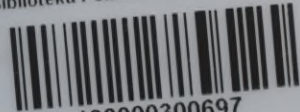




Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300697

xxx
59

Flavin



Erster Staatspreis.

Unterrichtswerke (Methode Hittenköfer) für Selbstunterricht, Bureau und Schule.



Goldene Medaille.

Betoneisenkonstruktionen.

Lehrfach Nr. 142.

Mit 18 Abbildungen und 10 Tafeln.

Bearbeitet von

Ingenieur E. Fölzer

(Technikum Strelitz).

Fölzer

Preis 3 Mk. 60 Pf.

Jeder Nachdruck verboten.

Nr. 26402



Strelitz in Mecklenburg. 1905
Polytechnischer Verlag W. Hittenköfer.

xxx
59

Die hier angegebenen Preise sind für Auswärtige. Schüler des Technikums Strelitz erhalten die Lehrmittel billiger.

300- Rt.	#	300- Rt.	#	
1	Linearzeichnen (8 Übungstafeln) . . .	1 20	23	
2	Zirkelzeichnen (5 Übungstafeln) . . .	75	Badsteinverbände I (8 Übungstafeln)	
3	Geom. Zeichnen I (10 Übungstafeln) . . .	1 50	II (8 " ")	
	II (10 " ") . . .	1 50	Lehrheft dazu	
4	Geom. Verzierungen I (7 Übungstafeln) . . .	1 05	Lösungsblätter dazu	
	II (8 " ") . . .	1 20	24	
5	Kurven-Zeichnen (6 Übungstafeln) . . .	90	Der Grundbau I (5 Übungstafeln) . . .	
6	Malen mit Wasserfarben (6 Übungstaf.) . . .	90	II (6 " ") . . .	
1-6	Lehrheft für Fach 1-6	1 -	Lehrheft dazu	
7	Anzeichnen d. Modelle I (8 Übungstaf.) . . .	1 20	Lösungsblätter dazu	
	II (9 " ") . . .	1 35	25A	
	Modellerbogen dazu	90	25	
	Lösungsblätter dazu	1 70	Ermitteln der Eisenkonstruktionen	
8	Darstellende Geometrie I (10 Übungstaf.) . . .	1 50	Lehrheft	
	II (10 Übungstaf.) . . .	1 50	Ergänzungsheft	
7-8	Lehrheft für Fach 7-8	1 25	26	
9	Schlagschattentheorie (8 Übungstafeln) . . .	1 20	Ermitteln der Balkenlagen (4 Übungstaf.)	
	Lehrheft dazu	80	Lösungsblätter dazu	
10	Angew. Schattentheorie I (8 Übungstaf.) . . .	1 20	26. 31	
	II (8 " ") . . .	1 20	27	
	Lehrheft dazu	1 80	Balkenlagen, Lehrheft	
11	Körpercharakterlehre (12 Übungstafeln) . . .	1 80	27	
	Lehrheft dazu	50	Ermitteln der Treppen (6 Übungstaf.)	
12	Perspekt. Zeichnen (10 Übungstafeln) . . .	1 50	Lehrheft dazu	
	Lehrheft dazu	2 -	Lösungsblätter dazu	
	Lösungsblätter dazu	1 -	28	
13	Formenlehre (5 Übungstafeln)	75	Ermitteln der Gewölbe (7 Übungstaf.)	
14 I	Säulenordnungen I (10 Übungstafeln) . . .	1 50	Lehrheft dazu	
	II (10 " ") . . .	1 50	Lösungsblätter dazu	
	Lehrheft u. d. L.: Einf. i. d. Arch. I	4 -	29	
14 II	Einführung in die Holzarchitektur:		Ermitteln der Mauerhöfen und Feuer-	
	I. Bauhölzer. (5 Übungstafeln)	75	ungsanlagen (4 Übungstafeln) . . .	
	Lehrheft dazu	3 60	Lehrheft dazu	
	II. Die formale Behandlung der Bau-		Lösungsblätter dazu	
	hölzer (8 Übungstafeln)	1 20	30	
	Lehrheft dazu	2 20	Ermitteln der Mobilanstellung (4 Übungstafeln)	
	III. Bauteile in Holzarchitektur		Lehrheft dazu	
	(20 Übungstafeln)	3 -	Lösungsblätter dazu	
	Lehrheft dazu	6 60	31	
14 III	Einführung in die Werksteinarchitektur:		Durchbilden d. Balkenlagen (6 Übungstaf.)	
	I. Werksteinverbände (8 Übungstaf.) . . .	1 20	Lehrheft siehe unter 26, Balkenlagen.	
	II. Werksteinformen (6 Übungstaf.) . . .	90	Lösungsblätter dazu	
	III. Werksteinarchitekturen. Ein Heft		32	
	mit Vorbildern und Aufgaben	1 60	Durchbilden der Grundrisse (7 Übungstaf.)	
14 IV	Einführung in die Backsteinarchitektur:		Lehrheft dazu	
	III. Backsteinarchitektur (20 Übungstaf.) . . .	3 -	Lösungsblätter dazu	
15	Anstragen der Schablonen, Lehrheft	1 80	33	
16	Angew. Säulenordnungen (Lehrheft)	1 20	Entwerfen der Flachornamente I	
16 A	" für Möbel-		34 I	
	tischler (1 Textblatt u. 5 Tafeln)	3 -	Gebäudeteile I (Badofen)	
17	Aquarellieren I (6 Übungstafeln)	90	34 II	
	II (8 " ")	1 20	II (Eiskeller)	
	Gemeinschaftliches Lehrheft	1 60	34 IV	
	Aquarellieren III (Innen-Decorations)		Rüstungen und Absteifungen	
	4 Übungstafeln	80	35 I	
	Lehrheft dazu	4 80	Fachwerk-Wohnhaus	
18	Darstellen d. Treppen (10 Übungstafeln)		35 II	
	Lösungsblatt dazu	10	Wohnhäuser (Arbeiterwohnhaus)	
19	Zimmererkunst I (8 Übungstafeln)	1 20	36	
	II (9 " ")	1 35	Landwirtschaftliche Gebäude I (Diemen-	
	III (9 " ")	1 35	schwäun)	
	Lehrheft dazu	1 -	Landw. Gebäude II (Scheune)	
	Anhang zum Lehrheft	1 60	" III (Schafstall)	
20 A	Mauerbögen (4 Übungstafeln)	80	" IV (Rindviehstall)	
	Lehrheft dazu	1 60	" V (Pferdestall)	
20	Mauererkunst (Gewölbe) I (9 Übungst.) . . .	1 35	" VI (Schweinstall)	
	II (11 Übungst.)	1 65	" VII (Ferkerviehstall)	
	Lehrheft dazu	1 -	36 A	
21	Bautischlerkunst, Lehrheft mit Aufgaben		Entwerfen der Fabrikgebäude	
	Vorbilder-Tafeln I (Zimmer-		36 B	
	türen) 5 Tafeln	75	Ziegelei-Anlagen und Ziegelfabrikation	
	II (Haustüren und Wind-		37	
	fänge) 6 Tafeln	90	Baumschlag I (Federzeichnen)	
	III (Fenster) 9 Tafeln	1 35	II (Malmanier)	
	IV (Schaufensteranf.) 4 Taf.		38	
	22	Dachdeckerkunst (8 Übungstafeln)	1 20	Entwerfen d. Dachbinder (15 Übungstaf.)
	Lehrheft dazu	80	Lehrheft dazu	
			Lösungsblätter zusammen	
			39	
			Dachansmittlungen I (10 Übungstaf.) . . .	
			II (10 " ")	
			III (10 " ")	
			Lehrheft dazu	
			Lösungsblätter zusammen	
			40	
			Entwerfen d. Grundrisse I A (9 Übungstafeln)	
			Entwerfen d. Grundrisse I B (6 Übungstafeln)	
			Entwerfen d. Grundrisse II (6 Übungstaf.)	
			Entwerfen d. Grundrisse III (10 Übungstafeln)	
			Entwerfen der Grundrisse (Lehrheft) . . .	
			Lösungsblätter zusammen	
			41	
			Der Fassadenbau I (Gaufsteinbau)	
			" " gebd.	
			" " kleine Ausgabe	
			Der Fassadenbau II A (Backsteinbau),	
			(Dannoversche Richtung)	
			Der Fassadenbau II B (Backsteinbau),	
			(Berliner Richtung)	

Fortsetzung auf der 3. Umschlagseite.

Betoneisenkonstruktionen.



G. 188
*21*¹



Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Allgemeines	3
II. Betoneisendecken	3
a) Betoneisendecken als Träger auf zwei Stützen	6
b) Betoneisendecken als eingespannte oder als kontinuierliche Träger	7
III. Balken aus Beton und Eisen als einfache Balken	16
IV. Balken aus Beton und Eisen als sogenannte Plattenbalken	18
V. Säulen aus Beton und Eisen	23
VI. Berechnung eines Gebäudes aus Beton und Eisen	25
VII. Berechnung einer Betoneisen-Bogenbrücke	33
VIII. Berechnung eines Wasserbehälters aus Beton und Eisen mit geraden Wänden und ebener Decke	37
IX. Berechnung eines Wasserbehälters aus Beton und Eisen, wenn der Behälter ein Halbkugelgewölbe bildet	44

Literatur.

Bayß & Cop: Der Betoneisenbau, seine Theorie und Anwendung.

Betoneisenkonstruktionen.

I. Allgemeines.

In neuerer Zeit finden die Betoneisenkonstruktionen im Hochbau als auch im Tiefbau, besonders im Brückenbau, sehr häufig Anwendung. Die Gründe hierfür sind hauptsächlich folgende:

1. Bei rationeller Anwendung werden die Konstruktionen in Beton und Eisen billiger als die entsprechenden Konstruktionen in Stein, Eisen oder Holz, was darin begründet ist, daß die große Druckfestigkeit des Betons und die noch größere Zugfestigkeit des Eisens vollkommen ausgenutzt wird;

2. die Betoneisenkonstruktionen benötigen ganz und gar keine Unterhaltungskosten;

3. die Betoneisenkonstruktionen sind als absolut feuersicher zu bezeichnen.

Für die Betoneisenkonstruktionen als auch deren Berechnung sind folgende Eigenschaften der Materialien und folgende Regeln maßgebend*):

a) der Beton soll aus 1 Teil Zement, 3—4 Teilen Sand und 10—15% Wasserzusatz bestehen;

b) der Beton hat alle Druckspannungen, das Eisen dagegen alle Zugspannungen aufzunehmen;

c) der Beton schützt das Eisen vor Rost;

d) zwischen Beton und Eisen herrscht eine große Adhäsion, welche man nach Versuchen zu 40—50 kg/qcm annehmen kann, also bei 5facher Sicherheit zu 8—10 kg/qcm;

e) die Temperaturausdehnung von Beton und Eisen ist ziemlich gleich;

f) der Beton kann einen Druck von 250 kg/qcm, also bei 5facher Sicherheit 50 kg/qcm aufnehmen, jedoch pflegt man im allgemeinen nur bis 35 kg/qcm zu gehen;

g) die Schubfestigkeit des Betons beträgt 30 kg/qcm, also bei 5facher Sicherheit 6 kg/qcm;

h) der Elastizitätsmodul des Betons ist 200 000;

i) der Elastizitätsmodul des Eisens ist 2 000 000;

k) die Druck- und Zugfestigkeit des Eisens beträgt 1000 kg/qcm bei ruhiger Belastung und 750 kg/qcm bei erschütternder Belastung und entsprechend die Schubfestigkeit 800 bzw. 600 kg/qcm.

II. Betoneisendecken.

Für die Berechnung der Betoneisendecken gelten folgende Grundformeln (Abbild. 1):

$$1) \frac{K_b}{E_b} : y = \frac{K_o}{E_o} : (h - y);$$

$$2) Z = D = \frac{M}{e} = F_o \cdot K_o = \frac{y \cdot b \cdot K_b}{2};$$

*) Es mag hier ausdrücklich auf den Runderlaß des Ministeriums der öffentlichen Arbeiten vom 16. April 1904: „Betreffend Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen in Eisenbeton bei Hochbauten“ verwiesen werden. (Centralblatt der Bauverwaltung 1904; Nr. 40, S. 253.)

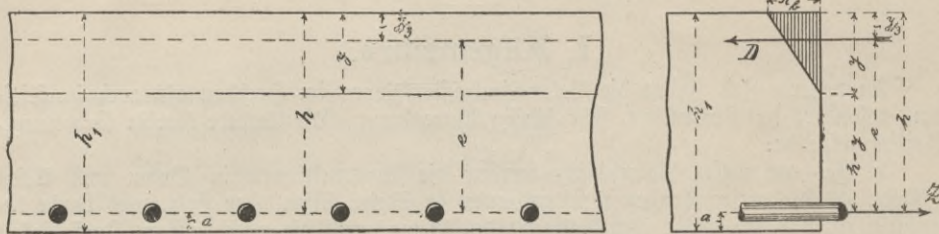
$$3) K_b = \frac{2 \cdot M}{e \cdot y \cdot b};$$

$$4) K_e = \frac{M}{e \cdot F_e};$$

$$5) F_e = \frac{M}{e \cdot K_e};$$

$$6) e = h - \frac{y}{3};$$

$$7) y = \sqrt{2 \cdot F_e \cdot \frac{n}{b} \cdot h + \left(F_e \cdot \frac{n}{b}\right)^2} - F_e \cdot \frac{n}{b}.$$



Abbild. 1.

In diesen Gleichungen bedeutet:

K_b die Beanspruchung des Betons auf Druck in kg/qcm;

K_e " " " Eisens " Zug " "

E_b der Elastizitätsmodul des Betons;

E_e " " " Eisens;

y die Höhe des Betondruckdreiecks in cm;

h " " der Platte in cm;

e die Entfernung des Eisenschwerpunktes vom Schwerpunkte des Druckdreiecks;

D der ganze Druck im Beton in kg;

Z " " Zug " Eisen " " ;

M das Moment in kg/qcm;

b die Breite der Platte in cm, gewöhnlich $b = 100$ cm zu nehmen;

F_e der Eisenquerschnitt in qcm auf 100 cm Breite;

$$n = \frac{E_e}{E_b} = \frac{2\,000\,000}{200\,000} = 10.$$

Nimmt man nun $E_e = 2\,000\,000$ und $E_b = 200\,000$, so lassen sich mit Hilfe vorstehender Grundformeln leicht die Plattenstärke und die Eisenquerschnitte berechnen, wenn die zulässige Beanspruchung des Betons und Eisens bekannt ist.

Beispiel.

Es sei gegeben $K_e = 750$ kg/qcm und $K_b = 25$ kg/qcm, dann ist nach Gleichung 1)

$$\frac{25}{200\,000} : y = \frac{750}{2\,000\,000} : (h - y),$$

$$\frac{25}{200\,000 \cdot y} = \frac{750}{2\,000\,000 (h - y)}$$

$$2\,000\,000 \cdot \frac{25}{200\,000 \cdot 750} = \frac{y}{h - y}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{y}{h-y},$$

$$y = \frac{1}{4}h.$$

Nach Gleichung 6) folgt nun

$$e = h - \frac{y}{3} = h - \frac{1}{4 \cdot 3} \cdot h = \frac{11}{12}h,$$

ferner folgt aus Gleichung 3)

$$K_b = \frac{2 \cdot M}{\frac{11}{12} \cdot h \cdot \frac{1}{4} \cdot h \cdot 100} = \frac{M}{550 \cdot h^2}$$

oder

$$h = \sqrt{\frac{M \cdot 48}{550 \cdot K_b}} = \sqrt{\frac{M \cdot 48}{550 \cdot 25}} = 0,059 \sqrt{M}$$

und

$$h_1 = h + a.$$

Nach Gleichung 5) ist nun

$$F_e = \frac{M}{e \cdot K_e} = \frac{M}{\frac{11}{12} \cdot h \cdot K_e} = \frac{M}{\frac{11}{12} \cdot 0,059 \sqrt{M} \cdot 750} = 0,025 \sqrt{M}.$$

Beispiel.

Es sei gegeben: $K_e = 1000 \text{ kg/qcm}$ und $K_b = 30 \text{ kg/qcm}$, dann ist

$$\frac{30}{200\,000} : y = \frac{1000}{2\,000\,000} : (h - y),$$

$$\frac{3}{10} = \frac{y}{(h - y)},$$

$$y = \frac{3}{13}h;$$

ferner

$$e = h - \frac{y}{3} = h - \frac{3}{13 \cdot 3} \cdot h = \frac{12}{13} \cdot h$$

und

$$30 = \frac{2 \cdot M}{\frac{12}{13} \cdot h \cdot \frac{3}{13} \cdot h \cdot 100} = \frac{M}{\frac{1800}{169} \cdot h^2},$$

mithin

$$h = \sqrt{\frac{169 \cdot M}{30 \cdot 1800}} = 0,056 \sqrt{M},$$

$$h_1 = h + a.$$

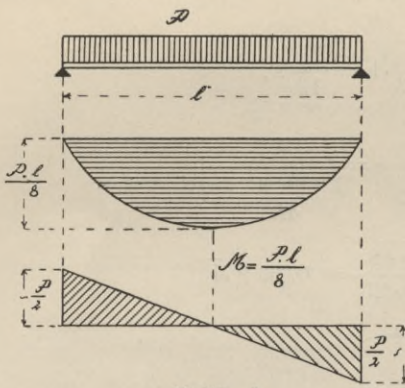
$$F_e = \frac{M}{e \cdot K_e} = \frac{M}{\frac{12}{13} \cdot 0,056 \cdot \sqrt{M} \cdot 1000} = 0,019 \sqrt{M}.$$

Nach vorstehenden Beispielen ist nun folgende Tabelle berechnet:

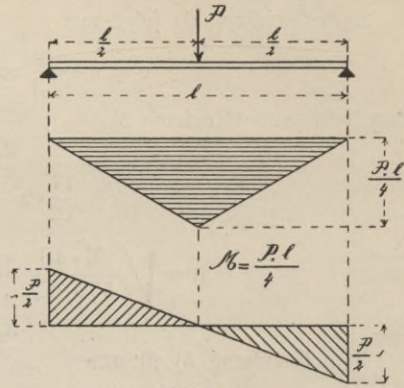
K_b	K_e	h	F_e	K_b	K_e	h	F_e
25	750	$0,059 \sqrt{M}$	$0,025 \sqrt{M}$	25	1000	$0,065 \sqrt{M}$	$0,017 \sqrt{M}$
30	750	$0,051 \sqrt{M}$	$0,029 \sqrt{M}$	30	1000	$0,056 \sqrt{M}$	$0,019 \sqrt{M}$
35	750	$0,045 \sqrt{M}$	$0,033 \sqrt{M}$	35	1000	$0,049 \sqrt{M}$	$0,022 \sqrt{M}$

a) Betoneisendecken als Träger auf zwei Stützen.

Ruht die Betoneisendecke zwischen den Trägern oder ruht sie ohne Zusammenhang auf den Trägern, so ist sie stets als Träger auf zwei Stützen zu berechnen. Bekanntlich

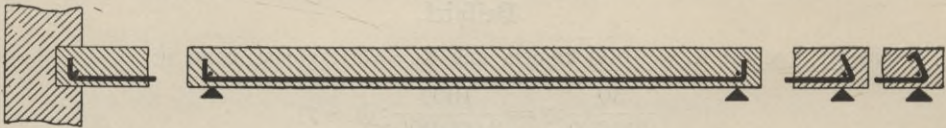


Abbild. 2.



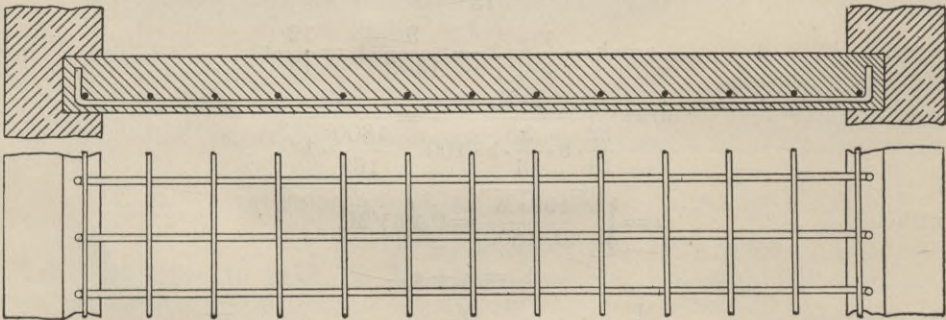
Abbild. 3.

sind solche Träger nur positiven Momenten ausgesetzt und die Momente an den Auflagern sind gleich Null (Abbild. 2 und 3). Es entstehen also nur Zugspannungen im



Abbild. 4.

unteren Teile der Decke und es sind dementsprechend die Eisen in die untere Zone der Decke zu verlegen. Diese Eisen, welche senkrecht zum Träger liegen, sind an den Enden



Abbild. 5.

aufzubiegen (Abbild. 4). Bei gleichmäßig verteilter Belastung genügen diese Eisen, während bei Einzellasten noch über die Tragstäbe schwächere Stäbe, sogenannte Druckverteilungsstäbe zu liegen kommen (Abbild. 5).

Beispiel.

Die Entfernung der Träger betrage 2,4 m. Das Eigengewicht sei schätzungsweise zu 300 kg/qm und die gleichmäßig verteilte Nutzlast zu 600 kg/qm angenommen. Es ist die Decke zu berechnen, wenn $a = 1,5$ cm, $K_0 = 1000$ und $K_b = 30$ ist.

Die Gesamtbelastung für einen Meter Deckenbreite ist $P = 1 \cdot 2,4 \cdot (300 + 600) = 2160$ kg, mithin ist

$$M = \frac{P \cdot l}{8} = \frac{2160 \cdot 240}{8} = 64\,800,$$

folglich nach Tabelle S. 5

$$h = 0,056 \sqrt{M} = 0,056 \sqrt{64\,800} = 0,056 \cdot 255 = 14,28 \text{ cm},$$

$$h_1 = h + a = 14,28 + 1,5 = 15,78 = \sim 16 \text{ cm},$$

ferner nach Tabelle S. 5

$$F_0 = 0,019 \sqrt{M} = 0,019 \sqrt{64\,800} = 0,019 \cdot 255 = 4,845 \text{ qcm}.$$

Ordnet man nun 10 Stäbe an, so müssen dieselben, da $b = 100$, $x = 10$ cm auseinander liegen; es ist für einen Stab

$$f_0 = \frac{4,845}{10} = 0,4845 \text{ qcm}.$$

Für Rundeisen ist
$$\frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 0,4845,$$

mithin
$$d = \sqrt{\frac{0,4845 \cdot 4}{3,14}} = \sqrt{0,61} = 0,78 \text{ cm} = 7,8 \text{ mm}.$$

Verteilungsstäbe brauchen nicht angeordnet zu werden.

Beispiel.

Die Entfernung der Träger betrage 3,0 m. Das Eigengewicht sei schätzungsweise zu 350 kg/qm und die gleichmäßig verteilte Nutzlast zu 250 kg/qm angenommen; außerdem wirke noch eine Einzellast von 700 kg in der Mitte. Es ist die Decke zu berechnen, wenn $a = 1,8$, $K_a = 750$ und $K_b = 25$ ist.

Es ist
$$P = 1 \cdot 3 \cdot (350 + 250) = 1800 \text{ kg},$$

mithin
$$M = \frac{P \cdot l}{8} + \frac{P_1 \cdot l}{4} = \frac{1800 \cdot 300}{8} + \frac{700 \cdot 300}{4} = 120\,000.$$

Nach Tabelle ist

$$h = 0,059 \sqrt{M} = 0,059 \sqrt{120\,000} = 20,4 \text{ cm},$$

$$h_1 = h + a = 20,4 + 1,8 = 22,2 \text{ cm},$$

$$F_0 = 0,025 \sqrt{120\,000} = 0,025 \cdot 346,4 = 8,65 \text{ qcm}.$$

Ordnet man nun wieder 10 Stäbe an, so kommt auf einen Stab ein Querschnitt von

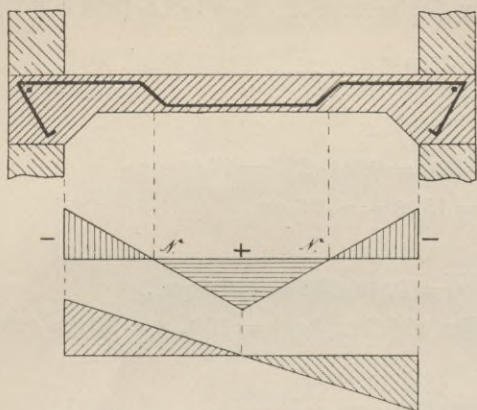
$$f_0 = \frac{8,65}{10} = 0,865 \text{ qcm},$$

mithin
$$d = \sqrt{\frac{0,865 \cdot 4}{3,14}} = 1,05 \text{ cm} = \sim 10 \text{ mm}.$$

Da hier eine Einzellast vorhanden, so sind Verteilungsstäbe anzuordnen. Die Stärke derselben sei zu 6 mm und ihre Entfernung zu 12 cm gewählt.

b) Betonreifendecken als eingespannte oder als kontinuierliche Träger.

Hat man es mit Decken zu tun, welche an einer oder an beiden Seiten eingespannt sind oder aber es gehen die Decken über mehrere Unterstützungen durchlaufend hinweg, so entstehen neben den positiven Momenten noch negative Momente an den Auflagern, welche stets größer sind als die ersteren. Da nun bei den positiven Momenten die Zugspannungen in der unteren Zone, bei den negativen Momenten dagegen in der oberen



Abbild. 8.

Zone liegen, so sind bei den positiven Momenten die Eisen in die untere, bei den negativen Momenten in die obere Zone zu legen. Es müssen also die Eisen an der Stelle, an welcher die positiven Momente in die negativen übergehen nach oben gebogen werden. Diesen Punkt nennt man den Nullpunkt N (Abbild. 6).

Die Decken und Balken aus Beton und Eisen werden stets nach dem größten positiven Moment berechnet.

Auf **Tafel I** sind die am meisten angewandten Fälle der eingespannten und kontinuierlichen Balken dargestellt und zwar bedeutet:

Fig. 1. Der gleichmäßig mit P belastete Balken ist auf beiden Seiten eingespannt.

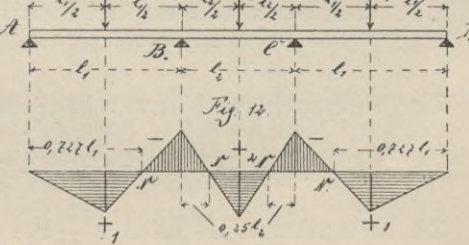
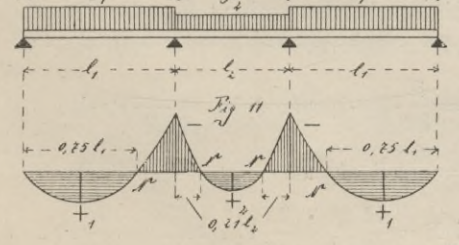
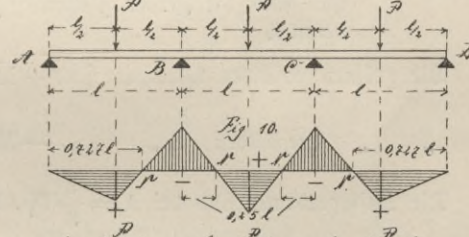
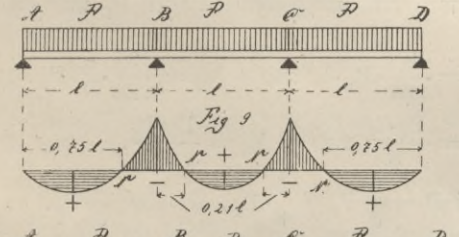
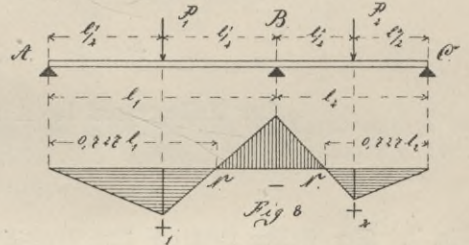
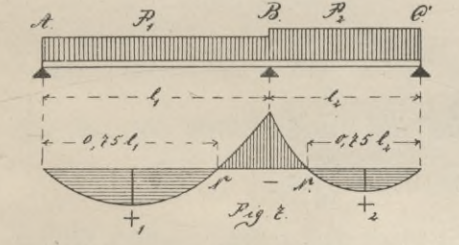
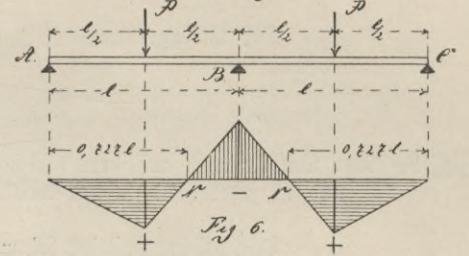
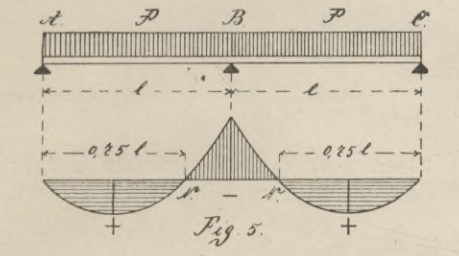
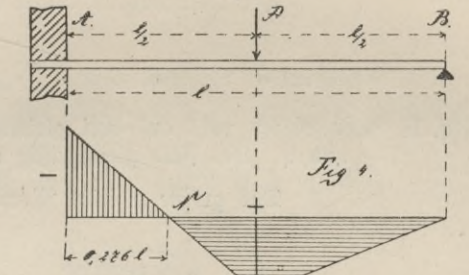
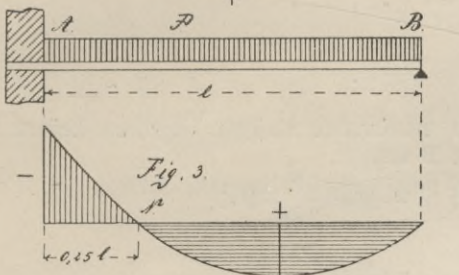
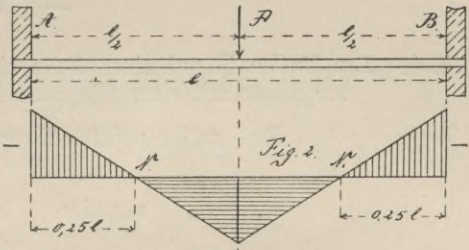
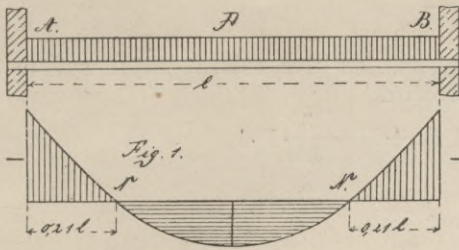
$$\begin{aligned} \text{Das größte positive Moment ist } +M &= \frac{P \cdot l}{24}, \\ \text{" " negative " " } -M &= \frac{P \cdot l}{12}. \\ \text{Der Auflagerdruck bei A ist } &= \frac{P}{2}, \\ \text{" " " B " } &= \frac{P}{2}. \end{aligned}$$

Fig. 2. Der auf beiden Seiten eingespannte Balken ist in der Mitte mit einer Einzelast P belastet.

$$\begin{aligned} \text{Das größte positive Moment ist } +M &= \frac{P \cdot l}{8}, \\ \text{" " negative " " } -M &= \frac{P \cdot l}{8}. \\ \text{Der Auflagerdruck bei A ist } &= \frac{P}{2}, \\ \text{" " " B " } &= \frac{P}{2}. \end{aligned}$$

Fig. 3. Der mit P gleichmäßig belastete Balken ist auf einer Seite eingespannt und auf der andern gestützt.

$$\begin{aligned} \text{Das größte positive Moment ist } +M &= \frac{9}{128} \cdot P \cdot l, \\ \text{" " negative " " } -M &= \frac{P \cdot l}{8}. \\ \text{Der Auflagerdruck bei A ist } &= \frac{5}{8} \cdot P, \\ \text{" " " B " } &= \frac{3}{8} \cdot P. \end{aligned}$$



Tafel I.

Fig. 4. Der Balken ist auf einer Seite eingespannt, auf der andern gestützt und in der Mitte mit einer Einzellast P belastet.

$$\text{Das größte positive Moment ist } +M = \frac{5}{32} \cdot P \cdot l,$$

$$\text{" " negative " " } -M = \frac{3}{16} \cdot P \cdot l.$$

$$\text{Der Auflagerdruck bei A ist } = \frac{11}{16} \cdot P,$$

$$\text{" " " B " } = \frac{5}{16} \cdot P.$$

Fig. 5. Der Balken ruht auf drei gleichweit voneinander entfernt liegenden Stützen und ist jedes Feld gleichmäßig mit P belastet.

$$\text{Das größte positive Moment ist } +M = \frac{9}{128} \cdot P \cdot l,$$

$$\text{" " negative " " } -M = \frac{P \cdot l}{8}.$$

$$\text{Der Auflagerdruck bei A und C ist } = \frac{3}{8} \cdot P,$$

$$\text{" " " B " } = \frac{10}{8} \cdot P.$$

Fig. 6. Der Balken ruht auf drei gleichweit voneinander entfernt liegenden Stützen und ist jedes Feld in der Mitte mit der gleichgroßen Einzellast P belastet.

$$\text{Das größte positive Moment ist } +M = \frac{5}{32} \cdot P \cdot l,$$

$$\text{" " negative " " } -M = \frac{3}{16} \cdot P \cdot l.$$

$$\text{Der Auflagerdruck bei A und C ist } = \frac{5}{16} \cdot P,$$

$$\text{" " " B " } = \frac{22}{16} \cdot P.$$

Fig. 7. Der Balken ruht auf drei ungleichweit voneinander entfernt liegenden Stützen und sind die Felder gleichmäßig mit den verschiedenen Lasten P_1 und P_2 belastet.

$$\text{Die größten positiven Momente sind } +M_1 = \frac{9}{128} \cdot P_1 \cdot l_1 \text{ und } +M_2 = \frac{9}{128} \cdot P_2 \cdot l_2,$$

$$\text{" " negativen " " } -M_1 = \frac{P_1 \cdot l_1}{8} \text{ und } -M_2 = \frac{P_2 \cdot l_2}{8}.$$

$$\text{Die Auflagerdrucke sind bei A } = \frac{3}{8} P_1, \text{ bei B } = \frac{5}{8} P_1 + \frac{5}{8} P_2, \text{ bei C } = \frac{3}{8} P_2.$$

Fig. 8. Der Balken ruht auf drei ungleichweit voneinander entfernt liegenden Stützen und sind die Felder in der Mitte mit den verschiedenen Einzellasten P_1 und P_2 belastet.

$$\text{Die größten positiven Momente sind } +M_1 = \frac{5}{32} \cdot P_1 \cdot l_1 \text{ und } +M_2 = \frac{5}{32} \cdot P_2 \cdot l_2,$$

$$\text{" " negativen " " } -M_1 = \frac{3}{16} \cdot P_1 \cdot l_1 \text{ und } -M_2 = \frac{3}{16} \cdot P_2 \cdot l_2.$$

$$\text{Die Auflagerdrucke sind bei A } = \frac{5}{16} P_1, \text{ bei B } = \frac{11}{16} P_1 + \frac{11}{16} P_2, \text{ bei C } = \frac{5}{16} P_2.$$

Fig. 9. Der Balken ruht auf vier gleichweit voneinander entfernt liegenden Stützen und sind die Felder gleichmäßig mit den gleichgroßen Lasten P belastet.

Die größten positiven Momente sind $+M_1 = \frac{9}{128} \cdot P \cdot l$ und $+M_2 = \frac{1}{24} \cdot P \cdot l$,

„ „ negativen „ „ $-M_1 = \frac{1}{8} \cdot P \cdot l$ und $-M_2 = \frac{1}{12} \cdot P \cdot l$.

Die Auflagerdrücke sind bei A und D $= \frac{3}{8} P$, bei B und C $= \frac{5}{8} P + \frac{1}{2} P$.

Fig. 10. Der Balken ruht auf vier Stützen, welche gleichweit voneinander entfernt liegen und wird jedes Feld in der Mitte durch die gleichgroße Einzellast P belastet.

Die größten positiven Momente sind $+M_1 = \frac{5}{32} \cdot P \cdot l$ und $+M_2 = \frac{1}{8} \cdot P \cdot l$,

„ „ negativen „ „ $-M_1 = \frac{3}{16} \cdot P \cdot l$ und $-M_2 = \frac{1}{8} \cdot P \cdot l$.

Die Auflagerdrücke sind bei A und D $= \frac{5}{16} P$ und bei B und C $= \frac{11}{16} P + \frac{P}{2}$.

Fig. 11. Der Balken ruht auf vier Stützen; die Endfelder sind gleichgroß und gleichmäßig mit je P_1 belastet, während das Mittelfeld gleichmäßig mit P_2 belastet ist.

Die größten positiven Momente sind $+M_1 = \frac{9}{128} \cdot P_1 \cdot l_1$ und $+M_2 = \frac{1}{24} \cdot P_2 \cdot l_2$,

„ „ negativen „ „ $-M_1 = \frac{P_1 \cdot l_1}{8}$ und $-M_2 = \frac{P_2 \cdot l_2}{12}$.

Die Auflagerdrücke sind bei A und D $= \frac{3}{8} P_1$ und bei B und C $= \frac{5}{8} P_1 + \frac{P_2}{2}$.

Fig. 12. Der Balken ruht auf vier Stützen; die Endfelder sind gleichgroß und in der Mitte mit der Einzellast P_1 belastet, während das Mittelfeld in der Mitte mit der Einzellast P_2 belastet wird.

Die größten positiven Momente sind $+M_1 = \frac{5}{32} \cdot P_1 \cdot l_1$ und $+M_2 = \frac{P_2 \cdot l_2}{8}$,

„ „ negativen „ „ $-M_1 = \frac{3}{16} \cdot P_1 \cdot l_1$ und $-M_2 = \frac{P_2 \cdot l_2}{8}$.

Die Auflagerdrücke sind bei A und D $= \frac{5}{16} P_1$ und bei B und C $= \frac{11}{16} P_1 + \frac{P_2}{2}$.

Anmerkung.

- a) Die Entfernungen der Nullpunkte N von den Auflagern sind auf Tafel I angegeben.
- b) Von den je zwei gefundenen positiven oder negativen Momenten ist stets das größere zu wählen.
- c) Die bei den Balken auf drei und vier Stützen angegebenen Momente und Auflagerdrücke sind nicht die genau richtigen nach der Theorie der elastischen Linie, jedoch für die Berechnung der Betoneisenkonstruktionen hinreichend genau genug. Die mittleren Felder wurden hierbei stets als auf beiden Seiten eingespannte Balken, die Endfelder dagegen als einerseits eingespannte berechnet.

Wie schon vorher angegeben, werden die Decken aus Beton und Eisen stets nach dem größten positiven Momente berechnet; da jedoch über den Stützen weit größere negative Momente auftreten, so muß diesen bei der Konstruktion Rechnung getragen werden. Es geschieht dies dadurch, daß man vouten- oder konsolartige Anschlüsse anordnet (Tafel II und III), wodurch eine Verstärkung des Eisens meist überflüssig wird; bei den kontinuierlichen Decken werden die Eisen beiderseits über die Unterstüzungen hinweggeführt und dadurch der Eisenquerschnitt vergrößert (Tafel II, Fig. 3).

Auf Tafel II sind zwei verschiedene Plattendecken dargestellt und zwar Fig. 1 und 2, eine Köhnensche Voutenplattendecke (Patent). Bei diesen Decken sind die Rundstäbe nach der elastischen Linie gebogen und gehen entweder durchlaufend fort, oder aber werden, wenn die Auflager aus I-Eisen bestehen, einfach eingehakt; im letzteren Falle werden die Eisen abwechselnd angeordnet (Fig. 2b). Die Berechnung dieser Decken erfolgt stets als eingespannte Balken. Die Decke in Fig. 1 ist links als eingespannt, die Decke in Fig. 2 links als nur aufgelagert zu betrachten.

Fig. 3 stellt eine Monierdecke (System Wahß) dar, und zwar hat man es hier mit kontinuierlichen Plattendecken zu tun. Die Eisen können aus Flach- oder Rundeseisen bestehen und ist ihre Anordnung aus Fig. 3 leicht zu ersehen.

Anmerkung. In ähnlicher Weise wie die Monierdecke ist die Decke „System Genèbique“ durchgebildet, nur mit dem Unterschied, daß hier Bügel angeordnet sind, welche die Schub- und Adhäsionsspannungen aufnehmen sollen (Tafel III, Fig. 2). Da aber, wie schon früher erwähnt und nachfolgende Beispiele zeigen werden, bei Plattendecken diese Spannungen nur gering sind, so sind diese Bügel zwecklos und daher überflüssig.

Beispiel.

Eine Decke aus Beton und Eisen habe eine Spannweite von 4,00 m, sei als beiderseits eingespannt zu betrachten (Köhnensche Decke) und für den Quadratmeter mit 1200 kg belastet.

Die Belastung für einen Streifen von 1,0 m Breite beträgt:

$$\begin{aligned}
 P &= 1 \cdot 4 \cdot 1200 = 4800 \text{ kg,} \\
 \text{mithin ist} \quad + M &= \frac{P \cdot l}{24} = \frac{4800 \cdot 400}{24} = 80\,000, \\
 - M &= \frac{P \cdot l}{12} = \frac{4800 \cdot 400}{12} = 160\,000.
 \end{aligned}$$

Nimmt man $K_b = 30 \text{ kg/qcm}$ und $K_e = 750 \text{ kg/qcm}$ an, so ist nach Tabelle S. 5

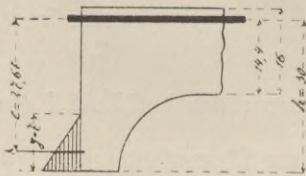
$$\begin{aligned}
 h_1^2 &= 0,051 \sqrt{M} = 0,051 \sqrt{80\,000} = 14,4 \text{ cm,} \\
 h_1 &= h + a = 14,4 + 1,6 = 16 \text{ cm,}
 \end{aligned}$$

ferner ist $F_e = 0,029 \sqrt{M} = 0,029 \sqrt{80\,000} = 8,2 \text{ qcm.}$

Wählt man nun 12 Eisen, so kommt auf jedes Eisen ein Querschnitt von

$$f_e = \frac{8,2}{12} = 0,684 \text{ qcm,}$$

woraus sich der Durchmesser $d = 0,93 \text{ cm} \cong 1 \text{ cm}$ ergibt.



Abbild. 7.

An der Einspannungsstelle ist das negative Moment $-M = 160\,000$; ist die Stärke der Platte einschl. Voute (Abbild. 7) 30 cm, so wird nach Gleichung 7) S. 4

$$y = \sqrt{2 \cdot F_e \cdot \frac{nh}{b} + \left(F_e \cdot \frac{n}{b}\right)^2} - F_e \cdot \frac{n}{b} = \sqrt{2 \cdot 8,2 \cdot \frac{10 \cdot 30}{100} + \left(8,2 \cdot \frac{10}{100}\right)^2} - 8,2 \cdot \frac{10}{100} = 7 \text{ cm.}$$

Nach Gleichung 6) S. 4 wird

$$e = h - \frac{y}{3} = 30 - \frac{7}{3} = 27,67 \text{ cm.}$$

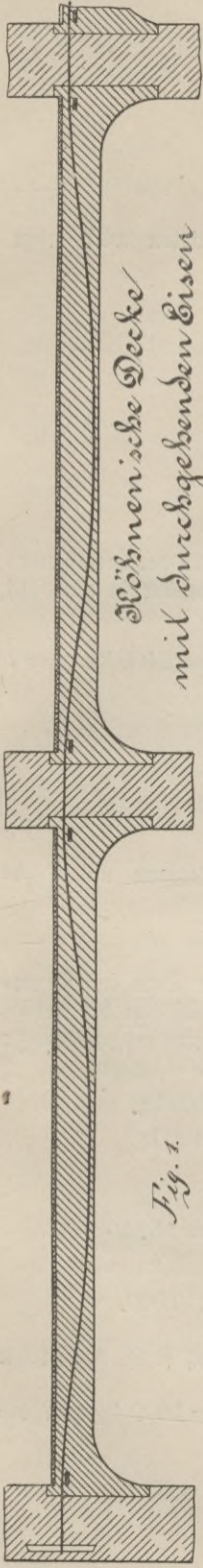


Fig. 1.

Köbner'sche Decke
mit durchgehenden Eisen

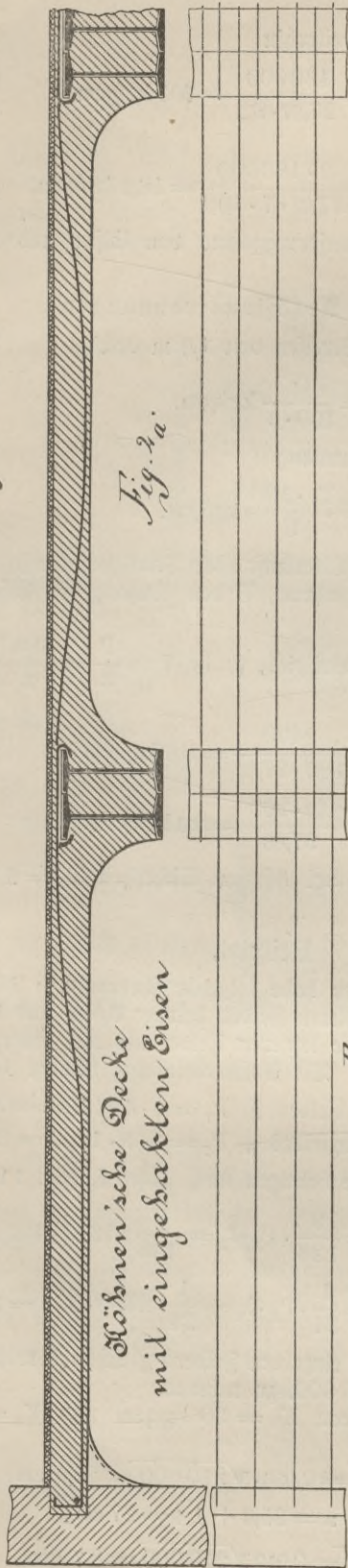
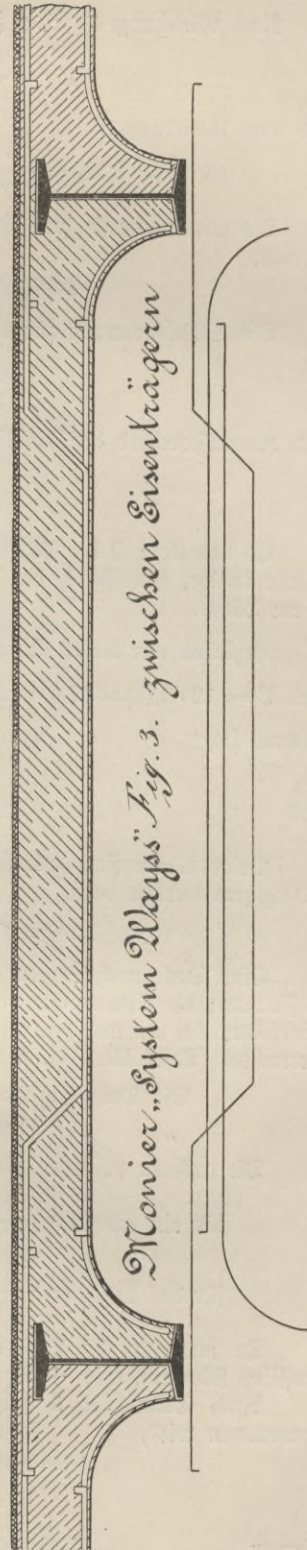


Fig. 2a.

Köbner'sche Decke
mit eingebakten Eisen

Fig. 2.



Monier's System Ways' Fig. 3. zwischen Eisenträgern

Nach Gleichung 4) §. 4 folgt weiterhin

$$K_a = \frac{M}{e \cdot F_a} = \frac{160000}{27,67 \cdot 8,2} = 705 \text{ kg/qem}$$

und nach Gleichung 3)

$$K_b = \frac{2 \cdot M}{e \cdot y \cdot b} = \frac{2 \cdot 160000}{27,67 \cdot 7 \cdot 100} = 16,6 \text{ kg/qem.}$$

Die angenommene zulässige Beanspruchnahme von Eisen und Beton wird nicht erreicht.

Schub- und Adhäsionsspannungen.

Die Schubspannung für einen Streifen von 1,0 m beträgt

$$T_1 = \frac{Q}{100 \cdot e} \text{ kg/qem.}$$

und dementsprechend die Adhäsionsspannung

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot 100}{U} \text{ kg/qem.}$$

Es bedeuten: Q die Schubkraft (Querkraft oder Transversalkraft) an der betreffenden Stelle in kg, gewöhnlich den Auflagerdruck, U den Umfang der Eisenstäbe in qem auf 1 cm Länge.

Beziehen wir dieses auf unser Beispiel, so ist $V = \frac{P}{2} = \frac{4800}{2} = 2400 \text{ kg}$, $y = 7$ und $U = 12 \cdot 3,14 = 37,68 \text{ qem}$,

woraus folgt

$$T_1 = \frac{2400}{100 \cdot 27,67} = 0,9 \text{ kg/qem}$$

und

$$T_2 = \frac{0,9 \cdot 100}{37,68} = 2,4 \text{ kg/qem.}$$

Beide Werte sind zulässig, da bei 5facher Sicherheit $T_1 = 6 \text{ kg/qem}$ und $T_2 = 10 \text{ kg/qem}$ werden darf.

Beispiel.

Eine Decke nach System Monier habe folgende Anordnung: die Decke bestehe aus 3 Feldern; die Spannweite des mittleren Feldes betrage 6,0 m und diejenige der beiden Endfelder 4,0 m, und zwar seien die letzteren Felder als nur einerseits eingespannt zu betrachten (Tafel III, Fig. 1 links). Die Gesamtbelastung betrage 1400 kg/qm.

Die Belastung eines Endfeldes ist $P_1 = 1 \cdot 4 \cdot 1400 = 5600 \text{ kg}$.

„ „ des Mittelfeldes „ $P_2 = 1 \cdot 6 \cdot 1400 = 8400 \text{ kg}$.

Die größten positiven Momente betragen nach Tafel I, Fig. 11

$$\text{für ein Endfeld} \quad + M_1 = \frac{9}{128} \cdot P_1 \cdot l_1 = \frac{9}{128} \cdot 5600 \cdot 400 = 157500,$$

$$\text{für das Mittelfeld} \quad + M_2 = \frac{1}{24} \cdot P_2 \cdot l_2 = \frac{1}{24} \cdot 8400 \cdot 600 = 210000.$$

Da man nun die Decke in den einzelnen Feldern gleichstark macht, so ist das größte positive Moment, also $+ M_2 = 210000$, zu nehmen.

Nach Tabelle §. 5 folgt, wenn $K_b = 30 \text{ kg/qem}$ und $K_a = 1000 \text{ kg/qem}$ angenommen wird,

$$h = 0,056 \sqrt{M} = 0,056 \cdot \sqrt{210000} = 25,6 \text{ cm,}$$

$$h_1 = h + a = 25,6 + 1,4 = 27 \text{ cm,}$$

ferner

$$F_a = 0,019 \sqrt{M} = 0,019 \sqrt{210000} = 8,7 \text{ qem,}$$

wählt man 10 Eisen, so wird

$$f_0 = \frac{8,7}{10} = 0,87 \text{ qcm und } d = \sim 1,1 \text{ cm} = 11 \text{ mm.}$$

Würde der Unterschied zwischen den beiden positiven Momenten verhältnismäßig groß werden, so könnte man die Eisen in den verschiedenen Deckenfeldern ungleich stark machen, d. h. sie nach den jeweiligen Momenten berechnen.

Beträgt die Auflagerlänge der Unterzüge 7,0 m, so ist deren Belastung für 1 m Länge

$$\frac{5}{8} P_1 + \frac{P_2}{2} = \frac{5}{8} \cdot 5600 + \frac{8400}{2} = 7700 \text{ kg,}$$

mithin die Belastung eines Unterzuges

$$P = 7 \cdot 7700 = 53\,900 \text{ kg,}$$

folglich ist

$$W = \frac{P \cdot l}{8 \cdot K} = \frac{53\,900 \cdot 700}{8 \cdot 1000} = \sim 4720,$$

für 1 Eisen ist

$$\frac{W}{2} = \frac{2720}{2} = 2360.$$

Gewählt zwei I-Eisen N. P. 47¹/₂ mit je $W_x = 2396$.

Nimmt man nun die Höhe der Decke einschl. Boute zu 50 cm an, so wird an der Auflagerstelle nach Gleichung 7) S. 4

$$y = \sqrt{2 \cdot 8,7 \cdot \frac{10}{100} \cdot 50 + \left(8,7 \cdot \frac{10}{100}\right)^2} - 8,7 \cdot \frac{10}{100} = 9,33 \text{ cm,}$$

nach Gleichung 6) S. 4 wird

$$e = h - \frac{y}{3} = 50 - \frac{9,33}{3} = 46,89 \text{ cm.}$$

Die größten negativen Momente betragen nach Tafel I, Fig. 11

$$\text{in einem Endfeld } -M_1 = \frac{1}{8} \cdot P_1 \cdot l_1 = \frac{1}{8} \cdot 5600 \cdot 400 = 280\,000$$

$$\text{und im Mittelfeld } -M_2 = \frac{1}{12} \cdot P_2 \cdot l_2 = \frac{1}{12} \cdot 8400 \cdot 600 = 420\,000.$$

Nach Gleichung 4) S. 4 folgt daraus

$$K_0 = \frac{M}{e \cdot F_0} = \frac{420\,000}{46,89 \cdot 8,7} = 1300 \text{ kg/qcm}$$

und nach Gleichung 3) S. 4

$$K_b = \frac{2 \cdot M}{e \cdot y \cdot b} = \frac{2 \cdot 420\,000}{46,89 \cdot 9,33 \cdot 100} = 19 \text{ kg/qcm.}$$

Der Wert von K_0 überschreitet bei weitem die zulässige Inanspruchnahme von 1000 kg/qcm. Wenn man aber, wie schon früher erwähnt, berücksichtigt, daß die Eisen der Nebenseiten über die Unterzüge hinweggreifen, so sind also in Wirklichkeit mehr Eisen an dieser Stelle vorhanden, als in der Berechnung angegeben, wodurch naturgemäß der Wert von 1300 kg/qcm weit herabgedrückt wird.

Die Schubspannung am Auflager ergibt nach S. 14 zu

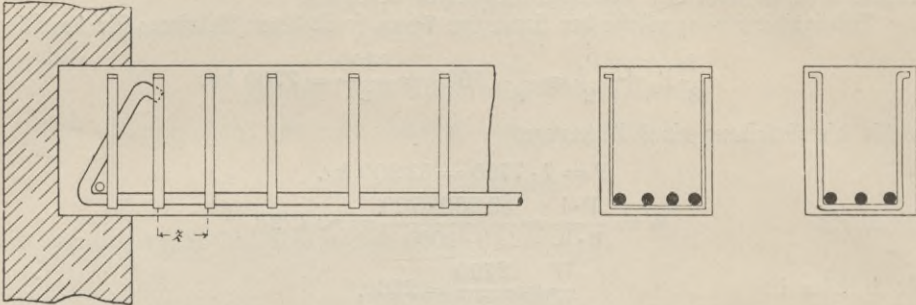
$$T_1 = \frac{Q}{100 \cdot e} = \frac{\frac{8400}{2}}{100 \cdot 47} = 0,9 \text{ kg/qcm}$$

und die Adhäsionsspannung dementsprechend zu

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot 100}{U} = \frac{0,9 \cdot 100}{10 \cdot 3,46} = 2,6 \text{ kg/qcm.}$$

III. Balken aus Beton und Eisen als einfache Balken.

Der Querschnitt dieser Balken bildet ein Rechteck (Abbild. 8) und werden auch hier die Zugspannungen durch Eiseneinlagen aufgenommen. Diese Konstruktion findet jedoch sehr selten Anwendung und zwar aus dem Grunde, weil die Dimensionen, wie folgendes Beispiel zeigt, verhältnismäßig sehr groß werden, da diese Balken nur in den seltensten



Abbild. 8.

Fällen als beiderseits eingespannte Balken berechnet werden können. Es soll deshalb von ihrer Berechnung und Konstruktion weiterhin abgesehen werden. In Abbild. 8 mag noch auf die senkrechten Eisen, die sogenannten Bügel, verwiesen werden, deren Berechnung im folgenden Beispiel und vor allem im nächstfolgenden Abschnitt behandelt wird. Diese Bügel haben den Zweck allzugroße Schubspannungen aufzunehmen.

Beispiel.

Ein Sturz über einer Türöffnung habe eine Spannweite von 2,0 m und sei gleichmäßig mit 12 800 kg belastet. Es ist der Sturz zu berechnen, wenn die Mauer $1\frac{1}{2}$ Stein, also 38 cm stark ist.

Das größte positive Moment ist

$$M = \frac{P \cdot l}{8} = \frac{12\,800 \cdot 200}{8} = 320\,000.$$

Für $K_b = 30$ und $K_o = 1000$ kg/qcm ist nach Gleichung 1) §. 3

$$\frac{30}{200\,000} : y = \frac{1000}{2\,000\,000} : (h - y),$$

$$y = \frac{3}{13} h,$$

nach Gleichung 6) folgt

$$e = h - \frac{y}{3} = h - \frac{3}{3 \cdot 13} h = \frac{12}{13} h.$$

Nach Gleichung 3) ist ferner

$$30 = \frac{2 \cdot 320\,000}{\frac{12}{13} \cdot h \cdot \frac{3}{13} \cdot h \cdot 38},$$

und

$$h = \sqrt{\frac{2 \cdot 320\,000 \cdot 169}{30 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 38}} \approx 51,3 \text{ cm},$$

$$h_1 = h + a = 51,3 + 1,7 = 53 \text{ cm}.$$

Nach Gleichung 5)

$$F_o = \frac{320\,000}{\frac{12}{13} \cdot 51,3 \cdot 1000} = 6,8 \text{ qcm}.$$

Wählt man 4 Eisen, so ist

$$f_0 = \frac{6,8}{4} = 1,7 \text{ qem und } d = 1,5 \text{ cm.}$$

Wie das Beispiel ergibt, ist der Balken sozusagen „floßig“ stark.

Berechnung der Schub- und Adhäsionsspannungen.

Die größte Schubkraft gleich Auflagerdruck ist $Q = \frac{12800}{2} = 6400 \text{ kg}$, mithin nach S. 14

$$T_1 = \frac{Q}{e \cdot b} = \frac{6400}{\frac{12}{13} \cdot 51,3 \cdot 38} = 3,6 \text{ kg/qem}$$

und

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot b}{U} = \frac{3,6 \cdot 38}{4 \cdot 4,7} = 7,5 \text{ kg/qem.}$$

Beide Werte überschreiten das zulässige Maß von 6 bzw. 10 nicht, mithin sind Bügel überflüssig; um jedoch die Berechnung der Bügel zu zeigen, sei angenommen, daß der Auflagerdruck 12800 kg betrage.

Die Schubspannung auf 1 cm Balkenhöhe ist (Abbild. 9)

$$T_1 = \frac{Q}{e} = \frac{Q}{\frac{12}{13} \cdot h} = \frac{12800}{\frac{12}{13} \cdot 51,3} = 270 \text{ kg.}$$

Der Beton soll nur 3 kg/qem Schub aufnehmen können, mithin entfällt auf den Beton bei 1 cm Balkenhöhe eine Schubkraft von $3 \cdot 38 = 114 \text{ kg}$, folglich bleibt für den Bügel auf 1 cm Balkenhöhe eine Schubkraft übrig von

$$T_3 = 270 - 114 = 156 \text{ kg.}$$

Nimmt man nun die Bügel aus Rundstählen mit $d = 1,5 \text{ cm}$ an, so ist, da ein solcher Bügel 2 Querschnitte aufweist, der Querschnitt bezogen auf 1 cm Höhe

$$2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 2 \cdot \frac{1,5^2 \cdot 3,14}{4} = 3,54 \text{ qem.}$$

Die Schubfestigkeit des Eisens ist $\frac{4}{5} \cdot 1000 = 800 \text{ kg/qem}$, wodurch der Bügel auf 1 cm Höhe eine Schubkraft aufnehmen kann von

$$V = 3,54 \cdot 800 = 2832 \text{ kg,}$$

woraus sich die Entfernung der Bügel ergibt zu

$$Z = \frac{V}{T_3} = \frac{2832}{156} = \sim 18 \text{ cm.}$$

Die Adhäsionsspannung in den eigentlichen Balken überschreitet aber wieder das zulässige Maß bei weitem, denn es ist

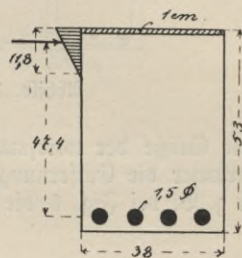
$$T_1 = \frac{Q}{e \cdot b} = \frac{12800}{47,4 \cdot 38} = 7,1 \text{ kg/qem}$$

und

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot b}{U} = \frac{7,1 \cdot 38}{4 \cdot 4,71} = 14,3 \text{ kg/qem.}$$

Anmerkung: Aus vorigem Beispiel geht wohl die Unzweckmäßigkeit dieser Balken klar hervor.

Während bis jetzt die Dimensionen ohne weiteres berechnet werden konnten, muß man von jetzt ab die Dimensionen annehmen und dann untersuchen, ob die zulässige Inanspruchnahme der Materialien nicht überschritten wird.



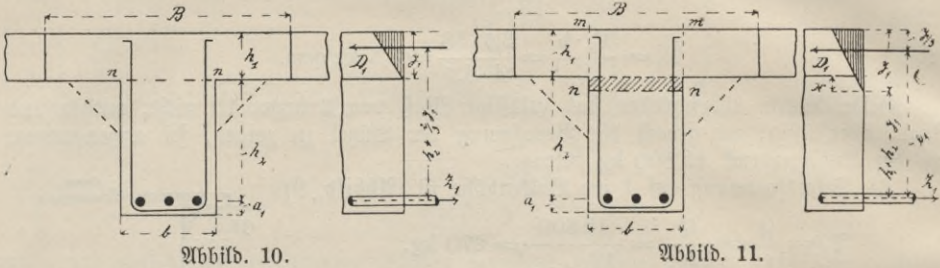
Abbild. 9.

IV. Balken aus Beton und Eisen als sogenannte Plattenbalken.

Werden Betoneisendecken über Betoneisenbalken angeordnet, so kommt ein Teil der Decke mit zur statischen Wirkung. Dadurch entsteht ein T-Profil und daher der Name Plattenbalken.

Die Berechnung dieser Plattenbalken geschieht gerade so wie bei den Decken nach dem größten positiven Momente; jedoch hat man auch die negativen Momente über dem Auflager nicht außer acht zu lassen.

Bei der Berechnung wird nun angenommen, daß sich der Eisenquerschnitt im unteren Teile des Steges auf die wirksame Breite B der Platte verteilt (Abbild. 10 und 11).



Die Größe der wirksamen Breite kann man leicht aus Tafel I bestimmen, indem man darunter die Entfernung von Nullpunkt zu Nullpunkt über dem Auflager versteht. So ist z. B. bei Fig. 5 die wirksame Breite

$$B = 21 - 2 \cdot 0,751 = 0,51;$$

bei Fig. 10

$$B = 1 - 0,7271 + 0,251 = 0,5731.$$

Die neutrale Achse $n-n$ fällt bei den Plattenbalken gewöhnlich mit der Unterkante der Decke zusammen (Fig. 10) oder aber in unmittelbarer Nähe derselben (Fig. 11). Im allgemeinen wird es daher genügen, den ersten Fall zur Berechnung anzunehmen. Die Formeln hierfür sind folgende:

$$1) D_1 = Z_1;$$

$$2) Z_1 = \frac{M}{\left(h_2 + \frac{2}{3} y_1\right)} = \frac{M}{\left(h_2 + \frac{2}{3} h_1\right)};$$

$$3) K_o = \frac{Z_1}{F_{e1}};$$

$$4) K_b = \frac{2 \cdot Z_1}{B \cdot h_1}.$$

Soll jedoch die genaue Lage der neutralen Achse bestimmt werden und dementsprechend die Spannungen, so gelten folgende Formeln:

$$5) y_1 = \frac{2 \cdot n (h_1 + h_2) \cdot f_{e1} + h_1^2}{2 (n \cdot f_{e1} + h_1)};$$

$$6) D_1 = Z_1 = \frac{M}{e_1} = \frac{M}{h_2 + \frac{2}{3} y_1};$$

$$7) K_o = \frac{Z_1}{F_{e1}};$$

$$8) K_b = \frac{K_o \cdot y_1}{n (h_1 + h_2 - y_1)}.$$

Alle vorkommenden Werte sind teils schon von früher bekannt, teils aus Fig. 10 und 11 ersichtlich; außerdem bedeuten: F_{e1} den ganzen Eisenquerschnitt im Stege und f_{e1} den auf die wirksame Plattenbreite B reduzierten Eisenquerschnitt F_{e1} .

Folgendes Beispiel möge den geringen Unterschied in bezug auf die Inanspruchnahme der Materialien bei beiden Berechnungen zeigen.

Ein Betoneisenbalken (Plattenbalken) habe eine Steghöhe von 40 cm und Stegbreite von 20 cm; die 4 Rundeißen von 26 mm Durchmesser liegen 3 cm von der Unterkante des Steges entfernt. Die Plattenstärke betrage 9 cm und ihre wirksame Breite 2,2 m; ferner betrage das größte positive Moment 900 000.

Nach Gleichung 2) ist

$$Z_1 = D_1 = \frac{900\,000}{\left(37 + \frac{2}{3} \cdot 9\right)} = 20\,930 \text{ kg};$$

nach Gleichung 3) $K_o = \frac{20\,930}{4 \cdot 5,3} = 987 \text{ kg/qcm};$

nach Gleichung 4) $K_b = \frac{2 \cdot 20\,930}{220 \cdot 9} = 21,2 \text{ kg/qcm}.$

Nach Gleichung 5) ist

$$y_1 = \frac{2 \cdot 10(9 + 37) \cdot 0,096 + 9^2}{2(10 \cdot 0,096 + 9)} = 8,94 \text{ cm},$$

$$f_{e1} = \frac{4 \cdot 5,3}{220} = 0,096 \text{ qcm};$$

nach Gleichung 6) $Z_1 = \frac{900\,000}{37 + \frac{2}{3} \cdot 8,94} = 20\,940 \text{ kg};$

nach Gleichung 7) $K_o = \frac{20\,940}{4 \cdot 5,3} = 988 \text{ kg/qcm};$

nach Gleichung 8) $K_b = \frac{988 \cdot 8,94}{10(9 + 37 - 8,94)} = 23,9 \text{ kg/qcm}.$

Wie bei den Betoneisendecken, so sind auch bei den Plattenbalken die Eisen stets da anzuordnen, wo Zugspannungen entstehen, d. h. bei den positiven Momenten in der unteren Zone, bei den negativen dagegen in der oberen Zone. Die Ausbiegung erfolgt wieder an den Nullpunkten. Alle Eisen jedoch werden meistens nicht nach oben gebogen, sondern man läßt einen Teil horizontal durchlaufen. Die fehlenden oberen Eisen werden dadurch wieder ersetzt, daß man die oberen Eisen des einen Feldes in das andere Feld übergreifen läßt und umgekehrt. Der Anschluß an die Säulen bzw. Wände geschieht wieder zweckmäßig durch Konsolen. Da bei den Plattenbalken die Schubspannungen groß werden, so sind stets Bügel anzuordnen, deren Berechnung im folgenden Beispiel gezeigt wird. Im übrigen ist die Konstruktion der Plattenbalken aus **Tafel III** klar ersichtlich.

Beispiel.

Ein Raum von 15×24 qm soll mit Betoneisenkonstruktion überdeckt werden, wenn die Gesamtbelastung für den Quadratmeter 1000 kg beträgt und die zulässige Inanspruchnahme des Betons K_b zu 35 kg/qcm und diejenige des Eisens K_o zu 1000 kg/qcm festgesetzt wurde.

Der Raum ist durch 5 Plattenbalken in 6 gleiche Felder à 4,0 m eingeteilt und sind diese Plattenbalken alle 5 m durch Säulen unterstützt (**Abbild. 12**).

Berechnung der Decke: Da die Spannbreite der Decke überall gleich 4,0 m ist, so ist ihre Belastung für einen Streifen von 1 m

$$P = 1 \cdot 4 \cdot 1000 = 4000 \text{ kg};$$

da ferner die Endfelder als einseitig, die Mittelfelder dagegen als beiderseits eingespannt

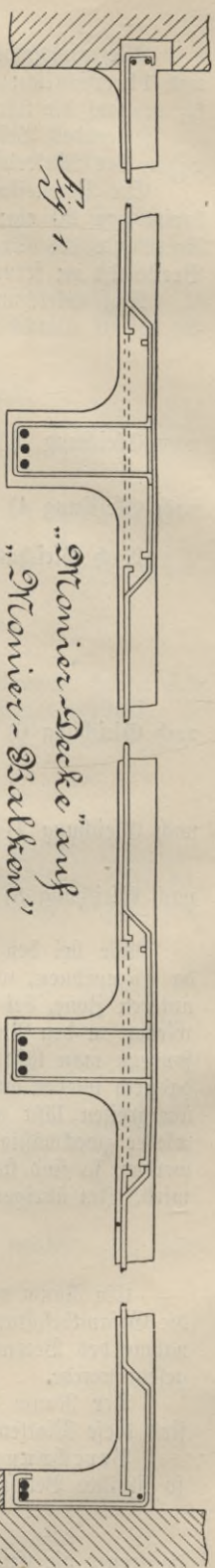


Fig. 1.

„Monier-Decke“ auf
„Monier-Balken“

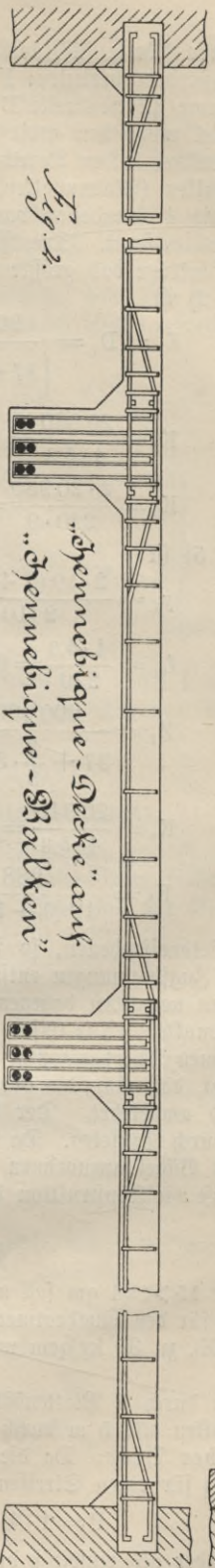


Fig. 2.

„Gemeinliche-Decke“ auf
„Gemeinliche-Balken“

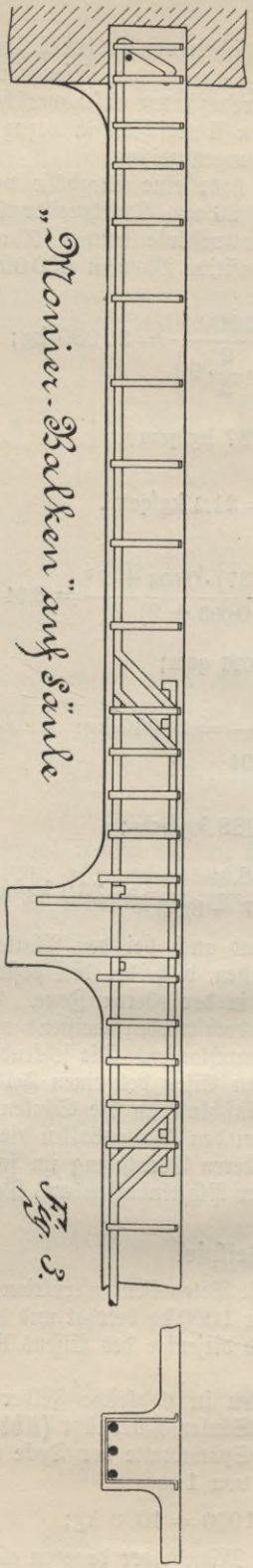


Fig. 3.

„Monier-Balken“ auf Säule

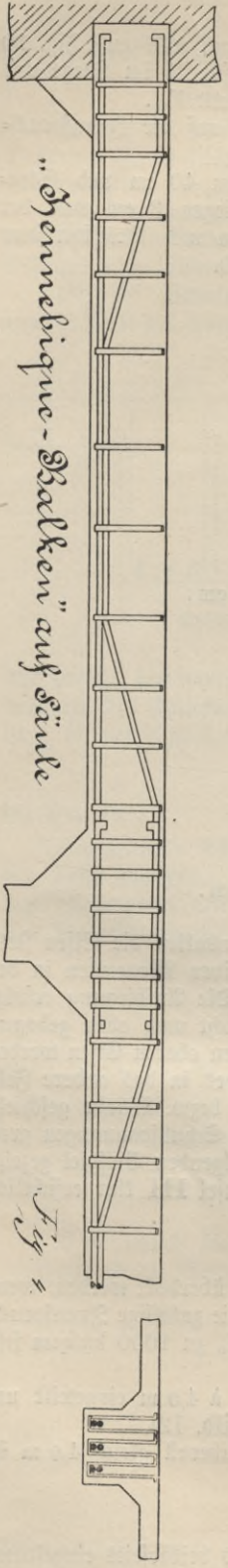
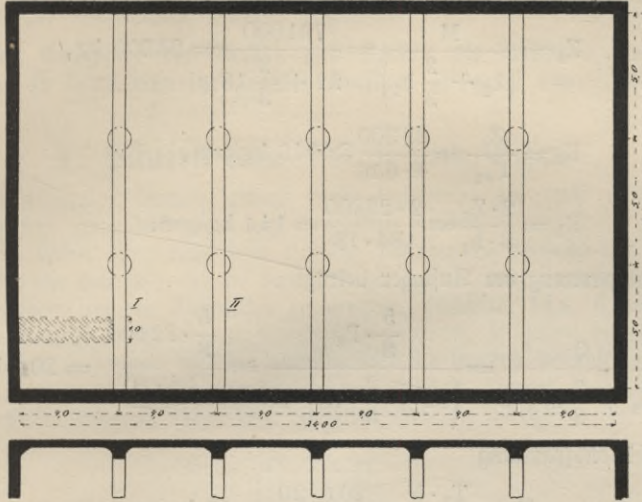


Fig. 4.

„Gemeinliche-Balken“ auf Säule



Abbild. 12.

zu betrachten sind, so ist das größte positive Moment in den Endfeldern (Tafel I, Fig. 9), nämlich

$$+ M = \frac{9}{128} \cdot P \cdot l = \frac{9}{128} \cdot 4000 \cdot 400 = 112\,500,$$

daraus ergibt sich nach Tabelle S. 5

$$h = 0,049 \sqrt{M} = 0,049 \sqrt{112\,500} = 16,5 \text{ cm}$$

und $h_1 = 16,5 + 1,5 = 18 \text{ cm},$

ferner ist $f_e = 0,022 \sqrt{M} = 0,022 \sqrt{112\,500} = 7,4 \text{ qcm},$

wählt man 10 Eisen, so wird

$$f_e = \frac{7,4}{10} = 0,74 \text{ qcm und } d = \sim 1 \text{ cm}.$$

Berechnung der Plattenbalken: Der Plattenbalken I wird auf den lfd. m belastet mit (Tafel II, Fig. 9)

$$P_1 = \frac{5}{8} P + \frac{1}{2} P = \frac{5}{8} \cdot 4000 + \frac{1}{2} \cdot 4000 = 4500 \text{ kg};$$

der Plattenbalken II dagegen mit (Tafel I, Fig. 9)

$$P_2 = \frac{1}{2} P + \frac{1}{2} P = \frac{1}{2} \cdot 4000 + \frac{1}{2} \cdot 4000 = 4000 \text{ kg};$$

mithin ist der Balken I zu berechnen; da ferner wieder im Endfeld das größte positive Moment auftritt, so ist dieses der Berechnung zugrunde zu legen.

Die Belastung für 5 m Länge beträgt demnach

$$P_3 = 5 \cdot 4500 = 22\,500 \text{ kg}$$

und das größte positive Moment

$$+ M = \frac{9}{128} \cdot P_3 \cdot l_1 = \frac{9}{128} \cdot 22\,500 \cdot 500 = 791\,000.$$

Die wirkfame Plattenbreite bei I beträgt (Tafel I, Fig. 9)

$$B = 0,251 + 0,211 = 0,25 \cdot 4 + 0,21 \cdot 4 = 1,84 \text{ m} = 184 \text{ cm}.$$

Nimmt man nun die Plattenbalken nach **Abbild. 13a** an, so wird

$$Z_1 = \frac{M}{\left(h_2 + \frac{2}{3} h_1\right)} = \frac{791000}{22 + \frac{2}{3} 18} = 23300 \text{ kg},$$

$$K_e = \frac{Z_1}{F_{e1}} = \frac{23300}{4 \cdot 6,16} \approx 946 \text{ kg/qcm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot Z_1}{B \cdot h_1} = \frac{2 \cdot 23300}{184 \cdot 18} = 14,1 \text{ kg/qcm}.$$

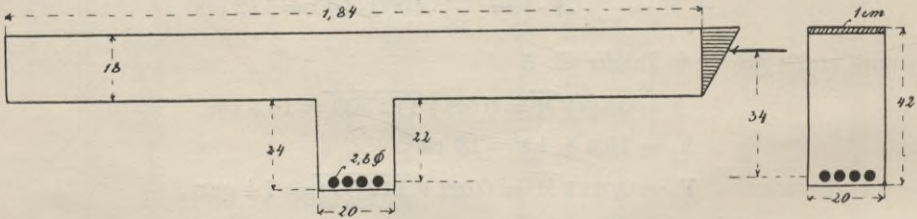
Die Schubspannung am Auflager beträgt

$$T_1 = \frac{Q}{\left(h_2 + \frac{2}{3} h_1\right) \cdot b} = \frac{\frac{5}{8} \cdot P_3}{\left(22 + \frac{2}{3} \cdot 18\right) \cdot 20} = \frac{\frac{5}{8} \cdot 22500}{34 \cdot 20} = 20,6 \text{ kg/qcm};$$

ferner die Adhäsionsspannung

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot b}{U} = \frac{20,6 \cdot 20}{4 \cdot 8,8} = 12 \text{ kg/qcm}.$$

Da nun die Schubspannung bei weitem den zulässigen Wert von 6 überschreitet, so sind Bügel anzuordnen, deren Berechnung sich folgendermaßen ergibt (**Abbild. 13b**).



Abbild. 13a.

Abbild. 13b.

Die Schubspannung auf 1 cm Balkenhöhe beträgt

$$T_1 = \frac{Q}{\left(h_2 + \frac{2}{3} h_1\right)} = \frac{\frac{5}{8} \cdot 22500}{34} = 412 \text{ kg}.$$

Der Beton soll 4 kg/qcm Schubspannung aufnehmen können, also für 1 cm Balkenhöhe $4 \cdot 20 = 80 \text{ kg}$.

Folglich für die Bügel

$$T_3 = 412 - 80 = 332 \text{ kg}.$$

Die Bügel bestehen aus Flacheseisen $4 \cdot 0,8 = 3,2 \text{ qcm}$, also für zwei Querschnitte $2 \cdot 3,2 = 6,4 \text{ qcm}$.

Beträgt nun die zulässige Inanspruchnahme des Eisens auf Zug 1000 kg/qcm , so ist die zulässige Schubspannung $\frac{4}{5} \cdot 1000 = 800 \text{ kg/qcm}$, also für $6,4 \text{ qcm}$

$$V = 6,4 \cdot 800 = 5120 \text{ kg},$$

woraus sich die Bügelentfernung Z ergibt zu

$$Z = \frac{V}{T_3} = \frac{5120}{332} = 16 \text{ cm}.$$

Da die Schubspannung nach der Mitte zu abnimmt, so können die Bügel auch nach der Mitte zu weiter voneinander entfernt stehen.

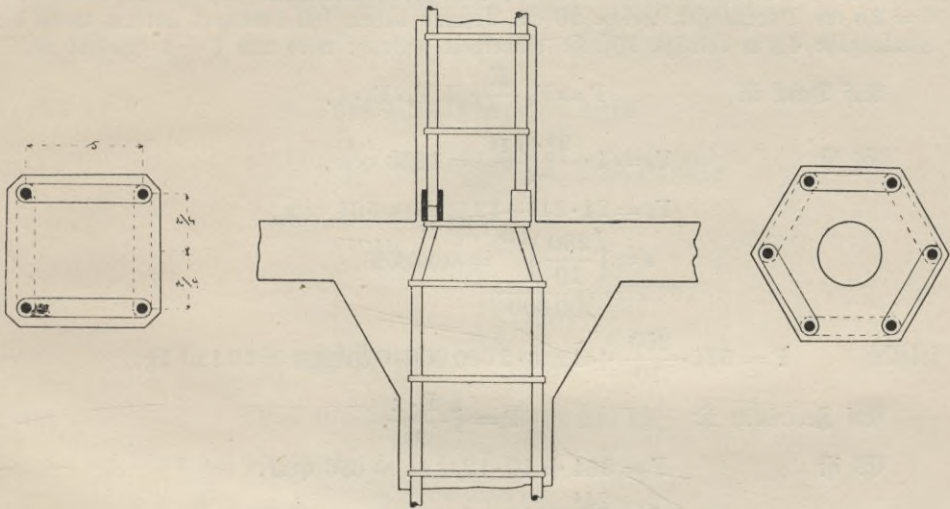
Können die Endfelder der Decken und Balken als teilweise eingespannt betrachtet werden, so kann man ihr größtes positives Moment um $\frac{1}{5}$ verringern.

V. Säulen aus Beton und Eisen.

Die Betoneisensäulen können sowohl rund, polygonal als auch viereckig mit gebrochenen Ecken und zwar voll oder hohl hergestellt werden.

Die in den Ecken oder nahe dem Umfang befindlichen 15—35 mm starken Eisen werden in Abständen von 30—50 cm durch Bügel aus 10 mm starkem Rundstahl oder Flachstahl verbunden, um ein Ausknicken zu verhüten (Abbild. 14 a, b und c).

Gehen die Säulen durch mehrere Stockwerke hindurch, so haben die oberen Säulen naturgemäß weniger zu tragen als die unteren, und sie werden deshalb schwächer ausgebildet. Am Übergange werden die Rundstahlstäbe geköpft, stumpf aufeinander gestoßen und durch ein Stück Rohr in ihrer Lage gehalten (Abbild. 14 b).



Abbild. 14 a—c.

Die Betoneisensäulen sind nun, wie alle anderen Säulen, auf Druck und Biegemomente zu berechnen.

Die Druckgleichung heißt

$$1) P = F_b \cdot \frac{K_{b1}}{m} + F_e \cdot E_e \cdot \epsilon.$$

Es bedeuten:

P die Belastung in kg, welche die Säule zu tragen imstande ist;

F_b Betonquerschnitt und F_e Eisenquerschnitt in qem;

K_{b1} die Druckfestigkeit des Betons 250 kg/qem;

E_e Elastizitätsmodul des Eisens = 2 000 000;

E_b „ „ Betons = 200 000;

$$E = \frac{\left(\frac{K_{b1}}{m}\right)^{1,15}}{E_b}$$

m = Sicherheitskoeffizient.

Die Biegegleichung heißt

$$2) P = \xi \cdot \frac{F \cdot x}{m}.$$

Es bedeuten:

P die Belastung in kg, welche die Säule zu tragen imstande ist;

ξ eine Ziffer, abhängig von der Befestigung der Stabenden und zwar ist:

$\xi = 1$, wenn beide Enden der Säule in der Achse geführt werden;

$\xi = 2$, wenn ein Ende eingespannt, das andere in der Achse geführt wird;

$\xi = 4$, wenn beide Enden der Säule eingespannt sind;

F = ideeller Querschnitt der Säule = $F_b + n \cdot F_o$ qcm;

m = Sicherheitskoeffizient;

$$x = \frac{K_{b1}}{1 + 0,0001 \frac{1^2}{i^2}}, \text{ worin wieder } K_{b1} = \text{Druckfestigkeit des Betons, } 1 = \text{Länge}$$

der Stütze in cm und $i^2 = \frac{J}{F}$ (J = ideelles Trägheitsmoment = dem Trägheitsmomente des Querschnittes + n · dem Trägheitsmomente des Eisens).

Beispiel.

Eine quadratische Säule von 24×24 qcm Querschnitt und 4 Rundstabeisen von $d = 2,0$ cm Durchmesser, welche 20 cm Abstand haben, soll berechnet werden, wenn die Säulenhöhe 4,0 m beträgt, 10fache Sicherheit verlangt wird und $\xi = 1$ gewählt ist.

Auf Druck ist
$$P = F_b \cdot \frac{K_{b1}}{m} + F_o \cdot E_o \cdot \epsilon.$$

Es ist
$$F_o = 4 \cdot \frac{2^2 \cdot 3,14}{4} = 12,56 \text{ qcm,}$$

$$F_b = 24 \cdot 24 = 576 \text{ qcm,}$$

$$\epsilon = \frac{\left(\frac{250}{10}\right)^{1,15}}{200\,000} = 0,0002026,$$

folglich
$$P = 576 \cdot \frac{250}{10} + 12,56 \cdot 2\,000\,000 \cdot 0,0002026 \cong 19\,120 \text{ kg.}$$

Auf Biegemomente ist
$$P = \xi \cdot \frac{F \cdot x}{m}.$$

Es ist
$$F = 576 + 10 \cdot 12,56 = \sim 690 \text{ qcm,}$$

$$J = \frac{24^4}{12} + 10 \cdot 12,56 \cdot 10^2 = \sim 40\,200,$$

$$i^2 = \frac{40\,200}{690} = 58,2,$$

$$x = \frac{250}{1 + 0,0001 \cdot \frac{400^2}{58,2}} = 195,$$

folglich
$$P = 1 \cdot \frac{690 \cdot 195}{10} = 13\,455 \text{ kg.}$$

Anmerkung: Bis jetzt wurde immer $E_b = 200\,000$, $E_o = 2\,000\,000$, $n = 10$ und $K_{b1} = 250$ angenommen und sollen diese Werte auch stets beibehalten werden. Es fragt sich nun, wie groß ist der Sicherheitskoeffizient m anzunehmen? Bei einzelstehenden Säulen wählt man $m = 10$; stehen jedoch mehrere Säulen übereinander, so kann man bei der obersten Etage $m = 10$, bei der untersten $m = 5$ setzen und die Zwischenebenen entsprechend einreihen.

Da die Betoneisensäulen in vielen Fällen konsolartige Anschlüsse erhalten und durch die Betonbalken und -decken in ihrer Lage festgehalten werden, so wird dadurch eine größere Sicherheit hervorgerufen. Aus diesem Grunde kann man die Knicklänge der Säule geringer, etwa gleich dem $\frac{3}{4}$ Teil nehmen oder gegebenenfalls $\xi = 2$ einführen.

Beispiel.

Zu dem Beispiel auf S. 19 sind die Säulen zu berechnen, wenn sie eine Höhe von 4,8 m haben.

Der Querschnitt der quadratischen Säule sei angenommen zu 30×30 qcm; außerdem sind 4 Rundstangen von je 2,0 cm Durchmesser angeordnet, welche 24 cm voneinander stehen.

$$\text{Auf Druck ist} \quad P = F_b \cdot \frac{K_{b1}}{m} + F_o \cdot E_o \cdot \varepsilon.$$

$$\text{Es ist} \quad F_o = 4 \cdot \frac{2^2 \cdot 3,14}{4} = 12,56 \text{ qcm},$$

$$F_b = 30 \cdot 30 - 12,56 = 888 \text{ qcm},$$

$$\varepsilon = \frac{\left(\frac{250}{10}\right)^{1,15}}{200000} = 0,0002026,$$

$$\text{folglich} \quad P = 888 \cdot \frac{250}{10} + 12,56 \cdot 2\,000\,000 \cdot 0,0002026 = \sim 27\,300 \text{ kg}.$$

$$\text{Auf Zerknicken ist} \quad P = \xi \cdot \frac{F \cdot x}{m}.$$

$$\text{Es ist} \quad F = 888 + 10 \cdot 12,56 = \sim 1010,$$

$$J = \frac{30^4}{12} + 10 \cdot 12,56 \cdot 12^2 = \sim 85\,600,$$

$$i^2 = \frac{85\,600}{1010} = 84,7,$$

$$x = \frac{250}{1 + 0,0001 \cdot \frac{\left(\frac{3}{4} \cdot 480\right)^2}{84,7}} = 218,$$

$$\text{folglich} \quad P = 1 \cdot \frac{1010 \cdot 218}{10} = \sim 22\,000 \text{ kg}.$$

Da der Druck auf die Säule

$$P = \frac{5}{8} P_3 + \frac{1}{2} P_3 = \frac{5}{8} 22\,500 + \frac{1}{2} 22\,500 = 25\,300 \text{ kg}$$

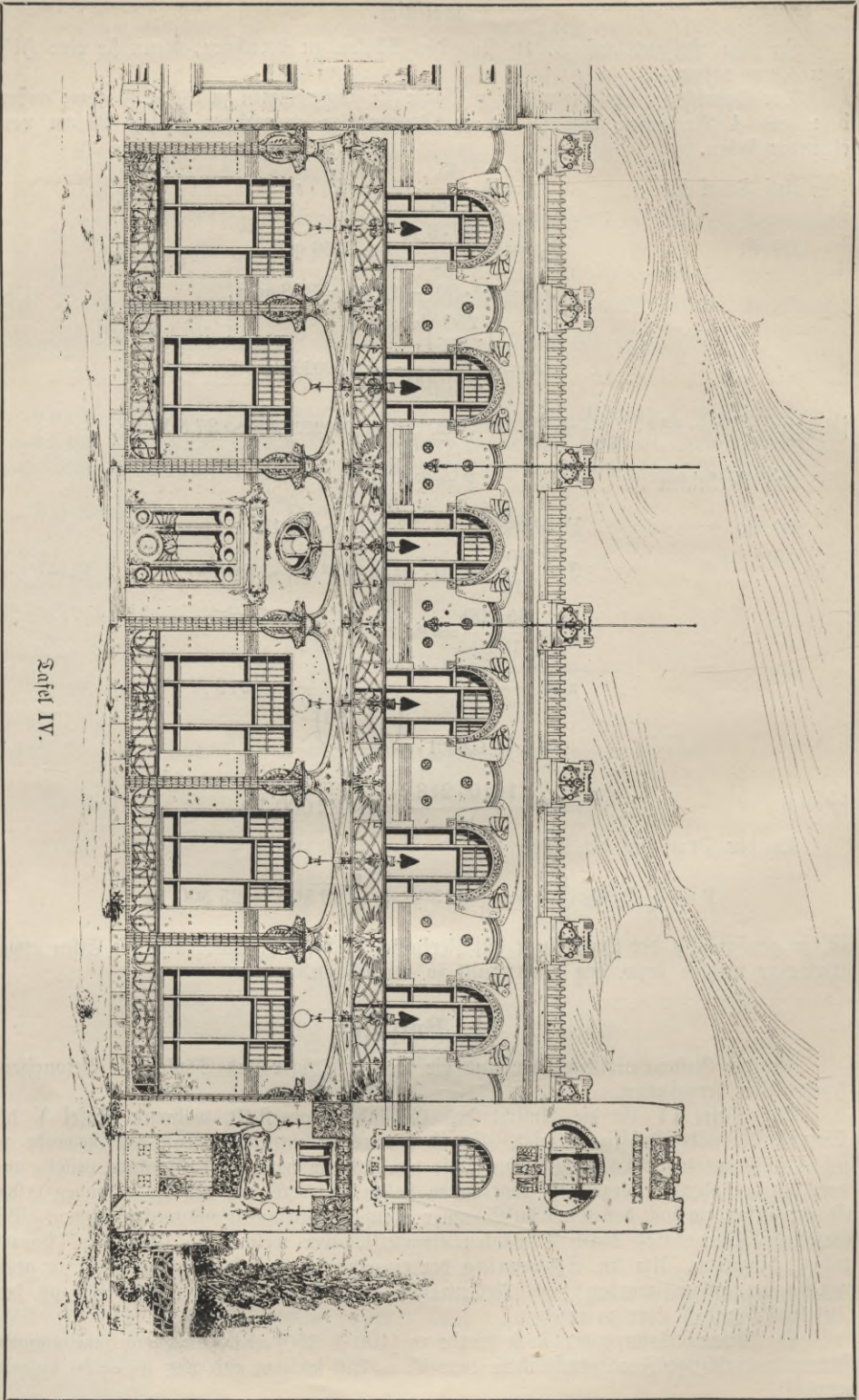
ist, so genügt also der Querschnitt auf Zerknicken nicht; man hätte also die Eisen etwas stärker zu wählen bzw. den Querschnitt zu vergrößern.

VI. Beispiel.

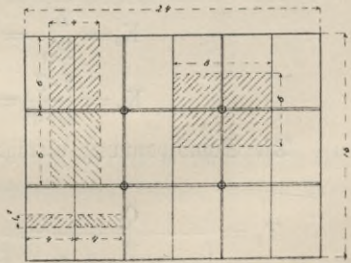
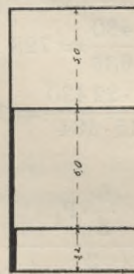
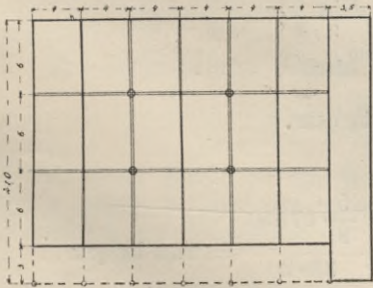
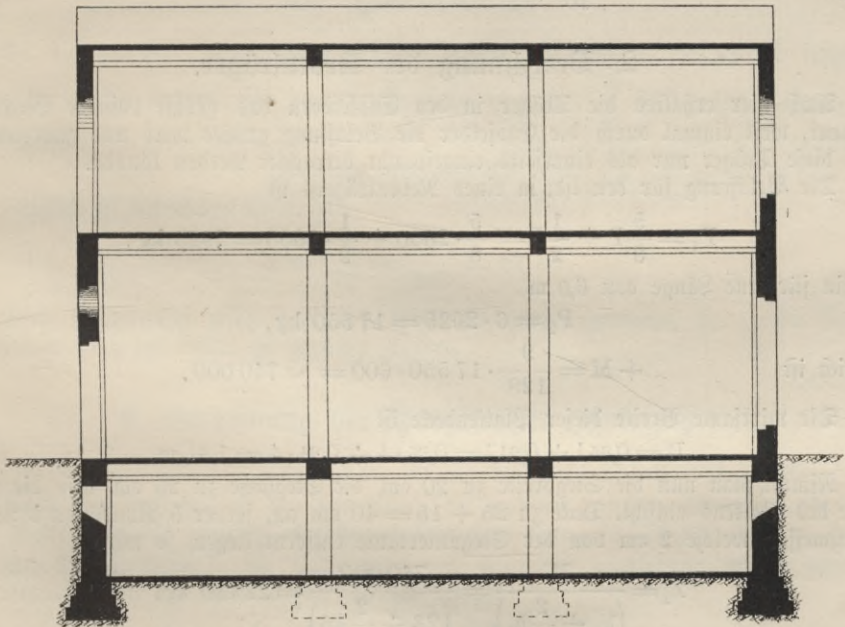
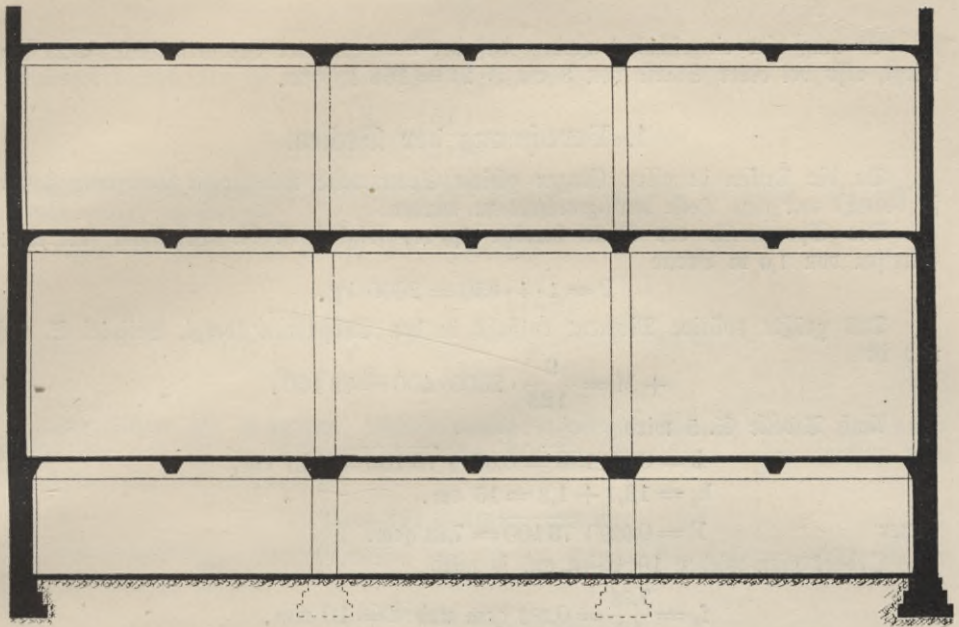
Für ein Restaurationsgebäude sind die Decken, Träger und Säulen in Betoneisenkonstruktion herzustellen.

Auf **Tafel IV** ist die Ansicht des Gebäudes dargestellt, während **Tafel V** die Querschnitte und Maßskizzen zeigt. Es ist daraus zu entnehmen, daß das Gebäude an sich eine Front von 24,0 m und eine Tiefe von 18,0 m hat. Das Gebäude besteht aus dem 3,2 m hohen Kellergerüst, dem 6,0 m hohen Parterre und der 5,0 m hohen ersten Etage; außerdem soll das Dach im Sommer ebenfalls Restaurationszwecken dienen. Die einzelnen Räume sind durch 4 Säulen eingeteilt, über welche sich Unterzüge (Hauptträger) hinziehen. Um die Spannweiten der einzelnen Deckenfelder an sich nicht zu groß werden zu lassen, wurden noch Nebenträger angeordnet. Alles übrige ist aus den **Tafeln IV** und **V** klar zu ersehen.

Die Gesamtbelastung der Decke wurde zu $(400 + 250) = 650$ kg/qcm angenommen, ferner die zulässige Spannungsannahme von $K_o = 750$ kg/qcm und von $K_b = 30$ kg/qcm gewählt.



Salon IV.



Tafel V.

Es mag hier eingeschaltet werden, daß der Quadratmeter Betoneisendecke ~ 21 d kg wiegt, also bei einer Stärke von 8 cm $8 \cdot 21 = 168$ kg/qcm.

1. Berechnung der Decken.

Da die Decken in allen Etagen gleiche Spannweite und gleiche Belastung haben, so braucht nur eine Decke durchgerechnet zu werden.

Die Spannweite der Decke beträgt 4,0 m, folglich ist die Belastung für einen Streifen von 1,0 m Breite

$$P = 1 \cdot 4 \cdot 650 = 2600 \text{ kg.}$$

Das größte positive Moment entsteht in den Endfeldern (vergl. Beispiel S. 19) und ist

$$+ M = \frac{9}{128} \cdot 2600 \cdot 400 = 73\,100.$$

Nach Tabelle S. 5 wird

$$h = 0,051 \sqrt{M} = 0,051 \sqrt{73\,100} = 13,7 \text{ cm,}$$

$$h_1 = 13,7 + 1,3 = 15 \text{ cm,}$$

ferner

$$F = 0,029 \sqrt{73\,100} = 7,83 \text{ qcm.}$$

Ordnet man wieder 10 Eisen an, so wird

$$f_e = \frac{7,83}{10} = 0,783 \text{ qcm und } d = 10 \text{ mm.}$$

2. Berechnung der Nebenträger.

Auch hier erhalten die Träger in den Endfeldern das größte positive Biegemoment, weil einmal durch die Endfelder die Belastung größer wird und zum andern, weil diese Träger nur als einerseits eingespannt betrachtet werden können.

Die Belastung für den lfd. m eines Nebenträgers ist

$$P_1 = \frac{5}{8} P + \frac{1}{2} P = \frac{5}{8} \cdot 2600 + \frac{1}{2} \cdot 2600 = 2925 \text{ kg,}$$

mithin für eine Länge von 6,0 m

$$P_2 = 6 \cdot 2925 = 17\,550 \text{ kg,}$$

folglich ist

$$+ M = \frac{9}{128} \cdot 17\,550 \cdot 600 = \sim 740\,000.$$

Die wirksame Breite dieser Plattendecke ist

$$B = 0,25 l + 0,21 l = 0,25 \cdot 4 + 0,21 \cdot 4 = 1,84 \text{ m.}$$

Nimmt man nun die Stegbreite zu 20 cm, die Steghöhe zu 25 cm, also die ganze Höhe des Balkens einschl. Decke zu $25 + 15 = 40$ cm an, ferner 5 Rundeseisen à 28 mm Durchmesser, welche 2 cm von der Stegunterkante entfernt liegen, so wird

$$Z_1 = \frac{M}{\left(h_2 + \frac{2}{3} h_1\right) \left(23 + \frac{2}{3} 15\right)} = \frac{740\,000}{\left(23 + \frac{2}{3} 15\right)} = 22\,430 \text{ kg,}$$

$$K_e = \frac{Z_1}{F_{e1}} = \frac{22\,430}{5 \cdot 6,16} = 728 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_b = \frac{2 \cdot Z_1}{h_1 \cdot B} = \frac{2 \cdot 22\,430}{15 \cdot 1,84} = 16,3 \text{ kg/qcm.}$$

Die Schubspannung beträgt

$$T_1 = \frac{Q}{\left(h_2 + \frac{2}{3} h_1\right) \cdot b} = \frac{\frac{5}{8} \cdot P_2}{\left(23 + \frac{2}{3} \cdot 15\right) \cdot 20} = \frac{\frac{5}{8} \cdot 17\,550}{33 \cdot 20} = 16,6 \text{ kg/qcm.}$$

Werden nur 3 Eisen von den 5 Eisen nach oben gebogen, während die anderen horizontal durchlaufen, so wird die Adhäsionsspannung

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot b}{U} = \frac{16,6 \cdot 20}{3 \cdot 8,8} = 12,6 \text{ kg/qcm.}$$

Da die Schubspannung bei weitem das zulässige Maß von 6 kg/qcm überschreitet, so sind Bügel anzuordnen.

Auf 1 cm Balkenhöhe ist die Schubspannung

$$T_1 = \frac{Q}{\left(h_2 + \frac{2}{3}h_1\right)} = \frac{\frac{5}{8} \cdot 17550}{\left(23 + \frac{2}{3} \cdot 15\right)} = 332 \text{ kg.}$$

Der Beton soll 5 kg/qcm Schubspannung aufnehmen können, mithin auf 1 cm Balkenhöhe und 20 cm Balkenbreite $20 \cdot 5 = 100$ kg; die Bügel haben mithin eine Schubspannung aufzunehmen von

$$T_3 = 332 - 100 = 232 \text{ kg.}$$

Die Bügel mögen aus Rundeisen von 20 mm Durchmesser bestehen, mithin ist der Querschnitt eines Bügels

$$2 \cdot \frac{2^2 \cdot 3,14}{4} = 6,28 \text{ qcm.}$$

Da die zulässige Inanspruchnahme des Eisens auf Zug zu 750 kg/qcm festgesetzt wurde, so beträgt die zulässige Inanspruchnahme auf Schub $\frac{4}{5} \cdot 750 = 600$ kg/qcm, also für 6,28 qcm

$$V = 6,28 \cdot 600 = 3768 \text{ kg.}$$

Folglich ist die Bügelentfernung

$$Z = \frac{V}{T_3} = \frac{3768}{222} = 17 \text{ cm.}$$

Diese Entfernung wird nach der Mitte zu größer gemacht, da ja die Schubspannungen nach der Mitte zu geringer werden.

3. Berechnung der Hauptträger (Unterzüge).

a) Berechnung der Unterzüge, welche parallel zur Front liegen.

Auch hier entstehen in den Endfeldern die größten positiven Momente, da man diese Balken nur als einseitig eingespannt betrachten kann.

Der Balken wird in der Mitte durch eine Einzellast beansprucht, welche gleich ist dem Auflagerdruck der Nebenträger. Dieser beträgt

$$P_3 = \frac{5}{8}P_2 + \frac{1}{2}P_2 = \frac{5}{8} \cdot 17550 + \frac{1}{2} \cdot 17550 = 18845 \text{ kg.}$$

Das größte positive Moment ist nun

$$+ M = \frac{5}{32} 18845 \cdot 800 = 2355600,$$

da nun dieser Balken an den Wandungen auf Säulen ruht (Tafel V und Tafel III, Fig. 1 rechts), so kann eine teilweise Einspannung angenommen werden, mithin vermindert sich das Moment um $\frac{1}{5}$. Folglich ist

$$+ M = M - \frac{1}{5}M = 2355600 - \frac{2355600}{5} = 1884500.$$

Die wirksame Breite ist

$$B = 0,25 \cdot 1 + 0,21 \cdot 1 = 0,25 \cdot 6 + 0,21 \cdot 6 = \sim 2,7 \text{ m.}$$

Nimmt man die Stegbreite zu 30 cm, die Höhe desselben zu 60 cm, also Gesamthöhe zu 60 + 15 an, ferner 5 Rundeißen à 32 mm Durchmesser, welche 4 cm von der Stegunterkante entfernt liegen, so wird

$$Z_1 = \frac{M}{\left(h_2 + \frac{2}{3} h_1\right)} = \frac{1884500}{\left(56 + \frac{2}{3} \cdot 15\right)} = 28545 \text{ kg,}$$

$$K_a = \frac{Z_1}{F_{e_1}} = \frac{28545}{5 \cdot 8} = \sim 700 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_b = \frac{2 \cdot Z_1}{h_1 \cdot B} = \frac{2 \cdot 28545}{15 \cdot 270} = \sim 14,0 \text{ kg/qcm.}$$

Die Schubspannung an der Einspannungsstelle beträgt

$$T_1 = \frac{Q}{\left(h_2 + \frac{2}{3} h_1\right) \cdot b} = \frac{\frac{11}{16} P_3}{\left(56 + \frac{2}{3} \cdot 15\right) \cdot 30} = \frac{\frac{11}{16} \cdot 18845}{66 \cdot 30} = 6,6 \text{ kg/qcm.}$$

Werden 3 Eißen nach oben gebogen, so ist die Adhäsionsspannung

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot b}{U} = \frac{6,6 \cdot 30}{3 \cdot 10} = 6,6 \text{ kg/qcm.}$$

Obwohl die Schubspannung den zulässigen Wert nur soeben überschreitet, so sollen doch Bügel angeordnet werden.

Auf 1 cm Balkenhöhe ist die Schubspannung

$$T = \frac{Q}{\left(h_2 + \frac{2}{3} h_1\right)} = \frac{\frac{11}{16} \cdot P_3}{56 + \frac{2}{3} \cdot 15} = \frac{\frac{11}{16} \cdot 18845}{66} = 198 \text{ kg.}$$

Der Beton soll in diesem Falle keine Schubspannungen aufnehmen, mithin bleibt für die Bügel

$$T_3 = 198 - 0 = 198 \text{ kg.}$$

Die Bügel mögen aus Rundeißen von 20 mm Durchmesser bestehen, dann ist der Querschnitt eines Bügels

$$2 \cdot \frac{2^2 \cdot 3,14}{4} = 6,28 \text{ qcm.}$$

Da die Schubspannung des Eisens 600 kg/qcm ist, so kann ein Bügel

$$V = 6,28 \cdot 600 = 3768 \text{ kg}$$

aufnehmen, und die Bügelentfernung ergibt sich zu

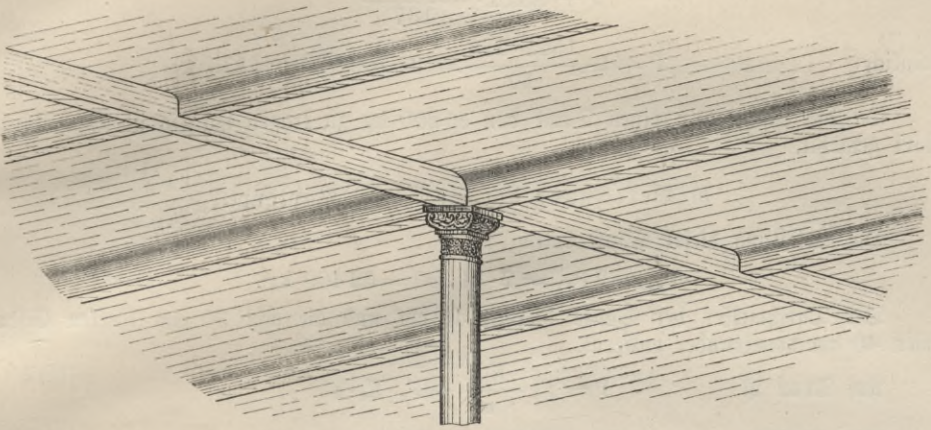
$$Z = \frac{V}{T_3} = \frac{3768}{198} = \sim 20 \text{ cm.}$$

Da in diesem Falle eine Einzellast wirkt, so wird man zweckmäßig diese Entfernung über den ganzen Balken hin beibehalten.

b) Berechnung der Träger, welche senkrecht zur Front liegen und auf Säulen ruhen.

Die Träger erhalten in Wirklichkeit nur dieselbe Belastung, wie die Nebenträger und wären dementsprechend die gleichen Querschnitte zu wählen. Um jedoch der Decke

ein gleichmäßigeres Aussehen zu geben, wurden diese Träger ebenso hoch gemacht, wie die Hauptträger (Abbild. 15).



Abbild. 15.

4. Berechnung der Säulen.

a) Berechnung der Säulen in der ersten Etage.

Für die Belastung der Säulen genügt es, die auf Tafel V unten rechts angeedeutete Belastungsfläche anzunehmen, mithin kommt auf die Säulen ein Druck von

$$P_{s1} = 6 \cdot 8 \cdot 650 = 31200 \text{ kg.}$$

Der Durchmesser der Rundsäule betrage 36 cm und sie sei mit 8 Rundeißen von je 30 mm Durchmesser armiert, welche durch die Achse gemessen 30 cm voneinander entfernt liegen.

Auf Druck ist
$$P = F_b \cdot \frac{K_{b1}}{m} + F_e \cdot E_e \cdot \varepsilon.$$

Nun ist aber
$$F_e = 8 \cdot \frac{3^2 \cdot 3,14}{4} = 8 \cdot 7 = 56 \text{ qcm,}$$

$$F_b = \frac{36^2 \cdot 3,14}{4} - 56 = 1018 - 56 = 962 \text{ qcm,}$$

$$\varepsilon = \frac{\left(\frac{250}{10}\right)^{1,15}}{200000} = 0,0002026,$$

folglich
$$P = 962 \cdot \frac{250}{10} + 56 \cdot 200000 \cdot 0,0002026 = 46450 \text{ kg.}$$

Auf Biekmom. ist
$$P = \xi \frac{F \cdot x}{m}.$$

Nun ist aber
$$F = 962 + 10 \cdot 56 = 1522 \text{ qcm,}$$

$$J = \frac{36^4 \cdot 3,14}{64} + 10 \cdot 56 \cdot 17^2 = 208448,$$

$$i^2 = \frac{J}{F} = \frac{208448}{1522} = 137,$$

$$x = \frac{250}{1 + 0,0001 \cdot \frac{\left(\frac{3}{4} \cdot 500\right)^2}{137}} = 228,$$

folglich $P = 1 \cdot \frac{1522 \cdot 228}{10} = 34\,700 \text{ kg.}$

Da die Säule nur einen Druck von 31200 kg zu tragen hat, so ist sie reichlich stark gewählt.

b) Berechnung der Säule im Parterre.

Die Belastung dieser Säule beträgt

$$P_{s_2} = 2 P_{s_1} = 2 \cdot 31\,200 = 62\,400 \text{ kg.}$$

Der Durchmesser der Säule betrage 46 cm und die acht 30 mm starken Eisen seien 40 cm voneinander entfernt.

Auf Druck ist $P = F_b \cdot \frac{K_{b1}}{m} + F_o \cdot E_o \cdot \varepsilon.$

Nun ist aber $F_o = 8 \cdot 7 = 56 \text{ qcm,}$

$$F_b = \frac{46^2 \cdot 3,14}{4} - 56 = 1606 \text{ qcm,}$$

$$\varepsilon = \frac{\left(\frac{250}{7}\right)^{1,15}}{200\,000} = 0,000384,$$

folglich $P = 1606 \cdot \frac{250}{7} + 56 \cdot 2\,000\,000 \cdot 0,000384 = 100\,360 \text{ kg.}$

Auf Biegnicken ist $P = \xi \cdot \frac{F \cdot x}{m}.$

Nun ist aber $F = 1606 + 10 \cdot 56 = 2166,$

$$J = \frac{46^4 \cdot 3,14}{64} + 10 \cdot 56 \cdot 20^2 = 437\,000,$$

$$i^2 = \frac{J}{F} = \frac{437\,000}{2166} = 201,$$

$$x = \frac{250}{1 + 0,0001 \cdot \frac{\left(\frac{3}{4} \cdot 600\right)^2}{201}} = 227,$$

folglich $P = \xi \cdot \frac{2166 \cdot 227}{7} = 70\,000 \text{ kg.}$

Auch der Querschnitt dieser Säule ist reichlich gewählt.

c) Berechnung der Säule im Kellergechoß.

Die Belastung dieser Säule ist

$$P_{s_3} = 3 \cdot P_{s_1} = 3 \cdot 31\,200 = 93\,600 \text{ kg.}$$

Der Querschnitt der Säule als auch die Eisenarmierung sei genau so wie bei der vorhergehenden Säule.

Auf Druck ist $P = F_b \cdot \frac{K_{b1}}{m} + F_o \cdot E_o \cdot \varepsilon.$

Nun ist aber $F_0 = 56$ und $F_1 = 1606$,

$$\varepsilon = \frac{\left(\frac{250}{5}\right)^{1,15}}{200\,000} = 0,00045,$$

folglich $P = 1606 \cdot \frac{250}{5} + 56 \cdot 2\,000\,000 \cdot 0,00045 = 130\,700$ kg.

Auf Bockstücken ist $P = \xi \cdot \frac{F \cdot x}{m}$.

Nun ist aber $F = 2166$, $J = 437\,000$ und $i^2 = 201$,

$$x = \frac{250}{1 + 0,0001 \frac{\left(\frac{3}{4} \cdot 320\right)^2}{201}} = 243,$$

folglich $P = 1 \cdot \frac{2166 \cdot 243}{5} = 105\,260$ kg.

Nachdem die Konstruktion auf vorhergegangene Weise durchgerechnet, erübrigt es sich noch eine genauere Nachrechnung durchzuführen, da bis jetzt ja das Eigengewicht der Nebenträger, Hauptträger und der Säulen vernachlässigt wurde.

Zum Beispiel hätte die oberste Säule außer den 31 200 kg noch aufzunehmen

Gewicht der Hauptträger	0,6 · 0,3 · 8 · 2200 = 3168 kg,
" " " "	0,6 · 0,3 · 6 · 2200 = 2376 "
" " Nebenträger	0,25 · 0,2 · 6 · 2200 = 1980 "
" " Säule	$\frac{40^2 \cdot 3,14}{4} \cdot 5 \cdot 2200 = 1381$ "

8905 kg,

mithin $31\,200 + 8905 = 40\,105$ kg usw.

d) Berechnung des Fundamentes.

Durch den Druck der Säule im Kellergeschoß erhält das Fundament eine Belastung von 93 600 kg; dazu kommt noch das Gewicht aller Träger und Säulen, das zu 27 300 kg berechnet wurde. Nimmt man nun die Breite des Fundamentes zu 2,0 m und die Höhe zu 1,5 m, ferner das Gewicht pro Kubikmeter wegen der Erdüberschüttung zu 2000 kg, so wiegt das Fundament $2 \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot 2000 = 12\,000$ kg. Mithin hat der Boden eine Last zu tragen von

$$G = 93\,600 + 27\,300 + 12\,000 = \sim 140\,000 \text{ kg.}$$

Folglich ist die Beanspruchung des Erdreiches

$$K_0 = \frac{140\,000}{200 \cdot 200} = 3,5 \text{ kg/qcm.}$$

VII. Berechnung einer Betoneisen-Bogenbrücke.

(Tafel VII und VIII) [S. 40 und 41].

Es ist der Bogen einer Straßenbrücke für schweres Fuhrwerk zu berechnen, wenn die Spannweite der Brücke 20,0 m, die Pfeilhöhe 2,5 m und die Überschüttungshöhe 0,35 m beträgt; ferner sei gegeben das Gewicht des Betons zu 2200 kg/cbm und dasjenige der Hinterfüllung zu 1600 kg/cbm.

Die Verkehrsbelastung entsprechend schwerem Fuhrwerk berechnet sich zu

$$p = 0,34 + \frac{2,6}{1} = 0,34 + \frac{2,6}{20} = 0,47 \text{ t} = 470 \text{ kg/qm.}$$

Die Scheitelstärke des Bogens ergibt sich vorläufig aus der Gleichung

$$d = 0,05 + 0,01 \cdot r = 0,05 + 0,01 \cdot 21,25 = \sim 28 \text{ cm.}$$

Die Kämpferstärke wurde zu 45 cm gewählt.

Nachdem mit Hilfe vorstehender Angaben die Form und Stärke des Bogens festgelegt, wurde der Bogen in 20 Lamellen von je 1,0 m Breite eingeteilt. Um nun das Gewicht einer jeden Lamelle einfacher bestimmen zu können, wurde die Überschüttungshöhe und die Verkehrslast auf Gewölbematerial reduziert nach den Gleichungen

$$h_1 = h \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \text{ und } h_2 = \frac{p}{\gamma_2}$$

und zwar bedeuten: γ_1 Gewicht für den Kubikmeter Hinterfüllung in kg = 1600; γ_2 für das Gewölbematerial = 2200; p die Verkehrsbelastung in kg/qm = 470; h_1 die reduzierte Höhe der Überschüttung bezw. Hinterfüllung in m; h die wirkliche Höhe der Überschüttung und h_2 die reduzierte Höhe der Verkehrsbelastung, mithin ist z. B. im Scheitel

$$h_1 = 0,35 \cdot \frac{1600}{2200} = 0,26 \text{ m}$$

$$\text{und } h_2 = \frac{470}{2200} = 0,22 \text{ m usw.}$$

Ein Brückenbogen wird nun am ungünstigsten beansprucht, wenn derselbe einseitig belastet und ist mithin für diesen Belastungszustand die Stützlinie zu konstruieren*).

Zu diesem Zwecke wurden die Gewichte der einzelnen Lamellen g_1, g_2, g_3, \dots untereinander aufgetragen, ein Pol unter 45° angenommen und der zugehörige Seilzug konstruiert. Durch Verlängerung der äußersten Seilzugseiten ergab sich die Lage von G_I und G_{II} . Um nun eine Stützlinie einzeichnen zu können, muß man Punkte annehmen, durch welche die Stützlinie hindurch gehen soll. Diese Punkte berechnen sich zu

$$\text{im Scheitel } e = \frac{5 \cdot d^2}{16 \left(f + \frac{1}{2} d \right)} = \frac{5 \cdot 0,28^2}{16 \left(2,5 + \frac{0,28}{2} \right)} = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm};$$

im Kämpfer links

$$e_1 = \cos \varphi \left[2 \cdot e + \frac{1}{8} \frac{h_2 \left(f + \frac{d}{2} \right)}{h_1 + 0,14 \left(f + \frac{d}{2} \right)} \right] = 0,823 \left[2 \cdot 0,01 + \frac{1}{8} \frac{0,22 \left(2,5 + \frac{0,28}{2} \right)}{0,26 + 1,4 \left(2,5 + \frac{0,28}{2} \right)} \right] = + 0,11 \text{ m};$$

im Kämpfer rechts

$$e_2 = \cos \varphi \left[2 \cdot e - \frac{1}{8} \frac{h_2 \left(f + \frac{d}{2} \right)}{h_1 + 0,14 \left(f + \frac{d}{2} \right)} \right] = 0,823 \left[2 \cdot 0,01 - \frac{1}{8} \frac{0,22 \left(2,5 + \frac{0,28}{2} \right)}{0,26 + 1,4 \left(2,5 + \frac{0,28}{2} \right)} \right] = + 0,08 \text{ m.}$$

Es bedeuten:

e den Abstand des Durchgangspunktes der Stützlinie oberhalb Scheitelmittelpunkt;
 e_1 " " " " " " unterhalb Kämpfermittelpunkt;

*) Die Konstruktion der Stützlinie wird ausführlich in Lehrsch. 133 (Massive Brücken) behandelt.

e_2 den Abstand des Durchgangspunktes der Stützlinie unterhalb Kämpfermittelpunkt, wenn der Wert +, und oberhalb wenn der Wert — wird.

Ferner:

$\cos \varphi$, die Kontangente des Winkels, den die Tangente an dem Bogen im Kämpfer mit der Horizontalen bildet.

Durch entsprechende Verbindung dieser gefundenen Stützlinienpunkte ergeben sich die Schnittpunkte S_I und S_{II} , ferner die beiden Kämpferdrücke auf jeder Seite, hervorgerufen durch je einen halben Bogen. Die Kämpferdrücke auf jeder Seite wurden nun im Kräfteplan zu den Resultierenden K_1 und K_2 zusammengesetzt und hierdurch der Pol für die Stützlinie gefunden. Zeichnet man nun zu diesem Pol die Polstrahlen und die zugehörige Stützlinie, so muß diese durch die drei berechneten Punkte in den Kämpfern und am Scheitel hindurchgehen.

Während nun bei den Steinbrücken die Stützlinie im Kerne, d. h. im mittleren Drittel des Gewölbebogens verlaufen muß, da hierbei keine Zugspannungen zulässig sind, so kann bei den Betoneisengewölben dagegen die Stützlinie über den Kernrand hinausfallen. Die dann entstehenden Zugspannungen sollen durch die Eiseneinlagen aufgenommen werden.

Nachdem nun die Stützlinie eingezeichnet, werden die Randspannungen mit Hilfe von Spannungsdiagrammen bestimmt und zwar sind solche zu konstruieren für die Kämpfer, für den Scheitel und auf jeder Bogenhälfte an derjenigen Stelle, an welcher die Stützlinie am meisten über den Kernrand hinausfällt.

Wie aus Tafel VI und VII ersichtlich, ergeben sich die größten Zugspannungen in Fuge d—d und zwar 10,5 kg/qem, mithin ist für diese Fuge die Berechnung vorzunehmen.

Nimmt man nun ohne Rücksicht auf die Mitwirkung des Betons zunächst an, daß die Eisen den ganzen Zug aufnehmen sollen, so ist der Zug in Fuge d—d auf 1,0 m Tiefe bezogen

$$Z = \frac{10,5 \cdot 6,7}{2} \cdot 100 = 3518 \text{ kg,}$$

$$F_o = \frac{Z}{K} = \frac{3518}{750} = 4,7 \text{ qem.}$$

Wählt man nun 10 Eisen, so ist für 1 Eisen

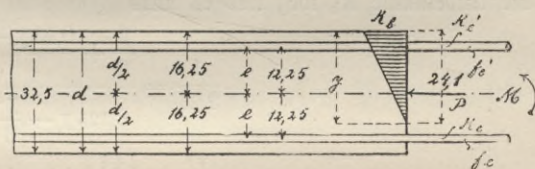
$$f_o = \frac{F_o}{10} = \frac{4,7}{10} = 0,47 \text{ qem und somit } d \approx 0,8 \text{ cm} = 8 \text{ mm.}$$

Diese Eisen wurden sowohl in der unteren als auch in der oberen Zone und zwar 4 cm vom Rande entfernt angeordnet; außerdem wurden 6 mm starke Druckverteilungsstäbe in Abständen von 12 cm eingelegt.

Hat man nun auf diese einfache Weise die Eisenquerschnitte bestimmt, so geht man zur genauen Berechnung der Beanspruchung des Betons und Eisens über (Abbild. 16).

Die Gleichungen hierfür sind folgende:

- 1) $P = K_b \cdot \frac{y}{2} + f_o (K_o' - K_o);$
- 2) $M = K_b \cdot \frac{y}{2} \left(\frac{d}{2} - \frac{y}{3} \right) + c \cdot f_o (K_o' + K_o);$
- 3) $K_o = 10 \cdot K_b \cdot \frac{e + \frac{d}{2} - y}{y};$
- 4) $K_o' = 10 \cdot K_b \cdot \frac{e - \frac{d}{2} + y}{y}.$



Abbild. 16.

Es bedeuten:

P den auf 1 cm Tiefe berechneten Normaldruck in kg;

f_e " " " " " " " Eisenquerschnitt;

M das " " " " " " " berechnete Moment;

alle übrigen Werte sind aus Abbild. 16 ersichtlich.

Nach Gleichung 1) ist

$$\frac{48\,000}{100} = K_b \cdot \frac{y}{2} + \frac{4,7}{100} (K_e' - K_e),$$

nach Gleichung 2)

$$\frac{48\,000 \cdot 9,25}{100} = K_b \cdot \frac{y}{2} \left(16,25 - \frac{y}{3} \right) + 12,25 \cdot \frac{4,7}{100} (K_e' + K_e),$$

nach Gleichung 3) und 4)

$$K_e = 10 \cdot K_b \frac{12,25 + 16,25 - y}{y}, \quad K_e' = 10 \cdot K_b \frac{12,25 - 16,25 + y}{y}.$$

Man hat also vier Gleichungen mit den vier Unbekannten y , K_b , K_e und K_e' , woraus diese Unbekannten berechnet werden können.

Setzt man die Werte von K_e und K_e' in die beiden ersten Gleichungen ein, so wird

$$480 = K_b \cdot \frac{y}{2} + 0,047 \left(10 \cdot K_b \cdot \frac{12,25 - 16,25 + y}{y} - 10 \cdot K_b \cdot \frac{12,25 + 16,25 - y}{y} \right),$$

$$480 \cdot 9,25 = K_b \cdot \frac{y}{2} \left(16,25 - \frac{y}{3} \right) + 12,25 \cdot 0,047 \left(10 \cdot K_b \cdot \frac{12,25 - 16,25 + y}{y} + 10 \cdot K_b \cdot \frac{12,25 + 16,25 - y}{y} \right),$$

vereinfacht man nun beide Gleichungen, so

$$480 = K_b \left[\frac{y}{2} + 0,47 \left(\frac{2y - 32,5}{y} \right) \right],$$

$$480 \cdot 9,25 = K_b \left[\frac{y}{2} \left(16,25 - \frac{y}{3} \right) + 5,7575 \left(\frac{24,5}{y} \right) \right].$$

Dividiert man nun die erste Gleichung durch die zweite, so fällt 480 und ferner die Unbekannte K_b weg und es wird

$$\frac{1}{9,25} = \frac{\frac{y}{2} + \frac{0,94y - 15,275}{y}}{8,125y - \frac{y^2}{6} + \frac{141}{y}},$$

$$8,125y - \frac{y^2}{6} + \frac{141}{y} = 4,625y + 8,695 - \frac{141}{y},$$

$$y^3 - 22y^2 + 52y = 1692.$$

Durch Versuchsrechnung wurde $y = 24,1$ cm bestimmt.

Aus Gleichung 1) berechnet K_b zu

$$480 = K_b \cdot \frac{24,1}{2} + 0,047 \left(10 \cdot K_b \cdot \frac{12,25 - 16,25 + 24,1}{24,1} - 10 \cdot K_b \cdot \frac{12,25 + 16,25 - 24,1}{24,1} \right),$$

$$480 = 12,05 K_b + 0,47 K_b \left(\frac{20,1}{24,1} - \frac{4,4}{24,1} \right),$$

woraus sich

$$K_b = \sim 40 \text{ kg/qcm ergibt.}$$

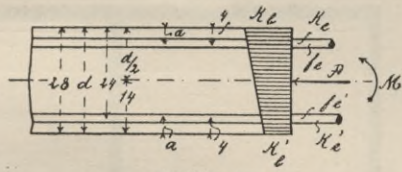
Aus Gleichung 3) folgt

$$K_e = 10 \cdot 40 \frac{12,25 + 16,25 - 24,1}{24,1} = 73 \text{ kg/qcm}$$

und nach Gleichung 4)

$$K_e' = 10 \cdot 40 \frac{12,25 - 16,25 + 24,1}{24,1} = 334 \text{ kg/qcm.}$$

Sollte es jedoch vorkommen, daß die Stützlinie nicht über den Kernrand hinausfällt oder sollen Fugen untersucht werden, bei denen keine Zugspannungen vorkommen, so gelten folgende Gleichungen (Abbild. 17):



Abbild. 17.

$$K_b = \frac{P}{f_1} \pm \frac{M \cdot d}{2 \cdot J_1}$$

$$= \left[\frac{P}{f_1} \pm \frac{M(d - 2 \cdot a)}{2 \cdot J_1} \right] \cdot n.$$

Es bedeuten: $f_1 = d + 2 \cdot 10 \cdot f_0$ und $J_1 = \frac{1}{12} d^3 + 2 \cdot 10 \cdot f_0 \left(\frac{d}{2} - a \right)^2$;

P die auf 1 cm Tiefe bezogene Normalkraft;

M das " " " " Moment;

f_0 den " " " " bezogenen Eisenquerschnitt.

So ist zum Beispiel für die Scheitelfuge

$$f_1 = 28 + 2 \cdot 10 \cdot \frac{4,7}{100} = 28,94,$$

$$J_1 = \frac{28^3}{12} + 2 \cdot 10 \cdot \frac{4,7}{100} (14 - 4)^2 = 1914,$$

folglich
$$K_b = \frac{46\,000}{28,94} + \frac{46\,000 \cdot 1}{2 \cdot 1914} \cdot 28 = 15,9 + 3,1 = 19,3 \text{ kg/qcm},$$

$$K_b' = 15,9 - 3,1 = 12,8 \text{ kg/qcm},$$

$$K_0 = \left[\frac{46\,000}{28,94} + \frac{46\,000 \cdot 1}{2 \cdot 1914} (28 - 2 \cdot 4)^2 \right] = 15,9 + 48,4 = 64 \text{ kg/qcm},$$

$$K_0' = 15,9 - 48,4 = -32,5 \text{ kg/qcm}.$$

Die Berechnung der Stirnmauern, Widerlager, Pfeiler usw. würde über den Rahmen dieses Lehrbuches hinausgehen und muß deshalb hier auf Lehrfach „Massive Brücken“ verwiesen werden.

VIII. Berechnung eines Wasserbehälters aus Beton und Eisen mit geraden Wänden und ebener Decke. (Tafel VI.)

Ein Wasserbehälter habe einen Inhalt von 175 cbm und ist durch eine Scheidewand in zwei Teilbehälter eingeteilt. Die Anordnung ist aus Tafel VI ersichtlich. Es sollen die einzelnen Teile berechnet werden, wenn K_b zu 35 kg/qcm, K_0 für die Decken und Seitenwände zu 750 kg/qcm und für die Balken usw. zu 800 kg/qcm angenommen wurde. Ferner betrage die Überschüttungshöhe 1,0 m.

1. Berechnung der Decke.

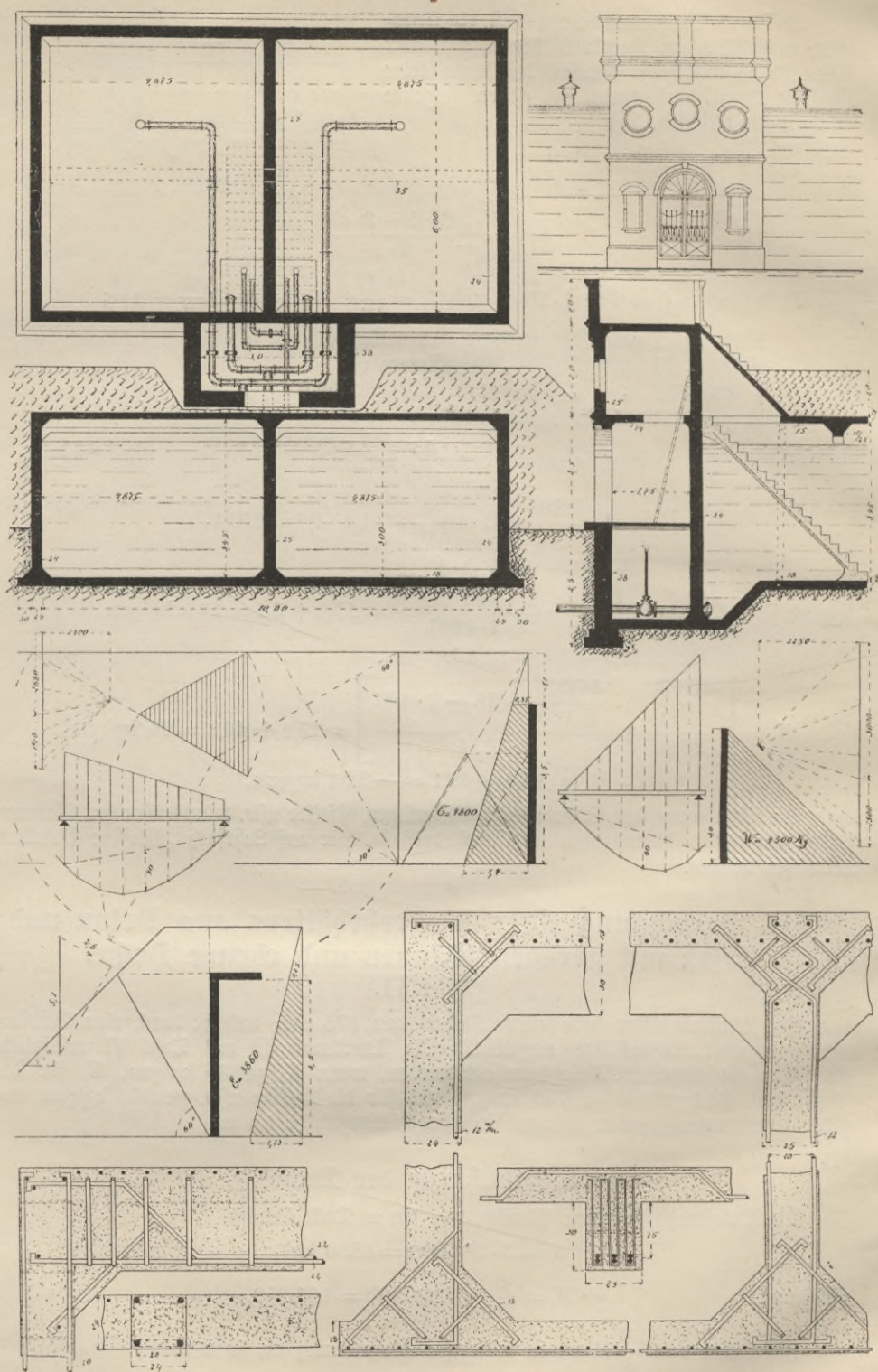
Die Belastung für einen Streifen von 1,0 m Decke beträgt

$$P = 3 \cdot 1 \cdot 1600 = 4800 \text{ kg},$$

mithin ist
$$+ M = \frac{9}{128} \cdot 4800 \cdot 300 = 101\,250.$$

Zieht man nun $\frac{1}{5} M$ wegen teilweiser Einspannung ab, so wird

$$M = 101\,250 - 20\,250 = 81\,000,$$



Tafel VI.

Nun ist nach Tabelle S. 5

$$h = 0,045 \sqrt{81\,000} = \sim 13 \text{ cm,}$$

$$h_1 = 13 + 2 = 15 \text{ cm,}$$

ferner ist

$$F_0 = 0,033 \sqrt{81\,000} = 9,4 \text{ qcm.}$$

Ordnet man nun 10 Eisen an, so wird

$$f_0 = \frac{9,4}{10} = 0,94 \text{ qcm und } d = 1,1 \text{ cm} = 11 \text{ mm.}$$

2. Berechnung des Plattenbalkens.

Die größte Belastung des Plattenbalkens beträgt

$$P_1 = \frac{5}{8} P + \frac{5}{8} P = \frac{10}{8} \cdot 4800 = 30\,000 \text{ kg.}$$

Da dieser Balken mit den Seitenwandungen (Tafel VI unten links) als auch mit der Mittelstütze vollständig fest verbunden, so kann man ihn auffassen als einen Träger, der auf beiden Seiten eingespannt ist, mithin ist das größte positive Moment

$$M = \frac{1}{24} \cdot P_1 \cdot l_1 = \frac{1}{24} \cdot 30\,000 \cdot 500 = 625\,000.$$

Nimmt man nun den Querschnitt des Balkens nach Tafel VI, unten rechts, an und seine wirksame Breite zu

$$B = 0,25 \cdot 1 + 0,25 \cdot 1 = 0,25 \cdot 3 + 0,25 \cdot 3 = 1,5 \text{ m,}$$

dann wird

$$Z_1 = \frac{M}{\left(h_2 + \frac{2}{3} h_1\right)} = \frac{625\,000}{\left(25 + \frac{2}{3} \cdot 15\right)} = 17\,860.$$

Es sind 6 Eisen mit einem Durchmesser von je 2,2 cm angeordnet, folglich

$$K_a = \frac{Z_1}{F_{e1}} = \frac{17\,860}{6 \cdot \frac{2,2^2 \cdot \pi}{4}} = 796 \text{ kg/qcm,}$$

ferner

$$K_b = \frac{2 \cdot Z_1}{B \cdot h_1} = \frac{2 \cdot 17\,860}{150 \cdot 15} = 16 \text{ kg/qcm.}$$

Schubspannung:

$$T_1 = \frac{Q}{\left(h_2 + \frac{2}{3} h_1\right) \cdot b} = \frac{\frac{30\,000}{2}}{\left(25 + \frac{2}{3} \cdot 15\right) 25} = 17,2.$$

Adhäsionsspannung:

$$T_2 = \frac{b \cdot T_1}{U} = \frac{25 \cdot 17,2}{3 \cdot 2,2 \cdot 3,14} = 20,64.$$

Es wurde hierbei vorausgesetzt, daß die oberen drei Eisen in die obere Zone aufgebogen wurden.

Bügel:

$$T_1 = \frac{15\,000}{35} = 428.$$

Der Beton soll 4 kg/qcm Schubspannung aufnehmen, mithin auf eine Breite von 25 cm — $25 \cdot 4 = 100$ kg, folglich bleibt für den Bügel

$$T_3 = 428 - 100 = 328 \text{ kg.}$$

Die Bügel mögen aus Flach Eisen $4 \cdot 0,8 = 3,2$ qcm bestehen, also für 6 Querschnitte 19,2 qcm. Beträgt nun die zulässige Inanspruchnahme des Eisens auf Ab-

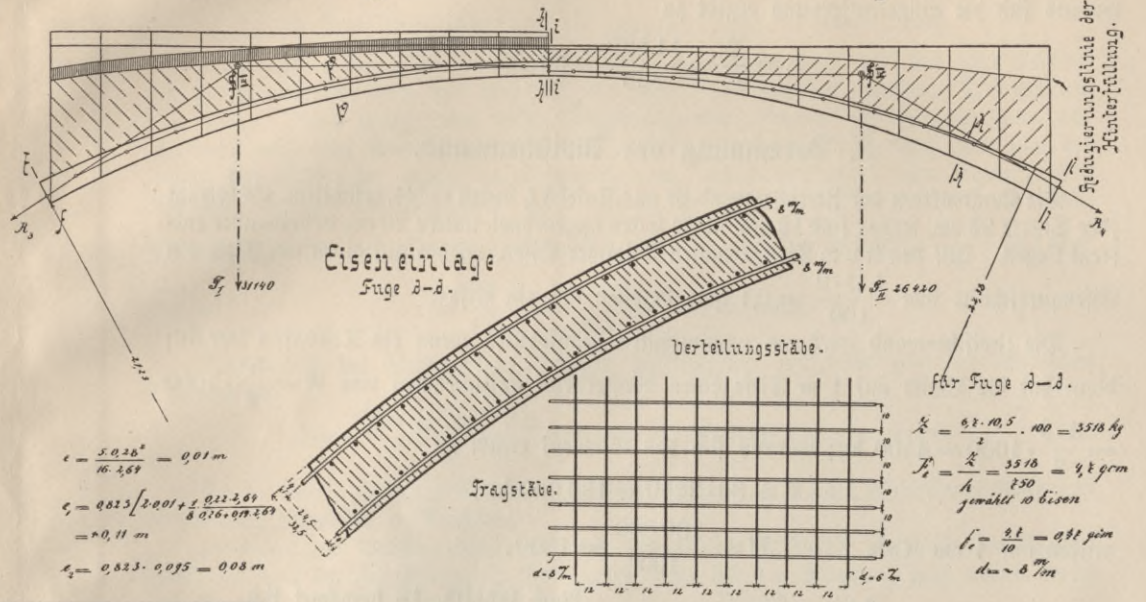
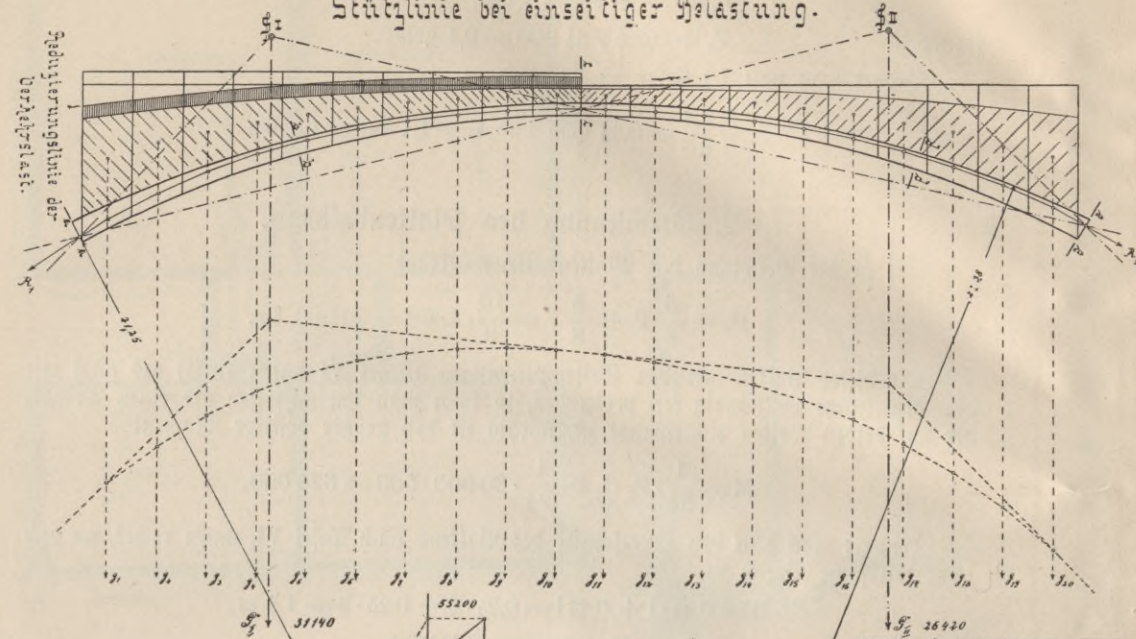
Statische Untersuchung eines Gewölbes

aus Beton mit Eiseneinlagen.

Stützlinie bei einseitiger Belastung.

Minimal-Stützlinie.

Maximal-Stützlinie.



$$e = \frac{5.026}{16 \cdot 2.69} = 0.01 \text{ m}$$

$$c = 0.815 / 2.001 + \frac{0.22 \cdot 2.69}{0.16 \cdot 0.7 \cdot 2.001} = 0.11 \text{ m}$$

$$a_1 = 0.823 \cdot 0.095 = 0.08 \text{ m}$$

für Fuge d-d.

$$k = \frac{92 \cdot 10.5}{2} = 5518 \text{ kg}$$

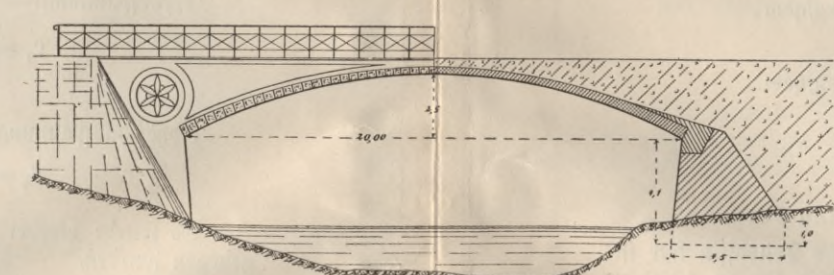
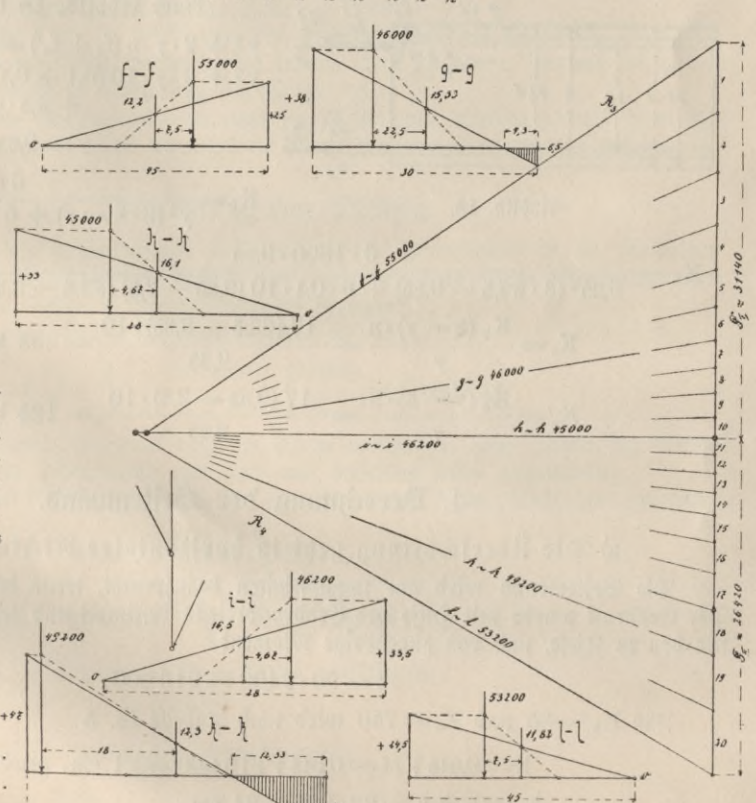
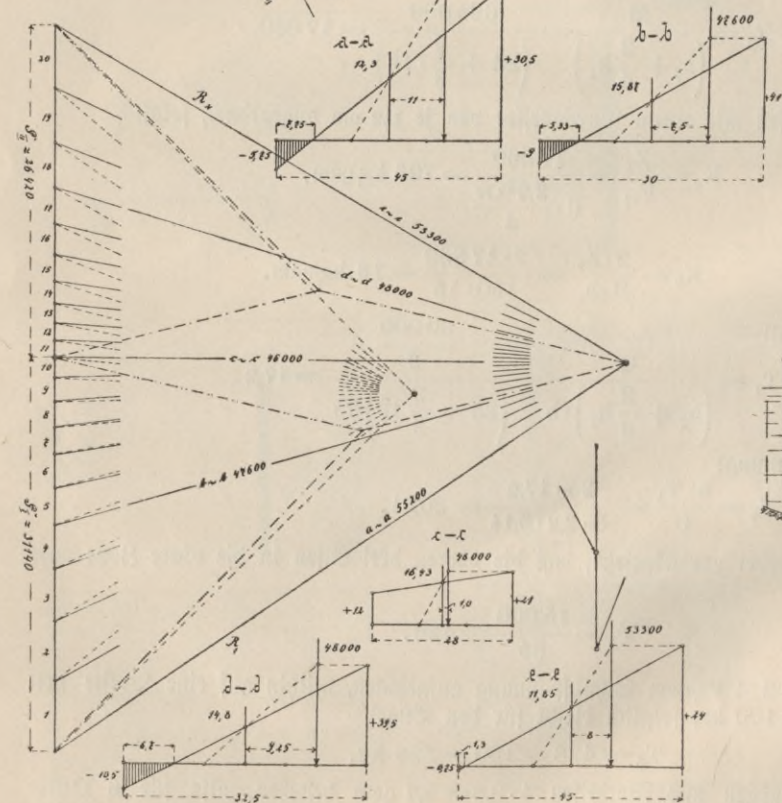
$$f_1 = \frac{k}{h} = \frac{5518}{250} = 22 \text{ g/cm}$$

gewählt 10 Eisen

$$f_2 = \frac{92}{10} = 9.2 \text{ g/cm}$$

da = 8 cm

Tabelle der			Lamellengewichte.			
y_1	1.1.5	1100	5300	y_{11}	1260 - 980	1180
y_2	1.1.9.3	1100	4230	y_{12}	1670 - 980	1390
y_3	1.1.3.2	1100	4020	y_{13}	1980 - 980	1500
y_4	1.1.3.15	1100	3920	y_{14}	2200 - 980	1720
y_5	1.1.2.2	1100	2970	y_{15}	2390 - 980	2110
y_6	1.1.2.35	1100	2590	y_{16}	2970 - 980	2490
y_7	1.1.2	1100	2200	y_{17}	3920 - 980	2990
y_8	1.1.4.8	1100	1980	y_{18}	4020 - 980	3590
y_9	1.1.5.2	1100	1820	y_{19}	4230 - 980	4250
y_{10}	1.1.5.6	1100	1760	y_{20}	5300 - 980	5020



Ansicht. Längsschnitt.

Scheitelstärke = 0,28 m.
 Krämpfer " " = 0,75 m.
 Überschüttungshöhe = 0,35 m.

Gewicht des Betons: 2300 kg/m³.
 " " der Hinterfüllg: 1600 " "
 " " " Verkehrslast: 70 kg/qm.

icheerung $\frac{4}{5} \cdot 800 \cong 600$ kg/qcm, so wird für 19,2 qcm

$$V = 19,2 \cdot 600 = 11\,520 \text{ kg,}$$

woraus sich die Bügelentfernung ergibt zu

$$Z = \frac{V}{T_3} = \frac{11\,520}{328} = 36 \text{ cm.}$$

3. Berechnung der Zwischenwand.

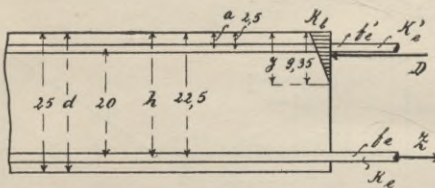
Die Konstruktion der Zwischenwand ist aus Tafel VI, unten rechts, ersichtlich. Es beträgt ihre Stärke 25 cm, ferner sind 12 mm starke Eisen angeordnet, welche 20 cm voneinander entfernt liegen. Auf den lfd. m Tiefe kommen 9 solcher Eisen, mithin auf einen cm Tiefe ein Eisenquerschnitt von $\frac{1,13 \cdot 9}{100} = 0,1$ qcm bezogen auf ein Eisen.

Die Zwischenwand wird am ungünstigsten beansprucht, wenn ein Teilbassin leer ist; dann hat die Wand auf 1 m Tiefe einen Wasserdruck aufzunehmen von $W = \frac{h^2}{2} \cdot 1000 = \frac{3 \cdot 3}{2} \cdot 1000 = 4500$ kg; woraus sich das Moment ergibt zu

$$M = 80 \cdot 2250 = 180\,000 \text{ kg,}$$

mithin auf 1 cm Tiefe

$$M = \frac{180\,000}{100} = 1800.$$



Abbild. 18.

Nach Abbild. 18 berechnet sich

$$\begin{aligned} y^2 + 2 \cdot y \cdot n (f_0 + f_0') &= 2 \cdot n (h \cdot f_0 + a \cdot f_0'), \\ y^2 + 2 \cdot y \cdot 10 (0,1 + 0,1) &= 2 \cdot 10 (22,5 \cdot 0,1 \\ &\quad + 2,5 \cdot 0,1), \\ y &= 9,35 \text{ cm.} \end{aligned}$$

$$K_b = \frac{6 \cdot M \cdot y}{y^2 (3 \cdot h - y) + 6 f_0' \cdot n (y - a) (h - a)}$$

$$K_b = \frac{6 \cdot 1800 \cdot 9,35}{9,35^2 (3 \cdot 22,5 - 9,35) + 6 \cdot 0,1 \cdot 10 (9,35 - 2,5) (22,5 - 2,5)} = 17 \text{ kg/qcm.}$$

$$K_e = \frac{K_b (h - y) \cdot n}{y} = \frac{17 (22,5 - 9,35) \cdot 10}{9,35} = 238 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_e' = \frac{K_b (y - a) \cdot n}{y} = \frac{17 (9,35 - 2,5) \cdot 10}{9,35} = 125 \text{ kg/qcm.}$$

4. Berechnung der Seitenwand.

a) Die Überschlüttung geht in horizontaler Richtung durch.

Die Seitenwand wird am ungünstigsten beansprucht, wenn das Teilbassin leer ist. Der Erddruck wurde mit Hilfe des Erddruckdreiecks bestimmt und ergab sich zu 4800 kg für den m Tiefe, und das zugehörige Moment

$$M = 90 \cdot 2400 = 216\,000.$$

Für $K_b = 35$ und $K_e = 750$ wird nach Tabelle S. 5

$$h = 0,045 \sqrt{M} = 0,045 \sqrt{216\,000} = 21 \text{ cm, gewählt } 22,$$

$$h_1 = h + a = 22 + 2 = 24 \text{ cm,}$$

ferner

$$F_0 = 0,033 \sqrt{M} = 0,033 \sqrt{216\,000} = 14,34 \text{ qcm.}$$

Wählt man nun 12 Eisen, so kommt auf 1 Eisen

$$f_0 = \frac{14,34}{12} = \sim 1,2 \text{ qcm oder } d \cong 12 \text{ mm.}$$

b) Die Überschlüttung ist geneigt (Tafel VI unten links).

Man legt an den Fuß der Seitenwandung eine Linie unter 60° bis zum Schnitte mit der Erdüberschlüttung und berechnet den Inhalt des darüber liegenden Trapezes auf 1 m Tiefe. Dann zerlegt man diesen Inhalt (5,1 cbm) in eine Komponente unter 60° (2,6 cbm) und eine Komponente unter 30° . Die Komponente (2,6 cbm) gibt nun den Inhalt des Erddruckes gegen die Seitenwand an. Man verwandelt nun diesen Inhalt (2,6 cbm) in ein Dreieck, dessen Höhe gleich der Höhe der Seitenwand plus Überschlüttungshöhe ist und dessen Grundlinie sich berechnet nach der Gleichung $\frac{x \cdot h}{2} = 2,6 \text{ cbm}$,

woraus

$$x = \frac{2,6 \cdot 2}{h} = \frac{2,6 \cdot 2}{4,6} = 1,13 \text{ m wird.}$$

Der Inhalt des schraffierten Trapezes multipliziert mit 1600 gibt den wirkenden Erddruck an

$$E = \frac{(0,25 + 1,13) \cdot 3,5}{2} \cdot 1600 = \sim 3860 \text{ kg für 1 m Tiefe.}$$

Da in diesem Falle der Erddruck (3860 kg) geringer ist als der Wasserdruck (4500 kg), so hat man folgendes zu beachten:

α) Wenn das Bassin gefüllt, so wirkt sowohl der Erddruck als auch der Wasserdruck; da nun der Wasserdruck größer ist, so biegt sich die Wandung nach außen durch und die Eisen wären mithin in die äußere Zone zu legen;

β) ist das Bassin leer, so wirkt nur der Erddruck und die Wandung biegt sich nach innen durch und die Eisen wären in die innere Zone zu legen, hieraus folgt, daß in diesem Falle eine doppelte Armierung am Platze wäre.

Anmerkung: Die Seitenwandungen und die Mittelwand wurden sowohl oben mit der Decke, als auch unten mit der Grundplatte durch armierte Konsolen verbunden.

5. Berechnung der Stützen.

Sowohl in den Seitenwandungen als auch in der Mittelwand ist an derjenigen Stelle, an welcher der Plattenbalken darauf ruht, eine besondere Stütze einzubauen. Es wird im folgenden die Stütze in der Mittelwand berechnet.

Der Druck, den diese Stütze aufzunehmen hat, ist

$$P_2 = \frac{P_1}{2} + \frac{P_1}{2} = \frac{30\,000}{2} + \frac{30\,000}{2} = 30\,000 \text{ kg.}$$

Die Höhe der Stütze kann man rund zu 3,0 m annehmen. Die Stärke der Stütze ist gleich derjenigen der Mittelwand und sind auch dieselben Eisen angeordnet.

Auf Druck ist nach Gleichung 1), S. 23, wenn man eine 5fache Sicherheit annimmt

$$P = F_b \cdot \frac{K_{b1}}{m} + F_0 \cdot E_0 \cdot \varepsilon,$$

$$F_0 = 4 \cdot \frac{1,2^2 \cdot 3,14}{4} = \sim 4,5 \text{ qcm,}$$

$$F_b = 25 \cdot 25 - 4,5 = \sim 620 \text{ qcm,}$$

$$\varepsilon = \frac{\left(\frac{250}{5}\right)^{1,15}}{200\,000} = 0,00045,$$

folglich

$$P = 620 \cdot \frac{250}{5} + 4,5 \cdot 2\,000\,000 \cdot 0,00045 = \sim 35\,000 \text{ kg.}$$

Auf Zerknicken ist nach Gleichung 2) §. 23

$$P = \xi \cdot \frac{F \cdot x}{m},$$

man ist

$$F = 620 + 10 \cdot 4,5 = 665,$$

$$J = \frac{25^4}{12} + 10 \cdot 4,5 \cdot 10^3 = \sim 37\,000,$$

$$i = \frac{37\,000}{665} = 55,6,$$

$$x = \frac{250}{1 + 0,0001 \frac{\left(\frac{3}{4} \cdot 300\right)^2}{55,6}} = 230,$$

folglich

$$P = 1 \cdot \frac{665 \cdot 230}{5} = 30\,590 \text{ kg.}$$

IX. Berechnung eines Wasserbehälters aus Beton und Eisen, wenn der Behälter ein Halbkugel-Gewölbe bildet.

Der Inhalt des Behälters soll rund 170 cbm betragen. Nimmt man nun den Durchmesser zu 7,0 m an, so ist der Inhalt des vollen Behälters

$$V_1 = 0,5236 \cdot d^3 = 0,5236 \cdot 7^3 = \sim 180 \text{ cbm.}$$

Da die höchste Füllung nur 2,5 m betragen soll, so ist der Inhalt der Kugelfalotte in Abrechnung zu bringen

$$V_2 = \frac{1}{5} \cdot \pi \cdot h^2 (3r - h) = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 1^2 (3 \cdot 3,5 - 1) = \sim 10 \text{ cbm,}$$

folglich

$$V = V_1 - V_2 = 180 - 10 = 170 \text{ cbm.}$$

Die Stärke der Kuppel wurde im Scheitel zu 15 cm und an den Kämpfern zu 30 cm angenommen. Ferner beträgt die Überschüttungshöhe 1,0 m und ist dieselbe in einer Höhe von 3,0 m horizontal abgeglichen.

Eine Gewölbehälfte wurde nun nach Fig. 4 in 22 Lamellen eingeteilt und ein Streifen herausgenommen, der am Kämpfer eine Breite von 1,0 m und am Scheitel eine solche von 0 hat (Fig 8). Die Gewichte der einzelnen Lamellen ergeben sich zu:

Betonlamellen:	Überschüttungslamellen:	Summa:
$g_1 = 0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,04 \cdot 2000 = 3,0 \text{ kg}$	$p_1 = 0,25 \cdot 0,04 \cdot 1 \cdot 1600 = 16 \text{ kg}$	19,0 kg
$g_2 = 0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,07 \cdot 2000 = 5,25 \text{ "}$	$p_2 = 0,25 \cdot 0,07 \cdot 1 \cdot 1600 = 28 \text{ "}$	33,25 "
$g_3 = 0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,1 \cdot 2000 = 7,5 \text{ "}$	$p_3 = 0,25 \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 1600 = 40 \text{ "}$	47,5 "
$g_4 = 0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,13 \cdot 2000 = 9,75 \text{ "}$	$p_4 = 0,25 \cdot 0,13 \cdot 1 \cdot 1600 = 52 \text{ "}$	61,75 "
$g_5 = 0,25 \cdot 0,16 \cdot 0,16 \cdot 2000 = 12,75 \text{ "}$	$p_5 = 0,25 \cdot 0,16 \cdot 1 \cdot 1600 = 66 \text{ "}$	78,25 "
$g_6 = 0,25 \cdot 0,16 \cdot 0,2 \cdot 2000 = 16,0 \text{ "}$	$p_6 = 0,24 \cdot 0,2 \cdot 1,07 \cdot 1600 = 82 \text{ "}$	98,00 "
$g_7 = 0,25 \cdot 0,16 \cdot 0,25 \cdot 2000 = 20,0 \text{ "}$	$p_7 = 0,233 \cdot 0,25 \cdot 1,1 \cdot 1600 = 102 \text{ "}$	127,00 "
$g_8 = 0,25 \cdot 0,17 \cdot 0,3 \cdot 2000 = 25,5 \text{ "}$	$p_8 = 0,22 \cdot 0,3 \cdot 1,13 \cdot 1600 = 120 \text{ "}$	145,50 "
$g_9 = 0,25 \cdot 0,17 \cdot 0,35 \cdot 2000 = 30,0 \text{ "}$	$p_9 = 0,21 \cdot 0,35 \cdot 1,2 \cdot 1600 = 140 \text{ "}$	170,00 "
$g_{10} = 0,25 \cdot 0,17 \cdot 0,4 \cdot 2000 = 34,0 \text{ "}$	$p_{10} = 0,2 \cdot 0,4 \cdot 1,23 \cdot 1600 = 158 \text{ "}$	192,00 "
$g_{11} = 5,25 \cdot 0,18 \cdot 0,44 \cdot 2000 = 40,0 \text{ "}$	$p_{11} = 0,195 \cdot 0,44 \cdot 1,3 \cdot 1600 = 178 \text{ "}$	218,00 "

Darauf wurde zu den einzelnen Betonlamellen und Überschüttungslamellen die Refultierende mit Hilfe von Kräfteck und Seileck (Fig. 5) gesucht und zwar für die ersten 17 Lamellen. Für die letzten 5 Lamellen wurde der Deutlichkeit wegen jedesmal eine Konstruktion für sich ausgeführt (Fig. 6).

Der Erddruck gegen das Gewölbe wurde nach dem allgemeinen Verfahren (Fig. a) bestimmt und die Erddruckfläche F in ein Dreieck von der Höhe der Erde umgewandelt (Fig. 7). Dieses letzte Dreieck wurde nun entsprechend der einzelnen Betonlamellen in Streifen zerlegt. Der Inhalt dieser Streifen mal der Tiefe, entnommen aus Fig. 8, multipliziert mit 1600, gibt den Erddruck gegen die einzelnen Betonlamellen. Die obersten 8 Lamellen erhalten keinen seitlichen Erddruck.

Darauf wurde in einem Kräfteplane (Fig. 9) die einzelnen Lamellen und ihre entsprechenden seitlichen Erddrücke aneinander getragen, ein beliebiger Pol angenommen und der zugehörige Seilzug (unten rechts) gezeichnet. Durch Verlängerung der äußersten Seilzugseiten ergab sich die Lage der Resultierenden. Dann wurde durch die Scheitelmitte eine Horizontale bis zum Schnittpunkte mit der Resultierenden gezogen und dieser Schnittpunkt mit dem Kämpfermittelpunkt verbunden, wodurch sich der Kämpferdruck und Scheiteldruck ergab.

Zerlegt man nun im Kräfteplan (Fig. 9) die Resultierende parallel zu diesen Drücken, so ergibt sich ein neuer Pol.

Zieht man nun die zu diesem Pole zugehörigen Polstrahlen und mit dem Scheitelmittelpunkte beginnend, die zugehörige Stützlinie, so muß diese auch durch den Kämpfermittelpunkt gehen.

Für unser Beispiel ergab sich in der Fuge $m-n$ die größte Exzentrizität. Konstruiert man nun für diese Fuge nach Fig. 10 das Spannungsdiagramm, so ergeben sich die größten Mantelpressungen zu $+21,8$ und $-14,8$.

Der Zug von $14,8$ soll von der Eiseneinlage aufgenommen werden.

Der Inhalt des Zugdreiecks ist $J = \frac{14,8 \cdot 6,8}{2} = 50,32$ und da die Fuge an dieser Stelle eine Tiefe von 17 cm hat, so ist die Zugspannung

$$Z = 17 \cdot 50,32 = 855 \text{ kg,}$$

mithin
$$F = \frac{Z}{K} = \frac{855}{750} = 1,14 \text{ qcm.}$$

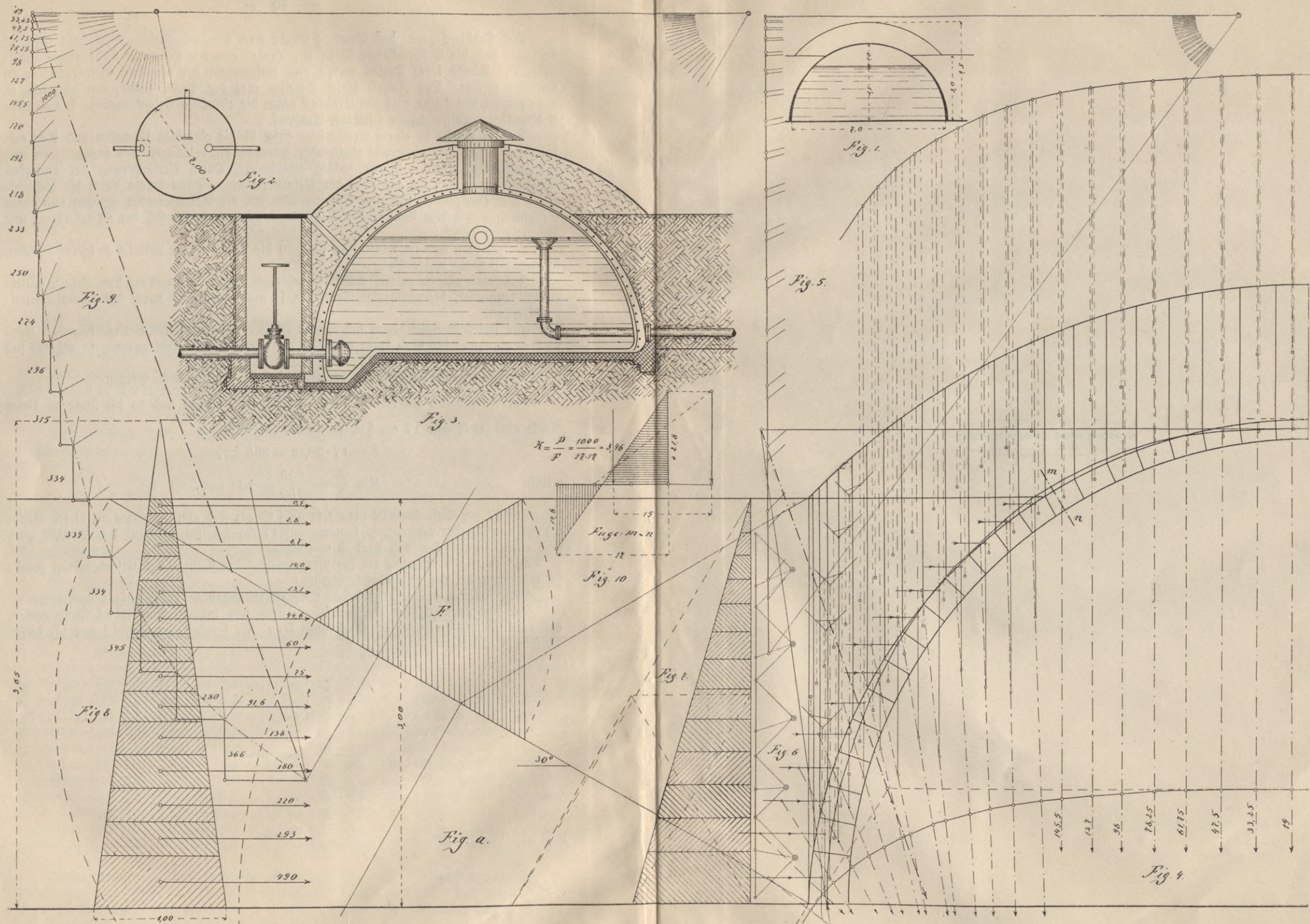
Auf 17 cm Tiefe benötigt man $1,14$ qcm Eisen; sind nun die Eisen an dieser Stelle $8,5$ cm voneinander entfernt, so kommen auf 17 cm 2 Eisen, also auf 1 Eisen $0,57$ qcm, was einen Durchmesser von rund 9 mm ergibt.

Die genaue Berechnung der Inanspruchnahme des Betons und Eisens erfolgt gerade so, wie schon bei der Bogenbrücke erwähnt.

Außer diesen Haupteisen wurden noch Verteilungsstäbe ringförmig angeordnet.

Die Inanspruchnahme des Gewölbes durch den inneren Wasserdruck ist so gering, daß man ihn ohne weiteres vernachlässigen kann. Er beträgt zum Beispiel nur für dieses Beispiel $1,46$ kg/qcm.





Druck von Bär & Hermann in Leipzig.



S. 61

POLITECHNIKA KRAKOWSKA
BIBLIOTEKA GŁÓWNA



L. inw.

17919

Kdn. 524. 13. IX. 54

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300697