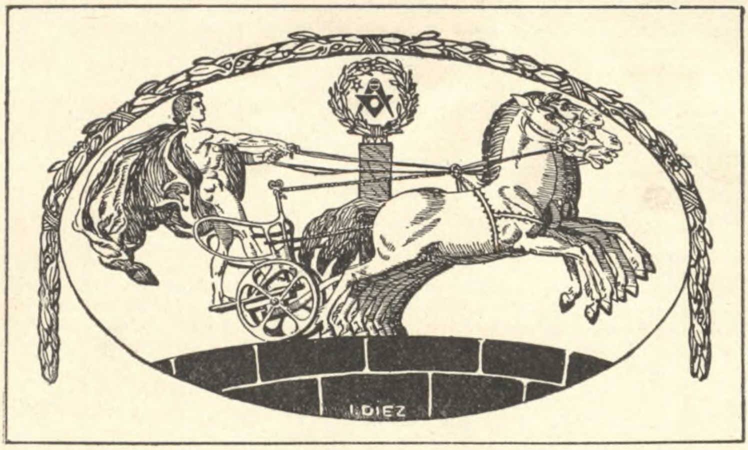
E. Fölzer

Eisenbetonkonstruktionen I.

Eisenbetonkonstruktionen.

I.

Gedruckt bei Imberg & Lefson G. m. b. H. in Berlin SW. 68.



Eisenbetonkonstruktionen I.

Dritte Auflage.

Mit 282 Abbildungen, 5 ganzseitigen Tafeln und 1 lithographischen Tafel.

Von

Dipl.-Ing. E. Fölzer
(Oberlehrer an der staatlichen Baugewerkschule zu Lübeck).

Strelitz in Mecklenburg.
Polytechnischer Verlag M. Hittenkofer.

Vorwort.

Vorliegende dritte Auflage meines Werkes über Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen weist gegen die zweite Auflage der Hauptsache nach keine Veränderungen auf, denn der grosse Anklang, welchen meine Arbeit gefunden, und die zahlreichen Zuschriften, welche ich erhalten, bezeugen zur Genüge, dass der Grundgedanke, welcher mich bei der Verfassung der Abhandlung leitete, als der richtige anerkannt werden muss.

Neu aufgenommen wurde die Berechnung der auf 4 Seiten aufgelagerten Eisenbetonplatten, sowie die Bestimmung der Eiseneinlagen bei gegebenem Querschnitt, ausgelassen dagegen das grössere Übungsbeispiel, denn es zeigte sich, dass vielen Interessenten die Kenntnis des kontinuierlichen Trägers mit verschiedenen und veränderlichen Lasten fehlte. Es wird deshalb der kontinuierliche Träger in seinem ganzen Umfange einer später erscheinenden Abhandlung zugrunde gelegt werden.

Ausserdem wurden eine Reihe von Umrechnungen, Umänderungen und Streichungen vorgenommen, sowie viele der Klarheit dienende Erläuterungen hinzugefügt.

Der Verfasser.

Inhalts-Verzeichnis.

Erster Teil.

Die Eisenbetonkonstruktionen im Hochbau.

Seite

I. Abriss der Festigkeitslehre 1

A. Zugfestigkeit 1

B. Druckfestigkeit und Knickung 2

1. Druckfestigkeit mit zentrischer Belastung . . . 2

2. Druckfestigkeit bei exzentrischer Belastung . . 4

C. Biegungsfestigkeit 6

1. Der Freiträger 7

2. Der Träger auf zwei Stützen 7

3. Der einseitig eingespannte Träger 10

4. Der beiderseitig eingespannte Träger 11

5. Die auf vier Seiten gelagerte Platte 11

6. Die auf vier Seiten gelagerte Eisenbetonplatte . 12

D. Schubfestigkeit 16

E. Der kontinuierliche Träger 17

II. Leitsätze zur statischen Berechnung 21

A. Eigengewicht 21

B. Ermittlung der äusseren Kräfte 21

C. Ermittlung der inneren Kräfte 22

D. Zulässige Spannungen 23

III. Gewichtstabellen 25

IV. Rundeisentabelle 26

V. Ableitung der Gleichungen zur Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen im Hochbau nebst Beispielen . . . 27

A. Die einfach armierte Platte 27

B. Die doppelt armierte Platte 33

C. Der Plattenbalken 38

1. Die Nullinie fällt in die Platte 38

2. Die Nullinie fällt mit Plattenunterkante zusammen 39

3. Die Nullinie fällt in den Steg 39

Seite

D. Gitterdecke nach Visintini 49
E. Säulen und Stützen mit zentrischer Belastung . . 51
F. Säulen und Stützen mit exzentrischer Belastung . . 53
1. Die exzentrische Kraft greift im Kerne an . . . 56
2. Die exzentrische Kraft greift am Kernrande an . 56
3. Die exzentrische Kraft greift ausserhalb des Kernes an 57

VI. Die einzelnen Eisenbetondecken-Systeme nebst Beispielen
A. Decke nach System „Monier“ 62
B. Decke nach System „Wayss“ 67
C. Decke nach System ‚Hennebique“ 70
D. Decken nach „Ransome“, „Habrich“ und „Hyatt“ . 72
E. Decke nach System „Lolat“ 73
F. Voutendecke nach „Könen“ 73
G. Decken nach „Stapf“ und „Klett“ 75
H. Viktoria-Decke 75
J. Hängegurtdecke nach „Möller“ 76
K. Streckmetalldecke 78
L. Könensche Plandecke 80
M. Zellendecke nach Zöllner und Röhrendecke nach Bramig 81
N. Decke nach System „Stolte“ 82
O. Zylinderstegdecke nach „Herbst“ 83
P. Decke nach System „Siegwart“ 85
Gitterdecke nach System „Visintini“ 86
R. Decke nach System „Kleine“ 88
S. Die auf 4 Seiten gelagerte Eisenbetondecke 88

VII. Die Plattenbalken-Systeme nebst Beispielen 91
A. Plattenbalken nach System „Wayss“ 91
B. Plattenbalken nach System „Hennebique“ 91
C. Plattenbalken nach System „Luipold“ 91

VIII. Die Säulen und Stützen nebst Beispielen 99
A. Säulen mit schwacher Armierung 99
B. Stützen mit starker Armierung 104

IX. Treppen aus Eisenbeton 106
A. Treppen mit einseitig eingemauerten Stufen aus Eisenbeton und Podestträgern aus Eisen oder Eisenbeton mit Beispiel 106
B. Treppen mit Tragkonstruktion aus Eisenbeton und aufgesetzten Betonstufen mit Beispiel 111

Seite

X. Dächer aus Eisenbeton 117
A. Einteilung und Abdeckung 117
B. Dächer aus Eisen mit zwischen den Pfetten gespannten Eisenbetondecken nebst Beispiel 118
C. Bogendächer nebst Beispielen 119
1. Dreigelenkbogendach 120
2. Zweigelenkbogendach 122
3. Gelenkloses Bogendach 125
D. Rahmendächer nebst Beispiel 129
E. Kegel- und Zeltdächer nebst Beispiel 131
F. Kuppeldächer nebst Beispielen 137

XI. Wände aus Eisenbeton 143
1. Wände nach System „Monier“ 143
2. Wände nach System „Hennebique“ 144
3. Wände nach System „Wayss“ 144
4. Wände nach System „Chaudy“ 144
5. Wände nach System „Streckmetall“ 145
6. Wände nach System „Rabitz“ 145
7. Wände nach System „Drahtziegelwände“ . . . 145
8. Wände nach System „Prüss“ 145

XII. Beispiel zu einer Konsolkonstruktion (Erkeranlage) . . 146

XIII. Literaturangaben 149

I.

Abriss der Festigkeitslehre.

A. Die Zugfestigkeit.

Wird ein Körper durch eine Kraft P, welche in seinem Schwerpunkt angreift, auf Zug beansprucht, so erleidet er eine Beanspruchung K_z kg/qcm, welche sich gleichmässig über den ganzen Querschnitt verteilt. Dementsprechend berechnet sich seine Querschnittsfläche zu (Fig. 1):

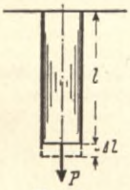


Fig. 1.

$$F = \frac{P}{K_z} \quad \text{[1]}$$

$$K_z = \frac{P}{F} \quad \text{[1a]}$$

$$P = F \cdot K_z \quad \text{[1b]}$$

Dadurch nun, dass ein Körper von der Länge l und dem Querschnitt F durch eine Kraft P auf Zug beansprucht wird, erleidet derselbe eine Dehnung Δl, welche sich berechnet nach:

$$\Delta l = \frac{K_z}{E} \cdot l \quad \text{[2]}$$

oder da

$$K_z = \frac{P}{F}$$

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{F \cdot E} \quad \text{[2a]}$$

In vorstehenden Gleichungen bezeichnet:

l die ursprüngliche Länge in cm,

E = Elastizitätsmodul kg/qcm.

Unter Elastizitätsmodul des Materials versteht man die Kraft, welche einen Stab von der Länge 1 und 1 qcm Querschnitt auf die doppelte Länge ausdehnt.

Gleichung [2] in Worten lautet:

Die Dehnungen verhalten sich wie die Spannungen.

Beispiel:

Ein Rundeisenstab von Flusseisen habe eine Länge von 6,0 m und sei auf Zug zentrisch mit 5000 kg belastet. Es sind der Querschnitt und die Verlängerung zu berechnen, wenn $K_z = 1000$ kg/qcm und $E = 2\,100\,000$ ist.

Nach Gleichung [1] wird:

$$F = \frac{P}{K_z} = \frac{5000}{1000} = 5 \text{ qcm}.$$

Da nun

$$F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 5 \text{ qcm},$$

so folgt

$$d = \sqrt{\frac{5 \cdot 4}{3{,}14}} = 2{,}53 \text{ cm}.$$

Nach Gleichung [2] folgt:

$$\Delta l = \frac{K_z}{E} \cdot l = \frac{1000}{2\,100\,000} \cdot 600 = 0{,}2858 \text{ cm}.$$

B. Die Druckfestigkeit.

1. Druckfestigkeit bei zentrischer Belastung.

Für diese Art der Beanspruchung eines Körpers gelten dieselben Formeln wie für die Zugfestigkeit mit der Ausnahme, dass an Stelle

der elastischen Verlängerung Δl
eine elastische Verkürzung Δl

eintritt (Fig. 2).

$$F = \frac{P}{K_d} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad [3]$$

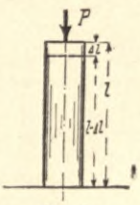


Fig. 2.

$$K_d = \frac{P}{F} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad [3a]$$

$$P = F \cdot K_d \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad [3b]$$

$$\Delta l = \frac{K_d}{E} \cdot l \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad [4]$$

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot F} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad [4a]$$

Ausser auf Druck sind die gedrückten Stäbe nach der Eulerschen Formel noch auf Zerknicken zu berechnen nach der Gleichung:

$$J = \frac{s \cdot P \cdot l^2}{\pi^2 \cdot E} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad [5]$$

$$P = \frac{J \cdot \pi^2 \cdot E}{s \cdot l^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad [5a]$$

Hierin bezeichnet: J = Trägheitsmoment in cm^4, l = Länge des Stabes in cm, P = Belastung in kg, s = Sicherheitsfaktor, E = Elastizitätsmodul in kg/qcm.

Beispiel:

Eine quadratische Betonstütze (Fig. 3) habe eine Länge von 6 m und sei zentrisch mit 20 000 kg belastet. Es ist die Stütze zu dimensionieren, wenn $K_d = 40$, $E = 140\,000$ und $s = 10$ beträgt.

Nach Gleichung [3] wird:

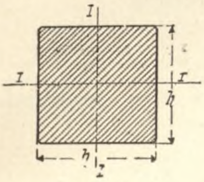


Fig. 3.

$$F = \frac{P}{K_d} = \frac{20\,000}{40} = 500 \text{ qcm.}$$

Da nun $F = h^2$, so

$$h = \sqrt{500} = \infty\, 23 \text{ cm.}$$

Nach Gleichung [5] wird:

$$J = \frac{10 \cdot 20000 \cdot 600^2}{10 \cdot 140000} = 51450 \text{ cm}^4.$$

Das Trägheitsmoment eines quadratischen Querschnitts ist:

$$J = \frac{h^4}{12},$$

folglich $$h = \sqrt[4]{12 \cdot J} = \sqrt[4]{12 \cdot 51450} = 28 \text{ cm.}$$

Der letztere Wert ist für die Konstruktion massgebend.

Nach Gleichung [4] beträgt die Verkürzung:

$$\Delta l = \frac{40 \cdot 600}{140000} = 0{,}171 \text{ cm.}$$

Beispiel:

Ein Betonpfeiler habe eine Länge $h = 1$ m und eine Stärke $b = 0{,}4$ m, ferner eine Höhe $l = 4{,}0$ m (Fig. 4). Mit welcher Kraft kann der Pfeiler zentrisch belastet werden, wenn $E = 140000$, $K_d = 40$ und $s = 10$ ist?

Nach Gleichung [3b] wird:

$$P = 100 \cdot 40 \cdot 40 = 160000 \text{ kg.}$$

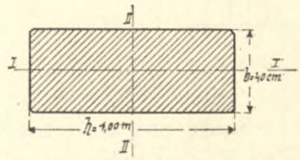


Fig. 4.

Für Zerknicken folgt nach Gleichung [5a] unter Berücksichtigung des kleinsten Trägheitsmomentes:

$$J_I = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{100 \cdot 40^3}{12} = 533333,$$

$$P = \frac{533333 \cdot 10 \cdot 140000}{10 \cdot 400 \cdot 400} = 466666 \text{ kg.}$$

Beispiel:

Eine Eisenbetonsäule habe den in Fig. 5 und 6 angegebenen Querschnitt. Es soll die grösste zulässige Entfernung x der Verbindungseisen festgelegt werden, wenn $K_e = 1000$ kg/qcm und auf den Beton weiter keine Rücksicht genommen wird.

Nach Gleichung [5a] ist

$$P = \frac{J \cdot \pi^2 \cdot E}{s \cdot l^2}$$

oder $$l = x = \sqrt{\frac{J \cdot \pi^2 \cdot E}{s \cdot P}}$$

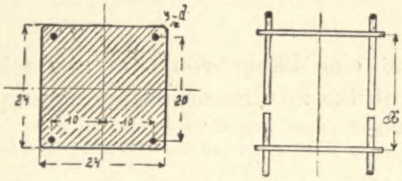


Fig. 5 u. 6.

Nach Gleichung [3b] folgt:

$$P = F \cdot K_d = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot K_e.$$

Für Rundeisen ist $J = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$, $\pi^2 = 10$ und $s = 5$, ferner $E = 2100000$, mithin:

$$x = \sqrt{\frac{\frac{\pi \cdot d^4}{64} \cdot 10 \cdot 2100000}{5 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot K_e}} = d \sqrt{\frac{2100000 \cdot 10}{5 \cdot 16 \cdot K_e}}$$

$$x = 512 \frac{d}{\sqrt{K_e}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad [6]$$

Für unser Beispiel wird:

$$x = 512 \cdot \frac{2}{\sqrt{1000}} = 32{,}4 \text{ cm}.$$

2. Druckfestigkeit bei exzentrischer Belastung.

Unter exzentrischer Belastung versteht man eine Belastung, bei welcher die Kraft (Fig. 7) nicht im Schwerpunkt des Querschnitts, sondern ausserhalb desselben angreift.

Die Berechnungsweise ist nun folgende: Man berechnet die Stützen zunächst auf Zerknicken nach Gleichung [5]

$$J = \frac{s \cdot P \cdot l^2}{\pi^2 \cdot E}$$

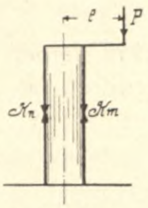


Fig. 7.

und untersucht dann, ob der berechnete Querschnitt auch auf Druck und Biegung genügt nach den Gleichungen:

$$K_m = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad [7]$$

$$K_n = \frac{P}{F} - \frac{M}{W} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad [7a]$$

Sollen nun an der der exzentrisch wirkenden Kraft gegenüberliegenden Kante keine Zugspannungen auftreten, oder anders ausgedrückt, soll der Grenzfall gesetzt werden, dass $K_n = 0$ wird, so folgt nach Gleichung [7a]

$$\frac{P}{F} - \frac{M}{W} = 0$$

oder

$$\frac{P}{F} = \frac{M}{W};$$

da nun $M = P \cdot e$, so folgt

$$\frac{P}{F} = \frac{P \cdot e}{W}$$

oder

$$e = m = \frac{W}{F} \text{ cm} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad [8]$$

Sollen also in der Säule keine Zugspannungen auftreten, so darf die Exzentrizität e nicht grösser als $m = \frac{W}{F}$ werden.

Beispiel:

Eine Betonsäule habe eine Höhe von 4 m, einen in Fig. 8 angegebenen Querschnitt und sei 5 cm exzentrisch mit 20000 kg belastet. Es ist der Säulenquerschnitt zu berechnen, wenn s = 10, E = 140000 und K = 40 ist.

Nach Gleichung [5] wird:

$$J = \frac{10 \cdot 20000 \cdot 400^2}{10 \cdot 140000} = 22856 \text{ cm}^4,$$

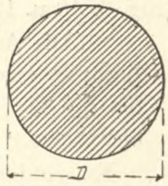


Fig. 8.

demnach

$$J = \frac{D^4 \cdot \pi}{64} = 22856,$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 22856}{3{,}14}} = 26 \text{ cm}.$$

Würde die Kraft 20000 kg zentrisch angreifen, so wäre die Druckbeanspruchung

$$K = \frac{20000}{F} = \frac{20000}{\frac{26^2 \cdot 3{,}14}{4}} = \frac{20000}{531} = 37{,}6 \text{ kg/cm}^2.$$

Für exzentrische Belastung ergibt sich auf Druck und Biegung für:

$$W = \frac{D^3 \cdot \pi}{32} = \frac{26^3 \cdot 3{,}14}{32} = 1726 \text{ cm}^3$$

nach den Gleichungen [7] und [7a]

$$K_m = \frac{20000}{531} + \frac{20000 \cdot 5}{1726} = 37{,}6 + 53 = 95{,}6 \text{ kg/cm}^2 \text{ Druck},$$

$$K_n = 37{,}6 - 58 = -20{,}4 \text{ kg/cm}^2 \text{ Zug}.$$

Da Zugbeanspruchungen in Betonsäulen nicht auftreten sollen, so ist der Querschnitt zu vergrössern, und zwar dergestalt, dass

$$e = m = 5$$

wird, mithin

$$\frac{W}{F} = \frac{\frac{D^3 \cdot \pi}{32}}{\frac{D^2 \cdot \pi}{4}} = 5,$$

$$\frac{D}{8} = 5,$$

$$D = 40 \text{ cm}.$$

Für diesen Querschnitt wird:

$$W = \frac{40^3 \cdot 3{,}14}{32} = 6283 \text{ cm}^3,$$

$$F = \frac{40^2 \cdot 3{,}14}{4} = 1256 \text{ cm}^2,$$

mithin

$$K_m = \frac{20000}{1256} + \frac{20000 \cdot 5}{6283} = 15{,}9 + 15{,}9 = 31{,}8 \text{ kg/cm}^2 \text{ Druck},$$

$$K_n = 15{,}9 - 15{,}9 = 0.$$

C. Die Biegungsfestigkeit.

Wird ein Stab, der entweder an einer Seite festgehalten und an der anderen frei schwebt, oder an zwei oder mehreren Stellen unterstützt ist, von äusseren Kräften, welche senkrecht oder unter einem Winkel zur Längsachse wirken, angegriffen, so haben wir es mit der Biegungsbeanspruchung desselben zu tun (Fig, 9, 10 u. 11). Für die Berechnung dieser Träger gelten folgende Vorschriften:

„Die Angriffsmomente und Auflagerkräfte der auf Biegung beanspruchten Bauteile sind je nach der Art der Belastungen und Auflagerungen nach den für die frei aufliegenden und durchgehenden Balken aufgestellten Regeln zu berechnen."

Es finden also bei diesen Berechnungen die bekannten Gleichgewichtsbedingungen Anwendung, nämlich:

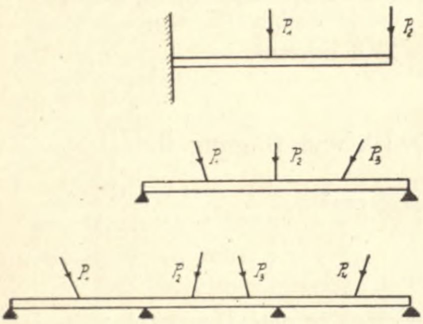


Fig. 9, 10 u. 11.

1. Die Summe der Horizontalkräfte muss = 0 sein
2. „ „ „ Vertikalkräfte „ = 0 „
3. „ „ „ Momente „ = 0 „

Selbstverständlich ist auch hierbei darauf zu achten, dass alle den Stab beanspruchenden Kräfte in der Ebene der Längsachsen liegen müssen und dass die statischen Momente für jeden in dieser Ebene liegenden Punkt = 0 sein sollen.

Sieht man sich einen solchen durch irgendeine Kraft beanspruchten Stab an, so wird man sehen, dass durch die Durchbiegung, welche er erleidet, oben eine Verkürzung und in der unteren Zone eine Verlängerung eintritt, mithin muss es zwischen der Druck- und Zugzone eine Faserschicht geben, welche weder Druck noch Zug erhält. Man nennt diese Schicht die **„Neutrale Achse" oder „Nullinie"**.

Es verhält sich nun nach Fig. 12:

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{r+y}{r} \text{ oder } \lambda' = \frac{r+y}{r} \cdot \lambda.$$

Bezeichnet man ferner die Drehung mit ξ, so wird

$$\xi = \lambda' - \lambda = \frac{r+y}{r} \cdot \lambda - \lambda,$$

$$\xi = \frac{\lambda(r+y) - \lambda \cdot r}{r} = \frac{\lambda}{r} \cdot (r + y - r),$$

$$\xi = \frac{\lambda}{r} \cdot y.$$

Nach Gleichung [2] wird:

$$\Delta l = \xi = \frac{\lambda \cdot K}{E}$$

oder gleichgesetzt $\quad \frac{\lambda}{r} \cdot y = \frac{\lambda \cdot K}{E}$

oder $\quad K = \frac{E \cdot y}{r}.$

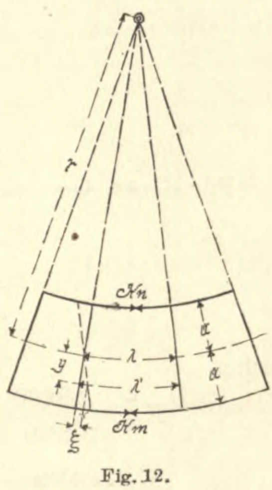


Fig. 12.

Bezieht man diese letzte Gleichung auf die äusserste Faser, so wird y = a und

$$K_m = \frac{E \cdot a}{r}.$$

Nun verhält sich:

$$\frac{K}{K_m} = \frac{\frac{E \cdot y}{r}}{\frac{E \cdot a}{r}} = \frac{y}{a}$$

oder

$$\frac{K}{K_m} = \frac{y}{a} \quad \text{. . . . . [9]}$$

d. h. die Spannungen in den Fasern wachsen proportional mit dem Abstand von der Nullinie.

Da nun ferner nach [2] sich die Dehnungen verhalten wie die Spannungen, so müssen auch die Dehnungen in den Fasern proportional mit dem Abstande von der Nullinie wachsen.

1. Der Freiträger.

$$M = P \cdot l = 600 \cdot 220 = 132000 \text{ kg/cm (Fig. 13).}$$

$$M = \frac{P \cdot l}{2} = \frac{460 \cdot 200}{2} = 46000 \text{ kg/cm (Fig. 14).}$$

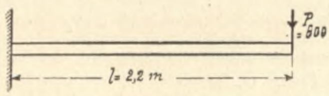


Fig. 13.

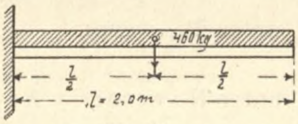


Fig. 14.

$$M = P_1 \cdot d + P_2 \cdot c + P_3 \cdot b + P_4 \cdot a \text{ (Fig. 15).}$$

$$M = 200 \cdot 160 + 120 \cdot 110 + 100 \cdot 80 + 400 \cdot 40 = 69200 \text{ kg/cm.}$$

$$M = \frac{P \cdot l}{2} + P_1 \cdot l + P_2 \cdot b + P_3 \cdot a \text{ (Fig. 16).}$$

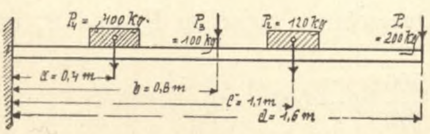


Fig. 15.

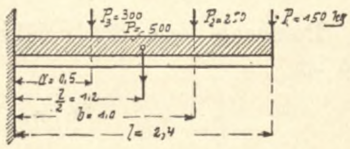


Fig. 16.

$$M = \frac{500 \cdot 240}{2} + 150 \cdot 240 + 250 \cdot 100 + 300 \cdot 50 = 136000 \text{ kg/cm.}$$

2. Der Träger auf zwei Stützen.

a) Der Träger auf zwei Stützen ohne überkragende Enden.

$$A = \frac{P}{2}; \quad B = \frac{P}{2} \text{ (Fig. 17).}$$

$$M = \frac{P \cdot l}{4} = \frac{800 \cdot 300}{4} = 60000 \text{ kg/cm.}$$

$$A = \frac{800}{2} = 400 \text{ kg}; \quad B = \frac{800}{2} = 400 \text{ kg.}$$

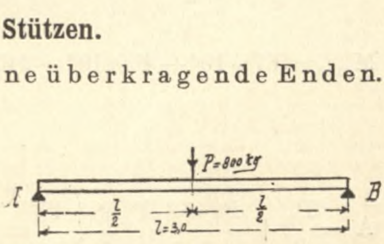


Fig. 17.

$$A = \frac{P}{2} = \frac{900}{2} = 450 \text{ kg}; \; B = \frac{P}{2} = \frac{900}{2} = 450 \text{ kg (Fig. 18).}$$

$$M = \frac{P \cdot l}{8} = \frac{900 \cdot 400}{8} = 45000 \text{ kg/cm.}$$

$$A = \frac{P_1 \cdot a + P_2 \cdot b + P_3 \cdot c}{l} = \frac{300 \cdot 0{,}4 + 500 \cdot 1{,}4 + 400 \cdot 2{,}0}{2{,}4} = 675 \text{ kg (Fig. 19).}$$

$$B = P_1 + P_2 + P_3 - A = 300 + 500 + 400 - 675 = 525 \text{ kg.}$$

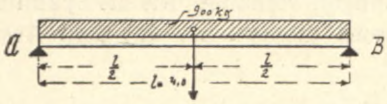


Fig. 18.

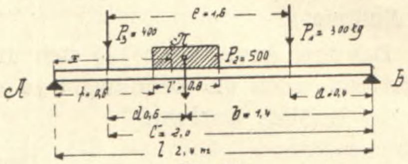


Fig. 19.

Der gefährliche Querschnitt liegt bekanntlich an derjenigen Stelle, an welcher die positive (+) Schubkraft in die negative (—) übergeht.

α) unter P_3, wenn: $A - P_3 \leqq 0.$

β) unter N, wenn: $A - P_3 - \frac{P_2}{l'}(x - f) = 0.$

γ) unter P_1, wenn:

$$A - (P_3 + P_2) > 0 \text{ und } A - (P_3 + P_2 + P_1) \overline{\lessgtr} 0.$$

Für P_3: $V = 675 - 400 = +275.$

Für P_2: $V = 675 - 400 - 500 = -225.$

Demnach liegt der gefährliche Querschnitt zwischen P_3 und P_2 unter N, also ist

$$675 - 400 - \frac{500}{0{,}8}(x - 0{,}6) = 0,$$

$$275 = 625\,x - 375,$$

$$x = \frac{275 + 375}{625} = 1{,}04 \text{ m,}$$

$$M_{max} = 675 \cdot 104 - 400\,(104 - 240 + 200) - \frac{500}{0{,}8}(104 - 0{,}6) \cdot \frac{104 - 60}{2} = 44600 \text{kg/cm.}$$

$$A = \frac{P_2}{2} + \frac{P_1 \cdot a + P_3 (a + b)}{l} = \frac{800}{2} + \frac{400 \cdot 0{,}6 + 600\,(0{,}6 = 1{,}5)}{2{,}5} = 1000 \text{ kg (Fig. 20).}$$

$$B = P_1 + P_2 + P_3 - A = 400 + 800 + 600 - 1000 = 800 \text{ kg.}$$

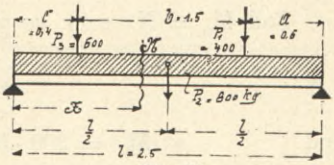


Fig. 20.

Gefährlicher Querschnitt.

α) unter P_3, wenn:

$$A - \frac{P_2 \cdot c}{l} > 0 \text{ und } A - \left(\frac{P_2 \cdot c}{l} + P_3\right) = 0.$$

β) unter P_1, wenn:

$$A - \left(\frac{P_2 \cdot (c + b)}{l} + P_3\right) > 0 \text{ und } A - \left(\frac{P_2 \cdot (c + b)}{l} + P_3 + P_1\right) = 0,$$

γ) unter N, wenn:

$$A - \left(\frac{P_2 \cdot x}{l} + P_3\right) = 0.$$

Für P_3:

$$V = 1000 - \frac{800}{2,5} \cdot 0,4 = + 872 \text{ und } V = 1000 - \left(\frac{800}{2,5} \cdot 0,4 + 600\right) = + 272.$$

Für P_1:

$$V = 1000 - \left(\frac{800 \cdot 1,9}{2,5} + 600\right) = + 208 \text{ und } V = 1000 - \left(\frac{800 \cdot 1,9}{2,5} + 600 + 400\right) = - 608.$$

Der gefährliche Querschnitt liegt mithin zwischen P_3 und P_1, also unter N, und es ist

$$1000 - \left(\frac{800 \cdot x}{2,5} + 600\right) = 0,$$

$$1000 - 320x - 600 = 0,$$

$$x = \frac{400}{320} = 1,25 \text{ m},$$

$$M_{max} = 1000 \cdot 125 - 6000\,(125 - 40) - \frac{800}{2,5} \cdot 1,25 \cdot \frac{125}{2} = 49000 \text{ kg/cm}.$$

b) Der Träger auf zwei Stützen mit überkragenden Enden. (Fig. 21.)

$$A = B = \frac{3}{2} \cdot P; \; M_c = P \cdot a; \; M_d = \frac{3}{4} \cdot P \cdot l - P\left(a + \frac{l}{2}\right).$$

Sollen die Momente gleich sein, so wird:

$$P \cdot a = \frac{3}{4} \cdot P \cdot l - P\left(a + \frac{l}{2}\right),$$

woraus sich $a = \frac{l}{8}$ ergibt.

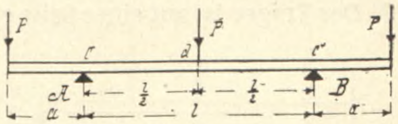


Fig. 21.

Beispiel:

Es sei $P = 300$ kg, $l = 4,0$ m und $a = 1,5$ m.

$$B = A = \frac{3}{2} \cdot 300 = 450 \text{ kg}; \; M_c = 300 \cdot 150 = 45000 \text{ cm/kg},$$

$$M_d = 450 \cdot 200 - 300\,(200 + 150) = - 15000 \text{ cm/kg},$$

d. h. der Träger wird in der Mitte nach oben gebogen.

Soll $M_c = M_d$ sein, so wird:

$$a = \frac{4,0}{8} = 0,5 \text{ m}$$

und $$M_c' = 300 \cdot 50 = 15000 \text{ cm/kg},$$

$$M_d = 450 \cdot 200 - 300\,(200 + 50) = 15000 \text{ cm/kg}.$$

Der Balken sei mit p kg pro lfd. m belastet (Fig. 22). Dann ist:

$$A = B = p\left(\frac{l}{2} + a\right);\ M_c = \frac{p \cdot a^2}{2};\ M_d = p\left(\frac{l}{2} + a\right)\left(\frac{l}{4} - \frac{a}{2}\right).$$

Soll $M_e = M_d$ sein, so ist:

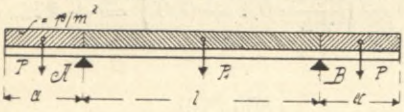


Fig. 22.

$$\frac{p \cdot a^2}{2} = p\left(\frac{l}{2} + a\right)\left(\frac{l}{4} - \frac{a}{2}\right),$$

woraus $a = \frac{l}{\sqrt{8}} = 0,3538 \cdot l$ wird.

Beispiel:

Es sei $p = 200$ kg, $l = 5,0$ m.

Soll $M_c = M_d$ sein, so ist

$$a = 0,3538 \cdot 5,0 = 1,769 = \infty\, 1,77 \text{ m}$$

und $$M_c' = \frac{200 \cdot 1,77 \cdot 177}{2} = 31329 \text{ cm/kg},$$

ferner: $$A = B = 200\left(\frac{5,0}{2} + 1,77\right) = 854 \text{ kg}.$$

Das Moment

$$M_d = 854\left(250 - \frac{250 + 177}{2}\right) = 31171 \text{ cm/kg}.$$

Die Differenz rührt von der Abrundung her.

3. Der Träger ist auf einer Seite eingespannt und auf der anderen frei aufgelagert.

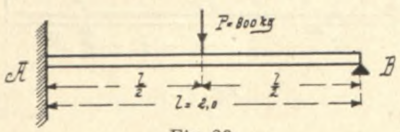


Fig. 23.

$$A = \frac{11}{16} \cdot P = \frac{11}{16} \cdot 800 = 550 \text{ kg (Fig. 23)},$$

$$B = \frac{5}{16} \cdot P = \frac{5}{16} \cdot 800 = 250 \text{ kg},$$

$$+ M_{max} = \frac{5}{32} \cdot P \cdot l = \frac{5}{32} \cdot 800 \cdot 200 = + 25000 \text{ kg/cm},$$

$$- M_{max} - \frac{3}{16} \cdot P \cdot l = \frac{3}{16} \cdot 800 \cdot 200 = - 30000 \text{ kg/cm},$$

$$A = \frac{5}{8} \cdot P = \frac{5}{8} \cdot 1000 = 625 \text{ kg (Fig. 24)},$$

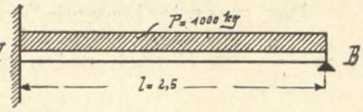


Fig. 24.

$$B = \frac{3}{8} \cdot P = \frac{3}{8} \cdot 1000 = 375 \text{ kg},$$

$$+ M_{max} = \frac{9}{128} \cdot P \cdot l = \frac{9}{128} \cdot 1000 \cdot 250 = + 17656 \text{ kg/cm},$$

$$- M_{max} = \frac{P \cdot l}{8} = \frac{1000 \cdot 250}{8} = - 31250 \text{ kg/cm}.$$

4. Der Träger ist auf beiden Seiten eingespannt.

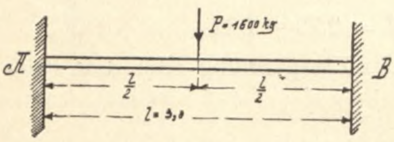


Fig. 25.

$$A = B = \frac{P}{2} = \frac{1600}{2} = 800 \text{ kg (Fig. 25)},$$

$$+ M_{max} = \frac{P \cdot l}{8} = \frac{1600 \cdot 300}{8} = + 60000 \text{ kg/cm},$$

$$- M_{max} = \frac{P \cdot l}{8} = \frac{1600 \cdot 300}{8} = - 60000 \text{ kg/cm}.$$

$$A = B = \frac{P}{2} = \frac{1500}{2} = 750 \text{ kg (Fig. 26)},$$

$$+ M_{max} = \frac{P \cdot l}{24} = \frac{1500 \cdot 360}{24} = + 22500 \text{ kg/cm},$$

$$- M_{max} = \frac{P \cdot l}{12} = \frac{1500 \cdot 360}{24} = - 45000 \text{ kg/cm}.$$

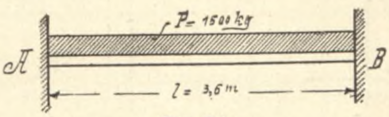


Fig. 26.

5. Die auf vier Seiten aufgelagerte Betonplatte.

a) Die quadratische Platte.

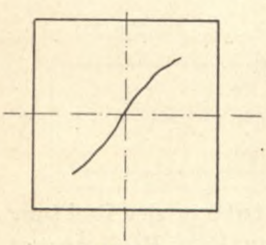


Fig. 27.

Wird eine Platte durch eine gleichmässig verteilte Belastung p pro Einheit beansprucht, so tritt eine Durchbiegung und zugleich eine Dehnung ein. Durch Versuche des Herrn Prof. Bach ist nun festgestellt, dass die grösste Dehnung senkrecht zur Richtung der Diagonalen fällt, dementsprechend auch die Rissbildung in der Richtung der Diagonalen verläuft (Fig. 27).

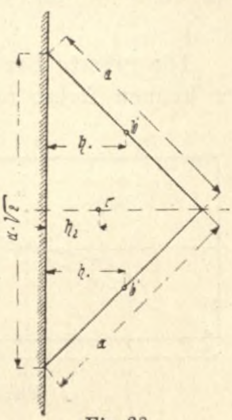


Fig. 28.

Spannt man nun eine solche Platte in der Richtung einer Diagonalen ein (Fig. 28), so beträgt die auf jeder Seite wirkende Reaktion

$$A = \frac{a^2 \cdot p}{4}$$

und deren Moment mit dem Hebelarm $h_1 = \frac{a}{2\sqrt{2}}$

$$M = 2A \cdot h_1.$$

Das gesamte biegende Moment ist dann, wenn man die in einem Abstande $h_2 = \frac{a}{3\sqrt{2}}$ in C nach unten wirkende Kraft $P = \frac{a^2 \cdot p}{2}$ berücksichtigt,

$$M_1 = 2 \cdot A \cdot h_1 - P \cdot h_2$$

und für $2A = P$

$$\mathbf{M_1 = P\,(h_1 - h_2)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad [10]$$

Dieses Moment bezieht sich auf einen widerstehenden Querschnitt (ohne Eiseneinlagen) von

$$\mathbf{W = \frac{a\sqrt{2} \cdot d^2}{6}} \text{ (Fig. 29)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad [11]$$

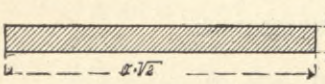


Fig. 29.

Das erhaltene Biegungsmoment ist noch mit einem Berichtigungskoeffizienten zu multiplizieren, der nach „Bach“

$$M = 0{,}75 \infty 1{,}12$$

beträgt, je nachdem sich die Auflagerung mehr der Einspannung oder dem Freiaufliegen nähert.

Beispiel:

Eine quadratische Platte habe eine Seitenlänge von a = 4,0 m und sei gleichmässig mit 500 kg/qm belastet (Fig. 30 u. 31).

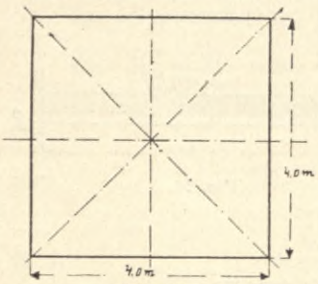


Fig. 30.

$$h_1 = \frac{a}{2\sqrt{2}} = \frac{400}{2 \cdot \sqrt{2}} = 141 \text{ cm},$$

$$h_2 = \frac{a}{3\sqrt{2}} = \frac{400}{3 \cdot \sqrt{2}} = 94 \text{ cm},$$

$$P = \frac{a^2 \cdot p}{2} = \frac{4{,}0^2 \cdot 500}{2} = 4000 \text{ kg},$$

$$M_1 = P\,(h_1 - h_2) = 4000\,(141 - 94)$$
$$= 188000 \text{ kg/cm}.$$

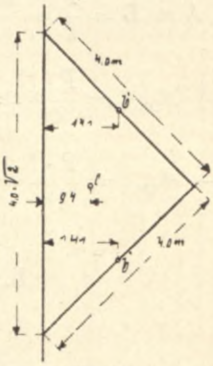


Fig. 31.

Soll keine Einspannung vorhanden sein, so wird

$$M'_1 = 1{,}12 \cdot 188000 = 210560 \text{ kg/cm}.$$

Soll vollständige Einspannung vorhanden sein, so wird

$$M''_1 = 0{,}75 \cdot 188000 = 141000 \text{ kg/cm}.$$

b) Die rechteckige Platte.

Die grösste Beanspruchung bei der rechteckigen Platte tritt in der Richtung der kleinen Achse auf, jedoch hat, wie Versuche des Herrn Prof. Bach gezeigt haben, die Rissbildung die Neigung, nach einem kurzen fast parallel Laufen mit der grossen Achse in die Richtung der Diagonalen einzubiegen (Fig. 32). Es soll demnach die rechteckige Platte wie die quadratische Platte berechnet werden,

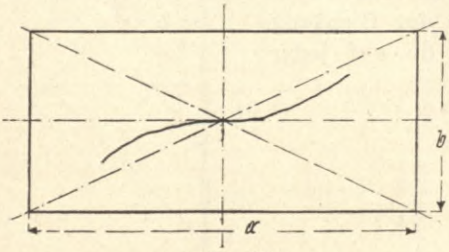


Fig. 32.

Nimmt man wieder an, dass sich die ganze Belastung auf vier in den Mittelpunkten der Seiten angreifende Reaktionen

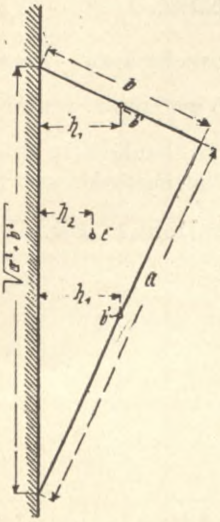


Fig. 33.

verteilt, so kommen für die Berechnung zwei derselben in Betracht (Fig. 33).

Es ist $$h_1 = \frac{b}{2} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

$$h_2 = \frac{b}{3} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

$$2A = \frac{a \cdot b \cdot p}{2} = P,$$

$$M_1 = \frac{a \cdot b \cdot p}{2} \cdot h_1 - \frac{a \cdot b \cdot p}{2} \cdot h_2,$$

$$\mathbf{M_1 = P\,(h_1 - h_2)} \quad \dots\dots\dots \quad [12]$$

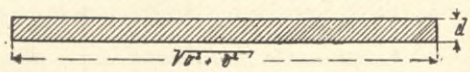


Fig. 34.

Das in Frage kommende Widerstandsmoment ist dann (ohne Eiseneinlagen)

$$\mathbf{W} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{6} \cdot d^2 \text{ (Fig. 34)} \quad \dots\dots\dots \quad [13]$$

Auch hier sind wieder wie bei der quadratischen Platte die entsprechenden Berichtigungskoeffizienten einzuführen.

Beispiel:

Eine rechteckige Platte sei gleichmässig mit 500 kg/qm belastet und habe die in Fig. 35 und 36 angegebenen Abmessungen.

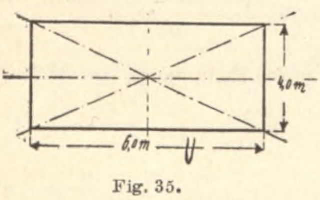


Fig. 35.

$$h_1 = \frac{400}{2} \cdot \frac{600}{\sqrt{600^2 + 400^2}} = 166{,}5 \text{ cm},$$

$$h_2 = \frac{400}{3} \cdot \frac{600}{\sqrt{600^2 + 400^2}} = 111 \text{ cm},$$

$$P = \frac{4 \cdot 6 \cdot 500}{2} = 6000 \text{ kg},$$

$$M_1 = 6000\,(166{,}5 - 111) = 333000 \text{ kg/cm}.$$

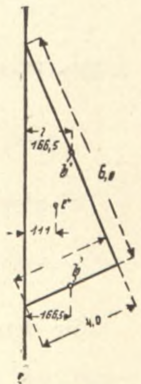


Fig. 36.

Ohne Einspannung wird;

$$M'_1 = 1{,}12 \cdot 333000 = 372000 \text{ kg/cm}.$$

Mit Einspannung wird:

$$M''_1 = 0{,}75 \cdot 333000 = 249750 \text{ kg/cm}.$$

6. Die auf vier Seiten aufgelagerte Eisenbetonplatte.

Eine kreuzweise Armierung dieser Platte ist nur dann zweckmässig, wenn $\frac{a}{b}$ kleiner ist als 1,8, doch sollte im allgemeinen nicht über 1,5 gegangen werden.

Teilt man die Seite a in n gleiche Teile und die Seite b ebenfalls in dieselbe Anzahl n gleiche Teile, so erhält man, wenn man die Plattenstärke mit h bezeichnet, Plattenstreifen von der Breite $\frac{a}{n}$ bezw. $\frac{b}{n}$ und der Höhe h (Fig. 37).

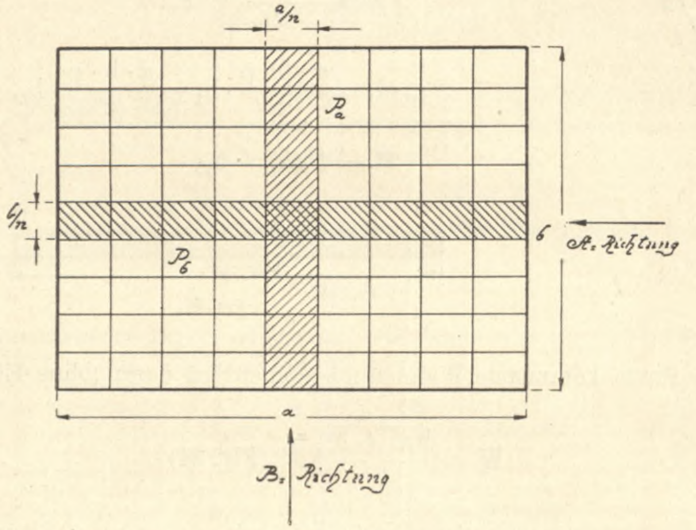


Fig. 37.

Die Plattenstreifen in der „A"-Richtung haben dann:

$$\text{eine Fläche } F_a = \frac{b}{n} \cdot h \text{ und ein Trägheitsmoment } J_a = \frac{b}{n} \cdot \frac{h^3}{12}.$$

Die Plattenstreifen in der „B"-Richtung haben dann:

$$\text{eine Fläche } F_b = \frac{a}{n} \cdot h \text{ und ein Trägheitsmoment } J_b = \frac{a}{n} \cdot \frac{h^3}{12}.$$

Bei gleichmässiger Belastung ist die Durchbiegung eines Balkens in der Mitte

$$f = \frac{P \cdot l^3}{E \cdot J} \cdot \alpha.$$

Für den Plattenstreifen in der „A"-Richtung wird dann:

$$f_a = \frac{P_b \cdot a^3}{E \cdot J} \cdot \alpha = \frac{P_b \cdot a^3}{E \cdot \frac{b}{n} \cdot \frac{h^3}{12}} \cdot \alpha,$$

für den Plattenstreifen in der „B"-Richtung wird ferner:

$$f_b = \frac{P_a \cdot b^3}{E \cdot J} \cdot \alpha = \frac{P_a \cdot b^3}{E \cdot \frac{a}{n} \cdot \frac{h^3}{12}} \cdot \alpha.$$

Da für die beiden mittelsten Streifen die Durchbiegung gleich sein muss, so wird:

$$f_a = f_b,$$

$$\frac{P_b \cdot a^3}{E \cdot \frac{b}{n} \cdot \frac{h^3}{n}} \cdot \alpha = \frac{P_a \cdot b^3}{E \cdot \frac{a}{n} \cdot \frac{h^3}{12}} \cdot \alpha,$$

$$\frac{P_b \cdot a^3}{b} = \frac{P_a \cdot b^3}{a},$$

$$P_b \cdot a^4 = P_a \cdot b^4.$$

Schliesst man nun von diesen einzelnen Streifen auf die ganze Platte, so muss sein:

$$P = P_b + P_a = a \cdot b \cdot p,$$

$$P_a = (P - P_b),$$

$$P_b \cdot a^4 = (P - P_b)\, b^4,$$

$$P_b \cdot a^4 = P \cdot b^4 - P_b \cdot b^4,$$

$$P_b \cdot a^4 + P_b \cdot b^4 = P \cdot b^4,$$

$$P_b = \frac{P \cdot b^4}{(a^4 + b^4)} = \frac{b^4}{(a^4 + b^4)} \cdot a \cdot b \cdot p.$$

$$P_b = (P - P_a),$$

$$(P - P_a) \cdot a^4 = P_a \cdot b^4,$$

$$P \cdot a^4 - P_a \cdot a^4 = P_a \cdot b^4,$$

$$P_a \cdot a^4 + P_a \cdot b^4 = P \cdot a^4,$$

$$P_a = \frac{P \cdot a^4}{(a^4 + b^4)} = \frac{a^4}{(a^4 + b^4)} \cdot a \cdot b \cdot p.$$

In der „A"-Richtung wird mithin das Moment:

$$M_a = P_b \cdot a,$$

$$\mathbf{M_a = \frac{b^4}{(a^4 + b^4)} \cdot a^2 \cdot b \cdot p \cdot \beta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad [14]$$

und in der „B"-Richtung entsprechend:

$$\mathbf{M_b = \frac{a^4}{(a^4 + b^4)} \cdot b^2 \cdot a \cdot p \cdot \beta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad [14a]$$

Für frei aufgelagerte Platten ist $\beta = \frac{1}{8}$, für vollständig eingespannte Platten $\beta = \frac{1}{24}$, für teilweise eingespannte Platten $\beta = \frac{1}{10}$ zu setzen.

Da die Durchbiegung in der Mitte am grössten ist, so sind auch die Eiseneinlagen in der Mitte der Seite enger zu legen, als nach den Enden hin.

Beispiel:

Für eine 20 cm starke, auf allen Seiten frei aufgelagerte Eisenbetonplatte $6 \times 4\ m^2$ betrage die Nutzlast 400 kg/m². Es sind die Momente zu berechnen.

Die Gesamtbelastung beträgt:

$$p = 400 + 1 \cdot 1 \cdot 0{,}2 \cdot 2400 = 880\ \text{kg/m}^2.$$

$$M_a = \frac{4^4}{(6^4 + 4^4)} \cdot 6^2 \cdot 4 \cdot 880 \cdot \frac{1}{8} = \frac{256}{(1296 + 256)} \cdot 144 \cdot 110,$$

$$M_a = 0{,}165 \cdot 15840 = 2613{,}6 \text{ m/kg} = 261\,360 \text{ cm/kg}.$$

$$M_b = \frac{6^4}{(6^4 + 4^4)} \cdot 4^2 \cdot 6 \cdot 880 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1296}{(1296 + 256)} \cdot 96 \cdot 110,$$

$$M_b = 0{,}835 \cdot 10560 = 8817{,}6 \text{ mkg} = 881\,760 \text{ cmkg}.$$

D. Die Schubfestigkeit.

Wirken auf einen Körper äussere Kräfte parallel zu einem in Frage kommenden Querschnitte, so wird derselbe auf Schub beansprucht (Fig. 38). Diese Schub-

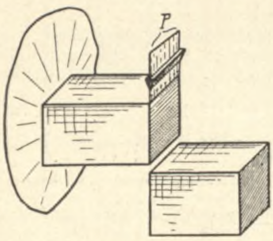


Fig. 38.

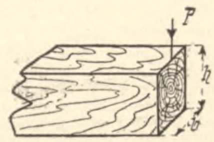


Fig. 39.

beanspruchung verteilt sich nun nach einem sehr komplizierten, für die Praxis kaum in Frage kommenden Gesetz. Man rechnet deshalb meistens nach folgenden Gleichungen (Fig. 39):

$$\mathbf{K_s} = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{F}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad [15]$$

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{K_s}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad [15a]$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{K_s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad [15b]$$

Beispiel:

Auf einen Balkenquerschnitt wirkt eine Kraft von P = 10000 kg. Es soll die Schubbeanspruchung berechnet werden, wenn die Höhe des Balkens h = 20 cm und die Breite desselben b = 15 cm beträgt

$$K_s = \frac{10000}{20 \cdot 15} = 33{,}3 \text{ kg/qcm}.$$

Ausser den vorher erwähnten Schubspannungen senkrecht zur Längsachse des Balkens treten auch noch solche auf, welche mit der Längsachse desselben zusammenfallen.

Wird nun der Querschnitt eines Balkens unmittelbar auf Abscheren bebeansprucht durch eine zur Querschnittsfläche parallele Schub- oder Querkraft, so kann man, wie schon gesagt, die in der in Frage kommenden Fläche hervorgerufenen Schubspannungen als gleichmässig verteilt ansehen und die Schubspannung K_s berechnen aus Gleichung [15].

Tritt dagegen eine durch die Biegungsbeanspruchung hervorgerufene Schubspannung in der neutralen Achse ein, so wird diese Schubkraft am Auflager am grössten sein, und zwar gleich dem Auflagerdruck.

E. Der kontinuierliche Träger.

Unter einem kontinuierlichen Träger versteht man einen solchen, welcher durchlaufend mehr als zwei Auflagerungen besitzt. Die Enden der Endfelder werden in der Regel als frei aufgelagert angesehen, während über den Mittelstützen Einspannung angenommen wird. Es sind also die Endfelder als einseitig, die Mittelfelder als beiderseitig eingespannt zu betrachten. Da die kontinuierlichen Träger bei den Hochbaukonstruktionen fast durchweg nur gleichmässig durch Eigengewicht und Nutzlast beansprucht werden, so seien in folgenden Tabellen die Auflagerdrücke bezw. Schubkräfte, die Biegungslinien und Momente angegeben, wobei die grössten einzuführenden Momente durch Fettdruck hervorgehoben sind. Diese Tabellen gelten aber nur für kontinuierliche Träger mit gleich hohen Unterstützungen und gleicher Feldereinteilung.

I. Tabelle.

Für Schubkräfte und Auflagerdrücke (Fig. 40, 41 u. 42).

	Anzahl der Stützen			
Schubkräfte	3	4	5	v · l
Q_a	0,375	0,400	0,3929	„
Q_b	0,625	0,600	0,6071	„
Q_c	0,625	0,500	0,5357	„
Q_d	0,375	0,500	0,4643	„
Q_e		0,600	0,4643	„
Q_f		0,400	0,5357	„
Q_g			0,6071	„
Q_h			0,3929	„
Auflagerdrücke				
A	0,375	0,400	0,3929	„
B	1,250	1,100	1,1428	„
C	0,375	1,100	0,9286	„
D		0,400	1,1428	„
E			0,3929	„

In dieser Tabelle bedeuten: $v = (p + q)$ = Eigenwicht + Nutzlast für den laufenden Meter Träger in kg, l = Spannweite des Trägers in Metern.

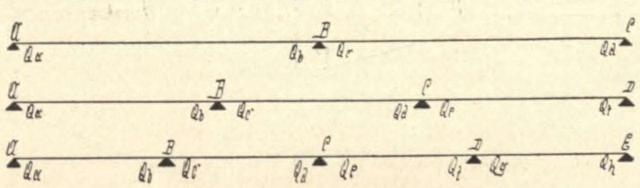


Fig. 40, 41 u. 42.

II. Tabelle.

Momente des Trägers auf 3 Stützen (Fig. 43a u. b).

$\frac{a}{l}$	Momente		
	Einfluss von p	Einfluss von q	
	M	max (+ M)	max (— M)
		+	—
0	0	0	0
0,10	+ 0,0325	0,03875	0,00625
0,20	+ 0,0550	0,06750	0,01250
0,30	+ 0,0675	0,08625	0,01875
0,40	**+ 0,0700**	**0,09500**	**0,02500**
0,50	+ 0,0625	0,09375	0,03125
0,60	+ 0,0450	0,08250	0,03750
0,70	+ 0,0175	0,06125	0,04375
0,75	0	0,04688	0,04688
0,80	— 0,0200	0,03000	0,05000
0,85	— 0,0425	0,01523	0,05773
0,90	— 0,0675	0,00611	0,07361
0,95	— 0,0950	0,00138	0,09638
1,00	**— 0,1250**	**0**	**0,12500**
· l	· pl^2	· ql^2	· ql^2
	Eigengewicht	Nutzlast	

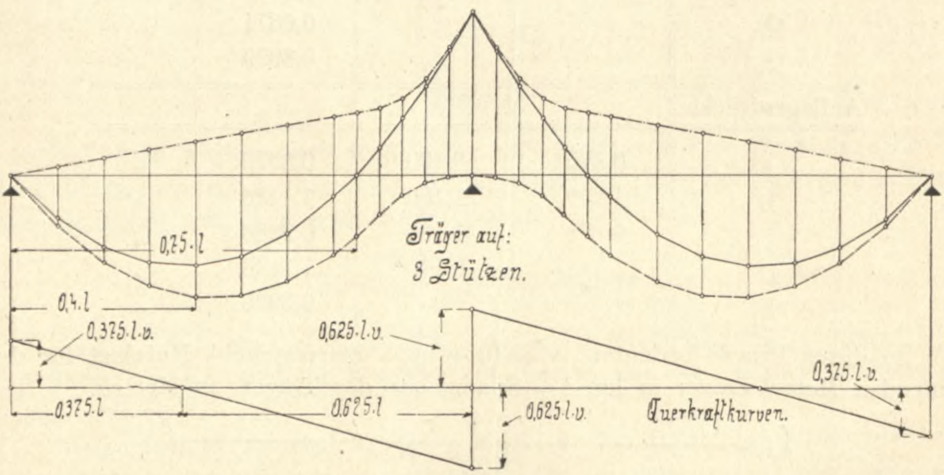


Fig. 43 a u. b.

III. Tabelle.

Momente des Trägers auf 4 Stützen (Fig. 44a u. b).

	$\frac{a}{l}$	Momente: Einfluss von p	Momente: Einfluss von q	
		M	$+ M_{max}$	$— M_{max}$
			+	—
I. Feld.	0	0	0	0
	0,1	+ 0,035	0,040	0,005
	0,2	+ 0,060	0,070	0,010
	0,3	+ 0,075	0,090	0,015
	0,4	**+ 0,080**	**0,100**	**0,020**
	0,5	+ 0,075	0,100	0,025
	0,6	+ 0,060	0,096	0,030
	0,7	+ 0,035	0,070	0,035
	0,75	+ 0,016	0,054	0,039
	0,8	0	0,040	0,040
	0,85	— 0,021	0,028	0,049
	0,9	— 0,045	0,020	0,065
	0,95	— 0,071	0,017	0,088
	1	**— 0,100**	**0,01667**	**0,11667**
II. Feld.	0	— 0,100	0,016	0,1167
	0,05	— 0,076	0,014	0,0903
	0,1	— 0,055	0,017	0,062
	0,15	— 0,036	0,020	0,057
	0,2	— 0,020	0,030	0,050
	0,25	— 0,006	0,050	0,050
	0,3	+ 0,005	0,055	0,050
	0,4	+ 0,020	0;070	0,050
	0,5	**+ 0,025**	0,075	**0,050**
	· l	· pl²	· ql²	· ql²
		Eigengewicht	Nutzlast	

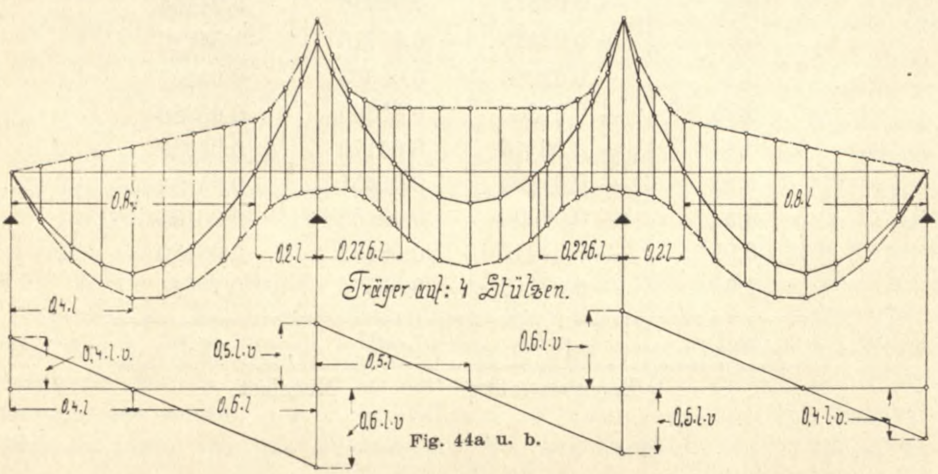


Fig. 44a u. b.

IV. Tabelle.

Momente des Trägers auf 5 Stützen (Fig. 45a u. b).

$\frac{a}{l}$	Momente		
	Einfluss von p	Einfluss von q	
	M	+ M_{max}	— M_{max}
		+	—
0	0	0	0
0,1	+ 0,03429	0,03964	0,00536
0,2	+ 0,05857	0,06929	0,01071
0,3	+ 0,07286	0,08893	0,01607
0,4	**+ 0,07714**	**0,09857**	**0,02143**
0,5	+ 0,07143	0,09822	0,02679
0,6	+ 0,05572	0,08786	0,03214
0,7	+ 0,03000	0,06750	0,03750
0,75	+ 0,01240	0,05260	0,04020
0,8	— 0,00571	0,03738	0,04309
0,85	— 0,02732	0,02484	0,05216
0,9	— 0,05143	0,01629	0,06772
0,95	— 0,07803	0,01393	0,09197
1,0	**— 0,10714**	**0,01340**	**0,12054**
0	— 0,10714	0,01340	0,12054
0,05	— 0,08160	0,01163	0,09323
0,1	— 0,05857	0,01455	0,07212
0,15	— 0,03803	0,02537	0,06340
0,2	— 0,02000	0,03000	0,05000
0,25	— 0,00500	0,04220	0,04900
0,3	+ 0,00857	0,05678	0,04821
0,4	+ 0,02714	0,07357	0,04643
0,5	**+ 0,03572**	**0,08036**	**0,04464**
0,6	+ 0,03429	0,07715	0,04286
0,7	+ 0,02286	0,06393	0,04107
0,75	+ 0,01300	0,05300	0,03980
0,8	+ 0,00143	0,04170	0,04027
0,85	— 0,01303	0,03451	0,04754
0,9	— 0,03000	0,03105	0,06105
0,95	— 0,04947	0,03173	0,08120
1,0	— 0,07143	0,03571	0,10714
· l	· pl^2	· ql^2	· ql^2
	Eigengewicht	Nutzlast	

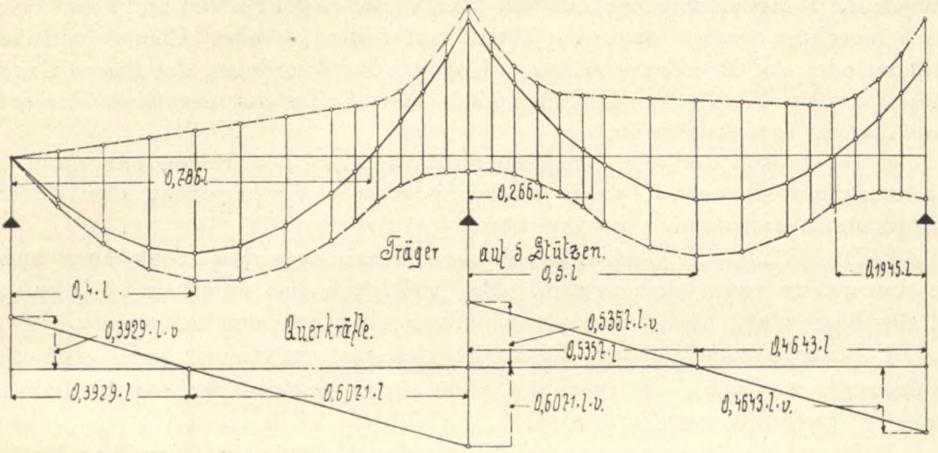


Fig. 45a u. b.

II.

Leitsätze zur statischen Berechnung.

Runderlass vom 24. Mai 1907.

A. Eigengewicht.

1. Das Gewicht des Betons einschliesslich der Eiseneinlagen ist zu 2400 kg für das Kubikmeter anzunehmen, sofern nicht ein anderes Gewicht nachgewiesen wird.

2. Bei Decken ist ausser dem Gewicht der tragenden Bauteile das Gewicht der zur Bildung des Fussbodens dienenden Baustoffe nach bekannten Einheitssätzen zu ermitteln.

B. Ermittlung der äusseren Kräfte.

1. Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen sind die Angriffsmomente und Auflagerkräfte je nach der Art der Belastung und Auflagerung den für frei aufliegende oder durchgehende Balken geltenden Regeln gemäss zu berechnen.

2. Bei frei aufliegenden Platten ist die Freilänge zuzüglich der Deckenstärke in der Feldmitte, bei durchgehenden Platten die Entfernung zwischen den Mitten der Stützen als Stützweite in die Berechnung einzuführen. Bei Balken gilt die um die erforderliche Auflagerlänge vergrösserte freie Spannweite als Stützweite.

3. Bei Platten und Balken, die über mehrere Felder durchgehen, darf, falls die wirklich auftretenden Momente und Auflagerkräfte nicht rechnerisch nach den für durchgehende Balken geltenden Regeln unter Voraussetzung freier Auflagerung auf den Mittel- und Endstützen oder durch Versuche nachgewiesen werden, das Biegungsmoment in den Feldmitten zu vier Fünfteln des Wertes angenommen werden, der bei einer auf zwei Stützen frei aufliegenden Platte vorhanden sein würde. Ueber den Stützen ist dann das negative Biegungsmoment so gross, wie das Feldmoment bei beiderseits freier Auflegung an-

zunehmen*). Als durchgehend dürfen nach dieser Regel Platten und Balken nur dann berechnet werden, wenn sie überall auf festen, in einer Ebene liegenden Stützen oder auf Eisenbetonbalken aufliegen. Bei Anordnung der Eiseneinlagen ist unter allen Umständen die Möglichkeit des Auftretens negativer Momente sorgfältig zu berücksichtigen.

4. Bei Balken darf ein Einspannungsmoment an den Enden nur dann in Rechnung gestellt werden, wenn besondere bauliche Vorkehrungen eine sichere Einspannung nachweislich gewährleisten.

5. Die rechnerische Annahme des Zusammenhanges darf nicht über mehr als drei Felder ausgedehnt werden. Bei Nutzlasten von mehr als 1000 kg/qm ist die Berechnung auch für die ungünstigste Lastverteilung anzustellen.

6. Bei Plattenbalken darf die Breite des plattenförmigen Teiles von der Balkenmitte ab nach jeder Seite mit nicht mehr als einem Sechstel der Balkenlänge in Rechnung gestellt werden.

7. Ringsum aufliegende, mit sich kreuzenden Eiseneinlagen versehene Platten können bei gleichmässig verteilter Belastung, wenn ihre Länge a weniger als das Eineinhalbfache ihrer Breite b beträgt, nach der Formel $M = \frac{pb^2}{12}$ berechnet werden. Gegen negative Angriffsmomente an den Auflagern sind Vorkehrungen durch Form und Lage der Eisenstäbe zu treffen.

8. Die rechnungsmässig sich ergebende Dicke der Platten und der plattenförmigen Teile der Plattenbalken ist überall auf mindestens 8 cm zu bringen.

9. Bei Stützen ist auf die Möglichkeit einseitiger Belastung Rücksicht zu nehmen.

C. Ermittlung der inneren Kräfte.

1. Das Elastizitätsmass des Eisens ist zu dem Fünfzehnfachen von dem des Betons anzunehmen, wenn nicht ein anderes Elastizitätsmass nachgewiesen wird.

2. Die Spannungen im Querschnitt des auf Biegung beanspruchten Körpers sind unter der Annahme zu berechnen, dass sich die Ausdehnungen wie die Abstände von der Nullinie verhalten und dass die Eiseneinlagen sämtliche Zugkräfte aufzunehmen vermögen.

3. Bei Bauten oder Bauteilen, die der Witterung, der Nässe, den Rauchgasen und ähnlichen schädlichen Einflüssen ausgesetzt sind, ist ausserdem nachzuweisen, dass das Auftreten von Rissen im Beton durch die vom Beton zu leistenden Zugspannungen vermieden wird.

4. Schubspannungen sind nachzuweisen, wenn Form und Ausbildung der Bauteile ihre Unschädlichkeit nicht ohne weiteres erkennen lassen. Sie müssen, wenn zu ihrer Aufnahme keine Mittel in der Anordnung der Bauteile selbst gegeben sind, durch entsprechend gestaltete Eiseneinlagen aufgenommen werden.

5. Die Eiseneinlagen sind möglichst so zu gestalten, dass die Verschiebung gegen den Beton schon durch ihre Form verhindert wird. Die Haftspannung ist stets rechnerisch nachzuweisen.

6. Die Berechnung der Stützen auf Knicken soll erfolgen, wenn ihre Höhe mehr als das Achtzehnfache der kleinsten Querschnittsabmessung beträgt. Durch Querverbände ist der Abstand der eingelegten Eisenstäbe unveränderlich

*) Nach dem Runderlass vom 11. April 1908 ist stets die ungünstigste Lastverteilung in die Berechnung einzustellen.

gegeneinander festzulegen. Der Abstand dieser Querverbände muss annähernd der kleinsten Abmessung der Stütze entsprechen, darf aber nicht über das Dreissigfache der Stärke der Längsstäbe hinausgehen.

7. Zur Berechnung der Stützen auf Knicken ist die Eulersche Formel anzuwenden.

D. Zulässige Spannungen.

1. Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen soll die Druckspannung des Betons den sechsten Teil seiner Druckfestigkeit, die Zug- und Druckspannung des Eisens den Betrag von 1000 kg/qcm nicht übersteigen.

2. Wird in den unter C, 3 bezeichneten Fällen die Zugspannung des Betons in Anspruch genommen, so sind als zulässige Spannung zwei Drittel der durch Zugversuche nachgewiesenen Zugfestigkeit des Betons anzunehmen. Bei fehlendem Zugfestigkeitsnachweis darf die Zugspannung nicht mehr als ein Zehntel der Druckfestigkeit betragen.

3. Dabei sind folgende Belastungswerte anzunehmen:

a) Bei mässig erschütterten Bauteilen, z. B. Decken von Wohnhäusern, Geschäftsräumen, Warenhäusern: die wirklich vorhandene Eigen- und Nutzlast,

b) bei Bauteilen, die stärkeren Erschütterungen oder stark wechselnder Belastung ausgesetzt sind, wie z. B. Decken in Versammlungsräumen, Tanzsälen, Fabriken, Lagerhäusern: die wirkliche Eigenlast und die bis zu fünfzig v. H. erhöhte Nutzlast,

c) bei Belastungen mit starken Stössen, wie z. B. bei Kellerdecken unter Durchfahrten und Höfen: die wirkliche Eigenlast und die bis zu hundert v. H. erhöhte Nutzlast.

4. In Stützen darf der Beton mit nicht mehr als einem Zehntel seiner Druckfestigkeit beansprucht werden. Bei Berechnung der Eiseneinlagen auf Knicken ist fünffache Sicherheit nachzuweisen.

5. Die Schubspannung des Betons darf das Mass von 4,5 kg/qcm nicht überschreiten. Wird grössere Schubfestigkeit nachgewiesen, so darf die auftretende Spannung nicht über ein Fünftel dieser Festigkeit hinausgehen.

6. Die Haftspannung darf die zulässige Schubspannung nicht überschreiten.

Runderlass vom 21. Januar 1909.

Die Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten vom 24. Mai 1907 finden auf ebene Decken aus Ziegelsteinen mit Eiseneinlagen sinngemässe Anwendung, sofern die statischen Verhältnisse, namentlich die Form und Lage der Eisenstäbe, den Voraussetzungen entsprechen, die den genannten Bestimmungen im II. und III. Abschnitt zugrunde liegen. Das Elastizitätsmass des Ziegelkörpers kann dabei zum fünfundzwanzigsten Teile von dem des Eisens angenommen werden ($n = 25$).

Die bei der Biegung in der Steinlage auftretende grösste Druckspannung soll, die Verwendung von Zementmörtel vorausgesetzt, nicht 15 v. H. der durch amtliche Zeugnisse nachzuweisenden Druckfestigkeit der Steine überschreiten, in keinem Falle aber mehr als 35 kg/qcm betragen. Eine zur Erhöhung der Tragfestigkeit aufgebrachte Betonschicht bleibt, wenn sie weniger als 3 cm stark ist, bei der Tragfähigkeitsberechnung ausser Betracht; bei mindestens 3 cm, aber nicht mehr als 5 cm Stärke kann die Tragfähigkeit nach obigen Vorschriften für Steindecken mit Eiseneinlagen, also mit $n = 25$ berechnet werden. Fällt jedoch die Nullinie innerhalb dieser Betonschicht, oder hat letztere eine grössere Stärke als 5 cm, dann ist die Decke stets als eine Eisenbetondecke nach den Bestimmungen vom 24. Mai 1907, also mit $n = 15$ zu berechnen, wobei die Ziegelsteine nur als Ausfüllung der Zugzone zu betrachten sind. Das Mischungsverhältnis der Betonschicht darf nicht magerer sein als ein Raumteil Zement auf drei Raumteile Kiessandgemenge.

Die Schubbeanspruchung der Deckensteine darf das Mass von 2,5 kg/qcm nicht überschreiten.

Plattenförmige Decken, die beiderseits auf den unteren Flanschen eiserner Träger aufruhen und dicht an die Stege dieser Träger anschliessen, dürfen als halb eingespannt angesehen und nach der Formel $M = \frac{pl^2}{10}$ berechnet werden. Werden die Decken indessen nach Art von Plattenbalken in der Weise ausgebildet, dass die eisernen Träger nur von einzelnen, mehr oder weniger scharf ausgebildeten Balken belastet werden und die Ziegelsteinplatte nur die Zwischenräume dieser Balken überdeckt oder ausfüllt, so sind sie nur als frei aufliegend anzusehen. Das gleiche gilt von solchen Decken, die nicht unmittelbar auf dem unteren Trägerflansch, sondern auf einem überhöhten Auflager aufruhen.

III.

Gewichtstabellen.

I. Tabelle für das Eigengewicht der Baumaterialien.

1 cbm	Schlackenbeton . .	1100 kg	1 cbm	Ziegelmauerwerk aus voll. Steinen in Zementmörtel .	1800 kg
1 „	Gipsbeton	1400 „			
1 „	Backsteinbeton . .	1700 „	1 „	Mauerwerk aus Lochsteinen	1300 „
1 „	Kiesbeton	2000 „			
1 „	Eisenbeton	2400 „	1 „	Mauerwerk aus porösen Steinen	1000 „
1 „	Koksasche	600 „			
1 „	Schlacke	600 „	1 „	Mauerwerk aus Schwemmsteinen .	800 „
1 „	Sand	1600 „			
1 „	Kies	1800 „	1 „	Mauerwerk aus Sandsteinen	2400 „
1 „	Korkstein	300 „			
1 „	Linoleum	1200 „	1 „	Mauerwerk aus Kalksteinen	2600 „
1 „	Ziegelmauerwerk aus vollen Steinen in Kalkmörtel . . .	1600 „	1 „	Mauerwerk aus Granit oder Marmor . .	2700 „

1 qm	Holzfussboden, einschl. Lagerhölzer	20 kg
1 „	Tonfliesen (4 cm dick) in Kalkmörtel	100 „
1 „	Mettlacherplättchen (3 cm dick) in Zementmörtel	80 „
1 „	Asphaltestrich für jeden Zentimeter Stärke	15 „
1 „	Zementestrich für jeden Zentimeter Stärke	20 „
1 „	Holzzement	130 „
1 „	Gipsdielen, 6 cm stark	42 „
1 „	Deckenputz	20 „

II. Tabelle für die Nutzlasten.

1 qm	Nutzlast in Wohngebäuden, an Möbeln, Menschen etc. . . .	250 kg
1 „	„ „ grösseren Geschäftsgebäuden, Sälen etc.	400 „
1 „	„ „ Fabrikgebäuden mit leichten Maschinen . .	500—600 „
1 „	„ „ Fabrikgebäuden mit schweren Maschinen. .	800—1200 „
1 „	„ bei Decken unter Durchfahrten und befahrenen Höfen	800 „
1 „	„ „ Treppen	400 „

1 rm	Heu	100 kg	1 rm	Koks	450 kg
1 „	Weizen	760 „	1 „	Eis	910 „
1 „	Roggen	680 „	1 „	Kartoffeln	800 „
1 „	Grosse Gerste . . .	640 „	1 „	Mehl	750 „
1 „	Kleine Gerste . . .	510 „	1 „	Salz	800 „
1 „	Hafer	430 „	1 „	Zement	1200 „
1 „	Erbsen	850 „	1 „	Aktengerüste . . .	500 „
1 „	Torf	600 „			
1 „	Braunkohlen . . .	650 „			
1 „	Steinkohlen	900 „			

NB. Werden die Materialien in Säcken geschichtet, so ist mit $^4/_5$ zu multiplizieren.

3*

IV.

Rundeisentabelle.

Durchmesser in cm	Anzahl der Eisen 1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12	
	F_e	U	F_e	U	F_e	U	F_e	U	F_e	U	F_e	U	F_e	U	F_e	U	F_e	U	F_e	U	F_e	U	F_e	U
0,5	0,20	1,57	0,39	3,14	0,59	4,71	0,78	6,28	0,98	7,85	1,18	9,43	1,37	11,0	1,57	12,6	1,76	14,2	1,96	15,7	2,16	17,3	2,35	18,8
0,6	0,28	1,89	0,57	3,78	0,85	5,65	1,13	7,54	1,41	9,43	1,70	11,30	1,98	13,2	2,26	15,1	2,55	17,0	2,83	18,8	3,11	20,7	3,40	22,6
0,7	0,38	2,22	0,77	4,44	1,16	6,60	1,54	8,80	1,93	10,99	2,31	13,20	2,70	15,4	3,08	17,6	3,47	19,8	3,85	21,9	4,24	24,2	4,62	25,4
0,8	0,50	2,51	1,01	5,02	1,51	7,54	2,01	10,06	2,52	12,56	3,02	15,09	3,52	17,6	4,02	20,1	4,53	22,6	5,03	25,1	5,53	27,6	6,04	30,2
0,9	0,64	2,83	1,27	5,66	1,91	8,49	2,54	11,31	3,18	14,14	3,82	16,98	4,45	19,8	5,09	22,6	5,72	25,4	6,36	28,3	7,00	31,1	7,63	33,9
1,0	0,79	3,14	1,57	6,28	2,36	9,43	3,14	12,59	3,93	15,71	4,71	18,85	5,50	22,0	6,28	25,1	7,06	28,3	7,85	31,4	8,64	34,6	9,42	37,7
1,1	0,95	3,46	1,90	6,92	2,85	10,36	3,80	13,81	4,75	17,28	5,70	20,72	6,65	24,2	7,60	27,6	8,55	31,1	9,50	34,6	10,45	38,0	11,40	41,5
1,2	1,13	3,77	2,26	7,54	3,39	11,31	4,52	15,09	5,65	18,85	6,78	22,61	7,91	26,3	9,04	30,2	10,17	33,9	11,30	37,7	12,43	41,5	13,56	45,2
1,3	1,33	4,08	2,66	8,16	3,99	12,25	5,32	16,33	6,65	20,42	7,98	24,50	9,31	28,6	10,64	32,6	11,97	36,7	13,30	40,8	14,63	44,9	15,96	48,9
1,4	1,54	4,40	3,08	8,80	4,62	13,19	6,16	17,57	7,70	21,99	9,24	26,38	10,78	30,7	12,32	35,2	13,86	39,6	15,40	44,0	16,94	48,3	18,48	52,6
1,5	1,77	4,71	3,54	9,42	5,31	14,15	7,08	18,88	8,85	23,56	10,62	28,30	12,39	33,1	14,16	37,8	15,93	42,5	17,70	47,1	19,47	51,9	21,24	56,6
1,6	2,01	5,03	4,02	10,06	6,03	15,10	8,04	20,11	10,05	25,13	12,06	30,20	14,07	35,2	16,08	40,2	18,09	45,3	20,10	50,3	22,11	53,3	24,12	60,3
1,7	2,07	5,34	4,54	10,68	6,81	16,02	9,08	21,33	11,35	26,75	13,62	32,00	15,89	37,4	18,16	42,7	20,43	48,0	22,70	53,4	24,97	58,7	27,24	64,0
1,8	2,54	5,65	5,08	11,3	7,62	16,99	10,16	22,59	12,70	28,26	15,24	33,95	17,78	39,6	20,32	45,4	22,86	51,0	25,40	56,5	27,94	62,2	30,48	77,9
1,9	2,84	5,97	5,68	11,94	8,52	17,91	11,36	23,89	14,20	29,85	17,04	35,80	19,88	41,8	22,72	47,7	25,56	53 7	28,40	59,7	31,24	65,6	34,08	76,6
2,0	3,14	6,28	6,28	12,56	9,42	18,86	12,56	25,12	15,70	31,42	18,84	37,70	21,98	44,0	25,12	50,2	28,26	56,5	31,40	62,8	34,54	69,1	37,68	75,4
2,1	3,46	6,60	6,92	13,20	10,38	19,78	13,84	26,39	17,30	32,98	20,76	39,60	24,22	46,1	27,68	52,7	31,14	59,4	34,60	66,0	38,06	72,5	41,52	79,0
2,2	3,80	6,91	7,60	13,82	11,40	20,72	15,20	27,69	19,00	34,55	22,80	41,50	26,60	48,5	30,40	55,4	34,20	62,3	38,00	69,1	41,80	76,1	45,60	83,0
2,3	4,15	7,22	8,30	14,44	12,45	21,69	16,60	28,90	20,75	36,13	24,90	43,40	29,05	50,5	33,20	57,8	37,35	65,0	41,50	72,3	45,65	79,5	49,80	86,6
2,4	4,52	7,54	9,04	15,08	13,56	22,60	18,08	30,12	22,60	37,70	27,12	45,30	31,64	52,8	36,16	60,4	40,68	67,9	45,20	75,4	49,72	82,9	54,24	90,5
2,5	4,91	7,85	9,82	15,70	14,73	23,60	19,64	31,41	24,55	38,27	29,46	47,20	34,37	55,0	39,28	63,0	44,19	70,6	49,10	78,5	54,01	86,5	58,92	94,4
2,6	5,31	8,17	10,62	16,34	15,93	24,52	21,24	32,68	26,55	40,85	31,86	49,00	37,17	57,2	42,48	65,4	47,79	73,5	53,10	81,7	58,41	90,0	63,72	98,0
2,7	5,73	8,48	11,46	16,96	17,19	25,42	22,92	33,92	28,65	42,41	34,38	50,9	40,11	59,4	45,84	67,9	51,57	76,4	57,30	84,8	63,03	93,3	68,76	101,8
2,8	6,16	8,80	12,32	17,60	18,48	26,39	24,64	35,19	30,80	43,98	36,96	53,70	43,12	61,5	49,28	71,1	55,44	79,0	61,60	87,9	67,76	96,6	73,92	105,5
2,9	6,61	9,11	13,22	18,22	19,83	27,36	26,44	36,48	33,05	45,55	39,66	54,70	46,27	63,9	52,88	73,0	59,49	82,0	66,10	91,1	72,71	100,2	79,32	109,4
3,0	7,07	9,43	14,14	18,86	21,21	28,29	28,28	37,70	35,35	47,13	42,42	56,50	49,49	66,0	56,56	75,4	63,63	84,9	70,70	94,2	77,77	103,8	84,84	113,1

V.

Ableitung der Gleichungen zur Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen im Hochbau nebst Beispielen.

A. Die einfach armierte Platte.

Nach den amtlichen Vorschriften, vgl. Seite 22 (C, 2), hat in den Eisenbetonverbundkonstruktionen das Eisen allein allen Zug aufzunehmen. Da sich nun nach Formel [9], Seite 7, die Spannungen verhalten wie ihre Abstände von der Nullinie N — N, so stellt sich die Spannungsverteilung im Eisenbetonkörper nach Fig. 46 dar.

Nach den Gesetzen der Statik, vgl. Seite 6, müssen nun in einer Konstruktion die entgegengesetzten Horizontalkräfte gleich sein, mithin wird:

$$1.\quad D = Z.$$

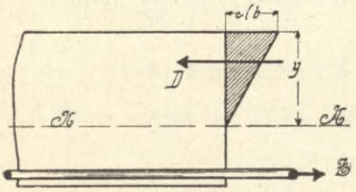


Fig. 46.

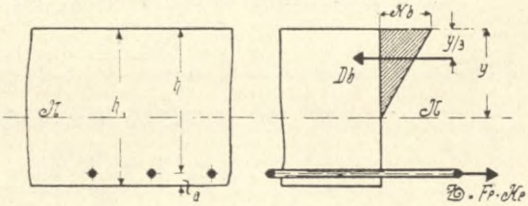


Fig. 47 u. 48.

Der Betondruck stellt sich dar als ein Dreieck von der Grundlinie K_b und der Höhe y, wenn K_b die Randspannung des Betons in kg/qcm und y den Abstand der Nullinie von der Plattenoberkante in cm bedeutet; folglich

$$2.\quad D = \frac{K_b \cdot y}{2} \cdot b \text{ (Fig. 47 u. 48)}$$

für b cm Tiefe, wofür in der Regel b = 100 cm gesetzt wird, da man bei der Berechnung der Platten (Decken) einen Streifen von 1 m Breite herausnimmt.

Nach der Zuggleichung, Seite 1, ist

$$F_e = \frac{P}{K} = \frac{Z}{K_e},$$

woraus sich

$$3.\quad Z = K_e \cdot F_e$$

ergibt (Fig. 47 u. 48).

Führt man die Werte aus Gleichung 2 und 3 in Gleichung 1 ein, so wird

$$4.\quad \frac{K_b \cdot y}{2} \cdot b = K_e \cdot F_e.$$

Die Verkürzung des Betons beträgt nach Gleichung [4], Seite 2

$$\Delta\, l_b = \frac{K_b}{E_b} \cdot l$$

und die Dehnung des Eisens

$$\Delta\, l_e = \frac{K_e}{E_e} \cdot l.$$

Nach den amtlichen Vorschriften, Seite 22, sollen sich die Dehnungen wie ihre Abstände von der Nullinie verhalten, mithin ist

$$5.\quad \frac{K_b}{E_b \cdot y} \cdot l = \frac{K_e}{E_e\,(h-y)} \cdot l$$

oder

$$6.\quad \frac{K_b}{K_e} = \frac{E_b \cdot y}{E_e \cdot (h-y)}.$$

Führt man $\frac{E_e}{E_b} = n = 15$ ein, so wird

$$6a.\quad \frac{K_b}{K_e} = \frac{y}{n\,(h-y)},$$

woraus sich die Betonrandpressung bestimmt zu

$$7.\quad K_b = \frac{K_e \cdot y}{n\,(h-y)}.$$

Durch Einführung dieses Wertes von K_b in Gleichung 4 erhält man

$$\frac{K_e \cdot y}{n\,(h-y)} \cdot \frac{y \cdot b}{2} = K_e \cdot F_e,$$

$$y^2 \cdot b = 2 \cdot n\,(h-y)\,F_e,$$

$$y^2 = \frac{2 \cdot n \cdot h \cdot F_e}{b} - \frac{2 \cdot n \cdot y \cdot F_e}{b},$$

oder

$$y^2 + \frac{2 \cdot n \cdot y \cdot F_e}{b} = \frac{2 \cdot n \cdot h \cdot F_e}{b}.$$

Mit Hilfe der quadratischen Ergänzung folgt:

$$y = -\frac{n \cdot F_e}{b} + \sqrt{\left(\frac{n \cdot F_e}{b}\right)^2 + \frac{2 \cdot n \cdot h \cdot F_e}{b}}$$

oder

$$y = -\frac{n \cdot F_e}{b} + \sqrt{\frac{n^2 \cdot F_e^2}{b^2} + \frac{2 \cdot n \cdot h \cdot F_e}{b}},$$

multipliziert man nun den zweiten Ausdruck unter dem Wurzelzeichen im Zähler und Nenner mit $n \cdot F_e \cdot b$, so wird

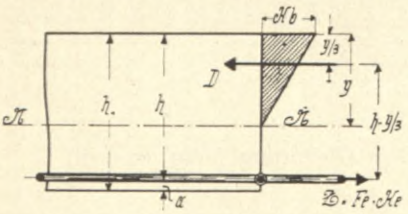


Fig. 49.

$$y = -\frac{n \cdot F_e}{b} + \sqrt{\frac{n^2 \cdot F_e^2}{b^2} + \frac{2 \cdot n^2 \cdot b \cdot F_e^2 \cdot h}{n \cdot b^2 \cdot F_e}}$$

$$y = -\frac{n \cdot F_e}{b} + \frac{n \cdot F_e}{b}\sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot h}{n \cdot F_e}}$$

$$\mathbf{y = \frac{n \cdot F_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot h}{n \cdot F_e}}\right]} \quad . \quad . \quad (1)$$

Nachdem man y berechnet hat, d. h. die Lage der Nullinie festgelegt hat, kann man mit der Eisenarmierung als Drehpunkt die Momentengleichung aufstellen (Fig. 49)

$$M = D \cdot \left(h - \frac{y}{3}\right) = \frac{K_b \cdot y}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{y}{3}\right),$$

da der Schwerpunkt des Betondruckdreieckes um $\frac{1}{3}$ y vom oberen Rande entfernt liegt.

Hieraus folgt $$K_b = \frac{2 \cdot M}{b \cdot y \left(h - \frac{y}{3}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Mit dem Schwerpunkt des Betondruckdreieckes als Drehpunkt folgt (Fig. 50)

$$M = Z \cdot \left(h - \frac{y}{3}\right) = F_e \cdot K_e \left(h - \frac{y}{3}\right),$$

woraus sich K_e berechnet zu

$$K_e = \frac{M}{F_e \cdot \left(h - \frac{y}{3}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

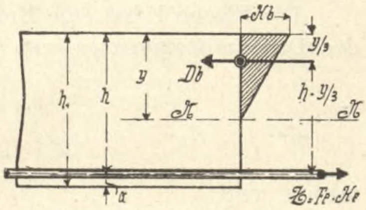


Fig. 50.

Schub- und Haftspannungen.

Bei den auf Biegung beanspruchten Platten treten ausser den Biegungsspannungen noch Scherspannungen (Schubspannungen) auf, und zwar können dieselben, vergl. Seite 16, zweierlei Art sein.

a) Schubspannungen, senkrecht zur Platte gerichtet.

Nach Gleichung [4a], Seite 2, beträgt die Dehnung des Betons

$$\Delta l_b = \frac{P \cdot l}{F_b \cdot E_b}$$

und diejenige des Eisens $$\Delta l_e = \frac{P \cdot l}{F_e \cdot E_e}.$$

Da diese Dehnungen einander gleich sein müssen, so ist auch

$$\frac{P \cdot l}{F_b \cdot E_b} = \frac{P \cdot l}{F_e \cdot E_e},$$

$$F_b \cdot E_b = F_e \cdot E_e,$$

$$8. \quad F_b = \frac{E_e}{E_b} \cdot F_e = n \cdot F_e.$$

In Worten: Ersetzt man in einer Betondecke einen Teil des Betons durch Eisen, so hat man bei der Berechnung den Eisenquerschnitt n mal so gross einzuführen.

Analog ist $$8a. \quad F_e = \frac{F_b}{n}.$$

Nach der Schubgleichung Seite 16 ist

$$K_s = \frac{P}{F} = \frac{Q}{F},$$

mithin die Beanspruchung des Betons auf Schub

$$K_{s_b} = \frac{Q}{(F_b + n \cdot F_e)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

und diejenige des Eisens $$K_{s_e} = \frac{Q}{\left(F_e + \frac{F_b}{n}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

b) Schubspannungen, parallel zur Platte gerichtet.

Nach der Schubgleichung Seite 16 ist

$$K_s' = \frac{Q}{F}.$$

Die Fläche F hat eine Breite b und eine Höhe, welche gleich der Entfernung des Druckmittelpunktes vom Zugmittelpunkt ist, also:

$$h = \frac{y}{3},$$

mithin wird:
$$\mathbf{K_s' = \frac{Q}{b\left(h - \frac{y}{3}\right)}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

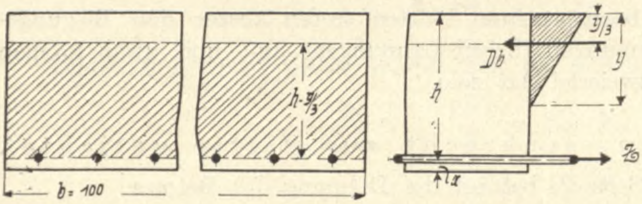


Fig. 51 u. 52.

Die Schubspannung auf b cm Breite ist mithin

$$Q_1 = b \cdot K_s'.$$

Dieser Schubspannung Q_1 muss die Adhäsion des Betons am Eisen Widerstand leisten, folglich muss

$$b \cdot K_s' = U \cdot K_a \text{ sein,}$$

woraus
$$\mathbf{K_a = \frac{b \cdot K_s'}{U} = \frac{Q}{U\left(h - \frac{y}{3}\right)}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Bestimmung der Plattenstärke und der Eiseneinlagen bei gegebenem Moment für $K_b = 40$ kg/cm² und $K_e = 1000$ kg/cm².

Nach Gleichung 6a ist

$$\frac{40}{1000} = \frac{y}{15\,(h - y)},$$

$$\frac{600}{1000} = \frac{y}{(h - y)},$$

$$y = \frac{3}{8}\,h.$$

Nach Gleichung [2] ist

$$40 = \frac{2 \cdot M}{b \cdot \frac{3 \cdot h}{8}\left(h - \frac{3 \cdot h}{3 \cdot 8}\right)} = \frac{2\,M}{\frac{21 \cdot b \cdot h^2}{64}}$$

$$h = \sqrt{\frac{2 \cdot M \cdot 64}{40 \cdot 21 \cdot b}} = \sqrt{\frac{128 \cdot M}{840 \cdot b}}$$

$$\mathbf{h = 0{,}390\sqrt{\frac{M}{b}}}$$

Nach Gleichung (3) ist

$$1000 = \frac{M}{F_e\left(h - \frac{3 \cdot h}{3 \cdot 8}\right)} = \frac{M}{F_e \cdot \frac{7}{8} \cdot h}$$

$$F_e = \frac{8 \cdot M}{7000 \cdot h} = \frac{8 \cdot M}{7000 \cdot 0{,}390 \sqrt{\frac{M}{b}}}$$

$$F_e = \frac{8 \cdot M}{2730 \sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{8 \cdot M \cdot \sqrt{M}}{2730 \frac{\sqrt{M} \cdot \sqrt{M}}{\sqrt{b}}}$$

$$F_e = \frac{8 \cdot M \cdot \sqrt{M} \cdot \sqrt{b}}{2730\ M} = \frac{8 \cdot \sqrt{M \cdot b}}{2730}$$

$$\mathbf{F_e = 0{,}00293 \sqrt{M \cdot b}}$$

Beispiel:

Eine Decke als Träger auf zwei Stützen habe eine Spannweite von 2,4 m und sei mit 400 kg/qm Nutzlast gleichmässig belastet (Fig. 53).

Die Stärke der Decke sei zu 11 cm geschätzt, dann beträgt die in die Berechnung einzuführende Spannweite $l = 240 + 11 = 251$ cm.

Eigengewicht der Decke	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}11 \cdot 2400 =$	264 kg/qm
Nutzlast	$=$	400 ,,
		664 kg/qm

$$M = \frac{P \cdot l}{8} = \frac{2{,}51 \cdot 664 \cdot 251}{8} = 52\,290 \text{ cm/kg},$$

$$h = 0{,}39 \sqrt{\frac{52\,290}{100}} = 9 \text{ cm},$$

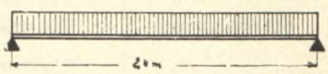


Fig. 53.

$$h_1 = h + a = 9 + 2 = 11 \text{ cm},$$

$$F_e = 0{,}00293 \sqrt{52\,290 \cdot 100} = 6{,}68 \text{ cm},$$

Gewählt auf den lf. m Decke 7 Eisen von 11 mm Ø mit $F_e = 6{,}65$ cm².

Genaue Berechnung der Inanspruchnahme des Betons und Eisens.

Nach Gleichung (1) ist

$$y = \frac{15 \cdot 6{,}65}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 9}{15 \cdot 6{,}65}}\right]$$

$$y = 3{,}36 \text{ cm}.$$

Nach Gleichung (2) ist

$$K_b = \frac{2 \cdot 52\,290}{100 \cdot 3{,}36\left(9{,}0 - \frac{3{,}36}{3}\right)} = 39{,}5 \text{ kg/qcm}.$$

Nach Gleichung (3) ist

$$K_e = \frac{52\,290}{6{,}65\left(9{,}0 - \frac{3{,}36}{3}\right)} = 998 \text{ kg/qcm}.$$

Berechnung der Schub- und Haftspannungen.

Die grösste Schubkraft ist am Auflager und zwar gleich dem Auflagerdruck.

$$Q = \frac{2{,}51 \cdot 664}{2} = 834 \text{ kg.}$$

Nach Gleichung (4) ist

$$K_{s_b} = \frac{834}{100 \cdot 11 + 15 \cdot 6{,}65} = 0{,}7 \text{ kg/qcm.}$$

Nach Gleichung (5) ist

$$K_{s_e} = \frac{834}{6{,}65 + \frac{11 \cdot 100}{15}} = 10{,}4 \text{ kg/qcm.}$$

Nach Gleichung (6) ist

$$K_s' = \frac{834}{100\left(9{,}0 - \frac{3{,}36}{3}\right)} = 1{,}06 \text{ kg/qcm.}$$

Nach Gleichung (7) ist

$$K_a = \frac{100 \cdot 1{,}06}{24{,}2} = 4{,}4 \text{ kg/qcm.}$$

Da keiner der berechneten Werte die entsprechende zulässige Beanspruchung von $K_b = 40$, $K_e = 1000$, $K_{s_e} = \frac{4}{5} \cdot 1000 = 800$ und $K_{s_b} = K_s' = K_a = 4{,}5$ erreicht, so ist die Standsicherheit der Konstruktion erwiesen.

Berechnung der Eiseneinlagen bei gegebenem Moment und gegebener Plattenstärke für $K_e = 1000$ kg/cm².

Zu dieser Berechnung finden die Gleichungen 6a, (2) und (3) Anwendung. Man hat dann 3 Gleichungen mit den 3 Unbekannten F_e, K_b und y.

Beispiel:

Eine einfach armierte Eisenbetonplatte habe eine Stärke von 20 cm. Die Entfernung der zu berechnenden Eiseneinlagen von Plattenoberkante betrage 18 cm. Ferner sei das Moment auf einen Plattenstreifen von 1 m berechnet zu 186 000 cm/kg.

Nach Gleichung 6 a wird

$$\frac{K_b}{1000} = \frac{y}{15\,(18 - y)}$$

$$K_b = \frac{1000 \cdot y}{15\,(18 - y)}.$$

Nach Gleichung (2) wird

$$K_b = \frac{2 \cdot 186\,000}{100 \cdot y\left(18 - \frac{y}{3}\right)}.$$

Durch Gleichstellung der beiden Werte für K_b folgt

$$\frac{1000 \cdot y}{15\,(18 - y)} = \frac{2 \cdot 186\,000}{100 \cdot y \left(18 - \frac{y}{3}\right)}$$

$$1000 \cdot y \cdot 100 \cdot y \left(18 - \frac{y}{3}\right) = 15\,(18 - y) \cdot 2 \cdot 186\,000$$

$$100\,000\,y^2 \frac{(3 \cdot 18 - y)}{3} = 5\,580\,000\,(18 - y)$$

$$10\,y^2\,(54 - y) = 3 \cdot 558\,(18 - y)$$

$$540\,y^2 - 10\,y^3 = 30\,132 - 1674\,y$$

$$10\,y^3 - 540\,y^2 - 1674\,y + 30\,132 = 0$$

$$y^3 - 54\,y^2 - 167{,}4\,y + 3013{,}2 = 0$$

Die Lösung dieser Gleichung dritten Grades erfolgt am besten nach der Regula falsi, wie es auf Seite 55 näher beschrieben ist.

Für die erste Annahme von y wählt man zweckmässig $\frac{h}{3} = \frac{18}{3} = 6.$

$$y = 6;\ 216 - 2064 - 1004{,}4 + 3013{,}2 = +160{,}8$$

$$y = 7;\ 343 - 2646 - 1171{,}8 + 3013{,}2 = -461{,}6$$

$$\frac{y - 6}{y - 7} = \frac{+160{,}8}{-461{,}6}$$

$$-461{,}6\,y + 2769{,}6 = +160{,}8\,y - 1125{,}6$$

$$622{,}4\,y = 3895{,}2$$

$$y = \frac{3895{,}2}{622{,}4} = 6{,}3 \text{ cm.}$$

Nach Gleichung (3) folgt dann weiter

$$F_e = \frac{M}{K_e\left(h - \frac{y}{3}\right)} = \frac{186\,000}{1000\left(18 - \frac{6{,}3}{3}\right)} = 11{,}3 \text{ cm}^2.$$

Gewählt: 10 Eisen von 12 mm ∅ mit $F_e = 11{,}3$ cm².

NB. Weitere Beispiele werden bei der Besprechung der einzelnen Deckensysteme vorgeführt werden.

B. Die doppelt armierte Platte.

Die Berechnung dieser Platten erfolgt genau in derselben Weise wie bei den einfach armierten Platten.

Da die Horizontalkräfte einander gleich sein müssen (Fig. 54 u. 55), so ist

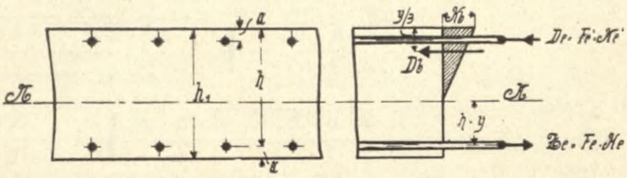


Fig. 54 u. 55.

$$1.\quad D_b + D_e = Z_e.$$

Nun ist aber

$$D_b = \frac{y \cdot K_b}{2} \cdot b,$$

$$D_e = F_e' \cdot K_e',$$

$$Z_e = F_e \cdot K_e,$$

mithin

$$2. \quad \frac{y \cdot K_b}{2} \cdot b + F_e' \cdot K_e' = F_e \cdot K_e.$$

Da die Spannungen proportional ihrem Abstand von der Nullinie wachsen, so ist

$$3. \quad \frac{K_b}{y} = \frac{K_e}{n\,(h - y)}; \quad K_e = \frac{K_b}{y} \cdot n \cdot (h - y).$$

$$4. \quad \frac{K_b}{y} = \frac{K_e'}{n\,(y - a)}; \quad K_e' = \frac{K_b}{y} \cdot n\,(y - a).$$

Führt man die Werte von K_e und K_e' aus Gleichung 3 und 4 in Gleichung 2 ein, so folgt

$$\frac{y}{2} \cdot K_b \cdot b + F_e' \cdot \frac{K_b}{y} \cdot n \cdot (y - a) = F_e \cdot \frac{K_b}{y} \cdot n \cdot (h - y).$$

Multipliziert man alle Glieder der Gleichung mit 2 y, so wird:

$$y^2 \cdot b + F_e' \cdot 2 \cdot n\,(y - a) = 2\,F_e \cdot n\,(h - y),$$

$$y^2 \cdot b + F_e' \cdot 2 \cdot n \cdot y - F_e' \cdot 2 \cdot n \cdot a = 2\,F_e \cdot n \cdot h - 2\,F_e \cdot n \cdot y,$$

$$y^2 \cdot b + F_e' \cdot 2 \cdot n \cdot y + 2\,F_e \cdot n \cdot y = 2\,F_e \cdot n \cdot h + 2\,F_e' \cdot n \cdot a,$$

$$y^2 + \frac{2\,n\,(F_e' + F_e)}{b} \cdot y = \frac{2\,n}{b}\,(F_e \cdot h + F_e' \cdot a),$$

$$\mathbf{y = -\frac{n\,(F_e' + F_e)}{b} + \sqrt{\left[\frac{n\,(F_e' + F_e)}{b}\right]^2 + \frac{2 \cdot n}{b}\,(F_e \cdot h + F_e' \cdot a)}} \quad . \quad (8)$$

Sind die Eiseneinlagen einander gleich, so wird

$$F_e = F_e'$$

und

$$y = -\frac{2 \cdot n \cdot F_e}{b} + \sqrt{\frac{4\,n^2 \cdot F_e^2}{b^2} + \frac{2 \cdot n \cdot F_e\,(h + a)}{b}}.$$

Multipliziert man den letzten Ausdruck unter dem Wurzelzeichen im Zähler und Nenner mit $2 \cdot n \cdot F_e \cdot b$, so wird

$$y = -\frac{2 \cdot n \cdot F_e}{b} + \sqrt{\frac{4 \cdot n^2 \cdot F_e^2}{b^2} + \frac{4 \cdot n^2 \cdot F_e^2\,(h + a)\,b}{2 \cdot n \cdot F_e \cdot b^2}},$$

$$y = -\frac{2 \cdot n \cdot F_e}{b} + \frac{2 \cdot n \cdot F_e}{b}\sqrt{1 + \frac{b\,(h + a)}{2 \cdot n \cdot F_e}},$$

$$\mathbf{y = \frac{2 \cdot n \cdot F_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{b\,(h + a)}{2 \cdot n \cdot F_e}}\right]} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8a)$$

Mit der unteren Eisenarmierung als Drehpunkt wird (Fig. 56)

$$M = \frac{b \cdot K_b \cdot y}{2} \cdot \left(h - \frac{y}{3}\right) + F_e' \cdot K_e' (h - a).$$

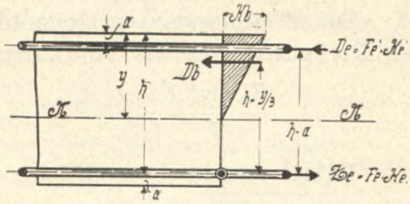


Fig. 56.

Führt man nun in diese Gleichung aus Gleichung 4 den Wert von K_e' ein, so folgt

$$M = \frac{b \cdot K_b \cdot y}{2} \left(h - \frac{y}{3}\right) + F_e' \cdot (h - a) \cdot \frac{K_b}{y} \cdot n (y - a),$$

$$K_b = \frac{M}{\frac{b \cdot y}{2}\left(h - \frac{y}{3}\right) + F_e' \cdot \frac{n}{y} (h - a)(y - a)},$$

oder

$$\mathbf{K_b} = \frac{6 \cdot M \cdot y}{b \cdot y^2 (3h - y) + 6 \cdot F_e' \cdot n (h - a)(y - a)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (9)$$

Hat man aus dieser Gleichung K_b berechnet, so folgt aus Gleichung 3 und 4

$$\mathbf{K_e} = n \cdot K_b \frac{(h - y)}{y} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (10)$$

$$\mathbf{K_e'} = n \cdot K_b \frac{(y - a)}{y} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (11)$$

Schub- und Haftspannungen.

a) Schubspannungen, senkrecht zur Platte gerichtet.

Auch hier sind, wie bei der einfachen armierten Platte, die Eisenquerschnitte n mal so gross in die Berechnung einzuführen, mithin

$$\mathbf{K_{s_b}} = \frac{Q}{F_b + n (F_e + F_e')} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (12)$$

$$\mathbf{K_{s_e}} = \frac{Q}{F_e + F_e' + \frac{F_b}{n}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (13)$$

b) Schubspannungen parallel zur Platte gerichtet.

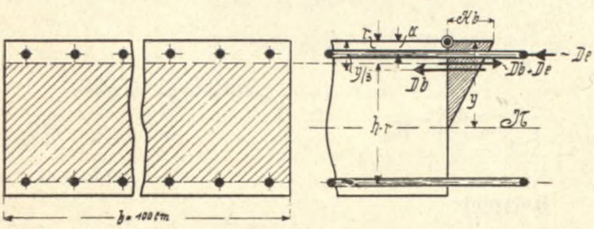


Fig. 57 u. 58.

Die Gleichung für diesen Schub heisst nach Seite 16

$$K_s' = \frac{Q}{F}.$$

Die Fläche F setzt sich zusammen aus der Breite b = 100 cm und dem Abstande des Druckmittelpunktes vom Zugmittelpunkte (h — r), wenn man mit r den Abstand des Gesamtdruckmittelpunktes des Betons und Eisens vom oberen Plattenrand bezeichnet (Fig. 57 u. 58).

Zur Bestimmung des Gesamtdruckmittelpunktes gilt mit Plattenoberkannte als Drehpunkt folgende Momentengleichung

$$\frac{K_b \cdot y \cdot b}{2} \cdot \frac{y}{3} + F_e' \cdot K_e' \cdot a = \left(\frac{K_b \cdot y \cdot b}{2} + F_e' \cdot K_e'\right) \cdot r.$$

Führt man in diese Gleichung K_e' aus Gleichung (11) ein, so wird

$$\frac{K_b \cdot y \cdot b}{2} \cdot \frac{y}{3} + F_e' \cdot n \cdot K_b \frac{(y - a)}{y} \cdot a = \left(\frac{K_b \cdot y \cdot b}{2} + F_e' \cdot n \cdot K_b \cdot \frac{(y - a)}{y}\right) \cdot r,$$

$$\frac{b \cdot y^2}{6} + \frac{F_e' \cdot n \cdot y - F_e' \cdot n \cdot a}{y} = \left(\frac{y \cdot b}{2} + \frac{F_e' \cdot n \cdot y - F_e' \cdot n \cdot a}{y}\right) \cdot r$$

$$r = \frac{\dfrac{b \cdot y^2}{6} + \dfrac{F_e' \cdot n \cdot y - F_e' \cdot n \cdot a}{y}}{\dfrac{y \cdot b}{2} + \dfrac{F_e' \cdot n \cdot y - F_e' \cdot n \cdot a}{y}}$$

$$r = \frac{\dfrac{b \cdot y^3 + 6\,(F_e' \cdot n \cdot y - F_e' \cdot n \cdot a)}{6 \cdot y}}{\dfrac{3b \cdot y^2 + 6\,(F_e' \cdot n \cdot y - F_e' \cdot n \cdot a)}{6y}}$$

$$r = \frac{b \cdot y^3 + 6 \cdot F_e' \cdot n\,(y - a)}{3\,[b \cdot y^2 + 2 \cdot F_e \cdot n\,(y - a)]} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

Mithin ist nach Gleichung [6]

$$K_s' = \frac{Q}{b\,(h - r)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

und die Adhäsionsspannung in der Zugarmierung nach Gleichung (7)

$$K_a = \frac{b \cdot K_s'}{U} = \frac{Q}{U \cdot (h - r)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (16)$$

Die Adhäsionsspannung in der Druckarmierung muss sich nun verhalten, wie die entsprechenden Eisenspannungen K_e' und K_e.

Nach den Gleichungen (11) und (10) ist:

$$\frac{K_e'}{K_e} = \frac{\dfrac{n \cdot K_b\,(y - a)}{y}}{\dfrac{n \cdot K_b\,(h - y)}{y}} = \frac{y - a}{h - y},$$

mithin

$$\frac{K_a'}{K_a} = \frac{K_e'}{K_e} = \frac{y - a}{h - y},$$

$$K_a' = \left(\frac{y - a}{h - y}\right) \cdot K_a \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (17)$$

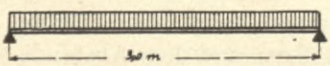


Fig. 59.

Beispiel:

Eine Eisenbetondecke als Träger auf zwei Stützen habe eine Spannweite von 3,0 m und eine Höhe von 18 cm. Die Nutzlast betrage 500 kg/qm (Fig. 59). Die doppelte Eisenarmierung bestehe aus 10 mm starken Rundeisen, welche 1,5 cm vom Rande entfernt liegen. Es sind je 10 Eisen auf einen Meter Breite angeordnet. Es sollen die Spannungen im Beton und Eisen berechnet werden.

Die einzuführende Stützweite beträgt $300 + 18 = 318$ cm.

Eigengewicht der Decke in kg/qm $1 \cdot 1 \cdot 0{,}18 \cdot 2400 =$	432 kg/qm
Nutzlast in kg/qm $=$	500 „
	932 kg/qm

$$M = \frac{3{,}18 \cdot 932 \cdot 318}{8} = 117800 \text{ cm/kg.}$$

Nach Gleichung (8a) ist

$$y = \frac{2 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 0{,}785}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{100\,(16{,}5 + 1{,}5)}{2 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 0{,}785}}\right] = 4{,}57 \text{ cm.}$$

Nach Gleichung (9) ist

$$K_b = \frac{6 \cdot 117800 \cdot 4{,}57}{100 \cdot 4{,}57^2 (3 \cdot 16{,}5 - 4{,}57) + 6 \cdot 10 \cdot 0{,}785 \cdot 15\,(4{,}57 - 1{,}5)\,(16{,}5 - 1{,}5)} = 25{,}6 \text{ kg/qcm.}$$

Nach Gleichung (10) und (11) wird

$$K_e = 15 \cdot 25{,}6 \, \frac{(16{,}5 - 4{,}57)}{4{,}57} = 1000 \text{ kg/qcm Zug in der unteren Armierung,}$$

$$K_e' = 15 \cdot 25{,}6 \, \frac{(4{,}57 - 1{,}5)}{4{,}57} = 260 \text{ kg/qcm Druck in der oberen Armierung.}$$

Die grösste Schubkraft herrscht am Auflager und ist gleich dem Auflagerdruck

$$Q = \frac{3{,}18 \cdot 932}{2} = 1480 \text{ kg.}$$

Nach Gleichung (12) und (13) wird

$$K_{s_b} = \frac{1480}{100 \cdot 18 + 15\,(10 \cdot 0{,}785 + 10 \cdot 0{,}785)} = 0{,}72 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_{s_e} = \frac{1480}{(10 \cdot 0{,}785 + 10 \cdot 0{,}785) + \frac{100 \cdot 18}{2 \cdot 15}} = 20 \text{ kg/qcm.}$$

Nach Gleichung (14) wird

$$r = \frac{100 \cdot 4{,}57^2 + 6 \cdot 10 \cdot 0{,}785 \cdot 15\,(4{,}57 - 1{,}5)}{3\,[100 \cdot 4{,}57^2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0{,}785 \cdot 15\,(4{,}57 - 1{,}5)]} = 1{,}4 \text{ cm.}$$

Nach Gleichung (15), (16) und (17) wird

$$K_s' = \frac{1480}{100\,(16{,}5 - 1{,}4)} = 1{,}0 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_a = \frac{1480}{10 \cdot 3{,}14\,(16{,}5 - 1{,}4)} = 3{,}12 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_a' = \left(\frac{4{,}57 - 1{,}5}{16{,}5 - 4{,}57}\right) \cdot 3{,}12 = 0{,}81 \text{ kg/qcm.}$$

C. Der Plattenbalken.

Werden Eisenbetondecken über Eisenbetonbalken angeordnet, so kommt ein Teil der Decke mit zur statischen Wirkung. Dadurch entsteht ein T-Profil und daher der Name Platten- oder Rippenbalken.

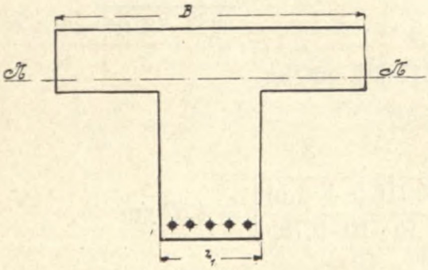


Fig. 60.

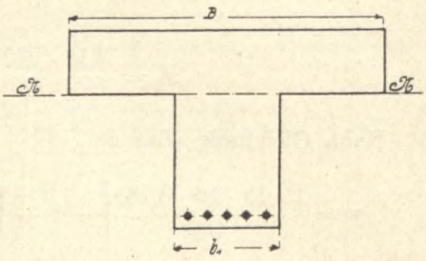


Fig. 61.

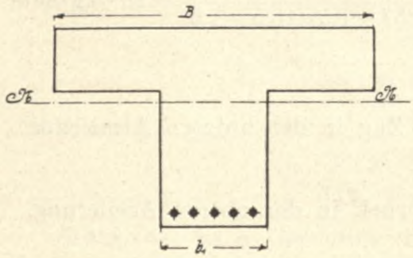


Fig. 62.

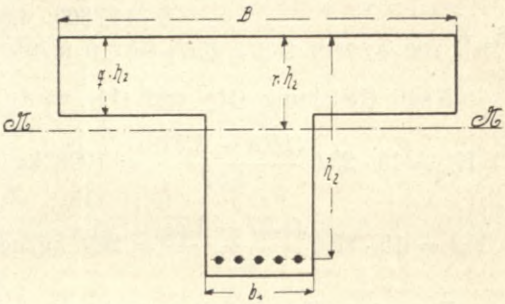


Fig. 63.

Bei der Berechnung wird nun angenommen, dass sich der Eisenquerschnitt im unteren Teile des Steges auf die wirksame Breite B der Platte verteilt. Die wirksame Plattenbreite soll nach den amtlichen Vorschriften auf jeder Seite zu höchstens $^1/_6$ der Länge des Plattenbalkens angenommen werden.

Bei der Berechnung der Plattenbalken hat man nun nach der jeweiligen Lage der Nullinie im Querschnitt drei verschiedene Fälle zu unterscheiden:

1. die Nullinie liegt im Plattenquerschnitt (Fig. 60),
2. die Nullinie fällt mit Plattenunterkante zusammen (Fig. 61) und
3. die Nullinie fällt in den Stegquerschnitt (Fig. 62).

1. Die Nullinie fällt in die Platte. (Fig. 64 u. 65.)

Fällt die Nullinie in die Platte hinein, so kommt für den Betondruck, wie Fig. 64 zeigt, eine Fläche in Betracht von der wirksamen Breite B und der Höhe y. Es gelten mithin hier dieselben Gleichungen wie bei der einfach armierten Platte, mit der Ausnahme, dass an Stelle von b die wirksame Plattenbreite B und an Stelle von h die Höhe h_2 einzuführen ist.

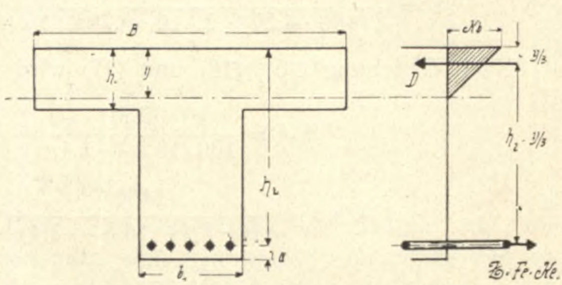


Fig. 64 u. 65.

Nach den Gleichungen (1), (2) und (3) ist mithin

$$y = \frac{n \cdot F_e}{B}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot B \cdot h_2}{n \cdot F_e}}\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (18)$$

$$K_b = \frac{2\,M}{B \cdot y\left(h_2 - \frac{y}{3}\right)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (19)$$

$$K_e = \frac{M}{F_e \cdot \left(h_2 - \frac{y}{3}\right)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (20)$$

2. Die Nullinie fällt mit Plattenunterkante zusammen.

In diesem Falle kommt die ganze Platte zur statischen Wirksamkeit, und es wird $y = h_1$, mithin

$$K_b = \frac{2\,M}{B \cdot h_1\left(h_2 - \frac{h_1}{3}\right)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; [21]$$

$$K_e = \frac{M}{F_e\left(h_2 - \frac{h_1}{3}\right)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; [22]$$

3. Die Nullinie fällt in den Steg.

(Fig. 66—69.)

Fällt die Nullinie in den Steg, so kann die kleine Druckfläche, welche auf den Steg des Balkens entfällt, nach den amtlichen Vorschriften vernachlässigt werden.

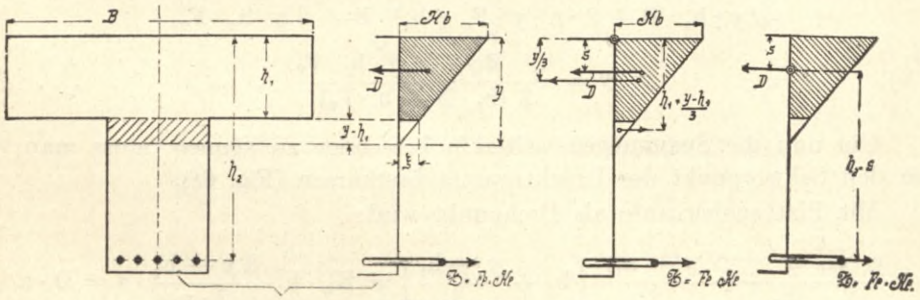


Fig. 66—69.

Da die Spannungen proportional ihrem Abstande von der Nullinie wachsen, so wird nach Gleichung 7, Seite 28

$$\frac{K_b}{y} = \frac{K_e}{n\,(h_2 - y)}$$

$$1. \quad K_e = \frac{K_b}{y} \cdot n \cdot (h_2 - y).$$

Da die Horizontalkräfte einander gleich sein müssen, so folgt

$$2. \quad D = Z.$$

Die Druckfigur stellt ein Trapez dar. Aus der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke ergibt sich

$$\frac{K_b}{y} = \frac{\xi}{y - h_1}.$$

$$3. \quad \xi = \frac{K_b (y - h_1)}{y},$$

$$D = \frac{K_b \cdot y}{2} - \left[\frac{(y - h_1)}{2} \cdot K_b \cdot \frac{(y - h_1)}{y}\right],$$

$$D = \frac{K_b \cdot y}{2} - \frac{K_b}{2\,y}[y^2 - 2\,y \cdot h_1 + h_1^2],$$

$$D = K_b \cdot h_1 \frac{2\,y - h_1}{2\,y}$$

und auf die wirksame Breite B bezogen:

$$4. \quad D = K_b \cdot h_1 \cdot \frac{2\,y - h_1}{2\,y} \cdot B.$$

Führt man diesen Wert von D in Gleichung 2 ein, so folgt

$$K_b \cdot h_1 \cdot \frac{2\,y - h_1}{2\,y} \cdot B = Z = K_e \cdot F_e,$$

und aus Gleichung 1 den Wert von K_e eingeführt:

$$K_b \cdot h_1 \cdot \frac{2\,y - h_1}{2\,y} \cdot B = \frac{K_b}{y} \cdot n \cdot (h_2 - y) \cdot F_e,$$

$$2\,y \cdot h_1 \cdot B - h_1^2 \cdot B = 2 \cdot n \cdot h_2 \cdot F_e - 2 \cdot n \cdot y \cdot F_e,$$

$$2\,y \cdot h_1 \cdot B + 2 \cdot n \cdot y \cdot F_e = h_1^2 \cdot B + 2\,n \cdot h_2 \cdot F_e,$$

$$\mathbf{y = \frac{h_1^2 \cdot B + 2 \cdot n \cdot h_2 \cdot F_e}{2\,(h_1 \cdot B + n \cdot F_e)}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Um nun die Spannungen weiterhin berechnen zu können, muss man vorher den Schwerpunkt des Drucktrapezes bestimmen (Fig. 68).

Mit Plattenoberkante als Drehpunkt wird:

$$\frac{y \cdot K_b}{2} \cdot \frac{y}{3} - \xi \cdot \frac{(y - h_1)}{2} \cdot \left(h_1 + \frac{y - h_1}{3}\right) = K_b \cdot h_1 \cdot \frac{2\,y - h_1}{2 \cdot y} \cdot s = D \cdot s.$$

Führt man aus Gleichung 3 für ξ den zugehörigen Wert ein, so folgt

$$\frac{y \cdot K_b}{2} \cdot \frac{y}{3} - \frac{K_b (y - h_1)}{y} \cdot \frac{(y - h_1)}{2} \cdot \frac{(2\,h_1 + y)}{3} = K_b \cdot h_1 \cdot \frac{2\,y - h_1}{2\,y} \cdot s$$

$$y^3 + 3\,y \cdot h_1^2 - 2\,h_1^3 - y^3 = 3\,h_1 \cdot (2\,y - h_1) \cdot s$$

$$s = \frac{3\,y \cdot h_1^2 - 2\,h_1^3}{3\,h_1 \cdot (2\,y - h_1)}$$

$$\mathbf{s = \frac{h_1}{3} \cdot \frac{(3\,y - 2\,h_1)}{(2\,y - h_1)}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Mit dem Druckmittelpunkt als Drehpunkt lässt sich die Momentengleichung (Fig. 69) aufstellen:

$$M = K_e \cdot F_e \, (h_2 - s),$$

mithin wird

$$K_e = \frac{M}{F_e \, (h_2 - s)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (25)$$

ferner folgt aus Gleichung 1

$$K_b = \frac{K_e \cdot y}{n \, (h_2 - y)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (26)$$

Schub- und Haftspannungen.

Wie wir schon bei den Platten gesehen haben, werden die Schubspannungen, welche senkrecht zur Platte gerichtet sind, nur sehr gering; dasselbe tritt auch bei den Plattenbalken ein. Es sollen aus diesem Grunde jene Schubspannungen weiterhin ausser acht gelassen werden. Die Schubspannungen dagegen, welche parallel zur Platte gerichtet sind, sind bei den Plattenbalken **stets** zu untersuchen.

Aus Gleichung (6) folgt

$$K_s' = \frac{Q}{b_1 \left(h_2 - \frac{y}{3}\right)}, \text{ wenn die Nullinie in der Platte liegt} \quad \ldots \ldots \quad (27)$$

$$K_s' = \frac{Q}{b_1 \left(h_2 - \frac{h_1}{3}\right)}, \text{ wenn die Nulllinie mit Plattenunterkante zusammenfällt} \quad (27a)$$

$$K_s' = \frac{Q}{b_1 \, (h_2 - s)}, \text{ wenn die Nullinie in den Steg fällt} \quad \ldots \ldots \quad (27b)$$

Aus Gleichung (7) folgt dann weiter

$$K_a = \frac{b_1 \cdot K_s'}{U} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (28)$$

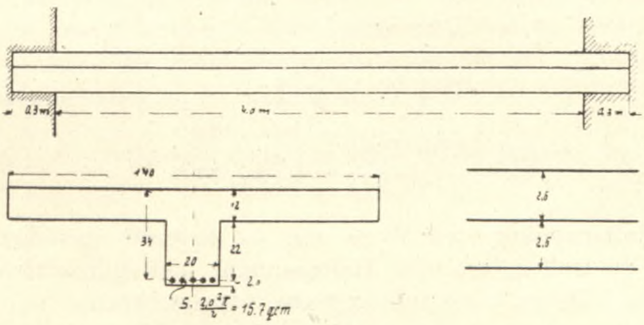


Fig. 70—72.

Beispiel:

Ein Plattenbalken habe die in Fig. 70—72 angegebenen Abmessungen. Es sind die Spannungen zu berechnen, wenn die Nutzlast 500 k/m² beträgt.

Beträgt die Auflagerlänge 0,3 m, so beträgt die Spannweite

$$l = 4{,}0 + 0{,}3 = 4{,}3 \text{ m}.$$

Eigengewicht der Decke:	$4,3 \cdot 2,6 \cdot 0,12 \cdot 2400$	$= 3210$ kg
„ des Steges:	$4,3 \cdot 0,24 \cdot 0,2 \cdot 2400$	$= 500$ „
	Eigengewicht	$= 3710$ kg
Nutzlast: $4,3 \cdot 2,6 \cdot 500$	. . . .	$= 5590$ „
	Gesamtgewicht	$= 9300$ kg

$$M = \frac{9300 \cdot 430}{8} = 502\,375 \text{ cm/kg.}$$

Die wirksame Plattenbreite beträgt:

$$B = \frac{430}{3} = 140 \text{ cm.}$$

Angenommen die Nullinie falle in die Platte.

Nach Gleichung (18) wird

$$y = \frac{15 \cdot 15,7}{140}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 140 \cdot 34}{15 \cdot 15,7}}\right] = 9,15 \text{ cm.}$$

Nach den Gleichungen (19) und (20) folgt weiter

$$K_b = \frac{2 \cdot 502\,375}{140 \cdot 9,15\left(34 - \frac{9,15}{3}\right)} = 25,3 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_e = \frac{502\,375}{15,7\left(34 - \frac{9,15}{3}\right)} = \infty\, 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

Es wird

$$Q = \frac{9300}{2} = 4650 \text{ kg.}$$

Nach den Gleichungen (27a) und (28) ergeben sich die Schub- und Haftspannungen zu

$$K_s' = \frac{4650}{20\left(34 - \frac{9,15}{3}\right)} = 7,4 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_a = \frac{20 \cdot 7,4}{5 \cdot 2 \cdot 3,14} = 4,7 \text{ kg/cm}^2.$$

Da die Haftspannung den Wert von 4,5 kg/cm² überschreitet, so sind Vorkehrungen zu treffen, um die Haftspannung auf mindestens 4,5 kg/cm² herabzudrücken. Dieses kann auf dreifache Art geschehen:

1. Man ordnet an Stelle der 5 Eisen 6 Eisen an. Durch diese Anordnung wird aber die Eisenarmierung nicht voll ausgenutzt.

2. Man wählt Eisen, welche einen Querschnitt von mindestens 15,7 cm² besitzen, welche aber einen grösseren Umfang als $5 \cdot 2 \cdot 3,14$ cm² besitzen; z. B. 7 Eisen von 17 mm Θ mit $F_e = 15,89$ cm² und $U = 7 \cdot 1,7 \cdot 3,14 = 37,4$ cm².

3. Man ordnet ein oder mehrere Ankereisen an. Diese Ankereisen müssen vom Aufleger mindestens bis zu der Stelle hinreichen, an welcher die Schubkraft keine höhere Haftspannung als 4,5 kg/cm² hervorruft.

Es wird nach Gleichung (28):

$$4{,}5 = \frac{20 \cdot p}{5 \cdot 2 \cdot 3{,}14}$$

$$p = \frac{4{,}5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3{,}14}{20} = 7 \text{ kg/cm}^2 \text{ Schubspannung,}$$

woraus sich nach Gleichung (27a) die Schubkraft ergibt zu:

$$7 = \frac{Q_x}{20\left(34 - \frac{9{,}15}{3}\right)}$$

$$Q_x = 7 \cdot 20\,(34 - 3{,}05) = 4333 \text{ kg.}$$

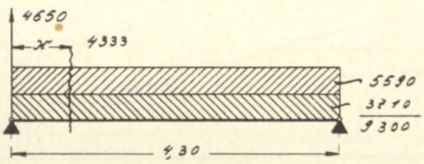


Fig. 73.

Diese Schubkraft befindet sich nach Fig. 73 in einer Entfernung vom Auflager von

$$4650 - \frac{9300}{4{,}3} \cdot x = 4333$$

$$x = \frac{(4650 - 4333) \cdot 4{,}3}{9300} = 0{,}15 \text{ m.}$$

Die Schubspannung mit 7,4 kg/cm² hat den zulässigen Wert von 4,5 kg/cm² weit überschritten. Es sind also Vorkehrungen zur Aufnahme des Ueberschusses zu treffen.

Diese Vorkehrung besteht nun darin, dass man einen Teil der Rundeisen unter 45⁰ nach „oben" abbiegt. Diese Abbiegung hat an derjenigen Stelle zu beginnen, an welcher der Beton allein imstande ist, die Schubspannung von 4,5 kg/cm² aufzunehmen, d. h. an derjenigen Stelle, an welcher die Schubkraft

$$Q_x = \frac{4650 \cdot 4{,}5}{7{,}4} = 2830 \text{ kg beträgt.}$$

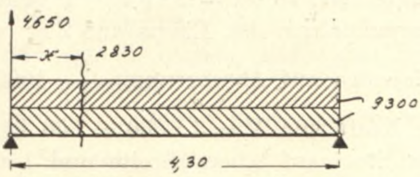


Fig. 74.

Nach Figur 74 wird

$$4650 - \frac{9300}{4{,}3}\, x = 2830$$

$$x = \frac{(4650 - 2830) \cdot 4{,}3}{9300} = 0{,}84 \text{ m.}$$

Es seien nach Fig. 75 2 Eisen nach „oben“ abgebogen, dann beträgt die Zugspannung in diesen Eisen

$$Z = \frac{x}{\sqrt{2}} (K_s' - 4{,}5) \frac{1}{2} \cdot b_1$$

$$Z = \frac{84}{\sqrt{2}} (7{,}4 - 4{,}5) \frac{1}{2} \cdot 20 = 1728 \text{ kg}$$

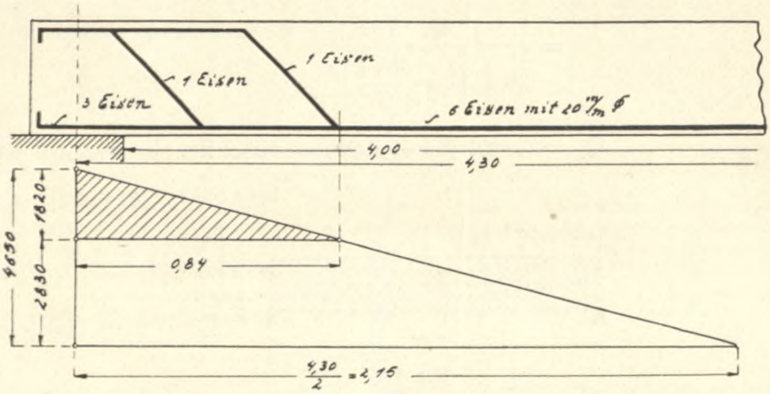


Fig. 75.

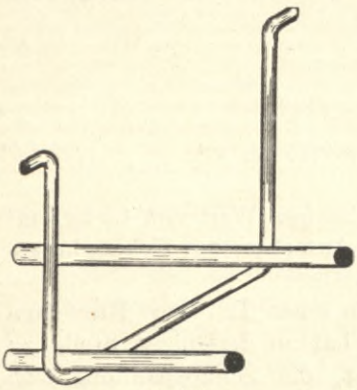


Fig. 76.

und ihre Zugbeanspruchung

$$K_{e_z} = \frac{1728}{2 \cdot \frac{2^2 \cdot \Pi}{4}} = 276 \text{ kg/cm}^2.$$

Anstatt die Eisen nach „oben“ aufzubiegen, können auch Bügel zur Aufnahme der zu grossen Horizontalschubspannungen angeordnet werden. (Fig. 76 und 77—80).

Berechnung der Bügel

zu vorstehendem Beispiele.

Die Bügel mögen aus 8 mm Rundeisen ($f = 0{,}5$ qcm) bestehen. Da nun ein Bügel zwei Querschnitte hat, so $F_1 = 2 \cdot 0{,}5 = 1$ qcm.

Die zulässige Inanspruchnahme des Eisens auf Zug war zu 1000 kg/qcm festgesetzt, mithin ist diejenige auf Abscherung $= \frac{4}{5} \cdot 1000 = 800$ kg/qcm. Ein Bügel kann folglich eine Kraft von $V = 1 \cdot 800 = 800$ kg aufnehmen.

Die Abscherkraft im Steg, auf b_1 cm Breite und 1 cm Länge bezogen, ist

$$S = b_1 \cdot K_s' = 20 \cdot 7{,}4 = 148 \text{ kg}$$

woraus sich die Bügelentfernung z (Fig. 78), vorausgesetzt, dass die Bügel die ganze Scherkraft aufnehmen sollen, berechnet zu

$$z = \frac{V}{S} = \frac{800}{148} = 5{,}4 \text{ cm} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Die Entfernung der Bügel kann nach der Mitte entsprechend der Abnahme der Schubkraft vergrössert werden.

Da die kurze Entfernung der Bügel von 5,4 cm für das Einbringen und Einstampfen des Betons hinderlich wäre, so muss dieser Abstand vergrössert

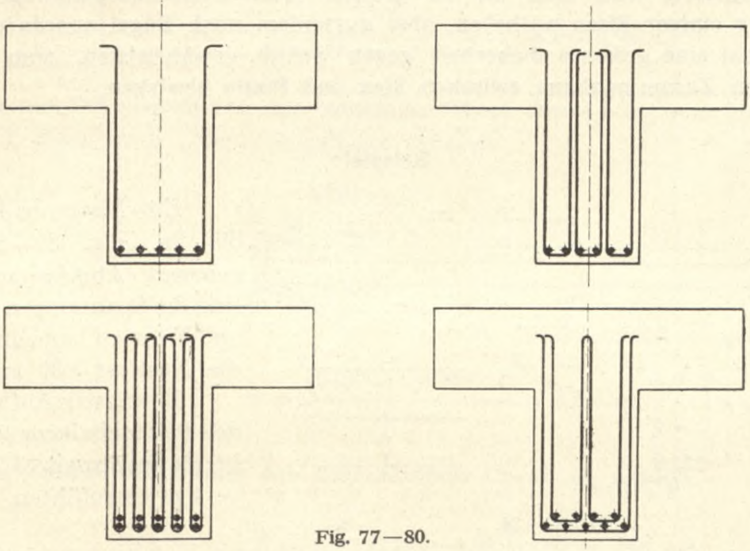


Fig. 77—80.

werden. Dieses kann dadurch erreicht werden, einmal, dass man die Bügel stärker wählt und somit den Bügelquerschnitt vergrössert, zum anderen, dass man mehrere Bügel nebeneinander anordnet, sei es nun, dass man jedem einzelnen Eisen einen Bügel gibt oder den Eisen paarweise etc.

Würde man z. B. drei Bügel 8 mm stark wählen, so würde

$$F_1 = 3 \cdot 2 \cdot 0{,}5 = 3 \text{ qcm.}$$

$$V = 3 \cdot 800 = 2400 \text{ kg}$$

$$z = \frac{V}{S} = \frac{2400}{148} = 16{,}2 \text{ cm.}$$

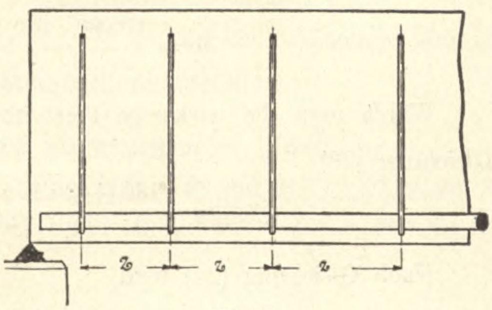


Fig. 81.

In vorstehendem wurde nun angenommen, dass die Bügel die ganze Schubkraft aufnehmen sollen. Da aber nach den amtlichen Vorschriften der Beton auch 4,5 kg/qcm Schubspannung aufnehmen kann, so würde sich in diesem Falle die Berechnung der Bügelentfernung folgendermassen gestalten.

Es sei wieder ein Bügel zu 8 mm Stärke angenommen, mit $F_1 = 2 \cdot 0{,}5 = 1$ qcm.

Die Schubkraft auf 1 cm Steglänge beträgt $S = b_1 \cdot K_s' = 20 \cdot 7{,}4 = 148$ kg

der Beton kann auf 1 cm Steglänge eine Schubkraft aufnehmen von $S_1 = b_1 \cdot K_s'' = 20 \cdot 4{,}5 = 90$ kg

mithin bleiben für die Bügel noch übrig $S_2 = 148 - 90 = 58$ kg

mithin Bügelentfernung

$$z = \frac{V}{S_2} = \frac{800}{58} = 13{,}8 \text{ cm.}$$

Wird die zulässige Schubfestigkeit des Betons bei der Bügelberechnung berücksichtigt, so brauchen die Bügel theoretisch auch hier vom Auflager nur bis zur Stelle in die Balken hineinzugehen, an welcher die Grenzschubspannung 4,5 kg/qcm erreicht wird, also in unserm Falle $x = 0{,}84$ m.

Zweckmässig wird man die zu grossen Horizontalschubspannungen durch Aufbiegung einiger Eisen aufheben, aber ausserdem noch Bügel anordnen, welche dann einmal eine grössere Sicherheit gegen Schub gewährleisten, zum anderen einen guten Zusammenhang zwischen Steg und Platte bewirken.

Beispiel:

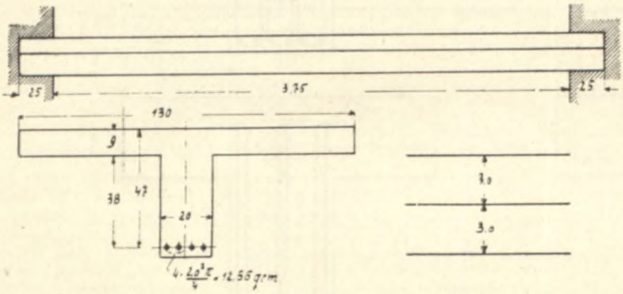


Fig. 82—84.

Ein Plattenbalken habe die in Fig. 82—84 angegebenen Abmessungen. Es sind die Spannungen im Beton und Eisen zu berechnen, wenn die Nustlast 630 kg/qm ist.

Beträgt die Auflagerlänge des Plattenbalkens 0,25 m, so ist als Spannweite 3,75 + 0,25 = 4 m einzuführen.

Eigengewicht der Decke	$4 \cdot 3 \cdot 0{,}09 \cdot 2400 =$	2592 kg
„ des Steges	$4 \cdot 0{,}42 \cdot 0{,}2 \cdot 2400 =$	806 „
Nutzlast	$4 \cdot 3 \cdot 630 =$	7560 „
		10 958 kg
	z. A.	22 „
		10 980 kg

$$M = \frac{10\,980 \cdot 400}{8} = 548\,000 \text{ cm/kg.}$$

Wählt man die wirksame Plattenbreite zu $B = \frac{4}{3} = 1{,}3$ m, so wird nach Gleichung (23)

$$y = \frac{9^2 \cdot 130 + 2 \cdot 15 \cdot 47 \cdot 12{,}56}{2\,(9 \cdot 130 + 15 \cdot 12{,}56)} = 10{,}4 \text{ cm.}$$

Nach Gleichung (24) wird

$$s = \frac{9\,(3 \cdot 10{,}4 - 2 \cdot 9)}{3\,(2 \cdot 10{,}4 - 9)} = 3{,}35 \text{ cm.}$$

Nach Gleichung (25) und (26) wird

$$K_e = \frac{548000}{12{,}56\,(47 - 3{,}35)} = 1000 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_b = \frac{1000 \cdot 10{,}4}{15\,(47 - 10{,}4)} = 19 \text{ kg/qcm.}$$

Die grösste Schubkraft beträgt $Q = \frac{10\,980}{2} = 5490$ kg.

Nach Gleichung (27c) und (28) wird

$$K_s' = \frac{5490}{20\,(47 - 3{,}35)} = 6{,}3 \text{ kg/qcm.}$$

$$K_a = \frac{5490}{4 \cdot 6{,}28\,(47 - 3{,}35)} = 4{,}9 \text{ kg/qcm.}$$

Da die Schubspannung den zulässigen Wert von 4,5 kg/qcm überschreitet, so soll 1 Eisen nach „oben" abgebogen werden.

$$Q_x = \frac{5490 \cdot 4{,}5}{6{,}3} = 3920 \text{ kg,}$$

$$5490 - \frac{10\,980}{4} \cdot x = 3920,$$

$$x = \frac{(5490 - 3920) \cdot 4}{10\,980} = 0{,}58 \text{ m.}$$

Die Zugbeanspruchung des aufgebogenen Eisens ist dann:

$$Z = \frac{58}{\sqrt{2}} \cdot (6{,}3 - 4{,}5)\,\frac{1}{2} \cdot 20 = 740 \text{ kg,}$$

$$K_{e_z} = \frac{740}{\dfrac{1 \cdot 2^2 \cdot \pi}{4}} = 236 \text{ kg/cm.}$$

Berechnung der Eiseneinlagen für $K_e = 1000$ kg/cm^2 bei gegebenem Moment und gegebenem Plattenbalkenquerschnitt.

Zum Beispiel auf Seite 41 sind die Eiseneinlagen zu berechnen.

Angenommen, die Nullinie falle in die Platte, so sind die Gleichungen für die einfach armierte Platte massgebend, nur dass man B für b und $h_2 = h$ einzusetzen hat.

Nach Gleichung 6a wird

$$\frac{K_b}{1000} = \frac{y}{15\,(34 - y)}$$

$$K_b = \frac{1000 \cdot y}{15\,(34 - y)} = \frac{66{,}6\,y}{(34 - y)}.$$

Nach Gleichung (2) wird

$$K_b = \frac{2 \cdot 502\,375}{140\,y\left(34 - \dfrac{y}{3}\right)} = \frac{21\,530}{(102\,y - y^2)}$$

mithin
$$\frac{66{,}6\,y}{(34-y)}=\frac{21\,530}{(102\,y-y^2)}$$
$$6793{,}2\,y^2-66{,}6\,y^3=732\,020-21\,530\,y$$
$$66{,}6\,y^3-6793{,}2\,y^2-21\,530\,y+732\,020=0$$
$$y^3-102\,y^2-323\,y+10\,980=0$$
$$y=10)\quad 1000-10\,200-3230+10\,980=-1450$$
$$y=\ 9)\quad 729-8262-2907-10\,908=+540$$
$$\frac{y-9}{y-10}=\frac{+540}{-1450}$$
$$-1450\,y+13\,050=+540\,y-5400$$
$$1990\,y=18\,450$$
$$y=\frac{18\,450}{1990}=9{,}27\ \text{cm.}$$

Die Nullinie fällt also tatsächlich in die Platte.
Nach Gleichung (3) wird
$$1000=\frac{502\,375}{F_e\left(34-\frac{9{,}27}{3}\right)}$$
$$F_e=\frac{502\,375}{1000\,(34-3{,}09)}=16\ \text{cm}^2.$$

Würde die Nullinie in den Steg gefallen sein, so hätten auch die Gleichungen für diesen Plattenbalken in Rechnung gestellt werden müssen.

Zum Beispiel auf Seite 46 sind die Eiseneinlagen zu berechnen.
Nach Gleichung (24) wird
$$s=\frac{h_1}{3}\cdot\frac{3\,y-2\,h_1}{2\,y-h_1}=3\cdot\frac{3\,y-18}{2\cdot y-9}=\frac{9\,y-54}{2\,y-9}.$$
Nach Gleichung (23) wird
$$y=\frac{9^2\cdot 130+2\cdot 15\cdot F_e\cdot 47}{2\,(9\cdot 130+15\cdot F_e)}=\frac{10\,530+1410\,F_e}{2340+30\,F_e}$$
$$y=\frac{1053+141\,F_e}{234+3\,F_e}$$
$$s=\frac{9\left[\frac{1053+141\,F_e}{234+3\,F_e}\right]-54}{2\left[\frac{1053+141\,F_e}{234+3\,F_e}\right]-9}$$
$$s=\frac{9477+1269\,F_e-54\,(234+3\,F_e)}{2106+282\,F_e-9\,(234+3\,F_e)}$$
$$s=\frac{9477+1269\,F_e-12\,636-162\,F_e}{2106+282\,F_e-2106-27\,F_e}$$
$$s=\frac{-3159+1107\,F_e}{255\,F_e}.$$

Nach Gleichung (25) wird dann weiter

$$1000 = \frac{548000}{F_e\, 47 - \left(\frac{1107\, F_e - 3159}{255\, F_e}\right)} = \frac{548000 \cdot 255\, F_e}{F_e\, (47 \cdot 255\, F_e - 1107\, F_e + 3159)}$$

$$1000 = \frac{548000 \cdot 225\, F_e}{10878\, F_e^2 + 3159\, F_e}$$

$$10878\, F_e^2 + 3159\, F_e = 139740\, F_e$$

$$10878\, F_e^2 - 136581\, F_e = 0$$

$$10878\, F_e = 136581$$

$$F_e = \frac{136581}{10878} = 12{,}56 \text{ cm}^2.$$

D. Die Gitterdecke nach System „Visintini".

(Fig. 85—88.)

Diese Gitterdecke ist dem Parallelträger aus Eisen nachgebildet. Es soll die angenährte Berechnung dieser Decken vorausgeschickt werden, weil aus dem Ergebnis dieser Berechnung einige Formeln folgern, welche bei der Dimensionierung verschiedener Deckensysteme Anwendung finden können.

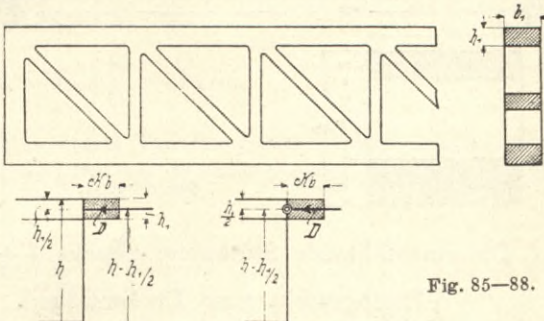


Fig. 85—88.

Bei der Berechnung fasst man nun den Träger als einen Plattenbalken ohne Steg auf. Es soll also mithin der Obergurt allen Druck, das Eisen des Untergurtes dagegen allen Zug aufnehmen. Da die Höhe h_1 des Obergurtes in der Regel klein ist, so ist die Annahme gestattet, sich die Spannungen über denselben gleichmässig verteilt vorzustellen.

Die Eisen im Obergurt können, da dieselben nur sehr geringen Querschnitt besitzen, ohne grossen Fehler zu begehen, vernachlässigt werden.

Mit dem Mittelpunkt des Untergurtes als Drehpunkt lässt sich die Momentengleichung aufstellen (Fig. 87):

$$M = D\left(h - \frac{h_1}{2}\right) = K_b \cdot b_1 \cdot h_1 \left(h - \frac{h_1}{2}\right)$$

$$\mathbf{K_b} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{b_1 \cdot h_1 \left(h - \frac{h_1}{2}\right)}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (30)$$

Mit dem Mittelpunkt des Obergurtes als Drehpunkt folgt (Fig. 88):

$$M = Z_e \cdot \left(h - \frac{h_1}{2}\right) = F_e \cdot K_e \cdot \left(h - \frac{h_1}{2}\right)$$

$$F_e = \frac{M}{K_e \left(h - \frac{h_1}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31\,a)$$

$$K_e = \frac{M}{F_e \left(h - \frac{h_1}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31\,b)$$

Die Schub- und Haftspannungen ergeben sich nach den Gleichungen (28a) und (29a) zu

$$K_s' = \frac{Q}{h_1 \left(h - \frac{h_1}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

$$K_a = \frac{Q}{U \left(h - \frac{h_1}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

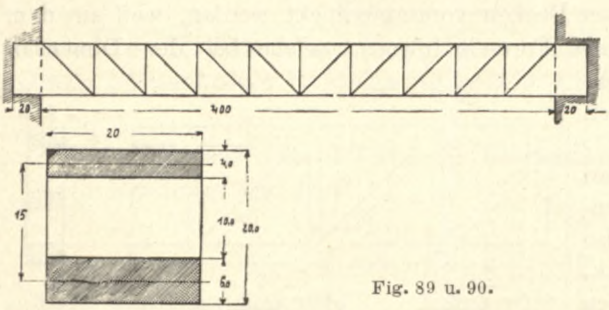


Fig. 89 u. 90.

Beispiel:

Ein Raum von 4,0 m Länge soll durch eine Decke, System „Visintini", überspannt werden, wenn die Nutzlast 500 kg/qm beträgt.

Das Eigengewicht eines Deckenträgers sei bestimmt zu 50 kg lfd. m. Die übrigen Abmessungen sind aus Fig. 89 u. 90 ersichtlich.

Die einzuführende Stützweite beträgt $4 + 0{,}2 = 4{,}2$ m.

Eigengewicht eines Deckenträgers	$4{,}2 \cdot 50 =$	210 kg
Nutzlast für einen Deckenträger	$0{,}2 \cdot 4{,}2 \cdot 500 =$	420 „
		630 kg

$$M = \frac{630 \cdot 420}{8} = 33075.$$

Nach Gleichung (30) wird

$$K_b = \frac{33075}{4 \cdot 20 \cdot 15} = 27{,}5 \text{ kg/qcm.}$$

Nach Gleichung (31a) wird

$$F_e = \frac{33075}{1000 \cdot 15} = \frac{33075}{15000} = 2{,}2 \text{ qcm.}$$

$$d = 1{,}8 \text{ cm mit } f_e = 2{,}54 \text{ qcm.}$$

Nach Gleichung (32) wird

$$K_s' = \frac{\frac{620}{2}}{20 \cdot 15} = 1{,}05 \text{ kg/qcm.}$$

Nach Gleichung (33) wird

$$K_a = \frac{315}{5 \cdot 15} = 4{,}2 \text{ kg/qcm.}$$

E. Säulen und Stützen mit zentrischer Belastung.

a) Berechnung auf Druck.

Die Druckgleichung lautet nach Gleichung [3], Seite 2

$$1. \quad K = \frac{P}{F}.$$

Nach Gleichung [4] und [4a], Seite 2, beträgt die Verkürzung im Beton

$$\Delta l_b = \frac{P \cdot l}{F_b \cdot E_b} = \frac{K_b \cdot l}{E_b}$$

und die Verkürzung des Eisens

$$\Delta l_e = \frac{P \cdot l}{F_e \cdot E_e} = \frac{K_e \cdot l}{E_e}.$$

Da nun die Längenänderungen einander gleich sein müssen, so folgt

$$F_b \cdot E_b = F_e \cdot E_e,$$

$$2. \quad F_b = F_e \cdot \frac{E_e}{E_b} = F_e \cdot n.$$

Ersetzt man also in der Stütze einen Teil des Betons durch Eisen, so hat man den Eisenquerschnitt n mal so gross in die Berechnung einzuführen. Aus Gleichung 1 folgt mithin

$$K_b = \frac{P}{F_b + n \cdot F_e} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (34)$$

$$P = K_b (F_b + n \cdot F_e) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

Gleichung 2 lässt sich auch umformen in, wenn man für $F_b = \frac{P}{K_b}$ und $F_e = \frac{P}{K_e}$ einsetzt,

$$\frac{P}{K_b} = \frac{P}{K_e} \cdot n,$$

woraus folgt

$$K_e = n \cdot K_b \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (36)$$

NB. Nach den amtlichen Vorschriften darf der Beton in Säulen nur mit $\frac{1}{10}$ seiner Bruchfestigkeit beansprucht werden.

b) Berechnung auf Zerknicken.

Die amtlichen Vorschriften hierfür lauten (vgl. Seite 22):

α) Die Berechnung der Stützen auf Zerknicken soll erfolgen, wenn ihre Höhe mehr als das 18 fache der kleinsten Querschnittabmessung beträgt.

β) Zur Berechnung der Stützen auf Zerknicken ist die Eulersche Formel anzuwenden.

γ) Bei der Berechnung der Eiseneinlagen auf Zerknicken ist eine 5 fache Sicherheit anzunehmen. Der Abstand der Verbindungseisen voneinander soll höchstens gleich dem 30 fachen des Eisenstabdurchmessers, bezw. gleich der kleinsten Seitenlänge sein.

Die Eulersche Formel lautet bekanntlich (vgl. Gleichung [5a], Seite 2):

$$P = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{s \cdot l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad [37]$$

E = Elastizitätsmodul, s = Sicherheitskoeffizient = 10, l = Höhe der Stütze in cm, J = ideelles Trägheitsmoment = Trägheitsmoment des Querschnittes + n mal dem Trägheitsmoment der Eiseneinlagen.

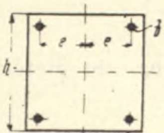


Fig. 91.

Für nebenstehenden Querschnitt (Fig. 91) ist mithin:

$$J = \frac{h^4}{12} + 15 \cdot 4 \cdot f \cdot e^2.$$

Aus Gleichung (37) ergibt sich mit Einsetzung der bekannten Werte

$$P = \frac{10 \cdot 140000 \cdot J}{10 \cdot l^2} = \frac{140000}{l^2} \cdot J \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37a)$$

Die Entfernung, innerhalb welcher die einzelnen Eisen miteinander zu verbinden sind, berechnet sich nach Gleichung [6], Seite 4, zu

$$x = 512 \frac{d}{\sqrt{K_e}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

jedoch soll $x < 30 d$ bezw. $< h$ sein.

Beispiel:

Eine Säule habe eine Höhe von 4,0 m und den in Fig. 92 angegebenen Querschnitt. Es soll untersucht werden, welche Last die Säule tragen kann, wenn

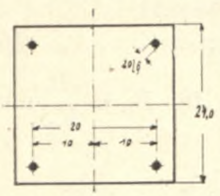


Fig. 92.

$$K_b = \frac{250}{10} = 25 \text{ kg/qcm}$$

angenommen wird.

Auf Druck ist nach Gleichung (35)

$$P = 25\,(24 \cdot 24 + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14) = 19110 \text{ kg}.$$

$$K_e = n \cdot K_b = 15 \cdot 25 = 375 \text{ kg/cm}^2.$$

Auf Zerknicken ist nach Gleichung (37)

$$J = \frac{24^4}{12} + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 = 46488,$$

$$P = \frac{10 \cdot 140000 \cdot 46488}{10 \cdot 400 \cdot 400} = 40677 \text{ kg}.$$

Die Entfernung der Verbindungseisen ergibt sich aus Gleichung 38 zu

$$x = 512 \frac{2}{\sqrt{375}} = 53 \text{ cm}$$

$$x_1 = 30 \cdot 2 = 60 \text{ cm}$$

$$x_2 = 24 = 24 \text{ cm}.$$

Er ist also 24 cm zu wählen.

Beispiel:

Eine Säule habe eine Höhe von 4,8 m und den in Fig. 93 angegebenen Querschnitt. Es soll untersucht werden, wie gross die Beanspruchungen des Betons und Eisens sind, ferner eine wie grosse Sicherheit gegen Zerknicken vorhanden ist, wenn die Belastung 32000 kg beträgt.

Nach den Gleichungen (34) und (36) wird

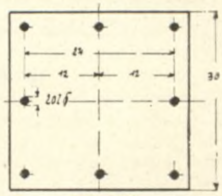


Fig. 93.

$$K_b = \frac{32000}{30 \cdot 30 + 15 \cdot 8 \cdot 3{,}14} = 25 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = 15 \cdot 25 = 375 \text{ kg/qcm}.$$

Aus Gleichung (37) folgt

$$s = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{l^2 \cdot P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (38a)$$

$$J = \frac{30^4}{12} + 15 \cdot 6 \cdot 3{,}14 \cdot 12^2 = 108194,$$

$$s = \frac{10 \cdot 140000 \cdot 108194}{480 \cdot 480 \cdot 32000} = 20{,}6 \text{fache Sicherheit.}$$

F. Säulen und Stützen mit exzentrischer Belastung.

Bei der Berechnung dieser Konstruktion hat man drei verschiedene Fälle zu unterscheiden:

1. die exzentrische Last greift innerhalb des Kernes an,
2. die exzentrische Last greift am Kernrande an,
3. die exzentrische Last greift ausserhalb des Kernes an.

Unter dem Kerne eines Querschnitts versteht man diejenige Figur, welche angibt, ob im Querschnitt nur Druck oder Druck und Zugspannungen auftreten. Fällt der Angriffspunkt der Kraft in die Kernfigur hinein, so entstehen nur Druckspannungen, fällt er dagegen ausserhalb derselben, so entstehen Druck- und Zugrandspannungen.

Für den Fall, dass auf der der angreifenden Kraft entgegengesetzten Seite keine Spannung entstehen soll, muss also die Kraft im Kernrande angreifen, und man kann deshalb aus dieser Beziehung den Kernrand berechnen. (Vgl. auch Seite 4, Gleichung [8].)

Nach dieser Gleichung ist

$$K_n = \frac{P}{F} - \frac{M}{W} = \frac{P}{F} - \frac{P \cdot e}{W};$$

für den Grenzfall $K_n = 0$ wird

$$\frac{P}{F} = \frac{P \cdot e}{W},$$

woraus folgt

$$m = e = \frac{W}{F} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (39)$$

In diesen Gleichung bedeutet W das ideelle Widerstandsmoment, F den ideellen Querschnitt der Fläche und m die Entfernung des Kernrandes von der Schwerlinie in Zentimeter.

Beispiel:

Eine Säule habe den in Fig. 94 angegebenen Querschnitt.

Da der Querschnitt vollständig symmetrisch ist, so geht die Schwerlinie durch die Mitte und es wird nach Gleichung (39)

$$m = \frac{W}{F} = \frac{J}{F \cdot \frac{h}{2}} = \frac{2\,J}{F \cdot h} = \frac{2\left[\frac{h^4}{12} + n \cdot 4 \cdot f \cdot c^2\right]}{h\,[h^2 + n \cdot 4 \cdot f_e]}$$

$$m = \frac{2\left[\frac{40^4}{12} + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 17^2\right]}{40\,[40^2 + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14]} = 7{,}5 \text{ cm.}$$

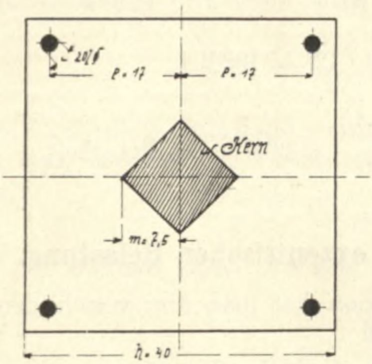


Fig. 94.

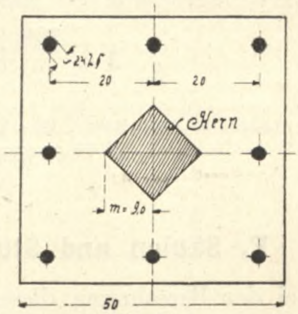


Fig. 95.

Beispiel:

Eine Säule habe den in Fig. 95 angegebenen Querschnitt.

Da der Querschnitt symmetrisch, geht die Schwerlinie durch die Mitte.

$$m = \frac{2 \cdot \left[\frac{50^4}{12} + 15 \cdot 6 \cdot 4{,}52 \cdot 20^2\right]}{50\,[50^2 + 15 \cdot 8 \cdot 4{,}52]} = 9 \text{ cm.}$$

Beispiel:

Eine Stütze habe den in Fig. 96 angegebenen Querschnitt.

Da der Querschnitt in bezug auf die Eiseneinlagen unsymmetrisch ist, so hat man die Lage der Schwerlinie festzulegen, indem man den Eisenquerschnitt mit dem „n"-fachen Wert einführt.

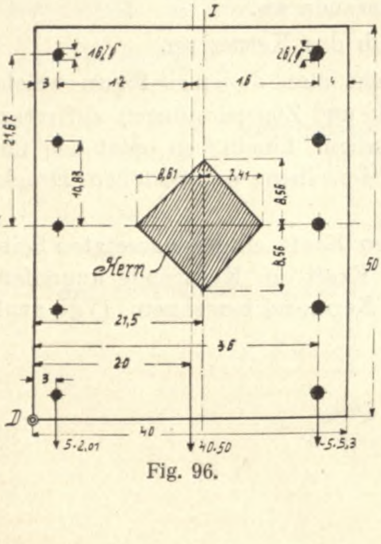


Fig. 96.

Mit D als Drehpunkt wird

$$15 \cdot 5 \cdot 2{,}01 \cdot 3 + 50 \cdot 40 \cdot 20 + 15 \cdot 5 \cdot 5{,}3 \cdot 36 = (15 \cdot 5 \cdot 2{,}01 + 50 \cdot 40 + 15 \cdot 5 \cdot 5{,}3)\,x$$

$$x = \frac{452{,}25 + 40\,000 + 14\,310}{150{,}75 + 2000 + 397{,}5} = 21{,}5.$$

Die Schwerlinie liegt mithin um ein Stück $e = 21{,}5 - 20 = 1{,}5$ cm rechts von der Mittellinie.

Bestimmung der Kerngrenzen auf der II. Achse.

Das Trägheitsmoment auf die Schwerachse I bezogen, wird

$$J = \left[\frac{50 \cdot 40^3}{12} + 50 \cdot 40 \cdot 1{,}5^2\right] + 15 \cdot 5 \cdot 5{,}3\,(18{,}5 - 4)^2 + 15 \cdot 5 \cdot 2{,}01\,(21{,}5 - 3)^2$$
$$= 406\,198$$

$$W_1 = \frac{406\,198}{21{,}5} = 18\,893,$$

$$W_2 = \frac{406\,198}{18{,}5} = 21\,945.$$

F wird aus der Gleichung von x

$$F = 150{,}75 + 2000 + 397{,}5 = 2548{,}25,$$

mithin

$$m_1 = \frac{W_2}{F} = \frac{21\,945}{2548{,}25} = 8{,}61 \text{ cm},$$

$$m_2 = \frac{W_1}{F} = \frac{18\,893}{2548{,}25} = 7{,}41 \text{ cm}.$$

Bestimmung der Kerngrenzen auf der I. Achse.

Das Trägheitsmoment des Querschnittes auf die II. Achse bezogen, beträgt

$$J = \frac{40 \cdot 50^3}{12} + 15\,[2 \cdot (2{,}01 \cdot 21{,}67^2 + 2{,}01 \cdot 10{,}83^2) + 2\,(5{,}3 \cdot 21{,}67^2 + 5{,}3 \cdot 10{,}83^2)]$$
$$= 545\,462,$$

wobei das Trägheitsmoment der auf der Achse liegenden zwei Eisen wegen des geringen Beitrages vernachlässigt wurde.

Es wird

$$W = \frac{545\,462}{25} = 21\,818.$$

Da ferner F, wie vorhin, $= 2548{,}25$, so wird

$$m_3 = \frac{21\,818}{2548{,}25} = 8{,}56 \text{ cm}.$$

1. Die exzentrische Belastung greift innerhalb des Kernes an.

(Fig. 97).

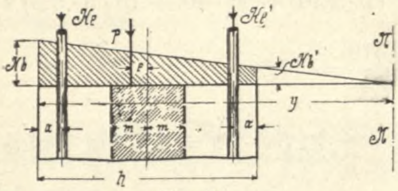


Fig. 97.

Da in diesem Falle nur Druckspannungen vorkommen, so muss die Nullinie ausserhalb des Querschnittes fallen.

Es können also hier die Gleichungen für einfachen exzentrischen Druck (Seite 4, Gleichung [7] und [7a] Anwendung finden.

$$K_b = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot e}{W} = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot e \cdot h}{2 \cdot J} \quad \ldots \quad (40)$$

$$K_{b_1} = \frac{P}{F} - \frac{M}{W} = \frac{P}{F} - \frac{P \cdot e \cdot h}{2 \cdot J} \quad \ldots \quad (40a)$$

Nach den Gleichungen (10) und (11), Seite 35, ist

$$K_e = n \cdot K_b \, \frac{(y - a)}{y} \quad \ldots \quad (41)$$

und

$$K_e' = n \cdot K_b \, \frac{(y - h + a)}{y} \quad \ldots \quad (41a)$$

In diese Gleichungen ist für y der Wert $\frac{h}{1 - \frac{K_b'}{K_b}}$ einzuführen, welcher, wie folgt, abgeleitet wird.

Aus der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke folgt

$$\frac{K_b}{K_b'} = \frac{y}{(y - h)},$$

$$K_b \cdot y - K_b \cdot h = K_b' \cdot y,$$

$$K_b \cdot y - K_b' \cdot y = K_b \cdot h,$$

$$y = \frac{K_b \cdot h}{K_b - K_b'} = \frac{K_b \cdot h}{K_b - \frac{K_b' \cdot K_b}{K_b}} = \frac{K_b \cdot h}{K_b\left(1 - \frac{K_b'}{K_b}\right)},$$

$$y = \frac{h}{1 - \frac{K_b'}{K_b}}.$$

2. Die exzentrische Kraft greift am Kernrande an.

(Fig. 98).

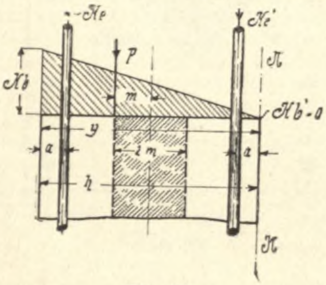


Fig 98

Auch hier gelten die Gleichungen (40) und (40a)

$$K_b = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot e}{W},$$

$$K_b' = \frac{P}{F} - \frac{P \cdot e}{W}.$$

Da in diesem Falle $m = e = \frac{W}{F}$ wird, so folgt

$$K_b = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot W}{W \cdot F} = \frac{2 \cdot P}{F} \quad \text{. . . . . (42)}$$

$$K_b' = \frac{P}{F} - \frac{P}{F} = 0 \quad \text{. . . . . (42a)}$$

Aus den Gleichungen (41) und (41a) folgt ferner für $y = h$

$$K_e = n \cdot K_b \frac{(h - a)}{h} \quad \text{. . . . . (43)}$$

$$K_e' = n \cdot K_b \frac{a}{h} \quad \text{. . . . . (43a)}$$

3. Die exzentrische Kraft greift ausserhalb des Kernes an.

(Fig. 99 u. 100).

Da diese Belastungsart vorwiegend beim Bogen vorkommt, so sollen hier auch die beim Bogenbau üblichen Bezeichnungen eingeführt werden.

Aus den Gleichungen (41) und (41a) folgt:

$$1.\quad K_e = n \cdot K_b \frac{e + \frac{d}{2} - y}{y}$$

$$2.\quad K_e' = n \cdot K_b \frac{e - \frac{d}{2} + y}{y}$$

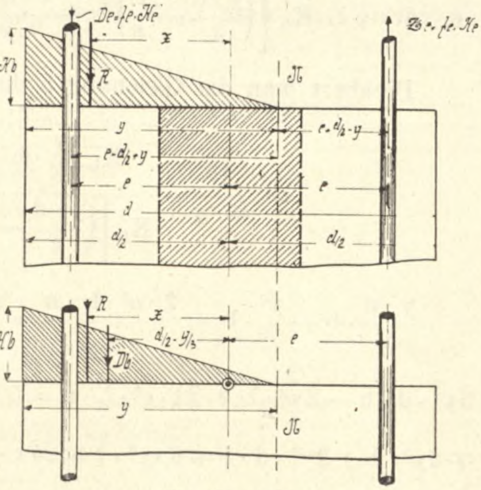


Fig. 99 u. 100.

Da die äussere Kraft den inneren Kräften das Gleichgewicht halten muss, so wird

$$R = \frac{y \cdot K_b}{2} \cdot b - f_e \cdot K_e + f_e' \cdot K_e',$$

für $f_e = f_e'$ wird

$$3.\quad R = \frac{y \cdot K_b}{2} \cdot b + f_e (K_e' - K_e).$$

Da ferner die äusseren Momente, bezogen auf die Mittellinie, gleich sein müssen den inneren Momenten, so folgt

$$M = R \cdot x = \frac{K_b \cdot y}{2} \cdot b \left(\frac{d}{2} - \frac{y}{3}\right) + e \cdot f_e' \cdot K_e' + e \cdot f_e \cdot K_e,$$

für $f_e = f_e'$ wird

$$4.\quad R \cdot x = \frac{K_b \cdot y}{2} \cdot b \left(\frac{d}{2} - \frac{y}{3}\right) + e \cdot f_e (K_e' + K_e).$$

Man hat also vier Gleichungen mit vier Unbekannten, woraus die vier Unbekannten sich bestimmen lassen.

Führt man in Gleichung 3 aus den Gleichungen 1 und 2 die Werte K_e und K_e' ein, so

$$R = \frac{K_b \cdot y}{2} \cdot b + f_e \left(n \cdot K_b \frac{e - \frac{d}{2} + y}{y} - n \cdot K_b \frac{e + \frac{d}{2} - y}{y} \right)$$

$$R = \frac{K_b \cdot y}{2} \cdot b + \frac{f_e \cdot n \cdot K_b}{y} \left(e - \frac{d}{2} + y - e - \frac{d}{2} + y \right)$$

5. $$R = K_b \left[\frac{y}{2} \cdot b + \frac{f_e \cdot n}{y} (2y - d) \right].$$

Setzt man ferner dieselben Werte in Gleichung 4 ein, so

$$R \cdot x = \frac{K_b \cdot y}{2} \cdot b \left(\frac{d}{2} - \frac{y}{3} \right) + e \cdot f_e \left(n \cdot K_b \frac{e - \frac{d}{2} + y}{y} + n \cdot K_b \frac{e + \frac{d}{2} - y}{y} \right)$$

$$R \cdot x = K_b \left(\frac{y \cdot d}{4} - \frac{y^2}{6} \right) b + \frac{e \cdot f_e \cdot n \cdot K_b}{y} \left(e - \frac{d}{2} + y + e + \frac{d}{2} - y \right)$$

6. $$R \cdot x = K_b \left[\left(\frac{y \cdot d}{4} - \frac{y^2}{6} \right) b + \frac{e \cdot f_e \cdot n}{y} \cdot 2e. \right]$$

Dividiert man die Gleichung 5 durch die Gleichung 6, so folgt

$$\frac{R}{R \cdot x} = \frac{K_b \left[\frac{y}{2} \cdot b + \frac{f_e \cdot n}{y} (2y - d) \right]}{K_b \left[\left(\frac{y \cdot d}{4} - \frac{y^2}{6} \right) b + \frac{e \cdot f_e \cdot n}{y} \cdot 2e \right]}$$

$$\frac{y \cdot d}{4} \cdot b - \frac{y^2}{6} \cdot b + \frac{2 \cdot e^2 \cdot f_e \cdot n}{y} = \frac{x \cdot y}{2} \cdot b + \frac{x \cdot f_e \cdot n \cdot 2y}{y} - \frac{x \cdot f_e \cdot n \cdot d}{y}$$

$$3y^2 \cdot d \cdot b - 2y^3 \cdot b + 24 \cdot e^2 \cdot f_e \cdot n = 6x \cdot y^2 \cdot b + 24 \cdot x \cdot n \cdot f_e \cdot y - 12 \cdot x \cdot f_e \cdot n \cdot d$$

$$\mp 2y^3 \cdot b \pm 3y^2 \cdot d \cdot b \mp 6xy^2 \cdot b \mp 24x \cdot n \cdot f_e \cdot y = \mp 12 \cdot x \cdot f_e \cdot n \cdot d \mp 24e^2 \cdot f_e \cdot n$$

$$y^3 - \frac{3y^2 \cdot d}{2} + 3xy^2 + \frac{12 \cdot x \cdot n \cdot f_e \cdot y}{b} = \frac{6 \cdot x \cdot f_e \cdot n \cdot d}{b} + \frac{12 \cdot e^2 \cdot f_e \cdot n}{b}$$

$$\mathbf{y^3 + 3y^2 \left(x - \frac{d}{2} \right) + \frac{12 \cdot x \cdot n \cdot f_e \cdot y}{b} = \frac{6 \cdot n \cdot f_e}{b} (x \cdot d + 2 \cdot e^2)} \quad . \quad . \quad (44)$$

Nachdem man aus dieser Gleichung dritten Grades, am elementarsten nach der „Regula falsi" wie in den Beispielen gezeigt wird, y berechnet hat, kann man K_b aus Gleichung 5 berechnen und aus Gleichung 1 und 2 die Werte von K_e und K_e' ermitteln.

$$\mathbf{K_b = \frac{R}{\left[\frac{y}{2} \cdot b + \frac{f_e \cdot n}{y} (2y - d) \right]}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

$$K_e = n \cdot K_b \frac{e + \frac{d}{2} - y}{y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

$$K_e' = n \cdot K_b \frac{e - \frac{d}{2} + y}{y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (47)$$

Beispiel:

Eine Säule habe die in Fig. 101 angegebenen Abmessungen.

$$J = \frac{40^4}{12} + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 17^2 = 267780,$$

$$F = 40^2 + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14 = 1788.$$

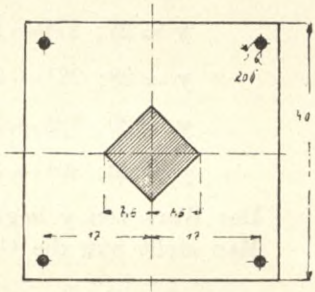


Fig. 101.

Die Kerngrenze ergibt sich mithin aus Gleichung (39) zu

$$m = \frac{W}{F} = \frac{2 \cdot J}{F \cdot h} = \frac{267780 \cdot 2}{1788 \cdot 40} = 7{,}5$$

a) Die Last sei zu 26000 kg angenommen und wirke 4 cm exzentrisch.

Da die Last innerhalb des Kernes angreift, so folgt nach den Gleichungen (40), (40a), (41) und (41a)

$$K_b = \frac{26000}{1788} + \frac{26000 \cdot 4 \cdot 40}{2 \cdot 267780} = 14{,}5 + 7{,}8 = +\ 22{,}3 \text{ kg/qcm},$$

$$K_{b1} = 14{,}5 - 7{,}8 = +\ 6{,}7 \text{ kg/qcm},$$

$$y = \frac{40}{1 - \frac{6{,}7}{22{,}3}} = 57{,}1,$$

$$K_e = 15 \cdot 22{,}3 \frac{(57{,}1 - 3)}{57{,}1} = 299 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e' = 15 \cdot 22{,}3 \frac{(57{,}1 - 40 + 3)}{57{,}1} = 118 \text{ kg/qcm}.$$

b) Die Last sei zu 26000 kg angenommen und wirke 7,5 cm exzentrisch.

Da die Last auf den Kernrand fällt, so folgt nach den Gleichungen (42), (42a), (43) und (43a)

$$K_b = \frac{2 \cdot 26000}{1788} = 29 \text{ kg/qcm},$$

$$K_b' = 0,$$

$$K_e = 15 \cdot 29 \frac{(40 - 3)}{40} = 402 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e' = 15 \cdot 29 \frac{3}{40} = 32{,}6 \text{ kg/qcm}.$$

c) Die Last sei zu 26000 kg angenommen und wirke 12 cm exzentrisch.

Da die Last ausserhalb des Kernes angreift, so erfolgt die Berechnung nach den Gleichungen (44), (45), (46), und (47).

$$y^3 + 3 \cdot y^2 (12 - 20) + \frac{12 \cdot 12 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot y}{40} = \frac{6 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 3{,}14}{40} (12 \cdot 40 + 2 \cdot 17^2)$$

$$y^3 - 24y^2 + 339{,}12y - 14950 = 0.$$

Man löst diese Gleichung dritten Grades nach der „Regula falsi“ wie folgt: Man nimmt einen Wert für y an und berechnet den zugehörigen Schlusswert. Darauf nimmt man noch andere Werte von y an, und zwar so lange, bis der Minuswert in den Pluswert übergeht oder umgekehrt:

$$y = 27;\; 27^3 - 24 \cdot 27^2 + 339{,}12 \cdot 27 - 14950 = -3597{,}76,$$

$$y = 28;\; 28^3 - 24 \cdot 28^2 + 339{,}12 \cdot 28 - 14950 = -2318{,}64,$$

$$y = 29;\; 29^3 - 24 \cdot 29^2 + 339{,}12 \cdot 29 - 14950 = -910{,}52,$$

$$y = 30;\; 30^3 - 24 \cdot 30^2 + 339{,}12 \cdot 30 - 14950 = +623{,}6.$$

Der Wert von y liegt also zwischen 29 und 30.
Man stellt nun die Gleichung auf:

$$\frac{y - 29}{y - 30} = \frac{-910{,}52}{+623{,}6},$$

$$623{,}6y - 17984{,}4 = -910{,}52y + 27315{,}6,$$

$$y = \frac{45300}{1534{,}12} = 29{,}6 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{26000}{\left[\frac{20{,}6}{2} \cdot 40 + \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 15}{29{,}6} (2 \cdot 29{,}6 - 40)\right]} = 39{,}8 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = 15 \cdot 39{,}8 \frac{17 + 20 - 29{,}6}{29{,}6} = 149{,}1 \text{ kg/qcm Zug;}$$

$$K_e' = 15 \cdot 39{,}8 \frac{17 - 20 + 29{,}6}{29{,}6} = 537 \text{ kg/qcm Druck.}$$

Beispiel:

In einem Teil einer Eisenbetonbogenbrücke von b = 1 m = 100 cm Tiefe gehe die Stützlinie, deren Kraft an dieser Stelle 48000 kg betrage, in einem Abstande von 9,25 cm von der Mittellinie vorbei (Fig. 102).

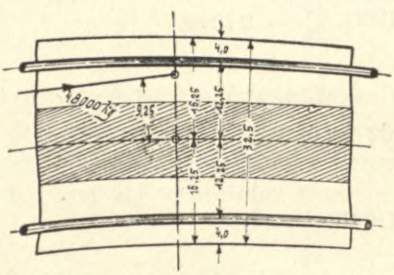


Fig. 102.

Beim Brückenbau ist n = 10 einzuführen

$$J = \frac{100 \cdot 32{,}5^3}{12} + 10 \cdot 20 \cdot 2{,}01 \cdot 12{,}25^2 = 346368,$$

$$F = 100 \cdot 32{,}5 + 10 \cdot 20 \cdot 2{,}01 = 3652.$$

Nach Gleichung (39) wird

$$m = \frac{W}{F} = \frac{2 \cdot J}{32{,}5 \cdot F} = \frac{2 \cdot 346368}{32{,}5 \cdot 3652} = 5{,}8 \text{ cm}.$$

Die Kraft greift also ausserhalb des Kernes an, mithin

$$y^3 + 3y^2 (9{,}25 - 16{,}25) + \frac{12 \cdot 9{,}25 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2{,}01 \cdot y}{100}$$

$$= \frac{6 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2{,}01}{100} (9{,}25 \cdot 32{,}5 + 2 \cdot 12{,}25^2),$$

$$y^3 - 21 y^2 + 223{,}11 y - 7244 = 0,$$

$$y = 24;\ 24^3 - 21^2 \cdot 24 + 223{,}11 \cdot 24 - 7244 = +1728,$$

$$y = 23;\ 23^3 - 21 \cdot 23^2 + 223{,}11 \cdot 23 - 7244 = -1055,$$

$$\frac{y - 23}{y - 24} = \frac{-1055}{+1728},$$

$$1728 y - 39744 = -1055 y + 25320,$$

$$y = \frac{65064}{2784} = 23{,}37 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{48000}{\left[\frac{23{,}37}{2} \cdot 100 + \frac{10 \cdot 2{,}01 \cdot 10}{23{,}37} (2 \cdot 23{,}37 - 32{,}5)\right]} = 37{,}2 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = 10 \cdot 37{,}2 \frac{12{,}25 + 16{,}25 - 23{,}37}{23{,}37} = 81{,}7 \text{ kg/qcm Zug in der unteren Armierung},$$

$$K_e' = 10 \cdot 37{,}2 \frac{12{,}25 - 16{,}25 + 23{,}37}{23{,}37} = 308 \text{ kg/qcm Druck in der oberen Armierung.}$$

VI.

Einige wichtige Eisenbetondecken-Systeme nebst Beispielen.

Die verschiedenen Systeme der Eisenbetondecken sind im Grundprinzipe alle gleich, nämlich, dass der Beton keine Zugspannungen aufnimmt, vielmehr diese allein vom Eisen aufgenommen werden. Ihr Unterschied besteht lediglich darin, dass verschiedene Eisenquerschnitte gewählt bezw. die Eiseneinlagen verschieden angeordnet werden, dass die Decken, um ein leichteres Eigengewicht zu erzielen, zum Teil hohl hergestellt, dass sie fabrikmässig ausgeführt und am Bauplatze fertig verlegt werden.

A. Decke nach System „Monier".

Bei diesen Decken besteht das Eisengerippe aus Rundeisen-Tragstäben von 5—15 mm Stärke, welche in Abständen von 5—20 cm verlegt werden. Ueber diesen Stäben liegen Rundeisen-Druckverteilungsstäbe von 3—8 mm Durchmesser

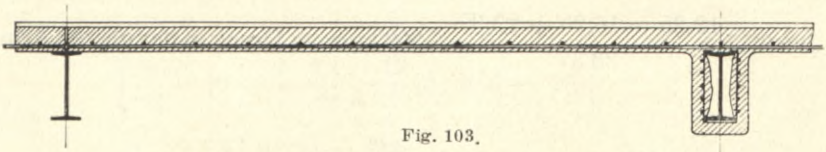


Fig. 103.

in Entfernungen von 10—30 cm. Diese Stäbe werden untereinander durch Bindedraht verbunden. Die Decke ruht auf den Eisenträgern, wenn die Konstruktion ein Sichtbarsein der Träger zulässt. Soll diese Konstruktion feuersicher sein, so muss der Träger mit Beton umhüllt werden (Fig. 103).

Beispiel:

Eine Decke in einem Gebäude habe eine Spannweite von 2,0 m (Fig. 104). Der Deckenbelag bestehe aus einem 2 cm starken Zement-Estrich, und es betrage die Nutzlast 400 kg/qm. Die Stärke der Decke sei zu 10 cm angenommen.

Die in die Berechnung einzuführende Spannweite beträgt dann:

$$l = 2{,}0 + 0{,}1 = 2{,}1 \text{ m} = 210 \text{ cm}.$$

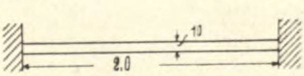


Fig. 104.

Eigengewicht	$1 \cdot 2{,}1 : 0{,}1 \cdot 2400 =$	504 kg
Deckenbelag	$1 \cdot 2{,}1 \cdot 2 \cdot 20 =$	84 „
Nutzlast	$1 \cdot 2{,}1 \cdot 400 =$	840 „
		1428 kg

$$M = \frac{1428 \cdot 210}{8} = 37485 \text{ cm/kg}.$$

Wählt man 10 Eisen à 8 mm stark ($f_e = 0{,}5$ qcm), so wird nach Gleichung (1), Seite 28:

$$y = \frac{15 \cdot 10 \cdot 0{,}5}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 8{,}5 \cdot 100}{15 \cdot 10 \cdot 0{,}5}}\right] = 2{,}9 \text{ cm},$$

ferner nach den Gleichungen (2) und (3), Seite 29:

$$K_b = \frac{2 \cdot 37485}{100 \cdot 2{,}9\left(8{,}5 - \frac{2{,}9}{3}\right)} = 34{,}5 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{37485}{10 \cdot 0{,}5\left(8{,}5 - \frac{2{,}9}{3}\right)} = 1000 \text{ kg/qcm}.$$

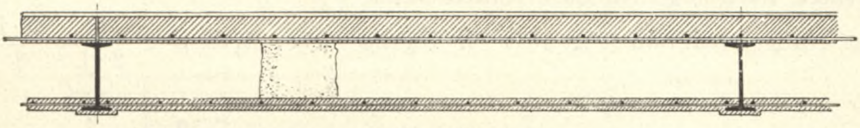


Fig. 105.

Sollen die Träger nicht sichtbar sein, oder soll eine gute Wärme- und Schallisolierung erzielt werden, so ordnet man zweckmässig Doppeldecken an. Der Zwischenraum wird dann mit leichtem Material, wie Bimssand, Schlacken, Schlackenbeton etc. ausgefüllt. Es hat also in diesem Falle die untere Decke nur die Füllung und ihr Eigengewicht einschl. eventl. Deckenputz, die obere Decke dagegen ihr Eigengewicht einschl. Deckenbelag und die Nutzlast zu tragen (Fig. 105).

Beispiel:

Zu vorigem Beispiel ist eine untere Decke zu berechnen, wenn die Füllung aus Koksasche besteht und Deckenputz vorhanden ist.

Die Stärke der Decke sei zu 6 cm angenommen, dann wird

$$l = 2{,}0 + 0{,}06 = 2{,}06 \text{ m} = 206 \text{ cm}.$$

Eigengewicht	$1 \cdot 2{,}06 \cdot 0{,}06 \cdot 2400 =$	276 kg
Deckenputz	$1 \cdot 2{,}06 \cdot 20 =$	41 „
Füllung	$1 \cdot 2{,}06 \cdot 0{,}14 \cdot 600 =$	173 „
		490 kg

$$M = \frac{490 \cdot 206}{8} = 12618.$$

Wählt man 10 Eisen à 6 mm stark ($f_e = 0{,}28$ qcm), so wird

$$y = \frac{15 \cdot 10 \cdot 0{,}28}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 4{,}7}{15 \cdot 10 \cdot 0{,}28}}\right] = 1{,}61 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 12618}{100 \cdot 1{,}61\left(4{,}7 - \frac{1{,}61}{3}\right)} = 37{,}7 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{12618}{10 \cdot 0{,}28\left(4{,}7 - \frac{1{,}61}{3}\right)} = 1083 \text{ kg/qcm},$$

Da man die Spannweite der ebenen Monierdecken nicht über 2,5 m wählt, so geht man bei grösseren Spannweiten zu gewölbten Decken mit $^1/_8$—$^1/_{12}$ Stich über, deren Stärken 6—14 cm betragen (Fig. 106).

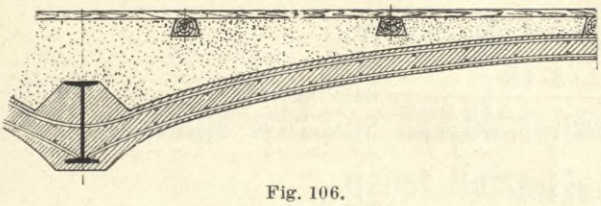


Fig. 106.

Bei kleineren Gewölben bis etwa 5 m Spannweite dürfte folgende angenähertes Berechnungs-Verfahren genügen, während bei grösseren gewölbten Decken die genaue Berechnung nach den Eisenbetonbogenbrücken zu erfolgen hätte.

Bezeichnet man das Eigengewicht pro qm mit p und die Nutzlast mit q, so beträgt, halbseitige Nutzlast vorausgesetzt,

die Auflagerreaktion (Fig. 107) für Eigengewicht: $A_1 = p \cdot l \cdot \frac{l}{2 \cdot l} = \frac{p \cdot l}{2}$,

die Auflagerreaktion (Fig. 107) für Nutzlast: $A_2 = \frac{q \frac{l}{2} \cdot \frac{3}{4} l}{l} = \frac{3}{8} q \cdot l.$

$$1. \quad \text{mithin } A = A_1 + A_2 = \frac{p \cdot l}{2} + \frac{3}{8} q \cdot l = \frac{l}{2}\left(q + \frac{3}{4} q\right).$$

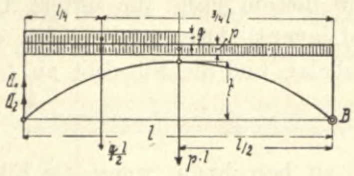


Fig. 107.

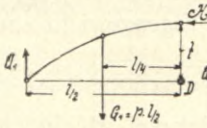


Fig. 108.

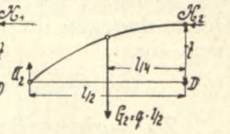


Fig. 109.

Der Horizontalschub H_1 für Eigengewicht (Fig. 108) ergibt sich mit D als Drehpunkt zu:

$$H_1 \cdot f + G_1 \cdot \frac{l}{4} = A_1 \cdot \frac{l}{2},$$

$$H_1 = \frac{A_1 \cdot \frac{l}{2} - G_1 \cdot \frac{l}{4}}{f} = \frac{\frac{p \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{p \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{4}}{f} = \frac{p \cdot l^2}{8 \cdot f}.$$

Der Horizontalschub H_2 für Nutzlast (Fig. 109) ergibt sich mit D als Drehpunkt zu:

$$H_2 \cdot f + G_2 \cdot \frac{l}{4} = A_2 \cdot \frac{l}{2},$$

$$H_2 = \frac{A_2 \cdot \frac{l}{2} - G_2 \cdot \frac{l}{4}}{f} = \frac{\frac{3}{8} \cdot q \cdot l \cdot \frac{l}{2} - \frac{q \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{4}}{f} = \frac{q \cdot l^2}{16 \cdot f},$$

mithin

$$2. \quad H = H_1 + H_2 = \frac{p \cdot l^2}{8 \cdot f} + \frac{q \cdot l^2}{16 \cdot f} = \frac{l^2}{8 \cdot f}\left(p + \frac{q}{2}\right).$$

Spannt man nun den Bogen in einer Entfernung von $\frac{l}{4}$ vom linken Auflager ein (Fig. 110), also an der Stelle, an welcher wahrscheinlich das grösste Moment auftritt, so wird

$$M = A \cdot \frac{l}{4} - H \cdot f_1 - \left(\frac{G_1}{2} + \frac{G_2}{2}\right)\frac{l}{8},$$

$$M = \frac{l}{2}\left(p + \frac{3}{4}q\right)\frac{l}{4} - \frac{l^2}{8 \cdot f}\left(p + \frac{q}{2}\right) \cdot f_1 - \left(\frac{p \cdot l}{4} + \frac{q \cdot l}{4}\right)\frac{l}{8},$$

$$M = \frac{l^2}{8}\left(p + \frac{3}{4}q\right) - \frac{l^2}{8 \cdot f}\left(p + \frac{q}{2}\right) \cdot f_1 - \frac{l^2}{32}(p + q),$$

$$3.\quad M = \frac{l^2}{8}\left[(3p + 2q)\frac{1}{4} - \left(p + \frac{q}{2}\right)\frac{f_1}{f}\right].$$

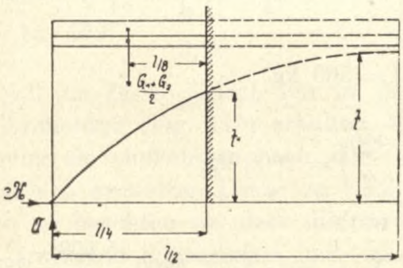


Fig. 110.

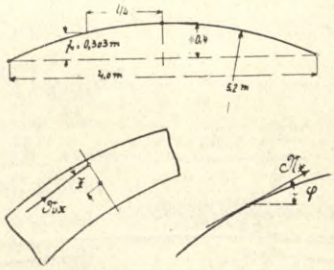


Fig. 111—113.

Beispiel:

Eine Decke habe die in Fig. 111 angegebenen Abmessungen. Das Eigengewicht betrage $p = 400$ kg/qm und die Nutzlast $q = 320$ kg/qm. Die Stärke der Decke sei zu 6 cm gewählt; ferner seien oben und unten je 10 Eisen auf 1 m Tiefe angeordnet. Die Stärke der Eisen betrage 6 mm ($f_e = 0{,}283$ qcm) und ihr Abstand vom Rande 1 cm.

Der Radius des Bogens berechnet sich aus der Gleichung

$$4.\quad r = \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2}{2 \cdot f} + \frac{f}{2} = \frac{2^2}{2 \cdot 0{,}4} + \frac{0{,}4}{2} = 5{,}2 \text{ m},$$

ferner

$$5.\quad f_1 = \sqrt{(r - f)^2 + x\,(l - x)} - (r - f) = \sqrt{(5{,}2 - 0{,}4)^2 + 1\,(4 - 1)} - (5{,}2 - 0{,}4) = 0{,}303 \text{ m},$$

wenn unter x der Abstand der Einspannungsstelle vom linken Auflager, also in unserem Falle $x = \frac{l}{4} = \frac{4}{4} = 1$ m verstanden wird.

$$M = \frac{4^2}{8}\left[(3 \cdot 400 + 2 \cdot 320)\frac{1}{4} - \left(400 + \frac{300}{2}\right)\frac{0{,}303}{0{,}4}\right] = 71{,}60 \text{ kg/m} = 7160 \text{ kg/cm}.$$

Das Moment M setzt sich nun zusammen aus der Normalkraft N_x und der Exzentrizität e (Fig. 112).

Die Normalkraft berechnet sich aus der Gleichung

$$6.\quad N_x = A_x \cdot \sin\varphi + H \cdot \cos\varphi,$$

wenn unter A_x die Schubkraft an der Einspannungsstelle und unter Winkel φ (Fig. 113) der Winkel verstanden wird, welchen die Tangente an der Einspannungsstelle an dem Bogen mit der Horizontalen bildet.

Es wird

$$7.\quad \sin\varphi = \frac{\frac{l}{2} - \frac{l}{4}}{r} = \frac{l}{4 \cdot r} = \frac{4}{4 \cdot r} = \frac{1}{5{,}2}$$

$$8.\quad \cos\varphi = \frac{r - f + f_1}{r} = \frac{5{,}2 - 0{,}4 + 0{,}303}{5{,}2} = \frac{5{,}103}{5{,}2}$$

$$9.\quad A_x = A - \frac{p \cdot l}{4} - \frac{q \cdot l}{4} = \frac{p \cdot l}{2} + \frac{3}{8}\, q \cdot l - \frac{p \cdot l}{4} - \frac{q \cdot l}{4} = \frac{l}{4}\left(p + \frac{q}{2}\right)$$

$$A_x = \frac{4}{4}\left(400 + \frac{320}{2}\right) = 560 \text{ kg}$$

$$H = \frac{4^2}{8 \cdot 0{,}4}\left(400 + \frac{320}{2}\right) = 2800 \text{ kg},$$

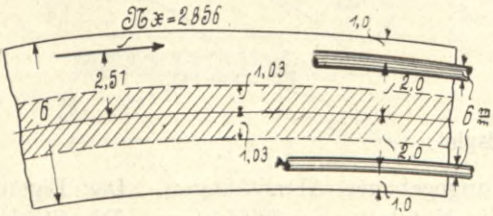


Fig. 114.

mithin

$$N_x = 560 \cdot \frac{1}{5{,}2} + 2800 \cdot \frac{5{,}103}{5{,}2} = 2856 \text{ kg},$$

folglich die Exzentrizität

$$e = \frac{M}{N_x} = \frac{7160}{2856} = 2{,}51 \text{ cm}.$$

Die Kerngrenze bestimmt sich nach Gleichung (39), Seite 49, zu (Fig. 114):

$$m = \frac{W}{F} = \frac{\dfrac{\dfrac{100 \cdot 6^2}{12} + 15 \cdot 20 \cdot 0{,}283 \cdot 2^2}{3}}{100 \cdot 6 + 15 \cdot 20 \cdot 0{,}283} = 1{,}03 \text{ cm}.$$

Die Kraft N_x greift also ausserhalb des Kernes an.

Nach Gleichung (44), Seite 58, wird dann:

$$y^3 + 3y^2(2{,}51 - 3) + \frac{12 \cdot 2{,}51 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 0{,}283 \cdot y}{100} = \frac{6 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 0{,}283}{100}(2{,}51 \cdot 6 + 2 \cdot 2^2)$$

$$y^3 - 1{,}47y^2 + 12{,}8y - 58{,}7 = 0$$

$$\text{für } y = 3 \text{ wird: } 27 - 13{,}23 + 38{,}4 - 58{,}7 = -6{,}53,$$

$$\text{für } y = 4 \text{ wird: } 64 - 23{,}52 + 51{,}2 - 58{,}7 = +32{,}98$$

$$\frac{y - 3}{y - 4} = \frac{-6{,}53}{+32{,}98}$$

$$32{,}98\,y - 98{,}94 = -6{,}53\,y + 26{,}12$$

$$39{,}51\,y = 125{,}06$$

$$y = \frac{125{,}06}{39{,}51} = 3{,}16 \text{ cm.}$$

Nach den Gleichungen (45), (46) und (47), Seite 59, wird fernerhin:

$$K_b = \frac{2856}{\left[\frac{3{,}16}{2} \cdot 100 + \frac{10 \cdot 0{,}283 \cdot 15}{3{,}16}(2 \cdot 3{,}16 - 6)\right]} = 16{,}6 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_e = 15 \cdot 16{,}6 \frac{2 + \frac{6}{2} - 3{,}16}{3{,}16} = 145 \text{ kg/qcm Zug in der unteren Armierung,}$$

$$K_e' = 15 \cdot 16{,}6 \frac{2 - \frac{6}{2} + 3{,}16}{3{,}16} = 170 \text{ kg/qcm Druck in der oberen Armierung.}$$

Soll die Decke jedoch nur in der unteren Zone eine Armierung (Fig. 115) erhalten, so würde die Berechnung am einfachsten nach den Gleichungen von der einfach armierten Decke zu erfolgen haben, wobei jedoch zu beachten ist, dass die durch die Normalkraft erzeugten Spannungen mit in die Berechnung eingeführt werden.

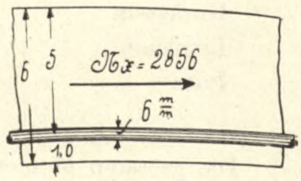


Fig. 115.

Nach den Gleichungen (1), (2) und (3) folgt:

$$y = \frac{15 \cdot 2{,}83}{100}\left[-1\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 5}{15 \cdot 2{,}83}}\right] = 1{,}68 \text{ cm,}$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 7160}{100 \cdot 1{,}68\left(5 - \frac{1{,}68}{3}\right)} = 19{,}2 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_e = \frac{7160}{2{,}83\left(5 - \frac{1{,}68}{3}\right)} = 570 \text{ kg/qcm,}$$

Vorstehende Inanspruchnahmen sind allein durch Biegung bedingt. Der Beton erhält durch die Normalkraft von 2856 noch einen Zuschlag von

$$K_{b_1} = \frac{2856}{6 \cdot 100} = 4{,}4 \text{ kg/qcm}$$

mithin

$$K_b = 19{,}2 + 4{,}4 = 23{,}6 \text{ kg/qcm.}$$

B. Decke nach System „Wayss“.

(Tafel I, Fig. 1 u. 2.)

Bei dieser Decke bestehen die Eiseneinlagen auch aus Rundeisen. Tritt in der Decke ein Momentwechsel ein, so werden die Eisen am Nullpunkte unter 45⁰ abgebogen. Bei der Auflagerung dieser Decke an den Enden ist darauf zu achten, ob eine reine Auflagerung, eine vollständige oder nur eine teilweise Ein spannung vorhanden ist, bezw. ob gegebenenfalls eine teilweise Einspannung zu befürchten ist. Im ersten Falle sind alle Eisen bis an die Enden hin „unten" zu verlegen; im zweiten Falle sind alle Eisen im Abstande von 0,2 l vom Auflager nach „oben" abzubiegen und im dritten Falle sind die Eisen abwechselnd durchzulegen und abzubiegen.

Beispiel:

Eine Decke habe die in Fig. 116 angegebenen Abmessungen. Es ist die Decke zu berechnen, wenn der Belag aus 6 mm starkem Linoleum über 5 cm starken Korksteinen besteht und die Nutzlast 400 kg/qm beträgt. Wählt man die Deckenstärke zu 20 cm, so beträgt die einzuführende Spannweite

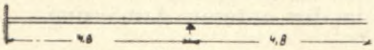


Fig. 116.

$$l = 4{,}8 + 0{,}2 = 5{,}0 \text{ m}.$$

Das Eigengewicht pro qm Decke beträgt:

Eigengewicht der Decke	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}2 \cdot 2400 =$	480 kg
Korkstein	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}05 \cdot 300 =$	15 „
Linoleum	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}006 \cdot 1200 =$	7,2 „
Putz	$1 \cdot 1 \cdot 20 =$	20 „
	$=$	$522{,}2 = \infty\, 520$ kg.

Die grössten Momente im I. Feld betragen (vgl. Tabelle II, Seite 18):

für Eigengewicht $+ M_p = 0{,}07 \cdot 520 \cdot 5^2 = 910 \text{ kg/m} = +\,91000 \text{ kg/cm}$,
für Nutzlast $+ M_q = 0{,}095 \cdot 400 \cdot 5^2 = 950 \text{ kg/m} = +\,95000 \text{ kg/cm}$,
für Nutzlast $- M_q = 0{,}025 \cdot 400 \cdot 5^2 = 250 \text{ kg/m} = -\,25000 \text{ kg/cm}$.

Die grössten Momente über dem Träger betragen:

für Eigengewicht $- M_p = 0{,}125 \cdot 520 \cdot 5^2 = 1625 \text{ kg/m} = -\,162500 \text{ kg/cm}$,
für Nutzlast $+ M_q = 0 = 0$
für Nutzlast $- M_q = 0{,}125 \cdot 400 \cdot 5^2 = 1250 \text{ kg/m} = -\,125000 \text{ kg/cm}$.

Berechnung im I. Felde.

Das grösste einzuführende Moment beträgt $M = 91000 + 95000 = 186000$.
Es seien 10 Eisen à 12 mm ($F_e = 11{,}3$) gewählt.
Nach Gleichung (1), Seite 28, wird (Fig. 117):

$$y = \frac{15 \cdot 11{,}3}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 18}{15 \cdot 11{,}3}}\right] = 6{,}3 \text{ cm}.$$

Nach Gleichung (2) und (3), Seite 29, ferner:

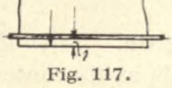


Fig. 117.

$$K_b = \frac{2 \cdot 186000}{100 \cdot 6{,}3\left(18 - \frac{6{,}3}{3}\right)} = 37 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{186000}{11{,}3\left(18 - \frac{6{,}3}{3}\right)} = 1030 \text{ kg/qcm}.$$

Berechnung über dem Träger. (Fig. 118).

Das grösste einzuführende Moment beträgt $M = 162500 + 125000 = 287500$.

Da die Hälfte der Eisen nach oben gebogen ist, die Eisen des einen Feldes aber in das andere Feld übergreifen, so haben wir oben am Träger dieselbe Eisenanzahl als im Feld I.

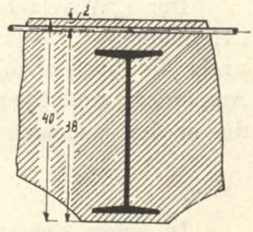


Fig. 118.

Die unteren Eisen, ob sie am Eisenträger aufhören oder ob sie durch den Eisenbetonbalken hindurchgehen, werden in der Berechnung vernachlässigt, da ihre Lage mit der Nullinie, welche durch die konsolartigen Anschlüsse nach unten gedrückt wird, fast zusammenfällt und sie hierdurch keinen nennenswerten Beitrag liefern.

Nach den Gleichungen (1), (2) und (3), Seite 28 und 29, wird

$$y = \frac{15 \cdot 11{,}3}{100} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 38}{15 \cdot 11{,}3}} \right] = 9{,}75 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 287000}{100 \cdot 9{,}75 \left(38 - \frac{9{,}75}{3}\right)} = 17 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{287000}{11{,}3 \left(38 - \frac{9{,}75}{3}\right)} = 730 \text{ kg/qcm}.$$

In Fig. 119 ist die Montage der Eiseneinlagen für eine „Wayssche“ Decke nebst Unterzügen und Stützen ersichtlich.

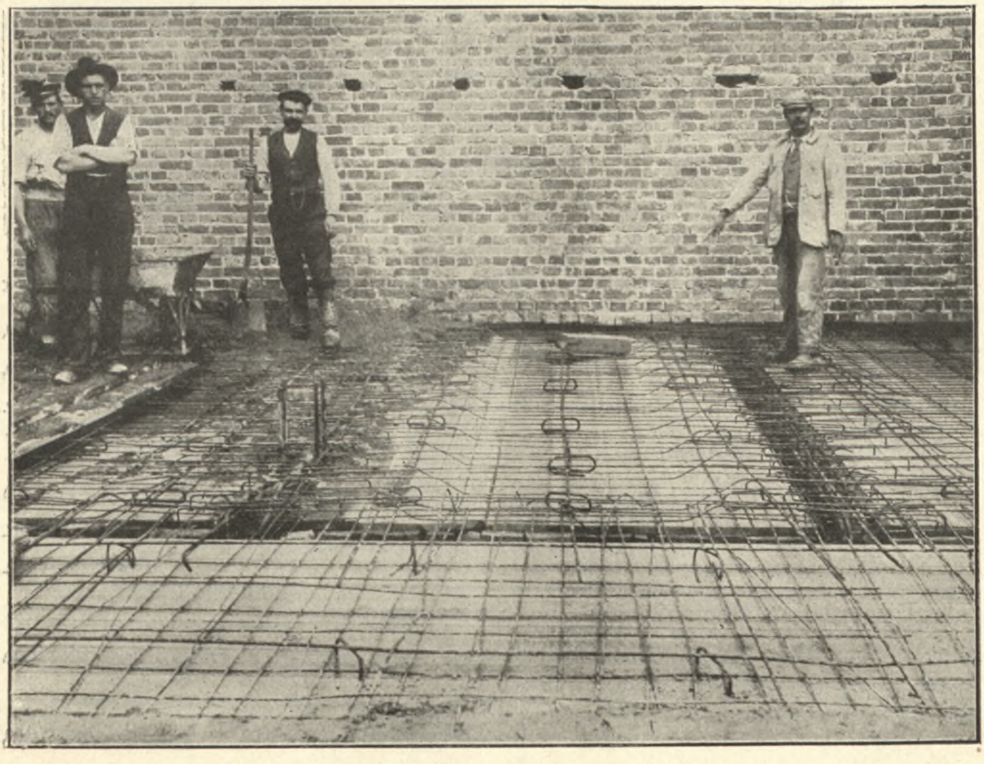


Fig. 119.

C. Decke nach System „Hennebique“.

(Tafel II, Fig. 3.)

Der „Wayssschen“ Decke nahe verwandt ist die Decke nach System „Hennebique“. Der Unterschied besteht nur darin, dass die einen Eisen nicht unter 45° nach oben gebogen sind, sondern allmählich nach oben geführt werden. Ausserdem sind kleine Flacheisenbügel angeordnet, deren Zweck darin besteht, die in der Richtung des Balkens fallenden Schubspannungen aufzunehmen.

Beispiel (Fig. 120—123):

In einem Versammlungsraume habe eine Decke die in der Figur angegebenen Abmessungen. Die Abdeckung bestehe aus 5 mm starkem Linoleum auf 2 cm starkem Zement-Estrich. Die Stärke der Decke sei zu 24 cm geschätzt.

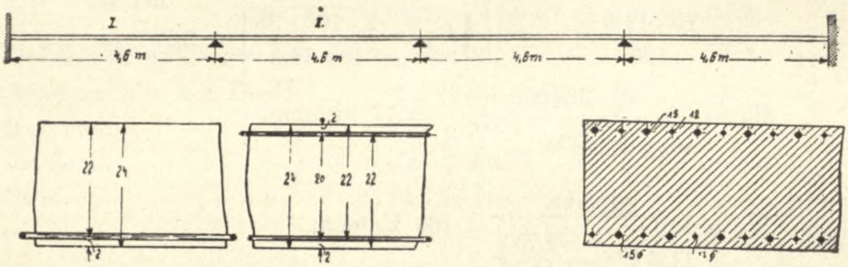


Fig. 120—123.

Das Eigengewicht pro qm beträgt:

Eigengewicht der Decke	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}24 \cdot 2400 = 576$
Estrich	$1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 20 = 40$
Linoleum	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}005 \cdot 1200 = 6$
Putz	$1 \cdot 1 \cdot 20 = 20$
	$p = 642 = 640$ kg/qm

Die Nutzlast beträgt bei Versammlungsräumen:

$$q = 400 + 50\,\% = 600 \text{ kg/qm}.$$

Die einzuführende Deckenlänge beträgt 4,6 + 0,24 = 4,84 m.

Die grössten Momente im I. Feld betragen (vergl. Tabelle IV, Seite 20):

für Eigengewicht $+ M_p = 0{,}07714 \cdot 640 \cdot 4{,}84^2 = 1156{,}71$ kg/m $= + 115671$ kg/cm,
für Nutzlast $+ M_q = 0{,}09857 \cdot 600 \cdot 4{,}84^2 = 1385{,}70$ kg/m $= + 138570$ kg/cm,
für Nutzlast $— M_q = 0{,}02143 \cdot 600 \cdot 4{,}84^2 = 301{,}26$ kg/m $= — 30126$ kg/cm.

Die grössten Momente im II. Feld betragen:

für Eigengewicht $+ M_p = 0{,}03572 \cdot 640 \cdot 4{,}84^2 = 535{,}62$ kg/m $= + 53562$ kg/cm,
für Nutzlast $+ M_q = 0{,}08036 \cdot 600 \cdot 4{,}84^2 = 1129{,}76$ kg/m $= + 112976$ kg/cm,
für Nutzlast $— M_q = 0{,}04464 \cdot 600 \cdot 4{,}84^2 = 628{,}15$ kg/m $= — 62815$ kg/cm.

Die grössten Momente über der Stütze betragen:

für Eigengewicht $— M_p = 0{,}10714 \cdot 640 \cdot 4{,}84^2 = 1606{,}56$ kg/m $= — 160656$ kg/cm,
für Nutzlast $— M_q = 0{,}12054 \cdot 600 \cdot 4{,}84^2 = 1694{,}55$ kg/m $= — 169455$ kg/cm,
für Nutzlast $+ M_q = 0{,}01340 \cdot 600 \cdot 4{,}84^2 = 188{,}38$ kg/m $= + 18838$ kg/cm.

Berechnung im I. Felde.

Das grösste einzuführende positive Moment beträgt

$$M = 115\,671 + 138\,570 = 254\,241.$$

Es seien 12 Eisen à 15 mm ($F_e = 21{,}24$ qcm) gewählt.

Nach den Gleichungen (1), (2) und (3) ergibt sich dann:

$$y = \frac{15 \cdot 21{,}24}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 22}{15 \cdot 21{,}24}}\right] = 9 \text{ cm},$$

$$K_b + \frac{2 \cdot 254\,241}{100 \cdot 9\left(22 - \frac{9}{3}\right)} = 31{,}4 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{254\,241}{21{,}24\left(22 - \frac{9}{3}\right)} = 665 \text{ kg/qcm}.$$

Berechnung im II. Felde.

Das grösste einzuführende positive Moment beträgt

$$+ M = 53\,562 + 112\,976 = +\,166\,538.$$

Da nun das durch die Nutzlast hervorgerufene negative Moment grösser ist als das positive Moment des Eigengewichtes, so entstehen auch negative Momente im II. Felde. Es sind aus diesem Grunde auch Eisen in die obere Zone zu verlegen.

Es seien unten 10 Eisen à 12 mm ($F_e = 11{,}3$) und oben 10 Eisen à 6 mm ($F_e' = 2{,}83$) gewählt.

Berechnung für das positive Moment.

Aus den Gleichungen (8), (9), (10) und (11), Seite 34 und 35, ergibt sich:

$$y = -\frac{15\,(11{,}3 + 2{,}83}{100} + \sqrt{\left[\frac{15\,(11{,}3 + 2{,}83}{100}\right]^2 + \frac{2 \cdot 15}{100}\,[11{,}3 \cdot 22 + 2{,}83 \cdot 2]} = 6{,}9 \text{cm}$$

$$K_b = \frac{6 \cdot 166\,538 \cdot 6{,}9}{100 \cdot 6{,}9^2\,(3 \cdot 22 - 6{,}9 + 6 \cdot 2{,}83 \cdot 15\,(22 - 2)\,(6{,}9 - 2)} = 22{,}3 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = 15 \cdot 22{,}3\,\frac{(22 - 6{,}9)}{6{,}9} = 732 \text{ kg/qcm Zug in der unteren Armierung},$$

$$K_e' = 15 \cdot 22{,}3\,\frac{(6{,}9 - 2)}{6{,}9} = 238 \text{ kg/qcm Druck in der oberen Armierung}.$$

Berechnung für das negative Moment.

$$- M = 62\,815 - 53\,562 = -\,9253.$$

Aus den Gleichungen (8), (9), (10) und (11), Seite 34 und 35, ergibt sich (wobei darauf zu achten ist, dass y_1 von unten zu messen ist und die Eiseneinlagen unter dem Wurzelzeichen richtig eingeführt werden):

$$y_1 = -\frac{15\,(11{,}3 + 2{,}83)}{100} + \sqrt{\left[\frac{15\,(11{,}3 + 2{,}83}{100}\right]^2 + \frac{2 \cdot 15}{100}\,[2{,}83 \cdot 22 + 11{,}3 \cdot 2]} = 3{,}35 \text{ cm}$$

$$K_b = \frac{6 \cdot 9253 \cdot 3{,}35}{100 \cdot 3{,}35^2 (3 \cdot 22 - 3{,}35) + 6 \cdot 11{,}3 \cdot 15 (22 - 2)(3{,}35 - 2)} = 2 \text{ kg/qcm}$$

$$K_e = 15 \cdot 2 \frac{(22 - 3{,}35)}{2{,}35} = 167 \text{ kg/qcm Zug in der oberen Armierung,}$$

$$K_e' = 15 \cdot 2 \frac{(3{,}35 - 2)}{3{,}35} = 12 \text{ kg/qcm Druck in der unteren Armierung.}$$

Da das negative Moment im Verhältnis nur gering ist, so soll untersucht werden, ob der Beton allein ohne Eiseneinlagen dieses Moment aufzunehmen imstande wäre.

$$K = \frac{9253}{\frac{100 \cdot 24^2}{6}} = 0{,}96 \text{ kg/cm.}$$

Diese kleine Beanspruchung darf man dem Beton auf Biegung wohl zumuten. Es könnten daher im zweiten Felde die oberen 6 mm starken Eisen fehlen.

Berechnung über der Stütze.

Das grösste einzuführende negative Moment beträgt

$$-M = 160656 + 169455 = 330111.$$

Es sollen keine Vouten bezw. konsolartigen Anschlüsse angeordnet werden. Mithin beträgt die Deckenhöhe auch hier 24 cm. Da die Hälfte der Eisen in jedem Felde nach oben geführt werden und diese Eisen von einem Felde in das andere übergreifen, so haben wir oben einen Eisenquerschnitt von

$$\frac{21{,}24}{2} + \frac{11{,}3}{2} = 16{,}27 \text{ qcm.}$$

Derselbe Eisenquerschnitt ist auch unten vorhanden, wenn die oberen Eisen im II. Felde nur von Wendepunkt zu Wendepunkt des Momentwechsels reichen.

Aus den Gleichungen (8a), (9), (10) und (11), Seite 34 und 35, ergibt sich dann:

$$y = \frac{2 \cdot 15 \cdot 16{,}27}{100} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{100 (22 + 2)}{2 \cdot 15 \cdot 16.27}} \right] = 7 \text{ cm,}$$

$$K_b = \frac{6 \cdot 330111 \cdot 7}{100 \cdot 7^2 (3 \cdot 22 - 7) + 6 \cdot 16{,}27 \cdot 15 (22 - 2)(7 - 2)} = 32{,}8 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_e = 15 \cdot 32{,}8 \frac{(22 - 7)}{7} = 1054 \text{ kg/qcm Zug in der oberen Armierung,}$$

$$K_e' = 15 \cdot 32{,}8 \frac{(7 - 2)}{7} = 352 \text{ kg/qcm Druck in der unteren Armierung.}$$

D. Decken nach den Systemen „Ransome", „Habrich" und „Hyatt".

Die Konstruktion dieser Decken ist ganz analog den vorhergehenden, nur sind die Eisen an sich verschieden.

Ransome wählt Eisen quadratischen Querschnittes mit Drall, d. h. das Quadrateisen ist schraubenförmig verdreht (Fig. 124).

Habrich wählt Eisen rechteckigen Querschnittes mit Drall, d. h. die Eisen sind spiralförmig verdreht (Fig. 125).

Hyatt wählt Flacheisen, durch welche Rundeisen hindurchgezogen sind (Fig. 126).

Das Verdrehen der Eisen bei Ransome und Habrich, als auch die Rundeisen bei Hyatt, verfolgen einzig und allein den Zweck, dem Beton eine grössere Haftfläche zu geben und somit ein Herausreissen der Eisen zu verhüten.

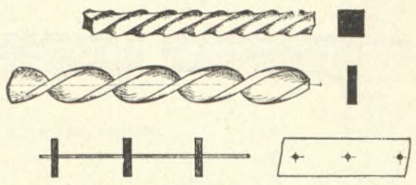


Fig. 124—126.

E. Decke nach System „Lolat".

(Fig. 127.)

Bei diesen Decken werden die Eisen in den Wendepunkten nicht nach oben gebogen, sondern es finden nur gerade Rundeisenstäbe Anwendung. Hat die Decke nur positive Momente aufzunehmen, so werden die Eisen einfach in die untere Zone verlegt, sind dagegen auch negative Momente aufzunehmen,

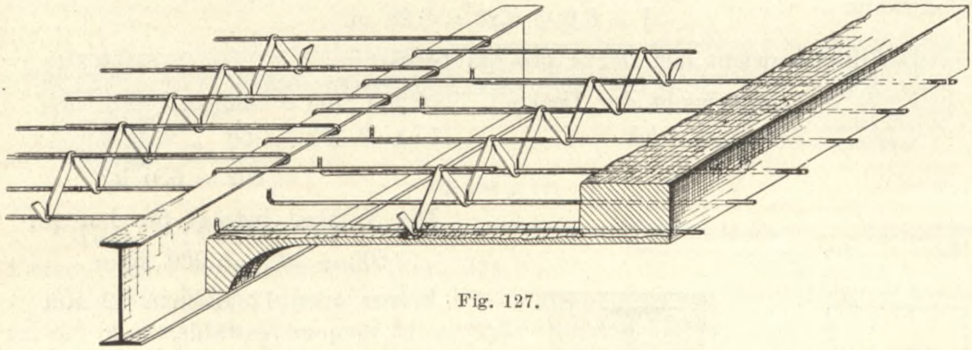


Fig. 127.

z. B. bei kontinuierlichen Decken über den Trägern, so werden die unteren Eisen ebenfalls gerade durchgeführt, während die oberen Eisen gerade verlaufen und bis zu den Wendepunkten der Momente hineinragen. An dieser Stelle ruhen die Eisen auf sogenannten Typenblechen, welche auch gleichzeitig dazu dienen, den unteren Eisen eine bestimmte Lage zu geben.

F. Voutenplatten nach System „Könendecke".

(Fig. 128 u. 129.)

Bei dieser Decke sind die Eiseneinlagen nach der elastischen Linie gebogen. Bestehen die Träger aus Eisen, so werden die Tragstäbe einfach eingehakt, wobei die Eisen abwechselnd angeordnet sind. Sind keine eisernen Träger vorhanden, so werden Flacheisen einbetoniert und über diese die Rundeisen durchgeführt oder aber eingehakt. Die Berechnung der mittleren Felder erfolgt als beiderseitig eingespannter Träger. Werden die Endfelder nach Fig. 129 links angeordnet, so sind die Endfelder als einseitig ein gespannt aufzufassen, erfolgt die Anordnung dagegen nach Fig. 128, und ist genügend Auflast vorhanden, so kann man ein Flacheisen einbetonieren und dieses durch Anker in der Mauer befestigen. In letzterem Falle erfolgt die Berechnung ebenfalls als beiderseitig eingespannter Träger.

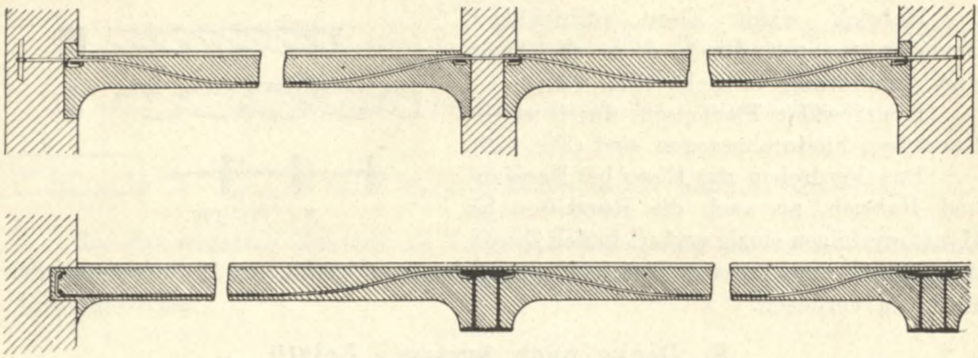


Fig. 128 u. 129.

Beispiel:

Eine Decke in einem Fabrikraum für leichte Maschinen habe die in Fig. 130 angegebenen Abmessungen. Der Deckenbelag bestehe aus einem 3 cm starken Zement-Estrich.

Die Stärke der Decke sei zu 28 cm gewählt, dann ist die einzuführende Spannweite

$$l = 6{,}0 + 0{,}28 = 6{,}28 \text{ m}.$$

Das Eigengewicht der Decke pro qm beträgt:

Eigengewicht der Decke	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}28 \cdot 2400 =$	592 kg
Zement-Estrich	$1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 20 =$	60 „
		652 = 650 kg

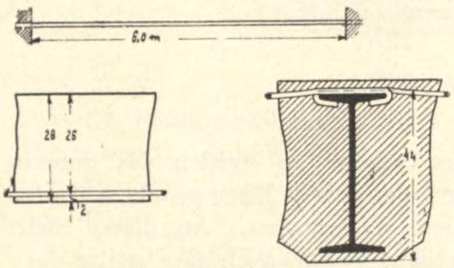


Fig. 130—132.

Die Nutzlast beträgt für den qm

$$600 + 50\% = 900 \text{ kg}.$$

Ferner seien 12 Eisen à 12 mm ($F_e = 13{,}56$ qcm) gewählt.

Das grösste Moment in Deckenmitte beträgt nach Fig. 26, Seite 11

$$+M = \frac{1550 \cdot 6{,}28^2}{24} = 2555 \text{ kg/m}$$

$$= 255500 \text{ kg/qcm}.$$

Das grösste Moment am Auflager beträgt nach Fig. 26, Seite 11

$$-M = \frac{1550 \cdot 6{,}28^2}{12} = 5110 \text{ kg/m} = 511000 \text{ kg/cm}.$$

Berechnung in Deckenmitte (Fig. 131):

$$y = \frac{15 \cdot 13{,}56}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 26}{15 \cdot 13{,}56}}\right] = 8{,}46 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 255\,000}{100 \cdot 8{,}46\left(26 - \frac{8{,}46}{3}\right)} = 26{,}1 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{255\,000}{13{,}56\left(26 - \frac{8{,}56}{3}\right)} = 846 \text{ kg/qcm}.$$

Berechnung am Auflager (Fig. 132):

$$y = \frac{15 \cdot 13{,}56}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 44}{15 \cdot 13{,}56}}\right] = 11{,}52 \text{ cm.}$$

$$K^b = \frac{2 \cdot 511000}{100 \cdot 11{,}52\left(44 - \frac{11{,}52}{3}\right)} = 22{,}1 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_e = \frac{511000}{13{,}56\left(44 - \frac{11{,}52}{3}\right)} = 938 \text{ kg/qcm.}$$

G. Decken nach Systemen „Stapf“ und „Klett“.

Die Anordnung dieser Decken unterscheidet sich nur wenig von der vorgenannten Decke. Die Eisen sind hier nicht nach der elastischen Linie gebogen, sondern hängen nur nach unten durch.

Stapf verwendet hochkantig gelagerte Flacheisen, welche abwechselnd nach beiden Seiten eingepresste, kreisförmige Ausbuchtungen besitzen (Fig. 134).

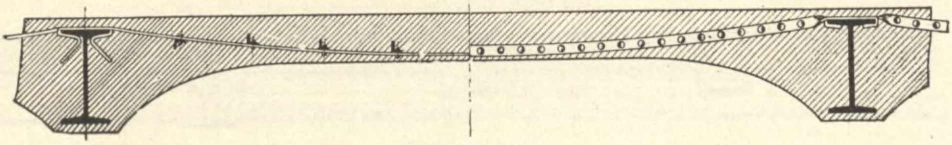


Fig. 133 u. 134.

Klett verwendet flach gelagerte Flacheisen, welche durch aufgenietete kleine Winkel verbunden sind (Fig. 133).

Die Berechnung dieser beiden Deckenarten als auch der folgenden Decke erfolgt in derselben Weise wie bei der Könenschen Decke.

H. Viktoria-Decke.

(Fig. 135 u. 136.)

Diese Decke wird auch als sogenannte Voutendecke zwischen eisernen Trägern ausgeführt. Ihre Konstruktion ist folgende:

Die einzelnen Drähte werden von einem Ende bis zum anderen Ende der Decke ununterbrochen durchgeführt und angezogen, worauf sie durch Flacheisen A an den Wendepunkten auf die Schalung niedergedrückt werden.

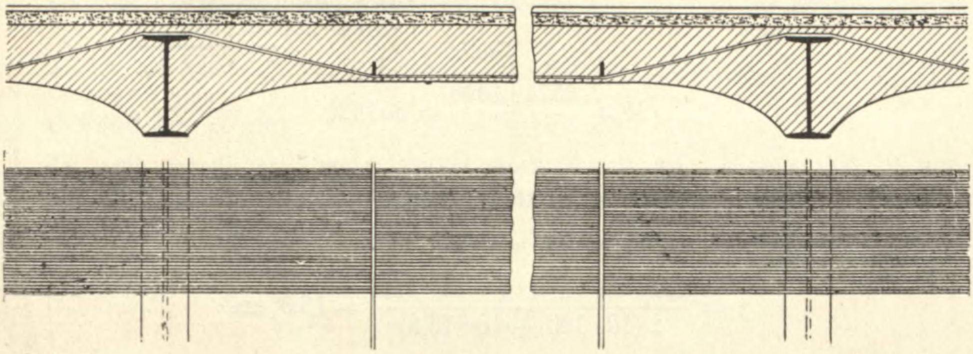


Fig. 135 u. 136.

J. Decke nach System „Möller".

(Fig. 137—139.)

Die Konstruktion dieser Decken, welche bis 20 m und mehr Anwendung finden können, beruht in folgendem:

Der Druckgurt besteht aus einer reinen Betonvoutenplatte, welche bei grösseren Abmessungen noch durch kleine ⌶-Eisen armiert wird. Der Zuggurt besteht aus einem nach unten durchhängendem Flacheisen, in seltenen Fällen Drahtseil, über welche kleine Winkel genietet sind. Dieses Flacheisen wird durch

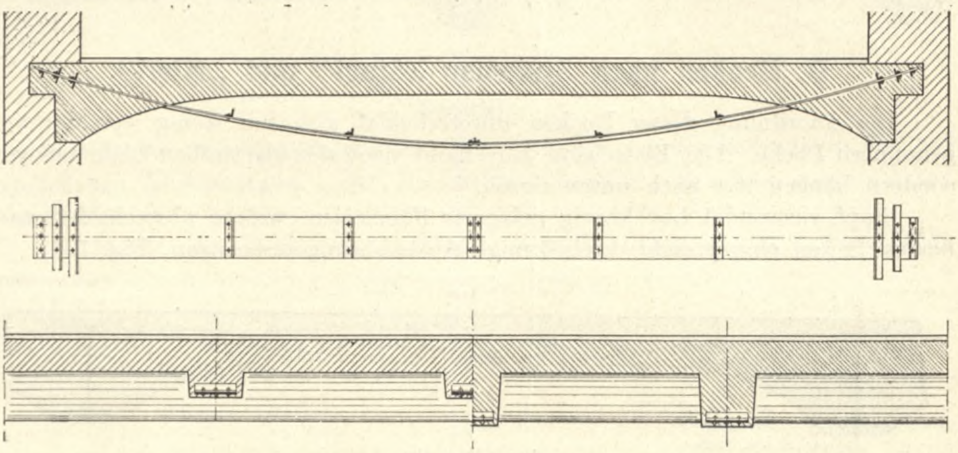


Fig. 137—139.

Betonrippen mit dem Druckgurte verbunden. Das Eisen braucht nicht unbedingt in den Beton eingebettet zu sein. An den Auflagern werden die Flacheisen durch aufgenietete Winkel in den Beton der Platte verankert. Hierdurch wird erzielt, dass die Auflager nur einen senkrechten Druck aufzunehmen haben. Die Entfernung der Rippen beträgt rund 1,0 m. Die Berechnung erfolgt als Plattenbalken.

Beispiel:

Eine Decke habe die in Fig. 140 u. 141 angegebenen Abmessungen. Nutzlast = 250 kg/qm. Die in die Berechnung einzuführende Spannweite beträgt

$$l = 10 + 2 \cdot 0{,}2 = 10{,}4 \text{ m.}$$

Eigengewicht der Decke	$1 \cdot 10{,}4 \cdot 0{,}1 \cdot 2400 =$	2496 kg
Steg	$0{,}37 \cdot 0{,}16 \cdot 10{,}4 \cdot 2400 =$	1478 „
Nutzlast	$1 \cdot 10{,}4 \cdot 250 =$	2600 „
		6574 kg

$$M = \frac{6574 \cdot 1040}{8} = 854620.$$

Berechnung des Plattenbalkens in Deckenmitte.

Nach Gleichung (23), Seite 40, wird:

$$y = \frac{10^2 \cdot 100 + 2 \cdot 15 \cdot 45 \cdot 16{,}8}{2\,(10 \cdot 100 + 15 \cdot 16{,}8)} = 13{,}5 \text{ cm.}$$

Nach den Gleichungen (24), (25) und (26), Seite 40 und 41, folgt weiter:

$$s = \frac{10}{3} \cdot \frac{(3 \cdot 13{,}5 - 2 \cdot 10)}{(2 \cdot 13{,}5 - 10)} = 4{,}0 \text{ cm},$$

$$K_e = \frac{854620}{16{,}8\,(45 - 4)} = 1240 \text{ kg/qcm},$$

$$K_b = \frac{1240 \cdot 13{,}5}{15\,(45 - 13{,}5)} = 33{,}3 \text{ kg/qcm}.$$

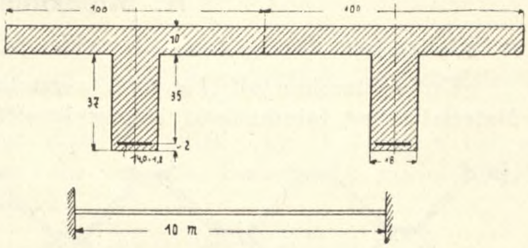


Fig. 140 u. 141.

Da die Eisenbeanspruchung zu hoch, so sei ein Flacheisen $14 \cdot 1{,}5$ mit $F_e = 21$ cm gewählt.

$$y = \frac{10^2 \cdot 100 + 2 \cdot 15 \cdot 45 \cdot 21}{2\,(10 \cdot 100 + 15 \cdot 21)} = 14{,}6 \text{ cm},$$

$$s = \frac{10}{3} \cdot \frac{(3 \cdot 14{,}6 - 2 \cdot 10)}{(2 \cdot 14{,}6 - 10)} = 4{,}1 \text{ cm},$$

$$K_e = \frac{854620}{21\,(45 - 4{,}1)} = 995 \text{ kg/cm}^2,$$

$$K_b = \frac{995 \cdot 14{,}6}{15\,(45 - 14{,}6)} = 32 \text{ kg/cm}^2.$$

Berechnung der Winkel am Auflager.

Es sind an einem Auflager auf jeder Seite drei Winkel angeordnet. Der Zug im Eisen berechnet sich zu:

$$Z_e = K_e \cdot F_e = 1000 \cdot 21 = 21000 \text{ kg}.$$

Die Eisenfläche ergibt sich mithin zu:

$$f_e = \frac{Z_e}{K_b} = \frac{21000}{40} = 520 \text{ qcm}.$$

Auf einen Winkel mithin:

$$f_e' = \frac{f_e}{6} = \frac{520}{6} = 86{,}66 \text{ qcm}.$$

Da nun ein Winkel eine Breite von 14 cm hat, so wird seine Flanschlänge

$$a = \frac{f_e'}{14} = \frac{86{,}66}{14} = 6{,}2 \text{ cm}.$$

Gewählt $\lfloor 65 \cdot 65 \cdot 9$.

Je zwei gegenüberliegende Winkel seien durch zwei Nieten von 20 mm Durchmesser mit dem Hauptflacheisen verbunden.

Die Scherbeanspruchung der Nieten ergibt sich dann zu:

$$K_{e_s} = \frac{Z_e}{F_e'} = \frac{21000}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14} = 560 \text{ kg/qcm}.$$

K. Streckmetalldecke.

(Fig. 142.)

Unter Streckmetall (Fig. 142) versteht man ein aus einer Blechtafel ohne Materialverlust fabrikmässig hergestelltes Maschennetz. Da vielleicht einem oder dem anderen Leser das Streckmetall unbekannt sein könnte, so mag seine Konstruktion in „Papier" kurz angedeutet werden. Man nimmt einen Streifen Papier von 20×14 cm Seitenlänge und faltet es doppelt um. Darauf schneidet man mit der Schere abwechselnd auf beiden Seiten bis ungefähr 4 mm vom Rande ein. Die Entfernung dieser Einschnitte soll 3 mm betragen. Faltet man nun das Papier auseinander und zieht an den kurzen Seiten, so hat man eine Nachahmung des Streckmetalls in Papier.

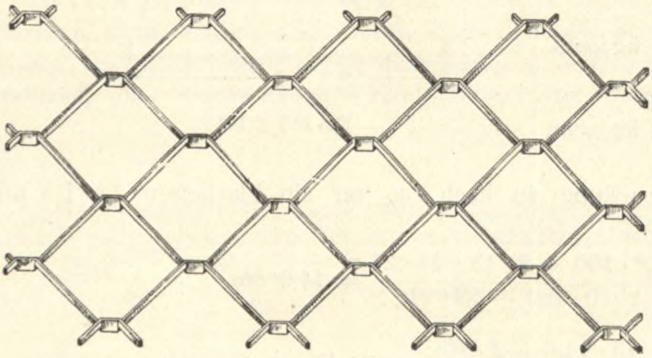


Fig. 142.

V. Tabelle
nach Schüchtermann & Kremer, Dortmund.

No.	Maschen-weite mm	Steg- Breite mm	Steg- Stärke mm	Zug-festigkeit kg/m	Grösste Breite m	Grösste Breite m
3a	20	2	0,6	1560	5	2,4
16	75	3	2	2080	10	2,4
14	150	$4^1/_2$	3	2340	20	2,4
12	150	6	3	3110	20	2,4
15	75	3	3	3110	10	2,4
13	150	6	$4^1/_2$	4550	20	2,4
9	75	$4^1/_2$	3	5000	10	2,4
8	75	6	3	6240	10	2,4
11	75	$4^1/_2$	$4^1/_2$	7000	10	2,4
10	75	6	$4^1/_2$	9350	10	2,4

Bei einfachen Decken wird das Streckmetall auf die Unterflansche der Träger verlegt und kann diese Ausführung bis 2,4 m Spannweite erfolgen (Fig. 143). Bei grösseren Decken dagegen wird das Streckmetall über die Träger ausgespannt und hängt nach unten durch (Fig. 144). Sind grössere Spannweiten und stärkere Belastungen vorhanden, so werden die Zugspannungen durch Rundeisen mit darüber ausgebreitetem Streckmetall aufgenommen.


Fig. 144.

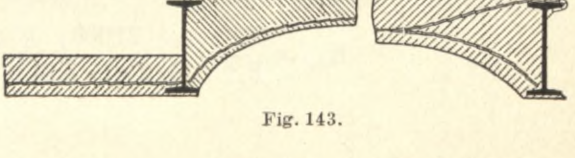


Fig. 143.

Beispiel:

Eine einfache Streckmetalldecke habe die in Fig. 145 angegebenen Abmessungen. Die Abdeckung bestehe aus einem 2 cm starken Zement-Estrich, und die Nutzlast betrage 250 kg/qm.

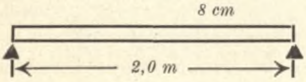


Abb. 145.

Nimmt man die Stärke der Decke zu 8 cm, so ergibt sich die in die Berechnung einzuführende Spannweite zu

$$l = 2{,}0 + 0{,}08 = 2{,}08 \text{ m.}$$

Eigengewicht	$2{,}08 \cdot 1 \cdot 0{,}08 \cdot 2400 =$	399,3 kg
Abdeckung	$2{,}08 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 20 =$	83,2 „
Putz	$2{,}08 \cdot 1 \cdot 20 =$	41,6 „
Nutzlast	$2{,}08 \cdot 1 \cdot 250 =$	520,0 „
	$P =$	1044,2 = ∾ 1040 kg

$$M = \frac{1040 \cdot 208}{8} = 27040.$$

Nach der Gleichung Seite 31, wird

$$h = 0{,}39 \sqrt{\frac{27040}{100}} = 6{,}4 \text{ cm,}$$

$$h_1 = 6{,}4 + 1{,}6 = 8 \text{ cm.}$$

Nach der Gleichung Seite 31, wird

$$F_e = 0{,}00293 \sqrt{27040 \cdot 100} = 4{,}8 \text{ cm}^2,$$

$$Z = K_e \cdot F_e = 1000 \cdot 4{,}8 = 4800 \text{ kg,}$$

wofür Streckmetall No. 9 mit Z = 5000 genügt.

Beispiel:

Eine Streckmetalldecke als beiderseitig eingespannter Träger habe die in Fig. 146 angegebenen Abmessungen. Die Stärke der Decke sei zu 12 cm gewählt; die Abdeckung bestehe aus 5 mm starkem Linoleum, und die Nutzlast betrage 400 kg/qm.

Eigengewicht	$4{,}72 \cdot 1 \cdot 0{,}12 \cdot 2400 =$	1360
Abdeckung	$4{,}72 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1{,}2 =$	28
Nutzlast	$4{,}72 \cdot 1 \cdot 400 =$	1880
	$P =$	3276 kg

$$M = \frac{3276 \cdot 472}{24} = 64428$$

$$h = 0{,}39 \sqrt{\frac{64428}{100}} = 10 \text{ cm}$$

$$h_1 = 10{,}0 + 2{,}0 = 12 \text{ cm,}$$

$$F_e = 0{,}00293 \sqrt{64428 \cdot 100} = 7{,}4 \text{ cm}^2$$

$$Z = 1000 \cdot 7{,}4 = 7400 \text{ kg.}$$

Fig. 146.

Es würde Streckmetall No. 10 mit Z = 9350 kg genügen.

Oder: wählt man 12 Rundeisen à 6 mm Durchmesser ($F_e = 3{,}4$), so wird

$$Z_1 = 3{,}4 \cdot 1000 = 3400,$$

mithin bleiben für Streckmetall noch $7400 - 3400 = 4000$ kg übrig, wofür Streckmetall No. 13 mit $Z = 4550$ kg genügen würde.

L. Könensche Plandecke.

(Fig. 147 u. 148.)

Diese Decke stellt sich als eine Reihe aneinander gelegter Plattenbalken mit Vouten dar. Diese Plattenbalken sind zwischen eiserne Träger verlegt. Ihre Plattenstärke beträgt 5—10 cm, die Rippenstärke etwa 4 cm. Unter den Rippen sind Latten angeordnet, welche auf den unteren Flanschen der Träger auflagern und einmal zur Befestigung der Deckentafel dienen, zum anderen der Blechlehre ein Auflager geben. Sollen diese Decken jedoch feuersicher sein, so sind die Rippen bis Trägerunterkante herabzuführen. Dann erfolgt die Befestigung der Deckentafeln durch einbetonierte Haften aus verzinktem Eisendraht.

Die Berechnung dieser Decken erfolgt als Plattenbalken auf zwei Stützen.

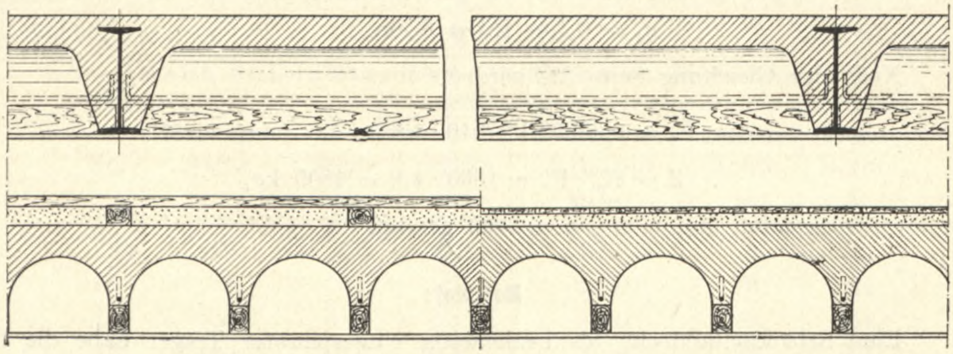


Fig. 147 u. 148.

Beispiel:

Eine Plandecke habe die in den Fig. 149 u. 150 angegebenen Abmessungen. Die Abdeckung bestehe aus einem 3 cm starken Zement-Estrich, die Deckentafel aus 3 cm starkem Rabitzputz und die Nutzlast betrage 250 kg/qm.

$$\begin{array}{lr}
\text{Abdeckung} & 3 \cdot 0{,}25 \cdot 3 \cdot 20 = 45 \\
\text{Rabitzputz} & 3 \cdot 0{,}25 \cdot 3 \cdot 20 = 45 \\
\text{Holzbalken} & 0{,}04 \cdot 0{,}06 \cdot 3 \cdot 750 = 5{,}4 \\
\text{Decke} & \left[0{,}165 \cdot 0{,}25 - \dfrac{0{,}21^2 \cdot 3{,}14}{2 \cdot 4}\right] 3 \cdot 2400 = 172{,}8 \\
\text{Nutzlast} & 3 \cdot 0{,}25 \cdot 250 = 187{,}5 \\
\hline
 & P = 455{,}7 = 460 \text{ kg}
\end{array}$$

$$M = \frac{460 \cdot 300}{8} = 17\,250.$$

Nach den Gleichungen (18), (19) und (20), Seite 39 folgt somit:

$$y = \frac{15 \cdot 1{,}33}{25}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 25 \cdot 15}{15 \cdot 1{,}33}}\right] = 4{,}2 \text{ cm}$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 17\,250}{25 \cdot 4{,}2\left(15 - \frac{4{,}2}{3}\right)} = 24{,}8 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{17\,250}{1{,}33\left(15 - \frac{4{,}2}{3}\right)} = 900 \text{ kg/qcm}.$$

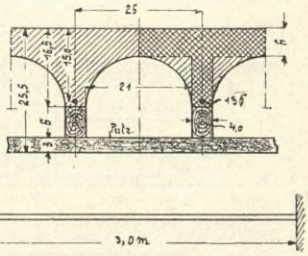


Fig. 149 u. 150.

M. Zellendecke von Zöllner und Röhrendecke von Bramig.

Diese beiden Deckensysteme bestehen ebenso, wie die vorerwähnte Plandecke, aus einer Reihe nebeneinander angeordneter Plattenbalken. Bei der Zöllnerschen Decke werden die Räume zwischen den Stegen durch viereckige, 1,2 cm starke Hohlsteine ausgefüllt, welche durch Reibung an den Stegen haften (Fig. 151). Die Hohlsteine können entweder unmittelbar auf die Schalung oder aber auf eine dazwischen gebrachte dünne Betonschicht verlegt werden.

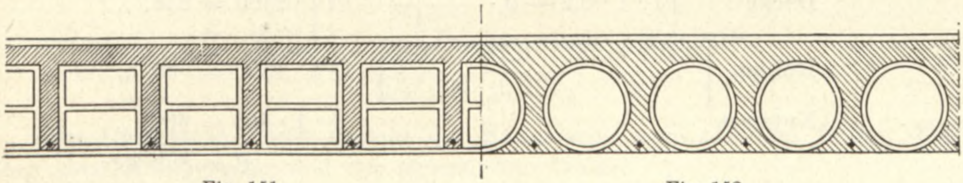


Fig. 151. Fig. 152.

Bei der Bramig-Decke sind an Stelle der viereckigen Hohlsteine Röhren aus gebranntem Ton angeordnet (Fig. 152).

Die Berechnung hat bei beiden Decken als Plattenbalken auf zwei Stützen zu erfolgen.

Beispiel:

Eine Zöllnersche Decke habe die in den Fig. 153 u. 154 angegebenen Abmessungen. Die Abdeckung bestehe aus einem 2 cm starken Zement-Estrich, und die Nutzlast betrage 400 kg/qm.

Die Belastung in kg/qm Decke beträgt:

Estrich	$2 \cdot 20 = 40$	kg
Putz	$20 = 20$	„
Decke	$[1 \cdot 1 \cdot 0{,}2 - 5 \cdot 0{,}16 \cdot 0{,}16 \cdot 1]\, 2400 = 173$	„
Hohlsteine	$[0{,}16 \cdot 0{,}16 - 2 \cdot 0{,}136 \cdot 0{,}062] \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1600 = 70{,}4$	„
Nutzlast	$1 \cdot 1 \cdot 400 = 400$	„
	$P = 703{,}4 = 700$	kg/qm

Auf einen Streifen von 0,2 m Breite und 3,2 m Länge kommt mithin

$$P_1 = 0{,}2 \cdot 3{,}2 \cdot 700 = 448 \text{ kg},$$

$$M = \frac{448 \cdot 320}{8} = 17\,920.$$

Nach den Gleichungen (23) und (24), Seite 40 und 41, wird:

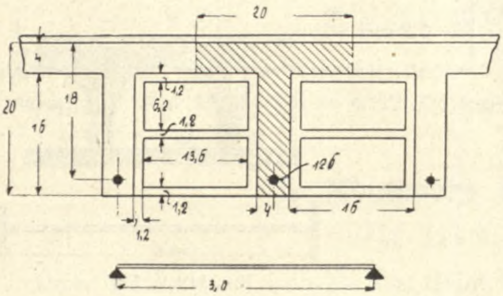


Fig. 153 u. 154.

$$y = \frac{4^2 \cdot 20 + 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot 1{,}13}{2\,(4 \cdot 20 + 15 \cdot 1{,}13)} = 4{,}8 \text{ cm},$$

$$s = \frac{4}{3} \cdot \frac{(3 \cdot 4{,}8 - 2 \cdot 4)}{(2 \cdot 4{,}8 - 4)} = 1{,}52 \text{ cm},$$

$$K_e = \frac{17\,920}{1{,}13\,(18 - 1{,}52)} = 964 \text{ kg/qcm},$$

$$K_b = \frac{964 \cdot 4{,}8}{15\,(18 - 4{,}8)} = 23{,}4 \text{ kg/qcm}.$$

Beispiel:

Eine Bramig-Decke habe die in Fig. 155 u. 156 angegebenen Abmessungen. Die Abdeckung bestehe aus Dielung auf Sand.

Die Belastung in kg/qm Decke beträgt:

Dielen auf Lagerhölzer	$1 \cdot 1 \cdot 20 =$	20 kg
Sandaufschüttung	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}1 \cdot 1600 =$	160 „
Putz	$1 \cdot 1 \cdot 20 =$	20 „
Decke	$\left[1 \cdot 1 \cdot 0{,}2 - 5 \cdot \frac{0{,}16^2 \cdot 3{,}14}{4} \cdot 1\right] \cdot 2400 =$	234 „
Röhren	$\left[\frac{0{,}16^2 \cdot 3{,}14}{4} - \frac{0{,}146^2 \cdot 3{,}14}{4}\right] \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1600 =$	28 „
Nutzlast	$1 \cdot 1 \cdot 400 =$	400 „
	$P =$	862 kg

Auf einen Streifen von 0,2 m Breite und 3,2 m Länge kommt

$$P_1 = 0{,}2 \cdot 3{,}2 \cdot 862 = 5517 \text{ kg},$$

$$M = \frac{5517 \cdot 320}{8} = 22\,068.$$

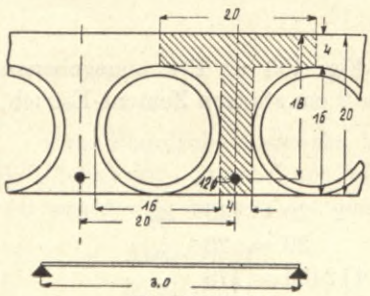


Fig. 155 u. 156.

Wie Fig. 156 zeigt, hat dieser Plattenbalken genau dieselben Abmessungen, wie der Plattenbalken in vorstehendem Beispiele, mithin

$$y = 4{,}8 \text{ cm}, \quad s = 1{,}52 \text{ cm}$$

und

$$K_e = \frac{22\,068}{1{,}13\,(18 - 1{,}52)} = 1186 \text{ kg/qcm},$$

$$K_b = \frac{1186 \cdot 4{,}8}{15\,(18 - 4{,}8)} = 28{,}8 \text{ kg/qcm}.$$

N. Decke nach System „Stolte“.

(Fig. 157—159.)

Diese Decke besteht aus einzelnen Platten, von denen jede ein Stück fertiger Diele darstellt. Sie werden zwischen die Träger gelegt und in Zementfugen zusammengeschoben. Um sie gut zwischen den Trägern einbringen zu können, sind die einzelnen Platten rhomboidisch angefertigt. Die Platten bestehen entweder aus Zement und Quarzsand oder Bimsstein und sind der Länge nach durch 4—6 Luftkanäle durchzogen. Der Zug wird durch drei

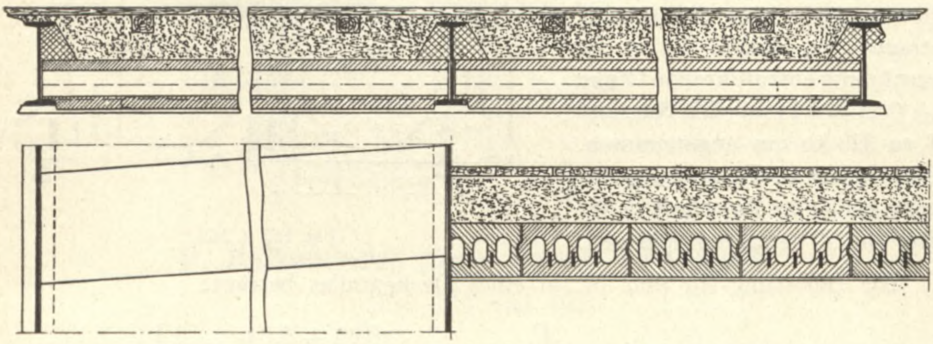


Fig. 157—159.

hochkantgestellte Flacheisen aufgenommen. Die Breite der einzelnen Platten beträgt 25 cm, und ihre Stärke schwankt zwischen 5 und 15 cm.

Die Berechnung dieser Decken erfolgt als einfach armierte Decke auf zwei Stützen.

O. Zylindersteg-Decke nach „Herbst“.

(Fig 160 u. 161.)

Die Herbstsche Decke besteht der Hauptsache nach aus drei Teilen: dem Steg, dem Hohlzylinder und der eigentlichen Decke.

Der Steg wird fabrikmässig hergestellt. Er besteht aus Beton und ist unten durch Flacheisen mit wellenförmig gebogenem Profil armiert. Die untere Breite des Steges beträgt 5—6 cm, die obere ∾ 3 cm, und seine Höhe schwankt zwischen

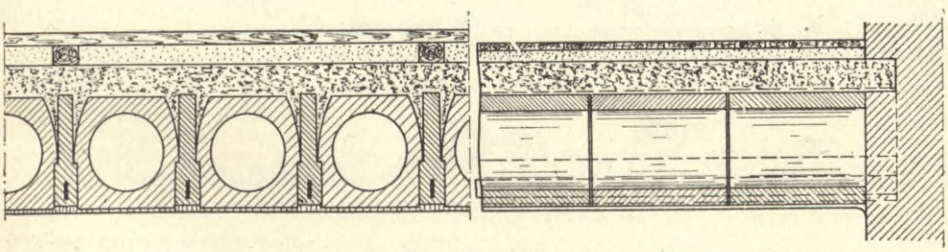


Fig. 160 u. 161.

12—24 cm je nach der Spannweite und Belastung der Decke. Der Steg ist so stark zu konstruieren, dass er imstande ist, das Eigengewicht der Decke selbst zu tragen. Zwischen die Stege werden die ebenfalls fabrikmässig hergestellten Hohlzylinder aus Schlackenbeton angeordnet, deren Länge ∾ 20 cm beträgt. Auf diese Unterkonstruktion wird nun auf der Baustelle der Beton zur Bildung der Decke aufgebracht, und zwar in einer Stärke von ∾ 4 cm. Damit der Beton besser haftet, sind die Aussenflächen des Zylinders rauh gelassen. Neben einer grossen Tragfähigkeit besteht der Vorteil dieser Decke darin, dass man die Schalung vollständig entbehren kann.

Beispiel:

Eine Herbstsche Decke habe die in Fig. 162 u. 163 angegebenen Abmessungen. Die Spannweite betrage 4 m, mithin die in die Berechnung einzuführende Länge $4 + 0{,}24 = 4{,}24$ m. Die Nutzlast sei zu 320 kg/qm angenommen. Ferner sei für die Berechnung des Steges noch eine Einzellast in der Mitte von 50 kg hinzugeschlagen.

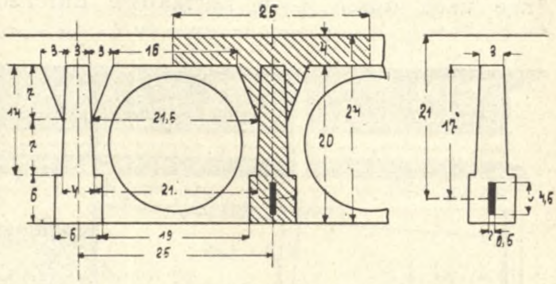


Fig. 162 u. 163.

Die Belastung für den lfd. m eines Deckenteiles beträgt:

Steg
$$1\left[0{,}06\cdot 0{,}06 + \frac{(0{,}03+0{,}04)}{2}\cdot 0{,}14\right]\cdot 2400 = 20{,}4$$

Decke
$$1\left[0{,}25\cdot 0{,}04 + 2\cdot\frac{0{,}03\cdot 0{,}07}{2}\right]\cdot 2400 = 34{,}0$$

Zylinder
$$1\left[0{,}06\cdot 0{,}19 + 0{,}07\frac{(0{,}21+0{,}215)}{2} + 0{,}07\cdot\frac{(0{,}215+0{,}16)}{2} - \frac{0{,}17^2\cdot 3{,}14}{4}\right]\cdot 1100 = 17{,}9$$

72,3 kg

Berechnung des Steges.

$$M = \frac{72{,}3\cdot 4{,}24\cdot 424}{8} + \frac{50\cdot 424}{4} = 21\,730,$$

$$y = \frac{15\cdot 2}{3}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\cdot 3\cdot 17}{15\cdot 2}}\right] = 11{,}1 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2\cdot 21\,730}{3\cdot 11{,}1\left(17 - \frac{11{,}1}{3}\right)} = 98 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{21\,730}{2\left(17 - \frac{11{,}1}{3}\right)} = 817 \text{ kg/qcm}.$$

Berechnung der fertigen Decke.

Das Gesamtgewicht für den lfd. m beträgt:

Eigengewicht der Decke		= 72,3 kg
Estrich	$1\cdot 0{,}25\cdot 3\cdot 20$	= 15,0 „
Putz	$1\cdot 0{,}25\cdot 20$	= 5,0 „
Nutzlast	$1\cdot 0{,}25\cdot 320$	= 80,0 „
		172,3 kg

$$M = \frac{172{,}3\cdot 4{,}24\cdot 424}{8} = 38\,620 \text{ cm/kg}$$

$$y = \frac{4^2 \cdot 25 + 2 \cdot 15 \cdot 21 \cdot 2}{2\,(4 \cdot 25 + 15 \cdot 2)} = 6{,}4 \text{ cm},$$

$$s = \frac{4}{3} \cdot \frac{(3 \cdot 6{,}4 - 2 \cdot 4)}{(2 \cdot 6{,}4 - 4)} = 1{,}7 \text{ cm},$$

$$K_e = \frac{38620}{2\,(21 - 1{,}7)} = 1000 \text{ kg/qcm},$$

$$K_b = \frac{1000 \cdot 6{,}4}{15\,(21 - 6{,}4)} = 30 \text{ kg/qcm}.$$

P. Balkendecke nach System „Siegwart".

(Fig. 164 und 165).

Diese Deckenkonstruktion wird hergestellt durch eine Reihe nebeneinander angeordneter Betonhohlbalken, welche unten mit Rundeisen armiert sind. Diese Balken werden fabrikmässig hergestellt, an der Baustelle verlegt, und die keilförmigen Zwischenräume mit Zement ausgegossen. Die Seitenwandungen, deren Aussenflächen rauh sind, als auch die Fusswandung werden möglichst dünn gehalten (1,5—2,5 cm). Die Rundeisen sind gegen das Auflager hin teils nach oben abgebogen, teils gehen sie horizontal durch.

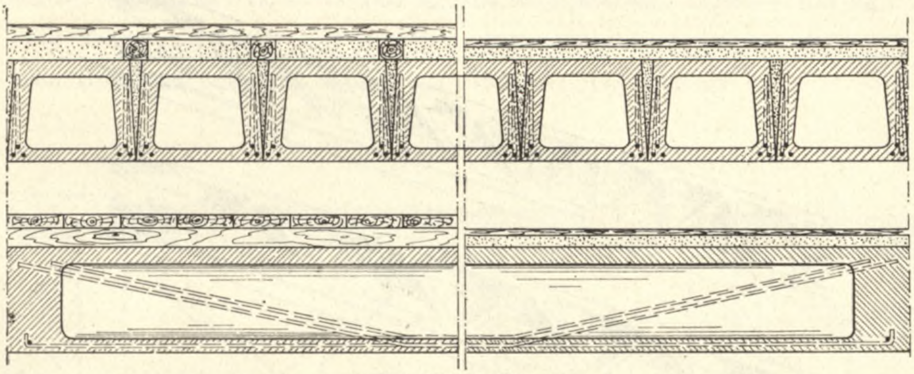


Fig. 164 u. 165.

Beispiel.

Ein Siegwartbalken habe die in Fig. 166 angegebenen Abmessungen. Die Spannweite betrage 5,0 m und die Auflagerlänge 0,2 m. Die Nutzlast sei zu 600 kg/qm angenommen.

Das Gewicht für den lfd. m eines Balkens beträgt:

Balken	[1 · 0,25 · 0,24 — 1 · 0,2 · 0,155] · 2400 =	70,0 kg
Putz	1 · 0,25 · 20 =	5,0 „
Sand	1 · 0,25 · 0,1 · 1600 =	30,0 „
Dielen	1 · 0,25 · 20 =	5,0 „
		110,0 kg
Nutzlast	1 · 0,25 · 600 =	150,0 „
		260,0 kg

$$M = \frac{260 \cdot 5{,}2 \cdot 520}{8} = 94770$$

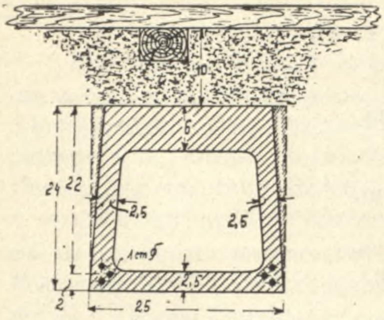


Fig. 166.

Die Nullinie falle in den Steg.

$$y = \frac{6^2 \cdot 25 + 2 \cdot 15 \cdot 22 \cdot 4{,}71}{2\,(6 \cdot 25 + 15 \cdot 4{,}71)} = 9 \text{ cm},$$

$$s = \frac{6}{3} \cdot \frac{(3 \cdot 9 - 2 \cdot 6)}{(2 \cdot 9 - 6)} = 2{,}5 \text{ cm},$$

$$K_e = \frac{94770}{4{,}71\,(22 - 2{,}5)} = 1032 \text{ kg/qcm},$$

$$K_b = \frac{1032 \cdot 9}{15\,(22 - 9)} = 47{,}6 \text{ kg/qcm}.$$

Q. Decke nach System „Visintini".

(Fig. 167 u. 168).

Diese Gitterdecke besteht aus einzelnen Gitterbalken von 20—30 cm Höhe, welche, wie auch schon früher gesagt, den Parallelträgern des Eisenbaues nachgebildet sind, und zwar sind hierbei in der Regel nach beiden Seiten geneigte Diagonalen angeordnet. Die Zugstäbe sind mit Rundeisen armiert, welch letztere

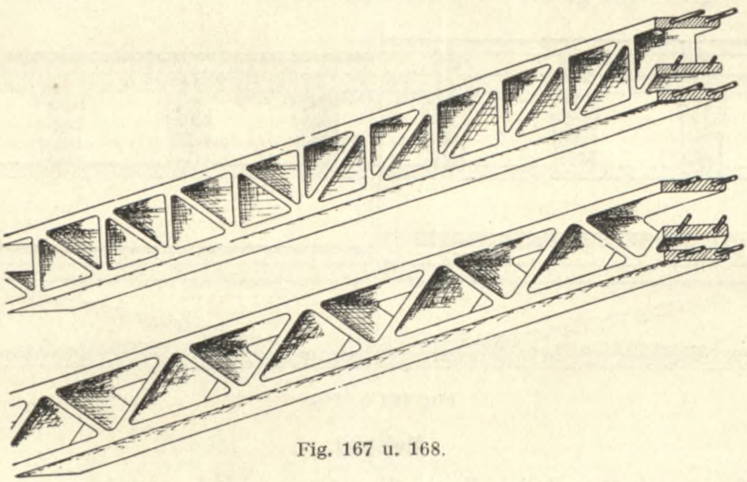


Fig. 167 u. 168.

allen Zug aufzunehmen haben, während der umhüllende Beton dem Eisen nur als Schutz dient. Die Druckdiagonalen werden nur aus Beton hergestellt, während der Obergurt, der ja auch stets Druck erhält, dünne Rundeisenstäbe erhält. Diese Stäbe haben aber nur den Zweck, den Eisen der Zugdiagonalen einen Halt zu geben. Die Gitterbalken werden aneinandergeschoben und die schwalbenschwanzförmige Nut mit Zement ausgegossen, um eine Durchbiegung der einzelnen Balken zu vermeiden und dadurch eventl. entstehende Längsrisse zu verhüten.

Beispiel:

Eine Decke habe die in Fig. 169 angegebenen Abmessungen. Das Eigengewicht für den lfd. m eines Trägers sei zu 50 kg bestimmt, ferner betrage die Nutzlast 500 kg/qm.

Das Gesamtgewicht für den ganzen Träger beträgt dann

$$P = 4 \cdot 50 + 0{,}2 \cdot 4 \cdot 500 = 600 \text{ kg}.$$

Die Knotenpunktbelastung ergibt sich dann zu

$$P = \frac{G}{n} = \frac{600}{15} = 40 \text{ kg}$$

und die Auflagerreaktion

$$A = \frac{(n-1)}{2} \cdot P = \frac{(15-1)}{2} \cdot 40 = 280 \text{ kg}.$$

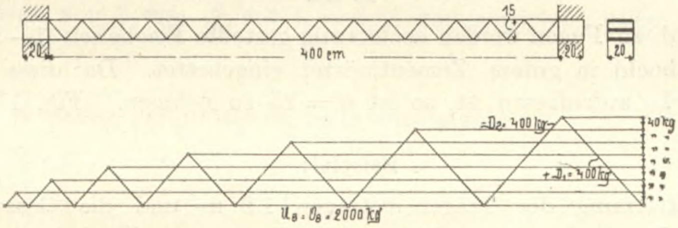


Fig. 169 u. 169 a.

Mit Hilfe eines Kräfteplanes (Fig. 169a) wurden die grössten Spannungen bestimmt zu

$O_8 = -2000$ kg; $U_8 = +2000$ kg; $D_1 = +400$ kg; $D_2 = -400$ kg.

Ein Träger habe den in Fig. 170 u. 171 angegebenen Querschnitt.

Die Beanspruchung des Betons im Obergurt (O_8) beträgt

$$K_b = \frac{2000}{20 \cdot 2{,}5} = 40 \text{ kg/qcm}.$$

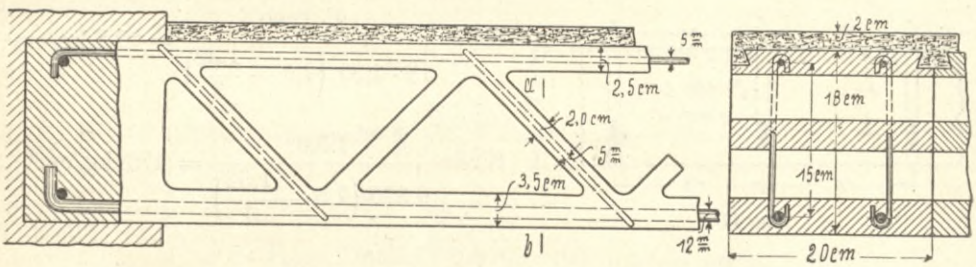


Fig. 170 u. 171.

Die Beanspruchung des Betons in der Druckdiagonale D_2 beträgt

$$K_b = \frac{400}{20 \cdot 2} = 10 \text{ kg/qcm}.$$

Die Beanspruchung der Eisen im Untergurt (U_8) beträgt

$$K_e = \frac{2000}{2 \cdot 1{,}13} = 885 \text{ kg/qcm}.$$

Die Beanspruchung der Eisen in der Zugdiagonale D_1 beträgt

$$K_e = \frac{400}{2 \cdot 2{,}0} = 1000 \text{ kg/qcm}.$$

R. Die Decke nach System „Kleine".

Diese Decke besteht aus Schwemmsteinen, porösen Lochsteinen oder Ziegelsteinen von der Grösse $20 \times 12 \times 10$. Diese Steine können sowohl flach- als auch hochkantig gestellt werden. Die Steine werden in Abständen von 1 cm

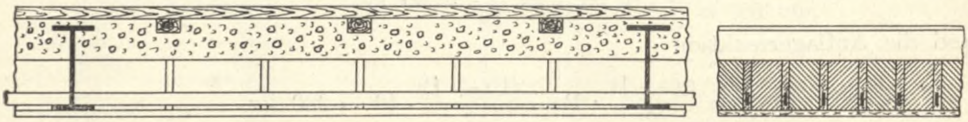


Fig. 172.

verlegt. In diese Fugen werden hochkantig gestellte Flacheisen (1—2 mm stark, 25—35 mm hoch) in gutem Zementmörtel eingebettet. Da diese Decke als eine Steindecke aufzufassen ist, so ist n = 25 zu nehmen. (Fig. 172).

Beispiel:

Die Entfernung der Träger betragen 1,2 m und die Gesamtbelastung 540 kg/m². Die Steine sind flach zu verlegen und Flacheisen $0{,}15 \cdot 2{,}5 = 0{,}375$ cm² anzuordnen. (Fig. 173).

Die Breite eines Streifens ist $12 + 1 = 13$ cm und seine Belastung

$$P = \frac{13}{100} \cdot 540 = 84 \text{ kg}$$

$$M = \frac{84 \cdot 120}{8} = 1260 \text{ cm/kg}$$

$$y = \frac{25 \cdot 0{,}375}{13}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 13 \cdot 7{,}5}{25 \cdot 0{,}375}}\right] = 1{,}32 \text{ cm}$$

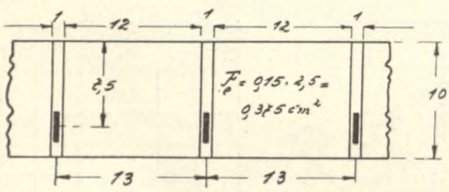


Fig. 173.

$$K_b = \frac{2 \cdot 1260}{13 \cdot 1{,}32\left(7{,}5 - \frac{1{,}32}{3}\right)} = 20{,}8 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_e = \frac{1260}{0{,}375\left(7{,}5 - \frac{1{,}32}{3}\right)} = 476 \text{ kg/cm}^2.$$

S. Die auf vier Seiten aufgelagerte Eisenbetondecke.

Beispiel:

Ein Deckenfeld, dessen Gesamtbelastung 600 kg/m² beträgt, habe eine Breite von 3,0 m und eine Länge von 4,0 m.

a) Allgemeine Berechnung nach den amtlichen Vorschriften.

Die einzuführenden Spannweiten betragen 3,1 m und 4,1 m; dann wird

$$P = 4{,}1 \cdot 3{,}1 \cdot 600 = 7626 \text{ kg}$$

$$M_{3,1} = \frac{7626 \cdot 310}{12} = 197000 \text{ cm/kg}$$

$$h = 0{,}39 \sqrt{\frac{197000}{410}} = 8{,}5 \text{ cm}$$

$$h_1 = 8{,}5 + 1{,}5 = 10 \text{ cm}$$

$$F_e = 0{,}00293 \sqrt{197000 \cdot 410} = 26{,}326 \text{ cm}^2$$

mithin auf einen Streifen von 1,00 m Breite

$$f_e = \frac{26{,}326}{4{,}1} = 6{,}42 \text{ cm}^2,$$

wofür 10 Eisen von 9 mm $\varnothing$ mit $f_e = 6{,}36$ cm² genügen würden.

In der Richtung der grösseren Seite würde sein

$$\frac{f_e'}{f_e} = \frac{3{,}0}{4{,}0}$$

$$f_e' = \frac{3 \cdot 6{,}42}{4} = 4{,}81 \text{ cm}^2.$$

Es würden hier 8 Eisen von 9 mm $\varnothing$ mit $f_e' = 5{,}02$ cm² auf 1 m Länge genügen.

b) Genauere Berechnung mit Eisenverteilung.

Nach den Gleichungen [14] und [14a] Seite 15 wird

$$M_a = \frac{3^4}{(4^4 + 3^4)} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 600 \cdot \frac{1}{8} = \frac{81}{337} \cdot 3600 = 856 \text{ m/kg} = 85600 \text{ cm/kg}$$

$$M_b = \frac{4^4}{(4^4 + 3^4)} \cdot 3^2 \cdot 4 \cdot 600 \cdot \frac{1}{8} = \frac{256}{387} \cdot 2700 = 2051 \text{ m/kg} = 205100 \text{ cm/kg}$$

$$h = 0{,}39 \sqrt{\frac{205100}{400}} = 8{,}8 \text{ cm}$$

$$h_1 = 8{,}8 + 1{,}2 = 10 \text{ cm}$$

$$F_e = 0{,}00293 \sqrt{205100 \cdot 400} = 26{,}54 \text{ cm}^2.$$

Würde man Eisen von 9 mm $\varnothing$ wählen, so würde auf 4,0 m Länge

$$n = \frac{26{,}54}{0{,}64} = 40 \text{ Eisen kommen.}$$

Diese 40 Eisen wären so zu verteilen, dass die Eisen in der Mitte enger zu liegen kommen, als nach den Seiten hin.

Für die kürzere Seite berechnen sich die Eiseneinlagen nach Seite 32 zu

$$K_b = \frac{1000 \cdot y}{15\,(8{,}8 - y)}; \quad K_b = \frac{2 \cdot 86500}{300 \cdot y \left(8{,}8 - \frac{y}{3}\right)}$$

$$\frac{1000 \cdot y}{15\,(8{,}8 - y)} = \frac{2 \cdot 86500}{300 \cdot y \left(8{,}8 - \frac{y}{3}\right)}$$

$$y^3 - 26{,}4\,y^2 - 25{,}95\,y + 228{,}36 = 0$$

$$y = 3;\ 27 - 237{,}6 - 77{,}85 + 228{,}36 = -60{,}09$$

$$y = 2;\ 8 - 105{,}6 - 51{,}9 + 228{,}36 = +78{,}86$$

$$\frac{y-2}{y-3} = \frac{+78{,}86}{-60{,}09}$$

$$y = 2{,}58 \text{ cm}$$

$$F_e = \frac{86500}{1000\left(8{,}8 - \frac{2{,}58}{3}\right)} = 10{,}9 \text{ cm}^2.$$

Würde man wieder Eisen mit 9 mm ⌀ anwenden, so kommen auf 3,0 m Länge

$$n = \frac{10{,}9}{0{,}64} = 17 \text{ Eisen.}$$

Diese Eisen sind nun so auf die 3,0 m zu verteilen, dass die Eisen in der Mitte enger zu liegen kommen, als nach den Seiten hin.

VII.

Die Plattenbalken-Systeme nebst Beispielen.

Als Plattenbalken kommen in der Regel nur folgende drei Systeme zur Anwendung:

A. Der Plattenbalken nach System „Wayss“,
B. Der Plattenbalken nach System „Hennebique“,
C. Der Plattenbalken nach System „Luipold“.

A. Der Plattenbalken nach System „Wayss“.

(Tafel II, Fig. 1.)

Bei dem „Wayssschen“ Plattenbalken besteht die Armierung aus Rundeisen. Diese Rundeisen gehen in der unteren Zone bei einigen Konstruktionen am linken Auflager durch, während sie bei anderen Konstruktionen zum Teil nach oben abgebogen werden (Fig. 1). Ueber den Stützen gehen diese Eisen ebenfalls zum Teil in der unteren Zone durch, während der andere Teil nach oben abgebogen wird. Die unter 45° verlaufende Abbiegung hat in den Wendepunkten zu erfolgen, d. h. an denjenigen Stellen, in welchen die positiven Momente in die negativen übergehen. Ebenso wie bei den Decken greifen auch hier die Eisen des einen Feldes in das andere Feld über. Die Bügel bestehen aus Rundeisen.

B. Der Plattenbalken nach System „Hennebique“.

(Tafel II, Fig. 2.)

Ebenso wie beim „Wayssschen“ Balken besteht auch hier die Armierung aus Rundeisen. Diese Rundeisen werden aber nicht unter 45° nach oben abgebogen, sondern allmählich nach oben geführt. Die Bügel bestehen aus Flacheisen, und zwar werden in der Regel mehrere nebeneinander angeordnet.

C. Der Plattenbalken nach System „Luipold“.

(Tafel II, Fig. 3.)

Bei diesen Balken sind die Rundeisen sowohl in der oberen als auch in der unteren Zone angeordnet. Ein Teil der oberen Eisen wird nun in die untere Zone und ein Teil der unteren Eisen in die obere Zone abgebogen, so dass eine kreuzweise Armierung entsteht. Die Abbiegung erfolgt unter 30—40°.

Die Bügel bestehen aus Rundeisen und verbinden die oberen und unteren Eisen in wechselweiser Umschlingung. Es mag hier noch auf die eigenartige Verbindung der Deckenarmierunug mit den Eisen des Balkens hingewiesen werden.

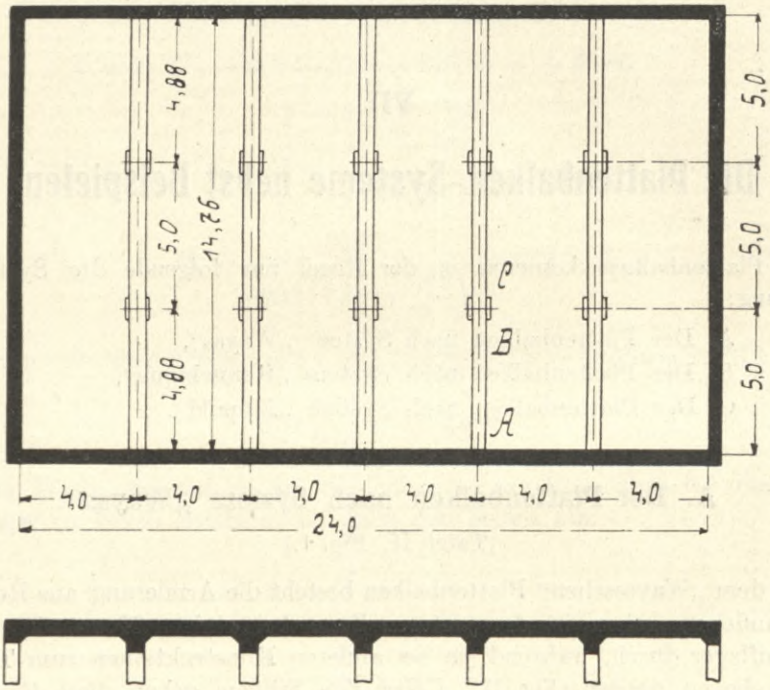


Fig. 174 u. 175.

Beispiel:

Eine Decke habe die in Fig. 174 u. 175 angegebenen Abmessungen. Es sind die Plattenbalken zu berechnen, wenn die Stärke der Decke zu 15 cm gefunden wurde und der Belag derselben aus einer 2 cm starken Zementschicht besteht. Der Querschnitt des Steges sei Fig. 176. Ferner betrage die Nutzlast 400 kg/qm.

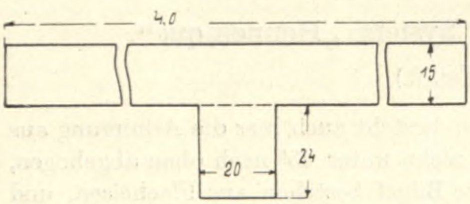


Fig. 176.

Die Belastung für den lfd. m Balken beträgt, unter der Voraussetzung, dass die Decke auch an den Endfeldern eingespannt ist.

Decke	$1 \cdot 4 \cdot 0{,}15 \cdot 2400 =$	1440 kg
Belag	$1 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 20 =$	160 „
Putz	$1 \cdot 4 \cdot 20 =$	80 „
Balken	$1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}24 \cdot 2400 =$	115 „
		$1795 = \infty$ 1800 kg
Nutzlast	$1 \cdot 4 \cdot 400 =$	1600 kg

Die grössten Momente im I. Feld betragen (Tabelle III, Seite 19):

für Eigengewicht $+ M_p = 0{,}08 \cdot 1800 \cdot 5^2 = + 3600$ kg/m $= + 360000$ kg/cm,
für Nutzlast $+ M_q = 0{,}1 \cdot 1600 \cdot 5^2 = + 4000$ kg/m $= + 400000$ kg/cm,
für Nutzlast $- M_q = 0{,}02 \cdot 1600 \cdot 5^2 = - 800$ kg/m $= - 80000$ kg/cm.

Die grössten Momente im II. Feld betragen:

für Eigengewicht $+ M_p = 0{,}025 \cdot 1800 \cdot 5^2 = + 1125$ kg/m $= + 112500$ kg/cm,
für Nutzlast $+ M_q = 0{,}075 \cdot 1600 \cdot 5^2 = + 3000$ kg/m $= + 300000$ kg/cm,
für Nutzlast $- M_q = 0{,}05 \cdot 1600 \cdot 5^2 = - 2000$ kg/m $= - 200000$ kg/cm.

Die grössten Momente über der Stütze betragen:

für Eigengewicht $- M_p = 0{,}1 \cdot 1800 \cdot 5^2 = - 4500$ kg/m $= - 460000$ kg/cm,
für Nutzlast $- M_q = 0{,}11667 \cdot 1600 \cdot 5^2 = - 4666{,}8$ kg/m $= - 466680$ kg/cm,
für Nutzlast $+ M_q = 0{,}01667 \cdot 1600 \cdot 5^2 = + 666{,}8$ kg/m $= + 66680$ kg/cm.

Die wirksame Plattenbreite beträgt

$$B = \frac{500}{3} = 166 \text{ cm.}$$

Berechnung im I. Felde.

Es seien 5 Eisen mit je 24 mm Ø angeordnet (Fig. 177).
Dass grösste einzuführende positive Moment beträgt:

$$+ M\ 360000 + 400000 = 760000.$$

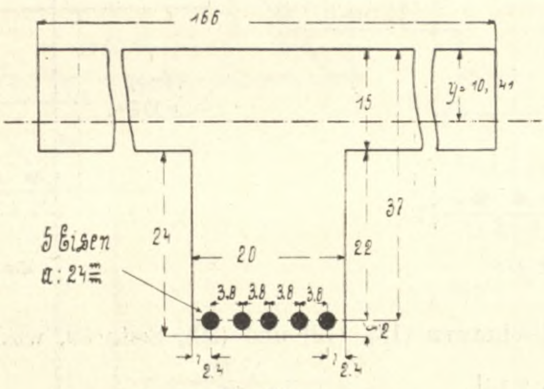


Fig. 177.

Nach den Gleichungen (18), (19) und (20), Seite 39, wird dann:

$$y = \frac{15 \cdot 5 \cdot 4{,}52}{166}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 166 \cdot 37}{15 \cdot 5 \cdot 4{,}52}}\right] = 10{,}41 \text{ cm,}$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 760000}{166 \cdot 10{,}41\left(37 - \frac{10{,}41}{3}\right)} = 36 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_e = \frac{760000}{5 \cdot 4{,}52\left(37 - \frac{10.41}{3}\right)} = 1003 \text{ kg/qcm.}$$

Da in diesem Felde das positive Moment, hervorgerufen durch Eigengewicht, grösser ist als das negative Moment, hervorgerufen durch Nutzlast, so sind in der oberen Zone Eisen nicht notwendig.

Berechnung im II. Felde.

Das grösste einzuführende positive Moment beträgt:

$$+ M = 112500 + 300\,000 = 412500.$$

Das grösste einzuführende negative Moment beträgt:

$$- M = 200000 - 112500 = 87500.$$

Es seien unten 4 Eisen zu je 20 mm ∅ und oben 3 Eisen zu je 12 mm ∅ angeordnet (Fig. 178.)

Bei der Berechnung in bezug auf die positiven Momente fällt der Druck in die obere Zone, es ist also die wirksame Plattenbreite von B = 166 cm einzuführen. Da nun aber der verhältnismässig kleine Querschnitt der 3 Eisen zu je 12 mm ∅ keinen grossen Einfluss auf die Gesamtfläche ausübt, so können bei dieser Berechnung diese Eisen ausser Acht gelassen werden (Fig. 178).

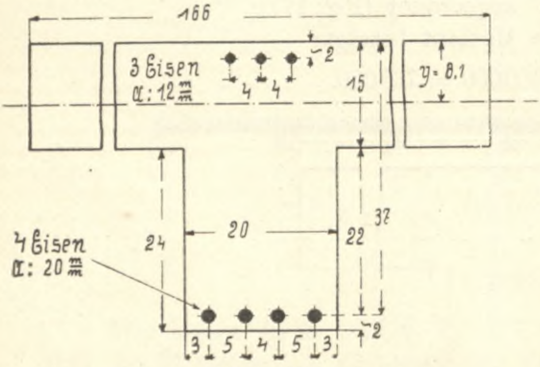


Fig. 178.

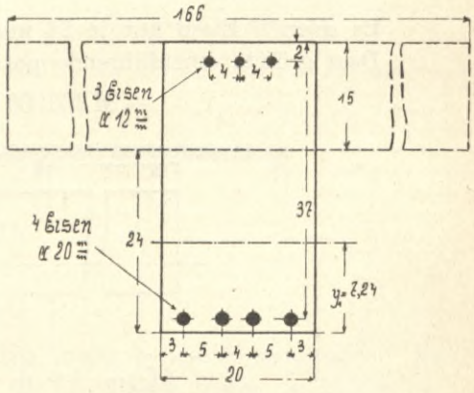


Fig. 179.

Nach den Gleichungen (18), (19) und (20), Seite 39, wird dann:

$$y = \frac{15 \cdot 4 \cdot 3{,}14}{166}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 166 \cdot 37}{15 \cdot 4 \cdot 3{,}14}}\right] = 8{,}1 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 412500}{166 \cdot 8{,}1 \left(37 - \frac{8{,}1}{3}\right)} = 17{,}9 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{412500}{4 \cdot 3{,}14 \left(37 - \frac{8{,}1}{3}\right)} = 957 \text{ kg/qcm Zug in der unteren Armierung.}$$

Bei der Berechnung in Bezug auf die negativen Momente wird man die 4 Eisen, à 20 mm ∅, mit einführen, da der Querschnitt der Eisen im Vergleich zu der kleinen Druckbreite b = 20 cm gross ist (Fig. 179).

Nach den Gleichungen (8), (9), (10) und (11), Seite 34 und 35, folgt dann:

$$y_1 = -\frac{15\,(4 \cdot 3{,}14 + 3 \cdot 1{,}13)}{20}$$

$$+\sqrt{\left[\frac{15\,(4 \cdot 3{,}14 + 3 \cdot 1{,}13)}{20}\right]^2 + \frac{2 \cdot 15}{20}\,(3 \cdot 1{,}13 \cdot 37 + 4 \cdot 3{,}14 \cdot 2)} = 7{,}24 \text{ cm.}$$

$$K_b = \frac{6 \cdot 87500 \cdot 7{,}24}{20 \cdot 7{,}24^2\,(3 \cdot 37 - 7{,}24) + 6 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 15\,(37 - 2)\,(7{,}24 - 2)} = 12 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_e = 15 \cdot 12\,\frac{(37 - 7{,}24)}{7{,}24} \doteq 740 \text{ kg/qcm Zug in der oberen Armierung,}$$

$$K_e' = 15 \cdot 12\,\frac{(7{,}24 - 2)}{7{,}24} = 130 \text{ kg/qcm Druck in der unteren Armierung.}$$

Berechnung über der Stütze.

Das grösste einzuführende negative Moment beträgt:

$$-M = 450000 + 466480 = -916680.$$

Führt man vom linken Feld 3 Eisen und vom rechten Feld 2 Eisen nach oben und lässt man diese Eisen von einem Feld in das andere übergreifen (Fig. 180 u. 181),

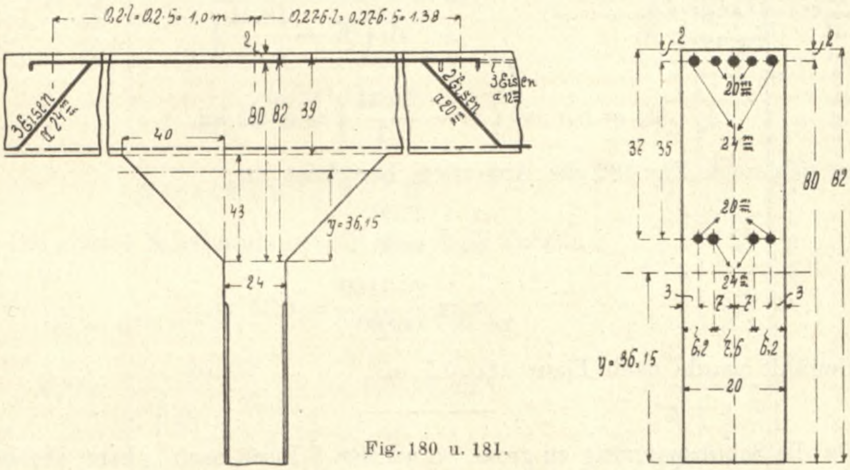


Fig. 180 u. 181.

vernachlässigt man ferner die ungefähr in der Mitte durchgehenden Eisen, so wird nach den Gleichungen (1), (2) und (3)

$$y = \frac{15\,(3 \cdot 4{,}52 + 2 \cdot 3{,}14)}{20}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 20 \cdot 80}{15\,(3 \cdot 4{,}52 + 2 \cdot 3{,}14)}}\right] = 36{,}15 \text{ cm}$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 916680}{20 \cdot 36{,}15\left(80 - \frac{36{,}15}{3}\right)} = 37{,}3 \text{ kg/qcm}$$

$$K_e = \frac{916680}{(3 \cdot 4{,}52 + 2 \cdot 3{,}14\left(80 - \frac{36{,}15}{3}\right)} = 680 \text{ kg/qcm.}$$

Berechnung der Schub- und Haftspannungen.

Berechnung bei A.

Die grösste Schubkraft beträgt nach Tabelle I, Seite 17:

$$Q_a = 0{,}4\,(1800 + 1600) \cdot 5 = 6800 \text{ kg}.$$

Nach den Gleichungen (27) und (28), Seite 41, folgt dann:

$$K_s{}' = \frac{6800}{20\left(37 - \frac{10{,}41}{3}\right)} = 10{,}1 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_a = \frac{20 \cdot 10{,}1}{5 \cdot 7{,}54} = 5{,}4 \text{ kg/cm}^2.$$

Da die Haftspannungen zu gross, so sei ein Ankereisen von 24 mm Ø (Fig. 186) hinzugefügt. Nach dem Beispiel auf Seite 43 berechnet sich dann die Ankertiefe, wie folgt:

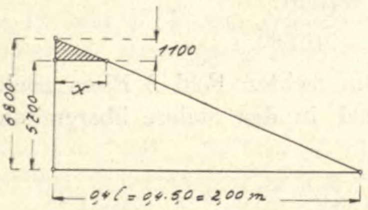


Fig. 182.

$$4{,}5 = \frac{20 \cdot p}{5 \cdot 2{,}4 \cdot 3{,}14}$$

$$p = \frac{4{,}5 \cdot 5 \cdot 2{,}4 \cdot 3{,}14}{20} = 8{,}5 \text{ kg/cm}^2$$

$$8{,}5 = \frac{Q_x}{20\left(37 - \frac{10{,}41}{3}\right)}$$

$$Q_x = 8{,}5 \cdot 20\left(37 - \frac{10{,}41}{3}\right) = 5700 \text{ kg},$$

woraus sich nach Fig. 182 die Ankertiefe berechnet zu:

$$\frac{x}{2} = \frac{1100}{6800}$$

$$x = \frac{2 \cdot 1100}{6800} = 0{,}33 \text{ m}.$$

Gewählt wurde nach Figur 186 0,5 m.

Da die Schubspannung zu gross, so wurden 3 Eisen nach „oben" abgebogen. Die Aufbiegung hat an der Stelle zu beginnen, an welcher der Beton allein imstande ist, die Schubspannung von 4,5 kg/cm² aufzunehmen, also an der Stelle, an welcher die Schubkraft beträgt:

$$Q_x = \frac{4{,}5 \cdot Q_a}{K_s{}'} = \frac{4{,}5 \cdot 6800}{10{,}1} = 3030 \text{ kg},$$

woraus sich nach Fig. 183 die Aufbiegungsstelle berechnet zu:

$$\frac{x}{2} = \frac{3770}{6800}$$

$$x = \frac{2 \,.\, 3770}{6800} = 1{,}12 \text{ m}.$$

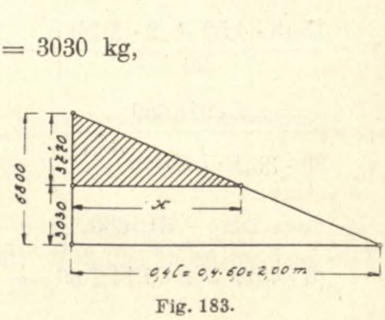


Fig. 183.

Die Zugspannung in den 3 abgebogenen Eisen beträgt:

$$Z = \frac{112}{\sqrt{2}} (10{,}1 - 4{,}5) \frac{1}{2} \cdot 20 = 4450 \text{ kg},$$

und somit ihre Zugbeanspruchung:

$$K_e = \frac{4450}{3 \cdot 4{,}52} = 330 \text{ kg/cm}^2.$$

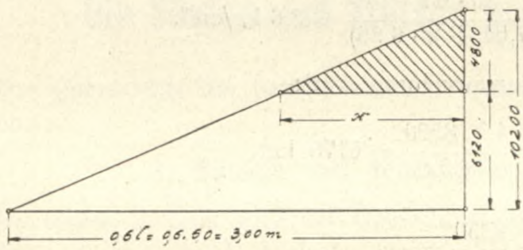


Fig. 184.

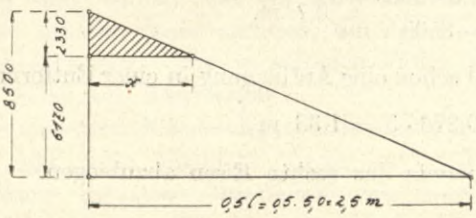


Fig. 185.

Berechnung bei B.

Die grösste Schubkraft beträgt hier nach Tabelle I, Seite 41:

$$Q_b = 0{,}6\,(1800 + 1600) \cdot 5 = 10\,200 \text{ kg}$$

$$K_s' = \frac{10\,200}{20\left(80 - \dfrac{36{,}15}{3}\right)} = 7{,}5 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_a = \frac{20 \cdot 7{,}5}{(3 \cdot 7{,}54 + 2 \cdot 6{,}28)} = 4{,}3 \text{ kg/cm}_2.$$

Für die zu grosse Schubbeanspruchung wird:

$$Q_x = \frac{4{,}5 \cdot 10\,200}{7{,}5} = 6120 \text{ kg},$$

und nach Fig. 184:

$$\frac{x}{3} = \frac{4800}{10\,200}$$

$$x = \frac{3 \cdot 4800}{10\,200} = 1{,}2 \text{ m}.$$

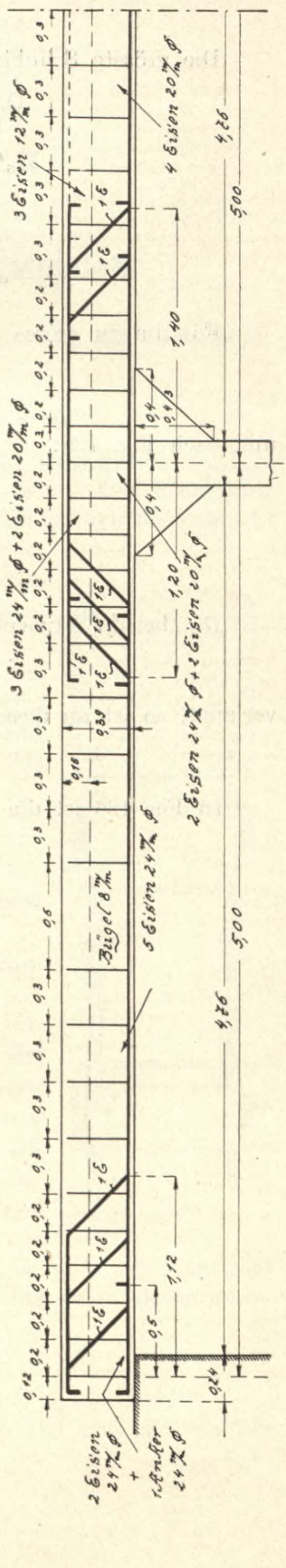


Fig. 186.

Berechnung bei C.

Die grösste Schubkraft beträgt hier:

$$Q_c = 0,5\,(1800 + 1600)\cdot 5 = 8500 \text{ kg}$$

$$K_s' = \frac{8500}{20\left(80 - \frac{36,15}{3}\right)} = 6,2 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_a = \frac{20 \cdot 6,2}{(3 . 7,54 + 2 \cdot 6,28)} = 3,6 \text{ kg/cm}^2.$$

Für die zu grosse Schubbeanspruchung wird:

$$Q_x = \frac{4,5 . 8500}{6,2} = 6170 \text{ kg},$$

und nach Fig. 185:

$$\frac{x}{2,5} = \frac{2330}{8500}$$

$$x = \frac{2,5 \cdot 2330}{8500} = 0,7 \text{ m}.$$

Da aber der Momentenwechsel schon eine Aufbiegung in einer Entfernung von

$$a = 0,276 \cdot 5 = 1,38 \text{ m}$$

verlangt, so ist an dieser Stelle bereits das rechte Eisen abzubiegen.

In Fig. 186 ist die Konstruktion zur Darstellung gebracht.

VIII.

Die Säulen und Stützen nebst Beispielen.

Der Querschnitt der Säulen ist fast durchweg quadratisch mit gebrochenen Kanten.

A. Säulen mit schwacher Armierung.

Bei diesen Stützen wird der Querschnitt in den vier Hauptecken durch in der Regel gleichstarke Rundeisen armiert (Fig. 187 u. 188). Die Einbettung hat so zu erfolgen, dass die Eisen überall mit einer genügend starken Betonschicht umgeben sind, einmal, um ein gutes Haften der Eisen im Beton zu erzielen, zum anderen, um das Eisen gegen das Feuer zu schützen. Nur in seltenen Fällen kommen mehr als vier Eisen zur Anwendung.

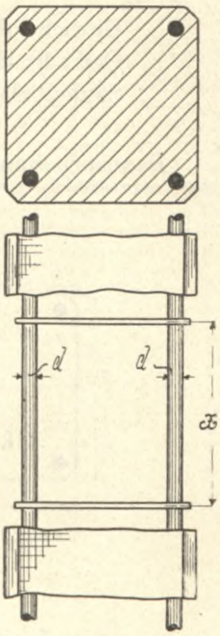


Fig. 187 u. 188.

Die einzelnen Eiseneinlagen sind untereinander zu verbinden, und zwar geschieht dieses am einfachsten durch entsprechend gebogene Rundeisen von 6—8 mm Stärke. Die Entfernung dieser Eisen berechnet sich nach Gleichung [6], Seite 4, zu:

$$x = 512 \cdot \frac{d}{\sqrt{K_e}},$$

jedoch soll nach den amtlichen Vorschriften $x < 30d$ bzw. $< h$ sein.

Die Säule ruht unten auf dem Fundament. Die Ausbildung dieser Konstruktion kann zweierlei Art sein:

a) Man ordnet ein treppenförmig sich nach unten verbreiterndes Betonfundament an, lässt die Eisen in das Fundament hineingehen und legt sie auf sich kreuzende Flacheisen. Den einzelnen Treppenteilen gibt man eine Höhe von 30 cm und eine Ausladung von 20 cm. Die Verbreiterung hat nur soweit zu erfolgen, das die Beanspruchung des Bodens das zulässige Mass (in der Regel 2,5 kg/qcm) nicht überschreiten wird (Tafel III).

b) Man ordnet eine mit Eisen armierte Fundamentplatte an und überträgt den Druck der Stütze auf diese Platte mit Hilfe von armierten Betonrippen, genau so, wie bei den gusseisernen Säulen (Tafel III).

Beispiel:

Eine 4,0 m hohe Eisenbetonsäule habe die in Fig. 189 angegebenen Abmessungen und sei zentrisch mit 18 000 kg belastet.

Nach den Gleichungen (34) und (36), Seite 51, wird:

$$K_b = \frac{18\,000}{24 \cdot 24 + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14} = 23{,}6 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = 15 \cdot 23{,}6 = 354 \text{ kg/qcm}.$$

Aus Gleichung (38a) folgt:

$$s = \frac{10 \cdot 140\,000 \cdot \left(\frac{24^4}{12} + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2\right)}{400 \cdot 400 \cdot 18\,000} = 22{,}6 \text{fache Sicherheit.}$$

Aus Gleichung [6] folgt weiterhin:

$$x = 512 \frac{3{,}14}{\sqrt{354}} = 85{,}5 \text{ cm},$$

bezw. $H = h = 24$.

Da dieser Wert $> 30 \cdot d = 30 \cdot 2 = 60$ cm, so müssen die Eisen im Abstande von höchstens 24 cm miteinander verbunden werden.

Gibt man dem Fundament die in Fig. 190 angegebenen Abmessungen, so wird

Gewicht der Säule	$0{,}24 \cdot 0{,}24 \cdot 4 \cdot 2400 =$	730 kg
Gewicht des Fundamentes	$0{,}3\,(1{,}04^2 + 0{,}64^2) \cdot 2000 =$	600 „
Säulenbelastung	$18\,000 =$	18 000 „
		G = 19 330 kg

Beanspruchung des Bodens mithin:

$$K = \frac{G}{F} = \frac{19\,330}{104 \cdot 104} = 1{,}8 \text{ kg/qcm}.$$

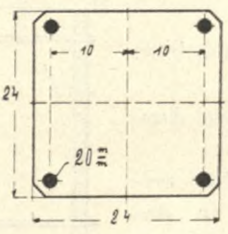


Fig. 189.

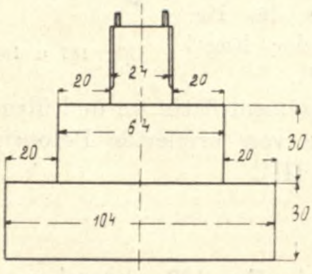


Fig. 190.

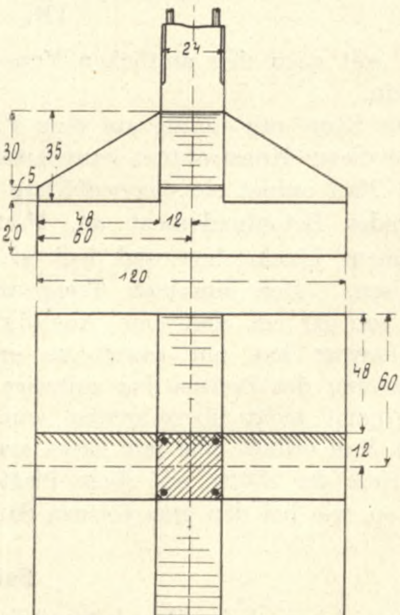


Fig. 191 u. 192.

Gibt man dem Fundament die in Fig. 191 u. 192 angegebenen Abmessungen, so wird

Gewicht der Säule	$0{,}24 \cdot 0{,}24 \cdot 4 \cdot 2400 =$	730 kg
Fundamentplatte	$1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 2400 =$	690 „
Untere Säulenstück	$0{,}24 \cdot 0{,}24 \cdot 0{,}35 \cdot 2400 =$	50 „
Rippen	$4\left[0{,}24 \cdot 0{,}48 \cdot 0{,}05 + \frac{0{,}48 \cdot 0{,}3}{2} \cdot 0{,}24\right] 2400 =$	230 „
Nutzlast	$18\,000 =$	18 000 „
		G = 19 700 kg

$$K = \frac{19\,700}{120 \cdot 120} = 1{,}37 \text{ kg/qcm.}$$

Um die armierte Fussplatte zu berechnen, denkt man sich einen Teil der Platte längs eines Rippenpaares eingespannt und betrachtet diesen Teil als einen Freiträger.

Die Belastung des überstehenden Teiles beträgt:

$$P_1 = 48 \cdot 120 \cdot 1{,}37 = \infty\, 7890 \text{ kg,}$$

mithin

$$M = 7890 \cdot \frac{48}{2} = 189\,360.$$

Auf einen Streifen von 1,0 m Breite kommt daher

$$M = \frac{189\,360}{1{,}2} = 157\,800.$$

Ordnet man in der unteren Zone 12 mm Rundeisen im Abstande von 10 cm, so wird nach den Gleichungen (1), (2) und (3)

$$y = \frac{15 \cdot 10 \cdot 1{,}13}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 18}{15 \cdot 10 \cdot 1{,}13}}\right] = 6{,}3 \text{ cm.}$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 157\,800}{100 \,.\, 6{,}3\left(18 - \frac{6{,}3}{3}\right)} = 31{,}56 \text{ kg/qcm,}$$

$$K_e = \frac{157\,800}{10 \cdot 1{,}13\left(18 - \frac{6{,}3}{3}\right)} = 877 \text{ kg/qcm.}$$

Beispiel:

Zu dem auf Seite 92—98 angeführten Beispiel ist eine Säule zu berechnen, wenn dieselbe eine Höhe von 4,8 m hat. Querschnitt siehe Fig. 189.

Durch den linken Plattenbalken erhält die Säule eine

Belastung von $Q = 0{,}6\,(1800 + 1600)\,5 = 10\,200$ kg

Durch den mittleren Plattenbalken eine solche von

$Q = 0{,}5\,(1800 + 1600)\,5 = 8\,500$ „

Konsolen $2 \cdot \frac{0{,}40 \cdot 0{,}43}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 2400 = 80$ „

18 780 kg

Nach den Gleichungen (34) und (36), Seite 51, wird

$$K_b = \frac{18\,780}{24 \cdot 24 + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14} = 24{,}6 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = 15 \cdot 24{,}6 = 369 \text{ kg/qcm}.$$

Nach Gleichung (37), Seite 52, folgt für

$$J = \frac{24^4}{12} + 15 \cdot 4 \cdot 9{,}14 \cdot 10^2 = 46\,488,$$

$$s = \frac{10 \cdot 140\,000 \cdot 46\,488}{480 \cdot 480 \cdot 18\,780} = 15 \text{ fache Sicherheit.}$$

Die Entfernung der horizontalen Verbindungseisen ergibt sich nach Gleichung [6], Seite 4, zu

$$x = 512 \frac{3{,}14}{\sqrt{369}} = 83{,}8 \text{ cm},$$

$$x = 30 \cdot 2 = 60 \text{ bzw. } h = 24 \text{ cm}.$$

Die Entfernung soll also höchstens 24 cm betragen.

Vorstehende Berechnung wird in der Praxis als genau genug angewandt. Wollte man jedoch auf eventl. exzentrische Belastung Rücksicht nehmen, so denkt man sich den Plattenbalken in der Säulenmitte durchbrochen und lässt die zugehörigen Auflagerkräfte in Mitte Auflager angreifen (Fig. 193).

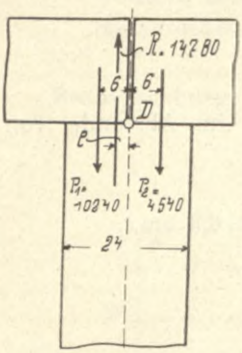


Fig. 193.

In vorstehendem Beispiel wird die Säule am ungünstigsten exzentrisch beansprucht, wenn der linke Plattenbalken vollbelastet, der mittlere dagegen unbelastet ist. Es wird

$$P_1 = 0{,}6\,(1800 + 1600)\,5 + \frac{80}{2} = 10\,240 \text{ kg}$$

$$P_2 = 0{,}5 \cdot 1800 \cdot 5 + \frac{80}{2} = 4\,540 \text{ „}$$

$$\overline{R = 14\,780 \text{ kg}}$$

Mit D als Drehpunkt wird (Fig. 193)

$$R \cdot e + 4540 \cdot 6 = 10\,240 \cdot 6,$$

$$e = \frac{6\,(10\,240 - 4540)}{14\,780} = 2{,}3 \text{ cm}.$$

Nach Gleichung 39, Seite 54, ergibt sich die Kerngrenze zu:

$$m = \frac{2\left[\frac{24^4}{12} + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2\right]}{24\,[24^2 + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14]} = \frac{2\,[27\,648 + 18\,840]}{24\,[576 + 188{,}4]} = 5{,}07 \text{ cm}.$$

Da $m = 5{,}07 > e = 2{,}3$, so fällt die Kraft in den Kern.

Man hat also weiterhin nach den Gleichungen (40) und (41), Seite 56, zu rechnen.

$$K_b = \frac{14\,780}{576 + 188{,}4} + \frac{14\,780 \cdot 2{,}3 \cdot 24}{2\,[27\,648 + 19\,840]} = 19{,}3 + 8{,}8 = 28{,}1 \text{ kg/qcm},$$

$$K_b' = 19{,}3 - 8{,}8 = 10{,}5 \text{ kg/qcm},$$

$$x = \frac{24}{1 - \frac{10{,}5}{28{,}1}} = 38,$$

$$K_e = 15 \cdot 28{,}1 \frac{(38 - 2)}{38} = 400 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e' = 15 \cdot 28{,}1 \frac{(38 - 24 + 2)}{38} = 180 \text{ kg/qcm}.$$

Gibt man dem Fundament die Abmessungen nach Fig. 191 und 192, so wird bei zentrischer Belastung

Nutzlast		= 18 000 kg
Säule	0,24 · 0 24 · 4,8 · 2400 =	770 „
Fundament	690 + 50 + 230 =	970 „
		20 520 kg

$$K = \frac{20\,520}{120 \cdot 120} = 1{,}4 \text{ kg/qcm}$$

und bei exzentrischer Belastung

$$K_m = \frac{R + G}{F} + \frac{M}{W} = \frac{14\,780 + 770 + 970}{120 \cdot 120} + \frac{14\,780 \cdot 2{,}3}{\frac{120^3}{6}} = 1{,}14 + 0{,}12 = +1{,}26 \text{ kg/qcm}$$

$$K_n = 1{,}14 - 0{,}12 = +\,1{,}02 \text{ kg/qcm}.$$

Ueber der Stütze gehen die Plattenbalken durch und werden, wie schon früher erwähnt, mit Hilfe konsolartiger Anschlüsse mit der Säule verbunden. Diese Konsolen dienen aber in keinem Fall als eigentliche Konsolen zur Aufnahme der Balken, sondern sie haben einzig und allein den Zweck, den Steg des Plattenbalkens nach dem Auflager hin zu vergrössern. Die ganze Konstruktion wird dann durch eingelegte Eisen armiert (Tafel III).

Stehen mehrere Stützen übereinander, so wird naturgemäss die obere Stütze weniger belastet als die untere und ist dementsprechend schwächer zu dimensionieren. Der Uebergang der Eisen der unteren Säule in diejenige der oberen Säule wird durch Kröpfen der ersteren erzielt. Die Verbindung kann nun einmal dadurch erfolgen, dass man die einzelnen Eisen stumpf gegeneinander stösst und Sicherung durch ein übergeschobenes Rohrstück hergestellt oder aber, dass man die Eisen um ein Stück x aneinanderlegt und mit Bindedraht umwickelt.

Diese Entfernung x berechnet sich folgendermassen:

Bei der Berechnung der Decken und Plattenbalken wird K_b bei 5facher Sicherheit in der Regel zu 40 kg/qcm angenommen. Da nun bei den Stützen eine 10fache Sicherheit vorgeschrieben ist, so wird $K_b = \frac{40}{2} = 20$ kg/qcm.

Nach Gleichung (36), Seite 51, ist nun

$$K_e = 15 \cdot 20 = 300 \text{ kg/qcm}.$$

Jedes Eisen wird also pro qcm mit 300 kg beansprucht. Ein Eisen hat also eine Spannung aufzunehmen von

$$S = F \cdot K_e = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot 300 \text{ kg}.$$

Mit derselben Spannung S muss nun auch das Eisen am Beton haften.

Bekanntlich ist

$$K_a = 4{,}5 \text{ kg/qcm},$$

mithin

$$S = d \cdot \pi \cdot x \cdot 4{,}5 \text{ kg},$$

folglich

$$d \cdot \pi \cdot x \cdot 4{,}5 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot 300,$$

$$x = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot 300}{4 \cdot d \cdot \pi \cdot 4{,}5} = 17\,d \quad \ldots\ldots\ldots \quad (51)$$

B. Stützen mit starker Armierung.

Unter dieser Bezeichnung wollen wir Stützen verstehen, bei welchem die Eiseneinlagen, wie bei den schmiedeeisernen Stützen, aus zwei][-Eisen bestehen. Diese Eiseneinlagen sind nun dergestalt mit Beton zu umgeben, dass der Beton nicht allein zur Isolierung dient, sondern dass der Beton auch als mittragend aufgefasst werden kann.

Beispiel:

Eine 5,0 m hohe Säule habe den in Fig. 194 angegebenen Querschnitt. Es soll die Tragfähigkeit dieser Säule berechnet werden.

a) Berechnung ohne Rücksicht auf Beton.

Aus der Druckgleichung folgt, wenn man K_e mit 750 kg/qcm einführt:

$$P = F \cdot K_e = 2 \cdot 20{,}4 \cdot 750 = 30\,600 \text{ kg}.$$

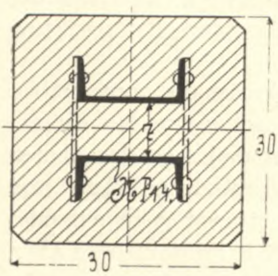


Fig. 194.

Aus der Knickformel für schmiedeeiserne Stützen ergibt sich*)

$$J = 2{,}5 \cdot P \cdot l^2$$

$$P = \frac{J}{2{,}5 \cdot l^2} = \frac{2 \cdot 605}{2{,}5 \cdot 5^2} = 19\,360 \text{ kg}.$$

Die zwei Eisen sind in Entfernung von

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot J_y}{2{,}5 \cdot P}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 62{,}7}{2{,}5 \cdot 19{,}36}} = 1{,}6 \text{ m}$$

miteinander zu verbinden.

b) Berechnung mit Rücksicht auf Beton.

Nach Gleichung (37), Seite 52, folgt auf Knickung für

$$J = \frac{30^4}{12} + 15 \cdot 2 \cdot 605 = 85\,650$$

$$P = \frac{10 \cdot 140\,000 \cdot 85\,650}{10 \cdot 500 \cdot 500} = 48\,000 \text{ kg},$$

Nach Gleichung (35), Seite 51, folgt auf Druck

$$P = 20\,[30^2 + 15 \cdot 2 \cdot 20{,}4] = 30\,240 \text{ kg}.$$

*) Vgl. Fölzer: Berechnen der Eisenkonstruktionen „Säulen und Stützen".

Die armierte Stütze kann nach vorstehender Berechnung auf Druck weniger tragen als die reine Eisenstütze. Dieser Widerspruch erklärt sich daraus, dass die Beanspruchung des Eisens bei der armierten Stütze nur zu

$$K_e = n \cdot K_b = 15 \cdot 20 = 300 \text{ kg}$$

eingeführt wurde.

Da man aber bei stark armierten Stützen den Beton mit einer 5fachen Sicherheit beanspruchen kann, so wird $K_b = 40$ und mithin

$$P = 40\,[30^2 + 25 \cdot 2 \cdot 20{,}4] = 60\,480 \text{ kg.}$$

Die Eisenstütze kann also mit

$$P = 19\,360 \text{ kg,}$$

die armierte Stütze mit

$$P = 48\,000 \text{ kg}$$

belastet werden.

Auf Tafel IV ist die Ansicht einer Deckenkonstruktion in Eisenbeton nebst zugehörigen Balken und Stützen zur Darstellung gebracht.

IX.

Treppen aus Eisenbeton.

Die Treppen aus Eisenbeton haben den Vorteil absoluter Feuersicherheit. Um die eigentliche Konstruktion vor Abnutzung zu schützen oder um der Treppe ein besseres Aussehen zu geben, bzw. um sie besser gangbar zu machen, erhalten die einzelnen Stufen einen besonderen Belag. Dieser Belag besteht in der Regel

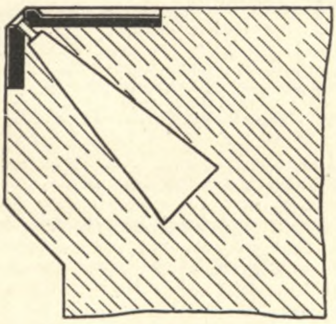


Fig. 195.

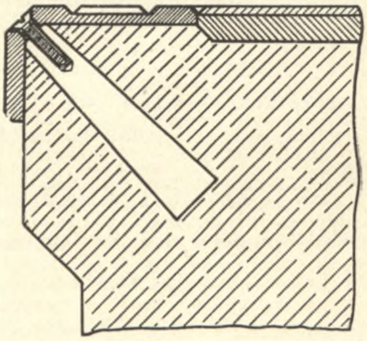


Fig. 196.

aus einer 1—2 cm starken fetten Zementmörtelschicht oder aber aus Linoleum, Holz, Marmor etc. Zweckmässig dürfte es jedoch in jedem Falle sein, die Kanten der einzelnen Stufen durch Leisten aus Eisen, Messing etc. zu schützen (Fig. 195 u. 196).

A. Treppen mit einseitig eingemauerten Trittstufen aus Eisenbeton und Podestträger aus Eisen oder Eisenbeton.

Unter diesen Treppen versteht man solche, bei welchen die Trittstufen aus Eisenbeton auf der einen Seite in der Treppenhauswand eingelassen sind, während das andere Ende frei überkragt. Die nächsthöhere Stufe stützt sich auf die darunter liegende, während die unterste Stufe auf dem Podestträger ruht.

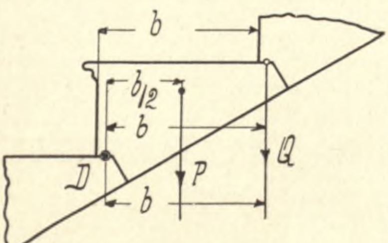


Fig. 197.

Greift man eine einzelne Stufe heraus, so wird mit D als Drehpunkt ein Moment erzeugt von (Fig. 197)

$$1. \quad M = Q \cdot b + P \cdot \frac{b}{2}.$$

Bei der weiteren Berechnung nimmt man nun an, dass dieses Drehmoment durch die Einmauerung aufgenommen wird.

Wollte man nun eine Stufe als Freiträger berechnen, was ja nach der allgemeinen Anordnung nicht zutrifft, da einmal die Stufen sich gegenseitig stützen, zum andern aber die verhältnismässig geringe Einmauerung, welche ja zudem schon ein Drehmoment aufzunehmen hat, nicht genügen wird, so kann man folgendermassen vorgehen:

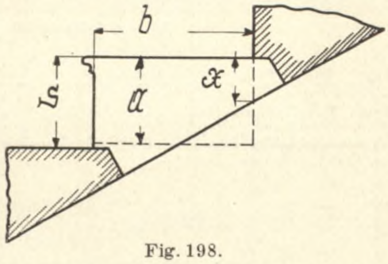


Fig. 198.

Man denkt sich den Querschnitt verwandelt in ein Rechteck von der Breite b und der Höhe $a = \frac{s}{2} + x$ (Fig. 198), bestimmt das zugehörige Moment als Freiträger, ordnet in der oberen Zone Rundeisen an, da hier die Zugspannungen auftreten, und berechnet die Beanspruchungen des Betons und Eisens nach den Gleichungen (1), (2) und (3), Seite 28 und 29.

Um nun weiterhin Gleichgewicht zu haben, muss (Fig. 199)

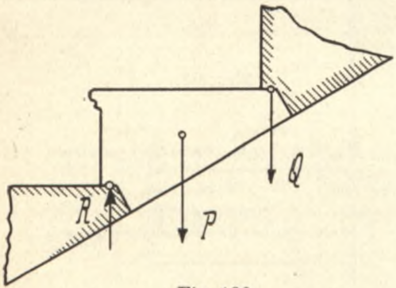


Fig. 199.

$$2. \quad R = P + Q$$

sein. Bezeichnet man die Anzahl der darüberliegenden Stufen mit n_1, so wird

$$3. \quad Q = P \cdot n_1$$

und

$$4. \quad R = P + P \cdot n_1 = P\,(1 + n_1).$$

Für die unterste Stufe ist aber $(1 + n_1) = n$, folglich

$$5. \quad R = P \cdot n.$$

$R = P \cdot n$ stellt aber nichts anderes dar, als die Belastung eines ganzen Treppenarmes.

Beispiel:

Eine Treppe habe die in Fig. 200 u. 201 angegebenen Abmessungen. Die Abdeckung bestehe aus 5 mm starkem Linoleum.

1. Berechnung einer Stufe. (Fig. 202.)

Es ist $b = 30$ cm und $a = \frac{18}{2} + 7 = 16$ cm, mithin beträgt das Gewicht einer Stufe:

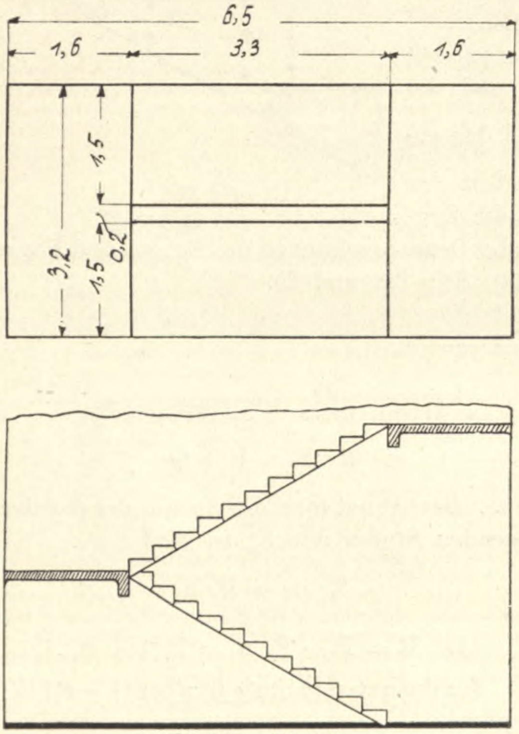
Eisenbeton	$0{,}3 \cdot 0{,}16 \cdot 1{,}5 \cdot 2400 =$	172,5 kg
Linoleum	$0{,}3 \cdot 0{,}005 \cdot 1{,}5 \cdot 1200 =$	2,5 „
Putz	$0{,}3 \cdot 1{,}5 \cdot 20 =$	9,0 kg
	$G =$	184,0 kg

Würde man die Nutzlast gleichmässig verteilt und zu 400 kg/qm annehmen, so beträgt die Belastung einer Stufe aus Nutzlast

$$P = 0{,}3 \cdot 1{,}5 \cdot 400 = 180 \text{ kg}.$$

Diese gleichmässig verteilte Nutzlast ist jedoch zu gering angenommen. Es wurden deshalb zwei Einzellasten von je 100 kg gewählt. Es ergibt sich mithin ein Belastungsschema nach Fig. 203

$$M = 100\,(150 + 100) + 184 \cdot \frac{150}{2} = 38800.$$



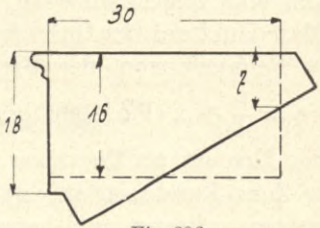


Fig. 202.

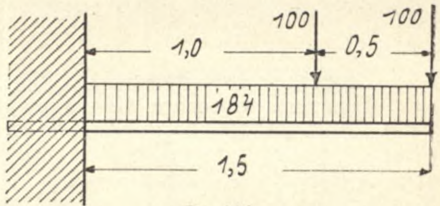


Fig. 203.

Fig. 200 u. Fig. 201.

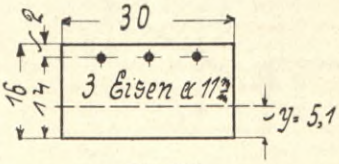


Fig. 204.

Es seien nach Fig. 204 3 Eisen à 11 mm ⌀ gewählt, dann wird nach den Gleichungen (1), (2) und (3), Seite 28 und 29:

$$y = \frac{15 \cdot 2{,}85}{30}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 30 \cdot 14}{15 \cdot 2{,}85}}\right] = 5{,}1 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 38800}{30 \cdot 5{,}1\left(14 - \frac{5{,}1}{3}\right)} = 37{,}3 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{38000}{2{,}85\left(14 - \frac{5{,}1}{3}\right)} = 1070 \text{ kg/qcm}.$$

2. Berechnung des Podestes.

Nimmt man die Stärke des Podestes zu 10 cm an (Fig. 205), so beträgt die Belastung für den Quadratmeter:

Decke	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}10 \cdot 2400 =$	240 kg
Linoleum	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}005 \cdot 1200 =$	6 „
Putz	$1 \cdot 1 \cdot 20 =$	20 „
Nutzlast	$1 \cdot 1 \cdot 400 =$	400 „
		666 kg

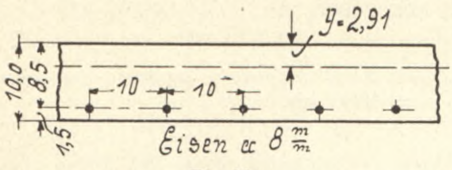


Fig. 205.

Die einzuführende Stützweite beträgt

$$1{,}6 + 0{,}1 = 1{,}7 \text{ m.}$$

Teilweise Einspannung vorausgesetzt, wird:

$$M = \frac{4}{5} \cdot \frac{1{,}7 \cdot 666 \cdot 170}{8} = 19250.$$

Ordnet man 10 Eisen à 8 mm ∅ an, so wird nach den Gleichungen (1), (2) und (3), Seite 28 und 29

$$y = \frac{15 \cdot 10 \cdot 0{,}5}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 8{,}5}{15 \cdot 10 \cdot 0{,}5}}\right] = 2{,}91 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 19250}{100 \cdot 2{,}91\left(8{,}5 - \frac{2{,}91}{2}\right)} = 17{,}6 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{19250}{10 \cdot 0{,}5\left(8{,}5 - \frac{2{,}91}{3}\right)} = 511 \text{ kg/qcm.}$$

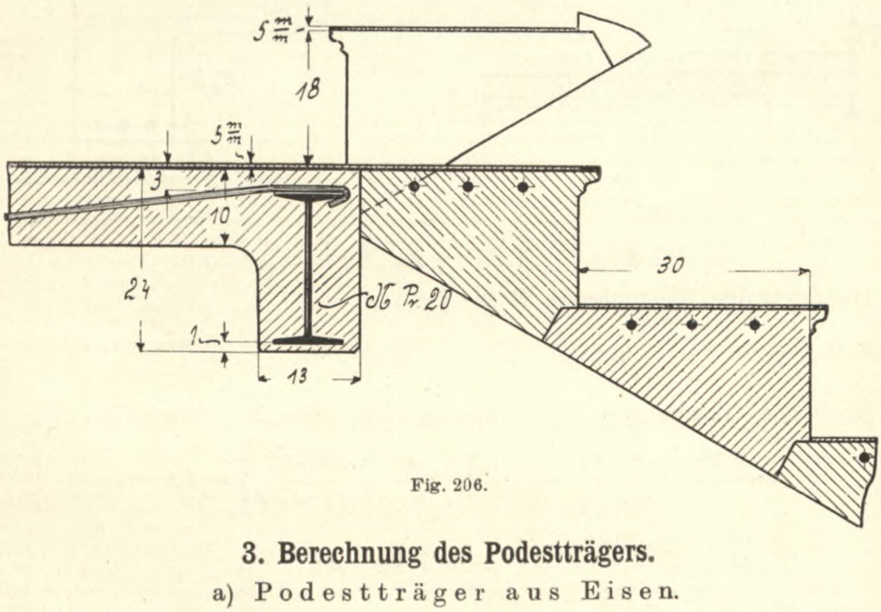


Fig. 206.

3. Berechnung des Podestträgers.

a) Podestträger aus Eisen.

Da die Konstruktion gegen Feuersgefahr Sicherheit bieten soll (Fig. 206), so ist der eiserne Podestträger mit Beton zu umgeben. Es sei I-Eisen N · P 20 mit $W_x = 214$ gewählt.

Der Podestträger wird mithin beansprucht durch:

Gewicht des halben Podestes als gleichmässig verteilte Belastung	$\frac{1{,}6 \cdot 3{,}2}{2} \cdot 666 = 1700$ kg
Eigengewicht des Podestträgers als gleichmässig verteilte Belastung	$0{,}13 \cdot 0{,}24 \cdot 2400 \cdot 3{,}2 = 240$ „
	1940 kg
Eigengewicht von 11 Stufen nebst zugehörige Nutzlast als einseitige Streckenlast	$11 \cdot 184 + 3{,}3 \cdot 1{,}5 \cdot 400 = 4000$ kg

Das Belastungsschema ist in Fig. 207 angegeben:
Mit B als Drehpunkt wird:

$$A = \frac{1940}{2} + \frac{4000 \cdot 2{,}45}{3{,}2} = 4030 \text{ kg},$$

$$\frac{1940}{3{,}2} \cdot x + \frac{4000}{1{,}5} \cdot x = 4030,$$

$$x = 1{,}24 \text{ m}$$

$$M = 4030 \cdot 124 - \frac{1940}{3{,}2} \cdot 1{,}24 \cdot \frac{124}{2} - \frac{4000}{1{,}5} \cdot 1{,}24 \cdot \frac{124}{2} = 248092$$

$$K = \frac{M}{W} = \frac{248092}{214} = 1112 \text{ kg/qcm},$$

nach der neuen Bestimmung bis 1200 kg/qcm zulässig.

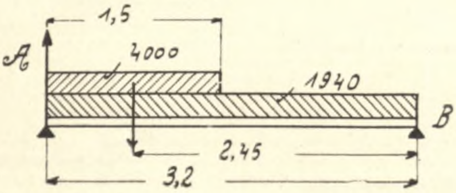


Fig. 207.

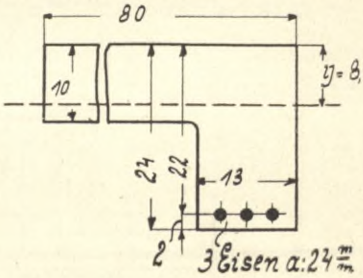


Fig. 208.

b) Podestträger aus Eisenbeton.

Die wirksame Plattenbreite B beträgt

$$B = \frac{1{,}6}{2} = 0{,}8 \text{ m} = 80 \text{ cm}.$$

Nach den Gleichungen (18), (19) und (20), Seite 39, wird (Fig. 208)

$$y = \frac{15 \cdot 3 \cdot 4{,}52}{80}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 80 \cdot 22}{15 \cdot 3 \cdot 4{,}52}}\right] = 8{,}1 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 248092}{80 \cdot 8{,}1\left(22 - \frac{8{,}1}{3}\right)} = 39{,}7 \text{ kg/qcm},$$

$$K = \frac{248092}{3 \cdot 4{,}52\left(22 - \frac{8{,}1}{3}\right)} = 948 \text{ kg/qcm}.$$

Nach den Gleichungen (27a) und (28) Seite 41 wird

$$K_s' = \frac{4030}{13\left(22 - \frac{8{,}1}{3}\right)} = 16 \text{ kg/qcm}$$

$$K_a = \frac{13 \cdot 16}{3 \cdot 8{,}17} = 8{,}5 \text{ kg/qcm}.$$

Da beide Werte zu gross, so muss die Haftspannung durch vermehrte Eiseneinlagen, die Schubspannung durch Aufbiegung von einigen Eisen bzw. Bügelanordnung herabgedrückt werden.

B. Treppen mit Tragkonstruktion aus Eisenbeton und aufgesetzten Betonstufen.

Bei diesen Treppen bestehen die Wangen und die Podestträger aus Eisenbeton. Zwischen den Wangen ist eine Eisenbetondecke angeordnet, auf welcher die Betonstufen lagern.

Beispiel:

Eine Treppe habe die in den Fig. 209 und 210 angegebenen Abmessungen.

1. Berechnung der Zwischendecke.

Die Stärke der Decke sei zu 8 cm angenommen (Fig. 211).

$$\begin{array}{lr}
\text{Stufen} & 10 \cdot \frac{0,3 \cdot 0,17}{2} \cdot 1,8 \cdot 2000 = 920 \text{ kg} \\
\text{Decke} & 3,54 \cdot 1,8 \cdot 0,08 \cdot 2400 = 1220 \text{ ,,} \\
\text{Nutzlast} & 3 \cdot 1,8 \cdot 400 = \underline{2160 \text{ ,,}} \\
 & 4300 \text{ kg}
\end{array}$$

Auf 1 m Deckenbreite kommt mithin:

$$P = \frac{4300}{3,54} = 1215 \text{ kg.}$$

Diese senkrecht von oben nach unten wirkende Kraft zerlegt sich in zwei Komponenten, von denen die erstere P_1 senkrecht zur Platte, die zweite parallel zur Platte liegt.

$$P_1 = P \cdot \cos \alpha = 1215 \cdot \frac{3}{3,54} = 1030 \text{ kg}$$

$$P_2 = P \cdot \sin \alpha = 1215 \cdot \frac{1,87}{3,54} = 633 \text{ kg.}$$

Da die Kraft P_2 in die Richtung der Platte hineinfällt und somit keinen nennenswerten Beitrag für die Beanspruchung liefert, so pflegt man sie zu vernachlässigen.

Die Decke ist als auf beiden Seiten eingespannt zu betrachten, mithin ergeben sich die grössten Momente zu (vgl. Seite 11):

$$+ M = \frac{P_1 l}{24} = \frac{1030 \cdot 180}{24} = + 7725$$

$$- M = \frac{P_1 l}{12} = \frac{1030 \cdot 180}{12} = - 15450.$$

Es seien 10 Eisen à 8 mm ⌀ angeordnet, wovon fünf an den Auflagern nach oben abgebogen sind.

Nach den Gleichungen (1), (2) und (3), Seite 28 und 29, folgt für Plattenmitte (Fig. 211)

$$y = \frac{15 \cdot 5{,}02}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 7}{15 \cdot 5{,}02}}\right] = 2{,}58 \text{ cm},$$

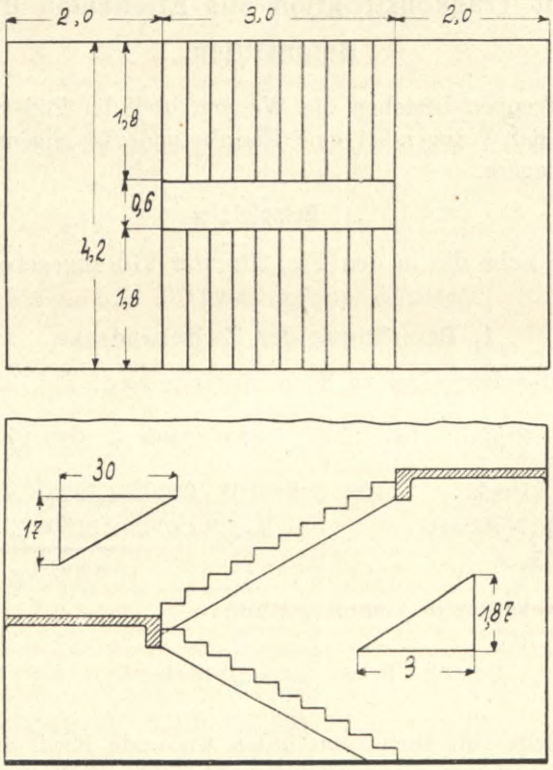


Fig. 209 u. 210.

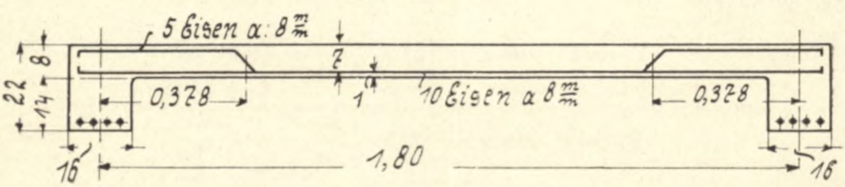


Fig. 211.

$$K_b = \frac{2 \cdot 7725}{100 \cdot 2{,}58\left(7 - \frac{2{,}58}{3}\right)} = 10 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{7725}{5{,}02\left(7 - \frac{2{,}58}{3}\right)} = 250 \text{ kg/qcm}.$$

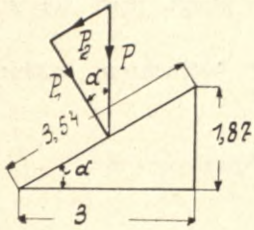


Fig. 212.

Nach den Gleichungen (8a), (9), (10) und (11), Seite 34, folgt für das Auflager:

$$y = \frac{15 \cdot 5{,}02}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{100\ (7+1)}{15 \cdot 5{,}02}}\right] = 1{,}8 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{6 \cdot 15450 \cdot 1{,}8}{100 \cdot 1{,}8^2 (3 \cdot 7 - 1{,}8) + 6 \cdot \frac{5{,}02}{2} \cdot 15 (7 - 1)(1{,}8 - 1)} = 22{,}8 \text{ kg/qcm},$$

$K_e = 15 \cdot 22{,}8 \frac{(7 - 1{,}8)}{1{,}8} = 988$ kg/qcm Zug in der oberen Armierung,

$K_e' = 15 \cdot 22{,}8 \frac{(1{,}8 - 1)}{1{,}8} = 152$ kg/qcm Druck in der unteren Armierung.

2. Berechnung der Wangen.

Belastung durch die Decke einsch. Nutzlast $\frac{4300}{2} = 2150$ kg

Steg $0{,}16 \cdot 0{,}14 \cdot 3{,}54 \cdot 2400 = 200$ „

$Q = 2350$ kg

Diese Kraft zerlegt sich wie vorher in zwei Komponenten P_3 und P_4, wovon die letztere wieder vernachlässigt wird. (Fig. 212).

$$P_3 = Q \cdot \cos \alpha = 2350 \cdot \frac{3}{3{,}54} = 2000 \text{ kg}$$

$$P_4 = Q \cdot \sin \alpha = 2350 \cdot \frac{1{,}87}{3{,}54} = 1240 \text{ kg}.$$

Teilweise Einspannung vorausgesetzt, wird

$$M = \frac{4}{5} \frac{2000 \cdot 354}{8} = 70800$$

Wirksame Plattenbreite $B = \frac{180}{2} = 90$ cm.

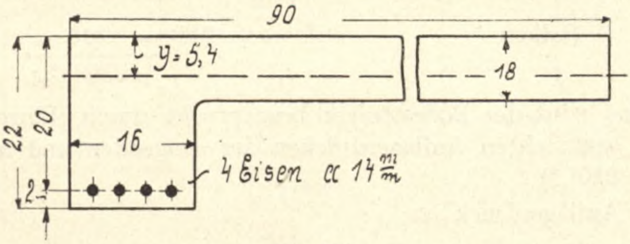


Fig. 213.

Nach den Gleichungen (18), (19) und (20), Seite 39, wird (Fig. 213)

$$y = \frac{15 \cdot 6{,}1}{90} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 90 \cdot 20}{15 \cdot 6{,}1}} \right] = 5{,}4 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 70800}{90 \cdot 5{,}4 \left(20 - \frac{5{,}4}{3}\right)} = 16 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{70800}{6{,}1 \left(20 - \frac{5{,}4}{3}\right)} = 630 \text{ kg/qcm}.$$

Werden an den beiden Enden 2 Eisen nach oben abgebogen, so wird (Fig. 214)

$$y = \frac{15 \cdot 3{,}05}{90}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 90 \cdot 20}{15 \cdot 3{,}5}}\right] = 4{,}62 \text{ cm},$$

$$K_s' = \frac{\frac{2000}{2}}{16\left(20 - \frac{4{,}62}{3}\right)} = 3{,}4 \text{ kg/qcm},$$

$$K_a = \frac{16 \cdot 3{,}4}{4 \cdot 4{,}4} = 3{,}1 \text{ kg/qcm}.$$

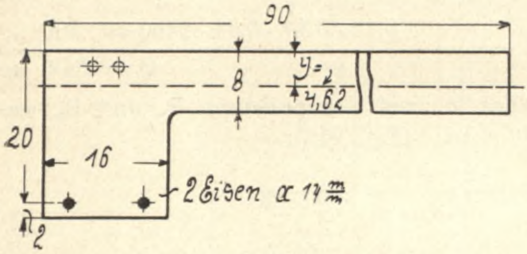


Fig. 214.

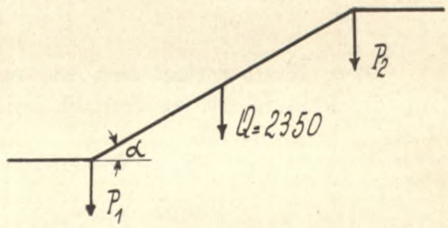


Fig. 215.

3. Berechnung des Podestträgers.

Der Podestträger wird gleichmässig belastet mit:

Podestdecke	$0{,}08 \cdot \frac{2}{2} \cdot 4{,}2 \cdot 2400 =$	810 kg
Podestnutzlast	$\frac{2 \cdot 4{,}2}{2} \cdot 400 =$	1680 „
Balken	$0{,}2 \cdot 0{,}42 \cdot 4{,}2 \cdot 2400 =$	810 „
		3300 kg

Ausserdem wird der Podestträger beansprucht durch Einzellasten, welche sich aus den senkrechten Auflagerdrücken der steigenden und fallenden Wange ergeben (Fig. 215).*)

Ersterer Auflagerdruck ist:

$$P_1 = \frac{Q}{2}(1 + \sin^2\alpha) = \frac{2350}{2}\left[1 + \left(\frac{1{,}87}{3{,}54}\right)^2\right] = 1500 \text{ kg}.$$

Letzterer Auflagerdruck ist:

$$P_2 = \frac{Q}{2} \cdot \cos^2\alpha = \frac{2350}{2} \cdot \left(\frac{3}{3{,}54}\right)^2 = 850 \text{ kg}.$$

Das Belastungsschema ist in Fig. 216 angegeben.

Mit B als Drehpunkt wird:

$$A = \frac{3300 \cdot 2{,}1 + 1500 \cdot 2{,}4 + 850 \cdot 1{,}8}{4{,}2} = 2872.$$

*) Vgl. Fölzer: „Treppen unter Anwendung von Eisen“ (43 A, II).

Für den Schnitt I wird:

$$V_1 = 2872 - \frac{3300}{4{,}2} \cdot 1{,}8 - 0 = +\,1458,$$

$$V_1' = +\,1458 - 1500 = -\,42.$$

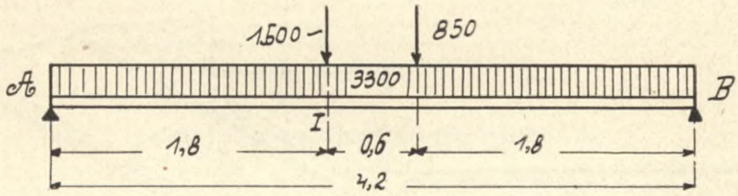


Fig. 216.

Da hier die positive Schubkraft in die negative übergeht, so liegt in I der gefährliche Querschnitt.

$$M = 2872 \cdot 180 - \frac{3300}{4{,}2} \cdot 1{,}8 \cdot \frac{180}{2} = 389\,340$$

Wirksame Plattenbreite $B = \dfrac{420}{6} = 70$ cm.

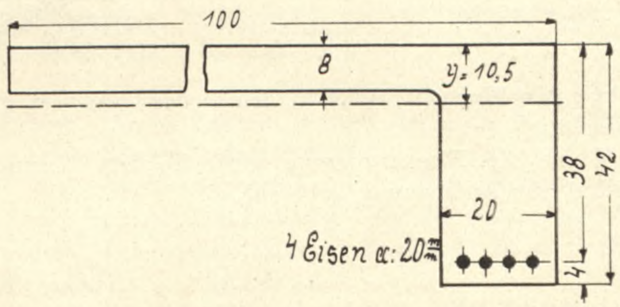


Fig. 217.

Nach den Gleichungen (23), (24), (25) und (26), Seite 40 und 41, (Fig. 217), wird:

$$y = \frac{8^2 \cdot 70 + 2 \cdot 15 \cdot 38 \cdot 4 \cdot 3{,}14}{2\,[8 \cdot 70 + 15 \cdot 4 \cdot 3{,}14]} = 12{,}6 \text{ cm},$$

$$s = \frac{8}{3} \cdot \frac{(3 \cdot 12{,}6 - 2{,}8)}{(2 \cdot 12{,}6 - 8)} = 3{,}38 \text{ cm},$$

$$K_e = \frac{389\,340}{4 \cdot 3{,}14\,(38 - 3{,}38)} = 895 \text{ kg/qcm},$$

$$K_b = \frac{895 \cdot 12{,}6}{15\,(38 - 12{,}6)} = 30 \text{ kg/qcm}.$$

Nach den Gleichungen (27b) und (28), Seite 41 wird:

$$K_s' = \frac{2872}{20\,(38 - 3{,}38)} = 4{,}2\ \mathrm{kg/cm^2},$$

$$K_a = \frac{20 \cdot 4{,}2}{4 \cdot 6{,}28} = 3{,}34\ \mathrm{kg/cm^2}.$$

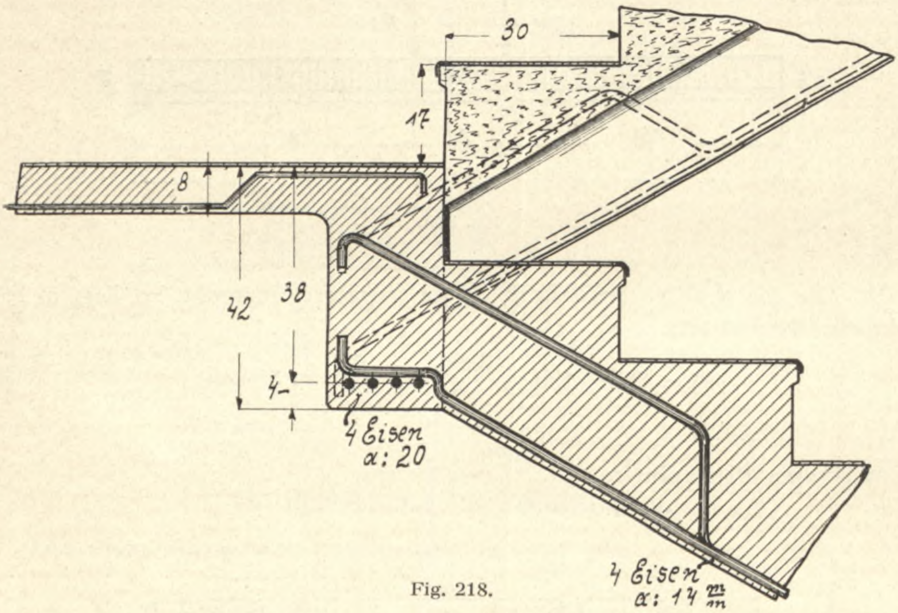


Fig. 218.

Der Anschluss des Wangenträgers an den Podestträger ist in Fig. 218 zur Darstellung gebracht.

Auf Tafel V ist die Eisenarmierung einer solchen Treppe (Treppe im Technikum Strelitz) zur Anschauung gebracht.

X.

Die Eisenbetondächer.

A. Einteilung und Abdeckung.

Die Eisenbetondächer können eingeteilt werden in:

1. Dächer aus Eisen mit zwischen den Pfetten gespannten Eisenbetondecken,
2. Bogendächer,
3. Rahmendächer,
4. Kegel- und Zeltdächer,
5. Kuppeldächer.

Was nun die Eindeckung der Dächer anbetrifft, so können bei 1 und 3 alle diejenigen Eindeckungsarten Anwendung finden, welche beim gewöhnlichen Häuserbau gebräuchlich sind. Es sind dies:

a) Biberschwanz-, Kronen- und Falzziegeldächer. Ihre Befestigung folgt wie üblich an Latten. Diese Latten werden entweder im Beton einbetoniert oder an einbetonierten Eisenstäbchen befestigt.

b) Schiefer- und Asphaltschieferdächer. Ihre Befestigung erfolgt auf Schalung, die wieder an sich auf Lattung befestigt wird, oder aber durch unmittelbares Aufnageln, wobei jedoch darauf Rücksicht zu nehmen ist, dass der Beton noch nicht vollständig erhärtet ist.

c) Einfaches und doppeltes Teerpappdach. Die Befestigung erfolgt am einfachsten durch Aufkleben.

d) Kupfer- und Zinkblechdächer. Ihre Befestigung sollte nicht unmittelbar auf dem Beton erfolgen, da das Material vom Beton angefressen wird. Es ist deshalb eine Holz- oder Pappunterlage anzuordnen.

e) Holzzementdach. Anwendung nur bei sehr flachen Dächern.

f) Eine 1—2 cm starke Schicht aus fettem Mörtel. Diese Eindeckungsart ist jedoch nur bei steilen Dächern und Gebäuden von geringer Bedeutung empfehlenswert.

Bei den Bogen- und Kuppeldächern finden die unter c, d und f angeführten Konstruktionen als Abdeckung Anwendung.

Anmerkung: Soll eine gute Wärme-Isolierung vorhanden sein, so empfiehlt sich, eine 3—4 cm starke Korksteinlage auf dem Beton zu befestigen und hierauf erst die eigentliche Abdeckung anzuordnen.

Gewichtstabellen
in Kilogramm für den Quadratmeter schräger Dachneigung.

Einfaches Biberschwanzdach auf Lattung	60 kg	Einfaches Teerpappdach . . .	10 kg
Doppeltes Biberschwanzdach auf Lattung	80 „	Doppeltes Teerpappdach . . .	20 „
Kronendach auf Lattung . .	90 „	Kupfer- u. Zinkdach auf Schalung	23 „
Falzziegeldach auf Lattung . .	70 „	Kupfer- und Zinkdach auf Teerpappe	16 „
Schiefer und Asphaltschiefer auf Schalung	70 „	Holzzementdach	130 „
Schiefer und Asphaltschiefer ohne Schalung	57 „	Fetter Mörtel für jeden Zentimeter Höhe	10 „
		Korkstein für jeden Zentimeter Höhe	3 „

Die Nutzlast, bestehend aus Schnee und Winddruck, kann man reichlich bemessen zu 150 kg/qm Horizontalprojektion annehmen.

B. Dächer aus Eisen mit zwischen den eisernen Pfetten gespannten Eisenbetondecken*).

Die Konstruktion dieser Dächer ist aus Fig. 219—222 ersichtlich. Ueber die eisernen Pfetten werden genau so wie bei den gewöhnlichen kontinuierlichen Decken Eisenbetondecken gelegt. Um ein Abgleiten der Decke zu verhindern, sind entsprechende Konstruktionen anzuordnen, wobei die Eisenarmierung vorteilhafte Anwendung finden kann.

Beispiel:

Die Entfernung der Pfetten (Fig. 219) betrage 1,5 m, die Deckenstärke sei zu 5 cm angenommen. Ferner seien auf den Meter Tiefe 10 Eisen à 0,5 cm Durchmesser angeordnet. Die Abdeckung bestehe aus einer doppelten Teerpapplage.

$$\begin{array}{lrl} \text{Eigengewicht der Decke} & 1{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}05 \cdot 2400 = & 180 \text{ kg} \\ \text{Abdeckung} & 1{,}5 \cdot 1 \cdot 20 = & 30 \text{ „} \\ \text{Nutzlast} & 1{,}5 \cdot 1 \cdot 150 \cdot \frac{8}{8{,}94} = & 200 \text{ „} \\ \hline & P = & 410 \text{ kg} \end{array}$$

Diese Kraft von $P = 410$ kg zerlegt sich in eine Kraft $P_1 = P \cdot \cos\alpha = \frac{410 \cdot 8}{8{,}94} = 367$ kg und in eine Kraft $P_2 = P \cdot \sin\alpha = \frac{410 \cdot 4}{8{,}94} = 184$ kg.

Da letztere Kraft P_2 in der Richtung der Platte fällt, so kann sie vernachlässigt werden, weil sie nur einen sehr geringen Beitrag zu der Beanspruchung liefert.

Es wird mithin

$$M = \frac{367 \cdot 150}{8} = 6880.$$

*) Ueber die Berechnung der Eisenkonstruktionen vgl. E. Fölzer: „Berechnung der eisernen Dächer“. (43 A, I.)

Nach den Gleichungen (1), (2) und (3), Seite 28 und 29, folgt weiter (Fig 220)

$$y = \frac{15 \cdot 1{,}96}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 4}{15 \cdot 1{,}96}}\right] = 1{,}26 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 6880}{100 \cdot 1{,}26\left(4 - \frac{1{,}26}{3}\right)} = 30{,}5 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{6880}{1{,}96\left(4 - \frac{1{,}26}{3}\right)} = 980 \text{ kg/qcm}.$$

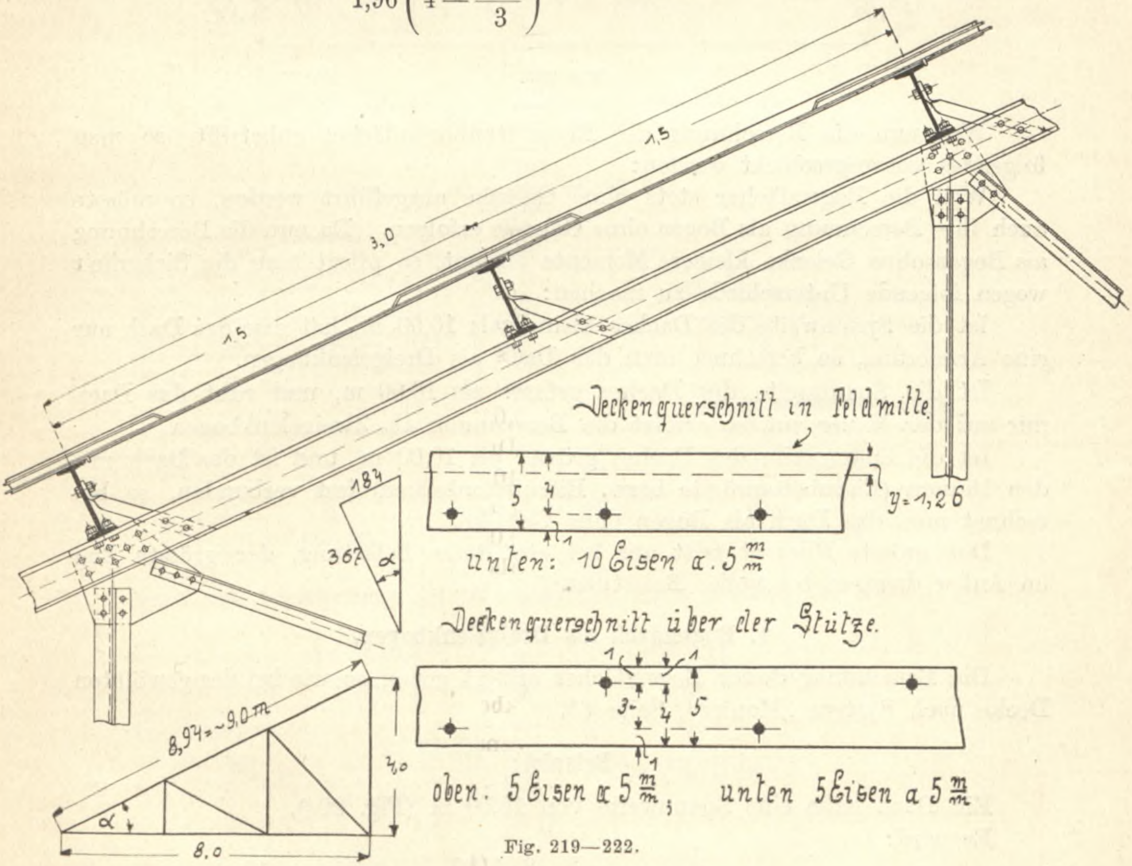


Fig. 219—222.

C. Die Bogendächer.

Zur Dimensionierung der Bogendächer kann man folgende Tabelle anwenden (Fig. 223):

Spannweite l	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30 m
Scheitelstärke d_1	6	7	8	8	9	10	11	12	12	13	13	14	14 cm
Kämpferstärke d_2	8	9	10	12	14	14	16	16	18	18	20	20	22 cm

Die Pfeilhöhe f kann man zu $^1/_5$—$^1/_8$ l annehmen, und zwar gilt der erstere Wert für kleine, der zweite Wert für grössere Dächer.

Die Eisenarmierung F kann man für jede Armierung zu $\frac{d}{2}$ qcm machen.

Bei kleineren Dächern bis 10 m Spannweite wird man mit einer einfachen Armierung auskommen, bei grösseren Dächern ist stets eine doppelte Armierung anzuordnen.

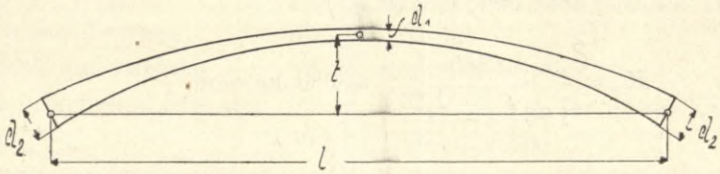


Fig. 223.

Was nun die Berechnung der Eisenbetonbogendächer anbetrifft, so mag folgendes vorausgeschickt werden:

Weil die Bogendächer stets ohne Gelenke ausgeführt werden, so müsste auch ihre Berechnung als Bogen ohne Gelenke erfolgen. Da nun die Berechnung als Bogen ohne Gelenke kleinere Momente erzeugt, so pflegt man der Sicherheit wegen folgende Unterschiede zu machen:

Ist die Spannweite des Daches kleiner als 10,00 m, hat also das Dach nur eine Armierung, so berechnet man das Dach als Dreigelenkbogen.

Ist die Spannweite des Daches grösser als 10,00 m, und ruht das Dach nur auf der Mauer auf, so erfolgt die Berechnung als Zweigelenkbogen.

Ist die Spannweite des Daches grösser als 10,00 m, und ist das Dach mit den Mauern (Eisenbetonwände bezw. Eisenbetonbalken) fest verbunden, so berechnet man das Dach als Bogen ohne Gelenke.

Das grösste Moment tritt auf bei einseitiger Belastung, der grösste Zug im Anker dagegen bei voller Belastung.

1. Bogendach als Dreigelenkbogen.

Die Berechnung dieser Bogendächer erfolgt genau so wie bei der gewölbten Decke nach System „Monier", Seite 65.

Beispiel:

Ein Dach habe eine Spannweite von 10,00 m (Fig. 224).

Es wird:

$$d_1 = 8 \text{ cm}, \; d_2 = 10 \text{ cm}, \; d = \frac{8+10}{2} = 9 \text{ cm}, \; f = \frac{10}{5} = 2 \text{ m},$$

$$p = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}09 \cdot 2400 = 216 \text{ kg/qcm*)}, \; q = 150 \text{ kg/qcm}.$$

Eisenquerschnitt auf 1 m Tiefe $\frac{9}{2} = 4{,}5$ qcm.

Gewählt 10 Eisen à 8 mm Durchmesser mit $F_e = 5{,}02$ qcm.

$$r = \frac{(l/_2)^2}{2f} + \frac{f}{2} = \frac{25}{2 \cdot 2} + \frac{2}{2} = 7{,}25 \text{ m}.$$

*) Zu diesem Gewicht wäre dann noch je nach der Eindeckung die zugehörige Last hinzuzuschlagen, z. B. bei doppelter Papplage 20 kg, mithin p = 216 + 20 = 236 kg/qm Grundrissfläche.

$$f_1 = \sqrt{(r-f)^2 + x(l-x)} - (r-f) = \sqrt{(7{,}25-2)^2 + 2{,}5\,(10-2{,}5)} - (7{,}25-2) = 1{,}56 \text{ m},$$

$$M = \frac{10^2}{8}\left[(3 \cdot 216 + 2 \cdot 150)\frac{1}{4} - \left(216 + \frac{150}{2}\right)\frac{1{,}56}{2}\right] = 125{,}25 \text{ kg/m} = 12525 \text{ kg/cm},$$

$$\sin\varphi = \frac{10}{4 \cdot 7{,}25} = \frac{10}{29};\ \cos\varphi = \frac{7{,}25 - 2 + 1{,}56}{7{,}25} = \frac{6{,}81}{7{,}25},$$

$$A_x = \frac{10}{4}\left(216 + \frac{150}{2}\right) = 727{,}5 \text{ kg},$$

$$H = \frac{10^2}{8 \cdot 2}\left(216 + \frac{150}{2}\right) = 1820 \text{ kg},$$

$$N_x = 727{,}5 \cdot \frac{10}{29} + 1820 \cdot \frac{6{,}81}{7{,}25} = 1960 \text{ kg},$$

$$x = \frac{12\,525}{1960} = 6{,}4 \text{ cm}.$$

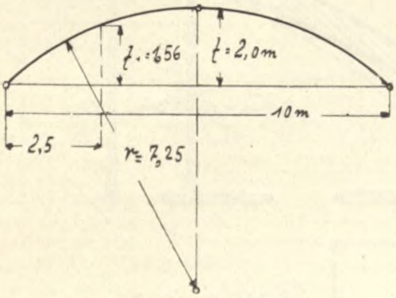


Fig. 224.

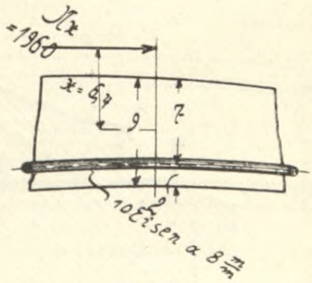


Fig. 225.

Nach den Gleichungen (1), (2) und (3), Seite 28 und 29, wird (Fig. 225)

$$y = \frac{15 \cdot 5{,}02}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 7}{15 \cdot 5{,}02}}\right] = 2{,}58 \text{ cm},$$

$$K_{b_1} = \frac{2 \cdot 12\,525}{100 \cdot 2{,}58\left(7 - \frac{2{,}58}{3}\right)} = 15{,}9 \text{ kg/qcm},$$

$$K_{b_2} = \frac{1960}{100 \cdot 9} = 2{,}1 \text{ kg/qcm},$$

$$K_b = K_{b_1} + K_{b_2} = 15{,}9 + 2{,}1 = 18 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{12\,525}{5{,}02\left(7 - \frac{2{,}58}{3}\right)} = 406 \text{ kg/qcm}.$$

Für die Berechnung der Zugstange wird:

$$H = \frac{l^2}{8 \cdot f}(p + q) = \frac{10^2}{8 \cdot 2}(216 + 150) = 2288 \text{ kg}.$$

Sind die Zugstangen 3,00 m voneinander entfernt, so wird

$$Z = 3 \cdot 2288 = 6864 \text{ kg}$$

und

$$F = \frac{Z}{K} = \frac{6864}{1200} = 5{,}72 \text{ qcm.}$$

Gewählt Rundeisen mit d = 28 mm ∅ und $F_e = 6{,}16$ qcm.

Für die Berechnung der Auflager-[-Eisen wird

$$P = 3 \cdot H = Z = 6864 \text{ kg,}$$

mithin

$$W = \frac{P \cdot l}{8 \cdot K} = \frac{6864 \cdot 300}{8 \cdot 1200} = 214.$$

Gewählte [-Eisen N · P 22 mit $W_x = 245$.

Die Konstruktion des Auflagers ist aus Fig. 226 klar ersichtlich.

Die Zugstange ist in Entfernung von 1—1,5 m durch Rundeisen aufzuhängen (Fig. 227).

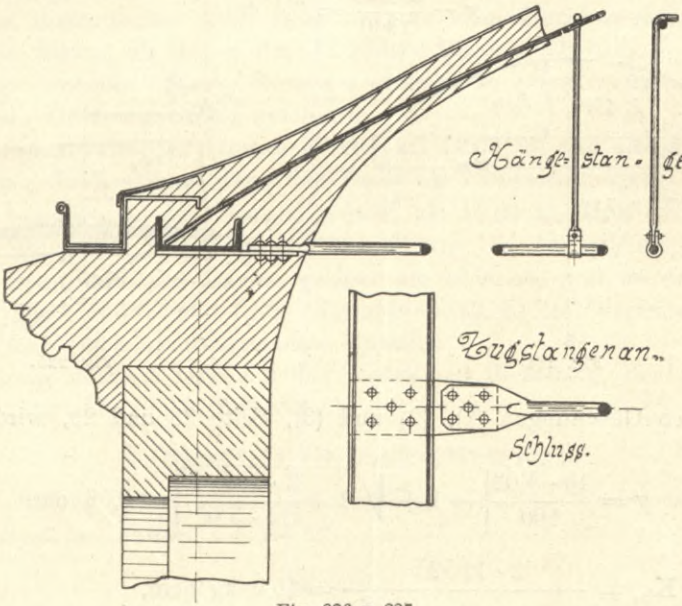


Fig. 226 u. 227.

2. Bogendach als Zweigelenkbogen.

Für die Berechnung dieser Dächer gelten folgende Formeln:

$$A = \frac{l}{2}\left(p + \frac{3}{4}q\right) \text{ Auflagerdruck,}$$

$$H = \frac{l^2}{8 \cdot f\,(1 + Z)}\left(p + \frac{q}{2}\right) \text{ Horizontalschub an den Auflagern.}$$

In dieser Gleichung bedeutet:

$$Z = \frac{15}{8} \cdot \frac{J}{F \cdot f^2}$$

J = ideelles Trägheitsmoment, F = ideeller Querschnitt, f = Pfeilhöhe.

Hat man A und H berechnet, so spannt man den Bogen um $x = \frac{l}{4}$ vom linken Auflager ein und berechnet das zugehörige Moment.

Ferner wird wie vorher:

$$N_x = A_x \cdot \sin\varphi + H \cdot \cos\varphi,$$

$$x = \frac{M}{N_x}.$$

Beispiel:

Ein Eisenbetonbogendach habe eine Spannweite von $l = 16{,}00$ m.

Es wird:

$$d_1 = 10 \text{ cm}, \; d_2 = 14 \text{ cm}, \; d = \frac{10 + 14}{12} = 12 \text{ cm}, \; f = \frac{16}{6 \div 7} = 2{,}4 \text{ m},$$

$$p = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}12 \cdot 2400 = 288 \text{ kg/qm}, \; q = 150 \text{ kg/qm}.$$

F_e für jede Armierung und 1 m Tiefe $= \frac{d}{2} = \frac{12}{2} = 6$ qcm.

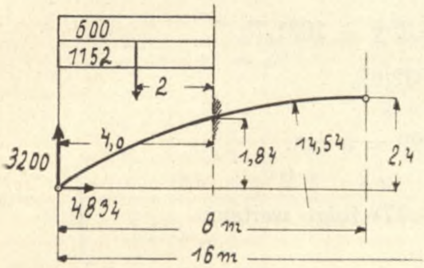


Fig. 228.

Fig. 229.

Gewählt 10 Eisen à 9 mm $\varnothing$ mit $F_e = 6{,}36$ qcm.

$$r = \frac{64}{2 \cdot 2{,}4} + \frac{2{,}4}{2} = 14{,}54 \text{ m},$$

$$f_1 = \sqrt{(14{,}54 - 2{,}4)^2 + 4\,(16 - 4)} - (14{,}54 - 2{,}4) = 1{,}84 \text{ m},$$

$$A = \frac{16}{2}\left(288 + \frac{3}{4} \cdot 150\right) = 3200 \text{ kg},$$

$$H = \frac{16^2}{8 \cdot 2{,}4 \cdot 1{,}000371}\left(288 + \frac{150}{2}\right) = 4834 \text{ kg},$$

für $$J = \frac{1 \cdot 0{,}12^3}{12} + 15 \cdot 2 \cdot 0{,}000636 \cdot 0{,}04^2 = 0{,}00015926 \text{ (Fig. 251)},$$

$$F = 1 \cdot 0{,}12 + 15 \cdot 2 \cdot 0{,}000636 = 0{,}13908.$$

$$\frac{J}{F} = \frac{0{,}00015926}{0{,}13908} = 0{,}001145,$$

$$Z = \frac{15}{8} \cdot \frac{0{,}001145}{2{,}4^2} = 0{,}000371,$$

$$M = 3200 \cdot 4 - 4834 \cdot 1{,}84 - (1152 + 600) \cdot 2 = 401{,}44 \text{ kg/m} = 40144 \text{ kg/cm (Fig. 229)}$$

$$A_x = 3200 - 1152 - 600 = 1448 \text{ kg},$$

$$\sin\varphi = \frac{16}{4 \cdot 14{,}54} = \frac{4}{14{,}54};\ \cos\varphi = \frac{14{,}54 - 2{,}4 + 1{,}84}{14{,}54} = \frac{13{,}98}{14{,}54}$$

$$N_x = 1448 \cdot \frac{4}{14{,}54} + 4834 \cdot \frac{13{,}98}{14{,}54} = 5046,$$

$$x = \frac{40144}{5046} = 7{,}95 \infty 8 \text{ cm}.$$

Nach Gleichung (44), Seite 58, wird mithin (Fig. 228):

$$y^3 + 3y^2(8 - 6) + \frac{12 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 6{,}36 \cdot y}{100} = \frac{6 \cdot 15 \cdot 6{,}36}{100}(8 \cdot 12 + 2 \cdot 4^2)$$

$$y^3 + 6y^2 + 91{,}58 - 732{,}67 = 0,$$

$$\text{für } y = 4 \text{ wird: } 64 + 96 + 366{,}32 - 732{,}67 = -206{,}35,$$

$$\text{für } y = 5 \text{ wird: } 125 + 150 + 457{,}9 - 732{,}67 = +0{,}23,$$

$$\frac{y - 4}{y - 5} = \frac{-206{,}35}{+0{,}23},$$

$$0{,}23y - 0{,}92 = -206{,}35y + 1031{,}75,$$

$$206{,}58y = 1032{,}67,$$

$$y = \frac{1032{,}67}{206{,}58} = 4{,}99 = 5 \text{ cm}.$$

Nach den Gleichungen (45), (46) und (47) folgt weiter:

$$K_b = \frac{5046}{\left[\frac{5}{2} \cdot 100 + \frac{15 \cdot 6{,}36}{5}(2 \cdot 5 - 12)\right]} = 23{,}8 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = 15 \cdot 23{,}8 \frac{4 + 6 - 5}{5} = 357 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e' = 15 \cdot \frac{4 - 6 + 5}{5} = 214{,}2 \text{ kg/qcm}.$$

Der Abstand, innerhalb welcher die übereinanderliegenden Armierungen zu verbinden sind, berechnet sich nach Gleichung [6], Seite 4, zu

$$x = 512 \frac{d}{\sqrt{K}} = 512 \cdot \frac{0{,}9}{\sqrt{214{,}2}} = 31 \text{ cm}.$$

Anmerkung: Würde man in diesem Beispiele den Horizontalschub als Dreigelenkbogen berechnen, so ergibt sich:

$$H = \frac{16^2}{8 \cdot 2{,}4}\left(288 + \frac{150}{2}\right) = 4840,$$

also keinen nennenswerten Unterschied vom Zweigelenkbogen.

Beträgt die Zugstangenentfernung 2,6 m, so wird

$$Z = 2{,}6 \cdot H = 2{,}6 \cdot \frac{l^2}{8 \cdot f\,(1 + Z)}\,(p + q) = 2{,}6 \cdot \frac{16^2}{8 \cdot 2{,}4 \cdot 1{,}000371}\,(288 + 150) = 15184 \text{ kg},$$

$$F = \frac{15184}{1200} = 12{,}6 \text{ qcm}.$$

Gewählt d = 4 cm mit F = 12,56 qcm.

Für die Berechnung des Auflager-[-Eisens wird:

$$W = \frac{15184 \cdot 260}{8 \cdot 1200} = 411.$$

Gewählt [-Eisen N · P 28 mit $W_x = 450$.

3. Bogendach als Bogen ohne Gelenke.

Für die Berechnung dieser Dächer gelten folgende Formeln:

$$A = \frac{1}{2}\left(p + \frac{13}{16}\,q\right) \text{ Auflagerdruck,}$$

$$H = \frac{l^2}{8\,f\,(1 + Z)}\left(p + \frac{q}{2}\right) \text{ Horizontalschub an den Auflagern,}$$

$$Z = \frac{45}{4} \cdot \frac{J}{F \cdot f^2},$$

$$M_a = \frac{l^2}{12}\left[-\frac{p}{\left(1 + \frac{1}{Z}\right)} + \frac{p}{2}\left(-\frac{11}{8} + \frac{1}{1 + Z}\right)\right] \text{ Kämpfermoment am Auflager A durch Einspannung.}$$

Hat man nun die Werte von A, H und M_a berechnet, so spannt man den Träger um $x = \frac{l}{4}$ vom linken Auflager ein und berechnet das zugehörige Moment.

Ferner wird, wie vorher

$$N_x = A_x \cdot \sin\varphi + H \cdot \cos\varphi,$$

$$x = \frac{M}{N_x}.$$

Beispiel:

Ein Eisenbetondach habe eine Spannweite von 20,00 m.

Es wird:

$$d_1 = 12 \text{ cm}, \; d_2 = 16 \text{ cm}, \; d = \frac{12 + 16}{2} = 14 \text{ cm}, \; f = \frac{20}{8} = 2{,}5 \text{ m},$$

$$p = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}14 \cdot 2400 = 336 \text{ kg/qcm}, \; q = 150 \text{ kg/qm}.$$

F_e für eine Armierung und 1 cm Tiefe $= \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7$ qm.

Gewählt 8 Eisen à 11 mm ∅ mit $F_e = 7{,}6$ qcm.

$$r = \frac{100}{2 \cdot 2{,}5} + \frac{2{,}5}{2} = 21{,}25 \text{ m},$$

$$f_1 = \sqrt{(21{,}25 - 2{,}5)^2 + 5\,(20 - 5)} - (21{,}25 - 2{,}5) = 1{,}91 \text{ m.}$$

$$A = \frac{20}{2}\left(366 + \frac{3}{16}\cdot 150\right) = 4880 \text{ kg},$$

$$J = \frac{1\cdot 0{,}14^3}{12} + 15\cdot 2\cdot 0{,}00076\cdot = 0{,}000286,$$

$$F = 1\cdot 0{,}14 + 15\cdot 2\cdot 0{,}00076\cdot 0{,}05^2 = 0{,}1628,$$

$$\frac{J}{F} = \frac{0{,}000286}{0{,}1628} = 0{,}00176,$$

$$Z = \frac{45}{4}\cdot\frac{0{,}00176}{2{,}5^2} = 0{,}00317,$$

$$H = \frac{20^2}{8\cdot 2{,}5\,(1 + 0{,}00317)}\cdot\left(336 + \frac{150}{2}\right) = 8194 \text{ kg},$$

$$M_a = \frac{20^2}{12}\left[-\frac{366}{\left(1 + \frac{1}{0{,}00317}\right)} + \frac{150}{2}\left(-\frac{11}{8} + \frac{1}{(1 + 0{,}00317)}\right)\right]$$

$$= -985 \text{ kg/m} = -98500 \text{ kg/cm},$$

$$M = A\cdot\frac{l}{4} - H\cdot f_1 - G\cdot\frac{l}{8} - M_a,$$

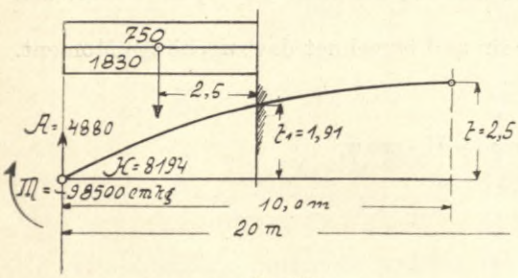


Fig. 230.

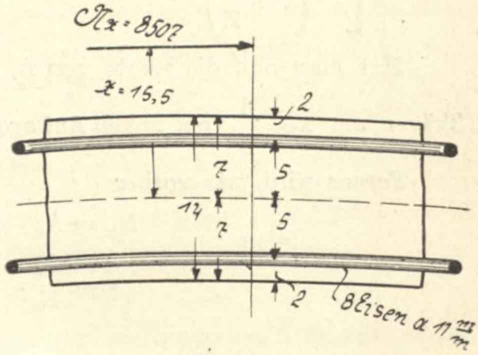


Fig. 231.

$$M = 4880\cdot 500 - 8194\cdot 191 - 5\,(366 + 150)\,250 - 98500 = 131446 \text{ (Fig. 230)},$$

$$A_x = 4880 - 5\,(366 + 150) = 2300 \text{ kg},$$

$$\sin\varphi = \frac{20}{4\cdot 21{,}25} = \frac{1}{4{,}25};\ \cos\varphi = \frac{21{,}25 - 2{,}5 + 1{,}91}{21{,}25} = \frac{20{,}66}{21{,}25},$$

$$N_x = 2300\cdot\frac{1}{4{,}25} + 8194\cdot\frac{20{,}66}{21{,}25} = 8507,$$

$$x = \frac{131446}{8507} = 15{,}5 \text{ cm.}$$

Nach Gleichung (44), Seite 58, wird mithin (Fig. 231)

$$y^3 + 3\,y^2\,(15{,}5 - 7) + \frac{12 \cdot 15{,}5 \cdot 15 \cdot 7{,}6 \cdot y}{100} = \frac{6 \cdot 15 \cdot 7{,}6}{100}\,(15{,}5 \cdot 14 + 2 \cdot 5^2),$$

$$y^3 + 25{,}5\,y^2 + 212{,}04\,y - 1826{,}28 = 0,$$

$$\text{für } y = 5 \text{ wird: } 125 + 637{,}5 + 1060{,}2 - 1826{,}28 = -3{,}6,$$

$$\text{für } y = 6 \text{ wird: } 216 + 918 + 1272{,}24 - 1826{,}28 = +580,$$

$$\frac{y-5}{y-6} = \frac{-3{,}6}{+580},$$

$$580\,y - 2900 = -3{,}6\,y + 21{,}6,$$

$$583{,}6\,y = 2921{,}6,$$

$$y = \frac{2921{,}6}{583{,}6} = 5 \text{ cm}.$$

Nach den Gleichungen (45), (46) und (47) folgt weiterhin:

$$K_b = \frac{8507}{\left[\frac{5}{2} \cdot 100 + \frac{7{,}6 \cdot 15}{5}\,(2 \cdot 5 - 14)\right]} = 53{,}6 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = 15 \cdot 53{,}6\,\frac{5 + 7 - 5}{5} = 1126 \text{ kg/qcm Zug in der unteren Armierung,}$$

$$K_e' = 15 \cdot 53{,}6\,\frac{5 - 7 + 5}{5} = 482 \text{ kg/qcm Druck in der oberen Armierung,}$$

Für die Berechnung der Zugstange wird, wenn die Entfernung derselben voneinander 2,0 m beträgt:

$$H = 2 \cdot \frac{(p+q) \cdot l^2}{8 \cdot f} \cdot \frac{1}{(1+Z)} = 2 \cdot \frac{(366 + 150)\,20^2}{8 \cdot 2{,}5} \cdot \frac{1}{(1 + 0{,}00317)} = 20576 \text{ kg},$$

$$F = \frac{20576}{1200} = 17{,}158.$$

Gewählt Rundeisen mit $d = 4{,}7$ cm und $F = 17{,}34$ qcm.

Für die Berechnung des Auflagereisensbetonbalkens gilt folgendes (Fig. 232):

Dieser Balken wird senkrecht, bei einer Stützenentfernung von 4,0 m, belastet mit

$$P = \frac{20}{2}\,(366 + 150) = 5160 \text{ kg}$$

$$\text{Eigengewicht des Balkens} = 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 1 \cdot 2400 = \underline{\;672\;} \text{ „}$$

$$5832 = \infty\ 5840 \text{ kg}.$$

Für teilweise Einspannung wird:

$$M = \frac{4}{5} \cdot \frac{4 \cdot 5840 \cdot 400}{8} = 934400.$$

Nach den Gleichungen (1), (2) und (3), Seite 28 und 29, wird (Fig. 233)

$$y = \frac{15 \cdot 18{,}08}{40}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 40 \cdot 66}{15 \cdot 1808}}\right] = 24 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 934400}{40 \cdot 24\left(66 - \frac{24}{3}\right)} = 31{,}8 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{934400}{18{,}08\left(66 - \frac{24}{3}\right)} = 893 \text{ kg/qcm}.$$

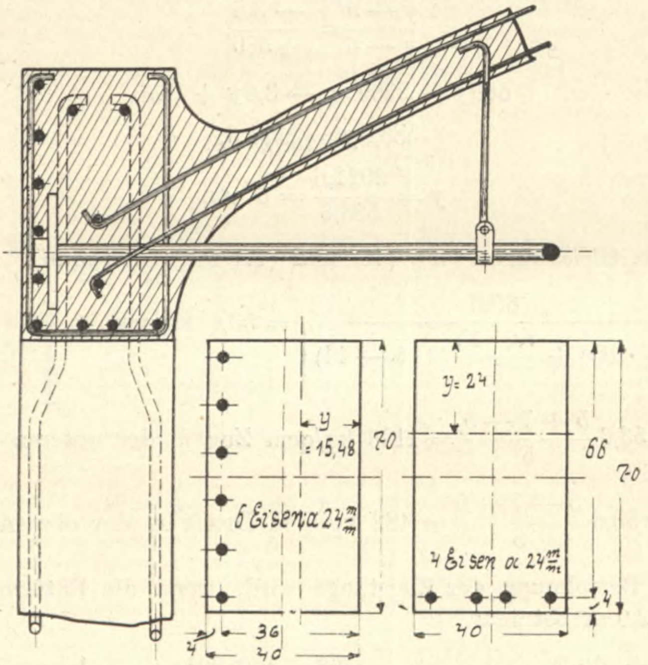


Fig. 232. Fig. 234. Fig. 233.

Der Balken wird ferner durch eine Horizontalkraft, bei einer Auflagerlänge von 2 m, belastet mit

$$P = H = 20576 \text{ kg},$$

$$M = \frac{4}{5} \cdot \frac{20576 \cdot 200}{8} = 411520.$$

Nach den Gleichungen (1), (2) und (3), Seite 28 und 29, wird (Fig. 234):

$$y = \frac{15 \cdot 19{,}64}{70}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 70 \cdot 36}{15 \cdot 19{,}64}}\right] = 15{,}48 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 411520}{70 \cdot 15{,}48\left(36 - \frac{15{,}48}{3}\right)} = 24{,}7 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{411520}{19{,}64\left(36 - \frac{15{,}48}{3}\right)} = 678 \text{ kg/qcm}.$$

D. Die Rahmendächer.

Unter Rahmendächer versteht man Dächer, bei welchen die Binder aus Rahmen ohne sichtbare Zugstäbe bestehen.

In den Fig. 235—238 sind einige Formen angegeben.

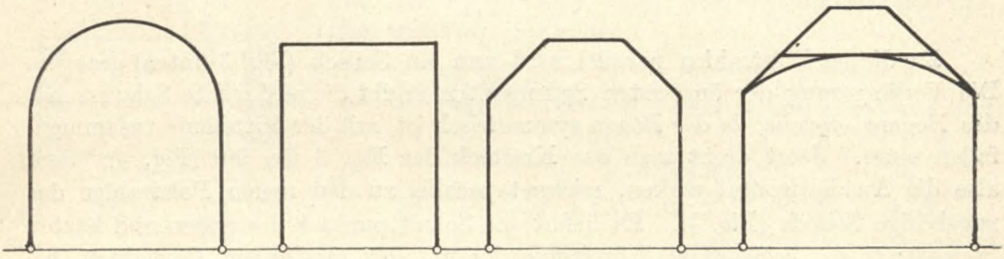


Fig. 235—238.

Berechnung.

Die Berechnung dieser Dächer erfolgt als Zweigelenkbogen mit konstantem Trägheitsmoment, indem man an den Fussenden Gelenke annimmt. Der Gang der Berechnung mag an folgendem Beispiele gezeigt werden. (Tafel VI.)

Die für diesen Rahmen ermittelten äusseren Kräfte sind in die Hauptfigur eingetragen, und zwar für einen von rechts wirkenden Winddruck.

Darauf wurden die Kräfte der Reihe nach aufgetragen (Fig. 1), ein Pol O_1 angenommen, die Polstrahlen gezogen und mit A beginnend der zugehörige Seilzug (Fig. 3) gezeichnet. Der Schnittpunkt der ersten und letzten Seilzugseite ergibt den Angriffspunkt der Resultierenden R. Um nun in dem Krafteck (Fig. 1) die Auflagerreaktion A zu finden, zieht man durch das Auflager B eine Parallele zu R, bis der letzte Seilzugstrahl geschnitten wird. Diesen Schnittpunkt verbindet man mit A und erhält so die Schlusslinie S.

Zieht man jetzt durch O_1 eine Parallele zu S, so wird die Resultierende R im Punkte c geschnitten. Durch c eine Horizontale gezogen bis die Senkrechte durch a geschnitten wird, ergibt die senkrechte Auflagerreaktion A.

Man kann nun übergehen zur Bestimmung des Horizontalschubes H. Derselbe ergibt sich wie folgt:

Man teilt den Bogen in einzelne Teile, Lamellen, ein. Diese Lamellen müssen möglichst so gehalten sein, dass Angriffspunkte von äusseren Kräften mit Lamellenschwerpunkten zusammenfallen.

Für diese Lamellen berechnet man nun die Ausdrücke (elastischen Gewichte)

$$\Delta w = \frac{l \cdot y}{E \cdot J}.$$

Sind nun E (Elastizitätsmodul) und J (Trägheitsmoment) konstant, so kann man sie = 1 setzen, und man erhält

$$\Delta w = l \cdot y,$$

hierin ist l die Länge der Lamelle in m und y der Abstand der Lamellen von der Bogensehne in m gemessen.

Anmerkung: Die Δ w greifen genau genommen in den Antipolen der Lamellen, bezogen auf die Bogensehne, an.

Die Werte für dieses Projekt wurden in der Tabelle I zusammengestellt. Man trägt nun diese elastischen Gewichte der Reihe nach auf (Fig. 2), nimmt einen Pol O der Mitte gegenüber an. Die Polweite beträgt in unserem Falle:

$$w = H_1 = \sum_{1}^{16} \Delta w.$$

Zu diesen Polstrahlen parallel wird nun ein Seileck (Fig. 3 unten) gezogen. Die Verlängerung der äussersten Seilzugseiten ergibt die senkrechte Schwerachse des Bogens, welche, da der Bogen symmetrisch ist, mit der Mittellinie zusammenfallen muss. Jetzt dreht man das Krafteck der Fig. 3 um 90^0 (Fig. 4), lässt also die Δw horizontal wirken, zeichnet parallel zu den neuen Polstrahlen das zugehörige Seileck (Fig. 5). Es liefert im Schnittpunkt 8 der ersten und letzten Seilzugseite die horizontale Schwerlinie des mit den elastischen Gewichten belastet gedachten Bogens.

Sie liegt nun $m = 6{,}9$ m von der Bogensehne entfernt.

Die Lasten sind der Reihe nach, beim linken Auflager beginnend, mit P_i bezeichnet. Die zwischen der Last und dem Auflager B liegende Summe der Δw sei w_i genannt. Der senkrechte Abstand der Last von den jeweiligen Schwerpunkten der w_i sei p_i.

Die Schwerpunkte der w_i findet man in den Seilecken der Δw (Fig. 3 unten und Fig. 5), indem man den jeweiligen ersten Seilzugstrahl mit dem letzten Seilzugstrahl zum Schnitte bringt und die sich ergebenden Schwerlinien bis zum Schnitte verlängert. Für Punkt 2 ist die Konstruktion durchgeführt, für die anderen angedeutet.

Die Lasten P_i, die Ausdrücke w_i und die Hebelarme p_i wurden in Tabelle II zusammengestellt. Da die Lasten P_1 und P_2 gleiche Hebelarme p_i haben, so wurden sie zusammengefasst zu P_{i_1}'. Dasselbe ist mit P_3 und P_4, ferner mit P_5 und P_6 geschehen.

Bezeichnet man nun den Abstand der senkrechten Schwerlinie des Bogens vom Auflager A mit $a = \frac{l}{2} = \frac{10}{2} = 5$, so ergibt sich der Horizontalschub aus der Gleichung

$$H = \frac{A \cdot a}{m} - \frac{\Sigma P_i \cdot w_i \cdot p_i}{m \cdot w}.$$

Nach Tabelle II ist

$$\Sigma P_i \cdot w_i \cdot p_i = 10120{,}73,$$

nach Tabelle I ist

$$w = 138{,}45$$

mithin

$$H = \frac{19{,}09 \cdot 5}{6{,}8} - \frac{10120{,}73}{6{,}8 \cdot 138{,}45} = 3{,}29 \text{ t}.$$

Diesen Horizontalschub vereinigt man jetzt mit dem Auflagerdruck A (Fig. 1) zur Resultierenden R_1. Der sich ergebende Pol ist O_2. Zieht man nun zu diesem Pol die Polstrahlen und mit A beginnend den zugehörigen Seilzug, so muss dieser Seilzug auch durch das linke Auflager B gehen. Der Seilzug stellt auch zugleich die Stützlinie dar.

Das grösste Moment ergibt sich nun in dem Knick über dem linken Auflager und beträgt

$$M_{max} = 11450 \cdot 172 = 1969300 \text{ kg/cm}.$$

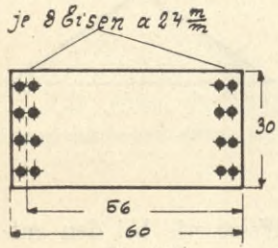


Fig. 239.

Nimmt man nun den Querschnitt des Balkens nach Fig. 239 an, so wird nach den Gleichungen (8a), (9), (10) und (11), Seite 35:

$$y = \frac{2 \cdot 15 \cdot 36{,}16}{30}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{30\,(56 + 4)}{2 \cdot 15 \cdot 36{,}16}}\right] = 23 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{6 \cdot 1969300 \cdot 23}{30 \cdot 23^2\,(3 \cdot 56 - 23) + 6 \cdot 36{,}16 \cdot 15\,(56 - 4)\,(23 - 4)}$$
$$= 49{,}3 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = 15 \cdot 49{,}3\,\frac{(56 - 23)}{23} = 1060 \text{ kg/qcm Zug},$$

$$K_e' = 15 \cdot 49{,}3\,\frac{(23 - 4)}{23} = 610 \text{ kg/qcm Druck}.$$

In Fig. 240 ist die Seitenansicht zur Darstellung gebracht.

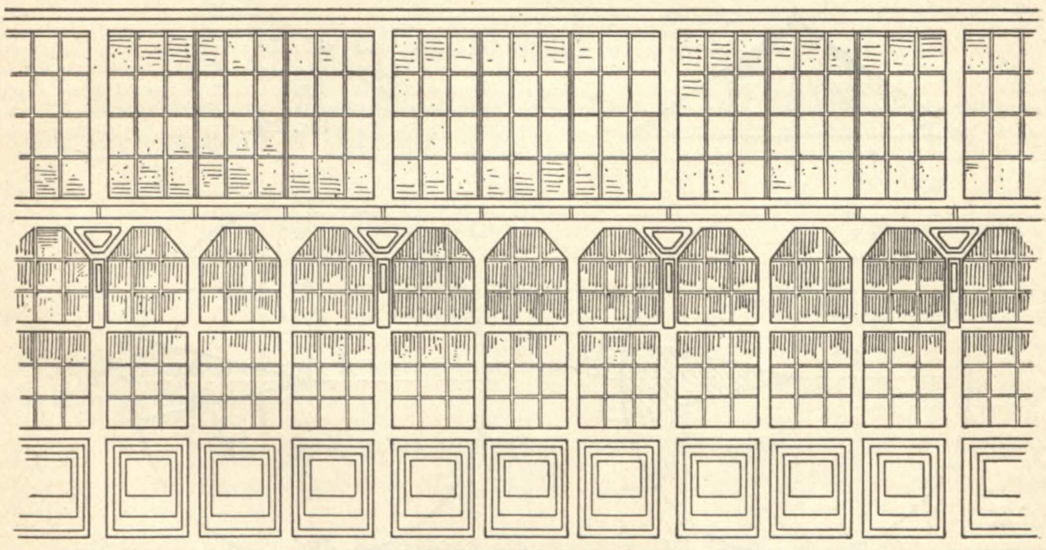


Fig. 240.

E. Die Kegel- und Zeltdächer.

Unter diesen Dächern versteht man Dächer in Form eines geraden Hohlkegels über kreisförmigem Grundriss. Kegeldächer nennt man nun solche Dächer, bei denen der Neigungswinkel α grösser ist als 45°, und Zeltdächer solche, bei denen der Neigungswinkel α kleiner als 45° (Fig. 241—243).

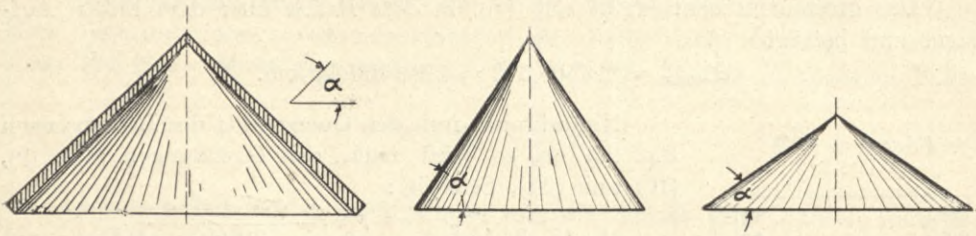


Fig. 241—243.

Berechnung.

Die Berechnung dieser Dächer erfolgt in ähnlicher Weise wie bei den entsprechenden Dächern im Eisenbau.

Bezeichnet man die Gesamtbelastung in kg/qm Grundrissfläche mit g, so beträgt das Gewicht des ganzen Daches, also auch der Auflagerdruck (Fig. 244 u. 245)

$$1.\quad P = r^2 \cdot \pi \cdot g.$$

Für einen Kreisausschnitt mit dem Bogen B = 1 wird dann:

$$2.\quad P_1 = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot g}{2 \cdot r \cdot \pi} = \frac{r \cdot g}{2}.$$

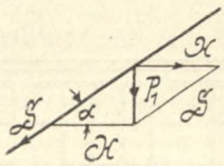


Fig. 246.

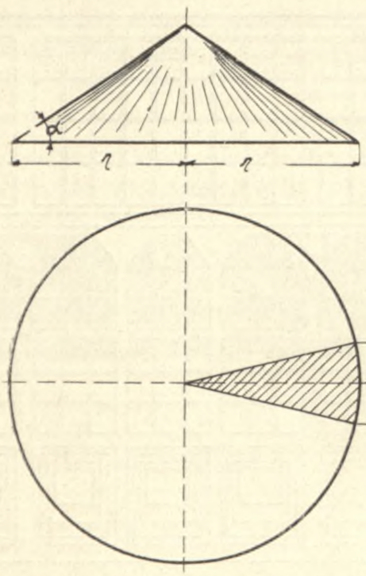


Fig. 244 u. 245.

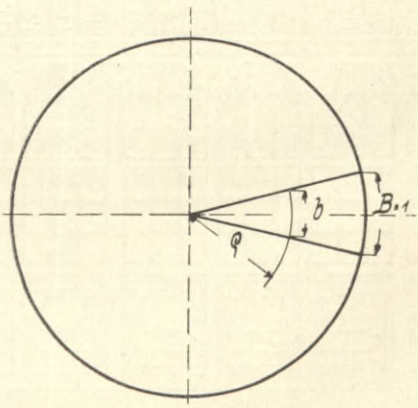


Fig. 247.

Diese Kraft P_1 zerlegt sich nun am Auflager (Fig. 246) in eine Seitenkraft S, welche in die Richtung der Kegelerzeugenden hineinfällt und in eine Horizontalkraft H, welche senkrecht zur Achse des Kegels steht.

Es wird:

$$3.\quad S = \frac{P_1}{\sin\alpha} = \frac{r \cdot g}{2 \cdot \sin\alpha},$$

$$4.\quad H = \frac{P_1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{r \cdot g}{2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}.$$

Die Kraft H erzeugt eine Ringzugspannung von der Grösse

$$5.\quad R = H \cdot r = \frac{r \cdot g}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha} \cdot r = \frac{r^2 \cdot g}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}.$$

Für einen beliebigen Querschnitt im Abstande ρ vom Mittelpunkt im Grundriss wird (Fig. 247)

$$\frac{b}{B} = \frac{\rho}{r},$$

$$6.\quad b = \frac{\rho}{r} \cdot B = \frac{\rho}{r} \cdot 1 = \frac{\rho}{r}.$$

Die senkrechte Belastung für diesen Querschnitt beträgt:

$$7.\quad p = \rho^2 \cdot \pi \cdot g,$$

also für den Bogen = 1 m

$$8.\quad p_1 = \frac{\rho^2 \cdot \pi \cdot g}{2 \cdot \rho \cdot \pi} = \frac{\rho \cdot g}{2},$$

mithin für einen Streifen von b

$$9.\quad p_b = \frac{\rho \cdot g}{2} \cdot b = \frac{\rho \cdot g}{2} \cdot \frac{\rho}{r} = \frac{\rho^2 \cdot g}{2 \cdot r}.$$

Diese Kraft p_b zerlegt sich wieder (Fig. 248) in eine Seitenkraft s und eine Horizontalkraft h. Es wird

$$10.\quad s = \frac{p_b}{\sin\alpha} = \frac{\rho^2 \cdot g}{2 \cdot r \cdot \sin\alpha}\ \text{Druck},$$

$$11.\quad h = \frac{p_b}{\mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{\rho^2 \cdot g}{2 \cdot r \cdot \mathrm{tg}\,\alpha}\ \text{Druck}.$$

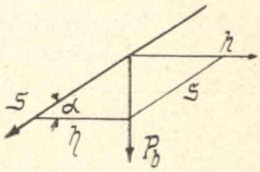


Fig. 248.

Die Horizontalkraft h erzeugt nun wieder eine Ringspannung von

$$12.\quad R_\rho = h \cdot r = \frac{\rho^2 \cdot g}{2 \cdot r \cdot \mathrm{tg}\,\alpha} \cdot r = \frac{\rho^2 \cdot g}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}\ \text{Druck}.$$

Betrachtet man nun die Grösse $R_\rho = \frac{\rho^2 \cdot g}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}$ und formt sie um in

$$\rho^2 = \frac{2 \cdot \mathrm{tg}\,\alpha}{g} \cdot R_\rho,$$

so stellt diese Gleichung die Scheitelgleichung der Parabel dar.

Um mithin die Ringspannungen in allen Querschnitten zu finden, genügt die Konstruktion einer Parabel mit den zugehörigen Rechtecklängen von $R = \frac{r^2 \cdot g}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}$ und f, der Höhe des Kegels.

Um die Parabel zu konstruieren, teilt man die Grundlinie R in eine Anzahl gleicher Teile und die Höhe f in dieselbe Anzahl gleicher Teile. Die übrige Konstruktion ist aus Fig. 249 klar zu ersehen.

Betrachtet man nun ferner die Gleichung $s = \frac{p^2 \cdot g}{2 \cdot \sin \alpha}$, so stellt diese ebenfalls die Gleichung einer Parabel dar, deren Konstruktion aus Fig. 250 zu ersehen ist.

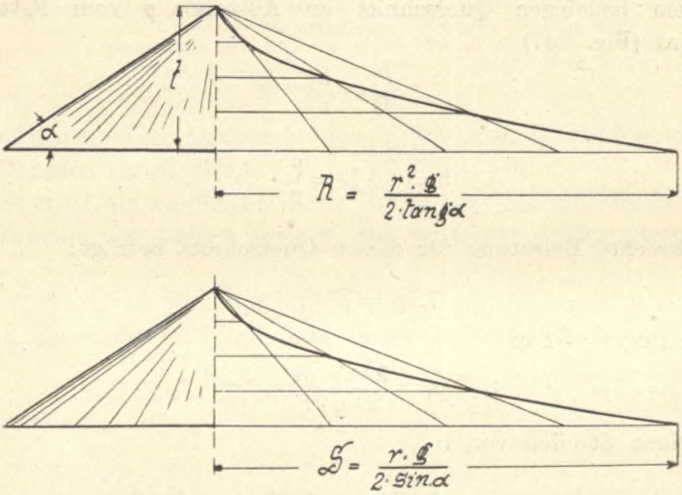


Fig. 249 u. 250.

Beispiel:

Ein Zeltdach habe die in Fig. 251 angegebenen Abmessungen. Die Eindeckung bestehe aus einer doppelten Teerpapplage.

Eigengewicht	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}08 \cdot 2400 = 192$	kg/qm schräger Dachfläche
Abdeckung	$1 \cdot 1 \cdot 20 = 20$	„ „ „
	212	kg/qm schräger Dachfläche

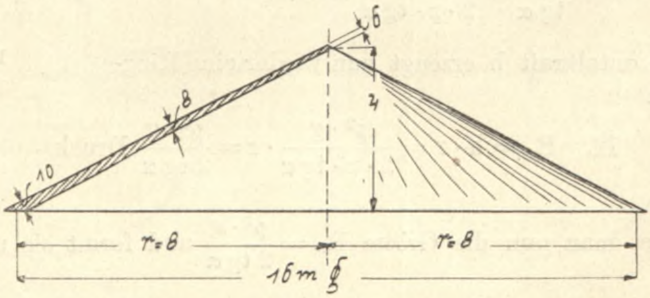


Fig. 251.

Für den Quadratmeter Horizontalprojektion wird mithin

$$\frac{212}{\cos \alpha} = \frac{212}{\frac{8}{9}} = \frac{212 \cdot 9}{8} = 236 \text{ kg/qm Grundrissfläche}$$

Nutzlast aus Schnee und Wind = 150 „ „

$g = 386$ kg/qm Grundrissfläche

Es wird:
$$R = \frac{8^2 \cdot 386}{2 \cdot \frac{4}{8}} = 24\,700 \text{ kg},$$
$$S = \frac{8 \cdot 396}{2 \cdot \frac{4}{9}} = 3474 \text{ kg}.$$

Mit Hilfe dieser Kräfte wurden die in den Fig. 252 u. 253 dargestellten Parabeln gezeichnet.

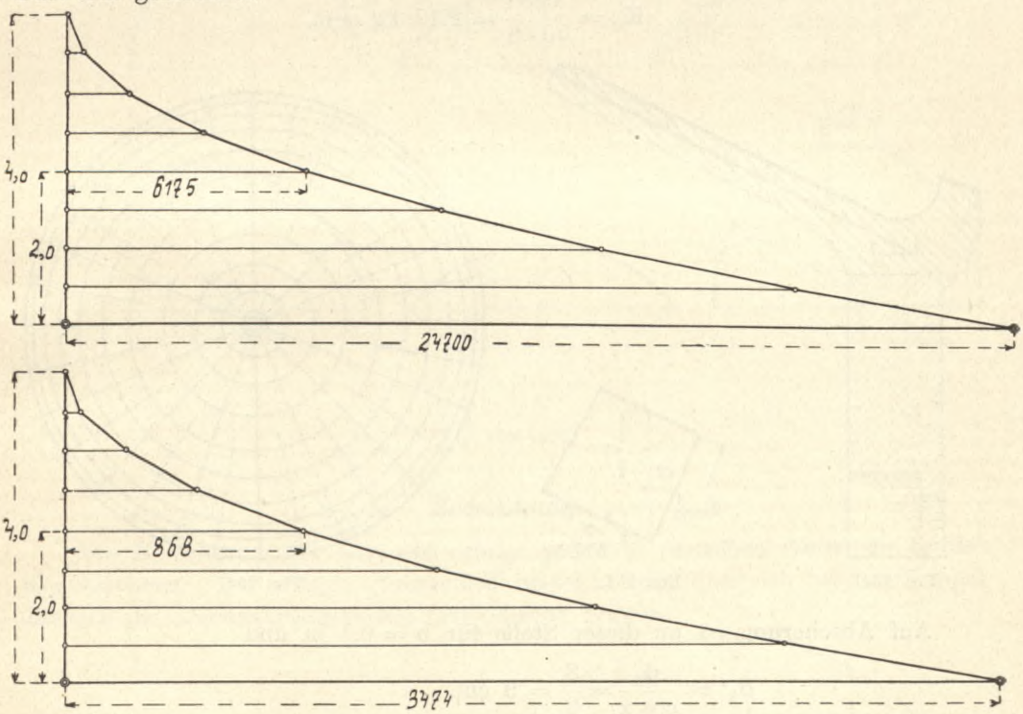


Fig. 252 u. 253.

Berechnung des Auflagerringes.

$$F_e = \frac{R}{K_e} = \frac{24\,700}{1200} = 20{,}6 \text{ qcm},$$

Gewählt ⊔ N · P 14 mit $F_e = 20{,}4$ qcm (Fig. 254).

Berechnung der Druckspannung im Beton, hervorgerufen durch die Seitenkraft S.

$$K_b = \frac{S}{F} = \frac{S}{B \cdot d_1} = \frac{3474}{100 \cdot 10} = 3{,}474 \text{ kg/qcm}.$$

Auf Betonabscherung am Auflager wird

$$K_{b_s} = \frac{P_1}{B \cdot d_1'} = \frac{r \cdot g}{2 \cdot 100 \cdot 11{,}25} = \frac{8 \cdot 386}{2 \cdot 100 \cdot 11{,}25} = 1{,}38 \text{ kg/qcm},$$

$$d_1' = \frac{d_1}{\cos \alpha} = \frac{10}{\frac{8}{9}} = 11{,}25 \text{ cm (Fig. 255).}$$

Will man nun z. B. die Spannungen in einer Höhe f = 2 m, also für einen Radius $\rho = 4$ m berechnen, so wird die Ringdruckspannung im Beton

$$K_b = \frac{6175}{100 \cdot d_2} = \frac{6175}{100 \cdot 8} = 7{,}72 \text{ kg/qcm}$$

und die entsprechende Druckspannung, hervorgerufen durch die Seitenkraft s, für

$$b = \frac{\rho}{r} = \frac{4}{8} = 0{,}5 \text{ m},$$

$$K_b = \frac{868}{50 \cdot 8} = 2{,}17 \text{ kg/qcm.}$$

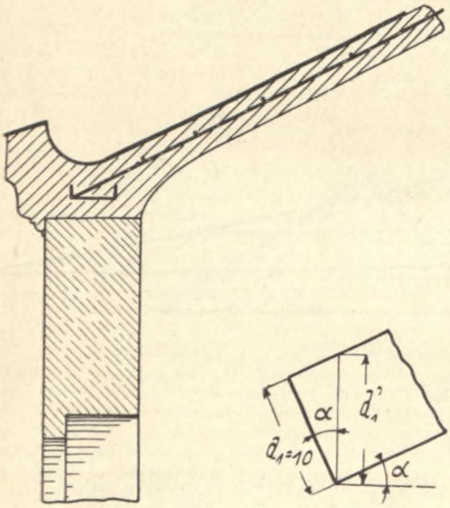


Fig. 254. Fig. 255.

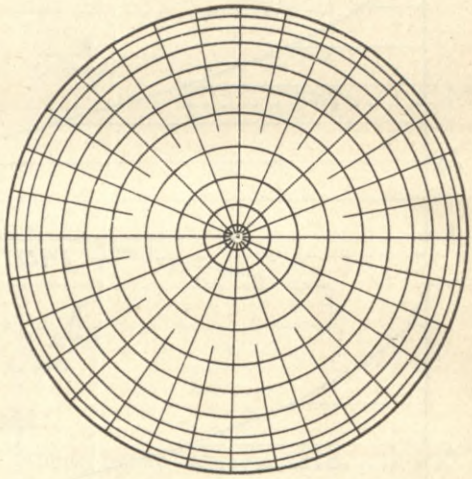


Fig. 256.

Auf Abscherung ist an dieser Stelle für b = 0,5 m und

$$d_2' = \frac{d_2}{\cos\alpha} = \frac{8}{\frac{8}{9}} = 9 \text{ cm},$$

$$K_{b_s} = \frac{p_b}{50 \cdot d_2'} = \frac{4^2 \cdot 386}{2 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 9} = 0{,}86 \text{ kg/qcm.}$$

Da in den Kegel- bzw. Zeltdächern, mit Ausnahme des Auflagerringes, nur Druck- bezw. Scherspannungen auftreten, so wäre theoretisch eine Armierung, mit Ausnahme des Auflagerringes, nicht nötig. In der Praxis jedoch pflegt man eine Armierung aus dünnen Stäben anzuordnen, welche in der Richtung der Kegelerzeugenden und in konzentrischen Ringen angebracht werden (Fig. 256).

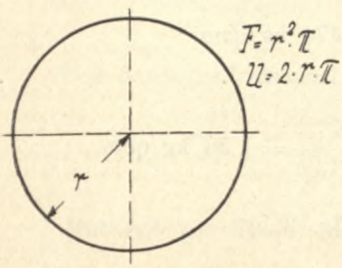


Fig. 257.

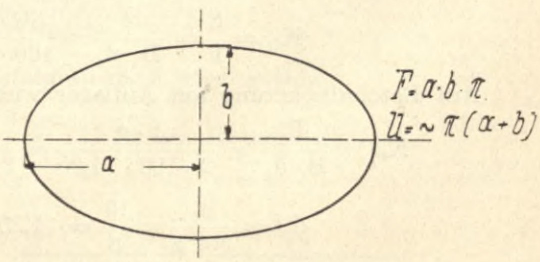


Fig. 258.

F. Die Kuppeldächer.

Der Grundriss der Kuppeldächer ist in der Regel kreisförmig oder elliptisch (Fig. 257 u. 258).

Die Kuppelerzeugende kann sehr verschiedenartig gestaltet sein; es sind in den Fig. 259—264 einige Formen angegeben.

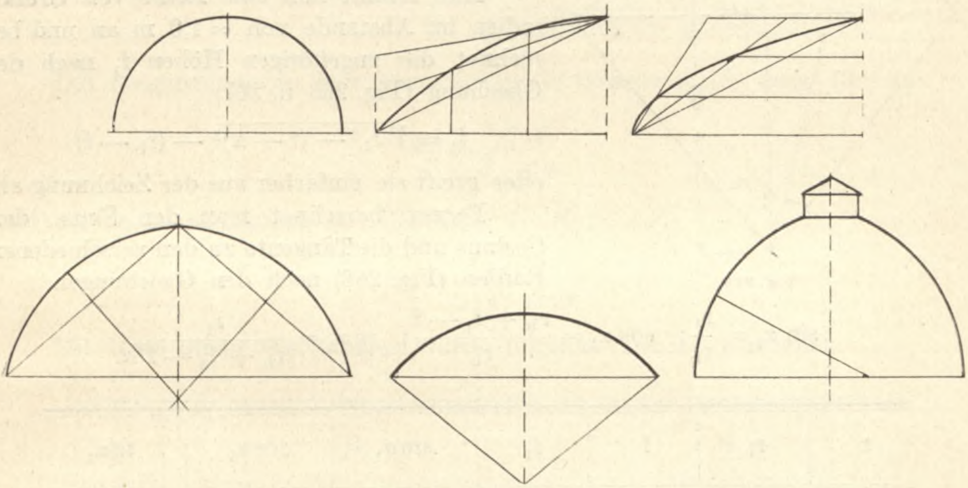


Fig. 259—264.

Berechnung.

Die Berechnung der Kuppeln erfolgt genau in derselben Weise wie bei den Kegeldächern. Der einzige Unterschied besteht darin, dass sich bei den Kuppeldächern die Dachneigungswinkel fortwährend ändern.

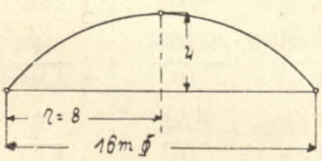


Fig. 265.

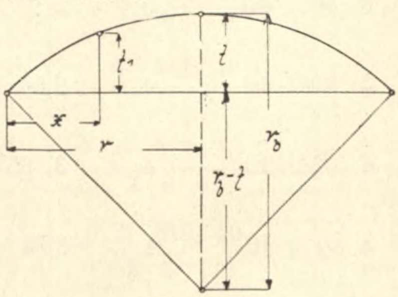


Fig. 266.

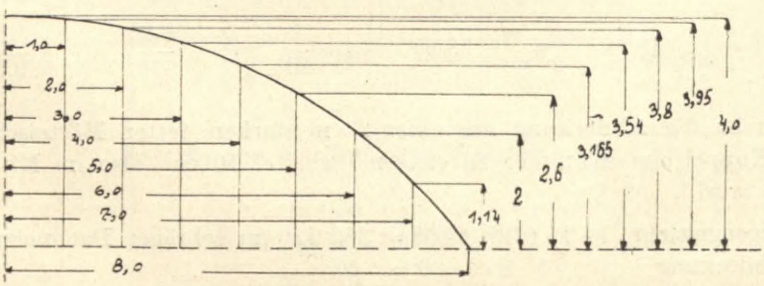


Fig. 267.

1. Beispiel:

Eine Kreissegment-Kuppel habe die in Fig. 265 angegebenen Abmessungen. Es wird

$$r_b = \frac{l^2}{8 \cdot f} + \frac{f}{2} = \frac{16^2}{8 \cdot 4} + \frac{4}{2} = 10{,}00 \text{ m.}$$

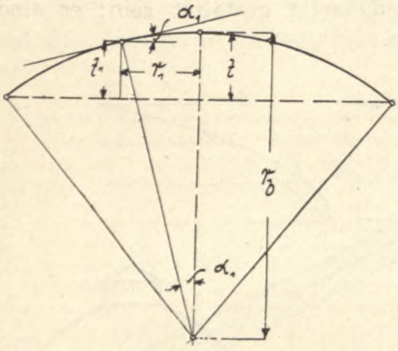


Fig. 268.

Man nimmt nun eine Reihe von Grundradien im Abstande von ∞ 1,0 m an und berechnet die zugehörigen Höhen f_1 nach der Gleichung (Fig. 266 u. 267)

$$f_1 = \sqrt{r_b^2 - (r - x)^2} - (r_b - f)$$

oder greift sie einfacher aus der Zeichnung ab.

Ferner berechnet man den Sinus, den Cosinus und die Tangente zu den verschiedenen Radien (Fig. 268) nach den Gleichungen

$$\sin\alpha_1 = \frac{r_1}{r_b}; \quad \cos\alpha_1 = \frac{r_b + f_1 - f}{r_b}; \quad \operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{r_1}{r_b + f_1 - f}.$$

r	r_b	f	f_1	$\sin\alpha_1$	$\cos\alpha_1$	$\operatorname{tg}\alpha_1$
8	10	4	0	$\frac{8}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{8}{6}$
7	10	4	1,14	$\frac{7}{10}$	$\frac{7{,}14}{10}$	$\frac{7}{7{,}14}$
6	10	4	2	$\frac{6}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{6}{8}$
5	10	4	2,66	$\frac{5}{10}$	$\frac{8{,}66}{10}$	$\frac{5}{8{,}66}$
4	10	4	3,165	$\frac{4}{10}$	$\frac{9{,}165}{10}$	$\frac{4}{9{,}165}$
3	10	4	3,54	$\frac{3}{10}$	$\frac{9{,}54}{10}$	$\frac{3}{9{,}54}$
2	10	4	3,8	$\frac{2}{10}$	$\frac{9{,}8}{10}$	$\frac{2}{9{,}8}$
1	10	4	3,95	$\frac{1}{10}$	$\frac{9{,}95}{10}$	$\frac{1}{9{,}95}$

Besteht die Abdeckung aus einer 2 cm starken, fetten Mörtelschicht, und ist die Kuppel am Kämpfer 20 cm, im Scheitel 10 cm, also im Mittel 15 cm stark, so wird

Eigengewicht	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}15 \cdot 2400 =$	360 kg/qm schräger Dachneigung
Abdeckung	$1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 20 =$	40 „ „ „
		400 kg/qm schräger Dachneigung

Für eine mittlere Dachneigung von $\cos \alpha_1 = \frac{8,66}{10}$ wird

$$\frac{400}{\frac{8,66}{10}} = 462 \text{ kg/qm Grundrissfläche}$$

Nutzlast aus Schnee und Wind = 150 „ „

g = 612 kg/qm Grundrissfläche.

Die Ringspannungen berechnen sich nach Gleichung 12, Seite 133, zu

$$R_1 = \frac{r_1^2 \cdot g}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}$$

und die Seitenspannungen zu (Gleichung 10, Seite 133)

$$S_1 = \frac{r_1^2 \cdot g}{2 \cdot r \cdot \sin \alpha}.$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen wurde folgende Tabelle berechnet:

r	R_1	S_1
8	$\frac{8^2 \cdot 612}{2} \cdot \frac{6}{8} = 14688$	$\frac{8^2 \cdot 612}{2 \cdot 8} \cdot \frac{10}{8} = 3060$
7	$\frac{7^2 \cdot 612}{2} \cdot \frac{7,14}{7} = 15294$	$\frac{7^2 \cdot 612}{2 \cdot 8} \cdot \frac{10}{7} = 2678$
6	$\frac{6^2 \cdot 612}{2} \cdot \frac{8}{6} = 14688$	$\frac{6^2 \cdot 612}{2 \cdot 8} \cdot \frac{10}{6} = 2395$
5	$\frac{5^2 \cdot 612}{2} \cdot \frac{8,66}{5} = 13250$	$\frac{5^2 \cdot 612}{2 \cdot 8} \cdot \frac{10}{5} = 1913$
4	$\frac{4^2 \cdot 612}{2} \cdot \frac{9,165}{4} = 11218$	$\frac{4^2 \cdot 612}{2 \cdot 8} \cdot \frac{10}{4} = 1530$
3	$\frac{3^2 \cdot 612}{2} \cdot \frac{9,54}{3} = 8758$	$\frac{3^2 \cdot 612}{2 \cdot 8} \cdot \frac{10}{3} = 1148$
2	$\frac{2^2 \cdot 612}{2} \cdot \frac{9,8}{2} = 6000$	$\frac{2^2 \cdot 612}{2 \cdot 8} \cdot \frac{10}{2} = 765$
1	$\frac{1^2 \cdot 612}{2} \cdot \frac{9,95}{1} = 3040$	$\frac{1^2 \cdot 612}{2 \cdot 8} \cdot \frac{10}{1} = 383$

Berechnung des Auflagerringes (r = 8).

$$F_e = \frac{14688}{1200} = 12,24 \text{ qcm}.$$

Gewählt ⊔ N · P 10 mit $F_e = 13,5$ qcm.

Berechnung der Druckspannungen im Beton, hervorgerufen durch die Seitenkraft S.

$$K_b = \frac{S}{F} = \frac{3060}{100 \cdot 20} = 1,53 \text{ kg/qcm.}$$

Auf Abscherung am Auflager wird für

$$d_1{}' = \frac{d_1}{\cos\alpha} = \frac{20}{\frac{6}{10}} = 33,33 \text{ cm,}$$

$$K_{b_s} = \frac{r \cdot g}{2 \cdot F} = \frac{8 \cdot 612}{2 \cdot 100 \cdot 33,33}$$

$$= 0,74 \text{ kg/qcm.}$$

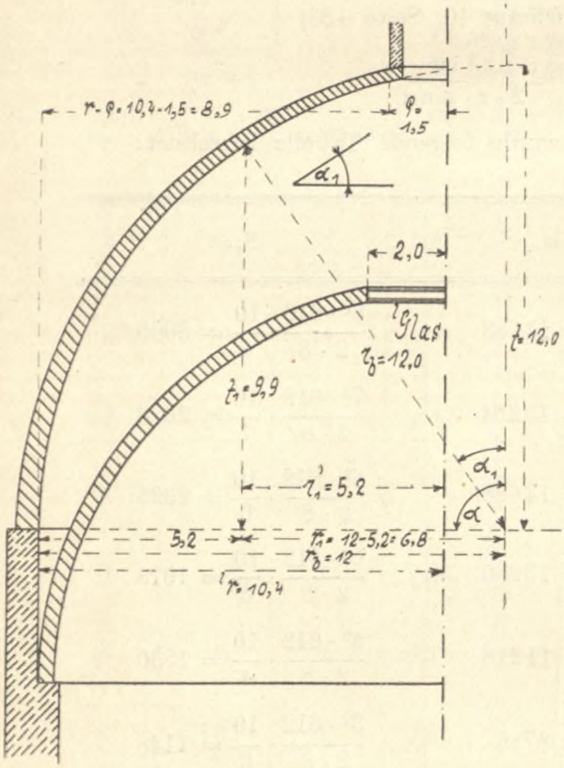


Fig. 269.

Will man nun z B. für den Radius r = 4 m, also für die Höhe $f_1 = 3,165$ m die Spannungen berechnen, so wird die Ringdruckspannung im Beton

$$K_b = \frac{11\,218}{100 \cdot 15} = 7,48 \text{ kg/qcm}$$

und die entsprechende Druckspannung, hervorgerufen durch die Seitenkraft S, für

$$b = \frac{\rho}{r} = \frac{4}{8} = 0,5 \text{ m,}$$

$$K_b = \frac{1530}{50 \cdot 15} = 2,04 \text{ kg/qcm.}$$

Auf Abscherung wird an dieser Stelle für b = 0,5 m und

$$d_2{}' = \frac{d_2}{\cos\alpha} = \frac{15}{\frac{9,165}{10}} = 16,3 \text{ cm,}$$

$$K_{b_s} = \frac{p_b}{F} = \frac{r^2 \cdot g}{2 \cdot r \cdot F} = \frac{4^2 \cdot 612}{2 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 16,3} = 0,75 \text{ kg/qcm.}$$

Da mit Ausnahme des Fussringes in der Kuppel nur Druck- bzw. Scherspannungen auftreten, so wäre theoretisch nur am Kämpfer eine Armierung notwendig. In der Praxis jedoch pflegt man eine Armierung aus dünnen Stäben anzuordnen, welche aus konzentrischen Ringen und aus Stäben in Richtung der Kuppelerzeugenden besteht. Auch hat die Armierung den Zweck, etwaige in der Kuppel auftretende Zugspannungen, hervorgerufen durch ungleiche Belastung, aufzunehmen (Fig. 256).

2. Beispiel:

Eine Doppelkuppel habe den in Fig. 269 angegebenen Querschnitt.

Da die Berechnung der inneren Kuppel analog Beispiel 1 ist, so soll von der Berechnung dieser Kuppel abgesehen werden.

Für die Aussenkuppel sei dagegen der Gang der Berechnung angegeben. Das Gewicht der eigentlichen Kuppel einschl. Schnee und Wind betrage

$$G = 400\,000 \text{ kg}$$

und das Gewicht der Bekrönung

$$Q = 9000 \text{ kg}.$$

Berechnung am Auflager.

Es sind für die Berechnung der Winkel: $r_b = 12$ m und $r = 12$ m, mithin

$$\sin\alpha = \frac{r}{r_b} = \frac{12}{12} = 1,$$

$$\cos\alpha = \frac{r_b + f_1 - f}{r_b} = \frac{12 + 0 - 12}{12} = 0,$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r}{r_b + f_1 - f} = \frac{12}{12 + 0 - 12} = \infty.$$

Da die Tangente am Auflager $= \infty$ wird, so entstehen hier keine Horizontalkräfte, mithin auch keine Ringspannungen. Die Anordnung eines kräftigen Ringes dürfte sich jedoch empfehlen.

Da $\sin\alpha = 1$, so fällt die Seitenkraft mit der Senkrechten zusammen. Es wird

$$P = \pi \cdot g\,(r^2 - \rho^2) + Q = 400\,000 + 9000 = 409\,000 \text{ kg},$$

für die Bekrönung wird

$$b = \frac{\rho}{r} = \frac{1{,}5}{10{,}4} = 0{,}152 \text{ m},$$

mithin

$$P_1 = \frac{\pi \cdot g\,(r^2 - \rho^2)}{2 \cdot r \cdot \pi} + \frac{9000}{2 \cdot \rho \cdot \pi} \cdot 0{,}152 = 6123 + 145 = 6268 \text{ kg}.$$

Die Stärke der Kuppel beträgt am Auflager 30 cm, folglich

$$K_b = \frac{6268}{30 \cdot 100} = 2{,}089 \text{ kg/qcm}.$$

Will man nun z. B. die Spannungen in einer Entfernung von 5,2 m vom linken Auflager, also bei einer Höhe $f_1 = 9{,}9$ m, berechnen, so hat man

$$\sin\alpha_1 = \frac{r_1}{r_b} = \frac{12 - 5{,}2}{12} = 0{,}567,$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{r_b + f_1 - f}{r_b} = \frac{12 + 9{,}9 - 12}{12} = 0{,}825,$$

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{r_1}{r_b + f_1 - f} = \frac{12 - 5{,}2}{9{,}9} = 0{,}69.$$

Die Belastung in kg/qm Kuppel wird

$$g = \frac{G}{(r^2 - \rho^2) \cdot 3{,}14} = 1200 \text{ kg.}$$

Die Belastung in kg/qm Bekrönung wird

$$q = \frac{Q}{\rho^2 \cdot 3{,}14} = 1268 \text{ kg.}$$

Es wird

$$p = \pi \cdot g\,(r_1^2 - \rho^2) + \pi \cdot q \cdot \rho^2 = 3{,}14 \cdot 1200\,(5{,}2^2 - 1{,}5^2) + 3{,}14 \cdot 1268 \cdot 1{,}5^2$$
$$= 93410 + 9000$$

$$p_1 = \frac{\pi \cdot g\,(r_1^2 - \rho^2)}{2 \cdot r_1 \cdot \pi} + \frac{\pi \cdot q \cdot \rho^2}{2 \cdot \rho \cdot \pi} \cdot b = \frac{1200\,(5{,}2^2 - 1{,}5^2)}{2 \cdot 5{,}2} + \frac{1268 \cdot 1{,}5}{2} \cdot 0{,}152$$
$$= 2860 + 145 = 3005 \backsim 3000.$$

Auf einen Streifen von $b_1 = \frac{r_1}{r} = \frac{5{,}2}{10{,}4} = 0{,}5$ kommt mithin

$$p_b = 0{,}5 \cdot 3000 = 1500 \text{ kg,}$$

folglich

$$s = \frac{p_b}{\sin \alpha_1} = \frac{1500}{0{,}567} = 2646,$$

$$R = h \cdot r = \frac{p_b}{\operatorname{tg} \alpha_1} \cdot r = \frac{1500}{0{,}69} \cdot 10{,}4 = 22610.$$

Die Ringdruckspannung im Beton beträgt somit an dieser Stelle bei einer Kuppelstärke von 20 cm

$$K_b = \frac{22610}{100 \cdot 20} = 11{,}3 \text{ kg/qcm.}$$

Die Seitendruckspannung

$$K_b = \frac{2646}{50 \cdot 20} = 2{,}646 \text{ kg/qcm.}$$

Die Scherspannung beträgt für b = 0,5 und

$$d_2' = \frac{d_2}{\cos \alpha_1} = \frac{20}{0{,}825} = 24{,}4 \text{ cm,}$$

$$K_{b_s} = \frac{1500}{50 \cdot 24{,}4} = 1{,}23 \text{ kg/qcm}$$

XI.

Eisenarmierte Betonwände.

Unter diesen Wänden sollen lediglich solche Konstruktionen verstanden werden, welche zur Umschliessung bzw. Teilung von Räumen dienen. Da die Anführung aller Systeme, deren es eine grosse Anzahl gibt, den Rahmen dieses Werkchens überschreiten würde, so sollen in folgendem nur eine Reihe derselben hervorgehoben werden, zumal auf eine Berechnung dieser Wände im allgemeinen verzichtet werden kann und eine Berechnung nur dann am Platze ist, wenn grössere seitliche Kräfte auf dieselben einwirken.

Die Hauptvorteile aller dieser Wände bestehen nun darin, dass dieselben einmal schnell und leicht hergestellt werden können, zum anderen aber, dass dieselben sich frei tragen, d. h. zu ihrer Konstruktion sind keine besonderen Träger bzw. Unterzüge notwendig, vielmehr überträgt sich ihr Gewicht in Gestalt von Auflagerdrücken auf die anschliessenden Mauern bzw. Pfeiler.

Ihr Hauptnachteil besteht darin, dass sie gute Wärmeleiter sind, doch kann man diesem Uebelstande durch Doppelwände mit Isolierschicht abhelfen.

1. Wände nach System „Monier".

Die Armierung dieser 5—10 cm starken Wände besteht aus horizontalen Tragstäben und senkrechten Druckverteilungsstäben. Erstere sind ∽ 10, letztere ∽ 15 cm voneinander entfernt. Diese Armierung ist in der Mitte angeordnet (Fig. 270).

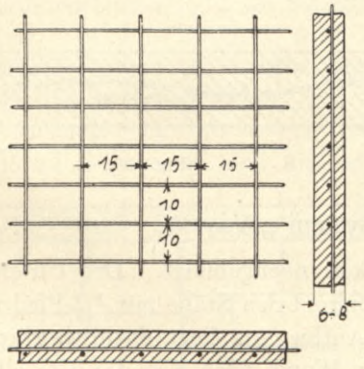


Fig. 270.

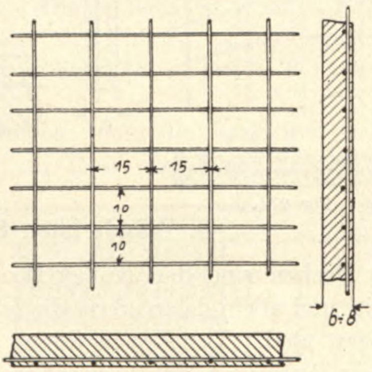


Fig. 271.

Wirken jedoch Horizontalkräfte auf die Wand ein, so wird in dem Falle, dass diese Kräfte nur einseitig wirken, eine seitliche Armierung nach Art der einfachen armierten Decken angeordnet, und zwar befindet sich diese Armierung auf der der Kraftrichtung entgegengesetzten Seite (Fig. 271).

Können jedoch die Horizontalkräfte beiderseitig wirken, so erfolgt auch eine beiderseitige Armierung (Fig. 272).

Die Berechnung erfolgt genau so wie bei den armierten Decken. Bei Doppelwänden erhält die innere Wand eine Stärke von 3—4 cm, die äussere eine solche von 5—6 cm, während der Zwischenraum 10—15 cm beträgt.

2. Wände nach System „Hennebique".

Werden diese Wände nur durch ihr Eigengewicht beansprucht, so erfolgt ihre Armierung genau so wie bei den Monier-Wänden, also mit der Armierung

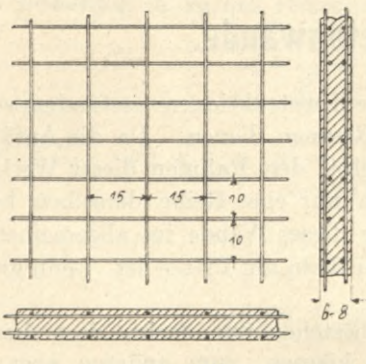


Fig. 272.

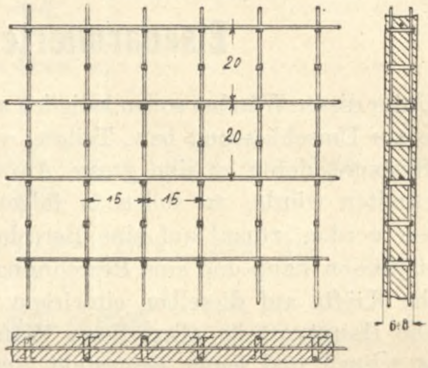


Fig. 273.

in der Mitte. Treten jedoch seitliche Beanspruchungen auf, so werden die Vertikalstäbe entsprechend auf die Seite der Wand verlegt und die auch den Hennebique-Decken charakteristischen Bügel angeordnet (Fig. 273).

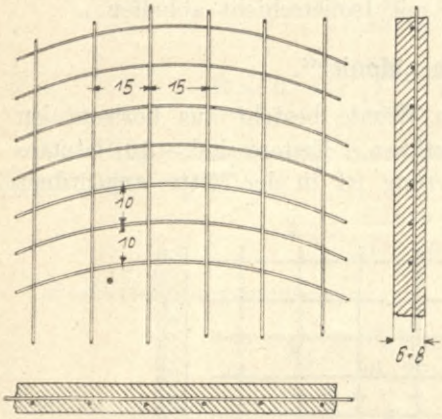


Fig. 274.

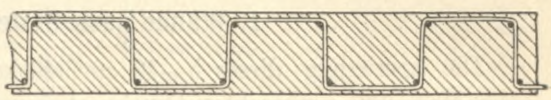


Fig. 275.

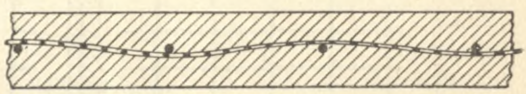


Fig. 276.

3. Wände nach System „Wayss".

Diese Decken sind den Monier-Decken nachgebildet. Der Unterschied besteht einzig und allein darin, dass die horizontalen Stäbe mit $^1/_8$-Pfeil nach oben durchgebogen sind. Der Zweck dieser Aufbiegung liegt darin begründet, dass durch dieses Aufbiegen das Gewicht der Wand nach Art der Gewölbe auf die anschliessenden Mauern bzw. Pfeiler übertragen wird (Fig. 274).

4. Wände nach System „Chaudy".

Bei diesen Wänden werden die Vertikalstäbe abwechselnd zu zweien auf jeder Seite der Wand angeordnet, und die Horizontalstäbe, mäanderförmig gebogen, umschliessen diese Stäbe gleichsam als Bügel (Fig. 275).

5. Wände nach System „Streckmetall".

Die gewöhnliche Anordnung dieser Wände besteht darin, dass das Streckmetall zwischen senkrechte Stäbe, welche 30—80 cm voneinander entfernt liegen, diese umschlingend, befestigt wird (Fig. 276). Das Füllmaterial besteht gewöhnlich nicht aus Beton, sondern aus Kalkmörtel mit Gipszusatz.

6. Wände nach System „Rabitz".

Die Armierung besteht bei diesen Wänden aus einem Drahtnetz, dessen Drähte ∾ 1 mm stark sind und dessen Maschenweite ∾ 20 mm beträgt. Dieses Netz wird in einen Rahmen straff eingespannt. Das Füllmaterial besteht in der Regel aus einer mit Leimwasser angemachten Mischung von Kalkmörtel, Gips und Kälberhaar, seltener aus Beton.

7. Wände nach System „Drahtziegelwände".

Diese Wände sind den Rabitz-Wänden nahe verwandt. Sie bestehen auch aus einem Drahtnetz, doch sind auf dem Draht aufgepresste und ziegelhartgebrannte Tonkörperchen angeordnet, deren Zweck ein besseres Festhalten des Füllmaterials ist (Fig. 277). Bei grossen Wänden ist auch hier, wie bei den Rabitz-Wänden, eine Armierung aus stärkeren Stäben vorzusehen.

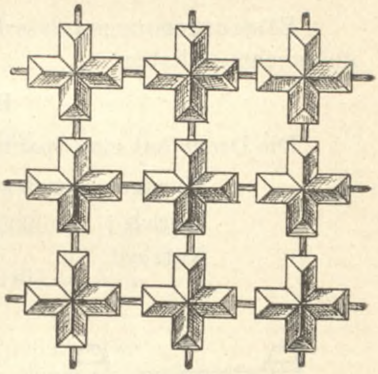


Fig. 277.

8. Wände nach System „Prüss".

Bei den Prüssschen Wänden, welche genau genommen nicht in den Rahmen dieses Werkchens hineingehören, welche aber wegen ihrer Zweckmässigkeit allgemein bekannt geworden sind, besteht die Armierung aus Bandeisen $28 \times 1^1/_4$ mm (Fig. 278). Diese Bandeisen bilden ein Netz mit quadratischen Maschen, deren Grösse ∾ 53 cm beträgt. Dieses Netz ist in einen Rahmen straff eingespannt. In den Maschen wird nun die Füllung angeordnet, welche aus porösen Trapezsteinen (A), hohlen Mauersteinen (B), Platten (C) oder Verblendmauerwerk (D) bestehen kann).

Die Ausmauerung hat so zu erfolgen, dass die Bandeisen vollständig in Zementmörtel eingebettet sind und so vor Rost und Feuer geschützt sind.

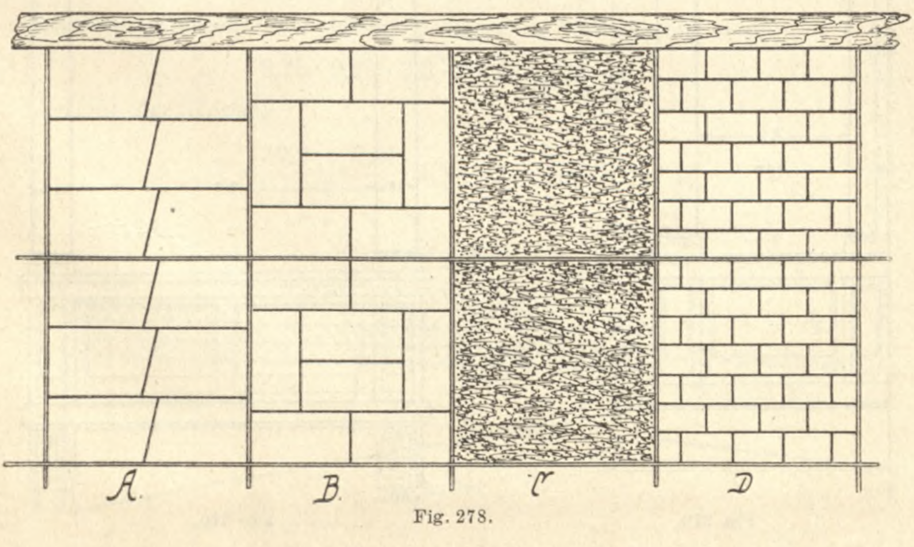


Fig. 278.

XII.

Berechnung der Konsole einer Balkonanlage.

Es sei angenommen, dass die Konsole die Gewichte beider Balkone (Fig. 279 u. 280) aufzunehmen haben.

Berechnung der Decke.

Die Decke hat eine Spannweite von 2,0 m, bei einer Deckenstärke von 0,12 cm.

Eigengewicht der Decke	$1 \cdot 1 \cdot 0{,}12 \cdot 2400 =$	288 kg/qm
Estrich	$1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 20 =$	40 ,,
Nutzlast	$1 \cdot 1 \cdot 400 =$	400 ,,
		728 kg/qm

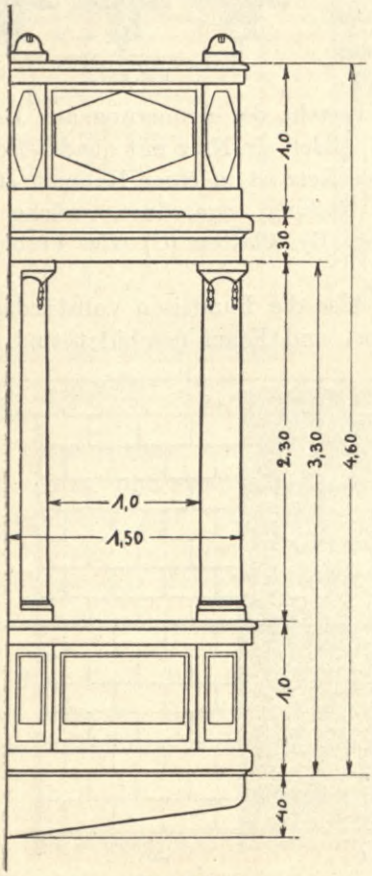


Fig. 279.

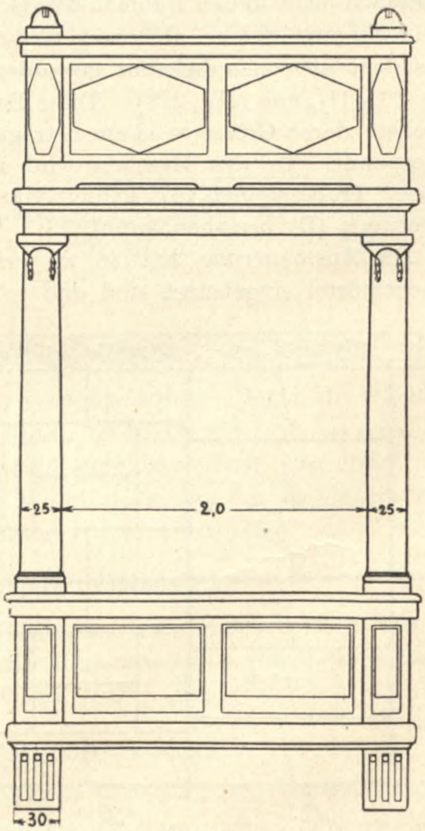


Fig. 280.

Teilweise Einspannung vorausgesetzt, wird:

$$M = \frac{4}{5} \cdot \frac{2{,}0 \cdot 728 \cdot 200}{8} = 29120.$$

Nach den Gleichungen (1), (2) und (3), Seite 28 und 29, wird dann:

$$y = \frac{15 \cdot 4}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 10}{15 \cdot 4}}\right] = 3 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{2 \cdot 29120}{100 \cdot 3\left(10 - \frac{3}{3}\right)} = 21{,}6 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = \frac{29120}{2\left(10 - \frac{3}{3}\right)} = 810 \text{ kg/qcm}.$$

Berechnung der Konsole.

Auf eine vordere Säule kommt eine Belastung von:

Eckpfosten	$1 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}25 \cdot 2000 =$	125 kg
Decke	$\frac{1{,}5 \cdot 2 \cdot 0{,}12}{4} \cdot 2400 =$	215 „
Brüstung	$1 \cdot 0{,}06\left(\frac{1{,}0}{2} + \frac{2{,}0}{2}\right) \cdot 2000 =$	180 „
Architrav	$0{,}3 \cdot 0{,}25\left(\frac{1{,}5}{2} + \frac{2{,}5}{2}\right) \cdot 2000 =$	300 „
Nutzlast	$\frac{1{,}5 \cdot 2}{4} \cdot 400 =$	300 „
		$P_1 = 1120$ kg

Für die hinteren Säulen sei dieselbe Belastung angenommen, obwohl diese Belastung in Wirklichkeit etwas kleiner wird. Mithin

$$P_2 = 1120 \text{ kg}.$$

Jede Säule einschl. des darunter liegenden Eckpfostens wiegt:

$$0{,}25 \cdot 0{,}25 \cdot 3{,}3 \cdot 2000 = 412 \text{ kg}.$$

Gewicht der Konsole:

$$G = \frac{(0{,}2 + 0{,}4)}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}3 \cdot 2400 = 324 \text{ kg}.$$

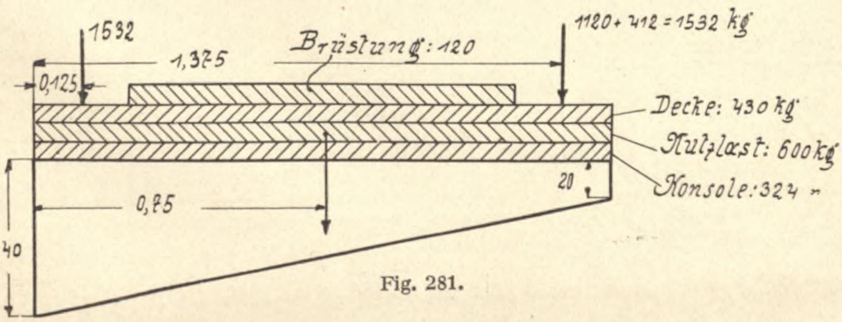


Fig. 281.

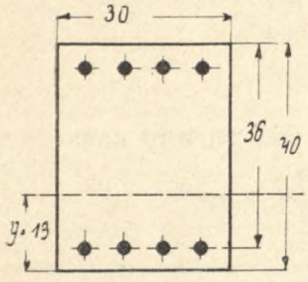


Fig. 282.

Das Belastungsschema für die Konsole ist in Fig. 281 dargestellt.

$$M = 1532 \cdot (137{,}5 + 12{,}5) + 1474 \cdot 75 = 340350.$$

Es sei der in Fig. 282 angegebene Querschnitt gewählt, dann wird nach den Gleichungen (8a), (9), (10) und (11), Seite 35

$$y = \frac{2 \cdot 15 \cdot 12{,}56}{30}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{30\,(36+4)}{2 \cdot 15 \cdot 12{,}56}}\right] = 13 \text{ cm},$$

$$K_b = \frac{6 \cdot 340350 \cdot 13}{30 \cdot 13^2\,(3 \cdot 36 - 13) + 6 \cdot 12{,}56\,(36-4)\,(13-4)} = 32{,}9 \text{ kg/qcm},$$

$$K_e = 15 \cdot 32{,}9\,\frac{(36-13)}{13} = 854 \text{ kg/qcm},$$

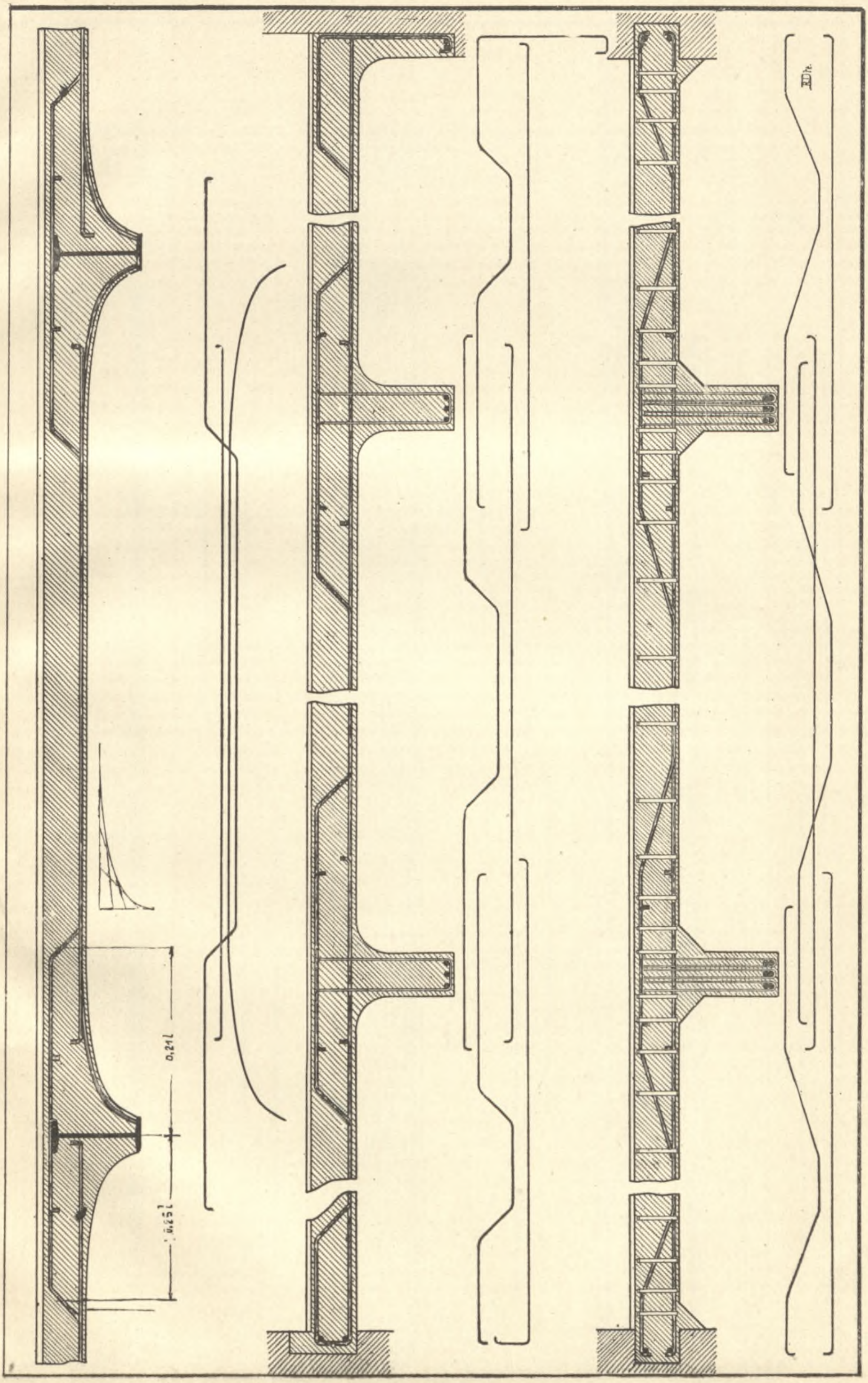
$$K_e' = 15 \cdot 32{,}9\,\frac{(13-4)}{13} = 342 \text{ kg/qcm}.$$

XIII.

Literaturangabe.

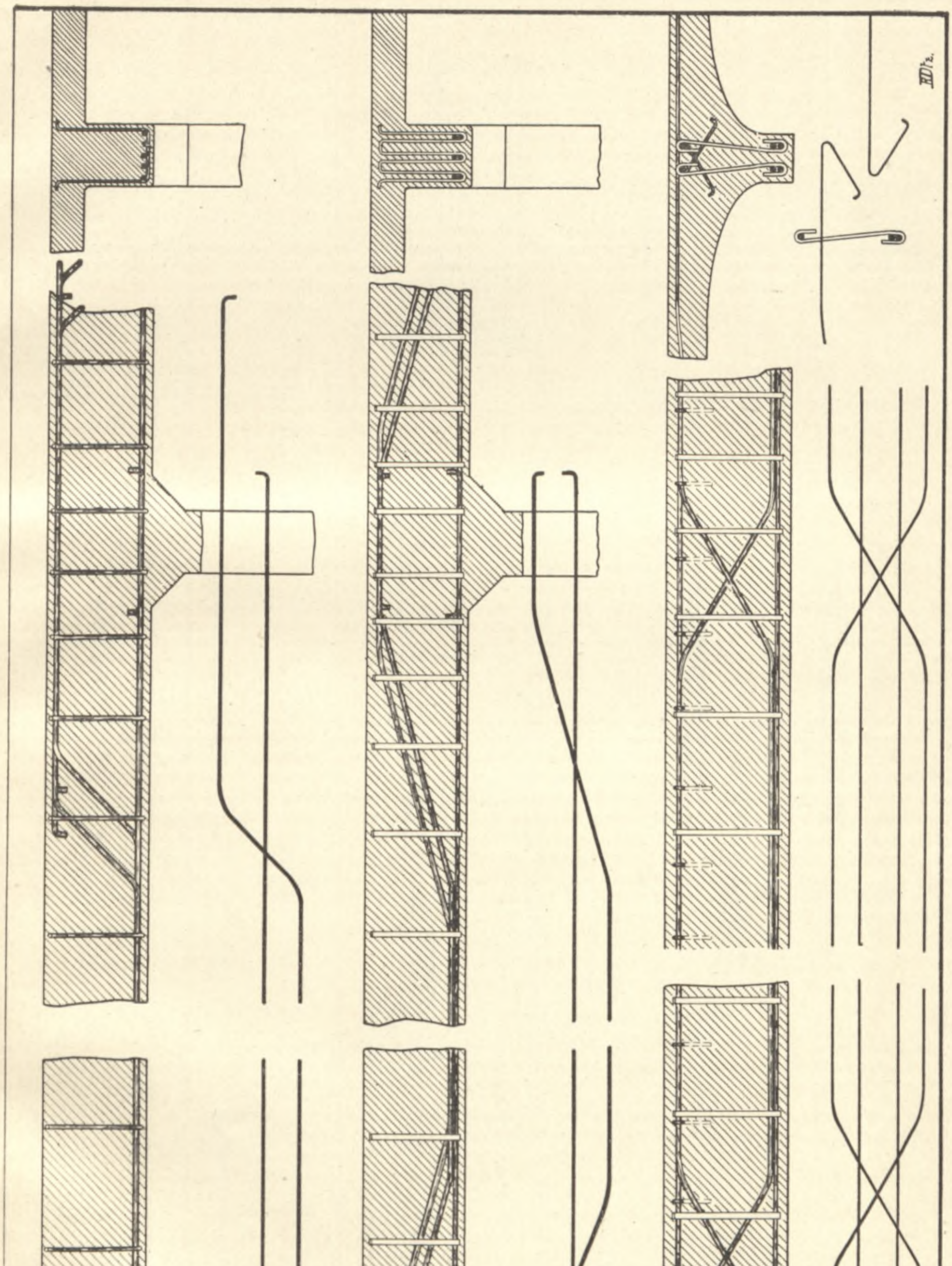
Mörsch, Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung.
Könen, Grundzüge für die statische Berechnung der Beton- und Betoneisenbauten.
Christoph, Der Eisenbeton und seine Anwendung.
Saliger, Der Eisenbeton.
Turley, Anleitung zur statischen Berechnung von armierten Betonkonstruktionen.
Kersten, Der Eisenbetonbau.
Handbuch des Eisenbetonbaues.

Beton und Eisen, Internationales Organ für Betonbau.
Zement und Beton.
Betonkalender.



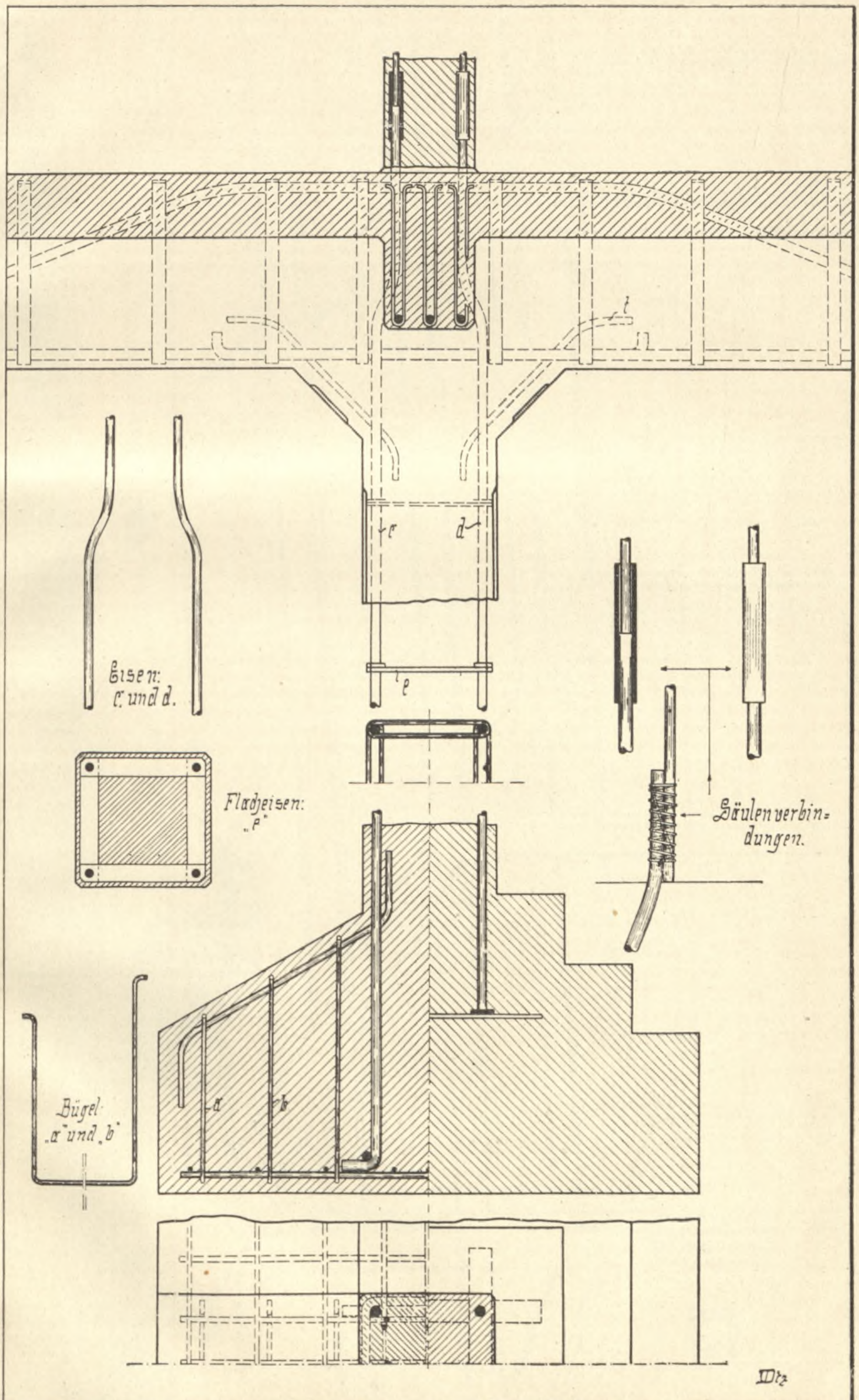
Tafel I.

Konstruktion von Plattenbalken.



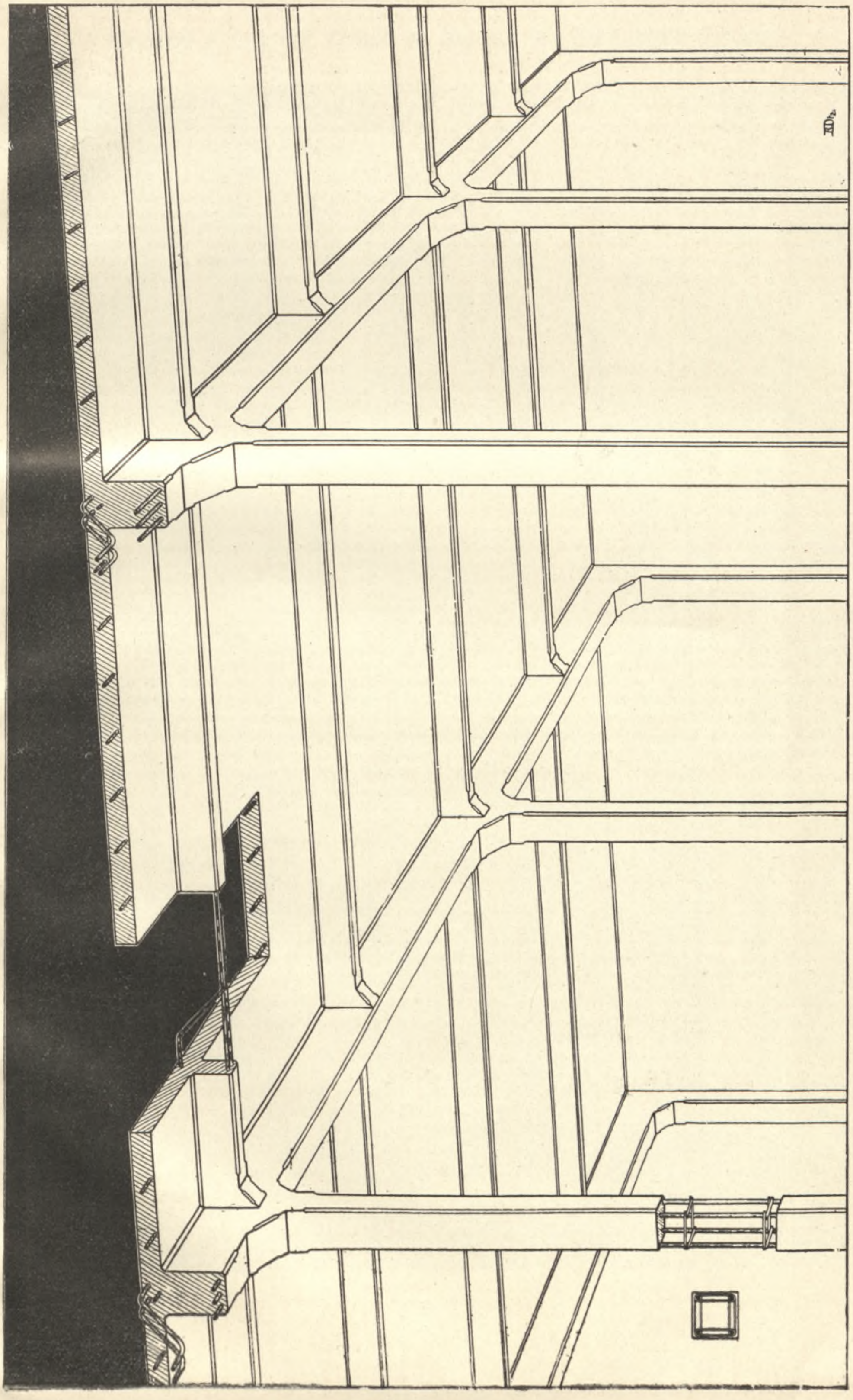
Tafel II.

Konstruktion von Stützen.



Tafel III.

Gesamtkonstruktion einer Decke.



Tafel IV.

Eisenarmierung der Treppe im Neubau des Technikum Strelitz.

Tafel V.

Graphische Untersuchung eines Hallenbinders als Zweigelenkbogen.

Krafteck zur Ermittelung der Stützlinie, für Eigengewicht, Wind- und Schneedruck.

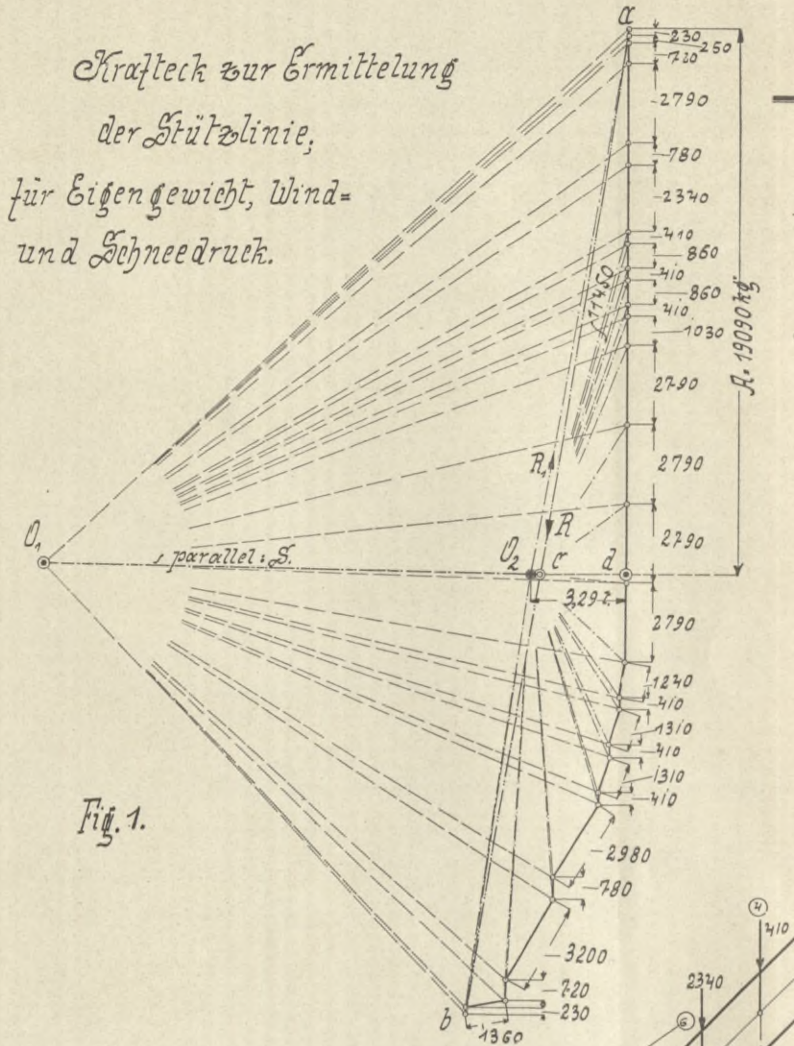


Fig. 1.

I.

Tabelle der: „Δw."

Δw	l	y	Δw
1	0,8	0,4	0,32
2	2,5	2,65	6,625
3	2,7	4,65	12,555
4	1,41	6,5	9,165
5	1,41	7,5	10,575
6	1,41	8,5	11,985
7	1,0	9,0	9,0
8	1,0	9,0	9,0
—	—	$\sum_{1}^{8} \Delta w =$	69,225

$$\sum_{1}^{16} \Delta w = 138,45.$$

II.

Tabelle der: „P_i, w_i und p_i.

No	P_i	w_i	p_i	$P_i \cdot w_i \cdot p_i$	Bemerkungen.
1'	0,48 ton	138,13	5,06	335,7	
2'	3,51 "	131,505	5,30	2449,0	Die Lasten: P_{i_1} und P_{i_2}
3'	3,12 "	118,950	6,30	2339,5	wurden zusammengefasst
4	0,41 "	109,785	5,81	261,8	zu:
5	0,86 "	"	5,30	509,0	$P_{i_1}' = P_{i_1} + P_{i_2}$;
6	0,41 "	99,210	5,33	215,8	ebenfalls:
7	0,86 "	"	4,80	409,8	$P_{i_2}' = P_{i_3} + P_{i_4}$
8	0,41 "	87,225	4,89	174,98	und:
9	1,03 "	"	4,39	394,3	$P_{i_3}' = P_{i_5} + P_{i_6}$.
10	2,79 "	78,225	4,33	945,2	
11	2,79 "	69,225	3,74	722,2	
12	2,79 "	60,225	3,15	529,4	
13	2,79 "	51,225	2,53	361,7	
14	1,24 "	"	2,46	156,4	
15	0,41 "	39,240	2,00	32,2	
16	1,31 "	"	2,24	121,3	
12	0,41 "	28,665	1,33	15,63	
18	1,31 "	"	1,526	57,32	

No	P_i	w_i	p_i	$P_i \cdot w_i \cdot p_i$
19	0,41	19,500	0,5	4,0
20	2,98	"	1,25	72,6
21	0,78	6,945	0,0	0,0
22	3,20	"	0,6	12,74
23	0,72	0,32	0,0	0,0
24	1,36	"	0,38	0,16
25	0,23	0	0,0	0,0
		$\sum P_i \cdot w_i \cdot p_i =$		10120,73

$A = 19,09$ ton.

$$H = \frac{A \cdot a}{m} - \frac{\sum P_i \cdot w_i \cdot p_i}{m \cdot w}$$

$$H = \frac{19,09 \cdot 5}{6,8} - \frac{10120,73}{6,8 \cdot 138,45} = 3,29 \text{ ton.}$$

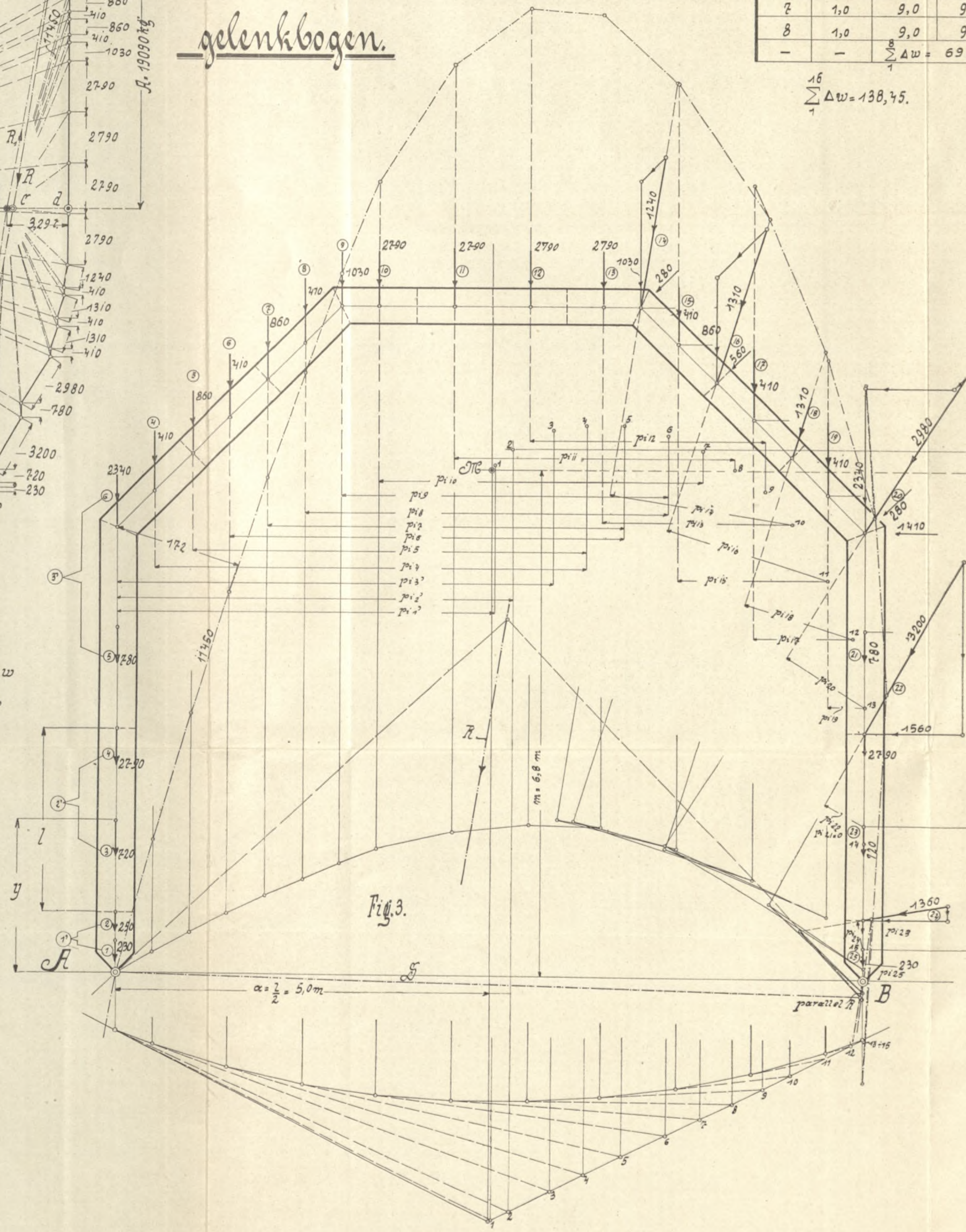


Fig. 3.

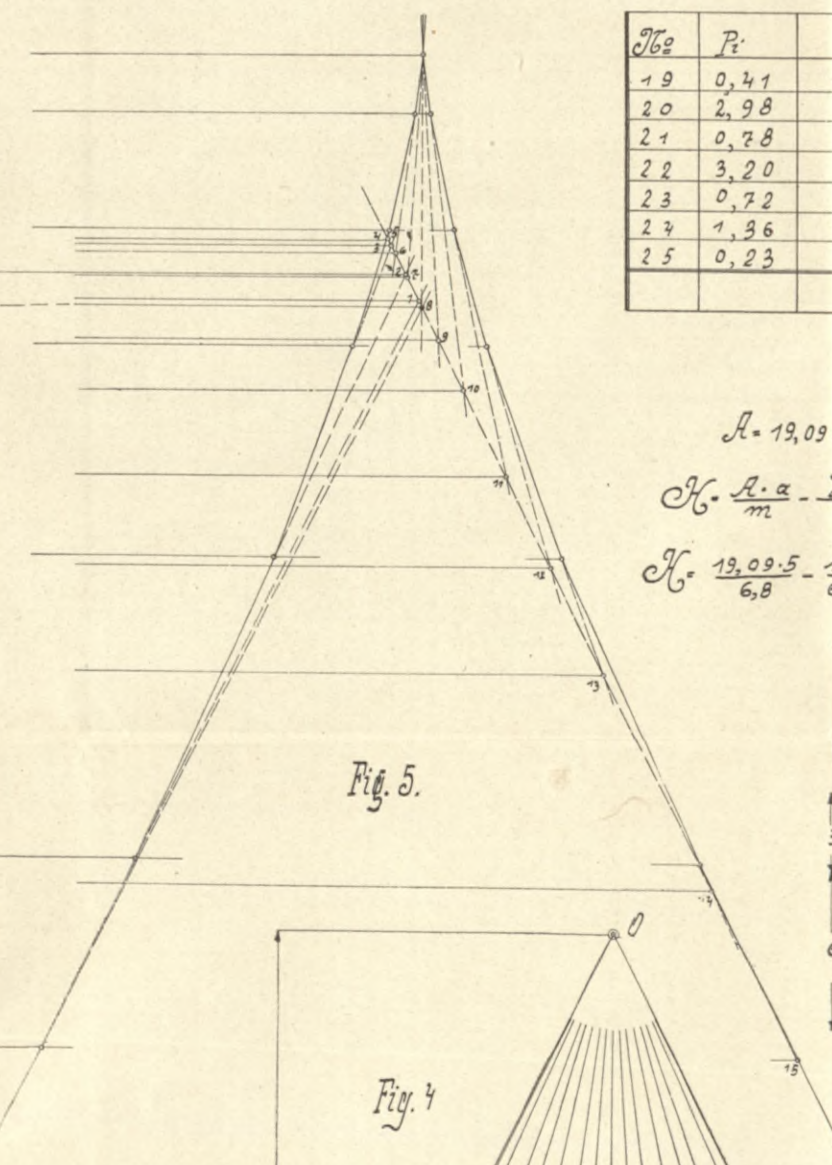
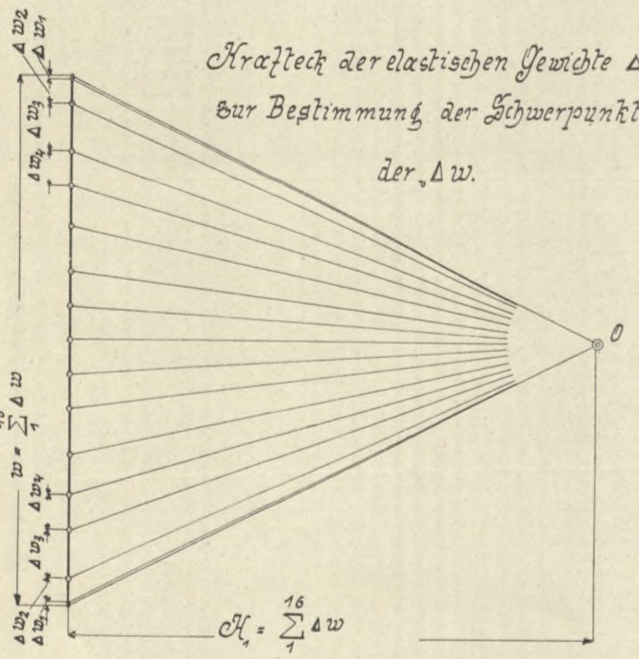


Fig. 5.

Krafteck der elastischen Gewichte Δw zur Bestimmung der Schwerpunkte der Δw.



$$H_1 = \sum_{1}^{16} \Delta w$$

Fig. 2.

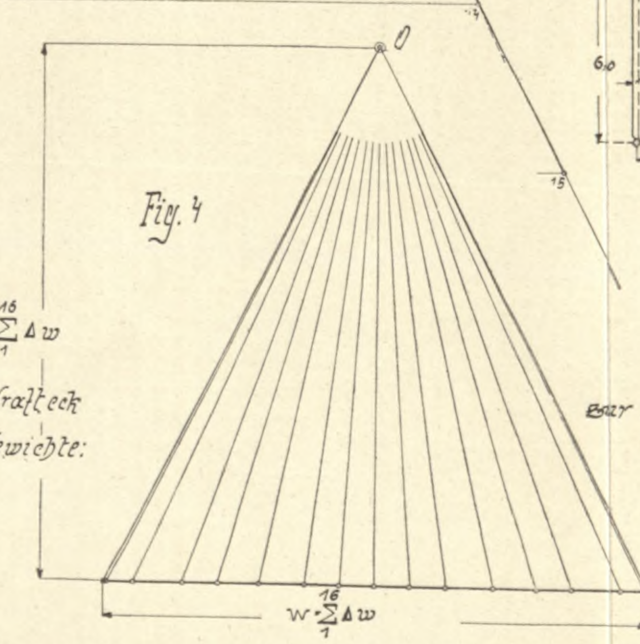


Fig. 4

$$H = \sum_{1}^{16} \Delta w$$

Um 90° gedrehtes Krafteck der elastischen Gewichte: „Δw"

$$w = \sum_{1}^{16} \Delta w$$

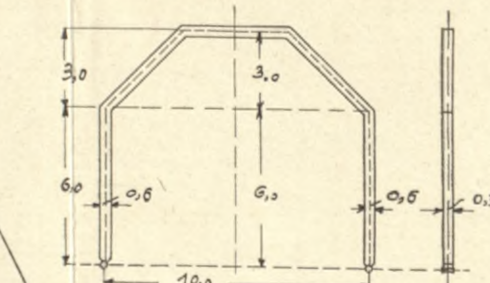


Fig. 6.

zur Bestimmung der horizontalen Schwerlinien.

Drz.

Tafel VI.