

GEWÖLBE- UND RAHMENBERECHNUNG FÜR EISENBETONKONSTRUKTIONEN

VON DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU STUTT GART
ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES DOKTOR-INGENIEURS
GENEHMIGTE

DISSERTATION

VON

HEINRICH PILGRIM
DIPL. INGENIEUR IN STUTT GART

MIT 40 ABBILDUNGEN IM TEXTE

REFERENT: PROFESSOR DR. J. VON WEYRAUCH.
KORREFERENT: PROFESSOR K. KRIEMLER.



*III A
H 606*

WIESBADEN
C. W. KREIDELS VERLAG
1910

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300882

GEWÖLBE- UND RAHMENBERECHNUNG FÜR EISENBETONKONSTRUKTIONEN

VON DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU STUTT GART
ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES DOKTOR-INGENIEURS
GENEHMIGTE

DISSERTATION

VON

HEINRICH PILGRIM
DIPL. INGENIEUR IN STUTT GART

MIT 40 ABBILDUNGEN IM TEXTE

REFERENT: PROFESSOR DR. J. VON WEYRAUCH.
KORREFERENT: PROFESSOR K. KRIEMLER.

WIESBADEN
C. W. KREIDELS VERLAG
1910

XXX
1076



III 18209

VON DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU STUTTGART
ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES DOKTOR-INGENIEURS
GEHABT

DISSERTATION

107

HEINRICH PILGRIM

Hofbuchdruckerei Gebrüder Jänecke, Hannover.

MIT 40 ABILDUNGEN IM TEXTE

REFERENT: PROFESSOR DR. J. VON WEYRACH.
KORREFERENT: PROFESSOR K. KRIEMLER.

WIESBADEN
C. W. KRUIDERS VERLAG
1910

Vorwort.

Der Unterzeichnete hat die folgende Abhandlung am 23. September 1909 als Doktor-Dissertation bei dem Rektor und Senat der Technischen Hochschule in Stuttgart eingereicht.

Derselbe ist geboren am 13. Mai 1854 in Frankfurt am Main, wo er bis zum zwölften Jahre in dem Institut seines Vaters, Dr. phil. Pilgrim, unterrichtet wurde. Hierauf besuchte er von 1866 bis 1870 die Realschule in Stuttgart, in welcher er drei Preise und eine Belobung für Mathematik erhielt, und die Abgangsprüfung von der frühern achten Klasse derselben bestand (die jetzige siebente von neun Klassen). Von 1870 bis 1875 besuchte er die frühere mathematische (jetzt achte bis neunte Klasse der Realschule) und hierauf die technische Abteilung des Polytechnikums in Stuttgart, und bestand die Maturitätsprüfung im Jahre 1872 und die erste Staatsprüfung im Bauingenieurfach mit dem Zeugnis 3a im Jahre 1875.

Im Sommer 1874 war er bei Höhenaufnahmen in Freudenstadt beschäftigt und von 1875 bis 1876 bei Vorarbeiten zum Eisenbahnbau in Heilbronn und Marbach. Wegen Erkrankung konnte er längere Zeit nicht in seinem Beruf als Ingenieur tätig sein. Von 1893 bis 1895 war er als solcher bei der Königlichen Zentralstelle für Landwirtschaft in Stuttgart angestellt. Im Sommer 1895 machte er topographische Höhenaufnahmen für das Königlich Statistische Landesamt in Stuttgart. Von 1895 bis jetzt war er an der Brückenbauabteilung des Bautechnischen Bureaus der Königlich Württembergischen Staatseisenbahnen mit dem Entwerfen und der Berechnung von Eisen- und Eisenbetonkonstruktionen beschäftigt. Im Jahre 1905 wurde er definitiv angestellt und erlangte 1909 auf Grund seines Zeugnisses von der ersten Staatsprüfung im Bauingenieurfach den Grad eines Diplom-Ingenieurs, und durch Vorlegung der folgenden Dissertation am 23. September 1909 die Würde eines Doktor-Ingenieurs, welche ihm nach Ablegung der mündlichen Prüfung am 17. Dezember 1909 durch den Rektor und Senat der Technischen Hochschule am 13. Januar 1910 erteilt wurde.

Stuttgart, im Januar 1910.

Heinrich Pilgrim.

Inhaltsübersicht.

	Seite
Einleitung	5
I. Aeltere und neuere Berechnungsweise für das Eisenbetongewölbe einer Bahnbrücke	7
1. Dimensionierung des Gewölbes nach Formeln von Tolkmitt, Winkler und Müller-Breslau	7
2. Bestimmung der richtigen Gewölbeform und deren Berechnung durch Stützlinien	9
3. Berechnung des Eisenbetongewölbes nach der Elastizitätstheorie von Professor Dr. Weyrauch	10
4. Berechnung des Eisenbetongewölbes nach der Elastizitätstheorie von Professor Mörsch	13
5. Berechnung des Eisenbetongewölbes mit Rundeisen und mit Gitterträgern	17
6. Berechnung des Widerlagers für das Eisenbetongewölbe	21
II. Berechnung von Rahmenkonstruktionen in Eisenbeton	23
1. Vergleichung der Ergebnisse für verschiedene Berechnungsweisen derselben	23
2. Berechnungsweise der Rahmenkonstruktionen nach Professor Dr. Müller-Breslau	28
3. Beispiel der Berechnung einer eingespannten Straßenbrücke aus Eisenbeton	32
4. Beispiel der Berechnung eines eingespannten Lokomotivschuppens aus Eisenbeton	35
5. Anwendung der obigen Berechnungsweise auf verschiedene Rahmenkonstruktionen	40

Einleitung.

Bei der folgenden Berechnung von eingespannten Gewölben und Rahmen wurde von der durch die Professoren Dr. Weyrauch, Mörsch und Dr. Müller-Breslau aufgestellten Berechnungsweise ausgegangen, und durch die Vergleichung der Ergebnisse von Beispielen ihre allgemeine Gültigkeit dargetan.

In der Gewölbeberechnung wird zuerst die Anwendung von Formeln und Regeln zur Dimensionierung der Gewölbe gezeigt, und mit Hilfe der Stützlinientheorie dann die richtige Form des Gewölbes bestimmt, für welches die genaue Berechnung nach den Formeln von Weyrauch und Mörsch erfolgen kann.

Die erstern wurden aus dem Buch: „Die elastischen Bogenträger 1897“ entnommen, und hierbei die Berechnung sowie die Zusammenstellung ihrer Ergebnisse in Tabellen ausgeführt. Die letztern beruhen auf „der Berechnung von eingespannten Gewölben 1907“, welche als Sonderabdruck aus der Schweizer Bauzeitung Bd. XLVII Nr. 7 und 8 erschienen ist, und auch hierbei erfolgte die Ausrechnung der Formeln in Tabellen. Durch die Anwendung der in obigem Buch enthaltenen Formeln zur Berechnung der einzelnen Fugen, konnte dieselbe (auch ohne Anwendung von Einflußlinien) rasch durchgeführt werden, und dadurch schon als Grundlage für die Ausführung dienen.

Die genaue Berechnung mit Einflußlinien ist jedoch auch angedeutet, nach welcher die Stützlinie gewöhnlich für das Eigengewicht berechnet wird, und diese als Mittellinie des Gewölbes durch 2 oder 3 Kreisbögen ersetzt werden kann, welche sich am besten in den Vertikalen zwischen den Lamellen berühren, und durch Mittellote leicht zu bestimmen sind.

Dasselbe gilt für die am einfachsten in denselben Vertikalen sich berührenden äußern und innern Bögen, deren Form durch die Dimensionierung aus $\frac{c}{\cos \varphi}$ für die Scheitelstärke c bestimmt wird. Die Bögen können hierbei auch von den Scheitel- oder den Kämpferpunkten aus (mit gleichzeitiger Bestimmung der genauen Richtung für die Kämpferfuge) durch Probieren ermittelt und bis zu beliebig angenommenen Punkten fortgeführt werden (ist die Belastung nicht symmetrisch, so kann bei geringen Abweichungen das Mittel der Stützlinien gewählt werden).

Bei der Berechnung des so erhaltenen Gewölbes kann die Belastungslänge l bis zur Mitte der senkrecht zur Mittellinie stehenden Kämpferfuge angenommen und die außerhalb derselben liegende Lamelle als vertikale Belastung in dem Viertel der Kämpferfuge eingeführt werden, da sie für die Berechnung von M_x und H_x nicht in Betracht kommt. Bei der genauen Berechnung mit Einflußlinien ist ferner die Größe von M_0 in Beziehung auf die Kernpunkte der Fugen (am Kämpfer außerhalb mit entgegengesetztem Vorzeichen) einzusetzen, damit die Einflußordinaten von M_{k_0} und M_{k_u} für die Kämpfermitten = 0 werden (wenn die Kernpunkte in einer vertikalen Fuge durch x angenommen sind, so ist dies ohne weiteres der Fall). Für das Eigengewicht erhält man durch die Multiplikation der Lamellengewichte mit den mittlern Einflußordinaten für die Breite 1 (bzw. a) einen angenähert richtigen Wert für M_{k_0} und M_{k_u} , welcher bei der Berücksichtigung des Einflusses der Normalkräfte durch die Einführung von H_e genauer wird, und zwar wenn die Stützlinie für Eigengewicht der Mittellinie des Gewölbes entspricht (wird die Stützlinie für Eigengewicht und halbe Verkehrslast als solche angenommen, so gelten dieselben Formeln für das hierdurch veränderte H_e und es kann die gleichförmige Belastung $\frac{p_2}{2}$ wieder abgezogen werden, um die Spannungen für das Eigengewicht zu erhalten).

Die Berechnung der Eiseneinlagen für die Gewölbe erfolgt nach den in Heft 4 von 1906 und Heft 3 von 1909 der Hannoverschen Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen von mir entwickelten Dimensionierungsformeln, und ergibt für die nach obigem bestimmten Normalkräfte N_x und Biegemomente M_x (bzw. auch für M_{k_0} und M_{k_u}) mit Einschluß der Temperaturspannungen genaue Resultate für die Vernachlässigung des Zugs im Beton, welcher besonders bei den Temperaturspannungen in den Kämpfer- und Scheitelfugen größere Werte erreichen kann.

Deshalb wurde auch die Berücksichtigung der Temperaturspannungen bei der Ausführung von Gewölben in Uebereinstimmung mit den Forderungen der Praxis angenommen, nach welchen ähnlich wie bei der Berechnung von Stützmauern, wobei der Reibungswinkel für Erde und Mauer zwischen 0 und φ schwankt (und daher auch ein Mittelwert $\frac{\varphi}{2}$ angenommen werden kann), auch hier für die Berechnung des Kämpfers ein Mittelwert gleich der halben Temperaturspannung eingeführt wird, indem die Einspannung selbst je nach der Beschaffenheit des Widerlagers eine geringere oder größere sein kann, und wenigstens bei flachen Gewölben (auch bei solchen mit versenkten Widerlagern) eine Nachgiebigkeit derselben (für die Temperaturwirkungen) möglich ist.

Dies kann um so eher zugelassen werden, als feine Risse in der Nähe des Kämpfers weniger schädlich als im Scheitel wirken, woselbst daher auch die ganze Temperaturspannung berücksichtigt wurde, während das Widerlager ohne deren Wirkungen (die auch berechnet sind) ausgeführt werden kann, da sie dort bei horizontaler Verschiebung desselben einen geringern Einfluß ausüben, und bei vollständiger Einspannung kaum eintreten werden.

Bei der Rahmenberechnung wird die obige Berechnungsweise nach Weyrauch und Mörsch auf ganz beliebige Formen des Rahmens angewendet und durch gleichzeitige Berechnung des rechteckigen Rahmens mit aufgeklappten Ständern als kontinuierlicher Balken mit 3 Oeffnungen und auch nach den Formeln von Müller-Breslau für den rechteckigen Rahmen in dem Buch: „Die neuern Methoden der Festigkeitslehre 1904“, ihre allgemeine Anwendbarkeit nachgewiesen.

Hierbei genügt schon die einfache Berechnung der Fugen (ohne Aufzeichnung der Einflußlinien), und es wird dadurch das schnelle Entwerfen von Rahmenkonstruktionen (welche bei Eingespanntsein als dreifach statisch unbestimmte Systeme umständliche Formeln und Zeichnungen erforderlich machen) ermöglicht und für die Berechnung dieser immer häufiger zur Ausführung kommenden Eisenbetonkonstruktionen eine sichere Grundlage geschaffen, die gemäß den vorhandenen Beispielen in der Praxis leicht anzuwenden ist.

Bei Rahmen mit geraden Stäben ist die Berechnung nach Müller-Breslau sehr einfach, und es wurde nicht nur der rechteckige Rahmen, sondern auch derjenige mit einem Polygon (statt des horizontalen Balkens) ausführlich berechnet und die Anwendung der Formeln auch hierfür gezeigt, und die Richtigkeit der Ergebnisse durch die Vergleichung mit der obigen Berechnungsweise dargetan.

Auch für unsymmetrische Rahmen wurde, auf Grund der Angaben am Schluß der Berechnung für eingespannte Gewölbe von Mörsch, eine einfache Berechnungsweise aufgestellt, welche zunächst die richtige Lage der Achsen für das Koordinatensystem bestimmt und nicht nur die Trägheitsmomente, sondern auch die Zentrifugalmomente einzelner Stäbe durch Rechnung ermittelt, so daß die Aufzeichnung der Trägheitsellipse überflüssig wird.

Hierbei wurde auch der horizontale Winddruck berücksichtigt und die Berechnung mit beliebig gerichteten Kräften angedeutet. Auch die horizontal wirkenden Temperaturspannungen wurden berechnet und ihre Vernachlässigung bei Rahmenkonstruktionen näher begründet, indem die Ständer soweit nachgeben können, als es die Temperatureinflüsse erforderlich machen und Konstruktionen bis zu ca. 25 m Ausdehnung ohne Fugen ausgeführt werden.

Zum Schluß werden noch die verschiedenen Rahmenkonstruktionen mit Gelenken angegeben und ihre Berechnungsweise auf Grund der vorhandenen Berechnungsmethoden gezeigt, und auf deren Zusammenhang mit der obigen Berechnung für eingespannte Rahmen hingewiesen, indem dieselben allgemeinen Elastizitätsgleichungen gelten, welche nur durch einzelne nähere Bestimmungen modifiziert werden.

Die ganze Abhandlung soll daher die theoretische Grundlage der Elastizitätstheorie für die praktische Anwendung geeignet machen und es dem ausführenden Ingenieur erleichtern, seine Konstruktionen schnell und doch mit der nötigen Genauigkeit zu berechnen und dadurch auch zu ihrer allgemeinen Ausführung beizutragen.

Die Berechnung der Fugen erfolgt nach den in Teil 4 von 1905 und Teil 3 von 1909 der Hannoverischen Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen von mir entwickelten Dimensionierungsformeln, und ergibt für die nach obigen bestimmten Normalkräfte N und Biegemomente M (bzw. auch für M_x und M_y) mit Rücksicht auf die Temperaturspannungen genaue Resultate für die Veranschlagung des Nages im Beton, welcher besonders bei den Temperaturspannungen in den Kämpfern und Scheiteln größere Werte erreichen kann.

Deshalb wurde auch die Berücksichtigung der Temperaturspannungen bei der Ausführung von Gewölben in Übereinstimmung mit den Forderungen der Praxis angenommen, nach welchen ähnlich wie bei der Berechnung von Stützmannern, wobei der Reibungswinkel für Erde und Mauer zwischen 0 und ϕ schwankt (und daher auch ein Mittelwert $\frac{\phi}{2}$ angenommen werden kann), auch hier für die Berechnung des Kämpfers ein Mittelwert gleich der halben Temperaturspannung eingebracht wird, indem die Kämpfer selbst je nach der Beschaffenheit des Widerlagers eine geringere oder größere sein kann, und wenigstens bei hohen Gewölben (auch bei solchen mit vorzuckten Widerlagern) eine Nachgiebigkeit derselben für die Temperaturwirkungen möglich ist.

Dies kann um so eher zugelassen werden, als keine Lisse in der Nähe des Kämpfers weniger schädlich als im Scheitel wirken, wesshalb daher auch die ganze Temperaturspannung berücksichtigt wurde, während das Widerlager ohne deren Wirkungen (die auch berechnet sind) anzugehört werden kann, da sie dort bei horizontaler Verschiebung desselben einen geringeren Einfluß ausüben, und bei vollständiger Einspannung kaum eintreten werden.

Bei der Berechnung des so erhaltenen Gewölbes kann die Belastungslinie λ bis zur Mitte der senkrecht zur Mittellinie stehenden Kämpferlage angenommen und die außerhalb derselben liegende Lamelle als vertikale Belastung in dem Viertel der Kämpferlage eingebracht werden, da sie für die Berechnung von M_x und M_y nicht in Betracht kommt. Bei der Berechnung mit Rücksicht auf die Größe von M_x in Beziehung auf die Kämpferlage der Fugen (am Kämpfer außerhalb mit entgegengesetzten Vorzeichen) einzusetzen, damit die Einflußordinaten von M_x und M_y für die Kämpfermitte = 0 werden (wenn die Kämpferpunkte in einer vertikalen Fuge durch λ angenommen sind, so ist dies ohne weiteres der Fall). Für das Eigengewicht erhält man durch die Multiplikation der Lamellenlasten mit den mittleren Einflußordinaten für die Breite l (bzw. o) einen angehöret richtigen Wert für M_x und M_y , welcher bei der Berücksichtigung der Normalkräfte durch die Einführung von W genau wird, und zwar wenn die Stützlinie für Eigengewicht des Gewölbes entspricht (wird die Stützlinie für Eigengewicht und halbe Verkehlung als solche angenommen, so gelten dieselben Formeln für das hindurch veränderte W , und es kann die

gleichförmige Belastung $\frac{W}{2}$ wieder abgezogen werden, um die Spannungen für das Eigengewicht zu erhalten).

Die Berechnung der Fugen erfolgt nach den in Teil 4 von 1905 und Teil 3 von 1909 der Hannoverischen Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen von mir entwickelten Dimensionierungsformeln, und ergibt für die nach obigen bestimmten Normalkräfte N und Biegemomente M (bzw. auch für M_x und M_y) mit Rücksicht auf die Temperaturspannungen genaue Resultate für die Veranschlagung des Nages im Beton, welcher besonders bei den Temperaturspannungen in den Kämpfern und Scheiteln größere Werte erreichen kann.

Deshalb wurde auch die Berücksichtigung der Temperaturspannungen bei der Ausführung von Gewölben in Übereinstimmung mit den Forderungen der Praxis angenommen, nach welchen ähnlich wie bei der Berechnung von Stützmannern, wobei der Reibungswinkel für Erde und Mauer zwischen 0 und ϕ schwankt (und daher auch ein Mittelwert $\frac{\phi}{2}$ angenommen werden kann), auch hier für die Berechnung des Kämpfers ein Mittelwert gleich der halben Temperaturspannung eingebracht wird, indem die Kämpfer selbst je nach der Beschaffenheit des Widerlagers eine geringere oder größere sein kann, und wenigstens bei hohen Gewölben (auch bei solchen mit vorzuckten Widerlagern) eine Nachgiebigkeit derselben für die Temperaturwirkungen möglich ist.

Dies kann um so eher zugelassen werden, als keine Lisse in der Nähe des Kämpfers weniger schädlich als im Scheitel wirken, wesshalb daher auch die ganze Temperaturspannung berücksichtigt wurde, während das Widerlager ohne deren Wirkungen (die auch berechnet sind) anzugehört werden kann, da sie dort bei horizontaler Verschiebung desselben einen geringeren Einfluß ausüben, und bei vollständiger Einspannung kaum eintreten werden.

Bei der Berechnung des so erhaltenen Gewölbes kann die Belastungslinie λ bis zur Mitte der senkrecht zur Mittellinie stehenden Kämpferlage angenommen und die außerhalb derselben liegende Lamelle als vertikale Belastung in dem Viertel der Kämpferlage eingebracht werden, da sie für die Berechnung von M_x und M_y nicht in Betracht kommt. Bei der Berechnung mit Rücksicht auf die Größe von M_x in Beziehung auf die Kämpferlage der Fugen (am Kämpfer außerhalb mit entgegengesetzten Vorzeichen) einzusetzen, damit die Einflußordinaten von M_x und M_y für die Kämpfermitte = 0 werden (wenn die Kämpferpunkte in einer vertikalen Fuge durch λ angenommen sind, so ist dies ohne weiteres der Fall). Für das Eigengewicht erhält man durch die Multiplikation der Lamellenlasten mit den mittleren Einflußordinaten für die Breite l (bzw. o) einen angehöret richtigen Wert für M_x und M_y , welcher bei der Berücksichtigung der Normalkräfte durch die Einführung von W genau wird, und zwar wenn die Stützlinie für Eigengewicht des Gewölbes entspricht (wird die Stützlinie für Eigengewicht und halbe Verkehlung als solche angenommen, so gelten dieselben Formeln für das hindurch veränderte W , und es kann die

gleichförmige Belastung $\frac{W}{2}$ wieder abgezogen werden, um die Spannungen für das Eigengewicht zu erhalten).

Die Berechnung der Fugen erfolgt nach den in Teil 4 von 1905 und Teil 3 von 1909 der Hannoverischen Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen von mir entwickelten Dimensionierungsformeln, und ergibt für die nach obigen bestimmten Normalkräfte N und Biegemomente M (bzw. auch für M_x und M_y) mit Rücksicht auf die Temperaturspannungen genaue Resultate für die Veranschlagung des Nages im Beton, welcher besonders bei den Temperaturspannungen in den Kämpfern und Scheiteln größere Werte erreichen kann.

Deshalb wurde auch die Berücksichtigung der Temperaturspannungen bei der Ausführung von Gewölben in Übereinstimmung mit den Forderungen der Praxis angenommen, nach welchen ähnlich wie bei der Berechnung von Stützmannern, wobei der Reibungswinkel für Erde und Mauer zwischen 0 und ϕ schwankt (und daher auch ein Mittelwert $\frac{\phi}{2}$ angenommen werden kann), auch hier für die Berechnung des Kämpfers ein Mittelwert gleich der halben Temperaturspannung eingebracht wird, indem die Kämpfer selbst je nach der Beschaffenheit des Widerlagers eine geringere oder größere sein kann, und wenigstens bei hohen Gewölben (auch bei solchen mit vorzuckten Widerlagern) eine Nachgiebigkeit derselben für die Temperaturwirkungen möglich ist.

Dies kann um so eher zugelassen werden, als keine Lisse in der Nähe des Kämpfers weniger schädlich als im Scheitel wirken, wesshalb daher auch die ganze Temperaturspannung berücksichtigt wurde, während das Widerlager ohne deren Wirkungen (die auch berechnet sind) anzugehört werden kann, da sie dort bei horizontaler Verschiebung desselben einen geringeren Einfluß ausüben, und bei vollständiger Einspannung kaum eintreten werden.

I. Aeltere und neuere Berechnungsweise für das Eisenbetongewölbe einer Bahnbrücke.

1. Dimensionierung des Gewölbes nach Formeln von Tolkmitt, Winkler und Müller-Breslau.

Die lichte Weite des in Eisenbeton auszuführenden Gewölbes ist $l = 15,7 \text{ m}$ und die lichte Pfeilhöhe desselben ist $f = 2,65 \text{ m}$, so daß der Radius des innern Bogens aus $2r \cdot 2,65 = 2,65^2 + 7,85^2$ oder $r = 12,95 \text{ m}$ erhalten wird.

Ueber dem Eisenbetongewölbe (aus Beton 1:4) befindet sich eine Betonhinterfüllung (1:16) mit wasserdichtem Zementüberzug (1:2) von 2 cm Stärke, welcher zur Wasserableitung eine Neigung von 4% nach beiden Seiten erhält, sowie das Schotterbett der Bahn mit $0,7 \text{ m}$ Höhe.

Für die Berechnung des Eigengewichts kann das spezifische Gewicht des Eisenbetongewölbes $= 2,4$, der Betonhinterfüllung $= 2,2$ und des Schotterbetts $= 2$ angenommen werden.

Als Verkehrsbelastung dient ein Eisenbahnzug nach dem preußischen Belastungsschema von 1901 für Hauptbahnen, welche sich auf die Längen $15,7 + \text{ca. } 2 \cdot 0,6 = 16,9 \text{ m}$ bei Vollbelastung und $\frac{16,9}{2} = 8,45 \text{ m}$ bei

einseitiger Belastung gleichmäßig verteilt, so daß für die Biegemomente $M_1 = 147,6 \text{ mt}$ und $M_2 = 51,6 \text{ mt}$ (für Radlasten, s. Hütte) die Belastungsgleichwerte aus $p_1 = \frac{8 \cdot 147,6}{16,9^2} = 4,1 \text{ t/m}$ und $p_2 = \frac{8 \cdot 51,6}{8,45^2} = 5,8 \text{ t/m}$ erhalten werden.

Bei Verteilung der Belastung auf den Abstand von zwei Gleisen $= 4 \text{ m}$ erhält man $p_1 = \frac{4,1 \cdot 2}{4} = 2,05 \text{ t/m}$, $p_2 = \frac{5,8 \cdot 2}{4} = 2,9 \text{ t/m}$, und bei Aufrundung $p_1 = 2,2 \text{ t/m}$ und $p_2 = 3 \text{ t/m}$.

Zur Bestimmung der Stärke c des Gewölbes im Scheitel hat Tolkmitt (Leitfaden für das Entwerfen und die Berechnung gewölbter Brücken 1902) mehrere Formeln aufgestellt, und zwar unter Annahme einer horizontal abgeglichenen Belastungsfläche, deren mittlere Höhe (25) $z_0 = c + e + \frac{p_2}{2} = 0$ ist (alle Werte sind hierbei auf Gewölbegewicht zu reduzieren).

Man erhält nun für größere Gewölbe mit der Belastung durch Eigengewicht und halbe Verkehrslast $\frac{p_2}{2}$ (35):

$$c = \frac{0,15 \cdot \frac{l^2}{f} \left(e + \frac{p_2}{2} + \frac{f}{10} \right)}{q - 0,15 \frac{l^2}{f}}, \text{ wo } q = q' = \frac{30 \text{ (bis } 40) \text{ kg/qcm}}{2} \text{ oder } \frac{150 \text{ (bis } 200)}{2,4} = 62,5 \text{ (83,3) cbm/qm} \text{ die gleichmäßig verteilte Normalbeanspruchung ist.}$$

Für kleinere Gewölbe erhält man bei einseitiger Belastung mit p_2 : (41) $c = \sqrt{\left(\frac{e}{2} + \frac{p_2}{4} + \frac{f}{20} \right)^2 + 0,4 p_2 f} - \left(\frac{e}{2} + \frac{p_2}{4} + \frac{f}{20} \right)$ und nach der Hütte (44) $c = \frac{0,5 p_2 f}{(c + e) + 0,5 p_2 + 0,15 f}$, wofür alsdann eine Stützlinie möglich ist, welche nicht aus dem mittleren Drittel heraustritt.

Aus (42) erhält man durch Elimination von $H = \frac{0,15 l^2}{f} \left(z_0 + \frac{f}{10} \right)$ (s. 35) noch die auch im Handbuch der Ingenieurwissenschaften angeführte Formel $c = \frac{l}{10} \sqrt{\frac{6 \cdot p_2}{q}}$, welche die zulässige mittlere Pressung $q' = \frac{q}{2}$ und die zulässige Abweichung der Stützlinie enthält. Die größten Abweichungen von der Mittellinie sind in vertikaler Richtung bei $\frac{l}{5}$ Abstand vom Scheitel (38) $\frac{\delta'}{2} = \frac{0,01 p_2 \cdot l^2}{H}$ und an den Kämpfern (39) $\frac{\delta''}{2} = 0,0125 \frac{p_2 \cdot l^2}{H}$. Beim Dreigelenkbogen ergibt sich die senkrecht zur Mittellinie gemessene Stärke s der Fuge für $\frac{l}{4}$ Abstand aus (57) $s = 0,094 \cdot \frac{p_2 l^2}{H} \cdot \cos \alpha$, wo $\alpha =$ Neigungswinkel der Mittellinie ist.

In diesen Formeln ist die Höhe der Hinterfüllung und Schotterbettung im Scheitel $e = \frac{0,2 \cdot 2,2 + 0,7 \cdot 2}{2,4} = 0,77 \text{ m}$ in Gewölbegewicht umgerechnet, ebenso ergibt sich für Vollbelastung $p_1 = \frac{2,2}{2,4} = 0,92 \text{ m}$ und für halbe Belastung auf der ganzen Länge sowie einseitige Belastung $p_2 = \frac{3}{2,4} = 1,25 \text{ m}$, und H ist auch in $\text{cbm Gewölbegewicht pro qm}$ ausgedrückt.

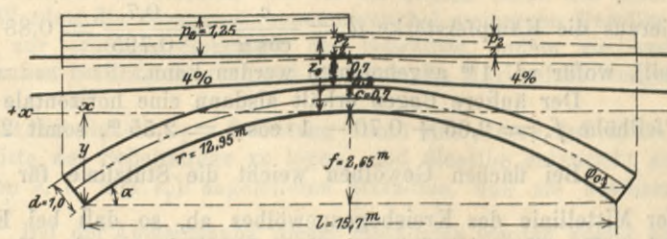


Abb. 1.

Man erhält daher (35) $c = 0,15 \cdot \frac{15,7^2}{2,65} \cdot \frac{(0,77 + 0,625 + 0,265)}{62,5 - 0,15 \cdot \frac{15,7^2}{2,65}} = 0,38^m$, und für $\frac{e}{2} + \frac{p_2}{4} + \frac{f}{20} = \frac{0,77}{2} + \frac{1,25}{4} + \frac{2,65}{20} = 0,83^m$: (41) $c = \sqrt{0,83^2 + 0,4 \cdot 1,25 \cdot 2,65} - 0,83 = 0,59^m$, und aus

$$(44) \quad c = \frac{0,5 \cdot 1,25 \cdot 2,65}{(c + 0,77) + 0,5 \cdot 1,25 + 0,15 \cdot 2,65} = \frac{1,66}{c + 1,79} \text{ oder } c^2 + 1,79c = 1,66 \text{ und } c = -0,895 + \sqrt{0,895^2 + 1,66}$$

$$= 0,68^m \text{ und die vierte Formel } c = \frac{15,7}{10} \sqrt{\frac{6 \cdot 1,25}{62,5}} = 0,55^m \text{ ergibt einen mittlern Wert.}$$

Für Gewölbe aus Ziegeln oder Bruchsteinen könnte der mittlere Wert von c für die zulässige Beanspruchung $q' = \frac{q}{2}$ angenommen werden, aber wegen des größeren Elastizitätsmoduls und der größeren Temperaturendeckung beim Beton treten im Kämpfer und Scheitel größere Zugspannungen auf, so daß der ungünstigste Wert $c = 0,70^m$ angenommen werden soll.

Aus $\operatorname{tg} \alpha = \frac{l}{2(r-f)} = \frac{7,85}{10,3} = 0,7621$ ergibt sich $\alpha = 37^\circ 18,7'$, $\sin \alpha = 0,606$ und $\cos \alpha = 0,795$ und hieraus die Kämpferstärke $d = \frac{c}{\cos \alpha} = \frac{0,7}{0,795} = 0,88^m$ (indem die vertikale Projektion der Kämpferfuge $\geq c$ sein soll), wofür rd. 1^m angenommen werden kann.

Der äußere Bogen erhält alsdann eine horizontale Weite $l_2 = 15,7 + 1 \cdot 2 \sin \alpha = 16,90^m$ und eine vertikale Pfeilhöhe $f_2 = 2,65 + 0,70 - 1 \cdot \cos \alpha = 2,55^m$, somit $2r_2 \cdot 2,55 = 2,55^2 + 8,45^2$ oder $r_2 = 15,27^m$.

Bei flachen Gewölben weicht die Stützlinie für Eigengewicht und halbe Gesamtbelastung $\frac{p_2}{2}$ nur wenig von der Mittellinie des Kreisbogengewölbes ab, so daß bei Eisenbeton keine Änderung der Gewölbeform nötig ist. Bei hohen Gewölben ist dagegen diese Stützlinie aus den Formeln (20) oder (35) für H und (21), (17) und (18) für x , y und r zur Bestimmung des innern Gewölbebogens (auch aus der Subtangente w in 27) für einige x auszurechnen. Der Inhalt der horizontal abgeglichenen Gewölbeffläche G und ihr Moment M in Beziehung auf das innere Bogenende ergibt sich aus (31) und (32) und G kann auch zur Bestimmung der Kämpferstärke aus $d = \frac{c \cdot \sqrt{G^2 + H^2}}{H}$ (s. S. 40) verwendet werden.

Für das so bestimmte Gewölbe kann nach Müller-Breslau (s. Hütte) der Neigungswinkel φ_0 der Tangente an die mittlere Stützlinie im Kämpfer aus $\operatorname{tg}^2 \varphi_0 = \frac{4f_1^2}{l_1^2} \cdot \frac{z_0 + 0,5f_1}{z_0 + 0,14f_1}$ ermittelt werden, wo $f_1 =$ Pfeilhöhe des mittlern Bogens $= 2,65 + 0,35 - 0,5 \cdot 0,795 = 2,60^m$, $l_1 =$ Abstand der Kämpfermitten $= 15,7 + 2 \cdot 0,50 \cdot 0,606 = 16,30^m$, $z_0 = 0,70 + 0,77 + 0,5 \cdot 1,25 = 2,10^m$ ist, somit $\operatorname{tg}^2 \varphi_0 = \frac{4 \cdot 2,6^2}{8,15^2} \cdot \frac{2,1 + 0,5 \cdot 2,6}{2,1 + 0,14 \cdot 2,6} = 0,563$, $\operatorname{tg} \varphi_0 = 0,752$, $\cos \varphi_0 = 0,80$.

Bei Einsetzung von $\cos \varphi_0$ in die Formeln der Hütte erhält man zunächst für einseitige Belastung mit p_2 als Abweichung der Stützlinie von der Mitte des Scheitels nach Winkler $e = \frac{5}{16} \cdot \frac{d^2}{f_1} = \frac{5}{16} \cdot \frac{0,85^2}{2,6} = 0,087$ rd. $0,09^m$

($d =$ mittlere Gewölbestärke $= \frac{0,7 + 1}{2}$), und von der Mitte des Kämpfers nach Müller-Breslau

$$e_1 = \cos \varphi_0 \left(2e \pm \frac{1}{8} \cdot \frac{p_2 f_1}{e + 0,14 f_1} \right) = 0,80 \left(2 \cdot 0,087 \pm \frac{1}{8} \cdot \frac{1,25 \cdot 2,6}{0,77 + 0,14 \cdot 2,6} \right) = \pm 0,43^m$$

(bei linksseitiger Belastung liegt e nach oben, positives e_1 links nach unten und negatives e_2 rechts nach oben).

Die Formel für H ergibt bei der Normalbelastung durch Eigengewicht und halbe Verkehrslast $\frac{p_2}{2}$ mit $z_0 = 2,10^m$: $H = \frac{0,15 \cdot 15,7^2}{2,65} \left(2,10 + \frac{2,65}{10} \right) = 33 \text{ cbm}$ oder $33 \cdot 2,4 = 79,2^t$ (derselbe Horizontalschub gilt auch für einseitige Belastung mit p_2), und hierfür sind die Abstände der Stützlinie von der Mittellinie bei $\frac{l}{5}$ (38) $\frac{\delta'}{2} = \frac{0,01 \cdot 1,25 \cdot 15,7^2}{33} \cdot 0,977 = 0,09^m$ und am Kämpfer (39) $\frac{\delta''}{2} = 0,0125 \cdot \frac{1,25 \cdot 15,7^2 \cdot 0,80}{33} = 0,09^m$ (letzteres ist nach obigem zu klein).

Die Werte für H und G lassen sich angenähert auch aus dem Rechteck mit der Länge $\frac{l_2}{2} = 8,45^m$ und der Höhe $f + z_0 = 2,65 + 2,10 = 4,75^m$ und aus dem Parabelsegment $\frac{2}{3} \cdot \frac{l f}{2} = \frac{2}{3} \cdot 7,85 \cdot 2,65 = 13,87$ mit dem Schwerpunktsabstand $\frac{3}{8} \cdot 7,85 = 2,95^m$ bestimmen (s. S. 39, Theor. Berechnung der Betoneisenkonstr. von Pilgrim 1906),

so daß $\frac{4,75 \cdot 8,45^2}{2} - 13,87 \cdot 2,95 = x_0 (4,75 \cdot 8,45 - 13,87)$ oder $x_0 = \frac{128,66}{26,27} = 4,89^m$ wird. Es ist alsdann

$H \cdot 2,60 = 26,27 \cdot 2,4 (8,15 - 4,89)$ und $H = 79,1^t$, und bei Zusammensetzung von H mit G für einseitige Belastung $= 63,05 + 8,45 \cdot 0,625 = 68,3^t$ wird $R = \sqrt{68,3^2 + 79,1^2} = 104,5^t$. Die Maximalspannung am Kämpfer wird daher für $e_1 = +0,43^m$, $\sigma_u^0 = -\frac{R}{F} \left(1 \mp \frac{6e_1}{d} \right) = -\frac{104500}{100 \cdot 100} \left(1 \mp \frac{6 \cdot 43}{100} \right) = \pm 16,5^{\text{kg}}$

2. Bestimmung der richtigen Gewölbeform und deren Berechnung durch Stützlinien.

Nachdem die Stärke und Form des Gewölbes auf Grund obiger Formeln angenähert bestimmt worden ist, kann eine Prüfung derselben durch die eingezeichneten Stützlinien stattfinden, und es kommen hierbei nach dem Handbuch der Ingenieurwissenschaften (Brückenbau, Teil II 1, 1904) vier verschiedene Stützlinien in Betracht.

Die erste entspricht der Normalbelastung aus Eigengewicht und halber Verkehrslast $\frac{p_2}{2}$, und es genügt, hierfür die halben Stützlinien für Eigengewicht und für Vollbelastung p_1 durch die Mitten der Kämpfer- und Scheitelfugen zu legen, und die für die Normalbelastung zu bestimmende richtige Gewölbeform aus dem Mittel (oder für $\frac{p_2}{2}$ statt p_1 , dem Verhältnis $\frac{p_2}{2p_1}$) der Differenz der Abweichungen von der Mittellinie des Gewölbes zu bestimmen.

Die zweite und dritte Stützlinie, welche auch Maximal- und Minimallinie genannt werden (weil H dadurch ein Maximum und ein Minimum wird) entsprechen der Hebung des Gewölbes (für Eigengewicht) und der Senkung desselben (für Vollbelastung), wie sie auch bei Temperaturänderungen durch die Ausdehnung oder die Zusammenziehung des Gewölbes erscheinen. Diese Stützlinien können mit Hilfe derselben Kräftepläne für Eigengewicht und Vollbelastung gezeichnet werden, und da sie symmetrisch zur Gewölbeachse liegen, so genügt auch hierfür die Hälfte, welche bei der zweiten Stützlinie durch das obere Drittel im Kämpfer und das untere Drittel im Scheitel, und bei der dritten durch das untere Drittel im Kämpfer und das obere Drittel im Scheitel geht. Werden die Temperaturspannungen bei steinernen Gewölben nicht berechnet, so dient die Aufzeichnung dieser Stützlinien zur erhöhten Sicherheit des Gewölbes, indem sie auch Verschiebungen der Widerlager und Pfeiler nach innen oder außen berücksichtigen und dadurch die Maximalspannungen für die möglichen Kämpfer- und Scheiteldrücke hervorrufen.

Die vierte Stützlinie für einseitige Belastung mit p_2 ist bei linksseitiger Belastung durch das innere und äußere Drittel der linken und rechten Kämpferfuge und durch die Mitte der Scheitelfuge zu legen, und dieselbe entspricht angenähert der aus der Elastizitätstheorie (für obige Werte von e , e_1 und e_2) abgeleiteten Stützlinie, und sie bestimmt auch die Stärke der Bruchfuge bei $\frac{l}{5}$ Abstand vom Scheitel. Bei der Aufzeichnung dieser Stützlinien werden zuerst die Höhen der Hinterfüllung mit dem spezifischen Gewicht 2,2 und des Schotterbetts mit dem spezifischen Gewicht 2,0 auf das spezifische Gewicht 2,4 des Gewölbes reduziert und für die Verkehrsbelastung die konstanten Höhen 0,92 m rechts und 1,25 m links aufgetragen.

Bei Einteilung der (durch die gestrichelten Linien angedeuteten) reduzierten Belastungsflächen in Lamellen von 1 m Breite sind die mittlern Höhen derselben (mit $\frac{1}{4}$ der Höhen beim Maßstab 1:50) in den Kräfteplänen rechts für Eigengewicht und Vollbelastung mit 0,92 m und links für Eigengewicht und einseitige Belastung mit 1,25 m Belastungshöhe zusammensetzen und bei beliebigem Polabstand durch Parallelen zu den Strahlen der Kräftepläne die zugehörigen Seilpolygone zu bestimmen, aus welchen sich dann die Resultanten der Belastungsflächen rechts und links ergeben (die Gewichte der Lamellen können auch berechnet und direkt zusammengesetzt werden).

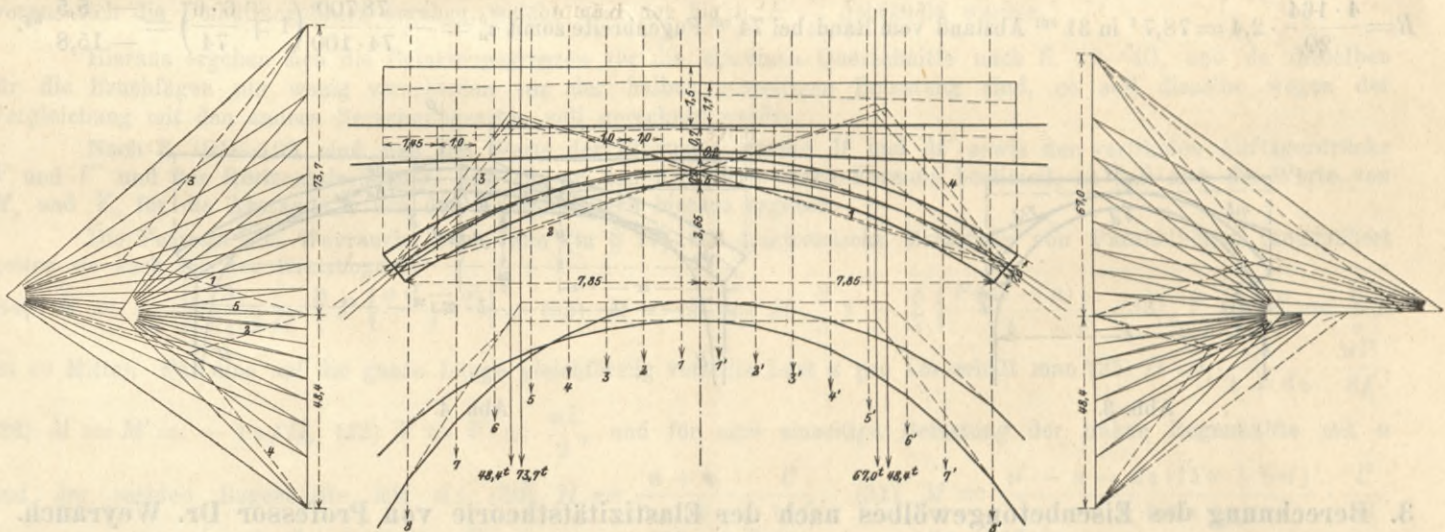


Abb. 2.

Durch die angenommenen Kämpfer- und Scheitelpunkte der Stützlinien werden dann die Linien 1 und 2 bis zu diesen Resultanten gezogen, und von hier aus die Linien 3 und 4 zu den Kämpferpunkten, und aus den Parallelen zu 1—4 in den Kräfteplänen erhält man ihre Größe und aus den Resultanten 5 von 1 und 2 die Pole der Kräftepläne für die Stützlinien, welche durch die drei angenommenen Punkte hindurchgehen.

Die Resultanten G der Belastungsflächen können auch (ohne Aufzeichnung der Seilpolygone) durch Rechnung aus den statischen Momenten der Lamellengewichte in Beziehung auf die Scheitelpunkte bestimmt werden (indem $x_0 \cdot G = \sum x \cdot g$ ist, und hieraus x_0 berechnet werden kann). Ebenso kann der genaue Polabstand der Kräftepläne für die Stützlinien aus $H = \left(\frac{l}{2} - x_0\right) \frac{G}{f}$ bestimmt werden (wo f = dem vertikalen Abstand der Kämpfer- und Scheitelpunkte ist), und bei den Kräfteplänen rechts dient die Horizontale durch die Scheitelpunkte bis zur Resultante G zu einer genauern Bestimmung der Kämpferdrücke R und des Polabstands für die Stützlinien, welche am besten von dem Scheitel ausgehend aufgezeichnet werden.

Nach der Stützlinie für die Normalbelastung durch das Eigengewicht und die halbe Verkehrslast $\frac{p_2}{2}$ ist nun die Form des Gewölbes abzuändern (bei der Berechnung nach der Elastizitätstheorie wird sie gewöhnlich nach der Stützlinie für das Eigengewicht bestimmt), und bei Annahme der Gewölbestärken sind auch die andern Stützlinien (insbesondere die vierte) zu berücksichtigen, damit die Stützlinien überall innerhalb der Kernpunkte (bei $\frac{1}{3}$ Abstand vom Rand) bleiben und keine Zugspannungen im Gewölbe auftreten (beim Beton könnten kleine Zugspannungen von 3—4 kg zugelassen werden).

Da sich bei flachen Gewölben die Stützlinien für Eigengewicht (links) und Vollbelastung (rechts) nur wenig (hier 8 cm und 2 cm) von dem mittlern Kreisbogen entfernen, so kann wenigstens bei Eisenbetongewölben der Kreisbogen (statt beliebiger Kurven oder Korbbögen) als Gewölbeform beibehalten werden, und aus den verschiedenen Stützlinien erhält man nun die Maximalspannungen des Gewölbes.

Aus den Kräfteplänen I ergibt sich für Eigengewicht und Vollbelastung in der Kämpfermitte (für $\frac{1}{4}$ der mittlern Höhen der Lamellen des Gewölbes im Maßstab 1:50): $R = \frac{4 \cdot 230 \cdot 50}{1000} \cdot 1 \cdot 2,4 = 110,4^t$, somit $\sigma = \frac{110400}{100 \cdot 100} = -11,0 \text{ kg/qcm}$ und im Scheitel $H = \frac{4 \cdot 182}{20} \cdot 2,4 = 87,4^t$ somit $\sigma = \frac{87400}{70 \cdot 100} = -12,5 \text{ kg/qcm}$.

Bei II erhält man für Eigengewicht $R = \frac{4 \cdot 171}{20} \cdot 2,4 = 82,1^t$ in $\frac{1}{3}$ Abstand vom Rand, somit $\sigma = \frac{2 \cdot 82100}{100 \cdot 100} = -16,4 \text{ kg/qcm}$ und im Scheitel $H = \frac{4 \cdot 139}{20} \cdot 2,4 = 66,7^t$ somit $\sigma = \frac{2 \cdot 66700}{70 \cdot 100} = -19,1 \text{ kg/qcm}$.

Bei III erhält man für Vollbelastung $R = \frac{4 \cdot 213}{20} \cdot 2,4 = 102,2^t$ in $\frac{1}{3}$ Abstand vom Rand, somit $\sigma = \frac{2 \cdot 102200}{100 \cdot 100} = -20,4 \text{ kg/qcm}$ und im Scheitel $H = \frac{4 \cdot 160}{20} \cdot 2,4 = 76,8^t$ somit $\sigma = \frac{2 \cdot 76800}{70 \cdot 100} = -21,9 \text{ kg/qcm}$. Bei IV erhält man für linksseitige Belastung am Kämpfer links (und rechts) $R = \frac{4 \cdot 217}{20} \cdot 2,4 = 104,2^t$ in $\frac{1}{3}$ Abstand vom Rand, somit $\sigma = \frac{2 \cdot 104200}{100 \cdot 100} = -20,8 \text{ kg/qcm}$ und im Scheitel $H = \frac{4 \cdot 162}{20} \cdot 2,4 = 77,8^t$ in der Mitte, somit $\sigma = \frac{77800}{70 \cdot 100} = -11,1 \text{ kg/qcm}$. In der Bruchfuge bei 3 m Abstand vom Scheitel erhält man links $R = \frac{4 \cdot 165}{20} \cdot 2,4 = 79,2^t$ in 28 cm Abstand vom Rand bei 74 cm Fugenbreite somit $\sigma_u^0 = -\frac{79200}{74 \cdot 100} \left(1 \pm \frac{6 \cdot 9}{74}\right) = -2,9 \text{ kg/qcm}$ und rechts $R = \frac{4 \cdot 164}{20} \cdot 2,4 = 78,7^t$ in 31 cm Abstand vom Rand bei 74 cm Fugenbreite somit $\sigma_u^0 = -\frac{78700}{74 \cdot 100} \left(1 \mp \frac{6 \cdot 6}{74}\right) = -15,8 \text{ kg}$.

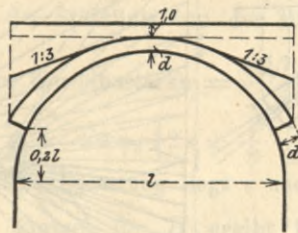


Abb. 3.

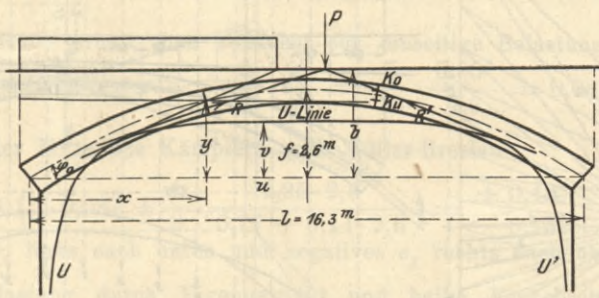


Abb. 4.

3. Berechnung des Eisenbetongewölbes nach der Elastizitätstheorie von Professor Dr. Weyrauch.

Das mit Stützlinien berechnete Gewölbe würde daher für 25 (30) kg/qcm zulässiger Spannung bei Beton 1:7 $\frac{1}{2}$ (1:6) genügen, aber die aus der Elastizitätstheorie abgeleiteten Formeln von Winkler und Müller-Breslau ergeben schon ein Maximum von -37,4 kg Druck und +16,5 kg Zug, und außerdem kommen bei Betongewölben noch größere Temperaturspannungen hinzu, so daß bei flachen Gewölben entweder ein Dreigelenkbogen (bei welchem die Temperaturspannungen verschwinden) oder ein Eisenbetongewölbe (bei welchem die Zugspannungen durch das Eisen aufgenommen werden) oder auch ein Betongewölbe mit versenkten Widerlagern (indem bei hohen Gewölben die Temperaturspannung viel kleiner wird) anzuwenden ist.

Bei steinernen Gewölben wirkt die Temperatur weniger ungünstig, indem nach der Hütte der Elastizitätsmodul E für Ziegel = 28000 kg/qcm, für Bruchstein = 60000 kg/qcm, für Sandstein usw. im Mittel = 50000 kg/qcm und auch der Temperaturexpansionskoeffizient für 1°C = 0,000008 (bei Sandstein 0,000012) ist, während für Beton die Werte $E = 150000 \text{ kg/qcm}$ und bei Eisenbeton 1:4 sogar = 200000 kg/qcm und $\alpha = 0,000012$ anzunehmen sind.

Bei steinernen Gewölben sind auch kleine Zugrisse durch die Temperatureinflüsse in den Fugen ungefährlich, und es sind z. B. die aus hartem Kalkstein bestehenden Gewölbe der Albulabahn (s. Hennings Technisches von der Albulabahn 1904) von 10—30 m Spannweite ohne solche berechnet worden, und die Scheitel-(Kämpfer-)stärken sind

hierbei angenähert durch die Formel $\frac{1,4 + 0,07l^m}{3(2)}$ ausgedrückt (dagegen wurde die Solisbrücke von 42^m Spannweite nach der Elastizitätstheorie und mit Berücksichtigung der Temperatureinflüsse von + 10 bis - 15⁰ berechnet) s. Abb. 3. Auch bei Eisenbetongewölben schaden feine Risse in der Nähe des Kämpfers weniger als im Scheitel, und da die Widerlager infolge des Horizontalschubs (besonders bei flachen Gewölben) nachgeben können, so ist folgendes anzunehmen: Die Berechnung nach den in Abschnitt I und II angegebenen Methoden kann für steinerne Gewölbe und für Eisenbetongewölbe angewendet werden, indem bei erstern die Temperaturspannungen vernachlässigt werden können (nur sind die aus der Elastizitätstheorie abgeleiteten Formeln am Kämpfer zu berücksichtigen, welche für Annahme eines veränderlichen Querschnitts für J in der Berechnung nur mit zirka $0,8 \cdot e_1$ in Betracht kommen), und bei letztern die durch Temperaturänderungen hervorgerufenen Zugspannungen vom Eisen aufgenommen werden (und zwar genügt es, bei flachen Gewölben am Kämpfer mit der halben Temperaturspannung zu rechnen, während am Scheitel besser die ganze Temperaturspannung zu berücksichtigen ist, da hier eine Drehung oder Verschiebung des Widerlagers ungünstig wirkt). Bei eingespannten Beton- und Eisenbetongewölben ist daher eine auf I und II beruhende genauere Berechnung des Gewölbes mit Hilfe der Elastizitätstheorie erforderlich, welche von Professor Weyrauch in dem Buch: „Die elastischen Bogenträger 1897“ auch für eingespannte Gewölbe durchgeführt worden ist.

Zur Bestimmung der Kämpferdrücke dient nach S. 104—105 die Kämpferdruck- oder S -Linie mit ihrem vertikalen Abstand $b = \frac{3 + 8\varepsilon}{5} \cdot 2f$ (angenähert $= \frac{6}{5}f$), worin nach S. 64: $\varepsilon = \frac{15\gamma}{8} \left(\frac{r-f}{r \cdot f} \right)^2$ und

$\gamma = \frac{J}{F} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{h^2}{12}$ ist, so daß sie für die parabolische Form des Gewölbes einer Geraden entspricht (die Abweichung für Kreisbögen ist nicht groß, so daß sie angenähert auch hierfür verwandt werden kann, s. Abb. 4.)

Bei Einsetzung von $f = 2,6^m$ und $2r \cdot 2,6 = 8,15^2 + 2,6^2$ erhält man den Radius der Mittellinie $r = 14,07^m$, und da ein mittleres Trägheitsmoment für $h = 1^m$ im Kämpfer und $h = 0,7^m$ im Scheitel angenommen wird, so ist $\gamma = \frac{1^2 + 0,7^2}{12 \cdot 2} = \frac{0,745}{12}$ und $\varepsilon = \frac{15 \cdot 0,745}{12 \cdot 8} \cdot \left(\frac{14,07 - 2,6}{14,07 \cdot 2,6} \right)^2 = 0,0115$, somit $b = \frac{3 + 8 \cdot 0,0115}{5} \cdot 2 \cdot 2,6 = 3,20$ (angenähert $3,12^m$).

Für eine beliebige Einzellast P erhält man die Kämpferdrücke R und R' durch Tangenten an die Umhüllungs-
linien U und U' , deren Ordinaten $v = \frac{2}{3}f - \frac{1 + 6\varepsilon}{15} \cdot \frac{f}{l \cdot u} (l - 2u)^2 = 1,73 - 0,185 \frac{(16,3 - 2u)^2}{16,3 \cdot u}$ sind. Bei Ein-
setzung von u erhält man für $u = 0$, $v = -\infty$; $u = \frac{l}{32} = 0,51^m$, $v = -3,48^m$ (nach unten); $u = \frac{l}{16} = 1,02^m$,
 $v = -0,54^m$; $u = \frac{l}{8} = 2,04^m$, $v = 0,91^m$; $u = \frac{l}{4} = 4,08^m$, $v = 1,56^m$; $u = \frac{l}{2} = 8,15^m$, $v = \frac{2}{3}f = 1,73^m$,
woraus sich die Umhüllungslinien ergeben, welche aber nur bis $u = \frac{l}{4}$ gebraucht werden.

Hieraus ergeben sich die Belastungsgrenzen für die einzelnen Querschnitte nach S. 39—40, und da dieselben für die Bruchfugen nur wenig verschieden von der halben einseitigen Belastung sind, so soll dieselbe wegen der Vergleichung mit den andern Berechnungsarten voll gerechnet werden.

Nach S. 101—103 sind nun die Werte der Biegemomente M und M' sowie der vertikalen Auflagerdrücke V und V' und der Horizontalschübe H und H' an den Kämpfern durch Formeln bestimmt, so daß sich die Werte von M_x und V_x für die Abstände x von den Kämpfermitten hieraus ergeben.

Die Formeln von Weyrauch lauten nun (in § 17) für symmetrische Belastung von Parabelbögen (angenähert gelten sie auch für den Kreisbogen):

$$(34) H = \frac{15}{(1 + 6\varepsilon) 2fl} \sum_0^m P \left\{ \frac{a(l-a)}{l} \right\}^2, \quad (35) M = M' = H \cdot \frac{2}{3} f - \sum_0^m \left\{ \frac{Pa(l-a)}{l} \right\}, \quad (36) V = V' = \sum_0^m P$$

($m =$ Mitte). Für eine auf die ganze Länge gleichförmig verteilte Last u pro lm erhält man (25) $H = \frac{1}{1 + 6\varepsilon} \cdot \frac{ul^2}{8f}$,

$$(26) M = M' = -4\varepsilon fH, \quad (22) V = V' = \frac{ul}{2}, \quad \text{und für eine einseitige Belastung der linken Bogenhälfte mit } u$$

und der rechten Bogenhälfte mit u' : (30) $H = \frac{u + u'}{1 + 6\varepsilon} \cdot \frac{l^2}{16f}$, (31) $M = \frac{u' - u - 2\varepsilon(11u + 5u')}{1 + 6\varepsilon} \cdot \frac{l^2}{64}$,

$$(32) M' = \frac{u - u' - 2\varepsilon(5u + 11u')}{1 + 6\varepsilon} \cdot \frac{l^2}{64}, \quad (29) V = \left(\frac{13u + 3u'}{32} \right) l, \quad V' = \left(\frac{3u + 13u'}{32} \right) l.$$

Für Temperaturänderungen ist (15) $H_t = \frac{E \cdot c}{1 + 6\varepsilon} \cdot \frac{45}{4f^2} \cdot \alpha \cdot \tau$, (16) $M = H \cdot \frac{2}{3} f$, worin (nach S. 64) $c = J \cdot \cos \varphi$ ist.

Die Mittelwerte für $J = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{1 \cdot 1^3 + 0,7^3}{12} = 0,056^m^4$ und für φ aus $\text{tg } \varphi_0 = \frac{l}{2(r-f)} = \frac{16,3}{2(14,07 - 2,6)} = 0,7105$

am Kämpfer oder $\frac{\varphi_0}{2} = 17^\circ 41,8'$ sind hierbei einzusetzen, so daß $c = 0,056 \cdot 0,953 = 0,0534$ wird. Ferner ist für Eisenbeton $1:4$ $E = 200\,000 \text{ kg/qcm}$ und $\alpha = 0,00012$ für 1°C , $\tau = \pm 20^\circ \text{C}$ für eine mittlere Temperatur von $+10^\circ \text{C}$, ε (s. oben) $= 0,0115$.

In Formel (34) ist der Quotient $\frac{15}{(1 + 6 \cdot 0,0115) 2 \cdot 2,6 \cdot 16,3} = 0,166$, so daß H und M sich folgendermaßen ergeben:

Lamelle	8	7	6	5	4	3	2	1	Σ 1-8
P (für Eigengewicht) ... t	12,74	7,59	6,33	5,48	4,70	4,13	3,79	3,60	48,4
a m	0,45	1,65	2,65	3,65	4,65	5,65	6,65	7,65	
$l-a$ m	15,85	14,65	13,65	12,65	11,65	10,65	9,65	8,65	
$\frac{a(l-a)}{l}$	0,44	1,48	2,22	2,84	3,33	3,70	3,94	4,06	
$H=0,166 \cdot P \left\{ \frac{a(l-a)}{l} \right\}^2$ t	0,41	2,76	5,17	7,35	8,63	9,39	9,75	9,84	53,3
$P \left\{ \frac{a(l-a)}{l} \right\}$ mt	5,61	11,24	14,06	15,56	15,66	15,30	14,94	14,62	107,0

Man erhält daher für Eigengewicht (34) $H = 53,3^t$, (35) $M = M' = \frac{53,3 \cdot 2,6 \cdot 2}{3} = 107 = -14,6^{mt}$,
 (33) $V = V' = 48,4^t$. Für Vollbelastung mit $u = 2,2 \frac{t}{m}$ kommt hinzu (25) $H = \frac{1}{1 + 6 \cdot 0,0115} \cdot \frac{2,2 \cdot 16,3^2}{8 \cdot 2,6} = 26,3^t$
 zusammen $79,6^t$, (26) $M = M' = -4 \cdot 0,0115 \cdot 2,6 \cdot 26,3 = -3,2^{mt}$ zusammen $-17,8^{mt}$, (22) $V = \frac{2,2(16,3 + 0,6)}{2} = 18,6^t$ zusammen 67^t .

Für linksseitige Belastung mit $u = 3 \frac{t}{m}$ und $u' = 0$ kommt hinzu: (30) $H = \frac{3}{1 + 6 \cdot 0,0115} \cdot \frac{16,3^2}{16 \cdot 2,6} = 17,9^t$ zu-
 sammen $71,2^t$, (31) $M = \frac{-3 - 2 \cdot 0,0115 \cdot 11 \cdot 3}{1 + 6 \cdot 0,0115} \cdot \frac{16,3^2}{64} = -14,7^{mt}$ zusammen $-29,3^{mt}$, (32) $M' = \frac{3 - 2 \cdot 0,0115 \cdot 5 \cdot 3}{1 + 6 \cdot 0,0115} \cdot \frac{16,3^2}{64} = +10,3^{mt}$ zusammen $-4,3^{mt}$, (29) $V = \frac{13 \cdot 3 \cdot 16,3}{32} + 0,9 = 20,8^t$ zusammen $69,2^t$, $V' = \frac{3 \cdot 3 \cdot 16,3}{32} = 4,6^t$
 zusammen 53^t (bei V ist die Belastung bis zum Gewölbeende zu rechnen).

Aus diesen Werten für H , M und V am Kämpfer erhält man im Abstand x von der Kämpfermitte (4) und (28):
 $M_x = M + V \cdot x - H \cdot y - \sum_0^x P(x-a) - \frac{u \cdot x^2}{2}$, (5) und (27): $V_x = V - \sum_0^x P - u \cdot x$, ferner nach S. 6:
 $N_x = V_x \cdot \sin \varphi + H_x \cdot \cos \varphi$ und $T_x = V_x \cdot \cos \varphi - H_x \cdot \sin \varphi$ und hieraus $R_x = \sqrt{H_x^2 + V_x^2} = \sqrt{N_x^2 + T_x^2}$,
 $\text{tg } \psi = \frac{V_x}{H_x}$ und nach S. 27: $c = \frac{M_x}{N_x}$ (der Abstand c ist für dasselbe Vorzeichen von M_x und N_x positiv und liegt
 dann oben, und für verschiedenes Vorzeichen von M_x und N_x negativ, und liegt dann unten, s. Abb. 5).

Für die Temperaturspannungen erhält man nach S. 121: $M_x = M - H \cdot y$, $N_x = H \cdot \cos \varphi$ und $T_x = -H \cdot \sin \varphi$.

Die verschiedenen Werte von φ ergeben sich beim Kreisbogen aus $\sin \varphi = \frac{l-2x}{2r}$ und $\cos \varphi = \frac{r-f+y}{r}$,
 somit ist $y = r \cdot \cos \varphi - (r-f)$.

Die Maximalspannungen der Fugen sind nach S. 28 und 124: $\sigma_u^0 = \frac{N_x}{F} \pm \frac{M_x}{W}$ und für den rechteckigen Quer-
 schnitt $F = b \cdot h$ wird $W = \frac{b \cdot h^2}{6}$ und $\sigma_u^0 = \frac{1}{b \cdot h} \left(N_x \pm \frac{6 M_x}{h} \right)$.

Die Bestimmung der Maximalspannungen soll nun für die Kämpferfugen, die Scheitelfuge und die links und
 rechts bei 3^m Abstand vom Scheitel liegenden Bruchfugen stattfinden:

Am Kämpfer ist $\varphi = \varphi_0 = 35^\circ 23,8'$, $\cos \varphi = 0,815$, $\sin \varphi = 0,579$ (s. obige Formeln), somit für Eigen-
 gewicht: $M_x = M = -14,6^{mt}$, $V_x = V = 48,4^t$, $H_x = H = 53,3^t$, $R_x = \sqrt{48,4^2 + 53,3^2} = 72^t$, $N_x = 48,4 \cdot$
 $0,579 + 53,3 \cdot 0,815 = 71,5^t$, $c = \frac{-14,6}{71,5} = -0,2^m$ nach unten (T_x und ψ_x brauchen nicht berechnet zu werden,
 wenn die Stützlinie nicht aufgezeichnet wird und die Schubspannungen nicht berechnet werden), $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 100}$
 $\left(71500 \mp \frac{6 \cdot 1460000}{100} \right) = \frac{+1,6}{-15,9} \text{ kg}$ (da N_x unten liegt, so entsteht oben Zug und unten Druck).

Für Vollbelastung mit $2,2 \frac{t}{m}$ erhält man $M_x = M = -17,8^{mt}$, $V_x = V = 67^t$, $H_x = H = 79,6^t$,
 $R_x = \sqrt{67^2 + 79,6^2} = 104^t$, $N_x = 67,0 \cdot 0,579 + 79,6 \cdot 0,815 = 103,6^t$, $c = \frac{-17,8}{103,6} = -0,17^m$,
 $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 100} \left(103600 \mp \frac{6 \cdot 1780000}{100} \right) = \frac{+0,3}{-21} \text{ kg}$.

Für einseitige Belastung mit $3 \frac{t}{m}$ erhält man bei Belastung links: $M_x = M = -29,3^{mt}$, $V_x = V = 69,2^t$,
 $H_x = H = 71,2^t$, $R_x = \sqrt{69,2^2 + 71,2^2} = 99,3^t$, $N_x = 69,2 \cdot 0,579 + 71,2 \cdot 0,815 = 98,1^t$, $c = \frac{-29,3}{98,1} = -0,30^m$,
 $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 100} \left(98100 \mp \frac{6 \cdot 2930000}{100} \right) = \frac{+7,9}{-27,4} \text{ kg}$ und bei Belastung rechts: $M_x = M = -4,3^{mt}$, $V_x = V =$
 $= 53^t$, $H_x = H = 71,2^t$, $R_x = \sqrt{53^2 + 71,2^2} = 88,8^t$, $N_x = 53 \cdot 0,579 + 71,2 \cdot 0,815 = 88,7^t$, $c = \frac{4,3}{88,7} = -0,05^m$,
 $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 100} \left(88700 \mp \frac{6 \cdot 430000}{100} \right) = \frac{-6,3}{-11,5} \text{ kg}$.

Am Scheitel ist $\varphi = 0$, $\cos \varphi = 1$, $\sin \varphi = 0$, somit $M_x = M + V \cdot x - H \cdot y - \sum_0^x P(x-a)$ und $V_x =$
 $= V - \sum_0^x P - u \cdot x$ und bei Anbringung des Gewichts $2,4^t$ der Lamelle links von der Kämpfermitte in der letztern
 für Eigengewicht (mit $u = 0$): $M_x = -14,6 + 48,4 \cdot 8,15 - 53,3 \cdot 2,6 - (0,5 \cdot 3,6 + 1,5 \cdot 3,79 + 2,5 \cdot 4,13 +$
 $+ 3,5 \cdot 4,70 + 4,5 \cdot 5,48 + 5,5 \cdot 6,33 + 6,5 \cdot 7,59 + 7,7 \cdot 12,74) + 2,4 \cdot 0,15 = 241,3 - 241,2 + 0,36 = +0,5^{mt}$, $N_x =$
 $= H_x = 53,3^t$, $V_x = 0$, $c = +\frac{0,5}{53,3} = +0,01^m$, $\sigma_u^0 = -\frac{1}{70 \cdot 100} \left(53300 \pm \frac{6 \cdot 50000}{70} \right) = \frac{-8,2}{-7} \text{ kg}$. Für Voll-
 belastung erhält man (mit $u = 2,2 \frac{t}{m}$) bei Anbringung der Vollbelastung links von der Kämpfermitte in der letztern

$$M_x = -17,8 + 67 \cdot 8,15 - 79,6 \cdot 2,6 - 241,2 - \frac{2,2 \cdot 8,45^2}{2} + 0,15 (2,4 + 0,66) = + 2 \text{ mt}, V_x = 67 - 48,4 - (8,15 + 0,3) \cdot 2,2 = 0, N_x = H_x = 79,6 \text{ t}, c = \frac{+ 2}{79,6} = + 0,03 \text{ m}, \sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 70} \left(79600 \pm \frac{6 \cdot 200000}{70} \right) = - 8,9 \text{ kg}$$

Für einseitige Belastung mit $3 \frac{t}{m}$ erhält man bei Belastung links: $M_x = -29,3 + 69,2 \cdot 8,15 - 71,2 \cdot 2,6 - 241,2 - \frac{3 \cdot 8,45^2}{2} + 0,15 (2,4 + 0,9) = + 1,7 \text{ mt}, V_x = 69,2 - 48,4 - 3 \cdot 8,45 = + 4,6 \text{ t}, N_x = H_x = 71,2 \text{ t}, R_x = \sqrt{71,2^2 + 4,6^2} = 71,3 \text{ t}, c = + \frac{1,7}{71,3} = + 0,03 \text{ m}, \sigma_u^0 = -\frac{1}{70 \cdot 100} \left(71200 \pm \frac{6 \cdot 170000}{70} \right) = - 12,3 \text{ kg}$ und bei Belastung rechts: $M_x = -4,3 + 53 \cdot 8,15 - 71,2 \cdot 2,6 - 241,2 + 0,15 \cdot 2,4 = + 1,7 \text{ mt}, V_x = 53 - 48,4 = + 4,6 \text{ t}, N_x = H_x = 71,2 \text{ t}, R_x = 71,3 \text{ t}, c = + 0,03 \text{ m}, \sigma_u^0$ wie bei linksseitiger Belastung.

In der Bruchfuge ist $x = 8,15 - 3 = 5,15 \text{ m}, \sin \varphi = \frac{16,3 - 2 \cdot 5,15}{2 \cdot 14,07} = 0,2132, \varphi = 12^\circ 18,6', \cos \varphi = 0,9770, y = 0,9770 \cdot 14,07 - (14,07 - 2,6) = 2,28 \text{ m}, h$ (s. S. 14) $= 0,7 + 1,62 (1 - 0,977) = 0,737 \text{ m}.$

Für linksseitige Belastung mit $3 \frac{t}{m}$ ist links $M_x = -29,3 + 69,2 \cdot 5,15 - 71,2 \cdot 2,28 - (0,5 \cdot 4,70 + 1,5 \cdot 5,48 + 2,5 \cdot 6,33 + 3,5 \cdot 7,59 + 4,7 \cdot 12,74) - \frac{3 \cdot 5,45^2}{2} + 0,15 (2,4 + 0,9) = + 7,8 \text{ mt}, V_x = 69,2 - (4,70 + 5,48 + 6,33 + 7,59 + 12,74) - 3 \cdot 5,45 = + 16 \text{ t}, H_x = 71,2 \text{ t}, R_x = \sqrt{16^2 + 71,2^2} = 73 \text{ t}, N_x = 16 \cdot 0,213 + 71,2 \cdot 0,977 = 73 \text{ t}, c = + \frac{7,8}{73} = + 0,11 \text{ m}, \sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 73,7} \left(73000 \pm \frac{6 \cdot 780000}{73,7} \right) = - 18,5 \text{ kg}$, und rechts: $M_x = -4,3 + 53 \cdot 5,15 - 71,2 \cdot 2,28 - 112,84 + 0,15 \cdot 2,4 = - 6,2 \text{ mt}, V_x = 53 - 36,84 = + 16,2 \text{ t}, H_x = 71,2 \text{ t}, R_x = \sqrt{16,2^2 + 71,2^2} = 73 \text{ t}, N_x = 16,2 \cdot 0,213 + 71,2 \cdot 0,977 = 73 \text{ t}, c = -\frac{6,2}{73} = - 0,09 \text{ m}, \sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 73,7} \left(73000 \mp \frac{6 \cdot 620000}{73,7} \right) = - 3,1 \text{ kg}.$

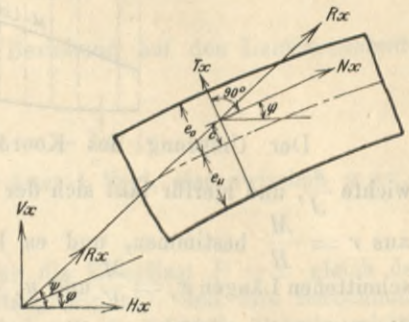


Abb. 5.

Die Temperaturspannungen ergeben sich aus $H_t = \frac{2000000 \frac{t}{qm} \cdot 0,0534 \text{ m}^4}{1,069} \cdot \frac{45}{4 \cdot 2,6^2} \cdot 0,000012 \cdot 20 = 39,9 \text{ t}, M = \frac{39,9 \cdot 2 \cdot 2,6}{3} = + 69,2 \text{ mt}$, und am Kämpfer ist $N_x = 39,9 \cdot 0,815 = + 32,5 \text{ t}$ und für $\tau = + 20^\circ \text{ C}, \sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 100} \left(32500 \pm \frac{6 \cdot 692000}{100} \right) = - 44,8 \text{ kg}$ (für $\tau = - 20^\circ \text{ C}$ entgegengesetzt).

Am Scheitel ist $M_x = M - H \cdot y = 69,2 - 39,9 \cdot 2,6 = - 34,6 \text{ mt}, N_x = 39,9 \text{ t}, \sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 70} \left(39900 \mp \frac{6 \cdot 346000}{70} \right) = + 36,7 \text{ kg}$. Bei 3 m Abstand ist $M_x = 69,2 - 39,9 \cdot 2,28 = - 21,8 \text{ mt}, N_x = 39,9 \cdot 0,977 = 39 \text{ t}, \sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 73,7} \left(39000 \mp \frac{6 \cdot 218000}{73,7} \right) = + 18,8 \text{ kg}$. Man erhält nun folgende Zusammenstellung der Gesamtspannungen:

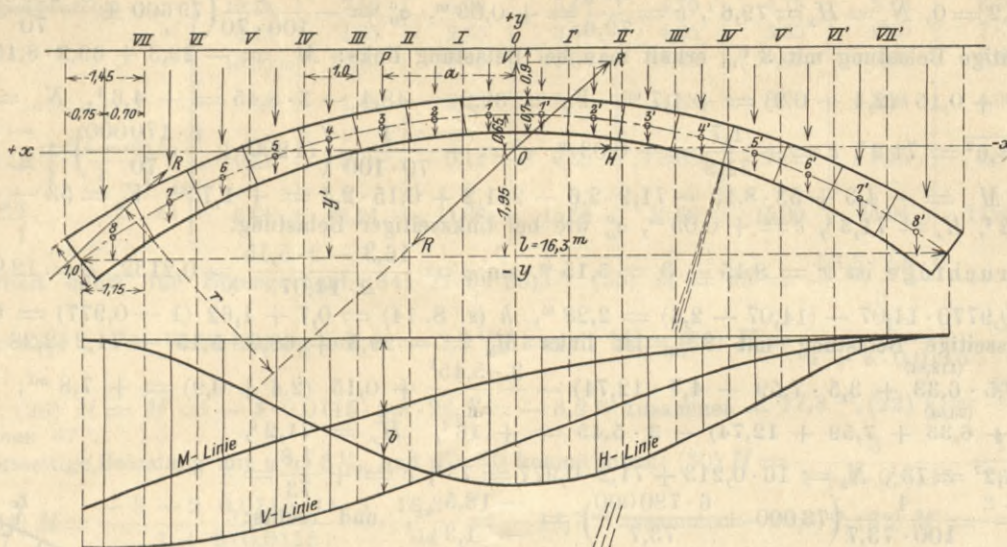
Belastung	Am Kämpfer				Am Scheitel			In der Bruchfuge		
	Spannung	Temperaturspannung	Gesamtspannung mit ganzer Temperaturspannung	Gesamtspannung mit halber Temperaturspannung	Spannung	Temperaturspannung	Gesamtspannung	Spannung	Temperaturspannung	Gesamtspannung
kg/qcm		für Ziegel				für Ziegel			für Ziegel	
Eigen-gewicht	σ_0 +1,6 σ_u -15,9	$\mp 4,2$ (σ_0)	-43,2 (+46,4) +22,4 (-54,2)	-20,8 (+24,0) + 3,2 (-35,0)	-8,2 -7,0	$\pm 3,4$ (σ_0)	+28,5 (-44,9) -55,1 (+41,1)	eins.Bel. links	$\pm 1,8$ (σ_0)	
Vollbelastung	σ_0 +0,3 σ_u -21,0	$\mp 44,8$ ($22,4$)	-44,5 (+45,1) +17,3 (-59,3)	-22,1 (+22,7) - 1,9 (-40,1)	-13,8 - 8,9	$\pm 36,7$	+22,9 (-50,5) -57,0 (+39,2)	-18,5 - 1,3	$\pm 18,8$	+ 0,3 (-37,3) -30,6 (+28,0)
eins. Bel. links	σ_0 +7,9 σ_u -27,4	(σ_u) $\pm 38,3$ ($19,1$)	-36,9 (+52,7) +10,9 (-65,7)	-14,5 (+30,3) - 8,3 (-46,5)	-12,3 - 8,1	(σ_u) $\mp 48,1$	+24,4 (-49,0) -56,2 (+40,0)	eins. Bel. rechts	(σ_u) $\mp 29,3$	
eins. Bel. rechts	σ_0 -6,3 σ_u -11,5	für Ziegel $\pm 3,6$	-51,1 (+38,5) +26,8 (-49,8)	-28,7 (+16,1) + 7,6 (-30,6)	des-gleichen	für Ziegel $\mp 4,5$	desgleichen	- 3,1 -16,8	für Ziegel $\mp 2,7$	+15,7 (-21,9) -46,1 (+12,5)

4. Berechnung des Eisenbetongewölbes nach der Elastizitätstheorie von Professor Mörsch.

In der Schweizer Bauzeitung 1906, Bd. XLVII, S. 83, ist eine (auch als Sonderabdruck und im Betonkalender 1908 veröffentlichte) Berechnung von eingespannten Gewölben enthalten, in welcher mit Hilfe der Elastizitätstheorie die Werte von H, V und M bestimmt sind, und zwar in Beziehung auf ein Koordinatensystem durch einen auf der Symmetrieachse liegenden Punkt O .

Bei einem Gewölbe mit durchgehender Stirnmauer (1:10) kann die untengezeichnete Teilung der Lamellen von 1 m Breite gewählt werden (bei Straßenbrücken kommen auch Aussparungen zwischen Säulen vor, so daß die elastischen Elemente zwischen den letztern anzunehmen sind), und in den durch Ringe bezeichneten Mittelpunkten derselben sind die elastischen Gewichte der Gewölbeabschnitte 1,2 usw. $w = \frac{s}{J}$ anzubringen, wo $s =$ Länge des mittlern Bogenabschnitts, $J = \frac{b \cdot h^3}{12} =$ Trägheitsmoment der mittlern Höhe, x und $y =$ Abszisse und Ordinate des Mittelpunkts in Beziehung auf das Koordinatensystem durch O ist.

Die Anbringung von zwei gleich und entgegengesetzt gerichteten Kräften R in O ändert nichts an dem Gleichgewichtszustand, und man erhält nun das Moment $M = R \cdot r$ und die in O wirkenden Kräfte H und V .



Der Ursprung des Koordinatensystems O wichte $\frac{s}{J}$, und hierfür läßt sich der Abstand r der im aus $r = \frac{M}{R}$ bestimmen, und es lassen sich auch schnittenen Längen $x_r = \frac{M}{V}$ und $y_r = \frac{M}{H}$ berechnen, die Stützlinie aufzeichnen will.

Für den Halbmesser $r = 14,07 \text{ m}$ des zurechnen: $\sin \varphi_1 = \frac{0,5}{14,07}$, $\sin \varphi_2 = \frac{1,5}{14,07}$ usw., $= 2,60 - 14,07 (1 - \cos \varphi)$, $s = \frac{1(1,15)}{\cos \varphi}$ und Abb. 6) $= 2,32 - 1,62 + 1,62 - 1,62 \cdot \cos \varphi =$

entspricht dem Schwerpunkt der elastischen Ge-Kämpfer wirkenden Resultante $R = \sqrt{H^2 + V^2}$ die durch R auf den Koordinatenachsen abgewenn man die Kämpferdrücke bestimmen oder

mittlern Bogens sind nun folgende Werte aus-ferner $y' = 14,07 \cdot \cos \varphi - (14,07 - 2,6) =$ $h = 15,27 - 12,95 - 1,62 \cdot \cos \varphi$ (siehe $= 0,7 + 1,62 (1 - \cos \varphi)$.)

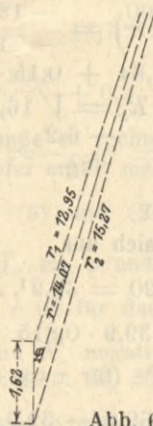


Abb. 6.

Man erhält diese Werte am schnellsten mit Hilfe des Rechenstabes in folgender Tabelle:

Lamelle r	1	2	3	4	5	6	7	8	(Kämpfer) $\Sigma 1-8$
$\sin \varphi_r$	0,0355	0,1066	0,1777	0,2488	0,3198	0,3909	0,4620	0,5384	0,5792
φ_r (Gauß, Logarithmen, S. 113)	$2^0 2,1'$	$6^0 7,2'$	$10^0 14,1'$	$14^0 24,3'$	$18^0 38,9'$	$23^0 0,7'$	$27^0 31,2'$	$32^0 34,4'$	$35^0 23,8'$
$\cos \varphi_r$	0,9994	0,9943	0,9841	0,9685	0,9475	0,9204	0,8868	0,8427	0,8152
$y'_r = 2,60 - 14,07 (1 - \cos \varphi_r)$	2,59	2,52	2,38	2,16	1,86	1,48	1,01	0,39	0
$s_r = 1 + \frac{1 - \cos \varphi_r}{\cos \varphi_r}$	1,001	1,006	1,016	1,033	1,055	1,086	1,128	1,364	
$h_r = 0,7 + 1,62 (1 - \cos \varphi_r)$..	0,701	0,709	0,726	0,751	0,785	0,829	0,883	0,955	1,000
$J_r = \frac{1,0 \cdot h_r^3}{12}$ (für $b = 1$)	0,0287	0,0297	0,0319	0,0353	0,0403	0,0475	0,0574	0,0726	
$w_r = \frac{s_r}{J_r}$	34,9	33,9	31,9	29,3	26,2	22,9	19,7	18,8	$2 \times 217,6 = 435,2$
$\frac{s_r}{F_r} = \frac{s_r}{h_r}$ (für $b = 1$)	1,43	1,42	1,40	1,38	1,35	1,31	1,28	1,43	$2 \times 11,0 = 22,0$

Für einen Korbbogen aus zwei oder drei Kreisbögen ist auch die Mittellinie aus dem nach oben abgerundeten $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$ zu bestimmen oder das Gewölbe nach dieser Mittellinie anzunehmen (am besten mit den drei Bogenpunkten auf einer Vertikalen), und hierfür lassen sich die Werte $\alpha, \beta, bd, dm, eg, gm$ und γ ermitteln, und für x bzw. $x - eg$ erhält man dann die Werte für φ, y' und s wie in der Tabelle (h läßt sich aus der Zeichnung entnehmen oder wenn die drei Mittelpunkte auf einer Geraden liegen wie oben berechnen) und als Probe dient $\Sigma s = ab + bc = \frac{r'' \cdot \gamma}{180} \cdot \pi + \frac{r' \cdot \beta}{180} \cdot \pi$ (bei drei Kreisbögen verfährt man ähnlich und bei Annahme der Bogenendpunkte ist die Berechnung leicht durchzuführen) s. Abb. 7. Bei hohen Bögen mit starker Krümmung erhält man in obiger Tabelle genauere Werte, wenn die Ordinaten $y' = f - y'$ für I, II usw. aus $x^2 = y'' (2r - y'')$ berechnet werden, und $\text{tg } \varphi_1 = \frac{y'_0 - y'_1}{a (=1)}$, $\text{tg } \varphi_2 = \frac{y'_1 - y'_2}{a (=1)}$ gesetzt und hieraus $\varphi, \sin \varphi$ und $\cos \varphi$ berechnet wird (für x erhält man einen genaueren Wert aus $x = r \cdot \sin \varphi$).

Man erhält nun den Koordinatenursprung 0 graphisch oder durch Berechnung seines Abstands von der Scheitelmitte aus $z \cdot \Sigma w = \Sigma (2,6 - y) \cdot w$ oder

$$z = \frac{0,01 \cdot 34,8 + 0,08 \cdot 33,9 + 0,22 \cdot 31,9 + 0,44 \cdot 29,2 + 0,74 \cdot 26,2 + 1,12 \cdot 22,9 + 1,59 \cdot 19,7 + 2,21 \cdot 18,8}{217,6} = 0,65 \text{ m.}$$

Für diese Annahme des Koordinatenursprungs gelten nun die Formeln

$$H = \frac{\int \frac{M_0 \cdot y}{J} \cdot ds + E \cdot \alpha \cdot \tau \cdot l}{\int y^2 \cdot \frac{ds}{J} + \int \frac{ds}{F}} = \frac{\int M_0 \cdot dw \cdot y + E \cdot \alpha \cdot \tau \cdot l}{\int dw \cdot y^2 + \int \frac{ds}{F}} = \frac{\Sigma M_0 \cdot w_y + E \cdot \alpha \cdot \tau \cdot l}{\Sigma y \cdot w_y + \Sigma \frac{s}{F}} \quad (\text{für } w_y = w \cdot y),$$

$$V = \frac{\int \frac{M_0 \cdot ds}{J} \cdot x}{\int \frac{ds}{J}} = \frac{\int M_0 \cdot dw \cdot x}{\int dw \cdot x^2} = \frac{\Sigma M_0 \cdot w_x}{\Sigma x \cdot w_x} \quad (\text{für } w_x = w \cdot x),$$

$$M = \frac{\int \frac{M_0 \cdot ds}{J}}{\int \frac{ds}{J}} = \frac{\int M_0 \cdot dw}{\int dw} = \frac{\Sigma M_0 \cdot w}{\Sigma w} \quad \text{und es sind diese Summenausdrücke zu berechnen.}$$

In denselben ist M_0 das statische Moment der linksseitigen Kräfte P in Beziehung auf den Lamellenschnitt, und man erhält für $P=1$ und $M_0 = -1$ ($a-x$)

$$\Sigma M_0 \cdot w_y = -\sum_a^{\frac{l}{2}} w_y (a-x), \quad \Sigma M_0 \cdot w_x = -\sum_a^{\frac{l}{2}} w_x (a-x), \quad \Sigma M_0 \cdot w = -\sum_a^{\frac{l}{2}} w (a-x),$$

indem man nur dann einen Wert für M_0 erhält, wenn die Lamelle rechts von der Last 1 liegt, also zwischen $x = a$ und $x = -\frac{l}{2}$.

Die Summenausdrücke $w_x = w \cdot x$, $w_y = w \cdot y$, $w \cdot x^2$, $w \cdot y^2$ sind daher für die Einzellast $P=1$ gleich der Summe der statischen Momente der elastischen Gewichte w_x , w_y , w rechts vom Lastangriffspunkt, und ihre Berechnung geht für x und $y = 0,65 - (2,6 - y) = y' - 1,95$ vom Kämpfer rechts aus, so daß man die folgende Tabelle erhält:

Vertikale	Scheitel (1')	I' (2')	II' (3')	III' (4')	IV' (5')	V' (6')	VI' (7')	VII' (8')	$\Sigma 1'-8'$
x	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,575	
$y = y' - 1,95$	0,64	0,57	0,43	0,21	-0,09	-0,47	-0,94	-1,56	
w	34,9	33,9	31,9	29,3	26,2	22,9	19,7	18,8	$2 \times 217,6 = 435,2$
$w_x = w \cdot x$	17,4	50,8	79,7	102,5	117,9	125,9	128,0	142,4	Für x gilt von 1'-8' das negative Vorzeichen.
$w_y = w \cdot y$	22,3	19,3	13,7	6,2	-2,4	-10,8	-18,5	-29,3	$2 \times 3778 = 7556$
$w \cdot x^2$	8,7	76,3	199	359	531	693	832	1079	$2 \times 101 = 202$
$w \cdot y^2$	14,3	11,0	5,9	1,3	0,2	5,1	17,4	45,8	
$-\frac{l}{2}$ $1 \sum_a w_y (a-x)$	$305,7 + 21,8$ $\frac{22,3}{2} = 316,4$	$274,3 + 41,1$ $\frac{19,3}{2} = 305,7$	$226,3 + 54,8$ $\frac{13,7}{2} = 74,3$	$168,4 + 61$ $\frac{6,2}{2} = 226,3$	$108,6 + 58,6$ $\frac{2,4}{2} = 168,4$	$55,4 + 47,8$ $\frac{10,8}{2} = 108,6$	$16,9 + 29,3$ $\frac{18,5}{2} = 55,4$	$0,575 \cdot 29,3 = 16,9$	$47,8 = 29,3 + 18,5$ $58,6 = 47,8 + 10,8$ usw. y kann auch mit dem Vorzeichen eingesetzt werden.
Einflußordinaten für $H = \frac{1 \Sigma \dots}{\Sigma w \cdot y^2 + \Sigma \frac{s}{F}} (= 224)$	1,412	1,365	1,224	1,010	0,752	0,485	0,247	0,075	$2 \cdot 101 + 2 \cdot 11 = 224$
$-\frac{l}{2}$ $1 \sum_a w_x (a-x)$	$3020,7 + 747,2$ $\frac{17,4}{2} = 3776,6$	$2298,9 + 696,4$ $\frac{50,8}{2} = 3020,7$	$1642,3 + 616,7$ $\frac{79,7}{2} = 2298,9$	$1076,9 + 514,2$ $\frac{102,5}{2} = 1642,3$	$621,6 + 396,3$ $\frac{117,9}{2} = 1076,9$	$288,3 + 270,4$ $\frac{125,9}{2} = 621,6$	$81,9 + 142,4$ $\frac{128}{2} = 288,3$	$0,575 \cdot 142,4 = 81,9$	Die Werte I-VII bilden mit I'-VII' die Summe 1.
Einflußordinaten für $V = \frac{1 \cdot \Sigma \dots}{\Sigma w \cdot x^2 (= 7556)}$ (I-VII)	0,500	0,400	0,304	0,217	0,1425	0,0823	0,0382	0,0109	
	0,500	0,600	0,696	0,783	0,8575	0,9177	0,9618	0,9891	
$-\frac{l}{2}$ $1 \sum_a w (a-x)$	$564,8 + 182,7$ $\frac{34,9}{2} = 764,9$	$399,0 + 148,8$ $\frac{33,9}{2} = 564,8$	$266,2 + 116,9$ $\frac{31,9}{2} = 399,0$	$163,9 + 87,6$ $\frac{29,3}{2} = 266,2$	$89,4 + 61,4$ $\frac{26,2}{2} = 163,9$	$39,5 + 38,5$ $\frac{22,9}{2} = 89,4$	$10,8 + 18,8$ $\frac{19,7}{2} = 39,5$	$0,575 \cdot 18,8 = 10,8$	Die Werte I-VII sind um ihre Abstände x größer als I'-VII' (Kämpfer A).
Einflußordinaten für $M = \frac{1 \cdot \Sigma \dots}{\Sigma w (= 435,2)}$ (I-VII)	1,758	1,298	0,917	0,612	0,377	0,205	0,091	0,025	$\frac{l}{2} = 8,15$
	1,758	2,298	2,917	3,612	4,377	5,205	6,091	7,025	
P (Eigengewicht).....	3,60	3,79	4,13	4,70	5,48	6,33	7,59	12,74 (2,4)	48,36
$H 1'-8' (1-8)$	1,40	1,30	1,12	0,88	0,62	0,37	0,16	0,02	$2 \times 5,87 = 11,74$
$1'-8'$	0,45	0,35	0,26	0,18	0,11	0,06	0,02	0,00	1,43
$V 1-8$ (Einflußordinaten s. Abb. 6).....	0,55	0,65	0,74	0,82	0,89	0,94	0,98	1,00	6,57
$1'-8'$	1,51	1,09	0,75	0,49	0,30	0,15	0,06	0	8,00
$M 1-8$	2,01	2,59	3,25	3,99	4,80	5,65	6,56	7,70	4,35
									36,55
									40,90

Bei besonderer Berechnung der Lamelle links von der Kämpfermitte mit $P = 2,4^t$ erhält man dasselbe Resultat, indem $7,60 \cdot 10,34 + 8,15 \cdot 2,4 = 7,70 \cdot 12,14 = 98,1$ ist (dieselbe kann auch als Einzellast in dem Kämpferviertel angenommen werden).

Die so berechneten Summenausdrücke (bei deren Ausrechnung die Abstände $a = 1^m$ für die nächstfolgenden Werte weggelassen sind und $\frac{a}{2} = \frac{1}{2}$ eingesetzt ist) und hieraus bestimmten Einflußordinaten für H , V und M sind

nach Abb. 6 zur Bestimmung der Einflußlinien in I'—VII' und I—VII aufzutragen, und zwar in einem beliebigen Maßstab (z. B. für H fünffach, für V zehnfach, für M einfach in cm bei 1:50 Maßstab der Längen), und man erhält hieraus die Einflußordinaten für die Querschnitte der Einzellasten P (dieselben ergeben sich auch angenähert durch Rechnung als Mittel der berechneten Einflußordinaten, vgl. die Tabelle).

Durch Multiplikation dieser Einflußordinaten b mit den Einzellasten P erhält man für das Eigengewicht $H = \Sigma P \cdot b = 51,9^t$, $V = 48,4^t$, $M = 277,2^m$.

Bei gleichmäßiger Vollbelastung mit $2,2^t/m$ ist die Summe der Einflußordinaten für die Einzellasten P mit $2,2 \cdot 1$ (1,45) zu multiplizieren, und man erhält

$H = 51,9 + 2(5,85 \cdot 1 + 0,02 \cdot 1,45) \cdot 2,2 = 77,8^t$, $V = 48,4 + (7 \cdot 1 + 1 \cdot 1,45) \cdot 2,2 = 67^t$, $M = 277,2 + (33,20 \cdot 1 + 7,7 \cdot 1,45) \cdot 2,2 = 374,8^m$.

Für linksseitige Belastung mit $3^t/m$ ist $H = 51,9 + (5,85 \cdot 1 + 0,02 \cdot 1,45) \cdot 3 = 69,6^t$, $V = 48,4 + (5,57 \cdot 1 + 1 \cdot 1,45) \cdot 3 = 69,5^t$, $M = 277,2 + (28,85 \cdot 1 + 7,7 \cdot 1,45) \cdot 3 = 397,2^m$.

Für rechtsseitige Belastung mit $3^t/m$ ist $H = 69,6^t$, $V = 48,4 + (1,43 \cdot 1 + 0 \cdot 1,45) \cdot 3 = 52,7^t$, $M = 277,2 + (4,35 \cdot 1 + 0 \cdot 1,45) \cdot 3 = 290,3^m$.

Die Werte von M_x für die Mitte der Fugen ergeben sich aus $M_x = M + M_0 - H \cdot y - V \cdot x$, wo $M_0 =$ statisches Moment der linksseitigen Lasten und y sowie x mit den Vorzeichen des durch 0 gelegten Koordinatensystems einzusetzen sind. Ferner ist wie oben $N_x = V_x \cdot \sin \varphi + H_x \cdot \cos \varphi$, $V_x = V - \Sigma P$, $H_x = H$, $c = \frac{M_x}{N_x}$,

$\sigma_u^0 = -\frac{1}{b \cdot h} \left(N_x \pm \frac{6 M_x}{h} \right)$ (die Werte für R_x , T_x und ψ sind nur bei Aufzeichnung der Stützzlinie erforderlich, welche auch nach Abb. 5 aus H_x , V_x und c hervorgeht).

Man erhält somit am Kämpfer für Eigengewicht $H_x = 51,9^t$, $V_x = 48,4^t$, $M_x = 277,2 +$

$+ 51,9 \cdot 1,95 - 48,4 \cdot 8,15 = -16,5^m$, $N_x = 48,4 \cdot 0,579 + 51,9 \cdot 0,815 = 70,3^t$, $c = -\frac{16,5}{70,3} = -0,23^m$,

$\sigma_u^0 = -\frac{1}{100^2} \left(70300 \mp \frac{6 \cdot 1610000}{100} \right) = -16,7^m$.

Für Vollbelastung ist $H_x = 77,8^t$, $V_x = 67^t$, $M_x = 374,8 + 77,8 \cdot 1,95 - 67 \cdot 8,15 = -19,5^m$,

$N_x = 67 \cdot 0,579 + 77,8 \cdot 0,815 = 102,2^t$, $c = -\frac{19,5}{102,2} = -0,19^m$, $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100^2} \left(102200 \mp \frac{6 \cdot 1950000}{100} \right) =$

$+ 1,5^m$.

Für einseitige Belastung links ist $H_x = 69,6^t$, $V_x = 69,5^t$, $M_x = 397,2 + 69,6 \cdot 1,95 - 69,5 \cdot 8,15 = -33,5^m$,

$N_x = 69,5 \cdot 0,579 + 69,6 \cdot 0,815 = 97^t$, $c = -\frac{33,5}{97} = -0,35^m$, $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100^2} \left(97000 \mp \frac{6 \cdot 3350000}{100} \right) = -29,8^m$.

Für einseitige Belastung rechts ist $H_x = 69,6^t$, $V_x = 52,7^t$, $M_x = 290,3 + 69,6 \cdot 1,95 - 52,7 \cdot 8,15 = -3,5^m$,

$N_x = 52,7 \cdot 0,579 + 69,6 \cdot 0,815 = 87,2^t$, $c = -\frac{3,5}{87,2} = -0,04^m$, $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100^2} \left(87200 \mp \frac{6 \cdot 350000}{100} \right) = -6,6^m$.

Am Scheitel ist für $x = 0$ und $\varphi = 0$: $M_x = M + M_0 - H \cdot y$, $N_x = H_x = H$ und man erhält für Eigen-

gewicht $N_x = H_x = 51,9^t$, $V_x = 0$, $M_x = 277,2 - 241,2 - 51,9 \cdot 0,65 + 0,15 \cdot 2,4 = +2^m$, $c = +\frac{2}{51,9} = +0,04^m$,

$\sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 70} \left(51900 \pm \frac{6 \cdot 200000}{70} \right) = -9,9^m$.

Für Vollbelastung ist $N_x = H_x = 77,8^t$, $V_x = 0$, $M_x = 374,8 - 241,2 - \frac{2,2 \cdot 8,45^2}{2} + 0,15(2,4 + 0,66) -$

$- 77,8 \cdot 0,65 = +4,9^m$, $c = +\frac{4,9}{77,8} = +0,06^m$, $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 70} \left(77800 \pm \frac{6 \cdot 490000}{70} \right) = -5,1^m$.

Für einseitige Belastung links ist $N_x = H_x = 69,6^t$, $V_x = 69,5 - 48,4 - 3 \cdot 8,45 = -4,3^t$, $M_x =$

$= 397,2 - 241,2 - 3 \cdot \frac{8,45^2}{2} + 0,15(2,4 + 0,9) - 69,6 \cdot 0,65 = +4,2^m$, $c = +\frac{4,2}{69,6} = 0,06^m$, $\sigma_u^0 =$

$= -\frac{1}{100 \cdot 70} \left(69600 + \frac{6 \cdot 420000}{70} \right) = -15,1^m$.

Für einseitige Belastung rechts ist $N_x = H_x = 69,6^t$, $V_x = 52,7 - 48,4 = +4,3^t$, $M_x = 290,3 - 241,2 -$

$- 69,6 \cdot 0,65 + 0,15 \cdot 2,4 = +4,2^m$.

In der Bruchfuge ist bei 3^m Abstand vom Scheitel $x = 3^m$, $\sin \varphi = \frac{3}{14,07} = 0,2132$, $\varphi = 12^\circ 18,6'$,

$\cos \varphi = 0,9770$, $y' = 2,28^m$, $y = y' - 1,95 = 0,33^m$, $h = 0,737^m$ (s. S. 13), ferner $M_x = M + M_0 - H \cdot y - V \cdot x$,

somit für einseitige Belastung links $H_x = 69,6^t$, $V_x = 69,5 - 36,84 - 3 \cdot 5,45 = +16,3^t$, $M_x = 397,2 - 112,84 -$

$- \frac{3 \cdot 5,45^2}{2} + 0,15(2,4 + 0,9) - 69,6 \cdot 0,33 - 69,5 \cdot 3 = +8,8^m$, $N_x = 16,3 \cdot 0,213 + 69,6 \cdot 0,977 = 71,5^t$,

$c = +\frac{8,8}{71,5} = +0,12^m$, $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 73,7} \left(71500 \pm \frac{6 \cdot 880000}{73,7} \right) = -19,4^m$, und für einseitige Belastung rechts:

$H_x = 69,6^t$, $V_x = 52,7 - 36,84 = +15,9^t$, $M_x = 290,3 - 112,84 + 0,15 \cdot 2,4 - 69,6 \cdot 0,33 - 52,7 \cdot 3 = -3,3^m$,

$N_x = 15,9 \cdot 0,213 + 69,6 \cdot 0,977 = 71,4^t$, $c = -\frac{3,3}{71,4} = -0,05^m$, $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 73,7} \left(71400 \mp \frac{6 \cdot 330000}{73,7} \right) = -6^m$.

Die Temperaturspannungen ergeben sich aus $H_t = \frac{E \cdot \alpha \cdot \tau \cdot l}{\Sigma w \cdot y^2 + \Sigma \frac{s}{F}}$, $N_x = H_t \cdot \cos \varphi$, $T_x = H_t \cdot \sin \varphi$, somit $H_t = \frac{2000000 \frac{t}{qm} \cdot 0,000012 \cdot 20 \cdot 16,3}{224} = 34,9 t$. Die Momente M_x sind bei Temperaturendehnung für den in der

Koordinatenachse von links nach rechts wirkenden Horizontalschub H_t zu berechnen.

Am Kämpfer ist daher $M_x = 34,9 \cdot 1,95 = 68,1 mt$, $N_x = 34,9 \cdot 0,815 = 28,4 t$, $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100^2} \left(28400 \pm \frac{6 \cdot 6810000}{100} \right) = \begin{matrix} -43,7 \\ +38 \end{matrix} kg$.

Am Scheitel ist $M_x = -34,9 \cdot 0,65 = -22,7 mt$, $N_x = 34,9 t$, $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 70} \left(34900 \mp \frac{6 \cdot 2270000}{70} \right) = \begin{matrix} +22,8 \\ -32,8 \end{matrix} kg$. In der Bruchfuge ist

$M_x = -34,9 \cdot 0,33 = -11,5 mt$, $N_x = 34,9 \cdot 0,977 = 34,1 t$, $\sigma_u^0 = -\frac{1}{100 \cdot 73,7} \left(34100 \mp \frac{6 \cdot 1150000}{73,7} \right) = \begin{matrix} +8,1 \\ -17,3 \end{matrix} kg$.

Man erhält nun folgende Zusammenstellung der Gesamtspannungen:

Belastung	Am Kämpfer				Am Scheitel			In der Bruchfuge		
	Spannung	Temperaturspannung	Gesamtspannung mit ganzer Temperaturspannung	Gesamtspannung mit halber Temperaturspannung	Spannung	Temperaturspannung	Gesamtspannung	Spannung	Temperaturspannung	Gesamtspannung
kg/qcm		für Bruchsteine				für Bruchsteine			für Bruchsteine	
Eigen- gewicht	σ_0 +2,6 σ_u -16,7	$\mp 8,7$ (σ_0)	-41,1 (+46,3) +21,3 (-54,7)	-19,2 (+24,4) +2,3 (-35,7)	-9,9 -5,0	$\pm 4,6$ (σ_0)	+12,9 (-32,7) -37,8 (+27,8)	eins.Bel. links	$\pm 1,6$ (σ_0)	
Vollbe- lastung	σ_0 +1,5 σ_u -21,9	$\mp 43,7$ (21,8)	-42,2 (+45,2) +16,1 (-59,9)	-20,3 (+23,3) -2,9 (-40,9)	-17,1 -5,1	$\pm 22,8$	+5,7 (-39,9) -37,9 (+27,7)	-19,4 +0	$\pm 8,1$	-11,3 (-27,5) -17,3 (+17,3)
eins. Bel. links	σ_0 +10,4 σ_u -29,8	(σ_u) $\pm 38,0$ (19,0)	-33,3 (+54,1) +8,2 (-67,8)	-11,4 (+32,2) -10,8 (-48,8)	-15,1 -4,8	(σ_u) $\mp 32,8$	+7,7 (-37,9) -37,6 (+28,0)	eins. Bel. rechts	(σ_u) $\mp 17,3$	
eins. Bel. rechts	σ_0 -6,6 σ_u -10,6	für Bruchsteine $\pm 7,6$	-50,3 (+37,1) +27,4 (-48,6)	-28,4 (+15,2) +8,4 (-29,6)	des- gleichen	für Bruchsteine $\mp 6,6$	desgleichen	-6,0 -13,3	für Bruchsteine $\mp 3,5$	+2,1 (-14,1) -30,6 (+4,0)

5. Berechnung des Eisenbetongewölbes mit Rundeisen und mit Gitterträgern.

Die beiden Berechnungen nach Weyrauch und nach Mörsch sind sowohl in betreff der Angriffspunkte der Resultanten R als auch der Maximalspannungen des Gewölbes in guter Uebereinstimmung, nur gilt die letztere für jede beliebige Form und die Zunahme des Querschnitts der Gewölbemellen vom Scheitel bis zum Kämpfer wird in dem Ausdruck $\frac{s}{J}$ berücksichtigt, während die erstere nur für die Parabel genau und für den Kreisbogen angenähert gilt (genaue Formeln für den Kreisbogen sind auch in dem Buch von Weyrauch vorhanden), und der Mittelwert $J \cdot \cos \varphi$ für die Formeln angenommen wird.

In § 17 sind auch Formeln von Weyrauch für eine beliebige Belastung des Gewölbes mit Einzellasten vorhanden, und ebenso kann nach dem Verfahren von Mörsch mit Einzellasten gerechnet werden, und zwar angenähert, wenn die Belastungsgrenzen nach der U -Linie oder wie beim Dreigelenkbogen oder nach einem Vorgang bestimmt werden, und die ungünstigste Belastung des Gewölbes für K_0 oder K_u bzw. die Mitte der Fuge (bei einer Einzellast P im Querschnitt x mit $M = \frac{Px(l-x)}{l}$, bei einseitiger Belastung mit $M = \frac{Pl}{8}$ bei $\frac{l}{4}$ oder dem Maximalbiegemoment der Belastung von $\frac{l}{2}$, was auch für die symmetrische Belastung des Scheitels von $\frac{l}{4}$ bis $\frac{3}{4}l$ angenommen werden kann, während die Vollbelastung mit $M = \frac{Pl}{4}$ bei $\frac{l}{2}$ oder dem Maximalbiegemoment für l zu rechnen ist) durch ihren Belastungsgleichwert $p = \frac{8M_{\max}}{l^2}$ ersetzt wird (vgl. auch die nur für flache Kreisbögen gültige angenäherte

Berechnung von Landsberg mit Benutzung der U -Linie zur Bestimmung der Kämpferdrücke für Einzellasten, Handbuch der Ingenieurwissenschaften, Brückenbau Bd. II, 1904). Nach der genauen Berechnung von Mörsch ist die Formel $M_k = M + M_0 - H \cdot y_k - V \cdot x$ für verschiedene Annahmen der Last 1 zwischen 0 und l auszurechnen, indem bei Ersetzung der zur Mittellinie senkrechten Fuge durch die Vertikale in der Fugenmitte das M_0 und $V \cdot x$ der Kernpunktmomente für M_{k_0} und M_{k_u} gleich groß werden, wiewohl auch eine genauere Berechnung nach folgendem Schema für den Querschnitt x stattfinden kann (vgl. die Berechnung der Gmündertobel-Brücke von Mörsch in der Schweizer Bauzeitung 1909, Bd. LIII, Nr. 7-10):

$P=1$ in	M_{k_u}	M_0	$-V \cdot x_u$	$-H \cdot y_u$	M	$-H \cdot y_0$	$-V \cdot x_0$	M_0	M_{k_0}

Die Werte M , H und V sind hierbei aus den Einflußlinien in Abb. 6 bzw. aus der Tabelle zu entnehmen, und für jede angenommene Lage der Last 1 sind die entsprechenden Werte obiger Gleichung für M_k mit Berücksichtigung des Vorzeichens von x_u^0 und y_u^0 zu addieren (die Werte für M_0 kommen hierbei nur für die angenommene Last 1 links vom Querschnitt x in Betracht, so daß sie für die Kämpfer- und Scheitelfuge bei rechtsseitiger Belastung wegfallen).

Die richtigen Einflußlinien für M_{k_0} und M_{k_u} entsprechen den Einflußordinaten bei I, II usw., indem (ähnlich wie bei der Stützlinie) die richtige Ordinate nur bei der Trennungslinie der Bogenelemente s vorhanden ist, weshalb die elastischen Elemente zwischen etwa vorhandenen Säulen anzunehmen sind, weil auch die Einflußlinien durch die Einzellasten der Säulen zwischen diesen geradlinig verlaufen (das Stück zwischen den Säulen kann noch weiter geteilt werden).

Die Lasten $P=1$ werden vom Kämpfer rechts her an den Teilpunkten VII bis zum Scheitel und von diesem bis VII angenommen, und die aufgetragenen Einflußordinaten ergeben eine positive (nach unten) und eine negative (nach oben gerichtete) Beitragstrecke für M_x bzw. für M_{k_0} und für M_{k_u} , wie dies aus Abb. 8 ersichtlich ist.

Es kann daher bei einer gegebenen Lichtweite und Pfeilhöhe des Gewölbes zunächst die Kreisbogenform angenommen und (wenigstens für hohe Gewölbe) alsdann die Ordinate y' der Stützlinie für das Eigengewicht und die halbe Verkehrsbelastung p_2 oder für das erstere allein aus dem Moment $M = H \cdot y'$ in Beziehung auf den Schnitt von H mit der Vertikale durch x berechnet werden. Aus diesen Ordinaten kann die Stützlinie durch die Schnittpunkte von R_x (aus H_x und V_x) mit den zur Mittellinie senkrechten Fugen bestimmt werden, welche die Mittellinie des Gewölbes ergibt, wofür dann die Berechnung nach der Elastizitätstheorie erfolgt (s. Abb. 8 rechts).

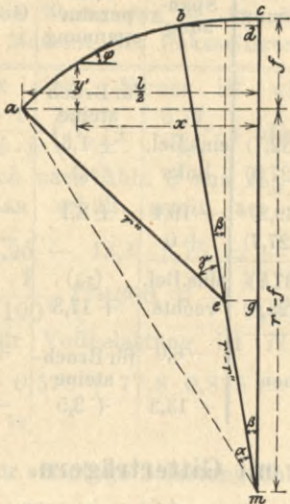


Abb. 7.

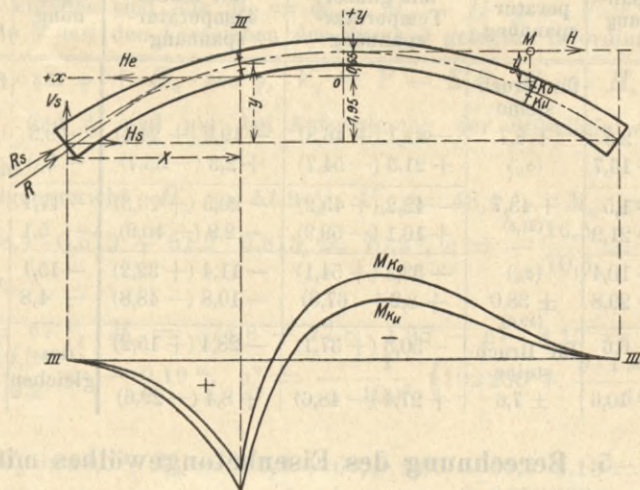


Abb. 8.

Bei der Annahme des Eigengewichts für die Bestimmung dieser Mittellinie erhält man eine etwas genauere

$$\text{Berechnung für den Horizontalschub vom Eigengewicht aus } H_e = \frac{-H_s \int \frac{ds}{F}}{\int \frac{y^2 \cdot ds}{J} + \int \frac{ds \cdot \cos^2 \varphi}{F}} = -\frac{H_s \cdot \Sigma \frac{s}{F}}{\Sigma w \cdot y^2 + \Sigma \frac{s}{F}},$$

indem H_s aus der mittlern Stützlinie des Gewölbes berechnet wird, so daß in obigem Beispiel

$$H_s = \frac{48,4 \cdot 8,15 - \overset{\text{(s. oben)}}{241,2} + 0,15 \cdot 2,4}{2,6} = 58,6^t, \quad H_e = -\frac{58,6 \cdot 22}{224} = -5,8^t, \quad \text{somit } H = 58,6 - 5,8 = 52,8^t$$

statt $51,9^t$ wird (die bei ständiger Last zu den Kräften der mittlern Stützlinie hinzukommende horizontale Ergänzungskraft H_e rührt von der Verkürzung des Bogens durch die Normalkräfte her).

Die negative Zusatzkraft H_e (dieselbe ist in obigem Beispiel nicht genau, da die Stützlinie für Eigengewicht nicht mit der Mittellinie des Gewölbes zusammenfällt) wirkt in der Abszissenachse durch 0 von rechts nach links, und veranlaßt daher unterhalb der x -Achse negative Biegemomente mit Druckspannung unten und Zugspannung oben und oberhalb der x -Achse das Gegenteil.

Die Spannung für Eigengewicht ergibt sich daher aus $\sigma_u^0 = -\left(\frac{N_s}{F} \pm \frac{H_e \cdot y_u^0}{W}\right)$, wo $N_s = \frac{H_s}{\cos \varphi}$ auch aus dem Kräfteplan für das Eigengewicht zu entnehmen ist, und ist zu den andern Spannungen zu addieren (y_u und y_0 gelten für die Kernpunkte der Fuge und sind mit ihrem Vorzeichen einzusetzen).

Bei kleinern Gewölben genügt die genaue Berechnung von zwei Fugen zwischen Kämpfer und Scheitel (bei flachen Gewölben sogar eine bei ca. $\frac{l}{5}$ Abstand vom Scheitel) bei ca. $\frac{l}{6}$ und $\frac{l}{3}$, und bei größern Gewölben können drei Zwischenfugen bei ca. $\frac{l}{8}$, $\frac{l}{4}$, $\frac{3l}{8}$ gewählt werden, und die Randspannungen σ_u^0 ergeben sich auch direkt aus

$$\sigma_0 = \mp \frac{M_{k_u}}{W_0} \quad \text{und} \quad \sigma_u = \pm \frac{M_{k_0}}{W_u}, \quad \text{wo } W = \frac{b \cdot h^2}{6} \text{ ist (s. S. 239, 13 des Sonderabdrucks für Heft 3 von 1909 der H. Z.)}$$

Dasselbe gilt für die Berechnung der Temperaturspannungen, und man erhält hierfür nach Mörsch am Kämpfer annähernd die gleichen Werte wie nach Weyrauch, dagegen am Scheitel kleinere, und dies rührt daher, daß bei der Parabel und für ein konstantes J die 0-Achse durch den Schwerpunkt des Bogens in $\frac{2}{3}f$ Abstand geht, während sie bei einem beliebigen Bogen mit veränderlichem J durch den Schwerpunkt der elastischen Gewichte $w = \frac{s}{J}$ bestimmt ist.

Bei Ausdehnung des Gewölbes wirkt H_t von links nach rechts, und man erhält daher unterhalb der x -Achse positive Biegemomente mit Zug unten und Druck oben, und oberhalb der x -Achse negative Biegemomente mit Druck unten und Zug oben, und bei Zusammenziehung des Gewölbes gilt das Entgegengesetzte. Sowohl bei der Ausdehnung als bei der Zusammenziehung ist (wegen der Verbindung durch die Eiseneinlagen) eine teilweise horizontale Verschiebung des Widerlagers anzunehmen (für dieselbe gilt dieselbe Formel wie für H_t nur mit Ersetzung des Zählers $E\alpha\tau l$ durch $-E\cdot\Delta l$), und es genügt daher bei flachen Gewölben die halbe Temperaturspannung am Kämpfer zu berücksichtigen (dieselbe wäre = 0, wenn das Widerlager vollständig mitwirken würde). Am Scheitel ist der Sicherheit halber mit der ganzen Temperaturspannung zu rechnen, da hier die ungünstigsten Wirkungen bei Verschiebung des Auflagers durch die Temperatur entstehen und auch die Senkung des Gewölbes bei Entfernung des Lehrgerüsts schädlich wirken kann (in dem Sonderabdruck der Veröffentlichung von Professor Mörsch über die Gmündertobel-Brücke ist auch eine Formel für die Einsenkung des Gewölbes im Scheitel durch das Eigengewicht enthalten, indem

$$E \cdot \delta = -H_e \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{x \cdot y}{J} \cdot ds + H_s \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \cdot \frac{ds}{F} - H_e \int_0^{\frac{l}{2}} \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \frac{ds}{F}$$

ist, und diese Summenausdrücke vom Scheitel 0 aus auf Grund obiger Tabellen leicht berechnet werden können).

Man erhält nun für die Berechnung mit Eiseneinlagen (welche bei der Gewölbeberechnung nicht zu berücksichtigen sind) folgende Maximalbiegemomente und Normalkräfte (vgl. die für σ_u erhaltenen Werte), und zwar am Kämpfer bei einseitiger Belastung (für die Zusammenziehung des Gewölbes): $M_x = -33,5 - \frac{68,1}{2} = -67,55 \text{ mt}$, $N_x = 97 - \frac{28,4}{2} = 82,8 \text{ t}$, $c = \frac{M_x}{N_x} = -\frac{67,55}{82,8} = -0,82 \text{ m}$ und nach B 2 c (s. Heft 4 von 1906 der H. Z.) ist für $P = 82,8 \text{ t}$, $g_1 = -32 \text{ cm}$, $h = 96 \text{ cm}$, $h' = 4 \text{ cm}$, $g_2 = 128 \text{ cm}$, $\sigma_b = 40 \text{ kg}$, $b = 100 \text{ cm}$, $n = 15 : x^2 - 2x (h + h') = -\frac{3}{2}(h^2 + h'^2) + \frac{3P}{b\sigma_b} \cdot \left\{ \left(\frac{h}{x} - 1 \right) g_2 + \left(1 - \frac{h'}{x} \right) (g_1 - h') \right\}$ oder $x^2 - 2x(96 + 4) = -\frac{3}{2}(96^2 + 4^2) + \frac{3 \cdot 82800}{100 \cdot 40} \cdot \left\{ \left(\frac{96}{x} - 1 \right) \cdot 128 + \left(1 - \frac{4}{x} \right) (-32 - 4) \right\}$ oder $x^2 - 200x = -13848 + 62,1 \left(\frac{12432}{x} - 164 \right)$ oder $x^2 - 200x + 24032 - \frac{772027}{x} = 0$ und für $x = \frac{50}{40}$ ist $f(x) = \begin{cases} +1091 \\ -1669 \end{cases}$, $x = 50 - \frac{10}{2760} = 46 \text{ cm}$ und hierfür $f(x) = +165$ und genaues $x = 46 - \frac{6 \cdot 165}{1834} = 45,4 \text{ cm}$ mit $f(x) = +8$. Ferner ist $n \left(1 - \frac{h'}{x} \right) (h - h') f'_e = \frac{P}{\sigma_b} \cdot g_2 - \frac{b \cdot x}{6} (3h - x)$ und für $\sigma'_e = n\sigma_b \left(1 - \frac{h'}{x} \right) = 15 \cdot 40 \left(1 - \frac{4}{45,4} \right) = 547 \text{ kg}$ wird $\frac{547}{40} (96 - 4) \cdot f'_e = \frac{82800}{40} \cdot 128 - \frac{100 \cdot 45,4}{6} \cdot (3 \cdot 96 - 45,4)$ oder $1258,1 f'_e = 264960 - 183567$ und $f'_e = 64,7 \text{ qcm}$ somit sind erforderlich $8 \Phi 32$ mit $f_e = 8 \cdot 8,04 = 64,3 \text{ qcm}$.

Man erhält hierfür nach B 2 a mit $f_e = f'_e = 64,3 \text{ qcm}$: $x^2 - 3g_1 \cdot x = \frac{6nf_e}{b} \left\{ \left(\frac{h}{x} - 1 \right) g_2 + \left(1 - \frac{h'}{x} \right) (g_1 - h') \right\}$ oder $x^2 + 3 \cdot 32x = \frac{6 \cdot 15 \cdot 64,3}{100} \cdot \left\{ \left(\frac{96}{x} - 1 \right) 128 + \left(1 - \frac{4}{x} \right) (-32 - 4) \right\}$ oder $x^2 + 96x = 57,87 \left(\frac{12432}{x} - 164 \right)$ oder $x^2 + 96x + 9491 - \frac{719440}{x} = 0$ oder für $x = \frac{40}{46}$, $f(x) = \begin{cases} -3055 \\ +383 \end{cases}$ und genaues $x = 46 - \frac{6 \cdot 383}{3438} = 45,3 \text{ cm}$ mit $f(x) = +10$. Ferner ist $\sigma_b = \frac{2P \cdot g_2}{b \cdot x \left(h - \frac{x}{3} \right) + 2nf'_e (h - h') \left(1 - \frac{h'}{x} \right)} = \frac{2 \cdot 82800 \cdot 128}{100 \cdot 45,3 (96 - 15,1) + 2 \cdot 15 \cdot 64,3 (96 - 4) \left(1 - \frac{4}{45,3} \right)} = \frac{211,96800}{3,67 + 1,61} = 40 \text{ kg}$. Ebenso ist $\sigma_e = n\sigma_b \left(\frac{h}{x} - 1 \right) = 15 \cdot 40 \left(\frac{96}{45,3} - 1 \right) = 665 \text{ kg}$, $\sigma'_e = n\sigma_b \left(1 - \frac{h'}{x} \right) = 15 \cdot 40 \cdot \left(1 - \frac{4}{45,3} \right) = 547 \text{ kg}$.

Wendet man statt Rundeisen einen Melan-Gitterträger an (die Berechnung der Gewölbe nach der Elastizitätstheorie von Melan ergibt dieselben Formeln und dasselbe Koordinatensystem durch 0 sowie die gleichen Haupt- und Temperaturspannungen wie diejenige nach Mörsch s. Handbuch der Ingenieurwissenschaften, Brückenbau 5. Abteilung und Handbuch für Eisenbetonbau 1. Band) so erhält man bei Annahme von $4 \sqrt{100 \cdot 150 \cdot 12} = 114,8 \text{ qcm}$ (= ca. $2f_e$) Gesamtquerschnitt nach den Formeln II 1 (7) und (8) (s. Heft 3 von 1909 der H. Z.) für $F_e = 4 \cdot 28,7 = 114,8 \text{ qcm}$, $St_e = 114,8 \cdot 46 = 5281$, $J_e = 114,8 \cdot (46 - 2,42)^2 + 4 \cdot 232 + 114,8 \cdot 46^2 = 461875$, $c' = h' + \frac{St_e}{F_e} = 4 + \frac{5281}{114,8} = 50 \text{ cm}$, $d' = h' + \frac{J_e}{St_e} = 4 + \frac{461875}{5281} = 91,5 \text{ cm}$: $x^2 - 3g_1 \cdot x = \frac{6nF_e}{b} \left\{ (d' - g_1) \left(\frac{c' - h'}{x} \right) - (c' - g_1) \left(1 - \frac{h'}{x} \right) \right\}$ oder $x^2 + 3 \cdot 32x = \frac{6 \cdot 15 \cdot 114,8}{100} \left\{ (91,5 + 32) \left(\frac{50 - 4}{x} \right) - (50 + 32) \left(1 - \frac{4}{x} \right) \right\}$ oder $x^2 + 96x = 103,32 \left(\frac{6009}{x} - 82 \right)$ oder $x^2 + 96x + 8472 - \frac{620849}{x} = 0$, somit für $x = \frac{50}{40}$, $f(x) = \begin{cases} +3355 \\ -1609 \end{cases}$, $x = 40 + \frac{10 \cdot 1609}{4964} = 43,2$ und für $x = 43$, $f(x) = +13$ somit genaues $x = 43 \text{ cm}$. Ferner ist $\sigma_b = \frac{2P}{b \cdot x + 2nF_e \left(\frac{x - c'}{x} \right)} = \frac{2 \cdot 82800}{100 \cdot 43 + 2 \cdot 15 \cdot 114,8 \left(\frac{43 - 50}{43} \right)} = \frac{165,600}{4,3 - 0,56} = 44,3 \text{ kg}$.

Es würde nun genügen, die angenommenen Gitterträger mit dem Abstand 90 cm statt 1 m auszuführen, so daß $\sigma_b = 0,9 \cdot 44,3 = 39,9 \text{ kg}$ wird.

Doch wird ein Teil der Belastung des Gewölbes schon durch die Gitterträger aufgenommen, an welche auch das Lehrgerüst aufgehängt werden darf, wenn dasselbe von unten aus nicht gestützt werden kann. Man erhält nun als Gewicht des Gewölbes $g = \frac{0,7 + 1}{2} \cdot 2,4 = 2,04 \text{ t/m}$, so daß $H = \frac{gl^2}{8f} = \frac{2,04 \cdot 16,3^2}{8 \cdot 2,6} = 26,1 \text{ t}$, $V = \frac{g \cdot l}{2} =$

$$= 2,04 \cdot 8,15 = 16,6 \text{ t}; R = \sqrt{26,1^2 + 16,6^2} = 30,9 \text{ t} \text{ und } \sigma_e = \frac{30900}{114,8} = 269 \text{ kg} \text{ wird.}$$

Die Betonbeanspruchung wird hierdurch um $\frac{30900}{100 \cdot 100} = 3,1 \text{ kg}$ kleiner, so daß $\sigma_b = 39,9 - 3,1 = 36,8 \text{ kg}$ und $\sigma_e = n \sigma_b \left(\frac{h}{x} - 1 \right) = 15 \cdot 36,8 \left(\frac{96}{43} - 1 \right) = 680 \text{ kg}$ wird, wozu noch $\sigma_e = 269 \text{ kg}$ kommt oder zusammen $\sigma_e = 680 + 269 = 949 \text{ kg/qcm}$.

Am Scheitel ergibt sich das Maximum für Vollbelastung, und man erhält (für die Zusammenziehung des Gewölbes):

$$M_x = +4,9 + 22,7 = +27,6 \text{ mt}, N_x = 77,8 - 34,9 = 42,9 \text{ t}, c = \frac{+27,6}{42,9} = +0,64 \text{ m} \text{ und nach B 2 c ist für}$$

$$P = 42,9 \text{ t}, g_1 = -29 \text{ cm}, h = 66 \text{ cm}, h' = 4 \text{ cm}, g_2 = 95 \text{ cm}, \sigma_b = 40 \text{ kg}, b = 100 \text{ cm}, n = 15:$$

$$x^2 - 2x(66 + 4) = -\frac{3}{2}(66^2 + 4^2) + \frac{3 \cdot 42900}{100 \cdot 40} \left\{ \left(\frac{66}{x} - 1 \right) \cdot 95 + \left(1 - \frac{4}{x} \right) (-29 - 4) \right\} \text{ oder}$$

$$x^2 - 140x = -6558 + \frac{128,7}{4} \left(\frac{6402}{x} - 128 \right) \text{ oder } x^2 - 140x + 10676 - \frac{205984}{x} = 0 \text{ und für}$$

$$x = \begin{cases} 30 \\ 27 \end{cases} \text{ ist } f(x) = \begin{cases} +510 \\ -4 \end{cases}, \text{ somit genaues } x = 27 + \frac{3 \cdot 4}{514} = 27 \text{ cm. Ferner ist } \sigma'_e = 15 \cdot 40 \left(1 - \frac{4}{27} \right) = 511 \text{ kg}$$

$$\text{und } \frac{511}{40} (66 - 4) f'_e = \frac{42900}{40} \cdot 95 - \frac{100 \cdot 27}{6} (3 \cdot 66 - 27) \text{ oder } 792 f'_e = 101888 - 76950 \text{ oder } f'_e = 31,5 \text{ qcm, somit}$$

genügen hier $\frac{2}{3} \cdot 8 \text{ } \textcircled{32} = \frac{16}{3} \cdot 8,04 = 42,9 \text{ qcm}$ reichlich, und man erhält hierfür die Maximalspannungen aus

$$\text{B 2 a mit } f_e = f'_e = 42,9 \text{ qcm und } x = 29,5 \text{ cm: } \sigma_b = 34,7 \text{ kg, } \sigma_e = 15 \cdot 34,7 \left(\frac{66}{29,5} - 1 \right) = 644 \text{ kg, } \sigma'_e = 15 \cdot 34,7 \cdot \left(1 - \frac{4}{29,5} \right) = 475 \text{ kg.}$$

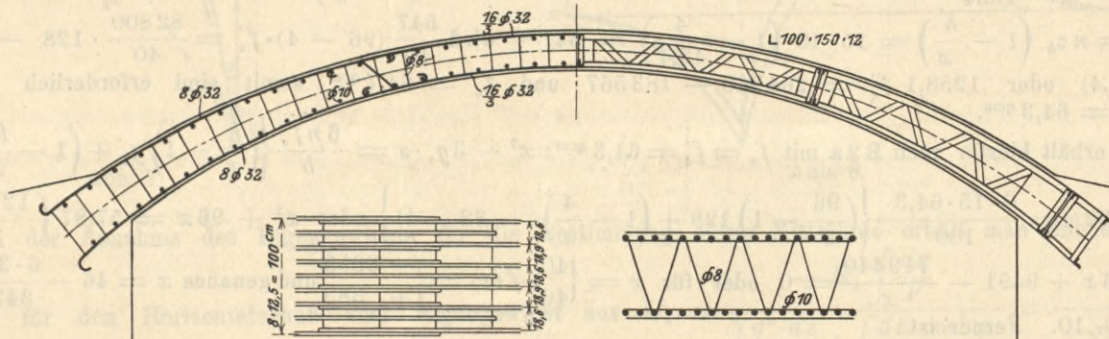


Abb. 9.

Es sind daher am Kämpfer $8 \text{ } \textcircled{32}$ und am Scheitel $\frac{2}{3} \cdot 8 \text{ } \textcircled{32}$ pro m Breite erforderlich, und dieselben können in der obengezeichneten Weise verteilt werden, so daß die Abstände am Kämpfer konstant = 12,5 cm sind, und diejenigen am Scheitel abwechselnd = 18,6 und = 18,9 cm. Die Stöße der Eisen sind am besten in den Abstand = ca. $\frac{l}{3}$ vom Kämpfer zu legen (weil hier die Temperaturspannungen und daher auch die Maximalspannungen verhältnismäßig gering sind) und die Eisen sind auf ca. 1,1 m Länge mit einander zu verbinden, und an den Enden werden sie umgebogen (die unverbundenen Eisen können zur Aufnahme von Schubspannungen (s. S. 12.) nach unten abgebogen werden). Durch Verteilungseisen $\textcircled{10}$ im Abstand von 50 cm und Bügel $\textcircled{8}$ mit demselben Abstand wird der Zusammenhang sämtlicher Eisen mit dem Beton erhalten (s. Abb. 9).

Für den Gitterträger, bei welchem der Zusammenhang mit dem Beton gleichfalls durch Verteilungseisen $\textcircled{10}$ mit abgebogenen Enden an den Trägern und durch Zwischenlängseisen $\textcircled{10}$ (netzartig) erhalten wird, erhält man am Scheitel nach II 1 (7) und (8) für $F_e = 4 \sqrt{100 \cdot 150 \cdot 12} = 114,8 \text{ qcm}$, $St_e = 114,8 \cdot 31 = 3559$, $J_e = 114,8 (31 - 2,42)^2 + 4 \cdot 232 + 114,8 \cdot 31^2 = 205022$, $c' = 4 + \frac{3559}{114,8} = 35 \text{ cm}$, $d' = 4 + \frac{205022}{3559} = 57,6 \text{ cm}$, $g_1 = -29 \text{ cm}$, $h = 66 \text{ cm}$, $h' = 4 \text{ cm}$, $g_2 = 95 \text{ cm}$, $\sigma_b = 40 \text{ kg}$, $b = 100 \text{ cm}$, $n = 15$:

$$x^2 + 3 \cdot 29 x = \frac{6 \cdot 15 \cdot 114,8}{100} \left\{ (57,6 + 29) \left(\frac{35 - 4}{x} \right) - (35 + 29) \left(1 - \frac{4}{x} \right) \right\} \text{ oder } x^2 + 87 x = 103,32 \cdot$$

$$\left(\frac{2940,6}{x} - 64 \right) \text{ oder } x^2 + 87 x + 6612 - \frac{303823}{x} = 0 \text{ und für } x = 30 \text{ ist } f(x) = -5. \text{ Ferner ist}$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 42900}{100 \cdot 30 + 2 \cdot 15 \cdot 114,8} = \frac{85,800}{30 + 3,42} = 35,2 \text{ kg} \text{ und für } 90 \text{ cm Abstand } \sigma_b = 31,7 \text{ kg.}$$

Auch hier kann der Gitterträger einen Teil der Belastung aufnehmen, indem für $H = 26,1$: $\sigma_e = \frac{26100}{114,8} = 227 \text{ kg}$ und σ_b um $\frac{26100}{100 \cdot 70} = 3,7 \text{ kg}$ kleiner wird, so daß $\sigma_b = 31,5 \text{ kg}$, $\sigma_e = 15 \cdot 31,5 \left(\frac{66}{30} - 1 \right) + 227 = 795 \text{ kg}$ ist.

Die Maximalzugspannung ohne Temperatureinflüsse ist am Kämpfer $= +10,4 \text{ kg}$ und mit denselben $= +32,2 \text{ kg}$ am Kämpfer und $+28 \text{ kg}$ am Scheitel, und dieselben sind zulässig, weil nach den Versuchen mit Gewölben in Oesterreich (s. Handbuch für Eisenbetonbau Band 1) die Zugfestigkeit des Betons bei Gewölben von 20 kg auf $40\text{--}50 \text{ kg}$ steigt, und auch die Maximaldruckspannung von 40 kg/qcm ist bei Beton 1:4 nicht zu hoch.

6. Berechnung des Widerlagers für das Eisenbetongewölbe.

Durch die Verbindung des Widerlagers mit dem Gewölbe mittels der Eiseneinlagen ist anzunehmen, daß sich sowohl die Temperaturendeckung als die Zusammenziehung desselben auf das ganze Bauwerk ausdehnt, weshalb am Kämpfer nur die halbe Temperaturspannung in Rechnung gezogen worden ist. Dies kann um so mehr geschehen, als die Temperaturänderungen nur in horizontaler Richtung einwirken und eine Verlängerung oder Verkürzung des Bauwerks veranlassen (auch bei Betongewölben wirkt die Zusammenziehung analog der Vollbelastung und sucht die Widerlager unten zu verschieben), und es kann daher auch von der Berücksichtigung der Temperaturspannungen bei der Berechnung des Widerlagers abgesehen werden.

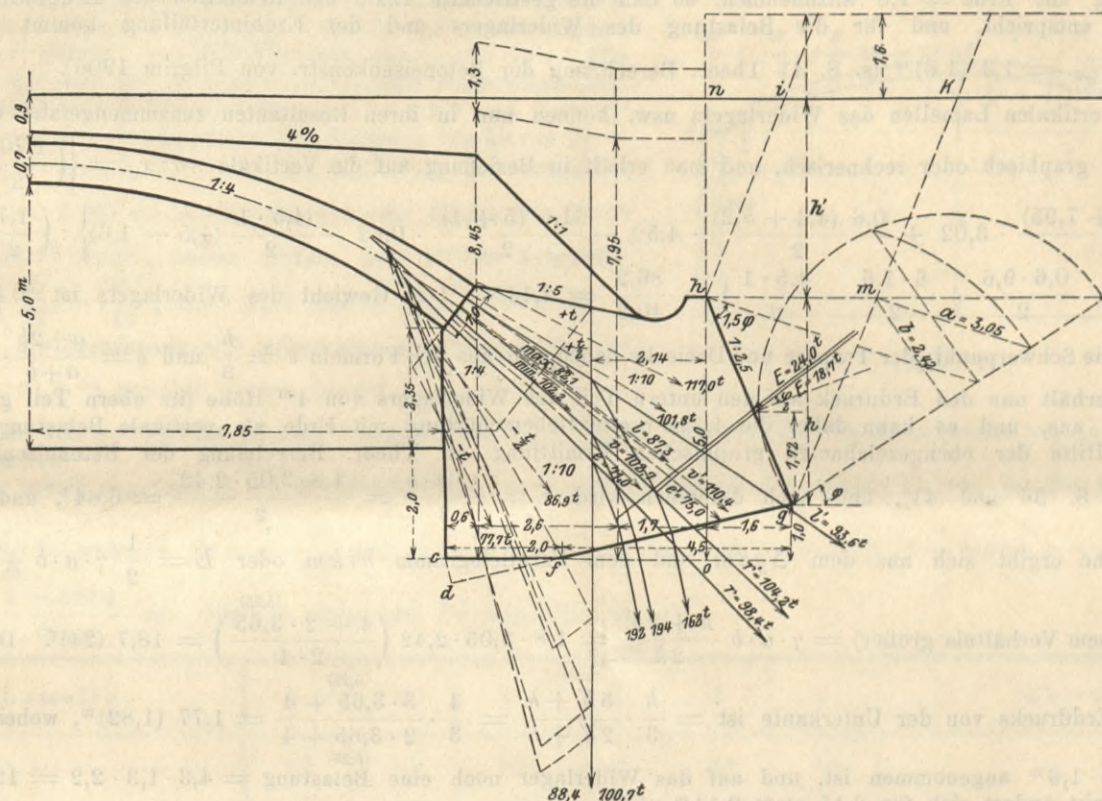


Abb. 10.

Bei flachen Gewölben entsteht ein starker Horizontalschub, weshalb das Widerlager breiter werden muß, auch fällt die Resultante der Druckkräfte unter einem Winkel auf die horizontale Bodenfuge, der größer als der zulässige von 22° bzw. $\text{tg } \rho = 0,4$ ist, weshalb hier eine Abschrägung der Bodenfuge notwendig wird. Dieselbe kann wie in Abb. 10 angenommen werden, und ihre Berechnung erfolgt für die ganze Projektion der Breite dg , da die Weglassung des Δcdf auf der gezogenen bzw. weniger gedrückten Seite keinen wesentlichen Einfluß hat.

Zur Vergleichung der verschiedenen Wirkungen durch das Eigengewicht, die Vollbelastung und die einseitige Belastung des Gewölbes sollen die oben ermittelten Kämpferdrücke, und zwar sowohl die nach dem Elastizitätsgesetz berechneten als auch die durch Stützlinien bestimmten eingetragen werden, und zwar mit den Bezeichnungen e, v, l, r , sowie e', v', l', r' , wozu noch die Kämpferdrücke der Maximal- und Minimalstützlinien max und min kommen.

Aus der ungünstigsten Belastung für die Verbindung der Kernpunkte in der Bodenfuge mit der Mitte der Kämpferfuge und ihre Verlängerung bis zur Kämpferdrucklinie geht schon hervor, daß nur die 2 Fälle der linksseitigen Belastung (bzw. die Maximalinie mit dem größten Horizontalschub) und der rechtsseitigen Belastung (bzw. die Minimalinie mit dem kleinsten Horizontalschub) in Betracht kommen. Im erstern Fall ist das rechte Widerlager und die Hinterfüllung mit Erde unbelastet und im letztern Fall ist beides belastet anzunehmen.

Die drei ausgezogenen Kämpferdrücke r, r' und l' zeigen, daß der nach dem Elastizitätsgesetz berechnete (r) wesentlich ungünstiger (nach links) wirkt als der mit der Stützlinie bestimmte (r'), während für l und l' das Umgekehrte der Fall ist. Es genügt daher mit den Fällen r (bei Nichtberechnung nach dem Elastizitätsgesetz auch r') und l' zu rechnen, und ist durch letztern Fall auch die Verschiebung oder Drehung des Widerlagers durch Temperatureinflüsse usw. einigermaßen berücksichtigt, indem die berechnete Lage für l viel weiter nach innen liegt (auch die Maximal- und Minimalinien liegen noch innerhalb der Grenzfälle r' bzw. r und l').

Zur Vergleichung sind auch die Werte N_x im Abstand c bei Berücksichtigung der Temperaturspannungen mit $-t$ und $-\frac{t}{2}$ für die Zusammenziehung sowie die rechtsseitige Belastung r , und $+t$ und $+\frac{t}{2}$ für die Ausdehnung sowie die linksseitige Belastung l des Gewölbes eingetragen, indem im erstern Fall $N_x = 68,6$ (82,8)^t mit $M_x = -101,6$ (-67,55)^{mt} und $c = \frac{M_x}{N_x} = -1,48$ (-0,82)^m nach unten und im letztern Fall $N_x = 115,6$ (101,4)^t mit $M_x = +64,6$ (+30,55)^{mt} und $c = \frac{M_x}{N_x} = +0,56$ (+0,30)^m nach oben aufzutragen ist. Doch müßte hierbei

auch noch T_x berücksichtigt werden, und es ist daher einfacher mit $V_x = 69,5$ ^t, $H_x = 69,6 - 34,9 = 34,7$ ^t und $R_x = 77,7$ ^t bzw. mit $V_x = 52,7$ ^t, $H_x = 69,6 + 34,9 = 104,5$ ^t und $R_x = 117$ ^t zu rechnen, und hieraus die Lage von R_x zu bestimmen.

Zur Auftragung der verschiedenen Kämpferdrücke dienen die schon berechneten Werte von H , V oder R , wobei $R = \sqrt{H^2 + V^2}$ oder $V = \sqrt{R^2 - H^2}$ zu bestimmen ist, und man erhält hieraus nach dem Elastizitätsgesetz für r : $H = 69,6$ ^t, $V = 69,5$ ^t, $R = \sqrt{69,6^2 + 69,5^2} = 98,4$ ^t im Abstand $-0,35$ ^m und mit Stützlinsen für r' : $H = 77,8$ ^t, $R = 104,2$ ^t, $V = \sqrt{104,2^2 - 77,8^2} = 69,3$ ^t und für l' : $H = 77,8$ ^t, $R = 93,6$ ^t, $V = \sqrt{93,6^2 - 77,8^2} = 52$ ^t.

Das spezifische Gewicht des Widerlagers 1:10 mit Hinterfüllung von Beton 1:16 ist = 2,2 und dasjenige der Ueberschüttung mit Erde = 1,8 anzunehmen, so daß die gestrichelte Linie der Reduktion des Erdgewichts auf das Betongewicht entspricht, und für die Belastung des Widerlagers und der Erdhinterfüllung kommt noch hinzu

$$\frac{17}{1,5 \cdot 4 \cdot 2,2} = 1,3 \text{ (1,6) }^m \text{ (s. S. 41 Theor. Berechnung der Betoneisenkonstr. von Pilgrim 1906).}$$

Die vertikalen Lamellen des Widerlagers usw. können nun in ihren Resultanten zusammengefaßt werden, und zwar entweder graphisch oder rechnerisch, und man erhält in Beziehung auf die Vertikale $no : x_0 = \left\{ \left(\frac{1,70^2}{2} \right) \cdot 7,95 + \frac{2,6 (8,45 + 7,95)}{2} \cdot 3,02 + \frac{0,6 (4,4 + 5,2)}{2} \cdot 4,59 - \frac{1,6 (5 + 1)}{2} \cdot 0,62 - \frac{4,5 \cdot 1}{2} (1,5 - 1,6) \right\} : \left(\frac{1,7}{2} \cdot 7,95 + \frac{2,6}{2} \cdot 16,4 + \frac{0,6 \cdot 9,6}{2} + \frac{6 \cdot 1,6}{2} - \frac{4,5 \cdot 1}{2} \right) = \frac{86,2}{40,2} = 2,14$ ^m. Das Gewicht des Widerlagers ist = $40,2 \cdot 2,2 = 88,4$ ^t und die Schwerpunkte der Trapeze und Dreiecke haben sich aus den Formeln $e = \frac{h}{3}$ und $e = \frac{a+2b}{a+b} \cdot \frac{h}{3}$ ergeben.

Man erhält nun den Erddruck auf den untern Teil des Widerlagers von 4^m Höhe (im obern Teil gleichen sich die Erddrücke aus, und es kann daher die 4,3^m breite Ueberschüttung mit Erde als vertikale Belastung eingeführt werden) mit Hilfe der obengezeichneten graphischen Ermittlung (s. Theor. Berechnung der Betoneisenkonstr. von Pilgrim 1906 S. 36 und 41), und nach derselben wird $E = \frac{\gamma \cdot a \cdot b}{2} = \frac{1,8 \cdot 3,05 \cdot 2,42}{2} = 6,64$ ^t, und die Gleit-

(Abrutsch-)fläche ergibt sich aus dem Δghm und dem Parallelogramm $hikm$ oder $E = \frac{1}{2} \gamma \cdot a \cdot b + \gamma \cdot a \cdot b \cdot \frac{h'}{h}$

(E wird in diesem Verhältnis größer) = $\gamma \cdot a \cdot b \cdot \frac{h + 2h'}{2h} = 1,8 \cdot 3,05 \cdot 2,42 \cdot \left(\frac{4 + 2 \cdot 3,65}{2 \cdot 4} \right) = 18,7$ (24)^t. Der vertikale

Abstand des Erddrucks von der Unterkante ist = $\frac{h}{3} \cdot \frac{3h' + h}{2h' + h} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3 \cdot 3,65 + 4}{2 \cdot 3,65 + 4} = 1,77$ (1,82)^m, wobei als Ueberschüttungshöhe 1,6^m angenommen ist, und auf das Widerlager noch eine Belastung = $4,3 \cdot 1,3 \cdot 2,2 = 12,3$ ^t kommt (der Schwerpunkt ändert sich für 2,15 statt 2,14^m nicht).

Durch Zusammensetzung der verschiedenen Kräfte mit Hilfe der gestrichelten Kräftepläne ergeben sich nun die Maximalspannungen aus $\sigma = -\frac{N}{b \cdot h} \left(1 \pm \frac{6e}{h} \right)$, wobei $N \perp$ zur Bodenfuge gemessen ist, und $e =$ Abstand des Angriffspunkts für N von der Mitte ist, somit erhält man für $r : \sigma = -\frac{192000}{100 \cdot 658} = -2,9$ ^{kg}, für $r' : \sigma = -\frac{194000}{100 \cdot 658}$

$\cdot \left(1 \pm \frac{6 \cdot 28}{658} \right) = \begin{matrix} -3,7 \\ -2,2 \end{matrix}$ ^{kg} und für $l' : \sigma = -\frac{162000}{100 \cdot 658} \left(1 \pm \frac{6 \cdot 96}{658} \right) = \begin{matrix} -4,6 \\ -0,3 \end{matrix}$ ^{kg}. Sollte statt 5^{kg} nur 3^{kg}/qcm zulässig sein, so müßte das Widerlager noch etwas nach hinten erbreitert werden.

II. Berechnung von Rahmenkonstruktionen in Eisenbeton.

1. Vergleichung der Ergebnisse für verschiedene Berechnungsweisen derselben.

In der Zeitschrift Beton und Eisen, 1908 Heft 1, ist eine eingespannte Rahmenkonstruktion von Diplom-Ingenieur Abeles berechnet worden, und zwar als dreifach statisch unbestimmtes System (s. 1907 Heft 5 und 6). Zur Vergleichung soll nun die Berechnung des Rahmens nach den Formeln von Professor Mörsch für eingespannte Gewölbe durchgeführt werden, indem die Form der letztern eine beliebige sein kann, und daher dem obern Bogen des Rahmens, ja sogar einer Geraden entsprechen darf.

Werden die Maße des Bogens $l = 8,2 \text{ m}$ und $f = 1 \text{ m}$ beibehalten, und wird für denselben eine konstante Stärke von 20 cm angenommen, so erhält man aus dem Verhältnis der Trägheitsmomente $\frac{J_1}{J_2} = 4$ für die beiden Ständer eine Stärke von 26 cm (oben) und 36 cm (unten), indem alsdann das mittlere Trägheitsmoment $= \left(\frac{36^3}{12} + \frac{26^3}{12} \right) : 2 = 2676$ und $\frac{2676 \cdot 12}{20^3} = 4$ ist.

Für die Berechnung soll jedoch eine konstante Breite der Ständer von $31,8 \text{ cm}$ gewählt werden (indem $\frac{31,8^3 \cdot 12}{12 \cdot 20^3} = 4$ ist),

und ihre Höhe von 3 m zerfällt in zwei Lamellen von $1,5 \text{ m}$ Länge, während der Bogen in solche von je 1 bzw. $1,1 \text{ m}$ Länge geteilt ist.

Man erhält nun nach S. 14 der Gewölbeberechnung den Halbmesser des mittlern Bogens aus $2r \cdot 1 = 1^2 + 4,1^2$ oder $r = 8,9 \text{ m}$, während $\sin \varphi = \frac{x}{8,9}$ und $y' = 8,9 \cdot \cos \varphi - (8,9 - 1) = 1 - 8,9 (1 - \cos \varphi)$, $s = \frac{1}{\cos \varphi} = 1 + \frac{1 - \cos \varphi}{\cos \varphi}$ ist. Hieraus ergibt sich die folgende Tabelle:

Lamelle	1	2	3	4	5	6	$\Sigma 1-6$
x	0,5	1,5	2,5	3,55	4,1	4,1	
$\sin \varphi = \frac{x}{8,9}$	0,0582	0,1685	0,2809	0,3989	0,4607	—	
φ	$3^\circ 13,4'$	$9^\circ 42,1'$	$16^\circ 18,9'$	$23^\circ 30,7'$	$27^\circ 26,0'$	—	
$\cos \varphi$	0,9984	0,9857	0,9597	0,9170	0,8876	—	
$y' = 1 - 8,9 (1 - \cos \varphi)$	0,98	0,88	0,64	0,26	-0,75	-2,25	
$s = 1 + \frac{1 - \cos \varphi}{\cos \varphi}$	1,002	1,015	1,042	1,2	1,5	1,5	
h	0,2	0,2	0,2	0,2	0,318	0,318	
$J = 1 \cdot \frac{h^3}{12}$	0,00067	0,00067	0,00067	0,00067	0,00268	0,00268	(es könnte auch mit $\frac{w}{1500}$ gerechnet werden s. S. 30)
$w = \frac{s}{J}$	1503	1523	1563	1800	560	560	$2 \times 7509 = 15018$
$\frac{s}{F} = \frac{s}{h}$	5,0	5,1	5,2	6,0	4,7	4,7	$2 \times 30,7 = 61,4$

Der Koordinatenursprung o ergibt sich nach S. 14 aus $z \cdot \Sigma w = \Sigma (1 - y') \cdot w$ oder $z = \frac{0,01 \cdot 1503 + 0,12 \cdot 1523 + 0,36 \cdot 1563 + 0,74 \cdot 1800 + 1,75 \cdot 560 + 3,25 \cdot 560}{7509} = \frac{4892,5}{7509} = 0,65 \text{ m}$, ferner ist $y = 0,65 - (1 - y') = y' - 0,35$ (bei zu großer Zahl für w kann $\frac{w}{10}$ oder $\frac{w}{100}$ eingeschrieben werden, wodurch auch die folgende Tabelle einfacher wird).

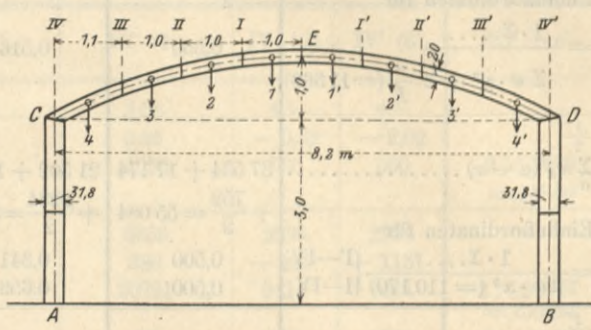


Abb. 11.

Hieraus erhält man nach S. 15 die folgende Tabelle zur Berechnung der Einflußordinaten für H , V und M in Beziehung auf das Koordinatensystem durch o :

Vertikale	Scheitel (1')	I' (2')	II' (3')	III' (4')	IV' (5')	IV' (6')	Σ I'—6'
x	0,5	1,5	2,5	3,55	4,1	4,1	
$y = y' - 0,35$	0,64	0,53	0,29	-0,09	-1,1	-2,6	
w	1503	1523	1563	1800	560	560	$2 \times 7509 = 15018$
$w_x = w \cdot x$	752	2284	3908	6390	2296	2296	
$w_y = w \cdot y$	962	807	453	-162	-616	-1456	
$w \cdot x^2$	376	3426	9770	22 685	9414	9414	$2 \times 55085 = 110170$
$w \cdot y^2$	616	428	131	15	678	3786	$2 \times 5654 = 11308$
$-\frac{l}{2} \sum_a w_y (a-x)$	$5753 + 964$ $-\frac{962}{2} = 6246$	$4376 + 1 781$ $-\frac{807}{2} = 5753$	$2368 + 2 234$ $-\frac{453}{2} = 4376$	$1,1 \cdot 2072 +$ $0,55 \cdot 162 = 2368$	$0 \cdot 2072$	$0 \cdot 1456$	
Einflußordinaten für $H = \frac{1 \cdot \Sigma \dots}{\Sigma w \cdot y^2 + \Sigma \frac{s}{F} (= 11 369)}$	0,550	0,516	0,386	0,209	0	0	
$-\frac{l}{2} \sum_a w_x (a-x)$	$37 534 + 17 174$ $+\frac{752}{2} = 55 084$	$21 502 + 14 890$ $+\frac{2284}{2} = 37 534$	$8566 + 10 982$ $+\frac{3908}{2} = 21 502$	$1,4 \cdot 4592 +$ $0,55 \cdot 6390 = 8566$	$0 \cdot 4592$	$0 \cdot 2296$	
Einflußordinaten für $V = \frac{1 \cdot \Sigma \dots}{\Sigma w \cdot x^2 (= 110 170)} \begin{matrix} \text{I}'-IV' \\ \text{I}-IV \end{matrix}$	0,500 0,500	0,341 0,659	0,195 0,805	0,078 0,922	0 (1)	0 (1)	
$-\frac{l}{2} \sum_a w (a-x)$	$11 168 + 6006$ $+\frac{1503}{2} = 17925$	$5924 + 4483$ $+\frac{1523}{2} = 11 168$	$2222 + 2920$ $+\frac{1563}{2} = 5924$	$1,1 \cdot 1120 +$ $0,55 \cdot 1800 = 2222$	$0 \cdot 1120$	$0 \cdot 560$	
Einflußordinaten für $M = \frac{1 \cdot \Sigma \dots}{\Sigma w (= 15 018)} \begin{matrix} \text{I}'-IV' \dots \\ \text{I}-IV \dots \end{matrix}$	1,194 1,194	0,744 1,744	0,394 2,394	0,148 3,148	0 (4,1)	0 (4,1)	
H I'—4' (1—4)	0,53	0,45	0,30	0,10			$2 \times 1,38$
V $\begin{cases} \text{I}'-4' \\ \text{I}-4 \end{cases}$ Einfluß-ordinaten	0,42 0,58	0,27 0,73	0,14 0,86	0,04 0,96			0,87 3,13 4,00
M $\begin{cases} \text{I}'-4' \\ \text{I}-4 \end{cases}$ Einfluß-ordinaten	0,97 1,47	0,57 2,07	0,27 2,77	0,07 3,62			1,88 9,93 11,81

Bei gleichmäßiger Vollbelastung mit $0,6 \frac{t}{m}$ ist die Summe der Einflußordinaten für die Abstände 1 (1,1) mit $0,6 \cdot 1$ (1,1) zu multiplizieren, und man erhält:

$$H = (1,28 + 0,1 \cdot 1,1) \cdot 2 \cdot 0,6 = 1,67 \text{ t} \text{ statt } 1,645 \text{ t}, V = (3 + 1 \cdot 1,1) \cdot 0,6 = 2,46 \text{ t},$$

$$M = (8,12 + 3,69 \cdot 1,1) \cdot 0,6 = 7,31 \text{ mt}.$$

Hieraus ergeben sich die Momente $M_x = M + M_0 - H \cdot y - V \cdot x$ oder bei A

$$M_1 = 7,31 + 1,67 \cdot 3,35 - 2,46 \cdot 4,1 = + 2,81 \text{ mt} \text{ statt } + 2,65 \text{ mt} \text{ und bei } C$$

$$M_2 = 7,31 + 1,67 \cdot 0,35 - 2,46 \cdot 4,1 = - 2,20 \text{ mt} \text{ statt } - 2,28 \text{ mt} \text{ und in der Mitte } E$$

$$M_m = 7,31 - \frac{0,6 \cdot 4,1^2}{2} - 1,67 \cdot 0,65 = + 1,18 \text{ mt} \text{ statt } + 1,12 \text{ mt}.$$

Für eine Einzellast von $0,2 \text{ t}$ in der Mitte E multipliziert man die zugehörige Einflußordinate mit $0,2$, somit ist

$$H = 0,55 \cdot 0,2 = 0,11 \text{ t} \text{ statt } 0,093 \text{ t}, V = 0,5 \cdot 0,2 = 0,1 \text{ t},$$

$$M = 1,194 \cdot 0,2 = 0,24 \text{ mt}, \text{ ferner } M_1 = 0,24 + 0,11 \cdot 3,35 - 0,1 \cdot 4,1 = 0,20 \text{ mt} \text{ statt } 0,137 \text{ mt},$$

$$M_2 = 0,24 + 0,11 \cdot 0,35 - 0,1 \cdot 4,1 = - 0,13 \text{ mt} \text{ statt } - 0,142 \text{ mt},$$

$$M_m = 0,24 - 0,11 \cdot 0,65 = 0,17 \text{ mt} \text{ statt } 0,175 \text{ mt}.$$

Die Berechnung des Winddrucks von $0,15 \frac{t}{m}$ auf den Ständer AC soll später berücksichtigt werden.

Für den rechteckigen Rahmen mit geradem Querbalken und denselben Stärken von $0,2 \text{ m}$ und $0,318 \text{ m}$ erhält man gleichfalls richtige Werte, wie eine Vergleichung mit der Annahme eines kontinuierlichen Trägers von drei Oeffnungen (welcher durch Aufklappen der Ständer nach oben entsteht) sowie mit den Formeln von Müller Breslau (s. die neueren Methoden der Festigkeitslehre 1904) zeigen wird.

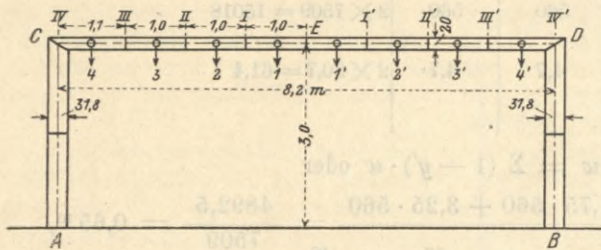


Abb. 12.

Die Berechnung soll in derselben Weise wie oben ausgeführt werden, und man erhält alsdann die folgende Tabelle

Lamelle	1	2	3	4	5	6	Σ 1-6
x	0,5	1,5	2,5	3,55	4,1	4,1	
s	1	1	1	1,1	1,5	1,5	
h	0,2	0,2	0,2	0,2	0,318	0,318	
$J = \frac{1 \cdot h^3}{12}$	0,00067	0,00067	0,00067	0,00067	0,00268	0,00268	
$w = \frac{s}{J}$	1500	1500	1500	1650	560	560	2×7270 $= 14540$
$\frac{s}{F} = \frac{s}{h}$	5	5	5	5,5	4,7	4,7	$2 \times 29,9$ $= 59,8$

Hieraus erhält man wieder $z = \frac{0,75 \cdot 560 + 2,25 \cdot 560}{7270} = 0,23 \text{ m}$ und die Werte für H, V und M aus folgender Tabelle:

Vertikale	Scheitel (1')	I' (2')	II' (3')	III' (4')	IV' (5')	IV' (6')	Σ 1'-6'
x	0,5	1,5	2,5	3,55	4,1	4,1	
y	0,23	0,23	0,23	0,23	-0,52	-2,02	
w	1500	1500	1500	1650	560	560	2×7270 $= 14540$
$w_x = w \cdot x$	750	2250	3750	5858	2296	2296	
$w_y = w \cdot y$	345	345	345	380	-291	-1131	
$w x^2$	375	3375	9375	20794	9414	9414	2×52747 $= 105494$
$w y^2$	79	79	79	87	151	2285	2×2760 $= 5520$
$-\frac{l}{2}$ $1 \sum_a w_y (a-x)$	$2749 + 325$ $-\frac{345}{2} = 2928$	$2224 + 697$ $-\frac{345}{2} = 2749$	$1355 + 1042$ $-\frac{345}{2} = 2224$	$1,1 \cdot 1422 -$ $0,55 \cdot 380 = 1355$	$0 \cdot 1422$	$0 \cdot 1131$	
Einflußordinaten für $H = \frac{1 \cdot \Sigma \dots}{\Sigma w \cdot y^2 + \Sigma \frac{s}{F} (= 5580)}$	0,525	0,492	0,398	0,242	0	0	
$-\frac{l}{2}$ $1 \sum_a w_x (a-x)$	$35923 + 16450$ $+\frac{750}{2} = 52748$	$20598 + 14200$ $+\frac{2250}{2} = 35923$	$8273 + 10450$ $+\frac{3750}{2} = 20598$	$1,1 \cdot 4592 +$ $0,55 \cdot 5858 = 8273$	$0 \cdot 4592$	$0 \cdot 2296$	
Einflußordinaten für $V = \frac{1 \cdot \Sigma \dots}{\Sigma w \cdot x^2 (= 105494)}$ (I - IV)	0,500 0,500	0,340 0,660	0,195 0,805	0,079 0,921	0 (1)	0 (1)	
$-\frac{l}{2}$ $1 \sum_a w (a-x)$	$10680 + 5770$ $+\frac{1500}{2} = 17200$	$5660 + 4270$ $+\frac{1500}{2} = 10680$	$2140 + 2770$ $+\frac{1500}{2} = 5660$	$1,1 \cdot 1120 +$ $0,55 \cdot 1650 = 2140$	$0 \cdot 1120$	$0 \cdot 560$	
Einflußordinaten für $M = \frac{1 \cdot \Sigma \dots}{\Sigma w (= 14540)}$ (I - IV)	1,182 1,182	0,734 1,734	0,389 2,389	0,147 3,147	0 (4,1)	0 (4,1)	
H 1'-4' (1-4)	0,51	0,44	0,32	0,12			$2 \times 1,39$
V 1'-4'	0,42	0,27	0,14	0,04			0,87
1-4	0,58	0,73	0,86	0,96			$\frac{3,13}{4,0}$
M 1'-4'	0,96	0,56	0,27	0,07			1,86

Bei gleichmäßiger Vollbelastung mit $0,6 \text{ t/m}$ erhält man daher:
 $H = (1,27 + 0,12 \cdot 1,1) \cdot 2 \cdot 0,6 = 1,68 \text{ t}$, $V = (3 + 1 \cdot 1,1) \cdot 0,6 = 2,46 \text{ t}$, $M = (8,08 + 3,69 \cdot 1,1) \cdot 0,6 = 7,28 \text{ mt}$,
 und hieraus ergibt sich bei A: $M_1 = 7,28 + 1,68 \cdot 2,77 - 2,46 \cdot 4,1 = 1,85 \text{ mt}$ und bei C:

$$M_2 = 1,85 - 3 \cdot 1,68 = -3,19 \text{ mt}, \quad M_m = 7,28 - 0,6 \cdot \frac{4,1^2}{2} - 1,68 \cdot 0,23 = 1,85 \text{ mt} \left(\text{ca. } \frac{q l^2}{13} \text{ und } \frac{q l^2}{22} \right).$$

Für eine Einzellast von $0,2^t$ in der Mitte E ist $H = 0,525 \cdot 0,2 = 0,105^t$, $V = 0,5 \cdot 0,2 = 0,1$, $M = 1,182 \cdot 0,2 = 0,236^t$, $M_1 = 0,236 + 0,105 \cdot 2,77 = 0,517^t$, $M_2 = 0,117 - 3 \cdot 0,105 = -0,198^t$, $M_m = 0,236 - 0,105 \cdot 0,23 = 0,212^t$ ($\frac{Pl}{7,8}$ und $\frac{Pl}{8,3}$). Die Bestimmung von W erfolgt später. Zur Vergleichung soll nun der rechteckige Rahmen nach Professor Häsel (s. Brückenbau S. 336) als kontinuierlicher Träger berechnet werden, indem die untengezeichneten Momentenflächen in beiden Fällen gleich sind, und auch die Durchbiegung in dem oberen Balken eine entsprechende Durchbiegung in den Ständern hervorruft. Hierbei können noch die Punkte A und B mit Gelenken versehen oder eingespannt sein, wofür der an den Enden frei aufgelagerte oder eingespannte kontinuierliche Träger mit drei Oeffnungen anzunehmen ist, wie dies aus den Doppellinien für die Momentenflächen der äußeren Oeffnungen hervorgeht.

Zur Entwicklung der nötigen Formeln dient nach den Professoren Mohr (s. Techn. Mechanik des Ing.-Vereins Stuttgart S. 239, 241) und Weyrauch (s. die Berechnung der kontinuierlichen Träger S. 7—9) die Ableitung der Clapeyronschen Gleichung aus der elastischen Durchbiegungslinie $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M_x}{JE}$, welche dem Seilpolygon der Momentenfläche M mit dem Horizontalschub JE entspricht (bei veränderlichem J wird der Horizontalschub E für die Momentenfläche $\frac{M}{J}$ angenommen).

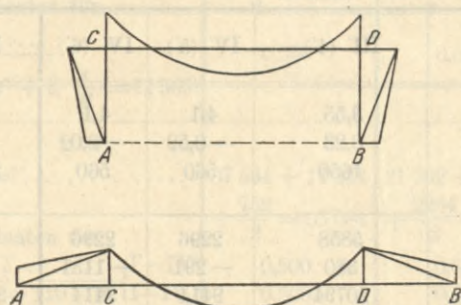


Abb. 13.

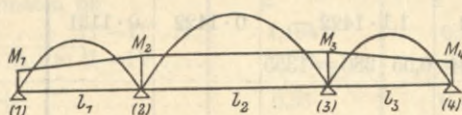


Abb. 15.

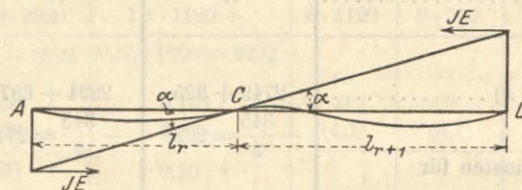
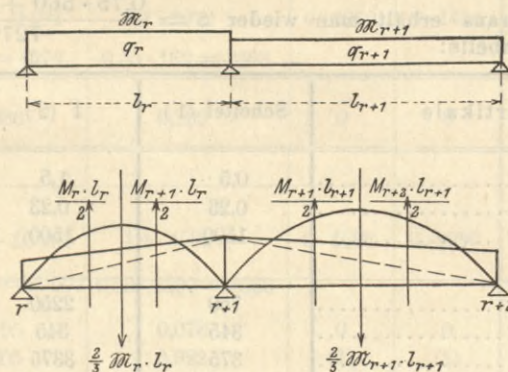


Abb. 14.

Man erhält daher für die gleichförmige Belastung q_r und q_{r+1} mit den Biegemomenten $\mathfrak{M}_r = \frac{q_r l_r^2}{8}$ und $\mathfrak{M}_{r+1} = \frac{q_{r+1} l_{r+1}^2}{8}$ aus den Resultanten der Momentenflächen in Beziehung auf A :

$$(1) \quad 0 = -JE l_r \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{M_r l_r}{2} \cdot \frac{l_r}{3} - \frac{M_{r+1} l_r}{2} \cdot \frac{2}{3} l_r + \frac{2}{3} \mathfrak{M}_r \cdot l_r \cdot \frac{l_r}{2}$$

und in Beziehung auf D :

$$(2) \quad 0 = -JE l_{r+1} \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{M_{r+1} l_{r+1}}{2} \cdot \frac{2}{3} l_{r+1} + \frac{M_{r+2} l_{r+1}}{2} \cdot \frac{l_{r+1}}{3} - \frac{2}{3} \mathfrak{M}_{r+1} l_{r+1} \cdot \frac{l_{r+1}}{2}$$

und bei Berücksichtigung der Momentenflächen für die Einzellasten P :

$$(3) \quad \operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{6JE} \left(M_r l_r + 2 M_{r+1} l_r - \frac{1}{l_r} \sum P \cdot a (l_r - a) (l_r + a) - 2 \mathfrak{M}_r l_r \right) \text{ und}$$

$$(4) \quad \operatorname{tg} \alpha = +\frac{1}{6JE} \left(2 M_{r+1} l_{r+1} + M_{r+2} l_{r+1} - \frac{1}{l_{r+1}} \sum P \cdot a (l_{r+1} - a) (2 l_{r+1} - a) - 2 \mathfrak{M}_{r+1} l_{r+1} \right).$$

Bei Gleichsetzung von (3) und (4) erhält man hieraus die Clapeyronsche Gleichung (wenn M negativ eingesetzt wird):

$$(5) \quad M_r l_r + 2 M_{r+1} (l_r + l_{r+1}) + M_{r+2} l_{r+1} = -\frac{1}{l_r} \sum P \cdot a (l_r^2 - a^2) - \frac{1}{l_{r+1}} \sum P \cdot b (l_{r+1}^2 - b^2) - 2 \mathfrak{M}_r l_r - 2 \mathfrak{M}_{r+1} l_{r+1}.$$

Bei Eingespanntsein ist dagegen für die (l_{r+1} entsprechende) erste Oeffnung und die (l_r entsprechende) letzte Oeffnung $\operatorname{tg} \alpha = 0$ zu setzen, so daß bei n Oeffnungen die Vertauschung von $r+1$ mit 1 und von r mit n vorzunehmen ist, und hieraus hervorgeht:

$$(6) \quad 2 M_1 l_1 + M_2 l_1 = -\frac{1}{l_1} \sum P b (l_1^2 - b^2) - 2 \mathfrak{M}_1 l_1 \quad (\text{worin } b \text{ von rechts her und } a$$

$$(7) \quad M_n l_n + 2 M_{n+1} l_n = -\frac{1}{l_n} \sum P \cdot a (l_n^2 - a^2) - 2 \mathfrak{M}_n l_n \quad \text{von links her gilt.}$$

Bei verschiedenem J der einzelnen Oeffnungen sind die für jede Oeffnung erhaltenen Ausdrücke mit dem zugehörigen J zu dividieren, indem dann die Momentenflächen den Werten $\frac{M}{J}$ entsprechen, und zwar sowohl die positiven als die negativen (ist J in einer Oeffnung nicht konstant, so kann der Mittelwert $\frac{J_1 \cdot c_1 + J_2 \cdot c_2 + \dots}{c_1 + c_2 + \dots}$ genommen werden).

Hieraus ergeben sich alsdann bei drei Oeffnungen mit eingespannten Enden die folgenden vier Gleichungen mit vier Unbekannten, worin die rechtsseitigen Ausdrücke in (6) und (7) mit n und m bezeichnet werden können (s. Abb. 15):

$$(8) \quad 2 M_1 + M_2 = -\frac{n_1}{l_1}, \quad (9) \quad M_3 + 2 M_4 = -\frac{m_3}{l_3} \quad (\text{das konstante } J \text{ fällt hier fort}).$$

$$(10) \quad \frac{M_1 l_1}{J_1} + 2 M_2 \left(\frac{l_1}{J_1} + \frac{l_2}{J_2} \right) + M_3 \cdot \frac{l_2}{J_2} = -\frac{1}{l_1 J_1} \sum P a (l_1^2 - a^2) - \frac{2 \mathfrak{M}_1 l_1}{J_1} - \frac{1}{l_2 J_2} \sum P b (l_2^2 - b^2) - \frac{2 \mathfrak{M}_2 l_2}{J_2} = -\frac{m_1}{J_1} - \frac{n_2}{J_2},$$

$$(11) \quad \frac{M_2 l_2}{J_2} + 2 M_3 \left(\frac{l_2}{J_2} + \frac{l_3}{J_3} \right) + M_4 \cdot \frac{l_3}{J_3} = -\frac{1}{l_2 J_2} \sum P a (l_2^2 - a^2) - \frac{2 \mathfrak{M}_2 l_2}{J_2} - \frac{1}{l_3 J_3} \sum P b (l_3^2 - b^2) - \frac{2 \mathfrak{M}_3 l_3}{J_3} = -\frac{m_2}{J_2} - \frac{n_3}{J_3},$$

und bei Einsetzung der Werte von M_1 und M_4 aus (8) und (9) in (10) und (11)

$$(12) \quad M_2 \left(\frac{1,5 l_1}{J_1} + \frac{2 l_2}{J_2} \right) + \frac{M_3 l_2}{J_2} = -\frac{2 m_1 - n_1}{2 J_1} - \frac{n_2}{J_2} \quad \text{und}$$

$$(13) \quad \frac{M_2 l_2}{J_2} + M_3 \left(\frac{2 l_2}{J_2} + \frac{1,5 l_3}{J_3} \right) = -\frac{m_2}{J_2} - \frac{2 n_3 - m_3}{2 J_3}, \quad \text{worin allgemein}$$

$$(14) \quad m_r = \frac{1}{l_r} \sum P a (l_r^2 - a^2) + 2 \mathfrak{M}_r l_r \quad \text{und}$$

$$(15) \quad n_r = \frac{1}{l_r} \sum P b (l_r^2 - b^2) + 2 \mathfrak{M}_r l_r \quad \text{für die Oeffnung } r \text{ ist.}$$

Bei Einsetzung von $l_1 = l_3 = 3^m$, $l_2 = 8,2^m$, $p_2 = 0,6 \frac{t}{m}$, $\mathfrak{M}_2 = \frac{0,6 \cdot 8,2^2}{8} = 5,04 \text{ mt}$ und $P = 0,2 \text{ t}$ in der Mitte ergibt sich für $J_1 = J_3 = 4 J_2$ aus (12) und (13):

$$M_2 \left(1,5 \cdot \frac{3}{4} + 2 \cdot \frac{8,2}{1} \right) + M_3 \cdot \frac{8,2}{1} = -\frac{n_2}{1} = -2 \mathfrak{M}_2 l_2 = -2 \cdot 5,04 \cdot 8,2 = -82,65$$

$$\text{bzw.} = -\frac{1}{l_2} \sum P b (l_2^2 - b^2) = -\frac{0,2 \cdot 4,1 (8,2^2 - 4,1^2)}{8,2} = -5,04,$$

$$M_2 \frac{8,2}{1} + M_3 \left(2 \cdot \frac{8,2}{1} + 1,5 \cdot \frac{3}{4} \right) = -\frac{m_2}{1} = -2 \mathfrak{M}_2 l_2 = -82,65$$

$$\text{bzw.} = -\frac{1}{l_2} \sum P a (l_2^2 - a^2) = -5,04$$

$$\text{und hieraus (bei Multiplikation mit 4): } M_2 = M_3 = -\frac{(70,1 - 32,8) \cdot 330,6^{(20,2)}}{70,1^2 - 32,8^2} = -\frac{330,6^{(20,2)}}{102,9} = -3,21^{(0,196)} \text{ mt.}$$

$$\text{Ferner ist nach (8) und (9): } M_1 = M_4 = \frac{3,21^{(0,196)}}{2} = 1,605^{(0,098)} \text{ mt, } M_m = 5,04 - 3,21 = 1,83 \text{ mt}$$

$$\text{bzw.} = \frac{0,2 \cdot 8,2}{4} - 0,196 = 0,214 \text{ mt.}$$

Bei Vergleichung mit der Berechnung auf S. 25 erhält man daher $M_1 = 1,61$ statt $1,85 \text{ mt}$, $M_2 = -3,21$ statt $-3,19 \text{ mt}$, $M_m = 1,83$ statt $1,85 \text{ mt}$ bzw. $M_1 = 0,098$ statt $0,117 \text{ mt}$, $M_2 = -0,196$ statt $-0,198 \text{ mt}$, $M_m = 0,214$ statt $0,212 \text{ mt}$.

Die Belastung der Oeffnung 1 mit horizontalem Winddruck stimmt weniger überein, und es sind daher obige Formeln nur für die vertikale Belastung des obern Balkens zu verwenden, so daß nur n_2 und m_2 in Rechnung zu ziehen sind.

Die Berechnung des horizontalen Winddrucks kann dagegen nach dem Verfahren von Professor Müller-Breslau erfolgen, nach welchem auch die 2 obigen Berechnungen des rechteckigen Rahmens für vertikale Belastungen geprüft werden können.

Man erhält nach S. 124–126 (s. neuere Methoden der Festigkeitslehre 1904):

$$h' = \frac{J_2}{J_1} \cdot h = \frac{h}{4}, \quad z_0 = \frac{h' \cdot h}{l + 2 h'} = \frac{h^2}{4 \left(l + \frac{h}{2} \right)} = \frac{3^2}{4 (8,2 + 1,5)} = 0,23 \text{ m wie oben.}$$

Ferner ist die Momentenfläche $F_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{0,6 \cdot 8,2^2}{8} \cdot 8,2 = 27,5$ bzw. $= \frac{0,2 \cdot 8,2}{4} \cdot \frac{8,2}{2} = 1,68$ und hieraus ergibt sich $H = X = \frac{3 F_0}{h(2l + h')} = \frac{3 \cdot 27,5}{3 \left(2 \cdot 8,2 + \frac{3}{4} \right)} = 1,60$ statt $1,68^t$, und für $G = l + 2h' = 8,2 + 2 \cdot \frac{3}{4} = 9,7$ ist $Z = \frac{F_0}{G} = \frac{27,5}{9,7} = 2,83$ (0,173) und $M_1 = H \cdot \frac{h}{3} = \frac{1,60 \cdot 3}{3} = 1,60$ sowie $M_2 = -H \cdot \frac{2}{3} h = -1,60 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = -3,20$, somit fast genau wie bei der kontinuierlichen Berechnung mit $1,61$ und $-3,21$.

2. Berechnungsweise der Rahmenkonstruktionen nach Professor Dr. Müller-Breslau.

Die Grundlagen dieser Berechnungsweise entsprechen denjenigen für die Berechnung der eingespannten Gewölbe, indem für den an seinen Enden eingespannten Stabzug mit festen Ecken nach S. 119–131 dieselben Formeln gelten, wie sie auch bei der Gewölbeberechnung nach Mörsch angewendet worden sind.

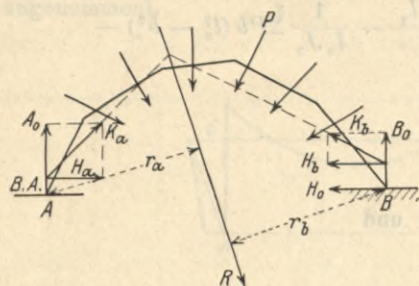


Abb. 16.

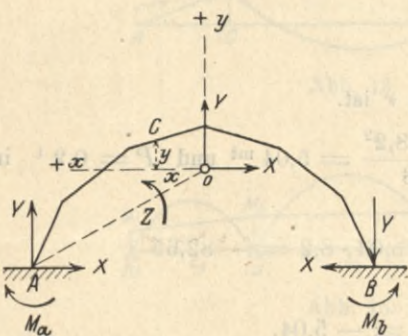


Abb. 17.

Bei der letztern fällt nur das konstante J_c im Zähler von $w = ds' = \frac{J_c \cdot ds}{J}$ weg, und die Formeln auf S. 122 lauten dann gleichfalls:

$$X = \frac{\int M_0 y w}{\int y^2 w}, \quad Y = \frac{\int M_0 x w}{\int x^2 w} \quad \text{und} \quad Z = \frac{\int M_0 w}{\int w}.$$

Der einzige Unterschied besteht darin, daß M_0 verschieden aufgefaßt werden kann, indem nach Mörsch nur die linksseitigen Lasten des Querschnitts für den links frei ausladenden Balken zu rechnen sind, und nach Müller-Breslau ein ergänzendes A_0 , B_0 und H_0 hinzukommen kann, wie dies in Abb. 16 veranschaulicht ist.

Nach derselben kann ein ganz beliebiges System von Stäben und Kräften P durch ein bei A angenommenes bewegliches Auflager statisch bestimmt gemacht werden, so daß aus der Resultante R und ihren Abständen r_a und r_b von A und B die Größen $A_0 = \frac{R \cdot r_b}{l}$, $B_0 = \frac{R \cdot r_a}{l}$, $H_0 = R \cdot \cos \alpha$ hervorgehen, welche zu obigen Werten von X , Y und Z hinzukommen.

In Abb. 17 sind daher die Kräfte X und Y und das Moment Z für die Einspannung bei A und B angegeben, welche für sich im Gleichgewicht sein müssen und mit Hilfe der obigen Elastizitätsgleichungen bestimmt werden, so daß bei C : $M = M_0 - X \cdot y - Y \cdot x - Z$ erhalten wird.

Nach dem Verfahren von Mörsch kann dagegen das Ende A als frei ausladend angenommen werden, so daß an dieser Stelle nur X , Y und Z wirken, und für M_0 nur das Moment der linksseitigen Kräfte (ohne A_0) zu berücksichtigen ist, und es ist dies häufig einfacher, wie es auch die Berechnung des horizontalen Winddrucks auf den Rahmen nach Müller-Breslau (S. 130) zeigt.

Auch die Verlegung der Kräfte X , Y und des Moments Z in den Koordinatenursprung o , für welchen die Werte $\int \frac{y ds}{J}$, $\int \frac{x ds}{J}$, $\int \frac{xy ds}{J} = 0$ werden, ist bei beiden Berechnungsweisen gleich, so daß die statischen Momente des Stabzugs $\frac{s}{J}$ in Beziehung auf die x -achse und die y -achse sowie das Zentrifugalmoment desselben $= 0$ sind, und der Punkt o der Schwerpunkt des Stabzugs $\frac{s}{J}$ sowie x und y Hauptachsen sind (bei symmetrischem Stabzug fällt die y -achse mit der Symmetrieachse zusammen).

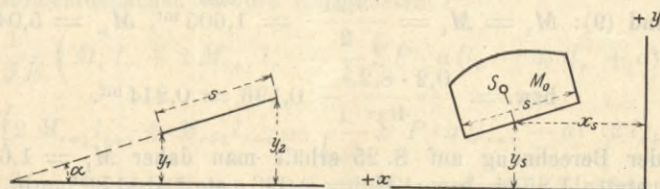


Abb. 18.

Es sind nun die Summenausdrücke $T_x = \int \frac{y^2 ds}{J}$, $T_y = \int \frac{x^2 ds}{J}$ und $G = \int \frac{ds}{J}$ zu berechnen, welche den Trägheitsmomenten des Stabzugs $\frac{s}{J}$ in Beziehung auf die x - und y -achse sowie dem elastischen Gesamtgewicht desselben entsprechen.

Bei Zerlegung des Stabzugs in prismatische Teile von konstantem Querschnitt erhält man in Beziehung auf eine beliebige Achse $T = \int_{y_1}^{y_2} \frac{y^2 ds}{J} = \frac{1}{J \sin \alpha} \int_{y_1}^{y_2} y^2 dy = \frac{s}{J(y_2 \pm y_1)} \cdot \frac{y_2^3 \pm y_1^3}{3} = \frac{1}{3} w (y_1^2 \mp y_1 y_2 + y_2^2)$, indem $\frac{dy}{ds} = \sin \alpha = \frac{y_2 - y_1}{s}$ ist (wenn y_1 oder y_2 negativ wird, so ist das obere Vorzeichen zu wählen bzw. y mit seinem Vorzeichen einzusetzen).

Eine Vereinfachung der Berechnung ist nach S. 123 und 125 durch die Bestimmung von $\int \frac{M_0 \cdot y ds}{J} = \frac{F_0 \cdot y_s}{J}$, $\int \frac{M_0 \cdot x ds}{J} = \frac{F_0 \cdot x_s}{J}$ und von $\frac{F_0}{J}$ gegeben, und die beiden erstern entsprechen den statischen Momenten des unterhalb des Schwerpunkts S vereinigten elastischen Gewichts $\frac{F_0}{J}$ (s. Abb. 18). \mathfrak{S}_x und \mathfrak{S}_y sind alsdann die Summen der statischen Momente aller Gewichte $\frac{F_0}{J}$ in Beziehung auf die Achsen x und y , so daß man erhält

$$X = \frac{\mathfrak{S}_x}{T_x}, \quad Y = \frac{\mathfrak{S}_y}{T_y}, \quad Z = \frac{\sum \frac{F_0}{J}}{G}$$

(Die vorstehenden Teile von Stäben sind in diesen Summenausdrücken nur insofern zu berücksichtigen, als sie die Momentenflächen F_0 der M_0 ändern.)

Die allgemein gültigen Formeln lassen sich nun auf Sonderfälle anwenden, und zur Erläuterung soll zunächst der rechteckige Rahmen berechnet werden.

Die oft vorkommenden Ausdrücke $\frac{l}{J}$, $\frac{h}{J}$, $\frac{F_0}{J}$ sollen hierbei mit l' , h' , F_0' bezeichnet werden (das J_c im Zähler kann alsdann wegfallen), und das Gewicht des Balkens ist $l' = \frac{l}{J_2}$ und der Ständer $h' = \frac{h}{J_1(J_3)}$, so daß $G = l' + 2h'$ wird.

In Beziehung auf CD ergibt sich der Koordinatenursprung o aus $z_0 \cdot G = 2h' \cdot \frac{h}{2} = h \cdot h'$ oder $z_0 = \frac{hh'}{l' + 2h'}$, ferner ist $T_x = T - G \cdot z_0^2 = \frac{2h' \cdot h^2}{3} - z_0 \cdot h \cdot h'$ (aus obiger Formel für $y_1 = 0$ und $y_2 = h$), und für $hh' = z_0(l' + 2h')$ wird $T_x = \frac{2}{3} h z_0(l' + 2h') - z_0 \cdot h h' = \frac{h z_0}{3} (2l' + h')$, und ebenso ist $T_y = \int x^2 ds = \frac{2l'}{2} \cdot \frac{l^2}{4 \cdot 3} + 2h' \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^2}{12} (l' + 6h')$. Hieraus erhält man alsdann $X = \frac{F_0' \cdot z_0}{T_x} = \frac{3 F_0'}{h(2l' + h')}$, $Y = \frac{F_0' \cdot e}{T_y}$ und $Z = \frac{F_0'}{G}$.

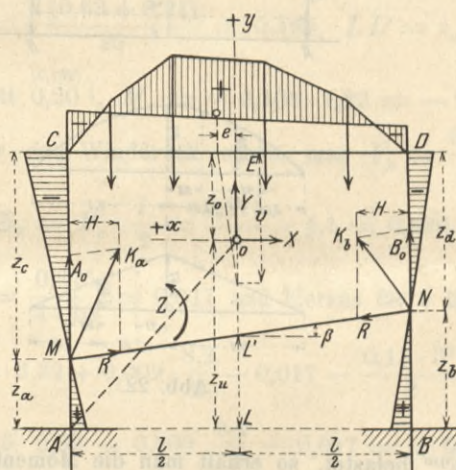


Abb. 19.

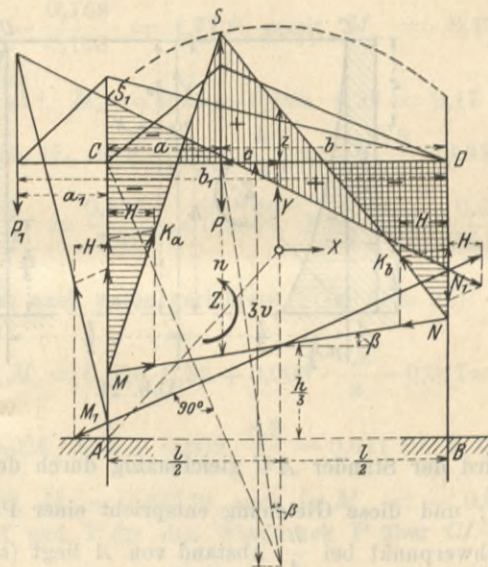


Abb. 20.

Die Lage der Kämpferdrücke K_a und K_b ergibt sich aus der Momentengleichung $X \cdot LL' = X \cdot z_u - Z$ (für das Gleichgewicht von X , Y und Z) oder $LL' = z_u - \frac{Z}{X} = z_u - \frac{T_x}{z_0 \cdot G} = z_u - \left(\frac{2h}{3} - z_0\right) = \frac{h}{3}$. Der Neigungswinkel der bei $\frac{h}{3}$ liegenden Resultante R ist $\text{tg } \beta = \frac{Y}{X} = \frac{e \cdot T_x}{z_0 \cdot T_y} = \frac{e}{v}$, worin $v = \frac{l^2(l' + 6h')}{4h(2l' + h')}$ konstant ist. Die graphische Bestimmung von K_a und K_b ist aus Abb. 19 ersichtlich, und es wird $M_a = +H \cdot z_a$, $M_c = -H \cdot z_c$, $M_d = -H \cdot z_d$, $M_b = +H \cdot z_b$, so daß die Momentenflächen an den vier Ecken hierdurch bestimmt sind. (Die Richtung von H ergibt sich aus Abb. 17, da $H_0 = 0$ ist).

Für Einzellasten P im Abstand c von der Mitte gelten dieselben Formeln, nur wird die Momentenfläche $F_0 = \frac{P \cdot a \cdot b}{l} \cdot \frac{l}{2}$ bzw. bei außerhalb liegender Einzellast $F_0 = -\frac{P_1 \cdot a_1 \cdot l}{2}$, und der Schwerpunktsabstand ist $= \frac{c}{3}$ bzw. $\frac{l}{6}$, so daß c bzw. $\frac{l}{2}$ der Länge $3v$ entspricht und der Schnitt S bzw. S' der Kämpferdrücke K_a und K_b aus $\frac{n}{a} = \frac{A_0}{H} = \frac{P \cdot b}{l \cdot H}$ und $\frac{n}{b} = \frac{B_0}{H} = \frac{P \cdot a}{l \cdot H}$ erhalten wird. Bei Einsetzung von $H = X$ und des Werts für F_0 in X ergibt sich $n = \frac{2h}{3l'} \cdot (2l' + h')$, so daß die Parabel durch S mit dem konstanten Abstand n von der Richtung R der Kämpferdruck- oder S -Linie entspricht. Bei außerhalb liegendem P_1 erhält man ebenso $A_0 = \frac{P_1 \cdot b_1}{l}$ und $B_0 = -\frac{P_1 \cdot a_1}{l}$, und es gilt hierfür derselbe Wert von n , welcher zugleich den Endpunkt der Parabel für die S -Linie auf AC bestimmt.

Die Momentenflächen des Balkens CD sind durch die schraffierten Flächen dargestellt, und die Ordinaten z des Linienzugs MSN bzw. $M_1S_1N_1$ ergeben mit H multipliziert die zugehörigen Momente, während diejenigen für die Ständer wie oben bestimmt werden (für P_1 ergibt sich das entgegengesetzte Vorzeichen).

Bei der Berechnung für die Einzellasten P und P_1 wurde mit den Auflagerdrücken A_0 und B_0 für den statisch bestimmten Rahmen gerechnet, indem hierbei keine Horizontalkräfte vorhanden sind, für welche nach S. 130 bei B eingespannt sein und bei A freie Beweglichkeit angenommen wird (wie dies auch bei der Berechnung nach Mörsh der Fall ist), so daß nur der Ständer BD durch das Moment M_0 der linksseitigen Kraft P beansprucht wird, und X , Y und Z die Einspannung des Endes bei A bewirken (s. Abb. 21 rechts).

Das Dreieck für M_0 hat den Inhalt $F'_0 = -\frac{P \cdot h^2}{2}$ mit dem Schwerpunktsabstand $z_u = \frac{h}{3}$, so daß

$$\mathfrak{S}_x = -F'_0 \cdot \left(z_u - \frac{h}{3}\right) = +\frac{P \cdot h \cdot h'}{2} \left(z_u - \frac{h}{3}\right) \text{ und } \mathfrak{S}_y = -F'_0 \cdot \frac{l}{2} = +\frac{P h h' l}{4} \text{ ist, und hieraus erhalten wird:}$$

$$X = \frac{\mathfrak{S}_x}{T_x} = \frac{\frac{P h^2 h'}{2} \left(z_u - \frac{h}{3}\right)}{z_0 \cdot \frac{h}{3} (2l' + h')} \quad (\text{da } J_3 = J_1 \text{ ist}), \quad Y = \frac{\mathfrak{S}_y}{T_y} = \frac{P h h'}{l (l' + 6h')}, \quad Z = \frac{F'_0}{G} = -\frac{P h h'}{2 (l' + 2h')}.$$

Die Momente an den 4 Ecken sind dann (die Drehung im Sinne des Uhrzeigers ist positiv):

$$M_a = X \cdot z_u - \frac{Y \cdot l}{2} - Z, \quad M_c = -X \cdot z_0 - \frac{Y \cdot l}{2} - Z, \quad M_d = -X \cdot z_0 + \frac{Y l}{2} - Z, \quad M_b = X \cdot z_u + \frac{Y l}{2} - Z - Ph.$$

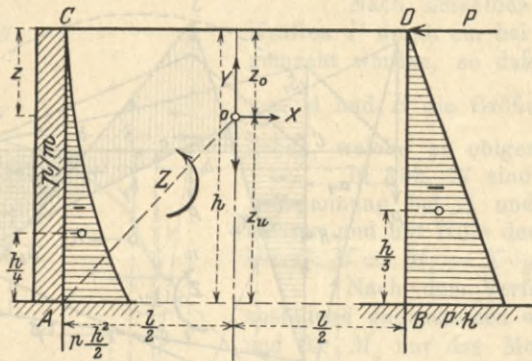


Abb. 21.

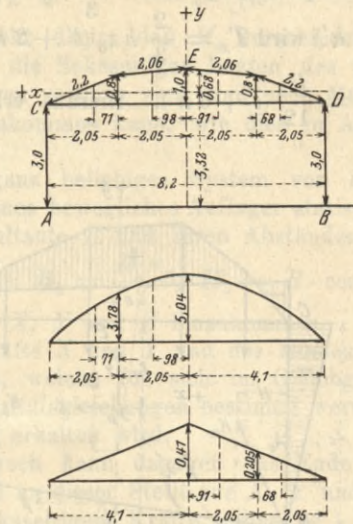


Abb. 22.

Wird der Ständer AC gleichmäßig durch den Winddruck p/q^m belastet, so erhält man die Momentenfläche aus $M = \frac{p \cdot z^2}{2}$, und diese Gleichung entspricht einer Parabel mit der Endordinate $\frac{p h^2}{2}$, so daß $F'_0 = \frac{p h^2}{2} \cdot \frac{h}{3} = \frac{p h^3}{6}$ ist, und der Schwerpunkt bei $\frac{h}{4}$ Abstand von A liegt (s. Abb. 21 links).

Hierfür sind in derselben Weise wie oben die Werte von X , Y und Z auszurechnen und bei Vertauschung von A mit B und C mit D gelten auch dieselben Momente der Ecken, so daß Y nach unten gerichtet ist. (Will man X , Y und Z so annehmen, daß B das bewegliche Ende darstellt, so ist auch der Drehsinn zu ändern.)

Wird statt des geraden Querbalkens ein Bogen angenommen, so kann in dem obigen Beispiel statt des Bogens ein Polygon (s. Abb. 22) gesetzt werden, wobei das Verhältnis $J_2 : J_1 = 1 : 4$ beibehalten werden soll.

Der Punkt o ergibt sich dann für die Bogenhälfte in bezug auf E aus:

$$z_0 = \int y \frac{ds}{J} : G = \left(0,1 \cdot \frac{2,06}{1} + 0,6 \cdot \frac{2,2}{1} + 2,5 \cdot \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{2,06}{1} + \frac{2,2}{1} + \frac{3}{4}\right) = \frac{3,40}{5,01} = 0,68 \text{ statt } 0,65 \text{ m.}$$

Ferner ist das Trägheitsmoment in Beziehung auf die x -Achse: $T_x = \int y^2 \frac{ds}{J} = T(\text{für } CD) - 0,32^2 \cdot G =$

$$= 2 \left\{ \frac{2,2}{1} \cdot \frac{0,8^2}{3} + \frac{2,06}{3 \cdot 1} (0,8^2 + 0,8 \cdot 1 + 1^2) + \frac{3}{4} \cdot \frac{3^2}{3} \right\} - 0,32^2 \cdot 2 \cdot 5,01 = 7,76 \text{ und in Beziehung auf die } y\text{-Achse:}$$

$$T_y = \int x^2 \frac{ds}{J} = 2 \left\{ \frac{2,06}{1} \cdot \frac{2,05^2}{3} + \frac{2,2}{1 \cdot 3} (2,05^2 + 2,05 \cdot 4,1 + 4,1^2) + \frac{3}{4} \cdot 4,1^2 \right\} = 74,14. \text{ Zur Vergleichung erhält man}$$

aus den Tabellen auf Seite 23, 24 bei Division mit 1500: $\sum w y^2 = 7,54$, $\sum w x^2 = 73,45$ und $\sum w = 10$, und die Berechnung wäre bei Einsetzung der Verhältniszahlen $1:4$ für J dort einfacher geworden, und sie wurde nur mit Rücksicht auf die allgemeine Anwendung für verschiedene J mit dem zugehörigen h berechnet (die Verschiedenheit für T_x und T_y rührt von der angenäherten Berechnung mit Lamellen und von der Ersetzung des Bogens durch ein Polygon her).

Zur Vergleichung der Resultate beider Berechnungsarten, sollen nun die Momente für die vertikale Belastung mit $0,6 \text{ t/m}$ bzw. $0,2 \text{ t}$ in der Mitte für das obige Polygon berechnet werden, und man erhält hierfür $T_x = 7,76$, $T_y = 74,14$,

$G = 10$, $z_0 = 0,68$, $M = \frac{0,6 \cdot 8,2^2}{8} = 5,04$ mt bzw. $= 0,2 \cdot \frac{8,2}{4} = 0,41$ mt und $F_0 = \frac{2}{3} \cdot 5,04 \cdot 8,2 = 27,55$ bzw. $= \frac{0,41 \cdot 8,2}{2} = 1,68$. Für das Polygon ist F_0 über den Seiten desselben zu bestimmen, und zugleich der Schwerpunkt der Teilflächen zu ermitteln, und erhält man aus Abb. 22 die Schwerpunktsabstände

$$x_s = \frac{(3,78 \cdot 2,05) \cdot 1,025 + \left(1,26 \cdot 2,05 \cdot \frac{2}{3}\right) \frac{3}{8} \cdot 2,05}{7,74 + 1,72} = \frac{9,27}{9,46} = 0,98 \text{ m und } = \frac{\left(5,04 \cdot 4,1 \cdot \frac{2}{3}\right) \frac{3}{8} \cdot 4,1 - 9,27}{13,78 - 9,46} = \frac{11,92}{4,32} = 2,76 \text{ m}$$

und hieraus $y_s = 0,9 - 0,32 = 0,58$ m und $= 0,52 - 0,32 = 0,20$ m, sowie $H = X =$

$$= \frac{F'_0 \cdot y_s}{T_x} = \frac{2(9,46 \cdot 0,58 + 4,32 \cdot 0,20)}{7,76} = 1,64 \text{ statt } 1,67 \text{ t, } Y = \frac{F'_0 \cdot x_s}{T_y} = \frac{2(9,46 \cdot 0,98 + 4,32 \cdot 2,76)}{74,14} = 0,57 \text{ t,}$$

$$Z = \frac{F'_0}{G} = \frac{13,78 \cdot 2}{10} = 2,78 \text{ mt. Der Abstand } LL' \text{ ist ferner } = z_u - \frac{Z}{X} = 3,32 - \frac{2,78}{1,64} = 1,62 \text{ m somit } M_a =$$

$$= H \cdot z_a = 1,64 \cdot 1,62 = 2,66 \text{ statt } 2,81 \text{ mt, } M_c = -H \cdot z_c = -1,64 \cdot 1,38 = -2,26 \text{ statt } -2,20 \text{ mt, } M_m =$$

$$= 5,04 - 1,64 \cdot 2,38 = 1,14 \text{ statt } 1,18 \text{ mt.}$$

Für die Einzellast von $0,2$ t erhält man $x_s = \left(\frac{2,05^2}{2} \cdot 0,205 + \frac{2,05^2}{3} \cdot \frac{0,205}{2}\right) : (0,205 \cdot 2,05 \cdot 1,5) = 0,91$ m und $= \frac{4}{3} \cdot 2,05 = 2,73$ m sowie $y_s = 0,91 - 0,32 = 0,59$ und $= 0,54 - 0,32 = 0,22$ und hieraus $H = X =$

$$= \frac{\mathcal{E}_x}{T_x} = \frac{2(0,63 \cdot 0,59 + 0,21 \cdot 0,22)}{7,76} = 0,108 \text{ statt } 0,11 \text{ t, } Y = \frac{\mathcal{E}_y}{T_y} = \frac{2(0,63 \cdot 0,91 + 0,21 \cdot 2,73)}{74,14} = 0,031 \text{ t,}$$

$$Z = \frac{F'_0}{G} = \frac{2(0,63 + 0,21)}{10} = 0,168, LL' = z_u - \frac{Z}{X} = 3,32 - \frac{0,168}{0,108} = 1,77 \text{ m somit } M_a = 0,108 \cdot 1,77 =$$

$$= 0,19 \text{ statt } 0,20 \text{ t, } M_c = -0,108 \cdot 1,23 = -0,13 \text{ statt } -0,13 \text{ t, } M_m = 0,41 - 0,108 \cdot 2,23 = 0,17 \text{ statt } 0,17 \text{ t.}$$

Für den Winddruck erhält man $F_0 = \frac{0,15 \cdot 3^3}{6} = 0,675$, $\mathcal{E}_x = F_0 \left(z_u - \frac{h}{4}\right) = \frac{0,675}{4} (3,32 - 0,75) = 0,433$, $\mathcal{E}_y = F_0 \cdot \frac{l}{2} = \frac{0,675}{4} \cdot 4,1 = 0,690$, somit $X = \frac{\mathcal{E}_x}{T_x} = \frac{0,433}{7,76} = 0,056$ t, $Y = \frac{\mathcal{E}_y}{T_y} = \frac{0,69}{74,14} = 0,009$, $Z = \frac{F'_0}{G} = \frac{0,675}{4 \cdot 10} = 0,017$ und hieraus für o über CD und das nach unten gerichtete Y (s. Abb. 21):

$$M_a = 0,056 \cdot 3,32 + 0,009 \cdot \frac{8,2}{2} - 0,017 - \frac{0,15 \cdot 3^2}{2} = -0,469 \text{ mt, } M_c = 0,056 \cdot 0,32 + 0,009 \cdot \frac{8,2}{2} - 0,017 = +0,038 \text{ mt,}$$

$$M_d = 0,056 \cdot 0,32 - 0,009 \cdot \frac{8,2}{2} - 0,017 = +0,036 \text{ mt, } M_b = 0,056 \cdot 3,32 - 0,009 \cdot \frac{8,2}{2} - 0,017 = +0,132 \text{ mt}$$

der Werte $M_a = -0,308$ mt, $M_c = -0,026$ mt, $M_d = -0,127$ mt, $M_b = 0,287$ mt, auch ist $M_m = -0,056 \cdot 0,68 - 0,017 = -0,055$ statt $+0,028$ mt (beim Hinaufrücken von X und Y für den Winddruck P über CD würde auch auf S. 30 das Vorzeichen von X für M_c und M_d positiv werden.)

Die Zusammenstellung der Biegemomente ergibt daher: (die negativen bewirken an den Ecken außen Zug und die positiven das Gegenteil)

$$M_a = 2,66 + 0,19 (-0,47) = +2,85 \text{ mt, } M_c = -2,26 - 0,13 (+0,04) = -2,39 \text{ mt, } M_d = -2,26 - 0,13 (+0,04) = -2,39 \text{ mt, } M_b = 2,66 + 0,19 (+0,13) = +2,98 \text{ mt, } M_m = 1,14 + 0,17 (-0,05) = +1,31 \text{ mt.}$$

Hieraus erhält man nach A 1 b (s. Heft 4, 1906 der Hannoverschen Zeitschrift bzw. den Sonderabdruck desselben) in der Mitte: $x = \sqrt{\frac{6M}{7b\sigma_b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 131000}{7 \cdot 100 \cdot 40}} = 5,3$ cm, $h = \frac{8}{3}x = 14,1$ cm, $f_e = \frac{bx}{50} = \frac{100 \cdot 5,3}{50} = 10,6$ qcm und für $h = 18$ cm: $f_e = \frac{14,1}{18} \cdot 10,6 = 8,3$ qcm, so daß $10 \oplus 12 = 11,3$ qcm reichlich genügen.

Bei C und D soll 26 cm Stärke angenommen werden, so daß $x = \sqrt{\frac{6 \cdot 239000}{7 \cdot 100 \cdot 40}} = 7,17$ cm, $h = \frac{8}{3} \cdot 7,17 = 19,1$ cm, $f_e = \frac{100 \cdot 7,17}{50} = 14,34$ qcm und für $h = 23$ cm: $f_e = \frac{19,1}{23} \cdot 14,34 = 11,9$ qcm erhalten wird, somit genügen $12 \oplus 12 = 13,6$ qcm.

Bei A und B ist eine Stärke von 36 cm angenommen, und man erhält hierfür $x = \sqrt{\frac{6 \cdot 298000}{7 \cdot 100 \cdot 40}} = 8,0$ cm, $h = \frac{8}{3} \cdot 8,0 = 21,3$ cm, $f_e = \frac{100 \cdot 8,0}{50} = 16,0$ qcm und für $h = 33$ cm: $f_e = \frac{21,3}{33} \cdot 16,0 = 10,3$ qcm, so daß hier gleichfalls $12 \oplus 12$ ausgeführt werden können.

Die Anordnung der Eiseneinlagen ist aus Abb. 23 ersichtlich, und dieselben sind in das Fundament hinabgeführt und durch horizontale Verteilungseisen $\textcircled{6}$ verbunden. Die Berücksichtigung des veränderlichen statt konstanten Querschnittes des Bogens und der Ständer hätte in den Tabellen auf S. 23 und 24 geschehen müssen, sie kann aber hier vernachlässigt werden, da sie jedenfalls kleinere Momente ergibt. Auch die vertikale Belastung bei A würde nur die Zugspannungen reduzieren, und ist hier nicht bedeutend.

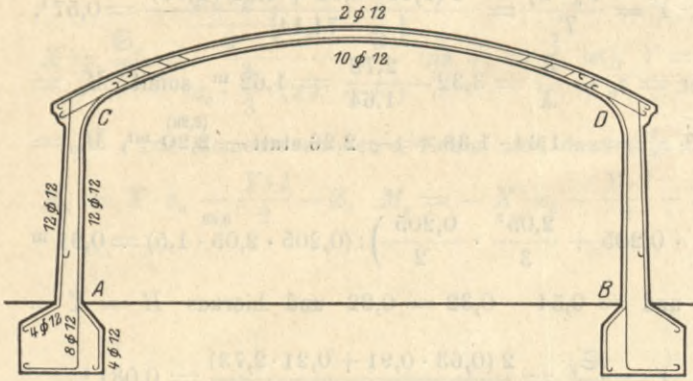


Abb. 23.

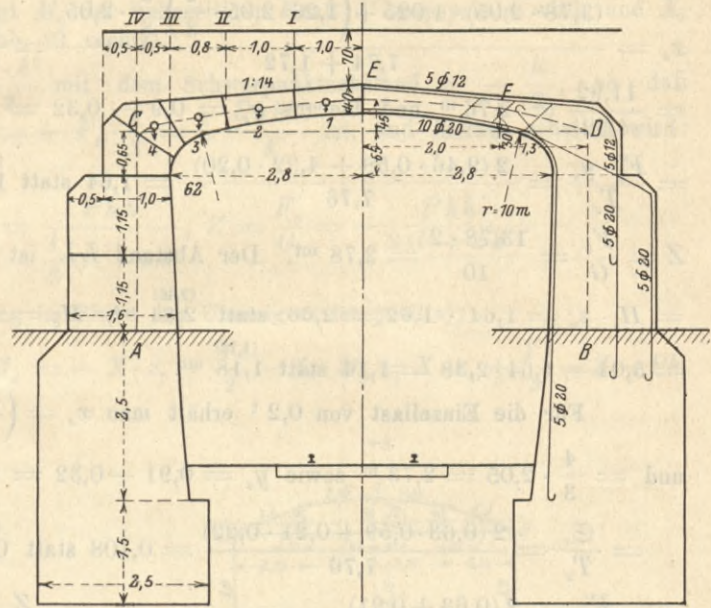


Abb. 24.

3. Beispiel der Berechnung einer eingespannten Straßenbrücke aus Eisenbeton.

Als weiteres Beispiel folgt eine Straßenbrücke, welche bei A und B eingespannt ist, weil die mittlere Stärke von 40 cm sonst zu schwach wäre. Die gestrichelte Linie entspricht der Mittellinie des angenommenen Balkens, welcher durch Einteilung in Lamellen und durch Ersetzung mittels eines Polygons berechnet werden kann.

Für die erstere Berechnung sind die Werte von $x, y', s, h, J = \frac{1 \cdot h^3}{12}, w = \frac{s}{J}, \frac{s}{F} = \frac{s}{h}$ aus der Abbildung zu entnehmen, und hieraus sind die Produkte wx, wy, wx^2 und wy^2 zu bilden, welche in die Summenausdrücke $H = \frac{1 \cdot \sum wy(a-x)}{\sum wy^2 + \sum \frac{s}{F}}, V = \frac{1 \cdot \sum wx(a-x)}{\sum wx^2}$ und $M = \frac{1 \cdot \sum w(a-x)}{\sum w}$ einzusetzen sind, um die Einflußordinaten für H, V und M zu erhalten.

Hieraus ergibt sich die folgende Tabelle:

Lamelle	1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma 1-7$
x	0,5	1,5	2,4	3,05	3,3	3,3	3,3	
y'	1,07	1	0,85	0,70	0,29	-0,575	-1,725	
s	1	1	0,82	0,47	0,58	1,15	1,15	
h	0,40	0,42	0,54	0,95	1,05	1,525	1,575	
$J = \frac{1 \cdot h^3}{12}$	0,0053	0,0062	0,0131	0,0716	0,0965	0,2956	0,3256	
$w = \frac{s}{J}$	188,7	161,3	62,6	6,6	6,0	3,9	3,5	$2 \times 432,6$ $= 865,2$
$\frac{s}{F} = \frac{s}{h}$	2,5	2,4	1,5	0,5	0,6	0,8	0,7	$2 \times 9 = 18$

Hieraus erhält man den Abstand des Koordinatenursprungs o von E aus: $z \cdot \Sigma w = \Sigma (1,1 - y') \cdot w$ oder:
 $z = \frac{0,03 \cdot 188,7 + 0,1 \cdot 161,3 + 0,25 \cdot 62,6 + 0,4 \cdot 6,6 + 0,81 \cdot 6 + 1,675 \cdot 3,9 + 2,825 \cdot 3,5}{432,6} = \frac{61,4}{432,6} = 0,14\text{ m}$, ferner
 ist $y = 0,14 - (1,1 - y') = y' - 0,96$.

Zur Berechnung von H , V und M ist dann folgende Tabelle aufzustellen:

Vertikale	Scheitel (1')	I' (2')	II' (3')	III' (4')	IV' (5')	IV' (6')	IV' (7')	$\Sigma 1' - 7'$
x	0,5	1,5	2,4	3,05	3,3	3,3	3,3	
$y = y' - 0,96$	0,11	0,04	-0,11	-0,26	-0,67	-1,535	-2,685	
w	188,7	161,3	62,6	6,6	6,0	3,9	3,5	$2 \times 432,6$ $= 865,2$
$w_x = w \cdot x$	94	242	150	20	20	13	12	
$w_y = w \cdot y$	20,8	6,5	-6,9	-1,7	-4,0	-6,0	-9,4	2×976 $= 1952$
$w \cdot x^2$	47	363	360	61	65	42	38	
$w \cdot y^2$	2,3	0,3	0,8	0,4	2,7	9,2	25,3	2×41 $= 82$
$-\frac{l}{2}$ $1 \sum_a w_y (a-x)$	$54,5 + 21,5$ $-\frac{20,8}{2} = 65,6$	$29,7 + 28,0$ $-\frac{6,5}{2} = 54,5$	$10,1 + 21,1 \cdot 0,8$ $+ 6,9 \cdot 0,4 = 29,7$	$0,5 \cdot 1,94 +$ $1,7 \cdot 0,25 = 10,1$	$0 \cdot 19,4$	$0 \cdot 15,4$	$0 \cdot 9,4$	
Einflußordinaten für $H = \frac{1 \cdot \Sigma \dots}{\Sigma w \cdot y^2 + \Sigma \frac{s}{F} (= 100)}$	0,656	0,545	0,297	0,101	0	0	0	
$-\frac{l}{2}$ $1 \sum_a w_x (a-x)$	$475,5 + 457$ $+\frac{94}{2} = 979,5$	$139,5 + 215$ $+\frac{242}{2} = 475,5$	$27,5 + 65 \cdot 0,8$ $+ 150 \cdot 0,4 = 139,5$	$0,5 \cdot 45 +$ $20 \cdot 0,25 = 27,5$	$0 \cdot 45$	$0 \cdot 25$	$0 \cdot 12$	
Einflußordinaten für $V = \frac{1 \cdot \Sigma \dots}{\Sigma w \cdot x^2 (= 1952)}$ $\left\{ \begin{array}{l} I' - IV' \\ I - IV \end{array} \right.$	0,500 0,500	0,244 0,756	0,072 0,928	0,014 0,986	0 (1)	0 (1)	0 (1)	
$-\frac{l}{2}$ $1 \sum_a w (a-x)$	$227,8 + 250,5$ $+\frac{188,7}{2} = 572,7$	$58,0 + 89,2$ $+\frac{161,3}{2} = 227,8$	$11,7 + 26,6 \cdot 0,8$ $+ 62,6 \cdot 0,4 = 58,0$	$0,5 \cdot 20 +$ $6,6 \cdot 0,25 = 11,7$	$0 \cdot 13,4$	$0 \cdot 7,4$	$0 \cdot 3,5$	
Einflußordinaten für $M = \frac{1 \cdot \Sigma \dots}{\Sigma w (= 865,2)}$ $\left\{ \begin{array}{l} I' - IV' \\ I - IV \end{array} \right.$	0,663 0,663	0,264 1,264	0,067 2,067	0,014 2,814	0 (3,3)	0 (3,3)	0 (3,3)	
G (Eigengewicht)	2,52	2,70	2,49	2,25				$2 \times 9,96$
$H 1' - 4' (1-4)$	0,60	0,42	0,20	0,05				$2 \times 1,27$
$V \left\{ \begin{array}{l} 1' - 4' \\ 1 - 4 \end{array} \right.$ Einfluß- ordi- naten	0,37	0,16	0,04	0,01				0,58 3,42 4,0 0,68 8,13 8,81
$M \left\{ \begin{array}{l} 1' - 4' \\ 1 - 4 \end{array} \right.$	0,63	0,84	0,96	0,99				
	0,46	0,17	0,04	0,01				
	0,96	1,67	2,44	3,06				

Die Einflußlinien für H , V und M brauchen nicht aufgezeichnet zu werden, da die Interpolation für die Lamellenmitten genügt, und man erhält nun vom Eigengewicht $0,3 \cdot 2250 = 675 \text{ kg/qm}$ für die Straßenfahrbahn und $0,4$ bis $0,65 \cdot 2000 \text{ kg/qm}$ für die Kies- und Sandunterlage und hieraus die Einzellasten $G_1 = 675 + 0,44 \cdot 2000 + 0,4 \cdot 2400 = 2,52 \text{ t}$, $G_2 = 675 + 0,51 \cdot 2000 + 0,42 \cdot 2400 = 2,70 \text{ t}$, $G_3 = (675 + 0,57 \cdot 2000 + 0,54 \cdot 2400) \cdot 0,8 = 2,49 \text{ t}$, $G_4 = (675 + 0,62 \cdot 2000 + 1,08 \cdot 2400) \cdot 0,5 = 2,25 \text{ t}$. Durch Multiplikation der Einzellasten G mit den Einflußordinaten für H , V und M wird $H = \Sigma G \cdot b = 2 \cdot 3,26 = 6,52 \text{ t}$, $V = 9,96 \text{ t}$, $M = 21,63 \text{ mt}$ (die Lamellen 5--7 kommen für H und M nicht in Betracht).

Die ungünstigste Belastung des Scheitels ergibt sich, wenn eine Walze von 5 t über denselben gestellt wird (auf 2 m Breite der Dampfwalze sind 10 t vorhanden, somit pro m die Hälfte) und man erhält durch Multiplikation mit den Einflußordinaten $H = 0,656 \cdot 5 = 3,28 \text{ t}$, $V = 2,5 \text{ t}$, $M = 0,663 \cdot 5 = 3,32 \text{ t}$, somit im ganzen $H = 6,52 + 3,28 = 9,8 \text{ t}$, $V = 9,96 + 2,5 = 12,46 \text{ t}$, $M = 21,63 + 3,32 = 24,95 \text{ mt}$ (gewöhnlich findet die Verteilung in der Querrichtung unter 45° bis zur Mitte des Gewölbescheitels oder der Platte statt, während in der Längsrichtung die Einzellast gilt, und es ist daher ungünstig gerechnet worden.) Die einseitige Belastung durch 5 t bei $\frac{l}{4} = 1,65 \text{ m}$ Abstand von der Mitte ergibt ein etwas größeres negatives Moment bei C , indem hierfür durch Interpolation erhalten wird:
 $H = \left(0,42 - \frac{0,15}{0,9} \cdot 0,22\right) \cdot 5 = 1,92 \text{ t}$, $V = \left(0,84 + \frac{0,15}{0,9} \cdot 0,12\right) \cdot 5 = 4,3 \text{ t}$, $M = \left(1,67 + \frac{0,15}{0,9} \cdot 0,77\right) \cdot 5 = 8,99 \text{ mt}$.

Nach den Formeln auf S. 16 ist nun $M_x = M + M_0 - H \cdot y - V \cdot x$ (wo y und x sich auf das Koordinatensystem durch o beziehen) und man erhält bei A : $M_x = 24,95 + 9,8 \cdot 3,26 - 12,46 \cdot 3,3 = + 15,78 \text{ mt}$, bei C : $M_x = 15,78 - 2,95 \cdot 9,8 = - 13,13 \text{ mt}$ und bei E : $M_x = 24,95 - (9,96 \cdot 3,3 - 14,72) - 0,14 \cdot 9,8 = + 5,43 \text{ mt}$. Für

einseitige Belastung durch 5^t ist $H = 6,52 + 1,92 = 8,44^t$, $V = 9,96 + 4,3 = 14,26^t$, $M = 21,63 + 8,99 = 30,62^m$ und hieraus ergibt sich bei C : $M_c = 30,62 + 0,31 \cdot 8,44 - 3,3 \cdot 14,26 = -13,82^m$ (für Menschengedränge von 500 kg/qm erhält man kleinere Werte).

Zur Vergleichung soll dieselbe Rahmenkonstruktion nach Müller-Breslau gerechnet werden, indem der halbe Bogen durch 2 Gerade ersetzt wird (s. die rechte Seite der Abb. 24) und die Ständer eine Höhe von $2,95 \text{ m}$ erhalten.

Das Verhältnis der Trägheitsmomente ergibt sich für EF aus $\frac{0,41^3}{12} = 0,00575$, für DF aus dem mittlern Trägheitsmoment $\frac{0,54^3}{12} \cdot 0,82 + \frac{0,95^3}{12} \cdot 0,55 = \frac{0,050}{1,37} = 0,0365$ und für BD aus $\frac{0,0965 \cdot 0,65 + (0,2956 + 0,3256) \cdot 1,15}{2,95} = \frac{0,7771}{2,95} = 0,2634$, somit $= 1 : 6,3 : 45,7$ oder rd. $1 : 6 : 40$.

Man erhält nun in Beziehung auf E : $z_0 = \frac{\sum (0,45 - y) \frac{s}{J}}{\sum \frac{s}{J}} = \left(0,075 \cdot \frac{2}{1} + 0,3 \cdot \frac{1,34}{6} + \frac{1,925 \cdot 2,95}{40} \right) : \left(\frac{2}{1} + \frac{1,34}{6} + \frac{2,95}{40} \right) = \frac{0,359}{2,3} = 0,156$ oder rd. $0,16$ statt $0,14^m$.

Der Wert von $T_c = \int y^2 \frac{ds}{J}$ ergibt sich aus T (für CD) $- 0,294^2 \cdot G = \left\{ \frac{0,3^2}{3} \cdot \frac{1,34}{6} + \frac{1}{3} (0,3^2 + 0,3 \cdot 0,45 + 0,45^2) \right\} \frac{2}{1} + \frac{2,95^2}{3} \cdot \frac{2,95}{40} - 0,294^2 \cdot 2,3 \} = 0,621$.

Die Momentenfläche F_0 kann für die Horizontale berechnet werden, da die vertikalen Lasten und Biegemomente M_0 dieselben sind, und man erhält aus Abb. 25 die Momente in Beziehung auf die vertikalen Lasten:

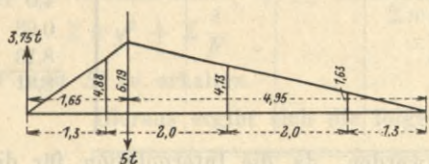
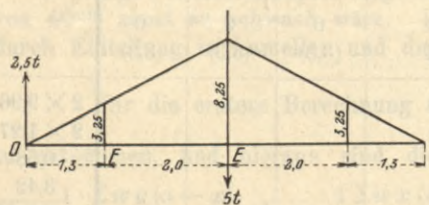
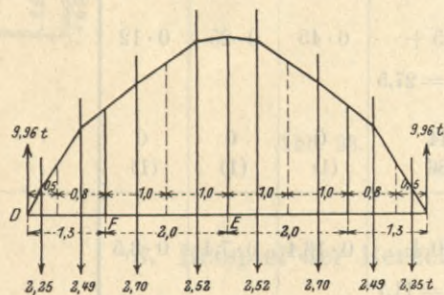


Abb. 25.

$$\begin{aligned} 9,96 \cdot 0,25 - \frac{2,25}{2} \cdot \frac{0,25}{2} &= 2,35^m \\ 9,96 \cdot 0,9 - 2,25 \cdot 0,65 - \frac{2,49}{2} \cdot 0,2 &= 7,25^m \\ 9,96 \cdot 1,8 - 2,25 \cdot 1,55 - 2,49 \cdot 0,9 - \frac{2,7}{2} \cdot 0,25 &= 10,86^m \\ 9,96 \cdot 2,8 - 2,25 \cdot 2,55 - 2,49 \cdot 1,9 - 2,7 \cdot 1 - \frac{2,52}{2} \cdot 0,25 &= 14,40^m \\ 9,96 \cdot 3,3 - 2,25 \cdot 3,05 - 2,49 \cdot 2,4 - 2,7 \cdot 1,5 - 2,52 \cdot 0,5 &= 14,72^m \end{aligned}$$

Der Inhalt der Momentenflächen ist daher für DF :

$$F_0 = \frac{0,25 \cdot 2,35}{2} + \frac{2,35 + 7,25}{2} \cdot 0,65 + \frac{7,25 + 10,86}{2} \cdot 0,4 =$$

$$= 0,29 + 3,12 + 3,22 = 6,63 \text{ und für } EF:$$

$$F_0 = \frac{8,85 + 10,86}{2} \cdot 0,5 + \frac{10,86 + 14,4}{2} \cdot 1 + \frac{14,4 + 14,72}{2} \cdot 0,5 =$$

$$= 4,93 + 12,63 + 7,16 = 24,72.$$

Für die Dampfwalze von 5^t ist $M = \frac{5 \cdot 6,6}{4} = 8,25^m$ bzw. $=$

$$= 3,75 \cdot 1,65 = 6,19^m \text{ und die Momentenflächen sind für } DF: F_0 =$$

$$= \frac{1,3 \cdot 3,25}{2} = 2,11 \text{ bzw. } = \frac{1,3 \cdot 4,88}{2} = 3,17 \text{ und für } EF:$$

$$F_0 = \frac{3,25 + 8,25}{2} \cdot 2 = 11,50 \text{ bzw. } = \frac{4,88 + 6,19}{2} \cdot 0,35 +$$

$$+ \frac{6,19 + 4,13}{2} \cdot 1,65 = 1,94 + 8,51 = 10,45 \text{ und auf der}$$

$$\text{andern Seite} = \frac{4,13 + 1,63}{2} \cdot 2 = 5,76.$$

Die Schwerpunkte der Trapeze und Dreiecke ergeben sich aus $\frac{h}{3} \cdot \frac{a+2b}{a+b}$ und $\frac{h}{3}$, so daß hieraus die horizontalen Abstände der Schwerpunkte für die Momentenflächen bestimmt werden können und dieselben sind bei Zusammenfassung des Eigengewichts und der Nutzlast von 5^t für DF von links her:

$$e = \frac{0,29 \cdot 0,17 + 3,12 \cdot 0,52 + 3,22 \cdot 1,09 + 0,87 \cdot 2,11}{6,63 + 2,11} = \frac{7,02}{8,74} = 0,80^m$$

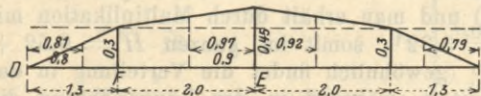


Abb. 26.

$$\text{bzw. } = \frac{7,02 - 1,84 + 3,17 \cdot 0,87}{6,63 + 3,17} = \frac{7,94}{9,8} = 0,81^m \text{ und für } EF \text{ von rechts her}$$

$$e = \frac{7,16 \cdot 0,25 + 12,63 \cdot 1 + 4,93 \cdot 1,76 + 0,83 \cdot 11,5}{24,72 + 11,5} = \frac{32,64}{36,22} = 0,90^m$$

$$\text{bzw. } = \frac{32,64 - 9,55 + 1,94 \cdot 1,82 + 8,51 \cdot 0,88}{24,72 + 1,94 + 8,51} = \frac{34,11}{35,17} = 0,97^m \text{ und auf der andern Seite} =$$

$= \frac{32,64 - 9,55 + 5,76 \cdot 0,86}{24,72 + 5,76} = \frac{28,04}{30,48} = 0,92^m$ und an diesen Stellen ist das zugehörige y_s auszurechnen, für welches man aus Abb. 26 links $- (0,294 - 0,185) = -0,109$ und $+ (0,383 - 0,294) = +0,089$ und rechts $- (0,294 - 0,182) = -0,102$ erhält.

Aus $\mathcal{E}_x = F_0 \cdot y_s$ ergibt sich nun $X = \frac{\mathcal{E}_x}{T_x} = 2 \left(0,089 \cdot \frac{36,22}{1} - \frac{0,109 \cdot 8,74}{6} \right) : 0,621 = \frac{6,13}{0,621} = 9,87^t$
 (statt 9,80) und für einseitige Belastung $= \left(0,083 \cdot \frac{35,17}{1} + 0,087 \cdot \frac{30,48}{1} - 0,107 \cdot \frac{9,8}{6} - 0,112 \cdot \frac{7,69}{6} \right) : 0,621 =$
 $= \frac{5,253}{0,621} = 8,46^t$ (statt 8,44), ferner ist $Z = \frac{F'_0}{G} = 2 \left(\frac{36,22}{1} + \frac{8,74}{6} \right) : (2 \cdot 2,30) = 16,38^{\text{mt}}$ bzw. $= \left(\frac{35,17}{1} + \right.$
 $\left. + \frac{30,48}{1} + \frac{9,8}{6} + \frac{7,69}{6} \right) : 4,6 = 14,90^{\text{mt}}$, $LL' = z_u - \frac{Z}{X} = 3,244 - \frac{16,38}{9,87} = 1,584$ bzw. $= 3,244 - \frac{14,9}{8,46} = 1,483$.

Hieraus ergeben sich die Momente $M_a = z_u \cdot H = 1,584 \cdot 9,87 = 15,63^{\text{mt}}$ (statt 15,78), $M_c = -z_c \cdot H =$
 $= -1,366 \cdot 9,87 = -13,48^{\text{mt}}$ (statt -13,13) und für einseitige Belastung ist z_c aus $T_y, Y, tg \beta = \frac{Y}{X}$ (s. S. 29)
 zu berechnen.

Die nach der ersten Berechnungsweise erhaltenen Maximalbiegemomente sind nun $M_a = 15,78^{\text{mt}}$, $M_c =$
 $= -13,82^{\text{mt}}$, $M_m = +5,43^{\text{mt}}$ (nach der zweiten Berechnungsweise wird $M_m = 14,72 + 8,25 - 1,82 \cdot 9,87 =$
 $= 5,01^{\text{mt}}$). Die Eiseneinlagen ergeben sich für 40 cm Stärke in der Mitte nach A 1 b aus $x = \sqrt{\frac{6 \cdot 543000}{7 \cdot 100 \cdot 40}} =$
 $= 10,8^{\text{cm}}$, $h = \frac{8}{3} \cdot 10,8 = 28,8^{\text{cm}}$, $f_e = \frac{100 \cdot 10,8}{50} = 21,6^{\text{qcm}}$, somit für $h = 36^{\text{cm}}$, $f_e = \frac{28,8}{36} \cdot 21,6 = 17,3^{\text{qcm}}$
 und es können 10 $\text{O} 20 = 31,4^{\text{qcm}}$ angenommen werden, indem für teilweise Einspannung $M = 14,72 + 8,25 - 13,13 =$
 $= 9,84^{\text{mt}}$ ist, und hierfür $x = 14,5^{\text{cm}}$, $h = 38,7^{\text{cm}}$, $f_e = 29^{\text{qcm}}$ werden, so daß oben noch 5 $\text{O} 12 = 5,7^{\text{qcm}}$ an-
 zunehmen sind. Am Ständer AC ist oben $M = -13,82^{\text{mt}}$, somit bei 1 m Stärke $x = \sqrt{\frac{6 \cdot 1382000}{7 \cdot 100 \cdot 40}} = 17,2^{\text{cm}}$,
 $h = \frac{8}{3} \cdot 17,2 = 45,8^{\text{cm}}$, $f_e = \frac{100 \cdot 17,2}{50} = 34,4^{\text{qcm}}$ und für $h = 95^{\text{cm}}$: $f_e = \frac{45,8}{95} \cdot 35,2 = 17^{\text{qcm}}$, so daß hier
 jedenfalls 5 $\text{O} 20 + 5 \text{O} 12 = 21,4^{\text{qcm}}$ genügen. Ebenso ist unten $M = 15,78^{\text{mt}}$, somit bei 1,6 m Stärke $x =$
 $= \sqrt{\frac{6 \cdot 1578000}{7 \cdot 100 \cdot 40}} = 18,4^{\text{cm}}$, $h = \frac{8}{3} \cdot 18,4 = 49^{\text{cm}}$, $f_e = \frac{100 \cdot 18,4}{50} = 36,8^{\text{qcm}}$ und für $h = 155^{\text{cm}}$, $f_e = \frac{49}{155} \cdot 36,8 =$
 $= 11,6^{\text{qcm}}$, so daß 5 $\text{O} 20 = 15,7^{\text{qcm}}$ ausreichen. Zu diesen Spannungen kommt unten noch die Wirkung der ver-
 tikalen Last des Widerlagers von $(1,55 \cdot 2,3 + 1,05 \cdot 0,5) 2,4 = 9,8^t$, welche mit dem Erddruck zusammengesetzt
 ist, und die Reduktion der Zugspannungen an der innern Seite veranlaßt (wie auch das Lamellengewicht links von C
 als Einzellast zu berücksichtigen ist, s. Abb. 24).

4. Beispiel der Berechnung eines unten eingespannten Lokomotivschuppens aus Eisenbeton.

Ein Lokomotivschuppen hat den untengezeichneten Querschnitt des innern Teils, welcher links die Eingangstore
 vom 4 m Breite und 5 m Höhe und rechts eine vorkragende Konsole erhält, auf welche eine Einzellast (durch das sich
 anschließende 4 m breite Oberlicht) von 200 kg/m und mit Schnee und Winddruck von 400 kg/m im Abstand von 1,5 m wirkt.

Die Dachfläche soll aus Eisenbeton von 8 cm Stärke ausgeführt werden, so daß das Eigengewicht derselben
 $= 0,08 \cdot 2400 = 192^{\text{kg}}$ und mit Doppelasphaltpappe oder Ruberoidbelag rund 200 kg/qm beträgt und hierzu bei Neigung
 des Dachs 1:10 noch rund 80 kg/qm vom Schnee und halben Winddruck kommen.

Die Stützweite für die Platte wird durch eine Zwischenrippe reduziert, so daß sie 2,5 m bzw. 2,9 m groß ist,
 und man hierfür bei Kontinuität $M_m = \frac{ql^2}{12} = \frac{0,28 \cdot 2,9^2}{12} = 0,196^{\text{mt}}$ und $M_a = \frac{ql^2}{9} = \frac{0,28 \cdot 2,9^2}{9} = 0,261^{\text{mt}}$
 erhält, wofür $x = \sqrt{\frac{6 \cdot 196000}{7 \cdot 100 \cdot 40}} = 2,05^{\text{cm}}$, $h = \frac{8}{3} x = 5,47^{\text{cm}}$, $f_e = \frac{100 \cdot x}{50} = 4,1$ wird und 10 $\text{O} 8 = 5,0^{\text{qcm}}$ bei 8 cm
 Stärke in der Mitte (am Auflager) genügen.

Für die Zwischenrippe mit 6 m Stützweite ist die Belastung $= 2,5 \cdot 280 + 0,2 \cdot 0,32 \cdot 2400 = 860^{\text{kg/m}}$, somit
 bei teilweiser Einspannung zwischen den Querrippen $M = \frac{ql^2}{12} = \frac{0,86 \cdot 6^2}{12} = 2,58^{\text{mt}}$, $x = \sqrt{\frac{6 \cdot 258000}{7 \cdot 200 \cdot 40}} = 5,26^{\text{cm}}$,
 $h = \frac{8}{3} x = 14,0^{\text{cm}}$, $f_e = \frac{b \cdot x}{50} = \frac{200 \cdot 5,26}{50} = 21,0^{\text{qcm}}$ und für $h = 36^{\text{cm}}$ ist $f_e = \frac{14}{36} \cdot 21 = 8,2^{\text{qcm}}$, wes-
 halb schon 4 $\text{O} 20 = 12,6^{\text{qcm}}$ ausreichend sind.

Am Anschluß der Konsole erhält man das Moment $M = \frac{1,5^2}{2} (0,28 \cdot 2,9 + 0,16) + 1,5 \cdot 0,4 \cdot 2,95 = 2,86^{\text{mt}}$
 und für $b = 20^{\text{cm}}$ ist $x = \sqrt{\frac{6 \cdot 286000}{7 \cdot 20 \cdot 40}} = 17,5^{\text{cm}}$, $h = \frac{8}{3} \cdot 17,5 = 46,6^{\text{cm}}$, $f_e = \frac{b \cdot x}{50} = \frac{20 \cdot 17,5}{50} = 7^{\text{qcm}}$,
 so daß bei 50 cm Höhe am Anschluß oben 4 $\text{O} 20 = 12,6^{\text{qcm}}$ genügen, und dies auch für das ganze Einspannmoment
 der Zwischenrippen ausreicht, welche an den Querbalken 25 · 60 befestigt sind.

Die letztern haben eine Belastung durch die Einzellast $(0,28 \cdot 2,7 + 0,16) 4,5 + 0,4 \cdot 2,95 = 5,30^t$ und eine
 gleichförmige Belastung $= 0,6 \cdot 0,25 \cdot 2400 = 360^{\text{kg/m}}$ zu tragen, so daß für Halbeingespanntsein

$$M = \frac{ql^2}{12} = \frac{0,36 \cdot 5,6^2}{12} + \frac{5,3 \cdot 5,6}{4} \cdot \frac{3}{4} = 6,51^{\text{mt}}$$
 ist, und $x = \sqrt{\frac{6 \cdot 651000}{7 \cdot 187 \cdot 40}} = 8,64^{\text{cm}}$, $h = \frac{8}{3} x = 23,0^{\text{cm}}$,
 $f_e = \frac{bx}{50} = \frac{187 \cdot x}{50} = 32,3 (11,8)^{\text{qcm}}$.

Für $h = 55 \text{ cm}$ ist in der Mitte $f_e = \text{ca. } \frac{23}{55} \cdot 32,3 = 13,5 \text{ qcm}$, so daß $5 \text{ } \textcircled{\text{D}} 20 = 15,7 \text{ qcm}$ genügen, was auch am Auflager der Fall ist, wenn zwei Eisen unten und oben gerade durchgehen und drei Eisen bei $\text{ca. } \frac{l}{8} = 70 \text{ cm}$ und $\frac{l}{4} = 140 \text{ cm}$ Abstand von den Pfeilern nach oben abgebogen werden. Die Schub- und Adhäsionsspannungen ergeben sich aus dem Auflagerdruck

$$Q = \frac{5,30}{2} + 2,8 \cdot 0,36 = 3,66 \text{ t} \text{ und } \tau_0 = \frac{Q}{c \left(h - \frac{x}{3} \right)} = \frac{3660}{25(55 - 7,9)} = 3,1 \text{ kg}, \tau_1 = \frac{c \cdot \tau_0}{n \pi d} = \frac{25 \cdot 3,1}{5 \cdot 3,14 \cdot 2} = 2,5 \text{ kg.}$$

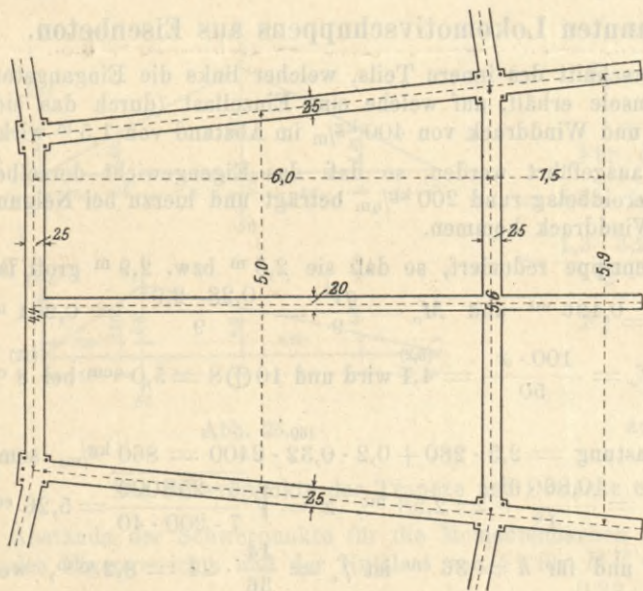
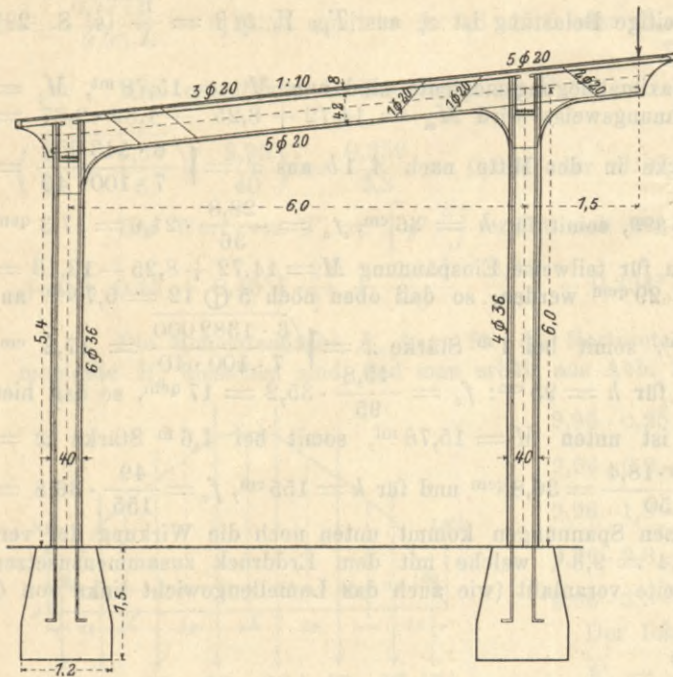


Abb. 27.

Der in Abb. 27 gezeichnete Teil des Lokomotivschuppens kann als eingespannter Rahmen berechnet werden, und man erhält hierfür drei verschiedene Belastungsfälle:

- a) Belastung des obren Balkens und Nichtbelastung der Konsole und des Oberlichts.
- b) Nichtbelastung des obren Balkens und Belastung der Konsole und des Oberlichts.
- c) Belastung des ganzen Dachs mit Schnee und halbem Winddruck (letzterer nur rund 5 kg/qm). Man erhält somit als Belastung des obren Balkens $200 \cdot 2,5 = 500 \text{ kg}$ und vom Eigengewicht desselben $0,25 \cdot 0,42 \cdot 2400 = 250 \text{ kg}$ somit zusammen 750 kg/m . Desgleichen in der Konsole $200 \cdot 2,9 = 580$ und 250 kg oder zusammen 830 kg/m , und als Einzellasten derselben bei $1,5 \text{ m}$ Abstand $200 \cdot 2,95 = 590 \text{ kg}$.

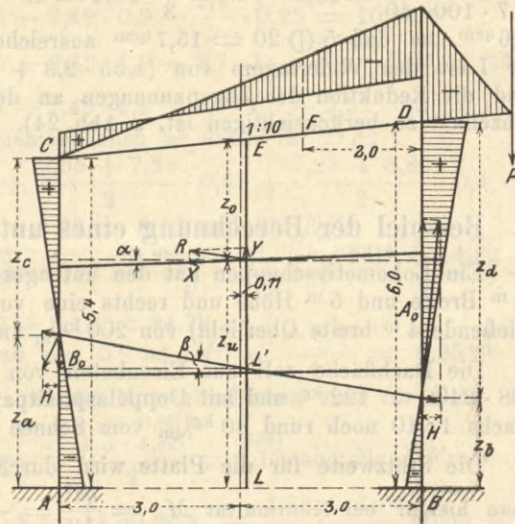


Abb. 28.

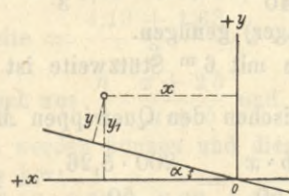


Abb. 29.

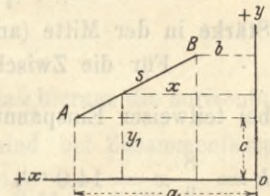


Abb. 30.

Die Trägheitsmomente der Rahmenkonstruktion, welche aus den 2 Ständern $40/40 \text{ cm}$ und dem obren Balken $25/50$ besteht, verhalten sich angenähert wie $\frac{40 \cdot 40^3}{12} : \frac{25 \cdot 50^3}{12} = 1 : 1,2$ (die Berücksichtigung der Eiseneinlagen bei den Trägheitsmomenten ändert dieses Verhältnis nur wenig).

Für einen unsymmetrischen Rahmen bei eingespannten Gewölben erhält man nach Mörsch (s. Sonderabdruck und Betonkalender von 1908) eine vertikale y -Achse und eine Drehung der x -Achse, indem die Bedingungen

$$\int y \frac{ds}{J} = 0, \int x \frac{ds}{J} = 0 \text{ und } \int xy \frac{ds}{J} = 0 \text{ zu erfüllen sind. Der } \angle \alpha \text{ der } x\text{-Achse gegen die Horizontale ergibt sich hierbei aus } \text{tg } \alpha = \frac{\sum x w y_1}{\sum w x^2} \text{ und außerdem ist } y = y_1 \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha \text{ (s. Abb. 29).}$$

Man erhält nun für nebengezeichneten Rahmen den Koordinatenursprung 0 aus $z_0 = \frac{\Sigma y \cdot w}{\Sigma w} = \left\{ \frac{5,4}{1} (2,7 + 0,3) + \frac{6}{1} (3 - 0,3) \right\} : \left(\frac{5,4}{1} + \frac{6}{1,2} + \frac{6}{1} \right) = \frac{32,4}{16,4} = 1,98\text{m}$, und die Verschiebung der vertikalen Achse ergibt sich aus $x = \frac{\Sigma x \cdot w}{\Sigma w} = \left(\frac{5,4}{1} \cdot 3 - \frac{6}{1} \cdot 3 \right) : 16,4 = -0,11\text{m}$.

Zur Bestimmung des Ausdrucks Σwxy_1 ist (s. Abb. 30) $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ und $\frac{dy_1}{dx} = m$, ferner $y_1 = c + m(a - x)$ somit $\int_b^a x \cdot y_1 \cdot ds = \int_b^a x (c + m(a - x)) dx \cdot \sqrt{1 + m^2} = x^2 \sqrt{1 + m^2} \left(\frac{c + ma}{2} - \frac{mx}{3} \right)$ zwischen den Grenzen $x = b$ und $x = a$, und bei Einsetzung der Zahlen für $CD: a = 3,11\text{m}$, $b = -2,89\text{m}$, $m = \frac{1}{10}$ und $\frac{c + ma}{2} = \frac{1,68 + 0,311}{2} = 1$ erhält man $1,005 \left\{ 3,11^2 \left(1 - \frac{3,11}{30} \right) - 2,89^2 \left(1 + \frac{2,89}{30} \right) \right\} = 1,005 (8,67 - 9,17) = -0,05$. Ebenso ist für AC mit $x = a$ und $y = s: \int x \cdot y \cdot ds = \int a \cdot y \cdot dy = \frac{ay^2}{2} = \frac{3,11}{2} (1,68^2 - 3,72^2) = -17,12$ und für $BD = -\frac{2,89}{2} (2,28^2 - 3,72^2) = +12,46$ oder zusammen $\Sigma wxy_1 = -\frac{0,05}{1,2} - \frac{17,12}{1} + \frac{12,46}{1} = -4,70$ (bei der Berechnung mit Lamelleneinteilung, welche hier ebenso wie auf Seite 25 ausgeführt werden kann, genügt es auch die Summenausdrücke $\Sigma x_m \cdot y_m \cdot \frac{ds}{J}$ für ihre Mitte auszurechnen).

Ebenso erhält man $T_y = \Sigma wx^2 = \frac{5,4}{1} \cdot 3,11^2 + \frac{6}{1} \cdot 2,89^2 + \frac{3,11^3 + 2,89^3}{3 \cdot 1,2} = 117,4$ und hieraus $\text{tg } \alpha = -\frac{4,70}{117,4} = -0,0400$, $\alpha = -2^\circ 17,6'$, $\sin \alpha = -0,0400$, $\cos \alpha = 0,9992$, und die Ordinaten für A, B, C, D, E, F, G sind aus $y = y_1 \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha$ zu berechnen, und es ist $y_a = -3,72 \cdot 0,999 + 3,11 \cdot 0,04 = -3,60$, $y_c = +1,68 \cdot 0,999 + 3,11 \cdot 0,04 = +1,80$, $y_d = +2,28 \cdot 0,999 - 2,89 \cdot 0,04 = +2,16$, $y_b = -3,72 \cdot 0,999 - 2,89 \cdot 0,04 = -3,83$, $y_e = +1,98 \cdot 0,999 + 0,11 \cdot 0,04 = +1,98$, $y_f = +2,08 \cdot 0,999 - 0,89 \cdot 0,04 = +2,04$, $y_g = -(3,72 - 1,35) \cdot 0,999 + 3,11 \cdot 0,04 = -2,25$ (s. Abb. 31).

Hieraus ergibt sich $T_x = \int y^2 \frac{ds}{J} = \frac{5,4}{1 \cdot 3} (1,8^2 - 1,8 \cdot 3,6 + 3,6^2) + \frac{6}{1 \cdot 3} (2,16^2 - 2,16 \cdot 3,83 + 3,83^2) + \frac{6}{1,2 \cdot 3} (1,8^2 + 1,8 \cdot 2,16 + 2,16^2) = 17,5 + 22,14 + 19,66 = 59,3$, $G = 16,4$ (s. oben),

$$X = \frac{F'_0 \cdot y_s}{T_x}, \quad Y = \frac{F'_0 \cdot x_s}{T_y}, \quad Z = \frac{F'_0}{G}$$

Für die Belastung des obern Balkens ist nun $M = \frac{0,75 \cdot 6^2}{8} = 3,38$, $F'_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{6 \cdot 3,38}{1,2} = 11,3$ und für diejenige der Konsole ist $M = \frac{p \cdot a^2}{2} = \frac{1,06}{2} \cdot 1,5^2 = 0,94$ und $P \cdot a = 0,59 \cdot 1,5 = 0,89$ somit $F'_0 = \frac{0,94 \cdot 6}{2 \cdot 1,2} = 2,35$ und $\frac{0,89 \cdot 6}{2 \cdot 1,2} = 2,22$.

Hieraus ergibt sich $X = \frac{F'_0 \cdot y_s}{T_x} = \frac{11,3 \cdot 1,98}{59,3} = 0,38$ und $\frac{2,35 \cdot 2,04}{59,3} = 0,08$ und $\frac{2,22 \cdot 2,04}{59,3} = 0,08$.

Der Abstand der Resultante R von AB ergibt sich aus dem Gleichgewicht von X, Y und Z , somit ist $LL' \cdot X \cdot \cos \alpha = X \cdot \cos \alpha \cdot z_u - Z$ oder $LL' = z_u - \frac{Z}{X \cdot \cos \alpha} = z_u - \frac{T_x}{y_s \cdot G \cos \alpha} = 3,72 - \frac{59,3}{1,98 \cdot 16,4 \cdot 0,999} = 1,89$.

Die Richtung der Resultante R ist $\text{tg } \beta = \frac{Y - X \cdot \sin \alpha}{X \cdot \cos \alpha} = \frac{Y}{X \cdot \cos \alpha} - \text{tg } \alpha = \frac{T_x \cdot x_s}{T_y \cdot y_s \cdot \cos \alpha} - \text{tg } \alpha = \frac{59,3 \cdot 0,11}{117,4 \cdot 1,98 \cdot 0,999} - 0,04 = -0,012$ ($\frac{Y}{X}$ ergibt für den zweiten Fall einen positiven Winkel, s. Abb. 28, da F'_0 und x_s dasselbe Vorzeichen haben).

Bei symmetrischer Belastung ist daher (s. Abb. 28): $z_c = 1,89 \mp 0,012 \cdot \frac{3,11}{2,89} = 1,85 (1,93)$, $z_c = 5,4 - 1,85 = 3,55$ und $z_d = 6 - 1,93 = 4,07$ und bei Belastung der Konsole ist $z_c = 1,95 \pm 0,181 \cdot \frac{3,11}{2,89} = 2,51 (1,43)$, $z_c = 5,4 - 2,51 = 2,89$, $z_d = 6 - 1,43 = 4,57$.

Für die oben angeführten 3 Fälle ergibt sich nun aus $M = H \cdot z$ (da hier $H = X$ gesetzt werden kann) für

Fall a:

$$\begin{aligned} M_a &= 0,48 \cdot \overset{0,89}{1,85} - 0,16 \cdot \overset{0,40}{2,51} = + 0,49 \\ M_c &= - 0,48 \cdot \overset{1,70}{3,55} + 0,16 \cdot \overset{0,46}{2,89} = - 1,24 \\ M_d &= - 0,48 \cdot \overset{1,95}{4,07} + 0,16 \cdot \overset{0,73}{4,57} - 0,94 - 0,89 = - 3,05 \\ M_b &= 0,48 \cdot \overset{0,93}{1,93} - 0,16 \cdot \overset{0,23}{1,43} = + 0,70. \end{aligned}$$

Fall b:

$$\begin{aligned} M_a &= 0,38 \cdot \overset{0,70}{1,85} - 0,26 \cdot \overset{0,65}{2,51} = + 0,05 \\ M_c &= - 0,38 \cdot \overset{1,35}{3,55} + 0,26 \cdot \overset{0,75}{2,89} = - 0,60 \\ M_d &= - 0,38 \cdot \overset{1,55}{4,07} + 0,26 \cdot \overset{1,19}{4,57} - 1,2 - 1,78 = - 3,34 \\ M_b &= 0,38 \cdot \overset{0,73}{1,93} - 0,26 \cdot \overset{0,37}{1,43} = + 0,36. \end{aligned}$$

Fall c

(aus den linken und den rechten Gliedern vom Fall a und b):

$$M_a = 0,89 - 0,65 = + 0,24, \quad M_c = - 1,70 + 0,75 = - 0,95, \quad M_d = - 1,95 + 1,19 - 1,2 - 1,78 = - 3,74, \\ M_b = 0,93 - 0,37 = + 0,56.$$

Hierzu kommt noch der horizontale Winddruck auf AC mit $150 \cdot 5,4 = 810 \text{ kg/m}$ Breite, und es ist $M = - \frac{p h^2}{2} = - \frac{0,15 \cdot 5,4^2}{2} = - 2,18 \text{ mt}$, $F'_0 = - \frac{p h^3}{6 \cdot 1} = - \frac{0,15 \cdot 5,4^3}{6} = - 3,93$ und der Schwerpunkt liegt bei $\frac{h}{4} = 1,35 \text{ m}$ Abstand von A , somit ist $X = \frac{F'_0 y_s}{T_x} = - \frac{3,93 \cdot 2,25}{1 \cdot 59,3} = - 0,149$, $Y = \frac{F'_0 \cdot x_s}{T_y} = - \frac{3,93 \cdot 3,11}{117,4 \cdot 1} = - 0,104$, $Z = \frac{F'_0}{G} = - \frac{3,93}{16,4} = - 0,240$.

Hieraus ergibt sich wieder $LL' = z_u - \frac{Z}{X \cdot \cos \alpha} = z_u - \frac{T_x}{y_s \cdot G \cdot \cos \alpha} = 3,72 - \frac{59,3}{2,25 \cdot 16,4 \cdot 0,999} = 2,11$ (auch direkt aus $\frac{Z}{X}$) und für die Richtung von R erhält man $\text{tg } \beta = \frac{Y}{X \cos \alpha} - \text{tg } \alpha = \frac{T_x \cdot X_s}{y_s \cdot T_y \cdot \cos \alpha} - \text{tg } \alpha = \frac{59,3 \cdot 3,11}{2,25 \cdot 117,4 \cdot 0,999} - 0,04 = 0,659$ (auch aus $\frac{Y}{X}$).

Ebenso erhält man $z'_b = 2,11 \pm 0,659 \cdot \frac{3,11}{2,89} = 4,16$ (0,21), $z_c = 5,4 - 4,16 = 1,24$, $z_d = 6 - 0,21 = 5,79$ und hieraus die Momente $M = H \cdot z$ (wo $H = X \cos \alpha$ ist) oder $M_a = + 0,149 \cdot 4,16 - 2,18 = - 1,56 \text{ mt}$, $M_c = - 0,149 \cdot 1,24 = - 0,19 \text{ mt}$, $M_d = - 0,149 \cdot 5,79 = - 0,86 \text{ mt}$, $M_b = + 0,149 \cdot 0,21 = + 0,03 \text{ mt}$.

Dieselben Werte erhält man aber auch aus den Formeln auf Seite 30 durch Vertauschung von A mit B und C mit D , oder es ist

$$\begin{aligned} M_a &= + X \cdot y_a + Y \cdot x_a - Z - \frac{p h^2}{2} = 0,149 \cdot 3,60 + 0,104 \cdot 3,11 - 0,240 - 2,18 = - 1,56 \text{ mt} \\ M_c &= - X \cdot y_c + Y \cdot x_c - Z = - 0,149 \cdot 1,80 + 0,104 \cdot 3,11 - 0,240 = - 0,19 \text{ mt} \\ M_d &= - X \cdot y_d - Y \cdot x_d - Z = - 0,149 \cdot 2,16 - 0,104 \cdot 2,89 - 0,240 = - 0,86 \text{ mt} \\ M_b &= + X \cdot y_b - Y \cdot x_b - Z = 0,149 \cdot 3,83 - 0,104 \cdot 2,89 - 0,240 = + 0,03 \text{ mt} \end{aligned}$$

und die Vorzeichen der einzelnen Produkte gehen auch aus den Richtungen von X und Y in Abb. 31 hervor.

Diese Momente sind mit der Breite von $4,4 \text{ m}$ zu multiplizieren, so daß man erhält:

$$M_a = - 1,56 \cdot 4,4 = - 6,87, \quad M_c = - 0,19 \cdot 4,4 = - 0,84, \quad M_d = - 0,86 \cdot 4,4 = - 3,78, \quad M_b = + 0,03 \cdot 4,4 = + 0,13 \text{ mt}.$$

Die Maximal- und Minimalbiegungsmomente der obigen drei Fälle sind daher:

$$\begin{array}{cccc} M_a & = & \overset{a}{+ 0,49} & + \overset{b}{0,05} & - \overset{w}{6,87} & - \overset{b+w}{6,82} \\ M_c & = & \overset{a}{- 0,60} & - \overset{b}{1,24} & - \overset{w}{0,84} & - \overset{a+w}{2,08} \\ M_d & = & \overset{a}{- 3,05} & - \overset{b}{3,74} & - \overset{w}{3,78} & - \overset{c+w}{7,52} \\ M_b & = & \overset{a}{+ 0,70} & + \overset{b}{0,36} & + \overset{w}{0,13} & + \overset{a+w}{0,83} \end{array}$$

Das Moment M_d gilt nur für den obern Balken CD , während für den Ständer BD bei D erhalten wird:

$$M_d = - 1,22 \quad - 0,36 \quad - 3,78 \quad - 5,00 \text{ mt}.$$

Zu diesen Momenten kommen noch die vertikalen Belastungen der Ständer, und es ist für

$$\text{Fall a: } A = \frac{0,95 \cdot 6}{2} - \left(0,83 \cdot \frac{1,5}{2} + 0,59 \cdot 1,5 \right) \frac{1}{6} = 2,60 \text{ t}, \quad B = 2,85 + (6,75 \cdot 0,83 + 7,5 \cdot 0,59) \frac{1}{6} = 4,52 \text{ t},$$

$$\text{Fall b: } A = \frac{0,75 \cdot 6}{2} - \left(1,06 \cdot \frac{1,5}{2} + 1,18 \cdot 1,5 \right) \frac{1}{6} = 1,82 \text{ t}, \quad B = 2,25 + (6,75 \cdot 1,06 + 7,5 \cdot 1,18) \frac{1}{6} = 4,92 \text{ t},$$

$$\text{Fall c: } A = 2,85 - 0,43 = 2,42 \text{ t}, \quad B = 2,85 + 2,67 = 5,52 \text{ t}.$$

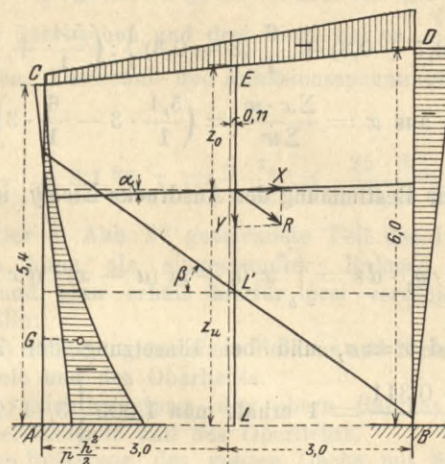


Abb. 31.

Auf den Ständer AC wirkt unten im Fall $b+w$: $A = 1,82 + 0,4^2 \cdot 5,4 \cdot 2,4 = 3,89 \text{ t}$ und $M_a = -6,82 \text{ mt}$ bzw. $= +0,49 \text{ mt}$ und auf den Ständer BD wirkt oben im Fall $a+w$: $B = 4,52 \text{ t}$ und $M_d = -5,0 \text{ mt}$. Außerdem kommt noch die Belastung der Ständer durch die Zwischen- und Querrippen hinzu, und man erhält für AC :

$$(2,35 \cdot 0,2 + 0,16) \cdot 3 + 0,36 \cdot 4,4 = 3,47 \text{ t} \text{ und für } BD: (2,65 \cdot 0,28 + 0,16) \cdot 3 + 0,36 \cdot 4,4 + (1,5 \cdot 0,2 \cdot 2,9 + 0,2 \cdot 2,95) \cdot 2 = 7,20 \text{ t.}$$

Die Knickungsberechnung ergibt sich angenähert bei A aus $k = 1 + 0,0001 \cdot \frac{40^2 \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot 540\right)^2}{40^4} = 1,123$ und

$$\text{bei } B \text{ aus } k = 1 + 0,0001 \cdot \frac{40^2 \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot 600\right)^2}{40^4} = 1,139.$$

Die direkte Beanspruchung ist daher bei A : $\sigma = \frac{3470 + 3890}{40^2} \cdot 1,123 = -5,2 \text{ kg}$ Druck, während man für die Biegungsbeanspruchung $\sigma = \frac{M}{W} = \frac{682000 \cdot 6}{40^3} = \pm 64 \text{ kg}$ erhält, und bei einfachen Eiseneinlagen wäre

$$x = \sqrt{\frac{6M}{7b\sigma_b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 682000}{7 \cdot 40 \cdot 40}} = 19,1 \text{ cm, } h = \frac{8}{3} \cdot 19,1 = 50,9 \text{ cm, } f_e = \frac{b \cdot x}{50} = \frac{40 \cdot 19,1}{50} = 15,3 \text{ qcm.}$$

Bei doppelten Eiseneinlagen ist nach $A 2d$: $x = \frac{3}{8} \cdot 35 = 13,1 \text{ cm}$, $\sigma'_e = n\sigma_b \left(1 - \frac{h'}{x}\right) = 15 \cdot 40 \cdot \left(1 - \frac{5}{13,1}\right) = 371 \text{ kg}$, $\frac{\sigma'_e}{\sigma_b} (h - h') f'_e = \frac{M}{\sigma_b} - \frac{b \cdot x}{2} \left(h - \frac{x}{3}\right)$ oder $\frac{371}{40} (35 - 5) \cdot f'_e = \frac{682000}{40} - \frac{40 \cdot 13,1}{2} \left(35 - \frac{13,1}{3}\right)$ und $f'_e = 61,2 - 28,8 = 32,4 \text{ qcm}$, so daß $3 \text{ } \textcircled{D} \text{ } 38 = 34,0 \text{ qcm}$ auf jeder Seite erforderlich sind.

Bei gemeinsamer Wirkung der vertikalen Belastung $P = 7,36 \text{ t}$ und des Biegemoments $M = 6,82 \text{ mt}$ ergibt sich der Abstand c von der Mitte (s. Seite 12) aus $c = \frac{M}{P} = -\frac{6,82}{7,36} = -0,93 \text{ m}$ (nach innen), und in den Formeln $B 2c$ mit $p = 1$ ist $P = 7360 \text{ kg}$, $g_1 = -(93 - 20) = -73 \text{ cm}$, $h = 35 \text{ cm}$, $h' = 5 \text{ cm}$, $g_2 = 35 + 73 = 108 \text{ cm}$, $b = 40 \text{ cm}$ und $\sigma_b = 40 \text{ kg}$ einzusetzen, so daß man erhält: $x^2 - 2x(h + h') = -\frac{3}{2}(h^2 + h'^2) + \frac{3P}{b \cdot \sigma_b} \left\{ \left(\frac{h}{x} - 1\right) g_2 + \left(1 - \frac{h'}{x}\right) (g_1 - h') \right\}$ oder $x^2 - 2x(35 + 5) = -\frac{3}{2}(35^2 + 5^2) + \frac{3 \cdot 7360}{40 \cdot 40} \left\{ \left(\frac{35}{x} - 1\right) 108 + \left(1 - \frac{5}{x}\right) (-73 - 5) \right\}$

$$\text{oder } x^2 - 80x + 4442 - \frac{57546}{x} = 0. \text{ Für } x = \begin{cases} 20 \\ 15 \end{cases} \text{ ist } f(x) = \begin{cases} +365 \\ -369 \end{cases}, x = 15 + \frac{5 \cdot 365}{734} = 17,5 \text{ cm} \text{ und für}$$

$x = 17$ ist $f(x) = -14$ und genaues $x = 17 + \frac{3 \cdot 14}{379} = 17,1 \text{ cm}$. Ferner ist $n \left(1 - \frac{h'}{x}\right) (h - h') f'_e = \frac{P}{\sigma_b} \cdot g_2 - \frac{b \cdot x}{6} (3h - x)$ oder $15 \left(1 - \frac{5}{17,1}\right) (35 - 5) f'_e = \frac{7360 \cdot 108}{40} - \frac{40 \cdot 17,1}{6} (3 \cdot 35 - 17,1)$ oder $f'_e = 31,0 \text{ qcm}$, so daß schon $3 \text{ } \textcircled{D} \text{ } 36 = 30,5 \text{ qcm}$ genügen, und hierfür nach $B 2a$ für $f_e = f'_e$ erhalten wird: $x = 17,05 \text{ cm}$, $\sigma_b = 40,3 \text{ kg}$, $\sigma_e = 636 \text{ kg}$, $\sigma'_e = 427 \text{ kg}$ (bei teilweiser Einspannung wird die Beanspruchung geringer).

Für den Ständer CD ist oben $P = 4,52 + 7,2 = 11,72 \text{ t}$ und $M = -5,0 \text{ mt}$ und man erhält $c = \frac{M}{P} = -\frac{5}{11,72} = -0,43 \text{ m}$ (nach innen) und in obigen Formeln ist $P = 11720 \text{ kg}$, $g_1 = -(43 - 20) = -23 \text{ cm}$, $h = 35 \text{ cm}$, $h' = 5 \text{ cm}$, $g_2 = 35 + 23 = 58 \text{ cm}$, $b = 40 \text{ cm}$, $\sigma_b = 40 \text{ kg}$ einzusetzen, somit ist $x^2 - 2x(35 + 5) = -\frac{3}{2} \cdot (35^2 + 5^2) + \frac{3 \cdot 11720}{40 \cdot 40} \left\{ \left(\frac{35}{x} - 1\right) \cdot 58 + \left(1 - \frac{5}{x}\right) (-23 - 5) \right\}$ oder $x^2 - 80x + 3765 - \frac{47686}{x} = 0$. Für $x =$

$$= \begin{cases} 20 \\ 18 \end{cases} \text{ ist } f(x) = \begin{cases} +181 \\ 0 \end{cases} \text{ somit } x = 18 \text{ cm. Ferner ist } 15 \left(1 - \frac{5}{18}\right) (35 - 5) f'_e = \frac{11720 \cdot 58}{40} - \frac{40 \cdot 18}{6} \cdot (3 \cdot 35 - 18)$$

oder $f'_e = 20,2 \text{ qcm}$, so daß hier schon $2 \text{ } \textcircled{D} \text{ } 36 = 20,4 \text{ qcm}$ auf jeder Seite genügen (die Knickung hat in beiden Fällen keinen wesentlichen Einfluß und kann nur in entgegengesetzter Richtung wirken).

Der obere Balken erhält die nebengezeichneten Maximal- und Minimalbiegemomente, indem in der Mitte $M = +3,38 \text{ mt}$, M_d (außen) $= -(1,20 + 1,78) = -2,98 \text{ mt}$, M_d (innen) $= -7,52 = -7,12$ und $= -6,83 \text{ mt}$, $M_c = -1,79 = -1,44$ und $= -2,08 \text{ mt}$ für die negativen Biegemomente und $M_d = -3,05$ und $M_c = -1,24 \text{ mt}$ für die positiven Biegemomente mit $M_m = +2,1 \text{ mt}$ (s. Abb. 32) wird.

Bei $0,4$ und $0,8 \text{ m}$ Abstand von D ist die Höhe des Balkens $= 60$ und 50 cm und $M = -6,0$ und $= -4,6 \text{ mt}$, so daß man erhält $x = \sqrt{\frac{6 \cdot 460000}{7 \cdot 25 \cdot 40}} = 19,9 \text{ cm}$, $h = \frac{8}{3} x = 53,1 \text{ cm}$, weshalb doppelte Eiseneinlagen erforderlich sind,

$$\text{und nach } A 2d \text{ ist } x = \frac{3}{8} \cdot 55 = 20,6 \text{ cm, } \sigma'_e = n\sigma_b \left(1 - \frac{h'}{x}\right) = 15 \cdot 40 \left(1 - \frac{5}{20,6}\right) = 455, \frac{\sigma'_e}{\sigma_b} (h - h') f'_e =$$

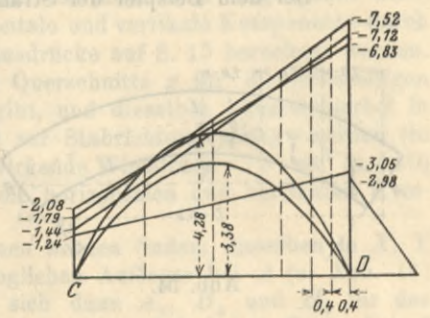


Abb. 32.

$$= \frac{M}{\sigma_b} - \frac{b \cdot x}{2} \left(h - \frac{x}{3} \right) \text{ oder } \frac{455}{40} \frac{(46)}{(55-5)} = \frac{(460000)}{40} - \frac{25 \cdot 20,6}{2} \frac{(17,2)}{(55-6,9)} \text{ oder } f'_e = \frac{(23,9)}{26,4} - \frac{(18,0)}{21,8} = \frac{(5,9)}{4,6} \text{ qcm,}$$

$$25 f_e = \frac{\sigma_e f'_e}{\sigma_b} + \frac{b \cdot x}{2} = \frac{455}{40} \cdot 4,6 + \frac{25 \cdot 20,6}{2} \text{ und } f_e = \frac{(2,71)}{2,09} + \frac{(8,6)}{10,3} = \frac{(11,3)}{12,4} \text{ qcm.}$$

Es genügen daher an den Enden oben 5 $\text{D } 20 = 15,7 \text{ qcm}$, und in der Mitte sind für $M = 2,1 \text{ mt}$ unten und $M = -0,9 \text{ mt}$ oben, sowie in dem ersten und letzten Viertel für $M = -0,3 \text{ mt}$ und $M = -3,1 \text{ mt}$ oben die in Abb. 27 angenommenen Eiseneinlagen genügend, indem von den 5 untern Eisen bei ca. $\frac{l}{4}$ und $\frac{l}{8} = 1,5$ und $0,75 \text{ m}$ Abstand von den Pfeilern je 1 $\text{D } 20$ nach oben abgelenkt wird, und 1 $\text{D } 20$ gerade durchgeht sowie 2 nach unten gehen.

Oben gehen dann drei Eisen durch, und über dem Pfeiler sind fünf vorhanden, von welchen zwei Eisen in der Konsole nach unten abgelenkt werden. Die Schub- und Adhäsionsspannungen ergeben sich aus C und $D = 3 \cdot 0,95 = 2,85 \text{ t}$ und außen $D = 1,06 \cdot 1,5 + 1,18 = 2,77 \text{ t}$ und sind verhältnismäßig klein.

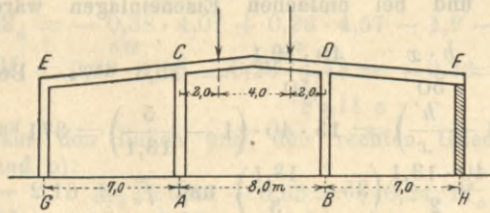


Abb. 33.

(bei Balkenbrücken mit zwei Mittelpfeilern ist nur der mittlere Rahmen mit der Momentenfläche über CD aus dem an den Enden frei aufliegenden kontinuierlichen Träger zu berechnen, für welchen M_1 und $M_2 = 0$ in (10) und (11) einzusetzen sind).

5. Anwendung der obigen Berechnungsweisen auf verschiedene Rahmenkonstruktionen.

Bei der allgemeinen Anwendung der bisher entwickelten Berechnungsweisen sind auch die Temperaturspannungen in Betracht zu ziehen, und zwar mit denselben Formeln, wie sie bei den eingespannten Gewölben angewendet werden, und es ist nach Seite 17: $H_t = \frac{E \alpha \cdot t \cdot l}{\Sigma w y^2 + \Sigma \frac{s}{F}}$, wo $E = 2\,000\,000 \text{ t/qcm}$, $\alpha = 0,000\,012$, $t = 20^\circ \text{ C}$ ist.

In obigen Beispielen ist bei dem Rahmen mit oberem Bogen $H_t = \frac{2\,000\,000 \cdot 0,000\,012 \cdot 20 \cdot 8,2}{11\,396} = 0,35 \text{ t}$ und die Momente sind bei $A = 0,35 \cdot 3,35 = 1,17 \text{ mt}$, bei $C = 0,35 \cdot 0,35 = 0,12 \text{ mt}$ und bei $E = -0,65 \cdot 0,35 = -0,23 \text{ mt}$. Bei dem Rahmen mit geradem Querbalken ist $H_t = \frac{3936}{15580} = 0,25 \text{ t}$ und die Momente sind bei $A = 0,25 \cdot 2,77 = 0,69 \text{ mt}$, bei C und $E = -0,23 \cdot 0,25 = -0,06 \text{ mt}$.

Bei dem Rahmen für den Lokomotivschuppen ist statt der Verhältniszahlen für J der richtige Wert des Trägheitsmoments einzusetzen, so daß statt 1 angenähert $\frac{0,4 \cdot 0,4^3}{12} = 0,002\,133$ anzunehmen und der Nenner von H_t für $w = \frac{s}{J}$ mit $\frac{1}{0,002\,133} = 470$ zu multiplizieren ist, und man erhält $H_t = \frac{2\,000\,000 \cdot 0,000\,012 \cdot 20 \cdot 6}{\Sigma w y^2 + \Sigma \frac{s}{F}}$, wo

$\Sigma w y^2 = 59,3 \cdot 470 = 27\,870$, $\Sigma \frac{s}{F} = \frac{6}{0,25 \cdot 0,5} + \frac{5,4 + 6}{0,4 \cdot 0,4} = 120$, somit $H_t = \frac{2880}{27990} = 0,10 \text{ t}$ und M bei $A = 3,60 \cdot 0,1 = 0,36 \text{ mt}$, bei $C = -0,180 \cdot 0,1 = -0,018 \text{ mt}$, bei $D = -2,16 \cdot 0,1 = -0,22 \text{ mt}$ und bei $E = -1,98 \cdot 0,1 = -0,2 \text{ mt}$ wird.

Bei dem Beispiel der Straßenbrücke erhält man dagegen viel höhere Werte, indem hier der Nenner nur $= 100$ ist, und daher $H_t = \frac{2\,000\,000 \cdot 0,000\,012 \cdot 20 \cdot 6,6}{100} = 31,7 \text{ t}$ und bei $A : M = 31,7 \cdot 3,26 = 103,3 \text{ mt}$, bei $C = 31,7 \cdot 0,31 = 9,8 \text{ mt}$ und bei $E = -31,7 \cdot 0,14 = -4,4 \text{ mt}$ wird.

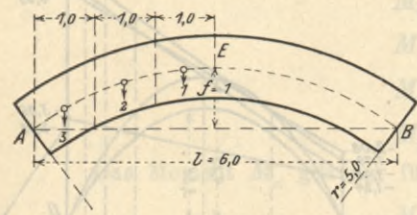


Abb. 34.

Die Temperaturspannungen (welche bei Ausdehnung das entgegengesetzte Vorzeichen erhalten) werden daher gewöhnlich bei der Dimensionierung der Rahmen nicht berücksichtigt, indem auch bei etwaigen feinen Rissen die Sicherheit der Konstruktion durch die Eiseneinlagen gewährleistet ist.

Noch deutlicher tritt die Größe der Temperaturspannungen bei nebengezeichnetem eingespanntem Gewölbe hervor. Für dasselbe sollen die Temperaturspannungen nach Weyrauch und nach Mörsch berechnet werden, und man erhält nach S. 11 die Formel (15) $H_t = \frac{E \cdot c}{1 + 6\varepsilon} \cdot \frac{45}{4 f^2} \alpha \cdot \tau$ worin $c = J \cdot \cos \varphi$ ist, und für r aus $2 r \cdot 1 = 3^2 + 1^2$ oder $r = 5 \text{ m}$, $\text{tg } \varphi_0$ am Kämpfer $= \frac{6}{2(r-f)} = \frac{6}{2(5-1)} = 0,75$, $\varphi_0 = 36^\circ 52,2'$ und das mittlere $\varphi = \frac{\varphi_0}{2} = 18^\circ 26,1'$, somit $\cos \varphi = 0,9487$ und $J = \frac{1 \cdot 1^3}{12} = \frac{1}{12}$ sowie $c = \frac{0,9487}{12} = 0,0791$ wird.

Nach S. 11 ist ferner $\varepsilon = \frac{15 \gamma}{8} \left(\frac{r-f}{r \cdot f} \right)^2$ und $\gamma = \frac{J}{F} = \frac{h^2}{12} = \frac{1}{12}$ somit $\varepsilon = \frac{15}{8 \cdot 12} \left(\frac{5-1}{5 \cdot 1} \right)^2 = 0,10$ und $H_t = \frac{2\,000\,000 \cdot 0,0791}{1 + 6 \cdot 0,1} \cdot \frac{45}{4 \cdot 1^2} \cdot 0,000012 \cdot 20 = 267 \text{ t}$, $M_a = \frac{2}{3} f \cdot H = 178 \text{ mt}$, $M_e = -\frac{1}{3} f \cdot H = -89 \text{ mt}$,

und hieraus ergibt sich bei A und E: $\sigma = \frac{M}{W} = \frac{17\,800\,000 \cdot 6}{100 \cdot 100^2} = 106,8 \text{ kg}$, wozu bei A noch $N_x = H_t \cdot \cos \varphi_0 = 267 \cdot 0,75 = 200,2 \text{ t}$ und bei E: $N_x = 267 \text{ t}$ als Normalkraft hinzukommt, so daß bei A: $\sigma_a^0 = -\frac{1}{100^2} \cdot (200\,200 \pm \frac{6 \cdot 17\,800\,000}{100}) = -\frac{126,8}{86,8} \text{ kg}$ und bei E: $\sigma_e^0 = -\frac{1}{100^2} (267\,000 \mp \frac{6 \cdot 8\,900\,000}{100}) = \frac{+26,7}{-80,1} \text{ kg}$ (Temperaturspannungen (bei Zusammenziehung des Gewölbes) auftreten).

Nach Mörsch ist der Ausdruck $\Sigma w \cdot y^2 + \Sigma \frac{s}{F}$ für das Koordinatensystem durch 0 zu bestimmen, und bei Annahme von 3 Lamellen mit 1^m Breite erhält man $\sin \varphi = \frac{x}{r}$, $y' = f - r(1 - \cos \varphi)$, $s = 1 + \frac{1 - \cos \varphi}{\cos \varphi}$, $y = y' - (f - z)$, und damit folgende Tabelle:

Lamelle	1	2	3
x	0,5	1,5	2,5
$\sin \varphi$	0,1	0,3	0,5
$\cos \varphi$	0,9950	0,9539	0,8860
$y' = 1 - 5(1 - \cos \varphi)$	0,975	0,770	0,330
$s = 1 + \frac{1 - \cos \varphi}{\cos \varphi}$	1,005	1,048	1,155
h	1	1	1
J	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$
$w = \frac{s}{J}$	12,06	12,58	zus. 38,50 13,86
$\frac{s}{F} = \frac{s}{h}$	1,01	1,05	zus. 3,21 1,15
$y = y' - 0,676$	0,299	0,094	- 0,346
$w \cdot y^2$	1,08	0,11	zus. 2,85 1,66

Hieraus ergibt sich $z = \frac{\Sigma(1 - y') \cdot w}{\Sigma w} = \frac{0,025 \cdot 12,06 + 0,23 \cdot 12,58 + 0,67 \cdot 13,86}{38,5} = 0,324 \text{ m}$

und ebenso $\Sigma w y^2 + \Sigma \frac{s}{F} = (2,85 + 3,21) \cdot 2 = 12,12$

und $H_t = \frac{2\,000\,000 \cdot 0,000012 \cdot 20 \cdot 6}{12,12} = 238 \text{ t}$. Die

obigen Spannungen werden daher für $M_a = 238 \cdot 0,676 = 161 \text{ mt}$ (statt 178) und $M_e = -238 \cdot 0,324 = 77 \text{ mt}$ (statt 89) und $H_t = 238 \text{ t}$ (statt 267) etwas kleiner (die Formeln von Weyrauch gelten für die Parabel mit dem Mittelwert für $J \cdot \cos \varphi$, und kann ε für die Parabel auch aus $\frac{15 \gamma}{8 f^2} \left(\frac{l^2 - 4 f^2}{l^2 + 4 f^2} \right)$, s. S. 198, bestimmt werden).

Die Größe des Horizontalschubs hängt daher von der Stärke des Gewölbes im Verhältnis zur Spannweite ab, und sie gilt nur für eine vollkommene Einspannung des Gewölbes am Kämpfer, welche besonders bei flachen Gewölben und bei solchen mit versenkten Widerlagern nicht anzunehmen ist. Auch bei Rahmenkonstruktionen kann man mit der Nachgiebigkeit der Ständer rechnen, und dieselben können wie Stützmauern bis zu ca.

25^m Länge ohne Fugen ausgeführt werden, und der Horizontalschub von den Temperatureinflüssen wird hierbei gewöhnlich vernachlässigt (die Temperaturspannungen sind ungefähr proportional dem Wert von J oder h^3 , so daß bei $\frac{3}{4} h$ nur noch ca die halbe Temperaturspannung eintritt). Bei der Temperaturendeckung oder -zusammenziehung wirken Horizontalkräfte auf den Rahmen, und dieselben veranlassen die Momente des in der x -Achse (bzw. bei $\frac{2}{3} f$ für die

Parabel von konstantem Querschnitt) wirkenden Horizontalschubs in Beziehung auf die Schwerpunkte der Querschnitte x . Auch beliebig gerichtete Kräfte können in ihre horizontalen und vertikalen Komponenten zerlegt, und hierfür kann (auch ohne Zerlegung) das statische Moment M_0 der linksseitigen Kräfte für den Querschnitt x berechnet und in die Formel $M_x = M + M_0 - H \cdot y - V \cdot x$ eingesetzt werden.

Denn die Entwicklung der Formeln für die Berechnung der eingespannten Gewölbe nach Mörsch (s. Sonderabdruck und Betonkalender von 1908) gilt für beliebig gerichtete Kräfte, und M_0 ist das Moment der auf das frei schwebend gedachte linke Ende der Konstruktion (welches durch die Kräfte H , V und das Moment M eingespannt wird) wirkenden Lasten. H , V und M können für eine beliebige Kraft P oder für ihre horizontale und vertikale Komponente durch Einsetzung der Werte von M_0 (in Beziehung auf die Lamellenmitten) in die Summenausdrücke auf S. 15 berechnet werden.

Auch bei der Rahmenberechnung nach Müller-Breslau ist das Moment des Querschnitts x für die linksseitigen Kräfte zu berechnen, woraus sich die Momentenfläche über den einzelnen Stäben ergibt, und dieselben können hierbei in horizontale und vertikale Komponenten oder auch in solche parallel und senkrecht zur Stabrichtung zerlegt werden (in letzterem Fall wird bei glatter Oberfläche gewöhnlich nur der senkrecht zur Dachfläche wirkende Winddruck $= p \cdot \sin^2(\alpha + 10)$ oder $p \cdot \sin^2 \alpha$ (s. Hütte) pro qm Dachfläche berücksichtigt, welcher sich wieder in die horizontalen und vertikalen Komponenten $p \cdot \sin^2(\alpha + 10)$ pro qm Grundriß und Aufriß zerlegt).

Es kann hierbei das linke Auflager wie oben (ohne Gegendrucke) angenommen werden (indem dieselben in X , Y und Z enthalten sind) oder es kann ein statisch bestimmtes System mit einem beweglichen Auflager bei A (s. Abb. 16) vorausgesetzt, und die Resultante R sämtlicher Kräfte bestimmt werden, woraus sich dann A_0 , B_0 und H_0 für das statisch bestimmte System ergeben (auch Dachkonstruktionen werden gewöhnlich so berechnet, daß das Auflager bei A oder B als beweglich angenommen wird) und hieraus die Momentenfläche F_0 der einzelnen Stäbe ermittelt und das zugehörige X , Y und Z berechnet wird, um alsdann aus $A = A_0 + Y$, $B = B_0 - Y$, $H_a = X$ und $H_b = H_0 + X$ die Momente der einzelnen Querschnitte zu erhalten.

Die obigen Berechnungsweisen lassen sich nun für jede beliebige Form der Rahmenkonstruktion verwenden, indem man dieselben nach Mörsch in einzelne Lamellen bis zur Einspannungsstelle zerlegt (hierbei ist es am einfachsten, die innere Vertikale des Ständers zu verlängern, und sie dann durch eine schräge Fuge senkrecht zur gestrichelten Mittel-

linie zu ersetzen, welche durch die letztere halbiert wird, und von hier aus die Teilung in Lamellen von 1—2^m Breite fortzusetzen) und die Berechnung dann in derselben Weise wie oben durchführt (auch die Stützlinie kann auf Grund der Abstände $c = \frac{M_x}{N_x}$ aufgezeichnet werden). Bei den untengezeichneten Rahmenkonstruktionen kann auch zur vorläufigen Bestimmung der Form und der Stärken des Rahmens die Stützlinie für einseitige Belastung durch das innere und äußere Drittel der Kämpferfuge sowie durch die Mitte der Scheitelfuge, und für Vollbelastung oder Eigengewicht durch die Kämpfer- und Scheitelmitten aufgezeichnet werden, wobei auch beliebig gerichtete Kräfte berücksichtigt werden können (dies kann auch bei Aufzeichnung der genauen Stützlinie geschehen). Es kann aber auch nach Müller-Breslau ein Polygon an Stelle der Bogenform gesetzt werden, und man erhält alsdann annähernd dieselben Resultate, und die Trägheits- und Zentrifugalmomente (welche auch durch die Trägheitsellipsen ermittelt werden) können in der oben angegebenen Weise berechnet und zur Dimensionierung nach den angeführten Formeln verwendet werden (wie dies auch in den obigen Beispielen geschehen ist).

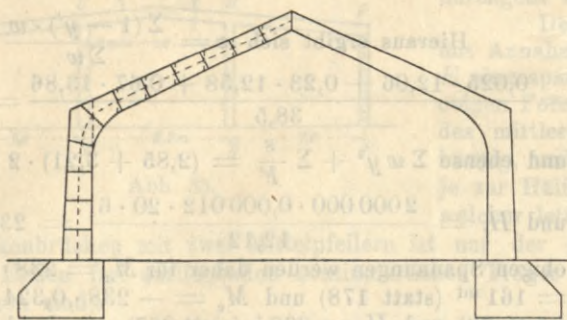


Abb. 35.

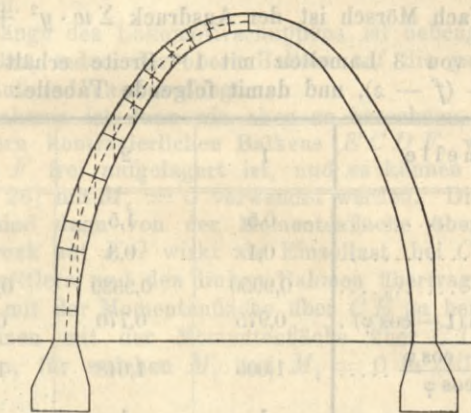


Abb. 36.

Bei Anwendung von Gelenken für Rahmenkonstruktionen kommt zunächst der Rahmen mit zwei unteren Gelenken in Betracht, welcher analog dem Zweigelenkbogen zu berechnen ist, und hat Ingenieur Mantel in dem technischen Lexikon von Lueger (s. Dachstuhl) Formeln für den Bogen mit eingespannten Enden (welche genau den von Mörsch entwickelten entsprechen) angegeben, und dieselben auch auf Bogen mit zwei Gelenken an den Kämpfern und mit einem Gelenk im Scheitel angewendet (s. Schweizer Bauzeitung Bd. XXXII, Nr. 20). Beim Zweigelenkbogen wird V wie bei dem frei aufliegenden Träger berechnet, M ist = 0 und H ergibt sich aus $H = \left\{ \frac{V \cdot G \cdot z_u}{2} - P \sum_a \frac{1}{2} (a-x) w \cdot y \right\} : \Sigma w y^2$ und gilt dies für beliebig gerichtete Kräfte P , deren linker Auflagerdruck = V ist (bei entgegengesetzter Richtung von V und P wechseln die Vorzeichen) (s. Abb. 37).

Bei einem Scheitelgelenk mit Eingespanntsein an den Kämpfern erhält man dieselben Formeln wie beim eingespannten Rahmen, indem $V = \frac{P \sum_a w \cdot x}{\Sigma w \cdot x^2}$ und $H = \frac{P \sum_a w \cdot y}{\Sigma w \cdot y^2 + \Sigma \frac{s}{E}}$ wird, nur beziehen

sich x und y auf das Scheitelgelenk, und hieraus lassen sich die Kämpferdrücke R_1 und R_2 nach Lage und Größe bestimmen, indem die durch das Scheitelgelenk gehende Resultante bei symmetrischer Belastung horizontal ist und bei einseitiger Belastung zugleich dem zweiten Kämpferdruck entspricht. Sind oben 2 Gelenke vorhanden (s. Abb. 38), so ist V nach Lage und Größe gegeben, und es ist nur noch H mit der Koordinatenachse CD als x -Achse zu berechnen. Auch ist die Berechnungsweise für Bögen mit einer Zugstange CD zwischen den Kämpfern und Scheitelpunkten angegeben, indem das einfach statisch unbestimmte System (mit einem beweglichen Auflager) aus der Formel $S = S_0 + X_a \cdot S_a$ berechnet wird, und S_0 für die Stabkräfte ohne Zugstange, S_a dagegen für $X_a = 1$ im Zugstab zu berechnen ist, und die wirklich auftretende Stabspannung aus $X_a = \Sigma S_0 \cdot S_a \cdot \frac{s}{EF} : \left(\Sigma S_a^2 \frac{s}{EF} + \frac{l'}{EF'} \right)$ hervorgeht (der zweite Ausdruck in der Klammer entspricht dem Zugstab) (s. Abb. 37). In den oben angewendeten Ausdrücken $w = \frac{s}{J}$ ist das E im Nenner weggelassen, weil es sich im Zähler

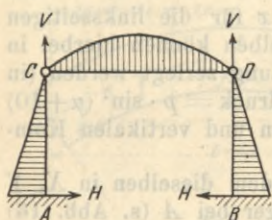


Abb. 38.

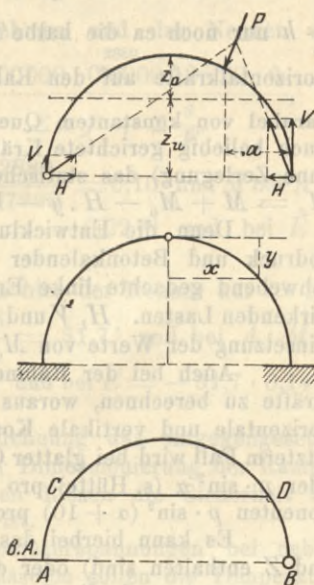


Abb. 37.

und Nenner aufhebt, und nur bei verschiedenem Material der Stäbe einzuführen ist. Wird noch A und B durch einen horizontalen Zugstab verbunden, so sind auch für diesen Fall ähnliche Formeln für das zweifach statisch unbestimmte System angegeben (hierbei ist unten ein Gelenk und ein bewegliches Auflager vorhanden).

Auch von Weyrauch sind in dem Buch (die elastischen Bogenträger, 1897) Formeln für den Zweigelenkbogen entwickelt (auch mit Berücksichtigung der Temperaturspannung und der Verschiebung der Widerlager), welche in dem technischen Lexikon von Lueger (s. Bogen, einfache) kurz zusammengefasst werden, und dort ist auch die Berechnung

des Dreigelenkbogens mit seinen Belastungsscheiden und Kämpferdrucklinien näher ausgeführt (vergl. auch die Berechnung des Dreigelenkbogens nach Mörsch im Betonkalender von 1908). Auch Müller-Breslau hat Formeln für den rechteckigen Rahmen mit 2 Gelenken (für Kranträger) entwickelt (s. neuere Methoden der Festigkeitslehre Seite 113).

Für lotrechte Belastung wird von Ingenieur Leuprecht (Zement und Beton Nr. 34, 1908) die Berechnung der obengezeichneten Rahmen mit Gelenken an den Endstützen und Pendelpeilern in der Mitte als kontinuierlicher Balken

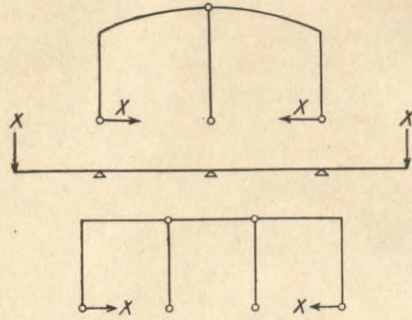


Abb. 39.

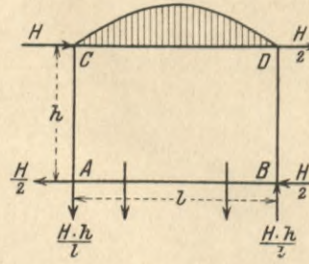
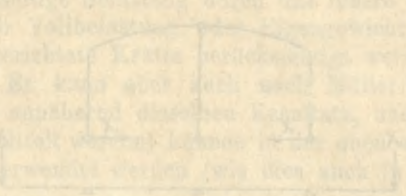
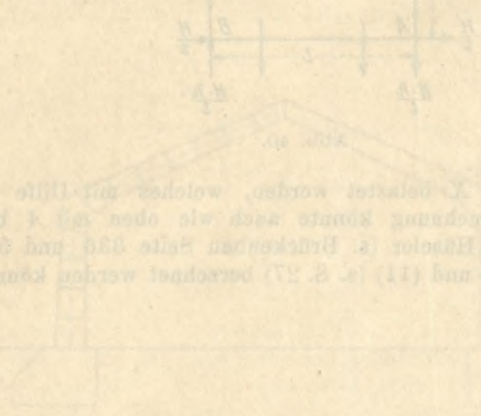


Abb. 40.

mit Auslegern durchgeführt, indem die Endständer aufgeklappt und mit X belastet werden, welches mit Hilfe des Seilpolygons der Momentenfläche zu berechnen ist. (Die kontinuierliche Berechnung könnte auch wie oben mit 4 bzw. 5 Öffnungen durchgeführt werden). Für den rechteckigen Rahmen nimmt Häseler (s. Brückenbau Seite 336 und 594) 2 kontinuierliche Träger ACD und ABD an, welche mit den Formeln (10) und (11) (s. S. 27) berechnet werden können, wobei noch $M_a = M_b$ und $M_c = M_d$ gesetzt wird.



Das Brückenmodell mit seinen Belastungsbedingungen und Längsdrucklinien sind in der Abbildung 1 dargestellt. Die Brückenöffnung ist als einseitig eingespannter Balken zu betrachten. Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet. Die Brückenöffnung ist als einseitig eingespannter Balken zu betrachten. Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet.



Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet. Die Brückenöffnung ist als einseitig eingespannter Balken zu betrachten. Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet.



Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet. Die Brückenöffnung ist als einseitig eingespannter Balken zu betrachten. Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet.

Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet. Die Brückenöffnung ist als einseitig eingespannter Balken zu betrachten. Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet.

Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet. Die Brückenöffnung ist als einseitig eingespannter Balken zu betrachten. Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet.



Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet. Die Brückenöffnung ist als einseitig eingespannter Balken zu betrachten. Die Auflagerkräfte sind durch R_1 und R_2 bezeichnet. Die Lasten sind durch P und Q dargestellt. Die Längsdrucklinien sind durch N und M bezeichnet.

5. 611

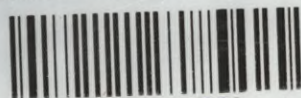
WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

III 18209
L. inw.

Druk. U. J. Zam. 356. 10.000.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300882