Theoretische Berechnung

der

Betoneisen-Konstruktionen

mit

ausführlichen Beispielen.

Von

Heinrich Pilgrim

Ingenieur in Stuttgart.

Mit 78 Abbildungen im Texte.

Wiesbaden

C. W. Kreidel's Verlag

1906.

Theoretische Berechnung

der

Betoneisen-Konstruktionen

mit ausführlichen Beispielen.

Theoretische Berechnung

der

Betoneisen-Konstruktionen

mit ausführlichen Beispielen.

Theoretische Berechnung

der

Betoneisen-Konstruktionen

mit

ausführlichen Beispielen.

Von

Heinrich Pilgrim

Ingenieur in Stuttgart.

Mit 78 Abbildungen im Texte.

Wiesbaden

C. W. Kreidel's Verlag

1906.

Sonderabdruck aus der Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen in Hannover, Jahrgang 1906, Heft 4, nebst Ergänzungen und praktischer Anwendung auf verschiedene Beispiele.

Vorwort.

Die folgende Abhandlung bezweckt hauptsächlich eine Anwendung des in den Leitsätzen des Deutschen Architekten- und Ingenieur-Vereins sowie in den preußischen Bestimmungen von 1904 angegebenen Verfahrens zur Berechnung der Betoneisen-Konstruktionen auf alle möglichen Fälle. Hierbei sind sowohl einfache als auch doppelte Eiseneinlagen und ebenso ein beliebiger Eisenquerschnitt angenommen worden. Bei Plattenbalken ist ferner der Druck des Betons im Steg berücksichtigt, und zwar bei einfachen und doppelten Eiseneinlagen, und mit verhältnismäßig einfachen Formeln.

Auch für die exzentrische Beanspruchung durch seitlich wirkende Druck- oder Zugkräfte sind für alle vorkommenden Fälle Formeln entwickelt worden, die bei der Berechnung von Widerlagern, Gewölben und Stützmauern leicht anzuwenden sind.

Zur Vergleichung sind überall auch die Formeln mit Berücksichtigung des Zugs im Beton beigesetzt und durch Beispiele sein Einfluß bestimmt und die Möglichkeit seiner Nichtberücksichtigung erläutert.

Der theoretische Teil A bis C wird aber durch ausführliche Beispiele in D ergänzt, welche die entwickelten Formeln praktisch verwerten und durch zahlreiche Abbildungen die Art der Eiseneinlagen sowie den Gang ihrer Berechnung verständlich machen.

Stuttgart, im August 1906.

Der Verfasser.

Inhalts-Uebersicht.

I. Die Hauptberechnungsarten für Betoneisen-Konstruktionen.

Die in der Praxis angewendeten Berechnungsarten nach Koenen, Ritter und Mörsch haben alle gemeinsam, daß sie den Zug des Betons vernachlässigen und denselben vollständig durch das Eisen aufnehmen lassen.

Bei den ersteren zwei Berechnungsarten wird aber der Zugquerschnitt des Betons bei der Bestimmung der neutralen Achse (Nullinie) mitgerechnet, indem Koenen sie durch den Schwerpunkt des Betonquerschnitts gehen läßt (Zentralblatt der Bauverwaltung 1886) und Ritter den $n$fachen $\left(n = \frac{E_e}{E_b}\right)$ Eisenquerschnitt bei der Schwerpunktsbestimmung berücksichtigt (Schweizer Bauzeitung 1899).

Der Unterschied dieser beiden Berechnungsarten ist daher nicht groß, indem sie auch ihren Eisenquerschnitt aus dem Biegungsmoment M dividiert durch den Abstand der Mittelpunkte des Zugs und Drucks ableiten, wofür Koenen $\frac{3}{4}\,d$ (d = Plattendicke) setzt, und Ritter den Abstand des Eisens von der Resultante der Druckspannungen des Betons.

Abb. 1.

Bei der so angenommenen Spannungsverteilung sind jedoch nur verhältnismäßig kleine Eisenspannungen möglich, indem sie kleiner als $n \cdot \sigma_b$ sein müssen, und doch wird als zulässige Eisenspannung $\sigma_e = 1000$ kg eingesetzt, um den Eisenquerschnitt f_e zu erhalten.

Es ist daher eine dritte Berechnungsart von Mörsch veröffentlicht worden (Bauzeitung 1903, Heft 33), welche auch in die Leitsätze des Deutschen Architekten- und Ingenieurvereins aufgenommen worden ist (Bauzeitung 1904, Heft 4), worin der Zug des Betons bei der Bestimmung der Nullinie ganz vernachlässigt, und dieselbe allein aus der Zugspannung des Eisens und der Druckspannung des Betons (gemäß der Navierschen Hypothese) abgeleitet wird.

Es kann nun nicht geleugnet werden, daß der Zugbeton auch in einem gewissen Maße mitwirkt, und zwar annähernd im Verhältnis der Zug- und Druckfestigkeit des Betons, welche sich ungefähr wie 1 : 10 verhalten, so daß man als tatsächlich wirkende Zugspannung des Betons $\frac{\sigma_b}{10}$ rechnen kann (wenn σ_b = Druckspannung des Betons ist). Wenn daher für die Druckspannung des Betons $\sigma_b = 40$ kg zugelassen wird, während die Druckfestigkeit des Betons 200 kg beträgt, so kann für die Zugspannung des Betons $\sigma_z = \frac{\sigma_b}{10} = 4$ kg gerechnet werden, da seine Zugfestigkeit (bei Biegung) = 20 kg ist, und wenn man mehr rechnen wollte, so hätte man nicht dieselbe Sicherheit wie für den Druck.

Denn der gezogene Beton kann zwar nach den Versuchen von Considère (le génie civil 1899) infolge von Eiseneinlagen viel größere Dehnungen (ca. 1—2 mm pro lfd. m) aushalten, als wenn er nicht armiert ist (ca. 0,1—0,2 mm), ohne daß Risse im Beton eintreten, und ohne daß er seine Zugfestigkeit verliert, aber seine Mitwirkung erhält sich immer in derselben Grenze seiner Maximalzugfestigkeit, wie die nebengezeichneten Linien der Dehnungen für Eisen allein und für Beton und Eisen zusammen dartun (Bauzeitung 1903, Heft 33). Dieselben steigen gleichmäßig bis zur Grenze B der Zugfestigkeit

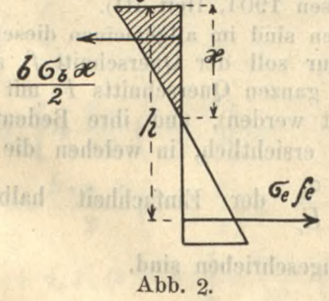


Abb. 2.

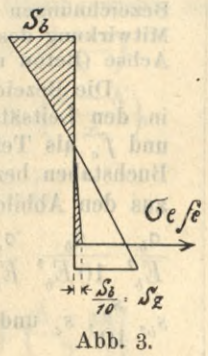


Abb. 3.

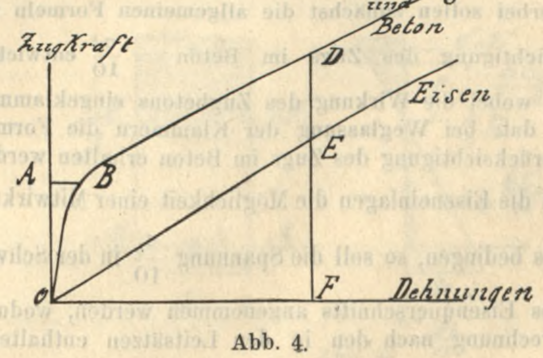


Abb. 4.

des Betons, während das Eisen nur wenig beansprucht wird, und von hier an geht die Mehrbeanspruchung auf das Eisen über ($DE =$ Zugkraft des Betons, $EF =$ Zugkraft des Eisens) und von der mitwirkenden Zugfestigkeit des Betons darf nur der zulässige Teil gerechnet werden.

Diese Versuche von Considère sind durch eine Kommission von Sachverständigen in Paris im Jahre 1900 wiederholt worden, wobei sowohl die große Dehnung des Zugbetons als seine konstante Mitwirkung (gemäß der obigen Figur) bestätigt wurden, und nur unter dieser Voraussetzung können größere Eisenspannungen auftreten, da sie von der gemeinsamen Dehnung des Zugbetons und des Eisens abhängig sind. (Beton und Eisen 1903, Heft V).

Die Adhäsion zwischen Beton und Eisen bewirkt aber ihre gemeinsame Dehnung, und diese ist abhängig von der Durchbiegung des Balkens, welche bei Probebelastungen bis zur Elastizitäts- und Streckgrenze des Eisens ausgedehnt worden ist, was (infolge der Adhäsion) nur bei der entsprechenden Dehnung des Zugbetons sein kann (vgl. die Versuche von Schüle S. 26).

Wenn die Versuche von Kleinlogel in Stuttgart dem zu widersprechen scheinen (indem die von ihm beobachteten Dehnungen des Betons nicht viel größer waren, als dies ohne Eiseneinlagen der Fall ist), so kann dies an der Art seiner Versuche liegen, welche Balken von 30 cm Höhe und 15 cm Breite für Stützweiten von 200 cm verwendeten, so daß die Durchbiegung in der Mitte auch bei großen Belastungen sehr klein sein mußte (weil sie im Verhältnis $\frac{Ml^2}{J} = \frac{\frac{P \cdot l}{4} \, l^2}{\frac{b \cdot h^3}{12}}$ oder zu $\frac{l^3}{h^3}$ steht), und demgemäß die Berechnung der Spannungen des Betons und Eisens aus der Durchbiegung ungenau wurde (bei Bestimmung der Dehnungen des Eisens in Oeffnungen des Betons ist die genaue Berechnung möglich. Beton und Eisen 1903, Heft I.)

II. Berechnung der Betoneisen-Konstruktionen mit und ohne Zug des Betons.

Die Leitsätze des Deutschen Architekten- und Ingenieurvereins dienen vielfach als Grundlage für die Berechnung von Betoneisen-Konstruktionen, und ich beabsichtige auch nicht eine neue Berechnungsart vorzuschlagen. Da jedoch in den Erläuterungen darauf hingewiesen wird, daß die Annäherungsberechnung gegebenenfalls später durch eine andere ersetzt werden kann, so habe ich im folgenden einerseits die genaue Berechnung (unter Vernachlässigung des Zugs im Beton) für Platten und Plattenbalken mit einfacher und doppelter Armierung entwickelt, woraus sich auch die Formeln für die Dimensionenberechnung ergeben; und andererseits die Mitwirkung des Zugs im Beton berücksichtigt, indem ich die zulässige Zugspannung (im Verhältnis der Zug- und Druckfestigkeit des Betons) $= \frac{1}{10}$ der vorhandenen Druckspannung σ_b also $= \frac{\sigma_b}{10}$ setze und hiermit die Spannungen σ_b und σ_e berechne.

Die Formeln erhalten dadurch eine kleine Aenderung, und es kann der Einfluß des Zugs im Beton bestimmt werden, wodurch die Zugspannung des Eisens vermindert wird, während die Druckspannung des Betons annähernd die gleiche bleibt, wie die beigefügten Beispiele dartun werden. Für die Praxis könnte daher die Berechnung ohne Berücksichtigung des Zugs im Beton beibehalten werden, da sie größere Spannungen ergibt, und nur in Beziehung auf die zulässige Beanspruchung des Eisens wäre eine Aenderung möglich, indem ihre Grenze etwas höher angenommen wird.

Dieselbe Berechnung ohne und mit Berücksichtigung des Zugs im Beton habe ich auch für die exzentrische Beanspruchung von rechteckigen Querschnitten und Plattenbalken mit einfacher und doppelter Armierung durchgeführt und hierbei einfache und praktische Formeln erhalten, welche mit der im Betoneisenbau von Wayß und Freytag angegebenen Berechnungsweise und auch mit derjenigen in den preußischen Bestimmungen übereinstimmen. Durch Beispiele ist auch hierbei die praktische Verwendung der Formeln dargetan, wie auch die Vergleichung der Berechnung ohne und mit Zug im Beton möglich gemacht.

A. Einfache Biegung von Bauteilen.

Hierbei sollen zunächst die allgemeinen Formeln mit Berücksichtigung des Zugs im Beton $= \frac{\sigma_b}{10}$ entwickelt werden, wobei die Wirkung des Zugbetons eingeklammert ist, so daß bei Weglassung der Klammern die Formeln ohne Berücksichtigung des Zugs im Beton erhalten werden.

Da die Eiseneinlagen die Möglichkeit einer Mitwirkung des Zugs bedingen, so soll die Spannung $\frac{\sigma_b}{10}$ in der Schwerlinie des Eisenquerschnitts angenommen werden, wodurch die Berechnung nach den in den Leitsätzen enthaltenen Bezeichnungen vereinfacht wird, auch genügt infolge der Mitwirkung des Eisens eine gerade Linie bis zur neutralen Achse (Beton und Eisen 1904, Heft III).

Die Bezeichnungen sind im allgemeinen dieselben wie in den Leitsätzen (nur soll der Querschnitt f_b sowie f_e und f_e' als Teil des ganzen Querschnitts F mit kleinen Buchstaben bezeichnet werden), und ihre Bedeutung ist aus den Abbildungen ersichtlich, in welchen die Längen $\frac{\sigma_b}{E_b}$, $\frac{\sigma_b}{10 E_b}$, $\frac{\sigma_e}{E_e}$ und $\frac{\sigma_e'}{E_e}$ der Einfachheit halber mit s_b, $\frac{s_b}{10}$, s_e und s_e' eingeschrieben sind.

1. Einfache Eiseneinlagen für rechteckigen Querschnitt und Platten.

Die allgemeinen Gleichungen des Gleichgewichts sind für $n = \frac{E_e}{E_b}$.

(1) $\frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e}{E_e} = x : h - x$ oder $\sigma_e = n \sigma_b \frac{h - x}{x}$.

(2) $Z = \sigma_e f_e \left[+ \frac{b \sigma b}{10} \left(\frac{h - x}{2} \right) \right] = \frac{b \sigma_b x}{2} = D.$

(3) $M = \sigma_e f_e \left(h - \frac{x}{3} \right) \left[+ \frac{b \sigma_b}{10} \left(\frac{h - x}{2} \right) \frac{2}{3} h \right].$

Bei Weglassung der eingeklammerten Teile erhält man die Berechnung ohne Zug des Betons, welche links angegeben ist (diejenige mit Zug des Betons steht rechts).

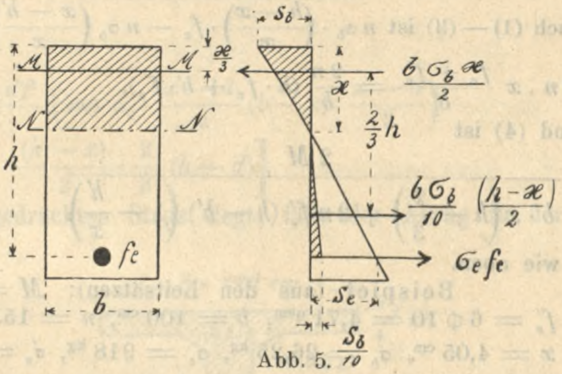


Abb. 5.

a) Bestimmung von x, σ_b, σ_e aus M, h, f_e, b und n.

Nach (1) — (2) ist $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{n (h - x)}{x} = \frac{b \cdot x}{2 f_e}$,

oder (4) $x^2 + \frac{2 n f_e \cdot x}{b} = \frac{2 n f_e \cdot h}{b}$,

nach (2) und (3) ist $M = \frac{b \cdot \sigma_b \cdot x}{2} \left(h - \frac{x}{3} \right)$,

oder (5) $\sigma_b = \frac{2 M}{b x \left(h - \frac{x}{3} \right)}$, (6) $\sigma_e = n \sigma_b \cdot \frac{h - x}{x}$, oder aus (3).

$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{n (h - x)}{x} = \frac{b}{20 f_e} (11 x - h)$,

(4a) $x^2 + \frac{x}{11 b} (20 n f_e - b \cdot h) = \frac{20 n f_e \cdot h}{11 b}$,

$M = \frac{b \sigma_b}{20} (11 x - h) \left(h - \frac{x}{3} \right) + \frac{b \sigma_b (h - x) h}{30}$,

(5a) $\sigma_b = \frac{60 M}{b (32 x h - h^2 - 11 x^2)}$, (6a) $\sigma_e = n \sigma_b \frac{(h - x)}{x}$.

Beispiel (aus den Leitsätzen): $M = \frac{1360 \cdot 2{,}15^2}{8} \cdot 100 = 78\,583 \,^{\mathrm{cm}}/_{\mathrm{kg}}$, $h = 13{,}5\,^{\mathrm{cm}}$, $f_e = 9\, \Phi\, 10 = 7{,}07\,^{\mathrm{qcm}}$, $b = 100\,^{\mathrm{cm}}$, $n = 15$. Die Auflösung der quadratischen Gleichung $x^2 \pm p x = \pm q$ ergibt $x = \mp \frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2} \right)^2 \pm q}$

oder für (4): $x = \frac{n f_e}{b} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 b h}{n f_e}} \right)$.

$x = 4{,}39\,^{\mathrm{cm}}$, $\sigma_b = 29{,}7\,^{\mathrm{kg}}$, $\sigma_e = 923\,^{\mathrm{kg}}$, | $x = 4{,}76\,^{\mathrm{cm}}$, $\sigma_b = 29{,}0\,^{\mathrm{kg}}$, $\sigma_e = 797\,^{\mathrm{kg}}$,

so daß die Eisenspannung bei Berücksichtigung des Zugs im Beton um ca. $\frac{1}{7}$ abnimmt.

b) Bestimmung von x, h und f_e aus M, σ_b, σ_e, b und n.

Nach (1) ist $h = x \left(\frac{\sigma_e}{n \sigma_b} + 1 \right) = m \cdot x$, so daß $m = \frac{\sigma_e}{n \sigma_b} + 1 = \frac{8}{3}$ (für $\sigma_e = 1000\,^{\mathrm{kg}}$ und $\sigma_b = 40\,^{\mathrm{kg}}$),

nach (5) ist $x^2 (3 m - 1) = \frac{6 M}{b \cdot \sigma_b}$ oder

(7) $x = \sqrt{\frac{6 M}{b \sigma_b (3 m - 1)}} = \sqrt{\frac{6 M}{7 b \sigma_b}}$,

(8) $h = m \cdot x$ (σ_b kann beliebig eingesetzt werden),

nach (2) ist (9) $f_e = \frac{b \cdot \sigma_b \cdot x}{2 \sigma_e} = \frac{b \cdot x}{50}$,

nach (5a) ist $32 m x^2 - m^2 x^2 - 11 x^2 = \frac{60 M}{b \cdot \sigma_b}$,

(7a) $x = \sqrt{\frac{60 M}{b \cdot \sigma_b (32 m - m^2 - 11)}} = \sqrt{\frac{180 \cdot M}{181 b \sigma_b}}$,

(8a) $h = m \cdot x$.

(9a) $f_e = \frac{b \cdot \sigma_b}{20 \sigma_e} (11 x - h) = \frac{b}{500} (11 x - h)$.

Beispiel: $M = 78\,583 \,^{\mathrm{cm}}/_{\mathrm{kg}}$, $\sigma_b = 40\,^{\mathrm{kg}}$, $\sigma_e = 1000\,^{\mathrm{kg}}$, $m = \frac{8}{3}$, $b = 100\,^{\mathrm{cm}}$, $n = 15$.

$x = 4{,}11\,^{\mathrm{cm}}$, $h = 10{,}96\,^{\mathrm{cm}}$, $f_e = 8{,}22\,^{\mathrm{qcm}}$, | $x = 4{,}18\,^{\mathrm{cm}}$, $h = 11{,}15\,^{\mathrm{cm}}$, $f_e = 6{,}97\,^{\mathrm{qcm}}$,

somit auch etwa $\frac{1}{7}$ Eisenquerschnitt weniger.

2. Doppelte Eiseneinlagen für rechteckigen Querschnitt und Platten.

Die allgemeinen Gleichungen des Gleichgewichts sind:

(1) $\frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e}{E_e} = x : h - x$ oder $\sigma_e = n \cdot \sigma_b \left(\frac{h - x}{x} \right)$,

(2) $\frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e'}{E_e} = x : x - h'$ oder $\sigma_e' = n \cdot \sigma_b \left(\frac{x - h'}{x} \right)$,

(3) $\sigma_e f_e \left[+ \frac{b \sigma_b}{10} \left(\frac{h - x}{2} \right) \right] = \frac{b \sigma_b \cdot x}{2} + \sigma_e' f_e'$,

(4) $M = \frac{b \cdot \sigma_b x}{2} \left(h - \frac{x}{3} \right) +$

$+ \sigma_e' f_e' (h - h') \left[- \frac{b \sigma_b}{10} \cdot \left(\frac{h - x}{2} \right) \cdot \left(\frac{h - x}{3} \right) \right].$

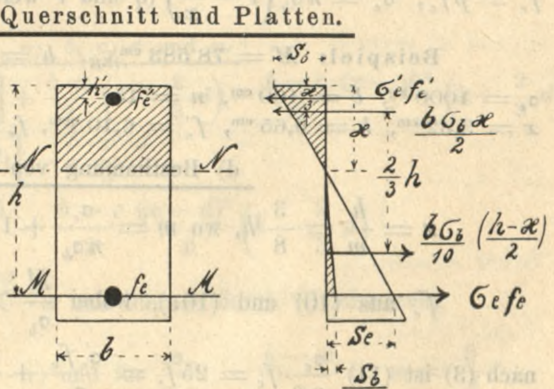


Abb. 6.

a) Bestimmung von x, σ_b, σ_e und σ'_e aus M, h, h', f_e, f'_e, b und n.

Nach (1)—(3) ist $n\sigma_b\cdot\left(\frac{h-x}{x}\right)\cdot f_e - n\sigma_b\left(\frac{x-h'}{x}\right)\cdot f'_e = \frac{b\cdot\sigma_b\cdot x}{2}\left[-\frac{b\cdot\sigma_b}{10}\left(\frac{h-x}{2}\right)\right]$ oder

$$(5)\quad x^2 + 2n\,.\,x\,\frac{f_e+f'_e}{b} = \frac{2n}{b}(h\cdot f_e + h'\cdot f'_e),$$

nach (2) und (4) ist

$$(6)\quad \sigma_b = \frac{2M}{b\cdot x\left(h-\frac{x}{3}\right) + 2nf'_e(h-h')\left(1-\frac{h'}{x}\right)},$$

$$(5a)\quad x^2+\frac{x}{11}\left\{\frac{20\cdot n}{b}(f_e+f'_e) - h\right\} = \frac{20n}{11b}(h\cdot f_e + h' f'_e),$$

$$(6a)\quad \sigma_b = \frac{60M}{b(32xh - h^2 - 11x^2) + 60nf'_e(h-h')\left(1-\frac{h'}{x}\right)},$$

σ_e und σ'_e wie oben.

Beispiel (aus den Leitsätzen): $M = 78583$ cm/kg, $h = 13{,}5$ cm, $h' = 1{,}5$ cm, $f_e = 9\,\Phi\,10 = 7{,}07$ qcm, $f'_e = 6\,\Phi\,10 = 4{,}71$ qcm, $b = 100$ cm, $n = 15$.

$x = 4{,}05$ cm, $\sigma_b = 26{,}25$ kg, $\sigma_e = 918$ kg, $\sigma'_e = 248$ kg, | $x = 4{,}40$ cm, $\sigma_b = 25{,}6$ kg, $\sigma_e = 794$ kg, $\sigma'_e = 253$ kg.

b) Bestimmung von x, h und f_e aus M, h', f'_e, σ_b, σ_e, b und n.

Nach (1) ist $h = \left(\frac{\sigma_e}{n\sigma_b}+1\right)x = m\cdot x = \frac{8}{3}\cdot x$ (für $\sigma_b = 40$ kg und $\sigma_e = 1000$ kg),

nach (2) und (4) ist $\frac{M}{\sigma_b} = \frac{b\cdot x}{2}\left(m\cdot x - \frac{x}{3}\right) + nf'_e\left(\frac{x-h'}{x}\right)\cdot(mx-h')\left[-\frac{b\cdot\sigma_b}{60}(mx-x)^2\right]$ oder

$$(7)\quad \frac{b\,.\,x^2}{6}(3m-1) + m\cdot nf'_e\cdot x = \frac{M}{\sigma_b} + nh'f'_e\left(m+1-\frac{h'}{x}\right), \;\Big|\; (7a) = \frac{b\cdot x^2}{60}(32m-m^2-11) + m\cdot nf'_e\cdot x = \ldots\ldots$$

Bei Einsetzung von $m = \frac{8}{3}\left(\frac{h'}{x}\right.$ kann annähernd $= \frac{1}{3}$, und nachher genau eingesetzt werden$\Big)$

$$7x^2 + \frac{16\,nf'_e\cdot x}{b} = \frac{6M}{b\cdot\sigma_b} + \frac{2\,nh'f'_e}{b}\left(11 - \frac{\overset{(=1)}{3h'}}{x}\right),$$

nach (1)—(3) ist

$$(8)\quad f_e = \frac{(x-h')f'_e + \frac{b\cdot x^2}{2n}}{h-x}.$$

$$\frac{605x^2}{60} + \frac{24\,nf'_e\cdot x}{b} = \frac{9M}{b\cdot\sigma_b} + \frac{3\,nh'f'_e}{b}\left(11-\frac{\overset{(=1)}{3h'}}{x}\right),$$

$$(8a)\quad f_e = \frac{(x-h')f'_e + \frac{b\cdot x}{20n}(11x-h)}{h-x}.$$

Beispiel: $M = 78583$ cm/kg, $h' = 1{,}5$ cm, $f'_e = 6\,\Phi\,10 = 4{,}71$ qcm, $\sigma_b = 40$ kg, $\sigma_e = 1000$ kg, $b = 100$ cm, $n = 15$.

$x = 3{,}72$ cm, $h = 9{,}92$ cm, $f_e = 9{,}1$ qcm. | $x = 3{,}78$ cm, $h = 10{,}08$ cm, $f_e = 8$ qcm.

c) Bestimmung von x, h, f_e und f'_e aus M, h', $f_e = pf'_e$, σ_b, σ_e, b und n.

Nach (3) ist

$f'_e\cdot\left(\frac{p\cdot\sigma_e}{\sigma_b} - \frac{\sigma'_e}{\sigma_b}\right) = \frac{b\cdot x}{2}\left[-\frac{b\cdot h}{20}(h-x)\right]$ und nach (4) ist $f'_e\cdot\frac{\sigma'_e}{\sigma_b}(h-h') = \frac{M}{\sigma_b} - \frac{b\cdot x}{2}\left(h-\frac{x}{3}\right)\left[+\frac{b}{60}(h-x)^2\right]$;

wird $q = \frac{\sigma'_e}{\sigma_b} = n\left(1-\frac{h'}{x}\right) = \frac{2}{3}n$ und $r = \frac{p}{q}\cdot\frac{\sigma_e}{\sigma_b} - 1 = 37{,}5\frac{p}{n} - 1$ (für $\sigma_b = 40$ kg und $\sigma_e = 1000$ kg)

angenommen, so ist bei Division von $\frac{(3)}{(4)}$: $(h-h')\cdot\frac{b\cdot x}{2} = r\left(\frac{M}{\sigma_b} + \frac{b\cdot x^2}{6} - \frac{b\cdot xh}{2}\right)$ und $(h-h')\,\frac{b}{20}\,(11x-h)$

$= r\left(\frac{M}{\sigma_b} - \frac{32bxh}{60} + \frac{11bx^2}{60} + \frac{b\cdot h^2}{60}\right)$ und für $h = m\cdot x$ $\left(\text{wo } m = \frac{\sigma_e}{n\sigma_b}+1 \text{ ist}\right)$.

$$(9)\quad x^2\left(3m-1+\frac{3m}{r}\right) - \frac{3h'x}{r} = \frac{6M}{b\sigma_b} \text{ und für}$$

$$m = \frac{8}{3} \text{—}: x^2\left(7+\frac{8}{r}\right) - \frac{3h'x}{r} = \frac{6M}{b\sigma_b},$$

ferner nach obigem (4):

$$(10)\quad nf'_e\left(1-\frac{h'}{x}\right)(h-h') = \frac{M}{\sigma_b} - \frac{b\cdot x}{2}\left(h-\frac{x}{3}\right).$$

$$(9a)\quad x^2\left(32m-m^2-11+\frac{3m.(11-m)}{r}\right) - \frac{3h'x(11-m)}{r} = \frac{60M}{b\cdot\sigma_b},$$

$$x^2\left(\frac{605}{9}+\frac{200}{3r}\right) - \frac{25h'x}{r} = \frac{60M}{b\cdot\sigma_b}.$$

$$(10a)\quad nf'_e\left(1-\frac{h'}{x}\right)(h-h') = \frac{M}{\sigma_b} + \frac{b}{60}(h-x)^2 - \frac{bx}{2}\left(h-\frac{x}{3}\right),$$

$f_e = pf'_e$, $\sigma'_e = n\sigma_b\left(1-\frac{h'}{x}\right)$ (q und r werden zunächst wie oben, und dann genau eingesetzt).

Beispiel: $M = 78583$ cm/kg, $h' = 1{,}5$ cm, $f_e = \frac{3}{2}f'_e$, $p = \frac{3}{2}$, $q = \frac{2}{3}n = 10$, $r = 2{,}75$, $\sigma_b = 40$ kg, $\sigma_e = 1000$ kg, $b = 100$ cm, $n = 15$.

$x = 3{,}62$ cm, $h = 9{,}65$ cm, $f'_e = 6{,}10$ qcm, $f_e = 9{,}15$ qcm. | $x = 3{,}72$ cm, $h = 9{,}92$ cm, $f'_e = 5{,}50$ qcm, $f_e = 8{,}25$ qcm.

d) Bestimmung von x, f_e, f'_e und σ'_e aus M, h, h', σ_b, σ_e, b und n.

$$x = \frac{h}{m} = \frac{3}{8}h, \text{ wo } m = \frac{\sigma_e}{n\sigma_b}+1 \text{ ist, } \sigma'_e = n\sigma_b\left(1-\frac{h'}{x}\right),$$

f'_e aus (10) und (10a), wobei $\frac{M}{\sigma_b} > \frac{b\cdot x}{2}\left(h-\frac{x}{3}\right)$ sein muß, wenn ein Wert für f'_e erhalten werden soll,

nach (3) ist $(11)\quad \frac{\sigma_e}{\sigma_b}\cdot f_e = 25f_e = \frac{\sigma'_e f'_e}{\sigma_b} + \frac{b\cdot x}{2}.$ | $(11a)\quad \frac{\sigma_e}{\sigma_b}\cdot f_e = 25f_e = \frac{\sigma'_e f'_e}{\sigma_b} + \frac{bx}{2} - \frac{b(h-x)}{20}.$

Für $f'_e = 0$ erhält man die Werte von x und f_e bei einfachen Eiseneinlagen.

3. Einfache Eiseneinlagen für rechteckige Plattenbalken (T-förmigen Querschnitt).

Die allgemeinen Gleichungen des Gleichgewichts sind:

(1) $\frac{\sigma_e}{E_e} : \frac{\sigma_b}{E_b} = h - x : x$ oder $\sigma_e = n \cdot \sigma_b \frac{(h-x)}{x}$.

(2) $\sigma_e f_e \left[+ \frac{c\sigma_b}{10}\cdot\frac{(h-x)}{2}\right] = \frac{b\cdot\sigma_b\cdot x}{2} - \frac{b-c}{2}\sigma_b \frac{(x-d)^2}{x}\left(\text{aus } \sigma_b\cdot\frac{x-d}{x}(b-c)\cdot\frac{x-d}{2}\right)$.

(3) $M = \frac{b\cdot\sigma_b\cdot x}{2}\cdot\frac{2}{3}d + \sigma_e f_e\left(h - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d\right) + \left[\frac{c\sigma_b}{10}\cdot\frac{(h-x)}{2}\cdot\frac{2}{3}(h-d)\right]$.

Dadurch, daß M in dem Schwerpunkt der Spannungen des gedrückten Stegs liegt, fällt der Abzug in der Momentengleichung fort.

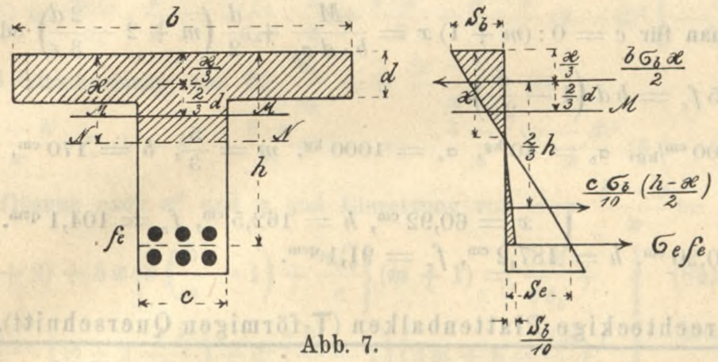


Abb. 7.

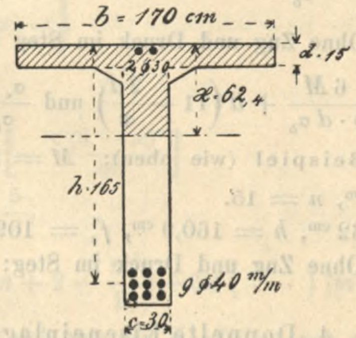


Abb. 8.

a) Bestimmung von x, σ_b und σ_e aus M, h, f_e, b, c, d und n.

Nach (1) und (2) ist $\frac{n\sigma_b(h-x)}{x}\cdot f_e\left[+\frac{c\sigma_b}{20}(h-x)\right] = \frac{b\sigma_b\cdot x}{2} - \frac{b-c}{2}\cdot\sigma_b\frac{(x-d)^2}{x}$ und hieraus erhält man

(4) $x^2 + 2x\left\{\frac{nf_e}{c} + d\left(\frac{b}{c}-1\right)\right\} = \frac{2nf_e\cdot h}{c} + d^2\left(\frac{b}{c}-1\right)$,

nach (1) und (3) ist

(5) $\sigma_b = \frac{3M}{b\cdot x\cdot d + n\left(\frac{h}{x}-1\right)f_e(3h-2d-x)}$.

(4a) $1{,}1x^2 + 2x\left\{\frac{nf_e}{c} + d\left(\frac{b}{c}-1\right) - \frac{h}{20}\right\} = \frac{2nf_e h}{c} + d^2\left(\frac{b}{c}-1\right)$,

(5a) $\sigma_b = \frac{3M}{b\cdot x\cdot d + \left(\frac{h}{x}-1\right)\left\{\frac{c}{10}(h-d)\cdot x + nf_e(3h-2d-x)\right\}}$.

σ_e ergibt sich aus (1).

Für $c = 0$ erhält man aus (4) $x = \frac{2nhf_e + b\cdot d^2}{2(nf_e + b\cdot d)}$ wie in den Leitsätzen.

Für die Schubspannungen des Stegs ist

(6) $\tau_0 = \frac{Q}{c\left(h - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d + y\right)}$, wo $y = \frac{M_d}{R_d} = \frac{\frac{b\cdot\sigma_b\cdot x}{2}\cdot\frac{2}{3}d}{\frac{b\sigma_b x}{2} - \frac{b-c}{2}\sigma_b\frac{(x-d)^2}{x}} = \frac{\frac{2}{3}bxd}{c\cdot x + d(b-c)\left(2-\frac{d}{x}\right)}$ = Abstand der Resultante der Druckspannungen in Beziehung auf M.

Angenähert kann gesetzt werden (6a) $\tau_0 = \frac{Q}{c\left(h - \frac{d}{2} - \frac{2x-3d}{6}\cdot\frac{c}{b}\right)}$ oder auch (6b) $\tau_0 = \frac{Q}{c\left(h-\frac{d}{2}\right)}$

$\left(\text{für } c = 0 \text{ und } = b \text{ ist alsdann in (6a) } c\cdot\tau_0 = \frac{Q}{h-\frac{d}{2}} \text{ und } = \frac{Q}{h-\frac{x}{3}}\right)$.

Beispiel: Stützweite $l = 20^{m}$, Nutzlast 400 $^{kg}/_{qm}$, Gesamtlast 3280 $^{kg}/_{m}$ Träger, $M = \frac{3280\cdot 20^2\cdot 100}{8} = 16\,400\,000\ ^{cm}/_{kg}$, $h = 165^{cm}$, $f_e = 9\,\Phi\,40 = 113{,}0^{qcm}$, $b = 170^{cm}$, $c = 30^{cm}$, $d = 15^{cm}$, $n = 15$.

$x = 62{,}4^{cm}$, $\sigma_b = 38{,}4^{kg}$, $\sigma_e = 947^{kg}$. | $x = 63{,}5^{cm}$, $\sigma_b = 37{,}9^{kg}$, $\sigma_e = 907^{kg}$.

Ohne Zug und Druck im Steg: $x = 70{,}3^{cm}$, $\sigma_b = 45{,}5^{kg}$, $\sigma_e = 920^{kg}$, so daß der letztere hier nicht gut vernachlässigt werden kann.

b) Bestimmung von x, h und f_e aus M, σ_b, σ_e, b, c, d und n.

Aus (2) ergibt sich: $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\left(h-\frac{2}{3}d\right) = \left[-\frac{c(h-x)}{20}\left(h-\frac{2}{3}d\right)\right] + \frac{b\cdot x}{2}\left(h-\frac{2}{3}d\right) - \frac{b-c}{2}\frac{(x-d)^2}{x}\left(h-\frac{2}{3}d\right)$

und nach (3) ist: $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\left(h-\frac{x}{3}-\frac{2}{3}d\right) = \frac{M}{\sigma_b}\left[-c\frac{(h-x)}{60}(2h-2d)\right] - \frac{b\cdot x\cdot d}{3}$

und durch Subtraktion: $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\cdot\frac{x}{3} = -\frac{M}{\sigma_b}\left[-c\frac{(h-x)}{60}\cdot h\right] + \frac{b\cdot x\cdot h}{2} - \frac{b-c}{2}\frac{(x-d)^2}{x}\left(h-\frac{2}{3}d\right)$

und nach (2): $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\cdot\frac{x}{3} = \left[-\frac{c(h-x)}{60}\cdot x\right] + \frac{b\cdot x^2}{6} - \frac{b-c}{6}\frac{(x-d)^2}{x}\cdot x$ und hieraus durch Gleichsetzung

$\frac{M}{\sigma_b} = \left[-c\frac{(h-x)^2}{60}\right] + \frac{b\cdot x}{6}(3h-x) - \frac{b-c}{6}\frac{(x-d)^2}{x}(3h-2d-x)$ und für $\frac{\sigma_e}{n\sigma_b} = \frac{h-x}{x} = m = \frac{5}{3}$.

(7) $x^2(3m+2)+6d\left(\frac{b}{c}-1\right)(m+1)\cdot x =$

$$= \frac{6M}{c\,\sigma_b} + d^2\left(\frac{b}{c}-1\right)\left(3m+6-\frac{2d}{x}\right)$$

oder $7x^2+16d\left(\frac{b}{c}-1\right)\cdot x = \frac{6M}{c\,\sigma_b} + d^2\left(\frac{b}{c}-1\right)\left(11-\frac{2d}{x}\right)$.

(7a) $x^2\left(3m+2-\frac{m^2}{10}\right)+6\cdot d\left(\frac{b}{c}-1\right)(m+1)\cdot x = \ldots$

$$6{,}72\,x^2+16d\left(\frac{b}{c}-1\right)\cdot x = \ldots\ldots$$

$\left(\frac{d}{x}\right.$ kann annähernd $= \frac{1}{2}$ und hierauf genau eingesetzt werden$\left.\right)$. (8) $h=(m+1)\cdot x = \frac{8}{3}x$,

nach (2) ist (9) $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b} = 25 f_e = d\,(b-c)\left(1-\frac{d}{2x}\right)+\frac{c\cdot x}{2}$,

(9a) $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b} = 25 f_e = d\,(b-c)\left(1-\frac{d}{2x}\right)+\frac{c}{20}(11x-h)$.

Ohne Zug und Druck im Steg erhält man für $c=0:(m+1)\,x = \frac{M}{b\cdot d\,\sigma_b}+\frac{d}{2}\left(m+2-\frac{2d}{3x}\right)$ oder

$16x = \frac{6M}{b\cdot d\,\sigma_b}+d\left(11-\frac{2d}{x}\right)$ und $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b} = 25 f_e = b\,d\left(1-\frac{d}{2x}\right)$.

Beispiel (wie oben): $M = 16\,400\,000\ ^{\mathrm{cm}}/_{\mathrm{kg}}$, $\sigma_b = 40\ ^{\mathrm{kg}}$, $\sigma_e = 1000\ ^{\mathrm{kg}}$, $m=\frac{5}{3}$, $b = 170\ ^{\mathrm{cm}}$, $c = 30\ ^{\mathrm{cm}}$, $d = 15\ ^{\mathrm{cm}}$, $n = 15$.

$x = 60{,}32\ ^{\mathrm{cm}}$, $h = 160{,}9\ ^{\mathrm{cm}}$, $f_e = 109{,}7\ ^{\mathrm{qcm}}$, | $x = 60{,}92\ ^{\mathrm{cm}}$, $h = 162{,}5\ ^{\mathrm{cm}}$, $f_e = 104{,}1\ ^{\mathrm{qcm}}$.

Ohne Zug und Druck im Steg: $x = 70{,}20\ ^{\mathrm{cm}}$, $h = 187{,}2\ ^{\mathrm{cm}}$, $f_e = 91{,}1\ ^{\mathrm{qcm}}$.

4. Doppelte Eiseneinlagen für rechteckige Plattenbalken (T-förmigen Querschnitt).

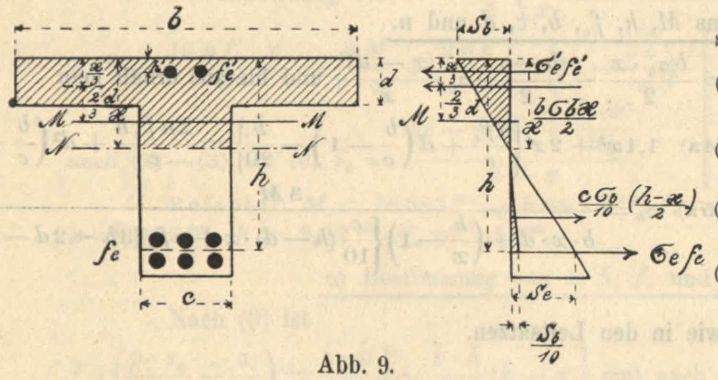


Abb. 9.

Die allgemeinen Gleichungen des Gleichgewichts sind:

(1) $\frac{\sigma_b}{E_b}:\frac{\sigma_e}{E_e} = x : h-x$ oder $\sigma_e = n\cdot\sigma_b\cdot\frac{h-x}{x}$,

(2) $\frac{\sigma_b}{E_b}:\frac{\sigma_e'}{E_e} = x : x-h'$ oder $\sigma_e' = n\,\sigma_b\,\frac{x-h'}{x}$,

(3) $\sigma_e f_e\left[+\frac{c\,\sigma_b}{10}\,\frac{h-x}{2}\right] = \sigma_e' f_e' + \frac{b\,\sigma_b\cdot x}{2} - \frac{b-c}{2}\,\frac{(x-d)^2}{x}\cdot\sigma_b$,

(4) $M = \frac{b\,\sigma_b\cdot x}{2}\cdot\frac{2}{3}d + \sigma_e f_e\left(h-\frac{x}{3}-\frac{2}{3}d\right) +$

$$+\,\sigma_e' f_e'\left(\frac{x}{3}+\frac{2}{3}d-h'\right)\left[+\frac{c\,\sigma_b}{10}\left(\frac{h-x}{2}\right)\frac{2}{3}(h-d)\right].$$

a) Bestimmung von x, σ_b, σ_e und σ_e' aus M, h, h', f_e, f_e', b, c, d und n.

Nach (1)—(3) ist $n\,(h-x)\,f_e\left[+\frac{cx}{20}(h-x)\right] = n\,(x-h')\,f_e' + \frac{b\cdot x^2}{2} - \frac{b-c}{2}\cdot(x-d)^2$ oder

(5) $x^2+2x\left\{\frac{n\,(f_e+f_e')}{c}+d\left(\frac{b}{c}-1\right)\right\} =$

$$= \frac{2n\,(h f_e + h' f_e')}{c} + d^2\left(\frac{b}{c}-1\right),$$

(5a) $1{,}1\,x^2+2x\left\{\frac{n\,(f_e+f_e')}{c}+d\left(\frac{b}{c}-1\right)-\frac{h}{20}\right\} = \ldots\ldots$

nach (1), (2) u. (4) ist $\frac{M}{\sigma_b} = \frac{b\cdot xd}{3} + \frac{n\,(h-x)}{x} f_e\left(h-\frac{x}{3}-\frac{2}{3}d\right) + \frac{n(x-h')}{x} f_e'\left(\frac{x}{3}+\frac{2}{3}d-h'\right)\left[+\frac{c\,(h-x)}{30}\cdot(h-d)\right]$ und

(6) $$\sigma_b = \frac{3M}{b\,x\,d+\left(\frac{h}{x}-1\right)n\,f_e\,(3h-2d-x)+\left(1-\frac{h'}{x}\right)n\,f_e'\,(x+2d-3h')},$$

(6a) $$\sigma_b = \frac{3M}{b\,x\,d+\left(\frac{h}{x}-1\right)\left\{\frac{c}{10}\,(h-d)\cdot x + n\,f_e\,(3h-2d-x)\right\}+\left(1-\frac{h'}{x}\right)n\,f_e'\cdot(x+2d-3h')},$$

σ_e und σ_e' ergeben sich aus (1) und (2).

Beim Weglassen des Drucks im Steg ist für $c=0: x = \frac{2n\,(h f_e + h' f_e) + b\cdot d^2}{2\,\{n\,(f_e+f_e)+b\cdot d\}}$.

Die Schubspannungen im Steg ergeben sich aus

(7) $\tau_0 = \frac{Q}{c\left(h-\frac{x}{3}-\frac{2}{3}d+y\right)}$, wo $y = \frac{M_d}{R_d} = \frac{2b\cdot xd + 2\,\sigma_e' f_e'\,(x+2d-3h')}{3cx+3d\,(b-c)\left(2-\frac{d}{x}\right)+6\,\sigma_e' f_e'}$, angenähert wie bei einfacher Armierung.

Beispiel (wie bei 3): $M = 16\,400\,000\ ^{\mathrm{cm}}/_{\mathrm{kg}}$, $f_e = 9\,\phi\,40 = 113{,}0\ ^{\mathrm{qcm}}$, $f_e' = 2\,\phi\,30 = 14{,}2\ ^{\mathrm{qcm}}$, $h = 165\ ^{\mathrm{cm}}$, $h' = 5\ ^{\mathrm{cm}}$ etc.

$x = 60{,}35\ ^{\mathrm{cm}}$, $\sigma_b = 36{,}3\ ^{\mathrm{kg}}$, $\sigma_e = 944\ ^{\mathrm{kg}}$, $\sigma_e' = 499\ ^{\mathrm{kg}}$, | $x = 62{,}0\ ^{\mathrm{cm}}$, $\sigma_b = 36{,}3\ ^{\mathrm{kg}}$, $\sigma_e = 904\ ^{\mathrm{kg}}$, $\sigma_e' = 501\ ^{\mathrm{kg}}$.

Ohne Zug und Druck im Steg: $x = 67{,}26\ ^{\mathrm{cm}}$, $\sigma_b = 42{,}2\ ^{\mathrm{kg}}$, $\sigma_e = 918\ ^{\mathrm{kg}}$, $\sigma_e' = 586\ ^{\mathrm{kg}}$.

b) Bestimmung von x, h, f_e und σ'_e aus M, h', f'_e, σ_b, σ_e, b, c, d und n.

Nach (3) ist

$$\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\left(h-\frac{2}{3}d\right)=\frac{\sigma'_e f'_e}{\sigma_b}\left(h-\frac{2}{3}d\right)+\frac{b\cdot x}{2}\left(h-\frac{2}{3}d\right)-\frac{b-c}{2}\cdot\frac{(x-d)^2}{x}\left(h-\frac{2}{3}d\right)\left[-\frac{c}{20}(h-x)\left(h-\frac{2}{3}d\right)\right],$$

nach (4) ist $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\left(h-\frac{x}{3}-\frac{2}{3}d\right)=\frac{M}{\sigma_b}-\frac{\sigma'_e f'_e}{\sigma_b}\left(\frac{x}{3}+\frac{2}{3}d-h'\right)-\frac{b\,x\,d}{3}\left[-\frac{c\,(h-x)\,(2\,h-2\,d)}{60}\right]$.

Durch Subtraktion ist

$$\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\cdot\frac{x}{3}=-\frac{M}{\sigma_b}+\frac{\sigma'_e f'_e}{\sigma_b}\left(h-h'+\frac{x}{3}\right)+\frac{b\cdot x\cdot h}{2}-\frac{b-c}{2}\,\frac{(x-d)^2}{x}\cdot\left(h-\frac{2}{3}d\right)\left[-\frac{c\,(h-x)\,h}{60}\right],$$

und nach (3) ist $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\cdot\frac{x}{3}=\frac{\sigma'_e f'_e}{\sigma_b}\cdot\frac{x}{3}+\frac{b\cdot x^2}{6}-\frac{b-c}{6}\,(x-d)^2\left[-\frac{c}{60}\,(h-x)\cdot x\right]$.

Bei Gleichsetzung, und für $\frac{\sigma'_e}{\sigma_b}=n\,\frac{(x-h')}{x}$, ist

$$\frac{M}{\sigma_b}=n\cdot\frac{x-h'}{x}\cdot f'_e\,(h-h')+\frac{b\cdot x}{6}(3\,h-x)-\frac{b-c}{6}\,\frac{(x-d)^2}{x}\,(3\,h-2\,d-x)\left[-\frac{c\,(h-x)^2}{60}\right]$$

und bei Auflösung nach x^2 und x und Einsetzung von $m=\frac{h-x}{x}=\frac{\sigma_e}{n\,\sigma_b}=\frac{5}{3}$.

(8) $x^2\,(3\,m+2)+6\,x\left\{d\left(\frac{b}{c}-1\right)+\frac{n f'_e}{c}\right\}(m+1)=\frac{6\,M}{c\,\sigma_b}+$ $+\frac{6\,n\,h'\,f'_e}{c}\left(m+2-\frac{h'}{x}\right)+d^2\left(\frac{b}{c}-1\right)\left(3\,m+6-\frac{2\,d}{x}\right)$,

(8a) $x^2\left(3\,m+2-\frac{m^2}{10}\right)+6\,x\,\{\,\cdot\cdot\cdot\,\}\,(m+1)=\ldots..$ (hier ändert sich nur der Koeffizient von x^2).

Bei Einsetzung von $m=\frac{5}{3}$ (für $\sigma_b=40$ kg und $\sigma_e=1000$ kg), ferner vorläufige Annahme von $\frac{2\,d}{x}=\frac{2}{3}$ oder 1 und $\frac{3\,h'}{x}=\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{2}$ (dieselben können nachher genau eingesetzt werden).

$$7\,x^2+16\,x\left\{d\left(\frac{b}{c}-1\right)+\frac{n f'_e}{c}\right\}=\frac{6\,M}{c\,\sigma_b}+\frac{2\,n\,h'\,f'_e}{c}\left(11-\frac{3\,h'}{x}\right)+d^2\left(\frac{b}{c}-1\right)\left(11-\frac{2\,d}{x}\right)\text{ und }6{,}72\,x^2+16\,x\left\{\ldots\right\}=\ldots$$

Nach (2) — (3) ist

(9) $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}=25\,f_e=\frac{n\,(x-h')}{x}\,f'_e+d\,(b-c)\left(1-\frac{d}{2\,x}\right)+\frac{c\,x}{2}$,

(9a) statt $\frac{c\,x}{2}$ steht $\frac{c}{20}\,(11\,x-h)$.

σ'_e ergibt sich aus (2). Ohne Zug und Druck im Steg ist für $c=0$ — : $6\,x\,(b\,d+n f'_e)\,(m+1)=\frac{6\,M}{\sigma_b}+$ $+\,b\,d^2\left(3m+6-\frac{2\,d}{x}\right)+6\,n\,h'\,f'_e\left(m+2-\frac{h'}{x}\right)$ oder $16\,x\,(b\cdot d+n f'_e)=\frac{6\,M}{\sigma_b}+b\cdot d^2\left(11-\frac{2\,d}{x}\right)+2\,n\,h'\,f'_e\left(11-3\,\frac{h'}{x}\right)$

und $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}=n\cdot\frac{(x-h')}{x}\,f'_e+b\cdot d\left(1-\frac{d}{2\,x}\right)$.

Beispiel (wie bei 3): $M=16\,400\,000$ cm/kg, $f'_e=14{,}2$ qcm, $h'=5$ cm, $\sigma_b=40$ kg, $\sigma_e=1000$ kg, $b=165$ cm etc.
$x=57{,}35$ cm, $h=152{,}9$ cm, $f_e=115{,}2$ qcm, $\sigma'_e=548$ kg, | $x=57{,}80$ cm, $h=154{,}1$ cm, $f_e=109{,}8$ qcm, $\sigma'_e=548$ kg.
Ohne Zug und Druck im Steg: $x=65{,}28$ cm, $h=174{,}1$ cm, $f_e=98{,}2$ qcm, $\sigma'_e=554$ kg.

c) Bestimmung von x, f_e, f'_e und σ'_e aus M, h, h', σ_b, σ_e, b, c, d und n.

(10) $x=\frac{h}{m+1}=\frac{3}{8}\,h\left(\text{wo } m=\frac{\sigma_e}{n\,\sigma_b}=\frac{5}{3}\right)$, (11) $\sigma'_e=n\,\sigma_b\left(1-\frac{h'}{x}\right)$.

Nach obiger Gleichung (vor 8) ist

(12) $\frac{\sigma'_e f'_e}{\sigma_b}(h-h')=\frac{M}{\sigma_b}-\frac{b\cdot x\,d}{3}-\frac{c}{6}\,(3\,h-2\,d-x)\left\{x+d\left(\frac{b}{c}-1\right)\left(2-\frac{d}{x}\right)\right\}\left[+c\,\frac{(h-x)^2}{60}\right]$,

$\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}$ wie bei (9) und (9a), σ'_e ergibt sich aus (2).

Ohne Zug und Druck im Steg ist für $c=0$ — : $\frac{\sigma'_e f'_e}{\sigma_b}\left(h-h'\right)=\frac{M}{\sigma_b}-\frac{b\cdot x\cdot d}{3}-\frac{b\cdot d}{6}\,(3\,h-2\,d-x)\left(2-\frac{d}{x}\right)$.

Beispiel (wie bei 3): $M=16\,400\,000$ cm/kg, $h=140$ cm, $h'=5$ cm, $\sigma_b=40$ kg, $\sigma_e=1000$ kg, $b=170$ cm, $c=30$ cm, $d=15$ cm, $n=15$.
$x=52{,}5$ cm, $f'_e=40{,}5$ qcm, $f_e=125{,}5$ qcm, $\sigma'_e=543$ kg, | $x=52{,}5$ cm, $f'_e=42{,}6$ qcm, $f_e=121{,}4$ qcm, $\sigma'_e=543$ kg.
Ohne Zug und Druck im Steg ist: $x=52{,}5$ cm, $f'_e=65{,}2$ qcm, $f_e=122{,}8$ qcm.
Für $f'_e=0$ erhält man die Werte von x und f_e bei einfachen Eiseneinlagen.

B. Exzentrische Beanspruchung von Bauteilen (Biegung mit Achsialkraft).

Bei der Berechnung der exzentrischen Beanspruchung durch eine Kraft P im Abstand $\pm\,g_1$ von der Kante erhält man durch Anbringung von zwei Gegenkräften P im Schwerpunkt S ein Kräftepaar $P\cdot f$ und eine Einzellast P im Schwerpunkt. Das erstere ruft die Biegungsspannungen in den $\triangle$en BCK und KDF hervor, und die letztere eine gleichmäßige Verteilung des Drucks $\frac{P}{F}$ im ganzen Querschnitt, so daß die Spannungen der äußersten Fasern $\sigma = \frac{P}{F} \pm \frac{P\cdot f}{W}$ sind.

Wird nun der Zug des Betons vernachlässigt, so fällt das $\triangle\, FEL$ weg, und das Kräftepaar ist im Gleichgewicht mit dem $\triangle\, BCK$ und dem Trapez $DEKL$, und statt des ersteren kann $\triangle\, ACL$ — Trapez $ABKL$ gesetzt werden.

Da die Zugspannungen der Trapeze $ABKL$ und $DEKL$ in derselben (zu der Druckspannung $-\frac{b\sigma_b\cdot x}{2}$ entgegengesetzten) Richtung wirken, so können sie zu der im Schwerpunkt S wirkenden Kraft P zusammengesetzt werden, und man erhält als resultierende Druck- und Zugkraft $-\frac{b\cdot\sigma_b\cdot x}{2}$ und $+P$, wozu noch die Eisenspannung $\sigma_e f_e$ und die Zugspannung des Betons $\frac{b\cdot\sigma_b}{10}\cdot\frac{h-x}{2}$ kommen.

Man erhält somit die in Abb. 12 enthaltenen positiven und negativen Kräfte, welche mit dem Kräftepaar $P\cdot f$ im Gleichgewicht sein müssen (bei Vernachlässigung der Eisenspannung $\sigma_e f_e$ und der Zugspannung des Betons $\frac{b\cdot\sigma_b}{10}\cdot\frac{h-x}{2}$ wird $\frac{b\sigma_b\cdot x}{2} = P$, und ersteres wirkt in derselben Linie wie P, so daß $x = 3g_1$ wird).

Die Summe dieser durch das Kräftepaar $P\cdot f$ hervorgerufenen Spannungen muß daher $= 0$ sein und ihr Biegungsmoment für einen beliebigen Momentpunkt $= P\cdot f$.

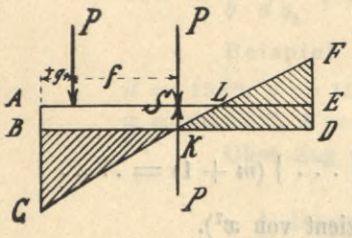


Abb. 10.

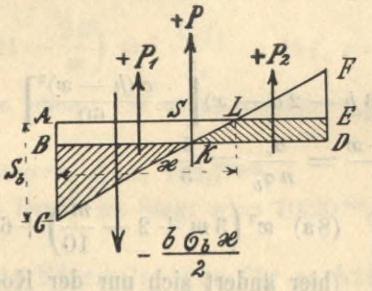


Abb. 11.

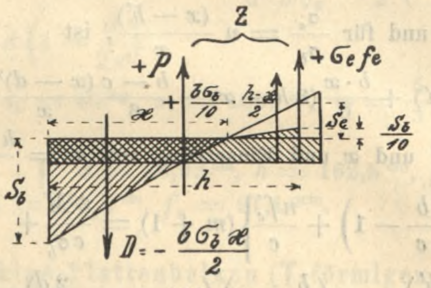


Abb. 12.

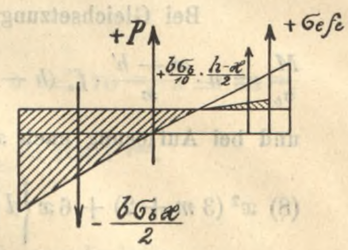


Abb. 13.

Da aber durch die im Schwerpunkt S wirkende Einzellast P der gleichmäßig verteilte Druck $\frac{P}{F}$ hinzukommt, so erhält man als Spannungsverteilung dieselbe Abb. 13 wie in den fünf Fällen ohne exzentrische Beanspruchung, und die Zugkraft $+P$ ist nur bei den Gleichgewichtsbedingungen für das Kräftepaar $P\cdot f$ mitzurechnen.

1. Einfache Eiseneinlagen für rechteckigen Querschnitt bei Stützen, Gewölben etc.

Die allgemeinen Gleichungen des Gleichgewichts sind (s. Abb. 14):

$$(1)\quad \frac{\sigma_b}{E_b}:\frac{\sigma_e}{E_e} = h-x:x \text{ oder } \sigma_e = \frac{n\cdot\sigma_b}{x}(h-x),$$

$$(2)\quad \sigma_e f_e\left[+\frac{b\cdot\sigma_b}{10}\cdot\frac{h-x}{2}\right]+P=\frac{b\sigma_b x}{2},$$

$$(3)\quad M = P\cdot f = \sigma_e f_e\left(h-\frac{x}{3}\right)\left[+\frac{b\cdot\sigma_b}{10}\cdot\frac{h-x}{2}\cdot\frac{2}{3}h\right]+P\left(\frac{H}{2}-\frac{x}{3}\right)$$

und hieraus $P\left(f-\frac{H}{2}+\frac{x}{3}\right) = P\cdot\left(\frac{x}{3}-g_1\right) = \sigma_e f_e\left(h-\frac{x}{3}\right)\left[+\frac{b\sigma_b}{10}\cdot\frac{h-x}{3}\cdot h\right]$.

Die Lage der Zugkraft P ist daher ohne Einfluß auf die Berechnung, indem sie durch die ursprüngliche Kraft P im Abstand $\frac{x}{3}-g_1$ ersetzt wird, so daß auch die Schwerpunktsbestimmung des Querschnitts unnötig ist.

a) Bestimmung von x, σ_b und σ_e aus P, $\pm g_1$, g_2, h $(= g_2 \pm g_1)$, f_e, b und n.

Nach (3) ist $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\left(h-\frac{x}{3}\right) = \frac{P}{\sigma_b}\left(\frac{x}{3}-g_1\right)\left[-\frac{b}{30}(h-x)\cdot h\right]$ und

nach (2) ist $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\left(h-\frac{x}{3}\right) = \frac{b\cdot x}{2}\left(h-\frac{x}{3}\right)-\frac{P}{\sigma_b}\left(h-\frac{x}{3}\right)\left[-\frac{b\cdot(h-x)}{20}\left(h-\frac{x}{3}\right)\right]$ und durch Gleichsetzung

$$(4)\quad \frac{P}{\sigma_b}(h-g_1) = \frac{P}{\sigma_b}\cdot g_2 = \frac{b\cdot x}{2}\left(h-\frac{x}{3}\right)\left[-b\frac{(h-x)^2}{60}\right].$$

Aus (1) und (2) erhält man ferner

$\frac{P}{\sigma_b} = \frac{b\cdot x}{2}\left[-\frac{b}{20}(h-x)\right]-n\cdot\frac{h-x}{x}\cdot f_e$ und durch Gleichsetzung der Werte von $\frac{P}{\sigma_b}$,

$$\frac{b\cdot x}{2}\left(h-\frac{x}{3}\right)\left[-\frac{b\cdot(h-x)^2}{60}\right] = g_2\left\{\frac{bx}{2}\left[-\frac{b}{20}(h-x)\right]-n\frac{(h-x)}{x}f_e\right\} \text{ oder}$$

$$(5)\quad x^2-3x(\overset{(=g_1)}{h-g_2}) = \frac{6g_2\cdot n}{b}\left(\frac{h}{x}-1\right)\cdot f_e$$

$$(5\text{a})\quad 11x^2 - x(32h-33g_2) = \frac{60ng_2}{b}\left(\frac{h}{x}-1\right)\cdot f_e + h(3g_2-h),$$

Nach (4) ist (6): $\sigma_b = \frac{2P\cdot g_2}{b\cdot x\left(h-\frac{x}{3}\right)}$.

(6a): $\sigma_b = \frac{60\cdot P\cdot g_2}{b(32xh-h^2-11x^2)}$.

Zur Bestimmung von σ_e dient Formel (1).

Für $f_e = 0$ erhält man aus (5) $x = 3 g_1$ und $\sigma_b = \frac{2P}{b \cdot x}$.

Die Gl. (5) und (5a) werden dadurch aufgelöst, daß man sie in die Form $f(x) = 0$ bringt, und bei negativem g_1 —: $x = \frac{h}{4}, \left(\frac{h}{3}\right), \frac{2h}{5}, \frac{h}{2}$ und bei positivem g_1 —: $x = \frac{h}{2}, \left(\frac{3}{5} h\right), \frac{2}{3} h, \left(\frac{3}{4} h\right), \frac{4}{5} h$ annimmt (bei kleineren Werten von h können die eingeklammerten Annahmen für x wegfallen) und dann (ohne Dezimalen) in $f(x) = 0$ einsetzt, und das genaue x durch Interpolation zwischen dem positiven und negativen $f(x)$ erhält. (Aus $x = 0, \frac{h}{2}, \infty$ sieht man, ob $x <$ oder $> \frac{h}{2}$ ist.)

Beispiel: Stützmauer mit $f_e = 7\, \Phi\, 27 = 40^{\text{qcm}}$, $b = 100^{\text{cm}}$, $P = 60\,000^{\text{kg}}$, $g_1 = +20^{\text{cm}}$, $g_2 = 175^{\text{cm}}$, $h = 195^{\text{cm}}$, $n = 15$; $x^2 - 3x(195 - 175) = \frac{6 \cdot 175 \cdot 15}{100}\left(\frac{195}{x} - 1\right) \cdot 40$ oder $f(x) = x^2 - 60x - \frac{1\,228\,500}{x} + 6300 = 0$,

somit für $x = \begin{cases} \frac{h}{2} \\ \frac{3h}{5} \end{cases} = \text{rd.} \begin{cases} 100 \\ 120 \end{cases}$ und $f(x) = \begin{cases} -1985 \\ +3262 \end{cases}$, $x = 100 + \frac{20 \cdot 1985}{1985 + 3262} = 107{,}6^{\text{cm}}$, hierfür ist $f(x) = +5$

und genaues $x = 107{,}6 - \frac{5 \cdot 7{,}6}{1985 + 5} = 107{,}58$ rd. $107{,}6^{\text{cm}}$. Die obigen Formeln ergeben daher

$x = 107{,}6^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 12{,}3^{\text{kg}}$, $\sigma_e = 149^{\text{kg}}$. | $x = 120{,}4^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 11{,}4^{\text{kg}}$, $\sigma_e = 107^{\text{kg}}$.

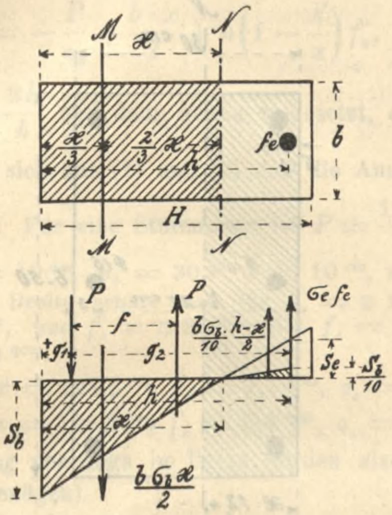


Abb. 14.

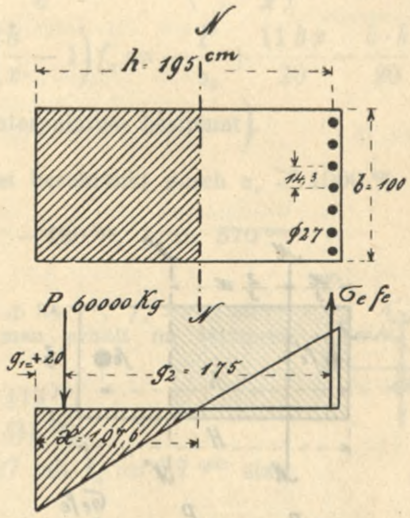


Abb. 15.

Für $f_e = 0$ wäre $x = 60^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 20^{\text{kg}}$, so daß die Spannung des Betons von 20 auf $12{,}3^{\text{kg}}$ reduziert worden ist. Bei Berücksichtigung des Zugbetons wird auch hier die Eisenspannung reduziert, aber die Druckspannung des Betons nur wenig verändert. Die kleine Eisenspannung steht im richtigen Verhältnis zu der zulässigen Beanspruchung des gewöhnlichen Betons von 15^{kg}, indem für diesen auch die Adhäsion des Eisens entsprechend kleiner sein muß.

b) Bestimmung von x, f_e und σ_e aus P, $\pm g_1$, g_2, h, σ_b, b und n.

Nach (6) ist (7): $x^2 - 3hx = -\frac{6P \cdot g_2}{b \cdot \sigma_b}$.

und nach (1) und (2) ist $n \frac{(h-x)}{x} f_e = \frac{b \cdot x}{2} - \frac{P}{\sigma_b}\left[- \frac{b(h-x)}{20}\right]$ oder

$$(8) \quad f_e = \frac{b \cdot x - \frac{2P}{\sigma_b}}{2n\left(\frac{h}{x} - 1\right)}$$

Nach (6a) ist (7a): $11x^2 - 32xh = -\frac{60 \cdot P \cdot g_2}{b \cdot \sigma_b} - h^2$

$$(8\text{a}) \quad f_e = \frac{b(11x - h) - \frac{20P}{\sigma_b}}{20n\left(\frac{h}{x} - 1\right)}.$$

Zur Bestimmung von σ_e dient die Formel (1). (Wird $\sigma_e > 1000^{\text{kg}}$, so gilt das bei 3b (7) Gesagte.)

Beispiel (wie bei 1a): $P = 60\,000^{\text{kg}}$, $g_1 = +20^{\text{cm}}$, $g_2 = 175^{\text{cm}}$, $h = 195^{\text{cm}}$, $b = 100^{\text{cm}}$, $n = 15$. σ_b soll von 20^{kg} (für $f_e = 0$) auf 12^{kg} reduziert werden, so ist

$x = 110{,}7^{\text{cm}}$, $f_e = 46{,}8^{\text{qcm}}$, $\sigma_e = 140^{\text{kg}}$, $\sigma_b = 12^{\text{kg}}$, | $x = 112{,}6^{\text{cm}}$, $f_e = 19{,}9^{\text{qcm}}$, $\sigma_e = 132^{\text{kg}}$, $\sigma_b = 12^{\text{kg}}$.

Für $g_1 = -20^{\text{cm}}$, $g_2 = 215^{\text{cm}}$ erhält man für $\sigma_b = 20^{\text{kg}}$.

$x = 76{,}0^{\text{cm}}$, $f_e = 34{,}0^{\text{qcm}}$, $\sigma_e = 470^{\text{kg}}$, $\sigma_b = 20^{\text{kg}}$, | $x = 79{,}2^{\text{cm}}$, $f_e = 17{,}4^{\text{qcm}}$, $\sigma_e = 439^{\text{kg}}$, $\sigma_b = 20^{\text{kg}}$

(bei höheren zulässigen Betonbeanspruchungen ist der Unterschied der Berechnung ohne und mit Zug des Betons geringer, und die erstere gibt jedenfalls ungünstigere Zahlen und größere Sicherheit).

2. Doppelte Eiseneinlagen für rechteckigen Querschnitt bei Stützen, Gewölben etc.

Die allgemeinen Gleichungen des Gleichgewichts sind (s. Abb. 16):

$$(1) \quad \frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e}{E_e} = x : h - x \text{ oder } \sigma_e = n \sigma_b \left(\frac{h-x}{x}\right),$$

(2) $\frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma'_e}{E_e} = x : x - h'$ oder $\sigma'_e = n\,\sigma_b \left(\frac{x - h'}{x}\right)$,

(3) $\sigma_e f_e \left[+ \frac{b \cdot \sigma_b}{10} \frac{(h-x)}{2} \right] + P = \frac{b\,\sigma_b \cdot x}{2} + \sigma'_e f'_e$,

(4) $M = P \cdot f = \sigma_e f_e \left(h - \frac{x}{3}\right)\left[+ \frac{b\,\sigma_b}{10} \cdot \frac{h-x}{2} \cdot \frac{2}{3} h \right] + P\left(\frac{H}{2} - \frac{x}{3}\right) + \sigma'_e f'_e \left(\frac{x}{3} - h'\right)$

oder $P\left(f - \frac{H}{2} + \frac{x}{3}\right) = P\left(\frac{x}{3} - g_1\right) = \sigma_e f_e \left(h - \frac{x}{3}\right)\left[+ \frac{b\,\sigma_b}{30}(h-x)h\right] + \sigma'_e f'_e \left(\frac{x}{3} - h'\right)$

(an die Stelle des Kräftepaars $P \cdot f$ und der Zugkraft P tritt daher wieder die ursprüngliche Kraft P).

a) Bestimmung von x, σ_b, σ_e und σ'_e aus P, h, h', $\pm g_1$, g_2, f_e, f'_e, b und n.

Nach (4) ist $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\left(h - \frac{x}{3}\right) = \frac{P}{\sigma_b}\left(\frac{x}{3} - g_1\right) - \frac{\sigma'_e f'_e}{\sigma_b}\left(\frac{x}{3} - h'\right)\left[-\frac{b}{30}(h-x)\cdot h\right]$ und

nach (3) ist $\frac{\sigma_e f_e}{\sigma_b}\left(h - \frac{x}{3}\right) = -\frac{P}{\sigma_b}\left(h - \frac{x}{3}\right) + \frac{\sigma'_e f'_e}{\sigma_b}\left(h - \frac{x}{3}\right)\left[-\frac{b}{20}(h-x)\left(h - \frac{x}{3}\right)\right] + \frac{b\,x}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right)$.

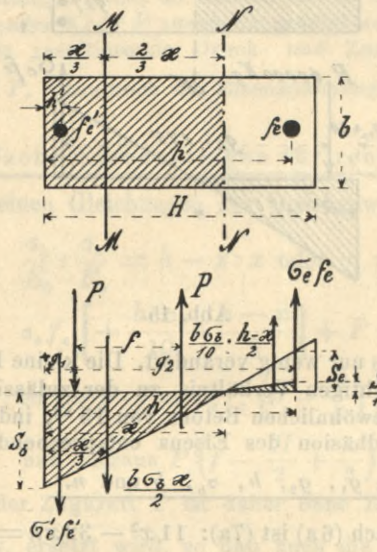


Abb. 16.

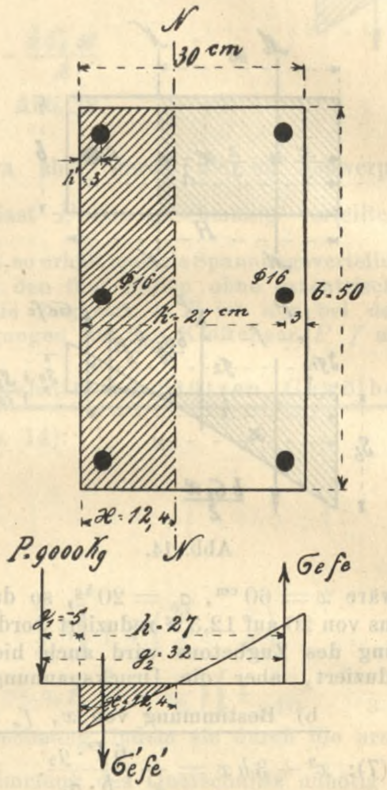


Abb. 17.

Durch Gleichsetzung erhält man (5) $\frac{P}{\sigma_b} \cdot g_2 = \frac{b \cdot x}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right)\left[-\frac{b}{60}(h-x)^2\right] + n \cdot \frac{x - h'}{x} f'_e (h - h')$ und

nach (3) ist (5a) $\frac{P}{\sigma_b} = \frac{b \cdot x}{2}\left[-\frac{b}{20}(h-x)\right] - n\frac{(h-x)}{x} f_e + n \cdot \frac{x-h'}{x} f'_e$,

somit bei abermaliger Gleichsetzung und Auflösung nach x^2 und x:

(6) $x^2 - 3x(\overset{(=g_1)}{h - g_2}) = \frac{6\,n\,g_2 f_e}{b}\left(\frac{h}{x} - 1\right) + \frac{6\,n(\overset{(=g_1)}{h - g_2} - h')}{b} f'_e \left(1 - \frac{h'}{x}\right)$,

(6a) $11x^2 - x(32h - 33g_2) = h(3g_2 - h) + \frac{60\,n\,g_2}{b} f_e \left(\frac{h}{x} - 1\right) + \frac{60\,n}{b}(h - g_2 - h') f'_e \left(1 - \frac{h'}{x}\right)$.

Nach (5) ist

(7): $\sigma_b = \frac{2P \cdot g_2}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right) + 2n f'_e (h - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right)}$ (7a) $\sigma_b = \frac{60\,P g_2}{b(32xh - h^2 - 11x^2) + 60\,n f'_e (h-h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right)}$

Zur Bestimmung von σ_e und σ'_e dienen die Formeln (1) und (2).

Beispiel: Für einen Pfeiler ist $P = 9000^{\text{kg}}$, $g_1 = -5^{\text{cm}}$, $g_2 = 32^{\text{cm}}$, $h = 27^{\text{cm}}$, $h' = 3^{\text{cm}}$, $f_e = f_e = 3\,\Phi 16 = 6{,}03^{\text{qcm}}$, $b = 50^{\text{cm}}$, $n = 15$.

Nach (6) ist $x^2 - 3x(27 - 32) = \frac{6 \cdot 15 \cdot 32 \cdot 6{,}03}{50}\left(\frac{27}{x} - 1\right) + \frac{6 \cdot 15 \cdot 6{,}03}{50}(27 - 32 - 3)\left(1 - \frac{3}{x}\right)$ oder

$f(x) = x^2 + 15x - \frac{9638}{x} + 434 = 0$ und für

$$x = \begin{cases} \frac{2}{5}\,h \\ \frac{h}{2} \end{cases} = \text{rd.} \begin{cases} 11 \\ 14 \end{cases} \text{ ist } f(x) = \begin{cases} -156 \\ +152 \end{cases},\ x = 11 + \frac{3 \cdot 156}{308} = 12{,}5^{\text{cm}},\ \text{hierfür ist}$$

$f(x) = +7$ und genaues $x = 12{,}5 - \frac{1{,}5 \cdot 7}{163} = 12{,}44$ rd. $12{,}4^{\text{cm}}$, und bei Einsetzung von x in (7) den Wert von σ_b sowie aus (1) und (2) σ_e und σ_e', so daß

$x = 12{,}4^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 32{,}9^{\text{kg}}$, $\sigma_e = 578^{\text{kg}}$, $\sigma_e' = 374^{\text{kg}}$, | $x = 13{,}6^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 31{,}4^{\text{kg}}$, $\sigma_e = 464^{\text{kg}}$, $\sigma_e' = 367^{\text{kg}}$.

b) Bestimmung von x, f_e, σ_e und σ_e' aus P, h, h', $\pm g_1$, g_2, f_e', σ_b, b und n.

Nach (5) ist

(8) $x^2 - 3xh = -\frac{6Pg_2}{b \cdot \sigma_b} + \frac{6nf_e'}{b}(h - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right)$,

nach (5a) ist

(9) $n\left(\frac{h}{x} - 1\right)f_e = -\frac{P}{\sigma_b} + \frac{b \cdot x}{2} + n\left(1 - \frac{h'}{x}\right)f_e'$,

(8a) $11x^2 - 32xh = -\frac{60P \cdot g_2}{b\sigma_b} + \frac{60nf_e'}{b}(h - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right) - h^2$,

(9a) $n\left(\frac{h}{x} - 1\right)f_e = -\frac{P}{\sigma_b} + \frac{11bx}{20} - \frac{b \cdot h}{20} + n\left(1 - \frac{h'}{x}\right) \cdot f_e'$.

$\left(\frac{h'}{x}\right.$ angenähert $= \frac{2h'}{h}$ und dann genau eingesetzt, oder x durch Interpolation bestimmt$\left.\right)$.

σ_e und σ_e' ergeben sich aus (1) und (2) und die Annahme von f_e' ist beschränkt durch $\sigma_e \overline{\lessgtr} 1000^{\text{kg}}$.

Beispiel: Für eine Stützmauer ist $P = \frac{12\,500^{\text{kg}}}{10^{\text{cm}}}$, $g_1 = -180^{\text{cm}}$, $g_2 = 570^{\text{cm}}$, $h = 390^{\text{cm}}$, $h' = 10^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 30^{\text{kg}}$, $b = 10^{\text{cm}}$, $n = 15$.

Pro 10^{cm} Breite erhält man für $f_e' = \Phi\ 15^{\text{mm}}$ — : $f_e = \Phi\ 34^{\text{mm}}$, $f_e' = \Phi\ 20^{\text{mm}}$ gibt $f_e = \Phi\ 33^{\text{mm}}$, und $f_e' = \Phi\ 25^{\text{mm}}$ gibt $f_e = \Phi\ 32^{\text{mm}}$, und man erhält im letzteren Falle für $f_e' = 4{,}9^{\text{qcm}}$.

$x = 121{,}2^{\text{cm}}$, $f_e = 7{,}7^{\text{qcm}}$, $\sigma_e = 998^{\text{kg}}$, $\sigma_e' = 413^{\text{kg}}$,

$x = 128{,}6^{\text{cm}}$, $f_e = 5{,}4^{\text{qcm}}$, $\sigma_e = 915^{\text{kg}}$, $\sigma_e' = 415^{\text{kg}}$,

(bei Berücksichtigung des Zugs im Beton würden also Rundeisen Φ 27 mit $f_e = 5{,}7^{\text{qcm}}$ statt Φ 32 mit $8{,}0^{\text{qcm}}$ genügen).

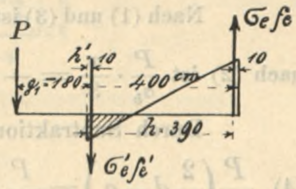


Abb. 18.

c) Bestimmung von x, f_e und f_e' für $f_e = p \cdot f_e'$ sowie σ_e und σ_e' aus P, h, h', $\pm g_1$, g_2, σ_b, b und n.

Nach (5) ist $n\frac{(x - h')}{x} f_e'(h - h') = \frac{P}{\sigma_b} \cdot g_2 - \frac{bx}{6}(3h - x)\left[+\frac{b}{60}(h - x)^2\right]$ und

nach (1)—(3) ist $\frac{nf_e'}{x}\left\{x - h' - p(h - x)\right\} = \frac{P}{\sigma_b} - \frac{bx}{2}\left[+\frac{b(h - x)}{20}\right]$.

Durch Einsetzung von $m = \frac{h}{x} - 1$ und $q = 1 - \frac{h'}{x}$ und Gleichsetzung ist:

$$q(h - h')\left(\frac{6P}{b\sigma_b} - 3x\right) = (q - mp)\left(\frac{6P}{b\sigma_b} \cdot g_2 - 3hx + x^2\right);\quad q(h - h')\left(\frac{60P}{b\sigma_b} - 33x + 3h\right) = (q - mp)\left(\frac{60P}{b\sigma_b}g_2 - 32xh + h^2 + 11x^2\right)$$

und durch Auflösung nach x^2 und x und hierauf Wiedereinsetzung der Werte von q und m wird

(10) $x^2(1 + p) - 4x(ph + h') = -3(ph^2 + h'^2) + \frac{6P}{b\sigma_b}\left\{\left(\frac{h}{x} - 1\right)pg_2 + \left(1 - \frac{h'}{x}\right)(\overset{(= g_1 - h_1)}{h - h' - g_2})\right\}$,

Für $p = 1$ ist

(11) $x^2 - 2x(h + h') = -\frac{3}{2}(h^2 + h'^2) + \frac{3P}{b\sigma_b}\left\{\left(\frac{h}{x} - 1\right)g_2 + \left(1 - \frac{h'}{x}\right)(\overset{(= g_1 - h_1)}{h - h' - g_2})\right\}$.

Nach (5) ist

(12) $n\left(1 - \frac{h'}{x}\right)(h - h')f_e' = \frac{P}{\sigma_b} \cdot g_2 - \frac{bx}{6}(3h - x)$.

(10a) $11x^2(1 + p) - x(44h' + 43ph - h) = -32(ph^2 + h'^2) + h'(h - h') + p\left(\frac{h}{x} - 1\right)\left(\frac{60Pg_2}{b\sigma_b} + h^2\right) + \left(1 - \frac{h'}{x}\right)\left\{\frac{60P}{b\sigma_b}(h - h' - g_2) + h(2h - 3h')\right\}$,

(11a) $22x^2 - x(42h + 44h') = -32(h^2 + h'^2) + h'(h - h') + \left(\frac{h}{x} - 1\right)(\ldots) + \left(1 - \frac{h'}{x}\right)(\ldots)$,

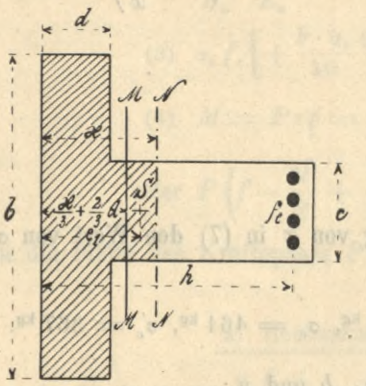
(12a) $n\left(1 - \frac{h'}{x}\right)(h - h')f_e' = \frac{P}{\sigma_b}g_2 - \frac{b}{60}(32xh - h^2 - 11x^2)$.

Endlich ist $f_e = pf_e'$ und σ_e sowie σ_e' ergeben sich aus (1) und (2). (Wird $\sigma_e > 1000^{\text{kg}}$, so gilt das bei 3b (7) Gesagte.)

Beispiel (wie bei 2a): $P = 9000^{\text{kg}}$, $g_1 = -5^{\text{cm}}$, $g_2 = 32^{\text{cm}}$, $h = 27^{\text{cm}}$, $h' = 3^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 30^{\text{kg}}$, $p = 1$, $b = 50^{\text{cm}}$, $n = 15$.

$x = 13{,}3^{\text{cm}}$, $f_e = f_e' = 6{,}5^{\text{qcm}}$, $\sigma_e = 464^{\text{kg}}$, $\sigma_e' = 348^{\text{kg}}$ | $x = 14{,}0^{\text{cm}}$, $f_e = f_e' = 6{,}8^{\text{qcm}}$, $\sigma_e = 418^{\text{kg}}$, $\sigma_e' = 354^{\text{kg}}$.

3. Einfache Eiseneinlagen für rechteckige Plattenbalken (T-förmigen Querschnitt).



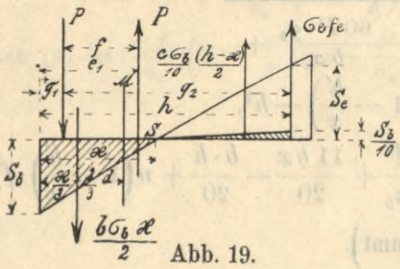


Abb. 19.

Die allgemeinen Gleichungen des Gleichgewichts sind

$$(1)\quad \frac{\sigma_e}{E_e} : \frac{\sigma_b}{E_b} = h - x : x \text{ oder } \sigma_e = n\sigma_b \frac{(h-x)}{x},$$

$$(2)\quad \sigma_e f_e \left[+ \frac{c\sigma_b}{10}\left(\frac{h-x}{2}\right)\right] + P = \frac{b\sigma_b \cdot x}{2} - \frac{b-c}{2}\sigma_b \frac{(x-d)^2}{x},$$

$$(3)\quad M = P \cdot f = \sigma_e f_e \left(h - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d\right) + P\left(e_1 - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d\right)$$

$$\left[+ \frac{c\sigma_b}{10}\left(\frac{h-x}{2}\right)\left(\frac{2}{3}h - \frac{2}{3}d\right)\right] + \frac{b\sigma_b x}{2} \cdot \frac{2}{3}d,$$

$$\text{oder } P\left(f - e_1 + \frac{x}{3} + \frac{2}{3}d\right) = P\left(\frac{x}{3} + \frac{2}{3}d - g_1\right) = \sigma_e f_e \left(h - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d\right) +$$

$$+ \frac{b\sigma_b x d}{3}\left[+ \frac{c\sigma_b}{30}(h-x)(h-d)\right].$$

Durch Annahme des Momentpunkts M im Schwerpunkt der Druckspannungen des Stegs fällt der Abzug hierfür in der Momentgleichung fort, und der Abstand bis zur Resultante $\frac{b\sigma_b x}{2}$ der Druckspannungen des Betons ist $= \frac{2}{3}d$, so daß alle Hebelarme einfache Werte erhalten. Nach (3) ist auch hier die Schwerpunktsbestimmung des Querschnitts überflüssig, da wieder die ursprüngliche Kraft P an die Stelle des Kräftepaars $P \cdot f$ und der Zugkraft P tritt.

a) Bestimmung von x, σ_b, σ_e aus P, h, h', $\pm g_1$, g_2, f_e, b, c, d und n.

Nach (1) und (3) ist $\frac{P}{\sigma_b}\left(\frac{x}{3} + \frac{2}{3}d - g_1\right) = n\frac{(h-x)}{x} \cdot f_e\left(h - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d\right) + \frac{bxd}{3}\left[+ \frac{c}{30}(h-x)(h-d)\right]$ und

nach (2) ist $\frac{P}{\sigma_b} \cdot \frac{x}{3} = -n\frac{(h-x)}{x} f_e \cdot \frac{x}{3} + \frac{bx}{2} \cdot \frac{x}{3} - \frac{b-c}{2}\frac{(x-d)^2}{x} \cdot \frac{x}{3}\left[- \frac{c}{20}(h-x)\frac{x}{3}\right].$

Durch Subtraktion erhält man hieraus:

$$(4)\quad \frac{P}{\sigma_b}\left(\frac{2}{3}d - g_1\right) = \frac{P}{\sigma_b} \cdot r = n\left(\frac{h-x}{x}\right) f_e \left(h - \frac{2}{3}d\right) + \frac{bx}{6}(2d - x) + \frac{b-c}{6}(x-d)^2 + \left[\frac{c}{60}(h-x)(2h - 2d + x)\right]$$

und nach (2) wird (4a) $\frac{P}{\sigma_b} \cdot r = -n \cdot r\left(\frac{h-x}{x}\right) f_e + \frac{bxr}{2} - \frac{b-c}{2}\frac{(x-d)^2}{x} \cdot r\left[- \frac{c}{20}(h-x) \cdot r\right]$

und durch Gleichsetzung

$$n\left(\frac{h-x}{x}\right) f_e \left(h - \frac{2}{3}d + r\right) + \frac{bx}{6}(2d - x - 3r) + \frac{b-c}{6}(x-d)^2\left(1 + \frac{3r}{x}\right)\left[+ \frac{c}{60}(h-x)(2h - 2d + x + 3r)\right] = 0$$

und hieraus bei Einsetzung von $r = \frac{2}{3}d - g_1$ und Auflösung nach x^2 und x:

$$(5)\quad x^2 - 3g_1 x = \frac{6nf_e}{c}\overset{(=g_2)}{(h - g_1)}\left(\frac{h}{x} - 1\right) + 3d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left\{2g_1 - d + \frac{d\left(\frac{2}{3}d - g_1\right)}{x}\right\}.$$

$$(5a)\quad 1{,}1x^2 - x\left(3{,}3g_1 - \frac{h}{10}\right) = \frac{h}{10}(2h - 3g_1) +$$

+ den Werten rechts

Nach (1) und (2) ist

$$(6)\quad \sigma_b = \frac{2P}{c \cdot x + d(b-c)\left(2 - \frac{d}{x}\right) - 2nf_e\left(\frac{h}{x} - 1\right)}.$$

$$(6a)\quad \sigma_b = \frac{2P}{\frac{c}{10}(11x - h) + d(b-c)\left(2 - \frac{d}{x}\right) - 2nf_e\left(\frac{h}{x} - 1\right)}.$$

σ_e ergibt sich aus (1). Für $f_e = 0$ erhält man die Gleichungen:

$$x^2 - 3g_1 x = 3d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left\{2g_1 - d + \frac{d\left(\frac{2}{3}d - g_1\right)}{x}\right\}.$$

$$\sigma_b = \frac{2P}{cx + d(b-c)\left(2 - \frac{d}{x}\right)}.$$

$$1{,}1x^2 - x\left(3{,}3g_1 - \frac{h}{10}\right) =$$

$$= \frac{h}{10}(2h - 3g_1) + 3d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left\{2g_1 - d + \frac{d\left(\frac{2}{3}d - g_1\right)}{x}\right\}.$$

$$\sigma_b = \frac{2P}{\frac{c}{10}(11x - h) + d(b-c)\left(2 - \frac{d}{x}\right)}.$$

Beispiel: $P = 50\,000^{\text{kg}}$, $g_1 = -15^{\text{cm}}$, $g_2 = 140^{\text{cm}}$, $h = 125^{\text{cm}}$, $b = 178^{\text{cm}}$, $c = 30^{\text{cm}}$, $d = 20^{\text{cm}}$, $f_e = 4\,\Phi\,30 = 28{,}3^{\text{qcm}}$, $n = 15$.

Man erhält $f(x) = x^2 + 45\,x - \frac{1\,653\,483}{x} + 26\,686 = 0$ und für

$$x = \begin{cases} \frac{2}{5}\,h \\ \frac{h}{2} \end{cases} = \begin{cases} 50 \\ 60 \end{cases} \text{ ist } f(x) = \begin{cases} -1634 \\ +5428 \end{cases},\ x = 50 + \frac{10 \cdot 1634}{7062} = 52{,}3^{\,cm}, \text{ hierfür } f(x) = +160$$

und genaues $x = 52{,}3 - \frac{2{,}3 \cdot 160}{160 + 1634} = 52{,}1^{\,cm}$, so daß nach obigem

$x = 52{,}1^{\,cm},\ \sigma_b = 19{,}4^{\,kg},\ \sigma_e = 380^{\,kg}$ | $x = 55{,}9^{\,cm},\ \sigma_b = 19{,}0^{\,kg},\ \sigma_e = 352^{\,kg}$.

Für $f_e = 0$ erhält man durch Interpolation

$x = 11{,}6^{\,cm},\ \sigma_b = 122{,}7^{\,kg}$, | $x = 13{,}8^{\,cm},\ \sigma_b = 58{,}5^{\,kg}$,

so daß die Betonbeanspruchung von 122,7 (resp. 58,5) auf 19,4 (resp. 19,0) ^{kg} reduziert worden ist.

b) Bestimmung von x, f_e und σ_e aus P, h, $\pm g_1$, g_2, σ_b, b, c, d und n.

Nach (4) und (4a) ist durch Multiplikation von (4a) mit $\left(h - \frac{2}{3}\,d\right)$ statt $r = \left(\frac{2}{3}\,d - g_1\right)$ und Addition von beiden: $\frac{P}{\sigma_b}(h - g_1) = \frac{b\,x}{6}(3h - x) + \frac{b-c}{6}(x-d)^2\left(1 - \frac{3h - 2d}{x}\right)\left[-\frac{c}{60}(h-x)^2\right]$ und durch Auflösung dieser Gleichung nach x^2 und x:

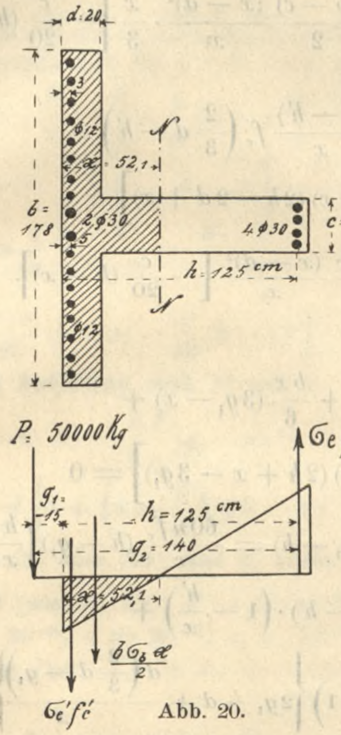


Abb. 20.

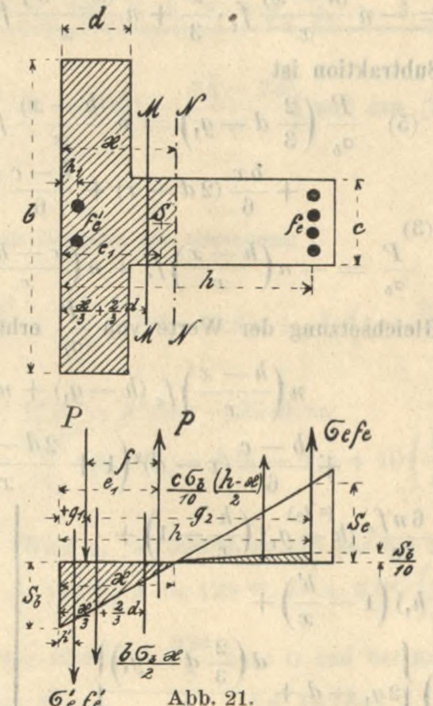


Abb. 21.

(7) $x^2 - 3hx = -\frac{6P}{c\sigma_b}\overset{(=g_2)}{(h - g_1)} + d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left\{6h - 3d - \frac{d(3h - 2d)}{x}\right\}$. | (7a) $11x^2 - 32xh = -\frac{60P}{c\sigma_b}(h - g_1) - h^2 + 10d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left\{\ldots\ldots\right\}$.

Bei großen Zugspannungen kann σ_e größer als 1000 ^{kg} werden, so daß in Formel (7) und (7a) $\sigma_b = \frac{x \cdot \sigma_e}{n\,(h - x)}$ oder $\frac{1}{\sigma_b} = \frac{n}{\sigma_e}\left(\frac{h}{x} - 1\right)$ einzusetzen ist, und hieraus x und σ_b zu berechnen sind.

Nach (1) und (2) ist (8) $\frac{n(h - x)}{x} f_e = -\frac{P}{\sigma_b} + \frac{b \cdot x}{2} - \frac{(b - c)}{2} \cdot \frac{(x - d)^2}{x}$. | (8a) $n\frac{(h - x)}{x} f_e = -\frac{P}{\sigma_b} + \frac{b \cdot x}{2} - \frac{(b - c)}{2} \cdot \frac{(x - d)^2}{x} - \frac{c}{20}(h - x)$.

σ_e ergibt sich aus (1).

Beispiel (wie bei 3a): $P = 50\,000^{\,kg}$, $g_1 = -15^{\,cm}$, $g_2 = 140^{\,cm}$, $h = 125^{\,cm}$, $b = 178^{\,cm}$, $c = 30^{\,cm}$ $d = 20^{\,cm}$, $n = 15$.

Die Spannung soll von $\sigma_b = 122{,}7$ (resp. 58,5) ^{kg} für $f_e = 0$ auf $\sigma_b = 20^{\,kg}$ reduziert werden, so ist

$x = 48{,}0^{\,cm}$, $f_e = 23{,}4^{\,qcm}$, $\sigma_e = 481^{\,kg}$. | $x = 49{,}0^{\,cm}$, $f_e = 17{,}1^{\,qcm}$, $\sigma_e = 465^{\,kg}$.

4. Doppelte Eiseneinlagen für rechteckige Plattenbalken (T-förmigen Querschnitt).

Die allgemeinen Gleichungen des Gleichgewichts sind (s. Abb. 21):

(1) $\frac{\sigma_e}{E_e} : \frac{\sigma_b}{E_b} = h - x : x$ oder $\sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{h - x}{x}$.

$$(2)\quad \frac{\sigma'_e}{E_e} : \frac{\sigma_b}{E_b} = x - h' : x \text{ oder } \sigma'_e = n\sigma_b \cdot \frac{x-h'}{x}.$$

$$(3)\quad \sigma_e f_e \left[+\frac{c\,\sigma_b}{10}\cdot\frac{h-x}{2}\right] + P = \sigma'_e f'_e + \frac{b\,\sigma_b \cdot x}{2} - \frac{b-c}{2}\sigma_b \cdot \frac{(x-d)^2}{x}.$$

$$(4)\quad M = P\cdot f = \sigma_e f_e \left(h - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d\right) + \sigma'_e f'_e \left(\frac{x}{3} + \frac{2}{3}d - h'\right) + P\left(e_1 - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d\right) +$$

$$+ \frac{b\cdot x}{2}\cdot\frac{2}{3}d + \left[\frac{c\,\sigma_b}{10}\left(\frac{h-x}{2}\right)\left(\frac{2}{3}h - \frac{2}{3}d\right)\right] \text{ oder}$$

$$P\left(\frac{x}{3} + \frac{2}{3}d - g_1\right) = \sigma_e f_e\left(h - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d\right) + \sigma'_e f'_e\left(\frac{x}{3} + \frac{2}{3}d - h'\right) + \frac{b\,x\,d}{3} + \left[\frac{c\,\sigma_b}{30}(h-x)(h-d)\right].$$

Der Momentpunkt M ist hier ebenso wie bei 3 gewählt, und es kommt nur die Spannung $\sigma'_e f'_e$ hinzu. Auch die Bestimmung des Schwerpunkts ist hier wie bei 3 unnötig.

a) Bestimmung von x, σ_b, σ_e und σ'_e aus P, $\pm g_1$, g_2, h, h', f_e, f'_e, b, c, d und n.

Nach (1) — (2) und (4) ist

$$\frac{P}{\sigma_b}\left(\frac{x}{3} + \frac{2}{3}d - g_1\right) = n\frac{(h-x)}{x} f_e\left(h - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d\right) + n\frac{(x-h')}{x} f'_e\left(\frac{x}{3} + \frac{2}{3}d - h'\right) + \frac{b\,x\,d}{3}\left[+\frac{c}{30}(h-x)(h-d)\right]$$

und nach (1) — (3)

$$\frac{P}{\sigma_b}\cdot\frac{x}{3} = -n\frac{(h-x)}{x} f_e \cdot \frac{x}{3} + n\frac{(x-h')}{x} f'_e \cdot \frac{x}{3} + \frac{b\,x}{2}\cdot\frac{x}{3} - \frac{(b-c)}{2}\frac{(x-d)^2}{x}\cdot\frac{x}{3}\left[-\frac{c}{20}(h-x)\frac{x}{3}\right].$$

Durch Subtraktion ist

$$(5)\quad \frac{P}{\sigma_b}\left(\frac{2}{3}d - g_1\right) = n\frac{(h-x)}{x} f_e\left(h - \frac{2}{3}d\right) + n\frac{(x-h')}{x} f'_e\left(\frac{2}{3}d - h'\right) +$$

$$+ \frac{b\,x}{6}(2d - x) + \frac{b-c}{6}(x-d)^2\left[+\frac{c}{60}(h-x)(2h - 2d + x)\right]$$

und nach (1) — (3)

$$(5\text{a})\quad \frac{P}{\sigma_b} = -n\left(\frac{h-x}{x}\right) f_e + n\left(\frac{x-h'}{x}\right) f'_e + \frac{b\,x}{2} - \frac{b-c}{2}\frac{(x-d)^2}{x}\left[-\frac{c}{20}(h-x)\right].$$

Durch Gleichsetzung der Werte von $\frac{P}{\sigma_b}$ erhält man alsdann

$$n\left(\frac{h-x}{x}\right) f_e (h - g_1) + n\left(\frac{x-h'}{x}\right) f'_e (g' - h') + \frac{b\,x}{6}(3g_1 - x) +$$

$$+ \frac{b-c}{6}(x-d)^2\left(1 + \frac{2d - 3g'}{x}\right)\left[+\frac{c}{60}(h-x)(2h + x - 3g_1)\right] = 0$$

oder (6)

$$x^2 - 3g_1 x = \frac{6nf_e}{c}(h - \overset{(=g_2)}{g_1})\left(\frac{h}{x} - 1\right) + $$

$$+ \frac{6nf'_e}{c}(g_1 - h_1)\left(1 - \frac{h'}{x}\right) +$$

$$+ 3d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left\{2g_1 - d + \frac{d\left(\frac{2}{3}d - g_1\right)}{x}\right\},$$

nach (5a) ist

$$(7)\quad \sigma_b = \frac{2P}{c\cdot x + d(b-c)\left(2 - \frac{d}{x}\right) - 2nf_e\left(\frac{h}{x} - 1\right) + 2nf'_e\left(1 - \frac{h'}{x}\right)}.$$

$$(6\text{a})\quad 11x^2 - x(33g_1 - h) = \frac{60nf_e}{c}(h - g_1)\left(\frac{h}{x} - 1\right) +$$

$$+ \frac{60nf'_e}{c}(g_1 - h')\cdot\left(1 - \frac{h'}{x}\right) +$$

$$+ 30d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left\{2g_1 - d + \frac{d\left(\frac{2}{3}d - g_1\right)}{x}\right\} + h(2h - 3g_1),$$

$$(7\text{a})\quad \sigma_b = \frac{2P}{\frac{c}{10}(11x - h) + d(b-c)\left(2 - \frac{d}{x}\right) - 2nf_e\left(\frac{h}{x} - 1\right) + 2nf'_e\left(1 - \frac{h'}{x}\right)}.$$

σ_e und σ'_e ergeben sich aus (1) und (2).

Beispiel (wie bei 3a): $P = 50\,000^{\text{kg}}$, $g_1 = -15^{\text{cm}}$, $g_2 = 140^{\text{cm}}$, $h = 125^{\text{cm}}$, $h' = 5^{\text{cm}}$, $b = 178^{\text{cm}}$, $c = 30^{\text{cm}}$, $d = 20^{\text{cm}}$, $f_e = 4\,\Phi\,30 = 28{,}3^{\text{qcm}}$,
$f'_e = 2\,\Phi\,30 = 14{,}15^{\text{qcm}}$, $n = 15$. Man erhält $f(x) = x^2 + 45\,x - \frac{1\,657\,728}{x} + 27\,535 = 0$,

für $x = \begin{cases} \frac{2}{5}h \\ \frac{h}{2} \end{cases} = \begin{cases} 50 \\ 60 \end{cases}$ ist $f(x) = \begin{cases} -870 \\ +6206 \end{cases}$, $x = 50 + \frac{10\cdot 870}{870 + 6206} = 51{,}2^{\text{cm}}$ und hierfür $f(x) = +82$

und genaues $x = 51{,}2 - \frac{1{,}2\cdot 82}{82 + 870} = 51{,}1^{\text{cm}}$,

somit

$x = 51{,}1^{\text{cm}}$, $\sigma_b = \frac{2\cdot 50{,}000}{1{,}533 + 4{,}761 - 1{,}228 + 0{,}383} = 18{,}3^{\text{kg}}$,
$\sigma_e = 397^{\text{kg}}$, $\sigma'_e = 248^{\text{kg}}$,

| $x = 57{,}2^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 17{,}4^{\text{kg}}$, $\sigma_e = 310^{\text{kg}}$, $\sigma'_e = 238^{\text{kg}}$.

Bei Hinzurechnung der 16 Rundeisen $\Phi\,12$ im Abstand 10^{cm} mit $h' = 3^{\text{cm}}$ und $f'_e = 18{,}1^{\text{qcm}}$ wird
$x = 50{,}0^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 17{,}1^{\text{kg}}$, $\sigma_e = 385^{\text{kg}}$, $\sigma'_e = 241^{\text{kg}}$, | $x = 55{,}6^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 16{,}3^{\text{kg}}$, $\sigma_e = 306^{\text{kg}}$, $\sigma'_e = 231^{\text{kg}}$.

b) Bestimmung von x, f_e, σ_e und σ'_e aus P, $\pm g_1$, g_2, h, h', f'_e, σ_b, b, c, d und n.

Durch Multiplikation von (5a) mit $\left(h - \frac{2}{3} d\right)$ und Addition zu (5) erhält man

$$(8)\quad n\left(\frac{(x-h')}{x}\right) f'_e (h-h') = \frac{P}{\sigma_b}(h-g_1)\left[+\frac{c}{60}(h-x)^2\right] - \frac{b\cdot x}{6}(3h-x) - \frac{b-c}{6}(x-d)^2\left(1-\frac{3h-2d}{x}\right)$$

und durch Auflösung nach x^2 und x

$$(9)\quad x^2 - 3h\cdot x = -\frac{6P}{c\sigma_b}(h \overset{(=g_2)}{-} g_1) + \frac{6nf'_e}{c}(h-h')\left(1-\frac{h'}{x}\right) + \\ + d\left(\frac{b}{c}-1\right)\left\{6h - 3d - \frac{d(3h-2d)}{x}\right\},$$

$$(9\text{a})\quad 1{,}1x^2 - 3{,}2x\cdot h = -\frac{h^2}{10} - \frac{6P}{c\sigma_b}(h-g_1) + \ldots + \ldots$$

(s. neben).

Nach (5a) ist (10) $n\left(\frac{h}{x}-1\right)\cdot f_e = -\frac{P}{\sigma_b} + $

$$+ nf'_e\left(1-\frac{h'}{x}\right) + \frac{bx}{2} - \frac{b-c}{2}\,\frac{(x-d)^2}{x},$$

$$(10\text{a})\quad n\left(\frac{h}{x}-1\right)f_e = -\frac{P}{\sigma_b} + nf'_e\left(1-\frac{h'}{x}\right) + \\ + \frac{bx}{2} - \frac{b-c}{2}\,\frac{(x-d)^2}{x} - \frac{c}{20}(h-x).$$

σ_e und σ'_e ergeben sich aus (1) und (2). (Wird $\sigma_e > 1000$ kg, so gilt das bei 3b (7) Gesagte).

Beispiel (wie bei 3a): $P = 50\,000$ kg, $g_1 = -15$ cm, $g_2 = 140$ cm, $h = 125$ cm, $h' = 5$ cm, $f'_e = 6\ \Phi\ 32 = 48{,}24$ qcm, $b = 178$ cm, $c = 30$ cm, $d = 20$ cm, $\sigma_b = 15$ kg.

$x = 63{,}2$ cm, $f_e = 52{,}7$ qcm, $\sigma_e = 221$ kg, $\sigma'_e = 207$ kg; $x = 64{,}1$ cm, $f_e = 49{,}3$ qcm, $\sigma_e = 214$ kg, $\sigma'_e = 207$ kg.

c) Bestimmung von x, f_e und f'_e für $f_e = p\cdot f'_e$, sowie σ_e und σ'_e aus P, h, h', $\pm g_1$, g_2, σ_b, b, c, d und n.

Aus (8) ergibt sich für $x - h' = q$ und $h - x = m$.

$$\frac{n\cdot q\cdot f'_e}{x}(h-h') = \frac{P}{\sigma_b}\cdot g_2\left[+\frac{c}{60}(h-x)^2\right] - \frac{bx}{6}(3h-x) - \frac{b-c}{6}(x-d)^2\left(1-\frac{3h-2d}{x}\right) \text{ und aus (5a)}$$

$$\frac{n\cdot f'_e}{x}(q-m\cdot p) = \frac{P}{\sigma_b}\left[+\frac{c}{20}(h-x)\right] - \frac{b\cdot x}{2} + \frac{b-c}{2}\,\frac{(x-d)^2}{x}.$$

Setzt man $\frac{q(h-h')}{q-m\cdot p} = \frac{h-h'}{1-\frac{mp}{q}} = r$, so ergibt sich durch Division die Gleichung

$$\frac{P}{\sigma_b}(g_2 - r) = \left[\frac{c\cdot r}{20}(h-x) - \frac{c}{60}(h-x)^2\right] - \frac{bx}{6}(3r-3h) - \frac{bx^2}{6} + \frac{b-c}{6}(x^2 - 2dx + x^2)\left(1+\frac{3r-3h+2d}{x}\right)$$

und hieraus durch Auflösung nach x^2 und x

$$(11)\quad x^2 + 3x(r-h) = -\frac{6P}{c\sigma_b}(g_2 - r) + \\ + \left(\frac{b}{c}-1\right)\cdot d\left\{d + \left(2-\frac{d}{x}\right)(3h-2d-3r)\right\},$$

$$(11\text{a})\quad 11x^2 + x(33r - 32h) = \\ = -\frac{60P}{c\sigma_b}(g_2 - r) - h(h-3r) + 10\left(\frac{b}{c}-1\right)d\left\{\ldots\right\}.$$

f'_e ergibt sich aus (8) oder (14), und σ_e sowie σ'_e aus (1) und (2). (Wird $\sigma_e > 1000$ kg, so gilt das bei 3b (7) Gesagte).

Beispiel (wie bei 4b): $P = 50\,000$ kg, $g_1 = -15$ cm, $g_2 = 140$ cm, $h = 125$ cm, $h' = 5$ cm, $\frac{f_e}{f'_e} = p = 2$, $b = 178$ cm, $c = 30$ cm, $d = 20$ cm, $\sigma_b = 15$ kg.

Man erhält $f(x) = x^2 + 3x(r-125) + \frac{5920}{3x}(335 - 3r) + 25\,253 - \frac{224}{3}r = 0$ und bei Einsetzung von

$$r = \frac{h-h'}{1-\frac{h-x}{x-h'}\cdot p} = \frac{40(x-5)}{x-85} \text{ für } x = \frac{h}{2} = \begin{cases}60\\ \\70\end{cases},\ r = \begin{cases}-88\\ \\-\frac{520}{3}\end{cases} \text{ und } f(x) = \begin{cases}+16\,784\\ \\+4548\end{cases}$$

oder $x = 70 + \frac{10\cdot 4548}{16\,784 - 4548} = 73.$

Hierfür wird $r = -\frac{680}{3}$ und $f(x) = -3350$, $x = 73 - \frac{3\cdot 3350}{7898} = 72$

und hierfür $r = -\frac{2680}{13} = -206{,}2$ und $f(x) = +430$ sowie genaues $x = 72 + \frac{1{,}0\cdot 430}{3780} = 72{,}2$ cm.

Die Rechnung ergibt daher

$x = 72{,}2$ cm, $f'_e = 37{,}4$ qcm, $f_e = 74{,}8$ qcm, $\sigma'_e = 201$ kg, $\sigma_e = 165$ kg,

$x = 73{,}7$ cm, $f'_e = 36{,}6$ qcm, $f_e = 73{,}2$ qcm, $\sigma'_e = 210$ kg, $\sigma_e = 157$ kg.

d) Bestimmung von x, f_e, f'_e, σ_e und σ'_e für $\sigma_e = \sigma'_e$ aus P, $\pm g_1$, g_2, h, h', σ_b, b, c, d, n.

Nach (1) — (2) ist $h - x = x - h'$ oder (12) $x = \frac{h+h'}{2}$, (13) $\sigma_e = \sigma'_e = n\sigma_b\left(\frac{h}{x}-1\right) = n\sigma_b\cdot\frac{h-h'}{h+h'}$.

Aus (8) erhält man durch Auflösung der Klammern

$$(14)\quad \frac{\sigma'_e f'_e}{\sigma_b}(h-h') = \frac{P}{\sigma_b}\cdot g_2 - \frac{b\cdot xd}{3} - \\ - \frac{c}{6}(3h - 2d - x)\left\{x + d\left(\frac{b}{c}-1\right)\left(2-\frac{d}{x}\right)\right\},$$

$$(14\text{a})\quad \frac{\sigma'_e f_e}{\sigma_b}(h-h') = \frac{P}{\sigma_b}\cdot g_2 - \frac{bxd}{3} - \\ - \frac{c}{6}(\ldots\ldots)(\ldots\ldots) + \frac{c(h-x)^2}{60}.$$

f_e ergibt sich alsdann aus (3). (Wird $\sigma_e > 1000$ kg, so gilt das bei 3b (7) Gesagte).

Beispiel (wie bei 4c). Man erhält

$x = 65{,}0^{\text{cm}}$, $f_e = 56{,}6^{\text{qcm}}$, $f'_e = 46{,}0^{\text{qcm}}$, $\sigma_e = 207^{\text{kg}}$, $\sigma'_e = 207^{\text{kg}}$, | $x = 65{,}0^{\text{cm}}$, $f_e = 51{,}1^{\text{qcm}}$, $f'_e = 47{,}0^{\text{qcm}}$, $\sigma_e = 207^{\text{kg}}$, $\sigma'_e = 207^{\text{kg}}$,

so daß hierbei der Eisenquerschnitt am günstigsten verteilt erscheint.

C. Anwendung der entwickelten Formeln für die Dimensionenberechnung.

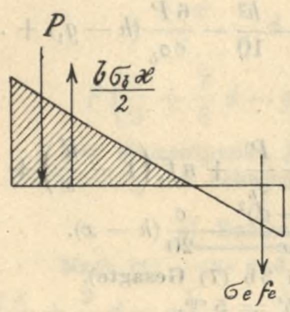


Abb. 22.

Die obigen Formeln sind (bei Vernachlässigung des Zugs im Beton) in Uebereinstimmung mit den Leitsätzen sowie mit den Angaben über exzentrische Beanspruchung in „Betoneisen" von Wayß und Freytag 1902, S. 88—89, und in den preußischen Bestimmungen von 1904, wie eine Ausrechnung von Beispielen dartun würde. Hierbei ist es einerlei, ob der Momentpunkt mit dem Schwerpunkt des Querschnitts, oder mit der Nullinie im Abstande x, oder wie oben mit der Resultante der Druckspannung des Betons resp. der Resultante seines Abzugs (bei Plattenbalken) zusammenfällt. Ebenso können die Gleichgewichtsbedingungen mit Einführung eines Kräftepaars $P \cdot f$ und einer im Schwerpunkt wirkenden Kraft P oder mit den in der Abb. 22 enthaltenen Kräften aufgestellt werden, indem in beiden Fällen dieselben Gleichungen entstehen (vgl. B 1).

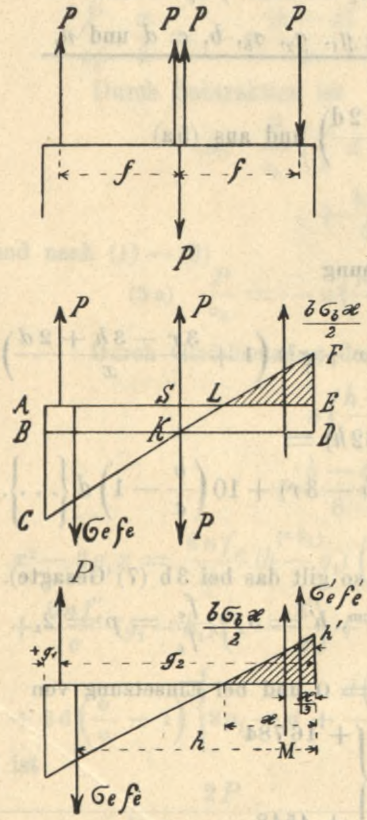


Abb. 23.

Ist die exzentrisch wirkende Kraft P eine Zugkraft und nimmt man wieder ein Kräftepaar $P \cdot f$ und eine Einzelkraft P im Schwerpunkt S an, so kann das erstere von links nach rechts verlegt werden (ohne daß seine statische Wirkung sich ändert) und ist dann im Gleichgewicht mit den Biegungsspannungen der $\triangle$e BCK und KDF. Hierzu kommt eine gleichmäßige Verteilung der Zugspannung $\frac{P}{F}$, welche durch die Zugkraft P im Schwerpunkt S hervorgerufen wird, so daß das schraffierte $\triangle LEF$ als Druck des Betons übrig bleibt, wenn der Zug des Betons vernachlässigt wird (s. Abb. 23).

Man erhält daher bei rechteckigem Querschnitt und doppelten Eiseneinlagen die nebengezeichnete Kräfteverteilung und hieraus die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen:

$$(1)\quad \frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e}{E_e} = x : h - x \text{ oder } \sigma_e = n\sigma_b \frac{h-x}{x},$$

$$(2)\quad \frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma'_e}{E_e} = x : x - h' \text{ oder } \sigma'_e = n\sigma_b \frac{x-h'}{x},$$

$$(3)\quad \sigma_e f_e = P + \frac{b\sigma_b x}{2} + \sigma'_e f'_e,$$

$$(4)\quad P\left(g_2 - \frac{x}{3}\right) = \sigma_e f_e \left(h - \frac{x}{3}\right) + \sigma'_e f'_e \left(\frac{x}{3} - h'\right).$$

Die Vergleichung von (1) — (4) mit den entsprechenden Gleichungen in B 2 zeigt, daß P in (3) und (4) das entgegengesetzte Vorzeichen hat und daß g_2 an die Stelle von g_1 in (4) tritt, so daß dieselben Formeln erhalten werden, wenn man $-P$ für $+P$ und für g_1 (wo g_2 in einer Formel vorkommt, ist hierfür $h - g_1$ zu setzen, um g_1 in g_2 umwandeln zu können) überall g_2 einsetzt.

Demnach erhält man (ohne Berücksichtigung des Zugs im Beton) für B 2a die Formeln:

$$(6)\quad x^2 - 3x \cdot g_2 = \frac{6n(h-g_2)}{b} \cdot f_e \left(\frac{h}{x} - 1\right) + \frac{6n(g_2 - h')}{b} f'_e \left(1 - \frac{h'}{x}\right).$$

$$(7)\quad \sigma_b = \frac{-2P(h-g_2)}{bx\left(h - \frac{x}{3}\right) + 2nf'_e(h-h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right)},\ \sigma_e \text{ und } \sigma'_e \text{ aus (1) und (2).}$$

Bei einfachen Eiseneinlagen erhält man ebenso aus B 1a

$$(5)\quad x^2 - 3x \cdot g_2 = \frac{6(h-g_2)}{b} \cdot n\left(\frac{h}{x} - 1\right) f_e, \quad (6)\quad \sigma_b = \frac{-2P(h-g_2)}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right)},\ \sigma_e = n\sigma_b\left(\frac{h}{x} - 1\right).$$

In derselben Weise ergeben sich auch die Formeln für die Dimensionierung durch Vertauschung von P mit $-P$ und g_1 mit g_2.

Für Plattenbalken erhält man, bei Annahme einer exzentrischen Zugkraft am Ende des Stegs, mit doppelten Eiseneinlagen die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen (s. Abb. 24):

$$(1)\quad \frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e}{E_e} = x : h - x \text{ oder } \sigma_e = n\sigma_b \frac{h-x}{x},$$

$$(2)\quad \frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma'_e}{E_e} = x : x - h' \text{ oder } \sigma'_e = n\sigma_b \frac{x-h'}{x},$$

$$(3)\quad \sigma_e f_e = P + \sigma'_e f'_e + \frac{b\sigma_b x}{2} - \frac{b-c}{2}\sigma_b \frac{(x-d)^2}{x},$$

$$(4)\quad P\left(g_2 - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d\right) = \sigma_e f_e \left(h - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}d\right) + \sigma'_e f'_e \left(\frac{x}{3} + \frac{2}{3}d - h'\right) + \frac{bxd}{3}$$

und daher auch hier bei Einsetzung von $-P$ für P und g_2 für g_1 (auch in $g_2 = h - g_1$) sämtliche Formeln für B 4a, indem

$$(6)\quad x^2 - 3g_2 x = \frac{6nf_e}{c}(h-g_2)\left(\frac{h}{x} - 1\right) + \frac{6nf'_e}{c}(g_2 - h_1)\left(1 - \frac{h'}{x}\right) + 3d\left(\frac{b}{c} - 1\right) \cdot \left\{2g_2 - d + \frac{d\left(\frac{2}{3}d - g_2\right)}{x}\right\}.$$

$$(7)\quad \sigma_b = \frac{-2P}{c \cdot x + d(b-c)\left(2 - \frac{d}{x}\right) - 2nf_e\left(\frac{h}{x} - 1\right) + 2nf'_e\left(1 - \frac{h'}{x}\right)},\ \sigma_e \text{ und } \sigma'_e \text{ wie oben.}$$

Mit einfachen Eiseneinlagen erhält man ebenso die Formeln für B 3a, indem

$$(5)\quad x^2 - 3 g_2 x = \frac{6 n f_e}{c}(h - g_2)\left(\frac{h}{x} - 1\right) + 3 d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left\{2 g_2 - d + \frac{d\left(\frac{2}{3} d - g_2\right)}{x}\right\}.$$

$$(6)\quad \sigma_b = \frac{-2P}{c x + d(b - c)\left(2 - \frac{d}{x}\right) - 2 n f_e\left(\frac{h}{x} - 1\right)},\ \sigma_e \text{ wie oben.}$$

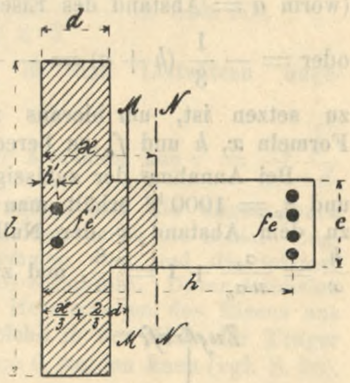
In dieser Weise lassen sich sämtliche Formeln in B 1—4 umwandeln (auch diejenigen mit Berücksichtigung des Zugs im Beton), und es ist daher nicht nötig, dieselben erst aus den allgemeinen Gleichungen des Gleichgewichts abzuleiten.

Die Formeln zur Dimensionierung sind besonders deshalb für die Praxis notwendig, weil durch Probieren nicht nur viel Zeit verloren geht, sondern auch keine richtige Ausnutzung des Betoneisens stattfindet, indem entweder der Beton oder das Eisen zu wenig oder auch zu viel beansprucht werden.

Aus diesem Grunde hat Professor Barkhausen (Bauzeitung 1905, Heft 1, 4, 5) eine Dimensionenberechnung für Verbund- und Rippendecken mit einfacher Biegung und mit Längsdruck bei Gewölben veröffentlicht, welche auch als Sonderabdruck erschienen ist (Berlin 1905, Hofbuchdruckerei Wilhelm Greve) und zum Teil dieselben Formeln enthält.

Der Unterschied besteht hauptsächlich in den Bezeichnungen $h - a$ statt h, $m = \frac{\sigma_e}{n\sigma_b}$ statt $m = \frac{\sigma_e}{n\sigma_b} + 1$, und darin, daß in den Formeln für einfache Biegung (S. 5, 20 und 22 des Sonderabdrucks) für ein gegebenes f_e die Breite b gesucht wird (statt wie oben f_e für ein gegebenes b), und kann dies nach S. 20 und 22 für Eisenbetonbalken und Verbundwände in Betracht kommen.

Ebenso sind die Formeln für Biegung mit Längsdruck (S. 7—10) dieselben wie in B 1, indem man bei Einsetzung von $b \cdot M = P \cdot f$ und $b \cdot D = P$ auf S. 9 erhält (s. Abb. 25):



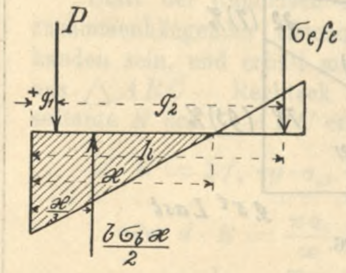


Abb. 25.

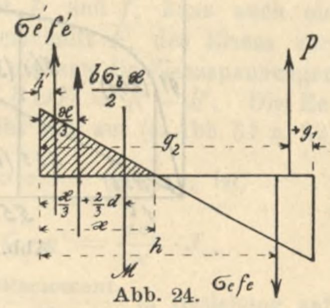


Abb. 24.

$$\text{I:}\quad P + \sigma_e f_e - \frac{b\sigma_b}{2}\cdot x = 0,\quad \text{IIa:}\quad P\cdot g_2 - \frac{b\sigma_b}{2}\cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right) = 0,$$

$$\text{IIb:}\quad P\left(\frac{x}{3} - g_1\right) - \sigma_e f_e\left(h - \frac{x}{3}\right) = 0,\quad \text{III:}\quad \frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e}{E_e} = x : h - x.$$

Die Formel IIa (Moment in Beziehung auf die Eisenspannung) kann zur Bestimmung von x und h aus σ_b und σ_e verwendet werden, wenn

$$h = mx = \left(\frac{\sigma_e}{n\sigma_b} + 1\right)x = \frac{8}{3}x \text{ und } g_2 = h - g_1$$

eingesetzt wird, und man erhält dieselbe Formel auch aus B 1b (7), indem

$$x^2 - 3mx^2 = \frac{-6P(m\cdot x - g_1)}{b\cdot\sigma_b} \text{ oder } x^2(3m - 1) - \frac{6mPx}{b\cdot\sigma_b} = -\frac{6Pg_1}{b\sigma_b}$$

oder für $m = \frac{8}{3}$: $7x^2 - \frac{16P\cdot x}{b\sigma_b} = -\frac{6P\cdot g_1}{b\sigma_b}$ und hieraus x und h [f_e ergibt sich aus (8)].

Aus B 2b (8) erhält man ebenso bei doppelten Eiseneinlagen:

$$x^2 - 3mx^2 = -\frac{6P(m\cdot x - g_1)}{b\cdot\sigma_b} + \frac{6nf_e'}{b}(m\cdot x - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right) \text{ oder}$$

$$x^2(3m - 1) - \frac{6m\cdot x}{b}\left(\frac{P}{\sigma_b} - nf_e'\right) = \frac{-6Pg_1}{b\cdot\sigma_b} + \frac{6nh'f_e'}{b}\left(m + 1 - \frac{h'}{x}\right)$$

und hieraus x und h sowie f_e aus (9).

Für Plattenbalken ergibt sich ferner aus B 3b (7):

$$x^2 - 3m\cdot x^2 = \frac{-6P}{c\sigma_b}(m\cdot x - g_1) + d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left\{6m\cdot x - 3d - \frac{d(3m\cdot x - 2d)}{x}\right\} \text{ oder}$$

$$x^2(3m - 1) - \frac{6m\cdot x}{c}\left\{\frac{P}{\sigma_b} - d(b - c)\right\} = \frac{-6P\cdot g_1}{c\sigma_b} + 3d^2\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left(m + 1 - \frac{2d}{3x}\right)$$

und hieraus x und h sowie f_e aus (8).

Für Plattenbalken mit doppelten Eiseneinlagen ergibt sich aus B 4b (9)

$$x^2 - 3mx^2 = \frac{-6P\cdot b}{c\sigma_b}(m\cdot x - g_1) + \frac{6nf_e'}{c}(m\cdot x - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right) + d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left\{6mx - 3d - \frac{d(3mx - 2d)}{x}\right\} \text{ oder}$$

$$x^2(3m - 1) - \frac{6mx}{c}\left\{\frac{P}{\sigma_b} - nf_e' - d(b - c)\right\} = \frac{-6P\cdot g_1}{c\sigma_b} + \frac{6nh'f_e'}{c}\left(m + 1 - \frac{h'}{x}\right) + 3d^2\left(\frac{b}{c} - 1\right)\left(m + 1 - \frac{2d}{3x}\right),$$

und hieraus x und h sowie f_e aus (10).

Diese Formeln können zur Bestimmung der Stärke von Gewölben und Stützmauern mit einfachen oder doppelten Eiseneinlagen benutzt werden, indem zunächst für eine angenommene Form und Stärke die Druckkurve resp. die Resultante der Belastung bestimmt wird, und dann

$$g_1 = \frac{1}{3}(h + a) = \frac{1}{3}(mx + a)$$

(worin a = Abstand des Eisens vom Rand ist)

$$\text{oder} = -\frac{1}{3}(h + a) = -\frac{1}{3}(mx + a) \text{ oder auch} = 0$$

zu setzen ist, um hieraus nach Einsetzung in obige Formeln x, h und f_e zu berechnen.

Bei Annahme der zulässigen Spannungen $\sigma_b = 40^{\text{kg}}$ und $\sigma_e = 1000^{\text{kg}}$ erhält man als Verhältnis der Höhe h zu dem Abstand x der Nullinie den konstanten Wert $\frac{h}{x} = \frac{\sigma_e}{n\sigma_b} + 1 = \frac{8}{3}$, und zwar bei Platten und Platten-

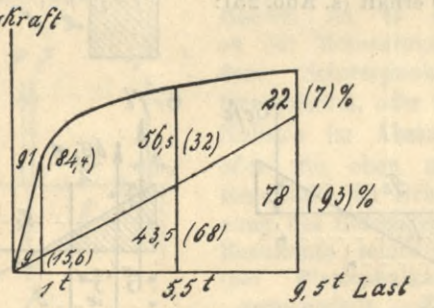


Abb. 26.

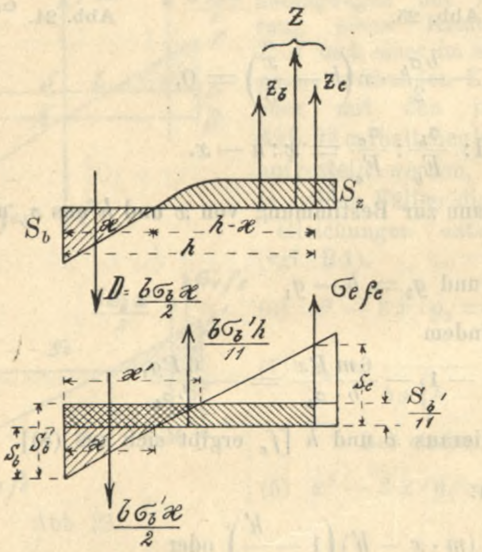


Abb. 27.

balken, so daß die Abweichung von dem Schwerpunkt des Querschnitts nicht groß ist. Dies gilt jedoch nur für $n = 15$, während für $n = 10$ das Verhältnis $\frac{h}{x} = 3{,}5$ wäre, somit x nur etwa $\frac{1}{3}h$ betragen würde. Wenn auch für kleine Beton- und Eisenbeanspruchungen der Wert 10 richtiger sein mag, so ist doch nach den Versuchen von Professor Schüle (Zeitschrift für Betoneisen 1903, Heft I) das Uebertragungsverhältnis n bis $\sigma_b = 30^{\text{kg}} = 2 - 10$, bis $50^{\text{kg}} = 12 - 20$, bis $84^{\text{kg}} = 21 - 31$, so daß $1:15$ den Beanspruchungen des Betons bis 40^{kg} entspricht (in der Schweiz wird $n = 20$ angenommen).

Die konstante Mitwirkung des Zugs im Beton geht nicht nur aus den Versuchen der französischen Kommission hervor, welche für Beton in Phase I — $0{,}04^{\text{mm}}$ und in Phase II $0{,}2 - 0{,}6^{\text{mm}}$ und in Phase III $0{,}6 - 1{,}35^{\text{mm}}$ Längenausdehnung pro lfd. $^{\text{m}}$ fand (die drei Phasen gehen bis zur Zugfestigkeit des Betons, zur Elastizitätsgrenze des Eisens und zum Bruch des Eisens), sondern auch aus den Versuchen von Schüle mit zwei Balken von $1{,}5^{\text{m}}$ Stützweite, welche die nebengezeichnete (in Prozenten ausgedrückte) Zugkraft des Betons und Eisens (aus den in Oeffnungen des Betons gemessenen Dehnungen des letzteren) feststellten. Erst bei $5{,}5^{\text{t}}$ Belastung traten Risse im gezogenen Beton ein, wofür eine Eisenspannung von 1310^{kg} berechnet wurde, so daß beinahe die Elastizitätsgrenze von 1450^{kg} erreicht war, und auch nachher nahmen die Eisenspannungen noch stetig zu, bis bei $12{,}5^{\text{t}}$ Belastung große Dehnungen eintraten, und bei $16{,}5$ $(14{,}3)^{\text{t}}$ der Bruch erfolgte.

Nach Barkhausen (Hannoversche Zeitschrift 1901) ist die nebengezeichnete Verteilung der Druck- und Zugspannungen des Betons anzunehmen, welche auch bei Annahme von $\sigma_z = \frac{\sigma_b}{10}$ statt 6^{kg} leicht zu berechnen ist, indem in sämtlichen Formeln (ohne den Zug des Betons) σ_b' und x' statt σ_b und x eingesetzt werden

$$\left(\text{wo } \sigma_b' = \frac{11}{10}\sigma_b \text{ und } x' = \frac{11}{10}x \text{ ist}\right),$$

ferner $\frac{b\sigma_b' \cdot h}{11}$ als Zugspannung des Betons im Abstand $\frac{h}{2}$ $\left(\text{statt } \frac{b\sigma_b(h - x)}{10} \text{ im Abstand } \frac{h - x}{3}\right)$ angenommen wird.

Nach den neuesten Versuchen der Materialprüfungsanstalt der Technischen Hochschule in Stuttgart, welche im Auftrage der Firma Wayß und Freytag ausgeführt wurden und deren Resultate in „Eisenbetonbau" von Professor Mörsch veröffentlicht worden sind (Abdruck in der Schweizer Bauzeitung 1905, Heft 25), trifft die obige Annahme der Resultante Z_b für die Zugspannungen des Betons nur bei größeren Spannungen des Eisens und Betons ein, indem sie dann annähernd bei $\frac{h - x}{2}$ liegt, während bei kleineren Spannungen der Abstand $\frac{h - x}{3}$ richtiger ist. Dies ist wohl darauf zurückzuführen, daß Z_b innerhalb der zulässigen Betonzugspannungen in $\frac{1}{3}$ Abstand vom Rande liegt, bis bei höheren Spannungen eine volle Ausnutzung des Zuges im Beton stattfindet (der Abstand $\frac{h - x}{3}$ vom Eisenquerschnitt f_e bildet die Vermittlung von beiden).

Trotzdem kann nach den ausgerechneten Beispielen eine Berücksichtigung der $= \frac{\sigma_b}{10}$ angenommenen zulässigen Zugspannung des Betons unterbleiben, indem sich dadurch die Druckspannung des Betons wenig ändert, und nur die Eisenspannung und der Eisenquerschnitt etwas reduziert wird, weshalb event. eine kleine Ueberschreitung der zulässigen Spannung des Eisens $\left(\text{bei Decken um } \frac{1}{10} \text{ und bei Balken um } \frac{1}{20}\right)$ zugelassen werden kann.

Nach verschiedenen Angaben ist die Druckfestigkeit des Betons für das Mischungsverhältnis

$1:\ 4 = 1:2:2$	. . . .	$200\,(-300)^{\text{kg}}$	zulässig $40\,(-50)^{\text{kg}}$,
$1:\ 6 = 1:2:4\ (1:3:3)$	. . .	$150\,(-200)^{\text{kg}}$	„ $30\,(-40)^{\text{kg}}$,
$1:10 = 1:3:7\ (1:5:5)$	. . .	$100\,(-150)^{\text{kg}}$	„ $20\,(-30)^{\text{kg}}$,

so daß bei allen diesen Mischungen Eiseneinlagen gemacht werden können (besonders bei Stützmauern), die auch im Verhältnis weniger beansprucht sein müssen (weil die Adhäsion gleichzeitig abnimmt).

Die Formeln zur Berechnung von Plattenbalken können auch auf Träger mit parallelen Gurtungen und Gewölbe mit einseitigen oder doppelten Rippen angewendet werden (s. Abb. 28). Die vorläufige Dimensionierung kann auch ohne Berücksichtigung des Drucks im Steg, und zwar zur Ermittlung von f_e und c (auch mit angenäherter Berechnung der Schubspannungen) stattfinden, sollte aber nachher berichtigt werden. Für die Berechnung von kontinuierlichen Platten und Plattenbalken ist die gewöhnliche Berechnung der Momente und Querkräfte erforderlich (vgl. die Tabelle Hütte 1902, II, S. 243, bei gleichen Stützweiten), wodurch sich vermittels der Formeln A 1 b, 2 b — c, 3 b und 4 b — c die Dimensionierung in der Mitte und an den Stützen ergibt (letztere haben oben Zugspannungen, so daß nur der Steg des Balkens in Betracht kommt).

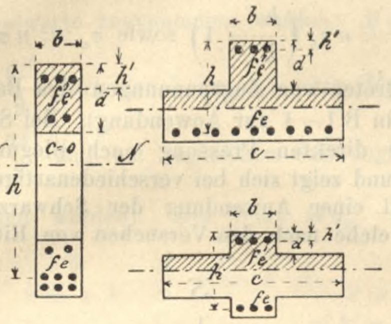


Abb. 28.

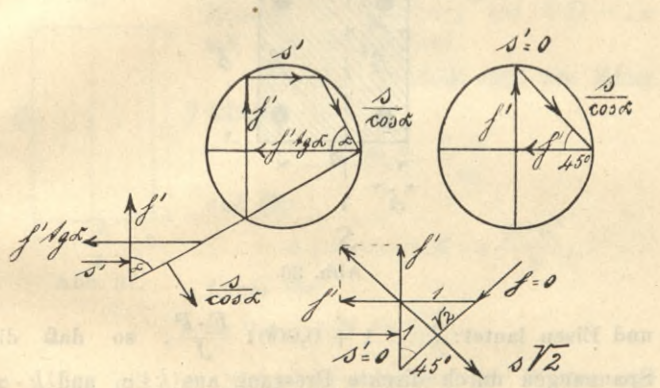


Abb. 29.

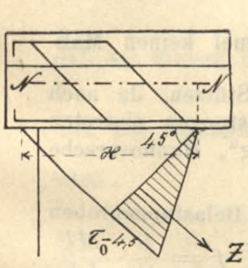


Abb. 30.

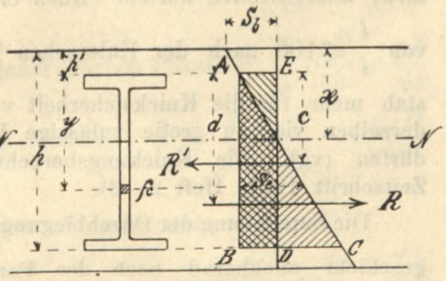


Abb. 31.

Ebenso kann auch nach der in den Leitsätzen angegebenen Weise die Berechnung der Schubspannungen mit Hülfe der Formeln A 3 a und 4 a geschehen, und sollte nach den nebengezeichneten Abb. 29 für $s_1 = 0$ (in der Nullinie) die schiefe Zugspannung $s \cdot \sqrt{2} = \mathfrak{h}' \sqrt{2}$ sein (auch in $s = -\frac{s_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{s_1}{2}\right)^2 + \mathfrak{h}'^2}$ wird für $s_1 = 0$, $s = \mathfrak{h}' = \frac{V \cdot St}{J \cdot b}$, wo $\frac{J}{St}$ = Abstand des Druck- und Zugmittelpunkts). Hiermit wird die ganze Zugkraft Z auf der horizontalen Strecke x (da $s\sqrt{2}$ auf die Breite $\sqrt{2}$ wirkt)

$$= \frac{\mathfrak{h}' \cdot x \cdot \overset{(c)}{b}}{\sqrt{2} \cdot 2} = \frac{(\tau_0 - 4{,}5) \cdot x \cdot \overset{(c)}{b}}{\sqrt{2} \cdot 2} \text{ (s. Abb. 30),}$$

oder ebenso groß, als in den Leitsätzen angenommen ist.

Bei der Berechnung der Adhäsion aus $\tau' = \frac{\tau_0 \cdot \overset{(c)}{b}}{n \cdot \pi d}$ ist eine Uebertragung derselben auf die abgebogenen Eisen nicht möglich, da dieselben durch die schiefe Zugspannung in Anspruch genommen sind und die letztere der Schubspannung (τ_0 — 4,5) entspricht. Unter Adhäsion ist aber die Spannung beim Herausziehen des Eisens aus dem Beton zu verstehen, welche in der Mitte der Träger am kleinsten ist, da hier $\tau_0 = 0$ werden kann (vgl. S. 30).

Statt der Rundeisen mit f_e und f_e' kann auch ein zusammenhängender Eisenquerschnitt F_e des Eisens vorhanden sein, und erhält man alsdann die Eisenspannungen aus $\triangle ABC$ — Rechteck $ABDE = R - R'$. Die Resultante R des $\triangle ABC$ ergibt sich aus (s. Abb. 31 u. 32)

$$d \cdot R = \Sigma f_e \cdot y \cdot \sigma_e, \text{ wo } \sigma_e = \frac{y}{x} \cdot n\sigma_b \text{ ist,}$$

$$\text{oder } d \cdot R = \frac{n\sigma_b}{x} \Sigma f_e \cdot y^2 = \frac{n\sigma_b}{x} \cdot J_e,$$

und weil $d = \frac{J_e}{St_e} = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{statisches Moment}}$ in Beziehung auf

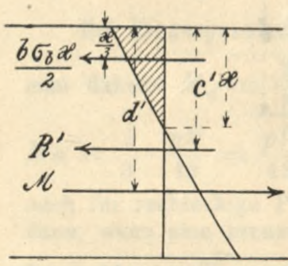


Abb. 32.

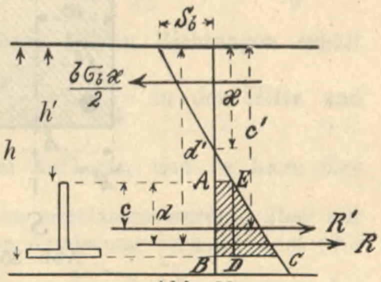


Abb. 33.

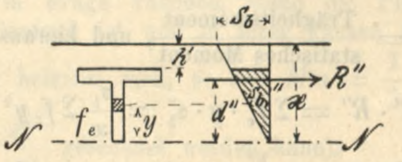


Abb. 34.

die Oberkante des Eisenquerschnitts, so wird $R = \frac{n\sigma_b}{x} \cdot St_e$.

Die Resultante R' des Rechtecks $ABDE$ ergibt sich aus $R' = \overset{(-)}{F_e} \cdot \frac{x - h'}{x} n\sigma_b$ (letzteres $= AE$), und zwar im Abstand $c = \frac{St_e}{F_e}$.

Durch das Gleichgewicht der nebengezeichneten Kräfte ist aber

$$R \overset{(+)}{-} R' = \frac{b\sigma_b x}{2} \text{ oder } \frac{n\sigma_b}{x} St_e - \frac{x - h'}{x} n\sigma_b \cdot F_e = \frac{b\sigma_b \cdot x}{2}$$

oder durch Auflösung nach x^2 und x:

$$x^2 + \frac{2nx \cdot F_e}{b} = \frac{2n}{b}(St_e + h' \cdot F_e) = \frac{2nF_e}{b} \cdot c',$$

wo $c' = c + h'$. Ferner ist die Momentgleichung von R aus:

$$M = \frac{b\sigma_b x}{2}\left(d' - \frac{x}{3}\right) \overset{(-)}{+} R'(d' - c'),$$

oder

$$\sigma_b = \frac{2M}{b\cdot x\left(d' - \frac{x}{3}\right) + 2nF_e\frac{x-h'}{x}(d'-c')},$$

wo $d' = d + h'$ ist. Es ergeben sich also dieselben Formeln wie für doppelte Eiseneinlagen, nur daß d' für h und $d' - c'$ für $h - h'$ steht (σ_e ist auch $= n\sigma_b\left(\frac{h}{x} - 1\right)$ vgl. A 2a). In ähnlicher Weise sind auch die Formeln für exzentrische Beanspruchung umzuwandeln.

Bei einfachen Eiseneinlagen (etwa mit einem ⊥-Eisen) ist auch statt $\sigma_e f_e$ — : $\cdot R$ (Resultante des $\triangle CDE$) im Abstand $d = \frac{J_e}{St_e}$ von der Oberkante des Eisenquerschnitts und R' (Resultante des Rechtecks $ABDE$) im Abstande $c = \frac{St_e}{F_e}$ in die allgemeinen Gleichungen des Gleichgewichts einzuführen, so daß in obigen Formeln die eingeklammerten Vorzeichen gelten, welche für x und σ_b verschwinden (s. Abb. 33).

Dasselbe Verfahren kann auch bei Abzug des (durch den Eisenquerschnitt wegfallenden) gedrückten Betons in Beziehung auf die Nullinie im Abstand x angewendet werden, wenn dies erforderlich sein sollte. Denn man

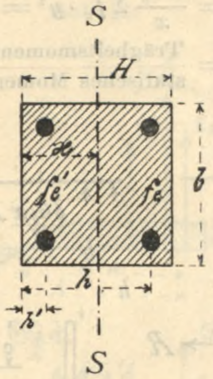


Abb. 35.

erhält den Abstand der Resultante R'' der Druckspannungen des Betons (in Beziehung auf die berechnete Nullinie) aus

$$d'' = \frac{J_e''}{St_e''} = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{statisches Moment}},$$ und hieraus (s. Abb. 34)

$$d'' \cdot R'' = \Sigma f_e \cdot y \cdot \sigma_b'' = \frac{\sigma_b}{x}\Sigma f_e y^2 =$$

$$= \frac{\sigma_b}{x} J_e'' = \frac{J_e''}{St_e''}\cdot R'' \text{ oder } R'' = \frac{\sigma_b}{x}\cdot St_e''.$$

Die obige Gleichung des Gleichgewichts heißt daher rechts $\frac{b\sigma_b x}{2} - \frac{\sigma_b}{x}St_e''$ und hieraus ergibt sich:

$$x^2 + \frac{2nx\cdot F_e}{b} = \frac{2nF_e\cdot c'}{b} + \frac{2}{b}St_e''$$

und der genaue Wert von x. Ebenso kommt in der Momentgleichung rechts noch hinzu:

$$-\frac{\sigma_b}{x}\cdot St''(d' - x + d''),$$

so daß

$$\sigma_b = \frac{2M}{b\cdot x\left(d' - \frac{x}{3}\right) + 2nF_e\left(1 - \frac{h'}{x}\right)(d' - c') - \frac{2St_e''}{x}(d' - x + d'')}$$

wird.

Auch bei Stützen und Gewölben sowie Stützmauern kann der Eisenquerschnitt aus Rundeisen oder I-Eisen bestehen, und sind die Größen F und J für $f_e = f_e'$ und bei symmetrischer Lage der neutralen Achse:

$$F = f_b + 2nf_e \text{ und } J = \frac{bH^3}{12} + 2nf_e\left(\frac{H}{2} - h'\right)^2,$$

sowie $\sigma_b = \frac{P}{F}$ und $\sigma_e = n\sigma_b$ und für verschiedenes f_e und f_e' sowie seitliche Lage der Nullinie erhält man

$$x = \frac{b\cdot\frac{H^2}{2} + n(hf_e + h'f_e')}{b\cdot H + n(f_e + f_e')}$$

und $$J = \frac{b\cdot x^3}{3} + \frac{b\cdot(H - x)^3}{3} + nf_e(h - x)^2 + nf_e'(x - h')^2,$$

und hieraus für exzentrische Beanspruchung des Querschnitts

$$\sigma_b = -\frac{P}{f_b + n(f_e + f_e')} \mp \frac{M\cdot x\ (\text{resp.}\ H - x)}{J}$$

und $\sigma_e = n\sigma_b\left(\frac{h}{x} - 1\right)$ sowie $\sigma_e' = n\sigma_b\left(1 - \frac{h'}{x}\right)$

(beim Auftreten von Zugspannungen des Betons kommen die Formeln B 1—4 zur Anwendung). Bei Stützen können außer der direkten Pressung noch Biegungsspannungen auftreten, und zeigt sich bei verschiedenartigen Spannungen der Vorteil einer Anwendung der Schwarz-Rankineschen Formel, welche nach den Versuchen von Ritter für Beton

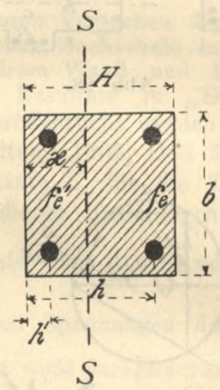


Abb. 36.

und Eisen lautet: $k = 1 + 0{,}0001\frac{F\cdot l^2}{J}$, so daß die Spannungen durch direkte Pressung aus $k\cdot\sigma_b$ und $k\cdot\sigma_e$ erhalten werden und hierzu noch die Biegungsspannungen kommen und beide zusammen die zulässigen Spannungen nicht überschreiten dürfen. Auch erhält man für Werte von $\frac{l}{i} < 100$ nach der Eulerschen Formel keinen Maßstab mehr für die Knicksicherheit von Stützen, da nach derselben viel zu große zulässige Belastungen eintreten dürfen (vgl. „die Knickungsberechnung", Hannoversche Zeitschrift 1904, Heft 2—3).

Die Berechnung der Durchbiegung bei Belastungsproben geschieht annähernd nach der Formel $f = \frac{5}{48}\cdot\frac{Ml^2}{JE_b}$ (resp. bei veränderlichem Trägheitsmoment für Mittelwerte von J), worin $M =$ Maximalbiegungsmoment, $l =$ Stützweite, $E_b = 200\,000$ kg/qcm, $J =$ Trägheitsmoment in Beziehung auf den Schwerpunkt des Querschnitts, oder genauer in Beziehung auf die neutrale Achse im Abstand x, wobei statt des Zugbetonquerschnitts der $n$fache Eisenbetonquerschnitt genommen wird (derselbe ist auch im Druckbetonquerschnitt mitzurechnen).

D. Ausführliche Beispiele zur Dimensionenberechnung.

Zur Berechnung von Betoneisenkonstruktionen bedarf es zunächst einer Feststellung der Annahmen für die Biegungsmomente sowie für die Schubspannungen.

Bei freier Auflagerung ist nach den Leitsätzen: bei Balken die Stützweite von Mitte zu Mitte der Auflagerung bzw. bei Platten die lichte Weite + Dicke der Platte in der Mitte zu rechnen $\left(\text{mit } M = \frac{pl^2}{8} \text{ bzw. } = \frac{P \cdot l}{4}\right)$.

Bei durchlaufenden Balken oder Platten gilt die Entfernung von Mitte zu Mitte der Unterstützungen als Stützweite, und können dieselben als kontinuierlich berechnet werden, wenn keine Querrippen vorhanden sind, welche die vertikale Lage der Stützen erhalten.

Die Berechnung von durchlaufenden (kontinuierlichen) Platten ergibt für g^{kg} pro lfd. Meter Eigengewicht und p^{kg} pro lfd. Meter Verkehrslast sowie gleichgroße Oeffnungen:

bei zwei Oeffnungen in der Mitte $Mq_m = \frac{gl^2}{14} + \frac{pl^2}{10{,}5}$, am Auflager $Mq_a = \frac{gl^2}{8} + \frac{pl^2}{8}$,

bei drei Oeffnungen in der Mitte $Mq_m = \frac{gl^2}{12{,}5} + \frac{pl^2}{10}$, am Auflager $Mq_a = \frac{gl^2}{10} + \frac{pl^2}{8{,}6}$,

bei vier Oeffnungen in der Mitte $Mq_m = \frac{gl^2}{13} + \frac{pl^2}{10{,}1}$, am Auflager $Mq_a = \frac{gl^2}{9{,}4} + \frac{pl^2}{8{,}3}$.

Mit Rücksicht darauf, daß auch die äußeren Oeffnungen eine teilweise Einspannung haben, können daher als Mittelwerte angenommen werden: $Mq_m = \frac{ql^2}{12}$ und $Mq_a = \frac{ql^2}{9}$ (nach den Leitsätzen wäre $Mq_m = \frac{ql^2}{10}$ und $Mq_a = \frac{ql^2}{8}$ und bei ungleichen Oeffnungen könnte dies beibehalten werden). Der Wert $Mq_m = \frac{ql^2}{12}$ entspricht auch dem Halbeingespanntsein in der Mitte $= \frac{2}{3} Mq$ max.

Die Durchbiegung einer rechteckigen Platte, welche auf vier Seiten aufliegt, ist nach Bach: „Elastizität und Festigkeitslehre" für den Schnitt || der langen Seite folgendermaßen zu berechnen: Die Platte sei belastet mit p^{kg} pro ^{qm}, so ist das Moment in Beziehung auf AB (der Gegendruck am Rand verteilt sich auf alle vier Seiten):

$$M = (a \cdot b \cdot p) \cdot \frac{b}{2(a+b)} \cdot \frac{a}{2} + (a \cdot b \cdot p) \cdot \frac{a}{2(a+b)} \cdot \frac{a}{4} - \left(\frac{a \cdot b \cdot p}{2}\right) \cdot \frac{a}{4} = \frac{a^2 \cdot b \cdot p}{4}\left(\frac{b}{a+b} + \frac{a}{2(a+b)} - \frac{1}{2}\right) =$$

$$= \frac{a^2 b^2 p}{8(a+b)} \text{ und pro Meter Länge } \frac{a^2 \cdot b \cdot p}{8(a+b)}$$

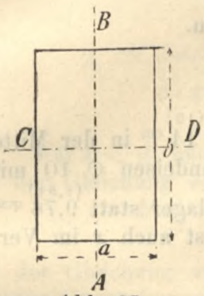


Abb. 37.

(bei kreuzweiser Armierung ist für das Moment in Beziehung auf CD —: a mit b zu vertauschen).

Für $a = b$ erhält man pro Meter Länge:

$$M = \frac{p \cdot a^2}{16}$$

und für

$$b = \infty —: M = \frac{p \cdot a^2}{8},$$

ferner für

$$b = 2a —: M = \frac{pa^2}{12}.$$

Dies gilt bei Nichteingespanntsein der Platte, und man erhält nach den Versuchen von Professor Bach bei Eingespanntsein derselben das Verhältnis $\frac{0{,}75}{1{,}12} = \frac{2}{3}$, so daß das Moment bei quadratischen Platten $= \frac{2}{3} \cdot \frac{pl^2}{16} = \frac{pl^2}{24}$ und bei rechteckigen Platten $1:2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{pl^2}{12} = \frac{p \cdot l^2}{18}$ wird.

Für eine Einzellast P erhält man

$$M = \frac{P \cdot b}{2(a+b)} \cdot \frac{a}{2} + \frac{P \cdot a}{2(a+b)} \cdot \frac{a}{4} = \frac{Pa}{4(a+b)}\left(b + \frac{a}{2}\right),$$

und daher bei quadratischer Platte $M = \frac{3P \cdot a}{16}$ und bei rechteckigen Platten $1:2$ —: $M = \frac{5P \cdot a}{24}$. Doch wirken die Gegendrücke des Randes hauptsächlich in der Mitte der Seiten, während die Ecken sich nach oben abheben, so daß annähernd $M = \frac{P \cdot a \cdot b}{4(a+b)}$ erhalten wird, oder $\frac{P \cdot a}{8}$ bzw. $\frac{P \cdot a}{6}$ und eingespannt $\frac{P \cdot a}{12}$ bzw. $\frac{P \cdot a}{9}$.

Bei Eingespanntsein nach beiden Richtungen erhält man daher: $M_m = \frac{2}{3} \cdot \frac{pl^2}{16} = \frac{pl^2}{24}$ in der Mitte und $Ma = \frac{2}{3} \cdot \frac{pl^2}{12} = \frac{pl^2}{18}$ am Auflager, und es kann dies auch für rechteckige Platten zugelassen werden, aber nur dann, wenn eine kreuzweise Armierung vorhanden ist (der Wert $Mm = \frac{pl^2}{28}$ und $Ma = \frac{pl^2}{20}$ kann nur dann bei kreuzweiser Armierung und die Hälfte bei einfacher Armierung in Frage kommen, wenn die Platte gleichzeitig durchlaufend ist und in ihrer ganzen Ausdehnung gleichförmig belastet wird, so daß $Mm = \frac{1}{2} \cdot \frac{gl^2}{14}$ und $Ma = \frac{1}{2} \cdot \frac{gl^2}{10}$ gerechnet werden kann).

Ist die Platte nur nach einer Richtung armiert, aber mit Querrippen versteift, so kann in der Mitte $Mm = \frac{1}{2}\left(\frac{pl^2}{12} + \frac{pl^2}{24}\right) = \frac{pl^2}{16}$ und am Auflager $Ma = \frac{1}{2}\left(\frac{pl^2}{9} + \frac{pl^2}{18}\right) = \frac{pl^2}{12}$ gewählt werden, wodurch auch die rechteckige Form der Platte und der Einfluß von Erschütterungen genügend berücksichtigt ist.

Die in den folgenden Beispielen angewendete Berechnung der Schubspannungen entspricht derjenigen der Leitsätze. Dieselbe ist neuerdings bekämpft worden, indem behauptet wird, daß die Resultante der horizontalen und vertikalen Schubspannungen $\tau_0 \cdot \sqrt{2}$ mit

$$\frac{(\tau_0 - 4{,}5) \cdot b \cdot x \cdot \sqrt{2}}{2} \text{ statt mit } \frac{(\tau_0 - 4{,}5) \cdot b \cdot x}{2\sqrt{2}}$$

zu berechnen ist. Nach Abschnitt C (S. 27) verteilt sich der Wert $\tau_0 \sqrt{2}$ auf die Breite $\sqrt{2}$, so daß die schiefe Zugspannung pro Zentimeter Breite $= \tau_0$ ist und ihre Verteilung auf die Breite $\frac{x}{\sqrt{2}}$ erfolgt. Die abgebogenen Eisen nehmen aber die horizontale und die vertikale Schubspannung $\tau_0 = \frac{Q}{b\left(h - \frac{x}{3}\right)}$ auf, welche bis zu $4{,}5^{\text{kg}}$ vom Beton übernommen wird, ohne daß Risse entstehen, während der Rest von den Eisen aufzunehmen ist.

Die Bügel werden aus praktischen Gründen angewendet und können nach den Versuchen von Professor Mörsch (Schweizer Bauzeitung 1904, Heft 26, 27) nicht gegen die Schubspannungen verwendet werden (bei den Versuchen von Ingenieur Zipkes fehlt gerade die Durchbiegung, welche erst horizontale Schubspannungen hervorruft. Dieselben zeigen nur die vertikale Abscherung, welche durch die eingelegten Spiralen ohne Mitwirkung der Durchbiegung stattfindet; Betoneisen 1906, Heft III).

Da die Bügel nicht mit den Eiseneinlagen fest verbunden sind, so können sie sich mit dem Beton verschieben, weil sie nirgends festgehalten werden und nur bei einer eingetretenen Abscherung des Betons als Dübel in Wirksamkeit treten, wie dies auch die Versuche von Professor Mörsch dartun. (Betoneisenbau von Wayß u. Freytag 1906, S. 127—133).

Wenn die Bügel Teile einer zusammenhängenden Eisenkonstruktion wären, dann könnten sie auch den Schub aufnehmen, aber in erster Linie wirken auch hierbei Diagonalen gegen seitliche Verschiebung, so daß die abgebogenen Eisen hierfür in Betracht kommen (bei Brücken mit vertikalen Pfosten sind die Bügel durch Eisen zusammengehalten, so daß sie als Ganzes wirken).

Auch für die Adhäsion ist die Berechnung nach den Leitsätzen beibehalten worden, indem die horizontale Schubspannung $\tau_0 \cdot b = \frac{Q}{h - \frac{x}{3}}$ aus der Differenz der Kräfte in zwei aufeinanderfolgenden Querschnitten abgeleitet wird, und zwar sowohl im gedrückten Beton als auch im gezogenen Eisen und für die Länge dl gilt (Portlandzement und seine Anwendung S. 243).

In der Mitte der Brücke kann daher die Adhäsion für $\tau_0 = 0$ verschwinden, aber wegen der Durchbiegung des Balkens erscheint sie schon im nächsten Querschnitt wieder $\left(\text{entsprechend dem Wert von } \tau_1 = \frac{Q}{\left(h - \frac{x}{3}\right) n \pi d}\right)$ und nimmt bis zum Auflager hin zu. Aus der Abbildung geht auch hervor, daß die Adhäsion für die Länge dl nur durch die horizontalen Eisen aufgenommen werden kann, da sie der Verschiebung des unteren Teils gegenüber dem oberen Teil (oder umgekehrt) entgegenwirken, während die nach oben abgebogenen Eisen allein die schiefe Zugkraft aufzunehmen haben, insoweit sie nicht vom Beton aufgenommen wird.

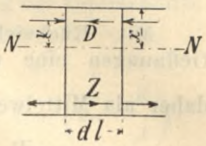


Abb. 38.

Bei gezogenen oder gedrückten Stäben kommt es hauptsächlich darauf an, daß sie eine genügende Länge sowie umgebogene Enden erhalten, und ist die erstere

$$= \frac{\frac{\pi d^2}{4} \cdot \sigma}{\pi \cdot d \cdot 7{,}5}$$

(für σ sind 1000^{kg} zulässig) zu machen.

1. Berechnung einer Deckenkonstruktion für ein Lagerhaus.

Die Decke ruht auf zwei Reihen von Mittelpfeilern und kann infolge des Vorhandenseins von Längs- und Querrippen mit $Mm = \frac{ql^2}{16}$ in der Mitte und $Ma = \frac{ql^2}{12}$ am Auflager gerechnet werden.

Die Nutzlast soll $1000^{\text{kg}}/_{\text{qm}}$ betragen, so daß für ein Eigengewicht von ca. $0{,}12 \cdot 2400 =$ rd. 300^{kg} erhalten wird (bei 2 Stützweiten $= 3{,}2$ und $2{,}9^{\text{m}}$):

$$Mm = \frac{1{,}3 \cdot \overset{(2,9)_2}{3{,}2}}{16} = \overset{(0,683)}{0{,}832}^{\text{mt}} \text{ und } M_a = \frac{1{,}3 \cdot \overset{(2,9)_2}{3{,}2}}{12} = \overset{(0,911)}{1{,}110}^{\text{mt}}.$$

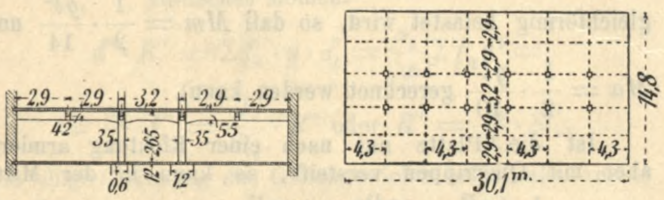


Abb. 39.

Hieraus ergibt sich nach A 1 b:

$$x = \sqrt{\frac{6\, M^{\text{cmkg}}}{7 b \cdot \sigma_b}} = \overset{(3,83)}{4{,}22}^{\text{cm}}$$

(für $b = 100^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 40^{\text{kg}}$) in der Mitte und $= \overset{(4,42)}{4{,}88}^{\text{cm}}$ am Auflager.

Ferner ist $h = m \cdot x = \frac{8}{3} x = \overset{(10,2)}{11{,}2}^{\text{cm}}$ in der Mitte und $\overset{(11,8)}{13{,}0}^{\text{cm}}$ am Auflager und

$$fe = \frac{b \cdot x}{50} = \frac{100 \cdot \overset{(3,83)}{4{,}22}}{50} = \overset{(7,66)}{8{,}44}^{\text{qcm}} \text{ bzw. } = \overset{(8\ 84)}{9{,}76}^{\text{qcm}}.$$

Bei einer Stärke der Platte von $\overset{(12)}{14}^{\text{cm}}$ in der Mitte und 18^{cm} am Auflager genügen 10 Rundeisen Φ 10 mit $fe = 7{,}85^{\text{qcm}}$ an beiden, indem am Auflager statt $\overset{(8,84)}{9{,}76}^{\text{qcm}}$ erforderlich wird (für das größere h ist auch x im Verhältnis größer anzunehmen)

$$\frac{13{,}0 - \frac{4{,}88}{3}}{16{,}5 - \text{ca. } 2\left(= \frac{x}{3}\right)} \cdot 9{,}76 = 7{,}65^{\text{qcm}}$$

bzw.

$$\frac{11{,}8 - \frac{4{,}42}{3}}{16{,}5 - \text{ca. } 2} \cdot 8{,}84 = 6{,}30^{\text{qcm}}.$$

Die Formeln A 1 a ergeben alsdann in der Mitte (für $b = 100^{\text{cm}}$, $f_e = 7{,}85^{\text{qcm}}$, $h = \overset{(10,5)}{12{,}5}^{\text{cm}}$): $x = \overset{(3,93)}{4{,}38}^{\text{cm}}$, $\sigma_b = \overset{(37,9)}{34{,}4}^{\text{kg}}$, $\sigma_e = \overset{(950)}{957}^{\text{kg}}$ und am Auflager (für $b = 100^{\text{cm}}$, $f_e = 7{,}85^{\text{qcm}}$, $h = \overset{(16,5)}{16{,}5}^{\text{cm}}$): $x = \overset{(5,16)}{5{,}16}^{\text{cm}}$, $\sigma_b = \overset{(26,4)}{29{,}1}^{\text{kg}}$, $\sigma_e = \overset{(870)}{960}^{\text{kg}}$.

Von diesen 10 Rundeisen können zwei unten durchgehen, acht nach oben abgebogen werden und zwei weitere oben eingelegt werden, welche die Spannungen in der Mitte nach A 2 a noch mehr reduzieren.

Die Querrippen erhalten eine Stützweite $= 4{,}30^{\text{m}}$ und als Maximalbelastung

$$(1000 + 300) \cdot \frac{2{,}9 + 3{,}2}{2} + \text{ca. } 135 = \text{rd. } 4100^{\text{kg}}.$$

Auch hier ist

$$Mm = \frac{4{,}1 \cdot 4{,}3^2}{16} = 4{,}74^{\text{mt}} \text{ und } Ma = \frac{4{,}1 \cdot 4{,}3^2}{12} = 6{,}32^{\text{mt}}$$

und letzteres Moment am Ende der Querrippen

$$= \frac{\text{ca. } 0{,}75}{0{,}9} \cdot 6{,}32 = 5{,}27^{\text{ mt}},$$

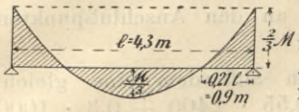


Abb. 40.

indem für Eingespanntsein am Auflager $0{,}21\, l = 0{,}9^{\text{ m}}$ dem negativen Moment entspricht (bei $\frac{p l^2}{16}$ in der Mitte noch weniger).

Man erhält daher nach A 1 b:

$$x = \sqrt{\frac{6 \cdot 474\,000}{7 \cdot 143 \cdot 40}} = 8{,}45^{\text{ cm}}$$

$$\left(\text{für } b = \frac{430}{3} = 143^{\text{ cm}},\ \sigma_b = 40^{\text{ kg}}\right)$$

und $x = \sqrt{\frac{6 \cdot 527\,000}{7 \cdot 21 \cdot 40}} = 23{,}2^{\text{ cm}}$ (für $b = 21^{\text{ cm}}, \sigma_b = 40^{\text{ kg}}$),

somit $\quad h = \frac{8}{3}\, x = 22{,}5^{\text{ cm}}$ bzw. $61{,}9^{\text{ cm}}$

und $f_e = \frac{143 \cdot 8{,}45}{50} = 24{,}16^{\text{ qcm}}$ bzw. $\frac{21 \cdot 23{,}2}{50} = 9{,}72^{\text{ qcm}}$.

Mit Rücksicht auf die Schubspannungen ist eine Breite der Rippe von $21^{\text{ cm}}$ und eine Höhe von $42^{\text{ cm}}$ erforderlich, so daß man erhält für

$$h = 39^{\text{ cm}},\ f_e = \frac{22{,}5 - \frac{8{,}45}{3}}{39 - \text{ca. } 4} \cdot 24{,}16 = 13{,}6^{\text{ qcm}},$$

d. h. es würden $4\,\Phi\, 21 = 13{,}86^{\text{ qcm}}$ genügen, von welchen zwei nach oben abzubiegen sind und zwei unten durchgehen, so daß nach A 1 a: $x = 9{,}3^{\text{ cm}}$, $\sigma_b = 19{,}9^{\text{ kg}}$, $\sigma_e = 953^{\text{ kg}}$ wird.

Ist bei verschiedener Stärke der Decken rechts $= d'$ und links $= d''$ gleichzeitig x größer als d', so erhält man aus den allgemeinen Gleichungen des Gleichgewichts in A 3 für die Breiten b' und b'' (wobei $b' + \frac{c}{2}$ und

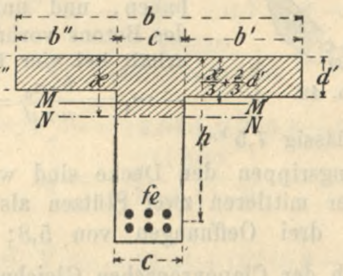


Abb. 41.

$b'' + \frac{c}{2} \overline{\overline{<}} \frac{l}{6}$ sind) nach (1) und (2) $n\, \frac{(h - x)}{x}\, \sigma_b \cdot f_e = \frac{b\, \sigma_b\, x}{2} - \frac{b'\, \sigma_b}{2}\, \frac{(x - d')^2}{x} - \frac{b'' \cdot \sigma_b}{2}\, \frac{(x - d'')^2}{x}$

(vgl. A 3 (2) wegen des Abzugs) oder

$$2\, n h f_e - 2\, n x f_e = b \cdot x^2 - b' x^2 + 2\, b' d' x - b' d'^2 - b'' x^2 + 2\, b'' d'' \cdot x - b'' d''^2 \text{ oder}$$

$$(4) \qquad c \cdot x^2 + 2\, x\, (n f_e + b' \cdot d' + b'' \cdot d'') = 2\, n\, f_e\, h + b' d'^2 + b'' d''^2.$$

Nach (1) und (3) ist

$$M = \frac{b \cdot \sigma_b\, x\, 2\, d'}{2 \cdot 3} + n\left(\frac{h}{x} - 1\right) \cdot \sigma_b \cdot f_e\left(h - \frac{x}{3} - \frac{2}{3} d'\right) - \frac{b'' \cdot \sigma_b\, (x - d'')^2}{2\, x} \cdot \frac{2}{3} (d' - d'') \text{ oder}$$

$$(5) \qquad \sigma_b = \frac{3\, M}{b \cdot x \cdot d' - b''\, \frac{(x - d'')^2}{x}\, (d' - d'') + n\left(\frac{h}{x} - 1\right) \cdot f_e\, (3\, h - x - 2\, d')},\ \sigma_e = n\, \sigma_b \left(\frac{h}{x} - 1\right).$$

Für $x < d'$ und $> d''$ fällt $b' \cdot x^2$, $2\, b' d' x$ und $b' d'^2$ in der Gleichung vor (4) fort, und ebenso

$$\frac{b''\, \sigma_b\, (x - d'')^2}{2\, x} \cdot \frac{2}{3}\, (d' - d'')$$

in der Gleichung vor (5) mit d'' statt d' (bei doppelten Eiseneinlagen kommen nur die Glieder mit f_e' in A 4 a hinzu). Zur Dimensionierung genügt ein Mittelwert

$$d \overline{\overline{<}} \frac{b' \cdot d' + b'' d''}{2\, (b' + b'')}$$

für die Breite b.

Am Auflager ist $h = 62^{\text{ cm}}$ erforderlich, während $52^{\text{ cm}}$ (bei $55^{\text{ cm}}$ Höhe der Querrippen) vorhanden sind, so daß doppelte Eiseneinlagen gemacht werden müssen. Man erhält daher nach A 2 d:

$$x = \frac{3}{8}\, h = \frac{3}{8} \cdot 52 = 19{,}5^{\text{ cm}},$$

$$\sigma_e' = n \cdot \sigma_b \left(1 - \frac{h'}{x}\right) = 15 \cdot 40 \left(1 - \frac{3}{19{,}5}\right) = 508^{\text{ kg}};$$

$$n\left(1 - \frac{h'}{x}\right) \cdot f_e'\, (h - h') = \frac{M}{\sigma_b} - \frac{b\, x}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right) \text{ oder}$$

$$\frac{508}{40}\, f_e' \cdot 49 = \frac{527\,000}{40} - \frac{21 \cdot 19{,}5}{2}\left(52 - \frac{19{,}5}{3}\right) \text{ oder}$$

$f_e' = 6{,}20^{\text{ qcm}}$ und

$$25\, f_e = \frac{\sigma_e' f_e'}{\sigma_b} + \frac{b \cdot x}{2} = \frac{508 \cdot 6{,}2}{40} + \frac{21 \cdot 19{,}5}{2}\left(52 - \frac{19{,}5}{3}\right)$$

oder $f_e = 11{,}35^{\text{ qcm}}$.

Für $b = 21^{\text{ cm}}$, $f_e = 4\,\Phi\,21 = 13{,}86^{\text{ qcm}}$, $f_e' = 2\,\Phi\,21 = 6{,}93^{\text{ qcm}}$, $h = 52^{\text{ cm}}$, $h' = 3^{\text{ cm}}$ ergibt sich nach A 2 a $x = 20{,}9^{\text{ cm}}$, $\sigma_b = 37^{\text{ kg}}$, $\sigma_e = 826^{\text{ kg}}$.

Zur Berechnung der Schubspannungen ist

$$Q = \frac{4{,}100 \cdot 4{,}3}{2} = 8{,}82^{\text{ t}}$$

(die Kontinuität braucht hierbei nicht berücksichtigt zu werden, da Einspannung vorherrschend ist), und im Abstand 0,15 und $0{,}60^{\text{ m}}$ vom Auflager $\left(\text{die Abschrägung endigt annähernd bei } \frac{0{,}21\, l}{2} = 0{,}45^{\text{ m}}\right)$

$$Q = \frac{1{,}0 \cdot \frac{2{,}9 + 3{,}2}{2} \cdot \overset{(3{,}70)}{4{,}15^2}}{4{,}3 \cdot 2} + (4{,}1 - 3{,}05)\left(\frac{4{,}3}{2} - \overset{(0{,}60)}{0{,}15}\right) = \overset{(6{,}48)}{8{,}21^{\text{ t}}}, \text{ somit}$$

$$\tau_0 = \frac{Q}{\left(h - \frac{x}{3}\right) \cdot b} = \frac{8210}{\left(52 - \frac{20{,}9}{3}\right) \cdot 21} = 8{,}68^{\text{ kg}} \text{ bzw. } = \frac{6480}{\left(39 - \frac{9{,}3}{3}\right) \cdot 21} = 8{,}60^{\text{ kg}}, \text{ zulässig } 4{,}5^{\text{ kg}}.$$

Der Wert $4{,}5^{\text{ kg}}$ wird erreicht bei

$$\frac{6480 \cdot 4{,}5}{8{,}60} = 3390^{\text{ kg}}$$

und hierfür ist $\frac{3{,}05 \cdot x^2}{4{,}3 \cdot 2} + 1{,}05\, (x - 2{,}15) = 3{,}390$ oder $x = 2{,}78^{\text{ m}}$, so daß der Abstand vom Auflager $= 152^{\text{ cm}}$ wird.

Die schiefe Zugspannung ergibt sich aus der schraffierten Fläche, indem (vgl. S. 27)

$$Z = \frac{152 - 60}{\sqrt{2}} \, \frac{(8{,}60 - 4{,}5)}{2} \cdot 21 +$$

$$+ \frac{(60 - 15)}{\sqrt{2}} \cdot \left\{\left(\frac{8{,}68 + 8{,}60}{2} - 4{,}5\right)\right\} \cdot 21 = 5568^{\text{kg}}$$

wird, somit $\sigma = \dfrac{5568}{6{,}93} = 803^{\text{kg}}$ ist.

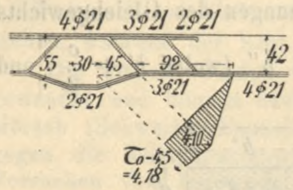


Abb. 42.

Die Adhäsionsspannung ist für die nach oben abgebogenen Eisen zu berechnen, da sie die Zugspannungen aufzunehmen haben, und unten der Druck des Betons vorhanden ist. Man erhält bei vier Rundeisen Φ 21 $- : \tau_1 = \dfrac{b \cdot \tau_0}{n \pi d} = \dfrac{21 \cdot 8{,}68}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}1}$ $= 6{,}9^{\text{kg}}$, zulässig $7{,}5^{\text{kg}}$.

Die Längsrippen der Decke sind wegen der Nachgiebigkeit der mittleren zwei Stützen als kontinuierliche Träger mit drei Oeffnungen von 5,8; 3,2; $5{,}8^{\text{m}}$ zu berechnen. Als Belastung durch Einzellasten erhält man $4{,}1 \cdot 4{,}0 = 17{,}4^{\text{t}}$ bzw. $2{,}9 \cdot 1{,}3 + 0{,}13 = 3{,}9^{\text{t}}/_{\text{m}}$ und $\dfrac{3{,}9 \cdot 4{,}0}{2} = 15{,}6^{\text{t}}$, und zwar an den Anschlußpunkten der Querrippen.

Die Längsrippen erhalten außerdem eine gleichförmige Belastung $= 0{,}3 \cdot 0{,}55 \cdot 2400 + 0{,}3 \cdot 1000$ $=$ rd. $700^{\text{kg}}/_{\text{m}}$ (die Belastung verteilt sich durch die Armierung auf die Querrippen, und von diesen auf die Längsrippen). Vom Eigengewicht ergeben sich die Einzel-

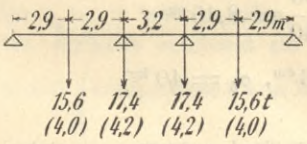
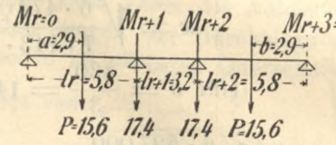


Abb. 43.



Abg. 44.

lasten $\dfrac{300}{1300} \cdot \overset{(4100-135)}{3965}$ (s. S. 30) $= 1050^{\text{kg}}/_{\text{m}}$ oder $1{,}05 \cdot 4 = 4{,}2^{\text{t}}$ und $\dfrac{300}{1300} \cdot \overset{(3900-130)}{3770}$ (s. S. 32) $= 1000^{\text{kg}}/_{\text{m}}$ oder 4^{t}, ferner (nach Obigem) $400^{\text{kg}}/_{\text{m}}$ gleichförmige Belastung.

Nach der Clapeyronschen Gleichung (Weyrauch, kontinuierliche Träger, S. 8) ist:

$$M_r \cdot l_r + 2\, M_{r+1}\, (l_r + l_{r+1}) + M_{r+2} \cdot l_{r+1} = - \frac{q_r\, l_r^{\,3}}{4} - \frac{q_{r+1} \cdot l_{r+1}^{\;3}}{4} - \sum^{r} \frac{P \cdot a\,(l_r^2 - a^2)}{l_r} - \sum^{r+1} \frac{P \cdot b\,(l_{r+1}^{\;2} - b^2)}{l_{r+1}}$$

und durch Einsetzung der Belastungswerte wird:

(1) $\quad 2\, M_2 \cdot 9 + 3{,}2\, M_3 = - \dfrac{0{,}7}{4} \cdot (5{,}8^3 + 3{,}2^3) - \dfrac{15{,}6}{2} \cdot 2{,}9^2 \cdot 3 = - 236{,}68$ bei Vollbelastung von I und II.

(2) $\quad M_2 \cdot 3{,}2 + 2\, M_3 \cdot 9 = - \dfrac{0{,}7 \cdot 3{,}2^3 + 0{,}4 \cdot 5{,}8^3}{4} - \dfrac{4}{2} \cdot 2{,}9^2 \cdot 3 = - 75{,}71$ bei Vollbelastung von I und II.

(3) $\quad M_2 \cdot 3{,}2 + 2\, M_2 \cdot 9 = - \dfrac{\overset{(0,7)}{0{,}4} \cdot 3{,}2^3 + \overset{(0,4)}{0{,}7} \cdot 5{,}8^3}{4} - \dfrac{15{,}6}{2} \cdot 2{,}9^2 \cdot 3 = - \overset{(-25,25)}{234{,}22}$ bei Vollbelastung von I und $\overset{(II)}{\text{III}}$.

Auf (1) und (2) ergibt sich: $M_2 = \dfrac{- 9 \cdot 236{,}68 + 1{,}6 \cdot 75{,}71}{2\,(81 - 1{,}6^2)} = - \dfrac{2008{,}98}{156{,}9} = - 12{,}80^{\text{mt}}$,

$$M_3 = \frac{- 9 \cdot 75{,}71 + 1{,}6 \cdot 236{,}68}{2\,(81 - 1{,}6^2)} = - \frac{302{,}50}{156{,}9} = - 1{,}93^{\text{mt}}.$$

Aus (3) erhält man: $M_2 = M_3 = \dfrac{- 234{,}22}{21{,}2} = - 11{,}05^{\text{mt}} \left(\text{bzw.} = - \dfrac{25{,}25}{21{,}2} = - 1{,}19^{\text{mt}}\right)$.

Das Maximalbiegungsmoment in der Mitte von Oeffnung I ist daher:

$$M \max = - \frac{11{,}05}{2} + \frac{0{,}7 \cdot 5{,}8^2}{8} + 15{,}6 \cdot \frac{5{,}8}{4} = + 20{,}04^{\text{mt}}$$

(in der Mittelöffnung erhält man $M \max = - \overset{(-1,19)}{11{,}05} + \dfrac{\overset{(0,7)}{0{,}4} \cdot 3{,}2^2}{8} = - \overset{(-0,29)}{5{,}93}{}^{\text{mt}}$ in der Mitte, so daß hier oben Zugspannungen eintreten).

Die Höhe und der Eisenquerschnitt der Längsrippen ergeben sich aus den Formeln A 3 b:

$$7\, x^2 + 16 \cdot d \left(\frac{b}{c} - 1\right) \cdot x = \frac{6\, M}{c\, \sigma_b} + d^2 \left(\frac{b}{c} - 1\right)\left(11 - \frac{2\, d}{x}\right)$$

und für $b = \dfrac{580}{3} = 193^{\text{cm}}$, $d = 12^{\text{cm}}$, $c = 30^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 40^{\text{kg}} : 7\, x^2 + 16 \cdot 12 \left(\dfrac{193}{30} - 1\right) \cdot x = \dfrac{6 \cdot 2\,004\,000}{30 \cdot 40} +$

$$+ 12^2 \left(\frac{193}{30} - 1\right) \cdot \left(11 - \frac{\overset{(ca.\ 1)}{2 \cdot 12}}{x}\right) \text{ oder } x^2 + 149{,}0\, x = 1431 + \overset{(1056)}{1118} = \overset{(2487)}{2549}$$

und $x = - 74{,}5 + \sqrt{74{,}5^2 + \underset{(2487)}{2549}} = \underset{(15,1)}{15{,}5}{}^{\text{cm}}$ und bei Einsetzung von $x = 15{,}5^{\text{cm}}$ in $\dfrac{2\, d}{x} = 15{,}1^{\text{cm}}$.

Ferner ist:

$$h = \frac{8}{3}\, x = \frac{8}{3} \cdot 15{,}1 = 40{,}3^{\text{cm}};\ \ 25\, f_e = d\,(b - c)\left(1 - \frac{d}{2\, x}\right) + \frac{c \cdot x}{2} = 12\,(193 - 30)\left(1 - \frac{12}{30{,}2}\right) + \frac{30 \cdot 15{,}1}{2}$$

oder $f_e = 56{,}3^{\text{qcm}}$.

Bei der angenommenen Gesamthöhe von 55^{cm} ergibt sich für $h = 47^{\text{cm}} : f_e = \dfrac{40{,}3 - \dfrac{15{,}1}{3}}{47 - \text{ca. } 5{,}5} \cdot 56{,}3 = 48{,}0^{\text{qcm}}$, d. h. es genügen $8\ \Phi\ 28 = 49{,}26^{\text{qcm}}$ und man erhält,

aus A 3 a: $x^2 + 2\, x \left\{\dfrac{n f_e}{c} + d \left(\dfrac{b}{c} - 1\right)\right\} = \dfrac{2\, n f_e \cdot h}{c} +$

$$+ d^2 \left(\frac{b}{c} - 1\right) \text{ oder } x^2 + 2\, x \left\{\frac{15 \cdot 49{,}3}{30} + 12 \left(\frac{193}{30} - 1\right)\right\} =$$

$$= \frac{2\cdot 15\cdot 49,3\cdot 47}{30} + 12^2\left(\frac{193}{30}-1\right) \text{ oder}$$

$$x^2 + 2x\cdot 89,85 = 3095,\quad x = -89,85 + \sqrt{89,85^2+3095} = 15,8^{\text{cm}},$$

$$\sigma_b = \frac{3M}{b\cdot x\cdot d + n\left(\frac{h}{x}-1\right)f_e\,(3h-2d-x)} =$$

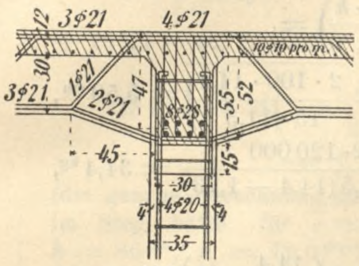


Abb. 45.

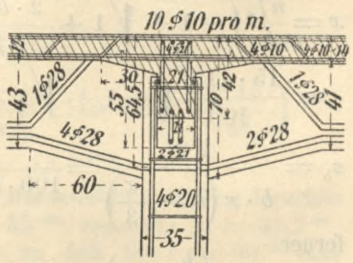


Abb. 46.

$$= \frac{3\cdot 2\,004\,000}{193\cdot 15,8\cdot 12 + 15\left(\frac{47}{15,8}-1\right)\cdot 49,3\,(3\cdot 47 - 2\cdot 12 - 15,8)} =$$

$$= \frac{60,12}{0,366+1,479} = 32,6^{\text{kg}},$$

$$\sigma_e = n\sigma_b\left(\frac{h}{x}-1\right) = 15\cdot 32,6\left(\frac{47}{15,8}-1\right) = 966^{\text{kg}}.$$

Für das negative Moment $M = -12,80^{\text{mt}}$ erhält man bei der Gesamthöhe von 70^{cm} und $h = 64,5^{\text{cm}}$, $b = 30^{\text{cm}}$ nach A 2 d: $x = \frac{3}{8}\cdot 64,5 = 24,2^{\text{cm}}$;

$$\sigma_e' = n\cdot\sigma_b\left(1-\frac{h'}{x}\right) = 15\cdot 40\cdot\left(1-\frac{5,5}{24,2}\right) = 464^{\text{kg}};$$

$$\frac{\sigma_e'}{\sigma_b}\cdot f_e'(h-h') = \frac{M}{\sigma_b} - \frac{b\,x}{2}\cdot\left(h-\frac{x}{3}\right)$$

oder
$$\frac{464}{40}\cdot f_e'(64,5-5,5) = \frac{1\,280\,000}{40} - \frac{30\cdot 24,2}{2}\left(64,5-\frac{24,2}{3}\right)$$

oder $f_e' = 16,8^{\text{qcm}}$,

ferner
$$25\,f_e = \frac{\sigma_e' f_e'}{\sigma_b} + \frac{b\cdot x}{2} = \frac{464}{40}\cdot 16,8 + \frac{30\cdot 24,2}{2}$$

oder $f_e = 22,3^{\text{qcm}}$, somit genügen unten drei und oben vier Rundeisen Φ 28, und es können die vier oberen Rundeisen Φ 28 nach oben abgebogen werden und die vier unteren nach unten.

Die Berechnung nach A 2 a ergibt alsdann für $f_e = f_e' = 24,6^{\text{qcm}}$: $x = 23,6^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 34,3^{\text{kg}}$, $\sigma_e = 890^{\text{kg}}$. (In der Mittelöffnung genügen für $M = -5,93^{\text{mt}}$ oben 2 ⌀ 28 und unten 4 Φ 28 in der Mitte, und oben 4 Φ 28 und unten 2 Φ 28 am Ende.)

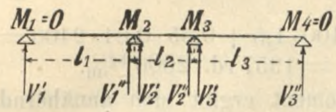


Abb. 47.

Die Querkräfte am Auflager ergeben sich aus Weyrauch, kontinuierliche Träger, S. 8 und 9:

links: $$V_r' = \frac{M_{r+1}-M_r}{l_r} + \frac{\sum_r^r P(l_r-a)}{l_r} + \frac{g_r\,l_r}{2},$$

rechts: $$V_r'' = \frac{M_{r+1}-M_r}{l_r} - \frac{\sum_r^r P\cdot a}{l_r} - \frac{g_r\,l_r}{2}$$ oder

$$V_1'' = \frac{1}{5,8}(-12,80-2,9\cdot 15,6) - \frac{0,7\cdot 5,8}{8} = -12,04^{\text{t}}$$

und

$$V_2' = \frac{1}{3,2}(-1,93+12,80) + \frac{0,7\cdot 3,2}{2} = +4,52^{\text{t}}.$$

Der Auflagerdruck ist

$$Q_2 = V_2' - V_1'' = 4,52 + 12,04 = 16,56^{\text{t}}$$

und derjenige auf den Pfeiler

$$= 16,56 + 17,4 = \text{rd. } 34,0^{\text{t}}.$$

Die Schubspannungen ergeben sich aus

$$\tau_0 = \frac{12\,040}{(47-5,3)\cdot 30} = 9,6^{\text{kg}},$$

zulässig $4,5^{\text{kg}}$.

Diese Spannung tritt ein bei der Querkraft

$$\frac{12\,040\cdot 4,5}{9,6} = 5640^{\text{kg}}.$$

Als Querkraft im Abstand x erhält man

$$V_x = V_r' - g_r\cdot x$$

(bei rechtsseitiger Belastung) und

$$V_x = V_r'' + g_r\cdot(l_r - x)$$

(bei linksseitiger Belastung), somit ist für

$x = 2,9^{\text{m}}$, $V_x = -12,04 + 0,7\,(5,8-2,9) = -10,01^{\text{t}}$,

$$\tau_0 = \frac{10010}{(47-5,3)\cdot 30} = 8,0^{\text{kg}},$$

und für

$x=5,025^{\text{m}}$, $V_x = -12,04+0,7\,(5,8-5,025) = -11,50^{\text{t}}$,

$$\tau_0 = \frac{11\,500}{(47-5,3)\cdot 30} = 9,2^{\text{kg}},$$

und für

$x = 5,625^{\text{m}}$, $V_x = -12,04+0,7\,(5,8-5,625) = -11,92^{\text{t}}$,

$$\tau_0 = \frac{11920}{(64,5-7,9)\cdot 30} = 7,0^{\text{kg}}.$$

Die Resultante der schiefen Zugspannung ist daher

$$Z' = \frac{212,5}{\sqrt{2}}\cdot 30\cdot\frac{4,7+3,5}{2} + \frac{60}{\sqrt{2}}\,\frac{2,5+4,7}{2}\cdot 30 = 23\,070^{\text{kg}}.$$

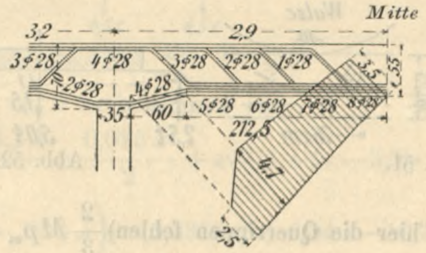


Abb. 48.

Bei Aufbiegung von vier Rundeisen Φ 28 wird die Beanspruchung derselben $\sigma = \frac{23\,070}{24,6} = 938^{\text{kg}}$, zulässig 1000^{kg}. Die Adhäsionsspannung ergibt sich auch hier für die vier Rundeisen oben aus

$$\tau_1 = \frac{b\cdot\tau_0}{n\,\pi\,d} = \frac{30\cdot 7,0}{4\cdot 8,80} = 6,0^{\text{kg}}$$

zulässig $7,5^{\text{kg}}$.

Die acht Rundeisen unten erhalten bis zur Mitte des Trägers $\tau_1 = \frac{30\cdot 8,0}{8\cdot 8,80} = 3,4^{\text{kg}}$ (für $\tau_0 = 9,2^{\text{kg}}$ ist unten Druck des Betons vorhanden und daher die Schubspannung wesentlich kleiner, indem sie nach unten abnimmt).

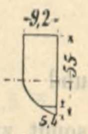


Abb. 49.

Die Stützen haben einen Auflagerdruck $= 34,0^{\text{t}}$ auszuhalten, wozu noch die Belastung durch die Dachkonstruktion mit $250^{\text{kg}} + 100^{\text{kg}}$ für Schnee- und Winddruck $= 350^{\text{kg}}$ pro Quadratmeter kommt, oder zusammen

$$0,35\cdot 4,3\left(2,9+\frac{3,2}{2}\right) = 6,8^{\text{t}},$$ somit im ganzen $40,8^{\text{t}}$.

Bei $35/35^{\text{cm}}$ Querschnitt und vier Rundeisen Φ 20 $= 12,56^{\text{qcm}}$ (ca. 1 %) ist

$$\sigma_e = \frac{40\,800}{35\cdot 35+15\cdot 12,56} = \frac{40\,800}{1413,4} = 29,0^{\text{kg}}$$

und mit Knickung für

$$J = \frac{b \cdot H^3}{12} + 2 n f_e \left(\frac{H}{2} - h'\right)^2 = \frac{35 \cdot 35^3}{12} +$$

$$+ 2 \cdot 15 \cdot 6{,}28 \left(\frac{35}{2} - 5\right)^2 = 154\,490, \text{ und}$$

$$k = 1 + 0{,}0001 \cdot \frac{1413{,}4 \cdot 210^2}{154\,490} = 1{,}043,$$

$$\sigma_k = 1{,}043 \cdot 29{,}0 = 30{,}2^{\text{ kg}}, \text{ zulässig ist } 35^{\text{ kg}}.$$

2. Berechnung einer Balkenbrücke von 12^{m} Stützweite.

Bei einer Fahrbahnbreite von 6^{m} können fünf Träger im Abstand $1{,}5^{\text{m}}$ oder sechs Träger im Abstand $1{,}2^{\text{m}}$ angenommen werden ($1{,}3 - 1{,}6^{\text{m}}$ wird empfohlen). Wenn die Konstruktionshöhe genügt, soll das erstere gewählt werden. Die Belastung geschieht durch eine Dampfwalze von 16^{t} sowie $450^{\text{kg}}/_{\text{qm}}$ Nutzlast.

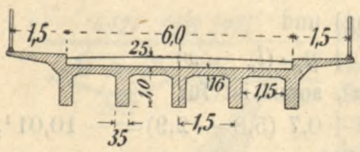


Abb. 50.

Als Belastung der Decke erhält man eine Einzellast von 5^{t}, welche unter den Böschungslinien 1 : 1 verteilt werden kann, und zwar bis zur Mittellinie der Platte. Letzteres wird vielfach angenommen und ist für die Längsrichtung der Brücke jedenfalls richtig, da die benachbarten Teile der Platte mittragen (in der Querrichtung ist der Einfluß nur gering und kann auch mit der größeren Steifigkeit der ganzen Platte begründet werden). Man erhält alsdann in der Längsrichtung $10 + 2 \cdot 25 + 16 = 76^{\text{cm}}$ und in der Querrichtung $44 + 2 \cdot 25 + 16 = 110^{\text{cm}}$ Verteilung, so daß in der Mitte

$$Mp_m = \frac{5}{2}\left(0{,}75 - \frac{0{,}55}{2}\right) = 1{,}188^{\text{mt}}$$

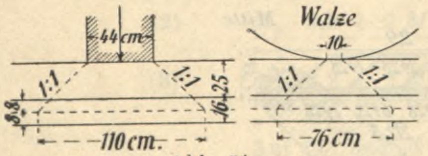


Abb. 51.

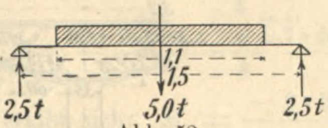


Abb. 52.

und (weil hier die Querrippen fehlen) $\frac{2}{3}\, Mp_m = 0{,}792^{\text{mt}}$ wird. Am Auflager ist $Mp_a = \frac{8}{9} \cdot 1{,}188 = 1{,}056^{\text{mt}}$ (da $M_a = \frac{p\,l^2}{9}$ anzunehmen ist). Bei $0{,}76^{\text{m}}$ Längsverteilung wird pro m Länge

$$Mp_m = \frac{0{,}792}{0{,}76} = 1{,}042^{\text{mt}}, \quad Mp_a = \frac{1{,}056}{0{,}76} = 1{,}390^{\text{mt}}.$$

Vom Eigengewicht erhält man

$$0{,}25 \cdot 1800 + 0{,}16 \cdot 2400 = 840^{\text{kg}}|_{\text{m}},$$

$$Mg_m = \frac{0{,}84 \cdot 1{,}5^2}{12} = 0{,}158^{\text{mt}}$$

und
$$Mg_a = \frac{0{,}84 \cdot 1{,}5^2}{9} = 0{,}210^{\text{mt}},$$

somit zusammen $Mq_m = 1{,}042 + 0{,}158 = 1{,}200^{\text{mt}}$ und $Mq_a = 1{,}390 + 0{,}210 = 1{,}600^{\text{mt}}$.

Die Stärke der Platte ergibt sich aus A 1 b:

$$x = \sqrt{\frac{6\,M}{7\,b\,\sigma_b}} = \sqrt{\frac{\overset{(160\,000)}{6 \cdot 120\,000}}{7 \cdot 100 \cdot 40}} = \overset{(5{,}86)}{5{,}07},$$

$$h = \frac{8}{3}\, x = \overset{(15{,}6)}{13{,}5}{}^{\text{cm}},$$

$$f_e = \frac{b \cdot x}{50} = \frac{100 \cdot \overset{(5{,}86)}{5{,}07}}{50} = \overset{(11{,}72)}{10{,}14}{}^{\text{qcm}}.$$

In der Mitte genügen daher bei 16^{cm} Stärke der Platte $10\ \Phi\ 12 = 11{,}3^{\text{qcm}}$, und für $h = 14{,}4^{\text{cm}}$ (1^{cm} Abstand vom Rand) ist nach A 1 a:

$$x = \frac{n f_e}{b}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot h}{n f_e}}\right) =$$

$$= \frac{15 \cdot 11{,}3}{100}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 14{,}4}{15 \cdot 11{,}3}}\right) = 5{,}50^{\text{cm}},$$

$$\sigma_b = \frac{2\,M}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2 \cdot 120\,000}{100 \cdot 5{,}5\,(14{,}4 - 1{,}73)} = 34{,}4^{\text{kg}},$$

ferner

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \left(\frac{h}{x} - 1\right) = 15 \cdot 34{,}4 \left(\frac{14{,}4}{5{,}5} - 1\right) = 835^{\text{kg}}.$$

Am Auflager genügen bei der Höhe von 21^{cm}:

$$\frac{15{,}6 - \frac{5{,}86}{3}}{19{,}4 - \text{ca. } 2{,}2} \cdot 11{,}72 = 9{,}3^{\text{qcm}}$$

oder $8\ \Phi\ 12$ und $2\ \Phi\ 9$ mit $f_e = 10{,}32^{\text{qcm}}$, indem alsdann

$$x = 6{,}36^{\text{cm}}, \quad \sigma_b = \frac{2 \cdot 160\,000}{100 \cdot 6{,}36\,(19{,}4 - 2{,}12)} = 29{,}2^{\text{kg}},$$

$$\sigma_e = 15 \cdot 29{,}2\left(\frac{19{,}4}{6{,}36} - 1\right) = 898^{\text{kg}} \text{ wird.}$$

Es können somit unten $2\ \Phi\ 12$ durchgehen, $8\ \Phi\ 12$ nach oben abgebogen werden und $2\ \Phi\ 9$ oben eingelegt werden.

Bei $12{,}0^{\text{m}}$ Stützweite und $1{,}5^{\text{m}}$ Abstand der Hauptträger erhält man für die im mittleren von drei Hauptträgern liegende Achse ab der Dampfwalze (die Walzengewichte von 5^{t} und 3^{t} sind auf die Breite $0{,}44^{\text{m}}$ und $0{,}65^{\text{m}}$ zu verteilen, und dann nach dem Hebelgesetz auf die Hauptträger

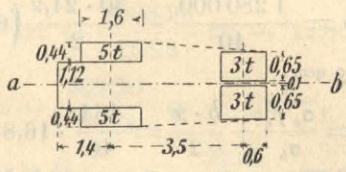


Abb. 53.

zu übertragen): $\frac{2 \cdot 5 \cdot 0{,}72}{1{,}50} = 4{,}8^{\text{t}}$ und $\frac{2 \cdot 3 \cdot 1{,}125}{1{,}5} = 4{,}5^{\text{t}}$ und zu beiden Seiten noch $\frac{450 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}25}{1{,}5} \cdot 2 = 75^{\text{kg}}/_{\text{m}}$ und an den Enden $450 \cdot 1{,}5 = 675^{\text{kg}}/_{\text{m}}$.

Das Eigengewicht ist

$$= 0{,}25 \cdot 1800 \cdot 1{,}5 + 0{,}16 \cdot 2400 \cdot 1{,}5 + 0{,}35 \cdot 0{,}84 \cdot 2400 =$$
$$= 675 + 576 + 706 = 1957 \text{ rd. } 2000^{\text{kg}}/_{\text{m}}.$$

Das Maximalbiegungsmoment ergibt sich annähernd bei Halbierung des Abstandes der Resultante

$$R = \frac{4{,}5 \cdot 3{,}5}{4{,}8 + 4{,}5} = 1{,}70^{\text{m}}$$

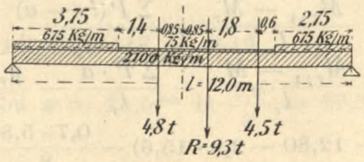


Abb. 54.

von der größeren Last $4{,}8^{\text{t}}$ durch die Mitte der Brücke, so daß man erhält:

$$A = \frac{2{,}075 \cdot 12}{2} + \frac{0{,}6}{12}\left\{\frac{2{,}75^2}{2} + 3{,}75\,(12 - 1{,}875)\right\} +$$

$$+ \frac{9{,}3 \cdot 5{,}15}{12} = 18{,}53^{\text{t}},$$

$$M = 18{,}53 \cdot 5{,}15 - \frac{2{,}075 \cdot 5{,}15^2}{2} - 0{,}6 \cdot 3{,}75\,(5{,}15 - 1{,}875) = 60{,}55^{\,\text{mt}}.$$

Die angenäherte Bestimmung des Querschnitts (bei Vernachlässigung des Drucks im Steg) ergibt sich aus A 3 b:

$$16\,x = \frac{6\,M}{b \cdot d\,\sigma_b} + d\left(11 - \frac{2\,d}{x}\right) = \frac{6 \cdot 6\,055\,000}{150 \cdot 16 \cdot 40} +$$

$$+ 16\,(11 - \text{ca. } 1) \text{ oder } x = 33{,}7^{\,\text{cm}},\ h = \frac{8}{3}\,x = 90^{\,\text{cm}},$$

$$25\,f_e = b \cdot d\left(1 - \frac{d}{2\,x}\right) = 150 \cdot 16\left(1 - \frac{16}{67{,}4}\right)$$

und $f_e = 75{,}9^{\,\text{qcm}}$

(die genaue Berechnung mit Berücksichtigung des Druckes im Steg hätte für $c = 35^{\,\text{cm}}$ ergeben: $x = 32{,}2^{\,\text{cm}}$, $h = 86^{\,\text{cm}}$, $f_e = 79{,}0^{\,\text{qcm}}$), so daß für $h = 90^{\,\text{cm}}$ eine Gesamthöhe $= 1{,}0^{\,\text{m}}$ bei $35^{\,\text{cm}}$ Breite und 10 Φ 32 $= 80{,}42^{\,\text{qcm}}$ Eisenquerschnitt anzunehmen sind.

Die Inanspruchnahmen werden alsdann nach A 3 a:

$$x^2 + 2\,x\left\{\frac{n\,f_e}{c} + d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\right\} = \frac{2\,n\,h\,f_e}{c} + d^2\left(\frac{b}{c} - 1\right)$$

oder

$$x^2 + 2\,x\left\{\frac{15 \cdot 80{,}42}{35} + 16\left(\frac{150}{35} - 1\right)\right\} =$$

$$= \frac{2 \cdot 15 \cdot 90 \cdot 80{,}42}{35} + 16^2\left(\frac{150}{35} - 1\right)$$

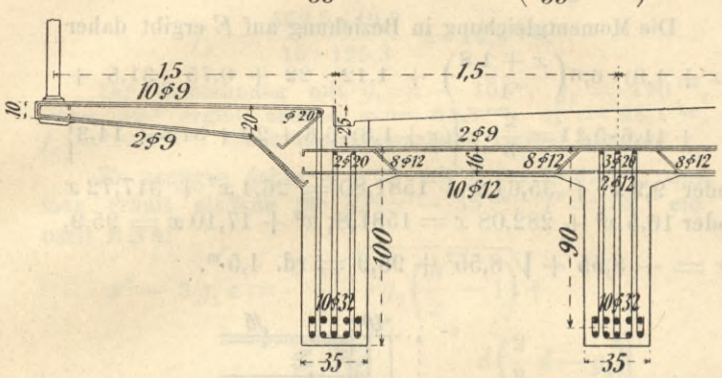


Abb. 55.

oder $x^2 + 2 \cdot 87{,}04\,x = 7045$

$$x = -87{,}04 + \sqrt{87{,}04^2 + 7045} = 33{,}9^{\,\text{cm}}.$$

$$\sigma_b = \frac{3\,M}{b \cdot x \cdot d + n\left(\frac{h}{x} - 1\right) f_e\,(3\,h - 2\,d - x)} =$$

$$= \frac{3 \cdot 6\,055\,000}{150 \cdot 33{,}9 \cdot 16 + 15\left(\frac{90}{33{,}9} - 1\right) \cdot 80{,}42\,(3 \cdot 90 - 2 \cdot 16 - 33{,}9)}$$

$$= \frac{181{,}65}{0{,}81 + 4{,}08} = 37{,}2^{\,\text{kg}},\ \sigma_e = n\,\sigma_b\left(\frac{h}{x} - 1\right) =$$

$$= 15 \cdot 37{,}2\left(\frac{90}{33{,}9} - 1\right) = 923^{\,\text{kg}}.$$

Werden oben noch drei Rundeisen Φ 20 im Abstand $h' = 5^{\,\text{cm}}$ angebracht, so erhält man nach A 4 a:

$$x = 32{,}9^{\,\text{cm}},\ \sigma_b = 35{,}3^{\,\text{kg}},\ \sigma_e = 920^{\,\text{kg}}.$$

Ist die gesamte Konstruktionshöhe kleiner als $0{,}96 + 0{,}25 = 1{,}2^{\,\text{m}}$, so sind die Formeln A 4 c zur Bestimmung von f_e und f_e' anzuwenden.

Zur Berechnung der Schubspannungen ist die nebengezeichnete Belastung anzuwenden (die Verteilung der Einzellasten kann hierbei vernachlässigt werden), und es ist

$$A = \frac{2{,}075 \cdot 12}{2} + \left(\frac{0{,}6 \cdot 7{,}9^2}{2} + 8{,}5 \cdot 4{,}5\right)\frac{1}{12} + 4{,}8 =$$

$$= 12{,}45 + 4{,}75 + 4{,}8 = 22{,}0^{\,\text{t}} \text{ (s. Abb. 56).}$$

Die Schubspannung ist angenähert nach A 3 a:

$$\tau_0 = \frac{Q}{\left(h - \frac{d}{2} - \frac{2\,x - 3\,d}{6} \cdot \frac{c}{b}\right)} =$$

$$= \frac{22\,000}{35\left(90 - 8 - \frac{2 \cdot 33{,}9 - 3 \cdot 16}{6} \cdot \frac{35}{150}\right)} = 7{,}74^{\,\text{kg}}$$

(die genaue Berechnung ergibt 7,71 kg)

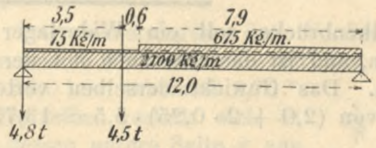


Abb. 56.

oder auch

$$\tau_0 = \frac{Q}{c\left(h - \frac{d}{2}\right)} = \frac{22\,000}{35\,(90 - 8)} = 7{,}67^{\,\text{kg}},$$

so daß rd. 7,7 kg angenommen werden kann.

Die zulässige Schubspannung von 4,5 kg wird nun erreicht bei

$$\frac{22\,000 \cdot 4{,}5}{7{,}7} = 12\,857^{\,\text{kg}},$$

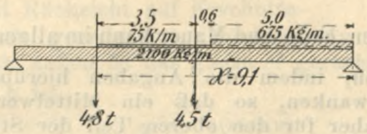


Abb. 57.

und hierfür ist x zu bestimmen aus:

$$\left\{\frac{0{,}6\,(x - 4{,}1)^2}{2} + \frac{0{,}075\,x^2}{2} + x \cdot 4{,}8 + (x - 3{,}5) \cdot 4{,}5\right\}\frac{1}{12} +$$

$$+ 2{,}0\left(\frac{12}{2} - 12 + x\right) = (0{,}3375\,x^2 + 6{,}84\,x - 10{,}707)\frac{1}{12} +$$

$$+ 2\,x - 12 = 12{,}857$$

oder

$$x^2 + 91{,}6\,x = 916,\ x = -45{,}8 + \sqrt{45{,}8^2 + 916} = 9{,}1^{\,\text{m}},$$

also im Abstand 2,9 m vom Auflager (siehe Abbildung 63).

Die schiefe Zugkraft ist

$$Z = \frac{(\tau_0 - 4{,}5) \cdot x \cdot c}{2\sqrt{2}} = \frac{3{,}2 \cdot 290 \cdot 35}{2 \cdot \sqrt{2}} = 11\,480^{\,\text{kg}},$$

somit bei fünf Rundeisen Φ 32:

$$\sigma_e = \frac{11\,480}{5 \cdot 8{,}04} = 286^{\,\text{kg}},\ \text{zulässig } 1000^{\,\text{kg}}.$$

Die Adhäsion ist

$$\tau_1 = \frac{b \cdot \tau_0}{n \cdot \pi d} = \frac{35 \cdot 7{,}7}{5 \cdot 10{,}05} = 5{,}4^{\,\text{kg}},\ \text{zulässig } 7{,}5^{\,\text{kg}}.$$

Die Gehwegkonsole erhält im Anschluß $35^{\,\text{cm}}$ Stärke und eine Höhe von $20^{\,\text{cm}}$ im Anfang und $10^{\,\text{cm}}$ im Ende, so daß sie eine Belastung vom Eigengewicht

$$= 0{,}15 \cdot 1{,}5 \cdot 2400 = 540^{\,\text{kg}}$$

und von der Verkehrslast $= 1{,}5 \cdot 450 = 675^{\,\text{kg}}$ zu tragen hat. Es ist daher

$$M = \frac{1{,}215 \cdot 1{,}5}{2} = 0{,}911^{\,\text{mt}} \text{ pro Meter Breite,}$$

und nach A 1 b erhält man:

$$x = \sqrt{\frac{6\,M}{7\,b \cdot \sigma_b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 91100}{7 \cdot 100 \cdot 40}} = 4{,}42^{\,\text{cm}},$$

$$h = \frac{8}{3}\,x = \frac{8}{3} \cdot 4{,}42 = 11{,}8^{\,\text{cm}},$$

$$f_e = \frac{b \cdot x}{50} = \frac{100 \cdot 4{,}42}{50} = 8{,}84 \ ^{\text{qcm}},$$

somit bei 20^{cm} Höhe noch

$$\frac{11{,}8 - \frac{4{,}4}{3}}{18 - \text{ca. } 2{,}5} \cdot 8{,}84 = 5{,}9 \ ^{\text{qcm}},$$

oder es genügen $10 \ \Phi \ 9 = 6{,}36 \ ^{\text{qcm}}$.

Man erhält alsdann nach A 1 a für $h = 18^{\text{cm}}$:

$$x = 4{,}98^{\text{cm}}, \quad \sigma_b = 22{,}4^{\text{kg}}, \quad \sigma_e = 880^{\text{kg}}.$$

Zur Versteifung des Druckbetons können unten noch $2 \ \Phi \ 9 = 1{,}27^{\text{qcm}}$ angenommen werden, so daß nach A 1 b:

$$x = 4{,}90^{\text{cm}}, \quad \sigma_b = 21{,}7^{\text{kg}}, \quad \sigma_e = 870^{\text{kg}}$$

wird.

3. Berechnung des Widerlagers für die Balkenbrücke.

Die Balkenbrücke soll ein Widerlager aus Betoneisen erhalten, und ist dasselbe auch mit der Dampfwalze zu berechnen. Das Gewicht derselben verteilt sich auf eine Fläche von $(2{,}0 + 2 \cdot 0{,}25) \cdot 5{,}5 = 13{,}75^{\text{qm}}$, so daß $\frac{16\,000}{13{,}75} = 1160 \ ^{\text{kg}}/_{\text{qm}}$ erhalten werden. Hierzu kommt noch das Gewicht der Fahrbahn mit $0{,}25 \cdot 1800 = 450 \ ^{\text{kg}}/_{\text{qm}}$, und (bei 1700^{kg} für 1^{cbm} Erde) kann daher 1^{m} Ueberschüttung $= h'$ angenommen werden.

Der Erddruck für die Stützmauer ergibt sich aus der Formel:

$$E = \frac{1}{2}(h^2 + 2\,h \cdot h') \cdot \gamma \cdot \text{tg}^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right),$$

worin für den Reibungswinkel der Erde bei einer Böschung $1 : 1\frac{1}{2} - : \varphi = 33^0\,40'$ zu setzen ist. Der Reibungswinkel zwischen Erde und Mauer kann im allgemeinen $= \frac{\varphi}{2}$ gesetzt werden, indem die Angaben hierüber zwischen 0 und φ schwanken, so daß ein Mittelwert ausreicht. Man erhält daher für den oberen Teil der Stützmauer:

$$E = \frac{1}{2}(7{,}5^2 + 2 \cdot 7{,}5 \cdot 1{,}0) \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}287 \cdot 1{,}5 = 26{,}1^{\text{t}}$$

(wenn der Abstand $1{,}5^{\text{m}}$ der Rippen zugrunde gelegt wird).

Der Abstand derselben von der unteren Kante ist

$$= \frac{h}{3} \cdot \frac{3\,h' + h}{2\,h' + h} = \frac{7{,}5}{3} \cdot \frac{3 \cdot 1{,}0 + 7{,}5}{2 \cdot 1{,}0 + 7{,}5} = 2{,}76^{\text{m}}.$$

Für die ganze Höhe der Stützmauer bis zum Fundament $(= 10^{\text{m}})$ erhält man:

$$E = \frac{1}{2}(10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 1{,}0) \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}287 \cdot 1{,}5 = 44{,}0 \text{ t}$$

im Abstand $\frac{10}{3} \cdot \frac{3 \cdot 1{,}0 + 10}{2 \cdot 1{,}0 + 10} = 3{,}61^{\text{m}}$.

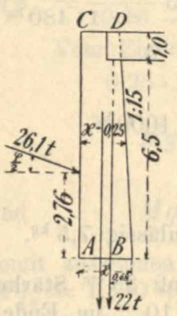


Abb. 58.

Der obere Teil soll zunächst als voll und mit vertikaler Hinterwand gerechnet werden, wobei als Mittelwert des Gewichts für Erde und Beton $2{,}0 \ ^{\text{t}}|_{\text{cbm}}$ angenommen werden kann.

Die Resultante sämtlicher Kräfte soll nun durch die Kante B gehen, und als solche sind anzunehmen: $E = 26{,}1^{\text{t}}$ (für $\cos\frac{\varphi}{2} = 0{,}957$ und $\sin\frac{\varphi}{2} = 0{,}290$ erhält man die horizontale Komponente $0{,}957 \cdot 26{,}1 = 25{,}0^{\text{t}}$ und die vertikale Komponente $0{,}290 \cdot 26{,}1 = 7{,}6^{\text{t}}$), ferner das Gewicht des Pfeilers $ABCD$ mit vorderer Abschrägung 1 : 15

$$= (x - 0{,}25) \cdot 7{,}5 \cdot 2{,}0 \cdot 1{,}5 = (x - 0{,}25) \cdot 22{,}5$$

und die Gesamtlast der Brücke pro Balken $= 22{,}0^{\text{t}}$.

Man erhält daher in Beziehung auf B die Momentgleichung

$$2{,}76 \cdot 25 = x \cdot 7{,}6 + 22 \cdot 0{,}68 + (x - 0{,}25) \cdot 22{,}5\left(\frac{x - 0{,}25}{2} + 0{,}25\right)$$

oder $69 = 7{,}6\,x + 14{,}96 + 11{,}25\,(x^2 - 0{,}25^2)$

oder $11{,}2 \cdot x^2 + 7{,}6\,x = 54{,}74$ und

$$x^2 + 0{,}68\,x = 4{,}86, \quad x = -0{,}34 + \sqrt{0{,}34^2 + 4{,}86} = \text{rd. } 1{,}9^{\text{m}}.$$

Da Eiseneinlagen gemacht werden, so soll oben eine Breite $= 1{,}0^{\text{m}}$ und nach hinten eine Neigung 1 : 25 angenommen werden, so daß die Breite unten $= 1{,}8^{\text{m}}$ wird.

Der unter der Erde befindliche Teil der Stützmauer kann ebenso durch Annahme der Resultante sämtlicher Kräfte im Abstand $\frac{2}{3}\,x$ gerechnet werden, und erhält man als solche: $E = 44{,}0^{\text{t}}$ (bei 1 : 25 Neigung mit den Komponenten $44{,}0 \cdot \overset{(0{,}946)}{\cos}(16^0\,50' + 2^0\,8') = 41{,}6^{\text{t}}$ und $44{,}0 \cdot \overset{(0{,}325)}{\sin}\,18^0\,58' = 14{,}3^{\text{t}}$), ferner das Gewicht der oberen Mauer $= 31{,}5^{\text{t}}$ und der Brücke $= 22{,}0^{\text{t}}$ sowie des unteren Teils

$$= \frac{x + 1{,}8}{2} \cdot 4{,}0 \cdot 2{,}2 \cdot 1{,}5 = (x + 1{,}8) \cdot 6{,}6.$$

Die Momentgleichung in Beziehung auf E ergibt daher

$$(x + 1{,}8) \cdot 6{,}6\left(\frac{x + 1{,}8}{4}\right) + 1{,}12 \cdot 22 + 0{,}75 \cdot 31{,}5 +$$
$$+ 41{,}6 \cdot 5{,}11 = \frac{2}{3} \cdot x\left\{(x + 1{,}8) \cdot 6{,}6 + 22 + 31{,}5 + 14{,}3\right\}$$

oder $9{,}9\,x^2 + 35{,}64\,x + 1581{,}80 = 26{,}4\,x^2 + 317{,}72\,x$

oder $16{,}5\,x^2 + 282{,}08\,x = 1581{,}8$; $x^2 + 17{,}10\,x = 95{,}9$,

$$x = -8{,}55 + \sqrt{8{,}55^2 + 95{,}9} = \text{rd. } 4{,}5^{\text{m}}.$$

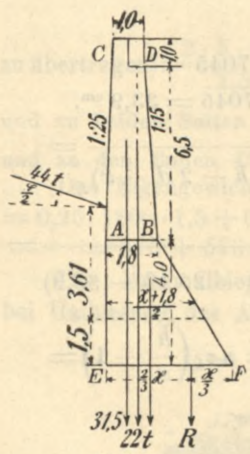


Abb. 59.

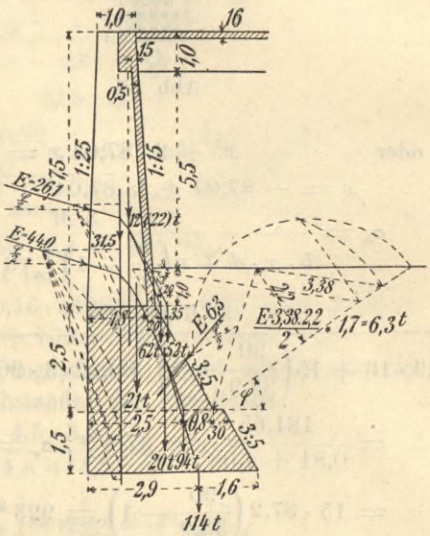


Abb. 60.

Im oberen Teil erhält man graphisch (für das Eigengewicht der Brücke $= 12{,}0^{\text{t}}$) eine vertikale Resultante von $52{,}0^{\text{t}}$ im Abstand 35^{cm} vom Rand und (für ihre Vollbelastung $= 22{,}0^{\text{t}}$) eine solche von $62{,}0^{\text{t}}$ im Abstand 15^{cm} vom Rand, so daß auf der anderen Seite größere Zugspannungen des Betons entstehen und Eiseneinlagen erforderlich sind.

Zur Berechnung der dadurch entstehenden exzentrischen Beanspruchung dienen die Formeln B 3 b (für $\sigma_e > 1000^{\text{kg}}$), und man erhält für $P = 52^{\text{t}}$, $g_1 = -35^{\text{cm}}$, $h = 175^{\text{cm}}$, $g_2 = 210^{\text{cm}}$, $b = 150^{\text{cm}}$, $c = 30^{\text{cm}}$, $d = \text{ca. } 18^{\text{cm}}$, $\sigma_e = 1000^{\text{kg}}$:

$$x^2 - 3h\cdot x = -\frac{6P\cdot g_2}{c\cdot\sigma_e}\cdot n\left(\frac{h}{x}-1\right) +$$

$$+ d\left(\frac{b}{c}-1\right)\left\{6h - 3d - d\left(\frac{3h-2d}{x}\right)\right\}$$

oder

$$x^2 - 525\,x = -\frac{6\cdot 52000\cdot 210\cdot 15}{30\cdot 1000}\left(\frac{175}{x}-1\right) +$$

$$+ 18\left(\frac{150}{30}-1\right)\cdot\left\{6\cdot 175 - 3\cdot 18 - 18\,\frac{(3\cdot 175 - 2\cdot 18)}{x}\right\}$$

oder $x^2 - 525\,x - 104\,472 + \dfrac{6\,366\,744}{x} = 0.$

$$\text{Für } x = \begin{cases}50\\40\end{cases} \text{ ist } f(x) = \begin{cases}-887\\+15\,411\end{cases},\quad x = 50 - \frac{887\cdot 5}{16\,298} = 49{,}7\ ^{\text{cm}}$$

und hierfür $f(x) = +10.$

Ferner ist

$$\sigma_b = \frac{x\cdot\sigma_e}{n(h-x)} = \frac{49{,}7\cdot 1000}{15\,(175-49{,}7)} = 26{,}5\ ^{\text{kg}} \text{ und}$$

$$n\,\frac{(h-x)}{x}\,f_e = -\frac{P}{\sigma_b} + \frac{b\cdot x}{2} - \frac{b-c}{2}\,\frac{(x-d)^2}{x} \text{ oder}$$

$$15\left(\frac{175}{49{,}7}-1\right)\cdot f_e = -\frac{52\,000}{26{,}5} + \frac{150\cdot 49{,}7}{2} - \frac{150-30}{2}\,\frac{(49{,}7-18)^2}{49{,}7},$$

$$f_e = \frac{562{,}5\cdot 49{,}7}{15\cdot 125{,}3} = 14{,}9\ ^{\text{qcm}}.$$

Die Berechnung mit $g_1 = -15\ ^{\text{cm}}$, $g_2 = 190\ ^{\text{cm}}$, $P = 62\ ^{\text{t}}$ ergibt ebenso $x = 51{,}8\ ^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 28{,}1\ ^{\text{kg}}$, $f_e = 10{,}0\ ^{\text{qcm}}$, somit Eisenquerschnitt hierbei kleiner.

Es genügen daher 4 Φ 23 mit $f_e = 16{,}62\ ^{\text{qcm}}$, und man erhält alsdann für $g_1 = -35\ ^{\text{cm}}$, $P = 52\ ^{\text{t}}$ etc. nach B 3 a:

$$x^2 - 3\,g_1\,x = \frac{6\,n\,f_e}{c}\cdot g_2\left(\frac{h}{x}-1\right) +$$

$$+ 3\,d\left(\frac{b}{c}-1\right)\left\{2\,g_1 - d + \frac{d\left(\frac{2}{3}d - g_1\right)}{x}\right\} \text{ oder}$$

$$x^2 + 3\cdot 35\,x = \frac{6\cdot 15\cdot 16{,}62\cdot 210}{30}\cdot\left(\frac{175}{x}-1\right) +$$

$$+ 3\cdot 18\cdot\left(\frac{150}{30}-1\right)\cdot\left\{-2\cdot 35 - 18 + 18\,\frac{\left(\frac{2}{3}\cdot 18 + 35\right)}{x}\right\}$$

oder $x^2 + 105\,x + 29479 - \dfrac{2\,015\,091}{x} = 0.$

$$\text{Für } x = \begin{cases}50\\55\end{cases} \text{ ist } f(x) = \begin{cases}-3073\\+1641\end{cases},\quad x = 55 - \frac{1641}{4714}\cdot 5 = 53{,}3\ ^{\text{cm}}$$

und hierfür $f(x) = +109$ und genaues

$$x = 53{,}3 - \frac{3{,}3\cdot 109}{3182} = 53{,}2\ ^{\text{cm}}.$$

$$\sigma_b = \frac{2P}{c\cdot x + d\,(b-c)\left(2-\frac{d}{x}\right) - 2\,n\,f_e\left(\frac{h}{x}-1\right)} =$$

$$= \frac{2\cdot 52000}{30\cdot 53{,}2 + 18\,(150-30)\left(2-\frac{18}{53{,}2}\right) - 2\cdot 15\cdot 16{,}62\left(\frac{175}{53{,}2}-1\right)} =$$

$$= \frac{104}{1{,}60 + 3{,}60 - 1{,}14} = 25{,}6\ ^{\text{kg}},$$

$$\sigma_e = n\,\sigma_b\left(\frac{h}{x}-1\right) = 15\cdot 25{,}6\left(\frac{175}{53{,}2}-1\right) = 880\ ^{\text{kg}}.$$

Die Berechnung für $g_1 = -15\ ^{\text{cm}}$, $P = 62\ ^{\text{t}}$ etc. ergibt $x = 65{,}0\ ^{\text{cm}}$, $\sigma_b = 25{,}6\ ^{\text{kg}}$, $\sigma_e = 680\ ^{\text{kg}}$.

In Wirklichkeit sind die Beanspruchungen noch kleiner, weil die zusammenhängende Betonbrücke dem Erddruck widersteht. Dieser Widerstand wird jedoch auch bei eisernen Brücken (z. B. Blechträgern) nicht berücksichtigt, und die Widerlager sollten auch ohne Brücke stark genug sein.

Infolge des horizontalen Widerstandes der Brücke entsteht eine Durchbiegung der Vorderwand des Widerlagers, für welche die Längs- und Quereiseneinlagen zu berechnen sind.

Für die Quereiseneinlagen der Vorderwand von 15/20 $^{\text{cm}}$ Stärke und 1,5 $^{\text{m}}$ Stützweite ist der horizontale Erddruck von 25,0 $^{\text{t}}$ im Abstand 2,76 $^{\text{m}}$ maßgebend. Derselbe verteilt sich in einem Trapez, dessen untere Seite x aus

$$\left(x + \frac{x}{8{,}5}\right)\cdot\frac{7{,}5}{2}\cdot 1{,}7\cdot 1{,}5 = 25{,}0\ ^{\text{t}}$$

erhalten wird, so daß

$$x = \frac{25\cdot 2\cdot 8{,}5}{7{,}5\cdot 1{,}7\cdot 9{,}5} = 2{,}35\ ^{\text{m}} \text{ ist.}$$

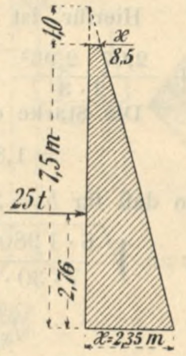


Abb. 61.

Die Belastung wirkt auf eine Breite zwischen den Rippen von 1,2 $^{\text{m}}$ und eine Höhe von 1 $^{\text{m}}$, und es ist daher

$$M = \frac{(1{,}0\cdot 2{,}35\cdot 1{,}7\cdot 1{,}2)}{2}\left(\frac{1{,}5}{2}-\frac{1{,}2}{4}\right)$$

$= 1{,}08\ ^{\text{mt}}$ (mit Rücksicht auf Erschütterungen und die gemeinsame Durchbiegung der Rippen und Platte nach außen ist das ganze M gerechnet worden).

Nach A 1 b ist

$$x = \sqrt{\frac{6\,M}{7\,b\cdot\sigma_b}} = \sqrt{\frac{6\cdot 108\,000}{7\cdot 40\cdot 100}} = 4{,}82\ ^{\text{cm}},$$

$$h = \frac{8}{3}\,x = \frac{8\cdot 4{,}82}{3} = 12{,}9\ ^{\text{cm}},$$

$$f_e = \frac{b\cdot x}{50} = \frac{100\cdot 4{,}82}{50} = 9{,}64\ ^{\text{qcm}}.$$

Bei $h = 18\ ^{\text{cm}}$ wird

$$f_e = \frac{12{,}9 - \frac{4{,}82}{3}}{18 - \text{ca. } 2}\cdot 9{,}64 = 6{,}80\ ^{\text{qcm}},$$

somit genügen 10 Rundeisen Φ 10 mit $f_e = 7{,}85\ ^{\text{qcm}}$ bei einer Stärke der Wand von 20 $^{\text{cm}}$. Die Maximalbeanspruchungen sind alsdann nach A 1 a für

$$x = \frac{n\,f_e}{b}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2\,b\cdot h}{n\,f_e}}\right) =$$

$$= \frac{15\cdot 7{,}85}{100}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2\cdot 100\cdot 18}{15\cdot 7{,}85}}\right) = 5{,}45\ ^{\text{cm}},$$

$$\sigma_b = \frac{2\,M}{b\cdot x\left(h-\frac{x}{3}\right)} = \frac{2\cdot 108\,000}{100\cdot 5{,}45\,(18-1{,}82)} = 24{,}5\ ^{\text{kg}}/_{\text{qcm}},$$

$$\sigma_e = n\cdot\sigma_b\left(\frac{h}{x}-1\right) = 15\cdot 24{,}5\left(\frac{18}{5{,}45}-1\right) = 848\ ^{\text{kg}}.$$

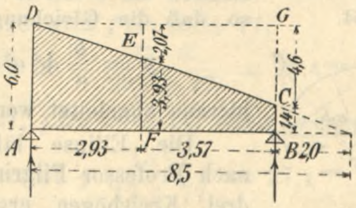


Abb. 62.

Die Ausbiegung der ganzen Wand erfolgt durch den Erddruck auf 6,5 $^{\text{m}}$ Höhe, und man erhält hierfür das Trapez des Erddruckes $ABCD$ mit den Höhen AD

$= 2{,}35 \cdot 1{,}7 \cdot 1{,}5 = 6{,}0^t$ und $BC = \frac{2{,}0}{8{,}5} \cdot 6 = 1{,}4^t$, so daß der Auflagerdruck $A = \frac{6{,}5 \cdot 6}{2} - \frac{4{,}6 \cdot 6{,}5}{2 \cdot 3} = 14{,}5^t$ wird.

Das M max ergibt sich durch Gleichsetzung der Fläche $ADEF$ mit dem Auflagerdruck A, indem alsdann für x —: $V = \frac{dM}{dx} = 0$ wird, und somit

$$6{,}0 \cdot x - \frac{x}{6{,}5} \cdot 4{,}6 \cdot \frac{x}{2} = 14{,}5,$$

oder

$$x^2 - 17\,x = -41,$$

$$x = +8{,}5 - \sqrt{8{,}5^2 - 41} = 2{,}93^m.$$

Hierfür ist $M\,\text{max} = 14{,}5 \cdot 2{,}93 - \frac{6 \cdot 2{,}93^2}{2} + \frac{2{,}07 \cdot 2{,}93^2}{2 \cdot 3} = 42{,}6 - 25{,}75 + 2{,}95 = 19{,}8^{mt}$.

Die Stärke der Rippe ist an dieser Stelle

$$= 1{,}8 - \frac{0{,}8 \cdot 2{,}93}{7{,}5} = \text{rd. } 1{,}50^m,$$

so daß für $b = 30^{cm}$, $\sigma_e = 40^{kg}$ nach A 1 b ist:

$$x = \sqrt{\frac{6 \cdot 1\,980\,000}{7 \cdot 30 \cdot 40}} = 37{,}7^{cm},\quad h = \frac{8}{3} \cdot 37{,}7 = 100^{cm},$$

$$f_e = \frac{30 \cdot 37{,}7}{50} = 22{,}6^{qcm},$$

somit für $h = 144^{cm}$,

$$f_e = \frac{100 - \frac{37{,}7}{3}}{144 - \text{ca. } 18} \cdot 22{,}6 = 15{,}7^{qcm},$$

oder es genügen 3 Φ 28 mit $f_e = 18{,}36^{qcm}$.

Die Beanspruchungen werden alsdann für $f_e = 18{,}4^{qcm}$, $h = 144^{cm}$, $b = 30^{cm}$ nach A 1 a:

$$x^2 + \frac{2nf_e \cdot x}{b} = \frac{2nf_e \cdot h}{b},$$

oder

$$x^2 + \frac{2 \cdot 15 \cdot 18{,}4}{30} \cdot x = \frac{2 \cdot 15 \cdot 18{,}4 \cdot 144}{30},$$

$$x^2 + 18{,}4\,x = 2650,\quad x = -9{,}2 + \sqrt{9{,}2^2 + 2650} = 43{,}1^{cm},$$

$$\sigma_b = \frac{2M}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2 \cdot 1\,980\,000}{30 \cdot 43{,}1\,(144 - 14{,}4)} = 23{,}6^{kg},$$

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{1\,980\,000}{18{,}4\,(144 - 14{,}4)} = 830^{kg}.$$

Die Verlängerung der Stangen nach unten beträgt für 23 cm Durchmesser

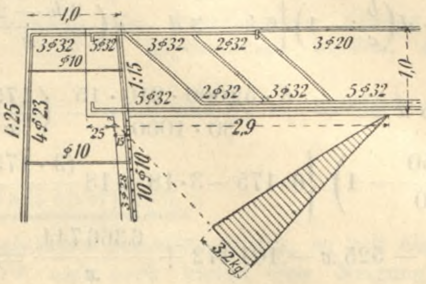
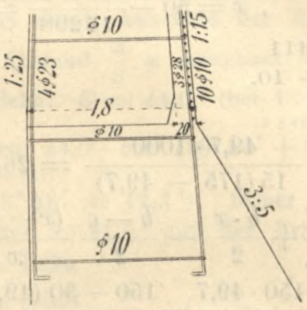


Abb. 63.



$$l = \frac{\frac{\pi d^2}{4} \cdot 1000}{\pi \cdot d \cdot 7{,}5} = \frac{4{,}15 \cdot 1000}{7{,}23 \cdot 7{,}5} = 76{,}5^{cm},$$

und für 28^{cm}: $l = \frac{6{,}16 \cdot 1000}{8{,}80 \cdot 7{,}5} = 93^{cm}$, somit ist auch für geringeren Beton im unteren Teil $1\frac{1}{2}$ m ausreichend.

Die Beanspruchung der Fundamentfuge ergibt sich aus

$$\sigma = \frac{P}{F} \pm \frac{M}{W} = \frac{P}{F}\left(1 \pm \frac{6 \cdot e}{h}\right) =$$

$$= -\frac{94\,000}{330 \cdot 150}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 85}{330}\right) =$$

$$= -1{,}90 \mp 2{,}93 = \begin{cases} -4{,}8^{kg} \text{ Druck.} \\ +1{,}0^{kg} \text{ Zug.} \end{cases}$$

Die Beanspruchung der Bodenfuge ist

$$\sigma = -\frac{114\,000}{450 \cdot 150}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 65}{450}\right) = -1{,}69 \mp 1{,}47 = \begin{cases} -3{,}2 \\ -0{,}2 \end{cases} {}^{kg} \text{ Druck.}$$

4. Berechnung eines Gewölbes für eine Bahnüberführung von 20 m Lichtweite.

Die Form des Gewölbes sei eine Ellipse mit der großen Achse $2a = 21{,}2^m$ und der halben kleinen Achse $b = 7{,}5^m$, so daß für das eigentliche Gewölbe eine lichte Weite $= 20^m$ und eine Pfeilhöhe $= 5^m$ erhalten wird. Die Konstruktion der Ellipse ergibt sich aus den Kreisen um 0 mit $R = a$ und $= b$, so daß die Gleichung der Ellipse

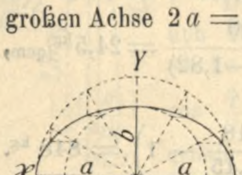


Abb. 64.

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$$

hieraus abgeleitet werden kann.

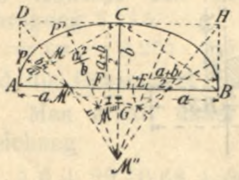


Abb. 65.

Die Ellipse läßt sich aber nach Professor Pilgrim auch durch drei Kreisbögen ersetzen, indem $DM \perp AC$ die Mittelpunkte M' und M'' ergibt, und für $AF = BE = CG = \frac{a+b}{2}$ durch zwei Bögen um M' und M'' mit $M'F$ und $M''G$ die Mittelpunkte M''' des mittleren Bogens erhalten werden. Die Ellipse setzt sich dann zusammen aus dem Kreisbogen AP um M' mit $R = \frac{b^2}{a}$, PP' um M''' mit $R = M'''P = M'''P' = \frac{a+b}{2}$ und $P'C$ um M'' mit $R = \frac{a^2}{b}$.

Die Belastung des Gewölbes soll durch einen Eisenbahnzug nach dem preußischen Schema von 1902 für Hauptbahnen stattfinden. Dieselbe ergibt aus $p = \frac{8\,M\,\text{max}}{l^2}$ für 22 m Länge ca. 7,7 t/m Gleis und für 11 m Länge ca. 10,3 t/m, und verteilt sich bei zwei Gleisen im Abstand 3,8 m auf eine Breite von ca. 3,8 m (auch aus $2{,}5 + 2 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}25$ Verteilung bis zur Gewölbemitte), so daß für die ganze Länge $\frac{7{,}7}{3{,}8} =$ rd. 2,0 t/qm und für die halbe Länge $\frac{10{,}3}{3{,}8}$ = rd. 3,0 t/qm zu rechnen sind.

Das Gewicht des Gewölbes sei $= 2{,}4\ ^{t}/_{cbm}$, und dasjenige der Hinterfüllung und Fahrbahn $= 2{,}0\ ^{t}/_{cbm}$ so daß als Belastungshöhe des Eisenbahnzugs für 22^{m}: $\frac{2{,}0}{2{,}0} = 1^{m}$ und für 11^{m}: $\frac{3{,}0}{2{,}0} = 1{,}5^{m}$ anzunehmen ist.

Zur vorläufigen Ermittlung der Scheitelstärke kann der Schwerpunkt des lichten Raumes ACE im Abstand $\frac{4}{3}\cdot\frac{\overset{(10)}{a}}{\pi} = 4{,}25^{m}$ (bei der Parabel gilt $\frac{3}{8}\,a = 3{,}75^{m}$) angenommen werden. Als Höhe des Rechtecks $ACDF$ ergibt sich annähernd $5 + 0{,}5 + \frac{0{,}4\cdot 2}{2{,}4} + \frac{2\cdot 1{,}0}{2{,}4} =$ rd. $6{,}7^{m}$ und als Breite rd. $11{,}0^{m}$, so daß der Abstand der Resultante des Gesamtgewichts aus

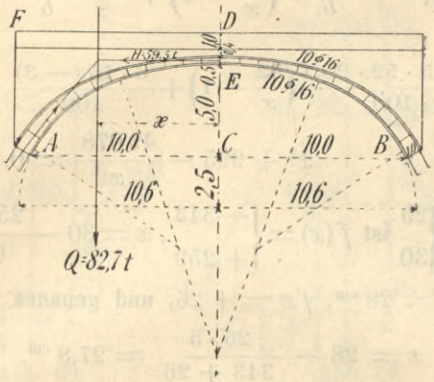


Abb. 66.

$$\left(\frac{11^2}{2}\cdot 6{,}7 - \overbrace{\frac{\pi\cdot 10\cdot 5}{4}\cdot\frac{4\cdot 10}{3\pi}}^{\frac{a^2\cdot b}{3}}\right) = x\left(11\cdot 6{,}7 - \frac{\pi\cdot 10\cdot 5}{4}\right)$$

oder $x = \frac{238{,}7}{34{,}45} = 6{,}9^{m}$ zu bestimmen ist.

Bei Annahme des Kämpferdrucks und Horizontalschubs in der Mitte der Kämpfer- und Scheitelfuge wird $Q = 34{,}45\cdot 2{,}4 = 82{,}7^{t}$ und $5{,}0\cdot H = (10{,}5 - 6{,}9)\cdot Q$ oder $H = \frac{3{,}6\cdot 82{,}7}{5} = 59{,}5^{t}$.

Bei einseitiger Belastung des Gewölbes und Annahme der Stützlinie in $\frac{1}{3}$ Abstand vom Rand kann die doppelte Spannung auftreten, so daß für $\frac{30}{2} = 15^{kg}$ (als zulässiger Beanspruchung des Betons) eine Scheitelstärke $= \frac{59\,500}{100\cdot 15} = 40^{cm}$ erhalten wird.

Es soll jedoch (wegen der elliptischen Form) 50^{cm} gewählt werden, und als Stärke der Kämpferfuge ergibt sich (aus dem Verhältnis ihrer Neigung zur vertikalen Richtung) rd. 100^{cm}, und durch diese beiden Endpunkte kann die äußere Gewölbelinie bestimmt werden, wenn eine stetige Zunahme vorausgesetzt wird (in der Mitte etwa 75^{cm}).

Will man aus der lichten Weite und Pfeilhöhe die theoretisch richtige Form eines Gewölbes bestimmen, so hat man für eine angenommene Form die halbe Belastung für die ganze Gewölbelänge einzuführen und die hierzu gehörige Drucklinie durch die Mitten der Kämpfer- und Scheitelfuge graphisch zu ermitteln, nach welcher dann die Gewölbeform abzuändern ist.

Infolge der Eiseneinlagen kann jedoch gleich von der angenommenen Form (hier einer Ellipse) ausgegangen und hierfür die Drucklinie (für die einseitige Belastung von $3{,}0\ ^{t}/_{qm}$) graphisch ermittelt werden, und zwar durch die Mitte der Scheitelfuge und durch das innere und äußere Drittel der linken und rechten Kämpferfuge.

Dies geschieht in der gewöhnlichen Weise, indem man zunächst die links- und rechtsseitige Resultante der auf $2{,}4\ ^{t}/_{cbm}$ reduzierten Belastungsfläche (vgl. die gestrichelten Linien) aus dem Kräfteplan und Seilpolygon ermittelt.

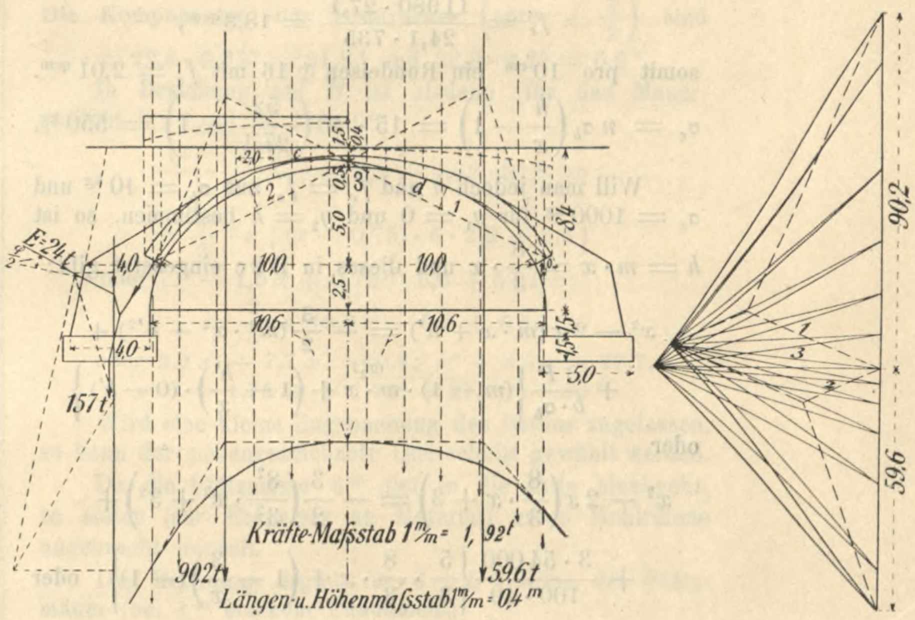


Abb. 67.

Dann zieht man bis zu diesen Resultanten gerade Linien durch die drei angenommenen Punkte der Stützlinie und erhält aus den Kräften 1 und 2 des Kräfteplans die im Scheitel wirksame Kraft 3 und hiermit den Kräfteplan für die gesuchte Drucklinie, welche durch die drei angenommenen Punkte hindurchgeht.

Die gefährlichsten Punkte derselben liegen bei c und d, und ergibt sich bei c eine Breite des Gewölbes $= 55^{cm}$ mit der Kraft $P = 28\cdot 2\cdot 0{,}4\cdot 2{,}4 =$ rd. 54^{t}, und bei d eine Breite des Gewölbes $= 65^{cm}$ mit der Kraft $P = 29\cdot 2\cdot 0{,}4\cdot 2{,}4 = 55{,}7^{t}$.

Unter der Annahme, daß die Druckkurve mit dem Rand des Gewölbes zusammenfällt, erhält man nach B 2 c für $P = 54^{t}$, $h = 52^{cm}$, $h' = 3^{cm}$, $g_1 = 0$, $g_2 = 52^{cm}$, $p = 1$, $\sigma_b = 40^{kg}$, $b = 100^{cm}$, $n = 15: x^2 - 2x(h + h') =$

$$= -\frac{3}{2}(h^2 + h'^2) + \frac{3P}{b\cdot\sigma_b}\left\{\left(\frac{h}{x} - 1\right)\cdot g_2 + \left(1 - \frac{h'}{x}\right)(g_1 - h_1)\right\}$$

oder $x^2 - 2x\,(52 + 3) = -\frac{3}{2}\,(52^2 + 3^2) +$

$$+\ 3\cdot\frac{54\,000}{40\cdot 100}\left\{\left(\frac{52}{x} - 1\right)\cdot 52 + \left(1 - \frac{3}{x}\right)(-3)\right\} \text{ oder}$$

$$x^2 - 110x + 6297 - \frac{109\,876}{x} = 0.$$

$$\text{Für } x = \begin{cases}\frac{h}{2}\\ \frac{2}{5}h\end{cases} = \begin{cases}30\\ 20\end{cases} \text{ ist } f(x) = \begin{cases}+234\\ -997\end{cases},\ x = 30 - \frac{234\cdot 10}{1231} = 28{,}1^{cm}.$$

Für $x = 28$ wird $f(x) = +77$,

$$x = 28 - \frac{77\cdot 8}{997 + 77} = 27{,}4^{cm},$$

und für $x = 27$, $f(x) = -13$, somit genaues

$$x = 27 + \frac{13\cdot 1}{13 + 77} = 27{,}1^{cm}.$$

Für $f_e = f'_e$ ist ferner

$$n\left(1 - \frac{h'}{x}\right)\cdot(h - h')\cdot f_e = \frac{P}{\sigma_b}\cdot g_2 - \frac{b\cdot x}{6}\,(3h - x)$$

oder

$$15\left(1-\frac{3}{27,1}\right)(52-3)\cdot f'_e=\frac{54\,000}{40}\cdot 52-\frac{100\cdot 27,1}{6}(3\cdot 52-27,1)$$

oder

$$f'_e=\frac{11\,980\cdot 27,1}{24,1\cdot 735}=18,3^{\text{qcm}},$$

somit pro 10^{cm} ein Rundeisen Φ 16 mit $f_e=2,01^{\text{qcm}}$.

$$\sigma_e=n\,\sigma_b\left(\frac{h}{x}-1\right)=15\cdot 40\left(\frac{52}{27,1}-1\right)=550^{\text{kg}}.$$

Will man jedoch h und $f_e=f'_e$ aus $\sigma_b=40^{\text{kg}}$ und $\sigma_e=1000^{\text{kg}}$ für $g_1=0$ und $g_2=h$ bestimmen, so ist $h=m\cdot x=\frac{8}{3}\cdot x$ und dieses in B 2c eingesetzt gibt:

$$x^2-2x(m\cdot x+h')=-\frac{3}{2}(m^2\cdot x^2+h'^2)+$$
$$+\frac{3P}{b\cdot\sigma_b}\left\{(m-1)\cdot m\cdot \overset{(g_2)}{x}+\left(1-\frac{h'}{x}\right)\cdot(0-h')\right\}$$

oder

$$x^2-2x\left(\frac{8}{3}\cdot x+3\right)=-\frac{3}{2}\left(\frac{8^2}{3^2}\cdot x^2+3^2\right)+$$
$$+\frac{3\cdot 54\,000}{100\cdot 40}\left\{\frac{5}{3}\cdot\frac{8}{3}\cdot x+\left(1-\frac{3}{x}\right)(-1)\right\}\quad\text{oder}$$
$$\frac{19\,x^2}{3}-186\,x+135-\frac{364,5}{x}=0.$$

$$\text{Für } x=\begin{cases}20\\30\end{cases}\text{ ist } f(x)=\begin{cases}-1070\\+243\end{cases},\; x=30-\frac{243\cdot 10}{1313}=28,1^{\text{cm}}.$$

Für $x=28$ ist $f(x)=-121$ und genaues

$$x=28+\frac{121\cdot 2}{364}=28,7^{\text{cm}}.$$

Ferner ist $h=\frac{8}{3}\,x=\frac{8}{3}\cdot 28,7=76,5^{\text{cm}}$ und die Stärke des Gewölbes bei $c=80^{\text{cm}}$. Endlich ist

$$15\left(1-\frac{3}{28,7}\right)(76,5-3)\cdot f'_e=$$
$$=\frac{54\,000}{40}\cdot 76,5-\frac{100\cdot 28,7}{6}(3\cdot 76,5-28,7)$$

und $$f'_e=\frac{7225\cdot 28,7}{25,7\cdot 15\cdot 73,5}=7,33^{\text{qcm}},$$

somit genügt pro 10^{cm} ein Rundeisen $\Phi\ 10=0,785^{\text{qcm}}$.

$$\sigma_e=n\cdot\sigma_b\left(\frac{h}{x}-1\right)=15\cdot 40\left(\frac{76,5}{26,7}-1\right)=1000^{\text{kg}}.$$

Die volle Ausnutzung der zulässigen Eisen- und Betonspannungen würde daher eine Stärke des Gewölbes im Scheitel von 75^{cm} statt 50^{cm} erfordern, wofür alsdann Rundeisen Φ 10 statt 16^{mm} genügen.

Zur Vergleichung dieser beiden Annahmen sollen die Kosten des Betons $=30$ ℳ pro Kubikmeter und des Eisens $=20$ ℳ pro 100^{kg} dienen, und es ergibt sich pro Quadratmeter derselbe Preis für $30\cdot x^{\text{m}}$ und $\frac{20}{100}\cdot 0,785\cdot y^{\text{qcm}}$, oder $\frac{x^{\text{m}}}{y^{\text{qcm}}}=\frac{0,785\cdot 20}{30\cdot 100}=\text{rd. }0,005$, oder $y^{\text{qcm}}=200\cdot\frac{x^{\text{cm}}}{100}=2\,x^{\text{cm}}$, oder bei gleichen Kosten $x^{\text{cm}}:y^{\text{qcm}}=1:2$.

Bei 75^{cm} Stärke des Gewölbes sind nun $20\ \Phi\ 10=15,7^{\text{qcm}}$ erforderlich, und bei 50^{cm} Stärke desselben $20\ \Phi\ 16=40,2^{\text{qcm}}$, oder bei 25^{cm} größerer Stärke des Betons 25^{qcm} kleinerer Eisenquerschnitt, und es findet also durchschnittlich dieselbe Zunahme an Betonstärke in Zentimetern wie Abnahme des Eisenquerschnittes in Quadratzentimetern statt. Da aber 1^{cm} Betonzunahme so viel kostet wie 2^{qcm} Eisenabnahme, so ist die erstere doppelt so teuer als die letztere, und die Ausführung von 50^{cm} Scheitelstärke mit 2×10 Rundeisen $\Phi\ 16^{\text{mm}}$ pro Meter Breite ist am billigsten.

Will man mit Rücksicht auf Erschütterungen nur bis $\sigma_b=35\ ^{\text{kg}}/_{\text{qcm}}$ zulässiger Beanspruchung des Betons gehen, so erhält man nach obigen Formeln bei 55^{cm} Scheitelstärke $2\times 10\ \Phi\ 18$ (statt 16).

Die Maximalinanspruchnahmen ergeben sich nach B 2a für $P=54^{\text{t}}$, $g_1=0$, $g_2=h=52^{\text{cm}}$, $f_e=f'_e=20,1^{\text{qcm}}$ aus:

$$x^2-3x\cdot g_1=\frac{6\,n\,g_2\,f_e}{b}\left(\frac{h}{x}-1\right)+\frac{6\cdot n\,(g_1-h')}{b}\,f'_e\left(1-\frac{h'}{x}\right)$$

oder

$$x^2=\frac{6\cdot 15\cdot 52\cdot 20,1}{100}\left(\frac{52}{x}-1\right)+\frac{6\cdot 15\,(-3)}{100}\cdot 20,1\left(1-\frac{3}{x}\right)$$

oder $$x^2+995-\frac{49\,078}{x}=0.$$

$$\text{Für } x=\begin{cases}25\\30\end{cases}\text{ ist } f(x)=\begin{cases}-343\\+259\end{cases},\; x=30-\frac{259\cdot 5}{602}=27,9^{\text{cm}}$$

und für $x=28^{\text{cm}}$, $fx=+26$, und genaues

$$x=28-\frac{26\cdot 3}{343+26}=27,8^{\text{cm}}.$$

$$\sigma_b=\frac{2P\cdot g_2}{b\cdot x\left(h-\frac{x}{3}\right)+2\,n\,f'_e\,(h-h')\left(1-\frac{h'}{x}\right)}=$$
$$=\frac{6\cdot 54\,000\cdot 52}{100\cdot 27,8\,(3\cdot 52-27,8)+6\cdot 15\cdot 20,1\,(52-3)\left(1-\frac{3}{27,8}\right)}=$$
$$=\frac{168,48}{3,58+0,79}=38,5^{\text{kg}},$$

$$\sigma_e=n\,\sigma_b\left(\frac{h}{x}-1\right)=15\cdot 38,5\left(\frac{52}{27,8}-1\right)=503^{\text{kg}}.$$

Für $P=54^{\text{t}}$, $g_1=0$, $g_2=h=57^{\text{cm}}$, $f_e=f'_e=25,45^{\text{qcm}}$ würde man erhalten: $x=31,5^{\text{cm}}$, $\sigma_b=33,5^{\text{kg}}$, $\sigma_e=407^{\text{kg}}$.

Zur Bestimmung des Widerlagers erhält man bei Belastung des halben Gewölbes mit $3,0\ ^{\text{t}}/_{\text{qm}}$ aus der Zeichnung eine Gesamtresultante $47\cdot 2\cdot 0,4\cdot 2,4=90,2^{\text{t}}$ im Abstand $6,52^{\text{m}}$ von der Mitte. Für $2,0^{\text{t}}$ statt $3,0\ ^{\text{t}}/_{\text{qm}}$ $10,9\cdot 1,0=10,9^{\text{t}}$ weniger, oder eine Resultante $79,3^{\text{t}}$ im Abstand $\frac{6,52\cdot 90,2-5,45\cdot 10,9}{90,2-10,9}=6,67^{\text{m}}$. Der Horizontalschub wird alsdann $=\frac{79,3\cdot(10,45-6,67)}{5,0}=59,9^{\text{t}}$ und der Kämpferdruck (durch den Schnitt mit der Vertikalkraft $79,3^{\text{t}}$) in der Mitte des Kämpfers $=\sqrt{59,9^2+79,3^2}=99,4^{\text{t}}$. Bei einseitiger Belastung des Gewölbes mit $3,0\ ^{\text{t}}/_{\text{qm}}$ wird dagegen (nach dem Kräfteplan) die schiefe Kraft im Kämpfer $=52\cdot 2\cdot 0,4\cdot 2,4=99,8^{\text{t}}$, also größer.

Wird diese Kraft mit dem Pfeilergewicht

$$=\left(\frac{3,0\cdot 6,0}{2}+4,0\cdot 5,4\right)\cdot 2,0=61,2^{\text{t}}$$

zusammengesetzt, so geht die Resultante (unter Berücksichtigung des Erddruckes) durch die Mitte der Bodenfuge, für welche $\sigma=\frac{157\,000}{500\cdot 100}=3,1\ ^{\text{kg}}/_{\text{qcm}}$ ist.

5. Berechnung einer Stützmauer mit Hohlräumen für einen Eisenbahndamm.

Die Stützmauer ist 6 ^{m} hoch und hat eine Ueberschüttungshöhe $= 3{,}0\,^{m}$ nebst der Belastung eines Eisenbahnzuges. Diese beträgt nach dem preußischen Schema von 1902: 17 ^{t} pro 1,5 ^{m} Länge und ca. 3,8 ^{m} Breite, oder in dem Gewicht der Erde $= 1{,}7\,^{t}/_{cbm}$ ausgedrückt:

$$\frac{17}{1{,}5 \cdot 3{,}8 \cdot 1{,}7} = \text{rd. } 1{,}8\,^{m}.$$

Bei Annahme der Neigung 1 : 4 für die Vorderwand und bei einer vertikalen Hinterwand erhält man angenähert für den Erddruck

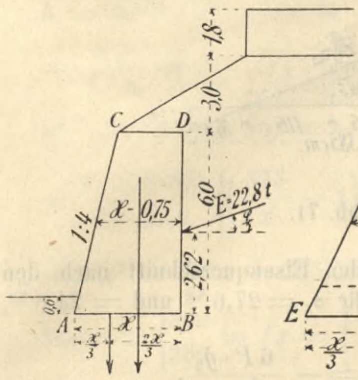


Abb. 68.

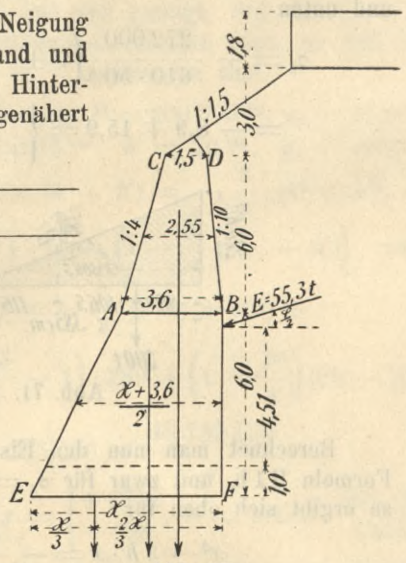


Abb. 69.

$$E = \frac{1}{2}\left(h^2 + 2\,h \cdot h'\right) \cdot \gamma \cdot \mathrm{tg}^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right)$$

und für die Erdböschung $1 : 1\frac{1}{2}$ —: $\varphi = 33^0\,40'$ und

$$\mathrm{tg}^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) = 0{,}287, \text{ ferner } h = 6\,^{m},$$

$$h' = 4{,}8\,^{m} \text{ —: } E = \frac{1}{2}\left(6^2 + 2 \cdot 6 \cdot 4{,}8\right) \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}287 = 22{,}8^{t}.$$

Der Abstand des Erddruckes ergibt sich aus

$$\frac{h}{3} \cdot \frac{(3\,h' + h)}{(2\,h' + h)} = \frac{6}{3} \cdot \frac{(3 \cdot 4{,}8 + 6)}{2 \cdot 4{,}8 + 6} = 2{,}62\,^{m}.$$

Die Komponenten des Erddruckes $\left(\text{unter } \angle \frac{\varphi}{2}\right)$ sind

$$= 22{,}8 \cdot 0{,}957 = 21{,}8\,^{t} \text{ und } 22{,}8 \cdot 0{,}29 = 6{,}6\,^{t}.$$

In Beziehung auf B ist alsdann (für das Mauergewicht $2{,}2\,^{t}/_{cbm}$) (s. Abb. 68):

$$\frac{(x - 0{,}75)^2}{2}\,6 \cdot 2{,}2 + 2{,}62 \cdot 21{,}8 =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot x\left\{(x - 0{,}75) \cdot 6 \cdot 2{,}2 + 6{,}6\right\}$$

$$\text{oder } (x^2 - 1{,}5\,x + 0{,}75^2) \cdot 6{,}6 + 57{,}1 =$$

$$= \frac{2}{3}\,x\,(13{,}2\,x - 9{,}9 + 6{,}6)$$

$$\text{oder } 2{,}2\,x^2 + 7{,}7\,x = 60{,}8;\; x^2 + 3{,}5\,x = 27{,}7,$$

$$x = -1{,}75 + \sqrt{1{,}75^2 + 27{,}7} = 3{,}80\,^{m}.$$

Wird eine kleine Zugspannung des Betons zugelassen, so kann der nebengezeichnete Querschnitt gewählt werden.

Da die Stützmauer 6 ^{m} tief in die Erde hinabgeht, so sollen (zur Ersparnis an Material) unten Hohlräume angebracht werden.

Die Rechnung ergibt für $6 + 5\,^{m}$ Höhe der Stützmauer (bei 1 ^{m} starkem Fundament)

$$E = \frac{1}{2}\left(11^2 + 2 \cdot 4{,}8 \cdot 11\right) \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}287 = 55{,}3\,^{t}$$

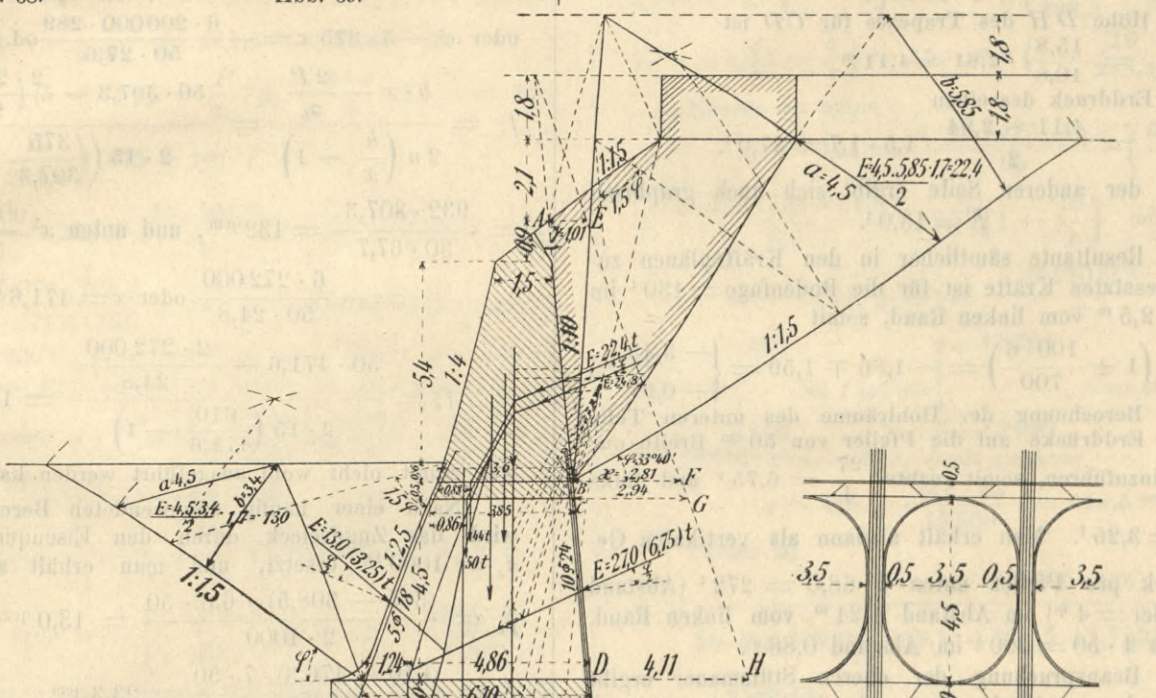


Abb. 70.

im Abstand $\frac{11}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4{,}8 + 11}{2 \cdot 4{,}8 + 11} = 4{,}51\,^{m}.$

Die Komponenten des Erddruckes sind bei vertikaler Hinterwand

$$= 55{,}3 \cdot 0{,}957 = 52{,}9\,^{t} \text{ und } 55{,}3 \cdot 0{,}29 = 16{,}0\,^{t}.$$

Die Momentgleichung lautet für die Bodenfugenkante in Beziehung auf F (wenn der ganze untere Teil mit $2{,}0\,^{t}/_{cbm}$ gerechnet wird) (s. Abb. 69):

$$\left(\frac{2{,}55}{2} + 0{,}3\right) \cdot 2{,}55 \cdot 6 \cdot 2{,}2 +$$

$$+ \frac{(x + 3{,}6)^2}{8} \cdot 6 \cdot 2{,}0 + 52{,}9 \cdot 5{,}51 = \frac{2}{3}\, x\,(6\,x + 71{,}3)$$

oder $\quad 2{,}5\,x^2 + 36{,}7\,x = 364{,}0,$

$$x^2 + 14{,}7\,x = 145{,}6;\; x = -\,7{,}35 + \sqrt{7{,}35^2 + 145{,}6} = 6{,}8^{\,m}.$$

Es kann daher der obengezeichnete Querschnitt ausgeführt werden, und hierfür soll die graphische Berechnung nach Mohr (Technische Mechanik des Ingenieurvereins, Stuttgart) zur Anwendung kommen (s. Abb. 70).

Dieselbe ergibt einen Erddruck

$$E = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{4{,}5 \cdot 5{,}85}{2} \cdot 1{,}7 = 22{,}4^{\,t},$$

und wenn man für $\frac{a \cdot b}{2}$ das Trapez $ABEF$ setzt, so erhält man

$$\frac{x}{y} = \frac{10{,}8}{3{,}9},\; \frac{x + y}{2} \cdot 6{,}9 = \frac{4{,}5 \cdot 5{,}85}{2}$$

oder $\frac{x}{y} = 2{,}77,\; x + y = 3{,}82^{\,m},$

somit $y = \frac{3{,}82}{3{,}77} = 1{,}01^{\,m},\; x = 2{,}81^{\,m}.$

Die Höhe CG des Trapezes für AC ist $= \frac{11{,}3}{10{,}8} \cdot 2{,}81 = 2{,}94^{\,m}$ und der Erddruck desselben

$$= \frac{2{,}94 + 1{,}01}{2} \cdot 7{,}4 \cdot 1{,}7 = 24{,}8^{\,t}.$$

Die Höhe DH des Trapezes für CD ist

$$= \frac{15{,}8}{10{,}8} \cdot 2{,}81 = 4{,}11^{\,m}$$

und der Erddruck desselben

$$= \frac{4{,}11 + 2{,}94}{2} \cdot 4{,}5 \cdot 1{,}7 = 27{,}0^{\,t}.$$

Auf der anderen Seite ergibt sich auch graphisch $E = 13{,}0^{\,t}$.

Die Resultante sämtlicher in den Kräfteplänen zusammengesetzten Kräfte ist für die Bodenfuge $= 130^{\,t}$ im Abstand $2{,}5^{\,m}$ vom linken Rand, somit

$$\sigma_e = -\,\frac{130\,000}{700 \cdot 100}\left(1 \pm \frac{100 \cdot 6}{700}\right) = -\,1{,}86 \mp 1{,}59 = \begin{cases} -\,3{,}45 \\ -\,0{,}27 \end{cases} \text{kg}.$$

Zur Berechnung der Hohlräume des unteren Teils sind die Erddrücke auf die Pfeiler von $50^{\,cm}$ Breite nur mit $\frac{1}{4}$ einzuführen, somit rechts $\frac{27}{4} = 6{,}75^{\,t}$ und links $\frac{13{,}0}{4} = 3{,}25^{\,t}$. Man erhält alsdann als vertikalen Gesamtdruck pro Pfeiler unten $4 \cdot 68{,}0 = 272^{\,t}$ (Abstand der Pfeiler $= 4^{\,m}$) im Abstand $1{,}24^{\,m}$ vom linken Rand, und oben $4 \cdot 50 = 200^{\,t}$ im Abstand $0{,}86^{\,m}$.

Die Beanspruchung der oberen Stützmauer ergibt sich aus dem vertikalen Gesamtdruck $44{,}0^{\,t}$ im Abstand $0{,}88^{\,m}$, und es wird

$$\sigma = -\,\frac{44\,000}{360 \cdot 100}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 92}{360}\right) = -\,1{,}22 \mp 1{,}87 = \begin{cases} -\,3{,}1^{\,kg} \text{ Druck} \\ +\,0{,}65^{\,kg} \text{ Zug.} \end{cases}$$

Die Lage der Resultante verhindert bei den Hohlräumen eine volle Ausnutzung der zulässigen Eisen- und Betonbeanspruchungen, und man erhält nach B 1 a für $f_e = 0,\; x = 3\,g$, und $\sigma_b = \frac{2\,P}{b \cdot x}$, so daß oben für

$$x = 3 \cdot 86 = 258^{\,cm},\; \sigma_b = \frac{2 \cdot 200\,000}{50 \cdot 258} = 31{,}0^{\,kg}$$

und unten für $x = 3 \cdot 124 = 372^{\,cm}$,

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 272\,000}{50 \cdot 372} = 29{,}25^{\,kg}$$

wird.

Wirkt nun der Eisenquerschnitt mit, so wird x größer und σ_b kleiner. Will man dieselbe Spannungsverteilung gelten lassen, wie bei der Mitwirkung des Zuges im Beton (ohne Eiseneinlagen), so erhält man oben:

$$\sigma_b = -\,\frac{200\,000}{385 \cdot 50}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 106{,}5}{385}\right) =$$

$$= -\,10{,}4 \mp 17{,}2 = \begin{cases} -\,27{,}6^{\,kg} \text{ Druck} \\ +\,6{,}8^{\,kg} \text{ Zug} \end{cases}$$

und unten

$$\sigma_b = -\,\frac{272\,000}{610 \cdot 50}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 181}{610}\right) =$$

$$= -\,8{,}9 \mp 15{,}9 = \begin{cases} -\,24{,}8^{\,kg} \text{ Druck} \\ +\,7{,}0^{\,kg} \text{ Zug.} \end{cases}$$

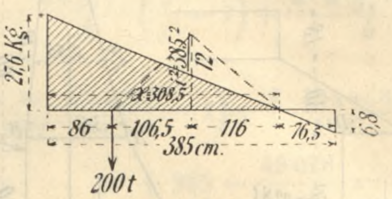


Abb. 71.

Berechnet man nun den Eisenquerschnitt nach den Formeln B 1 b, und zwar für $\sigma_b = 27{,}6^{\,kg}$ und $= 24{,}8^{\,kg}$, so ergibt sich oben für

$$x^2 - 3\,h \cdot x = -\,\frac{6\,P \cdot g_2}{b \cdot \sigma_b},$$

oder $x^2 - 3 \cdot 375\,x = -\,\frac{6 \cdot 200\,000 \cdot 289}{50 \cdot 27{,}6}$ od. $x = 307{,}3^{\,cm}$,

$$f_e = \frac{b \cdot x - \frac{2\,P}{\sigma_b}}{2\,n\left(\frac{h}{x} - 1\right)} = \frac{50 \cdot 307{,}3 - \frac{2 \cdot 200\,000}{27{,}6}}{2 \cdot 15\left(\frac{375}{307{,}3} - 1\right)} =$$

$= \frac{932 \cdot 307{,}3}{30 \cdot 67{,}7} = 132^{\,qcm}$, und unten $x^2 - 3 \cdot 600\,x =$

$= -\,\frac{6 \cdot 272\,000}{50 \cdot 24{,}8}$ oder $x = 471{,}6^{\,cm}$,

$$f_e = \frac{50 \cdot 471{,}6 - \frac{2 \cdot 272\,000}{24{,}8}}{2 \cdot 15\left(\frac{610}{471{,}6} - 1\right)} = 187^{\,qcm},$$

was somit nicht wohl ausgeführt werden kann.

Nach einer häufig angewendeten Berechnungsweise wird das Zugdreieck durch den Eisenquerschnitt mit $\sigma_e = 1000^{\,kg}$ ersetzt, und man erhält alsdann oben

$$f_e = \frac{(385 - 308{,}5) \cdot 6{,}8 \cdot 50}{2 \cdot 1000} = 13{,}0^{\,qcm} \text{ und unten}$$

$$f_e = \frac{(610 - 476{,}3) \cdot 7 \cdot 50}{2 \cdot 1000} = 23{,}3^{\,qcm}.$$

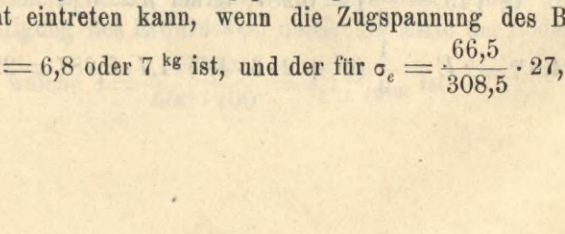


Abb. 72.

Da jedoch eine Zugspannung des Eisens von $1000^{\,kg}$ nicht eintreten kann, wenn die Zugspannung des Betons nur $= 6{,}8$ oder $7^{\,kg}$ ist, und der für $\sigma_e = \frac{66{,}5}{308{,}5} \cdot 27{,}6 \cdot 15$

$= 89^{\,kg}$ und $\frac{123,7}{476,3} \cdot 24,8 \cdot 15 = 96^{\,kg}$ erforderliche Eisenquerschnitt $= \frac{13 \cdot 1000}{89} = 146^{\,qcm}$ und $= \frac{23,3 \cdot 1000}{96}$ $= 242^{\,qcm}$ wäre, so ist eine andere Annahme zu machen. Durch Einführung des Eisenquerschnitts f_e' in den Formeln B 2 b wird aber für dasselbe σ_b — : x kleiner und damit σ_e größer und f_e kleiner.

Durch Probieren hat sich gezeigt, daß für $f_e = f_e'$ der geringste Eisenquerschnitt erhalten wird, so daß die Formeln B 2 c mit $p = 1$ anzuwenden sind.

Man erhält nun oben für $P = 200\,000^{\,kg}$, $\sigma_b = 27,6^{\,kg}$, $g_1 = +86^{\,cm}$, $h = 375^{\,cm}$, $h' = 10^{\,cm}$, $g_2 = 289^{\,cm}$, $b = 50^{\,cm}$: $x^2 - 2x\,(h + h') = -\frac{3}{2}(h^2 + h'^2) + $

$$+ \frac{3P}{b \cdot \sigma_b}\left\{\left(\frac{h}{x} - 1\right) \cdot g_2 + \left(1 - \frac{h'}{x}\right)(g_1 - h')\right\} \text{ oder}$$

$$x^2 - 2x\,(375 + 10) = -\frac{3}{2}(375^2 + 10^2) +$$

$$+ \frac{3 \cdot 200\,000}{50 \cdot 27,6}\left\{\left(\frac{375}{x} - 1\right) \cdot 289 + \left(1 - \frac{10}{x}\right)(86 - 10)\right\}$$

oder $x^2 - 770x + 303\,696 - \frac{46\,789\,130}{x}$.

Für $x = \begin{cases}300\\280\end{cases}$ ist $fx = \begin{cases}+6732\\-608\end{cases}$, $x = 280 + \frac{608 \cdot 20}{7340}$ $=$ rd. 282 und hierfür ist $f(x) = +161$ und genaues $x = 282 - \frac{2 \cdot 161}{769} = 281,6^{\,cm}$. Ferner ist

$$n\left(1 - \frac{h'}{x}\right)(h - h')\,f_e' = \frac{P}{\sigma_b} \cdot g_2 - \frac{b \cdot x}{6}(3h - x) \text{ oder}$$

$$15\left(1 - \frac{10}{281,6}\right)(375 - 10) \cdot f_e' =$$

$$= \frac{200\,000}{27,6} \cdot 289 - \frac{50 \cdot 281,6}{6}(3 \cdot 375 - 281,6), \text{ oder}$$

$f_e' = \frac{115\,024 \cdot 281,6}{15 \cdot 271,6 \cdot 365} = 21,8^{\,qcm}$. Ebenso erhält man für $P = 272\,000^{\,kg}$, $\sigma_b = 24,8^{\,kg}$, $g_1 = +124^{\,cm}$, $h = 600^{\,cm}$, $g_2 = 476^{\,cm}$, $h' = 10^{\,cm}$, $b = 50^{\,cm}$: $x^2 - 2x\,(600 + 10) =$

$$= -\frac{3}{2}(600^2 + 10^2) + \frac{3 \cdot 272\,000}{50 \cdot 24,8}\left\{\left(\frac{600}{x} - 1\right) \cdot 476 + \right.$$

$$\left. + \left(1 - \frac{10}{x}\right)(124 - 10)\right\} \text{ oder}$$

$$x^2 - 1220x + 778\,370 - \frac{187\,943\,226}{x} = 0.$$

Für $x = \begin{cases}400\\430\end{cases}$ ist $f(x) = \begin{cases}-19\,488\\+1593\end{cases}$, $x = 430 - \frac{1593 \cdot 30}{21081} =$ $=$ rd. $427^{\,cm}$, und hierfür ist $f(x) = -389$ und genaues $x = 427 + \frac{389 \cdot 3}{1982} = 427,6^{\,cm}$. Ferner ist

$$15\left(1 - \frac{10}{427,6}\right)(600 - 10)\,f_e' = \frac{272\,000}{24,8} \cdot 476 -$$

$$- \frac{50 \cdot 427,6}{6}(3 \cdot 600 - 427,6), \text{ oder } f_e' = \frac{330\,326 \cdot 427,6}{15 \cdot 417,6 \cdot 590} =$$

$= 38,3^{\,qcm}$.

Es genügen daher für f_e 10 Φ 24 $= 45,2^{\,qcm}$, und weil die Aenderung von f_e' nur eine kleine Erhöhung der Betonbeanspruchung bewirkt, so sollen hierfür 5 Φ 18 $= 12,7^{\,qcm}$ zur Anwendung kommen.

Die tatsächlich durch diese Eiseneinlagen bewirkten Beanspruchungen ergeben sich alsdann aus B 2 a, und man erhält oben:

$$x^2 - 3x \cdot g_1 = \frac{6 \cdot n \cdot g_2 \cdot f_e}{b}\left(\frac{h}{x} - 1\right) + \frac{6n(g_1 - h')}{b} \cdot f_e'\left(1 - \frac{h'}{x}\right)$$

oder

$$x^2 - 3x \cdot 86 = \frac{6 \cdot 15 \cdot 289 \cdot 45,2}{50}\left(\frac{375}{x} - 1\right) +$$

$$+ \frac{6 \cdot 15\,(86 - 10)}{50} \cdot 12,7\left(1 - \frac{10}{x}\right)$$

oder $\quad x^2 - 258x + 21\,776 - \frac{8\,800\,016}{x} = 0.$

Für $x = \begin{cases}300\\280\end{cases}$ ist $f(x) = \begin{cases}+5043\\-3493\end{cases}$, $x = 280 + \frac{3493 \cdot 20}{8536} =$ rd. $288^{\,cm}$, und hierfür ist $f(x) = -140$, somit genaues

$$x = 288 + \frac{140 \cdot 12}{5183} = 288,3^{\,cm}.$$

Ferner ist

$$\sigma_b = \frac{2P \cdot g_2}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right) + 2n f_e'(h - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 200\,000 \cdot 289}{50 \cdot 288,3\,(375 - 96,1) + 2 \cdot 15 \cdot 12,7\,(375 - 10)\left(1 - \frac{10}{288,3}\right)} =$$

$$= \frac{1156}{40,2 + 1,35} = 27,8^{\,kg},$$

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot \left(\frac{h}{x} - 1\right) = 15 \cdot 27,8\left(\frac{375}{288,3} - 1\right) = 125^{\,kg},$$

$$\sigma_e' = n\,\sigma_b\left(1 - \frac{h'}{x}\right) = 15 \cdot 27,8\left(1 - \frac{10}{288,3}\right) = 402^{\,kg}.$$

Ebenso ist unten

$$x^2 - 3 \cdot x \cdot 124 = \frac{6 \cdot 15 \cdot 476 \cdot 45,2}{50}\left(\frac{600}{x} - 1\right) +$$

$$+ \frac{6 \cdot 15 \cdot (124 - 10)}{50} \cdot 12,7 \cdot \left(1 - \frac{10}{x}\right) \text{ oder}$$

$$x^2 - 372x + 36\,121 - \frac{23\,210\,356}{x} = 0.$$

Für $x = \begin{cases}400\\440\end{cases}$ ist $f(x) = \begin{cases}-10\,705\\+13\,290\end{cases}$, $x = 400 + \frac{10\,705 \cdot 40}{23\,995} = 418$ und hierfür $f(x) - 378$, somit genaues

$$x = 418 + \frac{378 \cdot 22}{13\,668} = 418,6^{\,cm}.$$

Ferner ist

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 272\,000 \cdot 476}{50 \cdot 418,6\,(600 - 139,5) + 2 \cdot 15 \cdot 12,7\,(600 - 10)\left(1 - \frac{10}{418,6}\right)} =$$

$$= \frac{2589,44}{96,4 + 2,19} = 26,3^{\,kg}, \quad \sigma_e = 15 \cdot 26,3\left(\frac{600}{418,6} - 1\right) = 171^{\,kg},$$

$$\sigma_e' = 15 \cdot 26,3\left(1 - \frac{10}{418,6}\right) = 385^{\,kg}.$$

Hätte man den Zug des Betons mit $\frac{\sigma_b}{10}$ berücksichtigt, so erhielte man nach B 2 c oben: $x = 292,7^{\,cm}$, $f_e = f_e' = 13,2^{\,qcm}$ und unten: $x = 444,7^{\,cm}$, $f_e = f_e' = 25,3^{\,qcm}$.

Die Berechnung der gewölbten Decke über den Hohlräumen kann entweder als Balken mit $Mm = \frac{ql^2}{16}$ und $Ma = \frac{ql^2}{12}$ (wegen Eingespanntseins) oder als Gewölbe stattfinden.

Der Gegendruck eines Pfeilers ist auf 1^{m} Länge (nach der Abb. 73) $= \frac{21{,}3 \cdot 100 \cdot 50}{1000} = 106{,}5^{\text{t}}$ und verteilt sich auf 4^{m} Breite, so daß pro Meter Breite $\frac{106{,}5}{4} = 26{,}6^{\text{t}}$ zu rechnen sind.

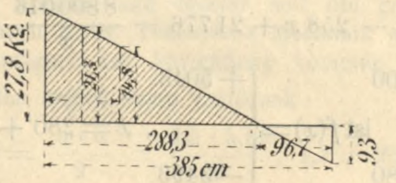


Abb. 73.

Das Biegungsmoment ist daher

$$M\max = \frac{26{,}6 \cdot 4{,}0^2}{16} = 26{,}6^{\text{mt}},$$

und hierfür ist nach A 1 b:

$$x = \sqrt{\frac{6\,M}{7\,b\,\sigma_b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 2\,660\,000}{7 \cdot 100 \cdot 40}} = 23{,}9^{\text{cm}},$$

$$h = \frac{8}{3}\,x = \frac{8}{3}\,23{,}9 = 63{,}7^{\text{cm}},$$

$$f_e = \frac{b \cdot x}{50} = \frac{100 \cdot 23{,}9}{50} = 47{,}8^{\text{qcm}},$$

Für $h = 45^{\text{cm}}$ wird

$$f_e = \frac{63{,}7 - \frac{23{,}9}{3}}{45 - \text{ca. } 5{,}5} \cdot 47{,}8 = 67{,}5^{\text{qcm}}.$$

Dieser große Eisenquerschnitt sowie die tatsächliche Beanspruchung der Decke als Gewölbe, welches unten gedrückt statt gezogen wird, führt zu der folgenden Berechnung. Zu der Belastung von $26{,}6\,{}^{\text{t}}/_{\text{m}}$ kommt noch die kreisförmig ausgeschnittene Fläche, so daß rd. $27{,}0\,{}^{\text{t}}/_{\text{m}}$ gerechnet werden können.

Die Belastung der Gewölbehälfte $= 2 \cdot 27 = 54^{\text{t}}$ kann in der Mitte desselben (im Abstand $1{,}0^{\text{m}}$) angenommen werden, und die Druckkurve entspricht alsdann einer Parabel durch die Mitten des Scheitels und Kämpfers, welche die Höhe BD halbiert und ebenso die Höhen EF und GH bei $\frac{1}{4}$ schneidet (EG ist Tangente der Parabel).

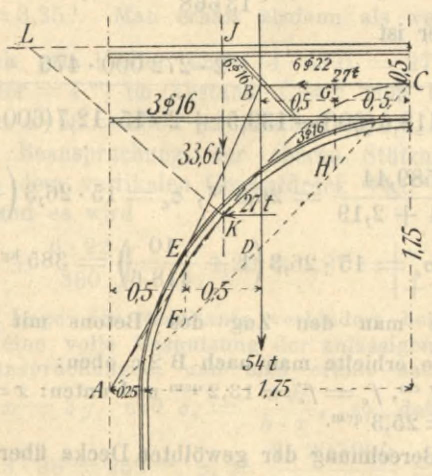


Abb. 74.

Man erhält nun als Horizontalschub $2{,}0 \cdot H = 1{,}0 \cdot 54$ oder $H = 27^{\text{t}}$ und für den gefährlichsten Querschnitt JK erhält man aus der Tangente an die Parabel das Verhältnis der vertikalen Schubkraft $= 33{,}6^{\text{t}}$ zum Horizontalschub $= 27^{\text{t}}$. Für letzteren sind die Eisenquerschnitte (in $JK = 1{,}0^{\text{m}}$ Höhe) zu berechnen (würde die schiefe Kraft zugrunde gelegt, so erhielte man hierfür den schiefen Schnitt KL, so daß annähernd dieselben Spannungen eintreten).

Man erhält als Maximalspannungen in JK:

$$\sigma_b = -\frac{27\,000}{100 \cdot 100}\left(1 \pm \frac{50 \cdot 6}{100}\right) =$$

$$= -\,2{,}7 \mp 8{,}1 = \begin{cases} -\,10{,}8^{\text{kg}} \text{ Druck} \\ +\ \ 5{,}4^{\text{kg}} \text{ Zug.} \end{cases}$$

Wird nun von der tatsächlich auftretenden Maximaldruckspannung des Betons $\sigma_b = 10{,}8^{\text{kg}}$ ausgegangen, so ist nach B 1 b:

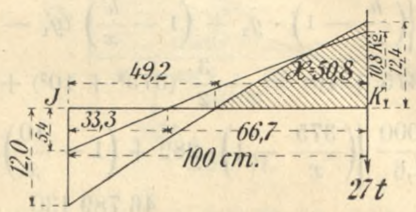


Abb. 75.

$$x^2 - 3\,h\,x = -\frac{6\,P\,g_2}{b \cdot \sigma_b} \text{ oder}$$

$$x^2 - 3 \cdot 95\,x = -\frac{6 \cdot 27\,000 \cdot 95}{100 \cdot 10{,}8}; \text{ oder}$$

$$x^2 - 285\,x = -\,14\,250,$$

$$x = 142{,}5 \pm \sqrt{142{,}5^2 - 14\,250} = 64{,}7^{\text{cm}},$$

$$f_e = \frac{b \cdot x - \frac{2\,P}{\sigma_b}}{2\,n\left(\frac{h}{x} - 1\right)} = \frac{100 \cdot 64{,}7 - \frac{2 \cdot 27\,000}{10{,}8}}{2 \cdot 15\left(\frac{95}{64{,}7} - 1\right)} =$$

$$= \frac{1470 \cdot 64{,}7}{30 \cdot 30{,}3} = 104{,}6^{\text{qcm}}.$$

Durch Einlagen von Eisen an der gedrückten Seite wird auch hier für dasselbe σ_b —: x und f_e kleiner, und für $f_e = f_e'$ erhält man nach B 2 c (da $g_1 = 0$, $g_2 = h = 95^{\text{cm}}$, $h' = 5^{\text{cm}}$.):

$$x^2 - 2\,x\,(h + h') = -\frac{3}{2}\,(h^2 + h'^2) + \frac{3\,P}{b \cdot \sigma_b}\left\{\left(\frac{h}{x} - 1\right)g_2 + \right.$$
$$\left. + \left(1 - \frac{h'}{x}\right)(g' - h')\right\}$$

oder

$$x^2 - 2\,x\,(95 + 5) = -\frac{3}{2}\,(95^2 + 5^2) + \frac{3 \cdot 27\,000}{100 \cdot 10{,}8}\left\{\left(\frac{95}{x} - 1\right)95 + \right.$$
$$\left. + \left(1 - \frac{5}{x}\right)(-\,5)\right\}$$

oder

$$x^2 - 200\,x + 21\,075 - \frac{678\,750}{x} = 0. \text{ Für } x = 50^{\text{cm}} \text{ ist } f(x) = 0.$$

Ferner ist

$$n\left(1 - \frac{h'}{x}\right) \cdot (h - h')\,f_e' = \frac{P}{\sigma_b} \cdot g_2 - \frac{b\,x}{6}\,(3\,h - x) \quad \text{oder}$$

$$15\left(1 - \frac{5}{50}\right)(95 - 5)\,f_e' = \frac{27\,000}{10{,}8} \cdot 95 - \frac{100 \cdot 50}{6}\,(3 \cdot 95 - 50),$$

oder

$$f_e' = \frac{237\,500 - 195\,833}{1215} = 34{,}3^{\text{qcm}}.$$

Es kann daher die in Abb. 74 eingezeichnete Armierung angewendet werden, so daß

$f_e = 6\,\Phi 22 + 6\,\Phi 16 = 22{,}8 + 12{,}1 = 34{,}9^{\,\text{qcm}},\ f'_e = 3\,\Phi 16 = 6{,}0^{\,\text{qcm}}$

(durch diese Reduktion von f'_e wird σ_b etwas größer als $10{,}8^{\,\text{kg}}$) und hierfür ist nach B 2 a:

$$x^2 - 3\,g_1\,x = \frac{6\,n \cdot g_2 f_e}{b}\left(\frac{h}{x} - 1\right) + \frac{6\,n\,f'_e}{b}\,(g_1 - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right), \text{ oder}$$

$$x^2 = \frac{6 \cdot 15 \cdot 95 \cdot 34{,}9}{100}\left(\frac{95}{x} - 1\right) + \frac{6 \cdot 15 \cdot 6{,}0}{100}\,(-5)\left(1 - \frac{5}{x}\right), \text{ oder}$$

$$x^2 + 3011 - \frac{283\,610}{x} = 0.$$

$$\text{Für } x = \begin{cases} 50 \\ 52 \end{cases} \text{ ist } f(x) = \begin{cases} -161 \\ +261 \end{cases},\ x = 50 + \frac{161 \cdot 2}{422} = 50{,}8^{\,\text{cm}},$$

und hierfür ist $f(x) = +\,9$.

$$\sigma_b = \frac{2\,P \cdot g_2}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right) + 2\,n\,f'_e\,(h - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 27\,000 \cdot 95}{100 \cdot 50{,}8\,(95 - 16{,}9) + 2 \cdot 15 \cdot 6{,}0\,(95 - 5)\left(1 - \frac{5}{50{,}8}\right)} =$$

$$= \frac{513{,}0}{39{,}7 + 1{,}46} = 12{,}4^{\,\text{kg}}.$$

$$\sigma_e = n\,\sigma_b\left(\frac{h}{x} - 1\right) = 15 \cdot 12{,}4\left(\frac{95}{50{,}8} - 1\right) = 162^{\,\text{kg}},$$

$$\sigma'_e = n\,\sigma_b\left(1 - \frac{h'}{x}\right) = 15 \cdot 12{,}4\left(1 - \frac{5}{50{,}8}\right) = 168^{\,\text{kg}}.$$

Die vertikale Schubspannung von $33{,}6^{\,\text{kg}}$ verteilt sich auf einen Eisenquerschnitt von $34{,}9 + 2 \cdot 6{,}0 = 46{,}9^{\,\text{qcm}}$, so daß (ohne Berücksichtigung des Betons)

$$\tau_e = \frac{33\,600}{46{,}9} = 717^{\,\text{kg}}$$

wird, und (ohne Berücksichtigung des Eisens)

$$\tau_b = \frac{33\,600}{100 \cdot 100} = 3{,}36^{\,\text{kg}}.$$

Zur Berechnung des Fundaments hat man den Druck der Pfeiler auf dasselbe zu bestimmen, und für die auf S. 48 bestimmte Spannungsverteilung erhält man im max $\frac{23{,}15 \cdot 100 \cdot 50}{1000} = 115{,}75^{\,\text{t}}$ für 4 m Breite, und pro Meter $\frac{115{,}75}{4} = 28{,}9^{\,\text{t}}$ Gegendruck des Bodens, von welchem das

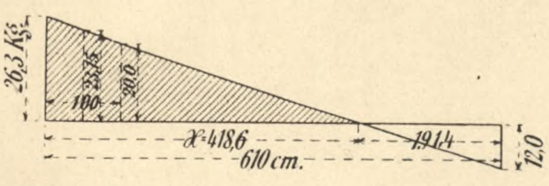


Abb. 76.

Eigengewicht des Fundaments $= 1{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 2{,}4 + 0{,}5 = 2{,}9^{\,\text{t}}$ abgeht; somit bleiben $26\ {}^{\text{t}}/_{\text{m}}$.

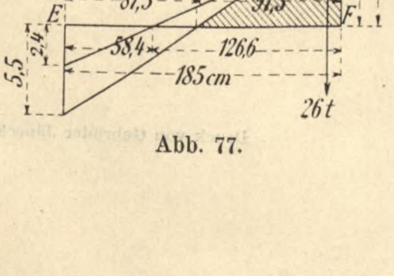


Abb. 77.

Man erhält nun, nach Konstruktion der Druckkurve wie oben, den gefährlichsten Querschnitt bei EF, und für $H = 26^{\,\text{t}}$ die nebengezeichnete Beanspruchung desselben mit

$$\sigma = -\frac{26\,000}{185 \cdot 100}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 83{,}5}{185}\right) = -1{,}40 \mp 3{,}80 =$$

$$= \begin{cases} -5{,}2^{\,\text{kg}} \text{ Druck} \\ +2{,}4^{\,\text{kg}} \text{ Zug.} \end{cases}$$

Wird nun von $\sigma_b = 5{,}2^{\,\text{kg}}$ ausgegangen, so erhält man durch Einsetzung von $P = 26^{\,\text{t}}$, $h = 180^{\,\text{cm}}$, $h' = 5^{\,\text{cm}}$, $g_1 = 9^{\,\text{cm}}$, $g_2 = 171^{\,\text{cm}}$, $b = 100^{\,\text{cm}}$ in B 2 c: $x = 98{,}2^{\,\text{cm}}$, $f_e = 53{,}0^{\,\text{qcm}}$.

Es soll daher die in Abb. 78 enthaltene Armierung des Fundaments angewendet werden, indem unten im Querschnitt EF 6 Φ 26 mit 6 Φ 21 zusammen $= 52{,}6^{\,\text{qcm}}$ sind.

Auf der oberen Seite sind in der Mitte 6 Φ 21 + 6 Φ 16 $= 32{,}8^{\,\text{qcm}}$, was annähernd dem unteren Querschnitt 6 Φ 26 $= 31{,}9^{\,\text{qcm}}$ in der Mitte entspricht. Im Querschnitt EF wirken oben die drei den Hohlraum umschließenden Eisen Φ 16 (welche an geeigneten Stellen unterbrochen werden können), und erhält man nach B 2 a für $f'_e = 6{,}0$ etc.

$$x = 97{,}5^{\,\text{cm}},\ \sigma_b = 6{,}1^{\,\text{kg}},\ \sigma_e = 78^{\,\text{kg}},\ \sigma'_e = 87^{\,\text{kg}}.$$

Die Beanspruchungen des Betons und Eisens sind daher sehr gering, und es würden auch weniger Eiseneinlagen genügen; aber gerade bei diesem Beispiel bildet die Stabilität des Fundaments die Hauptsache, indem sonst ungleichmäßige Senkungen eintreten können und die Pfeiler in ihrer Festigkeit erschüttert werden.

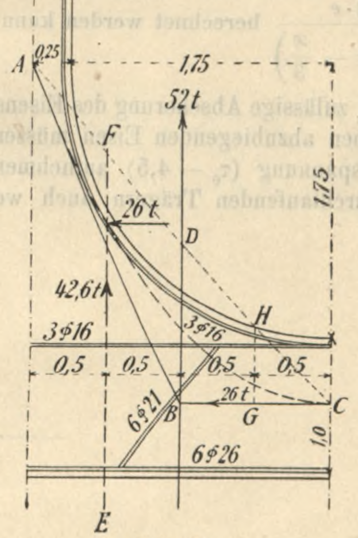


Abb. 78.

Die Spannungen werden jedoch durch die vertikale Schubspannung von $42{,}6^{\,\text{t}}$ bedeutend erhöht, indem der Eisenquerschnitt allein mit $\frac{42\,600}{32{,}8 + 31{,}9} = 645^{\,\text{kg}}$ beansprucht wird, während nur $800^{\,\text{kg}}$ zulässig sind. Der Betonquerschnitt allein wird mit $\frac{42\,600}{185 \cdot 100} = 2{,}25^{\,\text{kg}}$ beansprucht, während $4{,}5^{\,\text{kg}}$ zulässig sind.

Die Stärke des Fundaments könnte bei denselben Eiseneinlagen auch mit 0,8 statt 1,0 m angenommen werden, indem alsdann größere Beanspruchungen eintreten, aber infolge der größeren Ausnutzung des Eisens kein größerer Querschnitt erforderlich wird.

Ebenso werden die Teile zwischen den Enden der Hohlräume (s. Abb. 76) weniger beansprucht, aber auch der Eisenquerschnitt hier weniger ausgenutzt, so daß er auf der ganzen Länge unverändert anzunehmen ist.

E. Ergänzungen zu A—D.

S. 11—23: Zum besseren Verständnis der in A—B entwickelten Formeln ist darauf hinzuweisen, daß jede schwächer unterstrichene Ueberschrift a, b .... einer besonderen Entwicklung entspricht, welche sich auf die allgemeinen Formeln (1)—(3) oder (1)—(4) der stärker unterstrichenen Ueberschriften 1, 2 .... bezieht. Die letzteren beruhen auf dem allgemeinen Elastizitätsgesetz, nach welchem $\frac{l'}{l} = \frac{\sigma}{E}$ das Verhältnis der Verlängerung oder Verkürzung l' zur ganzen Länge l ist (also pro 1 m Länge); und auf den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen, nach welchen die Summe der im Gleichgewicht befindlichen Kräfte $= 0$ ist, und die Summe der statischen Momente derselben (stat. Moment = Kraft $\times$ Hebelarm) für jeden beliebigen Punkt $= 0$ wird.

S. 29—30: Die Werte $M_m = \frac{q l^2}{16}$ und $M_a = \frac{q l^2}{12}$ sind Mittelwerte für Plattenbalken mit Querrippen, und können hiervon noch unterschieden werden: solche mit verhältnismäßig wenigen Querrippen und veränderlicher Belastung $\left(M_m = \frac{q l_2}{14} \text{ und } M_a = \frac{q l^2}{10}\right)$ und solche mit verhältnismäßig vielen Querrippen und gleichförmiger Belastung auf der ganzen Fläche $\left(M_m = \frac{q l^2}{20} \text{ und } M_a = \frac{q l^2}{16}\right)$.

Die Bügel erhalten nicht nur die feste Verbindung zwischen den gezogenen Eisen und dem gedrückten Beton, sondern sie verhindern auch die Abscherung der Platte von dem Steg bei Plattenbalken, weshalb ihr Abstand aus $\tau_e = \frac{Q \cdot e}{2 f_e \left(h - \frac{x}{3}\right)}$ berechnet werden kann (e = Abstand der Bügel, τ_e zulässige Abscherung des Eisens $= 800$ kg/qcm). Die nach oben abzubiegenden Eisen müssen nicht nur die schiefe Zugspannung ($\tau_0 - 4{,}5$) aufnehmen, sondern sie sind bei durchlaufenden Trägern auch wegen der oben auftretenden Zugspannungen erforderlich, so daß sie etwa bei $0{,}21\,l$ abzubiegen sind, wie auch die Zwickel bei $\frac{0{,}21\,l}{2}$ anfangen sollten (s. Abb. 40).

S. 32, Mitte: In der Clapeyronschen Gleichung tritt bei linksseitiger gleichförmiger Belastung bis x an die Stelle von

$\sum^{r} \frac{P \cdot a\,(l_r^2 - a^2)}{l_r}$ der Ausdruck $m = \frac{p_r \cdot x^2}{4\,l_r}\,(2\,l_r^2 - x^2)$

und von

$$\sum^{r+1} \frac{P \cdot b\,(l_{r+1}{}^2 - b^2)}{l_{r+1}} = \sum^{r+1} \frac{P \cdot a\,(l_{r+1} - a)\,(2\,l_{r+1} - a)}{l_{r+1}}$$

(wenn $b = l_{r+1} - a$ gesetzt wird) der Ausdruck

$$n = \frac{p_{r+1} \cdot x^2}{l_{r+1}} \left(l_{r+1} - \frac{x}{2}\right)^2.$$

Bei rechtsseitiger gleichförmiger Belastung bis x ist

$$m' = \frac{p_r\,l_r^3}{4} - m \text{ (= } n \text{ von rechts her)}$$

und $n' = \frac{p_{r+1} \cdot l_{r+1}{}^3}{4} - n$ (= m von rechts her) zu setzen.

S. 33, links unten: Bei einseitiger gleichförmiger Belastung kommt für den Ausdruck $\frac{g_r\,l_r}{2}$ nur $g_r = 0{,}4$ t in Betracht, während die veränderliche Last $p_r = 0{,}3$ t in $\frac{p_r \cdot x^2}{2\,l_r}$ einzusetzen ist, nachdem zuvor auch die Stützmomente M_r und M_{r+1} mit einseitiger gleichförmiger Belastung bis x berechnet worden sind.

S. 33, Abb. 48: Die abzubiegenden Eisen sind auf die ganze schraffierte Fläche zu verteilen, und zwar vom Abstand x in der Nullinie aus (s. Abb. 30). Dies gilt ebenso auch für durchlaufende Träger, indem auch bei durchlaufenden Fachwerksbrücken die Diagonalen beim Auflager am stärksten auf Zug beansprucht werden.

Druck von Gebrüder Jänecke, Hannover.

C. W. KREIDEL'S VERLAG IN WIESBADEN.

Brücken und Dächer.

Zahlenbeispiele
zu deren
Statischen Berechnung.

Bearbeitet von **F. Grages,** Königlichem Regierungs-Baumeister.

Durchgesehen von **G. Barkhausen,** Geh. Regierungsrat und Professor an der königl. technischen Hochschule zu Hannover.

Mit 309 Abbildungen auf 23 lithogr. Tafeln.

Preis 8 Mark.

Zahlenbeispiel
zur
statischen Berechnung
von
massiven Dreigelenkbrücken
vermittelst Einflusslinien.

Bearbeitet
nach den Grundzügen des Herrn
Geh. Regierungsrates G. Barkhausen
Professor an der Königl. techn. Hochschule zu Hannover
von
A. Teichmann,
Ingenieur am Tiefbauamt zu Leipzig.

Mit 29 Abbildungen auf 4 lithographierten Tafeln.

Preis 2 Mark 40 Pf.

Die
Grundlagen der Turbinenberechnung
für
Praktiker und Studierende des Bauingenieurfaches.

Von
Danckwerts,
Regierungs- u. Baurat, Professor an der techn. Hochschule zu Hannover.

Mit 102 Abbildungen im Texte und einem Nachtrage.

Preis 1 Mark 80 Pf.

Ingenieur-Kalender
für
Strassen- & Wasserbau- und Cultur-Ingenieure.

Begründet von
weil. A. Rheinhard,
Baurat bei der Königl. Oberfinanzkammer in Stuttgart und technischem Referenten für Strassen-, Wasser- und Brückenbau.

Neu bearbeitet unter Mitwirkung von Fachgenossen von
R. Scheck,
Regierungs- und Baurat in Stettin.

Mit einem Uebersichtsplan der wichtigsten Wasserstrassen Nord-Deutschlands und einer Eisenbahnkarte und zahlreichen Abbildungen.

Vierunddreissigste Neubearbeitung für 1907.

Eleg. geb. mit 3 gehefteten Beilagen. — Preis: Mark 4.—.

Einfüh
in das
technische Zeichnen
für
Architekten, Bau-Ingenieure und Bau-Techniker.

Entwickelung der wichtigsten Methoden zeichnerischer Darstellung, angewandt auf technische Gegenstände nebst Erörterungen über die hierbei zur Verwendung kommenden Materialien.

Von
Professor **B. Ross,**
Architekt, Regierungsbaumeister.

Mit 2 Seiten Schriftproben im Text und 20 zum grössten Teil farbigen Tafeln.

Preis in Mappe 12 Mark 60 Pf.

Der Brückenbau.
Leitfaden zum Selbststudium.

Von
Franz Tschertou.

Mit 612 Textabbildungen.

Preis 9 Mark 60 Pf., gebunden 11 Mark.

„. . . Die Litteratur des Brückenbaues hat durch das vorliegende Werk eine neue Bereicherung erfahren . . . Die sachliche Zusammenfassung des ganzen Materials sowie die zweckdienliche Ausstattung dieses Buches sichert ihm in den Fachkreisen die gebührende Beachtung und Wertschätzung." *(Österr. Eisenbahn-Zeitung.)*

Der Eisenbahnbau.

Von
Franz Tschertou.
Hauptmann im k. u. k. Eisenbahn- und Telegraphen-Regimente und Lehrer an der k. u. k. technischen Militär-Akademie in Wien.

Mit 409 Textabbildungen und 4 lithographischen Tafeln.

Preis 8 Mark 60 Pf., gebunden 10 Mark.

Das Werk [illegible] als eine verdienstvolle Arbeit bezeichnet werden. Es ist ein Leitfaden für den Studierenden und für den Praktiker in allen jenen Fällen, wo [illegible] um allgemeine Orientierungen, um Recapitulationen des Gelernten [illegible] oder um Anleitungen bei praktischen Arbeiten handelt. *Bautechniker.*

Über
Ermittelung der Einheitspreise für Steinmetzarbeiten.

Von
Professor **R. Heyn**
in Dresden.

Mit 10 Abbildungen im Text.

Preis 80 Pf.

Tabellen
zur
Bestimmung der Randspannungen
von
Fabrikschornsteinen
nebst
Erläuterung ihrer Herstellung und Anwendung
von
L. Landmann,
Oberlehrer an der k. Baugewerkschule Hildesheim.

Preis Mark 1.—.