



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300733

EMPLOI DU BETON ARMÉ



1902

13



# EMPLOI DU BÉTON ARMÉ



3194

83

---

PARIS. — IMP. LEVÉ, RUE CASSETTE, 17. — S.

---

1070

COURS DE CONSTRUCTIONS CIVILES

*Publié sous la direction de P. PLANAT*

# EMPLOI DU BÉTON ARMÉ

ANALYSE DES EXPÉRIENCES  
FAITES SOUS LA DIRECTION DES COMMISSIONS MINISTÉRIELLES  
CIRCULAIRES ET INSTRUCTIONS OFFICIELLES  
FORMULES THÉORIQUES — TABLEAUX TOUT CALCULÉS  
CONSÉQUENCES ET RÈGLES PRATIQUES  
APPLICATIONS AUX DIVERS GENRES DE CONSTRUCTIONS  
MÉTHODES SIMPLIFIÉES

PAR

P. PLANAT

DIRECTEUR DE LA *CONSTRUCTION MODERNE*

*S. N. 28968*



PARIS (1910)

LIBRAIRIE DE LA CONSTRUCTION MODERNE

13, RUE BONAPARTE, 13



III 17965

## PRÉFACE

---

Dans cette étude nous commencerons par analyser les résultats des expériences très nombreuses qui ont été faites au Laboratoire des Ponts et Chaussées, d'après des programmes bien définis.

Nous tenterons surtout de faire ressortir les faits généraux, les plus importants pour la pratique, tels qu'ils paraissent se dégager de cet ensemble très chargé de chiffres ;

De fixer approximativement les valeurs de certains coefficients indispensables, en faisant toutefois ressortir les variations que révèlent les expériences mêmes, et l'influence variable de ces approximations sur les résultats des calculs.

Nous chercherons à voir également dans quelle mesure les formules théoriques se rapprochent elles-mêmes des faits observés.

Nous examinerons ensuite les principales clauses des Instructions, Circulaires, Projets de Règlements, dans le but de préciser quelles sont celles de ces clauses que l'on doit considérer comme formelles ; quelles sont celles dont l'application peut varier dans une certaine mesure, par l'appréciation du praticien qui a constamment à tenir compte des très variables conditions de fabrication, de composition, d'âge, etc., etc.

Cette tolérance dans l'application est, d'ailleurs, implicitement ou explicitement, admise ou spécifiée dans ces Instructions elles-mêmes et ces Règlements. Ce qui devait être, puisqu'une rigueur trop absolue ne serait évidemment pas de mise dans les questions de ce genre. Il suffit d'ailleurs d'analyser d'un

peu près les résultats enregistrés par les expériences mêmes pour se convaincre que constamment se présentent d'inévitables écarts qui n'autoriseraient pas à imposer des règles théoriques d'une précision exagérée. Tel est surtout le fait sur lequel il nous a paru nécessaire d'insister.

Pour le moment, nous nous bornerons à signaler, au préalable, quelques remarques propres à écarter toute interprétation, par trop rigoureuse, d'observations dont on ne saurait cependant méconnaître ni l'intérêt ni la précision poussée aussi loin que le permettait la nature même des matériaux.

Nous compléterons cette première recherche en donnant des tableaux où sont inscrits les résultats tout calculés que fournissent les formules théoriques, suivant les divers coefficients que l'on estimera bon d'adopter, tant pour les résistances des deux matériaux, compression ou tension, que pour le rapport entre les coefficients d'élasticité du métal et du béton.

Cette comparaison permettra d'établir des formules pratiques tenant compte des écarts possibles, ou plutôt probables, entre ces divers résultats; de manière à se mettre en garde contre ces divers écarts lorsqu'on déterminera définitivement les proportions à donner aux diverses pièces.

L'accord suffisant entre les résultats d'expérience et les formules théoriques une fois contrôlé, nous indiquerons comment on peut, au moyen de ces formules, résoudre le problème inverse: déterminer le travail effectivement imposé aux matériaux, sous une charge donnée, lorsqu'on aura à résoudre cette question pour une pièce déjà exécutée par un constructeur d'après ses méthodes propres de calculs plus ou moins approximatifs.

Un chapitre sera consacré à l'examen de cette question particulièrement délicate: dans quelle mesure peut-on, ou doit-on tenir compte des déformations élastiques qui interviennent, ainsi que le font remarquer les Instructions et Circulaires, dans l'évaluation des moments d'encastrement, dans l'estimation des conséquences que peut produire la continuité des pièces à

plusieurs travées, des flèches, etc., etc. Nous signalerons les nombreuses difficultés auxquelles on se heurterait dans l'application.

Ce qui conduit naturellement à demander s'il n'est pas suffisamment légitime de recourir à des modes d'évaluation, évidemment approximatifs, mais plus simples ; car le mélange de trois matériaux aussi hétérogènes que le métal, le béton travaillant à la compression, et le béton travaillant à la tension, a pour conséquence de rendre ces sortes de calculs particulièrement compliqués, tandis que leur exactitude reste assez aléatoire. En un mot, s'il reste prudent d'employer des méthodes analogues à celles qu'adoptent, implicitement ou explicitement, la plupart des constructeurs.

Nous consacrons une importante partie de ce travail aux applications journallement faites aux divers genres de constructions : murs et planchers, réservoirs, soutènements, silos, voûtes et arcs, balcons et encorbellements, toitures, etc., etc. Nous montrerons par des exemples comment les formules établies d'après la théorie générale et les expériences, trouvent leur application directe à ces constructions différentes.

Nous y joignons des applications du procédé graphique et de méthodes simplifiées qui permettent d'apprécier rapidement les conditions du travail dans tout l'ensemble des pièces chargées d'une manière quelconque.

---



HOURDIS A MEYURES

## RÉSULTATS D'EXPÉRIENCES



## HOURDIS A NERVURES

---

### REMARQUES PRÉLIMINAIRES

En décembre 1900 un arrêt ministériel avait créé une Commission qui reçut la mission d'étudier, aussi complètement que possible, toutes les questions relatives à l'emploi du ciment armé et de formuler des règles susceptibles d'être adoptées pour l'application aux travaux publics.

Une première sous-commission était chargée de rédiger le programme méthodique des expériences ;

Une seconde sous-commission avait à déterminer les limites de travail, tension et compression, qu'il convient de fixer pour assurer la sécurité des ouvrages ;

La troisième avait à déterminer les conditions d'une bonne fabrication des matériaux destinés à constituer le ciment armé.

En janvier 1906 furent rédigés les projets de règlement, comme conséquence des très nombreuses expériences exécutées au Laboratoire des Ponts et Chaussées, sous la direction des diverses sous-commissions. Les rapports furent soumis au Conseil général des Ponts et Chaussées qui y introduisit quelques amendements et présenta un projet définitif, admis par le Ministère des Travaux publics.

Nous ne pouvons entrer ici dans tout le détail de ces expériences, en quelque sorte innombrables, qui ont permis d'étudier les divers faits qu'il importait de préciser, tels qu'ils se

présentent dans cette matière complexe qu'on appelle le béton ou le ciment armé. Nous devons seulement dire que ces recherches ont été faites au moyen d'appareils d'une précision extraordinaire, — puisqu'ils s'agissait de mesurer des *microns*, c'est-à-dire des millièmes de millimètres, — suivant des procédés d'une rigueur exceptionnelle, d'après des programmes vraiment méthodiques, avec un soin et une habileté d'expérimentation qui méritent les plus grands éloges.

Toute justice étant donc rendue à la valeur de ces multiples séries d'expériences, il ne faudrait cependant pas leur attribuer une rigueur que ne comporte pas la nature même des matériaux, ni en tirer des conséquences par trop absolues.

Malgré tout le soin apporté à la fabrication des pièces soumises à l'expérience, au dosage des divers matériaux, le béton n'est pas, et ne peut pas être une matière rigoureusement homogène, parfaitement identique dans toutes ses parties.

Quelles que soient les précautions prises pour obtenir des répartitions de charge aussi régulières que possible, les résultats, minutieusement enregistrés sur de nombreux points de chaque pièce, montrent que les efforts intérieurs sont loin d'être les mêmes sur deux faces en regard l'une de l'autre, par exemple ; que la pièce fatigue beaucoup plus d'un côté que de l'autre. Aussi n'en a-t-on pu conclure qu'à des moyennes, très suffisantes pour suivre la marche générale des phénomènes, mais qui laissent subsister des écarts assez sensibles d'un point à un autre d'une même région.

D'où il résulte, entre autres conséquences, qu'il faut, tout en prenant ces moyennes comme bases de calcul, se réserver une marge de sécurité assez notable si l'on veut prudemment se mettre en garde contre ces écarts. Peut-être la première Commission, constatant la régularité des faits enregistrés par ces moyennes, s'est-elle laissée entraîner à leur attribuer une rigueur quelque peu exagérée ; notamment, lorsqu'elle a été amenée à en conclure des limites de travail que le Conseil même des Ponts et Chaussées a fini par estimer légèrement hasardées.

On verra quelles sont les restrictions, très discrètes d'ailleurs, qu'il a jugé nécessaire d'y apporter.

Il faut reconnaître que les mesures à relever sont tellement délicates, — portant sur d'aussi minimes quantités, — qu'il n'était matériellement pas possible d'éviter quelques anomalies, principalement pour les résultats à observer sous des charges faibles encore et qui ne produisent que des déformations presque insensibles.

Les commissions ont été les premières à reconnaître ces légères et inévitables imperfections, et à les signaler très nettement; c'est ainsi qu'elles déclarent, entre autres passages des rapports :

« ... Néanmoins il subsiste des causes d'erreurs.

« Les points d'attache des appareils placés au-dessus du plancher en étaient distants de 77 millimètres. Cet écartement présente des inconvénients en raison des glissements longitudinaux qui se produisent dans le hourdis.

« Une cause d'erreur, sans doute plus grave, est l'influence qu'exerce sur les déformations, à la partie supérieure des hourdis, la répartition des poids sur sa surface. Le béton peut être refoulé des parties chargées vers celles qui ne le sont pas dans le voisinage des appareils de mesure.

« Enfin il est possible que les appareils, placés sur les faces latérales des nervures, très près de la surface inférieure du hourdis, aient été influencés par les glissements longitudinaux que produit, à la partie supérieure des nervures, l'action d'entraînement qu'elles exercent sur le hourdis et réciproquement.

« Après ces explications, on trouvera sans doute remarquable la régularité des résultats obtenus que représentent les graphiques où sont indiquées les déformations constatées aux trois niveaux des appareils de mesure. »

Régularité remarquable, en effet, parce qu'elle traduit bien la marche générale des faits, ainsi que nous le disions; mais qui n'implique pas nécessairement que les graphiques en question représentent la réalité absolue.

Cette constatation, qui reste donc quelque peu approximative, n'en est pas moins intéressante et instructive, sauf à n'en pas tirer de conclusions par trop rigoureuses.

On voit, par ce qui précède, que les expérimentateurs ont apporté tous leurs soins à la répartition du poids de charge, ce qui est indispensable si l'on veut évaluer, d'une façon à peu près exacte, le moment de flexion qui en résulte.

Dans les épreuves ordinaires, on se contente d'empiler des sacs de ciment représentant chacun 50<sup>k</sup> par exemple. Or, dès le premier moment où la pièce qui reçoit cette charge commence à fléchir, si peu que ce soit, ces sacs font souvent voûte et se soutiennent par une sorte d'encorbellement. Il en résulte que la charge est reportée en fait vers les appuis des extrémités, et que le moment de flexion maximum, au milieu de la portée, est tout autre qu'il ne serait si la charge était uniformément répartie en réalité. Cet inconvénient est d'autant plus manifeste que la hauteur de la charge est plus grande.

Il va sans dire que, dans les expériences du Laboratoire, on n'a pas procédé de cette façon très peu exacte : tantôt on s'est servi de presses hydrauliques agissant en deux points bien définis de la portée ; tantôt on a posé des poids isolés, ou des planchers équilibrés portant en des régions déterminées des hourdis, etc. Toutefois la comparaison des résultats semble indiquer qu'on n'a pas toujours pu remédier complètement à ce défaut.

Exceptionnellement, — car les discordances notables sont très rares, — on pourrait signaler aussi quelques véritables anomalies ; elles proviennent probablement, comme nous disions, de l'extrême difficulté d'apprécier de trop faibles quantités ou de quelques erreurs de transcription. Si nous en signalons quelques-unes, ce n'est nullement dans l'intention de critiquer un travail de cette importance, exécuté avec une conscience aussi scrupuleuse ; c'est uniquement pour rappeler, une fois de plus, qu'il ne faut jamais attribuer à des expériences, si bien faites

qu'elles soient, une rigueur mathématique qu'elles ne peuvent pas avoir.

C'est ainsi que, déterminant la valeur des coefficients d'élasticité à la compression d'un béton pilonné (p. 122 du rapport), après trois mois, nous lisons que, sous les charges suivantes, on a trouvé :

0 <sup>k</sup> à 10 <sup>k</sup> :	$1.885 \times 10^9$	(résultat douteux)
10 <sup>k</sup> à 20 <sup>k</sup> :	$2.632 \times 10^9$	
20 <sup>k</sup> à 60 <sup>k</sup> :	$3.149 \times 10^9$	
10 <sup>k</sup> à 60 <sup>k</sup> :	$3.030 \times 10^9$	

Or, s'il est un fait que l'on considère comme certain, c'est que la valeur du coefficient doit diminuer de plus en plus avec la charge croissante. D'après ces chiffres, elle croîtrait de plus en plus. Interprétons-nous mal ces indications, ou sont-elles inexactement transcrites? Ce dernier cas est le plus vraisemblable, puisque le rapport même signale le premier chiffre comme douteux, probablement par suite de l'in vraisemblance qui ne pouvait échapper à d'habiles expérimentateurs.

Du reste, sous les premières charges, les déformations devaient être, en effet, bien difficilement appréciables, quelle que fût la précision des appareils.

Pour le béton coulé simplement, une anomalie analogue se présente :

0 <sup>k</sup> à 10 <sup>k</sup> :	$1.205 \times 10^9$	(résultat douteux)
10 <sup>k</sup> à 20 <sup>k</sup> :	$1.640 \times 10^9$	
20 <sup>k</sup> à 30 <sup>k</sup> :	$1.316 \times 10^9$	
10 <sup>k</sup> à 30 <sup>k</sup> :	$1.460 \times 10^9$	

Les derniers chiffres de chaque série sont des moyennes.

Toutefois l'anomalie se prolonge ici moins que dans le premier cas, puisque le coefficient commence déjà à diminuer, cette fois, dès la charge de 20<sup>k</sup>.

De cette comparaison, plus ou moins rigoureuse, il n'en résulte pas moins un fait très important et que l'on cherchait sans doute à mettre en évidence : c'est que le béton simplement

coulé, sans pilonnage, a un coefficient beaucoup moins élevé que le béton pilonné, et par conséquent une bien moindre résistance. Ce qui prouve, une fois de plus, la nécessité de l'intervention du pilon pour la fabrication du béton en général, et du béton armé en particulier.

A notre avis, ce sont surtout des conclusions générales comme celle-ci qu'il est très utile de dégager des expériences faites.

Pour terminer ces observations critiques et, nous le répétons, tout exceptionnelles, nous signalerons encore une anomalie du même genre (p. 245). Il s'agit encore des coefficients d'élasticité à la compression d'un béton ayant servi aux expériences. Pour les charges suivantes par centimètre carré, les déformations ramenées à 1<sup>m</sup>00 de longueur sont :

10 <sup>k</sup>	raccourcissement :	$4 \times 0.000017 = 0.000068$
30 <sup>k</sup>	—	$4 \times 0.000045 = 0.000180$
50 <sup>k</sup>	—	$4 \times 0.000065 = 0.000260$
70 <sup>k</sup>	—	$4 \times 0.000085 = 0.000340$
100 <sup>k</sup>	—	$4 \times 0.000120 = 0.000480$

Divisant la charge par le raccourcissement, les valeurs du coefficient E sont :  $1.47 \times 10^9$ ;  $1.67 \times 10^9$ ;  $1.92 \times 10^9$ ;  $2.06 \times 10^9$ ;  $2.08 \times 10^9$ .

La rupture se produit vers 125<sup>k</sup> pour ce béton.

Pas plus que dans les cas précédents, il ne serait naturel de voir la valeur des coefficients augmenter, au lieu de décroître.

On pourrait, il est vrai, se demander s'il n'y a pas lieu de cumuler les déformations, chaque chiffre ne représentant alors qu'une déformation différentielle, de 20<sup>k</sup> en 20<sup>k</sup>. Telle ne semble cependant pas être l'explication plausible, car on tomberait alors dans l'inconvénient opposé, d'une décroissance exagérée.

Tout ce que nous prétendons conclure, c'est qu'il y a là une irrégularité qui s'explique peut-être d'une façon plus naturelle, mais que nous ne nous expliquons pas bien.

## PREMIER HOURDIS A NERVURE

RÉSULTATS CONSTATÉS : 1<sup>re</sup> POUTRE

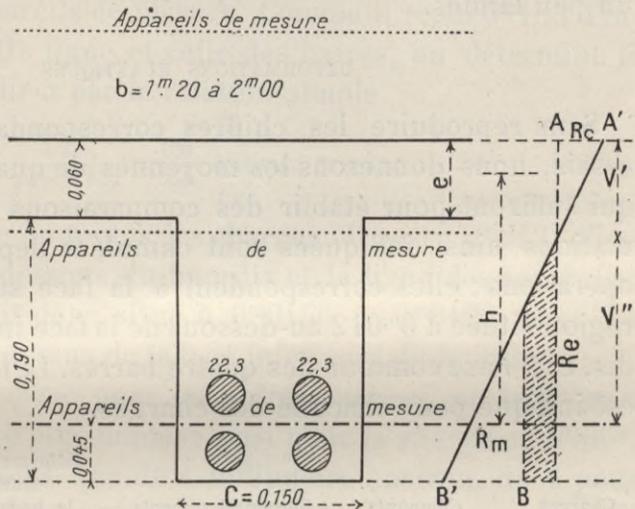
Sans nous attacher outre mesure à ces remarques d'importance très secondaire, nous allons passer en revue les principaux types de pièces qui ont été soumises à l'expérience.

Prenons tout d'abord les plus importantes, qui sont formées de hourdis renforcés de nervures. Deux pièces ont servi aux essais ; le béton y était composé de 250<sup>k</sup> de ciment Demarle et Lonquét, 0<sup>m</sup>3400 de sable tamisé à 5<sup>mm</sup> et 0<sup>m</sup>3800 de gravier 5.25. L'armature se composait de 4 barres de 22.3 placées, sur deux rangs, à la partie inférieure de la nervure. Les épreuves ont eu lieu six mois après la fabrication.

Il n'existait pas d'étriers ni de ligatures ; les hourdis n'étaient pas armés de barres transversales. Ces

pièces d'expérience n'étaient donc pas exécutées tout à fait de la même manière que les poutres ordinaires.

Sur la première poutre, large de 1<sup>m</sup>20 au hourdis, la charge, uniformément répartie sur toute la portée et sur toute la largeur, était obtenue au moyen de poids séparés de 20<sup>k</sup> ; sur la seconde, on avait cherché à concentrer les mêmes charges à l'aplomb de la seule nervure. A cet effet on avait établi un plancher régulièrement chargé et bien équilibré, posé sur une file de supports correspondant à l'axe de la



nerveure. On ne dit pas comment étaient disposés ces supports, continus ou discontinus.

Plusieurs appareils étaient placés à diverses hauteurs, en avant et en arrière, vers le milieu de la portée ainsi qu'aux extrémités. La longueur de ces appareils étant, dit-on, de 0<sup>m</sup>50, ils donnaient, semble-t-il, les allongements ou raccourcissements totaux sur cette même longueur, et il est facile de les ramener à l'unité. On doit faire remarquer qu'on détermine ainsi la déformation moyenne dans cette région, mais non la déformation maxima qui existe en un seul point.

La différence ne saurait être considérable, la portée étant de 2<sup>m</sup>90; toutefois les chiffres observés doivent être plutôt un peu faibles.

#### DÉFORMATIONS ÉLASTIQUES

Sans reproduire les chiffres correspondant à chacun des essais, nous donnerons les moyennes de quatre d'entre elles, qui suffiront pour établir des comparaisons utiles. Les déformations ainsi indiquées sont cumulées depuis l'origine des opérations : elles correspondent à la face supérieure; à une région située à 0<sup>m</sup>012 au-dessous de la face inférieure du hourdis, et à l'axe commun des quatre barres. Le moment de flexion est indiqué pour chacune des charges.

Charges	Moments	Raccourcissements	Déformation sous le hourdis	Allongements
3000 <sup>k</sup>	1090	0 <sup>m</sup> 000027	0 <sup>m</sup> 000018	0 <sup>m</sup> 000102
6000 <sup>k</sup>	2175	0 <sup>m</sup> 000101	0 <sup>m</sup> 000032	0 <sup>m</sup> 000276
9000 <sup>k</sup>	3262	0 <sup>m</sup> 000178	0 <sup>m</sup> 000046	0 <sup>m</sup> 000496
15300 <sup>k</sup>	5625	0 <sup>m</sup> 000386	0 <sup>m</sup> 000100	0 <sup>m</sup> 000950

Après le chargement le plus élevé on n'avait pas encore aperçu de fissures visibles. La pièce n'a pas été conduite jusqu'à la rupture; par comparaison avec la seconde pièce qui a été rompue, on peut admettre que pour celle-ci la rupture se serait probablement produite vers 23000<sup>k</sup> à 24000<sup>k</sup> de charge.

Vers l'extrémité des ailes de hourdis les raccourcissements

restent peu différents de ceux qui avaient été observés à l'aplomb de la nervure.

#### POSITION DE L'AXE NEUTRE

Sur ces données, au moins approximatives, on peut déterminer quelle était à peu près la position de l'axe neutre, c'est-à-dire du point d'intersection de la section verticale primitive avec la section déviée par suite de la flexion, dans la région centrale.

La déformation sous le hourdis y manifeste encore une légère tension, tout comme dans la région inférieure; il s'ensuit que le point neutre est un peu au-dessus de la ligne sur laquelle opéraient les appareils de mesure. Comme il reste 0<sup>m</sup>133 d'intervalle entre cette ligne et celle des barres, on détermine le surplus de hauteur  $x$  par la relation simple

$$\frac{x}{x + 0.133} = \frac{100}{950}; \text{ d'où } x = 0^{\text{m}}0156$$

pour la plus forte de toutes les charges. Il reste 0<sup>m</sup>012 d'intervalle entre le dessous du hourdis et la ligne des appareils; l'axe neutre serait donc situé à 0<sup>m</sup>0156 — 0<sup>m</sup>0120, dont 3 à 4 millimètres au-dessus de la face inférieure du hourdis.

Procédant de même pour les autres charges, on trouverait des chiffres encore plus faibles; ainsi pour la charge de 9000<sup>k</sup>, l'écart ne serait plus que de 1 millimètre environ, de 6 pour 6000<sup>k</sup>, un peu plus marqué pour 3000<sup>k</sup>. Autant vaut dire, d'une manière générale, que l'axe neutre est à très peu près sur la face inférieure du hourdis et ne se déplace pas sensiblement quelle que soit la charge.

#### SECTION PLANE

Ce calcul suppose que, pour la partie soumise à l'extension, la section plane reste plane après la déformation; c'est ce que les observateurs croient pouvoir affirmer, au moins dans les conditions de charge habituelles. Il doit en être très sensible-

ment de même pour la partie supérieure où se produisent les compressions. Mais ces deux plans d'inflexion sont-ils exactement dans le prolongement l'un de l'autre, de manière à former un plan unique de déformation, ainsi qu'on l'admet pour simplifier les calculs?

Pour qu'il en fût rigoureusement ainsi, il faudrait que les raccourcissements observés fussent aux allongements correspondants, à peu près dans le rapport de  $0^m060$  à  $0^m145$ ; c'est-à-dire que les raccourcissements devraient être, en millimètres, de 0.042, 0.114, 0.205 et 0.392, au lieu de 0.027, 0.101, 0.178 et 0.386. L'écart n'est pas très considérable, et il est fort possible qu'il provienne surtout des imperfections qui, pour cette région même, ont été signalées par la Commission.

En tout cas on constatera que les différences portent sur des chiffres très faibles, sous chargements faibles eux-mêmes, c'est-à-dire dans les conditions où la lecture est le plus difficile. Pour les charges les plus fortes, l'accord tend à se rétablir.

On peut donc admettre, comme approximation suffisante, que les sections planes sont restées sensiblement planes dans toute la hauteur, et que l'axe neutre ne s'écartait guère de la face inférieure du hourdis, malgré quelques oscillations, peut-être plus apparentes que réelles.

#### INTERVENTION D'UNE RÉSISTANCE DE TENSION $R_e$

Il est un autre fait qu'il est utile de constater: quelle importance peut avoir, dans l'ensemble, l'intervention des tensions  $R_e$  du béton? Cette intervention est-elle constante à partir d'une certaine charge; ou bien va-t-elle en augmentant ou en décroissant?

Sans recourir pour le moment à l'emploi de formules théoriques qui ne peuvent être qu'approximatives en ce qui concerne cette recherche particulière, on peut facilement constater en bloc quelle est cette importance relative, ainsi que la marche suivie par cette intervention.

Pour cela il suffit de calculer les tensions  $R_m$  du métal d'après

les allongements constatés, en faisant usage du coefficient d'élasticité du métal, qui a été observé directement et reste à peu près constant jusqu'à de très fortes charges imposées à la pièce.

La distance de l'axe moyen des barres au point d'application des compressions  $R_c$  est connue d'après les expériences; elle est à peu près constante. Le produit est le moment fourni par la résistance des barres.

D'autre part, le moment de flexion est exactement noté dans les expériences. La différence est donc le moment qui doit être attribué à l'intervention des forces de tension  $R_e$ .

Si la loi qui lie ces forces aux déformations pouvait être considérée comme exactement connue, pour la tension qui se produit pendant la flexion, on déduirait de là la véritable position de la résultante et son point d'application; on en pourrait conclure la vraie valeur des forces  $R_e$ . Les expériences de M. Considère tendent à prouver que, dans l'extension simple, le coefficient d'élasticité commence par diminuer pendant une période après laquelle la résistance de tension deviendrait sensiblement constante. Il ne semble pas, comme on va voir d'après la comparaison établie ainsi que nous venons de dire, que cette loi simple soit tout à fait aussi rigoureusement observée dans les phénomènes de flexion.

Le calcul ainsi établi donne, pour les deux hourdis à nervures, les résultats suivants, en appelant  $h$  la distance :  $0^m250 - 0^m020 - 0^m045$ , soit  $0^m185$  :

POUTRE N° 1

$$h = 0^m185, \omega = 1562.4$$

Valeur de $R_m$	Moment des barres métalliques	Moment total	Moment des tensions $R_e$
2 <sup>k</sup> 14	618.5	1090	471.5
5 <sup>k</sup> 80	1676.2	2175	498.8
10 <sup>k</sup> 42	3011.4	3262	250.6
19 <sup>k</sup> 95	5765.5	5625	»

La part proportionnelle des  $R_e$  est presque de moitié au début ; elle est d'un tiers environ sous les charges qu'on peut considérer comme normales. Sous les fortes charges, elle diminue de plus en plus et deviendrait finalement nulle ou négative. Mais les derniers résultats ainsi calculés sont inexacts : le coefficient d'élasticité du métal ne peut plus être le même au voisinage de la limite d'élasticité ; il est sensiblement moins élevé qu'au début ; à l'allongement observé correspond en réalité une tension de métal inférieure en réalité à 19<sup>k</sup>95, chiffre calculé avec le coefficient constant.

Il reste donc en fait une légère marge disponible pour le moment des tensions  $R_e$ .

Sur la poutre n° 2, l'expérience n'a pas été poussée aussi loin ; on ne peut relever que les comparaisons suivantes :

POUTRE N° 2

Valeur de $R_m$	Moment des barres métalliques	Moment total	Moment des tensions $R_e$
4 <sup>k</sup> 4	1271.6	1700	428.4
7 <sup>k</sup> 3	2167.3	2350	382.5

Les différences attribuables aux tensions  $R_e$  s'annoncent tout au moins comme suivant une marche analogue à celle du premier cas.

Bien entendu, on ne doit pas attribuer aux résultats ainsi obtenus une précision exagérée, puisque, sous les fortes charges, les sections ne paraissent pas rester tout à fait planes ; puisque la position de l'axe neutre peut varier légèrement ; enfin, puisque le coefficient d'élasticité pour le métal peut subir aussi de légères variations, celui du béton à la compression variant de son côté d'une manière plus sensible. Tout ceci n'est donc et ne peut être qu'approximatif.

FORMULES THÉORIQUES

Des faits ainsi constatés on peut tirer, sans calculs trop compliqués, des conséquences intéressantes, concernant les

différentes valeurs du coefficient d'élasticité, le travail effectif du métal et du béton, le travail de tension qui se produit dans le béton enveloppant les barres de métal et qui, par son concours, diminue le travail effectif du métal. Il est utile de constater comment varient ces divers éléments à mesure qu'augmente la charge.

Appelant donc

$R_c$  le travail de compression sur la face supérieure,

$R_m$  celui du métal des barres,

$R_e$  le travail de tension du béton à la partie inférieure,

et, pour les diverses longueurs, adoptant les indications figurées sur les croquis ci-dessus, on remarquera que les indications théoriques se réduisent aux suivantes, en négligeant la petite fraction de béton qui dépasse les barres, à la partie inférieure :

1°. — La section plane restant plane il faut que l'on ait

$$\frac{rR_c}{R_m} = \frac{v'}{v}. \quad (1)$$

2°. — La condition de projection pour l'équilibre général impose la condition

$$\frac{bv'}{2} \times R_c = \omega R_m + R_e \times cv'', \quad (2)$$

si  $\omega$  est la section totale des barres.

3°. — L'équation des moments exige

$$\frac{bv'}{2} \times R_c \times h = M + R_e \times \frac{cv''^2}{2}, \quad (3)$$

si  $M$  est le moment de flexion. La seule expression qui, dans ces relations, ne soit pas rigoureusement fixée, en acceptant l'hypothèse de la section plane, est  $R_e cv''$ , représentant la tension du béton. En effet il n'y a pas tension constante dans la petite partie qui avoisine l'axe neutre, lors même que, sous

charge un peu forte, la tension serait constante dans les autres parties, ainsi qu'il semble résulter des expériences de M. Considère. Dans l'expression (2),  $R_e$  ne serait donc qu'une sorte de valeur moyenne, qui ne doit pas s'écarter trop de la réalité, parce qu'il y a une certaine compensation du fait que le béton travaillant par tension descend en réalité au-dessous des barres.

De même, dans la relation (3), le bras de levier est supposé égal à  $\frac{v''}{2}$ , ce qui est probablement un peu exagéré, sans majoration bien importante toutefois, comme on verra plus loin.

C'est pour ne pas compliquer inutilement les calculs que nous avons admis cette simplification qui ne donne évidemment pas des résultats d'une exactitude absolue; pas plus, d'ailleurs, que les données auxquelles nous allons appliquer ces formules ne sont elles-mêmes d'une rigoureuse exactitude.

La valeur de  $R_m$  étant déterminée d'après les allongements observés, on peut tirer des deux dernières conditions les valeurs de  $R_c$ ,  $R_e$ , et du coefficient élastique du béton puisqu'on connaît  $R_e$  et les raccourcissements correspondants.

On aurait ainsi :

$$R_c = \frac{2M - \omega v' R_m}{bv' \left( h - \frac{v'}{2} \right)}; R_e = \frac{M - h\omega R_m}{cv' \left( h - \frac{v'}{2} \right)}$$

D'après (1) on aurait :

$$r = \frac{R_m}{R_c} \times \frac{v'}{v}$$

Les données considérées comme constantes sont donc :

$$\frac{v'}{v} = \frac{0.060}{0.143} = 0.413; h = 0.185; \omega = 1562.4; bv' = 0.0720.$$

Le travail  $R_m$  du métal se déduit de chaque observation en multipliant l'allongement par le coefficient d'élasticité dont la valeur moyenne est ici de  $21 \times 10^9$ .

## COEFFICIENTS D'ÉLASTICITÉ, TRAVAIL DES MATÉRIAUX

Sans entrer dans le détail de ces calculs, il suffit d'en résumer les résultats.

Charges	Moments	Travail du métal $R_m$	Travail de compression du béton $R_c$	Rapport $r$ des coefficients d'élasticité	Travail de tension du béton $R_t$
3000 <sup>k</sup>	1090	2 <sup>k</sup> 14	21 <sup>k</sup> 0	4.2	19 <sup>k</sup> 3
6000 <sup>k</sup>	2175	5 <sup>k</sup> 80	37 <sup>k</sup> 5	6.4	20 <sup>k</sup> 4
9000 <sup>k</sup>	3262	10 <sup>k</sup> 42	51 <sup>k</sup> 4	8.4	10 <sup>k</sup> 3
15000 <sup>k</sup>	5625	19 <sup>k</sup> 95	83 <sup>k</sup> 1	9.9	< 0

Les chiffres correspondant à la charge de 15000<sup>k</sup>, comme nous l'avons déjà fait observer, ne sauraient être exacts; le travail  $R_m$  du métal étant calculé avec le même coefficient d'élasticité que pour les charges précédentes. Or on doit alors s'approcher de la limite d'élasticité du métal; pour l'allongement constaté le travail  $R_m$  est donc inférieur à 19<sup>k</sup>95.

Il est vraisemblable qu'en augmentant la valeur de  $E$  et réduisant d'autant  $R_m$ , le même mode de calcul conduirait à une valeur de  $R_c$  peut-être inférieure à 10<sup>k</sup>3, mais assez peu différente. En tout cas la valeur de  $R_c$  ne peut jamais être complètement nulle, puisqu'il existe toujours une résistance de tension, ne fût-ce qu'au voisinage de l'axe neutre.

De ce tableau il est facile de déduire quelques conséquences intéressantes, comme nous le disions.

Le rapport  $r$  variant de 4.2 à 9.9; le coefficient d'élasticité du béton à la compression a varié de  $5 \times 10^9$  à  $2.2 \times 10^9$  environ, décroissant ainsi très sensiblement avec la charge qui augmente. Ceci est conforme aux expériences déjà faites antérieurement sur la compression simple ou l'extension simple; mais il était utile de voir si la combinaison ou superposition des deux modes de déformations, telle qu'elle se produit dans la flexion, ne modifie pas les résultats.

Les premiers de ces chiffres tendraient aussi à indiquer un béton de qualité plutôt exceptionnelle.

En second lieu, on remarquera qu'ici la tension  $R_t$  atteignait

et gardait d'abord une valeur de  $20^k$  environ par centimètre carré, sous les charges que l'on peut considérer comme normales. Ceci serait conforme aux expériences de M. Considère déjà citées, où l'on constatait effectivement que, au contact du métal, le béton acquiert une sorte de malléabilité ou ductilité, qui lui permet de prendre le même allongement que le métal en offrant une résistance dès lors constante et sensiblement égale à  $20^k$  pour les bons bétons.

Mais il résulterait également du tableau ci-dessus que, peu après la charge de  $6000^k$ , la résistance du béton à la tension décroît rapidement. Ceci peut tenir en partie à la naissance progressive des fissures, plus ou moins visibles, plus ou moins nombreuses, qui ne tarde pas à annuler toute résistance  $R_e$  de tension.

Il reste aussi à remarquer que, si l'on avait voulu faire effectivement travailler le métal, en régime normal, à raison de  $10^k$  environ, le béton travaillerait ici à raison de  $50^k$ .

Or il est assez douteux que l'on puisse toujours exécuter des bétons aussi parfaits que les bétons préparés pour des expériences très délicates; il est rare également que l'on puisse attendre six mois pour la mise en charge.

Il semble donc qu'il serait plus prudent de ne pas forcer autant le travail des bétons ordinaires, lors même qu'on emploie l'acier.

La charge de rupture n'est pas indiquée; nous avons dit pour quelles raisons nous ne pensons pas qu'elle dépasse 23 à  $24000^k$ . En admettant la charge de  $6000^k$ , on se tiendrait donc au  $\frac{1}{4}$  de la rupture; rupture qui est toujours précédée d'une période de désorganisation par fissures progressives.

Pour le moment, nous estimerions sage de se ménager au moins cette marge de sécurité.

Comme ce n'est là qu'un exemple isolé, il est toutefois nécessaire de contrôler ces conclusions par d'autres faits d'observation à tirer de cette même série d'expériences.

VALEURS DU RAPPORT  $r$  DES COEFFICIENTS D'ÉLASTICITÉ

Nous avons indiqué plus haut quelle serait l'expression de  $r$  à tirer de la relation (1) qui suppose la section plane restée plane. On peut établir cette expression du rapport  $r$  d'une autre manière, au moyen de la valeur calculée pour  $R_c$ , en tenant compte du raccourcissement  $i$  observé, dans les expériences, à la face supérieure du béton.

Si  $E'$  est le coefficient élastique du béton, on doit avoir :

$$E' = \frac{R_c}{i};$$

et si  $E$  est le coefficient du métal :

$$r = \frac{E}{E'} = \frac{E \times i}{R_c}.$$

Les deux résultats seraient identiques, si la section était rigoureusement plane après déformation et si, d'autre part, le rapport  $\frac{v'}{v}$  était toujours exactement égal à 0.413, comme nous l'avons supposé pour simplifier; c'est-à-dire si l'axe neutre était toujours placé exactement à la jonction du hourdis et de la nervure.

Or ce second mode de calcul donnerait ici, sous les quatre charges successives :

2.7 au lieu de 4.2		7.3 au lieu de 8.9
3.9 au lieu de 6.4		9.8 au lieu de 9.9

L'écart, peu sensible pour les fortes charges, est sensible au contraire pour les faibles charges; ce qui semblerait indiquer que pour celles-ci les hypothèses admises s'écartent un peu de la réalité.

INFLUENCE DU POINT D'APPLICATION DES TENSIONS  $R_c$ 

Au moins pendant la période de charge normale, l'intervention d'une résistance due à la tension du béton dans les parties voisines des barres métalliques semble donc avoir une réelle importance qui n'est, bien entendu, pas comparable à celle des

résistances  $R_m$  du métal et  $R_c$  du béton travaillant par compression.

Cette intervention a pour conséquence, d'abord de diminuer le travail du métal, ensuite de déplacer la position de l'axe neutre d'où dépend la répartition des efforts de compression et de tension. Il y a donc quelque intérêt à apprécier entre quelles limites peut varier l'évaluation de cette tension.

Dans les formules précédemment indiquées, nous avons admis :

1°. — Que la tension moyenne  $R_e$  existe sur une hauteur à peu près égale à  $v''$ ; ce qui peut se justifier, ainsi que nous le disions, en remarquant que, si cette tension est faible et ne croit que progressivement au voisinage de l'axe neutre, par contre elle descend plus bas que les barres métalliques et s'étend ainsi au delà de  $v''$ ; ce qui établit une sorte de compensation;

2°. — Que son bras de levier, par rapport aux barres, est à peu près égal à  $\frac{v''}{2}$ ; ce qui peut être un peu exagéré, surtout pour les très faibles charges.

En effet, dans ce dernier cas, la tension  $R_e$  varie, d'un bout à l'autre, suivant une loi triangulaire, et son point d'application se rapproche beaucoup plus de ces barres. Comme les tensions  $R_e$  sont faibles relativement aux autres forces, l'inconvénient est d'assez médiocre conséquence; toutefois, il n'est pas inutile de comparer les résultats avec ceux qu'on obtiendrait en diminuant ce bras de levier et le prenant égal à  $\frac{v''}{3}$  seulement.

En conséquence, dans la relation (3), on remplacerait  $\frac{v''^2}{2}$  par  $\frac{v''}{3}$ . Les calculs, effectués de la même façon, conduiraient alors aux résultats suivants :

Charges	Moments	Travail du métal	Travail de compression du béton	Rapport $r$ des coefficients d'élasticité	Travail de tension du béton
		$R_m$	$R_c$		$R_e$
3000 <sup>k</sup>	1090	2 <sup>k</sup> 14	18 <sup>k</sup> 9	4.6	15 <sup>k</sup> 9
6000 <sup>k</sup>	2175	5 <sup>k</sup> 80	35 <sup>k</sup> 2	6.8	16 <sup>k</sup> 8
9000 <sup>k</sup>	3262	10 <sup>k</sup> 42	50 <sup>k</sup> 2	8.5	8 <sup>k</sup> 4
15300 <sup>k</sup>	5623	19 <sup>k</sup> 95	83 <sup>k</sup> 6	9.9	<0

Les différences avec le précédent tableau ne sont pas de premier ordre.

Elles modifient à peine les valeurs du rapport  $r$ .

Les  $R_e$  augmentent ici jusqu'à  $16^k8$ , valeur un peu moins forte que précédemment; puis diminuent comme dans le premier cas.

Le travail de compression  $R_c$ , un peu moindre d'abord, finit par prendre la même valeur que précédemment.

En déterminant la valeur du rapport  $r$  par le second procédé indiqué plus haut et déduit de la relation entre  $R_e$  et le raccourcissement correspondant, on trouverait des différences analogues à celles que nous avons relevées précédemment, avec  $\frac{v''}{2}$  au lieu de  $\frac{v''}{3}$  :

3.0 au lieu de 4.2  
6.0 au lieu de 6.4

7.4 au lieu de 8.9  
9.7 au lieu de 9.9

Ces différences, qui disparaissent encore pour les très fortes charges, seraient sensibles, comme dans le premier cas, pour les faibles charges. Ainsi que nous le disions, ceci peut tenir à ce que les hypothèses du début : section plane et position fixe de l'axe neutre, devraient être modifiées légèrement; peut-être aussi à ce que les déformations très peu sensibles ne pouvaient pas être observées avec la même exactitude que sous les fortes charges.

Cette comparaison donne à peu près, en tout cas, la mesure du degré d'approximation auquel peuvent conduire les formules théoriques présentées sous cette forme. C'est une sorte de contrôle que nous emploierons encore par la suite, pour comparer le degré d'exactitude des divers procédés de calcul.

Si l'on admet, comme voisines de la réalité, les valeurs de  $R_e$  qui ont été ainsi déterminées, on en peut déduire les valeurs

successives du coefficient moyen d'élasticité à la tension du béton, telles qu'elles ressortiraient des expériences, puisque l'on connaît les allongements réels correspondants.

Pour la poutre n° 1, on aurait ainsi :

Charge	$R_e$	Allongements	Valeurs moyennes de $E'$
3000 <sup>k</sup>	19 <sup>k</sup> 3	0.000102	$1.9 \times 10^9$
6000 <sup>k</sup>	20 <sup>k</sup> 4	0.000276	$0.7 \times 10^9$
9000 <sup>k</sup>	10 <sup>k</sup> 3	0.000496	$0.2 \times 10^9$

Au delà,  $R_e$  doit être considéré comme presque nul.

Pour la poutre n° 2 que nous examinerons plus loin :

6000 <sup>k</sup>	17 <sup>k</sup> 0	0.0002115	$0.8 \times 10^9$
9000 <sup>k</sup>	15 <sup>k</sup> 1	0.0003571	$0.4 \times 10^9$

Pour les charges très faibles, le coefficient d'élasticité à la tension, sur la première pièce, serait inférieur à  $2 \times 10^9$ , soit à peu près  $\frac{1}{10}$  de celui du métal. Il diminue ensuite assez rapidement; sous la charge de 6000<sup>k</sup> que nous considérons comme normale, il n'est plus que le tiers. Au delà, il continue à décroître et devient nul.

Pour la seconde poutre, il semble être un peu plus élevé.

## REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES RÉSULTATS

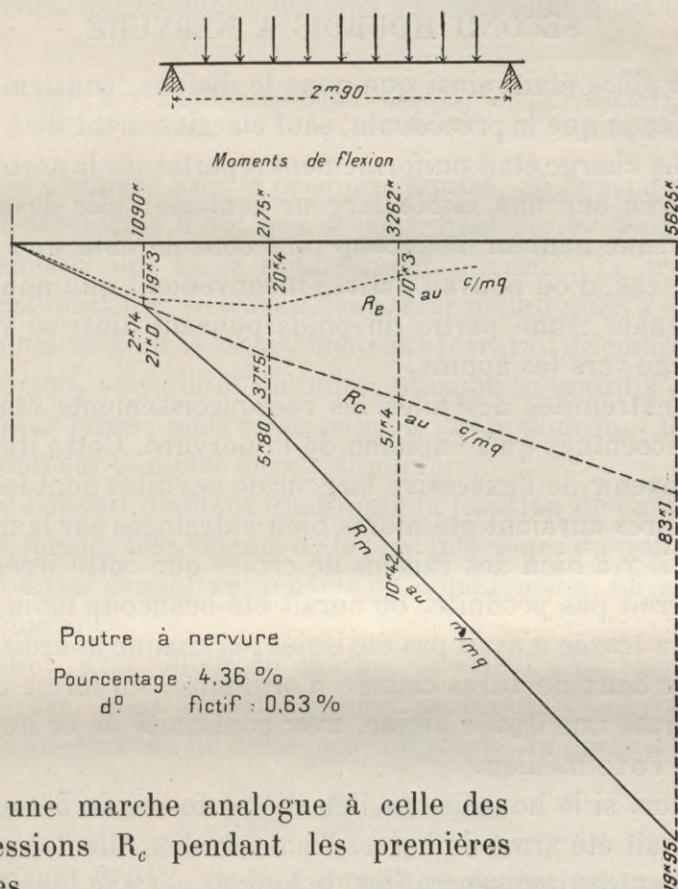
Sur le tracé graphique, les moments de flexion sont portés en abscisses; en ordonnées : les  $R_e$ ,  $R_c$  et  $R_m$ ; ceux-ci rapportés aux millimètres carrés, tandis que les  $R_e$  et  $R_c$  le sont au centimètre. Sans quoi l'on aurait eu une trop grande disproportion entre les uns et les autres.

Cette représentation graphique des résultats a l'avantage de rendre plus saisissables les variations diverses et d'en présenter l'ensemble d'une manière plus frappante.

Ainsi l'on constate directement que les tensions  $R_e$  sont figurées par une oblique presque droite dans la période des faibles charges; une autre droite dans celle des charges que l'on peut

considérer comme normales, la tension  $R_e$  n'y dépassant guère  $20^k$ . Toutefois au delà la ligne commence à se briser en se rapprochant davantage de l'horizontale.

Par suite de la condition nécessaire d'équilibre, la somme des tensions  $R_e$  du béton et des tensions  $R_m$  du métal doit



suivre une marche analogue à celle des compressions  $R_c$  pendant les premières périodes.

Il est d'ailleurs facile de voir qu'en effet les deux lignes, des  $R_m$  et des  $R_e$ , suivent une marche inverse; à mesure que diminuent les  $R_e$ , l'inclinaison des  $R_m$  augmente de plus en plus. Dans la période où les  $R_e$ , de  $19^k3$  à  $20^k4$ , semblent rester sensiblement constants, après avoir augmenté assez rapidement, les  $R_m$  ont passé d'une assez faible inclinaison à une inclinaison plus forte.

Au delà, les  $R_m$  semblent rester seuls en action et suivent alors une nouvelle droite, d'inclinaison presque constante, bien que, à 19<sup>k</sup>95 on arrive à peine à la limite d'élasticité du métal.

Quand on a dépassé cette limite, l'allure des lignes changerait nécessairement.

## SECOND HOURDIS A NERVURE

Cette pièce était, ainsi que nous le disions, construite de la même façon que la précédente, sauf élargissement de  $b$  porté à 2<sup>m</sup>00. La charge était uniformément répartie sur la portée, mais concentrée sur une faible largeur centrale; elle devait donc occuper une hauteur beaucoup plus considérable que dans le premier cas, d'où pouvait naître l'inconvénient que nous avons déjà signalé : une partie du poids pouvant ainsi se reporter davantage vers les appuis.

Aux extrémités des ailes les raccourcissements étaient ici moins accentués qu'à l'aplomb de la nervure. Cette différence peut provenir de l'excessive largeur de ces ailes dont les extrémités libres auraient été moins bien entraînées par la nervure.

Mais il y a bien des raisons de croire que cette irrégularité ne se serait pas produite, ou aurait été beaucoup moins sensible, si la travée n'avait pas été isolée; si chaque hourdis, maintenu par deux nervures comme d'ordinaire, en forme de , avait formé une travée pleine, avec continuité de ce hourdis le long de l'axe médian.

De plus, si le hourdis, au lieu d'être formé de béton seulement, avait été armé de barres transversales, allant d'une nervure à l'autre, une séparation, le long de cet axe longitudinal, eût été impossible.

Enfin, la pièce n'avait même pas d'étriers ni de ligatures reliant les barres de la nervure au hourdis supérieur; ce qui aurait facilité l'entraînement du hourdis par la nervure. Il y aurait donc exagération réelle à conclure de ces essais que le hourdis n'est solidaire de la nervure que pour une médiocre partie de sa largeur.

Il se peut aussi que la charge, concentrée exclusivement à l'aplomb de la nervure, n'ait pas produit ici son plein effet.

C'est ce qui semble s'être produit, si l'on compare les mesures d'allongements et de raccourcissements avec celles qu'on avait observées, sous les mêmes charges, dans le premier cas.

Prenons, par exemple, les deux charges pour ainsi dire normales :

$$\begin{array}{l} 6000^k, M = 2.175; \text{ raccourciss. : } 0.000100 \text{ allong. : } 0.0002115 \\ 9000^k, M = 3.262; \qquad \qquad \qquad 0.000171 \quad - \quad 0.0003391 \end{array}$$

Si l'on compare avec la première poutre, on constate que les raccourcissements n'ont pas sensiblement varié, mais que les allongements ont assez notablement diminué. Le travail du béton est le même; le travail des barres métalliques a diminué.

On comprendrait assez aisément que le travail de compression, sur le béton, soit plutôt moindre, puisque le hourdis en béton est ici plus large; mais on ne conçoit guère pourquoi le travail de tension sur le métal aurait diminué.

On le conçoit d'autant moins que la position de l'axe neutre reste la même, très voisine de la face inférieure du hourdis; les bras de levier des forces, tension ou compression, ne sont donc pas changés.

En effet, avec 9000<sup>k</sup> de charge, le calcul déjà appliqué au premier cas, pour un allongement de 0.000014 environ, pris à 0<sup>m</sup>012 au-dessous de cette face inférieure, donnerait

$$\frac{x}{x + 0.133} = \frac{14}{359}; \text{ et } x = 0.005.$$

Déduisant 0<sup>m</sup>012, on voit que l'axe neutre est un peu au-dessous de l'arête. Avec 6000<sup>k</sup>, il est sensiblement sur l'arête même.

## TRAVAIL DES MATÉRIAUX

Si, d'autre part, on cherchait à appliquer le même mode de calcul à la détermination du travail  $R_c$  ou  $R_e$ , on trouverait des résultats peu vraisemblables.

Ainsi, avec la charge de  $6000^k$ , la tension  $R_m$  doit être à peu près égale à  $21 \times 10^9 \times 0.0002115$ , soit environ  $4^k4$ ; partant de cette donnée, on trouverait pour la tension  $R_e$  du béton un chiffre de  $37^k0 \times 10^k$ , qui n'est pas admissible, en comparant avec les résultats de la première poutre.

Avec la charge de  $9000^k$ , ce travail  $R_e$  serait de  $44^k \times 10^k$ ; ce qui l'est encore moins.

Le travail du béton à la compression serait de  $25^k$  et de  $35^k$  en nombres ronds, pour ces deux charges de  $6000^k$  et  $9000^k$ ; il serait inférieur à celui de la première poutre; ce qui s'explique, malgré la répartition inégale vers le bord des ailes, puisque la largeur  $b$  de hourdis est portée ici de  $1^m20$  à  $2^m00$ .

Le rapport  $r$  serait de 7.4 à 8.7 environ; plus élevé que sur la première poutre.

Pour expliquer l'anomalie que présentent surtout les valeurs de  $R_e$  ainsi calculées, en dehors de la difficulté même de mesures aussi délicates et des causes d'écart que signalait la Commission, on pourrait admettre, comme hypothèse assez vraisemblable, que les moments de flexion sont, pour les causes indiquées, un peu moindres que ne suppose le calcul ordinaire.

En effet, moyennant une assez médiocre réduction, on reviendrait à des résultats acceptables. Ainsi, en ramenant les moments à 1700 pour 2175, et à 2550 pour 3262, on obtiendrait les résultats suivants :

Charges	Moments	Travail du métal	Travail de compression du béton	Rapport $r$ des coefficients d'élasticité	Travail de tension du béton
—	—	$R_m$	$R_c$	—	$R_e$
$6000^k$	1700	$4^k4$	$17^k7$	10.4	$17^k0$
$9000^k$	2550	$7^k5$	$25^k2$	12.3	$15^k1$

On se rapprocherait davantage des résultats obtenus pour la première poutre, surtout en ce qui concerne le travail de tension  $R_e$  dont le maximum ne semble guère capable de dépasser  $20^k$  environ, et qui, en tout cas, ne devrait pas augmenter encore de  $37^k$  à  $43^k$  par l'accroissement de charge. Une fois le maxi-

mum atteint, il semble plutôt que cette résistance décroît progressivement.

Nous ne prétendons nullement que ces chiffres représentent la réalité, puisqu'ils sont basés sur une hypothèse toute gratuite. Nous les donnons ici pour montrer seulement que les résultats des observations concorderaient difficilement avec ceux qu'on avait relevés sur la première poutre ; et que, pour rétablir une certaine concordance, il faudrait faire intervenir certaines conditions dont il n'a pas été tenu compte. Il est d'ailleurs probable qu'elles étaient difficiles à évaluer.

## COMPARAISON AVEC LA MÉTHODE APPROXIMATIVE DE CALCUL

On peut aussi, comme font souvent les praticiens et comme l'autorisent les Circulaires et Instructions officielles, négliger complètement toute résistance de tension  $R_c$  ; ce qui permet de simplifier notablement les calculs.

Dans le cas actuel, les deux conditions d'équilibre pourraient alors s'écrire sous la forme très simple :

$$\frac{bv'}{2} R_c = \omega R_m ; \text{ et } \frac{bv'}{2} R_c \times h = M, \text{ ou } \omega R_m \times h = M.$$

On en tirerait immédiatement :

$$R_m = \frac{M}{h \omega}, \quad \text{et } R_c = \frac{2 M}{bhv'}$$

Ces expressions sont-elles suffisamment d'accord avec les résultats d'expérience? C'est ce qu'il est facile de vérifier en comparant les allongements et raccourcissements qui se déduisent des valeurs ainsi calculées, avec les déformations constatées expérimentalement.

Pour cela il est nécessaire de connaître les coefficients d'élasticité. Celui du métal est de  $21 \times 10^9$ , comme on l'a vu. Celui du béton s'obtient en déterminant le rapport  $r$  qui est ici :

$\frac{R_m}{R_c} \times \frac{v'}{v''}$ , ou  $0.413 \times \frac{R_m}{R_c}$ . Il est nécessairement constant si toutefois l'on donne à  $h$ ,  $v'$  et  $v''$  les valeurs observées dans les

expériences; au moins tant que  $v'$  et  $v''$  restent constants comme dans les expériences.

De cette manière on trouverait pour la première poutre :

Charges	Moments	Travail du métal $R_m$	Travail de compression du béton $R_c$	Rapport $r$ des coefficients d'élasticité	Travail de tension du béton $R_t$
3000 <sup>k</sup>	1090	3 <sup>k</sup> 8	16 <sup>k</sup> 4	9.5	»
6000 <sup>k</sup>	2175	7 <sup>k</sup> 5	32 <sup>k</sup> 6	9.5	»
9000 <sup>k</sup>	3262	11 <sup>k</sup> 3	49 <sup>k</sup> 0	9.5	»
15000 <sup>k</sup>	5625	19 <sup>k</sup> 4	84 <sup>k</sup> 4	9.5	»

Le coefficient  $E'$  du béton serait sensiblement constant et égal à  $2.21 \times 10^9$ , le rapport  $r$  étant ici constant; ce qui n'est toutefois pas vraisemblable pour les fortes charges.

Divisant  $R_m$  et  $R_c$  par leurs coefficients correspondants, on aurait pour les allongements et raccourcissements, comparativement à ceux qui ont été observés :

Charges	Allongements		Raccourcissements	
3000 <sup>k</sup>	0 <sup>m</sup> 000179	au lieu de 0 <sup>m</sup> 000102	0 <sup>m</sup> 000074	au lieu de 0 <sup>m</sup> 000027
6000 <sup>k</sup>	0 <sup>m</sup> 000358	» 0 <sup>m</sup> 200276	0 <sup>m</sup> 000148	» 0 <sup>m</sup> 000101
9000 <sup>k</sup>	0 <sup>m</sup> 000538	» 0 <sup>m</sup> 000496	0 <sup>m</sup> 000222	» 0 <sup>m</sup> 000178
15000 <sup>k</sup>	0 <sup>m</sup> 000924	» 0 <sup>m</sup> 000950	0 <sup>m</sup> 000382	» 0 <sup>m</sup> 000386

D'une manière générale, on peut dire que les écarts sont sensibles pour les faibles charges; mais, comme on l'avait déjà observé avec les autres méthodes approximatives, la concordance s'établit d'une façon presque complète pour les très fortes charges; ce qui était à prévoir puisque la résistance  $R_c$  de tension semble bien, d'après les expériences mêmes, ne plus intervenir alors d'une manière bien sensible.

Comme on devait aussi le prévoir, le travail du métal se trouve ainsi exagéré puisqu'on supprime le concours du béton travaillant à l'extension. Comparant aux chiffres obtenus au début par un calcul plus exact, on voit que, sous charge de 3000<sup>k</sup> par exemple, le procédé actuel suppose pour  $R_m$  un travail de 3<sup>k</sup>8, tandis que, d'après l'allongement réel, il n'est que de 2<sup>k</sup>14.

Pour les plus fortes charges les  $R_m$  concordent sensiblement; ce qui devait être puisque, comme nous venons de le rappeler, le béton n'offre alors qu'une résistance de tension très faible.

Par contre, le travail du béton à la compression est ici abaissé au-dessous de sa vraie valeur. Pour les très fortes charges la concordance se rétablit encore.

Le coefficient d'élasticité devient ici constant pour le béton comme pour le métal, avec valeur probablement supérieure à la valeur réelle.

*Il résulterait de là que, si l'on emploie pour les calculs cette méthode succincte, il est loisible d'attribuer une assez forte valeur au travail  $R_m$  qui, dans la réalité, sera moindre que dans ce calcul; il convient de n'adopter au contraire pour  $R_c$  qu'un taux plutôt réduit, puisqu'il serait supérieur en réalité.*

Pour le rapport  $r$  on ferait bien d'adopter au moins 10, car le béton n'est pas toujours aussi parfait que celui des expériences.

#### POSITION DE L'AXE NEUTRE

Dans le calcul qui précède, et pour voir quelles sont les conséquences de la suppression des  $R_c$ , on s'est servi, en les maintenant, des valeurs expérimentales qui ont été relevées pour  $h$  et  $v'$ .

Dans la pratique, ayant à calculer le hourdis à nervure, il faudrait commencer par fixer approximativement les valeurs de  $h$  et  $v'$ , avant d'appliquer ce procédé, simplifié par suppression des  $R_c$ . Cela revient à dire qu'il faut déterminer la position de l'axe neutre.

Quelquefois on prend le centre de gravité de la section totale, en y remplaçant la section de métal  $\omega$  par une section équivalente de béton. Pour cela il suffit de remplacer  $\omega$  par  $r\omega$ ,  $r$  étant le rapport admis pour les coefficients d'élasticité.

En réalité, ce procédé implique que le béton travaille, à la tension, avec le même coefficient d'élasticité qu'à la compression et que, bien entendu, la section plane reste plane.

Il y a donc une certaine contradiction entre ces dernières hypothèses et celle qui consiste ensuite à ne pas tenir compte de la résistance de tension. Toutefois l'écart, bien qu'il existe, n'est pas très considérable; l'axe neutre n'est pas déplacé d'une quantité trop importante. Cependant elle varie un peu avec la valeur que l'on attribuera arbitrairement au rapport  $r$ .

On voit que l'on est bien obligé ainsi de superposer un certain nombre d'hypothèses d'une précision assez incertaine, si ce n'est même contradictoire.

1°. — Conservons donc la section totale, remplaçons  $\omega$  par  $10 \times \omega$ , en prenant  $r$  égal à 10, valeur moyenne assez fréquemment adoptée. Le calcul du centre de gravité se ferait par les deux équations : projection et moments, des surfaces.

Ici l'on aurait ainsi :

$$0.0720 \times 0^m220 + 0.0285 \times 0^m075 + 0.01562 \times 0^m045 = 0.01868.$$

$$S = 0.0720 + 0.0285 + 0.01562 = 0.11612.$$

Le centre serait à  $\frac{0.01868}{0.11612}$ , ou  $0^m161$  au-dessus de la base inférieure de nervure; c'est-à-dire à  $0^m029$  au-dessous du hourdis.

2°. — Avec  $r$  égal à 5 seulement, le même calcul placerait le centre de gravité et l'axe neutre à  $0^m021$  au-dessous du hourdis, ce qui se rapprocherait un peu plus de la réalité.

Si l'on s'en tient à la solution avec  $r$  égal à 10,  $v'$  deviendrait égal à  $0^m089$ , au lieu de  $0^m060$ ,  $h$  varierait à peine et resterait égal à  $0^m184$ , au lieu de  $0^m185$ .

Dans ces conditions on trouverait :

Moments	Valeurs de $R_m$	Valeurs de $R_c$
1090	3 <sup>k</sup> 7	11 <sup>k</sup> 4
2175	7 <sup>k</sup> 5	22 <sup>k</sup> 4
3262	11 <sup>k</sup> 3	33 <sup>k</sup> 4
5625	19 <sup>k</sup> 5	57 <sup>k</sup> 7

Comparant au tableau précédent, dressé avec les vraies valeurs de  $h$  et  $v'$ , on voit qu'ici la valeur de  $R_m$  reste sensible-

ment la même. Cela devait être puisque  $h$  n'a presque pas changé; le produit  $h_w$  restant ainsi constant.

Au contraire les  $R_c$  sont assez notablement inférieurs aux précédents; ce qui était aussi à prévoir puisque le produit  $bhv'$  change notablement par variation de  $v'$  qui est ici plus élevé.

Avec  $r$  égal à 5, l'écart serait un peu moindre, mais subsisterait encore assez appréciable.

Comparant maintenant au tableau antérieur; qui avait été établi en conservant les  $R_e$ , on voit que, comme tout à l'heure, les  $R_m$  paraissent encore ici exagérés, au moins avec les faibles charges et pour les charges considérées comme normales.

Le travail  $R_c$  du béton serait maintenant tout à fait inférieur aux résultats obtenus en conservant  $R_e$ .

Les conclusions que l'on tirait tout à l'heure se trouvent donc encore renforcées avec le dernier procédé. *Il devient encore plus nécessaire de n'adopter pour le travail  $R_c$  que des valeurs plutôt réduites.*

*On peut, au contraire, donner au travail  $R_m$  du métal des valeurs un peu fortes puisque, dans la réalité, ce travail serait plutôt inférieur à celui que fournit ce genre de calcul.*

3°. — Dans le cas actuel, on se rapprocherait davantage de la réalité, lorsqu'on cherche à fixer la position de l'axe neutre, en négligeant complètement la résistance de tension  $R_e$ , aussi bien dans le calcul du centre de gravité et de l'axe neutre, que dans le calcul des résistances  $R_m$  et  $R_c$ ; ce qui, après tout, serait assez logique. Cette méthode est d'ailleurs employée également pour simplifier les calculs.

Le calcul, pour le centre de gravité, donnerait alors, avec  $r$  égal à 10 par exemple :

$$0.0720 \times 0^m220 + 0.01362 \times 0^m043 = 0.016543.$$

$$S = 0.07200 + 0.01362 = 0.08762.$$

D'où l'on conclurait que cet axe se place à  $\frac{0.016543}{0.08762}$ , soit  $0^m189$ , pour  $0^m190$ , au-dessus de la base de nervure.

En prenant  $r$  égal à 5 seulement, l'axe se placerait à  $0^m202$ , c'est-à-dire un peu au-dessus de l'arête inférieure du hourdis, avec différence peu appréciable.

Il semblerait donc, toujours dans le cas actuel, que ce n'est pas en faisant varier la valeur de  $r$  que l'on se rapproche le plus de la réalité observée; ce serait plutôt en ne tenant compte d'aucune résistance de tension pour ce calcul préliminaire. Toutefois il ne faudrait pas conclure d'une manière trop générale, ni dans un sens ni dans l'autre, sur ce seul exemple.

Quoi qu'il en soit, la conclusion importante à maintenir, c'est que, de toutes façons, le procédé ainsi simplifié exagère  $R_m$  et réduit  $R_c$ . Il est bon, dans la pratique, de tenir compte du fait.

## II

### SECTIONS RECTANGULAIRES

---

#### TYPES DIVERS : RÉSULTATS CONSTATÉS

Un grand nombre de poutres, ayant toutes la même section :  $20 \times 40$ , ont été soumises à des expériences diverses.

Nous avons précédemment fait remarquer que les appareils de mesure placés dans la région médiane, et y embrassant une certaine longueur, ne donnaient que des allongements ou raccourcissements moyens sur cette même longueur. Or, les poutres dont nous avons parlé étaient uniformément, ou à peu près uniformément chargées; il existait donc, dans la partie centrale, un maximum de flexion et de déformation, à droite et à gauche duquel il y avait décroissance de l'une et de l'autre. Les chiffres observés ne représentaient pas rigoureusement le maximum qui est cependant le plus important à relever.

C'est sans doute pour cette raison que, dans la série que nous allons examiner, les expérimentateurs ont modifié le dispositif, d'une façon très simple d'ailleurs. Toutes ces poutres ont 4 mètres de longueur; elles sont posées sur deux appuis peu distants des extrémités; dans l'intervalle agissent deux presses hydrauliques, à écartement de 2 mètres.

Il suit de là que, si les moments de flexion, nuls aux extrémités A et A', vont en croissant jusqu'aux points d'application BB' des charges, dans tout l'intervalle de 2 mètres, le moment est constant.

De plus, l'effort tranchant est au contraire constant sur les deux parties extrêmes AB et A'B', égal à l'une des deux charges. Par l'intervention de celles-ci, il devient et reste nul dans l'intervalle BB'. L'effort de glissement horizontal doit suivre une loi analogue.

Aussi, dans la plupart des poutres soumises à ce genre d'expérience, n'avait-on garni d'étriers, verticaux ou obliques, que les extrémités sur 1 mètre de longueur. La partie centrale n'avait, pour armature, que les barres horizontales plus ou moins nombreuses, de diamètres plus ou moins forts.

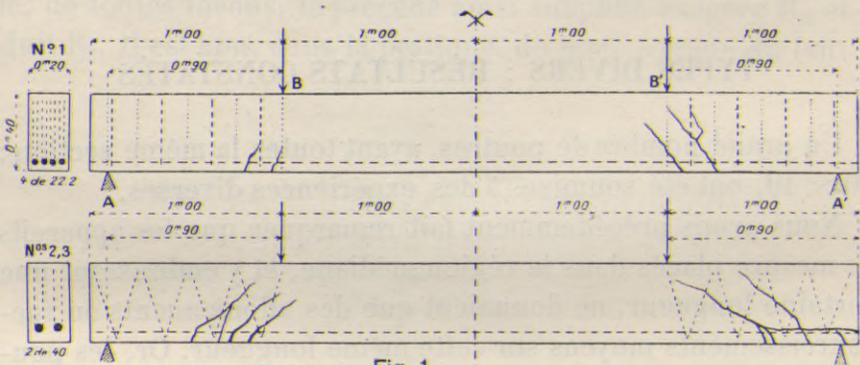


Fig. 1.

On voit que, dans ces conditions nouvelles, les déformations de la partie centrale étaient uniformes et qu'on pouvait les mesurer exactement sur une longueur quelconque. Toutefois, la disposition, pour simple et ingénieuse qu'elle soit, pouvait être quelque peu défectueuse en ce qui concerne les étriers et les efforts tranchants qu'ils ont pour mission de combattre.

En principe, ces efforts devraient s'annuler brusquement en B et B'; il peut n'en être pas tout à fait ainsi dans la réalité; en tout cas, cet arrêt brusque pouvait causer, dans la matière, des dislocations qui paraissent s'être effectivement produites et altèrent les résultats d'observation.

Sans passer en revue tous les types sur lesquels on a expérimenté, nous en prendrons seulement quelques-uns qui offrent les dispositions les plus caractéristiques, et pour lesquels les principales données d'observation sont les suivantes.

*Type n° 1*

Toutes ces poutres ont la même composition : 300<sup>k</sup> de ciment, 400 de sable, 800 de gravier; c'est la proportion habituelle.

Le n° 1 est armé de quatre barres de 22.2; il a été mis en expérience après trois mois. Le pourcentage, rapporté à la section  $20 \times 40$ , est de 1.94. Les résultats constatés sont les suivants :

Charges	Moments de flexion	Allongement des barres métalliques	Raccourcissement à la face supérieure
3305 <sup>k</sup>	1487	0 <sup>m</sup> 000070	0 <sup>m</sup> 000088
6453 <sup>k</sup>	2904	0 <sup>m</sup> 000218	0 <sup>m</sup> 000215
9605 <sup>k</sup>	4322	0 <sup>m</sup> 000380	0 <sup>m</sup> 000337
12753 <sup>k</sup>	5740	0 <sup>m</sup> 000554	0 <sup>m</sup> 000476

Comme précédemment, ces derniers chiffres sont des moyennes de déformation, car elles n'étaient pas généralement les mêmes sur les deux faces verticales opposées.

On a également mesuré la déformation, allongement ou raccourcissement, à mi-hauteur de la pièce, déformation qui n'était guère qu'un infiniment petit; on en conclut la position de l'axe neutre. Pour cette première poutre, par exemple, cet axe était d'abord au-dessous de l'horizontale à mi-hauteur, puis semblait passer au-dessus. Ces variations sont d'ailleurs extrêmement faibles et un peu incertaines. Aussi peut-on, sans inconvénient bien appréciable, admettre que l'axe neutre devait rester sensiblement à mi-hauteur.

D'autant plus que, dans d'autres poutres, il semble au contraire que l'axe serait d'abord un peu au-dessus pour passer ensuite un peu au-dessous, sous les fortes charges; sans compter que la variation qui se produit ainsi sur l'une des faces se manifeste souvent en sens contraire sur la face opposée.

D'une manière générale on peut donc admettre, comme suffisamment exacte, la fixité de l'axe neutre à mi-hauteur du béton.

Sur cette première pièce de légères fissures sont apparues, sous les charges un peu fortes, à la partie inférieure du béton, dans la partie centrale. Au voisinage des points BB' où se

produisait le changement brusque dont nous avons parlé, se sont promptement produites de fortes fissures qui ont finalement causé la rupture définitive.

Celle-ci a été constatée lorsque le moment de flexion avait atteint une valeur de 10500 environ, sous charge de 23400<sup>k</sup>. L'allongement du métal était alors de 0<sup>m</sup>001017 par mètre ; ce qui, avec un coefficient d'élasticité égal à environ 20 ou 21  $\times 10^9$ , représentait un travail de 20<sup>k</sup> à 21<sup>k</sup>35 sur les barres.

Le raccourcissement du béton était à peu près de 0<sup>m</sup>000915. Comme il serait difficile d'établir une valeur tout à fait vraisemblable du coefficient d'élasticité propre au béton, dans ces conditions extrêmes, on ne peut guère conclure de là le travail à la compression du béton lorsque s'est produite la rupture. Tout ce qu'on peut affirmer, c'est qu'il était considérable, avoisinant 160<sup>k</sup> par exemple au centimètre carré.

En tout cas, il est permis de dire que ce n'est pas par excès de fatigue du métal que la pièce a péri, puisque ce métal ne travaillait guère qu'à 20<sup>k</sup> par millimètre carré. La véritable cause semble plutôt être, outre la forte compression du béton, la désorganisation de la pièce insuffisamment protégée contre les efforts obliques de cisaillement ; ce qu'il eût été préférable d'éviter, semble-t-il.

### *Type n° 2*

Le n° 2 est armé seulement de deux barres, mais à diamètre de 40 ; ce qui représente un très fort pourcentage de 3.14 %<sub>0</sub>. Il a été mis en expérience après 107 jours, ce qui représente encore le délai normal.

Les résultats d'observation sont les suivants :

Charges	Moments de flexion	Allongement des barres métalliques	Raccourcissement à la face supérieure
3620 <sup>k</sup>	1629	0 <sup>m</sup> 000078	0 <sup>m</sup> 000100
7400 <sup>k</sup>	3330	0 <sup>m</sup> 000186	0 <sup>m</sup> 000216
9920 <sup>k</sup>	4464	0 <sup>m</sup> 000262	0 <sup>m</sup> 000295
13700 <sup>k</sup>	6165	0 <sup>m</sup> 000380	0 <sup>m</sup> 000429

Cette poutre avait été, au préalable, fendue verticalement au milieu de la portée, sur une bonne partie de sa hauteur, pour essayer de constater quelle pouvait être l'influence des fissures sur la résistance à la tension dans la partie centrale et si elle modifiait sensiblement la tension du métal dans cette même région.

Toutefois cette dernière modification ne devait pas apparaître bien distinctement dans les mesures prises par les appareils puisque, dans le cas actuel, ces appareils ne donnaient encore que la déformation moyenne. Si, comme il est probable, le métal travaillait un peu plus au voisinage de la fissure, la différence qui en résultait se trouvait en quelque sorte noyée dans l'allongement total correspondant à la longueur de l'appareil.

Du reste, en comparant les deux tableaux ci-dessus, on constate simplement que, à des moments de flexion à peu près égaux, correspondraient ici des allongements assez sensiblement inférieurs à ceux du premier type, et par conséquent à un travail moindre pour le métal ; ce qui s'explique tout naturellement, puisque la section du métal est plus forte ici.

Cette seconde poutre a péri, comme la première, par les fortes fissures obliques qui se sont produites, non pas dans la partie centrale où le moment de flexion était le plus fort, mais vers les extrémités où ce moment était plus faible, où les efforts de cisaillement étaient au contraire très prononcés. En même temps, vers ces extrémités, se produisaient des glissements et décollements manifestés par de fortes fissures horizontales.

Au moment de la rupture, sous une charge de 23600<sup>k</sup> avec un moment égal à 10500, l'allongement du métal était de 0<sup>m</sup>000708, moindre par conséquent que dans le premier cas ; le travail n'y dépassait pas 14<sup>k</sup> à 15<sup>k</sup>.

Le raccourcissement sur le béton supérieur était de 0<sup>m</sup>000833, un peu plus faible également que dans le premier cas.

De tout ceci, on ne peut guère tirer que cette conséquence : avec un pourcentage de 1.92 ou de 3.14 %, les deux pièces

ont présenté la même résistance à la rupture, au moins dans les conditions de chargement adoptées pour l'expérience. Or, celles-ci amènent la ruine de la pièce d'une tout autre façon qu'elle ne se produirait avec le mode de chargement et le mode de construction habituels des pièces.

On peut présumer que la limite serait peu différente de ce qu'on a trouvé dans ce dernier cas; cela est même assez vraisemblable; mais on n'est pas absolument en droit de conclure en ce sens, d'après les seules expériences.

### *Type n° 3*

Cette pièce était armée, comme la précédente, de deux barres de 40; sa constitution est identiquement la même, ainsi que les conditions de chargement.

D'après les relevés, l'axe neutre aurait été, relativement à l'horizontale de mi-hauteur, un peu en dessous d'abord, puis en dessus d'un côté, en dessous de l'autre côté; ce qui revient à dire que l'axe reste à peu près sur la médiane.

Les résultats d'observation sont les suivants :

Charges	Moments de flexion	Allongement des barres métalliques	Raccourcissement à la face supérieure
3620 <sup>k</sup>	1629	0 <sup>m</sup> 000079	0 <sup>m</sup> 000096
7400 <sup>k</sup>	3330	0 <sup>m</sup> 000187	0 <sup>m</sup> 000208
9920 <sup>k</sup>	4464	0 <sup>m</sup> 000257	0 <sup>m</sup> 000287
13700 <sup>k</sup>	6165	0 <sup>m</sup> 000390	0 <sup>m</sup> 000413

En comparant au tableau précédent, on constate que les déformations sont presque identiques dans les deux cas. Or, la poutre n° 2 avait été coupée, avons-nous dit, dans la partie centrale; tandis que la poutre n° 3 était intacte. D'après cette comparaison l'on serait donc pleinement autorisé à conclure que cette coupure ne modifiait pas sensiblement les allongements et raccourcissements, ni, par conséquent, le travail des matériaux, dans la région intermédiaire entre les points d'application des deux charges.

Il faut toutefois se rappeler les restrictions précédemment énoncées, en ce qui concerne les parties immédiatement voisines de la coupure : en ce point particulier et assez limité, le travail du métal devait être un peu plus élevé qu'il n'était dans les parties plus éloignées. Comme nous le disions, cet écart, tout localisé, est, pour ainsi dire, noyé dans les mesures prises sur l'ensemble.

L'important est d'ailleurs de constater que la résistance de la pièce n'est pas affaiblie dans une proportion marquée. Et, effectivement, la rupture s'est produite pour une valeur du moment de flexion voisine de 10400, sous charge de 23200<sup>k</sup> environ.

L'allongement était alors de 0<sup>m</sup>000673, ce qui correspond à peu près à un travail de 13<sup>k</sup>5 à 14<sup>k</sup>00 pour le métal.

Le raccourcissement était de 0<sup>m</sup>000749, plus faible que pour la pièce coupée au centre.

#### *Type n° 4*

Cette pièce était armée de deux barres 22.3 ; ce qui donne un pourcentage de 0.98 %/o. Elle était armée également, sur 1 mètre environ à chaque extrémité, d'étriers verticaux.

Les observations ont donné les résultats suivants :

Charges	Moments de flexion	Allongement des barres métalliques	Raccourcissement à la face supérieure
3505 <sup>k</sup>	1487	0 <sup>m</sup> 000058	0 <sup>m</sup> 000094
6453 <sup>k</sup>	2904	0 <sup>m</sup> 000253	0 <sup>m</sup> 000213
14015 <sup>k</sup>	6306	0 <sup>m</sup> 000782	0 <sup>m</sup> 000316

Les raccourcissements et le travail de compression sur le béton ne diffèrent pas beaucoup de ceux qu'on avait observés sur les pièces précédentes ; mais les allongements et le travail du métal sont ici notablement plus élevés.

La rupture s'est produite sous une charge de 15000<sup>k</sup> environ, avec moment de flexion égal à 6730. L'allongement était alors

de  $0^m000782$ , ce qui représente à peu près un travail de  $15^k6$  à  $16^k4$  sur le métal. Ce n'est donc pas par fatigue des barres que cette rupture a eu lieu.

Le raccourcissement correspondant était de  $0^m000350$ , sensiblement inférieur à celui que donnaient, vers la rupture, les autres pièces. Ce n'est pas davantage par écrasement du béton que la pièce a péri.

De légères fissures verticales s'étaient manifestées dans la partie centrale; de fortes fissures apparaissaient dans la région où s'arrêtaient les étriers et dans les parties plus rapprochées des extrémités. Il y a lieu de penser que ce sont ces dernières fissures qui ont amené la ruine de la pièce.

Celle-ci avait été mise en expérience sept mois après sa fabrication; son béton ne pouvait qu'avoir acquis plus de dureté et de résistance que dans les expériences précédentes.

Comme dans celles-ci, la position de l'axe neutre variait très peu; il sem-

ble qu'elle était d'abord, avec les faibles charges, au-dessous de la mi-hauteur sur les deux faces verticales, et qu'elle tendait à passer au-dessus, avec les plus fortes charges.

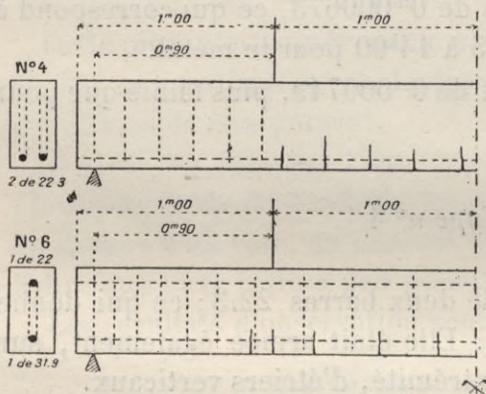


Fig. 1 bis

### Type n° 5

Cette pièce ne comportait, avec le même dispositif pour les étriers, que deux barres de  $16$ ; ce qui donne un pourcentage de  $0.50\%$  seulement. Elle était également âgée de sept mois.

L'axe neutre paraissait d'abord se placer au-dessus de la médiane, pour une des faces, au-dessous pour l'autre. Les charges croissant, il tendait à remonter légèrement.

Les observations donnaient les résultats suivants :

Charges	Moments de flexion	Allongement des barres métalliques	Raccourcissement à la face supérieure
3303 <sup>k</sup>	1487	0 <sup>m</sup> 000063	0 <sup>m</sup> 000081
6453 <sup>k</sup>	2904	0 <sup>m</sup> 000386	0 <sup>m</sup> 000242
8975 <sup>k</sup>	4039	0 <sup>m</sup> 000756	0 <sup>m</sup> 000350

Les allongements et le travail du métal sont un peu plus considérables que pour le type n° 4 plus fortement armé, et sensiblement plus que dans les trois premiers types. Les raccourcissements et le travail du béton à la compression ne semblent pas avoir beaucoup varié.

Au moment où se produisait la rupture, l'allongement constaté ne dépassait pas 0<sup>m</sup>000756, correspondant à un travail de 15 à 16<sup>k</sup> environ pour le métal. Le raccourcissement était de 0<sup>m</sup>000350, plus faible encore que pour le type n° 4; le travail du béton était relativement faible.

Ici encore on peut dire que l'on ne doit pas attribuer la rupture à la fatigue de l'un ou de l'autre des deux matériaux.

Des fissures verticales s'étaient manifestées à la partie inférieure de la région centrale, qui se sont accentuées plus que dans le cas précédent; mais ce sont encore les fortes fissures des parties latérales rapprochées des extrémités qui sont les causes principales de la rupture.

#### *Type n° 6*

Ici l'on avait placé une double armature : l'une, constituée par une barre de 31.9, placée à la partie inférieure; l'autre de 22, logée à la partie supérieure. Il s'agissait de constater si cette disposition est plus ou moins avantageuse que celle qui consiste à réunir toutes les barres à la seule partie inférieure. Le pourcentage total était ainsi de 1.48 %.

Les étriers verticaux, plus rapprochés aux extrémités où intervient d'ordinaire l'effort tranchant le plus élevé, étaient de

plus en plus écartés à mesure qu'on se rapprochait du centre où l'effort tranchant devient finalement nul.

Cette poutre avait durci sous charge uniforme; après quoi, au bout de 205 jours, elle avait subi le même mode de chargement que toutes les pièces précédentes.

Les résultats des observations sont les suivants :

Charges	Moments de flexion	Allongement des barres métalliques	Raccourcissement du béton à la face supérieure	Raccourcissement des barres supérieures
3305 <sup>k</sup>	1487	0 <sup>m</sup> 0000752	0 <sup>m</sup> 0000930	0 <sup>m</sup> 000775
6453 <sup>k</sup>	2904	0 <sup>m</sup> 0002395	0 <sup>m</sup> 0002124	0 <sup>m</sup> 0001770
7715 <sup>k</sup>	3471	0 <sup>m</sup> 0003852	0 <sup>m</sup> 0002594	0 <sup>m</sup> 0002162

L'axe neutre n'était pas sensiblement déplacé.

Si l'on compare au type n° 1, dont le pourcentage était un peu plus élevé, mais dont toutes les barres étaient logées à la partie inférieure, on constate qu'ici le travail du métal et son allongement étaient plus considérables; ce qui s'explique facilement puisqu'il y avait une moindre section de métal, dans le bas, pour résister à la tension.

Les raccourcissements et le travail du béton étaient à peu près les mêmes; peut-être, si l'on avait prolongé les expériences sous de plus fortes charges, aurait-on constaté que, dans le cas actuel, le béton finissait par travailler un peu moins que sur le type n° 1.

Les essais n'ont pas été conduits ici jusqu'à la rupture. Dans les limites de charge indiquées ci-dessus, il ne s'est guère produit que quelques fissures verticales, sans fortes fissures obliques aux extrémités.

#### OBSERVATIONS GÉNÉRALES SUR CES TYPES RECTANGULAIRES

De ces expériences si minutieusement conduites on peut tirer quelques conséquences fort intéressantes, mais que l'on ne doit pas trop généraliser ni établir d'une façon trop précise. En effet les conditions dans lesquelles s'est produite la rupture des diverses pièces ne peuvent pas être considérées comme étant

tout à fait celles qui se produiraient dans la pratique : on pourrait presque dire qu'elle provient ici d'une cause plutôt accidentelle.

*Cause de rupture.* — On a vu qu'on ne peut guère attribuer celle-ci à une tension exagérée du métal ni même, pour la plupart des cas, à une trop forte compression du béton ; ce qui devrait être le cas ordinaire. Les poutres cédaient surtout lorsque les fissures obliques dues aux efforts tranchants sur les extrémités devenaient trop importantes. De là résultaient naturellement des modifications sensibles dans les allongements et raccourcissements de la région médiane qui était la plus intéressante et la plus instructive à observer. Il en résulte d'abord qu'il ne faut pas considérer ces déformations comme représentant exactement ce qui se serait passé dans les poutres ordinaires.

Nous croyons que les désordres ainsi engendrés tiennent en partie à la suppression brusque des étriers au droit des deux charges qui agissaient simultanément. Mais ils prouvent également que ces étriers n'étaient pas assez nombreux ou assez robustes pour résister aux efforts tranchants et aux efforts de cisaillement, d'intensité constante, dans chacune des régions comprises entre la charge et l'appui. Il est vrai que c'est surtout pour les fortes charges que cette insuffisance devint manifeste.

Il résulte de là, en tout cas, que dans la construction ordinaire il ne faut pas craindre de multiplier ces étriers, surtout vers les extrémités où l'effort tranchant atteint son maximum, lorsque la charge est à peu près uniformément répartie. C'est d'ailleurs ce que font tous les constructeurs.

Dans le cas exceptionnel où il n'y aurait qu'un poids isolé appliqué au milieu de la portée par exemple, l'effort tranchant serait constant sur toute la longueur ; les étriers devraient naturellement être alors à peu près équidistants ; mais, comme on l'a vu, la régularité théorique n'est pas telle dans la réalité

qu'il ne puisse se produire des écarts en plus et en moins ; ce qui exige que l'on compte largement.

Il semble bien qu'avec les forts pourcentages, c'est-à-dire avec des barres horizontales nombreuses ou de forts diamètres, l'inconvénient qui s'est manifesté ait été moindre qu'avec les faibles pourcentages. On a vu que les premiers types, avec pourcentage variant cependant de 1.94 à 3.14 %, rompaient sous la même charge ; mais cette charge était supérieure à celle que pouvaient porter les faibles pourcentages.

Cela peut tenir à ce que les fortes ou nombreuses barres horizontales pouvaient compenser un peu l'insuffisance des étriers en annulant partiellement l'effort tranchant vertical tout au moins.

Mais il ne faut pas méconnaître qu'il reste plusieurs points obscurs que n'éclaircissent pas suffisamment les expériences, telles qu'elles ont été faites.

On remarquera enfin que, sur la poutre n° 6, il ne s'est guère manifesté de fortes fissures obliques comme pour les types précédents. Cela tient en partie à ce que les éprouves n'ont pas été poussées très loin, jusqu'à de très fortes charges ; en partie à ce que les étriers des extrémités étaient ici plus rapprochés et qu'on en avait conservé un certain nombre dans la région centrale.

Sous la réserve des restrictions que nous avons cru nécessaire de poser, en ce qui concerne les déformations centrales qui ont pu, surtout pour les fortes charges, être altérées par l'intervention de larges fissures latérales, lesquelles modifient nécessairement la répartition des efforts, nous montrerons plus loin quelles sont approximativement les conséquences théoriques que l'on peut déduire des expériences.

#### SECTION PLANE

Il reste à faire remarquer, comme nous l'avons déjà fait pour les hourdis à nervures, que, si la section restait rigou-

reusement plane, le rapport des raccourcissements sur la face supérieure aux allongements sur les barres serait à peu près égal à celui de  $v'$  à  $v''$ . Or  $v'$  est à peu près égal à  $0^m20$ ,  $v''$  à  $0^m16$  ou  $0^m17$  suivant les cas.

Ce rapport ne s'écarterait donc pas beaucoup de 1.20; c'est-à-dire que les raccourcissements doivent être un peu plus grands que les allongements.

Pour les faibles ou moyennes charges les trois premiers types donnent assez bien la proportion voulue. Sur les types 4 et 5 la proportion est promptement renversée; il en est de même pour le type n° 6. Comme ces dernières poutres présentaient déjà d'autres anomalies, il n'en faudrait pas tirer de conclusions trop affirmatives; il semble simplement que, pour les très fortes charges, la section tend à se déformer; les hypothèses théoriques ne sont plus aussi admissibles.

Le fait n'aurait d'ailleurs pas une extrême importance, puisque les poutres ne sont pas faites pour résister à ces charges exceptionnelles, mais seulement pour se comporter convenablement sous les charges normales. Or il reste très vraisemblable qu'avec ces dernières, l'hypothèse admise se vérifie assez bien pour qu'il ne puisse pas y avoir de grands écarts entre le travail théorique et le travail réel, tant sur l'un que sur l'autre des deux matériaux.

#### INTERVENTION D'UNE RÉSISTANCE DE TENSION $R_c$

Des faits ainsi constatés expérimentalement on peut déjà déduire rapidement une remarque intéressante, en ce qui concerne l'intervention réelle d'une résistance à la tension du béton et l'importance relative qu'on doit lui attribuer.

Les forces  $R_c$  du béton sont appliquées au tiers supérieur du triangle de compression. Appelons  $d$  la distance entre ce point et les barres métalliques logées à la partie inférieure.

Si  $\omega$  est la section de ces barres,  $R_m$  la tension du métal,  $M$  le moment de flexion, le moment fourni par les barres est

$\omega R_m \times d$  ; s'il n'y avait pas intervention importante des tensions  $R_e$ , ce produit serait égal sensiblement à  $M$ . La différence peut servir à apprécier l'importance du rôle effectivement joué par ces tensions.

L'axe neutre est à peu près à mi-hauteur ; la distance  $d$  est de 0<sup>m</sup>30 ; la section est d'environ 1550 millimètres carrés. Un calcul très simple, comme on voit, donne pour les diverses poutres les résultats suivants :

Pourcentage	Moment des barres métalliques	Moment total	Moment des tensions $R_e$
N° 2 : 3.14 0/0	1252	1629	377
»	2963	3330	367
»	4019	4464	445
»	6175	6165	0
N° 1 : 1.94 0/0	683	1487	804
»	2140	2904	764
»	3710	4322	612
»	5408	5740	332
N° 4 : 0.98 0/0	287	1487	1200
»	1249	2904	1655
»	3862	6306	2444
N° 5 : 0.50 0/0	158	1487	1329
»	973	2904	1931
»	1906	4039	2133

Lorsque le pourcentage est très élevé, plus élevé qu'il ne l'est dans la pratique, ainsi qu'on l'observe pour la poutre n° 2, la résistance de tension intervient à peine ; ce qui se comprend facilement : avec une aussi forte section, la tension nécessaire pour équilibrer la compression ne produit que de faibles allongements des barres ; par conséquent, de faibles tensions du béton à la partie inférieure.

A mesure que le pourcentage diminue, on voit progressivement augmenter l'intervention des tensions  $R_e$ , qui devient comparable à celle des tensions  $R_m$  du métal, et peut même être supérieure dans certains cas.

Si, maintenant, on compare les résultats pour une même pièce prise isolément, on peut relever des différences assez sensibles, d'un cas à l'autre, dans la façon dont varient les  $R_c$ .

Avec pourcentage exagéré, le moment des tensions, qui est faible, varie peu, atteint un maximum de 445 lorsque le moment total atteint 4464, la rupture se produisant sous un moment de 10500 environ. Au delà la tension doit diminuer assez rapidement, car elle est nulle sous un moment de 6175.

Pour la poutre n° 1, rompue sous un moment à peu près équivalent au précédent, le moment des  $R_c$ , plus élevé que tout à l'heure, diminue beaucoup plus tôt et doit s'annuler à peu près sous la même charge que précédemment.

La poutre n° 4, avec moindre pourcentage, rompait sous un moment de 6500, notablement moindre que tout à l'heure. Le moment auquel les  $R_c$  font face est notablement plus élevé. Contrairement à ce qui précédait, il ne cesse de s'accroître jusqu'à un moment de 6306, voisin par conséquent de la rupture.

Enfin la poutre n° 5 rompait sous un moment de 9000 environ; la marche ascendante du moment des  $R_c$  se poursuit jusqu'à un moment de 4039. Au delà il est vraisemblable qu'il doit décroître, peut-être rapidement.

Ces deux derniers cas, avec leurs moindres pourcentages, sont ceux qui se rapprochent le plus des proportions de la pratique. On a vu que la rupture s'y produisait par suite de causes accidentelles provenant de la disposition spéciale des étriers.

*On peut, en tout cas, dire que la résistance  $R_c$  du béton à la tension joue, dans les conditions habituelles de charge, un rôle tout à fait comparable à celui qui appartient aux barres métalliques. Ce rôle prend ensuite de moins en moins d'importance et finit par devenir faible sous les très fortes charges, dépassant notablement celles que l'on considère comme normales.*

Si l'on connaissait exactement la loi qui régit la variation du coefficient d'élasticité pour le béton travaillant par tension, on saurait où se place le point d'application des forces  $R_c$ , comme on connaît celui des forces  $R_c$ . A l'heure actuelle il n'est guère

possible que de recourir à des hypothèses à peu près vraisemblables, ainsi que nous l'avons fait déjà, et de dire que ce point d'application doit se trouver au tiers ou plutôt à moitié environ de la hauteur qui travaille à la tension, suivant qu'on est en présence de charges très faibles ou de charges un peu plus fortes. Nous aurons d'ailleurs à revenir sur ce sujet, afin de mieux préciser.

Dans les calculs subséquents, nous ferons donc intervenir les tensions  $R_e$ , dont nous placerons arbitrairement la résultante. L'écart probable n'affecte pas directement la condition de projection, mais influe sur l'équation des moments. Mais comme cet écart ne saurait être très considérable, les valeurs de  $R_e$  que l'on obtiendra ainsi doivent être assez approchées pour indiquer tout au moins l'ordre d'importance que prennent ces valeurs et le sens dans lequel elles croissent ou décroissent.

#### TRAVAIL DES MATÉRIAUX

Laissant donc de côté les types n<sup>os</sup> 4, 5, dans lesquels la rupture se produit avec de faibles tensions sur le métal et de faibles compressions sur le béton, ce qui implique des circonstances en quelque sorte accidentelles, nous déterminerons, par le même procédé que précédemment, sur les poutres n<sup>o</sup> 1 et n<sup>o</sup> 2, le travail  $R_m$  du métal, le travail de compression  $R_c$  du béton ainsi que celui de tension  $R_e$ , et le rapport  $r$  des coefficients d'élasticité. La poutre n<sup>o</sup> 2, bien que coupée au milieu de la portée, donnait sensiblement les mêmes résultats que le n<sup>o</sup> 3.

Bien entendu, il faut continuer à ne regarder ces indications que comme des approximations qui permettent simplement des comparaisons, mais auxquelles il ne faudrait pas attribuer une exactitude absolue que ne peuvent pas avoir les mesures elles-mêmes.

Les formules à employer sont celles que nous avons rappelées pour les hourdis à nervures, avec cette seule différence que la

largeur  $b$  du hourdis et la largeur  $c$  de la nervure sont maintenant les mêmes.

*Poutre n° 1*

Pour cette pièce (fig. 2) les données sont :

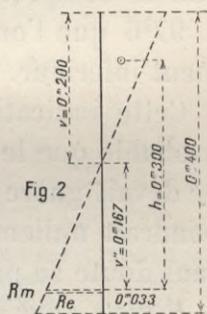
$$v' = 0^m20, v'' = 0^m167, \frac{v'}{v''} = 1.20, b = 0^m20, h = 0^m300$$

$$bv' = 0.0400, bv'' = 0.0334, \omega = 1548.28$$

Nous admettons que le coefficient d'élasticité  $E$  est en moyenne de  $21 \times 10^9$  pour le métal. Tous calculs faits, on trouve :

Charges	Moments	Travail du métal	Travail de compression du béton	Rapport $r$ des coefficients d'élasticité	Travail de tension du béton
3303 <sup>k</sup>	1847	1 <sup>k</sup> 47	30 <sup>k</sup> 0	5.8	11 <sup>k</sup> 2
6453 <sup>k</sup>	2904	4 <sup>k</sup> 60	53 <sup>k</sup> 2	10.4	10 <sup>k</sup> 6
9603 <sup>k</sup>	4322	7 <sup>k</sup> 98	75 <sup>k</sup> 7	12.6	8 <sup>k</sup> 5
12753 <sup>k</sup>	5740	11 <sup>k</sup> 63	97 <sup>k</sup> 6	14.1	4 <sup>k</sup> 8

Si l'on calculait, comme nous l'avons indiqué antérieurement, les rapports  $r$  au moyen des déformations, on trouverait : 6.1, 8.5, 9.3, 10.2; chiffres peu différents de ceux-ci avec les faibles charges; ensuite inférieurs aux précédents. Nous avons déjà indiqué les causes de ces divergences qui se trouvent ici, d'ailleurs, n'être pas très considérables. Les chiffres du tableau peuvent donc être considérés comme suffisamment approximatifs.



La rupture s'est produite sous un moment de flexion de 10500 environ. Si l'on admet qu'elle se serait produite à peu près dans les mêmes conditions pour une pièce construite à la manière ordinaire, et qu'il convient de prendre comme charge normale le quart par exemple de celle qui amène la rupture, le moment serait pour celle-ci de 2600 environ.

Dans ces conditions le travail du métal n'aurait été que de 4<sup>k</sup>14; celui du béton aurait été de 47<sup>k</sup> à 48<sup>k</sup>. Le métal travaille-

rait peu; le béton travaillerait trop, à notre avis. Dût-on compter pour celui-ci un chiffre plus élevé que celui qui nous semble prudent d'ordinaire, il n'en resterait pas moins que la résistance du métal n'est pas suffisamment utilisée avec un pourcentage de 1.94 %/o, ainsi que nous l'avons dit.

Nous rappellerons qu'en approchant de la rupture l'allongement mesuré était de 0<sup>m</sup>001017; ce qui représente un travail de 21<sup>k</sup> environ sur le métal.

Le raccourcissement correspondant, sur le béton, était de 0<sup>m</sup>000915. Il serait assez difficile d'en conclure le travail du béton, car son coefficient d'élasticité diminue très rapidement sous les fortes compressions, le rapport  $r$  augmentant en sens inverse.

Il y a toute probabilité que ce rapport est alors supérieur à 14.1, dernier chiffre constaté sur le tableau précédent; mais il n'est guère vraisemblable qu'il en diffère beaucoup. En effet, supposons-le de 21 par exemple; le coefficient d'élasticité du béton serait alors égal à  $1 \times 10^9$ ; ce qui donnerait pour le travail de compression sur le béton : 91<sup>k</sup> à 92<sup>k</sup>, chiffre inférieur à 97<sup>k6</sup> que l'on trouvait pour un moment de flexion notablement inférieur.

Cette indication n'est guère admissible. Il est donc assez probable que le travail du béton, au voisinage de la rupture, ne devait guère dépasser 100<sup>k</sup> environ. Or ce travail ne correspondrait nullement à l'écrasement du béton, lequel ne devait sans doute se produire que vers 150<sup>k</sup> à 200<sup>k</sup>.

*Il reste donc vraisemblable, tout au moins, que la ruine de la pièce n'était pas due à la limite de fatigue des matériaux et qu'elle doit être attribuée à une autre cause, probablement l'insuffisance des étriers, comme nous l'avons déjà dit.*

Le travail  $R_e$  qu'on peut approximativement conclure de ce calcul, pour la tension du béton venant seconder celle du métal, est de 11<sup>k2</sup> environ pour de faibles charges; il décroît ensuite régulièrement. Bien qu'ici ne se manifeste pas un maximum, au moins apparent, comme dans les hourdis à nervures, on

constate encore qu'aux environs du moment où le métal atteignait une tension de 5<sup>k</sup>0, la résistance de tension du béton décroît assez rapidement.

En tout cas, pour la poutre actuelle, cette résistance était moins importante que pour le hourdis à nervure, et son intervention était moins marquée.

Quant aux valeurs du rapport  $r$  des coefficients d'élasticité, il semble bien qu'elles soient ici un peu plus élevées que dans le premier cas. Il résulterait de ces diverses remarques que le béton n'était pas d'une aussi excellente qualité.

*Poutres n<sup>OS</sup> 2 et 3*

Nous avons indiqué les principales caractéristiques de ces deux poutres, et avons fait remarquer que la première était fendue sur une partie de sa hauteur, au milieu de la portée. Malgré cette différence les résultats d'observation sont sensiblement les mêmes. Nous nous contenterons donc du calcul appliqué à la poutre n<sup>o</sup> 3 dont les données sont :

$$v' = 0 \text{ 20}, v'' = 0^{\text{m}}159, \frac{v'}{v''} = 1.23; b = 0^{\text{m}}20, h = 0^{\text{m}}293;$$

$$bv' = 0.0400, bv'' = 0.032; \omega = 2313.$$

D'après ces mêmes formules on trouve alors :

Charges	Moments	Travail de tension du métal	Travail de compression du béton	Rapport $r$ des coefficients d'élasticité	Travail de tension du béton
3620 <sup>k</sup>	1629	1 <sup>k</sup> 66	30 <sup>k</sup> 3	6.8	5 <sup>k</sup> 9
7400 <sup>k</sup>	3330	3 <sup>k</sup> 93	60 <sup>k</sup> 0	8.1	6 <sup>k</sup> 3
9920 <sup>k</sup>	4464	5 <sup>k</sup> 33	79 <sup>k</sup> 4	8.3	7 <sup>k</sup> 8
13700 <sup>k</sup>	6165	8 <sup>k</sup> 49	105 <sup>k</sup> 8	9.6	2 <sup>k</sup> 0

Si l'on calculait les rapports  $r$  au moyen des déformations, on trouverait pour  $r$  : 6.6, 7.3, 7.6, 8.2; chiffres un peu inférieurs aux précédents. Ceux-ci ne doivent donc pas différer beaucoup des valeurs réelles.

Le pourcentage, plus élevé que pour la poutre n<sup>o</sup> 1, est ici

de 3.14<sup>o</sup>/. En comparant au précédent tableau, on constate que le travail du métal reste à peu près le même pour les faibles charges, mais qu'il est moindre pour les charges plus fortes; ce qui devait être avec une plus grande proportion de métal.

Le travail de compression sur le béton n'a, pour ainsi dire, pas changé; ce qui s'explique du reste assez facilement, puisque les  $v'$   $v''$  sont les mêmes ou ont très peu varié.

Le rapport  $r$  des coefficients était un peu plus grand au début, mais devient ensuite plus faible. Quant au travail de tension il est ici inférieur notablement pour toutes les charges.

Un moindre rapport implique, pour le béton, un coefficient d'élasticité plus élevé que pour la poutre n° 1, par conséquent une plus forte résistance. Il semblerait donc que la résistance à la tension aurait également pu être plus forte; nous ne pouvons que constater le fait suivant: d'après les observations et le calcul, cette tension apparaît cependant plus faible, et son intervention est moindre; ce qui devait être en effet, au moins comme conséquence de la section plus forte du métal, ainsi qu'on l'a déjà remarqué.

Nous avons constaté déjà que, au voisinage de la rupture l'allongement du métal n'était encore que de 0<sup>m</sup>000673, correspondant à un travail de 13<sup>k</sup> à 14<sup>k</sup>, lequel n'implique pas de fatigue comparable à celle qui peut produire la rupture.

Sur le béton le raccourcissement était alors de 0<sup>m</sup>000749, plus faible que pour la poutre n° 1. Le rapport  $r$  étant maintenant moins grand que pour cette dernière pièce, il n'est pas probable qu'avec un moindre raccourcissement on puisse le supposer, comme nous avons fait précédemment, égal à 21 lorsque la pièce a succombé. Si l'on admettait, assez arbitrairement, qu'il fût alors de 14 à 15 par exemple, on en conclurait que le travail du béton excédait un peu 100<sup>k</sup>; ce qui n'est pas encore la limite de rupture.

*Il faut encore admettre ici que la rupture est due à des causes pour ainsi dire anormales.*

Comme on pourrait rappeler que l'emploi, dans la formule des

moments, de  $\frac{v''}{2}$  est peut-être exagéré, nous donnons ci-dessous les résultats du calcul effectué en ne prenant que  $\frac{v''}{3}$ , ainsi que nous l'avions fait pour les hourdis à nervures :

Charges	Moments	Travail de tension du métal	Travail de compression du béton	Rapport $r$ des coefficients d'élasticité	Travail de tension du béton
3620 <sup>k</sup>	1629	1 <sup>k</sup> 66	29 <sup>k</sup> 3	7.0	5 <sup>k</sup> 3
7400 <sup>k</sup>	3330	3 <sup>k</sup> 93	58 <sup>k</sup> 4	8.3	5 <sup>k</sup> 8
9920 <sup>k</sup>	4464	5 <sup>k</sup> 33	78 <sup>k</sup> 2	8.5	7 <sup>k</sup> 0
13700 <sup>k</sup>	6165	8 <sup>k</sup> 19	105 <sup>k</sup> 6	9.6	1 <sup>k</sup> 9

Pour les faibles charges le travail  $R_c$  de compression serait légèrement diminué; après quoi la différence devient insignifiante.

Pour les faibles charges le rapport  $r$  est un peu augmenté; au delà les valeurs sont presque identiques.

Le travail de tension est un peu inférieur d'abord; ensuite les chiffres se rapprochent de plus en plus sur les deux poutres. Il n'y a donc pas à modifier les observations précédentes.

*Poutres n<sup>os</sup> 4 et 5*

Le calcul, appliqué de la même façon aux poutres n<sup>os</sup> 4 et 5, conduirait aux résultats suivants pour la première, avec pourcentage de 0.98 % :

Charges	Moments	Travail de tension du métal	Travail de compression du béton	Rapport $r$ des coefficients d'élasticité	Travail de tension du béton
3305 <sup>k</sup>	1487	1 <sup>k</sup> 21	33 <sup>k</sup> 1	5.8	14 <sup>k</sup> 2
6455 <sup>k</sup>	2904	5 <sup>k</sup> 31	60 <sup>k</sup> 4	13.9	19 <sup>k</sup> 7
11015 <sup>k</sup>	6306	16 <sup>k</sup> 42	123 <sup>k</sup> 9	21.1	29 <sup>k</sup> 6

et pour la seconde, avec pourcentage réduit à 0.50 % :

3305 <sup>k</sup>	1487	1 <sup>k</sup> 32	33 <sup>k</sup> 9	6.2	15 <sup>k</sup> 6
6455 <sup>k</sup>	2904	8 <sup>k</sup> 00	62 <sup>k</sup> 2	20.6	23 <sup>k</sup> 1
8975 <sup>k</sup>	4039	15 <sup>k</sup> 88	82 <sup>k</sup> 9	30.7	25 <sup>k</sup> 5

Comme la première poutre s'est rompue sous une charge de

14000<sup>k</sup> à 15000<sup>k</sup> environ, la dernière série de chiffres se rapporte déjà à une charge trop rapprochée de la rupture ; il n'est pas étonnant que le rapport  $r$ , qui n'avait d'abord qu'une valeur de 5.8 environ, atteigne alors 21.1. Pour la même raison le chiffre de 29<sup>k</sup>6 pour la tension  $R_e$  ne peut plus être considéré comme voisin de la réalité ; il est plus que vraisemblable qu'il est très exagéré.

Pour la seconde poutre, la rupture s'étant produite sous une charge de 9000<sup>k</sup> seulement, environ, la même observation s'applique *a fortiori*.

*Du reste on doit considérer les conditions de rupture, pour les deux pièces, comme s'écartant de la normale ; cette rupture est produite par l'insuffisance des armatures transversales dont les dispositions ne s'accordaient pas bien avec le mode de chargement. Nous l'avons déjà fait observer, et l'observation s'applique à plusieurs de ces poutres.*

#### *Poutre n° 6 : double armature*

Cette poutre avait fait prise sous forte charge uniforme. Déchargée ensuite, elle portait déjà des traces visibles de fissures qui s'accrurent assez rapidement lorsque la pièce fut soumise ultérieurement à des charges progressives, disposées alors comme dans les expériences précédentes.

Ces essais ne furent pas poussés jusqu'à la rupture ; on procéda à un déchargement progressif qui laissa apparaître des déformations permanentes, provenant des fissures qui existaient déjà antérieurement. En raison de ces circonstances spéciales, on ne peut donc pas tirer de ces expériences des conséquences bien précises, qu'il aurait été cependant intéressant d'établir. En effet, cette dernière poutre portait, comme nous l'avons dit, une double armature, l'une dans le bas, l'autre dans le haut ; et il aurait été instructif de comparer les résultats ainsi obtenus avec ceux que donnaient les armatures simples.

Avec cette nouvelle disposition, le calcul du travail, tension ou compression, s'obtient en faisant intervenir le travail  $R'_m$  du métal de la barre supérieure, dont la section est  $\omega'$ .

Les relations déjà posées se modifient de la manière suivante :

$$\frac{rR^e}{R_m} = \frac{v'}{v''} \tag{1}$$

$$\frac{bv'}{2} \times R_c + \omega' R'_m = \omega R_m + bv'' \times R_e \tag{2}$$

$$\frac{bv'}{2} \times R_c \times h + \omega' R'_m \times d = M + R_e \times \frac{bv''^2}{2} \tag{3}$$

Des conditions (2) et (3) on tirerait les valeurs de  $R_c$  et  $R_e$  :

$$R_c = \frac{2M - \omega v'' R_m - 2\omega' R'_m \left(d - \frac{v''}{2}\right)}{bv' \left(h - \frac{v''}{2}\right)}$$

$$R_e = \frac{M - h\omega R_m - \omega' R'_m (d - h)}{bv'' \left(h - \frac{v''}{2}\right)}$$

La valeur approximative de  $r$  peut se déduire de la relation (1).

Dans le cas actuel (fig. 3) la distance  $h$  est de 0<sup>m</sup>293; la distance  $d$  est de 0<sup>m</sup>325; les sections  $\omega$  et  $\omega'$  sont de 779 et 387mm<sup>2</sup>;  $v'$  et  $v''$  sont de 0<sup>m</sup>20 et 0<sup>m</sup>16; les diverses valeurs de  $R_m$  et  $R'_m$ , travail du métal sur les deux barres du haut et du bas, se déduisent des allongements correspondants en multipliant par  $21 \times 10^9$ .

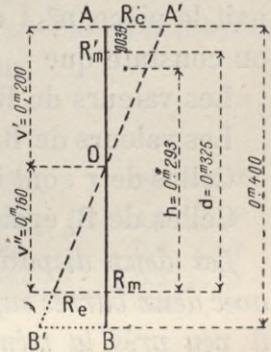


Fig. 3

TRAVAIL DES MATÉRIAUX

En opérant comme précédemment, on trouve finalement les résultats suivants :

Charges	Moments	Travail de tension du métal	Travail de compression du béton	Rapport $r$ des coefficients d'élasticité	Travail de tension du béton	Travail de compression du métal
3305 <sup>k</sup>	1487	1 <sup>k</sup> 58	28 <sup>k</sup> 9	6.8	16 <sup>k</sup> 2	1 <sup>k</sup> 63
6455 <sup>k</sup>	2904	5 <sup>k</sup> 76	51 <sup>k</sup> 4	14.0	22 <sup>k</sup> 5	3 <sup>k</sup> 72
7715 <sup>k</sup>	3471	8 <sup>k</sup> 09	59 <sup>k</sup> 5	17.0	23 <sup>k</sup> 0	4 <sup>k</sup> 54

Si, au contraire, on déduisait les valeurs du rapport  $r$  par le procédé qui consiste, connaissant  $E$  du métal, à calculer  $E'$  du béton au moyen des valeurs de  $R_c$  et des raccourcissements observés, on trouverait finalement : 6.8, 8.7 et 9.1. Ces deux derniers rapports diffèrent notablement de ceux qui avaient été calculés plus haut. Le premier seul coïncide.

Les chiffres qui figurent dans les tableaux précédents ne peuvent donc être considérés que comme très grossièrement approximatifs. Il est possible que ces écarts, ici très sensibles, aient pour cause, comme il a été dit, la fatigue provenant du premier chargement.

Si l'on compare les résultats ainsi obtenus à ceux que donnait la pièce n° 1 dont le pourcentage est un peu plus élevé, on constate que

- Les valeurs de  $R_m$  sont ici un peu plus élevées ;
- Les valeurs de  $R_c$  ont peu changé ;
- Celles de  $r$  sont ici plus élevées ;
- Celles de  $R_e$  également.

*Les deux dispositions, avec une seule barre inférieure, ou avec deux barres supérieure et inférieure, semblent donc fournir à peu près la même résistance, avec des pourcentages totaux d'importance analogue.*

La valeur de la compression  $R_c$ , par l'intervention de la compression  $R'_m$ , paraît être plutôt un peu moins élevée.

Comparant au type n° 3, dont le pourcentage est beaucoup plus fort, on constate de même que

- Les  $R_m$ , égaux au début, sont ici plus élevés ensuite ;
- Les  $R_c$  semblent un peu inférieurs ;
- Les  $r$  sont ici plus élevés ;
- Les  $R_e$  sont ici notablement plus forts.

Le travail de tension  $R_m$  sur le métal devait naturellement être plus fort dans le cas actuel où la section est réduite. Le pourcentage ne semble pas modifier très sensiblement le travail de compression  $R_c$  du béton.

Le rapport  $r$ , plus élevé ici, semble indiquer une qualité de

béton inférieure à celle du type n° 3. Mais la poutre n° 6, ainsi que nous l'avons rappelé, avait fait prise sous d'assez fortes charges, condition défavorable qui avait engendré des fissures déjà apparentes.

Malgré cela, il semble plutôt que le travail de tension  $R_e$  qu'a pu fournir ici le béton, serait plus élevé ; ce qui peut provenir de la réduction de section sur  $\omega$ .

## COEFFICIENTS D'ÉLASTICITÉ A LA TENSION

Si l'on admet, comme pour les hourdis à nervures, que les valeurs de  $R_e$  ainsi déterminées sont à peu près exactes, on en peut déduire les valeurs successives des coefficients moyens d'élasticité, d'après les allongements connus.

On trouverait ainsi :

	Charges	$R_e$	Allongements	Valeurs de $E'$
N° 1	3305 <sup>k</sup>	11 <sup>k2</sup>	0.000070	$1.6 \times 10^9$
»	6433 <sup>k</sup>	10 <sup>k6</sup>	0.000218	$0.5 \times 10^9$
»	9663 <sup>k</sup>	8 <sup>k3</sup>	0.000380	$0.2 \times 10^9$
»	12753 <sup>k</sup>	4 <sup>k8</sup>	0.000554	$0.09 \times 10^9$
N° 2	3620 <sup>k</sup>	5 <sup>k9</sup> à 5 <sup>k3</sup>	0.000078	$0.7 \times 10^9$
»	7400 <sup>k</sup>	6 <sup>k3</sup> à 5 <sup>k8</sup>	0.000186	$0.3 \times 10^9$
»	9920 <sup>k</sup>	7 <sup>k8</sup> à 7 <sup>k0</sup>	0.000262	$0.1 \times 10^9$
»	13700 <sup>k</sup>	2 <sup>k0</sup> à 1 <sup>k9</sup>	0.000380	$0.05 \times 10^9$
N° 6	3305 <sup>k</sup>	16 <sup>k2</sup>	0.000752	$2.2 \times 10^9$
»	6433 <sup>k</sup>	22 <sup>k3</sup>	0.000260	$0.9 \times 10^9$
»	7715 <sup>k</sup>	23 <sup>k0</sup>	0.000385	$0.06 \times 10^9$

On en tirerait les mêmes conclusions que pour les hourdis à nervures : valeur de  $2.0 \times 10^9$  environ pour  $E'$  sous les charges très faibles ; valeurs assez notablement inférieures pour les charges considérées comme normales ; décroissance rapide au delà.

Le type n° 2 avait un pourcentage tout à fait exceptionnel ; rappelons aussi que le type n° 6 avait une double armature.

## RÉCAPITULATION DES RÉSULTATS POUR LES POUTRES RECTANGULAIRES

Si l'on prend maintenant les résultats dans leur ensemble, on constate que, sur les pièces mises en expérience, dans des conditions assez différentes les unes des autres, avec des pourcentages très variables, mais avec une section uniforme de  $20 \times 40$  pour le béton, les limites des diverses expressions dont nous avons cherché à établir la valeur au moins approximative se présentent de la manière suivante :

### 1° : Travail $R_m$ du métal

- N° 1 :  $1^k5$  sous les faibles charges, à  $11^k$  environ pour les charges très fortes, s'approchant de la rupture;  
 N°s 2, 3 :  $1^k7$  sous les faibles charges, à  $8^k2$  pour les charges très fortes;  
 N° 6 :  $1^k6$  pour les faibles charges, à  $8^k1$  pour des charges un peu fortes.

Sur les poutres à nervures; le travail du métal était plus élevé que sur les pièces à section rectangulaire.

### 2° : Travail $R_c$ du béton

- N° 1 :  $30^k$  pour les faibles charges, à  $98^k$  environ pour très fortes charges;  
 N°s 2, 3 :  $30^k$  pour faibles charges, à  $106^k$  pour très fortes charges;  
 N° 6 :  $29^k0$  pour faibles charges, à  $60^k$  pour charges un peu fortes.

Sur les poutres à nervures, le travail de compression sur le béton était plutôt moins élevé.

### 3° : Rapport $r$

Le rapport des coefficients d'élasticité se présente ainsi :

- N° 1 :  $5.8$  pour faibles charges, à  $14.1$  pour très fortes charges;

N<sup>os</sup> 2, 3 : 6.8 pour faibles charges, à 9<sup>k</sup>6 pour très fortes charges ;  
N<sup>o</sup> 6 : 6<sup>k</sup>8 pour faibles charges, à 17.0 pour charges un peu fortes.

Ce rapport était moins élevé sur les poutres à nervures.

### *Travail $R_c$ de tension sur le béton*

N<sup>o</sup> 1 : 11<sup>k</sup>2 pour faibles charges, à 4<sup>k</sup>8 pour charges très fortes ;  
N<sup>os</sup> 2, 3 : 5<sup>k</sup>9 pour faibles charges, à 2<sup>k</sup>0 pour charges très fortes ;  
N<sup>o</sup> 6 : 16<sup>k</sup>2 pour faibles charges, à 23<sup>k</sup>0 pour charges un peu fortes.

Le travail de tension sur le béton suivait une marche toute différente sur les poutres à nervures, où la surface de béton travaillant par tension était d'ailleurs beaucoup moindre relativement à celle qui travaille par compression.

Une fois de plus, on constate que la série n<sup>o</sup> 6 présente des différences qui seraient presque des anomalies, si l'on ne savait que cette pièce avait subi, au préalable, des essais faits dans des conditions particulièrement défavorables.

Mais on peut conclure, comme fait vraisemblable, que dans ces diverses expériences le travail du métal était sensiblement inférieur à celui que l'on pouvait normalement attribuer à l'acier, lorsque les charges pouvaient, de leur côté, être considérées comme normales, c'est-à-dire suffisamment inférieures à celles qui déterminaient la rupture.

Au contraire, dans ces mêmes conditions, le travail du béton à la compression était plus élevé que le travail considéré jusqu'à présent comme normal pour assurer toute sécurité, c'est-à-dire supérieur notablement à 30<sup>k</sup> ou 35<sup>k</sup> par centimètre carré.

Il est vrai qu'aujourd'hui les Commissions officielles estiment que l'on pourra dorénavant dépasser ces derniers chiffres. Lors même que cette augmentation paraîtrait pleinement justifiée en toutes circonstances, subsisterait cette remarque : dans les essais effectués, même pour un travail  $R_c$  du béton s'élevant à

40<sup>k</sup>, 45<sup>k</sup> même, le travail  $R_m$  du métal resterait peu élevé et inférieur au travail considéré comme normal pour l'acier.

Ainsi, avec le type n° 1, à pourcentage de 1.94 ‰, si l'on considère comme normal un moment de 2600, on aurait :

$$R_m = 4^k10 \text{ et } R_c = 47^k7,$$

avec le type n° 2, à pourcentage de 3.14 ‰, on aurait

$$R_m = 3^l06 \text{ et } R_c = 46^k8.$$

Nous estimons que c'est beaucoup pour le béton, et peu pour l'acier.

Accessoirement le rapprochement de ces chiffres fait voir qu'un notable accroissement du pourcentage en métal est loin de diminuer le travail du métal dans la même proportion, et qu'il ne diminue pour ainsi dire pas celui du béton. Il n'y a donc aucun avantage économique à exagérer ce pourcentage.

*On peut aussi conclure, pensons-nous, que les pièces mises en expérience utilisaient peu, en général, la résistance propre du métal, et imposaient au béton un travail exagéré.* Dans la pratique il serait prudent d'adopter des dispositions différentes, à notre avis.

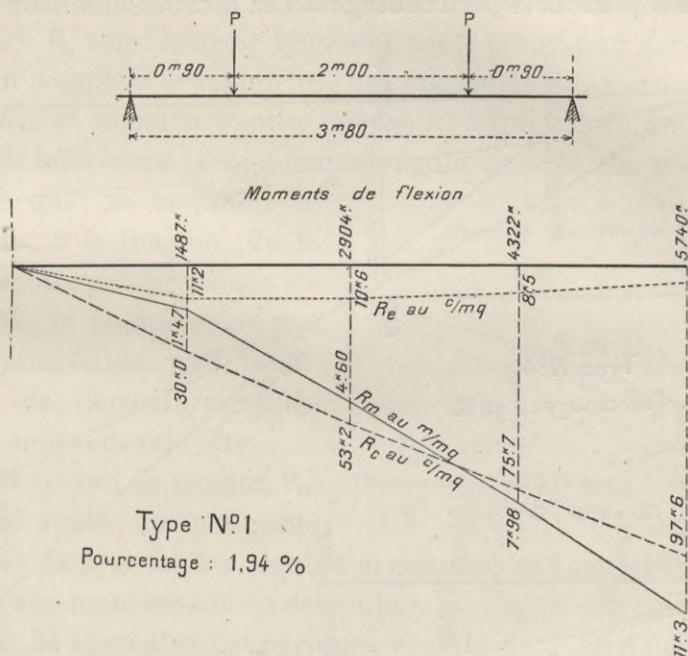
## REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES RÉSULTATS

De même que nous l'avons fait pour la poutre à nervure, on peut représenter les résultats précédemment calculés par un tracé graphique qui en facilite la comparaison (types 1, 3, 4, 5, 6).

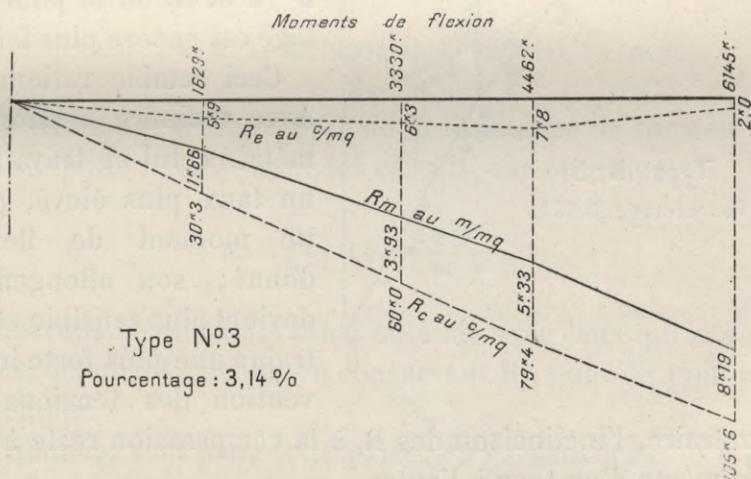
Comme on l'avait déjà remarqué pour la poutre à nervure, la ligne figurative des compressions  $R_c$  reste presque droite, mais avec assez légère tendance à fléchissements successifs. La somme des  $R_m$  ajoutés aux  $R_c$  doit nécessairement suivre la même marche; c'est pourquoi les  $R_c$  et  $R_m$  suivent des marches inverses l'une de l'autre, comme il est facile de le constater.

En dehors de cette observation générale, facile à prévoir d'ailleurs, on pourra remarquer que, du type n° 1 au type n° 3,

malgré la variation très forte du pourcentage, l'inclinaison de la ligne figurative des  $R_c$  diffère peu; ce qui pouvait ne pas être,

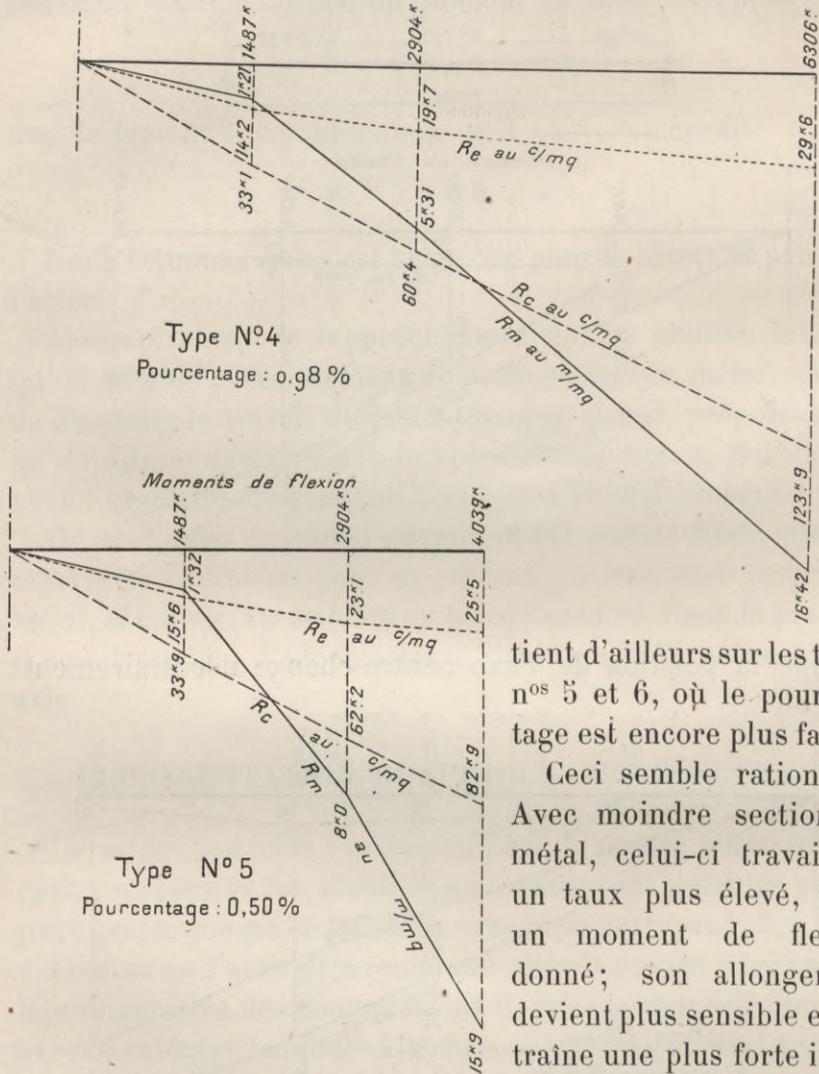


puisque la position de l'axe neutre change nécessairement :



plus relevée dans le premier cas, plus abaissée avec le fort pourcentage.

On pourra remarquer également que, sur le type n° 4, la résistance  $R_e$  du béton prend une importance qu'elle n'avait sur les types à plus forts pourcentages. Cet accroissement se main-



tient d'ailleurs sur les types nos 5 et 6, où le pourcentage est encore plus faible.

Ceci semble rationnel : Avec moindre section de métal, celui-ci travaille à un taux plus élevé, pour un moment de flexion donné ; son allongement devient plus sensible et entraîne une plus forte intervention des tensions  $R_e$ .

Au contraire, l'inclinaison des  $R_c$  à la compression reste à peu près la même d'un type à l'autre.

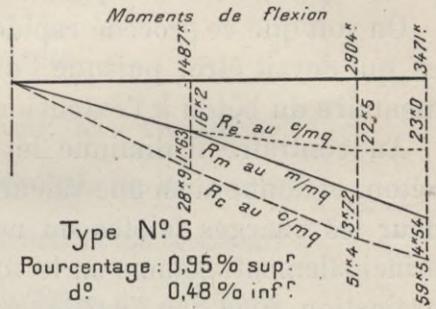
On peut cependant noter certaines différences assez appréciables. C'est ainsi que, sur le type n° 4, l'accroissement des  $R_e$

se prolonge encore lorsque déjà l'on a sensiblement dépassé les conditions de chargement normal, tandis que, sur les types précédents, après avoir dépassé la période de constance, la résistance  $R_e$  semble avoir tendance assez marquée à décroître.

Si l'on compare le type n° 6, qui comporte deux armatures, supérieure et inférieure, avec le type n° 4 qui n'a qu'une seule armature inférieure, sensiblement égale à celle du n° 6, on constate que, si le béton se comporte, à la tension, de la même façon à peu près dans les deux cas, la compression est un peu plus faible, par l'intervention de l'armature supérieure; ce qui devait être.

Mais le travail de tension  $R_m$  du métal reste un peu plus faible sur le type n° 6 à double armature; et surtout il paraît varier d'une manière moins sensible.

L'effet de l'armature supérieure semble donc être principalement de régulariser le travail des matériaux.



COMPARAISON AVEC LA MÉTHODE APPROXIMATIVE DE CALCUL

On peut ne pas tenir compte de la résistance de tension  $R_e$ ; ce qui simplifie notablement les calculs, car on a alors :

$$R_m = \frac{M}{h \omega}, \text{ et } R_c = \frac{2M}{bv'h}$$

Comparons les résultats ainsi obtenus avec ceux qui avaient été précédemment calculés en conservant  $R_e$ , pour le type n° 1 par exemple.

Les données sont pour cette pièce, en gardant les  $v'$  et  $h$  tels que les donne l'expérience :

$$h\omega = 464.5; b v' h = 0.012.$$

On trouve ainsi pour les différentes charges et moments :

$$M = 1487 : R_m = 3^k20 \text{ au lieu de } 1^k47; \text{ et } R_c = 24^k7 \text{ au lieu de } 30^k0$$

$$M = 2904 : R_m = 6^k25 \text{ au lieu de } 4^k60; \text{ et } R_c = 48^k3 \text{ au lieu de } 53^k2$$

$$M = 4322 : R_m = 9^k30 \text{ au lieu de } 7^k98; \text{ et } R_c = 72^k0 \text{ au lieu de } 75^k7$$

$$M = 5740 : R_m = 12^k35 \text{ au lieu de } 11^k63; \text{ et } R_c = 95^k7 \text{ au lieu de } 97^k6$$

Les écarts sont assez sensibles sous les charges que l'on peut considérer comme normales ; comme toujours ils diminuent de plus en plus, à mesure que les charges deviennent très fortes.

On voit que ce procédé rapide exagère le travail  $R_m$  du métal ; ce qui devait être, puisque l'on annule la résistance complémentaire du béton à l'extension.

Au contraire il diminue le travail de compression  $R_c$  du béton, et donne ainsi une valeur moindre que la réalité, surtout pour les charges faibles ou normales. Cette différence tient principalement, comme on le voit notamment par l'équation de projection, à ce que l'existence d'une résistance  $R_c$  à la tension du béton impliquait, pour l'équilibre, un certain accroissement des compressions  $R_c$ . La différence serait plus sensible encore si la majoration du travail  $R_m$ , dans ce mode de calcul, ne compensait pas en partie.

Les  $R_c$  étant ainsi amoindris, si on les divisait par les raccourcissements observés, pour déterminer la valeur du coefficient d'élasticité  $E'$  sur le béton comprimé, cette valeur serait aussi plus faible que ne donnerait le calcul complet, opéré de la même manière. La valeur du rapport  $r$  ainsi déduite serait donc majorée.

Comme pour les hourdis à nervures, *on peut conclure de là que, si l'on emploie ce procédé simplifié, il convient d'attribuer au travail du métal une valeur supérieure à celle que l'on considère comme normale ; sans quoi sa résistance réelle ne serait pas complètement utilisée.*

*Par contre, il ne faut adopter pour le travail  $R_c$  du béton que des chiffres inférieurs à ceux que le béton peut réellement fournir ; et non pas les majorer.*

Le rapport  $r$ , représenté par  $\frac{v'}{v''} \times \frac{R_m}{R_c}$ , ou  $1.20 \times \frac{R_m}{R_c}$  dans

le cas actuel, serait constant et sensiblement égal à 15.4. En conséquence, la valeur de  $E'$ , soit  $\frac{21}{15.4} \times 10^9$ , serait de  $1.36 \times 10^9$  seulement.

Avec ces données on peut déduire, des  $R_m$  et  $R_c$  calculés par le procédé simplifié, les allongements et raccourcissements correspondants et les comparer à ceux qui ont été observés sous les diverses charges et moments :

### *Allongements*

$$M = 1487 : \frac{3^k 20 \times 10^6}{21 \times 10^9} = 0.000153 \text{ au lieu de } 0.000070$$

$$M = 2904 : \frac{6^k 35 \times 10^5}{21 \times 10^9} = 0.000300 \text{ au lieu de } 0.000215$$

$$M = 4322 : \frac{9^k 30 \times 10^6}{21 \times 10^9} = 0.000443 \text{ au lieu de } 0.000337$$

$$M = 5740 : \frac{12^k 35 \times 10^6}{21 \times 10^9} = 0.000586 \text{ au lieu de } 0.000446$$

La valeur de  $E$ , coefficient du métal, est connue directement.

Utilisant la valeur  $1.36 \times 10^9$  qu'on vient de trouver pour  $E'$ , on constate que la comparaison entre les résultats de ce mode de calcul et les résultats observés serait à peu près la suivante :

### *Raccourcissements*

$$M = 1487 : \frac{24^k 7 \times 10^4}{1.36 \times 10^9} = 0.000131 \text{ au lieu de } 0.000088$$

$$M = 2904 : \frac{48^k 3 \times 10^4}{1.36 \times 10^9} = 0.000355 \text{ au lieu de } 0.000215$$

$$M = 4322 : \frac{72^k 0 \times 10^4}{1.36 \times 10^9} = 0.000530 \text{ au lieu de } 0.000337$$

$$M = 5740 : \frac{95^k 7 \times 10^4}{1.36 \times 10^9} = 0.000700 \text{ au lieu de } 0.000476$$

Les déformations, allongements ou raccourcissements, telles qu'elles résulteraient de ce mode de calcul, seraient supérieures à celles qui ont été observées. Comme le travail  $R_m$  du métal, auquel correspondent les allongements, se trouve un peu exagéré par le calcul, ainsi qu'on l'a vu, on devait effectivement

s'attendre à ce que les allongements soient également exagérés.

Mais ce procédé diminue les valeurs du travail de compression  $R_c$  sur le béton; il est donc moins naturel que les raccourcissements soient au contraire exagérés. Il est vraisemblable que cette sorte de contradiction provient du mode de détermination employé pour fixer la valeur probable du rapport  $r$ , au moyen des  $R_m$  et  $R_c$  calculés par la présente méthode.

#### POSITION DE L'AXE NEUTRE

Dans le calcul précédent, nous avons adopté les valeurs expérimentalement observées pour  $h$  et  $v'$ , afin de constater les différences résultant, pour  $R_m$  et  $R_c$ , de la suppression des  $R_e$ .

En réalité, lorsqu'on emploie le procédé simplifié que nous examinons, il faut commencer par fixer à peu près les valeurs de  $h$  et  $v'$ , ainsi que nous l'avons déjà rappelé pour les hourdis à nervure. Pour cela on détermine parfois la position du centre de gravité par le calcul ordinaire en attribuant le même coefficient d'élasticité à la tension et à la compression du béton et en remplaçant  $\omega$ , section du métal, par  $r\omega$ . La valeur du rapport  $r$  reste d'ailleurs arbitraire.

1°. — Procédant ainsi que nous l'avons rappelé antérieurement, on trouverait, avec  $r$  égal à 10, que le centre de gravité et l'axe neutre se placeraient à 0<sup>m</sup>173 seulement au-dessus de la face inférieure, au lieu de 0<sup>m</sup>200, comme il semble résulter des expériences.

En effet, on poserait, pour le moment des surfaces :

$$0.0800 \times 0^m20 + 10 \times 0.0015483 \times 0^m33 = 0.0163.$$

La surface, compris  $r\omega$ , serait

$$0.0800 + 0.015483 = 0.095483$$

Divisant, on trouverait 0<sup>m</sup>173 pour la distance du centre de gravité à la face inférieure.

Prenant  $r$  égal à 5, au lieu de 10, il se placerait à 0<sup>m</sup>185; se rapprochant ainsi davantage de la réalité; par conséquent les

valeurs de  $R_m$  et  $R_c$  qu'on en déduirait ne s'écarteraient pas beaucoup de celles qu'indique le tableau précédent; ce qui maintient alors les différences déjà signalées avec les résultats obtenus en conservant  $R_c$ .

2°. — Si l'on déterminait la position de l'axe en annulant les  $R_c$  dans ce calcul spécial, on trouverait au contraire des valeurs trop fortes, le centre se plaçant alors à  $0^m226$  avec  $r$  égal à 10; ou à  $0^m256$  avec  $r$  égal à 5, au-dessus de la face inférieure.

Il faudrait prendre  $r$  égal à 15 pour placer l'axe à peu près à mi-hauteur, comme on l'a constaté dans les expériences. Ce serait s'écarter beaucoup du rapport que semblent indiquer les expériences.

A titre de comparaison simplement, supposons que l'on conserve le chiffre de  $0^m173$  trouvé en premier lieu, avec  $r$  égal à 10, rapport souvent adopté. La valeur de  $v'$  serait de  $0^m227$ ; celle de  $h$  deviendrait égale à  $0^m291$ .

Avec ces données ainsi établies, admettons maintenant que, pour le calcul ultérieur du travail des matériaux, on ne tienne plus compte de la résistance  $R_c$  à la tension du béton. C'est, d'ailleurs, de cette façon que les Instructions officielles semblent conseiller de procéder, tant pour la fixation de l'axe neutre que pour le calcul du travail. On trouverait ainsi :

Moments	Valeurs de $R_m$	Valeurs de $R_c$
1487	3 <sup>k</sup> 3	22 <sup>k</sup> 4
2904	6 <sup>k</sup> 4	43 <sup>k</sup> 9
4322	9 <sup>k</sup> 5	65 <sup>k</sup> 4
5740	12 <sup>k</sup> 6	86 <sup>k</sup> 9

Les  $R_m$  ne différeraient que peu de ceux du précédent tableau, calculés avec les véritables  $v'$  et  $v''$ , mais en supprimant toute résistance  $R_c$ . Ils restent supérieurs aux  $R_m$  calculés plus exactement, avec intervention des  $R_c$ .

Les  $R_c$  seraient un peu inférieurs aux précédents, et assez notablement inférieurs à ceux qu'on avait obtenus en faisant intervenir la résistance  $R_c$  à la tension.

*En procédant ainsi, on doit donc, pour les sections rectangu-*

lares et les hourdis comme pour les hourdis à nervure, majorer un peu le chiffre attribué au travail  $R_m$ , et diminuer plutôt la résistance  $R_c$  que l'on juge applicable réellement au béton.

Si l'on eût pris  $r$  égal seulement à 5, ce qui donnerait un  $h$  égal à 0<sup>m</sup>296 au lieu de 0<sup>m</sup>291, un  $v'$  égal à 0<sup>m</sup>214 au lieu de 0<sup>m</sup>227, on aurait trouvé :

Moments	Valeurs de $R_m$	Valeurs de $R_c$
1487	3 <sup>k</sup> 2	23 <sup>k</sup> 4
2904	6 <sup>k</sup> 3	25 <sup>k</sup> 7
4322	9 <sup>k</sup> 4	68 <sup>k</sup> 0
5740	12 <sup>k</sup> 5	90 <sup>k</sup> 4

Les  $R_m$  restent sensiblement les mêmes dans les trois façons de calculer que nous venons d'employer pour la méthode simplifiée. Le résultat obtenu en dernier lieu est une moyenne entre les deux précédents, ainsi qu'on pouvait d'ailleurs le prévoir.

Quel que soit donc le procédé suivi pour placer l'axe neutre, la comparaison avec les résultats obtenus antérieurement, en maintenant les  $R_c$ , conduit toujours aux mêmes conclusions.

*Remarque.* — Si l'on voulait, ainsi que nous l'avons fait pour les précédents calculs, et par le même procédé, rechercher quel est à peu près le degré d'approximation qu'on peut atteindre avec celui-ci, il faudrait comparer les valeurs admises arbitrairement pour le rapport  $r$ , avec celles que l'on déduirait de la condition de déformation

$$\frac{r R_c}{R_m} = \frac{v'}{v''}$$

qui reste, en réalité, implicitement comprise dans l'hypothèse dont on se sert pour déterminer la position de l'axe neutre; on poserait ici :

$$\frac{r R_c}{R_m} = \frac{0^m227}{0^m140} = 1.6214.$$

D'après les  $R_c$  et  $R_m$  qu'on vient de calculer, on déduirait de là la nouvelle valeur de  $r$  qui serait maintenant de 23.8 environ, au lieu de 10, chiffre admis au début.

L'écart serait donc considérable. D'où l'on devrait tout au moins conclure que la valeur qu'il convient de donner à  $r$  dans le cas actuel, pour la détermination du centre de gravité et la position de l'axe neutre, ne doit pas être prise égale à 10. Il faudrait toute une série de tâtonnements, sur des valeurs différentes attribuées à  $r$ , pour arriver à un accord suffisant, au moins sur ce point spécial.

### AUTRE PROCÉDÉ DE CALCUL

Lorsqu'on détermine la position du centre de gravité de la section totale, métal compris, afin de fixer celle de l'axe neutre, on suppose implicitement que le coefficient d'élasticité du béton à l'extension est le même qu'à la compression. Dans cette hypothèse, on suppose implicitement aussi que la résistance à l'extension croît de la même manière que la résistance de compression, pour des déformations équivalentes.

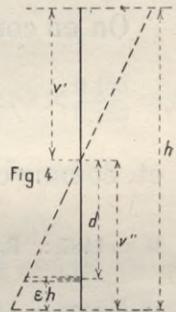
Il semble donc peu naturel d'admettre ensuite, pour le calcul des résistances, que les  $R_e$  de tension puissent être supprimés totalement, après en avoir admis, et même exagéré l'importance. Il est certain que, sous de fortes charges, cette façon de calculer produirait des écarts très notables; mais pour des charges considérées comme normales, ces écarts doivent être moins sensibles. Sont-ils pratiquement négligeables? C'est ce qu'il est facile de constater ici.

Employant les notations ci-contre (fig. 4), on aura immédiatement la position de l'axe neutre, dans ce mode de calcul, en prenant

$$v'' = h \times \frac{1 + 2 \frac{\delta \varepsilon}{2(1 + \delta)}}{2(1 + \delta)}; \quad v' = h - v'',$$

et rappelant  $\varepsilon h$  la distance des barreaux à la face inférieure; et le rapport

$$\delta = \frac{r \omega}{bh}$$



Possédant ces données, on appliquerait le calcul ordinaire qui détermine le travail sous les faces supérieure et inférieure, et par conséquence sur les barres métalliques, au moyen du moment d'inertie qui est alors

$$I = \frac{b}{3} (v^3 + v'^3) + r \omega d^2,$$

$d$  étant la distance des barres à l'axe neutre, c'est-à-dire  $v'' - \varepsilon h$ .

De là on déduit  $\frac{I}{v''}$  pour le calcul de  $R_e$ ;  $\frac{I}{v'}$  pour le calcul de  $R_c$ .

La valeur de  $R_m$  est simplement  $R_e \times \frac{v'' - \varepsilon h}{v''} \times r$ .

Pour la pièce n° 1,  $\varepsilon h$  est égal à 0<sup>m</sup>033 environ.

1°. — Si l'on suppose  $r$  égal à 10, moyenne indiquée comme normale, on a pour  $\varepsilon$  égal à 0.0825 et  $\delta = 0.1935$  :

$$v'' = 0^m173, v' = 0^m227.$$

On en conclut, d'après l'expression précédente :

$$\frac{I}{v''} = \frac{0.001423}{0.173} = 0.00823; \quad \frac{I}{v'} = \frac{0.001423}{0.227} = 0.00628,$$

et, comme conséquence :

$$M = 1487 : R_e = \frac{1487}{82.3} = 18^k0; \quad R_c = \frac{1487}{62.8} = 23^k6; \quad R_m = 18^k0 \times \frac{0.140}{0.173} = 1^k45$$

$$M = 2904 : \quad R_e = 35^k2 \quad R_c = 46^k2 \quad R_m = 2^k82$$

Dans le premier cas, on avait trouvé par un calcul plus voisin de la réalité, et déduit des allongements et raccourcissements réellement observés :

$$R_e = 11^k2 \quad R_c = 30^k0 \quad R_m = 1^k47$$

Le procédé actuel donne donc, pour les faibles charges, une valeur de  $R_m$  exacte; une valeur trop faible pour  $R_c$ ; une valeur exagérée pour  $R_e$ ;

Dans le second cas, le calcul antérieur donnait

$$R_e = 10^k6 \quad R_c = 53^k2 \quad R_m = 4^k60$$

Ici, avec charge un peu forte comme on voit, la valeur de  $R_m$  est beaucoup trop faible; celle de  $R_c$  reste inférieure; celle de  $R_e$ , bien supérieure cette fois, n'est même plus admissible.

Il n'y a donc approximation que pour de très faibles charges où l'exagération des valeurs réelles de  $R_e$  reste moins sensible.

Or cette pièce a rompu sous un moment de 10500. Si l'on prenait pour charge normale le  $\frac{1}{4}$  de celle qui produit la rupture, le moment correspondant ne serait que de 2600. On vient de voir qu'il n'y a déjà plus accord suffisant.

Il est vrai qu'on pourrait diminuer ici la valeur du rapport  $r$ , d'autant plus que, d'après l'expérience même, il semble que la vraie valeur se rapprocherait de 5, sous les faibles charges tout au moins.

Le même calcul donnerait alors

$$v'' = 0^m185; v' = 0^m215$$

et par suite

$$M = 1487 : R_c = \frac{1487}{66.7} = 22^k3; R_c = \frac{1487}{37.4} = 25^k9; R_m = 22^k3 \times \frac{0.155}{0.185} = 1^k90$$

$$M = 2904 : R_c = 43^k5 \quad R_c = 50^k5 \quad R_m = 3^k60.$$

Ce qui ne se rapproche pas davantage de la réalité.

*Ce mode de calcul, si même on l'accepte pour le calcul du centre de gravité et la position de l'axe neutre, ce qui n'est déjà pas très exact, est à rejeter pour le calcul des poutres à section rectangulaire, lorsqu'il s'agit de déterminer le travail de matériaux sous des charges qui ne soient pas tout à fait minimales.*

Il semble donc difficile d'admettre l'égalité des coefficients d'élasticité, à la tension et à la compression, si ce n'est sous des charges extrêmement faibles; et assez peu justifié, de recourir aux méthodes de calcul qui dériveraient de cette hypothèse, lorsque ces charges sont en réalité un peu fortes.

### III

## HOURDIS SIMPLES

---

#### DALLES DE HOURDIS

Une autre série d'expériences, très complète, a été effectuée sur 14 dalles ayant la même section de  $50 \times 10$ ; elles étaient armées, en général, de 4 barres de 10 logées à la partie inférieure, sans étriers verticaux. Elles avaient, sauf quelques exceptions que nous signalerons, deux mois de fabrication.

La composition du béton avait la proportion habituelle : 300<sup>k</sup> de ciment Portland, Demarle et Lonquety, pour 400 litres de sable et 800 de gravier.

Pour cette série le pourcentage était de 0,63 %, ce qui représente pour nous une moyenne normale, inférieure à celles des essais précédents.

Dans cette série d'essais on cherchait surtout à observer les déformations élastiques produites par la flexion. On a mesuré les flèches au milieu de la portée, sous des charges progressivement conduites jusqu'à la rupture. Ces observations sont intéressantes en ce qu'elles montrent la régularité des déformations successives; on n'en pourrait cependant pas tirer des conséquences théoriques trop précises en y appliquant le calcul habituel.

C'est qu'en effet les formules qui représentent les flèches sous des charges données sont établies en supposant constant le coefficient d'élasticité sur toute la longueur de la pièce. Or,

sur le béton, ce coefficient varie très rapidement avec le travail des matériaux, et les différences sont très fortes, ainsi qu'on l'a vu.

Les dalles de hourdis étaient, comme les poutres précédentes, chargées en deux points isolés ; la portée était uniformément de 2<sup>m</sup>00 ; chacune des charges était à 0<sup>m</sup>50 d'une extrémité ; l'intervalle entre deux était de 1<sup>m</sup>00.

Par ce mode particulier de chargement, la déformation élastique était à peu près constante dans l'intervalle. Ce coefficient E était, il est vrai, sensiblement différent pour chaque charge ; mais, à chaque épreuve, il avait la même valeur d'un bout à l'autre de cet intervalle. Sauf à faire varier chaque fois cette valeur de E, on pouvait donc avoir par le calcul une expression suffisamment approchée de la déformation et par suite de la flèche.

Il n'en était pas de même pour les deux parties extrêmes où le moment de flexion varie de zéro à son maximum. Là, le coefficient E était différent en chaque point.

Comme il est impossible de fixer la loi de variation pour ce coefficient, loi qui varie pour chaque béton, chaque série d'expériences, on ne peut guère tenir compte, dans le calcul, de ces variations. Lorsqu'on y suppose E constant, au moins pour une même pièce, la comparaison des résultats du calcul et de l'observation n'est donc qu'approximative.

Si nombreuses, si minutieuses qu'aient été les expériences et les observations faites sur les flèches de ces dalles, elles exigent donc certaines interprétations ou restrictions si l'on en veut tirer des conclusions pratiques. Mais, par contre, cette série d'essais a été régulièrement conduite jusqu'à la rupture de chaque pièce. Or, c'est là, à notre avis, le renseignement le plus certain et le plus instructif pratiquement que l'on peut déduire des expériences de ce genre, en y joignant l'indication du moment où apparaissent les premières et légères fissures. Celles-ci marquent le commencement de la période, en quelque sorte critique, que l'on pourrait comparer assez justement à la limite d'élasticité pour les autres matériaux.

## TYPES DIVERS : RÉSULTATS CONSTATÉS

Voici ces deux séries d'indications :

	Charge de rupture	Moment corres- pondant	Premières fissures Moment	Pourcentage	Composition
N° 1	3000 <sup>k</sup>	780	280	0.63 %	300 <sup>k</sup> : 400 : 800
N° 2	2700 <sup>k</sup>	680	180	d°	d° d°
N° 3	2920 <sup>k</sup>	730	280	»	d° d°
N° 4	2920 <sup>k</sup>	730	280	»	300 <sup>k</sup> : 200 : 1000
N° 5	2920 <sup>k</sup>	730	230	»	300 <sup>k</sup> : 600 : 600
N° 6	2920 <sup>k</sup>	730	180	»	300 <sup>k</sup> : 400 : 800
N° 8	2920 <sup>k</sup>	730	330	»	400 <sup>k</sup> : 400 : 800
N° 9	2720 <sup>k</sup>	680	230	»	250 <sup>k</sup> : 400 : 800
N° 10	3920 <sup>k</sup>	1480	280	1.41 %	300 <sup>k</sup> : 400 : 800
N° 11	920 <sup>k</sup>	230	180	0.16 %	300 <sup>k</sup> : 400 : 800
N° 12	2720 <sup>k</sup>	680	230	0.63 %	300 <sup>k</sup> : 400 : 800
N° 13	2720 <sup>k</sup>	680	230	d°	d° d°
N° 14	2520 <sup>k</sup>	630	180	»	» d°

Le dernier échantillon était fabriqué au ciment maritime Lafarge. Le béton avait toujours été soigneusement pilonné, sauf pour le numéro 2 où il avait été simplement coulé.

Les n<sup>os</sup> 12 et 13 avaient été mis en charge après quinze jours et huit jours seulement, au lieu de deux mois. Les barres du n° 3 étaient, à leurs extrémités, fendues en pied de bique, au lieu d'être coupées carrément; ce qui ne paraît d'ailleurs pas avoir beaucoup influé sur les résultats.

La composition variait surtout en sable et gravier; deux essais, n<sup>os</sup> 8 et 9, ont été faits avec proportions, plus fortes ou moins fortes, de ciment. Le n° 6 offrait cette particularité qu'on avait mêlé au sable de l'argile en poudre; les premières fissures sont alors apparues un peu plus tôt, mais le point de rupture est resté sensiblement le même.

Enfin, on a remarqué que, dans aucun cas, il ne s'est produit de glissement, entre béton et métal, aux extrémités où l'effort de glissement atteint son maximum. *Il suit de là que l'adhérence dans cette région était toujours suffisante, même avec les faibles pourcentages.*

On a également constaté que la rupture se produisait par

défaut de résistance de l'armature, même pour le n° 10 où le pourcentage avait été porté de 0.63 à 1.41 %.

Si, maintenant, on compare entre eux les divers résultats observés, voici ce que l'on constate : Ces résultats sont plus faibles, comme on devait s'y attendre, avec le béton simplement coulé, n° 2; avec le n° 6 où l'argile en poudre avait été mêlée au sable; avec le n° 11 où le pourcentage était descendu à un chiffre très bas; avec les nos 12 et 13, où la durée de prise était très sensiblement moindre; enfin avec le n° 14 où la médiocre résistance tient à l'emploi d'un ciment différent.

Par contre, le fort pourcentage du type n° 10 a naturellement augmenté la résistance.

La proportion totale du sable et gravier était partout la même, mais avec plus de gravier dans le type n° 4, et plus de sable, au contraire, dans le n° 5. La résistance finale n'en a pas été sensiblement modifiée; mais les premières fissures apparaissent un peu plus tôt sur le type n° 5; d'où il résulterait qu'il n'est pas absolument avantageux d'augmenter la proportion de sable fin relativement à celle du gravier.

Dans le type n° 8 la quantité de ciment était portée de 300<sup>k</sup> à 400<sup>k</sup>. La résistance finale reste encore la même, mais cette fois les premières fissures se produisent plus tard. Il est naturel que la plus forte proportion de ciment ait des conséquences avantageuses; toutefois il ne faudrait pas, semble-t-il, en exagérer l'importance puisque, finalement, la pièce n'offre pas à la rupture une résistance sensiblement supérieure.

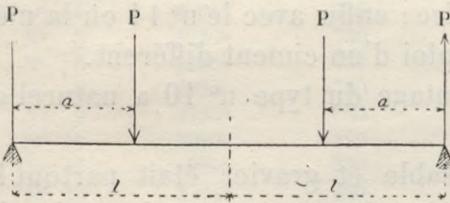
## CALCUL DES FLÈCHES

Si le coefficient d'élasticité, au moins pour les hourdis, pouvait être considéré comme à peu près constant dans toutes les parties de la poutre, malgré les différences du travail dans ces différentes parties, la formule qui donnerait la valeur de la flèche serait

$$f = \frac{1}{EI} \times Pa \left( \frac{a^2}{6} - \frac{l^2}{2} \right),$$

en appelant  $2l$  la portée totale, et  $a$  chaque longueur comprise entre l'une des deux charges  $P$  et l'appui.

Il est facile de voir que, pour une charge  $2P$  qui serait concentrée au milieu de la portée, cette expression de la flèche deviendrait :  $-\frac{Pl^3}{3EI}$ . Remplaçant  $P$  par  $\frac{P'}{2}$ , si  $P'$  est la charge totale,  $l$  par  $\frac{L}{2}$ , si  $L$  est la portée totale, on aurait alors :



$$f = \frac{P'L^3}{48EI}$$

qui est bien la formule connue pour la flèche d'une pièce chargée d'un poids unique  $P'$  au milieu de la

portée.

Dans les expériences les données étaient les suivantes :

$$a = 0^m50, l = 1^m00; I = \frac{0^m50 \times 0^m10^3}{12} = 0.00004167.$$

La flèche ayant été mesurée pour chacun des essais, on en peut déduire, mais d'une façon tout au plus approximative, la valeur du coefficient  $E$  sous chaque charge. Prenons quelques exemples, sur les nos 3, 4, 5 et 6; les deux premiers représentent le cas où la rupture s'est produite sous une charge voisine de  $3.000^k$ , correspondant à un moment de  $730$ ; les deux derniers représentent le cas où, par moindre qualité du béton, la résistance était plus faible.

La rupture se produisant sous une charge de  $3000^k$  au plus, on ne pourrait guère considérer comme encore normale qu'une charge en service de  $800^k$  par exemple, à laquelle correspondrait, pour  $P$ , une valeur de  $400^k$ .

Si l'on voulait soumettre la poutre à une charge d'épreuve supérieure, ainsi qu'on le fait souvent, à la normale, elle serait de  $1200^k$  par exemple; ce qui correspond à  $600^k$  pour  $P$ . Les valeurs du moment  $M$  seraient de  $200$  et  $300$ . A notre avis c'est

déjà compter largement puisque, pour les poutres les mieux établies, les premières fissures apparaissaient déjà avec un moment de 280.

Dans ces deux cas les expériences ont donné

	Flèches	
	P = 400 <sup>k</sup>	P = 600 <sup>k</sup>
N° 3	0 <sup>mm</sup> 99	2 <sup>mm</sup> 46
N° 4	0 <sup>mm</sup> 93	2 <sup>mm</sup> 51
N° 5	1 <sup>mm</sup> 24	3 <sup>mm</sup> 10
N° 6	2 <sup>mm</sup> 59	4 <sup>mm</sup> 78

Pour les n<sup>os</sup> 3 et 4 on peut prendre des moyennes de 0<sup>mm</sup>96 et 2<sup>mm</sup>48.

Avec les données indiquées ci-dessus, et prenant une valeur normale de 400<sup>k</sup> pour P, l'expression de la flèche deviendrait :

$$f = \frac{1}{E \times 0.00004167} \times 400^k \times 0^m50 \times \left( \frac{0.25}{6} - \frac{1.00}{2} \right) = - \frac{91.7}{E \times 0.00004167}$$

Finalement on en tirerait

$$\frac{E}{10^9} = \frac{0.0022}{f},$$

expression d'où, connaissant la flèche observée, on peut déduire la valeur de E.

Pour les flèches indiquées on trouve ainsi, avec charge normale :

$$\text{Nos 3, 4, } E = \frac{0.0022}{0.00096} \times 10^9 = 2.30 \times 10^9$$

$$\text{N° 5, } E = \frac{0.0022}{0.00124} \times 10^9 = 1.78 \times 10^9$$

$$\text{N° 6, } E = \frac{0.0022}{0.00259} \times 10^9 = 0.85 \times 10^9$$

Avec charge d'épreuve augmentée de moitié, les flèches, telles qu'elles ont été observées, donneraient :

$$\text{Nos 3, 4, } E = \frac{0.0033}{0.00248} \times 10^9 = 1.32 \times 10^9$$

$$\text{N° 5, } E = \frac{0.0033}{0.00310} \times 10^9 = 1.06 \times 10^9$$

$$\text{N° 6, } E = \frac{0.0033}{0.00478} \times 10^9 = 0.69 \times 10^9.$$

Comme on devait s'y attendre, ces dernières valeurs de  $E$  sont assez sensiblement plus faibles que les précédentes.

En maintenant toujours les réserves qui ont été indiquées, on ne doit prendre ces chiffres que pour des moyennes entre la valeur de  $E$  vers les extrémités où elle est variable et plus élevée et la partie centrale où elle est constante et moins forte. La véritable valeur de  $E$ , dans la région de plus grande fatigue, doit donc être inférieure aux chiffres ci-dessus.

Laissant de côté le n° 6 qui se présente dans des conditions évidemment défectueuses, on peut dire que la valeur du coefficient  $E$  varierait entre  $1.5$  et  $2.0 \times 10^9$  par exemple pour les types 3, 4 et 5; le rapport  $r$  varierait donc à peu près entre 11 et 14.

De ces expériences on pourrait donc conclure, ainsi que des observations faites antérieurement par d'autres expérimentateurs, que, pour ce rapport, la moyenne pratique, sous des charges considérées comme normales, ne doit guère différer, en moyenne, de 12 à 13. Il est vrai que ce rapport paraissait un peu moins élevé pour les séries d'expériences faites sur les hourdis à nervures et sur les poutres rectangulaires, mais avec des variations assez sensibles d'une pièce à l'autre; ce qui semble indiquer qu'il reste prudent, dans la pratique où les bétons ne sont pas toujours exécutés avec la perfection qui était certainement recherchée ici, de s'en tenir aux chiffres que nous venons d'indiquer; tout au moins de ne pas trop s'en écarter. D'autant plus que, sous charges d'épreuve, telles que nous les avons supposées, le coefficient maximum varierait de  $1.06$  à  $1.32 \times 10^9$ ; le rapport  $r$  pourrait varier cette fois de 16 à 20.

---

## IV

### PILIER S OU POTEAUX

---

Les expériences exécutées sur des poteaux de diverses formes sont extrêmement nombreuses; nous ne résumerons ici, bien entendu, que les principales.

#### RÉSULTATS CONSTATÉS

##### 1<sup>re</sup> SÉRIE : CHARGES UNIFORMES

Les cinq pièces de cette série ont uniformément une section de  $40 \times 40$ , une longueur de 5 mètres : le rapport de la longueur au côté est donc de 12.5, ce qui représente une bonne proportion moyenne pour des poteaux. Elles sont armées de 4 barres placées vers les angles, et reliées par des entretoises en feuillard distantes de 0<sup>m</sup>50 en 0<sup>m</sup>50 dans le sens de la longueur.

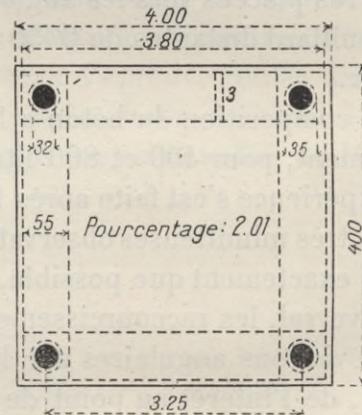
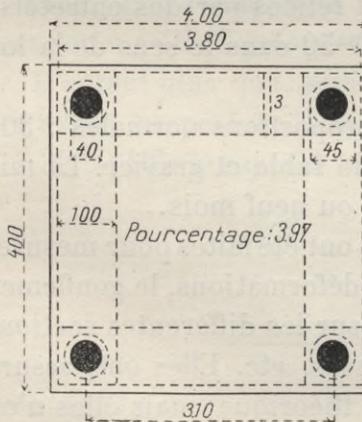
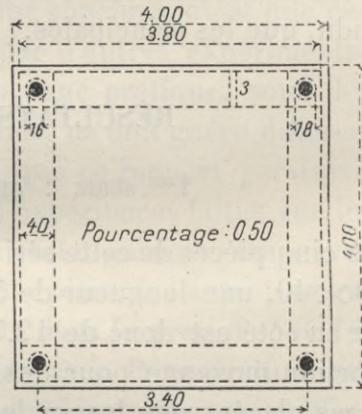
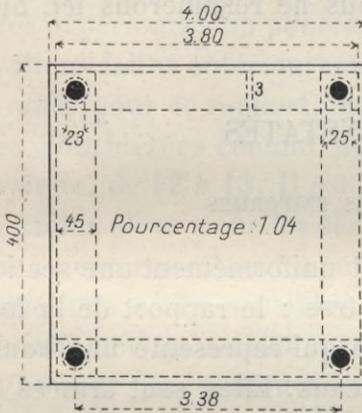
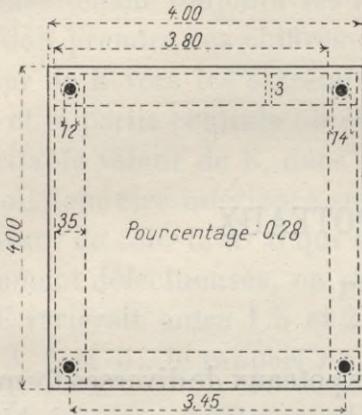
La composition du béton a les proportions normales : 300<sup>k</sup> de ciment, pour 400 et 800 litres de sable et gravier. La mise en expérience s'est faite après huit ou neuf mois.

De très minutieuses observations ont été faites pour mesurer, aussi exactement que possible, les déformations, le gonflement transversal, les raccourcissements sur les différentes sections, les déviations angulaires sur les faces, etc. Elles ont, assurément, de l'intérêt au point de vue théorique; mais elles n'ont guère, en général, à figurer dans les conclusions pratiques que

l'on cherche à tirer des expériences. Nous nous bornerons donc à indiquer les raccourcissements qui peuvent servir à contrôler

approximativement le travail des matériaux.

Le renseignement le plus intéressant, au point de vue pratique, est celui qui indique la limite où s'est produite la rupture des diverses pièces. La comparaison est d'autant plus intéressante que le premier poteau avait, comme armature longitudinale, 4 barres de 40;



les suivantes, 4 barres de 32, 23, 16 et 12.

On a également relevé la limite où apparaissaient les premières fissures visibles ; ce qui marque en quelque sorte, ainsi qu'on le sait, le point critique de résistance pour les pièces soumises à la flexion.

Ces divers résultats sont résumés dans le tableau suivant :

	Charge de rupture	Charge à l'apparition des 1 <sup>res</sup> fissures	Pourcentage
N <sup>o</sup> 1	à 250 <sup>k</sup>	vers 200 <sup>k</sup>	3.97
N <sup>o</sup> 2	après 250 <sup>k</sup>	»	2.01
N <sup>o</sup> 3	vers 250 <sup>k</sup>	»	1.04
N <sup>o</sup> 4	à 250 <sup>k</sup>	135 <sup>k</sup>	0.50
N <sup>o</sup> 5	à 252 <sup>k</sup>	114 <sup>k</sup>	0.28

La rupture se produisait à l'une ou l'autre des extrémités par de vastes fissures, des éclats ou des cassures, qui détachaient des sortes de pyramides irrégulières à faces obliques. L'extrémité la plus faible, où se manifestaient ces désordres, était naturellement celle qui s'était trouvée à la partie supérieure lorsqu'on avait coulé debout.

Les raccourcissements observés étaient les suivants, sous des charges de 50<sup>k</sup>, 70<sup>k</sup>, 90<sup>k</sup> que l'on peut considérer comme ne s'écartant pas trop des charges normales :

	Charges de			Pourcentage
	50 <sup>k</sup>	70 <sup>k</sup>	90 <sup>k</sup>	
N <sup>o</sup> 1	0 <sup>mm</sup> 100	0 <sup>mm</sup> 143	0 <sup>mm</sup> 190	3.97
N <sup>o</sup> 2	0 <sup>mm</sup> 114	0 <sup>mm</sup> 180	0 <sup>mm</sup> 230	2.01
N <sup>o</sup> 3	0 <sup>mm</sup> 122	0 <sup>mm</sup> 180	0 <sup>mm</sup> 235	1.04
N <sup>o</sup> 4	0 <sup>mm</sup> 118	0 <sup>mm</sup> 163	0 <sup>mm</sup> 220	0.50
N <sup>o</sup> 5	0 <sup>mm</sup> 119	0 <sup>mm</sup> 188	0 <sup>mm</sup> 261	0.28

## OBSERVATIONS

Sur ces premières indications on peut déjà constater quelques faits intéressants :

1<sup>o</sup>. — Le pourcentage variant de 0.28 à 3.97, à peu près dans le rapport de 1 à 14, la charge qui produisait la rupture reste très sensiblement la même, égale à 250<sup>k</sup> par centimètre carré

environ. Telle serait donc, au moins pour cette première série de poteaux armés, la limite constante, indépendante de la proportion de métal;

2°. — La charge qui fait apparaître les premières fissures diminue avec la diminution du pourcentage, mais beaucoup moins rapidement; toutefois, cette apparition plus ou moins prompte ne semble avoir aucune influence sur la limite de rupture;

3°. — Le raccourcissement, par mètre de longueur, tel qu'il est indiqué ci-dessus, augmente donc à peu près proportionnellement aux charges, ainsi qu'on l'admet théoriquement pour les déformations dues à la compression simple, sans grands écarts malgré les différences de pourcentage; cependant ce raccourcissement est plus rapide pour certaines pièces, à mesure qu'augmentent les charges. Ceci était à prévoir, puisque le coefficient d'élasticité diminue de plus en plus, ainsi qu'on l'a constaté une fois de plus par les expériences déjà citées;

4°. — La charge de rupture est à peu près la même, sous charges égales, pour les forts ou les faibles pourcentages.

D'où l'on peut conclure que, sous charges uniformes, dont la résultante agit bien exactement suivant l'axe du poteau par conséquent : *une plus ou moins forte section de métal, donnée à l'armature longitudinale, n'exerce pas d'influence bien appréciable sur la limite de rupture ni sur les déformations.*

Dans les conditions ainsi définies, l'armature longitudinale ne jouerait donc, en principe, qu'un rôle tout à fait secondaire; ce qui s'explique d'ailleurs assez facilement. Il ne se produit qu'une compression uniforme sur toute la longueur de la pièce, lorsque le rapport de la longueur au côté n'excède pas 12.5 comme dans le cas actuel. Le métal, dont la section est très faible relativement à celle du béton, n'apporte, malgré la différence des coefficients d'élasticité, qu'un complément de résistance assez peu appréciable.

Il n'en est pas moins vrai que, même dans ces conditions spéciales, l'armature longitudinale remplit une fonction éminemment utile : le béton, si soigneusement fabriqué qu'il

puisse être, n'est pas une matière assez homogène pour qu'il ne puisse s'y produire des dislocations qui tendent à séparer la masse par plans obliques de glissement. C'est à quoi doit parer l'armature verticale. Encore ne suffirait-elle pas toujours; l'armature horizontale, par liens ou entretoises, est au moins aussi indispensable.

C'est d'ailleurs ce que manifestent les ruptures, qui se sont toujours produites aux extrémités où les efforts obliques et les tendances au décollement sont beaucoup plus marqués qu'à mi-hauteur de la pièce par exemple. Il est fort possible d'ailleurs qu'aux abouts de la pièce se produisent des frottements énergiques, suivant le plan de contact avec les surfaces exerçant la pression, qui donnent avec la pression longitudinale des résultantes obliques. Ces frottements résultent de la tendance à s'élargir qui existe dans toute la pièce.

Quelle que soit d'ailleurs la véritable cause, le fait apparaît clairement d'après le mode de rupture : *il existe, principalement aux extrémités, des efforts tranchants et des efforts de glissement*, tout comme dans les pièces soumises à la flexion; les poteaux doivent donc être armés en conséquence, et renforcés plutôt aux extrémités.

## TRAVAIL DES MATÉRIAUX

Ainsi que nous l'avons fait pour les séries précédentes, on peut dégager des résultats observés le travail que devait subir, sous des charges différentes, chacun des deux matériaux. Les relations théoriques à employer sont d'ailleurs très simples dans le cas actuel.

Si le raccourcissement observé est  $i$  par mètre, sensiblement égal pour le métal et le béton environnant, par suite de l'adhérence presque parfaite des deux matériaux; si  $E$  est le coefficient d'élasticité connu du métal,  $\omega$  sa section, la résistance fournie par lui est  $E \omega i$ , ou  $\omega R_m$ , si  $R_m$  est le travail du métal.

Si, d'autre part,  $p$  est la charge par unité,  $s$  la section du

poteau, la charge totale que doit équilibrer la somme des deux résistances, fer et béton, est représentée par  $ps$ .

La différence entre ces deux expressions est la résistance du béton; en la divisant par  $s$  on a le travail unitaire  $R_c$  à la compression du béton.

De là on peut conclure le coefficient  $E'$  d'élasticité du béton, puisque, à raccourcissement égal, on doit avoir  $\frac{E}{E'} = \frac{R_m}{R_c}$ ,  $R_m$  étant le travail du métal.

Prenons comme exemple de calcul la charge de  $50^k$  sur la poutre n° 1, en donnant à  $E$  la valeur :  $22 \times 10^9$ , qui est ici celle de l'acier employé :

$$R_m = 22 \times 10^9 \times 0.000100 = 2^k20$$

par centimètre carré. La section de métal est, d'après le pourcentage :  $0.0397 \times 0.40 \times 0.40$  ou 6360 millimètres carrés environ. La résistance du métal est de  $6360 \times 2^k20$  ou  $13992^k$ .

La charge totale est de  $1600 \times 50^k$ , ou  $80000^k$ ; celle du béton est nécessairement égale à  $80000^k - 13992^k$ , soit  $66008^k$ .

Avec section de 1600 centimètres carrés environ, le travail  $R_c$  du béton est représenté par  $\frac{66008}{1600}$ , ou  $41^k3$  par centimètre carré.

Il s'ensuit que le rapport des deux coefficients est  $\frac{2^k20 \times 10^6}{41^k3 \times 10^4}$ , ou 5.3 environ. Le coefficient du béton est  $\frac{22 \times 10^6}{5.3}$ , soit  $4.15 \times 10^9$ ; ce qui indique une excellente qualité.

Procédant de la même manière pour les trois charges de  $50^k$ ,  $70^k$ ,  $90^k$  sur les poutres nos 1, 3 et 5, on établit le tableau comparatif suivant :

	Pourcentage	50 <sup>k</sup> p. cm <sup>2</sup>			70 <sup>k</sup> p. cm <sup>2</sup>			90 <sup>k</sup> p. cm <sup>2</sup>		
		R <sub>m</sub>	R <sub>c</sub>	r	R <sub>m</sub>	R <sub>c</sub>	r	R <sub>m</sub>	R <sub>c</sub>	r
N° 1	3.97	2 <sup>k</sup> 20	41 <sup>k</sup> 3	5.3	3 <sup>k</sup> 19	57 <sup>k</sup> 3	5.5	4 <sup>k</sup> 18	73 <sup>k</sup> 4	5.7
N° 3	1.04	2 <sup>k</sup> 68	47 <sup>k</sup> 2	5.7	3 <sup>k</sup> 96	65 <sup>k</sup> 8	6.0	5 <sup>k</sup> 17	84 <sup>k</sup> 6	6.1
N° 5	0.28	2 <sup>k</sup> 62	49 <sup>k</sup> 3	5.3	4 <sup>k</sup> 14	69 <sup>k</sup> 0	6.0	5 <sup>k</sup> 74	88 <sup>k</sup> 4	6.5

Le travail de chacun des deux matériaux augmente avec la charge, comme cela devait être. Le travail du béton se rapproche de plus en plus de la charge par unité, à mesure que décroît la section de métal; résultat qui devait en effet se produire. Les indications de l'expérience sont donc bien concordantes.

D'après ce calcul, on peut procéder à la vérification suivante : la résistance offerte par le métal, c'est-à-dire la charge que porte le métal dans chaque expérience, est à la résistance du béton dans le rapport  $r \times \frac{\omega}{s}$ ,  $r$  étant toujours le rapport des coefficients d'élasticité et  $\frac{\omega}{s}$  le pourcentage en métal. Ceci résulte nécessairement de l'égalité des raccourcissements sur les deux matériaux, résultant d'une adhérence complète.

Ces deux résistances ont été déterminées dans les calculs précédents. Sauf quelques écarts, le rapport  $r$  est à peu près constant, égal en moyenne à 5.5 environ; ce qui indique un très bon béton.

Les deux résistances sont indiquées proportionnellement dans le tableau ci-dessous, telles qu'elles résultent des calculs précédents :

Charge par cm <sup>2</sup>	N° 1 : 3.97%		N° 3 : 1.04%		N° 5 : 0.28%	
	R <sup>co</sup> du métal	R <sup>co</sup> du béton	R <sup>co</sup> du métal	R <sup>co</sup> du béton	R <sup>co</sup> du métal	R <sup>co</sup> du béton
50 <sup>k</sup>	0.175	0.825	0.056	0.944	0.015	0.985
70 <sup>k</sup>	0.181	0.819	0.059	0.941	0.017	0.983
90 <sup>k</sup>	0.184	0.816	0.059	0.941	0.018	0.982

soit, en moyenne, un rapport de 0.212 entre métal et béton pour le n° 1; de 0.0615 pour le n° 3; 0.0172 pour le n° 5.

Or l'expression  $r \times \frac{\omega}{s}$  donnerait

0.210 à 0.226

0.0572 à 0.0624

0.0160 à 0.0182.

Les écarts ne sont pas donc considérables; il semble résulter de là que le rapport observé est très sensiblement le même

que le rapport théorique pour les forts pourcentages ; avec des pourcentages moindres, il est un peu moins élevé. Il n'y aurait rien de surprenant à ce que la résistance du métal devint en effet un peu plus faible avec un pourcentage de plus en plus réduit, attendu que des barres de petit diamètre doivent alors fléchir et céder plus facilement sous la compression. Mais ces différences sont à peine appréciables dans les limites indiquées ci-dessus.

### 2<sup>e</sup> SÉRIE : CHARGES EXCENTRÉES

Deux poteaux de  $40 \times 40$  sur  $5^m00$  de longueur, comme les précédents, avaient été mis en réserve pour recevoir des charges, non plus uniformes, mais agissant au  $1/4$  de la largeur, soit à  $0^m10$  de l'axe. Ils ont été mis en expérience 11 et 12 mois après fabrication. Ils étaient armés, comme ceux de la première série, de barres longitudinales, au pourcentage de 3.97 et 0.50 ‰, et d'entretoises.

Pour la première pièce, les fissures apparaissaient vers une charge de  $92^k$  par centimètre carré et produisaient des éclats sur l'une des arêtes ; la rupture survenait vers  $152^k$ , par cassures obliques aux extrémités, comme sur la première série.

Pour la seconde pièce, de pourcentage plus faible, les fissures apparaissaient vers  $130^k$ , aux extrémités, en même temps que se produisaient des dislocations intérieures ; la rupture survenait vers  $151^k$ , exactement comme pour la poutre précédente. Au moins en ce qui concerne la rupture, le pourcentage plus ou moins élevé ne semble donc pas avoir eu ici, encore, une influence bien appréciable ; quant aux premiers désordres apparents, ils se manifesteraient plus vite avec un pourcentage élevé. Toutefois, il ne faudrait pas affirmer trop vite ce dernier fait, car le moment précis où l'on peut constater les premières fissures est assez difficile à préciser.

TRAVAIL DES MATÉRIAUX

Les raccourcissements et allongements ont été mesurés sur les faces supérieure et inférieure. Pour des charges moyennes, ils sont représentés par les chiffres suivants :

Charges par unité	Première pièce		Deuxième pièce	
	Raccourcissements	Allongements	Raccourcissements	Allongements
50 <sup>k</sup>	0mm242	0mm0315	0mm300	0mm048
70 <sup>k</sup>	0mm362	0mm0480	0mm465	0mm075
90 <sup>k</sup>	0mm490	0mm0650	0mm648	0mm110

Le rapport de l'un à l'autre varie, pour la première pièce,

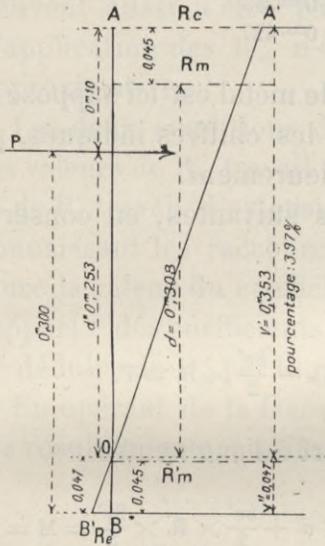


Fig. 6

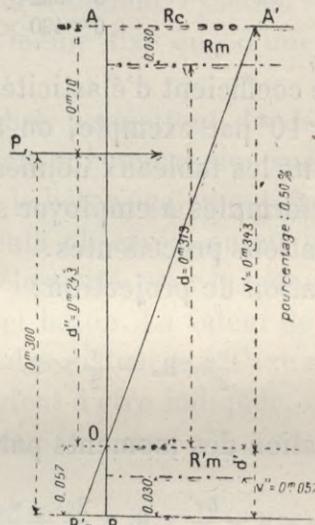


Fig. 7

de 7.6 à 7.5; de 6.2 à 5.9 pour la seconde; d'où l'on peut conclure que, si la section restait à peu près plane, l'axe neutre O varierait très peu dans sa position, pour chacune de ces pièces.

Des raccourcissements et allongements ainsi mesurés on peut facilement déduire ceux du métal, en tenant compte de la position des barres relativement aux faces, supérieure et inférieure; on en conclut le travail du métal, compression ou tension:  $R_m$  et  $R'_m$ , d'après le coefficient E. Les figures ci-dessus

(fig. 6, 7) représentent, proportionnellement, le déplacement d'une section AB venue en A'B', la position des barres, et la détermination des éléments nécessaires au calcul.

Les allongements du métal sont ainsi estimés, pour la première pièce, à raison de

$$0^{\text{mm}}0315 \times \frac{0.002}{0.047} = 0^{\text{mm}}00134$$

$$0^{\text{mm}}0480 \times d^{\circ} = 0^{\text{mm}}00204$$

$$0^{\text{mm}}0650 \times d^{\circ} = 0^{\text{mm}}00276$$

Les raccourcissements sont :

$$0^{\text{mm}}242 \times \frac{0.308}{0.353} = 0^{\text{mm}}211$$

$$0^{\text{mm}}362 \times d^{\circ} = 0^{\text{mm}}315$$

$$0^{\text{mm}}490 \times d^{\circ} = 0^{\text{mm}}427$$

Si le coefficient d'élasticité pour le métal est ici supposé égal à  $20 \times 10^3$  par exemple, on trouve les chiffres indiqués, pour  $R_m$ , dans les tableaux donnés ultérieurement.

Les formules à employer sont les suivantes, en conservant les notations précédentes.

Équation de projection :

$$\frac{\omega}{2} \times R_m + \frac{bv'}{2} \times R_c - \frac{\omega'}{2} \times R'_m - \frac{bv''}{2} \times R_c = P.$$

Equation des moments par rapport à l'axe neutre :

$$\frac{\omega}{2} \times R_m \times d + \frac{bv'}{2} \times R_c \times \frac{2v'}{3} + \frac{\omega}{2} \times R'_m \times d' + \frac{bv''}{2} \times R_c \times \frac{2v''}{3} = M = Pd'.$$

La condition de déformation fournit, comme nous l'avons dit, les valeurs de  $R_m$  et  $R'_m$ .

La section totale  $\omega$  est de 6360 millimètres carrés pour la première pièce, à pourcentage de 3.97; de 800 millimètres pour la seconde, à pourcentage de 0.50 seulement.

La charge totale P est, d'après la section de  $40 \times 40$ , égale à 80000<sup>k</sup> correspondant à 50<sup>k</sup> par unité; de 112000<sup>k</sup> pour 70<sup>k</sup>; de 144000<sup>k</sup> pour 90<sup>k</sup>.

La position de l'axe neutre, si l'on suppose la section restée plane, se détermine d'après les rapports indiqués ci-dessus. On voit que, pour la première pièce, cet axe se superpose presque exactement à celui des barres inférieures travaillant à la tension. Celles-ci n'ont donc qu'un très faible travail, et leur moment pris par rapport à l'axe neutre est extrêmement faible. On peut donc supprimer ici, dans les deux conditions d'équilibre, les termes en  $R'_m$ , afin de simplifier le calcul; ce qui n'en modifie pas sensiblement les résultats.

Nous rappelons, cette fois encore, que ceux-ci ne sont qu'approximatifs, puisque la section peut n'être pas rigoureusement plane et que les lectures faites sur d'aussi faibles allongements peuvent aussi n'être pas rigoureusement exactes. Le point d'application des  $R'_m$  n'est lui-même fixé que d'une manière approximative.

Les deux conditions d'équilibre permettent de déterminer les valeurs de  $R_c$ , travail maximum de compression sur le béton, et de  $R_e$  travail d'extension sur le béton également. Ayant  $R_e$  et connaissant les raccourcissements observés, on en peut conclure la valeur du coefficient d'élasticité pour le béton; d'où le rapport  $r$  des coefficients métal et béton. La valeur de  $R'_m$  peut se déduire de  $R_m$  par le rapport des distances à l'axe neutre.

En opérant de la façon qui vient d'être indiquée, on trouve les résultats comparatifs suivants :

1<sup>re</sup> pièce

Charges par unité	Valeurs de				
	$R_m$	$R'_m$	$R_c$	$R_e$	$r$
50 <sup>k</sup>	4 <sup>k</sup> 22	0 <sup>k</sup> 027	96 <sup>k</sup> 7	18 <sup>k</sup> 1	5.1
70 <sup>k</sup>	6 <sup>k</sup> 30	0 <sup>k</sup> 041	133 <sup>k</sup> 2	20 <sup>k</sup> 8	5.6
98 <sup>k</sup>	8 <sup>k</sup> 54	0 <sup>k</sup> 055	168 <sup>k</sup> 6	23 <sup>k</sup> 5	5.9

Le rapport  $r$  garde une valeur analogue à celles qu'on avait constatées dans les précédentes expériences; il augmente avec l'importance de la charge, ainsi qu'on devait s'y attendre.

Les valeurs attribuées par le calcul à la résistance de tension

$R_c$  sont assez élevées ; pour les fortes charges, elles atteignent la limite constante, pour la tension, qu'avait observée M. Considère dans ses premières expériences.

Le travail de compression  $R_c$  sur le béton est assez élevé ; ce qui s'explique d'ailleurs puisque, la pièce rompant sous une charge de  $150^k$ , la charge de  $50^k$  elle-même dépasse déjà celle qu'on pourrait considérer comme normale. Par contre, le travail  $R_m$  du métal comprimé reste assez faible.

Pour la pièce faiblement armée, on trouve par le même procédé, en tenant compte des  $R'_m$  :

2<sup>e</sup> pièce

Charges par unité	Valeurs de				
	$R_m$	$R'_m$	$R_c$	$R_e$	$r$
$50^k$	$3^k47$	$0^k46$	$118^k5$	$28^k8$	5.1
$70^k$	$8^k48$	$0^k71$	$165^k2$	$41^k3$	5.6
$90^k$	$11^k82$	$1^k04$	$211^k6$	$52^k0$	6.1

Les valeurs de  $r$ , analogues aux précédentes, restent acceptables.

Celles de  $R_e$ , par leur importance, sont ici peu vraisemblables ; celles de  $R_c$  sont plus élevées que pour la première pièce ; ce qui devait être avec une armature moins forte. Le travail du métal est plus élevé que précédemment, pour la même cause.

COMPARAISON AVEC L'HYPOTHÈSE PRATIQUE

On peut, pour cette seconde pièce, concevoir des doutes sérieux sur une intervention aussi importante d'une résistance de tension provenant du béton et, par conséquent, sur l'application au cas actuel des formules théoriques qui paraissent jusqu'à présent s'accorder d'une manière généralement satisfaisante avec l'observation.

Dans la pratique, on admettrait assez volontiers qu'une poutre ainsi chargée en dehors de son axe doit se comporter à peu près comme une pièce homogène. Les compressions et

tensions sur les arêtes se déterminent tout d'abord, avec approximation suffisante, par la formule connue :

$$R_c = \frac{N}{s} \times \left(1 \pm \frac{6o}{l}\right),$$

où  $N$  est la charge,  $s$  la section,  $o$  la distance de la pression résultante à l'axe, ici  $0^m10$  ;  $l$  la largeur, ici  $0^m40$ .

De cette façon, on trouverait que la compression maxima  $R_c$  est égale à 2.5 fois la compression moyenne  $\frac{N}{\omega}$ . La tension maxima serait — 0.5 de cette compression. En conséquence, l'axe neutre se trouverait au  $\frac{1}{6}$  de la largeur, soit à  $0^m333$  d'une des faces et  $0^m066$  de l'autre.

Comme les barres, pour la 1<sup>re</sup> pièce, sont placées à  $0^m045$  de la surface, les conditions générales d'équilibre et de déformation, en tenant compte de l'intervention du métal, deviendraient :

$$R_m \times 10^6 = R_c \times 10^4 \times \frac{0^m333 - 0^m045}{0^m333} \times 5.5.$$

Nous prenons pour le rapport la moyenne 5.5 des observations faites sur la première pièce ; on aurait de plus :

$$\frac{\omega}{2} R_m \times 10^6 + \frac{0^m40 \times 0^m333}{2} \times R_c \times 10^4 = P.$$

La charge  $P$  est, dans les trois cas considérés, de  $80000^k$ ,  $112000^k$ ,  $144000^k$ , ainsi qu'on l'a déjà vu.

On aurait ainsi :

$$R_m = 0.04752 R_c; \text{ et } R_c = \frac{P}{817}.$$

Tous calculs faits, on trouverait de cette façon les valeurs théoriques suivantes pour  $R_m$  et  $R_c$ , valeurs à comparer avec ce qu'indiquent les observations :

1<sup>re</sup> pièce : 3.97 ‰

Charges	Valeurs théoriques de		Valeurs observées de	
	$R_m$	$R_c$	$R_m$	$R_c$
80000 <sup>k</sup>	4 <sup>k</sup> 66	97 <sup>k</sup> 9	4 <sup>k</sup> 22	96 <sup>k</sup> 7
112000 <sup>k</sup>	6 <sup>k</sup> 52	137 <sup>k</sup> 1	6 <sup>k</sup> 30	133 <sup>k</sup> 2
144000 <sup>k</sup>	8 <sup>k</sup> 38	176 <sup>k</sup> 2	8 <sup>k</sup> 54	168 <sup>k</sup> 6

Les écarts ne sont pas bien considérables, et la méthode théoriquement approximative donnerait des indications à peu près conformes à la réalité ; en tout cas bien suffisantes pour la pratique. On remarquera que, dans le cas actuel, les valeurs attribuées à la compression  $R_m$  du métal seraient tantôt un peu supérieures, tantôt un peu inférieures à celles qui sont déduites des observations ; que celles de la compression  $R_c$  du béton sont légèrement exagérées.

Quant au travail de tension  $R'_m$  des barres inférieures, le calcul pratique ainsi établi donnerait évidemment des résultats un peu trop forts, puisque ce calcul supprime toute résistance  $R_c$  du béton à la tension. Mais, de toutes façons, ce travail  $R'_m$  est extrêmement faible ici et n'intervient que d'une façon assez secondaire pour devenir tout à fait négligeable.

Dans la seconde pièce, le rapport moyen  $\gamma$  semble être encore de 5.5 à 6.0 ; les barres sont logées à 0<sup>m</sup>030 des faces voisines. Le même calcul approximatif conduit à prendre ici :

$$R_m = 0.050 R_c ; \text{ et } R_c = \frac{P}{686}$$

D'où l'on conclut :

2<sup>e</sup> pièce : 0,50 ‰

Charges	Valeurs théoriques de		Valeurs observées de	
	$R_m$	$R_c$	$R_m$	$R_c$
80000 <sup>k</sup>	5 <sup>k</sup> 83	116 <sup>k</sup> 6	5 <sup>k</sup> 47	118 <sup>k</sup> 5
112000 <sup>k</sup>	8 <sup>k</sup> 16	163 <sup>k</sup> 2	8 <sup>k</sup> 48	165 <sup>k</sup> 2
144000 <sup>k</sup>	10 <sup>k</sup> 50	210 <sup>k</sup> 0	11 <sup>k</sup> 82	211 <sup>k</sup> 6

Ici le travail  $R_m$ , d'abord un peu exagéré, devient ensuite légèrement inférieur à celui qui est déduit des observations. Le travail  $R_c$  attribué au béton serait légèrement inférieur au travail observé; dans le premier cas, il était au contraire un peu supérieur. Ces divergences, tantôt en plus, tantôt en moins, semblent indiquer qu'en moyenne il y a concordance bien suffisante pour la pratique.

Nous avons dit au début que la rupture des deux pièces se produisait sous la même charge de  $151^k$  à  $152^k$  par unité pour les deux pièces, malgré la différence de pourcentage; ces chiffres correspondent en moyenne à  $242000^k$  de charge totale.

Lors donc qu'on ferait, en service normal, travailler les matériaux au  $\frac{1}{3}$  de la rupture par exemple, sous charge de  $80000^k$  environ, le travail serait déjà, avec les proportions admises, de  $98^k$  à  $111^k$  environ par centimètre carré. Ce chiffre nous semblerait très exagéré, malgré la tolérance que semblent vouloir accepter les règlements de la Commission, dans certains cas tout au moins. Par contre, le métal ne travaillerait encore qu'à un faible taux, inférieur à  $6^k0$ , même lorsque le pourcentage est très bas.

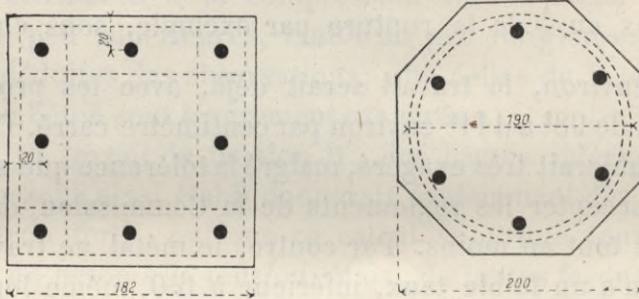
*D'où il nous semblerait naturel de conclure, une fois de plus, que dans les piliers en béton armé, l'armature n'a pour rôle bien effectif que de mieux lier les matériaux, de s'opposer aux glissements obliques, toujours à craindre pour le béton.* Le travail du métal, tant à la compression qu'à la tension, ne joue qu'un rôle assez secondaire et modifie peu le travail du béton.

Mais cette série d'expériences, avec charge excentrée, montre, tout comme la première série à charge centrale, que les piliers sont exposés à se rompre surtout aux extrémités, et par fissures ou cassures obliques. La nature de celles-ci prouve l'intervention prépondérante d'efforts tranchants et d'efforts de glissement, composés en résultantes obliques qui se manifestent principalement aux extrémités.

La conséquence pratique est que l'on doit établir les sections du béton d'après le taux de travail à la compression que l'on attribue en toute sécurité à ce béton, et sans compter notablement sur l'intervention du métal; mais que l'on doit ensuite se bien garder de ménager les étriers et ligatures transversaux; que l'on doit surtout les multiplier aux deux extrémités de pilier.

#### PRISMES DE 2<sup>m</sup>00 ET 4<sup>m</sup>00 DE LONGUEUR

Ces prismes avaient une section uniforme de 332 centimètres carrés, les sections étaient carrées en général, de



182 × 182; l'armature longitudinale se composait de 8 barres réparties sur le pourtour. D'autres prismes avaient une section polygonale avec 6 barres. Les premières avaient des entretoises horizontales formant le carré, de 0<sup>m</sup>33 en 0<sup>m</sup>33; les secondes avaient leurs barres longitudinales entourées de 3 spires. La composition des mortiers comprenait tantôt 350<sup>k</sup>, tantôt 500<sup>k</sup> de ciment, avec 400 et 800 de sable et gravier comme d'ordinaire.

Certains échantillons n'avaient reçu aucune armature.

#### RÉSULTATS CONSTATÉS

On avait soigneusement observé les raccourcissements sous les charges successives, ainsi que le flambage horizontal. Nous ne noterons ici que les valeurs extrêmes, voisines de la

limite d'écrasement, pour ces divers éléments; nous indiquons également le pourcentage total de l'armature: barres longitudinales et traverses ou ligatures.

Longueur	Rapport de longueur à largeur	Pourcentage total	Rupture	Raccourcisse- ment	Flambage
A 350 <sup>k</sup> de ciment :					
2 <sup>m</sup> 00	11	0	242 <sup>k</sup>	0 <sup>mm</sup> 7	0 <sup>mm</sup> 65
2 <sup>m</sup> 00	11	4.96 %	324 <sup>k</sup>	0 <sup>mm</sup> 7	0 <sup>mm</sup> 10
4 <sup>m</sup> 00	22	0	198 <sup>k</sup>	0 <sup>mm</sup> 6	0 <sup>mm</sup> 35
4 <sup>m</sup> 00	22	2.13 %	220 <sup>k</sup>	0 <sup>mm</sup> 7	0 <sup>mm</sup> 95
A 500 <sup>k</sup> de ciment :					
2 <sup>m</sup> 00	11	0	184 <sup>k</sup>	0 <sup>mm</sup> 6	0 <sup>mm</sup> 06
2 <sup>m</sup> 00	11	4.94 %	287 <sup>k</sup>	0 <sup>mm</sup> 8	0 <sup>mm</sup> 15
4 <sup>m</sup> 00	22	0	147 <sup>k</sup>	0 <sup>mm</sup> 4	0 <sup>mm</sup> 23
4 <sup>m</sup> 00	22	2.13 %	213 <sup>k</sup>	0 <sup>mm</sup> 7	1 <sup>mm</sup> 07

La rupture se produisait, comme dans les séries précédentes, par détachement de pyramides aux extrémités. Comme le moulage s'était fait verticalement, à l'extrémité du haut le béton avait été moins comprimé pendant la fabrication; il y était resté plus faible, et c'est cette extrémité qui se détachait plus facilement pendant les essais.

La charge était autant que possible uniformément répartie.

En examinant ce tableau on peut y relever les observations suivantes.

La plus forte proportion de ciment affaiblissait, au lieu de renforcer, les prismes chargés debout, avec ou sans armature. En général on supposerait volontiers un résultat inverse. En tout cas il résulterait de ce fait qu'il n'y a pas avantage appréciable à forcer la proportion de ciment.

L'armature consolide le béton et recule la limite de rupture.

Dans ces expériences on ne peut pas dégager nettement l'influence d'un pourcentage plus ou moins élevé. Pour les pièces courtes, il était de  $4.26 + 0.68$  pour barres longitudi-

nales et pour entretoises; pour les pièces longues, il était de  $1.53 + 0.60$ ; l'entretoisement était donc à peu près le même; le pourcentage des barres longitudinales était beaucoup plus faible dans le dernier cas.

Comme on devait s'y attendre, les pièces longues et peu armées ont présenté une moindre résistance que les pièces courtes et fortement armées. Mais cette infériorité résulte-t-elle d'un moindre pourcentage, ou de la plus grande longueur, ou des deux causes réunies? C'est ce qu'on ne saurait conclure ici des observations. Il aurait été intéressant cependant de comparer des pièces de même longueur, à pourcentages différents.

Sans attacher une importance exagérée aux mesures de raccourcissement ou de flambage transversal, il semble que le premier reste à peu près constant, avec ou sans armature, avec longueur plus ou moins grande. Il serait plutôt moindre pour le béton non armé; on aurait aussi supposé volontiers le contraire.

En ce qui concerne le flambage, il y a, semble-t-il, anomalie à trouver des chiffres de  $0^{mm}65$  et  $0^{mm}06$ , avec la même longueur, pour deux pièces non armées; il est vrai que la seconde, à très faible flambage, avait une plus forte proportion de ciment. Néanmoins la résistance se trouve finalement plus faible.

A la rigueur on pourrait conclure de là que la tendance à flamber n'avait pas, dans les pièces soumises à l'expérience, une influence bien notable, et que c'était la compression qui jouait le principal rôle.

Ce qui paraît également résulter des observations, c'est que l'armature n'aurait pas diminué la tendance à flamber, mais l'aurait au contraire secondée parfois.

En tout cas, on observe, comme on pouvait s'y attendre, que cette tendance est généralement plus marquée sur les pièces longues.

Mais, comme il ne manque ici ni d'anomalies ni de contradictions au moins apparentes, il ne faudrait pas tirer de ces chiffres des conclusions trop absolues.

Les expérimentateurs ont dégagé, de ces mesures très délicates, les valeurs du rapport  $r$  des coefficients d'élasticité, sous des charges progressives : de  $10^k$  à  $20^k$ , de  $10^k$  à  $40^k$ , etc., pour les pièces non armées. Ces valeurs iraient en diminuant, ce qui semble peu vraisemblable.

Nous trouvons du reste que, sur les divers types, les raccourcissements, correspondant à la charge de  $100^k$  par centimètre carré, sont assez uniformément de  $0^{mm}27$  sur les pièces non armées ; de  $0^{mm}60$  à  $0^{mm}70$  environ pour la charge de  $200^k$ .

Ceci conduirait à prendre 3.7 en moyenne, pour le rapport entre coefficients, sous la charge de  $100^k$  ; et 2.9 seulement pour la charge de  $200^k$ . Le rapport diminuerait donc effectivement, si les mesures relevées sont bien exactes. Il subsisterait ainsi une anomalie assez difficilement explicable.

Quoi qu'il en soit, ce rapport serait assez faible, le coefficient d'élasticité du béton serait assez élevé. En général, on ne doit pas d'ailleurs s'étonner, semble-t-il, que, pour des pièces de petite section, nécessairement fabriquées avec un soin particulier, le béton ait un coefficient plus élevé.

Nous devons ajouter que les prismes entièrement frettés, sur toute la hauteur, par des spires très rapprochées formant enveloppe presque continue, et armées en même temps de 6 barres longitudinales, ont développé une résistance notablement supérieure à celle des pièces simplement armées et entretoisées comme d'ordinaire.

### PRISMES DE $20 \times 20$

Nous nous bornerons à signaler une autre série d'expériences destinées principalement à faire ressortir la faiblesse comparative des pièces où le béton est simplement coulé, à côté de celles où le béton avait été pilonné. Ceci ne fait d'ailleurs que confirmer ce que l'on savait : la nécessité, pour obtenir du véritable béton armé, de damer et pilonner avec le plus grand soin.

Les prismes soumis aux essais avaient uniformément une section de  $20 \times 20$ , une longueur de  $1^m00$ . L'armature com-

prenait 4 barres de 18 et 3 entretoises en feuillard sur la longueur de 3<sup>m</sup>00 ; les entretoises extrêmes placées à 0<sup>m</sup>165 des bouts. Le pourcentage total était ainsi de 2.54 + 0.65, ou 3.19 ‰.

D'autres prismes, avec moindre armature longitudinale, étaient frettés sur toute la hauteur par des spires. Le pourcentage total était de 2.04 + 0.95 ou 2.99 ‰.

### RÉSULTATS CONSTATÉS

Les pièces ont été soumises aux essais quatre semaines seulement après fabrication ; leur résistance normale n'était donc pas encore complètement assurée.

1° Béton coulé, non armé ;	rupture vers	91 <sup>k</sup> à 97 <sup>k</sup> ;
— armé ;	—	122 <sup>k</sup> à 126 <sup>k</sup> ;
2° Béton pilonné, non armé ;	—	150 <sup>k</sup> à 166 <sup>k</sup> ;
— armé ;	—	232 <sup>k</sup> à 237 <sup>k</sup> ;
3° Béton fretté, coulé ;	—	380 <sup>k</sup> à 410 <sup>k</sup> ;
— pilonné ;	—	477 <sup>k</sup> à 499 <sup>k</sup> .

Ici encore on constate la résistance notablement plus forte du béton fretté.

Pour le béton simplement coulé, l'armature renforçait d'environ 30 ‰.

Pour le béton pilonné, l'armature renforçait de 50 ‰.

Il résultait de là que le béton pilonné, avec armature, avait une résistance presque double de celle du béton également armé, mais simplement coulé. Telle est la conséquence la plus intéressante à dégager de cette comparaison.

Quant au béton fretté, de résistance supérieure, la différence entre bétons coulés ou pilonnés n'est guère que de 25 ‰ environ ; elle reste sensible, mais moins manifeste que dans les exemples précédents.

### COEFFICIENTS PRATIQUES

D'après les expériences mêmes, il semble admissible de conclure que les pièces chargées debout se comportent à peu près comme des pièces homogènes dans lesquelles la section des

barres verticales serait remplacée par une section équivalente de béton, d'après le rapport des coefficients d'élasticité.

Comme cette majoration de section métallique est assez faible avec les pourcentages habituels, le surcroît de résistance à la compression longitudinale est lui-même assez médiocre. On a vu d'ailleurs que les armatures longitudinales augmentent peu la résistance à la rupture sous ce mode de chargement.

Les armatures transversales, au contraire, produisent un surcroît de résistance très appréciable, et qui augmente avec le pourcentage de ces armatures. Le frettage par spires serrées et nombreuses, en particulier, renforce très notablement les poteaux ou piliers.

On a vu également que ce mode de chargement amène la rupture finale, surtout par fissure et désagrégation des extrémités. C'est donc celles-ci qu'il convient de renforcer spécialement au moyen des armatures transversales.

Il est fort possible qu'elles aient aussi l'avantage de réduire le gonflement à mi-hauteur qui tend à se produire et qui pourrait y produire des fissures et décollements longitudinaux. Mais, d'après les observations, les causes de ruine apparaissent surtout aux extrémités.

Les *Instructions* et *Circulaires* graduent la résistance considérée comme normale, d'après l'âge et la composition du béton, ce qui se justifie amplement; et d'après le pourcentage des armatures transversales qui, comme nous venons de le rappeler, influe aussi sur la résistance finale de la pièce.

Sans entrer dans de trop nombreux détails d'appréciation, nous allons simplement déterminer, d'après ces *Circulaires* et *Instructions* mêmes, le travail que l'on devra admettre comme normal, sur les pièces chargées debout, suivant qu'on adoptera pour travail pratique à la compression en général, les taux de 30<sup>k</sup>, 40<sup>k</sup>, 50<sup>k</sup>.

#### 1°. — CHARGE CENTRALE

La formule de réduction admise officiellement, comme on le verra plus loin, pour les pièces chargées debout est la formule

théorique bien connue et qui est employée pour les pièces de structure homogène :

$$\frac{N}{\omega} \times \left( 1 + \frac{Kl^2}{10000 \rho^2} \right) < R_c,$$

$R_c$  étant le travail normal à la compression ordinaire.

La section est  $\omega$ ,  $N$  la charge,  $l$  la longueur.

L'expression  $\rho^2$  est le quotient du moment d'inertie  $I$  par la section ;  $K$  est un coefficient variable avec le mode d'attache des extrémités du poteau.

1°. — Lorsqu'un des bouts est libre et l'autre encasté, la pièce étant libre par conséquent de flamber uniformément sur toute sa longueur, la valeur de  $K$  est égale à 4 ;

2°. — Elle est de 2, lorsqu'une extrémité est articulée, maintenue par conséquent, l'autre restant encastée ;

3°. — Elle est égale à l'unité seulement lorsque les deux extrémités à la fois sont encastées.

L'expression  $\rho^2$  peut aussi s'écrire de la manière suivante, en tenant compte de celle qui convient à  $I$ , suivant forme de la section :

$$\text{carré} : \rho^2 = \frac{c^4}{12c^2} = \frac{c^2}{12};$$

$$\text{rectangle} : \rho^2 = \frac{bc^3}{12bc} = \frac{c^2}{12};$$

si  $c$  est le plus petit des deux côtés.

Enfin :

$$\text{cercle} : \rho^2 = \frac{\pi r^4}{4 \pi r^2} = \frac{r^2}{4} = \frac{d^2}{16}.$$

Dans le premier cas, si l'on suppose que l'on puisse donner à  $R_c$  une valeur maxima égale à  $50^k \times 10^6$ , et si l'on appelle  $r$  le rapport de la longueur  $l$  au plus petit côté de la section, la formule indiquée ci-dessus conduit à prendre pour travail normal extrême, sur les pièces carrées ou rectangulaires :

$$r = 10, \frac{N}{\omega} = 44^k; \quad r = 30, \frac{N}{\omega} = 24^k;$$

$$r = 20, \frac{N}{\omega} = 34^k; \quad r = 40, \frac{N}{\omega} = 17^k,$$

par centimètre carré.

Réduisant la valeur de  $K$  à 2, puis à 1, on a le travail correspondant au 2<sup>e</sup> et au 3<sup>e</sup> cas; et l'on constitue ainsi le tableau d'ensemble suivant, pour un travail de  $50^k$  par centimètre carré :

*Charge centrale*

$R_c = 50^k$	1 bout libre 1 encastrement	1 bout articulé 1 encastrement	2 encastlements
$r = 10$	$44^k$	$47^k$	$48^k$
$r = 20$	$34^k$	$40^k$	$44^k$
$r = 30$	$24^k$	$32^k$	$39^k$
$r = 40$	$17^k$	$23^k$	$34^k$

Il doit être assez rare que l'on cherche à dépasser ce dernier rapport qui conduirait à des résultats peu avantageux.

D'autre part, les Instructions et Circulaires admettent comme plausible que, si l'on ne dépasse pas un rapport égal à 20, il n'y a pas lieu de réduire le taux normal pour pièces chargées debout, sensiblement au-dessous du taux généralement adopté  $R_c$ . Comme il n'y a pas, d'ordinaire, de raison bien sérieuse de construire des piliers beaucoup plus élancés, on pourra le plus souvent se contenter d'admettre, pour ces piliers, un travail voisin du taux normal que tolèrent les règlements officiels d'après l'âge, la composition et le pourcentage d'armature transversale; ce qui simplifie de tous points la solution.

2°. — CHARGE EXCENTRÉE

La formule que nous venons de reproduire suppose encore que la charge agit exactement suivant l'axe de la pièce, ce qui arriverait, par exemple, pour les pièces à bouts arrondis.

La charge n'agit pas toujours suivant ce parfait aplomb; elle peut aussi n'être pas rigoureusement symétrique. En un mot, sa résultante peut se trouver excentrée, déportée en dehors de l'axe. Il se peut également que, par suite de ce défaut de symétrie, les têtes du pilier soient soumises à un moment de flexion  $M$ .

En pareil cas, on conseille d'adopter la nouvelle formule :

$$\frac{N}{\omega} \times \left( 1 + \frac{Kl^2}{10000 \rho^2} \right) + \frac{Mv}{I} < R_c.$$

On ajoute donc, au travail de compression, celui qu'engendre la flexion que peut produire le moment  $M$ .

Lorsque la charge est simplement excentrée, déportée d'une distance  $o$  en dehors de l'axe du plus petit côté  $c$ , l'expression  $\frac{Mv}{I}$  devient égale à  $\frac{6N}{\omega} \times \frac{o}{c}$ .

Dans bien des cas, on peut admettre que  $o$  est le  $\frac{1}{6}$  de  $c$ , ce qui double la compression d'un côté, sans qu'il y ait encore tendance à extension du côté opposé ; tendance qui serait fâcheuse dans le cas actuel, puisqu'elle accentuerait le danger de flambement que l'on cherche à éviter. En examinant ce cas particulier, qui n'est nullement improbable, on verra déjà apparaître la nécessité de ne considérer les chiffres précédents que comme des maxima au-dessous desquels il est toujours prudent de se tenir.

La formule officielle se met alors sous la forme :

$$\frac{N}{\omega} \times \left( 2 + \frac{Kl^2}{10000 r^2} \right) < R_c$$

Elle conduit à adopter le tableau suivant :

*Charge excentrée*

$R_c = 50^k$	1 bout libre 1 encastrement	1 bout articulé 1 encastrement	2 encastments
$r = 10$	23 <sup>k</sup>	24 <sup>k</sup>	25 <sup>k</sup>
$r = 20$	20 <sup>k</sup>	22 <sup>k</sup>	24 <sup>k</sup>
$r = 30$	16 <sup>k</sup>	19 <sup>k</sup>	22 <sup>k</sup>
$r = 40$	12 <sup>k5</sup>	17 <sup>k</sup>	20 <sup>k</sup>

C'est donc à peu près entre ces limites que, dans les circonstances habituelles, il conviendrait de se placer, lorsqu'on croit pouvoir admettre le taux déjà élevé de  $50^k$  pour  $R_c$ ; sauf à les modifier un peu, en les majorant ou les réduisant un peu d'après le pourcentage d'armature transversale, ainsi que l'admettent les circulaires.

Il reste à indiquer les résultats lorsqu'on abaisse la valeur

de  $R_c$ , prise comme point de départ, de  $50^k$  à  $40^k$  et  $30^k$ , soit pour charge centrale, soit pour charge excentrée.

Avec travail de  $40^k$  par centimètre carré :

$R_c = 40^k$	1 bout libre 1 encastrement	1 bout fixe 1 encastrement	2 encastments
Charge centrale			
$r = 10$	$35^k2$	$37^k6$	$38^k4$
$r = 20$	$27^k2$	$32^k0$	$35^k2$
$r = 30$	$19^k2$	$25^k6$	$31^k2$
$r = 40$	$13^k6$	$20^k0$	$27^k2$
Charge excentrée			
$r = 10$	$18^k4$	$19^k2$	$20^k0$
$r = 20$	$16^k0$	$17^k6$	$19^k2$
$r = 30$	$12^k8$	$16^k2$	$17^k6$
$r = 40$	$10^k0$	$13^k6$	$16^k0$

De même, avec le plus faible travail :

$R_c = 30^k$	1 bout libre encastrement	1 bout fixe 1 encastrement	2 encastments
Charge centrale			
$r = 10$	$26^k4$	$28^k2$	$28^k8$
$r = 20$	$20^k4$	$24^k0$	$26^k4$
$r = 30$	$14^k4$	$19^k2$	$23^k4$
$r = 40$	$10^k2$	$15^k0$	$20^k4$
Charge excentrée			
$r = 10$	$13^k8$	$14^k4$	$15^k0$
$r = 20$	$12^k0$	$13^k2$	$14^k4$
$r = 30$	$9^k6$	$11^k4$	$13^k2$
$r = 40$	$7^k5$	$10^k2$	$12^k0$

On voit ainsi avec quelle rapidité peut décroître le travail qu'on doit considérer comme normal, d'après la formule officielle elle-même.

Pour les piliers ou colonnes à sections circulaires, les chiffres précédents devraient être un peu réduits, la valeur de  $\rho^2$  y étant plus faible, ce qui augmente le coefficient de réduction.

V

RÉCAPITULATION GÉNÉRALE

HOURDIS A NERVURE,

SECTIONS RECTANGULAIRES, PILIERS

COMPARAISON DU TRAVAIL DES MATÉRIAUX

En se reportant aux déterminations déjà faites, on peut dresser un tableau d'ensemble qui permet une comparaison générale; nous n'y reportons que les résultats principaux, en éliminant les expériences qui semblaient présenter quelques anomalies trop marquées.

La première série comprend les hourdis à nervure saillante pour lesquels la rupture se produisait sous une charge uniforme de 23000<sup>k</sup> à 24000<sup>k</sup>; et les poutres à section rectangulaire dont la charge de rupture s'est trouvée à peu près égale à la précédente.

Par suite de la façon différente dont sont chargés les divers types de poutres et hourdis, les moments correspondant aux mêmes charges sont un peu plus élevés dans la seconde série que dans la première; toutefois les différences ne sont pas telles qu'on ne puisse comparer les résultats constatés sous des charges à peu près égales.

## 1°. — PIÈCES TRAVAILLANT PAR FLEXION

Charge totale	Pourcentage	Valeurs de				Rapport $\frac{R_m}{R_c}$
		$R_m$	$R_c$	$R_c$	$r$	
<i>Hourdis à nervure</i>						
3000 <sup>k</sup>	1.53 %	2 <sup>k</sup> 14	21 <sup>k</sup> 0	19 <sup>k</sup> 3	4.2	10.13
6000 <sup>k</sup>	»	5 <sup>k</sup> 80	37 <sup>k</sup> 5	20 <sup>k</sup> 4	6.4	15.46
9000 <sup>k</sup>	»	10 <sup>k</sup> 42	51 <sup>k</sup> 4	10 <sup>k</sup> 3	8.4	20.27
15000 <sup>k</sup>	»	19 <sup>k</sup> 95	83 <sup>k</sup> 1	< 0	9.9	24.00
<i>Section rectangulaire</i>						
3620 <sup>k</sup>	3.14 %	1 <sup>k</sup> 66	30 <sup>k</sup> 3	5 <sup>k</sup> 9	6.8	5.4
7400 <sup>k</sup>	»	3 <sup>k</sup> 93	60 <sup>k</sup> 0	6 <sup>k</sup> 3	8.1	6.5
9920 <sup>k</sup>	»	5 <sup>k</sup> 33	79 <sup>k</sup> 4	7 <sup>k</sup> 8	8.3	6.6
13700 <sup>k</sup>	»	8 <sup>k</sup> 19	105 <sup>k</sup> 8	2 <sup>k</sup> 0	9.6	7.7
3305 <sup>k</sup>	1.94 %	1 <sup>k</sup> 47	30 <sup>k</sup> 0	11 <sup>k</sup> 2	5.8	4.9
6455 <sup>k</sup>	»	4 <sup>k</sup> 60	53 <sup>k</sup> 2	10 <sup>k</sup> 6	10.4	8.6
9605 <sup>k</sup>	»	7 <sup>k</sup> 98	75 <sup>k</sup> 7	8 <sup>k</sup> 5	12.6	10.5
12755 <sup>k</sup>	»	11 <sup>k</sup> 63	97 <sup>k</sup> 6	4 <sup>k</sup> 8	14.1	11.9
3305 <sup>k</sup>	0.98 %	1 <sup>k</sup> 21	33 <sup>k</sup> 1	5 <sup>k</sup> 8	14.2	3.6
6435 <sup>k</sup>	»	5 <sup>k</sup> 31	60 <sup>k</sup> 4	13 <sup>k</sup> 9	19.7	8.8
11015 <sup>k</sup>	»	16 <sup>k</sup> 42	123 <sup>k</sup> 9	21 <sup>k</sup> 1	29.6	13.4
3305 <sup>k</sup>	0.50 %	1 <sup>k</sup> 32	33 <sup>k</sup> 9	6 <sup>k</sup> 2	15.6	3.9
6455 <sup>k</sup>	»	8 <sup>k</sup> 00	62 <sup>k</sup> 2	20 <sup>k</sup> 6	23.1	12.8
8975 <sup>k</sup>	»	15 <sup>k</sup> 88	82 <sup>k</sup> 9	30 <sup>k</sup> 7	25.5	19.2

Rappelons que, sous les très fortes charges, les chiffres ci-dessus n'ont plus le même degré d'approximation, le coefficient E du métal pouvant n'être déjà plus tout à fait constant.

De ce premier tableau on peut conclure que la valeur de  $r$ , rapport entre les deux coefficients d'élasticité, avait varié dans les essais à forts pourcentages entre 6 et 10 environ, pour des charges de 6000<sup>k</sup> à 7000<sup>k</sup> que nous considérons comme normales, la rupture se produisant sous 23000<sup>k</sup> à 24000<sup>k</sup>. Il est plus élevé dans les essais avec moindres pourcentages.

Pour des travaux exécutés dans des conditions de fabrication

courante, il doit être prudent d'accepter plutôt le chiffre de 10 ainsi constaté.

D'après les valeurs de  $R_m$  et  $R_c$ , établies comme nous l'avons indiqué, a été calculé le rapport  $\frac{R_m}{R_c}$  inscrit dans le tableau.

Ainsi qu'on devait s'y attendre, il est notablement plus élevé pour les poutres à nervures que pour celles de section rectangulaire. *Le travail disponible du métal est donc beaucoup mieux utilisé dans les premières que dans les poutres rectangulaires ou dans les simples hourdis qui sont tout à fait assimilables à ces derniers.*

Toutefois les hourdis simples à faibles pourcentages se rapprochent de plus en plus des hourdis à nervures ; ce qui s'expliquerait assez facilement.

Dans les hourdis, il ne paraît guère possible de faire travailler le métal à son taux normal, à moins d'imposer au béton un travail de compression que nous considérerions volontiers comme exagéré, ou de réduire démesurément le pourcentage ; auquel cas on ne serait plus autorisé à admettre que les barres métalliques sont capables de *conduire* convenablement une masse relativement trop forte de béton.

Cet inconvénient ne subsiste pas dans le hourdis à nervure où le bras de levier des barres par rapport à l'axe neutre est plus considérable ; pour une même section de béton fournissant une compression normale, l'allongement est d'autant plus grand sur les barres ; la tension qui doit équilibrer cette compression exige un travail plus élevé sur le métal, en admettant un pourcentage convenable.

*Il reste exact de dire que, pour réaliser simultanément la compression du béton et la tension du métal que l'on considère, l'une et l'autre, comme normales, il faut donner une certaine hauteur à peu près déterminée, à moins qu'on ne s'écarte sensiblement du pourcentage considéré comme bonne moyenne pratique.*

Le rapport  $\frac{R_m}{R_c}$ , qui permet de constater ces faits, pourrait

évidemment être différent de celui qu'indique le tableau ci-dessus, soit environ 15 pour les hourdis à nervures, 6 à 8 pour les sections rectangulaires et les hourdis simples, sous les charges normales, si la qualité de béton était différente.

Il est moins élevé quand on augmente le pourcentage sur les hourdis, comme on pouvait le prévoir; ce qui montre qu'il n'y a pas avantage à dépasser une certaine limite pour ce pourcentage; on ne ferait qu'accroître l'inconvénient, signalé pour les hourdis, d'un trop faible travail sur le métal.

Une autre condition intervient pour modifier ce rapport  $\frac{R_m}{R_c}$ , c'est l'intervention de la résistance à la tension  $R_c$  du béton qui enveloppe les barres. Cette intervention doit varier notablement avec la qualité du béton; en tout cas, après avoir été assez faible sous les petites charges, elle devient ensuite plus importante; mais au delà d'une certaine charge elle semble décroître assez rapidement.

Il résulte de là un autre fait intéressant que manifeste la variation du rapport  $\frac{R_m}{R_c}$  à mesure qu'augmente la charge. On voit, en effet, qu'à cette augmentation de charge correspond un accroissement très sensible de ce rapport. Ceci indique que, sous les fortes charges qui pourraient se produire accidentellement et dépasser les limites considérées comme sensiblement normales, la diminution de résistance  $R_c$  serait compensée par une notable augmentation du travail  $R_m$ ; ce qui est une garantie favorable.

On voit toutefois qu'il y a là une raison pour ne pas attribuer, sous charge normale, une trop forte valeur au travail du métal, puisque celui-ci augmente plus rapidement que les charges. S'il y a intérêt, comme on a vu, à ne pas exagérer le pourcentage, il y aurait grave inconvénient à le réduire au delà d'une certaine proportion; la construction ne serait plus suffisamment garantie contre une surcharge accidentelle trop accentuée.

Du reste, on pourra constater, d'après les chiffres du tableau,

qu'un pourcentage de 1.55 ne conduirait, pour les hourdis à nervure, qu'à un travail  $R_m$  de  $20^k$  à peine, lorsque la charge atteint les  $\frac{2}{3}$  environ de celle qui produit la rupture ; c'est-à-dire quand elle dépasse déjà de beaucoup la surcharge totale qu'on pourrait avoir à redouter.

Pour ces sortes de poutres, le pourcentage indiqué peut donc être considéré comme plutôt exagéré, ainsi que nous l'avions déjà fait remarquer.

Quant aux poutres à section rectangulaire, et aux hourdis simples par conséquent, le travail  $R_m$  ne serait, dans les mêmes conditions, que moitié du précédent ; ce qui est encore plus exagéré. Mais, nous le répétons une fois de plus, c'est un inconvénient qu'on ne peut guère éviter pour les hourdis.

On remarquera aussi que le travail  $R_c$  à la compression du béton, sous des charges semblables, est notablement moins élevé pour les hourdis à nervure, que pour les hourdis simples et les poutres à section rectangulaire.

## 2°. — PIÈCES CHARGÉES DEBOUT

Des comparaisons analogues peuvent être établies entre les résultats constatés sur les piliers ou poteaux ; nous y inscrivons les mêmes indications que précédemment pour la valeur de  $R_m$ ,  $R_c$ ,  $r$ , etc., et rappelons que pour ces pièces le rapport de la longueur au côté de la section était de 12.5.

Charge par unité	Pourcentage	Valeurs de			$r$	Rupture
		$R_m$	$R_c$	$\frac{R_m}{R_c}$		
50 <sup>k</sup>	3.97 %	2 <sup>k</sup> 20	41 <sup>k</sup> 3	5 <sup>k</sup> 32	5.3	250 <sup>k</sup> charge uniforme
70 <sup>k</sup>	»	3 <sup>k</sup> 19	57 <sup>k</sup> 3	5 <sup>k</sup> 39	5.4	
90 <sup>k</sup>	»	4 <sup>k</sup> 18	73 <sup>k</sup> 4	5 <sup>k</sup> 70	5.7	
50 <sup>k</sup>	1.04 %	2 <sup>k</sup> 68	47 <sup>k</sup> 2	5.67	5.7	250 <sup>k</sup> charge uniforme
70 <sup>k</sup>	»	3 <sup>k</sup> 96	65 <sup>k</sup> 8	6.02	6.0	
90 <sup>k</sup>	»	5 <sup>k</sup> 17	84 <sup>k</sup> 6	6.41	6.1	

Charge par unité	Pourcentage	Valeurs de			$r$	rupture
		$R_m$	$R_c$	$\frac{R_m}{R_c}$		
50 <sup>k</sup>	0.28 %	2 <sup>k</sup> 62	49 <sup>k</sup> 3	5.32	5.3	250 <sup>k</sup> charge uniforme
70 <sup>k</sup>	»	4 <sup>k</sup> 14	69 <sup>k</sup> 0	6.00	6.0	
90 <sup>k</sup>	»	5 <sup>k</sup> 74	88 <sup>k</sup> 4	6.49	6.5	
50 <sup>k</sup>	3.97 %	4 <sup>k</sup> 22	96 <sup>k</sup> 7	4.36	5.1	152 <sup>k</sup> charge excentrée
70 <sup>k</sup>	»	6 <sup>k</sup> 30	133 <sup>k</sup> 2	4.73	5.6	
90 <sup>k</sup>	»	8 <sup>k</sup> 54	168 <sup>k</sup> 6	5.07	5.9	
50 <sup>k</sup>	0.50 %	5 <sup>k</sup> 47	118 <sup>k</sup> 5	4.61	5.1	151 <sup>k</sup> charge excentrée
70 <sup>k</sup>	»	8 <sup>k</sup> 48	165 <sup>k</sup> 2	5.13	5.6	
90 <sup>k</sup>	»	11 <sup>k</sup> 82	211 <sup>k</sup> 6	5.58	6.1	

Pour les pièces chargées uniformément, la résultante des charges suivant exactement l'axe de la pièce, le rapport  $\frac{R_m}{R_c}$  est égal très sensiblement au rapport  $r$  des coefficients d'élasticité; ce qui devait être puisqu'on a précisément admis que les raccourcissements des deux matériaux sont les mêmes à cause de leur adhérence.

Il n'en est plus tout à fait de même pour les pièces dont la charge est excentrée; mais ceci tient simplement à ce que les barres sont plus rapprochées de l'axe neutre que la face du béton sur laquelle se produit la compression maxima  $R_c$ . Or, lorsque la charge est excentrée, il y a flexion transversale, le raccourcissement est moindre sur les barres que sur cette face du béton; le travail  $R_m$  est moindre qu'il ne serait si les barres étaient reportées à la face supérieure.

Sur les pièces uniformément chargées cette inégalité n'apparaît plus, parce que la déformation est uniforme; elle est la même pour le métal et pour le béton, quel que soit l'emplacement des barres.

Pour ces pièces la valeur de  $r$  a varié de 5.3 à 6.5 seulement sous des charges variant de 50<sup>k</sup> à 90<sup>k</sup>; on peut admettre que la charge à considérer comme normale serait de 60<sup>k</sup> à 70<sup>k</sup> par exemple pour les pièces uniformément chargées, puisque la rupture s'y produisait vers 250<sup>k</sup>, quel que fût le pourcentage.

Elle serait notablement inférieure avec des charges excentrées.

Or, il est rare qu'on puisse considérer la charge comme rigoureusement appliquée suivant l'axe de la pièce; presque toujours, en raison de la différence des portées latérales ou de l'intervention d'une surcharge plus forte d'un côté que de l'autre, on doit admettre une certaine excentricité; on se rapprocherait beaucoup alors des chiffres donnés dans les deux dernières séries, tant pour la rupture que pour le travail des différents matériaux.

Si l'on prend donc pour ces deux séries une charge normale inférieure à  $50^k$ , on voit que le métal y travaille encore à un faible taux, quel que soit le pourcentage, celui-ci influant peu d'ailleurs sur le travail  $R_m$ . C'est le béton qui fournit presque toute la résistance nécessaire, et le métal n'intervient guère, comme nous l'avons fait remarquer, que pour empêcher la dislocation du béton; or ce sont surtout les liaisons transversales qui remplissaient efficacement ce rôle.

Du côté où tendent à se produire des tensions on a vu précédemment que le travail du métal et celui du béton sont très faibles et n'interviennent guère dans la résistance de la pièce.

Ce ne serait pas une mauvaise règle pratique, pour le calcul des poteaux ou piliers, que de procéder comme on le fait souvent pour les pièces en bois, lorsque ces piliers sont soumis simultanément à la flexion et à la compression longitudinale :

Doubler la charge qui produit la compression longitudinale afin de prévenir toute tendance à flamber, au moins lorsque le pilier n'a pas une hauteur exagérée;

Pour la charge excentrée, ou pour les forces produisant un moment de flexion supplémentaire, appliquer le mode de calcul ordinaire. Etablir ainsi le travail total.

On peut aussi calculer d'abord la section nécessaire pour la flexion, puis ajouter un surcroît de section établi d'après la compression longitudinale : simple pour les pièces courtes; doublée pour les pièces longues.

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES TENSIONS  $R_e$ 

Dans les calculs antérieurs, tant pour les poutres à nervures que pour les simples hourdis, nous avons fait figurer les  $R_e$  dans les deux conditions d'équilibre, projections ou moments, sous la forme suivante :

Pour les projections nous avons multiplié la section de béton soumise à l'extension par  $R_e$  qui est ainsi la moyenne des forces variables de tension agissant sur cette section ;

Pour les moments, nous avons multiplié ce premier produit par  $\frac{v''}{2}$ , ou par  $\frac{v''}{3}$ , en remarquant que la première expression semble plus près de la réalité.

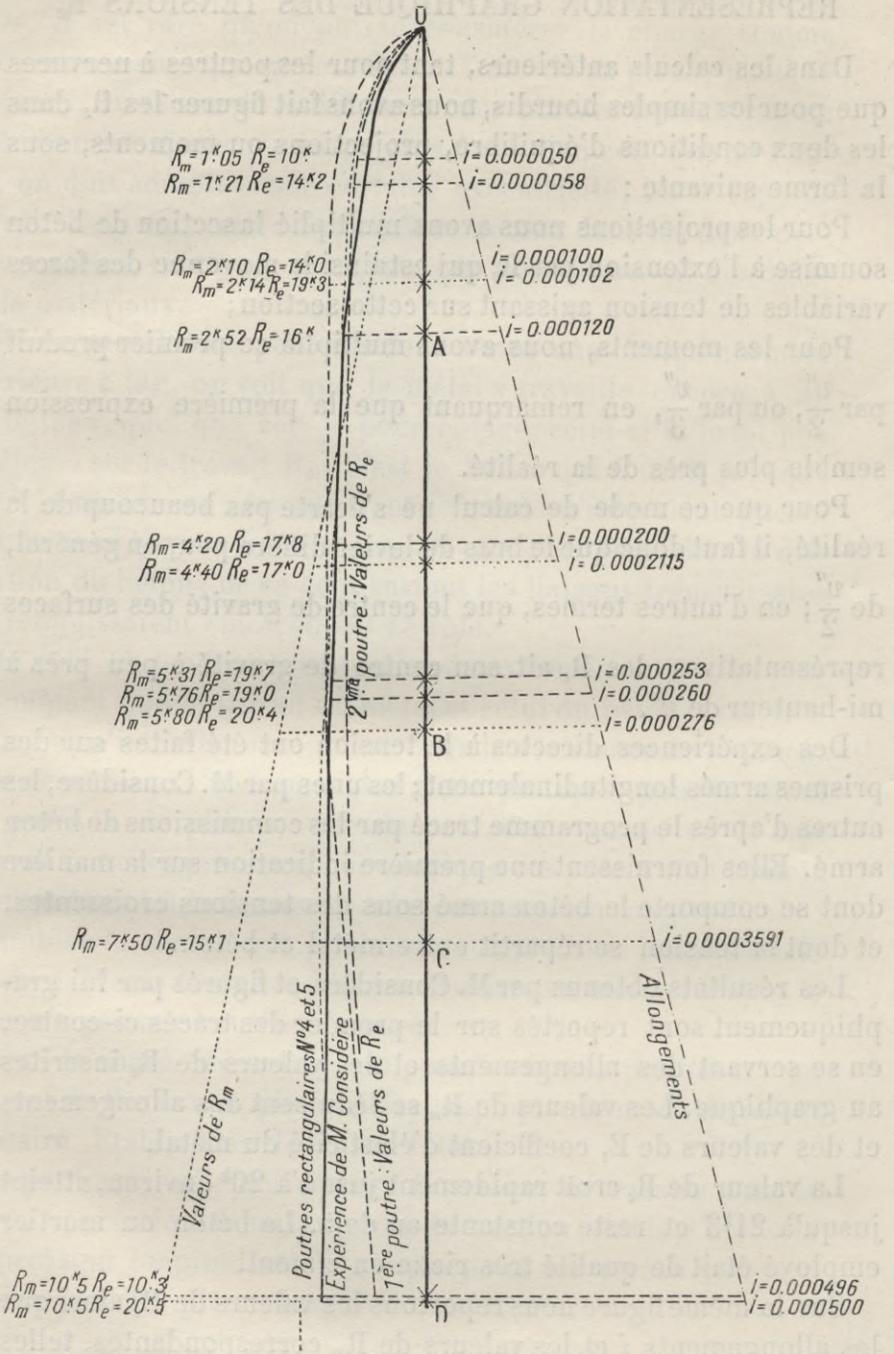
Pour que ce mode de calcul ne s'écarte pas beaucoup de la réalité, il faut donc que le bras de levier diffère peu, en général, de  $\frac{v''}{2}$  ; en d'autres termes, que le centre de gravité des surfaces représentatives des  $R_e$  ait son centre de gravité à peu près à mi-hauteur de  $v''$ .

Des expériences directes à la tension ont été faites sur des prismes armés longitudinalement ; les unes par M. Considère, les autres d'après le programme tracé par les commissions de béton armé. Elles fournissent une première indication sur la manière dont se comporte le béton armé sous des tensions croissantes, et dont la tension se répartit entre métal et béton.

Les résultats obtenus par M. Considère et figurés par lui graphiquement sont reportés sur le premier des tracés ci-contre, en se servant des allongements et des valeurs de  $R_e$  inscrites au graphique. Les valeurs de  $R_m$  se déduisent des allongements et des valeurs de  $E$ , coefficient d'élasticité du métal.

La valeur de  $R_e$  croit rapidement jusqu'à  $20^k$  environ, atteint jusqu'à  $21^k3$  et reste constante au delà. Le béton ou mortier employé était de qualité très riche en ciment.

Sur la même figure nous reportons les valeurs de  $R_e$  ainsi que les allongements  $i$  et les valeurs de  $R_m$  correspondantes, telles



qu'elles se déduisent, par le calcul, des expériences faites sur les poutres n<sup>os</sup> 1 et 2 à hourdis nervurés.

La première poutre qui paraît avoir été formée d'un excellent béton, donne une courbe dont les  $R_e$  paraissent même un peu plus grands que sur les expériences de M. Considère, mais deviennent ensuite un peu plus faibles, et diminuent de plus en plus.

Nous ne faisons pas figurer les résultats qui correspondraient aux valeurs de  $R_m$  se rapprochant de la limite d'élasticité, parce qu'il faudrait introduire dans le calcul des valeurs de  $E$  plus élevées, que nous ne pouvons fixer avec exactitude.

La courbe correspondant à la poutre n<sup>o</sup> 2 suit la même marche, croissante d'abord, puis décroissante, contrairement aux résultats observés par M. Considère dans ses expériences.

Quelle que soit l'explication de ces divergences, on pourra remarquer que si la tension  $R_m$  du métal ne dépasse pas  $2^k52$  par exemple, ce qui implique, d'après le mode de construction du graphique, que la valeur de  $v''$  est figurée par la verticale OA, la surface représentative des  $R_e$  est dans tous les cas celle d'une sorte d'hyperbole dont le centre de gravité est au-dessus du tiers de OA, et un peu au-dessous de moitié.

Pour les très faibles charges, la valeur  $\frac{v''}{2}$  est donc en réalité un peu supérieure à la réalité ; ce qui n'a pas grande importance avec d'aussi faibles charges.

Lorsque le travail  $R_m$  devient égal à  $5^k8$ ,  $v''$  étant figuré par OB, le travail  $R_e$  varie, suivant les courbes, de  $19^k$  à  $20^k4$ . Le centre de gravité de la surface est un peu au-dessous de  $\frac{v''}{2}$ , d'une faible quantité, et assez sensiblement au-dessus de  $\frac{v''}{3}$ .

Si l'on descend davantage,  $v''$  devenant OC ou OD par exemple, la position du centre de gravité se rapproche de plus en plus de  $\frac{v''}{2}$ , d'autant plus que les vraies valeurs de  $R_e$ , dans les expé-

riences de flexion, apparaissent comme diminuant de plus en plus au voisinage des barres.

Quant aux valeurs moyennes des  $R_e$ , telles que les fournit le calcul, elles doivent naturellement être un peu inférieures au maximum qu'a pu atteindre  $R_e$  dans l'intervalle entre l'axe neutre O et l'axe des barres.

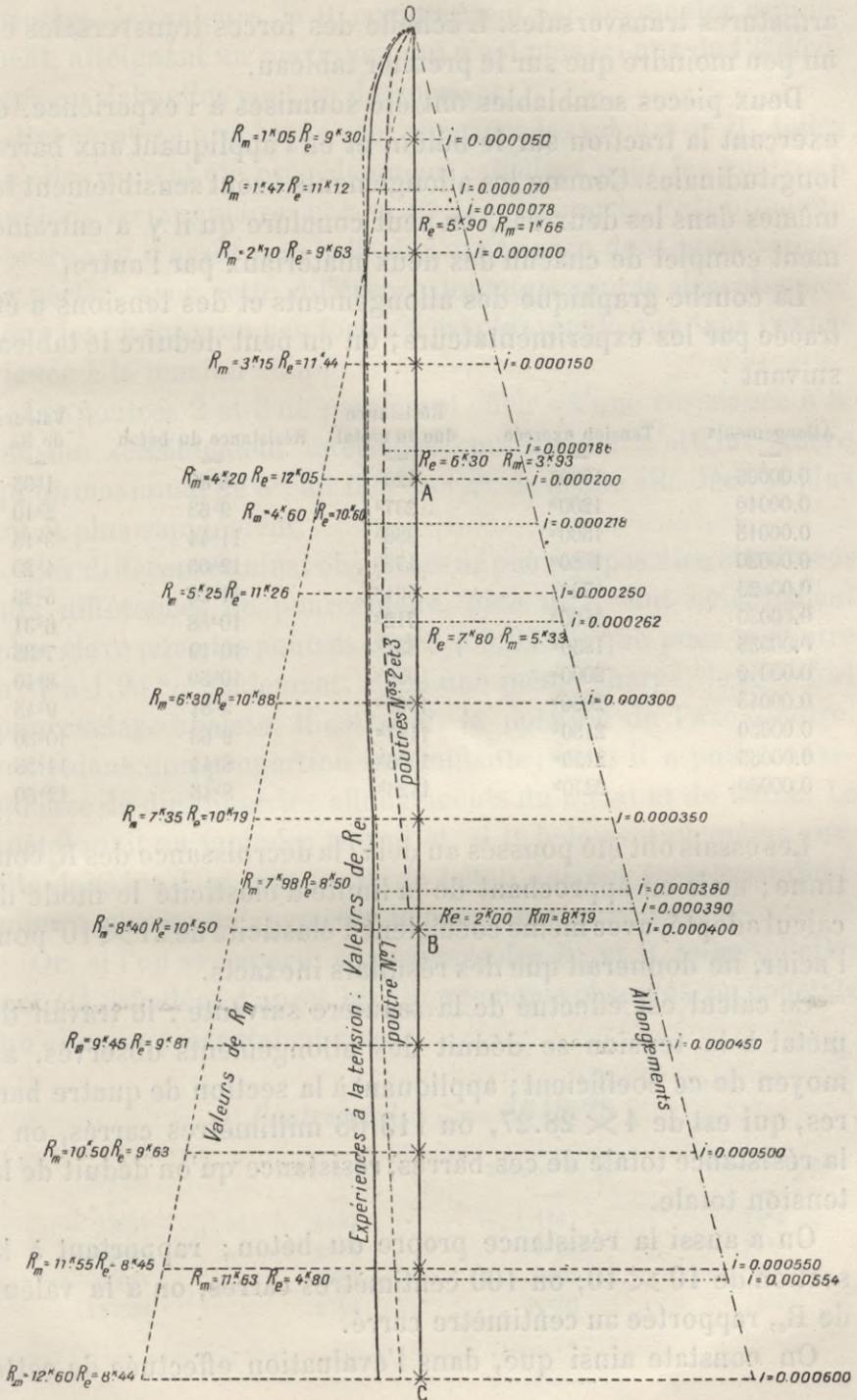
Sur le même graphique sont rapportées les valeurs calculées de  $R_e$  pour d'autres poutres dont les sections étaient rectangulaires, poutres n<sup>os</sup> 4 et 5, et dont le béton paraît de qualité équivalente à celle des poutres à nervures, car la courbe représentative des tensions s'écarte assez peu des précédentes.

Nous rappelons que les pièces à sections rectangulaires avaient reçu une armature transversale dans les parties où devaient se produire des efforts tranchants, mais non dans les parties centrales où, d'après la disposition des charges, devaient théoriquement s'annuler ces efforts. Les fissures qui peu à peu se produisaient à la limite de ces deux régions étaient les véritables causes de la rupture. De là fatigue et finalement ruptures qu'on doit considérer comme suivant une marche un peu anormale.

Les deux poutres à nervures, sur lesquelles se produisaient des efforts tranchants comme dans la flexion ordinaire, n'avaient par contre pas reçu d'armatures transversales. Il en était de même, croyons-nous, dans la pièce soumise par M. Considère à l'expérience; la tension  $y$  était déduite de la flexion.

Ces divers résultats ne sont donc pas rigoureusement comparables à ceux que donneraient des poutres complètement armées d'étriers ou ligatures; toutefois les différences ne semblent pas ici être considérables.

Elles sont beaucoup plus manifestes lorsque varient la composition, l'âge du béton et sa fabrication, comme on le voit en comparant ce premier graphique au second. Sur celui-ci sont reportés d'abord les résultats d'essais faits pour la Commission, sur des poutrelles à petite section, de  $10 \times 10$ , avec armature longitudinale d'un pourcentage de 4.13 % environ, sans



armatures transversales. L'échelle des forces transversales est un peu moindre que sur le premier tableau.

Deux pièces semblables ont été soumises à l'expérience, en exerçant la traction sur le béton, et en l'appliquant aux barres longitudinales. Comme les allongements  $i$  sont sensiblement les mêmes dans les deux cas, on peut conclure qu'il y a entraînement complet de chacun des deux matériaux par l'autre.

La courbe graphique des allongements et des tensions a été tracée par les expérimentateurs; on en peut déduire le tableau suivant :

Allongements	Tension exercée	Résistance due au métal	Résistance du béton	Valeurs de $R_m$
0.00003	1000 <sup>k</sup>	120 <sup>k</sup>	8 <sup>k</sup> 80	1 <sup>k</sup> 05
0.00010	1200 <sup>k</sup>	237 <sup>k</sup>	9 <sup>k</sup> 63	2 <sup>k</sup> 10
0.00015	1500 <sup>k</sup>	356 <sup>k</sup>	11 <sup>k</sup> 44	3 <sup>k</sup> 45
0.00020	1680 <sup>k</sup>	475 <sup>k</sup>	12 <sup>k</sup> 05	4 <sup>k</sup> 20
0.00025	1720 <sup>k</sup>	594 <sup>k</sup>	11 <sup>k</sup> 26	5 <sup>k</sup> 25
0.00030	1800 <sup>k</sup>	712 <sup>k</sup>	10 <sup>k</sup> 88	6 <sup>k</sup> 31
0.00035	1850 <sup>k</sup>	831 <sup>k</sup>	10 <sup>k</sup> 19	7 <sup>k</sup> 35
0.00040	2000 <sup>k</sup>	950 <sup>k</sup>	10 <sup>k</sup> 50	8 <sup>k</sup> 40
0.00045	2050 <sup>k</sup>	1069 <sup>k</sup>	9 <sup>k</sup> 81	9 <sup>k</sup> 45
0.00050	2150 <sup>k</sup>	1187 <sup>k</sup>	9 <sup>k</sup> 63	10 <sup>k</sup> 50
0.00055	2150 <sup>k</sup>	1306 <sup>k</sup>	8 <sup>k</sup> 44	11 <sup>k</sup> 55
0.00060	2270 <sup>k</sup>	1425 <sup>k</sup>	8 <sup>k</sup> 45	12 <sup>k</sup> 60

Les essais ont été poussés au delà; la décroissance des  $R_e$  continue; mais en approchant de la limite d'élasticité le mode de calcul adopté, avec même coefficient d'élasticité de  $21 \times 10^9$  pour l'acier, ne donnerait que des résultats inexacts.

Ce calcul est effectué de la manière suivante: le travail du métal à la tension se déduit des allongements observés, au moyen de ce coefficient; appliquant à la section de quatre barres, qui est de  $4 \times 28.27$ , ou 113.08 millimètres carrés, on a la résistance totale de ces barres, résistance qu'on déduit de la tension totale.

On a aussi la résistance propre du béton; rapportant à la section de  $10 \times 10$ , ou 100 centimètres carrés, on a la valeur de  $R_e$ , rapportée au centimètre carré.

On constate ainsi que, dans l'évaluation effectuée de cette

manière, les valeurs de  $R_c$  commencent par augmenter rapidement, atteignant un maximum qui n'est plus ici que de  $12^k$  environ ; au delà elles vont en décroissant.

Sur ce même graphique sont reportées les valeurs de  $R_e$ , telles qu'elles avaient été précédemment calculées pour les poutres à sections rectangulaires n° 1, et nos 2, 3. La courbe de la première poutre suit d'assez près celle de l'expérience dont nous venons de parler, avec cette différence toutefois que la décroissance sous les charges un peu fortes y est plus rapide que dans l'expérience à la tension simple.

Les poutres 2 et 3 ne paraissent offrir qu'une résistance à la tension sensiblement inférieure, puisqu'elle n'atteint guère qu'un maximum de  $8^k$ , au lieu de  $12^k$ ; de même elle décroît plus tôt et plus rapidement.

Les différences ainsi observées ne peuvent pas être attribuées aux différences de pourcentage, bien qu'il soit notablement plus élevé pour les poutres 2 et 3, à 3.92 %, que pour la poutre n° 1 à 1.94 % seulement. Sous une même charge, le plus fort pourcentage abaisse, il est vrai, la position de l'axe neutre, mais dans une proportion insignifiante ; mais il a pour conséquence de diminuer les allongements du métal et du béton. Le métal subit un moindre travail et, si le béton est de même qualité dans les deux cas, les  $R_c$  du béton doivent également diminuer à mesure qu'augmente le pourcentage.

Or, si l'on se reporte aux valeurs des  $R_m$  et  $R_e$  telles qu'elles ont été calculées d'après les allongements observés, on constate qu'elles se présentaient ainsi :

*Poutre n° 1 :  $\omega = 1548.28$*

Charges	Moments	Valeurs de $R_m$	Valeurs de $R_c$
330 <sup>5</sup> <sub>k</sub>	1487	1 <sup>k</sup> <sub>47</sub>	11 <sup>k</sup> <sub>2</sub>
645 <sup>5</sup> <sub>k</sub>	2904	4 <sup>k</sup> <sub>60</sub>	10 <sup>k</sup> <sub>6</sub>
960 <sup>5</sup> <sub>k</sub>	4322	7 <sup>k</sup> <sub>98</sub>	8 <sup>k</sup> <sub>5</sub>
1275 <sup>5</sup> <sub>k</sub>	5740	11 <sup>k</sup> <sub>63</sub>	4 <sup>k</sup> <sub>0</sub>

*Poutre n° 2 :  $\omega = 2513.00$* 

Charges	Moments	Valeurs de $R_m$	Valeurs de $R_e$
3620 <sup>k</sup>	1629	1 <sup>k</sup> 66	5 <sup>k</sup> 9
7400 <sup>k</sup>	3330	3 <sup>k</sup> 93	6 <sup>k</sup> 3
9920 <sup>k</sup>	4464	5 <sup>k</sup> 33	7 <sup>k</sup> 8
13700 <sup>k</sup>	6165	8 <sup>k</sup> 19	2 <sup>k</sup> 0

On voit aisément que, sous très faibles charges, les différences des  $R_m$  sont insensibles; mais, dès que ces charges augmentent, le travail du métal, sur la poutre à fort pourcentage, est notablement moindre pour les mêmes charges et moments.

Si la constitution du béton était la même dans les deux cas, aux mêmes allongements et, par conséquent, aux mêmes valeurs de  $R_m$ , les valeurs de  $R_e$  devraient aussi être les mêmes. Or on constate que, dans les conditions d'égalité pour les  $R_m$ , les  $R_e$  de la poutre à fort pourcentage n'en sont pas moins inférieurs notablement à ceux de la poutre n° 1. C'est précisément ce que fait ressortir le tracé graphique.

Lors même que la composition serait identique dans les deux cas, l'âge également, il y a donc lieu de penser que d'une poutre à l'autre le mode de fabrication ne devait pas être identique; ou que les armatures, qui étaient disposées différemment, ont pu influencer sur la résistance du béton à la tension. Il serait hasardeux de se prononcer sur la cause réelle de ces divergences; l'important est de constater qu'elles existent.

De toutes façons on peut admettre les conclusions déjà posées précédemment. Pour de faibles charges, lorsque le travail du métal ne dépasse pas 4<sup>k</sup>20 par exemple, la distance  $v''$  des barres à l'axe neutre étant alors figurée par OA, le centre de gravité de la surface qui représente les variations de  $R_e$  entre cet axe et les barres, est un peu au-dessous de  $\frac{v''}{2}$ , et notablement au-dessus de  $\frac{v''}{3}$ , quelle que soit la courbe figurative.

A mesure que la charge et le travail  $R_m$  augmentent, le centre

de gravité est de plus en plus voisin de  $\frac{v''}{2}$ . On peut donc dire, quelle que soit l'importance variable des  $R_e$ , que leur bras de levier, par rapport aux barres, est toujours peu différent de  $\frac{v''}{2}$ . Les chiffres calculés d'après cette hypothèse préalable ne doivent donc pas différer beaucoup de la réalité. C'est là encore ce qu'il importait de constater.

Une autre constatation peut être tirée de ces graphiques; c'est que, dans les expériences à la traction directe, la décroissance à la tension, au delà du maximum, n'est pas très rapide; dans l'expérience de M. Considère elle semble même nulle; mais elle paraît plus sensible d'après les expériences à la flexion.

On peut également remarquer que, d'après ces mêmes expériences tout au moins et avec les pourcentages assez forts qu'elles comportent généralement, le maximum de  $R_e$  qui est tantôt de  $20^k$  et davantage, tantôt de  $12^k$  et même moins, semble correspondre à des valeurs de  $R_m$  voisines de  $7^k$  à  $8^k$ ; ce qui correspondrait assez bien aussi au travail que l'on peut imposer au fer.

Lorsqu'on emploie l'acier, en élevant à  $11^k$  ou  $12^k$  par exemple le travail du métal, le maximum paraît devoir être dépassé, et l'intervention d'une résistance de tension provenant du béton doit, très probablement, être de moindre importance.

#### RÉSULTATS CONSTATÉS

## VI

### EXPÉRIENCES DIVERSES

---

#### TRACTION SIMPLE

Plusieurs pièces, de sections carrées :  $10 \times 10$ , armées de 4 fils d'acier sur diamètre de  $0^m006$ , avaient été préparées sur la proportion ordinaire :  $300^k$  pour 400 et 800 en volumes, de sable et gravier. Leur longueur était de  $2^m00$  (fig. 1) uniformément.

A chaque bout était insérée une barre avec scellement, qui permettait d'exercer des tractions successives; elles furent conduites jusqu'à l'apparition des premières fissures qui se produisirent sous une charge d'environ  $38^k$  à  $39^k$  par centimètre carré.

Avec un pourcentage qui était ici de 0.0113, telle était donc la limite de résistance du béton armé à la traction; ce qui est un premier renseignement intéressant : la résistance à ce genre de travail, même avec armature, est donc très notablement inférieure à la résistance de compression du même béton, armé ou non.

#### RÉSULTATS CONSTATÉS

Des expériences très précises exécutées sur ces diverses pièces on peut tirer d'autres conséquences également intéressantes.

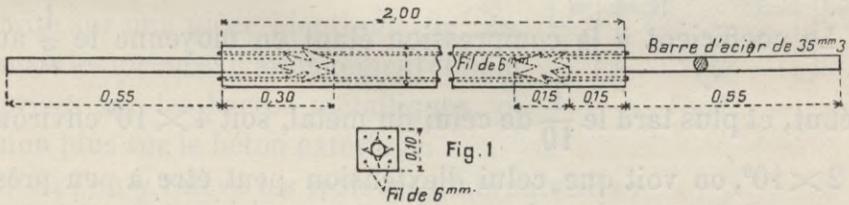
Appelant  $i'$  et  $i''$  les allongements du béton et du métal, qui doivent être sensiblement les mêmes en raison de l'adhérence presque parfaite des deux matériaux;  $N'$  et  $N''$  les charges d'essai;

$s$  et  $ps$  les sections du béton et du métal ;  $E'$  et  $E''$  les coefficients d'élasticité correspondants, on peut poser :

$$i' = i'' = \frac{N'}{E's} = \frac{N''}{E''ps}$$

Pour le coefficient de l'acier qui est de  $20$  à  $22 \times 10^9$ , nous prendrons la moyenne de  $21 \times 10^9$ . Le produit  $ps E''$  est ainsi égal à  $0.002373 \times 10^9$ .

Comme on connaît, d'après les mesures prises, les allongements successifs sous des charges connues, on peut établir les



résultats suivants pour quelques-uns des cas observés. Le mode de calcul est le suivant :

$$\text{Charge : } 800^k ; i' = i'' = 0.000025 = \frac{N''}{0.002373 \times 10^9} ; N'' = 59^k 3 ; N' = 800^k - 59^k 3 = 740^k$$

$$\frac{N'}{s} = \frac{740^k}{100} = 7^k 40 \text{ par cm}^2 ; \frac{N''}{ps} = \frac{59^k 3}{113} = 0^k 52 \text{ par mm}^2.$$

D'où l'on conclut donc :

$$\begin{array}{l} \text{Charge : } 800^k : N'' = 59^k 3 ; N' = 740^k ; \frac{N'}{s} = 7^k 4 \text{ par cm}^2 ; \frac{N''}{ps} = 0^k 52 \text{ par mm}^2. \\ \text{— } 1800^k : N'' = 475^k ; N' = 1325^k ; \frac{N'}{s} = 13^k 2 \quad \text{— } \frac{N''}{ps} = 4^k 20 \quad \text{—} \\ \text{— } 2600^k : N'' = 1898^k ; N' = 702^k ; \frac{N'}{s} = 7^k 02 \quad \text{— } \frac{N''}{ps} = 16^k 7 \quad \text{—} \\ \text{— } 3400^k : N'' = 2848^k ; N' = 552^k ; \frac{N'}{s} = 5^k 62 \quad \text{— } \frac{N''}{ps} = 25^k 2 \quad \text{—} \end{array}$$

Sur le béton soumis à l'extension, le travail s'est élevé progressivement jusqu'à  $12^k$  ou  $13^k$ , chiffre qui a pu même être un peu dépassé ; mais, peu après, la résistance du béton diminue de plus en plus. Vers la charge de  $3800^k$ , elle devenait à peu près nulle, et les premières fissures apparaissaient.

Tout ceci est d'ailleurs assez conforme aux conséquences que l'on peut tirer des expériences faites sur pièces soumises à la flexion.

De ce même calcul on peut également tirer les valeurs successives du coefficient d'élasticité  $E'$  pour le béton soumis à l'extension. Ces valeurs sont les suivantes :

Charge :	$800^k = E' = 2.960 \times 10^9$
—	$1800^k = E' = 0.6625 \times 10^9$
—	$2600^k = E' = 0.088 \times 10^9$
—	$3400^k = E' = 0.046 \times 10^9$

Le coefficient à la compression étant en moyenne le  $\frac{1}{5}$  au début, et plus tard le  $\frac{1}{10}$  de celui du métal, soit  $4 \times 10^9$  environ à  $2 \times 10^9$ , on voit que celui d'extension peut être à peu près égal à celui de compression pendant la toute première période; devient ensuite inférieur; sous les charges un peu fortes, il devient extrêmement faible.

Pour les trois premières charges, les résultats du calcul précédent ne doivent pas s'écarter sensiblement de la réalité. Pour la dernière, il n'en est pas de même; la tension du métal qui, jusque-là, n'avait pas dépassé  $16^k7$  à  $17^k0$ , devient en dernier lieu égale à  $25^k$  environ; on s'approche donc alors de la limite d'élasticité du métal, et le coefficient d'élasticité doit déjà être inférieur à  $21 \times 10^9$ , chiffre qu'on pouvait maintenir jusque-là sans grande erreur.

Cette remarque ne modifie pas, d'ailleurs, les conclusions précédentes. On peut donc dire :

Après trois mois, avec la composition indiquée, le coefficient d'élasticité à l'extension du béton, même armé, était d'environ  $4 \times 10^9$  au début, et restait encore égal à  $3 \times 10^9$  sous les faibles charges ne produisant qu'un travail inférieur à  $6^k$  ou  $7^k$  par centimètre carré, sur le béton. Dans cette période le travail du métal est très faible et n'atteint pas  $1^k$  par millimètre carré.

Lorsque le travail du béton dépasse  $7^k$  à  $8^k$ , le métal travail-

lant alors de  $0^k5$  à  $3^k0$  ou  $4^k0$ , le coefficient d'élasticité n'est guère que de  $1 \times 10^9$ .

Quand le travail du béton se rapproche de  $13^k$  à  $14^k$ , peut-être même un peu au delà, le travail du métal augmentant alors rapidement pour suppléer à l'insuffisance du béton qui faiblit de plus en plus, le coefficient d'élasticité de celui-ci s'abaisse et devient presque insignifiant; il est bientôt tout à fait nul.

Une seconde série d'essais a été faite sur une pièce identique (fig. 2); mais les mesures d'allongement étaient prises sur les barres métalliques, et non plus sur le béton extérieur.

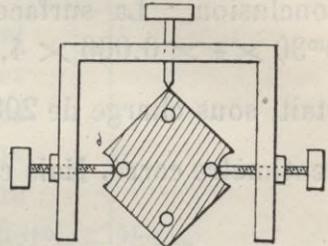


Fig. 2

Si l'on y relève les trois résultats suivants :

Charge : $1650^k$ ,	$i = 0.0002$
— $3100^k$ ,	$i = 0.0010$
— $3550^k$ ,	$i = 0.0012$

on en déduirait pour le travail des deux matériaux :

Charge : $1650^k$ ,	$N' = 475^k$ ,	$N' = 1175^k$ ;	$\frac{N'}{s} = 11^k75$ ;	$\frac{N'}{ps} = 4^k20$ ,
— $3100^k$ ,	$N' = 2848^k$ ,	$N' = 702^k$ ;	$\frac{N'}{s} = 7^k02$ ;	$\frac{N'}{ps} = 25^k2$

dans les deux premiers cas. Les résultats diffèrent peu de ceux que fournissait la première série.

Le troisième cas est voisin de la rupture, les premières fissures apparaissant vers  $3800^k$ , comme pour la première série.

Ceci montre principalement, vu le peu d'écart, que les allongements sont bien les mêmes à peu près, sur le métal et sur le béton. C'est ce qu'il importait de vérifier, pour s'assurer que l'adhérence au contact du métal et du béton suffit pour entraîner la masse de béton, avec un pourcentage de 0.0113.

Sur une autre pièce du même genre (fig. 3) les barres de

traction étaient simplement noyées dans le béton, sans saillies extérieures. Elle était soumise à des alternatives de traction et de repos sans charge ; la traction n'a été conduite que jusqu'aux environs de  $2000^k$ , sans qu'aucune fissure se fût produite. La pièce semblait donc se comporter comme les précédentes.

De ces essais on pourrait chercher à déduire une autre conclusion : La surface de contact au scellement étant de  $0^m30 \times \pi \times 0.006 \times 4$ , ou  $0.022608$ , le travail de glissement était, sous charge de  $2000^k$ , égal à  $\frac{2000}{226}$ , soit moins de  $10^k$  par centimètre carré. Mais ce travail est trop faible pour que l'on

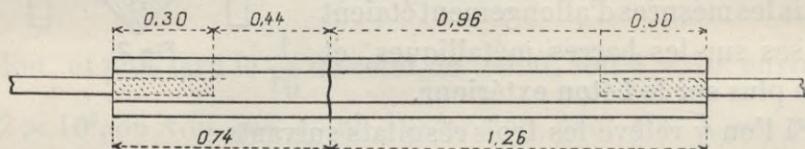


Fig. 3

puisse en tirer quelque conclusion relativement à la limite de ce genre de résistance.

Un autre prisme semblable a été soumis à des essais correspondant à  $3800^k$ , charge sous laquelle apparaissaient les premières fissures, comme précédemment. Le travail de glissement y était donc un peu plus élevé que ci-dessus, mais n'atteignait pas encore la limite probable.

## RÉSISTANCE AU GLISSEMENT

Celle-ci a pu être déterminée par d'autres expériences spéciales où l'on produisait le glissement définitif, soit par traction, soit par refoulement.

### RÉSULTATS CONSTATÉS

Dans un bloc de béton à section carrée,  $0^m31 \times 0^m31$ , était scellé un cylindre en acier doux, à diamètre de  $0^m1062$ , brut de laminage (fig. 4, 4 bis). La hauteur de contact était de  $0^m20$ ;

la surface d'adhérence était ainsi de 0.06672. Les pièces étaient âgées de 72 jours.

Le déplacement relatif, très faible d'abord, devenait brusquement visible, lorsque le travail, rapporté au centimètre carré de la surface de contact, atteignait  $13^k34$  par traction, ou  $15^k$  à  $16^k$  par refoulement.

Il est vrai que ce glissement final semble produit plutôt par les désordres que subissait le béton à cette limite. En effet il se produisait alors une ou deux fentes qui séparaient en deux le bloc de béton; ce qui peut provenir de la difficulté qu'on devait éprouver à exercer un effort de traction strictement parallèle à l'axe du cylindre. De là des efforts obliques propres à écarter les deux moitiés du bloc de béton, ainsi qu'il est arrivé.

Une autre pièce avait été préparée de la même manière, au moyen d'un cylindre de  $0^m1062$  comme le précédent, inséré dans un bloc de béton haut de  $0^m20$ , mais fretté à la partie supérieure et à la partie inférieure; ce qui aurait, au besoin, empêché toute séparation des deux moitiés du béton (fig. 5).

Le déplacement relatif est presque nul, devient ensuite un peu sensible; lorsque la charge dépassait  $16000^k$ , il devenait constant. Le glissement définitif avait lieu sans fissure ni éclatement de l'enveloppe de béton.

La limite, lorsqu'on procédait par traction, se présentait vers

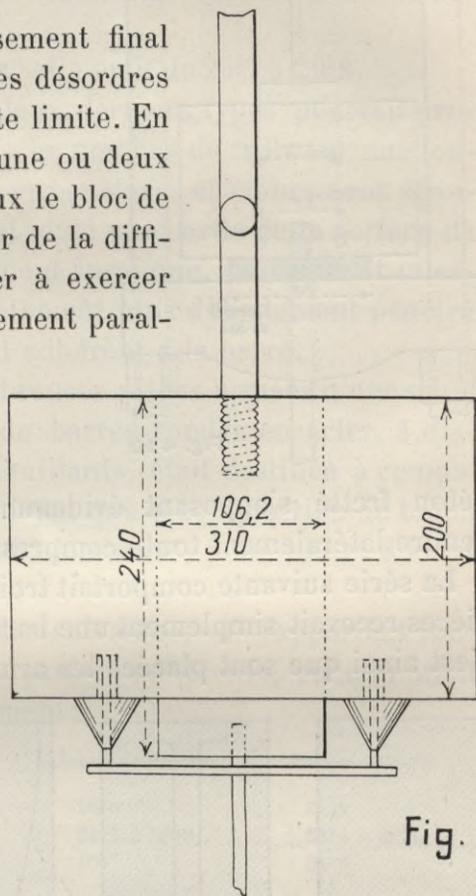


Fig. 4

24<sup>k</sup>4 à 25<sup>k</sup>3 de travail rapporté au centimètre carré de la surface de contact.

En procédant par refoulement la limite était à peu près la même, mais un peu supérieure cependant : 25<sup>k</sup>0 à 32<sup>k</sup>6. Ici le frettage a pu contribuer à ce léger surcroît de résistance, le

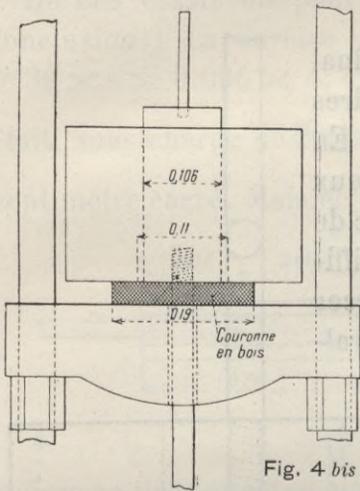


Fig. 4 bis

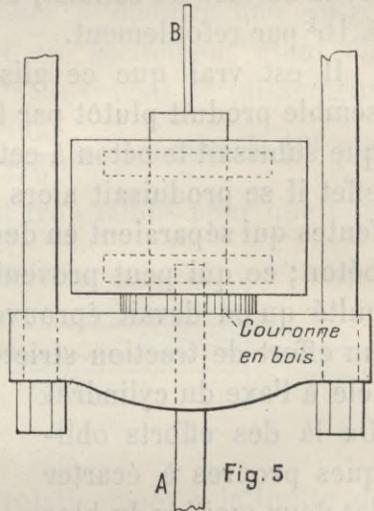


Fig. 5

béton fretté s'opposant évidemment au gonflement qu'engendre latéralement toute compression.

La série suivante comportait trois modes d'essais : l'une des pièces recevait simplement une barre vers la partie inférieure ; c'est ainsi que sont placées les armatures inférieures ; dans la

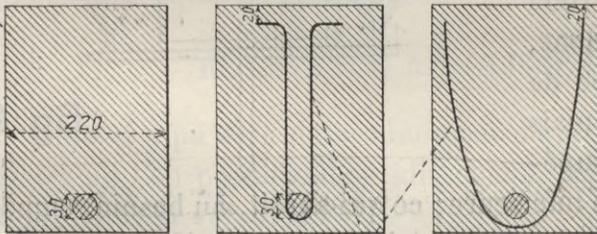


Fig. 6

Etriers feuillards

seconde, la barre était accompagnée d'un étrier à branches parallèles ; dans la troisième, l'étrier était largement ouvert (fig. 6).

Ces barres avaient uniformément 0<sup>m</sup>030 de diamètre ; la largeur du bloc était de 0<sup>m</sup>220 ; sa longueur, qui était celle du scellement, était de 0<sup>m</sup>300.

La surface d'adhérence était ainsi de 282.6 centimètres carrés.

1°. — Sans étrier, la charge produisant le premier glissement un peu sensible était de  $19^k9$ , en rapportant au centimètre carré de cette surface.

Dans un autre essai, elle n'était que de  $7^k2$  seulement; ce chiffre paraît accidentel.

2°. — Avec étrier ordinaire, la charge limite variait de  $17^k$  environ à  $20^k$ .

3°. — Avec étriers écartés, elle était de  $25^k7$  à  $29^k8$ .

Cette différence entre les deux derniers types pourrait provenir de ce fait que les étriers, au nombre de trois sur une longueur de  $0^m30$ , assez larges eux-mêmes, et embrassant étroitement la barre, supprimaient ainsi une partie de la surface de contact. D'autre part, il se peut aussi que, dans l'étroit intervalle, égal au diamètre, le béton eût plus difficilement pénétré et fût ainsi moins intimement adhérent à la barre.

Une dernière série de nombreuses pièces armées d'une seule barre et d'étriers en forme de barres rondes en acier, à diamètre de  $0^m006$ , au lieu de feuillards, était destinée à comparer les limites d'adhérence, suivant que la composition du béton comportait :  $150^k$ ,  $300^k$  ou  $500^k$  de ciment, pour 400 et 800 en volume de sable et gravier.

Ces limites maxima sont les suivantes, en rapportant toujours au centimètre carré de surface adhérente, celle-ci étant de 282.6, comme précédemment :

	Sans étriers	Etriers ordinaires	Etriers ouverts
Pour $150^k$ :	$22^k3$	$18^k8$	$21^k4$
— $300^k$ :	$16^k2$ à $29^k7$	$21^k4$ à $28^k9$	$21^k4$ à $39^k1$
— $500^k$ :	$30^k4$	$40^k7$	$31^k9$

## RÉSISTANCE AU CISAILLEMENT

Enfin les expérimentateurs ont tenté d'évaluer la résistance du béton armé au cisaillement.

A cet effet avaient été préparées trois pièces ayant  $0^m30 \times 0^m30$  de section et  $0^m60$  de longueur. Mais, en réalité, chacune était composée de deux cubes ayant une longueur de  $0^m30$  seule-

ment; le joint était constitué par une feuille de papier huilé, destinée à éviter toute adhérence (fig. 7).

Le mode de chargement (fig. 8) était très particulier : deux pièces métalliques, en haut et en bas, transmettaient la pression

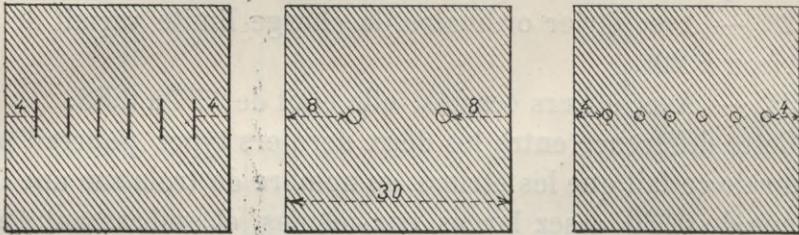


Fig.7

fournie par deux barres *a* et *b* placées sur la verticale centrale ce qui assurait l'équilibre général.

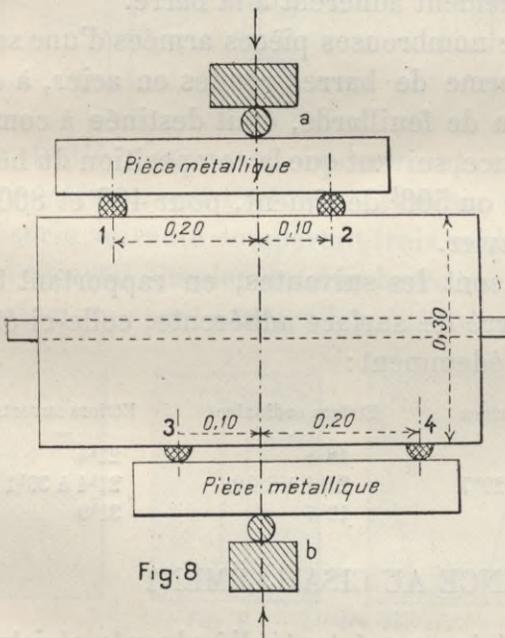


Fig. 8

Ces pièces métalliques elles-mêmes posaient sur des demi-barres 1, 2 et 3, 4 qui n'étaient pas en regard les unes des autres.

Il est clair qu'entre

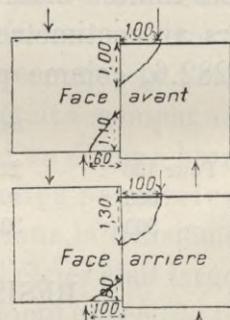


Fig. 9

1 et 3 devait se produire un effet de cisaillement, comme entre 2 et 4. Mais, d'autre part, devrait se produire aussi une rotation sur l'action de chacun des deux couples. Il est vrai que les deux rotations avaient le même sens; d'où devait sim-

plement résulter un simple glissement, l'une sur l'autre, des deux faces séparées par la feuille de papier huilé; à quoi devait s'opposer la seule armature métallique.

En fait, il y a eu coïncement, avec éclat ou épaufrure des arêtes; ce qui a dû modifier assez sensiblement les résultats que l'on cherchait à obtenir (fig. 9).

## RÉSULTATS CONSTATÉS

Quoi qu'il en soit, ces résultats sont les suivants.

Le premier prisme était armé de 6 feuilards placés verticalement, et qui fournissaient un pourcentage de 0.57 %;

Le second prisme, armé de deux ronds de 18.2, fournissant un pourcentage de 0.58 %;

Le troisième était armé de 6 barres de 10, fournissant un pourcentage de 0.52 %.

Enfin, ce pourcentage était à peu près le même dans les trois types; on pouvait donc comparer l'avantage de plats ou de ronds, ceux-ci avec diamètres plus ou moins forts pour section totale équivalente.

Avec le premier type la limite de cisaillement, rapportée au millimètre carré d'armature, était de 25<sup>k</sup>1 à 26<sup>k</sup>1;

Avec le second, elle variait de 18<sup>k</sup>1 à 20<sup>k</sup>3;

Pour le troisième, de 24<sup>k</sup>0 à 24<sup>k</sup>4.

D'après le dispositif adopté, tel que nous venons de le décrire, la résistance au cisaillement propre au béton ne devait intervenir en aucune façon; c'était la résistance du métal qui seule devait entrer en jeu. Il eût été intéressant cependant de connaître la résistance du béton à ce mode de travail.

Les chiffres indiqués ci-dessus peuvent n'être pas rigoureusement exacts, une partie de la pression exercée s'employant ici à rompre les arêtes du béton. Toutefois il semble résulter de ces expériences que l'avantage, en ce qui concerne la résistance du métal, est à peu près le même pour les feuilards et les petits fers ronds; que de gros fers, en petit nombre, donnent des résultats moins favorables.

## CONSÉQUENCES PRATIQUES

Nous reportant aux indications qui résultent des expériences faites à la traction et au glissement, et les comparant entre elles, nous pouvons constater, malgré d'assez sensibles divergences tenant surtout à des dispositifs spéciaux :

Qu'à la traction simple, la résistance propre du béton dans les pièces armées atteignait certainement  $15^k$  par centimètre carré, et la dépassait très probablement pour atteindre  $20^k$ , peut-être  $25^k$ , comme dans des expériences antérieures où, sur le béton seul, on avait trouvé que cette limite se tient généralement aux environs de  $20^k$ .

Après quoi, cette résistance diminue de plus en plus. Ce fait est d'ailleurs conforme à celui que l'on pouvait conclure des expériences faites à la flexion, ainsi qu'on l'avait vu.

L'adhérence du béton sur le métal semble avoir une limite de résistance du même ordre que la résistance à la tension; peut-être supérieure lorsqu'on emploie des dispositifs propres à mieux maintenir le contact intime des deux matériaux.

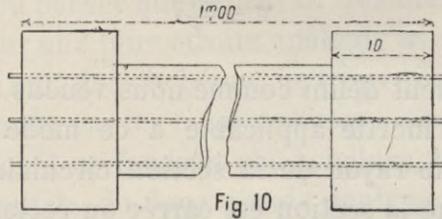
En principe, il doit effectivement y avoir à peu près équivalence entre ces deux résistances. Car l'une et l'autre ne sont que l'expression ou la conséquence d'une même loi : celle qui lie entre eux les allongements ou écartements et la tension qui en est la résultante. De même qu'il existe une relation entre les déplacements causés par la tension et le travail qui en résulte, avec les écartements et les efforts de tension ordinaires.

En tout cas, il semble que l'on pourrait pratiquement admettre les mêmes limites de résistance, prudemment évaluées, c'est-à-dire  $15^k$  à  $20^k$  par centimètre carré, pour la tension comme pour le glissement. Comme il faut ensuite réduire assez notablement ces chiffres pour les ramener au taux de travail normal, on ne court pas grand risque d'avoir à subir des mécomptes. On voit d'ailleurs que, même en prenant des chiffres suffisamment réduits, il ne faut pas de bien grandes longueurs de scellement pour fixer à demeure des barres de

métal dans du béton de bonne qualité, après un pilonnage soigné; surtout lorsque, pour réaliser la section nécessaire de métal, on multiplie les petits diamètres, en augmentant ainsi la surface d'adhérence.

## RÉSISTANCE A LA TORSION

Pour constater les effets produits par la torsion, on avait construit deux cylindres, longs de 1<sup>m</sup>00, avec diamètres de 0.107, armés de 4 fils en acier: le diamètre de ceux-ci était de 0<sup>m</sup>0054 pour le premier cylindre; de 0<sup>m</sup>0076 pour le second;

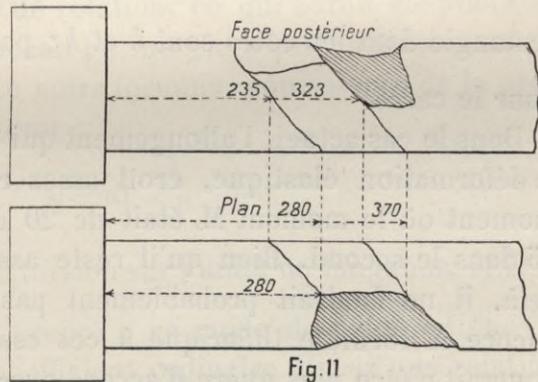


ce qui correspond approximativement à un pourcentage de 1% dans le premier cas, et 2% dans le second (fig. 10).

Des têtes carrées avaient été rapportées pour faciliter la manœuvre de torsion. Le béton était âgé de 7 mois.

Dans les deux cas, les fissures se présentaient d'une manière analogue à celle que représente la fig. 11,

suivant des directions obliques que l'on peut considérer comme étant la conséquence de la déformation spirale que produit toujours la torsion.



## RÉSULTATS CONSTATÉS

Sur la première pièce, le moment de torsion, produit de la force agissant sur les leviers par le bras de ces leviers, était de 45; il était de 50 sur la pièce à pourcentage double. Comme pour les piliers ou poteaux, à compression longitudinale, le pourcentage plus élevé est loin de produire un renforcement équivalent, en ce qui concerne la torsion.

D'après les formules habituellement employées pour la torsion, on doit poser la relation :

$$M = \frac{RI'}{v}$$

M étant le moment défini comme nous venons de le rappeler; I' le moment d'inertie applicable à ce mode particulier de déformation;  $v$  le rayon de la section circulaire, ou la demi-diagonale lorsque la section est carrée ou rectangulaire. R est le travail dans la région qui subit la plus grande fatigue.

On sait que  $\frac{I'}{v}$  est  $\frac{\pi r^3}{2}$  pour le cercle;  $\frac{b^2 h^2}{3\sqrt{b^2 + h^2}}$ , pour le rectangle dont les côtés sont  $b$  et  $h$ ; par conséquent :  $\frac{c^3}{4.2426}$ , pour le carré.

Dans le cas actuel, l'allongement qui a été mesuré et accuse la déformation élastique, croît assez régulièrement jusqu'au moment où le moment M était de 20 dans le premier cas de 25 dans le second. Bien qu'il reste assez régulier encore au delà, il ne faudrait probablement pas chercher à appliquer encore la formule théorique à ces essais extrêmes; car elle pourrait n'être plus guère d'accord avec la réalité.

Ici le diamètre est de 0<sup>m</sup>107; on peut donc établir la relation

$$M = R \times 3.14 \times \frac{0.00125}{16} = 0.00024 R.$$

Lorsque le moment est de 20, le travail maximum R serait donc

égal à  $\frac{20}{0.00024}$ , c'est-à-dire 833 par centimètre carré seulement. Ce chiffre est peu élevé, puisque, avec un moment de 20, on est déjà aux  $\frac{4}{10}$  au moins de la charge de rupture. D'où il faudrait conclure que le béton, même armé, se prête mal aux effets de la torsion.

Ceci n'aurait rien de bien extraordinaire, étant données la composition et la constitution intérieure des bétons, où la matière agglutinante, seule propre à résister à des déformations de ce genre, ne fait que remplir les interstices. Toutefois, on aurait pu penser que le travail résultant de la torsion devait manifester une plus étroite analogie avec celui que produit la tension qui, dans le béton, ne trouve également qu'une résistance atténuée par les mêmes causes.

C'est pourquoi il ne faudrait pas conclure trop hâtivement, d'après les résultats de deux essais seulement; sauf à n'admettre l'intervention des phénomènes de torsion qu'avec une extrême prudence.

Il eût été intéressant de mesurer, non seulement les allongements, mais les angles de rotation, ce qui aurait été plus aisé probablement. Car on aurait pu voir alors quels résultats aurait donnés l'emploi de cette autre formule, équivalente de la première sous une autre forme :

$$M = GI' \times \frac{t}{l}$$

en appelant  $\frac{t}{l}$  l'angle de torsion sur l'unité de longueur, et G le coefficient d'élasticité propre à ce mode de déformation. Ce coefficient est lié au coefficient ordinaire E par une relation simple qu'il est facile d'établir, au moins théoriquement. On aurait ainsi pu, selon les valeurs de G tirées de cette formule, d'après les résultats d'expérience, contrôler celle-ci et comparer les valeurs de G ainsi obtenues avec celles de E applicables à la tension.



ANALYSE  
DES  
CIRCULAIRES & INSTRUCTIONS  
MINISTÉRIELLES

## PROJET DE CIRCULAIRE D'ENVOI

---

On a vu précédemment quelles conclusions pratiques pouvaient résulter des nombreuses expériences exécutées, avec un soin extrême, sous la direction des Commissions. On a pu constater que certaines de ces indications se présentaient avec une constance et une régularité qui permettent d'établir des règles suffisamment assurées; mais qu'à côté de celles-ci subsistent des irrégularités capables de faire soupçonner que les matières hétérogènes, constituant le béton armé, ne se soumettent pas toujours à la rigueur mathématique.

Ces concordances et divergences une fois constatées, on en peut conclure que les calculs résultant des principes généraux de la mécanique sont encore applicables à ce genre d'étude, avec une approximation suffisante pour la pratique; mais qu'il convient de les appliquer en conservant une marge de sécurité assez largement comptée, pour faire face aux divergences inévitables.

Il nous reste à présenter, comme conclusion de cette analyse, les propositions présentées par la Commission, à l'état de simple projet, et les Instructions ministérielles finalement rédigées sur avis du Conseil supérieur des Ponts et Chaussées.

Dans le projet de circulaire, que nous résumons ici très succinctement, sont reproduites les recommandations déjà signalées, connues d'ailleurs de tous les praticiens expérimentés, sur

le choix des matériaux, la grosseur des sables et cailloux, la préparation des mortiers et bétons. Le projet recommande en particulier d'éviter tout excès d'eau, de s'en tenir à la quantité nécessaire pour remplir tous les vides, et de ne pas se contenter de couler le béton; de le damer, pilonner, etc.

1° *Résistance-limite*. — La résistance-limite du béton à la compression étant connue d'après sa composition, on doit, dit la circulaire projetée, la considérer comme réduite, pendant le cours de la première année, conformément aux chiffres proportionnels ci-dessous :

Après	7 jours	28 jours	90 jours	365 jours
	0,33	0,66	1,00	1,50

Si la résistance à considérer est celle qui correspond à trois mois de date après fabrication, à la mise en charge, et si elle est alors représentée par l'unité, elle n'est donc que le  $\frac{1}{3}$  au début, les  $\frac{2}{3}$  après 1 mois. Ensuite elle augmente de 50 %. Cette gradation est utile à observer selon que l'on est contraint de mettre en service après 1 mois seulement, après 3 mois ou même davantage.

*Section plane*. — On fait remarquer que, d'après les observations, les sections planes restent planes après mise en charge et même au delà, conformément aux hypothèses de la théorie courante, ce qui permet d'en appliquer les formules. Toutefois, dans le voisinage des points d'appui, ainsi que dans le voisinage des points où seraient appliqués de forts poids isolés, cette rectitude du plan n'existe plus. Du reste, nous avons eu à signaler plusieurs exemples expérimentaux de ces derniers faits, montrant qu'il est nécessaire de consolider particulièrement les régions ainsi exposées.

*Résistance de tension.* — Le projet de circulaire admettait que la résistance de tension du béton, désignée par  $R_e$  dans nos formules, produit des allongements à peu près réguliers jusqu'à une certaine limite; que le coefficient d'élasticité  $E$  du béton est donc à peu près constant dans cette période. Après quoi, la résistance  $R_e$  devient constante, quel que soit l'allongement, et varie de  $12^k$  à  $16^k$  par centimètre carré pour les bétons composés avec  $300^k$ ,  $350^k$  et  $400^k$  de ciment.

Ces constatations paraissent déduites d'expériences très précises faites, à l'extension seule, sur des prismes de béton ordinaire. S'il en est effectivement ainsi, on n'est cependant pas, croyons-nous, pleinement autorisé à conclure que les mêmes faits se reproduisent nécessairement dans les parties tendues d'une pièce soumise à la flexion, tandis que d'autres travaillent à la compression, surtout dans les pièces armées.

D'après les analyses que nous avons déduites des expériences mêmes exécutées sur ces sortes de pièces, des allongements mesurés, il semble bien qu'il existe, en effet, une sensible résistance  $R_e$  à la tension; qu'elle croit au début, atteint un maximum. Mais au delà, après une période plus ou moins courte pendant laquelle la résistance serait constante, l'intervention de la tension  $R_e$  semble décroître, parfois même assez rapidement.

Le pourcentage paraît avoir une influence assez marquée sur l'accroissement progressif, puis sur la diminution de cette intervention.

Mais, comme les charges qui produisent cette décroissance sont le plus souvent supérieures aux charges normales, sinon aux charges d'épreuves, nous pensons que, si l'on ne redoute pas l'apparition de fissures, on peut effectivement admettre dans les calculs l'existence d'une résistance de tension, à la condition de ne pas lui attribuer une valeur trop élevée. Du reste, cette intervention ne modifie pas les résultats dans une très forte proportion; elle a surtout pour conséquence d'abaisser un peu, en réalité, le travail attribué au métal; ce qui n'offre pas d'inconvénient.

2° *Coefficient E à la compression.* — Il a été bien constaté que, conformément à ce qu'on savait déjà, la valeur du coefficient E à la compression diminue à mesure qu'augmente la pression. On a pu voir que ce fait est aussi manifeste dans les pièces travaillant par flexion que dans celles qui sont soumises à la simple compression.

A mesure qu'on approche de l'écrasement ce coefficient est 2, 3 et 4 fois plus petit que sous les faibles charges. Le projet de circulaire constate encore, conformément à ce qu'on a pu remarquer, que les armatures transversales jouent, dans la résistance à la compression, un rôle beaucoup plus important que l'armature longitudinale.

Il ne sera pas inutile de rappeler à ce propos, d'après toutes les expériences faites sur les piliers ou poteaux par exemple, que, s'il est utile de combattre le gonflement transversal par des ceintures ou ligatures placées à mi-hauteur, il est aussi nécessaire de renforcer les extrémités de la même manière.

Il n'est nullement impossible que les ligatures, verticales ou obliques, que les étriers qu'on intercale dans les pièces soumises à la flexion et qu'on rattache à un cours de barres supérieur, aient pour effet, non seulement d'annuler les efforts tranchants et de cisaillement longitudinal, mais encore de combattre les effets nuisibles du gonflement qui tendrait à se produire dans les parties comprimées.

3° *Poutres à nervures.* — La circulaire projetée devait établir, pour les poutres à nervures saillantes, que la largeur de hourdis à faire intervenir n'est pas la largeur  $b$  égale à l'intervalle entre axes des nervures, mais une largeur réduite :

$$b \times \left(1 - \frac{b^2}{l^2}\right),$$

si  $l$  est la portée des nervures.

Il est effectivement certain que, si l'on considère chaque travée, composée d'une nervure et de deux demi-hourdis, à droite

et à gauche, comme complètement séparée du reste de la construction, les extrémités des ailes horizontales de cette sorte de T ne sont pas aussi étroitement liées à la nervure que les parties centrales; également certain que, si la largeur  $b$  devenait par trop grande, les bords du hourdis travailleraient assez peu. Il est donc prudent, dans ces conditions, de ne compter comme effective qu'une partie de la largeur  $b$ .

Mais ce n'est généralement pas ainsi que se présentent les travées. Le hourdis est continu; si l'on considère la véritable travée de hourdis en plan, elle est encastrée latéralement sur les deux nervures et se comporte comme une pièce continue, ainsi encastrée à chaque extrémité. Dans la partie centrale, on ne voit guère comment pourrait se produire une séparation longitudinale.

On le voit d'autant moins que la portée, dans le sens de l'axe longitudinal, est généralement très grande dans ces hourdis. Une disjonction longitudinale, capable de réaliser l'hypothèse des T simplement accolés, n'est donc guère vraisemblable dans la plupart des cas.

Si, de plus, le hourdis est lui-même armé de barres transversales, comme d'ordinaire, — ce qui n'existait pas dans les expériences, — cette hypothèse devient encore plus difficile à admettre.

Nous demandons, en conséquence, si la formule proposée n'exagère pas, assez sensiblement, la nécessité d'une réduction de la largeur  $b$ ?

Si le hourdis était très mince, si l'écartement entre nervures était très grand, on l'admettrait sans difficulté; et cependant, si l'écartement est effectivement grand, le hourdis serait d'autant plus épais.

D'autre part, on peut ajouter cette remarque: pour mieux observer les conséquences d'un élargissement des ailes, les expérimentateurs avaient donné aux deux pièces à comparer la même largeur de nervure. En réalité, le constructeur aurait élargi celle-ci, s'il avait jugé nécessaire d'augmenter la portée

transversale des hourdis; ce qui aurait rendu moins incertain l'entraînement de tout ce hourdis par la nervure et son armature.

Tout en reconnaissant donc qu'en matière de béton armé on ne saurait pécher par excès de prudence, nous sommes très disposé à croire discutable la proposition du projet; d'autant plus que, jusqu'à présent, avec les proportions habituelles des nervures et du hourdis, on n'avait guère cru nécessaire une semblable réduction, croyons-nous; et que, jusqu'à présent encore, on ne s'en était pas trouvé plus mal.

Les expériences n'ont porté que sur deux exemples de pièces en forme de T soumises à la flexion, avec largeurs  $b$  notablement différentes. La résistance était la même; les différences d'allongements ou de raccourcissements qui ont été relevées peuvent tout aussi bien, semble-t-il, provenir des différences dans le mode de chargement, ainsi que nous l'avons fait observer. Ces deux exemples, assez peu convaincants en ce qui concerne la question actuelle, suffisent-ils bien à justifier la modification proposée?

En tout cas, le projet estime que la réduction par le facteur indiqué ci-dessus par la largeur  $b$  ne doit pas descendre au-dessous de moitié de la largeur réelle. Ceci supposerait que le rapport  $\frac{b^2}{l^2}$  soit de 0.50; c'est-à-dire  $\frac{b}{l}$  égal à 0.70 environ. Il ne doit pas arriver très fréquemment que l'écartement transversal  $b$  se rapproche autant de la portée longitudinale  $l$  des nervures; à moins cependant qu'il n'y ait division par poutrelles transversales, divisant le hourdis en damier; ce qui change complètement la question.

4° *Charges isolées.* — Lorsque le hourdis est chargé en un point d'un fort poids isolé, il convient d'en répartir la charge sur une plus grande surface; à cet effet, il faut deux cours de barres horizontales, perpendiculaires l'un à l'autre. Comme on dit couramment aujourd'hui: il faut, outre les barres de

flexion, des barres de répartition; celles-ci en proportion de moitié environ comparativement aux premières.

« On pourra alors, dit le projet, calculer le hourdis comme si la charge, au lieu d'être concentrée en un point, était uniformément répartie sur la surface d'un rectangle ayant ce point pour centre et ayant une largeur  $e$  dans le sens de la portée du hourdis, et une longueur  $e + \frac{l}{3}$  dans le sens perpendiculaire;  $e$  est la somme des épaisseurs du hourdis, du remblai et de la chaussée;  $l$  est la portée du hourdis. »

Cette règle tient compte, comme on voit, de ce fait qu'un hourdis épais, un remblai et une chaussée par-dessus, répartissent la charge du poids isolé sur une plus grande surface qu'un simple hourdis peu épais.

Comme on ne peut guère procéder qu'empiriquement pour estimer la transmission à travers ces diverses couches, cette règle, nécessairement arbitraire, en vaut une autre, étant fort raisonnable.

5° *Hourdis à quatre nervures.* — Lorsque le hourdis est soutenu par des nervures perpendiculaires l'une à l'autre, soutenu par conséquent sur quatre côtés, le projet admet que, si les deux côtés sont  $l$  et  $l'$ , on pourra calculer de la manière suivante : On prend le moment sur la portée  $l$ , comme s'il n'existait que deux nervures parallèles écartées de  $l$ ; on le multiplie par  $\frac{l'^4}{l^4 + 2l^4}$ .

On prend ensuite le moment sur la portée  $l'$  de la même façon; on le multiplie par  $\frac{l^4}{l^4 + 2l'^4}$ . On en conclut le travail dans chaque sens.

Pour mieux comprendre et contrôler cette façon de procéder, qui est presque aussi empirique que théorique, on peut examiner, par exemple, le cas où le rectangle est un carré, avec  $l$  égal

à  $l'$ . Le moment total, dans l'un ou l'autre sens, serait  $\frac{pl^2}{8}$ , s'il y avait seulement appui. On trouverait de la manière indiquée :

$$\frac{pl^2}{8} \times \frac{l^4}{3l^4}, \text{ ou } \frac{pl^2}{24}.$$

Il serait presque aussi rationnel de dire que la flexion, étant alors répartie également dans les deux sens, le moment dans chaque sens ne doit pas différer beaucoup de la moitié du moment  $\frac{pl^2}{8}$ ; ce qui remplacerait  $\frac{pl^2}{24}$  par  $\frac{pl^2}{16}$ .

La comparaison donnerait des résultats analogues, si l'on admettait qu'il y eût encastrement sur chaque nervure; on trouverait  $\frac{pl^2}{36}$  par les formules ci-dessus, et  $\frac{pl^2}{24}$  par le second mode de calcul, à chaque extrémité. Au milieu, on aurait  $\frac{pl^2}{72}$  dans un cas et  $\frac{pl^2}{48}$  dans l'autre.

Reste à savoir si les deux efforts, compression ou tension, qui résultent de la double flexion, longitudinale et transversale, ne se composent pas en une résultante plus forte que chacun d'eux, et s'il ne serait pas prudent de tenir compte de cette majoration. Il conviendrait assez, en ce cas, d'évaluer largement le moment auquel on doit faire face, plutôt que de le compter trop strictement.

6° *Poteaux*. — Nous devrions ici rapporter d'intéressantes considérations sur les poteaux chargés debout, sur le mode de calcul, etc. Comme elles se reproduiront dans les autres rapports, circulaires et instructions, nous n'y insistons pas ici.

## II

### PROJET DE RÈGLEMENT

---

Comme conséquence des observations qui précèdent, les Commissions avaient rédigé un projet de *Règlement*, rappelant les prescriptions déjà signalées, accompagnées de recommandations qu'il est utile de reproduire.

1° *Fabrication*. — Les fers employés en barres ne doivent être ni de trop gros, ni de trop petit échantillon. En effet, les surfaces de contact, avec forts diamètres, sont plus réduites et l'on peut moins compter sur l'adhérence du béton avec le métal. Avec trop faibles diamètres, il faut multiplier le nombre des barres, et il devient plus difficile de faire pénétrer partout le mortier et le béton; ce qui est extrêmement important.

De même qu'entre les barres, il faut laisser entre celles-ci et le coffrage un suffisant intervalle, d'au moins un centimètre, afin que le métal soit bien revêtu à l'extérieur; de 2 centimètres au moins, si la construction doit être mise à l'abri de l'action possible du feu.

*Coffrages*. — Ceux-ci doivent être absolument rigides pour éviter toute déformation, pour conserver au damage et au pilonnage indispensables toute leur efficacité. Le damage doit se faire par couches peu épaisses relativement aux dimensions. A chaque reprise, il faut nettoyer et mouiller les surfaces; on doit aussi

éviter tout travail par temps de gelée; après achèvement, entretenir l'humidité au moins pendant quinze jours.

Ce sont là des recommandations très terre-à-terre évidemment; elles n'en sont pas moins d'une extrême utilité. Car, comme dira plus loin, avec très juste raison, le Règlement : *Le béton armé ne vaut que par son exécution.*

2° *Limites de travail.* — Conservant toujours les proportions habituelles pour la composition du béton : 300<sup>k</sup>, 350<sup>k</sup>, 400<sup>k</sup> de ciment pour 400 litres de sable et 800 de gravier, le projet estimait que l'on peut attribuer à ces trois séries les résistances limites qui suivent :

Après 28 jours.....	107 <sup>k</sup>	120 <sup>k</sup>	133 <sup>k</sup>
Après 90 jours.....	160 <sup>k</sup>	180 <sup>k</sup>	200 <sup>k</sup>

et proposait d'admettre pour le travail normal :

Compression.....	46 <sup>k</sup>	52 <sup>k</sup>	58 <sup>k</sup>
Cisaillement ou adhérence.....	4 <sup>k</sup> 6	5 <sup>k</sup> 2	5 <sup>k</sup> 8

Les chiffres indiqués pour le travail de compression sont notablement supérieurs à ceux qui ont été admis partout jusqu'à présent. Ils permettraient de faire travailler le métal, principalement dans les hourdis et poutres à section rectangulaire, sur un taux se rapprochant davantage de celui que l'on considère comme normal. C'est ainsi que la Commission demandait que, pour le métal, ce taux fût ainsi fixé :

Fer : 9<sup>k</sup>; Acier : 12<sup>k</sup>.

Le taux de 9<sup>k</sup> pour le fer dépasse le chiffre qu'on admet, même dans les travaux de bâtiment; celui de l'acier est également assez élevé. Sans doute y a-t-il lieu de penser que la Commission a voulu ainsi tenir compte implicitement, et d'une manière quelque peu arbitraire, de la résistance  $R_e$  de tension qui vient, comme on sait, soulager un peu le travail du métal.

La question est de savoir s'il est prudent, en toutes circonstances, de se croire autorisé à augmenter ainsi ce travail du

béton, afin de pouvoir également augmenter celui du métal qui, dans bien des cas, resterait sans cela très inférieur au chiffre normal.

Le projet recommandait d'ailleurs d'abaisser progressivement tous ces chiffres d'une fraction allant jusqu'à 25 %, quand on est exposé à des variations de travail plus ou moins fortes sous des charges variables elles-mêmes.

3° *Calcul des pièces.* — On sait que le calcul théorique se borne en réalité à exprimer trois conditions : équilibre des moments, équilibre des projections et déformation plane. Quelle que soit la manière de les écrire, elles n'expriment pas autre chose. Les expériences ont montré que, dans bien des cas, les résultats sont suffisamment conformes à ces indications théoriques.

Les formules pour les hourdis et sections rectangulaires sont encore relativement simples; pour les hourdis à nervures elles le sont beaucoup moins; c'est pourquoi l'on a toujours cherché à substituer, à ces formules, d'autres plus simplifiées en négligeant certaines conditions accessoires. Il reste nécessaire de fixer certains coefficients, tels que le rapport  $\frac{E}{E'}$  pour les deux matériaux.

*Rapport r des coefficients d'élasticité.* — Comme on ne peut pas toujours les déterminer expérimentalement pour chaque cas; comme il n'est pas certain d'ailleurs que les expériences à la compression simple, — seules réalisables pratiquement, et encore faut-il avoir sous la main les appareils spéciaux; — comme il est même douteux que ces expériences donnent la même valeur si l'on opérerait par flexion, il faut en général se contenter d'une moyenne. La Commission proposait de faire varier ce rapport entre 8 et 15.

En même temps elle autorisait à supprimer toute résistance  $R_c$  du béton à la tension dans les calculs.

Pour les pièces chargées debout, soumises à la seule compression, le projet du Règlement estimait :

Que, pour tenir compte des armatures longitudinales, il fallait remplacer la section  $s$  du métal par une section  $ms$  dont les effets seraient concentrés dans l'axe de la barre. Le coefficient  $m$  varierait de 8 à 15; ce serait sans doute la valeur du rapport  $r$  ou  $\frac{E}{E'}$  suivant qualité du béton;

Que, pour tenir compte du renforcement produit par les armatures transversales, on doit multiplier la résistance indiquée précédemment par le coefficient :

$$1 + m' \times \frac{v}{V}$$

$V$  et  $v$  étant les volumes respectifs du béton et de l'armature métallique pour une même longueur de poteau.

Le coefficient  $m'$  devrait varier de 8 à 32 suivant le nombre, la force, la disposition des armatures.

Cet écart laisse un vaste champ libre à l'appréciation du praticien; à quoi l'on ne doit guère trouver d'inconvénient grave.

Mais, pour éviter toute fissuration, le travail ne doit, en aucune partie, excéder les 0.62 de la résistance qu'on attribue au béton non armé : « Cette limite ne sera jamais dépassée, quelque élevés que soient le pourcentage du métal et la résistance à l'écrasement. »

On serait donc autorisé, moyennant armatures, à atteindre presque les 2/3 de la limite d'écrasement observée pour le béton sans armature.

4° *Pièces chargées debout.* — Pour combattre le flambement des piliers, colonnes, poteaux, on se servira, dit encore le projet, des formules théoriques ordinaires, d'Euler ou de Navier, en introduisant, pour le coefficient d'élasticité qui y figure, une valeur arbitraire égale à  $1.5 \times 10^9$ . Ces formules déterminent, comme on sait, la limite où commence le flambement, prompt-

ment suivi de rupture. Afin de se ménager la marge nécessaire de sécurité, on en prendra la fraction représentée par  $\frac{1}{3.5}$ .

De plus, il ne faut pas, par ce mode de calcul, excéder les 0.62, 0.55, 0.50, 0.44, 0.40, 0.37 de la résistance propre exigée pour le béton non armé, lorsque le rapport de la longueur du poteau à sa moindre dimension transversale sera égal à 10, 12, 13, 15, 17, 20.

On peut constater que tout est bien minutieusement prévu par cette prescription. Comme il faut effectivement diminuer le travail à mesure que s'allonge le poteau, nous dirons, ainsi que nous l'avons déjà fait : cette règle en vaut une autre.

Toutefois, une dernière prescription viendra souvent abrégier l'établissement de ces réductions indispensables; car il est dit que, *dans le cas où le rapport de la hauteur à la plus petite dimension n'excède pas 20, et si l'on se borne à un travail de 50<sup>k</sup> par centimètre carré sur le tout, on n'aura plus besoin de recourir à aucun calcul destiné à évaluer la limite de flambement.*

Ceci est simple et pratique. Il serait prudent, toutefois, de bien examiner si cette limite de 50<sup>k</sup> est bien celle qui convient plus particulièrement, dans tous les cas et toutes les conditions de la pratique.

5° *Compression longitudinale et flexion.* — Lorsque la pièce est soumise simultanément à la compression et à la flexion, on commencera par fixer la position de l'axe neutre, au moyen des deux relations d'équilibre bien connues dont il a déjà été parlé, en admettant le chiffre 15 pour le rapport  $r$ , ainsi qu'il a été dit.

Cet axe étant placé, les efforts de compression sur le béton, de tension sur le métal, seront connus et devront être réglés sur les données proposées par la commission; la compression maxima, notamment, sera  $R \times \left(1 + m' \frac{v}{V}\right)$ , comme il a été dit, si  $R$  est le travail normal du béton non armé.

La section des armatures transversales ou obliques doit être

calculée de telle façon que « la somme des composantes verticales des résistances à la traction de celles qui existent dans tout tronçon de la pièce de longueur  $\Delta l$ , soit capable de résister à l'effort  $\frac{T \Delta l}{h}$ , T étant l'effort tranchant moyen qui peut se produire dans le tronçon considéré ».

Toutefois, dans les hourdis, on pourra tenir compte de la résistance du béton au cisaillement et réduire en conséquence, soit même supprimer les armatures transversales.

Evidemment, ceci doit s'entendre des hourdis peu chargés et qui n'ont pas à porter de trop lourds poids isolés.

### III

## RAPPORT DE LA COMMISSION NOMMÉE PAR LE CONSEIL GÉNÉRAL DES PONTS ET CHAUSSÉES

---

On a vu précédemment avec quelle précision la Commission demandait que fussent rédigés les *Circulaires* et *Règlements* qui devaient à l'avenir servir de guides aux constructeurs. Il est incontestable que la plupart de ces prescriptions, basées sur de nombreuses expériences, sont fort sages; toutefois elles devaient nécessairement refléter les conceptions personnelles de certains membres, d'une haute compétence, et dont l'autorité devait peser d'un grand poids sur leurs collègues.

Il y eut du reste, comme il arrive presque inévitablement, une majorité et une minorité; ce qui implique quelques divergences d'opinion; et les projets de réglementation ne pouvaient être que l'expression des opinions de la majorité.

Inspiré par une largeur d'esprit éminemment sage, le Conseil général a, dès le début, estimé que les prescriptions officielles, réduites à des observations aussi brèves que possible, devaient se borner à de simples *Instructions*, et a supprimé le titre plus absolu de « Règlement ». De même il jugea qu'il suffisait d'insérer dans la circulaire projetée les Conseils ou Explications qu'il paraîtrait utile de donner.

Cette prudente réserve est d'autant mieux justifiée que, comme disait le Rapporteur :

« Si le béton armé est de plus en plus apprécié dans ses effets, il est encore bien imparfaitement connu dans ses causes. Plus on y réfléchit, plus on sent qu'il y a là nombre de phénomènes qui demeurent obscurs. »

Il n'est donc que sage, en effet, de s'en tenir à des indications générales, d'écarter toute précision par trop minutieuse et trop absolue ; et nous ajouterons : sage de compter toujours assez largement pour se mettre en garde contre les imprévus et les écarts possibles.

*Coefficients d'élasticité.* — Deux membres, parmi les plus autorisés de la Commission, étaient venus tout d'abord présenter au Conseil des observations concernant la valeur qu'il conviendra d'attribuer définitivement à ce rapport  $r$  des coefficients d'élasticité, qui joue un rôle presque prépondérant dans la théorie comme dans les calculs à effectuer pratiquement. D'après les nombreuses expériences faites par eux-mêmes ou à l'étranger, on doit, disaient-ils, admettre la valeur 10, avec composition ordinaire du béton, jusqu'au moment où le béton travaille à raison de 60<sup>k</sup> de compression par centimètre carré.

Une autre partie de la Commission ne partageait pas absolument cette manière de voir. Toutes les opinions entendues, le Rapporteur se mit à l'œuvre pour préparer, *non sans de fréquents scrupules*, les projets d'instructions et de circulaire qu'il devait soumettre à l'examen du Conseil.

1° *Travail normal des matériaux.* — On a vu quelles étaient les résistances-limites que l'on jugeait convenable d'attribuer au béton, d'après âge et composition. Il s'agissait de fixer la proportion suivant laquelle se réglerait *le travail considéré comme normal*.

La Commission avait proposé, après 90 jours, suivant la proportion du ciment :

Le Conseil s'en tenait, moyennant une légère réduction, à

44<sup>b</sup>8            50<sup>k</sup>4            56<sup>k</sup>,

admettant ainsi une fraction de 28<sup>o</sup>/o par rapport aux charges-limites.

« Mais, dit le rapport, *ce n'est pas sans hésitation* que nous avons suivi la Commission sur ce point. Ce taux de fatigue, de 28<sup>o</sup>/o de la résistance après 90 jours, est élevé, beaucoup plus élevé que les chiffres similaires admis dans d'autres règlements, notamment dans les règlements allemands ou suisses. »

Le Conseil fait toutefois cette concession aux instances de plusieurs membres de la Commission, et accepte même la majoration dont il a été déjà parlé, laquelle tient compte des armatures longitudinales et transversales. On a vu que cette majoration se fait au moyen du coefficient  $1 + m \frac{v}{V}$  qui tient compte du nombre et de la disposition des armatures.

Du reste il laisse aux constructeurs le soin de donner à  $m$  la valeur qu'ils jugeront le plus convenable; son but étant principalement d'attirer leur attention sur l'importance des armatures.

Nous regrettons de ne pas voir distinctement si ce mode d'estimation, qui s'applique certainement au béton armé des poteaux et pièces chargées debout, travaillant à la simple compression, doit également s'appliquer à la compression des parties de béton armé, travaillant également à la compression, mais dans les pièces soumises à la flexion.

Il nous semble que la concession, avec les écarts qui en résulteraient relativement aux données actuelles, serait alors excessive; c'est pourquoi elle ne paraît guère vraisemblable pour cet autre cas.

Il serait d'ailleurs bon de placer ici l'observation suivante: dans le cas de simple compression longitudinale, il est incontestable que les armatures transversales, les frettes, etc.,

renforcent notablement les poteaux ou piliers, et que ce renforcement croît avec l'importance du frettage.

En est-il tout à fait de même pour la partie du béton comprimée dans la flexion? Cela n'est pas aussi certain. En tout cas, pour la pièce sur deux appuis par exemple, les efforts tranchants et de glissement longitudinal étant faibles au milieu de la portée, les ligatures transversales y sont plus espacées. Il n'y a donc aucune raison de majorer sensiblement le travail normal de compression dans cette région. C'est cependant celle où les efforts de compression et tension atteignent leur maximum; et c'est d'après ces efforts que se règlent la section du béton et celle du métal.

D'où il nous paraît résulter que la règle ci-dessus indiquée ne devrait pas s'appliquer au cas de flexion.

2° *Rapport des coefficients d'élasticité; son influence sur les résultats calculés.* — Revenant, après les incidents signalés, à la détermination du rapport  $r$  des coefficients d'élasticité, le rapport fait remarquer que, si plusieurs membres de la Commission demandent une valeur de 10, en France, en Suisse, en Allemagne, en Belgique on admet de préférence la valeur 15. La circulaire projetée admettait un chiffre variable de 8 à 15 suivant les dispositions des armatures.

Le rapport paraît incliner assez volontiers vers cette dernière solution qui, estime-t-il, régularise mieux le coefficient de sécurité. Il fait toutefois observer qu'en adoptant le chiffre maximum de 15, on avait quelques chances d'augmenter l'exagération — s'il y a quelque exagération — du travail normal attribué au béton.

« Il est *vraisemblable*, dit-il, qu'avec ce dernier chiffre on attribue *souvent* au métal une influence plus grande que la réalité, et au béton une influence trop faible; de sorte que celui-ci supportera en réalité une fatigue plus grande que celle que supposent les calculs. »

On voit que le rapporteur se garde avec grand soin d'être

trop affirmatif en ces questions qui, malgré les simplifications admissibles, restent encore très complexes en raison des éléments trop nombreux qui y interviennent. Cette prudence est donc loin d'être exagérée.

Pour le moment nous n'insisterons pas sur l'influence réelle que peut exercer la variation du rapport  $r$ ; nous y reviendrons avec de plus amples détails par la suite en recherchant également l'influence qu'exercent les variations des divers éléments plus ou moins arbitraires.

3° *Coefficient de sécurité.* — Il est encore d'autres distinctions que le rapport du Conseil fait très justement ressortir; par exemple : il ne conviendrait pas, dit-il, de fixer une fois pour toutes, et pour tous les genres de pièces, *un coefficient uniforme de sécurité*; il ne s'ensuivrait nullement qu'on obtiendrait ainsi la même sécurité dans les différents cas; bien au contraire.

« Supposons, dit-il, une colonne en béton armé où, d'après les calculs de résistance, le béton travaille à raison de 50 kilos par centimètre carré, tandis qu'un cube du même béton armé se romprait, après 90 jours, sous une charge de 200 kilos.

« On dira que le coefficient de sécurité est 4. Mais ce n'est là qu'un coefficient conventionnel, le seul en général qu'on puisse fixer et dont il faut, par suite, se contenter dans la pratique. Le vrai coefficient de sécurité ne pourrait s'obtenir qu'en rompant non plus un cube de béton non armé, mais la colonne elle-même.

« Or, il est probable que, même abstraction faite du flambage que nous supposons combattu, la colonne se romprait sous une charge autre que le cube de béton... »

Ici intervient l'utilité, estime le Conseil, de faire intervenir le rôle plus ou moins efficace des armatures, leur disposition, leur nombre, leur répartition, etc., ainsi qu'il a été dit précédemment.

Nous rappellerons également que le mode de chargement, la superposition des modes de travail : compression simple, ten-

sion, flexion avec compression et flexion, tendance au flambage, interviennent encore pour modifier les conditions réelles de sécurité; et il nous paraît légitime de dire, une fois de plus, que, devant toutes ces complications, il est sage, non pas de limiter strictement ni étroitement la marge de sécurité, mais au contraire de la compter très largement, en laissant une part assez notable à l'appréciation personnelle de toutes ces circonstances.

On a vu, d'après la prudente et en même temps tolérante réserve des *Indications* du Conseil, que celui-ci reconnaît très explicitement cette nécessité.

#### IV

## CIRCULAIRE MINISTÉRIELLE AUX INGÉNIEURS EN CHEF

---

Ayant résumé ces discussions préliminaires, il nous reste à indiquer brièvement les principales instructions officielles concernant l'emploi du béton armé, telles qu'elles sont finalement sorties de ces divers examens et débats.

*Travail normal des matériaux.* — La circulaire admet que les résistances limites du béton étant, comme il a été indiqué, fixées suivant composition d'après le tableau suivant :

Proportion de ciment.....	300 <sup>k</sup>	350 <sup>k</sup>	400 <sup>k</sup>
Après 28 jours.....	107 <sup>k</sup>	120 <sup>k</sup>	133 <sup>k</sup>
Après 90 jours.....	160 <sup>k</sup>	180 <sup>k</sup>	200 <sup>k</sup>

le travail normal est réglé au  $\frac{1}{4}$  pour sécurité, dans la 1<sup>re</sup> série ;  
aux 0.28 pour la seconde, et devient :

Après 28 jours.....	27 <sup>k</sup>	30 <sup>k</sup>	33 <sup>k</sup>
Après 90 jours.....	44 <sup>k</sup>	50 <sup>k</sup> / <sub>4</sub>	56 <sup>k</sup>

« L'industrie privée qui, en France, plus qu'ailleurs, se règle sur les préceptes administratifs, même pour les constructions privées, a à gagner à la *hardiesse de ces prescriptions qu'elle appliquera d'ailleurs sous sa responsabilité.*

« *Les ingénieurs de l'État ne sont pas tenus d'aller jusqu'à*

*l'extrême limite de ce que permet le règlement. Ils peuvent se tenir au-dessous. »*

Tant il est vrai que charité et prudence bien ordonnées commencent par soi-même.

La Circulaire rappelle judicieusement que la véritable sécurité provient avant tout du soin apporté intelligemment à la fabrication du béton armé.

*Travail du béton à l'écrasement.* — La résistance à l'écrasement, lorsque le béton est consolidé par armatures, est ainsi accrue et peut être calculée en multipliant par le coefficient

$$1 + \frac{mv}{V},$$

défini comme il a été déjà dit.

Avec armatures ou ligatures ordinaires, la valeur de  $m$  varie de 8 à 15, selon que leur écartement est égal seulement à la plus petite dimension de la pièce, ou n'est que le  $\frac{1}{3}$  de cette dimension.

Lorsque la pièce est *frettée* par des spires suffisamment rapprochées, la valeur de  $m$  varie de 12 à 32 :

a. Selon que l'écartement des spires est égal aux  $\frac{2}{5}$  de la plus petite dimension transversale ;

b. Ou égal au  $\frac{1}{5}$  de cette dimension, mais la compression ne dépassant pas  $50^k$  par centimètre carré ;

c. Ou encore égal à  $\frac{1}{8}$  de cette dimension, si la compression atteint  $100^k$ .

Cette règle un peu compliquée ne semble s'appliquer, nous l'avons dit, qu'aux poteaux isolés, et non à la compression des pièces soumises à la flexion. Bien que cette distinction ne soit pas explicitement spécifiée, elle nous paraît néanmoins des

plus vraisemblables, d'après les motifs que nous avons exposés.

En aucun cas, la limite de fatigue ne peut pas dépasser les 0.60 de la résistance du béton non armé, telle qu'elle a été fixée antérieurement.

« Cette disposition a pour effet de se tenir, dans tous les cas, à une limite de fatigue qui ne dépasse pas la moitié de la pression qui commence à provoquer la fissuration superficielle du béton armé et qui, d'après les expériences de la Commission, dépasse, suivant les cas, de 25 à 60 % celle qui produit l'écrasement du béton armé. »

Cette dernière recommandation, un peu compliquée comme la précédente, doit, semble-t-il, se trouver détournée de son véritable sens par une faute d'impression. Il faut, croyons-nous, entendre que la pression capable d'engendrer les premières fissurations dans le béton armé ou fretté est déjà supérieure à celle qui produirait l'écrasement dans le même béton *non armé*.

Il est évident que la circulaire n'a nullement l'intention de recommander qu'on dépasse de 25 à 60 %, en toutes circonstances, la limite d'écrasement du béton, même armé.

*Rapport des coefficients d'élasticité.* — La circulaire, écartant toute formule empirique, estime que la théorie fournit des formules plus sûres. Pour établir celles-ci, on commencera par substituer « à chaque section hétérogène une section fictive ayant même masse que la section hétérogène réelle, en attribuant aux parties de la section formée par le béton une densité 1 et aux parties formées par les armatures *longitudinales* une certaine densité  $m$  ».

Les armatures *transversales* sont mises à part.

Ce coefficient  $m$  devrait, en principe, être le rapport  $r$  du coefficient d'élasticité. Mais ce rapport est extrêmement variable; de plus, s'il est déterminé d'après les expériences sur le béton non armé, il n'est pas absolument prouvé qu'il soit également applicable au béton armé.

La circulaire conclut qu'on pourrait, faute de mieux, faire

varier  $r$  entre 8 et 15; le minimum correspondant au cas où les barres longitudinales ont un diamètre égal au  $\frac{1}{10}$  de la plus petite dimension; le maximum pour le cas où ce diamètre n'est plus que le  $\frac{1}{20}$ , avec espacement des ligatures ou armatures transversales égal au  $\frac{1}{3}$  de la plus petite dimension.

Tout ceci semble aussi quelque peu compliqué; or les expériences mêmes ont montré, on doit s'en souvenir, que l'armature longitudinale ne joue qu'un rôle tout à fait secondaire. (Nous admettons, bien entendu, qu'il s'agit ici des poteaux et autres pièces chargées debout.)

La Circulaire fait encore remarquer que l'on prend souvent le chiffre 15 pour valeur de  $r$ . « On attribue ainsi, dit-elle, dans beaucoup de cas, au métal une part de résistance supérieure et au béton une part inférieure à celles qui se produisent réellement. Il s'ensuit qu'on peut avoir des déboires en ce que la compression du béton est, en fait, supérieure à celle qu'on a admise et que le coefficient de sécurité, en ce qui le concerne, est inférieur à celui qu'on voulait admettre. »

Si l'on entend appliquer cette observation aux seuls poteaux et aux armatures longitudinales, son exactitude est « vraisemblable », comme disait le Conseil. Mais elle ne tirerait pas à grande conséquence si, pour les pièces chargées debout, on ne considère l'armature longitudinale que comme un moyen auxiliaire d'empêcher les dislocations obliques et comme ne prenant, dans la résistance à la compression, qu'une part presque négligeable. C'est du reste ce que les expériences faites tendaient à prouver.

Si l'on devait, au contraire, trop généraliser l'observation et l'appliquer à tous les genres de pièces, celles entre autres qui travaillent par flexion, l'exactitude en serait alors moins bien établie.

Aussi nous semble-t-il plus sûr de s'en tenir à la tolérance,

qu'indique d'ailleurs la circulaire même, et qui permet à chacun de faire varier le rapport entre 8 et 15, suivant les cas.

4° *Formules théoriques : poutres et arcs.* — La circulaire indique de nombreuses formules pour les pièces chargées debout et simplement comprimées, ou comprimées et travaillant par flexion; pour les poutres encastrées, pour les arcs; pour les hourdis ou pièces rectangulaires, les hourdis à nervures, etc. Quelques-unes sont simples, d'autres très compliquées parce que l'on a cherché, très consciencieusement, à tenir compte de tous les éléments, nombreux et hétérogènes, de chacune de ces questions.

En ce qui concerne les arcs et les pièces encastrées, on pourra, par approximation, faire usage des formules habituelles, qui serviront à déterminer les efforts intérieurs.

Pour cela on pourra admettre, ainsi que pour les pièces métalliques, le *même coefficient d'élasticité à l'extension comme à la compression*.

C'est évidemment une simplification avantageuse dans les calculs, qui peut paraître nécessaire d'ailleurs puisque nous ne pouvons guère la remplacer par d'autres procédés plus rigoureusement exacts. Toutefois nous devons rappeler que, d'après les expériences, elle semble ne donner que des résultats un peu approximatifs, même dans le cas simple de la pièce posée sur deux appuis. Nous aurons à revenir sur ce sujet.

La Circulaire admet également que l'on peut calculer le travail des matériaux en supprimant toute résistance à la tension du béton, hypothèse défavorable; « tandis qu'il serait excessif de se placer dans cette même hypothèse pour la recherche des déformations générales ».

Par déformations générales il ne faut sans doute entendre que les déformations à faire intervenir dans le calcul des réactions d'appui pour les pièces à plusieurs travées, pour les pièces à encastremets, comme dans celui des flèches, etc. A titre approximatif, ainsi qu'il est indiqué, cela peut suffire. En tout

cas, l'Administration acceptera cette interprétation dans les calculs justificatifs.

Il n'en serait plus tout à fait de même si, pour la pièce sur appuis simples, on voulait calculer la position de l'axe neutre par exemple, au moyen de la même simplification. Le résultat pourrait être assez différent de la réalité. Mais, comme nous n'attachons pas à cette détermination une importance de premier ordre, nous aurions tort de trop insister.

Les formules indiquées par la Circulaire ne sont d'ailleurs que la conséquence des conditions mécaniques de l'équilibre : équation des projections, équation des moments, déformation plane. Seulement on y fait intervenir l'action du métal, concurrentement avec celle du béton, en multipliant la section métallique par le rapport  $r$  des coefficients d'élasticité, tel qu'on l'a choisi ou déterminé d'après les indications précédentes.

5° *Largeur réduite de travée; hourdis posés sur quatre côtés.* — Conformément aux Projets présentés par les Commissions, la Circulaire admet que la largeur réelle  $b$  de la travée doit être réduite; celle que l'on adoptera ne devrait pas excéder le tiers de la portée des nervures, ni les  $\frac{3}{4}$  de leur écartement.

Dans le cas où le hourdis serait maintenu sur ses quatre côtés, le moment de flexion devrait être réduit, dans chaque sens, au moyen du coefficient

$$\frac{1}{1 + \frac{2L'^2}{L^2}}; \text{ ou } \frac{1}{1 + \frac{2L^2}{L'^2}};$$

où  $L$  et  $L'$  sont les deux portées.

*Pièces chargées debout.* — Pour se mettre en garde contre la tendance au flambement des pièces chargées debout, la Circulaire admet également qu'on pourra faire usage de la formule de Rankine mise sous la forme que nous avons précédemment indiquée, et que nous allons rappeler de nouveau :

$$\frac{N}{\omega} \times \left( 1 + \frac{Kl^2}{10000 \rho^2} \right) < R.$$

La compression longitudinale  $N$  agit sur la section  $\omega$  de la pièce;  $l$  est sa longueur;  $\rho$  le rayon de giration;  $R$  est le travail normal à la compression.

Le coefficient  $K$  est de 4, 1, 1/2, 1/4, suivant que la pièce est encastrée à un bout, entièrement libre à l'autre; articulée aux deux bouts; encastrée à un bout, libre à l'autre; encastrée aux deux bouts.

Pour les grandes longueurs, le terme égal à l'unité devenant négligeable, on peut poser simplement

$$\frac{N}{\omega} \times \left( \frac{Kl^2}{10000 \rho^2} \right) < R.$$

La valeur moyenne de  $R$ , à la compression simple, serait de  $60^k \times 10^4$ .

Lorsqu'une flexion sensible s'ajoute à la compression longitudinale, on peut faire usage de la formule ainsi modifiée :

$$\frac{N}{\omega} \times \left( 1 + \frac{Kl^2}{10000 \rho^2} \right) + \frac{Mn}{I} < R.$$

C'est la formule ordinaire, dans laquelle on donne au terme  $\frac{N}{\omega}$  plus d'importance, pour continuer à se mettre en garde contre toute tendance au flambement.

6° *Observations diverses.* — La Circulaire accepte sans modifications les formules déjà indiquées dans les précédents rapports, pour la répartition des poids isolés sur des surfaces de quelque étendue; sur la façon d'établir les moments de flexion pour les hourdis soutenus par quatre nervures qui les découpent en rectangles. Il n'y a donc pas lieu d'y revenir.

Elle indique également des formules pour calculer l'effort de glissement auquel l'adhérence entre métal et béton doit être capable de résister. La limite d'adhérence a été indiquée antérieurement; comme elle est assez variable en réalité, suivant composition, fabrication, âge du béton, on fera bien, croyons-nous, de ne compter que sur une assez faible fraction de cette limite.

L'effort de glissement comme l'effort tranchant se déterminent par les procédés bien connus; il n'y a donc rien de nouveau à introduire dans cette question. La Circulaire fait d'ailleurs remarquer avec raison que, si les ligatures des fers entre eux peuvent renforcer les effets de l'adhérence, il est toujours prudent de ne se fier qu'à cette dernière, sans tenir compte de la ligature.

Pour la tendance au flambement, la Circulaire tolère qu'on fasse usage, non seulement des formules théoriques, d'Euler ou de Navier, mais également, si l'on préfère, de la règle empirique de Rankine qui diffère peu, d'ailleurs, des autres règles du même genre.

Enfin la Circulaire conclut par cette dernière remarque, qui est l'expression la plus sage et la mieux justifiée de l'exacte vérité : *Le béton armé ne vaut que par la perfection de son exécution.*

Nous l'avions citée auparavant; elle mérite qu'on la rappelle une seconde fois.

## INSTRUCTIONS RELATIVES A L'EMPLOI DU BÉTON ARMÉ

---

Ces instructions résument les observations déjà présentées dans les rapports, les projets de circulaires, les circulaires officielles.

Il reste entendu d'abord que les ouvrages en béton doivent être calculés d'après les mêmes surcharges et soumis aux mêmes épreuves que les ouvrages en matériaux ordinaires.

1° *Travail des matériaux.* — A la compression, la charge normale du béton armé sera les 0.28 de la charge qui écrase le béton non armé, en cubes de 0<sup>m</sup>20.

Nous pensons que cette règle s'applique plutôt aux pièces travaillant à la seule compression, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer. La suite confirme cette manière de voir; les instructions ajoutent : lorsque le béton sera fretté ou bien armé transversalement, on pourra majorer le travail normal « dans une mesure plus ou moins large », suivant qu'on pourra attribuer, à ce mode d'armature transversal, une plus ou moins grande efficacité.

Nous préférons cette indication un peu élastique à la précision quelque peu exagérée des rapports antérieurs.

Ici on ajoute, comme précédemment, qu'on ne doit, en tout cas, pas dépasser les 0.60 de la résistance limite du béton non armé.

Au cisaillement, au glissement longitudinal, béton sur béton, ou béton sur métal, on n'attribuera qu'une résistance normale égale aux 0.10 de celle qui a été posée plus haut pour la compression simple. Sous cette forme, simple elle-même, la prescription est claire et se justifie d'elle-même.

Pour le métal employé, le travail normal, tension ou compression, n'excédera pas la moitié de la limite apparente de l'élasticité. Quand l'ouvrage sera exposé à des chocs, efforts de sens alternés, etc., on s'en tiendra aux 0.40. — C'est la règle habituelle.

D'une manière générale, lorsque l'ouvrage est exposé à de fortes variations de travail, à des causes de fatigue ou d'affaiblissement dont les calculs ne peuvent guère tenir compte, tous ces chiffres doivent être abaissés dans une proportion qui ne peut toutefois pas excéder les 0.25 des valeurs ci-dessus indiquées.

De même on doit tenir compte des dilatations ou raccourcissements dus aux variations de température, aux effets de retrait que peut produire la prise du béton, lorsque ces divers effets ne peuvent se produire librement par suite des conditions d'établissement.

2° *Calculs théoriques.* — Dans les calculs de résistance, on ne devra pas employer de formules simplement empiriques; celles auxquelles on aura recours doivent être établies d'après les principes de la mécanique et de la résistance des matériaux.

On y peut faire intervenir la résistance à la tension du béton, lorsqu'on veut évaluer les déformations, telles que les flèches par exemple. « Pour déterminer la fatigue locale dans une section quelconque, cette résistance sera considérée comme nulle dans la section. »

En ce qui concerne les flèches, dont le calcul ne peut être ici que largement approximatif, la contradiction des deux hypothèses n'entraînerait pas de désaccord bien grave. Si, par évaluation des déformations, on devait entendre également la

détermination de l'axe neutre, de sa position, l'écart qui en résulterait pour l'estimation du travail des matériaux pourrait être assez notable, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer. Peut-être cet article est-il donc sujet à quelque interprétation restrictive.

On devra s'assurer, ajoutent les Instructions, que la pièce chargée debout n'est pas exposée à flamber. *Cette vérification peut être considérée comme inutile si le rapport de la hauteur au plus petit côté est inférieur à 20; le travail est alors réglé simplement d'après les indications données plus haut pour la compression.*

3° *Exécution des travaux.* — Les coffrages et arrimages d'armatures doivent être assez rigides pour résister aux charges et aux chocs.

Sauf cas exceptionnels, n'employer que le ciment à prise lente, damé avec grand soin par couches d'épaisseur proportionnée aux dimensions des matériaux, aux intervalles entre armatures; cette épaisseur ne doit pas excéder 0<sup>m</sup>05 après damage, à moins qu'on n'emploie des cailloux. Laisser entre les parois et l'armature un intervalle suffisant pour y faire pénétrer le béton, même en n'employant que le mortier; il faut au moins 15 à 20 millimètres pour envelopper convenablement le métal.

Si l'on fait usage de fers profilés, on doit prendre des dispositions spéciales afin que le béton pénètre partout, notamment dans les angles rentrants.

Quand le travail s'est trouvé interrompu, ce qu'on doit éviter autant que possible, il est indispensable de nettoyer à vif, de mouiller le béton ancien jusqu'à ce qu'il soit parfaitement imbibé, avant de rapporter le béton frais.

Interrompre au temps de gelée, à moins de recourir à des procédés spéciaux, d'efficacité certaine. Après reprise, démolir tout ce qui aurait été atteint par la gelée et raccorder avec les précautions exigées ci-dessus.

Après achèvement, entretenir pendant quinze jours au moins l'humidité du béton ; attendre une prise suffisante pour que le béton soit déjà en état de supporter les premiers efforts, décoffrer et décinturer sans chocs.

Les épreuves à faire subir aux ouvrages ne diffèrent en rien des essais ordinaires.

Ces *Instructions* sont rédigées sous une forme très claire, très prudente, sans précision exagérée ou inutile, laissant à l'initiative de chacun le champ auquel il a droit, et se bornant à indiquer les limites qu'il ne convient pas d'outrepasser ; n'insistant d'une manière expresse et formelle que sur les recommandations qu'on ne saurait négliger sans imprudence.

En un mot, elles sont conçues dans un esprit de sagesse, de modération, — on pourrait dire de discrétion — d'autant plus méritant qu'elles s'appuient sur une plus haute compétence qui refuse de se montrer autoritaire sans nécessité ; elles sont inspirées d'un sentiment vraiment libéral dans la meilleure acception du mot, qu'on n'a pas le droit de méconnaître et qu'on ne saurait trop louer.

Nous avons dû, au cours de cette analyse, non pas critiquer, mais discuter certaines affirmations, prescriptions, réglementations des rapports, que nous jugions, à tort ou à raison, inutilement péremptoires et qui ne nous semblaient pas toujours suffisamment justifiées. Le sujet, de sa nature même, ne paraît pas se prêter à des précisions aussi rigoureusement assurées.

On ne peut que se féliciter de voir que les *Instructions* définitives ramènent toutes choses à leur juste mesure et à leurs véritables proportions.



HOURDIS A NERVURES

TABLEAUX  
NUMÉRIQUES & GRAPHIQUES

## HOUDIS A NERVURES

---

Afin d'abrégier les calculs nécessaires pour déterminer les sections du métal et du béton, les tableaux numériques suivants donnent la solution toute calculée au moyen des formules théoriques, suivant les valeurs qu'on attribue aux deux quantités arbitraires  $r$  et  $R_c$ ; suivant les valeurs que l'on croit pouvoir adopter pour le travail  $R_m$  du métal et le travail  $R_c$  du béton.

Pour cela on peut mettre les trois conditions théoriques déjà employées à plusieurs reprises, sous la forme suivante, en appelant :

$\delta$  le rapport  $\frac{rR_c}{R_m}$ ;

$h$  la hauteur comprise entre les barres et la face supérieure ;

$v'$  et  $v''$  les distances de l'axe neutre à ces deux extrémités ;

$M$  le moment de flexion que l'on veut équilibrer ;

$\beta$  le rapport entre la largeur de nervure et  $b$  ;

$b$  la largeur de travée :

$$v' = h \times \frac{\delta}{1 + \delta}; \quad v'' = h \times \frac{1}{1 + \delta};$$

$$h = \sqrt{\frac{M}{b}} \times (1 + \delta) \times \sqrt{\frac{6}{(3 + 2\delta)\delta R_c - 3\beta R_c}} = \sqrt{\frac{M}{b}} \times (1 + \delta) \times K;$$

$$\omega = K \sqrt{Mb} \times \frac{\delta R_c - 2\beta R_c}{2R_m}.$$

## RAPPORT ENTRE ÉCARTEMENTS ET PORTÉES

Ces formules ont été simplifiées en supposant que l'épaisseur du hourdis  $e$  est peu différente de  $v'$ . Un écart peu prononcé n'influerait pas très sensiblement sur l'exactitude des formules, puisque les parties voisines de l'axe neutre, soit sur la nervure, soit sur le hourdis, ne supportent que de très faibles efforts.

Pour que la valeur de  $v'$  fût sensiblement égale à  $e$ , la condition à remplir serait la suivante.

L'épaisseur totale  $e$  du hourdis peut être, en moyenne largement comptée, calculée par la relation

$$e = 0.007 \times \sqrt{M'}$$

Si  $M'$  est le moment de flexion maximum sur ce hourdis; moment qui est généralement représenté par  $\frac{pb^2}{10}$ , en admettant un encastrement partiel sur les nervures saillantes, tel qu'on l'obtient par exemple en relevant une partie des barres de tension vers les extrémités.

Si, d'après les tableaux qu'on va établir, on remarque que  $v'$  peut s'écrire sous la forme  $K_1 \sqrt{\frac{M}{b}}$ ,  $M$  étant le moment sur la portée  $l$ , on en conclut qu'il faudrait satisfaire la condition

$$e = 0.007 \sqrt{\frac{pb^2}{10}} = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = K_1 \sqrt{\frac{pl^2}{8b}}$$

en appelant  $p$  la charge par mètre superficiel. En réalité, elle est un peu moindre sur le hourdis que sur l'ensemble, puisque celui-ci est chargé en plus du poids de la nervure saillante. Pour plus de simplicité nous négligeons cette différence qui exagère un peu la valeur de  $e$ .

La moyenne de  $K_1$  est généralement, d'après les tableaux ci-

dessous, voisine de 0.00145 à 0.00125. La relation indiquée conduit finalement à la condition

$$\frac{b}{l} = K_1 \times \frac{\sqrt{10}}{0.007 \sqrt{8}} = 160 \times K_1;$$

Ce qui donne, avec valeurs moyennes de  $K_1$ , un rapport  $\frac{b}{l}$  voisin de  $\frac{1}{4}$  à  $\frac{1}{5}$ .

Les formules et les résultats numériques qui suivent ne sont donc applicables, avec exactitude, que si les écartements entre axes des nervures ne diffèrent pas trop du  $\frac{1}{4}$  de la grande portée; elles peuvent, sans inconvénient, être un peu inférieures.

Quant au rapport  $\beta$ , nous le prendrons égal à  $\frac{1}{8}$  uniformément, admettant ainsi que la largeur de nervure est généralement proportionnée à l'écartement. C'est le rapport qui existait, dans les expériences, pour la première poutre où la largeur était de 1<sup>m</sup>20, et qui semble d'ailleurs assez normal.

Nous admettons que, pour des largeurs d'ailes supérieures, on aurait augmenté l'épaisseur de nervures; ou bien que, conservant cette épaisseur, on aurait légèrement réduit les largeurs d'ailes, conformément aux recommandations inscrites dans les Instructions.

D'ailleurs, pour les hourdis à nervures, cette épaisseur est toujours bien inférieure à la largeur de travée, et quelques légères variations du rapport  $\beta$ , ne modifiant que le facteur  $\beta R_e$  qui est déjà d'importance un peu secondaire, ne produiraient pas de très grands changements dans les expressions de  $h$ ,  $\omega$ ; elles n'influeraient pas sur celles de  $v'$  et  $v''$ .

#### COEFFICIENTS DIVERS

Moyennant les réserves que nous venons de spécifier, on peut donc établir le tableau ci-dessous où, pour abrégé, nous

employons les coefficients  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  d'après les expressions :

$$v' = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad h = K_2 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = K_3 \sqrt{Mb}.$$

La hauteur totale  $H$  serait égale à  $h$  augmenté de  $\frac{1}{5}$  à  $\frac{1}{10}$  par exemple, suivant que les barres de tension seraient logées plus ou moins près de la face inférieure de nervure.

Le coefficient  $K_3$  donne la section en millimètres carrés; le pourcentage est  $\frac{\omega}{bh}$ , rapporté ainsi à la section fictive  $bh$ , comme s'il s'agissait d'un hourdis ou d'une section rectangulaire. C'est qu'en effet la nervure armée est appelée à jouer presque le même rôle que la partie inférieure d'un rectangle ou d'un hourdis, travaillant à la tension et armée de barres métalliques.

Comme la résistance du métal est mieux utilisée par la nervure que dans un simple hourdis, la section  $\omega$  y peut être moindre, le pourcentage également par conséquent; mais, en réalité, la différence ne doit pas être trop considérable.

Si l'on acceptait un pourcentage plus fort que dans le hourdis plein, comportant une moindre hauteur, il est vrai, autant vaudrait employer le hourdis simple.

Avec un pourcentage trop inférieur, on retomberait dans l'inconvénient déjà signalé : il n'y aurait plus assez de métal pour assurer l'entraînement du hourdis par la nervure et donner au béton la ductilité qui empêche les fissures de se produire trop tôt.

Dans le cas où l'on jugerait préférable de ne tenir aucun compte des résistances de tension  $R_e$  sur le béton, les formules deviennent identiques pour les hourdis à nervures, les hourdis simples et les sections rectangulaires.

En conservant une certaine valeur aux  $R_e$ , ces tensions prennent une assez notable importance, lorsqu'il s'agit de hourdis simples ou sections rectangulaires, puisque la section de béton qui travaille par tension est relativement considérable. Dans les hourdis à nervures, cette section, réduite à la largeur de

nervure, n'a plus qu'une importance très secondaire. On conçoit donc que les deux types soient traités différemment et puissent, au besoin, comporter des pourcentages différents.

Quand on supprime, au contraire, toute résistance de tension, hourdis simples ou bien hourdis à nervures sont absolument équivalents les uns aux autres; et cette similitude ne comporte plus de distinction sensible entre les pourcentages.

Gardant donc comme nous venons de dire :

$$v' = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad h = K_2 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = K_3 \sqrt{Mb};$$

on établit la série de tableaux suivants :

### 1<sup>er</sup> TYPE

$$I : R_c = 30^k \times 10^4; R_e = 15^k \times 10^4$$

		$K_1$	$K_2$	$K_3$	$\frac{K_1}{K_2}$	Pourcentage
1° : r = 15,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001728	0.004797	25.18	0.36	0.52
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001604	0.005176	17.40	0.31	0.33
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001518	0.005369	12.66	0.27	0.23
2° : r = 10,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001518	0.005369	18.99	0.27	0.34
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001419	0.006149	12.42	0.23	0.20
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001350	0.006750	8.44	0.20	0.12
3° : r = 5,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001257	0.007956	7.85	0.16	0.09
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001209	0.009269	3.02	0.13	0.03
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001194	0.010774	0	0.11	0

$$II : R_c = 30^k \times 10^4; R_e = 10^k \times 10^4$$

1° : r = 15,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001705	0.004736	27.23	0.36	0.56
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001575	0.005075	19.25	0.31	0.38
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001480	0.005420	14.49	0.27	0.27
2° : r = 10,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001480	0.005420	21.61	0.27	0.40
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001372	0.005947	14.87	0.23	0.25
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001291	0.006454	10.75	0.20	0.17
3° : r = 5,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001170	0.007452	12.25	0.16	0.16
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001100	0.008452	7.35	0.13	0.09
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001050	0.009484	4.40	0.11	»

Si l'on continue à descendre la valeur hypothétique de  $R_e$ , on trouve :

$$\text{III : } R_c = 30^k \times 10^4; R_e = 5^k \times 10^4$$

1 <sup>o</sup> : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001681	0.004669	29.18	0.36	0.62
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001546	0.004981	26.30	0.31	0.53
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001445	0.005300	16.01	0.27	0.30
2 <sup>o</sup> : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001445	0.005300	24.06	0.27	0.45
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001274	0.005524	16.46	0.23	0.30
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001250	0.006250	12.92	0.20	0.20
3 <sup>o</sup> : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001111	0.007031	16.19	0.16	0.23
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001000	0.007670	10.85	0.13	0.14
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000953	0.008580	7.95	0.11	0.09

$$\text{IV : } R_c = 30^k \times 10^4; R_e = 0$$

1 <sup>o</sup> : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001660	0.004610	31.12	0.36	0.67
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001516	0.004886	22.75	0.31	0.46
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001414	0.005180	17.58	0.27	0.34
2 <sup>o</sup> : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001414	0.005180	26.52	0.27	0.51
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001290	0.005590	19.35	0.23	0.35
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001195	0.005975	14.94	0.20	0.25
3 <sup>o</sup> : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001054	0.006674	19.75	0.16	0.29
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.000952	0.007303	14.29	0.13	0.20
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000865	0.007786	10.95	0.11	0.14

De même, on aurait avec  $R_c$  égal à  $35^k \times 10^4$  :

2<sup>e</sup> TYPE

$$\text{I : } R_c = 35^k \times 10^4; R_e = 15^k \times 10^4$$

		$K_1$	$K_2$	$K_3$	$\frac{K_1}{K_2}$	Pourcentage
		—	—	—	—	—
1 <sup>o</sup> : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001687	0.004256	30.85	0.40	0.72
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001538	0.004468	21.43	0.34	0.48
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001444	0.004744	15.90	0.31	0.33
2 <sup>o</sup> : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001444	0.004744	23.85	0.31	0.50
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001360	0.005250	16.53	0.26	0.31
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001280	0.005659	11.80	0.22	0.21
3 <sup>o</sup> : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001134	0.006314	12.50	0.18	0.19
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001110	0.007450	7.53	0.15	0.10
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001070	0.008390	4.13	0.13	0.05

II :  $R_c = 35^k \times 10^4$ ;  $R_e = 10^k \times 10^4$ 

1° : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001649	0.004156	32.09	0.40	0.76
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001529	0.004442	23.10	0.34	0.52
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001443	0.004728	17.51	0.31	0.36
2° : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001443	0.004728	26.30	0.31	0.56
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001330	0.005130	18.52	0.26	0.36
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	8.001236	0.005478	13.62	0.22	0.25
3° : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001115	0.006092	16.05	0.18	0.26
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001047	0.007029	10.83	0.15	0.15
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000951	0.007735	7.35	0.13	0.09

III :  $R_c = 35^k \times 10^4$ ;  $R_e = 5^k \times 10^4$ 

1° : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001627	0.004107	32.74	0.40	0.75
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001505	0.004377	24.47	0.34	0.56
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001413	0.004643	18.93	0.31	0.41
2° : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001413	0.004643	28.38	0.31	0.61
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001298	0.005008	20.40	0.26	0.41
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001181	0.005271	15.26	0.22	0.29
3° : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001051	0.005851	19.21	0.18	0.32
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.000995	0.006685	13.63	0.15	0.20
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000924	0.007254	10.17	0.13	0.14

IV :  $R_c = 35^k \times 10^4$ ;  $R_e = 0$ 

1° : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001626	0.004106	35.59	0.40	0.86
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001492	0.004332	26.09	0.34	0.60
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001391	0.004571	20.03	0.31	0.43
2° : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001391	0.004571	30.43	0.31	0.66
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001270	0.004900	22.23	0.26	0.45
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001174	0.005164	16.97	0.22	0.33
3° : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001014	0.005644	22.15	0.18	0.39
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.000945	0.006345	16.54	0.15	0.26
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000860	0.006830	12.70	0.13	0.19

La série suivante de tableaux, dressés d'après les mêmes formules, correspond au cas où l'on se jugerait autorisé à relever la valeur des compressions  $R_c$  en les portant à  $40^k$  au lieu de  $30^k$  ou  $35^k$  par centimètre carré :

3<sup>e</sup> TYPE

$$I : R_c = 40^k \times 10^4; R_e = 15^k \times 10^4$$

		$K_1$	$K_2$	$K_3$	$\frac{K_1}{K_2}$	Pourcentage
1°	$r = 15, R_m = 8^k \times 10^6$	0.001609	0.003763	35.25	0.43	0.94
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001297	0.003872	24.50	0.38	0.63
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001420	0.004260	19.25	0.33	0.45
2°	$r = 10, R_m = 8^k \times 10^6$	0.001420	0.004260	28.81	0.33	0.67
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001320	0.004620	20.20	0.29	0.44
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001240	0.004960	14.83	0.25	0.30
3°	$r = 5, R_m = 8^k \times 10^6$	0.001170	0.005850	18.31	0.20	0.31
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001055	0.006324	11.20	0.17	0.17
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001002	0.007008	7.33	0.14	0.10

$$II : R_c = 40^k \times 10^4; R_e = 10^k \times 10^4$$

1°	$r = 15, R_m = 8^k \times 10^6$	0.001605	0.003745	36.75	0.43	0.98
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001440	0.003840	25.80	0.38	0.75
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001405	0.004215	20.75	0.33	0.49
2°	$r = 10, R_m = 8^k \times 10^6$	0.001405	0.004215	30.74	0.33	0.73
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001305	0.004536	21.87	0.29	0.48
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001212	0.004850	16.38	0.25	0.34
3°	$r = 5, R_m = 8^k \times 10^6$	0.001132	0.005662	26.56	0.20	0.46
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001010	0.006060	16.66	0.17	0.27
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.000951	0.006650	11.54	0.14	0.17

$$III : R_c = 40^k \times 10^4; R_e = 5^k \times 10^4$$

1°	$r = 15, R_m = 8^k \times 10^6$	0.001582	0.003646	38.06	0.43	1.04
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001421	0.003792	26.95	0.38	0.71
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001385	0.004155	21.62	0.33	0.52
2°	$r = 10, R_m = 8^k \times 10^6$	0.001385	0.004155	32.82	0.33	0.78
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.001273	0.004452	23.45	0.29	0.53
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.001215	0.004760	17.97	0.25	0.39
3°	$r = 5, R_m = 8^k \times 10^6$	0.001096	0.005480	24.00	0.20	0.44
	» $R_m = 10^k \times 10^6$	0.000974	0.005844	16.40	0.17	0.28
	» $R_m = 12^k \times 10^6$	0.000906	0.006334	12.25	0.14	0.19

IV :  $R_c = 40^k \times 10^4$ ;  $R_e = 0$ 

1°	$r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001583	0.003692	39.56	0.43	1.07
	»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001410	0.003760	28.20	0.38	0.75
	»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001370	0.004110	22.41	0.33	0.54
2°	$r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001370	0.004110	34.25	0.33	0.83
	»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001256	0.004396	25.12	0.29	0.57
	»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001167	0.004670	19.44	0.25	0.42
3°	$r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001060	0.005310	26.50	0.20	0.50
	»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.000938	0.005628	22.50	0.17	0.40
	»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000834	0.005830	16.20	0.14	0.27

De même, avec  $R_c$  égal à  $45^k \times 10^4$ , on a le type suivant :

4<sup>e</sup> TYPEI :  $R_c = 45^k \times 10^4$ ;  $R_e = 15^k \times 10^4$ 

			$K_1$	$K_2$	$K_3$	$\frac{K_1}{K_2}$	Pourcentage
1°	$r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001570	0.003433	39.80	0.46	1.16
	»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001468	0.003643	28.95	0.40	0.79
	»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001381	0.003845	22.09	0.36	0.57
2°	$r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001381	0.003845	33.16	0.36	0.86
	»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001287	0.004147	23.60	0.31	0.57
	»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001212	0.004440	17.62	0.27	0.40
3°	$r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001095	0.004995	21.70	0.22	0.43
	»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001018	0.005343	14.41	0.18	0.26
	»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000963	0.006086	10.00	0.16	0.16

II :  $R_c = 45^k \times 10^4$ ;  $R_e = 10^k \times 10^4$ 

1°	$r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001563	0.003420	41.18	0.46	1.20
	»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001459	0.003620	30.02	0.40	0.83
	»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001368	0.003801	23.11	0.36	0.61
2°	$r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001368	0.003801	34.75	0.36	0.91
	»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001270	0.004093	25.04	0.31	0.61
	»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001230	0.004310	19.63	0.27	0.43
3°	$r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001062	0.004881	24.16	0.22	0.49
	»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.000987	0.005372	16.72	0.18	0.31
	»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000923	0.005848	12.18	0.16	0.22

III :  $R_c = 45^k \times 10^4$ ;  $R_e = 5^k \times 10^4$ 

1 <sup>o</sup> : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001555	0.003402	42.43	0.46	1.25
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001448	0.003593	31.17	0.40	0.87
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001361	0.003780	24.20	0.36	0.64
2 <sup>o</sup> : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001361	0.003780	36.30	0.36	0.96
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001346	0.004336	28.40	0.31	0.65
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001214	0.004451	19.75	0.27	0.45
3 <sup>o</sup> : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001053	0.004792	26.63	0.22	0.55
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.000958	0.005218	18.91	0.18	0.36
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000885	0.005605	13.90	0.16	0.25

IV :  $R_c = 45^k \times 10^4$ ;  $R_e = 0$ 

1 <sup>o</sup> : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001552	0.003391	43.60	0.46	1.28
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001438	0.003569	32.37	0.40	0.91
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001354	0.003750	25.28	0.36	0.67
2 <sup>o</sup> : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001354	0.003750	37.92	0.36	1.01
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001241	0.004000	27.93	0.31	0.69
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001153	0.004236	21.66	0.27	0.51
3 <sup>o</sup> : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001026	0.004676	28.87	0.22	0.61
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.000933	0.005078	20.97	0.18	0.41
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000861	0.005461	16.16	0.16	0.29

Si, enfin, en raison de la forte proportion de ciment et de l'âge plus ancien de la pièce fabriquée, on pouvait se croire autorisé à porter jusqu'à  $50^k$  la teneur de travail du béton, on ferait usage du tableau suivant :

5<sup>e</sup> TYPEI :  $R_c = 50^k \times 10^4$ ;  $R_e = 15^k \times 10^4$ 

		$K_1$	$K_2$	$K_3$	$\frac{K_1}{K_2}$	Pourcentage
1 <sup>o</sup> : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001537	0.003178	44.20	0.48	1.40
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001437	0.003333	33.26	0.43	1.00
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001368	0.003540	24.90	0.38	0.70
2 <sup>o</sup> : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001368	0.003540	37.15	0.38	1.07
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001260	0.003780	26.75	0.33	0.71
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001185	0.004027	20.28	0.29	0.50
3 <sup>o</sup> : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001072	0.004502	25.45	0.24	0.56
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.000992	0.004963	17.40	0.20	0.35
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000933	0.005413	12.43	0.17	0.23

II :  $R_c = 50^k \times 10^4$ ;  $R_e = 10^k \times 10^4$ 

1° : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001532	0.003166	45.32	0.48	1.43
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001424	0.003334	33.44	0.43	1.00
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001347	0.003504	25.87	0.38	0.73
2° : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001347	0.003504	38.34	0.38	1.09
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001248	0.003744	28.12	0.33	0.75
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001170	0.003977	21.50	0.29	0.54
3° : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001053	0.004423	27.63	0.24	0.62
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.000970	0.004850	19.40	0.20	0.40
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000904	0.005244	13.02	0.17	0.25

III :  $R_c = 50^k \times 10^4$ ;  $R_e = 5^k \times 10^4$ 

1° : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001523	0.003148	46.46	0.48	1.50
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001421	0.003316	34.39	0.42	1.04
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001337	0.003477	26.75	0.38	0.78
2° : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001337	0.003477	40.14	0.38	1.15
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001236	0.003708	29.27	0.33	0.78
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001156	0.003931	22.70	0.30	0.57
3° : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.000991	0.004161	28.56	0.24	0.68
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.000947	0.004737	21.32	0.20	0.44
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000879	0.005099	16.12	0.17	0.31

IV :  $R_c = 50^k \times 10^4$ ;  $R_e = 0$ 

1° : $r = 15$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001518	0.003137	47.44	0.48	1.51
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001415	0.003302	35.40	0.42	1.06
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001329	0.003455	27.68	0.38	0.80
2° : $r = 10$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001329	0.003455	41.45	0.38	1.20
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.001225	0.003674	30.62	0.33	0.83
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.001142	0.003882	23.74	0.30	0.61
3° : $r = 5$ ,	$R_m = 8^k \times 10^6$	0.001019	0.004279	31.83	0.24	0.74
»	$R_m = 10^k \times 10^6$	0.000927	0.004632	23.16	0.20	0.50
»	$R_m = 12^k \times 10^6$	0.000856	0.004966	17.84	0.17	0.36

INFLUENCE DES VARIATIONS ADMISES POUR LES DIVERS  
ÉLÉMENTS DE RÉSISTANCE

De ces tableaux on peut tirer déjà quelques comparaisons intéressantes, en constatant l'influence qu'exercent les varia-

tions de  $r$ ,  $R_m$ ,  $R_e$  sur le rapport  $\frac{K_1}{K_2}$  qui détermine l'épaisseur à donner au hourdis relativement à la hauteur totale disponible ; sur le pourcentage défini ainsi qu'il a été dit précédemment.

1<sup>o</sup>. — Si l'on estime qu'il est nécessaire, en raison de la qualité du béton, de diminuer la valeur du rapport  $r$ , le rapport  $\frac{K_1}{K_2}$  diminue rapidement, le hourdis devient de plus en plus mince relativement à la hauteur totale.

De même le pourcentage est de plus en plus faible.

2<sup>o</sup>. — Si l'on croit pouvoir augmenter le travail  $R_m$  du métal, le rapport  $\frac{K_1}{K_2}$  diminue, ce qui amincit relativement le hourdis ; naturellement le pourcentage diminue de plus en plus.

3<sup>o</sup>. — La variation de valeur attribuée à la tension  $R_e$  du béton ne modifie pas le rapport  $\frac{K_1}{K_2}$ , c'est-à-dire la proportion entre l'épaisseur du hourdis et la hauteur totale. Mais le pourcentage augmente si l'on réduit  $R_e$ , ainsi qu'on devait s'y attendre.

4<sup>o</sup>. — Il est une autre remarque à faire, c'est que l'on ne saurait considérer comme pratiquement admissible tous les coefficients ni toutes les hypothèses que représentent ces tableaux.

Bien que l'on ait intérêt en général, du moment qu'on emploie le hourdis à nervure, à diminuer le pourcentage en augmentant la hauteur, on ne peut cependant pas descendre au-dessous d'un certain chiffre, puisque le béton ne serait pour ainsi dire plus armé ; la proportion de métal ne serait plus suffisante pour remédier au défaut de résistance à la tension du béton ordinaire.

De même on ne doit pas exagérer ce rapport, parce que l'accroissement de résistance de la pièce ne croît pas en proportion des trop forts pourcentages ; c'est alors de la dépense inutile.

Dans la pratique, on ne descendrait guère à 0.20 % le pourcentage ; on ne dépasserait pas 0.60 % par exemple.

De même encore pour le rapport  $\frac{v'}{h}$ , ou  $\frac{K_1}{K_2}$  : on ne le fait guère varier qu'entre  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{1}{5}$  par exemple. Si on le réduisait trop, la nervure n'aurait presque plus de saillie ; autant vaudrait se contenter d'un simple hourdis. Si l'on exagérait ce rapport, on aurait à craindre qu'elle ne fût plus capable d'entraîner convenablement la partie en hourdis et que la liaison de l'une à l'autre fût difficile à assurer.

On peut aussi présenter ces variations de la manière suivante :

1°. — Augmenter le rapport  $r$ , c'est augmenter  $v'$ , diminuer  $h$  et augmenter  $\omega$  ;

2°. — Augmenter le travail  $R_m$ , c'est diminuer  $v'$ , augmenter  $h$  et diminuer  $\omega$  ;

3°. — Augmenter le travail de tension  $R_c$ , c'est augmenter  $v'$ , augmenter  $h$  et diminuer  $\omega$  ;

4°. — Augmenter le travail de compression  $R_c$ , c'est diminuer  $v'$ , diminuer  $h$  et augmenter  $\omega$ .

## II

### SECTIONS RECTANGULAIRES ET HOURDIS SIMPLES

Les formules qui ont servi précédemment à déterminer les sections du béton et du métal pour les hourdis à nervures, peuvent également être employées pour les hourdis simples en y faisant  $\beta$  égal à l'unité.

Il s'ensuit que le terme  $3\beta R_c$  prend alors une importance beaucoup plus grande; si faible que l'on suppose la tension  $R_c$  du béton, son intervention, sur cette grande largeur, devient telle qu'elle ne permettrait généralement pas de faire travailler, dans les hourdis, le métal à son taux normal. Cela ne deviendrait possible que s'il était permis d'attribuer à la résistance  $R_c$ , compression du béton, une valeur considérable, dépassant celle de  $30^k$  qui convient dans les conditions habituelles d'âge et de composition. Celles de  $40^k$  et de  $50^k$  ne sont acceptables, même avec la tolérance admise dans les Circulaires et Instructions, que si la proportion de ciment est plus forte que d'ordinaire, et si l'on a pu attendre un très long délai avant la mise en charge.

Les tableaux suivants sont donc calculés de la même manière que les précédents, en modifiant simplement le coefficient  $\beta$ , comme nous venons de dire.

On y voit immédiatement que, si l'on attribue à  $R_c$  une valeur de  $10^k \times 10^4$  seulement, l'intervention du métal devient inutile, la valeur de  $\omega$  devenant alors nulle ou négative. Pour qu'il en soit autrement, il faut attribuer aux compressions  $R_c$  une valeur de  $50^k$  qui dépasse, à notre avis, les conditions ordinairement acceptables.

En supprimant toute intervention de  $R_e$ , les formules théoriques donnent toujours une solution; ce qui devait être effectivement. Mais la valeur de  $h$ , ainsi calculée, est toujours inférieure à celle qui correspond à une intervention réelle des  $R_e$ .

Un exemple suffira pour le faire voir, avec les données suivantes :

$$r = 10, R_c = 30^k \times 10^i, R_e = 10^k \times 10^i, R_m = 6^k \times 10^6; \text{ d'où } \delta = \frac{rR_c}{R_m} = 0.50.$$

D'après les formules théoriques, on aurait donc :

$$h = \left[ 1.50 \times \sqrt{\frac{6}{4 \times 0.50 \times 30^k \times 10^i - 3 \times 10^k \times 10^i}} = 0.00671 \right] \times \sqrt{\frac{M}{b}};$$

tandis qu'en négligeant  $R_e$ , on trouve, comme on le voit ci-dessous :  $0.004743 \sqrt{\frac{M}{b}}$ . Il y a donc nécessité, par mesure de prudence, de majorer les valeurs de  $h$  obtenues en faisant  $R_e$  nul, et de garder cependant les valeurs de  $\omega$  obtenues par ce même procédé.

Avec  $R_m$  égal à  $10^k \times 10^6$ , au lieu de  $6^k$ , on trouverait que  $h$  doit être :  $0.0065 \sqrt{\frac{M}{b}}$ , au lieu de  $0.00559 \sqrt{\frac{M}{b}}$ , que donne le calcul avec  $R_e$  seul.

Les formules théoriques, avec  $r$  égal à 10, moyenne normale, fournissent les résultats suivants :

### 1<sup>er</sup> TYPE : $R_c = 30^k \times 10^i$

$$1^{\circ} : R_e = 10^k \times 10^i$$

$R_m = 6^k \times 10^6$	$\delta R_c - 2 R_e < 0$	$\omega < 0$
$R_m = 8^k \times 10^6$	$\delta R_c - 2 R_e < 0$	$\omega < 0$
$R_m = 10^k \times 10^6$	$\delta R_c - 2 R_e < 0$	$\omega < 0$
$R_m = 12^k \times 10^6$	$\delta R_c - 2 R_e < 0$	$\omega < 0$

$$2^{\circ} : R_e = 0$$

$R_m = 6^k \times 10^6$ ,	$v' = 0.001381 \sqrt{\frac{M}{b}}$ ,	$h = 0.004743 \sqrt{\frac{M}{b}}$ ,	$\omega = 39.52 \sqrt{Mb}$ ; soit 0.83 %
$R_m = 8^k \times 10^6$ ,	$v' = 0.001414 \sqrt{\frac{M}{b}}$ ,	$h = 0.005184 \sqrt{\frac{M}{b}}$ ,	$\omega = 26.52 \sqrt{Mb}$ ; soit 0.51 %
$R_m = 10^k \times 10^6$ ,	$v' = 0.001290 \sqrt{\frac{M}{b}}$ ,	$h = 0.005390 \sqrt{\frac{M}{b}}$ ,	$\omega = 19.35 \sqrt{Mb}$ ; soit 0.34 %
$R_m = 12^k \times 10^6$ ,	$v' = 0.001195 \sqrt{\frac{M}{b}}$ ,	$h = 0.005975 \sqrt{\frac{M}{b}}$ ,	$\omega = 14.94 \sqrt{Mb}$ ; soit 0.25 %

2<sup>e</sup> TYPE :  $R_e = 40^k \times 10^4$ 1<sup>o</sup> :  $R_e = 10^k \times 10^i$ 

$$R_m = 6^k \times 10^5, \quad v' = 0.001780 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.004430 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 14.83 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.33\%$$

$$R_m = 8^k \times 10^6 \quad \delta R_e - 2 R_e = 0 \quad \omega = 0$$

$$R_m = 10^k \times 10^6 \quad \delta R_e - 2 R_e < 0 \quad \omega < 0$$

$$R_m = 12^k \times 10^5 \quad \delta R_e - 2 R_e < 0 \quad \omega < 0$$

2<sup>o</sup> :  $R_e = 0$ 

$$R_m = 6^k \times 10^5, \quad v' = 0.001520 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.003798 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 50.53 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 1.33\%$$

$$R_m = 8^k \times 10^6, \quad v' = 0.001370 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.004110 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 34.23 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.83\%$$

$$R_m = 10^k \times 10^6, \quad v' = 0.001236 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.004396 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 23.12 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.57\%$$

$$R_m = 12^k \times 10^6, \quad v' = 0.001167 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.004670 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 19.44 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.42\%$$

3<sup>e</sup> TYPE :  $R_e = 50^k \times 10^4$ 1<sup>o</sup> :  $R_e = 10^k \times 10^i$ 

$$R_m = 6^k \times 10^6, \quad v' = 0.001600 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.003520 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 47.46 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 1.34\%$$

$$R_m = 8^k \times 10^6, \quad v' = 0.001306 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.003916 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 16.94 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.43\%$$

$$R_m = 10^k \times 10^6, \quad v' = 0.001467 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.004400 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 7.31 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.17\%$$

$$R_m = 12^k \times 10^5, \quad v' = 0.001446 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.004915 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 1.20 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.024\%$$

2<sup>o</sup> :  $R_e = 0$ 

$$R_m = 6^k \times 10^6, \quad v' = 0.001466 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.003226 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 72.40 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 2.22\%$$

$$R_m = 8^k \times 10^5, \quad v' = 0.001325 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.003430 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 41.43 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 1.20\%$$

$$R_m = 10^k \times 10^6, \quad v' = 0.001225 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.003675 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 30.62 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.83\%$$

$$R_m = 12^k \times 10^6, \quad v' = 0.001142 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad h = 0.003882 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 23.74 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.61\%$$

## MOYENNES PRATIQUES

Pour établir des moyennes pratiques, on pourrait adopter, par exemple, le maximum de  $h$  avec  $R_e = 10^k \times 10^4$ , et le maximum de  $\omega$  avec  $R_e = 0$ . Lorsque, comme dans le cas où  $R_e$  est de  $30^k$  ou  $40^k$ , l'intervention seule des  $R_e$  suffit, sans intervention du métal, puisque les  $\omega$  seraient alors nuls ou négatifs, nous emprunterons, comme il a été dit, les sections  $\omega$  au cas où les  $R_e$  sont nuls; pour les  $h$ , nous majorons ceux que donne la même série des  $R_e$  nuls, puisque cette suppression des résistances de tension exige des hauteurs un peu plus fortes.

On pourrait cependant négliger la majoration de  $h$  que nous inscrivons ici, en remarquant que la hauteur réelle est supérieure à  $h$ , par addition de béton nécessaire pour envelopper l'armature. La majoration n'est donc pas rigoureusement indispensable; elle est cependant utile, attendu que ce supplément de béton augmente la section travaillant par tension et non celle de compression.

On a ainsi :

1<sup>er</sup> TYPE :  $R_c = 30^k \times 10^k$

$$R_m = 6^k \times 10^6, \quad h = 0.0054 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 39.5 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.74 \text{ \%}$$

$$R_m = 8^k \times 10^6, \quad h = 0.0058 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 26.4 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.46 \text{ \%}$$

$$R_m = 10^k \times 10^6, \quad h = 0.0063 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 19.4 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.31 \text{ \%}$$

$$R_m = 12^k \times 10^6, \quad h = 0.0066 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \omega = 10.5 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.16 \text{ \%}$$

La valeur de  $v'$  n'a plus, pour les hourdis et les sections rectangulaires, le même intérêt que pour les hourdis à nervures, puisqu'il n'y a plus lieu de régler la hauteur  $v'$  travaillant à la compression d'après l'épaisseur d'ailes  $e$  qui n'existent plus dans le hourdis simple ou la section rectangulaire.

2<sup>e</sup> TYPE :  $R_c = 40^k \times 10^4$

$R_m = 6^k \times 10^6,$	$h = 0.004450 \sqrt{\frac{M}{b}},$	$\omega = 50.6 \sqrt{Mb};$ soit 1.22 %
$R_m = 8^k \times 10^6,$	$h = 0.004700 \sqrt{\frac{M}{b}},$	$\omega = 34.3 \sqrt{Mb};$ soit 0.66 %
$R_m = 10^k \times 10^6,$	$h = 0.005000 \sqrt{\frac{M}{b}},$	$\omega = 25.1 \sqrt{Mb};$ soit 0.41 %
$R_m = 12^k \times 10^6,$	$h = 0.005500 \sqrt{\frac{M}{b}},$	$\omega = 19.4 \sqrt{Mb};$ soit 0.26 %

3<sup>e</sup> TYPE :  $R_c = 50^k \times 10^4$

$R_m = 6^k \times 10^6,$	$h = 0.003320 \sqrt{\frac{M}{b}},$	$\omega = 72.4 \sqrt{Mb};$ soit 2.06 %
$R_m = 8^k \times 10^6,$	$h = 0.003916 \sqrt{\frac{M}{b}},$	$\omega = 41.4 \sqrt{Mb};$ soit 1.05 %
$R_m = 10^k \times 10^6,$	$h = 0.004400 \sqrt{\frac{M}{b}},$	$\omega = 30.6 \sqrt{Mb};$ soit 0.69 %
$R_m = 12^k \times 10^6,$	$h = 0.004915 \sqrt{\frac{M}{b}},$	$\omega = 24.6 \sqrt{Mb};$ soit 0.50 %

Ces coefficients peuvent être employés indifféremment pour les hourdis simples et pour les sections rectangulaires.

Toutefois on doit remarquer que, dans le cas du hourdis, le moment  $M$  est rapporté généralement à l'unité de largeur, ce qui suppose que  $b$  est alors égal à l'unité.

Pour les pièces à section rectangulaire, le moment  $M$  est généralement calculé d'après la charge que porte toute la pièce, et  $b$  est la largeur de la section.

Les remarques à conclure de ces tableaux seraient les mêmes que pour les hourdis à nervures. Les diverses solutions que l'on peut adopter se caractérisent toutes d'après le choix que l'on peut faire entre l'avantage d'employer plus de béton et moins de métal; ou, inversement, moins de béton et plus de métal.

On peut examiner la question au point de vue spécial du pourcentage. Pratiquement, il semble bon, afin de maintenir la

ductilité nécessaire du béton et empêcher ainsi les fissures de se produire prématurément ; afin de conserver des surfaces de contact entre métal et béton suffisantes pour que l'adhérence soit très largement assurée, de ne pas descendre le pourcentage au-dessous d'un certain taux.

D'autre part, augmenter ce même pourcentage au delà d'une certaine limite est inutile et dispendieux, car on n'accroît pas la résistance de la pièce dans la même proportion. Le seul avantage qu'on y puisse trouver, c'est de diminuer ainsi la hauteur des pièces.

De là résulte qu'on ne doit pas procéder, dans le choix à faire, tout à fait de la même façon pour les hourdis et sections rectangulaires que pour les hourdis à nervures.

Si l'on adopte ces derniers, c'est qu'on dispose d'une assez grande hauteur ; on en peut profiter pour économiser le poids de métal, sans que le poids de béton augmente bien sensiblement, ainsi que nous l'avons fait remarquer. Il y a donc avantage économique, avec les hourdis à nervures, à admettre un assez faible pourcentage, tant qu'on ne dépasse pas, tout au moins, la limite qui pourrait compromettre l'adhérence et la quasi-ductilité que l'armature communique au béton.

Pour le hourdis simple, on aurait généralement intérêt à faire le contraire, c'est-à-dire à augmenter un peu la proportion de métal pour diminuer et l'épaisseur et le poids du hourdis. Car, dans ce cas, l'accroissement d'épaisseur entraîne une augmentation proportionnelle de poids ; double inconvénient.

Si l'on fixait, par exemple, à 0.50 % la moyenne qui paraîtrait la plus acceptable pour les hourdis simples, on voit qu'il conviendrait de prendre, dans le 1<sup>er</sup> type où la compression du béton ne dépasse pas  $30^k$ , une hauteur  $h$  voisine de  $0.006 \times \sqrt{M}$ , une section  $\omega$  de métal voisine de  $26.4 \sqrt{M}$ . Le métal travaillerait à  $8^k$ , ce qui suppose l'emploi du fer, de préférence.

Dans le cas où l'on accepterait pour la compression  $R_c$  du béton un travail s'élevant déjà à  $40^k$ , le métal travaillerait, d'après le 2<sup>e</sup> type, à  $9^k$  environ, en adoptant une hauteur  $h$  représen-

tée, suivant une sorte de moyenne correspondante, par 0.0048 à 0.0050  $\sqrt{M}$  environ et prenant une section de 30  $\sqrt{M}$ .

Avec travail de  $R_c$  de 50<sup>k</sup>, si l'on se croit autorisé à aller jusque-là, le travail du métal se trouverait porté à 12<sup>k</sup>, ce qui implique l'emploi de l'acier; la hauteur  $h$  serait de 0.0049 à 0.0050  $\sqrt{M}$ ; la section  $\omega$  de 24 à 25  $\sqrt{M}$ .

On voit qu'il est facile, en employant les derniers tableaux, de faire varier les solutions d'après le pourcentage que l'on croira devoir adopter. On constate de nouveau que, si la variation de hauteur n'est pas très grande de l'une à l'autre solution, celle de la section métallique l'est notablement plus.

### III

## APPLICATIONS DES TABLEAUX PRÉCÉDENTS

### EMPLOI DES TABLEAUX

Nous venons d'indiquer des formules pratiques, établies au moyen de coefficients moyens ; elles permettent, comme nous l'avons dit, de fixer des proportions approximatives, béton et métal, pour un avant-projet ; on a ainsi un point de départ que l'on utilise ensuite en modifiant légèrement, de manière à se rapprocher davantage des données que l'on jugerait bon d'adopter pour  $r$ ,  $R_c$ ,  $R_e$ ,  $R_m$ .

Ces calculs restent encore assez compliqués. Mais au moyen des tableaux tout calculés, dans lesquels nous avons fait varier ces divers éléments, on pourra voir directement, et sans longs calculs, quelles sont les solutions dont on peut disposer, et entre lesquelles on doit choisir suivant les circonstances.

Quelques exemples suffiront pour montrer la façon de procéder.

Reprenant les données d'un hourdis à nervure :

#### PREMIER PROBLÈME

$$M = 12000, b = 2^m50$$

$$\frac{M}{b} = 4800, \sqrt{\frac{M}{b}} = 69.3; Mb = 30000, \sqrt{Mb} = 173.2$$

Le calcul direct du hourdis proprement dit a conduit à

prendre une épaisseur de  $0^m10$  par exemple. Comme il convient que la valeur de  $v'$ , hauteur de la partie qui travaille à la compression, diffère peu de cette épaisseur, puisque les formules d'où sont déduits les tableaux supposent cette condition à peu près remplie, on est amené à poser ainsi :

$$v' = 0.10 = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 69.3 \times K_1.$$

D'où

$$K_1 = \frac{0.10}{69.3} = 0.00144.$$

On peut donc faire usage des diverses solutions, inscrites dans les tableaux, et dans lesquelles la valeur de  $K_1$  est voisine de ce dernier chiffre. Elles sont assez nombreuses et diffèrent suivant les valeurs qu'on croira devoir attribuer aux éléments  $r$ ,  $R_e$ ,  $R_c$  et  $R_m$ .

Pour en limiter le nombre, supposons qu'on ait admis pour  $r$  le coefficient moyen de 10, qui est d'ailleurs indiqué comme tel par les Instructions et Circulaires. On a alors à choisir entre les solutions suivantes :

Valeurs de $R_c$	Valeurs de $R_e$	Valeurs de $R_m$	Valeurs de $K_1$	Valeurs de $K_2$	Valeurs de $K_3$
$30^k \times 10^4$	$15^k \times 10^4$	$10^k \times 10^6$	0.00142	0.00615	12.42
$30^k \times 10^4$	$10^k \times 10^4$	$8^k \times 10^6$	0.00148	0.00542	21.61
$30^k \times 10^4$	$5^k \times 10^4$	$8^k \times 10^6$	0.00144	0.00530	24.06

Malgré les écarts peu sensibles de  $K_1$ , on garderait pour l'épaisseur  $v'$  du hourdis une valeur de  $0.00144 \times 69.3$ , soit  $0^m10$  environ, puisque telle est l'épaisseur reconnue nécessaire au début; pour  $h$ ,  $\omega$  et  $H$ , on prendrait dans chacun de ces trois cas :

$$\begin{aligned} h &= 0.00615 \times 69.3 = 0^m43; & \omega &= 12.42 \times 173.2 = 2150^{\text{mm}^2} \\ h &= 0.00542 \times 69.3 = 0^m38; & \omega &= 21.61 \times 173.2 = 3743^{\text{mm}^2} \\ h &= 0.00530 \times 69.3 = 0^m37; & \omega &= 24.06 \times 173.2 = 4167^{\text{mm}^2} \end{aligned}$$

Si l'on avait supposé  $R_e$  nul, on aurait diminué encore la hauteur; mais on aurait sensiblement exagéré la proportion de métal.

Les hauteurs totales seraient, avec les données précédentes :

$$H = 0^m47 \text{ à } 0^m50$$

$$H = 0^m42 \text{ à } 0^m44$$

$$H = 0^m41 \text{ à } 0^m43$$

2°. — Dans le cas où l'on porterait à  $40^k$  le travail du béton, les tableaux de la seconde série conduiraient à prendre :

Valeurs de $R_c$	Valeurs de $R_e$	Valeurs de $R_m$	Valeurs de $K_1$	Valeurs de $K_2$	Valeurs de $K_3$
$40^k \times 10^i$	$15^k \times 10^i$	$8^k \times 10^i$	0.00142	0.00426	28.81
$40^k \times 10^i$	$10^k \times 10^i$	$8^k \times 10^i$	0.00140	0.00421	30.74
$40^k \times 10^i$	$5^k \times 10^i$	$8^k \times 10^i$	0.00138	0.00416	32.82

D'où l'on déduirait, avec la même épaisseur de hourdis :

$$h = 0^m30; \quad \omega = 4990; \quad H = 0^m33 \text{ à } 0^m35$$

$$h = 0^m29; \quad \omega = 5324; \quad H = 0^m32 \text{ à } 0^m34$$

$$h = 0^m29; \quad \omega = 5684; \quad H = 0^m32 \text{ à } 0^m34$$

Ces dernières solutions conviendraient au cas où l'on ne disposerait que d'une faible hauteur ; mais elles exigent un pourcentage notablement plus élevé, et seraient par là plus désavantageuses que les premières, malgré le surcroît de travail imposé au béton.

Nous devons rappeler que les formules employées pour rédiger ces tableaux supposent que la largeur de nervure n'est pas trop différente du  $\frac{1}{8}$  de la largeur totale des ailes. Cette largeur de nervure est déterminée surtout par la nécessité de loger convenablement les barres, d'après leur nombre et leur section qui sont d'autant plus forts que la largeur d'ailes est elle-même plus considérable. C'est pourquoi l'on peut admettre que dans la pratique, on ne s'écarte pas beaucoup de ce rapport  $\frac{1}{8}$ .

Si l'on croyait cependant utile de tenir compte d'une largeur réelle un peu différente du  $\frac{1}{8}$  de la largeur de hourdis, on procéderait de la manière suivante :

Remarquant que le facteur  $\beta$  n'entre dans les formules que sous forme :  $3\beta R_e$  et  $2\beta R_e$ , on voit qu'il suffirait d'augmenter légèrement ou de réduire la valeur attribuée arbitrairement à  $R_e$ , suivant que le rapport  $\beta$  serait un peu plus grand ou un peu plus petit que  $\frac{1}{8}$ .

D'ailleurs cet élément n'a pas une grande influence sur les résultats du calcul, en ce qui concerne les hourdis à nervure, en raison des faibles dimensions relatives de la partie qui travaille à la tension. Pour qu'il en fût autrement, il faudrait qu'on pût se croire autorisé à donner une valeur très importante aux résistances de tension  $R_e$ ; ce que l'on ne doit pas faire généralement, sous peine de mécomptes.

Le mode de calcul, tel qu'il est indiqué pour éviter de trop nombreuses complications, nous semble donc rester applicable à peu près en toutes circonstances.

## DEUXIÈME PROBLÈME

Déterminer inversement, d'après les diverses dimensions d'une pièce exécutée, la valeur du moment de flexion auquel elle peut résister.

1° : Supposons que cette pièce donne les éléments suivants qui ont été relevés sur place :

$$b = 2^m50; \quad v' = 0^m10; \quad h = 0^m43; \quad \omega = 2150^{\text{mm}^2};$$

nous rappelons que  $h$  est la distance entre l'axe moyen des barres et la face supérieure des hourdis, la hauteur totale  $H$  étant nécessairement plus grande.

On établira d'abord le rapport :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{v'}{h} = \frac{0.10}{0.43} = 0.232;$$

puis le pourcentage :

$$\frac{\omega}{bh} = \frac{2150}{2.50 \times 0.43} = 20.$$

Ces deux rapports sont ceux qui sont, en dernières colonnes, portés sur les tableaux. Cherchant donc, soit dans la série où  $R_c$  est de  $30^k$ , soit dans celle de  $40^k$ , on voit que ces rapports se présentent seulement dans le cas particulier où l'on a

$$r = 10; \quad R_m = 10^k; \quad R_c = 30^k; \quad R_t = 15^k.$$

Tel serait d'abord le travail des matériaux. Il reste à déterminer finalement la valeur de  $M$ ; pour cela il suffit de prendre les coefficients  $K_1$ ,  $K_2$ , ou  $K_3$  sur la même ligne du tableau. On en conclut :

Soit :

$$v' = 0^{m10} = 0.001419 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = \frac{0.10}{0.001419};$$

Soit :

$$h = 0^{m43} = 0.006149 \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = \frac{0.43}{0.006149};$$

Soit enfin :

$$\omega = 12.42 \sqrt{Mb} = 2150, \quad \text{et} \quad \sqrt{Mb} = \frac{2150}{12.42}.$$

De l'une quelconque des deux premières on conclurait la valeur de  $\frac{M}{b}$ ; c'est-à-dire ici de  $\frac{M}{2^{m30}}$ ; ou bien de la dernière, par exemple, on tirerait :

$$Mb = 173.1^2 = 29964; \quad M = \frac{29964}{2.50} = 12000$$

environ. Le même mode de calcul, appliqué à  $v'$  et  $h$ , doit donner à peu près le même résultat :

2° : Admettons pour données :

$$b = 2^{m30}; \quad v' = 0^{m10}; \quad h = 0^{m30}; \quad \omega = 4990 \text{ millimètres carrés.}$$

On aura alors, de la même façon :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{0.10}{0.30} = 0.333;$$

et pour le pourcentage :

$$\frac{\omega}{bh} = \frac{4990}{2.50 \times 0.30} = 0.0067$$

environ. Recherchant la ligne horizontale sur laquelle se présentent conjointement ces deux rapports, on voit que c'est celle par laquelle on doit prendre :

$$r = 10; \quad R_m = 8^k; \quad R_e = 40^k; \quad R_c = 15^k.$$

La valeur de  $M$  se déduirait, soit de  $K_1$ , de  $K_2$  ou  $K_3$ , comme précédemment. Par exemple, on prendrait :

$$\omega = 28.81 \sqrt{Mb} = 4990; \quad \sqrt{Mb} = \frac{4990}{28.81} = 173.1;$$

$$M \times 2^{m50} = 173.1^2 = 29964;$$

$$M = \frac{29964}{2.50} = 12000$$

environ.

## TROISIÈME PROBLÈME

La question peut aussi se poser de la manière suivante.

On sait que la pièce exécutée est destinée à recevoir une charge connue dont le moment est  $M$ . On veut savoir quel est le travail qui sera imposé ainsi aux matériaux.

Supposons que les données soient :

$$b = 2^{m50}; \quad v' = 0^{m10}; \quad h = 0^{m43}; \quad \omega = 2150; \quad M = 12000.$$

De là on conclut d'abord :

$$\frac{M}{b} = \frac{12000}{2.50} = 4800; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 70$$

en nombre rond, et

$$Mb = 12000 \times 2.50 = 30000; \quad \sqrt{Mb} = 173.2.$$

Par suite on a les valeurs de  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  :

$$v' = 0^{m10} = K_1 \times 70; \quad K_1 = \frac{0.10}{70} = 0.00142;$$

$$h = 0^{m43} = K_2 \times 70; \quad K_2 = \frac{0.43}{70} = 0.00614;$$

$$\omega = 2150 = K_3 \times 173.2; \quad K_3 = \frac{2150}{173.2} = 12.42.$$

La ligne horizontale où se trouvent réunis ces trois coefficients est celle pour laquelle

$$r = 10; \quad R_m = 10^k; \quad R_c = 30^k; \quad R_t = 15^k.$$

On a ainsi toutes les conditions dans lesquelles travailleraient les matériaux pour faire face au moment indiqué.

Bien entendu, on ne trouverait pas toujours, dans les tableaux, des coefficients rigoureusement identiques à ceux que l'on rechercherait ainsi, puisque ces tableaux ne donnent que des points de repère qui laissent entre eux des intervalles d'une certaine importance. On se contenterait, sans inconvénient, d'adopter les coefficients qui se rapprochent le plus de ceux dont on a besoin, sans même recourir à des interpolations qui ne sont pas nécessaires.

Car il faut toujours se rappeler que tout est approximatif dans ces sortes de calculs.

### TYPES SIMPLIFIÉS A COEFFICIENTS MOYENS

Au moyen des tableaux qui précèdent, on peut aussi établir des types plus simplifiés encore, à coefficients moyens, propres à guider les praticiens dans l'étude d'un avant-projet.

On a vu qu'il existe toujours une intervention des résistances de tension  $R_t$ , et qu'elle a pour effet de diminuer le travail du métal, et tend à augmenter le travail  $R_c$  du béton à la compression; on a vu également que cette résistance de tension peut atteindre, sous les charges normales, une valeur égale ou même supérieure à  $20^k$  par centimètre carré; qu'elle paraît cependant descendre à  $8^k$  ou  $10^k$  avec des bétons de moindre qualité.

Sans doute on pourrait, d'après une sorte d'estimation préalable de cette qualité, se fixer d'avance pour les  $R_t$  une valeur qui paraîtrait admissible, et l'on pourrait ainsi se rapprocher suffisamment de la réalité probable; s'en rapprocher plus, en tout cas, qu'en supprimant complètement les tensions.

Les tolérances admises par les projets d'Instructions, confor-

mes d'ailleurs aux habitudes de nombreux constructeurs, permettent d'adopter pour le travail  $R_m$  du métal une valeur majorée, aussi bien avec le fer qu'avec l'acier. On calcule alors en annulant les  $R_e$ . C'est en fait une manière empirique de tenir compte implicitement de l'intervention des forces  $R_e$ ; dans la réalité, et grâce à cette intervention, le travail du métal sera inférieur en réalité à ce taux majoré. On ne sait pas bien au juste quelle sera cette réduction de travail; ni quelle répercussion elle produira sur les compressions  $R_c$ ; on ne sait pas davantage si la hauteur ou épaisseur ainsi calculée, dans l'hypothèse des  $R_e$  nuls, sera suffisante ou non; ni quelle sera la vraie position de l'axe neutre, par conséquent quelle doit être à peu près l'épaisseur du hourdis qui correspondrait convenablement à cette hauteur.

En procédant ainsi, en annulant simplement les  $R_e$  on laisse donc une assez large part à l'inconnu. Elle subsiste toujours dans les calculs relatifs au béton armé, mais on peut tout au moins chercher à la réduire un peu.

Il faut remarquer cependant que la suppression totale des  $R_e$  peut se justifier, dans les calculs, par l'observation suivante : Bien que les expériences diverses qui ont été faites prouvent bien qu'il y a constamment intervention des forces de tension provenant du béton, on peut toujours craindre qu'il ne se produise des fissures en certains points où ces tensions se trouvent alors annulées. En ces points ainsi compromis, il faut que, sur une petite étendue tout au moins, le métal subisse un surcroît de travail pour compenser la déperdition des  $R_e$ .

Si les points menacés sont à quelque distance de la section où se produit le maximum de flexion et de tension, l'inconvénient est insignifiant; mais il peut aussi se produire dans cette section même, et même là plutôt qu'ailleurs. C'est pourquoi il peut sembler prudent d'établir le calcul en négligeant toute force  $R_e$ , et de déterminer la section des fers d'après ce calcul.

Mais, d'autre part, s'il n'y a pas de fissure, — et cela paraît être le plus souvent, — les hauteurs déduites de ce même

calcul se trouvent alors inférieures à celles que donnerait le calcul où l'on ferait intervenir les tensions du béton. On a pallié un inconvénient possible, mais en en créant un autre à peu près certain.

Non pas que l'écart entre ces hauteurs différentes puisse être très considérable; il existe cependant; et l'on peut regarder comme prudent d'en tenir compte. Aussi la meilleure solution paraît-elle être d'emprunter, à chacun des deux modes de calcul, le maximum fourni par lui : la section du métal d'après les formules qui annulent  $R_e$ ; la hauteur d'après celle qui tient compte des  $R_e$ . C'est ce que nous avons proposé précédemment.

Il n'y a guère d'inconvénient à adopter pour le rapport  $r$  la valeur de 10 indiquée par les Instructions, qui semble bien représenter la moyenne sous les charges normales; afin de ne rien exagérer, on peut attribuer aux  $R_e$  la valeur de  $10^k \times 10^4$ , qui est également une moyenne assez acceptable.

D'après les tableaux on peut donc extraire le résumé suivant, dans lequel nous admettons que la résistance de tension  $R_e$  ne dépasse guère  $10^k$  par centimètre carré. Cette limite correspond aux bétons de moyenne qualité; on a vu que, dans plusieurs des expériences exécutées, cette limite atteignait, sous les charges considérées comme normales, jusqu'à  $20^k$  et peut-être  $25^k$ .

Les hauteurs que suppose ce résumé sont comptées d'après les maxima obtenus avec une valeur de  $R_e$  limitée à  $10^k$ . Comme elle peut être sensiblement dépassée avec d'excellents bétons, il ne faut donc considérer, dans ce cas, les hauteurs  $h$  que comme des minima qu'il conviendrait plutôt d'augmenter encore.

Quant aux sections fixées d'après le maximum déterminé par  $R_e$  nul, elles ne varieraient pas avec la qualité du béton, et l'on peut dans tous les cas maintenir les chiffres indiqués.

TYPES SIMPLIFIÉS

$$I : R_c = 30^k \times 10^4$$

$$1^{\circ} R_c = 10^k \times 10^4$$

$$\text{Fer : } R_m = 8^k \times 10^6, v' = 0.001480 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.005420 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 21.61 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.40\%$$

$$\text{Acier : } R_m = 12^k \times 10^6, v' = 0.001291 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.006454 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 10.75 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.10\%$$

$$2^{\circ} R_c = 0$$

$$\text{Fer : } R_m = 8^k \times 10^6, v' = 0.001414 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.005185 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 26.52 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.51\%$$

$$\text{Acier : } R_m = 12^k \times 10^6, v' = 0.001195 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.005975 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 14.94 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.23\%$$

En procédant comme nous venons de dire, on constituerait un premier type ainsi conçu :

$$1^{\text{er}} \text{ TYPE : } R_c = 30^k \times 10^4$$

$$\text{Fer : } R_m = 8^k \times 10^6, v' = 0.001450 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.0054 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 26.5 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.48\%$$

$$\text{Acier : } R_m = 12^k \times 10^6, v' = 0.001250 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.0064 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 14.9 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.23\%$$

Avec travail de  $40^k$  pour la compression du béton, on aurait :

$$II : R_c = 40^k \times 10^4$$

$$1^{\circ} R_c = 10^k \times 10^4$$

$$\text{Fer : } R_m = 8^k \times 10^6, v' = 0.001405 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.004215 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 30.74 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.73\%$$

$$\text{Acier : } R_m = 12^k \times 10^6, v' = 0.001212 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.004850 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 16.38 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.34\%$$

$$2^{\circ} R_c = 0$$

$$\text{Fer : } R_m = 8^k \times 10^6, v' = 0.001370 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.004110 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 34.25 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.83\%$$

$$\text{Acier : } R_m = 12^k \times 10^6, v' = 0.001167 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.004670 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 19.44 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.42\%$$

On en déduirait ce second type :

2<sup>e</sup> TYPE :  $R_c = 40^k \times 10^4$ 

$$\text{Fer : } R_m = 8^k \times 10^6, v' = 0.00140 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.0042 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 34.2 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.81\%$$

$$\text{Acier : } R_m = 12^k \times 10^6, v' = 0.00119 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.0048 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 19.4 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.40\%$$

Enfin, avec travail de  $50^k$  pour le béton, on prendrait :

III :  $R_c = 50^k \times 10^4$ 

$$1^\circ : R_c = 10^k \times 10^4$$

$$\text{Fer : } R_m = 8^k \times 10^6, v' = 0.001347 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.003504 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 38.34 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 1.60\%$$

$$\text{Acier : } R_m = 12^k \times 10^6, v' = 0.001170 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.003977 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 21.50 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.50\%$$

$$2^\circ : R_c = 0$$

$$\text{Fer : } R_m = 8^k \times 10^6, v' = 0.001329 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.003453 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 41.52 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 1.20\%$$

$$\text{Acier : } R_m = 12^k \times 10^6, v' = 0.001142 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.003882 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 23.84 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.60\%$$

Ce qui établirait ce 3<sup>e</sup> type :

3<sup>e</sup> TYPE :  $R_c = 50^k \times 10^4$ 

$$\text{Fer : } R_m = 8^k \times 10^6, v' = 0.00135 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.0035 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 41.5 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 1.18\%$$

$$\text{Acier : } R_m = 12^k \times 10^6, v' = 0.00116 \sqrt{\frac{M}{b}}, h = 0.0040 \sqrt{\frac{M}{b}}, \omega = 23.8 \sqrt{Mb}; \text{ soit } 0.59\%$$

La hauteur  $h$  étant la distance entre l'axe des barres et la face supérieure, on formera la hauteur totale  $H$  en ajoutant à  $h$ , soit 2 ou 3 centimètres s'il n'y a qu'un seul cours de barres, soit 5 à 6 centimètres environ, s'il existe deux rangées de barres superposées.

Ayant donc déterminé le moment maximum  $M$  de flexion, et pris la largeur  $b$  de travée, on peut déterminer cette hauteur  $H$  et la section  $\omega$  des barres à loger dans la nervure, au moyen de

ces dernières formules. La dimension  $b$  peut être la largeur réelle de travée, d'axe en axe des nervures, si elle ne semble pas trop exagérée par rapport à l'épaisseur de hourdis et par rapport à la largeur de nervure; on peut aussi, dans le cas où l'on jugerait plus prudent de se conformer aux indications des Instructions et Circulaires, réduire cette dimension conformément aux règles ainsi posées. Nous croyons toutefois qu'avec des étriers et ligatures, avec armatures transversales des hourdis, ces prescriptions seraient en général un peu exagérées.

L'ensemble de ce tableau fait voir une fois de plus que, si l'on diminue la hauteur et, par conséquent, la masse de béton, c'est aux dépens de la section du métal qu'il faut augmenter par compensation.

C'est ainsi que, dans le premier type, où la hauteur est de  $0.0054 \sqrt{\frac{M}{b}}$  à  $0.0064 \sqrt{\frac{M}{b}}$ , la section  $\omega$  n'est que de 26.5 à  $14.9 \sqrt{Mb}$ ; tandis que, dans le 3<sup>e</sup> type, où la hauteur est réduite à  $0.0035$  ou  $0.0040 \sqrt{\frac{M}{b}}$ , la section devient égale à 41.5 ou  $23.8 \sqrt{Mb}$ .

De même, dans chaque type, lorsqu'on passe de  $8^k$  à  $12^k$  pour le travail  $R_m$ , la section diminue, mais c'est aux dépens de la hauteur qui augmente.

Ainsi que nous l'avions déjà fait remarquer, on peut donc, au moins entre certaines limites, diminuer la proportion de béton à la condition d'augmenter celle du métal; on opère inversement en augmentant la section du béton et diminuant celle du métal. On doit toutefois remarquer qu'un accroissement de hauteur accroît peu le volume du béton, parce que l'épaisseur  $v'$  de hourdis varie assez peu, et parce que la nervure, bien que plus haute, conserve une largeur relativement faible. Les variations sont beaucoup plus sensibles sur la section

du métal. C'est donc de ce côté principalement qu'il peut être avantageux de chercher l'économie.

Nous rappelons aussi que l'épaisseur  $e$  du hourdis ne doit pas différer trop de la valeur attribuée à  $v'$  dans chaque cas ; valeur qui n'est d'ailleurs pas très variable.

#### ARMATURES SUPÉRIEURES

Sans que cela soit rigoureusement indispensable, mais pour éviter les fissures et mieux assurer le travail de compression dans le béton, la plupart des constructeurs établissent des barres longitudinales à la partie supérieure des nervures, comme à la partie inférieure où elles travaillent à la tension.

Le renforcement ainsi obtenu ne peut être très considérable puisque, dans les pièces chargées debout et travaillant à la seule compression, on a constaté que le renforcement de ces pièces est dû principalement aux ligatures, frettes ou étriers formant l'armature transversale. Les barres longitudinales, dans le travail à la compression, ne paraissent jouer qu'un rôle assez secondaire. Il est vraisemblable qu'il en soit à peu près de même dans les parties de béton qui, pour les pièces soumises à la flexion, travaillent par compression.

D'ailleurs, lorsqu'on recourt à cette disposition complémentaire, on a soin de ne donner aux barres supérieures qu'une section notablement inférieure à celle des barres inférieures.

Ce qui se fait couramment aussi, c'est de relever une partie des barres de tension, une moitié par exemple, lorsqu'elles s'approchent des extrémités, c'est-à-dire des appuis. Cette disposition est rationnelle, pour éviter la disjonction qui pourrait se produire entre les abouts de la pièce armée et soumise à la flexion et les murs ou maîtresses poutres sur lesquels viennent s'appuyer ces abouts. Si peu perceptible qu'elle soit, la flexion tend à détacher la partie supérieure des abouts, ce qui produirait des fissures apparentes. Il est bon, en conséquence, d'y faire passer quelques barres pénétrant dans les parois d'appui pour atténuer ces effets de disjonction.

Si l'on juge utile d'évaluer les conséquences de cette adjonction de barres supérieures au droit des nervures, la modification à introduire dans les calculs peut se faire d'une manière assez simple.

Cette adjonction d'une section métallique généralement placée très près du point où passe la résultante des compressions, vers le tiers supérieur du hourdis, équivaut à un très léger accroissement de surface du hourdis. Dans l'équation de projection on l'introduirait en remplaçant la section réelle du métal par le produit de cette même section multipliée par le rapport  $r$  qu'on a admis entre les coefficients d'élasticité des deux matériaux.

Dans l'équation des moments où l'on égale le moment total de flexion à la somme des moments, métal et béton tendus, par rapport au point où passent les résultantes des compressions  $R_c$ , rien n'est sensiblement changé par l'intervention des barres supérieures, puisque celles-ci sont placées à peu près en ce même point.

Il est vrai que l'axe neutre peut se trouver légèrement remonté, par suite de cette intervention, mais d'une quantité que l'on peut considérer comme tout à fait négligeable puisque la section des barres supérieures, même multipliée par  $r$ , est très faible relativement à la section du hourdis.

Il n'y a donc pas nécessité de compliquer beaucoup les calculs pour tenir compte de cet élément nouveau. On se contentera, s'il y a lieu, d'augmenter un peu la largeur de hourdis, et de faire entrer dans les calculs cette largeur ainsi majorée, au lieu de la largeur réelle.

On constaterait facilement, d'ailleurs, que les résultats ainsi obtenus diffèrent peu de ceux que donnerait la largeur réelle.

La différence serait un peu plus sensible si l'on croyait devoir établir une armature supérieure, non seulement au droit de la nervure, mais encore sur toute l'étendue des ailes de hourdis. C'est ce que supposent certaines indications des Projets de Règlement qui établissent des formules en conséquence. Ce

renforcement aurait sa raison d'être si les hourdis devaient avoir une très forte épaisseur. Comme ce n'est généralement pas le cas, ce surcroît de précaution ne semble pas indispensable en toutes circonstances; les barres ainsi placées sont surtout des barres de répartition.

En tout cas il suffirait, comme nous venons de dire, de reporter la section équivalente  $r_{\omega}'$  de ce métal additionnel, sur un accroissement de largeur obtenu en divisant  $r_{\omega}'$  par l'épaisseur  $e$ . On n'aurait qu'à augmenter d'autant la largeur réelle  $b$  qui deviendrait ainsi  $b + \frac{r_{\omega}'}{e}$ . C'est cette valeur majorée qui, dans les calculs, prendrait la place de  $b$ .

#### IV.

### COMPARAISON DES TROIS SOLUTIONS: HOURDIS A NERVURE, HOURDIS SIMPLE, SECTION RECTANGULAIRE

---

#### 1°. — HOURDIS A NERVURE

Lorsqu'on n'est pas rigoureusement tenu par la hauteur disponible, il n'y a pas à douter que le hourdis à nervure, qui utilise toute cette hauteur, est plus avantageux que le hourdis simple en ce qu'il n'exige qu'un moindre volume de béton. Il est d'ailleurs facile d'évaluer le bénéfice que l'on peut trouver à cette substitution.

Adaptons les deux solutions au cas suivant :

Soit à couvrir une travée ayant 2<sup>m</sup>50 de largeur pour une portée de 8<sup>m</sup>00. La charge maxima est de 600<sup>k</sup> par mètre superficiel, pour le hourdis à nervure.

#### 1°. — HOURDIS A NERVURE

Pour le hourdis à nervure les données seront par exemple :

$$\text{Charge : } 12000^k; \quad M = 12000^k \times \frac{8^m00}{8} = 12000; \quad b = 2^m50.$$

$$\frac{M}{b} = 4800, \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 69.3; \quad Mb = 30000 \quad \text{et} \quad \sqrt{Mb} = 173.2.$$

Appliquant les coefficients moyens du 1<sup>er</sup> type que nous venons

d'établir, on prendrait par exemple, pour béton ordinaire et fer :

$$v' = 0.00145 \times 69.3 = 0^m10 \text{ à } 0^m11; \quad h = 0.00540 \times 69.3 = 0.37;$$

$$\omega = 26,5 \times 173.2 = 4555^{\text{mm}^2}; \quad H = 0^m41 \text{ à } 0^m45.$$

Telles seraient les proportions de la pièce à nervure.

Pour le hourdis, en déduisant le poids propre de la nervure, on ramènerait la charge, par mètre superficiel, à  $500^k$  environ.

Sur le hourdis on aurait donc par mètre courant, avec demi-encastrement par exemple :

$$\text{Charge: } 1^m00 \times 2^m15 \times 500^k = 1075^k; \quad M = 1075^k \times \frac{2^m15}{10} = 231; \quad \sqrt{M} = 15.2.$$

D'où l'on conclurait pour l'épaisseur totale et pour la section métallique au mètre courant :

$$e = 0.007 \times 15.2 = 0^m10 \text{ à } 0^m11.$$

$$\omega = 27 \times 15.2 = 410^{\text{mm}^2}$$

ou même  $\omega$  égal à 459, si l'on ne compte pas sur le demi-encastrement.

L'écart entre  $e$  et  $v'$  serait à peu près négligeable. On pourrait, si on le jugeait nécessaire, porter à  $0^m12$  l'épaisseur  $e$ ; ou modifier très légèrement les proportions de la nervure, sans que ce fût réellement indispensable ici.

## 2°. — HOURDIS SIMPLE

Si l'on se croyait astreint à remplacer par un hourdis simple, on opérerait comme suit, à supposer que l'on acceptât pratiquement la portée de  $8^m00$  pour celui-ci. Si nous l'admettons cependant, c'est principalement pour établir la comparaison cherchée. On aurait approximativement au mètre courant, avec charge de  $650^k$  dans ce cas :

$$\text{Charge: } 1^m00 \times 8^m00 \times 650^k = 5200^k; \quad M = 5200^k \times \frac{8^m00}{8} = 5200; \quad \sqrt{M} = 72.$$

On en déduirait, avec les mêmes coefficients évalués en nombres ronds :

$$e = 0.007 \times 72 = 0^m50$$

$$\omega = 27 \times 72 = 1944^{\text{mm}^2}.$$

Dans le premier cas, les volumes ou poids seraient donc pour le hourdis avec nervure :

$$\text{Métal} : 8^m00 \times 0.004535 + 8^m00 \times 2^m15 \times 0.000459 = 0^m304433,$$

soit un poids de 345<sup>k</sup>.

$$\text{Béton} : 8^m00 \times 0^m35 \times 0^m45 + 8^m00 \times 2^m15 \times 0^m11 = 3^m3150.$$

Dans le second cas, avec hourdis simple :

$$\text{Métal} : 8^m00 \times 2^m50 \times 0.001944 = 0^m303888,$$

soit un poids de 304<sup>k</sup>.

$$\text{Béton} : 8^m00 \times 2^m00 \times 0^m50 = 8^m3000.$$

La proportion de métal est à peu près la même dans les deux cas.

Quant au volume du béton, il est 2 fois 1/2 supérieur avec le hourdis simple.

Les résultats de la comparaison pourraient être un peu différents si l'on modifiait les coefficients moyens que nous avons supposés; mais il est clair que l'écart serait toujours très considérable.

### 3°. — SECTION RECTANGULAIRE

Les poutrelles à section rectangulaire sont plus rarement employées dans la construction en béton armé. Si le hourdis proprement dit peut être constitué au moyen de béton, il n'y a aucune raison de perdre le notable surcroît de résistance que fournit la liaison de ce hourdis avec la poutrelle pour constituer un hourdis à nervure.

L'emploi de la poutrelle rectangulaire ne se justifierait, en général, qu'à la condition d'avoir une plus grande hauteur disponible avec cette poutrelle qu'avec le hourdis à nervure. On ne voit pas bien comment pourrait se présenter un cas semblable.

Pour conserver des termes comparables, supposons que la hauteur disponible, au cas où l'on voudrait recourir à la poutrelle rectangulaire, ne pourrait guère excéder les 0<sup>m</sup>45 que nous avons reconnus nécessaires pour le hourdis à nervure.

Pour faire face au même moment de flexion, on serait conduit à donner au rectangle de section une largeur supérieure à 1<sup>m</sup>00, ce qui ne paraît guère admissible. Aussi supposons-nous que, pour arriver à tirer parti de ces poutrelles, on les répartit au nombre de 3 sous la largeur de 2<sup>m</sup>50, en donnant à chacune une largeur de 0<sup>m</sup>45, ce qui est déjà beaucoup pour la hauteur admise.

On aurait ainsi :

$$\text{Charge: } \frac{12000^k}{3} = 4000^k; \quad M = 4000; \quad b = 0^m45;$$

$$\frac{M}{b} = 8888, \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 94.5; \quad Mb = 1800, \quad \sqrt{Mb} = 42.4.$$

En employant les coefficients les plus favorables qui supposent un très fort travail sur le béton et sur le métal, on aurait :

$$h = 0.0047 \times 94.5 = 0^m44; \quad \omega = 26.0 \times 42.4 = 1102^{\text{mm}^2},$$

$$H = 0^m48 \text{ à } 0^m53.$$

Déjà l'on dépasserait un peu la hauteur admise précédemment.

Comme l'écartement entre les faces des poutrelles est maintenant très faible, nous supposons que l'on couvre d'un plancher très léger; car un hourdis en béton armé ne pourrait plus avoir alors qu'une minime épaisseur.

Même en admettant cet avantage, les volumes et poids seraient, avec poutre à section rectangulaire :

$$\text{Métal: } 8^m00 \times 3 \times 0.001102 = 0^m^302645,$$

soit un poids de 206<sup>k</sup>.

$$\text{Béton: } 8^m00 \times 3 \times 0^m45 \times 0^m53 = 5^m^3725.$$

C'est-à-dire : économie assez sensible de métal, mais tenant ici à l'emploi des forts coefficients et au surcroît de hauteur qu'implique ce mode de calcul : volume de béton intermédiaire entre la première et la seconde.

Avec les coefficients ordinaires que nous considérons comme moyennes de grande sécurité, ainsi qu'il est préférable en ces matières; coefficients qui ont d'ailleurs été admis pour les hourdis dans les deux premiers cas, il faudrait poser :

$$H = 0.007 \times 94.7 = 0^m66; \quad \omega = 27 \times 42.4 = 1145^{\text{mm}^2}.$$

On aurait alors :

$$\text{Métal} : 24 \times 0.001145 = 0^m302748,$$

soit 214<sup>k</sup>; et

$$\text{Béton} : 24 \times 0^m45 \times 0^m66 = 7^m3128.$$

Soit une moindre quantité de métal, mais presque autant de béton qu'avec le hourdis simple. Mais il faut ici tenir compte de cet excès de hauteur qui n'autorise pas, en réalité, une véritable comparaison avec les cas précédents; ainsi que du surcroît de travail imposé aux deux matériaux.

#### CONCLUSION

En résumé : A hauteurs égales, la poutre à nervure et le hourdis simple exigent à peu près la même quantité de métal; mais la masse de béton est beaucoup plus forte avec le hourdis simple.

Pour que l'on pût y substituer des poutrelles à section rectangulaire, sans trop augmenter la hauteur, il faudrait employer des bétons à plus forte proportion de ciment ou plus âgés, capables de travailler à 50<sup>k</sup> par exemple, et de l'acier pouvant travailler à 11<sup>k</sup> ou 12<sup>k</sup>. Dans ces conditions toutes spéciales, la quantité de métal pourrait être diminuée, et celle de béton serait intermédiaire entre les deux précédentes.

Tandis que si l'on devait maintenir le même travail que dans

les deux premiers cas, soit 30<sup>k</sup> pour le béton et 8<sup>k</sup> pour le fer, on serait conduit à augmenter notablement la hauteur. La quantité de métal resterait à peu près la même avec la section rectangulaire ayant une armature en acier et travaillant à un taux élevé; mais la masse de béton serait presque équivalente à celle qu'exige le hourdis simple.

## TABLEAUX GRAPHIQUES

---

Au moyen des diverses formules qui ont été établies pour déterminer les proportions des pièces en béton armé, d'après la valeur du moment de flexion auquel on doit faire face, et suivant le taux de travail que l'on juge admissible, tant pour le béton que pour le métal, on a déjà pu se rendre compte des variations que subissent ces proportions.

Mais elles apparaissent plus évidentes, et l'on en saisit beaucoup mieux l'ensemble en les comparant au moyen des tableaux graphiques ci-contre, ces tableaux résumant les résultats des calculs nécessaires. Ils peuvent d'ailleurs servir également à obtenir ces résultats directement.

### 1°. — HOURDIS A NERVURE

Pour rendre les écarts plus sensibles, trois types seulement ont été adoptés, avec un travail à la compression  $R_c$  du béton égal à  $30^k$ ,  $40^k$  et  $50^k$  par centimètre carré. De même, le travail  $R_m$  du métal y varie entre les deux limites :  $8^k$  et  $12^k$  par millimètre carré; le rapport  $r$  y est supposé égal à la moyenne de 10, adoptée par les Instructions et Circulaires. On a vu d'ailleurs que ce chiffre se justifie généralement assez bien lorsque les matériaux travaillent respectivement à leur taux normal. La résistance  $R_c$  du béton à la tension y est égale, soit à  $10^k$ , soit à 0.

Pour ce qui concerne les hauteurs théoriques  $h$ , on constate les faits suivants.

1°. — Comparant les tableaux 1, 5 et 9, où le travail  $R_c$  est de  $30^k$ ,  $40^k$  et  $50^k$ , on voit que ces hauteurs diminuent assez rapidement à mesure que s'élève le travail  $R_c$ .

2°. — Les  $v'$  varient peu. Il est important de les déterminer, au moins approximativement, attendu que l'épaisseur du hourdis, comme nous l'avons fait remarquer, ne doit pas en différer beaucoup. Que ces épaisseurs soient un peu supérieures aux  $v'$  indiqués, l'inconvénient n'a pas de conséquences sérieuses, et les résultats du calcul ne s'en trouveraient pas sensiblement modifiés. Le contraire se produirait si elles étaient notablement inférieures.

3°. — Comparant les tableaux 2, 6 et 10 qui déterminent les sections de métal nécessaires, on voit qu'à l'inverse des hauteurs, elles augmentent assez rapidement.

D'où il suit que l'on ne trouve pas un avantage économique aussi important qu'on pourrait le supposer en imposant au béton un travail de compression beaucoup plus élevé. Par là on diminue bien la hauteur et, par conséquent, la masse de béton; mais c'est aux dépens du métal, plus coûteux en général que le béton. L'avantage qui subsiste néanmoins, c'est qu'on obtient ainsi une plus grande légèreté.

4°. — On a pu voir, d'après les expériences mêmes, que la résistance  $R_c$  du béton à la tension intervient généralement d'une manière sensible, qui n'est nullement négligeable. Que résulte-t-il de l'hypothèse, officiellement autorisée, où l'on supprime complètement cette résistance complémentaire?

En comparant les tableaux 1 et 3, par exemple, qui comportent le même travail  $R_c$  à la compression, on constate que cette suppression a pour effet d'augmenter la section  $\omega$  de métal nécessaire; ce qui ne fait que créer un surcroît de sécurité.

Mais, par contre, on réduit ainsi, arbitrairement, les hauteurs  $h$ ; ce qui peut avoir quelques inconvénients. Si la résis-

tance  $R_c$  existe en réalité, il conviendrait donc de maintenir une hauteur un peu plus forte.

Il est vrai qu'en augmentant la section de métal, on abaisse un peu l'axe neutre ; mais encore faudrait-il s'assurer que cette modification suffit à diminuer convenablement le travail de compression  $R_c$  ; ce qui pourrait ne pas se vérifier toujours. Aussi est-il prudent, lorsqu'on opère ainsi, d'évaluer assez largement la hauteur nécessaire.

Du reste, il ne faudrait pas s'en tenir à la hauteur théorique  $h$  qui est la distance du centre des barres à la face opposée. Pour habiller ces barres, il faut, en fixant la hauteur totale, ajouter à  $h$  quelques centimètres, 4 ou 5 par exemple, si l'armature ne comprend qu'un seul rang de barres ; 6 à 8 centimètres par exemple, suivant diamètres, lorsqu'on superpose deux rangs de ces barres, comme il arrive pour les fortes pièces.

Comparant ensuite 2 et 4, puis 5 et 7, on voit que l'annulation de  $R_c$  augmente plus sensiblement encore les sections  $\omega$  du métal, et diminue de plus en plus la hauteur  $h$ . L'inconvénient possible de cette dernière réduction devient de plus en plus manifeste, à mesure que le travail admis pour  $R_c$  est plus élevé.

5°. — Il est également intéressant de constater les conséquences que peut engendrer la substitution de l'acier par exemple au fer ordinaire, la majoration de travail  $R_m$  passant de  $8^k$  à  $11^k$  ou  $12^k$ .

Il est facile de voir, sur chacun des tableaux pris isolément, que cette substitution a pour effet d'augmenter sensiblement la hauteur  $h$  et, à l'inverse, de diminuer très notablement la section de métal.

C'est donc le contraire de ce que l'on observait en majorant le travail  $R_c$  du béton : on économise ainsi le métal, mais on accroît la masse de béton.

Les deux conséquences ne font d'ailleurs que confirmer cette observation générale : on peut diminuer la section de l'un des deux matériaux, mais à la condition d'augmenter la section de

l'autre. Mais il ne semble pas qu'on puisse réduire simultanément l'un et l'autre, tout en acceptant un travail plus élevé, à la fois pour le métal et pour le béton; à moins d'accepter des taux de travail qui ne seraient pas pratiquement admissibles.

Ainsi l'on pourrait comparer les résultats figurés sur le tableau n° 1, avec ceux du tableau n° 9, où le travail  $R_c$  passe de  $30^k$  à  $40^k$ ; en prenant, sur le premier, les courbes correspondant à  $R_m$  de  $8^k$ , et sur le second les courbes qui correspondent à  $R_m$  de  $12^k$ .

Il est facile de voir que, malgré cette sorte d'inversion, les hauteurs  $h$  du tableau n° 2 restent très supérieures à celles du second; tandis que les sections  $\omega$  du premier, de leur côté, sont peu différentes de celles du tableau n° 10.

## 2°. — HOURDIS SIMPLES ET SECTIONS RECTANGULAIRES

Les formules pour hourdis simples ou sections rectangulaires ne se prêtent pas aux mêmes comparaisons, autant, du moins, qu'on attribue à la résistance de tension  $R_c$  une valeur voisine de  $10^k$  par centimètre carré.

On a vu, en effet, que dans ce cas le hourdis seul suffit à fournir la tension nécessaire, à moins que le métal n'y travaille à un très faible taux, ou le béton à un taux  $R_c$  très élevé.

Il faut alors admettre au moins pour  $R_c$  un travail de  $50^k$ , qui conduit à prendre les coefficients suivants du radical  $\sqrt{\frac{M}{b}}$  ou  $\sqrt{Mb}$  :

$$\text{Pour } R_m = 8^k; \quad h : 0.003916, \quad v' : 0.001506, \quad \omega : 16.94$$

$$\text{Pour } R_m = 12^k, \quad h : 0.004915, \quad v' : 0.001446, \quad \omega : 1.20$$

Ce dernier chiffre, pour  $\omega$  serait inacceptable, ne fournissant qu'un pourcentage que l'on considérerait assurément comme insuffisant.

Les seules formules applicables aux hourdis simples et sections rectangulaires, sont celles qui supposent  $R_c$  nul, ainsi que l'admet-

tent les Instructions et Circulaires. Moyennant cette suppression, les formules sont alors identiques pour les hourdis à nervures et pour les hourdis simples ou sections rectangulaires. Ce sont donc les tableaux 2, 4, 6, 8, 10, 12 qui en représentent déjà les résultats.

Ceci suffit d'ailleurs pour conclure que les observations relevées pour les hourdis à nervures doivent s'appliquer également aux hourdis simples.

Le dernier exemple que nous venons de citer, comportant pour  $\omega$  une valeur égale à  $1.20\sqrt{Mb}$ , doit rappeler que toutes les solutions indiquées par le calcul, et qui découleraient des formules établies ici, ne seraient pas également applicables dans la pratique. De faibles sections métalliques qui, théoriquement, pourraient être considérées comme applicables, ne le seraient pas en fait à cause du faible pourcentage qui ne permettrait plus au métal d'entraîner suffisamment toute la masse de béton. Il est certainement une limite au-dessous de laquelle il convient de ne pas descendre.

Comme nous avons eu déjà l'occasion de rappeler ce fait, nous n'insisterons pas.

De tout ceci l'on peut conclure que le constructeur a encore le choix entre d'assez nombreuses solutions plus ou moins hardies, en tenant surtout compte de la composition et de l'âge du mortier, des résistances différentes du fer et de l'acier; mais que les plus hardies ne sont pas nécessairement les plus économiques, puisque tout avantage pris sur l'un des matériaux est compensé par un désavantage de l'autre côté.

En fait, ce qui s'impose souvent au constructeur, c'est la nécessité de se tenir dans des limites de hauteur très restreintes. En pareil cas, il lui faut adopter les solutions qui réduisent cette hauteur, tout en augmentant le poids de métal nécessaire.

Lorsque la hauteur n'est pas limitée, il y aura généralement avantage, au contraire, à réduire la section de métal, sans toutefois dépasser les limites dont nous parlions tout à l'heure.

## EXEMPLES D'APPLICATION

Les tableaux, disions-nous, se prêtent aussi à des évaluations rapides qui faciliteront le choix à faire, puisqu'ils donnent directement les résultats.

Prenons deux exemples ainsi caractérisés :

*1<sup>er</sup> Exemple*

Portée:  $6^m00$ ; écartement:  $2^m50$ ; charge totale:  $600^k$  par mètre carré; soit une charge de  $6^m00 \times 2^m50 \times 600^k$ , ou  $9000^k$ .

$$M = 9000^k \times \frac{6^m00}{8} = 6750; \quad \frac{M}{b} = \frac{6750}{2^m50} = 2700; \quad Mb = 6750 \times 2^m50 = 16875.$$

1°. — D'après les tableaux n° 1 et n° 2 :

$$R_c = 30^k \times 10^i; \quad R_z = 10^k \times 10^i$$

$$R_m = 8^k \times 10^6; \quad h = 0^m27; \quad v' = 0^m07 \text{ à } 0^m08; \quad \omega = 2800^{\text{mm}^2},$$

soit 4 barres de 30 par exemple; et

$$R_m = 12^k \times 10^6; \quad h = 0^m32; \quad v' = 0^m06 \text{ à } 0^m07; \quad \omega = 1400^{\text{mm}^2},$$

soit 2 barres de 30.

2°. — D'après les tableaux n° 3 et n° 4 :

$$R_c = 30^k \times 10^i; \quad R_z = 0$$

$$R_m = 8^k \times 10^6; \quad h = 0^m26; \quad v' = 0^m08 \text{ à } 0^m09; \quad \omega = 3400^{\text{mm}^2},$$

soit 4 barres de 33; et

$$R_m = 12^k \times 10^6; \quad h = 0^m30; \quad v' = 0^m05 \text{ à } 0^m06; \quad \omega = 1920^{\text{mm}^2},$$

soit 2 barres de 35.

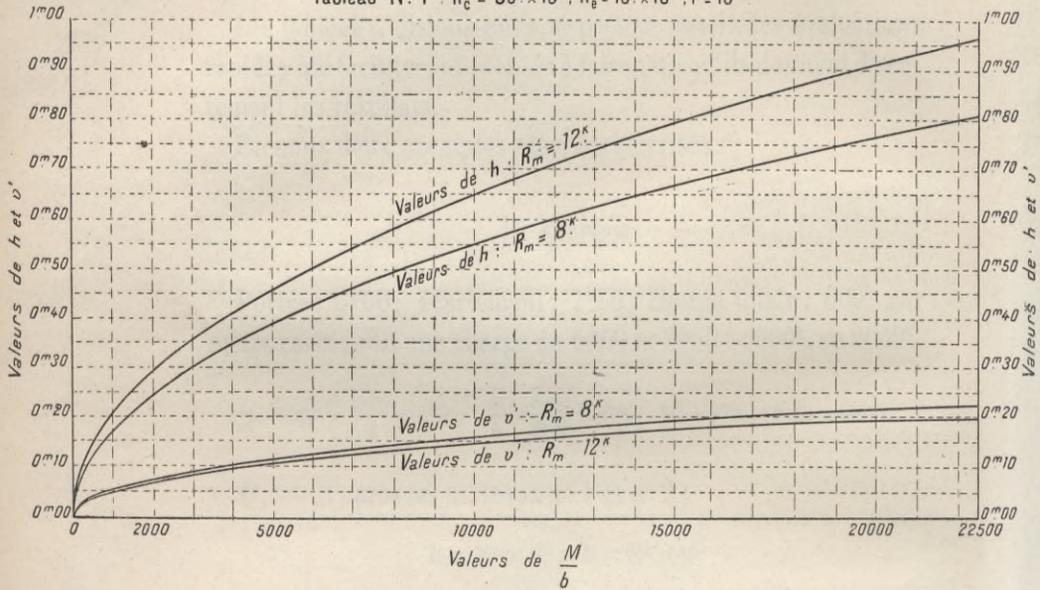
Pour la hauteur totale on ajouterait à  $h$  :  $0^m05$  par exemple pour le cas de 2 barres, et  $0^m08$  pour le cas de 2 barres seulement.



# REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES RÉSULTATS

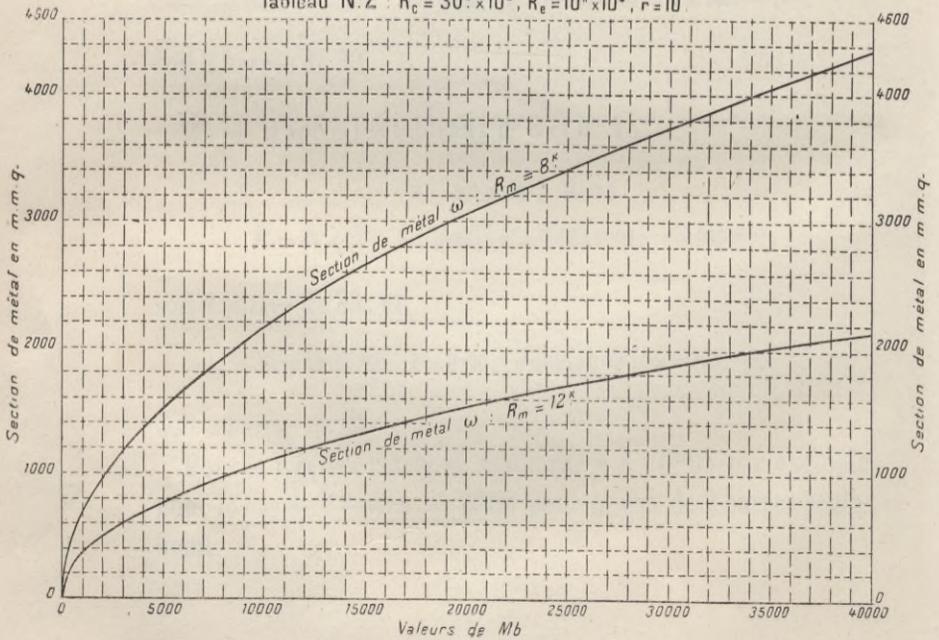
Valeurs de  $h$  et  $v$

Tableau N° 1 :  $R_c = 30^4 \times 10^4$ ,  $R_e = 10^4 \times 10^4$ ,  $r = 10$



Valeurs de  $\omega$ , section de métal

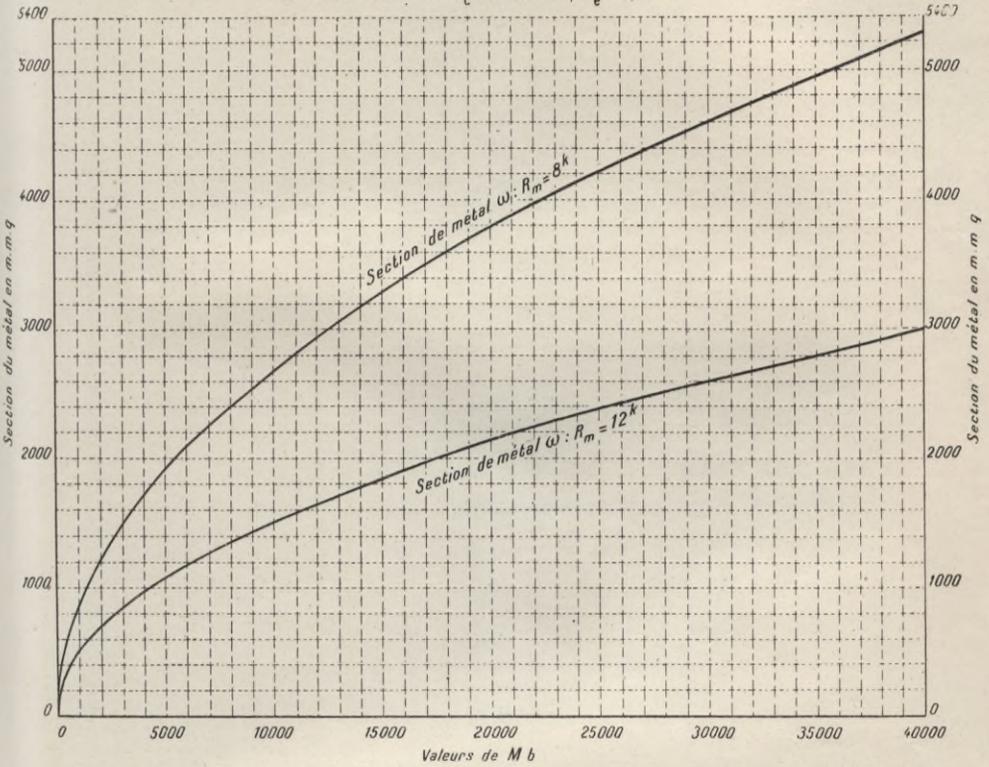
Tableau N° 2 :  $R_c = 30^4 \times 10^4$ ,  $R_e = 10^4 \times 10^4$ ,  $r = 10$



# REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES RÉSULTATS

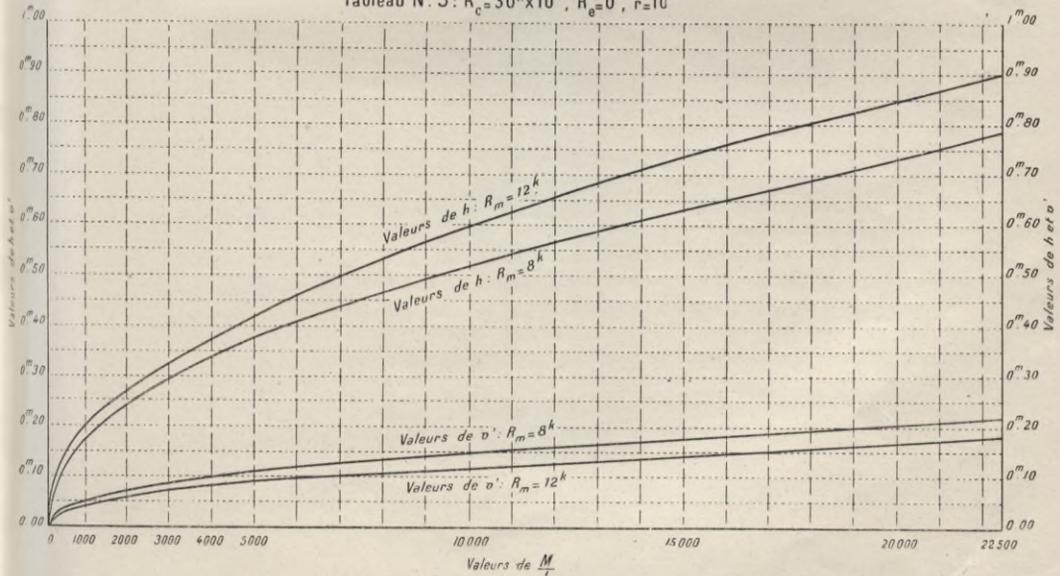
Valeurs de  $\omega$ , section de métal

Tableau N° 4 :  $R_c = 30^k \times 10^7$ ,  $R_e = 0$ ,  $r = 10$



Valeurs de  $h$  et  $v'$

Tableau N° 3 :  $R_c = 30^k \times 10^7$ ,  $R_e = 0$ ,  $r = 10$



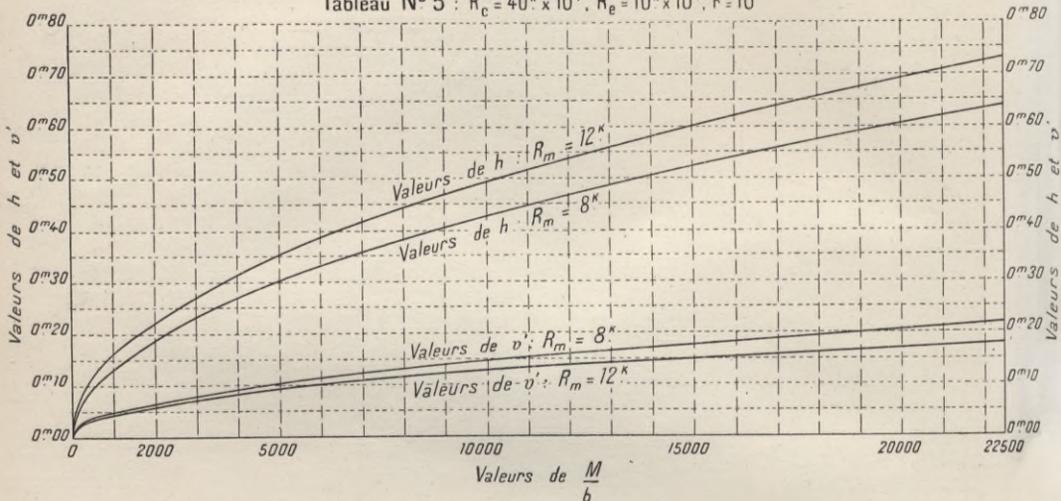




# REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES RÉSULTATS

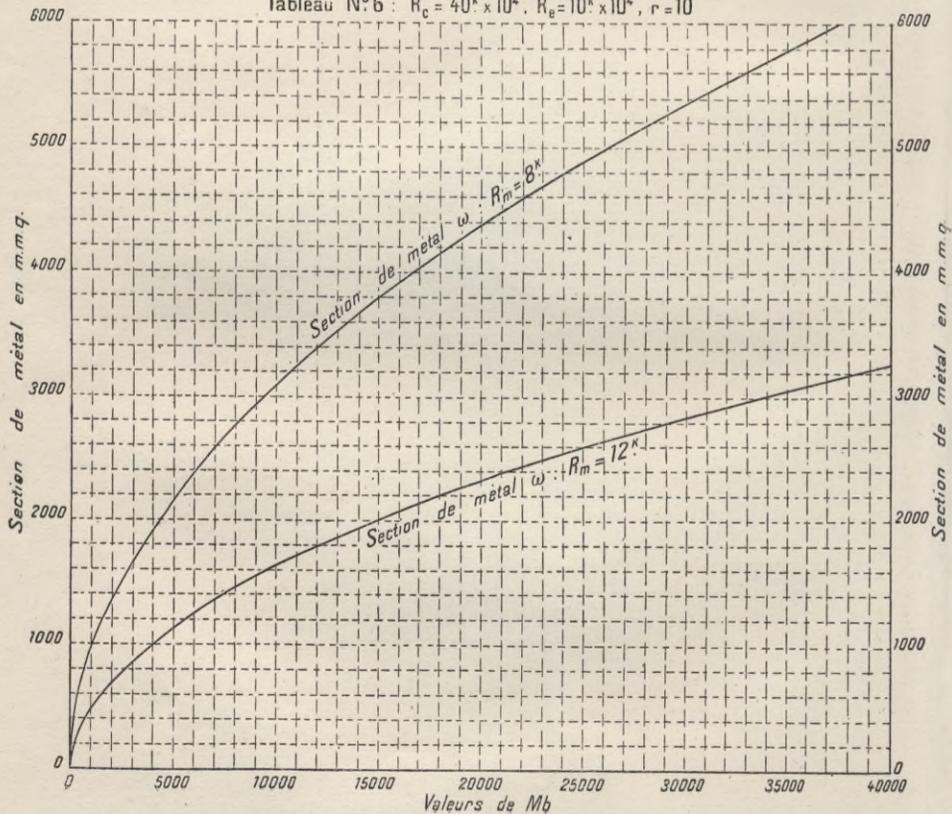
Valeurs de  $h$  et  $v'$

Tableau N° 5 :  $R_c = 40^k \times 10^4$ ,  $R_e = 10^k \times 10^4$ ,  $r = 10$



Valeurs de  $\omega$ , section de métal

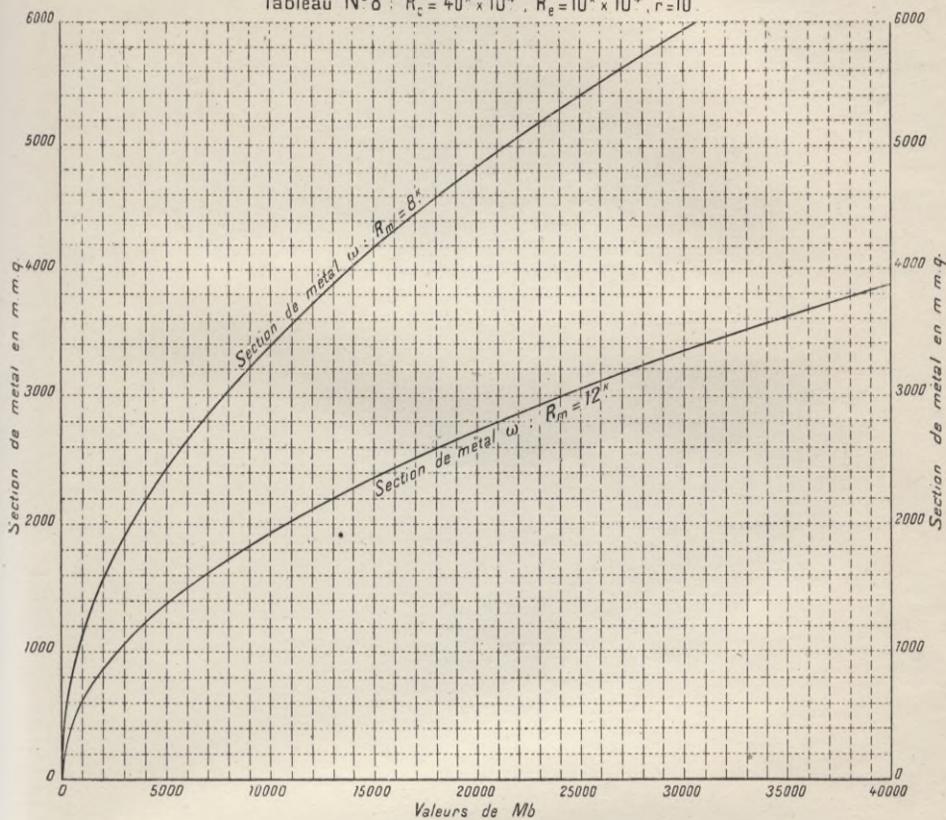
Tableau N° 6 :  $R_c = 40^k \times 10^4$ ,  $R_e = 10^k \times 10^4$ ,  $r = 10$



## REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES RÉSULTATS

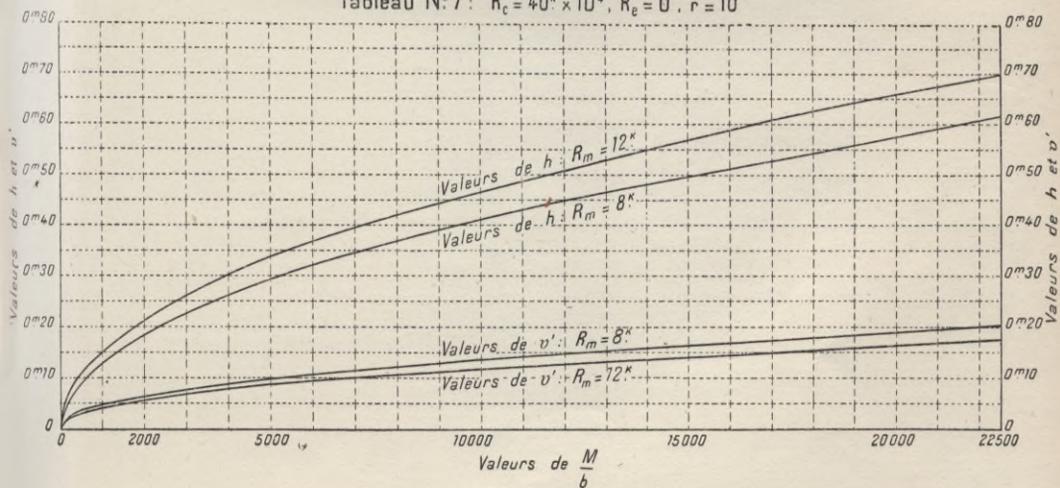
Valeurs de  $\omega$ , section de métal

Tableau N° 8 :  $R_c = 40^k \times 10^4$ ,  $R_e = 10^k \times 10^4$ ,  $r = 10$



Valeurs de  $h$  et  $v'$

Tableau N° 7 :  $R_c = 40^k \times 10^4$ ,  $R_e = D$ ,  $r = 10$



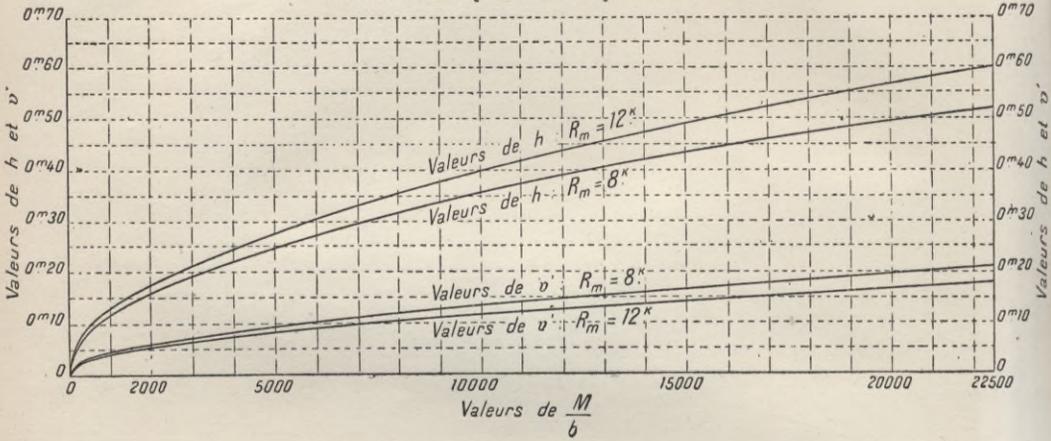




# REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES RÉSULTATS

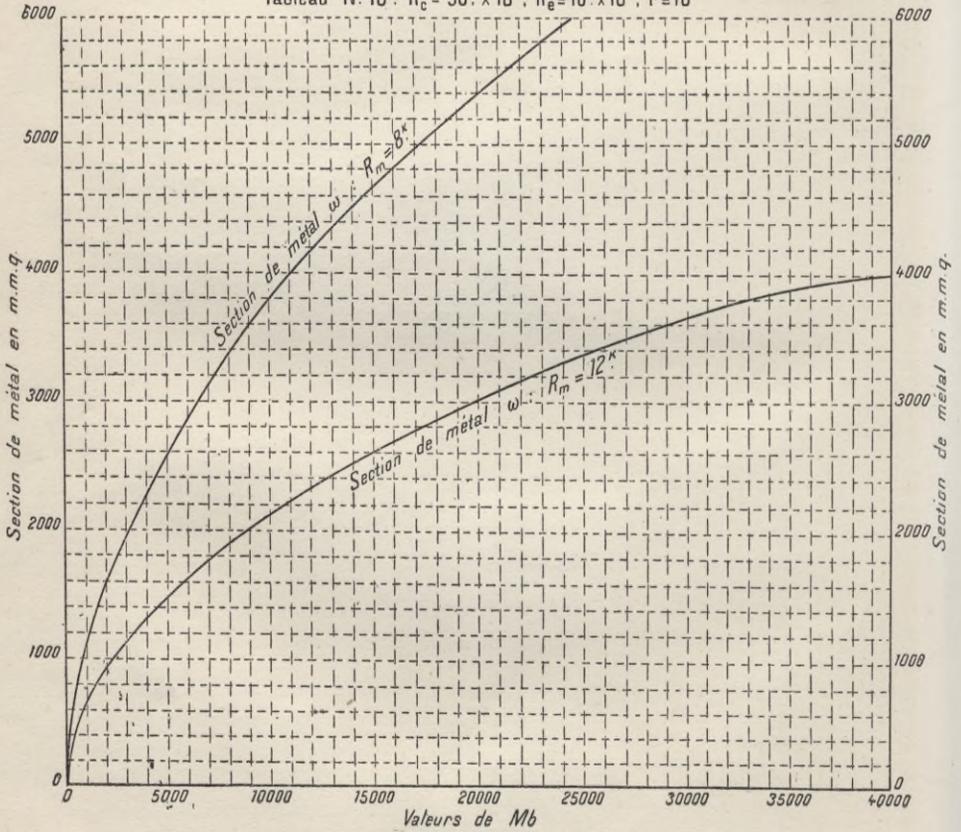
Valeurs de  $h$  et  $v$

Tableau N° 9 :  $R_c = 50^k \times 10^4$ ,  $R_e = 10^k \times 10^4$ ,  $r = 10$



Valeurs de  $\omega$ , section de métal

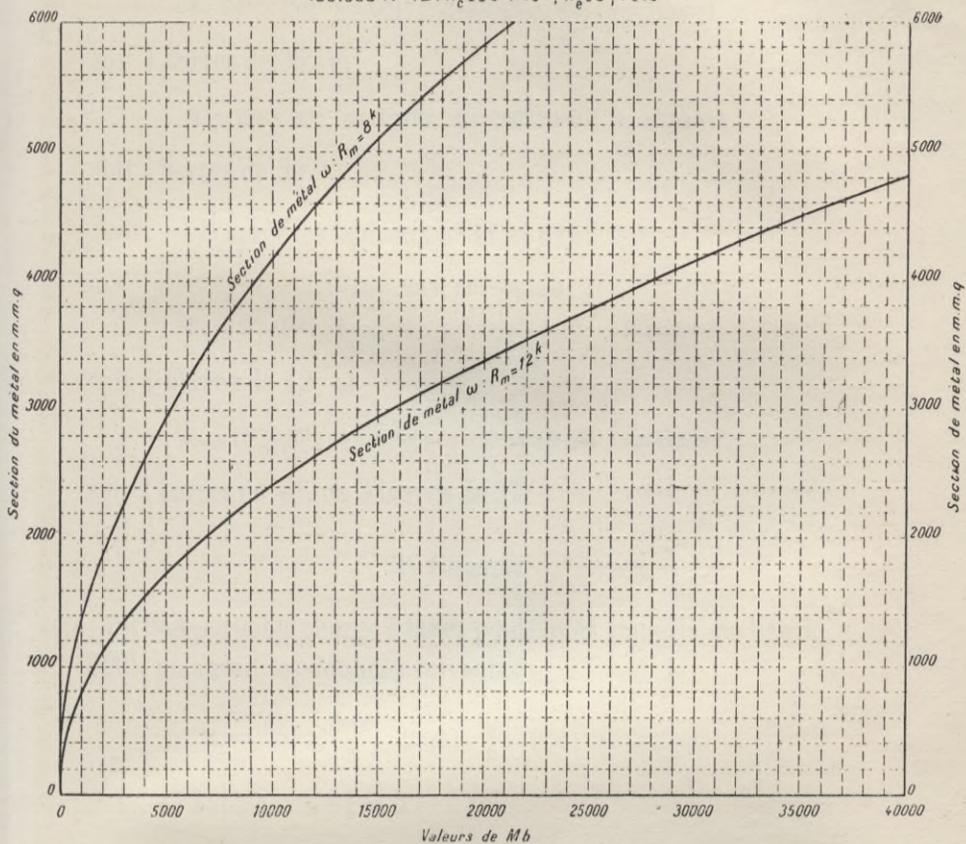
Tableau N° 10 :  $R_c = 50^k \times 10^4$ ,  $R_e = 10^k \times 10^4$ ,  $r = 10$



# REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES RÉSULTATS

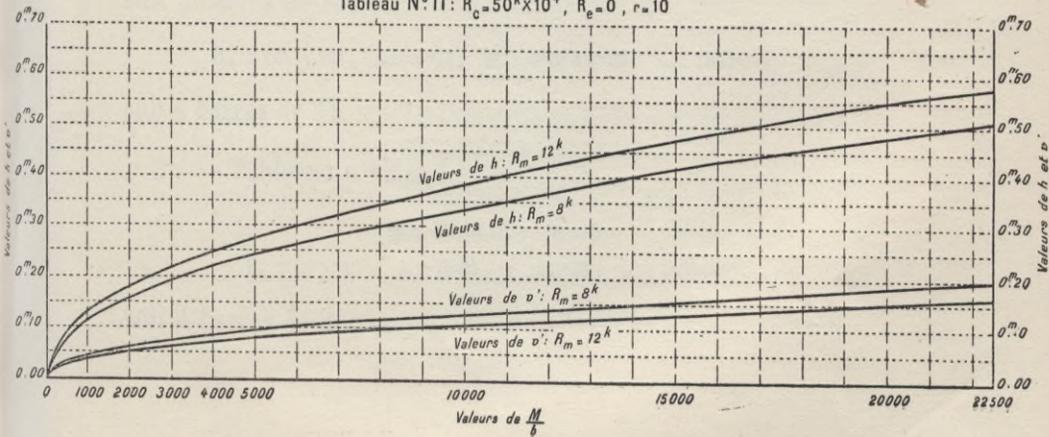
Valeurs de  $\omega$ , section de métal

Tableau N° 12:  $R_c = 50^k \times 10^4$ ,  $R_e = 0$ ,  $r = 10$



Valeurs de  $h$  et  $v'$

Tableau N° 11:  $R_c = 50^k \times 10^4$ ,  $R_e = 0$ ,  $r = 10$





3<sup>o</sup>. — D'après les tableaux n<sup>o</sup> 9 et n<sup>o</sup> 10 :

$$R_c = 50^k \times 10^i; \quad R_e = 10^k \times 10^i$$

$$R_m = 8^k \times 10^6; \quad h = 0^m 17; \quad v' = 0^m 05 \text{ à } 0^m 06; \quad \omega = 4400^{\text{mm}^2},$$

soit 4 barres de 38; et

$$R_m = 12^k \times 10^6; \quad h = 0^m 19; \quad v' = 0^m 05 \text{ à } 0^m 03; \quad \omega = 2330^{\text{mm}^2},$$

soit 2 barres de 39.

4<sup>o</sup>. — D'après les tableaux n<sup>o</sup> 11 et n<sup>o</sup> 12 :

$$R_c = 50^k \times 10^i; \quad R_e = 0$$

$$R_m = 8^k \times 10^6; \quad h = 0^m 17; \quad v' = 0^m 06 \text{ à } 0^m 07; \quad \omega = 5400^{\text{mm}^2},$$

soit 4 barres de 42; et

$$R_m = 12^k \times 10^6; \quad h = 0^m 19; \quad v' = 0^m 05 \text{ à } 0^m 06; \quad \omega = 3100^{\text{mm}^2},$$

soit 2 barres de 45, ou 3 barres de 37.

### 2<sup>e</sup> Exemple

Si l'on portait la charge à 900<sup>k</sup>, poids mort compris, au lieu de 600<sup>k</sup>, on aurait les données suivantes :

$$M = 13500^k \times \frac{6^m 00}{8} = 10125; \quad \frac{M}{b} = 4050; \quad Mb = 25310.$$

1<sup>o</sup>. — Tableaux n<sup>os</sup> 1 et 2 :

$$R_c = 30^k \times 10^i; \quad R_e = 10^k \times 10^i$$

$$R_m = 8^k \times 10^i; \quad h = 0^m 35; \quad v' = 0^m 10; \quad \omega = 3400^{\text{mm}^2},$$

soit 2 barres de 33; et

$$R_m = 12^k \times 10^i; \quad h = 0^m 41; \quad v' = 0^m 08 \text{ à } 0^m 09; \quad \omega = 1680^{\text{mm}^2},$$

soit 4 barres de 34.

2<sup>o</sup>. — Tableaux n<sup>os</sup> 3 et 4 :

$$R_c = 30^k \times 10^i; \quad R_e = 0$$

$$R_m = 8^k \times 10^i; \quad h = 0^m 34; \quad v' = 0^m 09; \quad \omega = 4400^{\text{mm}^2},$$

soit 4 barres de 38; et

$$R_m = 12^k \times 10^i; \quad h = 0^m38; \quad v' = 0^v08; \quad \omega = 2400\text{mm}^2,$$

soit 2 barres de 39.

3°. — Tableaux nos 9 et 10 :

$$R_c = 50^k \times 10^i; \quad R_c = 10^k \times 10^i$$

$$R_m = 8^k \times 10^i; \quad h = 0^m22; \quad v' = 0^v08 \text{ à } 0^v09; \quad \omega = 6200\text{mm}^2,$$

soit 4 barres de 45 ou 6 de 36; et

$$R_m = 12^k \times 10^i; \quad h = 0^m23; \quad v' = 0^v07 \text{ à } 0^v08; \quad \omega = 3360\text{mm}^2,$$

soit 3 barres de 38.

4°. — Tableaux nos 11 et 12 :

$$R_c = 50^k \times 10^i; \quad R_c = 0$$

$$R_m = 8^k \times 10^i; \quad h = 0^m24; \quad v' = 0^v07 \text{ à } 0^v08; \quad \omega = 6600\text{mm}^2,$$

soit 6 barres de 38; et

$$R_m = 12^k \times 10^i; \quad h = 0^m24; \quad v' = 0^v07; \quad \omega = 3740\text{mm}^2,$$

soit 3 barres de 40.

Certains constructeurs préfèrent multiplier le nombre des barres à petits diamètres, ce qui offre ainsi une plus grande surface d'adhérence; mais rend plus difficile le passage du béton à travers ce réseau de barres qu'il est alors plus difficile de bien envelopper. D'autres constructeurs préfèrent l'emploi de quelques barres seulement, à plus forts diamètres; mais ces diamètres ne dépassent guère 0<sup>m</sup>040 environ.

#### ÉPAISSEUR DU HOURDIS PROPREMENT DIT

Il reste à voir si l'épaisseur nécessaire pour le hourdis proprement dit ne diffère pas trop de la hauteur  $v'$  précédemment calculée; elle pourrait lui être un peu supérieure, sans trop grand écart, avons-nous rappelé; mais il ne conviendrait pas qu'elle lui fût sensiblement inférieure.

Comme les tableaux d'ensemble donneraient difficilement les

hauteurs et les sections  $\omega$  lorsque ces quantités sont relativement faibles, les tableaux 13 et 18 reproduisent ces parties du

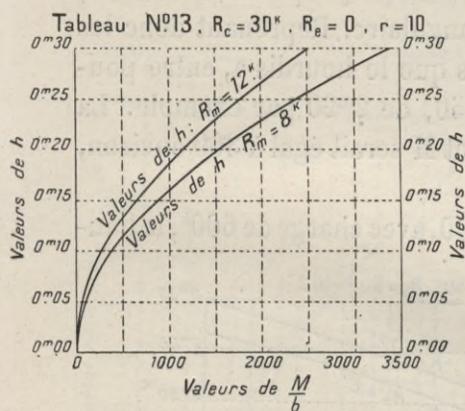
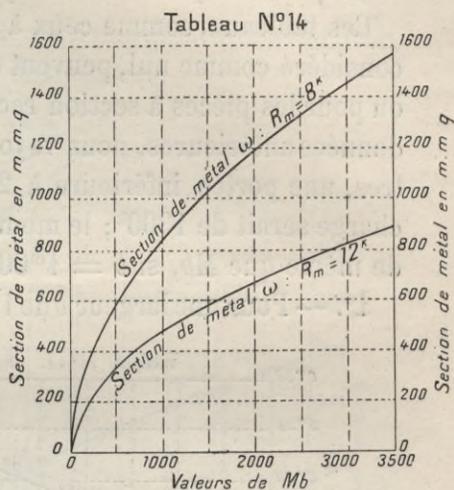
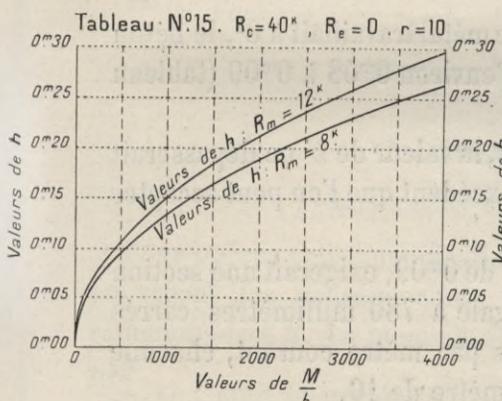
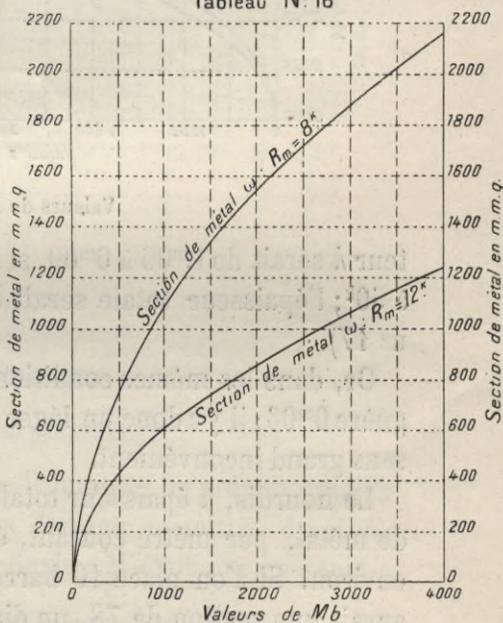
Valeurs de  $h$  $R_c = 30^k$ Valeurs de  $\omega$ 

Tableau N°16

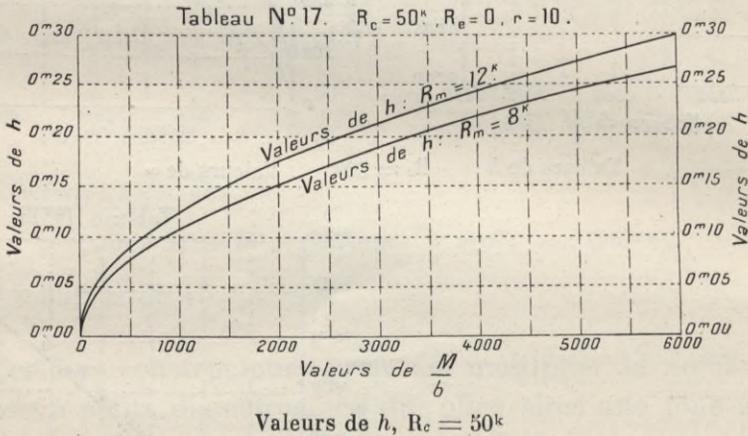
Valeurs de  $h$  $R_c = 40^k$ Valeurs de  $\omega$ 

graphique à plus grande échelle. Ils supposent tous que  $R_e$  est nul; on a vu en effet que, si l'on fait intervenir cette résistance,

de tension, les sections  $\omega$  du métal seraient théoriquement nulles ou trop faibles pour être acceptées en pratique.

Ces tableaux, comme ceux à plus petite échelle où le  $R_e$  était considéré comme nul, peuvent être employés pour les hourdis, ou pour les pièces à section rectangulaire. Reprenant donc les données antérieures, nous voyons que le hourdis a, entre poutres, une portée inférieure à 2<sup>m</sup>50, de 2<sup>m</sup>20 par exemple. La charge serait de 1300<sup>k</sup>; le moment  $M$  serait égal à 360 environ, de même que  $Mb$ , si  $b = 1^m00$ .

1°. — Pour une largeur  $b$  de 1<sup>m</sup>00, avec charge de 600<sup>k</sup>, la hau-



teur  $h$  serait de 0<sup>m</sup>06 à 0<sup>m</sup>09, si le métal travaillait à 8<sup>k</sup>, le béton à 50<sup>k</sup>; l'épaisseur totale serait d'environ 0<sup>m</sup>08 à 0<sup>m</sup>09 (tableau n° 17).

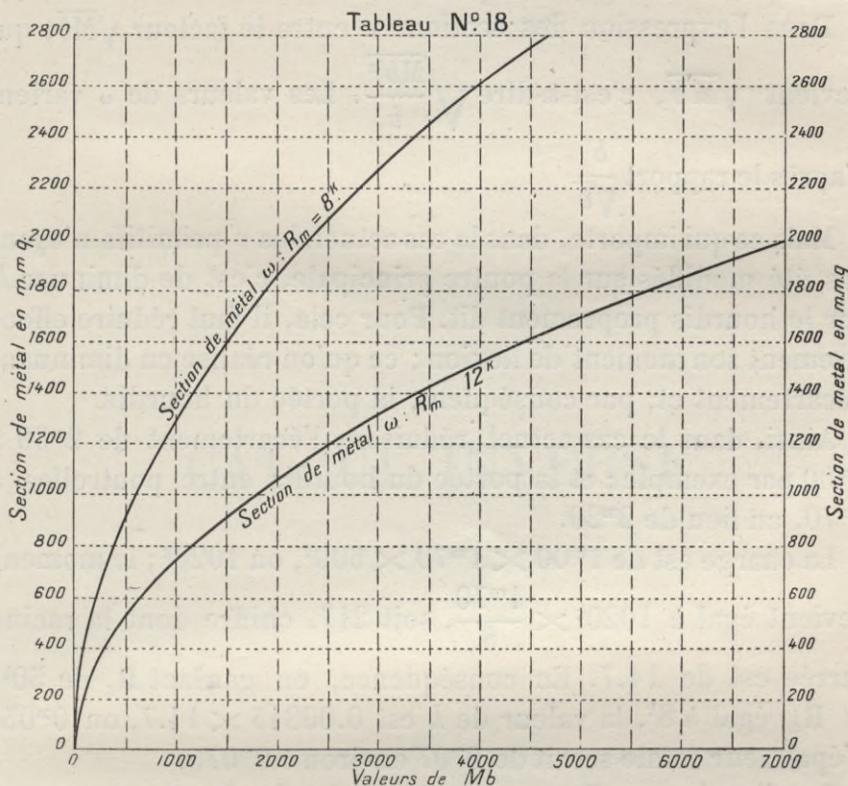
Or, dans les mêmes conditions, la valeur de  $v'$  ne dépasserait guère 0<sup>m</sup>06; il y a donc un léger excédent que l'on peut accepter sans grand inconvénient.

Le hourdis, à épaisseur totale de 0<sup>m</sup>09, exigerait une section de métal, par mètre courant, égale à 780 millimètres carrés environ. Si l'on place 10 barres par mètre courant, chacune aurait une section de 78, un diamètre de 10.

2°. — Si le métal travaillait à 12<sup>k</sup>, et le béton à 30<sup>k</sup> par exemple, tableaux 1 et 2, la hauteur  $h$  serait plus forte que précédemment; l'épaisseur totale serait assez sensiblement supé-

rieure à  $v'$  qui est encore de 0<sup>m</sup>06 environ dans ces conditions de travail.

Si l'on jugeait qu'il y eût excès trop marqué, il conviendrait de modifier un peu l'écartement des poutres.



$R_c = 50^k$ , valeurs de  $\omega$

MODIFICATION DE L'ÉCARTEMENT

Pour opérer cette modification, il importe de prévoir quelles en seront les conséquences. La largeur primitive étant  $b$ , ramenons-la à  $b'$ . Le moment de flexion  $M$  était par exemple :

$\frac{pb^2l^2}{8}$ , si  $l$  était la portée qui ne change pas,  $p$  la charge par

unité de surface. Avec largeur  $b'$ , elle est  $\frac{pb'l^2}{8}$ ; c'est donc  $M \times \frac{b'}{b}$ .

Dans l'expression des  $h$  et  $v'$  pour la poutrelle, entre le

facteur  $\sqrt{\frac{M}{b}}$ ; il deviendrait  $\sqrt{\frac{M'}{b'}}$ , c'est-à-dire  $\sqrt{\frac{M}{b}}$ ; il n'aurait pas changé. En conséquence, les valeurs de  $h$  et  $v'$  ne changeraient pas davantage sur la poutrelle.

Dans l'expression des sections  $\omega$  entre le facteur  $\sqrt{Mb}$ , qui devient  $\sqrt{M'b'}$ , c'est-à-dire  $\sqrt{\frac{Mb'^2}{b}}$ . Les valeurs de  $\omega$  varient d'après le rapport  $\frac{b'}{\sqrt{b}}$ .

Mais ce qui importe, dans le cas actuel, les  $v'$  primitifs n'ayant pas été modifiés sur la poutre principale, c'est de diminuer  $h'$  sur le hourdis proprement dit. Pour cela, il faut réduire effectivement son moment de flexion; ce qu'on réalise en diminuant l'écartement et, par conséquent, la portée du hourdis.

Ainsi, dans le cas actuel, réduisons l'écartement de 2<sup>m</sup>50 à 2<sup>m</sup>00 par exemple; et la portée du hourdis entre poutrelles à 1<sup>m</sup>70, au lieu de 2<sup>m</sup>20.

La charge est de 1<sup>m</sup>00  $\times$  1<sup>m</sup>70  $\times$  600<sup>k</sup>, ou 1020<sup>k</sup>; le moment devient égal à 1020<sup>k</sup>  $\times$   $\frac{1^m70}{8}$ , soit 217, chiffre dont la racine carrée est de 14.7. En conséquence, en gardant  $R_c$  de 50<sup>k</sup>, et  $R_m$  égal à 8<sup>k</sup>, la valeur de  $h$  est 0.00345  $\times$  14.7, ou 0<sup>m</sup>05. L'épaisseur totale serait de 0<sup>m</sup>07 environ à 0<sup>m</sup>075.

On s'est donc suffisamment rapproché de  $v'$  qui était un peu supérieur à 0<sup>m</sup>060 et n'a pas changé.

Le tableau n° 13 aurait d'ailleurs donné ce résultat directement et sans calcul.

La conclusion est donc celle-ci : Le changement d'écartement ne modifie pas le  $v'$  de la poutre. Si l'épaisseur du hourdis était supérieure notablement à cette valeur de  $v'$ , il faudrait diminuer l'écartement, de manière que le  $h'$  du hourdis se rapproche de cette valeur constante de  $v'$ . Si le hourdis avait une trop faible épaisseur, on augmenterait l'écartement.

TRINITEZ THEOLOGICAL

LIBRARY

# CALCUL INVERSE



# I

## FORMULES THÉORIQUES

---

### QUESTION PRATIQUE

La structure d'une pièce étant connue, c'est-à-dire : connaissant la largeur  $b$  du hourdis,  $h$  la distance entre l'axe des barres et la face supérieure du hourdis,  $\beta h$  la largeur de la nervure, la section  $\omega$  de métal et par conséquent le pourcentage  $\frac{\omega}{bh}$ , ou  $p$ , on veut déterminer  $R_c$  et  $R_m$ , travail du béton et du métal, pour un moment donné  $M$ .

Pour cela il faut attribuer au rapport  $r$  la valeur que l'on juge approximativement applicable d'après la qualité et l'âge du béton, et fixer au travail  $R_e$  de tension une valeur également approximative.

Celle-ci étant presque arbitraire, on peut, pour simplifier les calculs, se donner de préférence le rapport qu'on suppose exister entre  $R_e$  et  $R_c$ , que l'on appellera  $K$ . Il est vrai que  $R_c$  est à déterminer ; mais, d'après la valeur de  $M$ , on en a une idée au moins approximative, de même que pour  $R_e$  ; ce qui permet de ne pas prendre pour  $K$  une valeur qui s'écarte trop de la réalité. Celle-ci n'a d'ailleurs qu'une influence un peu secondaire sur les résultats cherchés.

Au moyen des trois relations fondamentales on commencera par déterminer le rapport

$$\delta = \frac{rR_c}{R_m}$$

au moyen de l'expression :

$$\delta = (\beta K + pr) + \sqrt{(\beta K + pr)^2 + 2pr}. \quad (1)$$

On le reporte dans l'expression de  $R_c$  qui est

$$R = \frac{1}{(3 + 2\delta)\delta - 3\beta K} \times \frac{6M(1 + \delta)^2}{bh^2}. \quad (2)$$

Finalement on peut déterminer  $R_m$  par

$$R_m = \frac{rR_c}{\delta}.$$

#### 1°. — HOURDIS A NERVURES

1°. — Comme exemple de simple vérification, adoptons les données empruntées à la première poutre d'expérience, sous la charge de  $6000^k$  par exemple, que l'on pouvait considérer comme normale et qui correspond à un moment  $M$  de  $2175$  :

$$p = \frac{0.0015624}{1.20 \times 0.205} = 0.00635; \quad r = 6.4; \quad K = \frac{R_c}{R_c} = \frac{20.4}{37.5} = 0.544; \quad \beta = \frac{1}{8}.$$

Le produit  $pr$  est de  $0.04064$ . On a donc

$$\delta = \left( \frac{0.544}{8} + 0.04064 \right) + \sqrt{0.10864^2 + 2 \times 0.04064} = 0.10864 + \sqrt{0.09308} = 0.413.$$

De là on conclut

$$R_c = \frac{1}{(3 + 0.826) \times 0.413 - \frac{3}{8} \times 0.544} \times \frac{6 \times 2175 \times 1.413^2}{1.20 \times 0.205^2} = 37^k5 \times 10^4,$$

$$R_m = \frac{6.4 \times 37.5 \times 10^4}{0.413} = 5^k4.$$

Ce sont effectivement les valeurs déduites de l'expérience.

2°. — Si l'on eût calculé pour la charge de 9000<sup>k</sup>, correspondant à un moment de 3262, on aurait dû prendre :

$$p = 0.00635; \quad r = 8.4; \quad K = \frac{10.3}{51.4} = 0.20; \quad \beta = \frac{1}{8}.$$

On aurait effectivement adopté pour  $r$  un chiffre un peu supérieur au premier, puisque ce rapport augmente avec la charge ; pour  $K$  il aurait fallu adopter un chiffre inférieur au précédent, en tenant compte de la diminution probable de  $R_c$  sous un plus fort travail de la pièce.

La valeur de  $\delta$  n'aurait pas changé et resterait égale à 0.413. Celle de  $R_c$  serait

$$R_c = \frac{1}{(3 + 0.826) \times 0.413 - \frac{3}{8} \times 0.20} \times \frac{6 \times 3262 \times 1.413^2}{1.20 \times 0.205^2} = 51^k4 \times 10^4.$$

Celle de  $R_m$  devient ainsi

$$R_m = \frac{8.4 \times 51.4 \times 10^4}{0.413} = 10^k4.$$

Ces valeurs sont également conformes à celles qui avaient été calculées au début.

On voit que, dans cette opération nécessaire pour évaluer les  $R_c$  et  $R_m$ , il reste encore une large part à l'arbitraire, puisqu'on ne peut fixer les rapports  $r$  et  $K$  que d'après une très vague interprétation des qualités du béton ; mais, dans l'état actuel de nos connaissances, cette indétermination ne peut être masquée que partiellement. Aussi tous les résultats de calcul restent-ils fort approximatifs et ne doivent-ils pas être pris pour des réalités exactes, nous le répétons encore.

Dans le cas où l'on jugerait trop délicat de fixer le rapport  $\frac{R_c}{R_c}$ , ou  $K$ , d'après des estimations préalables de  $R_c$  que l'on ne connaît guère et de  $R_c$  que l'on ne connaît pas encore, on pourrait procéder d'une autre manière qui laisserait un peu moins de place à l'arbitraire.

On commencerait par fixer le travail  $R_c$  qu'on ne veut pas dépasser. Connaissant ainsi  $R_c$ , on pourrait apprécier un peu mieux la valeur qu'il convient d'attribuer à  $R_e$ , et l'on fixerait en conséquence le rapport  $K$ .

Cela fait, on calculerait le moment  $M$  auquel la pièce peut faire face lorsqu'elle travaille au taux normal  $R_c$ . Ce moment serait

$$M = R_c \times \frac{[(3 + 2\delta)\delta - 3\beta K] \times bh^2}{6(1 + \delta)^2}.$$

Le travail du métal se calculerait comme précédemment par

$$R_m = \frac{rR_c}{\delta}.$$

La valeur de  $\delta$  aurait d'ailleurs été déterminée au moyen de la relation (1) comme précédemment.

On n'aurait donc qu'à voir si ce travail reste dans des limites acceptables; et l'on constaterait si le moment  $M$  est bien à peu près celui avec lequel on doit compter.

## 2°. — HOURDIS SIMPLES ET SECTIONS RECTANGULAIRES

Si l'on avait à faire le même calcul pour les hourdis, on emploierait les mêmes formules que précédemment en y donnant au coefficient  $\beta$  une valeur égale simplement à l'unité.

Les exemples suivants indiquent la marche à suivre.

### 1<sup>er</sup> Exemple

Les proportions caractéristiques du hourdis sont

$$h = 0^m070; \quad \omega = 490; \quad \text{d'où } p = \frac{\omega}{h} = 0.007, \text{ et } pr = 0.07,$$

si l'on suppose que le rapport  $r$  soit à peu près égal à la moyenne de 10.

Il reste à fixer arbitrairement la valeur que l'on croit pouvoir

attribuer approximativement à  $R_c$ , ou au rapport  $\frac{R_e}{R_c} = K$ .

Prenons pour celui-ci la fraction  $\frac{1}{3}$  par exemple.

Dans ces conditions, on posera :

$$K + pr = 0.3333 + 0.0700 = 0.4033 ;$$

d'où

$$\delta = 0.4033 + \sqrt{0.1628 + 0.1400} = 0.955.$$

En conséquence on aura :

$$(3 + 2\delta)^2 - 3K = 4.910 \times 0.955 - 3 \times \frac{1}{3} = 3.689,$$

et par suite, dans le cas où le moment à satisfaire serait de 240 :

$$R_c = \frac{6 \times 240 \times 1.955^2}{3.689 \times 0.07^2} = 30^k \times 10^4.$$

On en conclurait :

$$R_m = \frac{rR_c}{\delta} = \frac{10 \times 30^k \times 10^4}{0.955} = 3^{k45} \times 10^6.$$

### 2<sup>e</sup> Exemple

Un second hourdis, destiné à satisfaire au même moment de flexion, égal comme précédemment à 240, présente les données suivantes :

$$h = 0^m0627; \quad \omega = 439; \quad \text{d'où } p = 0.007, \quad \text{et } pr = 0.07,$$

si la valeur de  $r$  peut encore être considérée comme égale à 10.

On admet que le rapport  $K$ , de  $R_e$  à  $R_c$ , peut être considéré comme à peu près égal à 0.25; ce qui donne :

$$K + pr = 0.25 + 0.07 = 0.32;$$

d'où

$$\delta = 0.32 + \sqrt{0.1024 + 0.1400} = 0.8123$$

et par suite :

$$R_c = \frac{1}{4.629 \times 0.8123 - 0.7500} \times \frac{6 \times 240 \times 1.8123^2}{0.627^2} = 40^k \times 10^4;$$

$$R_m = \frac{10 \times 40^k \times 10^4}{0.8123} = 4^{k92} \times 10^6.$$

3<sup>e</sup> Exemple

Pour le même hourdis, on veut se rendre compte de la différence que produisait la suppression totale de  $R_e$ . On aurait donc à supprimer partout  $K$ , ce qui conduisait à prendre simplement :

$$\delta = 0.07 + \sqrt{0.0049 + 0.1400} = 0.430.$$

D'où

$$R_e = \frac{1}{3.900 \times 0.43} \times \frac{6 \times 240 \times 1.43^2}{0.627^2} = 43^k8 \times 10^4$$

comme précédemment. Mais la valeur de  $R_m$  deviendrait

$$R_m = \frac{10 \times 43^k8 \times 10^4}{0.43} = 9^k73.$$

Il serait facile, dans chaque cas, d'évaluer l'épaisseur  $v'$  de la partie de béton travaillant à la compression, puisqu'il suffirait de multiplier la hauteur partielle  $h$  par le rapport  $\frac{\delta}{1 + \delta}$ , la valeur de  $\delta$  ayant été déterminée dans chaque cas.

Mais cette recherche n'a pas grand intérêt ici, puisque rien ne s'oppose à ce que cette épaisseur  $v'$  se limite d'elle-même à la partie supérieure de l'épaisseur totale de hourdis qui est toujours notablement plus grande.

Il n'en est pas de même pour les hourdis à nervures, où l'épaisseur limitée du hourdis formant les ailes, reste fixe et peut différer en plus ou en moins de la distance  $v'$  entre l'axe neutre et la face supérieure. Auquel cas le calcul peut avoir besoin d'être modifié, ainsi qu'on le verra plus loin.

## II

### INFLUENCE DES TENSIONS $R_e$ SUR LES VALEURS DE $R_m$ ET $R_c$

---

Il est une autre question qui mérite d'être examinée, en raison de son intérêt pratique, et que l'on déduit directement des formules précédentes.

Si l'on a calculé les proportions d'une pièce en adoptant les coefficients de travail indiqués par les Instructions officielles, et supprimant toute intervention des résistances de tension  $R_e$ , ainsi que l'autorisent ces mêmes Instructions, on doit se demander quelles modifications peut apporter, aux coefficients prévus pour le travail des matériaux, une intervention réelle de ces tensions, qui d'ailleurs existe toujours. Déjà l'on a vu dans les applications du Calcul inverse, que ces modifications peuvent être importantes; il y a donc intérêt à se rendre compte du degré d'importance.

Posons donc la question en ces termes :

Une pièce a été calculée et doit être établie dans les conditions que nous venons d'indiquer. Si l'on attribuait aux  $R_e$ , d'abord supposés nuls, une valeur croissante, quelles seraient les nouvelles valeurs de  $R_m$  et de  $R_c$  sur cette même pièce?

Les résultats sont sensiblement différents pour les hourdis simples et pour les hourdis à nervures; c'est pourquoi il importe de traiter les deux cas séparément.

I. — HOURDIS SIMPLES ET RECTANGULAIRES

Avec les conditions imposées :

$$M = 4000; \quad b = 0^m20; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 141.42; \quad \sqrt{Mb} = 28.3;$$

on a calculé les éléments suivants, par exemple au moyen des tableaux applicables à ce cas.

1<sup>er</sup> Exemple

Adoptant, pour le calcul simplifié :

$$R_c = 50^k \times 10^i, \quad R_m = 12^k \times 10^6, \quad R_e = 0, \quad r = 10,$$

on a trouvé

$$v' = 0.001142 \times 141.42 = 0^m1613; \quad h = 0.003882 \times 141.42 = 0^m3490;$$

$$\omega = 23.74 \times 28.3 = 671.84^{mm^2}; \quad p = 0.006112; \quad pr = 0.06112.$$

Voyons maintenant comment se modifient les  $v'$ ,  $R_c$  et  $R_m$  suivant qu'on attribue, au rapport  $K$  ou  $\frac{R_e}{R_c}$  des formules indiquées pour le Calcul inverse, des valeurs égales successivement à 0.10, 0.20, 0.30 ou 0.40, tout en conservant les dimensions primitivement calculées.

La valeur à donner au coefficient  $\beta$  est ici l'unité :

Au moyen de ces formules on peut dresser le tableau suivant :

Valeurs de $K$	Valeurs de $\delta$	Valeurs de $R_c$	Valeurs de $R_m$	Valeurs de $R_e$	Valeurs de $v'$
0	0.4170	50 <sup>k</sup> 0	12 <sup>k</sup> 0	0	0 <sup>m</sup> 161
0.10	0.5395	49 <sup>k</sup> 6	9 <sup>k</sup> 2	5 <sup>k</sup> 0	0 <sup>m</sup> 192
0.20	0.6975	46 <sup>k</sup> 5	6 <sup>k</sup> 7	9 <sup>k</sup> 3	0 <sup>m</sup> 226
0.30	0.8637	43 <sup>k</sup> 4	5 <sup>k</sup> 0	13 <sup>k</sup> 0	0 <sup>m</sup> 254
0.40	1.0392	40 <sup>k</sup> 6	3 <sup>k</sup> 9	16 <sup>k</sup> 2	0 <sup>m</sup> 271

Partant de  $R_e$  nul pour atteindre une valeur égale à 16<sup>k</sup> environ, laquelle reste encore inférieure à celle qu'ont donnée plusieurs des expériences, on constate les faits suivants :

Les  $R_c$  descendent progressivement de 50<sup>k</sup> à 40<sup>k</sup>6; diminution

qui correspond à une augmentation des  $v'$  qui s'élèvent de 0<sup>m</sup>161 à 0<sup>m</sup>271 ; ce dernier fait suffit à expliquer le premier ;

Les  $R_m$  descendent rapidement de 12<sup>k</sup> à moins de 4<sup>k</sup>0 ; décroissance qui provient de l'intervention très marquée des  $R_e$ , puisque la tension s'exerce ici sur toute la largeur du hourdis, et non pas seulement de la nervure comme dans les hourdis nervurés.

Il résulte de là que le calcul simplifié en annulant les  $R_e$  donne pour les  $R_c$  et les  $R_m$  des valeurs supérieures à la réalité, tant qu'il existe des résistances de tension ; on aurait donc toute sécurité en adoptant, pour les compressions du béton et la tension du métal, des chiffres considérés comme normaux.

Toutefois, il faut remarquer que si le rapport  $r$  des coefficients d'élasticité, lequel n'est jamais connu exactement, différerait de la moyenne 10, qui sera généralement adoptée dans ces calculs, les variations des résistances peuvent se présenter différemment.

Pour le vérifier, admettons maintenant que ce rapport puisse être de 5 par exemple, au moins pour de très bons bétons ; et voyons ce que deviennent alors les résistances réelles des deux matériaux, la pièce conservant toujours les mêmes proportions. Les mêmes formules permettent de dresser le tableau suivant :

### 2<sup>e</sup> Exemple

Valeurs de K	Valeurs de $\delta$	Valeurs de $R_c$	Valeurs de $R_m$	Valeurs de $R_e$	Valeurs de $v'$
0	0.2800	65 <sup>k</sup> 5	11 <sup>k</sup> 7	0	0 <sup>m</sup> 120
0.10	0.4101	58 <sup>k</sup> 5	8 <sup>k</sup> 1	5 <sup>k</sup> 8	0 <sup>m</sup> 159
0.20	0.5686	54 <sup>k</sup> 9	4 <sup>k</sup> 9	12 <sup>k</sup> 0	0 <sup>m</sup> 200
0.30	0.7433	50 <sup>k</sup> 0	3 <sup>k</sup> 4	15 <sup>k</sup> 0	0 <sup>m</sup> 233
0.40	0.9270	40 <sup>k</sup> 9	2 <sup>k</sup> 2	16 <sup>k</sup> 3	0 <sup>m</sup> 263

On constate que les valeurs de  $v'$  sont inférieures, surtout vers le début, à celles du tableau précédent ; elles continuent d'ailleurs à augmenter à mesure qu'augmente l'intervention des  $R_e$ .

C'est pourquoi les compressions  $R_c$  suivent encore une marche décroissante, mais elles restent supérieures à celles du précédent tableau, principalement lorsque les  $R_e$  sont nuls ou faibles encore.

Au contraire, les  $R_m$  sont un peu inférieurs à ceux qui correspondraient au rapport  $r$  égal à 10.

Si l'on eût adopté pour ce rapport une valeur plus grande que 10, il est clair que les différences seraient renversées; ce qui ne pourrait être qu'avantageux pour la stabilité.

En raison de l'écart qui existe, même lorsque  $R_e$  est nul, entre le travail de  $50^k$  dans un cas, de  $65^k$  dans l'autre, il semble prudent de ne pas admettre que le calcul simplifié donne nécessairement, ni toujours, une suffisante marge de sécurité, tant pour le béton que pour le métal.

La section de métal doit, semble-t-il encore, suffire dans tous les cas, telle qu'elle a été fixée par le calcul simplifié; mais il se pourrait, si on lui empruntait en même temps la hauteur  $h$ , que le travail de compression prévu  $R_c$  se trouvât assez sensiblement dépassé. C'est pourquoi dans l'établissement des formules pratiques, nous avons cru utile, tout au moins, de prendre des hauteurs  $h$  un peu fortes, en les déterminant par le calcul qui suppose une résistance  $R_e$  de  $10^k$  seulement, pour ne rien exagérer. Encore pourrait-il être prudent de majorer ces hauteurs, plutôt que de les réduire.

Nous avons, dans les exemples ainsi traités, admis un travail maximum de  $50^k$  pour le béton; de  $12^k$  pour le métal. Le premier de ces chiffres ne pourra guère être adopté que dans des circonstances plutôt exceptionnelles. Aussi reste-t-il intéressant de reprendre les mêmes comparaisons, en les établissant d'après des données plus courantes.

### 3<sup>e</sup> Exemple

Nous conserverons les conditions imposées :

$$M = 4000, \quad b = 0^m20,$$

en y joignant cette fois :

$$R_c = 50^k \times 10^4; \quad R_m = 10^k \times 10^6; \quad R_e = 0; \quad r = 10,$$

et déterminant les dimensions de la pièce d'après ces données ; ce qui conduirait à prendre :

$$v' = 0.00129 \times 141.42 = 0^m1824; \quad h = 0.00359 \times 141.42 = 0^m7905;$$

$$\omega = 19.35 \times 28.3 = 547.6^{\text{mm}2}; \quad p = 0.00346; \quad pr = 0.0346.$$

Dans ces conditions on obtiendrait le tableau :

Valeurs de K	Valeurs de $\delta$	Valeurs de $R_c$	Valeurs de $R_m$	Valeurs de $R_e$	Valeurs de $v'$
0	0.3000	30 <sup>k</sup> 0	10 <sup>k</sup> 0	0	0 <sup>m</sup> 182
0.10	0.4300	28 <sup>k</sup> 9	6 <sup>k</sup> 7	2 <sup>k</sup> 9	0 <sup>m</sup> 238
0.20	0.5871	26 <sup>k</sup> 1	4 <sup>k</sup> 5	5 <sup>k</sup> 2	0 <sup>m</sup> 292
0.30	0.7604	23 <sup>k</sup> 5	3 <sup>k</sup> 1	7 <sup>k</sup> 1	0 <sup>m</sup> 341
0.40	0.9426	20 <sup>k</sup> 7	2 <sup>k</sup> 2	8 <sup>k</sup> 3	0 <sup>m</sup> 416

#### 4<sup>e</sup> Exemple

En supposant que  $r$  puisse se réduire à 5, au lieu de 10, on aurait :

Valeurs de K	Valeurs de $\delta$	Valeurs de $R_c$	Valeurs de $R_m$	Valeurs de $R_e$	Valeurs de $v'$
0	0.2041	40 <sup>k</sup> 0	9 <sup>k</sup> 8	0	0 <sup>m</sup> 134
0.10	0.3371	36 <sup>k</sup> 6	5 <sup>k</sup> 4	3 <sup>k</sup> 7	0 <sup>m</sup> 199
0.20	0.4833	32 <sup>k</sup> 1	3 <sup>k</sup> 5	6 <sup>k</sup> 8	0 <sup>m</sup> 258
0.30	0.6853	26 <sup>k</sup> 0	1 <sup>k</sup> 9	7 <sup>k</sup> 8	0 <sup>m</sup> 321
0.40	0.8743	22 <sup>k</sup> 9	1 <sup>k</sup> 3	9 <sup>k</sup> 1	0 <sup>m</sup> 369

La comparaison conduirait à des remarques tout à fait semblables, et aux mêmes conclusions.

#### II. — HOURDIS A NERVURES

Il en est autrement dans les hourdis à nervures, où les ailes de hourdis plein ont une épaisseur fixe, incapable de varier, lors même que se déplace l'axe neutre et qu'augmente la valeur de  $v'$ .

Il faut alors introduire un nouveau mode de calcul qui est le suivant.

La poutre a une hauteur  $h$ , de l'axe des barres à la face supérieure, une section  $\omega$  ; l'épaisseur des ailes est  $e$  ; leur largeur est  $b$ . Le moment auquel elle doit faire face est  $M$ .

Posant donc pour simplifier :

$$e = \varepsilon h; \quad \delta = \frac{rR_c}{R_m}; \quad \theta = \frac{R_c}{R_m}; \quad \frac{\omega}{bh} = p,$$

on constate d'abord que, si  $v'$  est plus grand que  $e$  :

$$R_c' = \frac{(1 - \varepsilon)\delta - \varepsilon}{r} \times R_m.$$

1° : Le rapport de la largeur de nervure à  $b$  étant  $\beta$ , comme dans les formules posées antérieurement, la condition de projection

$$\frac{be}{2} \times (R_c + R_c') = \omega R_m + b'v'R_c,$$

le transforme finalement en

$$\varepsilon \times \frac{(2 - \varepsilon)\delta - \varepsilon}{2r} - \frac{\beta}{1 + \delta} = p. \quad (1)$$

2° : Pour établir la condition des moments, il faut commencer par déterminer la position du centre de gravité  $G$  pour la surface des  $R_c$ , laquelle est un trapèze.

Soit  $x$  la distance à la face inférieure du hourdis plein, on trouve

l'expression suivante :

$$x = e \times \frac{3v' - e}{6v' - 3e};$$

et si l'on pose

$$\frac{v' - e}{v'} = K,$$

$$x = v'(1 - K) \times \frac{2 + K}{3(1 + K)}.$$

Ajoutant  $v' - e$  pour avoir la distance  $y$  de  $G$  à l'axe neutre, on a

$$y = 2v' \times \frac{1 + K + K^2}{3(1 + K)}.$$

La distance à l'axe des barres s'obtiendrait en ajoutant  $v''$ , c'est-à-dire  $h-v'$ . Soit  $d$  cette dernière distance.

Prenant donc les moments par rapport à l'axe G, on posera :

$$M = [\omega d + \beta b v'' \times \left(\frac{v''}{2} + y\right) \times R_e \times \theta] \times R_m. \quad (2)$$

La première condition permet de déterminer  $\delta$ , qui est

$$\delta = -\frac{\varepsilon(1-\varepsilon) - pr}{\varepsilon(2-\varepsilon)} + \sqrt{\left[\frac{\varepsilon(1-\varepsilon) - pr}{\varepsilon(2-\varepsilon)}\right]^2 + \frac{\varepsilon^2 + 2r(\beta\theta + p)}{\varepsilon(2-\varepsilon)}}.$$

La seconde détermine  $R_m$ ; car, connaissant ainsi  $\delta$ , on en conclut :

$$v' = h \times \frac{\delta}{1 + \delta}; \quad v'' = h - v';$$

ce qui permet de fixer K d'après l'expression indiquée ci-dessus, et d'en déduire  $y$ .

Faisons donc varier  $\theta$ , rapport de  $R_e$  à  $R_m$ , on voit ainsi quelles sont les modifications qui en résultent pour  $R_e$  et  $R_m$ .

### 1<sup>er</sup> Exemple

Une pièce a été calculée, avec  $R_e$  nul, d'après les données suivantes :

$$M = 3600; \quad R_e = 30^k \times 10^1; \quad R_m = 8^k \times 10^6; \quad b = 2^{m00}, \quad \text{et } \beta = \frac{1}{8}.$$

On a ainsi trouvé, d'après les formules ou les tableaux :

$$h = 0^{m2201}; \quad \omega = 2251.5; \quad v' = e = 0^{m060024}$$

d'où

$$p = 0.005114; \quad pr = 0.05114,$$

en gardant  $r$  égal à 10. On en conclut également :

$$\varepsilon = \frac{e}{h} = \frac{0.060024}{0.2201} = 0.2722.$$

La valeur de  $\delta$  était, avec  $R_e$  nul, égale à 0.375.

Tous calculs effectués d'après les formules précédentes, on peut établir le tableau suivant :

$\theta$	$\delta$	$v'$	$v''$	K	$y$	$d$	$\omega d$	$\times \left( \frac{\beta b \theta v''}{2} + y \right)$
0	0.3750	0.06002	0.1601	0	0.04000	0.2000	0.000451	0
0.005	0.3942	0.06223	0.1579	0.0368	0.04154	0.1994	0.000473	0.0000240
0.010	0.4125	0.06426	0.1555	0.0659	0.04303	0.1989	0.000490	0.0000421
0.020	0.4527	0.06837	0.1515	0.1221	0.04620	0.1977	0.000537	0.0000920
0.030	0.4831	0.07165	0.1485	0.1663	0.04890	0.1974	0.000581	0.0001370
0.040	0.5161	0.07490	0.1452	0.1976	0.05160	0.1968	0.000623	0.0001834

Reportant ces divers éléments dans les relations (1) et (2), on en tire les valeurs de  $R_m$ , et par suite celles de  $R_c$  et  $R_e$  :

$\theta$	$R_m$	$R_c$	$R_e$
0	8 <sup>k</sup> 00	30 <sup>k</sup> 00	0
0.005	7 <sup>k</sup> 61	30 <sup>k</sup> 01	3 <sup>k</sup> 81
0.010	7 <sup>k</sup> 35	30 <sup>k</sup> 31	7 <sup>k</sup> 35
0.020	6 <sup>k</sup> 70	30 <sup>k</sup> 35	13 <sup>k</sup> 42
0.030	6 <sup>k</sup> 20	29 <sup>k</sup> 95	18 <sup>k</sup> 60
0.040	5 <sup>k</sup> 78	29 <sup>k</sup> 80	23 <sup>k</sup> 40

Cette dernière valeur de  $R_e$  serait une limite extrême ; sur laquelle on n'aurait guère à compter.

Sans attribuer à chacun de ces chiffres une valeur rigoureusement exacte, car il faudrait pour cela de nombreuses décimales dans ceux qui constituent les éléments ci-dessus, on peut tout au moins constater les faits suivants :

Malgré l'intervention de plus en plus forte des résistances de tension  $R_e$  sur la même pièce, les compressions  $R_c$  restent sensiblement constantes ;

Au contraire, le travail  $R_m$  du métal diminue à mesure que  $R_e$  augmente ; à quoi l'on devait s'attendre. Mais il est à remarquer que cette diminution est encore sensible, bien que la largeur de nervure ne soit que le  $\frac{1}{8}$  de la largeur de travée.

### 2<sup>e</sup> Exemple

Il se pourrait que, dans le cas où l'on imposerait, dans le calcul primitif avec  $R_e$ , des valeurs notablement supérieures à

$30^k$  pour  $R_c$  et à  $8^k$  pour  $R_m$ , les variations du travail, avec  $R_c$  croissant de plus en plus, fussent différentes. Aussi convient-il d'examiner les résultats avec les données suivantes par exemple :

$$M = 7200; R_c = 50^k \times 10^4; R_m = 12^k \times 10^6; b = 2^{m00}, \text{ et } \beta = \frac{1}{8}.$$

Le premier calcul conduisait à prendre pour la pièce à constituer :

$$h = 0^m2329; \omega = 2860.8; v' = e = 0^m06852,$$

d'où

$$p = 0.006142; pr = 0.06142$$

et

$$\varepsilon = \frac{e}{h} = 0.2942.$$

Le tableau calculé comme précédemment donnerait

$\theta$	$\delta$	$v'$	$v''$	K	$y$	$d$	$\omega d$	$\times \left( \frac{\beta b \theta v''}{2} + y \right)$
0	0.4167	0.06862	0.16440	0	0.0456	0.2100	0.000600	0
0.005	0.4345	0.07055	0.16235	0.0288	0.0470	0.2092	0.000599	0.000026
0.010	0.4514	0.07243	0.16049	0.0539	0.0484	0.2089	0.000597	0.000052
0.020	0.4841	0.07590	0.15700	0.0972	0.0511	0.2081	0.000595	0.000102
0.030	0.5155	0.07923	0.15369	0.1351	0.0528	0.2065	0.000592	0.000150
0.040	0.5450	0.08220	0.15068	0.1664	0.0550	0.2057	0.000589	0.000196

D'où finalement :

$\theta$	$R_m$	$R_c$	$R_e$
0	$12^k00$	$50^k00$	0
0.005	$11^k52$	$50^k05$	$5^k76$
0.010	$11^k09$	$50^k03$	$11^k09$
0.020	$10^k33$	$50^k00$	$20^k66$
0.030	$9^k72$	$50^k00$	$29^k16$
0.040	$9^k17$	$49^k98$	$36^k68$

Les deux dernières séries donnent déjà pour  $R_c$  des valeurs invraisemblables. On n'en peut pas moins constater que, tout comme dans le premier cas, les compressions  $R_c$  du béton restent sensiblement constantes, mais que le travail  $R_m$  du métal décroît à mesure que  $R_c$  augmente. Toutefois, entre les mêmes limites de ces  $R_c$ , la diminution de  $R_m$  est plutôt un peu moins

marquée, dans ce second exemple que dans le premier; ce qui tient à la valeur notablement plus grande qui est attribuée, dès l'origine, à ce travail  $R_m$ .

De cette recherche comparative on peut donc conclure que, pour les hourdis à nervures, le calcul approximatif et rapide, effectué en supprimant toute résistance de tension, ne modifie pas sensiblement le travail de compression sur le béton, quelle que soit en réalité cette résistance de tension; mais qu'il exagère le travail du métal: dans une proportion plus forte lorsqu'on emploie le fer par exemple, avec travail hypothétique de  $8^k$  seulement; dans une moindre proportion si l'on a calculé sur un travail de  $12^k$  avec l'acier.

Pour les hourdis simples et les sections rectangulaires, on a vu que les variations se présentent tout autrement, puisque, sur l'exemple choisi, les compressions  $R_c$  diminuaient de  $50^k$  jusqu'à  $31^k16$ , lorsque les tensions  $R_c$  n'étaient encore que de  $12^k45$ .

Quant au travail du métal,  $R_m$  descendait de  $12^k0$  à  $3^k0$  environ. L'écart entre les deux cas, hourdis simple et hourdis à nervures, provient, pour le premier cas, de la masse beaucoup plus considérable, dans le hourdis, du béton qui travaille ainsi à la tension.

### III

## COEFFICIENTS DIVERS ADOPTÉS PAR LES CONSTRUCTEURS

---

### TRAVAIL DES MATÉRIAUX SUR DIVERS OUVRAGES EXÉCUTÉS

Etant donné la part assez large qui reste livrée à l'arbitraire ou à l'appréciation, on ne doit pas s'étonner qu'il existe des divergences assez notables entre les taux du travail adoptés par divers constructeurs ; d'autant plus que la résistance attribuée par eux au béton peut effectivement être assez variable suivant la composition, l'âge de ce béton, et le soin plus ou moins grand qui peut être apporté à la fabrication.

Il faut remarquer d'ailleurs que, dans les ouvrages exécutés à une date plus ancienne, on jugeait prudent de laisser subsister une assez grande marge de sécurité pour compenser ces incertitudes ; tandis qu'aujourd'hui, l'on se croit autorisé à plus de hardiesse, en mettant à profit les études, les expériences faites depuis, ainsi que la tolérance des nouvelles Instructions officielles.

Prenant donc quelques-uns des ouvrages exécutés, nous emploierons les formules théoriques données précédemment, pour la détermination de ces coefficients de travail, soit en supprimant toute intervention d'une tension  $R_e$  sur le béton, ce qui annule le rapport  $\frac{R_e}{R_c}$  que nous désignons par  $K$  ; soit en

donnant à ce rapport une valeur de  $\frac{1}{3}$  à  $\frac{1}{4}$  suivant l'importance du travail  $R_c$  lui-même.

D'après les observations faites sur les expériences, la première façon de procéder s'écarte assez sensiblement de la réalité; aussi les constructeurs attribuent-ils généralement à  $R_m$ , travail du métal, une valeur fictive, supérieure à celle sur laquelle ils comptent réellement; ce qui compense partiellement l'écart, au moins pour le travail du métal. Pour le travail  $R_c$  de compression sur le béton, il n'en est pas tout à fait de même.

#### I. — HOURDIS A NERVURES

1<sup>er</sup> *Exemple.* — Appelant donc, comme précédemment :

$b$  la largeur de travée sur le hourdis ;

$e$  l'épaisseur de celui-ci ;

$c$  la largeur de nervure ;

$h$  la distance entre l'axe des barres et la face supérieure ;

$\omega$  la section de ces barres ;

$p$  le pourcentage fictif :  $\frac{\omega}{bh}$  ;

$M$  le moment de flexion pour lequel la pièce avait été établie ; un premier exemple exécuté se présente avec les données suivantes :

$$c = 0^m23; \quad b = 2^m00; \quad e = 0^m08; \quad h = 0^m419; \quad \omega = 2770; \quad p = 0.33\%;$$

$$M = 8600.$$

Comme nous adopterons, pour le rapport  $r$  des coefficients d'élasticité, la valeur moyenne de 10, la valeur de  $pr$  est ici de 0.033.

1° : Faisant  $R_c = 0$ , et  $K = 0$  par conséquent, la valeur de  $\delta$  est

$$\delta = pr + \sqrt{p^2r^2 + 2pr} = 0.033 + \sqrt{0.001089 + 0.066} = 0.292.$$

Celle de  $\frac{6}{(3 + 2\delta) \times \delta}$  est égale à

$$\frac{6}{3.584 \times 0.292} = 0.9556;$$

Celle de  $\frac{6M \times (1 + \delta)^2}{bh^2}$  est ici

$$\frac{51600 \times 1.6693}{2.00 \times 0.1756} = 245000.$$

En conséquence on trouve finalement :

$$R_c = 24.50 \times 0.9536 = 23^k41 \times 10^1,$$

chiffre un peu inférieur à celui de 29<sup>k</sup>0 sur lequel comptait le constructeur.

Le travail du métal est, d'après les formules :

$$R_m = \frac{rR_c}{\delta} = \frac{10 \times 23^k41 \times 10^1}{0.292} = 8^k02$$

environ; ce chiffre diffère très peu de celui qu'admettait le constructeur.

2° : Attribuons à K une valeur de  $\frac{1}{4}$  seulement, pour faire intervenir le travail de tension sans trop exagérer sa valeur; on devra remarquer, pour le calcul ultérieur, que le rapport  $\beta$ , entre la largeur de nervure et celle du hourdis, est de  $\frac{0.23}{2.00}$ ; on a donc

$$\beta K = \frac{0.23}{2.00} \times 0.25 = 0.02875; \text{ et } 3\beta K = 0.08625.$$

Effectuant le calcul, on trouve :

$$\begin{aligned} \delta &= (pr + \beta K) + \sqrt{(pr + \beta K)^2 + 2pr} = 0.033 + 0.02875 + \sqrt{0.06175^2 + 0.066} = \\ &= 0.06175 + 0.2642 = 0.326; \end{aligned}$$

$$(3 + 2\delta)\delta - 3\beta K = 3.562 \times 0.326 - 0.08625 = 1.1043;$$

$$\frac{6}{(3 + 2\delta)\delta - 3\beta K} = \frac{6}{1.1043} = 0.9588;$$

$$\frac{6M \times (1 + \delta)^2}{bh^2} = \frac{51600 \times 1.7583}{2 \times 0.1756} = 25^k835.$$

D'où finalement :

$$R_c = 0.9588 \times 25.835 = 24^k77 \times 10^4;$$

$$R_m = \frac{10 \times 24.77}{0.326} 7^k60.$$

On remarquera que  $R_e$  se trouve ainsi évalué à raison de  $\frac{24.77}{4}$ , ou  $6^k19$ , seulement; chiffre qui ne semble nullement excessif.

En comparant au premier mode de calcul, on constate que la compression du béton a légèrement augmenté; celle du métal diminue un peu. L'écart n'est pas très grand dans le cas actuel.

Le travail du métal, qui est ici le fer, est tout à fait normal; celui du béton n'excède guère  $23^k$  à  $25^k$ .

La hauteur de  $v'$ , entre la face supérieure et l'axe neutre serait, dans le premier cas, égale à  $h \times \frac{\delta}{1 + \delta}$ , soit  $0.419 \times \frac{0.292}{1.292}$ , ou  $0^m0957$ ; elle diffère peu de l'épaisseur  $e$  du hourdis, ici de  $0^m103$ .

### 2<sup>e</sup> Exemple

Nous choisissons un second exemple où le pourcentage est très notablement inférieur à celui du cas précédent. Pour celui-ci les données sont :

$$c = 0^m18; \quad b = 1^m53; \quad e = 0^m084; \quad h = 0^m327; \quad \omega = 958; \quad p = 0.194\%;$$

$$M = 3100.$$

Avec même valeur attribuée à  $r$ , celle de  $pr$  est de  $0.0194$ .

Sans entrer de nouveau dans le détail des calculs, les résultats sont ici les suivants :

1<sup>o</sup> : Avec  $K = 0$ ;

$$\delta = 0.2173; \quad (3 + 2\delta)\delta = 0.74634; \quad \frac{6}{(3 + 2\delta)\delta} = 1.3399;$$

$$\frac{6M(1 + \delta)^2}{bh^2} = \frac{18600 \times 1.48182}{1.53 \times 0.10693} = 168472.$$

D'où :

$$R_c = 1.3399 \times 168472 = 22^k57 \times 10^4,$$

chiffre un peu supérieur à celui du constructeur. La différence provient surtout de la différence des valeurs attribuées à  $v'$ , un peu arbitrairement par lui, avec celle que donne le calcul.

On a également :

$$R_m = \frac{10 \times 22.57 \times 10^4}{0.2173} = 10^{k39},$$

valeur un peu inférieure à celle qu'admettait le constructeur.

2<sup>o</sup> : Avec  $K = \frac{1}{3}$  par exemple, ce qui donne :

$$\beta K = \frac{0.18}{1.53} \times \frac{1}{3} = 0.392; \text{ et } 3\beta K = 0.1176,$$

on trouverait cette fois :

$$\delta = 0.2641; (3 + 2\delta) - 0.1176 = 1.8142; \frac{6}{1.8142} = 1.2282;$$

$$\frac{186000 \times 1.59795}{0.1636} = 181780.$$

Finalement :

$$R_e = 1\ 2282 \times 181780 = 22^k33;$$

$$R_m = \frac{10 \times 22.33 \times 10^4}{0.2641} = 8^k45.$$

La valeur de  $R_e$  n'excéderait pas  $\frac{22.33}{3}$ , ou  $7^k45$ , chiffre comparable à celui du cas précédent.

On voit que l'intervention de  $R_e$  a très peu modifié la compression  $R_c$  et diminué plus sensiblement  $R_m$ .

La valeur de  $v'$  était de 0.0584, avec suppression des  $R_e$ ; avec intervention de ceux-ci, elle serait de 0<sup>m</sup>0683 environ. Elle est un peu inférieure à celle de  $e$ , ce qui ne modifie pas les résultats d'une manière bien appréciable.

### 3<sup>e</sup> Exemple

La largeur réelle  $b$  du hourdis est de 3<sup>m</sup>95, tandis que la largeur  $c$  de nervure est seulement de 0<sup>m</sup>40. Il nous semble assez

probable que le constructeur a dû juger prudent, conformément aux Instructions, de réduire ici la largeur du hourdis, soit au  $\frac{1}{3}$  de la portée, soit d'après la relation indiquée dans le rapport des commissions; ce qui réduit la largeur considérée comme utilisable à 3<sup>m</sup>50 seulement.

Le pourcentage n'en reste pas moins très inférieur à celui des premiers exemples; le travail des matériaux est aussi beaucoup plus élevé, conformément aux Circulaires et Instructions ministérielles; c'est précisément pourquoi nous avons choisi cet exemple afin de mettre en parallèle ces deux modes de construction très différents l'un de l'autre.

1° : Avec  $K = 0$ , les données sont ainsi :

$$c = 0^m40; \quad b = 3^m50; \quad e = 0^m12; \quad h = 0^m54; \quad \omega = 5028; \quad p = 0.266\%$$

$$M = 38 \text{ à } 40000.$$

Les résultats du premier cas sont les suivants :

$$\delta = 0.2588; \quad R_c = 40^k95; \quad R_m = 15^k82.$$

La distance  $v'$  qui fixe l'axe neutre est de 0<sup>m</sup>111, très peu différente de l'épaisseur réelle  $e$  du hourdis.

Le travail élevé du métal était justifié par l'emploi de l'acier; celui du béton, qui suppose une excellente qualité, est d'ailleurs autorisé par les Règlements officiels.

2° : Avec  $K = \frac{1}{4}$ , ce qui conduit à prendre

$${}_3K = 0.0286; \quad 3\delta K = 0.0858,$$

on trouve, par le calcul ordinaire :

$$\delta = 0.2923; \quad R_m = 14^k21; \quad R_c = 41^k52; \quad R_e = 10^k4.$$

La valeur de  $v'$  est maintenant de 0<sup>m</sup>12215; elle coïncide presque avec  $e$ , ce qui est toujours préférable quand cette coïncidence est possible.

Il est donc probable que, dans la réalité, le travail du béton

à la compression se rapproche plutôt de  $42^k$ , tandis que celui du métal descend vers  $14^k$ . Ce chiffre semble élevé, même pour l'acier.

Il est probable que le constructeur avait en réalité compté sur une diminution plus sensible de ce travail, par l'intervention des tensions  $R_e$ . C'est, comme on l'a vu, ce qui se produit généralement, mais pas toujours dans de très fortes proportions ; surtout lorsque la largeur de nervure  $b$  est faible par rapport à  $e$ , puisque l'intervention des tensions du béton diminue alors d'importance.

## II. — HOURDIS SIMPLES

Dans les hourdis ordinaires, l'intervention des tensions  $R_e$ , même en ne les estimant que pour une assez faible valeur, produit naturellement des modifications beaucoup plus importantes que dans les hourdis à nervures, où celles-ci n'ont qu'une faible importance relativement à la largeur du hourdis proprement dit qui travaille seul à la compression.

Pour déterminer le travail, d'après des pièces exécutées, le calcul est le même, comme on sait, sauf que l'on doit donner au rapport  $\beta$ , entre les deux largeurs, une valeur qui est maintenant égale à l'unité.

Nous n'entrerons pas dans le détail des calculs, la marche à suivre étant bien connue maintenant, et n'indiquons que les résultats.

1<sup>er</sup> Exemple

Les données sont

$$e = 0^m12; \quad h = 0^m10; \quad \omega = 565; \quad p = \frac{\omega}{h} = 0.565\% ; \quad pr = 0.0565;$$

$$M = 673.$$

1° : Avec  $K = 0$  :

$$\delta = 0.3975; \quad R_m = 13^k09; \quad R_c = 52^k15.$$

La valeur de  $v'$  est de 0.02844; c'est la hauteur de la partie

comprimée, la distance de l'axe neutre à la face supérieure. Il n'y a plus ici d'épaisseur  $e$  à lui comparer.

2° : Avec  $K = \frac{1}{3}$  :

$$\delta = 0.9040; R_m = 4^k85; R_c = 43^k80; R_e = 11^k9.$$

La valeur de  $v'$  est de 0.04747, plus grande que dans le premier cas; ce qui devait être, la position de l'axe neutre descendant nécessairement par intervention des  $R_e$ .

Celle de  $R_e$  serait de  $\frac{43.80}{3}$ , ou  $14^k6$ ; ce qui peut sembler exagéré. C'est pourquoi il est préférable de réduire la fraction  $K$ .

3° : Avec  $K = \frac{1}{4}$ ; on trouve :

$$\delta = 0.7615; R_m = 6^k10; R_c = 46^k48; R_e = 11^k62.$$

On a naturellement des valeurs intermédiaires entre celles des premiers cas.

Le constructeur, d'après sa façon de calculer, comptait sur un travail  $R_c$  de  $50^k$  et un travail  $R_m$  de  $10^k$ . Il est probable que le premier est un peu exagéré; le second ne doit pas s'écarter beaucoup de la réalité qui, probablement, doit plutôt rester pourtant inférieure à ce chiffre de  $10^k$ . De telle sorte que l'emploi de l'acier ne semble pas bien rigoureusement imposé.

On remarquera que le travail  $R_c$  du béton diminue, par intervention du  $R_e$ , en même temps que le travail  $R_m$ , quoique moins rapidement.

### 2<sup>e</sup> Exemple

Ici le constructeur ne comptait pas donner au travail de compression  $R_c$  d'aussi fortes valeurs. Ses données sont

$$e = 0^m12; h = 0^m10; \omega = 255; p = 0.255\%; pr = 0,0255;$$

$$M = 336.$$

on voit que le pourcentage était notablement moins élevé que dans le premier exemple. Sur ces données on trouve :

1<sup>o</sup> : Avec  $K = 0$  :

$$\delta = 0.2527; \quad R_m = 14^k93; \quad R_c = 37^k73.$$

La valeur de  $v'$  est égale à 0.02017.

2<sup>o</sup> : Avec  $K = \frac{1}{4}$  :

$$\delta = 0.6317; \quad R_m = 4^k63; \quad R_c = 29^k26; \quad R_e = 7^k32.$$

La valeur de  $v'$  est maintenant de 0<sup>m</sup>03871, plus forte que précédemment; ce qui devait être.

Cet exemple est frappant surtout par la très forte variation que subissent et les  $R_c$  et les  $R_m$ , quand on fait intervenir les  $R_e$ , même avec un travail qui n'est pas très considérable.

### 3<sup>e</sup> Exemple

Le constructeur n'avait pas ici l'intention de porter, à un chiffre aussi élevé que dans les précédents exemples, le travail du béton.

Les données sont

$$e = 0^m084; \quad h = 0^m061; \quad \omega = 250; \quad p = 0.410 \text{ } \circ/\circ; \quad pr = 0.041.$$

$$M = 130.$$

1<sup>o</sup> : Avec  $K = 0$  :

$$\delta = 0.3303; \quad R_m = 9^k29; \quad R_c = 30^k69.$$

Le travail du métal est à peu près celui que supposait le constructeur; celui du béton  $R_c$  est un peu plus élevé qu'il n'indiquait.

2<sup>o</sup> : Avec  $K = \frac{1}{3}$  :

$$\delta = 0.845; \quad R_m = 2^k85; \quad R_c = 24^k04; \quad R_e = 8^k01.$$

De cette façon le travail  $R_c$  se rapproche beaucoup de celui qu'admettait le constructeur; mais le travail  $R_m$  du métal serait en réalité notablement inférieur.

## LIMITES DES COEFFICIENTS DE TRAVAIL ADOPTÉ

De cette comparaison on peut donc conclure que certains constructeurs ne craignent pas d'adopter, pour la compression du béton, un taux de travail qui, dans la réalité peut atteindre, sinon  $50^k$  ou même davantage, mais au moins 40 à  $45^k$ ; tandis que d'autres le maintenaient prudemment à  $30^k$  ou même  $25^k$ ;

Que le travail du métal semble avoir été parfois porté par eux jusqu'à  $12^k$  environ, ou même  $14^k$ , moyennant l'emploi de l'acier; et qu'il reste généralement égal à  $8^k$ , en réalité, lorsqu'on emploie simplement le fer.

Un taux de travail aussi élevé, même pour l'acier, ne devient possible, en tout cas, que si l'on attribue au béton un travail de compression  $R_c$  qui soit lui-même très élevé. Sans quoi, acier ou fer, le métal ne fournit en réalité qu'un travail comparable à celui du fer.

Il ne semble donc pas exister un complet accord entre ces divers coefficients, tels qu'ils ont été acceptés par des constructeurs expérimentés. Les écarts peuvent cependant s'expliquer assez aisément, si considérable qu'ils semblent à première vue.

En ce qui concerne le béton, et surtout depuis que les Instructions et Circulaires ont autorisé des taux de travail plus élevés que par le passé, mais en les justifiant par de plus fortes proportions de ciment et par l'âge plus avancé du béton, on comprend que certains constructeurs se soient servi de cette autorisation, en satisfaisant d'ailleurs aux conditions ainsi imposées; tandis que d'autres, ne pouvant attendre aussi longtemps la mise en charge, et ne jugeant pas qu'il y eût lieu de modifier la composition habituelle du béton, se soient tenus à la limite généralement adoptée jusqu'à ces dernières années.

D'autre part, l'acier s'étant fréquemment substitué au fer ordinaire, et offrant au besoin une résistance supérieure, il était naturel que l'on cherchât à adopter les dispositions qui permettent d'utiliser complètement cette résistance tout en comptant, d'ailleurs, sur l'intervention des tensions  $R_c$  du béton

pour diminuer en réalité un taux de travail qui, sans cela, paraîtrait exagéré.

Quant au pourcentage, on pourra constater les faits suivants.

1° : Dans les hourdis à nervures il varie, pour l'armature inférieure, depuis 0.20% seulement jusqu'à 0.33%, en rapportant ce pourcentage, ainsi que nous l'indiquions, au produit  $bh$  de la largeur d'ailes par la hauteur comprise entre l'axe des barres de tension et la face supérieure des hourdis.

Si l'on faisait intervenir, dans le pourcentage total, l'armature supérieure que la plupart des constructeurs ajoutent en la logeant dans le hourdis proprement dit, on atteindrait un total d'environ 0.50% en moyenne.

2° : Dans les simples hourdis le pourcentage est plus élevé; il varie de 0.26% jusqu'à 0.67%. Comme il n'y a pas, le plus souvent, d'armature supérieure dans ces hourdis, il semble que les constructeurs aient tendance à adopter un total qui serait en moyenne de 0.50%, tout compris, soit avec une seule armature, soit avec deux armatures.

Il faut d'ailleurs se rappeler que dans les hourdis simples, ainsi que nous l'avons plusieurs fois fait remarquer, il ne faut guère compter que le métal puisse travailler en réalité sur un taux aussi élevé que dans les nervures.

---



## EVALUATION DES FLECHES

# DÉFORMATIONS ÉLASTIQUES



## ÉVALUATION DES FLÈCHES

---

### SUPPRESSION DES TENSIONS $R_c$

Les Circulaires et Instructions prescrivent, dans les calculs destinés à déterminer le travail des deux matériaux : métal et ciment, de négliger toute résistance de tension  $R_c$  sur le béton. Par là on exagérera le travail réel du métal, ce qui donne un surcroît de sécurité ; précaution d'autant plus justifiée qu'en pareille matière, ainsi qu'on a pu le constater, on est contraint de se borner à des approximations.

Cette recommandation, pour justifiée qu'elle soit par la remarque précédente, prête cependant à quelques restrictions.

Il est des cas où la majoration de section ainsi donnée au métal ne serait nullement exagérée ; il en est d'autres où elle le serait notablement. C'est pourquoi un grand nombre de constructeurs avaient pris l'habitude, en adoptant ce procédé simplifié, d'attribuer au métal, dans ces calculs, un taux de travail supérieur à celui que l'on juge devoir se réaliser effectivement. Mais, si l'on n'a pas au préalable eu soin d'évaluer, au moins approximativement, cet écart probable, on retombe dans l'arbitraire que condamnent, non sans raison, la Circulaire et les Instructions.

Cette suppression totale des  $R_c$  peut avoir encore une autre conséquence qu'il est prudent d'éviter. Comme on a pu le voir, le calcul ainsi simplifié peut, tout en indiquant des sections de

métal supérieures au strict nécessaire, conduire à adopter des hauteurs trop faibles; ce qui, dans certains cas, exagérerait le travail du béton sur lequel on avait cru pouvoir compter.

C'est pourquoi il semble préférable, soit de majorer un peu les hauteurs qu'indique ce mode de calcul; soit d'emprunter les formules qui tiennent compte de la résistance à la tension, sauf à n'en pas évaluer trop haut l'importance vraisemblable.

#### INTERVENTION DES TENSIONS $R_e$

Par contre, les mêmes documents officiels prescrivent formellement de faire intervenir les tensions  $R_e$  dans l'étude des déformations élastiques; c'est-à-dire dans l'évaluation des flèches, et dans les formules qui permettent d'évaluer les moments, les efforts intérieurs, les réactions des poutres continues à plusieurs travées, etc.

En effet ces diverses formules supposent que l'on doit déterminer, au préalable, les déformations élastiques, de manière à fixer les conditions qui permettent à la pièce de se maintenir en contact avec ses appuis.

Dans toutes ces formules intervient nécessairement la valeur du moment d'inertie. Cette valeur est facile à déterminer dans les sections de matériaux homogènes; elle l'est moins, nécessairement, dans les sections constituées par deux matériaux différents.

C'est pourquoi il importe d'indiquer ici comment peut approximativement s'établir cette évaluation.

#### 1°. — SECTIONS DE BÉTON ÉQUIVALENTES

Voyons comment on pourrait substituer au métal dont la tension est  $R_m$ , et au béton dont la tension est  $R_e$ , des sections de béton travaillant à la tension de la même façon qu'à la compression.

Il est nécessaire que l'axe neutre, après cette transformation, conserve la même position, et que les allongements, dans ces

sections équivalentes, restent les mêmes que dans les sections primitives; car il importe que les déviations angulaires de la section plane restent les mêmes, pour que les déformations soient aussi les mêmes dans le nouveau système que dans le premier.

Ainsi que nous l'avons fait précédemment, nous admettons que le point d'application des  $R_e$  est à peu près à mi-hauteur de  $v''$ ; hypothèse qui semble assez bien se vérifier (fig. 1).

Appelons  $R'_c$  la tension qui remplacera les  $R_e$ . Les sections

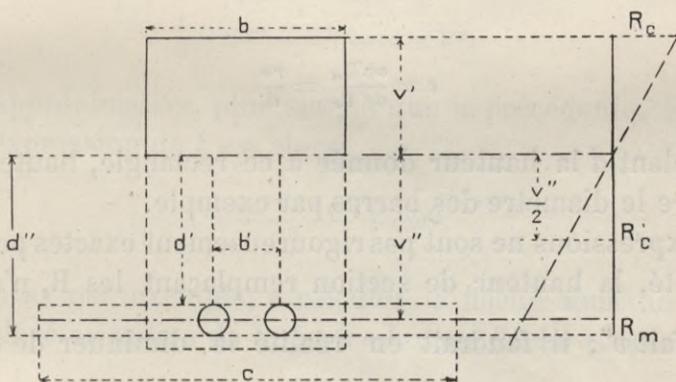


Fig. 1

restant planes, la règle de proportionnalité des allongements et raccourcissements exige que  $R'_c$  soit égal à  $R_c \times \frac{v''}{2v'}$ .

De plus on devra poser :

$$b'v'R'_c = b'v''R_c \times \frac{v''}{v'}$$

pour que la tension nouvelle soit la même que précédemment.

D'où l'on conclut en appelant  $\delta$  le rapport  $\frac{v'}{v''}$ , ou  $\frac{rR_c}{R_m}$  :

$$b' = \frac{2bv'R_c}{v''R_c} = 2bK\delta \quad (1)$$

si  $K$  est le rapport  $\frac{R_c}{R_m}$ .

Dans le cas d'un hourdis à nervures, la largeur désignée

par  $b$  serait celle de la nervure, et non celle du hourdis proprement dit.

Il faut transformer de la même façon la section  $\omega$  du métal, en plaçant la section nouvelle au même centre de gravité. La tension  $y$  sera  $R''_c$  égale à  $R_c \times \frac{v''}{v}$ . On est ainsi conduit à poser la condition :

$$cdR''_c = cdR_c \times \frac{v''}{v} = \omega R_m$$

ou

$$c = \frac{\omega v' R_m}{d v' R_c} = \frac{r \omega}{d}, \quad (2)$$

en appelant  $d$  la hauteur donnée à ce rectangle, hauteur qui peut être le diamètre des barres par exemple.

Ces expressions ne sont pas rigoureusement exactes puisque, en réalité, la hauteur de section remplaçant les  $R_c$  n'est pas tout à fait  $v''$ ; il faudrait en réalité la diminuer de  $\frac{d}{2}$ ; son

point d'application n'est pas tout à fait à hauteur  $\frac{v''}{2}$ . Les différences qui en résulteraient ne sont pas considérables, et il est préférable de laisser plus de simplicité aux formules, sauf à admettre quelque léger défaut de concordance dans les résultats.

Il est facile de vérifier, bien que cela paraisse évident d'après la façon de procéder, que l'axe neutre n'est pas déplacé, et qu'il reste au centre de gravité des sections nouvelles (fig. 1).

La condition d'équilibre primitif exigeait que l'on eût :

$$\frac{bv'}{2} \times R_c = bv' R_c + \omega R_m.$$

C'est l'équation de projection. Pour déterminer la position du centre de gravité actuelle, on aurait à poser la relation :

$$bv' \times \frac{v'}{2} = \frac{2bv'v'R_c}{v'R_c} \times \frac{v''}{2} + \frac{\omega v'R_m}{v'R_c} \times v'',$$

qui se ramène à la précédente, après suppression des termes communs.

Ayant ainsi déterminé les largeurs  $b'$  et  $c$ , on pourra prendre pour moment d'inertie d'une section homogène équivalente :

$$I = \frac{1}{3} \times [bv^3 + b'd^3 + c(d^3 - d'^3)].$$

Le dernier terme, facteur de  $c$ , peut être remplacé, vu le peu de hauteur donnée généralement à  $d$ , par

$$\frac{1}{3} \times c(d^3 - d'^3) = cd \times v^2,$$

égalité approximative, plus simple que la précédente. Finalement, l'expression de  $I$  est alors

$$I = \frac{bv^3 + b'd^3}{3} + cdv^2.$$

Si l'on a, par exemple, à calculer la flèche sous un poids isolé  $P$  placé au milieu de la portée  $l$ , cette flèche sera, comme on sait :

$$f = \frac{Pl^3}{48EI}.$$

Pour  $E$  il faudrait prendre le coefficient d'élasticité du béton, ou  $\frac{E'}{r}$ , si  $E'$  est celui du métal,  $r$  étant le rapport admis entre ces deux coefficients.

Ce mode de calcul ne donnera encore, pour le béton armé, qu'un résultat approché. En effet la formule précédente suppose que le coefficient d'élasticité est constant, d'une extrémité de la pièce jusqu'au milieu de la portée; hypothèse qui se vérifie très suffisamment pour le métal, mais qui n'est qu'approximative pour le béton, puisque le rapport  $r$  est sensiblement plus faible, sous les faibles moments, et au voisinage des appuis, que dans la partie centrale où le moment est maximum.

Le résultat de ce calcul doit donc être considéré comme supérieur à la flèche réelle, si l'on adopte pour  $r$  le rapport qui

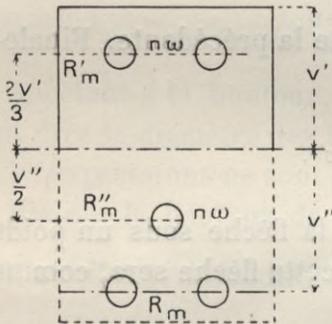
correspond au moment maximum, soit 10 en moyenne ; car, dans les autres parties de la pièce, ce rapport devient de plus en plus faible, les valeurs de E allant au contraire en augmentant.

On y peut remédier dans une certaine mesure en adoptant un rapport  $r$  un peu inférieur à 10.

2°. — SECTION DE MÉTAL ÉQUIVALENTE

On peut tout aussi bien constituer une section équivalente où n'entrerait que le seul métal, et le calcul s'établirait comme suit (fig. 2).

Pour conserver la position de l'axe neutre, il faut poser



$$\frac{2nv'}{3} = v'' \times \left(1 + \frac{n}{2}\right). \tag{1}$$

Les conditions d'équilibre sont, en supprimant les facteurs communs :

$$nR'_m = n'R'_m + R_m, \tag{2}$$

et

$$n'R'_m \times \left(\frac{v''}{2} + \frac{2v'}{3}\right) + R_m \times \left(v'' + \frac{2v'}{3}\right) = \frac{M}{\omega}, \tag{3}$$

si M est le moment de flexion auquel on doit faire face. Mais, d'autre part, les sections restant planes, il faut

$$R'_m = \frac{R_m}{2}; \quad bv''R_c = n'\omega R'_m = n'\omega \times \frac{R_m}{2}.$$

Finalement, de ces diverses relations on tire en posant

$$\frac{bv''R_c}{\omega R_m} = m,$$

rapport des tensions totales en  $R_c$  et  $R_m$ , les relations simples :

$$n = \frac{3(1+m)}{2} \times \frac{v''}{v'}; \quad \text{et } n' = 2m.$$

Dans le cas d'un hourdis avec nervure, la largeur  $b$  serait celle de la nervure dont  $bv''$  est ainsi la surface, et  $bv''R_e$  la tension.

On y peut joindre l'expression de  $R'_m$  qui est  $\frac{2R_m}{3} \times \frac{v'}{v''}$ . Celle de  $R''_m$  est comme précédemment  $\frac{R_m}{2}$ . L'expression de  $I$  peut s'écrire, au moyen des  $n$  et  $n'$  ainsi déterminés :

$$I = \omega \times \left[ v''^2 + n' \times \frac{v''^2}{4} + n \times \left( \frac{2v'}{3} \right)^2 \right].$$

Cette formule n'est pas non plus d'une exactitude rigoureuse pour la même raison ; elle suppose d'ailleurs de faibles hauteurs ou diamètres aux diverses sections métalliques :  $\omega$ ,  $n_\omega$  et  $n'_\omega$  ; ce qui modifie l'importance réelle des moments d'inertie des  $n_\omega$  et  $n'_\omega$  remplaçant des sections de plus grandes dimensions.

Si, comme moyen de contrôle, on avait besoin de calculer  $R_m$ , on le tirerait de la relation (3) mise sous la forme :

$$R_m = \frac{M}{\omega} \times \frac{6}{m(3v'' + 4v') + (6v'' \times 4v')}.$$

Pour calculer les flèches on formera  $EI$ , mais en employant ici pour  $E$  le coefficient d'élasticité du métal. Toutefois il ne faut voir, dans ce calcul relativement simple, qu'un procédé plus expéditif, mais s'écartant un peu plus de la réalité.

## LIMITES DES ÉCARTS

On peut se rendre compte de l'importance des écarts que peut produire la simplification des formules que nous venons d'indiquer, par le calcul suivant.

Partant de l'expression adoptée :

$$I = cdv''^2 + b' \times \frac{v''^3}{3} + b \times \frac{v'^3}{3},$$

et y substituant :

$$b' = 2bK\delta, \text{ et } c = \frac{r\omega}{d},$$

on forme  $\frac{I}{v'}$  qui prend la forme :

$$\frac{I}{v'} = \frac{r\omega v'^2}{v'} + 2b \times \frac{rR_c}{R_m} \times \frac{v'^3}{3v'} + \frac{bv'^2}{3},$$

qui, en tenant compte de la relation :

$$\delta = \frac{rR_c}{R_m} = \frac{v'}{v},$$

permet d'écrire :

$$R_c = \frac{Mv'}{I} = \frac{3M}{\frac{3r\omega v'^2}{\delta} + 2bKv'^2 + b\delta^2 v'^2} = \frac{6M(1 + \delta^2)}{bh^2 \times [(3 + 2\delta)\delta - 3K]},$$

puisque telle est l'expression de  $R_c$  déduite, par le Calcul inverse, de la valeur de  $\delta$ .

Remplaçant ensuite  $h$  par  $v''(1 + \delta)$ , on obtient finalement la relation :

$$\frac{bv'}{2} \times R_c = \omega R_m + \frac{7bv''}{6} \times R_c.$$

Or la condition de projection que l'on doit poser au début est

$$\frac{bv'}{2} \times R_c = \omega R_m + bv''R_c.$$

Ces deux valeurs ne diffèrent que de  $\frac{1}{6}$  de  $bv''R_c$ , tension totale du béton. Cette différence, relativement à la tension du métal et à la compression du béton n'est pas très considérable ; elle a d'autant moins d'importance que les valeurs de  $R_c$  ne peuvent être estimées elles-mêmes que très approximativement.

#### SUPPRESSION DES $R_c$

Dans le cas où l'on estimerait que la suppression des tensions  $R_c$  ne peut pas avoir une influence très sensible sur la

valeur des moments d'inertie fictifs, dans le cas par exemple des hourdis à nervures peu larges, on en pourrait profiter pour simplifier le calcul; car, dans ce cas tout au moins, l'intervention des tensions  $R_e$ , exigée cependant par les Instructions, n'a plus qu'une importance très secondaire.

Évaluant la section en béton, on voit que  $b'$  est nul; il ne reste qu'à déterminer la largeur  $c$  à donner à la bande horizontale remplaçant les barres métalliques. Cette largeur reste égale à

$$c = \frac{\omega v' R_m}{dv'' R_c} = \frac{r\omega}{d},$$

et le moment d'inertie se réduit à

$$I = \frac{bv^3}{3} + cdv''^2.$$

On a pu constater que, pour employer ces diverses formules, il faut commencer par fixer les valeurs de  $v'$  et  $v''$ , de  $R_c$  et de  $R_m$ , et même de  $R_e$  si on conserve les tensions; celles-ci tout au moins approximativement, si ce n'est arbitrairement.

Si l'on veut comparer les résultats ainsi fournis avec les flèches constatées dans certaines des expériences, on peut utiliser les valeurs de ces différents termes, telles que nous les avons déjà déterminées dans les calculs antérieurs.

Si l'on veut appliquer ceux-ci à des poutres déjà calculées au moyen des tableaux ou des formules correspondantes, les valeurs de  $R_c$  et  $R_m$  y étant fixées d'avance, ainsi que le rapport  $r$  et la valeur de  $R_e$ , on en déduit immédiatement  $v'$  et  $v''$ , et l'on a ainsi les éléments nécessaires.

Si, au contraire, on est en présence d'une pièce existante et dont on ne connaît pas les éléments, on aura alors recours aux formules du Calcul inverse; on détermine d'abord le rapport  $\delta$ , qui fixe  $v'$  et  $v''$ ; on en déduit ensuite  $R_c$  et  $R_m$ .

## RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES

Pour comparer les résultats que peut donner ce calcul avec ceux qui ont été relevés par les observateurs, nous reprendrons

la série des expériences faites sur des pièces à section rectangulaire, de  $20 \times 40$  uniformément, avec pourcentages variables et des modes de chargement différents. Les flèches avaient été mesurées le plus exactement possible, bien qu'elles soient parfois extrêmement faibles, comme il arrive généralement avec les pièces constituées par du béton armé.

Nous aurons soin de distinguer la série dans laquelle, la poutre étant chargée de deux poids isolés, avec moment de flexion constant dans l'intervalle, on a pris la flèche de la partie centrale seulement; et celle où, quel que soit le mode de chargement, c'est la flèche totale qu'on a mesurée.

Les chiffres indiqués pour la première série sont les suivants :

1<sup>re</sup> SÉRIE

*Pourcentage : 3.14 %.*

Charges	Moments	Flèches partielles
1100 <sup>k</sup>	495	0mm20
2360 <sup>k</sup>	1062	0mm30
3620 <sup>k</sup>	1629	0mm30
4880 <sup>k</sup>	2196	0mm35
6140 <sup>k</sup>	2763	0mm55
7400 <sup>k</sup>	3330	0mm50
8600 <sup>k</sup>	3897	0mm65
9920 <sup>k</sup>	4464	1mm00
10550 <sup>k</sup>	5031	1mm05

*Pourcentage : 3.14 %.*

1100 <sup>k</sup>	495	0
2360 <sup>k</sup>	1062	0
3620 <sup>k</sup>	1629	0mm10
4880 <sup>k</sup>	2196	0mm10
6140 <sup>k</sup>	2763	0mm20
7400 <sup>k</sup>	3330	0mm50
8600 <sup>k</sup>	3897	0mm40
9920 <sup>k</sup>	4464	0mm55
11180 <sup>k</sup>	5031	0mm60

*Pourcentage : 1.94 ‰*

1100 <sup>k</sup>	495	0mm05
1730 <sup>k</sup>	778	0mm25
2360 <sup>k</sup>	1062	0mm30
2990 <sup>k</sup>	1345	0mm25
3620 <sup>k</sup>	1629	0mm35
4250 <sup>k</sup>	1912	0mm35
4880 <sup>k</sup>	2195	0mm70
5195 <sup>k</sup>	2338	0mm80
6455 <sup>k</sup>	2905	1mm05
7715 <sup>k</sup>	3472	0mm95
8345 <sup>k</sup>	3755	0mm95
8345 <sup>k</sup>	4322	1mm30
10235 <sup>k</sup>	4606	1mm55

*Pourcentage : 1.94 ‰*

1100 <sup>k</sup>	495	0mm15
2360 <sup>k</sup>	1062	0mm40
3620 <sup>k</sup>	1629	0mm40
4880 <sup>k</sup>	2196	0mm35
6140 <sup>k</sup>	2763	0mm60
7400 <sup>k</sup>	3330	0mm85
8660 <sup>k</sup>	3897	1mm00
9920 <sup>k</sup>	4464	0mm90
11180 <sup>k</sup>	5031	0mm95

Le pourcentage est rapporté à la section totale de la pièce  $20 \times 40$ . Les différences qu'on observe de l'une à l'autre proviennent principalement de la composition des pièces. La portée était de 3<sup>m</sup>80.

Dans la seconde série où l'on a mesuré les flèches totales figurent les exemples suivants : le premier avec un seul poids isolé au milieu de la portée ; les autres avec deux poids isolés espacés de 1<sup>m</sup>00 ou de 1<sup>m</sup>20, sur portée de 3<sup>m</sup>00. Le mode d'armature variable est indiqué.

2<sup>e</sup> SÉRIE

*Pourcentage : 2.07 % armature longitudinale inférieure ;  
0.48 % transversale*

Charges	Moments	Flèches totales
2205 <sup>k</sup>	1633	0mm30
3780 <sup>k</sup>	2835	0mm60
5330 <sup>k</sup>	4001	1mm00
6930 <sup>k</sup>	5197	1mm57
8505 <sup>k</sup>	6379	2mm10

*Pourcentage : 2.07 % armature longitudinale inférieure ;  
0.39 % transversale*

2045 <sup>k</sup>	1022	0mm23
3620 <sup>k</sup>	1810	0mm47
5195 <sup>k</sup>	2597	0mm72
6770 <sup>k</sup>	3885	1mm00
8345 <sup>k</sup>	4172	1mm35
9920 <sup>k</sup>	4960	1mm75
10850 <sup>k</sup>	5275	1mm90

*Pourcentage : 2.07 % armature longitudinale inférieure ;  
1.04 % armature supérieure ; 0.48 % transversale*

2045 <sup>k</sup>	920	0mm27
3620 <sup>k</sup>	1620	0mm40
5195 <sup>k</sup>	2337	0mm57
6770 <sup>k</sup>	3046	0mm75
8345 <sup>k</sup>	3755	0mm97
9920 <sup>k</sup>	4464	1mm30
11495 <sup>k</sup>	5173	1mm70

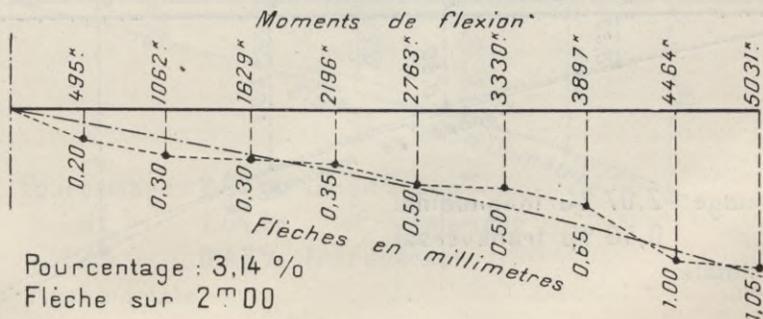
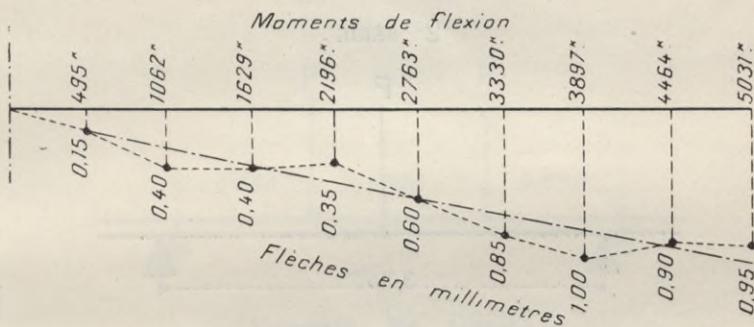
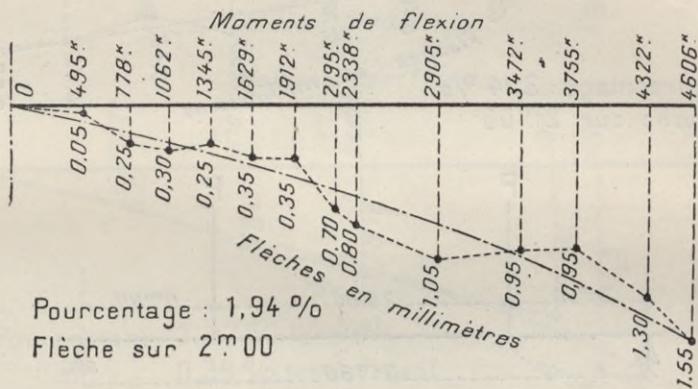
On s'est généralement arrêté lorsque se produisaient les premières fissures visibles.

## REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES RÉSULTATS OBSERVÉS

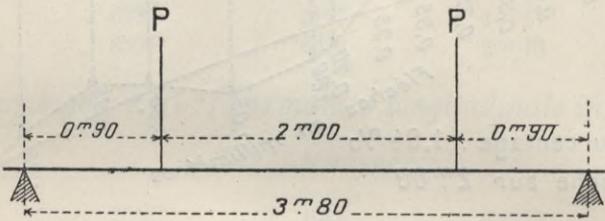
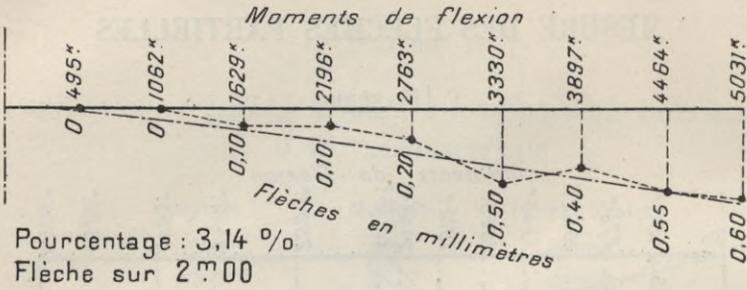
Pour que l'on puisse mieux saisir la progression et comparer plus facilement les séries de résultats, sont tracés les graphiques ci-contre.

MESURE DES FLÈCHES PARTIELLES

1<sup>re</sup> SÉRIE

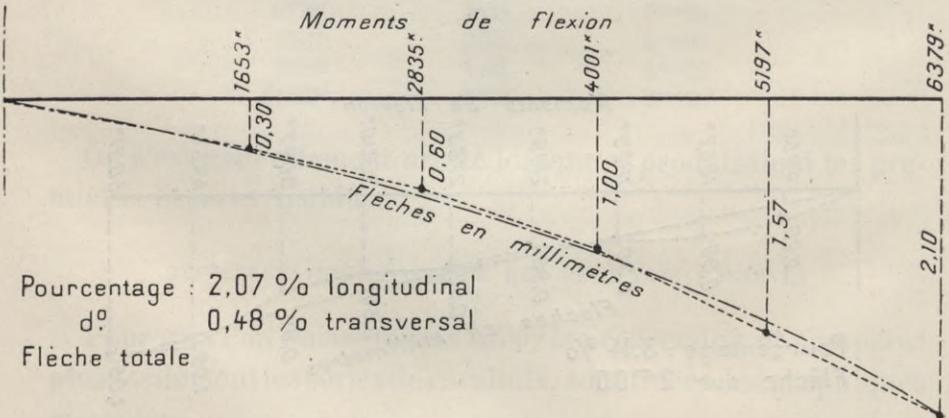
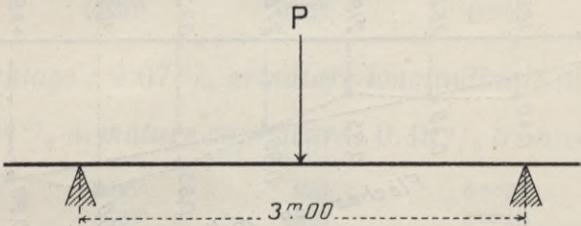


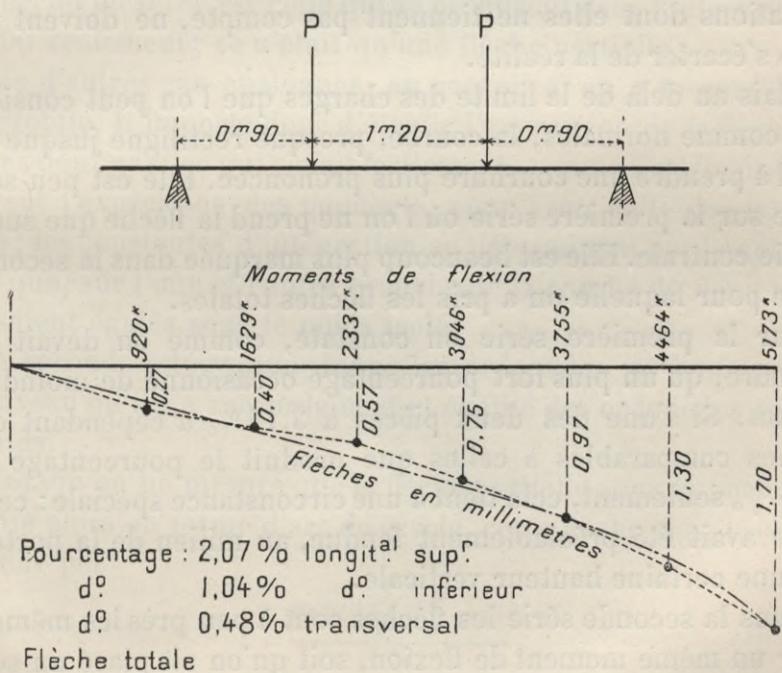
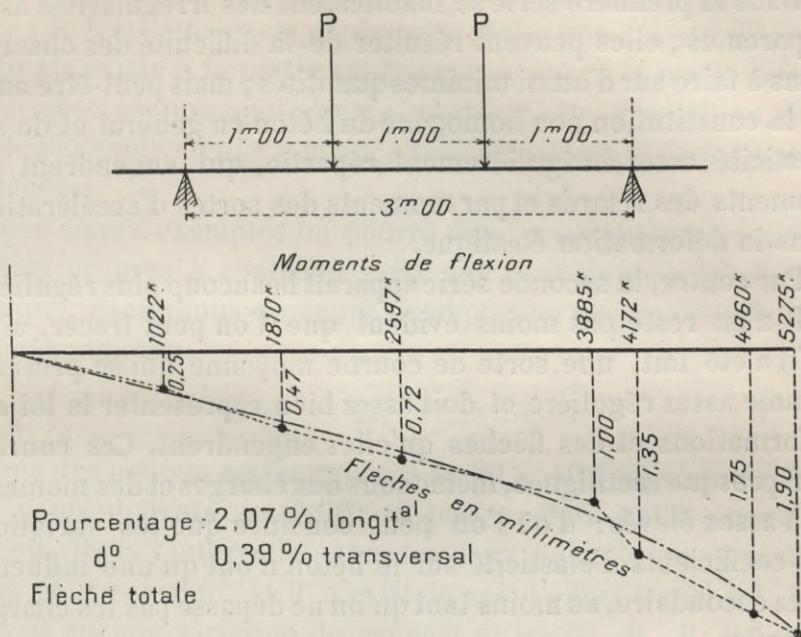
ÉVALUATION DES FLÈCHES



MESURE DES FLÈCHES TOTALES

2<sup>e</sup> SÉRIE





Dans la première série se manifestent des irrégularités assez apparentes ; elles peuvent résulter de la difficulté des observations à faire sur d'aussi minimes quantités ; mais peut-être aussi de la constitution peu homogène du béton en général et de son élasticité assez irrégulièrement répartie, qui engendrent par moments des retards et par moments des sortes d'accélération dans la déformation élastique.

Par contre, la seconde série apparaît beaucoup plus régulière.

Il n'en reste pas moins évident que l'on peut tracer, ainsi qu'il a été fait, une sorte de courbe moyenne qui se présente comme assez régulière et doit assez bien représenter la loi des déformations et des flèches qu'elles engendrent. Ces courbes sont presque rectilignes, même sous des charges et des moments déjà assez élevés ; d'où l'on peut conclure que les variations des coefficients d'élasticité sur le béton n'ont qu'une influence assez secondaire, au moins tant qu'on ne dépasse pas les charges normales.

Il s'ensuit également que les formules théoriques, malgré ces variations dont elles ne tiennent pas compte, ne doivent pas trop s'écarter de la réalité.

Mais au delà de la limite des charges que l'on peut considérer comme normales, la courbe, presque rectiligne jusque là, tend à prendre une courbure plus prononcée. Elle est peu sensible sur la première série où l'on ne prend la flèche que sur la partie centrale. Elle est beaucoup plus marquée dans la seconde série pour laquelle on a pris les flèches totales.

Sur la première série on constate, comme on devait s'y attendre, qu'un plus fort pourcentage occasionne de moindres flèches. Si l'une des deux pièces à 3.14 % a cependant des flèches comparables à celles que produit le pourcentage de 1.94 % seulement, cela tient à une circonstance spéciale : cette pièce avait été préalablement fendue, au milieu de la portée, sur une certaine hauteur verticale.

Dans la seconde série les flèches sont à peu près les mêmes, pour un même moment de flexion, soit qu'on ait placé un seul

poids au milieu, soit qu'on en ait placé deux, écartés de 1<sup>m</sup>00.

Dans le troisième exemple de cette série, une armature longitudinale existe à la partie supérieure comme à la partie inférieure, avec section moindre de moitié. Cette disposition ne semble pas avoir eu une influence bien sensible sur l'amplitude des flèches.

A ces divers exemples on pourra donc emprunter quelques résultats propres à contrôler ceux que peut donner le calcul théorique. Examinons quelques exemples au moyen des divers procédés indiqués.

#### 1<sup>er</sup> EXEMPLE : DEUX POIDS ISOLÉS

L'une des poutres rectangulaires de  $20 \times 40$  était chargée de deux poids distants de 2<sup>m</sup>00; la portée était, entre appuis, de 3<sup>m</sup>80. Dans l'intervalle entre les deux poids le moment de flexion était constant, et il n'existait pas d'effort tranchant. Il n'y avait aucune variation du rapport  $r$ ; les  $R_m$ ,  $R_c$ ,  $R_e$  étaient constants.

La flèche mesurée est celle qui se produisait dans l'intervalle de 2<sup>m</sup>00 seulement; ce n'était qu'une flèche partielle.

Dans d'autres cas analogues, au contraire, on a mesuré la flèche totale. Il importe donc d'établir l'expression de la flèche dans les deux cas; ce qui se fait facilement, comme d'ordinaire; intégrant l'expression des moments, pour avoir celle des tangentes; les constantes d'intégration se déterminant par la condition que, sur l'une et l'autre branche de la courbe de flexion, elles soient égales sous le poids isolé.

Une seconde intégration donne les ordonnées, et l'on écrit de nouveau qu'il y a raccordement et égalité des ordonnées sur les poids.

1° Lorsqu'on ne mesure que la flèche partielle sous la portée infléchie alors en forme d'arc de cercle, cette flèche (fig. 3) est exprimée par

$$f = \frac{Pa \times \left( \frac{a^2}{2} + \frac{l^2}{2} - al \right)}{EI} \quad (1)$$

2° Lorsqu'il s'agit de la flèche totale, celle-ci est

$$f = \frac{Pa \times \left( \frac{l^2}{2} - \frac{a^2}{6} \right)}{EI} \quad (2)$$

Dans le cas actuel on fera donc usage de la première formule qui donnera, pour chaque poids P, égal à moitié de la charge totale :

$$f = 3230^k \times 0^m90 \times \left( \frac{0.81}{2} + \frac{3.61}{2} - 1.71 \right) = 2907 \times 0.50 = 1454.$$

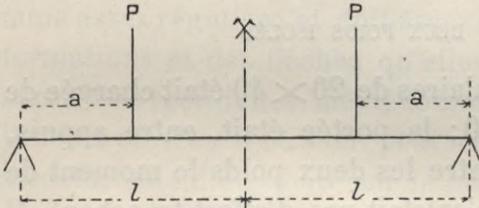


Fig. 3

En effet la charge totale est d'environ  $6460^k$ ; la distance  $a$  est de  $0^m90$ ; la longueur  $l$  est de  $1^m90$ , d'après ce que nous venons de dire.

Les éléments du calcul avaient été déterminés précédemment d'après les allongements mêmes et les raccourcissements, tels qu'ils ont été observés. Ils étaient les suivants pour la charge indiquée ci-dessus :

$$M = 2905; \quad R_m = 4^k6; \quad R_r = 53^k2; \quad R_c = 10^k6; \quad r = 10.4; \quad \omega = 1550.$$

En conséquence, le rapport  $\delta$  est de  $\frac{53^k2 \times 10^4}{4^k6 \times 10^6}$ , soit 1.202. La hauteur  $h$  est de  $0^m367$ ; on en conclut que  $v''$  est représenté par  $0.367 \times \frac{1}{1.202}$ , ou  $0^m167$ ; par différence,  $v'$  est égal à  $0^m200$ . Le rapport  $K$  est de  $\frac{10.6}{53.2}$ , soit 0.20 environ.

Employant les formules précédemment indiquées, on a :

$$b' = 2bK\delta = 2 \times 0^m20 \times 0.20 \times 1.20 = 0^m096;$$

$$c = \frac{r\omega}{d} = \frac{10.4 \times 1550}{0.022 \times 10^6} = 0^m733.$$

On a ainsi les largeurs fictives qui sont nécessaires (fig. 4) pour calculer le moment d'inertie  $I$  :

$$I = \frac{0^m20 \times 0^m20^3 + 0^m096 \times 0.156^3}{3} + 0^m733 \times 0^m022 \times 0^m167^2 = 0.00100,$$

en nombre rond.

Le produit  $EI$  est

$$EI = \frac{21}{10.4} \times 10^9 \times 0.0010 = 2.02 \times 10^6.$$

D'où l'on conclut que théoriquement la flèche serait :

$$f = \frac{1454}{2.02 \times 10^9} = 0^m00072.$$

Or, sur les deux types n°1 et n° 2, entièrement semblables, les flèches mesurées sous cette charge, avec un moment de 2905, paraissent être de  $0^{\text{mm}}70$  à  $0^{\text{mm}}75$ , en régularisant les courbes d'observation.

Rappelons qu'en général ce calcul doit donner des résultats supérieurs à la réalité, attendu que les coefficients d'élasticité du béton sont plus élevés dans les parties soumises à de plus faibles moments de flexion.

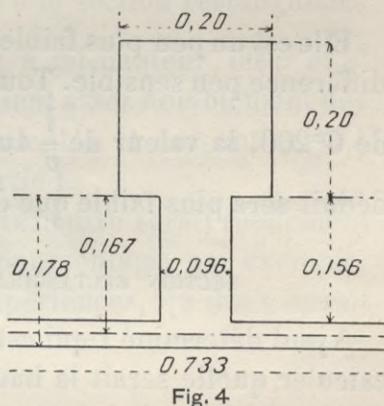


Fig. 4

#### SUPPRESSION DES TENSIONS $R_e$

Si l'on croit pouvoir supprimer les  $R_e$  pour simplifier le calcul, celui-ci doit être modifié. Il ne suffirait pas de supprimer, dans l'expression de  $I$ , le terme obtenu avec la largeur  $b$  que l'on annulerait; on doit remarquer que les valeurs de  $v'$ ,  $v''$  et, par conséquent, de  $\delta$  sont maintenant différentes.

Pour les déterminer il suffit de calculer  $\delta$  au moyen de  $pr$ . Ici le pourcentage  $p$  est d'environ 1.94%; on a vu que  $r$  est

égal à 10.6. Le produit  $pr$  est égal à 0.20176. On posera donc :

$$\delta = 0.20176 + \sqrt{0.20176^2 + 2 \times 0.20176} = 0.8683.$$

En conséquence  $v''$  est représenté par  $\frac{0^m367}{1.8683}$ , ou  $0^m1964$ , puisque  $v''$  est  $\frac{h}{1 + \delta}$ ; et  $v'$  est  $0.3670 - 0.1964$ , soit  $0^m1706$ .

La valeur de  $c$  est la même que ci-dessus.

Il ne reste qu'à établir l'expression de

$$I = \frac{0^m20 \times 0^m1706^3}{3} + 0^m733 \times 0^m022 \times 0^m1964^2 = 0.000950.$$

Elle est un peu plus faible que dans le premier cas, mais avec différence peu sensible. Toutefois  $v'$  étant ici de  $0^m1706$ , au lieu de  $0^m200$ , la valeur de  $\frac{I}{v'}$  augmenterait, et celle de  $R_c$  qui s'en déduit sera plus faible que dans le précédent calcul.

#### SECTION RECTANGULAIRE ÉQUIVALENTE DE BÉTON

Ayant déterminé  $I$  qui est 0.0010 environ, on peut facilement calculer quelle serait la hauteur d'un rectangle, de même largeur, et qui aurait le même moment d'inertie, en le supposant constitué entièrement par un béton homogène ayant même résistance à la traction qu'à la compression, avec même coefficient d'élasticité dans les deux sens.

Le moment d'inertie de cette section serait  $\frac{bx^3}{12}$ ; il faut évaluer à 0.0010 en gardant  $b$  égal à  $0^m20$ ; d'où l'on conclurait :

$$0.20x^3 = 0.012; \quad x = 0^m3915.$$

C'est à peu de chose près la hauteur totale  $H$  de la pièce actuelle. Celle-ci se comporte donc, avec sa forte armature, comme une pièce homogène de même section, en béton résistant à la tension comme à la compression.

L'intervention de l'armature compense ici l'insuffisance de

tension; et l'on pourrait, sans inconvénient bien appréciable, remplacer l'ensemble par un prisme de mêmes dimensions dont le coefficient d'élasticité unique serait précisément égal à  $\frac{21 \times 10^9}{10.4}$ .

On doit observer toutefois que, si l'on peut établir ainsi une valeur de  $I$  suffisamment approchée pour calculer les déformations élastiques, ce mode de calcul ne permettrait pas toujours d'en déduire *a posteriori* les valeurs de  $R_c$ ,  $R_m$ , etc.

En effet, l'expression de  $I$ , ainsi obtenue, est à peu près exacte; mais si l'on formait  $\frac{I}{v'}$  et  $\frac{I'}{v''}$  d'une section rectangulaire où l'axe neutre est nécessairement à mi-hauteur, les  $v'$  et  $v''$  égaux qu'on prendrait ainsi différeraient assez notablement des véritables  $v'$  et  $v''$  antérieurement calculés et qui ont servi à déterminer le présent moment d'inertie  $I$ .

C'est seulement dans le cas où l'axe neutre serait réellement à mi-hauteur, par suite d'un fort pourcentage par exemple, comme dans certaines pièces des expériences, qu'il n'y aurait pas de désaccord un peu notable.

2<sup>e</sup> EXEMPLE

Reprenons une des poutres rectangulaires pour laquelle la flèche avait été prise sous un poids isolé placé au milieu de la portée. Celle-ci était de 3<sup>m</sup>00.

On commencerait par déterminer la valeur de  $\delta$ , puisque nous ne supposons pas connues d'avance les tensions et compressions. Pour le rapport  $K$  de  $R_e$  à  $R_c$  nous admettons la valeur de  $\frac{1}{5}$  qui semble assez voisine, en général, de la réalité, et attribuons à  $r$  la valeur moyenne 10.

Les données connues sont

$$M = 4000; \quad s = 20 \times 40; \quad p = 0.0207, \quad pr = 0.207; \quad \omega = 1636 \text{ mm}^2.$$

De là on déduit, avec  $\beta K$  égal ici à 0.20 :

$$\delta = (0.207 + 0.20) + \sqrt{0.407^2 + 0.414} = 1.1683.$$

Le calcul ordinaire donnerait, pour une hauteur  $h$  de 0<sup>m</sup>370 environ :

$$v' = 0^m1993; \quad v'' = 0^m1707.$$

Si l'on avait continué le calcul inverse, tel que nous l'avons indiqué, on aurait trouvé

$$\begin{aligned} R_c &= \frac{6M(1+\delta)^2}{bh^2} \times \frac{1}{(3+2\delta)\delta - 3\beta K} = \frac{24000 \times 2.1683^2}{0.20 \times 0.37^2} \times \frac{1}{5.3366 \times 1.1683 - 0.60} = \\ &= 412.1 \times 10^4 \times 0.17747 = 73^k14. \end{aligned}$$

D'où l'on aurait  $R_m$  qui est  $\frac{rR_c}{\delta}$ , ou 6<sup>k</sup>26 environ.

Cette recherche n'est pas nécessaire pour le calcul, lorsqu'on se fixe la valeur arbitraire de  $R_e$ ; mais elle peut servir à une comparaison ultérieure que nous indiquerons.

Connaissant  $\delta$ , on détermine, en prenant donc pour  $R_e$  :  $\frac{73^k14}{5}$  ou 14<sup>k</sup>63 environ :

$$b' = 2 \times 0^m20 \times 0.20 \times 1.1683 = 0^m090$$

en nombre rond; et

$$c = \frac{10 \times 1656}{0.023 \times 10^6} = 0^m72.$$

En conséquence

$$I = \frac{0^m20 \times 0^m1993^3 + 0^m090 \times 0^m1592^3}{3} + 0^m72 \times 0^m023 \times 0^m1707^2 = 0.00113. \quad (3)$$

La charge donnant un moment de 4000 était de 5335<sup>k</sup>. La flèche serait donc théoriquement égale à

$$f = \frac{Pl^3}{48ET} = \frac{5335^k \times 27}{48 \times 2 \times 10^9 \times 0.00113} = 0^m00132.$$

Elle doit être, en réalité et d'après les expériences, un peu supérieure à 0<sup>m</sup>0010. Le calcul, avec une valeur de  $r$  prise égale

arbitrairement à 10, donne donc un résultat un peu plus élevé. En modifiant  $r$ , on établirait facilement la concordance, mais il y a lieu de penser que ce rapport ne saurait différer beaucoup de 10 en réalité, attendu que le calcul théorique doit généralement fournir des flèches un peu exagérées pour les raisons déjà indiquées.

Si l'on voulait constater les résultats des écarts résultant du manque de rigoureuse exactitude, — s'il est rien de rigoureux en cette matière, — on peut calculer la nouvelle valeur de  $R_c$  à laquelle conduirait celle de  $I$  ainsi calculée.

On aurait ainsi

$$\frac{I}{v} = \frac{0.00113}{0.1993} = 0.005667.$$

Et la valeur de  $R_c$  deviendrait

$$R_c = \frac{4000}{0.005667} = 70^{\text{b}}6,$$

au lieu  $73^{\text{k}}13$ , que donnait le calcul du début. Comme  $R_m$  est égal à  $rR_c$ , on trouverait également, pour son expression, une certaine différence.

#### SUPPRESSION DES $R_e$

##### 1° : *Substitution du béton*

On calculerait

$$\delta = 0.207 + \sqrt{0.207^2 + 0.414} = 0.883;$$

d'où

$$v' = 0^{\text{m}}1735; \quad v'' = 0^{\text{m}}1965;$$

et l'on poserait :

$$c = \frac{10 \times 1536}{0^{\text{m}}023 \times 10^6} = 0^{\text{m}}68,$$

$$I = \frac{0^{\text{m}}20 \times 0^{\text{m}}1735^2}{3} + 0^{\text{m}}68 \times 0^{\text{m}}023 \times 0^{\text{m}}1965^2 = 0.00095$$

environ. Cette valeur est à peine inférieure à la précédente.

Mais, comme celle de  $v'$  est un peu plus faible ici, celle de  $\frac{I}{v'}$  augmenterait, et la valeur de  $R_c$  serait moindre, ainsi que celle de  $R_m$ .

### 2° : *Substitution du métal*

Au cas où l'on jugerait utile de calculer la section équivalente, non plus en béton, mais en métal, on ferait usage des formules indiquées plus haut, en annulant  $R_c$  par exemple, pour plus de simplicité. On aurait ainsi, en supprimant  $m$  :

$$n = \frac{3}{2^2} = \frac{3}{2 \times 0.883} = 1.69.$$

D'où l'on conclurait, en prenant  $\frac{2v'}{3}$  égal à  $\frac{2 \times 0^m1735}{3}$ ,  
ou  $0^m116$  :

$$I = 0.001656 \times (1.69 \times 0.116^2 + 0.1963^2) = 0.00010$$

environ, comme précédemment.  $R_c$  et  $R_m$  varieraient donc assez peu, dans le cas actuel, quel que soit le procédé suivi.

Si l'on voulait calculer la hauteur à donner au rectangle homogène de béton, on trouverait la même valeur sensiblement que pour le premier exemple.

### 3° EXEMPLE

Plusieurs dalles, à épaisseur de  $0^m10$  et largeur de  $0^m50$ , ont été soumises à la flexion, et l'on a mesuré les flèches correspondantes à chaque charge. Dans ces dalles le pourcentage était notablement plus faible que dans les poutres rectangulaires, et il est intéressant de voir quelle influence doit avoir cette modification sur le calcul des moments d'inertie équivalents.

Les flèches étaient prises relativement à la portée totale, bien que la charge se composât de deux poids isolés écartés de  $2^m00$ ; la portée totale était de  $3^m00$ .

Pour une charge de  $2 \times 660^k$  on avait les données suivantes :

$$M = 330; \quad h = 0^m50; \quad b = 0^m50; \quad \omega = 314.2^{\text{mm}^2}; \quad p = 0.00786,$$

par rapport à la section réduite  $bh$ .

Conservant à  $r$  une valeur de 10, on a pour  $\delta$  :

$$\delta = 0.0786 + 0.20 + \sqrt{0.2786^2 + 0.1572} = 0.7631.$$

D'où

$$v' = 0^m0346; \quad v'' = 0.0454.$$

Le Calcul inverse, appliqué aux  $R_c$  et  $R_m$ , donnerait, tous calculs faits :

$$R_c = 67^k3; \quad R_m = 8^k8.$$

Nous supposons encore que  $R_c$  est le  $\frac{1}{5}$  environ de  $R_c$ . On en conclut (fig. 5) :

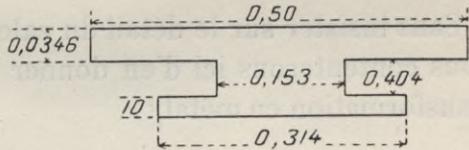


Fig. 5

$$b' = 2 \times 0^m50 \times 0.20 \times 0.7631 = 0^m153$$

$$c = \frac{10 \times 314.2}{10^6 \times 0^m01} = 0^m314.$$

Finalement la valeur de  $I$  serait de 0.0000167. Celle de  $EI$  serait égale à 33400 environ.

La flèche totale, d'après les formules appropriées à ce cas, serait

$$f = \frac{660^k \times 0^m50 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{0.25}{6}\right)}{EI} = \frac{151.3}{33400} = 0^m0045.$$

Or, d'après les expériences, les flèches n'étaient que de  $2^{\text{mm}}6$  avec un moment de 330 comme ici; de  $1^{\text{mm}}8$  avec moment de 280; de  $1^{\text{mm}}1$  avec 230. La progression étant régulière, il n'y a pas à supposer d'anomalie accidentelle. L'écart est notable, et conduit à penser que le rapport  $r$ , pris égal ici à 10, est exagéré et devrait être réduit.

Il y a bien, ici encore, un certain écart entre les divers résultats calculés; mais il est du même ordre que précédemment. Ainsi, ayant à prendre

$$\frac{I}{v'} = \frac{0.0000167}{0.034625} = 0.000483,$$

on trouverait, par ce procédé, que le  $R_c$  devrait être égal à  $\frac{330}{0.000483}$ , soit  $68^k$  à  $69^k$ , au lieu de  $67^k3$  que donnait le premier calcul.

#### SUPPRESSION DES $R_c$

Sans insister sur le détail du calcul toujours identique, nous nous contenterons ici d'en donner les résultats pour le cas de transformation en métal :

$$\delta = 0.0786 + \sqrt{0.0786^2 + 0.1372} = 0.4828;$$

$$v' = 0^m026; \quad v'' = 0^m054;$$

$$n = 3.106;$$

$$I = \frac{1.21}{10^6}; \quad EI = 24190.$$

Le nouvel  $R_c$  serait de  $71^k$  environ, au lieu de  $67^k3$  que donnait le premier calcul; le  $R_m$  différerait également du premier. Mais ce qu'il importe surtout de considérer, c'est que le produit  $EI$  étant notablement inférieur au précédent qui, déjà, paraissait donner un résultat trop élevé, l'exagération serait ici bien plus marquée encore.

Le Calcul inverse, appliqué à la valeur de  $\delta$  que fournit le cas actuel, donnerait également à  $R_c$  une valeur de  $71^k$  environ; ceci indique qu'il n'y a pas eu erreur de calcul; inconvénient qui se produit assez facilement dans ces sortes de calculs.

Pour obtenir une meilleure concordance, il faudrait donc, comme nous l'avons dit, modifier le rapport  $r$  en le diminuant, et, probablement, aussi le rapport  $K$  qu'il conviendrait d'augmenter au contraire.

Si l'on voulait remplacer la pièce en béton armé par une pièce de béton homogène, la hauteur de celle-ci se déterminerait par

$$\frac{0^m50^3}{12} = 0.0000167; \quad x^3 = 0.000400;$$

$$x = 0^m0737.$$

Sa hauteur serait à peu près les  $\frac{3}{4}$  de l'épaisseur totale qui est actuellement de  $0^m10$ ; c'est presque la hauteur réduite que nous désignons par  $h$ .

## II

### ENCASTREMENTS PARTIELS OU COMPLETS

---

#### 1°. — UN ENCASTREMENT, UN APPUI

Pour résister à la flexion sur appuis simples, il est nécessaire de renforcer le béton dans la partie qui travaille par tension, et ce renforcement s'obtient au moyen de barres métalliques. D'une manière générale on peut dire que, dans la partie centrale de la portée, le moment de flexion atteint son maximum en un ou en plusieurs points; le nombre et le diamètre des barres y doivent également être maxima. L'effort tranchant y est faible ou même nul.

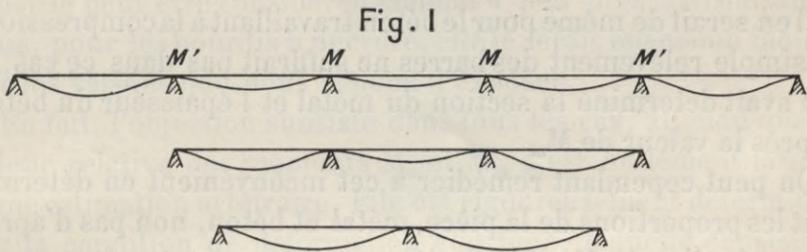
Vers les appuis, au contraire, l'effort tranchant est très considérable; mais le moment de flexion, de plus en plus faible, devient nul sur les appuis, si la pièce est simplement posée sur ceux-ci.

Il n'en est plus de même lorsqu'il y a encastrement, total ou partiel, au droit de ces appuis. Comme on le sait, la flexion change alors de sens en un point situé entre l'appui et la partie centrale. Il s'ensuit que, au voisinage des appuis, la partie qui travaille par tension n'est plus celle qui se trouve au-dessous de l'axe neutre; elle passe au-dessus de celui-ci. En conséquence, les barres métalliques de tension doivent être reportées à la partie supérieure.

## I. — HOURDIS SIMPLES ET SECTIONS RECTANGULAIRES

Pour les hourdis simples et pour les poutres à section rectangulaire, la solution qui permet de parer à ce renversement du sens de la flexion est très simple : il suffit de couder les barres et de les faire ainsi passer de la partie inférieure à la partie supérieure. Il faut cependant examiner séparément deux cas différents.

1°. — L'encastrement peut être complet, la pièce étant alors obligée à devenir horizontale dans la partie encastree. C'est ce qui se produit, par exemple, au centre d'une poutre continue à plusieurs travées, et chargée à peu près également sur chaque



travée (fig. 1). La tangente à la courbe d'inflexion est horizontale dans la région centrale, et redevient à peu près horizontale au-dessus des appuis voisins.

Sur les travées voisines, la flexion est un peu plus accentuée, les  $M'$  sont un peu différents de  $M$ . Si les travées extrêmes ne sont pas encastrees très fortement à leurs extrémités, elles subissent une plus sensible flexion ; mais, sur le dernier appui, le moment devient nul.

Or on sait que, dans le cas d'une seule travée encastree, le moment de flexion  $M_a$  sur l'appui est inévitablement plus élevé que le moment  $M_m$  sur la travée. Lorsque la charge est uniforme, par exemple,  $M_a$  est représenté par  $\frac{pl^2}{12}$ , tandis que  $M_m$  est égal à  $\frac{pl^2}{24}$ . Le premier est ainsi double du second, lorsque les

deux extrémités sont encastées. Tel serait le cas pour la travée de milieu.

Pour une travée encastree d'un seul côté, et de l'autre reposant sur appui, le moment maximum de flexion sur l'appui est  $\frac{pl}{8}$ , tout comme si la pièce était posée sur deux appuis simples. Il est un peu moindre sur la travée.

Il résulte de là que, s'il y a encastrement complet, il ne suffirait pas d'y placer le même nombre de barres, reportées à la partie supérieure, que dans la partie centrale où elles occupaient la région inférieure, puisque le moment de flexion y est double de celui qui se produit dans l'intervalle entre appuis. Le métal y subirait un travail notablement plus élevé.

Il en serait de même pour le béton travaillant à la compression. Le simple relèvement des barres ne suffirait pas dans ce cas, si l'on avait déterminé la section du métal et l'épaisseur du béton d'après la valeur de  $M_m$ .

On peut cependant remédier à cet inconvénient en déterminant les proportions de la pièce, métal et béton, non pas d'après  $M_m$ , mais d'après  $M_a$ . Cette pièce sera un peu plus forte qu'il n'est nécessaire dans la région intermédiaire, mais elle sera suffisante au-dessus des appuis où le travail atteint son maximum.

Dans le cas de poids isolés il en serait encore à peu près de même.

## II. — HOURDIS A NERVURES

Lorsque l'on emploie des hourdis à nervures, l'inconvénient serait beaucoup plus sensible. En effet, dans la région d'encastrement, c'est la nervure seule qui travaille par compression; tandis que, dans la région intermédiaire, c'était le hourdis, de largeur bien supérieure à celle de la nervure, qui supportait le travail de compression.

Il est vrai qu'en général le hourdis travaillant par compression n'avait qu'une épaisseur relativement faible par rapport à la hauteur de la nervure; mais il n'y a pas compensation suffisante.

Pour que celle-ci pût s'établir, il faudrait augmenter la hauteur de nervure vers les encastremets, et, si l'on veut ne pas exagérer cette hauteur, élargir en même temps la nervure.

A ces observations les constructeurs peuvent répondre par cette remarque : Nous ne cherchons pas à réaliser l'encastrement complet, qu'il serait d'ailleurs assez difficile de réaliser absolument ; nous ne comptons que sur l'encastrement partiel. De cette façon, on peut admettre que le moment de flexion n'y excède guère  $\frac{pl^2}{10}$  ; il a une valeur à peu près égale dans la région centrale ; ce qui permet de donner les mêmes proportions sur toute la longueur de la pièce.

Pour les hourdis simples et les sections rectangulaires, la réponse peut être considérée comme à peu près satisfaisante. Mais, pour les hourdis à nervure, elle le serait beaucoup moins, par les raisons que nous venons d'exposer.

En fait, l'objection subsiste dans tous les cas ; attendu que la valeur relative des moments  $M_a$  et  $M_m$  n'est nullement laissée à une estimation arbitraire. Elle est rigoureusement déterminée par la condition de déformation élastique ; laquelle consiste à exprimer que les inflexions successives laissent toujours la pièce en contact avec ses appuis. Par là se trouvent déterminées les réactions différentes sur chacun des appuis, et les divers moments maxima.

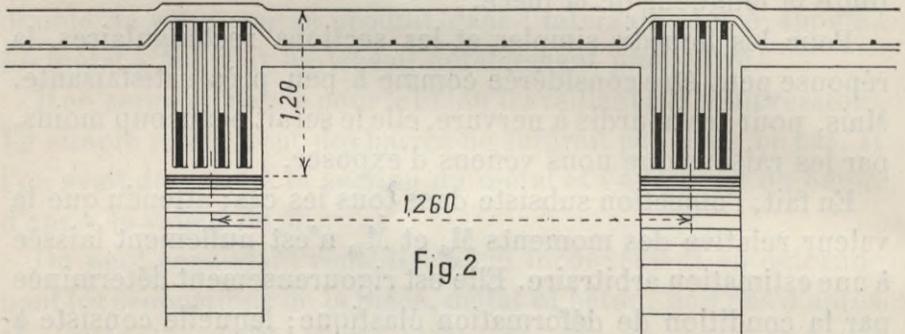
Il ne dépend nullement du constructeur de dire : Je ne compte que sur tel ou tel encastrement, plus ou moins réduit. De là résulte qu'il est nécessaire, si l'on établit des poutres continues, et si l'on relie fortement les hourdis aux nervures, de prendre quelques précautions spéciales.

Nous indiquerons plus loin dans quel esprit ces précautions doivent être conçues.

Bien qu'elles consistent principalement, comme nous le disions, dans le relèvement des barres coudées, le dispositif

varie assez sensiblement, d'un constructeur à l'autre, pour que nous citions ici quelques exemples de ces diverses combinaisons.

Une des plus simples, au moins pour les hourdis — qui se prêtent mieux que les nervures à l'encastrement, ainsi que nous l'avons dit, — est celle que représente la fig. 2. Le hourdis vient s'y attacher sur de fortes poutres à doubles armatures, comme on le pratique souvent. L'armature inférieure est beaucoup plus forte que celle du haut; celle-ci sert principalement à empêcher toute tendance à flamber, dans le béton comprimé; elle sera également utile, au voisinage des appuis, pour renforcer les barres relevées, s'il y a lieu.



Quant au hourdis, ses barres de tension, perpendiculaires aux poutres, sont ici relevées simplement pour passer par-dessus l'armature supérieure des poutres. Sur les barres de tension du hourdis reposent les barres de répartition, moins nombreuses et de moindres diamètres, puisqu'elles servent surtout à répartir plus également les charges sur de suffisantes largeurs, principalement sous les poids isolés.

On ne peut guère considérer cette disposition que comme étant destinée à éviter les décollements et fissures qui tendent à se produire sur la jonction entre hourdis et poutre, en raison de l'inclinaison légère que peuvent prendre les bords du hourdis par suite de la flexion. En ce cas, les barres renvoyées à la partie supérieure auraient pour mission simplement de rendre plus malléable, en quelque sorte, le béton qui y travaille par tension.

On voit dans la fig. 3 une disposition analogue, où les barres inférieures de tension d'une poutre sont coudées vers le tiers de la portée et renvoyées en partie jusqu'à la face supérieure où existaient déjà d'autres barres, logées dans le hourdis. Celui-ci a ses barres de tension placées perpendiculairement aux poutres, puisque la flexion tend à se produire dans l'intervalle entre poutres. Dans le cas actuel, on a même mis deux cours de ces sortes de barres, accompagnés de deux cours également de barres de répartition.

Les étriers ou ligatures, plus rapprochés les uns des autres,

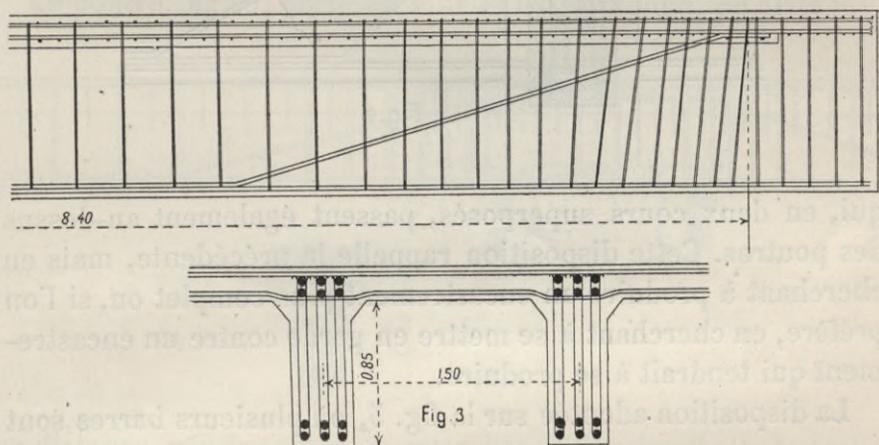
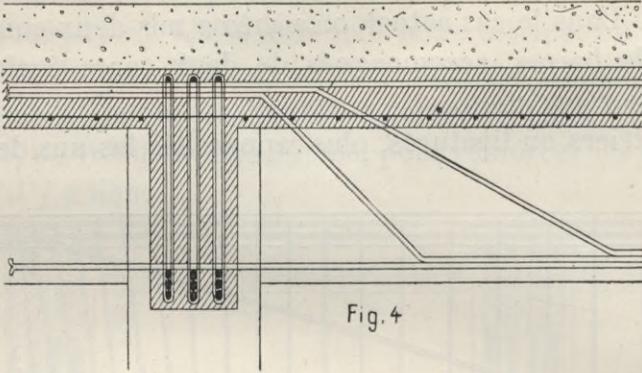


Fig. 3

du côté des appuis, ainsi qu'il convient, sont légèrement inclinés. Sous une charge très lourde, on a sans doute voulu renforcer les armatures, des hourdis comme des poutres, afin de n'être pas contraint de donner une trop forte épaisseur au hourdis, une trop grande hauteur aux nervures.

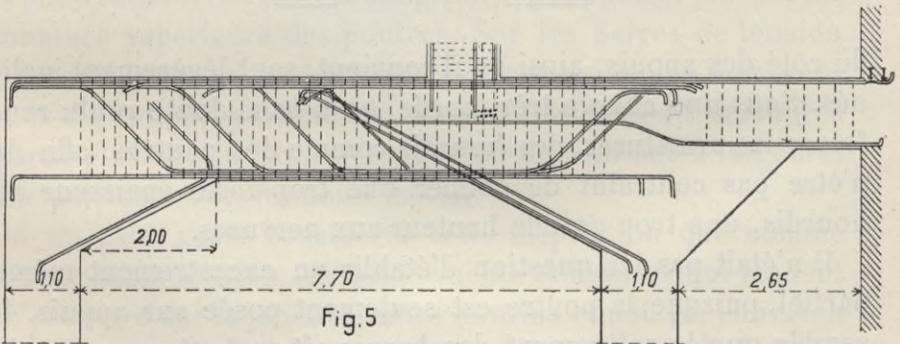
Il n'était pas ici question d'établir un encastrement même partiel, puisque la poutre est seulement posée sur appuis. Il semble que le relèvement des barres ait surtout pour but de constituer à la partie supérieure une section de métal à peu près équivalente à celle des fortes barres qu'on laisse se prolonger dans le bas. Cette disposition aurait plutôt pour objet la résistance à l'effort tranchant, au-dessus des appuis.

Sur la fig. 4 on a, au contraire, cherché à réaliser un véritable encastrement des poutrelles au-dessus des poutres. A cet effet on a relevé deux cours de barres inférieures, sous des angles différents. A la hauteur du hourdis, ces barres ainsi relevées s'ajoutent aux barres transversales de ce hourdis, barres



qui, en deux cours superposés, passent également au-dessus des poutres. Cette disposition rappelle la précédente, mais en cherchant à produire un encastrement plus complet ou, si l'on préfère, en cherchant à se mettre en garde contre un encastrement qui tendrait à se produire.

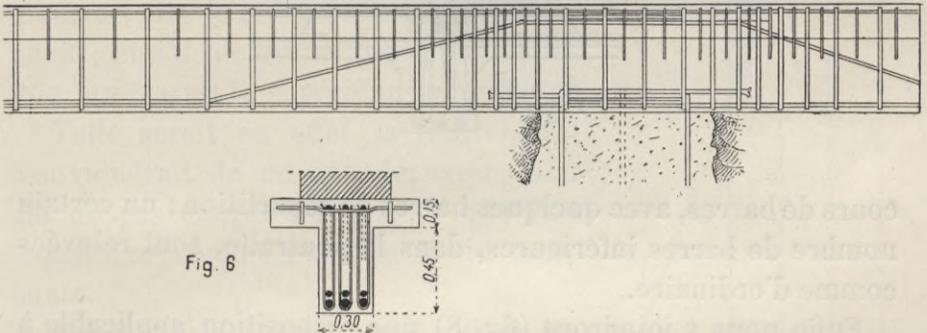
La disposition adoptée sur la fig. 5, où plusieurs barres sont



coudées et relevées comme précédemment, offre cette double particularité : la poutre est destinée à porter un fort poids isolé ; c'est pourquoi les coudes des barres ne sont pas disposés symétriquement ; de plus, on a augmenté notablement, par des gous-

sets, la hauteur de la pièce à la rencontre des appuis; précaution utile, comme nous le disions, si l'on veut éviter que l'existence d'un appui plus ou moins complet n'entraîne un surcroît de travail sur les barres métalliques ou sur le béton travaillant à la compression. Les sortes de consoles, ainsi créées, à la jonction des poutres et des piliers, sont consolidées par des armatures métalliques, plus légères à la partie inférieure qui est comprimée; à la partie supérieure où l'encastrement doit produire une forte tension, le nombre des barres est aussi grand que celui des barres logées, dans la région centrale, au bas de la pièce.

La poutre, fig. 6, porte un mur et est soutenue, de distance



en distance, par des pylones; cette disposition implique de véritables encastremets au-dessus des appuis. La poutre a la forme d'un hourdis nervuré; mais le hourdis n'a ici qu'une faible largeur, attendu que la charge n'a elle-même que la largeur du mur et ne s'étend ni à droite ni à gauche.

Les barres supérieures, logées dans l'épaisseur du hourdis, parallèlement aux barres de tension de la nervure, servent surtout d'attache aux étriers et contribuent, dans la partie comprimée, à empêcher tout flambement. Dans la région d'encastrement elles coopèrent, avec les barres relevées, à la résistance de tension.

De courtes barres de répartition sont insérées dans les ailes de hourdis. Un double cours d'étriers ou ligatures est logé dans la nervure et dans le hourdis même.

Pour ne pas multiplier inutilement ces exemples dont la disposition, avec quelques variantes, est toujours la même en principe, nous nous bornerons à signaler le cas indiqué sur la fig. 7, qui comprend : hourdis, poutrelle et poutre, cette dernière ne dépassant que peu, en hauteur, la poutrelle. Le hourdis a deux

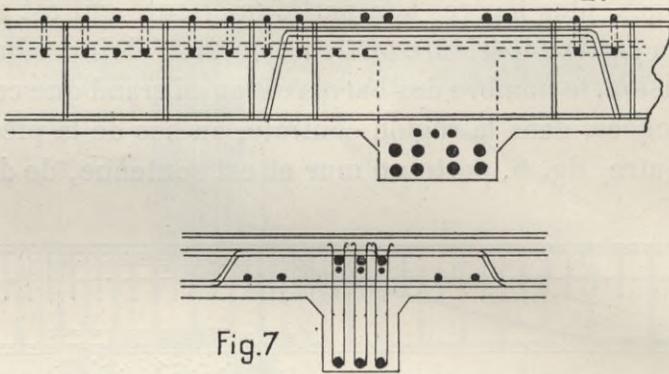


Fig.7

cours de barres, avec quelques barres de répartition ; un certain nombre de barres inférieures, dans la poutrelle, sont relevées comme d'ordinaire.

Enfin nous y joindrons (fig. 8) une disposition applicable à

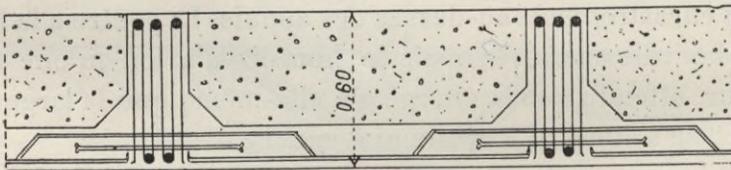


Fig.8

certains radiers ou aux masques des murs de soutènement. On remarquera que, dans le hourdis, les barres de tension sont placées près de la face extérieure; ceci indique que la pression agit de haut en bas. C'est par exemple la poussée des terres dans lesquelles sont noyées les nervures ou contreforts. Le hourdis étant maintenu, avec encastrement, par les nervures, et la flexion s'y produisant en sens inverse, les barres sont cou-

dées; d'autres barres, de plus courte longueur, viennent consolider tout cet assemblage.

## APPLICATIONS

### 1<sup>re</sup> QUESTION

Une pièce en hourdis à nervure, à une, deux ou trois travées, comme sur la fig. 1 antérieure, a été calculée pour faire face à un moment maximum  $M$  avec travail  $R_c$  du béton et travail  $R_m$  du métal. On peut se demander : s'il y a, sur l'appui, encastrement plus ou moins complet; quel pourrait être le moment de cet encastrement; et s'il n'entraîne pas, pour le béton, un travail  $R_c$  supérieur au premier?

Telle serait en effet la limite qu'il conviendrait de ne pas dépasser, afin de ne pas exagérer le travail que l'on considère comme étant la limite normale.

Dans le calcul qui a servi à fixer les proportions courantes, la hauteur comprise entre les barres et la face supérieure était  $h$  (fig. 2); sur la hauteur  $v$  soumise à la compression, la largeur  $b$  était celle du hourdis; la hauteur  $v''$  de la partie comprimée était celle de la nervure, c'est-à-dire  $c$ . Mais nous négligerons toute tension  $R_e$  pour ne tenir compte que de la tension  $R_m$  du métal, laquelle sera, en réalité, diminuée de toute cette tension  $R_e$  quand elle existe.

Dans la partie encastree, de hauteur  $h'$ , la partie comprimée a une hauteur  $v'$ , avec largeur  $c$  seulement; nous ne faisons intervenir que la tension  $R'_m$  du métal (fig. 3).

Pour celui-ci, continuant à simplifier le calcul, nous admettons qu'en relevant les barres inférieures pour les faire passer

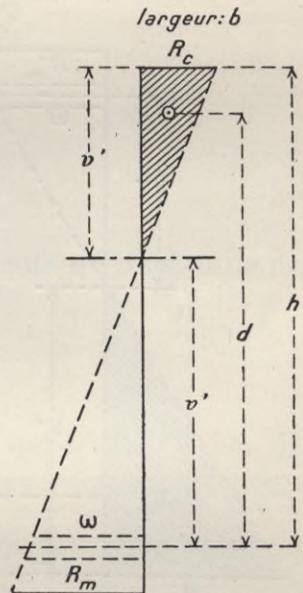


Fig. 2

dans le hourdis, on a rétabli à la partie supérieure une section  $\omega$  de métal à peu près équivalente à celle qui existait sur la fig. 2.

Dans le calcul primitif, on avait

$$\delta = \frac{v'}{v} = \frac{rR_c}{R_m}; \text{ d'où } v' = h \times \frac{\delta}{1 + \delta}, \text{ et } v = h \times \frac{1}{1 + \delta};$$

$$\frac{bv'}{2} \times R_c = \omega R_m; \quad \frac{bv'}{2} \times R_c \times d = \omega R_m \times d = M.$$

Ainsi qu'on l'a vu précédemment, on tirait de ces relations

$$h = (1 + \delta) \times \sqrt{\frac{M}{b}} \times \sqrt{\frac{6}{(3 + 2\delta)\delta R_c}};$$

$$\omega = \frac{b\delta R_c}{2(1 + \delta)R_m} \times h.$$

Les  $R_c$ ,  $R_m$  étant les conditions imposées au début, on connaît  $\delta$ , en admettant que le rapport  $r$  est de 10 par exemple.

Dans le second cas, on trouverait de même, en raison de la symétrie :

$$h' = (1 + \delta') \times \sqrt{\frac{M'}{\beta b}} \times \sqrt{\frac{6}{(3 + 2\delta')\delta' R_c}},$$

si  $c$  est représenté par  $\beta b$ ; le moment d'encastrement disponible par  $M'$ ; et la valeur de  $R_c$  ne changeant pas.

D'autre part, on trouverait de même :

$$\omega = \frac{\beta b \delta' R_c}{2(1 + \delta')R_m} \times h'.$$

On peut introduire une simplification nouvelle en admettant que, sur la fig. 3, comme sur la fig. 2, l'intervalle laissé entre les barres et la face voisine est à peu près le même; ce qui implique l'égalité de  $h'$  avec  $h$ .

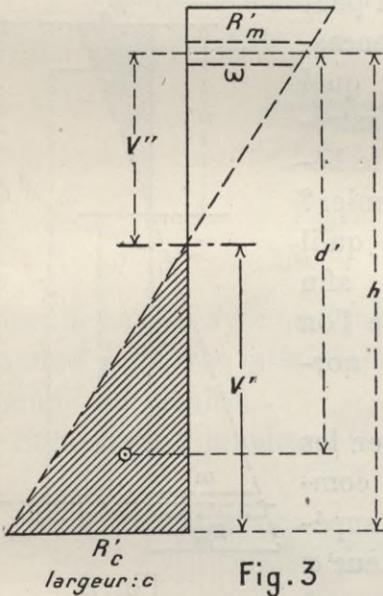


Fig. 3

Finalement, on conclut des relations précédentes, la valeur de  $\delta'$  en fonction de  $\delta$ ; laquelle est

$$\delta' = \frac{\delta^2}{2\beta(1+\delta)} + \sqrt{\frac{\delta^4}{4\beta^2(1+\delta)^2} + \frac{\delta^2}{\beta(1+\delta)}}$$

d'où l'on conclurait  $V'$  et  $V''$ .

On obtiendrait également, pour déterminer le moment d'encastrement  $M'$  :

$$\sqrt{\frac{M'}{\beta M}} = \frac{1+\delta}{1+\delta'} \times \sqrt{\frac{(3+2\delta')\delta'}{(3+2\delta)\delta}}$$

Finalement on aurait aussi

$$R'_m = R_m \times \frac{\delta}{\delta'}$$

On peut ainsi déterminer tous les éléments qu'il est utile de connaître.

VALEURS NUMÉRIQUES

Sans entrer dans le détail des calculs qui n'offrent rien de particulier, nous donnerons seulement les résultats de quelques cas extrêmes, en admettant que  $\beta$  soit  $\frac{1}{8}$  :

$R_c$	$R_m$	$\delta$	$\delta'$	$M'$	$R'_m$	$V'$	$V''$
30 <sup>k</sup>	12 <sup>k</sup>	0.250	0.8633	0.275M	3 <sup>k</sup> 44	0.4634h	0.5366h
30 <sup>k</sup>	8 <sup>k</sup>	0.375	1.4035	0.243M	2 <sup>k</sup> 14	0.5840h	0.4160h
50 <sup>k</sup>	12 <sup>k</sup>	0.417	1.5948	0.230M	3 <sup>k</sup> 14	0.6143h	0.3857h
50 <sup>k</sup>	8 <sup>k</sup>	0.625	2.5780	0.243M	1 <sup>k</sup> 94	0.7205h	0.2795h

On constaterait facilement que, dans la partie encadrée, l'axe neutre est descendu dans une proportion sensible ; ce qui permet à  $V''$ , distance des barres à l'axe neutre, de garder une valeur notablement supérieure à  $v'$ , épaisseur primitive du hourdis.

On remarquera que le travail  $R'_m$  du métal reste très faible,

bien que nous n'ayons fait intervenir aucune résistance de tension  $R_c$ . En réalité le travail de tension total, que suppose le moment  $M'$ , se partage entre le métal et le béton de largeur très grande, puisqu'elle est égale à celle du hourdis, ou  $b$ .

Si l'on admet que les barres remontées se placent à peu près vers mi-épaisseur de ce hourdis, on peut estimer que le travail total de tension  $\omega R'_m$  se répartit entre métal et béton au prorata des surfaces de l'un et de l'autre, surfaces converties l'une et l'autre en béton, ou bien en métal, d'après le rapport  $r$ .

En fin de compte, le travail réel du métal serait très faible, bien que le travail de compression sur le béton de la nervure soit maintenu égal à celui qu'engendre le moment  $M$ .

Ayant pris des conditions de travail extrêmes, pour ainsi dire, sur les deux matériaux, et l'écart du rapport  $\frac{M'}{M}$  n'étant cependant pas considérable entre ces limites, on peut dire d'une manière générale :

Pour que le travail  $R_c$  du béton soit à peu près le même dans la région d'encastrement et dans celle où se produit le maximum du moment de flexion, le moment d'encastrement ne doit pas excéder le  $\frac{1}{5}$  ou le  $\frac{1}{4}$  de ce moment maximum. Le travail des barres relevées reste très faible dans tous les cas.

#### EXEMPLES NUMÉRIQUES

Pour mieux fixer les idées prenons quelques exemples numériques sur les données suivantes qui se rapprochent de l'une des expressions faites sur hourdis à nervures.

Portée :  $l = 2^m90$ , Charge  $6000^k$ ,  $M = 2175$ ;  $b = 1^m20$ ;  $r = 10$ .

$$1^\circ : R_c = 30^k \times 10^4, \quad R_m = 8^k \times 10^6$$

$$h = 0.005184 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0^m 221;$$

$$v' = 0.001414 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0^m0602; \quad v'' = 0^m1608;$$

$$\omega = 26.52 \sqrt{Mb} = 1355^{mm^2}.$$

Telles seraient les données fournies par les tableaux. Dans la partie encastree, on aurait donc

$$V' = 0.5833 \times 0.221 = 0^m1289; \quad V'' = 0^m092.$$

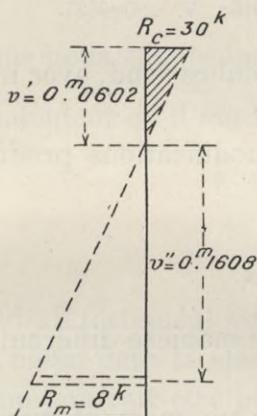


Fig. 4

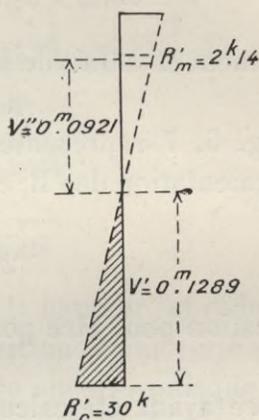


Fig. 5

Les fig. 4 et 5, établies d'après ces données, montrent le déplacement de l'axe neutre.

Le moment  $M'$  serait d'environ 520, le travail  $R'_m$  sur le métal étant de  $2^k14$ .

$$2^\circ : R_c = 50^k \times 10^1, \quad R_m = 12^k \times 10^6$$

$$h = 0.003882 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0^m1653;$$

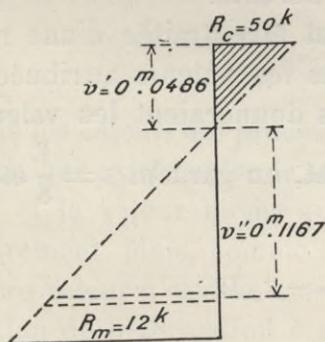


Fig. 6

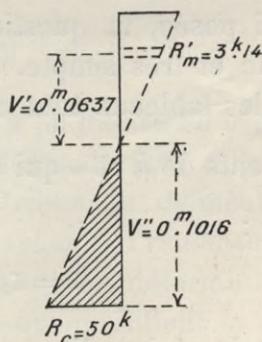


Fig. 7

$$v' = 0.001142 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0^m04863; \quad v'' = 0^m11667;$$

$$\omega = 23.74 \sqrt{Mb} = 1213^{\text{mm}^2};$$

$$V' = 0.6143 \times 0^m1653 = 0^m1016; \quad V'' = 0^m0637.$$

Le moment  $M'$  serait de 500 en nombre rond, avec travail  $R'_m$  de  $3^k14$ .

Les fig. 6, 7 représentent les modifications produites par cette augmentation des  $R_c$  et  $R_m$ .

## 2<sup>e</sup> QUESTION

La question peut être posée d'une manière différente en ces termes.

La pièce ayant été calculée pour un moment maximum  $M$  avec travail  $R_c$  du béton et travail  $R_m$  du métal, quelle hauteur  $h$  faudrait-il donner à la pièce, ou quelle largeur  $c$  de nervure, dans la région d'encastrement, pour que le travail, métal et béton, y soit le même, dans le cas où le moment à l'encastrement serait sensiblement égal à  $M$ .

Tel serait le cas par exemple pour la pièce encastree à une extrémité, posée sur appui à l'autre extrémité, uniformément chargée. Le moment d'encastrement est alors  $\frac{pl^2}{8}$ ; le moment maximum  $M$  a une valeur peu différente.

Ainsi posée, la question peut être traitée d'une manière générale et très simple. D'après les valeurs attribuées à  $R_m$  et  $R_c$ , les tableaux tout calculés donneraient les valeurs des coefficients de  $h$  et  $\omega$  qui seraient, en gardant  $\beta = \frac{1}{8}$  et faisant  $R_c = 0$  :

$$h = K_2 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = K_3 \sqrt{Mb}.$$

Dans la région d'encastrement, et maintenant  $R_c$  nul, les mêmes formules trouveraient leur application, car elles con-

viennent aussi bien aux sections rectangulaires qu'aux hourdis à nervures lorsque l'on néglige  $R_e$ ; et l'on aurait à prendre

$$h' = K_2 \sqrt{\frac{M}{c}}; \quad \omega' = K_3 \sqrt{Mc}.$$

Comme nous supposons que  $c$ , ou  $\beta b$ , est le  $\frac{1}{8}$  de  $b$ , on voit immédiatement qu'il faudrait prendre

$$h' = h \times \sqrt{8} = 2.828h;$$

$$\omega' = \frac{\omega}{\sqrt{8}} = \frac{\omega}{2.828}$$

Il faudrait fortement augmenter la hauteur, et réduire la section de métal dans la même proportion. Pour cette section, la réduction pourrait être plus grande encore, puisque la tension du béton, intervenant en réalité, viendrait diminuer le travail du métal.

On pourrait aussi faire varier simultanément  $h$  et  $c$ ; doubler  $c$  par exemple, en prenant  $c'$  égal à  $\frac{1}{4}$  de  $b$ . Le même calcul conduirait alors à prendre

$$h' = 2h, \quad \text{et} \quad \omega' = \frac{\omega}{2}$$

Il faudrait doubler les hauteurs, et réduire de plus de moitié la section du métal.

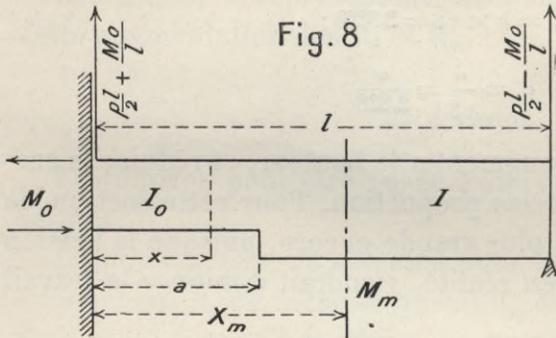
### 3<sup>e</sup> QUESTION

Dans les calculs qui précèdent on a pu mettre en évidence la relation qui existe entre le travail des matériaux à l'encastrement, et la valeur même qu'on attribue au moment de cet encastrement. Mais, comme nous l'avons fait remarquer, cette dernière valeur n'est pas arbitraire : elle est déterminée par la condition de déformation élastique qui maintient la pièce au contact avec ses appuis.

Supposons donc une pièce, encastree à une extrémité, posée

sur appui à l'autre extrémité, mais n'ayant pas la même valeur pour  $I$  de l'un et de l'autre côté, puisque sa résistance, comme on l'a vu, est notablement amoindrie vers l'encastrement, malgré le relèvement des barres; à moins, bien entendu, qu'on ne modifie la hauteur et la largeur.

Tenant compte, cette fois, de la condition de déformation élastique, on peut se demander quelle relation doit exister



entre les deux moments  $M_o$  et  $M$ , à l'encastrement et sur la travée, pour que cette condition soit satisfaite.

Ainsi que nous l'avons fait observer, sous charge uniforme les réactions d'appui

sont  $\frac{pl}{2} + \frac{M_o}{l}$ , et  $\frac{pl}{2} - \frac{M_o}{l}$  (fig. 8).

Dans la portée  $a$  où le moment d'inertie serait  $I_o$ , le moment serait

$$M = EI_o f'' = M_o - \left( \frac{pl}{2} + \frac{M_o}{l} \right) \times x + \frac{px^2}{2}.$$

Dans la partie située au delà de  $a$  :

$$M = EI f'' = M_o - \left( \frac{pl}{2} + \frac{M_o}{l} \right) \times x + \frac{px^2}{2}.$$

Intégrant pour obtenir  $f'$ , on introduit deux constantes :  $A_o$  et  $A$ . La première doit être nulle pour que la tangente soit nulle à l'encastrement; la seconde se déduit de cette autre condition :  $A$  à l'extrémité de  $a$  les deux tangentes doivent être égales, ce qui exige

$$A = \frac{I - I_o}{I_o} \times \left[ M_o a - \left( \frac{pl}{2} + \frac{M_o}{l} \right) \times \frac{a^2}{2} + \frac{pa^3}{6} \right].$$

Intégrant de nouveau, la constante  $[B_o$  doit être nulle pour

établir le contact sur l'appui d'encastrement. Pour que les ordonnées soient égales à l'extrémité de  $a$ , il faut prendre

$$B = \frac{I - I_0}{I_0} \times \left[ M_0 \left( \frac{a^3}{3l} - \frac{a^2}{2} \right) + \frac{pla^3}{6} - \frac{pa^4}{8} \right].$$

Enfin, pour qu'il y ait contact sur l'appui simple de droite, il faut

$$M_0 = \frac{pl^2}{8} \times \frac{1 + K\alpha^2(6 - 8\alpha + 3\alpha^2)}{1 - K\alpha(-3 + 3\alpha - \alpha^2)}, \quad (1)$$

si l'on pose pour simplifier

$$K = \frac{I - I_0}{I_0}, \text{ et } a = \alpha l.$$

L'abscisse de  $M_m$ , moment maximum, se détermine en annulant la dérivée de  $M$ , et devient

$$x_m = \left( \frac{pl}{2} + \frac{M_0}{l} \right) \times \frac{1}{p} = \frac{l}{2} + \frac{M_0}{pl}; \text{ ou } px_m = \frac{pl}{2} + \frac{M_0}{l}.$$

En substituant dans  $M$ , on voit que

$$M_m = M_0 - \frac{px_m^2}{2}.$$

Les résultats varient donc avec la longueur qu'on attribuerait à  $a$ , c'est-à-dire à  $\alpha$ , ainsi qu'au rapport  $K$ .

Au lieu de laisser à la distance  $a$  une valeur arbitraire, il est naturel d'admettre qu'elle correspond au point où le moment de flexion devient nul. Ce point est déterminé par la condition :

$$M_0 - \left( \frac{pl}{2} + \frac{M_0}{l} \right) \times x + \frac{px^2}{2} = 0.$$

D'où l'on conclut :

$$x = a = \alpha l = \frac{2M_0}{pl}; \text{ et } \alpha = \frac{2M_0}{pl^2}. \quad (2)$$

Il reste à substituer dans la relation (1). Sans chercher à déterminer  $\alpha$  qui se présente au 4<sup>e</sup> degré, il suffit d'égaliser la

valeur de  $M_o$  tirée de la condition (2) à celle qu'établissait la relation (1). On en déduit l'expression de  $K$  :

$$K = \frac{1 - 4\alpha}{6\alpha^2 - 4\alpha^3 + \alpha^4}$$

Par suite de cette simplification, les expressions des deux moments de flexion prennent la forme

$$M_o = \frac{\alpha pl^2}{2}; \text{ et } M_m = -\frac{pl^2}{8} \times (1 - \alpha)^2.$$

Ceci suppose que les  $I$  et  $I_o$  satisfont à la condition représentée par l'expression de  $K$  ci-dessus.

Si la section était constante, d'une extrémité de la poutre à l'autre,  $K$  serait nul; ce qui exige :  $\alpha = \frac{1}{4}$ . Alors  $M_o$  devient égal à  $\frac{pl^2}{8}$ , comme on le sait;  $M_m$  devient égal à  $0.703pl^2$ .

Comme  $K$  est  $\frac{I - I_o}{I_o}$ , on peut établir le tableau suivant :

$\alpha$	$K$	$I$	$x_m$	$\frac{M_o}{pl^2}$	$\frac{M_m}{pl^2}$	$\frac{M_o}{M_m}$
0.10	10.71	11.71 $I_o$	0.53 <i>l</i>	0.050	-0.101	0.444
0.12	6.52	7.52 $I_o$	0.56 <i>l</i>	0.060	-0.095	0.620
0.15	3.28	4.28 $I_o$	0.58 <i>l</i>	0.075	-0.090	0.830
0.18	1.63	2.63 $I_o$	0.59 <i>l</i>	0.090	-0.084	1.071
0.20	0.95	1.95 $I_o$	0.60 <i>l</i>	0.100	-0.080	1.250
0.22	0.44	1.44 $I_o$	0.61 <i>l</i>	0.110	-0.076	1.446
0.25	0	1.01 $I_o$	0.63 <i>l</i>	0.125	-0.070	1.778
0.30	0.45	0.55 $I_o$	0.65 <i>l</i>	0.150	-0.061	2.449
0.40	0.82	0.18 $I_o$	0.80 <i>l</i>	0.200	-0.045	4.444

On voit que  $I$  est plus grand que  $I_o$  pour les petites valeurs de  $\alpha$  (fig. 9), et devient au contraire plus petit, lorsque  $\alpha$  augmente (fig. 10). Cela tient à ce que, dans le premier cas, le moment d'encastrement  $M_o$  est plus petit que le moment maximum. L'inverse se produit dans le second cas.

Les valeurs ainsi calculées ne sont pas rigoureusement exactes, parce que nous avons supposé que  $I_o$  était constant dans

l'intervalle  $a$  et devenait égal à  $I$ , également constant au delà. Dans la réalité la hauteur de la pièce peut bien rester constante, mais interviennent le relèvement progressif des barres et le passage des compressions qui, du hourdis descendent dans la nervure, avec inversion des tensions également. Par contre, on

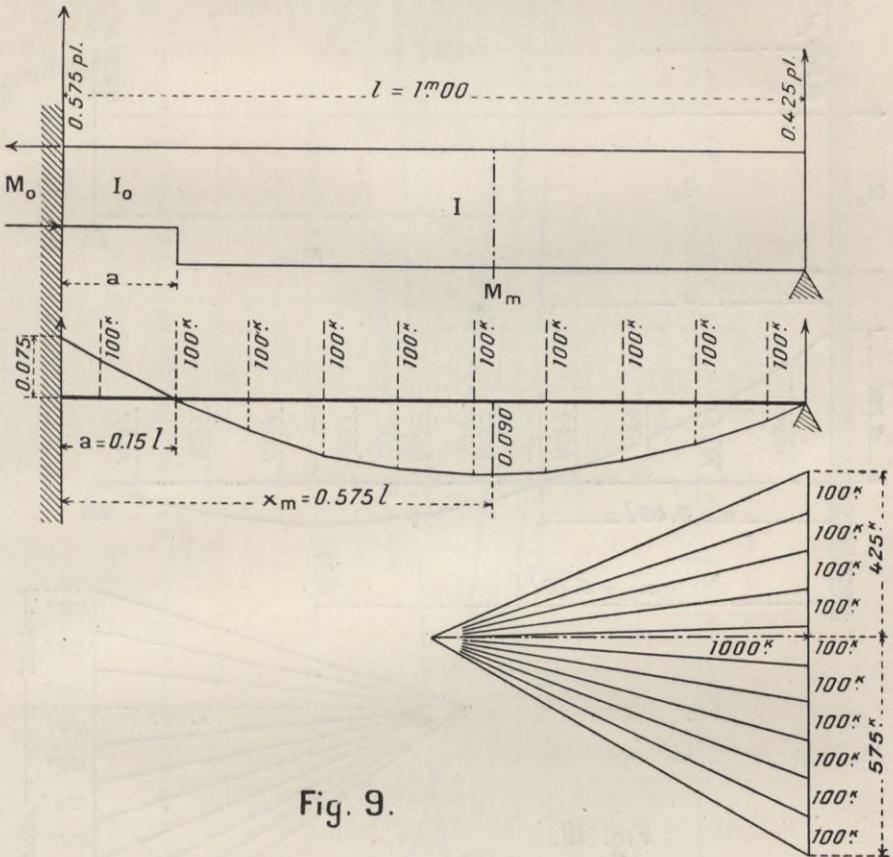


Fig. 9.

peut remarquer que, dans les parties voisines du point de passage, le moment de flexion est nul, ainsi que la déformation élastique. Finalement la simplification que nous avons adoptée ne modifie pas d'une manière trop sensible la déformation totale; et la condition qui doit exprimer les contacts sur les deux appuis, ainsi que la tangence horizontale de l'encastrement, ne saurait différer beaucoup de celle que traduisent les formules ci-dessus.

Afin de faciliter les calculs ultérieurs qui sans cela seraient d'une extrême complication, on peut traduire graphiquement (fig. 11) les résultats séparés qu'indiquait le tableau numérique

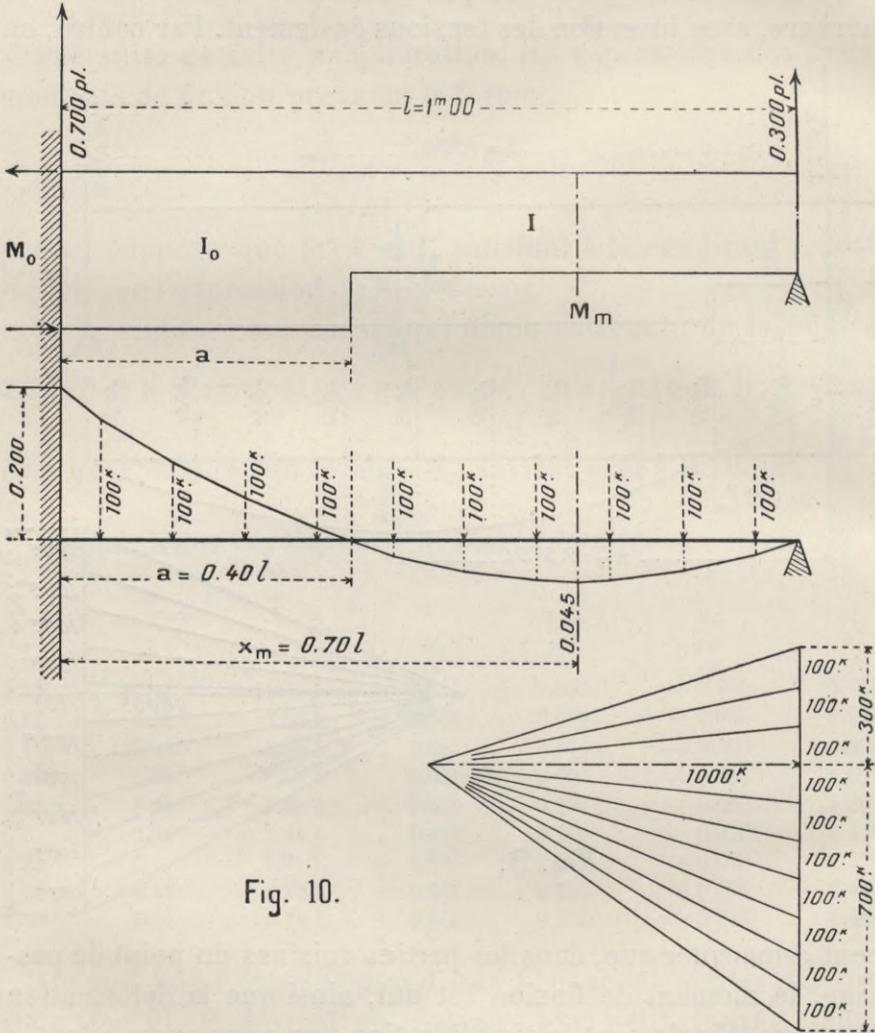
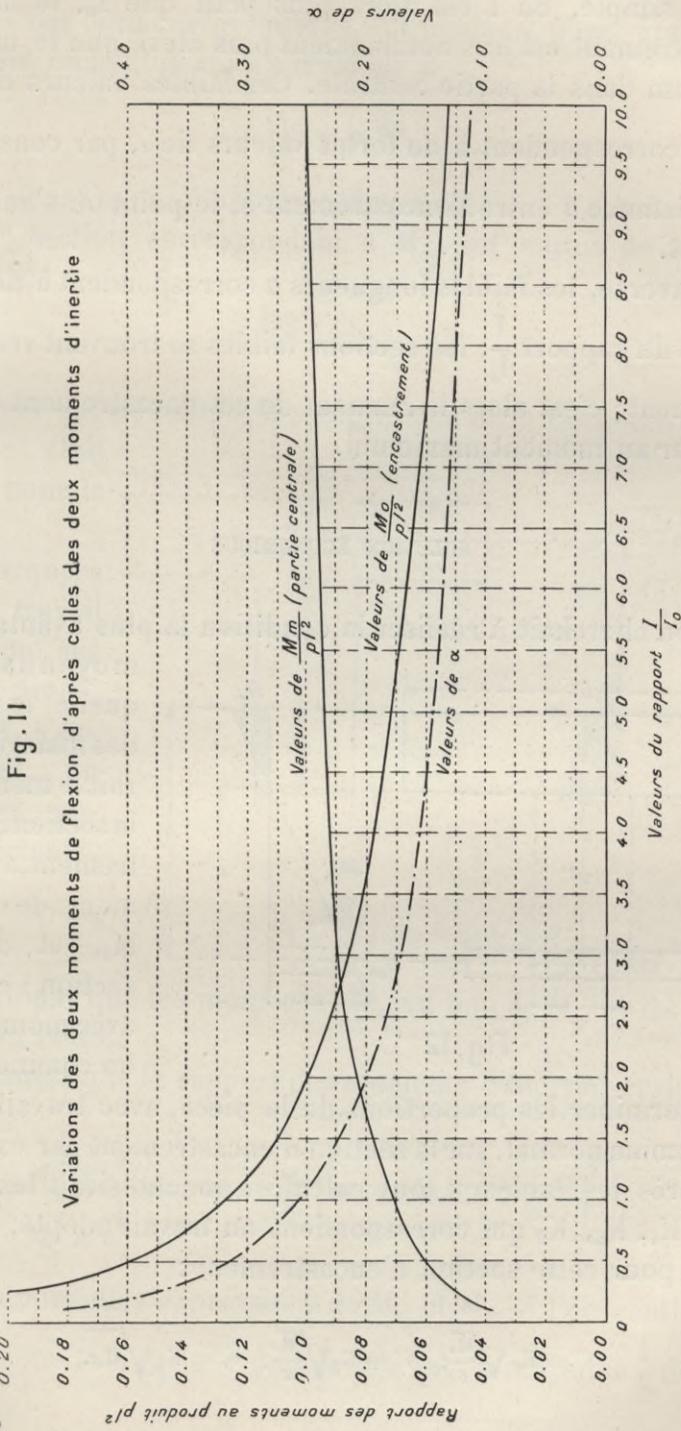


Fig. 10.

précédent; on en établit ainsi la continuité. On voit par là quelle loi suivent les moments principaux : maximum  $M_m$ , et moment  $M_0$  à l'encastrement, d'après les variations des  $I$  et  $I_0$ , c'est-à-dire des sections résistantes au centre de l'extrémité.

Lorsque, du côté encasturé, la section est plus forte que vers



l'appui simple, où  $I$  est alors plus petit que  $I_0$ , le moment d'encastrement est très notablement plus élevé que le moment maximum dans la partie centrale. Ces faibles valeurs du rapport  $\frac{I}{I_0}$  correspondent à de fortes valeurs de  $\alpha$ , par conséquent de la distance  $a$  entre l'encastrement et le point où s'annule le moment.

A l'inverse, les faibles longueurs  $a$  correspondent à de fortes valeurs du rapport  $\frac{I}{I_0}$ , les sections faibles se trouvant vers l'encastrement; c'est alors le moment de cet encastrement qui est inférieur au moment maximum.

#### SOLUTION ÉCONOMIQUE

Si l'on cherchait à réaliser la condition la plus avantageuse,

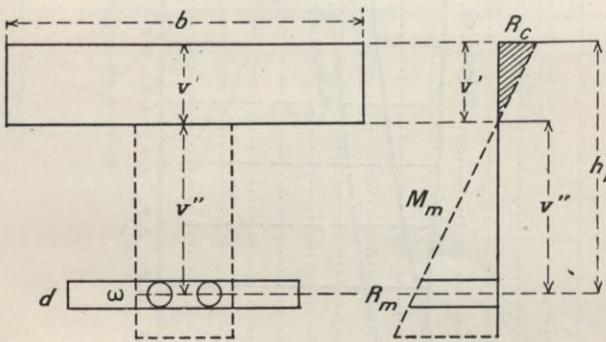


Fig. 12

moynnant laquelle le travail des matériaux serait le même dans la section d'encastrement, avec moment de flexion  $M_0$ , et dans la section centrale avec moment  $M_m$ , on commencerait

par déterminer les proportions de la pièce, avec travail considéré comme normal, sur la section d'encastrement par exemple.

D'après les tableaux tout calculés, on choisirait les coefficients  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  qui correspondent au travail adopté, et l'on aurait, pour cette section d'encastrement :

$$v' = K_1 \sqrt{\frac{M_0}{c}}; \quad v'' = K_2 \sqrt{\frac{M_m}{c}}; \quad \omega_0 = K_3 \sqrt{M_0 c}.$$

D'après ces données premières, on pourrait poser approximativement en négligeant les tensions  $R_c$  :

$$I_o = \frac{cV^3}{3} + r\omega_0 V^2,$$

ainsi que nous l'avons établi précédemment.

Pour la section correspondant à  $M_m$ , on aurait de même (fig. 12, 13) :

$$I = \frac{bv^3}{3} + r\omega_1 v^2.$$

La largeur qui travaille à la compression est  $b$  dans ce second cas ; elle était égale à  $c$  dans le premier.

On remarquera que, si le travail est le même sur les deux sections, les  $v'$ ,  $v''$ ,  $h$ , s'exprimeraient au moyen des mêmes coefficients.

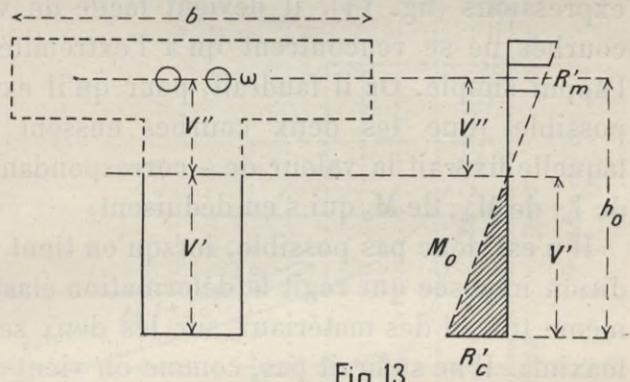


Fig. 13

$$v' = K_1 \sqrt{\frac{M_m}{b}}; \quad v'' = K_2 \sqrt{\frac{M_m}{b}}; \quad \omega_1 = K_3 \sqrt{M_m b}$$

en ne modifiant que les moments :  $M_m$  au lieu de  $M_o$ , et les largeurs :  $b$  au lieu de  $c$ .

On voit aussi que le rapport des moments d'inertie serait

$$\frac{I}{I_o} = \frac{\frac{M_m^{\frac{2}{3}} \times c^{\frac{1}{2}}}{\frac{3}{1}}}{\frac{M_o^{\frac{2}{3}} \times b^{\frac{1}{2}}}{\frac{3}{1}}} = 0.3535 \times \left(\frac{M_m}{M_o}\right)^{\frac{3}{2}} = 0.3535 \times \left[\frac{(1-\alpha)^2}{4\alpha}\right]^{\frac{3}{2}},$$

d'après les nouvelles expressions de  $M_m$  et  $M_o$ , si l'on continue à admettre que la largeur  $c$  de nervure est en moyenne  $\frac{1}{8}$  de  $b$ .

Mais, d'autre part, on a vu que le rapport  $\frac{I}{I_0}$ , pour satisfaire à la condition de déformation élastique, doit être égal à

$$\frac{I}{I_0} = 1 + K = 1 + \frac{1 - 4\alpha}{6\alpha^2 - 4\alpha^3 + \alpha^4}$$

Il faudrait donc, pour réaliser les conditions économiques que nous avons supposées, que ces deux expressions de  $\frac{I}{I_0}$  pussent être égales.

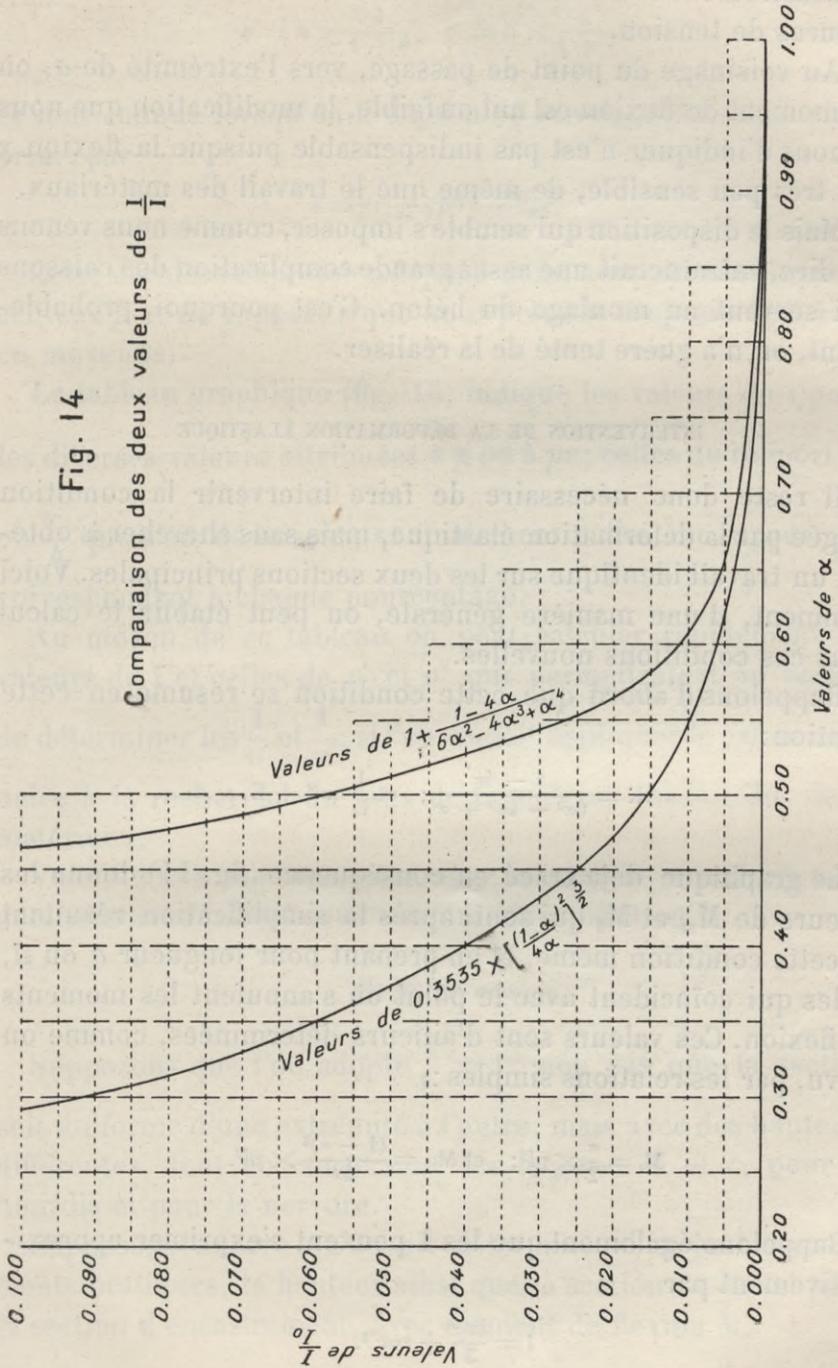
Si l'on représente graphiquement l'une et l'autre de ces deux expressions (fig. 14), il devient facile de voir que les deux courbes ne se rencontrent qu'à l'extrémité correspondant à l'appui simple. Or il faudrait, pour qu'il existât une solution possible, que les deux courbes eussent une intersection, laquelle fixerait la valeur de  $\alpha$  correspondante, et celles de  $I$ , de  $I_0$ , de  $M_m$ , de  $M_0$  qui s'en déduisent.

Il n'est donc pas possible, lorsqu'on tient compte de la condition imposée qui régit la déformation élastique, d'obtenir le même travail des matériaux sur les deux sections à moments maxima. Il ne suffirait pas, comme on vient de voir, de donner à l'une des parties de la pièce une section plus forte que dans l'autre, en augmentant la hauteur par exemple et laissant subsister une très sensible différence entre la largeur  $b$  de hourdis et la largeur  $c$  de nervure.

Pour que l'on pût rapprocher l'une de l'autre les deux courbes de la fig. 14, et amener leur intersection, il faudrait augmenter dans une très forte proportion le coefficient 0.3535, c'est-à-dire le rapport  $\frac{c}{b}$ . On serait ainsi conduit à élargir très sensiblement la nervure sur la longueur  $a$  ou  $al$ , ou tout au moins sur une assez importante fraction de cette longueur.

Telle n'est cependant pas la disposition que semblent avoir recherchée jusqu'à présent les constructeurs qui se bornent généralement à former une sorte de gousset au voisinage de

Fig. 14  
 Comparaison des deux valeurs de  $\frac{1}{I}$



l'encastrement et à relever un certain nombre des barres inférieures de tension.

• Au voisinage du point de passage, vers l'extrémité de  $a$ , où le moment de flexion est nul ou faible, la modification que nous venons d'indiquer n'est pas indispensable puisque la flexion y est très peu sensible, de même que le travail des matériaux.

Mais la disposition qui semble s'imposer, comme nous venons de dire, entraînerait une assez grande complication des caissons qui servent au moulage du béton. C'est pourquoi, probablement, on n'a guère tenté de la réaliser.

#### INTERVENTION DE LA DÉFORMATION ÉLASTIQUE

Il reste donc nécessaire de faire intervenir la condition exigée par la déformation élastique, mais sans chercher à obtenir un travail identique sur les deux sections principales. Voici comment, d'une manière générale, on peut établir le calcul dans ces conditions nouvelles.

Rappelons d'abord que cette condition se résume en cette relation :

$$K = \frac{1 - 4\alpha}{6\alpha^2 - 4\alpha^3 + \alpha^4}; \quad \text{et } \frac{I}{I_0} = 1 + K.$$

Le graphique déjà tracé en conséquence (fig. 11) donne les valeurs de  $M_m$  et  $M_0$  qui sont, après la simplification résultant de cette condition même, et en prenant pour longueur  $a$  ou  $\alpha l$ , celles qui coïncident avec le point où s'annulent les moments de flexion. Ces valeurs sont d'ailleurs déterminées, comme on l'a vu, par les relations simples :

$$M_0 = \frac{\alpha}{2} \times pl^2; \quad \text{et } M_m = \frac{(1 - \alpha)^2}{4\alpha} \times pl^2.$$

Rappelons également que les  $I$  peuvent s'exprimer approximativement par

$$I = \frac{bv^3}{3} + r\omega v^2.$$

Les  $v'$  et  $v''$  sont

$$v' = h \times \frac{\delta}{1 + \delta}; \quad v'' = h \times \frac{1}{1 + \delta},$$

et sont connus lorsqu'on a déterminé la valeur de  $\delta$  qui s'exprime par

$$\delta = pr + \sqrt{p^2 r^2 + 2pr}.$$

Cette dernière expression dépend donc uniquement du pourcentage  $p$  et du rapport  $r$  que nous prenons toujours égal à 10 en moyenne.

Le tableau graphique (fig. 15) indique les valeurs de  $\delta$  pour les diverses valeurs attribuées à  $p$  ou à  $pr$ ; celles du rapport  $\frac{v'}{h}$ , ou  $\frac{v''}{h}$  qui s'en déduisent; et finalement celles du rapport  $\frac{I}{bh^3}$  correspondant à chaque pourcentage.

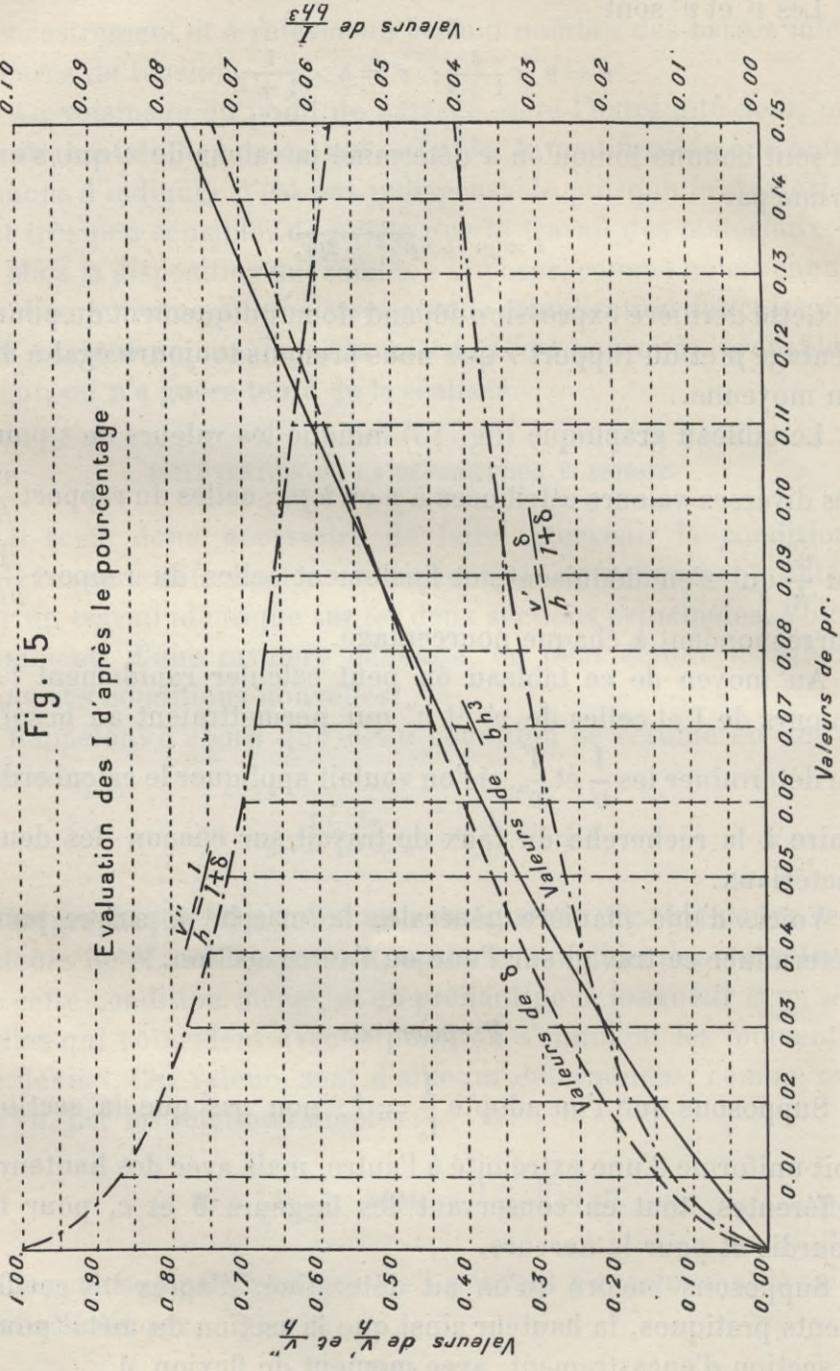
Au moyen de ce tableau on peut calculer rapidement les valeurs de  $I$  et celles de  $v'$  et  $v''$  qui permettraient au besoin de déterminer les  $\frac{I}{v'}$  et  $\frac{I}{v''}$ , si l'on voulait appliquer le calcul ordinaire à la recherche du taux de travail sur chacun des deux matériaux.

Voici, d'une manière générale, la marche à suivre pour déterminer ce travail sur l'une ou l'autre section.

#### *Premier cas*

Supposons que l'on adopte  $\frac{I}{I_0} = 1$ ; non pas que la section soit uniforme d'une extrémité à l'autre, mais avec des hauteurs différentes, tout en conservant les largeurs  $b$  et  $c$ , pour le hourdis et pour la nervure.

Supposons encore qu'on ait déterminé, d'après les coefficients pratiques, la hauteur ainsi que la section du métal pour la section d'encastrement, avec moment de flexion  $M_0$ .



Adoptant par exemple :

$$R_c = 30^k \times 10^i; \quad R_m = 8^k \times 10^i,$$

on aura pris :

$$h_o = 0.005184 \sqrt{\frac{M_o}{c}}; \quad \omega_o = \frac{26.52}{10^6} \times \sqrt{M_o c}; \quad p_o = \frac{\omega_o}{c h_o} = 0.005115;$$

c'est-à-dire  $p_o r$  égal à 0.05115.

La valeur de  $I_o$  est de  $0.0338 c h_o^2$ , d'après le tableau (fig. 15), puisque la largeur est ici  $c$ , et non  $b$ . Les deux  $I$  étant supposés égaux, on doit poser

$$I = I_o = 0.0338 c h_o^3.$$

Au cas où, pour ne pas trop affaiblir le pourcentage dans la région médiane, pourcentage qui est alors  $\frac{\omega_1}{b h_1}$ , on adopterait

$$p_1 = 0.005, \quad p_1 r = 0.05,$$

le même tableau montre que le  $I_1$  correspondant serait égal à  $0.03323 \times b h_1^3$ . Finalement, avec  $b$  égal à  $8c$  :

$$I = I_o = 0.0338 c h_o^3 = 0.03323 b h_1^3 = 0.26584 c h_1^3.$$

D'où l'on conclurait

$$\left(\frac{h_1}{h_o}\right)^3 = \frac{0.0338}{0.26584} = 0.127;$$

$$h_1 = 0.503; \quad h_o = 0.503 \times 0.005184 \sqrt{\frac{M_o}{c}} = 0.00260755 \sqrt{\frac{M_o}{c}}.$$

Connaissant cette dernière valeur, il devient facile de déterminer  $\omega_1$ , section du métal dans la région médiane, et correspondant à la hauteur  $h$  qui n'est guère ici que moitié de  $h_o$ . En effet, puisqu'on a supposé un pourcentage  $p_1$  de 0.005, on doit poser

$$\frac{\omega_1}{b h_1} = \frac{\omega_1}{8c \times 0.00260755 \sqrt{\frac{M_o}{c}}} = \frac{\omega_1}{0.02086 \sqrt{M_o c}} = 0.005.$$

D'où l'on conclut :

$$\omega_1 = 0.005 \times 0.02086 \sqrt{M_0 c} = 0.0001043 \sqrt{M_0 c},$$

section beaucoup plus forte que  $\omega_0$  qui était seulement :

$$0.00002652 \sqrt{M_0 c}.$$

Si l'on voulait donc calculer  $h_1$  et  $\omega_1$  d'après les conditions ainsi posées, on prendrait, sur le tableau (fig. 11) les valeurs de  $M_0$  et  $M_m$  qui sont, pour son rapport  $\frac{I}{I_0}$  égal à l'unité :

$$M_0 = 0.124pl^2; \quad M_m = 0.071pl^2.$$

Le rapport  $\frac{M_m}{M_0}$  est de 0.573.

D'après ces dernières valeurs, on peut calculer le travail des matériaux dans la section médiane, avec moment  $M_m$ . En effet, on a, d'après le Calcul inverse et d'une manière générale :

$$R_c = \frac{1}{(3 + 2\delta)^2} \times \frac{6M(1 + \delta)^2}{bh^2};$$

$$R_m = \frac{rR_c}{\delta}.$$

Dans le cas actuel, avec pourcentage de 0.005, et  $p_1 r$  étant égal ainsi à 0.05, la valeur de  $\delta$  est de 0.370 d'après le tableau (fig. 15). On écrira donc

$$\begin{aligned} R_c &= \frac{1}{3.74 \times 0.37} \times \frac{6M_m \times 1.37^2}{8ch_1^2} = 8.1373 \times \frac{M_m}{8ch_1^2} = \\ &= 8.1373 \times \frac{0.573M_0}{8c \times 0.00260755^2 \times \frac{M_0}{c}} = 8^k59 \times 10^4. \end{aligned}$$

D'où

$$R_m = \frac{85.9}{0.37} \times 10^4 = 2^k33 \times 10^6.$$

Malgré la réduction de hauteur sur la partie centrale, laquelle est plus que compensée par l'augmentation de section métalli-

que sur  $\omega_1$ , le travail des matériaux y est donc très faible relativement.

*Deuxième et troisième cas*

On peut supposer que  $\frac{I}{I_0}$  est égal à 5 par exemple, au lieu de 1; ou admettre, au contraire, que  $I$ , plus petit que  $I_0$ , est égal seulement à  $0.50I_0$ .

Nous ne reproduirons pas ici les détails de ce calcul qui est identique au précédent, et rapprocherons simplement les résultats des trois hypothèses. Nous continuons à supposer que l'on conserve un pourcentage de 0.005 pour la section centrale, et que les proportions de la pièce à l'encastrement ont été déterminées au moyen des mêmes coefficients, avec  $R_c = 30^k \times 10^4$  et  $R_m = 8^k \times 10^6$ .

$$\frac{I}{I_0} = 5 : h_1 = 0.860h_0; \quad \omega_1 = 6.7\omega_0; \quad R_c = 6^k 69 \times 10^4; \quad R_m = 1^k 81 \times 10^6$$

$$\frac{I}{I_0} = 1 : h_1 = 0.503h_0; \quad \omega_1 = 3.9\omega_0; \quad R_c = 8^k 59 \times 10^4; \quad R_m = 2^k 33 \times 10^6$$

$$\frac{I}{I_0} = 0.5 : h_1 = 0.400h_0; \quad \omega_1 = 3.1\omega_0; \quad R_c = 8^k 87 \times 10^4; \quad R_m = 2^k 40 \times 10^6$$

Malgré les différences des valeurs relatives de  $I$  et  $I_0$ , le travail des matériaux ne varie qu'entre des limites peu étendues; ce qui tient en grande partie à la variation des valeurs de  $\alpha$ .

Celles-ci sont de 0.14, 0.25, 0.32, du premier au dernier cas.

VÉRIFICATION

Comme ces résultats peuvent sembler assez extraordinaires, il convient de les vérifier, en recherchant s'ils satisfont aux équations générales. Prenons, par exemple, le dernier où  $\frac{I}{I_0}$  n'est que de  $\frac{1}{2}$ .

Comme  $\delta$  est égal à 0.37, pour  $p_1 = 0.005$ , on a d'après les tableaux :

$$p_1 = 0.005; \quad \delta = 0.37; \quad V' = 0.27h_1; \quad V'' = 0.73h_1$$

en nombres ronds. Pour satisfaire à l'équation de projection, il faut que la compression due à  $R_c$  de  $8^k87$  environ, soit égale à la tension fournie par  $R_m$  de  $2^k40$ .

La compression est  $\frac{bv'}{2} \times 8^k87 \times 10^4$ , ou  $1.18bh_1 \times 10^4$  environ;

La tension est  $\omega_1 R_m$ , ou  $0.005bh_1 \times 2^k40 \times 10^6$ ; soit  $1.18bh_1 \times 10^4$  également.

De plus le moment de l'une ou l'autre de ces deux forces doit être égal à  $M_m$ . Pour le vérifier, remarquons que le bras du levier est  $\frac{2V'}{3} + V''$ , soit  $0.91h_1$ .

Le produit est égal à  $11800bh_1^2 \times 0.910$ , ou  $10740bh_1^2$ . Comme  $h_1$  est à peu près égal à 0.4 de  $h_0$ , lequel est  $0.005184 \times \sqrt{\frac{M_0}{c}}$ , en élevant au carré et multipliant par  $10740 \times 8c$ , on voit que finalement le produit diffère peu de  $\frac{M_0}{0.375}$ , c'est-à-dire de  $M_m$ .

Car, pour  $\frac{I}{I_0}$  égal à 5, les deux moments sont

$$M_0 = 0.16pl^2; \quad M_m = 0.06pl^2,$$

comme on le voit d'après les tableaux. Le rapport est de 0.375; ce qui établit la concordance.

#### RÉDUCTION DE POURCENTAGE

On pourrait objecter qu'en adoptant un pourcentage  $\frac{\omega_1}{bh_1}$  de 0.005, nous exagérons la section réellement nécessaire de métal, dans la partie médiane; et qu'une section moindre, pourrait suffire à la rigueur pour commander et entraîner convenablement la masse totale de béton, hourdis compris. Il convient donc de voir quelles modifications résulteraient d'un abaissement de ce pourcentage.

Ramenons en conséquence  $p_1$  à 0.003 seulement, au lieu de 0.005, et  $p_1 r$  à 0.03, pour le troisième cas où la section I était déjà réduite à 0.50 seulement de  $I_0$ .

On poserait alors :

$$I = 0.0215bh_1^3; \quad I_0 = 0.0338ch_0^3.$$

D'où l'on conclurait, par le même calcul que précédemment :

$$h_1 = 0.46h_0 = 0.002385 \sqrt{\frac{M_0}{c}}.$$

De même on trouverait

$$\omega_1 = p_1bh_1 = 0.003 \times 0.002385 \times 8c \sqrt{\frac{M_0}{c}} = 0.00005724 \sqrt{M_0c};$$

c'est-à-dire une hauteur un peu plus grande et une section de métal sensiblement plus petit que dans le troisième cas, avec un pourcentage de 0.005.

Le travail  $R_c$  serait d'environ  $8^k15 \times 10^4$ ; celui du métal  $R_m$  serait de  $2^k94$ , la valeur de  $\delta$  étant de 0.277 pour le nouveau pourcentage de 0.003.

Le résultat final ne diffère pas beaucoup de celui qu'on avait trouvé en premier lieu : le travail des deux matériaux, dans la partie centrale, reste relativement très faible.

## 2°. — DEUX ENCASTREMENTS

Un cas qui se présente tout aussi fréquemment que le précédent est celui où chaque extrémité de la pièce doit être considérée comme encastree.

Lorsque la pièce n'a qu'une travée dont les abouts sont simplement scellés, on réalise rarement un encastrement complet à chaque extrémité. Mais pour une pièce à deux travées continues, par exemple, symétriquement chargées, l'encastrement est nécessairement complet, sans qu'aucun scellement soit nécessaire. Lorsque la pièce a plusieurs travées, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer, il arrive assez fréquemment que sur

certain des appuis, on doit admettre que l'encastrement est à peu près réalisé.

Examinons le cas où il y aurait encastrement à chaque extrémité de la travée (fig. 16, 17).

Sans reproduire tous les détails du calcul, nous rappellerons

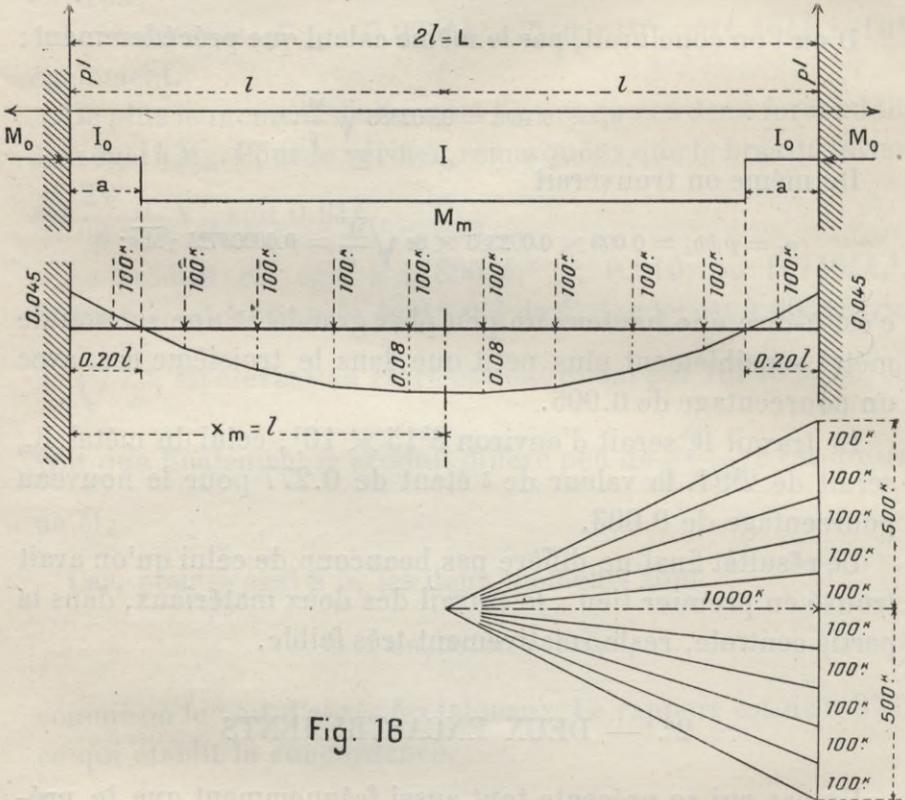


Fig. 16

simplement que le moment de flexion en chaque point est ici

$$M = M_0 - plx + \frac{px^2}{2}$$

sous charge uniforme  $p$ , la portée symétrique étant  $2l$ , ou  $L$ .

Les conditions de raccordement, de niveau des deux appuis extrêmes, conduisent finalement à la condition

$$M_0 = \frac{pl^2}{6} \times \frac{2 + K\alpha^2(3 - \alpha)}{1 + K\alpha}$$

En faisant coïncider la longueur  $a$  avec celle qui sépare l'encastrement du point où le moment  $M$  s'annule, c'est-à-dire en posant la condition

$$M = M_0 - pl\alpha + \frac{p\alpha^2}{2} = 0,$$

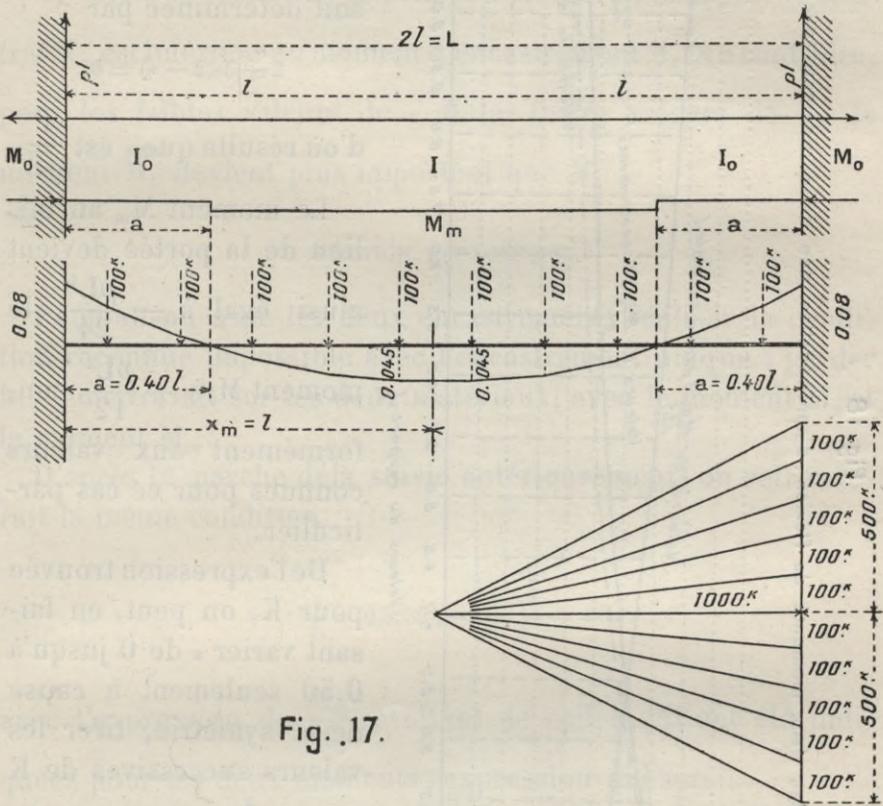


Fig. 17.

on voit que la condition nécessaire est représentée par

$$K = \frac{I - I_0}{I_0} = \frac{2 - 3\alpha(2 - \alpha)}{\alpha^2(3 - 2\alpha)},$$

condition obtenue en égalant les deux valeurs de  $M_0$  qui se trouve ainsi éliminé.

En conséquence les deux moments principaux sont

$$M_0 = pl^2 \times \alpha \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right); \text{ et } M_m = pl^2 \times \left[\alpha \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{1}{2}\right].$$

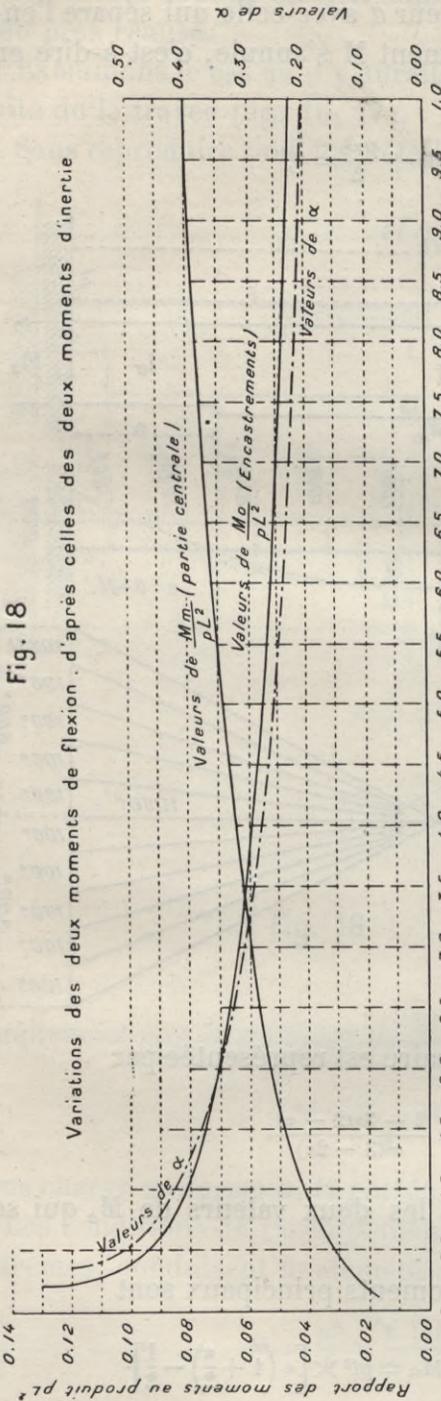


Fig. 18

Variations des deux moments de flexion, d'après celles des deux moments d'inertie

Comme moyen de contrôle, on pourra constater que, pour une section uniforme, ce qui exige  $K$  nul, il faut que la valeur de  $\alpha$  soit déterminée par

$$2 - 3\alpha(2 - \alpha) = 0;$$

d'où résulte que  $\alpha$  est  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Le moment  $M_m$  au milieu de la portée devient ainsi égal à  $-\frac{pL^4}{24}$ ; le

moment  $M_o$  à  $+\frac{pL^2}{12}$ , conformément aux valeurs connues pour ce cas particulier.

De l'expression trouvée pour  $K$ , on peut, en faisant varier  $\alpha$  de 0 jusqu'à 0.50 seulement à cause de la symétrie, tirer les valeurs successives de  $K$  ou de  $\frac{I}{I_o}$  qui est  $1 + K$ .

Faisant de même varier  $\alpha$  dans les expressions de  $M_o$  et  $M_m$ , on a les valeurs de ces deux moments qui correspondent à celles de  $\frac{I}{I_o}$ . Ainsi est dressé le tableau graphi-

Valeurs du rapport  $\frac{I}{I_o}$

que (fig. 18), analogue à celui de la fig. 11 pour le cas d'un seul encastrement.

Les moments ont ici une moindre valeur que dans ce dernier cas, mais suivent une marche analogue : pour les fortes valeurs de  $\alpha$ , correspondant aux faibles valeurs de  $\frac{I}{I_0}$ , le moment central  $M_m$  est inférieur au moment d'encastrement  $M_0$ . Au contraire, pour les faibles valeurs de  $\alpha$  et les fortes valeurs de  $\frac{I}{I_0}$ , le moment  $M_m$  devient plus important que  $M_0$ .

## SOLUTION ÉCONOMIQUE

Pourrait-on avec les deux encastresments réaliser la condition reconnue impossible avec l'encastrement unique : garder le même travail sur les deux matériaux, avec le moment  $M_0$  et le moment  $M_m$  ?

D'après la marche déjà suivie antérieurement, on retrouverait la même condition

$$\frac{I}{I_0} = 0.3535 \times \left( \frac{M_m}{M_0} \right)^{\frac{3}{2}},$$

avec l'expression de  $\frac{M_m}{M_0}$  résultant de celles qui ont été indiquées pour les deux moments ; expression qui serait

$$\frac{M_m}{M_0} = 1 - \frac{1}{2\alpha \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right)}.$$

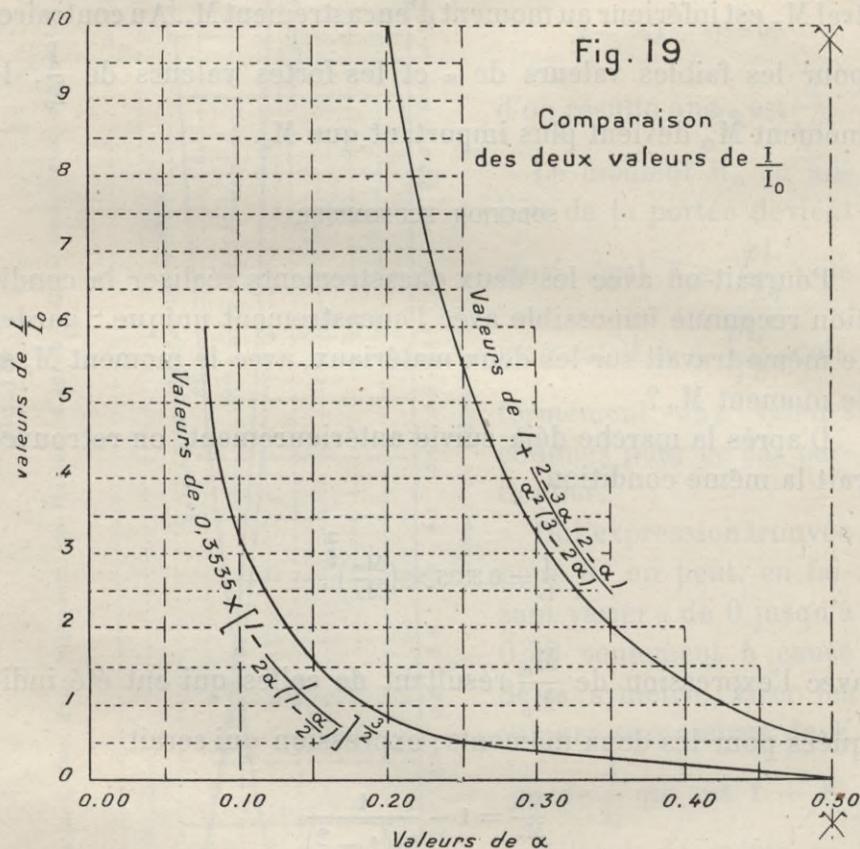
Cette valeur de  $\frac{I}{I_0}$  devrait coïncider avec celle qui a été établie d'autre part

$$\frac{I}{I_0} = 1 + K = 1 + \frac{2 - 3\alpha(2 - \alpha)}{\alpha^2 \times (3 - 2\alpha)}.$$

Traçant donc (fig. 19) les courbes figuratives de ces deux

expressions de  $\frac{I}{I_0}$ , on voit que les courbes suivent une marche analogue à celle de la fig. 14 antérieure; et que l'intervention n'est pas plus possible que dans le premier cas.

Ici encore il faut donc écarter cette solution qui serait la plus avantageuse.



#### INTERVENTION DE LA DÉFORMATION ÉLASTIQUE

Si, en tenant compte de la condition de déformation, on veut déterminer quel sera ce travail des deux matériaux sur l'une et l'autre section, on commencera par déterminer  $h_0$  et  $\omega_0$  d'après les coefficients de travail normal, pour la section d'encastrement par exemple.

Le calcul effectué de la même façon que pour le cas d'un seul encastrement fournira d'abord les mêmes valeurs de  $h_0$  et  $\omega_0$ , et même pourcentage par conséquent, même valeur de  $\delta$  etc., que dans le premier cas.

Sur la section médiane, en y conservant les mêmes pourcentages  $p_0$  et  $p_1$ , on voit facilement que le rapport  $\frac{h_1}{h_0}$  reste identique. Il en est de même pour la section métallique  $\omega_1$ .

Ce qui change actuellement, ce sont les expressions de  $M_0$  et  $M_m$ , dont on prendra les coefficients sur le tableau (fig. 18); on voit ainsi que pour

$$\begin{array}{llll} \frac{I}{I_0} = 5 & , & M_m = 0.069pl^2, & M_0 = 0.054pl^2; & \frac{M_m}{M_0} = 1.278. \\ \frac{I}{I_0} = 1 & , & M_m = 0.042pl^2, & M_0 = 0.080pl^2; & \frac{M_m}{M_0} = 0.525. \\ \frac{I}{I_0} = 0.5 & , & M_m = 0.030pl^2, & M_0 = 0.093pl^2; & \frac{M_m}{M_0} = 0.322. \end{array}$$

Le rapport  $\frac{M_m}{M_0}$  servant à remplacer  $M_m$  par  $M_0$  dans le calcul des  $R_c$  et  $R_m$ , on trouve ainsi

$$\begin{array}{ll} \frac{I}{I_0} = 5 & ; \quad R_c = 8.1373 \times \frac{1.278 M_0}{8 \times 0.004438^2 \times M_0} = 6^k51 \times 10^4; \quad R_m = \frac{0.651}{0.37} = 1^k75 \times 10^6 \\ \frac{I}{I_0} = 1 & ; \quad R_c = 8.1373 \times \frac{0.525}{0.0000544} = 7^k92 \times 10^4; \quad R_m = \frac{0.792}{0.37} = 2^k14 \times 10^6 \\ \frac{I}{I_0} = 0.5 & ; \quad R_c = 8.1373 \times \frac{0.322}{0.000034} = 7^k70 \times 10^4; \quad R_m = \frac{0.770}{0.37} = 2^k09 \times 10^6 \end{array}$$

Ces chiffres diffèrent peu de ceux qu'on avait obtenus avec un seul encastrement. On en peut conclure également que, si l'on abaissait le pourcentage de 0.005 à 0.003 sur la section médiane, le résultat serait encore analogue à celui qu'on obtenait dans le premier cas, et que, par conséquent, la variation de pourcentage ne modifierait pas beaucoup le travail des deux matériaux sur cette section. Il est faible, aussi bien avec deux encastresments qu'avec un seul; telle est la conclusion qu'on doit maintenir.

Sans même faire de nouveaux calculs, il est également évident que pour un poids isolé, substituant un triangle à la parabole qui figure les moments de flexion, les résultats auraient

encore une grande analogie avec les précédents, tout au moins si ce poids ne s'écartait pas trop du centre de la portée.

#### CONCLUSION PRATIQUE

De cette recherche, nécessairement longue et assez compliquée, ainsi qu'on l'a vu, on doit tirer, semble-t-il, cette conclusion pratique : si l'on doit donc satisfaire aux recommandations des Instructions officielles, on peut, moyennant des calculs analogues à ceux qui précèdent, chercher à évaluer approximativement les conditions de travail qui se produisent sur une pièce à encastrement simple ou double.

Mais on ne voit guère comment elles pourraient être véritablement satisfaisantes, puisque, si le travail est normal du côté de l'encastrement, il est extrêmement réduit sur les autres parties de la pièce. Ou bien, inversement, il apparaît que si l'on règle le travail normalement dans la région centrale, sur la section d'encastrement il serait très exagéré.

Cette difficulté provient de ce que la section centrale comporte un très large hourdis travaillant à la compression ; tandis que sur la section d'encastrement la partie qui travaille à la compression n'a que la largeur de nervure. Il semble plus que difficile de remédier à cet inconvénient.

Sans doute on peut augmenter la hauteur de la pièce, dans la partie encastree et au voisinage, ainsi qu'on le fait souvent d'ailleurs ; mais on a vu par les exemples qui précèdent que, même en réduisant la hauteur dans la partie centrale, les matériaux n'y travaillent que fort peu. C'est la conséquence de la condition imposée par la loi de déformation élastique.

On obtiendrait sans doute un meilleur résultat en élargissant la nervure au voisinage de l'encastrement ; mais cette disposition entraîne une plus grande complication dans l'établissement des coffrages. Ce serait pourtant la solution la plus rationnelle.

En n'acceptant pas cet élargissement partiel, comme on le fait pratiquement, on se place à peu près dans les mêmes con-

ditions que si l'on calculait la pièce en lui supposant, sur toute la portée, une section uniforme; où ne figureraient que la nervure dans toute la hauteur et l'armature métallique; ce qui permet d'appliquer le calcul ordinaire des pièces encastées et de leur attribuer les moments  $M_o$  et  $M_m$  des formules connues.

Il résulte de là que, pour la région centrale, on opère comme si le hourdis, principal élément de résistance, n'y existait pas. Dans la réalité, son intervention diminue le travail des matériaux dans une très forte proportion, ainsi qu'on a pu le constater.

De là ne résulte aucun danger, si l'on a calculé la hauteur du béton et le pourcentage du métal d'après des données un peu larges; seulement la pièce ainsi construite est beaucoup plus lourde qu'elle ne devrait être en bonne règle. A quoi l'on ne voit guère comment on pourrait remédier.

Rappelons aussi que ces difficultés, si difficiles à surmonter de manière vraiment satisfaisante, n'existent plus lorsque la pièce a une section simplement rectangulaire sur toute sa longueur. Il devient alors facile de renverser le mode d'armature et de créer ainsi la symétrie de forme et de résistance, comme dans les poutres métalliques. On pourra alors effectuer les calculs de la même manière que pour ces poutres, sans trop s'écarter de la réalité.

L'inconvénient évident de cette façon de procéder, c'est que, comme tout à l'heure, elle supprime toute intervention d'un hourdis qui est une cause d'économie très appréciable pour les pièces simplement posées sur appuis.

Un autre moyen, beaucoup plus simple que tous les précédents, est celui qui consiste à supprimer tout encastrement, à le supprimer totalement. Car il ne suffit pas de dire, comme font cependant d'habiles constructeurs : nous ne comptons pas sur un encastrement total; nous ne supposons qu'un encastrement partiel et ne réduisons les moments de flexion qu'à  $\frac{pl^2}{10}$  par exemple, et non à  $\frac{pl^2}{12}$ , comme le permettrait un véritable encas-

trement. Il ne dépend pas d'une simple estimation que l'encastrement soit partiel ou total : une pièce à deux travées, par exemple, continue et symétriquement chargée, aura toujours sur l'appui central un encastrement parfait, à moins de cassure au-dessus de l'appui. Il ne manque pas d'autres cas où il sera presque aussi complet.

Dès lors rien ne prouve que l'on sera voisin de la réalité en prenant  $\frac{pl^2}{10}$  pour moment maximum, tant à l'encastrement que sur la région centrale, et que le travail sur lequel on a compté en ces deux points, s'y vérifiera même approximativement.

Tant qu'on laisse subsister la continuité d'une travée à l'autre, non seulement sur le béton, mais aussi dans l'armature métallique, on ne peut éviter les inconvénients signalés. Le seul moyen d'y remédier, ce serait de n'établir que des travées discontinues en renonçant au prétendu avantage de la continuité ; avantage réel pour les poutres homogènes, mais assez illusoire, nous semble-t-il, d'après tout ce qui a été dit, pour les poutres à constitution hétérogène.

On est alors exposé, il est vrai, à quelques fissures résultant de la flexion des pièces ; et c'est peut être pour y remédier que nombre de constructeurs font passer des armatures continues au-dessus des appuis. Mais, à vrai dire, étant donné que les flèches prises par le béton armé sous la charge sont à peine sensibles, ces écartements ne doivent avoir qu'une bien minime importance.

On ne voit pas, d'ailleurs, que dans les planchers en métal ou en bois, pour lesquels on n'établit pas toujours cette continuité des poutres ni des solives, il soit résulté de bien sérieux inconvénients de la discontinuité, quand les pièces sont bien proportionnées à leur charge normale.

En tout cas il nous a paru nécessaire d'appeler l'attention sur une difficulté réelle qui, jusqu'à présent, n'avait pas attiré suffisamment cette attention, croyons-nous.

### III

## SOLUTION PRATIQUE

---

On a pu voir à quelles difficultés on se heurte si l'on doit tenter d'introduire, dans le calcul des pièces à encastrement partiel ou total, la condition de déformation élastique; et, de plus, on a pu constater qu'elle exigerait pour les deux parties de la pièce à nervure : région d'encastrement et région centrale, des proportions complètement différentes les unes des autres, ainsi que des différences de travail, sur les deux matériaux, extrêmement accusées.

#### AUTRE INTERPRÉTATION

Or on ne trouve rien de semblable dans de nombreuses pièces exécutées par les constructeurs; ils se contentent en général de consolider les extrémités encastrees de la travée, au moyen de simples goussets, en faisant passer, vers la partie supérieure, un plus ou moins grand nombre des barres constituant l'armature inférieure. Ces pièces s'étant partout comportées convenablement, il y a lieu de penser qu'il est une autre manière d'interpréter les faits, et que les constructeurs envisagent à un tout autre point de vue la solution qu'ils ont adoptée et qui semble bien être suffisante.

Il est vrai que les Instructions et Circulaires, en recommandant de faire intervenir la résistance de tension  $R_t$  dans les calculs de déformation, autorisent l'emploi des formules ordinaires qui sont établies pour les pièces à composition homo-

gène. C'est ainsi qu'elles admettent pour poutres encastées à chaque extrémité, le moment de flexion représenté par  $\frac{pl^2}{12}$ , comme pour les pièces métalliques par exemple.

Sans doute, elles ne se font pas d'illusions sur l'exactitude de cette adaptation; il est facile de voir qu'elles ne l'acceptent, cette fois encore, que « faute de mieux », et simplement pour fournir une indication approximative, indiquée par la théorie ordinaire, et éviter ainsi l'intervention pure et simple de l'empirisme, qu'elles ne tiennent nullement en honneur.

En effet, il est toujours dangereux de se livrer au seul hasard, ou même à la seule intuition, toujours susceptible de se tromper. Toutefois il est facile de faire voir que cette application des formules habituelles serait, dans le cas actuel, sujette à plusieurs restrictions importantes.

La formule  $\frac{pl^2}{12}$  par exemple suppose une poutre homogène, continue, à section constante, ayant partout la même rigidité. Les réactions et les moments sont déduits de la déformation qui, dans une pièce semblable, peut s'établir moyennant cette autre considération complémentaire que les sections planes restent planes.

Considérons maintenant un hourdis à nervure encasté à l'une de ses extrémités, ou même encasté à chaque bout. Comme dans toute pièce encastée, la flexion change de sens. Or on a, d'un côté, pour résister à la flexion une sorte de T simple dont l'aile, de grande largeur, travaille à la compression; les barres métalliques de la partie inférieure travaillant à la tension, avec concours peu important ici de la nervure qui n'a qu'une faible largeur.

Dans la partie où la flexion a changé de sens, c'est au contraire la nervure étroite qui travaille à la compression, un peu secondée au besoin par quelques barres laissées à la partie inférieure; lesquelles ne produisent qu'un assez léger surcroît de résistance.

A la partie supérieure, les barres relevées ou de nouvelles barres ajoutées dans cette région, travaillent à la tension, assez largement secondées par le hourdis travaillant aussi à la tension. D'où il résulte que, finalement, le métal y travaille peu.

Que l'on conserve ou que l'on néglige les tensions  $R_e$ , il n'en reste pas moins vrai que les sections, haut et bas, ne peuvent être équivalentes l'une à l'autre, — ce qui permettrait de réaliser des  $\frac{I}{v}$  à peu près équivalents aussi d'un bout à l'autre de la pièce, — qu'en adoptant des proportions et des sections complètement différentes, pour la région centrale et pour la région voisine d'un encastrement.

Il se présente encore une difficulté d'un genre différent, au point mort, c'est-à-dire au point où le moment de flexion est nul, par suite du changement de sens de la flexion.

Là, avec les dispositions habituellement suivies, est aussi le point de passage des barres qu'on relève du bas vers le haut: leur travail y est donc nul, en ce qui concerne la flexion; ces barres ne peuvent former qu'une sorte d'articulation centrale, avec intervention de leur résistance au cisaillement.

A l'entour reste bien la masse de béton; mais, sans armature haut et bas, sa rigidité propre ne saurait être comparable à celle de la section armée; surtout si l'on admet, avec les Instructions et Circulaires elles-mêmes, que l'on peut toujours craindre l'existence de quelques fissures dans les parties travaillant à l'extension. Si le béton ne travaille, en toute sécurité, qu'à la compression, il ne peut guère y avoir de rigidité, puisqu'il ne saurait y avoir de résistance sérieuse à la flexion.

## HYPOTHÈSE D'UNE ARTICULATION

On est donc amené ainsi à se demander si, tout simplement, les constructeurs ne considèrent pas ce point mort comme une articulation rattachant entre eux les divers tronçons, en les empêchant de se séparer. La partie qui, vers l'encastrement, est

une sorte de console, ainsi que nous l'avons fait observer, fournit alors un simple point d'appui à la partie centrale qui est soutenue, à l'autre extrémité, par l'appui ordinaire. Dans le cas de double encastrement, ce second point d'appui est fourni par l'autre console d'encastrement.

Cette nouvelle interprétation serait assez bien d'accord avec la façon de procéder qu'admettent de nombreux constructeurs et qui paraît donner de bons résultats. Si on l'admet, on est alors conduit à cette conséquence : La condition de déformation élastique n'a plus à intervenir, en aucune façon.

En effet, s'il y a articulation, au moins approximativement, elle permettra toujours à la partie centrale de prendre l'inclinaison nécessaire pour qu'il y ait contact avec les appuis. Ceci expliquerait pourquoi certains constructeurs déclarent ne jamais compter sur un encastrement total, même dans les cas où les formules habituelles de déformation admettraient ou imposeraient cet encastrement total.

En effet, dans cette manière de voir, il reste toujours loisible d'attribuer à l'encastrement telle valeur que l'on jugera préférable; au point d'articulation se produira toujours la légère rotation nécessaire pour que le contact avec les appuis se maintienne comme nous disions tout à l'heure.

Les réactions d'appuis n'en peuvent pas moins être déterminées avec précision, d'après la valeur attribuée au moment d'encastrement  $M_0$ ; par suite, est également déterminé le moment maximum  $M_m$  dans la partie posée sur deux appuis.

Pour faire ressortir plus clairement ces conséquences et montrer comment se fait cette détermination prenons deux exemples.

#### 1°. — ENCASTREMENT TOTAL; UN APPUI

Supposons (fig. 1) qu'on ait voulu réaliser l'encastrement total, ou qu'il s'impose d'après les dispositions adoptées. Sous charge de  $10000^k$ , avec portée de  $5^m00$ , traçons le polygone ordinaire.

Pour cela, plaçons le point mort A à 3<sup>m</sup>75 de l'appui; la charge sur AB est, en conséquence, de 7500<sup>k</sup>, puisque nous adoptons 2000<sup>k</sup> par mètre courant. La réaction sur l'appui B est de 3750<sup>k</sup>; elle est la même en A. Ces données suffisent pour le tracé du polygone, qui donne un moment maximum  $M_m$  de 5000<sup>k</sup> × 0<sup>m</sup>703, ou 3515 au milieu de la portée.

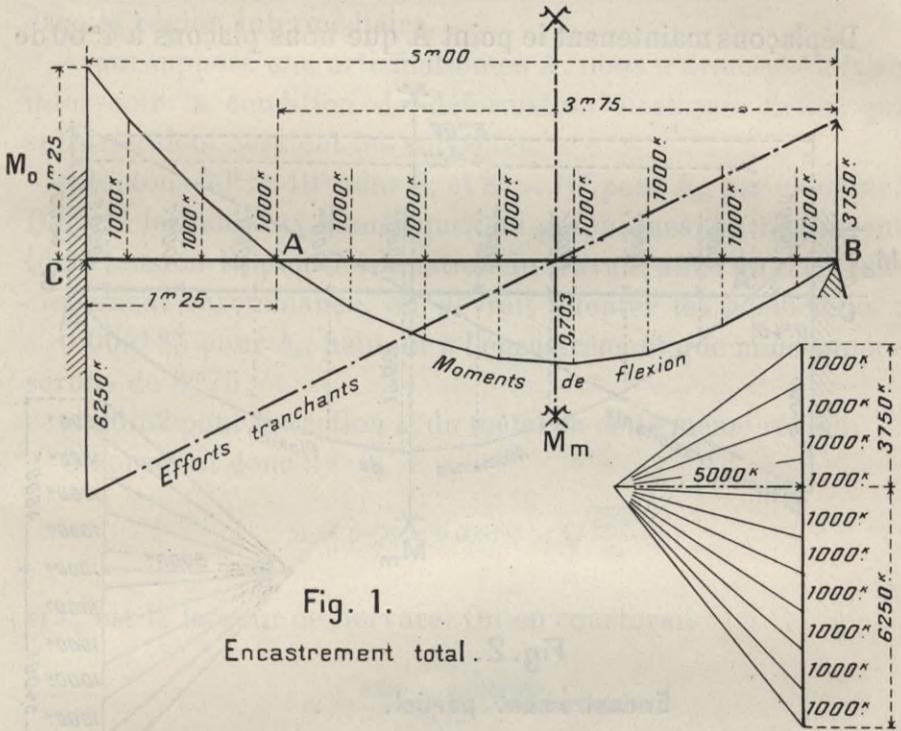


Fig. 1.  
Encastrement total.

A l'encastrement le moment  $M_0$  est de 5000<sup>k</sup> × 1<sup>m</sup>25, soit 6250. Celui-ci est, en réalité, égal à  $\frac{pl^2}{8}$ , puisque  $p$  est de 2000<sup>k</sup>,  $l$  étant ici de 5<sup>m</sup>00. Le cas que nous considérons est donc celui de l'encastrement complet, d'après l'expression connue, sur une poutre homogène de section constante.

Ce n'est pas la valeur maxima que  $M_0$  pourrait atteindre, si, par exemple, existait à gauche une travée plus fortement chargée que celle de 5<sup>m</sup>00.

Le  $M_m$  de 3515 environ correspondrait au même cas, où le

moment intermédiaire est effectivement égal à  $\frac{9}{128} \times pl^2$ , comme on sait. Le polygone est donc le même que pour une poutre ordinaire.

2°. — ENCASTREMENT PARTIEL

Déplaçons maintenant le point A que nous plaçons à 4<sup>m</sup>60 de

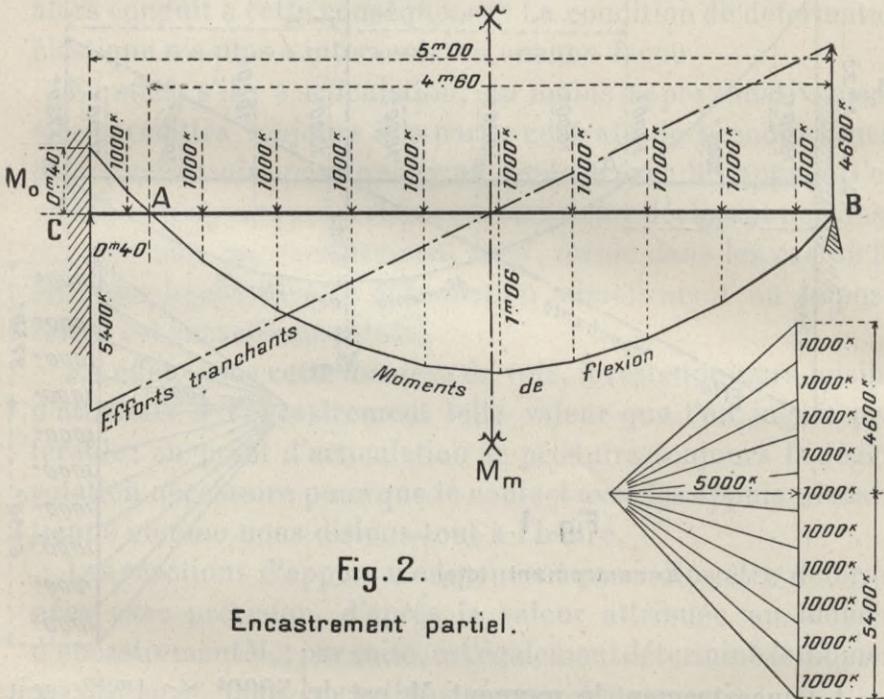


Fig. 2.

Encastrement partiel.

l'appui, et 0<sup>m</sup>40 de l'encastrement (fig. 2). Nous diminuons ainsi notablement d'encastrement  $M_0$ .

Par le même raisonnement on voit que la réaction d'appui est de  $4600k$ ; le moment  $M_m$  est de  $5000k \times 1m06$  environ, soit  $5290$  en réalité; le moment d'encastrement  $M_0$  est de  $5000 \times 0m40$ , ou  $2000$ .

Ce dernier est donc égal à  $0.04 pl^2$ ; on constaterait facilement que la valeur de  $M_m$  est aussi celle que l'on trouverait, sur une poutre ordinaire, par le calcul habituel.

CALCUL DES SECTIONS : 1<sup>re</sup> poutre

Ces données étant ainsi fixées, voyons comment on en déduirait les sections nécessaires, béton et métal, d'après les taux de travail  $R_c$  et  $R_m$  que l'on jugerait à propos d'adopter, et suivant la hauteur que l'on accepterait, soit à l'encastrement, soit dans la région intermédiaire.

Ayant supposé une articulation en A, nous n'avons pas à faire intervenir la condition de déformation élastique. Celles qui subsisteraient seraient les suivantes.

Adoptons  $30^k \times 10^4$  pour  $R_c$  et  $8^k \times 10^6$  pour  $R_m$  par exemple. D'après les tableaux numériques ou graphiques, en négligeant toute tension  $R_e$  pour l'évaluation du travail, ainsi qu'il est officiellement recommandé, on devrait adopter les coefficients :

0.005185 pour  $h_o$ , hauteur à l'encastrement que nous supposons de 0<sup>m</sup>75 ;

et 26.52 pour la section  $\omega_o$  du métal en cette même région.

On poserait donc :

$$h_o = 0^m75 = 0.005185 \times \sqrt{\frac{6250}{c_o}},$$

si  $c_o$  est la largeur de nervure. On en conclurait :

$$c_o = \frac{6250 \times 0.005185^2}{0.75^2} = 0^m30$$

environ. La section à l'encastrement aurait donc : 0<sup>m</sup>75  $\times$  0<sup>m</sup>30.

Pour le métal, on devrait poser, d'après cette valeur de  $c_o$  :

$$\omega_o = 26.52 \times \sqrt{6250 \times 0.30} = 1148^{\text{mm}^2};$$

soit, par exemple, deux barres de 27.

La valeur trouvée pour  $M_m$  conduirait à prendre, avec une hauteur  $h_m$  de 0<sup>m</sup>20 :

$$h_m = 0^m20 = 0.005185 \sqrt{\frac{3315}{b}},$$

la largeur dont il faut tenir compte à la compression étant ici  $b$ , largeur de hourdis. On en déduirait

$$b = 2^{\text{m}375}.$$

De même

$$\omega_m = 26.52 \sqrt{3515 \times 2.375} = 2434^{\text{mm}2},$$

soit 2 barres de 40, ou 4 barres de 28.

La largeur de hourdis serait de  $2^{\text{m}38}$  environ; celle de nervure, que nous supposons égale au  $\frac{1}{8}$  en moyenne, serait au moins de  $0^{\text{m}30}$ .

Avec les hauteurs  $h_o$  et  $h_m$  que nous avons fixées arbitrairement, la largeur de nervure pourrait être la même sur toute la longueur de la pièce; mais, sur la droite, la hauteur serait réduite à  $0^{\text{m}20}$ ; tandis qu'elle devrait être de  $0^{\text{m}75}$  à l'encastrement, sauf à diminuer depuis cet encastrement jusqu'au point mort A, où cette hauteur pourrait être celle de  $0^{\text{m}20}$ .

### CALCUL DES SECTIONS : 2<sup>e</sup> poutre

On voit que l'on est entièrement libre de fixer les hauteurs  $h_o$  et  $h_m$ , sauf à régler en conséquence les largeurs de nervure et hourdis. En général il serait plus commode, pour la fabrication, de choisir ces hauteurs de manière à garder la même largeur de nervure sur toute la portée; mais sans que ce soit obligatoire.

D'ailleurs il faut aussi ménager cette autre condition, que l'épaisseur à donner au hourdis ne soit pas inférieure, ni trop supérieure à celle de  $v'$  dans la travée AB; ce qui exige que l'on règle en conséquence l'écartement des poutres et, par conséquent, la portée des hourdis. Si cette condition n'est pas suffisamment remplie, il en faudrait conclure que la hauteur supposée de  $0^{\text{m}20}$  doit subir quelque remaniement.

Pour le second exemple, le calcul se ferait de même. En

adoptant, par exemple, pour ce cas de très faible encastrement, 0<sup>m</sup>50 pour  $h_o$  et 0<sup>m</sup>30 pour  $h_m$ , on trouverait :

$$h_o = 0^m50 = 0.003183 \sqrt{\frac{2000}{c_o}}; \quad c_o = 0^m216;$$

$$h_m = 0^m30 = 0.003183 \sqrt{\frac{5290}{b}}; \quad b = 1^m58 \text{ à } 1^m60;$$

et  $c_m$  serait le  $\frac{1}{8}$  environ, soit 0<sup>m</sup>20; ce qui permet de prendre une largeur constante pour la nervure.

Les sections de métal seraient :

$$\omega_o = 26.52 \sqrt{2000 \times 0.216} = 551 \text{ mm}^2,$$

soit une seule barre de 27; et

$$\omega_m = 26.52 \sqrt{5290 \times 1.60} = 2440 \text{ mm}^2,$$

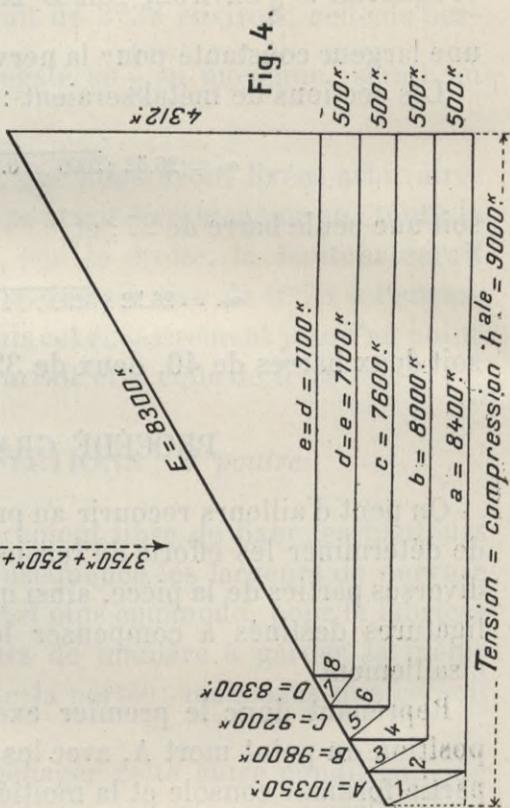
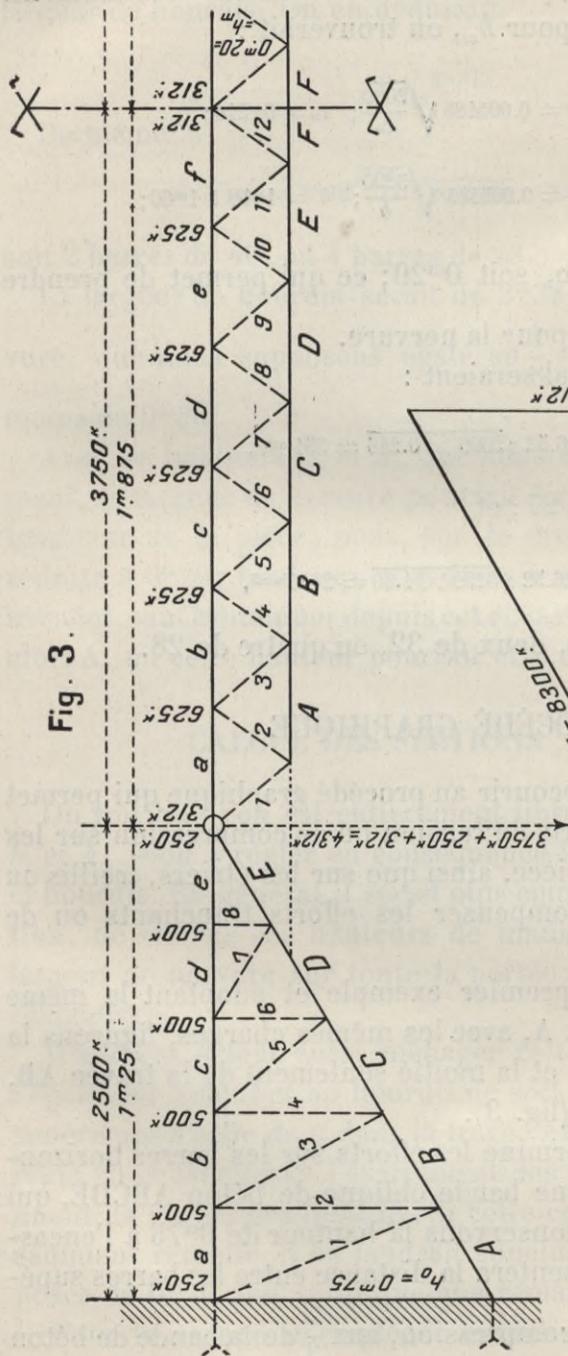
soit deux barres de 40, deux de 32, ou quatre de 28.

## PROCÉDÉ GRAPHIQUE

On peut d'ailleurs recourir au procédé graphique qui permet de déterminer les efforts de tension ou de compression sur les diverses parties de la pièce, ainsi que sur les étriers, treillis ou ligatures destinés à compenser les efforts tranchants ou de cisaillement.

Reprenant donc le premier exemple et adoptant la même position du point mort A, avec les mêmes charges, figurons la partie formant console et la moitié seulement de la travée AB, puisqu'il y a symétrie (fig. 3).

Le tracé (fig. 4) détermine les efforts sur les barres horizontales du haut, et sur une bande oblique de béton ABCDE, qui est comprimée. Nous conservons la hauteur de 0<sup>m</sup>75 à l'encastrement. Ici elle représentera la distance entre les barres supérieures et le centre de compression, aux  $\frac{2}{3}$  de la bande de béton



correspondante ; dans les figures antérieures, la hauteur de 0<sup>m</sup>75 était  $h$ , distance entre les barres de tension et la face opposée du béton.

De même, la hauteur de 0<sup>m</sup>20 attribuée à la travée AF, et qui était la distance entre les barres inférieures et la face supérieure du hourdis, est ici la distance entre ces mêmes barres et le point situé aux  $\frac{2}{3}$  de l'épaisseur du hourdis. Toutefois la différence n'est pas très considérable, comme on le verra par les résultats que fournissent les présentes figures.

Sur la figure 5 est le graphique, tracé comme d'ordinaire, de la demi-travée AF.

D'une manière analogue, les fig. 6, 7 et 8 correspondent à la deuxième poutre, en conservant les hauteurs de 0<sup>m</sup>50 et 0<sup>m</sup>30 précédemment adoptées, et auxquelles s'appliquent les légères restrictions que nous venons de signaler.

Avec les éléments déterminés par ces tracés, il est facile de déterminer ensuite les sections nécessaires.

Appelons  $e$  ou  $v'$  (fig. 9) l'épaisseur travaillant à la compression ;  $v''$  la distance inférieure contre hourdis et barres ; C le maximum de compression fourni par l'épure ; T le maximum de tension.

$R_c$  et  $R_m$  étant les taux de travail adopté, on a immédiatement :

$$\frac{2C}{be} = R_c; \quad \omega = \frac{T}{R_m}$$

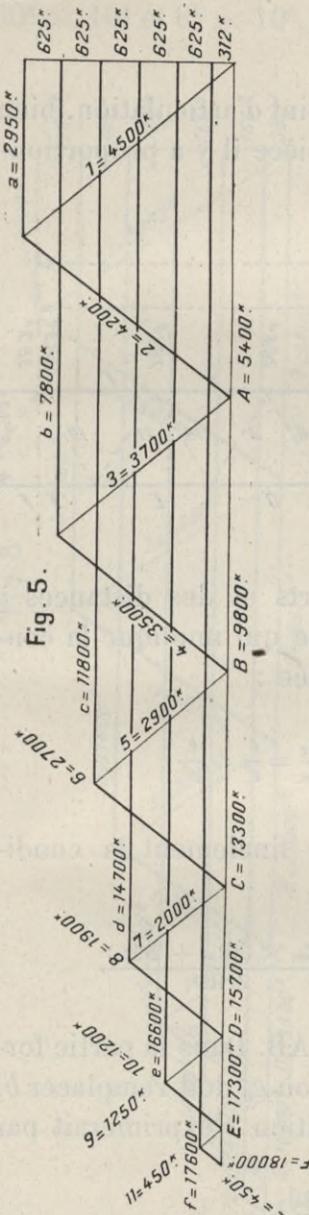
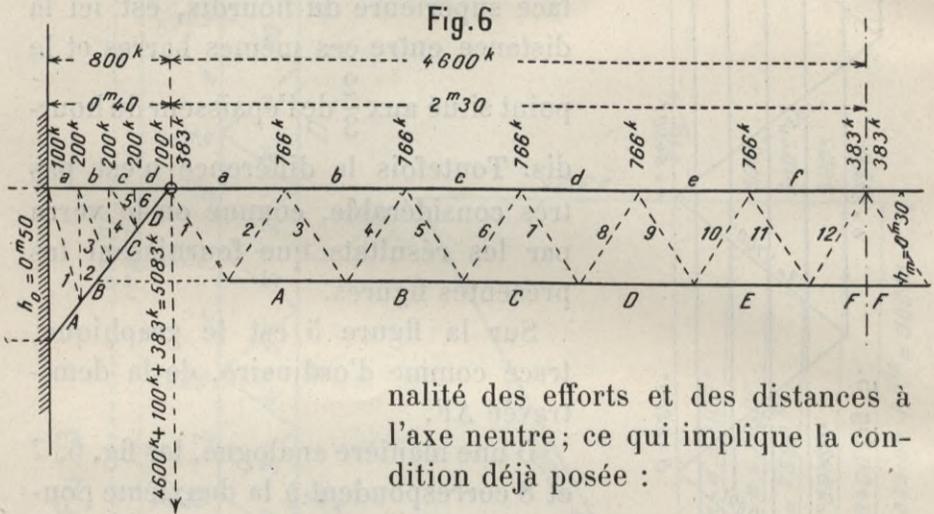


Fig. 5.

en rappelant que

$$\frac{2e}{3} + v'' = h.$$

Reste à exprimer que, en dehors du point d'articulation, bien entendu, sur chacune des parties de la pièce il y a proportion-



nalité des efforts et des distances à l'axe neutre ; ce qui implique la condition déjà posée :

$$\frac{rR_c}{R_m} = \frac{v'}{v} = \frac{e}{v''}$$

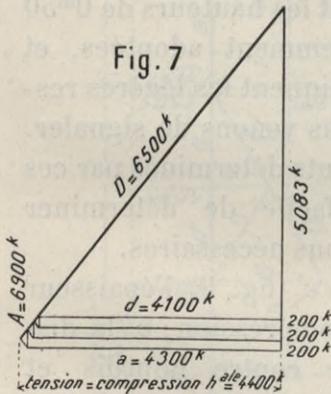
D'où résulte finalement la condition :

$$bh_m = \frac{2C_m \times (3R_m + 2rR_c)}{3rR_c^2},$$

pour la travée AB. Dans la partie formant console, où  $c_0$  doit remplacer  $b$ , la même condition s'exprimerait par

$$c_0 h_0 = \frac{2C_0 \times (3R_m + 2rR_c)}{3rR_c^2},$$

en prenant  $C_0$ , de même que  $T$ , sur l'épure correspondante à la console.



Si l'on adoptait pour  $R_c$  et  $R_m$  les taux de grande sécurité :  $30^k \times 10^4$  et  $8^k \times 10^6$ , on constaterait d'abord que

$$\frac{3R_m + 2rR_c}{3rR_c^2} = \frac{30 \times 10^6}{27 \times 10^{11}} = \frac{1.111}{10^5};$$

et le produit par  $2C$  serait simplement  $\frac{2.222}{10^5} \times C$ .

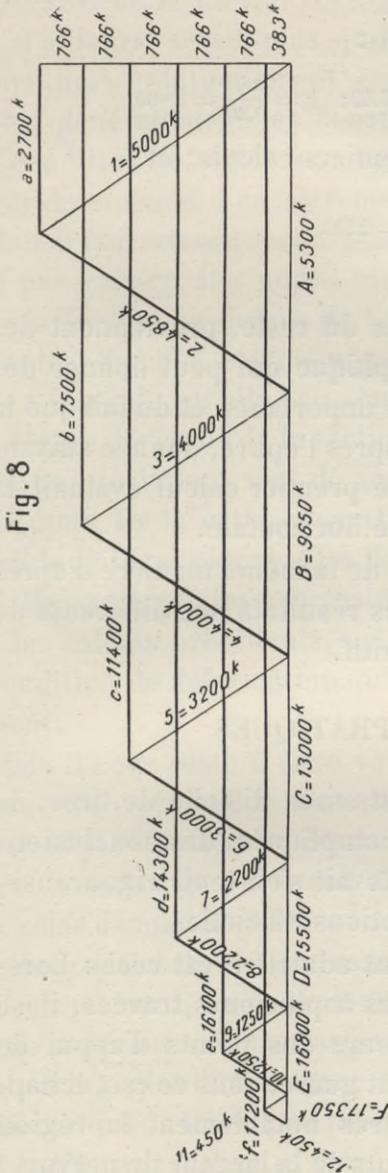


Fig. 8

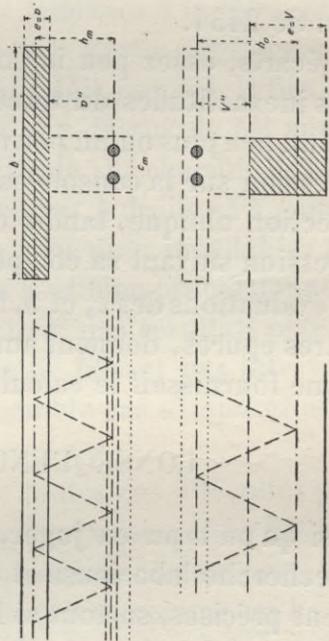


Fig. 9

Ainsi, d'après la figure 3, on serait conduit à prendre :

$$0^m75 \times c_o = \frac{2.222 \times 10350^k}{10^5} = 0.23;$$

$$c_o = \frac{0.23}{0.75} = 0^m35,$$

soit un peu plus que dans le premier calcul.

De même on aurait :

$$\omega_o = \frac{9000}{8} = 1125^{\text{mm}^2},$$

au lieu de 1148.

Pour déterminer  $b$ , on prendrait :

$$0^{\text{m}20} \times b = \frac{2.222 \times 18000^{\text{k}}}{10^5} = 0.40; \quad b = \frac{0.40}{0.20} = 2^{\text{m}00},$$

un peu plus petit que dans les premiers calculs; et

$$\omega_m = \frac{18000^{\text{k}}}{8} = 2250,$$

au lieu de 2434.

Ces écarts, assez peu importants du reste, proviennent des légères inexactitudes du tracé graphique qui peut donner des efforts un peu plus ou un peu moins importants, et du fait que la compression sur la console est, d'après l'épure, donnée suivant sa direction oblique, tandis que le premier calcul évaluait la compression suivant sa composante horizontale.

Les évaluations des  $c_o$  et  $b$ , faites de la même manière d'après les autres épures, donnent aussi des résultats peu différents de ceux que fournissait le calcul primitif.

### CONSÉQUENCES PRATIQUES

Ainsi qu'on a pu en juger, il est assez difficile de tirer, de cette recherche laborieuse et très compliquée, des conclusions vraiment précises, surtout si l'on devait s'en tenir rigoureusement aux prescriptions des Instructions officielles.

Ce que l'on peut raisonnablement admettre est ceci : Lorsqu'on établit des poutres continues à plusieurs travées, il se produit nécessairement sur plusieurs des points d'appui de véritables encastremets; on ne peut guère, dans ce cas, échapper à la nécessité de renforcer très notablement la région encadrée, soit par des élargissements de la largeur de nervure, soit par des accroissements de hauteur très importants. De simples goussets n'y pourraient pas suffire.

Si l'on ne prétend pas établir cette rigoureuse continuité, il devient alors loisible de régler, à peu près comme on l'entend, le degré d'encastrement à obtenir, sans avoir beaucoup à se préoccuper de la loi qui régit les déformations élastiques; loi qui, d'ailleurs, serait plus que difficile à déterminer, avec les dispositions habituellement employées. Les goussets qu'emploient généralement les constructeurs peuvent alors suffire, à la condition de régler leur hauteur et leur largeur d'après la valeur du moment d'encastrement qu'on a jugé bon d'adopter.

Mais il faut remarquer que, dans ce cas, la continuité ne pouvant pas exister, il y aurait toujours tendance à la création de légères fissures au-dessus de l'appui, à la partie supérieure de la poutre. En effet, comme nous l'avons déjà rappelé, la flexion, si peu sensible qu'elle soit, entraîne, au-dessus de cet appui, une légère déviation de la section verticale sur chacune des travées. Ces déviations sont de sens inverses, à droite et à gauche de l'appui. De là cette séparation à peu près inévitable, peu sensible d'ailleurs lorsque les poutres sont bien proportionnées.

Telles seraient les conclusions à tirer des résultats obtenus par les calculs précédents, même en ne faisant pas intervenir la condition de déformation qui ne semble pas s'imposer absolument.

Mais il nous reste à faire voir que toutes ces difficultés peuvent se trouver notablement atténuées, en raison de ce fait bien constaté par les expériences de M. Considère, comme par celles de la Commission : le béton armé acquiert, comme on l'a vu, une sorte de malléabilité à partir d'un certain degré de tension; elle lui permet de s'étirer sans rompre.

Pratiquement, on peut donc dire qu'il suffit de placer, à la partie supérieure de l'encastrement, un nombre de barres suffisant et de régler l'importance de l'encastrement adopté, de telle manière que le travail de tension, sur le béton ne dépasse pas  $15^k$  à  $20^k$  par centimètre carré pour les bons bétons; ou moins pour les bétons plus médiocres.

Malgré de sensibles écarts qui ne permettraient pas de trop

préciser, les expériences indiquent que la limite d'élasticité du béton, où commence à apparaître cette sorte de malléabilité ou ductilité, se manifeste d'ordinaire lorsque le travail du métal est lui-même voisin de  $5^k$  à  $6^k$  environ.

Voici donc comment on pourrait procéder : ayant fixé à l'avance le degré d'encastrement que l'on compte obtenir, ce qui fixe en même temps la position du point mort A et, par suite, la longueur horizontale du gousset, on détermine par le calcul ou par le procédé graphique la compression  $C_o$  et la tension  $T_o$  nécessaires pour réaliser cet encastrement.

La section de métal à loger dans la partie supérieure serait comme précédemment :

$$\omega_o = \frac{T}{R_m},$$

en adoptant pour  $R_m$  le taux de  $5^k$  à  $6^k$  par exemple, d'après ce que nous venons de dire.

Les proportions du béton à l'encastrement seraient réglées comme précédemment, par

$$\frac{2C_o}{c_o \ell} = R_c,$$

d'après le taux de travail normal à la compression du béton ; mais en observant la condition indiquée :

$$c_o h_o = \frac{2C_o \times (3R_m + 2rR_c)}{3rR_c^2}.$$

Pour mieux préciser les idées, reprenons un des exemples déjà traités, où l'on admettait même l'encastrement complet.

La compression  $C_o$ , pour un moment d'encastrement  $\frac{pl^2}{12}$ , égal à 6250, était d'environ  $10350^k$  ; la tension  $T$  était de  $9000^k$ , disions-nous.

Adoptant maintenant pour  $R_m$  un travail de  $5^k$  seulement, le produit  $3R_m + 2rR_c$  devient égal à  $18 \times 10^6$  ; le produit  $3rR_c^2$

reste égal à  $27 \times 10^{11}$  comme précédemment. Le quotient est maintenant égal à  $\frac{0.67}{10^5}$ , au lieu de  $\frac{1.111}{10^5}$ .

Multipliant par  $2C_0$ , ou  $2 \times 10350^k$ , on a finalement :

$$c_0 h_0 = \frac{1.34}{10^5} \times 10350^k = 0.139$$

au lieu de 0.23. Il suit de là que, moyennant l'intervention supposée de la ductilité du béton, le produit  $C_0 h_0$  peut être notablement diminué, et par conséquent la section d'encastrement.

En effet, admettons que l'on veuille conserver la largeur  $C_0$  de 0<sup>m</sup>30 à 0<sup>m</sup>35, sur la région encastree comme dans la travée courante, on aurait à poser

$$0.35 h_0 = 0.139; \quad h_0 = 0^m40$$

environ, au lieu de 0<sup>m</sup>75.

De cette façon la théorie se mettrait assez bien d'accord avec la pratique généralement suivie par les constructeurs.

Quant à la section de métal nécessaire pour réaliser la disposition admise, elle serait maintenant :

$$\omega_0 = \frac{9000}{3} = 1800^{\text{mm}^2},$$

au lieu de 1124<sup>mm</sup>2; ce qui se rapprocherait aussi davantage de ce qui se fait en pratique.

Quant à la valeur du moment  $M_m$ , conséquence de celle qu'on attribue à  $M_0$ , elle continuerait à se déterminer de la même façon que précédemment. Ainsi, dans le cas actuel, elle serait, comme auparavant, de 3515; ce qui conduirait à prendre une largeur de hourdis  $b$  supérieure à 2<sup>m</sup>00, pour une hauteur  $h_m$  de 0<sup>m</sup>20 seulement; et une section de métal  $\omega_m$  égale à environ 2434<sup>mm</sup>2. Proportion qu'on peut d'ailleurs modifier en augmentant  $h_m$  et diminuant  $b$  si on trouve excessive cette dernière largeur.



**MOMENTS DE FLEXION**  
**EFFORTS**  
**TRANCHANTS & DE CISAILLEMENT**



# I

## EMPLOI DU PROCÉDÉ GRAPHIQUE

---

Pour fixer les dimensions à donner aux pièces, métal et béton, il est nécessaire de déterminer la valeur du moment de flexion que l'on introduira dans les diverses formules. Le plus souvent, on se contentera de prendre la valeur maxima de ce moment et l'on conservera à la pièce, dans toute son étendue, les mêmes proportions. Toutefois, pour les pièces très importantes on peut avoir à graduer les dimensions en tenant compte des variations de ce moment.

Ce dernier est généralement facile à déterminer au moyen des formules connues qui sont assez simples et donnent ce maximum ; d'où l'on peut déduire, au besoin, les autres valeurs par un calcul ultérieur.

Le procédé graphique, qui est également bien connu, a l'avantage de donner rapidement toutes les valeurs, et cette notion est particulièrement utile pour la répartition des étriers, ligatures ou crémaillères qui sont nécessaires pour relier les barres métalliques à la masse du béton. Nous rappellerons donc les plus importantes applications de ce procédé graphique.

### 1°. — UN POIDS ISOLÉ ; DEUX APPUIS

La pièce repose librement sur deux appuis, elle est chargée en son milieu d'un poids que nous supposerons de  $1000^k$ , avec portée égale à l'unité. Pour un poids différent, on sait qu'il

suffirait de multiplier les résultats graphiques par le rapport de ce poids aux 1000<sup>k</sup> adoptés.

Pour une portée quelconque on ferait varier proportionnellement les ordonnées du polygone à tracer.

Les réactions sont égales (fig. 1) à 500<sup>k</sup>, en raison de la symétrie; le polygone est un simple triangle dont la plus grande ordonnée est de 0<sup>m</sup>417 environ, en prenant une base arbitraire

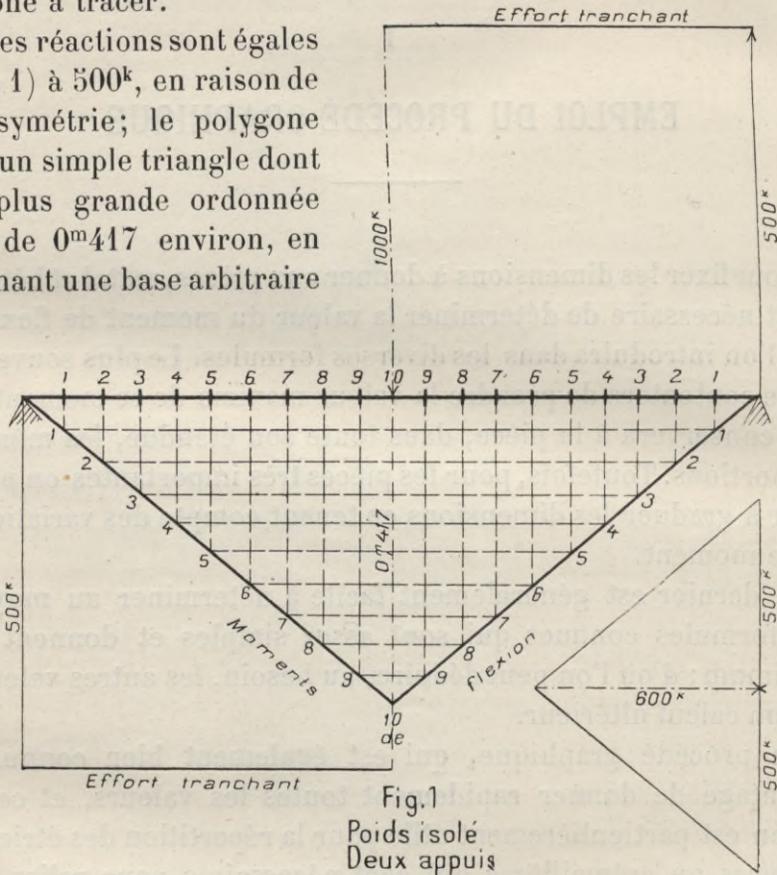


Fig.1  
Poids isolé  
Deux appuis

de 600<sup>k</sup>. En conséquence le moment maximum est représenté par le produit  $600 \times 0^m417$ , ou 250.

Ce chiffre est conforme au résultat que donne la formule connue :  $M = \frac{Pl}{4}$  pour ce cas particulier; car cette expression serait ici  $\frac{1000^k \times 1^m00}{4}$ , ou 250.

Si le poids était de  $2500^k$  par exemple, au lieu de  $1000^k$ , le moment serait de  $250 \times \frac{2500}{1000}$ , ou  $625$ .

Si la portée était en même temps de  $2^m00$ , l'ordonnée maxima serait de  $2 \times 0^m417$ ; et le moment final serait de  $625 \times \frac{2^m00}{1.00}$ , ou  $1250$ . Cette remarque est générale et s'applique à tous les cas suivants.

La ligne figurative de l'effort tranchant se compose de deux horizontales correspondant aux réactions d'appui, l'une et l'autre de  $500^k$ . C'est que cet effort tranchant change brusquement de sens au passage du poids de  $1000^k$ .

L'effort étant uniforme, d'un côté comme de l'autre, égal à  $500^k$  en chaque point, le système de liens qu'on adoptera devra avoir partout les mêmes écartements et la même section déterminée d'après le travail attribué au métal.

L'effort de glissement longitudinal se déduit immédiatement des valeurs connues de chaque moment de flexion, qui sont proportionnellement représentées par les ordonnées du triangle en chaque point. En effet, sur une longueur donnée, l'effort de cisaillement longitudinal est la différence entre les compressions en tensions aux deux extrémités de cette longueur.

Divisons l'ordonnée maxima en 10 intervalles égaux par exemple et menons les horizontales; ces intervalles égaux représentent des variations égales du moment. Ils sont de  $\frac{0^m417}{10}$ , soit  $0.0417$ , et représentent ici une différence de moments égale à  $0.0417 \times 600^k$ , ou  $25$  environ.

Si  $h$  est la hauteur comprise entre l'axe des barres de tension et le centre de gravité de la section du béton travaillant à la compression, centre qui est aux  $\frac{2}{3}$  de ce que nous avons appelé  $v'$ , on en conclut que la différence des tensions du métal est représentée par  $\frac{25}{h}$ .

Supposons, pour prendre un exemple quelconque, qu'il s'agisse d'un hourdis épais de  $0^m09$  où  $h$  serait de  $0^m06$  environ; l'effort de glissement serait de  $\frac{25}{0.06}$ , soit  $416^k$  à  $417^k$  pour des intervalles 1, 2; 2, 3; 3, 4 etc. uniformément.

Projetant ces intervalles sur l'axe horizontal de la pièce elle-même, on voit que l'effort de  $417^k$  auquel il faut faire face, sur chaque intervalle, est constamment égal à ce même chiffre de  $417^k$ . Il faut donc que, dans ce même intervalle, il y ait une section de métal suffisant pour résister à cet effort de cisaillement,

Supposons que le métal ne puisse ainsi travailler qu'à raison de  $6^k$ ; ceci exige une section de  $\frac{417}{6}$ , ou 70 millimètres carrés environ.

Comme chaque intervalle 1, 2; 2, 3... compté sur la pièce a ici  $0^m05$ , on en conclut finalement qu'il faut 70 millimètres de section par chaque demi-décimètre de longueur.

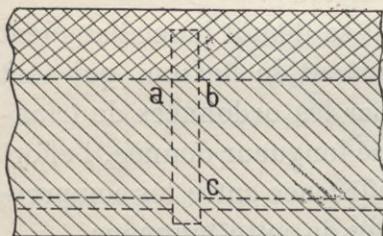


Fig.1'

Cette manière de raisonner s'applique au cas où l'on considère l'étrier, s'il s'agit d'un étrier, comme noyé dans la masse de béton,

qui est comprimée à la partie supérieure (fig. 1'), soumise à l'extension dans la partie inférieure, et aussi bien maintenu, néanmoins, dans le bas que dans le haut. Effectivement il y a alors cisaillement de cet étrier dans la région  $ab$ .

Si l'on devait, comme on l'affirme souvent, négliger toute résistance de tension dans le béton, l'étrier serait alors une pièce encastrée dans le béton supérieur et fixée, dans le bas, par sa liaison avec les barres de tension. Il y a encore, dans ce cas, cisaillement en  $ab$ , mais il y a également flexion dont le moment est le produit de la tension sur les barres, par la distance  $bc$ .

Ainsi, dans le cas supposé, cette tension étant de  $417^k$ , comme

on vient de voir, et la distance  $bc$ , plus petite que  $h$  ou  $0^m06$ , étant de  $0^m05$  par exemple, le moment de cette flexion serait égal à 21 environ; toujours pour un intervalle de  $0^m05$ .

Il faut alors calculer la section de l'étrier placé dans cet intervalle, s'il est unique, et la valeur de  $\frac{I}{n}$  correspondant, de manière que le  $\frac{RI}{n}$  n'excède pas 21. Il est facile de voir qu'on serait ainsi conduit à des sections excessives.

Ainsi supposons l'emploi de feuillards de  $40 \times 5$ ; le  $\frac{I}{n}$  de l'étrier double serait  $\frac{2 \times 0.005 \times 0.04^2}{6}$ , ou 0.00000267.

Faisant travailler le métal, même à raison de  $10^k$ , le  $\frac{RI}{n}$  serait égal à 26.7, ce qui serait un peu plus que suffisant. Il suffirait de faire travailler à raison de  $8^k$ .

Mais on voit que l'étrier aurait une largeur presque égale à l'intervalle qu'il est chargé de maintenir. Aussi se contente-t-on généralement de ne pas négliger toute résistance de tension, de considérer l'étrier comme entièrement pris dans la masse, et n'étant exposé qu'à un effort de cisaillement.

On remarquera d'ailleurs que, même dans l'hypothèse que nous venons d'examiner, on a bien supprimé toute résistance de tension entre  $b$  et  $c$ , mais qu'on la maintient implicitement pour sceller le pied de l'étrier sur les barres métalliques; ce qui ne peut se faire que par l'adhérence du métal et du béton, d'une part, et d'autre part qu'au moyen d'une certaine résistance à la tension de ce même béton. Elle existe d'ailleurs, surtout au voisinage de l'étrier; et de là on peut concevoir que la tension se répartisse sur des surfaces de plus en plus grandes, ce qui en atténue l'intensité.

Finalement nous pensons donc qu'on peut s'en tenir à l'évaluation des efforts de cisaillement, faite de la façon que nous venons d'indiquer.

## 2°. — UN POIDS ISOLÉ; UN ENCASTREMENT, UN APPUI

Dans le cas où existe un encastrement d'un côté et un appui simple de l'autre, le tracé est un peu plus compliqué (fig. 2).

Le poids étant encore au milieu de la travée, les réactions aux extrémités sont égales à  $0.3125 \times P$  et  $0.6875 \times P$ . Comme  $P$

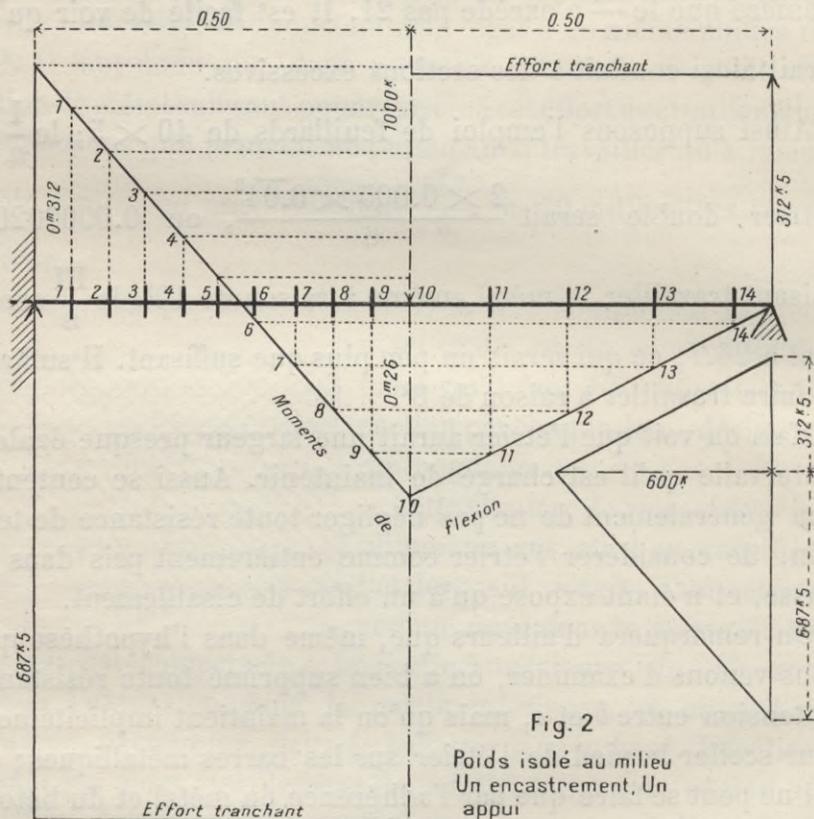


Fig. 2

Poids isolé au milieu  
Un encastrement, Un appui

est ici de  $1000^k$ , elles sont de  $312^k$  et  $687^k$ . Cette première détermination faite, le mode de construction de l'épure reste le même, comme l'indique la figure. Le polygone est encore un triangle, mais déplacé en se relevant sur la gauche, comme on voit.

La différence entre les deux cas résulte uniquement de la différence entre les valeurs des réactions qu'il faut admettre

dans l'un et l'autre cas. Avec deux appuis simples, les deux réactions étaient de  $500^k$ ; ici la réaction de droite a diminué de  $187^k5$ , celle de gauche a augmenté d'autant.

C'est que l'effet de l'encastrement sur la gauche est de soulever légèrement la pièce sur la droite, ce qui y diminue la réaction d'appui; mais en chargeant, par compensation, l'appui de gauche.

Les coefficients :  $0.3125$  et  $0.6875$  sont réglés par la condition d'un encastrement complet, suffisant pour qu'à son insertion dans la paroi de gauche l'axe de la pièce se maintienne horizontal. Mais l'encastrement pourrait n'être pas aussi complet; en ce cas la réaction de droite ne descendrait pas à  $312^k5$  et serait par exemple de  $400^k$ ; tandis que celle de gauche serait alors de  $600^k$ . Le tracé de l'épure se ferait exactement de la même façon, en modifiant conformément aux réactions.

Il existe cette fois deux maxima du moment : l'un de  $600^k \times 0^m312$ , ou  $187$  environ; l'autre de  $600^k \times 0^m260$ , ou  $156$ .

Si l'on croit nécessaire de contrôler les résultats du tracé, on constatera qu'avec les réactions indiquées, le moment de flexion au milieu doit être de  $312^k5 \times 0^m50$ , ou  $156.25$ .

Celui de gauche, à l'encastrement, doit être, d'après les longueurs respectives des bras de levier :

$$M_o = 312^k5 \times 1^m00 - 1000^k \times \frac{1^m00}{2} = 187.5;$$

résultats conformes à ceux que donne l'épure.

Dans les deux cas actuels le calcul serait si simple qu'on pourrait se dispenser du tracé graphique; mais celui-ci a l'avantage de faire clairement voir comment doivent se répartir les liaisons transversales, dans les deux demi-travées.

A gauche, les intervalles 1, 2; 2, 3... sont encore égaux entre eux; de même pour ceux de droite, mais ceux-ci sont sensiblement plus grands : il faut un bien moindre nombre d'étriers à droite qu'à gauche pour faire face au glissement longitudinal.

Le calcul au cisaillement se ferait comme dans le premier cas.

L'effort de cisaillement, pour chaque intervalle, serait de  $\frac{0.260 + 0.312}{2} \times 600^k$ , ou  $34^k$  à  $35^k$  environ; on en déduirait la section nécessaire d'après le taux de travail adopté; cette section s'appliquera, sur la gauche, à chaque intervalle de  $\frac{0^m50}{10}$ , ou  $0^m05$ ; et sur la droite, à chaque intervalle de  $\frac{0.50}{4.5}$ , soit  $0^m11$  à  $0^m12$ .

Dans la région centrale il faudrait maintenir, sous le poids, les plus fortes ligatures; et les maintenir, pendant une certaine longueur, sur la droite, attendu qu'il ne faut pas, dans la réalité, de brusques changements, bien que la théorie semble les autoriser.

Les efforts tranchants sont constants à gauche comme à droite, mais plus considérables du côté de l'encastrement que du côté de l'appui simple. Ceci reste d'ailleurs conforme aux conclusions à tirer des considérations applicables aux efforts de cisaillement. Cette conformité existe d'ailleurs dans tous les cas.

### 3°. — DEUX POIDS ISOLÉS ; DEUX APPUIS

Il faut au préalable fixer les réactions des appuis. Cette opération peut se faire graphiquement en traçant un premier polygone d'essai; on placera la base arbitraire, ici de  $600^k$ , à une hauteur quelconque sur la verticale de  $1000^k$  qui représente la charge totale; par exemple à mi-hauteur.

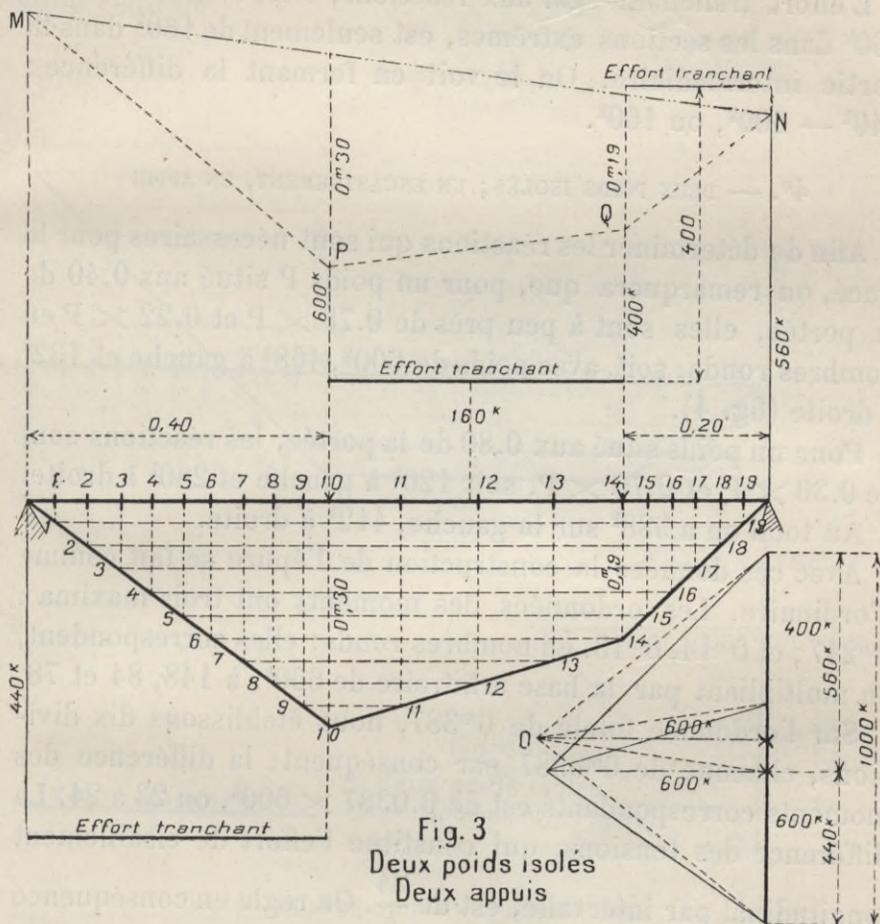
Le polygone ainsi obtenu serait MNPQ. Revenant en O on y tracerait une parallèle à la corde MN; elle diviserait la verticale en deux parties, l'une de  $560^k$ , l'autre de  $440^k$  qui seraient les réactions cherchées (fig. 3).

Ici l'on peut tout aussi bien calculer par les relations connues :

$$\begin{aligned} \text{Droite : } 600^k \times \frac{0^m40}{1^m00} &= 240^k; & \text{gauche : } 600^k \times \frac{0^m60}{1^m00} &= 360^k; \\ 400^k \times \frac{0^m80}{1^m00} &= \frac{320^k}{560^k}; & 400^k \times \frac{0^m20}{1^m00} &= \frac{80^k}{440^k}. \end{aligned}$$

Les deux moments maxima seraient de  $600^k \times 0^m30$ , ou 180; et  $600^k \times 0^m19$ , ou 114, en prenant les ordonnées en nombre rond. Exactement, elles sont égales à  $560^k \times 0^m20$ , soit 112; et  $440^k \times 0^m40$ , soit 176.

L'effort de glissement longitudinal, d'après les différences d'or-



données de 1 en 2, de 2 en 3, est constant, égal à  $\frac{0^m30}{10} \times 600^k$ , ou  $18^k$  par intervalle. La différence des tensions sera de  $\frac{18}{h}$ , en appelant toujours  $h$  la distance comptée entre les barres et le centre de compression. Mais l'intervalle, pris sur la longueur

de la pièce, est de  $\frac{0^m40}{10}$ , ou  $0^m04$  dans la portée de gauche; il est de  $\frac{0^m40}{4}$ , ou  $0^m10$  dans la région médiane; de  $\frac{0^m20}{6}$ , ou  $0^m033$  seulement sur la droite.

L'effort tranchant égal aux réactions, c'est-à-dire à  $442^k$  et  $560^k$  dans les sections extrêmes, est seulement de  $160^k$  dans la partie intermédiaire. On le voit en formant la différence :  $440^k - 600^k$ , ou  $160^k$ .

#### 4°. — DEUX POIDS ISOLÉS; UN ENCASTREMENT, UN APPUI

Afin de déterminer les réactions qui sont nécessaires pour le tracé, on remarquera que, pour un poids  $P$  situé aux  $0.40$  de la portée, elles sont à peu près de  $0.78 \times P$  et  $0.22 \times P$  en nombres ronds; soit, avec poids de  $600^k$ ,  $468^k$  à gauche et  $132^k$  à droite (fig. 4).

Pour un poids situé aux  $0.80$  de la portée, les réactions sont de  $0.30 \times P$  et  $0.70 \times P$ , soit  $120^k$  à gauche et  $280^k$  à droite.

Au total on a  $588^k$  sur la gauche,  $412^k$  à droite.

Avec ces données la construction de l'épure se fait comme d'ordinaire. Les ordonnées des moments ont trois maxima :  $0^m247$ ; et  $0^m14$ ,  $0^m13$ , en nombres ronds; elles correspondent, en multipliant par la base arbitraire de  $600^k$ , à  $148$ ,  $84$  et  $78$ .

Sur l'ordonnée totale de  $0^m387$ , nous établissons dix divisions, chacune de  $0^m0387$  par conséquent; la différence des moments correspondants est de  $0.0387 \times 600^k$ , ou  $23$  à  $24$ . La différence des tensions, qui constitue l'effort de cisaillement longitudinal par intervalle, est de  $\frac{24}{h}$ . On règle en conséquence la section nécessaire pour chacun de ces intervalles.

Ceux-ci ont, comme précédemment, une largeur de  $0^m04$  à gauche; au milieu, on conserve la même section qu'à droite et à gauche sur une certaine longueur; au centre, on peut espacer plus largement. Sur la droite, l'intervalle est de  $\frac{0^m20}{4}$ , ou  $0^m05$ .

L'effort tranchant est de  $588^k$  dans toute la région de gauche. Il est de  $12^k$  seulement, c'est-à-dire presque nul au centre, ce qui permet d'espacer assez largement les étriers, ainsi qu'on vient de voir également pour le glissement longitudinal, tout en maintenant de plus petits intervalles vers les extrémités de cette région centrale.

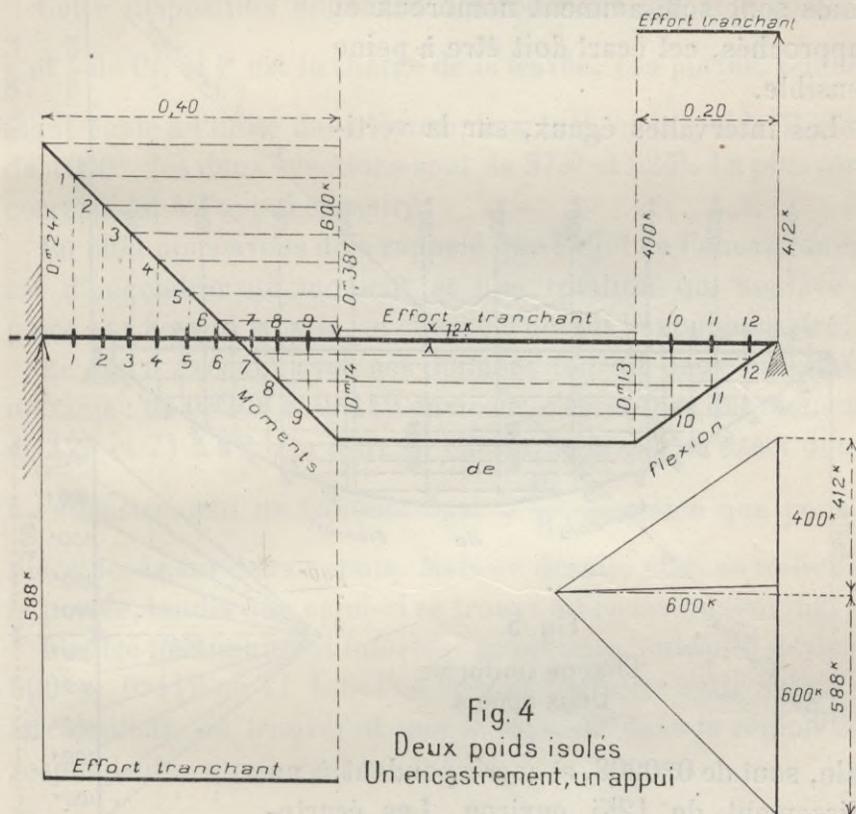


Fig. 4  
Deux poids isolés  
Un encastrement, un appui

5°. — CHARGE UNIFORME; DEUX APPUIS

Ici les réactions sont connues d'avance, à cause de la symétrie; elles sont l'une et l'autre de  $500^k$ . Le tracé se fait sans aucune difficulté (fig. 5).

Au milieu de la portée l'ordonnée maxima est d'environ  $0^m 208$ ; ce qui correspond à un moment de  $600^k \times 0^m 208$ , ou  $125$  environ. On sait que, dans le cas actuel, le calcul exact

donnerait  $\frac{1000^k \times 1^m 00}{8}$ , c'est-à-dire 125. Le tracé graphique, tel qu'il est indiqué, doit toujours fournir des résultats très peu différents de ceux que l'on tirerait des calculs; le seul écart possible provient simplement de la substitution de poids isolés à une charge continue. Mais si ces poids sont suffisamment nombreux et rapprochés, cet écart doit être à peine sensible.

Les intervalles égaux, sur la verti-

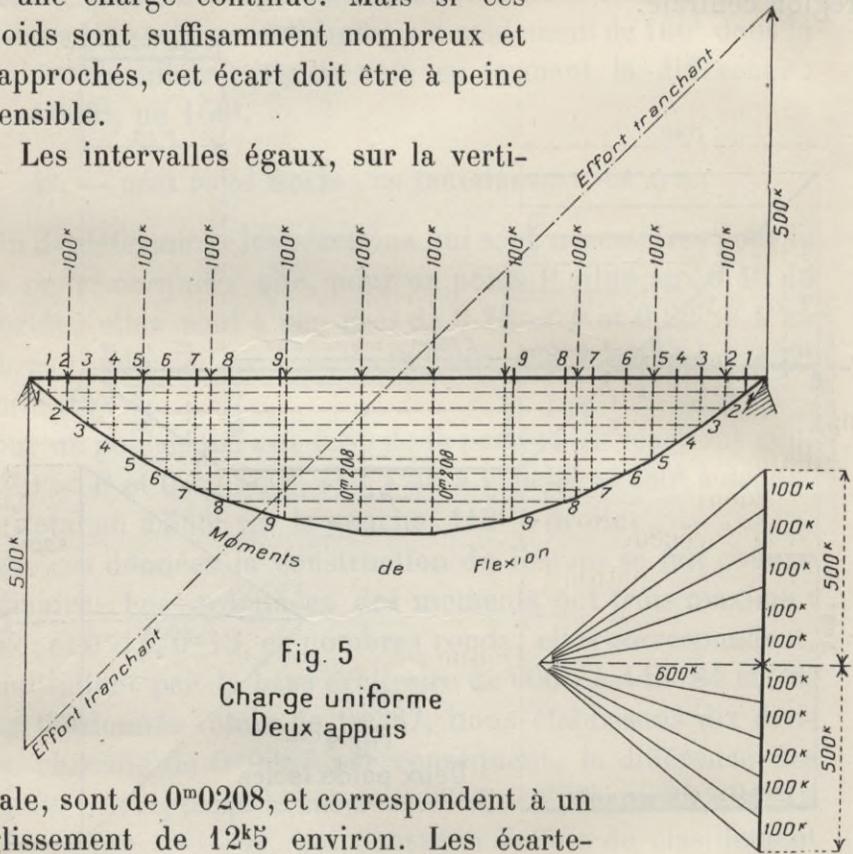


Fig. 5  
Charge uniforme  
Deux appuis

cale, sont de 0<sup>m</sup>0208, et correspondent à un glissement de 12<sup>k</sup>5 environ. Les écartements, comptés sur la longueur de la pièce, sont faibles vers les extrémités, et s'élargissent progressivement en allant vers le milieu de la portée.

Ayant donc choisi le type d'étriers ou ligatures d'après l'effort de glissement, on les espacera de plus en plus vers le centre, en suivant la progression qu'indique le tracé 1, 2, 3, 4, 5... 4, 3, 2, 1 sur l'axe horizontal.

Quant aux efforts tranchants ils suivent une loi tout à fait

semblable, puisqu'ils sont figurés par une droite oblique à  $45^\circ$ , avec décroissance régulière, puis accroissement également régulier.

## 6°. — CHARGE UNIFORME; UN ENCASTREMENT, UN APPUI

Cette disposition engendre des réactions qui sont égales à  $\frac{3}{8}$  et  $\frac{5}{8}$  de  $Pl$ , si  $P$  est la charge de la travée,  $l$  sa portée. Celle-ci étant égale à l'unité dans l'exemple actuel, et le poids  $P$  étant de  $1000^k$ , les deux réactions sont de  $375^k$  et  $625^k$ . La plus forte correspond à l'appui encasturé.

En effet nous avons déjà rappelé que l'effet de l'encastrement est d'engendrer un moment et une rotation qui soulève la pièce sur l'appui simple, et charge d'autant l'appui encasturé.

Le tracé exécuté avec ces données fournit deux ordonnées maxima : de  $0^m208$  et  $0^m119$  environ ; c'est-à-dire des moments de  $125$  et  $71$  à  $72$ . On sait, en effet, que le calcul exact donne à l'encastrement un moment égal à  $\frac{Pl}{8}$ , le même que pour la pièce posée sur deux appuis. Mais ce dernier était au milieu de la portée, tandis que celui-ci se trouve à l'encastrement (fig. 6).

L'autre maximum est inférieur au premier, puisqu'il devient :  $600^k \times 0^m119$  ou  $71.4$ . Si l'on voulait contrôler cette valeur en la calculant, on trouverait que le moment dans la région correspondante, serait égal à

$$M = 375^k \times 0^m35 - 300^k \times 0.20 = 71.25.$$

Lorsqu'on donne à une pièce uniformément chargée, reposant sur un appui et encasturée à l'autre extrémité, les mêmes dimensions qu'à la pièce reposant sur deux appuis et soumise à la même charge, on a toute sécurité.

Mais la disposition des éléments destinés à combattre les efforts de cisaillement transversal ou longitudinal, n'est pas la même. Divisant, comme précédemment, la plus grande différence d'or-

données en 10 parties égales, menant les horizontales et projetant sur l'axe de la pièce, les divisions d'intervalles soumis à des efforts de cisaillement égaux, sont très rapprochées au voisinage de l'encastrement; elles s'espacent de plus en plus après le point d'intersection où le moment de flexion devient nul; puis se rapprochent un peu plus en avançant vers l'appui opposé.

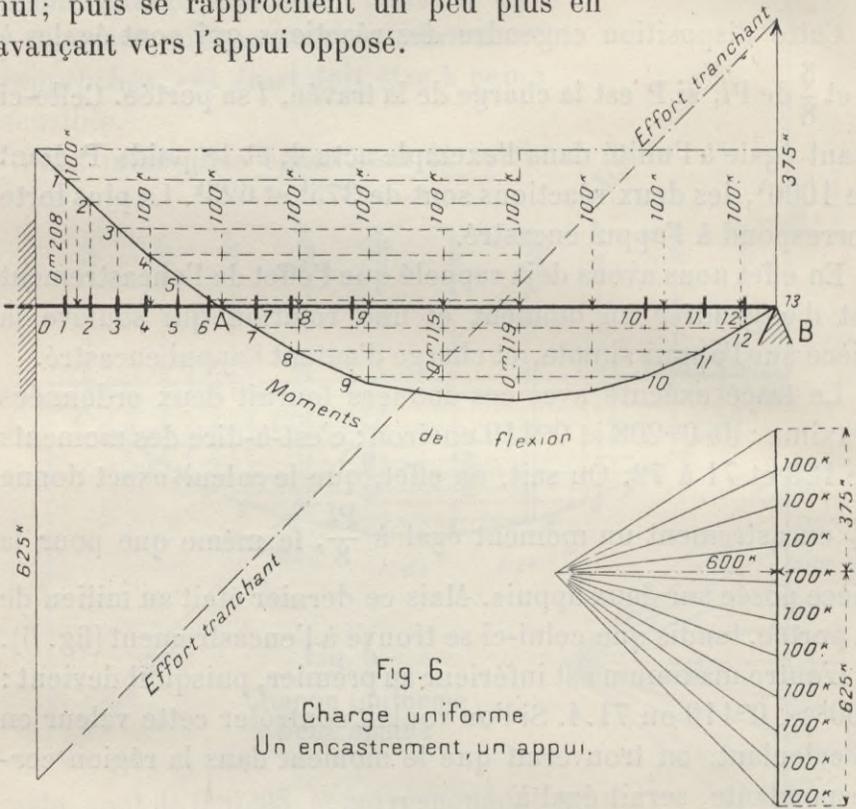


Fig. 6  
Charge uniforme  
Un encastrement, un appui.

On remarquera d'ailleurs qu'en fait la pièce ainsi chargée se divise, en quelque sorte, en deux tronçons : celui de gauche, encastéré, se comporte comme un encorbellement en porte-à-faux, uniformément chargé, sur sa longueur de 2<sup>m</sup>50 environ, d'un poids de 200<sup>k</sup>, et à son extrémité Ad'un poidségal à 625<sup>k</sup>— 200<sup>k</sup>, soit 425<sup>k</sup>, différence entre la réaction et la charge de 200<sup>k</sup>. Car il n'intervient pas d'autre force en A, puisque le moment y est nul.

Le tronçon AB se comporte comme une pièce posée sur deux appuis, l'un en A, l'autre en B; chargée à peu près uniformément de  $800^k$ .

Pour justifier cette interprétation, il faut que le porte-à-faux OA, chargé comme nous venons de dire, donne bien, à l'encastrement, un moment qui soit égal à  $600^k \times 0^m208$  environ, ou 125, puisque telle est la valeur réelle du moment.

Or, dans l'hypothèse où nous nous plaçons, les deux charges indiquées donnent un moment total

$$M = 425^k \times 0^m25 + 200^k \times 0^m10 = 126.25,$$

pour 125. Si l'on rencontrait ainsi un léger écart, cela tiendrait à la mesure de la distance OA qui, graphiquement, n'est pas rigoureusement exacte, et à la façon dont se placent les poids par rapport au point A.

Sur la partie AB les huit poids de  $100^k$  ne sont pas tout à fait symétriquement placés; sans quoi le moment maximum y serait exactement égal à  $\frac{Pl}{8}$ , c'est-à-dire à  $800^k \times \frac{0^m75}{8}$ , ou 75. Or on a vu qu'il est actuellement de  $600^k \times 0^m119$ , ou 71 à 72.

Cette petite différence provient du fait que la charge se trouve un peu déportée sur la gauche. C'est pourquoi, la réaction d'appui en B étant de  $375^k$ , on a vu que la réaction en A est un peu plus forte, s'élevant à  $425^k$ .

Tout ceci résulte de ce que l'on a graphiquement remplacé la charge réellement uniforme par une série de poids isolés. Le principe n'en reste pas moins exact: La pièce encastree à une extrémité, posée sur appui à son autre extrémité, travaille comme deux portions de poutre, l'une encastree, l'autre posée sur deux appuis; ces deux parties se raccordant au point A où le moment de flexion est nul.

De là cette répartition toute différente sur chacun des deux tronçons.

Le même fait se produit pour la pièce encastree d'un seul

côté, mais chargée de poids isolés, comme on peut le constater sur la fig. 4, qui aurait prêté à la même vérification.

En effet au point d'intersection où le moment est nul, et qui est situé à  $0^m253$  environ de l'encastrement, le poids qui agit à cette extrémité est égal à la réaction même de  $588^k$  puisqu'il n'y a aucun poids intermédiaire.

Le moment d'encastrement qui en résulte est ainsi égal à  $588 \times 0^m253$ , soit  $148.8$  environ, pour  $148.2$ , produit de  $600^k$  par l'ordonnée de  $0^m247$  que nous avons précédemment.

La partie de droite est chargée de deux poids :  $600^k$  et  $400^k$ ; sur ses deux appuis les réactions sont de  $588^k$  et  $412^k$ .

Quant aux efforts tranchants, ils suivent la même loi rectiligne que pour la pièce sur deux appuis, sous la même charge.

#### 7°. — CHARGE UNIFORME; DEUX ENCASTREMENTS

Les deux réactions sont chacune de  $500^k$ , puisqu'il y a symétrie. Le tracé s'exécute de la même façon et donne deux moments d'encastrement égaux à  $600^k \times 0^m139$ , soit  $83$  à  $84$  (fig. 7).

Effectivement leur valeur doit être, sous charge uniforme, représentée par  $P \times \frac{l}{12}$ , ou  $1000^k \times \frac{1^m00}{12}$ , soit  $83.3$ .

On sait qu'au milieu de la portée il est égal à  $P \times \frac{l}{24}$ , c'est-à-dire à moitié; aussi le graphique donne-t-il une ordonnée sensiblement égale à  $0^m0695$  dans la région médiane.

La répartition relative aux efforts de glissement longitudinal donne des intervalles très rapprochés aux extrémités; lesquels, en allant vers le centre, s'espacent un peu plus. Au delà des deux points d'intersection, ils s'espacent très largement.

La pièce se trouve ici divisée en trois tronçons; deux encorbellements symétriques; une partie posée sur deux appuis. Il est également facile de justifier cette interprétation.

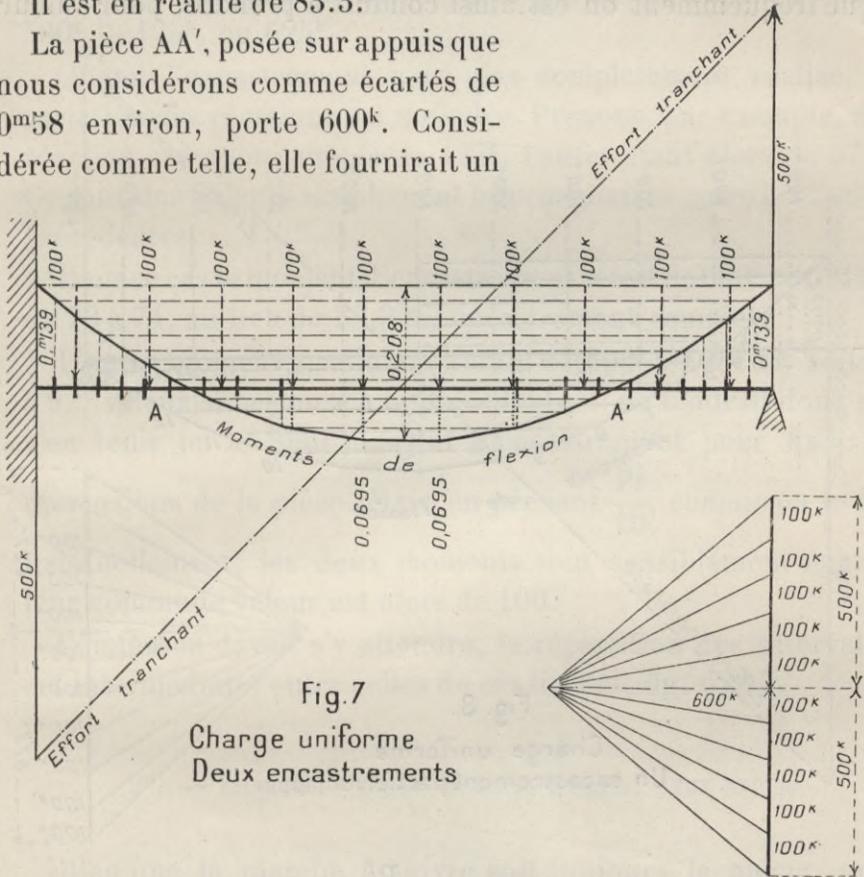
Les points  $AA'$  sont à un peu plus de  $0^m20$  des extrémités;

disons :  $0^m21$  par exemple. La charge sur cette longueur est d'environ  $200^k$ ; en A et A' le poids suspendu est de  $500^k - 200^k$ , ou  $300^k$ . Finalement le moment total est

$$M = 300^k \times 0^m21 + 200^k \times 0^m10 = 83.$$

Il est en réalité de 83.3.

La pièce AA', posée sur appuis que nous considérons comme écartés de  $0^m58$  environ, porte  $600^k$ . Considérée comme telle, elle fournirait un



moment égal à  $600^k \times \frac{0^m58}{8}$ , ou un peu plus de 43, au lieu de 41.7 qui est la vraie valeur sous charge uniforme.

Les efforts tranchants, tout comme dans les deux premiers cas, suivent la même variation régulière.

8°. — CHARGE UNIFORME ; UN ENCASTREMENT PARTIEL, UN APPUI

Jusqu'ici nous avons supposé l'encastrement complet ; il ne manque pas de cas, dans la pratique, où l'on ne doit pas considérer l'encastrement obtenu comme réellement complet. On sait que fréquemment on est ainsi conduit à prendre, pour valeur

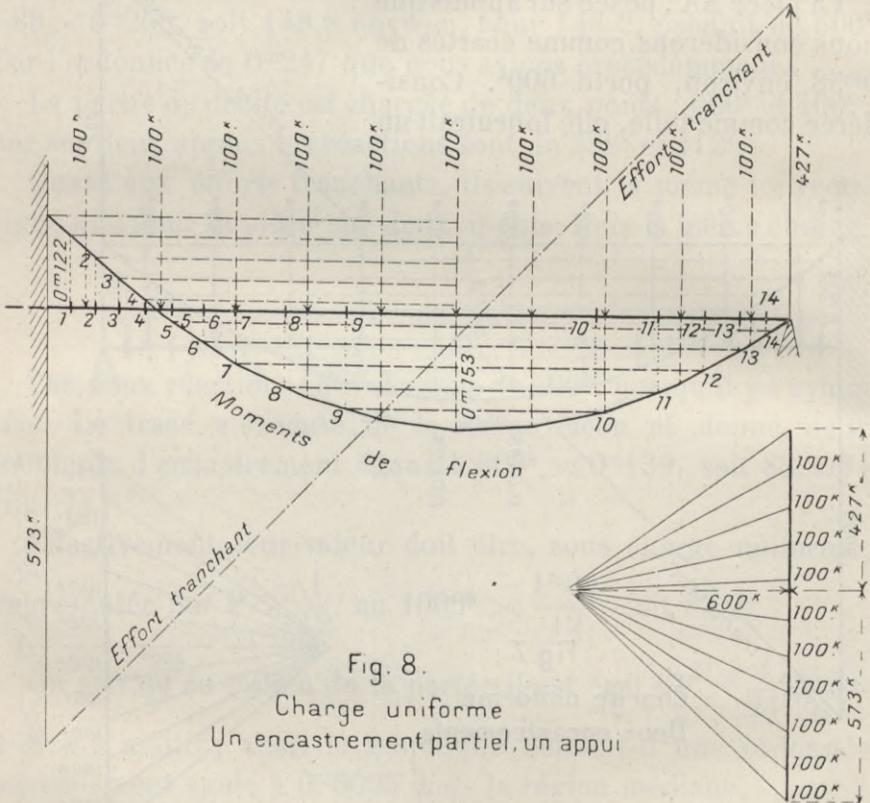


Fig. 8.  
Charge uniforme  
Un encastrement partiel, un appui

maxima du moment, l'expression  $\frac{Pl}{10}$  par exemple. Il n'est pas sans intérêt de voir comment se comporte le reste de la pièce (fig. 8).

On a vu que, sous charge de 1000k, les réactions d'appuis étaient de 500k et 500k, quand la pièce repose sur appuis ; de 625k et 375k, lorsqu'il y a un encastrement. La différence résulte, comme nous l'avons dit, de l'effet de soulèvement

produit par l'encastrement sur l'appui opposé. En effet le moment d'encastrement est de 125, comme on a vu. La réaction opposée ayant un bras de levier de 1<sup>m</sup>00, l'effort de soulèvement est de  $\frac{125}{1.00}$ , ou 125<sup>k</sup>. C'est ainsi que l'une des réactions devient égale à 500<sup>k</sup> — 125<sup>k</sup>, ou 375<sup>k</sup>; et l'autre à 500<sup>k</sup> + 125<sup>k</sup>, ou 625<sup>k</sup>.

Quand l'encastrement n'est pas complètement réalisé, la variation des réactions est moindre. Prenons, par exemple, une réaction sur appui simple de 427<sup>k</sup>, l'autre étant alors de 573<sup>k</sup>. Ce sont des valeurs simplement intermédiaires entre les limites précédentes.

Dans ce cas le moment d'encastrement serait de 600<sup>k</sup> × 0<sup>m</sup>122, ou 73 à 74, au lieu de 83.3 à l'encastrement complet.

L'autre moment maximum serait de 600<sup>k</sup> × 0<sup>m</sup>153, soit 91 à 92, valeur supérieure à la précédente. Il ne faudrait donc pas s'en tenir ici au seul moment d'encastrement pour fixer les dimensions de la pièce. Mais en prenant  $\frac{Pl}{10}$ , comme on le fait habituellement, les deux moments sont sensiblement égaux; leur commune valeur est alors de 100.

Comme on devait s'y attendre, la répartition des intervalles est intermédiaire entre celles de ces limites, fig. 6 et 7.

### 9°. — CHARGE UNIFORME ET POIDS ISOLÉS ; DEUX APPUIS

Bien que la marche à suivre soit toujours la même, nous examinons le cas où la pièce est chargée simultanément de deux poids isolés et d'une charge uniforme, de manière à rendre plus apparentes, par le tracé graphique, les variations des moments et celles des efforts tranchants (fig. 9).

Comme toujours, on commencera par déterminer les réactions des deux appuis. Pour la charge uniforme elles sont égales entre elles, et chacune est moitié de la charge, soit 250<sup>k</sup>.

Pour les poids isolés on trouve en additionnant :

<p>Poids de 300k : <math>\frac{300^k \times 0^m40}{1^m00} = 120^k</math></p> <p>Poids de 200k : <math>\frac{200^k \times 0^m80}{1^m00} = 160^k</math></p> <p>Charge uniforme : <math>\frac{250^k}{530^k}</math></p>	<p><math>\frac{300^k \times 0^m60}{1^m00} = 180^k</math></p> <p><math>\frac{200^k \times 0^m20}{1^m00} = 40^k</math></p> <p>d'o <math>\frac{250^k}{470^k}</math></p>
---	--

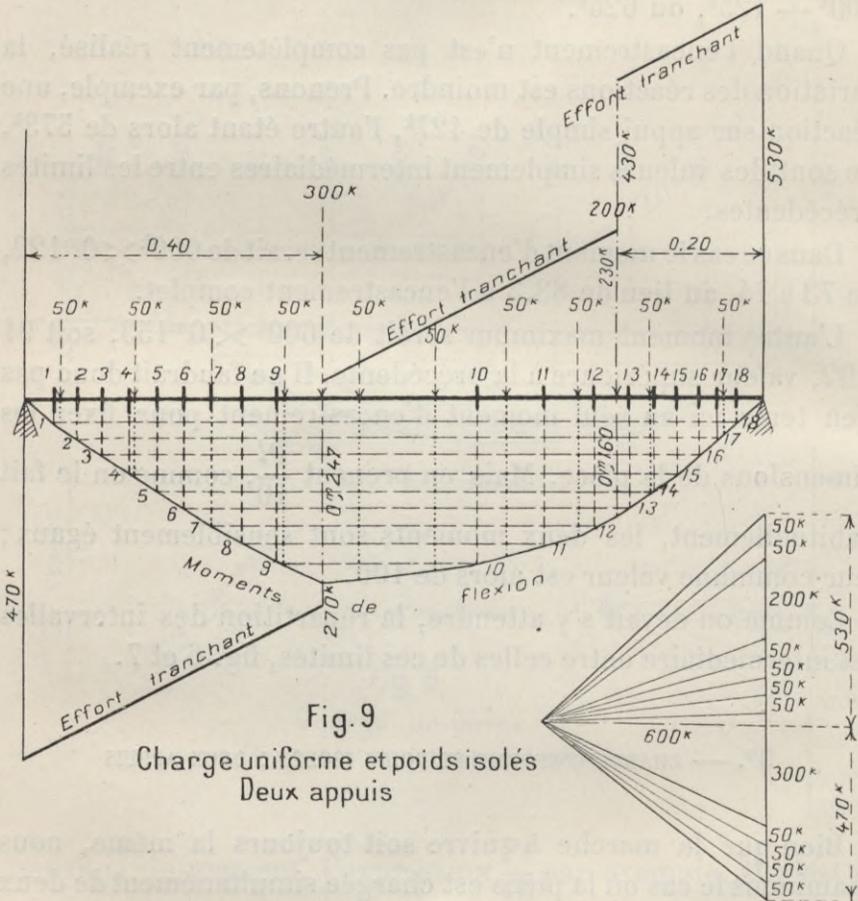


Fig. 9  
Charge uniforme et poids isolés  
Deux appuis

sommes dont le total est bien de 1000k. Telles sont les réactions.

Les deux ordonnées maxima sont de 0<sup>m</sup>247 et 0<sup>m</sup>16; les deux moments correspondants sont, en multipliant par la base arbitraire de 600k, égaux à 148 et 96 environ d'après le tracé graphique.

Par le calcul ordinaire on trouverait pour ces moments :

$$M_1 = 530^k \times 0^m60 - 200^k \times 0^m40 - 300^k \times \frac{0^m60}{2} = 148,$$

$$M_2 = 530^k \times 0^m20 - 100^k \times 0^m10 = 96,$$

ce qui confirme l'exactitude de ce tracé.

Divisant en 10 parties égales l'ordonnée la plus grande et menant les parallèles, puis projetant les points d'intersection avec le polygone, on voit que, dans les sections de gauche et de droite, les intervalles comptés sur l'axe et qui correspondent ainsi à des efforts de glissement égaux, restent presque constants, puisque, dans ces deux parties, le polygone est presque rectiligne. Seulement les intervalles 1, 2, 3, 4, etc., sont plus grands sur la gauche que sur la droite, la ligne polygonale y étant plus rapprochée de l'horizontale.

Dans la partie centrale, il suffit de quelques étriers ou ligatures, puisque cette partie n'exige, en quelque sorte, que des demi-étriers. Toutefois on devra, comme précédemment, ne pas modifier brusquement les écartements au passage sous les poids isolés.

Les efforts tranchants sont représentés par une ligne brisée dont les tronçons ont d'ailleurs la même inclinaison.

#### 10°. — CHARGE UNIFORME ET POIDS ISOLÉS; UN ENCASTREMENT, UN APPUI

Pour déterminer les réactions on prendra approximativement, en nombres ronds :

$$\text{Poids de } 300^k : 0.78 \times 300^k = 234^k \qquad 0.22 \times 300^k = 66^k$$

$$\text{Poids de } 200^k : 0.30 \times 300^k = \frac{60^k}{294^k} \qquad 0.70 \times 200^k = \frac{140^k}{206^k}$$

$$\text{Charge uniforme} : 0.573 \times 500^k = \frac{286^k5}{580^k5} \qquad \text{d}^o 0.427 \times 500^k = \frac{213^k5}{419^k5}$$

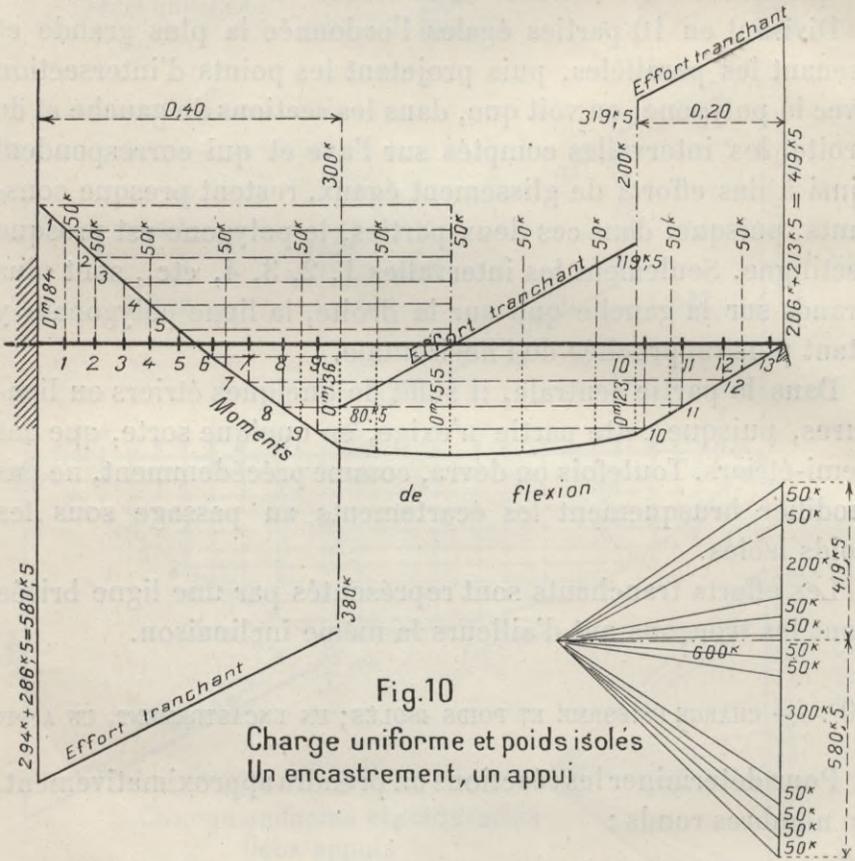
Telles sont les deux réactions (fig. 10).

Le tracé opéré de la même façon montre quatre ordonnées maxima, de 0<sup>m</sup>184 à l'encastrement; 0<sup>m</sup>136 sous le poids de 300<sup>k</sup>; 0<sup>m</sup>155 vers le milieu de la portée; 0<sup>m</sup>123 sous le poids

de 200<sup>k</sup>. Elles correspondent à des moments de 110 environ, 82, 94 et 74.

Effectivement, d'après les réactions, le moment d'encastrement doit être

$$M = 419^k \times 1^m00 - 300^k \times 0^m30 - 200^k \times 0^m80 - 300^k \times 0^m40 = 110.5.$$



Divisant par 600<sup>k</sup>, l'ordonnée doit être de  $\frac{110.5}{600}$ , ou 0<sup>m</sup>1842.

Sur la droite le moment devait être

$$M = 419^k \times 0^m20 - 100^k \times 0^m10 = 73.9.$$

Divisant par 600<sup>k</sup>, on voit que l'ordonnée devait être exactement de 0<sup>m</sup>1231. On vérifierait de même les ordonnées intermédiaires.

A gauche comme à droite on a des intervalles presque égaux.

Dans la partie centrale les étriers ou ligatures sont à peine nécessaires, en théorie. Comme toujours en pareil cas, on ne devra pas modifier brusquement ces intervalles.

Quant aux efforts tranchants, malgré l'intervention d'un encastrement, ils restent identiques à ceux du cas précédent.

On pourrait multiplier indéfiniment ces exemples; nous nous bornerons à compléter ces indications en donnant ici les coefficients propres à déterminer d'avance les réactions, suivant que la pièce a un seul encastrement, ou est encastree aux deux extrémités. Lorsqu'elle a seulement deux appuis, le calcul de ces réactions est si simple qu'il n'y a pas lieu de donner les résultats tout calculés.

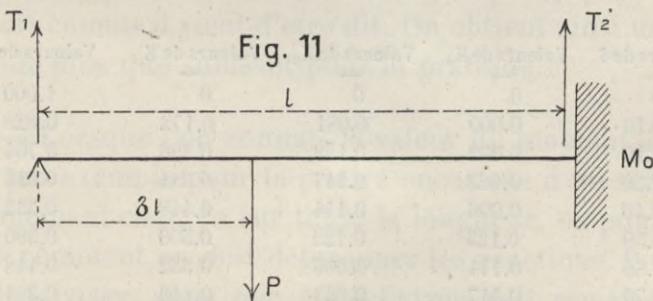
Du reste, nous rappelons qu'on peut obtenir graphiquement les valeurs de ces réactions, ainsi que nous en avons donné un exemple, en traçant un polygone avec base horizontale placée à une hauteur quelconque sur la figure verticale figurant les poids; puis menant une parallèle à la corde.

Pour que l'on puisse plus facilement contrôler les résultats graphiques, nous donnons également les coefficients exacts qui serviraient à déterminer les moments d'encastrement.

## COEFFICIENTS CALCULÉS

### I. — Une travée; un encastrement, un appui

Les réactions sont  $T_1$  et  $T_2$  (fig. 11);  $M_0$  est le moment d'en-



castrement. Le poids  $P$  est à distance  $\delta l$  de l'appui. Les formules générales sont

$$M_o = \frac{Pl}{2} \times \delta(1 - \delta^2); \quad T_2 = \frac{M_o}{l} + P\delta; \quad T_1 = -\frac{M_o}{l} + P(1 - \delta).$$

Elles donnent les résultats suivants, en posant :

$$M_o = K_o \times Pl; \quad T_2 = K_2 \times P; \quad T_1 = K_1 \times P.$$

Valeurs de $\delta$	Valeurs de $K_o$	Valeurs de $K_2$	Valeurs de $K_1$
0	0	0	1.0000
0.10	0.0495	0.1495	0.8505
0.20	0.0960	0.2960	0.7040
0.30	0.1365	0.4365	0.5635
0.40	0.1680	0.5680	0.4320
0.50	0.1875	0.6875	0.3125
0.60	0.1920	0.7920	0.2080
0.70	0.1785	0.8785	0.1215
0.80	0.1440	0.9440	0.0560
0.90	0.0835	0.9835	0.1145
1.00	0	1.0000	0

## II. — Une travée; deux encastremets

Les deux moments sont  $M_1$  et  $M_2$  (fig. 12). Les formules générales sont

$$M_1 = Pl \times \delta^2(1 - \delta); \quad M_2 = Pl \times \delta(1 - \delta)^2; \quad T_1 = \frac{M_1 - M_2}{l} + P\delta; \quad T_2 = P - T_1.$$

Posant donc

$$M_1 = K_1 \times Pl; \quad M_2 = K_2 \times Pl; \quad T_1 = K'_1 \times P; \quad T_2 = K'_2 \times P,$$

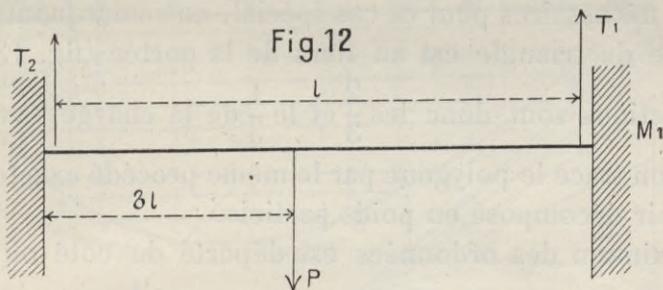
on trouve les résultats suivants

Valeurs de $\delta$	Valeurs de $K_1$	Valeurs de $K_2$	Valeurs de $K'_1$	Valeurs de $K'_2$
0	0	0	0	1.000
0.10	0.009	0.081	0.172	0.828
0.20	0.032	0.128	0.296	0.704
0.30	0.063	0.147	0.384	0.616
0.40	0.096	0.144	0.448	0.552
0.50	0.125	0.125	0.500	0.500
0.60	0.144	0.096	0.552	0.448
0.70	0.147	0.063	0.616	0.384
0.80	0.128	0.032	0.704	0.296
0.90	0.081	0.009	0.828	0.172
1.00	0	0	1.000	0

Il y a symétrie, ce qui devait être, quand les positions de  $P$  se reportent symétriquement de gauche à droite ou inversement.

Lorsqu'on aura plusieurs poids sur la même poutre, il suffira de cumuler les coefficients afférents à chacun d'eux pour avoir les réactions totales et les moments totaux.

Pour une charge uniforme sur toute la longueur, les réactions sont chacune moitié de ce poids; lorsqu'il n'y a qu'un encastrement, on sait que le moment de cet encastrement est  $\frac{Pl}{8}$ , tout comme pour la pièce sur deux appuis simples.



Lorsqu'il existe deux encastremens, on sait que le moment aux encastremens est  $\frac{Pl}{12}$ ; au milieu de la portée  $l$ ,  $P$  étant la charge totale.

Lorsque la charge uniforme n'est répartie que sur une portion de la portée, on peut la décomposer en quelques poids isolés et opérer alors comme il vient d'être dit. On obtient ainsi un degré d'exactitude plus que suffisant pour la pratique.

*Nota.* — Lorsque l'on connaît la valeur du moment d'encastrement, par exemple pour la poutre encastree d'un seul côté, et uniformément chargée sur toute la longueur, on pourrait se demander comment on doit déterminer les réactions. Pour cela il suffit de diviser, ainsi que nous l'avons fait remarquer, ce moment par la portée; on a ainsi l'effort de soulèvement qui tend à se produire sur l'appui opposé.

On retranchera donc cet effort de la réaction qui, sans encastrement, serait moitié de la charge, pour avoir la réaction de cet appui.

On l'ajoute au contraire pour avoir la réaction sur l'appui d'encastrement.

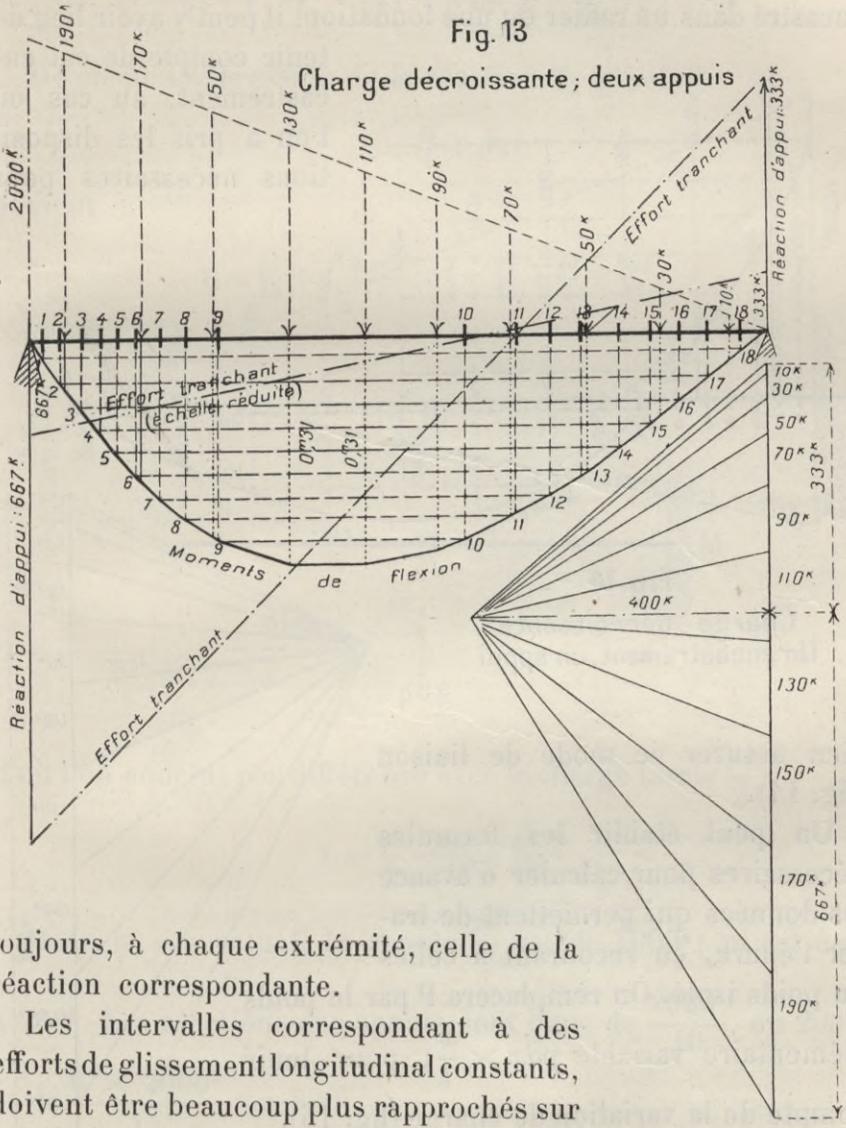
#### 11°. — CHARGE DÉCROISSANTE ; DEUX APPUIS

Ce cas se présente pour les parois de réservoirs et les murs de soutènement principalement; la charge serait alors figurée par les ordonnées d'un triangle. On peut établir facilement les formules nécessaires pour ce cas spécial, en remarquant que la résultante du triangle est au tiers de la portée (fig. 13). Les deux réactions sont donc les  $\frac{2}{3}$  et le  $\frac{1}{3}$  de la charge. Avec ces données on trace le polygone par le même procédé exactement, après avoir décomposé en poids partiels.

Le maximum des ordonnées est déporté du côté où est le centre du triangle de charge; il est entre le  $\frac{1}{3}$  et la moitié de la portée. L'ordonnée  $y$  est de  $0^m31$  environ; ce qui donne un moment égal ici à  $400^k \times 0^m31$ , soit 124 environ, la base arbitraire étant de  $400^k$  sur cette épure.

On remarquera que le moment maximum de flexion est sensiblement égal à celui que produirait la même charge uniformément répartie. En effet le poids total étant de  $1000^k$ , le moment sera dans ce dernier  $\frac{Pl}{8}$ , c'est-à-dire  $\frac{1000}{8}$ , ou 125. La pièce doit donc avoir les mêmes dimensions sous la même charge, que celle-ci soit uniformément répartie sur toute la longueur, ou qu'elle décroisse suivant les ordonnées triangulaires. Le seul changement dont il y ait à tenir compte, c'est le déplacement du moment maximum qui se rapproche du  $\frac{1}{3}$  de la portée.

Les efforts tranchants sont représentés par une droite oblique, mais inclinée suivant une direction différente de celle qui convient aux charges uniformes. Leur valeur est comme



toujours, à chaque extrémité, celle de la réaction correspondante.

Les intervalles correspondant à des efforts de glissement longitudinal constants, doivent être beaucoup plus rapprochés sur la gauche que sur la droite. Dans la région intermédiaire il faut, comme d'habitude, un assez petit nombre d'étriers ou de ligatures.

12°. — CHARGE DÉCROISSANTE ; UN ENCASTREMENT, UN APPUI

Si le pied d'un mur de soutènement ou de réservoir est encastré dans un radier ou une fondation, il peut y avoir lieu de tenir compte de cet encastrement, au cas où l'on a pris les dispositions nécessaires pour

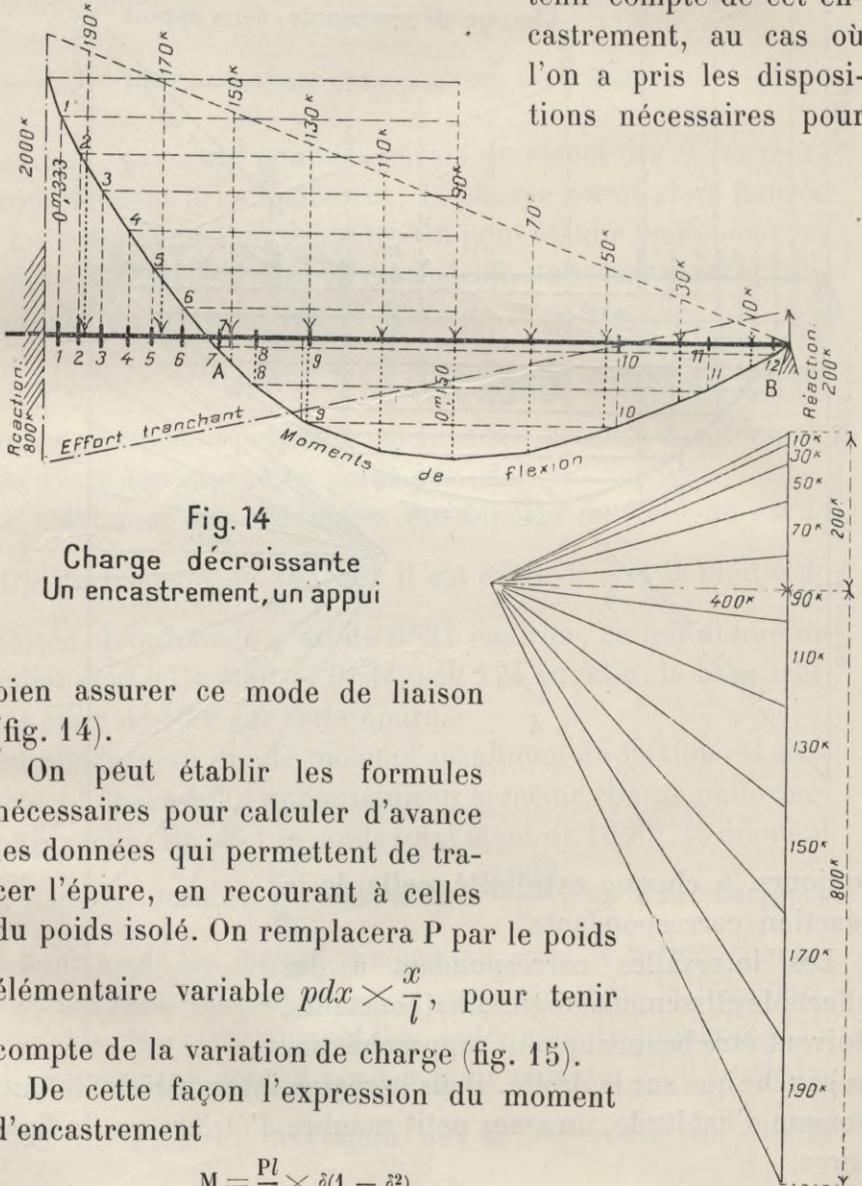


Fig. 14  
Charge décroissante  
Un encastrement, un appui

bien assurer ce mode de liaison (fig. 14).

On peut établir les formules nécessaires pour calculer d'avance les données qui permettent de tracer l'épure, en recourant à celles du poids isolé. On remplacera P par le poids élémentaire variable  $pdx \times \frac{x}{l}$ , pour tenir compte de la variation de charge (fig. 15).

De cette façon l'expression du moment d'encastrement

$$M = \frac{Pl}{2} \times \delta(1 - \delta^2)$$

devient

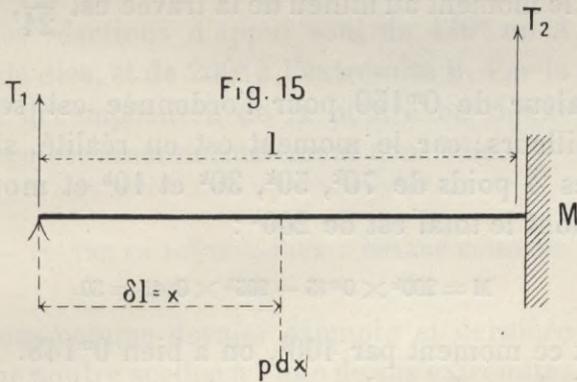
$$M = \frac{pl}{2} \times \int_0^l \frac{xdx}{l} \times \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) = \frac{p}{2l} \times \left(\frac{l^3}{3} - \frac{l^3}{5}\right) = \frac{pl^2}{15}.$$

De même l'expression de la réaction  $T_2$  qui était

$$T_2 = \frac{M}{l} + \delta P,$$

devient

$$T_2 = \frac{pl}{15} + \int_0^l \frac{pxdx}{l} \times \frac{x}{l} = \frac{pl}{15} + \frac{pl}{3} = \frac{6pl}{15};$$



d'où l'on conclut par différence avec la charge totale  $\frac{pl}{2}$  :

$$T_1 = \frac{pl}{2} - \frac{6pl}{15} = \frac{pl}{10}.$$

Dans le cas actuel, la charge  $\frac{pl}{2}$  est de  $1000^k$ ;  $pl$  est égal à  $200^k$ . Les réactions des appuis sont donc de  $\frac{2000^k}{10}$ , ou  $200^k$ ; et de  $\frac{6 \times 2000^k}{15}$ , ou  $800^k$ .

Sur ces données le tracé ordinaire s'effectue sans difficulté. L'ordonnée maxima, à l'encastrement, est de  $0^m333$ ; elle correspond à un moment de  $400^k \times 0^m333$ , soit  $133.2$ .

Or, d'après les formules que nous venons d'établir, ce

moment d'encastrement serait, sous charge continue, représenté par  $\frac{pl^2}{15}$ , c'est-à-dire  $\frac{2000^k \times 1^m00}{15}$ , ou 133.3. Cette comparaison sert de contrôle au tracé par la formule, ou de contrôle également à la formule par le tracé graphique.

La seconde ordonnée maxima est de  $0^m15$ , soit un peu moins de moitié de la précédente. Le résultat offre donc une certaine analogie avec celui de la pièce uniformément chargée et encastree à chaque extrémité, où le moment d'encastrement est  $\frac{pl^2}{12}$ , tandis que le moment au milieu de la travée est  $\frac{pl}{24}$ , c'est-à-dire moitié.

Cette valeur de  $0^m150$  pour l'ordonnée est sensiblement exacte d'ailleurs; car le moment est en réalité, si l'on tient compte des 4 poids de  $70^k$ ,  $50^k$ ,  $30^k$  et  $10^k$  et moitié des  $90^k$  suivants, dont le total est de  $200^k$ :

$$M = 200^k \times 0^m45 - 205^k \times 0^m15 = 50.$$

Divisant ce moment par  $400^k$ , on a bien  $0^m148$ .

Toutefois les valeurs des moments ne sont pas les mêmes dans les deux cas; ils sont moindres ici. De plus, le moment sous travée est ici déplacé; il est au delà du milieu de travée et se rapproche de l'appui simple.

Les intervalles pour le glissement longitudinal doivent être courts au voisinage de l'encastrement; très espacés du côté de l'appui. Comme toujours, sous la portée presque horizontale du polygone, quelques liens sont suffisants.

Les efforts tranchants suivent la loi rectiligne comme sur la fig. 13; mais les valeurs extrêmes sont différentes, les réactions étant elles-mêmes différentes.

Le point d'intersection où le moment est nul est à peu près aux 0.22 ou 0.23 de la portée; c'est-à-dire vers le  $\frac{1}{4}$  de celle-ci. De même que nous l'avions fait observer pour les cas précé-

dents à un seul encastrement, la poutre se décompose, en quelque sorte, suivant deux tronçons, l'un de  $\frac{1}{4}$ , l'autre des  $\frac{3}{4}$  de la portée. Le premier constitue un porte-à-faux encasté; l'autre une poutre posée sur deux appuis; ces deux tronçons se raccordent d'ailleurs en ce point A.

Le porte-à-faux est chargé d'environ  $360^k$  sous forme décroissante de trapèze. L'effort tranchant, qui forme en A réaction d'appui pour la seconde partie, est ainsi égal à  $800^k - 360^k$ , ou  $440^k$ .

La charge sur le reste de la travée est de  $1000^k - 360^k$ , ou  $640^k$ . Les réactions d'appui sont de  $440^k$  en A, comme nous venons de dire, et de  $200^k$  à l'extrémité B. Par là se trouve justifiée la décomposition de la poutre en deux tronçons dont l'équilibre est ainsi normalement constitué.

### 13°. — POUTRE EN PORTE-A-FAUX : CHARGE UNIFORME ET POIDS ISOLÉ

Prenons comme dernier exemple et dernière application le cas d'une poutre scellée à l'une de ses extrémités et recevant en porte-à-faux une charge uniforme et un poids isolé (fig. 16).

Ici il n'existe qu'une seule réaction égale au total de la charge; le tracé se présente ainsi qu'il est indiqué. La courbe figurative des moments de flexion se compose de deux branches différentes : celle de gauche, presque rectiligne, donne naissance à des intervalles à peu près égaux au début, un peu plus courts du côté de l'encastrement, et qui vont en s'élargissant légèrement du côté opposé.

Au delà du poids isolé, les intervalles sont de plus en plus larges. Quant aux efforts tranchants, leur valeur maxima est égale à la réaction du côté de l'encastrement, diminuée de plus en plus jusqu'au poids isolé où elle change brusquement de valeur, et décroît ensuite jusqu'à s'annuler à l'extrémité libre.

Si l'on veut contrôler le tracé et vérifier son exactitude, on

remarquera que le moment d'encastrement est ici représenté par

$$M = 500^k \times 0^m50 + 500^k \times 0^m50 = 500,$$

le poids isolé étant supposé au milieu de la portée. La base

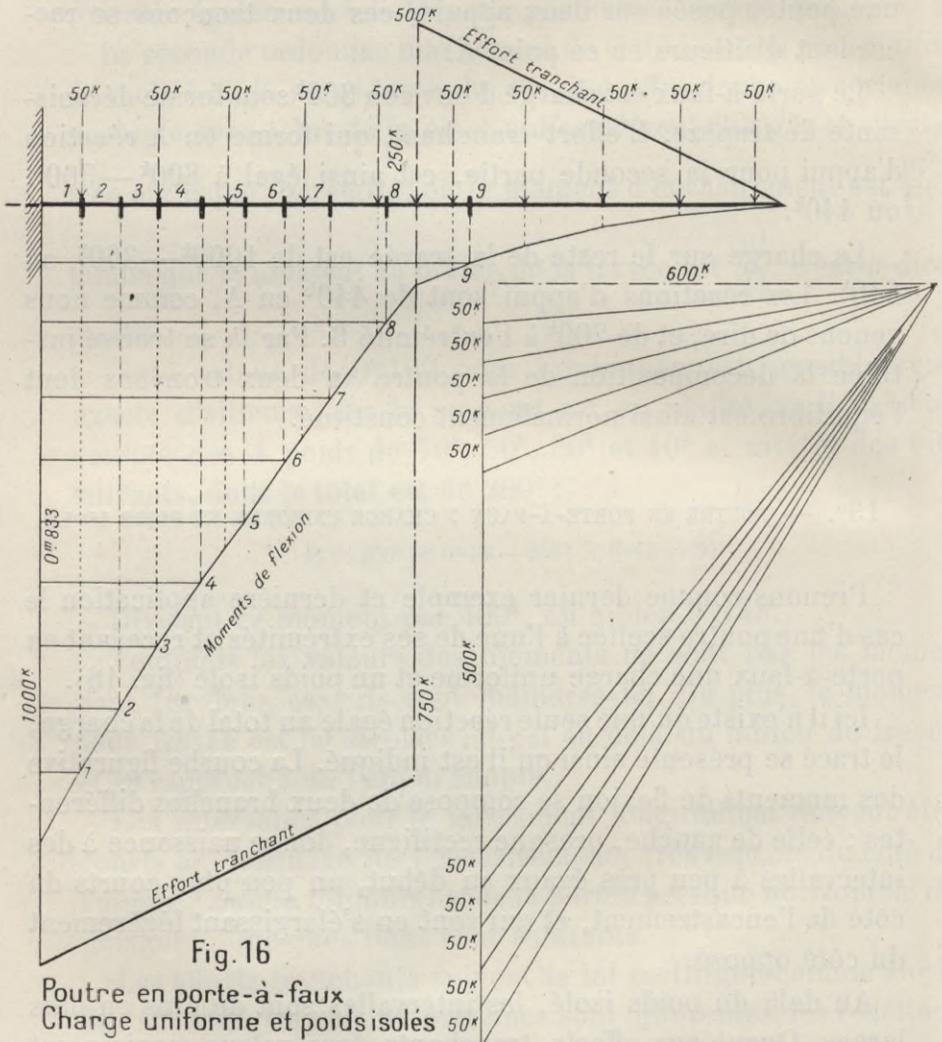


Fig. 16

Poutre en porte-à-faux  
Charge uniforme et poids isolés

arbitrairement choisie est de 600<sup>k</sup>; en conséquence l'ordonnée maxima doit être de  $\frac{500}{600}$ , ou 0<sup>m</sup>833.

Reprenant une fois de plus le calcul des efforts de glissement

longitudinal, on remarquera que, pour chaque intervalle, l'effort est de  $0^m0833 \times 600^k$ , soit  $50^k$  environ. Divisant par le taux adopté pour le travail du métal adopté sous ce genre de travail, on aura la section qu'il convient de donner aux ligatures transversales dans ce même intervalle.

Quant aux efforts tranchants, ils sont par décimètre de portée égaux à  $1000^k$ ,  $950^k$ ,  $900^k$ ... et  $750^k$ , pour la partie de gauche; de  $250^k$ ,  $200^k$ ..., pour la partie de droite. On divisera de même par le taux de travail adopté, et l'on aura la section de métal nécessaire par décimètre courant.

## II

### PROCÉDÉ DES TREILLIS ARTICULÉS

---

Il est un autre procédé graphique que l'on peut employer pour se rendre compte du rôle joué par les étriers, ligatures ou crémaillères destinés à combattre les effets du glissement. Il consiste à assimiler une poutre en béton armé à un système articulé en treillis où les armatures transversales remplacent les barres travaillant à la tension, tandis que le béton lui-même remplit l'office des barres de treillis qui travailleraient par compression.

Quels que soient les doutes que l'on conserve sur l'aptitude du béton à fournir une résistance de tension, il n'est pas contestable que l'on peut toujours compter sur sa résistance à la compression. Lors même qu'il viendrait à se produire des fissures dans la masse, elles ne réduiraient pas sensiblement cette résistance. Cette observation peut suffire à justifier ce nouveau mode d'interprétation adopté par beaucoup de constructeurs.

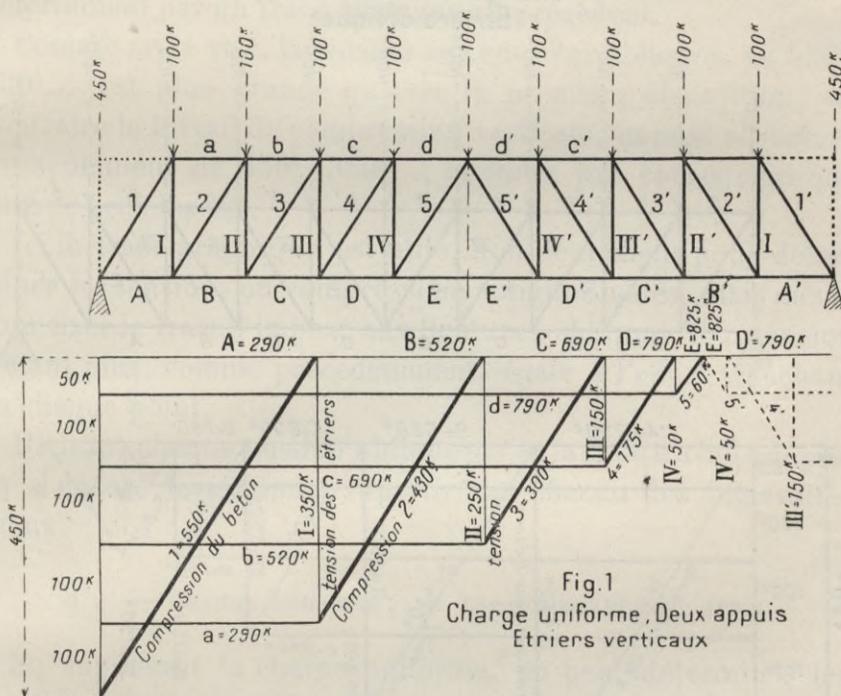
Il a, d'autre part, d'ailleurs, l'avantage de rendre très simple le calcul des ligatures transversales, comme le montreront quelques exemples d'application.

#### 1°. — CHARGE UNIFORME; DEUX APPUIS

Il suffit dans ce cas de tracer l'épure pour une demi-poutre (fig. 1), l'autre moitié reproduisant symétriquement les mêmes tensions et compressions.

Le mode de construction du tracé graphique est des plus simples : il suffit de mener des horizontales à chaque division des poids partiels, placés sur la verticale ; de mener les obliques parallèles aux barres 1, 2, 3... jusqu'à rencontre de l'horizontale supérieure, puis d'abaisser des verticales parallèles à I, II, III... jusqu'à chacune des horizontales successivement.

Dans ce premier système, les barres verticales travaillent



par tension ; les armatures transversales seront donc verticales et leur section, par décimètre courant, si la portée est comme ici l'unité, sera celle qu'on aurait donnée à la barre de treillis ordinaire.

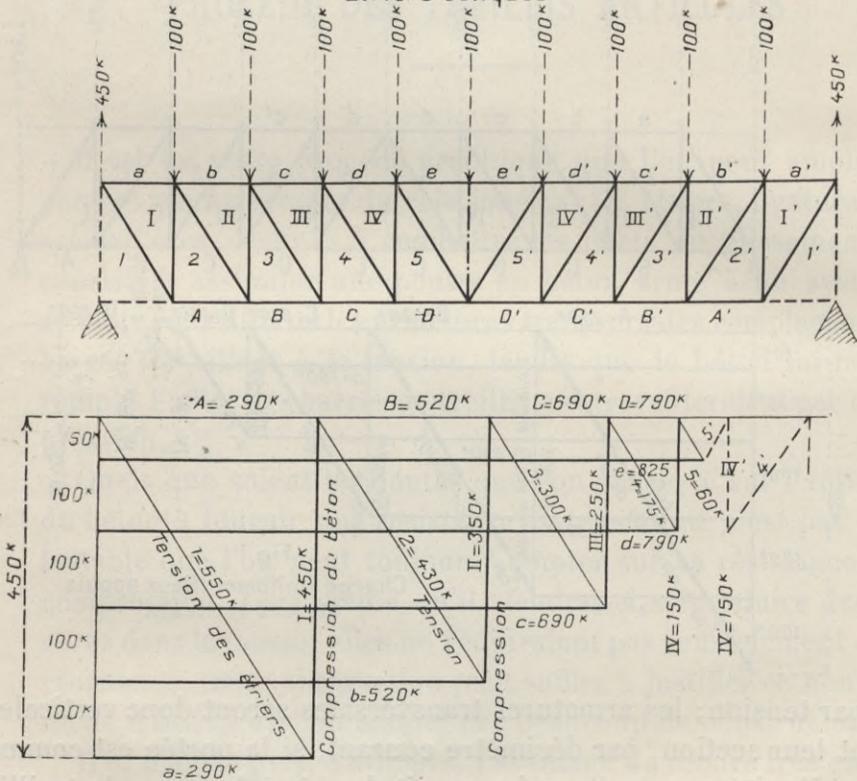
Il va de soi que, dans un béton armé, on a toute faculté de remplacer chacune de ces barres de treillis à sections variables, par un nombre variable d'étriers ou ligatures à section constante. Ce nombre sera proportionnel, pour chaque intervalle, à chacune des tensions indiquées par l'épure.

On devra remarquer que ces tensions sont simplement les

effortstranchantsuccessifs, de  $450^k$  d'abord ; puis de  $450^k - 100^k$ , ou  $350^k$  ; de  $350^k - 100^k$ , ou  $250^k$ , etc.

Quant aux compressions obliques, de  $550^k$ , de  $430^k$ , etc., on admet que la masse de béton prise entre les armatures verticales, fournira la résistance nécessaire.

Fig.2  
Charge uniforme, Deux appuis  
Etriers obliques



En fait, lorsqu'on admet ce mode d'interprétation, le tracé graphique n'est pas absolument indispensable, puisqu'on peut se rendre compte, par simple soustraction, de la valeur réelle des efforts tranchants qui sont aussi les tensions sur chacune des barres.

Le tracé est cependant utile en ce sens qu'il permet d'apprécier la valeur des tensions A, B, C, D... sur les barres métal-

liques, qui forment, à la partie inférieure, l'armature longitudinale; et les compressions  $a, b, c, d$  sur le béton de la partie supérieure.

## 2°. — CHARGE UNIFORME; DEUX APPUIS

Certains constructeurs préfèrent placer obliquement les armatures transversales (fig. 2); les conditions de travail se déterminent par un tracé analogue au précédent.

Comme on le voit, la tension sur ces liens obliques, de  $550^k, 430^k\dots$ , est plus grande qu'avec la première disposition; au contraire le travail de compression verticale, imposé au béton, est seulement de  $450^k, 350^k\dots$ , moindre par conséquent que dans le premier cas.

Ici le tracé graphique est utile, non seulement pour déterminer les tensions ou compressions longitudinales, mais même pour fixer le travail imposé aux ligatures obliques, leur tension n'étant plus, comme précédemment, égale à l'effort tranchant en chaque point.

Divisant chaque tension oblique par le taux de travail adopté, on a encore la section à répartir sur chacun des intervalles égaux.

## 3°. — CHARGE UNIFORME; UN ENCASTREMENT, UN APPUI

En supposant la charge uniforme, on peut déterminer les réactions par le procédé que nous avons indiqué. Le moment d'encastrement est égal à  $\frac{Pl}{8}$ , ou  $900^k \times \frac{1^m00}{8}$ , ou  $112$ . Divisant par la portée de  $1^m00$ , on voit que l'effort de soulèvement est de  $112^k$ ; ce qui donne  $450^k + 112^k$ , ou  $562^k$  d'un côté; et  $450^k - 112^k$ , ou  $338^k$  de l'autre (fig. 3).

Sur ces données on construit facilement l'épure ordinaire, dans laquelle il faut avoir soin de distinguer les tensions des compressions, surtout après le renversement que produit le changement de signe des flexions.

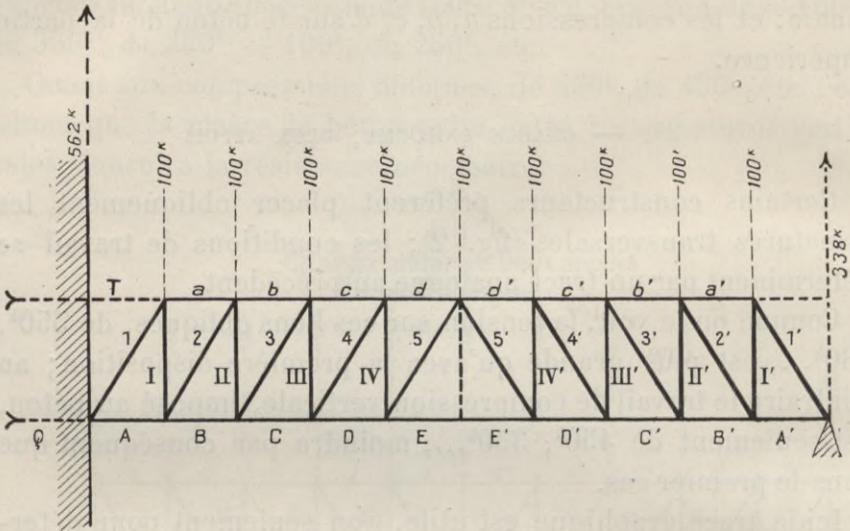
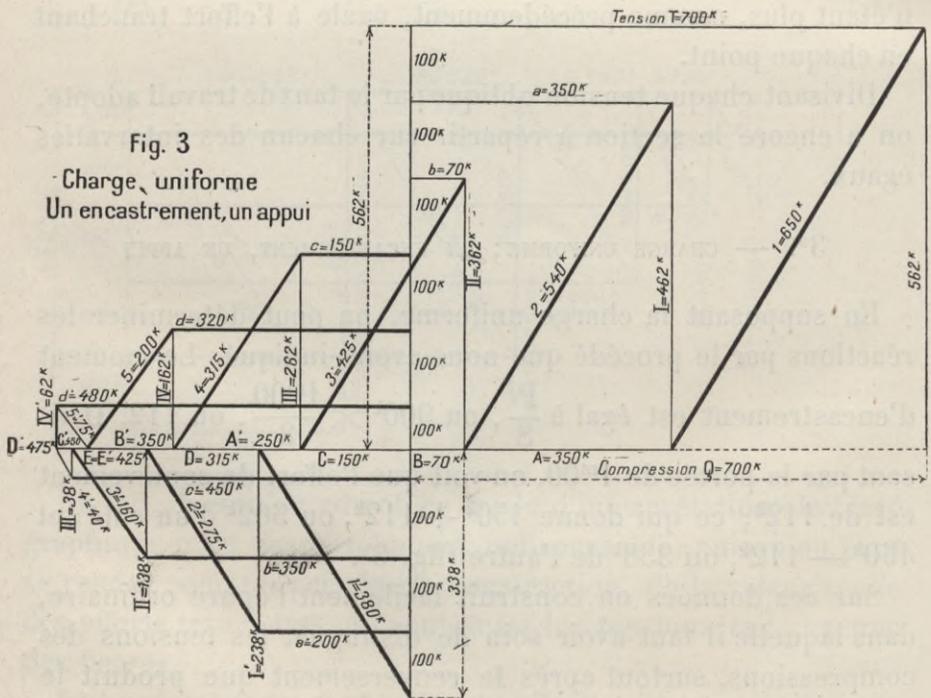


Fig. 3  
Charge, uniforme  
Un encastrement, un appui



A l'encastrement existent une tension  $T$  et une compression  $Q$  propres à produire cet encastrement; elles sont de valeurs égales. C'est d'ailleurs ce qu'indique le tracé géométrique.

Celui-ci s'établit par le même procédé que dans les cas précédents : les horizontales étant menées aux divisions de poids, toutes les obliques, soit  $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$ ..., soit  $1$ ,  $2$ ,  $3$ , sont prolongées jusqu'à l'horizontale passant au point qui divise les réactions de  $562^k$  et  $338^k$  et s'arrêtent à l'une des horizontales correspondant à ces obliques. Les verticales relient ces obliques les unes aux autres.

Ici encore il est facile de voir que, malgré l'intervention d'un encastrement, les tensions sur ligatures verticales restent égales aux efforts tranchants en chaque point.

Comme vérification on doit constater que la tension  $T$  et la compression  $Q$  correspondent bien au moment d'encastrement. Sous charge de  $900^k$ , celui-ci est égal, comme on vient de voir, à  $112$ ; la hauteur de la pièce étant de  $0^m16$ , la longueur de  $T$  ou de  $Q$  doit représenter  $\frac{112}{0.16}$ , ou  $700^k$ , ainsi qu'il est indiqué dans le tracé graphique.

#### 4°. — CHARGE DÉCROISSANTE EN PORTE-A-FAUX

Ce cas se présente, avons-nous dit, pour les murs de réservoirs ou de soutènement. Le tracé est le même (fig. 4) que sous la charge uniforme, avec cette seule différence que les poids partiels qui sont variables produisent de plus sensibles variations sur les efforts imposés aux diverses pièces de liaison.

L'effort de tension  $a$  et la projection de  $A$  et  $1$  réunis pour former compression totale, sont nécessairement égaux, et leur valeur doit être d'accord avec celle du moment d'encastrement.

Or le point d'application de la charge étant au  $\frac{1}{3}$  de la portée, ce moment est représenté par  $1000^k \times \frac{1^m00}{3}$ , soit  $333$ . Si la hauteur de la pièce est de  $0^m15$  à  $0^m16$ , la tension et la com-

pression fournies par l'épure doivent être égales à  $\frac{333}{0.165}$  par exemple, ou environ  $2020^k$  à  $2030^k$ .

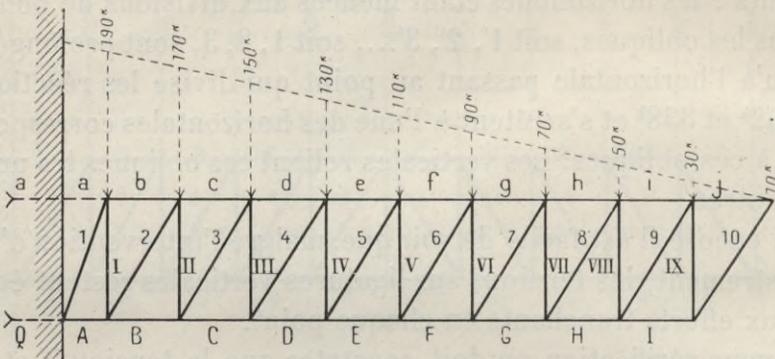
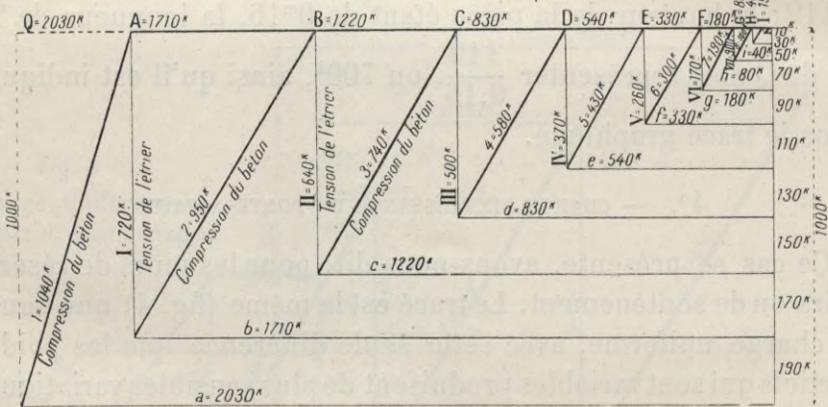


Fig 4  
Charge décroissante  
en porte-à-faux



5°. — CONSOLES D'ENCORBEMENT; CHARGE UNIFORME ET POIDS ISOLÉ

Le même procédé graphique permet de déterminer les efforts de tension sur les ligatures de ces sortes de pièces, en même temps que la compression oblique sur le béton intermédiaire; ainsi que la tension sur les barres longitudinales et la compression de béton dans le même sens longitudinal.

Comme on peut disposer les liens verticalement ou oblique-

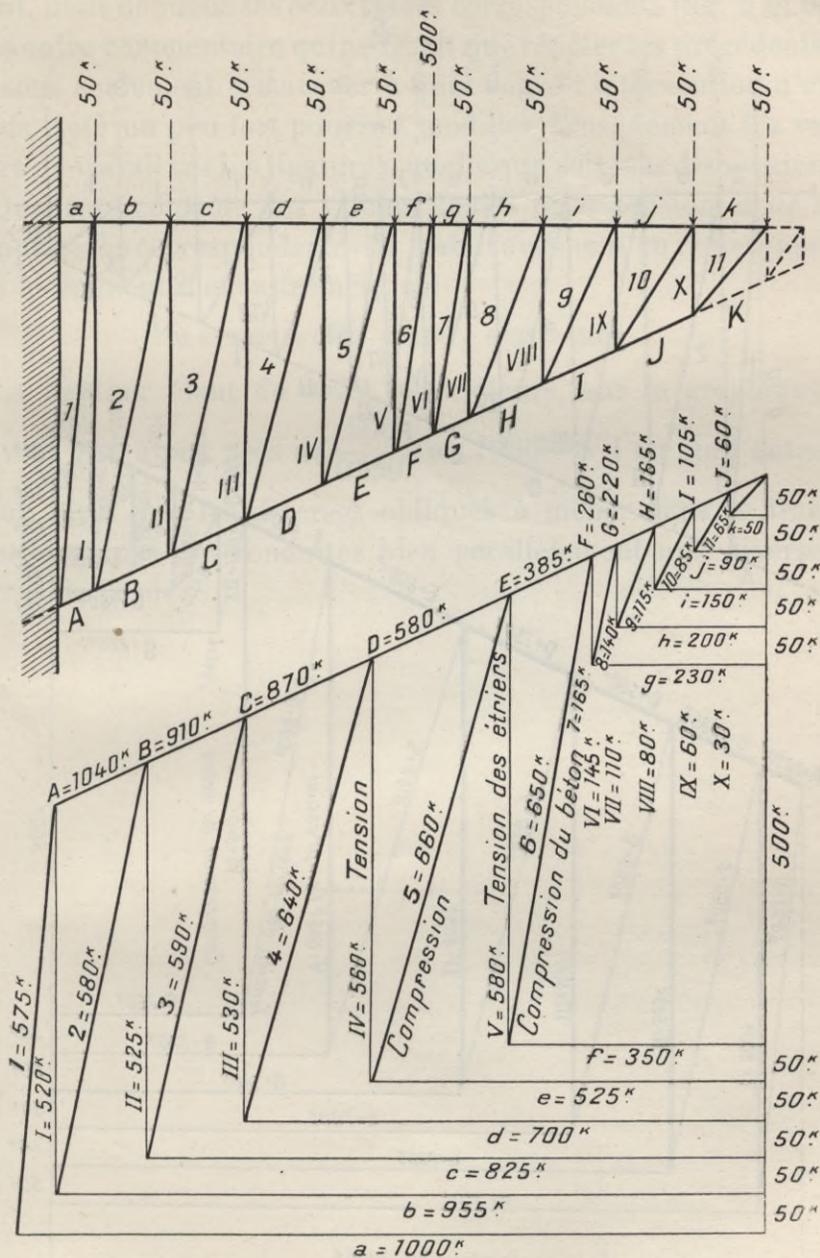


Fig. 5  
 Console d'encorbellement.  
 Charge uniforme et poids isolé

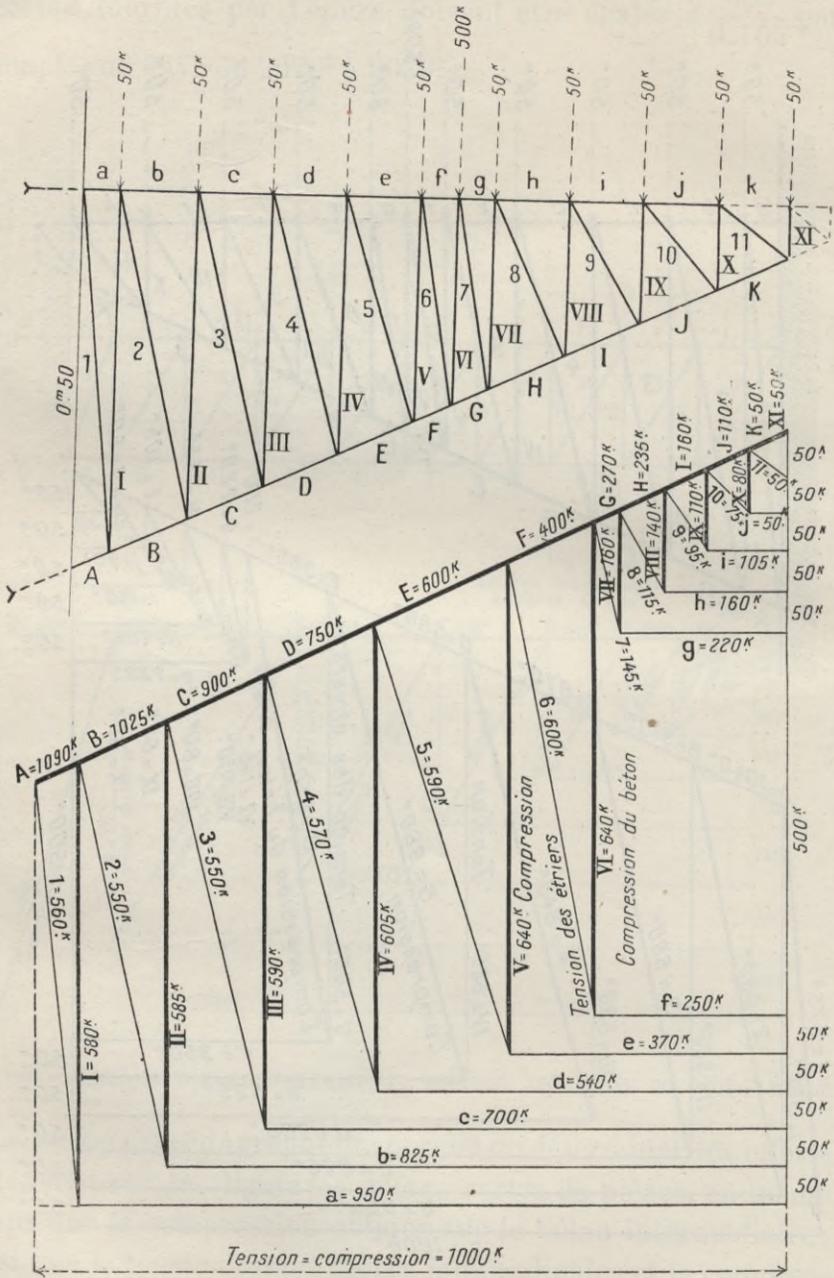


Fig. 6

Console d'encorbellement  
Charge uniforme et poids isolé

ment, nous donnons les deux tracés correspondants (fig. 5 et 6), sans autre commentaire qui ne ferait que répéter les précédents. Faisons seulement remarquer à quel degré l'intervention d'un poids isolé un peu fort pourrait modifier brusquement les valeurs de travail sur les ligatures, quelle que soit leur disposition.

Quant au contrôle des valeurs finales de  $a$  tension et de la compression correspondante, ils s'établissent aisément en remarquant que le moment d'encastrement est

$$M = 500^k \times 0^m50 + 500^k \times 0^m50 = 500.$$

La hauteur étant de  $0^m50$ , ces valeurs, sur le graphique, doivent être à peu près de  $\frac{500}{0^m50}$ , ou  $1000^k$ . S'il en était autrement, c'est que les diverses obliques à mener dans le tracé n'auraient pas été conduites bien parallèlement aux diverses barres de la pièce.

---



FABRICATION DU BÉTON ARMÉ  
PRÉPARATION ET MODE D'EMPLOI

# APPLICATIONS AUX DIVERSES CONSTRUCTIONS EN BÉTON ARMÉ

Préparé par des techniciens expérimentés, qui ont été devant tout autre, que les plus compliquées réalisées. Ils donnent notamment pour chaque l'importance des détails.

Les applications les plus répandues, les plus nouvelles, les plus difficiles que l'on puisse reproduire sont illustrées par des photos de détail des ouvrages, rédigé par M. K. Schmitt, ingénieur de la Construction pour la construction de ponts par l'Institut de Génie par l'armement armé. Elles contiennent un grand nombre de plans de construction qui ont été réalisés à l'aide de la méthode armée.

En l'application de béton pour les ouvrages, toujours les plus nombreuses habituelles :

1° Ponts de grande portée ;

2° Ponts de vallée ;

3° Garages de ciment ;

4° La méthode armée d'abord à des usages compliqués par



# I

## FABRICATION DU BÉTON ARMÉ

---

### PRÉCAUTIONS ET MODE D'EMPLOI

Ainsi que le font si justement remarquer les Instructions officielles, il ne faut pas se dissimuler que le succès à obtenir, par l'emploi du ciment armé, dépend en grande partie du soin, de l'habileté et de l'expérience acquise des ouvriers. Il y a là un « tour de main » sans lequel on risque fort des mécomptes. Plusieurs fois on a vu des essais pratiqués dans de grandes usines, par des services publics, qui n'ont donné tout d'abord que les plus médiocres résultats; ils avaient uniquement pour cause l'inexpérience des débuts.

Les indications les plus simples, les plus précises, les plus efficaces que l'on puisse reproduire sont assurément celles du cahier des charges, rédigé par M. Considère, membre de la Commission, pour la construction du pont sur l'Odet à Quimper, en ciment armé. Elles constituent un véritable guide pour les constructeurs qui veulent recourir à l'emploi du ciment armé.

La composition du béton, pour cet ouvrage, comporte les proportions habituelles :

0<sup>m</sup>3800 de gravier;

0<sup>m</sup>3400 de sable;

300 kilos de ciment.

Le mélange se fait d'abord à sec, aussi complètement que

possible ; lorsque la masse est bien homogène, l'eau est introduite peu à peu ; la manipulation est faite à la griffe ou au malaxeur mécanique jusqu'à mélange intime et complet.

Le béton fabriqué doit être transporté, dans un délai inférieur à 4 heures, et déposé par petites couches dans les coffrages en bois qui servent de moules pour la formation, sur place, des diverses pièces ; puis très fortement damé.

L'instruction ajoute :

Le gravier doit être exempt de sable, c'est-à-dire de grains ayant moins de 0<sup>m</sup>006. S'il en contient cependant, on peut l'employer, mais à la condition de diminuer, dans le mélange, la quantité de sable dans la proportion de sable que renferme le gravier.

Pour le gravier, la limite supérieure de la grosseur doit être de 0<sup>m</sup>027. Ce chiffre doit être considéré comme un maximum dans toutes les parties, telles que hourdis et nervures, où le béton est traversé par de nombreuses barres métalliques. On peut se montrer tolérant pour le béton des piles où l'armature métallique a peu d'importance. En général, pour toutes les parties où le pilonnage est rendu difficile par l'intervention du métal, par l'enchevêtrement des diverses pièces, il faut un gravier moins gros.

Dans ces mêmes parties, plus délicates à fabriquer, le béton doit être et rester très humide : il est nécessaire d'obtenir ainsi une complète adhérence entre le mortier et la surface du métal. Si l'on s'aperçoit d'une trop grande siccité, il faut verser un coulis de ciment sur les armatures.

« Au contraire, là où il n'y a pas d'armature, il y a intérêt à employer un béton assez raide pour bien supporter le coup de pilon et acquérir une grande compacité et, plus tard, une grande résistance. »

Nous ajouterons ici une petite observation personnelle : Lorsqu'on bat et pilonne, il faut avoir soin de ne pas trop faire refluer le ciment le plus liquide loin des barreaux qu'il s'agit d'enduire. C'est ce que produit parfois un battage trop grossier.

M. Considère joint une recommandation non moins importante. Lorsque l'on commence, dit-il, la partie inférieure d'une poutre, qui est habituellement très chargée en armatures métalliques, et où le ciment très humide est nécessaire, on ne tient pas toujours assez compte de l'intervention du coffrage en bois qui est généralement sec et happe l'eau.

A l'inverse, quand on arrive à la partie supérieure, l'eau accumulée, si l'on a marché trop vite, rend le béton trop fluide là où la poutre doit travailler par compression et a besoin d'une grande résistance. — Ceci correspond à peu près à ce que nous disions tout à l'heure.

La conclusion générale est donc celle-ci. Dans les parties travaillant à la compression, et dont il faut augmenter le plus possible la compacité : mortier et béton un peu plus sec et fort pilonnage; dans les parties qui travaillent par tension, et où le métal intervient par conséquent : béton humide et pilonnage plus délicat.

M. Considère ajoute encore que, dans les parties supérieures pour lesquelles convient un fort pilonnage, on n'est pas aussi gêné par le concours de nombreuses armatures longitudinales. Ceci n'est malheureusement pas toujours exact, depuis que, dans plusieurs des systèmes adoptés, on arrive peu à peu à mettre presque autant de métal en haut qu'en bas. Il faut compter de plus sur l'armature transversale, indispensable au hourdis, qui vient encore compliquer la structure.

Nous en concluons seulement que, si la partie inférieure des poutres exige les plus grands soins pour établir une parfaite adhérence entre béton et métal, la partie supérieure exige des soins peut-être différents, mais non moins attentifs pour obtenir une suffisante compacité.

Il va sans dire que le sable employé doit, de toute nécessité, être maigre, bien criant à la main et ne la tachant pas; il n'y faut tolérer aucun mélange terreux ou pulvérulent. S'il en contenait, il faudrait s'en débarrasser par un lavage à l'eau courante. De même pour le gravier.

En ce qui concerne les fers, on doit s'assurer qu'ils sont bien dressés ou courbés suivant les gabarits indiqués par les traits. Sans quoi, il faut les forcer pour les mettre en place, et l'élasticité même de la pièce intervient ensuite pour empêcher la fixation du béton. Eviter les courbures trop brusques qui dénaturent le métal.

La rouille adhérente n'est pas nuisible à l'adhérence ultérieure; mais il faut enlever toute rouille non adhérente, tout dépôt de terre à la surface.

Les matériaux étant ainsi choisis et préparés, l'exécution demande à son tour d'assez nombreuses précautions.

Les coffrages sont supposés assez rigides pour ne pas déformer peu à peu le béton, par flexion sous la charge, et doivent permettre le décintrement sans que le béton souffre de cette dernière opération.

Lorsqu'on y jette le béton à la pelle, surtout si on le lance en tas éboulant, les plus gros cailloux roulent aux bords qui demeurent ensuite trop maigres, tandis que le ciment s'accumule dans les parties centrales. Il faut donc ne verser le béton qu'avec précaution et veiller à ce que le mélange reste sensiblement uniforme partout.

Il faut que les fers mis en place ne soient pas dérangés, de côté et d'autre, par le pilonnage. Le résultat s'obtient assez facilement pour les barres droites. Encore y faut-il faire attention. Pour les pièces coudées, — et on les multiplie aujourd'hui, trop peut-être, — il faut créer de petits calages, en utilisant le coffrage lui-même.

Les étriers courbés ne resteraient que bien difficilement fixés en place, s'il n'arrivait fort heureusement qu'ils se scellent naturellement dans la masse de béton quand celle-ci commence à prendre une certaine épaisseur. A ce moment il faut refaire le pilonnage à l'entour des étriers pour bien assurer leur fixité définitive. Tout ceci implique la nécessité, au début, de caler les étriers pour empêcher qu'ils ne glissent et ne laissent des vides à l'entour des fers ronds que les étriers devraient embrasser.

Le pilonnage doit se faire même entre les branches des étriers et sous les barres inclinées. On voit que tout ce travail est délicat et ne peut être laissé à des mains trop inexpérimentées, car la force du coup de pilon doit varier beaucoup suivant la consistance du béton, qui varie elle-même suivant la proportion d'eau.

Une des plus grosses difficultés à vaincre est celle des raccords et reprises, notamment à la jonction du hourdis et de la nervure saillante. La cohésion du béton y est toujours moindre que dans les parties courantes. Il faut donc prendre les nouvelles précautions que voici :

Faire la reprise, non pas dans le plan du dessous du hourdis, si l'on a laissé subsister les angles vifs, mais à 0<sup>m</sup>020 au-dessous. On évite ainsi de faire coïncider une reprise avec un plan dangereux.

Au moment de commencer le hourdis, mouiller abondamment et longtemps la surface de béton déjà faite, balayer énergiquement pour enlever les corps étrangers et la laitance, laver à grande eau énergiquement lancée, en ayant soin de ménager à cette eau un rapide écoulement.

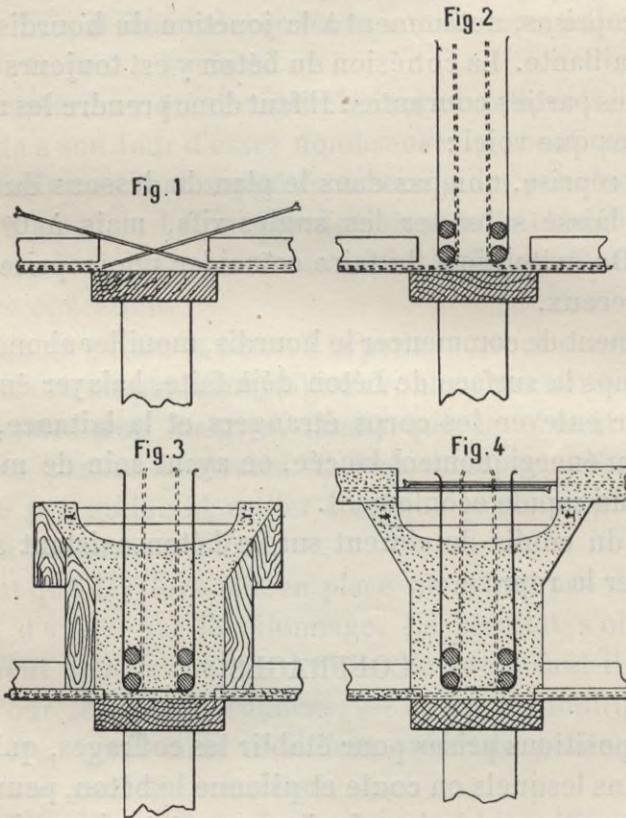
Verser du coulis de ciment sur le béton existant avant de commencer la reprise.

## COFFRAGES

Les dispositions prises pour établir les coffrages, qui sont les moules dans lesquels on coule et pilonne le béton, peuvent être assez différentes ; mais le principe en est toujours le même : établir sur poteaux de support une sorte de caisson épousant la forme qu'il convient de donner au béton, caisson que l'on peut monter par parties successivement, de manière à permettre l'introduction des barres de tension ou de répartition, ainsi que les ligatures nécessaires, tout en laissant au pilonnage la place nécessaire pour faire pénétrer très exactement le béton et le mortier dans les intervalles.

Les figures ci-contre indiquent les dispositions adoptées par M. Hennebique :

Sur la fig. 1 : le premier madrier reposant sur son support inférieur, et servant d'appui au plafond inférieur, lorsqu'il y a lieu ; ce hourdis léger reçoit son armature dont quelques fers dépassent pour assurer la liaison avec la nervure ;



Sur la fig. 2, sont déjà posées les barres de tension qui seront logées à la partie inférieure de cette nervure ;

Sur la fig. 3, les faces latérales du caisson sont mises en place, avec appendices continuant le profil des goussets qui relieront la nervure au hourdis supérieur ; dans la partie centrale est ménagée une sorte de cuvette qui permet, dès qu'on met en place les dalles de ce hourdis, de croiser les fers d'armature ;

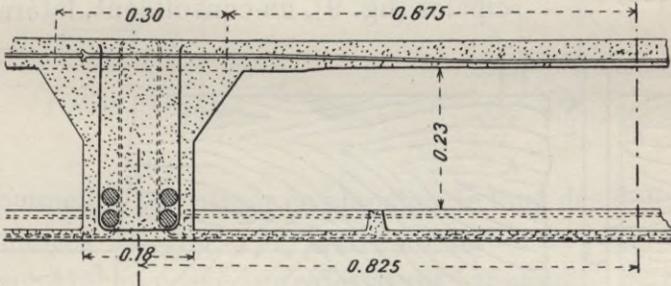
les étriers ont été posés verticalement et noyés dans le béton ;

Sur la fig. 4, la liaison des étriers et des barres supérieures est établie ;

Sur la fig. 5, tout l'ensemble est complété.

D'après l'étude publiée par M. Martinez, on procède aussi de la façon suivante ; nous la reproduisons telle qu'il la décrit, pour un plancher sur pilier en béton, qui comporte des poutres maîtresses à nervures ; des poutres dites secondaires qui sont

Fig. 5



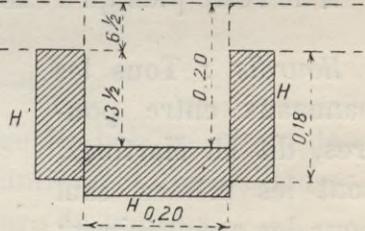
placées perpendiculairement aux premières ; enfin le hourdis-plancher.

*Poutre maîtresse :* Le moule se fait d'abord jusqu'à la naissance des poutres secondaires (fig. 6), moins l'épaisseur du fond du moule de celles-ci. Le fond H est mis à la longueur exacte depuis le gousset du pilier jusqu'au mur.

Les pièces latérales H'H' ont des hauteurs variables.

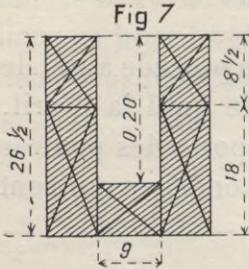
On pose alors la couche de fond en béton, les étriers et les barres ; on remplit en pilonnant par couches successives jusqu'à la hauteur des bois latéraux.

Fig. 6



*Poutres secondaires :* Pour former la nervure de ces poutres (fig. 7, 8) on prépare un moule composé d'un fond et de deux

joues et qui vient s'ajuster sur le premier caisson, ainsi que l'indique spécialement la fig. 8, ce fond reposant alors sur les joues du premier coffrage.



Le béton est posé dans ce second coffrage, avec les mêmes précautions que précédemment, ainsi que les fers d'armature.

*Achèvement des poutres maitresses :* On exhausse alors le coffrage des poutres principales (fig. 9), en consolidant, latéralement

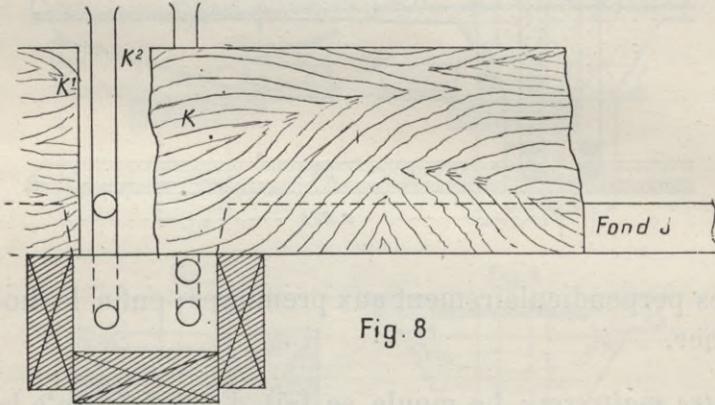


Fig. 8

et par-dessus, les joints des pièces.

Il ne reste plus qu'à exécuter le hourdis.

*Hourdis :* Tous les panneaux entre poutres, dit M. Martinez, sont les mêmes, sauf pour des cas spéciaux; on pourra donc employer les mêmes pièces de bois, formant trois ou quatre panneaux de rechange.

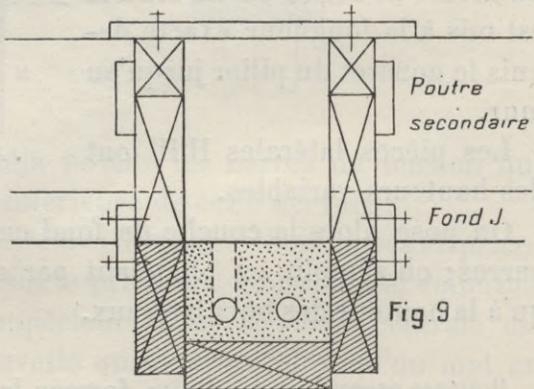


Fig. 9

Pour les établir, on fixe d'abord, le long des nervures de

poutres secondaires, deux pièces latérales qui serviront de support à des traverses O (fig. 10, 11), en ménageant au-dessus un espace libre où viendront se loger les madriers formant le plancher jointif sur lequel on coulera le béton du hourdis.

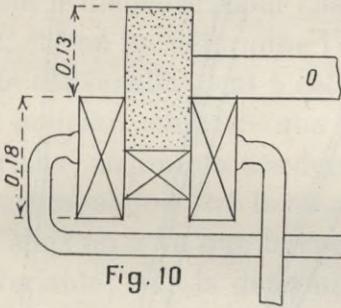


Fig. 10

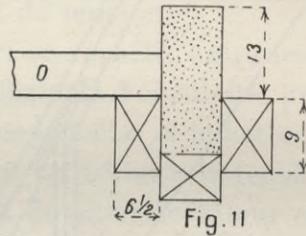


Fig. 11

« On commence par placer ce plancher le long des deux poutres secondaires PP' (fig. 12); arrivé au milieu du pilier en P<sup>2</sup>, on met une planche posée sur cales ayant les champs biaisés. »

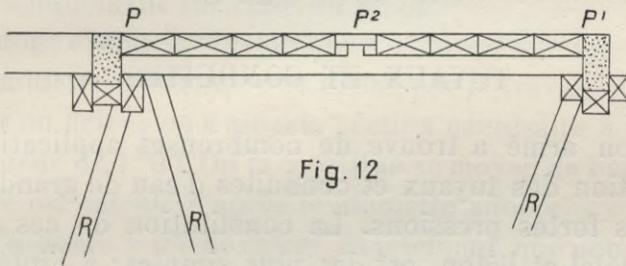


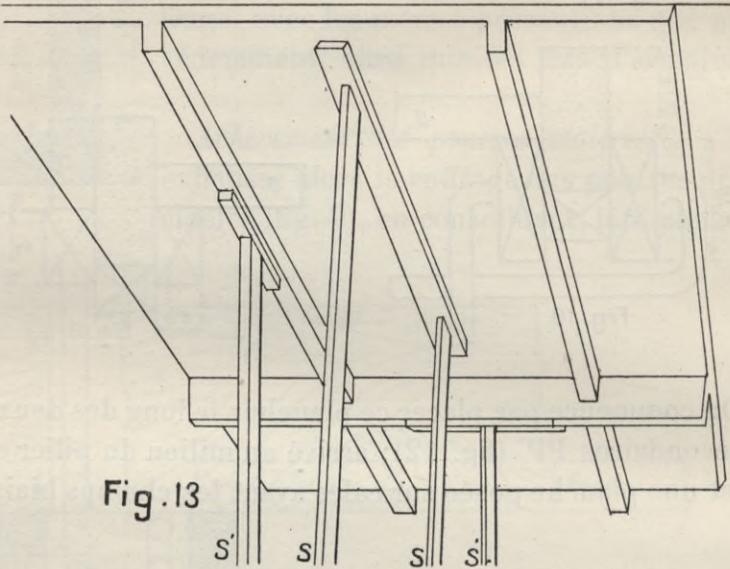
Fig. 12

Ceci a pour objet d'empêcher le coinçage des bois, résultant de l'humidité, qui pourrait gêner le décintrement, et d'ailleurs pourrait aussi déformer la face inférieure du hourdis.

Des étaçons R sont placés sous les supports horizontaux pour consolider ceux-ci qui doivent résister complètement au choc produit par le pilonnage et se maintenir absolument fixes.

Comme il importe de laisser au béton tout le temps nécessaire pour la prise complète, et comme, d'autre part, on est souvent obligé d'enlever le plus tôt possible les poteaux et étais

qui gênent la circulation sur le chantier, il est prudent de laisser subsister cependant quelques fourrures maintenues par poteaux en étaçons (fig. 13).



### TUYAUX ET CONDUITES

Le béton armé a trouvé de nombreuses applications pour la fabrication des tuyaux et conduites d'eau de grands diamètres, sous fortes pressions. La constitution de ces cylindres mixtes, métal et béton, est des plus simples ; à l'intérieur du béton cylindrique est logée une double armature : l'une composée de cercles métalliques juxtaposés ou, ce qui revient au même, de spirales continues ; l'autre de barres longitudinales formant génératrices.

Le calcul étant des plus simples, nous n'en parlerons pas longuement. Connaissant la hauteur de charge, c'est-à-dire la hauteur de la colonne d'eau qui engendre la pression, et sachant que celle-ci est le poids correspondant, c'est-à-dire la hauteur en mètres, multipliée par  $1000^k$ , on la multiplie par le diamètre.

On a ainsi la pression diamétrale par unité de longueur. Si

l'on veut évaluer en atmosphères, comme on le fait souvent, on se rappellera qu'une atmosphère correspond sensiblement à une hauteur d'eau de 10 mètres, soit encore  $10000^k$  par mètre carré.

Cette pression ainsi calculée s'applique aux deux parois qui limitent le diamètre; pour chacune de ces parois on divise donc par 2, et l'on en détermine l'épaisseur de manière à ce qu'elle résiste convenablement à cet effort de tension.

On pourrait admettre que l'effort se répartit entre les deux matériaux, au prorata des deux coefficients d'élasticité, puisque l'allongement doit être le même pour le métal et le béton adhérent. Mais on a vu que le coefficient du béton à la tension est très variable; que la détermination de sa vraie valeur est des plus incertaines. D'autre part, on sait également que des fissures peuvent toujours s'y produire; inconvénient très grave lorsqu'il s'agit de conduites qui doivent demeurer parfaitement étanches. Aussi a-t-on, dès l'origine, pris le parti de négliger complètement toute résistance à la tension du béton, et de compter uniquement sur celle du métal.

Ayant donc évalué la tension qui s'exercera sur une des deux parois, au mètre courant, on la divise par le travail attribué au métal, fer ou acier; on a ainsi la section nécessaire à loger sur une longueur de  $1^m00$ . On la constitue au moyen de barres, dont le nombre est calculé d'après le diamètre adopté.

C'est d'ailleurs le même calcul, exactement, que pour les conduites métalliques. Mais, pour celles-ci, on est obligé d'augmenter les sections ainsi calculées, dans une assez notable proportion, afin de compenser les détériorations que subit le métal à la longue, et de donner aux parois une résistance suffisante contre les chocs, les coups de bélier, etc.

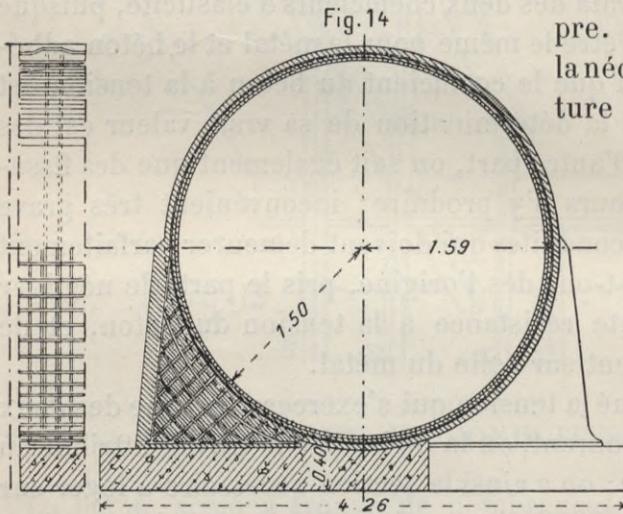
Les conduites en béton armé n'étant pas sujettes aux mêmes inconvénients, puisque le métal s'y conserve indéfiniment sans aucune altération, et puisque le béton donne à la paroi une épaisseur bien supérieure à celle qu'exigerait le seul métal, il se trouve finalement que le recours au béton armé reste écono-

mique. La fabrication en est d'ailleurs simplifiée, puisqu'elle supprime tout travail de cintrage et tout rivetage.

Les barres à placer longitudinalement ont aussi un rôle à remplir. Tout d'abord, on remarquera qu'entre deux cercles ou deux spires reste un intervalle où le béton est libre d'armature. Il n'en est pas moins soumis à de fortes pressions qui engendrent des efforts de flexion. Il est donc nécessaire que chaque bande de béton, appuyée sur deux cercles voisins, soit mise en état de résister à ce genre de travail, auquel le béton seul

n'est nullement propre. De là résulte déjà la nécessité d'une armature longitudinale.

Mais il est une autre cause qui intervient à son tour. Toute conduite a des parties courbées; or on établit facilement qu'il en résulte des tensions lon-



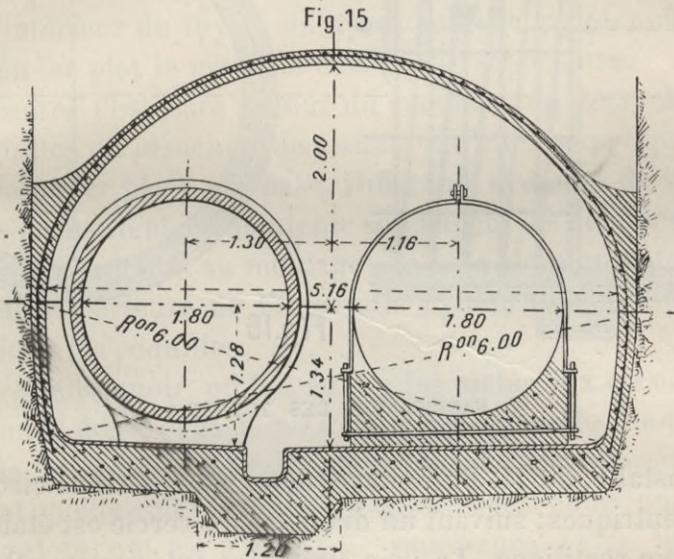
gitudinales, proportionnelles à la section du cylindre et à la pression intérieure; si des coups de bélier viennent à se produire, cette tension devient plus forte encore.

On en peut conclure que l'armature longitudinale, moins forte que la transversale, doit avoir une section qui serait à peu près moitié de l'autre, pour un même intervalle.

Pour montrer que, par ce procédé, l'on peut atteindre de très forts diamètres tout en conservant aux parois d'assez faibles épaisseurs, on pourrait citer de très nombreux exemples d'applications faites par les divers constructeurs; celles notamment de l'aqueduc d'Achères, construit par M. Coignet, et dont la fig. 14 indique la coupe, en même temps que celle du massif en

béton également armé qui, de distance en distance, donne à la conduite l'assiette nécessaire. Le diamètre est de 3<sup>m</sup>00.

Sur d'autres parties de la même conduite, les tuyaux dédoublés sont réunis sous une galerie de forme elliptique, construite en béton armé (fig. 15). Cette voûte, soumise à des efforts nor-



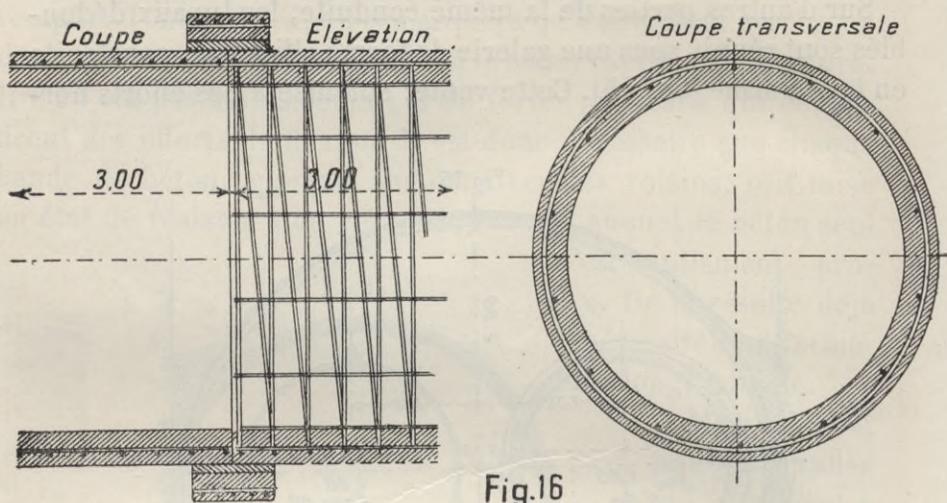
maux à sa surface est établie d'après un principe analogue à celui qui convient aux conduites; avec cette différence que la pression agit ici du dehors vers le dedans, et non plus du dedans vers le dehors comme dans les conduites.

Le type (fig. 16) de MM. Giros et Loucheur est établi au moyen de spirales, avec bagues de raccordement posées de distance en distance, et construites également en béton armé.

D'autres constructeurs, au lieu de fers ronds, emploient des barres en fers double T, en fers  $\square$  ou autres modèles qui, estiment-ils, assurent parfaitement l'adhérence du béton sur le métal.

De la description des travaux exécutés par M. Bordenave pour la canalisation importante de la ville de Bône en Algérie, nous

extrairons particulièrement ce qui est relatif à l'organisation des chantiers et au mode de fabrication.



FABRICATION DES TUYAUX

On installe, dit M. Bordenave, deux voies ferrées circulaires et concentriques; suivant un diamètre du cercle est établie une autre voie rectiligne. La voie circulaire extérieure a 2 mètres de largeur. Sur cette voie peut rouler, par l'intermédiaire de galets, l'appareil qui sert à la fabrication des tuyaux. Cet appareil comporte un plancher en madriers, servant à supporter les hommes qui exécuteront le moulage des tuyaux, ainsi que les divers instruments et les matériaux destinés à ce moulage. Dans le plancher est un évidement permettant de dégager le chariot d'avec le tuyau, une fois que celui-ci est moulé. Au-dessus de cet évidement est un pylône sur lequel repose un treuil destiné à manœuvrer le mandrin de moulage.

Le mandrin étant attaché au haut du pylône, on suspend au plancher les coquilles qui formeront avec le mandrin, quand elles seront fermées, l'espace annulaire où l'on coulera le tuyau, et qui, au début, sont ouvertes complètement. On place un cercle en fer qui reproduit en plan la couronne du tuyau et

dont le centre coïncide avec un trou percé au milieu de chacune des traverses de la voie ferrée ; sur le cercle, on pose verticalement l'ossature métallique dont nous indiquerons plus loin la fabrication ; on fait alors descendre le mandrin, serré à un diamètre plus petit que celui du tuyau, de façon que son axe pénètre par le trou de la traverse, puis on ouvre le mandrin de manière que son diamètre corresponde à celui qu'on veut donner à l'intérieur du tuyau, en ayant soin de maintenir par un cercle en fer plat le mandrin à sa partie supérieure.

On centre l'ossature autour du mandrin ; on décroche alors les coquilles du plancher, de manière qu'elles s'appliquent sur le cercle en fer placé à la base. Différents systèmes de vis et de verrous permettent de maintenir solidement les diverses parties de l'appareil servant au moulage ; on pose alors un entonnoir à la partie supérieure de l'intervalle cylindrique formé par le mandrin et les coquilles.

Par cet entonnoir, on fait couler les matériaux qu'on a précédemment dosés et gâchés. La coulée ne demande que quelques minutes, et la prise est également presque instantanée.

Avant qu'elle soit terminée, on enlève l'entonnoir, on détache la masselote, qui est à la partie supérieure, et on lisse à la truelle la partie dont on l'a détachée.

On desserre alors le mandrin pour le sortir et l'élever au-dessus du tuyau ; on desserre de même les coquilles, on les ouvre et on les accroche au bord de la plate-forme, dans sa partie échancrée.

Le tuyau ainsi fabriqué peut donc rester en place, tandis que le chariot va avancer pour servir, à côté, à fabriquer un nouveau tuyau, et ainsi de suite.

Les tuyaux se sèchent sur place ; quand le chariot a parcouru le cercle formé par la voie ferrée et est près de revenir à son point de départ, ce qui, d'après les dispositions prises, se produit au bout de deux ou trois jours (ce délai étant suffisant pour que les tuyaux aient séché complètement), on transporte les tuyaux sur la voie concentrique intérieure, au moyen d'une

grue qui peut se mouvoir sur cette voie. Cette grue est à deux poulies, sur lesquelles passent deux chaînes dont les crochets viennent saisir deux écharpes en corde, que l'on a placées autour du tuyau; en agissant, au moment voulu, sur les treuils qui commandent ces chaînes, on fait basculer le tuyau de manière à le coucher horizontalement; on le place alors sur un truc qu'on fait rouler sur la voie circulaire, jusqu'à ce qu'il atteigne le croisement de la voie rectiligne, par laquelle il est amené jusqu'au dépôt ou au lieu de pose.

Pour la fabrication des joints, on a recours à l'emploi de bagues, qui donnent

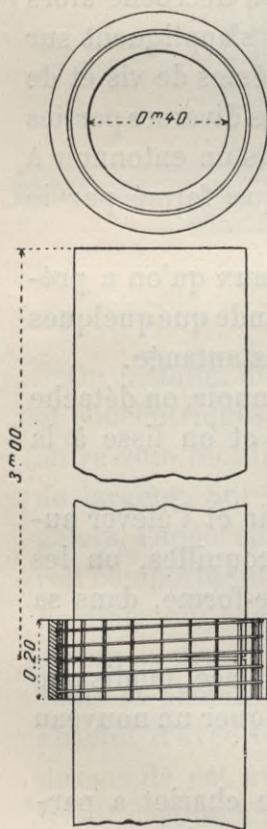


Fig. 17

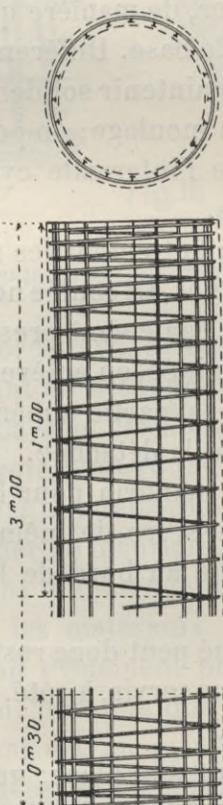


Fig. 18.

les meilleurs résultats et qui sont fabriquées d'une manière identique aux tuyaux eux-mêmes (fig. 17, 18).

*Fabrication de l'ossature métallique.* — Un chantier de fabrication comporte encore, entre autres appareils, un dévidoir et une cintreuse. Ces deux machines reçoivent successivement les fers en I et les cintrent de champ en hélices cylindriques du diamètre voulu. Les barres ainsi cintrées sont placées sur un mandrin extensible, fermé à un diamètre un peu inférieur à celui des spires, qu'on rouvre ensuite au diamètre voulu. Les spires sont alors espacées suivant les indications provenant du calcul des résistances et fixées provisoirement sur deux longérons diamétralement opposés au mandrin extensible. On renforce les deux extrémités du tuyau en rapprochant les spires qui y correspondent, puis on y introduit les barres longitudinales et on les relie aux spires suivant les génératrices par des ligatures définitives; on coupe les ligatures provisoires, on desserre le mandrin et on enlève l'ossature, qui est ensuite noyée dans le ciment, comme on l'a vu plus haut.

## CALCUL DES SECTIONS

Pour calculer l'espacement des barres en I de l'hélice cylindrique qui constituent le principal organe de l'ossature d'un tuyau, le constructeur a, dit-il, tout d'abord déterminé, par la formule générale suivante, l'épaisseur  $e$  d'un tuyau fictif en métal continu de même résistance que la barre en hélice qu'il lui substitue dans le tuyau considéré :

$$e = \frac{1033 \times n \times d}{2K},$$

formule dans laquelle :

$e$  = épaisseur du tuyau fictif, exprimée en centimètres ;

$n$  = pression en atmosphères ;

$d$  = diamètre intérieur du tuyau, exprimé en centimètres ;

$K$  = nombre de kilogrammes auquel l'acier doit travailler par centimètre carré.

L'épaisseur  $e$  étant connue, on a ensuite réparti le métal du

tuyau fictif continu sur un certain nombre de spires en acier en I d'une section donnée et dont il ne restait qu'à déterminer l'espacement.

D'après ce qui précède, cet espacement  $E$ , multiplié par l'épaisseur  $e$  du tuyau fictif donnant la section  $s$  connue d'avance, on a :

$$E \times e = s;$$

d'où :

$$E = \frac{s}{e}.$$

Nous reproduisons ci-après l'application de ces formules aux calculs des espacements des spires en I de 12<sup>mm</sup> de hauteur,

de 0<sup>m</sup>200002688 de section et pesant 0<sup>k</sup>212 par mètre linéaire, dont le croquis ci-contre (fig. 19) a été

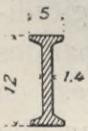
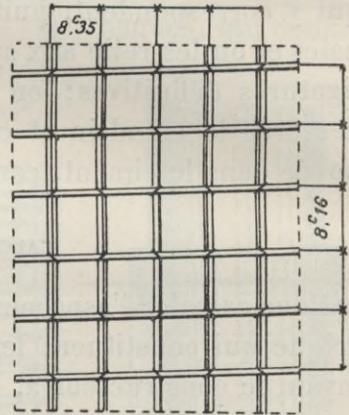


Fig. 19.

adopté pour la confection de tuyaux de 0<sup>m</sup>600, de

diamètre employés à Bône, aux pressions de 15<sup>m</sup>00 et 25<sup>m</sup>00.



1°. — Pour la pression de 15<sup>m</sup>00, l'épaisseur du tuyau est de 40<sup>mm</sup>, ce qui conduit à un diamètre intérieur de spire de 0<sup>m</sup>638.

Avec ces éléments, on obtient :

$$e = \frac{1.033 \times 1.5 \times 63.8}{2 \times 1500} = 0.03295$$

et

$$E = \frac{0.2688}{0.03295} = 8.138,$$



Fig. 20

espacement qui donne la disposition, représentée figure 20, d'un fragment d'ossature pris dans la partie moyenne du tuyau.

2°. — Pour la pression de 20<sup>m</sup>00, l'épaisseur du tuyau est également de 40<sup>mm</sup>, ce qui conduit à un diamètre intérieur de spire de 0<sup>m</sup>638.

Avec ces éléments, on obtient :

$$e = \frac{1.033 \times 2 \times 63.8}{2 \times 1500} = 0^{\text{cm}}04394$$

et

$$E = \frac{0.2688}{0.04394} = 6^{\text{cm}}117,$$

espacement qui donne la disposition représentée figure 21.

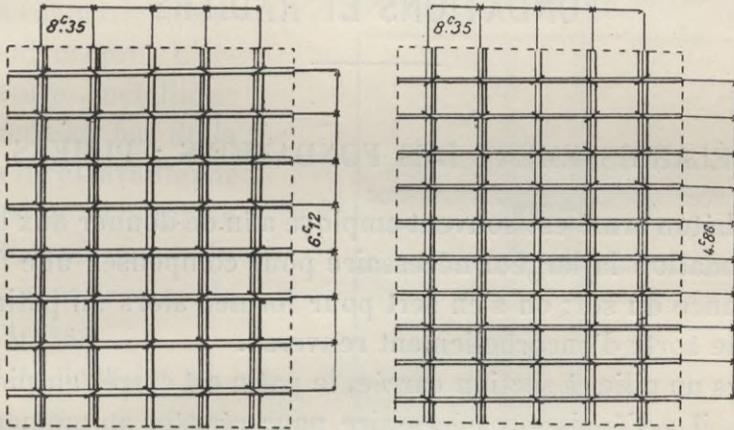


Fig. 21

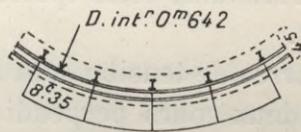


Fig. 22

3°. — Pour la pression de 25<sup>m</sup>00, l'épaisseur du tuyau est augmentée de 5<sup>mm</sup> ; elle est donc de 45<sup>mm</sup> et le diamètre intérieur de la spire devient 0<sup>m</sup>642 ; on a alors :

$$e = \frac{1.033 \times 2.5 \times 64.2}{2 \times 1500} = 0^{\text{cm}}05527$$

et

$$E = \frac{0.2688}{0.05527} = 4^{\text{cm}}860,$$

espacement qui donne la disposition représentée figure 22.

## II

# FONDATIONS ET RADIERS

---

### ÉLARGISSEMENT DES FONDATIONS : PILIERS

Le béton armé est souvent employé afin de donner aux bases de fondation la largeur nécessaire pour compenser une faible résistance du sol ; on s'en sert pour former alors un patin qui est une sorte d'encorbellement renversé.

Sous un pilier à section carrée, le patin est carré ; au pied du pilier, il a l'épaisseur nécessaire pour résister au moment de flexion maximum ; cette épaisseur peut aller en diminuant vers les bords.

Les barres de tension sont logées à la partie inférieure et forment deux cours perpendiculaires l'un à l'autre ; on peut loger, dans la partie supérieure de cette sorte de hourdis, une seconde armature moins importante. Des étriers ou ligatures sont placés verticalement de distance en distance. Enfin des barres de répartition viennent croiser les premières ; non seulement elles peuvent servir d'attache aux étriers, mais elles sont particulièrement utiles, dans le cas actuel, pour compenser au besoin, les inégalités de résistance du sol.

Ces sortes de patins ainsi constitués ont la forme d'un tronc de pyramide ; on peut les alléger en plaçant une sorte de nervure armée (fig. 1) qui sert à raidir le patin. Mais il ne s'ensuit nullement que le patin soit ainsi converti en hourdis à nervure.

Le hourdis à nervure, qui constitue la disposition la plus avantageuse dans l'emploi du béton et le rend particulièrement économique, comprend un hourdis formant les larges ailes du T qui travaille par compression; à quoi le béton est particulièrement propre. L'armature métallique placée au bas de la nervure travaille par tension et supplée à l'insuffisance du béton pour ce mode de travail.

Or, dans les patins de fondation, la flexion est produite par la sous-

pression du sol; il s'ensuit qu'ici le hourdis travaillerait par tension, et la nervure seule travaillerait à la compression; disposition qui serait loin d'avoir les avantages de la première, vu la faible section de la nervure.

Quelquefois, on constitue même, au centre du patin (fig. 2) une véritable poutre à section rectangulaire; ceci se fait principalement pour les murs continus dont on doit élargir la base pour

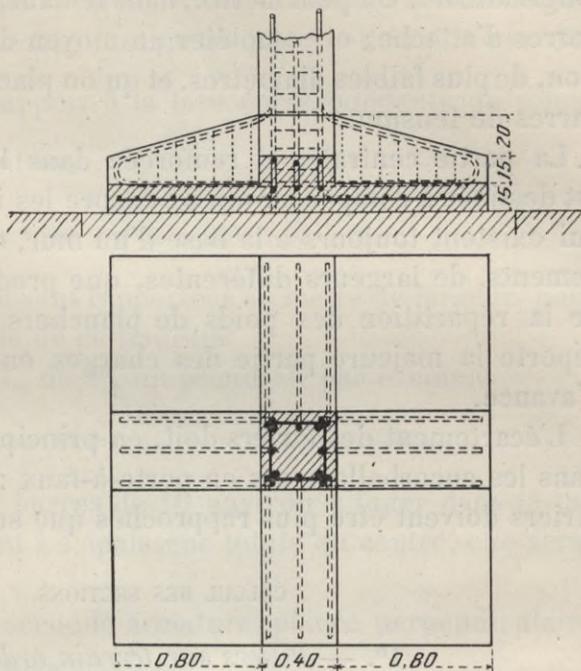


Fig. 1.

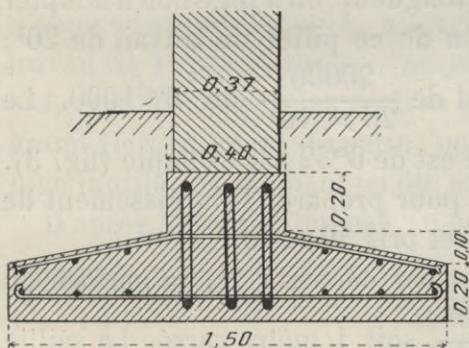


Fig. 2.

obtenir une fondation suffisante.

En ce cas on n'a besoin que d'un seul cours de barres de tension, qu'on place transversalement au mur, sans armature longitudinale. On peut mettre, dans le haut, un second cours de barres d'attache; et compléter au moyen de barres de répartition, de plus faibles diamètres, et qu'on place parallèlement aux barres de tension.

La partie centrale, et renforcée dans l'exemple ci-contre, est destinée à compenser mieux encore les inégalités de charge qui existent toujours à la base d'un mur, et résultent des évidements, de largeurs différentes, que produisent les baies, et de la répartition des poids de planchers qui, fréquemment, reporte la majeure partie des charges en des points choisis d'avance.

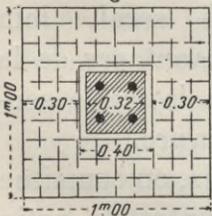
L'écartement des étriers doit, en principe, être le même que dans les encorbellements en porte-à-faux : près du centre, les étriers doivent être plus rapprochés que sur les bords.

#### CALCUL DES SECTIONS

##### 1°. — *Piliers sur terrain ordinaire*

Soit un pilier carré portant une charge de  $20.000^k$ ; le sol, de qualité moyenne, peut travailler à raison de  $2^k$  par centimètre carré.

fig.3



D'après sa longueur, on a jugé bon d'adopter pour le béton de ce pilier un travail de  $20^k$ ; sa section est de  $\frac{20000}{20 \times 10^4}$ , ou  $0^m21000$ . Le côté du carré est de  $0^m32$  par exemple (fig. 3).

A la base, pour préparer l'élargissement de fondation, on a élargi un peu et pris  $40 \times 40$ .

Le travail du sol ne devant pas dépasser  $2^k$ , la surface du patin doit être égale à  $\frac{20000^k}{2 \times 10^4}$ , soit 1 mètre carré. La saillie

du patin, sur chacun des 4 côtés, est de  $\frac{1^m00 - 0^m40}{2}$ , ou  $0^m30$ .

Voyons à fixer en conséquence le moment maximum de flexion qui se produit sous la base du pilier même. Sous une bande extérieure, de  $1^m00 \times 0^m30$ , la sous-pression est de  $6000^k$ , à raison de  $2^k$  par centimètre carré; elle agit à une distance de  $\frac{0^m30}{2}$  par rapport à la face correspondante du pilier.

La valeur du moment est

$$M = 6000^k \times 0^m15 = 900; \quad \sqrt{M} = 30.$$

Ces valeurs se trouvent rapportées au mètre de largeur, puisque telle est ici celle de ce hourdis.

Avec  $R_c$  de  $30^k$ ,  $R_m$  de  $8^k$ , on prendrait par exemple :

$$h = 0.0052 \times 30 = 0^m16; \quad \omega = 26.3 \times 30 = 789,$$

ce qui exigerait 10 barres de 10 environ à loger dans la largeur du patin. Quant à l'épaisseur totale au centre, elle serait d'environ  $0^m20$ .

Bien entendu, la seconde armature, placée perpendiculairement, aurait les mêmes sections.

## 2°. — Piliers sur mauvais sol

Le même pilier, également chargé, repose sur un terrain d'assez médiocre qualité, auquel on ne doit faire subir qu'un travail de  $1^k$  par centimètre carré.

Le pilier conserve sa section de  $32 \times 32$ ; en vue d'un plus grand élargissement du patin, on ménage la transition, si on la juge inutile, en donnant ici  $60 \times 60$  à la base.

D'après le travail imposé au sol, la surface du patin sera de  $\frac{20000^k}{1 \times 10^4}$ , ou 2 mètres carrés; le côté du carré est  $1^m42$ . La saillie est égale à  $\frac{1^m42 - 0^m60}{2}$ , ou  $0^m41$  (fig. 4).

Sur une bande de hourdis large de  $1^m00$ , la sous-pression est

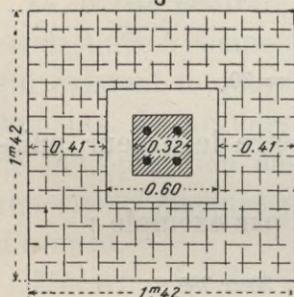
de  $1^{\text{m}}00 \times 0^{\text{m}}41 \times 1^{\text{k}} \times 10^4$ , soit  $4100^{\text{k}}$ . Le moment maximum de flexion est

$$M = 4100^{\text{k}} \times \frac{0^{\text{m}}41}{2} = 840; \quad \sqrt{M} = 29.$$

On en déduit, dans les mêmes conditions de travail :

Fig. 4

$$h = 0.0032 \times 29 = 0^{\text{m}}15; \quad \omega = 26.3 \times 29 = 763,$$



ce qui comporte, par exemple, 10 barres de 10 au mètre; soit 14 barres de ce même diamètre sur la largeur de  $1^{\text{m}}42$ ; et autant dans le sens perpendiculaire. Quant à l'épaisseur centrale, elle serait de  $0^{\text{m}}18$  à  $0^{\text{m}}20$ .

Avec les dispositions adoptées dans ce second cas, et tout en conservant les mêmes conditions de travail, la section du béton et celle du métal restent les mêmes que dans le premier cas.

#### MUR CONTINU

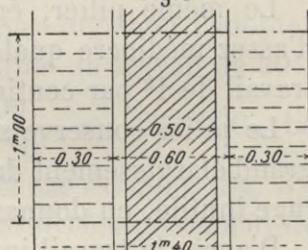
##### 1°. — Sur sol ordinaire

Supposons un mur chargé à raison de  $21000^{\text{k}}$  par mètre courant, pour maçonnerie, planchers, toitures, surcharges accidentelles, etc. Le sol ne doit travailler, en raison de sa qualité un peu inférieure, qu'à raison de  $1^{\text{k}}5$  par centimètre carré. On a donné à la base du mur une largeur de  $0^{\text{m}}60$  (fig. 5).

La surface du patin, au mètre courant, doit être de  $\frac{21000^{\text{k}}}{1.5 \times 10^4}$ , soit  $1^{\text{m}}40$ . La saillie extérieure est de  $\frac{1^{\text{m}}40 - 0^{\text{m}}60}{2}$ , ou  $0^{\text{m}}40$ . Le moment de flexion est

$$M = 1^{\text{m}}00 \times 0^{\text{m}}40 \times 1^{\text{k}}5 \times 10^4 \times \frac{0^{\text{m}}40}{2} = 1200; \quad \sqrt{M} = 34.$$

Fig. 5



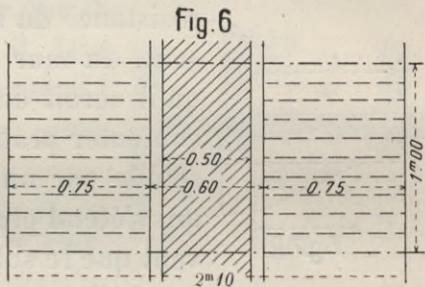
On prendrait par exemple :

$$h = 0.0032 \times 34 = 0^m18; \quad \omega = 26.3 \times 34 = 894\text{mm}^2,$$

soit 10 barres de 11 à placer transversalement par mètre courant. L'épaisseur centrale serait de 0<sup>m</sup>19 à 0<sup>m</sup>20.

2°. — *Sur mauvais sol*

Avec un terrain d'assez mauvaise qualité, ne travaillant qu'à 1<sup>k</sup>, la surface du patin par mètre courant serait de  $\frac{21000^k}{10000}$ , ou 2<sup>m</sup>10 (fig. 6); gardant 0<sup>m</sup>60 à la base du mur, la saillie est de 0<sup>m</sup>75. En conséquence le moment maximum est



$$M = 7500^k \times \frac{0^m75}{2} \times 1^k \times 10^l \times \frac{0^m75}{2} = 2612; \quad \sqrt{M} = 51.$$

On prendrait

$$h = 0.0032 \times 51 = 0^m27; \quad \omega = 26.3 \times 51 = 1341,$$

ce qui exigerait 10 barres de 13 au mètre courant. L'épaisseur centrale serait d'environ 0<sup>m</sup>30.

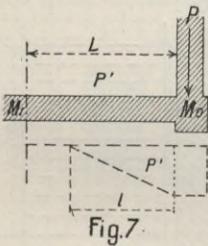
RADIER DE FONDATION

Lorsque le terrain est de mauvaise qualité, ou lorsqu'on est exposé à des sous-pressions provenant des eaux d'infiltration, on a souvent recours au radier général.

Ce radier peut être considéré comme encasturé à chaque extrémité sous la base des murs. Comme il s'agit habituellement d'un radier qui n'est qu'un hourdis simple, on peut admettre la réalisation effective de cet encastrement, sans s'exposer aux difficultés que nous avons signalées pour les hourdis à nervures. Avec le hourdis simple, ou avec les sections rectangulaires en

général, que l'on renforcé d'une double armature, haut et bas, la symétrie permet d'admettre que la pièce travaille de la même manière à la flexion et à la contre-flexion qu'exigent les encastremets.

Si  $P$  est le poids du mur, une partie de ce poids est portée directement par la base placée directement sous le mur; le surplus  $P'$  incombe au radier (fig. 7) dont la demi-largeur est  $L$ . La



résistance du sol sous le radier va en décroissant, du mur vers le centre, suivant une loi qu'il serait difficile de préciser. On peut se contenter pratiquement de la supposer représentée par un simple triangle de longueur  $l$ , qui s'étend plus ou moins vers le centre, suivant que le sol est moins ou plus résistant.

En tenant compte de l'encastrement, on établirait facilement par une double intégration où les constantes sont déterminées par la condition de raccordement entre la partie centrale libre et la partie latérale chargée, que l'expression des moments de flexion :  $M_0$  à l'encastrement,  $M_1$  au milieu du radier est

$$M_0 = \frac{P'l}{6L} \times \left(2L - \frac{l}{3}\right); \quad \text{et } M_1 = -\frac{P'l}{3}.$$

Lorsque, le terrain cédant facilement,  $l$  devient égal à  $L$ , on a plus simplement :

$$M_0 = \frac{5PL}{18}; \quad \text{et } M_1 = -\frac{PL}{18}.$$

Nous allons montrer l'usage qu'on peut faire de ces formules.

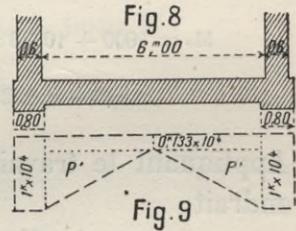
#### RADIER SUR MAUVAIS SOL

Le mur a 0<sup>m</sup>60 à la base sur fondation; au-dessous, la largeur est de 0<sup>m</sup>80 dans le radier. Le terrain doit travailler à raison de 1<sup>k</sup> seulement (fig. 8). La largeur de radier entre nous est de 6<sup>m</sup>00.

Sur les 0<sup>m</sup>80 de base sous fondation, la réaction du sol est de 0<sup>m</sup>80 × 1<sup>k</sup> × 10<sup>4</sup>, ou 8000<sup>k</sup> par mètre courant. Si le poids du mur est de 25000<sup>k</sup> par exemple, la valeur de P' est la différence, soit 17000<sup>k</sup>.

Dans le triangle qui représenterait les sous-pressions, c'est-à-dire les réactions du sol, la grande ordonnée contre la base du mur serait de 1<sup>k</sup> × 10<sup>k</sup>. Pour que la réaction totale équilibre P', il faut d'abord remarquer qu'ici la longueur l serait plus grande que L; car, pour l'égalité, il faudrait

$$\frac{l \times 1^k \times 10^4}{2} = P' = 17000^k; \quad l = \frac{34000}{10^4} = 3^m40,$$



chiffre supérieur à 3<sup>m</sup>00; il faut ensuite remarquer que la réaction qui doit équilibrer P' est alors un trapèze, dont l'ordonnée centrale se détermine par

$$\frac{l \times (1^k + x) \times 10^4}{2} = 17000^k; \quad x = \frac{34000}{3^m \times 10^4} - 1 = 0^k133.$$

Avec cette donnée on pourra établir les valeurs des deux moments, en remarquant que la sous-pression comprend : une charge uniforme de 0<sup>k</sup>133 par centimètre carré, sur toute la portée de 6<sup>m</sup>00; deux charges triangulaires aboutissant au centre, avec l égal par conséquent à L.

1°. — Sous charge uniforme on a par mètre courant de radier :

$$M_0 = 0^k133 \times 10^4 \times 6^m00 \times \frac{6^m00}{12} = 4000$$

$$M_1 = - 2000.$$

2°. — Sous la charge triangulaire, la charge P' à considérer, après intervention de la charge uniforme ci-dessus, n'est plus en réalité que

$$P' = 17000^k - 3^m00 \times 0^k133 \times 10^4 = 17000^k - 4000^k = 13000^k.$$

D'où, d'après les formules applicables au cas actuel :

$$M_0 = \frac{13000^k \times 5 \times 3^{m00}}{18} = 10833;$$

$$M_1 = - \frac{13000^k \times 3^{m00}}{18} = - 2167.$$

Les moments sont au total :

$$M_0 = 4000 + 10833 = 14833; \quad M_1 = - 2000 - 2167 = - 4167;$$

$$\sqrt{M_0} = 122;$$

$$\sqrt{M_1} = 64.$$

Appliquant le travail de  $30^k$  au béton, de  $8^k$  au métal, on prendrait

$$h = 0.0052 \times 122 = 0^m63; \quad \omega = 26.3 \times 122 = 3210^{mm^2},$$

soit 10 barres transversales par mètre courant.

Si l'on voulait diminuer l'épaisseur dans la partie centrale, ce que l'on fait parfois pour faciliter l'écoulement des eaux, on pourrait, en principe, descendre jusqu'à moitié environ pour l'une et l'autre sections, puisque le facteur 122 est, avec  $M_1$ , remplacé par 63.

#### RADIER AVEC SOUS-PRESSION D'EAU

Supposons les mêmes murs; mais le terrain perméable oblige à compter avec une plus forte hauteur d'eau, pouvant s'élever à  $3^{m00}$  dans certains cas. La sous-pression hydraulique est ainsi de  $3000^k$  par mètre carré; soit  $18000^k$  sous le radier, par mètre courant.

Si la résistance du sol sur laquelle on compte en cas d'infiltrations, est encore de  $1^k$ , il y a encore sous la base même de fondation du mur une réaction du sol égale à  $8000^k$  comme précédemment; mais il s'y ajoute la sous-pression d'eau qui, par mètre courant, est de  $0^m80 \times 3000^k$ , ou  $2400^k$ . Réaction totale :  $10400^k$ .

Il reste pour le radier :  $25000^k - 10400^k$ , soit  $14600^k$ , au lieu de  $17000^k$  que l'on trouvait dans le premier cas.

Cette fois la longueur  $l$  se détermine par

$$\frac{l \times 1^k \times 10^4}{2} = 14600^k; \quad l = 2^m92,$$

au lieu de  $3^m40$ ;  $l$  est plus petit que  $L$ .

Il convient alors d'appliquer les premières formules et non celles du cas particulier où  $l = L$ . On a alors, pour  $P'$  :

$$M_o = \frac{14600^k \times 2^m92}{6 \times 3^m00} \times \left( 6^m00 - \frac{2^m92}{3} \right) = 11913;$$

$$M_1 = - \frac{14600 \times 2^m92}{18} = - 2369.$$

D'autre part, on a pour la sous-pression d'eau :

$$M_o = 18000^k \times \frac{6^m00}{12} = 9000;$$

$$M_1 = - 4500$$

et finalement,

$$M_o = 11913 + 900 = 20913; \quad M_1 = - 2369 - 4500 = - 6869;$$

$$\sqrt{M_o} = 144;$$

$$\sqrt{M_1} = 83;$$

avec les  $R_c$  et  $R_m$  de  $30^k$  et  $8^k$ , on prendrait

$$h_o = 0.0052 \times 144 = 0^m75; \quad \omega_o = 26.3 \times 144 = 3787,$$

soit 10 barres de 22 au mètre courant de radier; et, si on le juge utile, dans les parties moins fatiguées :

$$h_1 = 0.0052 \times 83 = 0^m43; \quad \omega_1 = 26.3 \times 83 = 2183,$$

soit 10 barres de 16 à 17. Mais, le plus souvent, on ne fait guère cette économie; on préfère, en maintenant l'épaisseur constante, faciliter la fabrication, et se tenir en garde contre les circonstances défavorables dont le calcul, tout approximatif d'ailleurs, pourrait n'avoir pas tenu compte suffisamment.

Bien entendu, les épaisseurs réelles seraient, comme toujours, un peu supérieures à celles de  $h$ .

### III

## MAISONS D'HABITATION; PLANCHERS

---

### MAISON DE LA RUE DANTON

Passant maintenant en revue un certain nombre des principales applications qui ont été faites pour divers genres de constructions, nous indiquerons d'abord les dispositions adoptées dans la maison de la rue Danton, construite d'après le système Hennebique; la plupart des applications que l'on va avoir à réaliser dans ce genre de constructions s'y trouvent réunies.

La coupe d'ensemble (fig. 1) permet de mettre en place les divers détails que nous reproduisons; on remarquera qu'elle comporte : murs, cloisons, bowindows, balcons, terrasses, corniches, toitures.

Au rez-de-chaussée (fig. 2) une large baie cintrée occupe la partie centrale, entre bowindows; ceux-ci, reposant sur des sortes de voussures ou consoles, encadrent de moindres baies.

Les murs ont une armature horizontale renforcée par une seconde armature verticale, surtout dans les parties portantes du bowindow. Le mur en béton armé peut avoir une assez faible épaisseur en raison de sa rigidité; qualité que ne possèdent pas les maçonneries ordinaires. Cette épaisseur peut se déterminer à peu près comme celle d'un pilier ou poteau, d'après la charge et le rapport entre hauteur et épaisseur. Encore doit-on ajouter que les murs étant solidement reliés aux planchers des étages, cette hauteur n'est guère que celle de l'étage même;

et que, par suite de la liaison, les extrémités sont fixes et non libres.

On est ainsi conduit généralement à des épaisseurs médiocres. Malgré la compacité des matériaux assez mauvais conducteurs, on peut craindre que la chaleur ou le froid ne traversent trop facilement les murs. En ce cas, on compose ceux-ci au moyen d'une double paroi, en reliant de distance en distance.

On voit sur la figure 2 comment sont consolidés les pleins cintres des baies, au moyen de barres rayonnantes qui, avec les deux armatures, horizontale et verticale, forment un réseau propre à travailler en tous sens.

Le plan ainsi que la coupe *ef* (fig. 4) montrent la disposition des fers montants dans les parties portantes du bowindow, et celle des fers horizontaux qui les rattachent au mur, de même que la disposition du balcon du premier étage.

La fig. 3 donne la disposition du petit balcon surmontant la grande baie, coupe *cd*. La partie en encorbellement est

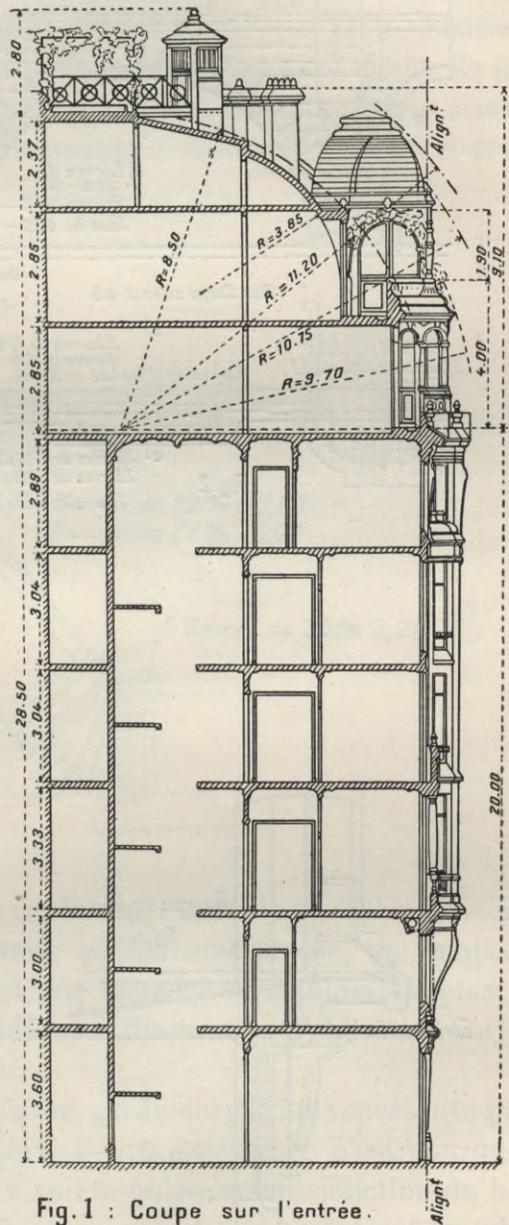
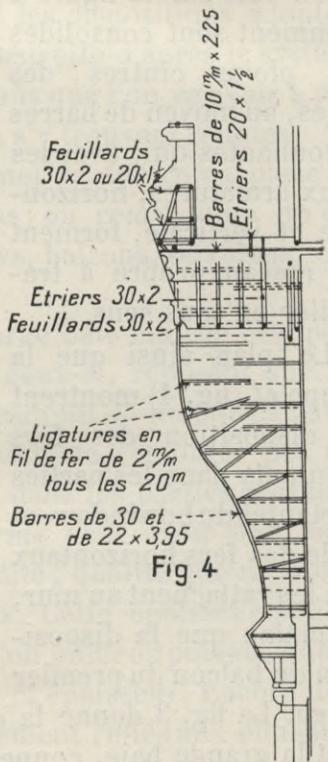
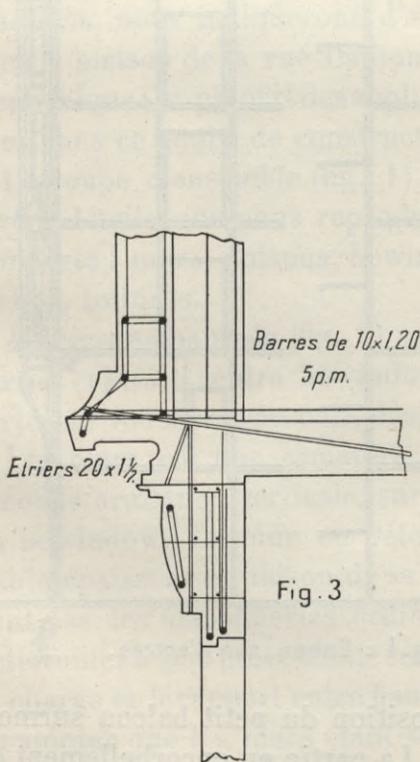
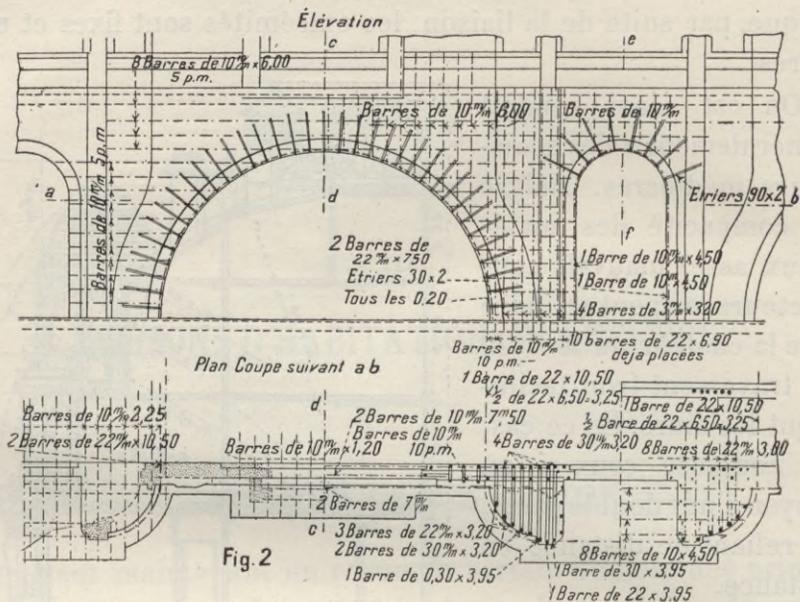
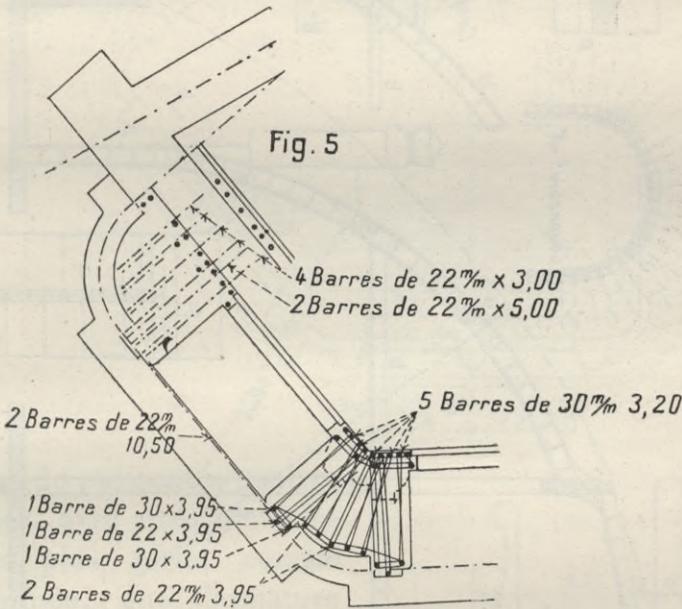


Fig. 1 : Coupe sur l'entrée.



maintenue, du côté intérieur, au moyen de barres obliques qui vont se rattacher aux planchers.

Le plan à hauteur d'entresol (fig. 5) indique la disposition analogue qui a été adoptée pour le pan coupé sur l'angle. En fin de compte, on peut dire que l'on a établi ainsi une triple armature, suivant les trois dimensions : hauteur, largeur et profondeur.



Sur la coupe (fig. 6) est représentée toute la partie supérieure comprenant deux planchers, un balcon-terrasse, un rampant cintré, un rampant plat et une terrasse au sommet; le plan, à la hauteur du 5<sup>e</sup> étage, indique la disposition d'ensemble sur le pan coupé (fig. 7).

La corniche saillante, avec garde-corps, ne représente pas un poids très lourd en porte-à-faux extérieur; c'est pourquoi elle est armée surtout de manière qu'aucune disjonction du béton ne puisse s'y produire; un simple fer horizontal la relie aux planchers intérieurs (fig. 8). Mais on remarquera que la partie supérieure du mur se trouvant en retrait sur la face du

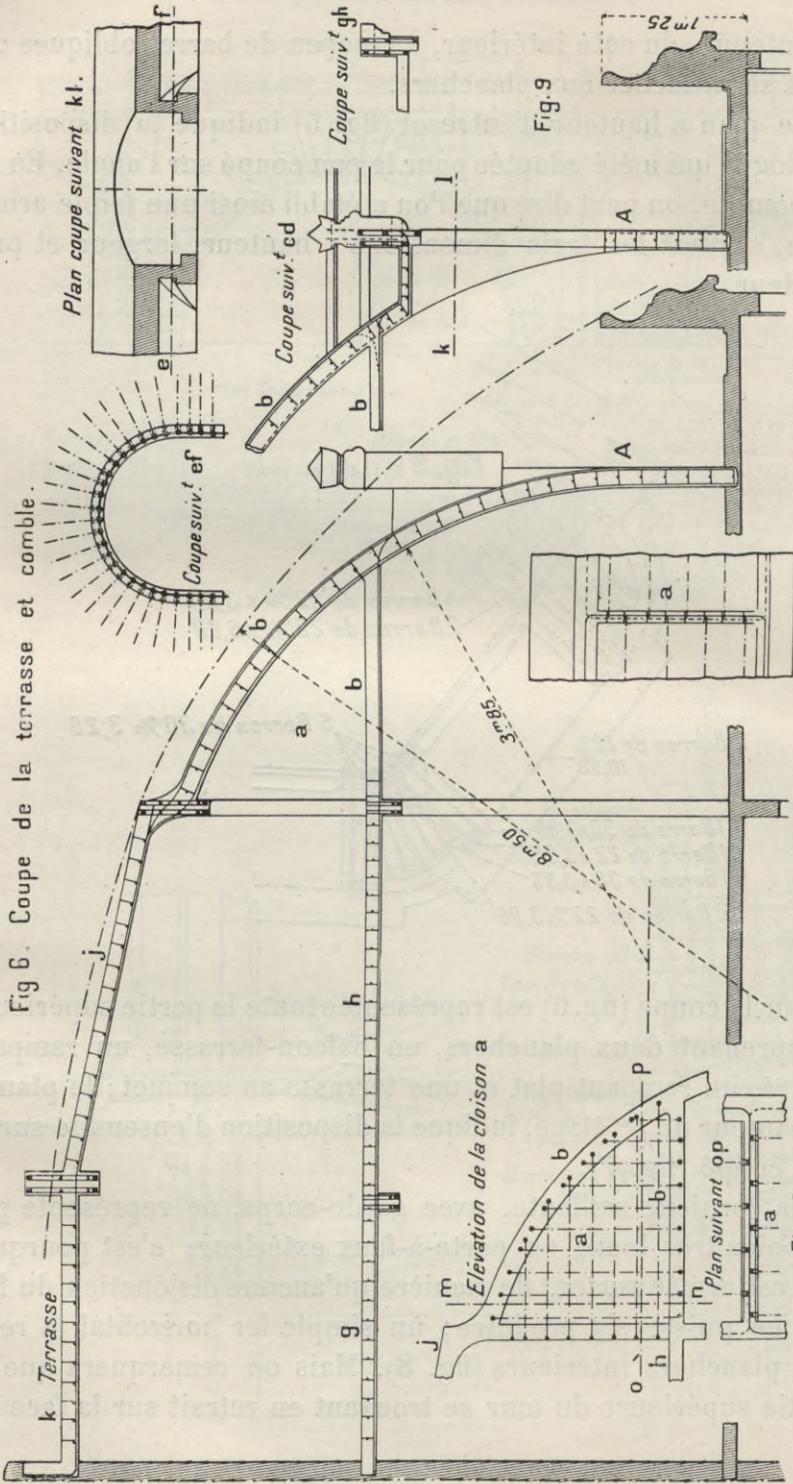
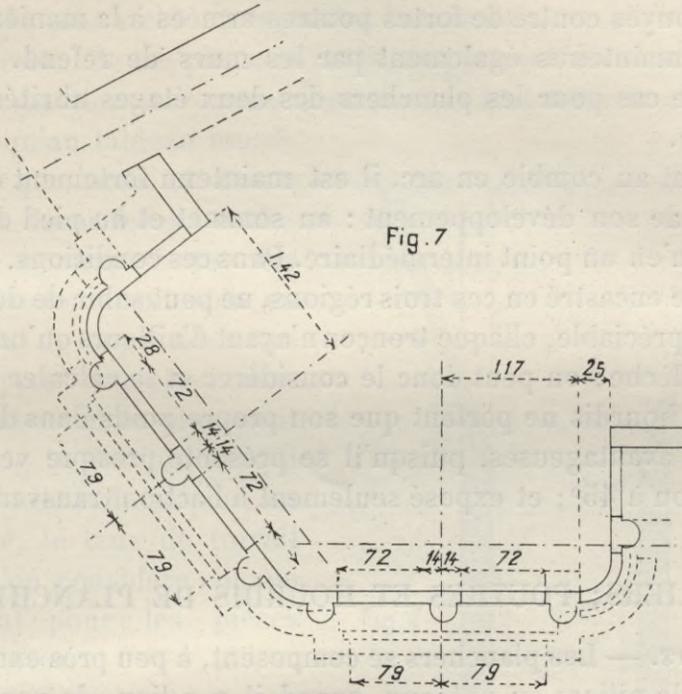


Fig 6. Coupe de la terrasse et comble.

Fig. 9

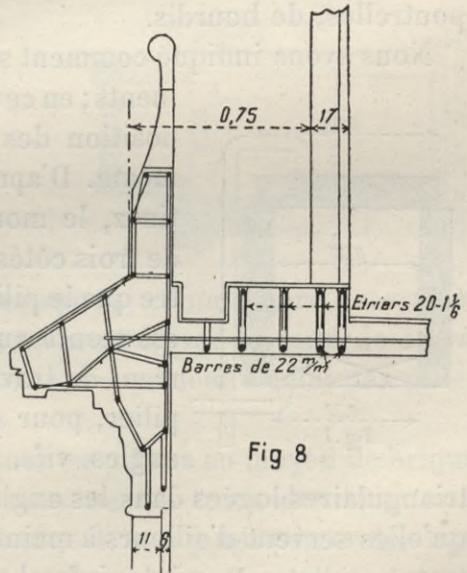
Fig 10

bowindow, au-dessus de larges baies, il a fallu la soutenir au



moyen de puissantes poutres armées, avec armature inférieure plus forte, comme d'habitude, que l'armature supérieure; le tout relié par des étriers verticaux.

La fig. 9 indique la jonction de l'arc de toiture avec le parement extérieur de cet étage et, en coupe, la disposition de la baie; la fig. 10, la liaison du rampant cintré de toiture avec la cloison intérieure, armée dans les deux sens.



Sur la coupe du comble, on remarquera que les deux parties

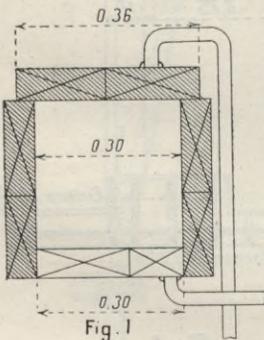
planes du haut, horizontale ou oblique, sont de simples hourdis appuyés contre de fortes poutres armées à la manière ordinaire; maintenus également par les murs de refend. Tel est aussi le cas pour les planchers des deux étages abrités par le comble.

Quant au comble en arc, il est maintenu fortement en trois points de son développement : au sommet et au pied de l'arc, ainsi qu'en un point intermédiaire. Dans ces conditions, cet arc, presque encastré en ces trois régions, ne peut subir de déformation appréciable, chaque tronçon n'ayant d'ailleurs qu'une assez faible flèche; on peut donc le considérer et le calculer comme simple hourdis ne portant que son propre poids dans des conditions avantageuses, puisqu'il se présente presque verticalement, ou à  $45^{\circ}$ ; et exposé seulement à l'action transversale du vent.

### PILIER; POUTRES ET HOURDIS DE PLANCHERS

*Piliers.* — Les planchers se composent, à peu près exclusivement, de piliers ou poteaux, quand il y a lieu, de poutres et poutrelles, de hourdis.

Nous avons indiqué comment se construisent ces divers éléments; en ce qui concerne les piliers, la disposition des coffrages est à peu près la même. D'après les indications de M. Martinez, le moule doit se composer (fig. 1) de trois côtés fixes montant jusqu'à la poutre que le pilier doit soutenir; le quatrième est monté au fur et à mesure de l'avancement du travail. Les chanfreins abattus du pilier, pour éviter les épaufrures sur des angles vifs, sont modelés par des cales



triangulaires logées dans les angles, que l'on cloue sur les faces qu'elles servent d'ailleurs à maintenir. Des serre-joints contribuent en outre à maintenir les bois et les écartements.

La figure 2 montre la manière dont on raccorde les deux

goussets qui doivent terminer le pilier et le rattacher, d'une manière plus stable, à la poutre horizontale.

Le calcul de ces pièces s'établit simplement, en se rapportant aux indications recommandées par les Instructions officielles, ainsi qu'au tableau numérique que nous en avons déduit. Nous ferons seulement remarquer que les constructeurs ont soin en général de ne pas admettre un rapport trop élevé entre la hauteur et le plus petit côté de la section; ce qui permet de réduire peu, en réalité, le taux de travail que l'on considère comme normal pour les pièces ordinaires.

Rappelons encore que la résistance du pilier dépend beaucoup plus de l'armature transversale que de l'armature longitudinale. Si l'on établit une sorte de frettage, soit en rapprochant les étriers ou ligatures, soit en établissant des spires, comme dans le système préconisé par M. Considère, on peut élever le taux de travail jusqu'à un maximum notablement supérieur à celui des piliers ordinaires.

On peut également constituer les piliers au moyen de briques perforées, disposées par assises où les trous des briques se correspondent verticalement (fig. 3); on y fait passer des tiges métalliques noyées ensuite dans du ciment. Ces piliers ont une résistance tout à fait comparable à celle du béton armé.

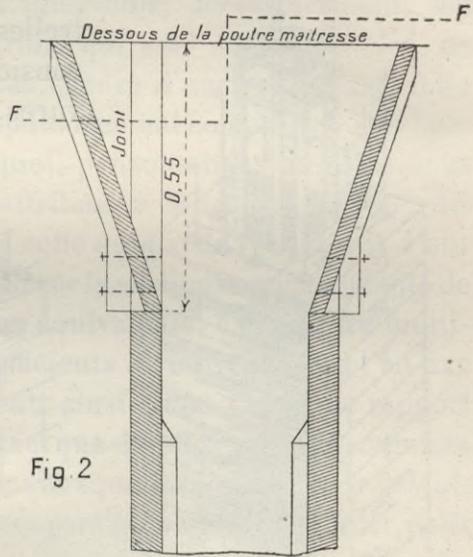
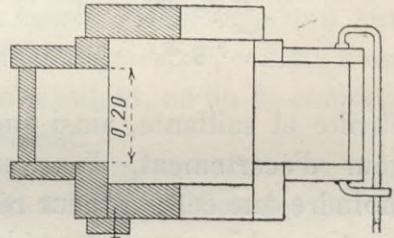


Fig. 2



De même les murs et cloisons peuvent être construits (fig. 4) de la même façon, avec ligatures verticales et ligatures horizontales dans les plans de joints.

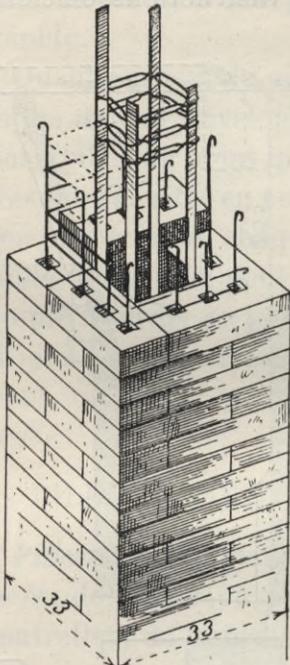


Fig. 3 |

*Poutres.* — Les poutres et poutrelles peuvent généralement être considérées comme hourdis à nervures, composés d'une partie

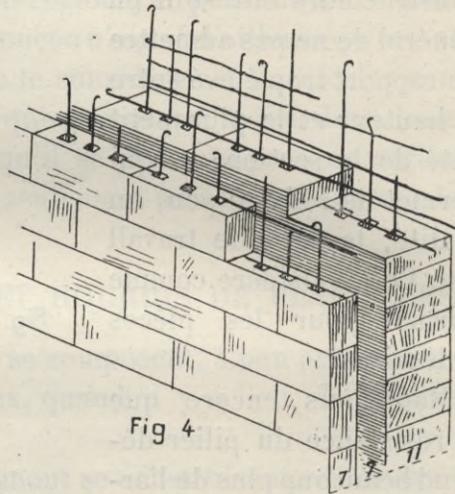


Fig 4

étroite et saillante, ainsi que d'un hourdis qui a toute la largeur d'écartement, d'axe en axe; ou une largeur un peu moindre que cette largeur réelle, si l'on se conforme aux Instructions, bien que cette réduction ne paraisse pas rigoureusement s'imposer, par les raisons que nous avons exposées.

La disposition de ces poutres ne diffère guère, d'un système à l'autre, que par la façon d'établir les étriers ou ligatures. Elles comportent le plus souvent une armature inférieure, relativement forte, qui est logée au bas de la nervure, et qui est chargée de résister aux efforts de tension; une moindre armature, logée dans le hourdis même, et qui a pour fonction de servir d'attache supérieure pour les ligatures, et de garantir le hourdis contre toute déformation ou torsion que pourraient pro-

duire des charges inégales sur les diverses parties de l'ensemble.

Cette armature supérieure, par elle-même, n'ajoute qu'un faible surcroît de résistance à la compression, tout comme dans les piliers. Si même on fait intervenir, accessoirement, les barres de répartition du hourdis, qui leur sont parallèles, ce surcroît de résistance n'est pas encore d'une importance telle qu'il y ait lieu d'en tenir scrupuleusement compte, en surchargeant les calculs. C'est pourquoi, pensons-nous et avons-nous dit, on peut se contenter d'attribuer à la largeur du hourdis une valeur un peu supérieure à celle qui existe réellement. Pour cela, on peut à la rigueur remplacer la section correspondante de métal, par une section de béton équivalente, c'est-à-dire multipliée par le rapport  $r$  des coefficients d'élasticité, que l'on fixe d'ailleurs un peu arbitrairement, ainsi qu'on l'a vu, ce rapport n'étant d'ailleurs à peu près exact que dans les sections soumises au maximum de flexion, sections auxquelles s'applique le calcul.

Il ne resterait alors qu'à diviser par l'épaisseur de hourdis, pour avoir l'élargissement qu'on devrait ainsi attribuer à ce hourdis.

D'une part on réduirait donc la largeur, conformément aux Instructions; d'autre part on aurait à l'augmenter, comme nous venons de dire. Peut-être vaut-il tout autant, en fin de compte, laisser les choses en l'état, simplement.

*Disposition des ligatures.* — Quant à la disposition des étriers

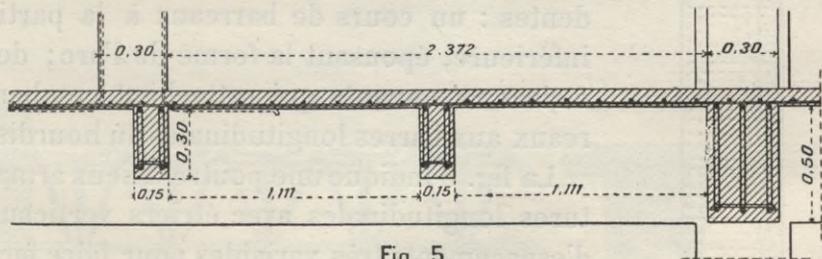
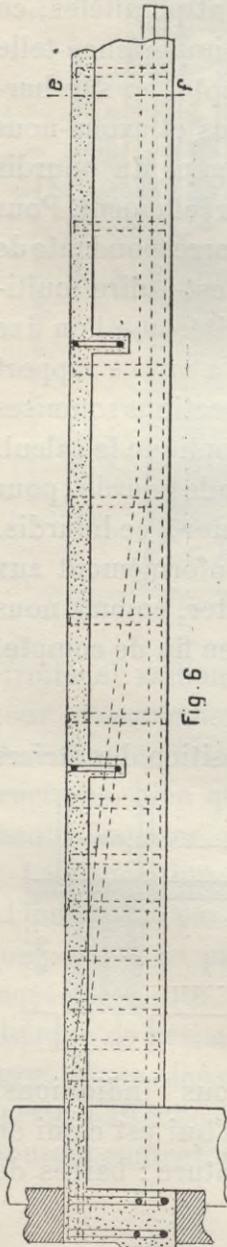
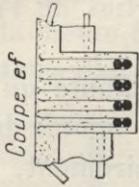


Fig. 5.

et ligatures, elle est assez variable, comme nous l'indiquons.

Le type en quelque sorte classique aujourd'hui est celui de la fig. 5, composé d'un hourdis à double armature : barres de



tension et barres de répartition ; celles-ci nécessaires pour parer aux irrégularités de charge ; nervures plus larges, plus ou moins saillantes, suivant qu'elles ont à porter la charge courante du hourdis, ou la surcharge d'une cloison par exemple. Les liens sont ici de simples ligatures verticales en fils de fer rattachant les deux cours de barres qui arment la nervure, et peuvent également relier deux à deux, transversalement, les barres d'un même cours horizontal.

La fig. 6 présente une disposition analogue avec forte armature inférieure seulement ; sur l'autre face on voit que des deux cours de barres inférieures, l'un est relevé vers les extrémités, soit pour y former un simple moyen d'attache ou de suspension, soit pour réaliser, dans la mesure possible, un encastrement partiel. Les liens sont ici de simples étriers en fer plat qui entourent l'armature et, à la partie supérieure, vont se souder dans le béton comprimé.

La fig. 7 donne la disposition d'une poutre cintrée sous hourdis ; elle est armée de la même façon que les poutres droites précédentes : un cours de barreaux à la partie inférieure, épousant la forme de l'arc ; des étriers rayonnants qui rattachent ces barreaux aux barres longitudinales du hourdis.

La fig. 8 indique une poutre à deux armatures longitudinales avec étriers verticaux d'espacements très variables pour faire face aux efforts tranchants ; sur la fig. 9, au contraire, la liaison entre armatures longitudinales est composée de fers montants et de

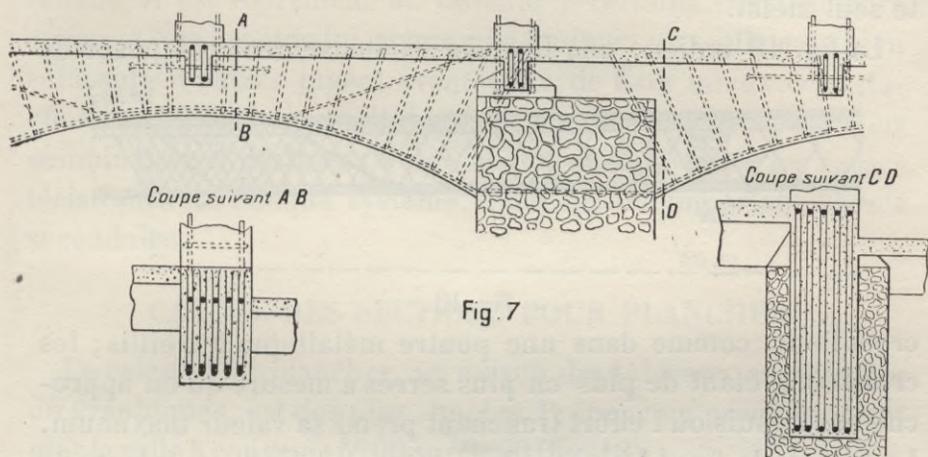


Fig. 7

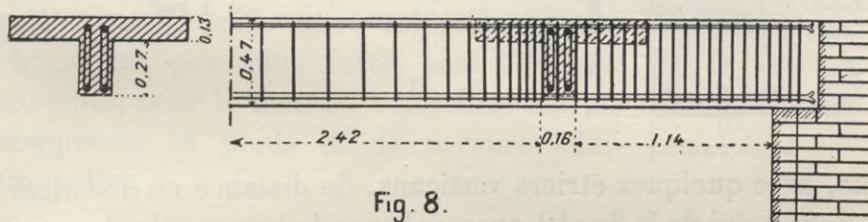


Fig. 8.

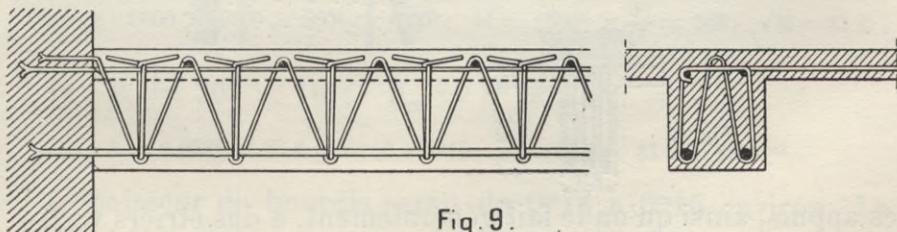


Fig. 9.

fers obliques qui constituent une véritable poutre armée avec le seul métal.

La fig. 10 indique une ligature exclusivement composée de

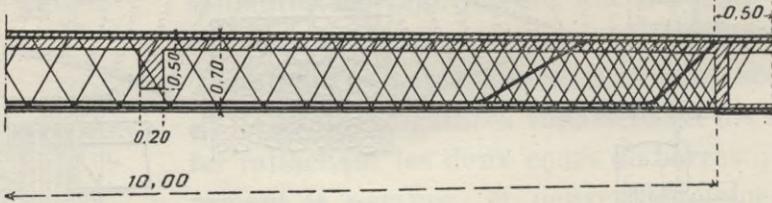


Fig. 10.

croisillons, comme dans une poutre métallique à treillis; les croisillons étant de plus en plus serrés à mesure qu'on approche des appuis où l'effort tranchant prend sa valeur maximum. Le type de la fig. 11 n'a que des ligatures obliques, en dents de

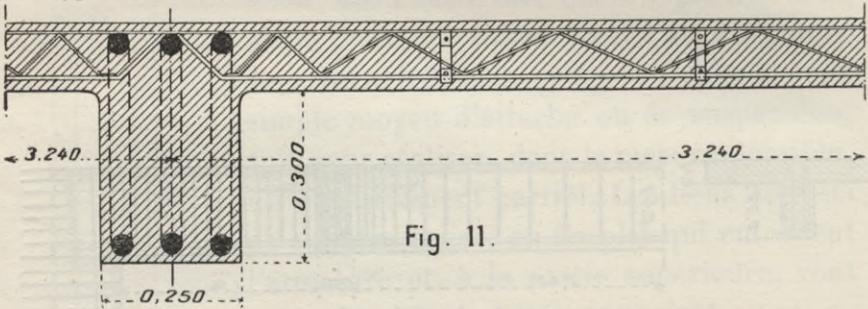


Fig. 11.

scie, avec quelques étriers verticaux, de distance en distance.

Enfin celui de la fig. 12, avec un cours de barres relevées vers

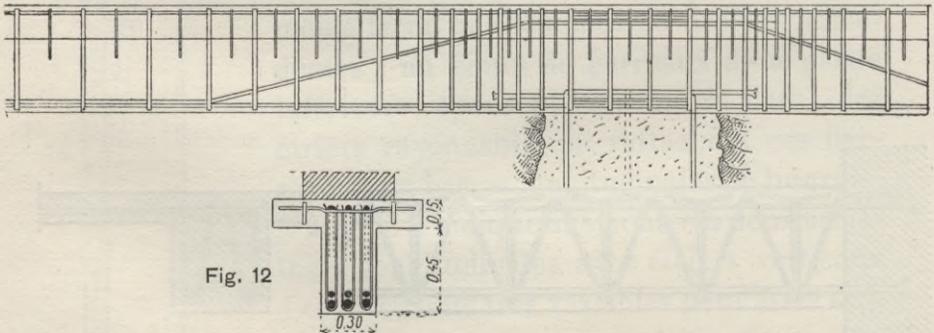


Fig. 12

les appuis, ainsi qu'on le fait généralement, a des étriers verticaux alternés, les uns de toute hauteur, les autres embrassant deux cours de barres supérieures.

Quant au mode d'attache des ligatures sur les barres qu'elles relient, il est extrêmement variable : certains constructeurs estiment que le béton lui-même crée toujours un scellement bien suffisant; d'autres jugent avantageux de fixer mieux ces attaches, au moyen de véritables nœuds, de crochets, etc. Ces combinaisons, destinées à devenir en quelque sorte les caractéristiques de chaque système, n'ont qu'une importance assez secondaire.

### CALCUL DES SECTIONS POUR PLANCHER

Le calcul d'un plancher, au moyen des tableaux numériques ou graphiques, est des plus simples. Prenons un premier exemple : la salle à couvrir à 6<sup>m</sup>00 sur 9<sup>m</sup>00 (fig. 13).

On établirait deux nervures transversales sur la grande longueur, avec écartement de 3<sup>m</sup>00. Le calcul s'établirait comme suit, en attribuant au hourdis une charge de 500<sup>k</sup> par mètre carré, poids mort compris; et une charge un peu plus forte, soit 550<sup>k</sup> par exemple, pour le hourdis à nervure, afin de compenser le poids de la nervure additionnelle.

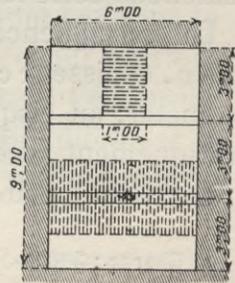


Fig. 13

### 1<sup>re</sup> SOLUTION

#### I. — HOURDIS SIMPLE

Au mètre courant :

$$\text{Charge : } 1^{\text{m}}00 \times 3^{\text{m}}00 \times 500^{\text{k}} = 1500^{\text{k}}; \quad M = 1500^{\text{k}} \times \frac{3^{\text{m}}}{8} = 562; \quad \sqrt{M} = 23.6.$$

$$1^{\circ} : R_c = 30^{\text{k}} \times 10^4; \quad R_m = 8^{\text{k}} \times 10^6 :$$

$$h = 0.0032 \times 23.6 = 0^{\text{m}}12 \text{ à } 0^{\text{m}}13; \quad \omega = 26.5 \times 23.6 = 625^{\text{mm}^2}.$$

L'épaisseur de hourdis serait de 0<sup>m</sup>14 à 0<sup>m</sup>15 environ. La section de métal au mètre courant étant de 625; si l'on place 10 barres par mètre, chacune aura un diamètre de 9.

$$2^{\circ} : R_c = 40^k \times 10^4; \quad R_m = 12^k \times 10^6 :$$

$$h = 0.0047 \times 23.6 = 0^m11 \text{ à } 0^m12; \quad \omega = 19.44 \times 23.6 = 460^{\text{mm}2}.$$

L'épaisseur réelle serait de  $0^m13$  à  $0^m15$ ; elle aurait très peu varié, malgré l'accroissement de travail sur les deux matériaux.

La section du métal, par mètre courant, a diminué plus sensiblement; elle exigerait 10 barres de 8 environ.

## II. — POUTRE A NERVURE

La flexion s'y produit en sens perpendiculaire. La largeur  $b$  de hourdis est en réalité de  $3^m00$ ; mais, pour donner toute satisfaction aux Instructions officielles, réduisons-la fortement et ramenons cette largeur  $b$  à  $2^m00$  seulement.

La conséquence est qu'on exagère ainsi la hauteur  $h$  ainsi que  $v'$ , épaisseur comprimée; tandis qu'on diminue la section  $\omega$  du métal; au risque, parfois, de n'avoir plus un pourcentage pratiquement acceptable.

Le calcul s'établit alors comme suit :

$$\text{Charge} : 3^m00 \times 6^m00 \times 330^k = 9900^k; \quad M = 9900^k \times \frac{6^m00}{8} = 7420.$$

$$\frac{M}{b} = \frac{7420}{2^m00} = 3710; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 61; \quad Mb = 7420 \times 2^m00 = 14840; \quad \sqrt{Mb} = 122.$$

$$1^{\circ} : R_c = 30^k \times 10^4; \quad R_m = 8^k \times 10^6 :$$

$$h = 0.0052 \times 61 = 0^m32; \quad \omega = 26.5 \times 122 = 3233^{\text{mm}2};$$

$$v' = 0.001414 \times 61 = 0^m08 \text{ à } 0^m09.$$

La section métallique de 3233 pourrait se diviser en 4 barres de 32. Pour loger deux cours de barres semblables, il faudrait augmenter  $h$  de 6 à 7 centimètres vraisemblablement. La hauteur totale  $H$ , nervure et hourdis compris, serait donc alors de  $0^m38$  au moins.

L'épaisseur  $v'$  de la partie travaillant à la compression n'est que de  $0^m08$  à  $0^m09$ ; on a vu que le hourdis, travaillant dans le sens perpendiculaire, avec mêmes taux de travail, avait besoin

d'une épaisseur de 0<sup>m</sup>14 à 0<sup>m</sup>15. On sera donc contraint d'accepter et maintenir cette dernière épaisseur; car on peut, sans grand inconvénient, majorer  $v'$ ; il ne serait pas prudent, au contraire, de prendre une épaisseur inférieure à  $v'$ .

$$2^{\circ} : R_c = 40^k; \quad R_m = 12^k \times 10^4 :$$

$$h = 0.0047 \times 61 = 0^m29; \quad \omega = 19.44 \times 122 = 2372^{\text{mm}^2};$$

$$v' = 0.00117 \times 61 = 0^m07 \text{ à } 0^m08.$$

La hauteur totale serait de 0<sup>m</sup>35 environ; il faudrait 4 barres de 27 à 28. Il subsisterait encore un écart entre  $v'$  et l'épaisseur réelle de hourdis.

Cet écart provient de ce que les deux portées: 3<sup>m</sup>00 et 6<sup>m</sup>00, pour hourdis simple et hourdis à nervure ne sont pas dans le rapport que nous avons indiqué antérieurement et qui convient le mieux, en assurant la quasi égalité de  $v'$  et de l'épaisseur réelle. Pour réaliser cette condition, il aurait fallu diminuer la portée de 3<sup>m</sup>00, pour le hourdis simple, dans une assez forte proportion.

Il est assez rare qu'on ne soit pas empêché d'opérer ainsi, par la nécessité de ne pas trop multiplier le nombre des nervures saillantes.

On a souvent établi des poutres, dites secondaires, perpendiculairement aux premières, et l'on réduit ainsi la portée des hourdis. Mais il faut remarquer que cette disposition comporte un inconvénient: dans le premier système la flexion du hourdis proprement dit, considéré comme posé sur poutres et murs, est perpendiculaire à la flexion de ce même hourdis considéré comme aile de la poutre. Le travail engendré d'une manière ne se cumule pas avec le travail engendré par l'autre flexion. Lorsqu'on adopte les poutres secondaires (fig. 14), il est facile de voir que les effets des deux flexions se superposent. Il s'ensuit que le travail du hourdis

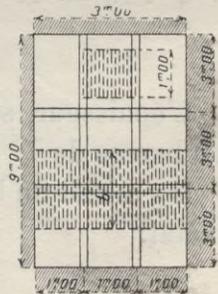


Fig. 14

est majoré; et il se peut que l'on ne trouve finalement pas grand bénéfice à avoir ajouté ces poutres secondaires; ce pourrait même être le contraire. Cette disposition nouvelle ne doit donc être employée qu'à bon escient.

## 2<sup>e</sup> SOLUTION

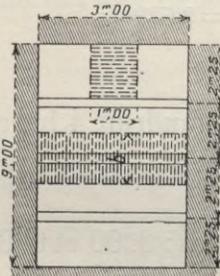


Fig. 15

On peut diviser la grande longueur de 9<sup>m</sup>00, en 4 travées au lieu de 3; et ramener ainsi l'écartement des poutres nervures à 2<sup>m</sup>25 (fig. 15). Le calcul, effectué de la même manière, donnerait les résultats suivants:

### I. — Hourdis simple

Au mètre courant :

$$\text{Charge} : 1^{\text{m}}00 \times 2^{\text{m}}25 \times 500^{\text{k}} = 1125^{\text{k}}; \quad M = 1125^{\text{k}} \times \frac{2^{\text{m}}25}{8} = 317; \quad \sqrt{M} = 18.$$

$$1^{\circ} : R_c = 30^{\text{k}} \times 10^4; \quad R_m = 8^{\text{k}} \times 10^6 :$$

$$h = 0^{\text{m}}09 \text{ à } 0^{\text{m}}10; \quad \omega = 477^{\text{mm}^2}.$$

L'épaisseur réelle du hourdis serait d'environ 0<sup>m</sup>12; la section de métal exigerait, par mètre, 10 barres de 8.

$$2^{\circ} : R_c = 40^{\text{k}} \times 10^4; \quad R_m = 12^{\text{k}} \times 10^6 :$$

$$h = 0^{\text{m}}08 \text{ à } 0^{\text{m}}09; \quad \omega = 350^{\text{mm}^2}.$$

L'épaisseur serait de 0<sup>m</sup>10 à 0<sup>m</sup>11; la section  $\omega$  exigerait 10 barres de 7.

Il y aurait un léger bénéfice, principalement sur la section de métal.

### II. — Poutre à nervure

$$\text{Charge} : 2^{\text{m}}25 \times 6^{\text{m}}00 \times 540^{\text{k}} = 7290^{\text{k}}; \quad M = 7290^{\text{k}} \times \frac{6^{\text{m}}00}{8} = 5470.$$

$$\frac{M}{b} = \frac{5470}{1^{\text{m}}80} = 3040; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 55; \quad Mb = 5470 \times 1^{\text{m}}80 = 9846; \quad \sqrt{Mb} = 99.$$

$$1^{\circ} : R_c = 30^k \times 10^4; \quad R_m = 8^k \times 10^6 :$$

$$h = 0^m29; \quad \omega = 2623^{\text{mm}^2}; \quad v' = 0^m08.$$

La section  $\omega$  exigerait 4 barres de 24 à 25; la hauteur totale serait de 0<sup>m</sup>35 à 0<sup>m</sup>36. L'écart entre  $v'$  et l'épaisseur de hourdis subsiste encore, bien qu'un peu atténué.

$$2^{\circ} : R_c = 40^k \times 10^4; \quad R_m = 12^k \times 10^6 :$$

$$h = 0^m26; \quad \omega = 1940^{\text{mm}^2}; \quad v' = 0^m07.$$

La hauteur réelle serait de 0<sup>m</sup>32 environ; il faudrait 4 barres de 24 à 25.

Sans être très marqué, si ce n'est sur la section métallique, l'avantage économique existe comparativement à la première disposition avec 3 travées. La question serait de savoir si, en continuant à multiplier le nombre des travées, on ne descendrait pas à un pourcentage trop faible relativement, soit pour le hourdis, soit pour la poutre.

## IV

# ÉSCALIERS

---

### DISPOSITIONS DIVERSES

Les paliers sont des planchers ordinaires, constitués de la même façon que ceux-ci ; toutefois, lorsque le limon de l'escalier, par exemple, doit être suspendu au palier, il faut ajuster, en bordure de celui-ci, une poutrelle assez forte pour supporter ce complément de charge, et pour résister à l'effort de torsion ou dévers qui en pourrait résulter. C'est pourquoi il est bon que cette poutrelle soit transversalement reliée aux autres parties du palier.

De même le pied du limon prend appui sur le bord du palier inférieur ; la poutrelle placée en bordure reçoit également une surcharge verticale et a besoin d'être maintenue contre la poussée horizontale du limon.

On peut construire l'escalier sans limon, en encastrant une seule extrémité dans le mur extérieur, si celui-ci est construit de manière à fournir la liaison nécessaire d'encastrement ; les marches sont ainsi suspendues. On peut encasturer les deux extrémités dans deux murs parallèles, ou bien dans une paroi circulaire et un noyau central, si l'escalier prend la forme circulaire.

Comme on le fait pour tous les systèmes d'escaliers ordinaires, on peut recourir à un limon intérieur, le mur continuant

à former appui ; ou même disposer un second limon le long du mur pour ne pas entailler celui-ci.

Toutes ces dispositions sont aussi bien applicables aux escaliers construits en béton armé ; mais de deux manières différentes. On peut, comme dans l'exemple ci-joint (fig. 1), considérer la marche horizontale et la contremarche verticale comme constituant une poutre à nervure, dont la marche est le hourdis, et dont la contremarche fait office de nervure saillante. Les barres de résistance à la tension sont placées au bas de la contremarche ; une barre parallèle, de moindre section, peut se placer à la partie supérieure pour mieux servir d'attache aux

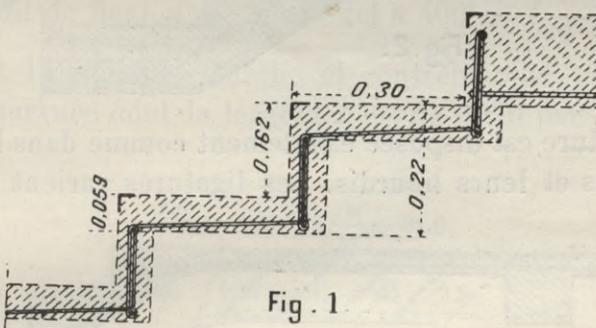


Fig. 1

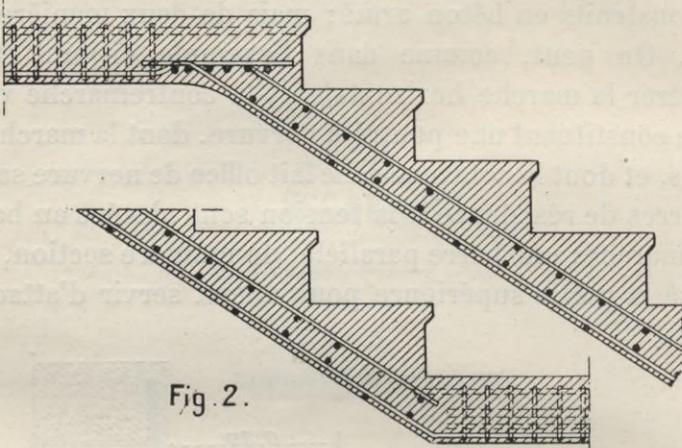
ligatures ou étriers que l'on répartit dans la contremarche, comme dans une poutre ordinaire, suivant que la marche est ou porte à faux ou posée sur appuis.

Dans la marche horizontale est disposée l'armature de hourdis, placée perpendiculairement à la première.

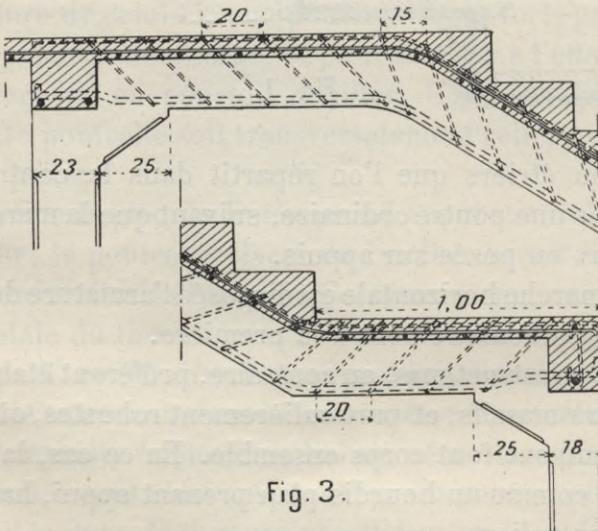
D'autres constructeurs, au contraire, préfèrent établir (fig. 2) des escaliers massifs, et particulièrement robustes, où les marches, le rampant font corps ensemble. En ce cas, la volée est considérée comme un hourdis plan prenant appui, haut et bas, sur les deux paliers.

L'armature est alors disposée en sens inverse : les barres de tension sont placées perpendiculairement au nez des marches et suivent le rampant ; des barres de répartition sont accolées à celles de tension et au cours supérieur de barres parallèles.

Un autre système (fig. 3) comporte un ou deux limons formant nervures, avec hourdis supérieur qui supporte les marches pleines ou creuses en dessous comme les précédentes.



L'armature est disposée exactement comme dans les poutres à nervures et leurs hourdis. Les ligatures varient suivant la



disposition habituellement adoptée par chaque constructeur.

On remarquera que, pour mieux assurer chaque volée, surtout lorsqu'on a recours aux liaisons, et ne pas fatiguer les papiers, on place souvent un poteau en béton également armé, à

la tête et au pied du limon. C'est d'ailleurs la disposition que l'on retrouve souvent dans les anciens escaliers en bois.

## CALCUL DES SECTIONS

D'après ces indications préliminaires, il est facile de voir comment doivent s'établir les calculs.

Supposons, par exemple, que l'on ait à construire un escalier à marches suspendues, et que l'on doive admettre, poids mort compris, une assez forte charge de  $900^k$ ; on donne  $1^m50$  pour longueur de marche. C'est environ  $400^k$  par marche.

Le moment de flexion est ainsi égal à  $400^k \times \frac{1^m50}{2}$ , ou  $300$ . Considérant l'ensemble, marche et contremarche, comme un hourdis à nervure dont la largeur  $b$  est de  $0^m30$  par exemple, on formera :

$$\frac{M}{b} = \frac{300}{0.30} = 1000; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 31.6;$$

$$Mb = 300 \times 0.30 = 90; \quad \sqrt{Mb} = 9.5.$$

Employant les formules établies avec  $R_c = 30^k$  et  $R_m = 8^k$ , si l'on juge bon d'adopter ces coefficients de travail, on trouvera

$$h = 0.0052 \times 31.6 = 0^m16; \quad \omega = 26.3 \times 9.5 = 250^{mm^2}.$$

Il suffirait d'une barre de 18, ou plutôt deux barres de 13.

Quant à la hauteur totale, elle devrait être un peu supérieure à  $0^m16$ ; mais comme ce dernier chiffre représente assez bien la hauteur qu'il convient de donner à chaque marche, on peut le conserver; sauf à accroître un peu, en compensation, la section de métal.

Si, au contraire, la marche a deux appuis, mur et limon, le moment de flexion devient égal à  $400^k \times \frac{1^m50}{8}$ , ou  $75$  au maximum, sans aucun encastrement, même partiel.

Conservant 0<sup>m</sup>30 pour largeur de marche, on aura

$$\frac{M}{b} = \frac{75}{0.30} = 250; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 16.$$

$$Mb = 75 \times 0.30 = 22.5; \quad \sqrt{Mb} = 4.8.$$

D'où l'on conclurait, dans les conditions déjà admises :

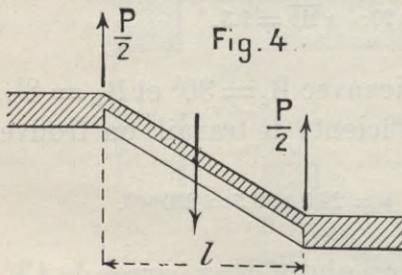
$$h = 0.0032 \times 16 = 0^m08 \text{ à } 0^m09; \quad \omega = 26.3 \times 4.8 = 126,$$

soit un seul fer de 12 qui pourrait suffire ici; ou mieux, deux fers de moindre diamètre.

Comme la hauteur réelle de marche est de 0<sup>m</sup>15 ou 0<sup>m</sup>16, on a toute la marge nécessaire pour compléter  $h$  en enveloppant l'armature inférieure.

Dans ce cas, comme dans le précédent, l'ensemble est considéré comme hourdis nervuré, et l'armature principale se place encore perpendiculairement aux murs; dans la marche quelques barres transversales suffisent.

Voyons comment doit se traiter la question lorsqu'on fait usage de paliers. Supposons par exemple trois volées droites



avec deux paliers de repos, marches-paliers, intermédiaires. On aurait, par exemple, une volée de 10 marches, et deux de 6 marches.

D'une manière générale on peut concevoir l'équilibre de chaque volée de deux manières différentes : dans l'une (fig. 4), les paliers ont été disposés de manière à fournir chacun un solide appui; et l'on peut alors admettre que le limon étant chargé d'un poids  $P$ , chacune des deux réactions d'appui est égale à  $\frac{P}{2}$ .

Le limon travaille uniquement à la flexion dont le moment est  $\frac{Pl}{8}$ ,  $l$  étant la projection horizontale.

Si l'on ne compte pas sur le palier supérieur comme appui,

mais seulement comme butée, l'équilibre s'établit différemment (fig. 5). Tout le poids  $P$  est reporté sur le palier inférieur ; en outre, chacun des deux paliers oppose une butée horizontale  $H$ , la même en haut et en bas, que l'on mesure directement par le triangle construit au point de rencontre  $K$ .

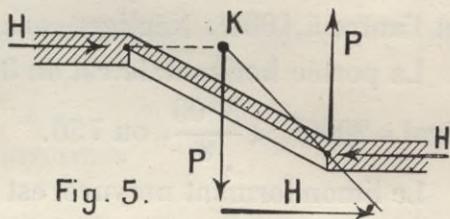


Fig. 5.

PREMIÈRE DISPOSITION

Sur la volée supérieure la charge de 10 marches est de  $4000^k$ , dont  $2000^k$  sur le limon intérieur (fig. 6). Le palier supérieur

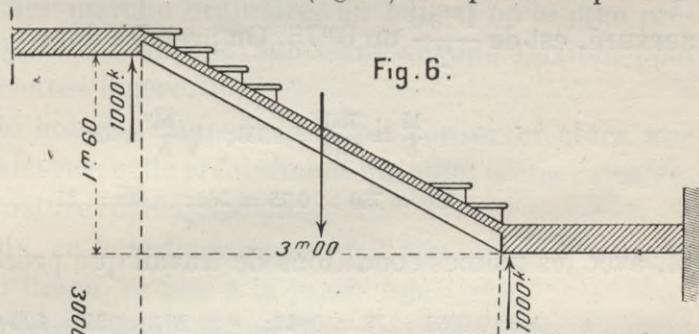


Fig. 6.

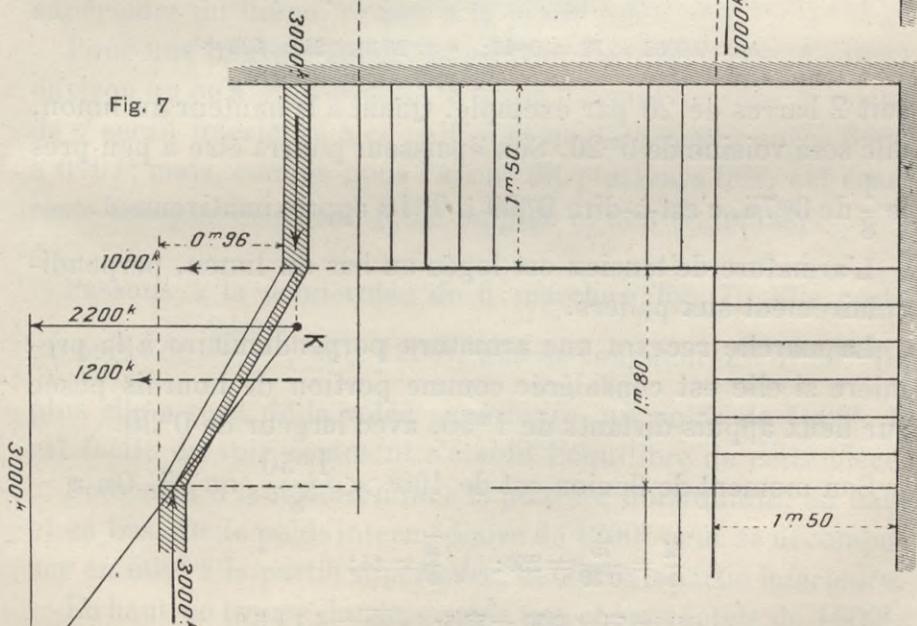


Fig. 7

étant considéré comme suffisamment résistant, et la stabilité du pied du limon devant être assurée ultérieurement, cette charge de  $2000^k$  est équilibrée par deux réactions d'appui, égales l'une et l'autre à  $1000^k$ . Négligeons la compression longitudinale.

La portée horizontale est de  $3^m00$ ; le moment de flexion est égal à  $2000^k \times \frac{3^m00}{8}$ , ou  $750$ .

Le limon formant nervure est solidaire avec un hourdis qui suit le rampant; ou, ce qui revient à peu près au même, avec le hourdis coudé que forme l'ensemble des marches et contremarches. L'une et l'autre disposition peuvent être adoptées.

La largeur  $b$ , que nous devons attribuer au hourdis ainsi nervuré, est de  $\frac{1^m50}{2}$  ou  $0^m75$ . On prendra donc

$$\frac{M}{b} = \frac{750}{0.75} = 1000; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 32;$$

$$Mb = 750 \times 0.75 = 562; \quad \sqrt{Mb} = 24,$$

et, avec les mêmes conditions de travail que précédemment :

$$h = 0.0052 \times 32 = 0^m17; \quad \omega = 26.3 \times 24 = 630^{\text{mm}^2},$$

soit 2 barres de 20 par exemple. Quant à la hauteur du limon, elle sera voisine de  $0^m20$ . Son épaisseur pourra être à peu près le  $\frac{1}{8}$  de  $0^m75$ , c'est-à-dire  $0^m09$  à  $0^m10$  approximativement.

L'armature de tension est logée au bas du limon, perpendiculairement aux paliers.

La marche recevra une armature perpendiculaire à la première si elle est considérée comme portion de hourdis posée sur deux appuis distants de  $1^m50$ , avec largeur de  $0^m30$ .

Son moment de flexion est de  $400^k \times \frac{1^m50}{8}$ , ou  $75$ . On a

$$\frac{M}{b} = \frac{75}{0.30} = 250; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 16;$$

$$Mb = 75 \times 0.30 = 22.5; \quad \sqrt{Mb} = 4.7 \text{ à } 5.0.$$

En conséquence on prendra

$$h = 0.0032 \times 16 = 0^m08 \text{ à } 0^m09; \quad \omega = 26.3 \times 5 = 132,$$

soit 2 barres de 9 à 10, qu'on logera dans le hourdis, d'une épaisseur assez forte, 0<sup>m</sup>10 à 0<sup>m</sup>12.

## AUTRE DISPOSITION

Mais on peut aussi envisager sa fonction tout autrement. Si l'on a déjà établi un premier hourdis formant rampant ou plafond sous la volée, les marches reposent sur lui par l'intermédiaire des contremarches qui portent à plein. La marche n'est plus qu'une marche ordinaire, en bois si on le juge préférable; la contremarche, ne subissant aucune flexion, peut elle-même être très légère.

Mais c'est le hourdis rampant qui doit conserver alors une assez forte épaisseur, celle précisément qui vient d'être calculée, ainsi que l'armature correspondante.

Bien entendu, ce hourdis rampant doit être placé à la partie supérieure du limon, et non à la partie inférieure.

Pour une hauteur totale, hourdis et nervure, de 0<sup>m</sup>20 à 0<sup>m</sup>22 environ qu'on a trouvée pour le limon formant nervure, la valeur de  $v'$  serait inférieure à ce chiffre et ne dépasserait guère 0<sup>m</sup>06 à 0<sup>m</sup>07; mais, comme nous l'avons dit plusieurs fois, cet écart reste acceptable, quand il est en plus et non en moins.

Passons à la demi-volée de 6 marches (fig. 7). Elle porte un poids de  $\frac{2400^k}{2}$ , soit 1200<sup>k</sup>, sur sa longueur de 1<sup>m</sup>80. De plus elle a reçu de la volée supérieure, un poids de 1000<sup>k</sup>. Il est facile de voir comment s'établit l'équilibre de cette pièce.

Pour cela il faut déterminer la poussée horizontale, en haut et en bas. Or le poids intermédiaire de 1200<sup>k</sup> peut se décomposer en 600<sup>k</sup> à la partie supérieure, et 600<sup>k</sup> à la partie inférieure.

En haut, se trouve donc reportée une charge totale de 1600<sup>k</sup>;

avec la poussée horizontale  $H$  qu'on veut déterminer, elle doit engendrer une résultante suivant la direction même du limon, où elle produit une compression longitudinale.

On est ainsi conduit à poser la condition :

$$\frac{1600^k}{H} = \frac{0^m96}{1^m80}; \quad H = 3000^k.$$

Graphiquement, on le verrait en mettant en place la résultante verticale des  $1000^k$  du sommet et des  $1200^k$  intermédiaires, soit  $2200^k$ . Au point de rencontre  $K$  le triangle donnerait la poussée de  $3000^k$ , avec compression longitudinale voisine de  $3750^k$ .

Le moment de flexion est ici :  $1200^k \times \frac{1^m80}{8}$ , ou 270. Il est donc notablement inférieur à celui de la première volée. Mais on ne modifierait assurément pas le profil du limon; d'autant moins que, si le moment de flexion est moindre, il existe une compression longitudinale qui a pour effet d'augmenter le travail du béton. Il est vrai, par contre, qu'elle diminue un peu celui du métal.

A la rigueur, on pourrait tenir compte de ces différences et modifier tout au moins la section de métal. Mais ce sont là des complications que ne compensent guère l'économie de métal ainsi réalisée.

## RÉSERVOIRS ET CUVES

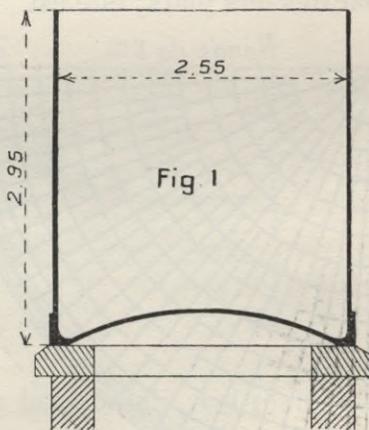
## RÉSERVOIRS CIRCULAIRES

## TYPES DIVERS

Les réservoirs à section circulaire ont généralement des fonds ou radiers en forme de coupôles lorsqu'ils sont montés sur une tour ou sur piliers, et peuvent rester ouverts à la partie supérieure.

Comme les conduites tubulaires, le cylindre vertical est armé de cercles superposés; mais la pression intérieure étant ici variable, depuis la partie supérieure où elle est nulle jusqu'au fond où elle atteint son maximum, on fait varier en proportion l'écartement ou le diamètre de ces cercles.

De plus des barres de répartition sont placées verticalement sur tout le pourtour. Comme on le voit dans le type ci-contre, ces barres sont logées vers l'intérieur de manière à s'appuyer sur les cercles (fig. 1, 2, 3). La forme courbe donnée au fond du réservoir exige l'intervention d'une forte ceinture, à la jonction de la paroi verticale avec le radier; l'épaisseur du béton y est également renforcée, de manière à donner de l'assiette au réservoir.



Le radier est armé de barres rayonnantes et de cercles posés sur ces barres. La disposition adoptée permet, par le chevauchement, de maintenir des écartements à peu près égaux entre les rayons; les cercles ont des espacements égaux.

L'épaisseur du béton, dans la paroi verticale, est un peu moindre au sommet qu'à la base.

Dans le second type, disposé d'une manière analogue (fig. 4, 5,) le constructeur a substitué des fers en croix aux barres rondes pour la paroi verticale, aussi bien que pour le radier.

Dans ce dernier, les barres rayonnantes chevauchent à peu près de la même manière que dans le premier type; mais les cercles sont en beaucoup plus petit nombre. La ceinture est constituée par des fers plats; elle est

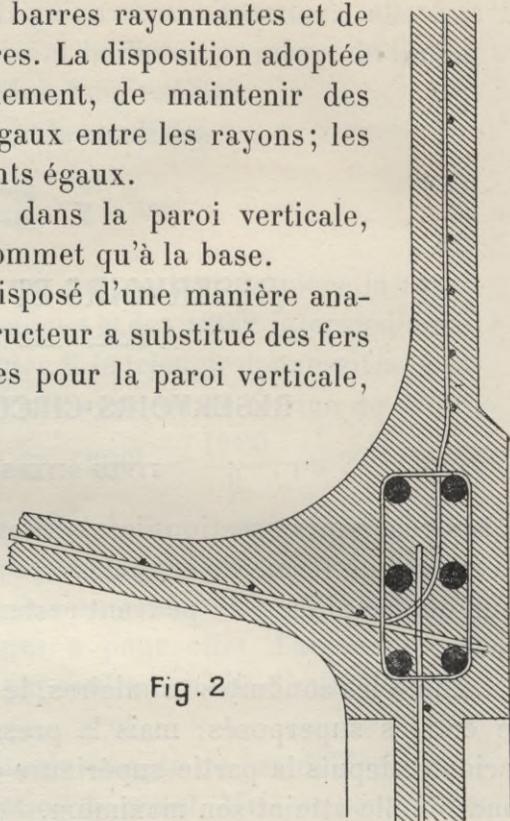


Fig. 2

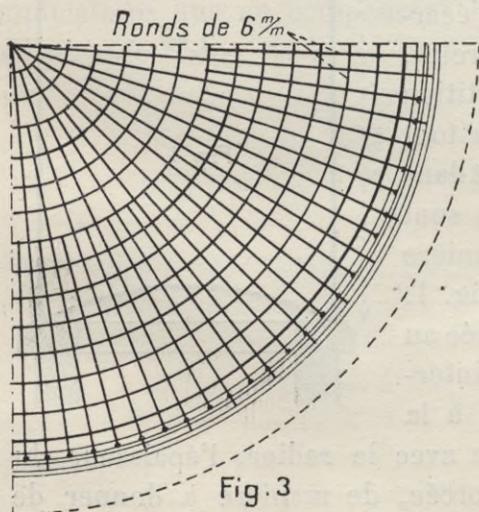


Fig. 3

d'autant plus forte que la flèche du radier est relativement plus haute que dans le type précédent.

Le réservoir suivant (fig. 6) offre des dispositions tout à fait semblables, sauf que les fers plats de ceinture sont placés tout à fait à la base; d'ailleurs il reçoit une couverture en forme de coupole, comme le radier, également armée

d'une ceinture en fers plats posés verticalement.

Une couverture de même forme existe également dans le réservoir suivant; sa ceinture est constituée (fig. 7) par deux fers double T posés à plat, que rendaient nécessaires le grand diamètre et la charge assez forte de cette couverture.

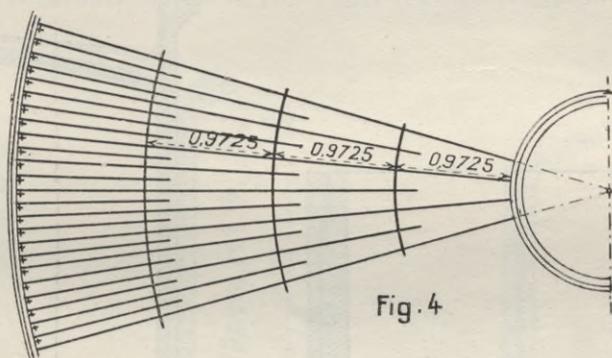
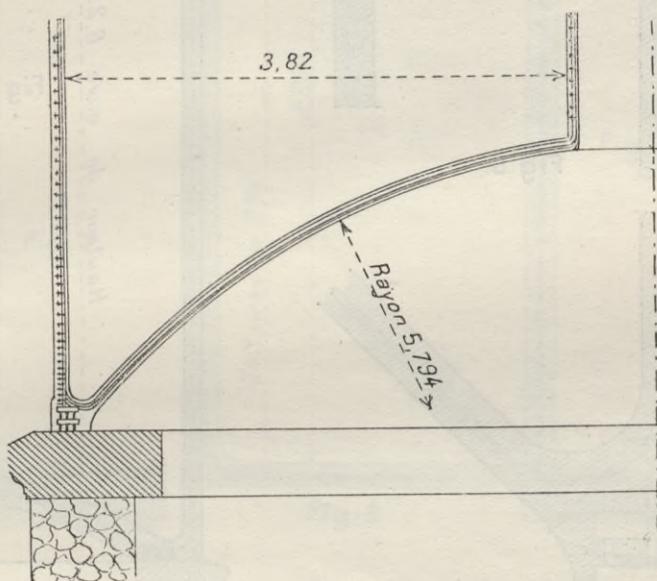
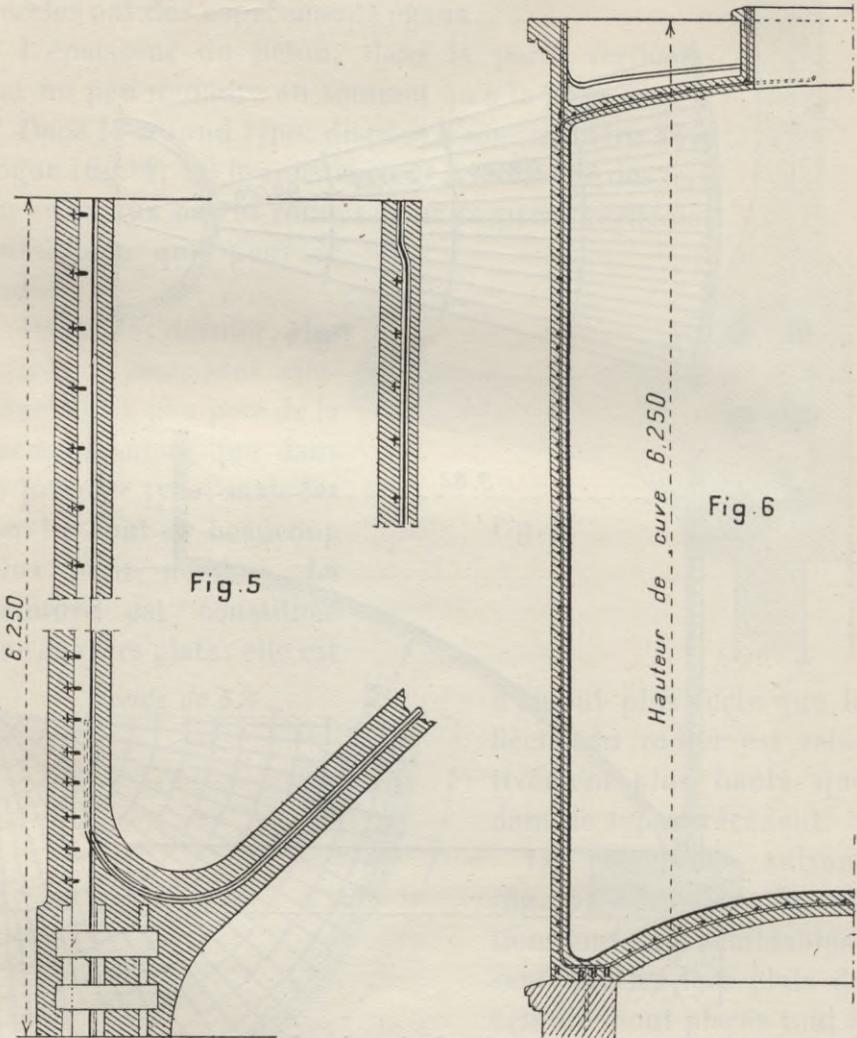


Fig. 4



Ici le radier, posé sur fondation horizontale, est plat; c'est pourquoi il n'existe plus de ceinture à la partie inférieure. Les barres verticales de la ceinture sont, en réalité, des petits fers en  $\perp$  posés à plat; les cercles sont des fers ronds; ceux-ci sont également employés pour l'armature du radier.

Disposition semblable dans le réservoir de la fig. 8, à fond plat, et à couverture en forme de coupole dont la ceinture est un fer à double T posé horizontalement; les barres rayonnantes

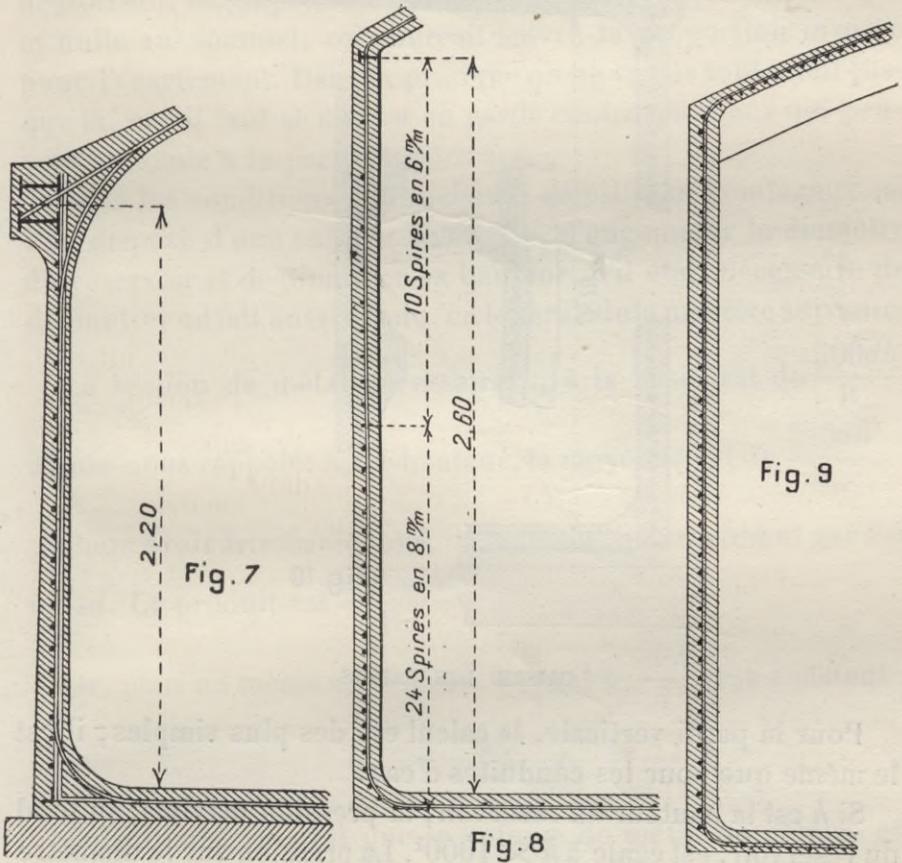


ou circulaires y sont disposées comme dans le type précédent.

Pour le radier plat on peut employer une disposition semblable, ou un simple quadrillage, le radier n'étant alors qu'une base de fondation ordinaire.

Mêmes dispositions encore pour le type de la fig. 9, où la ceinture de coupole est constituée par deux fers ronds de fort diamètre.

Le suivant (fig. 10) offre cette particularité que la couverture supporte un remblai, et que le réservoir est enterré dans le sol ;



ce qui l'expose à des poussées latérales, lorsque le réservoir est vide.

Pour soutenir la couverture conique, des colonnes sont posées au centre pour recevoir les abouts des fers à double T rayonnants qui reçoivent des voûtains. Les parois, d'assez forte épaisseur, doivent principalement résister à la pression

extérieure; en effet, lorsque le réservoir est plein, la pression d'eau est compensée facilement par la poussée extérieure.

La poussée de la couverture peut être utilisée pour épauler la paroi contre la pression des terres.

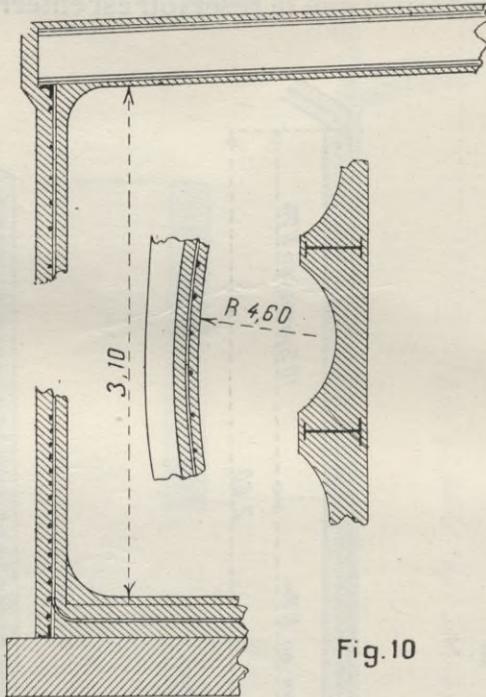


Fig.10

## CALCUL DES PAROIS

Pour la paroi verticale, le calcul est des plus simples; il est le même que pour les conduites d'eau.

Si  $h$  est la hauteur du réservoir, la pression maxima, au fond du réservoir, est égale à  $h \times 1000^k$ . La pression sur le diamètre  $d$  est  $1000dh$ ; elle se répartit sur deux parois; chacune est soumise à un effet représenté par  $500dh$ . La section  $\omega$  nécessaire est donc  $\frac{500dh}{R_m}$ ,  $R_m$  étant le travail adopté pour le métal, en ne tenant aucun compte d'une résistance à la tension du béton; ce qui est d'autant plus nécessaire dans le cas actuel qu'il faut assurer une étanchéité parfaite.

Si l'on place 10 barres par exemple dans la hauteur de 1<sup>m</sup>00, pour la région la plus basse chaque barre aura une section égale à  $\frac{50dh}{R_m}$ .

A mesure qu'on s'élève, tout en conservant le même diamètre, on espace de plus en plus les cercles. En principe, la pression décroissant régulièrement, puisqu'elle est proportionnelle à  $h$  et nulle au sommet, on pourrait suivre la proportion inverse pour l'écartement. Dans la pratique on ne va pas tout à fait jusque là, car il faut se mettre en garde contre les chocs qui peuvent survenir à la partie supérieure.

Dans les conditions habituelles il serait plus avantageux, si l'on dispose d'une surface suffisante, d'augmenter le diamètre du réservoir et de diminuer sa hauteur. S'il était nécessaire de démontrer un fait aussi connu, on le ferait de la manière suivante.

La section de métal nécessaire  $\omega$ , à la base, est de  $\frac{500dh}{R_m}$ , avons-nous rappelé. A mi-hauteur, la moyenne est de  $\frac{250dh}{R_m}$ .

Pour avoir le volume total, il faut multiplier par  $h$  et par  $2\pi r$  ou  $\pi d$ . Le produit est  $\frac{250\pi d^2 h^2}{R_m}$ .

Or, pour un même cube d'eau,  $V$ , égal à  $\frac{\pi d^2 h}{4}$ , est constant :

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4}$$

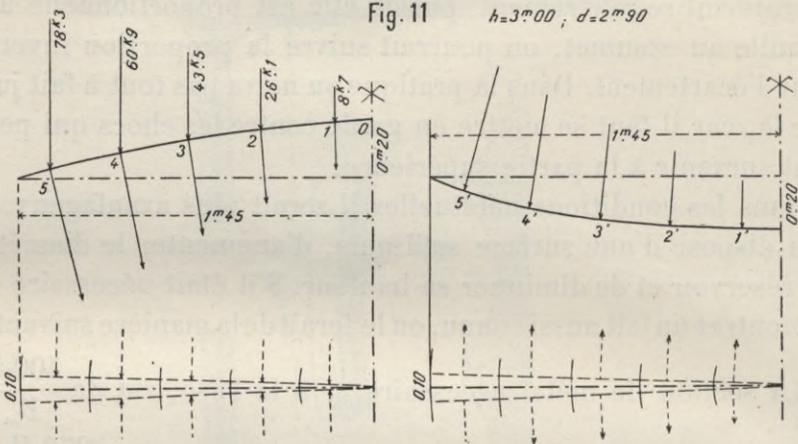
Substituant, on voit que le volume de métal nécessaire est  $\frac{250\pi h^2}{R_m} \times \frac{4V}{\pi h}$ , ou  $\frac{1000Vh}{R_m}$ . Il est donc proportionnel à la hauteur  $h$ . Le moyen d'économiser le métal est donc d'augmenter le diamètre, pour diminuer la hauteur. D'ailleurs, de cette façon, on peut également diminuer l'épaisseur de béton.

Il est clair que le radier lui-même sera d'autant plus léger que la hauteur et la charge d'eau seront plus faibles.

## CALCUL DU RADIER

Le calcul relatif au radier peut se faire d'une manière très simple, en recourant au procédé graphique.

Supposons un diamètre de  $2^m90$  par exemple, avec hauteur de  $3^m00$ ; prenons pour ce fond ou radier une flèche de  $0^m20$ .



Figurons en plan un secteur ayant un petit arc de  $0^m10$  (fig. 11).

On verrait facilement que la charge, sur le triangle central et sur les trapèzes successifs, varierait de  $8^k7$  à  $78^k3$ , d'après les surfaces respectives. La pression s'exerce normalement. En

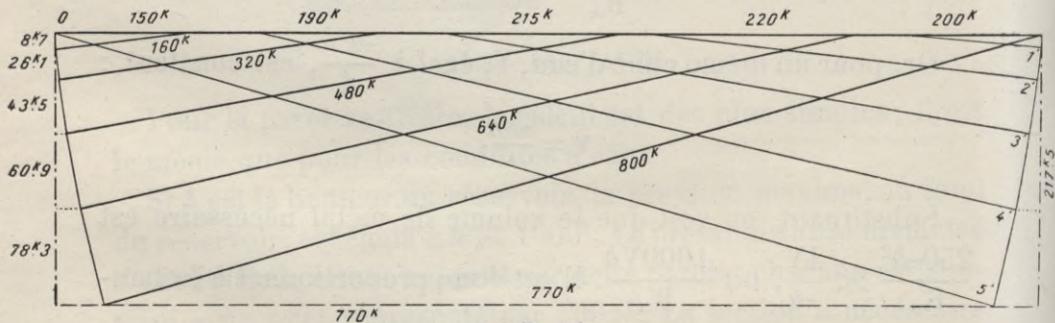


Fig. 12

menant sur la fig. 12 des parallèles à ces normales, on obtient les pressions sur les arcs : 01, 12, 23, etc., etc.

On sait que, dans les coupôles, les pressions transmises à chaque tronçon de voûte, dans le secteur, prennent la direction

même des divers arcs, grâce à l'intervention des forces latérales. C'est ce qu'exprime le tracé effectué, qui donne des pressions de  $160^k$ ,  $320^k$ ...  $800^k$  environ sur les arcs 01, 12, 23, 34 et 45, moyennant des compressions radiales de  $150^k$ ,  $190^k$ ,  $215^k$ ,  $220^k$  et  $200^k$  environ.

Ces compressions radiales sont les résultantes de compressions latérales que l'on obtient en décomposant par un triangle, on verrait que cette composante est à chaque résultante dans le rapport de  $1^m45$  à  $0^m10$  sensiblement, c'est-à-dire du rayon à l'arc inférieur, de  $0^m10$ .

Prenons, pour la compression radiale, une moyenne de  $200^k$  par exemple, qui comporte donc une pression latérale de  $2900^k$ ; elle s'applique à une surface qui est représentée par  $1^m45 \times e$ , si  $e$  est l'épaisseur moyenne.

Elle ne donne pas un travail aussi élevé que la compression sur le pourtour du radier. En effet, dans cette région la compression sur l'arc inférieur, de surface égale à  $0^m10 \times e'$ , est de  $800^k$ ; le travail de compression est égal à  $\frac{800^k}{0.10 \times e'}$ , au lieu de

$\frac{2950^k}{1.45 \times e}$ . Bien que  $e'$  soit un peu plus grand que l'épaisseur moyenne  $e$ , le premier quotient est plus élevé.

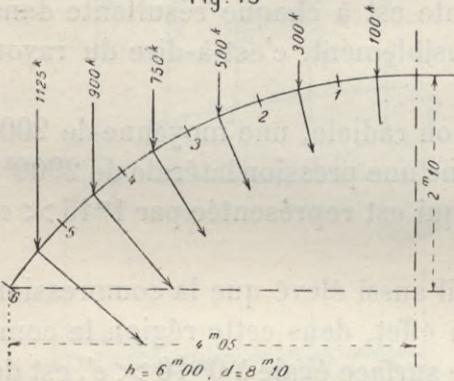
De là on peut conclure l'épaisseur nécessaire de béton à la base du radier, en égalant au travail considéré comme normal pour ce genre de constructions. Il est facile de voir qu'elle serait très faible dans le cas actuel.

On peut donc conclure que la forme de coupole est extrêmement avantageuse pour les fonds de réservoirs. Elle n'implique que des compressions en tous sens, ce qui fait travailler le béton dans des conditions très avantageuses, et n'exige, en principe, aucune armature. Si l'on introduit dans la masse des barres rayonnantes et circulaires, c'est, pour ainsi dire, afin que la section soit armée et puisse ainsi résister à des chocs éventuels ou à toute autre cause d'accident.

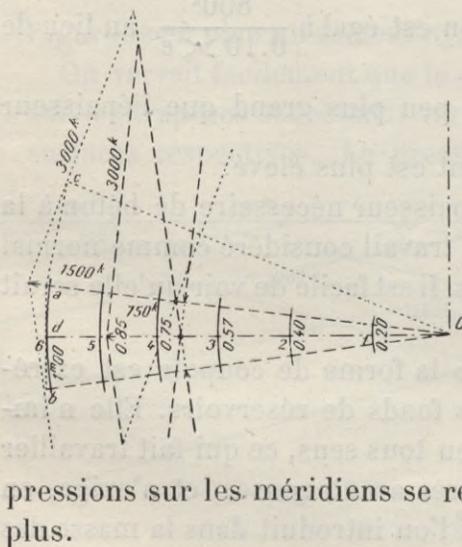
Il en est tout autrement, lorsqu'on est obligé, comme il arrive

quelquefois, d'établir un fond de réservoir concave, au lieu d'être convexe. Le tracé à établir dans ce cas, tel qu'il est indiqué sur la même figure 11, 12, est symétrique du premier, avec cette différence que tous les efforts, qui étaient des compressions, y deviennent des tensions, aussi bien sur les faces latérales que sur les arcs méridiens.

Fig. 13



Alors l'armature, dans les deux sens, devient absolument indispensable; elle doit être calculée d'après les efforts que décele le tracé graphique, et d'après le taux de travail à adopter pour le métal, lequel ne doit pas être trop élevé, afin de maintenir l'étanchéité nécessaire.



Si l'on doit augmenter la flèche de la coupole, ainsi qu'on le voit dans quelques réservoirs construits (fig. 13), l'accentuation de la courbure modifie sensiblement l'aspect de l'épure à tracer (fig. 14) : les parallèles aux pressions normales prennent des inclinaisons beaucoup plus marquées, en même temps que les compressions sur les méridiens se relèvent au contraire de plus en plus.

Pour un très grand réservoir, haut de 6<sup>m</sup>00, avec diamètre de 8<sup>m</sup>10, les charges sur un secteur ayant 1<sup>m</sup>00 de base sont de 100<sup>k</sup>, 300<sup>k</sup>... 1125<sup>k</sup> environ. Les parallèles aux normales, tracées sur la fig. 14, donnent des compressions

méridiennes de 550<sup>k</sup> à 4500<sup>k</sup> environ. Les pressions radiales varient de 500<sup>k</sup> à 1375<sup>k</sup>.

On en trouverait les composantes en multipliant par le rapport  $\frac{4^m05}{1^m00}$ . Graphiquement on voit, d'ailleurs, que la pression radiale de 750<sup>k</sup> par exemple, sur le troisième tronçon, a des composantes de 3000<sup>k</sup> environ, qui sont les pressions latérales. C'est le même résultat, sensiblement, qu'en multipliant 750<sup>k</sup> par  $\frac{4^m05}{1^m00}$ .

A ce propos, il n'est pas sans intérêt de voir si, en prenant un

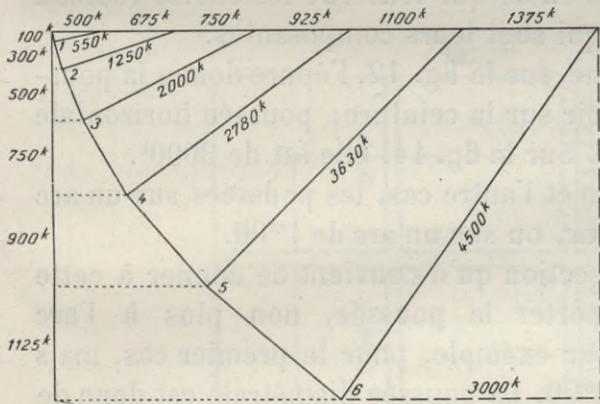


Fig. 14

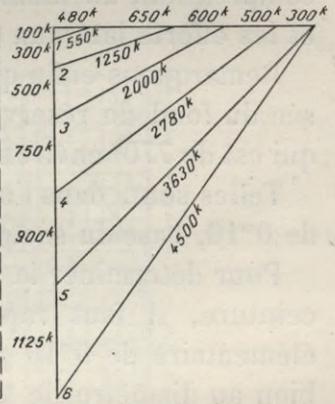


Fig. 15

arc inférieur *bc* double de l'arc *ab* qui a servi à établir l'épure, on trouverait bien les mêmes résultats, c'est-à-dire s'il est indifférent de donner au secteur une base plus ou moins large.

Doubleant ce secteur, les charges, les pressions normales sur les coupes, les diverses pressions que donne l'épure, tout doublerait. La pression radiale de 750<sup>k</sup> deviendrait égale à 1500<sup>k</sup>.

L'axe du secteur serait maintenant *ao* et non plus *do*; les faces latérales seraient *bo*, comme auparavant, et *co*, au lieu de *ao*; ce qui modifie la direction de la composante supérieure.

Le nouveau tracé effectué sur ce nouvel angle donne des composantes de 3000<sup>k</sup>, exactement comme avec le premier secteur.

Ajoutons encore que, sur une véritable coupole où les charges seraient verticales, et non plus normales à la surface, le tracé se présenterait comme sur la fig. 15, avec de bien moindres compressions, même en gardant les mêmes poids verticaux.

On voit également que déjà la dernière compression de  $4500^k$  rejoint la précédente, de  $3630^k$ . Si l'arc, au lieu de rester surbaissé, se prolongeait au-dessous de ses naissances actuelles les compressions suivantes repasseraient vers la gauche, et engendreraient alors des tensions radiales. C'est, en effet, ce qui se produit sur les coupoles ordinaires en maçonnerie, où les parties inférieures travaillent à l'extension et non plus à la seule compression, au moins en ce qui concerne les efforts radiaux et les efforts latéraux qui sont leurs composantes.

Remarquons enfin que, sur la fig. 12, l'épure donne la poussée du fond de réservoir sur la ceinture; poussée horizontale qui est de  $770^k$  environ. Sur la fig. 14, elle est de  $3000^k$ .

Telles sont, dans l'un et l'autre cas, les poussées sur un arc de  $0^m10$ , base du secteur, ou sur un arc de  $1^m00$ .

Pour déterminer la section qu'il convient de donner à cette ceinture, il faut rapporter la poussée, non plus à l'arc élémentaire de  $0^m10$  par exemple, pour le premier cas, mais bien au diamètre de  $2^m90$ . La poussée diamétrale est donc de  $770^k \times \frac{2^m90}{0^m10}$ , soit  $22330^k$ , dont moitié sur chaque extrémité du diamètre.

Sur le taux normal  $R_m$ , il faut donc donner à la ceinture une section de  $\frac{11165}{R_m}$  millimètres carrés. A raison de  $6^k$  par exemple, cette section se rapprocherait de 1860 millimètres.

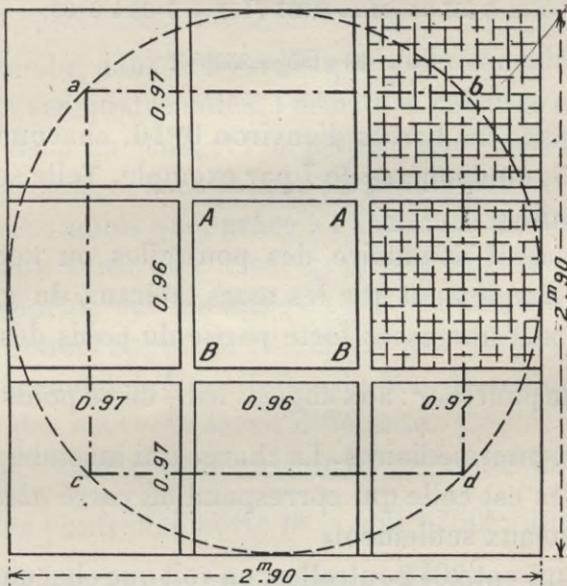
Dans le second cas, la poussée diamétrale serait à peu près de  $3000^k \times \frac{8^m10}{1^m00}$ , soit de  $24300^k$ . La section de la ceinture serait, dans les mêmes conditions, de  $\frac{12150}{6}$ , soit un peu plus de 2000 millimètres carrés.

Malgré la plus grande hauteur et le plus fort diamètre, dans ce dernier cas, les deux résultats restent comparables ; ce qui tient à la différence des flèches, à la montée beaucoup plus grande, relativement, de l'arc à grand diamètre.

## FOND OU RADIER PLAT

Dans le cas où l'on jugerait nécessaire d'établir un fond plat, qu'il faudrait alors soutenir par des poutrelles, on pourrait adopter la disposition suivante : le radier, formant hourdis horizontal, serait renforcé de nervures transversales et longi-

Fig. 16



tudinales remplaçant les poutrelles ordinaires qui sont indépendantes, et feraient corps avec le radier (fig. 16).

Que le réservoir soit circulaire ou carré, le calcul serait à peu près le même, sauf une légère diminution de charge dans les angles pour la section circulaire, dont il n'y a pas à tenir grand compte.

L'épaisseur nécessaire pour le radier est facile à déterminer. La charge sur l'une des sections carrées, avec hauteur de 3<sup>m</sup>00 par exemple, est de 0<sup>m</sup>96  $\times$  0<sup>m</sup>96  $\times$  3000<sup>k</sup>; laissons même 3000<sup>k</sup> en nombre rond.

Le carré étant soutenu sur ses quatre côtés, la flexion, dans chacun des deux sens, se fait sous un poids de 1500<sup>k</sup>, dont le moment est de 1500<sup>k</sup>  $\times$   $\frac{0^m96}{10}$  par exemple, si l'on admet au moins un encastrement partiel, par suite de la continuité. Laissons encore subsister un chiffre de 150.

D'après les coefficients que l'on aura choisis dans les divers tableaux, on prendra pour l'épaisseur totale, par exemple :

$$e = 0.007 \times \sqrt{M} = 0.007 \sqrt{150} = 0^m08 \text{ à } 0^m09;$$

$$\omega = 28 \sqrt{150} = 350^{\text{mm}^2}.$$

Si l'on espace les barres d'environ 0<sup>m</sup>10, chacune aura une section de 35, un diamètre de 7 par exemple. Telle sera l'armature du hourdis.

Pour le calcul sommaire des poutrelles ou nervures, on remarquera simplement que les murs latéraux du grand carré total supportent une assez forte partie du poids des panneaux répartis sur le pourtour : aux angles, les  $\frac{3}{4}$  de ce poids; et  $\frac{1}{2}$  dans les panneaux intermédiaires. La charge qui incombe réellement aux poutrelles est celle qui correspond au carré *abcd*, et équivaut à 4 panneaux seulement.

Répartissant entre 4 poutrelles, on voit que chacune porterait 3000<sup>k</sup> en nombre rond. Pour plus de simplicité, admettons même que cette charge est concentrée sur chacun des points d'assemblage AA, BB. Chaque réaction d'appui est de 1500<sup>k</sup>; le moment de flexion sur ces points d'assemblage est de 1500<sup>k</sup>  $\times$   $\frac{2^m90}{3}$ , ou 1450; chiffre dont la racine carrée est de 38.1.

Avec les coefficients de grande sécurité des tableaux, on pourrait prendre :

$$v' = 0.001414 \times 38.1 = 0^m06; \quad h = 0.0052 \times 38.1 = 0^m20;$$

$$\omega = 26.5 \times 33.1 = 1010^{\text{mm}^2},$$

en prenant  $b$  égal à l'unité, au lieu de  $0^m96$  ou  $0^m97$ , pour simplifier le calcul.

La section de 1010 est à loger dans la largeur de la nervure ; on peut la constituer au moyen de deux barres de 25 à 26.

La hauteur théorique  $h$  étant au maximum de  $0^m20$ , la hauteur totale, hourdis et nervure, serait de  $0^m24$  à  $0^m25$  pour envelopper les barres inférieures.

Comme la valeur  $v'$  est un peu inférieure à l'épaisseur de béton, trouvée égale à  $0^m08$ , c'est ce dernier chiffre qu'on adopterait.

Bien entendu, dans le hourdis que nous considérons comme appuyé sur ses quatre côtés, l'armature calculée est celle qu'il faut poser dans un sens, et l'on placera une seconde armature, égale à la première, dans le sens perpendiculaire.

Nous avons admis que, grâce à l'armature du hourdis établie dans les deux sens, une assez grande partie de la charge se trouvait reportée sur les murs où les extrémités des barres de hourdis prennent appui. Si l'on ne croyait pas pouvoir compter sur cet allègement, la constitution du hourdis resterait la même ; mais celle des nervures serait différente.

La charge totale étant d'environ  $27000^k$  pour les 9 panneaux, chacune des poutrelles porte le  $\frac{1}{4}$ , soit  $6750^k$  ; dont le moment de flexion est représenté par  $3375^k \times \frac{2^m90}{3}$ , ou  $3263$ .

Gardant  $b$  égal sensiblement ici à l'unité, nous attribuons à  $\frac{M}{b}$  et  $Mb$  la même valeur de 3263, chiffre dont la racine carrée est de 57.2. En conséquence, on aurait :

$$v' = 0.001414 \times 57.2 = 0^m08; \quad h = 0.0052 \times 57.2 = 0^m30;$$

$$\omega = 26.5 \times 57.2 = 1516^{\text{mm}^2}.$$

Telle est alors la section à loger dans la nervure ; elle peut être obtenue au moyen de deux barres de 31 à 32.

Ici l'épaisseur de 0<sup>m</sup>08 est la même pour  $v'$  et pour  $e$  du hourdis ; celui-ci conserverait donc l'épaisseur déjà fixée.

## RÉSERVOIRS ET CUVES RECTANGULAIRES

### TYPES DIVERS

Lorsqu'on a besoin d'accoler plusieurs récipients, la juxtaposition de réservoirs circulaires ferait perdre inutilement de la place ; de plus il serait plus difficile de transvaser les liquides d'un réservoir dans l'autre. Aussi se contente-t-on dans ce cas d'accoler des cuves ou réservoirs à section rectangulaire.

Les cloisons séparatives doivent avoir les mêmes épaisseurs que les parois extérieures, puisqu'une cuve peut toujours être remplie, à côté d'une autre vide ; mais l'armature y doit être double, puisque la pression peut se produire, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre :

Le plus souvent ces sortes de récipients sont couverts à la partie supérieure ; chaque paroi peut ainsi prendre appui : en bas sur le radier, en haut sur le plafond ; ce qui compense en grande partie les inconvénients économiques de la disposition rectangulaire, moins favorable que la circulaire.

La disposition des armatures est d'ailleurs fort simple, comme on le voit sur le type de la fig. 17 ; ce sont les armatures ordinaires de toute pièce soumise à la flexion. Il faut toutefois ajouter que, chaque paroi prenant appui à ses extrémités sur les deux parois perpendiculaires, prenant également appui sur le radier et sur le plafond, ces diverses parois d'appui sont par là soumises également à des efforts d'extension d'une importance qu'on ne doit pas négliger. Ils exigent évidemment un surcroît de section métallique correspondant à la tension, puisque l'on ne doit généralement pas compter sur la résistance du béton à l'extension, surtout pour des récipients où la parfaite étanchéité est indispensable.

Ces sortes de cuves ou réservoirs sont ordinairement posées sur le sol, avec radiers plats.

Il est à remarquer que les angles de ces sortes de caissons rectangulaires sont les points faibles, puisque la tension intérieure tend à les ouvrir; il est toujours prudent de les consoli-

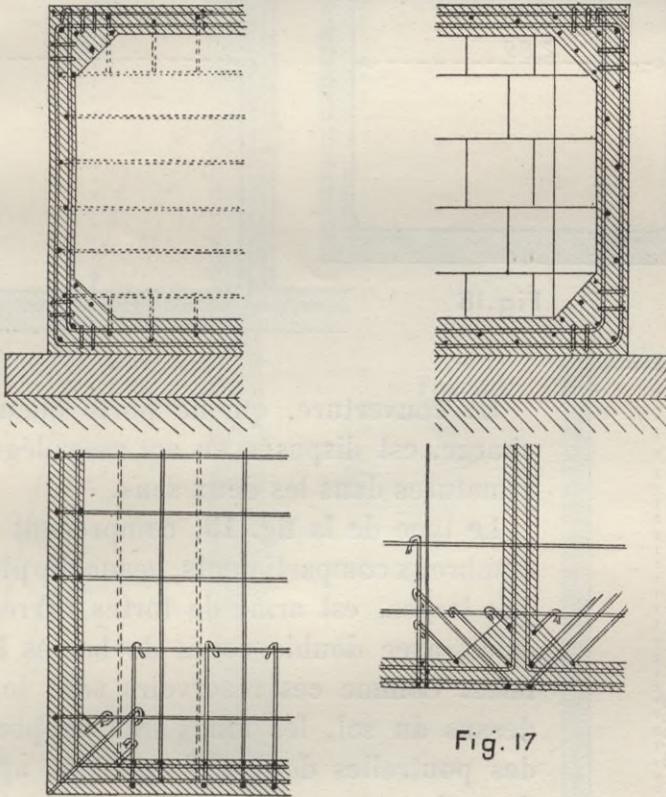


Fig. 17

der. C'est ainsi que, dans la cuve à vin ci-contre, tous ces angles sont renforcés de goussets et de barres diagonales.

Dans les types suivants (fig. 18), les angles sont renforcés par des barres coudées; un seul cours de barres verticales forme l'armature destinée à travailler par flexion; les barres horizontales de répartition sont nombreuses et placées vers l'extérieur.

Sur les parois intermédiaires, il existe deux cours de barres verticales, conformément à l'observation rappelée plus haut.

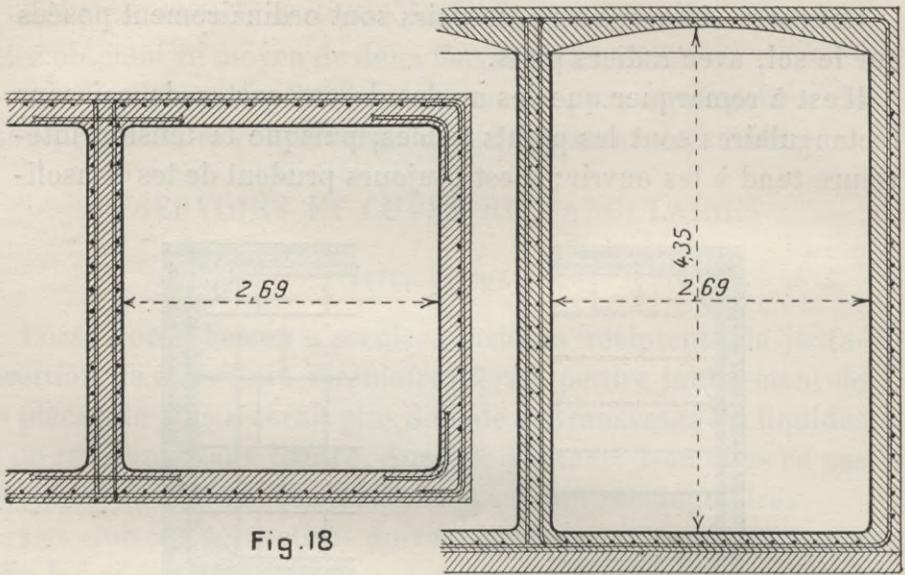


Fig. 18

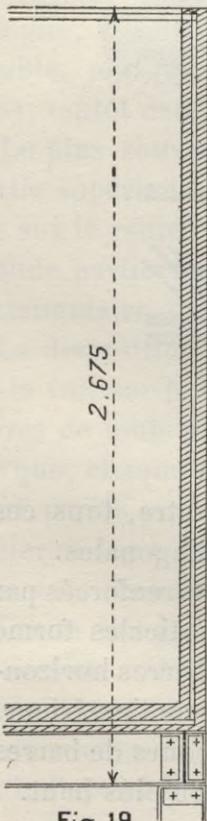


Fig. 19

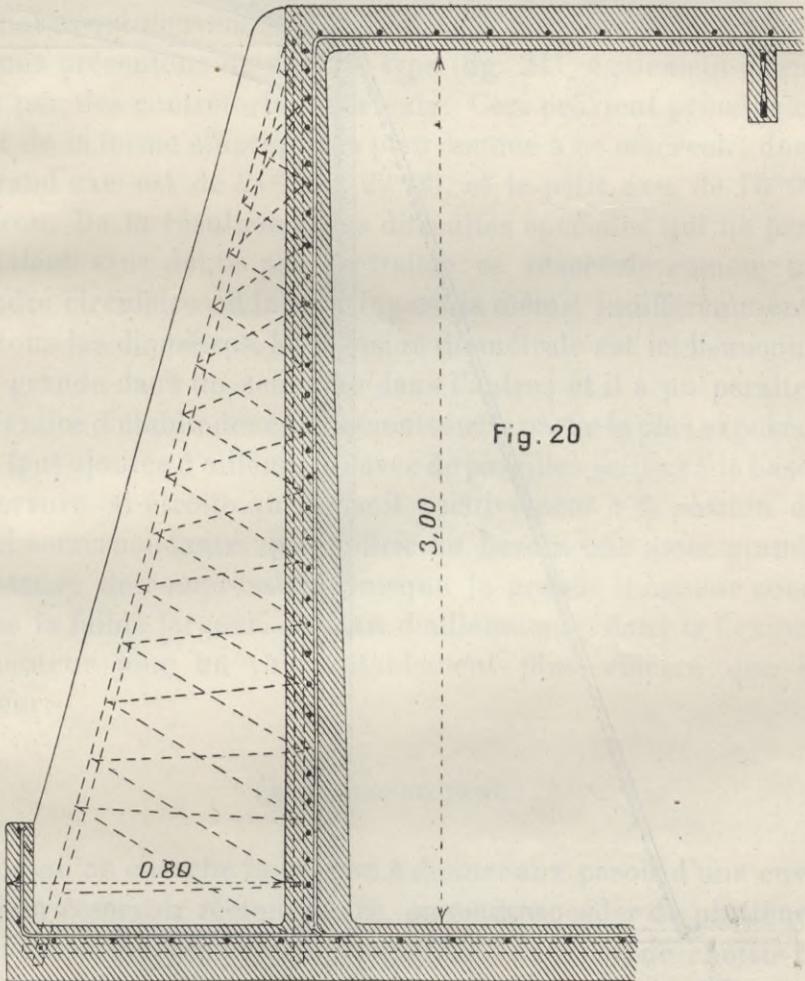
La couverture, qui ne porte aucune surcharge, est disposée en arc assez léger, avec armatures dans les deux sens.

Le type de la fig. 19, comprenant de très nombreux compartiments, beaucoup plus hauts que larges, est armé de fortes barres verticales, avec double cours de barres horizontales. Comme ces réservoirs sont logés au-dessus du sol, les fonds sont supportés par des poutrelles double T, prenant appui sur des colonnes.

Le suivant (fig. 20) offre une disposition toute spéciale : il est armé de puissants contreforts extérieurs. Ceux-ci n'ont pas pour fonction de consolider les parois verticales contre la pression intérieure ; ils ne s'y prêteraient d'ailleurs qu'assez mal, attendu que ces nervures saillantes travailleraient alors par compression, tandis que, dans les pièces

en béton armé, la nervure de faible largeur ne sert qu'à habiller les barres métalliques travaillant à la tension.

Si cette disposition a cependant été adoptée avec raison, c'est pour une tout autre cause : le réservoir est enterré dans le sol



sur toute sa hauteur ; il est donc soumis, lorsqu'il est vide, à de très fortes pressions venant, au contraire, de l'extérieur. Le sens de la flexion étant ainsi renversé, il est tout naturel que la nervure-contrefort soit placée du côté où se produit alors la tension que la flexion doit engendrer.

Dans cet exemple, cependant, ces contreforts se répètent sur l'une des cloisons intérieures. Elles ne peuvent assurément pas nuire, mais sans qu'elles paraissent aussi indispensables qu'à

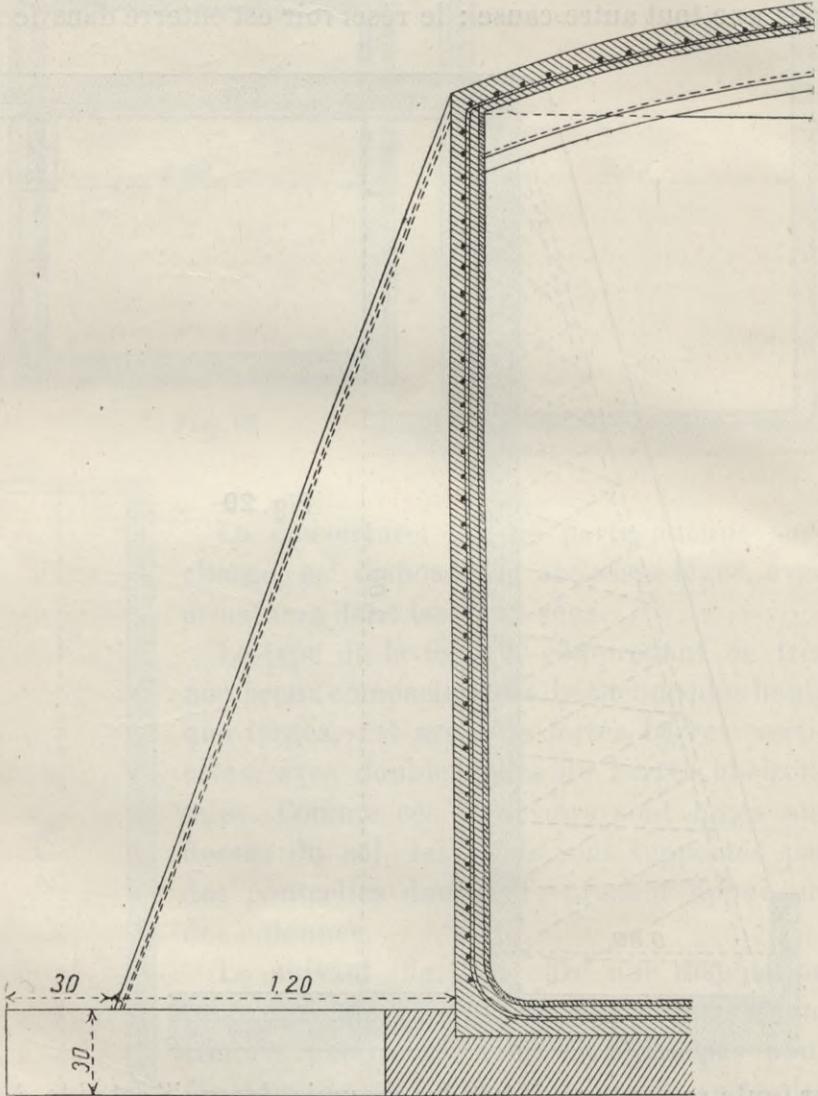


Fig. 21

l'extérieur. Le constructeur a sans doute voulu créer ainsi une sorte de culée d'arrêt pour le cas où les pressions extérieures se transmettraient, d'une façon trop marquée vers l'intérieur.

Il peut aussi exister une autre raison, provenant de ce que le plafond est fortement chargé par un remblai; ce qui a exigé le recours à de fortes poutrelles aux nervures sous plafond. En raison de la grande longueur (28<sup>m</sup> à 29<sup>m</sup>), le constructeur a pu juger nécessaire également de se garantir contre les inégalités de charge qui peuvent se manifester sur une pareille longueur.

Nous présentons un dernier type (fig. 21), également maintenu par des contreforts extérieurs. Ceci provient principalement de la forme elliptique en plan donnée à ce réservoir, dont le grand axe est de 21<sup>m</sup>00 à 22<sup>m</sup>00, et le petit axe, de 16<sup>m</sup>00 environ. De là résultaient des difficultés spéciales qui ne permettraient sans doute pas de traiter ce réservoir comme un cylindre circulaire où la pression est la même, indifféremment, sur tous les diamètres. La pression diamétrale est ici beaucoup plus grande dans un sens que dans l'autre; et il a pu paraître nécessaire d'établir des épaulements sur la partie la plus exposée.

Il faut ajouter d'ailleurs qu'avec de pareilles saillies à la base, la nervure, si étroite qu'elle soit relativement à la portion de paroi correspondante, peut offrir au besoin une assez grande résistance de compression, puisque la grande longueur compense la faible largeur. On sait d'ailleurs que, dans la flexion, la hauteur joue un rôle notablement plus efficace que la largeur.

## CALCUL DES SECTIONS

Lorsqu'on cherche la section à donner aux parois d'une cuve ou d'un réservoir rectangulaire, on peut procéder de plusieurs manières différentes, entre lesquelles il convient de choisir la plus avantageuse; ce qui dépend du rapport entre les hauteurs du réservoir et la longueur horizontale de la paroi.

1°. — On peut considérer une bande verticale (fig. 22), encastée au pied dans le radier, libre à la partie supérieure, et travaillant ainsi en porte-à-faux. On lui attribue une largeur égale à l'unité, par exemple.

2°. — On peut, au contraire, considérer la paroi (fig. 23) comme composée de bandes horizontales prenant leurs points d'appui dans les deux parois latérales; on règle la section de la partie la plus basse et la plus chargée. Puis, à mesure qu'on

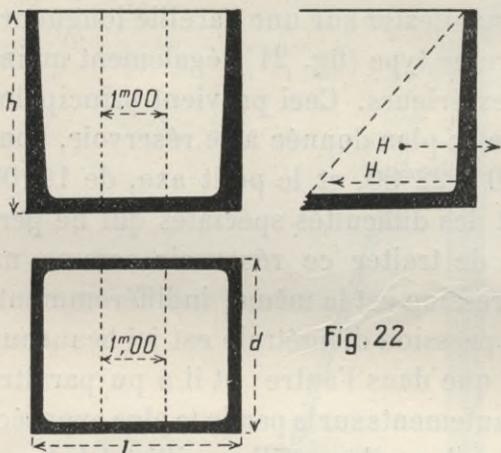


Fig. 22

s'élève, on diminue de plus en plus ces sections, jusqu'au couronnement où, théoriquement, elles pourraient être nulles; on leur conserve cependant une certaine épaisseur avec armature correspondante, pour parer aux chocs accidentels.

Dans le premier cas, les barres de flexion sont verticales; dans le second,

elles sont horizontales. Inversement, les barres de répartition sont horizontales dans le premier cas; verticales dans le second. En principe, ces dernières devraient constituer une armature moins forte que celle de flexion; cependant, pour plus grande sécurité et pour mieux lier tout l'ensemble, les constructeurs acceptent généralement de ne pas établir une différence trop marquée entre les deux systèmes d'armatures.



Fig. 23

Théoriquement, on pourrait déterminer la section des barres de répartition d'après la règle suivante : Etant donné l'écartement des barres de flexion, on déduit de la charge, à l'endroit considéré, et de l'écartement ou portée, le moment de flexion dans ce sens. On appliquerait alors les mêmes formules que pour les barres de flexion.

Mais, en général, ces dernières sont assez rapprochées pour que le résultat de ce mode de calcul ne donne que des sections

de métal assez faibles. Les constructeurs les exagèrent volontiers pour les raisons que nous venons de dire, et les établissent d'une manière quelque peu empirique d'après une simple estimation déduite de la pratique.

3°. — Lorsqu'il y a lieu d'établir un plafond supérieur, on peut le considérer comme un second point d'appui (fig. 24) aux bandes verticales qui, dans le bas, prennent déjà appui sur le radier.

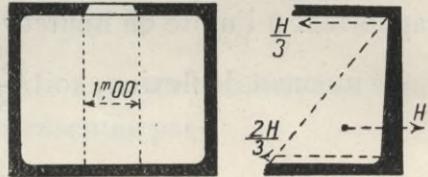


Fig. 24

Nous allons comparer ces trois modes d'évaluation.

#### 1<sup>er</sup> Procédé (fig. 22)

La hauteur d'eau étant  $h$ , la pression ou charge sur la bande verticale, depuis la base jusqu'au sommet, est

$$\frac{h^2}{2} \times 1000^k = 500h^2,$$

le poids du liquide étant de  $1000^k$  au mètre cube, si c'est de l'eau. Avec d'autres liquides, il pourrait y avoir lieu de modifier cette densité.

La pression décroît de la base au sommet; sa résultante est au  $\frac{1}{3}$  de la hauteur. En conséquence le moment de flexion à la base est représenté par

$$M_1 = 500h^2 \times \frac{h}{3} = \frac{1000h^3}{6}.$$

Comme la charge totale est de  $500h^2$ , par unité de largeur, il se produit, pour rétablir l'équilibre, une tension sur le radier qui est égale à la charge même, soit à  $500h^2$ , par unité de largeur.

Pour toute la largeur de paroi, il faudrait, naturellement, multiplier par  $l$  ou  $d$ .

2<sup>e</sup> Procédé (fig. 23)

Sur la bande horizontale la plus profonde, la pression est  $1000 \times h$  par mètre carré, et  $1000hl$  sur toute la largeur, en rapportant à l'unité de hauteur.

Le moment de flexion, soit  $\frac{pl^2}{8}$  par exemple, est

$$M_2 = \frac{1000hl^2}{8}.$$

Si l'on comptait sur un encastrement partiel, on diviserait par 10, au lieu de 8.

La charge, de  $1000hl$ , se répartit en deux tensions sur les parois latérales. Cette tension, toujours apportée au mètre de hauteur, est de  $500hl$ , sur chaque paroi latérale.

Pour le côté dont la longueur est  $d$ , il suffit évidemment de substituer  $d$  à  $l$  dans ces diverses formules.

Déjà l'on peut établir, au moyen de celles-ci, la comparaison économique entre les deux procédés. L'épaisseur de béton, la section de métal dépendent uniquement du moment  $M_1$  ou  $M_2$ , pour la partie inférieure. Au-dessus on diminue l'une et l'autre progressivement, d'une manière analogue dans les deux cas; quand la section initiale est plus grande, dans l'un des deux procédés, elle reste plus grande dans les autres parties de la paroi.

Il n'y aura donc équivalence que si la hauteur  $h$  et la longueur  $l$  satisfont à la condition qui égale les deux moments :

$$\frac{1000h^3}{6} = \frac{1000hl^2}{8}; \quad \text{ou} \quad \frac{l^2}{8} = \frac{h^2}{6};$$

c'est-à-dire  $l = 1.154h$ . Comme le second procédé crée des tensions supplémentaires qui augmentent un peu la section de métal nécessaire, il suffit de dire qu'il y a à peu près équivalence, lorsque la longueur  $l$  est égale à la hauteur  $h$ , malgré la façon toute différente dont se produit la flexion dans les deux cas.

Si  $l$  est plus grand que  $h$ , le premier procédé est plus avantageux. Si c'est, au contraire,  $h$  qui est supérieur à  $l$ , le second procédé est plus économique.

### 3<sup>e</sup> Procédé (fig. 24)

La charge, sur bande verticale appuyée haut et bas, reste, comme dans le premier cas, représentée par

$$500h^2.$$

Elle se répartit en  $\frac{2}{3}$ , soit  $\frac{1000h^2}{3}$  à la base ; et  $\frac{1}{3}$ , soit  $\frac{1000h^2}{6}$  au plafond.

Le maximum du moment, sous la charge décroissante du bas vers le haut, se détermine facilement ; à une profondeur  $x$ , au-dessous du niveau supérieur de l'eau, ce moment est représenté par

$$M = \frac{1000h^2}{6} \times x - \frac{1000x^2}{2} \times \frac{x}{3}.$$

Annulant la dérivée, on trouve pour condition :

$$x = 0.576h.$$

D'où l'on conclut que le moment maximum, qui se produit un peu au-dessus du tiers de la hauteur, est finalement :

$$M_3 = 64h^3.$$

Pratiquement, on peut aussi dire que ce moment est à peu près celui de la flexion sous charge uniforme posée sur deux appuis, c'est-à-dire celui que donne la formule habituelle :  $\frac{pl^2}{8}$ .

En effet la charge totale étant  $500h^2$ , remplaçons  $pl$  par  $500h^2$ . Multipliant par le  $\frac{1}{8}$  de la portée, soit ici  $\frac{h}{8}$ , on trouve :  $\frac{500h^3}{8}$ , ou  $62.5h^3$ , au lieu de  $64h^3$ . On peut donc se contenter de ce mode simple d'évaluation, si l'on veut.

Le premier procédé, pour bandes verticales sans appui supérieur, donnait  $\frac{1000h^3}{6}$ , ou  $167h^3$ ; comme on devait le prévoir, l'intervention de deux appuis diminue très notablement, avec le troisième procédé, la valeur du moment maximum de flexion.

Mais ici, au lieu d'être à la base, il est au-dessus du tiers de la hauteur. Pratiquement, on gardera à peu près les sections maxima sur le tiers de la hauteur, et même un peu au-dessus; on ne les diminuerait progressivement que dans la région supérieure, au delà de 0.576 ou 0.6 de  $h$ .

Les tensions sur parois latérales n'existent pas plus avec le troisième procédé qu'avec le premier. Mais il y a tension sur le plafond et sur le radier, pour  $\frac{1}{3}$  de la charge totale sur le plafond; pour  $\frac{2}{3}$  sur le radier, ainsi que nous l'avons déjà indiqué.

#### EXEMPLES D'APPLICATION : 1<sup>er</sup> EXEMPLE

Pour contrôler ces conclusions, appliquons numériquement les trois procédés aux données suivantes :

$$h = 4^m15; \quad l = 2^m70; \quad d = 2^m00.$$

1°. — Avec bandes verticales encastées dans le radier, la charge sur 1<sup>m</sup>00 de largeur est

$$500h^2 = 500 \times 4^m15^2 = 8610^k.$$

Telle serait aussi la tension sur le radier.

Le moment de flexion à la base est

$$M_1 = \frac{1000h^3}{6} = \frac{1000 \times 4^m15^3}{6} = 11910,$$

chiffre dont la racine carrée est de 109 environ.

Supposons qu'on adopte, pour un bon béton, avec emploi de l'acier :

$$R_s^2 = 40^k \times 10^i; \quad R_m = 12^k \times 10^6.$$

D'après les tableaux numériques ou graphiques, on prendrait les coefficients suivants :

$$h = 0.00467 \times 109 = 0^m51; \quad \omega = 19.44 \times 109 = 2120^{\text{mm}^2}.$$

L'épaisseur totale serait de 0<sup>m</sup>54 à 0<sup>m</sup>55. La section de 2120 se répartirait d'après le nombre de barres que l'on compte placer au mètre courant, puisque la bande considérée a 1<sup>m</sup>00 de largeur.

Ces barres verticales devraient être placées au voisinage de la face mouillée, puisque c'est de ce côté qu'il y a travail de tension.

2<sup>o</sup>. — Avec bandes horizontales, la charge maxima, sur 1<sup>m</sup>00 de hauteur, serait

$$1000hl = 1000 \times 4^m15 \times 2^m70 = 11205^k.$$

Le moment correspondant serait

$$M_2 = \frac{1000hl^2}{8} = \frac{11205 \times 2^m70}{8} = 3780,$$

chiffre dont la racine carrée est d'environ 61.4.

En conséquence on prendrait :

$$h = 0.00467 \times 61.4 = 0^m29; \quad \omega = 19.44 \times 61.4 = 1195^{\text{mm}^2},$$

à répartir entre le nombre de barres que l'on compte placer, à la partie inférieure, dans 1<sup>m</sup>00 de hauteur. L'épaisseur réelle serait d'environ 0<sup>m</sup>33.

La tension sur le radier est nulle ici.

Sur la paroi *d*, où le moment de flexion est le même, mais où la largeur est un peu moindre, la charge est seulement de  $11205^k \times \frac{2^m00}{2^m70}$ , ou 8300<sup>k</sup>. La tension sur la paroi *l* est de 4150<sup>k</sup>; ce qui n'exigerait qu'un accroissement de section égal à  $\frac{4150}{12}$ , ou 346 millimètres carrés.

De là il résulte que, sur la paroi *l*, la section de métal serait

finalemeut égale à  $1195 + 346$ , soit 1541 millimètres carrés par mètre de hauteur, dans la région basse.

Un calcul analogue donnerait, sur la paroi  $d$  moins large que  $l$ , un moment  $M_2$  un peu inférieur au précédent ; par contre, l'effort de traction provenant de  $l$  serait un peu plus grand. Pratiquement, il est vraisemblable que l'on conserverait la même armature sur les quatre parois, à moins qu'il n'y eût différence de longueur beaucoup plus marquée qu'ici.

Il se pourrait d'ailleurs qu'en présence de sections plutôt faibles que donne ainsi l'hypothèse, autorisée cependant, d'un travail  $R_c$  de  $40^k$ , pour un travail  $R_m$  de  $12^k$ , certains constructeurs jugeassent préférable de forcer ces sections ; ce qui revient à dire qu'on abaisserait le travail  $R_m$ , et probablement celui de  $R_c$  également, pour éviter toute déformation susceptible de compromettre l'étanchéité du réservoir.

Il arrive fréquemment que des réservoirs en béton armé suintent dans les premiers temps, jusqu'au moment où, probablement, les moindres interstices se trouvent bouchés par les premiers dépôts, carbonatés ou autres ; après quoi, ils restent parfaitement étanches. Ceci suffit, en tout cas, à prouver qu'il est bon de ne pas reculer devant un excès de prudence.

3°. — Pour bandes verticales appuyées haut et bas, la charge totale est de  $8610^k$ , comme dans le premier cas. Le moment est égal à

$$64h^3 = 64 \times 4^{m15^3} = 4574,$$

chiffre dont la racine carrée est de 67.6. On prendrait en conséquence :

$$h = 0.00467 \times 67.6 = 0^{m32}; \quad \omega = 19.44 \times 67.6 = 1340^{mm^2},$$

par mètre de hauteur, dans la région basse, jusqu'au-dessus du tiers de la hauteur.

Il n'y a pas de tensions latérales, pas plus que dans le premier cas. Mais, sur le radier, la tension, égale à la charge, est de  $8610^k \times \frac{2}{3}$ , ou  $5740^k$ ; ce qui exige une armature établie

pour résister à cette tension. Il en faut une autre, placée perpendiculairement et de même importance, pour résister à la tension provenant des deux autres parois.

## RADIER

Avec le second procédé, par bandes horizontales, il n'y a ni tension ni moment de flexion agissant sur le radier. Avec le premier et le troisième procédé il y a tension et moment de flexion, provenant aussi bien de la paroi  $d$  que de la paroi  $l$ . Il faut donc loger, dans le radier, deux armatures perpendiculaires l'une à l'autre.

Examinons les conséquences de ce fait, pour le premier cas où cette intervention est le plus marquée.

Par mètre de largeur sur le radier, comme sur les parois verticales, le moment de flexion est égal à 11910, ainsi qu'on l'a vu plus haut; il se propage intégralement sur toute la longueur de cette bande de radier; aussi bien dans un sens que dans l'autre. De là tendance à soulèvement de la partie centrale de ce radier.

Mais, en pareil cas, intervient la charge verticale de l'eau; laquelle engendre un moment de flexion qui tend, au contraire, à rabaisser cette partie centrale et à la maintenir en contact avec le sol de fondation.

Ainsi, parallèlement à  $l$ , la portée étant de  $2^m70$ , la charge d'eau sur bande de  $1^m00$ , est égale à  $4^m15 \times 1000^k \times 2^m70$ ; soit  $11205^k$ . Son moment est égal à  $11205^k \times \frac{2^m70}{8}$ , ou 3782.

Le premier moment était de 11910, avons-nous dit. Il y a donc atténuation, mais non suppression de la flexion qui soulève le radier. D'autant plus qu'en réalité, l'effet de la charge d'eau se répartit suivant les deux directions perpendiculaires, parallèlement à  $l$ ; et parallèlement à  $d$ .

Sans tenir compte de ce double effet, qui, vu les différences de longueur entre  $l$  et  $c$ , est sensiblement plus manifeste dans

un sens que dans l'autre, maintenons les deux chiffres obtenus : 11910 et 3782, dont la différence est de 8128. Prenons 90 en nombre rond pour la racine carrée.

Pour calculer le hourdis dans ces conditions, on prendrait donc

$$h = 0.00467 \times 90 = 0^m42; \quad \omega = 19.44 \times 90 = 1750^{\text{mm}^2}.$$

L'épaisseur totale serait de  $0^m46$  environ. A la tension  $\omega$  il conviendrait d'ajouter un complément égal, d'après la tension, à  $\frac{8610}{12}$ , ou 718 millimètres carrés. Total : 2468 millimètres, à répartir entre barres logées dans la largeur de  $1^m00$ .

## 2<sup>e</sup> EXEMPLE

On a vu que le second procédé se présentait avec de réels avantages, grâce à la grande hauteur d'eau relativement à la largeur des parois. Il n'en est pourtant pas toujours ainsi.

En effet, prenons maintenant les données suivantes qui ne modifient pas la capacité du récipient :

$$h = 2^m70; \quad l = 4^m15; \quad d = 2^m00.$$

Les bandes verticales du premier procédé fourniraient un moment de flexion

$$M_1 = \frac{1000h^3}{6} = \frac{1000 \times 2^m70^3}{6} = 3530.$$

Les bandes horizontales du second procédé donneraient cette fois :

$$M_2 = \frac{1000hl^2}{8} = \frac{1000 \times 2^m70 \times 4^m15^2}{8} = 5812.$$

On peut donc prévoir que l'avantage pourrait alors rester au premier procédé.

Les racines carrées de ces deux nombres étant de 51 et 76.2, on aurait

$$h_1 = 0.00467 \times 51 = 0^m24; \quad \omega_1 = 19.44 \times 51 = 999^{\text{mm}^2};$$

$$h_2 = 0.00467 \times 76.2 = 0^m33; \quad \omega_2 = 19.44 \times 76.2 = 1481^{\text{mm}^2}.$$

L'avantage a, effectivement, passé de l'un à l'autre procédé, conformément à la condition déjà posée au début.

Mais n'y aurait-il pas quelque compensation provenant du hourdis qui, dans le second cas, n'est exposé à aucun moment de flexion; tandis que, dans le premier cas, ce moment intervient et a une importance très marquée, ainsi qu'on l'a vu?

La charge sur la bande verticale est de  $500h^2$ , soit  $500 \times 2.7^2$ , ou  $3645^k$ . La tension sur le radier est représentée par le même chiffre; ce qui exige déjà une section de  $\frac{3645}{12}$ , ou 304 millimètres carrés.

Le moment  $M_1$  subsiste dans toute la bande correspondante de radier. Mais la pression d'eau, égale à  $4150^k \times 4^m15$ , donne un moment de flexion égal à  $4150^k \times \frac{4^m15^2}{8}$ , ou 8940.

Il est donc très supérieur au moment contraire  $M_1$ ; il n'y a pas tendance à soulèvement; le radier reste simplement comprimé entre la pression d'eau et la résistance du sol. La constitution du radier resterait à peu près la même dans les deux cas; et le premier, dans son ensemble, serait maintenant plus favorable que le second.

## VI

# MURS DE SOUTÈNEMENT

---

### TYPES DIVERS

Les murs de soutènement construits en maçonnerie n'assurent l'équilibre et n'annulent les effets de la poussée que par leur propre poids, car il n'existe pas, dans ce genre de maçonneries, de cohésion suffisante pour qu'on puisse considérer l'ensemble comme une sorte de monolithe. Il n'en est pas de même, du moment qu'on emploie le béton armé.

Aussi est-il possible, comme nous l'indiquions dès le début du béton armé en France (1), d'alléger considérablement la masse d'un mur de soutènement à établir au moyen du béton armé, en employant la disposition suivante : asseoir la paroi sur une semelle ou un patin que l'on prolonge dans l'intérieur du remblai. De cette manière, le poids même du remblai assis sur ce patin peut faire équilibre à la poussée horizontale, et empêcher ainsi tout renversement du mur.

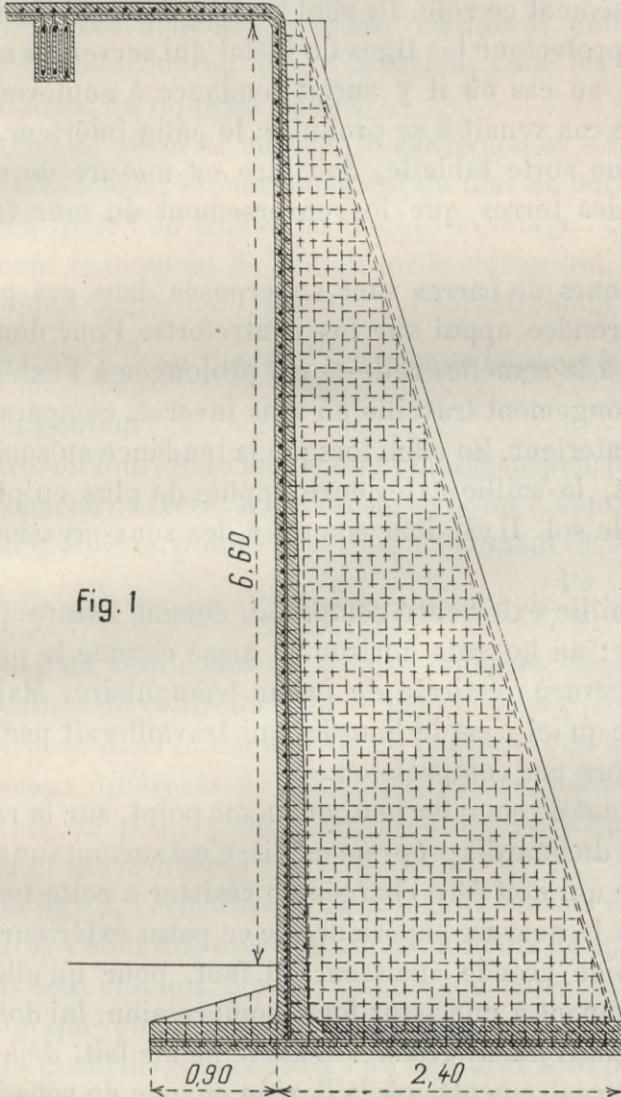
Ce principe, si naturellement indiqué du moment que l'on a recours à une maçonnerie rigide, a été adopté par les constructeurs qui, dans les travaux de l'Exposition universelle de 1900, en ont varié les dispositions.

Un premier type est celui qui avait été adopté pour le Château d'eau (fig. 1). Le rideau ou masque n'a qu'une très faible

---

(1) *La Construction moderne*, 1893-1894.

épaisseur, nullement comparable à celle des anciens murs, épaisseur qui va en diminuant de la base au sommet, comme dans les réservoirs. Dans la double armature, les barres hori-



zontales sont logées près de la face extérieure; les barres verticales s'appuient sur les premières; ce sont, en effet, les premières qui résistent à la flexion; les autres étant de simples barres de répartition.

En effet, de 1<sup>m</sup>50 en 1<sup>m</sup>50, sont intercalées des parois de forme triangulaire dans lesquelles est disposé un quadrillage métallique. Ces panneaux, dits parfois contreforts, ne jouent pas précisément ce rôle. Ils sont surtout destinés à envelopper de béton protecteur les tiges de métal qui servent à suspendre le radier, au cas où il y aurait tendance à soulèvement. En effet, si le cas venait à se produire, le patin inférieur, formant en quelque sorte tablette, doit être en mesure de supporter le poids des terres que le renversement du mur tendrait à soulever.

Deux cours de barres sont superposés dans ces patins qui doivent prendre appui sur les contreforts. Pour donner plus d'assiette à la semelle, celle-ci est prolongée à l'extérieur.

Ce prolongement travaille en sens inverse, comparativement au patin intérieur. En effet, lorsque la tendance au soulèvement se produit, la saillie extérieure appuie de plus en plus fortement sur le sol. Il est donc soumis à des sous-pressions de bas en haut.

Cette saillie extérieure comprend, comme l'autre partie de la semelle : un hourdis horizontal, armé comme le précédent, et une nervure verticale de forme triangulaire. Mais il faut remarquer qu'ici c'est le hourdis qui travaillerait par tension, et la nervure par compression.

Il convient de compter peu, ou même point, sur la résistance de tension du hourdis proprement dit ; c'est surtout son armature métallique qui doit être chargée de résister à cette tension.

Quant à la nervure supérieure de ce patin extérieur, qui n'a pas une bien grande épaisseur, il faut, pour qu'elle résiste convenablement à une assez forte compression, lui donner une hauteur relativement grande. C'est le même fait, déjà observé pour les encastremets, où la flexion change de sens.

Ce mur offre une particularité : le couronnement du rideau est, en réalité, épaulé par des planchers susceptibles de former point d'appui. De cette façon, le rideau vertical, appuyé haut et bas, sous une pression que représenterait un triangle, subit un

moment de flexion qu'on peut représenter par  $\frac{Hh}{8}$ , en appelant  $H$  la poussée,  $h$  la hauteur; tout comme s'il s'agissait d'une pièce de portée  $h$ , soumise à une charge  $H$  uniformément répartie. Nous avons eu déjà l'occasion, pour les réservoirs rectangulaires, de rappeler ce fait.

Pour plus de sécurité encore, le constructeur a rattaché de plus, par des tirants, le couronnement du mur au bord intérieur du patin. A quoi l'on trouve un double avantage: on diminue notablement le moment de flexion sur le rideau qui, faute d'un point d'appui supérieur, serait, à l'encastrement inférieur, représenté par  $\frac{Hh}{3}$ , au lieu de  $\frac{Hh}{8}$ , puisque la poussée  $H$  agit au tiers de la hauteur.

En outre, on fournit de même un point de suspension au bord du patin chargé de terre. A défaut de ce point d'appui, un patin de largeur  $b$ , sous un poids  $P$ , subirait un moment de flexion égal à  $\frac{Pb}{2}$ ; tandis qu'avec appui, il n'est plus que de  $\frac{Pb}{8}$ .

Au lieu d'un seul cours de tirants obliques, logés près de l'arête inclinée du contrefort, on en peut disposer plusieurs que l'on superpose dans la hauteur de ce contrefort et qui relient, à des niveaux différents, le rideau aux divers points du patin.

De même on peut, comme ici, établir un grillage à barres verticales et horizontales.

Dans la fig. 2, l'armature horizontale du rideau est double; les ligatures  $y$  sont disposées en crans ou dents de scie. Dans le contrefort sont établies, près de l'arête supérieure, les barres de suspension qui jouent le même rôle que précédemment; mais, au lieu de quadrillage, les étriers ou ligatures sont placés horizontalement et diagonalement.

Le mur de quai (fig. 3), qui est un mur de soutènement, est fondé sur d'anciens pilotis en médiocre état, mais qu'on n'a pas voulu extraire pour les remplacer; le radier ou patin de l'intérieur, se prolonge très loin, afin de reporter tout le poids des

terres maintenues vers les pieux nouveaux enfoncés sur l'arrière. Avec un patin de médiocre largeur, la poussée se composant avec le poids, ramène toujours la résultante vers la face du mur ;

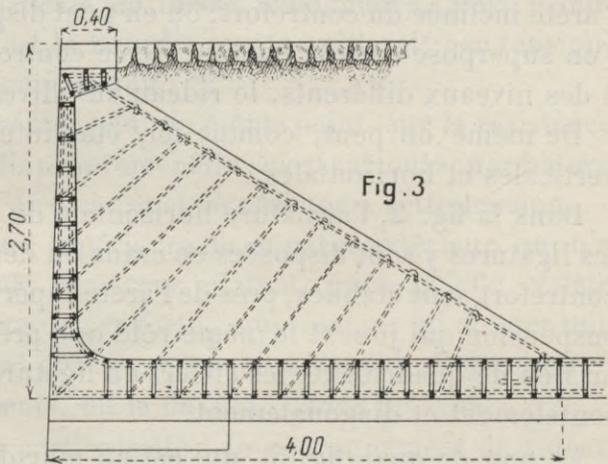
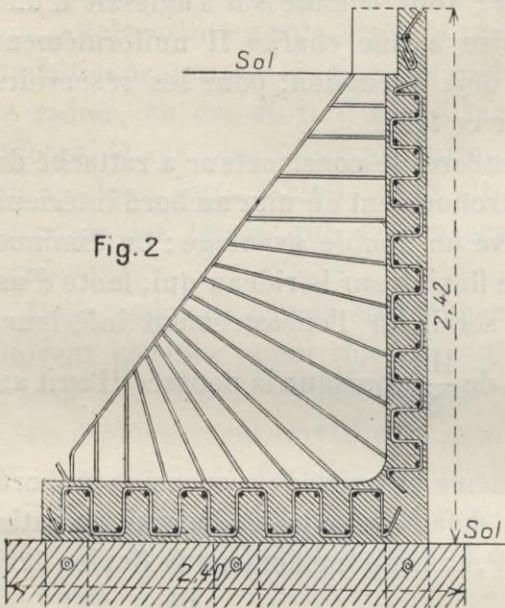
c'est pourquoi, dans le premier type, on avait dû prolonger le patin à l'extérieur ; ce qu'on ne pouvait faire ici. Au quai de Billy, pendant l'Exposition universelle, le mur de soutènement, de hauteurs très variables, avait été établi, dans sa partie la plus élevée, comme l'indique la fig. 4.

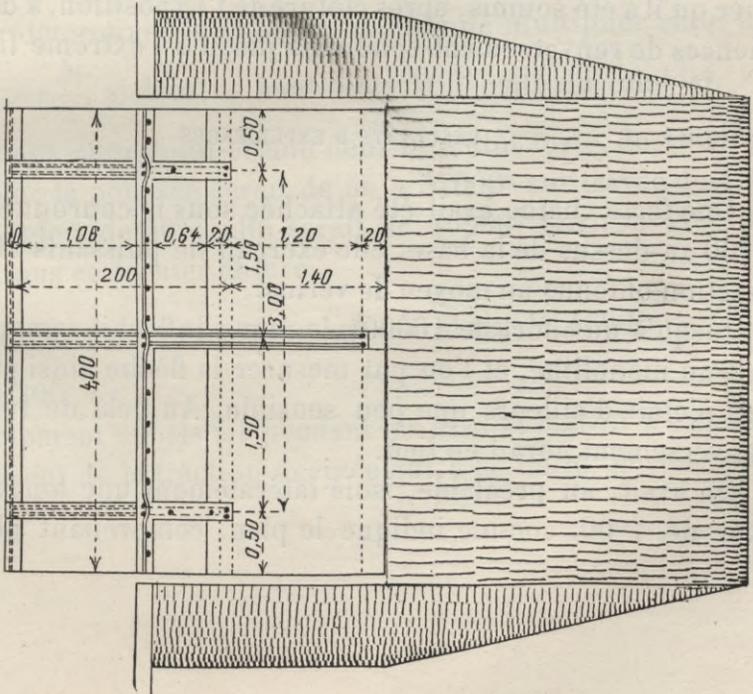
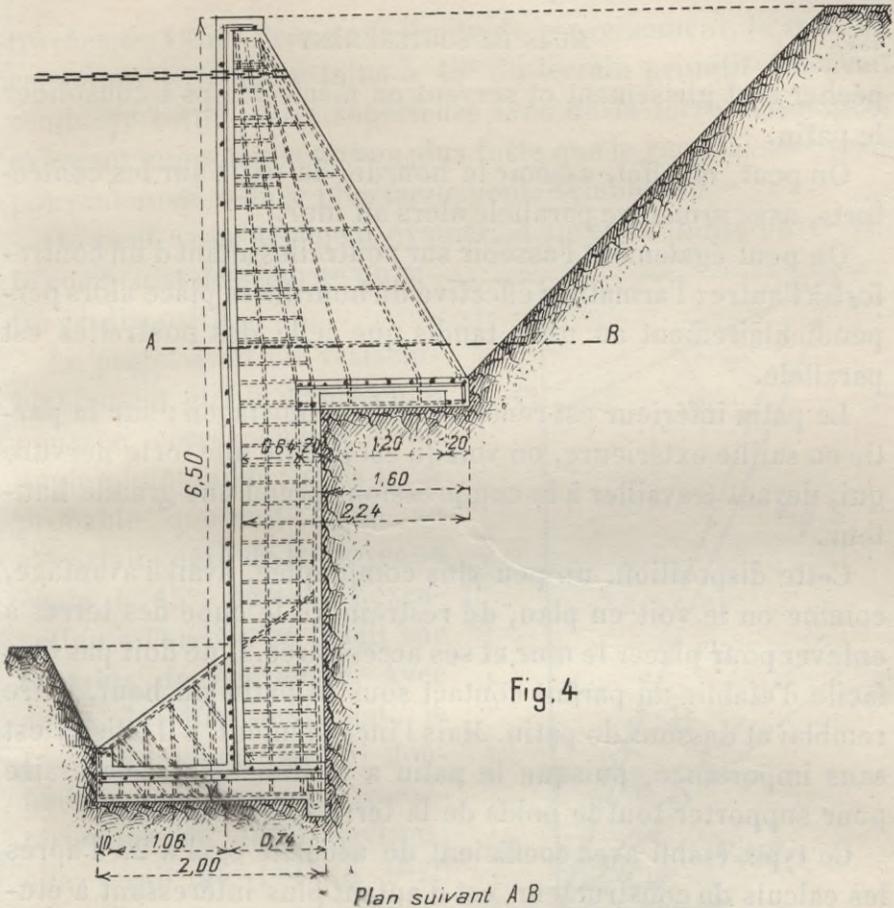
Le rideau a, comme

d'ordinaire, armature verticale et armature horizontale travaillant à la flexion ; le contrefort comprend, à la partie inférieure, une nervure verticale ; et, pour la moitié supérieure, un trapèze où sont logées les barres de suspension qui supportent le patin supérieur.

Le patin inférieur est, par moitié, logé à l'intérieur ; par moitié,

à l'extérieur pour augmenter l'assiette, ainsi que nous l'avons dit. Chacun des deux patins est armé d'une forte poutrelle avant, et d'une autre à l'arrière. Ces saillies contribuent à em-





pêcher tout glissement et servent en même temps à consolider le patin.

On peut, en effet, asseoir le hourdis du patin sur les contreforts, avec armature parallèle alors au mur.

On peut également l'asseoir sur poutrelles allant d'un contrefort à l'autre ; l'armature effective du hourdis se place alors perpendiculairement au mur, tandis que celle des poutrelles est parallèle.

Le patin inférieur est renforcé de la même façon ; sur la partie en saillie extérieure, on voit qu'est établie une forte nervure qui, devant travailler à la compression, prend une grande hauteur.

Cette disposition, un peu plus compliquée, avait l'avantage, comme on le voit en plan, de restreindre le cube des terres à enlever pour placer le mur et ses accessoires. Il ne doit pas être facile d'établir un parfait contact sous le patin du haut, entre remblai et dessous du patin. Mais l'inconvénient, s'il existe, est sans importance, puisque le patin a la dimension nécessaire pour supporter tout le poids de la terre qui le surmonte.

Ce type, établi avec coefficient de sécurité égal à 2, d'après les calculs du constructeur, est d'autant plus intéressant à étudier qu'il a été soumis, après clôture de l'Exposition, à des expériences de renversement conduites jusqu'à l'extrême limite.

#### RÉSULTATS D'EXPÉRIENCES

Une forte chaîne avait été attachée sous le couronnement, à 8<sup>m</sup>00 au-dessus de la base ; elle exerçait de puissants efforts de traction obtenus au moyen de verins.

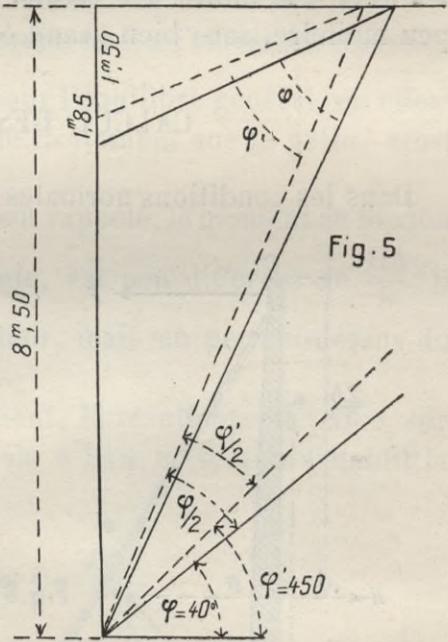
Jusqu'à un effort de 16000<sup>k</sup>, le mur s'infléchit comme aurait fait un monolithe, et l'on put mesurer la flèche ainsi produite, qui n'était d'ailleurs que peu sensible. Au delà de 16000<sup>k</sup>, le renversement aurait eu lieu.

On avait, au préalable, isolé latéralement une longueur de mur de 4<sup>m</sup>00, comme indique le plan, comprenant plusieurs

travées de 1<sup>m</sup>50. Près de la limite de renversement, le remblai remontait le long du talus à 45° du terrain primitif; on avait remblayé cette partie supérieure avec de la terre détrempée, exerçant une poussée un peu plus forte que le remblai sec; mais pouvant aussi refluer plus facilement, semble-t-il.

On peut assez aisément évaluer, d'après la limite observée, le coefficient de sécurité qu'offre ce dispositif.

Le projet avait été vraisemblablement établi d'après une poussée correspondant à un angle plutôt faible; mais il est probable que cet angle ne s'écartait guère de la moyenne égale à 45°, puisque l'excavation à l'arrière se tenait sur le talus de cet angle. Avec angle de 40° seulement, le tracé graphique (fig. 5) donnerait une longueur caractéristique de 1<sup>m</sup>85 environ; elle serait de 1<sup>m</sup>45 à 1<sup>m</sup>50 avec 45°.



Pour déterminer la poussée, il suffit de multiplier cette longueur par  $\frac{h\delta}{2}$ , si  $h$  est la hauteur,  $\delta$  la densité du remblai.

Prenons pour celui-ci une densité plutôt forte, de 1800<sup>k</sup> par exemple; la poussée serait de 56 à 57000<sup>k</sup> sur travée de 4<sup>m</sup>00, avec angle  $\varphi$  de 40°; elle serait de 46000<sup>k</sup> environ avec 45°. Admettons ce dernier chiffre.

Le moment de renversement est alors de  $46000^k \times \frac{8^m50}{3}$ , ou 130300.

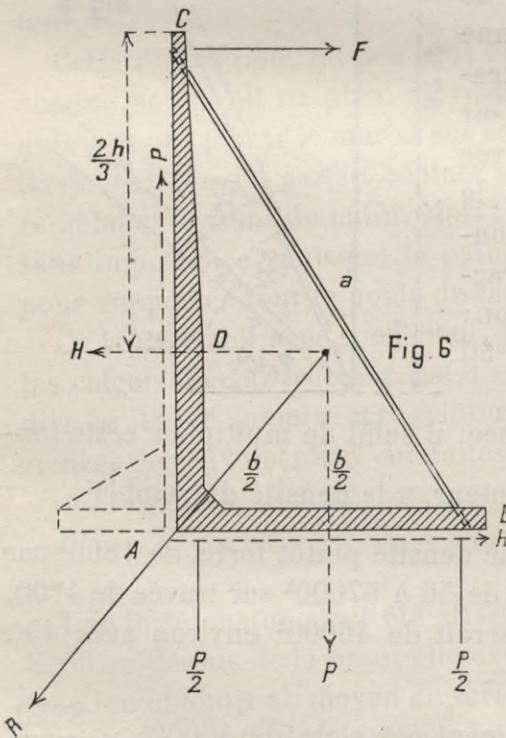
Ce moment subsistait pendant les essais; mais il s'y ajoutait le moment de la traction exercée qui, à la limite, devenait égal

à  $16000^k \times 8^m00$ , ou 128000. Total : 258300 ; tandis qu'il n'était, dans les conditions normales, que de 130300. C'est à peu près le double ; ce qui justifie le coefficient de sécurité évalué à 2.

Avec poussée plus forte en réalité, avec angle  $\varphi$  de  $40^\circ$ , le moment initial aurait été de 161300 ; ce qui donne un total de 289500, à la limite des essais. Le coefficient serait alors un peu moindre, sans bien grand écart.

### CALCUL DES SECTIONS

Dans les conditions normales où la stabilité est bien assurée,



la résultante  $R$  de la poussée  $H$ , agissant au tiers de la hauteur (fig. 6), et du poids de terre  $P$ , appliqué au milieu de la largeur  $b$  de patin intérieur, doit passer à l'intérieur de ce patin ; ou même vers l'arête  $A$ , s'il existe un patin extérieur.

Le patin  $AB$  est simplement soumis à la compression, entre le poids  $P$  et la réaction verticale du sol. En même temps, sous la face inférieure, existe une autre réaction horizontale égale à la poussée  $H$  ; elle est produite par le frottement.

Dans ces conditions la paroi  $AC$  tend à s'incliner sous la poussée ; le couronnement  $C$  fait appel au tirant  $a$  qui est ancré en  $B$ , à l'extrémité du patin retenu par le poids du remblai. Le

tirant exerce ainsi une tension horizontale  $F$  à la partie supérieure. Si elle se développe suffisamment, grâce à la résistance du remblai, cette force horizontale  $F$  deviendra égale à  $\frac{H}{3}$ .

Au pied de la paroi, celle-ci exerce un effort égal à  $\frac{2H}{3}$ , qui s'ajoute à l'effort  $F$ , ou  $\frac{H}{3}$ , transmis en  $B$  à l'extrémité du tirant et du patin. Ainsi se reforme, pour l'équilibre général, un effort égal à  $H$  que doit équilibrer le frottement sur le patin, ainsi qu'il a été dit.

Comme nous l'avons également rappelé, le moment de flexion maximum, sur la paroi verticale, est peu différent de  $\frac{Hh}{8}$ ; il s'applique, non plus à mi-hauteur, mais un peu au-dessus du tiers de  $H$ .

On remarquera qu'à ce moment, la résultante  $R$  passe sur l'arête  $A$ . En effet, lorsque cela a lieu, c'est que s'établit la relation

$$\frac{P}{H} = \frac{\left(\frac{h}{3}\right)}{\left(\frac{b}{2}\right)}; \text{ ou } P = \frac{2Hh}{3b}.$$

Mais, d'autre part, si la tension  $F$  est égale à  $\frac{H}{3}$ , comme nous l'avons supposé, la composante verticale de la tension  $a$ , dont  $F$  est la composante horizontale, se trouve égale à  $\frac{P}{2}$ ; ce qu'on exprime par la relation :

$$\frac{\left(\frac{H}{3}\right)}{\left(\frac{P}{2}\right)} = \frac{b}{h}; \text{ ou } P = \frac{2Hh}{3b}, \quad (1)$$

comme précédemment. En effet, cette composante verticale en  $C$ , est aussi celle en  $A$ , où elle doit être, sur l'appui  $A$ , moitié du poids  $P$ . C'est ce qui va servir à l'établissement du calcul.

## CALCUL THÉORIQUE DES POUSSÉES

Nous avons rappelé comment on peut évaluer graphiquement les poussées. On peut tout aussi bien, d'après la formule connue :

$$H = \frac{h^2}{2} \times \delta \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2},$$

estimer la poussée de la manière suivante, suivant valeurs de  $\alpha$  ou de son complémentaire  $\varphi$ .

Densité : 1800 <sup>k</sup>	Densité : 1600 <sup>k</sup>
$\varphi = 50^\circ : H = 119h^2$	$\varphi = 50^\circ : H = 106h^2$
$\varphi = 45^\circ : H = 134h^2$	$\varphi = 45^\circ : H = 137h^2$
$\varphi = 40^\circ : H = 196h^2$	$\varphi = 40^\circ : H = 174h^2$

La poussée est ainsi facile à évaluer d'après la hauteur de remblai  $h$ . Ainsi, pour un mur de 8<sup>m</sup>50, prenons, avec 1800<sup>k</sup> :

$$H = 196 \times 8^m50^2 = 14140^k$$

environ par mètre courant.

*Largeur du patin intérieur*

Avec cette donnée on établit la largeur  $b$  qu'il est nécessaire de donner au patin intérieur ; puisqu'on doit vérifier

$$P = \frac{2Hh}{3b},$$

où le poids  $P$  est de  $1800^k \times b \times h$ , par exemple, c'est-à-dire  $15300b$ , pour une hauteur  $h$  de 8<sup>m</sup>50. Substituant dans la condition (1) ci-dessus, on en déduit :

$$b^2 = \frac{Hh}{22950}; \quad b = \frac{\sqrt{Hh}}{151.5} = \frac{\sqrt{14140^k \times 8^m50}}{151.5} = 2^m28.$$

*Rideau et contrefort*

On peut considérer le mur comme constitué par un hourdis, qui est le rideau, et une nervure à prélever, en quelque sorte, dans le contrefort triangulaire. Si l'on établit dans celui-ci des tirants obliques, le moment de flexion maximum serait égal à  $\frac{1}{8} \times Hh$ , soit  $0.125 \times 14140^k \times 8^m50$ , ou 15000 en nombre rond, par mètre courant.

Supposons un écartement de  $1^m50$ , comme dans les murs de l'Exposition universelle; le moment par travée sera de  $15000 \times 1^m50$ , ou 22500.

Pour faire application des tableaux, formons :

$$\frac{M}{b} = \frac{22500}{1^m50} = 15000; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 122.4;$$

$$Mb = 22500 \times 1^m50 = 33750; \quad \sqrt{Mb} = 184.$$

1° : Si l'on prend, pour grande sécurité :

$$R_c = 30^k \times 10^4; \quad R_m = 8^k \times 10^6,$$

on trouvera :

$$h = 0.0052 \times 122.4 = 0^m64; \quad \omega = 26.5 \times 184 = 4876^{mm^2}.$$

La hauteur réelle, hourdis et nervure saillante, serait de  $0^m60$  à  $0^m70$ . La section se répartirait en trois ou quatre barres par exemple. L'épaisseur transversale de la nervure serait à peu près le  $\frac{1}{8}$  de l'écartement  $1^m50$ .

L'épaisseur  $v'$  serait à peu près

$$v' = 0.001414 \times 122.4 = 0^m17 \text{ à } 0^m18.$$

2° : Si l'on eût admis, au contraire, des chiffres de travail un peu élevés :

$$R_c = 40^k \times 10^4; \quad R_m = 12^k \times 10^6,$$

on aurait pris :

$$h = 0.00467 \times 122.4 = 0^m57; \quad \omega = 19.44 \times 184 = 3577^{mm^2}.$$

La hauteur totale, hourdis et nervure, serait un peu supérieure à 0<sup>m</sup>60. C'est surtout la section de métal qui diminuerait, en raison du taux de travail plus élevé.

Telles seraient les proportions qu'il conviendrait de donner à la partie du contrefort qui joint le rideau. Quant à celui-ci, il conviendra également que son épaisseur de hourdis ne soit pas inférieure à 0<sup>m</sup>18 dans le premier cas ; ou même à 0<sup>m</sup>14 dans le second.

Ce hourdis a une portée de 1<sup>m</sup>50, écartement entre nervures ou contreforts, son armature principale allant de l'une à l'autre nervure. Dans la partie basse la plus chargée, la pression maxima se détermine d'après la pression moyenne qui est de  $\frac{14140^k}{8^{m50}}$ , ou 1665<sup>k</sup>. Dans cette partie basse la pression est donc double et égale à 3330<sup>k</sup> environ.

Sur hauteur de 1<sup>m</sup>00 et portée de 1<sup>m</sup>50, la charge est égale à 5000<sup>k</sup> en nombre rond. Le moment de flexion, entre deux appuis, est représenté par  $5000^k \times \frac{1^{m50}}{8}$ , soit 940 environ ; chiffre dont la racine est de 30.5.

On prendrait donc pour le hourdis, avec  $R_c$  égal à 30<sup>k</sup>, et  $R_m$  à 8<sup>k</sup> :

$$h = 0.0052 \times 30.5 = 0^{m16}; \quad \omega = 29.5 \times 30.5 = 900^{mm^2},$$

section de métal à loger dans 1<sup>m</sup>00 de hauteur, pour la partie basse. Au-dessus, on diminue progressivement, et l'épaisseur et la section  $\omega$ .

L'épaisseur réelle serait d'environ 0<sup>m</sup>18, égale par conséquent à  $v'$  obtenu précédemment ; les deux résultats concordent et n'ont pas besoin d'être modifiés.

L'effort tranchant, dont on aurait à tenir compte, est celui de toute charge décroissante suivant une forme triangulaire.

Il reste à déterminer la section des barres de suspension. D'après ses composantes  $\frac{H}{3}$  et  $\frac{P}{2}$ , cette diagonale est facile à

calculer; on peut aussi la déterminer graphiquement au moyen du triangle construit sur ces deux valeurs connues, de  $\frac{H}{3}$  et  $\frac{P}{2}$ . Elle est de 27000<sup>k</sup> en nombre rond, pour la travée de 1<sup>m</sup>50.

En conséquence, la section de métal sera, par exemple, de  $\frac{27000^k}{8^k}$ , ou 3375 millimètres carrés.

### *Calcul du patin intérieur*

Sur la partie du patin qui forme hourdis à nervure, en empruntant celle-ci au contrefort, le poids est pour la travée de 1<sup>m</sup>50 :

$$P = 1^m50 \times \frac{2Hh}{3b} = 1^m50 \times \frac{2 \times 14140^k \times 8^m50}{3 \times 2^m28} = 26355^k.$$

Le moment de flexion est égal à  $26355^k \times \frac{2^m28}{8}$ , ou 7500 environ. D'où

$$\frac{M}{b} = \frac{7500}{1.50} = 5000; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 70.7;$$

$$Mb = 7500 \times 1.50 = 11250; \quad \sqrt{Mb} = 106$$

et, avec les mêmes données de travail :

$$h = 0.0052 \times 70.7 = 0^m37; \quad \omega = 26.5 \times 106 = 2810^m^m^2;$$

$$v' = 0.001414 \times 70.7 = 0^m10.$$

La hauteur totale, hourdis et nervure, dépasserait 0<sup>m</sup>40.

Quant au hourdis du patin, sur une bande horizontale de 1<sup>m</sup>00, il porte un poids de  $\frac{26355^k}{2^m28}$ , soit 11400<sup>k</sup> à 11500<sup>k</sup>; le moment de flexion est de  $114000^k \times \frac{1^m50}{8}$ , ou 2140; chiffre dont la racine carrée est d'environ 46.2.

En conséquence, on devrait prendre :

$$h = 0.0052 \times 46.2 = 0^m24; \quad \omega = 26.5 \times 46.2 = 1224^m^m^2,$$

à loger dans 1<sup>m</sup>00 de largeur. Mais ici l'écart entre la longueur et la largeur de travée n'est pas suffisant pour donner une quasi-égalité entre  $v'$  et l'épaisseur propre du hourdis qui lui est de beaucoup supérieure.

C'est pourquoi l'on pourrait avoir avantage à modifier l'écartement, ou, comme au quai de Billy, à établir des poutrelles avec écartement différent.

On voit par cet exemple complètement traité, quelle est la marche à suivre pour ce genre de calcul, en y appliquant tels ou tels des coefficients de travail que l'on jugera préférable d'y adopter.

#### SIMPLIFICATION

C'est à peu près de cette façon, comme on a pu voir, que certains constructeurs conçoivent la liaison du contrefort, soit avec le rideau, soit avec les semelles. D'autres adoptent une solution plus simple : pour eux le soi-disant contrefort, tout en servant d'enveloppe aux tiges obliques de suspension, est en même temps une sorte de coin sur lequel s'attachent directement : le rideau sur le côté vertical, le patin sur la base horizontale. De cette façon, le rideau est une série de bandes horizontales superposées et appuyées à chaque extrémité sur les deux contreforts voisins ; de même le patin est un simple hourdis prenant appui sur les bases de ces deux contreforts.

Les évaluations sont ainsi simplifiées, en ce qu'elles suppriment tout calcul de hourdis nervuré, il ne reste à faire que la seconde opération : calcul de hourdis simple ayant pour portée l'écartement des contreforts.

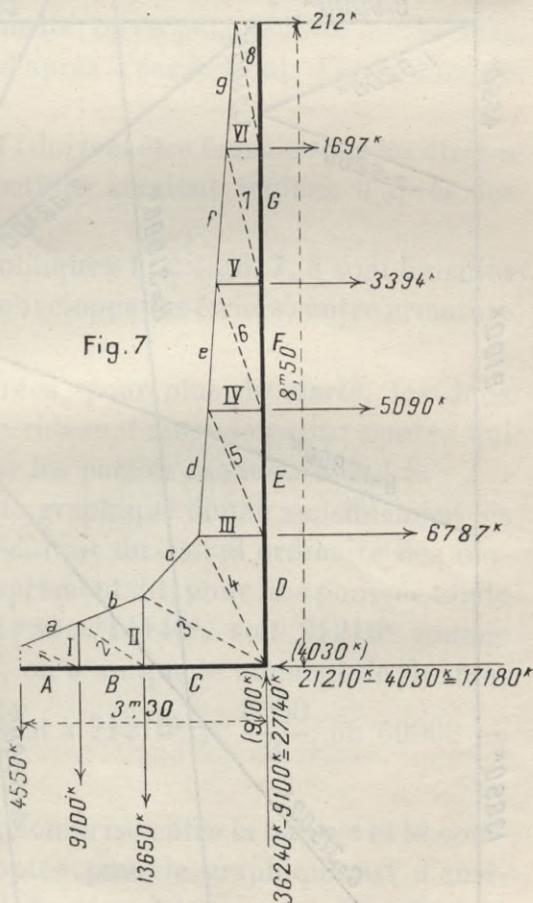
C'est pourquoi, dans ce mode d'évaluation, le panneau formant contrefort reçoit alors une double armature, verticale et horizontale, en plus des barres obliques de suspension. Toute la première partie des calculs précédents, rideau ou patin, disparaît ainsi, pour ne laisser subsister que le calcul des hourdis qui reste le même.

## PROCÉDÉ GRAPHIQUE

Lorsqu'on procède cependant de la première façon, en considérant le contrefort comme servant de nervure, verticale et horizontale, aux deux hourdis, rideau et patin, on peut tout aussi bien considérer tout l'ensemble comme une simple pièce à nervure qui serait coudée pour faire à la fois office de masque et de semelle; ce qui se rapproche davantage du rôle qu'on attribue d'ordinaire au véritable contrefort (fig. 7).

Le calcul, tel que nous l'avions établi en premier lieu, s'appliquerait directement à cette autre disposition : il déterminerait les hauteurs totales, hourdis et nervures, qu'il convient de donner à chacune des deux branches, et la section de métal à loger dans chacune des deux nervures saillantes à l'intérieur.

Fig. 7



La disposition d'ensemble, fig. 7, serait l'expression figurée des résultats ainsi obtenus.

On peut aussi procéder graphiquement (fig. 8), en considérant cet ensemble comme un réseau articulé, suivant la disposition qu'indique la fig. 7.

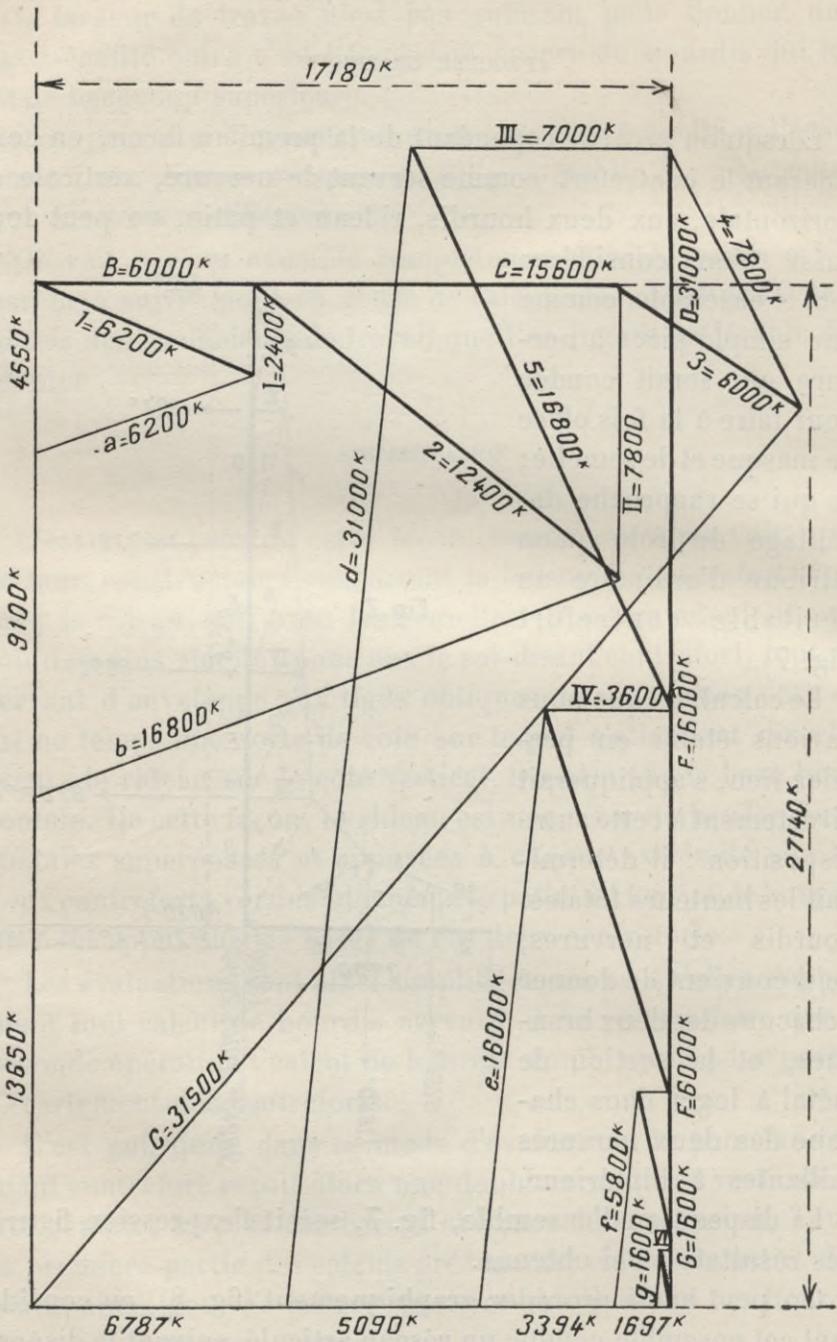


Fig. 8

Les  $a, b, c, \dots, f, g$ , en traits plus fins, sont soumis à l'extension; ce sont les pièces d'armature métallique dont les sections  $\omega$  sont déterminées en divisant l'effort  $a, b, c, \dots, f, g$  que donne l'épure, par le travail adopté pour le métal. On réglerait ainsi soit les sections, soit les écartements des barres longitudinales.

Les compressions A, B, C..., F, G, en traits plus forts, doivent être supportées par les hourdis; on en peut déduire les sections nécessaires de béton et, d'après l'écartement, l'épaisseur de ces hourdis.

Les tensions I, II..., V, VI doivent être fournies par les étriers transversaux, dont les sections seraient réglées d'après les efforts ainsi déterminés.

Enfin les compressions obliques 1, 2..., 6, 7, 8 sont fournies par la masse de béton qui enveloppe les étriers, entre armature longitudinale et hourdis.

Sur la fig. 9 sont séparées, pour plus de clarté, les deux épures concernant, l'une le rideau, l'autre le patin; épures qui se relient l'une à l'autre par les parties communes  $c$  et 3.

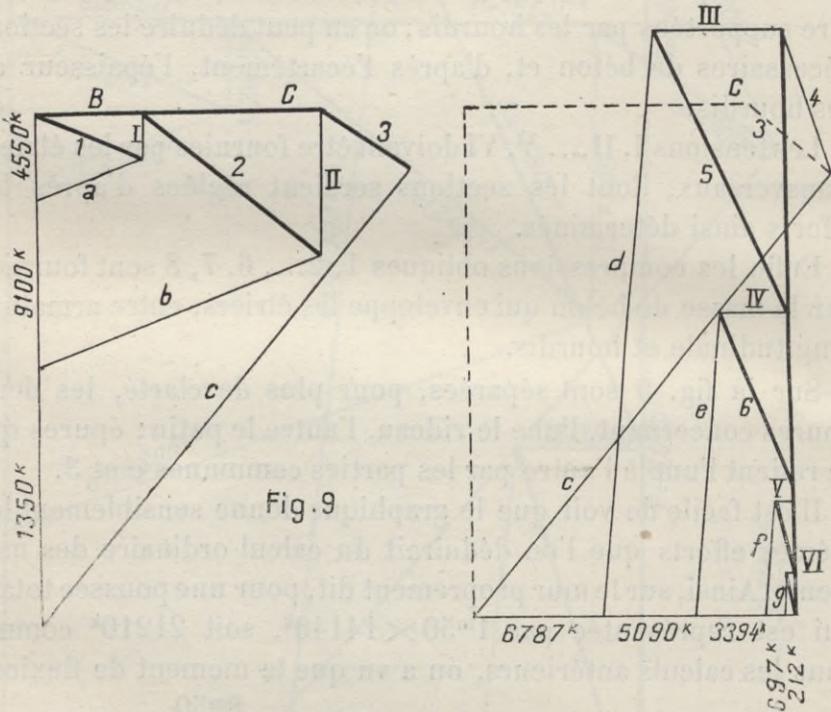
Il est facile de voir que le graphique donne sensiblement les mêmes efforts que l'on déduirait du calcul ordinaire des moments. Ainsi, sur le mur proprement dit, pour une poussée totale qui est représentée par  $1^{\text{m}50} \times 14140^{\text{k}}$ , soit  $21210^{\text{k}}$  comme dans les calculs antérieurs, on a vu que le moment de flexion, à la partie inférieure, est égal à  $21210^{\text{k}} \times \frac{8^{\text{m}50}}{3}$ , ou 60000 en nombre rond.

Sur la diagonale d'angle, comprise entre la barre  $c$  et le sommet coudé, la distance adoptée pour le graphique est d'environ  $1^{\text{m}80}$ ; les deux efforts, de tension et de compression, seraient d'après le calcul ordinaire, égaux à  $\frac{60000}{1^{\text{m}80}}$ , soit  $33000^{\text{k}}$  environ; un peu moindres, si cette distance est légèrement supérieure à  $1^{\text{m}80}$ .

Or le tracé graphique donne pour  $c$  une tension de  $31500^{\text{k}}$ .

Les deux compressions C et D, l'une verticale, l'autre horizontale, projetées sur la diagonale, comme il convient en réalité, donneraient une compression résultante sensiblement égale aussi à  $31500^k$ . La concordance existe donc suffisamment.

Seulement, on peut ajouter que le tracé graphique offre cet avantage de déterminer en même temps les tensions et compres-



sions de toutes les parties constitutives, armature, hourdis et étriers.

Sans doute, dans cette disposition, l'armature longitudinale constituée par les barres  $a, b, c \dots f, g$  est relativement forte; mais il faut remarquer que, dans les contreforts des divers systèmes décrits précédemment, l'armature, si l'on y comprend les barres verticales, obliques et horizontales, finit par former une section totale qui est aussi très importante.

Malgré l'avantage que nous avons signalé, et qui résulte d'une diminution de valeur pour le moment de flexion, quand on crée

un point d'appui supérieur, au moyen des tiges de suspension, il est fort possible que la diminution de section ainsi obtenue pour l'armature longitudinale, soit assez largement compensée par la forte armature du contrefort lui-même.

Quant aux deux hourdis, du masque et des semelles, comme leur épaisseur est établie surtout d'après leur portée transversale, qui est l'écartement des contreforts, elle reste la même si l'écartement est le même.

C'est pourquoi il n'était pas sans intérêt d'indiquer le moyen de constituer le soutènement par du véritable béton armé, avec hourdis et nervures, sans tiges de suspension enveloppées et protégées par du béton; ne fut-ce que pour permettre aux constructeurs d'utiles comparaisons entre les deux systèmes, chacun de ceux-ci pouvant avoir ses avantages comme ses inconvénients.

## PATIN EXTÉRIEUR

La résultante de la poussée et du poids de terre qu'aurait à soulever le patin extérieur passe à peu près au pied du rideau. La composante verticale est simplement le poids  $P$  qui tend à se soulever et dont nous avons déterminé la valeur.

Il y faut ajouter le poids propre de la construction en béton armé, poids qui passe à peu près au pied du rideau également.

Ayant fixé la saillie que l'on compte donner au patin extérieur, cette charge se répartit sur une largeur égale à 3 fois cette saillie.

Appelant celle-ci  $l$  et  $P'$  la charge totale, la pression maxima sur le sol est  $\frac{2P'}{3l}$  par mètre courant. Il est donc facile de voir si ce travail n'excède pas le travail que l'on juge bon d'imposer au sol.

Supposons que ce travail maximum soit de  $1^k5$  par centimètre carré. Il n'est que de  $1^k0$  sous le rideau; et la moyenne est de  $1^k25$ . Sous le patin extérieur dont la saillie est  $l$  agit

donc, par mètre courant, une sous-pression représentée par  $l \times 1^k25 \times 10^4$ .

Son moment de flexion est à peu près le produit du chiffre qu'on vient d'obtenir ainsi, par la demi-saillie  $\frac{l}{2}$ .

Connaissant ce moment, on lui appliquera l'une des formules toutes calculées pour avoir la hauteur et la section de métal nécessaire.

Quant au hourdis proprement dit, sa portée est égale à l'écartement entre nervures ou contreforts; soit  $l'$  cet écartement. Dans la partie la plus fatiguée la sous-pression est de  $1^k50$ ; la charge est  $l' \times 1^k50 \times 10^4$ . La valeur du moment, par mètre de largeur, s'obtient, comme d'ordinaire, en multipliant par  $\frac{1}{8}$  ou  $\frac{1}{10}$  de  $l'$ .

On n'a plus qu'à appliquer les formules toutes calculées pour connaître l'épaisseur et la section de l'armature.

## VII

### CONSTRUCTION DES SILOS

Depuis un certain nombre d'années se multiplie la construction des silos pour la conservation des grains, et il est nécessaire de connaître, au moins approximativement, les poussées qu'engendre l'accumulation de ces grains à l'intérieur de ces sortes de réservoirs généralement très profonds. Comme nous n'avons encore qu'un assez petit nombre de renseignements sur cette question relativement nouvelle, nous allons essayer de fournir quelques indications théoriques qui pourront tout au moins fournir quelques points de repère aux constructeurs, sauf à les adapter pratiquement aux données expérimentales qu'ils pourraient posséder.

Nous commencerons par étudier le cas le plus fréquent qui est celui où les cases juxtaposées de silos ont la forme rectangulaire en plan. De cette façon, on utilise toute la surface disponible ; mais les parois doivent être fort résistantes.

Avec la section circulaire, la paroi devient notablement plus mince, mais on perd en surface tous les intervalles entre les cylindres.

Enfin, on emploie quelquefois une solution intermédiaire qui consiste à donner aux différentes cases la forme hexagonale qui permet la juxtaposition sans perte de surface et n'exige aussi que des épaisseurs intermédiaires entre les précédentes.

## FAITS CONSTATÉS

Le grain qui remplit le silo constitue un véritable remblai emprisonné entre quatre parois égales, lorsque la section est rectangulaire. Si les parois venaient à céder sous la pression, si légèrement que ce fût, la masse tendrait à se diviser en quatre pyramides, ou solides de forme analogue, chacune glissant sur un plan incliné. De là, résultent les pressions qui agissent séparément sur ces quatre faces. En raison du léger glissement qui tend alors à se produire, on doit admettre que, sur les parois, il y aura résistance horizontale à la pression et, en même temps, résistance verticale due au frottement correspondant. Nous désignerons par  $\varphi'$  l'angle de ce frottement, grain sur métal, et par  $\varphi$  l'angle du frottement, grain sur grain.

Deux observations devront servir à contrôler les indications de la théorie : on a remarqué souvent, paraît-il, que la pression horizontale sur les parois croît rapidement dans la partie supérieure du silo, exactement comme pour les remblais ordinaires ; mais que, à partir d'une profondeur qui serait égale à deux ou trois fois environ la largeur du silo, l'accroissement de pression totale ne suit plus la même loi : par unité de profondeur, cet accroissement devient à peu près constant ; c'est-à-dire que, sur la bande de paroi qui a l'unité pour hauteur, la pression reste la même, quelle que soit la profondeur.

On affirme encore, paraît-il aussi, que la pression sur le fond du silo reste constante à partir d'une certaine profondeur, si même elle ne tend pas plutôt à décroître.

Nous aurons donc à voir si ces résultats observés sont d'accord avec ceux que fournit la théorie approximative que nous nous proposons de constituer.

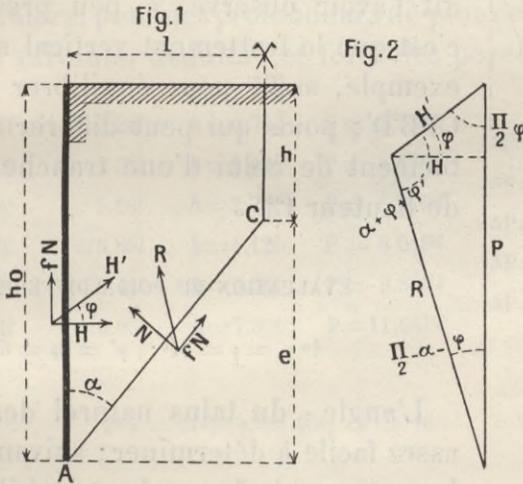
## PRESSION MINIMA

Représentons (fig. 1) un des quatre prismes tronqués qui tendent à glisser le long du plan AC par exemple, pour une

profondeur  $h_0$ . La largeur du silo est  $2l$ . Sur la figure 2, nous représentons graphiquement l'équilibre limite entre le poids  $P$ , la réaction oblique  $R$  sur le plan  $AC$ , et la réaction oblique  $H'$  sur la paroi; la pression horizontale est  $H$ .

En déterminant, d'après les valeurs de  $\alpha$ ,  $\varphi$  et  $\varphi'$ , les directions des forces sur la figure 2, on est conduit à poser :

$$\frac{H'}{\cos(\alpha + \varphi)} = \frac{P}{\sin(\alpha + \varphi + \varphi')}; \quad P = \frac{l^2 \delta}{3} \times (2h_0 + h),$$



si  $\delta$  est la densité du grain; comme  $\text{tg } \alpha$  est  $\frac{l}{h_0 - h'}$ , ou  $\frac{l}{e}$ , on en peut finalement conclure

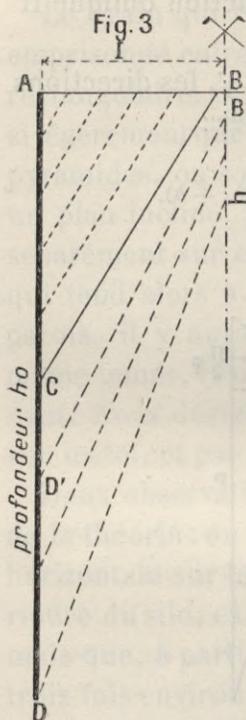
$$H' = \frac{l^2 \delta}{3} \times (3h_0 - e) \times \frac{e \cos \varphi - l \sin \varphi'}{l \cos \varphi' + e \sin \varphi}, \quad (1)$$

si l'on désigne par  $\varphi''$  la somme  $\varphi + \varphi'$ .

Il reste à déterminer l'inclinaison de  $AC$  la plus défavorable pour la profondeur  $h_0$ ; ou, ce qui revient au même, la valeur de  $e$ . Pour cela il suffit, comme d'ordinaire, d'annuler la dérivée prise par rapport à  $e$ . Désignons par  $t$  la  $\text{tg } \varphi$  et par  $t''$  la  $\text{tg } (\varphi + \varphi')$ ; on trouvera, tous calculs faits, que cette valeur est déterminée par

$$e = l \times \left\{ -\frac{1}{t'} + \sqrt{\frac{1}{t'^2} + \frac{3h_0}{l} \times \left( l + \frac{1}{t'} \right) + \frac{l}{t'}} \right\}. \quad (2)$$

D'après les valeurs qu'on attribuera à  $\varphi$  et  $\varphi'$  on déterminera ainsi  $e$  ou l'inclinaison de AC.



On verra ainsi que, à chaque profondeur, correspond un plan de glissement (fig. 3) qui, dans la partie supérieure ABC, garde la même inclinaison, mais qui, au-dessous, prend une inclinaison de plus en plus forte. Si la pression sur le fond devient, comme on dit l'avoir observé, à peu près constante, c'est que le frottement vertical sur CD', par exemple, suffit pour équilibrer le poids de CBB'D'; poids qui peut différer assez sensiblement de celui d'une tranche horizontale de hauteur CD'.

#### ÉVALUATION DU POIDS DIFFÉRENTIEL

$$1^{\circ} \varphi' = \varphi = 31^{\circ}; \quad \varphi'' = 2\varphi = 62^{\circ}.$$

L'angle  $\varphi$  du talus naturel des grains est assez facile à déterminer; suivant la nature, la grosseur, la forme du grain, il varie généralement de  $55^{\circ}$  à  $66^{\circ}$ ; nous adopterons uniformément une moyenne de 0,601, correspondant à un angle  $\varphi$  de  $31^{\circ}$  environ, pour la tangente.

L'angle  $\varphi$  n'a pas été observé, que nous sachions, et l'observation est d'ailleurs assez difficile à faire. Pour les remblais ordinaires, on admet que le frottement, le long du mur de soutènement, est sensiblement le même qu'à l'intérieur du remblai, la paroi étant recouverte de terre adhérente. Il ne doit rien se présenter de semblable pour la paroi en tôle du silo; mais l'angle  $\varphi'$  est-il égal à  $\varphi$ , ou même supérieur? Nous inclinons à penser que, en raison du tassement, du léger écrasement qu'éprouve, dans les couches profondes, le grain qui est une matière beaucoup plus compressible que le sable, et de l'adhérence qui doit en résulter, l'angle  $\varphi'$  peut effectivement être

égal ou même supérieur à  $\varphi$ . Nous verrons laquelle des deux hypothèses semble mieux se conformer aux faits d'observation que nous venons de rappeler.

S'il y a égalité :  $\varphi' = \varphi$  de  $31^\circ$ , on doit adopter les données suivantes :

$$\cos \varphi = 0.857, \quad \sin \varphi = 0.515, \quad \operatorname{tg} \varphi = t = 0.601;$$

$$\cos \varphi'' = 0.469, \quad \sin \varphi'' = 0.875, \quad \operatorname{tg} \varphi'' = t'' = 1.881.$$

On trouve alors, pour des profondeurs de plus en plus grandes, les résultats suivants, déduits des formules posées plus haut :

$h_0 = 4l$	$e = 3.24l$	$h = 0.76l$	$P = 2.92l^{3\delta}$	$\Delta P = 1.53l^{3\delta}$
$h_0 = 6l$	$e = 4.58l$	$h = 1.42l$	$P = 4.47l^{3\delta}$	$\Delta P = 1.77l^{3\delta}$
$h_0 = 8l$	$e = 5.28l$	$h = 2.72l$	$P = 6.24l^{3\delta}$	$\Delta P = 1.80l^{3\delta}$
$h_0 = 10l$	$e = 5.88l$	$h = 4.12l$	$P = 8.04l^{3\delta}$	$\Delta P = 1.81l^{3\delta}$
$h_0 = 12l$	$e = 6.44l$	$h = 5.56l$	$P = 9.95l^{3\delta}$	$\Delta P = 1.83l^{3\delta}$
$h_0 = 14l$	$e = 6.95l$	$h = 7.05l$	$P = 11.68l^{3\delta}$	

$$2^\circ \varphi = 31^\circ, \quad \varphi'' = 43^\circ, \quad \varphi''' = 76^\circ.$$

On aurait alors :

$$\cos \varphi' = 0.242, \quad \sin \varphi' = 0.970, \quad t' = 4.011$$

et l'on en conclurait le tableau suivant :

$h_0 = 4l$	$e = 2.39l$	$h = 1.61l$	$P = 3.20l^{3\delta}$	$\Delta P = 1.81l^{3\delta}$
$h_0 = 6l$	$e = 2.98l$	$h = 3.02l$	$P = 5.01l^{3\delta}$	$\Delta P = 1.83l^{3\delta}$
$h_0 = 8l$	$e = 3.47l$	$h = 4.53l$	$P = 6.84l^{3\delta}$	$\Delta P = 1.86l^{3\delta}$
$h_0 = 10l$	$e = 3.90l$	$h = 6.10l$	$P = 8.70l^{3\delta}$	$\Delta P = 1.87l^{3\delta}$
$h_0 = 12l$	$e = 4.29l$	$h = 7.71l$	$P = 10.57l^{3\delta}$	$\Delta P = 1.88l^{3\delta}$
$h_0 = 14l$	$e = 4.65l$	$h = 9.35l$	$P = 12.45l^{3\delta}$	

Les accroissements de poids  $\Delta P$ , correspondant à des différences  $2l$  de profondeur, sont à peu près constants et diffèrent peu de ceux qu'on avait trouvés dans le premier cas.

## PRESSIONS LATÉRALES ET FROTTEMENT SUR LA PAROI

$$1^{\circ} : \varphi' = \varphi = 31^{\circ}.$$

Au moyen des formules établies au début et des résultats que nous venons de fixer, il est maintenant facile de déterminer les pressions obliques  $H'$ , les pressions horizontales  $H$  qui sont les projections des  $H'$ , le frottement correspondant  $F$ ; on en déduira les différences de ces diverses quantités par unité de hauteur, et à chaque profondeur  $h_0$ . C'est ce qu'indiquent les tableaux suivants :

$h_0 = 4l$	$H' = 1.99l^{3\delta}$	$H = 1.70l^{3\delta}$	$F = 1.03l^{3\delta}$	$\Delta H = 1.20l^{3\delta}$	$\Delta F = 0.72l^{3\delta}$
$h_0 = 6l$	$H' = 3.39l^{3\delta}$	$H = 2.90l^{3\delta}$	$F = 1.75l^{3\delta}$	$\Delta H = 1.30l^{3\delta}$	$\Delta F = 0.77l^{3\delta}$
$h_0 = 8l$	$H' = 4.90l^{3\delta}$	$H = 4.20l^{3\delta}$	$F = 2.52l^{3\delta}$	$\Delta H = 1.34l^{3\delta}$	$\Delta F = 0.81l^{3\delta}$
$h_0 = 10l$	$H' = 6.47l^{3\delta}$	$H = 5.54l^{3\delta}$	$F = 3.33l^{3\delta}$	$\Delta H = 1.34l^{3\delta}$	$\Delta F = 0.81l^{3\delta}$
$h_0 = 12l$	$H' = 8.03l^{3\delta}$	$H = 6.88l^{3\delta}$	$F = 4.14l^{3\delta}$	$\Delta H = 1.42l^{3\delta}$	$\Delta F = 0.85l^{3\delta}$
$h_0 = 14l$	$H' = 9.69l^{3\delta}$	$H = 8.30l^{3\delta}$	$F = 4.99l^{3\delta}$		

Si l'on compare les accroissements  $\Delta F$  du frottement vertical aux accroissements  $\Delta P$  du poids, on constate que, dans l'hypothèse où nous sommes actuellement placés, le frottement serait insuffisant pour compenser les poids partiels; la pression sur le fond croîtrait avec la profondeur, ce qui ne serait pas d'accord avec le fait observé.

$$2^{\circ} : \varphi' = 45^{\circ}.$$

D'après les valeurs de  $e$ ,  $h$ , déjà calculées pour ce second cas, on peut établir le tableau suivant :

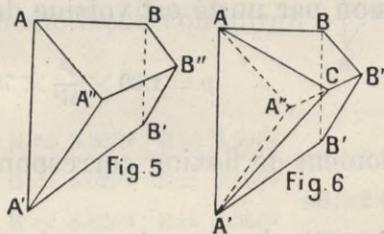
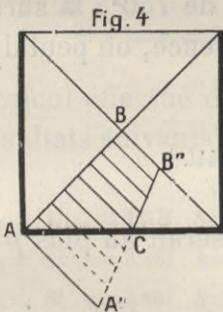
$h = 4l$	$H' = 1.91l^{3\delta}$	$H = 1.35l^{3\delta}$	$\Delta H = \Delta F = 0.95l^{3\delta}$
$h = 6l$	$H' = 3.26l^{3\delta}$	$H = 2.30l^{3\delta}$	$\Delta H = \Delta F = 1.00l^{3\delta}$
$h = 8l$	$H' = 4.67l^{3\delta}$	$H = 3.30l^{3\delta}$	$\Delta H = \Delta F = 1.10l^{3\delta}$
$h = 10l$	$H' = 6.22l^{3\delta}$	$H = 4.40l^{3\delta}$	$\Delta H = \Delta F = 0.95l^{3\delta}$
$h = 12l$	$H' = 7.58l^{3\delta}$	$H = 5.35l^{3\delta}$	$\Delta H = \Delta F = 1.11l^{3\delta}$
$h = 14l$	$H' = 9.13l^{3\delta}$	$H = 6.46l^{3\delta}$	

On remarque que si  $\varphi' = 45^\circ$ , les pressions horizontales H et les frottements verticaux F sont égaux ; il en est de même pour leurs différences.

Le frottement, plus élevé que dans le premier cas, ne peut cependant pas encore équilibrer tout à fait les poids.

DÉTERMINATION DES PRESSIONS PAR UNITÉ DE SURFACE

Le calcul précédent ne doit donner qu'une pression inférieure à la réalité. En effet, figurons en plan (fig. 4) le silo à section carrée; le long d'une face verticale et diagonale AB doit agir une pression provenant des parties voisines. On en pourrait



déterminer le maximum possible en figurant un solide (fig. 5), dont la base serait  $ABB'A'$ , dont la face supérieure serait  $ABB''A''$ , et que limiterait le plan oblique  $A'B''A''$  mené, comme d'ordinaire, sous l'inclinaison de la bissectrice à l'angle complémentaire de  $\varphi$ .

Il ne serait nullement certain que ce maximum serait effectivement réalisé, car à la descente il tend plutôt à se produire disjonction des 4 prismes ou pyramides le long des plans AB ; mais, de plus, toute la partie représentée en plan par  $AA''C$  n'existe pas. Le solide aurait en réalité une forme analogue à celle de la figure 6, où ne subsisterait que  $ABB''B'A'C$ , ce qui réduirait considérablement la pression latérale sur AB.

De même sur le plan diagonal symétrique. En fin de compte, ces deux pressions composées en une horizontale normalement

à la paroi, ne modifieraient pas dans une proportion très notable, semble-t-il, la pression précédemment calculée.

En tout cas, celle-ci ne peut être considérée que comme un minimum. Elle doit se répartir à peu près uniformément à cause des transmissions à travers le massif du prisme glissant, mais avec tendance à être plus forte au milieu de chaque paroi que sur les angles. En évaluant le moment de flexion, il faudra compter largement, en raison de cette inégalité de répartition.

Se reportant donc aux tableaux précédents, on voit que la pression différentielle  $\Delta H$  sur chaque bande haute de  $2l$  est représentée à peu près par  $1.30l^3\gamma$  dans un cas, par  $1.00l^3\gamma$  dans l'autre. Gardons au moins  $1.30l^3\gamma$ .

La densité  $\gamma$  est généralement voisine de  $750^k$ ; la surface de chaque bande est égale à  $4l^2$ . En conséquence, on peut dire que la pression par unité est voisine de

$$p = 1.30 \times \frac{l^3}{4l^2} \times 750^k = 244l.$$

Le moment de flexion correspondant serait au plus  $p \times \frac{4l^2}{8}$ , ou  $\frac{pl^2}{2}$ , à cause des encastremets au moins partiels qui existent généralement au bord des tôles assemblées par cornières. Conservant cependant cette dernière expression, on aurait pour le moment de flexion :

$$M = 122l^3.$$

*Telles sont les conclusions intéressantes à tirer de cette longue recherche.*

### PRESSION MAXIMA

Si, au lieu d'admettre, comme il est vraisemblable, qu'il y a séparation en quatre prismes ou pyramides, on admet qu'il ne se forme que deux prismes de glissement (fig. 7, 8), séparés suivant FE, les formules se trouvent légèrement modifiées. Tel serait sensiblement le cas si, au lieu d'avoir une section carrée,

le silo avait une section rectangulaire, notablement plus longue d'un côté que de l'autre.

En pareil cas les formules deviendraient

$$H' = l^2 d \times (2h_0 - e) \times \frac{e \cos \varphi - l \sin \varphi}{l \cos \varphi' + e \sin \varphi'} \quad (1)$$

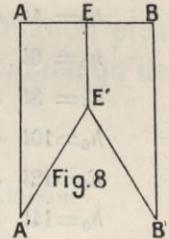
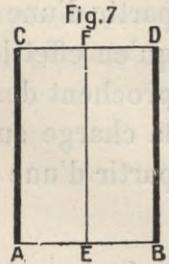
avec détermination de  $e$  pour maximum [de poussée, donnée par

$$e = l \times \left\{ -\frac{1}{l'} + \sqrt{\frac{1}{l'^2} + \frac{2h_0}{1} \left( t + \frac{1}{l'} \right) + \frac{t}{l'}} \right\} \quad (2)$$

PRESSIONS LATÉRALES ET FROTTEMENT SUR LA PAROI

$$1^\circ \varphi' = \varphi = 31^\circ; \quad \varphi'' = 2\varphi = 62^\circ.$$

Le calcul effectué de la même façon conduirait aux résultats suivants :



$h_0 = 4l$	$e = 2.57l$	$h = 1.43l$	$H' = 3.38l^3\delta$	$H = 2.90l^3\delta$	$\Delta H = 2.26l^3\delta$
$h_0 = 6l$	$e = 3.16l$	$h = 2.84l$	$H' = 6.02l^3\delta$	$H = 5.16l^3\delta$	$\Delta H = 2.40l^3\delta$
$h_0 = 8l$	$e = 3.80l$	$h = 4.20l$	$H' = 8.82l^3\delta$	$H = 7.56l^3\delta$	$\Delta H = 2.49l^3\delta$
$h_0 = 10l$	$e = 4.30l$	$h = 5.70l$	$H' = 11.73l^3\delta$	$H = 10.05l^3\delta$	$\Delta H = 2.59l^3\delta$
$h_0 = 12l$	$e = 4.75l$	$h = 7.25l$	$H' = 14.75l^3\delta$	$H = 12.64l^3\delta$	$\Delta H = 2.73l^3\delta$
$h_0 = 14l$	$e = 5.16l$	$h = 8.84l$	$H' = 17.93l^3\delta$	$H = 15.37l^3\delta$	

Conservant les mêmes poids que dans la première série, et ne nous servant du mode actuel de calcul que pour évaluer différemment les pressions  $H$  et  $\Delta H$ , nous déduisons les  $F$  et  $\Delta F$  des  $H$ , et les mettons en parallèle avec les  $\Delta P$ . Ceci donne :

$h_0 = 4l$	$\Delta P = 1.55l^3\delta$	$F = 1.74l^3\delta$	$\Delta F = 1.36l^3\delta$
$h_0 = 6l$	$\Delta P = 1.77l^3\delta$	$F = 3.10l^3\delta$	$\Delta F = 1.44l^3\delta$
$h_0 = 8l$	$\Delta P = 1.80l^3\delta$	$F = 4.54l^3\delta$	$\Delta F = 1.50l^3\delta$
$h_0 = 10l$	$\Delta P = 1.81l^3\delta$	$F = 6.04l^3\delta$	$\Delta F = 1.54l^3\delta$
$h_0 = 12l$	$\Delta P = 1.83l^3\delta$	$F = 7.58l^3\delta$	$\Delta F = 1.64l^3\delta$
$h_0 = 14l$		$F = 9.22l^3\delta$	

Dans l'hypothèse actuelle se réaliserait assez bien le fait observé. Les pressions différentielles sont presque constantes à partir d'une certaine profondeur. Mais surtout on constaterait qu'en effet les résistances de frottement différentiel  $\Delta F$  se rapprochent des poids différentiels  $\Delta P$ . D'où il résulterait alors que la charge sur le fond tend à décroître avec la profondeur, à partir d'une certaine limite, ainsi qu'on dit l'avoir observé.

$$2^{\circ} \varphi' = 45^{\circ}.$$

On trouverait alors

$h_0 = 4l$	$e = 2.39l$	$h = 1.61l$	$H' = 3.40l^{3\delta}$	$H = 2.40l^{3\delta}$	$\Delta H = 1.76l^{3\delta}$
$h_0 = 6l$	$e = 2.98l$	$h = 3.02l$	$H' = 5.88l^{3\delta}$	$H = 4.16l^{3\delta}$	$\Delta H = 1.89l^{3\delta}$
$h_0 = 8l$	$e = 3.47l$	$h = 4.53l$	$H' = 8.56l^{3\delta}$	$H = 6.05l^{3\delta}$	$\Delta H = 2.06l^{3\delta}$
$h_0 = 10l$	$e = 3.90l$	$h = 6.10l$	$H' = 11.45l^{3\delta}$	$H = 8.11l^{3\delta}$	$\Delta H = 1.90l^{3\delta}$
$h_0 = 12l$	$e = 4.29l$	$h = 7.71l$	$H' = 14.16l^{3\delta}$	$H = 10.01l^{3\delta}$	$\Delta H = 2.04l^{3\delta}$
$h_0 = 14l$	$e = 4.65l$	$h = 9.35l$	$H' = 17.05l^{3\delta}$	$H = 12.05l^{3\delta}$	

et ces premiers résultats permettent de calculer les  $F$  et  $\Delta F$ , afin de les mettre en regard des poids différentiels  $\Delta P$  empruntés à la première série :

$h_0 = 4l$	$\Delta P = 1.81l^{3\delta}$	$\Delta F = 1.76l^{3\delta}$
$h_0 = 6l$	$\Delta P = 1.83l^{3\delta}$	$\Delta F = 1.89l^{3\delta}$
$h = 8l$	$\Delta P = 1.86l^{3\delta}$	$\Delta F = 2.06l^{3\delta}$
$h = 10l$	$\Delta P = 1.87l^{3\delta}$	$\Delta F = 1.90l^{3\delta}$
$h_0 = 12l$	$\Delta P = 1.88l^{3\delta}$	$\Delta F = 2.04l^{3\delta}$
$h_0 = 14l$		

Ici nous retrouvons la même observation, plus accentuée encore, pour établir que les frottements différentiels  $\Delta F$  deviennent promptement égaux aux poids différentiels  $\Delta P$ , et même les dépassent ensuite.

#### DÉTERMINATION DES PRESSIONS PAR UNITÉ DE SURFACE

Procédant comme la première fois, nous pourrions dire que la pression différentielle  $\Delta H$ , sur une bande haute de  $2l$ , est

représentée approximativement par la moyenne de  $2.45l^3$  ou par la moyenne de  $2.00l^3$  environ. Comme il fallait s'y attendre, nous obtenons, par ce second procédé, des chiffres plus élevés.

Prenant encore  $\delta$  égal à  $750^k$ , et divisant par  $4l^2$ , on trouverait avec la moyenne la plus élevée

$$p = 460l$$

et pour la valeur du moment de flexion

$$M = 230l^3.$$

*Telles seraient encore les conclusions pratiques.*

Par prudence, en attendant des résultats d'observation plus complets, on pourrait adopter ces derniers chiffres, bien qu'ils soient probablement exagérés.

SILOS DE GRANDE LONGUEUR RELATIVEMENT A LA LARGEUR

Si l'on supposait que la section est un rectangle construit avec une dimension plus grande d'un côté que de l'autre, on se rapprocherait sensiblement du cas déjà signalé (fig. 7) où le massif se sépare en deux parties seulement, suivant une médiane longitudinale.

Nous avons déjà calculé les divers éléments correspondant à ce cas :  $e, h, H$ ; mais le poids  $P$  que nous avons maintenu égal à celui du premier cas, avec division en quatre parties, serait alors représenté par  $\frac{h_0 + h}{2} \times 2l^2\delta$ , ou  $(h_0 + h)l^2\delta$ .

Comme on a déterminé précédemment  $h$ , il est facile de calculer les poids; on aurait ainsi :

		$\varphi' = 31^\circ$	$\varphi = 45^\circ$
$h_0 = 4l$	$\Delta P = 3.41l^3\delta$	$\Delta F = 1.36l^3\delta$	$\Delta F = 1.76l^3\delta$
$h_0 = 6l$	$\Delta P = 3.51l^3\delta$	$\Delta F = 1.44l^3\delta$	$\Delta F = 1.89l^3\delta$
$h_0 = 8l$	$\Delta P = 3.57l^3\delta$	$\Delta F = 1.50l^3\delta$	$\Delta F = 2.06l^3\delta$
$h_0 = 10l$	$\Delta P = 3.61l^3\delta$	$\Delta F = 1.54l^3\delta$	$\Delta F = 1.90l^3\delta$
$h_0 = 12l$	$\Delta P = 3.64l^3\delta$	$\Delta F = 1.64l^3\delta$	$\Delta F = 2.04l^3\delta$
$h_0 = 14l$			

Les F n'ont pas changé et sont ceux que nous avons déjà calculés.

De la comparaison précédente il résulte que le fait observé sur des silos carrés : constance ou même diminution de la charge sur le fond du silo, ne se reproduirait pas dans le cas actuel.

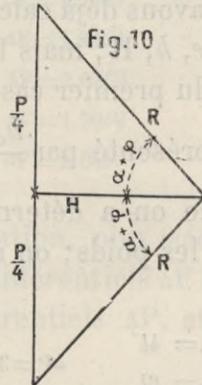
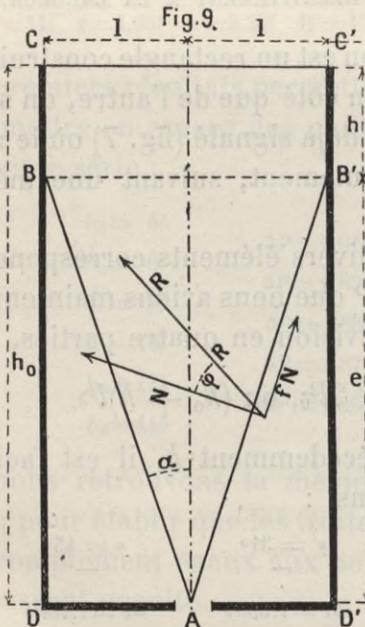
Quant aux pressions latérales, elles seraient les mêmes que dans les cas de pressions maxima déjà évaluées : ce qui conduirait, comme on l'a vu, aux valeurs suivantes :

$$p = 460l$$

$$M = 230l^3.$$

PRESSIONS PENDANT LA VIDANGE DU SILO

Jusqu'à présent nous avons supposé que, le silo étant rempli de grain, celui-ci se comporte à peu près comme un remblai maintenu par des parois de soutènement. Lorsqu'on ouvre l'orifice inférieur pour vider le silo, la répartition des pressions



intérieures doit se faire d'une manière toute différente. Ainsi, dans le cas (fig. 9, 10) où l'orifice intérieur A n'est pas très grand relativement à la largeur CC' du silo, on pourrait admettre, au

moins à titre approximatif, que le glissement, au lieu de se faire vers le dehors comme sur les figures précédentes, se fait suivant des plans tels que BA et B'A de manière à faire converger la masse mobile vers l'orifice de sortie A.

Pour une profondeur donnée  $h_0$  du silo, on peut chercher comment se place le niveau BB' en calculant de la manière suivante :

Le poids total P de la masse centrale CBAB'C' se répartit sur quatre plans de glissement, où l'inclinaison de la réaction R est déterminée par l'angle  $\varphi$ ; le tracé graphique qui représente l'équilibre limite est celui de la figure 10. On voit facilement que les R y font avec l'horizontale un angle  $\alpha + \varphi$ .

En se reportant aux notations antérieures, on posera donc

$$H = \frac{P}{4} \cotg (\alpha + \varphi)$$

en appelant H la pression horizontale qui, des plans de glissement BA et B'A, est transmise aux parois verticales CD, C'D'.

Le poids total P comprend CC'B'B et BB'A; ce qui donne

$$P = \frac{4l^2}{3} \times (2h + h_0).$$

Rappelant que  $\text{tg } \alpha$  est  $\frac{l}{h_0 - h}$  ou  $\frac{l}{e}$ , on obtient finalement :

$$H = \frac{l^2}{3} \times \frac{(3h_0e - 2e^2) - (3hl_0 - 2le) \times t}{et + l}, \quad (1)$$

si l'on pose, comme précédemment :  $t = \text{tg } \varphi$ .

Pour une profondeur donnée  $h_0$  on aura la valeur de  $e$  correspondant au maximum de pression H en annulant la dérivée prise par rapport à  $e$ ; ce qui conduit finalement à la relation

$$e = \frac{l}{t} \times \left\{ -1 + \sqrt{(1 + t^2) \times \left(1 + \frac{3h_0t}{2l}\right)} \right\}. \quad (2)$$

Nous avons admis que  $t$  était égal à 0.601 en moyenne ; conservant cette valeur, on détermine celles de  $e$ ,  $h$ , et  $H$  :

$h_0 = 8l,$	$e = 3.92l,$	$h = 4.08l;$	$H = 5.36l^{3\delta}.$
$h_0 = 10l,$	$e = 4.50l,$	$h = 5.50l;$	$H = 7.37l^{3\delta}$
$h_0 = 12l,$	$e = 5.01l,$	$h = 6.99l;$	$H = 9.53l^{3\delta}$
$h_0 = 14l,$	$e = 5.55l,$	$h = 8.45l;$	$H = 11.74l^{3\delta}$

On remarquera que la surface de paroi sur laquelle se répartit la pression ainsi calculée  $H$ , est  $16l^2$ ,  $20l^2$ ,  $24l^2$ ,  $28l^2$ , suivant que la profondeur  $h_0$  du silo varie de  $8l$  à  $14l$ . Si cette pression se répartissait uniformément, on aurait donc pour la pression  $p$ , par unité de surface :

$h_0 = 8l,$	$p = 0.328l^\delta = 246l$
$h_0 = 10l,$	$p = 0.368l^\delta = 276l$
$h_0 = 12l,$	$p = 0.397l^\delta = 298l$
$h_0 = 14l,$	$p = 0.419l^\delta = 314l$

en prenant une densité de  $750^k$ .

La répartition de cette pression sur les parois n'est sans doute pas uniforme ; la pression transmise à ces parois doit être faible à la partie supérieure et notablement plus élevée dans les couches profondes. Il n'y a donc pas exagération à doubler, pour celles-ci, les chiffres précédents.

Comme les silos n'ont généralement pas une profondeur supérieure à  $8l$  ou  $10l$ , on pourra se contenter habituellement de prendre  $p = 2 \times 250l$ , par exemple, pour le cas actuel.

Le moment  $M$  de flexion correspondant est  $\frac{p}{8} \times 4l^2$ , puisque l'ouverture est égale à  $2l$ ; on pourra admettre qu'il est à peu près égal à  $250l^3$ .

En comparant les divers résultats obtenus, on voit donc qu'on a successivement obtenu les chiffres suivants :

Minimum	Maximum	Vidange
$p = 244l$	$p = 460l$	$p = 500l$
$M = 122l^3$	$M = 230l^3$	$M = 250l^3.$

*Finalemment il conviendrait donc, à notre avis, d'adopter par prudence les derniers chiffres, correspondant à la période où l'on vide le silo. Ceci est d'autant plus nécessaire que, pendant cette période, peuvent se manifester des efforts de dislocation très accentués et qui résultent du mouvement même que prend toute la masse.*

Lorsqu'on place, à l'intérieur, des tirants allant d'une paroi à l'autre pour empêcher ces dislocations, on a constaté que ces tirants sont soumis, pendant la marche descendante du grain, à des effets de flexion extrêmement notables et qui produisent ensuite de fortes tractions sur les parois elles-mêmes.

C'est là, par conséquent, une observation qui confirme l'indication finale que nous proposons.

## CONSÉQUENCES PRATIQUES ET APPLICATIONS

### SILOS A SECTION CARRÉE

Nous n'avons donné tous ces calculs que pour justifier les données approximatives que nous allons adopter, au moins à titre provisoire, pour calculer les dimensions à donner aux parois des silos.

#### 1<sup>er</sup> Type : *Emploi de la tôle*

Supposons d'abord que l'on veuille tenter de composer ces cloisons au moyen de simples tôles, et calculons l'épaisseur  $e$  qu'il serait nécessaire de donner à celles-ci, si l'on admet comme suffisamment approchés les chiffres indiqués ci-dessus.

La relation habituelle :  $\frac{Rl}{n} = M$  conduit à poser

$$e^2 = \frac{6 \times 250l^3}{R} = \frac{1.500l^3}{R}$$

Pour  $R$ , il conviendrait de prendre  $6^k \times 10^6$  plutôt que  $8 \times 10^6$ ;

mais comme il y a, aux angles, une sorte d'encastrement des parois qui réduirait la valeur réelle de  $M$ , nous garderons à la fois  $M$  et le travail de  $8^k$ .

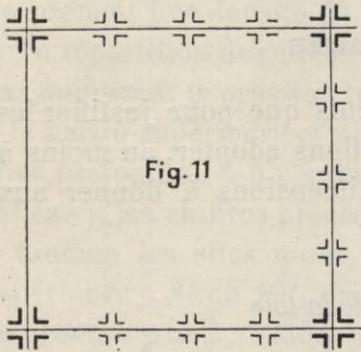
Supposons au silo une largeur de  $3^m00$ , par exemple, ce qui, pour  $l$ , donne  $1^m50$ ; et en même temps une assez grande profondeur. La valeur de  $e^2$  sera

$$e^2 = \frac{1.500 \times 3.375}{8 \times 10^3} = 0.00063; \quad e = 0^m0254.$$

Telle serait l'épaisseur nécessaire, au moins d'après notre mode de calcul. Comme il serait assez difficile de réaliser une telle épaisseur, on procéderait évidemment d'une autre façon, ainsi qu'on le fait, du reste, habituellement.

### 2<sup>e</sup> Type : Avec tôle renforcée

Ainsi que le font certains constructeurs (fig. 11), on peut



employer des tôles minces, à la condition de les renforcer de nervures, composées par exemple de cornières; les montants d'angle sont constitués par des cornières disposées de la même façon, mais plus fortes.

Conservant  $l = 1^m50$ , la pression  $p$  par unité de surface est au maximum :  $500 \times 1^m50$ , ou  $750^k$ .

Si chaque paroi est divisée en quatre compartiments de  $0^m75$ , la pression sur chacun de ceux-ci est  $750^k \times 0^m75$ , soit  $560^k$ ;

et le moment de flexion serait représenté par  $560^m \times \frac{0^m75}{8}$ ,

ou 52. En égalant à  $\frac{RI}{n}$ , on trouverait :

$$\frac{8 \times 10^3 \times e^2}{6} = 52; \quad e^2 = \frac{312}{8 \times 10^3} = 0.000039;$$

$$e = 0^m006 \text{ à } 0^m007.$$

Dans le cas où l'on estimerait que le maximum de pression, tel que nous l'avons calculé, peut être exagéré, et qu'en fait l'on ne s'écarte pas trop du minimum, on remarquera que, d'après les chiffres rappelés plus haut, la pression  $p$  est alors à peu près moitié de sa valeur maxima. La valeur de  $e^2$  serait, dans ces conditions : 0.000019, et l'épaisseur  $e$  serait ramenée à 0<sup>m</sup>0044 ou 0<sup>m</sup>0045.

### 3<sup>e</sup> Type : *Emploi du béton armé*

Si l'on voulait construire la paroi en béton armé par exemple, mais en hourdis simple, sans nervures intermédiaires remplaçant les montants de quatre cornières, la portée resterait égale à la largeur du silo. Le moment de flexion maximum serait égal à 250<sup>l</sup><sup>3</sup>, ou 250 × 3.375, soit 850 environ, par mètre de hauteur.

L'épaisseur  $e$  du béton serait alors au maximum également :

$$h = 0.0052 \times \sqrt{850} = 0.0052 \times 29 = 0^m15;$$

ce qui conduirait à prendre une épaisseur de 0<sup>m</sup>18 environ.

La section de métal nécessaire pour armer le béton, par mètre de hauteur, serait

$$\omega = 26.3 \times 29 = 763^{\text{mm}^2}.$$

Si l'on dispose 10 barres par mètre, chacune aurait une section de 96, un diamètre de 10 millimètres.

Telle serait la section pour toute la partie inférieure où la pression reste à peu près constante, ainsi que nous rappelions au début.

Il faudrait naturellement disposer aux angles des montants assez robustes pour soutenir les efforts transmis par les parois. Ces montants peuvent généralement être maintenus par le haut comme par le bas au moyen de liaisons horizontales.

## TENSION SUR LES PAROIS LATÉRALES

Nous devons ajouter que, dans la disposition rectangulaire, à la flexion s'ajoute une tension sur chaque paroi, provenant des efforts exercés sur les deux autres parois latérales. Mais on verrait facilement que l'accroissement de travail qui en résulterait ici n'est généralement pas très considérable.

Ainsi reprenons le 2<sup>e</sup> type, où la paroi est cependant la plus mince. La pression  $p$  par unité est de  $750^k$ , avons-nous dit. Sur largeur de  $3^m00$ , elle est de  $2250^k$ , et se répartit sur deux cloisons; soit  $1125^k$  sur chacune. La section est de  $1^m00 \times 0^m006$  par exemple; l'accroissement de travail dû à cette tension n'est donc que de  $\frac{1125}{6000}$ ; elle est insignifiante.

Avec le béton armé, il suffirait en général de compter un peu largement la section  $\omega$  du métal qui doit être seul chargé de résister à cette tension supplémentaire, puisqu'il suffirait, dans le cas actuel, d'une section additionnelle, de  $\frac{1125^k}{8^k}$  par exemple, ou 140 millimètres carrés

De même il existe un effort de compression verticale, lorsque intervient le frottement vertical. Son influence est du même ordre que la précédente.

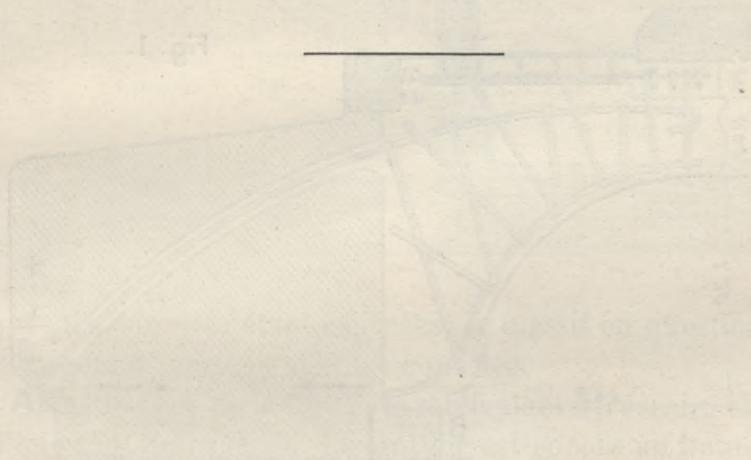
## SILOS A SECTION CIRCULAIRE

Pour les silos, comme pour les réservoirs, la forme circulaire permettrait théoriquement de donner aux parois de minimes épaisseurs. Celles-ci seront en réalité, pour la tôle tout au moins, déterminées par d'autres considérations: nécessité de remédier à l'usure, aux dégradations, de résister aux chocs, etc. En tout cas, elles resteraient généralement assez faibles.

Constatons-le sur un exemple. Supposons la même ouverture de  $3^m00$ ; ce qui conduirait à poser pour le rayon:  $r = l = 1^m50$  comme précédemment. La pression  $p$  serait égale à  $500r$  au maximum.

La pression diamétrale par mètre de hauteur est au maximum :  $500 \times r \times 2r$ , ou  $1000r^2$ . Sur chaque paroi la tension est de  $500r^2$ , ou  $1125^k$  ici. On voit qu'une assez faible épaisseur de tôle serait théoriquement suffisante pour résister à un effort de ce genre.

La même section de métal suffirait pour l'armature, rapportée au mètre de hauteur, si l'on employait le béton armé.



## VIII

### BALCONS ET ENCORBELLEMENTS

#### TYPES DIVERS

Toute pièce en porte-à-faux doit être encastrée à l'extrémité portante, afin d'équilibrer la charge en bascule. Le couple d'encastrement comprend une traction horizontale et une com-

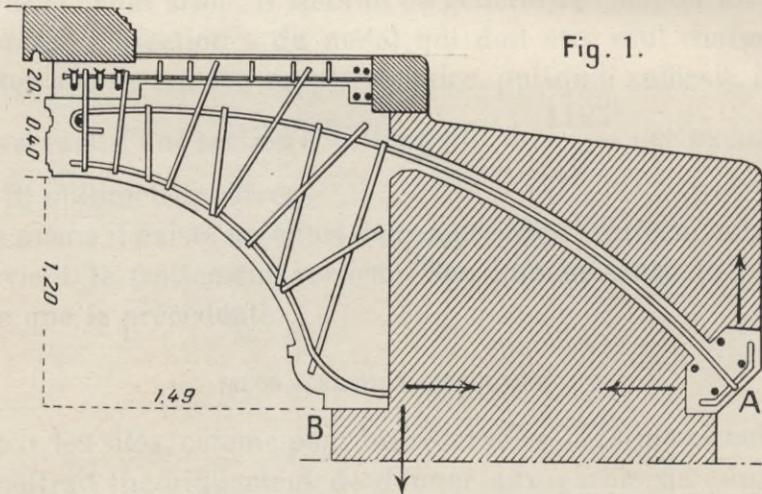


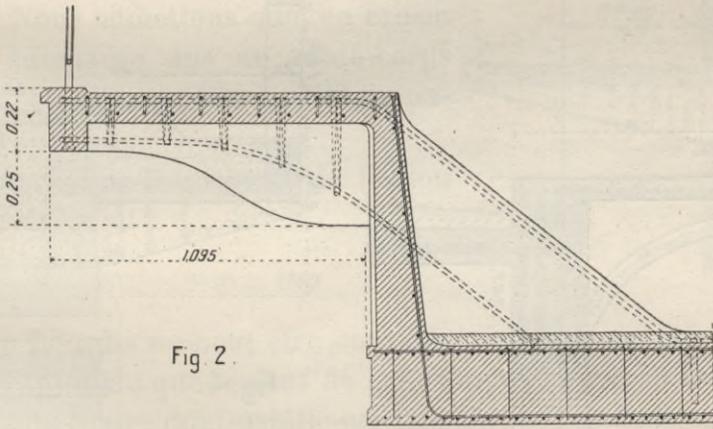
Fig. 1.

pression de sens inverse, qu'il faut annuler en empruntant aux autres parties de la construction les résistances nécessaires.

Un des exemples les plus hardis de ce genre de construction fut la création de trottoirs très lourdement chargés et de forte saillie, à l'une des gares de l'Ouest où il s'agissait d'élargir les voies, tout en laissant subsister ces trottoirs ainsi suspendus en porte-à-faux (fig. 1).

L'armature supérieure cintrée est soumise à la tension, et vient se sceller en A ; tandis que la partie inférieure de la console vient s'appuyer contre B, vers le même niveau. Il suit de là que les efforts horizontaux en A et B s'équilibrent à peu près l'un par l'autre, sans former un couple dont le moment soit important ; mais subsistent les efforts verticaux, l'un en A, l'autre en B, formant couple dont l'effet serait de faire pivoter le massif d'encastrement autour de B.

Il faut donc que ce massif ait un poids suffisant pour n'être pas soulevé ; le résultat s'obtient sans grande difficulté, parce



que, les consoles étant espacées, le massif en question a toute la largeur d'écartement entre consoles.

Dans le type de la fig. 2, le scellement nécessaire est obtenu d'une tout autre façon. Le trottoir est encore un hourdis ordinaire posé sur consoles équidistantes ; les barres supérieures, qui travaillent par tension, sont coudées et vont se rattacher au robuste tablier dont elles prolongent en réalité l'armature supérieure.

Les barres inférieures, travaillant par compression, viennent buter sur ce même tablier. Pour que le trottoir pût basculer, il faudrait qu'il soulevât ou repoussât le tablier qui offre une résistance considérable.

La disposition de la fig. 3 est plus simple : une poutre rectangulaire y relie les consoles pour porter la balustrade; la console a, comme d'ordinaire, une armature supérieure travaillant par tension, une armature inférieure consolidant le béton qui subit la compression. Le tout vient simplement se rattacher à la maîtresse poutre de rive, ou à l'arc inférieur, et non sur les pièces transversales de pont. Le couple de tension et compression tendrait à faire basculer ce puissant massif ainsi constitué ; il résiste par sa masse même ; de plus il est relié aux hourdis

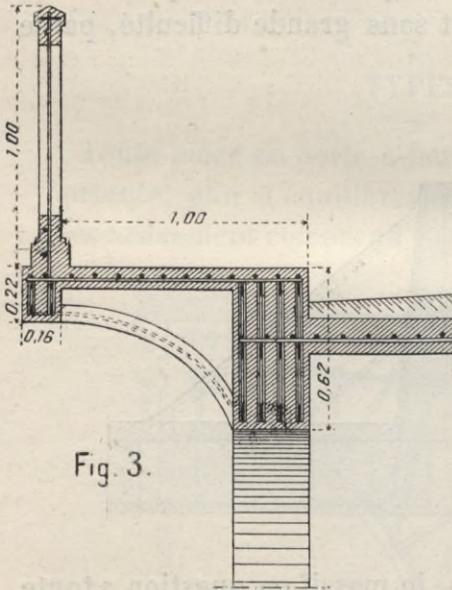


Fig. 3.

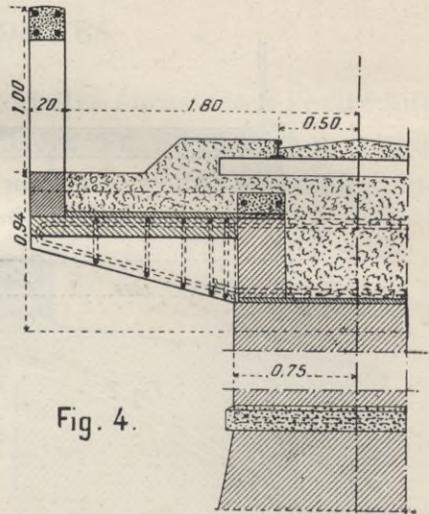


Fig. 4.

des tabliers qui se rattachent eux-mêmes aux autres arcs. Tout cet ensemble, ainsi rendu solidaire, ne pourrait se déverser.

Dans le type (fig. 4), l'encorbellement est très fortement chargé et a une grande saillie. Le platelage est constitué par un hourdis; la console a deux armatures reliées par des étriers. L'armature de tension traverse de part en part le massif intermédiaire, de telle façon que la tension de droite se trouve ainsi équilibrée directement par celle de gauche. De même les barres inférieures, aboutissant en regard l'une de l'autre, au même niveau, s'équilibrent les unes par les autres et ne font que comprimer ce massif plein.

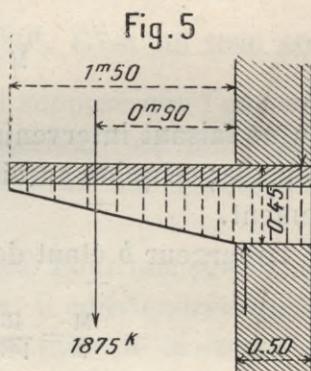
On pourrait multiplier les exemples de ces sortes de dispositions; elles se réduisent à la solution d'un même problème : fournir à la tension un ancrage suffisant, à prendre sur un massif suffisamment robuste; et s'assurer que les poussées de compression trouveront devant elles la résistance nécessaire.

### CALCUL DES SECTIONS

Supposons un balcon ayant une saillie de  $1^m50$ ; les consoles sont écartées de  $2^m50$ ; la charge, poids mort compris, n'excède pas  $500^k$  par mètre carré. La charge est ainsi de  $1875^k$ . Nous admettons que, en raison de la surcharge due au garde-corps ou parapet, elle se place à  $0^m90$  du parement (fig. 5).

On aura pour le moment de flexion à l'encastrement :

$$M = 1875^k \times 0^m90 = 1690.$$



Là le hourdis ne peut être considéré comme nervuré par la console, attendu que le sens de la flexion est renversé : c'est la partie supérieure qui travaille par tension; le bas de la console travaille par compression. On ne doit guère compter, dans le calcul à déduire de la valeur de  $M$ , que sur la section rectangulaire de la console même.

Attribuons à celle-ci une largeur  $c$  de  $0^m30$ . On prendra donc, pour faire emploi des formules :

$$\frac{M}{c} = \frac{1690}{0^m30} = 5633; \quad \sqrt{\frac{M}{c}} = 75;$$

$$Mc = 1690 \times 0^m30 = 507; \quad \sqrt{Mc} = 22.5.$$

Avec  $R_c = 30^k \times 10^4$  et  $R_m = 8^k \times 10^6$ , on aurait donc

$$h = 0.0052 \times 75 = 0^m39; \quad \omega = 26.3 \times 22.5 = 592^{\text{mm}^2},$$

soit 2 barres de 20 par exemple.

La hauteur totale à l'encastrement serait de 0<sup>m</sup>44 à 0<sup>m</sup>45, afin d'habiller de béton l'armature inférieure.

Pour le calcul du hourdis, la charge à considérer serait légèrement inférieure à 500<sup>k</sup> par mètre carré, puisqu'on n'a plus à compter, dans le poids mort, celui de la console. La différence n'étant pas considérable, gardons ce chiffre de 500<sup>k</sup>.

1° : La portée entre consoles est de 2<sup>m</sup>50 — 0<sup>m</sup>30, ou 2<sup>m</sup>20. Sur 1<sup>m</sup>50, largeur du hourdis, le poids est de 1<sup>m</sup>50 × 2<sup>m</sup>20 × 500<sup>k</sup>, soit 1650<sup>k</sup>. Le moment de flexion est

$$M = 1650^k \times \frac{2^m20}{8} = 454,$$

en ne faisant intervenir aucun encastrement du hourdis sur la console; ce qu'on aurait pu faire à la rigueur, au moins partiellement.

La largeur  $b$  étant de 1<sup>m</sup>50, on a donc

$$\frac{M}{b} = \frac{454}{1^m50} = 303; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 17.4;$$

$$Mb = 454 \times 1^m50 = 681; \quad \sqrt{Mb} = 26.1;$$

appliquant les mêmes coefficients :

$$h = 0.0032 \times 17.4 = 0^m09; \quad \omega = 26.3 \times 26.1 = 686^{\text{mm}^2}.$$

Si l'on espace les barres de 0<sup>m</sup>10, chacune devra avoir une section de 46 millimètres, un diamètre de 8 environ. L'épaisseur réelle serait un peu supérieure à 0<sup>k</sup>09, bien entendu.

2° : On peut tout aussi bien ramener au mètre de largeur du hourdis; le moment ainsi réduit est de 302.5 environ, au lieu de 454; la racine carrée est de 17.4. On a simplement :

$$h = 0.0032 \times 17.4 = 0^m09; \quad \omega = 26.3 \times 17.4 = 458;$$

ce qui, à raison de 10 barres par mètre, exige une section de 46, un diamètre de 8, comme précédemment. Il faut 15 barres semblables pour la largeur totale du hourdis, avec même section totale de 686 que précédemment.

L'épaisseur réelle serait de 0<sup>m</sup>12 par exemple.

Dans le cas où le mur où se fait le scellement devrait, par lui-même, assurer un poids suffisant pour que l'encastrement supposé se trouve réalisé au moyen de ce seul poids, il serait facile d'évaluer quel doit être celui-ci.

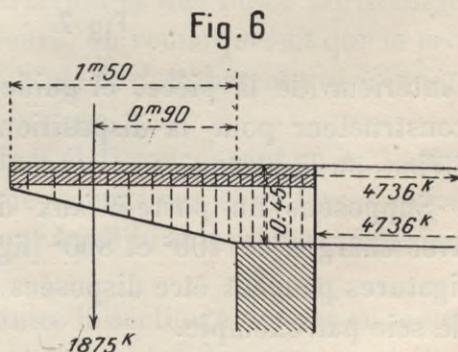
En effet, s'il y a tendance au renversement extérieur, l'effort de soulèvement se déduit du moment d'encastrement à réaliser, soit ici 1690, et de la largeur du mur que nous supposons de 0<sup>m</sup>50 par exemple.

Cet effort est égal à  $\frac{690}{0.50}$ , ou 1380<sup>k</sup>. C'est un trop strict minimum, puisque ce mode de calcul suppose que l'encorbellement peut s'appuyer sur l'arête extérieure du mur, tandis que le poids qui doit équilibrer reposerait sur l'arête de la console prolongée.

Il y aurait épauffrement de ces arêtes. Pour ménager convenablement la résistance des matériaux, il conviendrait que les deux points d'appui fussent chacun au tiers de la largeur de mur. Le bras de levier n'est plus alors qu'un tiers de cette épaisseur, au lieu d'être l'épaisseur même, comme nous l'admettions tout à l'heure.

La charge réellement nécessaire se trouve ainsi portée à  $3 \times 1380^k$ , soit 4140<sup>k</sup>.

Si l'équilibre devait être obtenu d'une tout autre façon; si, par exemple, on prolongeait les barres de la console, qui sont ici à la partie supérieure où se produit la tension, jusque dans une poutre intérieure, tandis que la compression développée dans le bas de la console serait équilibrée, de son côté, par la butée de cette même poutre, il serait facile de voir quels seraient les efforts ainsi exercés (fig. 6).



La section de métal, avons-nous dit ci-dessus, est de  $592\text{mm}^2$  pour l'armature supérieure de la console, en lui supposant un travail de  $8^k$ . En conséquence l'effort de traction serait de  $592 \times 8^k$ , ou  $4736^k$ .

L'effort inverse de compression est aussi égal à  $4736^k$ .

PROCÉDÉ GRAPHIQUE

1<sup>er</sup> EXEMPLE

On peut également employer la méthode graphique qui montre, en même temps, comment se répartissent les efforts à

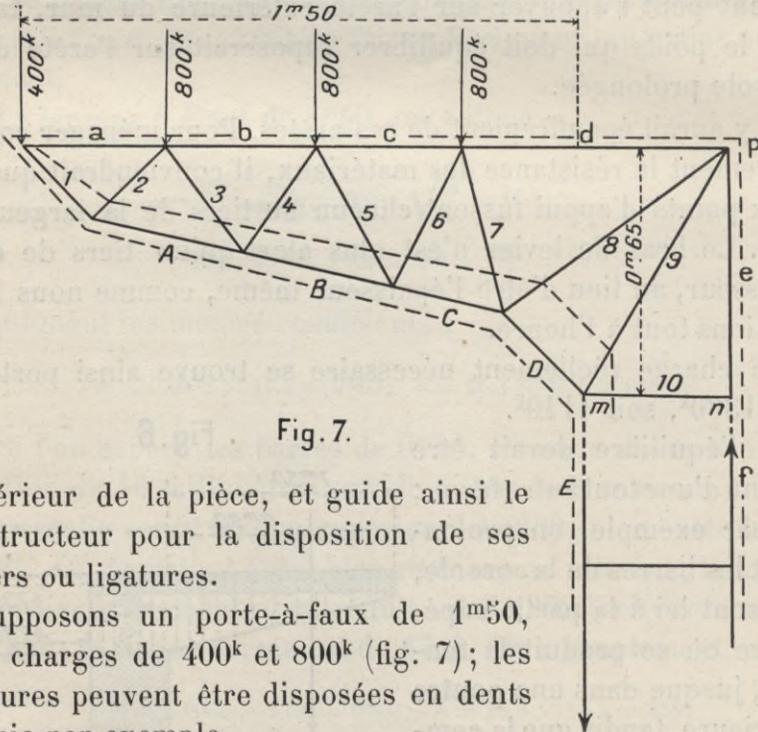


Fig. 7.

l'intérieur de la pièce, et guide ainsi le constructeur pour la disposition de ses étriers ou ligatures.

Supposons un porte-à-faux de  $1\text{m}50$ , avec charges de  $400^k$  et  $800^k$  (fig. 7); les ligatures peuvent être disposées en dents de scie par exemple.

Ecrivant l'équilibre autour de chaque point d'articulation, on obtient le tracé de la fig. 8, où les barres impaires 1, 3, 5, 7 sont comprimées et soumises à des efforts croissants; tandis que les barres paires 2, 4, 6 sont soumises à l'extension.

Les barres supérieures  $a, b, c, d$  sont également tendues ; tandis que les inférieures  $A, B, C$  sont comprimées.

Dans la partie coudée, les barres 8 et 9 sont comprimées, comme la diagonale  $D$ , tandis que la barre verticale  $e$  est soumise à l'extension.

Sous ces deux points d'appui  $m$  et  $n$  s'exercent : en  $m$  une compression  $E$  de  $8900^k$  ; en  $n$  une tension  $f$  égale à  $e$ , de  $6100^k$ . Il est facile de voir que la différence est précisément égale à la charge de  $2800^k$ .

Le mur inférieur devrait donc être en état de résister à ces deux forces agissant en sens contraire, s'il n'y a pas de surcharge provenant des parties supérieures de ce même mur. C'est pourquoi il faudrait que ce mur fût disposé d'une façon particulière, en béton armé par exemple, puisque ces deux forces constituent une compression de  $2800^k$ , et un couple de forces inverses, égales à  $6100^k$  qui tend à faire basculer.

Dans le cas où il y aurait surcharge, répartie par moitié à droite et à gauche, la compression en  $m$  s'augmenterait d'autant ; la tension en  $n$  se trouverait diminuée de la même quantité.

Enfin si, comme nous le supposons précédemment, on comptait équilibrer par une traction et une butée horizontale, provenant d'une poutre intérieure, on remarquerait que la projection horizontale, sur la fig. 8, de 8,  $d, 9$ , barres qui viennent concourir en  $p$ , est de  $3450^k$  environ.

La projection horizontale de 9 et  $D$  concourant en  $m$ , l'effort sur 10 étant ici nul, a la même valeur ; ces deux forces représentent le couple nécessaire pour équilibrer le moment extérieur de renversement.

De ces données on peut déduire la section à donner au métal. Ainsi, pour les barres horizontales, la tension maxima  $d$  étant d'environ  $4100^k$ , cette section serait, à raison de  $8^k : \frac{4100}{8}$ , ou 513 millimètres carrés. Elle serait plus forte sur la barre verticale  $e$ .

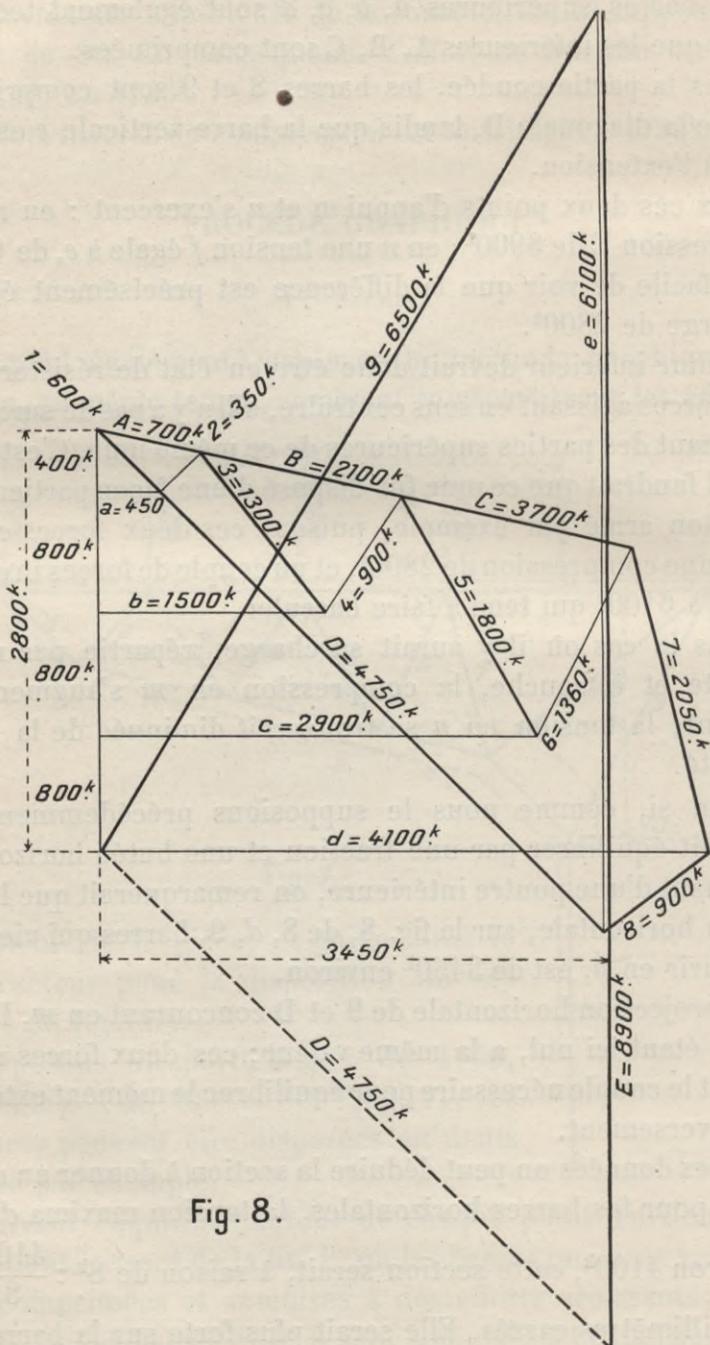


Fig. 8.

La compression maxima  $D$  étant de  $4750^k$ , appelons  $c$  la largeur attribuée à la console,  $e$  l'épaisseur de la partie comprimée, c'est-à-dire  $v'$  d'après nos notations habituelles.

Faisant travailler le béton d'après un maximum de  $30^k$ , il faut réaliser la condition :

$$\frac{2 \times 4750^k}{ec} = 30^k \times 10^4;$$

$$ec = \frac{9500}{300000} = 0.032.$$

Le point d'application des compressions est, comme dans les calculs théoriques antérieurs, appliqué ainsi au tiers de  $v'$  ou  $e$ .

Si l'on donne à la console une épaisseur  $c$  de  $0^m18$  par exemple,  $e$  devra être égal à  $\frac{0.032}{0^m18}$ , soit  $0^m18$  environ.

Nous avons donné arbitrairement à la partie coudée une hauteur de  $0^m65$ , comme distance entre les tensions et les résultantes de compression. L'épaisseur réelle comprendrait :  $0^m65$  d'abord; ensuite  $\frac{1}{3}$  environ de  $0^m18$ ; enfin l'épaisseur nécessaire pour envelopper les barres supérieures de tension. Total :  $0^m75$  par exemple.

Nous avons choisi arbitrairement, disons-nous, cette hauteur de  $0^m65$ , afin de la mettre d'accord, tant avec les formules théoriques obtenues en annulant les  $R_c$  de tension sur le béton, qu'avec la pratique courante. Il ne faudrait pas que, comme conséquence de ce choix préalable, on fût conduit :

1°. — A des épaisseurs  $v'$  ou  $e$  travaillant à la compression, capables de fournir un rapport  $\frac{v'}{h}$  trop différent de  $\frac{1}{4}$  environ que donnent généralement les formules théoriques ;

2°. — A des sections de métal correspondant à un pourcentage trop faible. Restriction qui, d'ailleurs, s'applique également aux formules théoriques elles-mêmes.

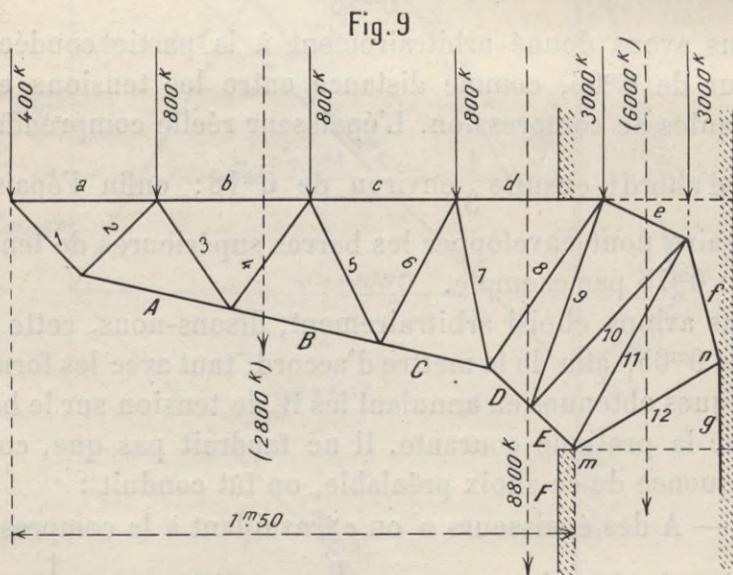
Il ne faut donc pas exagérer trop la hauteur d'encastrement ;

ce qui entrainerait à de trop faibles pourcentages; ni la réduire trop, ce qui conduirait à un rapport  $\frac{v'}{h}$  trop grand, ne laissant plus un suffisant intervalle entre les tensions et les compressions; et d'ailleurs exigerait au contraire un pourcentage trop fort et inutile en réalité.

2<sup>e</sup> EXEMPLE

Supposons, avec les mêmes données de charge et de saillie, que l'on ait l'intention de couder les barres supérieures de tension; admettons en même temps que l'on peut compter sur une certaine surcharge de mur supérieur, évaluée à 6000<sup>k</sup> (fig. 9).

Cette charge ne serait cependant pas suffisante pour assurer



l'équilibre du porte-à-faux. En effet, si l'on prend la résultante totale du poids extérieur de 2800<sup>k</sup>, et du poids intérieur de 6000<sup>k</sup>, on voit, par la construction ou par le calcul ordinaires, qu'elle se place ici en dehors du mur. L'équilibre général ne peut être assuré que si le mur, ainsi soumis à des efforts de flexion, est encore armé de manière à y résister.

Le tracé, en faisant intervenir deux surcharges partielles de  $3000^k$ , donne les résultats qu'indique la fig. 10. Pour la partie extérieure, en porte-à-faux, rien ne diffère des résultats que fournissait la fig. 8; mais, dans la partie coudée, les compressions se répartissent entre 9 plus faible que le précédent, et la barre nouvelle 11 qui subit une très forte compression. Ceci résulte de l'intervient des poids nouveaux de surcharge.

La barre 10 intercalée subit une tension comparable en valeur à la compression 9; mais sur 12, l'extension est déjà très faible.

Les barres E, 11, 12 qui concourent en  $m$  produisent une compression totale  $F$  de  $11900^k$ ; la compression 13 et la tension  $f$  qui agissent en  $n$  produisent une tension  $g$  de  $3100^k$ . Comme précédemment la différence est bien le poids total qui est ici de  $8800^k$ .

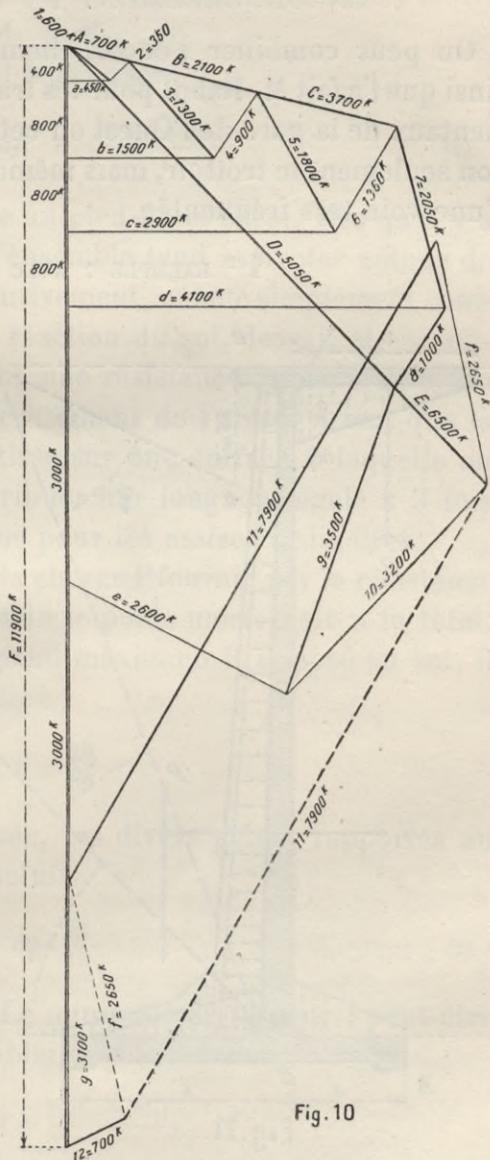


Fig. 10

Il faut donc, pour équilibrer le porte-à-faux extérieur, maintenir une tension  $g$  de  $3100^k$ , comme nous venons de dire, qu'on obtiendrait au moyen de l'armature du mur en béton, par

exemple; ce mur subissant d'ailleurs la compression  $F$  de 11900<sup>k</sup>.

### ENCORBELLEMENT ET SOUTÈNEMENT

On peut combiner l'encorbellement avec le soutènement, ainsi que l'a fait M. Rabut pour les travaux véritablement monumentaux de la gare de l'Ouest où cet encorbellement supporte, non seulement le trottoir, mais même une partie de la chaussée d'une voie très fréquentée.

#### 1<sup>er</sup> EXEMPLE : AVEC NERVURES

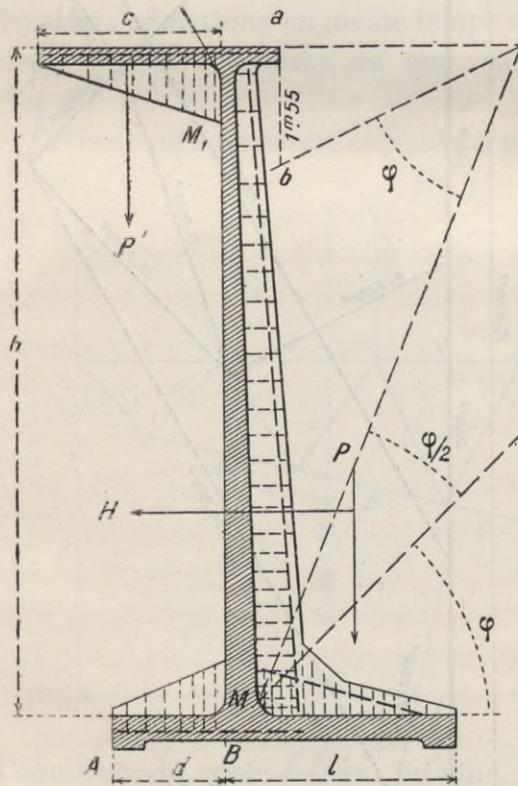


Fig. 11

Supposons d'abord que l'on se contente d'armer le rideau d'une nervure intérieure, en profitant de ce que le sens de la flexion permet alors de placer à l'extérieur le hourdis, et les nervures saillantes à l'intérieur des terres à soutenir. Une semelle pouvant supporter le poids d'une partie de ces terres maintient l'équilibre; un patin extérieur peut au besoin accroître la stabilité.

D'une manière générale appelons  $P'$  le poids de l'encorbellement,  $P$  le poids de terre ou remblai qui repose sur la

semelle de longueur  $l$ ;  $h$  la hauteur de soutènement;  $M_1$  le moment de  $P'$  par rapport à la paroi;  $M_2$  le moment de la poussée des terres par rapport au pied du rideau ou masque (fig. 11).

Le moment  $M_1$  est  $\frac{Pc}{2}$ ; le moment  $M_2$  est  $\frac{Hh}{3}$ , si  $H$  est la poussée déterminée de la manière ordinaire. Le moment total, au pied du rideau est  $M = M_1 + M_2$ .

Pour l'équilibre général il faut poser :

$$\frac{Pl}{2} = M_1 + M_2; \quad P = \frac{2(M_1 + M_2)}{l}, \quad (1)$$

pour que la résultante passe au pied de la paroi. Dès qu'il y a tendance à renversement, l'ensemble tend à pivoter autour de l'arête A. Le patin qui, primitivement, eût été simplement comprimé entre le poids  $P$  et la réaction du sol, devrait alors soulever les terres qui opposent une résistance considérable. En fait, pour qu'il n'y ait pas écrasement de l'arête, il faut que la pression sur le sol se répartisse sur une surface à laquelle on peut approximativement attribuer une longueur égale à 3 fois la distance  $AB$  ou  $3d$ , comme pour les assises ordinaires.

Le poids total comprend : la charge  $P$  fournie par la résistance de terres; le poids  $P'$ , et enfin le poids mort. Soit  $S$  le total. Comme on doit limiter le travail maximum  $R$  imposé au sol, il faut poser la seconde condition :

$$R = \frac{2S}{3d}.$$

Nous supposons la poussée, les divers poids, rapportés au mètre courant. De là on conclut :

$$d = \frac{2S}{3R}. \quad (2)$$

*Minimum de largeur.* — Le minimum de largeur  $l$  peut être fixé, d'après densité du remblai, par la relation

$$P = lh\delta = \frac{2(M_1 + M_2)}{l};$$

d'où l'on déduit, d'après la condition (1) :

$$l^2 = \frac{2(M_1 + M_2)}{h\delta}; \quad l = \sqrt{\frac{2(M_1 + M_2)}{h\delta}}. \quad (3)$$

Prenons les données suivantes, où  $b$  sera l'écartement des nervures, c'est-à-dire la largeur de travée (fig. 11) :

$$b = 1^m50; \quad c = 2^m50; \quad h = 9^m00;$$

$$P' = 6000^k; \quad H = 11800^k;$$

$$M_1 = 6000^k \times \frac{2^m50}{2} = 7500; \quad M_2 = 11800^k \times 3^m00 = 35400.$$

Toutefois, le poids  $P'$  de  $6000^k$  étant celui de la travée de  $1^m50$ , le véritable  $M_1$  au mètre courant ne serait en réalité que de  $\frac{7500}{1.50}$ , soit  $5000$ .

La poussée  $H$  au mètre courant également est, d'après le tracé graphique, déterminée par

$$\frac{9^m00 \times 1^m55}{2} \times 1700^k,$$

en attribuant au remblai une densité de  $1700^k$ , un angle  $\varphi$  de  $45^\circ$  pour terrain de qualité moyenne. La distance caractéristique  $ab$ , obtenue par le tracé, est de  $1^m50$  à  $1^m55$  environ.

La longueur minima  $l$ , en utilisant tout le poids correspondant disponible, serait donnée, d'après la condition (3), par

$$l = \sqrt{\frac{2}{1700} \times \frac{40400}{9^m00}} = 2^m25,$$

en remarquant que  $M_1 + M_2$  est égal à  $5000 + 35400$ , soit  $40400$ .

Pour mieux assurer la sécurité, car il est assez difficile d'apprécier exactement la résistance du sol au soulèvement, bien qu'on la sache considérable en général, et surtout pour ne pas trop charger le sol, on préférerait sans doute augmenter cette longueur. Portons-la à  $3^m00$  par exemple.

Alors le poids  $P$  nécessaire pour remplir les conditions de stabilité supposées sera donné par la relation (1) :

$$P = \frac{2 \times 40400}{3^m00} = 26940^k$$

en nombre rond.

*Patin extérieur.* — Sa longueur, pour que le sol travaille à raison de  $1^k5$  au maximum, sera, d'après la relation (2) :

$$d = \frac{2 \times 26940^k}{3 \times 1^k5 \times 10^1} = 1^m20.$$

Sous ce patin la sous-pression à l'extrémité est de  $1^k5$  par centimètre carré; sous la paroi elle est des  $\frac{2}{3}$ , soit  $1^k0$  par centimètre. La moyenne est de  $1^k25$ ; la sous-pression est égale, pour travée de  $1^m50$ , à  $1^m20 \times 1^m50 \times 1^k25 \times 10^4$ , ou  $22500^k$ . Nous prenons ici la travée entière, parce que le patin en supporte tout l'effort,

La résultante se place à une distance de la paroi qui serait supérieure à  $0^m60$  puisque la surface représentative est un trapèze; admettons, sans autre calcul, qu'elle soit de  $0^m65$ . Le moment de flexion est ainsi égal à  $22500^k \times 0^m65$ , ou  $14800$  en nombre rond.

Donnons à ce patin une largeur de  $0^m30$ ; ce qui conduit à poser :

$$\frac{M}{c} = \frac{14800}{0.30} = 49333; \quad \sqrt{Mc} = 14800 \times 0^m30 = 4400;$$

$$\sqrt{\frac{M}{c}} = 222; \quad \sqrt{Mc} = 67,$$

et finalement, avec les coefficients de  $30^k$  et  $8^k$  :

$$h = 0.0052 \times 222 = 1^m15; \quad \omega = 26.3 \times 67 = 1760^{mm^2}.$$

La hauteur totale du patin contre la paroi serait de  $1^m20$  par exemple. L'armature comprendrait 4 barres de 24.

Pour le hourdis, on remarquerait que la sous-pression maxima est de  $1^k50$  par centimètre carré; sur  $1^m00$  de largeur et  $1^m50$  de portée, elle est au plus de  $22500^k$ , ce qui correspond à un moment de  $4220$ ; chiffre dont la racine carrée est de  $65$ . En conséquence, on prendrait

$$h = 0^m33; \quad \omega = 1710^{mm^2},$$

soit une épaisseur de 0<sup>m</sup>37 à 0<sup>m</sup>38 environ; et 10 barres de 15 par mètre de largeur.

*Encorbellement.* — On a vu que le moment  $M_1$  est de 7500 pour la travée de 1<sup>k</sup>50. Il ne faut compter ici que sur la section rectangulaire de la console, sans hourdis. Donnons à cette console une largeur de 0<sup>m</sup>50; on aura

$$\frac{M}{c} = \frac{7500}{0^{\text{m}50}} = 15000; \quad Mc = 7500 \times 0^{\text{m}50} = 3750;$$

$$\sqrt{\frac{M}{c}} = 122; \quad \sqrt{Mc} = 61.$$

Appliquant les mêmes coefficients, on trouverait :

$$h = 0^{\text{m}63}; \quad \omega = 1600^{\text{mm}2}.$$

Pour le hourdis dont la charge est de 6000<sup>k</sup>, pour surface de 1<sup>m</sup>50  $\times$  2<sup>m</sup>50, égale par conséquent à 1600<sup>k</sup> par mètre carré, la charge est, par mètre de largeur, égale à 1<sup>m</sup>00  $\times$  1600<sup>k</sup>  $\times$  1<sup>m</sup>50, ou 2400<sup>k</sup>; le moment est de 2400<sup>k</sup>  $\times$   $\frac{1^{\text{m}50}}{8}$  ou 450; chiffre dont la racine carrée est d'environ 21 à 22.

Appliquant toujours les mêmes coefficients, on aurait

$$h = 0.0052 \times 22 = 0^{\text{m}12}; \quad \omega = 26.3 \times 22 = 578^{\text{mm}2},$$

soit 10 barres de 9 par mètre de largeur; ou 15 barres semblables dans la largeur de 1<sup>m</sup>50.

*Rideau.* — Le rideau est, admettons-nous, un hourdis à nervure; ce hourdis a 1<sup>m</sup>50 de largeur.

Au-dessous de la console, le moment de flexion est de 7500 comme pour la travée d'encorbellement, on prendra donc

$$\frac{M}{b} = \frac{7500}{1^{\text{m}50}} = 5000; \quad Mb = 7500 \times 1^{\text{m}50} = 11250;$$

$$\sqrt{\frac{M}{b}} = 71; \quad \sqrt{Mb} = 106$$

et

$$h = 0^{\text{m}37}; \quad \omega = 2788^{\text{mm}2}; \quad v' = 0.001414 \times 71 = 0^{\text{m}10}$$

environ. Nous déterminons  $v'$  afin de voir si l'épaisseur  $e$  de hourdis n'est pas trop différente de  $v'$ .

Quant à la hauteur totale, hourdis et nervure, elle serait de 0<sup>m</sup>42 à 0<sup>m</sup>44 par exemple.

Du reste, dans le cas actuel, le hourdis ne supportant pas de poussée bien sensible du côté des terres, on peut lui attribuer sans inconvénient une épaisseur de 0<sup>m</sup>10 pour qu'il joue simplement le rôle d'aile du T simple que constitue le hourdis nervuré.

*Base du rideau.* — Au pied, le moment de flexion est  $M_1 + M_2$ , ou 40400. La largeur du hourdis est encore de 1<sup>m</sup>50; on a

$$\frac{M}{b} = 26933; \quad Mb = 60600; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 170; \quad \sqrt{Mb} = 246.$$

D'où l'on conclut :

$$h = 0^m89; \quad \omega = 6470^{\text{mm}^2}; \quad v' = 0^m24.$$

On réglerà en conséquence la hauteur totale, le nombre et le diamètre des barres à loger dans la nervure, ce qui comporterait 6 barres de 37 par exemple.

Pour le calcul du hourdis, il faudrait ici considérer une bande horizontale, haute de 1<sup>m</sup>00, à portée de 1<sup>m</sup>50. A profondeur de 1<sup>m</sup>00, la pression est de  $\frac{2 \times 11800^k}{9^m00}$ , ou 2622<sup>k</sup>, puisque la poussée totale est de 11800<sup>k</sup> pour une bande verticale haute de 9<sup>m</sup>00. La pression moyenne est de  $\frac{11800^k}{9^m00}$ ; à la base elle est double.

Sur la largeur de 1<sup>m</sup>50, la pression est de 3933<sup>k</sup>; le moment, en multipliant par  $\frac{1^m50}{8}$ , est égal à 738, dont la racine carrée est de 28. En conséquence on prendrait

$$h = 0.0052 \times 28 = 0^m15; \quad \omega = 26.3 \times 28 = 736^{\text{mm}^2}.$$

A raison de 10 barres par mètre de hauteur, dans cette région basse et la plus exposée, on prendrait un diamètre de 10; l'épaisseur réelle devrait être de 0<sup>m</sup>18 à 0<sup>m</sup>20 environ. Comme la valeur de  $v'$  était un peu plus forte, il serait bon d'augmenter un peu celle-ci.

Sur la semelle, le moment maximum est égal au précédent; la hauteur et la section  $\omega$  seraient les mêmes. Toutefois le hourdis n'a pas nécessairement les mêmes proportions que celles du rideau.

En effet sa charge dépend du poids vertical P de terre utilisé, et non plus de la poussée H horizontale. Ce poids P était de 26940<sup>k</sup> sur tout le patin long de 3<sup>m</sup>00, en rapportant à la largeur de 1<sup>m</sup>00. Il est de 9000<sup>k</sup> environ par mètre carré; de 13500<sup>k</sup> sur la portée de 1<sup>m</sup>50. Le moment de flexion est ainsi égal à 2530, dont la racine carrée est de 50.3.

On trouve que ceci comporte les proportions suivantes :

$$h = 0^{\text{m}}27; \quad \omega = 1340^{\text{mm}^2}.$$

L'épaisseur totale serait d'environ 0<sup>m</sup>30, chiffre supérieur à  $v'$  qui ne dépassait pas 0<sup>m</sup>24. Comme on peut à la rigueur admettre que, par suite de la continuité du hourdis, il y a quelque encastrement sur les nervures, on peut réduire cette épaisseur de 0<sup>m</sup>30 à 0<sup>m</sup>24 sensiblement; ou mieux encore, prendre une moyenne pour les deux valeurs à égaliser.

## 2° EXEMPLE : AVEC CONTREFORT DE SUSPENSION

Si l'on préfère établir un tirant oblique allant du sommet à l'extrémité de la semelle, afin d'établir un point d'appui supérieur au rideau, en même temps qu'un point d'appui à la semelle, l'équilibre général, établi dans les mêmes conditions que précédemment, exigera (fig. 12) :

$$\frac{Pl}{2} = M_1 + M_2. \quad (1)$$

Appelant  $T$  et  $Q$  les composantes, horizontale et verticale, de la traction  $R$  qui s'exerce sur le tirant, on remarquera que  $Q$  doit être moitié de  $P$ , puisque ce poids se répartit également sur les deux extrémités de la semelle :

$$Q = \frac{P}{2}, \quad (2)$$

Comme, d'autre part, on a la relation

$$\frac{T}{Q} = \frac{l}{h}$$

il s'ensuit que  $T$  s'exprime par

$$T = \frac{Pl}{2h}. \quad (3)$$

La tension  $R$  sur le tirant est

$$R = T \times \frac{L}{l}, \quad (4)$$

si  $L$  est la longueur de ce tirant. La longueur minima de  $l$  reste la même que dans le premier cas ;

mais on la majorera d'après les mêmes considérations.

Quant au moment de flexion, nul au sommet et à la base du rideau, il est, dans les parties intermédiaires, représenté par

$$\mu = Th_0 - (M_1 + M),$$

en appelant  $M$  le moment dû aux poussées, et  $h_0$  la profondeur au-dessous du sommet. Il est facile de voir que, dans le cas où  $h_0$  serait  $h$ , ce moment devient nul, comme il convient.

Appiquant aux mêmes données que précédemment, on

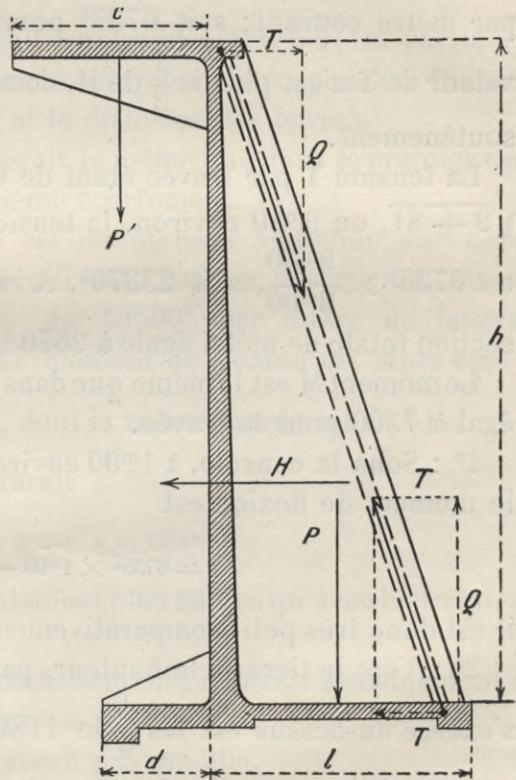


Fig. 12

conserverait le même poids  $P$  de  $26940^k$  pour largeur  $l$  de  $3^m00$ ; d'où l'on conclurait :

$$T = \frac{26940^k \times 3^m00}{2 \times 9^m00} = 4490^k$$

par mètre courant; soit  $6735^k$  pour la travée de  $1^m50$ . Cette valeur de  $T$  n'est plus le  $\frac{1}{3}$  de  $H$ , comme dans le cas d'un simple soutènement.

La tension  $T$  par travée étant de  $6735^k$ , la longueur  $L$  étant  $\sqrt{9 + 81}$ , ou  $9^m50$  environ, la tension sur les tirants obliques est  $6735^k \times \frac{9^m50}{3^m00}$ , soit  $23370^k$ . A raison de  $8^k$  il faudrait une section totale de métal égale à  $2670$  millimètres carrés.

Le moment  $M$  est le même que dans le premier cas, c'est-à-dire égal à  $7500$  pour la travée.

1° : Sous la console, à  $1^m00$  environ au-dessous du sommet, le moment de flexion est

$$\mu = 6735^k \times 1^m00 - 7500;$$

il est donc très petit comparativement.

2° : Vers le tiers de la hauteur, par exemple, la poussée qui s'exerce au-dessus est les  $\frac{4}{9}$  de  $11800^k$ , soit  $5240^k$  par mètre courant. Elle est appliquée en un point situé à  $2^m00$  au-dessus de la section considérée, et son moment est égal à  $5240^k \times 2^m00$ , soit  $10480^k$ ; ce qui représente  $15720^k$  par travée.

Le moment de flexion est donc réellement :

$$\mu = 6735^k \times 6^m00 - 15720 = 24690.$$

Avec  $b$  égal à  $1^m50$ , on prendra

$$\frac{\mu}{b} = \frac{24690}{1.50} = 16460; \quad \mu b = 24690 \times 1.50 = 37035$$

$$\sqrt{\frac{\mu}{b}} = 128; \quad \sqrt{\mu b} = 193.$$

D'où l'on conclurait :

$$h = 0^m67; \quad \omega = 5076^{\text{mm}2}.$$

Les sections sont un peu plus faibles qu'avec la première disposition.

La hauteur totale serait supérieure à 0<sup>m</sup>70; la partie en nervure doit être prise dans le contrefort de suspension. D'après  $\omega$  on réglerait le nombre et le diamètre des barres.

Le hourdis de rideau serait le même que dans le premier cas, puisqu'on maintient le même écartement.

La semelle intérieure est maintenant soutenue sur deux appuis, sous une charge qui est, comme précédemment, de 9000<sup>k</sup> par mètre carré; de 13500<sup>k</sup> par mètre de largeur et sur 1<sup>m</sup>50 de portée. Le moment de flexion est alors égal à  $13500^k \times \frac{1^m50}{8}$ , ou 2531, dont la racine carrée est de 51.

D'après ce chiffre on aurait

$$h = 0^m27; \quad \omega = 1341^{\text{mm}2}.$$

Les sections sont notablement plus faibles qu'avec la première disposition.

Quant au hourdis de cette semelle, il serait sensiblement le même que dans le premier cas.

Le patin extérieur ne serait pas modifié.

Quant au triangle servant de contrefort ou plutôt de suspension, outre ses tirants obliques dont la section totale est indiquée plus haut, il lui faut une armature verticale et une horizontale, ainsi qu'on l'a vu dans les exemples cités; l'économie de béton et de métal ne doit guère être bien notable sur l'ensemble.

## IX

# VOUTES ET ARCS

---

### OUVRAGES D'ART

Les ouvrages d'art peuvent être construits de plusieurs manières différentes : par poutres droites, par voûtes ou par arcs. Le béton armé qui peut, à volonté, se substituer soit au métal, soit à la maçonnerie, peut être employé indistinctement pour ces trois formes.

Pour une passerelle, un pont de moyenne portée, la poutre droite est tout indiquée, et, dans cette disposition, le béton armé conserve son principal avantage : le tablier constitue le hourdis ; au-dessous se placent les nervures avec armatures, comme d'ordinaire. L'ensemble travaille alors dans les meilleures conditions : le hourdis horizontal à la compression, sur toute la largeur de travée ; la nervure saillante et son armature métallique, à l'extension.

Le calcul est alors fort simple, c'est celui du hourdis à nervure ; on emploiera directement les résultats tout calculés que donnent les tableaux numériques ou graphiques, en n'adoptant comme d'ordinaire, pour ce genre d'ouvrages, que des taux de travail relativement modérés, puisqu'on a généralement à se garantir des vibrations, ébranlements, etc.

Pour les portées plus grandes, on peut remplacer les poutres droites à hourdis par de véritables voûtes, tout comme on le fait avec la maçonnerie ordinaire. Si la charge était toujours

constante, il serait facile, en traçant le polygone des pressions sous les charges données, d'adopter ce polygone, ou la courbe continue qui passe par ses sommets, comme axe du profil de la voûte.

Celle-ci ne subirait alors que des compressions; à quoi le béton est particulièrement propre. On se contenterait de noyer dans la masse une sorte de treillage destiné principalement à supprimer ou atténuer les fissures que l'on a toujours à craindre dans le béton.

Même dans ce cas, il serait toujours prudent de donner à la double armature transversale, extradados et intrados, une certaine importance, en raison des légères inégalités de charge qui pourraient se produire. Dans ce cas, en effet, se manifestent nécessairement quelques effets de flexion qui exigent l'intervention du métal pour parer aux tensions qui en résultent.

Tel n'est pas le cas ordinaire; les charges peuvent être dissymétriques à certains moments, symétriques à d'autres; elles peuvent se déplacer, etc. En général, au moins pour un avant-projet, il suffit d'admettre que la charge la plus forte possible est répartie symétriquement, mais sur toute la portée; le maximum du moment de flexion qu'on obtient ainsi est généralement égal, tout au moins, à celui que produisent les charges dissymétriques où le maximum de poids n'existe que sur un côté.

Nous rappellerons plus loin comment se déterminent les poussées, ainsi que les moments de flexion. Ces éléments étant fixés, en les rapportant au mètre courant, on n'a plus qu'à calculer la voûte comme un hourdis, d'après les formules établies pour ceux-ci; on sait ainsi quelle est l'épaisseur qu'il convient de donner à ce hourdis, et la section de l'armature soumise à la tension.

Il y a, dans une voûte ou dans un arc, une partie de la longueur qui est soumise à une certaine flexion, tandis que l'autre fléchit en sens opposé; cette condition s'impose pour que les naissances restent fixes. Il suit de là qu'il faut une double armature : l'une

vers l'intrados, pour la partie voisine de la clé; l'autre, vers l'extrados pour la partie voisine des naissances.

Comme toujours ces armatures sont reliées par des barres longitudinales de répartition (fig. 1).

Tout ce que nous venons de dire s'applique également aux fermes en arc, ordinairement constituées par un arc à section rectangulaire; un tablier formé de poutres de rive et pièces de pont transversales, qui est un véritable plancher avec hourdis; des montants ou piliers relie l'un à l'autre de distance en distance.

Par suite de cette double intervention : flexion et contre-

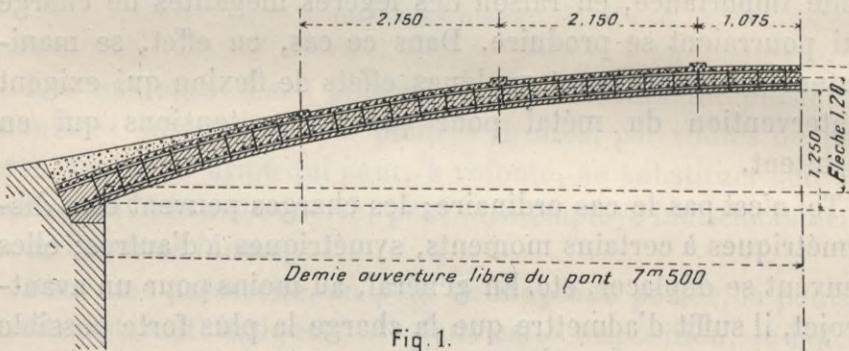


Fig. 1.

flexion, il serait peu utile de chercher à relier les arcs par un hourdis formant voûte légère; ce qui permettrait d'utiliser la propriété avantageuse du béton armé, que nous rappelions tout à l'heure.

Ce hourdis, devant travailler à la compression, se placerait donc à l'extrados, pour la partie d'arc voisine de la clef; mais il faudrait le placer à l'intrados pour les parties inférieures. Cette combinaison serait difficile à réaliser. D'ailleurs, ces voûtes n'auraient guère d'utilité, si l'on installe des montants verticaux, dans les tympans, et que l'on constitue un tablier sur fortes poutres, comme on le fait ordinairement.

La voûte continue dont nous parlions en premier lieu peut recevoir un remblai garnissant ces tympans, sauf à ménager des évidements intérieurs; elle est ainsi surchargée de ce rem-

blai, il est vrai; mais le tablier, assis sur la masse, peut être plus léger que dans le premier cas; ce qui établit une sorte de compensation. Chacun des deux modes de construction peut donc avoir ses avantages comme ses inconvénients.

## TYPES DIVERS

Un des premiers ouvrages en arcs qui aient été établis exclusivement en béton armé proprement dit, est la passerelle du quai de Billy qui servit à la dernière Exposition universelle. Il est d'autant plus intéressant que le constructeur, M. Hennebique, y avait adopté, pour les culées, un système analogue à celui qui est employé pour les soutènements, ainsi que nous l'avons rappelé; c'est-à-dire un système qui substitue la rigidité du

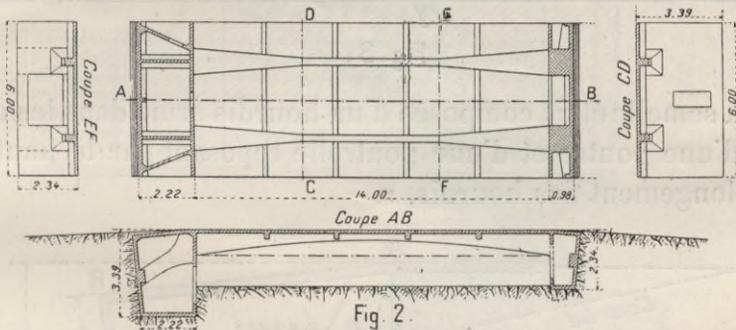


Fig. 2.

béton armé à la masse de maçonnerie qui n'intervient que par son seul poids (fig. 2).

Ce système a d'ailleurs été employé également par d'autres constructeurs; il permet d'équilibrer la poussée des arcs au moyen de boucliers appuyés sur le sol même ou remblai des abords de l'ouvrage; boucliers dont le volume est très inférieur à celui d'une culée ordinaire (fig. 3).

La poussée horizontale d'un arc était approximativement évaluée à  $148580^k$  sous charge, avec réaction verticale de  $30430^k$ , correspondant à la charge d'une demi-portée (fig. 4). Le constructeur tenait compte de la résistance de frottement sur le panneau de fond BM, résistance évaluée à  $53370^k$  venant en déduction de la poussée horizontale, ainsi ramenée à  $95210^k$ .

On la considérait comme appliquée à une surface de  $3^m00 \times 3^m00$ ; ce qui ramenait la pression sur les terres à  $1^k0$  environ par centimètre carré.

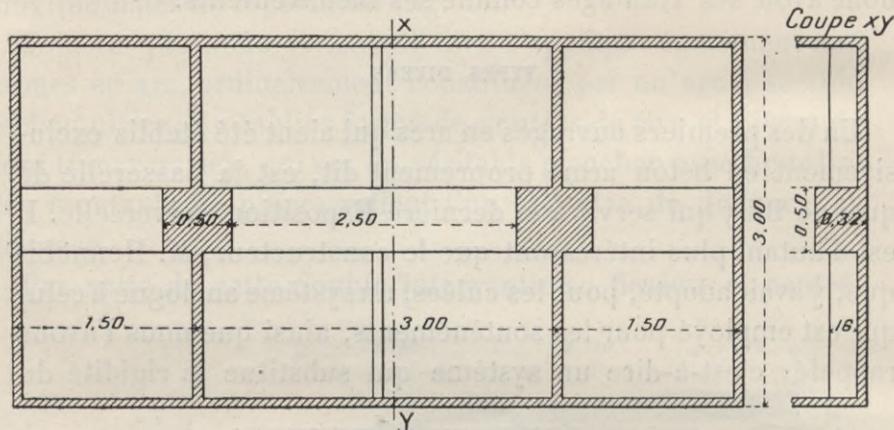


Fig. 3.

« La semelle était composée d'un hourdis armé dans les deux sens, d'une poutre et d'une poutrelle reposant par le haut sur le prolongement des hourdis. »

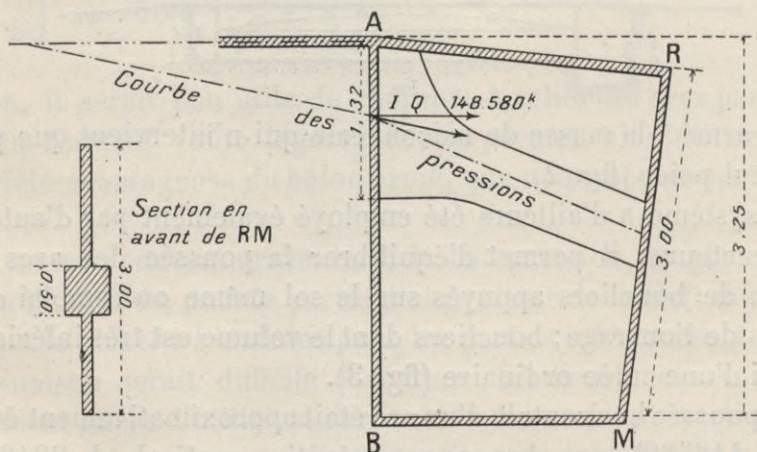


Fig. 4.

Pour un moment de flexion, qu'on déduit facilement d'un calcul analogue à celui des patins de fondation, et qui était évalué à 498, on prenait  $0^m12$  pour épaisseur de la semelle, et une

section de  $498\text{mm}^2$  pour les fers, soit 5 barres de 12 par mètre courant, dans chaque sens.

Nous devons ajouter quelques mots pour signaler l'adaptation aux ouvrages d'art, par M. Considère, du béton fretté qui, on l'a vu, peut supporter des efforts de compression plus élevés que le béton armé ordinaire, dont les étriers et ligatures sont moins rapprochés que dans ce système spécial (fig. 5).

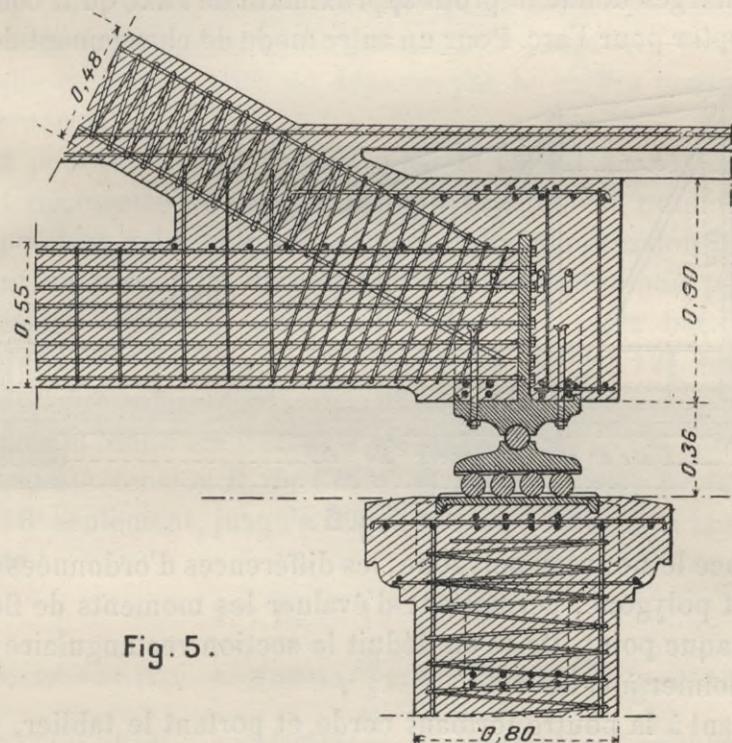


Fig. 5.

Chaque pièce ou poutre, subissant une compression, est entourée de spires métalliques, semblables à celles des tuyaux ou conduites, et comporte quelques barres longitudinales; les pièces soumises à la tension et à la flexion ont des barres superposées dans toute la hauteur. Pour éviter les efforts qui résultent des variations de longueur engendrées par les variations de température, les extrémités sont posées sur galets avec plaque de roulement.

L'ouvrage dont nous parlons ici est un arc en bow-string, composé d'un arc placé au-dessus du tablier; celui-ci, faisant office de corde de l'arc, travaille comme telle par tension, et par flexion entre les montants de suspension.

Le système du bow-string a d'ailleurs été employé également avec béton armé ordinaire (fig. 6). Il se prête aux mêmes calculs que les arcs ordinaires : le polygone tracé d'après la répartition des charges donne le profit approximatif de l'axe qu'il convient d'adopter pour l'arc. Pour un autre mode de chargement donné,

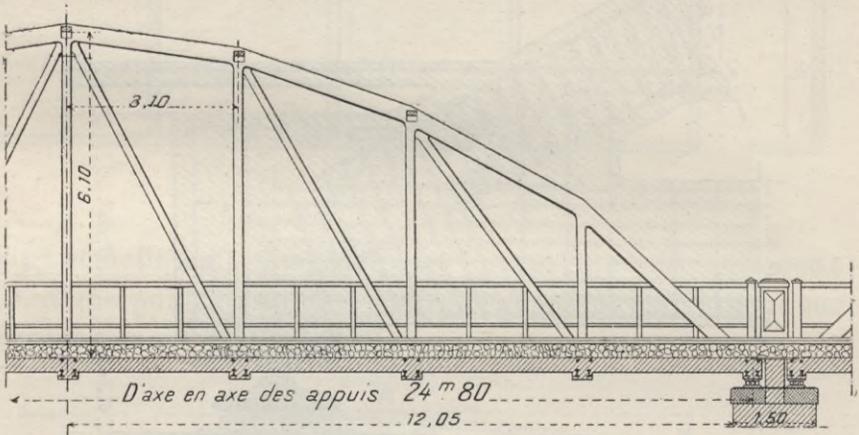


Fig. 6.

on trace le nouveau polygone; les différences d'ordonnées entre axe et polygone, permettent d'évaluer les moments de flexion en chaque point. De là on déduit la section rectangulaire qu'il faut donner à cet arc.

Quant à la poutre formant corde et portant le tablier, on la calcule d'après le moment de flexion entre montants de suspension; dans ce premier calcul on détermine la largeur et la hauteur de la pièce, ainsi que la section de l'armature de tension. Celle-ci doit ensuite se compléter d'une section additionnelle calculée d'après l'effort de tension sur la corde de l'arc.

Le tracé graphique, tel que nous le décrivons plus loin, donne facilement les réactions verticales d'appui, et cette tension horizontale, qui sont les composantes de la poussée oblique aux naissances.

## COEFFICIENTS DE TRAVAIL POUR LES VOUTES ET ARCS

Pour les pièces de forme curviligne, le calcul est différent de celui que comportaient les poutres droites. En effet, dans le travail de ces sortes de pièces interviennent simultanément la flexion et la compression qui devient très considérable lorsqu'elles sont fortement surbaissées. Aussi ne peut-on plus attribuer au travail dû à la flexion qu'un taux sensiblement inférieur à celui qu'on avait pu adopter jusqu'ici; de telle sorte que ce travail total ne dépasse pas le chiffre considéré comme normal.

C'est pourquoi, en réduisant ainsi le travail de flexion, il devient nécessaire de dresser un nouveau tableau numérique correspondant à de moindres valeurs de la compression  $R_c$ .

Quant au travail  $R_m$  du métal, il se trouve diminué par la compression même et prend ainsi un taux assez bas. Les valeurs considérées jusqu'à présent, de  $8^k$ ,  $10^k$  et  $12^k$ , restent donc plus que suffisantes.

Reprenant donc les formules indiquées pour le cas où l'on néglige toute tension  $R_e$  du béton, et faisant varier  $R_c$  depuis  $15^k \times 10^4$  seulement, jusqu'à  $30^k \times 10^4$ , on peut établir la série suivante :

$$1^{\circ} : R_c = 15^k \times 10^4$$

$$R_m = 8^k \times 10^6; \delta = 0.1875; \quad h = 0.00944 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001492 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 13.97 \sqrt{Mb};$$

$$R_m = 10^k \times 10^6; \delta = 0.150; \quad h = 0.01083 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001410 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 10.60 \sqrt{Mb};$$

$$R_m = 12^k \times 10^6; \delta = 0.1250; \quad h = 0.01116 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001240 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 7.75 \sqrt{Mb}.$$

$$2^{\circ} : R_c = 20^k \times 10^4$$

$$R_m = 8^k \times 10^6; \delta = 0.25; \quad h = 0.00735 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001470 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 18.30 \sqrt{Mb};$$

$$R_m = 10^k \times 10^6; \delta = 0.20; \quad h = 0.00796 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001328 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 13.26 \sqrt{Mb};$$

$$R_m = 12^k \times 10^6; \delta = 0.166; \quad h = 0.00857 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001220 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 10.20 \sqrt{Mb}.$$

$$3^{\circ} : R_c = 25^k \times 10^6$$

$$R_m = 8^k \times 10^6; \delta = 0.3125; \quad h = 0.00604 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001432 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 22.50 \sqrt{Mb};$$

$$R_m = 10^k \times 10^6; \delta = 0.2500; \quad h = 0.00654 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001308 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 16.34 \sqrt{Mb};$$

$$R_m = 12^k \times 10^6; \delta = 0.2083; \quad h = 0.00701 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001207 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 12.58 \sqrt{Mb}.$$

$$4^{\circ} : R_c = 30^k \times 10^6$$

$$R_m = 8^k \times 10^6; \delta = 0.375; \quad h = 0.0052 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001414 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 26.25 \sqrt{Mb};$$

$$R_m = 10^k \times 10^6; \delta = 0.300; \quad h = 0.0056 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001290 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 19.35 \sqrt{Mb};$$

$$R_m = 12^k \times 10^6; \delta = 0.250; \quad h = 0.0060 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad v' = 0.001195 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad \omega = 14.94 \sqrt{Mb}.$$

Telles seraient les proportions indiquées par le calcul théorique. On remarquera que de très faibles pourcentages en métal correspondent ici à de faibles taux de travail pour la compression du béton. Cette réduction de section s'explique très naturellement, en principe, par la réduction du travail  $R_c$ ; il n'en est pas moins vrai que les constructeurs jugeraient sans doute peu prudent d'admettre d'aussi faibles pourcentages et les considéreront comme des minima insuffisants pour que la pièce soit véritablement armée; c'est-à-dire pour que le métal y figure en proportion suffisante et soit capable de conduire la masse entière de béton.

Ainsi, dans le cas extrême où, avec travail  $R_m$  de  $12^k$  et travail  $R_c$  de  $15^k$  seulement, le pourcentage ne serait que de  $\frac{0.00000775}{0.0116}$ , c'est-à-dire  $0.07 \%$ , chiffre très inférieur à celui qu'on admet généralement.

Ce résultat presque paradoxal provient de l'accroissement très notable que les conditions de travail ainsi supposées imposent à la hauteur  $h$  de la pièce; accroissement qui diminue la section  $\omega$  dans la proportion inverse. En fait, on serait par là

conduit à accepter, pour le métal, un taux de travail plutôt faible; ainsi qu'on le fait assez fréquemment pour les simples hourdis.

Sous bénéfice de ces réserves indispensables, nous allons appliquer ces formules aux voûtes et arcs plus ou moins surbaissés, en recourant au procédé graphique que nous avons indiqué autrefois et qui facilite beaucoup ces sortes de recherches.

## CHARGE SYMÉTRIQUE

### DÉTERMINATION DE LA POUSSÉE

Supposons que la charge soit symétrique et répartie, d'ailleurs, d'une manière quelconque sur chaque demi-arc. Ainsi nous admettons qu'elle est de  $15000^k$ , uniformément répartie sur un quart de travée; de  $30000^k$  sur le quart complémentaire de la demi-travée.

On trace l'axe 0, 1, 2, 3... (fig. 7) sur cette demi-portée de  $10^m00$ , avec flèche de  $3^m00$ . Les poids étant successivement reportés, à l'échelle adoptée, sur la verticale, on prend une base quelconque, de  $50000^k$  par exemple. Joignant l'extrémité aux points de division, on mène des parallèles successives partant de l'appui, sur la première figure, jusqu'à rencontre de chacun des poids partiels; on obtient ainsi un polygone d'essai.

Il faut, bien entendu, avoir déterminé la réaction d'appui qui, en raison de la symétrie, est simplement le poids total de  $45000^k$ .

Sur la figure 8, on développe horizontalement l'axe; en chacun des points de division nouveaux, on reporte l'ordonnée correspondante de la fig. 7; on a ainsi le nouvel axe 0, 1', 2', 3'...

A cheval sur cet axe, et symétriquement, on reporte les ordonnées de l'axe et celles du polygone; on obtient ainsi les surfaces  $S_2$  et  $S_1$ , dont on mesure les surfaces.

Il reste à fixer les centres de gravité de ces mêmes surfaces.

Pour éviter les calculs nécessaires, il suffit de découper ces figures  $S_1$  et  $S_2$  sur un carton et de les placer en équilibre sur la

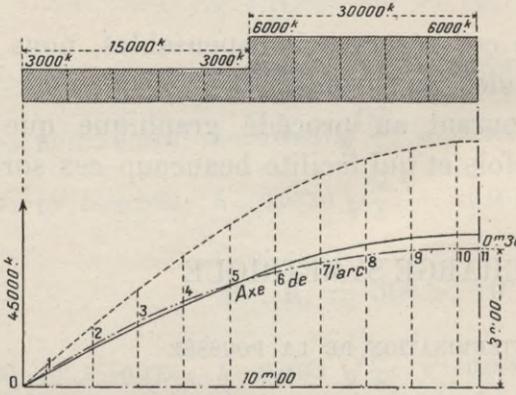


Fig. 7. Charge symétrique - flèche de 3m00

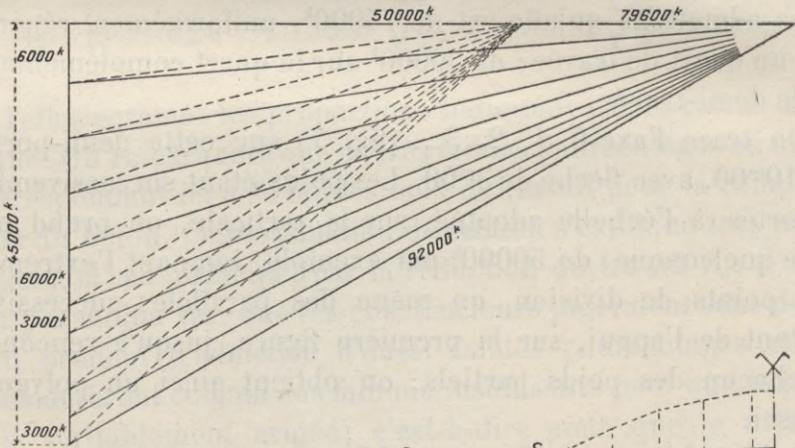
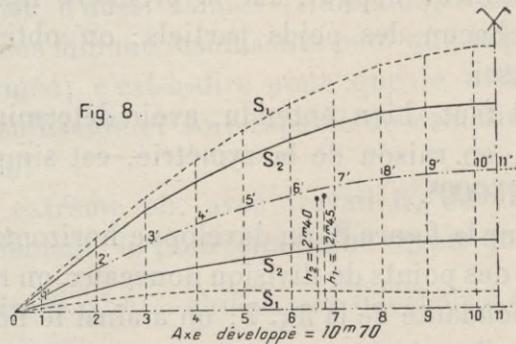


Fig. 8.

pointe d'une aiguille ; procédé peu scientifique, mais très exact. On mesure les ordonnées  $h_1$  et  $h_2$  de ces deux centres.



On trouve ainsi :

$S_1 = 35.15$	$S_2 = 22.54$
$h_1 = 2.45$	$h_2 = 2.40$
$h_1 S_1 = 86.12$	$h_2 S_2 = 54.10.$

La véritable poussée  $Q'$ , qui permet à l'appui  $O$  de rester fixe, se détermine au moyen de la poussée arbitraire ou base  $Q$ , choisie au début, par la relation simple, lorsque la section est supposée constante :

$$Q' = Q \times \frac{h_1 S_1}{h_2 S_2} = 50000^k \times \frac{86.12}{54.10} = 79600^k.$$

Avec cette nouvelle base on trace, sur la fig. 7, le polygone définitif, figuré en trait plein; lequel passe d'abord en dessous de l'axe, puis au-dessus, de manière à créer une flexion et une contreflexion en sens inverse, capables de se compenser l'une par l'autre et de laisser fixe la naissance de l'arc.

En chaque section le moment de flexion est le produit de la poussée, soit  $79600^k$ , par la différence des ordonnées de l'arc et du polygone définitif. Dans le cas actuel, le maximum de ce moment se présente à la clef où il est égal à  $79600^k \times 0^m30$ , ou 24000 environ. Il est un peu inférieur, dans la partie basse de l'arc.

La dilatation ou contraction qui résulte des variations de température, augmente ou diminue un peu la poussée calculée; on verra plus loin que cette variation n'engendre d'ordinaire que des effets d'importance très secondaire.

Nous avons supposé ici une section constante; ce qui est d'ailleurs fort rationnel, puisque les moments de flexion, nuls sur l'appui, augmentent à mesure que l'arc s'élève, pour décroître ensuite, changer de sens et atteindre un second maximum, assez peu différent du premier.

Les compressions longitudinales, mesurées par les lignes obliques qui ont servi au tracé, vont en décroissant de l'appui jusqu'au sommet où elles sont minima. Comme, à ce même sommet, le moment de flexion atteint inversement, d'ordinaire, son plus grand maximum, la variation des compressions ne fait que compenser. La section constante se justifie donc assez bien, même théoriquement.

Si, au contraire, on avait jugé bon de faire varier les

sections, les ordonnées de  $S_1$  et  $S_2$  devraient être divisées chacune par la valeur de  $I$  correspondante et calculée d'après la section variable.

Avec section constante et  $I$  constant, la valeur de  $I$  disparaît du quotient  $\frac{S_1}{S_2}$ .

### CALCUL DES SECTIONS DE LA POUTRE COURBE

Voyons à déterminer les proportions qu'il convient de donner à la pièce.

Le moment maximum est, avons-nous dit, de 24000 environ; prenons même 25000, pour tenir compte des variations de température, du calage s'il y a lieu, ou des imperfections possibles du graphique.

Si la poutre à établir est un arc formant une ferme isolée, attribuons-lui une largeur de 0<sup>m</sup>70 par exemple. On aura alors

$$\frac{M}{b} = \frac{25000}{0.70} = 35700; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 189;$$

$$Mb = 17500; \quad \sqrt{Mb} = 132.$$

Pour ne pas dépasser un  $R_c$  total qui ne soit pas trop élevé, et si l'on veut également un travail  $R_m$  du métal assez faible, comme il importe dans les ouvrages d'art exposés à des ébranlements, chocs et trépidations, supposons qu'on admette :

$$R_c = 25^k \times 10^4; \quad R_m = 8^k \times 10^6.$$

On aura alors, d'après les tableaux numériques :

$$h = 0.00604 \times 189 = 1^m14; \quad \omega = 22.5 \times 132 = 2970^{\text{mm}^2}.$$

La hauteur totale serait sans doute un peu supérieure à 1<sup>m</sup>20, pour enrober l'armature qui doit être double, l'une à la partie supérieure, l'autre à la partie inférieure puisque l'on doit compter ici avec une flexion et une contreflexion.

Ayant ainsi réglé ce qui concerne la flexion, il reste à voir

quelles sont les conséquences de la compression. Au sommet, où se manifeste le maximum du moment, cette compression est de  $8000^k$  en nombre rond.

Sur une section à  $1^m20 \times 0^m70$ , le travail par centimètre carré de section est égal à  $\frac{80000}{8400}$ , ou  $9^k5$ . Il s'ensuit que la compression totale est de  $25^k + 9^k5$ , soit  $34^k5$ .

Pour connaître le travail du métal, on procédera comme suit :

Le raccourcissement  $i$  produit par la compression précédente est représenté par  $\frac{9^k5 \times 10^4}{2 \times 10^9}$ , si le coefficient d'élasticité du béton est à peu près le  $\frac{1}{10}$ , comme on l'admet, du coefficient applicable au métal. Il est donc égal à  $0.0000475$ .

Le raccourcissement doit être considéré comme presque uniforme sur toute la section; il est le même pour le métal. Ce travail de celui-ci se déduit de la relation :

$$i = 0.0000475 = \frac{R'_m}{E} = \frac{R'_m}{20 \times 10^9};$$

d'où

$$R'_m = 0.0000475 \times 20 \times 10^9 = 950000,$$

soit  $0^k95$  par millimètre carré. Ce chiffre est le  $\frac{1}{10}$  de celui qui représente le travail complémentaire du béton, parce qu'on a admis  $\frac{1}{10}$  pour valeur de  $r$ , rapport des coefficients d'élasticité.

Finalement le travail  $R_m$  du métal, dans la section la plus fatiguée, est égal à  $8^k00 - 0^k95$ , soit  $7^k05$  par millimètre carré.

*Remarque.* — Si l'on doublait le nombre des fermes, en diminuant de moitié leur écartement, on rendrait les fermes plus légères, leur montage plus facile.

Le moment serait réduit à moitié, ainsi que la compression

longitudinale. En conséquence, on aurait, en conservant la même largeur :

$$h = 0^m82; \quad \omega = 1865^{\text{mm}2}; \quad R_c = 25^k + 6^k7 = 31^k7; \quad R_m = 8^k - 0^k7 = 7^k3.$$

La section serait presque carrée; à moins qu'on ne voulût, en même temps, diminuer un peu la largeur.

#### VOUTES

Si l'on jugeait préférable d'établir une véritable voûte qui serait un simple hourdis, les éléments déjà calculés resteraient les mêmes, avec cette différence que la largeur  $b$  serait différente.

Ainsi, supposons que l'écartement des fermes précédentes était de  $3^m00$ . Dans le calcul de la voûte on aurait, avec le même moment  $M$  :

$$\frac{M}{b} = \frac{25000}{3} = 8333; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 91.3;$$

$$Mb = 25000 \times 3 = 75000; \quad \sqrt{Mb} = 274.$$

D'où l'on conclurait, d'après les mêmes formules, et avec  $R_c$  égal à  $25^k$ ,  $R_m$  égal encore à  $8^k$  :

$$h = 0.00604 \times 91.3 = 0^m55; \quad \omega = 22.5 \times 274 = 6165^{\text{mm}2}.$$

La section de métal est beaucoup plus forte, comme il convient avec une hauteur beaucoup moindre.

Sous compression de  $80000^k$ , applicable à une section totale qui serait ici de  $3^m00 \times 0^m60$ , ou  $1.80$  par exemple, le travail correspondant est de  $\frac{80000}{18000}$ , ou  $4^k4$  environ par centimètre carré; ce qui ramène le travail  $R_c$  à  $25^k + 4^k4$ , ou  $29^k4$  par centimètre carré.

Le raccourcissement de compression  $i$  est représenté par  $\frac{4^k4 \times 10^4}{2 \times 10^9}$ , soit  $0.0000222$ . Il est le même à la partie inférieure,

autour de l'armature ; d'où l'on conclut comme précédemment :

$$i = 0.000022 = \frac{R'_m}{20 \times 10^9}; \quad R'_m = 0^k44$$

par millimètre carré. Le  $R_m$  total devient :  $8^k00 - 0^k44$ , ou  $7^k56$ .

## TRAVAIL PRODUIT PAR LA DILATATION

Si l'on tient à évaluer la variation de poussée que peuvent produire les variations de température, on pourra calculer la poussée finale  $Q'$ , au moyen de la même poussée d'essai  $Q$  déjà employée au début.

Pour cela on fera usage de la relation

$$Q' = \frac{Q}{h_2 S_2} \times \left( h_1 S_1 + \frac{E \tau h_c}{Q} \right).$$

Le facteur de correction qui vient s'adjoindre à celui qui avait été déjà employé est  $\frac{E \tau h_c}{Q}$ , où

$E$  est le coefficient d'élasticité du béton ;

$\tau$  l'allongement ou raccourcissement par mètre, dû à la variation de température ;

$h_c$  la demi-ouverture ;

Pour une variation de  $25^\circ$  à  $30^\circ$ , depuis la mise en place jusqu'aux plus grands froids ou aux plus grandes chaleurs, la valeur de  $\tau$  n'est guère que de 0.0004.

Bien que la valeur de  $I$  soit constante, il faut ici l'introduire dans la formule, puisque le terme de correction s'ajoute à  $h_1 S_1$  et non plus au quotient.

Pour valeur de  $I$  on peut approximativement prendre

$$I = \frac{bv^3}{3} + r\omega v^2,$$

après avoir déterminé  $v'$  et  $v''$ . Or on a pour  $v'$  :

$$v' = 0.001432 \times 91.3 = 0^m13,$$

d'après la valeur de  $\sqrt{\frac{M}{b}}$  déjà calculée. Celle de  $v''$  est de  $0^m55 - 0^m13$ , ou  $0^m42$ . D'où l'on conclut

$$I = \frac{3^m00 \times 0^m13^3}{3} + 10 \times 0.006165 \times 0.42^2 = 0.033.$$

Par suite le  $S_1$  divisé par  $I$  donne

$$h_1 S_1 = \frac{86.12}{0.033} = 27000$$

en nombre rond. Le terme de correction est égal à

$$\frac{E\tau h e}{Q} = \frac{2 \times 10^9 \times 0.0004 \times 10^m00}{50000} = 160.$$

On voit combien ce terme est faible à côté du terme principal  $h_1 S_1$ ; et l'on en peut conclure qu'il n'y a pas, en général, bien grande nécessité d'en tenir compte, soit pour l'ajouter, soit pour le retrancher de la poussée calculée comme précédemment.

D'ailleurs il est toujours prudent d'établir cette poussée en comptant plutôt un peu largement.

Il est vrai que, dans le cas de la poutre courbe, la valeur de  $I$  est notablement plus grande, ce qui diminue la valeur du premier terme :  $\frac{h_1 S_1}{I}$ , tandis que le terme de correction reste égal à 160. L'écart n'en reste pas moins considérable.

En effet, on peut évaluer approximativement la valeur de  $I$ , dans le cas actuel, de la manière suivante, en évaluant au préalable  $v'$  et  $v''$  :

$$v' = 0.001432 \times 189 = 0^m27; \quad v'' = 1^m14 - 0^m27 = 0^m87.$$

d'où

$$I = \frac{0^m70 \times 0^m27^3}{3} + 10 \times 0.002970 \times 0^m87^2 = 0.0681.$$

De cette façon, on aura pour  $\frac{h_1 S_1}{I} : \frac{86.12}{0.0681} = 1265$ .

Le terme de correction est encore à peu près négligeable, même dans ce cas.

Il prendrait un peu plus d'importance avec un arc ou une voûte plus surbaissés, mais resterait notablement inférieur au terme principal.

## ENCASTREMENT AUX NAISSANCES

En prolongeant l'armature supérieure à l'intérieur des piles ou culées, on peut réaliser l'encastrement des naissances. En pareil cas, on peut évaluer la véritable poussée  $Q'$  au moyen de la poussée d'essai  $Q$ , et de l'expression  $U$  qui n'est autre que

$$U = \int_0^c \frac{ds}{I}$$

en appelant  $ds$  l'élément de longueur compté sur l'axe, et l'intégrale étant prise de l'appui à l'axe central. Lorsque  $I$  est constant, comme nous le supposons, on n'a pas besoin de le faire intervenir dans les expressions suivantes d'où il s'élimine de lui-même par les quotients :

$$Q' = Q \times \frac{S_1}{S_2} \times \frac{S_2 - h_1 U}{S_2 - h_2 U},$$

et

$$\varphi = (h_2 - h_1) \times \frac{S_2}{S_2 - h_1 U},$$

en appelant  $\varphi$  l'ordonnée à l'origine, qui représente graphiquement la valeur du moment d'encastrement, d'après la base choisie à l'origine.

Dans le cas actuel, rappelons que l'on avait :

$$\begin{aligned} S_1 &= 35.15; & S_2 &= 22.54; \\ h_1 &= 2^m 45; & h_2 &= 2^m 40. \end{aligned}$$

La section étant supposée constante, nous n'avons pas à diviser par  $I$ , ni  $S_1$ ,  $S_2$  ni même  $U$  qui devient alors  $\int_0^c ds$ , c'est-à-dire la demi-corde de l'arc développé, ou  $c$ , qui est de  $10^m 70$ .

On a donc, de cette façon :

$$Q' = 50000^k \times \frac{35.15}{22.54} \times \frac{-3.675}{22.54 - 2.40 \times 10^{m70}} = 50000^k \times 1.825 = 91250^k$$

environ. On a de plus :

$$\varphi = -0^{m05} \times \frac{22.54}{22.54 - 2^{m45} \times 10.7} = 0^{m30}$$

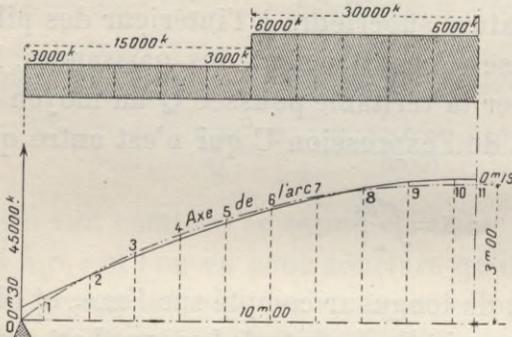
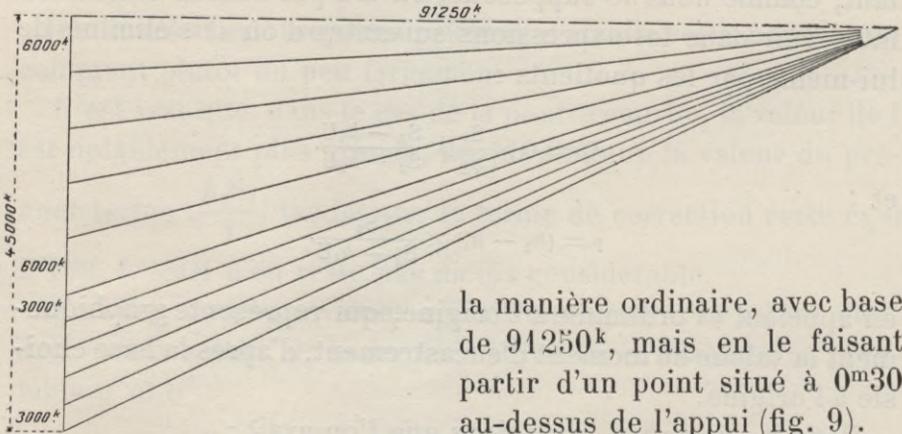


Fig. 9. Encastrement. Charge symétrique : flèche de 3<sup>m</sup>00.



la manière ordinaire, avec base de 91250<sup>k</sup>, mais en le faisant partir d'un point situé à 0<sup>m</sup>30 au-dessus de l'appui (fig. 9).

On voit que l'encastrement a pour effet de réduire très sensiblement les différences d'ordonnées entre l'axe et le polygone ainsi tracé ; de diminuer par conséquent les moments de flexion sur l'arc. Par contre, le moment à l'encastrement, égal à 91250<sup>k</sup> × 0<sup>m</sup>30, est plus élevé que les moments maxima de l'arc posé simplement sur appui.

On peut donc alléger l'arc lui-même, mais à la condition de

environ, avec signe +. Cette longueur doit être portée sur l'épure de bas en haut, étant positive. On n'a plus qu'à tracer le polygone à

renforcer un peu les naissances de cet arc, sur une longueur qui n'est d'ailleurs pas très grande, puisque le point de passage, où le moment de flexion est nul, se trouve très voisin des naissances.

## CHARGE DISSYMÉTRIQUE

Pour compléter cette étude d'un même arc, supposons maintenant que la charge ne soit plus symétrique, ainsi que nous l'avons admis au début, pour simplifier la question. Du reste, on peut en général se contenter de supposer la charge symétrique, à la condition d'appliquer sur toute la longueur la charge maxima; ce qui donne généralement un moment supérieur à celui que fournit une charge dissymétrique, maxima d'un côté, et moindre de l'autre côté.

Pour apprécier cependant les conséquences de cette dissymétrie, supposons (fig. 10) une charge de 30000<sup>k</sup> sur la moitié de droite, une charge double sur la gauche.

L'opération à effectuer serait identiquement la même que précédemment; avec une base ou poussée arbitraire, de 50000<sup>k</sup> par exemple, on tracerait un premier polygone d'essai. On développe horizontalement l'axe sur la fig. 11; on y trace un nouvel axe 0, 1', 2', 3'... et l'on y reporte, à cheval et symétriquement, les ordonnées de ce même axe et celles du polygone.

On mesure les surfaces  $S_1$  et  $S_2$ , et l'on fixe les centres de gravité, dont on mesure également en ordonnées sensiblement égales, l'une et l'autre, à 2<sup>m</sup>50.

On a ainsi

$$Q' = Q \times \frac{h_1 S_1}{h_2 S_2} = 50000^k \times \frac{152}{100} = 76000^k,$$

en nombre rond. Avec cette nouvelle base on trace le polygone définitif qui, sur la gauche, passe au-dessous de l'axe, et sur la droite passe au-dessus. Les sens des deux flexions sont contraires: sur la gauche, l'arc se creuse sous la forte charge, et

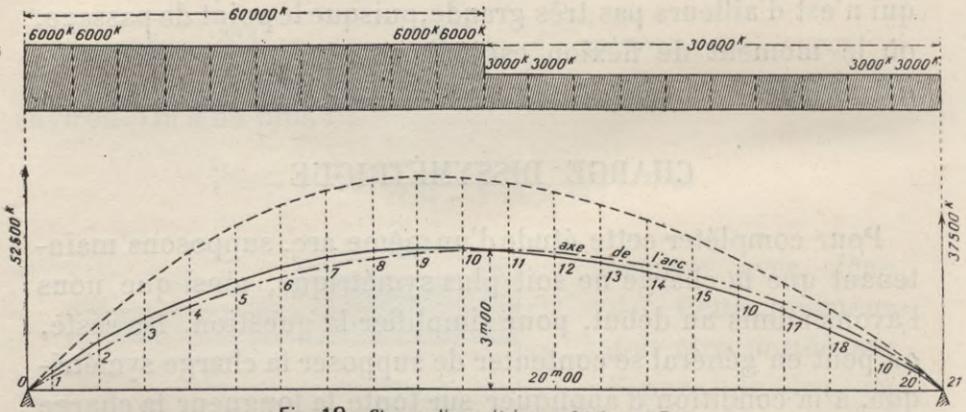


Fig. 10 : Charge dissymétrique : flèche de 3<sup>m</sup>00

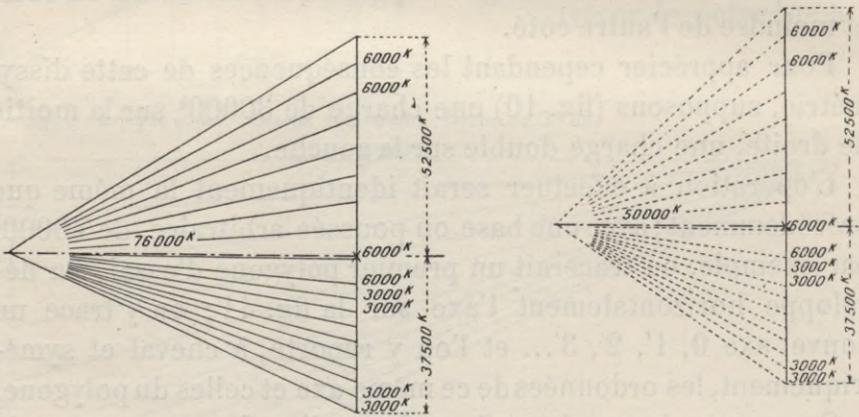
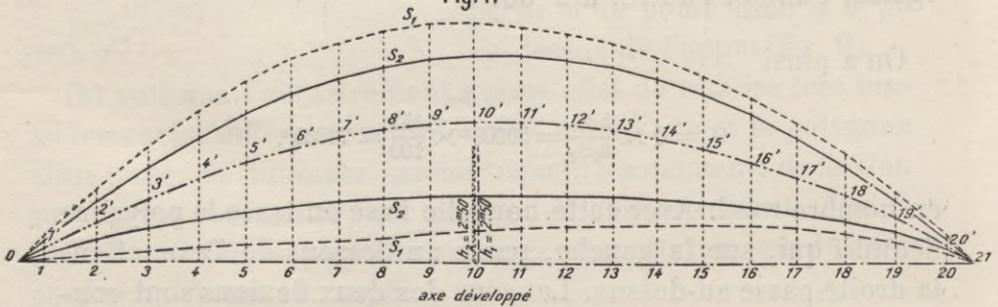


Fig. 11



tend à devenir ainsi concave; il remonte sous la charge la plus faible, augmentant ainsi sa convexité.

Les différences d'ordonnées sont du même ordre de grandeur que précédemment; le moment maximum, avec moindre poussée, est plutôt inférieur finalement à celui que nous obtenions avec la même charge, mais répartie uniformément.

A moins que n'interviennent des poids isolés, rapprochés du centre et d'une importance considérable, il n'est donc pas rigoureusement nécessaire, au moins d'une manière générale et surtout pour du béton armé, de se préoccuper outre mesure de la dissymétrie des charges. Il convient d'ailleurs, comme nous l'avons déjà fait observer, de compter largement, tout en opérant le plus simplement possible.

## ARC MOINS SURBAISSÉ

Sur ce premier exemple, on a vu comment on pouvait tenir compte, s'il était nécessaire, des éléments secondaires qui ne modifient cependant pas beaucoup la solution première.

Nous allons maintenant appliquer la même méthode à des arcs moins ou plus surbaissés, afin de constater l'influence que peut avoir l'augmentation ou la diminution de la flèche, relativement à la portée.

Augmentons donc la flèche, en la portant de 3<sup>m</sup>00 à 4<sup>m</sup>50, avec la même ouverture et les mêmes charges (fig. 12). Comme les poussées sont moindres dans ce cas, nous prenons une base d'essai égale à 40000<sup>k</sup>, au lieu de 50000<sup>k</sup>; ce qui ne change rien au résultat final, bien entendu. C'est uniquement pour ne pas donner à l'épure une extension en hauteur, qui serait inutile. Ayant développé l'axe (fig. 13), reporté les ordonnées au-dessus et au-dessous du nouvel axe, nous constatons qu'on a approximativement :

$$\begin{array}{ll} S_1 = 45.72 & S_2 = 36.92 \\ h_1 = 3^m70 & h_2 = 3^m60 \\ h_1 S_1 = 169.16 & h_2 S_2 = 132.91. \end{array}$$

La véritable poussée est :

$$Q' = 40000^k \times \frac{169.16}{132.91} = 50900^k.$$

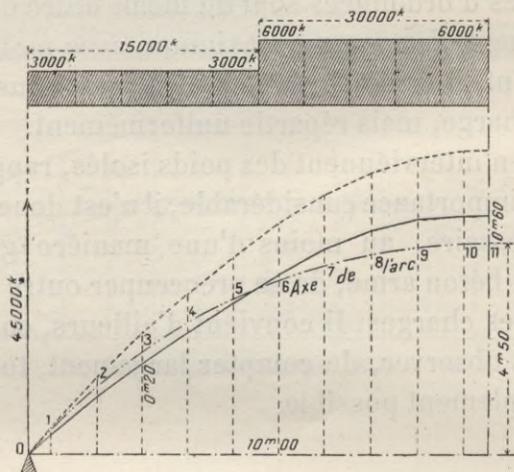


Fig. 12. Charge symétrique : flèche de 4m50

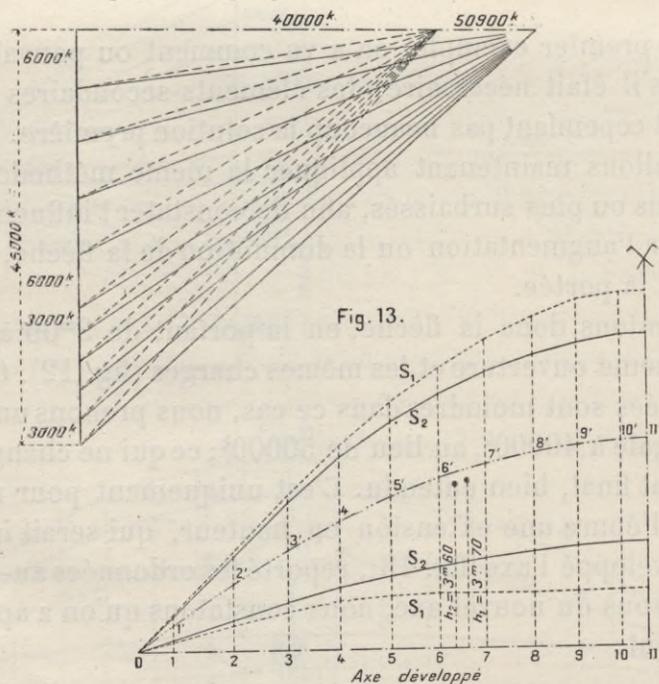


Fig. 13.

La différence d'ordonnées est maxima à la clef, où elle est à peu près de 0m60. Le moment maximum est égal à 50900k  $\times$  0m60,

soit 30050. En conséquence, si l'on adopte la même largeur de 0<sup>m</sup>70 pour la section de l'arc, on prendra :

$$\frac{M}{b} = \frac{30500}{0.70} = 43370; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 209;$$

$$Mb = 30500 \times 0.70 = 21350; \quad \sqrt{Mb} = 146.$$

Supposons qu'on adopte comme point de départ :

$$R_c = 25^k \times 10^i; \quad R_m = 8^k \times 10^6,$$

on en déduirait, d'après les tableaux numériques :

$$h = 0.00604 \times 209 = 1^m26; \quad \omega = 225 \times 146 = 3285^{mm2}.$$

La hauteur nécessaire pour habiller l'armature serait supérieure à 1<sup>m</sup>40; la section serait au moins de 1<sup>m</sup>40  $\times$  0<sup>m</sup>70, ou 0.9800 environ.

Le travail de compression à la clef, où le moment atteint son maximum, serait égal, tout au plus, à  $\frac{50900}{9800}$ , ou 5<sup>k</sup>2 par centimètre carré. Le travail de compression  $R_c$  serait égal à 25<sup>k</sup>0 + 5<sup>k</sup>2, ou 30<sup>k</sup>2 environ. Comme on devait s'y attendre, ce chiffre est inférieur à celui qu'exigeait l'arc plus surbaissé.

Le raccourcissement  $i$  correspondant à cette compression est représenté par

$$i = \frac{5^k2 \times 10^i}{2 \times 10^9} = 0.000026.$$

On en déduit le travail de compression sur le métal par la relation

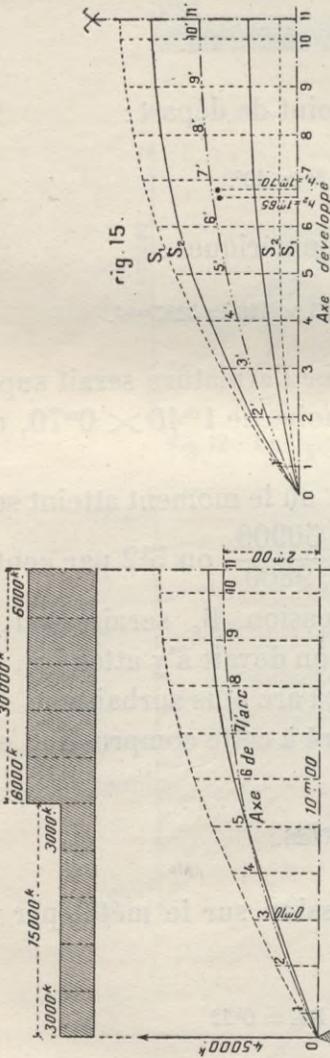
$$i = 0.000026 = \frac{R'_m}{20 \times 10^9}; \quad R'_m = 0^k52$$

par millimètre carré. Finalement le véritable travail du métal est seulement de 8<sup>k</sup>00 — 0<sup>k</sup>52, ou 7<sup>k</sup>48.

Avec un arc moins surbaissé, le béton travaille un peu moins, le métal un peu plus.

ARC PLUS SURBAISSÉ

Supposons maintenant un arc très surbaissé, au  $\frac{1}{10}$  par exemple, sous les mêmes charges (fig. 14).



rig. 15.

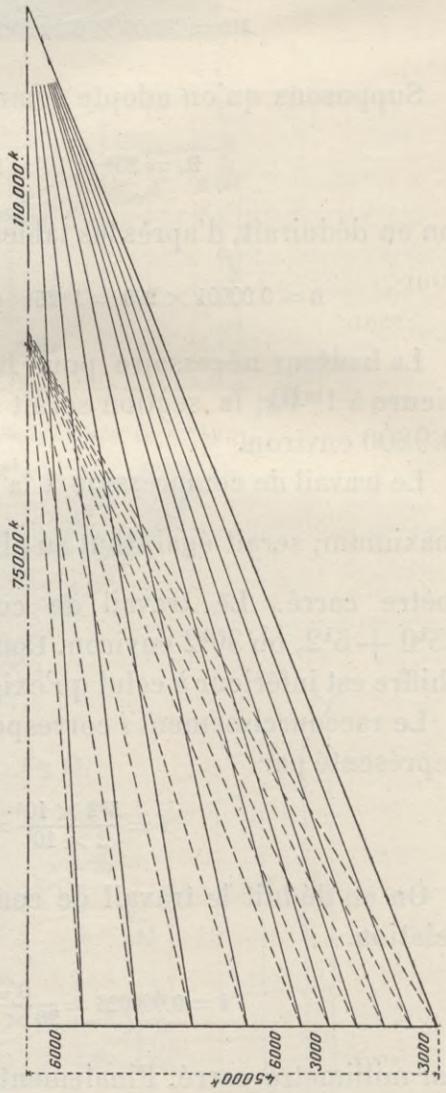


Fig. 14. Charge symétrique : fleche de 2m00

Pour le premier essai, en prévision de plus fortes poussées, nous prenons une base de 75000k. La figure 15 permet de fixer les données suivantes :

$$\begin{aligned} S_1 &= 21.16 & S_2 &= 14.05 \\ h_1 &= 1^m70 & h_2 &= 1^m65 \\ h_1 S_1 &= 35.0 & h_2 S_2 &= 23.1. \end{aligned}$$

D'où

$$Q' = 75000^k \times \frac{35.0}{23.1} = 110000^k$$

en nombre rond.

Le tracé obtenu avec cette nouvelle base sur la figure 14 montre que les différences d'ordonnées sont maintenant assez faibles; mais la poussée est notablement plus forte. Prenons, pour plus de sécurité, comme moment maximum à la clef:  $110000^k \times 0^m30$ , ou  $33000$ .

Conservant la même largeur de  $0^m70$  à la pièce courbe, on a

$$\frac{M}{b} = \frac{33000}{0.70} = 47150; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 217;$$

$$Mb = 33000 \times 0.70 = 23100; \quad \sqrt{Mb} = 152.$$

Comme le travail de compression doit être sensiblement plus élevé que dans les cas précédents, prenons pour la flexion :

$$R_c = 20^k \times 10^1; \quad R_m = 8^k \times 10^6.$$

On aura, dans ces conditions nouvelles :

$$h = 0.00735 \times 217 = 1^m60; \quad \omega = 18.3 \times 152 = 2780^{mm^2}.$$

La hauteur totale serait d'environ  $1^m70$ ; la section est alors de  $1^m70 \times 0^m70$ , ou  $1.19^{m^2}$ . La compression, par unité de surface, sur le béton serait, à la clef, de  $\frac{110000}{11900}$ , ou  $9^k2$  par centimètre carré. Ce qui porterait finalement le travail de compression  $R_c$  à  $20^k0 + 9^k2$ , ou  $29^k2$ .

Le raccourcissement, par unité de longueur, étant de  $\frac{9^k2 \times 10^4}{2 \times 10^9}$ , ou  $0.000046$ , le travail de compression qui en résulterait pour le métal s'évaluerait par

$$R'_m = 2 \times 0.000046 \times 20 \times 10^9 = 0^k92$$

par millimètre carré, chiffre qui est toujours le  $\frac{1}{10}$  de celui du béton. Le travail du métal est donc, en réalité, de  $8^k00 - 0^k92$ , soit  $7^k08$  par millimètre carré.

## VOUTES

Si, au lieu d'employer des fermes à arcs isolés, on avait préféré établir une voûte continue, ainsi que nous l'avions déjà supposé pour un cas précédent, et en conservant l'hypothèse que ces fermes étaient espacées de  $3^m00$ , on prendrait

$$\frac{M}{b} = \frac{33000}{3^m00} = 11000; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 103;$$

$$Mb = 33000 \times 3^m00 = 99000; \quad \sqrt{Mb} = 314.$$

On pourrait conserver

$$R_c = 25^k \times 10^1; \quad R_m = 8^k \times 10^6.$$

D'où l'on déduirait alors :

$$h = 0\ 00604 \times 103 = 0\ 0634; \quad \omega = 22.5 \times 314 = 1065^{\text{mm}^2}.$$

La hauteur totale serait de  $0^m67$  par exemple; la section, de  $3^m00 \times 0^m67$ , ou  $2.0000$  environ. Le travail de compression serait de  $\frac{110000}{20000}$ , ou  $5^k5$  par centimètre carré; le travail  $R_c$  serait au total de  $25^k0 + 5^k5$ , soit  $30^k5 \times 10^4$ .

Le raccourcissement serait de  $\frac{5^k5 \times 10^4}{2 \times 10^9}$ , ou  $0.0000275$ . Avec coefficient élastique de  $20 \times 10^9$  pour le métal, on verrait que le travail de celui-ci, tel qu'il résulte de cette compression, serait de  $0^k55$ ; chiffre qui est le  $\frac{1}{10}$  du précédent.

Le travail du métal est par là ramené à  $8^k00 - 0^k55$ , ou  $7^k45 \times 10^k$ .

Ces exemples nous paraissent suffisants pour montrer que l'on peut, en adoptant d'abord, pour le travail de flexion, un taux de travail plus ou moins bas, obtenir finalement tel taux de travail que l'on jugera convenable, tant pour le béton que pour le métal; mais à la condition de régler en conséquence la hauteur et la largeur de la section.

Nous avons cherché, dans ces exemples, à ne pas trop nous écarter du taux de  $30^k$  à  $35^k$  pour le béton estimant que, pour des ouvrages de ce genre, il conviendrait de ne pas aller beaucoup au delà. De même que nous avons cherché à ne pas trop dépasser celui de  $8^k$  pour le métal, d'après les mêmes raisons.

Pour le métal, l'emploi de l'acier permettrait sans doute de dépasser un peu ce dernier chiffre; mais ce serait, comme on l'a vu, en exagérant la hauteur, et en réduisant le pourcentage au-dessous d'une limite que nous croyons difficilement acceptable par les praticiens.

Pour le béton, au contraire, on peut adopter un taux de travail plus élevé que nous n'avons supposé, en recourant, par exemple, au béton fretté dont la résistance de compression est sensiblement supérieure à celle du béton armé ordinaire. On peut se procurer ainsi plus de légèreté; solution avantageuse, pourvu qu'elle ne comporte pas quelque excès de dépense en main-d'œuvre et fabrication.

## COMBLES DE TOITURES

---

D'une manière générale on pourrait dire qu'il est toujours possible d'exécuter en béton armé les diverses combinaisons qu'on a l'habitude d'adopter, soit avec le bois, soit avec le métal; mais toutes ne seraient pas également avantageuses, et, d'autre part, le béton armé se prête à des combinaisons spéciales que l'on ne pourrait guère réaliser avec les deux autres matériaux. En principe, il semble même que ce sont ces dernières que devraient rechercher plus particulièrement les constructeurs.

### COMBLE A DEUX VERSANTS

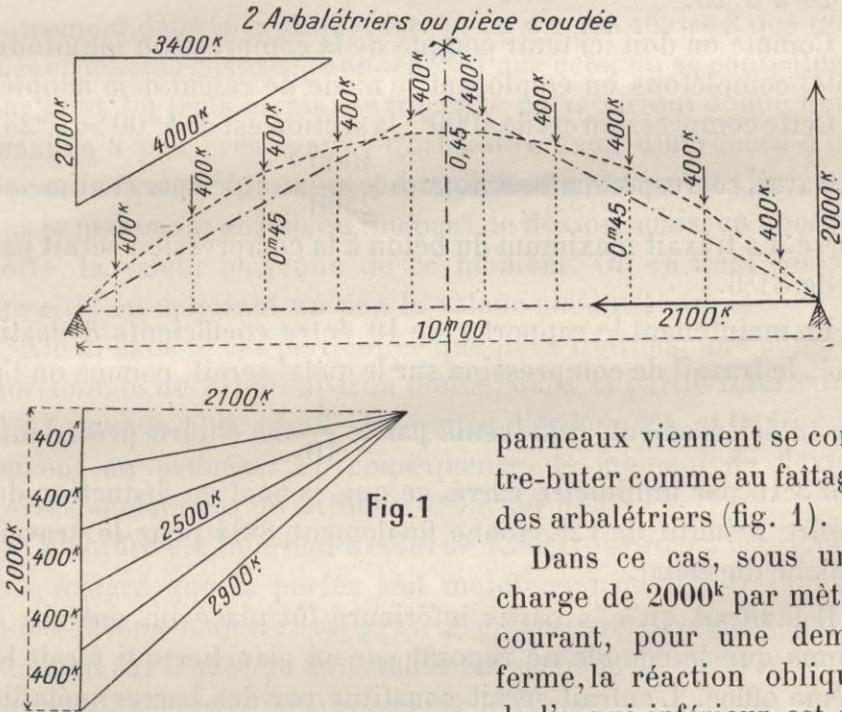
On peut, par exemple, adopter la disposition habituelle des fermes de comble les plus simples, comportant deux arbalétriers, un entrait, avec pannes, chevrons et couverture. Avec le béton on peut évidemment supprimer les pannes et chevrons; on pourrait même, à la rigueur, supprimer toute couverture. Le béton armé n'a guère à redouter la pluie; mais, malgré les armatures intérieures qui réduisent sensiblement l'inconvénient des fissures auxquelles le béton ordinaire est sujet, on aurait presque toujours à craindre que la toiture ne fût pas suffisamment étanche, notamment dans les périodes où elle est exposée aux rayons d'un soleil un peu chaud. Le mieux est donc de recouvrir la toiture d'un revêtement, aussi léger qu'on voudra, mais étanche.

Par une sorte d'imitation des fermes ordinaires, on peut laiss-

ser subsister, de distance en distance, des nervures saillantes à l'intérieur qui rappelleraient en quelque sorte les arbalétriers.

On peut également se contenter, pour plus de simplicité dans la construction, de simples parois en hourdis armés.

1°. — Prenons ce dernier cas et, par analogie avec les fermes ordinaires, supposons qu'on ait disposé le sommet de telle manière qu'il ne forme qu'une articulation sur laquelle les deux



panneaux viennent se contre-butent comme au faitage des arbalétriers (fig. 1).

Dans ce cas, sous une charge de 2000k par mètre courant, pour une demi-ferme, la réaction oblique de l'appui inférieur est de

4000k; elle suit la direction même du hourdis sur lequel elle produit une simple compression longitudinale.

Sous la même charge, que nous supposons également répartie, le moment de flexion maximum est représenté par

$$M = 2000k \times \frac{5m00}{8} = 1250; \quad \sqrt{M} = 35.4.$$

Prenons provisoirement 30k pour travail du béton et 12k

pour travail du métal. Avec les coefficients correspondant à ces deux chiffres on aurait par exemple :

$$h = 0.006 \times 35.4 = 0^m21; \quad \omega = 15 \times 35.4 = 531,$$

ce qui conduirait à placer 10 barres de 8 à 9, par exemple, sur la longueur de 1<sup>m</sup>00. L'épaisseur totale du hourdis serait de 0<sup>m</sup>24 à 0<sup>m</sup>25.

Comme on doit ici tenir compte de la compression longitudinale, complétons en employant le mode de calcul déjà adopté.

Cette compression est de 4000<sup>k</sup>; la section est de 1<sup>m</sup>00  $\times$  0<sup>m</sup>25; le travail correspondant est donc de  $\frac{4000}{2500}$ , soit 1<sup>k</sup>6 par centimètre carré. Le travail maximum du béton à la compression serait par là de 31<sup>k</sup>6.

En maintenant le rapport  $r$  de 10 entre coefficients d'élasticité, le travail de compression sur le métal serait, comme on l'a vu antérieurement, représenté par le  $\frac{1}{10}$  du chiffre précédent, soit 3<sup>k</sup>16 par millimètre carré, ce qui, venant en déduction du chiffre primitif de 12<sup>k</sup>, donne finalement 8<sup>k</sup>84 pour le travail effectif du métal.

Il faudrait qu'à la partie inférieure fût placé un entrait, à moins que le comble ne reposât sur un plancher qui ferait le même office. L'entrait serait constitué par des barres métalliques dont la section devrait être suffisante pour résister à l'effort horizontal de 3400<sup>k</sup>; ce qui exigerait, par exemple, que cette section fût de  $\frac{3400}{8}$  millimètres carrés. Ces barres seraient enveloppées de béton, mais simplement comme moyen de préservation.

2°. — Au lieu de considérer le faitage comme une simple articulation, ce qui exigerait quelques précautions spéciales, on peut admettre la continuité de tout l'ensemble qui constitue

alors un seul hourdis coudé au sommet, et dont la portée est, en conséquence, de  $10^m00$ .

Les conditions de travail sont toutes différentes; il faut traiter ce hourdis à deux versants comme une sorte de voûte; on aurait à déterminer les réactions obliques des appuis et le moment maximum correspondant, par le procédé de calcul ou le procédé graphique que nous avons indiqué pour les voûtes.

Comme cette étude est assez compliquée, on peut procéder autrement dans la pratique, lorsqu'on n'a pas affaire à des portées et des charges exceptionnelles. Pour cela, on se contentera, par deux ou trois essais, de tracer le polygone qui donne deux maxima à peu près égaux; c'est-à-dire deux différences d'ordonnées égales, aux reins et aux sommets. On aurait ainsi, non pas le maximum absolu du moment de flexion, mais, en quelque sorte, la valeur moyenne de ce moment. On en tient compte ensuite, en majorant un peu la valeur ainsi déterminée.

Ainsi, dans le cas particulier que nous traitons, une poussée horizontale de  $2100^k$  environ donne, dans la partie inférieure,  $0^m45$  pour la plus grande différence d'ordonnées, et  $0^m45$  également au sommet. En conséquence, le moment de flexion correspondant est de  $2100^k \times 0^m45$ , ou  $945$ .

Ce chiffre est inférieur à celui de  $1250$  trouvé dans le premier cas, malgré que la portée soit maintenant de  $10^m00$ . Comme nous devons majorer, on peut dire approximativement que le moment sur lequel on doit établir les sections de métal et béton est sensiblement le même dans les deux cas.

La différence la plus appréciable, c'est que, dans ce second mode d'évaluation, la compression longitudinale est de  $2500^k$  seulement dans la région basse où se produit le moment maximum; inférieure par conséquent à la compression de  $4000^k$ , sur laquelle on devait compter dans le premier cas.

De même la tension sur l'entrait est seulement de  $2100^k$ , au lieu de  $3400^k$ .

Le premier mode de calcul, qui est très simple, suffirait donc largement dans tous les cas.

3°. — On peut aussi placer des nervures saillantes sous le hourdis, de distance en distance; admettons un écartement de 1<sup>m</sup>50 par exemple.

La charge et le moment, que nous avons établis au mètre courant de longueur, sont augmentée dans le rapport de 1<sup>m</sup>50 à 1<sup>m</sup>00; prenons donc pour le moment :  $1.5 \times 1250$  ou 1875. On aura ainsi :

$$\frac{M}{b} = \frac{1875}{1^m50} = 1250; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 35.4;$$

$$Mb = 1875 \times 1.50 = 2810; \quad \sqrt{Mb} = 53.$$

Conservant 30<sup>k</sup> et 12<sup>k</sup> pour travail de l'un et de l'autre matériaux, on prendrait :

$$h = 0.006 \times 354 = 0^m21; \quad \omega = 15 \times 53 = 793^{mm^2};$$

soit 2 barres de 18 à 19, à loger dans la nervure. La hauteur totale serait d'environ 0<sup>m</sup>25, hourdis et nervure compris.

En raison de la compression dont il faut encore tenir compte, les chiffres de 30<sup>k</sup> et 12<sup>k</sup> seraient modifiés d'une manière analogue à celle que nous indiquions précédemment.

Pour le hourdis, dont la portée est inférieure à 1<sup>m</sup>50, la charge, à raison de 400<sup>k</sup> par mètre carré, serait par mètre de  $1^m00 \times 1^m50 \times 400^k$ , ou 600<sup>k</sup>; le moment serait au plus de  $600^k \times \frac{1^m50}{8}$ , ou 112; chiffre dont la racine carrée est de 10.6.

D'où l'on conclurait, avec travail de 30<sup>k</sup> et 8<sup>k</sup>, béton et métal :

$$h = 0.0032 \times 10.6 = 0^m053; \quad \omega = 26.3 \times 10.6 = 280^{mm^2};$$

ce qui implique 10 barres de 6, par exemple, par mètre compté sur l'arc. L'épaisseur totale serait de 0<sup>m</sup>06 à 0<sup>m</sup>07 environ.

Or le  $v'$  de la partie nervurée serait

$$v' = 0.0012 \times 35.4 = 0^r03$$

environ. L'épaisseur de 0<sup>m</sup>06 au hourdis, étant un peu supérieure à  $v'$ , peut être conservée.

Comme on le voit, on obtient une légèreté beaucoup plus grande qu'avec le seul hourdis.

VOUTE SURBAISSÉE

Conservant les mêmes charges, supposées symétriques, donnons à la toiture la forme d'une voûte surbaissée, en simple hourdis (fig. 2).

1°. — Par le procédé déjà indiqué, on a constaté qu'une poussée d'environ 1650<sup>k</sup> donne deux moments maxima sensiblement égaux, l'un et l'autre, à 0<sup>m</sup>15.

La valeur commune du moment n'est donc que

$$M = 1650^k \times 0^m15 = 247.5; \quad \sqrt{M} = 15.7.$$

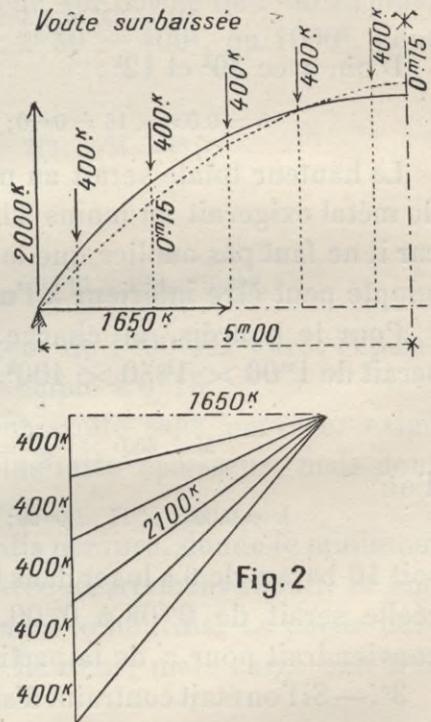
valeur moyenne, bien entendu, applicable à une longueur de 1<sup>m</sup>00 courant. On prendrait en conséquence :

$$h = 0.006 \times 15.7 = 0^m09 \text{ à } 0^m10; \quad \omega = 15 \times 15.7 = 236^{\text{mm}^2};$$

soit 10 barres cintrées de 6 à loger dans la longueur de 1<sup>m</sup>00. L'épaisseur de hourdis serait de 0<sup>m</sup>12 à 0<sup>m</sup>13.

La compression, dans la région des reins de la voûte, serait de 2100<sup>k</sup> environ, donnant  $\frac{2100}{1300}$ , ou 1<sup>k</sup>5 à 1<sup>k</sup>6 de travail sur le béton; ce qui porte son travail total à 31<sup>k</sup>6.

Sur le métal, il y aurait à déduire 3<sup>k</sup>16 de 12<sup>k</sup>00; il resterait 8<sup>k</sup>84 pour travail effectif.



2°. — Si l'on acceptait d'établir des nervures espacées de 1<sup>m</sup>50 par exemple, le nouveau moment de flexion serait égal à

$$\begin{aligned} M &= 1^{\text{m}50} \times 247.5 = 371; \\ \frac{M}{b} &= \frac{371}{1.5} = 247.5; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 16; \\ Mb &= 371 \times 1.5 = 557; \quad \sqrt{Mb} = 24. \end{aligned}$$

D'où, avec 30<sup>k</sup> et 12<sup>k</sup> :

$$h = 0.006 \times 16 = 0^{\text{m}}10; \quad \omega = 15 \times 24 = 360^{\text{mm}2}.$$

La hauteur totale serait au moins de 0<sup>m</sup>12 à 0<sup>m</sup>13; la section de métal exigerait au moins 2 barres de 15, ou 3 barres de 13, car il ne faut pas oublier que le moment moyen que nous avons adopté peut être inférieur à l'un des deux maxima réels.

Pour le hourdis, la charge, par mètre compté sur l'arc, serait de 1<sup>m</sup>00  $\times$  1<sup>m</sup>50  $\times$  400<sup>k</sup>, ou 600<sup>k</sup>. On aurait

$$M = 600^{\text{k}} \times \frac{1^{\text{m}50}}{8} = 112.5; \quad \sqrt{M} = 11;$$

d'où

$$h = 0.0032 \times 11 = 0^{\text{m}}06; \quad \omega = 26.3 \times 11 = 290^{\text{mm}2};$$

soit 10 barres de 6 à loger dans ce même intervalle. L'épaisseur réelle serait de 0<sup>m</sup>08 à 0<sup>m</sup>09, plutôt supérieure à celle qui conviendrait pour  $v'$  de la partie nervurée.

3°. — Si l'on était contraint d'adopter des écartements capables de laisser subsister de trop notables différences entre l'épaisseur du hourdis et la valeur de  $v'$ , on pourrait écarter toute difficulté de ce genre en calculant la nervure comme une section rectangulaire, sans hourdis formant ailes, dont la hauteur serait, bien entendu, la hauteur totale : hourdis et nervure compris.

Ainsi, dans le cas actuel, donnant à la nervure une largeur  $c$  de 0<sup>m</sup>15 par exemple, avec écartement de 2<sup>m</sup>50, on aurait

$$\begin{aligned} M &= 2.50 \times 247.5 = 620; \\ \frac{M}{c} &= \frac{620}{0.15} = 4133; \quad \sqrt{\frac{M}{c}} = 64.3; \\ Mc &= 620 \times 0.15 = 93; \quad \sqrt{Mc} = 9.7. \end{aligned}$$

D'où :

$$h = 0.006 \times 64.3 = 0^m39; \quad \omega = 15 \times 9.7 = 146^{\text{mm}^2},$$

c'est-à-dire 2 barres de 10 par exemple, à loger au bas de la nervure. La hauteur totale serait de 0<sup>m</sup>43 à 0<sup>m</sup>44 environ.

Le hourdis, par mètre de largeur, sur portée de 2<sup>m</sup>50 au plus, porterait une charge de 1<sup>m</sup>00  $\times$  2<sup>m</sup>50  $\times$  400<sup>k</sup>, ou 1000<sup>k</sup>, dont le moment serait

$$M = 1000^k \times \frac{2^m50}{8} = 313; \quad \sqrt{M} = 18;$$

et l'on prendrait au moins :

$$h = 0.006 \times 18 = 0^m11; \quad \omega = 15 \times 18 = 270^{\text{mm}^2},$$

soit 10 barres de 6 dans la largeur de 1<sup>m</sup>00 sur l'arc; l'épaisseur totale serait de 0<sup>m</sup>14 par exemple à 0<sup>m</sup>15.

La première solution, formant voûte sans nervure, exige naturellement un hourdis de plus forte épaisseur, mais dont l'armature n'est pas très lourde.

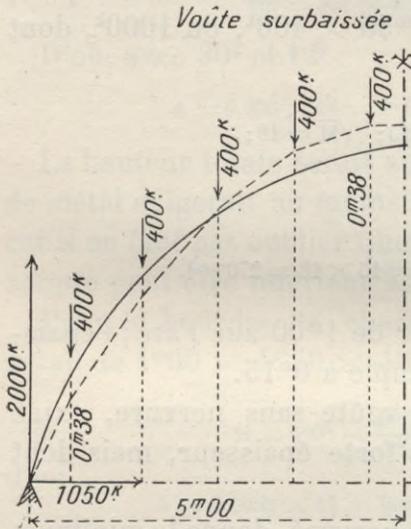
La seconde solution, en hourdis nervuré, donne le minimum d'épaisseur pour le hourdis, avec écartement réduit, et une armature légèrement plus forte dans le hourdis. La partie nervurée n'a pas une très grande hauteur, mais exige une très forte armature de nervure.

La troisième, avec plus grand écartement, et section rectangulaire sans ailes latérales de hourdis, exige naturellement une épaisseur de hourdis un peu plus forte que dans la disposition précédente, avec armature à peu près équivalente. Mais la hauteur du rectangle est notablement plus grande que celle de la partie nervurée; par contre, la section d'armature est beaucoup moindre. Comme toujours, un accroissement de béton correspond à une diminution de métal.

En résumé, on peut dire que chacune des dispositions a ses avantages et ses défauts, et qu'il n'y a guère lieu de rejeter absolument l'une au profit des autres.

## VOÛTE SURHAUSSÉE

Sans entrer dans autant de détails qui ne seraient qu'une répétition, nous examinerons (fig. 3) une voûte surhaussée, afin de faire ressortir l'avantage, bien connu d'ailleurs, de ce surhaussement, au moins en ce qui concerne la grandeur de la poussée horizontale.



En effet, pour une charge toujours identique, et par mètre courant, la poussée qui égalise ces deux moments de flexion et permet d'en établir la valeur au moins moyenne, n'est plus que de 1050k environ, au lieu de 1650k. Mais la différence des ordonnées est à peu près de 0m38, au lieu de 0m15; ce qui, finalement, engendrerait un moment de  $1050^k \times 0^m38$ , ou 400, au lieu de 247.5.

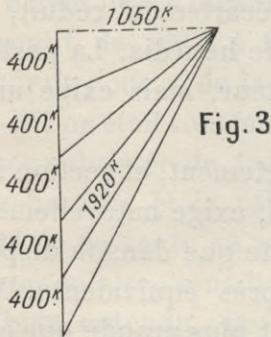


Fig. 3

On serait donc conduit à prendre ici des sections un peu plus fortes qu'avec la voûte surbaissée. La compression est un peu moindre, mais la différence qui provient de ce fait serait loin de compenser la première.

Il reste à faire encore observer que, calculant sur des données moyennes, il convient de majorer un peu les divers résultats obtenus; mais, d'autre part, les arcs et voûtes en béton armé pourront généralement être considérés comme à peu près encastres aux naissances dans des poutres ou planchers servant de supports. Or un encastrement de ce genre, ainsi que nous

l'avons déjà rappelé, a pour effet de réduire assez notablement les moments de flexion sur l'arc ou la voûte. Il ne faudrait donc pas, en général, se croire obligé à majorer notablement.

## ARC POSÉ SUR DEUX APPUIS

Lorsque des fermes de grande importance sont posées sur des appuis disposés de façon à laisser un certain jeu aux retombées des arcs, l'évaluation des moments de flexion est des plus simples, les réactions des appuis pouvant alors être considérées comme verticales. Mais les valeurs de ces moments sont plus élevées que dans le cas où les réactions d'appui sont obliques.

Supposons d'abord des charges symétriques (fig. 4). Avec une base quelconque, de  $2000^k$  par exemple, on trace un polygone; les moments sont alors représentés graphiquement par les ordonnées mêmes de ce polygone. Le moment maximum, dans le cas actuel, serait, au centre, de  $2000^k \times 2^m50$ , ou  $5000$ . Les autres ordonnées mesurent, en chaque point et de la même façon, le moment de flexion correspondant.

Si les charges n'étaient pas symétriques, comptées à raison de  $500^k$  sur la gauche, de  $300^k$  seulement sur la droite, on porterait sur la verticale tous les poids de gauche et de droite.

En un point quelconque de cette verticale, à mi-hauteur si l'on veut, on place la base, de  $2000^k$  par exemple, et l'on construit le polygone correspondant, partant de A pour aboutir en B à l'aplomb de l'appui.

A la corde oblique AB on mène une parallèle OM en O; elle divise la verticale totale en deux longueurs, de  $2250^k$  et  $1750^k$ , qui représentent les réactions de gauche et de droite.

En M on pourrait reporter la base de  $2000^k$  et construire ainsi un nouveau polygone dont la corde serait horizontale cette fois et se confondrait avec la ligne des naissances. On y mesurerait les ordonnées.

Mais ce travail n'est pas nécessaire; on peut tout aussi

bien mesurer les ordonnées comprises entre la corde AB et le

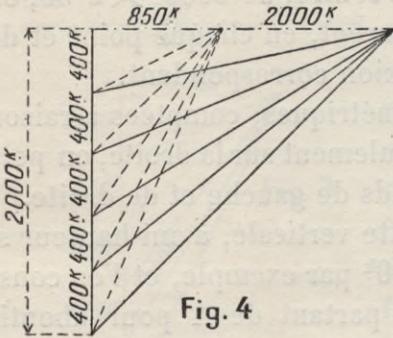
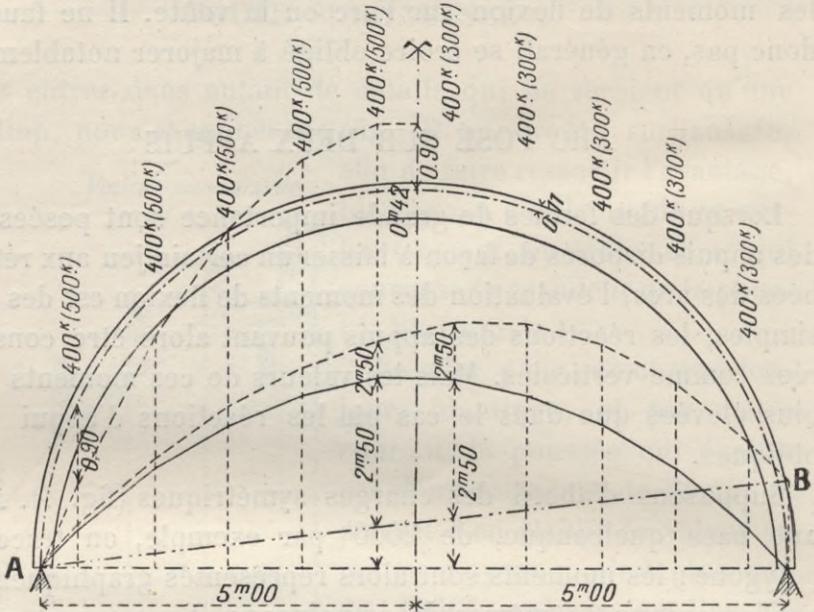
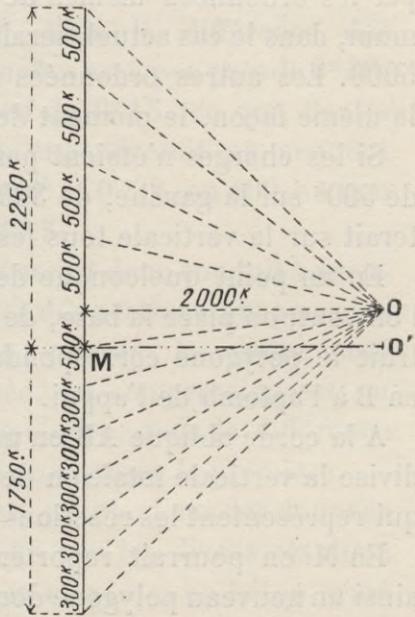


Fig. 4



polygone; elles sont identiques à celles du nouveau polygone qu'on obtiendrait ainsi.

On constate donc que l'ordonnée maxima, déportée un peu

sur la droite de l'axe vertical, est d'environ 2<sup>m</sup>50, ou mieux 2<sup>m</sup>60. La valeur du moment à considérer serait donc plutôt le produit de 2000<sup>k</sup> par 2<sup>m</sup>60, soit 5200.

Comme nous l'avons déjà signalé, il serait plus simple, d'ordinaire, d'étendre symétriquement la charge maxima de 500<sup>k</sup> sur toute l'étendue de l'arc, et l'on obtiendrait ainsi le moment maximum sur lequel on doit compter.

Si l'on établissait, par exemple, un écartement de 2<sup>m</sup>00 entre les nervures, la charge et le moment seraient doubles de ceux que nous admettions pour 1<sup>m</sup>00 courant; on aurait alors

$$\frac{M}{b} = \frac{2 \times 5200}{2^{m00}} = 5200; \quad Mb = 10400 \times 2 = 20800;$$

$$\sqrt{\frac{M}{b}} = 72; \quad \sqrt{Mb} = 144.$$

D'où

$$h = 0.006 \times 72 = 0^{m}43; \quad \omega = 15 \times 144 = 2160^{mm^2};$$

soit 3 barres de 0<sup>m</sup>030 à loger dans la nervure saillante. La valeur de  $v'$  serait à peu près

$$v' = 0.0012 \times 72 = 0^{m}08 \text{ à } 0^{m}09.$$

D'autre part, le hourdis aurait une charge de 1<sup>m</sup>00  $\times$  2<sup>m</sup>00  $\times$  500<sup>k</sup>, ou 1000<sup>k</sup> au maximum, fournissant un moment égal à 1000<sup>k</sup>  $\times$   $\frac{2^{m00}}{8}$ , ou 250 au maximum; chiffre dont la racine carrée est de 15.8 à 16.0.

On prendrait donc

$$h = 0.0052 \times 16 = 0^{m}08; \quad \omega = 26.3 \times 16 = 420^{mm^2},$$

soit 10 barres de 7 à 8, à loger dans 1<sup>m</sup>00 de largeur.

L'épaisseur totale de hourdis, étant d'environ 0<sup>m</sup>09 à 0<sup>m</sup>10, est légèrement supérieure à  $v'$  et peut être conservée.

Dans le cas où l'on n'aurait pas dû considérer les naissances comme libres sur leurs appuis, la poussée donnant des moments égaux de valeur moyenne par conséquent, serait d'environ 850<sup>k</sup>.

Le moment de flexion serait ramené à  $850^k \times 0^m90$ , ou  $765$ ; très inférieur par conséquent à celui qu'imposait le premier mode d'évaluation. C'est sur cette donnée qu'on établirait alors, surtout si les naissances sont à peu près encastrées, les sections d'un arc à section constante et à double armature; car il y aurait alors flexion et contreflexion.

Quant au hourdis il serait le même dans les deux cas, si l'on conserve le même écartement.

### COUPOLES

Beaucoup d'autres dispositions sont possibles avec le béton armé, d'autant plus que celui-ci, participant à la fois de la maçonnerie et du métal et combinant leurs propriétés spéciales, se prête assez bien en général à remplacer la maçonnerie, le fer ou le bois.

Nous n'examinerons qu'une de ces dispositions : la coupole sphérique, dont le profil peut, tout aussi bien d'ailleurs, être parabolique, si l'on veut que le dôme soit plus élancé de formes (fig. 5).

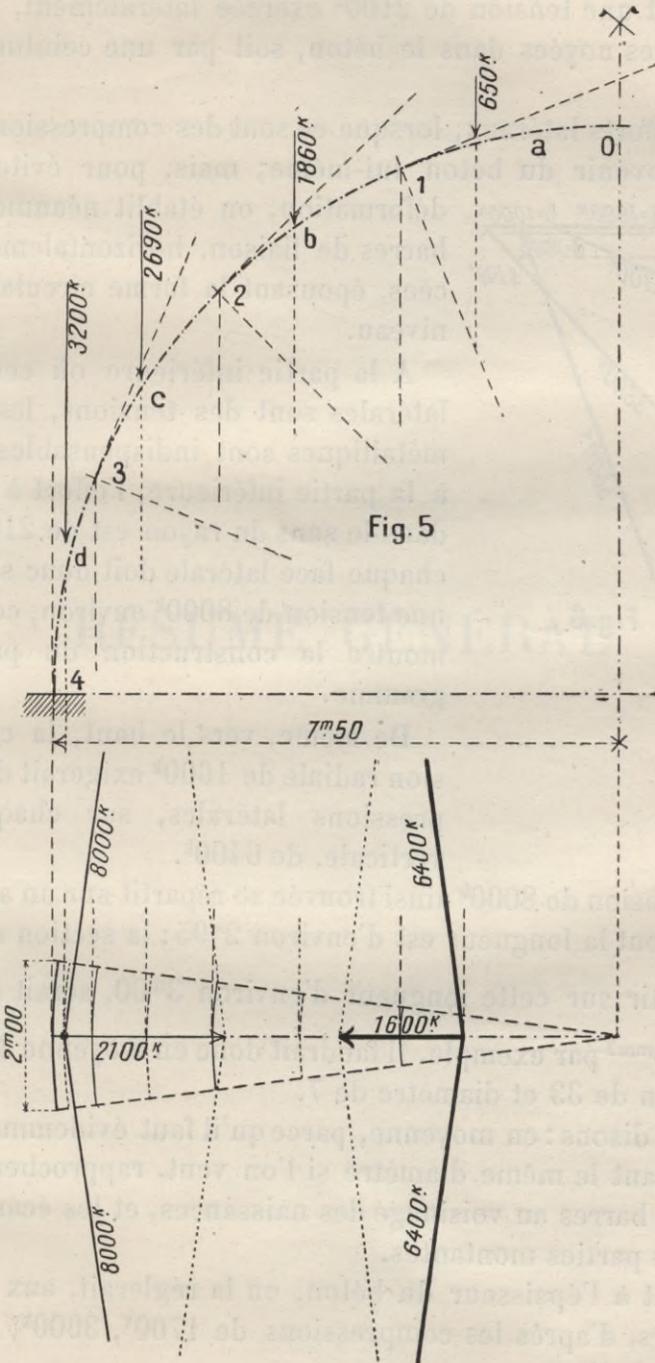
Prenant un secteur à  $2^m00$  de base par exemple, divisons-le en 4 parties, ce qui peut suffire, et appliquons à chacune les poids qui lui correspondent.

Ecrivant l'équilibre aux divers points 0, 1, 2, 3, 4, on voit que la région *a* est en équilibre sous l'action du poids de  $650^k$ , d'une compression en 1 égale à  $1700^k$  et d'une compression, latéralement exercée, de  $1600^k$  (fig. 6);

Qu'en 2 interviennent : le poids de  $1860^k$ , une réaction de  $3600^k$ , une compression latérale de  $1000^k$ , et de la pression égale à  $1700^k$  provenant de la partie supérieure;

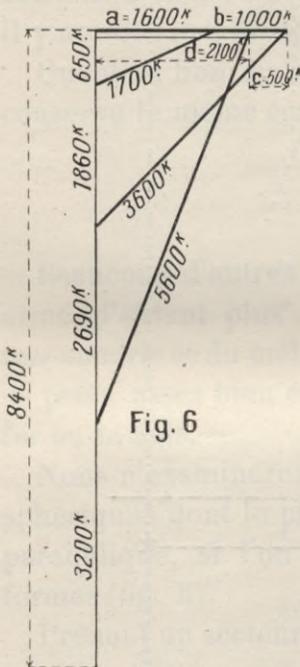
Qu'en 3 se transmet la pression de  $3600^k$ , à laquelle s'ajoute le poids de  $2690^k$ ; la réaction est de  $5600^k$ . Mais les forces latérales ont changé de sens et deviennent une tension de  $500^k$ ;

Qu'en 4, à la naissance, intervient la pression antérieure de  $5600^k$ , le poids de  $5200^k$ , la réaction d'appui égale à la charge



totale, et une tension de  $2100^k$  exercée latéralement, soit par des barres noyées dans le béton, soit par une ceinture extérieure.

Les efforts latéraux, lorsque ce sont des compressions, peuvent provenir du béton lui-même; mais, pour éviter toute déformation, on établit néanmoins des barres de liaison, horizontalement placées, épousant la forme circulaire à ce niveau.



A la partie inférieure où ces forces latérales sont des tensions, les barres métalliques sont indispensables. Ainsi, à la partie inférieure, l'effort à exercer dans le sens du rayon est de  $2100^k$ ; sur chaque face latérale doit donc s'exercer une tension de  $8000^k$  environ, comme le montre la construction du parallélogramme.

Dé même, vers le haut, la compression radiale de  $1600^k$  exigerait des compressions latérales, sur chaque face verticale, de  $6400^k$ .

La tension de  $8000^k$  ainsi trouvée se répartit sur un arc vertical  $d$ , dont la longueur est d'environ  $2^m95$ ; la section de métal à répartir sur cette longueur d'environ  $3^m00$ , serait de  $\frac{8000}{8}$ , ou  $1000^{mm^2}$  par exemple. Il faudrait donc en moyenne 30 barres à section de 33 et diamètre de 7.

Nous disons : en moyenne, parce qu'il faut évidemment, tout en gardant le même diamètre si l'on veut, rapprocher davantage les barres au voisinage des naissances, et les écarter plus dans les parties montantes.

Quant à l'épaisseur du béton, on la réglerait, aux diverses hauteurs, d'après les compressions de  $1700^k$ ,  $3600^k$ ,  $5600^k$  et  $8400^k$  à la base.

## RÉSULTATS CONSTATÉS

# RÉSUMÉ GÉNÉRAL



## I

# RÉSULTATS CONSTATÉS

---

Dans cette longue analyse nous nous sommes efforcés de dégager d'abord les faits principaux qui se déduisent des nombreuses expériences de la Commission; de noter les écarts et les concordances qui apparaissent entre les résultats observés et les formules théoriques, plus ou moins simplifiées, auxquelles on peut avoir recours; de constater ainsi dans quelles limites les tolérances ou les restrictions indiquées par les Instructions officielles sont pleinement justifiées ou semblent sujettes à quelques réserves.

Ensuite, nous avons, en procédant à ces minutieuses comparaisons, tâché d'éclaircir quelque peu certains de « *ces points obscurs* » que signalait la Commission. Ce faisant, notre intention n'était nullement de satisfaire une inquiète curiosité; nous n'avions pas non plus l'espoir d'obtenir une pleine clarté; le sujet, par son inévitable complexité, ne comporte pas de si complets éclaircissements.

La Commission recommande d'écarter tout empirisme; en quoi elle a parfaitement raison. Il n'en reste pas moins vrai qu'il est impossible, dans l'emploi de matériaux aussi hétérogènes que le béton et le métal, d'atteindre à une rigoureuse précision, comparable à celle qu'on obtient avec le seul métal par exemple, qui offre d'ailleurs cet avantage de posséder un coefficient d'élasticité constant. Le béton ne se présente pas dans des conditions aussi avantageuses.

Il faut donc, de toute nécessité, laisser une certaine part à l'appréciation du praticien guidé par l'expérience journalière. Le calcul théorique lui fournit un point de repère, dont il serait imprudent de trop s'écarter; mais il reste toujours à tenir compte de toutes les conditions secondaires qui échappent au calcul.

Pendant il était au moins utile de constater, d'après les expériences très précises et très méthodiques de la Commission, entre quelles limites se meuvent ces écarts, afin d'apprécier, au moins approximativement, la marge qu'il faut laisser autour des résultats du calcul théorique.

### RÉSULTATS CONSTATÉS

Récapitulant très rapidement les constatations déjà faites, rappelons les faits les plus importants. La plupart d'entre eux ressortaient déjà d'expériences antérieures; mais ils sont aujourd'hui mieux définis et avec une plus grande précision.

*Section plane.* — Tout d'abord, la section plane d'une pièce chargée reste sensiblement plane; au moins dans la région où se produit le maximum de flexion; il serait du reste peu vraisemblable qu'il en fût autrement, surtout lorsqu'il y a symétrie.

A mesure qu'on avance vers les extrémités, la section se déforme légèrement. Mais ce fait n'influe guère sur les résultats du calcul; d'abord parce que celui-ci ne s'applique et n'a le plus souvent besoin de s'appliquer qu'à la section de plus grande fatigue, tant qu'il s'agit seulement de déterminer les efforts maxima qui servent à fixer les sections de métal et de béton.

La position de l'axe neutre se déplace fort peu, depuis le centre de la portée jusqu'aux appuis; ce qui est d'ailleurs assez conforme aux indications de la théorie. Toutefois, il est bien clair que les variations très sensibles du coefficient élastique à la compression, et les variations plus sensibles encore du coefficient de tension, interviennent pour abaisser cet axe.

Le fait peut avoir de l'importance pour le calcul des déformations élastiques dont parlent les Instructions; il n'en a guère pour celui du travail des deux matériaux, du moment que le déplacement effectif est peu considérable.

*Résistance de tension.* — Dans toutes les expériences l'existence d'une résistance de tension  $R_e$  apparaît d'une manière évidente. Elle suit une loi à peu près régulière, mais différente d'un béton à un autre, et qui semble bien être celle qu'avait indiquée M. Considère, tant que les charges restent normales.

Le coefficient d'élasticité, assez voisin du coefficient de compression pour les très faibles charges, lui est bientôt inférieur et décroît rapidement. Vient ensuite une période où il est à peu près nul, le béton s'allongeant de plus en plus sans accroissement de résistance.

Toutefois, des expériences mêmes de flexion il semble résulter que la résistance de tension, au lieu de rester constante assez longtemps, comme dans les essais à la simple traction, décroît assez rapidement pour devenir bientôt nulle. Dès lors elle n'intervient plus dans la résistance totale de la pièce, à laquelle participent seulement la compression du béton et la tension du métal. Cette période de décroissance rapide n'apparaît cependant qu'au delà des charges que l'on peut considérer comme normales.

En tout cas, il résulte de là qu'on ne peut considérer comme égaux entre eux les coefficients d'extension et de compression, que pour des charges très inférieures à ces mêmes charges normales.

Si l'on détermine la position de l'axe neutre en supposant cette égalité, l'on n'arrive qu'à des résultats peu concordants avec ceux de l'expérience.

*Rapport des coefficients d'élasticité, métal et béton.* — Ce rapport qui joue nécessairement un rôle très important dans les calculs est très variable. D'abord il diffère souvent d'un béton

à l'autre, même avec constitution semblable ; mais là ne sont pas les plus grands écarts.

Le coefficient de compression du béton diminue à mesure qu'augmente la charge ; moins rapidement qu'à l'extension, mais d'une manière très sensible encore. Sous les charges qu'on peut considérer encore comme normales, d'après les charges limites qui produisent la ruine de la pièce, ce rapport variait entre 6 et 10, dépassant quelquefois ce dernier chiffre. La moyenne de 10, acceptée par les Instructions ne doit pas beaucoup différer de la réalité, dans tous les cas.

On a vu quelle est l'influence des écarts possibles de cette valeur du rapport  $r$ , nous n'y reviendrons pas ici. Elle n'est pas telle qu'il y ait lieu de compliquer plus encore les calculs, afin d'en tenir compte. Il faut se rappeler que ces calculs ne donnent que des indications seulement approximatives et qu'il ne faut pas les accepter trop strictement, ni surtout tenter de les réduire.

*Rapport entre les valeurs du travail, métal et béton.* — On a vu également que le rapport  $\frac{R_m}{R_c}$  était plus grand dans les pièces constituées par un béton à nervures, que dans un hourdis simple ou dans une pièce à section rectangulaire.

Ceci exprime que la résistance propre du métal est mieux utilisée dans les nervures que dans les deux autres dispositions ; fait qui s'explique de lui-même, en raison de la plus grande hauteur dont on dispose ainsi.

Même avec hourdis nervuré, il est, pour cette hauteur, des limites, hautes ou basses, qu'il ne conviendrait nullement de dépasser.

En l'exagérant, on serait conduit à un pourcentage de métal trop faible et insuffisant pour établir la solidarité indispensable des deux matériaux. En la réduisant trop, on serait obligé, au contraire, d'adopter un pourcentage beaucoup trop fort pour être économique et avantageux.

Chemin faisant, remarquons tout de suite que la fixation de cette hauteur est la condition prédominante qui doit guider le choix du constructeur, pour ne pas tomber dans l'un ou l'autre de ces inconvénients, sous peine de mal utiliser le travail disponible de l'un ou l'autre des deux matériaux, souvent même des deux à la fois.

Les expériences montrent d'ailleurs, par la comparaison des résultats sur pièces à pourcentages différents, qu'un très fort pourcentage, par exemple, n'accroît pas la résistance finale de la pièce dans la même proportion.

En général, le travail du métal suit bien à peu près la progression inverse de celle du pourcentage, mais sans que le travail du béton varie très sensiblement de son côté. On est donc lié par ce dernier, dès qu'il atteint le chiffre considéré comme normal; et l'accroissement de section qu'on donnerait au métal ne permettrait cependant pas d'augmenter beaucoup la charge et son moment de flexion disponible.

*Adhérence et cisaillement, torsion.* — L'adhérence du béton au métal a les mêmes limites à peu près que la tension simple. Rapportée à l'unité de surface de contact, elle se rapproche de 20<sup>k</sup> au centimètre carré.

Nous avons signalé la limite de résistance au cisaillement, sur les pièces en béton armé; elle est du même ordre, mais, naturellement, modifiée par la section plus ou moins forte du métal intercalé. On a vu aussi quelle est l'influence de la disposition des étriers.

Quant à la torsion, le béton, même fortement armé, semble se prêter mal à ce genre de travail.

*Déformations élastiques.* — En ce qui concerne l'évaluation des flèches, on peut établir un accord à peu près satisfaisant entre les formules théoriques applicables aux matériaux ordinaires et homogènes, et les résultats des expériences. C'est à la

condition d'évaluer convenablement le moment d'inertie qui entre nécessairement dans les calculs.

Nous avons montré comment on peut établir cette valeur de  $I$  en tenant compte des propriétés différentes des deux matériaux. On est ainsi conduit à une expression d'équivalence en quelque sorte, qu'on peut introduire dans les formules ordinaires, et qui donne des résultats plus voisins de la réalité que l'hypothèse, par exemple, d'une complète égalité des propriétés élastiques du béton, à la compression et à l'extension.

Remarquons en passant que les flèches d'une pièce en béton armé sont relativement faibles ; notablement plus faibles que celles d'une pièce métallique de même résistance. Dans les essais sous charges d'épreuves, il faut se rappeler cette distinction et ne pas établir de comparaisons qui seraient absolument inexactes.

Pour les encastremets, on a vu quelles sont les difficultés auxquelles on se heurterait si l'on voulait y appliquer les formules qui régissent les déformations élastiques ; même si l'on y introduisait les modifications nécessaires que nous venons de rappeler.

Surtout en ce qui concerne les hourdis à nervures, les difficultés à résoudre seraient d'autant plus grandes que l'encastrement produit une flexion centrale et une contreflexion dans les régions voisines de l'encastrement. D'où il résulte que, dans la première région, le hourdis travaille à la compression ; la nervure armée, à la tension, grâce à son armature. Dans l'autre région, au contraire, la nervure étroite devrait supporter toute la compression ; à quoi son armature l'aide fort peu, tandis que le hourdis de grande largeur aurait, de son côté, fort peu à travailler sous la tension.

Cette discordance s'accroîtrait d'autant plus qu'en général le moment d'encastrement est très supérieur au moment de flexion sur la région centrale.

Il faudrait donc, pour remédier à ce double inconvénient,

renforcer, dans de très fortes proportions, la nervure vers l'encastrement, en l'élargissant et en augmentant sa hauteur.

Le mieux, dès qu'on emploie le hourdis à nervure, est donc de ne compter que médiocrement sur les encastremens et les réductions du moment de flexion qu'ils peuvent produire.

Avec les sections rectangulaires qui sont, par conséquent, symétriques dans les deux sens, on peut éviter en grande partie ces inconvénients, en ayant soin de garnir la pièce de deux armatures, l'une en haut et l'autre en bas, de telle manière que la pièce puisse se comporter aussi avantageusement à la flexion qu'à la contreflexion. Ces armatures peuvent alors être proportionnellement réglées sur les deux moments maxima : à l'encastrement et vers le milieu de la portée.

Les difficultés sont les mêmes pour les voûtes et les arcs : mais on y peut remédier comme nous venons de dire en se contentant d'une double armature, les sections rectangulaires étant alors symétriques dans les deux sens.

*Instructions officielles.* — Très sommairement aussi nous récapitulerons les plus importantes des recommandations officielles.

Le Conseil général des Ponts et Chaussées admet pour le travail  $R_c$  à la compression du béton les chiffres de  $45^k$ ,  $50^k$ ,  $56^k$  par centimètre carré, suivant composition de ce béton. Ces chiffres pourraient même être majorés encore en tenant compte, d'après une formule approximative, du renforcement produit par les ligatures et frettes transversales.

Des taux aussi élevés sont peut-être acceptables à la rigueur pour les piliers et poteaux; nous ne croyons pas qu'ils doivent être couramment employés pour les pièces soumises à la flexion où le travail de compression ne se présente guère dans les mêmes conditions. On a vu d'ailleurs que le Conseil lui-même ne donne ces indications qu'avec une sorte de regret et moyennant de très nettes restrictions.

La Circulaire reste dans les limites un peu plus prudentes de

27 <sup>k</sup> à 44 <sup>k</sup>	pour	300 <sup>k</sup>	de ciment
30 <sup>k</sup> à 50 <sup>k</sup>	»	350 <sup>k</sup>	»
33 <sup>k</sup> à 56 <sup>k</sup>	»	400 <sup>k</sup>	»

en spécifiant que les limites basses s'appliquent aux bétons mis en charge après un mois; les plus élevées, à un béton âgé déjà de 3 mois.

Les chiffres ne diffèrent pas beaucoup; mais il est bon de tenir compte de la restriction relative à l'âge du béton.

La même Circulaire adopte pour le rapport  $r$  des coefficients d'élasticité les valeurs comprises entre 8 et 15; le Conseil admettait la moyenne de 10. Tout ceci concorde bien avec les résultats d'expériences que nous rappelions tout à l'heure.

Elle repousse toute formule empirique; ce qui se justifie parfaitement en principe, bien que la circulaire se trouve finalement obligée elle-même d'y recourir quelque peu dans la fixation de certaines des règles indiquées par elle. Ce qui reste parfaitement exact, c'est qu'il faut autant que possible s'en dispenser et n'introduire les appréciations suggérées par la pratique qu'en les étayant tout au moins de considérations en accord avec les principes fondamentaux.

Peut-être va-t-elle un peu loin en admettant qu'on peut appliquer, purement et simplement, les formules de la théorie établie pour le seul métal, au composé mixte de béton et métal en remplaçant la section de l'un par une section équivalente de l'autre; substitution qui se ferait en multipliant par le rapport des coefficients élastiques.

Le procédé est simple, ce qui constitue un grand mérite. Mais, dans bien des cas, il serait d'une application assez hasardee, nous semble-t-il.

Pour les arcs, les encastremets, les flèches, la Circulaire admet également l'emploi des formules habituelles, en supposant l'égalité des coefficients d'élasticité à la compression et à l'extension du béton. Cette simplification ne nous paraît pas

non plus assez complètement justifiée, par les raisons mêmes que nous rappelions tout à l'heure.

Les recommandations faites au sujet des hourdis appuyés sur quatre côtés, des poids isolés à répartir sur une certaine surface, sont, au contraire, pleinement justifiées.

Enfin les Instructions, conformes d'ailleurs aux documents précédents, estiment que, s'il s'agit seulement de déterminer le travail des deux matériaux, le mieux est de supprimer toute intervention des tensions  $R_e$  tandis qu'on peut en tenir compte dans le calcul des déformations élastiques.

Comme il ressort des expériences et des conséquences qu'on en déduit, la suppression de  $R_e$  a pour effet d'exiger de plus fortes sections de métal; à quoi l'on ne peut voir que des avantages; car, nous ne cessons de le répéter, il ne faut pas trop abaisser le pourcentage.

Par contre, ce mode de calcul a aussi pour conséquence de descendre l'évaluation du travail  $R_e$  sur le béton au-dessous du travail réel; ce qui est un inconvénient. Mais ici l'écart n'est d'ordinaire pas très considérable; on peut aisément compenser en calculant un peu largement la hauteur.

*Emploi des tableaux.* — Comme l'écart entre les chiffres de travail autorisés par les documents officiels est très considérable, suivant âge et composition du béton, nous avons établi les formules toutes calculées qui déterminent la hauteur, la section de métal, l'épaisseur  $v'$  de la couche de béton comprimé, laquelle est utile pour régler celle du hourdis proprement dit dans les hourdis nervurés. On peut donc procéder à cette triple détermination presque sans calculs, une fois qu'on a fixé la valeur du moment de flexion auquel on doit faire face. Dans ces tableaux numériques nous avons tenu compte des divers coefficients de travail autorisés pour le béton, ainsi que des coefficients de travail pour le métal, fer ou acier, qui peuvent également varier.

Comme il reste un autre élément variable, le rapport  $r$  des

coefficients d'élasticité, variable avec l'âge et la qualité du béton, variable avec la charge, les mêmes tableaux donnent les résultats correspondant à diverses valeurs de  $r$ . On a vu que certaines des Instructions admettent un écart de 8 à 15 pour  $r$ ; d'autres acceptent la moyenne de 10, ce qui est pratiquement fort acceptable. Mais pour des travaux importants on peut avoir besoin de serrer la question de plus près; tout au moins de s'assurer de l'importance des écarts qui résulteraient, pour les sections, de l'écart admissible pour  $r$ . C'est pourquoi nous donnons, dans les tableaux, les résultats correspondant à plusieurs valeurs de  $r$ ; la comparaison peut ainsi se faire immédiatement.

De même nous avons cru utile de faire intervenir les valeurs vraisemblables de la tension  $R_c$  du béton, bien que les Instructions autorisent explicitement à la négliger dans la fixation du travail des matériaux.

C'est qu'en effet, comme nous l'avons plusieurs fois fait remarquer déjà, cette suppression conduit à forcer un peu la section de métal, ce qui ne peut être qu'avantageux; mais donne pour le travail  $R_c$  à la compression du béton des résultats un peu inférieurs à la réalité.

Pour des travaux importants, il reste donc intéressant de voir quelles hauteurs différentes sont nécessaires suivant qu'on annule  $R_c$ , comme permettent les Instructions, ou qu'on tient compte de leur existence toujours réelle.

Sans doute on peut craindre que des fissures ne se produisent dans le béton travaillant par tension, et il n'est que prudent d'admettre cette possibilité en négligeant alors toute résistance de tension.

Mais il est également possible, surtout en garnissant le béton de barres dans les deux sens, tension et répartition, comme on le fait habituellement, qu'aucune fissure ne se produise, même dans la région la plus fatiguée. Il est donc prudent également de tenir compte de cette possibilité qui diminue le travail du métal, mais peut accroître celui du béton.

C'est pourquoi nous avons, dans les tableaux, fait varier cette valeur  $R_e$ ; ce qui permet, en tout cas, de comparer les résultats, avec ou sans  $R_e$ , et de choisir les valeurs maxima, tant pour  $h$  que pour  $\omega$  de l'une ou l'autre hypothèse.

Le constructeur n'a donc qu'à choisir ainsi, par un rapide examen, la solution qui lui paraît le mieux correspondre à la qualité, l'âge du béton, à la nature du métal employé, suivant qu'il jugera pratiquement prudent d'adopter tout ou partie des tolérances autorisées.

## II

# MÉTHODE SIMPLIFIÉE ET RÉSEAUX ARTICULÉS

---

### PRINCIPES DE LA MÉTHODE GRAPHIQUE

En éliminant certains détails d'importance très secondaire et qui influent peu sur les résultats à déterminer, on a vu que les trois conditions à satisfaire se résument en trois équations : l'une qui régit la déformation élastique et exprime que les sections planes restent planes; les deux suivantes sont les conditions générales d'équilibre : projections et moments.

De ces conditions on déduit les résultats que représentent les tableaux numériques, et qui déterminent la hauteur  $h$  depuis l'axe des barres jusqu'à la face supérieure; la section  $\omega$  de métal nécessaire, et  $v'$  hauteur de la partie comprimée.

Les données étant ainsi toutes calculées dans ces tableaux, on peut déterminer directement toutes les dimensions de la pièce sans nouveaux calculs, d'après les coefficients de travail que l'on veut adopter, et d'après la valeur que l'on attribue au rapport  $r$ . Pour cela il suffit de déterminer au préalable le moment maximum de flexion auquel on doit faire face.

Nous allons maintenant indiquer un autre procédé qui permettra de déterminer ces mêmes proportions en exprimant, d'une manière plus saisissante et plus facile à discerner, l'influence des divers éléments de la construction. Nous en avons déjà fait usage, chemin faisant; nous allons en rappeler ici le principe fondamental, et indiquer avec plus de détails la manière d'employer ce procédé.

Comme toujours il faut commencer par déterminer la valeur du moment de flexion. Lorsque la charge est uniforme et symétrique, on sait qu'elle est représentée simplement par le produit de la charge par le  $\frac{1}{8}$  de la portée.

Mais les charges ne satisfont pas toujours à cette double condition, notamment lorsqu'il y a des poids isolés. On sait comment s'établit, dans ce cas, le calcul qui est un peu plus compliqué; mais on peut le remplacer par le procédé graphique.

RÉACTION DES APPUIS

Les réactions ne sont plus égales, et il faut commencer par les déterminer. Soit donc (fig. 1) une pièce posée sur appui,

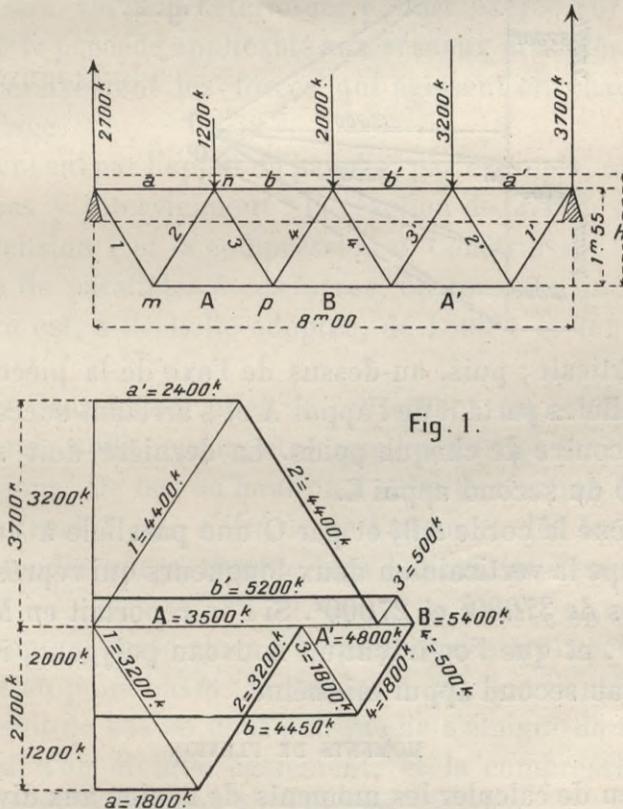
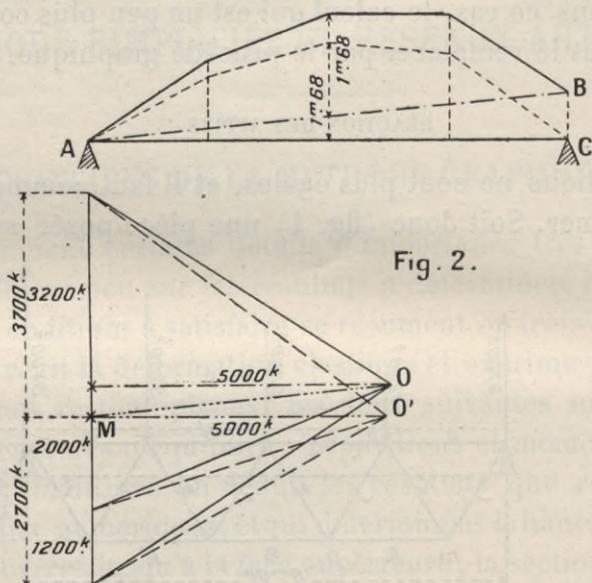


Fig. 1.

chargée des poids inégaux qui sont indiqués. Sur la fig. 2 on

porte ces poids sur une verticale où ils sont proportionnellement représentés. En un point quelconque de la verticale on place une base horizontale figurant à l'échelle une force de grandeur quelconque : plaçons-la par exemple à mi-hauteur, et donnons-lui une valeur de  $5000^k$ , d'après la même échelle que pour les poids.

On joint, comme on sait, l'extrémité O aux points de division



de la verticale ; puis, au-dessus de l'axe de la pièce, on mène des parallèles partant de l'appui A et s'arrêtant successivement à la rencontre de chaque poids. La dernière doit s'arrêter à l'aplomb du second appui C.

On mène la corde AB, et par O une parallèle à cette corde. Elle coupe la verticale en deux longueurs qui représentent les réactions de  $37000^k$  et  $27000^k$ . Si l'on reportait en MO' la base de  $5000^k$ , et que l'on traçât un nouveau polygone, il viendrait aboutir au second appui lui-même.

#### MOMENTS DE FLEXION

Au lieu de calculer les moments de flexion aux divers points de la portée et d'en déterminer le maximum, il suffit ici de

mesurer la plus grande distance verticale entre le polygone et la corde. Elle est de  $1^m68$ , aussi bien sur le premier polygone que sur le second ; et le moment maximum est le produit des  $5000^k$  de la base arbitraire par  $1^m68$ , soit 8400 en nombre rond.

Dans les autres parties de la pièce, le moment est encore le produit de  $5000^k$  par l'ordonnée du polygone comptée, soit au-dessus de AB, soit au-dessus de AC.

## ÉTRIERS OU LIGATURES

Nous avons supposé, sur la fig. 1, que l'armature de tension ABA' est reliée à l'axe du béton *abb'a'*, par des ligatures en dents de scie. On peut déterminer l'effort exercé sur chacune d'elles par le procédé applicable aux réseaux articulés, en figurant successivement les forces qui agissent en chaque point d'assemblage.

Commencant par l'appui de gauche, par exemple, on voit que trois forces y interviennent : la réaction de  $2700^k$ , de bas en haut, la tension 1 et la compression *a*. Construisant le triangle au moyen de parallèles à ces forces, on constate que la compression *a* est, à l'échelle adoptée, de  $1800^k$  ; la tension 1 de  $3200^k$ .

Le sens dans lequel elles se présentent, au cours du tracé de ce triangle, suffit pour montrer quelles sont les tensions et les compressions. De bas en haut on a suivi la réaction de  $2700^k$  ; puis on a tracé 1 qui *s'éloigne* de l'appui et dès lors est une tension ; tandis que *a ramène* vers l'appui, et c'est une compression.

De l'appui on passe alors à l'équilibre des trois forces concourantes au point bas *m* : la tension 1 que l'on vient de tracer, que l'on suit de bas en haut puisqu'elle *s'éloigne* de *m*, la tension A qui *s'en éloigne* également, et la compression 2 qui revient sur *m*, et ramène au point de départ.

On passe ensuite à l'attache supérieure *n* où concourent les

forces à énumérer et figurer dans l'ordre suivant : le poids de  $1200^k$  sur la verticale, la compression connue  $a$  de  $1800^k$ , la compression connue 2 de  $1800^k$ ; on n'a qu'à tracer la tension 3 qui s'éloigne de  $n$ , puis la compression  $b$  qui y ramène.

On reprend alors l'équilibre du point  $p$  à la partie inférieure et ainsi de suite, en passant alternativement de bas en haut, et de haut en bas. Chaque fois, la construction permet de déterminer deux nouvelles forces, au moyen de celles qui sont déjà déterminées.

D'ailleurs on voit que les obliques 1, 2, 3 remontent toutes jusqu'à l'horizontale menée au point de division des réactions, où elles limitent successivement les longueurs  $A$ ,  $B$ ,  $A'$ ; tandis qu'en descendant chacune s'arrête sur  $a$  ou  $b$  par exemple.

Après que l'oblique 4 a été placée, la suivante 3' change de sens; elle part de la même horizontale pour remonter maintenant jusqu'à  $b'$ ; et 2' se comporte de même. Le mouvement est renversé, parce que l'inflexion de la pièce, descendant jusqu'alors sous la charge depuis l'appui de gauche, remonte ensuite jusqu'à l'appui de droite.

C'est pourquoi les barres obliques extrêmes 1 et 1' travaillent par tension, tandis que les barres de numéro pair, 2 et 2', travaillent par compression. Mais dans la partie centrale, ce sont au contraire les barres impaires 3 et 3' qui subissent une tension, tandis que les paires 4 et 4' sont comprimées.

Nous avons insisté sur ces détails du tracé parce qu'ils sont identiques pour tous les tracés graphiques de ce genre.

## DÉTERMINATION DES SECTIONS

La ligne  $abb'a'$  étant considérée comme lieu des points où s'applique la résultante des compressions sur le béton, et la ligne  $ABA'$  figurant l'axe des barres de tension, il est facile de voir que les forces ainsi déterminées satisfont aux conditions d'équilibre que le tracé graphique ne fait qu'exprimer sous une autre forme.

En effet, la hauteur comprise entre ces deux axes étant de 1<sup>m</sup>55, et le moment étant de 8400, ainsi qu'on l'a vu, la condition des moments exige qu'il existe dans la partie supérieure une compression de  $\frac{8400}{1^{\text{m}}55}$ , soit 5400<sup>k</sup>. A la partie inférieure doit exister une tension égale, pour satisfaire à la condition de projection.

Or la tension maxima B est bien de 5400<sup>k</sup>. La compression est fournie par le concours de deux forces : soit *b* et 4, soit *b'* et 4', dont la projection horizontale est effectivement égale à B.

Il ne reste donc, connaissant les efforts exercés, qu'à déterminer en conséquence les sections de béton et de métal. On pourrait se contenter, comme on le fait pour les poutres en bois armées de poinçons et tirants, de diviser ces efforts par le travail adopté pour chacun des deux matériaux. Mais il convient de tenir encore compte de la condition de déformation, exprimée comme on sait par

$$\frac{rR_c}{R_m} = \frac{v'}{v}. \tag{1}$$

Pour cela, on remarquera que l'axe *abb'a'* est aux  $\frac{2}{3}$  de l'épaisseur utile *v'* travaillant à la compression. Si *b* est la largeur de hourdis, il faut donc poser

$$\frac{bv'}{2} \times R_c = 5400^{\text{k}}; \quad bv' = \frac{2 \times 5400}{R_c}. \tag{2}$$

D'après la largeur *b* adoptée et le taux de travail *R<sub>c</sub>*, on a ainsi *v'*. La hauteur que nous appelons *h* est ici égale à 1<sup>m</sup>55 +  $\frac{v'}{3}$ . La différence entre *h* et *v'* est *v''*. De (1) on peut donc conclure quel est le travail imposé à *R<sub>m</sub>*, et qui dépend, comme on voit, de la hauteur adoptée au début, ici de 1<sup>m</sup>55.

Sans plus insister pour le moment, nous donnerons plus loin des applications qui montreront mieux la simplicité du procédé.

## ANALOGIES AVEC LA POUTRE ARMÉE ORDINAIRE

Nous rappelions tout à l'heure la manière dont on arme les poutres en bois au moyen de tirants et de bielles ou poinçons. C'est qu'en effet l'analogie entre la disposition employée pour ces sortes de pièces et la disposition des armatures adoptée aujourd'hui par la plupart des constructeurs est tout à fait frappante.

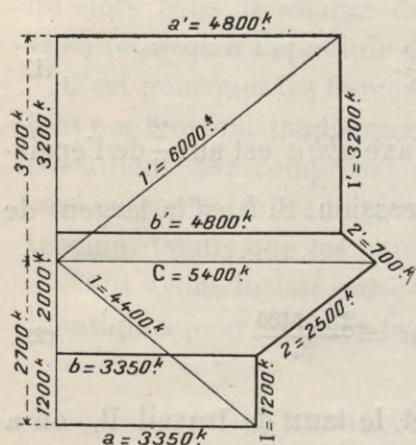
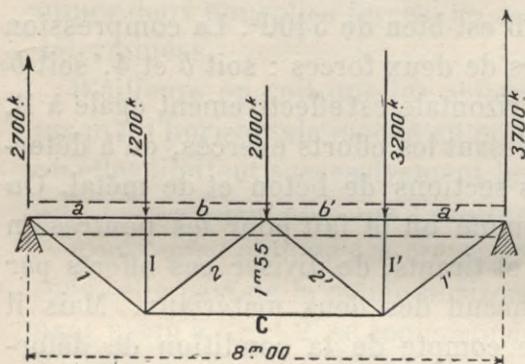


Fig. 3.

En effet représentons (fig. 3) une poutre armée de cette façon; les barres 1 et 1' des extrémités figureraient assez bien l'armature inférieure, relevée vers les appuis qu'on emploie couramment; les poinçons ou bielles I et I' seraient remplacés par du béton comprimé; le tendeur c serait l'armature de tension dans le béton armé; les obliques 1, 2, 1', 2' seraient des liens ou étriers.

L'analogie subsisterait encore sur la fig. 4 où la poutre serait soutenue par 3 poinçons, au lieu de 2.

Or il est à remarquer que, dans le calcul de ces sortes de pièces, de même que dans la détermination graphique, on tient compte des deux conditions d'équilibre que nous reprenons tout à l'heure; mais qu'on ne s'occupe nullement de la condi-

tion de déformation élastique qui régit les pièces pleines. Il en est de même encore pour les poutres à treillis ou à croisillons, où l'on détermine exactement les efforts qui se déduisent des conditions d'équilibre statique, et où l'on ne se préoccupe pas davantage de savoir si la section plane reste plane; de savoir à

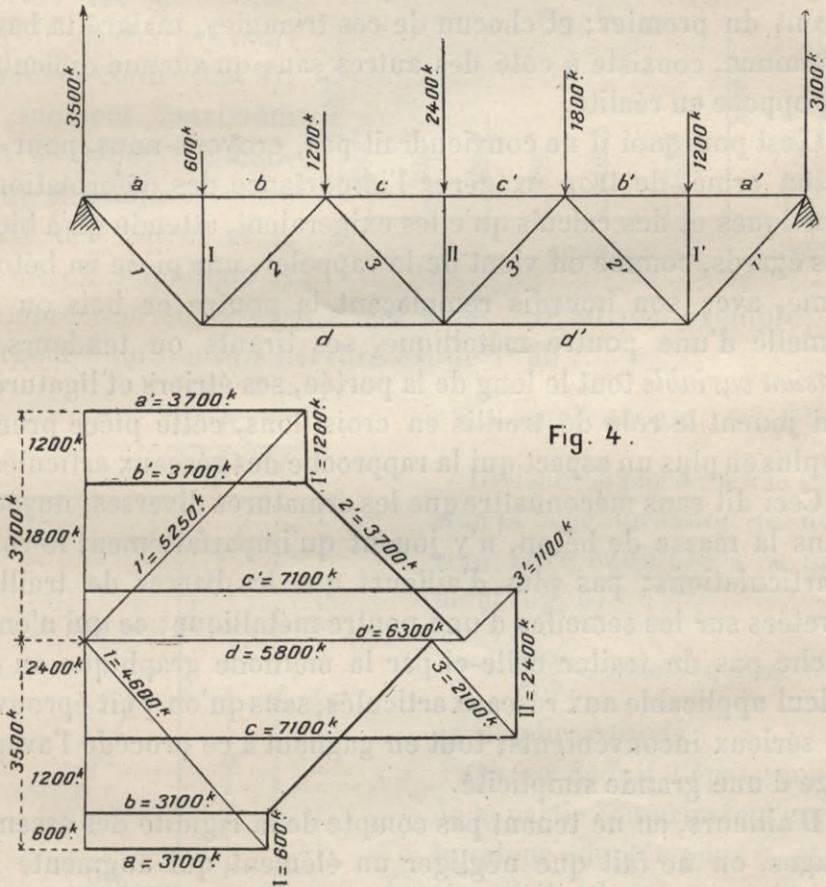


Fig. 4.

quelle hauteur se place l'axe neutre, ni de préciser les autres conditions qui pourraient régir la déformation élastique.

C'est qu'en effet il n'y a pas lieu. Du moment que l'on considère l'ensemble comme un réseau articulé, constitué par une série de triangles, les trois barres de chaque triangle s'allongent ou se raccourcissent selon l'effort qu'elles ont à supporter

et la section qui leur est donnée, en un mot suivant le travail qui leur est imposé; et ces trois déformations sont absolument indépendantes les unes des autres.

La raison en est fort simple : quels que soient les allongements ou raccourcissements partiels que les barres ont subis, elles continuent toujours à former un triangle, légèrement différent du premier; et chacun de ces triangles, malgré la base commune, coexiste à côté des autres sans qu'aucune difficulté s'y oppose en réalité.

C'est pourquoi il ne conviendrait pas, croyons-nous, pour le béton armé, de trop exagérer l'importance des déformations élastiques et des calculs qu'elles exigeraient, attendu qu'à bien des égards, comme on vient de le rappeler, une pièce en béton armé, avec son hourdis remplaçant la poutre en bois ou la semelle d'une poutre métallique, ses tirants ou tendeurs à *tension variable* tout le long de la portée, ses étriers et ligatures qui jouent le rôle de treillis en croisillons, cette pièce prend de plus en plus un aspect qui la rapproche des réseaux articulés.

Ceci dit sans méconnaître que les armatures diverses, noyées dans la masse de béton, n'y jouent qu'imparfaitement le rôle d'articulations; pas plus d'ailleurs que les barres de treillis rivetées sur les semelles d'une poutre métallique; ce qui n'empêche pas de traiter celle-ci par la méthode graphique ou le calcul applicable aux réseaux articulés, sans qu'on y ait éprouvé de sérieux inconvénients, tout en gagnant à ce procédé l'avantage d'une grande simplicité.

D'ailleurs, en ne tenant pas compte de la rigidité des assemblages, on ne fait que négliger un élément qui augmente la rigidité de la pièce et par là ne fait que mieux assurer sa résistance. On ne fait donc, en réalité, que se ménager une plus grande marge de sécurité.

Comme on le voit sur les fig. 3 et 4, le tracé graphique qui donne la répartition complète des efforts sur toutes les parties de la construction, se fait exactement de la même manière que pour la fig. 1.

EXEMPLES D'APPLICATION DE LA MÉTHODE SIMPLIFIÉE

1<sup>er</sup> Exemple

Une pièce, dont la portée est de 8<sup>m</sup>00, reçoit les charges indiquées ci-contre (fig. 5); le moment maximum est de 38000. La hauteur  $d$  comprise entre l'axe des barres et le point où s'applique la compression supérieure a été fixée à 0<sup>m</sup>80 par exemple; la largeur  $b$  du hourdis nervuré est de 1<sup>m</sup>50 :

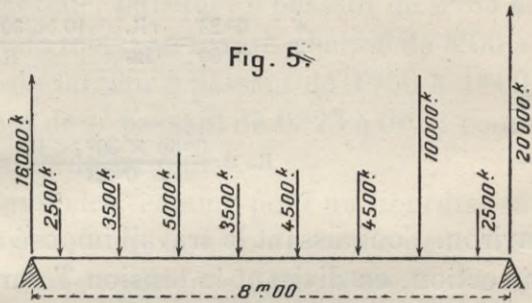


Fig. 5

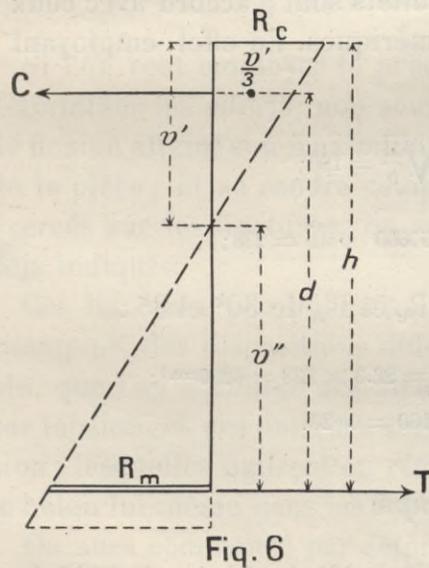


Fig. 6

$M = 38000; d = 0.75; b = 1.50.$

Divisant  $M$  par  $d$  on a la tension et la compression qui doivent faire équilibre à ce moment (fig. 6) :

$T = \frac{38000}{0.75} = 50000k; C = 50000k,$

en nombres ronds.]

On en déduit l'épaisseur  $v'$  de la partie comprimée d'après la valeur adoptée pour  $b$ , et le travail  $R_c$  adoptée pour le béton. Fixons celui-ci à 30<sup>k</sup> par exemple :

$R_c = 30^k \times 10^4.$

Comme la compression agit au tiers de  $v'$ , il faut poser

$\frac{bv'}{2} \times 30^k \times 10^4 = 50000k; v' = \frac{2 \times 50000k}{1.50 \times 30^k \times 10^4} = 0.23$

environ. Le tiers de  $v'$  est de  $0^m07$  à  $0^m08$ ; la hauteur totale  $h$  est ainsi de  $0^m75 + 0^m08$ , ou  $0^m82$  à  $0^m83$ . Celle de  $v''$  qui s'en déduit est de  $0^m83 - 0^m23$ , ou  $0^m60$ .

On pose donc, en gardant  $r$  égal à 10 :

$$\frac{v'}{v''} = \frac{0^m23}{0^m60} = \frac{rR_c}{R_m} = \frac{10 \times 30^k \times 10^i}{R_m};$$

ou

$$R_m = \frac{0^m60 \times 30^k \times 10^i}{0^m23} = 8^k0$$

environ. Connaissant le travail imposé au métal, on en conclut sa section, en divisant la tension  $T$  par ce travail

$$\omega = \frac{50000^k}{8^k} = 6250^{\text{mm}^2}.$$

Il est facile de voir que ces résultats sont d'accord avec ceux que fourniraient les tableaux numériques. En effet, employant ceux-ci, on prendrait :

$$\frac{M}{b} = \frac{38000}{1^m50} = 25333; \quad \sqrt{\frac{M}{b}} = 160;$$

$$Mb = 38000 \times 1^m50 = 57000 \quad \sqrt{Mb} = 238;$$

d'où l'on aurait conclu, avec des  $R_c$  et  $R_m$  de  $30^k$  et  $8^k$  :

$$h = 0.0052 \times 160 = 0^m83; \quad \omega = 26.3 \times 238 = 6280^{\text{mm}^2};$$

$$v' = 0.001414 \times 160 = 0^m23.$$

### 2<sup>e</sup> Exemple

Supposons maintenant qu'on ait préféré réduire à  $1^m00$  la largeur  $b$  du hourdis, le même calcul aurait donné

$$v' = \frac{2 \times 50000^k}{1^m00 \times 30^k \times 10^i} = 0^m33; \quad h = 0^m75 + 0^m11 = 0^m86;$$

$$v'' = 0^m86 - 0^m33 = 0^m53.$$

Et l'on en aurait déduit

$$\frac{v'}{v} = \frac{0^m33}{0^m53} = \frac{10 \times 30^k \times 10^i}{R_m}; \quad R_m = 4^k77.$$

On voit ainsi l'influence considérable que peut exercer un léger accroissement de hauteur, puisque,  $h$  passant de 0<sup>m</sup>83 à 0<sup>m</sup>86 seulement; le travail du métal se trouve abaissé de 8<sup>k</sup>00 à 4<sup>k</sup>77, malgré la réduction de largeur  $b$  passant de 1<sup>m</sup>50 à 1<sup>m</sup>00 seulement. L'accroissement de  $v'$  passant de 0<sup>m</sup>23 à 0<sup>m</sup>33 compense d'ailleurs la diminution de largeur  $b$ .

Pour une section rectangulaire, comme pour un hourdis, la marche à suivre serait exactement la même, du moment que l'on ne tient pas compte d'une résistance de tension  $R_e$ , ainsi que le recommandent les Instructions officielles.

### DÉTERMINATION GRAPHIQUE DES EFFORTS TRANSVERSAUX

Si l'on veut employer le procédé graphique, de manière à déterminer les efforts, non seulement au point où le moment de flexion atteint son maximum, mais dans les diverses régions de la pièce; et se rendre compte en même temps des efforts exercés sur les ligatures, on suivra la marche que nous avons déjà indiquée.

Ces ligatures peuvent prendre, comme on en a vu divers exemples, des dispositions différentes. Supposons, par exemple, que l'on établisse des étriers verticaux, qui travailleront par tension, et des obliques destinées à travailler par compression; lesquelles figurent en réalité la compression fournie par le béton lui-même dans les intervalles entre armatures (fig. 7).

On aura commencé par déterminer les réactions d'appui, au moyen d'un polygone tracé à la manière ordinaire, puis en menant une parallèle en O, qui détermine des réactions de 20000<sup>k</sup> et 16000<sup>k</sup>.

La différence maxima des ordonnées est de 1<sup>m</sup>52 environ; le moment maximum est de 25000<sup>k</sup>  $\times$  1<sup>m</sup>52, ou 38000.

On trace alors (fig. 8) les tensions et compressions en chaque point d'assemblage, de la manière indiquée précédemment, en

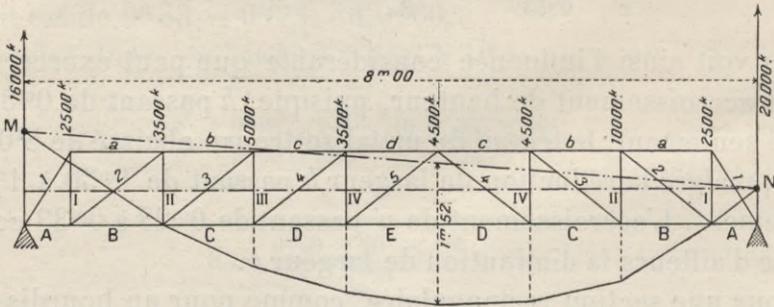


Fig. 7.

partant de l'appui de gauche. Nous arrêtons sur 4 et 5 cette première épure, afin de ne pas compliquer le tracé.

La fig. 9, obtenue par le même procédé en partant de l'appui de droite, s'arrête sur 4 et 5 également, qui doivent reprendre la même valeur; c'est ce qui doit se produire puisque le poids de  $4500^k$ , commun aux deux tracés, dans leur partie supérieure, est divisé par les réactions en  $3000^k$  et  $1500^k$  sur la gauche; en  $1500^k$  et  $3000^k$  sur la droite.

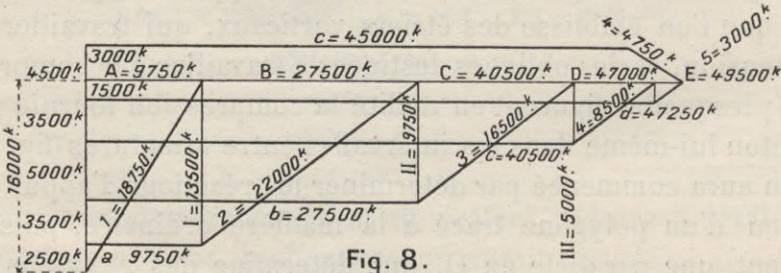
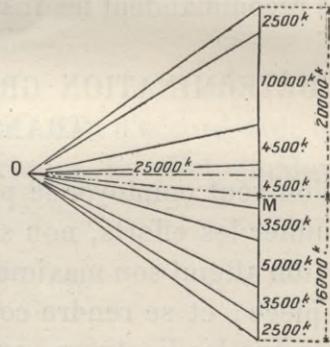


Fig. 8.

La tension maxima, D ou E, est de  $49500^k$ , telle que la fournit le tracé graphique; elle devrait être exactement de  $50000^k$  environ, comme dans les calculs précédents.

Les barres verticales I, II et III, travaillent toutes par tension ; on voit que vers l'appui de gauche, cette tension I est de  $13500^k$  ; ce qui exigerait, pour les étriers, une section de  $\frac{13500^k}{8^k}$ , à répartir sur le premier intervalle de  $1^m00$ .

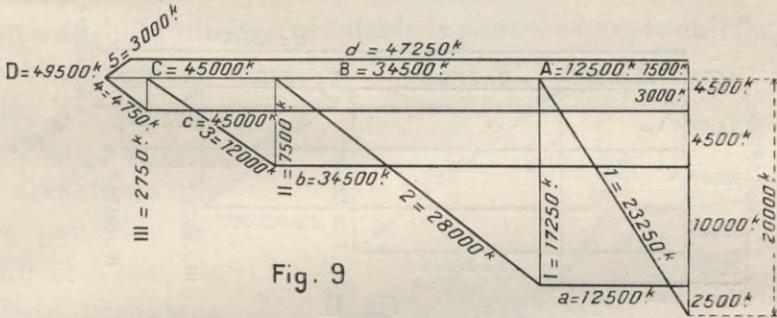


Fig. 9

La tension II est de  $9750^k$  à répartir également sur  $1^m00$ .

Sur la droite, les tensions des premiers étriers sont un peu plus fortes ; ce qui devait être puisque la réaction d'appui y est de  $20000^k$  au lieu de  $16000^k$ . Les suivantes sont moindres au contraire, ce qui résulte de l'intervention d'un très fort poids de  $1000^k$  qui n'a pas d'équivalent sur la gauche.

AUTRE DISPOSITION DES LIGATURES

On peut tout aussi bien, comme le font certains constructeurs, placer obliquement les étriers qui travaillent par tension,

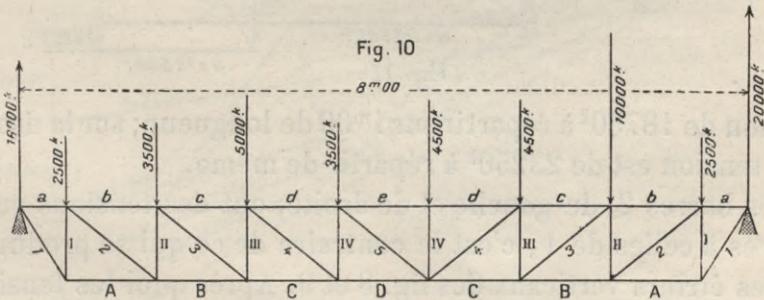


Fig. 10

et laisser verticales les compressions du béton intermédiaire (fig. 10).

Le tracé s'opère de la même façon. Sur la partie de gauche

(fig. 11), il s'arrête sur la commune verticale IV et sur  $d$ ; tandis que, sur le tracé de droite (fig. 12), il s'arrête sur IV et  $e$  qui doit avoir la même valeur que  $d$ .

La compression maxima,  $d$  ou  $e$ , est de  $49500^k$  comme dans le premier cas. La tension maxima est représentée à gauche,

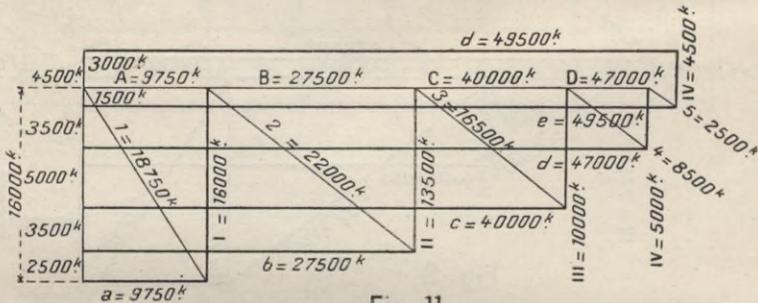


Fig. 11.

par D et la projection de 5, ou par C et la projection de 4, sur la droite. Ces tensions sont égales entre elles, et égales à la compression de  $49500^k$ .

Les barres obliques 1, vers l'appui de gauche, subissent une

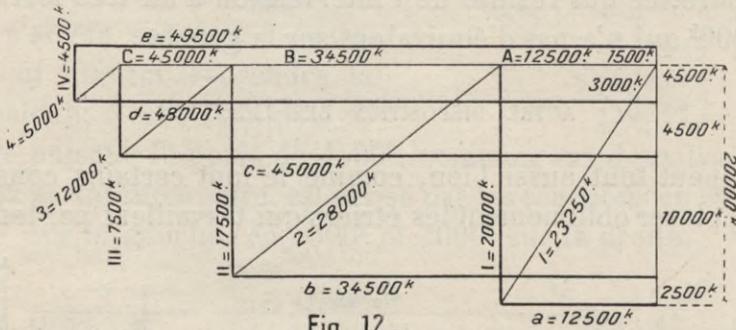


Fig. 12.

tension de  $18750^k$  à répartir sur  $1^m00$  de longueur; sur la droite, leur tension est de  $23250^k$  à répartir de même.

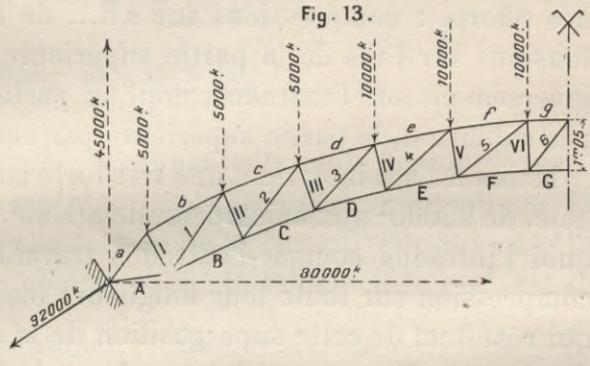
Les barres 2, de gauche et de droite, ont des tensions supérieures à celles de 1; c'est le contraire de ce qui se produisait sur les étriers verticaux des fig. 8 et 9. Après quoi les tensions obliques diminuent de plus en plus.

On voit donc que le mode de répartition n'est pas tout à fait le même avec les deux dispositions.

VOUTES ET ARCS; RÉSEAUX ARTICULÉS

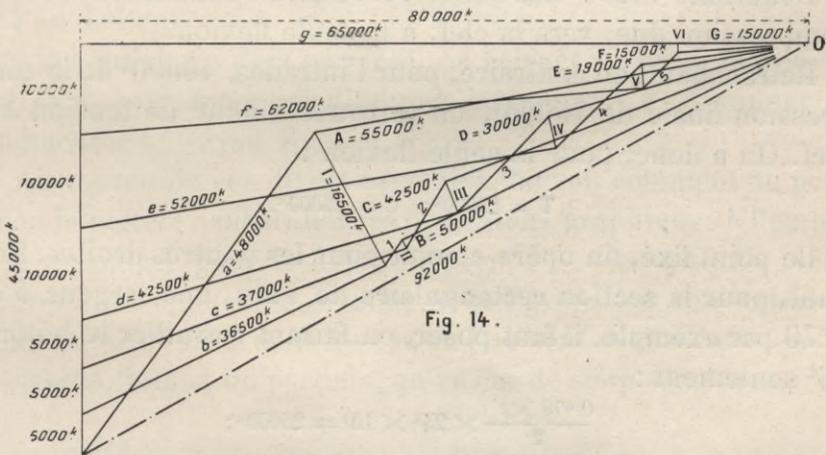
Pour compléter ces applications du procédé graphique, nous l'emploierons également pour une voûte ou un arc (fig. 13) que nous supposons chargés de poids inégaux.

On a dû déterminer au préalable la poussée qui produit flexion et contreflexion capables de s'équilibrer l'une par l'autre. Admettons que cette poussée, déterminée par le procédé graphique que nous avons indiqué pour une solution tout à fait



exacte, soit, — en se contentant de prendre une moyenne, sauf à la majorer un peu, — par exemple, de 80,000k sous la charge indiquée.

Admettons que l'on établisse des étriers rayonnants destinés à travailler par tension (fig. 13).



Le tracé (fig. 14) s'effectue comme précédemment, mais avec cette différence que les barres d'extrados et d'intrados n'ont

plus une seule direction rectiligne; on trace d'avance les parallèles partant des poids pour les  $a, b, c...$ ; partant de  $O$  pour les  $A, B, C...$  La première oblique part du pied de la verticale pour atteindre  $A$ . L'oblique  $I$  part de  $A$  pour rejoindre  $b$ . Ensuite, la compression  $1$  relie  $b$  à  $B$ ; la tension suivante  $II$  relie  $B$  à  $c$ ; la compression  $2$  relie  $c$  à  $C$ , et ainsi de suite.

Il y a bien flexion et contreflexion, ce qui doit changer le sens des efforts : compressions sur  $AB...$  de la partie inférieure; tensions sur  $EFG$  de la partie supérieure, pour l'intrados; et inversement sur l'extrados, dont la partie inférieure travaille par extension, la partie supérieure par compression.

Mais sur l'arc intervient une très forte compression longitudinale, de  $92000^k$  aux naissances, de  $80000^k$  à la clef; c'est pourquoi l'intrados comme l'extrados travaillent, en réalité, à la compression sur toute leur longueur; mais avec des variations qui résultent de cette superposition de la compression longitudinale aux efforts engendrés par la seule flexion.

Sur  $g$  d'extrados la compression est finalement de  $65000^k$ ; tandis que sur  $G$  de l'intrados elle n'est que de  $15000^k$ .

En effet, la compression longitudinale qui, à la clef, est de  $80000^k$ , se divise en  $40000^k$  sur l'extrados et autant sur l'intrados.

Déduisant  $40000^k$  des  $65000^k$ , il reste à l'extrados  $25000^k$  de compression due, vers la clef, à la seule flexion.

Retranchant, au contraire, pour l'intrados,  $40000^k$  de la compression finale de  $15000^k$ , on retrouve  $25000^k$  de tension à la clef. On a donc, pour la seule flexion :

$$T = 25000^k; \quad C = 25000^k.$$

Ce point fixé, on opère comme pour les poutres droites. Prenant, pour la section rectangulaire de l'arc, une largeur  $b$  de  $0^m70$  par exemple, il faut poser, en faisant travailler le béton à  $25^k$  seulement :

$$\frac{0^m70 \times v'}{2} \times 25^k \times 10^1 = 25000^k;$$

d'où

$$v' = \frac{50000^k}{0.70 \times 25^k \times 10^1} = 0^m28 \text{ à } 0^m29.$$

La hauteur  $h$  serait ainsi de  $1^m05 + \frac{0.28}{3}$ , soit  $1^m15$  environ ;  
 et  $v''$  serait la différence :  $1^m15 - 0^m28$ , ou  $0^m87$ .

La hauteur totale, pour habiller la double armature, serait à peu près de  $0^m80$ .

Pour constater quel est le travail que subira le métal, comme conséquence de la hauteur  $1^m05$  prise pour l'intervalle entre les barres et la compression du béton, on posera, avec  $r$  égal à 10 :

$$\frac{v'}{v''} = \frac{0^m28}{0^m87} = \frac{10 \times 25^k \times 10^i}{R_m}; \quad R_m = 7^k8$$

environ. Tout ceci comme résultant de la seule flexion.

Il reste à tenir compte de la compression longitudinale. Le travail engendré sur une section de  $0^m70 \times 0^m80$ , qui est celle de l'arc, et sous une compression de  $80000^k$  à la clef, est de  $\frac{80000^k}{0.5600}$ , ou  $14^k$  par centimètre carré.

Le travail du béton est ainsi de  $25^k + 14^k$ , ou  $39^k$  par centimètre carré.

Sur le métal, d'après la règle déjà constatée lorsqu'on admet le rapport  $r$  égal à 10, la diminution de travail due à la compression longitudinale est de  $1^k4$ ; ce qui ramène ce travail à  $6^k4$  seulement.

Ainsi qu'on l'a déjà constaté, en faisant varier la largeur  $b$ , on peut augmenter ou diminuer la hauteur  $h$ , diminuer ou augmenter le travail  $R_m$ .

Au moyen de ces divers exemples, on voit comment on peut, si on le préfère, substituer les opérations graphiques à l'emploi des formules, pour la détermination des sections. Le même procédé est applicable, comme nous l'avons fait voir antérieurement, aussi bien dans les cas où l'on veut réaliser des encastresments, totaux ou partiels, qu'au cas de simples appuis.



**DOCUMENTS OFFICIELS**



MINISTÈRE  
DES  
TRAVAUX PUBLICS,  
DES POSTES  
ET  
DES TÉLÉGRAPHES

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

DIRECTION  
DU PERSONNEL  
ET  
DE LA COMPTABILITÉ  
SERVICE INTÉRIEUR

Paris, le 20 octobre 1906.

Instructions relatives  
à l'emploi  
du béton armé

LE MINISTRE

CIRCULAIRE

à Monsieur  
à

, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées,

*En présence du développement que prennent les applications du béton armé aux travaux publics, il est nécessaire de faire connaître aux ingénieurs les conditions générales, moyennant lesquelles les constructions faites avec cette matière nouvelle présentent les mêmes caractères de stabilité et offrent au public les mêmes garanties de sécurité que celles qui sont édifiées avec les matériaux anciennement éprouvés.*

*La question a fait l'objet de longues études et de recherches expérimentales, qui se sont poursuivies durant trois années. pour aboutir au dépôt d'un rapport dont le Conseil général des Ponts et Chaussées a été saisi et qu'il a renvoyé à une Commission spéciale composée d'inspecteurs généraux.*

*Sur le rapport de cette Commission, en date du 20 juillet 1906, dont une copie est annexée à la présente circulaire, et après une discussion approfondie, le Conseil général des Ponts et Chaussées a adopté un projet d'instructions applicables à l'emploi du béton armé dans les ouvrages dépendant du Ministère des Travaux publics.*

*Conformément aux décisions du Conseil, j'ai approuvé ces instructions dont vous trouverez plus loin le texte.*

*Elles sont conformes à l'état actuel de nos connaissances en la matière, mais seront sans doute à reprendre, lorsque l'expérience des chantiers et des laboratoires, et une plus longue carrière du béton armé, auront fourni, en ce qui le concerne, des données plus certaines que celles que l'on possède aujourd'hui.*

*Les explications qui suivent ont pour objet de préciser, en tant que de besoin, le sens et la portée de ces instructions.*

I. — DONNÉES A ADMETTRE  
DANS LA PRÉPARATION DES PROJETS

## A. SURCHARGES

ARTICLES 1, 2, 3. — De ces trois articles, les deux premiers se justifient d'eux-mêmes.

Le troisième, qui prescrit que les ouvrages qu'il vise seront calculés en vue des plus grandes surcharges qu'ils auront à supporter en service, semble inutile, puisque tout ouvrage doit être établi et, par conséquent, calculé en vue de sa destination. C'est bien ce qui a lieu pour les ouvrages métalliques ou autres qui ont précédé le ciment armé. On les calcule en vue des charges effectives les plus grandes auxquelles on prévoit qu'ils pourront être soumis, avec un coefficient de sécurité convenable, c'est-à-dire de façon telle que, sous l'effet de ces charges, les forces élastiques n'atteignent qu'une fraction déterminée de celles qui seraient capables de produire la rupture.

Pour les constructions en béton armé, certains spécialistes préconisent une autre marche. Elle consisterait, non pas à chercher les forces élastiques déterminées par les surcharges effectives, mais à chercher dans quelle proportion il faudrait amplifier fictivement ces surcharges pour provoquer la rupture, et c'est le coefficient d'amplification qui serait, en ce cas, le coefficient de sécurité.

Cette procédure, qui peut avoir son intérêt, semble pourtant ne pas devoir offrir de suffisantes garanties parce que jamais un ouvrage ne périt par amplification proportionnelle des charges qu'il a à supporter. La chute d'un ouvrage arrive soit par une cause accidentelle, soit par quelque mal interne dont le développement finit par être fatal.

Dans ces conditions, il semble convenable de calculer les ouvrages en béton armé comme les autres pour les charges effectives les plus défavorables qu'ils pourront avoir à supporter et avec des coefficients de sécurité suffisants pour que ces charges ne puissent, à aucun degré, les mettre en danger.

Ces calculs sont obligatoires. Mais si les ingénieurs trouvent utile d'y joindre des calculs établis dans l'hypothèse de majorations des charges réelles afin de se rendre compte des charges virtuelles qui provoqueraient la rupture, ils sont libres de le faire et d'exposer les conséquences qu'ils croiront pouvoir en tirer.

## B. LIMITES DE TRAVAIL ET DE FATIGUE

ARTICLE 4. — La limite de fatigue à la compression fixée aux  $\frac{28}{100}$  de la résistance à l'écrasement du béton non armé, après 90 jours de prise, est notablement plus élevée que celle généralement admise par les règlements étrangers. Les chiffres résultant de ces derniers règlements conduiraient plutôt à admettre, comme limite de fatigue à la compression d'un béton armé, le quart de la résistance à l'écrasement du béton similaire non armé après 28 jours de prise.

Or, si on compare les deux règles pour les trois sortes de bétons armés, expérimentés par la Commission du ciment armé, on arrive aux résultats ci-après :

La Commission a expérimenté des bétons formés de 400 litres de sable, 800 litres de gravier, avec ciment Portland, aux dosages variant de 250 à 600 kilogrammes.

Elle a reconnu qu'on peut compter sur les résistances suivantes en kilogrammes, par centimètre carré, respectivement pour les dosages de 300, 350 et 400 kilogrammes.

Au bout de 28 jours :

(a)	107 <sup>k</sup>	120 <sup>k</sup>	133 <sup>k</sup>
-----	------------------	------------------	------------------

Au bout de 90 jours :

(b)	160 <sup>k</sup>	180 <sup>k</sup>	200 <sup>k</sup>
-----	------------------	------------------	------------------

Si donc on admettait comme limite de fatigue  $1 \frac{1}{4}$  des résistances (a), on trouverait respectivement :

27 <sup>k</sup>	30 <sup>k</sup>	33 <sup>k</sup>
-----------------	-----------------	-----------------

Si, au contraire, suivant l'article 4 de l'Instruction, on adopte les  $\frac{28}{100}$  des résistances (b), on trouve :

44 <sup>k8</sup>	50 <sup>k4</sup>	56 <sup>k</sup>
------------------	------------------	-----------------

chiffres notablement supérieurs aux précédents. On voit donc qu'à ce point de vue l'article 4 est beaucoup plus hardi que les règlements étrangers. Mais ces règlements sont plus ou moins anciens et il est vraisemblable que, s'ils viennent à être refaits, en tenant compte des

constructions existantes et des qualités qu'y montre le béton armé, on en modifiera les prescriptions dans le sens où elles se trouvent modifiées par l'article 4 lui-même.

L'industrie privée qui, en France plus qu'ailleurs, se règle sur les préceptes administratifs, même pour les constructions privées, a à gagner à la hardiesse des prescriptions de l'article 4, qu'elle appliquera d'ailleurs sous sa responsabilité.

Les ingénieurs de l'Etat ne sont pas tenus d'aller jusqu'à l'extrême limite de ce que permet le règlement. Ils peuvent se tenir au-dessous. Ils doivent d'ailleurs se rappeler que la sécurité d'un ouvrage en béton armé n'est assurée, quelles que soient les limites de fatigue adoptées dans les calculs, que par la perfection des matériaux employés, leur dosage mathématique et le soin apporté dans leur emploi. Leur surveillance doit donc être plus stricte encore pour les ouvrages en béton armé que pour ceux qu'ils construisent habituellement.

ARTICLE 5. — Il convient d'encourager l'emploi judicieux du métal, non seulement comme armature longitudinale, mais aussi dans le sens transversal ou oblique, de façon à empêcher le gonflement du béton sous l'influence des compressions longitudinales auxquelles il peut être soumis. Sa résistance à l'écrasement augmente ainsi dans des proportions considérables et qui atteignent, lorsque l'armature transversale va jusqu'à un frettage suffisamment serré, des proportions qu'on n'eût pas pu prévoir avant que l'expérience les ait fait connaître. Il est donc naturel d'augmenter aussi la limite de fatigue à admettre suivant le volume et la disposition des armatures transversales ou obliques. Il serait difficile de donner à cet égard une indication absolue. Quelques expériences de laboratoire ou de chantier faites comparativement sur des bétons sans armature transversale et les mêmes avec de telles armatures, en indiquant l'augmentation de résistance à l'écrasement obtenue par ces dernières, permettront de déterminer l'augmentation correspondante qu'on pourrait, sans danger, adopter pour la limite de fatigue. Toutefois, les expériences faites par la Commission du ciment permettent, faute de mieux, d'admettre que les armatures transversales et les frettages multiplient la résistance à l'écrasement d'un prisme de béton par un coefficient :

$$1 + m' \frac{V'}{V}$$

$V'$  étant le volume des armatures transversales ou obliques et  $V$  le volume du béton pour une même longueur du prisme;  $m'$  est un

coefficient variable avec le degré d'efficacité des liaisons établies entre les barres longitudinales. Lorsque ces liaisons consistent en ligatures transversales, formant des rectangles en projection sur une section transversale du prisme, le coefficient  $m'$  peut varier de 8 à 15, le minimum se rapportant au cas où l'espacement des armatures transversales atteint la plus faible dimension transversale de la pièce considérée, et le maximum, lorsque le dit espacement descend au tiers au plus de cette dimension.

Lorsque les armatures transversales consistent en un frettage formé par des spires plus ou moins serrées, le coefficient  $m'$  peut varier de 15 à 32. Le minimum serait à appliquer lorsque l'écartement des frettes atteindrait les  $\frac{2}{5}$  de la plus petite dimension transversale de la pièce considérée, et le maximum lorsque cet écartement atteindrait :

$\frac{1}{5}$  de la dite dimension pour une compression longitudinale de 50<sup>k</sup> par centimètre carré ;

$\frac{1}{8}$  de ladite dimension pour une compression de 100<sup>k</sup> par centimètre carré.

Les indications qui précèdent sont soumises à la réserve essentielle, formulée à l'article 5, qu'en aucun cas, quel que soit le pourcentage du métal et quelle que soit la valeur du coefficient  $1 + m' \frac{V'}{V}$ , la limite de fatigue à admettre ne pourra dépasser les 0.60 de la résistance du béton non armé telle qu'elle est définie à l'article 4. Cette disposition a pour effet de se tenir, dans tous les cas, à une limite de fatigue qui ne dépasse pas la moitié de la pression qui commence à provoquer la fissuration superficielle du béton armé et qui, d'après les expériences de la Commission du ciment armé, dépasse, suivant les cas de 25 à 60 %, celle qui produit l'écrasement du béton armé.

## II. — CALCULS DE RÉSISTANCE

ARTICLE 9. — Se justifie de lui-même.

ARTICLE 10. — Cet article a pour objet d'écarter les procédés de calcul purement empiriques. Les principes de la Résistance des matériaux fournissent ici, comme pour les constructions ordinaires, des solutions plus sûres. L'expérience, dans les limites où elle s'est révélée jus-

qu'ici, conduit à admettre que le principe de Navier relatif à la déformation plane des sections transversales peut encore être appliqué ici.

Combiné avec le principe de la proportionnalité des efforts aux déformations, il suffit dans le cas des pièces soumises à des compressions. Il suffit de remplacer chaque section hétérogène par une section fictive ayant même masse que la section hétérogène réelle, en attribuant aux parties de la section formées par le béton une densité 1 et aux parties formées par les armatures longitudinales une certaine densité  $m$  (1).

Théoriquement, cette densité  $m$  serait le rapport :

$$(1) \quad m = \frac{E_a}{E_b}$$

du module d'élasticité  $E_a$  du métal de l'armature au module d'élasticité  $E_b$  du béton. Ce rapport, dans les limites de charges admises par l'article 4, est d'environ 10. Il s'accroît avec les charges du béton et peut doubler ou tripler au moment de la rupture si elle a lieu par écrasement du béton; il diminuera, au contraire, si la rupture a lieu par excès de charge de l'armature.

Ce fait suffirait à montrer combien incertains seraient les calculs de résistance basés sur la majoration fictive, jusqu'à rupture, des charges réelles, dont il a été parlé plus haut (art. 3).

En tout cas, les expériences sur le module  $E_b$  portent sur du béton non armé. Dans quelle mesure le rapport  $m$ , qu'on en déduit, reste-t-il applicable au béton armé? Cela peut dépendre du degré de facilité que l'on a pour le damer dans toutes ses parties, pour l'enrober autour du métal, etc.

Il est donc préférable de regarder le coefficient  $m$  comme résultant de l'expérience et pouvant, dans une pièce à armatures complexes (longitudinales et transversales), ne pas représenter exactement le rapport des modules d'élasticité du métal et du béton expérimentés séparément.

On pourra admettre que ce coefficient *peut varier de 8 à 15*. Le minimum s'appliquera lorsque les barres longitudinales auront un diamètre égal au dixième  $\left(\frac{1}{10}\right)$  de la plus petite dimension de la pièce,

---

(1) Les armatures transversales n'ont pas à intervenir ici. Leur rôle essentiel se trouve déjà pris en considération par la majoration (article 5) qu'elles permettent d'attribuer à la limite de fatigue du béton. C'est en effet dans l'augmentation de la résistance à l'écrasement, due à ce qu'elles s'opposent au gonflement transversal, que réside leur principale efficacité.

des ligatures ou entretoises transversales espacées de cette dernière dimension et des abouts peu éloignés des surfaces libres du béton. Le maximum s'appliquera lorsque le diamètre des barres longitudinales ne sera que le vingtième  $\left(\frac{1}{20}\right)$  de la plus petite dimension de la pièce, et l'espacement des ligatures ou armatures transversales, le tiers de cette même dimension.

La plupart des auteurs admettent pour  $m$  une valeur fixe et qui souvent est prise égale à 15. On attribue sans doute ainsi, dans beaucoup de cas, au métal, une part de résistance supérieure et au béton une part inférieure à celles qui se produisent réellement. Il s'ensuit qu'on peut avoir des déboires en ce que la compression du béton est, en fait, supérieure à celle qu'on a admise et que le coefficient de sécurité, en ce qui le concerne, est inférieur à celui qu'on voulait admettre.

En faisant varier  $m$  entre un maximum de 15 et un minimum de 8, suivant les dispositions des armatures, tant longitudinales que transversales, on serre de plus près la réalité et on compense ainsi en partie le coefficient de fatigue un peu élevé autorisé par l'article 4.

Une fois le coefficient  $m$  choisi, les formules à appliquer peuvent aisément se mettre sous la forme classique qui convient à un solide homogène.

a. *Compression simple.* — On considère la section homogène fictive  $\Omega$  donnée par la relation

$$(2) \quad \Omega = \Omega_b + m\Omega_a,$$

$\Omega_b$  étant l'aire de la section en béton, et  $\Omega_a$  l'aire totale des sections faites dans les armatures métalliques longitudinales. Comme cette dernière est faible par rapport à la première, on confond souvent  $\Omega_b$  avec la section totale  $\Omega_b + \Omega_a$  de la pièce.

Si  $N$  est la compression totale qui agit normalement à la section, on aura pour la pression, par unité de surface,  $R_b$  que supporte le béton et celle  $R_a$  que supportent les armatures :

$$(3) \quad R_b = \frac{N}{\Omega}, \quad R_a = m \frac{N}{\Omega}.$$

Si  $R_b$  est donné, on en conclut  $\Omega$  et, par suite à l'aide de (2) d'après la forme réelle de la pièce, la section totale  $\Omega_a$  des armatures ou le pourcentage :

$$\frac{\Omega_a}{\Omega_b}$$

b. *Compression avec flexion.* — Si la compression totale  $N$  n'est pas uniformément répartie, il convient de faire intervenir, outre l'aire  $\Omega$  de la section fictive, son centre de gravité et son moment d'inertie relatif à l'axe transversal à la flexion passant par son centre de gravité, par les formules suivantes :

$$(4) \quad \Omega Y = \Omega_b Y_b + m \Omega_a Y_a;$$

$$(5) \quad I = I_b + m I_a.$$

La figure 1 représente un schéma de la section considérée supposée symétrique par rapport à un axe  $YY$ . Le centre de gravité cherché de la section fictive  $\Omega$  est  $G$ ; celui des armatures métalliques connu

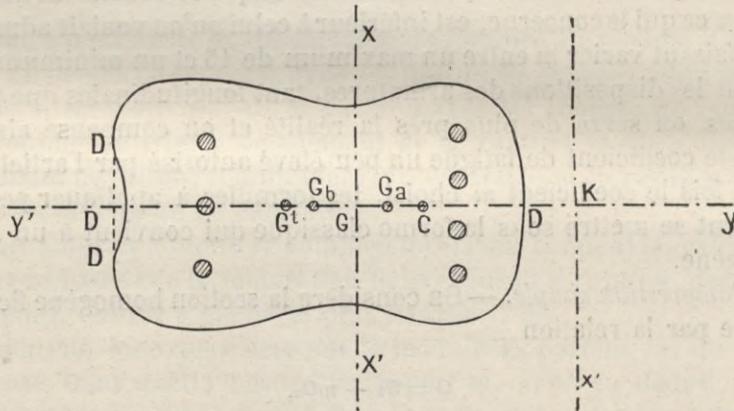


Fig. 1

est  $G_a$ , celui du béton également connu est  $G_b$ . On déduit les positions de ces points par leurs ordonnées respectives :

$$Y = GK, \quad Y_b = G_b K, \quad Y_a = G_a K,$$

comptées à partir d'un axe  $x'x$  choisi à volonté, ces ordonnées étant, s'il y a lieu, comptées positivement d'un côté convenu de  $x'x$  et négativement du côté opposé.

La formule (2) donne  $e$ ; puis la formule (4) donne l'ordonnée  $Y$  du centre de gravité  $G$  de  $\Omega$ . Enfin, l'axe  $XGX'$  étant ainsi connu, on connaît les moments d'inertie  $I_b$  et  $I_a$  des sections géométriques du béton et des armatures longitudinales par rapport à cet axe et, par suite, la formule (5) donne le moment d'inertie  $I$  de la section fictive  $\Omega$  par rapport à ce même axe.

Nous avons dit plus haut qu'on confond souvent la section  $\Omega_b$  du béton avec la section totale  $\Omega_t = \Omega_b + \Omega_a$  de la pièce. Si on ne veut pas le faire, les formules (2), (4), (5) peuvent s'écrire d'une façon plus commode dans la pratique en y introduisant, au lieu de la section  $\Omega_b$  du béton, la section totale

$$\Omega_t = \Omega_b + \Omega_a$$

et, par suite, au lieu du centre de gravité  $G_b$  du béton, celui de  $G_t$  de cette section totale; et, enfin, au lieu du moment d'inertie  $I_b$  de la section du béton relativement à l'axe  $X'X$ , le moment d'inertie  $I_t$  de la section totale, relativement à un axe parallèle à  $X'X$  passant par le centre de gravité  $G_t$ .

$$(2') \quad \Omega = \Omega_t + (m - 1)\Omega_a;$$

$$(4') \quad \Omega Y = \Omega_t Y_t + (m - 1)\Omega_a Y_a;$$

$$(5') \quad I = I_t + \Omega_t(Y - Y_t)^2 + (m - 1)I_a.$$

A présent, si  $N$  est la pression totale et  $M$  le moment de flexion, c'est-à-dire la somme des moments des forces extérieures agissant sur la section considérée relativement au centre de gravité  $G$ , de la section fictive, on aura pour la pression par unité de surface  $n_b$  agissant sur le béton à une distance quelconque  $v$  de l'axe  $X'X$ :

$$(5^a) \quad n_b = \frac{N}{\Omega} + \frac{M}{I} v;$$

et si au point considéré se trouvait une armature, la pression qu'elle supporterait serait :

$$(6) \quad n_a = mn_b.$$

Dans ces formules, la distance  $v$  est comptée positivement du côté où le moment de flexion produit une compression et négativement du côté opposé. Si le moment de flexion autour de l'axe  $X'X$  est compté positivement de gauche à droite pour l'observateur placé suivant  $X'X$ , la tête en  $X'$ , les pieds en  $X$ , alors les distances  $v$  doivent être comptées positivement pour les points de la section situés à droite de  $X'X$  et négativement pour ceux de gauche.

Si on appelle  $v_b$  la distance à  $X'X$  de la fibre extrême de droite et par  $v_{1b}$  la *valeur absolue* de la même distance pour la fibre extrême de gauche, la plus grande compression du béton  $R$  par unité de surface sera :

$$(7) \quad R_b = \frac{N}{\Omega} + \frac{M}{I} v_b.$$

Sa compression la plus faible  $R_{1b}$  sera :

$$(7.) \quad R_{1b} = \frac{N}{\Omega} - \frac{M}{I} v_{1b}.$$

En remplaçant l'indice  $b$  par  $a$  pour les armatures, les valeurs extrêmes de la compression pour les armatures seront :

$$(8.) \quad R_a = m \left[ \frac{N}{\Omega} + \frac{M}{I} v_a \right];$$

$$(8_1.) \quad R_{1a} = m \left[ \frac{N}{\Omega} + \frac{M}{I} v_{1a} \right].$$

Ces formules supposent essentiellement qu'il y a compression partout; c'est-à-dire que la valeur  $R_{1b}$  et, par suite, celle  $R_{1a}$ , sont positives. Si  $R_{1b}$  était négatif, on n'aurait plus le droit de les appliquer parce que les lois de la traction du béton diffèrent essentiellement de celles qui régissent sa compression. Il faudrait alors procéder comme il sera indiqué plus loin.

Si on connaît la pression totale  $N$ , non seulement en grandeur mais en position, c'est-à-dire si on connaît la position de son point d'application (centre de pression) définie par sa coordonnée  $v_o$  par rapport à l'axe  $X'X$ , on en déduira, par définition :

$$(9.) \quad M = N v_o,$$

et si on posait

$$(10.) \quad I = \Omega r^2,$$

$r$  étant ainsi le rayon de giration de la section fictive  $\Omega$  relativement à l'axe  $X'X$ , on aurait

$$(11.) \quad n_b = \frac{N}{\Omega} \left( 1 + \frac{v_o v}{r^2} \right).$$

L'axe neutre serait obtenu en annulant la valeur de  $n_b$ , c'est-à-dire par la formule

$$(12.) \quad 1 + \frac{v_o v'}{r^2} = 0,$$

en appelant  $v'$  la valeur de  $v$  qui définit la position de cet axe.

La formule (7,) devient avec ces nouvelles notations :

$$(13) \quad R_{1b} = \frac{N}{\Omega} \left( 1 - \frac{r_0 v_{1b}}{r^2} \right).$$

La comparaison des deux dernières formules indique, comme cela doit être, qu'il n'y a compression partout que si l'axe neutre tombe hors de la section soit :

$$-v' > v_{1b}.$$

Ce qui précède suppose que l'on connaît pour chaque section les valeurs de N et de M. Ce sera le cas pour une colonne portant une charge centrée (c'est-à-dire appliquée au centre de gravité G de la section fictive (d'où  $M=0$ ), ou excentrée ( $M=Nv_0$ ). Ce sera encore le cas d'un barrage où la courbe des pressions donne précisément N et  $v_0$  pour chaque section.

Lorsque la statique ne fournit pas directement ces valeurs, comme dans un arc de pont, on procédera comme il va être indiqué dans le cas de beaucoup le plus général où les pièces travaillent à la fois à la compression et à l'extension, celui qui justifie vraiment l'emploi des armatures; et ceci nous amène tout naturellement à ce cas général visé par les articles 11 et 12 de l'instruction.

ARTICLE 11. — Cet article dit que, dans les calculs de déformation, on mettra en compte la résistance à l'extension du béton.

On peut avoir à calculer la déformation en elle-même, notamment pour prévoir la flèche que prendra un ouvrage. Mais, en tout cas, on aura à faire usage des formules de déformation pour connaître dans chaque section, la compression N de la  *fibre moyenne*  (lieu des centres de gravité G des sections fictives  $\Omega$ ); le moment de flexion M et l'effort tranchant T, lorsque la statique ne les fournit pas.

Par définition N et T sont les composantes normale et tangentielle des forces extérieures, y compris la réaction de l'appui, qui agissent d'un côté convenu de la section et M est la somme des moments de ces mêmes forces extérieures par rapport au point G.

Si l'une des extrémités de la pièce à étudier est libre (colonnes), ou si la statique fournit la réaction d'un appui (poutres à deux appuis sans encastrement), les forces N et T et le couple M sont connus,  *en toute rigueur* ; on pourra se passer de toute formule de déformations, et, par conséquent, de toute hypothèse pour les déterminer. L'article 11 n'intervient pas pour cet objet.

Mais dans le cas des poutres encastées ou des poutres à plusieurs travées ou d'arcs travaillant à l'extension, ce qui est le cas général des arcs en béton armé, on devra appliquer l'article 11, et, par conséquent, l'interpréter.

L'administration acceptera l'interprétation faite selon l'usage courant jusqu'ici, bien qu'il soit peu correct, et qui consiste à attribuer au béton, travaillant à l'extension, le même coefficient d'élasticité que quand il travaille à la compression.

Une fois cette hypothèse admise, les formules établies plus haut, sous la restriction essentielle qu'il n'y a travail qu'à la compression, deviennent générales.

Or, on voit aisément que ces formules, grâce à l'intervention des éléments de la section fictive  $\Omega$ , ramènent le problème de la résistance d'une pièce en béton armé, c'est-à-dire d'une pièce hétérogène, à celui de la résistance d'une pièce homogène fictive. Dès lors, tous les résultats généraux et classiques obtenus dans ce dernier cas s'étendent au premier, et, par conséquent, pour avoir les valeurs de  $N$ ,  $M$ ,  $T$  dans le cas d'un arc, celles de  $M$ ,  $T$  dans le cas d'une poutre chargée transversalement où  $N = 0$ , ainsi que les réactions des appuis, il suffira, dans chaque cas, d'adopter les valeurs bien connues qui se rapportent aux pièces homogènes.

Ainsi, si on a une poutre en béton armé de portée  $l$  encastée à ses deux extrémités et portant une charge uniforme de  $p$  kilogrammes par mètre courant, on admettra que, comme pour une poutre homogène, le plus grand moment de flexion se produira à l'encastement et aura pour valeur :

$$(14) \quad \frac{pl^2}{12}$$

et que le moment de flexion au milieu, de signe contraire au précédent, sera, en valeur absolue :

$$(15) \quad \frac{pl^2}{24}$$

Si l'encastement est partiel on adoptera, au lieu de la valeur ci-dessus, une valeur intermédiaire entre elle et celle  $\frac{pl^2}{8}$  qui se rapporte à la poutre à appuis simples, par exemple  $\frac{pl^2}{10}$ .

De même, si on a une poutre à plusieurs travées qui seront généralement égales, il suffira de prendre dans les traités ou manuels de

résistance des matériaux, les valeurs toutes calculées des moments de flexion, efforts tranchants et réactions des appuis se rapportant à des pièces homogènes ; ou, si on se trouve dans des cas spéciaux, de calculer ces valeurs comme s'il s'agissait de pièces homogènes.

De même, enfin, s'il s'agit d'un arc, on se servira des tables de Bresse relatives aux arcs homogènes pour avoir la poussée s'il s'agit d'un arc à deux rotules, de celles que M. l'ingénieur Pigeaud a récemment publiées dans les *Annales des Ponts et Chaussées* s'il s'agit d'un arc encastré et on choisira une valeur intermédiaire entre celles fournies par ces deux tables, si on juge qu'on a un encastrement partiel.

Dans les cas spéciaux, on calculera directement la poussée selon la formule classique se rapportant aux pièces homogènes.

Une fois la poussée connue, comme les réactions verticales se déduisent de la statique pure, on aura toutes les données nécessaires pour déterminer M, N et T graphiquement ou par le calcul pour chacune des sections qu'on voudra étudier.

*Interprétation plus correcte.* — On peut mettre en compte la résistance à l'extension du béton d'une façon plus satisfaisante, en admettant comme résultant de diverses expériences, le principe ci-après : le coefficient d'élasticité du béton armé à l'extension ne conserve une valeur sensiblement constante que jusqu'à la limite de la résistance à l'extension du béton similaire non armé ; à partir de là, il devient en quelque sorte plastique, c'est-à-dire qu'il s'allonge par suite de sa connexion avec l'armature, mais sans que sa tension limite se modifie. Il n'y a pas de difficulté théorique à constituer une Résistance des matériaux complète édiflée sur cette hypothèse jointe à celle de Navier relative à la déformation plane des sections transversales. Mais les calculs deviennent beaucoup plus complexes.

Il sera naturellement loisible aux ingénieurs d'utiliser cette manière de faire s'ils la jugent plus satisfaisante.

De quelque manière que l'on ait déterminé les valeurs du moment de flexion M, de l'effort tranchant T et de la compression de la fibre moyenne N (laquelle est nulle dans les pièces droites chargées transversalement), on devra ensuite en tirer, au moins dans les sections les plus fatiguées, la fatigue locale. Dans cette recherche, l'article 11 prescrit de faire abstraction de toute résistance à l'extension du béton. Cette prescription n'a rien de contradictoire avec celle qui prescrit d'en tenir compte dans les calculs de déformation. En fait, le béton se fendille plus ou moins du côté de l'armature tendue, mais sans qu'il résulte de ces fissures microscopiques ou peu profondes, une

modification très notable dans la déformation générale des ouvrages, même si, en un point, une fissure plus marquée se produisait. Mais, en ce point, la fatigue locale s'en trouverait naturellement très accrue. Il convient donc, dans le calcul des fatigues locales, de se placer dans cette hypothèse défavorable, tandis qu'il serait excessif de s'y placer dans la recherche des déformations générales et, par suite, de celle des valeurs  $M$ ,  $T$ ,  $F$ , qui s'y rattachent.

*Application à un hourdis et à une pièce d'une section rectangulaire.* — On va appliquer la méthode indiquée plus haut à un hourdis (fig. 2) assimilé à un simple T, dont la hauteur est  $h$ , la largeur d'aile  $b$ , la largeur de la nervure  $b'$ , l'épaisseur d'aile  $\varepsilon$  et dont l'armature du côté de la compression a une section totale  $\omega$ , sa distance moyenne

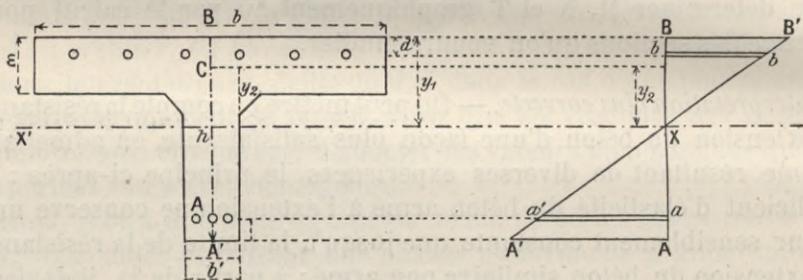


Fig. 2

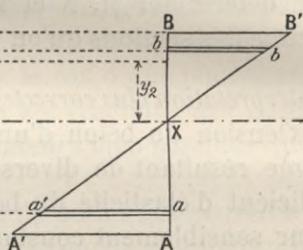


Fig. 3

au parement comprimé étant  $d$ , du côté de l'extension, la section  $\omega'$ , à une distance moyenne  $d'$  du parement tendu. Si la première n'existait pas, on ferait  $\omega = 0$ .

Soit  $y_1$  la distance inconnue de l'axe neutre  $X'X$  au parement comprimé  $B$ . Sur la figure 3, la section du hourdis est projetée suivant la droite  $AB$ . Les ordonnées de la droite  $XB'$  représentent les compressions du béton et, au facteur  $m$  près, l'ordonnée  $bb'$  représente la compression de l'armature comprimée et  $aa'$  représente la tension de l'armature tendue. Soit  $K$  le coefficient angulaire de la droite  $B'XA'$  ou la tangente trigonométrique de l'angle  $B'XB$ .

a. *Flexion simple.* — S'il s'agit de la flexion simple  $N = 0$ , en écrivant que les forces élastiques se réduisent au couple de flexion  $M$ , c'est-à-dire que leur somme est nulle et que la somme de leurs moments relativement à n'importe quel point, par exemple au point  $B$ ,

est égale à  $M$ , on obtient pour déterminer la distance  $XB = Y_1$  de l'axe neutre à la face comprimée, l'équation du second degré :

$$(16) \quad 0 = \frac{b'y_1^2}{2} + (b - b')\varepsilon\left(y_1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) + m\omega(y_1 - d) - m\omega'(h - d' - y_1)$$

puis, pour déterminer le coefficient angulaire  $K$  :

$$(17) \quad \frac{M}{K} = \frac{b'y_1^3}{6} + (b - b')\varepsilon^2\left(\frac{y_1}{2} - \frac{\varepsilon}{3}\right) + m\omega(y_1 - d)d - m\omega'(h - d' - y_1)(h - d'),$$

où le second nombre est connu, ainsi que  $M$ .

Ces formules supposent implicitement que l'axe neutre tombe dans la nervure. S'il tombe dans le hourdis, il suffit dans les formules précédentes de faire  $b' = b$ , ce qui donne :

$$(18) \quad 0 = \frac{by_1^2}{2} + m\omega(y_1 - d) - m\omega'(h - d' - y_1);$$

$$(19) \quad \frac{M}{K} = \frac{by_1^3}{6} + m\omega(y_1 - d)d - m\omega'(h - d' - y_1)(h - d').$$

Pour savoir où tombera la fibre neutre et, par conséquent, si c'est la formule (16) ou celle (18) qui déterminera la position de la fibre neutre, il suffit, dans le second membre de (16) de remplacer  $y_1$  par  $\varepsilon$ , ce qui donne :

$$\frac{b\varepsilon^2}{2} + m\omega(\varepsilon - d) - m\omega'(h - d' - \varepsilon).$$

Si la valeur numérique de cette expression est positive, l'axe neutre tombe dans le hourdis et se détermine par la formule (18). C'est l'inverse si cette valeur numérique est négative.

Les formules (18) et (19) s'appliquent aussi à une section rectangulaire de base  $b$  et de hauteur  $h$ .

Quand on a déterminé les deux inconnues  $y_1$  et  $K$ , on a pour la compression maximum  $R_b$  du béton :

$$(20) \quad R_b = Ky_1,$$

pour la compression  $R_a$  et l'extension  $R'_a$  des armatures :

$$(21) \quad \begin{cases} R_a = mK(y_1 - d); \\ R'_a = mK(h - d' - y_1). \end{cases}$$

b. *Flexion composée.* — On connaît dans ce cas la compression N et la position du centre de pression C, point d'application de la résultante des forces extérieures. Désignons par  $c$  la distance de ce point à la face comprimée, cette distance étant comptée positivement si C tombe dans la section, négativement dans le cas contraire. Il paraît plus commode ici, pour la raison qui sera donnée dans un instant, de déterminer la position de la fibre neutre par sa distance  $XC = y_2$  (fig. 3) au centre de pression C que par sa distance  $y_1$  au parement comprimé. On écrira que la résultante des forces élastiques coïncide avec N. Donc, la somme des moments des forces élastiques par rapport au point C est nulle, ce qui donne une équation du 3<sup>e</sup> degré servant à déterminer  $y_2$ , c'est-à-dire la position de l'axe neutre X'XC. Cette équation, dans le cas où cet axe tombe dans la nervure, est la suivante :

$$(22) \quad \frac{b'y_2^3}{6} - b\left[\frac{c^2}{2}y_2 + \frac{c^3}{3}\right] + (b-b')\left[\frac{(-c+\varepsilon)^2}{2}y_2 - \frac{(-c+\varepsilon)^3}{3}\right] + m\omega(y_2+c-d)(-c+d) - m\omega'(h-d'-c-y_2)(h-d'-c) = 0.$$

On voit que cette équation est de la forme :

$$(23) \quad y_2^3 + py_2 + q = 0,$$

les coefficients numériquement connus  $p$  et  $q$  ayant les expressions suivantes :

$$(24) \quad \begin{cases} P = -\frac{3b}{b'}c^2 + 3\left(\frac{b}{b'} - 1\right)(c-\varepsilon)^2 - \frac{6m\omega}{b'}(c-d) + \frac{6m\omega'}{b'}(h-d'-c); \\ q = -\frac{2b}{b'}c^3 + 2\left(\frac{b}{b'} - 1\right)(c-\varepsilon)^3 - \frac{6m\omega}{b'}(c-d)^2 - \frac{6m\omega'}{b'}(h-d'-c)^2. \end{cases}$$

Le terme en  $y_2^2$  manque, ce qui facilite la résolution de l'équation et justifie l'emploi fait de l'inconnue  $y_2$ .

Quand  $y_2$  a été trouvée, on obtient l'inconnue auxiliaire K immédiatement par l'équation :

$$(25) \quad \frac{N}{K} = \frac{b'y_2^2}{2} + bc\left(y_2 + \frac{c}{2}\right) + (b-b')\left[(-c+\varepsilon)y_2 - \frac{(-c+\varepsilon)^2}{2}\right] + m\omega[y_2+c-d] - m\omega'[h-d'-c-y_2],$$

où le second nombre est connu, ainsi que N.

Ces formules supposent que l'axe neutre tombe dans la nervure.

S'il tombe dans le hourdis, comme aussi dans le cas d'une section rectangulaire de base  $b$  et de hauteur  $h$ , il suffit d'y faire  $b' = b$ , ce qui donne :

$$(26) \quad p = -3c^2 - \frac{6m\omega}{b}(c-d) + \frac{6m\omega'}{b}(h-d'-c);$$

$$(27) \quad q = -2c^3 - \frac{6m\omega}{b}(c-d)^2 - \frac{6m\omega'}{b}(h-d'-c)^2.$$

Enfin, dans le cas d'un hourdis, pour savoir si l'axe neutre tombe dans la nervure ou dans le hourdis, il suffira de vérifier si le premier membre de l'équation (23) a, ou non, des signes contraires aux deux extrémités de la nervure.

Quand les inconnues  $y_2$  et  $K$  seront déterminées, on tirera de la première :

$$(28) \quad y_1 = y_2 + c,$$

pour la distance de l'axe neutre au parement comprimé, et alors la compression  $R_b$  du béton, la compression  $R_a$  et la tension  $R'_a$  des armatures par unité de surface, se déterminent par les formules (20) et (21).

*Remarques au sujet du calcul des hourdis.* — Quand on a un plancher formé d'un hourdis avec nervures (fig. 4), on détache une nervure aux

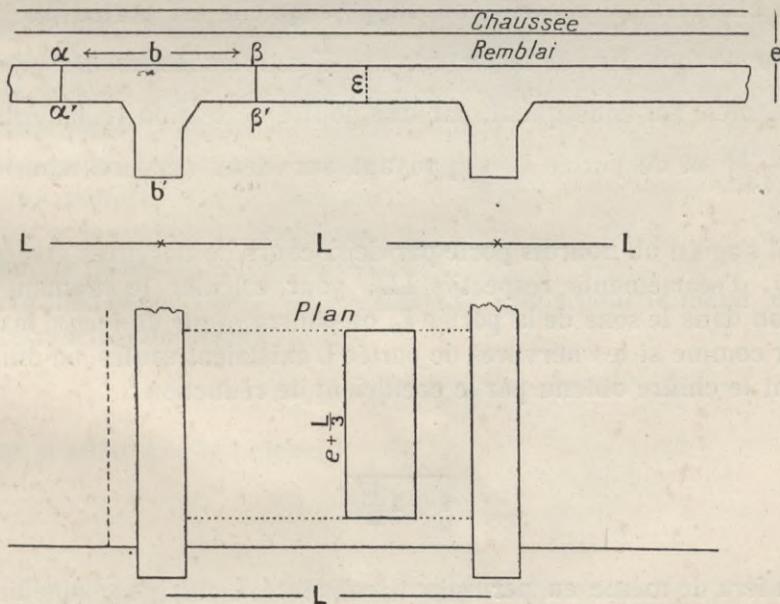


Fig. 4

deux parties adjacentes, de manière à ne considérer que la partie  $\alpha\alpha'\beta\beta'$  de largeur  $\alpha\beta = b$ , sans tenir compte du secours que cette portion du plancher peut recevoir de son adhérence avec les parties voisines.

Cette largeur  $b$  doit être en rapport avec l'épaisseur  $\varepsilon$  du hourdis, l'écartement  $L$  des nervures et leur portée  $l$ . Il convient de ne jamais dépasser pour la largeur  $b$  le tiers de la portée  $l$  des nervures, ni les  $3/4$  de leur écartement  $L$ .

En ce qui touche le plancher lui-même, s'il a à supporter des charges concentrées entre deux nervures, il doit être pourvu de deux séries de barres horizontales dans des directions orthogonales. On donne généralement aux armatures les plus faibles une section totale par mètre de largeur du hourdis au moins égale à la moitié de la section des plus fortes par mètre de longueur du hourdis.

Et alors, pour calculer l'épaisseur  $\varepsilon$  du plancher, on admet que la charge isolée peut être remplacée (fig. 4 plan) par une charge uniformément répartie sur un rectangle ayant cette charge pour centre, ses côtés parallèles aux nervures ayant un écartement  $e$  égal à la somme des épaisseurs : 1° du hourdis lui-même soit  $\varepsilon$ ; 2° s'il y a lieu, du remblai et de la chaussée qu'il porte; ses côtés perpendiculaires aux nervures ayant pour écartement  $e + \frac{L}{3}$ ,  $L$  étant l'écartement des nervures.

La charge ainsi répartie, on suppose qu'elle est portée par une bande du hourdis, de la largeur  $e + \frac{L}{3}$  sans concours des parties adjacentes, par conséquent, par une poutre de section rectangulaire  $(e + \frac{L}{3})\varepsilon$  et de portée  $L$ , s'appuyant sur deux nervures consécutives.

S'il s'agit d'un hourdis porté par deux cours de nervures orthogonales, d'écartements respectifs  $LL'$ , pour calculer le moment de flexion dans le sens de la portée  $L$ , on pourra, *faute de mieux*, le calculer comme si les nervures de portée  $L$  existaient seules, en multipliant le chiffre obtenu par le coefficient de réduction :

$$\frac{1}{1 + 2 \frac{L'}{L}}$$

On fera de même en permutant les lettres  $L$  et  $L'$  pour obtenir le moment de flexion dans le sens de la portée  $L'$ .

*Adhérence.* — Pour s'assurer de l'adhérence entre le béton et l'armature, tendue par exemple, on observera que si, dans deux sections voisines AB, A'B' d'une pièce (fig. 5), espacées d'une longueur  $\Delta_s$ , on a trouvé, pour la tension de l'armature, les valeurs  $R'_a$  et  $R''_a$  par unité de surface, les tractions totales sur ces deux sections seront :

$$\omega'R'_a \text{ et } \omega'R''_a.$$

Supposons, pour fixer les idées,  $R''_a > R'_a$ , c'est la différence  $\omega'(R''_a - R'_a)$  qui tendra à faire glisser la portion d'armature de longueur  $\Delta_s$ , dans sa gaine de béton. Si donc le périmètre total des armatures tendues est  $\chi'$ , l'adhérence par unité de surface sera :

$$\frac{\omega'(R''_a - R'_a)}{\chi'\Delta_s}.$$

C'est ce rapport qui ne doit pas être supérieur à la limite imposée pour l'adhérence par l'article 6 du règlement.

Si des étriers ou autres pièces transversales sont suffisamment solidarisés avec une armature longitudinale pour contribuer à empêcher celle-ci de glisser dans sa gaine de béton, alors la force F de cisaillement de celles de ces pièces transversales qui se trouvent sur la longueur  $\Delta_s$  considérée, ou le produit de la section cisailée par le travail de cisaillement admis pour le métal, doit être retranchée de l'effort

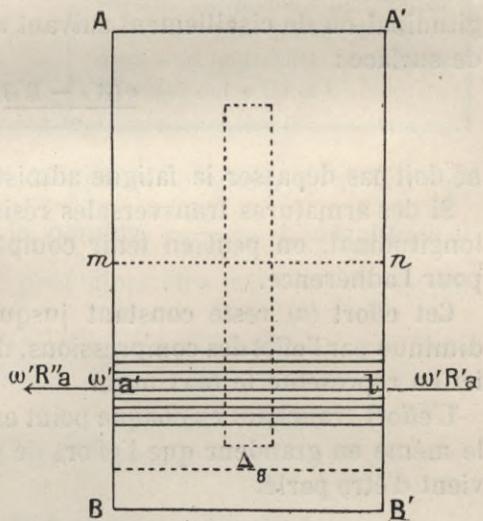


Fig. 5

$$\omega'(R''_a - R'_a),$$

et il suffit que le rapport :

$$\frac{\omega'(R''_a - R'_a) - F}{\chi'\Delta_s}$$

ne dépasse pas la limite admise pour l'adhérence.

Mais de simples ligatures entre les armatures transversales et

longitudinales ne suffisent pas pour produire l'effet de la force F. Ces ligatures doivent être faites. Mais il convient de ne pas en tenir compte comme renfort prêt à l'adhérence.

*Glissement longitudinal du béton sur lui-même et effort tranchant.* — Concevons toujours une portion de pièce comprise entre deux sections transversales AB et A'B' distantes de  $\Delta$ , et portant l'armature longitudinale  $a'b'$  du côté de l'extension. Faisons dans la partie tendue du béton, c'est-à-dire entre l'armature  $a'b'$  et le plan des fibres neutres, une section  $mn$  parallèle à ce plan. Soit  $\omega_b$  l'aire de cette section.

Comme on ne tient pas compte des tensions du béton normalement à  $mB$  et  $nB'$ , la portion  $mnBB'$  de la pièce est en équilibre sous l'influence des tensions  $\omega'R''a$  et  $\omega'R'a$  des armatures et de l'effort longitudinal ou de cisaillement suivant  $mn$ . Donc, cet effort, par unité de surface :

$$\frac{\omega'(R''a - R'a)}{\omega_b} \quad (a),$$

ne doit pas dépasser la fatigue admise par le cisaillement.

Si des armatures transversales résistent *efficacement* au glissement longitudinal, on peut en tenir compte comme il est dit ci-dessus pour l'adhérence.

Cet effort (a) reste constant jusqu'à la fibre neutre. Au delà, il diminue par l'effet des compressions, de sorte que celui mis en compte ici en représente le maximum.

L'effort tranchant en chaque point est d'ailleurs, comme on le sait, le même en grandeur que l'effort de glissement longitudinal dont il vient d'être parlé.

ARTICLE 12. — *Flambement.* — Pour s'assurer contre le flambement des pièces comprimées, on peut faire usage de la règle de Rankine, qui se traduit par l'inégalité suivante :

$$(29) \quad \frac{N}{\Omega} \left( 1 + \frac{kl^2}{10000r^2} \right) < R_b.$$

N est l'effort de compression : s'il varie notablement d'une extrémité à l'autre de la pièce, on prendra la valeur relative à la section médiane, située à égale distance des extrémités :  $l$  est la longueur de la pièce;  $r$ , le rayon de giration minimum de la section transversale qui, dans le cas fréquent d'une pièce symétrique, a, soit la direction de l'axe de symétrie, soit la direction perpendiculaire.

$R_b$  est la limite de fatigue admissible pour le béton armé (art. 4).

Enfin  $k$  est un coefficient numérique dépendant des conditions auxquelles la pièce est soumise à ses extrémités, et qui a les valeurs ci-après :

CONDITIONS RELATIVES AUX EXTRÉMITÉS	$k$	OBSERVATIONS
Pièce encastrée à un bout, libre à l'autre.....	4	
Pièce articulée aux deux bouts....	1	
Pièce encastrée à un bout, articulée à l'autre.....	1/2	Si l'encastrement est imparfait, on prendra une valeur moyenne entre 1/2 et 1.
Pièce encastrée aux deux bouts....	1/4	Si l'un des encastremets est imparfait, on prendra une valeur moyenne entre 1/4 et 1/2. Si les deux sont imparfaits, une valeur moyenne entre 1/4 et 1.

Quand la pièce comprimée est de grande longueur, il arrive que l'unité est négligeable devant le nombre  $\frac{kl^2}{10000r^2}$ . L'inégalité qui exprime la condition de stabilité peut alors être mise sous la forme simplifiée :

$$\frac{N}{\Omega} \times \frac{kl^2}{10000r^2} < R_b,$$

ou

$$(30) \quad N < \frac{10000}{k} \times \frac{\Omega r^2}{l^2} R_b.$$

La valeur moyenne de  $R_b$  est d'environ  $50 \times 10^4$  (50 kilogrammes par centimètre carré). Le coefficient d'élasticité longitudinale du béton est, en moyenne, le dixième de celui de l'acier, soit :

$$E_b = 2 \times 10^9.$$

D'où il résulte que le produit :  $10000R_b$  est sensiblement égal à

$$\frac{\pi^2 E_b}{4},$$

ce qui permet d'écrire la condition (30) sous la forme :

$$(31) \quad N < \frac{1}{4k} \times \frac{\pi^2 \Omega r^2}{l^2} E_b.$$

C'est la formule d'Euler, avec un coefficient de sécurité égal à 4.

On voit donc que les indications fournies par cette formule concordent avec celles de la règle de Rankine pour les pièces de grande longueur.

Si la pièce soumise à un effort de compression  $N$  est en même temps sollicitée par un moment de flexion dont l'effet ne peut être considéré comme négligeable (cas d'une charge désaxée, poussée du vent, etc.), il convient de compléter la condition de stabilité exprimée par l'inégalité (29) en y introduisant la valeur du travail maximum de compression déterminé, dans la section médiane, par le moment fléchissant  $M$ .

Ce travail a pour expression :

$$\frac{Mv}{I} \text{ (formule 5a); ou } \frac{Nv_0v}{\Omega r^2} \text{ (formule 11).}$$

La règle de Rankine se traduit alors par l'une ou l'autre des inégalités suivantes :

$$(32) \quad \frac{N}{\Omega} \left( 1 + \frac{kl^2}{10000r^2} \right) + \frac{Mv}{I} < R_b;$$

$$(33) \quad \frac{N}{\Omega} \left( 1 + \frac{kl^2}{10000r^2} + \frac{v_0v}{r^2} \right) < R_a.$$

### III et IV

Les instructions relatives à l'exécution des travaux et aux épreuves se justifient d'elles-mêmes et n'ont pas besoin de commentaire. On se bornera à rappeler *que le béton armé ne vaut que par la perfection de son exécution*. Les accidents survenus sont en général dus à la médiocre qualité des matériaux ou à leur mauvais emploi. Il convient donc d'exercer *une surveillance toute spéciale* sur la provenance, la pureté des matériaux, leur dosage, celui de l'eau employée à la confection du béton, son damage, son bourrage le long des armatures, le solide arrimage de celles-ci, etc.

Quant aux épreuves, elles peuvent, dans certaines circonstances, être simplifiées, moyennant justification. Mais il convient encore ici de ne pas chercher des économies ou des facilités qui puissent faire courir un risque quelconque à la sécurité publique.

# INSTRUCTIONS

## RELATIVES A L'EMPLOI DU BÉTON ARMÉ

---

### I. — DONNÉES A ADMETTRE DANS LA PRÉPARATION DES PROJETS

---

#### A. — SURCHARGES

##### ARTICLE PREMIER

Les ponts en béton armé seront établis de manière à pouvoir supporter les surcharges verticales et les actions du vent imposées aux ponts métalliques de mêmes destinations par le règlement du 29 août 1891.

##### ARTICLE 2

Les combles en béton armé seront, sauf exception justifiée, soumis, au point de vue des surcharges, au règlement du 17 février 1903, relatif aux halles métalliques des chemins de fer.

##### ARTICLE 3

Les planchers et autres parties des bâtiments, les murs de soutènement, les murs de réservoirs, les conduites sous pression et tous autres ouvrages intéressant la sécurité publique seront calculés en vue des plus grandes surcharges qu'ils auront à supporter en service.

## B. — LIMITES DE TRAVAIL OU DE FATIGUE

## ARTICLE 4

La limite de fatigue à la compression du béton armé à admettre dans les calculs de résistance des ouvrages ne devra pas dépasser les vingt-huit centièmes (0.28) de la résistance à l'écrasement acquise par le béton non armé de même composition, après quatre-vingt-dix jours de prise.

La valeur de cette résistance mesurée sur des cubes de vingt centimètres de côté sera spécifiée au devis de chaque projet.

## ARTICLE 5

Lorsque le béton sera fretté ou lorsque les armatures transversales ou obliques qu'il portera seront disposées de manière à s'opposer plus ou moins efficacement à son gonflement sous l'influence de la compression longitudinale qu'il supporte, la limite de fatigue à la compression prévue à l'article précédent pourra être majorée dans une mesure plus ou moins large suivant le volume et le degré d'efficacité des armatures transversales, sans que la nouvelle limite puisse, quel que soit le pourcentage du métal employé, dépasser les soixante-centièmes (0.60) de la résistance à l'écrasement du béton non armé telle qu'elle est définie à l'article 4.

## ARTICLE 6

La limite de fatigue au cisaillement, au glissement longitudinal du béton sur lui-même et à son adhérence sur le métal des armatures sera prévue égale à dix centièmes (0.10) de celle spécifiée à l'article 4 pour la limite de fatigue à la compression.

## ARTICLE 7

La limite de fatigue tant à l'extension qu'à la compression qui ne pourra pas être dépassée pour le métal employé aux armatures est la moitié de sa limite apparente d'élasticité telle qu'elle sera définie au devis de chaque projet. Toutefois pour les pièces supportant des

chocs ou soumises à des efforts de sens alternés telles que les hourdis, cette limite sera réduite aux quarante centièmes (0.40) au lieu de moitié de la limite apparente d'élasticité.

## ARTICLE 8

Pour les pièces soumises à des efforts très variables, les limites de travail ci-dessus définies seront abaissées d'autant plus que les variations seront plus grandes, sans que la diminution exigée puisse être de plus de 25 p. 100.

Les limites de travail seront également abaissées pour les pièces soumises à des causes de fatigue ou d'affaiblissement dont les calculs de résistance n'ont pas tenu compte, notamment à des actions dynamiques, comme celles que supportent les pièces placées directement sous les rails des voies ferrées.

## II. — CALCULS DE RÉSISTANCE

## ARTICLE 9

Dans les calculs de résistance des ouvrages en béton armé, il sera tenu compte non seulement des plus grandes forces extérieures, y compris les actions du vent et de la neige, que ces ouvrages pourront avoir à supporter, mais aussi des effets thermiques et de ceux du retrait du béton, toutes les fois qu'il ne s'agira pas d'ouvrages librement dilatables dans le sens théorique du mot ou de ceux que l'expérience permet de regarder approximativement comme tels.

## ARTICLE 10

Les calculs de résistance seront faits selon des méthodes scientifiques appuyées sur les données expérimentales et non par des procédés empiriques. Ils seront déduits soit des principes de la résistance des matériaux, soit de principes offrant au moins les mêmes garanties d'exactitude.

## ARTICLE 11

La résistance du béton à l'extension sera mise en compte dans le calcul des déformations. Mais pour déterminer la fatigue locale dans une section quelconque, cette résistance sera regardée comme nulle dans la section.

## ARTICLE 12

Pour les pièces comprimées on s'assurera qu'elles ne sont pas exposées à flamber. Toutefois, on pourra s'en dispenser pour les pièces dont l'élançement (rapport de la hauteur à la plus faible dimension transversale) est inférieur à 20 et dont la fatigue à la compression ne dépasse pas la limite définie par l'article 4.

## ARTICLE 13

Le devis devra indiquer les qualités et dosage des matières entrant dans la composition du béton; quant à la proportion d'eau à employer pour le gâchage, elle devra être surveillée avec soin et strictement suffisante pour donner au béton la plasticité nécessaire pour le bon enrobage des armatures et le remplissage de tous les vides.

## III. — EXÉCUTION DES TRAVAUX

## ARTICLE 14

Les coffrages ainsi que l'arrimage des armatures présenteront une rigidité suffisante pour résister sans déformation sensible aux charges et aux chocs qu'ils seront exposés à subir pendant l'exécution du travail et jusqu'au décoffrage et au décintrement inclusivement.

## ARTICLE 15

Sauf dans le cas exceptionnel où le ciment serait coulé, il sera toujours à prise lente et damé avec le plus grand soin par couches dont l'épaisseur sera en rapport avec les dimensions des matériaux employés et les intervalles des armatures et ne dépassera pas 0<sup>m</sup>05 après damage, à moins qu'on n'emploie des cailloux.

## ARTICLE 16

Les distances des armatures entre elles et aux parois des coffrages seront telles qu'elles permettent le parfait damage du béton et son serrage contre les armatures. Ces dernières distances, même quand on n'emploie que du mortier sans gravier ni cailloux, devront toujours être d'au moins 15 à 20 millimètres, de façon à mettre les armatures à l'abri des intempéries.

## ARTICLE 17

Lorsqu'on emploiera, pour les armatures, des fers profilés et non des barres rondes, on prendra des dispositions spéciales pour que leur enrobage se fasse parfaitement sur tout leur périmètre et notamment dans les angles rentrants.

## ARTICLE 18

Lorsque l'exécution d'une pièce aura été interrompue, ce qu'on évitera autant que possible, on nettoiera à vif et on mouillera l'ancien béton assez longtemps pour qu'il soit bien imbibé avant d'être mis en contact avec du béton frais.

## ARTICLE 19

En temps de gelée le travail sera interrompu si l'on ne dispose pas de moyens efficaces pour en prévenir les effets nuisibles.

A la reprise du travail on opérera la démolition de tout ce qui aura subi les atteintes de la gelée, puis on procédera comme il est dit à l'article précédent.

## ARTICLE 20

Pendant quinze jours au moins après son exécution, l'on entretiendra dans le béton l'humidité nécessaire pour en assurer la prise dans de bonnes conditions.

Le décoffrage et le décintrement seront faits sans chocs, par des efforts purement statiques et seulement après que le béton aura acquis la résistance nécessaire pour supporter sans dommage les efforts auxquels il est soumis.

## IV. — ÉPREUVE DES OUVRAGES

## ARTICLE 21

Les ouvrages en béton armé qui intéressent la sécurité publique seront éprouvés avant d'être mis en service. Les conditions des épreuves ainsi que les délais de mises en service seront insérés au cahier des charges. Les flèches maximum que les ouvrages ne devront pas

dépasser seront aussi, du moins autant qu'on le pourra, insérées au cahier des charges.

L'âge que le béton devra avoir au moment des épreuves sera de même fixé par le cahier des charges. Il sera d'au moins 90 jours pour les grands ouvrages, de 45 jours pour les ouvrages de moyenne importance et de 30 jours pour les planchers.

#### ARTICLE 22

Les ingénieurs profiteront des épreuves pour faire non seulement toutes les mesures de déformation ou de vérification des conditions du cahier des charges, mais aussi autant que possible celles qui peuvent intéresser la science de l'ingénieur.

Pour les ouvrages de quelque importance on emploiera des appareils enregistreurs.

#### ARTICLE 23

Les ponts en béton armé seront éprouvés de la manière prescrite pour les ponts métalliques par le règlement du 29 août 1891.

S'il paraissait convenable d'apporter certaines dérogations aux prescriptions de ce règlement, elles devront être justifiées et insérées au cahier des charges.

#### ARTICLE 24

Les com bles seront éprouvés de la manière prescrite par le règlement du 17 février 1903 sauf dérogations à justifier.

#### ARTICLE 25

Les planchers seront soumis à une épreuve consistant à appliquer les charges et surcharges prévues soit à la totalité du plancher, soit au moins à une travée entière.

Les surcharges devront rester en place pendant 24 heures au moins. Les flèches ne devront plus augmenter au bout de 15 heures.

*Le Ministre des Travaux publics,  
des Postes et des Télégraphes,*

Louis BARTHOU.

ANNEXE  
A LA CIRCULAIRE EN DATE DE CE JOUR

---

RAPPORT DE LA COMMISSION  
NOMMÉE  
PAR LE CONSEIL GÉNÉRAL DES PONTS ET CHAUSSÉES  
DANS SA SÉANCE DU 15 MARS 1906



## EMPLOI DU BÉTON ARMÉ

---

### RAPPORT DE LA COMMISSION

NOMMÉE PAR LE CONSEIL  
DANS SA SÉANCE DU 15 MARS 1906 (1)

---

Nous pensons, dans ce rapport, pouvoir être très bref : parce que la Commission a fait son possible pour que les projets d'instructions et de circulaire qu'elle a préparés forment un tout qui puisse suffire aux ingénieurs et, par conséquent, au Conseil.

Nous devons seulement indiquer dans quel ordre d'idées on a cru devoir remanier les projets de règlement et de circulaire préparés par la Commission du ciment armé, et nous nous empressons de dire que les différences portent plutôt sur la forme que sur le fond, tout en n'étant pas sans importance.

En tout cas, nous n'avons cru devoir rien faire sans avoir pris l'avis des deux principaux représentants actuels de la Commission du ciment armé : son rapporteur M. l'inspecteur général Considère et son président, depuis la retraite de M. le président Lorieux : M. l'ingénieur en chef Résal.

Cette Commission, en effet, a accompli une œuvre considérable à laquelle elle a consacré quatre années et dont les pièces mises entre les mains des membres du Conseil, à savoir : les projets de règlement et de circulaire préparés par elle et le magistral rapport du plus qualifié en la matière, M. l'inspecteur général Considère, ne donnent, malgré leur importance, qu'une idée imparfaite. Il faut en outre avoir examiné les procès-verbaux des expériences de longue haleine auxquelles la Commission s'est livrée avec le concours de M. l'ingénieur Mesnager et du Laboratoire de l'école des ponts et chaussées pour pouvoir apprécier toute l'étendue et la portée de son œuvre. Aussi, convenait-il de n'y toucher qu'avec la plus grande réserve et en ayant son avis. C'est dans cette pensée que nous avons cherché à remplir la mission que le Conseil nous a fait l'honneur de nous

---

(1) Commission composée de : MM. Maurice Lévy, inspecteur général de 1<sup>re</sup> classe, *Président* et *Rapporteur*; de Préaudeau, Vétillard, inspecteurs généraux de 2<sup>e</sup> classe.

confier, mission fort délicate ; car si le béton armé est de plus en plus apprécié dans ses effets, il est encore bien imparfaitement connu dans ses causes. Plus on y réfléchit, plus on sent qu'il y a là nombre de phénomènes qui demeurent obscurs. Dans ces conditions, il n'est pas aisé d'arriver à la précision désirable dans les instructions à donner aux ingénieurs, tout en ne les entravant pas dans la voie du progrès qui reste ouverte. C'est sans doute le sentiment de ces difficultés qui a arrêté la Commission du ciment pendant plusieurs années. C'est lui aussi qui doit nous servir d'excuse pour les quelques semaines de réflexion que nous avons prises.

Nous avons cherché à aller vite. Peu de jours après sa désignation, la Commission s'est réunie. Elle a tenu deux séances auxquelles ont été convoqués MM. Considère et Résal. Là, on a discuté contradictoirement tous les articles du projet de règlement de la Commission du ciment armé, ainsi que le projet de circulaire et le rapport de M. Considère qui l'accompagne.

Puis la Commission s'est ajournée en chargeant le soussigné de préparer ses propositions.

Dans l'intervalle, le soussigné a reçu, au nom de la minorité de la Commission du ciment armé, un projet de règlement signé par M. l'ingénieur en chef Rabut et M. l'ingénieur Mesnager, deux membres très qualifiés, eux aussi, de la dite Commission.

Leurs observations portaient sur deux points ; l'un relatif à la valeur du coefficient d'élasticité du béton, l'autre tendant à ce que les prescriptions contenues dans le projet de règlement relativement aux calculs de résistance des matériaux soient de beaucoup abrégées et réduites à quelques indications générales, de façon à éviter tout ce qui pourrait tendre à restreindre, en cette matière, la liberté scientifique des ingénieurs, sauf à reporter dans la circulaire les explications ou les conseils que l'on pourrait juger utile de leur donner.

Sur ce dernier point, tout le monde a fini par tomber d'accord et c'a aussi été le sentiment du Conseil général des ponts et chaussées dans la séance où l'affaire est venue en discussion, et a été, après un échange d'observations, renvoyée à la Commission que nous avons l'honneur de présider.

A l'appui de leurs observations sur le coefficient d'élasticité, MM. Rabut et Mesnager ont joint les résultats d'une série d'expériences faites par M. Mesnager, expériences que nous avons naturellement versées au dossier ainsi que diverses autres pièces, notamment un projet de règlement préparé par ces Messieurs.

Des expériences dont il s'agit, il ressort que jusqu'à un effort de 60 kilogrammes par centimètre carré, le béton expérimenté par eux et composé de 300 kilogrammes de ciment Portland pour 400 litres de sable et 800 litres de gravier, est environ égal à 1/10 du coefficient d'élasticité de l'acier. C'est aussi ce qui ressort à peu près des expériences de M. le professeur Bach de Stuttgart, et de celles qui avaient été entreprises en France, dès les débuts du ciment armé, à la demande du regretté directeur des phares, Bourdelles.

C'est ainsi muni d'une part des explications échangées pendant nos deux premières séances avec les deux représentants de la majorité de la Commission du ciment armé, MM. Considère et Résal, des explications fournies au nom de ceux de la minorité de la Commission, que le soussigné s'est mis à l'œuvre pour préparer, *non sans de fréquents scrupules*, les projets d'instructions et de circulaire que la Commission actuelle a l'honneur de soumettre à l'examen du Conseil.

A ce mot « Règlement » employé par la Commission du ciment armé, nous avons substitué le mot « Instructions » qui, tout en ayant le même caractère obligatoire pour les ingénieurs, s'annonce comme moins permanent. Il convient, en effet, de prévoir que l'expérience des chantiers, comme celles des laboratoires et comme la théorie, pourront modifier les vues qu'on a actuellement sur le ciment armé et, par suite, amener à faire des retouches aux prescriptions actuelles.

En principe, nous avons cherché à condenser ces instructions en un petit nombre d'articles, brefs et précis.

Elles sont divisées en quatre parties :

- I. Données à admettre dans les projets relatifs au béton armé ;
- II. Calculs de résistance (à appuyer sur ces données) ;
- III. Exécution des travaux ;
- IV. Épreuves des ouvrages.

I. *Données à admettre.* — Ces données comprennent deux parties distinctes : les surcharges et les coefficients de travail.

Il n'y a rien à dire relativement aux surcharges. Elles sont les mêmes pour les ouvrages en ciment armé que pour leurs similaires en d'autres matières.

La fatigue à la compression du béton armé a été admise égale aux 28/100 de la résistance à l'écrasement du béton non armé de même composition après 90 jours de confection, cette résistance étant mesurée sur un cube de 0 m. 20 de côté.

La Commission du ciment armé, dans son projet de règlement, n'avait indiqué la fatigue maximum à admettre que pour trois espèces

de béton qui sont formées de 800 litres de gravier, 400 litres de sable avec respectivement les trois dosages :

300, 350 et 400 kilogrammes de Portland.

Elle a trouvé pour ces bétons respectivement les résistances suivantes en kilogrammes par centimètre carré :

Au bout de 28 jours :

107, 120, 133 kilogrammes.

Au bout de 90 jours :

160, 180 et 200 kilogrammes.

Elle admet dans son règlement les limites de fatigue ci-après :

46, 52, 58 kilogrammes.

La règle que nous proposons donne :

44.8, 50.4, 56 kilogrammes,

c'est-à-dire sensiblement les mêmes chiffres. Nous sommes donc d'accord avec elle et notre formule a l'avantage de s'étendre à d'autres bétons de compositions très variables qui peuvent être employés dans la pratique.

Mais ce n'est pas sans hésitation que nous avons suivi la Commission sur ce point. Ce taux de fatigue de 28/100 de la résistance après 90 jours est élevé et beaucoup plus élevé que les chiffres similaires admis dans d'autres règlements, notamment dans les règlements allemands ou suisses. Là où nous admettons une fatigue de 51 kilogrammes, on n'admettrait guère que 30 à 35 kilogrammes.

MM. Résal et Considère, au nom de la Commission du ciment armé, ont insisté pour le maintien des chiffres proposés par cette Commission, après une longue discussion en présence des représentants de l'industrie qui ont fait partie de la Commission. Ils ont fait valoir que les chiffres admis sont ceux couramment usités dans la pratique, et l'industrie ne pourrait pas se contenter de chiffres notablement moindres. M. Considère nous a fait connaître depuis que les règlements étrangers sont déjà anciens eu égard aux rapides progrès accomplis par le béton armé; qu'ils donnent lieu, au point de vue spécial dont il s'agit, à des réclamations de la part des constructeurs et que vraisemblablement, soit par tolérance, soit par une modification aux prescriptions existantes, on sera amené à élever notablement le taux de fatigue admis à une époque où on n'avait pas encore, en matière de béton armé, l'expérience acquise depuis.

Nous verrons d'ailleurs que les données adoptées pour les calculs de résistance sont de nature à rassurer sur les valeurs élevées adoptées pour les taux de fatigue aux articles 4 et 5.

Ce dernier article permet de majorer le taux normal de fatigue admis à l'article 4.

Il constitue une innovation relativement aux instructions étrangères qu'il nous a été donné de consulter, en ce qu'il encouragera les constructeurs à porter leur attention non seulement sur les armatures longitudinales, mais aussi sur les armatures transversales qui ont une influence considérable sur la solidité de ce genre de constructions. Il mérite d'être conservé. Il est formulé sous forme générale dans les instructions. Le commentaire qu'y donne la circulaire avec le coefficient de majoration  $\left(1 + m' \frac{V'}{V}\right)$  guidera les ingénieurs dans l'adoption du taux de la majoration suivant le cas. Par une sorte d'interprétation rapide, on peut avec une suffisante approximation, passer des cas spécifiés dans la circulaire à des cas différents pour le choix du coefficient  $m'$  qui seul reste à l'appréciation des ingénieurs.

II. *Calculs de résistance.* — On voit que nos instructions se bornent à quelques prescriptions générales qui laissent aux ingénieurs la plus absolue liberté dans les méthodes de calcul qu'ils croiront devoir employer, sous la seule réserve de ne pas substituer les méthodes empiriques des spécialistes aux méthodes plus sûres tirées de la résistance des matériaux ou de la théorie de l'élasticité. Mais comme, d'autre part, il est à notre connaissance que beaucoup d'ingénieurs seraient très heureux d'avoir quelques indications qui puissent leur servir de guides dans ces calculs nouveaux pour beaucoup d'entre eux, nous avons, dans la circulaire, cherché à donner à ce désir la satisfaction la plus large possible, tout en y faisant remarquer que les formules et même les méthodes indiquées n'ont aucun caractère obligatoire et que toutes autres méthodes, pourvu qu'elles soient rationnelles, seront admises par l'Administration.

Nous devons insister, non sur les formules contenues dans la circulaire et qui sont déduites des principes de la résistance des matériaux relatifs aux pièces à sections hétérogènes, mais sur l'une des données qui y est indiquée ou conseillée et qui, comme celle signalée plus haut à l'occasion de l'article 5, innove relativement à ce qui existe et est de nature, comme nous l'avons fait pressentir plus haut, à atténuer sensiblement ce que le taux élevé de fatigue à la compression du béton admis aux articles 4 et 5 peut avoir de hardi. Il s'agit d'un

nombre que l'on admet dans les calculs de résistance pour exprimer l'équivalence, à section égale, entre le béton et l'armature. Dans les formules de la plupart des auteurs français et étrangers, on admet que dans la compression d'un prisme armé, chaque centimètre carré de l'armature longitudinale supporte une part de charge  $m$  fois plus grande que ne le ferait un centimètre carré de béton occupant la même place.

Théoriquement, le nombre  $m$  serait le rapport entre les modules d'élasticité du métal et celui du béton. MM. Rabut et Mesnager demanderaient que ce nombre fût pris égal à 10. En Suisse et en Allemagne, comme aussi d'après les auteurs français et belges, on adopte de préférence la valeur 15.

Il est vraisemblable qu'avec ce dernier chiffre on attribue souvent au métal une influence plus grande que la réalité, et au béton une influence trop faible, de sorte que celui-ci supportera en réalité une fatigue plus grande que celle que supposent les calculs.

L'innovation de la circulaire consiste à proposer pour ce nombre  $m$ , non pas une valeur immuable, telle que 10 ou 15, mais une valeur dépendant à la fois des dispositions de l'armature longitudinale et de celles des armatures transversales ou obliques qui les solidarisent. On admet que le nombre  $m$  peut ainsi varier, suivant que les dispositions des armatures sont plus ou moins bien combinées entre un minimum de 8 et un maximum de 15.

Cette manière de faire semble très rationnelle théoriquement, outre qu'elle s'ajoute aux prescriptions de l'article 5 des instructions, pour inciter les praticiens à bien étudier les dispositions combinées des armatures longitudinales et transversales.

Nous nous sommes assuré d'ailleurs qu'on arrive ainsi à un coefficient de sécurité bien plus constant qu'avec les ouvrages calculés dans l'hypothèse de la constance de  $m$ , ce qui diminue sensiblement le danger pouvant résulter du coefficient de fatigue élevé qu'on a adopté aux articles 4 et 5 des instructions.

Pour bien comprendre le genre de vérification que nous avons poursuivi, il convient de préciser le sens qu'on attache à l'expression : *coefficient de sécurité*.

Supposons une colonne en béton armé où, d'après les *calculs de résistance*, le béton travaille à raison de 50 kilogrammes par centimètre<sup>2</sup>, tandis qu'un cube du même béton non armé se romprait après 90 jours sous une charge de 200 kilogrammes par centimètre carré.

On dira que le coefficient de sécurité est 4. Mais (et cette observa-

tion s'applique aussi aux ouvrages autres que ceux en béton armé), ce n'est là qu'un coefficient conventionnel, le seul en général qu'on puisse fixer et dont il faut, par suite, se contenter dans la pratique. Le vrai coefficient de sécurité ne pourrait s'obtenir qu'en rompant non plus un cube de béton non armé, mais en rompant la colonne elle-même. Or, il est probable que, même abstraction faite du flambage que nous supposons combattu, la colonne se romprait sous une charge autre que le cube de béton. Si elle n'était pas armée elle se romprait sous une charge un peu plus faible en raison des points faibles que comporte un ouvrage de plus grandes dimensions et moins bien soigné, dans ses moindres détails, qu'un échantillon cubique de 0<sup>m</sup>20 de côté. Grâce à l'armature, et c'est là son but ou du moins l'un d'eux, il se peut que la colonne supporte, avant rupture, une charge égale ou supérieure à celle qu'a pu supporter l'échantillon cubique.

Dans le premier cas, le coefficient de sécurité conventionnellement rapporté à cet échantillon serait trompeur et illusoire. Dans le second au contraire, il serait très sûr, puisqu'il ne pourrait qu'être égal ou inférieur au coefficient de sécurité réel.

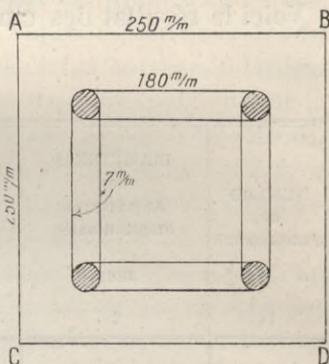
En tout cas, ce dernier ne peut s'obtenir que par destruction directe de l'ouvrage considéré. Ce coefficient réel, nous l'avons déterminé, sur un prisme de béton armé à base carrée de 0<sup>m</sup>25 de côté et de 1 mètre de hauteur portant diverses armatures, à l'aide d'expériences de rupture très précises de M. le professeur Bach. Aux charges de rupture expérimentalement déterminées, nous comparons les fatigues qui résulteraient :

1<sup>o</sup> De l'emploi des formules de résistance avec un coefficient  $m$  constant et égal à 15 ;

2<sup>o</sup> De l'emploi des formules avec un coefficient  $m$  variable entre 8 et 15, selon les règles indiquées dans la circulaire et en faisant d'après ces règles des interpolations à vue et avec les majorations de la fatigue admises par l'article 5 des instructions pour l'emploi des coefficients de majoration :

$$1 + m' \frac{V}{V'}$$

le coefficient  $m'$  étant également obtenu dans chaque cas, d'après les règles indiquées dans la circulaire.



Voici les données expérimentales et les résultats obtenus :  
Section du prisme :

$$\Omega = 25 \times 25 = 625 \text{ cm}^2.$$

Volume  $V'$  des ligatures :

$$V' = 62 \text{ cm}^3 645.$$

Les prismes essayés (fig. ci-contre) ont une section carrée ABCD de 250<sup>mm</sup> de côté. Ils sont armés de 4 tiges éloignées d'axe en axe de 180<sup>mm</sup> et ayant des diamètres  $d$  variables de 15 à 30<sup>mm</sup>.

Ces tiges longitudinales sont réunies deux à deux par des tiges formant ligatures transversales doubles suivant les quatre côtés d'un carré.

Toutes ces tiges ont 7<sup>mm</sup> de diamètre.

L'écartement de ces armatures transversales dans le sens de l'axe du prisme varie de 0<sup>m</sup>25 à 0<sup>m</sup>625.

Voici le résultat des cinq séries d'expériences :

TABLEAU I.

NUMÉRO de L'EXPÉRIENCE	DIAMÈTRE $d$ des ARMATURES longitudinales	ÉCARTEMENT des ARMATURES transversales	VALEUR MOYENNE de la CHARGE de rupture	SECTIONS des ARMATURES longitudinales
	— mm.	— cm.	— Kgs par cm <sup>2</sup>	— $\omega = 4 \frac{\pi d^2}{400} \text{ cm}^2$ 5
1	2	3	4	5
	mm.	cm.		cm <sup>3</sup>
1	15	25.00	168	7.1
2	15	12.50	177	7.1
3	15	6.25	205	7.1
4	20	25.00	170	12.6
5	30	25.00	190	28.3

Ajoutons que la charge de rupture du prisme non armé a été trouvée de . . . . . 141<sup>k</sup>95  
et celle d'un mètre cube de ce béton de . . . . . 175<sup>k</sup>95

En supposant  $m = 15$  et appelant  $R_b$  la fatigue admise pour le béton, la charge totale  $N$  que pourrait supporter le béton serait :

$$N = R_b(625 + 15\omega). \quad (\text{A})$$

En prenant  $R_b = 35$  kilogrammes, ce qui serait conforme aux instructions allemandes, on trouve :

$$N = 35 (625 + 15\omega). \tag{A'}$$

TABLEAU II.

NUMÉRO de L'EXPÉ- RIENCE	$\frac{15\omega}{\text{cm}^2}$	$625 + 15\omega$	N Kgs	$\frac{N}{625}$	CHARGES de RUPTURE	COEFFICIENT de SÉCURITÉ effectif
1	2	3	4	5	6	7
1	106	731	25585	40.9	168	4.1
2	106	731	25585	40.9	177	4.3
3	106	731	25585	40.9	205	5.0
4	189	814	28490	48.6	170	3.7
5	424	1049	36715	58.7	190	3.2

La colonne 5 donne la charge théorique par centimètre carré que supporte le béton de la colonne. La colonne 6, reproduction de celle 4 du tableau I donne les charges de rupture effectives correspondantes. En divisant les chiffres de la colonne 6 par ceux correspondants de la colonne 5, on aura dans chaque cas le coefficient de sécurité effectif. On voit qu'il a des variations très considérables. Il varie entre 5 et 3.2, ce qui indique que la formule [A], c'est-à-dire l'hypothèse de la constance de  $m$ , peut conduire à de sérieux mécomptes.

Faisons à présent les mêmes calculs en supposant  $m$  variable. En suivant les règles indiquées dans la circulaire, on est amené par des interpolations à donner à  $m'$  les valeurs du tableau ci-après.

D'autre part, nous admettons en nombre rond, d'après l'article 4 des instructions, pour le béton une fatigue de 50 kilogrammes au lieu de celle de 35 admise ci-dessus, et en vertu de l'article 5 nous majorons cette fatigue d'après les coefficients de majoration

$$1 + m' \frac{V'}{V},$$

ce qui porte à :

$$R_b = 50 \left( 1 + m' \frac{V'}{V} \right) \tag{B}$$

D'après les règles indiquées dans la circulaire nous sommes amené à prendre pour  $m'$  les valeurs du tableau ci-dessous. Les charges  $N$  à faire supporter à la colonne seront données par la formule :

$$N = R_b(625 + m\omega). \tag{B'}$$

On a ainsi :

NUMÉROS	m	m <sup>ω</sup> cm <sup>2</sup>	625 + m <sup>ω</sup>	ÉCARTEMENT des ARMATURES transver- sales	m'	V' V	Rb = 50 1 + m' V' V	N Kg.	N 625	COEFFI- CIENT de SÉCURITÉ effectif
1	10	71	696	0 <sup>m</sup> 25	8	0.00401	51.6	33913	57.4	2.9
2	12	85	710	0.125	12	0.00802	54.8	38908	62.3	2.8
3	15	106	731	0.065	15	0.01604	62.0	55322	72.5	2.8
4	9	113	738	0.25	8	0.00401	51.6	48080	60.9	2.8
5	8	226	851	0.25	8	0.00400	51.6	43911	70.2	2.7

Les chiffres de la colonne 9 sont obtenus par la formule [B']. Ceux de la colonne 11 en divisant la valeur des charges de rupture (tableau I, colonne 4) par les chiffres de la colonne 10. Et ici on voit que les coefficients de sécurité effectifs ont une constance remarquable, ce qui permet d'être plus hardi sur la fatigue théorique maximum à admettre.

III et IV. *Exécution des travaux et épreuves des ouvrages.* — Les instructions sur ces deux matières se justifient d'elles-mêmes et nous n'avons pas à nous y arrêter ici.

En résumé la Commission a fait son possible pour donner aux ingénieurs des instructions aussi précises que le comporte le sujet, à éclaircir ces instructions en tant que de besoin par la circulaire à y joindre, et à faciliter les calculs de résistance à ceux des ingénieurs qui le désirent, le tout sans empiéter en rien sur leur libre arbitre, lequel doit rester ici plus absolu que partout ailleurs puisqu'il s'agit d'une province nouvelle dans l'art de bâtir qui s'offre à leurs études et à leur activité, et dans laquelle d'ailleurs plusieurs d'entre eux ont été parmi les premiers pionniers qui ont préparé les voies actuellement suivies.

*L'Inspecteur général,*

*Président et rapporteur de la Commission,*

Maurice LÉVY.



# TABLE DES MATIÈRES

---

Préface.

## RÉSULTATS D'EXPÉRIENCES

---

### I. — HOURDIS A NERVURES

Remarques préliminaires.....	3
<i>Premier hourdis à nervure.</i> — Résultats constatés : 1 <sup>re</sup> poutre. — Déformations élastiques. — Position de l'axe neutre. — Section plane. — Intervention d'une résistance de tension $R_e$ . — Poutre n° 1. — Poutre n° 2. — Formules théoriques.....	9
<i>Coefficients d'élasticité, travail des matériaux.</i> — Valeurs du rapport $r$ des coefficients d'élasticité. — Influence du point d'application des tensions $R_e$ . — Coefficients d'élasticité à la tension.....	17
<i>Représentation graphique des résultats</i> .....	22
<i>Second hourdis à nervure</i> .....	24
<i>Travail des matériaux.</i> — Comparaison avec la méthode approximative de calcul. — Position de l'axe neutre.....	25

### II. — SECTIONS RECTANGULAIRES

<i>Types divers : Résultats constatés.</i> — Observations générales sur ces types rectangulaires. — Section plane. — Intervention d'une résistance de tension $R_e$ . — Travail des matériaux.....	33
<i>Travail des matériaux.</i> — Coefficients d'élasticité à la tension.....	55
<i>Récapitulation des résultats pour les poutres rectangulaires</i> .....	58
<i>Représentation graphique des résultats.</i> — Comparaison avec la méthode approximative de calcul. — Position de l'axe neutre.....	60
<i>Autre procédé de calcul</i> .....	69

### III. — HOURDIS SIMPLES

Dalles de hourdis.....	72
<i>Types divers : Résultats constatés</i> .....	74
<i>Calcul des flèches</i> .....	75

## IV. — PILIERS OU POTEAUX

<i>Résultats constatés.</i> — 1 <sup>re</sup> série : charges uniformes. — Observations. — Travail des matériaux. — 2 <sup>e</sup> série : charges excentrées. — Travail des matériaux. — Comparaison avec l'hypothèse pratique.....	79
<i>Prismes de 2<sup>m</sup> et de 4<sup>m</sup> de longueur.</i> — Résultats constatés.....	94
<i>Prismes de 20 × 20.</i> — Résultats constatés.....	97
<i>Coefficients pratiques.</i> — 1 <sup>o</sup> Charge centrale. 2 <sup>o</sup> Charge excentrée.....	98

## V. — RÉCAPITULATION GÉNÉRALE

<i>Hourdis à nervures, sections rectangulaires, piliers.</i> — Comparaison du travail des matériaux. — 1 <sup>o</sup> Pièces travaillant par flexion. — 2 <sup>o</sup> Pièces chargées debout.....	104
<i>Représentation graphique des tensions Re.....</i>	111

## VI. — EXPÉRIENCES DIVERSES

<i>Traction simple.</i> — Résultats constatés.....	120
<i>Résistance au glissement.</i> — Résultats constatés.....	124
<i>Résistance au cisaillement.</i> — Résultats constatés.....	127
<i>Résistance à la torsion.</i> — Résultats constatés.....	131

ANALYSE DES CIRCULAIRES ET INSTRUCTIONS  
MINISTÉRIELLES

## I. — PROJET DE CIRCULAIRE D'ENVOI

1 <sup>o</sup> Résistance-limite. — Section plane. — Résistance de tension. — 2 <sup>o</sup> Coefficient E à la compression. — 3 <sup>o</sup> Poutres à nervures. — 4 <sup>o</sup> Charges isolées. — 5 <sup>o</sup> Hourdis à 4 nervures. — 6 <sup>o</sup> Poteaux.....	136
--	-----

## II. — PROJET DE RÈGLEMENT

1 <sup>o</sup> Fabrication. — Coffrages. — 2 <sup>o</sup> Limites de travail. — 3 <sup>o</sup> Calcul des pièces. — 4 <sup>o</sup> Pièces chargées debout. — 5 <sup>o</sup> Compression longitudinale et flexion.....	144
---	-----

III. — RAPPORT DE LA COMMISSION NOMMÉE PAR LE CONSEIL  
GÉNÉRAL DES PONTS ET CHAUSSÉES

Coefficients d'élasticité. — 1 <sup>o</sup> Travail normal des matériaux. — 2 <sup>o</sup> Rapport des coefficients d'élasticité; son influence sur les résultats calculés. — 3 <sup>o</sup> Coefficient de sécurité.....	150
---	-----

**IV. — CIRCULAIRE MINISTÉRIELLE AUX INGÉNIEURS EN CHEF**

- 1° Travail normal des matériaux. — 2° Travail du béton à l'écrasement. — 3° Rapport des coefficients d'élasticité. — 4° Formules théoriques : poutres et arcs. — 5° Largeur réduite de travée ; hourdis posés sur 4 côtés. — Pièces chargées debout. — 6° Observations diverses..... 156

**V. — INSTRUCTIONS RELATIVES A L'EMPLOI DU BÉTON ARMÉ**

- 1° Travail des matériaux. — 2° Calculs théoriques. — 3° Exécution des travaux. 164

---

**TABLEAUX NUMÉRIQUES ET GRAPHIQUES**


---

**I. — HOURDIS A NERVURES**

- Rapport entre écartements et portées. — Coefficients divers. — 1<sup>er</sup> type. — 2<sup>e</sup> type. — 3<sup>e</sup> type. — 4<sup>e</sup> type. — 5<sup>e</sup> type. — Influence des variations admises pour les divers éléments de résistance..... 170

**II. — SECTIONS RECTANGULAIRES ET HOURDIS SIMPLES**

- Moyennes pratiques. — Pourcentage..... 183

**III. — APPLICATION DES TABLEAUX PRÉCÉDENTS**

- Emploi des tableaux. — 1<sup>er</sup> Problème. — 2<sup>e</sup> Problème. — 3<sup>e</sup> Problème. — Types simplifiés à coefficients moyens. — Armatures supérieures..... 190

**IV. — COMPARAISON DES TROIS SOLUTIONS : HOURDIS A NERVURE, HOURDIS SIMPLE, SECTION RECTANGULAIRE**

- 1° Hourdis à nervure. — 2° Hourdis simple. — 3° Section rectangulaire. — Conclusion..... 205

**V. TABLEAUX GRAPHIQUES**

- 1° Hourdis à nervure. — 2° Hourdis simple et sections rectangulaires. — Exemples d'application. — Epaisseur du hourdis proprement dit. — Modification de l'écartement..... 211

---

**CALCUL INVERSE**


---

**I. — FORMULES THÉORIQUES**

- Question pratique. — 1° Hourdis à nervures. — 2° Hourdis simples et sections rectangulaires : Exemples 1, 2, 3..... 225

## II. — INFLUENCE DES TENSIONS $R_e$ SUR LES VALEURS DE $R_m$ ET $R_c$

1° Hourdis simples et rectangulaires : Exemples 1, 2, 3, 4. — 2° Hourdis à nervures : Exemples 1, 2.....	231
--	-----

## III. — COEFFICIENTS DIVERS ADOPTÉS PAR LES CONSTRUCTEURS

<i>Travail des matériaux sur divers ouvrages exécutés</i> : 1° Hourdis à nervures : Exemples 1, 2, 3. — 2° Hourdis simples : exemples 1, 2, 3. — Limites des coefficients de travail adoptés.....	241
---	-----

# DÉFORMATIONS ÉLASTIQUES

## I. — ÉVALUATION DES FLÈCHES

Suppression des tensions $R_e$ . — Intervention des tensions $R_e$ . — 1° Sections de béton équivalentes. — 2° Section de métal équivalente. — Limites des écarts. — Suppression des $R_e$ .....	255
Résultats des expériences.....	263
Représentation graphique des résultats observés : Mesure des flèches partielles. — Mesure des flèches totales.....	266
1 <sup>er</sup> Exemple : 2 poids isolés. — Suppression des tensions $R_e$ . — Section rectangulaire équivalente de béton.....	271
2 <sup>e</sup> Exemple. — Suppression des $R_e$ : Substitution du béton. — Substitution du métal.....	275
3 <sup>e</sup> Exemple.....	278

## II. — ENCASTREMENTS PARTIELS OU COMPLETS

1° <i>Un encastrement, un appui</i> .....	282
1. — Hourdis simples et sections rectangulaires.....	283
II. — Hourdis à nervures. — Dispositions adoptées pour les encastremets..	284
Applications. — 1 <sup>re</sup> Question : valeurs numériques ; exemples numériques. — 2 <sup>e</sup> Question. — 3 <sup>e</sup> Question. — Solution économique. — Intervention de la déformation élastique : 1 <sup>er</sup> cas ; 2 <sup>e</sup> et 3 <sup>e</sup> cas. — Vérification. — Réduction de pourcentage.....	291
2° <i>Deux encastremets</i> . — Solution économique. — Intervention de la déformation élastique. — Conclusion pratique.....	313

## III. — SOLUTION PRATIQUE

Autre interprétation. — Hypothèse d'une articulation. — 1° Encastrement total : un appui. — 2° Encastrement partiel. — Calcul des sections : 1 <sup>re</sup> poutre ; 2 <sup>e</sup> poutre.....	323
--	-----

Procédé graphique.....	333
Conséquences pratiques.....	338

## MOMENTS DE FLEXION. EFFORTS TRANCHANTS ET DE CISAILLEMENT

### I. — EMPLOI DU PROCÉDÉ GRAPHIQUE

1° Un poids isolé; deux appuis.....	345
2° Un poids isolé; un encastrement, un appui.....	350
3° Deux poids isolés; deux appuis.....	352
4° Deux poids isolés; un encastrement, un appui.....	354
5° Charge uniforme; deux appuis.....	355
6° Charge uniforme; un encastrement, un appui.....	357
7° Charge uniforme; deux encastresments.....	360
8° Charge uniforme; un encastrement partiel, un appui.....	362
9° Charge uniforme et poids isolés; deux appuis.....	363
10° Charge uniforme et poids isolés; un encastrement, un appui. — Coefficients calculés : 1° Une travée, un encastrement, un appui. — 2° Une travée; deux encastresments.....	365
11° Charge décroissante; deux appuis.....	370
12° Charge décroissante; un encastrement, un appui.....	372
13° Poutre en porte-à-faux : charge uniforme et poids isolé.....	375

### II. — PROCÉDÉ DES TREILLIS ARTICULÉS

1° Charge uniforme; deux appuis.....	378
2° Charge uniforme; deux appuis.....	381
3° Charge uniforme; un encastrement, un appui.....	381
4° Charge décroissante en porte-à-faux.....	383
5° Consoles d'encorbellement; charge uniforme et poids isolé.....	384

## APPLICATIONS AUX DIVERSES CONSTRUCTIONS EN BÉTON ARMÉ

### I. — FABRICATION DU BÉTON ARMÉ

Précautions et mode d'emploi.....	391
Coffrages : poutre maîtresse; poutres secondaires; hourdis.....	395
Tuyaux et conduites. — Fabrication des tuyaux. — Calcul des sections.....	400

## II. — FONDATIONS ET RADIERS

Elargissement des fondations : piliers.....	410
Calcul des sections : 1° piliers sur terrain ordinaire; 2° piliers sur mauvais sol.....	412
Mur continu : 1° sur sol ordinaire; 2° sur mauvais sol.....	414
Radier de fondation. — Radier sur mauvais sol. — Radier avec sous-pression d'eau.....	415

## III. — MAISONS D'HABITATION; PLANCHERS

Maison de la rue Danton.....	420
Piliers; poutres et hourdis de planchers : Piliers. — Poutres. — Disposition des ligatures.....	426
Calcul des sections pour planchers : 1 <sup>re</sup> solution : Hourdis simple; poutre à nervure. — 2 <sup>e</sup> Solution : Hourdis simple; poutre à nervure.....	433

## IV. — ESCALIERS

Dispositions diverses. — Calcul des sections. — 1 <sup>re</sup> Disposition. — 2 <sup>e</sup> Disposition.....	438
--	-----

## V. — RÉSERVOIRS ET CUVES

<i>Réservoirs circulaires</i> : Types divers. — Calcul des parois. — Calcul du radier. — Fond ou radier plat.....	447
<i>Réservoirs et cuves rectangulaires</i> : Types divers. — Calcul des sections. — Exemples d'application. — Radier.....	462

## VI. — MURS DE SOUTÈNEMENT

Types divers. — Résultats d'expériences.....	478
Calcul des sections. — Calcul théorique des poussées.....	486
Simplification. — Procédé graphique. — Patin extérieur.....	492

## VII. — CONSTRUCTION DES SILOS

Faits constatés.....	499
<i>Pression minima</i> . — Evaluation du poids différentiel. — Pressions latérales et frottement sur la paroi. — Détermination des pressions par unité de surface.....	500
<i>Pression maxima</i> . — Pressions latérales et frottement sur la paroi. — Détermination des pressions par unité de surface. — Silos de grande longueur relativement à la largeur. — Pressions pendant la vidange du silo.....	506
<i>Conséquences pratiques et applications</i> . — Silos à section carrée. — Silos à section circulaire.....	513

## VIII. — BALCONS ET ENCORBELLEMENTS

Types divers.....	518
Calcul des sections.....	521
Procédé graphique : 1 <sup>er</sup> Exemple. — 2 <sup>e</sup> Exemple.....	524
Encorbellement et soutènement : 1 <sup>er</sup> exemple, avec nervures; 2 <sup>e</sup> exemple, avec contrefort de suspension.....	530

## IX. — VOUTES ET ARCS

Ouvrages d'art.....	540
Types divers.....	543
Coefficients de travail pour les voûtes et arcs.....	547
Charge symétrique : Détermination de la poussée.....	549
Calcul des sections de la poutre courbe. — Voûtes. — Travail produit par la dilatation. — Encastrement aux naissances.....	552
Charge dissymétrique. — Arc moins surbaissé. — Arc plus surbaissé.....	559

## X. — COMBLES DE TOITURES

Comble à deux versants.....	568
Voûte surbaissée.....	573
Voûte surhaussée.....	576
Arc posé sur deux appuis.....	577
Coupoles.....	580

## RÉSUMÉ GÉNÉRAL

## I. — RÉSULTATS CONSTATÉS

Section plane. — Résistance de tension. — Rapport des coefficients d'élasticité, métal et béton. — Rapport entre les valeurs du travail, métal et béton. — Adhérence et cisaillement, torsion. — Déformations élastiques. — Instructions officielles. — Emploi des tableaux.....	586
--	-----

## II. — MÉTHODE SIMPLIFIÉE ET RÉSEAUX ARTICULÉS

Principe de la méthode graphique : Réaction des appuis. — Etriers ou ligatures.....	596
Détermination des sections : analogies avec la poutre armée ordinaire.....	600
Exemples d'application de la méthode simplifiée.....	605
Détermination graphique des efforts transversaux. — Autre disposition des ligatures. — Voûtes et arcs : réseaux articulés.....	607

## DOCUMENTS OFFICIELS

## CIRCULAIRE

1. Données à admettre dans la préparation des projets. — A. Surcharges. B. Limites de travail et de fatigue.....	618
2. Calculs de résistance.....	621

## INSTRUCTIONS RELATIVES A L'EMPLOI DU BÉTON ARMÉ

1. Données à admettre dans la préparation des projets — A. Surcharges. — B. Limites de travail ou de fatigue.....	639
2. Calculs de résistance.....	641
3. Exécution des travaux.....	642
4. Epreuves des ouvrages.....	643

## ANNEXE A LA CIRCULAIRE

Rapport de la Commission nommée par le Conseil général des Ponts et Chaussées dans sa séance du 15 mars 1906.....	647
---	-----







WYDZIAŁ POLITECHNICZNY KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

IN 17965  
inw.

U. J. Zam. 356. 10.000.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300733