

Druck und Einband
von
STÄHLE & FRIEDEL
Stuttgart.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300694

14813

WAYSS & FREYTAG A. G.

NEUSTADT a. d. Haardt, BERLIN, MUNCHEN, DÜSSELDORF,
FRANKFURT a. M., STRASSBURG, STUTT GART, LUXEMBURG.

Der Betoneisenbau,
seine
Anwendung und Theorie.

Theoretischer Teil bearbeitet von

Regierungsbaumeister E. MÖRSCH

Vorstand des Technischen Bureaus der Firma WAYSS & FREYTAG A. G.

Im Selbstverlag der Firma.

Mai 1902.

Nachdruck verboten.

Gesetz vom 11. Juni 1870.

Alle Rechte vorbehalten.



xxx
1106



III 14925

Akc. Nr. 5084/51

Inhalts-Verzeichnis.

Vorwort	5
Entwicklung und Anwendung des Betoneisenbaues.	
Allgemeines	9
Geschichtliches	13
Platten	16
Plattenbalken	22
Säulen	27
Anwendung der Plattenbalken zu Ueberdeckungen aller Art, zu Brücken etc.	28
Anwendung der Betoneisenkonstruktionen im Hochbau	33
Gewölbe in Betoneisenkonstruktion	41
Weitere Anwendungsgebiete der Betoneisenbauweise	44
Theorie der Betoneisenkonstruktionen.	
Theorie der Betoneisenkonstruktionen	49
Versuchsergebnisse an Betonkörpern	51
Druckfestigkeit	51
Zugfestigkeit	51
Druckelastizität	52
Zugelastizität	54
Schubfestigkeit	60
Adhäsion zwischen Eisen und Beton	63
Biegungsfestigkeit des Betons	64
Versuche an Probekörpern mit Eiseneinlage.	68
Druckproben	68
Zugversuche	69
Axiale Druckbeanspruchung	74
Berechnung der Betoneisenpfeiler	74
Knickung	76
Einfache Biegung	78
Rechteckiger Querschnitt, einfache Armierung	80
Rechteckiger Querschnitt, doppelte Armierung	84
Biegung mit Axialdruck	87
Biegung bei Plattenbalken, T-förmige Querschnitte	90
Die Hennebiquesche Rechnungsweise	95
Schubspannungen, Berechnung der Bügel	98
Schiefe Hauptspannungen	103
Berechnung der Schnittkräfte und Schnittmomente	105
Schluss	110
Anhang.	
Tabellen der Maximalmomente für kontinuierliche Träger	115
Rundeisentabelle	118



Vorwort.

Die heutige Betoneisenbauweise, welche die folgerichtige Entwicklung der elementaren Konstruktionen Moniers bildet, hat sich in den letzten Jahren auf allen Gebieten des Hoch- und Tiefbaus so sehr ausgebreitet und eine derartige Bedeutung gewonnen, dass wohl jeder Techniker mit den Einzelheiten und Berechnungsmethoden dieser Bauweise vertraut sein sollte. Da es nun schwer ist, unter der Menge der angepriesenen Systeme, deren unterscheidende Merkmale oft für den Fachmann kaum zu erkennen sind, das Richtige, d. h. den auf theoretischer Grundlage entwicklungsfähigen Betoneisenbau zu studieren, und da ferner die Beschreibung der mit Betoneisenkonstruktionen angestellten Versuche und die theoretische Verwertung der Versuchsergebnisse in der Litteratur nur zerstreut zu finden sind, so übergeben wir hiermit den Interessenten eine Broschüre über die Betoneisenbauweise, in welcher sie das Notwendige über die geschichtliche Entwicklung, sowie eine Zusammenstellung der wichtigsten und grundlegenden Versuche über Festigkeit und elastisches Verhalten von Beton und Eisen und der aus denselben folgenden genauen und näherungsweise Rechenmethoden vorgeführt finden. Ausser diesem fügen wir eine Beschreibung ausgeführter Betoneisenkonstruktionen bei.

Wir hoffen, dadurch einem dringenden Bedürfnisse entgegenzukommen und namentlich dem Einwand zu begegnen, dass die von uns vertretenen Konstruktionen keiner sicheren statischen Berechnung unterzogen werden könnten.

Obwohl für die statische Berechnung der Betoneisenkonstruktionen noch nicht so allgemein anerkannte Normen aufgestellt worden sind wie für diejenige der reinen Eisenkonstruktionen, so ist dadurch nicht das Misstrauen berechtigt, das in Deutschland teilweise noch dem armierten Beton entgegengebracht wird. Es sind doch die vielen ausgeführten und sich bewährenden grossartigen Konstruktionen in

dieser neuen Bauweise beredete Zeugen dafür, dass die Konstruktionsprinzipien und die Berechnungsmethoden richtig sind, wenn sie sich auch mit der fortschreitenden Erkenntnis der Eigenschaften der Materialien und ihres Zusammenwirkens noch vervollkommen werden.

Inwiefern wir bestrebt sind, an dieser Vervollkommnung mitzuwirken, wird aus den Beispielen und den von uns bezw. auf unsere Veranlassung ausgeführten Versuchen über Festigkeit und Elastizität hervorgehen.

Während die Moniersche Bauweise anfangs hauptsächlich nur in Form von Gewölbekonstruktionen zugelassen wurde, oder als ebene Platte über eisernen Trägern und für Wandungen von Gefässen Verwendung fand, steht sie heute in entwickelter Form als biegungsfeste Platten, Träger und Säulen im Vordergrund des Interesses und macht den entsprechenden Konstruktionsteilen aus Eisen erfolgreiche Konkurrenz. Wir werden uns daher im folgenden vorzugsweise mit dem letztgenannten Anwendungsgebiete befassen, und verweisen bezüglich der kleineren Gewölbe, Treppen, Röhren, Gefässe, Ummantelungen aus Betoneisen (nach System Monier) auf frühere Veröffentlichungen unserer Firma: „Das System Monier, herausgegeben von G. A. Wayss, Berlin 1887“ und unser Verzeichnis von Fabrikaten und Arbeiten in Stampfbeton- und Monierbauweise 1895, welches wir Interessenten kostenlos zur Verfügung stellen, ebenso wie eine Sammlung von Lichtdrucken von unseren neueren und grösseren Beton- und Betoneisenbauten.

Neustadt a. H., Mai 1902.

Wayss & Freytag A. G.

Entwicklung und Anwendung des Betoneisenbaues.

Allgemeines.

Unter dem Begriff „Betoneisenkonstruktionen“ werden alle jene Konstruktionen zusammengefasst, welche derart aus Portlandcementbeton in Verbindung mit Eisen hergestellt werden, dass beide innig miteinander verbundenen Elemente zu gemeinsamer statischer Wirkung gegen äussere Beanspruchungen gelangen können.

Hierbei gilt als Grundgesetz, dass der Beton hauptsächlich die Druckkräfte aufnehmen soll, während dem Eisen die Aufgabe zufällt, einen grossen Teil der Zugkräfte aufzunehmen, also dem Beton eine höhere Zugfestigkeit zu verleihen.

Aus dieser Verbindung der zwei sonst so ungleichen Baustoffe Beton und Eisen ergeben sich mancherlei Vorteile und wertvolle Eigenschaften der betreffenden Konstruktionen.

Die so erstellten Bauwerke verbinden die Massigkeit des Betonbaus mit der leichten Erscheinung und Formgebung der Eisenkonstruktionen und verdanken ihre weite Verbreitung und die tägliche Erweiterung ihrer Anwendungsgebiete den grossen ökonomischen Vorzügen gegenüber den entsprechenden Konstruktionen in Stein, Holz oder Eisen. In den meisten Fällen schon billiger in der Herstellung wegen der rationellen Ausnutzung der Festigkeitseigenschaften der beiden verwendeten Materialien, entfallen bei ihnen, im Gegensatz zu den Holz- und Eisenkonstruktionen alle Unterhaltungskosten. Eine weitere vorzügliche Eigenschaft der Betoneisenbauten ist ihre absolute Feuersicherheit, vermöge welcher sie schon seit längerer Zeit Eingang im Hochbau, als Monierwände, Treppengewölbe und feuersichere Ummantelungen von eisernen Trägern und Säulen gefunden haben. Heute führen wir Säulen und Träger aus denjenigen Materialien aus, welche früher die feuersichere Verkleidung abgegeben haben und erhalten dadurch eine einheitliche und billigere feuerfeste Konstruktion.

Die angeführten Vorzüge der Betoneisenbauweise, sowie ihre Verwendbarkeit zu den oben erwähnten biegungsfesten Konstruktionsteilen der Träger, Säulen und Platten ergeben sich aus folgenden grundlegenden Eigenschaften des Betons und des Eisens bezw. ihrer Verbindung:

1. Der Beton schützt das von ihm umhüllte Eisen am vollkommensten gegen Rostbildung. Diese Thatsache ist heute wohl allgemein bekannt und anerkannt; sie hat aber zur Voraussetzung, dass der Beton mindestens im Mischungsverhältnis 1:3 bis 1:4 hergestellt und in sog. plastischen Zustand (nicht erdfeucht) eingebracht wird, da nur dann die notwendige innige Umhüllung und Adhäsion stattfindet.

Als Beweis für die rostschützende Eigenschaft des Betons können dienen die grosse Anzahl der Wasserbehälter und Entwässerungsröhren, welche, nach *Moniers* Bauweise hergestellt, schon Jahrzehnte lang ihrem Zweck dienen und keine Spur von Rost an den Eiseneinlagen erkennen lassen. Es liegen auch Untersuchungen an 20 Jahre alten Kanalisationen aus Monierröhren vor, in denen sich die Eisenstäbe so unversehrt und rostfrei, selbst noch so blau gezeit haben, wie sie aus dem Walzwerk gekommen waren. Wir finden diese Thatsache immer von neuem bestätigt bei Probelastungen, Abbrucharbeiten an alten Behältern und Decken, wie überhaupt keine unserer zahlreichen Konstruktionen im Laufe der Jahre einen Mangel gezeigt hat, der auf ein Rosten der Eiseneinlage zurückzuführen wäre. Nachstehend geben wir im Auszug ein Zeugnis des Professors *Bauschinger* wieder, das über Untersuchungsergebnisse bezüglich des Rostschutzes im Jahre 1892 ausgestellt wurde. Es handelte sich um Ueberreste von Versuchsobjekten, welche im Oktober 1887 geprüft worden waren. Diese Bruchstücke von Platten waren bis zum Jahre 1892 im Freien gelegen.

„Von jenen Platten wurde mittelst eines Hammers an verschiedenen Stellen die über den Drähten liegende Betonschicht abgeschlagen. Dabei zeigte sich, dass der Beton immer nur an der vom Hammer zunächst getroffenen Stelle absprang, ein Zeichen, dass er an den darunter liegenden Drähten gut haftete. Diese Drähte zeigten sich schon dicht neben dem Bruchrande rostfrei und ebenso natürlich überall im Innern.

Ein Behälter war durch mehrmaligen Transport, durch Umstürzen etc. an verschiedenen Stellen beschädigt, von Rissen durchzogen und zeigte stellenweise blossgelegte Drahteinlagen. An letzteren Stellen waren die Drähte natürlich verrostet, auch zeigten sie einen jedoch nur ganz feinen Rostanflug, wenn Stücke des Betonüberzuges an einer von einem Riss durchzogenen Stelle abgeschlagen wurden. Geschah dies aber an einer fehlerfreien dichten Stelle, so zeigte sich die Drahteinlage vollständig rostfrei. Beim Abschlagen der Beton-

decke konnte dieselbe Beobachtung bezüglich des Haftens derselben am Eisen gemacht werden wie bei den Platten.

Am 23. Juli 1892 wurden einige Bruchstücke von 6—8 cm starken Monierplatten untersucht, welche um einen Kanaleinlauf gelegt und fast fortwährend an den dem Einlauf zunächst liegenden Seiten mit Wasser bedeckt waren, das häufig mit Jauche vermischt war. — Die Stücke lagen nach Aussage des Besitzers seit ca. 4 Jahren am Platze und waren von ihm beim Verkauf der von den Versuchen im Jahre 1887 erhaltenen Bruchstücke erworben worden. Sie zeigten deutlich die Bruchränder, aus denen die Einlagedrähte bis zu 5 cm Länge hervorragten. An einer dieser Platten, gerade bei derjenigen, welche etwas tiefer lag als die andere, war die Drahteinlage zunächst ihrer oberen Fläche gelegen; hier wurde die kaum 1 cm starke Betonschicht über den Drähten abgemeiselt. Der Beton zeigte sich ausserordentlich hart, sehr gut an den Drähten haftend und diese schon in ganz geringer höchstens 1 cm betragender Entfernung vom Bruchrande völlig rostfrei.“

2. Die Adhäsion des Portlandcementbetons am Eisen ist eine sehr bedeutende und etwa gleich der Scherfestigkeit des Betons. Die Adhäsionsfestigkeit kann zwar ziffernmässig durch direkten Versuch nachgewiesen werden, die Notwendigkeit ihres Vorhandenseins ergibt sich aber schon aus der grossen Biegungsfestigkeit der armierten Betonplatte im Vergleich zu derjenigen der reinen Beton tafeln. Dieselbe beträgt z. B. bei einer Eiseneinlage von 1% der Querschnittsfläche 178 kg/qcm und steigt bei 1,45% Eisenarmierung auf 247 kg/qcm, während die Biegungsfestigkeit einer reinen Beton tafeln höchstens 47 kg/qcm beträgt. Wenn diese Adhäsion nicht vorhanden wäre, so müsste eine auf Biegung beanspruchte Platte mit Eiseneinlagen weniger leisten müssen, als eine gleich dicke Betonplatte ohne Eisen, denn jede mit dem Cement sich nicht vereinigende Einlage würde nur dazu beitragen, den Betonquerschnitt zu schwächen. Die Adhäsion des Eisens am Beton ist durch Versuche *Bauschingers* auf 40—47 kg/qcm ermittelt und man ist berechtigt, dieselbe gleich der Scherfestigkeit des Betons zu setzen.

Ueber neuere Versuchsergebnisse wird später die Rede sein.

Mit einer Adhäsionsfestigkeit von 40 kg/qcm ergibt sich z. B. die Länge, mit welcher ein Eisenstab im Beton stecken muss, damit er nicht mehr herausgezogen werden kann,

bei einem Rundeisen von 10 mm Dm.	zu 22 cm
„ „ „ „	20 mm Dm. zu 44 cm
„ „ „ „	30 mm Dm. zu 66 cm

und man ersieht hieraus, dass die Krafteintragung vom Beton in das Eisen oder umgekehrt auf verhältnismässig kurzem Wege stattfinden kann.

3. Die Temperatúrausdehnungskoeffizienten von Eisen und Beton sind nahezu gleich gross. Diese Ausdehnungskoeffizienten werden nach den Versuchen von *Bouhiceau* für 1° C. auf

0,00001235 für Stabeisen,

0,00001370 für Portlandcementbeton angegeben, es ist jedoch zu erwarten, dass der Ausdehnungskoeffizient für Beton je nach der Beschaffenheit des Kies- und Sandmaterials kleinen Schwankungen unterworfen sein wird.

Der früher gegen die Monierkonstruktionen erhobene Einwand, dass der Zusammenhang der beiden ganz verschieden gearteten Stoffe durch Wärmewechsel gefährdet werden müsse, ist demnach nicht stichhaltig, da die Wärmeausdehnungsverhältnisse beider Stoffe fast völlig übereinstimmen und das ganz eingehüllte Eisen keinen erheblich andern Wärmegrad annehmen kann, als die Umhüllung. Hierzu kommt, dass derartige Körper als recht schlechte Wärmeleiter überhaupt nur wenig Wärme in sich aufnehmen und dies nur langsam in den der Temperatureinwirkung direkt ausgesetzten Teilen. Die Umhüllung schützt somit das Eisen sehr wirksam gegen die Wärme.

Nach den angestellten amtlichen Feuerproben findet eine der Tragfähigkeit schädliche Loslösung von Eisen und Cementmörtel selbst bei hohen und raschen Temperaturänderungen nicht statt (vergl. Broschüre: „Das System *Monier*“, 1887, herausgegeben von *G.A. Wayss*). Bei den gewöhnlichen Temperaturunterschieden kann übrigens eine Differenz in der Längenausdehnung durch ganz geringe innere Spannungen ausgeglichen werden (Zeitschrift des Oesterr. Arch.- und Ingenieur-Vereins 1897, No. 50).

4. Der Portlandcementbeton ist als Umhüllung von Eisenlagen im Stande, ohne Schädigung seiner Festigkeit solche Dehnungen bei Zugbeanspruchungen auszuführen, als es die volle Ausnützung des eingelegten Eisens in Bezug auf dessen Zugfestigkeit verlangt. Nach den Versuchen *Considères* und unseren bisherigen Erfahrungen bei Belastungsproben treten die Risse im Beton erst auf, wenn die Zugspannungen im Eisen dessen Elastizitätsgrenze erreicht oder überschritten haben. *Considère* wies ferner nach, dass so stark gedehnter Beton nicht etwa von Haarrissen durchsetzt ist, sondern seine ursprüngliche Festigkeit behält, indem er aus seinen Probekörpern nach der Belastung Betonprismen heraussägte und deren Zugfestigkeit zu etwa 20 kg/qcm ermittelte. (Näheres hierüber unten Seite 72.)

Geschichtliches.

Als Erfinder des Betoneisenbaues wird allgemein *Joseph Monier* bezeichnet, der um das Jahr 1868 die ersten Anwendungen gemacht hat.

Anfänglich Besitzer einer bedeutenden Gärtnerei in Paris, beabsichtigte er ursprünglich nur grosse Blumenkübel herzustellen, welche dauerhafter als solche von Holz und leichter transportabel als solche von Cement sein sollten. Er versuchte dies durch Eisenlagen von geringer Stärke in die Cementwand der Kübel zu erreichen und dehnte sodann diese Bauweise auf die Herstellung grösserer Wasserbehälter aus. Auf der Pariser Weltausstellung 1867 ist neben dem bekannteren *Monier* auch *François Coignet* vertreten, der von 1860 an Decken, Gewölbe und Röhren vorschlug, in deren Konstruktion man die Grundregeln des Betoneisenbaues erkennt.

Im Jahre 1867 nahm *Monier* sein erstes französisches Patent, dem er noch eine grössere Reihe anderer Patente über Behälter, Decken, gerade und gebogene Balken, Balken in Verbindung mit Decken u. s. w. folgen liess. In seinen Patentzeichnungen begegnen wir schon allen jenen Elementen, welche in den verschiedenen Systemen heute noch bei den einzelnen Konstruktionsteilen angewandt werden.

Es ist leicht einzusehen, dass die Erfindung *Moniers*, die bis dahin wenig bekannt und auf rein empirischer Unterlage aufgebaut war, in den Händen der Ingenieure sich ganz anders entwickeln musste.

Ende 1884 wurden die sogenannten *Monierpatente* von der Firma *Freytag & Heidschuch* in Neustadt a. Haardt und der Firma *Martenstein & Josseaux* in Offenbach a. M. gekauft und zwar von ersterer für ganz Süddeutschland mit Ausnahme von Frankfurt a. M. nebst Umkreis, welches Gebiet die letztgenannte Firma sich vorbehalten hatte. Beide Firmen zusammen erwarben aber gleichzeitig von *Monier* das Vorkaufsrecht für ganz Deutschland, das sie dann ein Jahr später an *G. A. Wayss*, damals in Frankfurt a. M., abtraten. Dieser führte nun in Gemeinschaft mit den oben genannten Firmen in Berlin grosse Belastungsproben aus, deren Ergebnisse in der Broschüre: „Das System *Monier*, Eisengerippe mit Cementumhüllung“ 1887 veröffentlicht wurden und auf Grund deren es ihm gelang, der *Monierbauweise* bei öffentlichen und privaten Bauten Eingang zu verschaffen.

In dieser Broschüre ist von *G. A. Wayss* erstmals bestimmt ausgesprochen, dass das Eisen in den Betoneisenkonstruktionen dahin

zu legen ist, wo die Zugspannungen auftreten; er hatte erkannt, dass infolge der ausserordentlichen Adhäsion des Cementbetons am Eisen diese beiden Elemente statisch zusammen arbeiten müssen und fand dies durch seine zahlreichen Versuche bestätigt. Die *Wayss'schen* Versuche erstreckten sich aber nicht allein auf Festigkeitsproben aller Art von Bauteilen, sondern wurden auch auf Proben über Feuersicherheit, Rostschutz des umhüllten Eisens, sowie über Adhäsionsfestigkeit des Eisens am Beton ausgedehnt.

An Beispielen wird in der genannten Broschüre die wirtschaftliche Zweckmässigkeit der neuen Bauweise gegenüber den altergebrachten dargelegt; auch die grosse Widerstandsfähigkeit der Monierplatten gegen Stösse wurde schon damals nachgewiesen. Den Versuchen wohnten Vertreter der Behörden, private Ingenieure und Architekten bei. Regierungsbaumeister *Koenen*, jetzt Direktor der Aktiengesellschaft für Beton und Monierbauten in Berlin, stellte im Auftrage von *G. A. Wayss* für die Betoneisenkonstruktionen auf Grund jener Versuche Berechnungsmethoden auf, welche in jener Broschüre und auch im Jahrgang 1886 des Centralblattes der Bauverwaltung erschienen sind.

Von da an war eine theoretische Grundlage geschaffen, nach welcher die Dimensionierung von Betoneisenkonstruktionen erfolgen konnte.

Infolge dieser bahnbrechenden Arbeiten breitete sich das System *Monier* immer mehr aus, insbesondere auch in Oesterreich, wo die Firma *Wayss & Co.* bis heute eine grosse Anzahl bedeutender Bauten ausführte.

In England und den Vereinigten Staaten wird armerter Beton schon längere Zeit angewendet, jedoch liess die grosse Verschiedenheit der Systeme und der Mangel an Methode bei der Herstellung keine rationelle Entwicklung aufkommen. Die Systeme *Ransome*, *Wilson*, das Streckmetall etc. finden daselbst im Hochbau zahlreiche Anwendung.

Ausser dem System *Monier*, welches sich auch in seinem Ursprungslande Frankreich weiter entwickelte, kam daselbst eine grosse Anzahl anderer Systeme auf, von denen wir nur die Namen *Cottancin*, *Bordenave*, *Pafin de Lafarge*, *Coignet*, *Bonna*, *Matrai* etc. nennen. Das bekannteste System ist das von *Hennebique*, der anfangs, wie die englischen und amerikanischen Fachgenossen, zunächst nur die Feuersicherheit im Auge hatte. Es ist am verbreitetsten in Frankreich, Belgien und der Schweiz. Die Konstruktionsgedanken *Hennebiques* waren nicht etwa neu, sondern sind teilweise schon in den Patentbeschreibungen *Moniers* enthalten gewesen. So finden wir daselbst schon die mit starken Rundeisen und Drahtbügeln armierten

Balken, die abgelenkten Eisen in Decken und Balken etc. Die ersten Betoneisenbalken in Verbindung mit der Decke wurden schon 1886 beim Bau der Bibliothek in Amsterdam ausgeführt. In chronologischer Folge kommen dann *Coignet*, *Sanders*, *Ransome* und dann *Hennebique* etwa seit 1892. Die grosse Verbreitung der Betoneisenbauten in Frankreich ist hauptsächlich dem Umstande zu verdanken, dass man daselbst derartigen Neuerungen im Bauwesen weniger skeptisch gegenübersteht und dass dort keine veralteten baupolizeilichen Be-

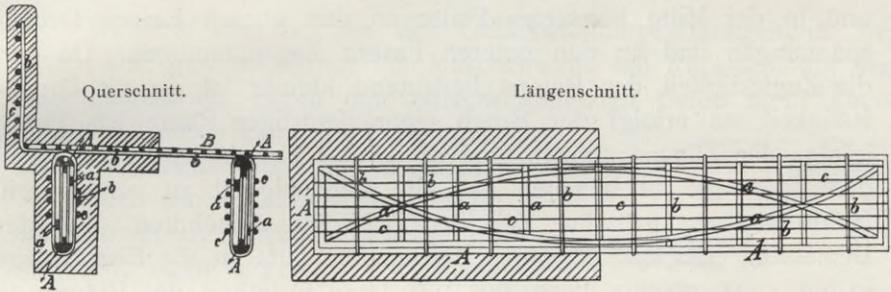


Abb. 1. Patentzeichnung Moniers für Betoneisenbalken vom Jahre 1878.

stimmungen die Entwicklung hindern, im Gegensatz zu Deutschland, wo dem Theoretiker auch die handgreiflichsten praktischen Beweise über die Tragfähigkeit der Betoneisenkonstruktionen nicht genügen, und wo strenge und für die bisher üblichen Bauweisen aufgestellte Baupolizeivorschriften häufig die Anwendung erschweren.

Indem wir im Nachstehenden dazu übergehen, die von uns geübte Betoneisenbauweise zu beschreiben, wollen wir der Vollständigkeit und Uebersichtlichkeit halber die übrigen zum Vorscheine gekommenen Systeme kurz charakterisieren. Zu diesem Zwecke müssen wir aber die Betoneisenkonstruktionen in ihren verschiedenen Anwendungsgebieten, als Platten, Balken, Säulen und Gewölbe betrachten, da viele der Systeme sich nur auf eines dieser Anwendungsgebiete erstrecken. Sie sind schon dadurch mit ihrem Mangel an Entwicklungsfähigkeit gekennzeichnet.

Platten.

Die Platten sind die einfachsten auf Biegung beanspruchten Betoneisenkonstruktionen, trotzdem treffen wir hier eine grosse Anzahl von Systemen.

Bekanntlich entstehen bei einer an den Enden frei aufliegenden und in der Mitte belasteten Platte an den oberen Fasern Druckspannungen und an den unteren Fasern Zugspannungen. Da nun die Zugfestigkeit des Betons bedeutend kleiner ist als die Druckfestigkeit, so erfolgt der Bruch einer derartigen Platte aus Beton infolge der Zugspannungen, und es ist der Zweck der Eiseneinlage, diesen Mangel zu beheben und die Zugfestigkeit zu vergrössern, indem sie den grössten Teil der Zugkräfte aufnehmen. Bei der Bemessung des einzulegenden Eisenquerschnitts ist die Eiseneinlage in ein angemessenes Verhältnis zur Druckfestigkeit des Betons zu bringen, was wir später bei der Vorführung der Berechnungsmethoden zeigen werden.

Unter der Voraussetzung einer frei an den Enden aufliegenden Platte werden daher die Eisenstäbe in der Richtung der Zugspannungen und möglichst nahe an die untere Seite zu legen sein, so zwar, dass sie noch genügend mit Beton umhüllt sind. In gutem Mörtel eingelegte dünne Drähte werden von 0,5 cm Mörtel noch sicher eingehüllt; stärkeren Drähten wird man mindestens 1 cm Abstand von der Aussenfläche geben, und stärkere Eisen erfordern grössere Abstände. Gewöhnlich sind ausser den die Zugspannungen aufnehmenden „Tragstäben“ noch senkrecht dazu sog. „Verteilungsstäbe“ angeordnet, welche den Zweck haben, die Tragstäbe während der Deckenherstellung in ihrem gegenseitigen Abstand zu erhalten und die daher an den Kreuzungsstellen mit den Tragstäben durch Bindedraht verbunden sind.

Es ist klar, dass es ganz von den Auflagerungs- und Beanspruchungsverhältnissen abhängt, in welcher Anzahl und Stärke diese Verteilungsstäbe anzubringen sind. Sodann aber haben sie die Funktion, bei der Einwirkung konzentrierter Lasten eine grössere Plattenbreite zur Aufnahme der Last heranzuziehen.

Liegt die Platte auf allen vier Seiten auf, so legt man die stärkeren Tragstäbe in der Richtung der kleineren Spannweite und die schwächeren Verteilungsstäbe in der Richtung senkrecht dazu. Der Querschnitt der Tragstäbe ändert sich je nach der Spannweite und der aufzunehmenden Nutzlast; ihre Entfernung von einander beträgt 5—15 cm, wobei noch bemerkt sei, dass kleinere Durchmesser der Eisen und

geringe Abstände derselben wirksamer sein werden, als starke Eisen und grosse Entfernungen. Der Durchmesser der Verteilungsstäbe ist 5—7 mm, ihr Abstand 10—40 cm.

Eine weitere wesentliche Aufgabe fällt den Verteilungsstäben in den Fällen zu, wo vermöge der Auflagerbedingungen der Platte senkrecht zu den Tragstäben Spannungen infolge Wärmeänderung auftreten, indem sie dann diese Spannungen aufnehmen können und dadurch die Bildung von Rissen verhindern.

Während *Monier*, von den Gefässwandungen ausgehend, bei denen eine gewisse Grenze der Maschenweite mit Rücksicht auf den Flüssigkeitsdruck gegen den zwischenliegenden Beton nicht überschritten werden kann, die Verteilungsstäbe fast ebenso stark und in gleichen Abständen wie die Tragstäbe annahm, sind für deren Anwendung heute nur noch die oben angeführten Gesichtspunkte massgebend. Früher wurde in

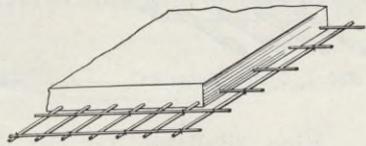


Abb. 2. System Monier.

den die Tragstäbe kreuzenden Verteilungsstäben ein Mittel gesehen, um das Gleiten des Betons längs der Tragstäbe zu verhindern. Da nun durch Versuche nachgewiesen ist, dass die Adhäsion des Betons am Eisen durch die Scherfestigkeit des ersteren bedingt ist, eine sachgemässe Ausführung vorausgesetzt, so ergibt sich hieraus das Irrtümliche dieser Anschauung, sowie auch das weitere, dass alle sogen. Systeme, welche das Moniersystem in der Weise zu verbessern suchten, dass sie das von *Monier* verwendete Rundeisen durch Quadrat-eisen, Façoneisen etc. ersetzten, unökonomisch und daher nicht entwicklungs-fähig sind.

Von den verschiedenen Systemen nennen wir:

System *Bordenave*, welcher hauptsächlich schwache **I**-Profile verwendet.

System *Bonna*, bei dem **+**-Eisen zur Anwendung kommen.

Bei System *Donath* bilden die Verteilungsstäbe als Flacheisen einen Dreiecksverband zwischen den **I**-förmigen Tragstäben.

Auf den gleichen Grundsatz stellt sich das System *Müller*, nur sind auch hier die Trageisen als Flacheisen aufrechtstehend ausgebildet.

Das System *Hyatt* bildet die Tragstäbe als aufrechtstehende Flacheisen aus, die mit Löchern versehen sind, durch welche die aus schwachen Rundeisen bestehenden Verteilungsstäbe hindurchgestreckt werden.

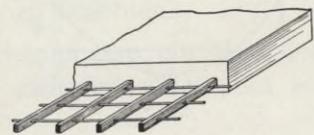


Abb. 3. System Hyatt.

Das in Amerika zu einer Bedeutung gelangte System *Ransome* unterdrückt die Verteilungsstäbe vollständig und bildet die Tragstäbe als schraubenförmig gewundene Quadrateisen aus, um ein Gleiten derselben im Beton zu verhindern.

Andere Konstrukteure, wie *Cottancin*, haben die Trag- und Verteilungsstäbe zu einem regelrechten Netzwerk verflochten.

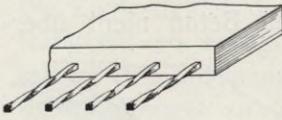


Abb. 4. System Ransome.

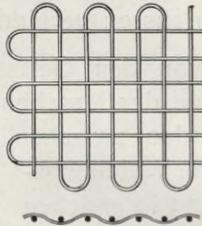


Abb. 5. System Cottancin.

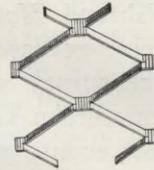


Abb. 6. Streckmetall.

Eine ähnliche Art der Eiseneinlage bildet das sogen. Streckmetall (*métal déployé*, expanded metal) des Amerikaners *Golding*, hierbei sind die beiden Reihen Eisenstreifen der Maschen diagonal gerichtet. Die verlangte Widerstandsfähigkeit kann durch verschiedene Blechstärken und Maschenweiten erreicht werden. Versuche von *Fowler* und *Backer* an Betonplatten mit Netzmetalleinlagen ergeben beim Vergleich mit Platten mit Rundeiseneinlagen bei gleichem Eisenaufwand die Ueberlegenheit des Rundeisens über das Streckmetall, obwohl dieses aus Stahlblech hergestellt wird. Der Grund liegt wohl darin, dass bei der Herstellung des Netzes aus dem Blech dasselbe schon einer sehr bedeutenden Beanspruchung unterliegt; auch sind, wie aus jenen Versuchen hervorgeht, die Abweichungen bei ein und derselben Plattengattung oft beträchtlich.

Bisher haben wir angenommen, dass die Platte an ihren Enden frei aufliege. Es liegt dann in allen beschriebenen Systemen die Eiseneinlage, die sich ja nur in der Form unterscheidet, im unteren

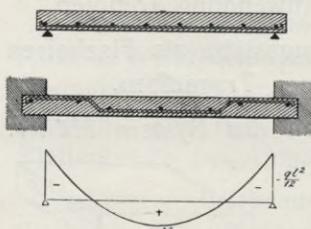


Abb. 7.

Teil des Querschnitts. Bei einer grossen Zahl von Konstruktionen ist indessen an den Auflagern eine gewisse Einspannung in den Umfassungsmauern vorhanden, oder die Platte geht kontinuierlich über Eisenträger weg. Durch diese Einspannung bzw. Kontinuität der Platte vermindert sich das Moment in der Mitte derselben, aber gleichzeitig treten entgegengesetzte Biegemomente an den Stützen auf und es müssen daher zur Aufnahme der Zugspannungen in der oberen Querschnittshälfte die Eisen in der Nähe der Stützen in die obere Zone eingelegt werden. Wir gelangen in dieser

Weise zu den schon von *Monier* verwendeten abgebogenen Eisen, deren Verlauf in Bezug auf die Neutralaxe entsprechend demjenigen der Maximalmomentenlinie erfolgt.

Beim System *Hennebique* besteht die Armierung in einem solchen Falle aus zwei Serien von Eisenstäben. Der eine Teil ist gerade und liegt im unteren Teil des Betonquerschnitts, die anderen abgebogenen Eisen befinden sich über den Stützen in der oberen Querschnittszone, sind gegen die Mitte der Oeffnung abgebogen und kommen dann neben die geraden Stäbe zu liegen.

Hennebique sieht in den abgebogenen Eisen hauptsächlich ein Mittel gegen die Schubspannungen und wendet dieselben auch bei nicht eingespannter Platte an. Ferner verwendet er Flacheisenbügel

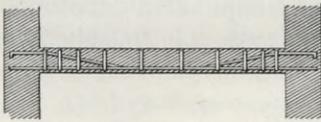


Abb. 8. System Hennebique.

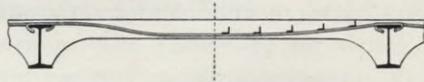


Abb. 9. Systeme Koenen, Klett.

zur besseren Verbindung des Betons mit den Eiseneinlagen. Die Verwendung von Flacheisenbügeln bei Decken ist nach unseren Erfahrungen überflüssig, denn die bei Platten auftretenden Scherkräfte können ganz gut vom Beton allein aufgenommen werden.

Die gebogenen Eisen nach *Monierscher* Art für kontinuierliche über Eisenbalken fortlaufende Decken sind auch noch verwendet bei dem System *Klett* als Flacheisen mit aufgenieteten Winkeleisenstückchen und bei den Systemen *Wilson* und *Koenen*. Bei den zwei letztgenannten Systemen ist die Platte an den Trägern verstärkt, wie es die grossen Stützenmomente einer kontinuierlichen Platte verlangen.

Wie wir später sehen werden, genügt aber die einfache Art der Armierung dieser Systeme nicht, sobald eine bewegliche Verkehrsbelastung die Felder ungleich belastet, oder wenn die benachbarten Felder sehr ungleiche Spannweiten aufweisen. Es ist überhaupt nicht angängig, beim Projektieren von Betoneisenkonstruktionen schablonenmässig ein bestimmtes System einzuhalten, anstatt das Eisen rechnungsgemäss an allen gezogenen Stellen einzubringen und die durch die Erfahrung gebotenen Grundsätze dabei zu beachten.

Das System *Matrai* kleidet in die Betonmasse ein Netz von sich kreuzenden Drähten, die kettenförmig zwischen ein Viereck bildenden Eisenträgern aufgehängt sind.

Abbildung 10 auf Seite 20 stellt eine Betoneisendecke nach unserer Ausführungsweise mit voutenförmiger Unteransicht zwischen I-Trägern vor. Die Eiseneinlagen, aus Rundeisen bestehend, sind

auf Grund der Maximalmomentenlinie kontinuierlicher Träger berechnet und eingelegt. Es ist daraus ersichtlich, in welcher Weise man die Eiseneinlagen durch Uebergreifen und Abbiegen den Momenten an-

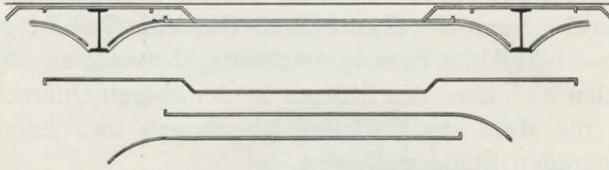


Abb. 10. Betoneisendecke zwischen I-Trägern.

passen kann. Dasselbe wird erreicht bei der *Waysschen* Gelenkeisendecke mit gegliederten Einlagen, D. R.-P. 109 964, bei welcher die Einlageeisen aus Flacheisen bestehen, die an den Nullpunkten der Momente durch Charniere miteinander verbunden sind, so dass in einfacher Weise

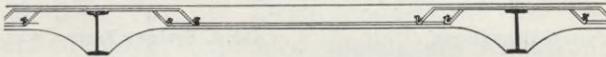


Abb. 11. Wayssche Gelenkeisendecke.

die durch die Verschiedenheit der Biegemomente bedingte Veränderung des Eisenquerschnitts möglich gemacht ist. Der Vorteil der Voute, d. h. der von selbst sich ergebenden Verstärkung des Betonquerschnitts am I-Träger besteht darin, dass für die Stützmomente, welche die Momente der zwischenliegenden Querschnitte weit überwiegen, keine besonderen Verstärkungen in den Eiseneinlagen notwendig sind. Die Verstärkung des Betonquerschnitts an den Auflagern wird dann notwendig, wenn die Plattenstärke in der Mitte so gering bemessen ist, dass daselbst die Druckfestigkeit des Betons voll ausgenützt ist. Würde in diesem Falle die Platte in derselben Stärke über den Zwischenstützen ausgeführt, so wäre an diesen Stellen der Beton überansprucht.

Die einfachen Monierplatten werden unter anderem schon lange zweckmässig als Fusswegbelag eiserner Brücken verwendet. Sie

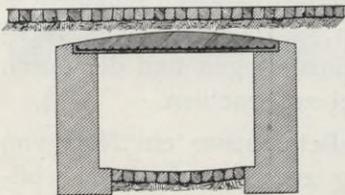


Abb. 12.

Plattendurchlass mit Betoneisendecke.

bieten einen Ersatz für die Buckelplatten und sonstige Zwischenkonstruktionen und gestatten eine einfache und übersichtliche Anordnung. Sie eignen sich ferner für gerade Ueberbrückung von Wasserläufen und Wegen als sogen. Plattendurchlässe. Durch den Ersatz der natürlichen Steinplatten durch solche aus Betoneisen

wird das Anwendungsgebiet der Plattendurchlässe sehr erweitert, weil es dann möglich ist, dieselben bei geringer Konstruktionshöhe für die

grössten vorkommenden Verkehrslasten und für Spannweiten bis etwa 5 m auszuführen.

Die Platten können entweder vorher hergestellt und dann verlegt oder aber an Ort und Stelle betoniert werden.

Zu den einfachen Betoneisenplatten mit frei aufliegenden Enden gehören auch die Decken nach dem uns patentierten System *Holzer*, bei welchen die notwendige Eiseneinlage durch kleine 22 mm hohe I-Trägerchen gebildet wird. Der Zweck dieser besonderen Querschnittsform liegt aber nicht darin, die Tragfähigkeit im Vergleich zu ebenso starken Rundeiseneinlagen zu erhöhen, sondern es ist diese Form gewählt

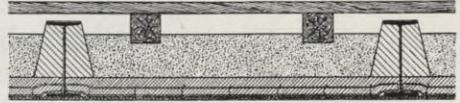


Abb. 13. Decke nach System Holzer.

mit Rücksicht auf die Herstellungsart dieser Decken, welche ohne Brettverschalung ausgeführt werden. Die Unterlage für den Beton bilden nämlich Rohrmatten, die auf einem Rundeisen aufliegen, welche mit Bindedraht an den I-Trägerchen aufgehängt sind. Diese haben also während der Ausführung durch ihre Biegezugfestigkeit die Last der Decke zu tragen. Die Spannweite beträgt 1,0 bis höchstens 2,5 m. Wir erwähnen weiter die Holzerhohldecke, bei der der Abstand zwischen den Eiseneinlagen der Zugzone und der Druckzone des Betons vergrößert und dadurch die Tragfähigkeit vermehrt ist.

Von demselben Grundgedanken ausgehend und um eine möglichst billige Decke in der Weise zu erzielen, dass die ganze bei einer solchen zur Verfügung stehende Höhe für die Konstruktion ausgenützt wird, gelangten wir zu der sogen. *Zellendecke*, bei welcher ebenfalls Zug- und Druckzone zur Erhöhung der Tragfähigkeit weit auseinander gelegt sind. In gewissen Abständen sind beide Betonschichten durch hinreichend breite Stege verbunden. Diese Anordnung



Abb. 14. Zellendecke.

wird durch reihenweises Einlegen von leichten Hohlsteinen aus gebranntem Thon bewirkt, wodurch ausserdem ein geringes Eigengewicht der Decke erzielt wird. Geht diese Decke kontinuierlich entweder über Eisenbalken weg, oder durch innere Scheidewände hindurch, so treten wieder an den Stützen negative Momente auf und es wird daher an diesen Stellen die obere Gurtung zur Zugzone und die untere zur Druckzone. Diesem Umstand wird durch ein Abbiegen der Eisen, ähnlich wie bei den massiven Betoneisendecken, oder durch sonst geeignete Anordnung derselben entsprechend den Maximalmomentenlinien bei veränderlicher Verkehrslast, Rechnung getragen. Liegt aber die Decke zwischen den I-Trägern auf deren Unterflanschen frei auf und sind die einzelnen Deckenfelder durch die Stege derselben vollständig voneinander getrennt, so können

nur positive Biegemomente auftreten und es kann die untere Betonzone ganz wegbleiben, d. h. die Eisen werden in den Beton der Stege unten eingelegt und nehmen die ganzen Zugspannungen auf, während die Druckspannungen durch die obere Betonschicht aufgenommen werden.

Hierher gehören noch die Betoneisenbalken nach dem System *Siegwart*, welche als hohle Kastenformen vorher fertiggestellt werden und dicht nebeneinander verlegt die Decke bilden.

Plattenbalken.

Denken wir uns bei der vorhin beschriebenen Zellendecke die Hohlsteine aus gebranntem Thon, die nur als leichtes Ausfüllmaterial dienen sollen, weggenommen, so entsteht eine Decke, welche aus aneinandergereihten T-Trägern aus Beton mit Eiseneinlage im unteren Teil der Stege besteht. Werden nun diese nach unten vorstehenden armierten Rippen weiter auseinander gelegt und entsprechend stärker ausgebildet, so wird die obere, die Druckgurtung bildende Betonschicht als eine zwischen die Rippen gespannte ebene Betondecke nach den beschriebenen Grundsätzen



Abb. 15. Plattenbalken-Querschnitt.

mit Eiseneinlagen zu versehen sein. Dadurch entsteht die Plattenbalkenkonstruktion, bei welcher die Decke mit den Betoneisenunterzügen ein tragfähiges T-Profil bildet.

Es ist nicht ausgeschlossen, auch Betoneisenträger mit einfachem rechteckigem Querschnitt und genügender Tragfähigkeit zu bilden, es liegt aber klar auf der Hand, dass die Beziehung einer obenaufliegenden Decke zur Aufnahme der Druckspannungen von grossem wirtschaftlichem Vorteil sein muss. Die Beanspruchung dieser Betonplatte in zwei zu einander senkrechten Richtungen bietet nichts Bedenkliches und kommt bei einer grossen Zahl anderer Konstruktionen vor.

Zwischen der Decke und der Rippe werden ziemlich bedeutende Schubspannungen auftreten, welche durch vertikalstehende Eisenein-

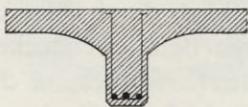


Abb. 16.

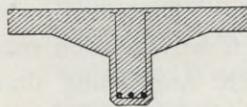


Abb. 17.

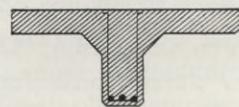


Abb. 18.

lagen, die sogen. Bügel, im Verein mit der Scherfestigkeit des Betons übertragen werden. Die Uebergänge von Balken und Deckenplatte

werden zur besseren Uebertragung der Kräfte zweckmässig nach einer der Abbildungen auf Seite 22 unten ausgebildet, wobei noch der Vorzug gewonnen wird, dass die Decke an der Stelle der grössten Momente eine wünschenswerte Verstärkung erhält. In dieser Weise lässt sich auch die Voutendecke zwischen Betoneisenträgern ausführen.

Wir geben wieder eine Uebersicht über die verschiedenen angewendeten und vorgeschlagenen Systeme von Betoneisenbalken. Es ist eine verbreitete Ansicht, dass die Erfindung der Betoneisenbalken *Hennebique* zuzuschreiben sei. Schon *Monier* hat in seiner Patentschrift 1878, *Ponts et Passerelles*, Decken angegeben, die durch Rippen mit stärkeren Rundeiseneinlagen verstärkt waren; auch die Drahtbügel finden wir daselbst (vergl. Abb. 1). Richtig ist allerdings, dass *Hennebique* durch eine umfassende geschäftliche Organisation und begünstigt durch die früher erwähnten Umstände in Frankreich eine grosse Anzahl derartiger Konstruktionen ausgeführt hat.

Schon im Jahre 1886 wurden die ersten Betoneisenbalken an der Bibliothek in Amsterdam ausgeführt, in der *Wayss'schen* Broschüre 1887 finden wir Abbildungen von armierten Fensterstürzen und von der Firma *Wayss & Cie.* in Wien sind die ersten Betoneisenbalken schon im Jahre 1890 hergestellt worden, wogegen die *Hennebiqueschen* Patente erst vom Jahre 1893 bezw. 1897 datieren.

In der Zahl der Systeme treffen wir Namen, die oben unter den einfachen Plattensystemen nicht vertreten sind, während andererseits wieder einige der letzteren keine Anwendung bei den Plattenbalken gefunden haben. Einige Konstrukteure bevorzugen die Balken, andere dagegen bewegen sich in der bescheideneren Anwendung des armierten Betons und begnügen sich mit der rippenlosen Platte.

Wie bei den Deckenplatten kann die untere Armierung nicht als hinreichend befunden werden, namentlich wenn an den Trägerenden Einspannung vorhanden ist oder wenn die Träger ununterbrochen über mehrere Stützen weglafen. Es müssen dann, ganz wie bei den ebenen Platten, an den Stellen, wo negative Momente auftreten, Eisen oben in der Nähe der Plattenoberkante eingelegt werden, was auch durch Abbiegen der Eisen erreicht werden kann.

Je nach den Belastungsverhältnissen kann, namentlich bei ungleichen Spannweiten, eine durchgehende obere Armierung in einzelnen Feldern notwendig werden.

Hennebique armiert seine Balken ähnlich wie seine Deckenplatten, legt jedoch, um an Trägerbreite zu sparen, je ein abgebogenes Eisen über ein gerades durchgehendes und umfasst beide mit den Bügeln aus dünnem Flacheisen. Je nach der erforderlichen Wider-

standsfähigkeit werden mehrere solcher Rundeisenpaare nebeneinander gelegt. Die Vorteile der geringeren Balkenbreite sind aber etwas

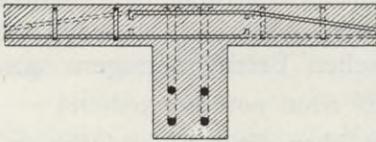


Abb. 19. System Hennebique.

zweifelhafter Natur, denn es entsteht dadurch der Nachteil, dass die Eisen durch ihre teilweise hohe Lage wenig wirksam werden, und im Steg am Anschluss



Abb. 20. Flacheisenbügel.

an die Stützen grosse Druckspannungen im Beton auftreten.

Die bei den Deckenplatten aufgezählten Systeme *Klett* und *Wilson*, bei denen die Armierungen ausschliesslich aus aufgehängten gebogenen Flacheisen bestehen, haben ihr Gegenstück bei den Balkenkonstruktionen in dem System *Möller*, das schon einigmal bei Brücken bis 15 m Spannweite angewendet worden ist. Die Rippen sind hier an ihrem unteren Teil durch ein aufgehängtes gekrümmtes Flacheisen

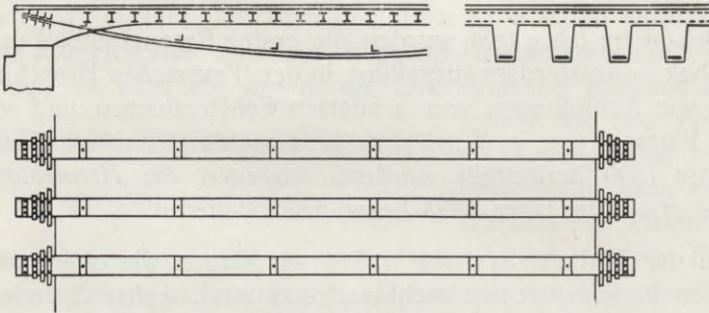


Abb. 21. Plattenbalkenkonstruktion nach System Möller.

(auch Stahlkabel) begrenzt, das über den Auflagern verankert ist und auf dem L-Eisenstückchen aufgenietet sind. Die Rippen haben Fischbauchform und folgen genau dem Verlauf der hängenden Flacheisen; ihre Höhe nimmt gegen die Auflager bis auf Null ab, während die Stärke der Decke in der Nähe derselben zunimmt. Die Decke hat den Horizontalzug der hängenden Rippeisen aufzunehmen, sie ist senkrecht zu den Tragrippen durch I-Trägerchen oder einfache Winkel-eisen armiert.

Beim System *Coignet* ist ein starkes Rundeisen sowohl in der Zugzone als auch in der Druckzone angeordnet. — Beide Eisen sind durch ein zickzackförmig gebogenes Bandeisen, das sich mit Drahtumwicklungen bald an das obere, bald an das untere Rundeisen anschliesst, miteinander verbunden. Die Decke ist hierbei wie eine gewöhnliche Monierplatte armiert.

Wir gehen nicht weiter auf die Bauweisen *Pavin de Lafarge*, *Lefort*, *Cottancin* und *Bonna* ein, sondern wollen noch kurz das durch seine Besonderheit bemerkenswerte System *Sanders* erwähnen.

Derselbe bringt die Verstärkungsrippen oberhalb der Deckenplatte an, so dass die die Zugspannungen aufnehmenden Eisen in die Decke zu liegen kommen und auf die ganze Breite derselben verteilt werden können. Die Rippen selbst erhalten keine Eiseneinlage.

Wie aus den Momentenlinien für eingespannte und kontinuierliche Träger hervorgeht, sind die Momente teils positiv, teils negativ; es kann daher von keinem besonderen Vorteil begleitet sein, die Rippe über der Deckenplatte anzubringen. In der That sind auch anderwärts in bestimmten Fällen die Balken auf der Oberseite der Decke ausgeführt worden.

An den Mittelstützen, wo die Momente am grössten sind, treten an der Balkenunterkante grosse Druckspannungen auf, zu deren Verminderung der Trägerquerschnitt daselbst zweckmässig erhöht wird, was in der Form einer Konsole oder einer voutenförmigen Ausrundung geschehen kann.

Die nachstehende Abbildung zeigt die von uns geübte Ausführungsweise der Betoneisenträger. Es sind dabei, im Gegensatz zu *Hennebiques* System, die Rundeisen nebeneinander gelegt, da sie so viel wirksamer sind und eine gewisse Balkenbreite bedingen, die für

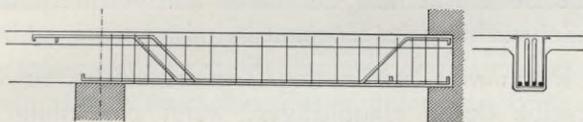


Abb. 22. Eiseneinlage bei kontinuierlichen Plattenbalken.

die Aufnahme der Druckspannungen an den Stützen kontinuierlicher oder eingespannter Träger durchaus notwendig ist. Sodann umfassen die Bügel sämtliche Eisen, oder doch eine grössere Anzahl derselben, so dass auch eine Verbindung der Eisen unter sich geschaffen ist, die Spaltungen oder Längsrisse ausschliesst. Wir machen auch auf die Art der Abbiegung der Eisen aufmerksam, die ziemlich steil, etwa unter 45° , erfolgt, damit die unten wirksam gewesenen Eisen möglichst bald wieder in der oberen Gurtung zur Aufnahme von Zugspannungen herangezogen werden können. Eines oder zwei der unten eingelegten Eisen gehen bis an die Auflager oder Mittelstützen durch und übergreifen sich an den letzteren ein wenig. Durch Uebergreifen der abgebogenen Eisen über den Mittelstützen wird der für die grossen negativen Stützenmomente notwendige Eisenquerschnitt erzielt; die Eisen werden so weit verlängert, als es die Maximalmomentenlinie verlangt. Bei ungleichen Stützweiten durchlaufender Träger kann, wenn eine grosse Oeffnung voll belastet ist, in einer anliegenden kleinen eine durchgehende obere Armierung nötig werden. Eine etwaige Einspannung der Träger über Betoneisenstützen oder inneren Scheidemauern ist sehr gering und wird am besten ganz

vernachlässigt; ebenso vorsichtig ist auch bei der Endauflagerung auf Mauern zu verfahren, wo eine Einspannung nur in den seltensten Fällen vorhanden ist oder nur durch besondere konstruktive Massregeln bewirkt werden kann.

Entsprechend der Zunahme der Querkräfte nach den Auflagern hin, wird auch die Stellung der Bügel daselbst eine engere.

Die Betoneisenbalken nach System *Wayss* (D. R. P. 109964) besitzen Eiseneinlagen, die nach demselben Prinzip, wie bei den Decken dieses Systemes, an der Abbiegung mit Gelenken versehen sind. Der Zweck dieser Gelenke ist auch hier, eine leichte Anpassungsfähigkeit des einzulegenden Eisenquerschnittes an die Maximalmomentenlinie zu ermöglichen. Die Eisen bestehen aus Flacheisen, um die Charniere besser bilden zu können. Die Bügel sind ebenfalls aus Flacheisen gebildet. Bei kontinuierlichen Trägern gehen die Eisen ohne Unterbrechung über die Stützen weg. Die Längen der Eisen bewegen sich beim *Wayss'schen* System in mässigen Grenzen, während sie bei der vorbeschriebenen Bauweise infolge des Uebergreifens, namentlich bei grösseren Spannweiten, oft beträchtlich werden können. Die hierdurch notwendigen Schweissungen sind immer in die Abbiegungen zu verlegen, wo die Beanspruchung der Eisen auf Null heruntersinkt, also eine etwaige Schwächung des Eisenquerschnittes wenig zu bedeuten hat.

Ist ein Raum von bestimmter Grundrissfläche zu überdecken, so wird derselbe durch Hauptträger, wenn notwendig mit Mittelstützen, in einzelne Felder eingeteilt, die entweder durch die Decke direkt überspannt werden können oder es werden zwischen die Hauptträger noch Nebenträger eingezo-gen, wodurch die Spannweite der Deckenplatte verringert wird. Die letztere liegt in einem solchen Fall auf allen vier Seiten des Rechteckes auf und bedarf dann auch einer, allerdings schwächeren Armierung in der Längenrichtung. Die Hauptarmierung wird in der Breitenrichtung senkrecht zu den Nebenträgern gelegt.

Ehe wir die Anwendungen der Plattenbalken vorführen, wollen wir noch kurz die Stützen in Betoneisenbauweise beschreiben.

Säulen.

Bei den Säulen ist zu unterscheiden zwischen einer Armierung mit Rundeseisen oder einer solchen mit Profileisen, welche zu tragfähigen steifen Gerippen ausgebildet werden können, ferner die Art des horizontalen Verbandes dieser Armierung, der für die Festigkeit des Ganzen von besonderer Bedeutung ist. Bemerkenswert sind die Vorschläge für die Herstellung von Säulen, wobei statt einer Holzverschalung eine Umhüllung aus Hohlziegeln oder Cementsteinen benützt wird. Diese Idee ist schon mehrfach bei Hochbauten und Brückenpfeilern ausgeführt worden.

Im Hochbau haben aber die Betoneisenpfeiler meist Guss- oder schmiedeiserne Säulen zu ersetzen und sollen daher möglichst geringen Querschnitt erhalten, so dass eine derartige Verschalung sich von selbst verbietet.

Matrai hat zur Sicherstellung gegen excentrische Lasten eine gebogene Armierung der Säulen angewendet, deren praktischer Wert etwas zweifelhaft ist. Bei anderen Konstruktionen überwiegt das Eisen im Säulenquerschnitt, wir werden uns aber nur auf die Bauweise beschränken, bei der die Betonmasse den Eisenquerschnitt überwiegt, also ein richtig statisches Zusammenwirken beider Materialien stattfinden muss.

Der Betonpfeiler von irgend einer Querschnittsform schliesst eine gewisse Anzahl vertikal stehender Rundeseisenstangen ein, die in der Nähe des Umfanges untergebracht sind. In gewissen Abständen sind diese Rundeseisen durch Drahtbügel miteinander verbunden. Die Armierung bildet also ein Eisengerippe, welches den Beton einschliesst und ihn am seitlichen Ausweichen hindert. Es folgt daraus, dass auch bei hohen Säulen, abgesehen von der notwendig einzuhaltenden Knicksicherheit, die sogen. Würfelfestigkeit des Betons erhalten bleibt, welche wesentlich höher ist als diejenige prismatischer Körper. Auf der anderen Seite verhindert der Beton die eingeschlossenen Eisenstangen am Ausknicken zwischen den Querverbindungen. Die letzteren liegen gewöhnlich 30—40 cm auseinander.

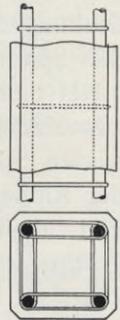


Abb. 23.
Betoneisen-
säule.

Für einen quadratischen Pfeiler besteht die Eiseneinlage gewöhnlich aus vier in den Ecken liegenden Rundeseisen, die Bügel sind aus 7—10 mm starken Drähten gebildet.

Hennebique bildet sie als Flacheisen oder bei kleineren Säulenquerschnitten als durchgehende Bleche aus, welche zum Durchstecken

der Eisen durchlocht werden. Es ist klar, dass eine derartige Anordnung den Zusammenhang des Betons fast vollständig aufhebt und dass bei auf Biegung beanspruchten Säulen die hierdurch gegebenen Fugen leicht sich öffnen können. Am Fuss der Pfeiler stehen die Säuleneisen auf einem Rost von Flacheisen auf, damit sich der von ihnen übertragene Druck auf eine grössere Betonfläche verteilt. Bei Säulen, die durch mehrere Stockwerke eines Gebäudes hinaufgehen, wird der Querschnitt geringer nach oben, so dass die Eisen abgekröpft werden müssen, ferner wird sich in einem solchen Falle die Notwendigkeit ergeben, Eisen zu stossen, was in einfacher Weise durch Ueberschieben von kurzen Gasrohrstückchen über die stumpfen Stösse bewirkt wird.



Abb. 24.
Stöss
der
Säulen-
eisen.

Selbstverständlich kann der Querschnitt auch rechteckig, sechseckig, achteckig, rund etc. sein, und die Zahl der Eisenstangen kann mit der Beanspruchung steigen, bei excentrischer Belastung sogar einseitig verteilt sein. Das Innere der Säulen kann auch hohl, etwa durch Einbetonieren von Röhren ausgebildet werden, sei es um zur Ableitung von Regenwasser oder zum Einlegen von Gas- oder Wasserleitungsröhren zu dienen.

Die Querschnitte der Säulen wechseln je nach Beanspruchung und Knickgefahr von 15/15 cm bis 50/50 cm und mehr. Der Durchmesser der einzulegenden Eisen kann von 14—40 mm variieren.

Anwendung der Plattenbalken.

Die Betoneisenbalken mit Decke können zu denselben Ueberdeckungen benützt werden, wie die einfache Betoneisenplatte, wenn die Spannweite grösser ist. Vom theoretischen Standpunkte aus bietet eine durch Rippen verstärkte Platte eine sparsamere Materialausnützung dar, als eine Platte konstanter Dicke. Bis zu einer gewissen Spannweite jedoch werden die grösseren Einschaltungskosten der Rippen die Ersparnis an Material ausgleichen, so dass also die Plattenbalken erst etwa von 3—4 m Spannweite an vorteilhaft ausgeführt werden können. Je nach der Art der Einwirkung der Verkehrslast kann sich übrigens dieses Verhältnis ändern.

Brücken aus geraden Betoneisenbalken mit einer oder mehreren Oeffnungen sind schon in grosser Zahl ausgeführt, sogar unter Eisenbahnlinien und haben sich gut bewährt.

Die Abbildung 25 stellt eine derartige Brücke für eine Eisenbahnlinie dar mit einer Spannweite von 12 m.

Aehnlich wie bei der Entwicklung der eisernen Brücken hat sich auch hier das Bedürfnis geltend gemacht, die Auflagerreaktionen

durch konstruktive Anordnungen möglichst bestimmt zu gestalten und sind dementsprechend derartige Balkenbrücken schon mit einem festen und einem gleitenden Auflager hergestellt worden.

Abbildung 26 stellt die im Jahre 1902 von uns erbaute Brücke über die Niers bei Wachtendonk vor. Diese Brücke ist ein Kragträger, dessen mittlere Oeffnung 9 m und dessen beiden frei auskragenden Seitenöffnungen je 4 m Spannweite besitzen. Die Mittelpfeiler werden

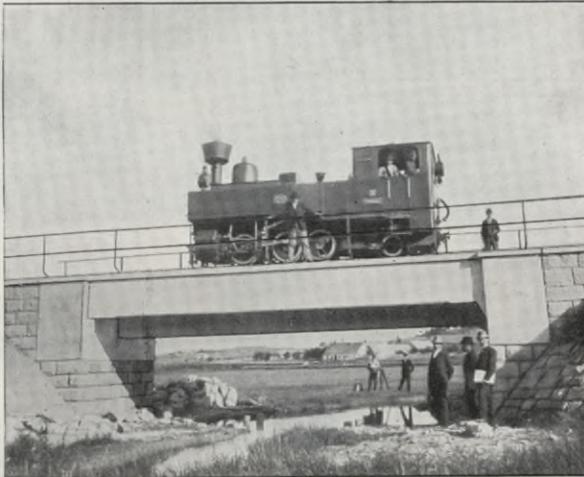
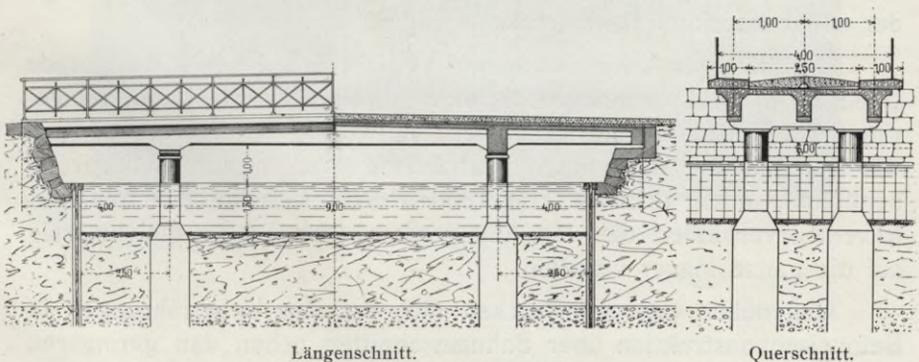


Abb. 25. Brücke über den Branaubach.

durch Monierrohre gebildet, welche nach Art der Senkbrunnen ohne Wasserhaltung versenkt und mit Beton unter Wasser ausgefüllt wurden. Die Pfeiler sind durch eingelegte Eisen armiert und mit der Beton-eisentraverse, welche die drei Hauptträger trägt, starr verbunden, so dass eine grosse Stabilität vorhanden ist.



Längenschnitt.

Querschnitt.

Abb. 26. Brücke über die Niers bei Wachtendonk.

Eine Brücke mit geringer Konstruktionshöhe über eine Eisenbahnlinie ist in Abbildung 27 dargestellt. Die Hauptträger von 1,30 m Höhe treten über die Fahrbahn hervor und bilden dadurch eine Brüstung, auf die noch ein kleines Geländer aufgesetzt ist. Die Nebenträger, welche die Decke mit der Fahrbahn tragen, sind mit 4,50 m Weite zwischen die Hauptträger gespannt. Die Spannweite der Hauptträger beträgt 9,0 m; ihre obere Seite ist auch gegen Druck durch einige Eiseneinlagen armiert. Die der Berechnung zu Grunde gelegte Belastung ist Menschengedränge von 450 kg/m^2 und ein Lastwagen von 6 t Gesamtgewicht.

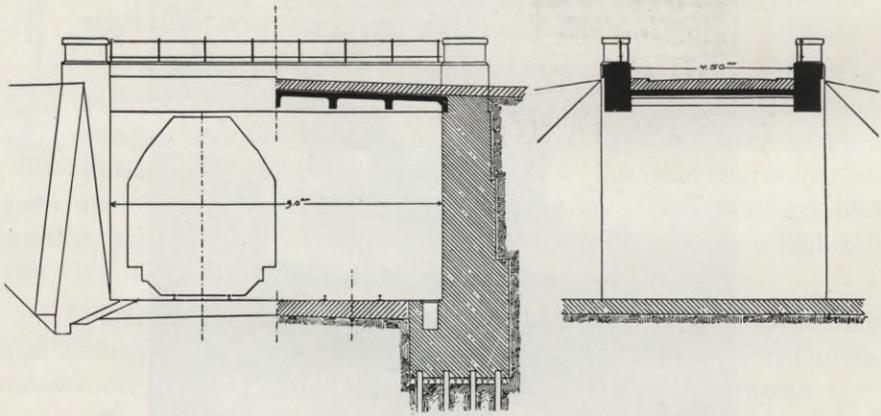


Abb. 27. Wegüberführung bei Ulm.

In gleicher Weise wie zu Brücken kann die Plattenbalkenkonstruktion zu Ueberdeckungen aller Art vorteilhafte Anwendung finden.

Die grösste Ueberdeckung dieser Art ist wohl diejenige der Wiener Stadtbahn, von der Firma *G. A. Wayss & Cie.* in Wien ausgeführt. Die Hauptträger liegen in Abständen von 1,6 m, haben Spannweiten bis zu 12,7 m und finden ihr Auflager einerseits auf einer Mauer, anderseits auf einem genieteten Eisenträger. Die Länge der so überdeckten Bahnstrecke beträgt 2 km.

Bei mässiger Aufschüttung und Verkehrsbelastung ist die gerade Ueberdeckung ökonomischer als eine gewölbte Konstruktion, da geringe Stärken der Widerlagsmauern notwendig sind. Häufig sind, wie bei Bachüberdeckungen, vorhandene Mauern zur Auflagerung benützbar, indem man die Trägerenden unter sich durch Betoneisen-traversen verbindet, die den Auflagerdruck der Träger gleichmässig auf die ganze Mauer verteilen.

Gegenüber eisernen Brücken fällt bei den Ueberführungen in Betoneisenkonstruktion über Bahneinschnitten neben den geringeren Herstellungskosten ins Gewicht, dass sie von den Rauchgasen der



Abb. 28. Brücke bei Krapina.

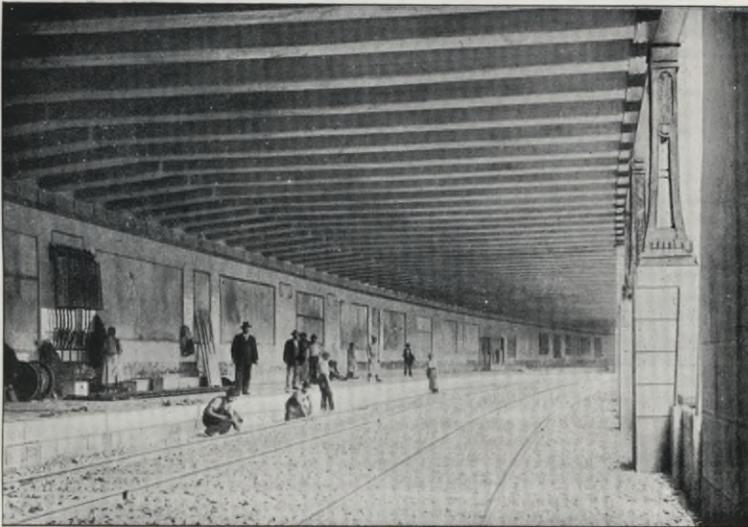
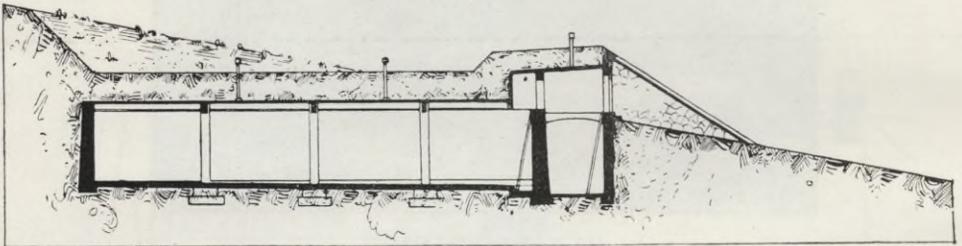


Abb. 29. Ueberdeckung der Wiener Stadtbahn in Betoneisenkonstruktion.

Lokomotiven nicht angegriffen werden, während die Eisenträger unter solchen Verhältnissen sehr schnell rosten und nach einer kurzen Reihe von Jahren ausgewechselt werden müssen.

Zu erwähnen ist auch die von uns schon häufig ausgeführte Ueberdeckung von Hochbehältern mit Betoneisendecke. Bei hohen Kies- und Sandpreisen wird die Betoneisendecke billiger als eine gewölbte Ueberdeckung.

Schnitt a—b.



Grundriss.

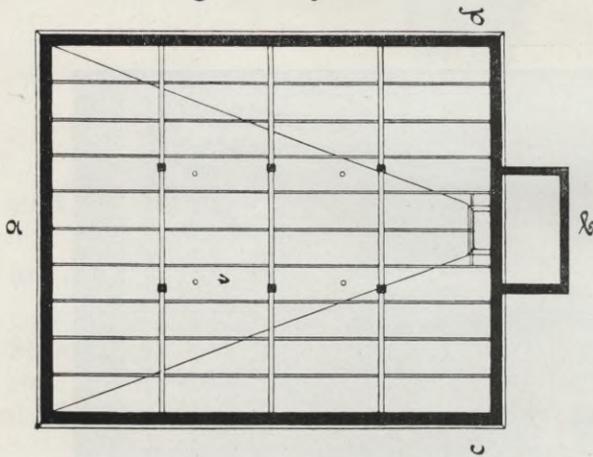


Abb. 30. Wasserversorgung
der Stadt Pforzheim.
Reservoir Wolfsberg.
Nutzinhalt 1600 cbm.
Ueberdeckung durch eine
ebene Betoneisendecke.

Während die Brücken mässiger Spannweite, nach dem oben Ausgeführten, gegenüber den bisher üblichen gewölbten Konstruktionen im Vorteil sind, wird die Ueberspannung grosser Oeffnungen wohl immer den Gewölben vorbehalten bleiben. Aber gerade für die grossen Spannweiten ist es von Wichtigkeit, das Gewicht des Aufbaues über dem Gewölbe möglichst zu beschränken und ein Wölbmaterial von grosser Druckfestigkeit zu besitzen. Das geringste Gewicht des Aufbaues wird aber durch eine in Betoneisenkonstruktion

durchgeführte Fahrbahn am besten erreicht und es wird diese Bauweise berufen sein, die Ausführung von Gewölben bisher nicht gekannter Spannweite zu ermöglichen. Gleichzeitig kann man daran denken, die Druckfestigkeit des Gewölbbetons zu erhöhen durch Eiseneinlagen, ähnlich wie das bei den Betoneisensäulen der Fall ist.

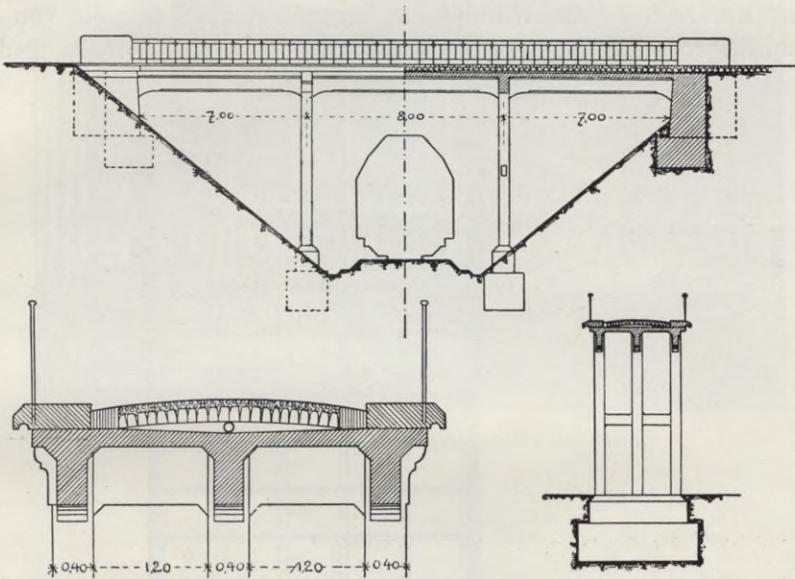


Abb. 31. Brücke über einen Bahneinschnitt.

Verwendung der Betoneisendecken, Balken und Säulen zu Hochbauten.

Dieses Anwendungsgebiet der biegungsfesten Betoneisenkonstruktion ist noch wichtiger als das oben beschriebene und wird namentlich in der Zukunft an Bedeutung gewinnen. Die Betoneisenbauweise eignet sich hierbei am besten für weitgespannte und schwerbelastete Decken, ersetzt daher die hergebrachten Bauweisen vorzugsweise bei allen industriellen Etablissements, Lagerhäusern, Magazinen, Hotels, Warenhäusern etc.

Die sonst aus Eisen hergestellten Säulen, Träger und Unterzüge werden durch entsprechende Konstruktionsteile in Betoneisen ersetzt.

Alle Teile werden an Ort und Stelle hergestellt, sodass das ganze tragende Gerippe einen vollständig starren monolithischen Charakter erhält. Die Säulen bilden mit den Trägern eine steife Verbindung, die durch die Ausrundung der Trägerenden noch besonders verstärkt ist. Hierdurch wird die Stabilität des ganzen Gebäudes selbst bei geringen Stärken der Umfassungsmauern bedeutend er-

höht, gegenüber der Anordnung mit eisernen Trägern und Säulen, bei welchen an den Verbindungsstellen immer eine gewisse gelenkartige Beweglichkeit vorhanden ist. Die Auflagerung der Betoneisen-träger an den Aussenmauern kann zwar auf gewöhnlichem Mauerwerk, das aber dann, um Setzungen zu vermeiden, gut fundiert und mit Cementmörtel gemauert werden muss, erfolgen, oder es wird im Mauerwerk ein sogen. Wandpfeiler heruntergeführt, der die von den Hauptträgern übertragenen Deckenlasten aufnimmt. Werden alsdann

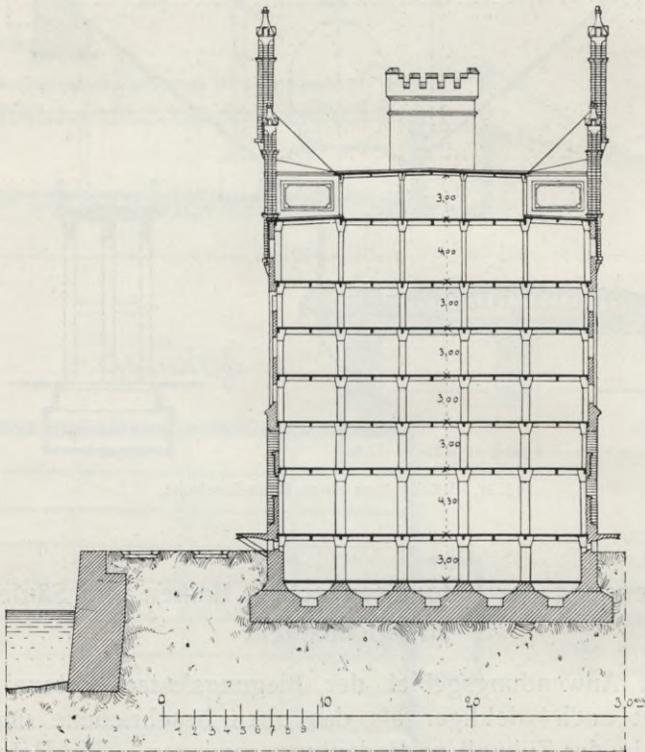


Abb. 32. Querschnitt vom Lagerhaus in Strassburg.

die Wandpfeiler noch durch besondere Wandträger verbunden, die das Auflager für die Decken an der Aussenwand bilden, so kann die tragende Betoneisenkonstruktion unabhängig von aller Mauerwerksarbeit für sich allein emporgeführt und fertiggestellt werden. Das vom Eigengewicht der Decken und ihren Nutzlasten völlig entlastete Mauerwerk der Umfassungswände ist in die Stelle einer einfachen Verkleidung zurückgedrängt, die nur dazu dient, dem neuartigen Bauwesen ein gewohntes Aussehen zu verleihen. Aber wenn dieses Verkleidungsmauerwerk, das nach aussen nichts von der eigenartigen tragenden Innenkonstruktion erkennen lässt, auch ausgeführt wird,

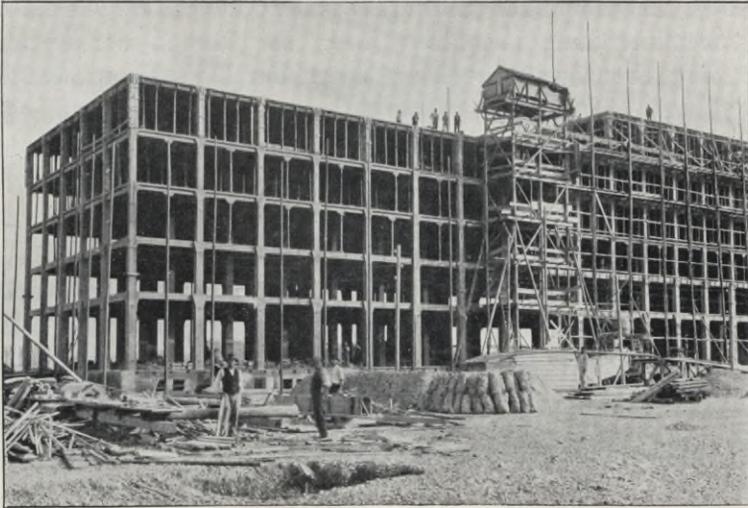


Abb. 33. Lagerhaus in Strassburg während des Baues.



Abb. 34. Lagerhaus in Strassburg.

so kann es doch schwächer gehalten werden, als es sonst gemacht werden müsste oder als es gar baupolizeiliche Bestimmungen vorschreiben. Man kann dabei, was für Fabrikbauten von Wichtigkeit ist, grosse Lichtöffnungen anbringen und zu diesem Zweck die Wände bis Deckenunterkante ausnützen, denn die Rippen der Wandträger lassen sich ebensowohl über als unter der Deckenplatte ausführen.

Die Wandpfeiler erleiden bei Belastungen der Hauptträger infolge ihrer starren Verbindung mit denselben Biegungsbeanspruchungen und werden daher gewöhnlich mit rechteckigem Querschnitt ausgeführt, dessen lange Seite parallel dem anschliessenden Hauptträger verläuft.

Schon längst werden eiserne Säulen und Träger nicht mehr als ein feuersicheres Baumaterial angesehen; die Säulen knicken in der Hitze aus und die Träger schlagen sich im glühenden Zustande durch oder schieben durch ihre Verlängerung die Aussenwände auseinander. Demgegenüber sind die Hochbauten in Betoneisenbauweise absolut feuersicher, denn bei ihnen spielt das Eisen keine so hervorragende Rolle und ist durch den einhüllenden Beton wirksam gegen die Einwirkung des Feuers geschützt. Dieser Umstand hat schon mehrere Feuerversicherungsgesellschaften veranlasst, ihre Versicherungsprämien für Betoneisenbauten zu ermässigen.

Wie nachstehende Abbildung unserer mechanischen Werkstätte in Neustadt a. Haardt zeigt, lassen sich Transmissionslager an allen Punkten der Decke, Nebenträger, Hauptträger und Säulen anbringen. Die Erschütterungen sind selbst bei schnelllaufenden Maschinen kaum

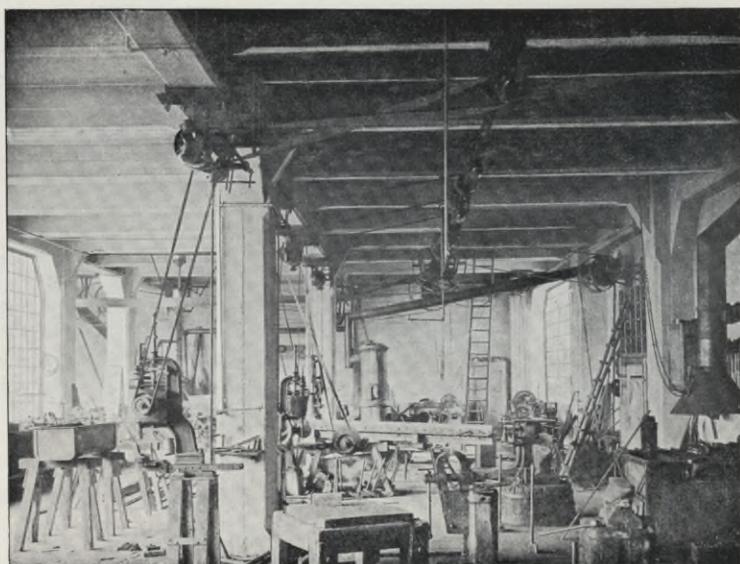


Abb. 35. Mech. Werkstätte von Wayss & Freytag, Neustadt a. d. H.

wahrnehmbar und es ist diese Unempfindlichkeit der Betoneisenbauten gegen Stösse und Erschütterungen ein grosser Vorzug derselben. Im Allgemeinen kann die elastische Durchbiegung eines Betoneisenträgers gleich $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ derjenigen eines gleich starken Eisenträgers gesetzt werden; für die Beurteilung der Erschütterungen kommt aber in Betracht, dass noch mehr, als die an sich grössere Steifigkeit der Betoneisenträger, die bedeutende Masse von Decken und Träger zusammen gegen die Einwirkung von Stössen oder lebendigen Kräften den Ausschlag giebt.

Beachtenswert sind in dieser Beziehung Schwingungsbeobachtungen bei Fallproben, die an der französischen Westbahn angestellt worden sind, einerseits mit einer gewöhnlichen Zwischendecke aus I-Trägern mit Ziegelsteinbögen von 70 cm Spannweite und Betonhinterfüllung, andererseits mit einer Betoneisendecke, deren Zwischenträger 1,30 m voneinander entfernt waren. Die Ergebnisse sind in folgender Tabelle enthalten:

	Alte Bauweise	Betoneisendecke
Spannweite der Träger	4,85 m	4,5 m
Eisen	60 kg	23 kg
Ziegel pro Quadratmeter Decke	220 „	—
Beton	200 „	277 kg
Eisengewicht pro Quadratmtr. Decke	480 „	300 „
Fallgewicht	50 „	100 „
Fallhöhe	2,00 m	4,00 m
Maximalschwingung	7,8 mm	1,2 mm
Schwingungsdauer	2 Sek.	0,7 Sek.

Aus diesen Zahlen folgt, dass trotz der um $\frac{1}{3}$ geringeren Eigengewichte und der Einwirkung einer viermal grösseren lebendigen Kraft eine für dieselben Lasten gerechnete Decke aus armiertem Beton nur $\frac{1}{6}$ der Schwingungsgrösse und $\frac{1}{3}$ der Schwingungsdauer gezeigt hat. In Uebereinstimmung hiermit stehen auch die Resultate von Sprengproben, welche in No. 2 der Zeitschrift des Oesterr. Ingenieur- und Architektenvereins 1902 ausführlich beschrieben sind.

Auf Seite 38 geben wir eine Abbildung des von uns 1901 in der eben beschriebenen Weise ausgeführten Neubaus der Druckerei von *Ensslin & Laiblin* in Reutlingen. Die Decken, welche Nutzlasten bis 1000 kg pro Quadratmeter aufzunehmen haben, sind unmittelbar, ohne Verwendung von Nebenträgern, auf 4 m Weite zwischen die Hauptträger gespannt. Letztere haben 8 m Spannweite. Bei der grossen Stützweite der Decken hat es sich als vorteilhaft erwiesen, dem Anwachsen der Momente über den Hauptträgern durch die voutenförmige Vergrösserung der Deckenstärke zu begegnen; gleichzeitig wird dadurch die Druckgurtung des Hauptträgers widerstands-

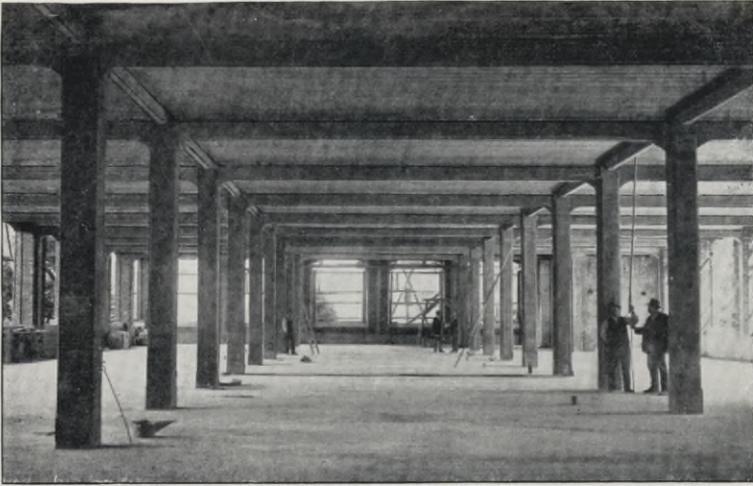


Abb. 36. Neubau von Ensslin & Laiblin in Reutlingen (Württ.).

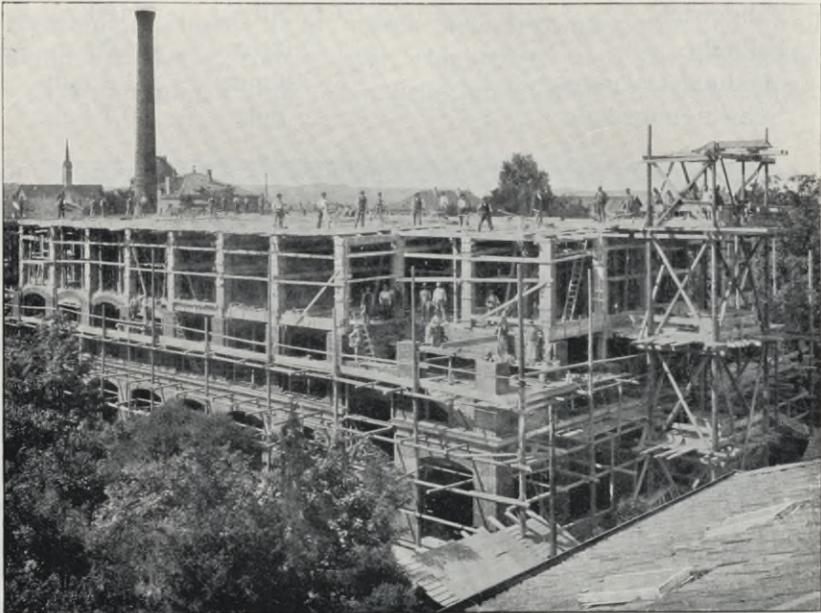


Abb. 37. Neubau von Ensslin & Laiblin in Reutlingen (Württ.).

fähiger ausgebildet. Die Hauptträger schliessen ebenfalls mit Ausrundung an die inneren und Wandpfeiler an. Senkrecht zu den Hauptträgern sind die Säulen durch besondere Rippen verspannt.

Die Abbildungen No. 32—34 zeigen das von uns in Strassburg i. E. am neuen Hafen ausgeführte städtische Lagerhaus. Das acht Stockwerk hohe Gebäude ruht auf einer starken Betonplatte und wurde ohne Verwendung eiserner Träger und Säulen vollständig in armiertem Beton in der kurzen Zeit von $4\frac{1}{2}$ Monaten erstellt. Die Decken haben Lasten von 1600—2000 kg pro Quadratmeter Fläche aufzunehmen. Die äusseren Umfassungsmauern wurden nachträglich nur als Verkleidung vorgemauert. Die Kostenersparnis gegenüber einer anderen gleichwertigen Ausführung mit eisernen Trägern und Säulen betrug bei diesem Bau etwa 30%. Die bei diesem Bau angestellten Belastungsproben fielen sehr befriedigend aus.

Die Verkleidung der tragenden Betoneisenkonstruktion durch vorgesehtes Façadengemäuer gestattet jedoch nicht, alle Vorteile der Betoneisenbauweise auszunützen; vielmehr kommen diese erst ganz zur Geltung, wenn die Wandträger und Wandpfeiler aussen sichtbar bleiben und die so gebildeten Felder durch Füllmauerwerk oder dünne Monierwände ausgefüllt werden. Es wird dann z. B. die Ausfüllung durch Backsteinmauerwerk von 1 Stein Stärke in allen Stockwerken genügen. Die Wandträger sind dann so stark zu machen, dass sie jeweils das Mauerwerk des nächst oberen Stockwerkes aufnehmen können. Diese folgerichtige Anwendung der Betoneisenbauweise ist indessen ebenso stabil wie diejenige mit vollständigem Verkleidungsmauerwerk, ergibt aber bedeutende Ersparnisse an Mauerwerkmasse und gestattet, den zur Verfügung stehenden Platz möglichst auszunützen, was bei den hohen Grundpreisen in Städten sehr ins Gewicht fällt.

In dieser Weise haben wir die in Abbildung 38 dargestellte Kaffeerösterei Schiltigheim, unsere mechanische Werkstätte in Neustadt a. H., ein Salpetermagazin der Pulverfabrik Rottweil u. a. m. erstellt, auch das aus Abbildung 43 teilweise ersichtliche Zeugdepot in Klosterneuburg zeigt diese Anordnung.

Die Innenräume der Betoneisenbauten können reich architektonisch ausgestattet werden. Die Abbildung 39 zeigt die Innenansicht eines Restaurants.

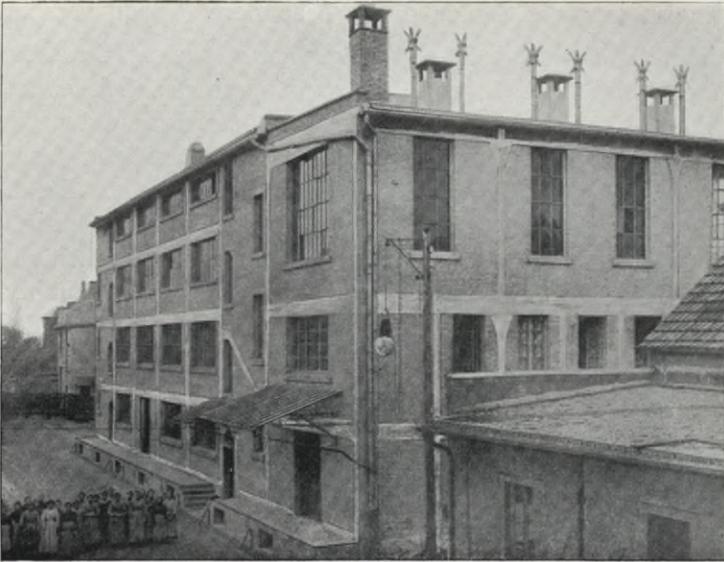


Abb. 38. Kaffeerösterei in Schiltigheim.

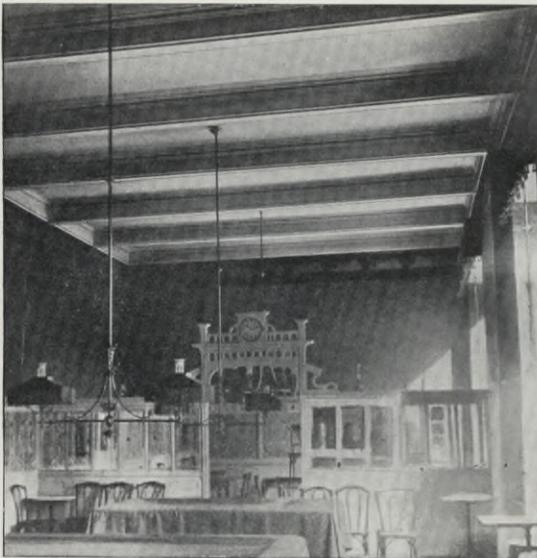


Abb. 39. Restaurant in Wien.

Gewölbe.

Die Armierung der ebenen Platte, also das einfache Moniergeflecht, kann in gleicher Weise als Eiseneinlage für kleinere Gewölbe gewählt werden. Bei parabolischer Bogenform und gleichmässiger Belastung, überhaupt in allen Fällen, wo keine biegenden Momente auf das Gewölbe einwirken, genügt ein Geflecht nahe der inneren Laibung. Meistens ist eine solche Armierung ungenügend, indem sich die Notwendigkeit einer zweiten Eiseneinlage im Rücken ergibt, welche vom Kämpfer bis über die sogen. Bruchfuge hinläuft. Bei Brückengewölben, die sehr veränderlichen Belastungen ausgesetzt sind, werden die Rundeiseneinlagen an der Laibung und dem Rücken des Gewölbes ganz durchgeführt.

In Oesterreich bestehen mehrere grosse Strassenbrücken in dieser Bauweise. Ausser zahlreichen Ausführungen beim Bau der Wiener Stadtbahn seien erwähnt: ein *Waysscher* Bogen von 40 m Spannweite mit doppelten Eiseneinlagen bei Grosshollenstein, erbaut 1896, ferner eine Brücke mit einem Bogen von 44 m Spannweite und einem zweiten Bogen von 21 m, im Jahre 1898 über die Ybbs in Waidhofen hergestellt. Diesem schliesst sich an eine im Bau befindliche Brücke über die Ybbs bei Amstetten mit zwei Oeffnungen von je 46 m Weite. Auch in Deutschland ist eine grosse Anzahl derartiger gewölbter Betoneisenbrücken von der Firma *Wayss & Freytag* erbaut worden, z. B. eine Brücke über die Isar in München, zwei Oeffnungen von 37 m Spannweite, ebendasselbst eine Brücke über den Nymphenburger Kanal, die Strassenbrücke über die Doller bei Sentheim i. Els. von 37 m Spannweite, und viele andere.

Auch unter Eisenbahngeleisen sind verschiedene Betoneisengewölbe ausgeführt worden, so mehrere Objekte der Oesterreichischen Südbahn und der Moselbahn.

Beim System *Melan* ist die Zahl der Tragstäbe vermindert, dagegen erhalten sie einen grösseren Querschnitt in Form eines Trägerprofils, während die Verteilungsstäbe zurücktreten oder ganz verschwinden. Es ist also das Gewölbe aus einer Reihe paralleler eiserner Bögen gebildet, die ganz in Beton eingeschlossen sind. In den Deckengewölben und kleineren Konstruktionen bestehen die eisernen Bögen aus **L**-Eisen, Eisenbahnschienen oder vollwandigen I-Profilen und sind nur an den Kämpfern miteinander verbunden.

Bei grösseren Stützweiten und zunehmender Bogenstärke werden die Bögen als Gitterwerk ausgeführt und unter sich durch Traversen verbunden. Auch für Dreigelenk-Brücken ist das *Melansche* System

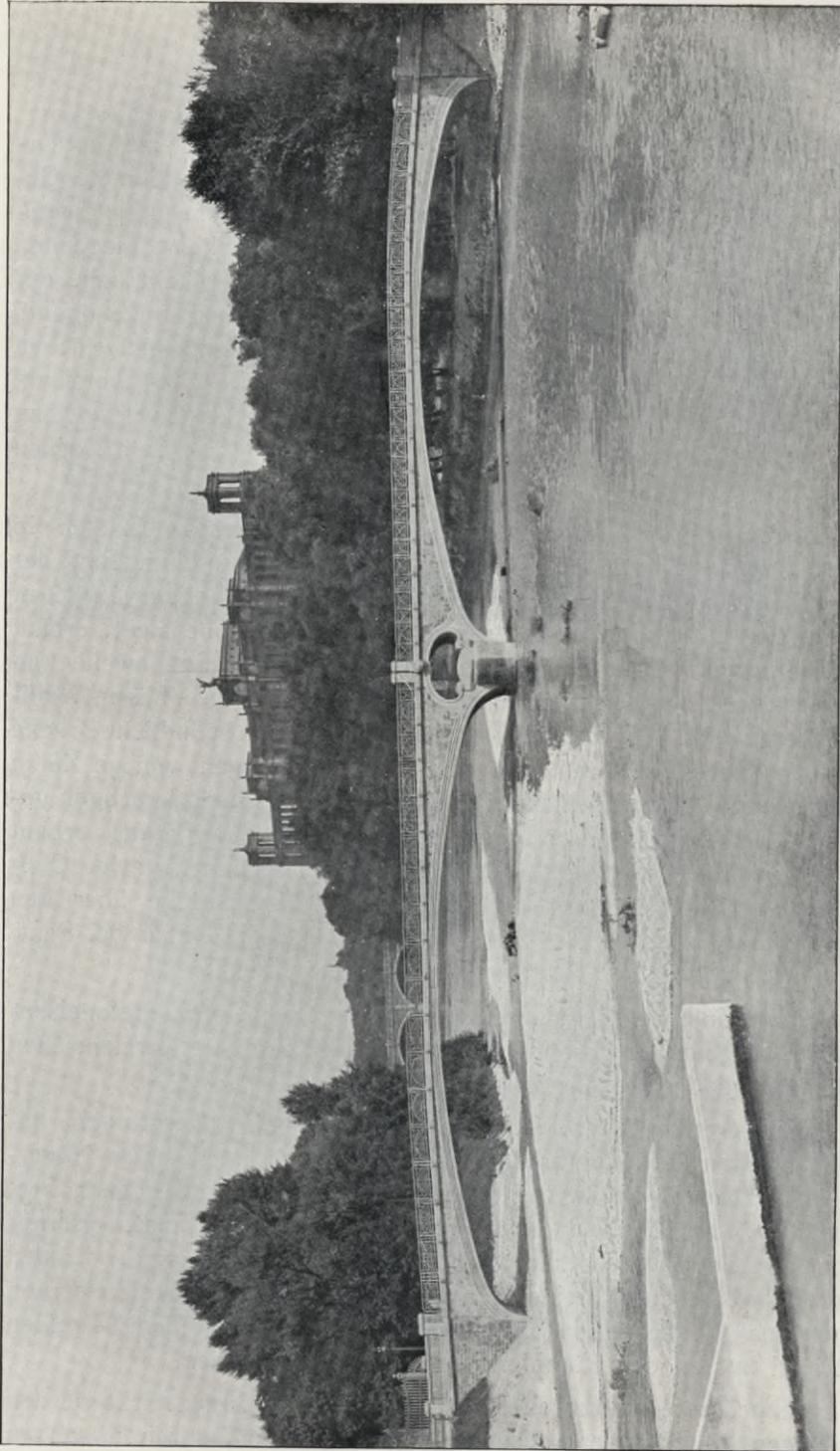


Abb. 40. Isar-Brücke bei der Isarlust in München. Spannweite je 37 m.

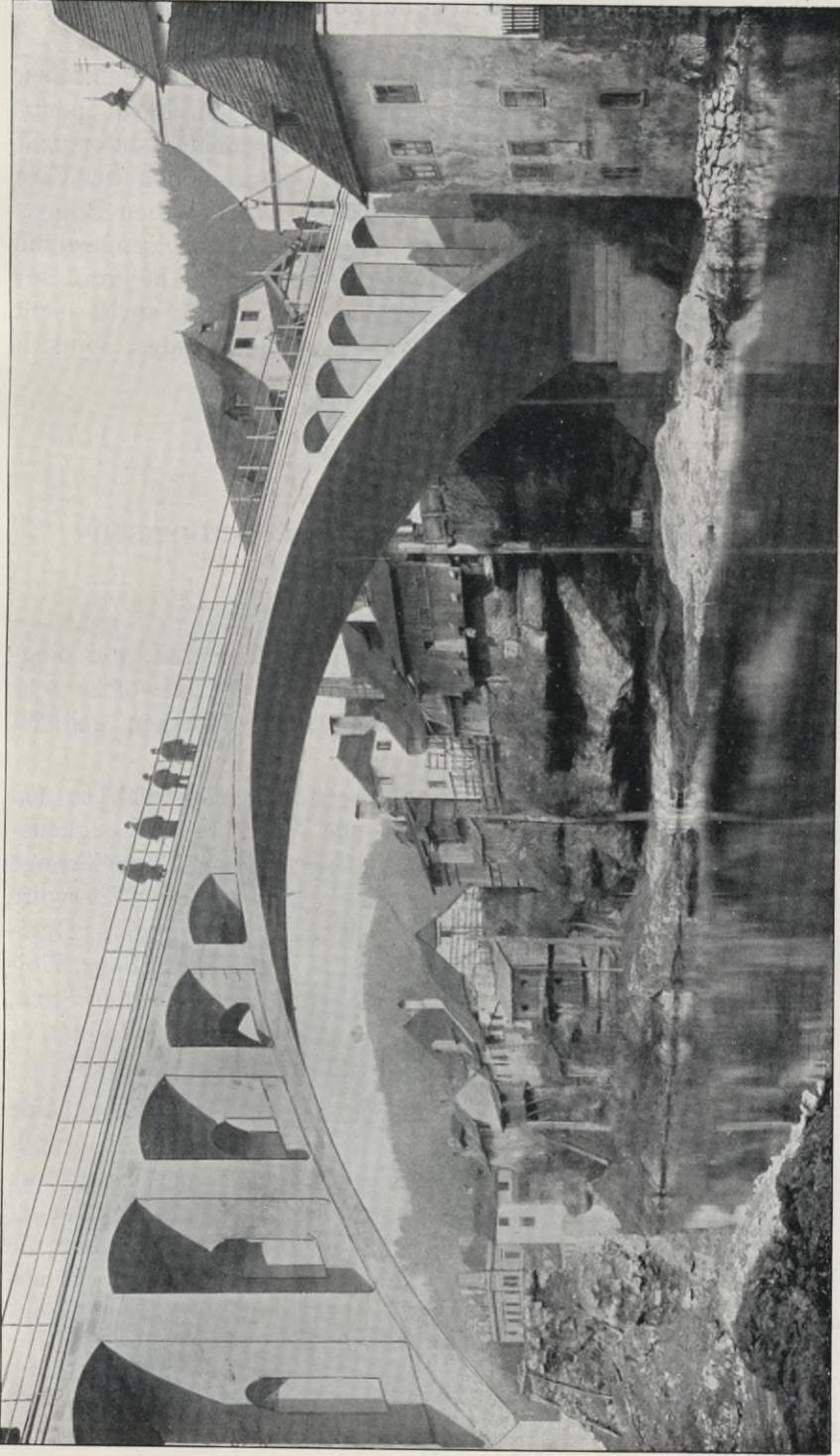


Abb. 41. Zeller Hochbrücke über die Ybbs. Spannweite 44 m.

schon angewendet worden, z. B. bei der Strassenbrücke in Steyr von 42 m Spannweite.

Durch die Purkersdorfer Gewölbeversuche des Oesterreichischen Ingenieur- und Architektenvereins, wobei Gewölbe von 23 m Spannweite aus Bruchstein, Ziegel, Stampfbeton und Eisenbeton untersucht wurden, ergab sich, dass die gemessenen Deformationen bei dem letzteren Gewölbe genau nach der Theorie des elastischen Bogens ohne Kämpfergelenke erfolgten, dass ferner die Betoneisengewölbe bei gleicher Tragfähigkeit wesentlich geringerer Stärke bedürfen als andere Gewölbegattungen. Die Eiseneinlagen bewirken meist nicht nur eine ausserordentliche Erhöhung des Sicherheitsgrades, sondern auch bedeutende ökonomische Vorteile.

Weitere Anwendungsgebiete der Betoneisenkonstruktionen.

Es ist klar, dass mit den verschiedenen Elementen, der biegefesten Platte, des Balkens, der Säule und des Gewölbes sehr verschiedene Konstruktionen zu allen möglichen Zwecken gebildet werden können.

Wenn wir von den Monierrohren absehen, die eigentlich zu den Cementwaren gehören, so finden wir alle Arten von Flüssigkeitsbehältern, z. B. halbkugelförmige oder cylindrische, Reservoirs für Wasserversorgungen, Darrgewölbe, Lohgruben, Silos, Holzländer, Abtropfkasten, Rührbüten, Klärbassins, Säurebehälter u. s. w. für industrielle Anlagen.

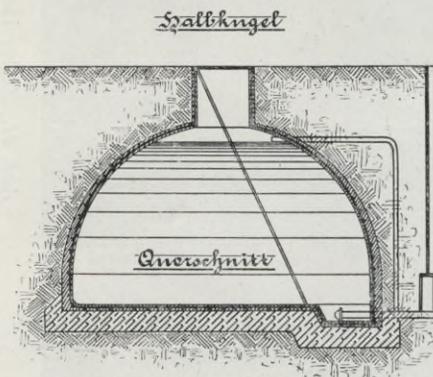


Abb. 42. Wasserreservoir in Halbkugelform.

Die Betoneisenplatte spielt eine wichtige Rolle auch bei Gründungen auf schlechtem Baugrund. Auch die L-förmige Stützmauer besteht aus Betoneisenplatten, die durch Rippen gegeneinander abgesteift sind und ihre Standfestigkeit infolge Belastung der horizontalen Platte durch die Hinterfüllung erhalten.

Als neueste Anwendung erwähnen wir die Herstellung von Pfählen und Spunddielen aus armiertem Beton, die zu Quaibauten schon mehrfach in ausgedehntem Masse angewendet wurden.

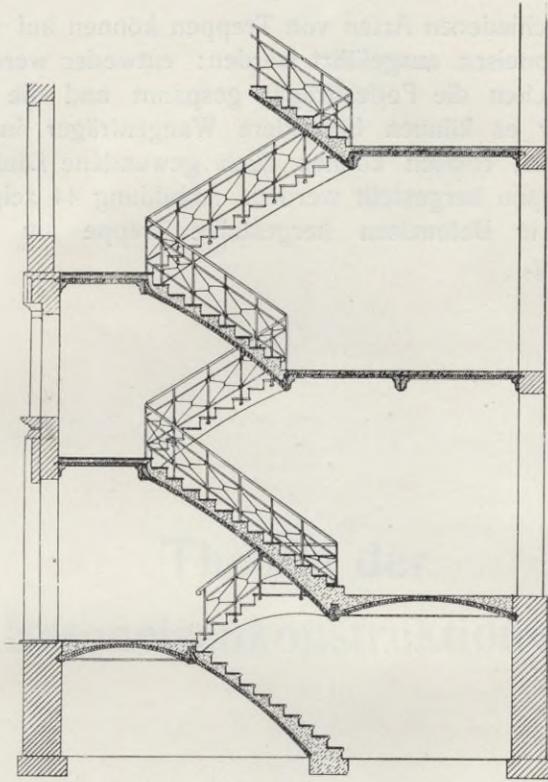


Abb. 43.



Abb. 44. Treppe am Zeugdepot in Klosterneuburg.

Die verschiedenen Arten von Treppen können auf verschiedene Weise in Betoneisen ausgeführt werden: entweder werden Moniergewölbe zwischen die Podestträger gespannt und die Stufen aufbetoniert oder es können besondere Wangenträger in Betoneisen vorhanden sein; endlich können auch gewundene Läufe und freitragende Treppen hergestellt werden. Abbildung 44 zeigt z. B. eine solche ganz in Betoneisen hergestellte Treppe am Militärdepot Klosterneuburg.



Theorie der Betoneisenkonstruktionen

Theorie der Betoneisenkonstruktionen.

Die Theorie der Betoneisenkonstruktionen ist ein Teil der Festigkeitslehre, die sich mit dem Verhalten von Betoneisenbauteilen unter verschiedenen Belastungen beschäftigt. Sie umfasst die Berechnung der Tragfähigkeit, die Bemessung der Querschnitte und die Ausführung der Bewehrung. Die Theorie ist in zwei Hauptbereiche unterteilt: die Theorie der einseitig eingespannten Balken und die Theorie der beidseitig eingespannten Balken. Die Theorie der einseitig eingespannten Balken ist die Grundlage für die Berechnung der Tragfähigkeit von Balken, die an einem festen Auflager eingespannt sind. Die Theorie der beidseitig eingespannten Balken ist die Grundlage für die Berechnung der Tragfähigkeit von Balken, die an beiden Enden fest eingespannt sind. Die Theorie der Betoneisenkonstruktionen ist ein wichtiger Bestandteil der Festigkeitslehre und hat eine große Bedeutung für die Praxis der Bauingenieurwissenschaften.

Die Theorie der Betoneisenkonstruktionen ist ein Teil der Festigkeitslehre, die sich mit dem Verhalten von Betoneisenbauteilen unter verschiedenen Belastungen beschäftigt. Sie umfasst die Berechnung der Tragfähigkeit, die Bemessung der Querschnitte und die Ausführung der Bewehrung. Die Theorie ist in zwei Hauptbereiche unterteilt: die Theorie der einseitig eingespannten Balken und die Theorie der beidseitig eingespannten Balken. Die Theorie der einseitig eingespannten Balken ist die Grundlage für die Berechnung der Tragfähigkeit von Balken, die an einem festen Auflager eingespannt sind. Die Theorie der beidseitig eingespannten Balken ist die Grundlage für die Berechnung der Tragfähigkeit von Balken, die an beiden Enden fest eingespannt sind. Die Theorie der Betoneisenkonstruktionen ist ein wichtiger Bestandteil der Festigkeitslehre und hat eine große Bedeutung für die Praxis der Bauingenieurwissenschaften.

Die Theorie der Betoneisenkonstruktionen ist ein Teil der Festigkeitslehre, die sich mit dem Verhalten von Betoneisenbauteilen unter verschiedenen Belastungen beschäftigt. Sie umfasst die Berechnung der Tragfähigkeit, die Bemessung der Querschnitte und die Ausführung der Bewehrung. Die Theorie ist in zwei Hauptbereiche unterteilt: die Theorie der einseitig eingespannten Balken und die Theorie der beidseitig eingespannten Balken. Die Theorie der einseitig eingespannten Balken ist die Grundlage für die Berechnung der Tragfähigkeit von Balken, die an einem festen Auflager eingespannt sind. Die Theorie der beidseitig eingespannten Balken ist die Grundlage für die Berechnung der Tragfähigkeit von Balken, die an beiden Enden fest eingespannt sind. Die Theorie der Betoneisenkonstruktionen ist ein wichtiger Bestandteil der Festigkeitslehre und hat eine große Bedeutung für die Praxis der Bauingenieurwissenschaften.

Theorie der Betoneisenkonstruktionen.

Während zu Anfang des Betoneisenbaues keine Berechnungen für die Ausführungen zu Grunde gelegt wurden und *Monier* seine Konstruktionen nach praktischem Gefühl und Erfahrung erstellte, wetteifern heutzutage die Theoretiker in der Aufstellung neuer Theorien über die Betoneisenkonstruktionen. Dabei ist das Eigentümliche, dass die meisten sich bemühen, die eigenartigen Vorzüge der Verbindung von Beton und Eisen bezüglich ihres statischen Zusammenwirkens theoretisch zu erklären. Es ist eben hier die Praxis der Theorie weit voraus geeilt. Die weitere Vervollkommnung des Betoneisenbaues wird aber wesentlich von den Fortschritten der Theorie abhängen; bei dieser handelt es sich aber zunächst nicht um Aufstellung komplizierter Formeln und Berechnungsmethoden, sondern um das weitere Studium des elastischen Verhaltens des Betons in seiner Verbindung mit dem Eisen, denn zuerst müssen die grundlegenden Erscheinungen klargelegt sein, ehe an die Aufstellung von Formeln gedacht werden kann. Aus diesem Grunde scheiden eine grosse Anzahl der erwähnten Abhandlungen aus dem Kreise unserer Betrachtung aus; sie befassen sich mit dem armierten Beton ohne Rücksicht auf seine wirklichen Eigenschaften.

Ebenso wichtig ist auch, dass die Rechnungsmethoden genügend einfach sind, um ihre fortlaufende tägliche Anwendung zu gestatten. Ehe wir zu den Berechnungsweisen übergehen, geben wir eine Uebersicht über Festigkeits- und Elastizitätsverhältnisse des reinen Betons und des Betons in Verbindung mit Eisen.

Eisen. Die Eigenschaften des Eisens (Schmiedeeisen oder Stahl) sind heute allgemein bekannt. Bei der Berechnung der Eisenkonstruktionen wird Proportionalität zwischen Spannungen und Dehnungen vorausgesetzt und die Elastizitätsgrenze, d. h. diejenige Spannung, wo diese Proportionalität aufhört, wird von den thatsächlichen

Beanspruchungen nie überschritten. Es ist ferner die Zugfestigkeit gleich der Druckfestigkeit und das elastische Verhalten ist bei Zug und bei Druck dasselbe.

Ueber die Elastizitätskoeffizienten und die zulässigen Beanspruchungen sind die Ansichten nicht wesentlich verschieden. Anders liegen die Verhältnisse beim

Beton. Obgleich man schon lange dessen Festigkeit auf Zug und Druck durch Versuche feststellte, so fallen doch Untersuchungen über die Druckelastizität derselben in die neueste Zeit und die für die Betoneisenkonstruktionen so wichtige Zugelastizität ist nur spärlich und ungenügend erforscht. Auch die Adhäsionskraft des Eisens am Beton wurde durch Versuche ermittelt. Diese in geringer Zahl vorhandenen Versuchsergebnisse schienen genügend zur Aufstellung neuer Rechnungsmethoden, doch ist im Auge zu behalten, dass der Ausgangspunkt jeder Theorie Versuche sein sollten, die sich auf Probekörper aus armiertem Beton selbst erstrecken, denn man fragt sich mit Recht, ob bei der Vereinigung beider Materialien nicht das eine oder das andere wesentlich verschiedene Eigenschaften zeigen kann, als wenn es allein geprüft wird.

Die Mangelhaftigkeit des vorhandenen Versuchsmaterials veranlasste uns, weitere Proben über Druck- und Zugelastizität an Betonkörpern und an solchen mit Eiseneinlagen, über Scherfestigkeit und Biegezugfestigkeit des Betons, sowie über die Adhäsionsfestigkeit des Eisens im Beton, durch die Materialprüfungsanstalt der Kgl. Techn. Hochschule in Stuttgart vornehmen zu lassen. Die Versuchsergebnisse, durch welche der bisher in der technischen Litteratur viel erörterte Widerspruch zwischen der Biegezugfestigkeit und der durch direkten Zugversuch ermittelten Zugfestigkeit des Betons in einfachster Weise gelöst wird, sind weiter unten angeführt.

Versuchsergebnisse an Betonkörpern.

Druckfestigkeit. Der Widerstand, den der Beton dem Zerdrücken entgegensetzt, ist sehr veränderlich und richtet sich nach dem Mischungsverhältnis und den Eigenschaften des Sandes, Kieses und Kleinschlags, sowie nach dem Stampfen bei der Herstellung. Auch ist die Form und Grösse der Versuchskörper von wesentlichem Einfluss auf die Festigkeitszahl. Die Druckfestigkeit pro Quadratcentimeter nimmt ab, wenn der Querschnitt des Probekörpers vergrössert wird; eine runde Form widersteht besser als eine quadratische. Besonders aber ändert sich die Widerstandsfähigkeit mit dem Verhältnis der Seitenlinie zur Höhe. Wenn dieses Verhältnis klein ist (wie bei den Mörtelfugen), ist die Festigkeit beträchtlich. Ist aber die Höhe ein mehrfaches der Seitenlinie, so erfolgt der Bruch durch Ueberwinden des Gleitwiderstandes in geneigten Flächen und die Druckfestigkeit, die überhaupt nicht in Frage kommt, erscheint dann sehr gering, wenn man die Bruchlast durch die Querschnittsfläche dividiert. Die Druckfestigkeit würfelförmiger Probekörper bezeichnet man als die Würfel Festigkeit des Betons. Sie giebt den Massstab für die zulässige Beanspruchung des Betons auf Druck bei den Betoneisenkonstruktionen, denn es ist hier dem Ableiten nach geneigten Flächen durch entsprechende Armierung vorzubeugen.

Ueber die mit dem Alter zunehmende Festigkeit des Betons liegen interessante Proben vor, welche anlässlich des Baues der Donaubrücke bei Munderkingen gemacht worden sind. Aus 1 Teil Cement, 2,5 Teilen Sand und 5 Teilen Schotter hergestellt, zeigten diese Probewürfel von 10 cm Seitenlänge nach 7 Tagen Erhärten an der Luft i. M. 202 kg/qcm Festigkeit, nach 28 Tagen i. M. 254 kg/qcm. Versuche, die 5 Monate später mit Würfeln von 20 cm Seitenlänge vorgenommen wurden, ergaben 332 kg und nach 2 Jahren 7 Monaten sogar 477—520, im Mittel 509 kg/qcm. Leider sind derartige Versuche mit Beton höheren Alters, namentlich bezüglich der Zugfestigkeit, wenig gemacht worden, immerhin lässt sich so viel sagen, dass die Festigkeit der Betonbauten und ebenso der Betoneisenbauten mit der Zeit zunimmt, dass man also sehr wohl die zulässige Beanspruchung = $\frac{1}{5}$ der nach 28 Tagen ermittelten Bruchfestigkeit annehmen kann.

Zugfestigkeit. Die Resultate der Zugversuche sind noch verschiedener als diejenigen der Druckversuche. Alle für die Druckfestigkeit massgebenden Umstände kommen auch hier in Betracht, jedoch haben Umfang und Form der Probekörper noch grösseren Einfluss. Festigkeitsversuche mit Betonkörpern in allen möglichen

Mischungsverhältnissen liegen in grosser Anzahl vor; wir geben jedoch in Nachstehendem einige Angaben nur für solche Mischungsverhältnisse, wie sie bei Betoneisenbauten in Betracht kommen.

Cement- marke	Alter	N o r m a l s a n d					
		1 : 3	1 : 6	Verhältnis beider Mischungen	1 : 3	1 : 6	Verhältnis beider Mischungen
		Z u g			D r u c k		
A	7	20,35	10,73	1,88	202,50	84,25	2,70
	28	27,75	14,33	1,94	267,00	100,25	2,64
	90	32,50	16,50	1,97	306,00	115,25	2,65
B	7	23,38	11,63	2,08	205,00	77,25	2,66
	28	30,08	15,98	1,89	289,25	117,75	2,46
	90	35,03	17,40	2,00	325,50	159,75	2,04
C	7	22,75	11,30	2,01	209,75	95,00	2,20
	28	30,20	16,78	1,86	326,50	120,00	2,70
	90	35,38	18,65	1,90	354,00	130,75	2,61

Aus der vorstehenden Tabelle ergibt sich die grosse Ueberlegenheit der fetteren Mischung 1 : 3, wie wir sie gewöhnlich bei unseren Betoneisenbauten verwenden, gegenüber der mageren Mischung 1 : 6, ferner die mit fortschreitendem Alter zunehmende Zug- und Druckfestigkeit.

Druckelastizität. Obwohl erst seit einigen Jahren die elastischen Deformationen des Portlandcementbetons bei Druckbeanspruchung näher untersucht werden, so ist doch diese für die Berechnungen der Betoneisenkonstruktionen so wichtige Frage heute ziemlich gelöst, dank den Arbeiten von *Durand Claye*, von *Bauschinger*, des Gewölbeausschusses des Oesterr. Ing.- und Architektenvereins, von *Coignet*, ganz besonders aber von *Baudirektor v. Bach*.

Ebensowenig wie für die Bruchfestigkeit kann für die Elastizitätskoeffizienten des Betons ein für alle Fälle giltiger Wert angegeben werden, da alle oben angeführten Einflüsse sich auch auf die Elastizität geltend machen. Aus diesem Grunde können die von den verschiedenen Forschern gewonnenen Zahlen schwer miteinander verglichen werden und man kann daher nur empfehlen, entweder in praktischen Fällen spezielle Versuche auszuführen, oder sich an solche unter ähnlichen Umständen angestellte zu halten.

Alle früheren Elastizitätsversuche leiden an dem Mangel, dass die Versuchsstücke und insbesondere die Messlängen an denselben zu klein waren, ferner wurde bei den beobachteten Zusammendrückungen nicht unterschieden, welcher Teil derselben bleibend, und welcher nur vorübergehend, d. h. elastisch oder federnd, war. Hierauf hat erst Professor *v. Bach* gelegentlich seiner Versuche für die Württ. Ministerial-Abteilung für Strassen- und Wasserbau im Jahre 1895 bestimmt hingewiesen. Seine cylindrischen Probekörper von 25 cm Durchmesser hatten eine gesamt Höhe von 1 m. Die Verkürzung wurde auf eine Länge von 75 cm an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen gemessen. Die Versuche wurden in folgender Weise angestellt.

Man brachte eine bestimmte Last auf, entsprechend 8 kg/qcm, alsdann wurde entlastet; diese Belastung und Entlastung wurde so lange wiederholt, bis die Längenänderungen nicht mehr zunahmen. Sodann wurde zur nächsten Belastungsstufe von 16 kg/qcm übergegangen und auch diese Belastung so oft aufgebracht und wieder weggenommen, bis die Zusammendrückungen sich nicht mehr änderten. In dieser Weise wurde fortgefahren und für jede einzelne Belastungsstufe die gesamt, die elastische und die bleibende Zusammendrückung festgestellt. Auf Grund dieser gewonnenen Zahlen wurden die Linien dieser Zusammendrückungen aufgetragen, deren allgemeiner Verlauf mit denjenigen der früheren Autoren übereinstimmt. Eine bestimmte Elastizitätsgrenze ist bei diesen Kurven nicht vorhanden, vielmehr wachsen die Zusammendrückungen stärker als die Spannungen. Bei den Probekörpern aus Blaubeurer Cement kann für die Belastungsstufen bis 40 kg/qcm leicht eine Gerade substituiert werden. Die Wiederholung der Belastung musste bei den Spannungen bis 40 kg meist etwa viermal erfolgen.

Die von *Bach* ermittelten Dehnungskurven haben einen so regelmässigen Verlauf, dass das Gesetz der Dehnungen in Form einer Gleichung ausgedrückt werden konnte, und zwar besteht zwischen den Zusammendrückungen und den Spannungen folgende Beziehung

$$\varepsilon = \alpha \cdot \sigma^m,$$

wo ε die auf die Längeneinheit bezogene elastische Deformation und σ die zugehörige Spannung bezeichnet; α und m sind Koeffizienten, die von den Eigenschaften des untersuchten Materials abhängen. Aehnliche Beziehungen sind für Sandstein, Granit, Gusseisen etc. aufgestellt worden, alles Stoffe, bei welchen keine Proportionalität zwischen Spannungen und Dehnungen besteht und die Zugelastizität wesentlich von der Druckelastizität verschieden ist. Für verschiedene Mischungsverhältnisse gelten folgende Gleichungen:

Mischung 1 Z : 2 $\frac{1}{2}$ Sand : 5 Kies	$\epsilon = \frac{1}{298\,000} \sigma^{1,14}$
„ 1 Z : 2 $\frac{1}{2}$ Sand : 5 Schotter	$\epsilon = \frac{1}{457\,000} \sigma^{1,16}$
„ 1 Z : 3 Sand	$\epsilon = \frac{1}{315\,000} \sigma^{1,15}$
„ 1 Z : 1 $\frac{1}{2}$ Sand	$\epsilon = \frac{1}{356\,000} \sigma^{1,11}$

Da die Württ. Strassenbauverwaltung zunächst nur die Verwertung dieser Proben für Brückengewölbe im Auge hatte, so wurden dieselben nur über die Druckelastizität ausgedehnt. Fast wichtiger als diese ist aber für die Theorie der Betoneisenkonstruktionen die

Zugelastizität des Betons. Die bisher in diesem Sinne angestellten Versuche vom Gewölbeausschuss des Oesterr. Ing.- und Arch.-Vereins, von *Grut & Nielsen* sind entweder nicht zahlreich genug gewesen, oder sie wurden nicht systematisch genug ausgeführt, um hierfür ähnliche allgemeine Beziehungen aufstellen zu können, wie es für die Druckelastizität möglich ist. Während die einen annehmen, dass das Gesetz der Dehnungen bei Zug analog demjenigen bei Druck ist und das Potenzgesetz mit neuen Werten von α und m zu Grunde legen, glauben andere, dass die Veränderlichkeit der Elastizitätskoeffizienten geringfügig sei, und dass die Dehnungskurve selbst keine besondere Stelle besitze, die eine Elastizitätsgrenze feststellen liesse. Wieder andere lassen zwar eine Unveränderlichkeit des Elastizitätsmoduls für niedere Spannungen zu, nehmen aber an, dass im Beton vor dem Bruch grössere Dehnungen auftreten, welche mit einer plötzlichen Abnahme des Elastizitätsmoduls beginnen.

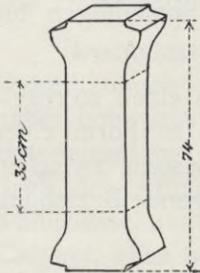


Abb. 45. Probekörper.

Angesichts dieser widerstreitenden Meinungen sahen wir uns veranlasst, Versuche über die Zugelastizität vornehmen zu lassen. Auf Vorschlag des Herrn Baudirektors *v. Bach*, Vorstand der Materialprüfungsanstalt der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart, liessen wir mit denselben Mischungsverhältnissen auch Bestimmungen der Druckelastizität ausführen, so dass immer beide Zweige der Dehnungskurve erhalten wurden. Die Probekörper aus Mannheimer Portlandcement, mit Rheinkies und -Sand hergestellt, hatten die nebenstehend abgebildete Form.

Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 46—51 graphisch dargestellt und in den nachfolgenden Tabellen enthalten; die Zahlen stellen immer das Mittel aus drei Versuchskörpern vor. Von jeder der Mischungen 1 : 3, 1 : 4 und 1 : 7 wurden je 6 Körper mit den Wasserzusätzen von 8% und 14% hergestellt und von denselben die Hälfte auf Druckelastizität und die Hälfte auf Zugelastizität untersucht. Die

Messlänge betrug 350 mm; von Belastungswiederholungen wurde abgesehen, um die Versuche nicht zu zeitraubend und zu umständlich zu machen, dagegen wurde auf jeder Stufe eine Belastungsdauer von 3 Minuten eingehalten. Das Alter der Probekörper war ziemlich gleichmässig, nämlich 80—90 Tage.

Mischung 1:3.

Spannung	Wasserzusatz 8%		Wasserzusatz 14%		
	Dehnung in Millionstel	E	Dehnung in Millionstel	E	
Druckspannung	61,3 at	255	240 000	293	209 000
	49,0 „	198	247 000	227	216 000
	36,8 „	143	257 000	165	222 000
	30,6 „	117	261 000	135	227 000
	24,5 „	92	266 000	104	235 000
	18,3 „	67	273 000	76	241 000
	15,3 „	55	278 000	62	246 000
	12,2 „	43	284 000	48	254 000
	9,2 „	32	287 000	36	260 000
	6,1 „	21	290 000	23	265 000
	3,0 „	10	300 000	11	272 000
0	—	—	—	—	
Zugspannung	1,6 „	6	267 000	7	230 000
	3,1 „	13	238 000	15	207 000
	4,6 „	20	230 000	23	200 000
	6,2 „	28	221 000	32	194 000
	7,7 „	38	203 000	44	175 000
	9,2 „	47	196 000	—	—
		Zugfestigkeit = 12,6 at		Zugfestigkeit = 10,5 at	

Mischung 1:4.

Spannung	Wasserzusatz 8%		Wasserzusatz 14%		
	Dehnung in Millionstel	E	Dehnung in Millionstel	E	
Druckspannung	61,3 at	290	211 000	360	170 000
	49,0 „	225	218 000	276	177 000
	36,7 „	163	225 000	198	185 000
	30,6 „	133	230 000	160	191 000
	24,5 „	104	235 000	124	198 000
	18,3 „	76	241 000	90	203 000
	15,3 „	62	247 000	73	210 000
	12,2 „	49	250 000	58	215 000
	9,2 „	36	257 000	42	219 000
	6,1 „	23	265 000	27	226 000
	3,0 „	11	273 000	12	250 000
0	—	—	—	—	
Zugspannung	1,6 „	6	266 000	6	250 000
	3,1 „	13	240 000	14	221 000
	4,6 „	21	224 000	22	200 000
	6,2 „	31	200 000	32	194 000
	7,8 „	41	190 000		

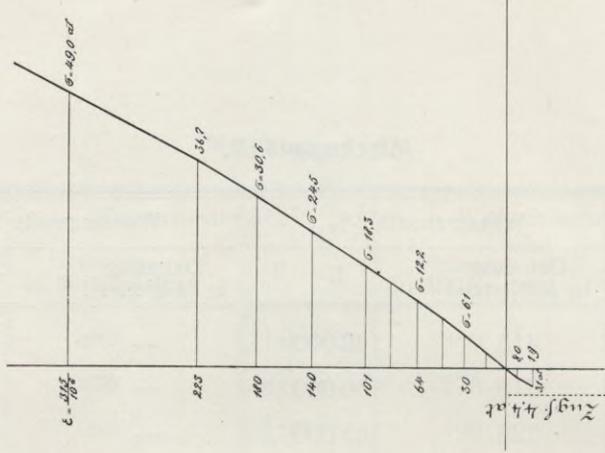
Zugfestigkeit = 9,2 at

Zugfestigkeit = 8,8 at

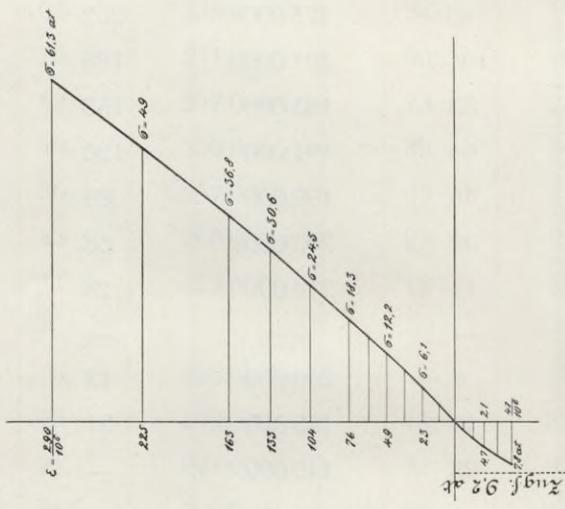
Mischung 1:7.

Spannung	Wasserzusatz 8%		Wasserzusatz 14%		
	Dehnung in Millionstel	E	Dehnung in Millionstel	E	
Druckspannung	61,3 at	415	148 000	—	—
	49,0 „	315	156 000	—	—
	36,7 „	223	165 000	—	—
	30,6 „	180	170 000	351	87 000
	24,5 „	140	175 000	262	93 000
	18,3 „	101	181 000	188	97 000
	15,3 „	83	185 000	153	100 000
	12,2 „	64	191 000	120	102 000
	9,1 „	46	199 000	88	104 000
	6,1 „	30	203 000	58	105 000
Zugspannung	3,0 „	14	214 000	28	107 000
	0	—	—	—	—
	1,6 „	8	200 000	13	123 000
	3,1 „	19	163 000	31	100 000
	3,9 „	28	140 000	—	—
Zugfestigkeit = 4,4 at			Zugfestigkeit = 5,5 at		

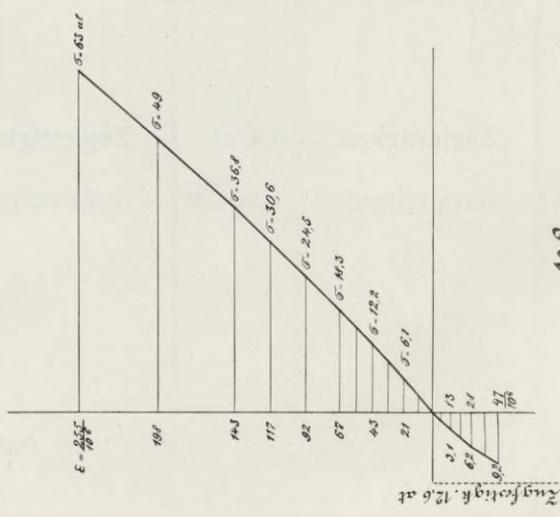
Dehnungskurven für Betonkörper
mit 8% Wasserzusatz.



1:2



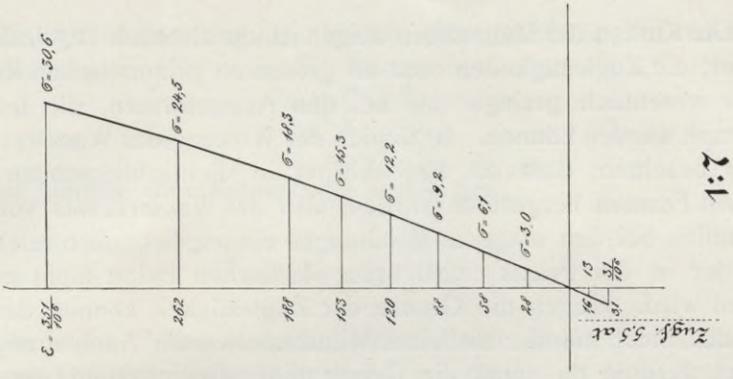
1:4



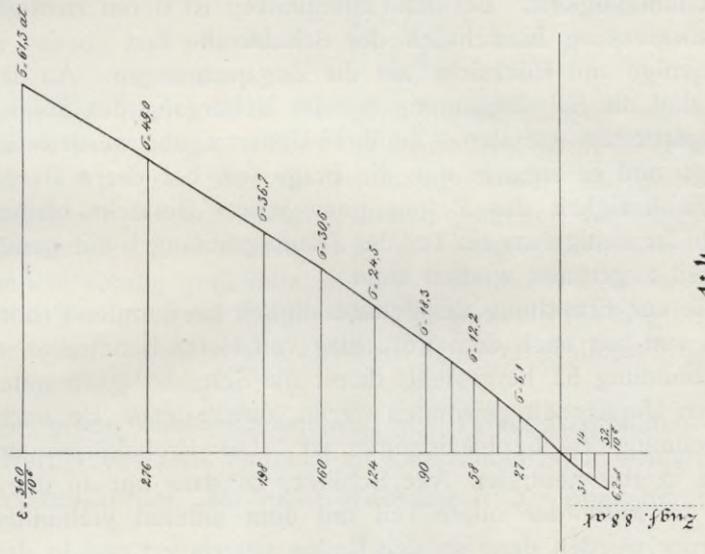
1:3

Abb. 40-48.

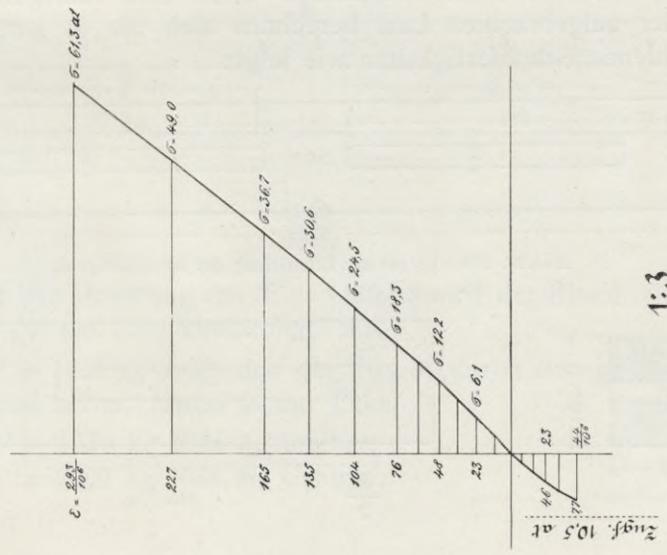
**Dehnungskurven für Betonkörper
mit 14% Wasserzusatz.**



1:3



1:4



1:3

Abb. 40-51.

Die Kurven der Dehnungen zeigen einen ziemlich regelmässigen Verlauf; die Zugfestigkeiten sind an grösseren prismatischen Körpern immer wesentlich geringer als bei den Achterformen, die fest eingestampft werden können. Bezüglich der Wirkung des Wasserzusatzes ist zu beachten, dass die Probekörper in dichtschiessenden gusseisernen Formen hergestellt wurden, also der Wasserzusatz von 14% namentlich bei den mageren Mischungen ein ungewöhnlich reichlicher war, der in der Praxis selbst beim plastischen Beton nicht erreicht werden wird. Gegen die Grenze der Zugfestigkeit können derartige Versuche nicht mit der vielleicht wünschenswerten Annäherung ausgeführt werden, da sonst die Gefahr einer Demolierung der Messinstrumente besteht.

Schubfestigkeit. Bei den Plattenbalken ist deren richtige Querschnittsbemessung hinsichtlich der Schubkräfte fast ebenso wichtig, wie diejenige mit Rücksicht auf die Zugspannungen. An den Auflagern sind die Schubspannungen beim Uebergang des Stegs in die Deckenplatte am grössten. Zu ihrer Uebertragung werden die Bügel eingelegt und es entsteht nun die Frage, ob bei deren Berechnung die Schubfestigkeit des Betons ganz ausser Betracht bleiben soll, oder ob ihr wenigstens ein Teil der Schubspannungen mit genügender Sicherheit zugemutet werden kann.

Die zur Ermittlung der Schubfestigkeit bestimmten Probekörper wurden von uns nach dem Vorschlag von Herrn Baudirektor v. Bach nach Abbildung 52 hergestellt, damit die Schubfestigkeit unter ganz ähnlichen Umständen gewonnen werde, unter denen sie nachher in der Rechnung zu berücksichtigen ist. Die Probekörper erhielten nämlich in der neutralen Axe Schlitz, so dass nur an den Enden und in der Mitte der obere Teil mit dem unteren verbunden war. Die Körper wurden dann an den Enden aufgelagert und in der Mitte bis zum Abscheren der Flächen $a-a$ an den Auflagern belastet. Aus der aufgebrachten Last berechnen sich die in jenen Flächen vorhandenen Schubfestigkeiten wie folgt:

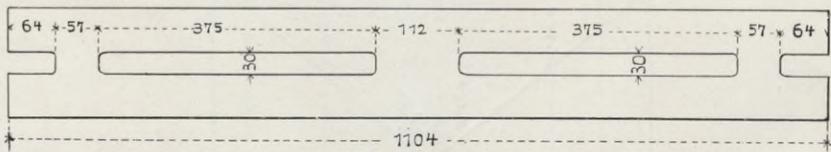


Abb. 52. Probekörper zur Ermittlung der Schubfestigkeit.

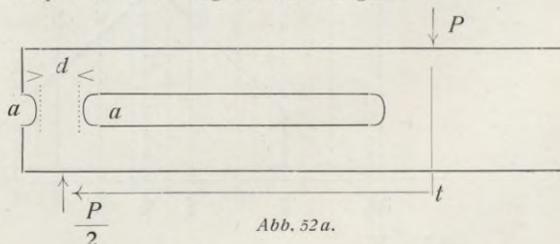
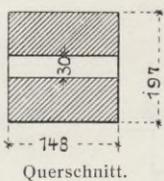


Abb. 52a.

Die Schubspannung an irgend einer Stelle x der neutralen Schicht ist

$$\tau = \frac{P}{2} \cdot \frac{S}{J \cdot b},$$

also die Summe aller Schubkräfte von 0 bis $\frac{l}{2}$

$$T = \tau \cdot b \cdot \frac{l}{2} = \frac{P}{2} \cdot \frac{S}{J} \cdot \frac{l}{2},$$

hierin bedeutet S das statische Moment der über der Neutralaxe gelegenen Querschnittsfläche in Bezug auf diese und J das Trägheitsmoment des Querschnitts; die Schubfestigkeit in $a-a$ ergibt sich also zu

$$t = \frac{P}{4} \cdot \frac{S}{J} \cdot \frac{l}{b \cdot d}.$$

Wir bemerken noch, dass die den Zugspannungen unterworfenen Seite durch Eiseneinlagen armiert werden musste, damit die schwächste Stelle der Körper der Steg an den Auflagern war, und nicht vorher ein Brechen der Körper infolge Ueberwindung der Zugfestigkeit eintrat. Ausser den Rissen quer durch den Steg zeigten sich indessen noch andere schräg gerichtete an den Enden und mehr vertikale in der Mitte. Bezüglich der Aufeinanderfolge dieser Risse zeigte sich ein charakteristischer Unterschied zwischen den verschiedenen Mischungsverhältnissen.

Wir geben daher nachstehend die Prüfungsergebnisse von je einem Körper der zwei hiernach zu unterscheidenden Gruppen.

Versuchskörper „85“ nasse Mischung 1 : 3. Alter 105 Tage.

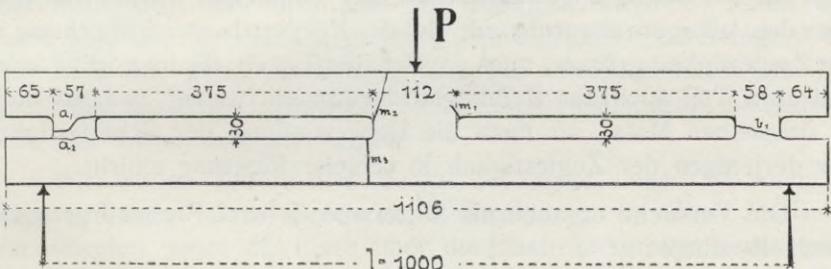


Abb. 54.

Unter der Belastung von $P = 1430$ kg wird der Riss b_1 sichtbar, durch den ganzen Steg hindurchgehend.

Bei $P = 1260$ kg zeigt sich der Riss a_1 durch den ganzen Steg hindurch und bei m_1 Anriss in der Ecke.

Bei $P = 1770$ kg Riss a_2 sichtbar.

Bei $P = 2000$ kg Riss m_2 sichtbar.

Unter der Belastung von $P = 2410$ kg bildet sich ein klaffender Riss bei m_3 und Riss m_2 klafft nach der Mitte des Körpers auf; die Belastung lässt sich nicht mehr steigern.

Versuchskörper „105“, trockene Mischung 1 : 7. Alter 93 Tage.

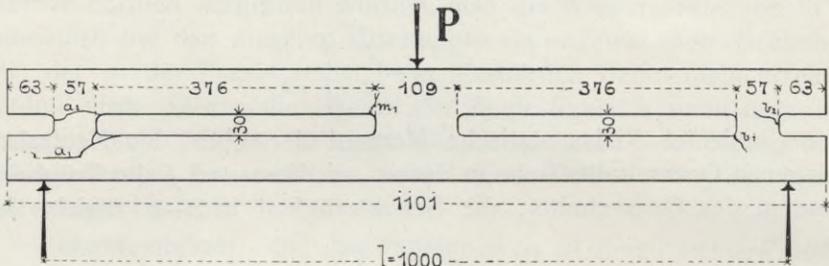


Abb. 55.

Unter der Belastung von $P = 1000$ kg wird der Riss a_1 sichtbar.

Bei $P = 1100$ kg Riss b_1 sichtbar.

Bei $P = 1300$ kg Riss a_2 , durch den ganzen Steg gehend, sichtbar.

Bei $P = 1500$ kg Risse bei b_2 und m_1 sichtbar.

Unter der Belastung $P = 1590$ kg klaffen die Risse a_1 und a_2 auf; die Belastung lässt sich nicht mehr steigern.

Für dieses verschiedenartige Verhalten lässt sich folgende Erklärung geben: Bei den Probekörpern von geringerem Mischungsverhältnis wird in den schräg verlaufenden Rissen die Zugfestigkeit des Betons durch die schiefen Hauptspannungen, die in der Nähe der Neutralaxe unter 45° gerichtet sind, überwunden, bevor die Schubkraft auf den Betrag angewachsen ist, der hinreichen würde, den Steg über den Auflagern abzuscheren. Bei den Körpern besserer Mischung ist die Zugfestigkeit grösser, aber die Schubfestigkeit, die im vorliegenden Fall zum Teil auch aus Reibungswiderständen besteht, wächst nicht in demselben Mass, so dass die Ueberwindung der Scherfestigkeit vor derjenigen der Zugfestigkeit in schiefer Richtung eintritt.

Die Versuche ergaben als Mittel von je drei Probekörpern folgende Resultate:

Mischung . . .	1 : 3		1 : 4		1 : 7	
Wasserzusatz . . .	8 %	14 %	8 %	14 %	8 %	14 %
Schubfestigkeit t .	36	30	31	28	26	19 at

Die Schubfestigkeit ergibt sich hiernach beträchtlich grösser als die Zugfestigkeit und man ist berechtigt, den Beton mit einer zulässigen Schubspannung von ca. 6 kg/cm^2 bei fünffacher Sicherheit zu beanspruchen, vorausgesetzt, dass er im Mischungsverhältnis 1 : 3 bis höchstens 1 : 4 hergestellt wird.

Es ist noch zu beachten, dass die Schubfestigkeitszahlen der Mischung 1 : 7 infolge des frühzeitigen Auftretens der schrägen Risse wohl etwas zu hoch berechnet sind.

Adhäsion zwischen Eisen und Beton. Versuche dieser Art wurden von *Bauschinger*, *Coignet*, *Tedesco* und dem *Service français des phares et balises* angestellt. Fast allgemein wird der von *Bauschinger* gefundene Wert von 45 kg/cm^2 der umhüllten Fläche als Widerstand gegen das Herausreissen der Eisenstäbe aus dem Beton angenommen.

Aus den Versuchen des *Service des phares et balises* scheint indessen hervorzugehen, dass der Versuch nicht das thatsächliche Mass der Verbindung beider Stoffe ergibt. Diese Versuche sind auf Rundeisenstäbe von 25–36 mm Durchmesser ausgedehnt worden, die mit Portlandcement 60 cm tief in Steinblöcken verankert waren. Nach einem Monat Erhärtung an der Luft wurden die Eisen aus ihrer Umhüllung herausgerissen und es ergab sich hierbei die Adhäsion mit dem Durchmesser der Eisenstäbe veränderlich und zwischen 20 und 48 kg/cm^2 schwankend.

Hierbei gehören die höheren Zahlen den starken Stäben und dem Material mit höherer Elastizitätsgrenze an. Auf die Einheit des Querschnitts bezogen, ergab sich eine ziemlich unveränderliche Belastung, die mit der Elastizitätsgrenze der betreffenden Eisensorte übereinstimmte. Es hörte also die Adhäsion zwischen Eisen und Beton auf, als der Eisenquerschnitt sich merklich zu verringern begann; sie war auch unabhängig von der Oberflächenbeschaffenheit der eingeschlossenen Eisenstäbe, von denen die einen rauh, die anderen glatt, die dritten verrostet waren.

Wir wollen schon hier darauf hinweisen, dass bei den auf Biegung beanspruchten Betoneisenkonstruktionen die Risse im Beton erst auftreten, wenn das Eisen über die Elastizitätsgrenze beansprucht wird. Es ist also die Wahrscheinlichkeit eine sehr grosse, dass diese Risse eben durch das Aufhören der Adhäsion hervorgerufen werden.

Beim Entwerfen von Betoneisenkonstruktionen ist es wichtig, dem Eisen eine solche Länge zu geben, dass die Krafteintragung durch den Beton mit Sicherheit erfolgen kann; hierfür ist es aber wünschenswert, die Adhäsionskraft pro Quadratcentimeter Oberfläche zu kennen und zwar für Beanspruchungen des Eisens, die unter der Elastizitätsgrenze liegen.

Wir haben daher selbst in dieser Richtung Versuche angestellt und dieselben auf die verschiedensten Mischungsverhältnisse ausgedehnt. Gleichzeitig sollte auch der Einfluss des Wasserzusatzes im Beton festgestellt werden. Die Rundeisen von 2 cm Stärke waren in prismatische Betonkörper von 15/15 cm Querschnitt und 16—17 cm Höhe einbetoniert. Alter der Probekörper 5 Monate. Die Elastizitätsgrenze des Eisens wurde bei keinem der Versuchskörper erreicht. Die Adhäsionsfestigkeiten in kg/cm^2 sind in nachstehender Tabelle angegeben:

Wasserzusatz	1:1	1:2	1:3	1:4	1:5	1:6	1:7	1:8
10 %	15	19	19	26	30	27	16	12
15 %	46	49	40	38	21	19	15	10
20 %	28	28	25	25	12	12	11	7
25 %	22	30	23	24	8	12	9	7

Die Zahlen sind die Mittel aus nur zwei Versuchen, können also keinen Anspruch auf absolute Genauigkeit machen, lassen jedoch erkennen, dass es durchaus nötig ist, den Beton mit dem nötigen Wasserzusatz im sogen. plastischen Zustand einzubringen. Sämtliche Probekörper zersprangen beim Herausziehen der Eisen, so dass die Annahme gerechtfertigt ist, dass bei grösseren Probekörpern oder durch Armierung derselben mit Bügeln, die das Zerspringen verhindern würden, eine grössere Adhäsionsfestigkeit gewonnen worden wäre.

Die Biegezugfestigkeit des Betons.

Die aus den Biegebruchversuchen mit Hilfe der *Navierschen* Biegezugformel berechneten Zugfestigkeiten rechteckiger Betonbalken erweisen sich immer etwa doppelt so gross, als die durch den direkten Zugversuch ermittelten. Wir geben zunächst die Resultate einiger Biegeversuche reiner Betonkörper, um sodann zu der theoretischen Erklärung dieses scheinbaren Widerspruches überzugehen.

Versuche

von K. K. Baurat Prof. *Hanisch* und Oberingenieur *J. A. Spitzer*.

Bei diesen Versuchen wurde nicht nur die Biegezugfestigkeit der Betonplatten ermittelt, sondern es wurden noch aus den gebrochenen Platten mit möglichster Vorsicht Probekörper heraus-

gemeisselt und deren Zug- und Druckfestigkeit bestimmt. Das Mischungsverhältnis war $1:3\frac{1}{2}$, die Stützweite betrug 1,50 m, die Plattenbreite 60 cm und das Alter 268 Tage.

No.	Dicke cm	getragene Einzellast kg	Eigenlast kg	Druck- festigkeit	Zug- festigkeit	Biegungs- festigkeit $k = \frac{M}{\frac{1}{6} b h^2}$
1	7,8	800	170	296	29	54,6
2	11,5	1400	240	329	24	43,2
3	11,5	1500	240	256	27	46,1
4	8,0	700	175	314	23	49,1
5	10,0	1200	210	352	20	46,2
6	10,0	1200	210	300	29	49,1
		Mittelwerte		308	25	48,0

Diese grossen Unterschiede zwischen Zugfestigkeit und Biegefestigkeit wurden in der Litteratur dadurch zu erklären gesucht, dass man die Begriffe „wahre“ und „scheinbare“ Zugfestigkeit des Betons einfuhrte. Die geringe Zugfestigkeit der achterförmigen Versuchskörper wurde der eingeschnürten Form derselben zugeschrieben und den Ingenieuren geraten, bei ihren Ausführungen die etwa doppelt so grosse wahre Zugfestigkeit zu Grunde zu legen.

Von Baudirektor *v. Bach* wurde in der Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1898 das Irrtümliche dieser Anschauung nachgewiesen, indem gezeigt wurde, dass prismatische Zugkörper eine geringere Zugfestigkeit besitzen als die Achterformen. In der neuesten Auflage seiner „Elastizität und Festigkeit“ 1902 weist er sodann für Gusseisen, dessen elastisches Verhalten ganz ähnlich demjenigen des Betons ist, nach, dass beim Bruch infolge Biegung im Balken keine wesentlich andere Zugfestigkeit vorhanden ist, wie beim unmittelbaren Zugversuch. Vielmehr ist der Grund des scheinbaren Widerspruches darin zu suchen, dass wegen der Veränderlichkeit der Elastizitätskoeffizienten und der Ungleichheit derselben für Zug und Druck, die *Naviersche* Biegeformel nicht mehr anwendbar ist, also die hiernach berechneten hohen Biegefestigkeiten nur Vergleichswerte, nicht aber Zugspannungen vorstellen.

Man könnte versuchen, die Spannungen unter Anwendung des Potenzgesetzes zu berechnen, eine derartige Abhandlung erschien von

Ing. *Carling* in der Zeitschrift des Oesterr. Ingenieur- und Architektenvereins 1898. Auf Grund der von Prof. *v. Bach* für einen Granit ermittelten Elastizitätsverhältnisse sind daselbst für einen rechteckigen Querschnitt die Lage der Neutralaxe, die zugehörigen grössten Zug- und Druckspannungen und die Beziehungen zwischen Trägerhöhe und Moment bei bestimmten Zugspannungen mit Hilfe des Potenzgesetzes berechnet. Da jedoch das Potenzgesetz nur für niedere Spannungsintervalle gilt, so lässt sich diese Berechnungsweise nicht auf die Verhältnisse beim Bruch anpassen.

In demselben Jahrgang genannter Zeitschrift wurde von *I. A. Spitzer*, Direktor der Firma *Wayss & Co.* in Wien, eine Berechnung für Träger aus Materialien von veränderlichem Formänderungskoeffizienten gegeben, welche, eine Näherungsmethode darstellend, auf alle Trägerformen anwendbar ist und nur die Linien der Dehnungen für Zug und Druck als bekannt voraussetzt. Zur Erklärung der hohen Biegefestigkeiten möchten wir aber den von Prof. *v. Bach* angegebenen Weg einschlagen.

Nimmt man die *Naviersche* Hypothese, wonach die Querschnitte eines Balkens bei der Biegung eben bleiben, auch hier als zutreffend an, so wird die Linie der Dehnungen, mit Bezug auf Abbildung 56 durch die

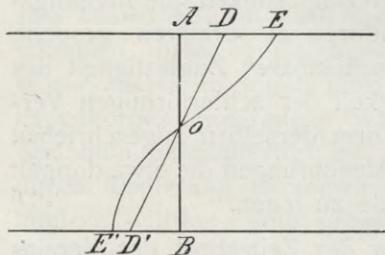


Abb. 56.

Gerade DD' , die Linie der Spannungen durch die Kurve EOE' dargestellt sein. Bei letzterer sind die Ordinaten proportional den Dehnungen; es ist also die Kurve EOE' nichts anderes als die durch die Versuche bestimmte Linie der Dehnungen.

Die Abbildung 57 stellt diese Linie dar, unter der wir uns also die Spannungsverteilung in einem recht-

eckigen Balkenquerschnitt denken können. Der Inhalt der Fläche über der neutralen Schicht stellt die Druckkraft, und derjenige unter derselben die Zugkraft im Querschnitt vor. Da keine äusseren horizontalen Kräfte auf den Balken wirken, muss in jedem Querschnitt die Zugkraft gleich der Druckkraft sein und daraus folgt, dass die Flächen OAB über und OCD unter der Neutralaxe einander gleich sein müssen. Alle Abscissen, die an der Dehnungskurve oben und unten gleiche Flächen abschneiden, stellen also zusammengehörige Druck- und Zugspannungen vor. Jeder Druckspannung entspricht eine ganz bestimmte Zugspannung. Sind S_d und S_z die Schwerpunkte der beiden Flächen OAB bzw. OCD , so ist das Moment der Innenkraft gleich $D.y = Z.y$, wo y die Entfernung der beiden Schwerpunkte bedeutet; dieses Moment muss dem Biegemoment der äusseren Kräfte gleich sein. Es lässt sich daher, sofern eine bestimmte Randspannung oben oder unten

festgesetzt wird, das Moment in einer Funktion von h^2 ausdrücken (was man auch bei Anwendung des Potenzgesetzes erhält). Wird für die untere Randspannung die Grenze der Zugfestigkeit gewählt, so ergibt sich das grösste mögliche Moment.

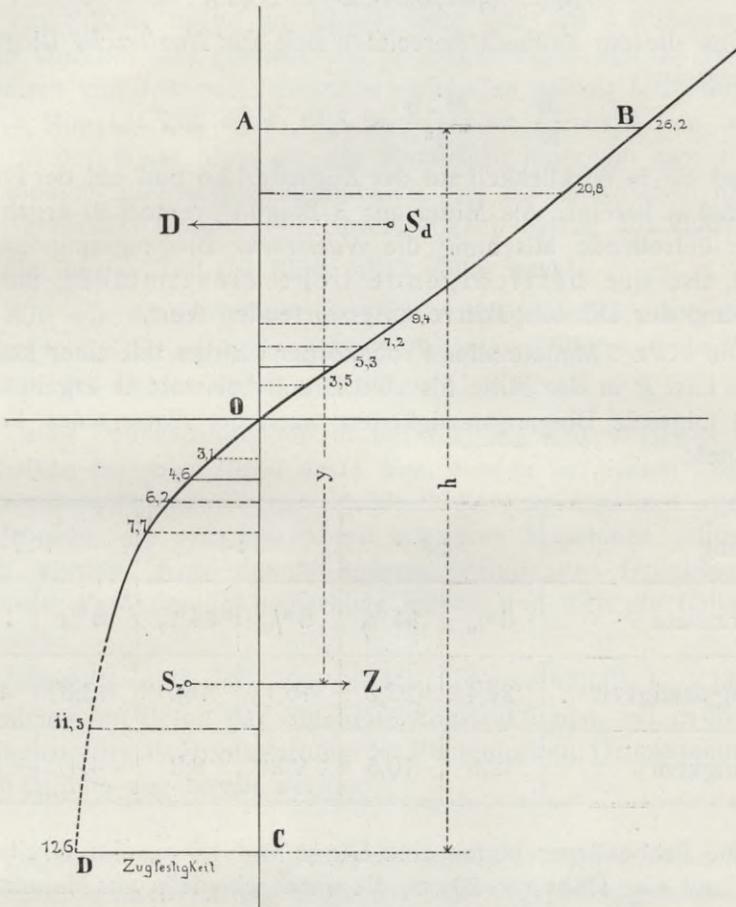


Abb. 57. Dehnungskurve für trockene Mischung 1:3.

Wird die Kurve der Dehnungen, wie es in Abbildung 57 geschehen ist, nach der Zugfestigkeitsgrenze hin verlängert, so erhält man z. B. für unsere Probekörper in trockener Mischung 1:3 folgende zusammengehörige Randspannungen bei Biegung

Druck	Zug
3,5 at	3,1
5,3 „	4,6 „
7,2 „	6,2 „
9,4 „	7,7 „
20,8 „	11,5 „
26,2 „	12,6 „

Ferner ergibt sich für den Augenblick des Bruches, also mit $\sigma_z = 12,6$ at und für die Querschnittsbreite = 1

$$D = Z = 5,40 h$$

$$y = 0,640 h$$

$$M = 5,40 \cdot 0,64 \cdot h^2 = 3,45 h^2.$$

Aus diesem Moment berechnet sich die *Naviersche* Biegungsspannung zu

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{M \cdot 6}{h^2} = 3,45 \cdot 6 = 20,7 \text{ at,}$$

während sie in Wirklichkeit auf der Zugseite 12,6 und auf der Druckseite 26,2 at beträgt. Als Mittel aus 3 Biegungsversuchen ergab sich für die betreffende Mischung die *Naviersche* Biegungsspannung zu 21,4 at, also eine befriedigende Uebereinstimmung mit dem auf Grund der Dehnungskurve zu erwartenden Wert.

Die etwa 3 Monate alten Probekörper wurden mit einer konzentrierten Last *P* in der Mitte bis zum Bruch belastet; es ergaben sich hierbei folgende Biegungsfestigkeiten, nach der *Navierschen* Formel berechnet:

Mischung	1:3		1:4		1:7	
Wasserszusatz	8%	14%	8%	14%	8%	14%
Biegungsfestigkeit .	21,4	23,2	16,1	16,7	13,3	12,8
Zugfestigkeit	12,6	10,5	9,2	8,8	4,4	5,5

Die Probekörper hatten eine Länge von 1,0 m, eine Breite von 15 cm und eine Höhe von 20 cm, sie waren ebenfalls aus Mannheimer Portlandcement und Rheinkies und -Sand hergestellt.

Versuche an Probekörpern mit Eiseneinlagen.

Druckproben. Von Versuchen dieser Art erwähnen wir diejenigen des II. Gewölbeausschusses, veröffentlicht in der Zeitschrift des Oesterr. Ingenieur- und Architektenvereins 1901, Nr. 25. Die Probekörper hatten einen Querschnitt von 50/50 cm, eine Höhe von 1,0 m, ein Alter von 3 $\frac{1}{2}$ Monaten, waren in der Mischung 1:3 $\frac{1}{2}$ hergestellt und armiert mit 20 Stück 12 mm Rundeisen, die in Entfernungen von je 10 cm horizontal mit Drähten verbunden waren. Der Eisenquerschnitt machte also 1% des Gesamtquerschnitts aus. Die mittlere Druckfestigkeit ergab sich zu 277 kg/qcm, während gleich grosse

Stampfbetonkörper im Mischungsverhältnis 1 : 2 : 3 nur 125 kg/cm² Druckfestigkeit aufwiesen.

Eine Säule mit 4¹/₂% Eisenverstärkung wurde von Ingenieur *Gary* an der Techn. Hochschule in Charlottenburg untersucht. Dimensionen 25/25 cm, 3,22 m hoch, die Eiseneinlage war aus 4 Rundeisen von 30 mm Durchmesser gebildet, die in Entfernungen von 50 cm durch Flacheisen von 3/80 mm horizontal verbunden waren; Mischung 1 : 4, Alter 3 Monate. Die Säule, die mit ebenen Druckflächen aufsass, brach in der Weise, dass die vier Rundeisen innerhalb zweier Querverbindungen gleichzeitig ausknickten und der dazwischen liegende Beton zerdrückt wurde. Die Bruchfestigkeit betrug 255 kg/qcm.

Der übrige Teil der Säule blieb völlig intakt.

Wie wir schon früher erwähnten, ist die Hauptaufgabe der Armierung auf Druck beanspruchter Betonkonstruktionen die Würfel- festigkeit des Betons sicher zu stellen.

Ueber Druckspannungen in der Biegung unterworfenen Beton- eisenbalken berichtet *Harel de la Noe*, dass er bei seinen Konstruk- tionen als zulässigen Grenzwert 30—90 kg/qcm annehme und dass bei Brücken, die seit Jahren mit schweren Maschinen schnell be- fahren werden, trotz der 90 kg/qcm betragenden Druckspannung sich keine Veränderung bemerkbar mache und sich die Balken gut bewähren.

Jedenfalls sollten für den im Mischungsverhältnis 1 : 3 bis 1 : 4 herzustellenden Beton der Betoneisenkonstruktionen, sei es in Form von Säulen oder als Druckgurtung der Plattenbalken, Druckspannungen bis 50 kg/qcm zugelassen werden.

Zugversuche. Wichtiger als die vorbeschriebenen Versuche sind diejenigen, bei welchen die armierten Teile Zugspannungen ausgesetzt wurden. Diese Versuche sind nur vereinzelt angestellt worden, wes- halb wir uns veranlasst sahen, auch in dieser Hinsicht Proben vor- nehmen zu lassen. Die Probekörper haben dieselben Abmessungen erhalten, wie die oben beschriebenen, die zur Bestimmung der Zug- elastizität des Betons gedient haben. Als Eiseneinlage kamen zur Verwendung 4 Rundeisenstäbe von 14 mm Durchmesser, die möglichst gleichmässig innerhalb des Querschnittes angeordnet wurden. In der Mitte und an den Enden wurden die Rundeisen durch 7 mm starke Drähte miteinander verbunden, an den Enden ausserdem etwas ab- gebogen, damit die Zugspannungen leichter in die Stäbe übertragen werden sollten.

Die Versuche konnten indessen nicht auf höhere Spannungen ausgedehnt werden, da sich die Köpfe der Probekörper für die Ein-

spannung als zu schwach erwiesen haben. Es traten nämlich bei verhältnismässig geringer Belastung Risse ausserhalb der Messlänge an den Einschnürungsstellen der Körper auf, deren Entstehung wohl dem Umstande zuzuschreiben ist, dass die zur Krafteintragung innerhalb der Einspannung zur Verfügung stehende Länge der Eisen zu gering war, dass also die Ueberschreitung der Adhäsionsfestigkeit die Risse daselbst verursachte. Nachdem einmal ein solcher Riss eingetreten war, wurde der Körper für die weitere Untersuchung unbrauchbar, denn es konnte dann eine den Versuchszwecken entsprechende Kraftverteilung nicht mehr stattfinden, was sich auch alsbald durch einen grossen Unterschied in den beiderseitigen Ablesungen zu erkennen gab.

Da der Elastizitätsmodul des Eisens zu 2 000 000 angenommen werden kann, so lässt sich aus der gemessenen Dehnung die Beanspruchung der Eisenstäbe und der von denselben übertragene Teil der Zugkraft P berechnen, der Rest von P wird vom Betonquerschnitt aufgenommen, so dass sich auch die zugehörigen Betonspannungen ermitteln lassen, die dann mit den gemessenen Dehnungen auf Grund der früher angegebenen Dehnungskurve der reinen Betonkörper übereinstimmen müssen. Die Versuchsergebnisse sind folgende:

Nasse Mischung 1:3, $f_e = 4$ Rundeisen von 14 mm = 6,10 qcm

Zugkraft P kg	gemessene Dehnung in Millionstel	berechnete Zugkraft		berechnete Spannungen		Spannung σ_b nach der Dehnungs- kurve
		P_e kg	P_b kg	σ_e	σ_b	
500	5,0	61	439	10,0	1,35	1,34
1000	10,7	130	870	21,4	2,67	2,61
1500	17,4	213	1287	34,8	3,95	4,04
2000	24,5	299	1701	49,0	5,22	5,50
2500	31,9	388	2112	63,8	6,48	6,80
3000	40,3	492	2508	80,6	7,70	8,00
3500	61,2	748	2752	122,4	8,45	—
4000	87,2	1064	2936	174,4	9,00	—

Nasse Mischung 1:4, $f_c = 4$ Rundeisen von 14 mm = 6,10 qcm

Zugkraft P kg	gemessene Dehnung in Millionstel	berechnete Zugkraft		berechnete Spannungen		Spannung σ_b nach der Dehnungs- kurve
		P_e kg	P_b kg	σ_e	σ_b	
500	5,7	70	430	11,4	1,32	1,4
1000	12,2	150	850	24,4	2,60	2,8
1500	19,0	234	1266	38,0	3,88	3,9
2000	26,1	322	1678	52,2	5,15	5,1
2500	33,5	413	2087	67,0	6,40	6,4
3000	44,3	546	2454	88,6	7,53	—
3500	53,2	655	2845	106,4	8,71	—
4000	65,0	800	3200	130,0	9,82	—
4500	80,0	986	3514	160,0	10,80	—

Nasse Mischung 1:7, $f_c = 4$ Rundeisen von 11 mm = 3,8 cm²

Zugkraft P kg	gemessene Dehnung in Millionstel	berechnete Zugkraft		berechnete Spannungen		Spannung σ_b nach der Dehnungs- kurve
		P_e kg	P_b kg	σ_e	σ_b	
500	11,0	84	416	22	1,28	1,35
1000	30,0	228	772	60	2,36	2,90
1500	57,5	437	1063	115	3,26	—
2000	113,0	860	1140	226	3,50	—

Wie aus den drei Tabellen ersichtlich ist, stimmen die auf zwei verschiedenen Wegen ermittelten Betonspannungen σ_b sehr befriedigend miteinander überein, es ist dies ein Beweis einerseits für das Ebenbleiben der Querschnitte, andererseits für die Giltigkeit der Beziehungen zwischen Spannungen und Dehnungen des Betons, auch in Verbindung des letzteren mit Eisen.

Für die Entscheidung der Frage, bei welchen Dehnungen des Eisens die Risse im umhüllenden Beton eintreten, wird das Verhältnis des Eisenquerschnitts zum Betonquerschnitt von wesentlichem Einfluss sein, ebenso in welcher Weise das Eisen im Betonquerschnitt verteilt ist.

Hier würde es sich empfehlen, die Messungen an Versuchskörpern vorzunehmen, die der Biegung unterworfen sind, da dann alle Schwierigkeiten in Betreff einer zentrischen Krafteintragung wegfallen würden. Sodann wäre der Praxis am besten gedient, wenn als Versuchsobjekte Platten oder Plattenbalken, wie sie in der Ausführung hergestellt werden, gewählt würden.

Nach den bisher von unserer Firma angestellten Belastungsproben mit Decken und Plattenbalken verschiedener Konstruktionsarten, bei denen die Eisen für die zulässige Belastung mit 1000 kg/cm^2 Beanspruchung berechnet waren, traten die ersten Haarrisse im Beton immer erst dann ein, wenn die aufgebrauchte Belastung so gross war, dass die Eisen auf $1600\text{--}2000 \text{ kg/cm}$ beansprucht waren.

Aehnlich sind die Ergebnisse, welche mit Betoneisen-Spunddielen am Kanal von Terneuzen (Annales des Travaux Publics de Belgique 1899) erzielt wurden. Es traten nämlich bei zwei der Biegung ausgesetzten armierten Spunddielen die ersten Risse im Beton ein bei einer Dehnung von $\frac{580}{10^6}$ was einer Eisenbeanspruchung von 1160 kg/cm^2 entsprechen würde; bei einem der drei Probekörper erfolgten sie aber erst etwa bei der mehr als anderthalbfachen Belastung und dementsprechender Dehnung.

Der eigentliche Bruch erfolgt immer bei einer viel grösseren Belastung durch Ueberwindung der Zugfestigkeit des Eisens.

Wir erwähnen noch unsere Versuche mit eisenarmierten Cementröhren, welche, einem Probedruck von 3 at unterworfen, bei einer Beanspruchung der eingelegten Eisendrähte von $1700\text{--}1800 \text{ kg/cm}^2$ keine Risse und Undichtheiten zeigten.

Eine Berühmtheit haben die Versuche von *Considère* erlangt.

Dieselben erstreckten sich auf Prismen quadratischen Querschnitts von 6 cm Seitenlänge und 60 cm Höhe, die an der gezogenen Seite durch Rundeiseneinlagen verstärkt waren. Die vertikal stehenden Prismen wurden an ihrem unteren Ende eingespannt und an ihrem oberen Ende einem Biegemoment ausgesetzt, das durch ein an einem horizontalen Hebelarm angebrachtes Gewicht hervorgebracht wurde. Infolge dieser Anordnung war das Moment für alle Querschnitte gleich gross und die Querkraft gleich Null. Es wurden sodann die Verlängerungen auf der gezogenen Seite und die Verkürzungen auf der gedrückten unter zunehmender Belastung gemessen.

Die Versuchskörper waren aus Beton 1:3 hergestellt, die Eiseneinlagen bestanden aus 3 Rundeisen von 4,25 mm Durchmesser, wenige Prismen blieben zu Vergleichszwecken ohne Eiseneinlage.

Unter den zahlreichen Ergebnissen giebt *Considère* besonders diejenigen an, die er mit einem bestimmten Prisma No. 24 erreicht

hat. Bei diesem Prisma wurde das Biegemoment so vergrössert, bis an der Zugseite Verlängerungen von 2 mm auf den Meter festgestellt werden konnten. Alsdann wurde 139 000 mal ein Moment ausgeübt, das 44 bis 71 % dieses zuerst angebrachten Moments betrug, wobei jedesmal auf den unbelasteten Zustand zurückgegangen wurde. Diese wiederholten Anstrengungen ergaben Verlängerungen von 0,545 mm bis 1,27 mm auf den m, nach denselben schien der Probekörper, abgesehen von 2 oberflächlichen Rissen, noch intakt zu sein. Aus den Prismen wurden sodann kleine Stäbchen von 12/15 mm Querschnitt herausgesägt und ihrerseits nochmals der Biegung unterworfen. Hierbei zeigte sich die Festigkeit überraschend hoch und fast gleich derjenigen des frischen Mörtels.

Aus den Parallelversuchen mit Mörtelprismen ohne Eiseneinlagen folgt aber, dass die Dehnung beim Bruch sich in den Grenzen von 0,1 bis 0,2 mm hält. Man ist daher zu der Annahme gezwungen, dass in einem Körper aus armiertem Beton das Eisen dem Beton die Eigenschaft verleiht, ohne zu zerreißen viel grössere Dehnungen auszuführen, als wenn er sich selbst überlassen ist.

Considère erklärt diese Erscheinungen folgendermassen: Bekanntlich dehnt sich ein den Zugkräften ausgesetzter Metallstab zuerst gleichmässig auf seine ganze Länge, mit steigender Zugspannung schnürt er sich an einer bestimmten Stelle ein, wo er dann sehr bedeutende örtliche Verlängerungen erfährt. Wenn also die zwischen den Enden gemessene Dehnung etwa 20 % betragen kann, so ist sie in Wirklichkeit in der Nähe der Bruchstelle 10—15 mal grösser.

Nimmt man nun an, dass diese unter dem Namen der Kontraktion bekannte Erscheinung auch beim Cementmörtel aufträte, so würde die zwischen den Enden der Versuchskörper gemessene Verlängerung nur eine mittlere Dehnung vorstellen, und der Mörtel wäre in Wirklichkeit fähig, eine viel grössere Längenänderung auszuführen. In den Betoneisenkonstruktionen ist der Beton mit dem Eisen verbunden, dessen Elastizitätsgrenze bedeutend höher liegt. Bei der Einwirkung der Zugkräfte wird das Eisen selbst dann noch gleichmässig auf seine ganze Länge verteilte Dehnungen ausführen, wenn der Cementmörtel schon das Bestreben haben wird, sich an einer bestimmten Stelle einzuschnüren. Aber die Adhäsion zwingt denselben, dem Eisen in seiner Dehnung zu folgen. Er wird also in allen Punkten des Probekörpers die äusserste Deformation erleiden, deren er fähig ist, und der Bruch wird thatsächlich nur bei solchen Längenvermehrungen (zwischen den Enden gemessen) erfolgen, die bedeutend grösser sind, als wenn keine Eiseneinlagen vorhanden wären.

Die von *Considère* gegebene Erklärung ist sehr einleuchtend, wenn die Erscheinung der Kontraktion wirklich beim Cementbeton

vorhanden ist. Um dies zu beweisen, müsste man bei den Zugversuchen an den Probekörpern die Verlängerungen auf verschiedene kleinere Masslängen beobachten, um dann festzustellen, dass die lokale Längenänderung um vieles die gesamte Zunahme der Längeneinheit übertrifft. Dies wurde bis heute zwar noch nicht gemacht, immerhin kann man jene Erklärung in Form einer Hypothese annehmen.

Bei den *Considèreschen* Versuchen hatten die Drähte die sehr hohe Elastizitätsgrenze von 38 kg. Für ein gewöhnliches Eisen, dessen Elastizitätsgrenze 18—23 kg beträgt, kann die Längenzunahme des Cementmörtels nicht diejenige überschreiten, welche der Elastizitätsgrenze des Metalls entspricht, dies ist etwa 1 mm auf den Meter.

Diese Versuche sind zwar Laboratoriumsversuche, die sich nicht ohne weiteres verallgemeinern lassen; jedenfalls steht aber so viel fest, dass wir beim Dimensionieren der Betoneisenkonstruktionen mit Vernachlässigung der Zugfestigkeit des Betons die Eiseneinlagen auf Zulässigkeit, d. i. mit 800—1000 kg/cm², beanspruchen dürfen. Weitere eingehende Versuche in dieser Hinsicht wären dringend zu wünschen.

Axiale Druckbeanspruchung.

Berechnung der Betoneisenpfeiler. Bei den homogenen Körpern setzt man voraus, dass die Zusammendrückung infolge einer axialen Druckkraft durch ein Näherrücken der ebenen Querschnittsflächen erfolgt, die sich selbst parallel bleiben. Dieselbe Voraussetzung kann man bei der Berechnung der Säulen aus armiertem Beton machen, indem man annimmt,

1. dass der vom Betonquerschnitt aufgenommene Teil der Axialkraft sich gleichmässig auf diesen verteilt und

2. dass das Eisen der Armierung die Deformationen des Betons mitmacht. Beide Annahmen werden zwar in der Nähe des Angriffspunktes einer konzentrierten Last nicht genau zutreffen, können aber für praktische Fälle als hinreichend genau angesehen werden.

Bezeichnet f_b die Querschnittsfläche des Betons, f_e diejenige des Eisens, σ_b und σ_e die entsprechenden Beanspruchungen beider Materialien, so wird sein die Last P

$$P = f_b \cdot \sigma_b + f_e \cdot \sigma_e$$

Da ferner die Dehnungen von Beton und Eisen einander gleich sein müssen, ist

$$\varepsilon_e = \varepsilon_b,$$

hierbei ist

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_e}{E_e} = \frac{\sigma_e}{2000000},$$

während ϵ_b , wie wir oben gezeigt haben, nicht proportional der Spannung ist, und aus den Dehnungskurven der Elastizitätsversuche zu entnehmen ist oder nach dem Potenzgesetz berechnet werden kann. Wählt man den letzteren Weg und setzt

$$\epsilon_b = \frac{1}{300000} \sigma_b^{1,15}$$

so ergibt sich

$$P = f_b \cdot \sigma_b + f_e \cdot \frac{E_e \cdot \sigma_b^{1,15}}{300000}$$

Die Beanspruchung einer bestehenden Säule kann nach dieser Formel nur mittelst Versuchsrechnungen ermittelt werden.

Die nachfolgende Tabelle giebt die zusammengehörigen Beton- und Eisenspannungen unter Zugrundelegung des Potenzgesetzes

$$\epsilon_b = \frac{\sigma_b^{1,15}}{300000}$$

Druckspannung im Beton	$P = f_b \cdot \sigma_b + f_e \cdot \sigma_e$
2 kg/cm ²	$f_b \cdot 2 + f_e \cdot 14$
10 „	$f_b \cdot 10 + f_e \cdot 94$
20 „	$f_b \cdot 20 + f_e \cdot 200$
30 „	$f_b \cdot 30 + f_e \cdot 333$
35 „	$f_b \cdot 35 + f_e \cdot 400$
40 „	$f_b \cdot 40 + f_e \cdot 470$
45 „	$f_b \cdot 45 + f_e \cdot 530$
50 „	$f_b \cdot 50 + f_e \cdot 600$
55 „	$f_b \cdot 55 + f_e \cdot 670$
60 „	$f_b \cdot 60 + f_e \cdot 740$

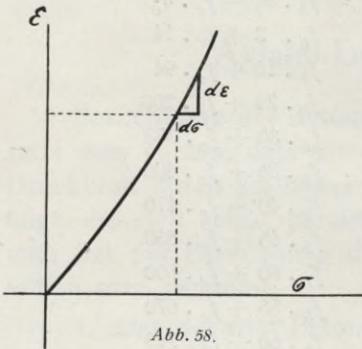
Es fragt sich, welche zulässige Beanspruchung für σ_b gesetzt werden soll. Nach den angeführten Versuchen kann ohne Bedenken eine Betonbeanspruchung von 50 kg/qcm gewählt werden, unter der Voraussetzung, dass die Säule hinreichende Sicherheit gegen Ausknicken besitzt. Da die letztere bei Säulen grösseren Querschnitts eher vorhanden sein wird, als bei solchen geringeren Querschnitts, so folgt daraus, dass die ersteren auch eine höhere Beanspruchung des Betons ertragen können als die letzteren. Ferner kommt in Betracht, in welchem Grade die Säule Biegemomenten oder excentrischen Belastungen ausgesetzt ist.

Im allgemeinen lässt sich sagen, dass bei vollständigen Beton-eisen-Hochbauten die Säulen der obersten Etage mit 20—30 kg/qcm beansprucht werden können und dass diese Beanspruchung nach den unteren Stockwerken bis zu 50 kg/qcm anwachsen kann.

Knickung. Versuche über die Knickung von Betoneisensäulen ähnlich wie sie für Eisenstäbe angestellt wurden, existieren nicht; man ist daher darauf angewiesen, die für homogene Körper aufgestellten Beziehungen in entsprechender Weise auf die Betoneisenstützen anzuwenden. Die Giltigkeit der *Eulerschen* Knickformel

$$P = \frac{\pi^2}{l^2} E \cdot J$$

ist von *Tetmajer* für dünne und lange Eisenstäbe nachgewiesen worden, bei denen die Druckbeanspruchung zu Beginn des Ausknickens unterhalb der Elastizitätsgrenze liegt. Bei starken Querschnitten und geringen Längen trifft diese Formel deshalb nicht mehr zu, weil die Druckspannungen beim Ausknicken über die Elastizitätsgrenze gestiegen sind, also für E nicht mehr der konstante Wert des Elastizitätsmoduls gesetzt werden darf. Bei Materialien ohne konstanten Elastizitätskoeffizienten, wie es ja der Beton ist, muss vielmehr durch Versuchsrechnungen für E derjenige Wert gewählt werden, welcher der Druckspannung beim Ausknicken entspricht, und zwar als Quotient



$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$$

gleich der tg des Neigungswinkels an der Dehnungskurve. Was den Eisenquerschnitt anbelangt, so ist derselbe in der Weise zu berücksichtigen, dass seine Fläche im Trägheitsmoment J mit dem Verhältnis $\frac{E_e}{E_b}$ multipliziert in Rechnung genommen wird, denn es wird sich an der Spannungsverteilung im Querschnitt

nichts ändern, wenn man die Spannungskräfte des Eisens durch die Spannungskräfte einer $\frac{E_e}{E_b}$ fachen Betonfläche ersetzt.

Da das Potenzgesetz nur für Spannungsintervalle bis etwa 40 at gilt, so lässt sich dasselbe nicht für Ableitung einer entsprechenden Knickformel benutzen. Wir geben daher im Nachstehenden die Entwicklung einer Knickformel nach einer Veröffentlichung von Professor *Ritter* im Jahrgang 1899 der Schweizerischen Bauzeitung.

Es wird hiernach für die Deformationskurve des Betons die folgende Gleichung zu Grunde gelegt

$$\sigma = k \left(1 - e^{-1000 \cdot \varepsilon} \right)$$

Hierin bedeutet k die Bruchspannung des Betons, ε die relative Verkürzung und $e = 2,71828$ die Basis des natürlichen Logarithmen-systems. Berechnet man an Hand dieser Gleichung zusammengehörige Werte von σ und ε und trägt sie auf, so bekommt man eine Kurve, die mit den durch die Versuche ermittelten so gut übereinstimmt, als es in Anbetracht der schwankenden Verhältnisse erwartet werden kann.

Differenziert man nach σ und ε , so bekommt man den Elastizitätsmodul

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = k \cdot 1000 \cdot e^{-1000\varepsilon} \\ = 1000 (k - \sigma).$$

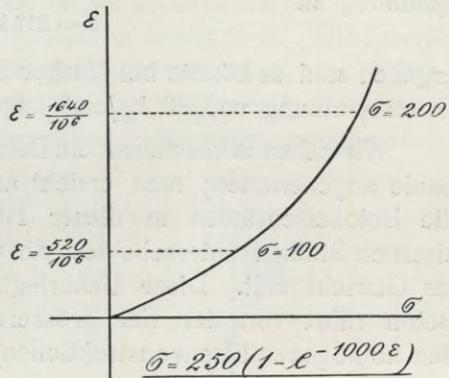


Abb. 59.

Setzt man diesen Ausdruck in die bekannte *Eulersche* Knickformel ein, so erhält man

$$P = \frac{\pi^2}{l^2} E \cdot J = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot 1000 (k - \sigma) \cdot J.$$

Es bedeutet also σ die Spannung beim Beginn des Ausknickens. Ersetzt man P durch $F \cdot \sigma$, J durch $F \cdot i^2$ und π^2 durch 10, so wird die Knickspannung

$$\sigma = \frac{k}{1 + 0,0001 \cdot \frac{l^2}{i^2}}$$

in derselben Form erhalten, welche unter dem Namen der *Rankine-schen* Knickformel bekannt ist.

Beispiel.

Es soll die Knickkraft für eine Säule von 25/25 cm Querschnitt mit 4 Rundeiseneinlagen von 18 mm Durchmesser berechnet werden;

$$l = 4,00 \text{ m}, \quad \frac{E_e}{E_b} = 10, \quad k = 250 \\ J = \frac{1}{12} \cdot 25^4 + 10 \cdot 4 \cdot 2,54 \cdot 10^2 = 42702 \text{ cm}^4 \\ F = 25^2 + 10 \cdot 4 \cdot 2,54 = 727 \text{ cm}^2 \\ i^2 = \frac{J}{F} = 58,7 \text{ cm}^2 \\ \sigma = \frac{250}{1 + 0,0001 \cdot \frac{400^2}{58,7}} = 197 \text{ kg/cm}^2$$

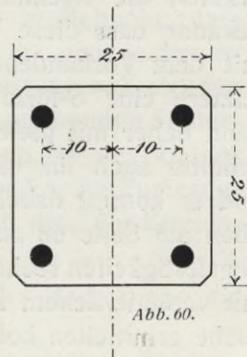


Abb. 60.

Würde man statt der ganzen Länge mit Rücksicht auf teilweise Einspannung der Enden nur $\frac{3}{4} l$ wählen, so würde sich die Knickspannung zu

$$\sigma = 217 \text{ kg/cm}^2$$

ergeben und es könnte bei 7facher Sicherheit gegen Zerknickung eine Druckspannung von 30 kg/cm^2 zugelassen werden.

Wir haben in vorstehendem Beispiel eine verhältnismässig schlanke Säule angenommen; man ersieht aus dem Rechnungsergebnis, dass die Betoneisensäulen in dieser Hinsicht sich wesentlich von den eisernen Stützen unterscheiden, für welche die Knickgefahr weit mehr ins Gewicht fällt. Diese Ueberlegenheit der Säulen aus armiertem Beton rührt von der viel grösseren Querschnittsfläche (gegenüber den homogenen Eisenkonstruktionen) und der viel geringeren Materialbeanspruchung her. Oder wenn man die *Eulersche* Knickformel betrachtet, so nimmt das Trägheitsmoment J weit mehr zu, als der Elastizitätsmodul E im Vergleich zu einer ebenso tragfähigen Eisensäule abnimmt.

In den wenigsten Fällen wird daher eine besondere Berechnung der Knicksicherheit erforderlich sein.

Einfache Biegung.

Bei den homogenen Körpern mit konstanten Formänderungskoeffizienten werden die Biegungsgleichungen unter der Voraussetzung abgeleitet, dass die vor der Biegung ebenen Querschnitte auch nach der Biegung noch eben sind. Es fragt sich nun, inwiefern diese Voraussetzung auch bei Berechnung der Biegungsbeanspruchungen armierter Betonkörper beibehalten werden kann.

Sie ist zwar durch Versuche an homogenen Körpern rechteckigen Querschnitts innerhalb gewisser Grenzen als zutreffend nachgewiesen worden, verdankt aber ihre allgemeine Annahme dem Bedürfnis, die Rechnung möglichst zu vereinfachen. Ausserdem ist bekannt, dass diese Voraussetzung der eben bleibenden Querschnitte mit dem Vorhandensein der Schubspannungen unvereinbar ist, da letztere eine *S*-förmige Wölbung der Querschnitte bewirken. Man kann daher mit gleichem Recht die Ebenheit der deformierten Querschnitte auch für die Biegung armierter Betonkörper voraussetzen, und es kommt dabei für uns noch besonders in Betracht, dass die oben auf Seite 68 auf Grund ebener Querschnitte berechneten Biegezugfestigkeiten rechteckiger Balken aus Beton, also aus einem Material mit veränderlichem Formänderungskoeffizienten, mit den durch Versuche ermittelten befriedigend übereinstimmen.

Stellt daher mit Bezug auf nebenstehende Figur AB einen Querschnitt eines Betoneisenbalkens vor, so ist die Gerade $A'B'$ die Linie der Dehnungen und die ihr entsprechende Linie der Spannungen ist durch die Kurve EOF dargestellt, die nichts anderes ist als die nach Koordinaten aufgetragene Deformationskurve des Betons. Die Eiseneinlage hat die Deformation des Betons mitzumachen; die obere Eiseneinlage verkürzt sich demnach um CC' , während die untere sich um DD' verlängert; die entsprechenden Beanspruchungen sind diesen Dehnungen proportional.

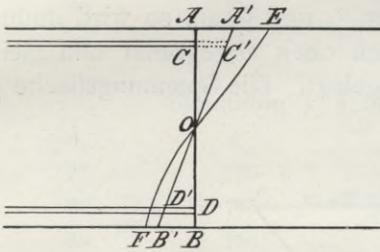


Abb. 61.

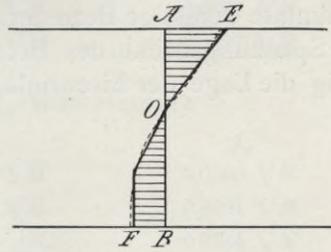


Abb. 62.

Die Kurve OE der Zusammendrückungen kann näherungsweise durch eine gerade Linie ersetzt werden, in der Zugzone kann diese vereinfachende Annahme nicht wohl gemacht werden, vielmehr ist hier der Ersatz durch 2 gerade Linien nach Art der Abbildung 62 vorgeschlagen worden. Hierbei geht die erste Gerade von der Neutralaxe aus und bildet mit der Querschnittsebene einen bestimmten Winkel, während die ihre Fortsetzung bildende zweite Gerade parallel zum Querschnitt verläuft und die höheren Zugspannungen vorstellt, bei denen der Beton in das Stadium der grossen Dehnungen vor dem Bruch (Duktilität) eingetreten ist.

Berücksichtigt man indessen, dass der Beton der Rissebildung ausgesetzt ist, sei es durch mangelhafte Herstellung oder Unterbrechung während des Betonierens, sei es durch Temperatureinwirkungen oder zu rasches Austrocknen, so wird man nicht mit Sicherheit auf die Zugfestigkeit des Betons rechnen wollen, ausser bei ganz gering beanspruchten Konstruktionen. Zieht man ferner in Betracht, dass der **Zweck jeder statischen Berechnung** weniger die genaue Ermittlung der in einer Konstruktion bei irgend einer Belastung auftretenden Spannungen, als vielmehr **der Nachweis eines hinreichenden Sicherheitsgrades sein soll**, so müssen die Zugspannungen des Betons schon aus dem Grunde ausser Betracht bleiben, weil seine Zugfestigkeit nur bis zur Elastizitätsgrenze des Eisens reicht, also vor Erreichung der Bruchlast längst versagt.

Wir geben in Folgendem einige Methoden der Berechnung auf Biegung beanspruchter Betoneisenkonstruktionen.

Rechteckiger Querschnitt, Platten.

1. Für einen rechteckigen Querschnitt kann die Berechnung ganz ähnlich, wie wir es oben bei der Biegungsfestigkeit reiner Betonbalken gezeigt haben, mit Hilfe der Dehnungskurven erfolgen.

In nachstehender Abbildung 63 ist die Linie der Druckspannungen durch die Kurve OE dargestellt, der Zweig derselben für die Zugspannungen fällt nach dem soeben Ausgeführten weg und es tritt an dessen Stelle die Spannungsfläche der Eiseneinlage. Setzt man die Querschnittsbreite $= 1$ und nimmt man für den Beton und das Eisen bestimmte zulässige Beanspruchungen σ_b und σ_e an, so wird dadurch die Spannungsfläche des Betons nach oben abgegrenzt und gleichzeitig die Lage der Eiseneinlage festgelegt. Die Spannungsfläche des

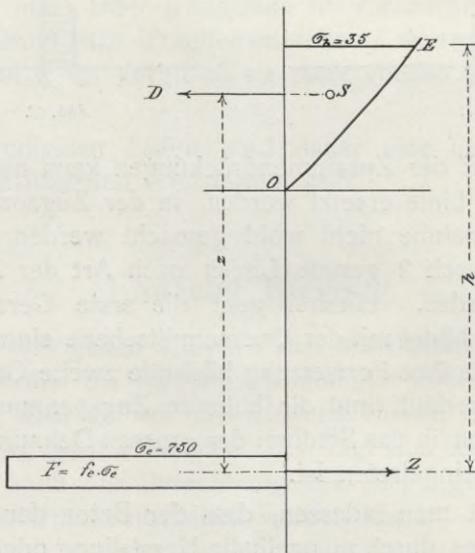


Abb. 63.

Eisens ist ein Rechteck von geringer Breite und sehr grosser Höhe. Bei reiner Biegung sind keine äusseren Kraftkomponenten in der Längsrichtung vorhanden, es müssen sich also im Querschnitt die Zug- und Druckkräfte ausgleichen, oder es ist der Inhalt der Druckfläche gleich dem Rechteck der Zugkraft. Wird der Abstand des Schwerpunktes der Eiseneinlage von der Oberkante mit h bezeichnet, so drückt sich demnach f_e in Funktion von h und σ_b aus und das Moment M , das gleich dem Inhalt der Druckfläche, multipliziert mit dem Abstand des Schwerpunkts derselben von der Eiseneinlage ist, wird als Funktion von h^2 erhalten.

Es kann also nach diesem Verfahren leicht dimensioniert werden, während es nur durch umständliche Versuchsrechnungen möglich ist, die Beanspruchung einer bestehenden Konstruktion zu ermitteln.

Die Anwendung dieses Verfahrens auf die in Seite 58 und 59 enthaltenen Dehnungskurven ergibt die folgenden Beziehungen:

Mischung 1:3 mit 14% Wasserzusatz

σ_b	σ_e	h	f_e
		für 100 cm Breite	
25	750	0,0626 \sqrt{M}	0,0233 \sqrt{M}
30	750	0,0519 \sqrt{M}	0,0281 \sqrt{M}
35	750	0,0454 \sqrt{M}	0,0327 \sqrt{M}

Mischung 1:4 mit 14% Wasserzusatz

σ_b	σ_e	h	f_e
25	750	0,0615 \sqrt{M}	0,0260 \sqrt{M}
30	750	0,0492 \sqrt{M}	0,0301 \sqrt{M}
35	750	0,0436 \sqrt{M}	0,0344 \sqrt{M}

Mischung 1:7 mit 14% Wasserzusatz

σ_b	σ_e	h	f_e
25	750	0,0460 \sqrt{M}	0,0338 \sqrt{M}
30	750	0,0400 \sqrt{M}	0,0400 \sqrt{M}
35	750	0,0348 \sqrt{M}	0,0468 \sqrt{M}

Die Plattenstärke ist um 1,5—2,0 cm grösser als das berechnete h zu nehmen, da die Betonunterkante um dieses Mass tiefer liegt.

Es mag genügen, darauf hinzuweisen, dass dieses Verfahren auch die Berücksichtigung der Zugfestigkeit des Betons gestattet.

2. Derselbe Weg kann rein analytisch unter Anwendung des Potenzgesetzes eingeschlagen werden.

Das Ebenbleiben der Querschnitte ist mit Rücksicht auf nebenstehende Abbildung durch folgende Beziehung ausgedrückt:

$$\frac{\varepsilon_b}{a} = \frac{\varepsilon_e}{b}, \text{ woraus}$$

$$\varepsilon_b = \frac{a}{b} \cdot \varepsilon_e \quad \varepsilon_e = \frac{\sigma_e}{E}$$

Nun ist nach dem Potenzgesetz

$$\varepsilon_b = \alpha \cdot \sigma_b^m$$

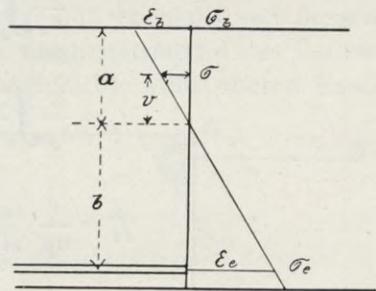


Abb. 64

also $\alpha \cdot \sigma_b^m = \frac{a}{b} \cdot \frac{\sigma_e}{E}$, wo E den Elastizitätsmodul des Eisen bedeutet.

Da $b = h - a$, so folgt

$$(h - a) \cdot \alpha \cdot \sigma_b^m = \alpha \cdot \frac{\sigma_e}{E}, \text{ woraus}$$

$$a = \frac{h \cdot \alpha \cdot \sigma_b^m}{\alpha \cdot \sigma_b^m + \frac{\sigma_e}{E}}$$

Das Moment M ist:

$$M = \int_0^{\sigma_b} \sigma \cdot dv \cdot (b + v)$$

$$\sigma^m : \sigma_b^m = v : a$$

$$v = \frac{a \cdot \sigma^m}{\sigma_b^m}$$

$$dv = \frac{a \cdot m}{\sigma_b^m} \cdot \sigma^{m-1} \cdot d\sigma, \text{ somit}$$

$$\begin{aligned} M &= \int_0^{\sigma_b} \frac{\sigma \cdot a \cdot m}{\sigma_b^m} \cdot \sigma^{m-1} \cdot d\sigma \left(b + \frac{a \cdot \sigma^m}{\sigma_b^m} \right) \\ &= \frac{a \cdot b \cdot m}{\sigma_b^m} \int_0^{\sigma_b} \sigma^m \cdot d\sigma + \frac{a^2 \cdot m}{\sigma_b^{2m}} \int_0^{\sigma_b} \sigma^{2m} \cdot d\sigma \\ &= a \cdot b \cdot \frac{m}{m+1} \sigma_b + a^2 \cdot \frac{m}{2m+1} \cdot \sigma_b \end{aligned}$$

werden die oben angegebenen Werte von a und b eingesetzt, so folgt

$$M = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{h^2 \cdot \sigma_b^{m+1} \cdot E}{\left(\frac{1}{\alpha} \cdot \sigma_e + \sigma_b^m \cdot E \right)^2} \cdot \left(\frac{(m+1) \cdot \sigma_b^m \cdot E}{2m+1} + \frac{1}{\alpha} \cdot \sigma_e \right)$$

Der Eisenquerschnitt ergibt sich aus der Bedingung

$$\begin{aligned} f_e &= \frac{1}{\sigma_e} \int_0^{\sigma_b} \sigma \cdot dv \\ f_e &= \frac{1}{\sigma_e} \int_0^{\sigma_b} \frac{\sigma \cdot a \cdot m \cdot \sigma^{m-1}}{\sigma_b^m} \cdot d\sigma \\ f_e &= \frac{1}{\sigma_e} \cdot \frac{a \cdot m}{m+1} \cdot \frac{\sigma_b^{m+1}}{\sigma_b^m} \\ &= \frac{1}{\sigma_e} \cdot \frac{h \cdot \alpha \cdot \sigma_b^{m+1}}{\left(\alpha \cdot \sigma_b^m + \frac{\sigma_e}{E} \right)} \cdot \frac{m}{m+1} \end{aligned}$$

Setzt man h aus der Gleichung für M hier ein, so ergibt sich endlich

$$f_e = \frac{1}{\sigma_e} \sqrt{\frac{m}{m+1} \cdot \frac{\sigma_b^{m+1} \cdot E \cdot M}{\frac{m+1}{2m+1} \cdot \sigma_b \cdot E + \frac{1}{\alpha} \cdot \sigma_e}}$$

Nimmt man wieder σ_b und σ_e als gegeben an, so können die gefundenen Gleichungen zur Dimensionierung von Platten benutzt werden. In dieser Weise erhält man mit $\alpha = \frac{1}{230\,000}$, $m = 1,17$, also

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b^{1,17}}{230\,000} \text{ und } E \text{ } 2\,000\,000 \text{ folgendes:}$$

σ_b	σ_e	h	f_e
für 100 cm Breite			
25 kg/cm ²	750 kg/cm ²	0,0517 \sqrt{M}	0,0266 \sqrt{M}
30 "	750 "	0,0439 \sqrt{M}	0,0287 \sqrt{M}
35 "	750 "	0,0388 \sqrt{M}	0,0316 \sqrt{M}

Die Stärke der Platte ist noch um 1,5—2,0 cm gegenüber h zu vermehren, um welches Mass die Betonunterkante tiefer liegt als der Schwerpunkt der Eiseneinlage.

3. Während die beiden beschriebenen Methoden nur die Dimensionierung gestatten, was übrigens für den Ingenieur das Wichtigere ist, lässt sich die folgende auch zur Berechnung der Beanspruchungen ausgeführter oder gegebener Betoneisenplatten verwenden. Es wird hierbei statt des Potenzgesetzes Proportionalität zwischen Dehnungen und Spannungen des Betons vorausgesetzt und ebenfalls von dessen Zugfestigkeit abgesehen. Der konstante Elastizitätsmodul des Betons sei = E_b , die Entfernung der neutralen Schichte vom oberen Rand sei = x , alsdann ist:

$$Z = D$$

$$M = D \left(h - \frac{x}{3} \right), \text{ ferner verhält sich}$$

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : x = \frac{\sigma_e}{E_e} (h - x).$$

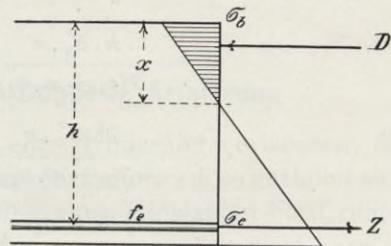


Abb. 65.

Es ist aber

$$\frac{\sigma_b \cdot x}{2} = \sigma_e \cdot f_e = D$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e \cdot f_e \cdot 2}{x}$$

$$\frac{2 \cdot \sigma_e \cdot f_e}{x \cdot E_b} : x = \frac{\sigma_e}{E_e} : (h - x), \text{ woraus}$$

$$\frac{x^2}{E_e} = \frac{2f_e}{E_b} (h - x).$$

Mit $\frac{E_e}{E_b} = n$ folgt hieraus die zur Bestimmung von x dienende quadratische Gleichung:

$$\underline{x^2 + 2f_e \cdot n \cdot x = 2 \cdot f_e \cdot n \cdot h.}$$

Ist hiernach x ermittelt, so findet man

$$D = \frac{M}{h - \frac{x}{3}}$$

und

$$\sigma_e = \frac{D}{f_e}$$

$$\sigma_b = \frac{2D}{x}.$$

Aber auch für die Querschnittsbemessung lassen sich Formeln aufstellen:

Aus der Proportion

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : x = \frac{\sigma_e}{E_e} : (h - x) \text{ folgt}$$

$$x \left(\frac{\sigma_e}{E_e} + \frac{\sigma_b}{E_b} \right) = \frac{h \cdot \sigma_b}{E_b}$$

$$x = \frac{h \cdot \sigma_b \cdot n}{\sigma_e + n \cdot \sigma_b}$$

$$\begin{aligned} M &= \frac{\sigma_b \cdot x}{2} \cdot \left(h - \frac{x}{3} \right) \\ &= \frac{h \cdot \sigma_b^2 \cdot n}{2(\sigma_e + n \cdot \sigma_b)} \left(h - \frac{h \cdot \sigma_b \cdot n}{3(\sigma_e + n \cdot \sigma_b)} \right) \\ &= \frac{h^2 \cdot \sigma_b^2 \cdot n}{6(\sigma_e + n \cdot \sigma_b)^2} (3\sigma_e + 2 \cdot n \cdot \sigma_b) \\ h &= \frac{\sigma_e + n \cdot \sigma_b}{\sigma_b} \sqrt{\frac{6 \cdot M}{n(3\sigma_e + 2 \cdot n \cdot \sigma_b)}} \end{aligned}$$

Der Eisenquerschnitt f_e , auf die Einheit der Querschnittsbreite bezogen, wird

$$f_e = \frac{\sigma_b \cdot x}{2 \cdot \sigma_e}$$

$$f_e = \frac{h \cdot \sigma_b^2 \cdot n}{2 \cdot \sigma_e (\sigma_e + n \cdot \sigma_b)}$$

Das Verhältnis $n = \frac{E_e}{E_b}$ kann gewöhnlich = 10 gewählt werden; man erhält dann:

σ_b	σ_e	h	f_e
auf 1 m Breite			
25 kg/cm ²	750 kg/cm ²	0,0590 \sqrt{M}	0,0246 \sqrt{M}
30 „	750 „	0,0508 \sqrt{M}	0,0290 \sqrt{M}
35 „	750 „	0,0448 \sqrt{M}	0,0333 \sqrt{M}

In diesen Formeln ist das Biegemoment M in cm/kg einzusetzen, damit sich h in cm und f_e in cm² ergibt; h bedeutet wieder den Abstand des Schwerpunkts der Eiseneinlage vom oberen Plattenrand, es sind also zu dem erhaltenen Wert noch 1—2 cm zu addieren, um die Plattenstärke d zu erhalten. Die Formeln stimmen annähernd mit den unter 1) für die Mischung 1:4 aufgestellten überein.

Im Zentralblatt der Bauverwaltung 1886 ist von Könen eine Näherungsregel angegeben, die heute noch zur Ermittlung des notwendigen Eisenquerschnitts für Platten verwendet werden kann. Es ist daselbst die allerdings nicht zutreffende Annahme gemacht, dass die neutrale Schicht in die Mitte der Plattendicke zu liegen komme, und ist ferner für den Abstand der Zug- und Druckmittelpunkte der empirische Wert $\frac{3}{4} d$ gesetzt, so dass der Eisenquerschnitt aus der Formel

$$f_e = \frac{M}{\sigma_e \cdot \frac{3}{4} \cdot d}$$

erhalten wird.

Rechteckiger Querschnitt. Doppelte Armierung.

Ist in der Druckzone ebenfalls eine Armierung vorhanden, die übrigens in den meisten Fällen untergeordnet sein wird, so gestaltet sich die Berechnung unter der Voraussetzung eines konstanten Elastizitätsmoduls E_b (entsprechend wie bei dem vorangehenden Verfahren 3) wie folgt:

Mit Rücksicht auf nachstehende Abbildung 66 ergibt sich bei reiner Biegung aus der Gleichheit der Zug- und Druckkräfte im ganzen Querschnitt die Beziehung

$$f_e \cdot \sigma_e = \frac{1}{2} \sigma_b \cdot x + f'_e \cdot \sigma'_e, \quad 1)$$

ferner ist infolge Ebenbleibens der Querschnitte

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e}{E_e} = x : h - x \quad 2)$$

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma'_e}{E_e} = x : x - h' \quad 3)$$

$$M = \sigma_b \cdot \frac{x}{2} \cdot \left(h - \frac{x}{3} \right) + f'_e \cdot \sigma'_e (h - h'). \quad 4)$$

Diese 4 Gleichungen reichen hin zur Bestimmung der 4 Unbekannten x , σ_e , σ'_e , σ_b , wenn die übrigen Grössen gegeben sind.

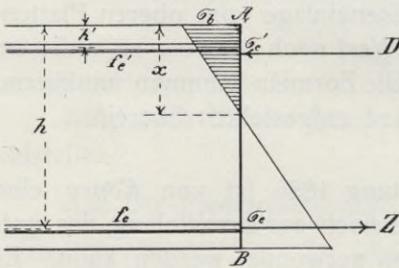


Abb. 66.

Aus 2) und 3) folgt mit $\frac{E_e}{E_b} = n$

$$\sigma_e = \frac{\sigma_b (h - x) \cdot n}{x} \quad 5)$$

$$\sigma'_e = \frac{\sigma_b (x - h') \cdot n}{x} \quad 6)$$

Diese Werte in Gleichung 1) eingesetzt, liefern die zur Berechnung von x dienende quadratische Gleichung

$$\underline{x^2 + 2 \cdot x \cdot n \cdot (f_e + f'_e) = 2 \cdot n \cdot (h \cdot f_e + h' \cdot f'_e)}, \quad 7)$$

welche mit $f'_e = 0$ in die auf S. 84 für einfache Armierung aufgestellte Gleichung:

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot n \cdot f_e = 2 \cdot n \cdot f_e \cdot h$$

übergeht.

Ist x ermittelt, so erfolgt σ_b aus Gleichung 4) mit

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot M \cdot x}{x^2 (3 \cdot h - x) + 6 \cdot f'_e \cdot n (x - h') (h - h')}$$

und σ_e bzw. σ'_e ergeben sich aus den Gleichungen 5) und 6).

Biegung mit Axialdruck.

Schneidet die Resultante der äusseren Kräfte die Querschnittsfläche, so kann ihre Normalkomponente ersetzt werden durch eine Axialkraft N und ein Biegemoment M . Wird für die Berechnung der Elastizitätsmodul des Betons konstant angenommen, und nur der fast allein vorkommende Fall, dass es sich um eine Druckkraft N handelt, berücksichtigt, so sind zwei Fälle zu unterscheiden.

1. In dem ganzen Querschnitt treten nur Druckspannungen auf. Als Schwerpunkt O des Querschnitts ist in nebenstehender Abbildung der Schwerpunkt derjenigen Fläche verstanden, welche entsteht, wenn zum Betonquerschnitt noch die mit $n = \frac{E_e}{E_b}$

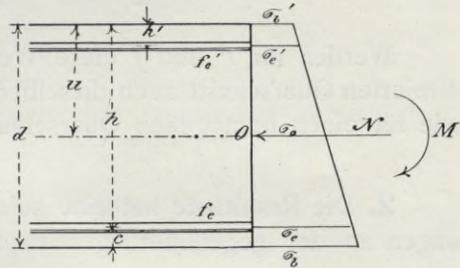


Abb. 67.

multiplizierten Querschnittsflächen der Eiseneinlagen hinzugefügt werden. Es berechnet sich also der Schwerpunktsabstand u aus der Formel

$$u = \frac{\frac{(h + c)^2}{2} + n(f_e \cdot h + f_e' \cdot h')}{h + c + n(f_e + f_e')}$$

Die Druckspannungen, welche von der im Schwerpunkt O wirkenden Normalkraft N erzeugt werden, sind über die ganze Betonfläche gleichmässig verteilt im Betrag von

$$\sigma_o = \frac{N}{f_b + n(f_e + f_e')}$$

Das Biegemoment M erzeugt auf der einen Seite Druckspannungen, auf der andern Zugspannungen. In diesem Falle sind aber die Zugspannungen, da sie ja nur eine Verminderung der gleichmässig verteilten Druckspannungen vorstellen, wie für einen homogenen Querschnitt zu berechnen, bei dem die Querschnittsflächen der Eiseneinlagen durch die $\frac{E_e}{E_b}$ fachen Betonflächen ersetzt sind. Es

ist also in der Biegungsformel

$$\sigma = \frac{v \cdot M}{J}$$

das Trägheitsmoment J zu berechnen aus dem Ausdruck:

$$J = \frac{1}{3} \cdot u^3 + \frac{1}{3} \cdot (h - u + c)^3 + n \cdot f_e (h - u)^2 + n \cdot f_e' (u - h')^2.$$

Biegung mit Axialdruck ist die gewöhnliche Beanspruchung der Querschnitte von Gewölben. Hier ist die Armierung meist symmetrisch, so dass der Schwerpunkt des Gesamtquerschnitts in der Gewölbeaxe liegt und sich die Berechnung ziemlich einfach gestaltet. Es ist dann die Querschnittsfläche bei einer Breite = 1

$$F = d + 2 \cdot n \cdot f_e$$

und das Trägheitsmoment

$$J = \frac{1}{12} \cdot d^3 + 2 \cdot n \cdot f_e \left(\frac{d}{2} - c \right)^2.$$

Werden für F und J diese Werte gewählt, so gelten für den armierten Querschnitt auch dieselben Beziehungen betreffs des Kerns, wie für einen homogenen Querschnitt.

2. Die Resultante hat eine solche Excentrizität, dass Zugspannungen an der gegenüberliegenden Seite des Querschnitts auftreten.

Sind diese Zugspannungen unbedeutend, so kann man die Berechnung ganz wie unter 1) führen; erlangen sie aber einen nennenswerten Betrag, so müsste ein besonderer Zugelastizitätsmodul in die Rechnung eingeführt werden. Um jedoch die wünschenswerte Sicherheit einzuhalten und gleichzeitig die Rechnung zu vereinfachen, verzichten wir auch hier, wie bei der reinen Biegung, auf die Zugfestigkeit des Betons.

In Abbildung 68 bedeute O den Schwerpunkt der Betonfläche, auf den das Moment M bezogen ist, der Abstand der neutralen Schicht vom gedrückten Querschnittsrande sei = x , alsdann ist

$$N = \frac{\sigma_b}{2} \cdot x + f'_e \cdot \sigma'_e - f_e \cdot \sigma_e \quad 1)$$

$$M = \frac{\sigma_b \cdot x}{2} \left(\frac{d}{2} - \frac{x}{3} \right) + f'_e \cdot \sigma'_e \cdot e' + f_e \cdot \sigma_e \cdot e, \quad 2)$$

ferner ist

$$\sigma_e = \frac{E_e}{E_b} \cdot \sigma_b \cdot \frac{e + \frac{d}{2} - x}{x} = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{e + \frac{d}{2} - x}{x} \quad 3)$$

$$\sigma'_e = \frac{E_e}{E_b} \cdot \sigma_b \cdot \frac{e' - \frac{d}{2} + x}{x} = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{e' - \frac{d}{2} + x}{x} \quad 4)$$

Diese 4 Gleichungen reichen hin zur Ermittlung der 4 Unbekannten $x, \sigma_b, \sigma_e, \sigma'_e$.

Für den bei Gewölben gewöhnlichen Fall der symmetrischen Armierung erhält man aus den Gleichungen 1—4 mit $f'_e = f_e$ und $e' = e$ folgende Beziehungen:

$$N = \sigma_b \cdot \frac{x}{2} + f_e (\sigma'_e - \sigma_e) \quad 5)$$

$$M = \sigma_b \cdot \frac{x}{2} \left(\frac{d}{2} - \frac{x}{3} \right) + e \cdot f_e (\sigma'_e + \sigma_e) \quad 6)$$

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{e + \frac{d}{2} - x}{x} \quad 7)$$

$$\sigma'_e = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{e - \frac{d}{2} + x}{x} \quad 8)$$

Will man hieraus den Abstand x der neutralen Schicht bei gegebenen Grössen f_e, f'_e, d, e ermitteln, so erhält man eine am einfachsten durch Versuchsrechnungen zu lösende Gleichung dritten Grades.

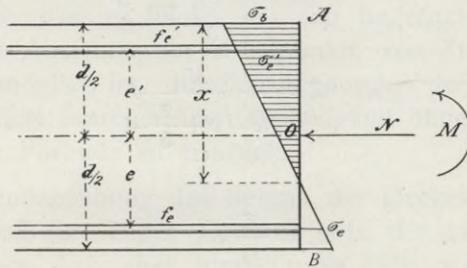


Abb. 68.

Dagegen lassen sich die Gleichungen 5—8 in etwas einfacherer Weise zur Querschnittsbemessung verwenden, in der Art, dass man ausser M, N, d, e noch die zulässige Betonspannung σ_b als gegeben annimmt. Es lassen sich dann die Grössen σ_e, σ'_e, x und f_e berechnen. In ähnlicher Weise könnte auch σ'_e als bekannt vorausgesetzt werden.

Anmerkung: In allen vorangehenden Berechnungen ist der Eisenquerschnitt f_e , sowie das Moment M auf die Einheit der Querschnittsbreite reduziert gedacht; es erscheint also die Breite b des vorausgesetzten rechteckigen Querschnitts nicht in den Formeln.

Plattenbalken, T-förmiger Querschnitt.

Bei den Plattenbalken kommt die Decke immer auf eine gewisse Breite zu statischer Mitwirkung mit dem Unterzug und bildet mit diesem ein T-Profil.

Sind nun die Biegemomente negativ, wie es an eingespannten Trägerenden oder über den Mittelstützen durchlaufender Träger der Fall ist, und wird wieder von der Zugfestigkeit des Betons abgesehen, so wird sich die Berechnung ebenso gestalten, wie wenn die Decke gar nicht vorhanden wäre, d. h. man wird ebenso verfahren müssen, wie es oben für den rechteckigen Querschnitt gezeigt wurde, nur mit dem Unterschied, dass sich die Zugzone mit den Eiseneinlagen im oberen Teil, die Druckzone aber im unteren Teil des Querschnitts befindet.

Wird die Eiseneinlage des Stegs auf die wirksame Plattenbreite b gleichmässig verteilt gedacht, so kann auch bei positivem Biegemoment die Berechnung wie für den rechteckigen Querschnitt erfolgen, wenn hiernach die neutrale Axe innerhalb der Deckenplatte zu liegen kommt, oder mit dem unteren Plattenrand zusammenfällt. In letzterem Fall ergibt sich mit Rücksicht auf nachstehende Abbildung 69

$$D = Z$$

$$M = Z \left(h - c + \frac{2}{3} \cdot d \right),$$

woraus

$$Z = \frac{M}{h - c + \frac{2}{3} \cdot d}$$

$$\sigma_e = \frac{Z}{f_e}$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot Z}{b \cdot d}$$

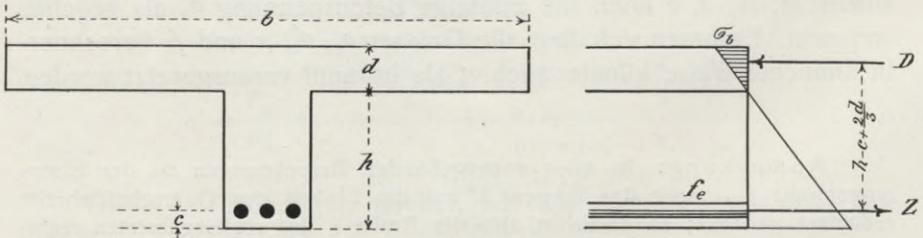


Abb. 69.

In Wirklichkeit fällt die neutrale Axe immer in die Nähe der Plattenunterkante; es kann daher, wenn sie etwas tiefer als diese Kante zu liegen kommt, das schraffierte Stück des Stegs (Abb. 70), in welchem noch geringe Druckkräfte wirksam sind, ohne grosse Ungenauigkeit einfach vernachlässigt werden. Der Druckmittelpunkt wird sich alsdann vom oberen Drittel der Plattendicke etwas nach dem Mittel derselben verschieben.

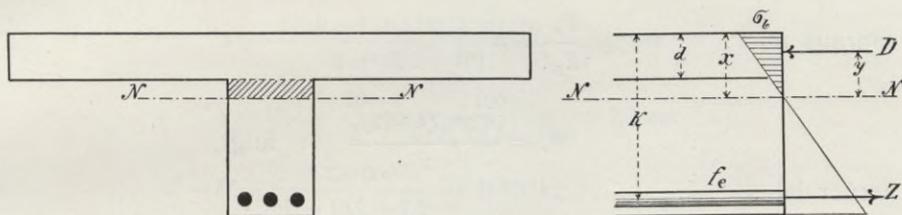


Abb. 70.

Berücksichtigt man aber, dass dessen tiefste Lage nur die Plattenmitte sein kann, so wird der grösste überhaupt mögliche Wert von Z sich aus der Formel ergeben:

$$Z = \frac{M}{h - c + \frac{d}{2}}$$

Man sieht also, dass es infolge der eng begrenzten, denkbaren Schwankungen des Abstands der Mittelpunkte von Zug und Druck bei Plattenbalken möglich ist, die Zugspannungen der Eiseneinlagen in einer für alle Fälle hinreichenden Genauigkeit ohne grossen Aufwand theoretischer Formeln zu ermitteln.

Die obere Randspannung des Betons der Deckenplatte bewegt sich nicht innerhalb so enger Grenzen wie der Hebelsarm von Z und D , man kann sich aber hier für die Fälle, wo die neutrale Axe nicht innerhalb der Deckenplatte zu liegen kommt, also für die Berechnung die Formeln des rechteckigen Querschnitts massgebend sind, entweder mit dem höchst erreichbaren Grenzwert

$$\sigma_b = \frac{2Z}{b \cdot d}$$

begnügen, oder aber den folgenden genaueren Weg einschlagen.

Die Neutralaxe liege im Abstand x vom oberen Plattenrand innerhalb des Stegs, k sei die Entfernung der Eiseneinlage von demselben Rand, f_e bedeute den auf die Einheit der wirksamen Plattenbreite reduzierten Querschnitt der Eiseneinlage. Der Einfachheit

halber sollen die geringen Druckkräfte in der schraffierten Fläche des Steges vernachlässigt werden; alsdann erhält man, ähnlich wie beim rechteckigen Querschnitt, unter der Voraussetzung eines konstanten Elastizitätsmoduls E_b des Betons,

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : x = \frac{\sigma_e}{E_e} : (k - x),$$

woraus mit
$$\frac{E_e}{E_b} = n$$

$$\sigma_e = \frac{n \cdot \sigma_b (k - x)}{x} \quad \text{folgt,}$$

ferner ist

$$\sigma_e \cdot f_e = \sigma_b \cdot \frac{x}{2} - \frac{\sigma_b \cdot (x - d)}{x} \cdot \frac{(x - d)}{2}$$

Der Wert von σ_e hierin eingesetzt, giebt

$$\frac{n \cdot \sigma_b (k - x)}{x} \cdot f_e = \sigma_b \cdot \frac{x}{2} - \frac{\sigma_b (x - d)^2}{2 \cdot x},$$

woraus

$$x = \frac{2n \cdot k \cdot f_e + d^2}{2(n \cdot f_e + d)}$$

Der Abstand des Mittelpunktes der Druckspannungen oder die Entfernung des Schwerpunktes des von diesen dargestellten Trapezes von der neutralen Schicht berechnet sich aus der Momentengleichung, bezogen auf die Neutralaxe, zu

$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6(2x - d)}$$

und lässt in dieser Form klar und einfach die Grenzwerte erkennen, nämlich

für $x = d$
$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d}{6} = x - \frac{d}{3} = \frac{2}{3} d$$

für grosse Werte von x
$$y = x - \frac{d}{2}$$

Ist der Druckmittelpunkt bekannt, so lässt sich die Druckkraft $D = Z$, sowie die Spannung σ_e berechnen und man erhält

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e \cdot x}{n(k - x)}$$

1. Beispiel. Ein Betoneisenbalken von 28/50 cm Stegquerschnitt mit einer Eiseneinlage von 5 Rundeseisen 28 mm, einer 10 cm starken Deckenplatte, deren wirksame Breite 250 cm beträgt, habe ein positives Biegemoment von 1 430 000 cm/kg aufzunehmen.

$$d = 10 \text{ cm} \quad k = 57 \text{ cm} \quad f_e = \frac{30,8}{250} = 0,1232 \text{ cm}^2 \quad n = 10.$$

Die Lage der neutralen Schicht berechnet sich zu

$$x = \frac{2 \cdot 10 \cdot 57 \cdot 0,1232 + 10 \cdot 10}{2 \cdot (1,232 + 10)} = 10,7 \text{ cm}$$

$$y = 10,7 - \frac{10}{2} + \frac{100}{6(2 \cdot 10,7 - 10)} = 7,2 \text{ cm}$$

$$Z = D = \frac{1\,430\,000}{57 - 10,7 + 7,2} = 26\,700 \text{ kg}$$

$$\sigma_e = \frac{26\,700}{30,8} = 867 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = \frac{867 \cdot 10,7}{10 \cdot (57 - 10,7)} = 19,5 \text{ kg/cm}^2$$

Würde man von vornherein die neutrale Schicht in der Plattenunterkante angenommen haben, so hätte man erhalten:

$$Z = D = \frac{1\,430\,000}{57 - 3,3} = 26\,600 \text{ kg}$$

$$\sigma_e = 864 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 26\,600}{250 \cdot 10} = 21,3 \text{ kg/cm}^2.$$

2. Beispiel. Derselbe Balken soll die doppelte Eiseneinlage erhalten und ein doppelt so grosses Moment aufnehmen. Hierbei soll aber die Deckenplatte in der Stärke von 10 cm beibehalten werden; es ist also $f_e = 0,2464$ und man erhält

$$x = \frac{2 \cdot 10 \cdot 57 \cdot 0,2464 + 100}{2(10 \cdot 0,2464 + 10)} = 15,3 \text{ cm}$$

$$y = 15,3 - 5 + \frac{100}{6(2 \cdot 15,3 - 10)} = 11,1 \text{ cm}$$

$$Z = D = \frac{2\,860\,000}{57 - 15,3 + 11,1} = 54\,100 \text{ kg}$$

$$\sigma_e = \frac{54\,100}{61,6} = 878 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = \frac{878 \cdot 15,3}{10(57 - 15,3)} = 32,2 \text{ kg/cm}^2.$$

3. Beispiel. Bei demselben Balken wie unter 1) handle es sich um einen geringwertigen Beton, also einen solchen mit niederem Elastizitätsmodul, etwa Mischung 1:7 mit $E_b = 150\,000$; es ist alsdann für n der Wert 13,3 statt 10 einzusetzen und man erhält entsprechend

$$x = \frac{2 \cdot 13,3 \cdot 57 \cdot 0,1232 + 100}{2 (13,3 \cdot 0,1232 + 10)} = 12,3 \text{ cm}$$

$$y = 12,3 - 5 + \frac{100}{6 (2 \cdot 12,3 - 10)} = 8,5 \text{ cm}$$

$$Z = D = \frac{1\,430\,000}{57 - 12,3 + 8,5} = 26\,800 \text{ kg}$$

$$\sigma_e = \frac{26\,800}{30,8} = 870 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = \frac{870 \cdot 12,3}{13,3 (57 - 12,3)} = 18,8 \text{ kg/cm}^2$$

Aus diesen drei Zahlenbeispielen lässt sich folgendes erkennen: Wenn für ein bestimmtes Balkenformat einer Verdoppelung des Biegemomentes durch eine doppelt so starke Eiseneinlage Rechnung getragen wird, so ändert sich dadurch die Beanspruchung der Eisen nur unwesentlich, ferner nimmt die obere Randspannung der Deckenplatte, bei gleich bleibender Stärke der letzteren in weit geringerem Masse zu, als die äusseren Kräfte.

In unserem Beispiel erfolgt die Zunahme von 19,5 auf 32,2 kg/cm² anstatt auf 39,0 kg/cm².

Diese verzögerte Zunahme der Randspannung hat ihren Grund in einem Tieferrücken der neutralen Schichte.

Einen ähnlichen Einfluss auf die Lage derselben und damit auf die Druckbeanspruchung des Betons hat eine Abnahme des Elastizitätsmoduls E_b oder die Zunahme von n , in der Weise, dass ein Plattenbalken von geringerem Mischungsverhältnis, unter sonst gleichen Umständen, eine geringere Druckbeanspruchung zeigen wird, als ein solcher von besserem Mischungsverhältnis und entsprechend höherem Elastizitätsmodul E_b .

Dieselbe Erscheinung tritt auch beim rechteckigen Querschnitt, also den einfachen Platten, auf.

Es erfolgt aber die Abnahme der Beanspruchung bei zunehmendem n viel langsamer, als die Verminderung der entsprechenden Druckfestigkeit, so dass keine Veranlassung vorliegen kann, von der Forderung eines guten Mischungsverhältnisses abzugehen.

Wir heben nochmals hervor, dass die sehr einfachen Formeln für die Berechnung der Plattenbalken nur durch die geringfügige und etwas zu ungünstige Vernachlässigung der Druckspannungen im Steg und durch die Annahme eines konstanten Elastizitätsmoduls E_b erhalten wurden. Wollte man ganz genau verfahren, so würde man Formeln von solchem Umfang erhalten, dass die Berechnung der Betoneisenbalken eine beschwerliche Arbeit wäre, deren Ergebnisse bei den schwankenden Elastizitätsverhältnissen des Betons doch keinen Anspruch auf absolute Genauigkeit haben könnten. Dazu kommt, dass der Anschluss der Deckenplatte an den Unterzug häufig mit Ausrundung oder Abschrägung erfolgt (Abb. S. 22) und hierfür kaum allgemein gültige Formeln aufgestellt werden können.

Da es der Zweck dieser Schrift ist, zur Klärung der Meinungen über die zweckmässigsten Berechnungsweisen der Betoneisenkonstruktionen beizutragen, wollen wir noch die Berechnungsmethode, wie sie von *Hennebique* und seinen Konzessionären vertreten wird, vorführen.

Schon von Prof. *Ritter* wurde im Jahrgang 1899 der Schweizerischen Bauzeitung auf das **Sonderbare** der **Hennebiqueschen** Rechnungsweise, die den Gesetzen der Festigkeitslehre widerspricht, hingewiesen. Dasselbe geschah von Ingenieur *Christophe* in den Belgischen Annales des Travaux Publics. Wir nehmen Veranlassung, näher hierauf einzugehen.

1. Rechteckiger Querschnitt, Platten. Bedeuten in nebenstehender Abbildung D und Z die Resultanten der Druck- und Zugkräfte eines Querschnitts, NA die Neutralaxe, so behauptet *Hennebique*, dass infolge Gleichgewichts

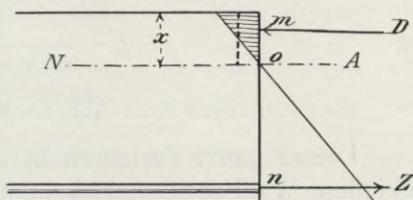


Abb. 71.

$$D \cdot mo = Z \cdot no$$

sein müsse, und gelangt weiter durch die richtige Gleichgewichtsbedingung

$$M = D \cdot mo + Z \cdot no$$

zu der Beziehung

$$D \cdot mo = Z \cdot no = \frac{M}{2}$$

die nur zufällig richtig ist, wenn die neutrale Schicht in der Mitte zwischen D und Z liegt.

Nun ist aber die Gleichung

$$D \cdot mo = Z \cdot no$$

keine Gleichgewichtsbedingung und deshalb, wie natürlich die weiter hieraus abgeleiteten Beziehungen, falsch.

Handelt es sich um reine Biegung, wirken also nur vertikale Lasten auf den Balken ein, so sind die Gleichgewichtsbedingungen durch die zwei Gleichungen erschöpft:

$$\begin{aligned} D - Z &= 0 && \text{Horizontalkomponentengleichung,} \\ D \cdot mo + Z \cdot no &= M && \text{Momentengleichung.} \end{aligned}$$

Die Gleichheit von D und Z , gewissermassen die grundlegende Beziehung bei Aufstellung von Biegungsformeln, wird durch die *Hennebiquesche* irrtümliche Gleichgewichtsbedingung verneint.

Den Abstand x der neutralen Axe von der Deckenoberkante berechnet *Hennebique* sodann unter der Annahme einer gleichmässig verteilten Druckbeanspruchung σ_b über der Neutralaxe aus der Gleichung

$$\sigma_b \cdot b \cdot x \cdot \frac{x}{2} = \frac{M}{2}$$

zu

$$x = \sqrt{\frac{M}{b \cdot \sigma_b}}$$

und ebenso den Querschnitt der Eiseneinlage unter Vernachlässigung der Zugfestigkeit des Betons

zu

$$f_e = \frac{M}{2(h - x) \cdot \sigma_e}$$

(Bezeichnungen nach Abb. 65, S. 83).

Dieses ganze Verfahren beruht auf Willkürlichkeiten; durch verschiedene Wahl der Druckspannung, die überdies als die gleichmässig verteilte um die Hälfte zu nieder angegeben wird, ist man im Stande, der neutralen Schicht alle möglichen Lagen zu geben, das Elastizitätsverhältnis der beiden Stoffe, Beton und Eisen, kommt hierfür gar nicht in Betracht. Die Eisen werden nach dieser Methode gewöhnlich zu gering bemessen, da die neutrale Schicht meist über der Mitte zwischen Zug- und Druckmittelpunkt erhalten wird.

Ein Beispiel wird die Unterschiede gegenüber unserer Berechnungsweise klarlegen:

Eine Platte von 100 cm Breite mit $f_e = 7,0 \text{ cm}^2$, $d = 10 \text{ cm}$, $h = 9 \text{ cm}$ habe ein Moment aufzunehmen von $M = 40905 \text{ cm/kg}$.

Nach Methode 3 Seite 83 berechnet sich der Abstand x der Neutralaxe vom oberen Plattenrand aus der quadratischen Gleichung

$$x^2 + 2 \cdot f_e \cdot n \cdot x = 2 \cdot f_e \cdot n \cdot h,$$

zu $x = 2,9$ cm, ferner

$$D = Z = \frac{M}{9 - \frac{2,9}{3}} = 5100 \text{ kg}$$

und hieraus $\sigma_e = 730 \text{ kg/cm}^2$

$$\sigma_b = 35 \text{ kg/cm}^2.$$

Nach *Hennebique* würde die Neutralaxe für eine gleichmässig verteilte Druckbeanspruchung von $17,5 \text{ kg/cm}^2$ liegen bei

$$x = \sqrt{\frac{40\,905}{100 \cdot 17,5}} = 4,8 \text{ cm}$$

und die Eisenbeanspruchung würde betragen

$$\sigma_e = \frac{40\,905}{2(9 - 4,8) \cdot 7,0} = 696 \text{ kg/cm}^2.$$

Mit $\sigma_b = 35 \text{ kg/cm}^2$ würde

$$x = \sqrt{\frac{40\,905}{100 \cdot 35}} = 3,42$$

$$\sigma_e = \frac{40\,905}{2(9 - 3,42) \cdot 7} = 524 \text{ kg/cm}^2.$$

Unter der Voraussetzung einer gleich grossen Betonspannung berechnet also *Hennebique* die Beanspruchung des Eisens, die in Wirklichkeit 730 kg/cm^2 beträgt, zu nur 524 kg/cm^2 .

2) Ganz ähnlich ist sein Verfahren bei den Plattenbalken; nur sind hier die Unterschiede gegenüber der richtigen Berechnungsweise noch grösser. Die Druckspannungen in der Platte werden als gleichmässig verteilt angenommen und die Lage der Neutralaxe wird wieder aus dem halben Moment ermittelt, ebenso die Beanspruchung der Eisen.

Unser erstes Zahlenbeispiel Seite 93, nach *Hennebiquescher* Art gerechnet, ergibt mit $19,5 \text{ kg/cm}^2$ Druckspannung

$$\frac{1\,430\,000}{2} = b \cdot d \cdot \sigma_b \left(x - \frac{d}{2} \right)$$

$$x - \frac{d}{2} = \frac{1\,430\,000}{2 \cdot 250 \cdot 10 \cdot 19,5} = 14,5 \text{ cm}$$

$$Z = \frac{1\,430\,000}{2(52 - 14,5)} = 19\,100 \text{ kg}$$

$$\text{und } \sigma_b = \frac{19\,100}{30,8} = 620 \text{ kg/cm}^2 \text{ (statt } 867 \text{ kg/cm}^2\text{)}.$$

Nehmen wir $\sigma_b^2 = 25 \text{ kg/cm}^2$, wie es von *Hennebique* gewöhnlich geschieht, so erhalten wir entsprechend

$$x - \frac{d}{2} = 11,4 \text{ cm}$$

$$Z = 17\,600 \text{ kg}$$

$$\sigma_e = 573 \text{ kg/cm}^2 \text{ (statt } 867 \text{ kg/cm}^2\text{)}.$$

Wenn also *Hennebique* seine Eisen mit 1000 kg/cm^2 berechnet, so sind dieselben in Wirklichkeit (d. h. ohne Zugfestigkeit des Betons) mit $1400\text{—}1500 \text{ kg/cm}^2$, also nahe bis zur Elastizitätsgrenze beansprucht.

Auch die *Hennebiquesche* Berechnungsweise der Betoneisensäulen ist nicht einwandfrei, indem hierbei ohne Rücksicht auf das elastische Verhalten mit feststehenden Beanspruchungen gerechnet wird, z. B. Beton 25 kg/cm^2 , Eisen $750\text{—}1000 \text{ kg/cm}^2$, die nicht gleichzeitig vorhanden sein können. (Vergl. unsere Tabelle auf S. 75.)

Schubspannungen. Berechnung der Bügel.

Wird ein nur durch gerade Eisen armierter Plattenbalken, also ein solcher, bei dem keine Bügel und abgebogenen Eisen vorhanden sind, der Biegung unterworfen, so erfolgt der Bruch, falls die Armierung hinreichend stark ist, nicht in der Balkenmitte infolge der Zugkräfte, sondern nach Art der Abbildung 72 (S. 99) in der Nähe der Auflager infolge der Scherkräfte. Es ist also der Einfluss derselben bei der Dimensionierung zu berücksichtigen.

Bei den homogenen Körpern werden die Schubspannungen aus den Normalspannungen unter der Voraussetzung eben bleibender Querschnitte berechnet, obgleich das Vorhandensein der Schubspannungen eine Wölbung der Querschnittsfläche bedingt. Man kann daher mit dem gleichen Recht denselben Weg bei Ermittlung der Schubspannungen armierter Betonkörper einschlagen.

1. Rechteckiger Querschnitt mit einfacher Armierung auf der Zugseite.

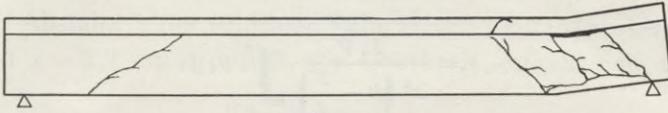


Abb. 72. Risse in einem, nur durch gerade Rundeisen armierten Plattenbalken.*)

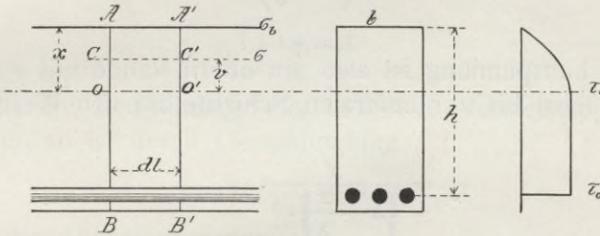


Abb. 73.

Die Normalspannungen seien nach dem Verfahren 3, S. 83 ermittelt. AB und $A'B'$ seien zwei benachbarte Querschnitte; die in der Fläche CC' auftretenden Schubkräfte sind gleich der Differenz der Normalspannungen in AC und $A'C'$, also

$$\tau \cdot b \cdot dl = \int_v^x b \cdot dv \cdot d\sigma.$$

Nach früherem ist

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot M}{b \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right) \cdot x}, \text{ woraus}$$

$$\frac{d\sigma_b}{dl} = \frac{2}{b \cdot x \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)} \cdot \frac{dM}{dl} = \frac{2 \cdot V}{b \cdot x \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

wo V die Querkraft des Querschnitts bedeutet.

$$d\sigma = \frac{v}{x} \cdot d\sigma_b$$

*) Vergl. Christophe „Annales des Travaux Publics de Belgique“.

somit
$$\tau \cdot b \cdot dl = \int_v^x b \cdot dv \cdot \frac{v \cdot 2 \cdot V \cdot dl}{b \cdot x^2 \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

$$\tau \cdot b = \frac{2 \cdot V}{x^2 \left(h - \frac{x}{3}\right)} \int_v^x v \cdot dv$$

$$\tau \cdot b = \frac{V \cdot (x^2 - v^2)}{x^2 \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

Die Schubspannung ist also am oberen Rande mit $v = x$ gleich Null und wächst bis zur neutralen Schichte auf den Wert

$$\tau_o = \frac{V}{\left(h - \frac{x}{3}\right) \cdot b}$$

Unterhalb der Neutralaxe sind keine Normalspannungen mehr im Beton wirksam, sondern sämtliche Zugkräfte wirken nach der gemachten Voraussetzung in den unteren Eiseneinlagen. Aus diesem Grunde bleibt die Schubspannung τ_o konstant von der Linie OO' bis zur Eiseneinlage. In der That entspricht der Wert τ_o auch dem Betrag der Schubspannung, welcher nötig ist, um die Differenz der Zugspannungen zwischen zwei benachbarten Eisenquerschnitten durch den Beton aufzunehmen.

Es muss nämlich sein

$$b \cdot \tau_o \cdot dl = dZ$$

$$Z = \frac{M}{h - \frac{x}{3}}$$

$$\frac{dZ}{dl} = \frac{dM}{dl} \cdot \frac{1}{\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{V}{h - \frac{x}{3}}$$

somit
$$b \cdot \tau_o = \frac{V}{h - \frac{x}{3}}$$

Dieser Wert von $b \cdot \tau_o$ stellt auch die Summe der am Umfang der Eiseneinlagen wirksamen Adhäsionsspannungen vor.

Beispiel. Die auf Seite 97 berechnete Betoneisenplatte mit $f_e = 7,0 \text{ cm}^2$, $d = 10 \text{ cm}$, $h = 9 \text{ cm}$, besitze eine Länge von 2,0 m und habe eine Gesamtlast von 820 kg/m^2 aufzunehmen.

Der Abstand x der neutralen Schicht von Plattenoberkante wurde früher zu $x = 2,9 \text{ cm}$ ermittelt, die Querkraft ergibt sich zu

$$V = 820 \text{ kg}$$

$$\text{also } 100 \cdot \tau_o = \frac{820}{9 - \frac{2,9}{3}} = 110 \text{ kg}$$

$$\tau_o = 1,1 \text{ kg/cm}^2.$$

Besteht die Eiseneinlage aus 11 Stück Rundeisen von 9 mm Durchmesser, so ist deren Gesamtumfang

$$u = 11 \cdot 2,82 = 31 \text{ cm}^2$$

und daher die Adhäsionsspannung

$$\tau = \frac{110}{31} = 3,5 \text{ kg/cm}^2.$$

Bei den einfachen Platten sind die Schubspannungen und Adhäsionsspannungen gewöhnlich so gering, dass ihre Berechnung entbehrlich erscheint. Aus demselben Grunde sind Bügel bei den armierten Platten überflüssig.

Wichtiger sind die Schub- bzw. Adhäsionsspannungen bei den

2. Plattenbalken. Es ist klar, dass die letzte Ableitung des Ausdrucks

$$b \cdot \tau_o = \frac{V}{h - \frac{x}{3}}$$

beim rechteckigen Querschnitt, in gleicher Weise auch für den Plattenbalkenquerschnitt giltig ist, wenn für $h - \frac{x}{3}$ der Abstand der Eiseneinlage vom Druckmittelpunkt, also der ungefähre Wert

$$h - c + \frac{2}{3} d \quad (\text{Abb. 69, S. 90}).$$

gesetzt wird, so dass also

$$\tau_o = \frac{V}{\left(h - c + \frac{2}{3} d\right) \cdot b}$$

die Schubspannung des Stegs zwischen der Eiseneinlage und der neutralen Schicht bedeutet.

Beispiel. Für den unter 1, S. 93 berechneten, an den Enden frei aufliegenden Plattenbalken ist

$$l = 5,5 \text{ m}, q = 3780 \text{ kg/m, also}$$

$$V = 2,75 \cdot 3780 = 10\,395 \text{ kg}$$

$$\tau_o \cdot b = \frac{10\,395}{57 - 10,7 + 7,2} = 194 \text{ kg}$$

also Schubspannung im Steg

$$\tau_o = \frac{194}{28} = 6,9 \text{ kg/cm}^2$$

und die Adhäsionsspannung an den drei über dem Auflager noch vorhandenen Rundeisen von 28 mm Durchmesser:

$$\tau = \frac{194}{3 \cdot 8,8} = 7,3 \text{ kg/cm}^2$$

Die Spannung τ_o ist im gleichen Betrag auch in der senkrechten Querschnittsfläche vorhanden, da die Schubspannungen in jedem Punkt eines Körpers nach zwei zu einander senkrechten Ebenen immer gleich gross sind.

Die Bügel lassen sich aus der Schubspannung τ_o berechnen, indem man annimmt, dass sie entweder die ganze Schubkraft, oder doch wenigstens einen Teil derselben aufzunehmen haben. Werden sie aus 10 mm starken Rundeisen hergestellt, so ist ein Bügel mit zwei Eisenquerschnitten imstande, bei 800 kg/cm^2 Schubbeanspruchung des Eisens eine Schubkraft von

$$2 \cdot 0,78 \cdot 800 = 1256 \text{ kg.}$$

aufzunehmen. Soll daher die eine Hälfte der Schubspannungen vom Beton, die andere von den Bügeln aufgenommen werden, so ergibt sich ein Abstand der letzteren in der Nähe des Auflagers von

$$e = \frac{1256 \cdot 2}{194} = 13 \text{ cm,}$$

der nach der Trägermitte hin entsprechend vergrössert werden kann.

Die Schubkraft $b \tau_o$, welche zwischen der Eisenlage und der Neutralaxe vorhanden ist, wirkt zum grossen Teil noch in den senkrechten Flächen $a - a'$ am Anschluss der Decken an den Steg. Der Wert der Schubspannung daselbst wird sein

$$\tau = \frac{b \tau_o}{2 \cdot d} \cdot \frac{l - b}{l}.$$

In den Flächen $a—a'$ fehlt es indessen nicht an Eiseneinlagen, da dort die Deckeneisen in grosser Zahl vorhanden sind. Es ist klar, dass eine Ausrundung oder Abschrägung des Uebergangs zwischen Deckenplatte und Steg des Balkens von sehr günstigem Einfluss hinsichtlich der Verminderung der Schubspannungen daselbst sein wird.

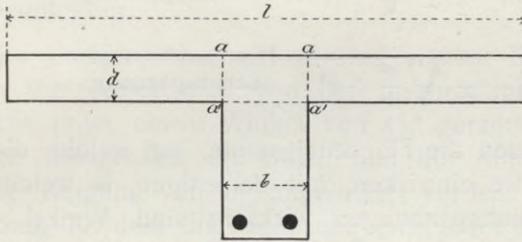


Abb. 74.

Die im Vorhergehenden aufgestellten Beziehungen geben die Schubspannungen nicht in ihrem thatsächlichen Wert, da ja die Zugfestigkeit des Betons unberücksichtigt geblieben ist. Sie gelten nur unter einer gewissen, bei den ungünstigsten Verhältnissen zutreffenden Voraussetzung. Man könnte den Einwurf erheben, dass der einmal gerissene, also keine Zugfestigkeit mehr besitzende Beton auch keine Schubspannungen mehr aushalten könne. Dem ist aber gegenüber zu halten, dass, wenn je ein Riss im Beton sich zeigen sollte, derselbe nicht nach einer glatten und ebenen Fläche erfolgt, und dass daher durch die Reibung und die ineinander greifenden Erhöhungen und Vertiefungen in den Bruchflächen dennoch Schubkräfte übertragen werden können.

Schiefe Hauptspannungen.

Einen genaueren Aufschluss über den Zweck der Bügel und den Wert der abgebogenen Eisen erhält man, wenn man die schiefen Hauptspannungen berücksichtigt.

Während die schiefen Normalspannungen bei den eisernen Vollwandträgern eine untergeordnete Rolle spielen und nur in Ausnahmefällen zu berechnen sind, haben sie bei den Betoneisenbalken eine grössere Bedeutung und müssen durch entsprechende Anordnung der Armierung berücksichtigt werden.

Leider sind Versuche nach dieser Richtung unseres Wissens nicht gemacht worden und die von uns in Vorbereitung befindlichen noch nicht abgeschlossen.

Man muss sich daher begnügen, die Beziehungen vom homogenen Körper auf den Plattenbalken zu übertragen.

Die schiefen Hauptspannungen, d. h. die Grösstwerte der in irgend einem schiefen Flächenelemente wirksamen Spannungen, berechnen sich nach den Formeln

$$N = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \quad \text{Normalspannung}$$

$$S = \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \quad \text{Schubspannung.}$$

Hierbei schliessen die Flächenelemente, auf welche die Grenzwerte der Normalkräfte einwirken, mit denjenigen, in welcher die Grenzwerte der Schubspannungen wirksam sind, Winkel von 45° ein. Verfolgt man von einem Punkt des Balkens aus die Richtung der Flächenelemente mit den grössten bzw. kleinsten Normalspannungen, so erhält man zwei in dem betreffenden Punkt aufeinander senkrecht stehende Kurven. Die Gesamtheit aller dieser Kurven für den ganzen Balken stellt zwei Scharen sich rechtwinklig schneidender Kurven vor, die man die Spannungstrajektorien nennt.

Der Verlauf der Spannungstrajektorien für einen einfachen, frei aufliegenden Plattenbalken ist in Abbildung 75 dargestellt, alle Kurven schneiden die neutrale Axe unter 45° ; in derselben ist $\sigma=0$, also

$$N = \tau_0$$

d. h. es wirken daselbst unter 45° geneigt in zwei zu einander senkrechten Richtungen Zug- und Druckspannungen, die je gleich der Schubspannung τ_0 sind und es folgt hieraus, dass der Bruch dort viel eher infolge der schiefen Zugspannung $\sigma = \tau_0$ erfolgen wird, als infolge der gleich grossen horizontalen oder vertikalen Schubspannungen.

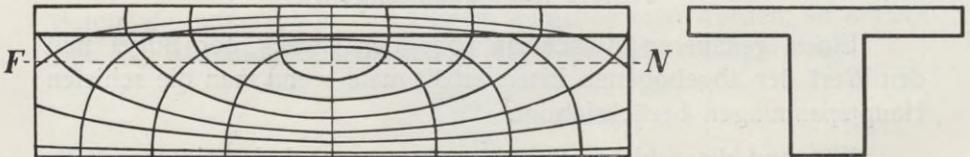


Abb. 75. Spannungstrajektorien in einem homogenen Plattenbalken.

Die Zugfestigkeit des Betons ist ja viel geringer, als dessen Scherfestigkeit.

Man gelangt ferner zu dem Schluss, dass die idealste Armierung eine solche nach den Spannungstrajektorien für Zug sein müsste; alle Nebenarmierungen, Bügel und abgelenkten

Eisen könnten dann wegfallen. Aber sowohl in der Berechnung als auch in der Ausführung scheint eine Verwirklichung dieses Gedankens kaum möglich, namentlich wenn man noch kontinuierliche Träger mit veränderlicher Belastung in Betracht zieht, und man muss sich begnügen, die Armierung als rohe Annäherung an die ideale Form auszubilden. Es ist auch zu berücksichtigen, dass Pressungen in vertikaler Richtung zwischen den einzelnen Balkenfasern die Hauptspannungen beeinflussen.

Bei der im vorigen Abschnitt vorausgesetzten Spannungsverteilung würden die Trajektorien von der Eiseneinlage an bis zur neutralen Schicht unter einem Winkel von 45° geradlinig verlaufen, und es müssten demgemäss die Bügel und die Abbiegungen der Eisen unter einer Neigung von 45° angeordnet werden. Man erkennt auch aus Abbildung 72, dass die Risse annähernd unter diesem Winkel erfolgen. Bei unseren Konstruktionen wird diese Forderung bei den abgobogenen Eisen immer erfüllt und auch die Bügel werden in der Nähe der Auflagen meist etwas geneigt eingelegt.

Von den Hauptzugspannungen nehmen die Abbiegungen der Eisen einen grossen Teil auf und entlasten die Bügel wesentlich. Diese haben noch den weiteren praktischen Wert, dass sie die Verbindung zwischen Deckenplatte und Steg sichern, für den Fall, dass durch mangelhafte Ausführung der Zusammenhang beider geschwächt wäre.

Berechnung der Schnittkräfte und Schnittmomente.

Im Vorhergehenden ist gezeigt worden, in welcher Weise bei bekannten Momenten und Normalkräften die Spannungen in einem Querschnitt berechnet und die Konstruktionsteile dimensioniert werden können. Im Folgenden wollen wir noch ganz allgemein die Berechnung der Schnittmomente berühren.

Während es bei einem eisernen Balken von konstantem Querschnitt, also bei allen Walzprofilen, und in gewissem Grade auch bei den Blechträgern genügt, nur den Wert des grössten überhaupt innerhalb der Spannweite vorkommenden Moments zu kennen, ist es zum Entwerfen eines möglichst wirtschaftlich konstruierten Betoneisenträgers erforderlich, dass für eine grössere Anzahl Querschnitte die beiden Grenzwerte der Momente bekannt sind. Es ist vor allem notwendig, zu wissen, in welchem Sinne das Biegemoment wirkt, da hiervon die Lage des Eisens im Balken überhaupt abhängt. Wie wir gezeigt haben, spielen auch die Querkräfte bzw. die Schubspannungen eine grössere Rolle bei der Querschnittsbemessung der Betoneisenträger. Eine weitere Vermehrung der Rechnungsarbeit,

gegenüber eisernen Vollwandträgern, besteht darin, dass die zulässige Beanspruchung von zwei verschiedenen Materialien nicht überschritten werden darf; dem steht auf der anderen Seite wieder eine Vereinfachung der Querschnittsform gegenüber.

Immerhin möchten wir die Betoneisenkonstruktionen als eine fortgeschrittenere und entwickeltere Konstruktion bezeichnen, im Vergleich mit den eisernen Vollwandträgern. In mehr als einer Beziehung sind sie in rechnerischer Hinsicht den eisernen Fachwerkskonstruktionen an die Seite zu stellen, bei welchen die Schnittkräfte und Schnittmomente in ähnlichem Umfang zu berechnen sind, und wo für die gedruckten und die gezogenen Glieder ebenfalls verschiedene zulässige Beanspruchungen massgebend sind.

Für alle statisch bestimmten Betoneisenkonstruktionen sind die Schnittmomente nach den Regeln der Statik aus den äusseren Kräften mit Berücksichtigung der Auflagerbedingungen zu berechnen. Dagegen scheint es fraglich, ob für die statisch unbestimmten Betoneisenkonstruktionen, also eingespannte und kontinuierliche Träger, Gewölbe ohne Gelenke u. s. w. die Schnittkräfte in gleicher Weise berechnet werden dürfen, wie für homogene Körper.

Von Oberingenieur *J. A. Spitzer* wurde in der Zeitschrift des Oesterreichischen Ingenieur- und Architektenvereins für das Moniergewölbe der Purkersdorfer Gewölbeversuche nachgewiesen, dass die Berechnung desselben, ebenso wie für homogenes Material nach der Elastizitätstheorie erfolgen kann, wenn man den Querschnitt der Eiseneinlage durch den n -fachen Betonquerschnitt in den Ausdrücken für die Querschnittsfläche F und das Trägheitsmoment J ersetzt. Nach dem bei der Biegung mit Axialdruck Gesagten ist dies vorauszu sehen, da bei einem Gewölbe ja die Zugfestigkeit in den meisten Querschnitten nicht in Anspruch genommen wird und daher die Wirkungen des Momentes und der Axialkraft sich in gleicher Weise addieren, wie bei einem homogenen Querschnitt.

Betrachten wir nun einen eingespannten oder kontinuierlichen Plattenbalken, bei dem keine Axialkräfte wirksam sind. Werden für die Deformation dieselben Voraussetzungen wie für die Berechnung gemacht, d. h. wird von der Zugfestigkeit des Betons vollständig abgesehen, so ergibt sich bei einer bestimmten Eiseneinlage für die Lage der Neutralaxe ein gewisser Wert, und es wird die gegenseitige Drehung zweier benachbarter Querschnitte proportional der Dehnung der Eiseneinlage, oder wenn diese konstant ist, proportional dem Schnittmoment M sein. Auch für einen homogenen Körper ist diese Drehung proportional dem Moment. Es gelten aus diesem Grunde für den armierten Betonträger mit konstanter Eiseneinlage und gleichbleibendem Abstand der letzteren von der neutralen Schicht alle

die Beziehungen des homogenen Trägers konstanten Querschnitts, in welchen die Querschnittsfläche und das Trägheitsmoment nicht enthalten sind.

Mit demselben Recht, mit dem also die eisernen kontinuierlichen Träger unter der Voraussetzung eines konstanten Trägheitsmoments berechnet werden, obgleich der Querschnitt sich ändert, d. h. den Grenzwerten der Momente angepasst wird, können auch die Betoneisenträger und -platten nach den Formeln für kontinuierliche Träger konstanten Querschnitts berechnet werden.

Man könnte in weiterem Verfolge dazu übergehen, die Arbeitsgleichungen der Elastizitätslehre oder das Gesetz der virtuellen Verschiebungen auf die Biegung der Betoneisenträger anzuwenden und daraus Beziehungen abzuleiten. Wir halten jedoch eine solch eingehende Behandlung mit Rücksicht auf die überhaupt erreichbare Genauigkeit und den heutigen Stand der Theorie der Betoneisenkonstruktionen für zu weitgehend.

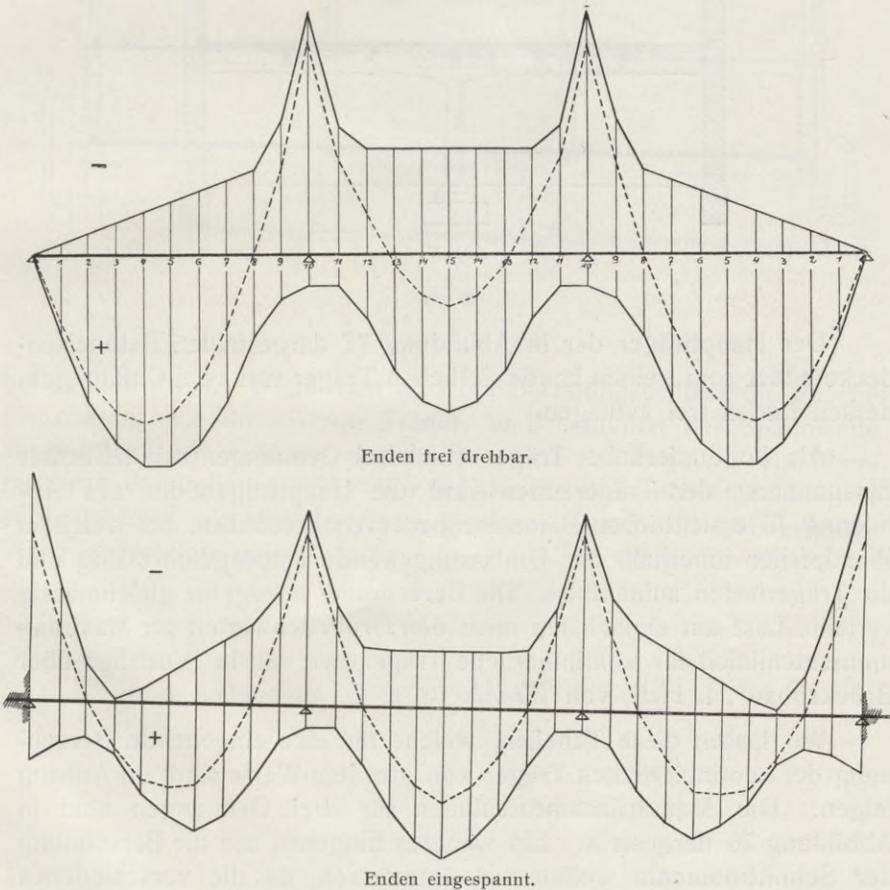


Abb. 76. Maximalmomentenlinie für kontinuierliche Träger mit drei Oeffnungen.

Man wird etwas zu ungünstig rechnen, wenn man die Decken auf den Stegen der Balken und die Balken über den Zwischensäulen, der Einfachheit wegen, als frei aufliegend, jedoch kontinuierlich, annimmt und vom Drehungswiderstand der Balken, bzw. der Einspannung durch die Säulen absieht. Die Ersparnis, welche die genaue Berechnung liefern würde, könnte nur unbedeutend sein. Die Einspannung der Deckenendfelder an den Umfassungswänden kann nur in den wenigsten Fällen durch konstruktive Massregeln erreicht werden und bleibt am besten unberücksichtigt oder man trägt derselben Rechnung durch Abbiegen einiger Eisen in der Nähe des Auflagers. Noch weniger ist Einspannung vorhanden an den Enden von Plattenbalken, die in Mauern aufliegen. Sind jedoch an den Trägerenden Wandpfeiler in Betoneisenkonstruktion angeordnet, so wird auch eine gewisse Einspannung in Wirksamkeit treten und bei der Berechnung zu berücksichtigen sein.

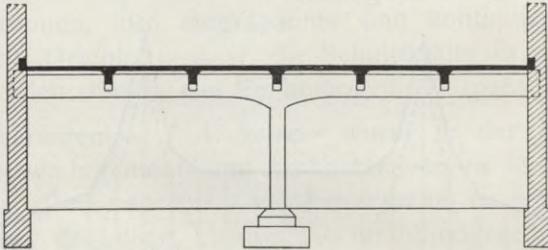


Abb. 77.

Der Hauptträger der in Abbildung 77 dargestellten Betondecke bildet somit einen kontinuierlichen Träger von zwei Oeffnungen, dessen Enden frei aufliegen.

Als kontinuierliche Träger von drei Oeffnungen mit teilweiser Einspannung der Trägerenden sind die Hauptträger des aus Abbildung 78 ersichtlichen Betoneisenbaues zu berechnen, bei welchem Wandpfeiler innerhalb der Umfassungswände emporgeführt sind und die Trägerlasten aufnehmen. Die Berechnung erfolgt für gleichmässig verteilte Last am einfachsten nach den Ordinatenwerten der Maximalmomentenlinien für kontinuierliche Träger, wie sie in „Vorträge über Brückenbau“, I. Heft, von *Winkler* u. a. O. angegeben sind.

Wir lassen diese Tabellen, welche für eine eingehende Berechnung der kontinuierlichen Träger von grossem Werte sind, im Anhang folgen. Die Maximalmomentenlinien für drei Oeffnungen sind in Abbildung 76 dargestellt. Ein weiteres Eingehen auf die Berechnung der Schnittmomente wollen wir unterlassen, da die verschiedenen Methoden in den Lehrbüchern der Mechanik zu finden sind.

Da der Abstand der neutralen Schicht von der am meisten gedehnten Faser beim Plattenbalkenquerschnitt etwa doppelt so gross ist, als bei einem eisernen Träger, dessen Höhe gleich der Steghöhe des Plattenbalkens ist, so folgt daraus, dass die Durchbiegungen des Plattenbalkens etwa die Hälfte von derjenigen des eisernen Trägers

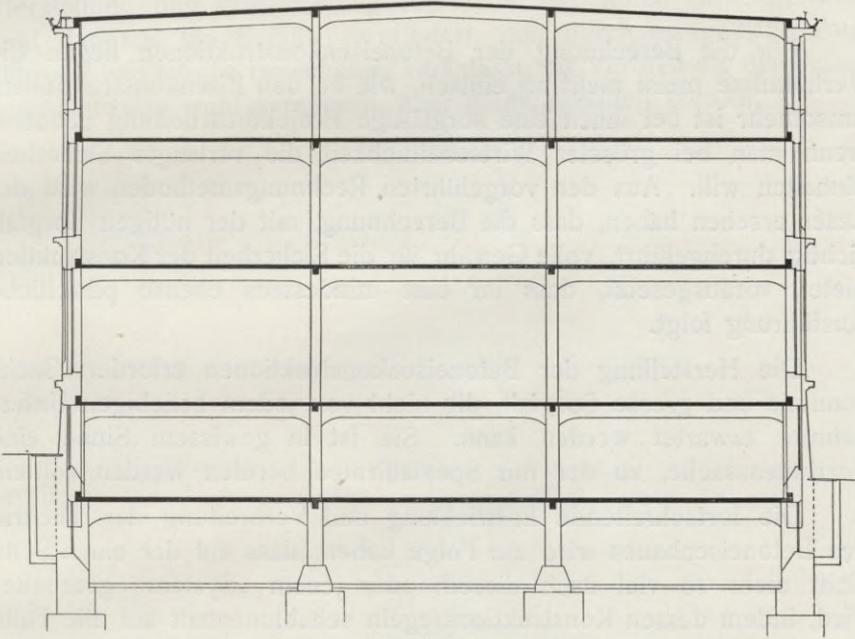


Abb. 78.

betragen werden. Wenn man also bei Belastungsproben die gleiche Einsenkung wie für eiserne Träger, in Bruchteilen der Spannweite ausgedrückt, als zulässig angiebt, so wird das Ergebnis ein überraschend vorzügliches sein. Wir weisen auf diesen Umstand hin, da er gewöhnlich von den Vertretern gewisser Systeme in reklamehafter Weise ausgebeutet wird.

Für die Berechnung der Betoneisenkonstruktionen liegen die Verhältnisse meist nicht so einfach, wie bei den Eisenkonstruktionen, umso mehr ist bei ihnen eine sorgfältige Projektbearbeitung geboten, wenn man bei grösster Wirtschaftlichkeit die verlangte Sicherheit einhalten will. Aus den vorgeführten, Rechnungsmethoden wird der Leser ersehen haben, dass die Berechnung, mit der nötigen Sorgfalt richtig durchgeführt, volle Gewähr für die Sicherheit der Konstruktion bietet, vorausgesetzt, dass ihr eine mindestens ebenso pünktliche Ausführung folgt.

Die Herstellung der Betoneisenkonstruktionen erfordert Sachkenntnis und grosse Sorgfalt, die nicht von jedem beliebigen Unternehmer erwartet werden kann. Sie ist in gewissem Sinne eine Vertrauenssache, zu der nur Spezialfirmen berufen werden sollten.

Die fortschreitende Entwicklung und Verbreitung der Theorie des Betoneisenbaues wird zur Folge haben, dass auf der einen Seite nicht mehr so viel nach diesem oder jenem „System“ gearbeitet wird, indem dessen Konstruktionsregeln schablonenhaft auf alle Fälle angewendet werden, auf der andern Seite wird man marktschreierischen Anpreisungen alter und neuer Systeme urteilsvoller gegenüberstehen und ihre angeblichen Berechnungen nach ihrem wahren Wert erkennen.

Wie wir schon in der Einleitung zum theoretischen Teil bemerkt haben, wird die weitere Entwicklung des Betoneisenbaues vorzugsweise vom Fortschritt der Theorie abhängen, und in dieser Hinsicht ist es dringend zu wünschen, dass die Materialprüfungsanstalten unserer Technischen Hochschulen sich eingehender als bisher mit der Untersuchung der Eigenschaften der Betoneisenkonstruktionen befassen. Sodann ist es auch notwendig, dass für die Betoneisenbauten einheitliche baupolizeiliche Vorschriften erlassen werden, die eine zweckentsprechende statische Berechnung verlangen und auch ein bestimmtes Mischungsverhältnis des Betons vorschreiben, unter welches nicht gegangen werden darf.

Nach unseren Erfahrungen sollte das Mischungsverhältnis für Betoneisenbauten nicht unter 1:4 gewählt werden, da nur dann die nötige Adhäsionsfestigkeit erreicht wird und der Beton die erforderliche rostschtzende Eigenschaft erlangt. Diesem Mischungsver-

hältnis muss eine entsprechend hohe zulässige Druckspannung, ca. 40—50 kg/cm², gegenüberstehen, damit die Ausführung von Betoneisenbauten infolge Unwirtschaftlichkeit nicht gehindert wird. Diese Beanspruchung ist durch die Versuche sowohl, als auch durch ausgeführte und bewährte Bauten als hinreichend sicher erwiesen.

Durch solche Vorschriften werden unberufene Elemente von der Herstellung und Projektierung von Betoneisenbauten zurückgehalten und dadurch die Unfälle vermindert, die, durch mangelhafte Ausführung und falsche Berechnung veranlasst, die Verbreitung der Betoneisenbauweise wohl verzögern, aber nicht aufhalten können.

Anhang

Anhang.

Kontinuierlicher Träger mit 2 Oeffnungen.

1:1.

$\frac{x}{l}$	M o m e n t e		
	Einfluss von g	Einfluss von p	
		M	max. (+ M)
		+	—
0	0	0	0
0,1	+ 0,0325	0,03875	0,00625
0,2	+ 0,0550	0,06750	0,01250
0,3	+ 0,0675	0,08625	0,01875
0,4	+ 0,0700	0,09500	0,02500
0,5	+ 0,0625	0,09375	0,03125
0,6	+ 0,0450	0,08250	0,03750
0,7	+ 0,0175	0,06125	0,04375
0,75	0	0,04688	0,04688
0,8	— 0,0200	0,03000	0,05000
0,85	— 0,0425	0,01523	0,05773
0,9	— 0,0675	0,00611	0,07361
0,95	— 0,0950	0,00138	0,09638
1	— 0,1250	0	0,12500
.l	. g l ²	. p l ²	. p l ²

Kontinuierlicher Träger mit 3 Oeffnungen.

1:1:1.

$\frac{x}{l}$	M o m e n t e		
	Einfluss von g	Einfluss von p	
		M	— M max.
1. Oeffnung		—	+
0	0	0	0
0,1	+ 0,035	0,005	0,040
0,2	+ 0,060	0,010	0,070
0,3	+ 0,075	0,015	0,090
0,4	+ 0,080	0,020	0,100
0,5	+ 0,075	0,025	0,100
0,6	+ 0,060	0,030	0,090
0,7	+ 0,035	0,035	0,070
0,7895	+ 0,00414	0,03948	0,04362
0,8	0	0,04022	0,04022
0,85	— 0,02125	0,04898	0,02773
0,9	— 0,04500	0,06542	0,02042
0,95	— 0,07125	0,08831	0,01706
1	— 0,10000	0,11667	0,01667
2. Oeffnung		—	—
0	— 0,10000	0,11667	0,01667
0,05	— 0,07625	0,09033	0,01408
0,1	— 0,05500	0,06248	0,00748
0,15	— 0,03625	0,05678	0,02053
0,2	— 0,020	0,050	0,030
0,2764	0	0,050	0,050
0,3	+ 0,005	0,050	0,055
0,4	+ 0,020	0,050	0,070
0,5	+ 0,025	0,050	0,075
	$\cdot g l^2$	$\cdot p l^2$	$\cdot p l^2$

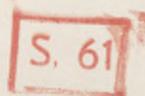
Kontinuierlicher Träger mit 4 Öffnungen.

1:1:1:1.

$\frac{x}{l}$	Momente		
	Einfluss von g	Einfluss von p	
	M	— M max.	+ M max.
1. Öffnung		—	+
0	0	0	0
0,1	+ 0,03429	0,00536	0,03964
0,2	+ 0,05857	0,01071	0,06929
0,3	+ 0,07286	0,01607	0,08893
0,4	+ 0,07714	0,02143	0,09857
0,5	+ 0,07143	0,02679	0,09822
0,6	+ 0,05572	0,03214	0,08786
0,7	+ 0,03000	0,03750	0,06750
0,7857	0	0,04209	0,04209
0,7887	— 0,00117	0,04225	0,04108
0,8	— 0,00571	0,04309	0,03738
0,85	— 0,02732	0,05216	0,02484
0,9	— 0,05143	0,06772	0,01629
0,95	— 0,07803	0,09197	0,01393
1,0	— 0,10714	0,12054	0,01340
2. Öffnung			
0	— 0,10714	0,12054	0,01340
0,05	— 0,08160	0,09323	0,01163
0,1	— 0,05857	0,07212	0,01455
0,15	— 0,03803	0,06340	0,02537
0,2	— 0,02000	0,05000	0,03000
0,2661	0	0,04882	0,04882
0,3	+ 0,00857	0,04821	0,05678
0,4	+ 0,02714	0,04643	0,07357
0,5	+ 0,03572	0,04464	0,08036
0,6	+ 0,03429	0,04286	0,07715
0,7	+ 0,02286	0,04107	0,06393
0,7895	+ 0,00416	0,03947	0,04363
0,8	+ 0,00143	0,04027	0,04170
0,8053	0	0,04092	0,04092
0,85	— 0,01303	0,04754	0,03451
0,9	— 0,03000	0,06105	0,03105
0,95	— 0,04947	0,08120	0,03173
1,0	— 0,07143	0,10714	0,03571
	$\cdot g l^2$	$\cdot p l^2$	$\cdot p l^2$

Tabelle für Rundeisen.

Durchmesser mm	Gewicht pro lfm kg	Fläche qcm	Fläche von 2 Stück qcm	3 St. qcm	4 St. qcm	5 St. qcm	6 St. qcm	8 St. qcm	10 St. qcm
1	0,006	0,0079	0,016	0,024	0,031	0,039	0,047	0,063	0,079
2	0,024	0,031	0,063	0,094	0,128	0,157	0,188	0,25	0,31
3	0,055	0,07	0,14	0,21	0,28	0,35	0,42	0,56	0,70
4	0,098	0,13	0,25	0,38	0,50	0,63	0,76	1,00	1,26
5	0,153	0,20	0,39	0,59	0,78	0,98	1,18	1,57	1,96
6	0,220	0,28	0,56	0,85	1,13	1,41	1,70	2,26	2,82
7	0,300	0,38	0,77	1,15	1,54	1,92	2,31	3,08	3,84
8	0,392	0,50	1,00	1,51	2,01	2,51	3,01	4,02	5,02
9	0,496	0,64	1,27	1,91	2,54	3,18	3,82	5,08	6,36
10	0,612	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	6,28	7,85
11	0,740	0,95	1,90	2,85	3,80	4,75	5,70	7,60	9,50
12	0,881	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	9,05	11,31
13	1,034	1,33	2,65	3,98	5,31	6,64	7,96	10,62	13,27
14	1,199	1,54	3,08	4,62	6,10	7,70	9,24	12,32	15,39
15	1,377	1,77	3,53	5,30	7,07	8,84	10,60	14,14	17,67
16	1,568	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	16,08	20,11
17	1,768	2,27	4,54	6,81	9,08	11,35	13,62	18,16	22,70
18	1,983	2,54	5,09	7,63	10,18	12,72	15,26	20,36	25,45
19	2,209	2,84	5,67	8,51	11,34	14,18	17,02	22,68	28,35
20	2,488	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,84	25,14	31,42
21	2,698	3,46	6,93	10,39	13,85	17,32	20,78	27,70	34,64
22	2,962	3,80	7,60	11,40	15,21	19,01	22,81	30,41	38,01
23	3,257	4,18	8,31	12,46	16,62	20,77	24,93	33,24	41,55
24	3,525	4,52	9,05	13,57	18,10	22,62	27,14	36,19	45,24
25	3,824	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	29,45	39,27	49,09
26	4,136	5,31	10,62	15,93	21,24	26,55	31,86	42,47	53,10
27	4,461	5,73	11,45	17,18	22,90	28,63	34,35	45,80	57,26
28	4,797	6,16	12,31	18,47	24,63	30,79	36,94	49,26	61,58
29	5,146	6,60	13,21	19,81	26,42	33,02	39,62	52,84	66,85
30	5,507	7,07	14,14	21,21	28,27	35,34	42,41	56,55	70,68
31	5,280	7,55	15,09	22,64	30,19	37,74	45,29	60,38	75,48
32	6,266	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,26	64,34	80,42
33	6,644	8,55	17,11	25,66	34,21	42,76	51,32	68,42	85,53
34	7,074	9,08	18,16	27,24	36,32	45,40	54,48	72,63	90,79
35	7,496	9,62	19,24	28,86	38,48	48,11	57,73	76,97	96,21
36	7,930	10,18	20,36	30,54	40,72	50,90	61,07	81,43	101,79
37	8,377	10,75	21,50	32,26	43,01	53,76	64,51	86,02	107,52
38	8,836	11,34	22,68	34,02	45,36	56,70	68,04	90,73	113,41
39	9,307	11,94	23,89	35,48	47,78	59,73	71,68	95,57	119,46
40	9,791	12,56	25,13	37,70	50,26	62,83	75,40	100,53	125,66
41	10,280	13,20	26,41	39,61	52,81	66,01	79,22	105,62	132,03
42	10,794	13,85	27,71	41,56	55,42	69,27	83,12	110,83	138,54
43	11,314	14,52	29,04	43,56	58,09	72,61	87,13	116,18	145,22
44	11,846	15,20	30,41	45,61	60,82	76,03	91,23	121,64	152,05
45	12,391	15,90	31,81	47,71	63,62	79,52	95,42	127,23	159,04
46	12,948	16,62	33,24	49,86	66,48	83,10	99,71	132,95	166,19
47	13,517	17,35	34,70	52,05	69,40	86,75	104,09	138,79	173,49
48	14,098	18,09	36,19	54,29	72,38	90,48	108,58	144,77	180,96
49	14,892	18,86	37,71	56,57	75,43	94,28	113,14	150,86	188,57
50	15,296	19,63	39,27	58,90	78,54	98,17	117,81	157,08	196,35



WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



L. inv.

17925

Druk. U. J. Zam. 356. 10.000.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000300694