

214
27

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300695

Graphische Ermittlung der Spannungen

in den

Hochbau- und Brückenbau-Constructions.

Zum Gebrauche

für Architekten und Ingenieure, für Bau- und Gewerbeschulen, für Maurer- und Zimmermeister, wie auch zum Selbstunterricht für Bauhandwerker.

Herausgegeben

von

Ludwig Klasen,

Architekt und Ingenieur in Wien.



Mit 199 Holzschnitten und 6 lithographirten Tafeln.

Summarif. sub Litt. N. O. Nr 565

Leipzig.

Verlag von Arthur Felix.

1878.

AKC. Nr. 565

XX
821

Graphische Ermittlung der Spannungen

in dem



III 14923

für Architekten und Ingenieure für Bau- und Gewerbeschulen, für Planer und Zimmermeister, wie auch zum Selbstunterricht für Handwerker.

Die Herausgabe einer Uebersetzung in fremde Sprachen wird vorbehalten.



Ludwig Klason



Handwritten signature

Akc. Nr. 5089 51

Vorwort.

Das vorliegende Werkchen soll zunächst mein „Handbuch der Hochbau-Constructionen in Eisen und anderen Metallen“, sowie mein „Handbuch der Holz- und Holzeisen-Constructionen des Hochbaues“ ergänzen. Es wird aber auch solchen Technikern und Bauleuten gute Dienste leisten können, welche keine Gelegenheit hatten, die graphische Statik eingehend zu studiren. Herr Professor Culmann, der die graphische Statik zur selbstständigen Wissenschaft erhoben hat, setzt in seinem vortrefflichen, aber sehr voluminösen Werke die Kenntniss der Geometrie der Lage voraus, wodurch dem Leser, der mit der neueren Geometrie nicht gründlich vertraut ist, das Verständniß des Werkes sehr erschwert wird.

Bei den einfachen Trägerformen lassen sich die Spannungen durch Rechnung leicht ermitteln, dagegen leistet bei unregelmässigem Fachwerk die graphische Statik so vortreffliche Dienste, dass der Ingenieur beide Methoden genau kennen muss, um in jedem vorkommenden Falle diejenige wählen zu können, wodurch er am schnellsten sein Ziel erreicht. In solchen Fällen, wo im Wege der Rechnung die Spannungen leichter ermittelt werden konnten, als durch graphische Methoden, ist im vorliegenden Buche die Ritter'sche Momentenmethode angewendet.

Ganz besondere Vortheile gewährt die graphische Statik bei Untersuchung der Stabilität von Gewölben und Futtermauern, hier giebt sie völlige Klarheit über den Verlauf der inneren Kräfte im Mauerwerk, sowie über dessen Inanspruchnahme.

Ich wünsche, dass meine Arbeit Manchem nützlich werden möge, und bitte die geehrten Fachgenossen um eine nachsichtige Beurtheilung derselben.

Wien, im November 1877.

Ludwig Klasen.

Inhalt.

Erster Abschnitt. Die Elemente der graphischen Statik.

	Seite
§ 1. Zusammensetzung und Gleichgewicht von Kräften in der Ebene	1
§ 2. Bestimmung der Auflagerdrücke und der Biegemomente bei Trägern auf zwei Stützen	6
§ 3. Zerlegung und Gleichgewicht von Kräften, die in einer Ebene wirken	7

Zweiter Abschnitt. Kräftepläne verschiedener Hochbau-Constructions.

§ 4. Kräftepläne von Hänge- und Sprengwerken	9
§ 5. Kräftepläne von armirten Trägern	11
§ 6. Kräftepläne von Dachbindern (Blatt 1 und 2)	12

Dritter Abschnitt. Gitter- oder Fachwerksträger.

§ 7. Systeme der Gitter- oder Fachwerksträger	26
§ 8. Ermittlung der Spannungen in Fachwerksträgern (Blatt 2)	33

Vierter Abschnitt. Brückenträger.

§ 9. Belastung der Brücken	42
§ 10. Träger auf zwei Stützen (Blatt 3)	46
§ 11. Träger auf drei oder mehr als drei Stützen (Blatt 3)	60
§ 12. Bogenfachwerksträger (Blatt 4)	68
§ 13. Fachwerksträger mit zweifachem Fachwerk (Blatt 4)	85

Fünfter Abschnitt. Gewölbe und Futtermauern.

§ 14. Die Schlusssteinstärke der Gewölbe	92
§ 15. Die Stützlinie im Gewölbe (Blatt 4—6)	93
§ 16. Die Construction der Futtermauern (Blatt 5 und 6)	100

mit der dritten Kraft P_3 zusammensetzt und den Anfangspunkt A mit dem Endpunkte c der letzten Kraft durch die Schlusslinie Ac verbindet, in diesem Falle ist R die Resultierende von P_1 und P_2 oder von P_1, P_2 und P_3 , die Pfeilrichtung von R geht von dem Anfangspunkte A nach dem Endpunkte c .

Hierzu findet man die Resultierende von beliebig vielen Kräften, die in einer Ebene auf einen Punkt wirken, wenn man die Kräfte als fortlaufende Kette nach einer Richtung hinangeordnet zusammensetzt, wobei die Linie, welche den Anfangspunkt des ersten geschlossenen Polygons macht, die gesuchte Resultierende darstellt. Die Reihenfolge der Anordnung der Kräfte ist beliebig. In Fig. 4 sind P_1 bis P_5 die auf den Punkt A wirkenden Kräfte, diese lassen sich zusammensetzen, indem man die

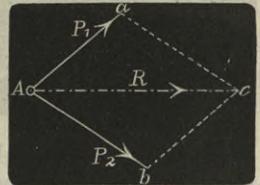
Erster Abschnitt.

Die Elemente der graphischen Statik.

§ 1. Zusammensetzung und Gleichgewicht von Kräften in der Ebene.

a. Kräfte, die auf einen Punkt wirken. Wenn zwei durch gerade Linien dargestellte Kräfte P_1 und P_2 , die nach irgend einem Maassstabe in demselben Verhältnisse zu einander stehen, wie sie in Gewichten, z. B. in Kilogrammen oder Tonnen ausgedrückt, in Wirklichkeit sich zueinander verhalten, nach Fig. 1 auf den Punkt A wirken, so lässt sich die Mittelkraft Ac oder die Resultierende R durch die Diagonale des Parallelogramms darstellen, dessen Seiten durch die Seitenkräfte P_1 und P_2 gebildet werden. Das so aus den Seitenkräften construirte und durch seine Diagonale die Mittelkraft ausdrückende Parallelogramm wird das Parallelogramm der Kräfte genannt und dieses bildet die Grundlage aller Regeln der Statik.

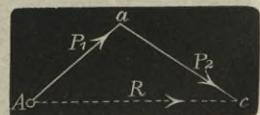
Fig. 1.



Wirkt die Resultierende R nach der in Fig. 1 dargestellten Pfeilrichtung allein auf den Punkt A , so übt sie dieselbe Wirkung auf diesen Punkt aus, wie wenn die beiden Kräfte P_1 und P_2 zusammen auf denselben einwirken würden; hat aber R die entgegengesetzte Pfeilrichtung von Fig. 1, so halten sich die Kräfte P_1 , P_2 und R im Gleichgewicht.

In Fig. 1 ist die Resultierende R die Diagonale des Parallelogramms $Aacb$, man kann demnach auch die Kraft P_2 ihrer Richtung und Grösse nach an den Endpunkt a der Kraft P_1 antragen, dann wird durch die in Fig. 2 punktirt angedeutete Schlusslinie Ac des Dreiecks die Resultierende R dargestellt, deren Pfeilrichtung vom Anfangspunkte A nach dem Endpunkte c geht. Hätte die Resultierende R mit den Kräften P_1 und P_2 gleiche peripherische Pfeilrichtung, so würden sich die Kräfte P_1 , P_2 und R im Gleichgewicht halten.

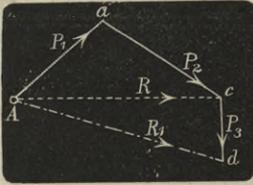
Fig. 2.



Von drei Kräften P_1, P_2, P_3 , die auf einen Punkt A wirken, findet man die Resultierende R_1 nach Fig. 3, wenn man die Mittelkraft R der beiden Kräfte P_1 und P_2

mit der dritten Kraft P_3 zusammensetzt und den Anfangspunkt A mit dem Endpunkte d der letzteren Kraft durch die Schlusslinie Ad verbindet, in diesem Falle ist R_1 die Resultierende von R und P_3 oder von P_1, P_2 und P_3 ; die Pfeilrichtung von R_1 geht von dem Anfangspunkte A nach dem Endpunkte d .

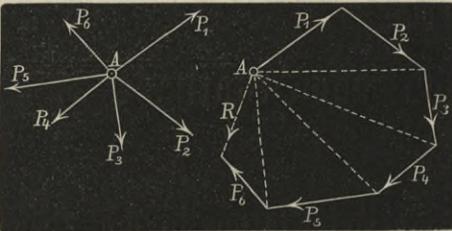
Fig. 3.



Hiernach findet man die Resultierende von beliebig vielen Kräften, die in einer Ebene auf einen Punkt wirken, wenn man die Kräfte als fortlaufenden Linienzug nach einer Richtung herumgehend zusammensetzt, wobei die Linie, welche den Kräftezug zu einem geschlossenen Polygon macht, die gesuchte Resultierende darstellt, mit der Pfeilrichtung vom Anfangspunkte ausgehend. Die Reihenfolge der Aneinandertragung der Kräfte ist hierbei gleichgiltig.

Fig. 4.

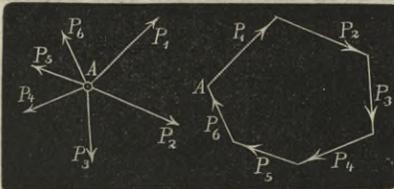
Fig. 5.



bildet dann also die Resultierende R , während die einzelnen Resultierenden von 2, 3, 4, 5 Kräften darstellen.

Fig. 6.

Fig. 7.



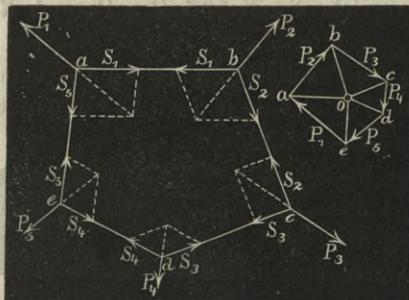
Wenn nach der Zusammensetzung aller auf den Punkt A wirkenden Kräfte P , Fig. 6, der Endpunkt der letzten Kraft mit dem Anfangspunkte A , Fig. 7, zusammenfällt, so wird die Resultierende $= 0$, die Kräfte halten sich also im Gleichgewicht und bilden einen geschlossenen Kräftezug, das Kräftepolygon, bei dem die Pfeile aller Kräfte gleiche peripherische Richtung haben.

b. Beliebige Kräfte in einer Ebene.

Beliebig viele im Gleichgewicht befindliche Kräfte P , die nach Fig. 8 auf ein biegsames geschlossenes Seil wirken, formen das Seil zu einem Polygon, welches das Seilpolygon der Kräfte P genannt wird. Die durch die Kräfte P in den einzelnen Seilstücken hervorgerufenen Spannungen sind

Fig. 8.

Fig. 9.



durch die Seitenkräfte S der in dem Seilpolygon eingezeichneten Parallelogramme dargestellt. Es lassen sich nun die im Punkt a , Fig. 8, im Gleichgewicht befindlichen Kräfte P_1, S_1 und S_5 (nach Fig. 2) zu einem Dreiecke oae , Fig. 9, zusammensetzen, ebenso auch die im Punkte b , Fig. 8, im Gleichgewicht befindlichen Kräfte P_2, S_1 und S_2 zu einem Dreiecke oab ; diese beiden Dreiecke haben die gemeinschaftliche Seite $oa = S_1$ und bilden ein Viereck $oba e$. Fährt man in derselben Weise fort, die am Seilpolygon Fig. 8 im Gleichgewicht

befindlichen Kräfte P zu dem geschlossenen Kräftepolygon Fig. 9 zusammensetzen, so findet man: dass sich die Spannungen der Seilstücke durch Gerade darstellen lassen

die einen Punkt o mit den Ecken des Kräftepolygons verbinden. Man nennt den Punkt o den Pol und die von diesem nach den Ecken des Kräftepolygons gezogenen Geraden die Strahlen.

Jede Seite eines Seilpolygons liegt in der Richtung der Resultirenden von den dieser Seite vorausgehenden Kräften; so ist in dem zu den Kräften P_1 bis P_5 construirten Seilpolygone Fig. 10 die Gerade ab die Richtung der Mittelkraft von P_1 und P_2 , ebenso bezeichnet die Linie bc die Richtung der Resultirenden von P_1, P_2 und P_3 und cd die Richtung der Mittelkraft von P_1 bis P_5 . Kehrt man die in Fig. 10 angegebene Pfeilrichtung von $R_1 = ae$ um, so hält offenbar R_1 den Kräften P_1 und P_2 das Gleichgewicht. Ebenso befindet sich R_2 mit P_1 bis P_3 , ferner R_3 mit P_1 bis P_4 , sowie R_4 mit P_1 bis P_5 im Gleichgewicht, wenn die Pfeilrichtung von R_2, R_3 und R_4 umgekehrt wird.

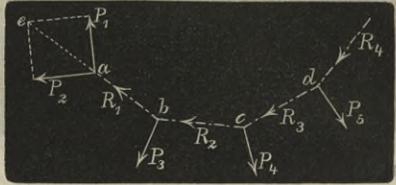


Fig. 10.

Denkt man das Polygonstück ad aus Fig. 10 herausgeschnitten, so kann man für P_1 und P_2 deren Resultirende R_1 nehmen, und dann muss nach Fig. 11 und dem Vorstehenden R_1, P_3 und P_4 mit R_3 im Gleichgewichte sein. Setzt man nun auch statt P_3 und P_4 deren Mittelkraft R_2 , so müssen sich auch R_1, R_2 und R_3 im Gleichgewicht befinden, sie müssen sich also in dem Punkte m schneiden. Den Schnittpunkt m der beiden Polygonseiten, welche die Kräfte P_3 und P_4 einschliessen und durch den deren Resultirende geht, nennt man den Mittelpunkt (Schwerpunkt) dieser Kräfte. Nach dem Vorstehenden müssen auch die Kräfte R_4 und P_1 , Fig. 10, im Gleichgewicht sein, und P_1 ist als Seite des Seilpolygons aufzufassen, wenn die Pfeilrichtung von R_4 umgekehrt wird. Aus dem Obigen folgt der Satz: Die Resultirende R aller Kräfte, die zwischen zwei Seiten des Seilpolygons wirken, geht durch den Schnittpunkt der Verlängerungen dieser Seiten.

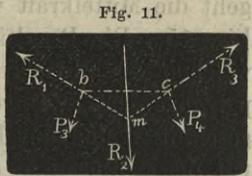


Fig. 11.

In dem Seilpolygon Fig. 12 muss also die Resultirende R , welche den Kräften P_1 bis P_4 das Gleichgewicht hält, durch den Schnittpunkt m der Verlängerungen der Polygonseiten a und b gehen. Setzt man das

Kräftepolygon Fig. 13 aus den an dem Seilpolygon Fig. 12 im Gleichgewicht befindlichen Kräften P_1 bis P_7 zusammen, so müssen sämtliche Kräfte ein geschlossenes Polygon bilden und gleiche Pfeilrichtung haben; da nun auch die Resultante R mit den Kräften P_1 bis P_4 im Gleichgewicht ist, so muss auch die Mittelkraft R mit den Kräften P_1 bis P_4 ein geschlossenes Polygon bilden. Diese Resultirende R wird daher im Kräftepolygon Fig. 13 der Grösse und Richtung nach durch die Diagonale R dargestellt.

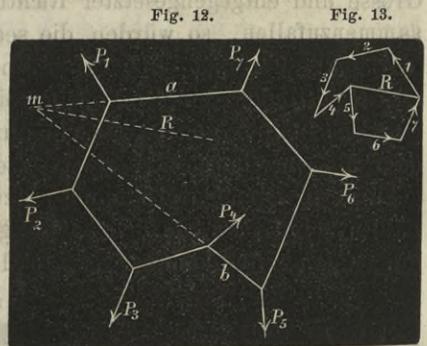


Fig. 12.

Fig. 13.

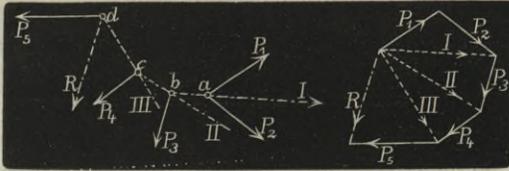
Mehrere in einer Ebene wirkende Kräfte sind nur dann im Gleichgewicht, wenn sich dieselben nach Grösse und Richtung zu einem geschlossenen Polygon vereinigen lassen und wenn ausserdem sich zwischen ihren Richtungen ein entsprechendes Seilpolygon construire lässt. Nur durch Erfüllung dieser beiden Bedingungen ist jede Kraft gleich und entgegengesetzt der Resultirenden aller übrigen Kräfte, so dass eine

Verschiebung unmöglich ist, und es fällt jede Kraft mit der Resultirenden der übrigen Kräfte in eine und dieselbe Gerade, so dass eine Drehung unmöglich wird.

Sind z. B. in Fig. 14 die beliebig in einer Ebene wirkenden Kräfte P_1 bis P_5 gegeben, so kann man diese zu dem Kräftepolygon Fig. 15 zusammensetzen. Da nun

Fig. 14.

Fig. 15.



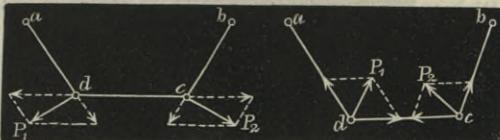
das Polygon durch die Kräfte P_1 bis P_5 nicht geschlossen ist, so sind dieselben auch nicht im Gleichgewicht. Die Schlusslinie R des Polygons stellt die Gesamtresultirende von den Kräften P_1 bis P_5 nach Grösse und Richtung dar, während die einzelnen Resultanten durch die Diagonalen des Polygons der Grösse und Richtung nach gegeben sind. Das Seilpolygon $abcd$, Fig. 14, lässt sich nun mit Hilfe des Kräftepolygons Fig. 15 leicht construiren. Man zieht nämlich durch den Schnittpunkt der Kräfte P_1 und P_2 deren Resultirende I parallel mit der Diagonalen I des Kräftepolygons Fig. 15, die Verlängerung dieser Resultirenden giebt die Seite ab des Seilpolygons. Im Punkte b schneidet die Richtung der Resultirenden I die Kraft P_3 , durch diesen Schnittpunkt geht die Mittelkraft von I und P_3 parallel mit der Diagonalen II des Kräftepolygons Fig. 15. Die Resultirende II verlängert, schneidet die Kraft P_4 im Punkte c , durch welchen die Mittelkraft von II und P_4 parallel mit der Diagonalen III des Kräftepolygons geht. Durch die Verlängerung von III wird die Kraft P_5 im Punkte d geschnitten und durch diesen Punkt geht endlich die Gesamtresultirende R parallel mit der Schlusslinie des Kräftepolygons.

Erhält nun R die entgegengesetzte Pfeilrichtung von der in Fig. 14 und 15 angegebenen, so halten sich sämtliche Kräfte an dem Seilpolygone $abcd$ im Gleichgewicht, denn dieselben sind zu einem geschlossenen Polygon vereinigt, haben in demselben gleiche Pfeilrichtung und zwischen ihren Richtungen lässt sich ein entsprechendes Seilpolygon construiren; die beiden obigen Bedingungen sind also erfüllt. Wenn sich demnach Kräfte nicht im Gleichgewicht befinden, so kann dieses immer durch die umgekehrte Mittelkraft R hergestellt werden. Würde aber in Fig. 14 zu den Kräften P_1 bis P_5 noch eine Kraft P_6 hinzugefügt, die mit R parallel, von gleicher Grösse und entgegengesetzter Richtung wäre, ohne aber ihrer Lage nach mit R zusammenzufallen, so würden die sechs Kräfte, nach Grösse und Richtung aneinander getragen, allerdings ein geschlossenes Polygon bilden, im Seilpolygon aber würde sich als Resultirendes ein Kräftepaar zeigen, daher kein Gleichgewicht stattfinden.

Das Seilpolygon ist als ein durch äussere Kräfte gespanntes, völlig biegsames Seil oder als eine durch äussere Kräfte in ihren Eck- oder Knotenpunkten angegriffene gegliederte Stangenverbindung aufzufassen und die in den Stangen wirkenden innern Kräfte nennt man die Seilspannungen. Da nun die äussern Kräfte der Stangenverbindung so angreifen können, dass in den Stangen Zugspannung, oder aber Druckspannung entsteht, ein biegsames Seil aber Druckspannung nicht aufnehmen kann, so nennt man das Seilpolygon, wenn die Stangen gedrückt werden, eine Stützlinie; diese kommt namentlich bei Gewölben vor. Man erkennt ob Zug- oder Druckspannung in den Polygonseiten herrscht, wenn man die in den Knotenpunkten angreifenden äussern Kräfte in Componenten zerlegt, die sich unmittelbar an die Polygonseiten anschliessen

Fig. 16.

Fig. 17.



den Polygonseiten herrscht, wenn man die in den Knotenpunkten angreifenden äussern Kräfte in Componenten zerlegt, die sich unmittelbar an die Polygonseiten anschliessen

und mit deren Richtung zusammenfallen. Denkt man die in Fig. 16 und 17 dargestellten Polygone in den Punkten a und b befestigt und in den Knotenpunkten c und d der Einwirkung der äussern Kräfte P_1 und P_2 ausgesetzt, so muss offenbar in den Stangen von Fig. 16 Zugspannung, in den Stangen von Fig. 17 aber Druckspannung entstehen. Die Grösse der Spannung in der Stange cd ist durch die Componente der Kraft P_1 oder P_2 gegeben, die mit der Richtung von cd zusammenfällt.

c. Parallele Kräfte. Wenn äussere Kräfte parallel wirken, wie dies bei Trägern meist der Fall ist, so geht das Kräftepolygon in eine gerade Linie über und das Seilpolygon ist ohne Weiteres nicht ausführbar, weil man nicht zwei von den Kräften bis zu ihrem Durchschnittspunkte verlängern kann. Nach Fig. 18 wird aber auch für diese Fälle die Construction des Seilpolygons in einfacher Weise ermöglicht, wenn man zu den parallelen Kräften zwei in derselben Geraden wirkende, sich völlig aufhebende Kräfte H hinzufügt. Ist nun z. B. ein auf zwei Stützen liegender Träger in gleich grossen Abständen von den beiden Auflagern nach Fig. 18 durch die gleich grossen Kräfte P_1 bis P_3 belastet, so halten die Gegendrücke der Auflager, die Auflagerreactionen R_1 und R_2 , die Kräfte P_1 bis P_3 im Gleichgewicht, und es ist:

$$R_1 + R_2 = P_1 + P_2 + P_3.$$

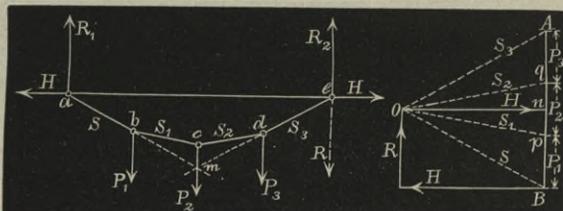
Setzt man nun die gegebenen drei letzteren Kräfte zu der Kraftlinie AB , Fig. 19, zusammen, halbirt diese Linie und trägt an den Halbierungspunkt n die beliebig grosse horizontale Kraft H , ebenso an den Punkt B die entgegengesetzt wirkende Kraft H an, so erhält man durch Schliessung dieses Vierecks offenbar die Resultirende R der Grösse nach, die in diesem Falle die Reaction jedes Auflagers darstellt.

Bei der Construction des Seilpolygons kann man nach Fig. 18 im Punkte a , wo sich die Kräfte R_1 und H schneiden, beginnen. Zieht man durch a eine Parallele zu der Diagonalen OB im Kräftepolygon Fig. 19, so wird die Kraft P_1 von dieser Linie im Punkte b geschnitten, durch diesen Schnittpunkt zieht man eine Parallele zu Op , die P_2 im Punkte c schneidet; durch diesen Punkt eine Parallele zu Oq , die P_3 im Punkte d schneidet; durch diesen Punkt endlich eine Parallele zu OA , welche die Kraft H im Punkte e schneidet. Greift in diesem Punkte die Resultirende R in umgekehrter Pfeilrichtung an, so befinden sich sämtliche Kräfte an dem Seilpolygon $abcde$ im Gleichgewichte. Verlängert man die Seiten ab und de des Seilpolygons bis sie sich schneiden, so erhält man in dem Schnittpunkte m den Mittelpunkt der Kräfte P_1 bis P_3 ; eine Kraft $= AB$, Fig. 19, in entgegengesetzter Richtung durch diesen Punkt gehend, würde P_1 bis P_3 im Gleichgewichte halten. Die Spannungen $S, S_1, S_2 \dots$ in den einzelnen Seilstücken des Seilpolygons sind direct durch die vom Pol O im Kräftepolygon Fig. 19 ausgehenden Strahlen $Op, Oq \dots$ gegeben, indem diese die einzelnen Resultirenden der Kräfte nach Grösse und Richtung darstellen. Die Spannung in dem horizontalen Seilstück ae , die Horizontalspannung, ist gleich H , das ist gleich dem normalen Abstände des Poles O von der Kraftlinie AB , oder gleich der Poldistanz.

Die Lage des Poles O kann eine beliebige sein, da sich das Seilpolygon immer nach den von O aus an die Kraftlinie gezogenen Strahlen richtet. Man kann das Kräftepolygon Fig. 19, welches als Hülfsfigur für die Construction des Seilpolygons

Fig. 18.

Fig. 19.



benutzt wird, auch aus Fig. 2 entstanden denken, indem nach Fig. 8 jede Kraft z. B. P_2 mit den Seilspannungen S_1 und S_2 der zwei benachbarten Polygonseiten ein Parallelogramm der Kräfte bildet. Nach Fig. 2 lassen sich nun diese drei Kräfte aneinander tragen und bilden ein Dreieck; aus Fig. 1 erhellt dann, dass die Lage des Poles für eine gegebene Mittelkraft eine ganz beliebige sein kann. Ist jedoch die Richtung einer Seilspannung gegeben, so ist damit auch die Lage des Poles O bestimmt. Das Seilpolygon entsteht also, indem man die Seiten desselben zu den entsprechenden Richtungen der Seilspannungen in der Hilfsfigur 19 parallel zieht.

§ 2. Bestimmung der Auflagerdrücke und der Biegemomente bei Trägern auf zwei Stützen.

Um zuerst die Auflagerdrücke bei Trägern auf zwei Stützen zu ermitteln, setzt man die nach Fig. 21 auf den Träger einwirkenden Lasten P_1 bis P_4 zu einer Resultirenden AB , Fig. 20, von A nach B in der Reihenfolge zusammen und zieht von einem beliebig angenommenen Pol O aus die Strahlen an die Endpunkte der einzelnen Kräfte P ; mit diesen Strahlen parallel zieht man nun die einzelnen Seiten des unter

Fig. 20.

Fig. 21.

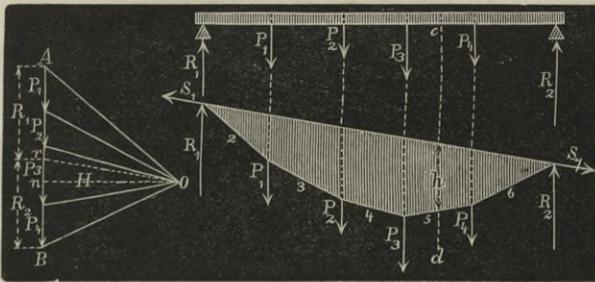


Fig. 21 gezeichneten Seilpolygons. Die mit OA und OB parallel gezogenen Seiten des Seilpolygons schneiden die Mittellinien der Auflager und durch diese Schnittpunkte zieht man die Schlusslinie S_1, S_7 des Seilpolygons. Mit dieser Schlusslinie parallel zieht man hierauf im Kräftepolygon Fig. 20 vom Pol O aus die Linie Or , wodurch die Kraftlinie AB in

zwei Theile getheilt wird, welche beiden Theile die Reactionen R_1 und R_2 der Auflager der Grösse nach darstellen. Die Linie Or im Kräftepolygon, Fig. 20, giebt zugleich die Seilspannung $S_1 = S_7$ in der Schlusslinie des Seilpolygons, während die horizontalen Componenten H dieser beiden im Gleichgewicht befindlichen Kräfte durch die Poldistanz On , das ist der horizontale Abstand des Poles O von der Kraftlinie AB , dargestellt wird.

Das durch die Belastungen hervorgerufene Angriffs- oder Biegemoment M in irgend einem Querschnitt des Trägers ist proportional der verticalen Höhe des Seilpolygons. Bezeichnet h diese Höhe an irgend einer beliebigen Stelle des Seilpolygons und H die Horizontalspannung oder die Poldistanz des Kräftepolygons, so ist:

$$M = H \cdot h \dots \dots \dots (1)$$

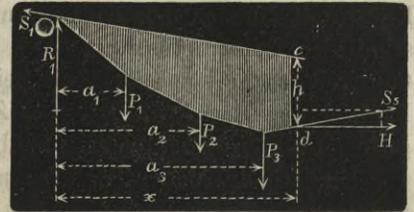
Führt man z. B. den Verticalschnitt cd , Fig. 21, durch den Träger und durch das Seilpolygon, so wird für den Trägerquerschnitt an dieser Stelle, nach den Bezeichnungen in Fig. 22, das Biegemoment:

$$M = R_1 \cdot x - P_1(x - a_1) - P_2(x - a_2) - P_3(x - a_3) \dots (2)$$

Die Kräfte, welche auf das im Gleichgewicht befindliche abgeschnittene Seilpolygonstück Fig. 22 wirken, bestehen aus den Verticalkräften R_1, P_1, P_2, P_3 und aus

den beiden Seilspannungen S_1 und S_5 . Da nun die Summe der statischen Momente dieser Kräfte für irgend einen Punkt des im Gleichgewicht befindlichen Seiles gleich Null sein muss, wenn das Gleichgewicht erhalten bleiben soll, so hat man, nachdem die Seilspannung S_5 im Schnittpunkte d in eine verticale Componente und in eine horizontale Componente H zerlegt ist, für den Punkt c als Drehpunkt die Momentengleichung:

Fig. 22.



$$0 = -H \cdot h + R_1 \cdot x - P_1 (x - a_1) - P_2 (x - a_2) - P_3 (x - a_3),$$

hieraus folgt:

$$H \cdot h = R_1 \cdot x - P_1 (x - a_1) - P_2 (x - a_2) - P_3 (x - a_3) \dots (3)$$

Die Gleichungen (2) und (3) ergeben daher die Formel (1), wonach $M = H \cdot h$ ist. Macht man die Poldistanz $H =$ der Kräfteinheit, so wird:

$$M = h \dots (4)$$

und in diesem Falle ist das Biegemoment für jeden Trägerquerschnitt direct durch die verticale Höhe h des Seilpolygons dargestellt. Hierbei ist H als Kraft auf dem angewendeten Kräftenmaassstab, h auf dem angewendeten Längenmaassstab zu messen.

§ 3. Zerlegung und Gleichgewicht von Kräften, die in einer Ebene wirken.

Ist eine Kraft $P = Oa$ in Fig. 23 gegeben und soll dieselbe in zwei Componenten S_1 und S_2 nach gegebenen Richtungen zerlegt werden, so kann man dies durch Construction des Kräfteparallelogramms ausführen. Einfacher ist es jedoch, wenn man die Kraft P nach Fig. 24 der Grösse und Richtung nach aufzeichnet und an deren Endpunkte die Seitenkräfte Ob und Oc der Richtung nach anträgt; diese beiden Kräfte S_1 und S_2 schneiden sich dann gegenseitig ab, wodurch deren Grösse bestimmt ist. In Fig. 23 würde P mit der angegebenen Pfeilrichtung allein dieselbe Wirkung auf den Punkt O ausüben, wie die beiden Seitenkräfte S_1 und S_2 zusammen, mit der umgekehrten Pfeilrichtung aber hält P die beiden Seitenkräfte im Gleichgewichte, wie dies in Fig. 24 der Fall ist, wo alle drei Kräfte gleiche Pfeilrichtung haben und sich daher im Gleichgewichte befinden.

Fig. 23.

Fig. 24.

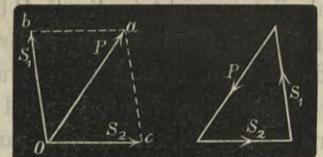
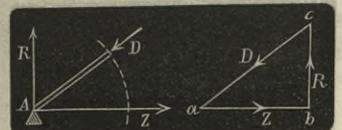


Fig. 25.

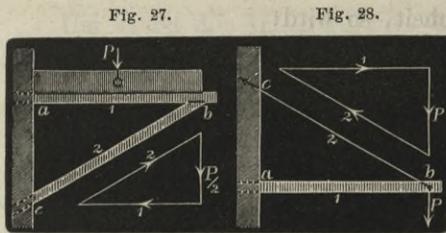
Fig. 26. |



Eine geneigte Strebe D sei nach Fig. 25 mit der horizontalen Zugstange Z fest verbunden und der Verbindungspunkt dieser beiden Constructionstheile werde von dem Auflager A unterstützt. Ist nun die Auflagerreaction R bekannt und sollen die innern Kräfte D und Z ermittelt werden, so zeichnet man in dem Kräfteplan Fig. 26 die verticale Kraft $R = \overline{bc}$ der Grösse nach auf, zieht durch deren Endpunkt b eine Parallele zu Z und durch den Endpunkt c eine Parallele zu D , Fig. 25. Die beiden Kräfte D und Z sind nun durch das Kräftedreieck abc , Fig. 26, bestimmt. Es ist die Kraft $Z = \overline{ab}$, Kraft $D = \overline{ac}$. Die Pfeilrichtung in dem Kräftedreieck Fig. 26 ist durch die aufwärts wirkende Auflagerreaction R bestimmt und alle Kräfte in diesem

Dreieck müssen gleiche Pfeilrichtung haben, wenn Gleichgewicht stattfinden soll. Um nun unterscheiden zu können, ob eine Kraft Zug oder Druck darstellt, setze man die Kräfte mit der aus dem Kräfteplan Fig. 26 entnommenen Pfeilrichtung an die durchschnittenen Construction Fig. 25. Ist dann die Kraft gegen den durchschnittenen Constructionstheil gerichtet, wie bei D , so ist dieselbe eine Druckkraft, wenn aber die Pfeilrichtung der Kraft wie bei Z von dem durchschnittenen Constructionstheil abgerichtet ist, so ist dieselbe offenbar eine Zugkraft.

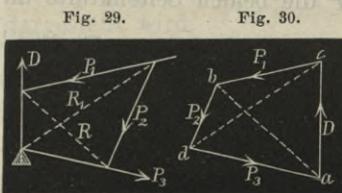
Einseitig in Mauern eingespannte Träger, wie solche namentlich unter Balkons und Gallerien vorkommen, werden an dem freien Ende häufig von unten nach Fig. 27 durch eine Strebe unterstützt, oder sie werden an ein geneigtes Zugband nach Fig. 28 aufgehängt. Wenn eine Last P auf einen solchen Träger ab , Fig. 27, gleichmässig vertheilt ist, kann man dieselbe in ihrem Schwerpunkte angreifend denken; der Hebelarm dieser Last ist dann nur halb so gross, als wenn dieselbe in dem Punkte b



angreift, oder man kann in diesem Falle im Punkte b die Last $P/2$ abwärts wirkend annehmen. Trägt man nun diese verticale Kraft $P/2$ unter Fig. 27 der Grösse nach auf und zieht durch die Endpunkte derselben Parallelen mit ab und bc , so sind durch das Kräfte-dreieck die Kräfte 1 und 2 bestimmt, wobei deren Pfeilrichtung durch die abwärts gerichtete Kraft $P/2$ gegeben ist. Man erkennt nun sofort, wenn man durch Fig. 27 einen Verticalschnitt führt und die Kräfte mit ihrer Pfeilrichtung an die durchschnittenen Constructionstheile ansetzt, dass die Kraft 1 eine Zug- und die Kraft 2 eine Druckkraft ist.

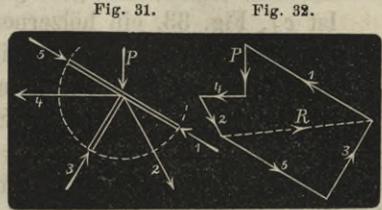
In Fig. 28 wirkt die ganze Kraft P im Punkte b abwärts, diese der Grösse nach aufgetragen und durch ihre Endpunkte die Linien 1 und 2 mit ab und bc parallel gezogen, ergibt das Kräfte-dreieck, in dem die Pfeilrichtung der Kräfte durch die abwärts gerichtete Kraft P bestimmt ist. Durch Führung eines Verticalschnittes durch die Construction und Anbringung der Kräfte 1 und 2 an das abgeschnittene Stück findet man, dass 1 eine Druckkraft, 2 aber eine Zugkraft darstellt.

Soll eine Kraft in drei Richtungen zerlegt werden, so ist dies in einfacher Weise mit voller Bestimmtheit ausführbar; wenn aber eine Kraft in mehr als drei Richtungen zerlegt werden soll, so wird die Aufgabe schon unbestimmt. Der Auflagerdruck D , Fig. 29, soll in die drei Richtungen P_1 , P_2 und P_3 zerlegt werden. Zieht man zunächst in Fig. 29 die Diagonalen R , sowie R_1 ,



zeichnet dann die gegebene verticale Kraft D in dem Kräfteplan Fig. 30 der Grösse nach auf und zerlegt diese vorläufig in die Richtung von P_1 und in die Richtung von ab parallel zur Diagonalen R , so schneidet die Linie ab die Kraft P_1 der Grösse nach ab und ab ist die Resultirende der Kräfte P_2 und P_3 ; man kann nun also ab in die Richtungen von P_2 und P_3 zerlegen, wodurch diese Kräfte sofort bestimmt sind. Man hätte auch D in die Richtungen von P_3 und R_1 zerlegen können, dann wäre die Linie cd im Kräfteplan Fig. 30 die Resultirende der Kräfte P_1 und P_2 , und man könnte cd einfach in diese beiden Richtungen zerlegen. Die Pfeilrichtung der Kräfte in dem Kräfteviereck Fig. 30 ist durch den aufwärts wirkenden Auflagerdruck D gegeben. Man erkennt leicht durch Befolgung der oben gegebenen Regel, dass P_1 und P_2 Druckkräfte sind, während P_3 eine Zugkraft ist.

Wird ein Knotenpunkt einer beliebigen fachwerkartig zusammengesetzten Construction nach Fig. 31 durch eine äussere Kraft P belastet und soll das Fachwerk unter der Einwirkung dieser Belastung im Gleichgewicht bleiben, so müssen die inneren Kräfte der Construction der äusseren Kraft das Gleichgewicht halten, daher müssen die inneren Kräfte mit der äusseren Kraft zusammen ein geschlossenes Polygon bilden, wenn sämtliche Kräfte zusammengesetzt werden. Sind nun z. B. bei dem herausgeschnittenen Knotenpunkt Fig. 31 die Kräfte P , 1, 2 und 4 bereits bekannt, 3 und 5 aber unbekannt, so kann man die ersteren Kräfte zu der Resultirenden R zusammensetzen, die diesen Kräften das Gleichgewicht hält, daher im Kräfteplan, Fig. 32, mit ihnen ein geschlossenes Polygon bilden muss. Die Resultirende R kann nun leicht in die beiden unbekanntenen Kräfte 3 und 5 zerlegt werden, wenn man ihre Richtungen mit den Constructionstheilen 3 und 5, Fig. 31, parallel zieht; beide Kräfte schneiden sich im Kräfteplan dann gegenseitig ab, wodurch ihre Grösse genau bestimmt ist. Die abwärts wirkende Kraft P giebt in dem Kräfteplan Fig. 32 die Pfeilrichtung der übrigen Kräfte. Setzt man nun die Kräfte mit ihrer Pfeilrichtung an die durchschnittenen Constructionstheile des Knotenpunktes, Fig. 31, so zeigt sich, dass 1, 3 und 5 Druckkräfte, 2 und 4 aber Zugkräfte sind.



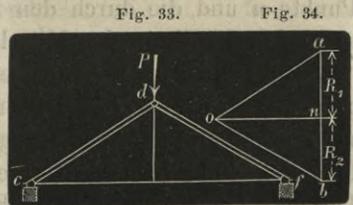
Wird ein Knotenpunkt einer beliebigen fachwerkartig zusammengesetzten Construction nach Fig. 31 durch eine äussere Kraft P belastet und soll das Fachwerk unter der Einwirkung dieser Belastung im Gleichgewicht bleiben, so müssen die inneren Kräfte der Construction der äusseren Kraft das Gleichgewicht halten, daher müssen die inneren Kräfte mit der äusseren Kraft zusammen ein geschlossenes Polygon bilden, wenn sämtliche Kräfte zusammengesetzt werden. Sind nun z. B. bei dem herausgeschnittenen Knotenpunkt Fig. 31 die Kräfte P , 1, 2 und 4 bereits bekannt, 3 und 5 aber unbekannt, so kann man die ersteren Kräfte zu der Resultirenden R zusammensetzen, die diesen Kräften das Gleichgewicht hält, daher im Kräfteplan, Fig. 32, mit ihnen ein geschlossenes Polygon bilden muss. Die Resultirende R kann nun leicht in die beiden unbekanntenen Kräfte 3 und 5 zerlegt werden, wenn man ihre Richtungen mit den Constructionstheilen 3 und 5, Fig. 31, parallel zieht; beide Kräfte schneiden sich im Kräfteplan dann gegenseitig ab, wodurch ihre Grösse genau bestimmt ist. Die abwärts wirkende Kraft P giebt in dem Kräfteplan Fig. 32 die Pfeilrichtung der übrigen Kräfte. Setzt man nun die Kräfte mit ihrer Pfeilrichtung an die durchschnittenen Constructionstheile des Knotenpunktes, Fig. 31, so zeigt sich, dass 1, 3 und 5 Druckkräfte, 2 und 4 aber Zugkräfte sind.

Zweiter Abschnitt.

Kräftepläne verschiedener Hochbau-Constructionen.

§ 4. Kräftepläne von Hänge- und Sprengwerken.

Bei dem einfachen Hängewerk, Fig. 33, welches aus zwei Streben und aus dem Hängebalken oder anstatt dessen aus der horizontalen Zugstange cf besteht, lassen sich die Kräfte sehr einfach darstellen. Sind die Streben nach Fig. 33 an ihrem Kopfe durch die Kraft P belastet, so kann man den Linienzug $cdffc$ als Seilpolygon betrachten, und das zu diesem gehörige Kräftepolygon Fig. 34 stellt ohne Weiteres die in dem Hängewerk durch die äussere Kraft P hervorgerufenen Spannungen der Grösse nach dar. In Fig. 34 ist die Verticale ab gleich der Kraft P , der Strahl Oa ist die Pressung in der mit dieser Linie parallelen Strebe cd , der Strahl Ob die Pressung in der mit ihm parallelen Strebe df , während die von dem Pol O aus gezogene Horizontale On , nämlich die Poldistanz, die Spannung in der Zugstange cf darstellt. Diese Horizontale theilt die Belastung P oder die Linie ab in zwei Theile R_1 und R_2 , welche die Reactionen der Auflager c und f



sind. In der von d ausgehenden verticalen Hängestange kann bei der in Fig. 33 dargestellten Anordnung keine andere Spannung vorkommen, als diejenige, die das Gewicht der horizontalen Zugstange cf darin hervorruft.

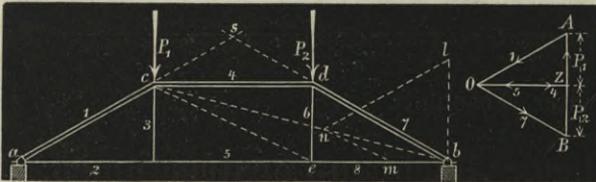
Ist cf , Fig. 33, ein hölzerner Hängebalken und ist Q eine über die ganze Länge des Balkens gleichförmig vertheilte Last, so kann man den Hängebalken an der von den Strebenköpfen d ausgehenden Hängestange aufhängen. Der Balken ist dann als continuirlicher Träger auf drei Stützen anzusehen, und die Mittelstütze, das ist die Hängestange, erhält eine Last $= \frac{5}{8} Q$, welche durch die Hängestange auf die Strebenköpfe übertragen wird. Zur Ermittlung der Spannungen in den Constructionstheilen des Hängewerks ist dann die Kraftlinie ab , Fig. 34, gleich $P + \frac{5}{8} Q$ zu machen. Das Biegemoment des Hängebalkens cf wird an der Aufhängungsstelle am grössten, und es ist $M = Q \frac{l}{32}$, wenn l die Entfernung der Stützpunkte von Mitte zu Mitte bezeichnet und der Balken in seiner Mitte aufgehängt ist. Hiernach muss der Querschnitt des Hängebalkens sowohl der Zugspannung On , Fig. 34, wie auch dem Biegemoment M zusammen entsprechen.

Ganz in der vorstehenden Weise findet man auch die Spannungen in dem doppelten Hängewerk, Fig. 35, wenn man wieder den Linienzug $acdb$ als Seilpolygon auffasst und in dem zugehörigen Kräftepolygon Fig. 36 von den Endpunkten der Kraftlinie AB die Strahlen nach dem Pol O parallel mit den Streben ac und bd zieht; diese beiden Strahlen geben dann direct die Maximaldruckkräfte 1 und 7 , die in den Streben auftreten können; die Poldistanz OZ des Kräftepolygons aber giebt die Druckspannung 4 in dem Spannriegel cd ,

wie auch die Zugspannung $2, 5, 8$ in der Zugstange oder in dem Hängebalken ab . Hierbei ist vorausgesetzt, dass $P_1 = P_2$ und dass die Endfelder des Hängewerks gleiche Weite haben. Nur wenn die Mittelkraft von P_1 und

Fig. 35.

Fig. 36.



P_2 durch den Schnittpunkt s der Verlängerungslinie der beiden Streben ac und bd geht, befindet sich das Hängewerk im Gleichgewicht, während bei einseitiger Belastung eine Verschiebung der Trapezform des Hängewerks eintreten würde; um dies zu verhindern, müsste man im mittleren Felde gekreuzte Streben anbringen. Ist nun das doppelte Hängewerk nur durch die Kraft P_1 einseitig belastet, so kann der Linienzug $acba$ als Seilpolygon angesehen werden. Wird dann die Grösse der Kraft P_1 von b nach l , Fig. 35, vertical aufgetragen und durch deren Endpunkt die Linie ln parallel zur Strebe ac gezogen, so schneidet diese Linie die Seite bc des Seilpolygons im Punkte n und die durch den Punkt n zur Mittelstrebe ce parallel gezogene Linie mn giebt den Druck in der Mittelstrebe ce .

Im Falle ab , Fig. 35, ein Hängebalken ist, der an den Stangen 3 und 6 aufgehängt wird, und Q eine über den ganzen Träger gleichmässig vertheilte Last bezeichnet, erhalten, falls das Hängewerk gleichweite Felder hat, die Stangen 3 und 6 je eine Belastung von $\frac{11}{30} Q$, welche bei c und d auf die Streben übertragen wird. Man hat für diesen Fall also im Kräftepolygon Fig. 36 die Kraftlinie $\overline{AB} = P_1 + P_2 + 2 \cdot \frac{11}{30} Q$ zu machen, um die Spannungen in dem Hängewerke zu ermitteln. Das Biegemoment des mit Q belasteten Hängebalkens erreicht seinen grössten Werth in den aufgehängten Punkten unter den Stangen 3 und 6 ; für diese Querschnitte ist

$M = Q \cdot \frac{l}{90}$, wenn l den Abstand der Auflager a und b bezeichnet. Der Balkenquerschnitt muss für das Moment M und für die in ihm herrschende Zugspannung berechnet werden.

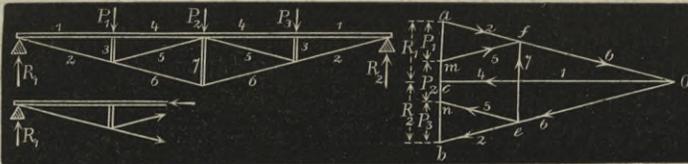
Für Sprengwerke und für vereinigte Hänge- und Sprengwerke werden die Kräftepläne in ganz ähnlicher Weise gebildet wie oben gezeigt wurde.

§ 5. Kräftepläne von armirten Trägern.

Auch bei den armirten Trägern gestalten sich die Kräftepläne sehr einfach. Denkt man bei dem durch drei Stützen armirten Träger Fig. 37 die Stützen 3 und die Zugstangen 5 weggelassen, so dass nur die mittlere Stütze 7 vorhanden ist, auf welche nun die Lasten P_1 bis P_3 vereinigt wirken, so kann man den Träger selbst als Seil-

Fig. 37.

Fig. 38.



polygon betrachten und das hierzu gehörige Kräftepolygon Fig. 38 setzt sich aus den Kräften P_1 bis P_3 zusammen. Die Linie ab giebt dann die Grösse des Druckes in der mittleren Stütze. Zieht man nun im Kräfteplan Fig. 38 von den Endpunkten a und b parallel mit den Zugstangen des Trägers die Strahlen Oa und Ob , so sind diese Strahlen die Zugspannungen in den beiden Zugstangenstücken des armirten Trägers, während die Poldistanz Oc die Horizontalspannung des Seilpolygons, also auch die Pressung in dem Streckbalken des armirten Trägers giebt.

Schaltet man nun noch in das Hauptssystem des armirten Trägers nach Fig. 37 die beiden Systeme zweiter Ordnung ein, so bleibt das Kräftepolygon Fig. 38 dasselbe, wie bei dem armirten Träger mit einer Stütze. Man hat nur noch, da der Druck auf die beiden äusseren Stützen offenbar gleich P_1 resp. P_3 ist, von den Endpunkten dieser Kräfte im Kräfteplan Fig. 38 parallel mit den inneren Zugstangen des armirten Trägers, Fig. 37, die Linien mf und ne zu ziehen und die Punkte f und e durch eine Gerade zu verbinden, wodurch dann alle Maximalspannungen die in den Constructionstheilen, Fig. 37, auftreten, bestimmt sind. Die Linie Oc giebt die Pressung in dem Streckbalken, die Linie Oa oder Ob die Spannung in dem mit 2 bezeichneten Zugstangenstücke, die Linie Oe oder Of die Zugkraft in dem Stangenstücke 6, en oder fm die Zugkraft in der inneren Zugstange 5 und endlich die Linie ef die Druckspannung in der Mittelstütze 7.

Die Richtung der Kräfte im Kräfteplan Fig. 38 ist durch die nach oben wirkenden Auflagerreactionen gegeben, und sämtliche Kräfte müssen, wenn sie im Gleichgewicht sein sollen, in jedem Kräftepolygon einerlei peripherische Richtung haben. Hiernach ist, wie bereits erwähnt, leicht zu beurtheilen, ob irgend eine Kraft des Kräfteplans Zug- oder Druckkraft ist. Führt man einen Schnitt an irgend einer beliebigen Stelle durch den Träger, z. B. wie unter Fig. 37 gezeichnet, und setzt die Pfeilrichtung der Kräfte aus dem Kräfteplan an die Constructionstheile, so wird der Constructionstheil auf Druck beansprucht, gegen den der Pfeil gerichtet ist, auf Zug

aber wird ein Constructionstheil in Anspruch genommen, wenn der Pfeil von ihm abweist.

Ist ein Träger nur durch zwei Stützen armirt, wie in Fig. 39, so muss, wenn die Stützen vertical stehen, im mittleren Felde ein Zugstangenkreuz angebracht werden,

Fig. 39.

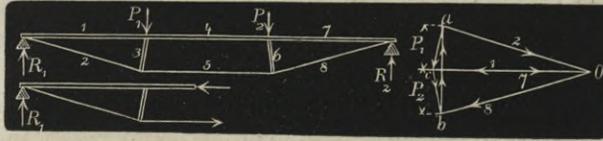


Fig. 40.

damit bei einseitiger Belastung des Trägers keine Verschiebung der Stützen vorkommen kann. Um diese mittleren Zugstangen weglassen zu können, stellt man die Stützen etwas schräg wie in

Fig. 39, und zwar in die Linie, die den Winkel halbirt, den die Zugstangenstücke bilden. Die Zugkräfte in den Stangen 2 und 8 sind im Kräfteplan Fig. 40 durch die Strahlen Oa und Ob der Grösse nach dargestellt. Die Linien ac und bc geben die Druckkräfte in den Stützen 3 und 6. Die Poldistanz giebt die Pressung in den Fächern 1 und 7 des Streckbalkens, während die Pressung in dem mittleren Fache 4 und die Zugkraft in dem mittleren Zugstangentheil 5 durch die Linie Oc dargestellt ist.

Rühren die auf einen armirten Träger einwirkenden äusseren Kräfte P von einer über die ganze Länge des Trägers gleichförmig vertheilten Last Q her und setzt man gleichweite Fachtheilung voraus, so erhält bei dem Träger mit einer Stütze diese letztere den Druck $P = \frac{5}{8} Q$, bei Trägern mit zwei Stützen nach Fig. 39 ist $P_1 = P_2 = \frac{11}{30} Q$, bei Trägern mit drei Stützen nach Fig. 37 ist $P_1 = P_3 = \frac{32}{112} Q$, und $P_2 = \frac{26}{112} Q$. Bei Einschaltung weiterer Zwischensysteme kann man die Drücke für alle Stützen gleich gross annehmen, also Q durch die Anzahl der Felder des Trägers dividiren.

Das grösste durch die gleichmässig vertheilte Last Q in dem Streckbalken eines armirten Trägers hervorgerufene Biegemoment M ist, wenn l die Trägerlänge oder den Abstand der Auflagermitten bezeichnet, für den Träger mit einer Stütze $M = Q \frac{l}{32}$, für den Träger mit zwei Stützen $M = Q \frac{l}{90}$ und für den Träger mit drei Stützen $M = \frac{3}{448} Q \cdot l$, wobei der Bruchquerschnitt immer über der ersten Stütze vom Auflager liegt. Der Streckbalken muss demnach für das Biegemoment M und für die Pressung, welche die Zugstange erzeugt, berechnet werden. (Vergl. *Handbuch der Holz- und Holzeisen-Constructionen des Hochbaues von L. Klason*, S. 68.)

§ 6. Kräftepläne von Dachbindern (Blatt 1 und 2).

Die Totalbelastung der Dächer besteht:

- aus der Belastung durch das Eigengewicht der Construction;
- aus dem Gewichte der Schneeschicht, die sich auf ein Dach ablagern kann;
- aus dem grössten Drucke, den der Sturm auf ein Dach ausübt.

Das Eigengewicht der Dachconstruction setzt sich zusammen aus dem Gewicht der Dachbinder, der Fetten und Sparren, der Bretterschalung oder Lattung und des Dachdeckungsmaterials; es muss also bei Anwendung verschieden schwerer Dachdeckungsmaterialien verschieden ausfallen. Man kann als Eigengewicht p pro \square^m geneigter Dachfläche annehmen, für:

das Holzcementdach	$p = 120$ bis 140	Kilogramm,
das Doppel- und Kronenziegeldach	$p = 110$ „ 120	„
das einfache Ziegeldach	$p = 90$ „ 100	„
das gewöhnliche Schieferdach	$p = 75$ „ 80	„
Schiefer auf Winkeleisen	$p = 50$ „ 55	„
das Zinkblechdach auf Schalung	$p = 40$ „ 45	„
das Theerpappdach	$p = 30$ „ 35	„
Wellenblech auf Winkeleisen	$p = 25$ „ 30	„

Erfahrungsmässig erreicht die sich auf ein Dach ablagernde Schneeschicht etwa 55^{cm} Höhe, doch kommen in rauhen Gebirgsgegenden auch Ablagerungen bis zu 2^m Höhe vor. Der Schnee ist ca. 8mal leichter als Wasser und 1kb^m Wasser wiegt 1000 Kilogr., daher ist das Gewicht g der 55^{cm} hohen Schneeschicht pro \square^m :

$$g = 0,55 \frac{1000}{8} = 68,8 = \text{rot. } 70 \text{ Kilogr.} \quad (5)$$

Für ein Satteldach, Fig. 41, sei die Gebäudetiefe $t = 1$ gesetzt, dann ist nach vielfach gemachten Erfahrungen die zweckmässigste Höhe h des Daches:

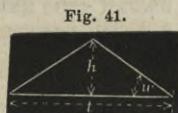


Fig. 41.

beim Holzcementdach $h = \frac{1}{32}$, oder der Neigungswinkel $w = 3\frac{1}{2}$ Grad,
„ Pappdach . . $h = \frac{1}{10}$ „ „ „ $w = 11\frac{1}{2}$ „
„ Blechdach . . $h = \frac{1}{6}$ „ „ „ $w = 18$ „
„ Schieferdach . $h = \frac{1}{4}$ „ „ „ $w = 26\frac{1}{2}$ „
„ Ziegeldach $h = \frac{3}{8}$ bis $\frac{2}{5}$ „ „ „ $w = 36$ bis $38\frac{1}{2}$ Grad.

Der Winddruck wird bei Berechnung der Dachconstructions gewöhnlich auch als gleichförmig vertheilte verticale Belastung angenommen. Bezeichnet:

d den Druck des Windstosses gegen eine zur Windrichtung senkrecht gerichtete ruhende Ebene und

v die Geschwindigkeit des Windes in Metern pro Secunde, so ist nach angestellten Beobachtungen annähernd:

$$d = 0,116 v^2 \text{ Kilogr. pro } \square^m \quad (6)$$

Es ist bei:

lebhaftem Winde	$v = 5^m$	leichtem Sturm	$v = 25^m$
sehr lebhaftem Winde	$v = 10^m$	starkem Sturm	$v = 30^m$
starkem Winde	$v = 15^m$	Orkan	$v = 40^m$
sehr starkem Winde	$v = 20^m$	stärkstem Orkan	$v = 48^m$

In Mitteleuropa ist jedoch in offener Gegend v selten grösser als 30^m, welche Windgeschwindigkeit bei Berechnung von Dachconstructions meistens zu Grunde gelegt wird; es scheint aber, dass v von localen Verhältnissen sehr abhängig ist, und dass unter Umständen auch in Mitteleuropa $v = 48^m$ werden kann.

Die in Fig. 42 durch einen Pfeil bei E angedeutete Richtung des Windes bildet mit der Horizontalen einen Winkel von 10 Grad 15 Minuten, wofür man 10° annimmt. Der Windstoss trifft daher die unter dem Winkel w geneigte Dachfläche AC unter dem spitzen Winkel von $w + 10$ Grad. Denkt man die Ebene AB rechtwinklig zur Windrichtung und die Linie BC parallel mit dieser Richtung, so ist der auf die Dachfläche AC von der Tiefe = 1 wirkende

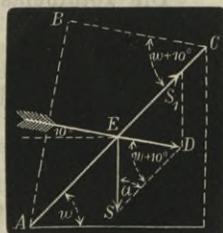


Fig. 42.

Winddruck = $d \cdot \overline{AB}$. Da nun $\frac{AB}{AC} = \sin(w + 10^\circ)$, oder $\overline{AB} = \overline{AC} \cdot \sin(w + 10^\circ)$ ist, so wird $d \cdot AB = d \cdot \overline{AC} \cdot \sin(w + 10^\circ)$. Auf der Flächeneinheit, d. h. pro \square^m ist der Winddruck auf der Dachfläche AC daher:

$$D = \frac{d \cdot \overline{AC} \cdot \sin(w + 10^\circ)}{AC} = d \cdot \sin(w + 10^\circ) \dots \dots (7)$$

Den Winddruck D kann man nun zerlegen in eine verticale Componente S und ein Componente S_1 , die in der Richtung der Dachfläche wirkt; es verhalten sich dann:

$$D : S = \sin a : \sin(w + 10^\circ)$$

oder da $a = 90^\circ - w$, somit $\sin a = \cos w$ ist, so wird:

$$D : S = \cos w : \sin(w + 10^\circ);$$

hieraus ist:

$$\frac{S}{D} = \frac{\sin(w + 10^\circ)}{\cos w}, \text{ und } S = D \cdot \frac{\sin(w + 10^\circ)}{\cos w} \dots \dots (8)$$

Setzt man den Werth von D aus Formel (7) in (8) ein, so wird:

$$S = \frac{d \cdot \sin^2(w + 10^\circ)}{\cos w},$$

und wenn man hierin den Werth von d aus Formel (6) einsetzt, so erhält man:

$$S = \frac{0,116 \cdot v^2 \cdot \sin^2(w + 10^\circ)}{\cos w} \dots \dots (9)$$

Setzt man $v = 30^m$, so wird $0,116 v^2 = 104,4$, wofür man abgerundet 100 annehmen kann, und dann wird aus Formel (9):

$$S = 100 \frac{\sin^2(w + 10^\circ)}{\cos w} \dots \dots (10)$$

Die folgende Tabelle gibt S in Kilogr. für verschiedene Dachneigungen:

$w = 20^\circ,$	$25^\circ,$	$30^\circ,$	$35^\circ,$	$40^\circ,$	$45^\circ,$	$50^\circ;$
$S = 27,$	$36,$	$48,$	$61,$	$77,$	$95,$	116 Kilogr. pro \square^m .

Bei Dachneigungen unter 20° nimmt man S zweckmässig nicht kleiner als 25 Kilogr. pro \square^m Dachfläche. Es ist wohl nicht anzunehmen, dass die grösste Belastung durch Schnee mit der grössten Belastung durch Wind zusammentrifft; daher erscheint es zulässig, bei der Berechnung des Dachgerüstes die zufällige Last kleiner zu nehmen als obige Formeln ergeben. Bei flachen Dächern wird die Schneelast verhältnissmässig grösser sein als bei steilen Dächern, weil der Wind den Schnee von den steileren Dächern leichter wegweht als von den flacheren.

Die Totalbelastung eines Daches setzt sich also aus $p + g + S$ zusammen, und man bezieht diese am einfachsten auf die horizontale Grundfläche des Gebäudes, indem man die Belastung der Dachfläche durch $\cos w$ dividirt. Ist q die Totalbelastung pro \square^m Grundfläche, so hat man:

$$q = \frac{p + g + S}{\cos w} \dots \dots (11)$$

Unter Zugrundelegung der S. 13 angegebenen Dachneigungen kann man für die verschiedenen Dachdeckungen die folgenden Totalbelastungen pro \square^m Grundfläche annehmen:

für das Holzcementdach	$q = 215$ bis 235	Kilogr.
für das Doppel- und Kronenziegeldach	$q = 250$ „ 280 „	
für das einfache Ziegeldach	$q = 220$ „ 250 „	
für das gewöhnliche Schieferdach	$q = 200$ „ 210 „	
für Schiefer auf Winkeleisen	$q = 175$ „ 185 „	
für das Zinkblechdach auf Schalung	$q = 140$ „ 150 „	
für das Theerpappendach	$q = 130$ „ 150 „	
für Wellblech auf Winkeleisen	$q = 130$ „ 150 „	

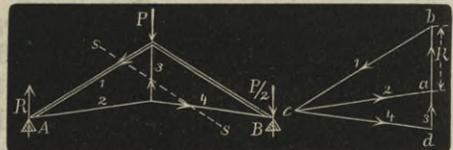
Das Dachgerüst wird gewöhnlich so construiert, dass einzelne Träger, Dachbinder, nach dem Princip fester, unverschiebbarer Dreiecke aus Streben und Zugstangen zusammengesetzt werden, welche die Last des Daches auf die stützenden Mauern übertragen, ohne auf diese einen Schub auszuüben. Solche Dachbinder stellt man in grösseren Entfernungen, ca. 4^m , von einander auf; sie tragen normal zu ihrer Richtung wieder Längenträger, welche zur Unterstützung der Sparren dienen, auf denen die Dacheindeckung befestigt wird; diese Längenträger nennt man Pfetten oder Fetten, und daher solche Dachwerke Fettendächer. Die Dachbinder mit den darüber liegenden Sparren heissen auch wohl Bundgespärre, die zwischen den Bindern auf den Fetten liegenden Sparren, wovon gewöhnlich drei zwischen zwei Bindern vorhanden sind, dagegen Leergespärre.

Der in Fig. 43 dargestellte, für Spannweiten bis etwa 7^m brauchbare Binder besteht aus zwei im First gegeneinander stossenden Streben, die von den Auflagern A und B getragen und am Fusse durch die Zugstange $2, 4$ zusammen gehalten werden. Diese letztere ist nicht horizontal angenommen, sondern sie steigt von den Strebenfüssen aus nach der Bindermitte an, wo sie mit der Hängestange 3 verbunden ist. Erhält nun jede Binderstrebe die Last P , so wird von jeder derselben $\frac{1}{2} P$ direct auf das Auflager und $\frac{1}{2} P$ auf den First übertragen. Darnach ist also die Firstbelastung $= P$, welche Last von der Stangenverbindung auf die Auflager übertragen werden muss. Der Gegendruck jedes Auflagers gegen die Binderstrebe ist somit $R = \frac{1}{2} P$.

Der Kräfteplan lässt sich nun in ähnlicher Weise construiren, wie für das einfache Hängewerk in Fig. 33; da aber der Binder, Fig. 43 aus zwei symmetrischen Hälften besteht, so braucht man offenbar nur die Kräfte der einen Binderhälfte darzustellen. Macht man also in dem Kräfteplan Fig. 44 die Kraftlinie ab gleich der Auflagerreaction $R = \frac{P}{2}$, zieht durch den Punkt b eine Parallele zu der mit 1 bezeichneten Strebe, Fig. 43, und durch den Punkt a eine Parallele zur Zugstange 2 , so schneiden sich diese beiden Kräfte im Pol, d. i. im Punkte c , wodurch ihre Grösse bestimmt ist. In der Strebe herrscht die Kraft $1 = bc$, in der Zugstange die Kraft $2 = ac$. Um nun noch die Kraft 3 in der vom First ausgehenden Stange zu bestimmen, verlängert man die Kraftlinie ba bis d und zieht durch den Punkt c eine Parallele zur Zugstangenrichtung 4 in der zweiten Binderhälfte. Die Kraft $3 = ad$ ist dann die in der Hängestange und die Kraft $4 = cd$ die in der unteren Zugstange vorkommende Spannung. Durch die aufwärtswirkende Kraft R ist die Pfeilrichtung der Kräfte im Kräfteplan Fig. 44 bestimmt; alle Kräfte müssen sowohl in dem Kräfte-dreieck abc , wie auch in dem Dreieck bcd gleiche peripherische Pfeilrichtung haben,

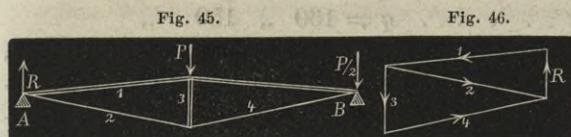
Fig. 43.

Fig. 44.



wenn Gleichgewicht stattfinden soll. Führt man den Schnitt ss , Fig. 43, durch den Binder und setzt die Kräfte mit der im Kräfteplan Fig. 44 angegebenen Pfeilrichtung an die durchschnittenen Constructionstheile, so findet man, dass 1 eine Druckkraft, 3, 4 und 2 aber Zugkräfte sind. Die gedrückten Constructionstheile sind, der besseren Uebersicht wegen, durch doppelte Linien bezeichnet.

Ein dem vorhergehenden ähnlicher Binder ist in Fig. 45 gegeben, nur ist das für Holzcement-Eindeckung angenommene Dach so gering geneigt, dass die untere Zugstange nach der Bindermitte zu durchhängen musste, um für den First, wo die Streben zusammenstossen, einen Stützpunkt zu gewinnen. Die Hängestange 3 in Fig. 43 wird



hier also zur Stütze. Der Kräfteplan Fig. 46 ist sehr einfach zu construiren. Man trägt nämlich wieder die Auflagerreaction $R = \frac{1}{2} P$ der Grösse und Richtung nach auf, zieht durch die Endpunkte dieser Kraft parallel mit der Binderstrebe 1 und mit der Zugstange 2 die Linien 1 und 2, welche sich gegenseitig schneiden. Durch den Schnittpunkt dieser Kräfte zieht man die Verticale 3 und durch den unteren Endpunkt der Kraft R eine Parallele zur Richtung der Zugstange 4 in der zweiten Binderhälfte, wodurch nun alle Kräfte der Grösse und Richtung nach bestimmt sind.

Die geometrische Form und die Kräfte der gebräuchlichsten Dachbinder sind auf Blatt 1 dargestellt. Für freitragende Dächer ist der aus zwei miteinander verbundenen armirten Trägern bestehende Binder (Fig. 1) sehr gut geeignet. Diese Binderform wurde zuerst von C. Polonceau für die Dächer der Stationsgebäude an der Eisenbahn zwischen Paris und Versailles angewendet. Bei dem Dache (Fig. 1, Blatt 1) wurde Zinkblecheindeckung und eine Binderweite von 4^m angenommen. Als Totalbelastung kann man dann 150 Kilogr. pro □^m Grundfläche in Rechnung bringen, wonach jeder Binder $10 \cdot 4 \cdot 150 = 6000$ Kilogr. Belastung erhält. Nimmt man an, diese Last vertheile sich gleichmässig auf die Knotenpunkte des Binders, so muss jeder der drei mittleren Knotenpunkte $\frac{1}{4}$ der Gesamtbelastung erhalten, während $\frac{1}{4}$ derselben direct von den beiden Auflagern aufgenommen wird. Jeder Knotenpunkt erhält somit 1500 Kilogr. und der Gegendruck jedes Auflagers gegen die Stangenverbindung des Binders beträgt $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1500 = 2250$ Kilogr., wie in (Fig. 1) eingeschrieben ist.

Im Kräfteplan zu diesem Binder (Fig. 2) sind 100 Kilogr. gleich 1^{mm} angenommen. Macht man nach diesem Maassstabe die verticale Linie ab gleich dem Gegendruck des Auflagers und an gleich der Belastung des ersten Knotenpunktes, zieht durch den Punkt a parallel mit der Stangenrichtung 1 die Kraft 1 und durch den Punkt b parallel mit der Stangenrichtung 2 die Kraft 2, so schneiden sich diese beiden Kräfte im Punkte c , es ist also die Kraft $1 = \overline{ac}$, die Kraft $2 = \overline{bc}$, wobei 1^{mm} Länge der Linien 100 Kilogr. Spannung darstellt. Die Pfeilrichtung der Kräfte ist durch den aufwärts wirkenden Auflagerdruck gegeben und in dem Kräftradreieck abc müssen alle drei Kräfte gleiche Richtung haben. Wird nun in (Fig. 1) durch die Stangen 1 und 2 ein Schnitt geführt und werden die Kräfte mit ihrer Pfeilrichtung aus dem Kräfteplan (Fig. 2) an die durchschnittenen Constructionstheile angesetzt, so findet man, dass 1 eine Druckkraft ist, weil sie gegen die Schnittfläche der Stange drückt, während 2 von der Stange weggerichtet ist, diese also auszudehnen sucht, folglich eine Zugkraft darstellt.

Setzt man nun die Kraft 1 im Kräfteplan (Fig. 2) mit der Belastung des Knotenpunktes, also mit der Linie an zusammen und denkt eine Linie nc gezogen, so wäre

dies die Resultirende aus der Kraft 1 und aus der Belastung des Knotenpunktes. Man kann diese Resultirende nun leicht in die Richtungen der Stangen 3 und 4 zerlegen, indem man parallel mit der Stange 3 im Kräfteplan die Linie cd und parallel mit der Stange 4 die Linie nd zieht, wodurch die Kräfte 3 und 4 bestimmt sind (vergl. S. 8). Die Kräfte 2 , 3 und 4 müssen in den beiden entstehenden Dreiecken wieder gleiche Pfeilrichtung haben.

Jetzt erübrigt es noch, die Kräfte in den Stangen 5 und 6 des unteren Knotenpunktes zu ermitteln. Bereits bekannt sind die Kräfte 2 und 3 , die Resultirende dieser Kräfte lässt sich durch eine Gerade bd im Kräfteplan darstellen, und diese kann man einfach in die Richtungen 5 und 6 zerlegen, wenn man bf parallel mit der Stange 6 und df parallel mit der Stange 5 zieht; die Linie df ist dann die Kraft 5 , die Linie bf die Kraft 6 und die Pfeilrichtung dieser Kräfte wird durch die Pfeilrichtung der Kraft 4 bestimmt. Man braucht die Spannungen natürlich nur für eine Binderhälfte zu ermitteln, da wegen der symmetrischen Anordnung die Spannungen in den einzelnen Constructionstheilen beider Binderhälften gleich gross sind.

Der Dachbinder (Fig. 3, Blatt 1) unterscheidet sich von (Fig. 1) nur dadurch, dass in jeder Binderhälfte von dem Knotenpunkt der unteren Gurtung zwei Stützen 3 und 5 gegen die obere Bindergurtung gehen und mit dieser zwei Knotenpunkte bilden. Bei diesem Dache ist ebenfalls eine Zinkblecheindeckung angenommen und der Abstand der Binder von Mitte zu Mitte beträgt $3,6^m$. Jeder Binder erhält bei 150 Kilogr. Totalbelastung pro \square^m Grundfläche $15,7 \cdot 3,6 \cdot 150 =$ rund 8400 Kilogr., daher jeder Knotenpunkt $\frac{1}{6} \cdot 8400 = 1400$ Kilogr.; jedes Auflager drückt mit $2\frac{1}{2} \cdot 1400 = 3500$ Kilogr. gegen die Stangenverbindung des Binders.

Im Kräfteplan (Fig. 4) sind 200 Kilogr. gleich 1^{mm} angenommen. Die verticale Linie \overline{ab} ist der Gegendruck des Auflagers, \overline{am} und \overline{an} sind die Belastung je eines Knotenpunktes. Beginnt man nun wieder mit der Bestimmung der Spannungen in (Fig. 3) am Auflager, indem man im Kräfteplan (Fig. 4) durch den Punkt a eine Parallele zu 1 und durch den Punkt b eine Parallele zu 2 zieht, so schneiden sich beide Kräfte im Punkt c . In diesem Kräftedreieck ist die Pfeilrichtung der Kräfte durch den aufwärts gerichteten Auflagerdruck bestimmt. Geht man jetzt zum ersten Knotenpunkt in der oberen Bindergurtung über und setzt die Belastung desselben am mit der Kraft 1 zur Resultirenden dieser beiden Kräfte zusammen, die im Kräfteplan (Fig. 4) durch eine Linie \overline{mc} dargestellt ist, so kann man diese in die Richtungen 3 und 4 zerlegen, wodurch diese Kräfte mit ihrer durch die Kraft 2 gegebenen Pfeilrichtung ermittelt sind. Zu dem zweiten oberen Knotenpunkt übergehend, setzt man dessen Belastung \overline{mn} im Kräfteplan (Fig. 4) mit der Kraft 4 zu der Resultirenden \overline{nd} zusammen und zerlegt diese in die Richtungen 5 und 6 . Im Knotenpunkt der unteren Gurtung (Fig. 3) sind die Kräfte 2 , 3 und 5 bereits bekannt, diese im Kräfteplan (Fig. 4) zu der Resultirenden \overline{bf} zusammengesetzt und in die Richtungen 7 und 8 zerlegt, ergibt als Kraft 7 die Linie \overline{fh} , als Kraft 8 die Linie bh mit der durch die Kraft 6 gegebenen Pfeilrichtung.

Für den Dachbinder (Fig. 5, Blatt 1) ist dieselbe Spannweite angenommen wie für den vorhergehenden, auch sind dieselben Knotenpunktsbelastungen zu Grunde gelegt, um beide Systeme miteinander vergleichen zu können. Ist nun im Kräfteplan (Fig. 6) die Linie \overline{ab} wieder der Gegendruck eines Auflagers, und sind die Linien \overline{am} und \overline{mn} die Belastungen der Knotenpunkte, so hat man, am Auflager beginnend, eine Parallele zu 1 durch den Punkt a , eine Parallele zu 2 durch den Punkt b gezogen, die sich im Punkte c schneidenden Kräfte 1 und 2 ermittelt. Die Kraft 1

kann man mit der ersten Knotenpunktsbelastung am im Kräfteplan (Fig. 6) zur Resultirenden mc zusammensetzen und diese in die Richtungen 3 und 4 zerlegen, dann wird $3 = \overline{cd}$ und $4 = \overline{nd}$, deren Pfeilrichtung bestimmt die Kraft 2. Im ersten Knotenpunkte der unteren Bindergurtung sind die Kräfte 2 und 3 bereits bekannt, deren Resultirende bd kann man in die Richtungen 5 und 6 zerlegen, es wird $5 = \overline{df}$ und $6 = \overline{bf}$. Die Kraft 6 fällt also der Lage nach mit der Kraft 2 zusammen, weil die Richtungen der Stangen 2 und 6 in (Fig. 5) zusammenfallen. Geht man zum zweiten Knotenpunkt in der oberen Bindergurtung (Fig. 5) über und setzt im Kräfteplan (Fig. 6) die bereits bekannten Kräfte 4 und 5 mit der Knotenpunktsbelastung mn zu einer Resultirenden zusammen, so wird dieselbe durch eine Gerade \overline{nf} dargestellt, die man in die Richtungen 7 und 8 zerlegt, wobei die Kraft 6 die Pfeilrichtung dieser Kräfte giebt. Endlich werden für den zweiten Knotenpunkt der unteren Bindergurtung (Fig. 5) die bekannten Kräfte der hier zusammenstossenden Stangen 6 und 7 im Kräfteplan (Fig. 6) zu der Resultirenden \overline{bg} zusammengesetzt, die dann in die Richtungen 9 und 10 zerlegt wird; es ist die Kraft $9 = \overline{gh}$, die Kraft $10 = \overline{bh}$, die Kraft 8 giebt deren Pfeilrichtungen.

Der in (Fig. 7, Blatt 1) dargestellte Binder mit horizontaler Strebe hat dieselbe Spannweite und abgerundet dieselbe Belastung zu tragen, wie die beiden vorhergehenden Binder. Ein Vergleich der Kräftepläne (Fig. 4, 6 und 8) zeigt aber, dass dieser Binder sehr unzweckmässig ist, da die Spannungen in dessen Constructionstheilen verhältnissmässig ausserordentlich gross werden. Zur Construction des Kräfteplanes (Fig. 8) ist die Verticale $\overline{ab} =$ Gegendruck des Auflagers, $\overline{an} =$ Belastung eines Knotenpunktes. Am Auflager beginnend zieht man im Kräfteplan durch den Punkt a eine Parallele zur Stangenrichtung 1 und durch b eine Parallele zur Stangenrichtung 2, beide Kräfte schneiden sich im Punkte c . Jetzt die Last des ersten Knotenpunktes mit der bekannten Kraft 1 zur Resultirenden \overline{nc} zusammengesetzt und diese in die Richtungen 3 und 4 zerlegt, ergibt $3 = \overline{cd}$ und $4 = \overline{dn}$. Nun bleibt noch die Kraft 5 in der vom First ausgehenden Hängestange zu ermitteln. Die Kräfte der in dem mittleren Knotenpunkte der unteren Bindergurtung (Fig. 7) zusammenstossenden Stangen 2 und 3 sind bekannt, man kann dieselben also im Kräfteplan (Fig. 8) zu der Resultirenden \overline{bd} zusammensetzen. Zerlegt man diese in eine horizontale Componente \overline{df} und in eine verticale Componente \overline{bf} , so ist die letztere die von der einen Binderhälfte herrührende Spannung; die ganze Spannung 5 muss demnach doppelt so gross sein, nämlich gleich \overline{bg} , da \overline{dg} die Resultirende der Kräfte 2 und 3 der zweiten Binderhälfte ist.

Das in (Fig. 9, Blatt 1) dargestellte Dach ist mit Ziegeln eingedeckt. Wird hierbei pro \square^m Grundfläche eine Totalbelastung von 240 Kilogr. angenommen, so ist die ganze Belastung eines der in $3,75^m$ Abstand aufgestellten Binder $3,75 \cdot 14,8 \cdot 240 =$ rund 13500 Kilogr., wovon jeder Knotenpunkt $\frac{1}{6}$ erhält, während $\frac{1}{6}$ von den beiden Auflagern je zur Hälfte direct aufgenommen wird. In (Fig. 9) sind die Belastungen der Knotenpunkte und die Gegendrücke der Auflager eingeschrieben. Im Kräfteplan (Fig. 10) ist die Verticallinie \overline{ab} wieder der Gegendruck des Auflagers, \overline{am} und \overline{mn} sind die Belastungen der Knotenpunkte. Man zieht durch die Punkte a und b die Parallelen zu den Stangenrichtungen 1 und 2, und es ist Kraft $1 = \overline{ac}$, Kraft $2 = \overline{bc}$, ihre Pfeilrichtung giebt der aufwärts gerichtete Auflagerdruck.

Im ersteren Knotenpunkte der oberen Bindergurtung greifen die Stangen 3, 4 und 5 an, man kann die Resultirende aus der Kraft 1 und der Knotenpunktsbelastung am nun nicht ohne Weiteres in die drei Richtungen der angreifenden Stangen zer-

legen. Denkt man aber die inneren Stangen 3, 5, 6, 9 und 10, die offenbar nur zur Aussteifung der Binderstrebe dienen, weggelassen, so wird Kraft 8 = Kraft 1 und 7 = 2; auch in (Fig. 9) muss 8 = 1 sein. Man kann also im Kräfteplan (Fig. 10) durch den Punkt n eine Parallele zur Stangenrichtung 8 ziehen und $ng = ac$ machen. Setzt man nun 8 und die Belastung mn des zweiten Knotenpunktes zu der Resultirenden mg zusammen, so kann man diese in die Stangenrichtungen 4 und 9 zerlegen, dann wird $4 = mf$ und $9 = fg$. Im ersten Knotenpunkte der oberen Bindergurtung sind jetzt nur noch die beiden Kräfte 3 und 5 unbekannt. Die bereits ermittelten Kräfte 1 und 4 lassen sich mit der Knotenpunktsbelastung am zur Resultirenden cf zusammensetzen, die in die Richtungen 3 und 5 zerlegt werden kann, so dass Kraft 3 = cd und Kraft 5 = df wird. Jetzt im ersten Knotenpunkte der unteren Bindergurtung die bekannten Kräfte 2 und 3 zu der Resultirenden bd zusammengesetzt und diese in die Richtungen der Stangen 6 und 7 zerlegt, ergibt $6 = dh$ und $7 = bh$. In dem noch übrigen oberen Knotenpunkte sind die Kräfte 5, 6 und 9 schon bekannt, die Kraft 10 muss diesen drei Kräften das Gleichgewicht halten, sie muss also die Resultirende der drei Kräfte sein. Im Kräfteplan (Fig. 10) ist die Resultirende der Kräfte 9, 5, 6 gleich gh , es ist also die Kraft 10 = gh .

Bei dem in (Fig. 11, Blatt 1) dargestellten Dache ist eine Zinkblecheindeckung auf Schalung und eine Binderweite von 4^m angenommen. Man kann hierbei als Totalbelastung pro □^m Grundfläche 150 Kilogr. annehmen, dann erhält ein Binder 20.4.150 = 12000 Kilogr., von welcher Belastung $\frac{1}{8}$ auf jeden Knotenpunkt der oberen Bindergurtung kommt. Die Verticallinie ab ist im Kräfteplan (Fig. 12) der Auflagerdruck, die Linien am , mn und no sind die Belastungen der einzelnen Knotenpunkte. Im Punkte c schneiden sich die durch die Punkte a und b mit den Stangenrichtungen 1 und 2 parallel gezogenen Kräfte 1 und 2, und zwar ist Kraft 2 = bc . Kraft 1 mit der Belastung am des ersten Knotenpunktes zu der Resultirenden mc zusammengesetzt und diese parallel mit den Stangen 3 und 4 zerlegt, ergibt Kraft 3 = cd und Kraft 4 = dm .

Jetzt die im ersten Knotenpunkte der unteren Gurtung angreifenden bekannten Kräfte 2 und 3 im Kräfteplan (Fig. 12) zu der Resultirenden bd zusammengesetzt und dann diese nach den Stangenrichtungen 5 und 6 zerlegt, ergibt Kraft 5 = df und Kraft 6 = fb .

Im zweiten Knotenpunkte der oberen Bindergurtung greifen sechs Kräfte an, wovon aber nur drei bekannt sind. Deren Resultante müsste also in drei Richtungen zerlegt werden, was zu keinem bestimmten Resultate führen würde. Die Pressung in der Stange 7 ist aber leicht zu ermitteln, denn je die halbe Spannung von 3 und 11 wird durch die Zugstangen 5 und 9 auf 7 übertragen, daher muss die Spannung in der Stange 7 doppelt so gross sein als die bereits bekannte Spannung 3. Wird nun im Kräfteplan (Fig. 12) die Kraft 7 = fl aufgetragen und werden 4, 5, 7 und die Knotenpunktsbelastung mn zur Resultirenden nl zusammengesetzt und zerlegt man diese parallel mit den Stangen 8 und 9, so wird Kraft 8 = kn , Kraft 9 = kl . Setzt man nun die im zweiten Knotenpunkte der unteren Bindergurtung angreifenden Kräfte der Stangen 6 und 7 im Kräfteplan (Fig. 12) zur Resultirenden bl zusammen und zerlegt diese in die Stangenrichtungen 10 und 14, so wird Kraft 10 = lh , Kraft 14 = bh . Im folgenden Knotenpunkte der oberen Bindergurtung Kraft 8 mit der Knotenpunktsbelastung no im Kräfteplan zusammengesetzt, ergibt die Resultirende ok , diese nach den Stangenrichtungen 11 und 12 zerlegt, ergibt Kraft 11 = gk und Kraft 12 = go . Endlich ist im letzten Knotenpunkte die Kraft 13 die Resultirende aus den Kräften

9, 10 und 11; dieselbe wird im Kräfteplan (Fig. 12) durch die Linie \overline{gh} dargestellt, es ist daher Kraft 13 = \overline{gh} .

Bei dem in (Fig. 13, Blatt 1) gegebenen Binder werden die Hauptstreben durch geneigte Streben und Zugstangen von der Bindermitte aus unterstützt; dieses Streben-system wurde zuerst in England angewendet und ist dort sehr verbreitet, es eignet sich für Binder von jeder beliebigen Spannweite. Für das Dach (Fig. 13) ist Schiefer-eindeckung und ein Binderabstand von 4^m angenommen. Wird für die Bestimmung der Spannungen 200 Kilogr. Totalbelastung pro □^m Grundfläche der Berechnung zu Grunde gelegt, so erhält jeder Binder 10.4.200 = 8000 Kilogr. Belastung. Bei An-nahme einer gleichmässigen Lastvertheilung erhält jeder Knotenpunkt $\frac{1}{4} \cdot 8000 = 2000$ Kilogr., und von jedem Auflager werden 1000 Kilogr. direct aufgenommen, wonach der Gegendruck jedes Auflagers = 3000 Kilogr. ist.

Die Linie \overline{ab} im Kräfteplan (Fig. 14) ist wieder der Gegendruck eines Auflagers, \overline{am} die Belastung eines Knotenpunktes. Im Punkte c schneiden sich die durch a und b mit den Stangen 1 und 2 parallel gezogenen Kräfte 1 und 2. Vereinigt man die Knoten-punktsbelastung \overline{am} mit der Kraft 1 zur Resultirenden \overline{cm} und zerlegt diese in die Stangenrichtungen 3 und 4, so ist 3 = \overline{cd} und 4 = \overline{dm} . Im Knotenpunkte der unteren Gurtung greifen die Kräfte der Stangen 2, 3 und 5 an; setzt man im Kräfteplan (Fig. 14) die Kräfte 2 und 3 zur Resultirenden \overline{bd} zusammen und zerlegt diese in eine horizontale Componente und in eine verticale Componente, so ist \overline{bf} die von einer Binderhälfte herrührende Kraft in der Stange 5. Die ganze Kraft 5 ist aber offenbar doppelt so gross, nämlich = \overline{bg} , weil \overline{dg} die Resultirende aus den Kräften 3 und 4 in der zweiten Binderhälfte ist.

Zur Vergleichung des in (Fig. 15, Blatt 1) dargestellten Binders mit dem in (Fig. 11) gegebenen sind bei beiden Bindern gleiche Verhältnisse und gleiche Be-lastungen vorausgesetzt. Die Kräfte 1 bis 4 werden in dem Kräfteplan (Fig. 16) in derselben Weise bestimmt wie in dem vorhergehenden Kräfteplan. Jetzt im ersten Knotenpunkte der unteren Bindergurtung die Kräfte der Stangen 2 und 3 im Kräfte-plan (Fig. 16) zur Resultirenden \overline{bd} vereinigt, dann diese nach den Richtungen 5 und 8 zerlegt, ergiebt Kraft 5 = \overline{df} , Kraft 8 = \overline{bf} . Ferner im zweiten Knotenpunkte der oberen Bindergurtung die bekannten Kräfte 4 und 5 mit der Knotenpunktsbelastung \overline{mn} im Kräfteplan zur Mittelkraft \overline{nf} zusammengesetzt, dann diese nach den Rich-tungen 6 und 7 zerlegt, ergiebt Kraft 6 = \overline{ng} , Kraft 7 = \overline{fg} . Weiter lassen sich die bereits ermittelten Kräfte der Stangen 7 und 8 des zweiten Knotenpunktes der unteren Gurtung im Kräfteplan (Fig. 16) zur Resultirenden \overline{bg} zusammensetzen, diese lässt sich zerlegen in die Stangenrichtungen, 9 und 12 und es ist Kraft 9 = \overline{gh} , Kraft 12 = \overline{bh} . Im dritten Knotenpunkte der oberen Gurtung sind die Kräfte 6 und 9 schon bekannt; werden diese mit der Knotenpunktsbelastung \overline{no} im Kräfteplan zur Mittel-kraft \overline{oh} vereinigt und zerlegt man die letztere in die Stangenrichtungen 10 und 11, so wird Kraft 10 = \overline{ko} , Kraft 11 = \overline{hk} .

Schliesslich bleibt noch die Kraft 13 des mittleren Knotenpunktes der unteren Gurtung zu ermitteln. Offenbar ist 13 die Mittelkraft aus den vier Kräften 11 und 12 von beiden Binderhälften. Die Mittelkraft von 11 und 12 in der linken Binderhälfte ist im Kräfteplan (Fig. 16) durch die Gerade \overline{bk} dargestellt; zieht man durch den Punkt k die Horizontale \overline{kl} , macht $\overline{lp} = \overline{lb}$ und zieht die Linie \overline{kp} , so ist dies die Mittelkraft von den Kräften 11 und 12 der rechten Binderhälfte. Die Schlusslinie \overline{bp} des Dreiecks bkp ist dann offenbar die Resultirende aus den beiden Mittelkräften \overline{bk} und \overline{kp} , es ist also Kraft 13 = \overline{bp} .

Das von Schwedler ausgeführte Dach (Fig. 17, Blatt 1) ist mit Ziegeln als Kronendach eingedeckt. Als Totalbelastung wurden für die statische Berechnung der Binder, die in $3,89^m$ Abstand aufgestellt sind, pro \square^m Grundfläche 254 Kilogr. angenommen. Ein Binder erhält demnach $31,2 \cdot 3,89 \cdot 254 =$ rund 31000 Kilogr.; die angenommene Lastvertheilung ist in (Fig. 17) eingeschrieben. Der Kräfteplan zu diesem Binder ist in (Fig. 18) dargestellt, wobei 1^{mm} gleich 400 Kilogr. angenommen ist. Die Construction des Kräfteplanes ist ganz ähnlich durchzuführen wie bei dem in (Fig. 12) dargestellten beschrieben wurde.

Das Hängewerk (Fig. 19, Blatt 1) trägt ein Schieferdach, die Binder sind in $3,5^m$ Abstand aufgestellt. Rechnet man als Totalbelastung pro \square^m Grundfläche 200 Kilogr., so ist die Last, die ein Binder erhält, $19 \cdot 3,5 \cdot 200 = 13300$ Kilogr.; jeder der fünf Knotenpunkte erhält hiervon $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{6}$ wird direct von den beiden Auflagern aufgenommen. Die Belastungen und die Gegendrücke der Auflagern sind in (Fig. 19) eingeschrieben.

Im Kräfteplan (Fig. 20) zu diesem Hängewerk ist wie bisher die Linie \overline{ab} nach dem Maassstabe $1^{mm} = 200$ Kilogr. der Gegendruck eines Auflagers, \overline{am} und \overline{mn} sind die Belastungen der Knotenpunkte. Die Constructionstheile 1 und 2 müssen den Auflagerdruck aushalten; zieht man also durch den Punkt a im Kräfteplan (Fig. 20) parallel mit der Strebe 1 eine Gerade, ebenso durch den Punkt b eine Parallele zum Hängebalken 2, so schneiden sich diese Kräfte im Punkte c , und es ist Kraft 1 $= \overline{ac}$, Kraft 2 $= \overline{bc}$. Zum ersten Knotenpunkte der oberen Gurtung übergehend, wird die Kraft 1 im Kräfteplan mit der Belastung \overline{am} zur Mittelkraft \overline{mc} zusammengesetzt und diese wird in die Richtungen der Streben 3 und 4 zerlegt, es wird dann Kraft 3 $= \overline{cd}$, Kraft 4 $= \overline{dm}$. Ferner im Kräfteplan die Kraft 4 mit der Belastung \overline{mn} des zweiten Knotenpunktes zur Mittelkraft \overline{dn} zusammengesetzt, dann diese in die Richtung der Hängestange 5 und des Spannriegels 6 zerlegt, ergibt Kraft 5 $= \overline{df}$ und Kraft 6 $= \overline{nf}$. Endlich im Knotenpunkt der unteren Gurtung die drei bereits bekannten Kräfte 2, 3 und 5 im Kräfteplan (Fig. 20) zur Mittelkraft \overline{bf} vereinigt und diese in die Richtung der Mittelstrebe 7 und des Hängebalkens 8 zerlegt, ergibt Kraft 7 $= \overline{fh}$, Kraft 8 $= \overline{bh}$.

Bei Dachbindern, die, wie der in (Fig. 21, Blatt 1) dargestellte, nicht nur an beiden Enden aufliegen, sondern noch weitere Unterstützungen erhalten, kann man einen Zug zusammenhängender Constructionstheile als Seilpolygon betrachten; dann sucht man die in den einzelnen Knotenpunkten des Linienzuges wirkenden Kräfte zu bestimmen und setzt sie als Kräftepolygon zusammen. In (Fig. 21) ist offenbar die Spannung in dem Sparrentheil 1 $= 0$, weil die Last P_1 von den Streben 2 aufgenommen und die Last P_2 nur auf den Sparrentheil 4 und auf die Stütze 3 vertheilt wird.

Die Belastung P_1 im First zerlegt sich nach den Richtungen der beiden Streben 2. Macht man im Kräfteplan (Fig. 22) die Linie $\overline{ab} = P_1$ und zieht durch a und b parallel mit den Streben 2 die Strahlen Oa und Ob , so sind dies die Spannungen 2 im oberen Theil der Hauptstreben. Die Last P_2 zerlegt sich nach den Richtungen der Constructionstheile 3 und 4; wird nun im Kräfteplan (Fig. 22) die Linie $\overline{bc} = P_2$ gemacht, zieht man dann parallel mit dem Sparren 4 die Linie \overline{cd} und parallel mit der Strebe 3 die Linie \overline{bd} , so sind die beiden von dem Pol d ausgehenden Strahlen die Kräfte 3 und 4.

Die Last P_3 wird direct von der Stütze 7 aufgenommen. Die Last P_4 aber zerlegt sich nach der Richtung des Sparrens 5 und nach der Richtung der Strebe 6, so dass die äussere Strebe des Seitenschiffes gar keine Spannung erhält, weil bei der

geringsten Durchbiegung der Stütze AB , welche bei A durch die Hauptstrebe 8 bewirkt werden kann, die Strebe 6 die Last P_4 hebt und somit die äussere Strebe des Seitenschiffes völlig entlastet. Zieht man nun im Kräfteplan (Fig. 22) vom Pol O aus den Strahl Oe parallel mit dem Sparren 5 und den Strahl Of parallel mit der Strebe 6 und macht diese beiden Strahlen so lang, dass die verticale Linie zwischen denselben $fe = P_4$ wird, so ist offenbar oe die Spannung im Sparrentheil 5 und of die Pressung in der Strebe 6. Die Pressung 7 im oberen Theil der Stütze AB setzt sich aus der verticalen Componente des Sparrenschubes 4 und 5 und aus der Last P_3 zusammen. Im Kräfteplan (Fig. 22) ist die Kraft $5 = oe$; an diesen Strahl kann man noch die Kraft $4 = eg$ ansetzen, dann wird die verticale Componente dieser beiden Kräfte $= ok$; an diese Verticale kann man noch die Last P_3 antragen, dann ergibt sich die Kraft $7 = om$.

Die Pressung 8 in dem unteren Theile der Hauptstreben setzt sich aus den Pressungen 2 und 3 zusammen. Vereinigt man diese Kräfte im Kräfteplan (Fig. 22) zu der Resultirenden Od und zerlegt diese in eine Componente On parallel zur Strebe 8 und in eine horizontale Componente dn , so ist $8 = On$ die Pressung in einer Hauptstrebe. Den von den Streben 6 und 8 auf den unteren Theil der Stütze AB ausgeübten Druck 9 erhält man, wenn man die Kräfte 6 und 8 im Kräfteplan (Fig. 22) zu der Resultirenden fn zusammensetzt, dann diese in eine horizontale Componente nr und in eine verticale Componente st zerlegt; die Linie st stellt die Pressung 9 dar, die ganze Pressung im unteren Theile der Stütze AB setzt sich aus den Pressungen 7 und 9 zusammen.

Die horizontale Componente nr der Mittelkraft fn ist die in (Fig. 21) bei A angedeutete Kraft 10, das ist der Widerstand, den die Stütze AB der durch die Kraft 8 bewirkten Durchbiegung entgegensetzen muss. Man kann die Kraft 10 in zwei Theile zerlegt denken, wovon der eine Theil I am Fusse der Stütze bei B , der andere Theil II am Kopfe der Stütze wirkt. Denkt man die Constructionstheile 8 und 9 als Seiten und die von B ausgehende punktirte Linie (Fig. 21) als Schlusslinie eines Seilpolygons, dann ist der Schnitt p des mit der Hauptstrebe 8 parallel laufenden Strahles On mit der Last P_4 im Kräfteplan (Fig. 22) der Pol und die zur Schlusslinie parallel gezogene Linie ps theilt die Kraft $10 = nr$ in die Kräfte I und II .

Jetzt sind noch die Kräfte 11 und 12 in der oberen Zange (Fig. 21) zu ermitteln übrig. Die horizontale Componente des Sparrenschubes 4 und 5, welche beiden Kräfte im Kräfteplan (Fig. 22) durch den Strahl og dargestellt sind, spannt die Zange, die Linie gk giebt diese Componente. Hierzu kommt noch die Kraft II , die im Kräfteplan durch die Linie ns dargestellt ist; demnach ist die Zugkraft $11 = gk + ns$. Die horizontale Componente der Kraft 2, im Kräfteplan gleich der Poldistanz H , ist im mittleren Theil der Zange eine Zugkraft; die horizontale Componente der Kraft 3, im Kräfteplan gleich der Poldistanz h , ist im mittleren Theil der Zange eine Druckkraft, daher ist die Kraft $12 = 11 + H - h$.

Die Last P_5 wird direct von der äusseren Stütze aufgenommen, welche allein von dieser Kraft beansprucht wird. Die Sparren haben die gleichförmig vertheilt gedachte Dachbelastung auf die Knotenpunkte zu übertragen; die Leersparren haben nur diese Aufgabe zu erfüllen, während die Bindersparren auch noch die Spannungen 4 und 5 aufzunehmen haben. Für das in (Fig. 21) angenommene Zahlenbeispiel ist Pappendeckung und eine Binderweite von 4^m vorausgesetzt. Rechnet man als Totalbelastung pro □^m Grundfläche 140 Kilogr., dann erhält ein Binder $30.4.140 = 16800$ Kilogr.;

hiervon erhält jeder Knotenpunkt $\frac{1}{3} \cdot 16800 = 2100$ Kilogr. Für diese Lasten und für den Maassstab $1^{mm} = 100$ Kilogr. ist der Kräfteplan (Fig. 22) aufgetragen.

Binder der Pultdächer zu Perronüberdachungen werden oft an die Gebäudemauern angehängt; die geometrische Form eines derartigen Binders zeigt Fig. 47. Ist jedes der beiden Felder 2 und 4 mit P belastet, so erhält der Knotenpunkt a am freien Ende des Binders die Last $\frac{1}{2} P$, der mittlere Knotenpunkt b erhält von jedem Felde die halbe Last, also P , und der obere Knotenpunkt d wieder $\frac{1}{2} P$. Setzt man diese drei Kräfte im Kräfteplan Fig. 48 zu der Kraftlinie \overline{AB} zusammen und beginnt im Knotenpunkt a , Fig. 47, mit dem Ermitteln der Spannungen, indem man im Kräfteplan durch den Punkt A eine Parallele zur Stangenrichtung 1 und durch den Endpunkt m der im Punkte a wirkenden Kraft eine Parallele zur Stangenrichtung 2 zieht, so sind die Kräfte 1 und 2, die sich im Punkte C schneiden, durch die Linien 1 und 2 dargestellt. Geht man nun zum Knotenpunkte b , Fig. 47, über und setzt die hier angreifende Kraft 2 mit der Last P im Kräfteplane Fig. 48 zu der Mittelkraft nC zusammen, dann kann man diese in die Stangenrichtungen 3 und 4 zerlegen, wenn man CD im Kräfteplan parallel mit der Stange 3 und Dn parallel mit der Stange 4 zieht. Jetzt zum Knotenpunkte c übergehend, vereinigt man die hier angreifenden Kräfte 1 und 3 im Kräfteplan Fig. 48 zu der Resultirenden AD . Diese zerlegt man in die Stangenrichtungen 5 und 6, welche beiden Kräfte sich im Punkte E schneiden, es ist also Kraft 5 = \overline{DE} , Kraft 6 = \overline{AE} . Im Knotenpunkte d , Fig. 47, greifen die Kräfte 4, 5 und $\frac{1}{2} P$ an; diese drei Kräfte im Kräfteplan zu der Mittelkraft \overline{BE} zusammengesetzt und in die Stangenrichtungen 7 und 8 zerlegt, ergibt Kraft 7 = \overline{EF} , Kraft 8 = \overline{BF} . Im Knotenpunkte e , Fig. 47, vereinigen sich die Stangen 6 und 7; beide können im Kräfteplan, Fig. 48, zur Mittelkraft \overline{AF} zusammengesetzt werden, und diese muss mit der Kraft 8, die den Knotenpunkt d des Binders an der Mauer festhält, und den äusseren Kräften \overline{AB} ein geschlossenes Dreieck bilden, wenn Gleichgewicht zwischen den äusseren und inneren Kräften stattfindet.

Der Binder mit 4 Feldern Fig. 49 ist dem vorhergehenden ganz ähnlich, der Kräfteplan Fig. 50 wird daher auch in derselben Weise construirt; da man aber die Kräfte auch ohne die in Fig. 48

punktierten Resultirenden darstellen kann, so sind die letzteren in Fig. 50 weggelassen. Bemerkung mag noch werden, dass Kraft 1 = \overline{AC} , Kraft 6 = \overline{AE} , Kraft 10 = \overline{AG} und Kraft 14 = \overline{AJ} ist.

Die Binder Fig. 47 und 49 haben den grossen Uebelstand, dass die untere Gurtung auf Druck beansprucht wird. Um ein seitliches Einknicken dieser Gurtung zu verhindern, muss man dieselbe in den Knotenpunkten nach der Länge des Daches aussteifen, wozu hier besondere Constructionstheile erforderlich werden, während man in der oberen Gurtung, wenn diese gedrückt wird, die Fetten gleichzeitig zu der seitlichen Aussteifung der Gurtung benutzen kann, was ästhetisch und ökonomisch erhebliche Vortheile bietet. Es ist aus

Fig. 47.

Fig. 48.

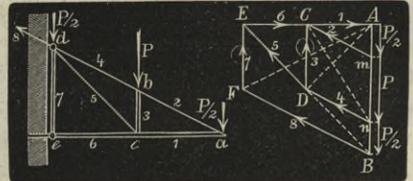
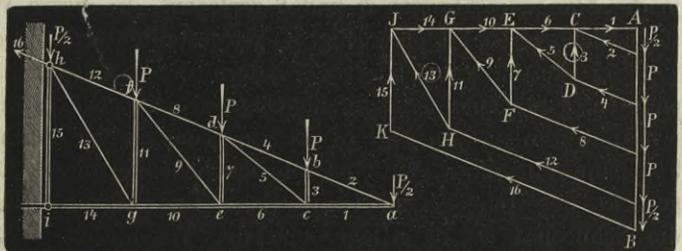


Fig. 49.

Fig. 50.



diesem Grunde zweckmässig, die freitragenden Perrondachbinder so zu construiren, dass die obere Gurtung gedrückt wird, was in der Weise geschehen kann, wie es (Fig. 1, Blatt 2) zeigt. Die obere Gurtung des Binders ist bei A oberhalb der Dachfläche an der Stange AC aufgehängt, wodurch in der oberen Bindergurtung AB Druckspannung erzeugt wird.

Nennt man:

l die Länge des Binders,

a den Abstand des Aufhängepunktes von der Binderspitze, also

$l - a$ den Abstand des Aufhängepunktes von der Mauer, und

R die im Punkte A von der Zugstange aufzunehmende Last,

so ist am vortheilhaftesten:

$$a = 0,2114 l,$$

wofür $\frac{1}{4} l$ angenommen ist (vergl. des Verf. „Handbuch der Hochbau-Constructionen in Eisen“, S. 298). Nach den Bezeichnungen in (Fig. 1, Blatt 2) wird $R = 5 P$. Trägt man diese Kraft in (Fig. 2) als verticale Linie auf und zieht durch den einen Endpunkt derselben parallel mit der oberen Bindergurtung die Linie 1 und parallel mit der Zugstange durch den anderen Endpunkt die Linie 2, so schneiden sich beide Kräfte gegenseitig ab, und es ist 1 die von der Zugstange in der oberen Bindergurtung hervorgerufene Pressung, 2 die Spannung in der Zugstange. Die weiteren Spannungen lassen sich dann, je nach der Anordnung des Fachwerkes, leicht ermitteln.

Der in (Fig. 3, Blatt 2) dargestellte sogenannte Sichelträger ist oft als Binder zur Ueberdachung grosser Hallen von ca. 40^m Weite angewendet. Die Knotenpunkte der oberen Bindergurtung sind hier in einer Parabel von $\frac{1}{5}$ Pfeilhöhe, diejenigen der unteren Gurtung in einer Parabel von $\frac{1}{15}$ Pfeilhöhe liegend angenommen.

Der Kräfteplan (Fig. 4) lässt sich für das in (Fig. 3) angeordnete Fachwerk des Sichelträgers leicht construiren. Werden die drei Kräfte P_1, P_2 und P_3 , woraus sich die Auflagerreaction R zusammensetzt, nach einem entsprechenden Maassstabe aufgetragen, durch A eine Linie parallel zur Stange 1 und durch B eine Linie parallel zur Stange 2 gezogen, so ergeben sich die im Punkte b sich gegenseitig abschneidenden Kräfte 1 und 2. Wird nun die Kraft 1 mit der Last P_1 zu der Mittelkraft \overline{ab} zusammengesetzt und diese in die Stangenrichtungen 3 und 4 zerlegt, so wird Kraft 3 = \overline{bc} , Kraft 4 = \overline{ac} . Ferner kann man im nächsten Knotenpunkte der unteren Gurtung die bekannten Kräfte 2 und 3 zur Mittelkraft \overline{cd} zusammensetzen und diese in die Stangenrichtungen 5 und 6 zerlegen. In dieser Weise fortfahrend, lassen sich sämtliche im Kräfteplan (Fig. 4) dargestellten Kräfte construiren.

Bei den unsymmetrischen Bindern der Sheddächer müssen zuerst die Knotenpunktsbelastungen und dann die Gegendrücke der Auflager mittelst des Seilpolygons ermittelt werden. In Fig. 51 ist die geometrische Form eines Sheddachbinders von 9^m Spannweite dargestellt. Der flache Schenkel dieses Daches sei mit Zinkblech eingedeckt, der steile Schenkel mit Glas. Das Eigengewicht des Daches sei 40 Kilogr., die Schneelast = 70 Kilogr. und der Winddruck = 30 Kilogr., also die Totalbelastung = 140 Kilogr. pro □^m Dachfläche. Die Länge des flachen Schenkels beträgt 8,4^m, die Entfernung der Binder 3,8^m, dann ist die ganze Last, die der flache Schenkel erhält, $8,4 \cdot 3,8 \cdot 140 =$ rund 4470 Kilogr.; auf jedes Feld kommt $\frac{1}{3}$, so dass jeder der beiden mittleren Knotenpunkte 1490, der Firstknotenpunkt aber 745 Kilogr. erhält. Der Winddruck D normal auf den steilen Schenkel des Daches gerichtet, ist nach Formel (6) bis (10), da der Schenkel unter dem Winkel $w = 68^\circ$ gegen den Horizont geneigt ist, pro □^m Dachfläche:

$$D = 0,116 v^2 \cdot \sin^2 (w + 10^\circ) = 0,116 \cdot 30^2 \cdot 0,978^2 = 142 \text{ Kilogr.}$$

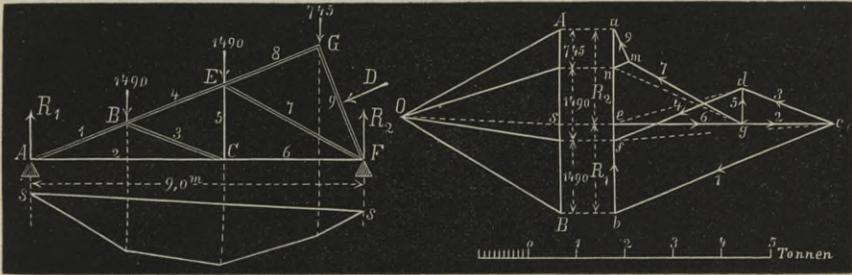
Die Höhe des Schenkels beträgt $3,3^m$, demnach erhält ein Binder $3,3 \cdot 3,8 \cdot 142 = 1780$ Kilogr., wovon die Strebe des flachen Schenkels die Hälfte, also 890 Kilogr. als Druckkraft aufzunehmen hat.

Setzt man die auf den flachen Dachschenkel wirkenden Belastungen in dem Kräftepolygon Fig. 52 zu der Kraftlinie AB zusammen und zieht von einem beliebigen Pol O

Fig. 51.

Fig. 52.

Fig. 53.



aus Strahlen an die Endpunkte der einzelnen Kräfte, verzeichnet dann unter Fig. 51 das zugehörige Seilpolygon, indem man die Seiten des Seilpolygons mit den einzelnen vom Pol O ausgehenden Strahlen parallel zieht, und schliesst das Seilpolygon durch die Schlusslinie ss , so theilt die Richtung dieser Schlusslinie vom Pol O nach s gezogen im Kräftepolygon Fig. 52 die Kraftlinie AB in die Auflagerreactionen R_1 und R_2 .

Nachdem nun die Gegendrücke der Auflager bekannt sind, kann man den Kräfteplan Fig. 53 construiren. Hier ist noch einmal die verticale Linie $ab = AB$ gezogen, dann ist mit dem Ermitteln der Kräfte im Knotenpunkte A , Fig. 51, begonnen, wo sich der Auflagerdruck R_1 in die Stangenrichtungen 1 und 2 zerlegt. Im Kräfteplan zieht man also parallel mit der Stange 1 durch den Punkt b die Kraft 1, ebenso zieht man durch den Punkt e , als Endpunkt des Auflagerdruckes R_1 , parallel mit der Stange 2 die Kraft 2; diese Kräfte schneiden sich im Punkte c , es ist demnach Kraft 1 = \overline{bc} , Kraft 2 = \overline{ce} , und die Pfeilrichtung der Kräfte ist in dem Kräftedreieck bce durch den nach oben gerichteten Auflagerdruck bestimmt. Geht man jetzt zum Knotenpunkte B , Fig. 51, über und setzt die hier angreifende Last mit Kraft 1 im Kräfteplan zu der Resultirenden \overline{cf} zusammen und zerlegt diese dann in die Stangenrichtungen 3 und 4, so wird Kraft 3 = \overline{cd} , Kraft 4 = \overline{df} . Im Knotenpunkte C sind die Kräfte 2 und 3 bekannt, sie lassen sich im Kräfteplan zu der Mittelkraft \overline{de} zusammensetzen und diese lässt sich in die Stangenrichtungen 5 und 6 zerlegen; es wird Kraft 5 = \overline{dg} , Kraft 6 = \overline{eg} .

Zum Knotenpunkte E übergehend vereinigt man die bekannten Kräfte 4 und 5 mit der Knotenpunktsbelastung im Kräfteplan Fig. 53 zu der Resultirenden \overline{gn} , die man nun in die Stangenrichtungen 7 und 8 zerlegt; es wird dann Kraft 7 = \overline{gm} , Kraft 8 = \overline{mn} . Endlich müssen im Knotenpunkte G die Stangen 8 und 9 die Firstbelastung aufnehmen und der Auflagerdruck R_2 muss im Kräfteplan die Resultirende aus den Kräften 6, 7 und 9 sein, weil diese drei Kräfte im Auflagerpunkte F angreifen. Es muss daher im Kräfteplan die mit der Stange 9 parallel gezogene Kraft 9 den Punkt m mit a verbinden, wenn Gleichgewicht zwischen den Kräften stattfinden soll, die Kraft 9 ist also gleich \overline{am} . Zu den Kräften 8, 4, 1 sind noch

die obigen 890 Kilogr., die vom Winddrucke auf den steilen Dachschenkel herrühren, zu addiren, hierdurch werden auch die Kräfte 2 und 6 in der unteren Bindergurtung etwas grösser. Als Kräftemaassstab zu Fig. 52 und 53 sind $2^{\text{mm}} = 300$ Kilogr. angenommen.

Dritter Abschnitt.

Gitter- oder Fachwerksträger.

§ 7. Systeme der Gitter- oder Fachwerksträger.

Fachwerkartig zusammengesetzte Träger, **Fachwerksträger**, nennt man wegen ihrer gitterartigen Längensicht auch **Gitterträger** (engl. *the trellis-girder*; franz. *la poutre en treillis*). Diese Träger bestehen aus zwei übereinander liegenden Gurtungen (engl. *the chord, the boom*; franz. *la semelle*), wovon man die Obergurtung (engl. *the top-chord, the upper-boom*; franz. *la semelle supérieure*) und die Untergurtung (engl. *the bottom-chord, the lower-boom*; franz. *la semelle inférieure*) unterscheidet; von diesen Gurtungen wird in jedem Querschnitte die eine auf **Zug**, die andere auf **Druck** beansprucht. Beide Gurtungen werden durch die **Gitterstäbe** (engl. *the brace*; franz. *le lien*) zu festen unverschieblichen Dreiecken verbunden; je nach der Lage und Neigung der Gitterstäbe können dieselben Zug- oder Druckspannung erhalten. Brücken, deren Fahrbahn von Gitterträgern getragen wird, nennt man **Gitterbrücken** (engl. *the trellis-bridge, the truss-bridge*; franz. *le pont en treillis*).

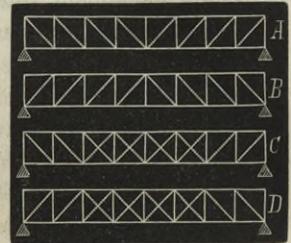
Im Allgemeinen kann man Gitter- oder Fachwerksträger mit parallelen Gurtungen und solche mit **gekrümmten** Gurtungen unterscheiden, ferner unterscheidet man darnach, ob die Gitterstäbe mit den horizontalen Gurtungen rechtwinklige, oder gleichseitige resp. gleichschenklige Dreiecke bilden, das Fachwerkssystem des rechtwinkligen Dreiecks (System Howe) und das Fachwerkssystem des gleichseitigen Dreiecks (System Néville oder System Warren).

Ein Fachwerksträger mit parallelen Gurtungen mit Fachwerk nach dem System des rechtwinkligen Dreiecks (engl. *the quadrangular system*; franz. *la système quadrangulaire*) ist in Fig. 54 dargestellt. Bei der Anordnung *A* sind alle verticalen Stäbe auf **Druck**, alle diagonalen Stäbe aber auf **Zug** beansprucht, wobei es einerlei ist, ob die Last in der Ober- oder Untergurtung angreift. Kehrt man bei diesem Träger aber das Obere, wie bei *B*, nach unten, so werden die Gitterstäbe gerade entgegengesetzt beansprucht, denn in diesem Falle werden alle Verticalen gezogen, alle Diagonalen aber **gedrückt**, einerlei, ob die Last in der unteren oder oberen Gurtung zum Angriff gelangt, denn durch die Angriffsweise der Last wird nur die Verticale in der Trägermitte beeinflusst. Die Spannung dieser Stange wird bei dem Träger *A*, wenn die Last in der unteren Gurtung, und bei dem Träger *B*, wenn die Last in der oberen Gurtung angreift = 0.

Einfache, für jede Trägerhälfte entgegengesetzt geneigte Diagonalen genügen vollkommen, wenn die Last in der Mitte des Trägers wirkt oder gleichmässig über den

Träger vertheilt ist. Wenn aber der Träger einer einseitigen Belastung ausgesetzt wird, oder wenn sich die Last, wie bei Brücken, von einer Seite her über den Träger vorschiebt, so müssen für eine gewisse Anzahl Felder in der Trägermitte die einfachen Diagonalen abwechselnd Zug- oder Druckspannung annehmen können, oder wenn dies nicht zulässig ist, müssen in diesen Feldern gekreuzte Diagonalen vorhanden sein. Sollen die Diagonalen nur Zugspannung erhalten, dann sind dieselben nach Fig. 54 C anzuordnen; sollen sie aber nur Druckspannung annehmen können, so müssen sie nach Fig. 54 D angeordnet werden. Hat ein Fachwerksträger eine ungerade Felderzahl, dann sind unter allen Umständen im Mittelfelde gekreuzte Diagonalen erforderlich. Wenn einseitige Belastungen vorkommen, müssen gewöhnlich bei neun Feldern die drei mittleren Felder, bei acht und zehn Feldern die vier mittleren Felder gekreuzte Diagonalen erhalten; übrigens ist die Zahl der mit gekreuzten Diagonalen zu versehenen Felder von dem Verhältnisse der mobilen Last zu dem Eigengewichte des Trägers abhängig. Die für den Materialverbrauch günstigste Neigung der Gitterstäbe ist 45 bis 55 Grad.

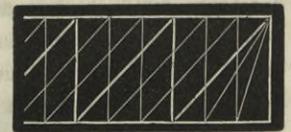
Fig. 54.



Die Pressung in der oberen und die Spannung in der unteren Gurtung eines Fachwerksträgers ändert sich nur in den Knotenpunkten und beide nehmen von der Trägermitte nach den Auflagern hin ab; umgekehrt verhält es sich mit den Vertical- und Diagonalstäben, deren Anstrengung von der Trägermitte nach den Auflagern hin zunimmt. Wenn die Belastung eines Trägers veränderlich ist, so wird die Spannung in den Gurtungen bei vollständiger Belastung am grössten, die Gitterstäbe aber werden dann am stärksten beansprucht, wenn der Träger einseitig belastet ist.

Ein Gittersystem heisst **einfach**, wenn nur ein Diagonalstab auf jedes Trägerfeld kommt; im anderen Falle heisst es **zusammengesetzt**. Man nennt ein zusammengesetztes System **einfach gekreuzt**, wenn in einem Felde zwei Diagonalen sich in ihrer Mitte kreuzen; kommen aber in dem in Fig. 55 durch stärkere Linien angedeuteten Hauptsystem noch $n - 1$ Zwischenstäbe vor, so heisst das System ein n -faches oder ein System n -ter Ordnung. Fig. 55 zeigt ein 3-faches Gittersystem, weil darin $3 - 1 = 2$ Zwischenstäbe vorkommen. Nur die Verbindungsstellen der Gitterstäbe mit den Gurtungen, die Knotenpunkte, sollen bei Fachwerksträgern die Angriffspunkte der Belastungen sein, damit alle Theile nur auf einfachen Zug oder Druck in Anspruch genommen werden; als maassgebender Grund für die Anordnung mehrfacher Gittersysteme wird daher bei Brückenträgern die Entfernung der Querträger von einander angesehen, und je aus dem Verhältnisse dieser Weite zur Weite der Hauptfache wird das Vielfache des Systems bestimmt; mehr als zweifache Fachwerkssysteme werden jedoch gegenwärtig selten angewendet, weil man die Spannungen und Pressungen in den einzelnen Verbindungsstellen bei mehrfachen Systemen nicht zuverlässig durch Rechnung oder auf graphischem Wege verfolgen kann.

Fig. 55.



Auch bei dem einfachen Fachwerk lässt sich durch sekundäre Dreiecke die doppelte Anzahl von Knotenpunkten für die Querträger gewinnen, wie dies der Träger Fig. 56 zeigt. Dieses System ist von den Ingenieuren Wilson & Pettit für die Mount-Union-Brücke über den Juniatafluss der Pennsylvanischen Eisenbahn angewendet; die Brücke hat fünf Oeffnungen von 37 bis 38,2^m

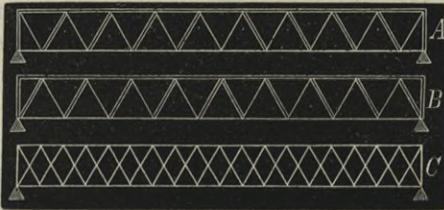
Fig. 56.



Spannweite, mit oberliegender Fahrbahn. Bei diesen Trägern fehlen die punktirt angedeuteten Gegendiagonalen (engl. *the counter-tie*; franz. *le contre-tirant*) in den vier mittleren Feldern, die hier vorhandenen einfachen Diagonalen müssen also auch Druckspannung annehmen können.

Ein Fachwerkträger nach dem System des gleichseitigen Dreiecks (engl. *the triangular system*; franz. *la système triangulaire*) ist in Fig. 57 dargestellt. Der belgische Ingenieur Néville wendete dieses System seit 1846 in Form gleichschenkliger Dreiecke an, jedoch in ganz unzuweckmässiger Weise. Im Jahre 1849 aber wurde das System von dem engl. Capitän Warren zu dem gleichseitigen Dreieckssystem ausgebildet. Beim Warren-System (engl. *the Warren-girder*) sind zuweilen noch Verticalen angeordnet, die von den Knotenpunkten der oberen Gurtung ausgehen und zur Unterstützung der Querträger in der unteren Gurtung dienen, wie dies bei der Trent-Brücke der Fall ist.

Fig. 57.



In Fig. 57 A und B sind die gedrückten Stäbe durch Doppellinien, die gezogenen Stäbe durch einfache Linien dargestellt. Hieraus erkennt man, dass alle Stäbe, welche so angeordnet sind, dass sie von der unteren Gurtung gegen die Trägermitte ansteigen, auf Druck, die entgegengesetzt geneigten aber auf Zug in Anspruch genommen werden. Doch können in der Trägermitte, bei einseitiger Belastung des Trägers, die bei voller Belastung gedrückten Stäbe auch Zugspannung erhalten, ebenso die gezogenen Stäbe Druckspannung.

Durch Verbindung der beiden Stabanordnungen der Träger A und B, Fig. 57, entsteht das einfach gekreuzte System, welches bei dem Träger C angedeutet ist. Bei dem einfachen System werden die Gitterstäbe gewöhnlich unter dem Winkel von 60 Grad gegen die Gurtungen geneigt, bei dem einfach gekreuzten System aber meistens unter dem Winkel von 45°, der im Allgemeinen für den Materialverbrauch am vortheilhaftesten ist.

In das einfach gekreuzte System der Gitterstäbe lassen sich auch hier, wie in Fig. 55, beliebig viele Nebensysteme einschalten, wodurch ein engmaschiges Gitterwerk entsteht, welches dem aus hölzernen Latten bestehenden Town'schen Gitterwerk nachgebildet war, was namentlich bei hölzernen Gitterträgern in Amerika Anwendung fand. Diese Träger mit engmaschigem Gitterwerk nennt man Town'sche Gitterträger oder Gitterträger im engeren Sinne, im Unterschiede zu dem weitmaschigen System oder den Fachwerkträgern. Die meisten älteren Eisenbahnbrücken haben Gitterträger mit engmaschigem Gitterwerk, was jedoch, wie oben erwähnt, nicht zweckmässig ist, denn wenn auch der Materialaufwand bei dem eng- und dem weitmaschigen System sich ziemlich gleich gross herausstellt, so verdient das weitmaschige System doch aus dem Grunde den Vorzug, weil die Zusammensetzung des Trägers einfacher ist und weil die vielfachen Vernietungen der sich kreuzenden Gitterstäbe, sowie die Einschaltung besonderer Aussteifungen, die nicht wesentlich zum System gehören, bei dem engmaschigen Gittersystem eine complicirte Uebertragung der Spannungen und Pressungen veranlassen, welche nicht mit Sicherheit verfolgt werden können.

Die Höhe der Gitterträger zwischen den Schwerpunkten der Gurtungen macht man im Hochbau gewöhnlich $= \frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{15}$ der Spannweite, und als Eigengewicht nimmt man zur vorläufigen Berechnung 15 l bis 18 l Kilogr. pro laufendes Meter an, wenn l die Länge des Trägers in Metern bezeichnet. Im Brückenbau erhalten die Gitterträger gewöhnlich $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{8}$ der Spannweite zur Höhe.

Das Biegemoment M bei Trägern mit gleichförmig vertheilter Belastung ändert

sich nach den Ordinaten einer Parabel, deren Höhe im Scheitel dem Momente in der Trägermitte proportional ist; bei vollständiger Belastung des Trägers lassen sich die Biegemomente also durch eine Parabel darstellen. Liegen nun die Knotenpunkte der oberen Gurtung in dieser Parabel und ist die obere Gurtung direct belastet, so wird bei voller Trägerbelastung der Druck in der Richtung der Gurtung auf die Auflager übertragen, das Gitterwerk hat daher keine Spannung aufzunehmen, in Folge dessen ist die untere Gurtung nur eine Zugstange, welche den Horizontalschub der oberen Gurtung aufnimmt. Solche Träger mit einer parabolisch gekrümmten Gurtung nennt man **Parabelträger** (engl. *the parabolic truss*; franz. *la poutre parabolique*).

Die Höhe h in der Mitte der Parabelträger nimmt man gewöhnlich gleich $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{7}$ der Spannweite. Die Scheitelhöhe h der parabolischen Gurtung ist also gegeben. Zur

Fig. 58.



Fig. 59.



Verzeichnung der Parabel hat man, wenn nach Fig. 58 die halbe Spannweite mit l und die Coordinaten in Bezug auf den Scheitel mit x und y bezeichnet werden:

$$y = h \frac{x^2}{l^2} \dots \dots \dots (12)$$

Bezeichnet aber l nach Fig. 59 die ganze Spannweite, x und y die Coordinaten in Bezug auf den Auflagerpunkt, so ist:

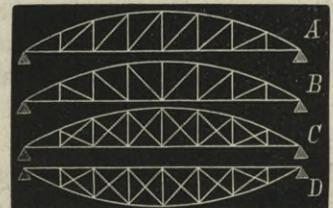
$$y = 4h \frac{x(l-x)}{l^2} \dots \dots \dots (13)$$

und für den meistens vorkommenden Fall, dass man $h = \frac{1}{8} l$ annimmt, wird:

$$y = \frac{x(l-x)}{2l} \dots \dots \dots (14)$$

In Fig. 60 sind Parabelträger mit verschiedener Anordnung des Gitterwerkes dargestellt. Bei dem Träger *A* sind sämtliche Diagonalen nach einer Richtung geneigt; ist nun die obere Gurtung direct belastet, so bleiben bei vollständiger Trägerbelastung die Verticalen und Diagonalen im spannungslosen Zustande. Wenn aber nur die linke Trägerhälfte belastet ist, so werden die unter der Last befindlichen Verticalen gedrückt und diese erzeugen in sämtlichen Diagonalen Zugspannung; ist dagegen nur die rechte Trägerhälfte belastet, dann werden die unter der Last befindlichen Diagonalen direct gedrückt, diese erzeugen in den Verticalen Zugspannung, welche wieder als Druck auf die folgenden Diagonalen übertragen wird. Dasselbe findet statt, wenn die untere Trägergurtung je zur Hälfte belastet ist. Sind die Diagonalen wie bei dem Träger *B*, Fig. 60, angeordnet und ist nur eine Trägerhälfte belastet, so wurden die unter der Last vorhandenen Diagonalen gedrückt, diejenigen in der unbelasteten Trägerhälfte aber gezogen. Sollen die Diagonalen nur auf Zug beansprucht werden, dann müssen, wie bei dem Träger *C*, in jedem Felde zwei sich kreuzende vorhanden sein.

Fig. 60.



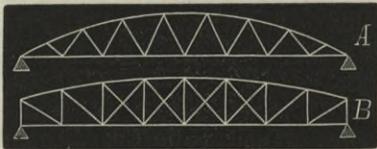
Die gekrümmte Gurtung der Parabelträger kann, wie bei *C* und *D*, Fig. 60, dargestellt ist, nach oben oder nach unten gerichtet sein, wie es gerade die örtlichen

Verhältnisse bedingen, wonach natürlich die Inanspruchnahme der Gurtungen auf Zug oder Druck in beiden Fällen entgegengesetzt ist.

Bei den Parabelträgern wird die gekrümmte Gurtung in der Trägermitte am geringsten beansprucht, die Spannung wächst nach den Auflagern hin; in der horizontalen Gurtung aber ist die Spannung in allen Feldern gleich gross, wenn der Träger vollständig belastet ist. Die Verticalen und die Diagonalen werden in der Trägermitte am stärksten beansprucht. Die Parabelträger erfordern etwa 20% weniger Material als die Gitterträger mit parallelen Gurtungen, was besonders darin begründet ist, dass das Gitterwerk weit geringer beansprucht wird und die Diagonalen bei voller Trägerbelastung keine Spannung erhalten; dafür ist aber die Herstellung der Parabelträger schwieriger und die Eckverbindungen erfordern mehr Verschnitt des Materials, so dass der Vortheil in Bezug auf ihr geringeres Gewicht meistens durch die Mehrkosten an Arbeitslohn wieder aufgehoben wird.

Auch bei den Parabelträgern kann man das Gitterwerk, wie im Träger *A*, Fig. 61, angedeutet, nach dem System des gleichschenkligen Dreiecks anordnen, dann erhalten aber einzelne Stangen Zug- und Druckspannung. Die Parabelträger *A*, *B*, *C*, Fig. 60,

Fig. 61.



bei denen die obere Gurtung gekrümmt ist und die Fahrbahn stets in der unteren Gurtung liegt, nennt man im Brückenbau auch Bogensehnenträger (engl. *the bowstring-girder*; franz. *la poutre en bowstring*). In Amerika kamen die sehr unzweckmässig konstruirten Wipple'schen Bogensehnenträger zur Anwendung.

Hierbei bestehen nicht nur die Diagonalen, sondern auch die Verticalen aus schwachem Rundeisen; da nun letztere keine Druckspannung aufnehmen können, so wird die aus steifen gusseisernen Röhren bestehende obere Gurtung bei einseitiger Trägerbelastung sehr stark beansprucht. Den Träger *D*, Fig. 60, bei dem die untere Gurtung gekrümmt ist und die Fahrbahn stets in der oberen Gurtung liegt, nennt man auch Fischbauchträger (engl. *the fish-bellied-girder*), derselbe ist nur für Brücken von kleinen Spannweiten ausgeführt.

Eine besondere Art Parabelträger ist der sogenannte Sichelträger (Fig. 3, Blatt 2), der für grosse Dach- und Deckenconstructionen Anwendung findet. Hierbei ist auch die untere Gurtung nach oben parabolisch gekrümmt, was nur durch die gefälligere Form motivirt ist. Das füllende Gitterwerk zwischen beiden Gurtungen wird hier meistens wie bei dem Träger *C*, Fig. 60, angeordnet.

Der abgestumpfte Parabelträger *B*, Fig. 61, ist in neuerer Zeit mehrfach dann angewendet, wenn sich an eine grössere Brückenöffnung kleinere Oeffnungen anschliessen, welche mittelst Träger mit parallelen Gurtungen überbrückt sind. Die Träger der kleinen Oeffnungen schliessen sich in gleicher Höhe mit den abgestumpften Enden des Parabelträgers an diese an, wodurch ästhetisch eine günstigere Wirkung erzielt wird, als wenn Träger von ungleicher Höhe angewendet werden. Die Krümmungslinie der oberen Gurtung kann eine Parabel oder ein Kreisbogen sein, und die Höhe des Trägers in der Mitte wird meistens gleich $\frac{1}{8}$ der Spannweite genommen. Diese Träger erfordern etwas mehr Material als die Parabelträger, aber weniger als die Fachwerksträger mit parallelen Gurtungen.

Von den Ingenieuren Köstlin und Battig wurde der trapezförmige Träger *A*, Fig. 62, für die Brigitta- und Sophienbrücke zu Wien ausgeführt. Durch die Endabschrägungen des Trägers soll eine Materialersparniss erzielt werden, die bei richtiger Abschrägung auch thatsächlich stattfindet und 5 bis 10% beträgt. Die obigen Strassen-

brücken haben je 65,1^m lichte Weite, die Höhe der Träger ist $h = 0,1l$, die Länge der Abschrägung $a = 0,11l$; hierbei sind die Träger an den Enden nicht ganz zugeschärft, sondern sie haben noch eine Endhöhe von $0,3h$.

Der im Jahre 1866 von Schwedler zur Anwendung gebrachte Träger *B*, Fig. 62, beansprucht von allen bisher ausgeführten Fachwerksträgern die geringste Materialmenge. Dieser Träger wird namentlich für Brücken von mehr als 30^m Spannweite vortheilhaft und wird hierbei die obere Gurtung in den Endfeldern polygonal nach der unteren Gurtung hin zusammengezogen, während die mittleren Felder parallele Gurtungen erhalten. Alle Diagonalen werden nur auf Zug beansprucht, es sind daher im mittleren Felde oder in einigen Feldern in der Trägermitte Gegendiagonalen erforderlich. Die Höhe h in der Mitte des Trägers ist von Schwedler gleich $0,13l$ bis $0,17l$ genommen. Bezeichnet y die Höhe einer Verticalen im Abstände x vom Trägerende, p das Eigengewicht und q die mobile Nutzlast pro Längeneinheit, so ist:

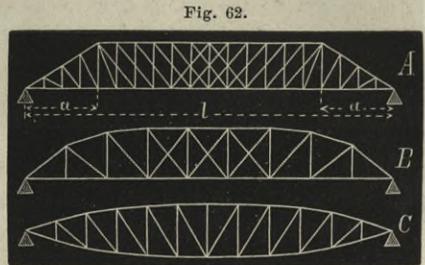


Fig. 62.

$$y = \frac{h \cdot p}{l} \left(\sqrt{1 + \frac{q}{p}} + 1 \right)^2 \frac{x(l-x)}{pl + px} \dots (15)$$

In neuerer Zeit wurden die Schwedler'schen Träger auch oft mit zweifachem Diagonalensystem ausgeführt, dann wurde die obere Gurtung im mittleren Theil des Trägers ebenfalls schwach gekrümmt, damit die ganze Gurtung des besseren Ansehens wegen eine stetig gekrümmte Linie bildet.

Der parabolische Träger *C*, Fig. 62, mit gekrümmter Ober- und Untergurtung kommt unter dem Namen *Fisch- oder Linsenträger* vor (engl. *the Brunel-girder, the bowstring-suspension-girder*). Zuerst ist diese Trägerform 1834 von Laves angewendet, doch sind die meistens aus Holz construirten Laves'schen Träger nicht zu den Gitterträgern zu rechnen, weil bei ihnen die Diagonalen fehlen. Brunel brachte diese Trägerform 1850 für die Tamarbrücke bei Saltash für eine Spannweite von 135,7^m in Anwendung, bei welcher Brücke die Fahrbahn unter der unteren Trägergurtung hängt. Von Pauli ist der Fischträger seit dem Jahre 1857 mehrfach angewendet: bei der Isarbrücke bei Grosshesselohe für eine Spannweite von 52,54^m mit über der oberen Gurtung liegender Fahrbahn und bei der Rheinbrücke bei Mainz für eine Spannweite von 105,2^m mit in der unteren Gurtung liegender Fahrbahn. Die Pauli'schen Träger sind nach einer Curve gekrümmt, welche so beschaffen ist, dass die Querschnitte der beiden gebogenen Gurtungen an jeder Stelle des Trägers gleich gross sein können, es müssen also in allen Gurtungsquerschnitten gleich grosse Spannungen herrschen. Nennt man h die Höhe in der Mitte, y die Höhe im Abstände x von einem Ende und l die Spannweite des Trägers, so ist für die Pauli'schen Träger annähernd:

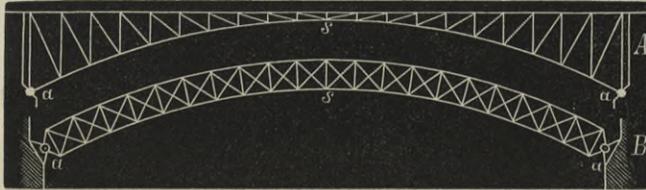
$$y = 4h \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \left[1 + 2 \frac{h^2}{l^2} \left(1 - 2 \frac{x}{l} \right)^2 \right] \dots (16)$$

Die Höhe h kann wie bei dem Parabelträger angenommen werden. Bei den genannten Brücken sind in allen Feldern gekreuzte Diagonalen angeordnet. Der Materialbedarf ist bei den Pauli'schen Trägern ca. 20% geringer als bei den Parabelträgern mit einer gekrümmten Gurtung.

Die schönsten von allen Fachwerksträgern sind die in Fig. 63 angedeuteten Bogenträger, wobei entweder nur eine oder beide Gurtungen gekrümmt sein können. Bei

rationeller Construction müssen die Bogenträger im Scheitel s , Fig. 63, ein Gelenk haben und an den Kämpfern a sich gegen gelenkförmige Auflager stützen; dann lassen sich die Auflagerdrücke mit voller Bestimmtheit nach einfachen statischen Gesetzen ermitteln und die durch Temperaturänderung veranlasste Deformation des Trägers hat nur ganz unbedeutenden Einfluss auf die Inanspruchnahme des

Fig. 63.



Materials. Der gelenkförmige Bogenscheitel bietet indess erhebliche constructive Schwierigkeiten, weshalb das Scheitelcharnier bei vielen Bogenträgern weggelassen ist. Zur Ermittlung der Spannungen in solchen Bogenfachwerkträgern ohne Scheitelcharnier hat Herr Baurath Mohr, Professor in Dresden, zuerst eine genaue und einfache Methode angegeben.

Bei den grössten Bogenbrücken sind auch die Kämpfercharniere weggelassen, so dass der steife Bogen wie ein Gewölbe in seiner ganzen Querschnittfläche von den Kämpfern unterstützt wird. Dieser Anordnung geben manche Ingenieure wegen der Einfachheit und aus dem Grunde den Vorzug, weil die Bogenenden bei vollen Auflagern mehr gegen Zerknickung gesichert sind, als bei drehbaren Auflagern. Für solche Bogenträger mit eingespannten Kämpfern lassen sich aber die Auflagerdrücke nicht zuverlässig ermitteln, indem der Rechnung Voraussetzungen zu Grunde gelegt werden müssen, die in Wirklichkeit meistens nicht zutreffen. Mit complicirten Theorien kann man hier also nicht viel anfangen, da geringe Abweichungen von jenen Annahmen grossen Einfluss auf die Lage und Grösse der Auflagerdrücke ausüben und man keine Mittel hat, diese Abweichungen zu schätzen oder zu messen. Man kann die Spannungen im letzteren Falle also nur annähernd ermitteln und muss aus diesem Grunde hier eine geringere Beanspruchung des Materials annehmen, als wenn die Spannungen sich genau ermitteln lassen, damit die Construction für alle Fälle gesichert ist.

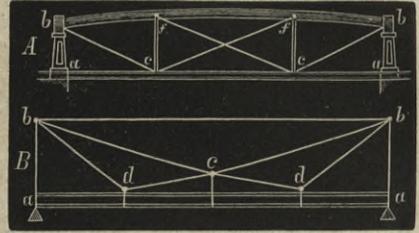
Nach dem System A , Fig. 63, ist die von Cezanne erbaute Theissbrücke bei Szegedin ausgeführt; diese hat 8 schmiedeeiserne Bogen von je $41,4^m$ Lichtweite und $4,1^m$ Pfeilhöhe. Die Bogen haben keine Gelenke. Nach demselben System ist die 1857 erbaute Eisenbahnbrücke über den Canal St. Denis ausgeführt, die eine Oeffnung von $45,2^m$ Weite hat. Die Bogen haben $4,708^m$ Pfeilhöhe und Gelenke an den Auflagern, ein Scheitelcharnier fehlt. Ebenso ist die Maasbrücke in Lüttich mit zwei Oeffnungen von je 60^m Lichtweite nach diesem System erbaut. Die Stiegerbrücke in Wien mit gusseisernen Bogen von $30,3^m$ lichter Spannweite und die 1872 von Köstlin und Battig aus Schmiedeeisen ausgeführte Tegetthofbrücke von 30^m Spannweite mit einem Stichverhältniss von $0,089$ gehören demselben Bogensystem an. Die Bogen der beiden letzteren Brücken haben Scheitel und Widerlagergelenke.

Nach dem System B , Fig. 63, ist die schöne Rheinbrücke bei Coblenz von Hartwich erbaut, welche drei Oeffnungen von je ca. 96^m Lichtweite hat. Die schmiedeeisernen Bogen mit ca. $\frac{1}{10}$ Pfeil haben keine Gelenke. Auch die von J. B. Eads nach demselben System erbaute grosse Brücke über den Mississippi bei St. Louis hat drei Oeffnungen, wovon die mittlere 157^m Spannweite und $15,7^m$ Pfeilhöhe hat, während die beiden Seitenöffnungen je $151,5^m$ Spannweite haben. Die Bogenhöhe, d. h. der Abstand der Gurtungen zwischen den Schwerpunkten, ist bei der ersteren Brücke = ca. 3^m , bei der letzteren = $2,44^m$.

Nach dem System B , Fig. 63, ist die schöne Rheinbrücke bei Coblenz von Hartwich erbaut, welche drei Oeffnungen von je ca. 96^m Lichtweite hat. Die schmiedeeisernen Bogen mit ca. $\frac{1}{10}$ Pfeil haben keine Gelenke. Auch die von J. B. Eads nach demselben System erbaute grosse Brücke über den Mississippi bei St. Louis hat drei Oeffnungen, wovon die mittlere 157^m Spannweite und $15,7^m$ Pfeilhöhe hat, während die beiden Seitenöffnungen je $151,5^m$ Spannweite haben. Die Bogenhöhe, d. h. der Abstand der Gurtungen zwischen den Schwerpunkten, ist bei der ersteren Brücke = ca. 3^m , bei der letzteren = $2,44^m$.

Endlich mögen noch einige hängewerkartige Träger erwähnt werden, welche für Brücken zur Ausführung gekommen sind. Der Träger *A*, Fig. 64, wurde im Jahre 1850 von Brunel für die grosse Oeffnung der Wyebrücke bei Chepstow angewendet, deren Spannweite 93^m beträgt. Die Brücke hat zwei Geleise und für jedes Geleise sind zwei Blechträger *aa* vorhanden, welche an der für je zwei Träger gemeinschaftlichen schmiedeeisernen Röhre *bb* von 2,74^m Durchmesser aufgehängt sind; diese etwas gebogene Röhre dient also als Spannriegel. Die diagonalen Hängestangen *bc* und *cf* bestehen aus Gliederketten. Durch die grosse Entfernung der Verticalen *f* von einander wird die Röhre *bb* in besonderer Weise nicht unwesentlich durch ihr eigenes Gewicht beansprucht; dieses Trägersystem ist daher nicht zweckmässig, denn bei geringerer Entfernung der Verticalen kann man die Gurtungen schwächer construiren.

Fig. 64.



Ein anderes Hängewerk *B*, Fig. 64, wurde von Mareaux für die 1873 vollendete Augartenbrücke in Wien angewendet; diese Wegebrücke hat eine Oeffnung von 58,3^m Lichtweite. Die Brückenträger *aa* bestehen aus Blechträgern, welche an den Enden aufliegen und ausserdem noch an den drei Punkten *d* und *c* durch ein combinirtes Hängewerk unterstützt sind. Die Hängestangen *bc*, *bd* und *cd* bestehen aus Winkel- und Flacheisen, in liegender I-Form zusammengesetzt. Der horizontale Spannriegel *bb* wird an den Enden durch Granitsäulen und ausserdem noch siebenmal von dem aufgehängten Träger aus unterstützt. Obgleich diese Brücke in schöner Weise durchgebildet ist, so kann das Hängewerk im Vergleich zu Fachwerkträgern ökonomisch nicht empfohlen werden.

§ 8. Ermittlung der Spannungen in Fachwerkträgern (Blatt 2).

Jede Trägerconstruktion, die aus stabförmigen Theilen in einer Ebene so zusammengesetzt und so unterstützt ist, dass eine Formänderung des Trägers nur durch Längenänderungen der Constructionstheile entstehen kann, ist im Folgenden Fachwerkträger genannt. Bezeichnet:

- m* die Anzahl der sämtlichen Knotenpunkte des Trägers,
- n* die Anzahl der festen Auflager,
- o* die Anzahl der beweglichen Auflager und
- p* die Anzahl der Constructionstheile, so sind nach Baurath Mohr*):

$$p = 2m - 2n - o \dots \dots \dots (17)$$

Constructionstheile nothwendig, damit das Fachwerk stabil ist. Man nennt das Fachwerk einfach, wenn nur die nach Formel (17) nothwendigen Constructionstheile vorhanden sind, enthält dasselbe noch überzählige Constructionstheile, so heisst es ein zusammengesetztes Fachwerk. Der Träger *A* oder *B*, Fig. 60, hat *m* = 16 Knotenpunkte; wird derselbe von einem festen und einem beweglichen Auflager unterstützt, so müssen nach Formel (17):

$$p = 2m - 2n - o = 2 \cdot 16 - 3 = 29 \text{ Constructionstheile}$$

*) Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover 1874, S. 509.
Klassen, Graphische Statik.

vorhanden sein, die der Träger auch hat. Die Träger *C* und *D*, Fig. 60, dagegen sind zusammengesetzte Fachwerke, indem sie sechs überzählige Constructionstheile haben.

Die Spannungen in den Constructionstheilen der Fachwerkträger lassen sich nur dann auf statischem Wege ermitteln, wenn das Fachwerk ein einfaches ist, das heisst wenn man Schnitte durch den Träger so führen kann, dass nur drei Constructionstheile geschnitten werden. In Fig. 65 ist z. B. ein Schwedler'scher Träger dargestellt, der neun Felder hat, bei dem vorläufig einfache nach einer Richtung geneigte Diagonalen angenommen sind; die Knotenpunkte der unteren Gurtung werden durch die Kräfte P_1 bis P_8 belastet. Setzt man diese gleich gross angenommenen Kräfte in dem Kräftepolygon Fig. 66 zu der Kraftlinie \overline{AB} zusammen, so wird jeder Auflagerdruck $R_1 = R_2 = \frac{1}{2} \overline{AB}$. Durch den Halbierungspunkt auf AB die Horizontale H gezogen und auf dieser Linie den Pol O angenommen, ergiebt die Richtung der Schlusslinie des zugehörigen Seilpolygons horizontal und die Spannung H in diesem Seilstücke ist gleich dem Abstände des Poles O von der Kraftlinie AB ; das Seilpolygon Fig. 67 lässt sich nach dem Kräftepolygon Fig. 66 leicht aufzeichnen.

Führt man nun z. B. zur Bestimmung der Spannungen in den Constructionstheilen des dritten Trägerfeldes den Verticalschnitt ss , Fig. 65, so wirken an dem links abgeschnittenen Trägerstück die Kräfte R_1 , P_1 und P_2 , die im Seilpolygon direct aufeinander folgen. Jetzt verlängert man im Seilpolygon Fig. 67 die auf der Last P_2 folgende

Fig. 65.

Fig. 66.

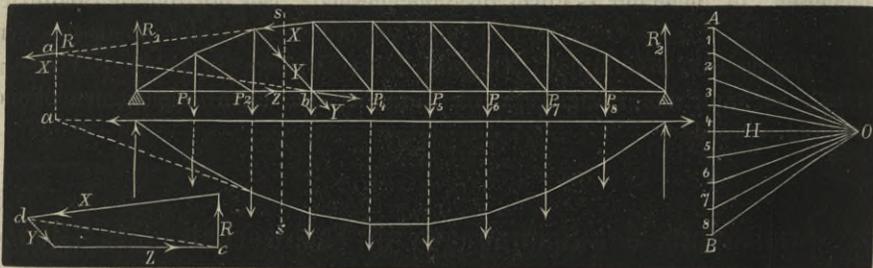


Fig. 68.

Fig. 67.

Polygonseite bis zum Schnitt mit der Schlusslinie, dann ist der Schnittpunkt a der Angriffspunkt der Resultirenden R aller äusseren Kräfte, welche auf das abgeschnittene Trägerstück einwirken, indem ja R im Seilpolygon die Kräfte R_1 , P_1 und P_2 ersetzt und den übrigen Kräften P_3 bis P_8 und R_2 das Gleichgewicht hält. Die Mittelkraft R ist also der Lage nach durch den Schnittpunkt der Verlängerung der betreffenden Seilpolygonseite mit der Schlusslinie gegeben. Der Grösse nach ist R aus dem zugehörigen Kräftepolygon Fig. 66 zu entnehmen und es ist $R = R_1 - P_1 - P_2$; die Richtung von R ist vertical.

Der äusseren Kraft R müssen die Spannungen X , Y , Z der drei durchschnittenen Constructionstheile Fig. 65 das Gleichgewicht halten. Zeichnet man nun R der Richtung nach auf und verlängert die Richtung einer der drei durchschnittenen Stangen, z. B. die Stange X bis zum Durchschnitt mit R , so muss die Mittelkraft aus den beiden Kräften X und R mit der Mittelkraft aus den beiden anderen Kräften Y und Z in dieselbe Richtung fallen, man erhält die Richtung dieser Mittelkräfte daher durch Verbindung der beiden Schnittpunkte a und b ; die Linie ab bildet somit das Seilpolygon für die Kräfte X , R und Y , Z .

Die Kraft R ist bekannt und die Kräfte X , Y , Z befinden sich mit dieser im Gleichgewicht, man kann somit auch leicht den Kräfteplan dieser vier Kräfte con-

struiren. Trägt man nämlich die Kraft R als Verticale von einem beliebigen Punkte c , Fig. 68, auf und zieht durch ihren oberen Endpunkt eine Parallele zu der Kraft X , Fig. 65, ebenso durch ihren unteren Endpunkt eine Parallele zur Richtung der Mittelkraft ab , Fig. 65, so schneidet diese die Kraft X im Punkte d ab. Nun ist die Linie \overline{cd} sowohl die Resultirende von R und X wie von Y und Z ; wird also durch den Punkt c , Fig. 68, eine Parallele zur unteren Gurtung Z und durch den Punkt d eine Parallele zur Diagonalen Y gezogen, so schneiden die Kräfte Y und Z sich gegenseitig ab. Durch die Pfeilrichtung der verticalen Kraft R sind auch die Pfeilrichtungen der übrigen Kräfte in dem Kräfteviereck Fig. 68 bestimmt. Jede Last $P_1, P_2 \dots$ in Fig. 65 beträgt 7,1 Tonnen, wonach $R_1 = R_2 = \frac{8.7,1}{2} = 28,4$ Tonnen wird. Im Kräffemaassstab ist $1^{mm} = 2$ Tonnen und es ist die Horizontalspannung des Seilpolygons $H = 40$ Tonnen angenommen.

In den Fällen, wo der Schnittpunkt a der verlängerten Seite des Seilpolygons mit der Verlängerung der Schlusslinie, also die Lage von R über das Zeichnungsblatt hinaus fällt, lässt sich das vorstehende Verfahren zur Construction des Kräftevierecks nicht anwenden, weil man nicht das Seilstück ab , Fig. 65, daher auch nicht die Richtung der Diagonalen cd , Fig. 68, construiren kann; auch werden in vielen Fällen die zu bestimmenden Schnitte zu spitz, wodurch die Schnittpunkte sich nicht mit der erwünschten Genauigkeit bestimmen lassen. Man muss daher eine von den drei Spannungen X, Y, Z so zu ermitteln suchen, dass die Richtung der Diagonalen cd , Fig. 68, entbehrt werden kann. Denkt man den Durchschnittspunkt k der Kräfte Y und Z in Fig. 69 als Drehpunkt für die statischen Momente der vier im Gleichgewicht befindlichen Kräfte R, X, Y und Z , so sind die Hebelarme von Y und Z gleich Null und die Kraft X wirkt an dem zu ihr normalen Hebelarm x . Nun ist aber $X.x$ das Biegemoment M an dieser Stelle des Trägers und M ist nach Formel (1) gleich $H.y$, wenn y nach Fig. 69 die Höhe des Seilpolygons bezeichnet. Es ist also:

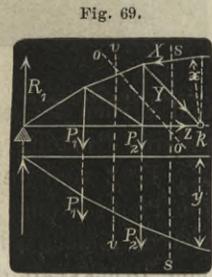


Fig. 69.

$$X.x = H.y, \text{ oder } \frac{X}{H} = \frac{y}{x}, \text{ oder auch } X = H \cdot \frac{y}{x} \quad \dots (18)$$

Da also die Horizontalspannung H des Seilpolygons, sowie die Höhe y desselben und die Länge x des Hebelarmes der Kraft X gegeben sind, so kann X leicht berechnet werden. Der Kräfteplan Fig. 68 lässt sich demnach in einfacher Weise construiren, weil R und X der Richtung und Grösse nach bestimmt sind und man an die Endpunkte dieser Kräfte leicht die beiden anderen Kräfte Y und Z der Richtung und Grösse nach antragen und dadurch das Kräfteviereck Fig. 68 darstellen kann.

Wenn die Spannungen sämtlicher Constructionstheile eines Fachwerkträgers bei unveränderlichem Belastungszustande nach einander bestimmt werden sollen, kann man mit Hülfe bereits ermittelter Spannungen andere bestimmen. Sind z. B. für den Schnitt vv im zweiten Trägerfelde Fig. 69 die Spannungen R, X_1, Y_1 und Z_1 schon durch ein Kräfteviereck dargestellt und wird hierauf der schräge Schnitt oo durch X_1, V_1 und Z geführt, so kann aus R und dem bereits bekannten X_1 sofort das Kräfteviereck R, X_1, V_1, Z gezeichnet werden. Für den folgenden Schnitt ss durch X, Y und Z lässt sich aus R und dem bereits bekannten Z das Kräfteviereck construiren etc. Hierbei werden jedoch die unvermeidlichen Constructionsfehler von einem Kräfteviereck in das andere übertragen, wodurch sich die anfänglich etwa gemachten

geringen Fehler nach und nach vergrössern. Aus diesem Grunde muss man mitunter durch directe Construction untersuchen, ob derartige Constructionsfehler vorgekommen sind.

Ein anderes sehr zweckmässiges und bequemes Verfahren zur Construction der Kräftepläne ist zuerst vom Herrn Baurath Mohr angegeben. Man construirt hierbei das zur Zeichnung des Seilpolygons erforderliche Kräftepolygon Fig. 71 mit einer Poldistanz gleich der Fachlänge des Trägers. Die Seilspannungen S_1 und S_2 im Seilpolygon sind dann durch die mit den entsprechenden Seiten des Seilpolygons parallelen Kräfte S_1 und S_2 , Fig. 71, dargestellt, während R im Kräftepolygon die Grösse der am Seilpolygon wirkenden Mittelkraft R giebt; hiernach ist R gleich der Differenz der Höhen Q_1 und Q_2 des Seilpolygons. Man kann die Resultirende R also ersetzen durch zwei Kräfte Q_1 und Q_2 , deren Lage und Richtung in Fig. 70 und deren Grösse im Seilpolygon gegeben ist. Macht man nun im Kräfteplan Fig. 72 die Linie $ab = Q_1$ und trägt von b abwärts die Kraft Q_2 an, so ist R durch die Differenz beider Kräfte gegeben. Wird dann durch b eine Parallele bc zu der Diagonalen in Fig. 70

und werden ferner durch die Endpunkte von R die Parallelen zu der oberen resp. unteren Gurtung gezogen, so ist dadurch das Kräfteviereck vollendet und die Kräfte X , Y , Z sind der Grösse und Richtung nach bestimmt. Der Richtung nach durch die Pfeilrichtung von R , da alle Kräfte, wenn Gleichgewicht stattfindet, im Kräfteviereck gleiche Pfeilrichtung haben müssen. Man ersieht hieraus, dass die Kraft X eine Druckkraft darstellt, weil ihre Pfeilrichtung nach dem Kräfteplan Fig. 72 gegen den abgeschnittenen Constructionstheil gerichtet ist; die Kräfte Y und Z aber sind Zugkräfte, da ihre Pfeilrichtung von den Constructionstheilen des abgeschnittenen Trägerstückes abweist.

Bei Berechnung der Fachwerkträger zu Brücken-Constructionen reducirt man das den Träger permanent belastende Eigengewicht p auf die Knotenpunkte, welche die Brückenbahn aufnehmen, ebenso auch die mobile Last q . In der Regel nimmt man nun an, dass auf jeden Knotenpunkt, welcher die mobile Last q aufnimmt, entweder allein der betreffende Theil p des Eigengewichtes der Construction, oder die Summe $p + q$ des Eigengewichtes und der grössten mobilen Belastung einwirkt. Unter dieser Voraussetzung werden die Spannungen, welche die permanenten Lasten p , und jene, welche die mobilen Lasten q hervorrufen, zweckmässig getrennt ermittelt, sodann werden beide Spannungen mit Berücksichtigung ihrer Pfeilrichtung addirt.

Die Gurtungen des Trägers werden bei vollständiger Belastung desselben am stärksten beansprucht. Hat man die vom Eigengewichte des Trägers in den Gurtungen verursachten Spannungen ermittelt und multiplicirt diese mit dem Werthe von $\frac{p+q}{p}$, so erhält man die Maximalspannungen, die in den Gurtungen vorkommen können. Die stärkste Beanspruchung der Verticalen und Diagonalen tritt dann ein, wenn der

Fig. 70.

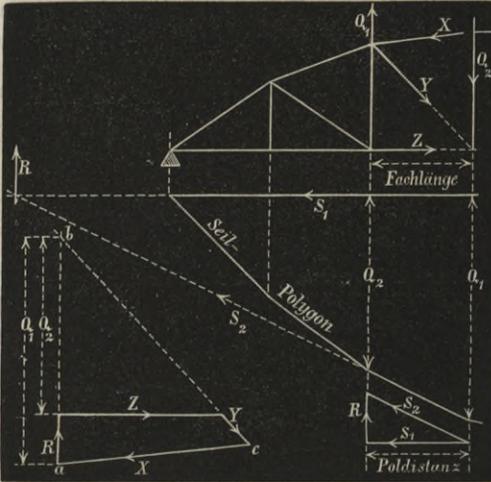
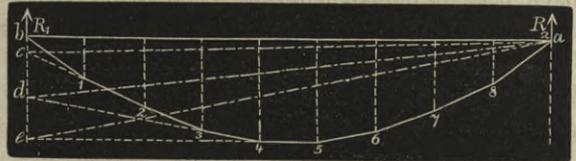


Fig. 72.

Fig. 71.

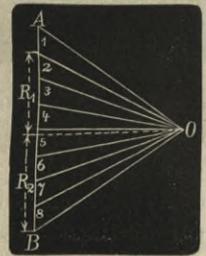
Träger durch die mobile Last einseitig belastet ist. Das Seil- und Kräftepolygon kann daher in diesem Falle auch immer nur für eine Verticale und für die jedesmal an dem unbelasteten Knotenpunkte der Verticalen anstossende Diagonale unverändert bleiben, während diese Polygone sich für jeden durch zwei andere Lastpunkte geführten Schnitt ändern müssen. Es ist aber sehr einfach, diese Aenderung durchzuführen, denn wenn z. B. die Spannung der Diagonalen des ersten Trägerfeldes bei vollständiger Belastung des Trägers ermittelt ist, so wird bei Ermittlung der Spannung in der Diagonalen des zweiten Feldes die mobile Belastung q des ersten Knotenpunktes weggelassen; um alsdann diese Last aus dem Seilpolygon, dessen Schlusslinie ab ist, zu entfernen, verlängert man die zweite Seite desselben nach Fig. 73

Fig. 73.



bis zur verticalen Mittellinie des Auflagers, zieht die neue Schlusslinie ac und parallel mit dieser durch den Pol O im Kräftepolygon Fig. 74 die punktirte Linie, dann erhält man sofort die neuen Auflagerdrücke R_1 und R_2 , wobei zugleich R_1 die Resultirende der äusseren Kräfte ist, die auf das Trägerstück links vom Schnitte einwirken. In derselben Weise werden dann auch nach einander die mobilen Belastungen der folgenden Knotenpunkte aus dem Seil- und Kräftepolygon entfernt. In Fig. 73 ist noch ad die Schlusslinie des Seilpolygons, wenn die mobilen Lasten 1, 2, 3, und ae die Schlusslinie desselben, wenn die mobilen Lasten 1, 2, 3, 4 weggelassen werden.

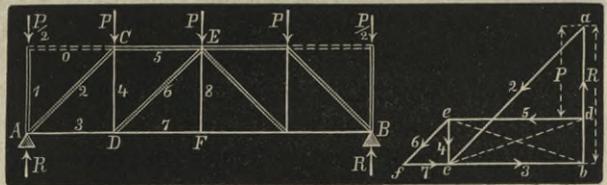
Fig. 74.



Bei dem Fachwerkträger mit parallelen Gurtungen und Fachwerk nach dem System des rechtwinkligen Dreiecks Fig. 75 sind der Uebersichtlichkeit halber nur vier Felder angeordnet; jedes Feld ist in der oberen Gurtung durch Eigengewicht und zufälliger Last mit P belastet, daher erhält jeder der drei mittleren Knotenpunkte die Last P und jede Auflagerverticale die Last $\frac{1}{2} P$. Jedes der Auflager A und B hat demnach eine Last $= 2P$ aufzunehmen, hiervon wird aber durch die Verticale 1 die Last $\frac{1}{2} P$ direct auf das Auflager übertragen, so dass als Gegendruck jedes Auflagers gegen die Stangenverbindung $R = 1\frac{1}{2} P$ übrig bleibt. Die Pressung in der Verticalen 1 kann also nur $\frac{1}{2} P$ betragen. In den beiden punktirten Strecken der oberen Gurtung ist die Pressung $= 0$, da diese Gurtungstheile an der Lastübertragung nicht Theil nehmen können.

Fig. 75.

Fig. 76.



Bei dem Auflagerdruck $R = 1\frac{1}{2} P$ zerlegt sich bei A in die Richtungen 2 und 3; macht man also im Kräfteplan Fig. 76 die verticale Linie $ab = 1\frac{1}{2} P$ und zerlegt diesen Auflagerdruck in die Stangenrichtungen 2 und 3, so erhält man Kraft 2 $= ac$, Kraft 3 $= bc$. Im Knotenpunkte C , Fig. 75, kann man nun die hier angreifende Last P im Kräfteplan mit der ermittelten Kraft 2 zu der Resultirenden cd zusammensetzen und diese in die Stangenrichtungen 4 und 5 zerlegen, dann ergibt sich Kraft 4 $= ce$, Kraft 5 $= de$. Zum Knotenpunkte D übergehend, vereinigt man die hier angreifenden bekannten Kräfte 3 und 4 im Kräfteplan Fig. 76 zu der Resultirenden

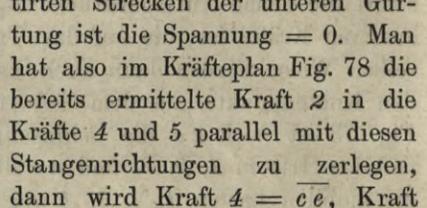
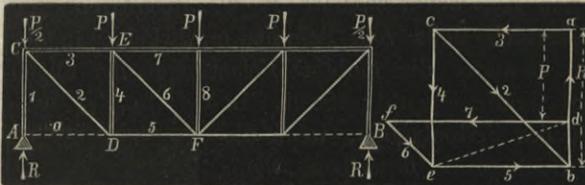
Der Auflagerdruck $R = 1\frac{1}{2} P$ zerlegt sich bei A in die Richtungen 2 und 3; macht man also im Kräfteplan Fig. 76 die verticale Linie $ab = 1\frac{1}{2} P$ und zerlegt diesen Auflagerdruck in die Stangenrichtungen 2 und 3, so erhält man Kraft 2 $= ac$, Kraft 3 $= bc$. Im Knotenpunkte C , Fig. 75, kann man nun die hier angreifende Last P im Kräfteplan mit der ermittelten Kraft 2 zu der Resultirenden cd zusammensetzen und diese in die Stangenrichtungen 4 und 5 zerlegen, dann ergibt sich Kraft 4 $= ce$, Kraft 5 $= de$. Zum Knotenpunkte D übergehend, vereinigt man die hier angreifenden bekannten Kräfte 3 und 4 im Kräfteplan Fig. 76 zu der Resultirenden

\overline{be} , die man dann in die Stangenrichtungen 6 und 7 zerlegen kann; es ergibt sich Kraft 6 = \overline{ef} , Kraft 7 = \overline{bf} . Die Kraft P im Knotenpunkte E wird auf die beiden Streben ED übertragen, in der Stange EF ist also die Kraft 8 = 0; in Wirklichkeit muss diese Stange aber einen Theil des Gewichtes der unteren Gurtung tragen. Selbstverständlich braucht man die Spannungen nur für eine Trägerhälfte zu ermitteln, weil beide Trägerhälften symmetrisch angeordnet sind.

Bei dem Fachwerkträger Fig. 77 mit einfachen Zugdiagonalen ist die Belastung wie bei dem vorhergehenden Träger angenommen. Jedes Auflager A und B erhält einen Druck = $2P$; diese Pressung herrscht also in der Auflagerverticalen 1. Im Knotenpunkte C wird die Last $\frac{1}{2}P$ direct auf die Verticale AC übertragen, demnach beträgt der Gegendruck R , den die Verticale AC im Knotenpunkte C gegen die Stangenverbindung des Trägers ausübt, nur noch $1\frac{1}{2}P$, welcher Druck sich in die Stangenrichtungen 2 und 3 zerlegt. Wird nun im Kräfteplan Fig. 78 die Verticallinie $\overline{ab} = 1\frac{1}{2}P$ gemacht, so kann man diese in die Richtungen 2 und 3 zerlegen, es wird dann Kraft 2 = \overline{bc} , Kraft 3 = \overline{ac} . Im Knotenpunkte D greifen die Kräfte 2, 4 und 5 an, denn in den punktierten Strecken der unteren Gurtung ist die Spannung = 0. Man hat also im Kräfteplan Fig. 78 die bereits ermittelte Kraft 2 in die Kräfte 4 und 5 parallel mit diesen Stangenrichtungen zu zerlegen, dann wird Kraft 4 = \overline{ce} , Kraft

Fig. 77.

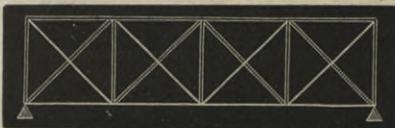
Fig. 78.



5 = \overline{be} . Jetzt die im Knotenpunkte E angreifende Last P im Kräfteplan mit den bekannten Kräften 3 und 4 zu der Resultirenden \overline{de} zusammengesetzt, dann diese parallel mit den Stangenrichtungen 6 und 7 zerlegt, ergibt Kraft 6 = \overline{ef} , Kraft 7 = \overline{df} . In der mittleren Verticalen ist offenbar die Kraft 8 = P , indem diese Stange nur die Last P auf den Knotenpunkt F zu übertragen hat.

Wenn man die beiden einfachen Fachwerke Fig. 75 und 77 aufeinander gelegt denkt, so entsteht das zusammengesetzte Fachwerk Fig. 79. Denkt man nun die Belastungen beider einfachen Fachwerke beibehalten, dann würde man, um die Spannungen des zusammengesetzten Fachwerkes zu erhalten, die für die einfachen Fachwerke ermittelten Spannungen in den sich deckenden Constructionstheilen mit Berücksichtigung der Pfeilrichtung summiren müssen, diejenigen der Diagonalen aber unverändert lassen; der Träger Fig. 79 hätte dann eine doppelt so grosse Last zu tragen als einer der Träger Fig. 75 oder 77 und erhält jede der drei mittleren Verticalen eine Pressung = P , während jede Auflagerverticalale mit $2P$ gepresst wird. Soll aber der Träger Fig. 79 in jedem Felde nur mit P belastet sein, so müssen die für Fig. 79 ermittelten Spannungen aller Constructionstheile halbiert werden.

Fig. 79.



Der Fachwerkträger A , Fig. 80, nach dem System des gleichseitigen Dreiecks ist in der oberen Gurtung ebenfalls durch Eigengewicht und zufällige Belastung in jedem Felde mit P belastet; es erhalten demnach die mittleren Knotenpunkte die Last P , die Endknotenpunkte $\frac{1}{2}P$. Jede Auflagerverticalale 1 hat also einen Druck von $2\frac{1}{2}P$ aufzunehmen, da aber die Verticalale 1 den Druck $\frac{1}{2}P$ im Knotenpunkte a direct aufnimmt, so bleibt hier noch eine Auflagerreaction $R = 2P$ übrig, der im Knoten-

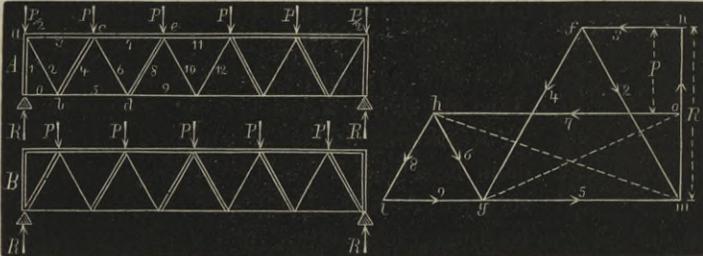
jenigen der Diagonalen aber unverändert lassen; der Träger Fig. 79 hätte dann eine doppelt so grosse Last zu tragen als einer der Träger Fig. 75 oder 77 und erhält jede der drei mittleren Verticalen eine Pressung = P , während jede Auflagerverticalale mit $2P$ gepresst wird. Soll aber der Träger Fig. 79 in jedem Felde nur mit P belastet sein, so müssen die für Fig. 79 ermittelten Spannungen aller Constructionstheile halbiert werden.

Der Fachwerkträger A , Fig. 80, nach dem System des gleichseitigen Dreiecks ist in der oberen Gurtung ebenfalls durch Eigengewicht und zufällige Belastung in jedem Felde mit P belastet; es erhalten demnach die mittleren Knotenpunkte die Last P , die Endknotenpunkte $\frac{1}{2}P$. Jede Auflagerverticalale 1 hat also einen Druck von $2\frac{1}{2}P$ aufzunehmen, da aber die Verticalale 1 den Druck $\frac{1}{2}P$ im Knotenpunkte a direct aufnimmt, so bleibt hier noch eine Auflagerreaction $R = 2P$ übrig, der im Knoten-

punkte a auf die Stangenverbindung des Trägers einwirkt. Wird also im Kräfteplan Fig. 81 die verticale Linie $\overline{nm} = R = 2P$ gemacht, so kann man diese Kraft parallel mit den Stangenrichtungen 2 und 3 in diese Kräfte zerlegen, es wird dann Kraft 2 $= \overline{mf}$, Kraft 3 $= \overline{nf}$. Im Knotenpunkte b , Fig. 80, ist die Spannung im äussersten Theil der Gurtung $= 0$, man hat daher hier nur die bekannte Kraft 2 im Kräfteplan Fig. 81 in die Kräfte 4 und 5 zu zerlegen, hierbei wird Kraft 4 $= \overline{fg}$, Kraft 5 $= \overline{mg}$.

Fig. 80.

Fig. 81.



Zum nächstfolgenden Knotenpunkte c übergehend, hat man die bereits ermittelten Kräfte 3 und 4 mit der Knotenpunktsbelastung P im Kräfteplan Fig. 81 zu der Resultirenden \overline{og} zusammensetzen und dann diese in die Stangenrichtungen 6 und 7 zu zerlegen, wobei Kraft 6 $= \overline{gh}$, Kraft 7 $= \overline{oh}$ wird. Im nächsten Knotenpunkte d sind die Kräfte 5 und 6 bekannt, sie lassen sich im Kräfteplan zu der Mittelkraft \overline{mh} zusammensetzen, die sich in die Stangenrichtungen 8 und 9 zerlegen lässt, so dass sich Kraft 8 $= \overline{hl}$, Kraft 9 $= \overline{ml}$ ergibt. Die Kräfte 10 und 12 sind in diesem Falle $= 0$, ferner ist Kraft 11 = Kraft 9, nur haben die beiden letzteren Kräfte entgegengesetzte Pfeilrichtung.

Bei dem Träger B , Fig. 80, sind die Diagonalstäbe entgegengesetzt wie beim vorhergehenden Träger angeordnet; hier würde die Auflagerreaction $R = 2\frac{1}{2}P$ auf die Stangenverbindung des Trägers einwirken. Hat man nun für die beiden einfachen Fachwerke A und B , Fig. 80, die Spannungen ermittelt und denkt beide Träger so aufeinander gelegt, dass die Umrahmungen sich decken, dann entsteht das einfach gekreuzte System, wie es Fig. 82 zeigt. Dieser Träger hat die beiden Belastungen der einfachen Fachwerke A und B , Fig. 80, aufzunehmen, man erhält daher wieder die Spannungen in dem zusammengesetzten Fachwerk Fig. 82, wenn man die für die beiden einfachen Fachwerke gefundenen Spannungen in den sich deckenden Constructionstheilen addirt, diejenigen in den Diagonalen aber unverändert lässt.

Fig. 82.



Will man also die Spannungen in einem zusammengesetzten Fachwerk für eine bestimmte Belastung ermitteln, so wird man dasselbe erst in die beiden einfachen Fachwerke zerlegen und auf jeden dieser beiden Träger die Hälfte der Einzellasten einwirken lassen, die hierdurch hervorgerufenen Spannungen bestimmen, sodann beide Fachwerke aufeinander legen und die Spannungszahlen der sich deckenden Constructionstheile summiren.

Die Annahme in Fig. 80, dass nur die obere Gurtung belastet sei, ist jedenfalls in Bezug auf das Eigengewicht des Trägers eine unrichtige, da sich dasselbe über alle Knotenpunkte gleichmässig vertheilen wird. Es ist daher zweckmässig, auch die Knotenpunkte der unteren Gurtung belastet anzunehmen. Um das auf einen Knotenpunkt kommende Gewicht zu ermitteln, hat man das ganze Gewicht des Trägers durch

die Anzahl der Felder zu dividieren. Ist demnach p die Belastung jedes Knotenpunktes durch das Eigengewicht, so würde das ganze Gewicht des Trägers A , Fig. 80, gleich $10p$ sein und jede Auflagerverticale würde $\frac{1}{2}p$ Belastung erhalten. Es ist dann bei diesem Träger die Auflagerreaction $R = 4\frac{1}{2}p$.

Setzt man nun diese $4\frac{1}{2}p$ im Kräfteplan Fig. 83 so zusammen, dass man von n nach m erst die beiden Lasten der oberen Gurtung, dann die halbe Last in der Mitte und darauf die beiden übrigen Lasten der unteren Gurtung aneinander trägt, so kann man R in die Stangenrichtungen 2 und 3 zerlegen, und es wird Kraft 2 = mf , Kraft 3 = nf . In Fig. 80 im Knotenpunkte b des Trägers A ist die Kraft 2 mit der hier angreifenden Belastung p im Kräfteplan zu der Resultirenden of zusammzusetzen, dann lässt sich diese in die Stangenrichtungen 4 und 5 zerlegen, so dass Kraft 4 = fg , Kraft 5 = og wird. Im Knotenpunkte c der oberen Gurtung die Kräfte 3 und 4 mit der Last p zur Mittelkraft eg vereinigt, dann diese in die Stangenrichtungen 6 und 7 zerlegt, ergibt Kraft 6 = gh , Kraft 7 = eh . Im Knotenpunkte d der unteren Gurtung Kraft 5 und 6 mit der Last p zur Resultirenden ch zusammengesetzt und nach den Richtungen 8 und 9 zerlegt, ergibt Kraft 8 = hl , Kraft 9 = cl . Endlich im Knotenpunkte e die Kräfte 7 und 8 mit p zur Mittelkraft dl vereinigt, ergibt, in die Richtungen 10 und 11 zerlegt, Kraft 10 = lt , Kraft 11 = dt .

Die S. 36 angegebene Methode zur Construction der Kräftepläne wurde bei dem in (Fig. 5, Blatt 2) dargestellten Parabelträger angewendet. Bei diesem als Dachbinder ausgeführten Träger liegen die Knotenpunkte der oberen Gurtung in einem Kreisbogen und jeder dieser Knotenpunkte ist mit 2^T oder 2000 Kilogr. belastet. In dem zur Construction des Seilpolygons erforderlichen Kräftepolygon sind diese Belastungen von A nach B im Maassstabe von $1^m = 200$ Kilogr. abgetragen und ist die Horizontalspannung des Seiles oder die Poldistanz On = der Fachlänge angenommen, so dass die Grösse der am Seilpolygon wirkenden Mittelkraft R durch die Differenz der benachbarten Höhen des Seilpolygons gegeben wird.

Der Kräfteplan zu diesem Träger ist in (Fig. 6, Blatt 2) gezeichnet, wobei von O aus die Ordinaten R_1 bis R_4 aus dem Seilpolygon auf die Verticallinie aufgetragen sind. Hier ist nun offenbar die Ordinate R_1 gleich der Reaction des Auflagers A , also gleich 7^T . Diese Kraft zerlegt sich in die Stangenrichtungen 1 und 2; zieht man also durch den Punkt R_1 im Kräfteplan (Fig. 6) eine Linie parallel zur Stange 1 und durch den Punkt O eine Linie parallel zur Stange 2, dann schneiden sich die beiden Kräfte gegenseitig ab und ihre Pfeilrichtung ist durch die aufwärts wirkende Auflagerreaction gegeben. Trägt man jetzt im Kräfteplan von O aus die Differenz der beiden Ordinaten R_1 und R_2 , also $R_2 - R_1$ auf, so ist dies die Grösse der am Seilpolygon wirkenden Mittelkraft im Felde zwischen den Knotenpunkten B und C . Man zieht daher durch den Punkt $R_2 - R_1$ eine Linie parallel mit der Stange 4, durch den Punkt R_2 die punktirt angedeutete Linie parallel mit der Stangenrichtung 5 und durch den Punkt O eine Parallele zur Stangenrichtung 6, wodurch die in diesem Felde vorkommenden drei Kräfte ermittelt sind; da aber die Kräfte 4, 5 und 6 sich in einem Punkte schneiden, so wird die Kraft 5 = 0. In ganz ähnlicher Weise werden auch die übrigen Kräfte dargestellt.

Aus dem Kräfteplan (Fig. 6) ersieht man, dass die Kräfte 1, 4, 8 und 12 in der unteren Gurtung bei voller und gleichförmiger Belastung des Trägers gleich gross

werden, während in der oberen Gurtung die Spannungen von der Trägermitte nach den Auflagern hin zunehmen. In den verticalen und diagonalen Füllungstheilen sind die Spannungen = 0, wenn der Träger vollständig und gleichförmig belastet ist.

Eine ungleichförmig vertheilte Belastung ist bei dem Parabelträger (Fig. 7, Blatt 2) angenommen, und zwar greift die Last in der unteren Gurtung an. Der Kräfteplan (Fig. 8) zu diesem Träger ist im Maassstabe von $2^{\text{mm}} = 1$ Tonne aufgetragen. Das Kräfte- und Seilpolygon ist wie bei dem vorhergehenden Träger construirt, ebenso auch der Kräfteplan, nur sind in demselben von O aus abwärts die Kräfte der linken Trägerhälfte, von O aus aufwärts die Kräfte der rechten Trägerhälfte dargestellt.

Bei dem in (Fig. 1, Blatt 3) dargestellten Brückenträger mit parallelen Gurtungen und Zugdiagonalen sind 28^{m} Spannweite angenommen und für die Ermittlung der Spannungen in den Füllungstheilen wurde eine gleichförmig vertheilte mobile Last von $4,3^{\text{T}}$ pro Meter zu Grunde gelegt, was für jeden Knotenpunkt rund 12^{T} ergibt. Als Kräftemaassstab wurde $1^{\text{mm}} = 1$ Tonne und die Horizontalspannung des Seiles wurde = 60^{T} oder die Poldistanz = 60^{mm} angenommen. Man setzt nun im Kräftepolygon (Fig. 2) die Knotenpunktsbelastungen zu der Kraftlinie AB zusammen, halbirt diese Linie und zieht durch den Halbirungspunkt e die Horizontale eO , dann sind \overline{Ae} und \overline{Be} die Auflagerreactionen und Oe giebt die Richtung der Schlusslinie des Seilpolygons für die volle Trägerbelastung.

Der Kräfteplan ist in einfachster Weise an die verticale Linie AB des Kräftepolygons (Fig. 2) angezeichnet. Nun ist offenbar die Kraft V_1 in der Auflagerverticalen gleich der Auflagerreaction \overline{Ae} und D_1 ist eine Seitenkraft von V_1 . Zieht man also im Kräfteplan durch den Punkt e eine Parallele zur Diagonalen D_1 und durch den Punkt A eine Parallele zur oberen Trägergurtung, so ist die Linie \overline{ce} die von der mobilen Last herrührende Zugkraft in der Diagonalen D_1 . Jetzt soll zur Bestimmung der Kräfte V_2 und D_2 die mobile Last des Knotenpunktes 1 weggelassen werden; man verlängert daher nach Fig. 73 die zweite Seite des Seilpolygons bis zur verticalen Mittellinie des Auflagers, zieht die neue Schlusslinie FG und parallel mit dieser durch den Pol O im Kräftepolygon (Fig. 2) die Linie Og , dann ist, indem man auch im Kräftepolygon (Fig. 2) die mobile Last des Knotenpunktes 1 weglässt, das Liniestück \overline{fg} die Grösse der Mittelkraft der auf das linksseitige Stück des im zweiten Felde durchschnitten gedachten Trägers einwirkenden Kräfte. Man zieht also durch den Punkt g eine Parallele zur Diagonalen D_2 und durch den Punkt f eine Parallele zur oberen Trägergurtung, dann ist Kraft $D_2 = \overline{dg}$, Kraft $V_2 = \overline{dh}$. Ganz in derselben Weise bestimmt man auch die Kräfte der übrigen Diagonalen und Verticalen; nach Weglassung der mobilen Last in den Knotenpunkten 1 und 2 verlängert man die dritte Seite des Seilpolygons bis zur Mittellinie des Auflagers, zieht die neue Schlusslinie FJ und parallel mit dieser im Kräftepolygon durch den Pol O die Linie Oi . Ferner ist FK die Schlusslinie des Seilpolygons und Ok die Parallele hierzu, nach Weglassung der Knotenpunktsbelastungen 1, 2 und 3. Weiter ist der Strahl Ol mit der Schlusslinie FL , der Strahl Om mit der Schlusslinie FM , der Strahl On mit der Schlusslinie FN und der Strahl Op mit der Schlusslinie FP parallel.

Die Diagonalen D_1 bis D_5 sind für beide Trägerhälften symmetrisch angeordnet, ihre Spannungen sind daher auch in beiden Trägerhälften gleich gross. Für die vollständige Trägerbelastung sind nur diese Hauptdiagonalen erforderlich, da aber bei einseitiger Belastung des Trägers durch die mobile Last, die Diagonalen D_3 , D_4 , D_5 auch Druckspannung aufnehmen und in Folge dessen steif construirt werden müssten, so wendet man noch in den mittleren Feldern des Trägers die Gegendiagonalen D_6 ,

D_7, D_8 an, welche dann in Thätigkeit treten, wenn die Diagonalen D_2, D_4, D_5 gedrückt werden. Alle Diagonalen erhalten bei diesem Träger also nur Zugspannung.

In dem Kräfteplan (Fig. 2, Blatt 3) sind die Kräfte in den Verticalen V_3 bis V_6 nicht dargestellt, diese Kräfte ergeben sich in derselben Weise wie die dargestellte Kraft V_2 . Selbstverständlich müssen noch die durch das Eigengewicht des Trägers in den Verticalen und den Hauptdiagonalen hervorgerufenen Spannungen separat ermittelt und zu den Spannungen addirt werden, welche die mobile Last in diesen Constructionstheilen erzeugt. Die Spannungen in den Gurtungen können nach S. 36 ermittelt werden.

Vierter Abschnitt.

Brückenträger.

§ 9. Belastung der Brücken.

Die Brückenträger werden im Allgemeinen durch das Eigengewicht der Brückenconstruction und durch die Verkehrslast, die zufällige oder mobile Last, beansprucht. Als grösste Verkehrslast sieht man bei Strassenbrücken ein so dichtes Menschengedränge an, bei dem nur noch eine langsame Bewegung möglich ist und wobei 5 bis 6 Mann einen \square Meter Grundfläche einnehmen. Rechnet man das durchschnittliche Gewicht eines Menschen zu 70 Kilogr., dann entsteht durch Menschengedränge eine Belastung von:

350 bis 420 Kilogr. pro \square Meter,

wofür man gewöhnlich 400 Kilogr. annimmt. In grossen Städten, wo das Menschengedränge noch dichter werden kann, vergrössert man wohl die angegebene Belastung zuweilen um etwa 10% und rechnet 460 Kilogr. pro \square m. In Amerika rechnet man für Menschengedränge gewöhnlich nur 150, in Frankreich 200 und in Deutschland 280 Kilogr. pro \square m Brückenbahn.

Bei Brücken von kleinerer Spannweite kann jedoch durch schwere Lastwagen eine grössere Beanspruchung der Träger hervorgerufen werden, als durch Menschengedränge. Die Lastvertheilung, welche man bei Wagengedränge den Berechnungen zu Grunde zu legen pflegt, sind in Fig. 84 bis 86 dargestellt. Der Lastwagen von 6 Tonnen Gewicht, Fig. 84, gilt für Brücken in gewöhnlichen Feldwegen und ist hierbei das

Fig. 84.

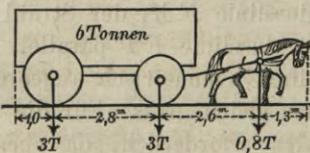
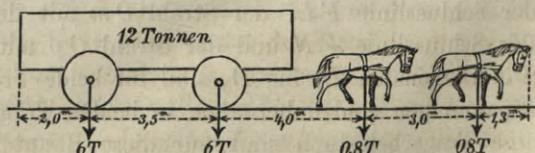


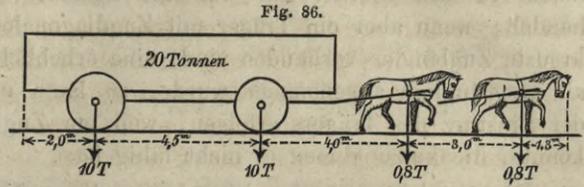
Fig. 85.



Gewicht von zwei Pferden zu 0,8 Tonnen und die Breite eines Wagens zu 2,5^m angenommen. Der Lastwagen Fig. 85 gilt für Brücken in Chausseen, während für

Brücken in Städten mit gepflasterten Strassen, wo nicht selten Dampfkessel und schwere Maschinen transportirt werden, der Lastwagen Fig. 86 zu Grunde gelegt wird.

Selbstverständlich genügt es, nur einen Wagen nach Fig. 86 in der Mitte der Brücke und im übrigen Theil derselben Wagen nach Fig. 85 anzunehmen; in diesem Falle kann die Brücke auch für Pferdeisenbahnen benutzt werden. Die oben



angegebenen Lastwagen sind reichlich gross genommen, denn das schwerste mit sechs Pferden bespannte Lastfuhrwerk wiegt 18^T, die Bespannung desselben 2^T. Schweres, mit vier Pferden bespanntes Landfuhrwerk wiegt 10^T, die Bespannung desselben 1,2^T. Schwere Chausseewalzen wiegen bei vollständiger Belastung 10^T, ohne dieselbe 5,6^T. Die Dampf-Strassenwalze von Aveling & Porter mit zwei gleichbelasten Axen in 2,2^m Abstand wiegen in gewöhnlicher Ausführung 15^T.

Sind bei einer Wegebrücke seitliche Fusswege vorhanden, so nimmt man diese mit Menschen dicht besetzt an, ist dann die Fahrbahn breiter als zwei Wagen, so wird die übrige Breite ebenfalls mit Menschen besetzt angenommen. Für die Querträger einer Brücke ist die Belastung einer Axe des Lastwagens zu berücksichtigen.

Als totales Eigengewicht eiserner Strassenbrücken kann man bei Brücken von 5,5^m Fahrbahnbreite und 1^m Banketbreite, also von 7,5^m Totalbreite, wenn g das Gewicht in Kilogr. pro Meter Brückenlänge und l die lichte Spannweite in Metern bezeichnet:

$$g = 42 l + 3600 \quad \dots \dots \dots (19)$$

annehmen, falls die Fahrbahn 0,2^m stark beschottert ist; ohne Beschotterung ist das Eigengewicht der Brücke um 2700 Kilogr. leichter. Hat die Fahrbahn nur doppelte Bebohlung, so wird:

$$g = 28 l + 1300 \quad \dots \dots \dots (20)$$

und das Eigengewicht der Brückenconstruction ohne Bebohlung ist pro Meter um 700 Kilogr. kleiner.

Für die Verkehrslast der Eisenbahnbrücken existiren keine bestimmten Normen. Der Verein deutscher Eisenbahnverwaltungen nimmt als grösste zulässige Belastung einer Locomotivaxe 13 Tonnen an. Meistens wird für die Berechnung der Eisenbahnbrücken ein Zug aus drei hintereinander gehenden Locomotiven mit Tendern, im Gewicht von je 56^T, und schweren zweiaxigen Lastwagen angenommen, die zwischen den Puffern etwa 6^m Länge und 3^m Radstand haben; jede Axbelastung beträgt höchstens 8^T. Eine grössere Beanspruchung der Brückenträger kann dadurch entstehen, dass man eine Locomotive mit dem Tender vorausgehen lässt, also zwei Locomotiven Brust an Brust stellt.

In neuerer Zeit wird meistens ein Zug nur aus Locomotiven bestehend für die Berechnung der Eisenbahnbrücken zu Grunde gelegt, weil solche Locomotivzüge im Kriege vorkommen können. Diese Annahme ist unbedingt empfehlenswerth, denn wenn man die mobile Last so gross in Rechnung bringt, wie sie nur irgend vorkommen kann und dann eine entsprechend starke Inanspruchnahme des Materials wählt, so werden die Träger nicht zu schwer und man ist für alle Fälle gegen den Einsturz der Brücke gesichert. Manche Constructeure glauben zwar, dass ein Lastzug mit drei Locomotiven für die Berechnung der Eisenbahnbrücken genügend sei, weil die Brücke

in Ausnahmefällen auch eine grössere Beanspruchung vertragen könne, als der Berechnung zu Grunde gelegt wurde. In Bezug auf die Gurtungen ist dies zwar richtig, indem es sich hierbei nur um eine absolute Vergrößerung der Inanspruchnahme handelt; wenn aber ein Träger mit Zugdiagonalen, wo nur in den Mittelfeldern gekreuzte Zugbänder vorhanden sind, eine erheblich grössere einseitige Belastung erhält, als ursprünglich angenommen wurde, so kann eine bleibende Deformation oder gar der Einsturz des Trägers erfolgen, weil ein Zugband dann Druckspannung erhalten könnte, die aufzunehmen es nicht fähig ist.

Das Gewicht der schwersten Locomotiven mit getrennten Tendern beträgt bei drei Axen 39^T, bei vier Axen 48^T, dasjenige der schwersten Tender mit drei Axen ca. 28^T; die schwersten Tenderlocomotiven wiegen ca. 68^T. Der Radstand der Locomotiven schwankt zwischen 1,15^m und 2,8^m. Gewöhnlich pflegen die Locomotiven einer Bahn nicht auf andere Bahnen überzugehen, man hätte demnach nur die schwersten Locomotiven derjenigen Bahn zu wählen, für welche die Brücke construiert wird. Da aber im Kriege auch der Fall vorkommen kann, dass fremde Locomotiven eine betreffende Bahn befahren, so muss man die schwersten Locomotiven wählen, die überhaupt auf einer mit der betreffenden Bahn in näherer Verbindung stehenden Bahn vorkommen.

In Fig. 87 ist die Lastvertheilung einer 37^T schweren Locomotive und eines 27^T schweren Tenders dargestellt, wobei die grösseren Kreise die Locomotivräder, die kleineren Kreise die Tenderräder andeuten. Die ganze Länge der Locomotive mit Tender beträgt 14^m, der Radstand der Locomotive 1,3^m, der Radstand des Tenders 1,5^m. Die Lastvertheilung einer anderen Locomotive mit Tender, im Gewichte von 63^T, deren ganze Länge 13,5^m beträgt, zeigt Fig. 88; hierbei ist der Radstand von der Locomotive und dem Tender gleich 1,5^m.

Fig. 87.

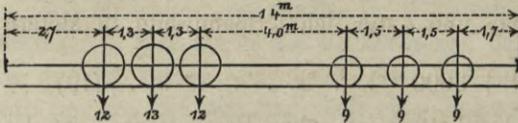
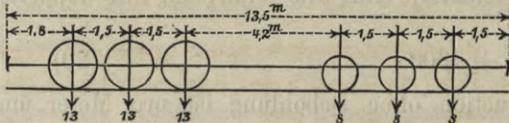


Fig. 88.



Meistens hat man, statt der wirklichen Belastung einer Eisenbahnbrücke durch einen Lastzug mit drei Locomotiven oder durch einen Locomotivzug, eine gleichwerthige, gleichförmig vertheilte mobile Belastung der Berechnung zu Grunde gelegt. Wenn man nämlich das den Einzellasten entsprechende Maximalmoment M_{max} des Trägers bestimmt hat, so berechnet man die gleichförmig vertheilte Belastung, die in der Trägermitte dasselbe M_{max} hervorruft, wie das grösste unter den Momenten von jenen Einzellasten. Bezeichnet nun l die Länge des Trägers zwischen den Auflagermitten und p die gleichförmig vertheilte Belastung pro Längeneinheit, dann ist:

$$M_{max} = \frac{pl^2}{8}, \text{ also } p = \frac{8 M_{max}}{l^2} \dots \dots (21)$$

Durch diese Annahme begeht man aber, namentlich bei Brücken von kleiner Spannweite, nicht unerhebliche Fehler, weil das Biegemoment der Einzellasten nicht in allen Querschnitten mit dem Biegemoment völlig übereinstimmt, welches die gleichförmig vertheilte Last p hervorruft; besonders aber stimmen die Verticalkräfte in beiden Fällen nicht überein.

Es sei z. B. ein Brückenträger von 5^m Spannweite nach Fig. 89 durch eine Locomotive belastet, deren Lastvertheilung Fig. 87 giebt. Bei dieser Stellung der Loco-

motive würde jedes Auflager das halbe Gewicht derselben aufzunehmen haben, wenn man beide Brückenträger zusammen in die Rechnung einführt; es ist daher $R = 18,5$ Tonnen, man hat also in Bezug auf die Trägermitte:

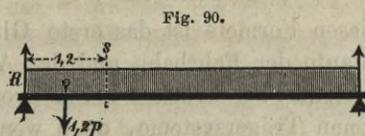
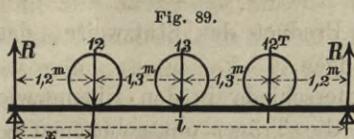
$$M_{max} = R \cdot \frac{l}{2} - 12 \cdot 1,3 = 18,5 \cdot 2,5 - 12 \cdot 1,3 = 30,65 \text{ Meter-Tonnen.}$$

Diesem Biegemoment entspricht nach Formel (21) eine gleichförmig vertheilte Last:

$$p = \frac{8 \cdot 30,65}{25} = 9,808 \text{ Tonnen pro Meter Trägerlänge.}$$

Für den Querschnitt im Abstände x ist nach Fig. 89 das Biegemoment:

$$M = R \cdot 1,2 = 18,5 \cdot 1,2 = 22,2 \text{ Meter-Tonnen.}$$



Bei der gleichförmig vertheilten Belastung ist das Biegemoment für denselben Querschnitt s nach Fig. 90, wo $R = 2,5 p$ wird:

$$M = R \cdot 1,2 - 0,6 \cdot 1,2 p = 2,5 \cdot 9,808 \cdot 1,2 - 0,6 \cdot 1,2 \cdot 9,808 = 22,362 \text{ Meter-Tonnen.}$$

Nimmt man aber in Fig. 89 den Abstand $x = 0,6^m$, so wird für diesen Fall:

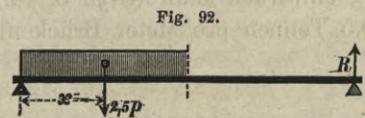
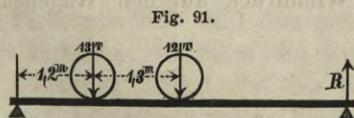
$$M = R \cdot 0,6 = 18,5 \cdot 0,6 = 11,1 \text{ Meter-Tonnen.}$$

Für denselben Querschnitt in Fig. 90 wird aber

$$M = R \cdot 0,6 - 0,6 p \cdot 0,3 = 9,808 \cdot 0,6 - 0,6 \cdot 9,808 \cdot 0,3 = 12,947 \text{ Meter-Tonnen.}$$

Grössere Verschiedenheit als unter den Biegemomenten findet unter den Verticalkräften in beiden Fällen statt; für die Trägermitte wird bei der natürlichen Belastung der Trägerhälfte nach Fig. 91 die Verticalkraft:

$$V = R = \frac{12 \cdot 2,5 + 13 \cdot 1,2}{5} = 9,12 \text{ Tonnen,}$$



während für die gleichförmig vertheilte Last:

$$V = R = \frac{2,5 p \cdot l/4}{1} = \frac{2,5 \cdot 9,808 \cdot 1,25}{5} = 6,13 \text{ Tonnen wird.}$$

Es ist also zu empfehlen, dass man bei Berechnung von Eisenbahnbrücken die wirkliche Belastung durch einen Locomotivzug zur Bestimmung der Biegemomente und Verticalkräfte in Anwendung bringt. Um nun bei langen Brücken die in Frage kommenden Zugstellungen leicht überblicken zu können, zeichnet man die Axentheilung eines ganzen Zuges hintereinander in gleichem Maassstabe mit der Trägerzeichnung auf einen schmalen Papierstreifen, den man längs der Brückenlänge verschieben und so alle verschiedenen Stellungen des Zuges auf der Brücke rasch über-

Spannungen in den Füllungstheilen der Verticalkraft, die Spannungen in den Gurtungen dem Momente.

Wirkt nach Fig. 93 eine Einzellast P im Abstände a und b von den Auflagern auf einen Träger ein, so muss für den Gleichgewichtszustand gegen Drehung, wenn das rechtsseitige Auflager als Drehpunkt gewählt wird, die Gleichung bestehen:

$$r(a + b) = P \cdot b, \text{ hieraus wir } r = \frac{P \cdot b}{a + b}.$$

Liegt nun, wie in Fig. 93, eine bewegliche Einzellast P rechts von einem Querschnitte ss , dann ist die Verticalkraft V in diesem Querschnitte:

$$V = r = \frac{P \cdot b}{a + b}.$$

Diese aufwärts gerichtete Kraft kann man als positiv annehmen, dann ist für diesen Fall V positiv, und offenbar wird V um so grösser, je grösser b wird, oder je näher die Last P an den betreffenden Querschnitt ss rückt. Wenn aber die Einzellast P über den Querschnitt ss hinaus rückt, so dass sie, wie in Fig. 94, links von diesem liegt, dann wird $V = R - P$; nun ist aber R kleiner als P , folglich wird in diesem Falle V negativ. Je näher wieder P an den Querschnitt ss rückt, um so kleiner wird R , um so grösser also der Werth von V . Aus dieser Untersuchung folgt:

Jede Einzellast erzeugt in einem beliebigen Querschnitte eine positive oder negative Verticalkraft, je nachdem die Last sich auf der rechten oder linken Seite dieses Querschnittes befindet, und die Verticalkraft wird um so grösser, je näher die Last an dem Querschnitte liegt.

Bei Eisenbahnbrücken wird also durch die Radaxen eines Zuges, welche sich rechts von einem Querschnitte ss befinden, eine positive, von den Radaxen aber, die

Fig. 93.

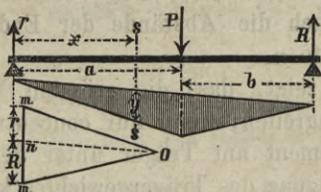
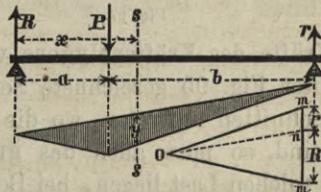


Fig. 94.



sich links von diesem Querschnitte befinden, eine negative Verticalkraft in dem Querschnitte hervorgerufen. Soll demnach in dem Querschnitte ss nur eine positive Verticalkraft auftreten, so muss der Zug von rechts kommen und nur bis zum Querschnitte auffahren. Fährt der Zug von links bis zum Querschnitte ss auf, so kann in demselben nur eine negative Verticalkraft entstehen. Den grössten Werth erreicht die Verticalkraft für einen beliebigen Querschnitt, wenn der Zug von der entfernteren Stütze kommt und bis zu dem Querschnitte auffährt.

Das Moment M , welches eine Einzellast P in irgend einem Querschnitte erzeugt, ist der Höhe y des Seilpolygons proportional. Macht man in Fig. 93 und 94 die Linie mm im Kraftpolygon gleich P , zieht von dem beliebigen Pol O aus die Strahlen Om und parallel mit diesen die Seiten des Seilpolygons, zieht dann die Schlusslinie des Seilpolygons und parallel mit dieser im Kraftpolygon den Strahl On , so theilt dieser die Last P in zwei Theile, nämlich in die Auflagerdrücke r und R . Das Moment M_x für den Querschnitt ss im Abstände x vom Auflager ist nach Formel (1), wenn H die Horizontalspannung des Seiles oder den horizontalen Abstand des Poles O von der Linie mm bezeichnet, gleich $H \cdot y$. Hierbei ist H als Kraft natürlich auf dem an-

gewendeten Kraftmaassstabe, y auf dem angewendeten Längenmaassstabe zu messen. Aus Fig. 93 und 94 erhellt, dass die Ordinate y im Querschnitte, wo die Einzellast P angreift, am grössten wird, demnach erreicht also das Moment M für diesen Querschnitt den grössten Werth, oder es wird hier zum Maximum.

Wirken auf einen Träger beliebig viele Kräfte 1, 2, 3, 4, 5, wie in Fig. 95, so trage man diese in Fig. 96 der Reihe nach auf die Gerade AB der Grösse nach auf, ziehe von dem beliebig gewählten Pol O die Strahlen an die Endpunkte der Kräfte und parallel zu diesen ziehe man die einzelnen Seiten des unter Fig. 95 verzeichneten Seilpolygons. Hierauf schliesse man das letztere durch die Schlusslinie ss und ziehe im Kräftepolygon Fig. 96 parallel mit der Schlusslinie ss den Strahl On , dann theilt dieser die Kraftlinie AB in die Auflagerdrücke R_1 und R_2 . Zieht man durch den

Theilpunkt n eine Horizontale nn , ebenso durch die Endpunkte der Kräfte 1, 2, 3, 4, 5 Horizontallinien und durch die Lastpunkte des Trägers Verticallinien, so erhält man in dem schraffirten Theil der Fig. 97 die graphische Darstellung der Verticalkräfte, welche von der Linie nn in eine negative und eine positive Gruppe getheilt werden. In den Trägerquerschnitten vom rechtsseitigen Auflager bis zum Angriffspunkt der Kraft 1 ist die Verticalkraft $V_1 = R_1$, in den Querschnitten zwischen den Kräften 1 und 2 ist $V_2 = R_1 - \text{Kraft 1}$, in den Querschnitten zwischen den Kräften 2 und 3 ist $V_3 = R_1 - \text{Kraft 1} + 2$ etc. Die Verticalkräfte sind demnach die Abstände der Endpunkte der

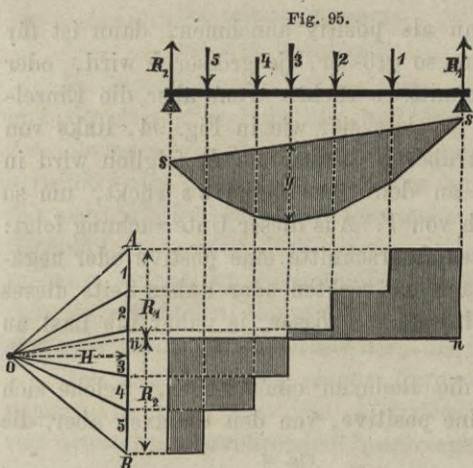


Fig. 96.

Fig. 97.

einzelnen Kräfte des Kräftepolygons vom Punkte n .

Das unter Fig. 95 gezeichnete Seilpolygon zeigt, dass die grössten Momente in jenen Querschnitten auftreten, wo die Lasten angreifen; wenn nur concentrirte Lasten vorhanden sind, so muss auch das grösste Moment am Träger unter dem Angriffspunkt einer solchen Last liegen, bei Berücksichtigung des Trägergewichtes kann es aber an einen anderen Ort treffen. In Fig. 95 tritt das grösste Moment ohne Berücksichtigung des Trägergewichtes im Querschnitte

unter der Last 3 ein, wo die Ordinate y den grössten Werth erreicht; das Moment ist hier $M = H \cdot y$, oder wenn man die Poldistanz H gleich der Krafteinheit macht, so wird $M = y$, wie § 2 lehrt.

Wird nach Fig. 98 für die Belastungen P_1, P_2, P_3 und die zugehörigen Auflagerdrücke Q_1 und Q_2 ein Seilpolygon construiert, ferner mit derselben Horizontalspannung H unter gleichen Verhältnissen jedoch mit Hin-

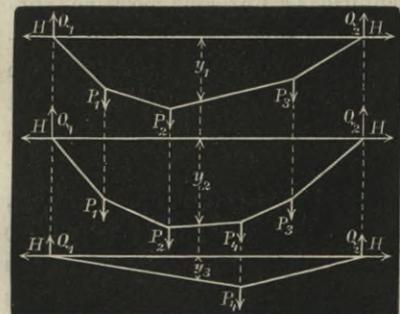


Fig. 98.

Fig. 99.

Fig. 100.

zufügung einer Belastung P , ein zweites Seilpolygon nach Fig. 99 und endlich ein drittes Seilpolygon nur für die hinzugefügte Last P_4 nach Fig. 100 construiert, so ist für denselben Verticalschnitt die Höhe des Seilpolygons in Fig. 99:

$$y_2 = y_1 + y_3 \dots \dots \dots (23)$$

Die Wirkungen paralleler Kräfte addiren sich also einfach, so dass man jede zu den Kräften $P_1, P_2, P_3 \dots$ hinzutretende Kraft bezüglich ihrer Wirkung auf den fraglichen Querschnitt für sich untersuchen und das Resultat zu dem früher gefundenen Resultate addiren kann. Ebenso ist auch die Zunahme der Durchbiegung eines belasteten Trägers durch eine hinzugefügte Belastung an irgend einem Punkte des Trägers gleich derjenigen Durchbiegung, welche der gewichtslos gedachte Träger annehmen würde, wenn jene Last allein auf ihn einwirkt.

Bei einem Träger, der nach Fig. 101 die auf seiner Länge $AB = l$ gleichförmig vertheilte Last P zu tragen hat, erhält jede Längeneinheit des Trägers hiervon den Theil $p = \frac{P}{l}$, dann ist also $p \cdot l = P$. Denkt man die Last p nach Fig. 101 als constante Ordinate über l aufgetragen, so giebt das schraffierte Rechteck, die sogenannte Belastungsfläche, ein deutliches Bild der Lastvertheilung. Hiernach muss der Druck R_1 , den das Auflager A erhält, ebenso gross sein, wie der Druck R_2 , den das Auflager B anzunehmen hat, und es ist:

$$R_1 = R_2 = \frac{P}{2} = \frac{p \cdot l}{2} \dots (24)$$

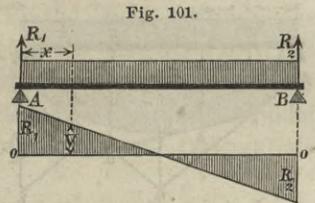


Fig. 101.

Die Vertikalkraft V für irgend einen Querschnitt im Abstände x vom Auflager A ist bestimmt durch die Gleichung:

$$V = R_1 - p \cdot x = \frac{p \cdot l}{2} - p \cdot x = \frac{p}{2} (l - 2x) \dots (25)$$

Hiernach wird für $x = \frac{l}{2}$ die Vertikalkraft $V = 0$, den grössten Werth erreicht V für $x = 0$, nämlich $V = + \frac{p \cdot l}{2}$, und für $x = l$, wo $V = - \frac{p \cdot l}{2}$ wird. Die Vertikalkräfte werden somit durch eine Gerade dargestellt, welche die Achse oo , nach Fig. 101, in deren Mitte schneidet; der Abstand dieser Geraden von der Achse o ist an den Auflagern A und B gleich der Reaction $R_1 = R_2 = \frac{p \cdot l}{2}$.

Das Biegemoment M_x in irgend einem Querschnitte des Trägers im Abstände x vom Auflager A , Fig. 102, ist:

$$M_x = R \cdot x - \frac{p \cdot x^2}{2} = \frac{p \cdot x}{2} (l - x) \dots (26)$$

Für $x = 0$ und $x = l$ wird $M_x = 0$, während M_x für $x = \frac{l}{2}$ seinen grössten Werth erreicht; dieser ist:

$$M_x = \frac{p \cdot l^2}{8} \dots (27)$$

Construirt man die Biegemomente für die verschiedenen Werthe von x nach Formel (25), so werden dieselben nach Fig. 102 durch eine Parabel fvg dargestellt, deren Scheitelhöhe mv unter der Mitte von fg gleich $\frac{p \cdot l^2}{8}$ liegt. Diese Parabel ist eine Seilcurve, die sich in einfacher Weise durch ihre Tangenten bestimmen lässt. Wird nämlich in dem zugehörigen Kräftepolygon die Kraftlinie $ab = p \cdot l = P$ und der Strahl $Oa = Ob$ gemacht, sind ferner die Endtangenten fn und gn der Seilcurve parallel zu diesen Strahlen, so ist:

daher:

$$\triangle fmn \sim \triangle Oha,$$

oder:

$$\overline{mn} : ah = \overline{fm} : Oh,$$

$$\overline{mn} : \frac{pl}{2} = \frac{l}{2} : H$$

und hieraus :

$$\overline{mn} = \frac{p \cdot l^2}{4H} \dots \dots \dots (28)$$

Sollen nun die Höhen der Seilcurve direct die Biegemomente darstellen, so ist die Poldistanz $H =$ der Kräfteinheit zu nehmen und es wird $\overline{mn} = \frac{p \cdot l^2}{4}$. Der Scheitelpunkt v der Parabel liegt auf der Linie \overline{mn} und es ist die Scheitelhöhe

$$mv = \frac{p \cdot l^2}{8} = \frac{mn}{2}. \text{ Will man nun, ohne die Seilcurve}$$

verzeichnet zu haben, die Tangente zu dem unter irgend einem Querschnitt ss liegenden Punkte der Seilcurve construiren, so kann man die Belastungsfläche durch den Schnitt ss in zwei Theile zerlegt und jeden Lasttheil in seinem Schwerpunkte S_1 resp. S_2 angreifend denken. Offenbar liegen dann die Schnittpunkte c und d der gesuchten Tangente mit den Linien fn und gn lothrecht unter den

Schwerpunkten S_1 und S_2 , weil die Tangente selbst eine Seite des Seilpolygons $fc dg$ für die beiden Einzellasten S_1 und S_2 ist, alle Seiten des Seilpolygons aber sind Tangenten an der Seilcurve, welche der gleichförmig vertheilten Belastung zukommt.

Es ist somit leicht, beliebig viele Tangenten an der Seilcurve zu construiren und darauf die Seilcurve selbst einzuzeichnen. In Fig. 102 stellt y also direct das Biegemoment M für den Trägerquerschnitt ss dar, wenn die Horizontalspannung der Seilcurve $H = 1$ gemacht wird; ist H nicht gleich 1, so ist $M = H \cdot y$.

Um die Seilcurve vollständig zu verzeichnen, theile man die Linie fn und gn , Fig. 102 und 103, in eine gleiche Anzahl gleicher Theile und verbinde die Theilpunkte 1 mit 1, 2 mit 2 . . . in der Weise, wie es Fig. 103 zeigt, man erhält dann eine Reihe von Tangenten an der Seilcurve und die letztere geht durch die mit kleinen Kreisen bezeichneten Tangentialpunkte, die lothrecht abwechselnd über den Theilpunkten der Endtangente liegen.

Ist ein Träger auf seiner Länge nur theilweise mit einer gleichförmig vertheilten Last bedeckt, wie z. B. bei Strassenbrücken durch Menschengedränge, so lässt sich der Einfluss dieser einseitigen mobilen Belastung auf die Verticalkräfte und Momente leicht durch das Kräftepolygon und die Seilcurve ermitteln. In Fig. 104 ist die Linie $AB = p \cdot l$, also gleich der vollen Trägerbelastung, und der Strahl OA ist gleich OB . Für die Horizontalspannung $H = \overline{Oh}$ ist nun die Seilcurve cvd construirt, die in der Mitte eine Höhe mv hat. Soll nun für den beliebigen Querschnitt ss , der um x vom Auflager a absteht, die grösste von der mobilen Last in diesem Querschnitte erzeugte Verticalkraft V ermittelt werden, so muss der Träger

Fig. 102.

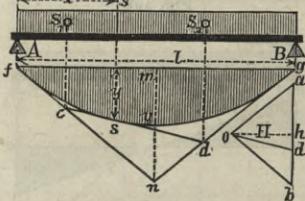


Fig. 103.

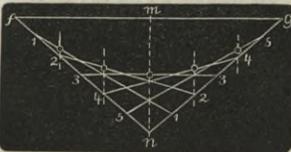


Fig. 104.

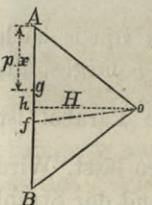
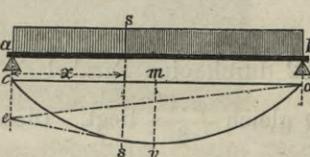


Fig. 105.



nur von dem entfernteren Auflager b bis an den Querschnitt ss belastet sein, die Last vom Auflager a bis an den Querschnitt, nämlich $p.x$, muss also entfernt werden. Nach S. 37 entfernt man diese Last sofort aus dem Seilpolygon, wenn man an den Schnittpunkt s der Seilcurve eine Tangente zieht und diese bis zur Mittellinie des nächsten Auflagers verlängert. Durch den so erhaltenen Schnittpunkt e zieht man nun die neue Schlusslinie ed der Seilcurve, dann entspricht die neue Seilcurve evd der einseitigen Belastung des Trägers, und ihre Ordinate y , mit der Poldistanz H multiplicirt, giebt das Biegemoment für jeden beliebigen Querschnitt.

Zieht man jetzt im Kräftepolygon Fig. 104 durch den Pol O einen Strahl Of parallel zur Schlusslinie ed und entfernt auch im Kräftepolygon die Last $p.x$, so giebt das Stück fg den Druck des Auflagers a , zugleich ist aber auch fg die im Querschnitte ss thätige Verticalkraft V .

Bei einem auf Biegung beanspruchten Balken behalten nur die Fasern einer einzigen Schicht, der neutralen Faserschicht oder elastischen Fläche, ihre ursprüngliche Länge. Zu diesen Fasern gehört insbesondere die elastische Linie oder die Faser, die mit der Schwerpunktsaxe des Balkenquerschnittes zusammenfällt. Die elastische Linie erleidet also bei der Biegung des Balkens keine Längenänderung, sondern sie bildet nach einem gewissen Gesetze eine stetige Curve. Nun ist bekanntlich die Differentialgleichung der elastischen Linie:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{E.J}, \text{ oder hieraus } E \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{J} \dots \dots (29)$$

wenn M das Biegemoment der Aussenkräfte, E den Elasticitätsmodul des Materials und J das Trägheitsmoment des Trägerquerschnittes bezeichnet. Die Differentialgleichung einer Seilcurve mit der Belastung p pro horizontale Längeneinheit und der constanten Horizontalspannung H ist aber:

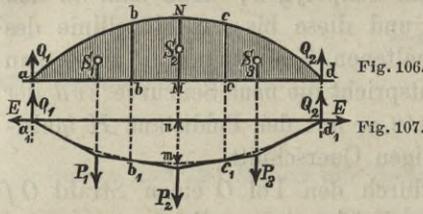
$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{p}{H}, \text{ oder hieraus } H \frac{d^2 y}{dx^2} = p \dots \dots (30)$$

Aus den beiden Gleichungen (29) und (30) hat Baurath Mohr zuerst nachgewiesen, dass die elastische Linie eine Seilcurve ist, wobei der Horizontalzug des Seiles durch die constante Grösse E und die Belastung p der horizontalen Längeneinheit durch die variable Grösse $\frac{M}{J}$ dargestellt wird.

Nach Formel (1) ist, wenn man statt h die Bezeichnung y setzt, $M = H.y$, oder es ist das Moment, an einer beliebigen Stelle des Trägers, gleich dem Producte aus der angenommenen Horizontalspannung oder Poldistanz H und der verticalen Höhe y zwischen dem Seilpolygon und der Schlusslinie. Bei einer gleichförmig vertheilten Last und einer Horizontalspannung gleich der Krafteinheit ist also $M = y$ und die Seilcurve Fig. 103 ist die graphische Darstellung der Momente; dividirt man die Ordinaten y dieser Curve durch das constante Trägheitsmoment J des Trägerquerschnittes, indem man die Krafteinheit im Kräftepolygon mit J multiplicirt, so erhält man in der Seilcurve die graphische Darstellung der Grösse $\frac{M}{J}$. Die so entstandene Belastungsfläche $abNcd$, Fig. 106, kann man durch beliebig viele Ordinaten $bb, cc\dots$ zerlegen und die Flächentheile durch Einzellasten $P_1, P_2, P_3 \dots$, die in den Schwerpunkten $S_1, S_2, S_3 \dots$ der Flächentheile angreifen, ersetzt denken.

Aus diesen Einzelkräften P mit der constanten Horizontalspannung oder Poldistanz E lässt sich nun ein Seilpolygon, Fig. 107, darstellen, welches die Seilcurve

oder die elastische Linie in den Verticalen bb_1, cc_1 der Theilpunkte berührt, die elastische Linie geht demnach durch die Punkte $a_1 b_1 c_1 d_1$. Man kann also durch



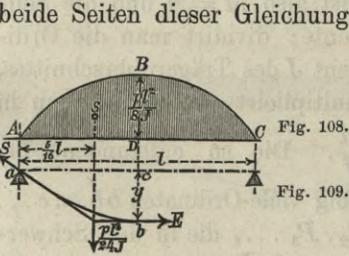
entsprechende Theilung der Belastungsfläche eine beliebig grosse Anzahl von Punkten der elastischen Linie festlegen. Bezeichnen noch Q_1 und Q_2 die Drücke der Belastungsfläche Fig. 106 auf die Auflager a und d und theilt man die Belastungsfläche durch die Ordinate NM so, dass $aNM = Q_1$ und $dNM = Q_2$ wird, dann liegt die grösste Ordinate nm der elastischen Linie in

der Verticalen der Ordinate NM , weil die Seilcurve in dem Punkte m zur Verbindungslinie $a_1 d_1$ der beiden Auflager parallel gerichtet ist.

Die Horizontalspannung E der Seilcurve, welche die elastische Linie darstellt, ist im Verhältniss zu den Belastungen $\frac{M}{J}$ so ausserordentlich gross, dass die Ordinaten y der Seilcurve verschwindend klein ausfallen, wenn man die Horizontalspannung und die Belastungen in demselben Maassstabe aufträgt.

Um die Grössen der Durchbiegung eines Balkens zu bestimmen, kann man den Horizontalzug E und die Belastungen $\frac{M}{J}$ nach zwei verschiedenen Maassstäben auftragen, wobei es in der Regel am zweckmässigsten ist, das Verhältniss des Maassstabes von E zu dem Maassstabe von $\frac{M}{J}$ genau so gross zu wählen, wie das Verhältniss der Abscissen in der Zeichnung zu den wirklichen Abscissenlängen. Zeichnet man z. B. die Trägerlänge nach dem Maassstabe von 1:200, so trägt man die Belastungen in einem 200 mal grösseren Maassstab auf, als die Horizontalspannung E , dann werden die Ordinaten der elastischen Linie im Verhältniss zu den Abscissen 200fach vergrössert, die Durchbiegungen erscheinen also in natürlicher Grösse in der Zeichnung.

Wie oben bemerkt wurde, findet die grösste Durchbiegung eines Trägers unter der Ordinate statt, welche die Belastungsfläche der elastischen Linie in zwei den Auflagerdrücken gleiche Theile zerlegt, und gewöhnlich wird bei Bestimmung von Durchbiegungen nur die Ordinate der grössten Einsenkung, sowie deren Abscisse gesucht, während die Form der Biegungscurve nicht weiter interessirt. Soll z. B. die Durchbiegung eines Trägers von constantem Querschnitt mit frei aufliegenden Enden ermittelt werden und ist der Träger pro Längeneinheit mit p belastet, so ist die ganze Last des Trägers gleich pl und das Moment in der Trägermitte $M = \frac{pl^2}{8}$. Dividirt man



beide Seiten dieser Gleichung durch das Trägheitsmoment J des Trägerquerschnittes, so erhält man $\frac{M}{J} = \frac{pl^2}{8J}$. Die von $\frac{M}{J}$ beschriebene

Belastungsfläche wird nach Fig. 108 durch eine Parabel ABC dargestellt, deren Scheitelordinate über der Trägermitte ist:

$$\overline{BD} = \frac{pl^2}{8J}$$

Drückt man nun das Gleichgewicht eines Theiles der elastischen Linie links oder rechts von der Ordinate, welche die Belastungsfläche in zwei den Auflagerdrücken

gleiche Theile zerlegt, durch die Momentengleichung für den Stützpunkt aus, so ist die gesuchte Durchbiegung in dieser Gleichung die einzige Unbekannte. Auf die eine Hälfte ab der elastischen Linie Fig. 109 wirken folgende drei Kräfte:

- 1) in dem Punkte b die horizontal gerichtete Seilspannung E gleich dem Elastizitätsmodul des Materials;
- 2) in dem Stützpunkte a die Seilspannung S und
- 3) die Belastung gleich der Fläche:

$$ABD = \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{p l^2}{8J} = \frac{p l^3}{24J}$$

Der horizontale Abstand des Schwerpunktes s dieser Fläche von dem Auflager a beträgt $\frac{5}{16} l$. Die Momentengleichung in Bezug auf den Drehpunkt a ergibt also:

$$E \cdot y - \frac{p \cdot l^3}{24J} \cdot \frac{5}{16} l = 0,$$

hieraus wird:

$$y = \frac{5}{384} \frac{p \cdot l^4}{E \cdot J} \dots \dots \dots (31)$$

Hat ein Träger unter denselben Verhältnissen wie vorstehend keine gleichförmig vertheilte Last, sondern nur eine Einzellast P im Abstände n von der Trägermitte zu tragen, so bildet die Belastungsfläche nach Fig. 110 ein Dreieck ABC , dessen Höhe über dem belasteten Punkt D ist:

$$\overline{BD} = \frac{P(l^2 - 4n^2)}{4lJ}$$

Der Druck Q der Belastungsfläche auf den Stützpunkt A ergibt sich aus der Momentengleichung in Bezug auf den Drehpunkt C :

$$Q \cdot l = \frac{P(l^2 - 4n^2)}{4lJ} \cdot \frac{l}{2} \cdot \left(\frac{l}{2} - \frac{n}{3}\right),$$

hieraus wird:

$$Q = \frac{P(l^2 - 4n^2)(3l - 2n)}{48lJ}$$

Die Belastungsfläche zwischen dem Auflager A und einer Ordinate fe in der Entfernung $Ae = t$ ist:

$$Afe = \frac{t}{2} \cdot \frac{P(l^2 - 4n^2)}{4lJ} \cdot \frac{t}{l/2 + n} = \frac{P(l - 2n)t^2}{4lJ}$$

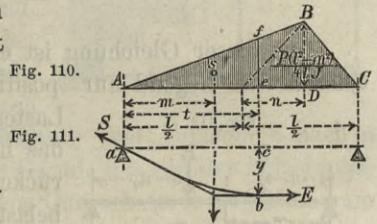
Diese Fläche ist gleich dem obigen Werthe von Q , wenn:

$$t = \sqrt{\frac{(l + 2n)(3l - 2n)}{12}} \text{ ist.}$$

Der Abstand des Schwerpunktes s vom Auflager A ist $m = \frac{2}{3} t$, man erhält demnach für den Theil ab der elastischen Linie Fig. 111 in Bezug auf den Punkt a als Drehpunkt die Momentengleichung:

$$E \cdot y - \frac{P(l - 2n)t^2}{4lJ} \cdot \frac{2}{3} t = 0,$$

oder wenn man vorstehenden Werth von t einsetzt:



$$y = \frac{P(l - 2n)}{144l EJ} \sqrt{\frac{(l + 2n)^3 (3l - 2n)^3}{3}} \dots (32)$$

Wenn der Träger in der Mitte seiner Länge belastet ist, so wird $n = 0$ und $t = \frac{1}{2}l$, statt Formel (32) erhält man dann:

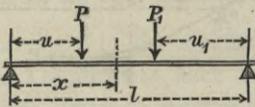
$$y = \frac{P.l^3}{48 EJ} \dots (33)$$

Für Fachwerksträger auf zwei Stützen als Träger von Eisenbahnbrücken hat man zu untersuchen, welche Anordnung dem Locomotivzuge gegeben werden muss, damit für jedes einzelne Fachwerksglied die stärkste Spannung ermittelt wird, welche überhaupt darin auftreten kann; hat man die ungünstigste Belastungsart gefunden, so lässt sich die entsprechende Spannung leicht ermitteln. Die Inanspruchnahme der Gurtungen sind Functionen des Biegemomentes der auf den Träger einwirkenden äusseren Kräfte. Das Moment M_x für einen Querschnitt im Abstände x vom linken Auflager Fig. 112 ergibt sich, wenn P die Gesammtheit der links vom Schnitte, P_1 die der rechts vom Schnitte befindlichen Belastungen, u und u_1 die Abstände der Schwerpunkte dieser Lasten von den zugehörigen Auflagern und l die Stützweite des Trägers bezeichnet, durch die Gleichung:

$$M_x = \frac{P \cdot u(l - x) + P_1 \cdot u_1 \cdot x}{l} \dots (34)$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, dass jede Belastung links oder rechts vom Querschnitte liegend nur positive Werthe für M_x liefert und dass der Einfluss der Lasten um so grösser wird, je grösser u und u_1 werden, das heisst je näher die Lasten P und P_1 an den Querschnitt rücken. Wenn also der Träger durch einen Locomotivzug belastet wird, so werden die Gurtungen an irgend einer Stelle am stärksten beansprucht, wenn die schwersten Axen möglichst nahe an dem fraglichen Schnitte concentrirt sind und die Gesamtbelastung des Trägers möglichst gross ist.

Fig. 112.



Sehr deutlich zeigt sich der wechselnde Beitrag einer über den Träger fortrollenden Last P zu M_x durch die von Dr. Weyrauch*) angegebene graphische Darstellung Fig. 113. Trägt man nämlich den Abstand des fraglichen Querschnittes x vom Auflager A auch von A senkrecht abwärts, so dass $Ax = Aa$ wird, verbindet den Punkt a mit dem anderen Auflager B durch eine Gerade, markirt auf dieser senkrecht unter dem Schnitte x den Punkt x_1 und verbindet diesen Punkt mit dem Auflager A durch eine Gerade, so ist der Beitrag, den eine an irgend einem Punkte des Trägers angreifende Last P zum Momente bei x liefert $= P \cdot y$, wenn y die Höhe der Ordinate zwischen der Trägerunterkante und dem Linienzuge Ax_1B unter der betreffenden Last P bezeichnet. In Fig. 113 ist also für die mobile Last:

$$M_x = P_1 \cdot y_1 + P_2 \cdot y_2 + P_3 \cdot y_3 + \dots + P_6 \cdot y_6 \dots (35)$$

Bezeichnet noch F den Flächeninhalt des Dreieckes ABx_1 und p das gleichförmig vertheilte Eigengewicht des Trägers pro Längeneinheit, so hat man, da

*) Zeitschrift des Archit.- und Ing.-Vereins zu Hannover 1875, S. 467.

$x/2(l-x) = F$ ist, noch $p \cdot F$ zu dem obigen Werthe von M_x zu addiren. Die Ordinaten y sind auf dem angewendeten Längenmaassstabe zu messen. Wird x sehr klein, so kann man $\overline{Aa} = n \cdot x$ nehmen und nachher Formel (35) durch n dividiren.

Aus Fig. 113 ersieht man, dass jenes von den verschiedenen auf dem Träger vorkommenden Lastsystemen zu wählen ist, welches möglichst viele und grosse Lasten mit möglichst kleinem Radstande enthält. Ferner, dass der Theil des Lastsystems, der bei den kleinsten Radständen die grössten Lasten enthält, jedesmal an dem Querschnitte stehen muss, für den das Maximum von M_x bestimmt werden soll.

Die in Fig. 97 gegebene graphische Darstellung der Verticalkräfte kann man nun zweckmässig benutzen, um die ungünstigste Stellung des Lastsystems für einen bestimmten Querschnitt zu ermitteln. Man geht nach Fig. 114 von dem Auflager a horizontal bis zum Angriffspunkt der Last 1, trägt diese nach irgend einem Maassstabe senkrecht aufwärts, zieht von dem Endpunkte der Last 1 eine Horizontale bis an den Angriffspunkt der Last 2, trägt diese der Grösse nach senkrecht aufwärts und zieht wieder von dem Endpunkte der Last 2 eine Horizontale an die Last 3 u. s. w.; man erhält so einen treppenförmigen Linienzug an , den man die Belastungslinie nennt. Die Verticale bn am Auflager b ist demnach die Summe der Lasten 1 bis 6, die auf den Träger einwirken.

Denkt man das Lastsystem so auf dem Träger stehend, dass in Fig. 114 die Last 6 am Auflager b eben auf den Träger tritt, so ist die Belastungslinie durch den punktiert angedeuteten Linienzug gegeben. Zieht man nun noch die Gerade an und schiebt das Lastsystem in der Richtung vom Auflager b nach a vor, dann wächst M_x , und in dem Augenblicke, wo die Gerade an von der Belastungslinie in der Verticalen x geschnitten wird, hat M_x für den Querschnitt x sein Maximum erreicht. Das grösste Moment tritt hier also dann ein, wenn das Rad 4 den Querschnitt x passirt. Die Horizontale cc , welche durch den Schnittpunkt der Linie an und der Last 4 geht, theilt die Linie bn in die Auflagerdrücke, die bei dem Maximum von M_x auftreten, und die Ordinaten der Belastungslinie von cc aus geben die Verticalkräfte in allen Querschnitten.

Aus Fig. 114 geht hervor, dass man sofort angeben kann, welche Last bei ungünstigster Laststellung über einem beliebigen Querschnitt stehen muss. Hat man nämlich, wie in Fig. 115, die Radlasten der Reihe nach aufwärts auf die Verticale bn aufgetragen und die Gerade an gezogen, so führe man den beliebigen senkrechten Schnitt xx und ziehe durch den Punkt, wo x die Linie an schneidet, eine Horizontale an die Linie bn ; die Last, welche von dieser Horizontalen getroffen wird, muss über x stehen, wenn M_x zum Maximum werden soll. Tritt der Fall ein, dass die Horizontale den Grenzpunkt zweier Lasten trifft, dann ist es gleichgültig, welche von beiden Lasten über dem Querschnitt x steht, es ergibt sich immer dasselbe Maximum von M_x , auch dann, wenn die beiden Lasten rechts und links vom Querschnitte x placirt sind.

Bequem ist es, wenn man die Linie bn in Fig. 115 gleich als Kräftepolygon benutzt, indem man von einem beliebig angenommenen Pol aus Strahlen an die Theilpunkte der Linie bn zieht und dann unter ab das Seilpolygon verzeichnet, wodurch das Maximum von M_x ermittelt wird. Hierbei bleibt das Kräftepolygon für alle

Fig. 114.

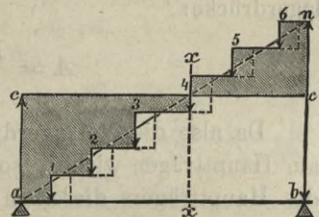
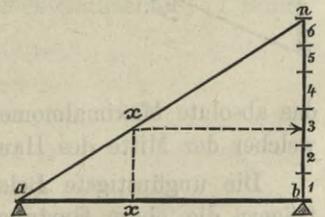


Fig. 115.

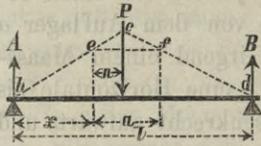


Trägerquerschnitte dasselbe, während selbstverständlich die Seilpolygone sich ändern müssen. Das vom Eigengewicht p des Trägers herrührende Moment für x ist durch eine Separatconstruction zu ermitteln, oder man kann zu dem Moment von der mobilen Last den Werth $\frac{1}{2} p x (l - x)$ hinzufügen. Natürlich braucht die ganze Bestimmung nur für eine entsprechende Anzahl Querschnitte einer Trägerhälfte durchgeführt zu werden.

Oft wirkt bei Brücken die Verkehrslast nicht direct auf die Hauptträger, sondern sie wird von Schwellenträgern auf Querträger und von diesen auf die Knotenpunkte der Hauptträger übertragen. Um klar darüber zu werden,

welchen Einfluss diese Lastübertragung auf die Momente der Hauptträger hat, betrachte man nach Fig. 116 die Wirkung einer zwischen zwei Knotenpunkten befindlichen Belastung P . In Bezug auf die Hauptträger ist P durch die Componenten $\frac{P(a - n)}{a}$ und $\frac{P \cdot n}{a}$ zu ersetzen, für diese werden die Auflagerdrücke:

Fig. 116.

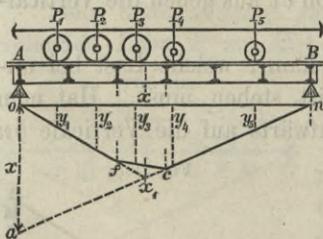


$$A = \frac{P(l - x - n)}{l}, \quad \text{und} \quad B = \frac{P(x + n)}{l}.$$

Da also die Auflagerdrücke sich gerade so ergeben, als wenn die Last direct am Hauptträger wirkte, so folgt, dass die der Belastung P entsprechenden Momente des Hauptträgers dieselben bleiben, ob die Last direct auf den Träger wirkt oder ob Querträger vorhanden sind, nur für die zwischen x und $(x + a)$ gelegenen Punkte tritt eine Veränderung ein, indem das der Last P entsprechende Momentenpolygon bcd in das Polygon $befd$ übergeht.

Einen klaren Einblick in die durch die Querträger bewirkte Modification giebt die graphische Darstellung Fig. 117. Zieht man die Horizontale on und trägt den Abstand des beliebigen Querschnittes x vom Auflager A von o nach a , zieht die Gerade an , markirt hierauf den Querschnitt xx_1 und zieht x_1o , dann entspricht der Linienzug onx_1o der Fig. 113. Markirt man nun noch die Punkte c und f senkrecht unter den Querträgern rechts und links vom Querschnitt x und zieht die Linie cf , so ist der Beitrag jeder auf den Träger einwirkenden Last P zum Moment bei x gleich $P \cdot y$, wenn y die Ordinate des Linienzuges $oncf$ unter der betreffenden Last P bezeichnet.

Fig. 117.



Man braucht, wenn Querträger vorhanden sind, nur die Maximalmomente für die Knotenpunkte zu ermitteln; das absolute Maximalmoment am Hauptträger fällt immer unter denjenigen Querträger, welcher der Mitte des Hauptträgers am nächsten liegt.

Die ungünstigste Belastungsart für die Füllungstheile, welche bei Fachwerksträgern die obere Gurtung mit der unteren vereinigen, ist durch besondere Untersuchungen festzustellen. Im Folgenden soll zu diesem Zwecke nach Professor Keck (*Zeitschrift des Archit.- und Ing.-Vereins zu Hannover 1874, S. 352*) die Ritter'sche Momenten-Methode angewendet werden. Hierbei denkt man einen Schnitt so durch die Construction geführt, dass nur drei Stangen getroffen werden; die Spannungen in den durchschnittenen Stangen ersetzt man durch die Kräfte X, Y, Z , welche das Gleichgewicht der Construction wieder herstellen. Betrachtet man nun das abgeschnittene

Die ungünstigste Belastungsart für die Füllungstheile, welche bei Fachwerksträgern die obere Gurtung mit der unteren vereinigen, ist durch besondere Untersuchungen festzustellen. Im Folgenden soll zu diesem Zwecke nach Professor Keck (*Zeitschrift des Archit.- und Ing.-Vereins zu Hannover 1874, S. 352*) die Ritter'sche Momenten-Methode angewendet werden. Hierbei denkt man einen Schnitt so durch die Construction geführt, dass nur drei Stangen getroffen werden; die Spannungen in den durchschnittenen Stangen ersetzt man durch die Kräfte X, Y, Z , welche das Gleichgewicht der Construction wieder herstellen. Betrachtet man nun das abgeschnittene

Trägerstück als Hebel und wählt den Durchschnittspunkt zweier Kräfte als Drehpunkt, dann werden die Hebelarme derselben gleich Null, wodurch also zwei von den drei unbekanntnen Spannungen wegfallen. In Bezug auf den angenommenen Drehpunkt muss die Summe der statischen Momente aller auf das abgeschnittene Trägerstück einwirkenden Kräfte gleich Null sein, wenn Gleichgewicht stattfinden soll. Stellt man also für einen bestimmten Drehpunkt die Momentengleichung auf, so ist in dieser nur eine der obigen drei Kräfte als unbekanntne Kraft vorhanden, welche leicht aus der Momentengleichung bestimmt werden kann. Die rechts drehenden Kräfte nimmt man als positiv, also die links drehenden als negativ an, und sämtliche Spannungen werden als Zugspannungen aufgefasst, so dass + Spannungen wirkliche Zugspannungen, — Spannungen aber Druckspannungen sind.

Führt man durch den Träger Fig. 118 einen Schnitt ss , dann hat man zur Bestimmung der Kraft Y in der Diagonalen ab den Durchschnittspunkt O der beiden mitdurchschnittnen Stangen als Drehpunkt zu wählen, und die Kraft Y wirkt an dem Hebelarm y . Jedenfalls wird nun die Zugspannung Y in der Diagonalen ab am stärksten, wenn man von dem Auflager B her einen Zug, mit den schwersten Rädern nach vorn, bis zum durchschnittnen Felde vorschiebt. Fraglich ist nur, ob das erste Rad des Zuges über dem Knotenpunkte c stehen, oder ob es in das durchschnittne Feld treten muss, damit die Zugspannung in der Diagonalen ab zum Maximum werde. Freilich wird der linksseitige Auflagerdruck A vermehrt, wenn Räder in das durchschnittne Feld eintreten, dafür erhält aber auch der Knotenpunkt a eine Belastung, die mit A im entgegengesetzten Sinne auf Y einwirkt.

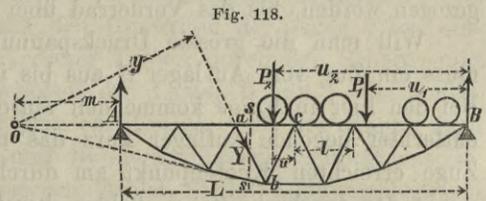


Fig. 118.

Bezeichnet P_1 das Gewicht der Lasten bis zum Knotenpunkte c und P_2 das Gewicht der Lasten im durchschnittnen Felde, u_1 und u_2 die Abstände der Schwerpunkte dieser Lasten vom Auflager B , ferner l die Weite eines Trägerfeldes, v den Abstand der Last P_2 vom Knotenpunkte c , und r den Abstand des Knotenpunktes a vom Drehpunkte O , so ist der Auflagerdruck:

$$A = \frac{P_1 \cdot u_1 + P_2 \cdot u_2}{L} \dots \dots \dots (36)$$

Der Knotenpunkt a erhält die Last $P_2 \cdot \frac{v}{l}$ und die Momentengleichung in Bezug auf den Drehpunkt O ist:

$$0 = Y \cdot y - A \cdot m + P_2 \cdot \frac{v}{l} \cdot r,$$

oder:

$$Y \cdot y = A \cdot m - P_2 \cdot \frac{v}{l} \cdot r,$$

setzt man hierin für A den Werth aus Gleichung (36), so wird:

$$Y \cdot y = P_1 \cdot u_1 \cdot \frac{m}{L} + P_2 \cdot u_2 \cdot \frac{m}{L} - P_2 \cdot \frac{v}{l} \cdot r \dots \dots (37)$$

Verschiebt man den Zug um du nach dem Auflager A hin, so ändert sich u_1, u_2 und v um du , Y um dY , und es ist:

$$\frac{d(Y.y)}{du} = \frac{m}{L} \left[P_1 - P_2 \left(\frac{L}{l} \cdot \frac{r}{m} - 1 \right) \right].$$

Durch weiteres Verschieben des Zuges ins durchschnittene Feld wird also die Diagonalspannung Y vergrößert, so lange:

$$P_1 - P_2 \left(\frac{L}{l} \cdot \frac{r}{m} - 1 \right) > 0 \text{ ist (38)}$$

Das Vorderrad des Zuges muss aber über dem Knotenpunkte c stehen, wenn die linke Seite der Ungleichung (38) kleiner als 0 ist. In Fig. 118 ist z. B.:

$$\frac{L}{l} = 6; \frac{r}{m} = 2,1; P_1 = 42^T; P_2 = 13^T;$$

somit wird:

$$P_1 - P_2 \left(\frac{L}{l} \cdot \frac{r}{m} - 1 \right) = 42 - 13 (6 \cdot 2,1 - 1);$$

da dieser Werth < 0 ist, so muss der Zug aus dem durchschnittenen Felde zurückgezogen werden, bis das Vorderrad über dem Knotenpunkte c steht.

Will man die grösste Druckspannung in derselben Diagonalen ab ermitteln, so muss ein Zug vom Auflager A aus bis ins durchschnittene Feld vorgeschoben werden. Bei den hier in Frage kommenden einseitigen Belastungen nenne man das dem Zuge entfernter liegende Auflager kurz das unbelastete Auflager und den noch nicht vom Zuge erreichten Knotenpunkt am durchschnittenen Felde den unbelasteten Knotenpunkt des durchschnittenen Feldes; bezeichne stets, nach Fig. 119, mit m den Abstand

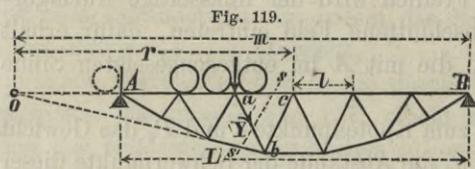


Fig. 119.

des Drehpunktes O vom unbelasteten Auflager und mit r den Abstand des Drehpunktes O vom unbelasteten Knotenpunkte des durchschnittenen Feldes, dann kann man das Kriterium, Formel (38), sowohl für Druck- wie für Zugspannung in jeder Diagonalen

oder Verticalen benutzen, mag der Drehpunkt O rechts oder links von dem Träger liegen.

In Fig. 119 ist:

$$\frac{r}{m} = 0,61; \frac{L}{l} = 6; P_1 = 26^T; P_2 = 13^T;$$

demnach wird:

$$P_1 - P_2 \left(\frac{L}{l} \cdot \frac{r}{m} - 1 \right) = 26 - 13 (6 \cdot 0,61 - 1);$$

offenbar ist dies kleiner als Null, somit muss der Zug auch für die grösste Druckspannung in der Diagonalen ab zurückgezogen werden, bis die Axe des Vorderrades über dem Knotenpunkte a steht.

Bei Trägern mit parallelen Gurtungen liegt der Durchschnittspunkt O in unendlicher Entfernung, daher wird $\frac{r}{m} = 1$; das Kriterium, Formel (38), heisst dann einfach:

$$P_1 - P_2 \left(\frac{L}{l} - 1 \right) \geq 0 \text{ (39)}$$

In den Verticalen ist die Spannung von den Diagonalen abhängig, man braucht demnach für die ersteren keine besonderen Untersuchungen.

Die Formeln (38) und (39) dienen zur Aufsuchung der ungünstigsten Belastungsart, Formel (37) zur Berechnung der Spannungen Y . Hierbei ist es bequem, für die

Producte $P_1 \cdot u_1$ und $P_2 \cdot u_2$ das resultirende Gewicht P_1 und P_2 einer fraglichen Rädergruppe der Grösse und Lage nach mit Hülfe eines entsprechend angeordneten Kräfte- und Seilpolygons zu bestimmen. In (Fig. 3, Blatt 3) ist eine solche Hilfsfigur (nach Prof. Keck) dargestellt. Auf der horizontalen Schlusslinie des Seilpolygons sind die Axen eines Locomotivenzuges nach Fig. 88 aufgetragen, wobei die grösseren Kreise Triebräder, die kleineren Tenderräder bezeichnen. Die Axen sind mit 1 bis 18 nummerirt, und zwar stehen die ersten beiden Locomotiven Brust an Brust. Der Reihe nach sind nun die Gewichte der Axen im Kräftepolygon untereinander aufgetragen und ist die Horizontalspannung $H = 100$ Tonnen angenommen. Nach diesem Kräftepolygon wurde das Seilpolygon so construirt, dass die Seiten desselben gehörig verlängert sind, um jede zwischen zwei bestimmten Lasten liegende Seite des Seilpolygons leicht auffinden zu können, weshalb auch der Winkel zwischen je zwei benachbarten Seiten am Ende derselben mit der Nummer der zwischenliegenden Last versehen ist. Da nun die Resultirende beliebig vieler aufeinander folgender Kräfte stets durch den Schnittpunkt der diese Kräfte einschliessenden Seilpolygoneiten hindurchgehen muss, so lässt sich mit Hülfe des Seilpolygons jede beliebige Gruppe von Axengewichten zusammensetzen.

Es bestehe z. B. eine Rädergruppe P_1 aus den Gewichten der Axen 7 bis einschliesslich 15, dann geht die Resultirende P_1 dieser Lasten durch den Schnittpunkt der Seilpolygoneiten, von denen die eine zwischen den Lasten 6 und 7, die andere zwischen den Lasten 15 und 16 liegt. Legt man ein Lineal, mit der Kante nach unten gerichtet, an die von den Zahlen 15 und 16 eingeschlossene Seilpolygoneite, geht dann mit einer Zirkelspitze auf der von den Zahlen 6 und 7 eingeschlossenen Seite bis zum Durchschnittspunkt mit der Linealkante, so hat man in diesem Schnittpunkte den Angriffspunkt der Resultirenden P_1 aufgefunden. Will man den horizontalen Abstand dieses Schnittpunktes von einer der Axen, z. B. von der Axe 7 feststellen, so setzt man die eine Zirkelspitze in den eben aufgefundenen Schnittpunkt und misst bis zu der durch die Axe 7 gezogenen Verticalen, welcher Abstand sich nach dem Maassstabe von 1 : 250 zu 8,35^m ergibt. Die Grösse der Last P_1 ergibt sich durch Abgreifen der Lasten 7 bis 15 im Kräftepolygon und durch Ablesen auf dem Kräftemaassstab zu 102 Tonnen, man kann aber zur Controle auch leicht die Kräfte 7 bis 15 addiren. Wenn die Trägerzeichnung und das Seilpolygon in demselben Maassstabe aufgetragen sind, so lassen sich die Resultirende P_1 und der Hebelarm u_1 ohne Weiteres auf der Trägerzeichnung angeben.

Hat man die von der mobilen Last herrührenden Spannungen in den Füllungs- theilen berechnet oder auf graphischem Wege ermittelt, dann sind noch die durch das Eigengewicht der Construction erzeugten Spannungen zu ermitteln, was nach dem Vorhergehenden in einfachster Weise auszuführen ist. Beide Spannungen müssen selbstverständlich addirt werden.

Die vortheilhafteste Spannweite l für eiserne Balkenbrücken mit Einzelträgern ergibt sich aus der Formel:

$$l = \sqrt{\frac{K}{k \cdot n}} \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (40)$$

wenn das Eigengewicht der eingeleisigen Brücke pro Meter Länge ausgedrückt ist durch die Formel:

$$g = n \cdot l + a.$$

In Formel (40) bezeichnet K die Kosten eines Mittelpfeilers und k den Preis des Eisens pro Kilogramm der fertig aufgestellten Brücke. Ist z. B. $g = 30l + 800$,

$K = 3500$ Mark, $k = 0,42$ Mark, so wird die vortheilhafteste Spannweite einer zweigleisigen Brücke:

$$l = \sqrt{\frac{3500}{2 \cdot 0,42 \cdot 30}} = \text{rund } 11,8 \text{ Meter.}$$

§ 11. Träger auf drei oder mehr als drei Stützen (Blatt 3).

Träger, welche sich ohne Unterbrechung über drei oder mehr als drei Stützen erstrecken, heissen *continuirliche* Träger (engl. *the continous-girder*; franz. *la poutre-continue*). Für Brücken mit mehr als einer Oeffnung, von je mindestens 25^m Spannweite, sind *continuirliche* Träger in Bezug auf den Materialverbrauch vortheilhafter als einfache Träger. Namentlich gewähren sie erheblichen Vortheil, wenn man die Mittelstützen entsprechend senkt. Da aber die der Berechnung zu Grunde gelegte Senkung der Mittelstützen genau hergestellt und diese Höhenlage auch erhalten werden muss, indem geringe Abweichungen hiervon, bedeutende Aenderungen in der Beanspruchung des Trägers hervorbringen, so hat man dieser Schwierigkeiten wegen eine gleiche Höhenlage aller Stützen stets vorgezogen. *Continuirliche* Träger über mehr als drei Oeffnungen gewähren keinen weiteren Vortheil.

Die Spannungen in den *continuirlichen* Trägern lassen sich nicht mehr nach den einfachen Gleichgewichtsbedingungen berechnen, indem diese für einen solchen Träger auf n Stützen nur zwei Gleichungen zur Bestimmung der Auflagerdrücke liefern, man muss daher die fehlenden $n - 2$ Gleichungen aus der Elasticitätslehre ableiten. Hierdurch wird die Berechnung nicht nur schwierig, sondern auch unsicher und unbestimmt, weil man hier von Voraussetzungen ausgehen muss und weil etwa eintretende Aenderungen in der gegenseitigen Höhenlage der Stützen von wesentlichem Einfluss auf die Beanspruchung der *continuirlichen* Träger ist. (*Eine eigene einfachere Methode zur Bestimmung der Auflagerdrücke und Berechnung der continuirlichen Fachwerksträger ist von Baurath Mohr in der Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover 1875, S. 19 mitgetheilt. Auch 1868, S. 19*). Es sind demnach Trägerconstructions, die für jede gegebene Belastung eine scharfe Bestimmung der einzelnen Spannungen nach den einfachen Gleichgewichtsbedingungen gestatten, vorzuziehen, denn je genauer man die in den Constructionstheilen vorkommenden grössten Spannungen zu berechnen in Stande ist, um so grösser darf die zulässige Inanspruchnahme des Materials sein, da man sicher ist, dass die berechnete Spannung unter keinem Umstande vergrössert werden kann.

Man kann aber, wie zuerst von Gerber vorgeschlagen wurde, *continuirliche* Träger in mehreren Theilen herstellen und diese Theile gelenkartig mit einander verbinden, so dass jeder dieser Theile nur von zwei Stützen unterstützt ist, und ein solcher zusammengesetzter Träger auf n Stützen, mit $n - 2$ Gelenken, ist eine Construction, welche sich durch die einfachen Gleichgewichtsbedingungen berechnen lässt. Diese sogenannten *continuirlichen Gelenkträger* gewähren dieselben Vorthteile wie die eigentlichen *continuirlichen* Träger, sie verdienen daher bei Brücken mit mehreren Oeffnungen von grosser Spannweite besondere Beachtung und sind sie in neuerer Zeit auch mehrfach angewendet.

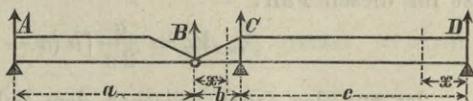
Ein Gelenkträger auf drei Stützen A, C, D ist in (Fig. 4, Blatt 3) dargestellt, derselbe besteht aus den drei Theilen a, b, c und wird der Theil a von dem Endauflager und von dem Gelenk B unterstützt, ist also genau wie ein einfacher Träger auf zwei Stützen zu behandeln. Der Theil c mit dem überkragenden Stück b ist ebenfalls ein

Träger auf zwei Stützen. Bei Gelenkträgern auf vier Stützen A, C, C_1, A_1 sind zwei verschiedene Anordnungen möglich; entweder kann man nach (Fig. 5, Blatt 3) die Gelenke B und B_1 in die Endöffnungen legen, oder man kann den Trägertheil a nach (Fig. 6) mit den beiden Gelenken B und B_1 in der Mittelöffnung anordnen. Im ersteren Falle erhält der Trägertheil d an beiden Enden Ueberkragungen. Durch Vereinigung der Anordnungen (Fig. 5 und 6) lassen sich continuirliche Gelenkträger auf beliebig vielen Stützen zusammensetzen, wobei es durchaus nicht nöthig ist, dass die Verbindungspunkte B und B_1 wirkliche Gelenke sind, sondern es ist genügend, dass die Trägertheile a auf die überkragenden Enden der Theile c frei aufliegen, damit nur an diesen Stellen kein Biegungswiderstand auftritt.

In (Fig. 7, Blatt 3) ist ein continuirlicher Träger auf sechs Stützen dargestellt, der für die Warthe-Brücke bei Posen ausgeführt wurde (*publicirt in Erbkam's Zeitschr. für Bauwesen 1877, S. 41*). Die Fahrbahn liegt in der oberen Gurtung der Trägertheile, woran sich die Ueberkragungen befinden, während die kürzeren, als Parabelträger ausgeführten Trägerstücke so angeordnet wurden, dass die Fahrbahn nur wenig über der unteren Gurtung liegt. Hierdurch hat man einerseits möglichst hohe Oeffnungen für die Schifffahrt erreicht, andererseits aber wesentlich an Pfeilerhöhe erspart. Ein Theil der Brückenansicht ist in (Fig. 8) dargestellt. In den mit a bezeichneten Auflagerpunkten (Fig. 7) sind bewegliche Pendelauflager, in den mit b bezeichneten Punkten aber feste, jedoch drehbare Auflager angebracht.

Offenbar können in dem Trägerstück a , Fig. 120, nur dann Spannungen durch die mobile Last entstehen, wenn dasselbe direct belastet ist, da aber der Träger a sich im Punkte B auf das überkragende Trägerstück b stützt, so werden in den Trägerstücken b und c auch dann Spannungen von der mobilen Last erzeugt, wenn nur das Trägerstück a von derselben bedeckt ist. Zur Entwicklung der allgemeinen Eigenschaften dieser Gelenkträger kann man zunächst eine gleichförmig vertheilte Verkehrslast annehmen, und es sei g die vom Eigengewicht herrührende permanente, p die mobile, also $g + p = q$ die totale Belastung pro Längeneinheit. Für einen Querschnitt des überkragenden Trägerstückes b ist das Biegemoment M_x im Abstände x vom Punkte B , wenn die Trägertheile a und b voll belastet sind:

Fig. 120.



$$M_x = \frac{a}{2} \cdot q \cdot x + \frac{x}{2} \cdot q \cdot x = \frac{q}{2} \cdot x (a + x) \dots \dots (41)$$

Den grössten Werth erreicht M für $x = b$, und es ist:

$$M_1 = \frac{q}{2} \cdot b (a + b) \dots \dots \dots (42)$$

Die grösste Verticalkraft V_x im Abstände x von B ist:

$$V_x = \left(\frac{a}{2} + x \right).$$

Das Trägerstück c wird, wenn es unbelastet ist, von den belasteten Trägertheilen a und b so beansprucht, dass die obere Gurtung Zugspannung erhält, indem eine Drehung um den Auflagerpunkt C erfolgt, wodurch der Träger bei D aufkippen würde, wenn nicht das Eigengewicht des Stückes c diesem Aufkippen entgegen wirkte; das Stück c wird demnach im unbelasteten Zustande durch die mobile Last der Theile

a und b nach oben hin durchgebogen. Dagegen wird es entgegengesetzt beansprucht, wenn das Stück c selbst belastet ist, und zwar am stärksten, wenn die mobile Last nur das Stück c bedeckt. In diesem Zustande ist für eine Entfernung x vom Auflager D das Biegemoment:

$${}_{max}M_x = \frac{g}{2} \cdot x(c-x) - \frac{g}{2c} \cdot b(a+b)x \dots (43)$$

Den grössten Werth erreicht dieser Ausdruck für:

$$x = \frac{c}{2} - \frac{g}{q} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{a+b}{2},$$

und es ist:

$$M_2 = \frac{q \cdot c^2}{8} \left(1 - \frac{g}{q} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{a+b}{c} \right)^2 \dots (44)$$

Bedeckt die mobile Last nur die Trägertheile a und b , dann wird in der Nähe der Stütze C die obere Gurtung des Trägerstückes c gezogen, die untere Gurtung gedrückt, das entsprechende Biegemoment ist im Abstände x :

$${}_{min}M_x = \frac{g}{2} \cdot x(c-x) - \frac{g}{2} \cdot \frac{b}{c} (a+b)x \dots (45)$$

Denkt man die Verticalkraft V_x im Abstände x von der Stütze D am linksseitig abgeschnittenen Trägerstück abwärts gerichtet, so wird V_x ein Maximum, wenn nur das rechts vom Schnitte liegende Trägerstück durch die Verkehrslast belastet ist, falls vorläufig die Trägerstücke a und b als gewichtslos angesehen werden. Alle Belastungen der Trägertheile a und b aber sind bestrebt, das Trägerstück c um den Drehpunkt C aufzukippen, sie verlangen daher in allen Schnitten des Stückes c abwärts gerichtete Verticalkräfte und somit wird V_x zum Maximum, wenn ausser dem Stück zwischen D und x noch die Theile a und b , Fig. 120, von der mobilen Last bedeckt sind. Es ist für diesen Fall:

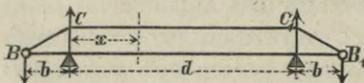
$${}_{max}V_x = \frac{q}{2c} [b(a+b) + x^2] - \frac{g}{2c} (c-x)^2 \dots (46)$$

Ist nur das Stück zwischen dem Schnitt x (bei D) und dem Auflager C von der mobilen Last bedeckt, dann wird:

$${}_{min}V_x = \frac{g}{2c} [b(a+b) + x^2] - \frac{q}{2c} (c-x)^2 \dots (47)$$

Bei dem Gelenkträger (Fig. 5, Blatt 3) hat das mittlere Trägerstück an beiden Enden eine Ueberkragung b , worauf sich die Trägertheile a in den Punkten B und B_1 stützen. In diesen Punkten werden die überstehenden Enden nach Fig. 121 abwärts gezogen, wodurch der mittlere Theil d nach oben durchgebogen, also die obere Gurtung auf Zug, die untere auf Druck, beansprucht wird. Dieser Aufbiegung wirken die Belastungen der Strecke d entgegen, durch welche Lasten die obere Gurtung gedrückt, die untere gezogen wird, und zwar am stärksten, wenn die mobile Last nur die Trägerstrecke d bedeckt. Im Abstände x vom Stützpunkte C ist dann das Biegemoment:

Fig. 121.



$${}_{max}M_x = \frac{q}{2} \cdot x(d-x) - g \cdot \frac{b(a+b)}{2} \dots (48)$$

für die Trägermitte wird $x = \frac{1}{2}d$, an dieser Stelle ist das Biegemoment:

$$M_3 = \frac{q d^2}{8} - g \cdot \frac{b(a+b)}{2} \dots \dots \dots (49)$$

Jetzt bleibt noch für die Querschnitte in der Nähe der Stützen C und C_1 das entgegengesetzte Biegemoment zu berücksichtigen, welches erzeugt wird, wenn die mobile Last nur die Trägerstrecken a und b bedeckt; dieses ist:

$$\min M_x = \frac{g}{2} \cdot x(d-x) - g \cdot \frac{b(a+b)}{2} \dots \dots \dots (50)$$

Für einen Querschnitt im Abstände x von der Stütze C_1 wird die Verticalkraft V_x zum Maximum, wenn nur der Trägertheil d vom Auflager C_1 bis zum Schnitt und die Trägertheile a und b links von der Stütze C mobile Lasten erhalten, dann wird:

$$\max V_x = \frac{g}{2d} [b(a+b+(d-x)^2)] - \frac{g}{2d} [b(a+b)+x^2] \dots (51)$$

Bei der entgegengesetzten Belastung entsteht das Minimum:

$$\min V_x = \frac{g}{2d} [b(a+b)+(d-x)^2] - \frac{g}{2d} [b(a+b)+x^2] \dots (52)$$

In Bezug auf die Eintheilung der ganzen Trägerlänge in die Theile a, b, c oder d , hat man zuerst die ökonomisch günstigste Anzahl der Stützen zu ermitteln, wenn nicht die Zahl der Oeffnungen durch locale Verhältnisse gegeben ist. Hierauf erscheint es für den Materialverbrauch vortheilhaft, die Längenverhältnisse des Trägers dadurch zu bestimmen, dass man die grössten Biegemomente der Trägertheile einander gleich setzt. Das grösste Biegemoment in der Mitte des Trägers a ist gleich $\frac{1}{8} q \cdot a^2$. Setzt man dieses gleich dem Werthe von M_1 in Formel (42), so wird $\frac{1}{2} q \cdot b(a+b) = \frac{1}{8} q \cdot a^2$, oder hieraus $b(a+b) = \frac{1}{4} a^2$; diese quadratische Gleichung aufgelöst ergibt:

$$b = \frac{a}{2} (\sqrt{2} - 1) = 0,207 a \dots \dots \dots (53)$$

Wird ferner das Moment $\frac{1}{8} q \cdot a^2$ auch in Formel (44) gleich M_2 gesetzt, so wird:

$$c = \frac{a}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{g}{q}} \right) \dots \dots \dots (54)$$

Endlich noch das Moment $\frac{1}{8} q \cdot a^2$ in Formel (49) gleich dem Werthe von M_3 gesetzt, ergibt:

$$d = a \sqrt{1 + \frac{g}{q}} \dots \dots \dots (55)$$

Bei Brücken mit zwei Oeffnungen würde demnach die Oeffnung AC , Fig. 120, gleich $a + b = a + 0,207 a = 1,207 a$ werden müssen, während die Oeffnung CD nach Formel (54) zu bestimmen wäre, so dass sich also zwei verschiedene Weiten ergeben. Sollen beide Oeffnungen gleich gross werden, so dass $a + b = c$ oder $a = c - b$ wird, dann kann nur eine Ausgleichung der Momente M_1 und M_2 stattfinden; die Werthe derselben sind nach Formel (42) und (44) einander gleich zu setzen, hierdurch erhält man:

$$c = b \left(2 + \frac{g}{q} + 2 \sqrt{1 + \frac{g}{q}} \right) \dots \dots \dots (56)$$

Um ein Aufkippen der Trägertheile c (Fig. 4 und 6, Blatt 3), welches durch Drehung um den Stützpunkt C resp. C_1 erfolgen kann, zu verhindern, muss das Eigen-

gewicht des Stückes c ein grösseres Moment in Bezug auf den Drehpunkt C hervorrufen, als die totale Belastung der Stücke a und b zusammengenommen, es muss also $\frac{1}{2} g \cdot c^2$ grösser sein als M_1 nach Formel (42), man hat demnach:

$$\frac{g c^2}{2} > \frac{q}{2} \cdot b (a + b) \dots \dots \dots (57)$$

In diese Ungleichung die Werthe von b und c aus Formel (53) und (54) eingesetzt, ergibt:

$$\frac{g}{q} > \frac{1}{\left(1 + \sqrt{1 + \frac{g}{q}}\right)^2}, \text{ oder aufgelöst } \frac{g}{q} > 0,23.$$

Weit grössere Sicherheit gegen Aufkippen bietet die Anordnung des Trägers (Fig. 5, Blatt 3), wo ein Aufkippen des Theiles d erst möglich ist, wenn nach den Verhältnissen der Formeln (53) und (55) der Quotient

$$\frac{g}{q} < 0,09 \text{ wird.}$$

Da man übrigens für Brücken mit mehreren Oeffnungen, die nicht je mindestens 30^m Spannweite haben, wohl kaum continuirliche Gelenkträger anwenden wird, so braucht das Aufkippen meistens nicht berücksichtigt zu werden, denn für Oeffnungen über 30^m Weite wird mindestens $\frac{g}{q} = 0,25$. Nimmt man diesen Werth gleich 0,3 an, dann wird nach den Formeln (53) bis (55):

$$b = 0,207 a; \quad a + b = 1,207 a;$$

$$c = \frac{a}{2} (1 + \sqrt{1 + 0,3}) = 1,07 a; \quad d = a \sqrt{1 + 0,3} = 1,14 a.$$

Bei einem Träger auf 4 Stützen nach der Anordnung (Fig. 5, Blatt 3) würde die Mittelöffnung 1,14 a , jede Seitenöffnung 1,207 a zur Weite erhalten; die drei Oeffnungen werden für diese Anordnung also annähernd gleich weit. Bei der Anordnung (Fig. 6) erhält jede Seitenöffnung die Weite 1,07 a , die Mittelöffnung aber $a + 2b = 1,414 a$; hier ergibt sich demnach eine erheblich weitere Mittelöffnung. Natürlich braucht man sich an die Formeln (53) bis (55) nicht streng zu binden, wenn andere Rücksichten eine abweichende Eintheilung der Spannweite verlangen. Für die in (Fig. 7 und 8, Blatt 3) dargestellte Brücke ist z. B. $b = 0,226 a$, $d = 1,161 a$ angenommen. Als Eigengewicht wurde pro laufendes Meter Brückenlänge $g = 1,5$ Tonnen, als mobile Belastung $p = 4,5$ Tonnen in Rechnung gebracht; demnach beträgt die Totalbelastung pro laufendes Meter Brückenlänge $q = 6$ Tonnen, es ist daher $\frac{g}{q} = 0,25$.

Das Eigengewicht dieser Brücke beträgt für die 5 verschieden weiten Oeffnungen in Wirklichkeit, wenn man eine mittlere Stützweite l einführt, 25,5 $l + 445$ Kilogr. pro laufendes Meter. In (Fig. 9, Blatt 3) sind die Biegemomente dieser Brückenträger für verschiedene Belastungsarten graphisch dargestellt. Die Auflagerung der Parabelträger auf die überkragenden Trägerenden zeigt noch (Fig. 10, Blatt 3).

Soll die Berechnung der Spannungen in den continuirlichen Gelenkträgern bei Eisenbahnbrücken mit Rücksicht auf die wirkliche Belastung erfolgen, so ist das Trägerstück a in Fig. 122 ganz wie ein Träger auf zwei Stützen zu behandeln. Für das überkragende Stück b wird zur Ermittlung der Spannungen X in der oberen Gurtung

ein Schnitt durch das Feld am Auflager geführt und der Knotenpunkt n als Drehpunkt gewählt. Auf das Stück links vom Schnitte wirkt dann im Punkte B der Auflagerdruck des Trägers a und ferner die Resultirende P der Lasten im Felde zwischen B und n , während die Lasten im Felde zwischen C und n theils vom Auflager C , theils vom Drehpunkte n aufgenommen werden. Bezeichnet nun x den Hebelarm der Kraft X in Bezug auf den Drehpunkt n und P_1 die Resultirende der Lasten des Trägers a , ferner u_1 den Abstand derselben vom Auflager A , dann ist der Auflagerdruck des Trägers a im Punkte $B = \frac{P_1 \cdot u_1}{a}$ und in Bezug auf den Drehpunkt n erhält man die Momentengleichung:

$$0 = X \cdot x - \frac{P_1 \cdot u_1}{a} \cdot o - P \cdot u;$$

hieraus wird:

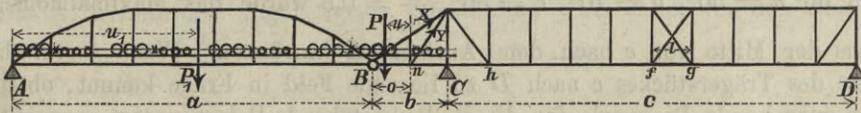
$$X \cdot x = \frac{P_1 \cdot u_1}{a} \cdot o + P \cdot u \dots \dots \dots (58)$$

Die Kraft X wird um so grösser, je grösser $P \cdot u$ und $P_1 \cdot u_1$ werden, wenn also die schwersten Räder in der Nähe des Punktes B vereinigt sind. Ueber B sind demnach zwei Locomotiven Brust an Brust zu stellen. Durch Verschiebung des Zuges nach dem Auflager A hin, ändert sich u positiv, u_1 aber negativ; das Kriterium für die Zugstellung heisst demnach:

$$\frac{P}{o} - \frac{P_1}{a} \begin{matrix} > 0 \\ < 0 \end{matrix} \dots \dots \dots (59)$$

Das Rad, welches beim Vorschieben des Zuges einen Zeichenwechsel in dem Ausdruck (59) veranlasst, muss gerade über dem Punkte B stehen.

Fig. 122.



Hat man in Fig. 122 z. B. einen Locomotivzug nach Fig. 88 zusammengestellt und ist $a = 50^m$, $o = 5^m$, dann wird, wenn man das über dem Punkte B stehende Rad zu P rechnet:

$$\frac{26}{5} - \frac{241}{50} > 0,$$

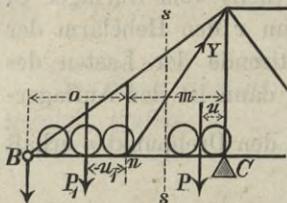
wird aber dieses Rad zu P_1 gerechnet, dann erhält man:

$$\frac{13}{5} - \frac{254}{50} < 0.$$

Hiernach muss das mittlere Rad der über B gezeichneten Locomotive gerade über dem Punkte B stehen, dann ist die Zugstellung für die Spannung X am ungünstigsten. Die Hebelarme u und u_1 für Formel (58) ermittelt man am einfachsten mit Hülfe eines nach (Fig. 3, Blatt 3) construirten Seilpolygons (vergl. S. 59, sowie auch die graphische Ermittlung der ungünstigsten Zugstellung S. 55). Die Formeln (58) und (59) gelten auch für jedes andere Stück der oberen oder unteren Gurtung, falls o die Entfernung des Drehpunktes vom Gelenkpunkte B und P die Resultirende der auf der Strecke o befindlichen Lasten bezeichnet.

Zur Ermittlung der Spannungen in den Verticalen und Diagonalen des überkragenden Trägerstückes b hat man den Gelenkpunkt B als Drehpunkt. Führt man den Schnitt ss und ist y der Hebelarm der Kraft Y , dann ist nach den Bezeichnungen in Fig. 123, da es sich in der Momentengleichung nur um die Last P_1 zwischen B und dem Schnitte ss , sowie um die Last P im durchschnittenen Felde selbst handeln kann:

Fig. 123.



$$Y \cdot y = P_1 (o - u_1) + \frac{P \cdot u}{m} \cdot o \quad (60)$$

Für die ungünstigste Zugstellung heisst demnach das Kriterium:

$$\frac{P}{m} - \frac{P_1}{o} > 0 \quad (61)$$

Hier sind daher wieder die durchschnittlichen Belastungen der Felder m und o mit einander zu vergleichen, und weil beide Felder gleich gross sind, muss die Vorderaxe einer der beiden Brust an Brust stehenden Locomotiven sich gerade über dem Punkt n befinden, damit noch in jedem Felde zwei Locomotivaxen Platz finden, dann hat der Zug die ungünstigste Stellung für die Diagonale Y .

Das Trägerstück c wird in der oberen Gurtung am stärksten auf Druck, in der unteren am stärksten auf Zug beansprucht, wenn nur die Strecke c von der Verkehrslast bedeckt ist; die ungünstigste Zugstellung für die Gurtungen kann also nach Fig. 115 bestimmt werden. Durch den Einfluss des Eigengewichtes der Trägerstücke a und b , Fig. 122, verschiebt sich aber das Maximalmoment der Trägerstrecke c aus der Mitte dieses Theiles nach dem Auflager D hin. Bei gleichförmig vertheilter Verkehrslast würde nach Formel (43) bis (44) diese Verschiebung gleich $\frac{g}{q} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{a+b}{2}$

sein und für $a = 50^m$, $b = 10^m$, $c = 56^m$, $\frac{g}{q} = 0,5$ würde das Maximalmoment um $2,68^m$ aus der Mitte von c nach dem Auflager D hinrücken. Wenn es für das von der Mitte des Trägerstückes c nach D zu liegende Feld in Frage kommt, ob die von f oder g ausgehende Diagonale für die in Rede stehende Belastungsart gespannt wird, ob also f oder g als Drehpunkt anzunehmen ist, so kann dies nach Obigem annähernd entschieden werden. Wählt man zunächst f als Drehpunkt und bestimmt hiernach die Belastung, dann lässt sich leicht ermitteln, ob auch mit Rücksicht auf das Eigengewicht der Trägerstücke a und b die von f ausgehende Diagonale Zugspannung erhält.

In den Feldern von c , die nahe an dem Stützpunkte C liegen, ist noch die Belastungsart zu berücksichtigen, wo nur die Trägerstücke a und b von der Verkehrslast bedeckt sind und das Moment für den Stützpunkt C den grössten Werth erreicht, was dann eintritt, wenn die schwersten Räder sich am Gelenke B befinden. Nach Fig. 122 ist das Moment des Trägers a in Bezug auf den Stützpunkt A gleich $P_1 \cdot u_1$; für den Gelenkpunkt ist also der von der Belastung des Trägers a herrührende Auflagerdruck $B = \frac{P_1 \cdot u_1}{a}$; das Moment der Belastung des überkragenden Trägerstückes b ist in Bezug auf den Stützpunkt C gleich $P \cdot u$. In Bezug auf den Drehpunkt h , Fig. 122, ergibt sich aus der Momentengleichung für die Zugspannung X der oberen Gurtung im Felde neben der Stütze C die Gleichung:

$$X \cdot x = \left(\frac{P \cdot u}{b} + \frac{P_1 \cdot u_1}{a} \right) D \bar{h} \cdot \frac{b}{c} \quad (62)$$

Hiernach heisst das Kriterium der ungünstigsten Zugstellung:

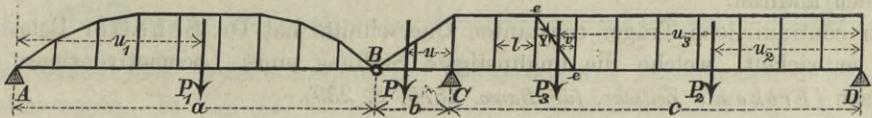
$$\frac{P}{b} - \frac{P_1}{a} \geq 0 \dots \dots \dots (63)$$

Für das Aufkippen des Trägers bei *D* ist diese Belastungsart ebenfalls die gefährlichste und jedenfalls muss $\frac{P \cdot u}{c} + \frac{P_1 \cdot u_1}{a}$ kleiner sein, als der vom Eigengewicht der Brücke bei *D* erzeugte positive Auflagerdruck $\frac{g}{2} \left\{ c - \frac{b(a+b)}{c} \right\}$, weil sonst ein Aufkippen erfolgen würde.

Die Diagonalen des Trägerstückes *c*, dessen Gurtungen parallel sind, haben für ein durchschnittenes Feld die sich für dieses ergebende Verticalkraft *V* aufzunehmen. Sind die Diagonalen unter dem Winkel *w* gegen die Gurtungen geneigt, dann ist $Y \cdot \sin w = V$, oder $Y = \frac{V}{\sin w}$. Wie S. 62 bemerkt wurde, wird *Y* zum Maximum, wenn ein Zug mit den schwersten Rädern nach vorn, von der Stütze *D* her, bis an oder in das durchschnittene Feld vorrückt und ausserdem die Trägerstücke *a* und *b* so belastet sind, dass die schwersten Räder am Gelenkpunkte *B* stehen. Nach den Bezeichnungen in Fig. 124 erhält man dann für die Diagonale *ee* die Gleichung:

$${}_{max} Y \cdot \sin w = \frac{b}{c} \left(\frac{P \cdot u}{b} + \frac{P_1 \cdot u_1}{a} \right) + \frac{1}{c} \left[P_2 \cdot u_2 + P_3 \left(u_3 - \frac{v \cdot c}{l} \right) \right] \quad (64)$$

Fig. 124.



Das Kriterium der ungünstigsten Zugstellung wird daher für den Zug auf den Trägerstücken *a* und *b*:

$$\frac{P}{b} - \frac{P_1}{a} \geq 0 \dots \dots \dots (65)$$

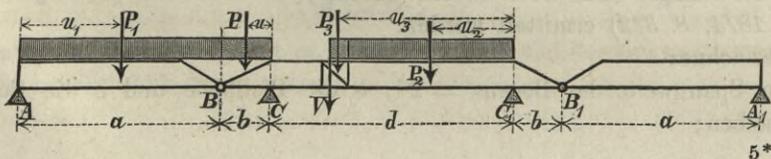
und für den Zug auf dem Trägerstücke *c*:

$$P_2 - P_3 \left(\frac{c}{l} - 1 \right) \geq 0 \dots \dots \dots (66)$$

Das letztere stimmt mit Formel (39) überein, daher ist hier das Trägerstück *c* als Träger auf zwei Endstützen anzusehen. Zur Berechnung von ${}_{min} Y$ muss auf dieses Trägerstück ein Zug mit den schwersten Rädern nach vorn von der Stütze *C* her bis zum durchschnittenen Felde vorrücken, wobei die Trägerstücke *a* und *b* von der mobilen Last frei zu lassen sind, so dass diese nur von *C* bis an das durchschnittene Feld reicht.

Bei dem continuirlichen Gelenkträger auf vier Stützen mit der Anordnung nach Fig. 125 ist das Stück *d* in Bezug auf die Gurtungen für die mobile Last als Träger

Fig. 125.



auf zwei Endstützen anzusehen und sind hiernach die ungünstigsten Belastungsarten für die einzelnen Querschnitte nach Fig. 115 zu ermitteln. In den Endfeldern des Trägerstückes d wird die obere Gurtung auf Zug, die untere auf Druck beansprucht, wenn nur die beiden Ueberkragungen b und die Träger a belastet sind, in diesem Falle gilt beiderseits für die ungünstigste Zugstellung das in Formel (63) gegebene Kriterium. An jeder Seite wirkt das resultierende Kräftepaar P und P_1 , wonach das Trägerstück d dem constanten Biegemoment:

$$\min M = -b \left(\frac{P \cdot u}{b} + \frac{P_1 \cdot u_1}{a} \right) \dots \dots \dots (67)$$

unterworfen ist. Die Verticalen und Diagonalen des Trägerstückes d haben, wenn die Gurtungen dieses Stückes parallel sind, für jeden beliebigen Schnitt nur wieder die resultirende Verticalkraft V aufzunehmen. Die in Fig. 125 dargestellte mobile Belastungsart für $\max V$ stimmt mit derjenigen überein, welche die Formeln (64) bis (66) für das Trägerstück c ergeben, setzt man statt c die Grösse d in diese Formeln ein, so gelten dieselben auch hier für $\max V$ resp. $\max Y$. Eine symmetrische Anordnung der Felder in beiden Hälften der Trägerstrecke d bedingt, dass der für irgend ein Feld gefundene Werth von $\max V$ für das symmetrisch liegende Feld der anderen Trägerhälfte zugleich der negative Werth von $\min V$ ist.

Nachdem man die von der mobilen Last herrührenden Spannungen für alle Theile eines Gelenkträgers berechnet hat, kann man die vom Eigengewicht der Construction erzeugten Spannungen besonders ermitteln und hierauf beide mit Berücksichtigung der Vorzeichen addiren.

Für continuirliche Träger constanten Querschnitts hat Dr. Schäffer Belastungsgesetze entwickelt, welche die ungünstigste Stellung eines Locomotivenzuges scharf bestimmen (*Erbkam's Zeitschr. für Bauw. 1876, S. 239*).

§ 12. Bogenfachwerksträger (Blatt 4).

Bogenträger als Fachwerkssystem mit drei Gelenken, im Scheitel und an den Kämpfern, gestatten für jede gegebene Belastung eine scharfe Bestimmung der einzelnen Spannungen nach den einfachen Gleichgewichtsbedingungen. Häufig lässt man jedoch, aus constructiven Gründen, das Scheitelgelenk fehlen; dann ist der Horizontal-schub des Bogenfachwerkes nicht durch die einfachen Gleichgewichtsbedingungen zu bestimmen, daher die Ermittlung der Spannungen auch nicht ohne Weiteres ausführbar.

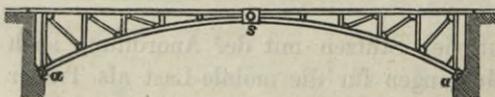
a. Bogenfachwerksträger mit drei Gelenken. Einen einfacheren Bogenträger zeigt Fig. 126, wobei die Kämpfergelenke mit a , das Scheitelgelenk mit s bezeichnet ist. Bei dem in Fig. 127 dargestellten Bogenträger ist die obere Gurtung ebenfalls horizontal angenommen; die Spannungen sollen vermittelst der Momentenmethode (*vergl. S. 56*) für die Belastung

eines Locomotivenzuges nach Prof. Keck (*Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover 1874, S. 372*) ermittelt werden.

Es bezeichne:

AB die Spannweite des Bogens $= 2l$, h die Pfeilhöhe und c die Scheitelhöhe desselben;

Fig. 126.



Setzt man hierin die Werthe von H , A und V ein, so wird:

$$X \cdot x = \frac{P \cdot u}{2} \left(\frac{h + c - x}{h} - \frac{t}{l} \right) + \frac{P_1}{2} \left[(l - w + u_1) \left(\frac{h + c - x}{h} + \frac{t}{l} \right) - 2t \right].$$

Der Abstand des Punktes O von der Horizontalen AB ist:

$$\overline{OR} = (l + w) \frac{h}{l} = (l - w) \frac{h + c - x}{t},$$

hiernach erhält man für die in obiger Formel vorkommenden Werthe:

$$\left. \begin{aligned} \frac{h + c - x}{h} - \frac{t}{l} &= 2 \frac{t}{l} \cdot \frac{w}{l - w} \\ \frac{h + c - x}{h} + \frac{t}{l} &= 2 \frac{t}{l - w} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (70)$$

obige Gleichung erhält somit die einfache Form:

$$X \cdot x = \frac{t \cdot w}{l - w} \left(\frac{P \cdot u}{l} + \frac{P_1 \cdot u_1}{w} \right) \dots \dots \dots (71)$$

Je grösser die Producte $P \cdot u$ und $P_1 \cdot u_1$ werden, um so grösser wird X , es müssen also die schwersten Räder auf beiden Bogenhälften sich in der Nähe des Scheitels C befinden. Man hat demnach einen Zug, mit den schwersten Rädern nach vorn, vom rechtsseitigen Auflager her nach dem Bogenscheitel hin zu schieben und einen anderen Zug ebenso von O nach dem Bogenscheitel hin; bleiben hierbei Tenderäder links von O , so lässt man diese unberücksichtigt. Stellt man nun die Züge so, dass vorläufig kein Rad gerade über dem Scheitel C steht, dann ist P und P_1 genau bestimmt. Durch eine kleine Verschiebung der Züge nach links wächst u um du und u_1 um $-du$, es wird dann:

$$\frac{d(X \cdot x)}{d \cdot u} = \frac{t \cdot w}{l - w} \left(\frac{P}{l} - \frac{P_1}{w} \right).$$

Das Kriterium für die ungünstigste Zugstellung heisst daher:

$$\frac{P}{l} - \frac{P_1}{w} \begin{matrix} > 0 \\ < 0 \end{matrix} \dots \dots \dots (72)$$

In Fig. 127 ist $l = 20^m$ und $w = 5,75^m$; rechnet man das gerade über dem Scheitel gezeichnete Rad zu P_1 , so wird:

$$\frac{P}{l} - \frac{P_1}{w} = \frac{102}{20} - \frac{39}{5,75} < 0,$$

rechnet man aber das über dem Scheitel gezeichnete Rad zu P , dann wird:

$$\frac{P}{l} - \frac{P_1}{w} = \frac{115}{20} - \frac{26}{5,75} > 0.$$

Dasjenige Rad, welches durch Verschiebung der Züge über den Scheitel hin in Formel (72) einen Zeichenwechsel veranlasst, muss gerade über dem Scheitel stehen, damit die durchschnittliche Belastung für die Längeneinheit des Trägers rechts und links vom Scheitel gleich gross werde, dann haben die Züge diejenige Stellung, welche die grösste Zugspannung X in der oberen Trägergurtung erzeugt. Diese Spannung lässt sich, soweit sie von der mobilen Last herrührt, durch Formel (71) leicht berechnen, wenn man die Producte $P \cdot u$ und $P_1 \cdot u_1$ mit Hülfe eines nach (Fig. 3, Blatt 3) und S. 59 construirten Seilpolygons ermittelt.

man die nach rechts über O hinausreichenden Tenderräder nicht berücksichtigt. Formel (74) ergibt dann:

$$\frac{P_2}{l-w-t} - \frac{P_3 + P_4}{t} = \frac{47}{9,2} - \frac{39}{5} < 0,$$

wird aber das über m stehende Rad nach rechts verschoben, so wird P_2 grösser, $P_3 + P_4$ dagegen kleiner, und man hat:

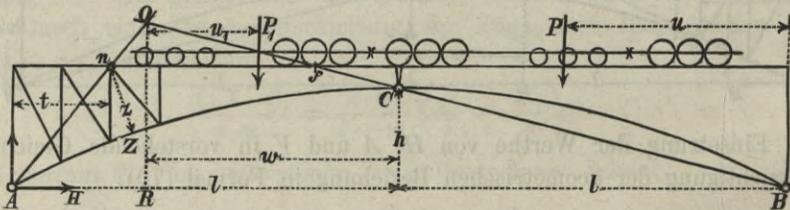
$$\frac{P_2}{l-w-t} - \frac{P_3 + P_4}{t} = \frac{52}{9,2} - \frac{26}{5} > 0.$$

Das Rad, welches den Zeichenwechsel veranlasst, muss, wie in Fig. 128 gezeichnet, gerade über der Verticalen m stehen. Die von dieser Zugstellung erzeugte Druckspannung X_{min} lässt sich leicht nach Formel (73) berechnen.

Zur Berechnung der Spannung Z in der unteren gebogenen Gurtung hat man für die Gleichung der statischen Momente den Drehpunkt n in Fig. 129. Man ziehe wieder die Geraden An und BC ; die Verlängerungen derselben schneiden sich in O , und dieser Punkt ist wieder eine Belastungsgrenze, so lange der Drehpunkt n links vom Schnittpunkte f , wo die Gerade BO die obere Gurtung schneidet, bleibt. Dann erzeugt jede Belastung rechts von O Druckspannung, jede Belastung links von O Zugspannung in der unteren Gurtung.

Wenn aber der Drehpunkt n rechts vom Punkte f liegt, wie dies bei den Feldern von f bis zum Scheitel der Fall ist, so wird bei vollständiger Trägerbelastung die Druckspannung in der unteren Gurtung am grössten.

Fig. 129.



In Fig. 129 liegt der Drehpunkt n links vom Punkte f und zur Bestimmung der Druckspannung Z_{min} sei die rechtsseitige Trägerhälfte im Abstände u vom Widerlager mit P belastet, während die linksseitige Trägerhälfte im Abstände u_1 vom Punkte O die Last P_1 aufzunehmen hat, dann ergibt sich genau wie bei X_{max} die Gleichung:

$$-Z \cdot z = \frac{t \cdot w}{l-w} \left(\frac{P \cdot u}{l} + \frac{P_1 \cdot u_1}{w} \right) \dots \dots \dots (75)$$

so dass auch hier die schwersten Räder am Scheitel concentrirt sein müssen und Formel (72) für die Zugstellung gilt. Für Fig. 129 ist $l = 20^m$ und $w = 13,4^m$; rechnet man das über dem Scheitel stehende Rad zu P , so wird:

$$\frac{P}{l} - \frac{P_1}{w} = \frac{102}{20} - \frac{63}{13,4} > 0,$$

rechnet man dasselbe zu P_1 , so ist:

$$\frac{P}{l} - \frac{P_1}{w} = \frac{89}{20} - \frac{76}{13,4} < 0.$$

Das den Zeichenwechsel veranlassende Rad muss also gerade über dem Scheitel stehen, wie in Fig. 129 gezeichnet ist. Die Druckspannung Z_{min} lässt sich leicht nach

Formel (75) berechnen. Die Berechnung der Zugspannung Z_{max} hat in der Regel keinen Werth für die Construction, da die gebogene Gurtung für die aufzunehmende Druckspannung so stark gemacht werden muss, dass sie die auftretende Zugspannung Z_{max} sicher aufnehmen kann. Um Z_{max} hervorzubringen, muss ein Zug, vom Auflager A her, in Fig. 129 so weit vorgeschoben werden, dass die Locomotive mit dem Vorder- rade gerade über n steht.

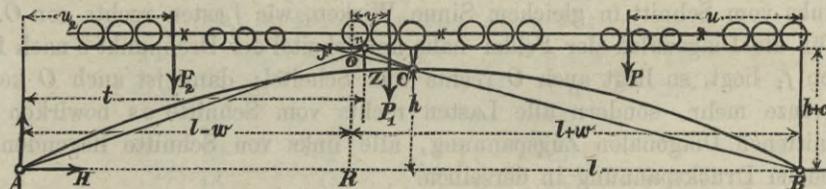
Liegt der Drehpunkt n für die Momentengleichung von Z rechts vom Schnittpunkte f , also für die Felder zwischen f und dem Scheitel C , so erzeugen alle Lasten auf dem Träger nur Druckspannung Z_{min} in der gebogenen Gurtung. Bezeichnet man die Resultirende aller Lasten der rechtsseitigen Trägerhälfte mit P und ihren Abstand vom Widerlager mit u , die Lasten zwischen dem Drehpunkte n und dem Bogenscheitel mit P_1 , den Abstand derselben vom Punkte O mit u_1 , die Mittelkraft der Lasten links vom Drehpunkte n mit P_2 und den Abstand derselben vom Widerlager mit u_2 , so wird:

$$H = \frac{P \cdot u + P_1 (l - w - u_1) + P_2 \cdot u_2}{2h};$$

ferner wird:

$$A = \frac{P \cdot u}{2l} + P_1 \left(1 - \frac{l - w + u_1}{2l}\right) + P_2 \left(1 - \frac{u_2}{2l}\right)$$

Fig. 130.



und in Bezug auf den Drehpunkt n erhält man die Momentengleichung:

$$- Z \cdot z = H (h + c) - A \cdot t + P_2 (t - u_2).$$

Setzt man in diese Gleichung die obigen Werthe von A und H ein und benutzt die geometrische Beziehung für den Punkt O :

$$(l + w) \frac{h}{t} = (l - w) \frac{h + c}{t},$$

so wird:

$$\frac{h + c}{2h} - \frac{t}{2l} = \frac{t \cdot w}{l(l - w)}, \text{ und } \frac{h + c}{2h} + \frac{t}{l - w} = \frac{t}{l - w},$$

und als Momentengleichung ergibt sich:

$$- Z \cdot z = \frac{t \cdot w}{l - w} \left(\frac{P \cdot u}{l} + \frac{P_1 \cdot u_1}{w} + \frac{P_2 \cdot u_2}{w} \cdot \frac{t - l + w}{t} \right). \quad (76)$$

In dieser Gleichung stimmen die ersten beiden Glieder der rechten Seite mit Gleichung (75) überein, und es haben die Lasten zwischen dem Drehpunkte n und dem Scheitel nur sehr geringen Einfluss auf Z , indem in dem dritten Gliede der Gleichung (76) noch der Factor $\frac{t - l + w}{t}$ vorkommt, worin $t - l + w$ den horizontalen Abstand des Punktes O vom Drehpunkte n darstellt, der gegen t stets sehr klein ist. Man begeht daher nur einen unbedeutenden Fehler, wenn man P_1 in Fig. 130 ganz vernachlässigt und Z auch für die wenigen Mittelfelder nach Formel (75) und (72)

berechnet. Soll die Rechnung genau durchgeführt werden, so hat man für die ungünstigste Zugstellung das Kriterium:

$$\frac{P}{l} - \left(\frac{P_1}{w} + \frac{P_2}{t} \cdot \frac{t-l+w}{w} \right) \geq 0 \dots \dots \dots (77)$$

Aus Gleichung (76) ist ersichtlich, dass die schwersten Räder wieder am Scheitel concentrirt sein müssen, wobei dasjenige Rad gerade über den Bogenscheitel zu stellen ist, welches in Formel (77) den Zeichenwechsel veranlasst.

Zur Berechnung der Spannung Y in den Diagonalen hat man, wenn durch ein Feld nach Fig. 131 der Verticalschnitt ss geführt wird, den Schnittpunkt e der beiden mit durchschnittenen Stangen X und Z als Drehpunkt zu wählen. Zieht man nun wieder die Geraden Ae und BC , so schneiden sich deren Verlängerungen im Punkte O und die Gerade BO schneidet die obere Trägergurtung im Punkte f . Hier sind nun je nach der Lage des Drehpunktes e drei Fälle zu unterscheiden. Entweder liegt e links von f , dann liegt auch O noch links von f und O bildet wieder die Belastungsgrenze. In den von rechts nach links ansteigenden Diagonalen der linken Trägerhälfte erzeugt in diesem Falle jede rechts von O liegende Last eine Druckspannung, jede links von O liegende Last eine Zugspannung. Wenn aber der Drehpunkt e zwischen f und dem Bogenscheitel C liegt, dann liegt nach Fig. 132 auch O zwischen f und C , wobei ausser O auch noch der Schnitt ss eine Belastungsgrenze bildet, indem Lasten links vom Schnitt in gleichem Sinne Wirken, wie Lasten rechts von O . Wenn endlich für die Diagonalen der Felder nahe am Scheitel der Drehpunkt e nach Fig. 133 rechts von f_1 liegt, so liegt auch O rechts vom Scheitel; dann ist auch O keine Belastungsgrenze mehr, sondern alle Lasten rechts vom Schnitte ss bewirken in der durchschnittenen Diagonalen Zugspannung, alle links von Schnitte liegenden Lasten aber erzeugen Druckspannung in derselben.

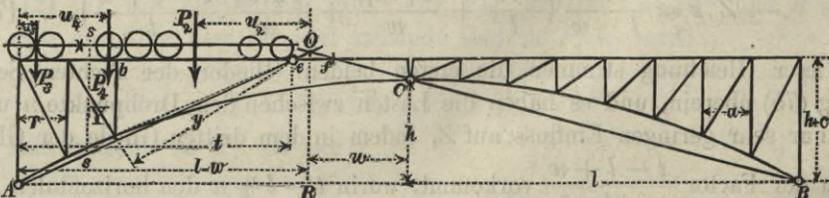
Liegt nun der Drehpunkt e , dem ersten Falle entsprechend, links von f und wird wie in Fig. 127 die Resultirende der Lasten auf der rechten Trägerhälfte mit P , ihr Abstand vom Widerlager B mit u , die Mittelkraft der Lasten zwischen O und dem Bogenscheitel C mit P_1 , ihr Abstand von O mit u_1 bezeichnet, dann erhält man für die Druckspannung Y_{min} eine Gleichung, die mit der Formel X_{max} völlig übereinstimmt, das Moment $-Y \cdot y$ ist in Bezug auf den Drehpunkt e :

$$-Y \cdot y = \frac{t \cdot w}{l-w} \left(\frac{P \cdot u}{l} + \frac{P_1 \cdot u_1}{w} \right) \dots \dots \dots (78)$$

und das Kriterium für die Zugstellung ist wieder:

$$\frac{P}{l} - \frac{P_1}{w} > 0 \dots \dots \dots (79)$$

Fig. 131.



Zur Berechnung der Zugspannung Y_{max} , bei derselben Lage des Drehpunktes e , sei nach Fig. 131 die Momentensumme der Lasten zwischen dem durchschnittenen Felde und dem Punkte O in Bezug auf den letzteren mit $P_2 \cdot u_2$, die Momentensumme

der Lasten links vom durchschnittenen Felde in Bezug auf das Widerlager A mit $P_3 \cdot u_3$ und die Momentensumme der Lasten im durchschnittenen Felde in Bezug auf A mit $P_4 \cdot u_4$ bezeichnet, so berechnet sich H und A genau wie bei X_{min} . Ist noch a die Weite des durchschnittenen Feldes und r der Abstand des linksseitigen Knotenpunktes vom Widerlager A , dann liefert P_4 zu den Kräften des linksseitig abgeschnittenen Trägerstückes nur die Knotenpunktsbelastung:

$$P_4 \left(1 - \frac{u_4 - r}{a} \right),$$

dann ist in Bezug auf den Drehpunkt e :

$$Y \cdot y = A \cdot t - H(h + c) - P_3(t - u_3) - P_4 \left(1 - \frac{u_4 - r}{a} \right) (t - r).$$

Diese Gleichung nach dem Obigen umgeformt ergibt:

$$Y \cdot y = P_2 \frac{t \cdot u_2}{l - w} + P_3 \cdot u_3 \frac{l - w - t}{l - w} + P_4 \left(r + \frac{(u_4 - r)(t - r)}{a} - u_4 \frac{t}{l - w} \right) \quad (80)$$

Hiernach ist das Kriterium für die Zugstellung:

$$P_2 \frac{t}{l - w} - P_3 \frac{l - w - t}{l - w} - P_4 \left(\frac{t - r}{a} - \frac{t}{l - w} \right) \geq 0 \quad (81)$$

Wäre beispielsweise in Fig. 131:

$$P_2 = 42; P_3 = 26; P_4 = 13; \\ \frac{t}{l - w} = \frac{13}{15}; \frac{l - w - t}{l - w} = \frac{2}{15}; \frac{t - r}{a} = \frac{11}{2,5};$$

so wird:

$$42 \cdot \frac{13}{15} - 26 \cdot \frac{2}{15} - 13 \left(\frac{11}{2,5} - \frac{13}{15} \right) < 0.$$

Durch Verschiebung des Zuges nach rechts wird bald:

$$P_2 = 55; P_3 = 26; P_4 = 0;$$

dann erhält man:

$$55 \cdot \frac{13}{15} - 26 \cdot \frac{2}{15} > 0.$$

Es muss hiernach das zunächst dem Punkte b stehende Rad für die ungünstigste Zugstellung gerade über b stehen.

Liegt, dem zweiten Falle entsprechend, der Drehpunkt e zwischen f und dem Bogenscheitel C und ist nach Fig. 132 die Momentensumme der Lasten auf der rechtsseitigen Trägerhälfte mit $P \cdot u$, die Momentensumme der Lasten zwischen O und C mit $P_1 \cdot u_1$ bezeichnet. Ist ferner von dem von links her auf den Träger geschobenen Zug $P_3 \cdot u_3$ die Momentensumme der Räder links vom Schnitte ss und $P_4 \cdot u_4$ die Momentensumme der Räder im durchschnittenen Felde, dann erhält man für Y_{min} die Gleichung:

$$-Y \cdot y = \frac{t \cdot w}{l - w} \left(\frac{P \cdot u}{l} + \frac{P_1 \cdot u_1}{w} \right) + P_3 \cdot u_3 \frac{t - l + w}{l - w} + P_4 \left(-r - \frac{(u_4 - r)(t - r)}{a} + u_4 \frac{t}{l - w} \right) \quad (82)$$

Die ungünstigste Stellung des rechtsseitigen Zuges, mit den schwersten Rädern über dem Scheitel, richtet sich nach dem Kriterium:

$$\frac{P}{l} - \frac{P_1}{w} \geq 0 \quad \dots \dots \dots (83)$$

während für den linksseitigen Zug das Kriterium:

$$P_4 \left(\frac{t-r}{a} - \frac{t}{l-w} \right) - P_3 \frac{t-l+w}{l-w} \geq 0 \dots (84)$$

massgebend ist. Hiernach muss der vom Auflager *A* vorrückende Zug bis an das durchschnittene Feld gelangen, so dass $P_4 = 0$ wird und das Vorderrad über dem

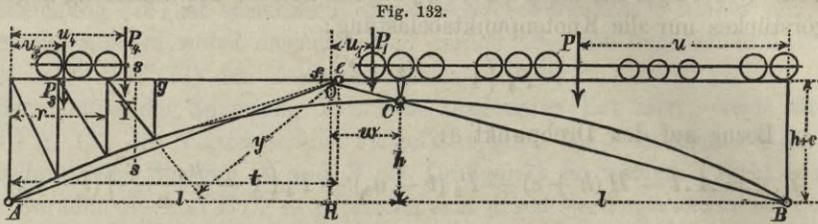


Fig. 132.

Knotenpunkte vor dem Schnitte *ss* steht, wie in Fig. 132 gezeichnet ist. Da nun der Factor $\frac{t-l+w}{l-w}$ des dritten Gliedes in Formel (82) eine kleine Zahl darstellt, so macht man nur einen unerheblichen Fehler, wenn man P_3 und P_4 ganz vernachlässigt und $-Y$ nach Formel (78) bestimmt.

Für denselben Fall erhält man für Y_{max} , wenn man die Lasten P_3 weglässt, direct aus Formel (80):

$$Y \cdot y = P_2 \frac{t \cdot u_2}{l-w} + P_4 \left(r + \frac{(u_2-r)(t-r)}{a} - u_2 \frac{t}{l-w} \right) \dots (85)$$

dann gilt für die Zugstellung das Kriterium:

$$P_2 \cdot \frac{t}{l-w} - P_4 \left(\frac{t-r}{a} - \frac{t}{l-w} \right) \geq 0 \dots (86)$$

Ist z. B. in Fig. 132 für die bezeichnete Diagonale:

$$\frac{t}{l-w} = \frac{7}{6,5}; \quad \frac{t-r}{a} - \frac{t}{l-w} = 5 - \frac{7}{6,5}$$

und schiebt man einen Zug vom Widerlager *B* her soweit auf die Brücke, dass die Vorderachsen im durchschnittenen Felde stehen, dann haben zwischen *g* und *O* noch zwei Locomotiv- und zwei Tenderräder Platz, und es wird $P_2 = 42$, $P_4 = 13$,

$$P_2 \cdot \frac{t}{l-w} - P_4 \left(\frac{t-r}{a} - \frac{t}{l-w} \right) = 42 \cdot \frac{7}{6,5} = 13 \left(5 - \frac{7}{6,5} \right) < 0,$$

wonach der Zug soweit nach rechts gerückt werden muss, bis die Vorderaxe gerade über dem Knotenpunkte *g* steht, dann wird $P_4 = 0$ und Formel (85) wird sehr einfach:

$$Y \cdot y = P_2 \frac{t \cdot u_2}{l-w} \dots (87)$$

Dem dritten Falle entsprechend, liege der Drehpunkt *e* rechts von f_1 , dann sind nur die Lasten P_3 und P_4 zu berücksichtigen und für die Druckspannung Y_{min} erhält man die Gleichung:

$$-Y \cdot y - P_3 \cdot u_3 \frac{t-l-w}{l+w} + P_4 \left(-r - \frac{(u_4-r)(t-r)}{a} + u_4 \frac{t}{l+w} \right) \dots (88)$$

Für die ungünstigste Stellung des vom linken Widerlager *A* her vorrückenden Zuges ist das Kriterium:

$$P_4 \left(\frac{t-r}{a} - \frac{t}{l+w} \right) - P_3 \frac{t-l-w}{l+w} \geq 0 \dots (89)$$

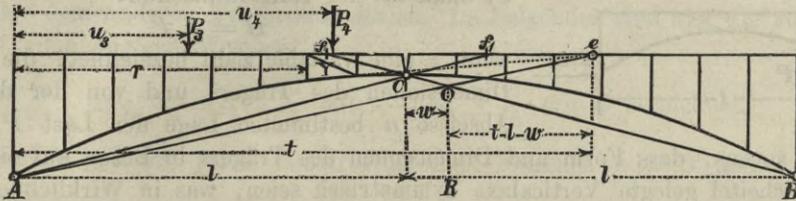
In Fig. 133 sei:

$$\frac{t-r}{a} = 6,3; \quad \frac{t}{l+w} = \frac{31}{22}; \quad \frac{t-l-w}{l+w} = \frac{8,6}{22}.$$

Wird das Vorderrad ins durchschnittene Feld geschoben und stehen hinter diesem noch 5 Locomotiv- und 2 Tenderräder, dann hat man nach Formel (89):

$$13 \left(6,3 - \frac{31}{22} \right) - 81 \cdot \frac{8,6}{22} > 0,$$

Fig. 133.



demnach muss das Vorderrad aus dem durchschnittenen Felde zurückgezogen und $P_4 = 0$ werden, dann wird aus Formel (88):

$$- Y \cdot y = P_3 \cdot u_3 \frac{t-l-w}{l+w} \dots \dots \dots (90)$$

Endlich erhält man für die Zugspannung Y_{max} , wenn P die Lasten der rechtsseitigen Trägerhälfte, P_1 die Lasten zwischen dem Scheitel und dem Schnitt mit dem Hebelarm u_1 in Bezug auf O und P_4 die ins durchschnittene Feld vorgerückten Lasten bezeichnet, die Gleichung:

$$Y \cdot y = \frac{t \cdot w}{l+w} \left(\frac{P \cdot u}{l} + \frac{P_1 \cdot u_1}{w} \right) + P_4 \left(r + \frac{(u_4 - r)(t-r)}{a} - u_4 \frac{t}{l+w} \right) (91)$$

wonach man die schwersten Räder an der Schnittstelle zu concentriren hat und für die ungünstigste Zugstellung das Kriterium erhält:

$$\frac{t \cdot w}{l+w} \left(\frac{P}{l} + \frac{P_1}{w} \right) - P_4 \left(\frac{t-r}{a} - \frac{t}{l+w} \right) \geq 0 \dots \dots (92)$$

Für die Verhältnisse in Fig. 133 darf kein Rad ins durchschnittene Feld vorgeschoben werden, P_4 ist also gleich Null und Formel (91) wird dann wieder einfach:

$$Y \cdot y = \frac{t \cdot w}{l+w} \left(\frac{P \cdot u}{l} + \frac{P_1 \cdot u_1}{w} \right) \dots \dots \dots (93)$$

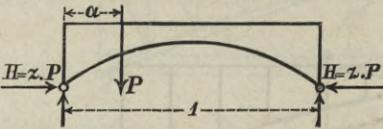
Die Spannung in den Verticalen braucht nicht besonders berechnet zu werden, denn ist eine Diagonale unter dem Winkel α gegen die obere Gurtung geneigt, so wird die Spannung in der Verticalen $V = Y \cdot \sin \alpha$, wobei V und Y entgegengesetzte Vorzeichen erhalten.

Vorstehend sind nur die Spannungen in der linksseitigen Bogenhälfte betrachtet, denn wegen Symmetrie der beiden Bogenhälften sind die Spannungen in beiden Theilen gleich gross. (Die graphische Ermittlung der Grenzspannungen für den Bogen mit 3 Gelenken, von Prof. Dr. Schäffer, findet man in *Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen* 1875, S. 381.)

Die Momentensummen $P \cdot u$ u. s. w. bestimmt man mit Hülfe eines nach (Fig. 3, Blatt 3) construirten Seilpolygons nach S. 59. Selbstverständlich sind noch die vom Eigengewicht der Brücke herrührenden Spannungen besonders zu berechnen und zu den von der mobilen Last erzeugten Spannungen zu addiren.

b. Bogenfachwerksträger ohne Scheitelgelenk. Wird bei Bogenfachwerksträgern das Scheitelgelenk weggelassen, so kann der Horizontalschub H des Trägers nicht mehr aus den einfachen Gleichgewichtsbedingungen allein bestimmt werden. Herr Baurath Mohr hat zu diesem Zwecke zuerst das Princip der virtuellen Geschwindigkeit benutzt (*Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover 1874, S. 223 und 1875, S. 17*). Um zunächst den Horizontalschub H des Bogenträgers zu bestimmen, sei nach Fig. 134 die Spannweite des Trägers gleich 1 gesetzt und es wirke im Abstände a vom linken Auflager die Last P , dann ist der Horizontalschub:

Fig. 134.

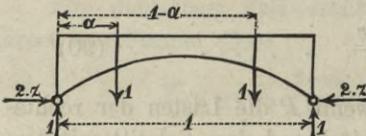


$$H = z.P \dots (94)$$

wenn z eine variable Zahl bezeichnet, die von den Dimensionen des Trägers und von der durch die Abscisse a bestimmten Lage der Last P abhängt.

Setzt man voraus, dass Form und Dimensionen des Trägers in Bezug auf eine durch den Bogenscheitel gelegte Verticalaxe symmetrisch seien, was in Wirklichkeit immer der Fall ist, und denkt den gewichtslosen Träger nach Fig. 135 durch zwei symmetrisch stehende Einzellasten von je gleich 1 Tonne belastet, dann ist jeder verticale Auflagerdruck = 1 Tonne und der Horizontalschub $H = 2.z$. Für diesen Belastungsfall kann man mit Benutzung der unbekanntten Zahl z die Spannungen der Constructionstheile bestimmen, aus diesen die elastische Formänderung des Trägers und schliesslich unter der Bedingung, dass jene Formänderung eine Aenderung der Spannweite s nicht veranlassen kann, die unbekanntene Zahl z ermitteln. Die Spannungen brauchen nur für eine Trägerhälfte bestimmt zu werden, da sie in je zwei symmetrisch gelegenen Constructionstheilen gleiche Grösse haben.

Fig. 135.



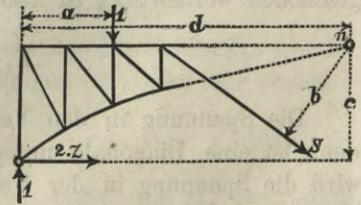
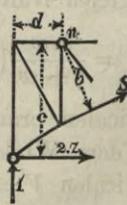
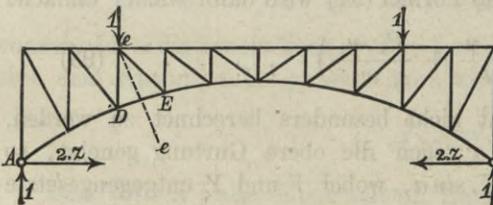
Für die Spannung S eines Constructionstheils zwischen dem Auflager A , Fig. 136, und dem Schnitte ee , den man durch den belasteten Knotenpunkt e und dem gegenüberliegenden Theil DE der unteren Gurtung führen kann, erhält man den Ausdruck:

$$S = \left(\pm 2.z \cdot \frac{c}{b} \pm \frac{d}{b} \right) \text{ Tonnen} \dots (95)$$

Fig. 136.

Fig. 137.

Fig. 138.



sowie für jeden Constructionstheil zwischen dem Schnitte ee und der Trägermitte den Ausdruck:

$$S = \left(\pm 2.z \cdot \frac{c}{b} \pm \frac{a}{b} \right) \text{ Tonnen} \dots (96)$$

wenn b, c und d die in Fig. 137 und 138 bezeichneten Hebelarme der Kräfte S und a den Abstand der Last vom Auflager bezeichnet; denn wählt man z. B. den Drehpunkt n , Fig. 137, so wirkt S an dem Hebelarm b und in Bezug auf den Drehpunkt n erhält man nach S. 56 die Momentengleichung:

$$0 = -S \cdot b - 2z \cdot c + 1 \cdot d, \text{ oder } S \cdot b = -2z \cdot c + d$$

und hieraus:

$$S = -2z \frac{c}{b} + \frac{d}{b}.$$

Der erstere Trägertheil liegt zwischen den Abscissen:

$$x = 0 \text{ und } x = a, \text{ der andere zwischen } x = a \text{ und } x = 1/2.$$

Die Gleichungen (95) und (96) ergeben für den Gurtungstheil DE , Fig. 136, dieselbe Spannung, man kann den Constructionstheil DE demnach beliebig zu dem einen oder dem anderen Trägertheil zählen. Im Folgenden sind nun die von der Lage der Last unabhängigen Werthe:

$$\pm \frac{c}{b} \text{ mit } u, \quad \pm \frac{d}{b} \text{ mit } v \quad \text{und} \quad \pm \frac{1}{b} \text{ mit } w \text{ bezeichnet.}$$

Hiernach ist für jeden Constructionstheil zwischen $x = 0$ und $x = a$ nach Formel (95):

$$S = (2z \cdot u + v) \text{ Tonnen} \dots \dots \dots (97)$$

und für jeden Constructionstheil zwischen $x = a$ und $x = 1/2$ nach Formel (96):

$$S = (2z \cdot u + a \cdot w) \text{ Tonnen} \dots \dots \dots (98)$$

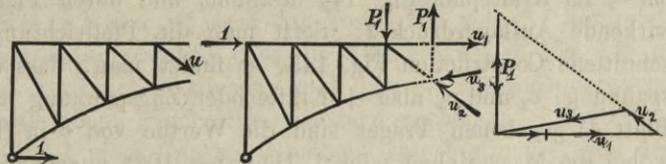
Anstatt die Zahlenwerthe von u , v und w durch Abgreifen der in Fig. 137 und 138 bezeichneten Hebelarme und die Vorzeichen aus den Drehrichtungen der Momente (vergl. S. 56) zu bestimmen, kann man sie bequemer in folgender Weise auf graphischem Wege ermitteln. Offenbar ist die Zahl u nach Fig. 139 die Spannung eines Constructionstheils in Tonnen;

wenn als Aussenkraft auf den Träger links vom Constructionstheil allein ein Horizontalschub = 1 Tonne einwirkt, denn wählt man in Fig. 138 den Punkt n als Drehpunkt, so erhält man in diesem Falle die Momentengleichung:

Fig. 139.

Fig. 140.

Fig. 141.



$$0 = -S \cdot b - 1 \cdot c, \text{ oder } S = -\frac{c}{b} = -u.$$

Das Vorzeichen ist positiv oder negativ, je nachdem es Zug- oder Druckspannung bezeichnet (vergl. S. 56). Um nun die Kräfte u möglichst genau zeichnen zu können, ist ein ähnliches Hilfsmittel wie das S. 36 erwähnte angewendet, es ist nämlich der in Fig. 139 angegebene Horizontalschub = 1 Tonne nach Fig. 140 in eine in der oberen Gurtung angreifende ebenso grosse und gleichgerichtete Horizontalkraft und in ein Kräftepaar zerlegt, deren Einzelkräfte P_1 durch die Schnittpunkte von u_2 mit u_1 und u_3 gehen, also um die Fachlänge von einander abstehen. Bei der in (Fig. 1, Blatt 4) dargestellten geometrischen Form eines Bogenfachwerksträgers von 28^m Spannweite ist die Fachlänge constant = 2^m und der Abstand der oberen Gurtung vom Auflager = 4^m, somit erhält P_1 den constanten Werth:

$$P_1 = \frac{4}{2} \cdot 1 \text{ Tonne} = 2 \text{ Tonnen.}$$

Trägt man nun die Kraft P_1 im Kräfteplan Fig. 141 als verticale Linie auf, zieht durch deren unteren Endpunkt eine Parallele zur oberen Gurtung u_1 und eine Parallele

zur unteren Gurtung u_3 , dann durch den oberen Endpunkt eine Parallele zur Diagonalen u_2 , so sind die Kräfte u_1 bis u_3 hierdurch bestimmt. Die Pfeilrichtung der Kräfte in dem Kräfte-dreieck Fig. 141 ist durch den Horizontalschub = 1 Tonne gegeben.

In (Fig. 2, Blatt 4) sind die Werthe von u für den Träger (Fig. 1) graphisch dargestellt. Hierbei ist die Maasseinheit = 40^{mm} angenommen; P_1 ist demnach gleich 2 Tonnen $\times 40^{\text{mm}} = 80^{\text{mm}}$ und der Horizontalschub = 1 Tonne ist also gleich der Maasseinheit = 40^{mm} . Die Werthe von u in Tonnen, nach der Maasseinheit von 40^{mm} gemessen, sind einfach durch die Nummer des betreffenden Constructionstheils bezeichnet, nur die Längen für die obere Gurtung, welche sich theilweise decken, sind an dem gemeinschaftlichen Anfangspunkte durch den Buchstaben A und am Endpunkte durch die Nummer des Constructionstheiles markirt.

Die Zahl v ist in Tonnen die Spannung eines Constructionstheiles, wenn nach Fig. 142 als Aussenkraft allein ein verticaler Auflagerdruck = 1 Tonne auf den Träger einwirkt. Nach Fig. 143 ist dieser Auflagerdruck in die beiden Verticalkräfte P_2 und P_3 zerlegt, die sich wegen

Gleichheit der Fachlängen sehr leicht bestimmen lassen. Trägt man im Kräfteplan Fig. 144 den Auflagerdruck = 1 Tonne und die Kraft P_3 zusammen als verticale Linie auf, zieht durch den unteren Endpunkt des Auflagerdruckes eine Parallele zur oberen Gurtung v_1 , durch den oberen Endpunkt eine Parallele zur unteren Gurtung v_3 und durch den oberen Endpunkt der Kraft P_3 eine Parallele zur Diagonalen v_2 , so sind die Werthe von v_1 bis v_3 im Kräfteplan Fig. 144 bestimmt und deren Pfeilrichtung giebt der aufwärts wirkende Auflagerdruck 1. Setzt man die Pfeilrichtung der Kräfte an die durchschnittene Construction Fig. 143, so findet man, dass v_1 eine — Kraft oder Druckspannung, v_2 und v_3 aber + Kräfte oder Zugspannung bezeichnen. Für den in (Fig. 1, Blatt 4) gegebenen Träger sind die Werthe von v in (Fig. 3) graphisch dargestellt, wobei die Maasseinheit oder 1 Tonne = 10^{mm} angenommen ist.

Endlich ist w die Spannung eines Constructionstheiles, wenn nach Fig. 145 als Aussenkraft allein ein Kräftepaar = 1 Tonne \times Spannweite auf den Träger einwirkt. Dieses Kräftepaar kann man in die Kräfte P_4 verwandeln, wie in Fig. 146 und dar-

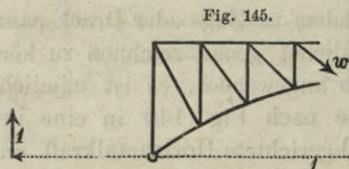


Fig. 145.

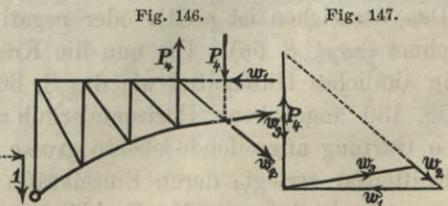


Fig. 146.

Fig. 147.

nach den Kräfteplan Fig. 147 construiren. Für den Träger (Fig. 1, Blatt 4) sind die Werthe von w in (Fig. 4) graphisch dargestellt. Da die Spannweite hier aus vierzehn gleichen Fachlängen besteht, so hat P_4 den constanten Werth von 14 Tonnen, dies mit der Maasseinheit von 5^{mm} multiplicirt, ergibt $P_4 = 5 \cdot 14 = 70^{\text{mm}}$.

Wird ein Stab auf jeden \square^{cm} seines Querschnittes mit der Spannung S gleichmässig gespannt, so dehnt er sich seiner ursprünglichen Länge l proportional aus. Bezeichnet man diese durch die Spannung S bewirkte Ausdehnung mit u und beachtet,

dass der Elasticitätsmodul E eine Kraft bezeichnet, welche einen Stab von 1 cm^2 Querschnitt auf das Doppelte seiner Länge auszudehnen vermag, so verhält sich:

$$S : E = n : l, \text{ oder es ist } \frac{n}{l} = \frac{S}{E}, \text{ oder } n = l \frac{S}{E}.$$

Wird nun ein Querschnitt F durch eine Kraft P beansprucht, so ist die auf jeden cm^2 kommende Spannung $S = \frac{P}{F}$, und dann hat man nach dem vorhergehenden Verhältnisse:

$$\frac{P}{F} : E = n : l, \text{ und hieraus } \frac{n}{l} = \frac{P}{F \cdot E}, \text{ oder } \frac{n}{P} = \frac{l}{F \cdot E}.$$

Bezeichnet man $\frac{n}{P}$ mit r , so ist;

$$r = \frac{l}{F \cdot E} \dots \dots \dots (99)$$

Der Elasticitätsmodul E des Schmiedeeisens ist im Mittel gleich 2000 Tonnen pro cm^2 Querschnitt.

Die Producte aus den in Gleichung (97) und (98) ermittelten Spannungen und den zugehörigen Werthen von r aus Gleichung (99) ergeben nach Obigem die elastischen Längenänderungen Δl der einzelnen Constructionstheile eines Bogenfachwerksträgers. Für jeden Constructionstheil zwischen $x = 0$ und $x = a$ ist somit nach Formel (97):

$$\Delta l = (2r \cdot z \cdot u + r \cdot v) \text{ Centimeter} \dots \dots \dots (100)$$

sowie für jeden Constructionstheil zwischen $x = a$ und $x = \frac{1}{2}$ nach Formel (98):

$$\Delta l = (2r \cdot z \cdot u + r \cdot a \cdot w) \text{ Centimeter} \dots \dots \dots (101)$$

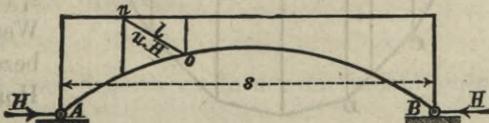
Durch die Vorzeichen von u , v und w ist auch das Vorzeichen von Δl bestimmt.

Denkt man, der Träger sei so aufgestellt, dass die Auflager wie in Fig. 148 in horizontaler Richtung frei sich verschieben können, und dass die Längenänderungen der einzelnen Constructionstheile nicht gleichzeitig, sondern nacheinander eintreten, dann hat jede Längenänderung Δl eines Constructionstheils eine bestimmte, von der geometrischen Form des Trägers abhängige Veränderung Δs der Spannweite s zur Folge. Da aber die Spannweite in Wirklichkeit ihre Grösse nicht verändert, so muss die Summe der von allen Constructionstheilen herrührenden Werthe von Δs gleich Null sein. Dies ist auch für eine Trägerhälfte der Fall, weil die hier betrachtete Formänderung des Trägers in Bezug auf die Trägermitte symmetrisch ist; man hat demnach:

$$\sum_{x=0}^{x=\frac{1}{2}} \Delta s = 0 \dots \dots \dots (102)$$

Es wurde bei dieser Betrachtung angenommen, dass, während ein bestimmter Constructionstheil no , Fig. 148, seine Länge l um Δl und hiernach die Spannweite s um Δs sich ändert, alle übrigen Constructionstheile vollkommen starr bleiben und um die Knotenpunkte in Gelenken sich ungehindert drehen. Diese Bewegung lässt sich auch, wie in Fig. 148 angedeutet, durch den Horizontalschub H erzeugen, der nach dem Vorstehenden in der Stange no die Spannung $u \cdot H$ hervorbringt. Indem nun die Kraft H den Weg Δs durchläuft und somit die mechanische Arbeit $- H \cdot \Delta s$ ver-

Fig. 148.



richtet, wird die widerstehende Spannung $u.H$ der Stange no auf dem Wege Δl überwunden und dadurch die mechanische Arbeit $u.H.\Delta l$ absorbiert. Diese Arbeiten müssen nach dem Princip der virtuellen Geschwindigkeit gleich gross sein, daher ist:

$$- H.\Delta s = u.H.\Delta l,$$

oder:

$$-\Delta s = u.\Delta l \dots \dots \dots (103)$$

Setzt man die Werthe von Δl aus Formel (100) und (101) in Gleichung (103) ein und substituirt den sich ergebenden Werth von Δs in Formel (102), so erhält man:

$$0 = 2z \sum_0^{1/2} r.u^2 + \sum_0^a r.v.u + a \sum_a^{1/2} r.w.u,$$

oder hieraus:

$$-z = \frac{\sum_0^a r.v.u^2 + a \sum_a^{1/2} r.w.u}{2 \sum_0^{1/2} r.u^2} \dots \dots \dots (104)$$

Im Obigen ist $-H.\Delta s$ eine positive Grösse; weil die Verkürzung Δs der Spannweite das negative Vorzeichen hat. Die Grösse $u.H.\Delta l$ ist immer positiv, indem Δl eine Verlängerung oder Verkürzung bezeichnet, je nachdem $u.H$ eine Zug- oder eine Druckspannung ist, somit haben die Grössen Δl und $u.H$ dasselbe Vorzeichen, das Product aus beiden wird also positiv.

In Formel (99) muss zur Bestimmung von r bereits der Querschnitt F der Constructionstheile bekannt sein, man kann daher z nach Formel (104) erst dann bestimmen, wenn F bereits annähernd ermittelt ist. Man kann daher vorläufig die Spannungen in den Constructionstheilen des Trägers unter Annahme eines Scheitelgelenkes ermitteln, hiernach die Querschnitte F wählen und darauf diese nach Anleitung der folgenden Resultate genauer bestimmen. Ergeben sich hierbei so beträchtliche Abänderungen, dass sie die Zuverlässigkeit der Rechnungsresultate in Frage stellen, so muss das Verfahren unter Zugrundelegung der berichtigten Querschnittsdimensionen wiederholt werden.

Formel (104) gibt die Werthe von z für Formel (94), und zwar für die Belastungen der Knotenpunkte, durch welche die Fahrbahn unterstützt wird. Befindet sich nach Fig. 149 eine Last P zwischen zwei Knotenpunkten auf dem Fahrbahnträger, dann

Fig. 149.

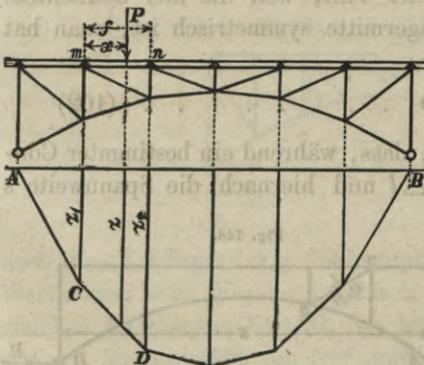


Fig. 150.

erhält der Knotenpunkt m die Last $P.\frac{f-x}{f}$ und der Knotenpunkt n die Last $P.\frac{x}{f}$. Setzt man die Fachlänge $f=1$, so erhalten die Stützpunkte m resp. n die Drücke:

$$P.(1-x) \text{ und } P.x.$$

Diese erzeugen einen Horizontalschub von $z_1(1-x)P$ resp. $z_2.x.P$, wenn z_1 und z_2 die Werthe von z für die Knotenpunkte m und n bezeichnen. Hiernach erzeugt die Last P den Horizontalschub:

$$z.P = z_1(1-x)P + z_2.x.P,$$

woraus sich ergibt:

$$z = z_1 + x(z_2 - z_1) \dots \dots \dots (105)$$

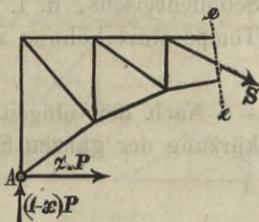
Nach dieser Gleichung ist in dem Seilpolygon Fig. 150 die Linie CD , deren Ordinate die Grösse z graphisch darstellt, zwischen zwei Knotenpunkten eine Gerade.

Will man einen aus einer Anzahl Radlasten bestehenden Last- oder Locomotivenzug in Betracht ziehen, so kann man eine solche graphische Darstellung anwenden, begnügt man sich aber mit der einfacheren Berechnungsweise, wobei man annimmt, wie dies S. 37 besprochen wurde, dass auf jeden Knotenpunkt, der die mobile Last aufzunehmen hat, entweder allein das auf den Knotenpunkt entfallende Eigengewicht der Construction, oder die Summe des Eigengewichts und der grössten mobilen Belastung einwirkt, dann nimmt die Bestimmung der ungünstigsten Lagen der mobilen Last eine sehr einfache Form an und man kann die Drucklinien der Einzellasten in Fig. 150 mit Hilfe der berechneten Werthe von z auftragen.

Nachdem die beiden ungünstigsten Lagen der mobilen Last, die für einen bestimmten Constructionstheil die Grenzspannungen in demselben erzeugen, ermittelt sind, kann man die Spannungen am einfachsten vermittelst Momentengleichungen bestimmen, indem die Werthe von u , v und w bereits bekannt sind.

Zur Bestimmung des Drehpunktes, auf den die Momentengleichung bezogen wird, zerlegt man nach S. 57 und Fig. 151 den Träger durch einen Schnitt ee , der ausser dem Constructionstheil, für den eben die Spannung S ermittelt werden soll, nur noch zwei andere trifft, deren Durchschnittspunkt für diesen Fall als Drehpunkt dient. Je nachdem Einzellasten links oder rechts vom Schnitte ee liegen, ist ihre Wirkung verschieden in Bezug auf einen bestimmten Constructionstheil. Eine Last P , die in Fig. 151 rechts vom Schnitte ee in der Entfernung x vom linken Auflager liegt, erzeugt, wenn die Spannweite s als Längeneinheit angesehen wird, einen Horizontalschub $= z \cdot P$ und am linken Auflager einen verticalen Druck $= P(1 - x)$. In der durchschnittenen Diagonalen Fig. 151 erzeugt die obige Last P somit eine Spannung:

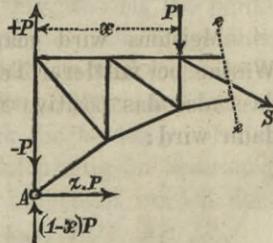
Fig. 151.



$$S = u \cdot z \cdot P + v(1 - x) P \dots \dots \dots (106)$$

Wenn nun noch eine Einzellast P nach Fig. 152 links vom Schnitte ee liegt, dann kommt zu den beiden obigen Aussenkräften noch die Last P . Durch Hinzufügung von noch zwei Kräften $+P$ und $-P$ in der Auflagerverticalen wird das betrachtete Gleichgewichtssystem nicht geändert. Mit der Belastung P bildet nun die Kraft $+P$ das Kräftepaar $P \cdot x$, dieses erzeugt in der durchschnittenen Diagonalen die Spannung:

Fig. 152.



$$x \cdot w \cdot P.$$

Die beiden noch übrigen verticalen Auflagerdrücke $+P(1 - x)$ und $-P$ setzen sich zu $-x \cdot P$ zusammen und veranlassen in der durchschnittenen Diagonalen die Spannung:

$$-x \cdot v \cdot P.$$

Der Horizontalschub $z \cdot P$ bewirkt endlich die Spannung:

$$u \cdot z \cdot P.$$

Hiernach erzeugt jede Belastung P links vom Schnitte ee in der durchschnittenen Diagonalen die Spannung:

$$S = u \cdot z \cdot P + (w - v) x \cdot P \dots \dots \dots (107)$$

Werden jetzt die Wirkungen aller Einzellasten rechts und links vom Schnitte ee

nach den Formeln (106) und (107) gebildet und darauf summirt, so erhält man die gesuchte Maximalspannung des Constructionstheiles, es ist:

$$S_{max} = u \Sigma z . P + v \Sigma^r (1 - x) P + (w - v) \Sigma^l x . P \quad . \quad . \quad (108)$$

In dieser Formel bezieht sich die Summe von $z . P$ auf alle Lasten, das Zeichen Σ^r auf die Lasten rechts und das Zeichen Σ^l auf die Lasten links vom Querschnitt ee . Die Grössen u , v und w sind aus den nach (Fig. 2 bis 4, Blatt 4) construirten Kräfteplänen zu entnehmen, während die in Formel (108) bezeichneten Summen sich mit Hilfe eines nach (Fig. 3, Blatt 3) construirten Seilpolygons (*vergl. S. 59*), oder auch meistens sehr einfach durch Rechnung ermitteln lassen.

Jetzt sind noch die gefährlichsten Einwirkungen der Wärme auf die Spannungen der Constructionstheile zu bestimmen und zu den nach Formel (108) berechneten, von den Belastungen erzeugten Spannungen zu addiren. Man denke den gewichtslosen und unbelasteten Träger, der in diesem Zustande nur horizontale Auflagerdrücke aufnehmen kann, so aufgestellt, dass seine Spannweite sich ungehindert verändern kann. Nun habe der Träger bei der Temperatur von t_0 Grad Celsius die Spannweite s , dann wird sich durch Erhöhung der Temperatur auf t_1 Grad die Spannweite um Δs vergrössern, und es ist, wenn $d = 1/81200 = 0,0000123$ den Ausdehnungscoefficienten des Schmiedeeisens, d. i. das Stück, um welches die Längeneinheit bei jedem Grade der Temperaturerhöhung zunimmt, bezeichnet:

$$\Delta s = s . d . (t_1 - t_0).$$

Nach der obigen Rechnung bewirkt der Horizontalschub = 1 Tonne eine Verkürzung der ganzen Spannweite um:

$$2 \Sigma_0^{1/2} r . u^2 \text{ Centimeter.}$$

Damit nun die durch die Wärme bewirkte Vergrösserung der Spannweite nicht eintreten kann, muss auf den Träger Fig. 148 ein Horizontalschub einwirken von:

$$H = \frac{s . d . (t_1 - t_0)}{2 \Sigma_0^{1/2} r . u^2} \text{ Tonnen} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (109)$$

Dieser erzeugt in jedem Constructionstheile eine Spannung $S = H . u$, oder:

$$S = \frac{u . s . d . (t_1 - t_0)}{2 \Sigma_0^{1/2} r . u^2} \text{ Tonnen} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (110)$$

Meistens wird man die Bogenträger ohne Scheitelgelenk so montiren, dass die Wärme bei mittlerer Temperatur keine Spannung in dessen Constructionstheilen erzeugt, dass also das positive und negative Maximum von $t_1 - t_0$ dieselbe Grösse t erhält; dann wird:

$$S = \pm \frac{u . s . d . t}{2 \Sigma_0^{1/2} r . u^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (111)$$

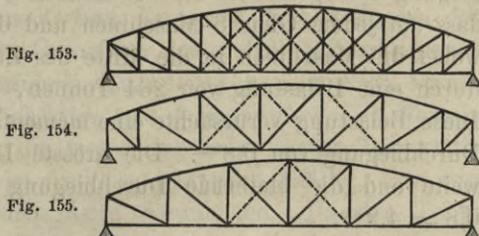
und zu jeder von den Belastungen erzeugten Maximalspannung eines Constructionstheiles muss noch derjenige von beiden vorstehenden Werthen addirt werden, der jene Spannung vergrössert. Ein von Herrn Prof. Mohr durchgerechnetes Beispiel findet man in der oben angegebenen Quelle.

Der Bogen ohne Gelenke ist ausführlich von Ritter in Riga behandelt (*Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen 1876, S. 277*), wonach die Berechnung eines speciellen Falles leicht durchgeführt werden kann.

§ 13. Fachwerkträger mit zweifachem Fachwerk (Blatt 4).

Ein Träger auf zwei Stützen, der von einem festen und einem auf horizontaler Bahn beweglichem Auflager unterstützt wird, muss, wie S. 33 erwähnt wurde, $2m - 3$ nothwendige, von einander unabhängige Constructionstheile erhalten, hierbei muss die Anzahl der Verticalen um eine grösser sein, als die Anzahl der Diagonalen, denn nur in diesem Falle ist die Unverschieblichkeit des mit gelenkförmigen Knotenpunkten versehenen Fachwerkes gesichert und nur dann kann der Träger auf statischem Wege berechnet werden. Im Falle ein Fachwerkträger aus $(2m - 3) + 1 = 2m - 2$ Hauptconstructionstheilen besteht, ist eine Berechnung des Trägers nur mit Hülfe der Elasticitätslehre möglich; für solche Fälle hat Baurath Mohr ein einfaches Verfahren der Berechnung angegeben (*Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover 1874, S. 509 und 1875, S. 17*).

Der Fachwerkträger Fig. 153 hat 26 Knotenpunkte, er müsste daher nach Obigem $2m - 3 = 2 \cdot 26 - 3 = 49$ Hauptconstructionstheile haben, wenn er auf statischem Wege berechnet werden soll. Der Träger hat aber 50 Constructionstheile, also einen zu viel, es sind nämlich 13 Verticalen und 13 Diagonalen angebracht, demnach ist eine Diagonale überzählig und daher der Träger statisch unbestimmbar. Zerlegt man aber dieses zweifache Fachwerk in die beiden einfachen Systeme Fig. 154 und 155, so hat der Träger Fig. 154 sechzehn Knotenpunkte und



er muss $2 \cdot 16 - 3 = 29$ nothwendige Constructionstheile haben, die auch vorhanden sind; ebenso ist die Anzahl der Diagonalen um eine geringer als die der Verticalen. Der andere Träger Fig. 155 hat 14 Knotenpunkte, daher muss er $2 \cdot 14 - 3 = 25$ Constructionstheile haben, die auch angebracht sind, auch hat er 7 Verticalen und nur 6 Diagonalen. Wird der Träger Fig. 153 somit in seine beiden einfachen Systeme zerlegt, so ist derselbe mit genügender Genauigkeit in leichter Weise auf statischem Wege zu berechnen; beide Fachwerke werden dann aufeinander gelegt und die Spannungszahlen der sich deckenden Constructionstheile summirt. Selbstverständlich werden die in der Trägermitte erforderlichen Gegendiagonalen, die in Fig. 153 bis 155 punktirt angedeutet sind, bei der obigen Anzahl der Constructionstheile nicht mitgezählt, da diese keine unabhängige Hauptconstructionstheile sind, indem sie nur verhindern, dass die Hauptdiagonalen bei einseitiger Trägerbelastung Druckspannung erhalten.

Zu bemerken ist hier noch, dass bei zweifachem Fachwerk die beiden zweifelartigen Diagonalen, welche die mittelste Verticale kreuzen, gleichzeitig in Spannung sind, dass also die eine nicht als Gegendiagonale der anderen aufgefasst werden darf (*vergl. den Artikel vom Director Launhardt in der Deutschen Bauzeitung 1876, Nr. 13*).

Nach dem Trägersystem Fig. 153 wurde die Zeglin-Brücke bei Stettin ausgeführt (*Deutsche Bauzeitung 1875, S. 357*). Diese hat 8 kleinere Fluthöffnungen und eine Stromöffnung von 92^m Spannweite, deren Ueberbrückung in (Fig. 5, Blatt 4) dargestellt ist. Beachtenswerth bei dieser Brücke ist das aussergewöhnlich grosse Höhenverhältniss der Träger und das dadurch erzielte ausserordentlich geringe Eigengewicht der Brücke. Die zweigleisige Brücke wird nämlich von zwei Hauptträgern getragen, welche in der Mitte eine Höhe von 15^m haben, so dass sich bei 92^m Stützweite das Verhältniss;

Höhe zur Länge = 1:6,13 ergibt. Das Gesamtgewicht des Ueberbaues der grossen Oeffnung beträgt an Schmiedeeisen für ein Gleis pro Meter Länge (*vergl. S. 46 und 64*).

$$g = 217 + 450 \text{ Kilogramm.}$$

Beim Ausrüsten senkten sich die Träger in der Mitte um 10^{mm}, wobei man wohl annehmen kann, dass die Auflager und die zwischenliegenden Bleiplatten sich um 3^{mm} zusammenpressten, so dass noch eine Durchbiegung von 7^{mm} durch das Eigengewicht der Brücke veranlasst wurde.

Bei der Probelastung wurde zuerst jedes Gleis mit einer schweren Güterzug- Locomotive belastet, wobei die Durchbiegung 13^{mm} betrug; dann wurden auf jedes Gleis zwei Locomotiven aufgefahren, bei deren Stellung in der Brückenmitte sich eine Durchbiegung von 25,5^{mm} ergab, nach Entfernung der Maschinen zeigte sich eine bleibende Durchbiegung von 0,9^{mm}. Darauf wurden 3 der schwersten Locomotiven auf jedem Gleis in die Mitte der Brücke gefahren, wobei sich eine momentane Durchbiegung von 38,5^{mm} zeigte, welches Resultat auch dasselbe blieb, als die Maschinen mit möglichst grosser Geschwindigkeit über die Brücke fuhren; die bleibende Durchbiegung betrug hierbei 2,5^{mm}. Endlich wurde die ganze Brücke voll belastet, derartig, dass auf jedem Gleis 3 Maschinen und 6 mit Schienen voll beladene Wagen standen, wobei die Maschinen in die Mitte des Zuges rangirt waren. Jedes Gleis erhielt hierdurch eine Belastung von 264 Tonnen, was pro Meter Gleis ca. 2,9 Tonnen ergibt. Diese Belastung verursachte eine momentane Durchbiegung von 41^{mm} und eine bleibende Durchbiegung von 0,8^{mm}. Die grösste Durchbiegung betrug somit $\frac{1}{2244}$ der Spannweite und die bleibende Durchbiegung nach sämtlichen Versuchen $0,9 + 2,5 + 0,8 = 4,2^{\text{mm}}$.

Der in (Fig. 6, Blatt 4) dargestellte Träger nach Schwedler's System mit zweifachem Fachwerk ist von Prof. Häselser für die Elbbrücke bei Dömitz angewendet (*Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover 1876, S. 240*). Das Trag-system des Ueberbaues der zweigleisigen Bahn besteht aus zwei Hauptträgern in 8,29^m Abstand zwischen den Gurtungsmitten. An der äusseren Seite des stromaufwärts gelegenen Trägers befindet sich ein auf Consolen ausgekrachter 1,25^m breiter, mit 5^{cm} starken Bohlen belegter Fussweg. Die obere Gurtung ist in der Trägermitte nicht horizontal, sondern des besseren Aussehens wegen verläuft sie in einer stetigen Curve. In der Mitte haben die Träger eine Höhe von 10,043^m, so dass sich bei 67,79^m Stützweite das Verhältniss: Höhe zur Länge = 1:6,75 ergibt. Als flachste Neigung der Diagonalen wurde der Winkel von 35° festgesetzt, wodurch die beiden Felder vor den Endfeldern eine geringere Weite erhalten haben als die übrigen Felder; auch ist die untere Spannungsgrenze der Diagonalen nicht gleich Null, sondern sie beträgt mindestens 0,06 Tonnen.

Der Träger hat 38 Knotenpunkte, er müsste also, wenn er ein in sich unverschiebbares Stabsystem bildete, $2 \cdot 38 - 3 = 73$ von einander unabhängige Hauptconstructionstheile haben; es sind aber nur 72 vorhanden, nämlich ausser den Gurtungstheilen noch 18 Verticalen und nur 16 Diagonalen, demnach fehlt eine Diagonale, mithin ist das System ein labiles und die Functionen des fehlenden Constructionstheiles müssen in nicht empfehlenswerther Weise von der Steifigkeit der Knotenpunktverbindungen übernommen werden. Bei einer ähplichen Construction wird man zweckmässig die erwähnte fehlende Diagonale hinzufügen, indem man nur auf der einen Trägerhälfte noch die einfeldrige Diagonale *nn* einzieht; hierdurch wird das System ein stabiles, weil $2m - 3$ von einander unabhängige Hauptconstructionstheile vor-

handen sind, und die Berechnung des Trägers lässt sich, ohne Zerlegung in zwei Einzelsysteme, nach der Momentenmethode genau ausführen.

Für die Berechnung des Trägers wurde angenommen, dass beide Gleise mit einem Zuge, aus den schwersten Güterzugmaschinen dieser Bahn bestehend, vollständig bedeckt seien. Hierdurch ergab sich bei gleichmässiger Vertheilung der mobilen Last pro Knotenpunkt 15,9 Tonnen, wofür, auch bei den engeren Feldern, $q = 16,25^T$ angenommen wurden. Das Eigengewicht des Ueberbaues ergab pro Knotenpunkt $p = 8,75^T$, so dass sich als grösste Belastung eines Knotenpunktes $p + q = 8,75 + 16,25 = 25^T$ ergab. Bei Bestimmung der Querschnitte ist eine Spannung von 730 Kilogr. pro \square^{cm} zu Grunde gelegt. Das gesammte Eigengewicht des Ueberbaues dieser Brücke beträgt für ein Gleis pro Meter Länge, wenn der obere und untere Windstrebenverband mit zur Constanten der Fahrbahn gerechnet wird:

$$g = 19,5l + 596 \text{ Kilogramm.}$$

Wurde der Windstrebenverband zu dem ersten Gliede gerechnet, so ergab sich:

$$g = 21,3l + 465 \text{ Kilogramm.}$$

Demnach sind die Träger dieser Brücke fast ebenso leicht wie die S. 86 erwähnten.

In (Fig. 7, Blatt 4) ist ein Träger mit zweifachem Fachwerk dargestellt, bei dem die obere Gurtung bis zur Trägermitte nach der Grenzform der einfachen Zugdiagonalen gekrümmt wurde. Der Träger ist vom Bauführer Quietmeyer nach Prof. Launhardt's Angaben projectirt (*Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover 1877, S. 233*) und bietet den Vortheil, dass die Gegendiagonalen in der Trägermitte vermieden werden. Die Form des Trägers ist freilich nicht sehr gefällig, man wird daher nicht immer entschlossen sein, sie dem Auge darzubieten. Da der Träger 32 Knotenpunkte hat, so müssen, wenn das System stabil sein soll, $2 \cdot 32 - 3 = 61$ Constructionstheile vorhanden sein, welche Anzahl auch angebracht ist, und zwar hat der Träger ausser den Gurtungstheilen 15 Verticalen und 14 Diagonalen; demnach kann die Berechnung desselben, ohne Zerlegung in zwei Einzelsysteme, nach der Momentenmethode durchgeführt werden.

Das geringste Gewicht des Trägers ergab sich bei einer Höhe der mittleren Verticalen von 10^m , doch wurde der grösseren Seitensteifigkeit wegen diese Höhe zu $9^m = \frac{1}{8}$ der Stützweite angenommen, weil die Gewichtszunahme bei dieser Verringerung der Höhe nur unbedeutend war. Zur Bestimmung der Maximalspannungen in den Füllungstheilen ist ein Locomotivzug mit der in Fig. 88 gegebenen Lastvertheilung angenommen, wobei an der Spitze des Zuges eine Locomotive ohne Tender steht. Die Axlasten wurden auf die Knotenpunkte reducirt und zu ganzen Zahlen abgerundet, so dass eine möglichst grosse concentrirte Last an die Spitze gestellt und der folgende Knotenpunkt möglichst entlastet wurde (*vergl. den Art. von Prof. Schäffer in der Deutschen Bauzeitung 1877, S. 177*). Diese Last ist dann aber auch stets nur bis an den Kopf resp. um eine Feldlänge über den Fuss der Diagonalen vorgeschoben; auf den etwas ungünstigeren Fall des Vorrückens über diesen Punkt hinaus ist keine Rücksicht genommen. Für die Gurtungsspannung wurde eine volle Belastung der Brücke durch zwei nach der Trägermitte zu gegeneinander gestellte Locomotivzüge angenommen, dann aber wieder abgesehen von der Aufsuchung der ungünstigsten Zugstellung für jedes einzelne Feld.

Die Querschnitte der Gurtungen wurden unter Zugrundelegung einer Spannung von 900^k , diejenigen der Füllungstheile von 700^k und diejenigen der Fahrbahnträger von 600 Kilogr. pro \square^{cm} bestimmt. Das Eigengewicht dieser Construction für ein

Gleis pro Meter Länge berechnete sich, wenn der Windstrebenverband zur Fahrbahn gerechnet wurde, zu:

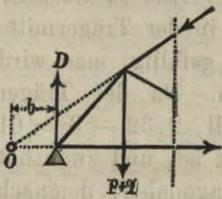
$$g = 22,4l + 543 \text{ Kilogramm,}$$

wenn aber der Windstrebenverband zu den Hauptträgern gerechnet wurde, so ergab sich:

$$g = 24,5l + 390 \text{ Kilogramm.}$$

Bei Feststellung der Krümmung der oberen Trägeregurtung nimmt man zweckmässig die vom Eigengewichte des Ueberbaues herrührende Knotenpunktsbelastung p geringer an, als sie in Wirklichkeit ist, denn indem das Eigengewicht in allen Diagonalen eine Zugspannung erzeugen soll, hat man weitere Sicherheit, dass in keiner Diagonalen Druckspannung eintreten kann, wenn das Eigengewicht in Wirklichkeit grösser wird, als es bei Bestimmung der Grenzform angenommen wurde. Um nun die Neigung der oberen Gurtung im zweiten Felde zu finden, führt man nach Fig. 156 einen Schnitt durch das zweite Feld und sucht den Durchschnittspunkt O der unteren und oberen Gurtung auf. Dieser Punkt O steht um b vom Auflager ab, und in Bezug auf diesen Punkt muss die Summe der Momente der Knotenpunktsbelastung, des Auflagerdruckes und der Spannungen in den durchschnittenen Füllungstheilen gleich Null sein, dann erhalten die Füllungstheile keine Spannung; die bis zum ersten Knotenpunkte vorgeschobene mobile Last g erzeugt also in der ersten Diagonalen eine Minimalspannung gleich Null. Das Moment der Gurtungsspannungen in Bezug auf den Durchschnittspunkt O muss ebenfalls gleich Null sein, wenn sich das Trägerstück im Gleichwichte befinden soll, d. h. der Punkt O muss der Schnittpunkt der durchschnittenen Gurtungstheile sein.

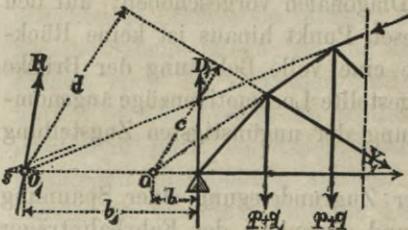
Fig. 156.



In derselben Weise findet man nach Fig. 157 auch die Durchschnittspunkte $O_1, O_2 \dots$ der Gurtungstheile für die folgenden Felder, doch tritt in jedem folgenden Falle eine unbekannte Diagonalspannung auf, wie in Fig. 157 die Diagonalspannung Y_1 bei Ermittlung des Schnittpunktes O_1 . Zur Bestimmung derselben muss man stets wieder auf das zweite Feld zurückgehen, Y_1 für den betreffenden Belastungsfall berechnen, dann einen Schnitt durch das dritte Feld führen und mit Hilfe der gefundenen Spannung Y die Spannung Y_2 aufsuchen. Für den Schnitt durch das vierte Feld sind demnach Y_1, Y_2, Y_3 , für den Schnitt durch das fünfte Feld Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 zu ermitteln, weil sich die mobile Last vom Auflager her vorschiebt, die Last $p + g$, die in Fig. 156 den ersten Knotenpunkt belastet, in Fig. 157 nach dem zweiten Knotenpunkt gerückt ist, während $p + g_1$ bis zum ersten Knotenpunkte nachrückte u. s. w., also für jeden neuen Abstand b ein neuer Belastungsfall eintritt.

Sollen die für b gefundenen Werthe zur Vereinfachung der Rechnung abgerundet werden, so muss dies nach der Richtung hin geschehen, durch welche eine Zugspannung als Minimalspannung in den Diagonalen begünstigt wird.

Fig. 157.



ändern, so muss man b_1 vergrössern, indem man O_1 nach links, nach dem Punkte s

Diagonale sind 14 Felder vom rechtsseitigen Auflager her mit der mobilen Last bedeckt, während der übrige Knotenpunkt nur die permanente Last p erhält) hat man daher:

$$Y_{v_1} = \frac{D \cdot b - p(b+1)}{b+3}.$$

Zur Berechnung der verticalen Componente Y_{v_2} von der Diagonalen Y_2 hat man den in Fig. 158 dargestellten Belastungsfall, wobei zwei Knotenpunkte nur die permanente Last erhalten; hier ist erst:

$$Y_{v_1} = \frac{D_1 \cdot b - p(b+1)}{b+3},$$

ferner ist:

$$Y_{v_2} = \frac{D_1 \cdot b_1 - p(b_1+1) - p(b_1+2) - Y_{v_1}(b_1+3)}{b_1+4}.$$

Der Zahlenwerth von Y_{v_1} muss aus der ersteren Gleichung berechnet, in die zweite eingesetzt und dann Y_{v_2} bestimmt werden.

Für Y_{v_3} erhalten drei Knotenpunkte nur die permanente Last, man hat also für diesen Belastungsfall:

$$Y_{v_1} = \frac{D_2 \cdot b - p(b+1)}{b+3},$$

$$Y_{v_2} = \frac{D_2 \cdot b_1 - p(b_1+1) - p(b_1+2) - Y_{v_1}(b_1+3)}{(b_1+4)},$$

$$Y_{v_3} = \frac{D_2 \cdot b_2 - p(b_2+1) - p(b_2+2) - p(b_2+3) - Y_{v_2}(b_2+4)}{b_2+5}.$$

Der Zahlenwerth, den die erstere Gleichung ergibt, ist wieder in die zweite Gleichung einzusetzen, der sich ergebende Zahlenwerth von Y_{v_2} ist in die dritte Gleichung zu substituieren und daraus Y_{v_3} zu berechnen. In derselben Weise werden auch die Verticalcomponenten der übrigen Diagonalen ermittelt. Aus den Verticalcomponenten ergibt sich nun leicht die Spannung der Diagonalen; es ist z. B. nach Fig. 158:

$$Y_1 = Y_{v_1} \frac{\sqrt{mn^2 = n\sigma^2}}{no}.$$

Die Verticalen haben sowohl Zug- wie auch Druckspannung aufzunehmen, doch braucht die Zugspannung nicht beachtet zu werden, da die Verticalen für die aufzunehmende Druckspannung so grosse Querschnitte erhalten müssen, dass sie die auftretenden Zugspannungen sicher aufnehmen können. Die beiden letzten Verticalen an jedem Trägerende sind nur Zugstangen, welche die Knotenpunktbelastungen auf die obere Gurtung übertragen. Man kann hier annehmen, dass $\frac{2}{3}$ vom Eigengewichte der Construction im unteren Knotenpunkte der Verticalen, $\frac{1}{3}$ aber im oberen Knotenpunkte derselben angreift. Dann wird die Zugspannung der Verticalen V_1 und V_2 am grössten, wenn das mittlere Rad einer Locomotive gerade über dem Knotenpunkte der Verticalen steht; diese setzt sich zusammen aus $\frac{2}{3}p$, aus dem Gewichte des mittleren Rades und aus dem Antheil, den der Knotenpunkt der Verticalen von den beiden andern Rädern erhält.

Zur Berechnung der Maximaldruckspannung in der Verticalen V_3 hat man den Locomotivzug nach Fig. 159 vom rechtsseitigen Auflager her so weit vorzuschieben,

bis das Vorderrad noch um eine Feldlänge von der Verticalen absteht; diese Zugstellung diene auch zur Ermittlung der Verticalcomponente Y_{v1} bei Y_3 , es ist somit nach Fig. 160:

$$Y_{v1} = V_3 + \frac{2}{3}p; \text{ hieraus wird: } V_3 = Y_{v1} - \frac{2}{3}p.$$

Ebenso kann man auch V_4 bis V_7 berechnen; für die mittlere Verticale aber kommt eine andere Zugstellung in Frage, da diese Verticale die abwärts gerichteten Drücke der oberen Gurtung in den beiden Mittelfeldern auf die in ihrem Fusspunkte angreifenden vier Diagonalen zu übertragen hat. Hier ist also die Belastungsart anzunehmen, welche in der oberen Gurtung die Maximaldruckspannung erzeugt. Bezeichnet man diese mit X und zerlegt dieselbe in eine horizontale Componente X_h und in eine verticale Componente X_v , dann setzt sich die Druckspannung V in der mittleren Verticalen nach Fig. 161 aus $2 \cdot X_v$ und aus der vom Eigengewicht herrührenden Belastung des oberen Knotenpunktes $\frac{1}{3}p$ zusammen, es ist demnach:

$$V_3 = 2 X_v + \frac{1}{3}p.$$

Die Horizontalcomponente X_h lässt sich aus der Momentengleichung, die man für den Fusspunkt der mittleren Verticalen aufstellt, leicht berechnen, und es verhält sich nach Fig. 161:

$$X_v : X_h = a : l; \text{ oder es ist } \frac{X_v}{X_h} = \frac{a}{l},$$

hieraus wird:

$$X_v = X_h \cdot \frac{a}{l}.$$

Für die Maximalspannungen in den Gurtungen ist in dem vorliegenden Falle die Brücke mit zwei Locomotivzügen belastet, die von beiden Auflagern her bis zur Mitte der Brücke vorgeschoben sind, dann ist aber auf die ungünstigste Zugstellung für jedes einzelne Feld keine Rücksicht genommen. Der Schnitt in Fig. 162 trifft nur drei Stangen; zur Berechnung von Z_2 hat man den Knotenpunkt n als Drehpunkt und es ist:

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = D \cdot \frac{l}{h}.$$

Der Auflagerdruck D ist hier gleich dem halben Eigengewicht der Construction und dem Gewichte des Zuges bis zur Brückenmitte, wenn man die Last für beide Träger zusammennimmt. Für die meisten Gurtungstheile ist eine vorherige Berechnung der Diagonalen oder der Verticalen erforderlich; am einfachsten wird es, wenn man die Schnitte parallel zu den Diagonalen führt; so dass jedesmal zwei Gurtungstheile und zwei Verticalen geschnitten werden. In Fig. 163 ist die mit 5 bezeichnete Last gleich $\frac{2}{3}p + q_6$, die mit 6 bezeichnete gleich $\frac{2}{3}p + q_6$, indem jeder obere Knotenpunkt $\frac{1}{3}p$ aufnimmt. Hiernach berechnet sich V_3 , wenn der Schnittpunkt O im Abstände b vom Auflager als Drehpunkt gewählt wird:

$$(V_3 + \frac{2}{3}p + q_6)(b + 3) = D \cdot b - (p + q_7)(b + 2) - (p + q_8)(b + 1).$$

Fig. 159.

Fig. 160.

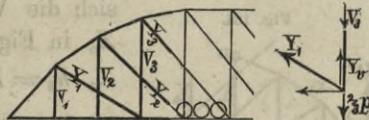


Fig. 161.

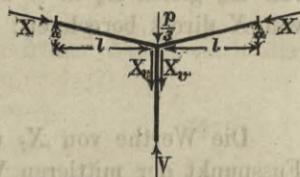


Fig. 162.

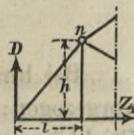
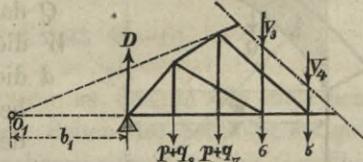


Fig. 163.



Ferner wird in Bezug auf den Drehpunkt O_1 :

$$(V_4 + \frac{2}{3}p + q_5)(b_1 + 4) = D \cdot b_1 - (V_3 + \frac{2}{3}p + q_6)(b_1 + 3) - (p + q_7)(b_1 + 2) - (p + q_8)(b_1 + 1).$$

Durch Einsetzung der Zahlenwerthe in die erstere Gleichung lässt sich V_3 leicht bestimmen, wird dieser Werth dann mit den übrigen Zahlenwerthen in die zweite Gleichung eingesetzt, so kann auch V_4 leicht berechnet werden. In gleicher Weise bestimmt man auch die Spannungen in den übrigen Verticalen. Hiernach berechnen sich die Werthe von Z in folgender Weise; man hat z. B. für Z_5 in Fig. 164 den Drehpunkt n und in Bezug auf diesen ist:

$$Z_5 \cdot h_3 = D \cdot 3l + (V_4 + \frac{2}{3}p + q_6)l - (p + q_7)l - (p + q_8)2l,$$

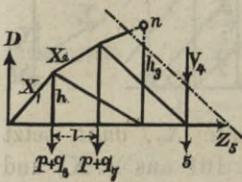
woraus nach Einsetzung der betreffenden Zahlenwerthe sich Z_5 leicht ergibt. Ebenso kann man auch die übrigen Spannungen Z ermitteln.

Die horizontale Componente von X_1 ist nun gleich Z_3 , die von X_2 gleich Z_4 u. s. w., aus den Zahlenwerthen von Z kann man demnach die von X direct berechnen; es ist z. B. nach Fig. 164:

$$X_1 = \frac{Z_3 \sqrt{l^2 + h^2}}{l}.$$

Die Werthe von X_7 und X_8 müssen noch besonders berechnet werden, wobei der Fusspunkt der mittleren Verticalen als Drehpunkt für die Momentengleichungen dient.

Fig. 164.



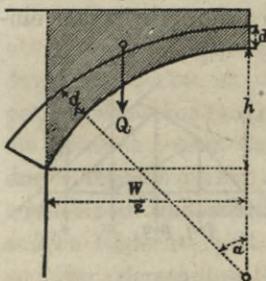
Fünfter Abschnitt.

Gewölbe und Futtermauern.

§ 14. Die Schlusssteinstärke der Gewölbe.

Bei hinreichender Höhe wird der Halbkreis meistens allen anderen Gewölblinien vorgezogen; ist man aber in der Höhe beschränkt, so wendet man Segment- oder Stichbögen an, die aus einem Mittelpunkte beschrieben werden; seltener kommen die aus mehreren Mittelpunkten beschriebenen Korbbögen zur Anwendung, weil ihre Ausführung nicht so einfach ist wie die der Stichbögen. Nennt man nach Fig. 165:

Fig. 165.



Q das Gewicht einer Gewölbehälfte pro Meter Tiefe,

W die Spannweite, h die Pfeilhöhe des Gewölbes,

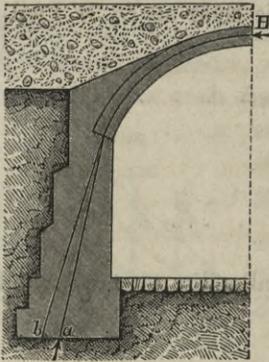
d die Schlusssteinstärke, d_1 die Stärke des Bogens an einer beliebigen anderen Stelle, die mit der Verticalen durch den Bogenscheitel den Winkel α einschliesst,

k den Festigkeitscoefficient des Materials (für gutes Ziegelmauerwerk in Kalkmörtel 7 bis 9, in Cementmörtel

14 Kilogr., für guten Baugrund 2 bis 5 Kilogr. pro \square^{cm}) und

Druck auf die ganze Fläche der Lagerfugen gleichmässig vertheilt ist. Fig. 166 zeigt die Hälfte des Querschnittes eines Brückengewölbes, worin die Kräfte H und a , in der Stützlinie wirkend, das Gewölbe im stabilen Gleichgewichte halten. Hier ist aH die Stützlinie, die sich mit Berücksichtigung des Erddruckes hinter dem Widerlager ergibt, während bH die Stützlinie ohne diesen Erddruck bezeichnet.

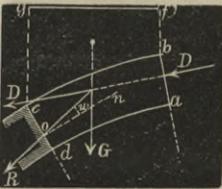
Fig. 166.



Bevor die Construction der Stützlinie besprochen wird, mag Fig. 167 näher betrachtet werden. Hierin sei $abcd$ ein beliebiges Stück des Gewölbobogens, auf welches die äusseren Kräfte D und G einwirken. Die Kraft G ist das Gewicht des Bogenstückes $abcd$ und der Belastung $bfgc$ desselben, in dem Schwerpunkte des Körpers angreifend gedacht. D aber ersetzt den Druck, den der fehlende Gewölbetheil auf die Fläche ab des Bogens ausübte. Damit nun das Bogenstück $abcd$ auf der Lagerfuge cd unter Einwirkung der Kräfte D und G im stabilen Gleichgewichte bleibt, muss die Mittelkraft R aus den Kräften D und G die Stützfläche innerhalb deren Begrenzungskanten schneiden, weil sonst eine Drehung des Bogenstückes um die Kanten c oder d vorkommen könnte; ferner muss, um ein Gleiten des Bogenstückes auf der Stützfläche cd zu verhindern, der Winkel w , den die Mittelkraft R mit der auf der Stützfläche cd errichteten Normalen no bildet, kleiner sein als der Reibungswinkel der Gewölbsteine, der nach Rondelet im Mittel = 30 Grad angenommen werden kann; auch darf die Stützfläche pro Flächeneinheit nur der Festigkeit des Wölbmaterials entsprechend gedrückt werden.

Diese Bedingungen müssen natürlich für alle Lagerfugen des Gewölbes erfüllt sein, wenn das ganze Gewölbe in allen seinen Theilen im stabilen Gleichgewichte bleiben soll. Um nun die Stützlinie in ein Gewölbe einzuzeichnen, verbindet man die Punkte a , Fig. 167, in welchen die nacheinander folgenden Lagerfugen von den entsprechenden Mittelkräften der äusseren Kräfte geschnitten werden, durch zusammenhängende gerade Linien. Dieser Linienzug ist die Stützlinie des Gewölbes oder das Seilpolygon der auf das Gewölbe einwirkenden äusseren Kräfte.

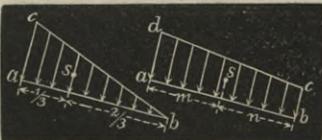
Fig. 167.



Der hohe Stabilitätsgrad, wo die Stützlinie die Mittellinie des Bogens bildet, wird in der Praxis nicht immer verlangt, sondern man begnügt sich meistens mit der Anforderung, dass in keiner Lagerfuge oder überhaupt an keiner Stelle des Gewölbes Zugspannung auftreten kann. Ist nun die Linie ab , Fig. 168, die Höhe des Gewölbobogens an irgend einer Stelle, so kann an der äusseren oder inneren Wölblinie für den zulässigen Grenzfall der Druck gleich Null sein, wie dies bei b , Fig. 168, dargestellt ist; dann muss die Pressung nach a hin stetig zunehmen und der hieraus resultirende Druck ist durch den Flächeninhalt des Dreieckes abc bestimmt. Die Mittelkraft dieses Druckes kann man im Schwerpunkte s des Dreieckes angreifend denken, der um $1/3 \overline{ab}$ von a entfernt ist. Es kann also keine Zugspannung im Gewölbe auftreten, wenn die Stützlinie noch um $1/3$ der Gewölbedicke von der inneren oder äusseren Wölblinie entfernt ist. Man kann daher sagen: ein Gewölbe ist stabil, wenn die Stützlinie innerhalb des mittleren Drittels des Gewölbequerschnittes bleibt.

Fig. 168.

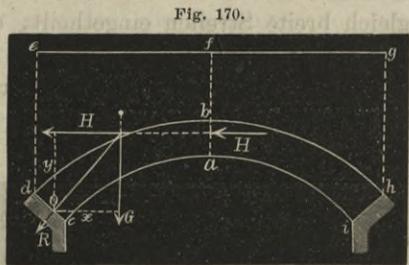
Fig. 169.



denken, der um $1/3 \overline{ab}$ von a entfernt ist. Es kann also keine Zugspannung im Gewölbe auftreten, wenn die Stützlinie noch um $1/3$ der Gewölbedicke von der inneren oder äusseren Wölblinie entfernt ist. Man kann daher sagen: ein Gewölbe ist stabil, wenn die Stützlinie innerhalb des mittleren Drittels des Gewölbequerschnittes bleibt.

Für den Grenzfall, wo an der einen Wölblinie der Druck gleich Null wird, ist nach Fig. 168 die Maximalpressung gleich der Linie ac ; ginge die Stützlinie durch die Mitte der Gewölbedecke, so wäre der Druck über die Lagerfläche gleichmässig vertheilt, anstatt des Dreiecks Fig. 168 würde dann der resultirende Druck durch ein Rechteck dargestellt, welches halb so hoch ist wie die Linie ac , somit wird der Maximaldruck für den Grenzfall doppelt so gross, als wenn die Stützlinie durch die Mitte der Gewölbedecke geht. Bleibt aber die Stützlinie innerhalb des mittleren Drittels der Gewölbedecke, ohne dass der obige Grenzfall eintritt, so vertheilt sich der Druck nach Massgabe der Höhen eines Trapezes $abcd$, Fig. 169, dessen Schwerpunkt von a resp. b um m und n entfernt ist, je nach der Lage der Stützlinie. Hiernach ist es leicht, den Druck in der am meisten beanspruchten Kante des Gewölbequerschnittes zu ermitteln und zu untersuchen, ob nicht die zulässige Druckspannung des Wölbmaterials überschritten wird.

Wie die Ansicht des Gewölbes Fig. 170 zeigt, haben die beiden Bogenhälften abd und bhi in Bezug auf die Kämpferfugen cd und ih gleiche, jedoch entgegengesetzte Drehmomente, und in dem gemeinschaftlichen Scheitel ab üben die beiden Bogenhälften einen gegenseitigen Druck aufeinander aus, den man den Horizontalschub nennt und meistens mit H bezeichnet. Soll nun das Gewölbe den höchsten Grad der Stabilität besitzen, so muss die Stützlinie durch den Halbirungspunkt der Scheitellinie ab gehen, in diesem Punkte muss dann auch H angreifen.



Wenn man aber nur untersuchen will, ob das Gewölbe den Stabilitätsgrad hat, der dem oben erwähnten Grenzfall entspricht, so ist nur Bedingung, dass der Angriffspunkt der Kraft H im mittleren Drittel der Bogenhöhe ab bleibt. Bezeichnet G das Gewicht des halben Bogens incl. der Belastung desselben und R die Resultierende aus G und H , so muss R die Kämpferfuge cd , Fig. 170, innerhalb des mittleren Drittels derselben schneiden und man hat für den Gleichgewichtszustand in Bezug auf den Drehpunkt o die Momentengleichung:

$$H \cdot y = G \cdot x, \text{ und hieraus } H = \frac{G \cdot x}{y} \dots \dots (119)$$

Damit die Construction der Stützlinie möglichst vereinfacht wird, denkt man die Belastung des Gewölbes auf das einheitliche Gewicht des Bogenmaterials reducirt. Dann lässt sich die Höhe dieser so reducirten Belastung an jeder Stelle des Gewölbes auftragen und diese Höhe nennt man die Belastungshöhe. Die Linie, welche die Belastungshöhen oberhalb begrenzt, heisst die Belastungslinie. Wenn z. B. das Gewicht der Volumeinheit (1 Kubikmeter) des Bogenmaterials mit g , der Volumeinheit der Aufschüttung mit g_1 und die Höhe dieser Aufschüttung über irgend einem Punkte der oberen Wölblinie mit h bezeichnet wird, dann ist die von der Aufschüttung herführende, auf das Bogenmaterial reducirte Belastungshöhe x bestimmt durch die Gleichung:

$$g \cdot x = g_1 \cdot h, \text{ und hieraus } x = \frac{g_1 \cdot h}{g} \dots \dots (120)$$

Bei Brückengewölben kommt hierzu noch die mobile Belastung q der Brückbahn, die ebenfalls auf das Bogenmaterial zu beziehen ist, und man kann als mobile

Last für Strassenbrücken im Mittel $q = 400$, für Eisenbahnbrücken $q = 1400$ Kilogr. pro \square^m Brückenbahn annehmen. Die für die mobile Last aufzutragende Belastungshöhe z bestimmt sich durch die Gleichung:

$$g \cdot z = q, \text{ und hieraus } z = \frac{q}{g} \dots \dots \dots (121)$$

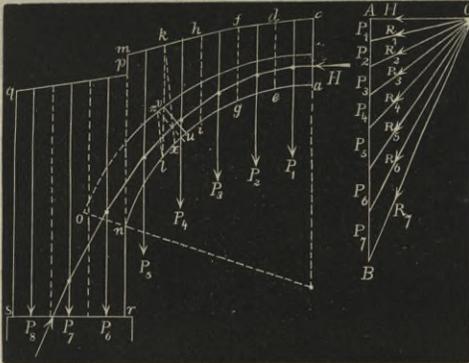
Die Höhen x und z sind also für Brückengewölbe zu addiren und als Verticallinien über der oberen Wölblinie aufzutragen.

In Fig. 171 sind diese auf das Bogenmaterial reducirten Belastungshöhen aufgetragen und ist $cmppq$ die Belastungslinie, die aus dem Grunde eine gebrochene Linie bildet, weil die mobile Last dieses Brückengewölbes, der grösseren Sicherheit wegen, von dem ganzen Widerlager weggelassen ist, während der Bogen von c bis m mit der mobilen Last bedeckt angenommen wurde. Hierbei ist die Tiefe des Gewölbes gleich 1 Meter zu nehmen, dann repräsentiren offenbar die Flächen $acde, edfg \dots$ der Verticalstreifen, in welche der Bogen durch punktirte Linien zerlegt ist, die Gewichte dieser Verticalstreifen; der Bogen ist nur in 5, das Widerlager in 3 solche gleich breite Streifen eingetheilt, damit die kleine Zeichnung noch hinreichend deutlich wurde.

Zur raschen Bestimmung der Flächeninhalte und Schwerpunkte der Verticalstreifen nimmt man deren Breite möglichst gering an, damit man ohne erheblichen

Fig. 171.

Fig. 172.



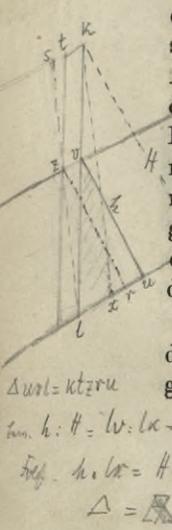
Fehler den Schwerpunkt der Trapeze in der Mittellinie der Streifen annehmen und den Flächeninhalt derselben dadurch bestimmen kann, dass man die Breite der Streifen mit der Höhe ihrer Mittellinie multiplicirt. Nun kann man den Horizontalschub annähernd nach Formel (119) oder genauer nach der Formel:

$$H = r \cdot Z \dots (122)$$

bestimmen, wenn r den Krümmungshalbmesser im Scheitel des Bogens und Z die Belastungshöhe ac des Bogenscheitels bezeichnet.

Die Construction der Stützlinie kann nun in einfachster Weise durchgeführt werden; man trägt nämlich die verticalen Kräfte P nach einem entsprechenden Maassstabe auf die verticale Linie AB der Reihe nach einander, und den Horizontalschub H trägt man nach demselben Maassstabe auf eine Horizontale von A nach O auf, dann ist O der Pol dieses Kräftepolygons. Zieht man von O aus Strahlen an die Endpunkte der einzelnen Kräfte $P_1, P_2, P_3 \dots$, so kann das zugehörige Seilpolygon, nämlich die Stützlinie, leicht gezeichnet werden, indem die einzelnen Seiten desselben mit den Strahlen parallel sind. Die Resultirenden $R_1, R_2, R_3 \dots$ stellen, auf den gewählten Maassstab bezogen, nach Grösse und Richtung die Druckkräfte dar, die in den mit ihnen parallelen Seiten der Stützlinie auftreten; man kann also hiernach leicht die im Gewölbe vorkommenden Maximalpressungen pro Flächeneinheit ermitteln.

In Fig. 171 bleibt die nach dem Kräftepolygon Fig. 172 eingezeichnete Stützlinie durch den ganzen Bogen im mittleren Drittel desselben, der Bogen hat somit den genügenden Stabilitätsgrad, denn eine Zugspannung kann an keiner Stelle desselben



eintreten, gegen Drehung ist der Bogen also vollkommen gesichert. Schliesst die Stützlinie mit den in Fig. 167 eingezeichneten Normalen on der einzelnen Fugen kleinere Winkel ein als 30 Grad, so ist der Bogen auch gegen Gleiten gesichert; gewöhnlich hält man für den Reibungswinkel 20° zulässig.

Betrachtet man die Fuge uv in Fig. 171 und nimmt an, dass auf diese Fuge die 4 Streifen $ackl$ wirkten, so würde man einen Fehler gemacht haben, den das Dreieck luv darstellt. Um diesen Fehler zu corrigiren, kann man die Basis ul des Fehlerdreiecks halbiren; den Halbierungspunkt x mit k verbinden und zu dieser Linie von l aus eine Parallele lz ziehen, dann geht die Fuge, worauf die 4 Streifen $ackl$ wirken, durch den Punkt z .

Geht die Stützlinie in einem Gewölbe auch durch das mittlere Drittel der Bogendicke, so ist doch nicht sicher, dass sie diese Lage auch nach dem Ausrüsten des Gewölbes beibehält. Es kann vielmehr durch Zusammenpressen des Untergrundes unter den Widerlagern, oder der Widerlagsmauern selber, während des Ausrüstens ein geringes Ausweichen der Kämpfer stattfinden. Die hierdurch erzeugte Vergrößerung der Spannweite kann erheblicher sein, als mit Rücksicht auf die Zusammenpressung der Steine für die Senkung des Bogens ohne Entstehung von Rissen zulässig ist. Bei halbkreisförmigen Gewölben bilden sich aus diesem Grunde in der Nähe des Scheitels häufig Risse an der inneren Leibung, oder bei flachen Segmentbögen auch in der Nähe der Kämpfer an der äusseren Leibung, die oft bis zur halben Bogendicke verlaufen. Derartige Risse bilden sich auch mitunter bei grösseren Gewölben während der Ausführung, indem sich die Constructionstheile des Lehrgerüsts zusammenpressen; das Lehrgerüst muss daher vor dem Einwölben möglichst dem Gewichte des Bogens entsprechend belastet werden, damit sich dasselbe während des Wölbens nicht mehr senken kann.

Gehen die erwähnten Risse im Gewölbe bis zur halben Bogendicke, so muss die Stützlinie an diesen Stellen in $\frac{1}{6}$ der Bogendicke angreifen, weil nach Fig. 168 erst dann die Zugspannung in der Mitte der Bogendicke gleich Null sein kann, wenn die Stützlinie um $\frac{2}{3}$ der halben Bogendicke von dieser Mitte absteht. Um nun solche Vorkehrungen beim Einwölben zu treffen, dass die Stützlinie beim Ausrüsten des Gewölbes eine gewisse Grenzlage nicht überschreiten kann, ist es sehr zu empfehlen, dass man das Gewölbe im Scheitel nach Fig. 173 fast bis zu $\frac{1}{3}$ der Gewölbedicke von der äusseren Wölblinie aus, und bei Segmentbögen auch an den Kämpfern fast bis zu $\frac{1}{3}$ der Bogendicke von der inneren Wölblinie aus die Berührung der Steinschichten unterbricht, dann kann die Stützlinie beim Ausrüsten die oben erwähnte ungünstige Lage nicht annehmen und das Bogenmaterial wird vortheilhaft ausgenützt; erst nach dem Ausrüsten werden dann die gelassenen Fugen ausgegossen resp. die fehlenden Schichten ausgemauert.

Fig. 173.



Für Gewölbe unter Eisenbahnen bildet bis 2^m Spannweite gewöhnlich der Kreisbogen mit $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ Pfeil die Wölblinie. Bei grösseren Spannweiten aber ist in jedem Falle zu untersuchen, ob das Gewölbe nach der Kreis- oder zweckmässiger nach der Stützlinie auszuführen ist. Zu diesem Zwecke wird die Stützlinie im Bogen construirt und nachgesehen, ob dieselbe bei der angenommenen Kreisform des Gewölbes im mittleren Drittel des Querschnittes bleibt. Ist dies der Fall und überschreitet die grösste Kantenpressung die oben angegebenen Zahlenwerthe nicht, so kann man den

Kreisbogen beibehalten, im anderen Falle projectirt man das Gewölbe besser nach der Stützlinie, so dass dieselbe durch die Mitte des Bogenquerschnittes geht. In (Fig. 1, Blatt 6) ist eine von Prof. Häselser ausgeführte, nach der Stützlinie eingewölbte Eisenbahnbrücke in der Ansicht dargestellt.

Falls die Ueberschüttungshöhe weniger als $1,5^m$ beträgt, construirt man die Stützlinie ausser für vollständige mobile Belastung des Bogens auch noch für einseitige Belastung, wobei die Stärke des Bogens so zu wählen ist, dass selbst bei dieser Belastung die Stützlinie nicht aus dem mittleren Drittel des Querschnittes heraustritt.

Der über der Kämpferfuge no , Fig. 171, liegende Verticalstreifen wird schon direct vom Widerlager getragen, er wird daher bei der Stabilitätsbestimmung des Bogens nicht mehr berücksichtigt. Will man aber untersuchen, ob das Widerlager genügende Stärke habe, so setzt man die Resultirende aus H und den Verticalstreifen $acmn$, die im Kräftepolygon Fig. 172 durch den Strahl R_6 bestimmt ist, mit der Last P_6 zur Mittelkraft R_6 zusammen, die im Kräftepolygon durch den Strahl R_6 gegeben ist. Wird in derselben Weise mit den übrigen Streifen des Widerlagers fortgefahren, so findet man, dass die Stützlinie die Lagerfläche rs noch im mittleren Drittel derselben schneidet; das Widerlager ist bis an dieser Linie ebenfalls stark genug.

Bei Brücken wird das Widerlager am besten so angeordnet, dass eine Linie, welche in der Mitte zwischen der Stützlinie, die mit Berücksichtigung des passiven Erddruckes hinter dem Widerlager entsteht, und der Stützlinie ohne diesen Erddruck liegt, stets im mittleren Drittel des Querschnittes bleibt, da nur in diesem Falle alle Theile desselben an der Druckübertragung Theil nehmen. Um diesen Vortheil mit möglichst wenig Material zu erreichen, ist das Widerlager, wie in Fig. 166 angedeutet, nach unten durch abgeschrägte Absätze so zu verbreitern, dass die Stützlinie noch im mittleren Drittel der Basis austritt und die stärkste Pressung des Baugrundes 3 bis 4,5 Kilogr. für den \square^{cm} nicht überschreitet.

In (Fig. 8 und 10, Blatt 4) ist die Stützlinie in einen halbkreisförmig gewölbten Durchlass eingezeichnet. Das aus Ziegeln bestehende Bogenmaterial hat gleiches Gewicht mit dem Aufschüttungsmaterial, daher wird die Belastungslinie für die unbelastete Brücke eine Gerade. Der Durchlass ist für eine schmalspurige Eisenbahn von 75^{cm} Spurweite ausgeführt, wobei die Breite des Gewölbes 2^m beträgt; diese Bahn wird mit Locomotiven von 7400 Kilogr. Totalgewicht befahren und ist deren Last auf 4 Räder möglichst gleichförmig vertheilt. Da nun der Radstand $1,6^m$ beträgt, so kann man die mobile Last auf die halbe Spannweite des Gewölbes gleichmässig vertheilt denken. Dieselbe hat eine horizontale Fläche von $2 \cdot 2,125 = 4,25 \square^m$, jeder \square^m ist demnach mit $\frac{7400}{4,25} = 1740$ Kilogr. belastet. Reducirt man diese Belastung auf das etwa 1600 Kilogr. pro kb^m wiegende Bogenmaterial, so ergibt sich nach Formel (121) die Belastungshöhe:

$$z = \frac{q}{g} = \frac{1740}{1600} = \text{rund } 1,1^m,$$

welche in (Fig. 10) aufgetragen ist. Zur Verzeichnung der Stützlinie ist nun die Lichtweite des Gewölbes in 10, jedes Widerlager in 3 gleichbreite Streifen zerlegt, dann sind für das unbelastete Gewölbe die Höhen der Mittellinien dieser Streifen in (Fig. 9) in $\frac{1}{4}$ ihrer Länge auf die Verticale ab abgetragen. Beginnt man jetzt mit der Stützlinie im Scheitel des Gewölbes, und zwar an der oberen Grenze vom mittleren Drittel der Bogenhöhe, indem man vorläufig die Stützlinie nach Augenmaass einzeichnet, so

kann man den Horizontalschub h im Kräftepolygon (Fig. 9) annähernd bestimmen, wenn man z. B. zu der Linie 4, 5 im Bogen eine Parallele vom Endpunkte der Last 5 nach der Horizontalen h (Fig. 9) zieht, wodurch man den Pol O des Kräftepolygons erhält. Zeichnet man nach diesem Kräftepolygon die Stützlinie in den Bogen ein und findet, dass dieselbe aus dem mittleren Bogendrittel an irgend einer Stelle herausfällt, so verändert man im Kräftepolygon (Fig. 9) in entsprechender Weise die Lage des Poles O auf der Horizontalen h und zeichnet hiernach die Stützlinie aufs Neue. Meistens wird die Lage des Poles O durch einmalige Wiederholung hinreichend genau festgelegt sein und dann repräsentirt die Länge $aO = h$ den richtigen Horizontalschub des unbelasteten Gewölbes. Für das belastete Gewölbe (Fig. 10) kann man in derselben Weise verfahren; auch hier sind in dem zugehörigen Kräftepolygon (Fig. 11) die Mittellinien von den Verticalstreifen I bis VIII in $\frac{1}{4}$ ihrer Länge von A nach B aufgetragen und für die in (Fig. 10) eingezeichnete Stützlinie ist der Horizontalschub durch die Länge der Linie $AO = H$ gegeben, während die von O ausgehenden Strahlen die Kräfte in den einzelnen Seiten der Stützlinie darstellen.

In Bezug auf den Maassstab der Kräfte ist zu bemerken, dass man diese am zweckmässigsten in Kubikmeter ausdrückt, man erhält dann leicht die Kräfte in Kilogr., wenn man die in kb^m gegebenen Kräfte mit dem Gewichte eines kb^m des Materials multiplicirt. In (Fig. 8 und 10) hat jeder Streifen eine Breite von $0,425^m$ und für den Längenmaassstab von 1:100 wird 1^m durch 10^{mm} dargestellt, ein kb^m also durch $10/0,425 = 23,53^{mm}$; da aber die Mittellinien der Streifen im Kräftepolygon in $\frac{1}{4}$ ihrer Länge aufgetragen sind, so hat man hier als Kräftemaassstab $4\text{kb}^m = 23,53^{mm}$ zu nehmen. Die stärksten Kantenpressungen an jeder Stelle des Bogens resp. der Widerlager findet man leicht mit Hülfe der Fig. 168 oder 169 aus den in den einzelnen Seiten der Stützlinie auftretenden Pressungen, die aus dem zugehörigen Kräftepolygon zu entnehmen sind.

Aus (Fig. 10, Blatt 4) geht hervor, dass dieses Gewölbe für den gegebenen Fall nicht zweckmässig construirt ist, da die Stützlinie sich nicht so construiren lässt, dass sie im mittleren Drittel des Bogens bleibt, was namentlich dann hervortritt, wenn man die Stützlinie für einseitige Belastung construirt, indem man in dem Kräftepolygon (Fig. 9) den Horizontalschub $h = H$ in (Fig. 11) annimmt.

Bei Bearbeitung der Normalien für die gewölbten Viaducte der Berliner Stadt-Eisenbahn hat Herr J. Wex die Bögen in rationeller Weise so angeordnet, dass die Maximal-Inanspruchnahme in allen Theilen des Bauwerkes möglichst nahe die Grenze erreichte, welche für das Material als zulässig erachtet wurde. Aus dem angewendeten mittelguten Ziegelmaterial wurden die besten Steine für die Gewölbebogen ausgesucht und für diese sind als grösste Kantenpressung 9 Kilogr. pro \square^{cm} zugelassen, während man für das aufgehende Ziegelmauerwerk nur 7,5 Kilogr. pro \square^{cm} annahm. Als zulässige Belastung des Baugrundes sind 4,5 Kilogr. pro \square^{cm} angenommen; angestellte Versuche haben gezeigt, dass der dortige sandige Baugrund weit höher beansprucht werden konnte, wenn die Last gleichmässig vertheilt und eine geringe Compression des Bodens für das Bauwerk nicht nachtheilig war, da aber bei den Pfeilern gewölbter Bauten durch die mobile Last der Druck auf den Baugrund der Lage und Grösse nach veränderlich ist, so erschien es rätlich, obige Grenze nicht zu überschreiten.

Der bequemeren Ausführung wegen wurden für die Viaductgewölbe nur Kreisbögen mit solcher Pfeilhöhe angewendet, bei der die Stützlinie einen möglichst günstigen, der Bogenaxe sich anschmiegenden Verlauf nimmt. Es wurden Projecte von 6, 8, 10,

12 und 15^m Spannweite bearbeitet und die Gesamtkosten für verschiedene Fundamenttiefen berechnet. Am billigsten stellte sich bei einer Gesamttiefe der Fundamentsohle unter Schienenunterkante von:

7 ^m der Viaduct von 6 ^m Spannweite,					
7	bis	9 ^m	„	„	8 ^m
9	„	12 ^m	„	„	10 ^m
12	„	15 ^m	„	„	12 ^m
15 ^m	u. mehr	„	„	„	15 ^m

In (Fig. 1 bis 7, Blatt 5) ist der Verlauf der Stützzlinie oder des Druckpolygons in dem Gewölbe des Viaductes von 10^m Spannweite dargestellt (*Deutsche Bauzeitung 1875, S. 496*). Die Belastungshöhe der mobilen Last ist = 0,8^m angenommen und die Verticalstreifen der Bogen sind 1,0^m breit, so dass die Mittellinie derselben in ihrer Länge den Inhalt der Streifen in Kubikmetern ergibt. Das Kräftepolygon für den zur Hälfte belasteten Bogen ist in (Fig. 2) dargestellt, während (Fig. 3) das Kräftepolygon für den voll belasteten Bogen und (Fig. 4) das Kräftepolygon für den ganz entlasteten Bogen giebt. Hiernach wurde die Stützzlinie in die Bögen eingezeichnet und tritt dieselbe nirgend aus dem mittleren Drittel der Bogenhöhe, welche zu 0,51^m angenommen ist. Der Ausschlag der Stützzlinie im Mittelpfeiler bei einseitiger Belastung der Gewölbe ist nach dem in (Fig. 5) gezeichneten Kräftepolygon zu construiren. Endlich zeigt (Fig. 6) eine vollbelastete Endöffnung mit dem den Verlauf der Stützzlinie angepassten Widerlager und (Fig. 7) das Kräftepolygon zu dieser Stützzlinie. Die Längen sind im Maassstabe von 1 : 150 aufgetragen; die Kräfte in Kubikmetern des Materials im Maassstabe von 3,33^{mm} = 2 Kubikmeter.

§ 16. Die Construction der Futtermauern (Blatt 5 und 6).

Futter- oder Stützmauern dienen zum Abhalten der Bewegung von Erdmassen, wo die Oertlichkeit die Herstellung der natürlichen Böschung nicht gestattet. Die Querschnittsform dieser Mauern ist verschieden, je nach der Art des Schubes oder Druckes, den sie auszuhalten haben. Es giebt auch sogenannte trockene Futtermauern, welche ohne Mörtel nur aus einigermassen lagerhaften Bruchsteinen aufgeführt werden, diese sind dann dem Wesen nach mehr Steindämme oder Abpflasterungen. Verschiedene Profile von Futtermauern sind in (Fig. 2 bis 12, Blatt 6) dargestellt. (Fig. 2) zeigt die Futtermauern eines Einschnittes der London-Birmingham-Eisenbahn bei Blisworth. Dieser Einschnitt ist 15,2^m tief, oben 17^m, unten 8,2^m breit und sind die Futtermauern vorn in 6,1^m Abstand von Mitte zu Mitte mit Strebepfeilern versehen, die oben 1,22^m, unten 1,83^m Breite haben. Das Profil der Futtermauern selbst ist oben 0,76^m, unten an der Fundamentsohle 2,14^m breit. In 8,84^m unter der Oberfläche der jüngeren Kalkformation, welche die Futtermauer stützt, liegt eine wasserhaltige Tonschicht, deren Wasser hinter der Mauer in zickzackförmigen, mit Steinpackung gefüllten Vertiefungen gesammelt und durch Röhren in der Mauer abgeführt wird.

(Fig. 3, Blatt 6) zeigt das Profil von Vauban's Festungsmauern, deren Dimensionen sich im Laufe der Jahrhunderte als genügend vollkommen bewährt haben. Die obere Breite des Profils beträgt 1,5 bis 1,8^m; da nun die Hinterfläche der Mauer vertical ist und die Aussenfläche einen Anlauf von 1 : 5 hat, so ist die untere Breite b in

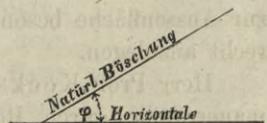
der Höhe des Aussenterrains gleich $1,5$ bis $1,8^m + \frac{1}{5}h$. Hinten haben die Mauern in 5 bis 6^m Abstand Strebepfeiler, welche um $b - 1^m$ vorspringen, an der Mauer $\frac{1}{2}(b + 0,3^m)$ und hinten $\frac{1}{3}(b + 0,3^m)$ Breite haben. Diese Pfeiler sollen wohl weniger gegen den Erddruck, sondern mehr gegen die Wirkung der Geschosse Widerstand leisten.

Die englischen Futtermauern mit gekrümmten Aussenflächen (Fig. 4, Blatt 6) haben bei gleicher Materialmenge mehr Widerstandsfähigkeit und mehr Sicherheit gegen Ausbauchungen, die gekrümmte Form erschwert jedoch die Ausführung derselben, weshalb sie in Deutschland wenig Anwendung gefunden haben. Der Krümmungsradius wird gewöhnlich gleich $2h$ genommen, wobei der Mittelpunkt in der Horizontalen der oberen Terrainhöhe liegt. Die in 4 bis 5^m Abstand angebrachten Strebepfeiler erhöhen die Widerstandsfähigkeit der Mauer gegen den Erddruck nur in sehr geringem Grade.

Für die Schweizer Centralbahn, sowie für die Oesterreicher und Würtemberger Staatsbahnen sind die in (Fig. 5 und 6, Blatt 6) dargestellten Profile mit verticaler Hinterfläche und mit einem Anlauf der Vorderfläche von $1:6$ zur Anwendung gekommen. (Fig. 7) giebt das Profil einer Futtermauer von Schwedler, (Fig. 8) ein solches von Häseler, welches im unteren Theil der Aussenfläche einen Anlauf von $1:3$, im oberen Theil von $1:10$ hat. Der untere Theil der hinteren Fläche ist im Verhältniss von $1:4$ unterschritten, jedoch nur so weit, dass der Schwerpunkt des Profils noch in der Fundamentsohle unterstützt ist.

Die Profile (Fig. 9 und 10) mit den hinteren Abtreppungen sind für Futtermauern nicht zweckmässig, weil dadurch einerseits das gleichmässige Setzen der Hinterfüllungs-erde verhindert wird, andererseits aber das Material nicht günstig verwendet ist. (Fig. 11) zeigt die Stützmauern an der schiefen Ebene bei Culmbach, in der Bayerischen Eisenbahn. Im höchsten Theil sind diese ca. 29^m hoch und ihr oberer Theil ist nach einem Radius von 40^m gekrümmt, wobei die Mittelpunkte in der Horizontalen $9,64^m$ über Schienenunterkante liegen. Die obere Breite des Dammes in Höhe von Schienenunterkante beträgt $9,34^m$. Der heller schraffierte Theil der Stützmauern ist Trockenmauerwerk, der äussere dunkler schraffierte Theil aber Mörtelmauerwerk. Endlich zeigt (Fig. 12) noch einen Steindamm der Rhein-Nahe-Bahn, bei dem die Hinterfüllung aus Porphyrrümmern besteht.

Fig. 174.



Wesentlich abhängig sind die Querschnittsdimensionen der Futtermauern von dem Gewichte des Materials, woraus die Mauer aufgeführt wird und von der Beschaffenheit der Hinterfüllungs-erde. Wird Erde von einem Damme herab angeschüttet, so bildet sich durch gegenseitige Reibung und Stützung der Erdtheilchen eine Böschung, und den Winkel φ , den die Erdablagerung nach Fig. 174 mit der Horizontalen bildet, nennt man den natürlichen Böschungswinkel oder auch den Reibungswinkel der Erde. Es ist für:

Wasser	$\varphi = 0^\circ$	Thonerde, trocken	$\varphi = 45^\circ$
Sand und Kies, feucht	$\varphi = 24^\circ$	„ durchnässt	$\varphi = 17^\circ$
„ „ „ trocken	$\varphi = 32^\circ$	Steinschotter, grob	$\varphi = 38^\circ$
Dammerde, feucht	$\varphi = 27^\circ$	Kieselsteine, eckig	$\varphi = 45^\circ$
„ trocken	$\varphi = 37^\circ$	„ rundlich	$\varphi = 23^\circ$
Lehm, trocken	$\varphi = 40^\circ$	Steinkalk, trocken	$\varphi = 50^\circ$
„ durchnässt	$\varphi = 17^\circ$	Erde, sehr dicht	$\varphi = 55^\circ$

Für Dammerde und Kies kann man im Mittel $\varphi = 33^\circ$ annehmen; beim Lehm

und Thon ist zu erwägen, ob man nicht durch geeignete Entwässerung verhindern kann, dass ein vollständiges Abrutschen unter dem flachen Winkel von 17° eintritt.

Das Eigengewicht der bei Futtermauern in Frage kommenden Materialien ist aus der folgenden Tabelle zu entnehmen.

Mittelwerth der Eigengewichte pro 1 Kubikmeter.

Material	Kilogr.	Material	Kilogr.
Ziegelmauerwerk	1600	Steinschotter	1600
Erde und Lehm	1600	Sand und Kies, feucht	1800
Lehmige frische Erde	2300	Sandsteinmauerwerk	2100
Erde mit Sand und Kies	1800	Kalksteinmauerwerk	2400
„ „ kleinen Steinen	1900	Granit	2700
Thonerde, trocken	1600	Basalt	3100
„ durchnässt	2000	Wasser	1000

Von vielen Seiten wird die Ansicht ausgesprochen, dass ein erheblicher Anlauf der freien Aussenfläche einer Mauer die Dauer derselben wesentlich beeinträchtigt; es dürfte daher empfehlenswerth sein, den Futtermauern keinen grösseren Anlauf als 1:5, wie er bei Vauban's Festungsmauern angewendet ist, zu geben. Eine Neigung der Hinterfläche der Futtermauern gegen die Erdmasse ist für die Stabilität derselben sehr günstig, doch wird man diese Neigung zweckmässig nur so gross machen, dass der Schwerpunkt des Profils an der Basis noch unterstützt bleibt. Die Lagerfugen der Futtermauern werden am besten Horizontal ausgeführt, damit dem Wasser keine Gelegenheit gegeben wird, in das Mauerwerk einzudringen und die Dauer desselben zu beeinträchtigen. Bei der Ausführung mit rechteckigen Ziegeln wird man die Lagerfugen rechtwinklig zur Aussenfläche, also dem Anlaufe entsprechend, mit einer Neigung gegen den Horizont anordnen müssen. Diese Neigung ist in statischer Beziehung allerdings sehr vortheilhaft, indem dadurch der Reibungswinkel (*vergl. S. 94*) erheblich verkleinert, die Reibung in den Lagerfugen also weit weniger in Anspruch genommen wird; da aber die Dauer der Mauern durch diese Anordnung leidet, so ist es besser, zur Aussenfläche besonders profilirte Steine zu beschaffen und die Lagerfugen wagenrecht anzulegen.

Herr Prof. Keck hat die in Fig. 175 bis 180 dargestellten trapezförmigen Futtermuerprofile durch Rechnung miteinander verglichen (*Zeitschr. des Archit.- und Ing.-*

Fig. 175.

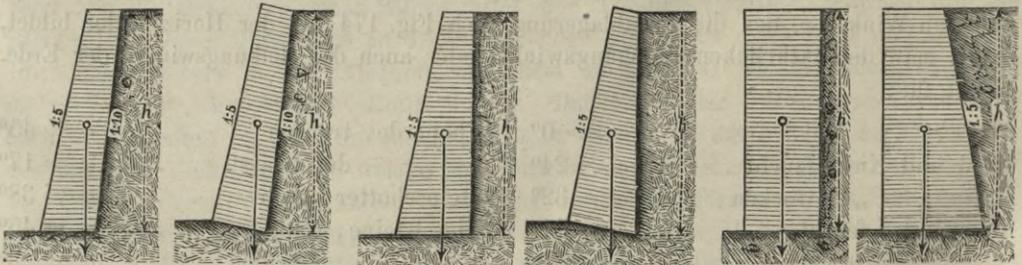
Fig. 176.

Fig. 177.

Fig. 178.

Fig. 179.

Fig. 180.



Vereins zu Hannover 1874, S. 395 und 1875, S. 348), wobei sich für den Fall, wo das spezifische Gewicht des Mauerwerkes gleich ist mit dem der Hinterfüllungserde, der natürliche Böschungswinkel $\varphi = 33^\circ$ ist und eine starke Durchnässung des zu stützen-

den Materials nicht vorkommen kann, die Profile Fig. 175 und 176 am günstigsten zeigten. Bei den Profilen Fig. 176 und 178 sind die Lagerfugen normal zur Vorderfläche, bei den übrigen horizontal angenommen.

Nennt man:

h die Höhe der Futtermauer,

b die untere Breite des Profils derselben,

F den Flächeninhalt des Mauerprofils,

g das Gewicht des Mauerwerkes pro 1 kb^m ,

S die stärkste Pressung pro \square^{cm} in der Vorderkante der Mauer,

w den Reibungswinkel, zwischen der Normalen zur Fuge und dem resultirenden Drucke R ,

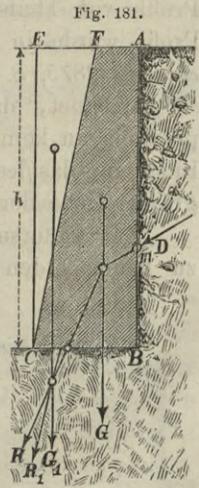
so ergab die obige Vergleichung die in folgender Tabelle enthaltenen Resultate.

Profil	$b =$	$F =$	$S =$	$w =$
Fig. 175	$0,252 h$	$0,202 h^2$	$2 g \cdot h$	$21^\circ 12'$
Fig. 176	$0,238 h$	$0,199 h^2$	$2,122 g \cdot h$	$10^\circ 52'$
Fig. 177	$0,340 h$	$0,240 h^2$	$1,840 g \cdot h$	$19^\circ 45'$
Fig. 178	$0,307 h$	$0,222 h^2$	$1,910 g \cdot h$	$10^\circ 43'$
Fig. 179	$0,350 h$	$0,350 h^2$	$2,420 g \cdot h$	$14^\circ 51'$
Fig. 180	$0,479 h$	$0,379 h^2$	$2,120 g \cdot h$	15°

Die Profile Fig. 175 und 176 sind hiernach besonders zu empfehlen; wenn man aber die im Verhältniss von 1:10 überhängenden Rückseiten dieser Profile scheut, dann sind auch die Querschnitte mit verticaler Rückseite, Fig. 177 und 178, noch ziemlich rationell. Am ungünstigsten ist das Profil Fig. 180, da es noch mehr Material erfordert, als das leichter herzustellende einfache Rechteck Fig. 179; aber auch dieses ist unzweckmässig, denn es erfordert eine grössere untere Breite als die vorhergehenden Profile, welche in der Aussenfläche einen Anlauf von 1:5 haben.

In den obigen Profilen geht nämlich nach Fig. 181 die Mittelkraft R aus dem Erddruck D und dem Gewichte G der Mauer durch einen Punkt der Basis BC , der um $\frac{1}{3} \overline{BC}$ von C entfernt ist, denn nur in diesem Grenzfall betheiligen sich noch alle Theile der Basis BC an der Druckübertragung (vergl. Fig. 168). Vertauscht man nun unter Beibehaltung der unteren Breite das Trapez $ABCF$ mit dem Rechteck $ABCE$, indem man das Dreieck CEF hinzufügt, so muss das diesem Dreieck entsprechende Gewicht G_1 mit R zu dem resultirenden Druck R_1 zusammengesetzt werden, wobei nun die Richtungslinie von R_1 die Basis BC ausserhalb des mittleren Drittels derselben schneidet. Die Basisbreite $b = BC$ würde also nach Hinzufügung des Dreieckes CEF für die Stabilität der Mauer nicht mehr genügen.

Für Wassermauern, die den Druck des Wassers oder eines stark von Wasser durchzogenen Materials aufzunehmen haben, und bei denen meistens eine fast verticale Aussenfläche verlangt wird, sind die in Fig. 179 und 180 gezeichneten Profile als zweckmässig zu bezeichnen, namentlich wird hier das letztere Profil mit Abtreppungen meistens angewendet. Hat eine im Querschnitt rechteckige Mauer nur Wasserdruck

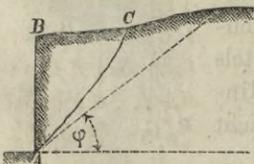


auszuhalten und ist das spezifische Gewicht des Mauermaterials $= 2$, dann wird unter den obigen Bedingungen $b = 0,707 h$; $F = 0,707 h^2$; $S = 2 g \cdot h$ und $w = 19^\circ 28'$. Für den Böschungswinkel $\varphi = 17^\circ$, den man bei Wassermauern häufig in Ansatz bringt, erhält man, wenn die Volumeinheit der Hinterfüllungserde 0,8 Mal so schwer ist als die des Mauerwerkes, beim rechteckigen Profil $b = 0,5 h$; $F = 0,5 h^2$; $S = 2,22 g \cdot h$ und $w = 18^\circ 7'$; bei der Trapezform $b = 0,62 h$; $F = 0,52 h^2$; $S = 2,02 g \cdot h$ und $w = 17^\circ 41'$. Auf (Blatt 6) sind verschiedene Profile von Wassermauern dargestellt. (Fig. 13) giebt das Profil einer Quaimauer am Bassin des Dock-Entrepot zu Havre, die aus Bruchstein in Kalkmörtel ausgeführt ist. Die vordere Bekleidung besteht aus Sandsteinquadern, das Fundament aus Bruchstein in Cementmörtel. (Fig. 14) zeigt das Profil der aus Ziegeln ausgeführten Kaimauern an der Steuerfreienniederlage zu Harburg; welche auf Pfahlrost fundirt ist. Die Kaimauern am Kriegshafen an der Jade (Fig. 15) bestehen aus Ziegelmauerwerk und sind auf Betonschüttung fundamentirt. Als Bekleidung der Vorderseite und als Abdeckung ist Sandstein angewendet. Zur Verhinderung einer Beschädigung der Mauer durch anliegende Schiffe sind vor derselben in 2,8^m Abstand 30×30 ^{cm} starke Reibhölzer befestigt, welche auf Consolsteinen stehen und oben mittelst eiserner Kappen in der Mauer verankert sind. (Fig. 16) zeigt noch das Profil der Kaimauern von den Dockanlagen zu Chatham. Das Fundament derselben besteht aus Pfahlrost mit Betonfüllung, die Mauer selbst aus Ziegelmauerwerk mit Betonhinterfüllung; hierbei sind in entsprechenden Abständen 7 Ziegelschichten gleichsam als Binder durch die ganze Stärke der Mauer hindurchgeführt. Der obere Theil derselben auf 2,9^m Höhe ist mit Portlandsteinen verkleidet, auf denen als oberster Abschluss eine Reihe von Granitquadern liegt.

Das in (Fig. 17) dargestellte Mauerprofil wird für Thalsperren angewendet. Diese schliessen Thäler ab und bilden auf diese Weise Sammelteiche zur Speisung von Schiffahrtscanälen etc. Die Vorlage im Fundament an der inneren Mauerseite soll das Eindringen des Wassers unter das Fundament erschweren. Sehr zweckmässige Profile von Thalsperren sind im Profile in (Fig. 8 und 9, Blatt 5) dargestellt. Dieses Profil wurde in der Schlucht d'Enfer bei St. Etienne ausgeführt (*Annales des ponts et chaussées 1875, S. 174 bis 203*). Das Mauerwerk wiegt 2000^k pro km^m , und ist das Profil so berechnet, dass der Druck möglichst gleichförmig vertheilt und die Kantenspannung an keiner Stelle 6,5 Kilogr. pro \square^{cm} überschreitet; der Verlauf der Stützlilien für das leere und für das gefüllte Reservoir ist in den Profilen angegeben. Die grösste Höhe der Mauer beträgt 56^m, die Höhe des Wasserstandes 44,5 bis 50^m.

Zur Untersuchung der Stabilität der Futtermauern ist es nöthig, den Druck D zu kennen, den die hinter der Mauer befindliche Erdmasse auf die Mauer ausübt.

Fig. 182.



In Fig. 182 sei AB die hintere Fläche einer Futtermauer; denkt man diese weggenommen, so wird unter den Einflüssen der Witterung die Cohäsion der Erdtheilchen zerstört und es wird sich ein Erdprisma ABC ablösen und herabgleiten. Diese Abrutschungen können so lange erfolgen, bis sich die Erdtheilchen allein vermöge des Reibungswiderstandes im Gleichgewicht erhalten, bis also die Abrutschung den natürlichen Böschungswinkel φ erreicht hat. Bei tropfbaren Flüssigkeiten, wo man annehmen kann, dass die Theilchen einem gegenseitigen Verschieben weder einen Cohäsions- noch Reibungswiderstand entgegensetzen, ist der Normaldruck D , auf die verticale Wand AB in Fig. 183 bezogen, auf 1^m Länge normal zur Bildfläche, wenn g das Gewicht von 1 km^m der Flüssigkeit und H die Höhe der Wand in Metern bezeichnet:

$$D = \text{Wandfläche} \times \frac{1}{2} \text{ Druckhöhe} \times g = H \times \text{Länge} \times \frac{1}{2} H \times g,$$

also:

$$D = \frac{1}{2} \cdot g \cdot H^2 \dots \dots \dots (123)$$

Da der Druck auf ein Flächenelement der Wand im Punkte *B* gleich Null ist und derselbe nach *A* hin gleichmässig zunimmt, wo er den Werth $g \cdot H$ erreicht, so kann man den Druck *D* auf der ganzen Wandfläche von der Breite = 1 graphisch durch ein rechtwinkliges Dreieck darstellen, dessen Höhe nach Fig. 184 gleich *H* und dessen Basis gleich $g \cdot H$ ist, die Flächenzahl dieses Dreiecks giebt den ganzen Druck *D* an, welcher auf der Wand *AB* lastet. Der Angriffspunkt des Mitteldruckes *D* liegt um $h = \frac{1}{3} ac$ von *a* entfernt, nämlich in der Normalen auf *ac* die durch den Schwerpunkt *S* des ganzen Dreiecks *abc* geht. Der Theil des Druckes *D*, den der Wandtheil *dl* aufzunehmen hat, ist hiernach durch die Flächenzahl des Trapezes *defl* dargestellt und der Angriffspunkt des Mitteldruckes hieraus liegt in der Senkrechten auf *dl*, welche vom Schwerpunkte *s* aus gefällt wird.

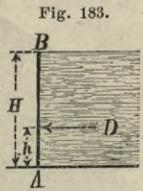


Fig. 184.

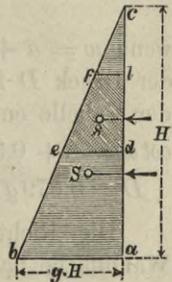
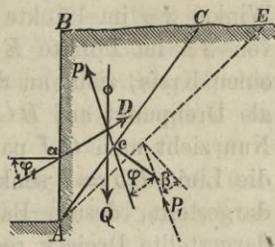


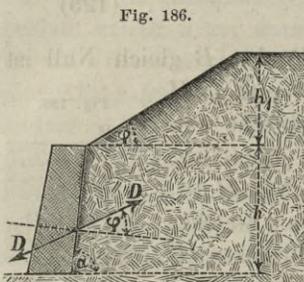
Fig. 185.



Die bisher gebräuchliche Theorie des Erddruckes wurde namentlich von Coulomb und Poncelet aufgestellt; sie geht von der Voraussetzung aus, dass die Gleitfläche des Druckprismas eine Ebene sei, wobei in der Regel noch angenommen wird, dass ein von einer Futtermauer gestützter Erdkörper sich im Grenzzustande des Gleichgewichts befinde und dass eine Bewegung des Prismas auf der Gleitfläche und auf der Wandfläche abwärts die unmittelbare Folge eines wenn auch noch so geringen Ausweichens der Mauer sein werde. Hieraus folgert man, dass die Kräfte *P* und *D*, Fig. 185, mit den Normalen der Gleitflächen die Reibungswinkel φ resp. φ_1 einschliessen. Um nun aus den Bedingungen des Gleichgewichts der drei auf ein Druckprisma *ABC* einwirkenden Kräfte, nämlich aus dem Gewichte *Q* und den beiden unbekanntenen Mitteldrücken *D* und *P*, welche die Wandfläche *AB* und die Gleitfläche *AC* gegen das Prisma ausüben, den Erddruck zu bestimmen, muss erst die Gleitfläche *AC* ermittelt werden. Der Wanddruck soll das Abrutschen aller möglichen Druckprismen zu verhindern im Stande sein, demnach muss für die Bestimmung des Wanddruckes diejenige Lage *AC* der Trennungsfläche ermittelt werden, bei welcher der Wanddruck seinen grössten Werth *D* erreicht. Das so ermittelte Prisma *ABC* nennt man das **Erdrprisma vom grössten Drucke** und nur dieses befindet sich im Grenzzustande des Gleichgewichts, denn z. B. für ein anderes Prisma *ABE* ist dieser Zustand nicht vorhanden, indem schon ein kleinerer Wanddruck als *D* das Abrutschen dieses Prismas verhindern kann, folglich schliesst der Mitteldruck *P*₁ gegen die Fläche *AE* mit der Normalen dieser Fläche einen Winkel β ein, der kleiner als φ ist. Prof. Rebhann legt daher in seinem Werke „Theorie des Erddrucks und der Futtermauern“ bei Bestimmung der Grösse von *D* die Bedingung zu Grunde, dass der Winkel β nur für eine einzige Lage der Trennungsfläche *AC* den Maximalwerth φ erreicht.

Vernachlässigt man die Cohäsion der Erdmasse, so dass der natürliche Böschungswinkel φ auch der Reibungswinkel für Erde auf Erde ist, und wählt man diesen

Reibungswinkel auch für die Reibung des Erdprismas an der Futtermauer, dann kann man den Druck D , den die Erdmasse auf die Längeneinheit der Futtermauer ausübt, nach den von Prof. v. Ott in seinen „Vorträgen über Baumechanik“ ausführlich entwickelten Formeln berechnen. Ist nach Fig. 186 die Höhe der Futtermauer mit h , die Höhe der unter dem Winkel φ geböschten Ueberschüttung mit h_1 , die Neigung der gedrückten Mauerfläche gegen den Horizont mit a und das Gewicht der Kubikeinheit Erde mit g bezeichnet, so wird für sehr bedeutende Ueberschüttungshöhen ($h_1 = \infty$):



$$D = \frac{g \cdot h^2}{2} \cdot \frac{\sin^2(a - \varphi)}{\sin^2 a \cdot \sin(a + \varphi)} \quad (124)$$

Liegt das obere Terrain mit der Mauerkrone in gleicher Höhe ($h_1 = 0$), dann wird:

$$D = \frac{g \cdot h^2}{2} \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin w} (\sqrt{\cot \varphi - \cot w} - \sqrt{\cot a - \cot w})^2 \quad (125)$$

wenn $w = a + 2\varphi$ ist. In diesem Falle kann, für den Böschungswinkel $\varphi = 33^\circ$, der Druck D für verschiedene Neigungsverhältnisse der gedrückten Wand aus folgender Tabelle entnommen werden:

$$\cot a = +0,3; \quad +0,2; \quad +0,1; \quad 0; \quad -0,1; \quad -0,2; \quad -0,3.$$

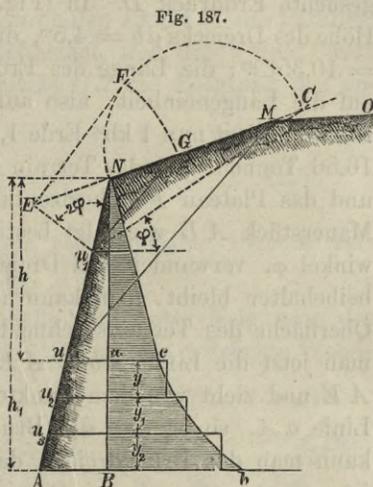
$$D = 0,079 g \cdot h^2; \quad 0,098 g \cdot h^2; \quad 0,11 g \cdot h^2; \quad 0,134 g \cdot h^2; \quad 0,153 g \cdot h^2; \quad 0,186 g \cdot h^2; \quad 0,217 g \cdot h^2.$$

Die Richtungslinie dieses Druckes schliesst mit der Normalen zur gedrückten Wandfläche nach Fig. 186 den Winkel φ ein und der Angriffspunkt von D liegt in der Tiefe $\frac{2}{3} h$ unter der Mauerkrone.

Unter den obigen Verhältnissen giebt Prof. Culmann das folgende graphische Verfahren zur Bestimmung des Erddruckes. In (Fig. 10, Blatt 5) ist AB die beliebig geneigte gedrückte Wandfläche und BC die ebene Oberfläche des Terrains. Man zieht nun die Linie AC unter dem Winkel φ , trägt an der gedrückten Wandfläche AB den Winkel 2φ im Punkte A an und verlängert die Oberfläche BC bis sie den Schenkel von 2φ im Punkte E schneidet. Jetzt beschreibt man über BC als Durchmesser einen Kreis, zieht an diesen von E aus eine Tangente EF und schlägt diese um E als Drehpunkt auf BC nieder, dann ist die Gerade AG die Bruch- oder Gleitfläche. Nun zieht man GJ parallel zu AB und JK parallel zu AE , fällt ferner von B aus die Linie $Bb = l$ senkrecht auf AC , dann wird der Erddruck durch ein Dreieck dargestellt, dessen Basis $= JK$ und dessen Höhe gleich l ist; dieses in (Fig. 11) dargestellte Dreieck reducirt man auf ein anderes, welches die verticale Höhe h der Wandfläche hat. Ist die Terrainlinie BC (Fig. 10) unter dem natürlichen Böschungswinkel φ geneigt, dann fällt der Schnittpunkt C in die Unendlichkeit und in diesem Falle ist $\overline{JK} = \overline{AE}$.

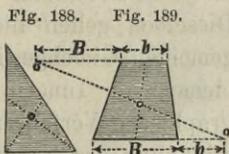
Die Terrainlinie bildet nach (Fig. 12) eine gebrochene Linie CMN . Hier ist zunächst das Dreieck ANM durch ein anderes Dreieck ABM von gleichem Flächeninhalt mit dem ersteren und Beibehaltung der Basis AM zu ersetzen; man zieht demnach NB parallel zu AM , wodurch man den Punkt B erhält und die gebrochene Linie des Terrains ausgleicht. Im Uebigen wird wie in (Fig. 10) verfahren. Das rechtwinklige Dreieck, welches den Erddruck repräsentirt, hat \overline{JK} zur Basis und $Bb = l$ zur Höhe. In diesem Falle, wo das Terrain nicht von einer Ebene, sondern von gebrochenen Flächen begrenzt wird, wächst der Erddruck auf ein Flächenelement nicht

mehr proportional mit der Tiefe; die graphische Darstellung des Erddrucks setzt sich dann aus einem Dreieck und einer an einer Seite krummlinig begrenzten Figur zusammen, wobei das Dreieck für den Theil gilt, für welchen die Bruchfläche des Erdkörpers die Linie MN noch schneidet. Man bestimmt die Höhe h des Dreiecks, indem man in Fig. 187 von dem Knickpunkt M der Terrainlinie die Bruchfläche Mu zieht; diese findet man dadurch, dass man vorläufig für einen beliebigen kleineren Theil Nu_1 der Wandfläche die Bruchlinie Gu_1 in der obigen Weise construirt und darauf Mu parallel zu Gu_1 zieht. Die Basis ac des Druckdreiecks wird ebenfalls in der obigen Weise gefunden. Von u abwärts theilt man die Wandfläche in kleinere Theile $uu_2, u_2 u_3 \dots$, ermittelt für Nu_2 den Erddruck nach (Fig. 10, Blatt 5) und bringt hiervon den auf Nu lastenden Erddruck in Abzug; die Differenz beider Drücke wirkt auf uu_2 . Aehnlich werden auch die übrigen Drücke ermittelt, welche man dann einzeln durch Rechtecke von der Höhe $y = uu_2, y_1 = uu_3 \dots$ graphisch darstellt. Die Breiten dieser Rechtecke werden an die Verticale BN rechtwinklig angetragen, wodurch die Druckfigur des unter u liegenden Wandtheils annähernd dargestellt ist. Verbindet man nun noch die Mitten der Aussen-seiten durch eine stetige Linie, so ist bei genügender Kleinheit der Höhen y der Linienzug $bcNaB$ die wirkliche Druckfigur.



Wenn die Oberfläche des durch eine Futtermauer gestützten Terrains durch aufgeschichtete Materialien, durch Menschenbelastung und Wagentransport bei Wegen, oder durch die mobile Last einer Eisenbahn belastet ist, so denkt man diese Last gleichmässig vertheilt, sucht die auf das Erdmaterial nach Formel (121) reducirte Belastungshöhe und trägt diese nach (Fig. 13, Blatt 5) auf. Hat man nun das Druckdreieck oac für den unbelasteten Erdkörper construirt, dann findet man die Druckfigur für den belasteten Erdkörper, wenn man parallel mit oc von der Oberkante der Auflast die Linie de zieht und das entstehende Dreieck an der Terrainoberfläche no abschneidet; das Trapez $aeno$ ist die Druckfigur für den belasteten Erdkörper. Die durch den Schwerpunkt S des Trapezes parallel mit ae gehende Linie St giebt die Lage des Angriffspunktes t des Erddruckes D .

In Bezug auf die oben vorkommende Schwerpunktsbestimmung sei bemerkt, dass bekanntlich bei einem beliebigen Dreieck, Fig. 188, der Schwerpunkt in einer Linie liegt, die man von dem Halbierungspunkt einer Seite nach dem gegenüberliegenden Eckpunkt zieht, in $\frac{1}{3}$ der Länge dieser Linie; oder derselbe liegt im Schnittpunkte der beiden Geraden, die man von den Halbierungspunkten zweier Seiten nach den gegenüberliegenden Eckpunkten zieht. Um den Schwerpunkt beim Trapez Fig. 189 zu finden, halbirt man die parallelen Seiten und zieht die Mittellinie, verlängert dann die beiden Grundlinien, trägt die grössere Breite B an die schmalere Seite b , die kleinere Breite b an die breitere Seite B an und zieht die Linie oo ; der Schnittpunkt dieser Linie mit der Mittellinie ist der Schwerpunkt des Trapezes.



Das von Prof. Rebhann angegebene Verfahren zur Bestimmung des Erddrucks ist in (Fig. 14 und 15, Blatt 5) dargestellt. Hierbei ist AB die verticale Höhe der

$$\varphi = 0 \quad 10^\circ \quad 17^\circ \quad 20^\circ \quad 25^\circ \quad 30^\circ \quad 33^\circ \quad 35^\circ \quad 40^\circ \quad 45^\circ \quad 50^\circ$$

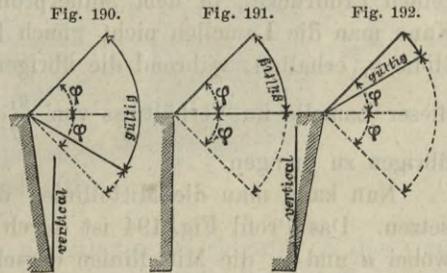
$$tg^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) = 1 \quad 0,704 \quad 0,547 \quad 0,490 \quad 0,406 \quad 0,333 \quad 0,295 \quad 0,271 \quad 0,217 \quad 0,171 \quad 0,132.$$

Nachdem man über LN als Durchmesser einen Kreis gezeichnet hat, zieht man an diesen die Tangente HR und die Grade RS rechtwinklig zu NL ; ferner zieht man durch den Punkt H eine Verticale und macht $\overline{HA} = HJ$. Nun zieht man durch A die Richtung der gedrückten Wandfläche AB und durch den Punkt J eine Parallele hierzu. Durch den Schnittpunkt V , wo JV den Kreis schneidet, und durch den Punkt S zieht man endlich die Sehne VC , dann ist die Gerade CJ die Richtung des gesuchten Erddruckes und:

$$\frac{\overline{HV} \cdot \overline{AB}}{2} \dots \dots \dots (127)$$

die Grösse desselben. Der Erddruck wird also durch ein rechtwinkliges Dreieck dargestellt, welches \overline{AB} zur Höhe und \overline{HV} zur Basis hat.

Das vorstehende Verfahren kann jedoch nur innerhalb bestimmter Neigungen des gestützten Terrains angewendet werden; für die Fälle Fig. 190, wo die gedrückte Wandfläche nach vorn geneigt ist, Fig. 191, wo sie vertical ist, Fig. 192, wo sie nach hinten überhängt, ist das Verfahren nur für die mit ausgezogenen Linien bezeichneten Terrainneigungen gültig, für die punktirten Neigungen aber ungültig.

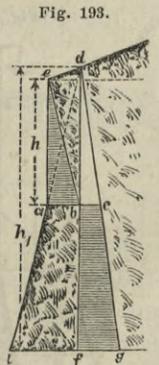


Bei unterschrittenen Futtermauern (Fig. 8, Blatt 6) kann man wie in Fig. 193 erst das Druckdreieck abe für den verticalen Wandtheil ermitteln, und dann den Erddruck für den geneigten Wandtheil la , indem man la bis zur Terrainoberfläche verlängert und von dem für die Wand ld entstehenden Druckdreieck dfg das Dreieck bcd abzieht; das übrigbleibende Trapez $bcgf$ ist dann die Druckfigur für den geneigten Wandtheil la , falls man die Wirkung des Erdprismas ade vernachlässigen will. Ist die gestützte Terrainoberfläche horizontal mit der Mauerkrone abgeglichen, so wird annähernd für das Druckdreieck abe die Basis:

$$\overline{ab} = \frac{h}{4} \cdot g,$$

wenn g das Gewicht der Kubikeinheit Erde bezeichnet. Ebenso werden bei einer Unterschneidung der Futtermauer von 1:4 für das Paralleltrapez $bcgf$ die Grundlinien:

$$\overline{bc} = \frac{h}{6,4} \cdot g \quad \text{und} \quad \overline{fg} = \frac{h_1}{6,4} \cdot g.$$



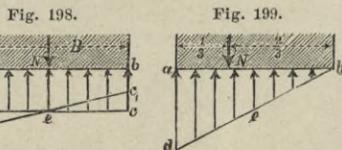
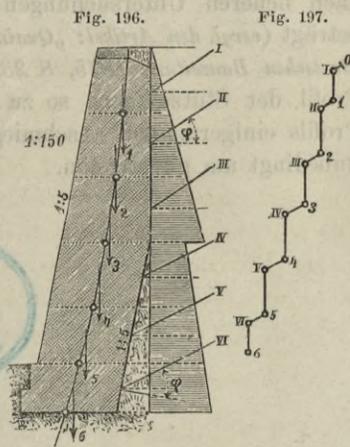
Zur Untersuchung der Stabilität einer Stützmauer ist es am zweckmässigsten, dass man die Stützlinie in das Profil derselben einzeichnet. Dies geschieht in einfacher Weise nach dem von Prof. Häselser mitgetheilten Verfahren (*Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover 1873, S. 36*). Man zeichnet zu diesem Zwecke zunächst das Profil der Stützmauer mit der zugehörigen Druckfigur. Diese letztere besteht z. B.

ab bis an den Erddruck II parallel zu $O1$ des Kräftepolygons zieht. Der Schnittpunkt m von P_1 mit der Lamellengrenze giebt einen Punkt der Stützlinie. Die Mittelkraft P_1 oder $\overline{O1}$ im Kräftepolygon wird jetzt mit Erddruck II zu dem Strahl OII vereinigt, und im Mauerprofil zieht man \overline{bc} parallel zum Strahl OII . Darauf wird diese Kraft mit dem Gewichte 2 der nächsten Lamelle im Kräftepolygon zu dem Strahl $O2$ zusammengesetzt; die hierzu parallel gezogene Mittelkraft P_2 schneidet die Fundamentsohle der Futtermauer im Punkte n , welcher wieder ein Punkt der Stützlinie ist.

Nach den vorstehenden Prinzipien wurde auch die Stützlinie in das Futtermauerprofil Fig. 196 eingezeichnet, wobei das spezifische Gewicht des Mauerwerkes gleich ist mit dem der Hinterfüllungserde. Im Kräftepolygon Fig. 197 wurden die Mittellinien der Lamellen in halber Grösse aufgetragen und sind die Mittellinien der niedrigeren Lamellen nach der obigen Angabe in ihren Breiten entsprechend reducirt. Die Totalhöhe dieser Mauer beträgt 7^m ; im Fundament hat dieselbe 2^m , in der Höhe des Terrains 1^m Stärke erhalten.

Bei gut construirten Futtermauern muss die Stützlinie sich möglichst der Mittellinie des Mauerprofils anschmiegen und ist das Fundament durch Absätze nach vorn so zu verbreitern, dass die Stützlinie annähernd durch die Mitte der Sohle austritt und die stärkste Pressung des Baugrundes, 4 bis $5,5$ Kilogr. pro \square^{cm} , nicht übersteigt, während die stärkste Kantenpressung im Mauerwerk 7 bis 8 Kilogr. pro \square^{cm} gewöhnlich nicht übersteigen darf.

Ist R die in einem Punkte der Stützlinie auftretende Druckkraft, N die verticale, S die horizontale Componente derselben und w der Winkel, den R mit der Verticalen einschliesst, so wird $N = R \cdot \cos w$ und $S = R \cdot \sin w$. Betrachtet man nun eine horizontale Fuge der Stützmauer oder die horizontale Fundamentsohle derselben von der Breite B , und denkt man die Kraft N nach Fig. 198 in der Mitte von B angreifend, dann wird der Druck N in der ganzen Breite B gleichförmig auf die Lagerfläche vertheilt, und den Gegendruck derselben kann man durch das Rechteck $abcd$ Fig. 198, graphisch dargestellt denken; rückt aber N aus der Mitte von B nach einer Seite hin, z. B. nach links, so wird der Druck an der Kante ad grösser, an der Kante bc aber kleiner. Der Gegendruck bildet dann ein Trapez abc_1d_1 und der Druck N geht durch den Schwerpunkt des Trapezes. Man kann bei diesem Vorgange die Linie cd um den Mittelpunkt e gedreht denken. Hat nun N eine solche Lage, dass sie nach Fig. 199 von a um $\frac{1}{3} B$, von b um $\frac{2}{3} B$ absteht, dann ist das obige Rechteck in das Dreieck abd übergegangen, welches mit dem Rechteck gleichen Flächeninhalt hat. Die Kraft N geht in diesem Falle durch den Schwerpunkt des Dreiecks und die Kantenpressung bei b ist gleich Null, bei a aber doppelt so gross geworden, als sie in dem Falle war, wo N durch die Mitte von B ging. Würde N noch weiter nach der Kante a rücken, so müsste bei b eine Zugspannung auftreten.

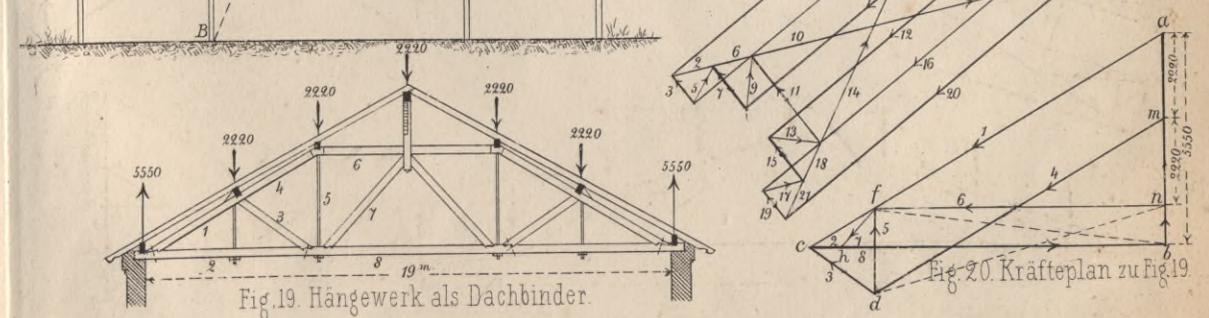
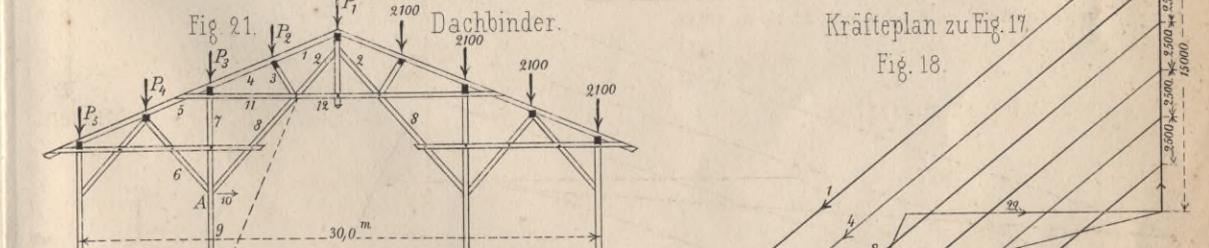
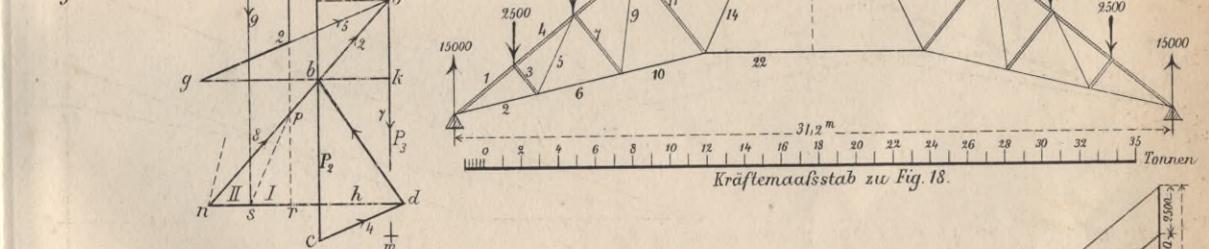
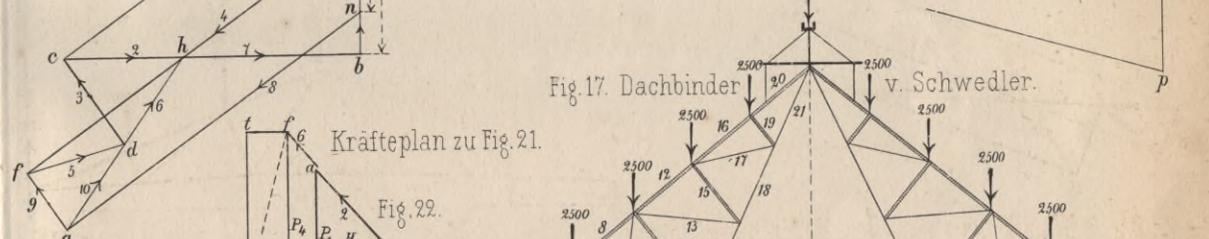
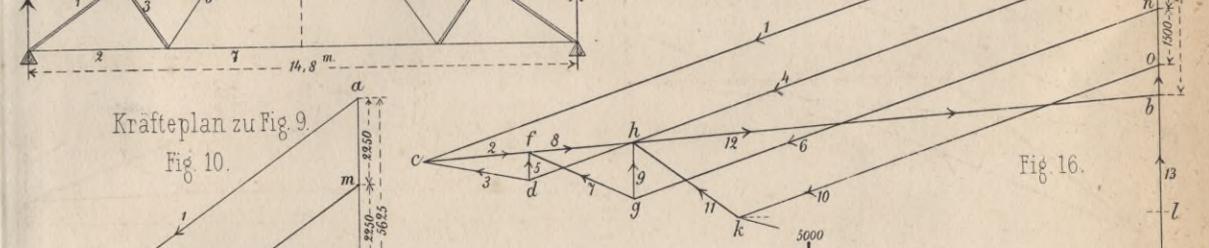
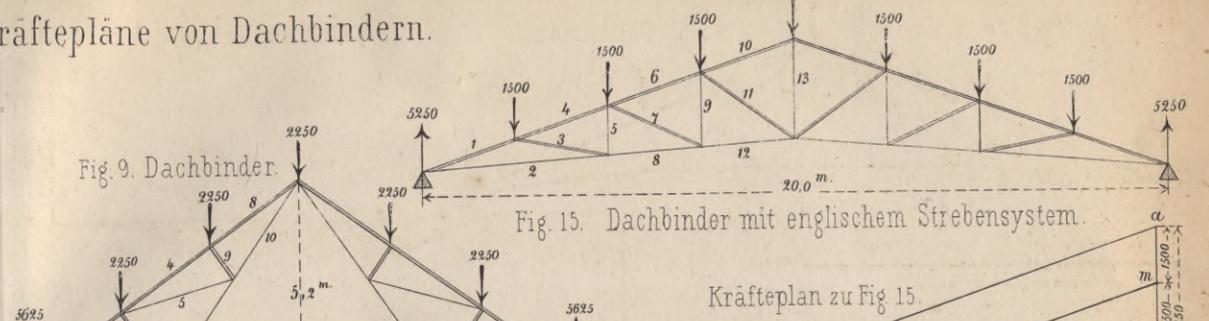
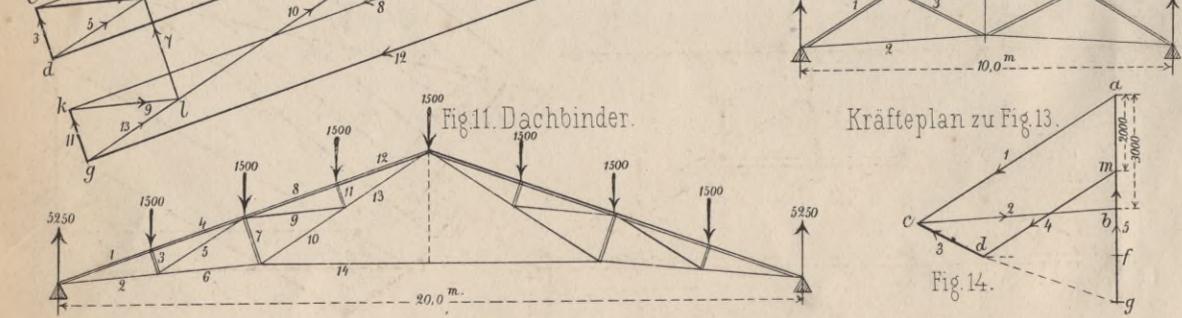
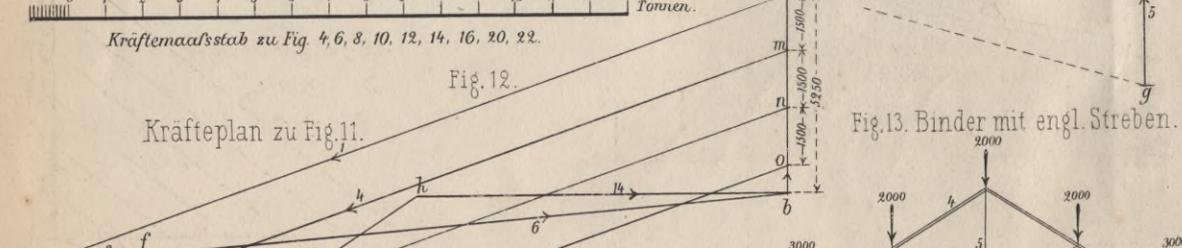
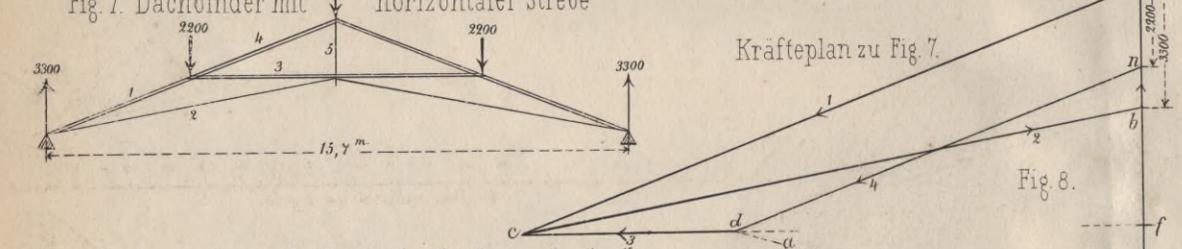
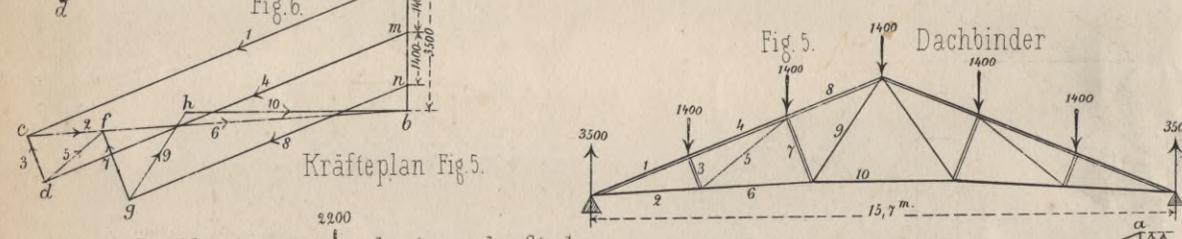
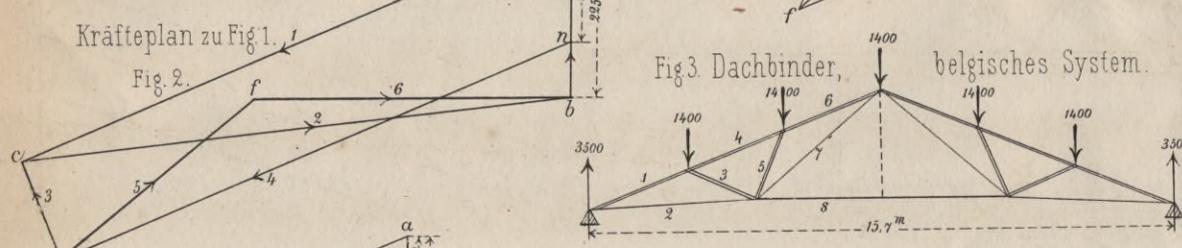
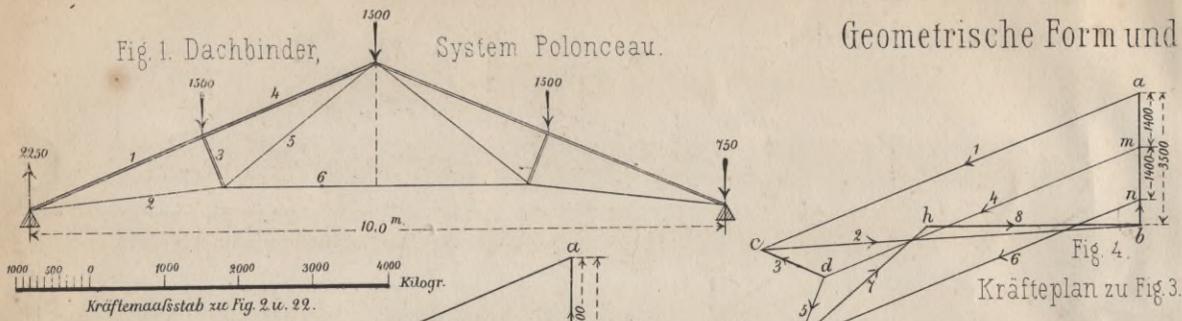


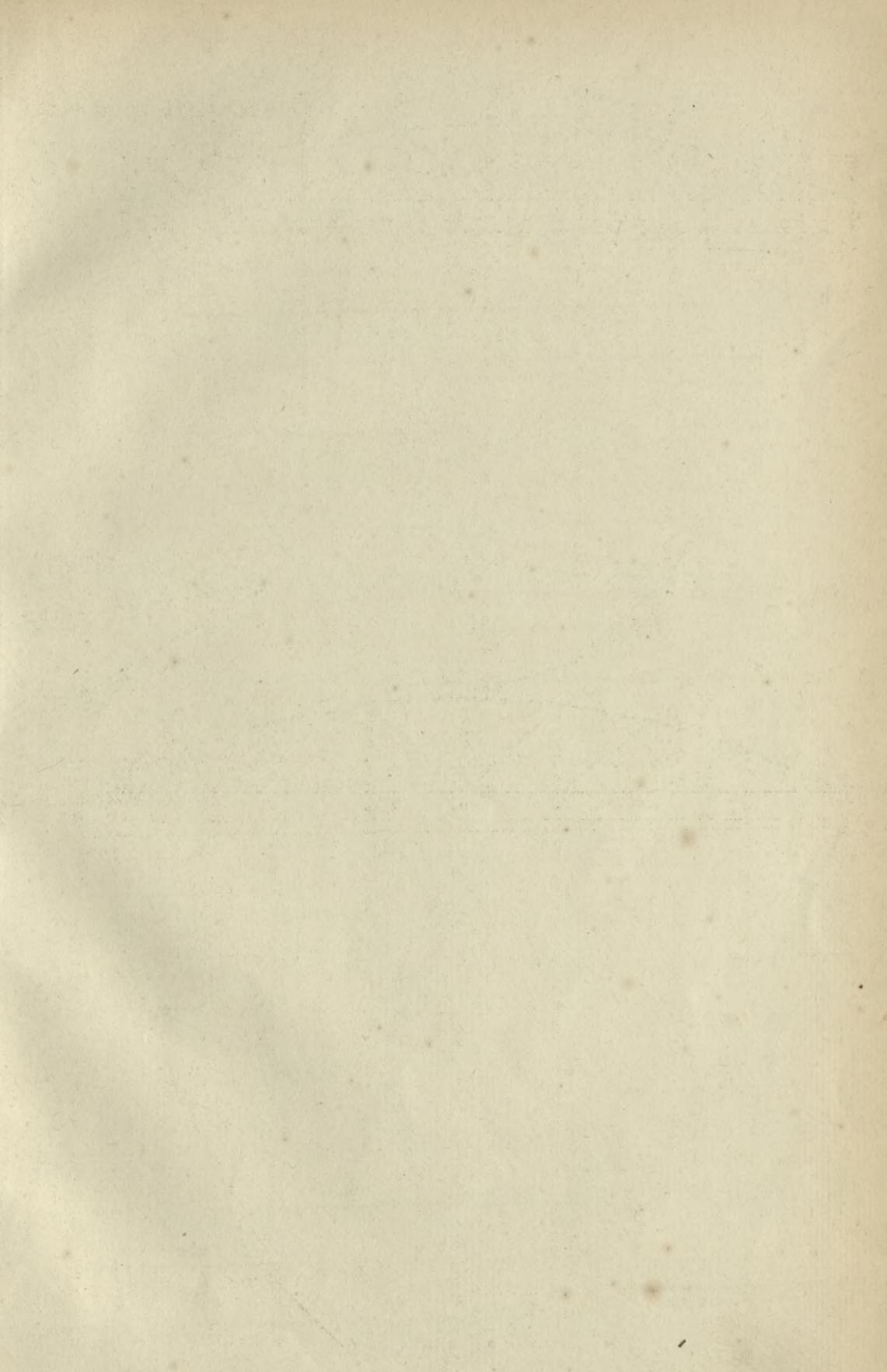
Damit also an keiner Stelle einer Stützmauer Zugspannung vorkommen kann, ist es erforderlich, dass die Stützlinie nicht aus dem mittleren Drittel des Mauerquerschnittes heraustritt. Die grösste Kantenpressung an irgend einem Punkte des Querschnittes lässt sich nach dem Obigen leicht berechnen, wenn man die an diesem Punkte in der Stützlinie auftretende Kraft R aus dem Kräftepolygon ermittelt. Der Reibungswinkel w soll womöglich 20 Grad nicht überschreiten.

Es ist natürlich nicht absolut erforderlich, dass man unter allen Umständen jede Zugspannung in den Fugen einer Stützmauer vermeiden muss, eine geringe Zugspannung an irgend einer Stelle der Mauer giebt noch zu keiner Gefahr des Umsturzes Veranlassung, da die Zugfestigkeit guter Mörtelarten im erhärteten Zustande nach neueren Untersuchungen immerhin $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{7}$ der Druckfestigkeit des Mörtels beträgt (vergl. den Artikel: „Quaimauern, Stützmauern und Thalsperren“ von Prof. Intze in der Deutschen Bauzeitung 1875, S. 232, 243 und 252). Meistens ist es aber nicht schwer, das Profil der Stützmauern so zu gestalten, dass die Stützlinie sich der Mittellinie des Profils einigermassen anschmiegt, und diese Anordnung ist für den Materialverbrauch unbedingt am günstigsten.



Geometrische Form und Kräftepläne von Dachbindern.





Geometrische Form und Kräftepläne von Fachwerkträgern.

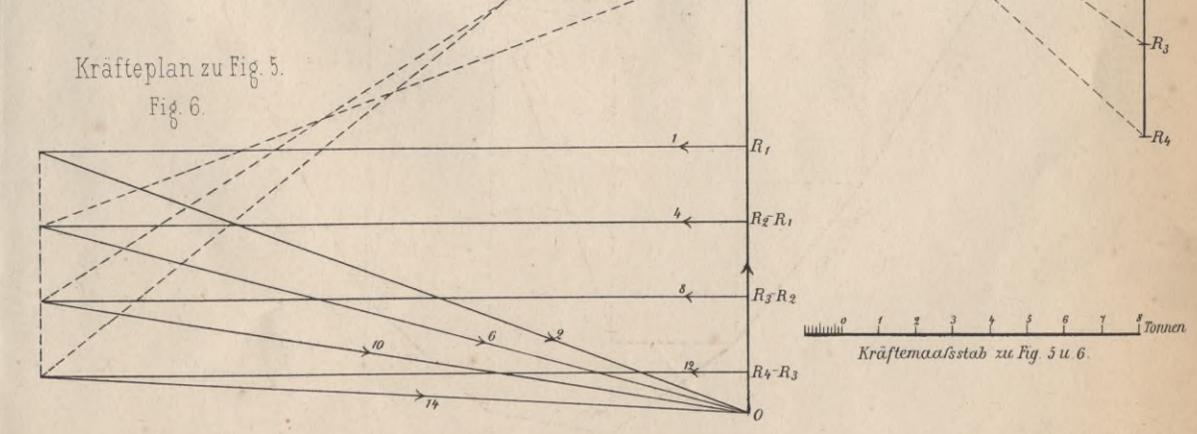
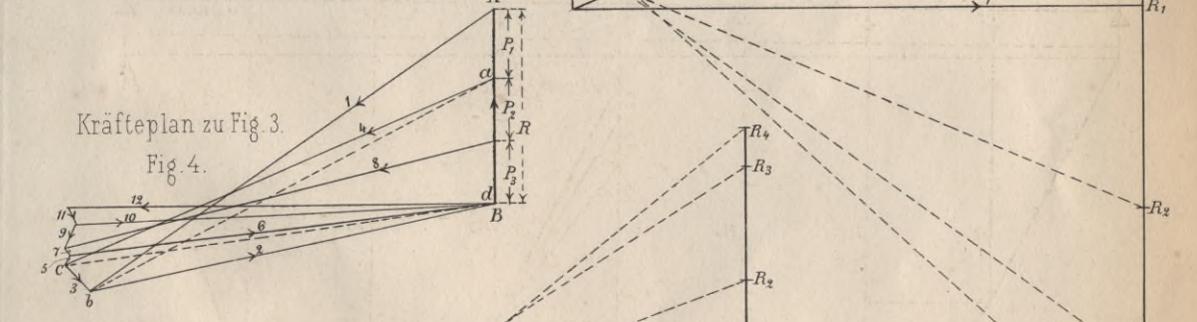
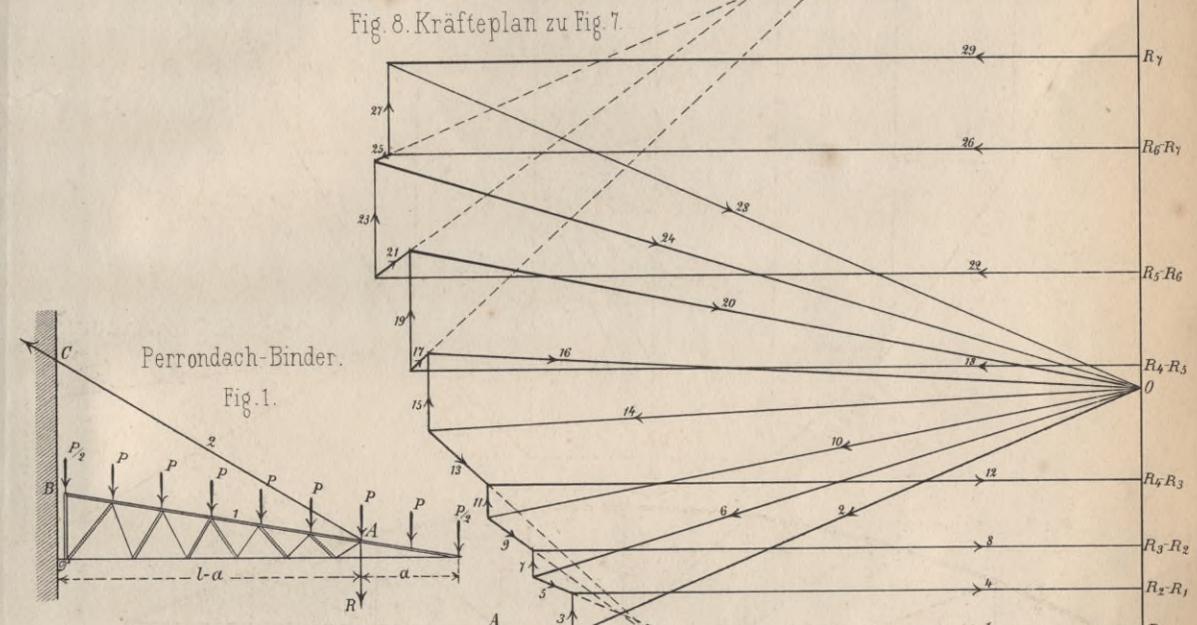
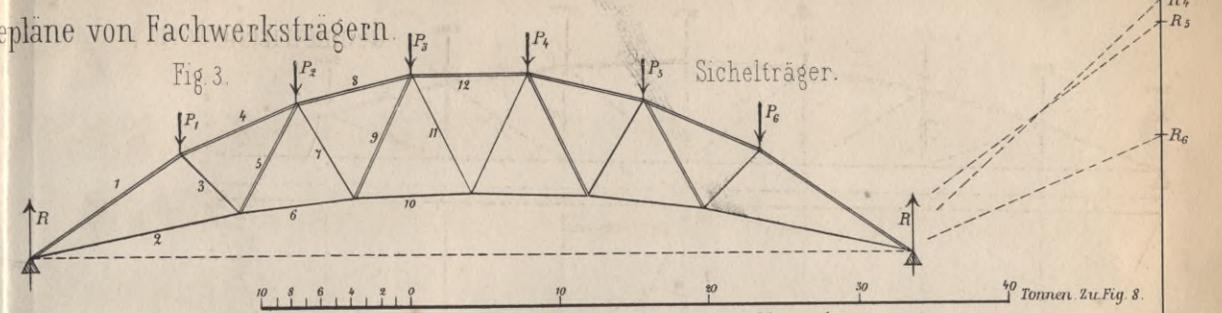
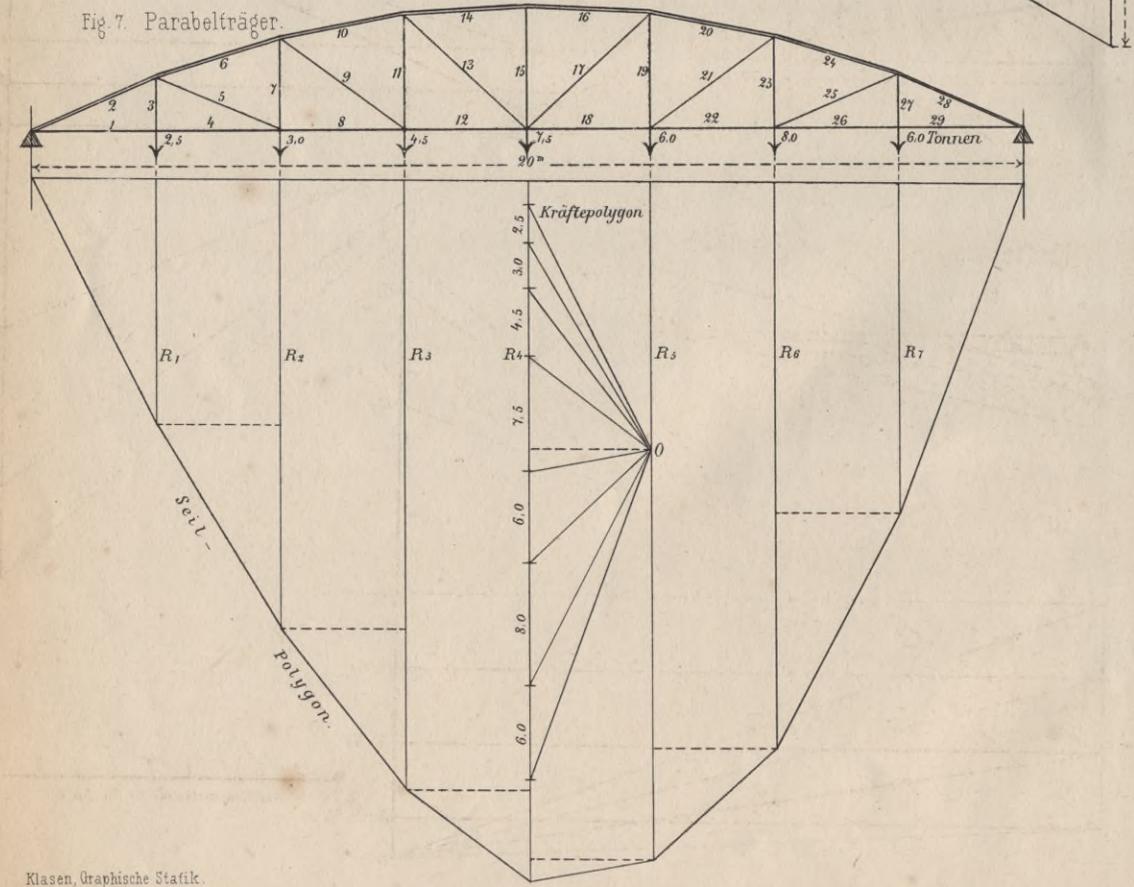
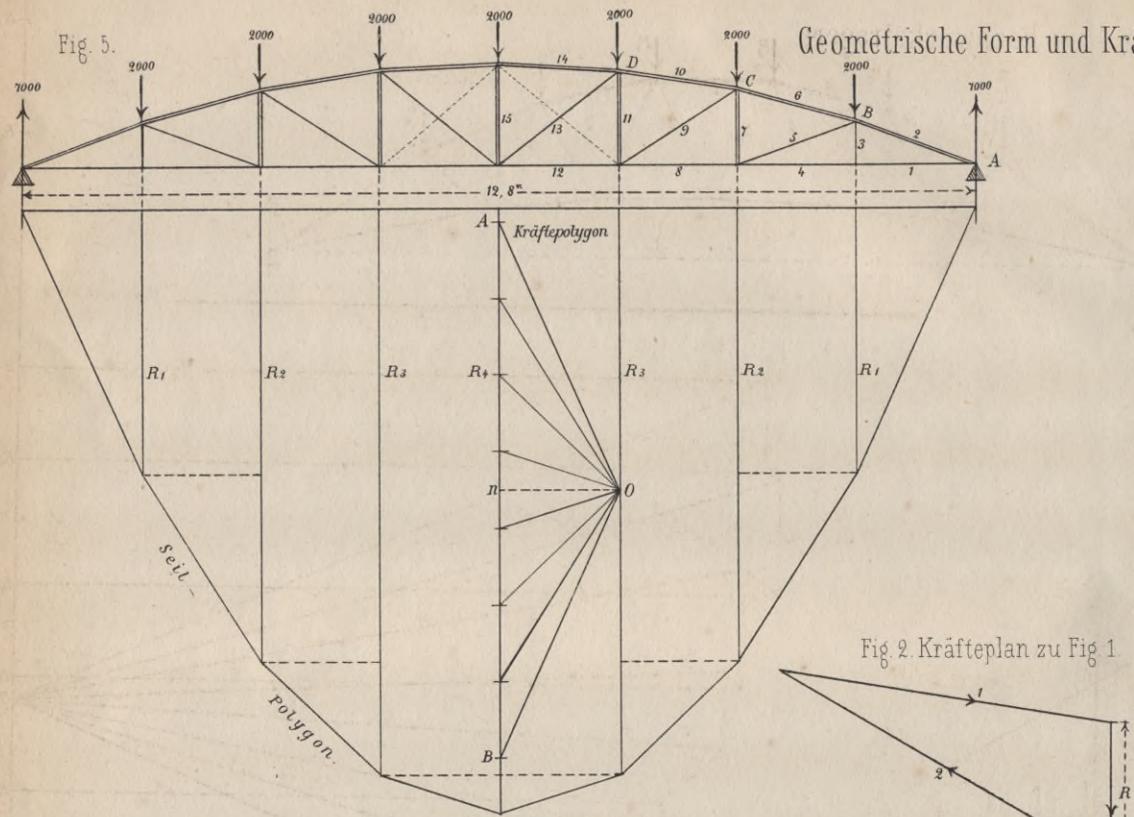
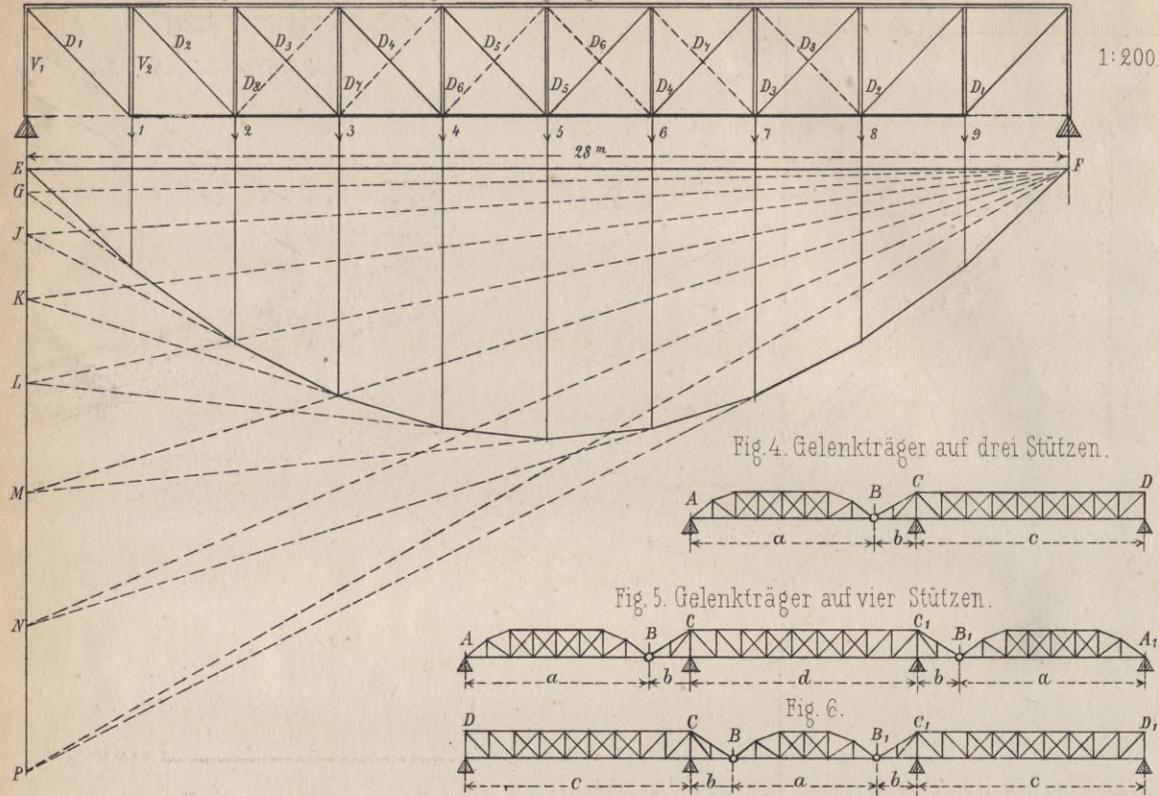


Fig. 1. Fachwerkträger mit Zugdiagonalen.



Einfache und kontinuierliche Fachwerkträger.

Fig. 4. Gelenkträger auf drei Stützen.

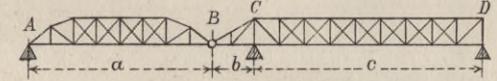


Fig. 5. Gelenkträger auf vier Stützen.

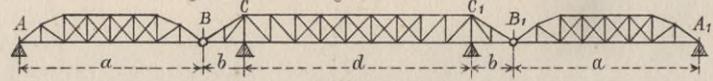


Fig. 6.

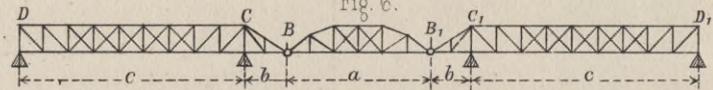


Fig. 3. Kräfte- und Seilpolygon für einen Locomotivenzug.

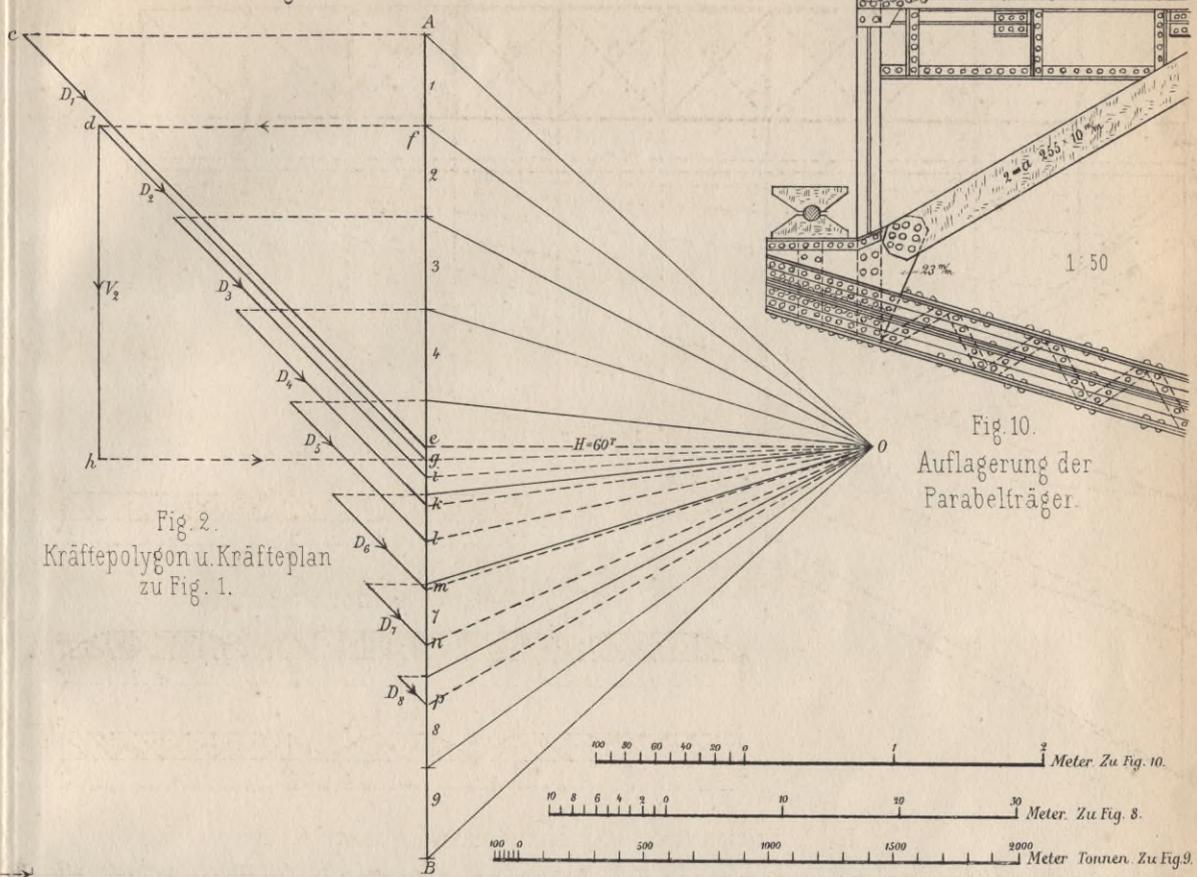
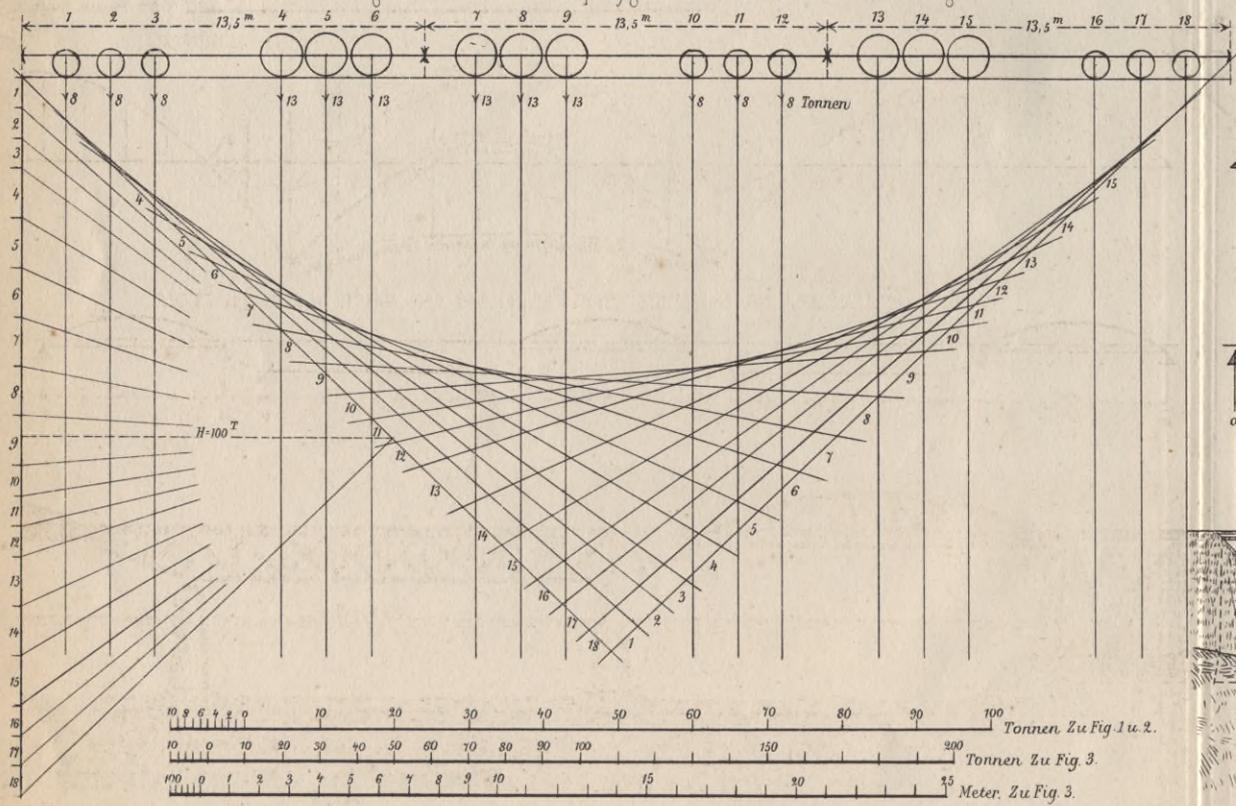


Fig. 2. Kräftepolygon u. Kräfteplan zu Fig. 1.

Fig. 9. Graphische Darstellung der Momente bei verschiedenen Belastungen.

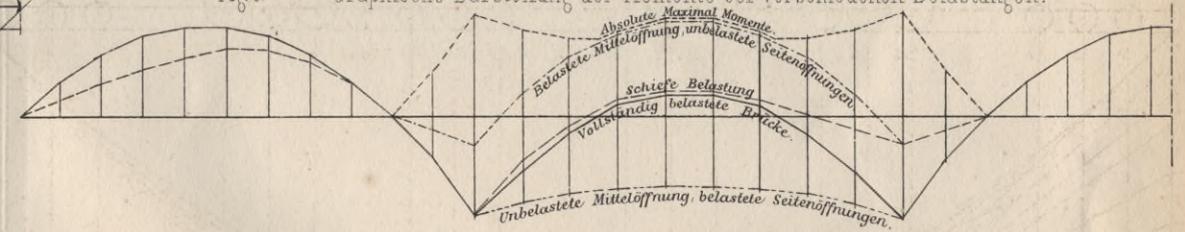


Fig. 7. Eintheilung der kontinuierlichen Träger von der Warthebrücke bei Posen.

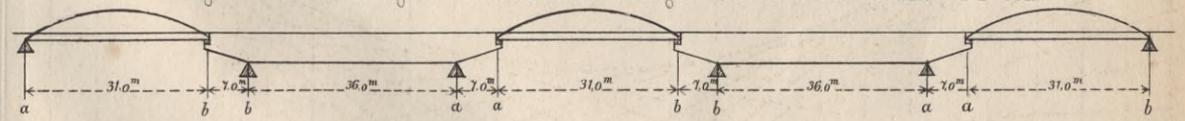


Fig. 8. Ansicht der Brücke.

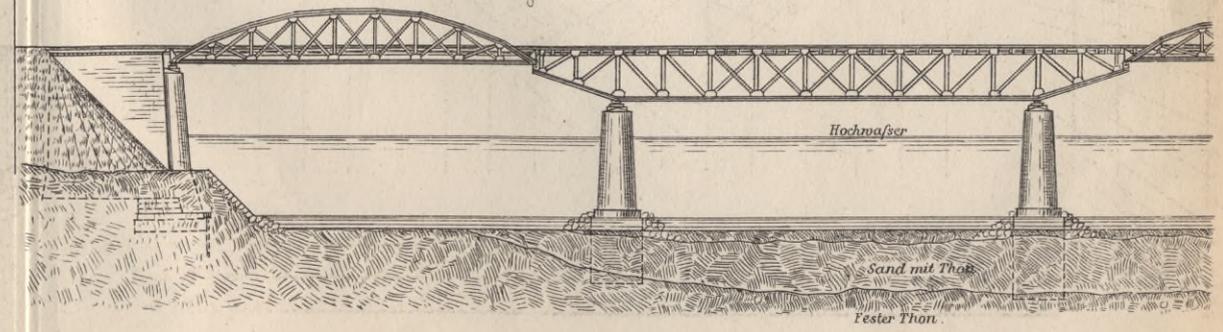


Fig. 10. Auflagerung der Parabelträger.

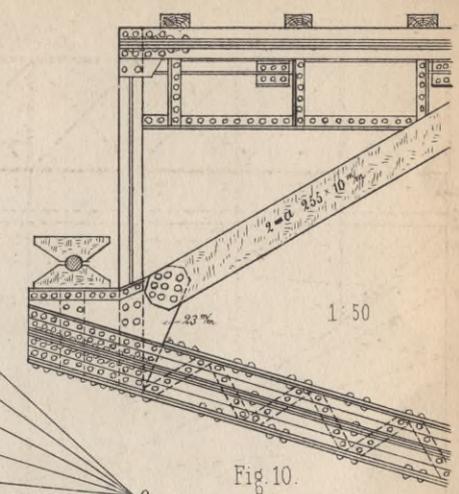


Fig.1. Bogenfachwerkträger von 28^m Spannweite.

Bogenfachwerk, zweifaches Fachwerk und Gewölbe.

Fig.5. Zeglin-Brücke bei Stettin.

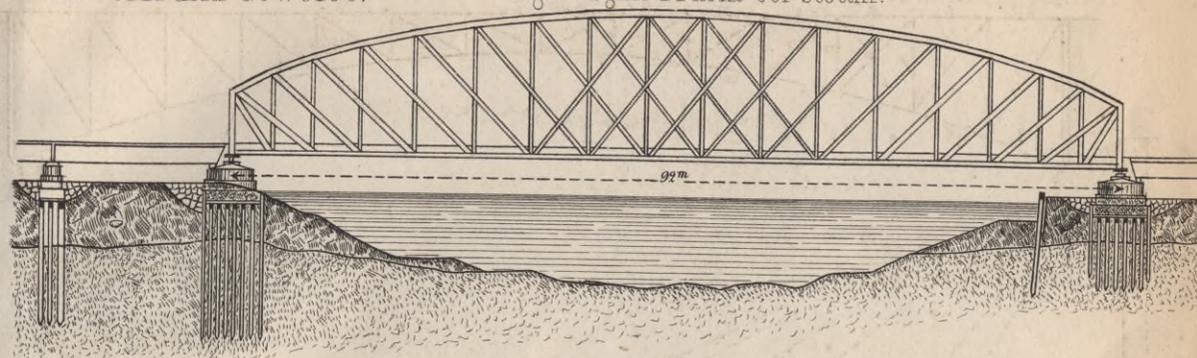
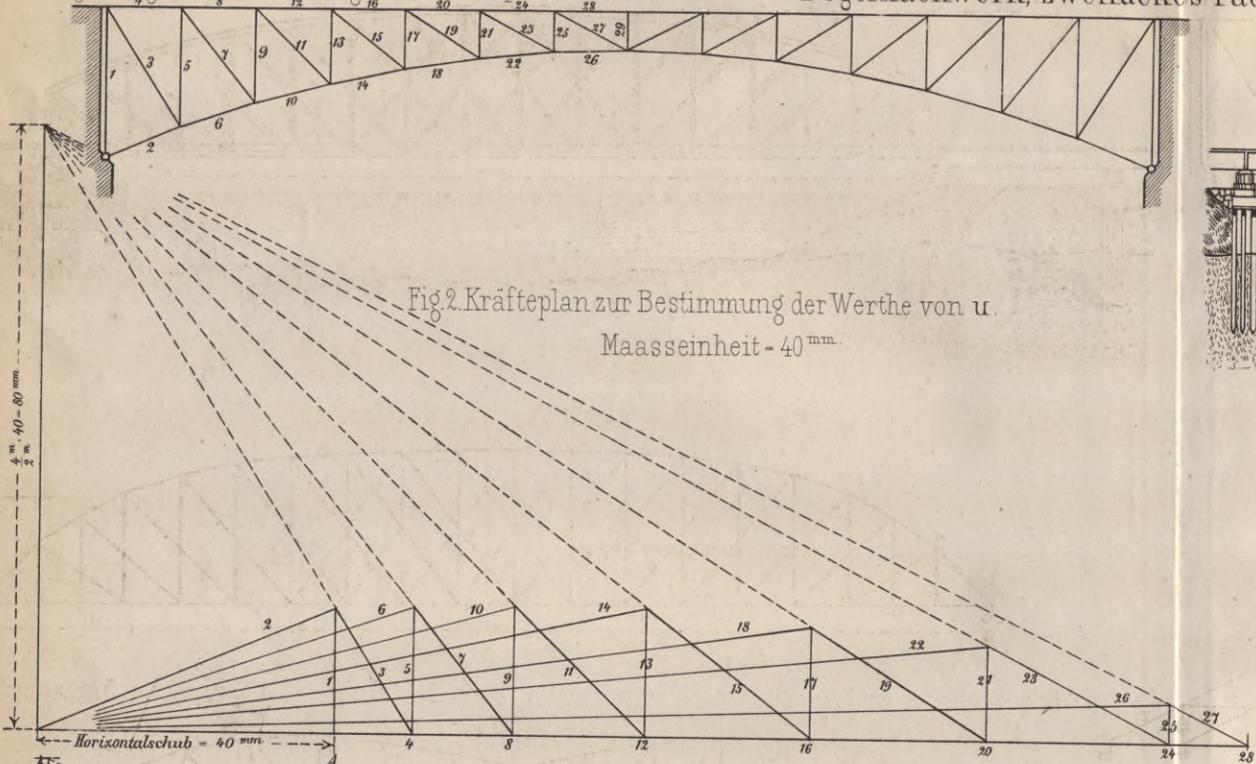
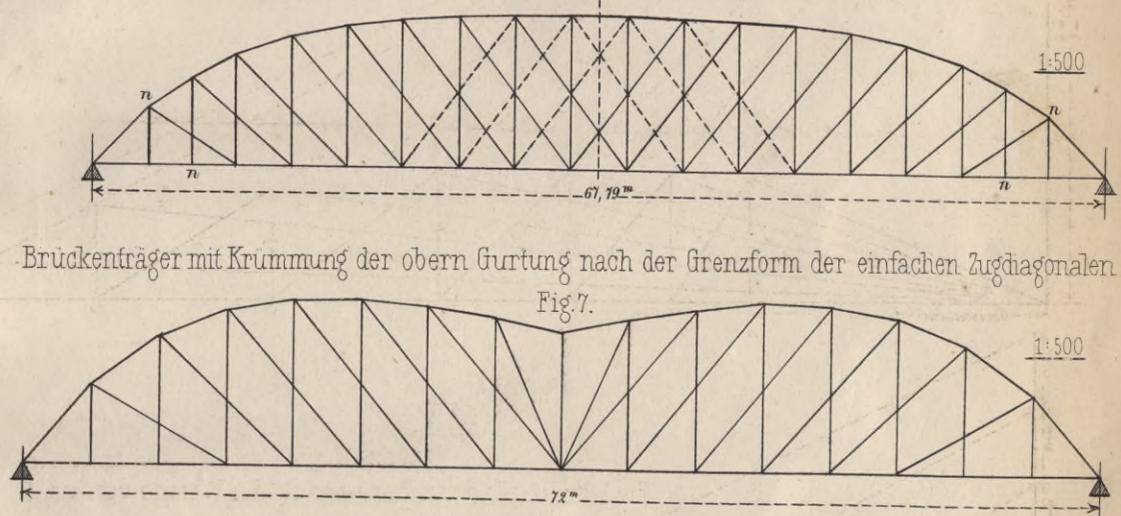
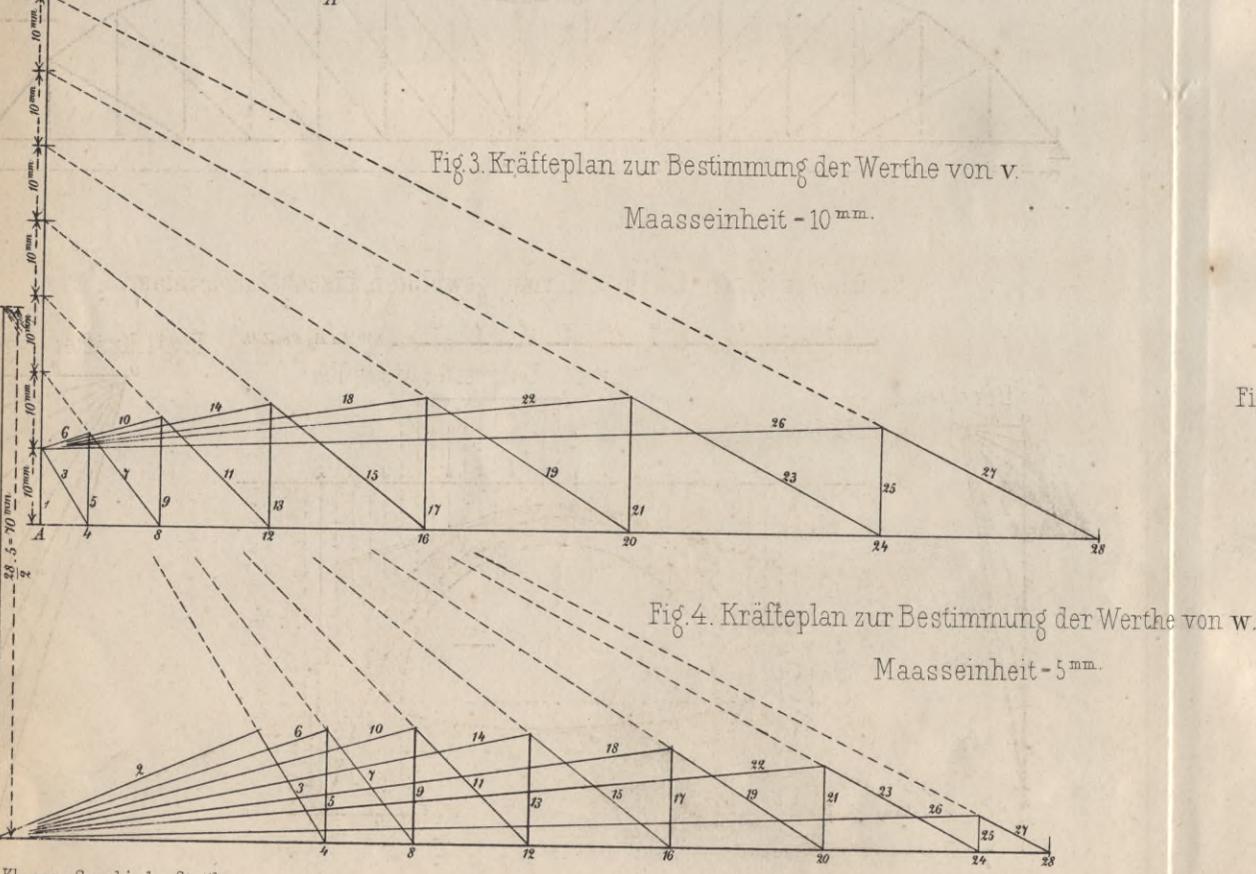


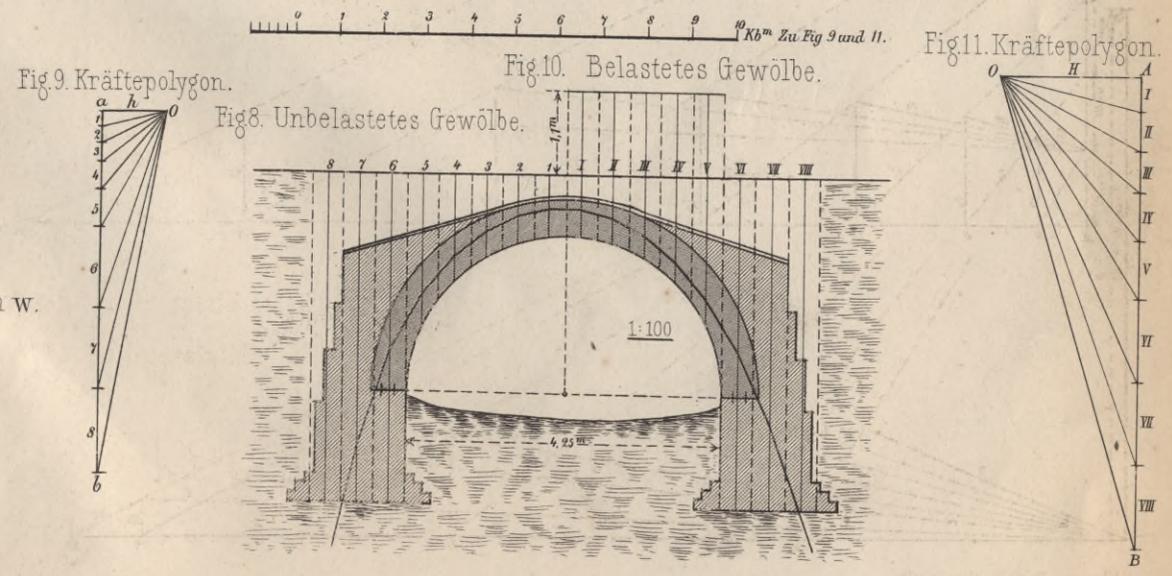
Fig.6. Elb-Brücke bei Dömitz von Häsel.



Brückenträger mit Krümmung der obern Gurtung nach der Grenzform der einfachen Zugdiagonalen.



Stützlinie in einem halbkreisförmig gewölbten Eisenbahndurchlass.



Gewölbe und Futtermauern.

Fig. 1. Stützlinie in gewölbten Viaducen.

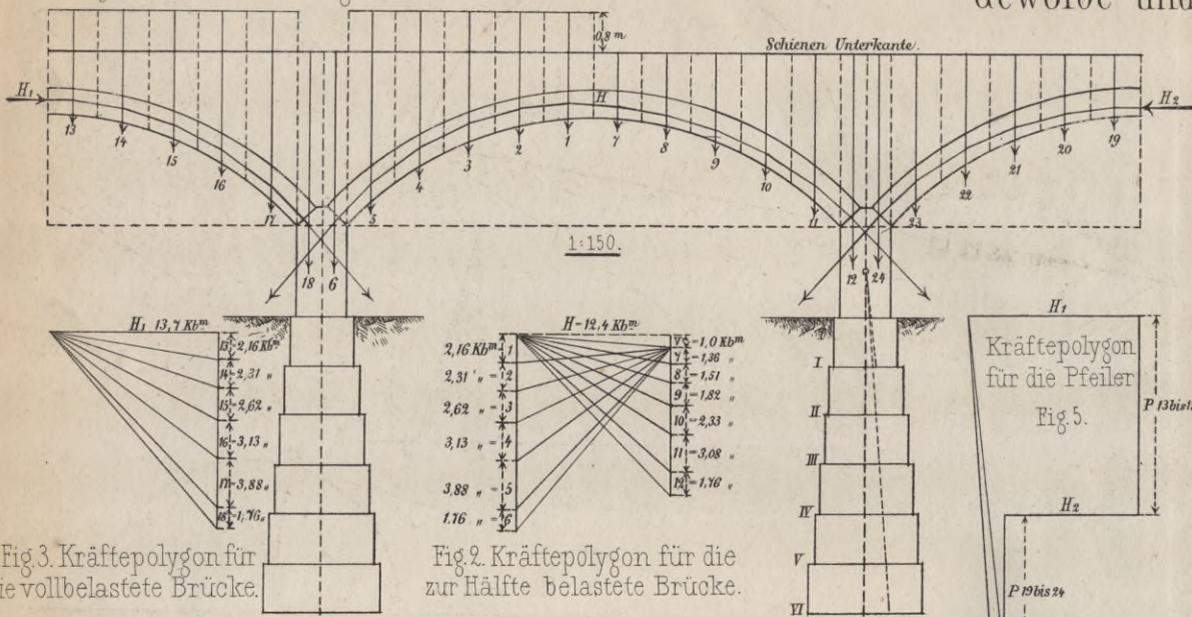


Fig. 3. Kräftepolygon für die vollbelastete Brücke.

Fig. 2. Kräftepolygon für die zur Hälfte belastete Brücke.

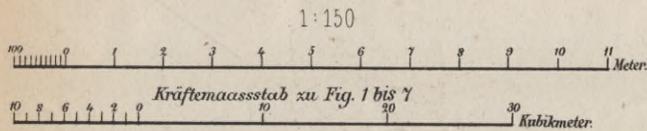


Fig. 4. Kräftepolygon für die ganz entlastete Brücke.

Fig. 6. Belastung eines Endpfeilers.

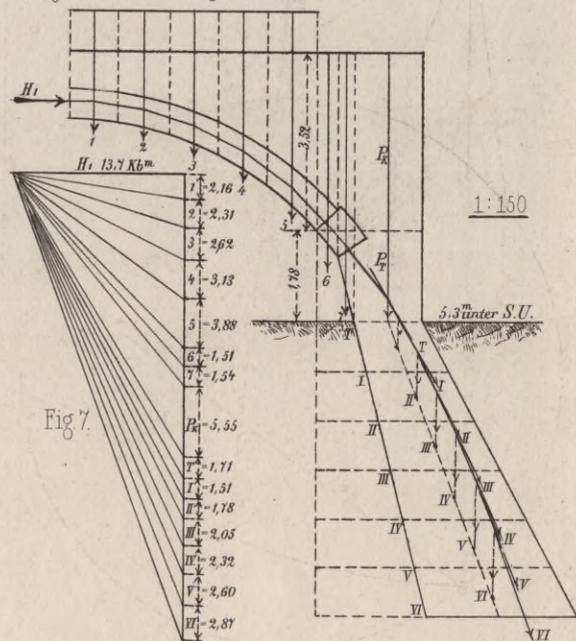


Fig. 7.

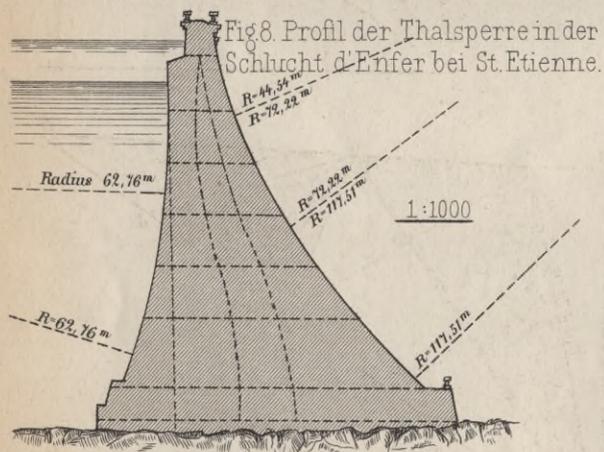


Fig. 8. Profil der Thalsperre in der Schlucht d'Enfer bei St. Etienne.

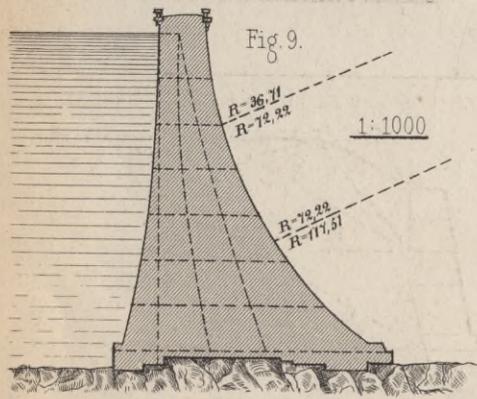
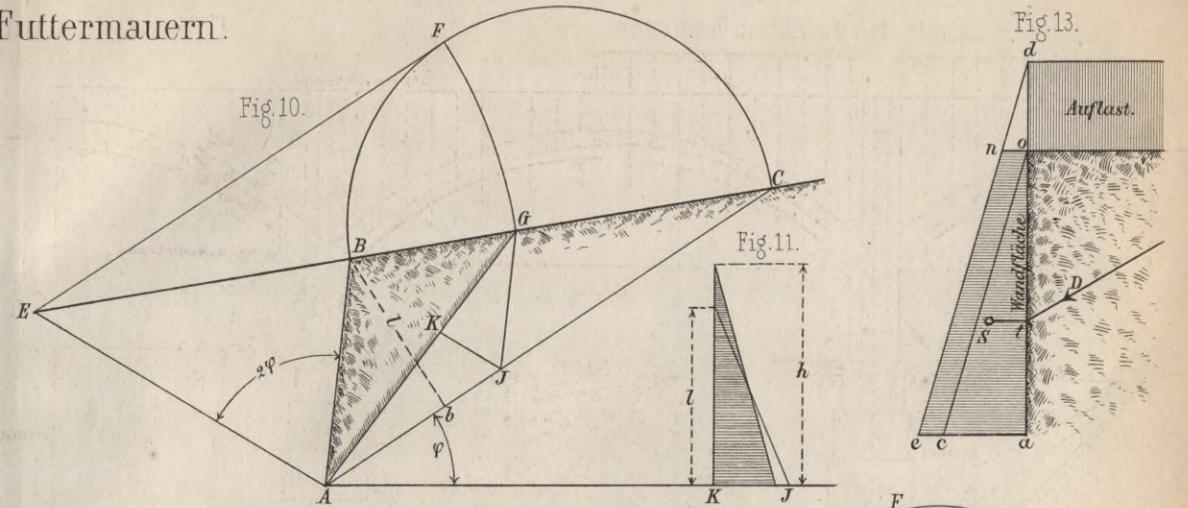


Fig. 9.



Graphische Bestimmung des Erddruckes nach Culmann.

Bestimmung des Erddruckes nach Mohr.

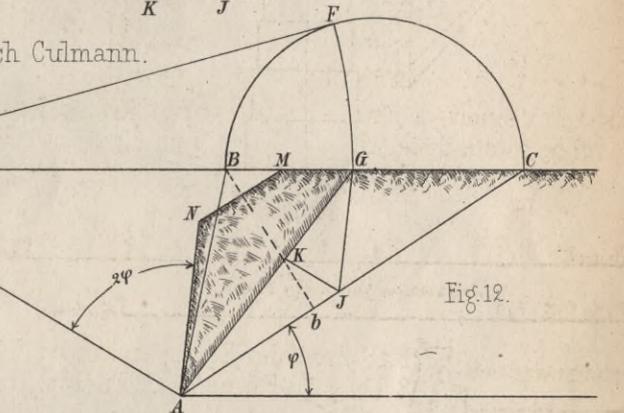
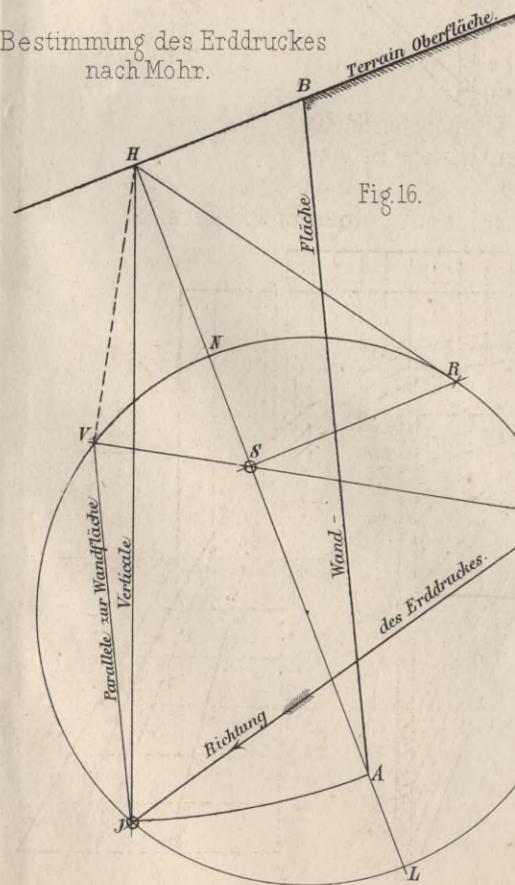


Fig. 12.

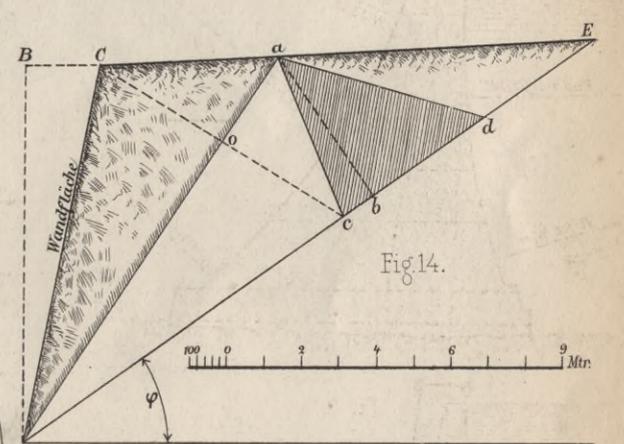


Fig. 14.

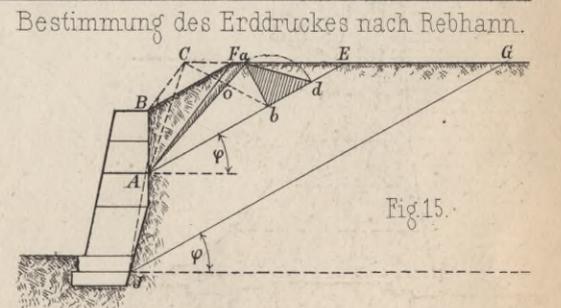


Fig. 15.

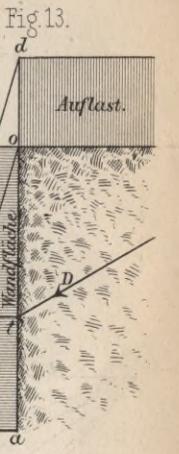
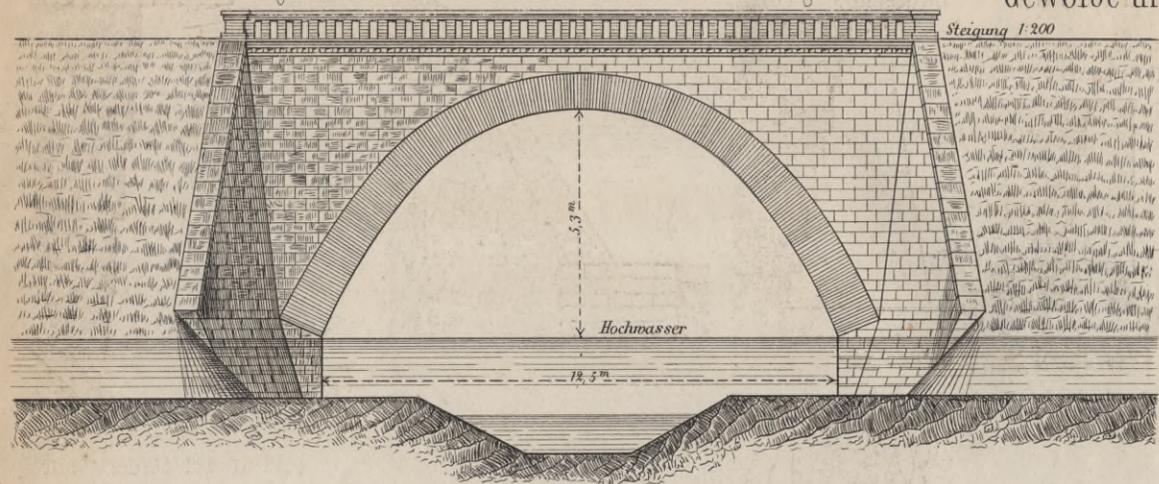


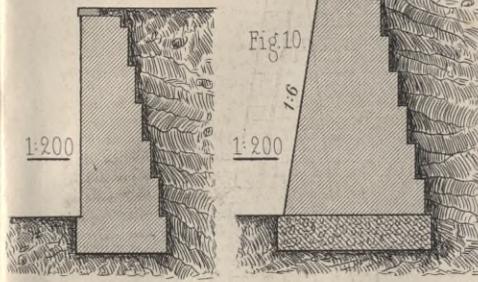
Fig. 13.

Fig1. Eisenbahn-Brücke nach der Stützlinie eingewölbt.



Gewölbe und Futtermauern.

Typus der französischen Futtermauern nach Fontenay.



Badisches Profil.

Fig12. Rhein-Nahe-Bahn.

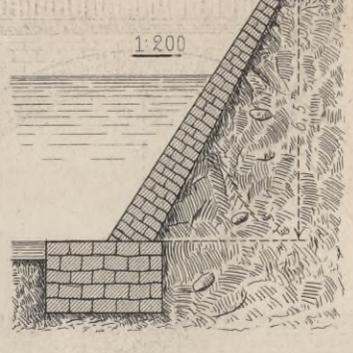


Fig13 Kaimauer zu Havre.

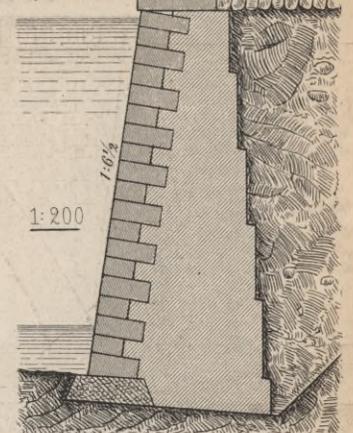


Fig2. London-Birmingham Eisenbahn.

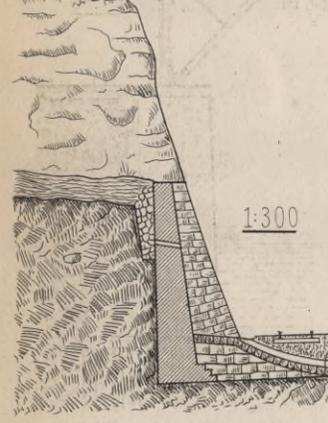


Fig3. Vauban's Festungsmauern.

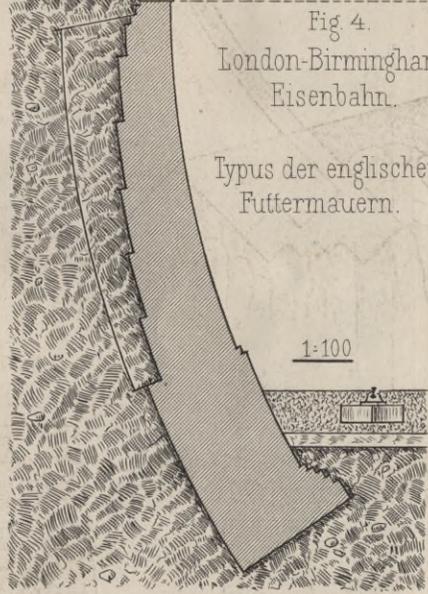
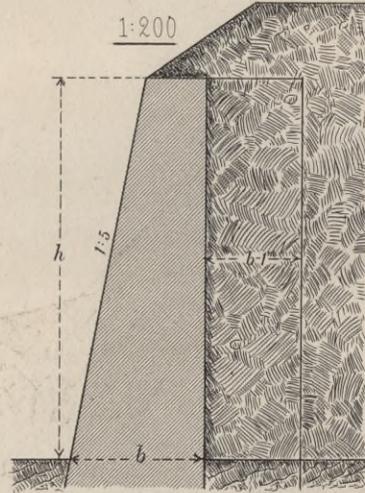


Fig 4. London-Birmingham Eisenbahn. Typus der englischen Futtermauern.

Futtermauer v. Schwedler

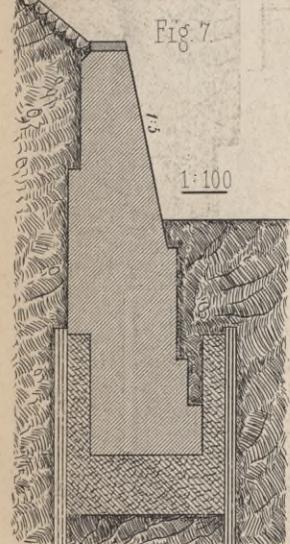
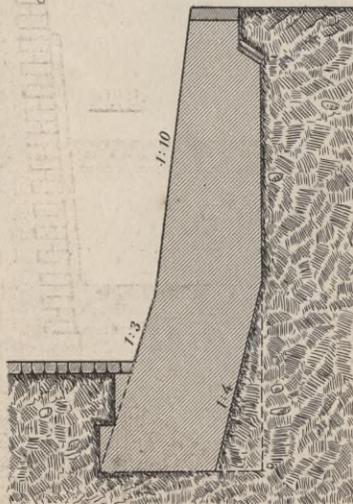


Fig8. Futtermauer von Häseler.



Typus der Futtermauern der Schweizer-Centralbahn.

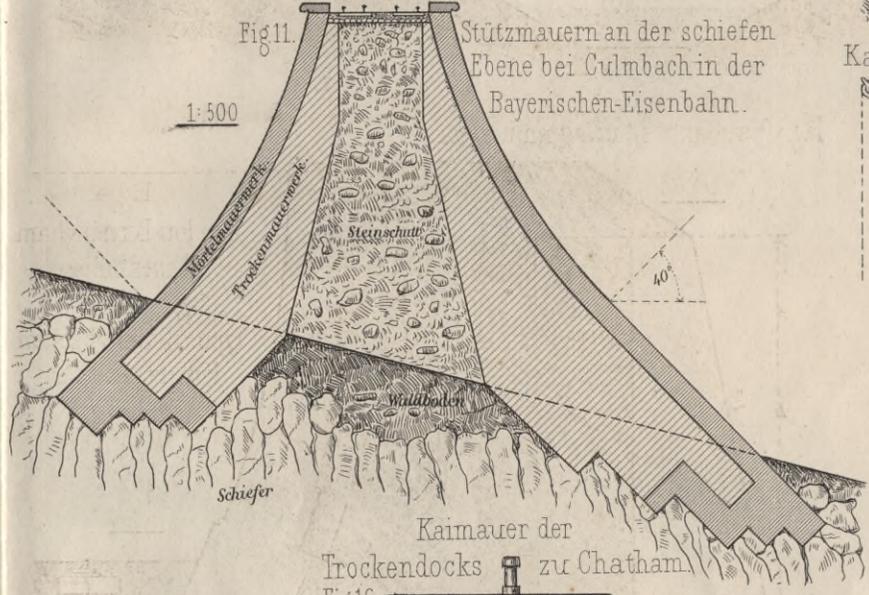
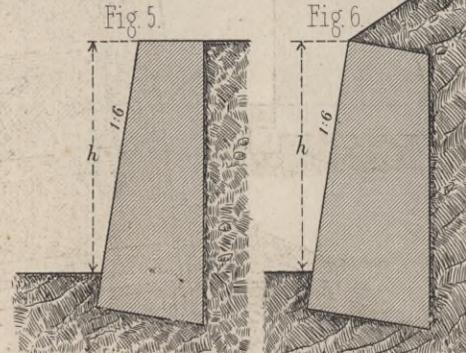


Fig11. Stützmauern an der schiefen Ebene bei Culmbach in der Bayerischen-Eisenbahn.

Kaimauer der Trockendocks zu Chatham.

Sammelteichmauer von Boscniac, Canal von Nantes nach Brest.

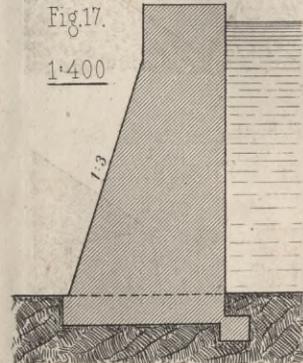
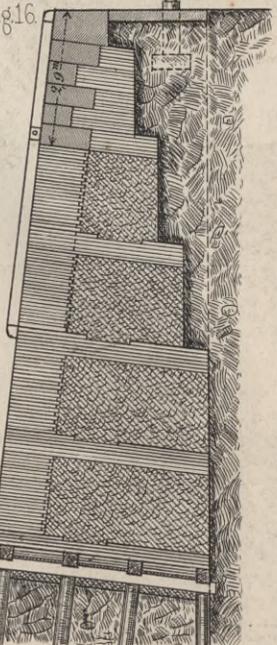


Fig17. 1:400



Kaimauer am Kriegshafen an der Jade.

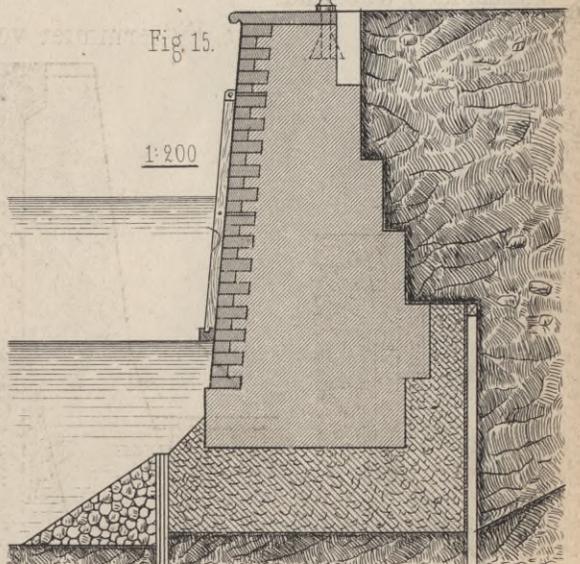


Fig15. 1:200

Kaimauer an der steuerfreien Niederlage in Harburg.

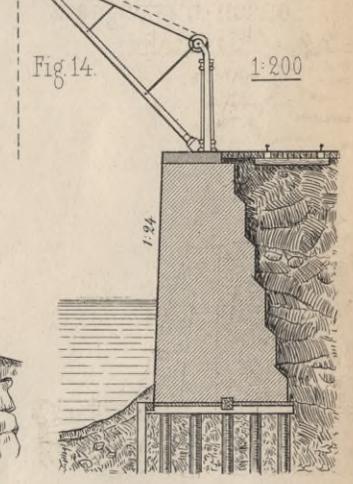


Fig14. 1:200

S. 61

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



L. inw.

17923

Druk. U. J. Zam. 356. 10.000.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300695