunkte der Steigung in senkrechter Richtung zu verlegen sind. Verbindet man die hiernach aufgetragenen Punkte mit dem Drehpunkt, so erhält man (Abb. 12) eine gerade Linie IV als endgültige Steigung. Ihre Schnittpunkte mit den Wagerechten (Tangenten) liefern die Bogenenden im Abstande q von den Endpunkten der Steigung in Abb. 10a od. 10.

Zu demselben Ergebnis führt auch die Betrachtung der Abb. 7. Denkt man sich den Bogen III glatt gestreckt und IV als Höhenbild dazu dargestellt, so vermutet man nach dem Augenschein einen Parabelbogen, der von b aus der Grundlinie seine Wölbung zuwendet. Das beruht auf einer Augentäuschung; der Bogen IV erscheint, weil er innerhalb von III liegt, als der engere Bogen. Er hat aber tatsächlich den größeren Halbmesser, und die Evolventen des flacheren Bogens wachsen langsamer als die des engeren Bogens. Folglich muß auch diese Darstellung einen Parabelbogen nach Art der Abb. 11a liefern. Nur würde sich das Bogenstück über der Länge q als Hohlparabel darstellen, woran der entgegengesetzt gekrümmte Bogen anschlösse, und jenes Stück entspricht der Summenlinie für das vernachlässigte schraffierte Dreieck der Abb. 10a, die gleichfalls ein vorgelagertes Stück einer Hohlparabel in Abb. 11a sein würde. Ähnliches gilt vom Bogenende.

Zeichnet man die Summenlinie zu Abb. 12, die abermals die Krümmungslinie aus 8 und 10, aber mit dem endgültigen Steigungsentwurf IV darstellt, so erhält man in Abb. 13 die vorzunehmenden Seitenverschiebungen; die Grundlinie ist der glattgestreckte Bogen IV der Abb. 7, die Höhen der einzelnen Teilpunkte sind die Unterschiede seiner Evolventen von denen des ursprünglichen Bogens I in halbem Maßstabe.

Wenn p und q klein sind, kann man die Zeichnung der Abb. 10, 11, 12 und 13 ersparen. Wenn nämlich in Abb. 14 das Höhenbild I die Abb. 9 wiederholt, sodaß die Grundlinie die nach Augenmaß entworfene Steigung II der Abb. 8 ist, so entspricht die schräge Linie III (Abb. 14) der verbesserten Steigung in Abb. 10, und der Grundlinie in Abb. 11, da das senkrechte Maß der erforderlichen Parallelverschiebung der Bruch aus der Endhöhe v und der Schattenlänge der Steigung sein muß. Der Wert dieses Bruches ist aber der Abstand der Linie III in Abb. 14 von der Grundlinie II, im Abstande $\triangle s$ vom Anfangspunkte gemessen. Die Linie III verkürzt mithin die Höhen um das Maß v im Verhältnis zu den Längen, und die Parallelverschiebung aus Abb. 8 nach Abb. 10 bezweckt nicht anderes.

Das senkrechrechte Drehungsmaß der Ausgleichlinie in Abb. 10 zur Überführung in die endgültige Lage, die Abb. 12 enhält, mußte nach den an die Abb. 10a und 11a geknüpften Erörterungen aus den Abmessungen einer quadratischen Parabel entnommen werden. Die Wölbung dieser Parabel ist aber abhängig von der Lage und Größe der Fläche, die die Summenlinie der Abb. 11 mit der Grundlinie einschließt. Diese Parabel kann man unmittelbar zeichnen, indem man in Abb. 14 die Fläche zwischen der Summenlinie und der Linie III mit dem Zirkel ausmißt und aus Inhalt und Länge die Parabelhöhe berechnet. Daraus ergibt sich die Lage ihrer Haupttangenten. Wie die Parabel selbst in der Netzteilung des Millimeterpapiers auf einfache Weise zu zeichnen ist, ist in Ziffer 9 beschrieben.

Die Ausgleichparabel IV in Abb. 14 entspricht der endgültigen Steigung in Abb. 12 und der Grundlinie in Abb. 13.

Ein Vergleich der Abb. 14 mit den Abb. 11 und 13 zeigt, daß die Teilpunkte der Linie 1 in Abb. 14 von der Sehne und der Parabel dieselben Abstände haben wie die entsprechenden Teilpunkte in jenen Abbildungen von den durch übereinstimmende Strichart gekennzeichneten Grundlinien.

Man hat nach Abb. 14 gewissermaßen den Bogen II der Abb. 7 geradegestreckt und darüber sowohl die Evolventenunterschiede der Bogenlagen I und II als auch die der Bogenlagen IV und II als Höhen dargestellt, um die Unterschiede dieser Höhen unmittelbar als Verschiebungsmaße zu verwerten.

Um die Bogenenden genau zu bestimmen, muß man allerdings p und q berechnen oder der Abb. 14 entnehmen; aber diese Werte haben auf die seitliche Lage des Gleises sehr geringen Einfluß, wenn der erste Entwurf nach Augenmaß gut getroffen ist, wenn also p und q klein sind. In Abb. 8 ist der Entwurf mit Absicht ziemlich schlecht gewählt, um den Grundgedanken deutlich zu machen.

Wie man die Verschiebung p und q unter Umständen durch einfache Rechnungen vermeiden oder ganz unschädlich machen kann, wird an praktischen Beispielen unter den Ziffern 13, 14 und 22 gezeigt werden.

7.

Sinnfälligkeit der Zeichnung.

Nach Abb. 14 ist das vorhandene Gleis bei jedem Teilpunkt so zu verschieben, daß die Linie I in die Lage der Parabel IV kommt; die Verschiebungen nach rechts und links sondern sich sinnfällig nach der Stationierung des Bogens oder der Richtung der Messung. Zu dem Zweck muß die Krümmungslinie (Abb. 8) stets sinnfällig gezeichnet werden, d. h. sie muß von der Grundlinie nach rechts oder links ablenken, je nachdem der vorhandene Bogen von der Anfangstangente nach rechts oder links ablenkt.

Die Krümmungslinie für einen nach rechts ablenkenden Bogen hat man also durch Auftragung der Pfeilhöhensummen nach unten darzustellen; sonst erhält man die Summenlinie als Spiegelbild.

Über die Richtung der Parallelverschiebung des Augenmaßentwurfs (Abb. 8) entscheidet die Richtung der Endhöhe v (in Abb. 9 u. 14.) Aus dem Vorzeichen der Flächensumme zwischen I und III in Abb. 14 ersieht man, ob die Summenparabel auf der Sehne stehen oder darunter hängen muß. Eine auf der Sehne stehende Parabel deutet auf eine rechtläufige Drehung des Entwurfs, während eine hängende Parabel einer rückläufigen Drehung entspricht. Eine rechtläufige Drehung entspricht bei einem nach links ablenkenden Bogen einer Vergrößerung des Halbmessers (sanftere Steigung) bei einem Rechtsbogen, für den die Krümmungslinie, also auch der Entwurf, abwärts geht, einer Verkleinerung des Halbmessers (steilere Steigung). Eine rückläufige Drehung entspricht in beiden Fällen den umgekehrten Verhältnissen.

Zweiter Abschnitt.

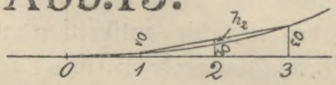
Übergangsbögen.

8.

Krümmungslinie des Übergangsbogens.

Übergangsbögen sind Parabeln dritter Ordnung. Da sie sehr flach sind, kann man die Pfeilhöhe eines Parabelabschnitts als Abweichung des mittleren Tangentenabstandes vom Mittelwert der äußersten Abstände des Abschnitts ansehen und nach Abb. 15 etwa setzen:

Abb.15.



(6) $h_2 = \frac{1}{2}\,(o_1 + o_3) - o_2$

Die Abstände sind dritte Potenzen der Längen $(n \cdot \triangle s)$ mit einem unveränderlichen Faktor P, haben also die Form: $o_n = P\,(n \triangle s)^3$

Gemäß Gl. (6) erhält man die Pfeilhöhen in Spalte 3 der folgenden Ableitung (7), wenn man die Werte o_n in Spalte 1 von den Mittelwerten $\frac{1}{2}\,(o_{n-1} + o_{n+1})$ in Spalte 2 abzieht.

(7)

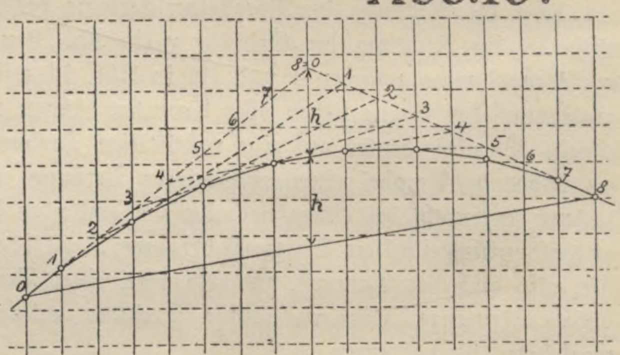
Tlp. n	1 o_n	2 $\frac{1}{2}(o_{n-1} + o_{n+1})$	3 h_n	4 Σh_n
0	0		0	0
1	$1\,P(\triangle s)^3$	$4\,P(\triangle s)^3$	$3\,P(\triangle s)^3$	$3\,P(\triangle s)^3$
2	$8\,P(\triangle s)^3$	$14\,P(\triangle s)^3$	$6\,P(\triangle s)^3$	$9\,P(\triangle s)^3$
3	$27\,P(\triangle s)^3$	$36\,P(\triangle s)^3$	$9\,P(\triangle s)^3$	$18\,P(\triangle s)^3$
4	$64\,P(\triangle s)^3$	$76\,P(\triangle s)^3$	$12\,P(\triangle s)^3$	$30\,P(\triangle s)^3$
5	$125\,P(\triangle s)^3$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Die Pfeilhöhen sind nicht gleich wie beim Kreise; sie wachsen im Verhältnis zur Bogenlänge vom Berührungspunkte der Tangente aus. Trüge man sie als Höhen zu den Messungspunkten auf, so erhielte man eine gerade ansteigende Linie; denn die Unterschiede benachbarter Pfeilhöhen sind gleich $(= 3\,P(\triangle s)^3)$. Um die Krümmunglinie des Übergangsbogens zeichnen zu können, muß man die Werte der Spalte 3 in Sp. 4 fortlaufend summieren. Die Unterschiede der Pfeilhöhen bilden also die zweite Differenzenreihe der Glieder in Spalte 4. Die Beharrlichkeit der zweiten Differenzenreihe ist aber das Kennzeichen der quadratischen Reihe. Die Krümmungslinie der Parabel dritten Grades ist eine Parabel zweiten Grades.

9.

Zeichnung der quadratischen Parabeln.

Abb.16.



Zur Einschaltung des Übergangsbogens muß der Kreisbogen um ein gewisses Maß f nach innen verschoben werden. Der Übergangsbogen wird vom Halbmesser im Anfang des ursprünglichen Bogens halbiert, und berührt mit seinen Enden die Tangente und den verschobenen Bogen, den Hauptbogen. Seine Krümmunglinie, die Parabel zweiten Grades im Entwurfsbilde wird daher von der Senkrechten durch den Schnittpunkt der Steigung mit der Wagerechten halbiert und schmiegt sich beiderseits an diese Linien (die Steigungund die Grundline) als Tangenten an. (Vergl. Abb. 17 in Ziffer 10.) Die Zeichnung quadratischer Parabeln erhellt aus Abb. 16. Eine Tangente der Krümmungslinie des Übergangsbogens liegt stets wagerecht in der Netzteilung. Da die bei Erläuterung der Abb. 14 in Ziffer 6 erwähnten Summenparabeln auf die gleiche Art gezeichnet werden, ist in Abb. 16 der allgemeine Fall angenommen, daß beide Tangenten schräg im Netz des Millimeterpapiers liegen.

Zunächst müssen die Tangenten gleich sein, d. h. sie müssen gleiche Schattenlänge haben, da nach den früheren Erläuterungen die Schattenlänge der Steigung die Bogenlänge ausdrückt. Man teilt die Tangenten in dieselbe Anzahl gleicher Teile, sodaß die Abschnitte beider Tangenten gleiche Schatten haben, etwa 1 cm. Beziffert man die Teilpunkte beider Tangenten je für sich in derselben Richtung, so ist jede Verbindung gleichnamiger Punkte eine Parabeltangente, und der Abschnitt einer Zwischentangente zwischen den benachbarten Zwischentangenten hat stets die doppelte Schattenlänge der gewählten Teilung. Beträgt diese z. B. 1 cm, so ist die Schattenlänge jedes Abschnitts zwischen zwei Brechpunkten 2 cm. Nur die äußersten Abschnitte auf den Haupttangenten haben die einfache Länge. Die Teilung ist je nach Bedarf so eng zu wählen, daß keine auffallenden Knicke entstehen, und das Tangentenvieleck als Ersatz der Parabel angesehen werden kann. Man zieht die punktierten Teile der Zwischentangenten nicht aus, sondern zielt nur mit dem Lineal von Punkt 1 auf der Anfangstangente nach Punkt 1 der Schlußtangente, zieht einen Strich von der beabsichtigten Schattenlänge, dreht das Lineal nach Punkt 2 der Schlußtangente, ohne den Punkt 2 der Anfangstangente weiter zu beachten, zieht abermals einen Strich von gleicher Schattenlänge und fährt so fort, bis die Schlußtangente erreicht ist. Bei einiger Übung kann man auch die Bezifferung ersparen. Ein durchsichtiges Zellhorndreieck erleichtert die Übersicht über die Teilung. Die wagerechten Netzlinien spielen bei der Parabelzeichnung keine Rolle.

Es ist beachtenswert, daß der Parabelscheitel den Abstand des Winkelpunktes von der Sehne halbiert; das ist wertvoll zur Beurteilung des Flächenausgleichs durch Augenmaßentwürfe; man kann hiernach die Lage der Parabel mit einiger Sicherheit bestimmen, ohne sie sorgfältig zu zeichnen.

10.

Verschiebung des ursprünglichen Bogens.

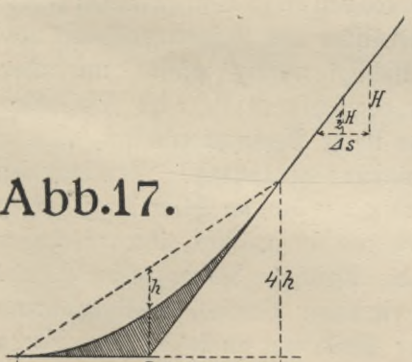


Abb. 17.

In Abb. 17 sei h die Scheitelhöhe und l die Länge der quadratischen Parabel. Die Höhe des Parabelendes ist die vierfache Scheitelhöhe (= 4h). Die schraffierte Fläche zwischen Parabel und Haupttangenten ist $\frac{1}{3}$lh. Die schräge Tangente ist die Kreiskrümmungslinie, deren Steigung den Halbmesser angibt. Die Pfeilhöhe der Kreisbogenabschnitte von 2Δs Länge möge zum Unterschied von der Parabelhöhe mit H bezeichnet werden. Die Mittelhöhe $\frac{1}{2}$H eines Δs breiten Flächenstreifens ist die Teilevolvente des Bogenteils Δs an einer beliebigen Stelle. Nach der bekannten Evolventenformel (vergl. Anhang) ist

(8) $$\tfrac{1}{2}H = \frac{(\triangle s)^2}{2r}$$

Nun verhält sich aber

(9) $$H : \triangle s = 4h : \tfrac{1}{2}l.$$ Daher ist

(10) $$\tfrac{1}{2}H = \frac{(\triangle s)^2}{2r} = \frac{2h\triangle s}{\frac{1}{2}l}$$. Daraus folgt:

(11) $$h = \frac{\frac{1}{2}l\triangle s}{4r} = \frac{l\triangle s}{8r}$$

Die schraffierte Fläche in Abb. 17 ist demnach

(12) $$\tfrac{1}{3}lh = \frac{l^2}{24r}\triangle s$$

Hiernach ist die Länge $\frac{l^2}{24r}$ eines $\triangle s$ breiten Flächenstreifens vom Inhalt $\frac{1}{3}lh$ das Maß f, um das der Kreis nach innen verschoben werden muß, wenn der Übergangsbogen eingeschaltet werden soll. (Vergl. Oberbauvorschriften Anl. 3.) Die Fläche zwischen der Parabel und ihren Haupttangenten drückt die zur Einschaltung des Übergangsbogens erforderliche Verschiebung des Kreisbogens nach innen aus.

Beginnt man mit dem Auftragen der Summenlinie am Anfang der Parabel, so wird das Höhenbild der Kreisevolventen um den Wert f der schraffierten Fläche von der Grundlinie abgerückt, die Evolventen werden also tatsächlich um das Maß f größer. Am Bogenende, wo eine gleiche Parabel mit entgegengesetzter Krümmung zu zeichnen ist, nehmen die Höhen, (Evolventen) nach und nach um das gleiche Maß f wieder ab; die Flächen der Parabelwinkel heben sich in ihrer Wirkung auf die Summenlinie gegeneinander auf, sodaß die Grundlinie (die Schlußtangente in Abb. 7) wieder erreicht wird.

Dritter Abschnitt.

Messung und Feldbuch.

11.

Wahl der Längeneinheit. Die Längeneinheit $\triangle s$ muß so gewählt werden, daß die Teilevolvente als gerade betrachtet werden kann. Diese Voraussetzung trifft bei Bögen von etwa 150m Halbmesser an zu, wenn $\triangle s$ zu 10m angenommen wird. Man würde demnach die Pfeilhöhen an 20m langen Abschnitten im Abstande von 10 zu 10m zu messen haben. Da aber innerhalb der 10m langen Abschnittshälften noch Krümmungsfehler vorkommen werden, die bei dem Ausgleich berücksichtigt werden müssen, und ohne besondere Mühe berücksichtigt werden können, empfiehlt es sich, die Pfeilhöhen zwar an 20m langen Teilstrecken, um nicht zu kleine Maße zu erhalten, aber in Abständen von 5 zu 5m zu beobachten. (Begründung im Anhang.) Man kann sich das so vorstellen, als ob man mit der Annahme $\triangle s = 5$m, an Stelle der gesuchten Größen, die an 2 $\triangle s$ langen Bögen gemessen werden müßten, ihre vierfachen Werte an 4 $\triangle s$ langen Bögen mäße; denn die Pfeilhöhe des doppelten Bogens ist genau genug viermal so groß als die des einfachen Bogens. Während man aber nach Abschn. I Ziffer 6, bei Messung der Pfeilhöhen an 2$\triangle s$ langen Bögen die Summenlinie im halben Höhenmaßstab der Krümmungslinie erhält, erhält man sie nunmehr im doppelten Höhenmaßstab, z. B. im Maßstab 1:10, wenn jene im Maßstab 1:20 gezeichnet war.

12.

Messung und Feldbuch.

Die Ausgleichung eines Bogens auf Grund von Pfeilhöhenmessungen hat die einwandfreie Lage der anschließenden Geraden zur Voraussetzung. Verkrümmungen des geraden Gleises nach dem Inneren des Bogens zu können beim Bogenausgleich beseitigt werden, da die Bogenenden hierbei erst bestimmt werden. Sollten sich aber an den Bogenenden s-förmige Stellen gebildet haben, so sind sie vor der Bogenaufnahme zu beseitigen; ihre Berichtigung durch das Ausgleichverfahren ist zwar möglich (vergl. Anhang), bereitet aber Schwierigkeiten und verführt leicht zu Irrtümern.

Der Gleisbogen wird durch Messung an der Fahrkante der äußeren Schiene in Abschnitte von 5 m Länge geteilt. Die Teilpunkte werden am Schienensteg durch Buntstift oder Ölfarbe so dauerhaft bezeichnet, daß sie bei der Absteckung der berichtigten Achse noch aufzufinden sind. In der Zwischenzeit dürfen keine Gleisunterhaltungsarbeiten ausgeführt werden. Die Pfeilhöhen werden mit einem Maßstabe an einer straff gespannten Sehne abgelesen. (Vergl. Oberbauvorschr. Anl. 3.)* Die Messung beginnt an einem Bogenende da, wo die Pfeilhöhe 0 auftritt. Zwei Arbeiter spannen die Sehne vom ersten zum vierten Teilpunkt so, daß sie den nicht abgenutzten senkrechten Teil des Schienenkopfes berührt. Der Beobachter mißt beim mittleren Teilpunkt die Pfeilhöhe und vermerkt die Ablesung im Feldbuch. Dann gehen alle drei Personen fünf Meter weiter zur Messung der folgenden Pfeilhöhe u. s. w., bis am Bogenende wieder die Pfeilhöhe Null auftritt.

Der Standort der Bahnnummersteine wird im Feldbuch vermerkt, damit man sich bei der Absteckung nicht in den Teilpunkten irrt. Die berichtigte Achse muß, von den Teilpunkten unmittelbar abgesetzt werden, nicht etwa von der Außenkante der inneren Schiene, weil die Spurweite sehr veränderlich ist. Um beim Anlegen der Meßlatte nicht durch die Überhöhung behindert zu werden, bevorzugt man bei der Messung auf zweigleisigen Strecken das äußere Gleis. Die Pfeilhöhen werden stets nur an diesem einen Gleise gemessen; das andere verliert seine Krümmungsfehler von selbst, wenn es in gleichem Abstande neben die berichtigte Achse gelegt wird.

Anlage 2.

In nachstehendem Feldbuch zu dem auf Anlage 2 behandelten Beispiel enthält Spalte 1 die Bezeichnung der Teilpunkte, Spalte 2 die an diesen Punkten gemessenen Pfeilhöhen, Spalte 3 ihre Summenreihe und Spalte 4 eine Messungsprobe. Die Summe der Spalte 2 ~~1~~ muß das letzte Glied in Spalte 3 ~~2~~ ergeben. Bildet man die Summenreihe nicht benachbarter Glieder (Spalte 4), indem man bei der Addition jede zweite Pfeilhöhe überschlägt, so muß das letzte Reihenglied bis auf wenige Millimeter gleich der Hälfte des letzten Gliedes in Spalte 3 sein. Ist das nicht der Fall, und wird ein Rechenfehler (etwa durch Summierung der nicht verwerteten Pfeilhöhengruppe) nicht gefunden, so ist ein Messungsfehler unterlaufen. Man erspart durch diese Probe eine zweite Messung, die sonst zur Sicherheit nötig sein würde. (Begründung im Anhang). Die Spalten 5 und 6 des Feldbuchs sind zur Eintragung der Verbesserungen und Absteckmaße nach der zeichnerischen Verarbeitung bestimmt. Spalte 7 dient zur Aufnahme alles Wissenswerten, von Vermerken über Krümmungsrichtung, verfügbaren Raum, Zwangslagen, Stoßlücken usw.

*) Eine zur Pfeilhöhenmessung besonders geeignete Vorrichtung ist im Anhange beschrieben.

1 Km	2 h	3 Σh	4 Probe	5 v		6 Achse	Bemerkungen
0,6				+	—	2,465	
+15	0	0	0	cm			Rechtsbogen
+20	3	3		0		2,465	Linkes Gleis
+25	14	17	14				
+30	10	27		1,0		2,475	Mathem. Bogenanfg.
+35	15	42	29				Km 0,6 + 69,0 m
+40	31	73		3,0		2,495	Übergangsbogen 80m
+45	31	104	60				
+50	23	127		6,5		2,530	Endgültiger Halb-
+55	28	155	88				messer 390 m
+60	41	196		8,5		2,550	
+65	54	250	142				
+70	56	306		9,0		2,555	
+75	72	378	214				
+80	90	468		8,0		2,545	
+85	111	579	325				
+90	135	714		9,0		2,555	
+95	149	863	474				
0,7	142	1005		17,0		2,635	+ 1 m = Stein
+ 5	111	1116	585				
+10	85	1201		30,0		2,765	
+15	85	1286	670				
+20	86	1372		36,5		2,830	
+25	104	1476	774				
+30	110	1586		35,0		2,815	
+35	95	1681	869				
+40	87	1768		28,5		2,750	
+45	105	1873	974				
+50	135	2008		14,5		2,610	
+55	153	2161	1127				
+60	133	2294		1,0		2,475	
+65	101	2395	1228				
+70	93	2488			12,5	2,340	
+75	107	2595	1335				
+80	119	2714			31,5	2,150	
+85	130	2844	1465				
+90	185	3029			49,5	1,970	
+95	196	3225	1661				
0,8	160	3385			52,0	1,945	+1,5m = Stein
+ 5	130	3515	1791				
+10	96	3611			40,0	2,065	
+15	64	3675	1855				
+20	35	3710			22,0	2,245	
+25	0	3710	1855				
+30					8,0	2,385	Mathem. Bogenende
+35							Km 0,8 + 13,0m
+40					2,0	2,445	Übergangsbogen 80 m
+45							
+50				0,0	0,0	2,465	
	3710 ½=1855	66025		207,5	217,5		

Vierter Abschnitt.

Die Feststellung der Lagefehler.

13.

Die Pfeilhöhensummen in Spalte 3 des Feldbuchs werden als Höhen zu den um $^1/_2 \triangle s = 2{,}5\,m$ vergrößerten Längen der Messungspunkte mit der Kopiernadel auf Millimeterpapier aufgetragen, und zwar von der als Verlängerung der Anfangstangente gedachten Wagerechten aus nach der Seite hin, auf der der Mittelpunkt der Krümmung liegt. Der geeignetste Längenmaßstab für alle Bögen ist 1:1000. Als Höhenmaßstab eignet sich für Bögen von etwa 300 bis 1000 m Halbmesser das Verhältnis 1:20; für flachere Bögen wählt man zweckmäßig den Maßstab 1:10, für schärfere 1:40, weil sonst die Netzteilung unbequem flach oder steil geschnitten wird. Aus dem Feldbuche läßt sich überschläglich erkennen, welche Steigung die Krümmungslinie bei einem gewissen Maßstabe erhalten wird, ohne daß man den Halbmesser zu ermitteln braucht. In vorliegendem Beispiel wird die Zeichnung rund 22 cm lang werden, da der Bogen rund 220 m lang ist, und im Höhenmaßstab 1:20 rund $18^1/_2$ cm hoch, da die Endsumme der Pfeilhöhen 3710 mm ist. Dieser Maßstab ist also geeignet. **Der Augenmaßentwurf. Anlage 2**

Die Auftragung in den Mitten der vorausliegenden Halbzentimeterfelder ergibt die schwarze Krümmungslinie AB auf Anlage 2.

Nun wäre nach Abb. 8 eine Ausgleichlinie nach Augenmaß zu entwerfen. Hierzu verwendet man mit Vorteil ein durchsichtiges Zellhorndreieck, in dessen Fläche man eine Linie einritzt. Reicht das Dreieck für die Bogenlänge nicht aus, so spannt man einen Seidenfaden über die Zeichnung aus und merkt sich danach zwei Punkte auf dem Netz des Papiers.

Die Entwurfsteigung wäre gemäß Abb. 10 später gleichlaufend zu verschieben, um den vollkommenen Ausgleich herzustellen. Bei einfachen Bögen kann man die in Abb. 8 dargestellte Entwicklungsstufe überspringen, indem man von vornherein den Drehpunkt der Abb. 10 bestimmt. Er muß erstens auf halber Endhöhe liegen, in diesem Falle also auf der Wagerechten, die 3710 : 40 = 927,5 mm = 9,275 cm Abstand von der Grundlinie hat. Zweitens muß er auf irgend einer Linie liegen, die den Flächenausgleich bewirkt; eine solche erhält man, wenn man die Fläche zwischen Grundlinie, Krümmungslinie und einer beliebigen über das Bogenende hinausliegenden Höhe in ein Dreieck mit dieser Höhe als Grundlinie verwandelt. Den doppelten Inhalt dieser Fläche erhält man durch Aufrechnung der Feldbuchspalte 3, im vorliegenden Falle 66025 mm (mal 1 cm als Flächenbreite). Die Höhen sind vom Bogenende an 3710 mm lang. Die Höhe des gesuchten Dreiecks ist demnach 66025 : 3710 = 17,80 cm. Der Drehpunkt liegt also $^1/_2 \cdot 17{,}8 = 8{,}9$ cm von der Ordinate entfernt, die die Fläche abgrenzt. Hier ist zu beachten, daß nach dem Feldbuch die Pfeilhöhensumme 3710 beim Teilpunkt 0,8 + 25 noch mit addiert wurde. Die Grundlinie des Dreiecks ist also die senkrechte Netzlinie bei Km 0,8 + 30. Man hätte die letzte Pfeilhöhensumme fortlassen oder auch noch beliebig oft 3710 addieren dürfen, dann hätte man aber die Grundlinie des Dreiecks entsprechend verlegt; der Erfolg wäre derselbe.

Der ermittelte Drehpunkt D ist auf der Zeichnung durch ein schwarzes Kreuz hervorgehoben. Durch ihn ist nach Augenmaß die rote Ausgleichlinie C—E gezogen. Der Halbmesser ist kleiner als 500 m. (Seine Ermittlung aus der Zeichnung wird in Ziffer 17 erörtert werden.) Nach den Oberbauvorschriften sind 80 m lange

Übergangsbögen erforderlich. Man zeichnet Parabeln zweiten Grades von 8 cm Schattenlänge nach der Anleitung in Ziffer 9 in die Winkel zwischen der Steigung und den Wagerechten an den Bogenenden ein.

14.

Die Summenlinie. Anlage 2.

Der mit vollen Linien ausgezogene vorläufige Entwurf, der sich aus dem mittleren Teil F—G der Steigung, den anschließenden Parabeln AF und GB und unter Umständen den wagerechten Tangenten außerhalb von A und B zusammensetzt, denkt man sich gerade gestreckt, wobei er auf seine Schattenlänge zusammenschrumpft zu einer Wagerechten ab, die nicht dargestellt ist; sie deckt sich mit der (beliebig gewählten) Netzlinie. Diese dient als Grundlinie für die Zeichnung der Summenlinie nach der Anleitung in Ziffer 6, Abb. 8a und 9a.

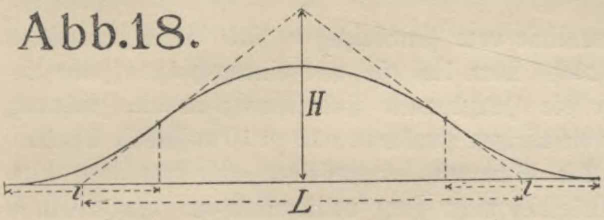
Da der Drehpunkt durch Rechnung bestimmt worden ist, muß die Summenlinie auf der als Grundlinie gewählten Netzlinie enden; denn die Flächen der Parabelwinkel heben einander bei der Summenbildung auf. Dennoch wird sich in der Regel ein Schlußfehler b'b zeigen, weil kleine Ungenauigkeiten beim Zeichnen und Abgreifen unvermeidlich sind. Die zufälligen Fehler werden sich zwar im allgemeinen gegenseitig aufheben, eine kleine Ungenauigkeit bei Absteckung des Drehpunktes oder beim Ausziehen der Steigung kann aber einen beharrlichen Fehler erzeugen, der sich im Verhältnis der Länge fortpflanzen muß. Der mittlere Fehler der Steigungslinie muß mindestens zu $^1/_{10}$ mm in senkrechter Richtung angenommen werden. Dann ist auf eine Länge von 10 cm ein aus 20 Auftragungen angewachsener Fehler von 2 mm zu erwarten. Betrachtet man wie üblich den 3fachen mittleren Fehler als zulässig und gibt noch einen Spielraum von 4 mm für die zufälligen Abgreiffehler zu, so kann man den zehnten Teil der Länge zwischen den ursprünglichen Bogenenden als erlaubte Abweichung betrachten. Wie oben erwähnt, wird die Ungenauigkeit der Steigung den Hauptanteil an diesem Fehler haben. Daher zieht man durch Anfang und Ende (a und b'), Wagerechte bis zu den ursprünglichen Bogenenden c und e und verbindet diese durch eine schräge Linie ce. Für diese gilt die Steigung 1 : 10 als Höchstgrenze. Ergibt sich eine steilere Richtung, so ist ein grober Fehler vorgekommen, entweder bei Bestimmung des Drehpunktes oder beim Abgreifen der Summen oder schon beim Auftragen der Krümmungslinie. Ein Irrtum in der Bestimmung des Drehpunktes ist durch Berichtigung der Bogenenden nach Abb. 10 (Berechnung des Maßes p) unschädlich zu machen, ohne daß man die Summenlinie neu zu zeichnen braucht, sofern der Entwurf wenigstens das Augenmaß befriedigt; in allen andern Fällen ist die Berichtigung der fehlerhaften Linie nötig. Hält sich die Steigung ce in der erlaubten Grenze, so werden die Bogenenden nicht geändert, sondern das Maß p in Abb. 10 wird gleich Null angenommen.

15.

Die Ausgleichparabel.

Nach Ziffer 6 (Abb. 14) wäre nun über ce als Sehne ein Parabelabschnitt zu zeichnen, der mit der Fläche zwischen aceb' und der Summenlinie gleichen Inhalt hätte. Bei der Darstellung des Grundgedankens war von Übergangsbögen abgesehen worden; diese erfordern seine Anpassung an die Form des Entwurfs der Krümmungslinie. Die Summenparabel würde sich hier sehr stark nach oben wölben müssen, das deutet auf eine erhebliche rechtläufige Drehung der Entwurfsteigung. Dadurch aber würden sich die Parabeln nach dem Drehpunkt hin verschieben, es würden sichelförmige Flächen zwischen der alten und neuen Lage der Parabeln erzeugt werden. Die Summenlinien für diese Sicheln sind weder quadratische noch kubische Parabeln; wenn die Drehung der Augenmaßsteigung sich in mäßigen Grenzen hält, wird die Summenlinie einer derartigen Sichel aber große Ähnlichkeit mit einer quadratischen Parabel haben. Für die praktischen Bedürfnisse genügt es, sie als Parabel zweiter Ordnung gelten zu lassen. Das Gesamtbild wird dann so aussehen, wie Abb. 18 darstellt.

Abb.18.



Bezeichnet hierin H den Abstand des Winkelpunktes der Hauptparabel von der Grundlinie, L die Länge des Bogens zwischen den ursprünglichen Bogenenden, l die Länge der (gleichen) Übergangsbögen und f den Inhalt der Fläche zwischen Parabelzug und Grundlinie, so ist:

$$(13) \qquad H = \frac{3\,f}{L + l}$$

Hierin sind alle Werte in derselben Einheit (etwa cm) auszudrücken. Es ist L = 15,2 cm, l = 8 cm, und f = 25,6 qcm. Auf welche Art f ermittelt wird, ist gleichgültig; meistens wird es sich empfehlen, die vollen Quadrate der Fläche zwischen Summenlinie und Grundlinie (oder Sehne) zu zählen und die Randflächen mit dem Zirkel zu summieren. Man erhält $H = \frac{3 \cdot 25{,}6}{23{,}2} = 3{,}31$ cm. Dieses Maß ist in der Mitte der Sehne c e nach oben anzutragen, (weil f positiv ist); der erhaltene Punkt d ist mit c (oder e) zu verbinden. Diese Linie ist bei c nur soweit angedeutet, als notwendig ist, um die Bogenenden endgültig festzulegen.

Wie in Ziffer 6 ausgeführt, ist der Endpunkt der Entwurfssteigung in senkrechter Richtung so zu verschieben, daß der Inhalt des durch die Drehung entstehenden Dreiecks, als Länge eines Flächenstreifens von $\triangle s$ Breite ausgedrückt, gleich der Höhe der Summenparabel wird. Nach den Abb. 10^a und 11^a muß also $k \cdot \frac{1/_2\,L}{\triangle s} = h$ sein; daraus folgt: $k : \triangle s = 2h : L$. Das Verhältnis $2h : L$ ist die Neigung der Parabeltangente d c zur Parabelsehne f g; daß Maß k läßt sich demnach im Abstand $\triangle s$ vom Parabelanfang zwischen diesen beiden Linien abgreifen, ohne daß die Parabel schon dargestellt zu sein braucht. Da die Sehne der Hauptparabel mit c e parallel werden muß, greift man k in $\triangle s = 5$ mm Entfernung von c zwischen c e und c d ab und trägt es von F nach F' senkrecht an. Dann ist F' D die endgültige Steigung. Ihre Verlängerung ergibt den endgültigen Bogenanfang C'. Um das Maß q = C C' ändert sich selbstverständlich auch das Bogenende bei E. Die Linie C' D ist nicht bis E durchgezogen, um die Zeichnung nicht mit entbehrlichen Linien zu belasten.

Man überträgt die berichtigten Bogenenden auf die Wagerechten a c und b'e, erhält dadurch die Punkte c' und e' und damit die Tangenten des Parabelzuges nach Abb. 18, nämlich d c' und d e'. Endlich zeichnet man die 8 cm langen Parabeln zur Berichtigung der Übergangsbögen und die Parabel für den Hauptkreisbogen ein.

Wie aus der Zeichnung zu ersehen, verschieben sich die Punkte F und G in der Längsrichtung nach den Senkrechten von f und g. Dadurch muß ein Ausgleichfehler entstehen, der aber praktisch unschädlich ist. Es ist offensichtlich, daß der Fehler um so kleiner wird, je geringer die Drehung, je besser das

Augenmaß bei Einzeichnung der ersten Steigung. Man hätte leicht noch eine kleine Verbesserung anbringen können; denn die Länge L verkürzt sich um 2q. Der verbesserte Wert L—2q liefert aus Gleichung (13) einen besseren Wert H. Man hätte demnach d etwas höher annehmen müssen; der Flächenausgleich wäre dann vollkommener geworden.

16.

Absteckung der berichtigten Achse. Die Abstände der Summenlinie vom Parabelzug e sind die erforderlichen Verschiebungen im Maßstab 1:10. Man liest sie mit einem Holzmaßstabe unmittelbar ab. Die Maße für die Hauptpunkte sind schwarz in die Zeichnung eingeschrieben. Die Maße für die übrigen Punkte von 10 zu 10 m sind in Spalte 5 des Feldbuchs nachgetragen. Die Summen der positiven und negativen Verbesserungen zeigen, daß der Ausgleich nicht ganz vollkommen ist. In Spalte 6 des Feldbuchs sind durch Hinzurechnung der Hälfte der normalen Gleisentfernung und der Spurweite $\frac{1}{2}(3{,}50 + 1{,}435) = 2{,}465$ die Maße eingeschrieben, die von den Teilpunkten an der Schiene abzustecken sind, um die berichtigte Achse zu erhalten. Die Enden des ursprünglichen Bogens, an denen die Bogentafeln zu errichten sind, und ebenso die Anfangs- und Endpunkte der Übergangsbögen, werden der Zeichnung entnommen und von den benachbarten Teilpunkten aus örtlich durch Festpunkte bezeichnet (vergl. preußische D. A. 288). Es versteht sich von selbst, daß sie nachträglich in die Stationierung einzumessen sind, wenn die Teilpunkte bei den Nummersteinen diesen nicht genau gegenüberliegen.

Vom Bogenanfang bei Km 0,6 + 25 m bis Km 0,7 + 60 m muß das (nach rechts ablenkende) Gleis nach links (außen) verschoben werden; es wird dadurch länger; die Stoßlücken werden größer. Von Km 0,7 + 60 m bis Km 0,8 + 50 m muß es nach rechts (innen) verschoben werden; die Stoßlücken werden kleiner. Die entstehenden Spannungen müssen sich bei Km 0,7 + 60 m, wo die Summenparabel die Summenlinie überschneidet, in der Längsrichtung ausgleichen. Die Gleichgewichtslage des Gleises darf durch die Verbesserung nicht gestört werden; die erforderlichen Längsverschiebungen sollen aber möglichst selbsttätig vor sich gehen, während die Querverschiebungen ausgeführt werden. Das ist nur zu erwarten, wenn der Parabelzug die Summenlinie immer wieder in kurzen Abständen überschneidet; beide Linien sollen sich möglichst um einander schlängeln. In dieser Hinsicht kann und soll das Probebeispiel auf Anlage 2 kein Musterbeispiel sein. Es ist nur gewählt worden, weil gerade diese schwerfälligen Formen den Grundgedanken anschaulich darzustellen gestatten. Man beachte, daß nach dem Verlauf der Krümmungslinie am Bogenanfang bereits ein ziemlich guter Übergangsbogen vorhanden ist, während am Bogenende nicht allein fast kein Übergangsbogen, sondern sogar eine besonders scharfe Krümmung liegt, wie die steile Richtung von G bis E erkennen läßt. Der „Bogenausgleich" im engeren Sinne erfordert nur die Beseitigung der zufälligen Gleisverkrümmungen und berührt nicht die Grundbedingungen der Gesamtlage. Die Einschaltung eines langen Übergangsbogens bedeutet dagegen eine grundsätzliche Veränderung der ganzen Lage, so daß es sich nicht mehr nur um einen Ausgleich der Krümmungsfehler handelt. Daher mußte hier diese ungewöhnlich hohe Welle der Summenlinie entstehen; sie wäre auch durch einen besseren Augenmaßentwurf nicht verhütet worden. Bei Verschiebungen, die die Länge eines Bogenteils erheblich beeinflussen, bleibt nur übrig, die Stoßlücken im ganzen Bogen neu zu verteilen.

17.

Der Halbmesser kann der Zeichnung entnommen werden. Aus der Formel der Teilevolvente $e = \frac{(\triangle s)^2}{2r}$ folgt $2r : \triangle s = \triangle s : e$. Das Verhältnis $\triangle s : e$ ist das Verhältnis der Schattenlänge zur Höhe der endgültigen Steigung. Die Schattenlänge eines Abschnitts der Steigung von $\triangle s$ Höhe ist also der Durchmesser $2r$. Hierbei ist nun der Maßstab zu berücksichtigen. Die Pfeilhöhen sind nicht an Bogenlängen von $2\triangle s = 10$ m, sondern ihre 4fachen Werte sind an $4\triangle s = 20$ m langen Abschnitten gemessen worden ($h = 4e$). Die Pfeilhöhensummen wurden deshalb im Höhenmaßstab 1 : 20 aufgetragen, um die Summenlinie im Maßstab 1 : 10 zu erhalten. Die Teilevolventensummen sind 4 mal so klein als die Pfeilhöhensummen. Man kann jene daher als im Höhenmaßstab 1 : 5 dargestellt auffassen. $\triangle s = 5$ m ist nun im Maßstab 1 : 5 eine Länge von 1 m. Daher würde die Schattenlänge eines Abschnitts der Steigungslinie bei 1 m Höhe den Durchmesser im Längenmaßstab 1 : 1000 angeben; eine Länge von 10 cm Höhe gibt ihn im Maßstab 1 : 10 000 an, eine Länge von 5 cm Höhe ist folglich der Halbmesser im Maßstab 1 : 10 000. Nach der Zeichnung beansprucht ein mit C'D gleichlaufend abgeschobener Abschnitt der endgültigen Steigung von 5 cm Höhe eine Länge von 39 mm; der Halbmesser ist daher 390 m. **Der Halbmesser.**

Fünfter Abschnitt.

Korbbögen.

18.

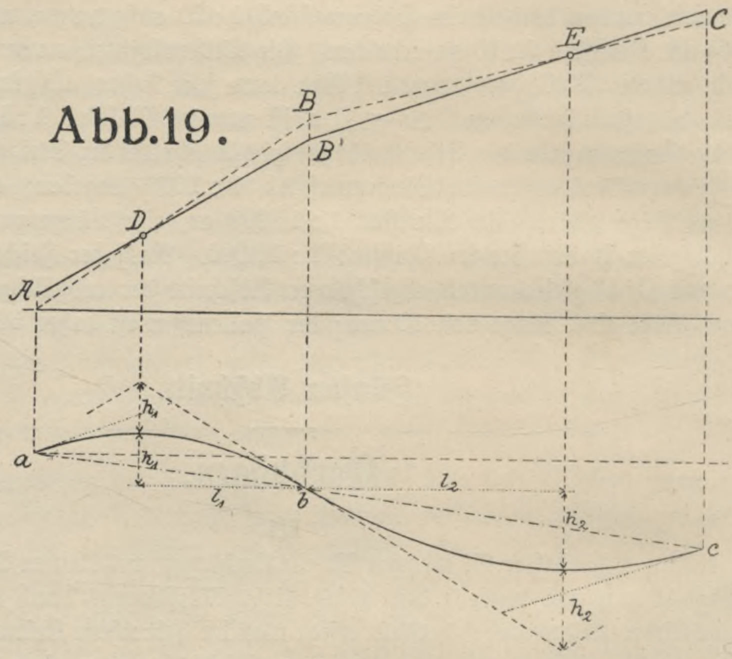
Ein fehlerhafter Gleisbogen ist ein Korbbogen aus kleinen Abschnitten. Das Ausgleichverfahren bezweckt den Ersatz dieses Korbbogens durch einen Bogen von einheitlicher Krümmung; deshalb ersetzt man die gebrochene Krümmungslinie durch eine gerade. Wenn nun die gemessenen Pfeilhöhen von einer gewissen Gleisstelle an nicht nur von einander abweichen wie gewöhnlich, sondern auch einen anderen Mittelwert annehmen als vorher, so wird sich die mittlere Richtung der Krümmungslinie von dieser Stelle an ändern, und es wird dann nicht mehr möglich sein, sie durch eine einzige Gerade zu ersetzen, weil die Summenlinie zu große Wellen erhalten und örtlich unzulässige Verschiebungen erfordern würde. Anstelle der Geraden muß dann ein Linienzug aus möglichst wenig Geraden treten; denn man muß mit möglichst wenig verschiedenen Halbmessern auszukommen suchen. **Parabelzüge.**

Auf Anl. 3 ist eine Krümmungslinie dargestellt, die augenscheinlich einem Korbbogen aus zwei Teilen angehört; denn sie hat nur eine erhebliche Ablenkung. Die Berechnung eines Drehpunktes wie beim einfachen Bogen kommt hier nicht in Frage, weil die Übergangsbögen an den Enden verschieden lang sein können, und auch bei erheblicher Änderung des Halbmessers wie im vorliegenden Fall an der Wechselstelle ein Übergangsbogen eingeschaltet werden muß. Die Winkelflächen werden sich nicht aufheben; man könnte sie zwar annähernd berechnen; im allgemeinen ist es aber nicht zweckmäßig. Man trägt die beiden mittleren Steigungen AB und BC nach Augenmaß ein, zeichnet die Übergangsbögen ein und bildet die Summenlinie abc. Die Steigung AB entspricht einem Halbmesser von rund 1500 m, BC einem Halbmesser von rund 400 m; bei A wird demnach ein Übergangsbogen von 40 m Länge genügen, bei C sind 80 m nö ; bei B wird die mittlere Stufe von 60 m angemessen sein. **Anlage 3.**

Um die Länge des zwischen Korbbogenteile einzuschaltenden Parabelstückes zu ermitteln, zeichnet man außerhalb des aufgetragenen Bildes — als Randzeichnung — eine mit der steileren Steigung gleichlaufende Linie, an die man statt der flacheren Steigung eine Wagerechte anstoßen läßt. In den Winkel zeichnet man eine Parabel von der für den schärferen Bogen (d. h. für die steilere Steigung) vorgeschriebenen Länge. Sodann schiebt man die flachere Steigung gleichlaufend ab, sodaß sie diese Parabel berührt. Der Berührungspunkt ist der Punkt, in dem die Parabel den der flacheren Steigung entsprechenden Krümmungshalbmesser erreicht. Die Schattenlänge der Strecke zwischen diesem Punkt und dem Endpunkt auf der steileren Steigung ist die gesuchte Länge des einzuschaltenden Stückes.

Im Geltungsbereich der preußischen Oberbauvorschriften ist die Länge der Zwischenparabel auf volle 10 m nach oben abzurunden, soweit nicht örtliche Hindernisse entgegenstehen, da auch für die Übergangsbögen an den Bogenenden abgerundete Längen erwünscht und deshalb je drei Stufen für Haupt- und Nebenbahnen vorgeschrieben sind.

Der Ausgleich muß durch Eintragung eines Parabelzuges in das Bild der Summenlinie bewirkt werden.



In Abb. 19*) stelle die punkt. Linie ABC des oberen Bildes einen Augenmaßentwurf für einen zweiteiligen Korbbogen dar. Nach Ziffer 6 wären die Steigungen AB und BC gleichlaufend zu verschieben und dann um ihre Mittelpunkte zu drehen, um die Bedingungen zu erfüllen. Nun läßt sich das Maß der erforderlichen Parallelverschiebung nicht ermitteln; denn man ist nicht zu der Annahme berechtigt, daß der Punkt b der Summenlinie auf Anl. 3 keiner Verschiebung bedarf. Abgesehen davon werden sich die endgültigen Steigungen in Abb. 19 (nach der Drehung) nicht auf der Senkrechten durch B schneiden; denn es könnte beispielsweise AB nach unten und BC nach oben gleichlaufend verschoben werden müssen, und dann könnte für beide Abschnitte eine rechtläufige Drehung notwendig sein. Dadurch würde der Schnittpunkt vielleicht in der Längsrichtung erheblich verschoben, und man müßte den Augenmaßentwurf berichtigen und die Auftragung der Summenlinie wiederholen. Das empfiehlt sich nicht.

Wenn die Halbmesser sehr verschieden sind wie auf Anl. 3, so läßt sich der Wechselpunkt B nach Augenmaß genau genug bestimmen; sind sie sehr ähnlich, so wird es auch auf die Wahl des Wechselpunktes wenig ankommen. Bei angemessenem Höhenmaßstab genügt daher das Augenmaß auf alle Fälle. Die Senkrechte durch den gewählten Wechselpunkt wird für die endgültige Bestimmung des Punktes beibehalten. Die Drehung der Strecken AB und BC in Abb. 19 muß so gewählt werden, daß der Schnittpunkt B' der voll ausgezogenen endgültigen Steigungen wieder auf der Senkrechten durch B liegt. Die endgültigen Steigungen werden die des Augenmaßentwurfs zwar nicht in der Mitte, aber doch in anderen Punkten D und E schneiden; man kann sie sich hiernach durch Drehung um diese Punkte D und E entstanden denken. Zeichnet man (Abb. 19 unten) die Summenlinie

*) Der untere Punkt B der Abb. soll B' heißen.

a b c zu den gekreuzten Linien A B und B C, wobei der Augenmaßentwurf als Grundlinie dient, so entstehen zwei Parabeln, die ungleicharmig sind, wenn man die Lotpunkte von D und E als Scheitel betrachtet. Die Höhen h_1 und h_2, auf die Wagerechte durch den gemeinsamen Punkt b bezogen, drücken nun die Inhalte der Dreiecke D B B' und E B B' mit der gemeinsamen Sohle B B' aus, deren Höhen die Schattenlängen von D B ($= l_1$) und von E B ($= l_2$) sind. Da sich die Höhen von Dreiecken mit gemeinsamer Grundlinie wie ihre Inhalte verhalten, muß $l_1 : l_2 = h_1 : h_2 = 2h_1 : 2h_2$ sein. Die Parabeln der Summenlinie haben demnach eine gemeinsame Tangente im Punkte B.

Der in das Bild der Summenlinie einzutragende Parabelzug muß ohne Knick verlaufen. Die benachbarten Parabeln brauchen nicht entgegengesetzt gekrümmt zu sein — (wenn die endgültige Steigung in A B Abb. 19 den Augenmaßentwurf in der Verlängerung über B hinaus träfe, würden die Parabeln a b und b c in gleichem Sinne gekrümmt sein) —; es dürfen auch gerade Linien als Tangenten in den Zug eingeschaltet werden (Parabelhöhe = Null); keinesfalls darf ein Knick vorkommen. Man kann in die Summenlinie eines Abschnitts von einheitlicher Entwurfssteigung anstelle einer einfachen Parabel einen Zug aus mehreren Parabeln einzeichnen, um unzulässige Verschiebungen zu vermeiden. Damit zerlegt man den entworfenen einfachen Bogen in einen Korbbogen; denn jeder Wechsel des Parabelzuges entspricht einer Richtungsänderung (Drehung) des Augenmaßentwurfs. Man kann endlich die Flächen der Summenlinie für einen Korbbogenentwurf unter Umständen durch eine einfache Parabel ausgleichen; dadurch wird aber die Ablenkung des Entwurfs der Krümmungslinie nicht etwa beseitigt, sondern nur verändert; ein Korbbogen bleibt bestehen. Man kann also durch den Parabelzug in der Summenlinie einen einfachen Bogen in einen Korbbogen zerlegen, nicht aber Korbbogenteile des Augenmaßentwurfs zu einem einfachen Bogen zusammenziehen (abgesehen von einem kaum annehmbaren Zufall).

19.

Ausgleich eines Korbbogens.

In die Summenlinie a b c auf Anlage 3 läßt sich eine einfache Ausgleichparabel über der Sehne a c zeichnen. Das wäre für dieses Beispiel eine völlig befriedigende Lösung. Will man den Entwurf dem bestehenden Zustande besser anpassen, so wird man einen Zug aus zwei Parabeln mit gemeinsamer Tangente so zeichnen, daß erstens der Berührungspunkt bei b auf der Senkrechten von B liegt, damit 2 Halbmesser genügen; und daß zweitens beide Parabeln den Flächenausgleich für ihre Bogenlänge bewirken.

Welche Linie mit der Summenlinie die auszugleichende Fläche abgrenzen soll, hängt davon ab, welche Rechenformel sich zur Bestimmung des gemeinsamen Punktes b am besten eignet. Für die am häufigsten vorkommenden Fälle findet man in der anhängenden Formelsammlung verhältnismäßig einfache Formeln, aus denen man leicht die brauchbarste und zweckmäßigste heraus finden kann. In diesem Falle ist Formel Nr. 7 angebracht; nach der beigedruckten Abbildung sind die Flächen f_1 und f_2 begrenzt von den Parabelbögen, der Höhe n des Wechselpunktes und den Abschnitten der Sehne des ganzen Zuges.

Man zieht dementsprechend die Sehne a c und mißt die verschränkten Flächen vom Anfang bis zur Senkrechten durch B und von dort bis zum Ende je für sich. Man erhält $f_1 = -8{,}8$ und $f_2 = +0{,}5$ cm als Längen von 1 cm breiten Flächenstreifen. In derselben Einheit (1 cm) sind auch die Werte l_1 ($= 16{,}25$), l_2 ($= 14{,}25$) und $L = l_1 + l_2$ ($= 30{,}5$) auszudrücken. Die Ausrechnung ergibt

$n = -0{,}35$ cm und $2\,h_1 + \frac{n}{2} = -1{,}27$ cm, zur Kontrolle $2\,h_2 + \frac{n}{2} = +0{,}46$ cm. Die Vorzeichen sind zu beachten. Die drei erhaltenen Punkte müssen auf einer geraden Linie liegen. Hiernach sind die beiden Parabeln zu zeichnen.

Das Bild entspricht nicht ganz dem Grundsatz, daß im Zuge der Summenparabeln kein Knick vorkommen soll; bei a und c sind Knickpunkte; die Ablenkungen sind zwar unerheblich, bei c kaum wahrnehmbar; denn das Gesamtbild ist 100 fach verzerrt (Längen 1 : 1000 und Höhen 1 : 10). Dennoch ist eine Verteilung des Fehlers, wenigstens bei a erwünscht. Man zeichnet eine kleine Gegenkrümmung mit dem Schwunglineal, die höchstens so lang sein darf wie der Übergangsbogen; sie soll die Summenlinie für die sichelförmige Fläche ersetzen, die durch Drehung der Entwurfssteigung beim Übergangsbogen entsteht, und die bei der Berechnung unberücksichtigt geblieben ist. Der Übergangsbogen wird allerdings keine mathematisch genaue kubische Parabel; das ist aber unbedenklich, weil eine mathematisch genaue Krümmung sich ohnehin nicht ausführen läßt.

Sechster Abschnitt.

Zwangslagen.

20.

Wechselpunkte.

Die Lage eines Kreisbogens ist durch zwei Stücke stets geometrisch bestimmt, etwa durch Sehne und Pfeilhöhe oder durch Bogenlänge und Tangentenwinkel. Bisher sind die beiden letztgenannten Stücke als bestimmend betrachtet worden. Tritt eine weitere Bedingung hinzu, so muß eine der ersten Forderungen fallen gelassen werden. Der Tangentenwinkel ist in der Regel unveränderlich; daher muß die Bogenlänge preisgegeben werden. Soll ein einfacher Bogen z. B. durch einen bestimmten Punkt gehen, so ist bei gegebenem Tangentenwinkel der Halbmesser, also auch die Bogenlänge abhängig. Wollte man die Länge des vorhandenen Gleises beibehalten, so müßte man einen Korbbogen einlegen. Entsprechend muß man jeden Abschnitt gleicher Krümmung eines Korbbogens in Korbbögen umwandeln, wenn Zwangspunkte vorhanden sind.

Auf Anlage 3 ist die Summenlinie a' b' c' ein genaues Abbild der Summenlinie a b c. Es soll angenommen werden, daß bei d und e Zwangspunkte liegen, etwa Durchlässe. Der Parabelzug muß also durch diese Punkte gehen. Man muß sich zunächst darüber schlüssig werden, ob oder in welchem Umfange man der Bogenlänge Rechnung tragen will. Die Punkte d und e liegen so ungünstig, namentlich infolge Einschaltung der langen Parabel bei C, daß der Flächenausgleich eine vier- oder fünffache Wellenlinie erfordern würde. Man verzichtet daher besser auf die Beibehaltung der Bogenlänge. Um aber der Summenlinie möglichst nahe zu bleiben, wählt man den Wechselpunkt b' etwas unterhalb der geraden Verbindung d e, und zwar nach Schätzung, indem man den gewünschten Parabelzug mit weichem Bleistift entwirft. Es ist in diesem Falle augenscheinlich leicht möglich, von a' bis b' mit einer Parabel auszukommen, diese muß ihre Wölbung dem unteren Blattrande zukehren, wenn sie durch d gehen soll. Man würde zwar die Fläche auf dem Abschnitt a' b' besser ausgleichen, wenn man die Parabel stärker krümmte und b' etwa auf der Summenlinie selbst annähme. Die Verlängerung ihrer Tangente würde dann aber erheblich über e führen, folglich wäre von b' aus eine starke Gegenkrümmung zum Punkte e hin nötig, die wieder bei c' weit abirren würde. Darum ist die dargestellte Lösung zweckmäßiger. Man greift den Abstand des Zwangspunktes d von der Sehne a' b' ab und ermittelt aus Formel 6 der anhängenden Formelsammlung die doppelte Parabelhöhe, die auf der Sehnenmitte abzusetzen ist. Durch die erhaltene Tangente nach b' ist ohne weiteres die Parabel von b' nach e bestimmt; denn deren Tangente muß die Verlängerung jener sein und der Winkelpunkt muß mitten zwischen b' und e liegen. Ebenso bestimmt die Parabel b' e die Parabel e c'. Zum Schluß zeichnet man noch die Ausrundungen bei a' und c'.

21.

Ermittlung der Halbmesser aus Parabelzügen.

Um die Wirkung der Parabeln des unteren Bildes a' d b' e c' auf die Entwurfssteigungen deutlich zu machen, ist der Linienzug A B C nach A' B' C' gleichlaufend verschoben und zwar gestrichelt. Die schräge Sehne a' b' entspricht einer gleichlaufenden Verschiebung der Steigung A' B' nach unten. Das senkrechte Verschiebungsmaß muß sich zum Abstande des Punktes b' von der Wagerechten durch a' verhalten wie $\triangle s$ (=5 mm) zur Schattenlänge a' b'. Man kann es also in $1/_2$ cm Abstand von a' zwischen der wagerechten Netzlinie durch a' und der Sehne a' b' abgreifen. Hiernach ist die Parallelverschiebung bei A' gestrichelt angedeutet. Diese Parallele ist rückläufig um ihren Mittelpunkt zu drehen. Das bei A' nach unten senkrecht abzusetzende Maß ist nach Ziffer 15 bei $1/_2$ cm Entfernung von a' zwischen Sehne und Tangente abzugreifen. Damit liegt die voll ausgezogene Steigung A' B' fest. Von hier an sind nur noch die Maße für die Drehung zu ermitteln; denn die weiteren Parallelverschiebungen ergeben sich von selbst. Anstatt diese Maße bei $1/_2$ cm von b' und e' abzugreifen und die berichtigten Steigungen durch die Mitten der Parallelverschiebungen zu ziehen, greift man namentlich bei flachen Parabeln besser den Abstand zwischen Sehne und Tangente bei 1 cm ab und erhält die endgültige Steigung, auf die es zur Ermittlung des Halbmessers ankommt, durch Verbindung des am Anfang des Steigungsabschnitts angetragenen Punktes mit dem Endpunkt des Abschnitts. Diese Linien werden dann gleichlaufend so verschoben, daß sie an den letzten endgültigen Knickpunkt anstoßen. Z. B. wird der Abstand zwischen Sehne und Tangente der Parabel b' e in 1 cm Entfernung von b' oder e abgegriffen und bei dem ursprünglichen Punkt B' nach unten (oder bei E nach oben) angetragen, der erhaltene Punkt mit E, (bezw. B') verbunden und diese Steigung gleichlaufend so verschoben, daß sie durch den berichtigten Punkt B' führt, usw.

Hier sei darauf aufmerksam gemacht, daß man, um erhebliche Verschiebungen der Bogenenden zu vermeiden, schon beim Augenmaßentwurf die Zwangspunkte etwas berücksichtigen kann. Man konnte hier schon voraus sehn, daß der Augenmaßentwurf bis zur Senkrechten durch d die Flächen nicht gut ausgleichen, daß also d von der Wagerechten durch a' ziemlich stark abweichen würde. Das konnte vermieden werden, wenn man die Steigung A' B' etwas weiter links (tiefer) angesetzt oder flacher gezeichnet hätte. Bei mehrteiligen Korbbögen wird man die erste und letzte Steigung mit besonderer Sorgfalt entwerfen, um mit den entsprechenden Teilen der Summenlinie möglichst in wagerechter Richtung zu bleiben. Die mittleren Teile des Parabelzuges können eher stärkere Schwingungen vertragen, da die Übergangsbögen zwischen diesen nachgiebiger sind.

Siebenter Abschnitt.

Verbesserungen größeren Umfangs.

22.

Berechnung des Entwurfs.

Wenn von vornherein von der Beibehaltung der Bogenlänge abgesehen wird, wenn man auch nicht einmal Wert darauf legt, diese Länge möglichst wenig zu ändern, sondern wenn man zur Erreichung besonderer Zwecke von grundaus Neues schaffen will, ohne Rücksicht auf den bestehenden Zustand, so empfiehlt es sich, den Entwurf nicht nach Augenmaß zu zeichnen, sondern durch Rechnung gleich endgültig festzulegen. Die Mehrarbeit des Rechnens wird dadurch aufgewogen, daß man in das Bild der Summenlinie alsdann keinen Parabelzug mehr zu zeichnen braucht. Vorausgesetzt wird, daß die Verschiebung des vorhandenen Gleises an keiner Stelle mehr als etwa 5 m beträgt, da man größere Verschwenkungen nicht mehr als Anfangsteile von Evolventen auffassen darf. Die Absteckung wird im allgemeinen schon bei Verschiebungen von 2 m an nicht mehr genau sein; die Fehler werden sich aber nach der Verlegung durch das strenge Ausgleichverfahren beseitigen lassen. Mit der im ersten Abschnitt vorgetragene Theorie läßt sich ein Näherungsverfahren begründen, das genügt, um in kurzer Zeit eine beabsichtigte Änderung in die Örtlichkeit zu übertragen, wenn man sich ein Bild von der künftigen Lage machen will. Vor einer mißbräuchlichen Erweiterung des Grundgedankens sei ausdrücklich gewarnt.

Anl. 4.

Anlage 4 zeigt die Krümmungslinie für einen S-Bogen. Bei der Aufnahme der Pfeilhöhen ist man innerhalb der Zwischengeraden auf die andere Schiene desselben Gleises übergegangen. (Die Teilpunkte in der Zwischengeraden müssen einander genau gegenüberliegen). Die Pfeilhöhen des zweiten (links ablenkenden) Bogens sind von der Pfeilhöhensumme des ersten Bogens fortlaufend abgezogen worden. Die Krümmungslinie geht daher nach einer wagerechten Strecke mit Pfeilhöhen vom Werte Null wieder aufwärts.

Die zu erfüllenden Bedingungen sind von Fall zu Fall verschieden; hier kann nur an einem Sonderfall der einzuschlagende Weg gezeigt werden. Zwischen km 113,5 und 113,5 + 40 m liegt eine gewaltsam eingezwängte Weiche; daher das annähernd wagerechte Stück der Krümmungslinie an dieser Stelle. Die Bögen haben an der Zwischengeraden keine Übergangsbögen. Der Bogen zwischen km 113,7 und 113,9 liegt auf einem Viadukt und ist nur geringer Veränderungen fähig.

Sämtliche Bögen sollen Übergangsbögen erhalten; die eingezwängte Weiche soll durch eine Bogenweiche von 750 m Halbmesser ersetzt werden. Bei km 113,5 + 10 m soll das Gleis möglichst nach links verschoben werden, um rechts Raum für Nebengleise zu schaffen, aber höchstens um 75 cm, weil es sonst einem Stellwerk zu nahe käme. Bei km 113,6 + 35 m soll das Gleis aus besonderen Gründen 1,05 m nach rechts rücken. Im übrigen soll nach Möglichkeit begradigt werden.

Zunächst sind die Flächen zwischen der als Grundlinie gewählten Wagerechten (am oberen Blattrande), der Krümmungslinie und den Senkrechten durch die bedingten Punkte ermittelt, indem nach dem Feldbuch die Pfeilhöhensummen von km 113,4 bis 113,5 + 5 m, ferner bis km 113,6 + 30 m und endlich bis km 113,9 + 10 m addiert wurden. Zu beachten ist, daß die Pfeilhöhensumme für den bedingten Punkt selbst nicht mit addiert wird; will man z. B. die Fläche bis zur Senkrechten in km 113,5 + 10 m erhalten, so addiert man nur die Pfeilhöhensummen bis km 113,5 + 5 m; denn dieses letzte Reihenglied ist dargestellt als mittlere Höhe des Flächenstreifens von Δ s (= 5 mm der Zeichnung) Breite, der bis an die Senkrechte bei km 113,5 + 10 m heranreicht.

Die Addition hat ergeben: bis 113,5 + 5 m = 7279, bis km 113,6 + 30 m = 44509 und bis zum Bogenende in km 113,9 + 10 m = 158557. Diese Zahlen sind die doppelten Evolventen in Millimetern (vgl. Ziffern 4 und 11); der Höhenmaßstab ist 1 : 20. Die Evolventen werden sich in der Summenlinie im Maßstabe 1 : 10 darstellen und müssen daher in folgenden Längen erscheinen: $E_{113,51}$ = 36,4 cm, $E_{113,635}$ = 222,55 cm und $E_{113,915}$ = 792,78 cm.

Nach diesen Feststellungen beginnt die Entwurfarbeit. Die Evolvente bei 113,51 soll um 70 cm kleiner werden, also 7 cm kleiner erscheinen, um sicher zu sein, daß man das äußerste Maß von 75 cm nicht überschreitet. Die Evolvente soll also 36,4 — 7,0 = 29,4 cm lang erscheinen; demnach muß der doppelte Inhalt der Fläche zwischen Grundlinie und Entwurf bis zu diesem Punkte 29,4 qcm sein. Die Fläche des Parabelwinkels, die natürlich auch doppelt in Rechnung zu setzen ist, ist bekannt, weil der Halbmesser 750 m betragen soll wegen der einzubauenden Bogenweiche. Die Steigung muß bei 5 cm Höhe 7,5 cm lang sein (vgl. Z. 17). Die vierfache Parabelhöhe muß sich zur halben Parabellänge verhalten wie 5 zu 7,5 oder wie 10 : 15 (vgl. Z. 10 Abb. 17). Der doppelte Inhalt des Parabelwinkels wird demnach $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot 3 \cdot \frac{10}{15} = 2$ qcm. Für den Inhalt des Dreiecks zwischen Grundlinie und Steigung bleiben 29,4—2=27,4 qcm übrig. Bezeichnet man die Höhe mit x, so muß die Länge $\frac{7,5}{5}$ x = 1,5 x werden. Die Gleichung $1,5\ x^2 = 27,4$ ergibt für x den Wert 4,274 und 1,5 x = 6,411. Damit liegen die Punkte a und b fest.

Den Halbmesser von 750 m muß man bis etwa km 113,5 + 35 beibehalten, damit die Weiche Raum hat. Die Höhe des Punktes c ist $4,274 + 2,5\ \frac{5}{7,5} = 5,941$. Die zurückliegende doppelte Fläche ist 5,941 (6,411 + 2,5) + 2,0=54,94 qcm. Der Block bis km 113,6+35 soll $\frac{1}{2}$ (222,55+10,5) (die gewünschte Vorschiebung nach rechts) = $\frac{1}{2}$ · 233,05 qm groß werden. Zwischen den Senkrechten durch c und d muß also ein Block von doppelten Inhalt 233,05–54,94=178,11 qm liegen. Die Höhe des Punktes d muß demnach sein: $\frac{178,11}{10,0} - 5,941 = 11,87$ cm. Hierin ist 10,0 die Länge cd. Die Linie cd verlängert man bis zum Schnittpunkte e mit der Ausgleichlinie des Linksbogens, die nach Augenmaß eingezeichnet ist. Nun ist die ganze Fläche zwischen Grundlinie, dem Linienzuge a c e f g und der Senkrechten durch g zu berechnen. Ihr doppelter Inhalt ist 803,44 qcm. Der doppelte Inhalt der vollendeten Entwurfsbilder soll 792,78 qcm sein. In den Winkel zwischen den Steigungen bei e sind demnach 10,66 qcm unterzubringen. Die an ef anzulehnende Parabel hebt sich gegen die Parabel bei f auf. Die an ec anzulehnende Parabel wird den doppelten Inhalt $\frac{2}{3} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot \frac{2}{8,4} = 0,79$ haben. Für das Dreieck e h i bleiben 9,87 qcm übrig.

Man wählt ein Dreieck mit wagerechter Grundlinie in dem Winkel bei e, etwa das, dessen Grundlinie die 13. Zentimeterlinie ist. Diese ist 7,2 cm lang; die Höhe nach e ist 1,91 cm, der doppelte Inhalt also 13,75 qcm. Ähnliche Dreiecke verhalten sich wie die Quadrate der Höhen. Der Abstand der gesuchten Wagerechten muß sich also zu 1,91 verhalten wie $\sqrt{9,87}$ zu $\sqrt{13,75}$. Er ist hiernach 1,618 cm. In diesem Abstande von e zieht man die Wagerechte und fügt bei h, i und f die Übergangsbögen ein.

Die Summenlinie muß die gestellten Bedingungen erfüllen. Einen kleinen Schlußfehler beseitigt man durch eine geeignete schräge Verbindung.

Die Zwischengerade ist nur 12 m lang, sie soll nach den Oberbauvorschriften 50 m lang sein. Die Parabel bei h ist nur 40 m lang; sie sollte 60 m lang sein. Wollte man den Forderungen der Oberbauvorschriften genügen, so müßte man eine andere Bedingung preisgeben, etwa auf die Verschiebung um 1,05 m bei d verzichten. Derartige Erwägungen, über die im allgemeinen der Kostenpunkt (Grunderwerb, Futtermauern usw.) entscheiden wird, können selbstverständlich einen anderen Gang der Berechnungen nötig machen. (G. F. wird man die Entscheidung seiner Behörde herbeizuführen haben).

23.

Absteckung neuer Gleise im Anschluß an ausgeglichene Strecken.

Das in Ziffer 22 beschriebene Verfahren läßt sich in vielen Fällen mit Ausgleichungen verbinden; es ist besonders vorteilhaft, um die im letzten Abschnitt der Ziffer 21 erwähnten Zwecke zu erreichen. In gleicher Weise kann man die Absteckmaße für sehr flache Bögen ermitteln, ohne daß schon eine Krümmung vorhanden ist. Beispielsweise kann man die häufig vorkommende Aufgabe, zwei Gleise durch Gegenkrümmungen auf einen größeren Abstand auseinanderzuziehen, dadurch lösen, daß man die Krümmungslinie des Entwurfs zeichnet und die Summenlinie dazu bildet. Es soll etwa der Gleisabstand von 3,50 auf 4,50 m vergrößert werden. Der Halbmesser der Gegenkrümmungen des einen Gleises soll 3000 m sein, und die Zwischengrade soll 50 m lang werden. Die Krümmungslinie wird ein gleichschenkliges Trapez, dessen Kopflinie 5 cm lang ist, dessen Höhe sich zur Schattenlänge der Schenkel verhält wie 5 : 30 (bezw. 10 : 30, wenn man als Höhenmaßstab 1 : 10 wählt), und dessen doppelter Inhalt 10 qcm ist. Die Höhe sei x dann ist die Grundlinie $5 + 2 \cdot 6\,x = 5 + 12\,x$, also der Inhalt $(10 + 12\,x)\,x$. Diesen Wert setzt man gleich 10 und erhält $x = 0{,}587$ cm. Die Schattenlänge der Schenkel ist 3,52 cm, die Grundlinie also $2 \cdot 3{,}52 + 5 = 12{,}04$ cm, in der Wirklichkeit 120,4 m. Die Summenlinie dieses Trapezes liefert unmittelbar die Absteckmaße, da die Evolvente eines Bogens von 3000 m Halbmesser bei 35,2 m Bogenlänge noch nicht vom Tangentenabstand zu unterscheiden ist.

In ganz ähnlicher Weise sind die Absteckmaße für ein Gleis zu ermitteln, dessen Abstand von einem bereits ausgeglichenen Gleis um ein gewisses Maß zunimmt, wie dies beim Übergang aus der freien Strecke in einen Bahnhof die Regel ist. Auch in diesem Falle wird also nur ein Gleis durchmessen und ausgeglichen. Das andere Gleis denkt man sich zunächst um den normalen Abstand an einem Ende der Übergangsstrecke so verschoben, daß die Tangenten beider Gleise zusammenfallen. Die Entwurfssteigung des zu bestimmenden Gleises bildet dann mit der Ausgleichlinie des bereits bestimmten Gleises und mit der Wagerechten, die die gemeinsame Tangente andeutet, ein Dreieck, an dessen schräge Seiten sich die Parabelwinkel der Übergangsbögen anlehnen, Die Summenlinie dieses Gebildes liefert mit Hinzurechnung des Normalabstandes die gesuchten Absteckmaße, wenn man den doppelten Inhalt des Gebildes gleich der Abstandänderung macht. Das ist leicht und einfach, wenn man nach überschläglicher Rechnung den Halbmesser des zu bestimmenden Gleises festsetzt, da man in diesem Fall die Fläche des Parabelwinkels genau kennt; dann ist natürlich die Länge der Übergangsstrecke bedingt. Ist man dagegen an eine bestimmte Länge gebunden, so wird man durch Annäherungsversuche bald ein befriedigendes Ergebnis erzielen.

Gehen die Gleise an beiden Enden der Übergangsstrecke in Bögen von gleichem Abstande über, so wird die wagerechte Seite des vorerwähnten Entwurfdreiecks durch die Steigungslinie für den zweiten anschließenden Bogen ersetzt.

Anhang.

I. Theoretische Erläuterungen und Ergänzungen.

24. (zu 1).

Herleitung der Evolventenformel.

Verlängert man die Evolvente e eines Bogens a b = s (Abb. 20) um ein sehr kleines Stück d e, so verschiebt sich der Berührungspunkt der Tangente um das Stück d s. Die Tangente und der Halbmesser drehen sich um gleiche Winkel, es entstehen ähnliche Dreiecke. Aus

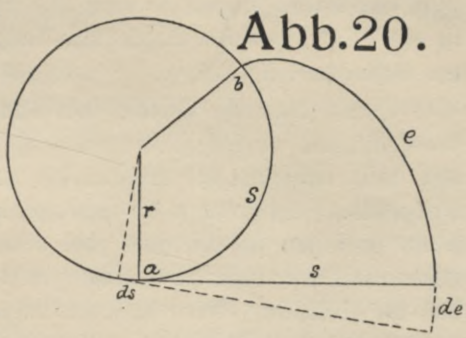


Abb. 20.

(14) $\frac{de}{ds}=\frac{s}{r}$

folgt durch Integration die Evolventenformel:

(15) $e=\frac{s^2}{2r}$.

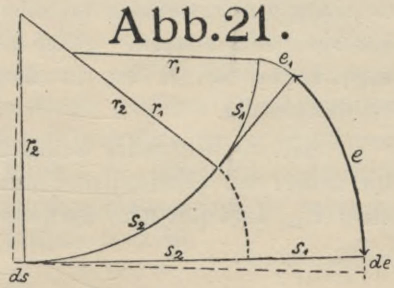


Abb. 21.

Für einen Korbbogen erhält man nach Abb. 21 entsprechend

(16) $\frac{de}{ds}=\frac{s_1+s_2}{r_2}$.

Hierin ist e nur der mit Pfeilen bezeichnete Bogen; denn e_1 ändert sich nicht mit, ebensowenig s_1. Die Integration ergibt:

(17) $e=\frac{s_2{}^2}{2r_2}+\frac{s_1 s_2}{r_2}$.

Dazu tritt als Integrationskonstante $e_1=\frac{s_1{}^2}{2r_1}$, also ist

(18) $E=e+e_1=\frac{s_2{}^2}{2r_2}+\frac{s_1 s_2}{r_2}+\frac{s_1{}^2}{2r_1}$.

Daraus geht hervor, daß der Wechsel des Halbmessers auf das Wachstum des mit Pfeilen bezeichneten Evolvententeils e keinen Einfluß hat; in Gleichung (17) tritt der Wert r_1 nicht auf; die Ableitung (2) auf Seite 7 ist also allgemeingültig.

25. (zu 5 und 11)

Vertauschung der Teilevolventen mit Pfeilhöhen.

Wenn man anstelle des Tangentenvielecks der Abb. 3 ein Sehnenvieleck abwickelt, so erhält man aus den Teilevolventen, die zum Unterschied von denen der Abb. 3 mit e bezeichnet werden mögen, die Evolventen nach folgenden Reihen (Abb. 22)

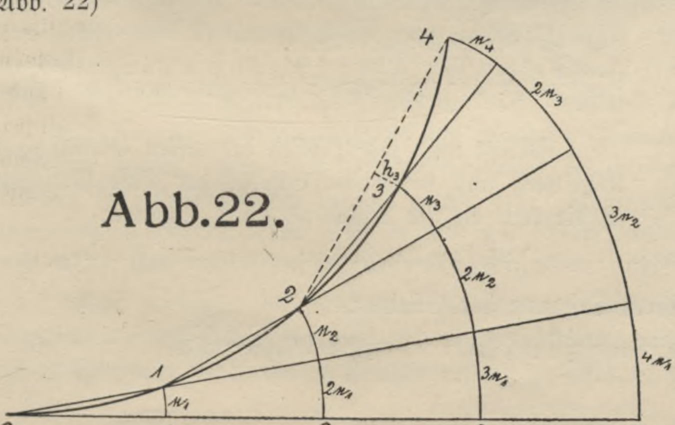


Abb. 22.

(19) $E_0=0$

$E_1=e_1$

$E_2=2e_1+e_2$

$E_3=3e_1+2e_2+e_3$

$E_4=4e_1+3e_2+2e_3+e_4$

u. s. w.

Diese Werte e haben vor den Werten e den Vorzug, daß die Punkte, an denen sie zu messen sind, nicht zweifelhaft sind (vgl. Ziff. 5, Abb. 6). Jede Evolvente e ist gleich der doppelten Pfeilhöhe des doppelten zurückliegenden

Bogenabschnitts, z. B. $e_4=2h_3$. Die Reihe (19) entspricht äußerlich der Spalte 3 in Ableitung (2); jedoch sind ihre Glieder untereinander nicht alle gleichwertig; die Teilevolventen e sind Zentriwinkel gleicher Bogenabschnitte im Bogenmaß zum Halbmesser $\frac{1}{2}\triangle s$. Die Werte e durchmessen dieselben Winkel im Halbmesser $\triangle s$, sind daher doppelt so groß wie die Werte e; nur e_1 ist gleich e_1; denn e_1 ist ein Winkel zwischen Sehne und Tangente, während e_2, e_3 u. s. w. Außenwinkel am Sehnenvieleck sind.

Wenn man die Glieder der Summenreihe Σe als Höhen zu den Längen der Teilpunkte austrüge, so würde die Evolvente für jeden Teilpunkt sich gemäß Abl. (19) darstellen als Summe der zurückliegenden Höhen einschließlich der des Teilpunktes. Mißt man die Pfeilhöhen 20 m langer Bögen in Abständen von 5 m, so lassen sich hieraus zwei voneinander unabhängige Evolventengruppen zusammenstellen; denn die Gleichungen (19) beruhen nach Abb. 22 auf der Annahme, daß die Abschnitte, deren Teilevolventen gemessen werden, aneinanderstoßen, aber nicht sich ineinanderschieben. Man erhält eine Gruppe von Pfeilhöhen zur Ermittlung der Evolventen bei allen 10 m = Teilpunkten und eine andere Gruppe für die Zwischenpunkte. Beide Pfeilhöhensummen drücken denselben Zentriwinkel aus; darauf beruht die in Spalte 4 des Feldbuches (Ziff. 12) anzustellende Messungsprobe.

Abb. 23 stellt beide Gruppen als Höhen dar, die eine mit voll ausgezogenen, die andere mit gestrichelten Linien. Die Evolvente eines beliebigen Teilpunktes, etwa E_{40}, läßt sich nach Vorstehendem ausdrücken als Summe der Ordinaten der

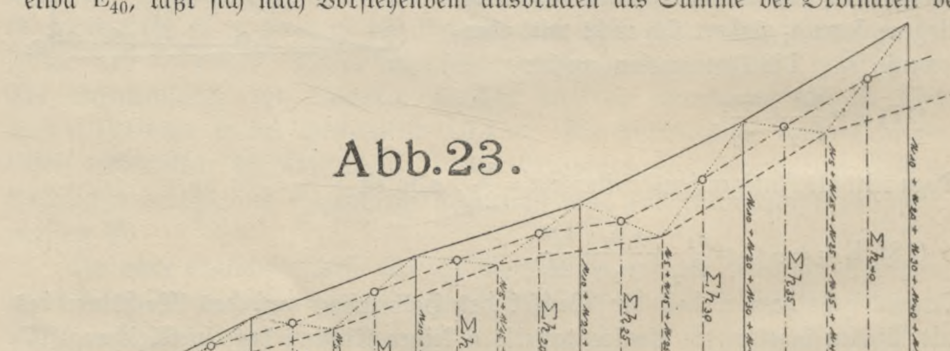


Abb. 23.

Zehnergruppe, außerdem aber auch als Mittel der Evolventen für die Teilpunkte 35 und 45 aus der anderen Gruppe, vermindert um die Pfeilhöhe des Bogens 35–45, die $\frac{1}{8}e_{45}$ groß ist (vgl. Abb. 24). Man erhält die beiden Gleichungen:

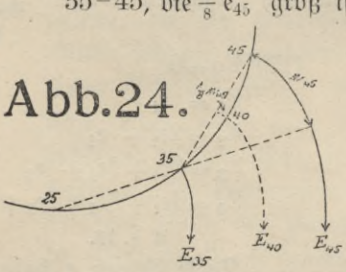


Abb. 24.

$$E_{40}=o_0+o_{10}+o_{20}+o_{30}+o_{40}$$

$$E_{40}=\frac{1}{2}(o_5+o_{15}+o_{25}+o_{35}+o_5+o_{15}+o_{25}+o_{35}+o_{45})-\frac{1}{8}e_{45}$$

Zerlegt man jedes Glied der ersten Gleichung in 2 Hälften und streut die Glieder der 2ten Gleichung in die erste ein, so erhält man als Summe:

$$2E_{40}=\frac{1}{2}\left([o_0+o_5+o_{10}+o_{15}+\cdots+o_{40}]+[o_0+o_5+o_{10}+o_{15}+\cdots+o_{40}+o_{45}]\right)-\frac{1}{8}e_{45}.$$

Daraus folgt mit anderer Ordnung der Glieder:

$$E_{40}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(o_0+o_5)+\frac{1}{2}(o_5+o_{10})+\frac{1}{2}(o_{10}+o_{15})+\cdots+\frac{1}{2}(o_{40}+o_{45})\right]-\frac{1}{16}e_{45}$$

Das Glied $\frac{1}{16}e_{45}$ darf vernachlässigt werden; denn da man alle Evolventen mit einem ähnlichen Fehler belastet, der durchschnittliche Fehler aber durch die Art der weiteren Bearbeitung unschädlich gemacht wird, beträgt der wirkliche Fehler für jede Evolvente nur den 16. Teil der Abweichung der letzten Teilevolvente vom Mittelwert aller Teilevolventen; das können nur wenige Millimeter sein.

Die Glieder innerhalb der eckigen Klammer der letzten Gleichung sind nun offenbar die Mittelwerte benachbarter Ordinaten, wenn man ihre Endpunkte ohne Rücksicht auf die Gruppenzugehörigkeit verbindet (in Abb. 23 fein punktiert). Diese Mittelwerte aber sind die halben Glieder der Summenreihe aller Teilevolventen e, und da die Pfeilhöhen die halben Teilevolventen der vorausliegenden Bogenabschnitte von $2\triangle s$ Länge sind, lassen sich diese Mittelwerte als Glieder der Pfeilhöhensummenreihe unmittelbar als mittlere Ordinaten darstellen, ohne daß man die Summenreihen für die beiden Gruppen erst zu bilden braucht. Man muß sie nur um $2\triangle s=10$ m zurücksetzen; z. B. ist der Wert des Ordinatenmittels bei 42,5 in Abb. 23 $=\frac{1}{2}\Sigma e_{45}=\Sigma h_{35}$. Die Einsetzung der Werte h in die Gleichung für E_{40} ergibt: $E_{40}=\frac{1}{2}[\Sigma h_{-5}+\Sigma h_0+\Sigma h_5+\Sigma h_{10}+\cdots+\Sigma h_{30}+\Sigma h_{35}]$. Faßt man die Glieder als Längen von Flächenstreifen auf, so kann man sagen: die Evolvente zum Teilpunkt 40 ist die halbe Fläche zwischen Grundlinie und Krümmungslinie bis zum Teilpunkt 45. Rückt man das Bild um einen Längenteil $\triangle s=5$ m nach links, trägt man also die Glieder der Pfeilhöhensummereihe als Höhen zu den um $\frac{1}{2}\triangle s=2{,}5$ m vergrößerten Bogenlängen auf, so endet die Fläche, die die Evolvente ausdrückt, mit dem Teilpunkte selbst.

26.

Berichtigung der Krümmungslinie.

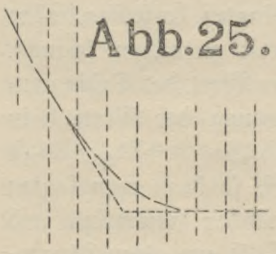
Die Vernachlässigung des Gliedes $-\frac{1}{16}e_{45}=-\frac{1}{8}h_{35}$ in der Gleichung für E_{40} in Ziffer 25 ist immer statthaft, wenn die Krümmungslinie bei diesem Punkte keine auffallende Ablenkung von der Ausgleichlinie zeigt. Es können aber vereinzelt Stellen vorkommen, die eine Berücksichtigung dieses kleinen Gliedes wenn nicht notwendig, so doch erwünscht und ratsam erscheinen lassen. Solche Stellen sind insbesondere die Bogenenden.

Man denke sich einen fehlerlosen Bogen von 500 m Halbmesser in Abschnitte von 5 m Länge eingeteilt, und die Pfeilhöhen an Abschnitten von 20 m Länge gemessen. Der Bogenanfang möge mit Null bezeichnet werden. Bei $\triangle 5$ ist schon eine Evolvente von 25 mm vorhanden; demnach mißt man bei -5, d. h. 5 m vor dem Bogenanfang, schon eine Pfeilhöhe von 12,5 mm. Wenn man diese bei $-2{,}5$ als Höhe aufträgt, liefert die Summenlinie bei Null schon das Evolventenmaß $\frac{1}{2}\cdot 12{,}5=6{,}25$ mm, die beim Nullpunkt gemessene Pfeilhöhe von 50 mm erzeugt eine Höhe der Krümmungslinie von $12{,}5+50=62{,}5$ mm bei $+2{,}5$ und ein Evolventenmaß von $\frac{1}{2}(12{,}5+62{,}5)=37{,}5$ mm beim Teilpunkt $+5$ der Summenlinie. Tatsächlich ist aber die Evolvente beim Nullpunkt Null und beim Teilpunkt $+5$ nur 25 mm. Ebenso werden alle weiteren Evolventen einen Fehler von 12,5 mm haben. Die Krümmungslinie eines fehlerlosen Kreises müßte vom Anfang bis zum Ende des Bogens gerade sein, während sie mit den Endgliedern (parabolisch) ablenkt, wenn man sie aus Pfeilhöhen zeichnet. Daraus ergibt sich von selbst, wie der Fehler zu vermeiden ist.

Man berichtigt die Zeichnung der Krümmungslinie, indem man an den Bogenenden ihre Tangenten zeichnet. Auch bei starker Ablenkung ihres Verlaufes ist es angezeigt, sie durch ein Tangentenpaar zu ersetzen, das zusammen höchstens

20 m lang sein darf. Durch das Ineinanderschachteln der 20 m langen Abschnitte werden die wirklichen Krümmungsverhältnisse etwas beschönigt; wo die Krümmungslinie Ecken haben müßte, zeigen sich kleine Ausrundungen. Diese Erkenntnis darf indessen nicht dazu führen, die Krümmungslinie an jeder kleinen Abbiegung willkürlich zu ändern. Es kommen zunächst nur die Stellen in Frage, wo nachweislich eine andere oder gar keine Krümmung vorhanden ist. So hätte man z. B. das Ende der auf Anlage 2 dargestellten Krümmungslinie in der auf Abb. 25 punktiert angedeuteten Weise berichtigen dürfen; denn da bei 0,8+25 die Pfeilhöhe Null gemessen wurde, steht fest, daß das Gleis schon von mindestens 0,8+15 an gerade ist. Auch bei km 113,4+95 bis 113,5+15 auf Anlage 4 wäre eine Berichtigung angebracht gewesen, da bei 113,5+5 einmal Null gemessen wurde, mithin eine Gerade von 20 m Länge tatsächlich vorhanden war. Ebenso konnte man auf Anlage 4 bei km 113,5+35, km 113,6 +40 und 113,7+30 Berichtigungen vornehmen, weil an diesen Stellen wesentliche Ablenkungen unverkennbar sind.

Abb. 25.



Bei den nach dem siebenten Abschnitt vorzunehmenden Flächenberechnungen und auch bei Ermittlung des Drehpunktes (vierter Abschnitt, Anlage 2) sind solche Änderungen zu berücksichtigen, indem man die Flächen zwischen der ursprünglichen und der verbesserten Krümmungslinie mit dem Zirkel ermittelt.

II. Praktische Maßnahmen.

27.

Pfeilhöhenmesser für Gleisbögen.

Die unter Ziffer 12 beschriebene Pfeilhöhenmessung ist ohne besondere Hülfsmittel nicht mit hinreichender Genauigkeit ausführbar. Hält man den Maßstab unter die Schnur, so haftet diese infolge ihrer Durchbiegung am Maßstabe, läßt man dagegen die Schnur unter dem Maßstabe hängen, so ist man Täuschungen ausgesetzt, weil man niemals sicher sein kann, daß die Blickrichtung senkrecht ist. Ferner erhält man ungenaue Ergebnisse, wenn man den Maßstab nicht wagerecht hält, wozu die Überhöhung leicht verführt. Außerdem macht sich an den empfindlichsten Stellen, nämlich beim Übergang in die Geraden, der Übelstand bemerkbar, daß die Schnur an der Schiene klebt, und daß kleine Unebenheiten des Schienenkopfes noch Pfeilhöhen vortäuschen, wo das Gleis tatsächlich schon gerade ist.

Die hieraus entspringenden Fehler sind durch Benutzung des „Pfeilhöhenmessers für Gleisbögen"*) zu vermeiden. Die Spannvorrichtung besteht aus zwei mit eisernen Anschlagwinkeln versehenen Handbrettern, in die je eine Dosenlibelle eingelassen ist. Die zur Aufnahme der Spannsehne bestimmte Bohrung ist so angeordnet, daß die Sehne um etwa 1 cm seitlich von der Fahrkante abgerückt und zugleich etwas über die Schienenoberkante gehoben wird. Die Handbretter sind so auf die Schienen zu legen, daß der Anschlagwinkel die Fahrkante berührt, und die Austrittsöffnung der Schnur an dem bezeichneten Teilpunkte liegt. Bei Bedarf (an Überwegen u. s. w.) müssen die Handbretter gehoben werden, während der Anschlagwinkel die Fahrkante berührt; in solchen Fällen ist sorgfältig darauf zu achten, daß die Dosenlibelle einspielt.

*) Die Herstellung und den Alleinvertrieb dieser Vorrichtung hat die Firma **Max Wolz in Bonn a. Rh.** übernommen. Der Preis für den vollständigen Apparat beträgt 12,50 Mk.

Der zugehörige Maßstab ist gleichfalls mit einer Dosenlibelle und mit einem nach oben und unten reichenden Anschlageisen versehen. Der Nullpunkt der Teilung ist selbstverständlich entsprechend der seitlichen Verschiebung der Sehne angeordnet. Da die Pfeilhöhensummen der meisten Bögen im Maßstab 1 : 20 aufzutragen sind, ist der Maßstab an einem Rande in Doppelmillimeter geteilt, deren Hälften bei der Ablesung noch geschätzt werden. (Bruchteile von Millimetern abzulesen, ist nicht mehr erforderlich). Man erspart dadurch die Division und kann die Glieder der Summenreihe unmittelbar auftragen. Für flache Bögen, deren Krümmungslinie im Höhenmaßstab 1 : 10 gezeichnet werden soll, benutzt man die Millimeterteilung am anderen Rande des Maßstabes.

Diesen Maßstab kann man im Allgemeinen unter die Schnur halten und an dieser (und zwar an der Innenkante) unmittelbar ablesen, da das Anschlageisen im Verein mit der Dosenlibelle eine wagerechte Senkung bis zu der Tiefe gestattet, daß die Schnur nicht mehr am Maßstabe haftet, sondern ihn gerade berührt.

Es können aber Fälle eintreten, wo diese Senkung ausgeschlossen ist, z. B. an Überwegen, in Bogenweichen usw. Für derartige Fälle wird jedem Apparat ein leichter Schnurreiter beigegeben, der auf die Schnur, die dann unter dem Maßstabe schwebt, gehängt wird. Dieser Reiter ist eine Metallzunge, die durch ein Gewicht senkrecht gestellt wird; die seitlich zugeschärfte Zunge zeigt die Pfeilhöhe am Maßstabe an.

Die Schnur wird an einem Handbrett befestigt, am anderen nur durch die Öse gezogen und mit Hülfe eines Knebels straff gespannt, wie in Ziffer 12 beschrieben.

Will man die Messung nicht mit dem „Pfeilhöhenmesser für Gleisbögen" ausführen, so nehme man Heftgarn als Schnur und halte den Maßstab wagerecht unter die Schnur.

28.

Zur Aufzeichnung ist in erster Linie Rollenpapier zu empfehlen; es ist billiger als Bogen, und man ist weniger durch das Format beschränkt. Man kann dieselbe Stelle der Rolle für mehrere Ausgleicharbeiten benutzen und die Bilder durcheinander zeichnen; bei einiger Übung ist keine Verwirrung zu befürchten. Muß man aber einzelne Bogen verwenden, so müssen sie gegebenen Falls mit größter Sorgfalt aneinander geklebt werden, damit die Netzteilung keine Störung erleidet. **Zeichenpapier.**

Anfängern ist zu raten, die Summenlinie zu Bildern von großer Höhenausdehnung auf lose Streifen Millimeterpapier zu zeichnen, die man nach Bedarf an die Krümmungslinie heranschieben kann. Auch empfiehlt es sich, die Zirkelstiche nach Erledigung eines gewissen Abschnittes (10—20 cm) zu verbinden; es schützt davor, daß man Felder überspringt.

29.

Es ist dringend zu empfehlen, s=förmige Stellen an den Bogenenden vor der Aufnahme ausrichten zu lassen. Wenn das nicht möglich sein sollte, so liest man die Abweichungen nach außen bei den wenigen Teilpunkten, die in Frage kommen, mit dem Theodoliten, den man über Schieneninnenkante der Geraden aufstellt, am Maßstabe ab. Dann muß man die ersten Pfeilhöhen berechnen oder umrechnen. Negative Pfeilhöhen an der Schienenaußenkante abzulesen, ist nicht ratsam. **Bogenenden**

30.

Stoßlücken. Wenn die vorgefundenen Stoßlücken außergewöhnlich klein oder groß sind, und daher eine Verlängerung oder Verkürzung des Gleises wünschenswert ist, so ist es angezeigt, von dem strengen Flächenausgleich im Bilde der Summenlinie Abstand zu nehmen. In solchen Fällen kann (mit Genehmigung der zuständigen Behörde) durch zweckentsprechende Gestaltung des Parabelzuges die Länge verbessert werden. Es empfiehlt sich daher, im Feldbuche Aufzeichnungen über die Stoßlücken zu machen.

31.

Absteckslatte. Die Berechnung der Absteckmaße (Spalte 6 des Feldbuchs in Ziffer 12) läßt sich ersparen, wenn man einen sog. Zollstock mit doppelseitiger Zentimeterteilung mitten durch schneidet und die beiden Hälften mit den Nullpunkten gegeneinander so auf die schmale Kante einer Dachlatte nagelt oder bindet, daß der Nullpunkt von dem an die Teilpunkte anzustoßenden Lattenende den normalen Abstand der Achse von der Fahrkante hat. Mit Hülfe dieser Einrichtung kann man die positiven und negativen Verbesserungen unmittelbar absetzen.

III. Formelsammlung.

Vorbemerkung. Die Grundlinien der beigedruckten Zeichnungen können schräg in der Netzteilung des Millimeterpapiers liegen. Als Längenmaß schräger Linien ist stets ihre Schattenlänge einzusetzen. Alle Höhen liegen senkrecht in der Netzteilung und bilden mit schräg liegenden Sehnen, Tangenten usw. schiefe Winkel.

Die Bedeutung der durch Buchstaben bezeichneten Werte ergibt sich aus den Zeichnungen. Streckenmaße und Flächen oberhalb der maßgebenden Linie (Tangente, Sehne, Sekante) sind positiv, unterhalb dieser Linie negativ.

Allen Maßen ist dieselbe Längeneinheit zugrunde zu legen.

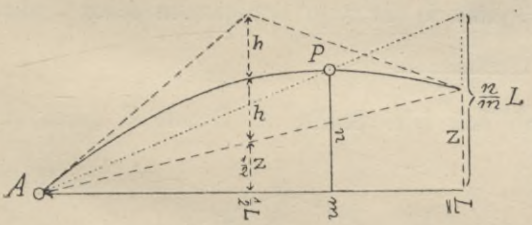
Grundsätze: Der Inhalt eines Parabelsabschnittes ist gleich $\frac{2}{3}$ Sehne mal Pfeilhöhe. ($f=\frac{2}{3}lh$).

Der Inhalt der Fläche zwischen der Parabel und den Haupttangenten ist $\frac{1}{3}$ Sehne mal Pfeilhöhe.

Der Inhalt der Fläche zwischen einem Parabelbogen, seiner Anfangstangente und seiner Endhöhe ist $\frac{1}{3}$ Tangente mal Endhöhe ($f=\frac{1}{3}x\,y$).

Die Abstände der Parabel von der Scheiteltangente verhalten sich wie die Quadrate der Längen vom Scheitel aus.

A. Einfache Parabeln.



1) Die Parabel soll von A aus durch einen Punkt P mit den Koordinaten m und n gehen und bei der Länge L mit diesem Sekantenabschnitt L und der gesuchten Endhöhe z eine Fläche f einschließen.

$$z=\frac{6f(1-\frac{m}{L})-\frac{n}{m}L^2}{2L-3m}=\frac{6f(L-m)-\frac{n}{m}L^3}{L(2L-3m)}$$

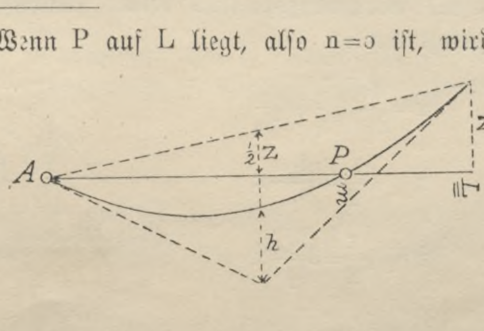
$$2h+\frac{z}{2}=\frac{3f}{L}-z$$

Der Wert $\frac{n}{m}L$ kann der Zeichnung entnommen werden als Höhe der Geraden AP beim Endpunkte der Strecke L.

---

2) Bedingung wie bei 1). Wenn P auf L liegt, also $n=o$ ist, wird

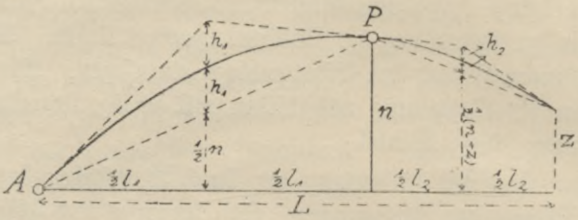
$$z=\frac{6f(1-\frac{m}{L})}{2L-3m}=\frac{6f(L-m)}{L(2L-3m)}$$



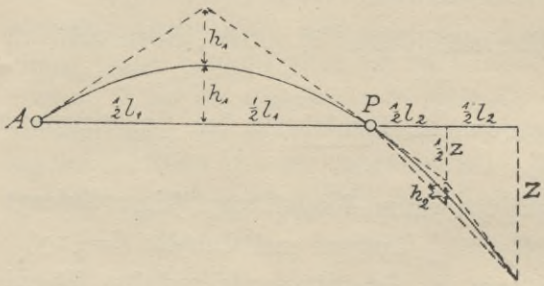
3) Bedingung wie bei 1). Die bei P zusammenstoßenden Parabeln sollen einzeln gezeichnet werden.

$$h_1=\frac{3l_1(\frac{n}{2}L^2-l_1f)}{L^2(4L-6l_1)}$$

$$z=\frac{L}{l_1}(n-4h_1\frac{l_2}{l_1})$$



Zur Sicherung: $h_2=h_1(\frac{l_2}{l_1})^2$ oder $2h_1+\frac{n}{2}=\frac{L^3n-3fl_1^2}{L^2(2L-3l_1)}$



4) Bedingung wie bei 3). Wenn P auf L liegt, also $n=o$ ist, wird: $h_1=\frac{3fl_1^2}{L^2(6l_1-4L)}$

$$z=-4h_1L\frac{l_2}{l_1^2}$$

---

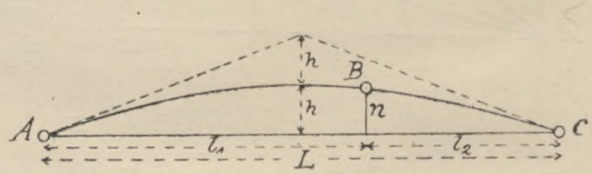
5) Eine Parabel soll ohne Rücksicht auf einen Wert f verlängert werden; der Flächenfehler, der zu tage treten wird, soll durch eine benachbarte Parabel unschädlich gemacht werden.

Es sind die Formeln aus 3) und 4) für z zu benutzen, in denen f nicht vorkommt.

---

6) Eine Parabel soll durch drei feste Punkte A, B und C gehen; in diesem Falle ist f abhängig.

$$2h=\frac{nL^2}{2l_1l_2}$$



Verlängerung über A und C hinaus nach 5).

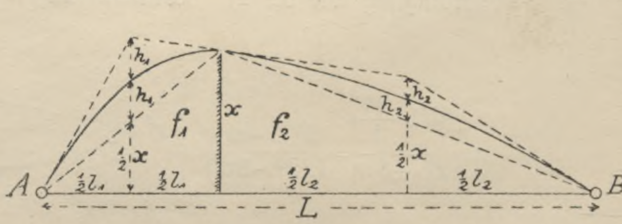
B. Doppelparabeln.

7) Die Fläche zwischen Sehne und Parabelzug soll durch die Senkrechte x des Berührungspunktes beider Parabeln in die gegebenen Flächen f_1 und f_2 zerlegt werden.

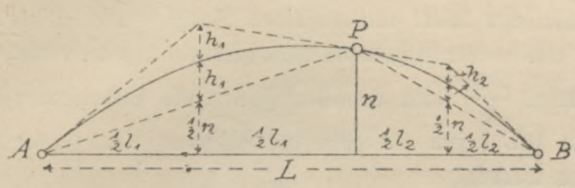
$$x=\frac{3}{2L}(f_1\frac{l_2}{l_1}+f_2\frac{l_1}{l_2})$$

$$2h_1+\frac{x}{2}=3\frac{f_1}{l_1}-x$$

$$2h_2+\frac{x}{2}=3\frac{f_2}{l_2}-x$$



8) Der Parabelzug über der Sehne A B = L soll durch einen Punkt P gehen und mit der Sehne die Fläche f einschließen.



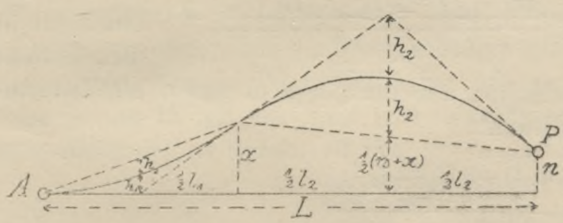
$$2h_1+\frac{n}{2}=\frac{3fl_1-nL^2}{L(l_1-l_2)}$$

$$2h_2+\frac{n}{2}=\frac{n(L+l_1)-4h_1l_2}{2l_1}$$

Die Aufgabe 8) ist nur lösbar, wenn l_1 und l_2 verschieden sind. Je mehr l_1 sich l_2 nähert, um so weniger praktisch brauchbar sind die Formeln. Für $l_1 = l_2$ wird f abhängig, nämlich $f = \frac{2}{3}Ln$; man kann dann $h_1 = h_2 = \frac{1}{4}n$ setzen; der Wert f ändert sich aber nicht, wenn man h_1 beliebig annimmt, weil dann $h_2 = \frac{n}{2} - h_1$ werden muß. Ist $n = o$, so wird $2h_1 = \frac{3fl_1}{L(l_1-l_2)}$ und $2h_2 = 2h_1\frac{l_2}{l_1}$, woraus sich für $l_1 = l_2$ ein beliebiges $h_1 = h_2$, aber stets $f = o$ ergibt.

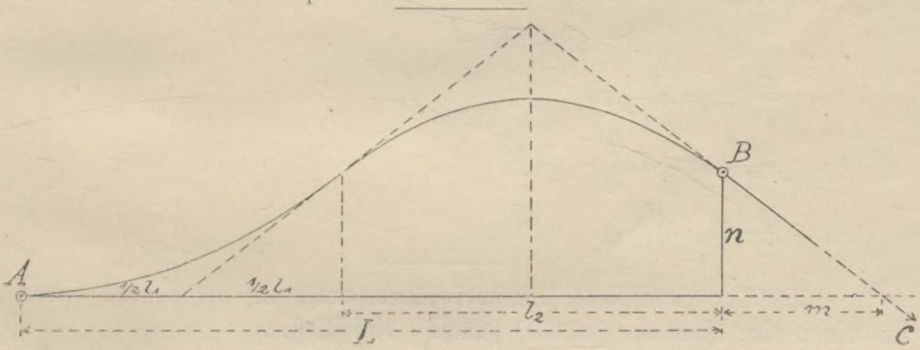
---

9) Der Parabelzug soll die Tangente L bei A berühren, in P mit der Höhe n enden, im Abstande l_1 von A aus seinen Verlauf ändern und mit L und n die Fläche f einschließen.



$$x=\frac{l_1(3f-nl_2)}{L^2}$$

$$2h_2+\frac{x+n}{2}=x\frac{L}{l_1}$$



10) Der Parabelzug soll die Tangente L bei A und die Tangente B C mit der Steigung $\frac{n}{m}$ bei B berühren und mit L und der Senkrechten von B die Fläche f einschließen.

Es sind drei Fälle zu unterscheiden;

a) Ist n positiv, d. h. liegt B auf derselben Seite von L wie die Fläche f, und liegt m außerhalb von L (vgl. Abb.), so ist:

$$l_2=\frac{3f-Ln}{2m+L}\cdot\frac{2m}{n}.$$

b) Ist n positiv, liegt aber m innerhalb von L, (wenn also B C auf-aufwärts steigt), so sind die Parabeln in gleichem Sinne gekrümmt, und es ist:

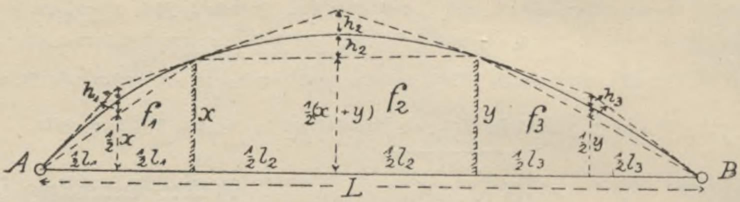
$$l_2=\frac{3f-Ln}{2m-L}\cdot\frac{2m}{n}.$$

c) Ist n negativ, d. h. liegt B auf der der Fläche f entgegengesetzten Seite von L, so ist eine Lösung nur denkbar, wenn m innerhalb von L liegt. Dann ist:

$$l_2=\frac{3f+Ln}{L-2m}\cdot\frac{2m}{n},$$

worin n als geometrischer Wert mit positiven Vorzeichen einzusetzen ist. Die Formel ist mit b) identisch, wenn man hierin n negativ einsetzt. Der Wert des Bruches $\frac{2\,m}{n}$ kann in allen Fällen als Schattenlänge eines Abschnitts von B C bei 2 cm Höhe der Zeichnung (in cm ausgedrückt) entnommen werden.

C. Parabelzüge aus 3 Teilen.



11) Der Parabelzug über der Sekante $l_1+l_2+l_3=L$ soll mit jeder dieser drei Teilstrecken seinen Verlauf ändern und mit den Sekantenabschnitten und den Höhen m und n der Teilpunkte die Flächen f_1, f_2 und f_3 einschließen.

$$x=\frac{2\,(l_2+l_3)\,(f_1\frac{l_2}{l_1}+f_2\frac{l_1}{l_2})-l_1\,(f_2\frac{l_3}{l_2}+f_3\frac{l_2}{l_3})}{\frac{4}{3}l_2\,L+l_1\,l_3}$$

$$y=\frac{2\,(l_2+l_1)\,(f_3\frac{l_2}{l_3}+f_2\frac{l_3}{l_2})-l_3\,(f_2\frac{l_1}{l_2}+f_1\frac{l_2}{l_1})}{\frac{4}{3}l_2\,L+l_1\,l_3}$$

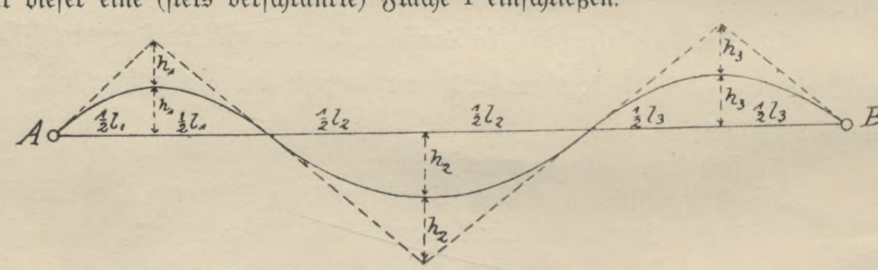
$$\frac{x}{2}+2h_1=3\frac{f_1}{l_1}-x$$

$$\frac{x+y}{2}+2h_2=3\frac{f_2}{l_2}-(x+y)$$

$$\frac{y}{2}+2h_3=3\frac{f_3}{l_3}-y$$

---

12) Der Parabelzug soll zwei Wendepunkte auf der Sekante haben und mit dieser eine (stets verschränkte) Fläche f einschließen.

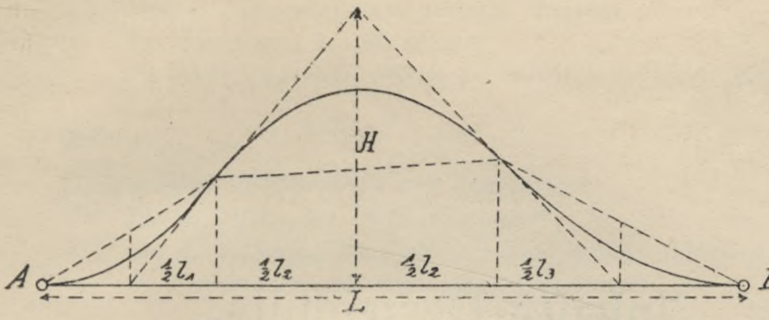


$$2h_1=\frac{3fl_1}{l_1^2-l_2^2+l_3^2}$$

$$2h_2=-\frac{3fl_2}{l_1^2-l_2^2+l_3^2}=-2h_1\frac{l_2}{l_1}$$

$$2h_3=\frac{3fl_3}{l_1^2-l_2^2+l_3^2}=2h_1\frac{l_3}{l_1}$$

Die Längen sind durch Schätzung zu ermitteln. Wenn f positiv ist und der mittlere Parabelabschnitt über der Sekante stehen soll, worüber die Form der Summenlinie entscheidet, so muß l_2^2 größer als $l_1^2+l_3^2$ gewählt werden.



13) Der Parabelzug soll die Gerade $L = l_1 + l_2 + l_3$ mit seinen Enden berühren und mit ihr die Fläche F einschließen.

$$H = \frac{3f}{L}$$

l_1, l_2 und l_3 können beliebig gewählt werden, nur muß H in der Mitte von l_2 an L angetragen werden. Die Formel ist insbesondere bei der Ausgleichung einfacher Bögen anzuwenden, wenn die Übergangsbögen aus besonderen Gründen nicht gleich lang werden können. (Vgl. Gleichung (13) zu Abb. 18 in Ziffer 15, S. 21. Obige Formel ist mit Gleichung (13) identisch, da L + l der Abb. 18 gleich L in dieser Abbildung zu Formel 13 ist.)

Inhalts-Verzeichnis.

Anlage 1.

Abb. 8.

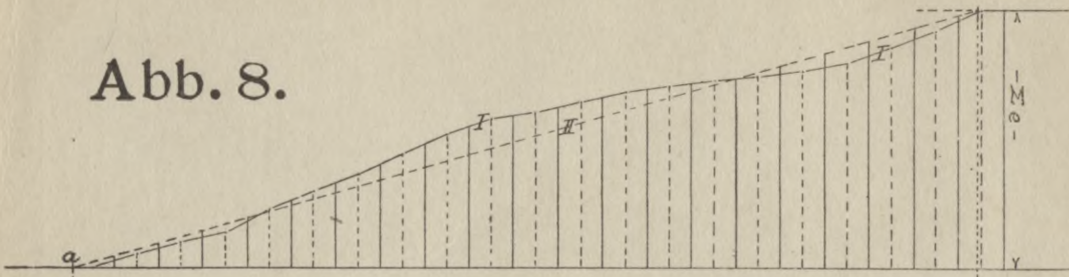


Abb. 9.

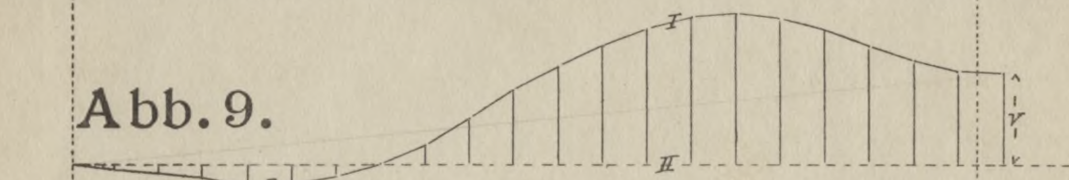


Abb. 10.

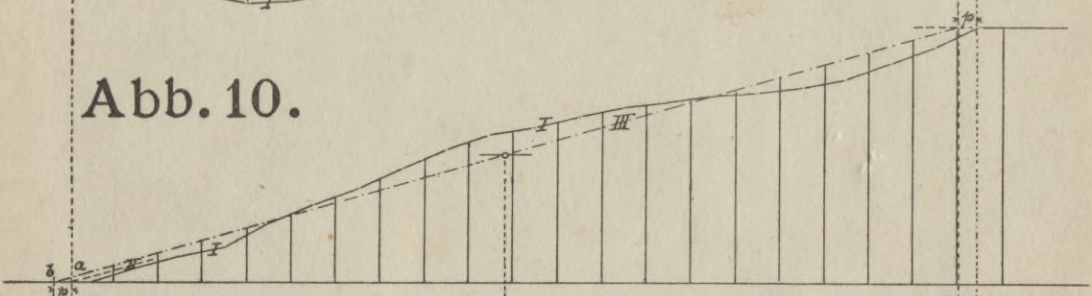


Abb. 11.

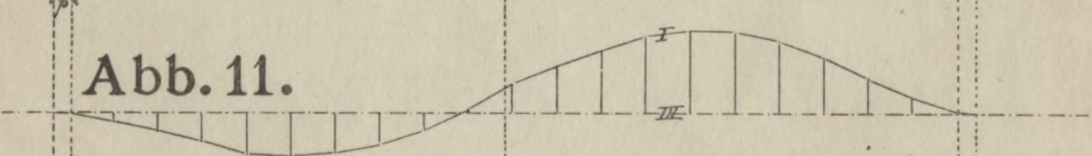


Abb. 12.

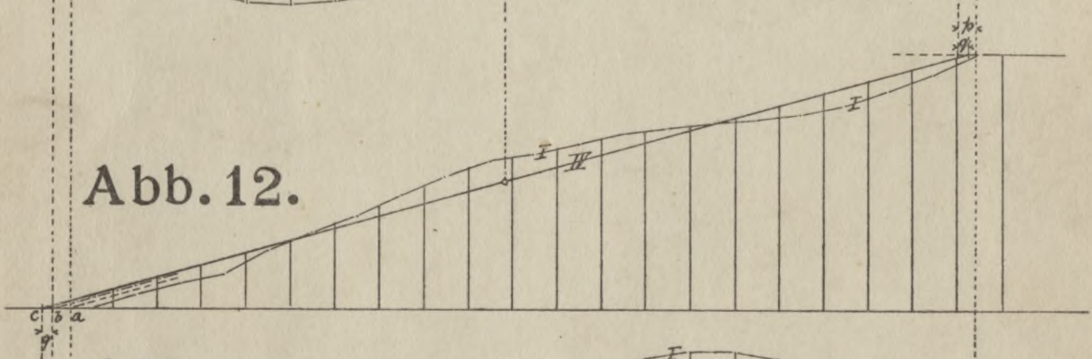


Abb. 13.

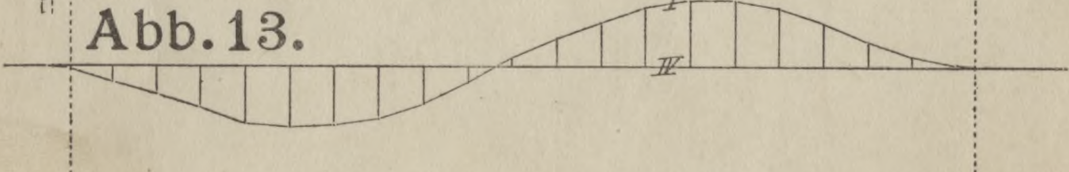
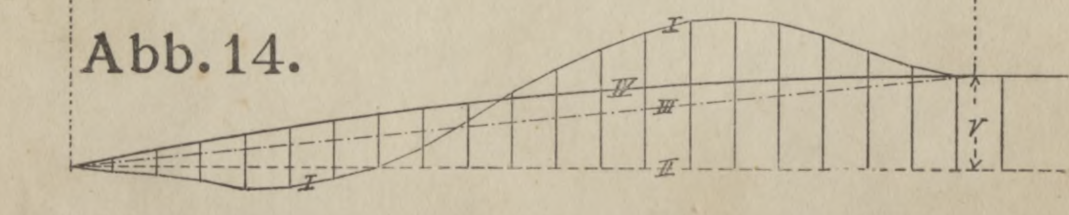
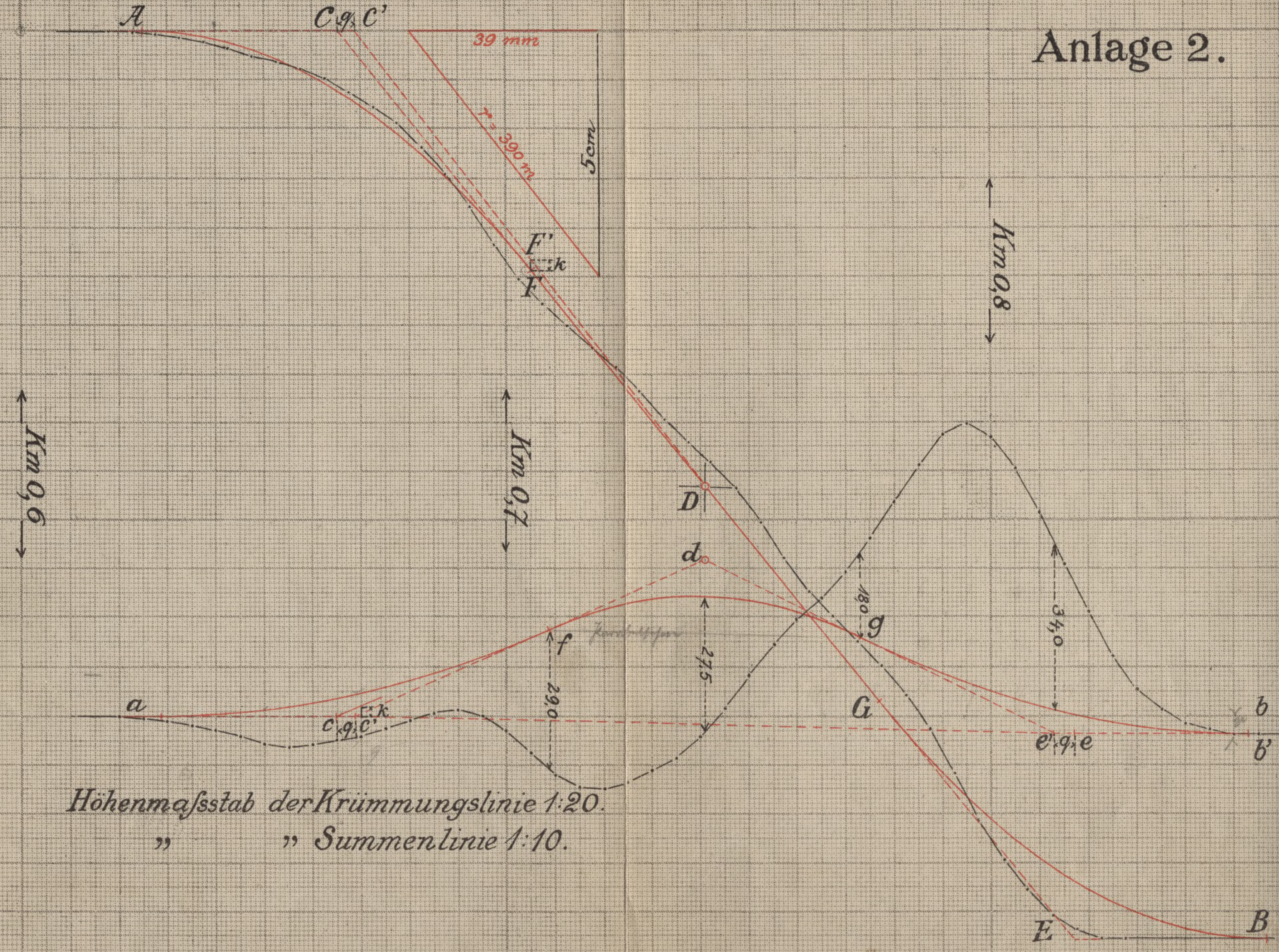


Abb. 14.



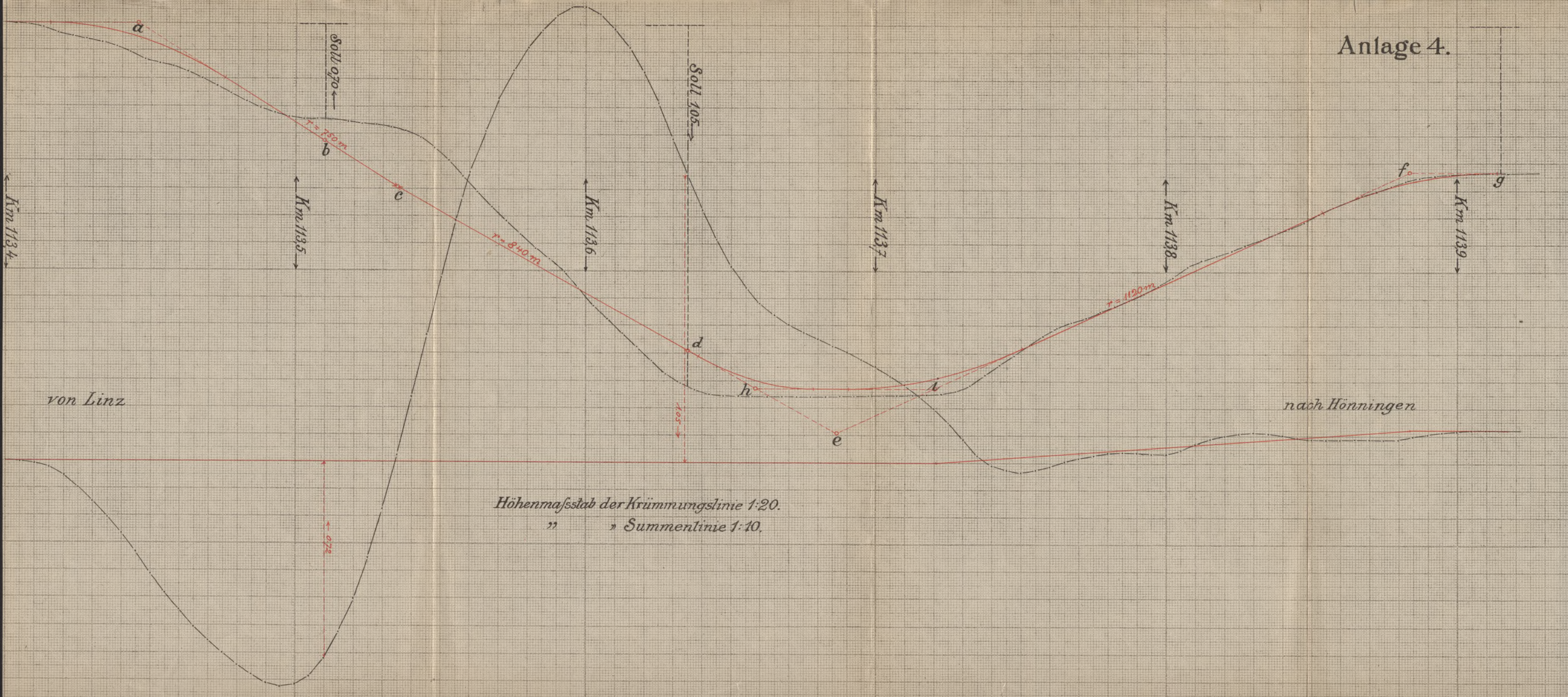
Anlage 2.


A
C q. C'
39 mm
r = 390 m
5 cm
F'
k
F
Km 0,8
Km 0,6
Km 0,7
D
d
180
340
g
f
275
290
a
c q. c'
k
G
b
b'
e' q. e
E
B
Höhenmaßstab der Krümmungslinie 1:20.
„ „ Summenlinie 1:10.

Anlage 3.


A
A'
$r_1 = 1580\,m$
B
B'
$r_2 = 420\,m$
a
b
c
Km 0,5
Km 0,6
Km 0,7
Km 0,8
a'
d
b'
e
c'
E
$r_3 = 425\,m$
C
C'
Höhenmaſsstab der Krümmungslinie 1:20.
„ „ Summenlinie 1:10.

Anlage 4.


a
b
c
d
e
f
g
h
i
Soll 0,70
Soll 1,05
r = 750 m
r = 840 m
r = 1120 m
Km 113,4
Km 113,5
Km 113,6
Km 113,7
Km 113,8
Km 113,9
1,05
0,72
von Linz
nach Hönningen
Höhenmaßstab der Krümmungslinie 1:20.
„ „ Summenlinie 1:10.