# Die Perspektive als selbständige Darstellungsweise

von P. Gehler

DIE

# PERSPEKTIVE

## ALS SELBSTÄNDIGE DARSTELLUNGSWEISE.

EINE KURZGEFASSTE UND SICHERE ANLEITUNG ZUM STUDIUM

DER

## MALERPERSPEKTIVE.

FÜR KUNST-, SCHUL- UND SELBSTUNTERRICHT

HERAUSGEGEBEN

VON

**P. GEHLER,**

OBERLEHRER AM KÖNIGL. LEHRERSEMINAR ZU GRIMMA.



**ZWEITE, VERBESSERTE AUFLAGE MIT ACHT PHOTOLITH. TAFELN.**

LEIPZIG,

KOMMISSIONSVERLAG VON K. F. KOEHLER.

1896.

## Vorwort zur ersten Auflage.

Centralprojektivische Bilder und Darstellungen perspektivischer Herkunft sind an sich nicht verschieden. Das mag der Grund sein, dass Perspektive und Centralprojektion noch immer als ein einziges Lehrfach gelten und bei unterrichtlicher Behandlung beständig miteinander verquickt werden. So schreibt [1]) Prof. *Weishaupt*—München:

*„Durch die Annahme, als werden die abzubildenden Gegenstände nur mit einem Auge betrachtet, aus welchem alle Sehstrahlen gleichsam wie Radien aus dem Centrum eines Kreises sich kegelförmig ausbreiten und in solcher Weise die projizierenden Sehstrahlen den perspektivischen Entwurf auf der Bildfläche geben, erhielt auch die Perspektive den Namen Central-Projektion,“* [2])

und empfiehlt [3]) Geheimer Regierungsrat Prof. Dr. *G. Hauck*—Berlin, Perspektive nur wie folgt zu studieren:

*„1.) Definition des perspektivischen Bildes als Centralprojektion,*

*2.) Erörterung der praktisch konstruktiven Herstellung der Centralprojektion nach dem Grund- und Aufriss-Verfahren (ohne Benutzung von Fluchtpunkten),*

*3.) Nachweis der Existenz der Fluchtpunkte und Konstruktionsverfahren mit Benutzung derselben,*

*4.) Praktisches Konstruktionsverfahren unter kombinierter Anwendung von 2) und 3).“* [4])

Dieser Dualismus hat das Ansehen der Perspektive wesentlich geschädigt und ihr Studium gerade bei dem Künstler arg in Verruf gebracht. Ihn zu beseitigen, ist die nächste Aufgabe der vorliegenden Arbeit.

Wie sehr eine Trennung der in Frage stehenden Gebiete Erfordernis ist, sei in theoretischer, praktischer und pädagogischer Hinsicht durch die folgenden drei Punkte flüchtig beleuchtet:

1. Die Konstruktions- oder Hilfslinien der Centralprojektion (die orthogonalen Projektionen der centralprojizierenden Linien — der „Sehstrahlen“) sind geometrische, diejenigen der Perspektive (die Verschwindenden) perspektivische Linien, d. h. jene stellen Linien nach ihrer wahren, diese aber Linien nach ihrer scheinbaren Richtung vor.

---

[1]) Weishaupt, »Das Zeichnen nach dem wirklichen Gegenstande.« München 1877. Seite 77/78.

[2]) Siehe auch Prof. Kleiber's »Katechismus der angewandten Perspektive.« Leipzig **1892**. § 28a, Anmerkung.

[3]) In einer Privatkorrespondenz vom Jahre 1887, aus der die folgenden Zeilen mit Genehmigung des Herrn Verfassers citiert werden.

[4]) Siehe auch zu 1): Kleiber, § 11 (Fig. 2),
zu 2): Kleiber, § 28a (Fig. 6),
zu 3): Kleiber, § 17 (Fig. 3) und § 27 (Fig. 5) und
zu 4): Kleiber, § 28b (Fig. 6).

2. Daraus erhellt, dass im Bilde die ersteren nie, die letzteren aber immer als perspektivische Bilder betrachtet und stets auch als solche verwendet werden können.

3. Das Grundprinzip jeglichen perspektivischen Darstellens ist die durch Beobachtung allerorts sich bestätigende Erscheinungsthatsache, dass parallele Linien der Wirklichkeit nach gewissen Punkten zu konvergieren scheinen — „verschwinden“. Der erforderliche Nachweis hierfür ist bisher nicht nur in den verschiedenen, sondern auch in den einzelnen Lehrbüchern der Perspektive auf verschiedene Weise geführt worden. Zumeist geschieht es auf Grund centralprojektivischer (Schreiber[1]), § 20; Hetsch[2]), § 6; Dietzel[3]), § 11), nicht selten aber auch unter Anziehung physikalischer (Schreiber, § 8; Hetsch, § 16; Dietzel, § 28) und stereometrischer (Hetsch, § 37; Dietzel, § 29) Lehrsätze, **stets** jedoch unter Zuhilfenahme der als centralprojizierende Linien gebrauchten Sehstrahlen des Beobachters. Solche Sehstrahlen aber sind dem Charakter der Perspektive völlig zuwider. Sie sind es, die den Perspektivjünger in der Regel vorerst irreleiten. So verwechselt er häufig ihre thatsächliche Konvergenz mit der scheinbaren Konvergenz paralleler Linien, von denen zudem die erstere eine Konvergenz nach dem Beschauer, die letztere aber eine nach der Ferne hin ist. In gleicher Weise hält er nicht selten orthogonale Projektionen des Projektionscentrums (des Ursprunges jener „Sehstrahlen“) einer centralprojektivisch gelösten perspektivischen Musteraufgabe seines Lehrbuches für irgendwelche Verschwindepunkte. Zum unentwirrbaren Chaos aber muss ihm eine derartige Aufgabe werden, wenn in ihr, wie das auch zu finden ist (Dietzel, § 19 und 20, Fig. 18—20), eine oder mehrere solcher Projektionen mit einem Verschwindepunkt zusammengelegt sind.

Das vorliegende Lehrbuch will, wie erwähnt, mit solchem Dualismus brechen und versucht, die Perspektive zur selbständigen Darstellungsweise dadurch zu erheben, dass es für obige als perspektivisches Grundprinzip bezeichnete Erscheinungsthatsache eine dem Charakter der Perspektive angepasste Beweisführung bietet — die Perspektive also zurückführt auf die eigenen Grundfesten — und auf diesen Grundfesten das Lehrgebäude weiterbaut nach nur spezifisch perspektivischen, einfachen und einheitlichen Gesetzen.

Auch dürfte es zufolge der Unterscheidung zwischen leichter und schwerer Accidentalstellung, der Zerlegung des Begriffes „Teilungspunkt“ in die Begriffe Messpunkt und Teilpunkt, der Darbietung eines wesentlich vereinfachten Verfahrens für perspektivische Kreiskonstruktionen und der Anwendung einer durchgehends sachgemässen Terminologie anderweit zu der nötigen Klärung und zur Erhöhung der Wertschätzung des Perspektivstudiums beizutragen geeignet erscheinen.

Die landschaftlichen und figürlichen Beigaben in den Figuren und Mustermotiven sind die Arbeit eines Seminartertianers.

Grimma, im Januar 1894.

**P. Gehler.**

---

1) G. Schreiber, »Lehrbuch der Perspektive.« Leipzig 1886.
2) G. F. Hetsch, »Anleitung zum Studium der Perspektive.« Leipzig 1887.
3) Dr. C. F. Dietzel, »Die Elemente der Perspektive.« Leipzig 1887.

# Vorwort zur zweiten Auflage.

In vorliegender Darbietung erscheint unsere „Anleitung zum Studium der Malerperspektive“ in zweiter, wesentlich verbesserter Auflage.

Einer sorgfältigen Durchsicht wurde vor allem der Text der Anleitung unterzogen. Inhaltlich weder gekürzt, noch erweitert, erfuhr er in der Abfassung und Anordnung der Gedanken mehrfach eine völlige Umgestaltung. Zudem wurden wichtige Begriffe bei erstmaligem Vorkommen in fettem Druck, mehr wissenschaftliche Erörterungen in Kleindruck gegeben. Durchsichtigkeit und Übersichtlichkeit des Lehrgebäudes der Perspektive dürften auf solche Weise in gleichem Masse gewonnen haben.

Eine Nachprüfung erfuhren auch die dem Texte beigegebenen Tafeln. Taf. IV wurde völlig, Taf. II teilweise erneuert, während Taf. III um Fig. 27 und Fig. 28 bereichert wurde.

Bezüglich der in Kleindruck gegebenen Einschaltungen auf Seite 11—13, 24—26, 31—33 und 53—56 sei bemerkt, dass sie nicht in erster Linie für den Schüler, sondern für den Lehrer und Weiterstrebenden eingefügt wurden. Sie behandeln Materien, die unseres Wissens bisher von anderen Lehrbüchern der Perspektive nicht geboten wurden, die aber behufs einer sicheren Begründung und eines lückenlosen Ausbaues des perspektivischen Lehrgebäudes nicht unbeachtet bleiben durften. Aus letzterem Grunde wurden auch Schatten- und Spiegelperspektive in ihren Gesetzen und in deren Anwendung weiter verfolgt, als es bisher üblich war. Von dem jeweiligen Bildungsbedürfnisse des Zöglings darf es abhängig gemacht werden, inwieweit sich derselbe den in besagten Abschnitten gebotenen Lehrstoff anzueignen und praktisch zu verwerten hat.

Von dem Unterschiede, der nach dem Vorwort zur ersten Auflage zwischen Centralprojektion und Perspektive besteht, dürfte der Fachmann bald überzeugt werden, wenn er die 1888 bei Baumgärtner in Leipzig in zweiter, vollständig umgearbeiteter und vermehrter Auflage erschienene *„Freie Perspektive (Centrale Projektion)*[1]) *in ihrer Begründung und Anwendung“* von **Dr. Peschka**, k. k. Regierungsrat und ordentlicher Professor an der k. k. technischen Hochschule in Brünn, studiert. Dort findet er auf 617 Seiten und 29 Doppeltafeln mit 352 Figuren die Centralprojektion und auf 46 Seiten mit 30 in den Text gedruckten Figuren die Perspektive[2]) behandelt, indem er auf Seite 1—617 und den zugehörigen Tafeln immer, auf Seite 618—664 niemals[3]) centralprojizierenden Linien — Linien,

---

[1]) Man beachte die Einklammerung.

[2]) Freilich fehlt dieser Perspektive, als reine — selbständige — Perspektive betrachtet, die erforderliche theoretische Grundlage, welche Grundlage, wie im vorstehenden Vorwort betont, erstmalig unsere Anleitung bietet.

[3]) Abgesehen von der dort gebotenen Kugelperspektive, die auffallenderweise in centralprojektivischer Entwickelung gegeben ist.

die von einem Projektionscentrum nach darzustellenden Punkten verlaufen — begegnet. Er ersieht daraus auch, dass wohl die Centralprojektion, nicht aber die Perspektive eine Projektionsart ist; denn es tritt ihm das Entwickeln perspektivischer Bilder lediglich als eine aufbauende Thätigkeit, das Entwickeln centralprojektivischer Bilder aber, wenn diese Bilder blosse Punkte sind, ausschliesslich als eine projizierende Thätigkeit, und wenn die Bilder Linien-, Flächen- oder Raumgebilde sind, als projizierende Thätigkeit einerseits und als eine die Einzel- (Punkt-) projektionen zur Gesamtprojektion zusammenfassende Thätigkeit andrerseits entgegen.

Dass neben dem Vorwort auch der Text der Anleitung auf den ebenberegten Unterschied hinweise, dürfte nicht wohl erwartet werden, da dieselbe lediglich die Darbietung einer Darstellungsweise sein, nicht aber diese Darstellungsweise in ihrem Verhältnis zu anderen dergleichen kennzeichnen will.

Grimma, im Oktober 1896.

**P. Gehler.**

---

## Berichtigungen.

S. 26, Z. 3 v. o. lies $Acc^r\ M^1$-Entfernung statt $Acc^r$-$M^1$-Entfernung.

S. 54, Abs. 3, Z. 3 lies $a'\ d'\ VIII'\ f''$ statt $a\ d'\ VIII'\ f''$.

# Inhalt.

# Einleitung.

Soweit das Wort „Perspektive“ auf die bildenden Künste Bezug hat, gebraucht man es in zweifacher Bedeutung, als Perspektive im weiteren Sinne, in welchem es Relief- und Malerperspektive zugleich umfasst, und als Perspektive im engeren Sinne, in dem es die Malerperspektive allein inbegreift.

Die **Reliefperspektive** lehrt räumliche Gebilde, „von einem Punkte aus“ gesehen, in eine **räumliche** Darstellung derart umsetzen, dass deren Beschauer bei Wahrung eines gewissen nach obigem Punkte sich bestimmenden Standpunktes den Eindruck empfängt, als sehe er jene Gebilde in wahrer Gestalt und Gruppierung.

Anmerkung. Auch ist die Reliefperspektive unter dem Namen Theaterperspektive bekannt, was daher kommt, dass reliefperspektivische Gebilde bei der Ausstattung von Bühnenräumen die häufigste praktische Verwendung finden. — So sind die drei Wände nebst dem Fussboden und der Decke eines Bühnengemaches in ihrer gebrauchsfertigen Zusammenstellung häufig schon eine reliefperspektivische Darstellung.

Die **Malerperspektive** hingegen lehrt irgendein „von einem Punkte aus“ gesehenes Raumstück des Weltenalls durch eine **flache** Darstellung dermassen wiedergeben, dass deren Beschauer im Geiste lebhaft in jenes Raumstück versetzt wird.

Mit der Malerperspektive, der Perspektive im engeren Sinne, will sich das vorliegende Lehrbuch ausschliesslich befassen; und dabei wird es sich wieder nur auf die Regeln beschränken, die das Anfertigen ebenflächiger Perspektiven[1]) betreffen. Ausführungen über krummflächige perspektivische Darstellungen sind lediglich für den Panorama-, Nischen- und Kuppelmaler von praktischer Bedeutung und bilden den Inbegriff eines nur selten beleuchteten Spezialstudiums der Malerperspektive.

## Über Perspektive im allgemeinen.

Der bildende Künstler ist beim Skizzieren nach der Natur **Beschauer** und **Darsteller** zugleich. Als Beschauer ist er bemüht, seinen mit Sorgfalt gewählten **Standpunkt** — streng genommen, den Ort seines optischen Wahrnehmens[2]), „sein **Auge**“ oder „den Gesichtspunkt“ — bei nicht gehemmter Bewegung des Kopfes und der Augen möglichst wenig zu verrücken und das abzubildende Objekt mit sicherem Blick zu erfassen, um als Darsteller dieses Objekt in richtiger Perspektive wiedergeben zu können. — Man nennt das Beschauen, dessen sich der Künstler

---

[1]) Mit dem Wort „Perspektive“ pflegt man fernerweit eine perspektivische Darstellung zu bezeichnen.

[2]) Man nennt diesen Ort auch „Central-Sitz der Sehthätigkeit.“

bei solchem Skizzieren befleissigt, **perspektivisches Betrachten** und definiert es in der Regel schlechtweg als ein Beschauen „von einem Punkte aus."

Es ist nun eine bekannte Thatsache, dass bei perspektivischem Betrachten jegliches messbare Gebilde in der Ferne kleiner erscheint als in der Nähe. — So scheinen die schienentragenden Schwellen eines Eisenbahnkörpers bei wachsender Entfernung an Länge abzunehmen und die den Bahndamm begleitenden Telegraphenstangen an Höhe zu verlieren.

In folgerichtigem Zusammenhange hiermit steht die fernere Thatsache, dass das von den parallelen Schienen gebildete Geleise nach der „Tiefe", d. i. nach der Ferne hin scheinbar enger wird und der überall gleich hoch befestigte Telegraphendraht dem Erdboden sich nähert.

In gleicher Weise erscheint dem Wanderer beim Eintritt in eine Allee deren fernliegender Ausgang überraschend schmal und das den Ausgang umrahmende Baumpaar auffallend niedrig. — Fasst er die Gipfellinien der Baumreihen — zwei in Wirklichkeit parallele Wagerechte — besonders ins Auge, so nimmt er wahr, dass sie fernhin scheinbar einander sich nähern, zugleich aber auch deutlich sich senken. Und fixiert er die den Gipfellinien parallelen Standlinien der Baumreihen, so tritt ihm an ihnen eine ähnliche scheinbare Richtungsveränderung entgegen; er sieht sie fernhin gleichfalls deutlich einander sich nähern, zugleich aber auch merklich sich heben. — Das Eigentümlichste aber, was er bei solchem Beobachten bezüglich des scheinbaren Verlaufes genannter Gipfel- und Standlinien entdeckt, ist, dass sie, nach der Tiefe hin bis in unendliche Ferne verlängert gedacht, **in einem Punkte verschwinden,** indem sie in diesem Punkte zusammenzutreffen und aufzuhören scheinen.

Anmerkung. Besserer Anschaulichkeit wegen wollen wir uns die unendlich ferne Grenze des Weltenraumes im **„Himmelsgewölbe"** gegeben denken und dieses uns vorstellen als eine überaus grosse, die Erde umgebende Hohlkugel, deren Mittelpunkt unser (des Beschauers!) Auge ist, und deren Innenfläche zur Nachtzeit vom Sternenheere belebt wird.

Die hiermit angedeutete Erscheinungsthatsache ist das **Grundprinzip jeglichen perspektivischen Darstellens.** Ihre Nichtexistenz hätte die Nichtexistenz der gesamten hier entwickelten Darstellungsmethode — die Nichtexistenz der Perspektive — zur Folge.

Lenken wir des Abends von einer Höhe aus unser Augenmerk auf die Laternenreihen der verschiedenen Strassen einer Grossstadt, so bürgt uns aufs sicherste schon der **Augenschein** für die Existenz der beregten Erscheinung. — Hier sei für diese Existenz auch der **Nachweis** geliefert:

Die Fixsterne erscheinen im Teleskope [1]) des Astronomen sowohl, wie dem blossen Auge des Beschauers als winzig kleine Punkte — als Punkte im mathematischen Sinne. Dennoch aber sind diese Sterne mächtige Körper — Sonnen ferner Welteнräume — und zwar Sonnen, die unsre Sonne oft, die Erde aber stets an Grösse übertreffen. Ziehen wir bloss diese ihre Grösse in Betracht, so dürfen wir annehmen, dass sich auf ihnen in ähnlicher Weise Städte und Länder ausbreiten, wie solche bald in dieser und bald in jener Gestalt das Erdenrund bedecken.

---

[1]) Da der Zeichner die darzustellenden Objekte mit blossem Auge, d. h. ohne Fernrohr und dergl. zu betrachten hat, hätten wir uns jedes Wort über die teleskopische Erscheinung der Fixsterne sparen können. Wir thaten es deshalb nicht, weil der Hinweis auf diese Erscheinung unsre Beweisführung unterstützen dürfte.

Denken wir uns nun auf einem derselben, etwa auf dem Polarstern, ein Sachsenland in wahrer Grösse und in gegengleicher Lage zu unserm Sachsenlande aufgezeichnet, ein Sachsen also, dessen Lausitz unsrer Lausitz, dessen Vogtland unserm Vogtland, dessen Dresden unserm Dresden und dessen Leipzig unserm Leipzig gerade gegenüberläge. Gerade Linien zwischen der Erde und dem Polarstern, die gleichbenannte Orte der beiden Sachsenländer verbänden, müssten alsdann Parallelen sein. Hätten diese Parallelen das Vermögen, stark elektrisch zu leuchten, so würden wir sie von ihrem Anfange auf der Erde an bis zu ihrem Ende auf dem Polarstern deutlich erkennen können, und wir würden wahrnehmen, wie sie auf der Erde in weiten Abständen beginnen, wie sie bei zunehmender Entfernung scheinbar einander sich nähern, und wie sie endlich scheinbar in einem Punkte — d. i. eben in dem als Punkt sichtbaren Polarstern — verschwinden. — Und wären sie rückwärts — d. i. durch die Erde hindurch — bis an den jenseitigen Himmel verlängert, so würden wir sie, falls uns der Erdkörper die Aussicht nicht versperrte, auch in dieser Richtung scheinbar nach einem Punkte des Himmelsgewölbes verschwinden sehen und zwar genau nach jenem Punkte, der dem Himmelspunkte, in dem uns der Polarstern sichtbar ist, diametral gegenüberliegt.

Die hiermit erwiesene, für die Perspektive so überaus wichtige Erscheinungsthatsache tritt uns bald deutlich, bald weniger deutlich an **jeder beliebigen Mehrheit von parallelen Geraden** entgegen. Man nennt solch eine Mehrheit ein Parallelliniensystem[1] oder kürzer ein Liniensystem[1] oder auch ganz kurz ein **System.**

Die beiden Punkte, in denen die Linien eines Systems verschwinden, werden seine **Verschwindepunkte** und die in ihnen verschwindenden Linien schlechtweg **Verschwindende** genannt.

Jedes System hat am Himmelsgewölbe seine beiden besonderen Verschwindepunkte. Sovielmal daher an der Innenfläche des letzteren zwei diametral gegenüberliegende Punkte plaziert werden können, so viel Richtungen im Raume und so viel Liniensysteme sind denkbar.

Diese unendlich vielen Systeme sind folgendermassen zu klassifizieren:

1. Liegen die beiden Verschwindepunkte eines Systems im Zenith und Nadir, so sind die Verschwindenden Senkrechte. — **Zenith** (Scheitelpunkt) nennt man den Punkt des Himmels, der senkrecht über dem Scheitel des Beschauers liegt. Der ihm diametral entgegengesetzte Punkt des Himmels heisst **Nadir** (Fusspunkt).

2. Liegen die beiden Verschwindepunkte eines Systems im Horizont, so sind die Verschwindenden Wagerechte. — Unter **Horizont** haben wir hier die Kreislinie zu verstehen, in der eine durch das Auge des Beschauers gelegte horizontale Ebene das Himmelsgewölbe schneidet. Man nennt diese Ebene **Horizontebene.**

3. Liegen die beiden Verschwindepunkte eines Systems weder im Zenith und Nadir, noch im Horizont, sondern zwischen diesen, d. h. der eine zwischen Zenith und Horizont und der andere zwischen Horizont und Nadir, so müssen die Verschwindenden Schräge sein.

---

[1]) Wenn in perspektivischen Abhandlungen von Linien und Flächen und von Parallelen schlechtweg die Rede ist, hat man an gebogene Linien, an gebogene Flächen und an gebogene Parallelen nicht zu denken.

Von der ersten Gattung kann es bloss ein System geben; von der zweiten Gattung aber existieren so viel Systeme, sovielmal zwei diametral gegenüberliegende Punkte auf dem Horizont Platz finden können, und von der dritten Gattung gar so viel, soviel Punkte zwischen Zenith und Horizont oder zwischen Horizont und Nadir denkbar sind.

Demzufolge giebt es in Wirklichkeit ein einziges senkrechtes System, viele wagerechte Systeme und sehr viele schräge Systeme.

## Über Malerperspektive im besonderen.

Will der Maler ein Gemälde fertigstellen, so hat er ausser Pinsel und Farbe ein Stück Leinwand nötig. Auf dieser lässt er nach und nach sein Kunstwerk entstehen. — Der Zeichner benützt statt der Leinwand den Reiss- oder Zeichenbogen. Diesen sowohl, als auch jene Leinwand nennen wir, soweit sie für die Aufnahme des perspektivischen Bildes berechnet sind, **Bildfläche.**

Nehmen wir an, der Maler habe ein Haus mit Umgebung, mit Berg und Thal, mit Baum und Strauch, kurz, eine „Landschaft" zu malen. Des Künstlers Aufgabe ist alsdann, das, was die Natur ihm in Höhen-, Breiten- und Tiefenausdehnung (drei Dimensionen) darbietet, auf einer Fläche — der Bildfläche — dermassen abzubilden, dass dem Gemalten, dem thatsächlich nur Höhen- und Breitenausdehnung (zwei Dimensionen) eigen sein kann, scheinbar sämtliche drei Dimensionen anhaften. — Hiermit ist wieder das Wesen der Malerperspektive, das Charakteristische einer flachen perspektivischen Darstellung gekennzeichnet.

Zum Einzeichnen der beiden ersten Dimensionen, der Höhen- und Breitenausdehnung, ist eine eigentliche perspektivische Thätigkeit nicht erforderlich. Dieselbe bezieht sich vielmehr nur auf die dritte Dimension, die Tiefenausdehnung.

Es kann nun diese dritte Dimension dem Bilde auf verschiedene Weise einverleibt werden. Der fertige Maler fügt sie ihm nach dem blossen Augenschein oder „nach dem Gefühle" ein und nennt diese Art des perspektivischen Zeichnens Freie Perspektive oder Gefühlsperspektive. Der Anfänger aber kann sie mit Erfolg nur durch Konstruktion einzeichnen, und damit treibt er Konstruktive Perspektive.

Beiden Arten des perspektivischen Zeichnens, der konstruktiven Perspektive also und der Gefühlsperspektive, liegen dieselben Gesetze zu Grunde. Je mehr der Zeichner mit ihnen vertraut ist, desto mehr darf er sich vom Gebiete der konstruktiven Perspektive ab- und dem der freien Perspektive zuwenden; denn der Anfang jedes gründlichen Perspektivstudiums kann nur gemacht werden mit der strengsten konstruktiven Perspektive, und sein Ende wird allein erreicht sein in der freiesten freien Perspektive, während sich sein Mittel bald zu gleichen, bald zu ungleichen Teilen mit beiden Methoden beschäftigt. — Ohne ein gründliches Verständnis für die konstruktive Perspektive ist ein erfolgreiches Üben der Gefühlsperspektive undenkbar. Wer es daher mit dem Erlernen der Perspektive ernst meint, wird sich des eben angedeuteten Studienganges nicht wohl entschlagen können, wird übergehen müssen von der meist herben Theorie zu der stets mundenden Praxis.

Nun erst dürften wir mit Erfolg an die Darlegung des Lehrganges unserer Perspektive gehen. Da diese teils Kunst und teils Wissenschaft ist, umfasst er in seinen Unterteilen — der Linien-, der Schatten-, der Spiegel- und der Luftperspektive — jeweilig nacheinander Theorie und Praxis.

# Lehrgang.

## I. Abschnitt.

## Die Linienperspektive.

### A. Theorie.

Man hat den im folgenden zur Behandlung gelangenden Teil der Perspektive mit dem Namen **Linienperspektive** belegt, weil er lehrt, wie Gegenstände nach ihren blossen Umgrenzungslinien in Perspektive zu setzen sind.

Die ersten Auseinandersetzungen über Linienperspektive führen uns wieder hinaus ins freie Feld. Das Stück Erdoberfläche, das uns von dort aus sichtbar ist, erscheint uns als eine Kreisfläche, deren Mittelpunkt unser Standpunkt ist. Diese Fläche ist unser Gesichtskreis.

Da unser Gesichtskreis in der Perspektive als mathematische Ebene von horizontaler Richtung fungiert, indem er als solche allen in Perspektive zu setzenden Objekten zu Grunde liegt, so nennt man ihn dort die **Grundebene.**

Inmitten dieser Grundebene stellen wir den Beschauer (uns!) vorübergehend derart auf, dass vor ihm Süden, hinter ihm demnach Norden, rechts Westen und links Osten liegt. Und dabei nehmen wir an, dass unweit vor seinem Standort Ackerfurchen gezogen seien, die in der Richtung nach Süden verlaufen, rechts von ihnen solche, die nach Südwesten, und links von ihnen solche, die nach Südosten gerichtet sind. Fig. 1, Taf. VII. An ihnen wollen wir all die wichtigen **Beziehungen** kennen lernen, **die zwischen dem Darzustellenden und der Darstellung existieren.**

Die in Rede stehenden Furchen dürfen wir betrachten als die Linien dreier horizontalen Systeme, als Systeme deshalb, weil Ackerfurchen ihrer Natur nach einander parallel sind, und als horizontale Systeme deswegen, weil sie auf der wagerechten Grundebene liegen; der Kürze wegen wollen wir sie bezw. bezeichnen als Süd-, Südwest- und Südostsystem. Ihre Verschwindepunkte birgt sonach der Horizont, und zwar liegen die des Südsystems im Süd- und Nordpunkt, die des Südwestsystems im Südwest- und Nordostpunkt und die des Südostsystems im Südost- und Nordwestpunkt des Horizontes.

Nun ist aber der Südpunkt des Horizontes der Punkt, in dem ein von dem Auge des Beschauers ausgehender wagerechter und genau südwärts gerichteter, also dem Südsystem unserer Ackerfurchen parallel verlaufender Sehstrahl das Himmelsgewölbe trifft. In gleicher Weise trifft ein solcher südwestwärts verlaufender Sehstrahl den Südwest- und ein solcher südostwärts verlaufender den Südostpunkt des Horizontes.

Fig. 2, Taf. VII. Und werden diese Strahlen rückwärts verlängert, so treffen sie bezw. den N-, den NO- und den NW-punkt des Horizontes. Fig. 3, Taf. VII.

Anmerkung. Der Kreis in Fig. 2, Taf. VII, ist nicht identisch mit dem Kreise in Fig. 1, Taf. VII. Dieser stellt die Grenze der (als das Himmelsgewölbe noch erreichend gedachten) Grund-, jener aber die Grenze der (als bloss bis zum Himmelsgewölbe sich erstreckend gedachten) Horizontebene, also den Horizont selbst dar. Diese „Ebenen" sind in Fig. 6a, Taf. V[1], in ihren wirklichen Höhenlagen und in Fig. 3, Taf. VII, als sich deckende Ebenen veranschaulicht worden.

Wir haben hiermit den Weg entdeckt, auf dem die Verschwindepunkte eines Systems nach dem Auge des Beschauers zu ermitteln sind; nämlich:

Legt man durch das Auge des Beschauers eine Parallele zu dem gegebenen System, so durchstösst sie das Himmelsgewölbe in den dem Systeme zugehörigen Verschwindepunkten. Fig. 3, Taf. VII.

Da diese Parallele einem rückwärts verlängerten Sehstrahle des Beschauers vergleichbar ist, so hat man ihr den Namen **Parallelstrahl** gegeben.

Es hat sonach das eine mögliche senkrechte System einen senkrechten, jegliches wagerechte System einen wagerechten und jegliches schräge System einen schrägen Parallelstrahl. — Ist uns eine Linie ihrer Richtung nach bekannt, so kennen wir auch ihren Parallelstrahl; er ist jener Linie parallel und passiert das Auge des Beschauers. Kennen wir aber ihren Parallelstrahl, so wissen wir wieder Bestimmtes über die Lage ihrer Verschwindepunkte; sie liegen zweifellos da, wo jener — der zugehörige — Parallelstrahl das Himmelsgewölbe schneidet. — Sonach sind die Verschwindepunkte abhängig von dem zugehörigen Parallelstrahl; und dieser wieder hängt ab von der Richtung der mit ihm Verschwindenden und von der Lage des Auges des Beschauers.

Verschwindepunkte, wie wir sie bis jetzt kennen gelernt haben, Verschwindepunkte also, die draussen am Himmelsgewölbe liegen, werden **Verschwindepunkte der Wirklichkeit** genannt. Von ihnen sind zu unterscheiden die **Verschwindepunkte der Bildfläche.**

Die Bildfläche ist, wie erwähnt, die zur Aufnahme der perspektivischen Darstellung bestimmte materielle Fläche. Ihre Gestalt ist in der Regel die eines Rechteckes. Diese Bildfläche haben wir uns in passender Grösse auf der Grundebene lotrecht derart zwischen den abzubildenden Objekten und dem Beschauer aufgestellt zu denken, dass sie diesem möglichst fern, jenen aber thunlichst nahe steht, Fig. 4, Taf. VII; und es heisst die Linie, in der die Bildfläche auf der Grundebene aufsitzt, die **Grundlinie der Bildfläche.** Fig. 6a, Taf. V.

Anmerkung. Fig. 4, Taf. VII, zeigt von allem, was wir uns vorzustellen haben — von Grundebene, Ackerfurchen, Beschauer, Horizontebene, Parallelstrahlen, Horizont, Verschwindepunkten und Bildfläche — den Grundriss. Demzufolge dürfen wir ihre Einzelheiten bezeichnen als Grundriss der Grundebene, Grundrisse der Ackerfurchen, Grundriss des Beschauers, Grundriss der Horizontebene, Grundrisse der Parallelstrahlen, Grundriss des Horizontes, Grundrisse der Verschwindepunkte und Grundriss der Bildfläche. Diese sämtlichen verschiedenen Grundrisse hat man nur beim Üben der strengsten konstruktiven Perspektive nötig. Mit wachsendem „perspektivischen" Verständnis darf einer nach dem andern fortgelassen und schliesslich ohne sie alle operiert werden. — Die durch sie dargestellten

---

[1]) Fig. 7, Taf. V, stellt einen Würfel in schiefwinkliger Parallelprojektion dar. Eine ebensolche Darstellung ist Fig. 6a, Taf. V.

Objekte liegen nicht, wie schon berührt wurde, in einer Ebene, sondern erfüllen den Raum. So liegen die Ackerfurchen in ihrer ganzen Ausdehnung unten auf dem Erdboden — der Grundebene. Die Füsse des Beschauers und die Grundlinie der Bildfläche kommen auch noch in die Grundebene zu liegen. Alles übrige aber vom Beschauer und von der Bildfläche befindet sich oberhalb der Grundebene. Und auch die Horizontebene mit jeglichem in ihr liegenden Gebilde ist überall um die Augenhöhe des Beschauers von der Grundebene entfernt. — Von solchen Höhenunterschieden in Grundrissen hat sich der Zögling jederzeit die rechte Vorstellung oder, wie man sehr bezeichnend auch zu sagen pflegt, die rechte innere Anschauung zu bilden.

Überdies ist es fast ausnahmslos Regel, dass die als Vorwurf dienenden Objekte der Raumersparnis wegen verkleinert oder, wie der Fachmann sich ausdrückt, in verkleinertem Massstabe zur Darstellung gelangen. In solchem Falle hat sich der Schüler die abzubildenden Objekte nebst Bildfläche, Distanz (s. später) und Beschauer gleichfalls und zwar entsprechend verkleinert vorzustellen. Greifen wir wieder auf unser Beispiel, die Ackerfurchen, zurück, so würde für sie behufs ihrer Abbildung in nicht verkleinertem Massstabe eine Bildfläche von der beiläufigen Grösse der Front eines Hauses erforderlich sein. Wären aber die Furchen nach dem in Fig. 1—5, Taf. VII, angenommenen, offenbar sehr verkleinerten Massstabe in Perspektive zu setzen, so genügte dazu schon eine Bildfläche von etwa 3 cm ins Geviert. — In Fig. 6a—c, Taf. V, sind dieselben Furchen in einem etwas weniger verkleinerten Massstabe zur Darstellung gekommen.

Der hinter der Bildfläche liegende Teil des Weltenalls wird **perspektivischer Raum** genannt. Alle in ihm vorhandenen Gebilde kommen nur nach ihren scheinbaren — den perspektivischen — Massen in Betracht. Er ist — als das in der Definition der Malerperspektive berührte Raumstück — mit allem, was er umfasst, auf der Bildfläche derart abzubilden, dass man die Abbildung für jenen Raum selbst halten könnte.

Und der vor der Bildfläche liegende Teil des Weltenalls wird **geometrischer Raum** genannt. Alle in ihm vorhandenen Gebilde kommen nur nach ihren wirklichen — den geometrischen — Massen in Betracht. In ihm hat der Beschauer seine Aufstellung genommen; daher liegt in ihm auch das Auge des Beschauers, der Kreuzungspunkt aller Parallelstrahlen. — Der grösste Teil dieses Raumes, die hinter dem Beschauer gelegene Hälfte des Weltenalls, kommt für die jeweilige perspektivische Darstellung durchaus nicht in Betracht; ihn kann sich der Zeichner unbeschadet seiner Thätigkeit in Nacht und Nebel begraben denken. Fig. 5, Taf. VII.

Dieser letzteren Thatsache zufolge hat der Perspektivkünstler jeweilig bloss mit jenen Verschwindepunkten der Wirklichkeit zu rechnen, die auf dem durch Zenith und Nadir gehenden und der Bildfläche parallel laufenden Meridian — dem **Parallelmeridian** — liegen, und mit jenen, die vor diesem — also auf der vor dem Beschauer sich wölbenden Himmelshalbkugel — gelegen sind, sowie auch nur mit den zugehörigen ganzen und halben Parallelstrahlen.

Was nun haben wir unter den obenerwähnten Verschwindepunkten der Bildfläche zu verstehen?

Denken wir uns von unseren Ackerfurchen auf der vor ihnen aufgestellten Bildfläche ein perspektivisches Bild entworfen, Fig. 6a, Taf. V, so muss eine Furche im Bilde immer auch einer Furche der Wirklichkeit entsprechen, oder sie muss, wie wir kurz und ganz richtig sagen, das Bild derselben sein. Auch müssen des ferneren beliebige Verlängerungen der wirklichen Furchen durch entsprechende Verlängerungen der Furchenbilder wiedergegeben sein. Und es müssen endlich auch die drei Punkte, in denen die wirklichen Furchen bei endloser Verlängerung fernhin scheinbar verschwinden, auf der Bildfläche durch drei Punkte abgebildet sein und das durch drei Punkte, in denen bezw. die entsprechend verlängerten Furchenbilder thatsächlich ihr Ende finden. — Letztere drei Punkte **sind** Verschwindepunkte der Bildfläche; und zwar sind sie, wie aus dem eben Gesagten hervorgeht, nichts anderes als die perspektivische Abbildung der zugehörigen, ihnen entsprechenden Verschwindepunkte der Wirklichkeit, oder sie sind die diesen zugehörigen, diesen entsprechenden Verschwindepunkte der Bildfläche.

Die Bildflächenverschwindepunkte sind für unser Fach von grösster Bedeutung. In Ermangelung ihrer wären wir nicht im stande, auch nur das einfachste Gebilde auf konstruktivem Wege in Perspektive zu setzen.

Wiederholen wir: Verschwindepunkte der Wirklichkeit sind Punkte, die draussen am Himmelsgewölbe zu suchen sind, und Verschwindepunkte der Bildfläche solche, die auf der Bildfläche liegen und die perspektivischen Bilder der ersteren sind.

Hat der Künstler behufs Anlegens eines Gemäldes einen festen Standpunkt bereits gewählt und die Bildfläche zweckentsprechend endgiltig eingestellt — gedacht, so ist damit auch die Lage der sämtlichen in Betracht kommenden Verschwindepunkte der Bildfläche bestimmt, d. h. jeder dieser Punkte kann dann nur an einem gewissen, ihm allein zukommenden Orte der Bildfläche seinen Platz haben. — Wie nun ist dieser Ort mit mathematischer Genauigkeit zu ermitteln?

Die Beantwortung dieser Frage kann uns nicht schwer fallen, wenn wir der Bildfläche vorübergehend die Durchsichtigkeit einer Glastafel beimessen. Solch durchsichtige Bildfläche gestattet, dass der Beschauer alles, was hinter ihr vorgeht, wahrnimmt. Er sieht hinter ihr die Furchen auf dem Acker, den Vogel in der Luft und die Sonne am Himmel. — Wollte er nun Furchen, Vogel und Sonne auf der durchsichtigen Bildfläche fixieren — als perspektivisches Bild festhalten — so müsste er die Furchen genau in der Gegend aufzeichnen, „durch welche hindurch“ sie ihm sichtbar sind, den fliegenden Vogel an jener Stelle, „durch welche hindurch“ dieser in einem gewissen Augenblicke von ihm gesehen wird, und die Sonne wieder an jenem Orte, „durch welchen hindurch“ sie ihre erwärmenden Strahlen in sein Antlitz sendet.

Sonach liegen perspektivisches Bild und Original vom Auge des Beschauers aus in einer Richtung, d. i. hinter einander, so also, dass das Vorn- oder Naheliegende (das Bild) das Hinten- oder Fernliegende (das Original) gerade deckt. — Genau dasselbe Lagenverhältnis existiert für entsprechende Verschwindepunkte. — Da nun der Beschauer den Verschwindepunkt der Wirklichkeit in der Richtung des zugehörigen Parallelstrahles sieht, so sieht er in der Richtung dieses Parallelstrahles auch den zugehörigen Verschwindepunkt der Bildfläche. Demnach ist jeglicher Parallelstrahl nicht nur für den zugehörigen Verschwindepunkt der Wirklichkeit, sondern auch für den zugehörigen Verschwindepunkt der Bildfläche ein geometrischer Ort. — Wie nun der andere geometrische Ort für den Verschwindepunkt der Wirklichkeit das Himmelsgewölbe ist, so ist derjenige für den Verschwindepunkt der Bildfläche die Bildfläche.

Mithin liegt der Bildflächenverschwindepunkt eines Systems da, wo der dem System zugehörige Parallelstrahl die Bildfläche schneidet. Fig. 6a und 6b, Taf. V.

Nun ist jedoch einleuchtend, dass die jeweilig verwendete Bildfläche allein von jenen Parallelstrahlen durchstossen werden kann, deren Systeme mit der Bildfläche einen Winkel bilden. — Parallelstrahlen, deren Systeme der Bildfläche parallel sind, vermögen die Bildfläche nicht zu schneiden, kommen also auch nicht in die Lage, vermittelst Durchschneidens der Bildfläche Bildflächenverschwindepunkte zu markieren. Liniensystemen, die der Bildfläche parallel sind, kommen demzufolge Verschwindepunkte der Bildfläche nicht zu. — Merkwürdiger- und doch natürlicherweise sind die damit berührten Systeme jeweilig genau diejenigen, deren Verschwindepunkte der Wirklichkeit auf dem Parallelmeridian liegen. Zu ihnen gehören: das eine mögliche senkrechte System, ein wagerechtes System und unzählig viele schräge Systeme — im ganzen genau so viel Systeme, soviel Richtungen in einer Ebene (der Bildfläche) möglich sind.

Nach Fig. 6a, Taf. V, sind die Linien eines der Bildfläche nicht parallelen Systems als Linien abzubilden, die nach dem zugehörigen Verschwindepunkt der Bildfläche konvergieren, in ihm ihr Ende finden oder — **„verschwinden“**[1]). — Die Linien eines der Bildfläche parallelen Systems können derart offenbar nicht dargestellt werden, da ihnen, wie erwähnt, kein Verschwindepunkt der Bildfläche zukommt. Solche Linien behalten im Bilde[2]) trotz ihres scheinbaren Verschwindens in einem Punkte des Himmelsgewölbes ihre wirkliche Richtung bei — bleiben also Parallelen und sind als **Parallelen** abzubilden. Versuchen wir, das nachzuweisen:

Das perspektivische Bild einer Linie ist richtig, wenn es dem Beschauer nach dem Verschwindepunkt seines Originals zu verlaufen scheint (so scheinen dem Beschauer die Bilder der Linien eines der Bildfläche nicht parallelen Systems nach dem Verschwindepunkt ihrer Originale zu verlaufen, indem sie thatsächlich im zugehörigen Verschwindepunkte der Bildfläche enden. Fig. 6a, Taf. V). Das aber kann betreffs der Linien, die der Bildfläche parallel sind, nur der Fall sein, wenn ihre Bilder ihnen parallel sind, dann also, wenn sie, sobald sie senkrechte sind, als lauter Senkrechte, sobald sie wagerechte sind, als lauter Wagerechte, und sobald sie parallele schräge sind, als lauter entsprechend gerichtete parallele Schräge abgebildet werden. In jedem anderen Falle würde dem Beschauer das Bild solch einer Linie nicht im Verschwindepunkte seines Originals zu verschwinden scheinen. — Es tritt hier der seltsame Fall ein, dass Linienbilder genau denselben Erscheinungsgesetzen gehorchen müssen, denen sonst nur Linienoriginale unterliegen.

Es scheinen daher — allerdings nur bei scharfer Beobachtung — Senkrechte im Bilde ebenso dem Zenith und dem Nadir zuzustreben, wie das von Senkrechten der Wirklichkeit gilt, Wagerechte im Bilde genau so nach den beiden durch die Kreuzung zwischen Horizont und Parallelmeridian erzeugten Schnittpunkten zu verlaufen, wie das ihre Originale thun, und parallele Schräge im Bilde genau auch nach jenen beiden Punkten des Himmelsgewölbes ihren Verlauf zu nehmen, in denen ihre Originale scheinbar zusammentreffen.

---

[1]) Der hierfür benötigte Nachweis findet auf Seite 13 endgiltige Erledigung.

[2]) Wenn hier und in Zukunft schlechtweg „im Bilde“ geschrieben steht, so ist damit ein perspektivisches Bild gemeint.

Nicht völlig Überzeugten sei hinzugefügt: Was kann uns hindern, Senkrechte im Bilde als Senkrechte der Wirklichkeit aufzufassen, wenn wir von allem, was sie umgiebt, abstrahieren, wenn wir alles, was sich neben, über und unter ihnen befindet, „wegdenken“! Als solche aber müssen sie im Zenith und Nadir verschwinden. — In gleicher Weise dürfen wir uns auch Wagerechte und parallele Schräge im Bilde von ihrer Umgebung losgelöst und als Linien der Wirklichkeit denken.

Es kann somit der einfache und doch sehr wichtige Satz aufgestellt werden:

Linien, die der Bildfläche parallel sind, behalten im Bilde ihre wirkliche Richtung bei; und Linien, die der Bildfläche nicht parallel sind, behalten im Bilde ihre wirkliche Richtung nicht bei, sondern nehmen ihren Verlauf nach den ihnen zukommenden Verschwindepunkten der Bildfläche.

Die Unterscheidung zwischen diesen beiden Liniengruppen ist äusserst wichtig und darf ebensowenig von dem nach Gefühl schaffenden Künstler, wie von dem konstruktiv vorgehenden Anfänger ausser acht gelassen werden.

Von den verschiedenen Systemen der ersten Liniengruppe sind **das eine mögliche senkrechte System** und **das eine mögliche wagerechte System** und von denjenigen der zweiten Gruppe alle wagerechten Systeme, insbesondere aber das Hauptsystem und „die beiden“ 45°-Systeme die wichtigsten.

Das **Hauptsystem** (in Fig. 1—5, Taf. VII, das Südsystem) schneidet die Bildfläche rechtwinkelig. Demzufolge durchdringt sein Parallelstrahl, der **Hauptstrahl** heisst, die Bildfläche in dem Punkte, der dem Auge des Beschauers genau gegenüberliegt. Dieser Punkt ist ersichtlich der Bildflächenverschwindepunkt des Hauptsystems. Er wird deswegen Hauptpunkt und zwar im Gegensatz zu dem zugehörigen Verschwindepunkt draussen am Himmelsgewölbe, der der **Hauptpunkt der Wirklichkeit** ist, **Hauptpunkt der Bildfläche** genannt. Im Bilde aber wird er einfach mit „P“ bezeichnet.

Der zwischen dem Hauptpunkt der Bildfläche und dem Auge des Beschauers gelegene Teil des Hauptstrahles repräsentiert die jeweilige Entfernung zwischen Auge und Bildfläche; diese Entfernung wird mit dem feststehenden Ausdruck **Distanz** bezeichnet.

Jedes der erwähnten 45°-Systeme schneidet die Bildfläche unter einem Winkel von 45° (= $^1/_2$ R). Dasjenige, das vom Beschauer aus linkshin verläuft (in Fig. 1—5, Taf. VII, das Südostsystem), nennt man das linke und jenes, das von ebenda aus rechtshin seinen Verlauf nimmt (in Fig. 1—5, Taf. VII, das Südwestsystem), das rechte 45°-System. Die zugehörigen Parallelstrahlen heissen bezw. linker und rechter 45°-Strahl und die zugehörigen Verschwindepunkte bezw. linker und rechter 45°-Punkt der Bildfläche und linker und rechter 45°-Punkt der Wirklichkeit.

Da diese 45°-Systeme gleichfalls horizontal verlaufen, so durchstossen ihre Parallelstrahlen die Bildfläche in derselben Höhe, in der der Hauptstrahl diese Fläche durchdringt — markieren demnach die zugehörigen 45°-Punkte der Bildfläche auf der durch P gelegten Bildflächenhorizontalen. — Diese Bildflächenhorizontale nun ist nichts Geringeres als das perspektivische Bild genau desjenigen Horizontstückes, das dem jeweilig darzustellenden Weltenraumteile zugehört — des Bogens a b in Fig. 6a, Taf. V. Man nennt sie deswegen den **Horizont der Bildfläche,** während man den vollen, kreisrunden Horizont draussen am Himmelsgewölbe als **Horizont der Wirklichkeit** bezeichnet. — Im Horizont der Bildfläche findet stets auch die Schneidung zwischen Horizontebene und Bildfläche statt. Fig. 6a, Taf. V.

Anmerkung. Alle dem jeweilig darzustellenden Weltenraumteile zugehörigen Himmelsbogen, die Kreisflächen angehören, in denen das Auge des Beschauers liegt, erscheinen dem Beschauer als Gerade und sind als Gerade abzubilden. — In letzteren Geraden findet immer auch die Schneidung zwischen jenen Kreisflächen einerseits und der verwendeten Bildfläche andrerseits statt.

Es bedarf nun nicht vieler geometrischen Kenntnisse, um wahrzunehmen, dass P, die beiden 45°-Punkte der Bildfläche und das Auge des Beschauers die Eckpunkte zweier aneinanderliegenden kongruenten und zwar gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecke sind, deren Basen die 45°-Strahlen bilden. Fig. 6b, Taf. V. Daraus folgt, dass jedes der beiden Horizontstücke, von denen das eine zwischen P und dem linken 45°-Punkt der Bildfläche und das andere zwischen P und dem rechten 45°-Punkt der Bildfläche liegt, der Distanz gleich ist.

Mithin giebt uns jeder 45°-Punkt der Bildfläche in seiner Entfernung von P die vom Zeichner jeweilig angenommene Distanz an. Aus diesem Grunde pflegt man die 45°-Punkte auch **Distanzpunkte,** die 45°-Strahlen auch **Distanzstrahlen** und die 45°-Systeme auch **Distanzsysteme** zu nennen und die ersteren im Bilde mit „D“ zu bezeichnen.

Nun haben wir noch einem Punkte unsere Aufmerksamkeit zuzuwenden:

Stellen wir uns eine Senkrechte des perspektivischen Raumes vor; Fig. 10, Taf. VIII. Je näher diese Senkrechte der Bildfläche liegt, um so grösser erscheint sie dem Beschauer, und um so grösser hat sie der Zeichner darzustellen. Wird sie aus der Nähe in die Tiefe gerückt, so nimmt sie scheinbar an Grösse ab; und wird sie aus der Tiefe nach vorn bewegt, so gewinnt sie scheinbar an Grösse. Am grössten wird sie sonach dem Beschauer erscheinen, wenn ihre Tiefe gleich 0 (Null) ist, dann also, wenn sie „in der Bildfläche“ Aufstellung gefunden hat. In solchem Falle ist das Linienbild genau an jenem Orte der Bildfläche aufzuzeichnen, an dem das Linienoriginal sich befindet. Bild und Original fallen unter solchen Umständen zusammen, sie decken einander, und es ist nach Lage, Grösse und Gestalt das eine mit dem andern identisch. — Entsprechendes gilt bezüglich der Flächen und Punkte des perspektivischen Raumes.[1])

Also hat man Flächen, Linien und Punkte, sobald sie **in der Bildfläche** liegen, nach ihren wirklichen Raumverhältnissen, d. i. in ihren wahren Höhen und Breiten und in ihren wahren Höhen- und Breitenausdehnungen in Perspektive zu setzen.

**Die Bildfläche, eine Affinitätsebene.** Der perspektivische Raum existiert in seiner weitesten Bedeutung in dreifacher Gestalt: als perspektivischer Raum, wie er wirklich ist, als perspektivischer Raum, wie er dem Beschauer erscheint[2]), und als perspektivischer Raum, wie ihn der Darsteller abgebildet — ihn auf der Bildfläche fixiert hat, oder kann sein: ein Raumgebilde mit den wahren drei Dimensionen, ein Raumgebilde mit den scheinbaren drei Dimensionen[2])

[1]) Die Bildfläche ist sonach die Ebene, in der es einen Unterschied zwischen Scheinbarem und Wirklichem nicht mehr giebt — ist, wie man in der Praxis zu sagen pflegt, Wirklichkeit und Schein oder Wirklichkeit und perspektivisches Bild zugleich.

[2]) Das ist der perspektivische Raum im oben gebrauchten Sinne — im Sinne der auf Seite 7 gegebenen Definition.

und ein Flächengebilde mit den scheinbaren drei Dimensionen. Diese drei Sondergestalten des perspektivischen Raumes sind **affine Gebilde.**

Affine Gebilde sind verwandte Gebilde. Erfüllt jedes einzelne derselben einen Raum, so sind sie affine räumliche Gebilde; liegt aber jedes einzelne derselben in einer Ebene, so sind sie affine flache Gebilde. — So sind die drei Sondergestalten des perspektivischen Raumes affine räumliche [1]), und die in Fig. 8 und Fig. 9, Taf. VIII, dargestellten affinen Gebilde affine flache Gebilde.

Affinen räumlichen Gebilden kommt eine als ihnen allen in gleichem Sinne zugehörig zu betrachtende Ebene — die **Affinitätsebene,** affinen flachen Gebilden eine als ihnen allen in gleichem Sinne zugehörig zu betrachtende Linie — die **Affinitätsachse** — zu. — So ist die Affinitätsebene der drei Sondergestalten des perspektivischen Raumes die Bildfläche und sind die Affinitätsachsen der in Fig. 8 und Fig. 9, Taf. VIII, dargestellten affinen Gebilde bezw. die Linien x y und x′ y′.

Wie nun die Affinitätsebene als allen ihr zukommenden affinen Raumgebilden und die Affinitätsachse als allen ihr zukommenden affinen Flächengebilden zugehörig betrachtet werden kann, so kann auch jegliches in der Affinitätsebene gelegene Gebilde — Flächen, Linien und Punkte — als allen jenen Raumgebilden und jegliches in der Affinitätsachse gelegene Gebilde — Linien und Punkte — als allen jenen Flächengebilden zugehörig aufgefasst werden.

Hiernach folgt aus der Thatsache, dass die Bildfläche die den drei Sondergestalten des perspektivischen Raumes zugehörige Affinitätsebene ist, die fernere Thatsache, dass jegliches in der Bildfläche liegende Gebilde dreifach zu deuten ist, mit andern Worten: dass Flächen, Linien und Punkte, die in der Bildfläche liegen, als Flächen, Linien und Punkte des perspektivischen Raumes, wie er wirklich ist, als Flächen, Linien und Punkte des perspektivischen Raumes, wie er dem Beschauer erscheint, und als Flächen, Linien und Punkte des perspektivischen Raumes, wie ihn der Darsteller abgebildet hat, betrachtet werden können.

Und daraus wieder folgt, was oben schon auf anderem Wege nachgewiesen wurde: dass Flächen, Linien und Punkte, sobald sie **in der Bildfläche** liegen, nach ihren wirklichen Raumverhältnissen, d. i. in ihren wahren Höhen und Breiten und in ihren wahren Höhen- und Breitenausdehnungen in Perspektive zu setzen sind; denn unter anderem sollen sie auch als Flächen, Linien und Punkte des perspektivischen Raumes, wie er wirklich ist, betrachtet werden können.

Anmerkung. Fig. 8, Taf. VIII, veranschaulicht gleichartige affine flache Gebilde — **geometrisch affine** Quadrate, d. s. Quadrate, deren jedes ein geometrisches Gebilde ist. Die Linie x y ist die Affinitätsachse, und die Punkte 1, 2, 3 und 4 sind Affinitätspunkte. — Fig. 9, Taf. VIII, veranschaulicht ungleichartige affine flache Gebilde — **perspektivisch affine** Quadrate, d. s. Quadrate, von denen das eine — die Fläche A — ein geometrisches, das andere — die Fläche 𝔄 — ein perspektivisches Gebilde ist. Die Linie x′ y′ ist auch hier die Affinitätsachse, und die Punkte 1′, 2′, 3′ und 4′ sind wieder Affinitätspunkte.

Perspektivisch affine und zwar perspektivisch affine räumliche Gebilde sind auch die drei Sondergestalten des perspektivischen Raumes. Dieselben erscheinen dem Auge des Beschauers notwendigerweise als ein einziges Gebilde, indem einander entsprechende Elemente derselben — Körper, Flächen, Linien und Punkte, sowie auch sie selbst für jenes Auge „zusammenfallen“ — sich decken. — Besitzt der Zeichner die Fähigkeit, sich gleichzeitig einerseits den perspektivischen Raum, wie er wirklich ist, [2]) und andererseits den perspektivischen Raum, wie er dem Beschauer erscheint, oder den perspektivischen Raum, wie ihn der Darsteller auf der Bildfläche festhält, vorzustellen, so vermag er im Geiste die beiden perspektivisch affinen Raumgebilde zu sehen, mit denen er es fortgesetzt zu thun hat, wenn er perspektivische Bilder auf konstruktivem Wege entstehen lässt, und vermag er im Geiste auch alle die per-

---

[1]) Der perspektivische Raum als Flächengebilde mit den scheinbaren drei Dimensionen wird hier und im ferneren deshalb als ein Raumgebilde bezeichnet, weil Theoretiker, wie Praktiker ihn als Raum sich vorstellen.

[2]) Ihn in dieser Gestalt zu sehen, ist dem menschlichen Auge nicht möglich.

spektivisch affinen räumlichen und flachen Gebildepaare zu schauen, die sich jeweilig innerhalb der vorgestellten zwei Raumgebilde befinden, und mit denen er es jeweilig speciell zu thun hat. — Ein solches Gebildepaar zeigt Fig. 9, Taf. VIII. Das eine solch zweier Gebilde, das geometrische, repräsentiert das Darzustellende. Es erscheint dem Beschauer, obwohl es im perspektivischen Raume in wahrer Gestalt und Grösse vorhanden ist, in veränderter Grösse und Gestalt. Und diese scheinbare Grösse und Gestalt birgt das andere der affinen Gebilde, das perspektivische, in sich, repräsentiert also die Darstellung. — In den Affinitätspunkten 1′, 2′, 3′ und 4′ erreichen die Seiten [1]) des geometrischen Gebildes die Affinitätsachse „geometrisch", während die Seiten [1]) des perspektivischen Gebildes diese Achse in ebenjenen Punkten „perspektivisch" verlassen. — Es ist hiermit der Vorgang gekennzeichnet, durch den man sich die Gebilde des perspektivischen Raumes in Perspektive gesetzt denkt: Man denkt sich jede einzelne zum Aufbau des zu zeichnenden Motivs benötigte Linie [1]) des perspektivischen Raumes vorerst den zugehörigen Affinitätspunkt (im geometrischen Bilde [s. später]) **geometrisch erreichen** und sodann diesen wieder (im perspektivischen Bilde [s. später]) **perspektivisch verlassen.** — Die Affinitätspunkte sind sonach Berührungs- oder Übergangspunkte zwischen Wirklichkeit und Schein, sind also perspektivisches Bild und Original zugleich; und daher kommt es, dass sie für uns von so grosser Bedeutung sind. — Affine Linien haben als gemeinschaftlichen Ausgang Affinitätspunkte, affine Flächen Affinitätslinien und affine Körper Affinitätsflächen. Diese Affinitätsflächen, -linien und -punkte sind identisch mit den obenerwähnten **in der Bildfläche — d. i. eben in der in der Perspektive in Betracht kommenden Affinitätsebene** — liegenden Flächen, Linien und Punkten und sind wie diese nach ihren wirklichen Lagen- und Grössenverhältnissen abzubilden.

Delabar: „Je zwei Figuren, die wie die wahre Grösse und ihre Projektion in einer Ebene so liegen, dass 1) alle Verbindungslinien ihrer einander entsprechenden Punkte parallel [2]) sind und 2) dass alle Durchschnittspunkte ihrer einander entsprechenden Seiten in eine Gerade zu liegen kommen, nennt man affine oder verwandte Figuren und die unter 2) erwähnte Gerade die Affinitätsachse und die unter 1) [3]) erwähnten Punkte Affinitätspunkte."

Fassen wir jetzt alle der Bildfläche nicht parallelen Linien des perspektivischen Raumes besonders ins Auge, und denken wir uns die, die die Bildfläche nicht erreichen, bis zum Schnitt mit dieser verlängert, so existiert für jede derselben ein in der Bildfläche liegender Punkt, ein Punkt also, der perspektivisches Bild und Original zugleich ist, als Bild demnach in seiner wahren Lage, d. i. in wahrer Höhe und Breite plaziert werden muss. Solch ein Punkt ist Anfangspunkt nicht nur für die von ihm ausgehende, den perspektivischen Raum durchquerende Linie der Wirklichkeit, sondern auch Anfangspunkt fürs perspektivische Bild dieser Linie.

In früherem nun wurde gesagt: Der **Endpunkt** des perspektivischen Bildes einer der Bildfläche nicht parallelen Linie ist der zugehörige Verschwindepunkt der Bildfläche.

Jetzt dürfen wir dem hinzufügen: Der **Anfangspunkt** des perspektivischen Bildes einer der Bildfläche nicht parallelen Linie ist in deren Schnitt mit der Bildfläche markiert.

Sonach ist die Perspektive jeder der Bildfläche nicht parallelen Linie durch Anfangs- und Endpunkt aufs sicherste bestimmt und in der diese Punkte Verbindenden direkt auch zu zeichnen.

---

[1]) Bei entsprechender Verlängerung derselben.

[2]) Delabar giebt in obigem die Definition für die gebräuchlichste orthogonal projektivische Darstellung geometrisch affiner Figuren — für Fig. 8, Taf. VIII. Setzt man in ihr statt „parallel" „radial", so ergiebt sich die Definition für die gebräuchlichste orthogonal projektivische Darstellung perspektivisch affiner Figuren — für Fig. 9, Taf. VIII.

[3]) Statt „unter 1)" soll es wohl heissen „unter 2)", da die Punkte unter 1) affine Punkte und die Punkte unter 2) Affinitätspunkte sind (s. oben).

Hiermit ist der Beweis für die oben nicht voll erwiesene Behauptung: die Linien eines der Bildfläche nicht parallelen Systems seien als Linien abzubilden, die im zugehörigen Verschwindepunkte der Bildfläche verschwinden, endgiltig erbracht.

Nunmehr sind wir im stande, jede beliebig gerichtete Linie des perspektivischen Raumes perspektivisch abzubilden; und das allein schon bietet uns volle Gewähr, jedwedes Gebilde der Natur in Perspektive zu setzen.

---

## B. Praxis.

### I. Die Linienperspektive unter Benutzung des geometrischen Bildes.

Das Lösen graphischer, perspektivischer Aufgaben geschieht von seiten des Schülers anfangs, wie erwähnt, im Sinne der strengsten konstruktiven Perspektive, d. i. nach den Gesetzen der **Linienperspektive unter Benutzung des geometrischen Bildes.** Es ist das das Entwickeln perspektivischer Darstellungen nach gewissen graphischen Voraussetzungen. Diese sind: der Grundriss der Bildfläche, die Grundrisse der darzustellenden Objekte, der Grundriss des Auges des Beschauers, der mit dem Grundriss der Bildfläche zusammenfallende Grundriss des Horizontes (der Bildfläche) [1], die Grundrisse der erforderlichen Parallelstrahlen [2]) und die Grundrisse der zugehörigen Verschwindepunkte (der Bildfläche) [1]. Sie bilden in ihrer Gesamtheit das **geometrische Bild.** Fig. 6b, Taf. V. — Und die perspektivische Darstellung, die aus einem geometrischen Bilde entwickelt wird, ist das diesem zugehörige **perspektivische Bild.** Fig. 6c, Taf. V.

Damit der Schüler die nun folgenden Darstellungen wohl gebrauchen, vor allem aber das geometrische Bild mit dem jeweilig zugehörigen perspektivischen Bilde recht verknüpfen lerne, sei an den Fig. 6b und 6c, Taf. V, folgendes wiederholt:

FF Bildfläche im geometrischen Bilde.
𝔉𝔉 Dieselbe Bildfläche im perspektivischen Bilde.
OOO Objekte im geometrischen Bilde.
𝔒𝔒𝔒 Dieselben Objekte im perspektivischen Bilde.
HH Horizont im geometrischen Bilde.
ℌℌ Derselbe Horizont im perspektivischen Bilde.
P Hauptpunkt im geometrischen Bilde.
𝔓 Derselbe Hauptpunkt im perspektivischen Bilde.

---

[1]) Der Horizont der Wirklichkeit und die Verschwindepunkte der Wirklichkeit sind nur für die Ableitung der Theorie von Bedeutung. Die Praxis bedarf ihrer direkt nicht, braucht daher auch nicht zu unterscheiden zwischen Horizont und Verschwindepunkten der Wirklichkeit einer- und Horizont und Verschwindepunkten der Bildfläche andererseits und nennt deshalb die letzteren Horizont- bez. Verschwindepunkte schlechtweg.

[2]) Auch ist zu bemerken, dass in der Praxis die Parallelstrahlen nur so weit in Betracht kommen, soweit sie zwischen Auge und Bildfläche liegen.

DD Distanzpunkte im geometrischen Bilde.
𝔇𝔇 Dieselben Distanzpunkte im perspektivischen Bilde.
G **Grundpunkt** [1]) im geometrischen Bilde und
𝔊 Derselbe Grundpunkt im perspektivischen Bilde.
Ferner: A Auge des Beschauers im geometrischen Bilde und
SSS Parallelstrahlen im geometrischen Bilde.

Einen Überblick über die verschiedenen perspektivischen Konstruktionen gewinnt man, wenn der Würfel in seinen vier verschiedenen Lagen zur Bildfläche — in der Frontal-Stellung (Mot. 1, Taf. I), in der Diagonal-Stellung (Mot. 6, Taf. II), in der leichten Accidental[2])-Stellung (Mot. 9, Taf. III) und in der schweren Accidental-Stellung (Mot. 10, Taf. III) — immer erst im geometrischen und sodann im perspektivischen Bilde betrachtet wird:

**1. Frontal-Stellung:** Der Würfel ist mit einer Seitenfläche — seiner „Front“ — genau nach vorn, d. i. gegen die Bildfläche gekehrt. Zwei Seitenflächen sind sonach der Bildfläche parallel. Die beiden anderen Seitenflächen, sowie Grund- und Deckfläche schneiden die Bildfläche rechtwinkelig.

**Mot. 1, Taf. I,** geometrisches Bild: Für die genau nach der Tiefe verlaufenden horizontalen Würfelkanten ist der Sehstrahl in P der Parallelstrahl und P der Verschwindepunkt. Und für die Diagonalen der Grund- und Deckfläche des Würfels sind die Sehstrahlen in $D^l$ (links vom Hauptpunkte) und $D^r$ (rechts vom Hauptpunkte) die Parallelstrahlen und $D^l$ und $D^r$ die Verschwindepunkte. — Der P-, der $D^l$- und der $D^r$-strahl bilden mit dem Horizont das **Parallelstrahlendreieck der Frontalstellung.**

**Mot. 1, Taf. I,** perspektivisches Bild: Ziehe in angemessenem Abstand über dem geometrischen Bilde horizontal die Grundlinie [3]) der Bildfläche des perspektivischen Bildes und 5 cm [4]) höher den zugehörigen Horizont. [5]) Bestimme auf letzterem den Hauptpunkt — P — und die beiden Distanzpunkte — $D^l$ und $D^r$ — und auf ersterer den Grundpunkt — G.

Die Punkte a, b und c liegen in der Grundlinie der Bildfläche. Trage sie über ins perspektivische Bild. Setze sodann die Linien c 3, b 4 und a 3 in Perspektive, mit andern Worten: ziehe c P, b P und a $D^l$. Es ergeben sich die im geometrischen Bilde vorhandenen Schnittpunkte 1 und 3 mit absoluter Genauigkeit auch im perspektivischen Bilde. Lege vom vordern aus linkshin und vom hintern aus rechtshin Wagerechte bis zum Schnitt mit der jeweilig benachbarten P-linie, d. i. bezw. bis 2 und 4. Sie vervollständigen das Grundquadrat des perspektivischen Würfels. —

[1]) Der Grundpunkt liegt senkrecht unter P auf der Grundlinie der Bildfläche. Von ihm aus werden Masse auf der Grundlinie der Bildfläche im geometrischen Bilde ab- und im perspektivischen Bilde entsprechend wieder aufgetragen.

[2]) Accidental = zufällig. Accidentalstellungen sind demnach „zufällige“ — beliebige Stellungen.

[3]) Die übrigen drei Seiten der Bildfläche pflegt man nur ausnahmsweise einzuzeichnen.

[4]) Die im ferneren hier und da eingestellten Masse beziehen sich auf die um ca. $^1/_3$ der linearen Ausdehnung der beigegebenen Tafeln zu vergrössernde Nachzeichnung des Schülers. Der diesbezügliche Übertragungsmassstab ist in Fig. 27, Taf. III, gegeben.

[5]) Den Horizont legt der Zeichner nach Gefühl: entsprechend hoch, wenn er die abzubildenden Objekte von einem hohen, entsprechend tief, wenn er sie von einem weniger hohen Standpunkte aus darstellt.

Errichte in den Ecken dieses Quadrates Senkrechte, desgl. eine solche in c. Nimm aus dem geometrischen Bilde die wahre Grösse der Würfelkante in den Zirkel und gieb sie der zuletzt errichteten Senkrechten; du ermittelst Punkt d. Ziehe d P, um die Würfelecken 6 und 7 „anzuschneiden“. Ziehe von diesen aus Wagerechte rechtshin; sie schneiden die 5. und 8. Ecke an. Ziehe schliesslich von 5 nach 8 (nach P).

Den Entwickelungsgang der nebenstehenden „Aufstellung“ — vierseitige prismatische Platte mit aufgesetztem Würfel — bemühe sich der Schüler selbst zu finden.

**2. Diagonal-Stellung:** Der Würfel ist mit einer senkrechten Kante genau nach vorn gekehrt. Die vier Seitenflächen haben „Diagonalrichtung“, d. i. die Richtung, die die Grund- und Deckflächendiagonalen beim frontal stehenden Würfel aufweisen. Grund- und Deckfläche schneiden die Bildfläche rechtwinkelig.

**Mot. 6, Taf. II,** geometrisches Bild: Für die links- und rechtshin nach der Tiefe verlaufenden horizontalen Würfelkanten sind die Sehstrahlen in $D^l$ und $D^r$ die Parallelstrahlen und $D^l$ und $D^r$ die Verschwindepunkte. Und für die genau nach der Tiefe verlaufenden Diagonalen der Grund- und Deckfläche des Würfels ist der Sehstrahl in P der Parallelstrahl und P der Verschwindepunkt. — Der P-, der $D^l$- und der $D^r$-strahl bilden mit dem Horizont auch das **Parallelstrahlendreieck der Diagonalstellung.**

**Mot. 6, Taf. II,** perspektivisches Bild: Verfahre auch hier nach Absatz 3 unter 1.

Die Punkte 1 und a liegen in der Grundlinie der Bildfläche. Trage sie über ins perspektivische Bild. Setze sodann die Linien 1 2, 1 3, 1 4 und a 3 in Perspektive, mit andern Worten: ziehe 1 $D^l$, 1 P, 1 $D^r$ und a $D^l$. Ziehe schliesslich von $D^r$ her durch Punkt 3, den hinteren der gewonnenen zwei Schnittpunkte, eine Linie bis zum Schnitt mit 1 $D^l$ — bis 2. Der „perspektivische Grundriss“ des Würfels ist somit geschlossen. — Errichte in seinen Ecken Senkrechte. Gieb der in 1 errichteten die wahre Würfelkantenlänge, wodurch du Würfelecke 5 ermittelst. Ziehe 5 $D^l$ und 5 $D^r$; du gewinnst die Ecken 6 und 8. Ziehe schliesslich 6 $D^r$ und 8 $D^l$. Auf der hinteren Senkrechten findet eine Schneidung dreier Linien statt. Diese bilden Ecke 7.

Die beigegebene Aufstellung — vierseitige prismatische Platte, vierseitiger prismatischer Block und vierseitige abgestumpfte Pyramide — versuche der Schüler gleichfalls selbständig in Perspektive zu setzen.

**3. Leichte Accidental-Stellung:** Eine geringe rechts- bez. linksläufige horizontale (höchstens $^1/_{16}$-) Drehung versetzt den leicht accidental stehenden Würfel in Diagonalstellung.[1])

**Mot. 9, Taf. III,** geometrisches Bild: Für die links- und rechtshin nach der Tiefe verlaufenden horizontalen Würfelkanten sind die Sehstrahlen in $Acc^l$ (links vom Hauptpunkte) und $Acc^r$ (rechts vom Hauptpunkte) die Parallelstrahlen und $Acc^l$ und $Acc^r$ die Verschwindepunkte. Und für die jäh nach der Tiefe verlaufenden Diagonalen der Grund- und Deckfläche des Würfels ist der Sehstrahl in Dg der Parallelstrahl und Dg der Verschwindepunkt. Es bezeichnet $Acc^l$ den **linken Accidentalpunkt,** $Acc^r$ den **rechten Accidentalpunkt** und **Dg** den

---

1) In Fig. 26, Taf. III, wird der Bereich der leichten Accidentalstellungen veranschaulicht durch Pfeil a + Pfeil b.

**Diagonalpunkt.** Die diesen Punkten zugehörigen Parallelstrahlen heissen bezw. **linker Accidentalstrahl, rechter Accidentalstrahl** und **Diagonalstrahl** und die ihnen zugehörigen Systeme bezw. **linkes Accidentalsystem, rechtes Accidentalsystem** und **Diagonalsystem.** — Der Acc$^l$-, der Acc$^r$- und der Dg-strahl bilden mit dem Horizont das **Parallelstrahlendreieck der leichten und der schweren Accidentalstellung.**

Der P-, der D$^l$-, der D$^r$-, der Acc$^l$-, der Acc$^r$- und der Dg-strahl repräsentieren die *sechs verschiedenen Tiefenrichtungen*, die in der Perspektive in Bezug auf die einzelne *nach der Tiefe verlaufende* Ebene in Betracht kommen. Sie bilden mit dem Horizont das **volle Parallelstrahlendreieck.**

**Mot. 9, Taf. III,** *perspektivisches Bild*: Verfahre vorerst wieder nach Absatz 3 unter 1. — Markiere sodann Acc$^l$, Acc$^r$ und Dg. — Der ausserhalb der Bildfläche liegende Acc$^r$-punkt gilt hier als **zugänglich,** da er im geometrischen Bilde bequem zu ermitteln und im perspektivischen Bilde bequem zu gebrauchen ist.

Die Punkte a, b, c und d liegen in der Grundlinie der Bildfläche. Trage sie über ins perspektivische Bild. Setze sodann die Linien a 4, b 3, c 2 und d 3 in Perspektive, mit andern Worten: ziehe a Acc$^r$, b Dg, c Acc$^l$ und d Acc$^l$. Ziehe schliesslich von Acc$^r$ her durch Punkt 3, den hintersten der gewonnenen drei Schnittpunkte, eine Linie bis zum Schnitt mit c Acc$^l$ — bis 2. Das perspektivische Bild der Grundfläche des Würfels ist somit geschlossen. — Errichte in seinen Ecken Senkrechte, desgl. eine solche in a. Gieb der in a errichteten die wahre Würfelkantenlänge, wodurch Punkt e ermittelt wird. Ziehe e Acc$^r$; du gewinnst die Würfelecken 5 und 8. Ziehe von diesen aus Accidentallinien linkshin; sie schneiden die Ecken 6 und 7 an. Ziehe schliesslich von 6 nach 7 (nach Acc$^r$).

An den umliegenden frontal stehenden Quadern übe der Schüler skizzierendes perspektivisches Zeichnen, die früher erwähnte Gefühls- oder freie Perspektive.

**Mot. 23** [1], **Taf. VII,** ist für die Selbstthätigkeit des Schülers berechnet.

**4. Schwere Accidentalstellung:** *Eine geringe rechts- bez. linksläufige horizontale (höchstens $^1/_{16}$-) Drehung versetzt den schwer accidental stehenden Würfel in Frontalstellung.* [2]

**Mot. 10, Taf. III,** *geometrisches Bild*: Wiederhole Absatz 2 und 3 unter 3.

**Mot. 10, Taf. III,** *perspektivisches Bild*: Verfahre auch hier vorerst nach Absatz 3 unter 1. — Markiere sodann Acc$^r$ und Dg. — Der ausserhalb der Bildfläche liegende Acc$^l$-punkt gilt hier als **nicht zugänglich,** da er im geometrischen Bilde unbequem zu ermitteln und im perspektivischen Bilde unbequem zu gebrauchen ist. Wir müssen daher von der Verwendung desselben absehen und dafür, so oft es sich nötig macht, Dg zu Hilfe nehmen.

Die Punkte a, b, c, d und e liegen in der Grundlinie der Bildfläche. Trage sie über ins perspektivische Bild. Setze sodann die Linien a 3, b 2, c 4, d 3 und e 4 in Perspektive, mit anderen Worten: ziehe a Acc$^r$, b Dg, c Acc$^r$, d Dg und e Dg. Du gewinnst die vier Schnittpunkte 1, 2, 3 und 4. Verbinde noch 1 mit 2 und 4 mit 3; du schliesst damit die Perspektive der Grundfläche des Würfels. — Errichte in ihren Ecken

[1]) Nach *Hauck*.

[2]) In Fig. 26, Taf. III, wird der Bereich der schweren Accidentalstellungen veranschaulicht durch Pfeil c + Pfeil d.

Senkrechte, desgl. eine solche in c. Gieb der in c errichteten die wahre Würfelkantenlänge, wodurch Punkt f ermittelt wird. Ziehe f Acc$^r$; du gewinnst die Würfelecken 5 und 8. Ziehe 5 Dg, um Ecke 7 zu bestimmen. Ziehe von Acc$^r$ her durch Punkt 7 eine Linie bis zum Schnitt mit der in 2 errichteten Senkrechten — bis Ecke 6. Verbinde schliesslich 8 mit 7 und 5 mit 6.

An dem nebenstehenden Häuschen mit Schlagbaum und Grenztafel übe sich der Schüler wiederholungsweise „in der Diagonalstellung" — Masse beliebig, Verhältnisse natürlich, Richtungen bekannt [1]) und Ausgangspunkt x gegeben.

**Mot. 24 und 25, Taf. VII,** sind wieder für die Selbstthätigkeit des Schülers berechnet.

## II. Die Linienperspektive ohne Benutzung des geometrischen Bildes.

Wie wichtig auch die Rolle war, die das geometrische Bild im vorstehenden vielfach gespielt hat, so ist es doch für des Künstlers Praxis völlig belanglos und kommt es bei Erörterungen über das Wesen der Perspektive durchaus nicht in Betracht, indem von ihm Perspektivisches an sich in keiner Weise abhängt. Obige wichtige Rolle hat es gespielt lediglich aus methodischen Gründen: Es wurde gebraucht behufs sicherer und bequemer Veranschaulichung aller jener Vorgänge, die der Schüler sich vorzustellen und bez. graphisch einzuleiten hat, wenn sich ihm die Perspektive der abzubildenden Objekte auf konstruktivem Wege ergeben soll. — Nunmehr aber halten wir den Schüler für so weit gefestigt in der Anschauung des Raumes, dass er fernere derartige Vorgänge auch ohne das geometrische Bild sich vorzustellen befähigt sein dürfte. Wir gehen daher über zur Behandlung der **Linienperspektive ohne Benutzung des geometrischen Bildes** — zum Üben der Perspektive im Sinne der rein künstlerischen Praxis. Demzufolge hat sich der Schüler von jetzt ab Vorgänge im geometrischen Raume — das Legen von Parallelstrahlen (und Parallelebenen [s. später]) durch das Auge des Beschauers — allein vor und Vorgänge im perspektivischen Raume — das Entwickeln der Perspektive der abzubildenden Objekte — allein hinter der vor ihm aufgerichteten, ihm in voller Ausdehnung sichtbaren Bildfläche des perspektivischen Bildes [2]) sich abspielen zu denken.

Auch bei unseren ferneren Betrachtungen hat sich der Schüler jeweilig vorerst mit den Vorgängen, die im geometrischen Raume (vor der Bildfläche), und sodann mit denen, die im perspektivischen Raume (hinter der Bildfläche) sich abspielen, zu beschäftigen — sie graphisch darzustellen. Wie geschieht das?

**A. Das Aufzeichnen der Vorgänge des geometrischen Raumes:** Die Festlegung des Horizontes ist auch auf dieser Stufe des perspektivischen Zeichnens dem freien Ermessen des Darstellers anheimgegeben: er fixiert ihn, je nachdem sein Gefühl es ihm vorschreibt, in dieser oder in jener Höhe der Bildfläche durch eine wagerechte Linie. Mot. 2 und 3, Taf. I. — Auf dieser placiert er den Hauptpunkt — P —

[1]) Es ist zu empfehlen, beim Klassenunterricht Mot. 2—5, Taf. I, im Anschluss an die Behandlung des Würfels in Frontal- und Mot. 7 und 8, Taf. II, im Anschluss an die Behandlung des Würfels in Diagonalstellung zu absolvieren.

[2]) Eine Unterscheidung zwischen geometrischem Bilde und perspektivischem Bilde ist demzufolge fortan nicht mehr nötig; daher nennen wir künftig das perspektivische Bild das Bild (wie das im vorstehenden bereits geschehen) und die Bildfläche des perspektivischen Bildes, den Horizont des perspektivischen Bildes u. s. w. bezw. die Bildfläche, den Horizont u. s. w. schlechtweg.

dermassen, dass dasjenige der abzubildenden Objekte, was ihm rechts gelegen erscheint, rechts, und dasjenige, was ihm links gelegen erscheint, links von P sich abbildet. Mot. 2 und 3, Taf. I. — Und von P aus wieder trägt er auf der Bildfläche genau unten- oder obenhin die in Frage kommende Distanz — PA — auf. Mot. 2 und 3, Taf. I. — A kennzeichnet alsdann das Auge des Beschauers, während überdies zwei von A aus gegen den Horizont unter Winkeln von 45° gelegte Linien „die beiden" Distanzstrahlen — $AD^l$ und $AD^r$ — vorstellen und die letzteren wieder in ihren Schnitten mit dem Horizont „die beiden" Distanzpunkte — $D^l$ und $D^r$ — markieren. Mot. 2 und 3, Taf. I.

Das Dreieck $D^lAD^r$ ist nunmehr das **in die Bildfläche umgelegte** Parallelstrahlendreieck der Frontal- und der Diagonalstellung — ist die Umlegung des in Wirklichkeit horizontalen, an der Bildfläche rechtwinkelig ansitzenden Parallelstrahlendreieckes $D^l\mathfrak{A}$[1]$D^r$. — Ganz analog ist zu verfahren, um die Umlegung des Parallelstrahlendreieckes der leichten und der schweren Accidentalstellung oder diejenige des vollen Parallelstrahlendreieckes aufzuzeichnen.

Das Aufzeichnen einer jener drei Umlegungen ist jeweilig die erste Thätigkeit[2], die der Darsteller beim Anlegen eines Bildes auszuführen nötig hat. Es ist das die Darstellung eines Vorganges, der im geometrischen Raume (vor der Bildfläche) sich abspielt, ist daher eine **rein geometrische Thätigkeit.** Diese Thätigkeit wird bei Betrachtung der einzelnen im ferneren zu behandelnden Motive jeweilig als geschehen oder „gegeben" vorausgesetzt.

**B. Das Aufzeichnen der Vorgänge des perspektivischen Raumes:** Die bei weitem wichtigere und umfangreichere Thätigkeit des Darstellers ist das Entwickeln der Perspektive der abzubildenden Objekte. Sie ist die Darstellung eines Vorganges, der im perspektivischen Raume (hinter der Bildfläche) sich abspielt, ist daher eine **rein perspektivische Thätigkeit.**

Das erste Beginnen bei dieser Thätigkeit ist jeweilig die Festlegung des **Ausgangspunktes,** eines Punktes nämlich, von dem aus obige Entwickelung unter den geringsten Schwierigkeiten zu bewirken ist. Der Praktiker bestimmt die Lage desselben nach seinem Gutdünken — nach Gefühl; dem nachzeichnenden Schüler aber wird er „gegeben" nach seiner Höhen- und Breitenlage, d. i. nach seiner Entfernung vom Horizont und von der Hauptvertikalen (s. später) — der Senkrechten in P. Alles jeweilige weitere Entwickeln der zu ermittelnden Perspektive ist abhängig von der Gestaltung der einzelnen Motive, zu deren Betrachtung wir nunmehr übergehen.

## Vier Beispiele in Frontalstellung.

**Mot. 2, Taf. I.** Die Treppenprofile haben Bildflächen- oder Frontrichtung, d. i. die Richtung, die die Seitenflächen 1 2 5 6 und 3 4 7 8 des per-

[1] $\mathfrak{A}$ bezeichnet das Auge in seiner wirklichen Lage — das Auge „im Raume." Dasselbe liegt, wie bekannt, in Distanzentfernung genau vor P — deckt also P beim Beschauen des perspektivischen Bildes — und in Augenhöhe des Beschauers genau über A, dem Grundrisse des Auges — deckt also A beim Beschauen des geometrischen Bildes.

[2] Der ausübende Künstler beschränkt diese Thätigkeit in der Regel auf das blosse Markieren der Verschwindepunkte; vergl. hierzu Mot. 15 und 16, Taf. V.

spektivischen Würfels in Mot. 1, Taf. I, und die Diagonalfläche 2 4 6 8 des perspektivischen Würfels in Mot. 6, Taf. II, aufweisen. Wie jene Seitenflächen den zugehörigen Originalflächen geometrisch ähnlich, also wieder Quadrate sind, und wie jene Diagonalfläche der zugehörigen Originalfläche geometrisch ähnlich ist, indem ihr Seitenverhältnis dem der letzteren gleich ist, so sind auch die Treppenprofile unseres Motivs den zugehörigen — vom Beschauer bez. Darsteller nur **gesehenen** oder wohl gar nur **gedachten** — Originalprofilen geometrisch ähnlich. Zweifellos ergiebt sich diese Ähnlichkeit aus der uns bekannten Thatsache, dass Linien, die der Bildfläche parallel sind, im Bilde ihre Richtung beibehalten. — Zeichne zunächst das bequemer gelegene vordere Profil. — Ausgangspunkt a. Perspektivische Treppentiefe a b = 2,5 cm.

**Mot. 3, Taf. I.** Die Treppenprofile haben Hauptrichtung. Zeichne zunächst das bequemer gelegene rechte Profil. — Ausgangspunkt a. Gieb einer Senkrechten in a die fünf Stufenhöhen (à 0,5 cm) und ziehe von den die verschiedenen Höhen markierenden Punkten Linien nach P. Trage auf der Wagerechten in a von a aus linkshin die vier Stufentiefen (à 0,9 cm) auf und bringe sie in die Tiefe auf die Linie a P. Das letztere geschieht durch $D^r$-linien.

Das Dreieck a 4 IV entspricht der Quadrathälfte 1 2 3 im nebenstehenden Motiv 1. Diese Quadrathälfte bildet ein gleichschenkliges Dreieck. Die gleichen Schenkel werden erzeugt im geometrischen Bilde durch die 45°-Linie in a, im perspektivischen Bilde durch die $D^l$-linie in a. Diese schneidet — **misst** — die zwischen Punkt 1 und 2 vorhandene geometrische Länge 1 2 über auf die Hauptlinie in c und zwar nach 2 3 — einer perspektivischen Länge. Man nennt sie deshalb **Messlinie** und ihren Verschwindepunkt **Messpunkt** [1]). Die Linie 1 2 fungiert bei dieser **perspektivischen Messung** als **Masslinie.** Als solche ist sie berufen, das „überzumessende" **geometrische Mass** aufzunehmen; sie muss darum der Bildfläche parallel sein. Die Hauptlinie in c ist die **zu messende Linie.** — Eine Mehrheit von parallelen Messlinien heisst überdies **Messsystem** und der einem solchen Systeme zugehörige Parallelstrahl **Messstrahl.**

In obigem Dreieck a 4 IV ist a IV (P) die zu messende Linie, a 4 (b) die Masslinie und 4 IV ($D^r$) die Messlinie. Durch letztere werden die auf der Masslinie in geometrischen Massen gegebenen vier Stufentiefen a 4 übergemessen auf A P und zwar nach a IV. Desgleichen messen die Messlinien 3 III ($D^r$), 2 II ($D^r$) und 1 I ($D^r$) bezw. drei, zwei und eine der Stufentiefen über auf a P und zwar bezw. nach a III, a II und a I.

Die Fähigkeit, Linien des Hauptsystems und damit direkte Tiefen des perspektivischen Bildes zu messen, besitzen alle D-linien, die rechten sogut wie die linken. Dadurch gewinnen die Distanzsysteme die Bedeutung von Messsystemen, und zwar sind sie die Tiefenmesssysteme, die Distanzstrahlen die Bedeutung von Messstrahlen, und zwar sind sie die Tiefenmessstrahlen, und die Distanzpunkte die Bedeutung von Messpunkten, und zwar sind sie die Tiefenmesspunkte. In Bezug auf sie ist das Hauptsystem das **zu messende System.**

---

[1]) Wenn hier, sowie in Zukunft die Rede von Messpunkten ist, so sind damit Bildflächenverschwindepunkte gemeint. Die zugehörigen Messpunkte der Wirklichkeit liegen wieder am Himmelsgewölbe, kommen aber wie alle Verschwindepunkte der Wirklichkeit in der Praxis direkt nicht in Betracht.

Anmerkung. Ganz unmittelbar dürfte dem Schüler das perspektivische Messen von Linien, die der Bildfläche parallel sind, einleuchten. Es ist das das „Überschneiden" eines in Bildflächenrichtung gegebenen Masses auf eine gleichfalls in Bildflächenrichtung, mit dem Masse aber in nicht gleicher Tiefe gelegene Linie: Mot. 1, Taf. I. Die Hauptlinien in b und c messen die wahre Würfelkantenlänge perspektivisch über auf die Wagerechten in 1 und 3 und diejenigen in c und d auf die Senkrechten in 2 und 3; Parallelen zwischen Parallelen. Auch werden auf diese Weise in der Tiefe liegende, der Bildfläche parallele Schräge gemessen. — Also ist das Hauptsystem Messsystem und P der Messpunkt für alle der Bildfläche parallelen Linien. Aber auch jedes andere im Horizont verschwindende System, ja jedes beliebige verschwindende System überhaupt kann als Messsystem solcher Linien benutzt werden. — Aus praktischen Gründen jedoch verwendet man für sie bei Frontalstellung in der Regel nur den Hauptpunkt oder die Distanzpunkte, bei Diagonalstellung die Distanzpunkte oder den Hauptpunkt und bei Accidentalstellung die Accidentalpunkte oder den Diagonalpunkt als Messpunkte.

Errichte nun in I, II, III und IV Senkrechte; durch sie schliesst du das rechte Treppenprofil. Gieb einer in b (a b = 5 cm) errichteten Senkrechten gleichfalls die fünf Stufenhöhen und ziehe auch hier von den die verschiedenen Höhen markierenden Punkten Linien nach P. Wagerechte, die von den Ecken jenes rechten Profils linkshin gelegt werden, schneiden die eben gezeichneten P-linien und markieren damit die Ecken des linken Treppenprofils. Treppentiefe b c = 3 cm.

**Mot. 4**[1], **Taf. I.** Ausgangspunkt a. Ziehe von ihm aus eine Wagerechte rechtshin und eine Linie nach P. Trage auf ersterer von a aus ein beliebiges Mass, etwa 0,8 cm, fünfzehnmal auf und nimm auf letzterer den Punkt b (a b = 3,5 cm) an. Lege durch 15 und b eine Linie bis zum Schnitt mit dem Horizont und bezeichne den Schnittpunkt mit „T". Ziehe auch von den übrigen auf a 15 gewonnenen Punkten Linien nach T. Diese schneiden — **teilen** — die perspektivische Strecke a b perspektivisch proportional zu der geometrischen Strecke a 15, d. i. in fünfzehn perspektivisch gleiche Teile. Man nennt sie deshalb **Teillinien** und ihren Verschwindepunkt **Teilpunkt**[2]. Die Linie a 15 fungiert bei dieser **perspektivischen Teilung** als **Masslinie.** Als solche ist sie berufen, das „überzuteilende" **geometrische Teilverhältnis** aufzunehmen; sie muss darum der Bildfläche parallel sein. Die Strecke a b ist die **zu teilende Linie.** — Eine Mehrheit von parallelen Teillinien heisst überdies **Teilsystem** und der einem solchen Systeme zugehörige Parallelstrahl **Teilstrahl.**

Von welcher wirklichen Grösse die Teile auf der Strecke a b sind, ist uns hier gleichgiltig. Ohne weiteres aber erkennen wir, dass sie in ihrer wirklichen Grösse grösser sein müssen als die Teile auf der Linie a 15. Denn wären sie in ihrer wirklichen Grösse den letzteren gleich, so müssten sie durch Tiefenmesslinien — durch Linien nach $D^l$ — ermittelt worden und auf der bedeutend kürzeren Strecke a x gelegen sein, und unser Ermittelungsverfahren hätte statt einer blossen perspektivischen Teilung wieder eine perspektivische Messung sein müssen.

Anmerkung. Fig. 11, Taf. VIII, veranschaulicht eine Messung, Fig. 12, Taf. VIII, eine blosse Teilung der Hauptlinie a P in geometrischer Darstellung. — Beim **Messen** haben wir es zu thun mit lauter ähnlichen **gleich**-schenkligen, beim **Teilen** mit lauter ähnlichen **ungleich**-schenkligen Dreiecken, deren gleiche bez. ungleiche Schenkel jeweilig gelegen sind einerseits in der Masslinie (a 15) und andererseits in der zu messenden bez. zu teilenden Linie (a P), während die Dreieckbasen die Mess- bez. Teillinien sind.

[1]) Nach Schreiber.

[2]) Hier gilt beziehungsweise die vorstehende Bemerkung zu Messpunkt.

In den auf a b vorhandenen Punkten — ausgenommen den vor- und vorvorletzten — sind linkshin steigende parallele Schräge zu errichten, von denen die vorderste zufälligerweise den Horizont gerade erreicht, die hinterste aber ihn bis f überschreitet. Bestimme auf ersterer von c aus d und e und ziehe e P als Höhenlinie der Bogenfusspunkte und d P als solche der Bogenhöhen. Mit Kreisbogen haben wir es offenbar nicht zu thun; denn d e ist kleiner als 1 2 und 1 2 wieder kleiner als 1' 2'. Errichte in f eine Senkrechte bis g und ziehe von f und g Hauptlinien vornhin.

Das Türmchen placiere nach Gefühl, indem du Kante 1' in angemessener Entfernung von f g aufsetzt. Mache alsdann 1'1 = 5,7 cm und lege durch 1 eine Wagerechte linkshin bis 2 (1 cm). Ziehe 1 $D^l$ und 2 P; du erhältst Punkt 3. Lege durch 3 eine Wagerechte rechtshin und ziehe 1 P; du erhältst Punkt 4. Die Linie 2 4 schneidet 1 3 im Quadratmittelpunkte m. Lege durch 2, 3, 4 und m Senkrechte abwärts. Auf der Senkrechten in m liegen die Pyramidenspitzen s und s'.

Alles sonst Vorhandene zeichne nach Gefühl.

**Mot. 5, Taf. I.** Ausgangspunkt a. Ziehe von ihm aus eine Wagerechte linkshin, eine Senkrechte aufwärts bis b (9,2 cm) und eine Hauptlinie vornhin bis c (2 cm). Ziehe von b eine Wagerechte bis d (1,5 cm), von d eine Senkrechte bis e und von e eine P-linie vornhin bis zum Schnitt mit der Wagerechten in c — bis x.

In den Kanten b f und d g tritt uns ein direkt in die Tiefe verlaufendes steigendes System, in den Kanten f h und g i ein solches fallendes System und in den Kanten k l und m n wieder ein derartig steigendes System entgegen. Die Verschwindepunkte dieser Systeme liegen demzufolge senkrecht über und unter P, also auf der Hauptvertikalen — H-v (s. später) — und zwar bezw. in $V^{H\text{-}v}$, $V'^{H\text{-}v}$ und $V''^{H\text{-}v}$[1]).

Die Vervollständigung des Pfeilers ergiebt sich aus dessen Quaderformation, und das übrige ist bequem nach Gefühl einzuzeichnen.

Die Kanten a c, b f, f h und k l des eben erläuterten Motivs liegen in der Fläche a b f h l k c und die Kanten e x, d g, g i und m n in der Fläche e d g i n m x. Diese Flächen schneiden Grundebene und Bildfläche rechtwinkelig, sind also einander parallel. Werden diese Flächen nach der Tiefe hin bis ins Unendliche verlängert, so erreichen beide die Hauptvertikale — verschwinden in ihr. Die Hauptvertikale aber ist die Linie, in der die durch das Auge des Beschauers gelegte und obigen zwei Flächen parallele Ebene die Bildfläche schneidet. — Demnach ist diese Ebene für obige Flächen dasselbe, was ein Parallelstrahl für die ihm zugehörigen Verschwindenden ist — ist die obigen Flächen zugehörige **Parallelebene.**

Wie nämlich **Liniensysteme** in Punkten — in **Verschwindepunkten** (wirkliche in Verschwindepunkten der Wirklichkeit und abgebildete [2]) in Verschwindepunkten der Bildfläche) — verschwinden, so verschwinden Flächen- oder **Ebenensysteme** in Linien — in **Verschwindelinien** (wirkliche in Verschwindelinien der Wirklichkeit

[1]) Die Ausdrücke $V^{H\text{-}v}$, $V^{D^l\text{-}v}$, $V^{D^r\text{-}v}$, $V^{Acc^l\text{-}v}$, $V^{Acc^r\text{-}v}$ und $V^{Dg\text{-}v}$ bedeuten bezw. V auf der Haupt-, der linken Distanz-, der rechten Distanz-, der linken Accidental-, der rechten Accidental- und der Diagonalvertikalen und sind zu lesen: $V^{\text{hauptvertikal}}$, $V^{D^l\text{-vertikal}}$, $V^{D^r\text{-vertikal}}$, $V^{Acc^l\text{-vertikal}}$, $V^{Acc^r\text{-vertikal}}$ und $V^{Dg\text{-vertikal}}$; denn sie bezeichnen Punkte, nach denen Linien verschwinden, die bezw. auf hauptvertikalen, auf $D^l$-vertikalen, auf $D^r$-vertikalen, auf $Acc^l$-vertikalen, auf $Acc^r$-vertikalen und auf Dg-vertikalen Flächen (Ebenen) gelegen sind (s. nächste Seite).

[2]) Abgesehen von den Abbildungen solcher Liniensysteme, die der Bildfläche parallel sind.

die stets Kreislinien, und abgebildete[1]) in Verschwindelinien der Bildfläche, die stets Gerade[2]) sind).

Der Ebenensysteme existieren wieder unzählig viele; und zwar giebt es in Wirklichkeit ein einziges wagerechtes Ebenensystem, viele senkrechte Ebenensysteme und sehr viele schräge Ebenensysteme.

Im Bilde aber begegnen uns:

1. **wagerechte Ebenen.** Sie schneiden die Grundebene nicht. Ihre Verschwindelinie ist der **Horizont** — **H**;

2. **senkrechte Front-, Haupt-, $D^l$-, $D^r$-, $Acc^l$-, $Acc^r$-** und **Dg-ebenen.** Sie schneiden die Grundebene bezw. in Wagerechten (die der Bildfläche parallel sind), in Haupt-, in $D^l$-, in $D^r$-, in $Acc^l$-, in $Acc^r$- und in Dg-linien. Für die senkrechten Frontebenen kommen Verschwindelinien der Bildfläche nicht in Frage; für die übrigen senkrechten Ebenen aber existieren solche, und zwar sind sie Senkrechte — **Vertikalen,** die bezw. den Haupt-, den $D^l$-, den $D^r$-, den $Acc^l$-, den $Acc^r$- und den Dg-punkt passieren und dementsprechend heissen: die **Hauptvertikale** — **H-v,** die **linke Distanzvertikale** — **$D^l$-v,** die **rechte Distanzvertikale** — **$D^r$-v,** die **linke Accidentalvertikale** — **$Acc^l$-v,** die **rechte Accidentalvertikale** — **$Acc^r$-v** und die **Diagonalvertikale** — **Dg-v;**

3. **schräge Front-, Haupt-, $D^l$-, $D^r$-, $Acc^l$-, $Acc^r$-** und **Dg-ebenen.** Sie schneiden die Grundebene wie die vorigen. Für die schrägen Frontebenen kommen Verschwindelinien der Bildfläche in Frage, dieselben sind Wagerechte — **Horizontparallelen** — **H-p;** und auch für die übrigen schrägen Ebenen existieren solche, und zwar sind sie Schräge, die wieder bezw. den Haupt-, den $D^l$-, den $D^r$-, den $Acc^l$-, den $Acc^r$- und den Dg-punkt passieren und dementsprechend heissen: **Hauptschrägen** — **H-s, linke Distanzschrägen** — **$D^l$-s, rechte Distanzschrägen** — **$D^r$-s, linke Accidentalschrägen** — **$Acc^l$-s, rechte Accidentalschrägen** — **$Acc^r$-s** und **Diagonalschrägen** — **Dg-s.**

## Zwei Beispiele in Diagonalstellung.

**Mot. 7, Taf. II.** Senkrechte Ebenen in den schrägen Kanten des Brückenmotivs sind senkrechte $D^r$-ebenen, deren Verschwindelinie die $D^r$-vertikale ist. Diese Verschwindelinie ist der geometrische Ort der Verschwindepunkte obiger Kanten. Da die einen von diesen unter demselben Winkel nach der Tiefe hin ansteigen, unter dem die anderen nach der Tiefe hin fallen, so liegt der Verschwindepunkt der ersteren — $V^{D^r\text{-}v}$ — genau so weit obenhin von $D^r$ entfernt, soweit der der letzteren — $V'^{D^r\text{-}v}$ — untenhin von $D^r$ entfernt ist. Vergl. Mot. 5, Taf. I, Absatz 2.

Ausgangspunkt a. Ziehe von ihm aus Linien nach $D^l$ und $V'^{D^r\text{-}v}$, sowie auch eine Linie von $V^{D^r\text{-}v}$ her vornhin. Mache a b = 2,9 cm und lege die Masslinie in b. Trage auf dieser von b aus ein beliebiges Mass — etwa 0,4 cm — achtmal auf und ziehe a 8 bis zum Schnitt mit dem Horizont — bis T. Ziehe von T aus auch durch 1 und 7 Linien bis zum Schnitt mit a b — bezw. bis c und d. Du gewinnst die perspek-

[1]) Abgesehen von den Abbildungen solcher Ebenensysteme, die der Bildfläche parallel sind.
[2]) S. Textanmerkung auf S. 11.

tivischen Tiefen der Brüstungsmauern des Brückenmotivs. Bestimme die Punkte e und f nach Gefühl und lege durch letzteren die benötigte Senkrechte. Trage auf dieser von f aus zehnmal 0,3 cm auf und bestimme Punkt g. Ziehe alsdann von den Punkten a, b, c, d, e, f und g aus $V^{D^r-v}$-linien vorn- und von den Punkten a, c, e, f und g aus auch $V^{\cdot D^r-v}$-linien hintenhin. — Nimm auf den von f aus gezeichneten V-linien vier paarweise in gleicher perspektivischer Höhe gelegene Punkte an. Senkrecht unter jedem Punktpaare liegen in angemessener, perspektivisch gleicher Entfernung zwei perspektivisch gleich hoch gelegene — korrespondierende — (Kreis- [?]) Bogenpunkte.

Als Füllsteine wurden Quader verwendet, deren Höhe sich zur Quaderlänge wie 1 : 2 verhält. Dementsprechend ist auf einer $D^r$-Fugenlinie eine perspektivische Teilung vorzunehmen.

Ausgangspunkt für das im Vordergrunde rechts gelegene Gemäuer sei h. Ziehe von ihm aus eine $D^l$-linie vornhin und eine Senkrechte bis i. Ziehe von i aus wieder eine $D^l$-linie vornhin und eine $D^r$-linie bis k. Von k aus ziehe in $D^l$-richtung bis l und von l aus wieder eine $D^r$-linie bis m. Bestimme deren Mittelpunkt n und errichte in ihm die Senkrechte n o.

Alles übrige des Gesamtmotivs ist auf dieser Stufe als Skizze zu betrachten.

**Mot. 8, Taf. II.** Ausgangspunkt a. Ziehe von ihm aus eine Senkrechte bis b (10,5 cm), eine $D^l$- und eine $D^r$-linie. Bestimme auf a b in 8,3 cm Entfernung von a Punkt 1 und ziehe 1 $D^l$, 1 P und 1 $D^r$. Markiere auf letzterer in 3,3 cm Entfernung von 1 Punkt 4. Ziehe von 4 aus eine Wagerechte linkshin und eine $D^l$-linie tiefenwärts. Erstere markiert m und 2, letztere 3. Die Verbindungslinie 2 3 muss $D^r$-richtung haben. Lege durch 2 und 4 Senkrechte, abwärts bezw. bis zum Schnitt in c und d. Senkrecht unter m liegt in 3,5 cm Entfernung Pyramidenspitze s. 1 I = 0,7 cm.

Ziehe ferner b $D^l$ und b $D^r$; sie schneiden auf den Senkrechten in c und d die Turmecken e und f an. Teile b e in acht gleiche Teile. Trage zu diesem Behufe auf der Wagerechten in b — einer Masslinie — eine beliebige Grösse, etwa 0,5 cm, von b aus achtmal auf und ziehe vom äussersten der gewonnenen Punkte — von 8 — her durch e eine Linie bis zum Schnitt mit dem Horizont; du ermittelst in T den erforderlichen Teilpunkt. Vollführe die Teilung. — Wagerecht links neben den ermittelten Punkten auf b e liegen entsprechende — korrespondierende — Punkte auf b $D^r$. Lege behufs der seitlichen Abgrenzung der Zinnenzwischenräume durch die vermittelst der Punkte 2, 3, 5 und 6 gewonnenen Zinnenecken Senkrechte abwärts.

Der unterhalb der Zinnen ein wenig vortretende horizontale Mauerstreifen lässt die vier durchgehenden Turmwände um Zinnenbreite obenhin vorragen. Um diese als geometrische Breite nach b i übertragen zu können, hat man sie vorerst aus der perspektivischen Zinnenbreite b g durch eine perspektivische Messmanipulation zu ermitteln. — Damit diese mit dem rechten Verständnis bewirkt werde, sei an dieser Stelle folgendes Allgemeine über perspektivisches Messen eingeschaltet:

**Messtheorie:** Die wichtigste Voraussetzung für die Ausführung einer perspektivischen Messung ist, dass dem Messenden der in Frage kommende Messpunkt bekannt ist.

Die für das Messen von Hauptlinien benötigten Messpunkte sind, wie erwähnt, die Tiefenmesspunkte. Sie sind bei bekannter Distanz von vornherein gegeben, gegeben in den beiden Distanzpunkten. Die für das Messen von $D^l$- und $D^r$- und von $Acc^l$- und $Acc^r$-linien[1])

---

[1]) In die Lage, Dg-linien messen zu müssen, kommt der Praktiker nicht.

benötigten Messpunkte aber — sie werden im Bilde mit „**M**" bezeichnet — sind extra zu ermitteln. Wie geschieht das?

Wie bei Frontalstellung (Mot. 1, Taf. I,) der Parallelstrahl eines, z. B. des rechten Messsystems (der $D^r$-strahl) mit dem Parallelstrahl der zugehörigen zu messenden Linien (dem P-strahl) und dem zwischen P und $D^r$ liegenden Horizontstück[1]) ein gleichschenkliges (bei Frontalstellung stets rechtwinkliges) Dreieck einschliesst, so schliesst auch bei Diagonalstellung (Mot. 6, Taf. II,) der Parallelstrahl eines, z. B. des rechten Messsystems (der $M^r$-strahl) mit dem Parallelstrahl der zugehörigen zu messenden Linien (dem $D^l$-strahl) und dem zwischen $D^l$ und $M^r$ liegenden Horizontstück[1]) ein gleichschenkliges (bei Diagonalstellung stets halbrechtwinkliges) Dreieck ein und zwar in beiden Fällen jederzeit derart, dass die gleichen Schenkel gebildet werden von dem fraglichen Horizontstück einer- und dem Parallelstrahl der zu messenden Linien andererseits und die Basis repräsentiert wird vom Parallelstrahl des Messsystems, dem Messstrahl. — Entsprechendes gilt bezüglich der leichten und der schweren Accidentalstellung.

Nennen wir obige Dreiecke **Messstrahlendreiecke.**

Das Bestimmen der Messpunkte besteht, streng genommen, im Legen der Basen solcher Dreiecke, also im Legen von Messstrahlen.

Dem Legen eines Messstrahles in Wirklichkeit entspricht das Legen dieses Messstrahles im geometrischen Bilde: Man legt von A aus auf dem kürzesten Wege eine Gerade derart gegen den Horizont[2]), dass sie mit diesem und dem Parallelstrahl des zu messenden Systems ein gleichschenkliges Dreieck einschliesst, dessen Basis sie bildet. Wo sie die Bildfläche schneidet, liegt der zu bestimmende Messpunkt. Mot. 1, Taf. I, und Mot. 6, Taf. II.

Dieses systematische Verfahren beim Bestimmen eines Messpunktes erfährt in der Praxis eine Abkürzung insofern, als man dort statt des Messstrahles den entsprechenden **Messbogen** legt.

Dem Legen eines Messbogens in Wirklichkeit entspricht wieder das Legen dieses Bogens im geometrischen Bilde: Man setzt den Zirkel im Verschwindepunkt des zu messenden Systems ein und schlägt von A aus auf dem kürzesten Wege einen Bogen — eben den Messbogen — bis zum Schnitt mit dem Horizonte[2]). Die Endpunkte dieses Bogens sind identisch mit denen des entsprechenden Messstrahls; also markiert das in der Bildfläche liegende Bogenende den zu bestimmenden Messpunkt. Mot. 1, 6, 9 und 10, Taf. I—III.

In den geometrischen Bildern zu Mot. 1, Taf. I, und Mot. 6, Taf. II, findet man die für die dort behandelten Stellungen in Frage kommenden Messpunkte bestimmt durch Messstrahl und Messbogen. Einer von diesen ist jeweilig selbstverständlich entbehrlich. Der Praktiker legt den Messbogen. — Bezüglich der in den geometrischen Bildern der Motive 1, 6, 9 und 10, Taf. I—III, bestimmten Messpunkte selbst aber ist zu bemerken, dass sie für die Entwickelung der zugehörigen perspektivischen Bilder **nicht** benötigt waren, sondern lediglich zwecks der Ableitung der Messtheorie ermittelt wurden; denn **perspektivische Messungen werden immer erst erforderlich beim Entwickeln von perspektivischen Bildern, für die die geometrischen Bilder nicht gegeben sind.**

Bei Frontalstellung hat man mit den Messpunkten eines einzigen Systems — des Hauptsystems, bei jeder anderen Stellung aber mit den Messpunkten zweier Systeme — bei Diagonalstellung mit denen der beiden Distanz- und bei leichter und schwerer Accidentalstellung mit denen der beiden Accidentalsysteme — zu rechnen.

Das geometrische Bild zu Mot. 1, Taf. I, lässt erkennen, dass dem Hauptsysteme zwei und zwar korrespondierend gelegene Messpunkte zukommen. Auch jedes Distanz- und jedes Accidentalsystem hat zwei dergleichen.

Ergänzt man nämlich in Mot. 6, Taf. II, im geometrischen Bilde z. B. den Messbogen in $M^r$ (rechts vom Hauptpunkte, dem $D^l$-system zugehörig)[3]) über das Auge des Beschauers hinaus zu einem Halbkreise, so gewinnt man auf dem Horizont in $D^l$ $M^r$-Entfernung links von $D^l$ den zugehörigen zweiten — den mit $M^r$ korrespondierenden — Messpunkt. Und

[1]) Dasselbe repräsentiert die Masslinienrichtung in genau demselben Sinne, in dem die genannten Parallelstrahlen die wirkliche Richtung der ihnen zugehörigen Systeme vorstellen.

[2]) Bei horizontalem Messsystem.

[3]) Vergleiche: $M^l$ (links vom Hauptpunkte, dem $D^r$-system zugehörig).

ergänzt man in Mot. 9 oder 10, Taf. III, im geometrischen Bilde z. B. den Messbogen in $M^l$ (links vom Hauptpunkte, dem $Acc^r$-system zugehörig)[1]) über das Auge des Beschauers hinaus zu einem Halbkreise, so gewinnt man auf dem Horizonte in $Acc^r$-$M^l$-Entfernung rechts von $Acc^r$ den zugehörigen zweiten — den mit $M^l$ korrespondierenden — Messpunkt. Einer der beiden korrespondierenden Messpunkte der Distanz- und der Accidentalsysteme liegt stets derart extrem und kommt, da man mit dem nicht extrem gelegenen allein schon und am besten auskommt, nie in Betracht; an ihn ist daher auch nicht zu denken, wenn im ferneren vom Messpunkte schlechtweg die Rede ist.

Bezüglich des Hauptsystems kann man von einem extrem und einem nicht extrem gelegenen Messpunkte nicht reden. Für dieses System sind die beiden Messpunkte von gleicher Bedeutung; denn man benützt bei Tiefenmessungen rechts der Hauptvertikalen $D^r$ mit denselben besonderen Vorteilen, mit denen $D^l$ bei Tiefenmessungen links der Hauptvertikalen Verwendung findet.

Bei Diagonalstellung liegen $M^r$ und $M^l$ offenbar in gleicher Entfernung rechts und links von P. Demzufolge kann man bei dieser Stellung $M^r$ nach $M^l$ und umgekehrt auch $M^l$ nach $M^r$ bestimmen, wenn im ersten Falle $M^l$ und im zweiten $M^r$ schon bekannt ist.

Der für unsere Messmanipulation benötigte Messpunkt ist $M^l$. Behufs seiner Ermittelung schlagen wir um den bequem zu erlangenden $D^l$-punkt von A her den Messbogen A $M^r$ und machen P $M^l$ = P $M^r$.

Nun ziehen wir von $M^l$ her durch g eine Messlinie bis zum Schnitt mit der Masslinie in b — bis h, um in b h die geometrische Zinnenbreite zu erhalten.

Anmerkung. Fig. 13, Taf. VIII, veranschaulicht einerseits die auf der Turmkante b e vorgenommene Teilung (Teillinien stark), andererseits das Zurückmessen der ermittelten Teile auf die Masslinie (Messlinien dünn) in geometrischer Darstellung. — Beim **Messen** haben wir es wieder zu thun mit lauter ähnlichen **gleich**-schenkligen, beim **Teilen** mit lauter ähnlichen **ungleich**-schenkligen Dreiecken, deren gleiche bez. ungleiche Schenkel wiederum jeweilig gelegen sind einerseits in der Masslinie (b 8) und andererseits in der zu messenden bez. zu teilenden Linie (b e), während die Dreieckbasen wieder die Mess- bez. Teillinien sind.

In einer Tiefe von $^2/_3$ Zinnenbreite sind die Zinnenzwischenräume von unten her — d. i. durch $D^l$- und $D^r$-linien in k — zu schliessen.

Bestimme Punkt 1 (5 cm über c), ziehe von c und 1 aus $D^r$-linien vornhin und setze auf der so entstandenen $D^r$-mauer in passender Weise, d. i. in 1 mit halber Zinne beginnend, Zinnen in Turmzinnengrösse auf. Trage zu diesem Zweck die halbe geometrische Zinnenbreite e n auf die Masslinie in 1 (diese und die Masslinie in e haben gleiche perspektivische Tiefe, daher auch für dieselbe Messung dieselben geometrischen Masse) von 1 aus achtmal auf und miss die gewonnenen Breiten über auf die $D^r$-linie in 1. Der Zinnenquerschnitt sei ein Quadrat — p q daher wagerecht — und die Zinnenhöhe gleich $^1/_2$ Zinnenbreite.

Thor und Fenster werden nach Zinnenbreiten placiert.

Mache a r = 0,9 cm, die $D^l$-linie r t = 4,6 cm und die $D^r$-linie t u = 3 cm. Ziehe t P und die Wagerechte u m'. Errichte in m' die 21 cm lange Senkrechte m' s' als die Achse und in t und u die Schrägen s' t und s' u als zwei aufsteigende Kanten einer vierseitigen Pyramide von quadratischer Grundfläche. Mache u v = 4,7 cm. Ziehe von $D^r$ her v w und von w nach $D^l$. Lege ferner von v eine Senkrechte nach x und ziehe von hier aus eine $D^r$-linie bis zum Schnitt mit t P — bis y — und von da aus wieder eine $D^l$-linie bis zum Schnitt mit der $D^r$-linie in a — bis z. Errichte in z eine Senkrechte; sie schneidet mit der $D^r$-linie in w Punkt j an. Verbinde diesen

[1]) Vergleiche: $M^r$ (rechts vom Hauptpunkte, dem $Acc^l$-system zugehörig).

mit r. Die aufsteigenden Thorkanten sind der Aufsteigenden r j in Wirklichkeit parallel — im Bilde beinahe.

Die rechts sich anschliessende $D^r$-mauer und die noch sichtbare Hausecke placiere und gestalte nach blossem Gefühl.

## Ein Beispiel in leichter Accidentalstellung.

**(Beide Acc-punkte sind zugänglich.)**

**Mot. 12, Taf. IV.** Ausgangspunkt a. Errichte in ihm eine Senkrechte bis b (4,8 cm) und ziehe von a und b nach $Acc^l$ und von a überdies nach $Acc^r$. Mache a c = 1,1 cm. Markiere zwischen P und $Acc^r$ den Teilpunkt T (PT etwa = 5,1 cm) und ziehe von ihm aus durch c eine Teillinie vornhin bis zum Schnitt mit einer etwa 8 cm vom Horizont entfernten wagerechten Masslinie — bis $c^0$. Trage von hier aus linkshin die drei Stufentiefen $c^0$ $1^0$, $1^0$ $2^0$ und $2^0$ $3^0$ (à 2,8 cm) auf und bringe sie durch fernere Teillinien in die Tiefe auf a $Acc^l$. Errichte in den hier gewonnenen Punkten I, II und III, sowie in c Senkrechte. Trage auf a b die drei Stufenhöhen (à 0,4 cm) auf und ziehe von den dadurch gewonnenen Punkten Linien nach $Acc^l$. Diese schneiden auf den in c, I und II errichteten Senkrechten die noch fehlenden Ecken des hinteren Treppenprofils an. Lege durch sämtliche Ecken dieses Profils $Acc^r$-linien vornhin, mache c c = 3,3 cm und schliesse das vordere Treppenprofil, indem du von c aus entsprechend abwechselnd Senkrechte und $Acc^l$-linien ziehst.

Die letzte — die dritte Stufentiefe war zu ermitteln, weil in ihr vorn das Gemäuer und hinten das quadratisch prismatische Türmchen beginnt. Mache die Senkrechte III d = 9,3 cm. Ziehe d $Acc^l$, d Dg und d $Acc^r$. Mache d e = 1,2 cm und ziehe e $Acc^r$ bis zum Schnitt mit d Dg — bis f. Ziehe von $Acc^l$ her durch f bis zum Schnitt mit d $Acc^r$ — bis g. Ziehe in dem so gewonnenen Quadrate die noch fehlende Diagonale; du erhältst in m den Quadratmittelpunkt. Lege durch diesen eine $Acc^l$-linie, um die Seitenmitten h und i zu erlangen. Ziehe von e, f, g, h, m und i Senkrechte abwärts. Die drei ersten ergeben die noch fehlenden senkrechten Turmkanten, und die drei letzten schneiden die Firstlinie des Turmes bezw. in k, m' und l (i k = 1,5 cm). Mache n o = 2,9 cm und o p = 2,4 cm. Ziehe von o, p und b nach $V^{Acc^r\text{-}v}$ ($Acc^r$ $V^{Acc^r\text{-}v}$ = 10,8 cm) und mache b r = 1,8 cm. Lege durch r und s die benötigten First- ($Acc^l$-) linien. Die schrägen Dachseiten des Turmes verschwinden in $V'^{Acc^r\text{-}v}$ und $V''^{Acc^r\text{-}v}$ und die hinteren schrägen Dachseiten des vorderen Hauses in $V'''^{Acc^r\text{-}v}$.

Alles übrige ist als Skizze zu betrachten.

## Ein Beispiel in schwerer Accidentalstellung.

**(Einer der beiden Acc-punkte ist nicht zugänglich.)**

**Mot. 13, Taf. IV.** $Acc^l$ ist nicht zugänglich. — Zur **Vervollständigung des Gegebenen** — der vorausgesetzten geometrischen Thätigkeit — ist die folgende fernere geometrische Thätigkeit erforderlich: Teile A P in vier gleiche Teile; du gewinnst **$^1/_4$A.** Lege durch $^1/_4$A eine Parallele zum $Acc^l$-strahl, indem du rechtwinkelig zu A $Acc^r$ ziehst; sie schneidet den Horizont in $^1/_4$**Acc**$^l$. Und schlage um $^1/_4Acc^l$ von $^1/_4A$ her auf dem kürzesten Wege einen Bogen bis zum Schnitt mit dem Horizont; du erhältst $^1/_4$**M**$^r$. — Die Gerade $^1/_4A$ $^1/_4Acc^l$ ist alsdann der $^1/_4$**Acc**$^l$-**strahl** und der Bogen $^1/_4A$ $^1/_4M^r$ der $^1/_4$**M**$^r$**-bogen**; und es ist P $^1/_4Acc^l = ^1/_4$(**P Acc**$^l$) und P $^1/_4M^r$ = $^1/_4$(**P M**$^r$).

Anmerkung. Das den Ausdrücken $^1/_4A$, $^1/_4Acc^l$ und $^1/_4M^r$ beigegebene „$^1/_4$" lässt den Leser erkennen, dass A P, A $Acc^l$ und A $M^r$ und damit auch P $Acc^l$ und P $M^r$ **geometrisch auf ein Viertel verkleinert** wurden. — Dieses Verkleinern geschah zu dem Zwecke, **den unvollständigen Vorgang von A aus** (von A aus ist $Acc^l$ nicht zugänglich und $M^r$ nicht bestimmbar [1])) in einem Viertel seiner Entfernung von der Bildfläche **durch den Vorgang von $^1/_4$A aus zu vervollständigen** (von $^1/_4A$ aus ist $Acc^l$ indirekt [durch $^1/_4Acc^l$] zugänglich und $M^r$ indirekt [durch $^1/_4M^r$] bestimmbar), um dadurch unzugängliche Verschwindepunkte indirekt zugänglich und Verschwindepunkte, die ihrer Lage und Bestimmbarkeit nach abhängig sind von unzugänglichen Verschwindepunkten, indirekt bestimmbar zu machen. — Statt $^1/_4$ muss es $^1/_5$ oder $^1/_6$ oder $^1/_3$ u. s. w. heissen, wenn man vorzog, die Distanz A P statt in 4 bezw. in 5 oder in 6 oder in 3 u. s. w. gleiche Teile zu zerlegen.

Ausgangspunkt a. Ziehe von ihm aus obenhin eine Senkrechte und tiefenwärts eine P-, eine $Acc^r$- und eine $Acc^l$-linie. Um letztere — a $Acc^l$ — mit mathematischer Genauigkeit einzeichnen zu können, hat man von ihr — also von einer Linie, die zunächst gar nicht gezeichnet werden kann — ein **geometrisch** viermal (viermal, weil A P gevierteilt wurde) so kleines perspektivisches Bild zu entwerfen: Teile zu diesem Behufe a P in vier gleiche Teile; du gewinnst $^1/_4$**a**. Und ziehe von $^1/_4a$ nach $^1/_4Acc^l$; du erhältst in $^1/_4$**a** $^1/_4$**Acc**$^l$ das benötigte geometrisch viermal so kleine perspektivische Bild von a $Acc^l$. Dieses Bild ist der zu ermittelnden $Acc^l$-linie in a geometrisch parallel. Eine durch a gelegte Parallele zu $^1/_4$ a $^1/_4$ $Acc^l$ ist demzufolge die oben geforderte $Acc^l$-linie in a.

Lege nunmehr durch a eine Wagerechte als Masslinie und trage auf ihr von a aus linkshin die geometrische Breite der gesamten Treppe — a b — und von a und b aus innenhin die geometrischen Breiten der Treppenwangen — a d und b c — auf. Ziehe von b, c und d nach $M^r$; du schneidest auf a $Acc^l$ die Punkte b, c und d an. Errichte in jedem derselben eine Senkrechte und ziehe auch b $Acc^r$, c $Acc^r$ und d $Acc^r$.

Ziehe ferner von $M^l$ her durch c und d Linien vornhin bezw. bis zum Schnitt in c' und d', zweien Punkten unserer Masslinie, und trage auf dieser von c' und d' aus rechtshin die geometrischen Stufentiefen c' 1, 1 2, 2 3, 3 4 und 4 5 und d' 6, 6 7, 7 8, 8 9 und 9 10 (à 0,8 cm) auf. Ziehe von den gewonnenen Punkten nach $M^l$, um in I, II, III, IV und V die perspektivischen Stufentiefen des linken und in VI, VII, VIII, IX und X diejenigen des rechten Treppenprofils zu erhalten. Errichte in den Punkten 1 — 10 und I — X Senkrechte und trage auf den in 1 und 6 errichteten je ein-, auf den in 2 und 7 errichteten je zwei-, auf den in 3 und 8 errichteten je drei-, auf den in 4 und 9 errichteten je vier- und auf den in 5 und 10 errichteten je sechsmal die geometrische Stufenhöhe (0,55 cm) auf. Ziehe von den somit gewonnenen Kopfpunkten der Senkrechten in 1 — 10 Messlinien linkshin; dieselben schneiden auf den in I — X errichteten Senkrechten die benötigten perspektivischen Stufenhöhen I' — X' an.

[1]) $M^r$ ist nicht bestimmbar, weil bei nicht zugänglichem $Acc^l$-punkt es unmöglich ist, den $M^r$-bogen zu schlagen.

Verbinde I' mit VI', II' mit VII', III' mit VIII' und IV' mit IX' und ziehe überdies von diesen acht Punkten nach $Acc^r$; du gewinnst die Perspektive der Stufen. — Lege durch V' und X' von $Acc^r$ her Linien vornhin bezw. bis zum Schnitt mit den in III und VIII errichteten Senkrechten — bis III'' und VIII''.

Lege an die Profilecken I', II', III' und IV' eine Tangente und verlängere sie bis zum Schnitt mit der $Acc^r$-vertikalen — bis $V^{Acc^r\text{-}v}$. In $V^{Acc^r\text{-}v}$ verschwinden die schrägen Kanten der Treppenwangen. Ziehe daher von $V^{Acc^r\text{-}v}$ her Linien durch III'' und VIII'' vornhin, dieselben schneiden auf den Senkrechten in c und d die Punkte c' und d' an. — Lege durch V' und X', durch III'' und VIII'' und durch c' und d' je eine Linie, welche Linien $Acc^l$-linien sind. Die zuletzt gezeichnete schneidet auf den Senkrechten in a und b die Punkte a' und b' an. Ziehe von a' und b' nach $V^{Acc^r\text{-}v}$ bezw. bis zum Schnitt in e und f und lege durch diese Punkte Senkrechte abwärts bezw. bis zum Schnitt mit a $Acc^r$ und b $Acc^r$ — bis e' und f', welche Punkte in der durch III und VIII gezogenen Grundlinie der Brüstungsmauer liegen müssen.

Mache III''' g = 3,4 cm und errichte in g eine Senkrechte bis n (g n = 9,2 cm). Die $Acc^l$-linie in n bestimme nach demselben Verfahren, nach welchem du a $Acc^l$ ermittelt hast: Ziehe die Linie n P und markiere auf ihr $^1/_4$n. Ziehe $^1/_4$n $^1/_4Acc^l$ und lege zu dieser Linie eine geometrisch Parallele durch n.

Im allgemeinen genügt es, ober- und unterhalb des Horizontes je eine der nach dem unzugänglichen Verschwindepunkt verlaufenden Linien durch Konstruktion ermittelt zu haben. Nach ihnen werden andere dergleichen, falls sie nicht schon durch zwei Punkte bestimmt sind, nach Gefühl eingefügt. — Dieses Zeichnen nach Gefühl kann indes weitgehend unterstützt werden: man verlängert a $Acc^l$ und n $Acc^l$ bis zum Schnitt mit den Seitenlinien der Bildfläche, zerlegt jedes der beiden zwischen a $Acc^l$ und n $Acc^l$ gelegenen Seitenlinienstücke in dieselbe Anzahl gleicher Teile (welche Teilung auch oben- und untenhin fortgesetzt werden darf) und verbindet die korrespondierenden Punkte der fraglichen Seitenlinienstücke durch Gerade. Diese sind dann gleichfalls $Acc^l$-linien, und nach ihnen ist jede weitere $Acc^l$-linie bequem zu placieren.

Ziehe von n überdies nach $Acc^r$ und Dg und lege die Masslinie in n. Trage auf dieser von n aus nach h und i je 3,75 cm auf und miss n h durch eine $M^l$- und n i durch eine $M^r$-linie bezw. über nach n h und n i. Ziehe ferner von i nach $Acc^r$ bis zum Schnitt mit Dg — bis k — und verbinde k mit h. Mache n l = 1 cm und ziehe l $Acc^l$ bis zum Schnitt mit i k — bis o. Ziehe die Rechtecksdiagonalen l k und h o, welche Diagonalen sich in m, dem Rechtecksmittelpunkte, schneiden. Bestimme p nach Gefühl und ziehe p $Acc^l$ bis q und p $Acc^r$ bis r. Senkrechte in l, h, k und o ergeben die senkrechten Turmkanten und die Senkrechte in i die äussere senkrechte Pfeilerkante, während senkrecht unter p, q und r die drei kurzen Senkrechten des Turmdaches liegen. 3 cm unter m liegt Pyramidenspitze s und 2,6 cm unter l Punkt l'. Ziehe l' $Acc^l$ bis o' und l' $Acc^r$ bis h' und lege von s her durch l' die Pyramidenkante s l'' (l' l'' = 0,5 cm). Lege entsprechend die Pyramidenkanten in o' und h' und ziehe l'' $Acc^l$ und l'' $Acc^r$; du gewinnst die Pyramidenecken h'' und o''. Die unteren Dachflächen des Turmes ermittle aus den Pyramidenflächen o'' q' p' l'' und l'' p' r' h'', welch letzteren Flächen als Pyramidenspitze Punkt m zukommt.

Alles übrige dieses unseres schwierigsten Motivs versuche der Schüler nach Gefühl einzuzeichnen.

## Noch drei Beispiele in Frontalstellung.

**Mot. 14, Taf. IV.** Ausgangspunkt a. Ziehe von ihm aus eine Wagerechte linkshin, eine Senkrechte bis c (7,5 cm) und eine Hauptlinie bis b (3,25 cm). Mache a d = 2,1 cm und errichte in b und d Senkrechte. Ziehe von c aus eine Wagerechte linkshin, eine $D^l$- und eine P-linie, welch letztere auf der in d errichteten Senkrechten den dem Punkte c entsprechenden Punkt e anschneidet. Mache c 1 = 0,8 cm und ziehe 1 P und 1 $D^r$. Durch 1 P gewinnst du Punkt f und durch 1 $D^r$ die Punkte m und 4. Verbinde f mit 4. Lege schliesslich durch 1, f, 4 und m Senkrechte abwärts; die in 1, f und 4 sind Säulenkanten, und die in m stellt die Säulenachse vor. Die Pyramidenspitze s liegt 0,7 cm unter m. — Alles übrige der vorderen Säule ist nach Gefühl und die hintere Säule nach Massgabe der vorderen einzuzeichnen.

Die zwei Stufenhöhen der frontalen Treppe wurden geometrisch in i o und o I und die zwei Stufentiefen auf der Masslinie in u — u wagerecht neben I — in u g und g h aufgetragen. Sodann wurden erstere durch P- und letztere durch T-linien vornhin in die endgiltige Lage gebracht. — Breite und Tiefe des links stehenden Trägers, sowie die Tiefe des aufgelegten Horizontalbalkens sind abhängig von der Breite und Tiefe der Ecksäule.

Die Mauer rechts entwickle vom Punkte k aus. Errichte in ihm die Senkrechte k n (= 2,6 cm) und mache k l = 1,7 cm. Lege von k und l aus Wagerechte rechtshin und ziehe k $Acc^l$ und n $Acc^l$. Mache k p = 2,5 cm und ziehe die Senkrechte p q. Ziehe p P und q P. Mache p r = 2,3 cm und schliesse die Mauer durch die Senkrechte in r. — Der horizontale Teil des Trägers der Laterne verläuft selbstverständlich nach $Acc^r$.

Alles übrige betrachte der Schüler als Skizze.

**Mot. 15, Taf. V.** Ausgangspunkt a. Errichte in ihm die Senkrechte a b. Ziehe von a und b aus Wagerechte rechts- und P-linien vornhin. Errichte in c eine Senkrechte bis I und lege durch I eine Wagerechte. Bestimme auf dieser Punkt m und schlage um m den Halbkreis I V. Ziehe von V senkrecht abwärts bis zum Schnitt mit der Wagerechten in a — bis d — und lege d P, c P, I P, m P und V P. Nimm die Teilung auf d P vor. Senkrechte in den hierdurch ermittelten Punkten schneiden auf V P die Punkte e, f und g an, und Wagerechte in diesen erzeugen mit m P und I P bezw. die ferneren Mittel- und die ferneren linken Bogenfusspunkte. Senkrechte in diesen schliessen die zwei Thorbogen. — Die die Bogen bekleidenden Halbringe sind in Wirklichkeit von gleicher Breite, was ersichtlich aus der Linie I′ I″.

Ziehe ferner vom Schnittpunkt h aus eine P-linie vornhin. Betrachte diese als eine zu messende Linie und die Wagerechte von h aus linkshin als Masslinie. Verwende zur Ermittelung der Bogenfusspunkte 1′, 1, 5, 5′ und des Bogenmittelpunktes m nicht $D^l$ als **ganzen**, sondern $\frac{1}{2}D^l$ als **halben Tiefenmesspunkt**. — In solchem Falle sind auf der Masslinie von h aus nicht die ganzen, sondern die halben geometrischen Grössen zu h 1′ (= 3 × h I′), 1′ 1 (= I′ I), 1 m (= I m), m 5 (= m V) und 5 5′ (= V V′) aufzutragen und von $\frac{1}{2}D^l$ her durch die auf der Masslinie ermittelten Punkte Messlinien bis zum Schnitt mit der zu messenden Linie zu zeichnen. S. hierzu Fig. 14, Taf. VIII.

Anmerkung. Fig. 14, Taf. VIII, lässt überdies erkennen, dass je nach Umständen auch der $\frac{1}{4}$-, der $\frac{1}{3}$- der $\frac{1}{5}$- u. s. w. Tiefenmesspunkt Verwendung finden darf. Auch gilt alles aus ihr Ersichtliche entsprechend in Bezug auf den Gebrauch der Messpunkte bei Diagonal- und leichter und schwerer Accidentalstellung, wiewohl sich solches dort nur selten nötig macht.

Errichte in 1', m und 5' Senkrechte, ziehe von II' und III' Wagerechte linkshin bis zum Schnitt mit a b — bis i und k — und lege von i und k aus P-linien vornhin. Die letzte schneidet auf den vorhin errichteten Senkrechten die Punkte l, 3' und n an. Ziehe ferner die den Halbdiagonalen m 1 und m n entsprechenden Halbdiagonalen m l und m n; sie schneiden auf der P-linie in i die Bogenpunkte 2' und 4' an. Verfahre analog, um den Bogen 1 2 3 4 5 zu bestimmen, und ziehe schliesslich von 1 und 5 Senkrechte abwärts bis zum Schnitt mit der Hauptlinie in a — bezw. bis x und z.

Bevor wir in der Erläuterung unseres Motivs weitergehen, sei das folgende Allgemeine über perspektivische Kreiskonstruktionen eingeschaltet:

**Kreistheorie:** Die Perspektive eines Kreises kann, wenn dieser der Bildfläche *nicht parallel* ist, nur mit Hilfe der Perspektive eines dem Kreise umschriebenen Quadrates — des **Hilfsquadrates** — ermittelt werden, das **die beiden Diagonalen, die beiden Mittellinien** und **zwei gleichgerichtete Mittellinienparallelen** aufweist. Der Mittellinienparallelen giebt es in solchen Quadraten jederzeit *vier*. Sie gehen paarweise den Quadratmittellinien parallel und sind dermassen placiert, dass jede die Diagonalen gerade da schneidet, wo auch der Kreis die Diagonalen überschreitet. Fig. 15, Taf. VIII.

Das Verhältnis zwischen den Entfernungen einer Mittellinienparallelen von der zugehörigen — der ihr parallelen — Mittellinie einer- und der benachbarten parallelen Quadratseite andererseits ist *bei allen Kreisen dasselbe*. Dieses immer gleiche Verhältnis tritt uns als direkt messbares *Linienverhältnis* am deutlichsten entgegen auf der *von der Mittellinienparallelen geschnittenen Hälfte der nicht zugehörigen* — der ihr nicht parallelen — *Mittellinie* und zwar in der Weise, dass sich das auf dieser Hälfte *aussenhin* abgeschnittene Stück stets als das kleinere — als **Mittellinienminor** — und das *innenhin* abgeschnittene stets als das grössere — als **Mittellinienmajor** — präsentiert.

Nach diesen Erwägungen ist leicht zu erkennen, dass Fig. 16, Taf. VIII, einen *Massstab* darstellt, dem bei gegebener Mittellinienhälfte Mittellinienmajor und -minor bequem zu entnehmen sind. Nennen wir ihn den **Mittellinienteiler.**

Da die Mittellinienparallelen die ihnen rechtwinkelig begegnenden Quadratseiten zweifellos in ebendem Verhältnis teilen, in dem sie die ihnen rechtwinkelig begegnende Mittellinie zerlegen, so ist der Mittellinienteiler *bei gegebener Quadratseitenhälfte* in genau demselben Sinne brauchbar, in dem er verwendbar ist *bei gegebener Mittellinienhälfte*.

**Kreise der Frontalstellung, a).** Fig. 17, Taf. VIII. Kreis I. Linie a b gegeben. Konstruiere an sie das Hilfsquadrat, d. h. ziehe a P, b P, a $D^r$ und b $D^l$; du gewinnst die Punkte c, d und m. Ziehe c d; du schliesst das Quadrat. — Ziehe durch m, den Schnittpunkt der Diagonalen, die eine Mittellinie wagerecht und die andere nach P gerichtet. Trage auf der gegebenen Quadratseite a b den zugehörigen Major vom Mittelpunkte e aus links- und rechtshin je einmal auf und ziehe von den dadurch gewonnenen Punkten f und g nach P. Die weitumkreisten Punkte sind Kreispunkte.

Kreis II und III. Es wiederholt sich entsprechend das Verfahren bei Kreis I; nur sei erwähnt, dass bei diesen Kreisen die Quadrattiefen ausnahmsweise statt durch $D^l$-linien bezw. durch $D'$- und $D''$- und durch $D'''$- und $D''''$-linien ermittelt wurden, welche Linien den $D^l$- und $D^r$-linien genau so entsprechen, wie die Punkte $D'$, $D''$, $D'''$ und $D''''$ voll und ganz den Punkten $D^l$ und $D^r$ entsprechen. Und zwar gilt letzteres in *dreifacher* Hinsicht, nämlich insofern, als $D'$, $D''$, $D'''$ und $D''''$

1. gleichfalls um Distanzweite von P entfernt,
2. gleichfalls die Verschwindepunkte gewisser 45°-Systeme und
3. gleichfalls Tiefenmesspunkte — $D'$ und $D''$ nämlich die Tiefenmesspunkte bei *senkrechter* und $D'''$ und $D''''$ die Tiefenmesspunkte bei entsprechend gerichteter *schräger* Masslinie — sind.

In Bezug auf letzteres muss nämlich bemerkt werden, dass Messpunkte nicht bloss den nach der Tiefe gerichteten horizontalen, sondern den die Bildfläche schneidenden Systemen überhaupt zukommen, und dass für jedes solche System nicht nur zwei Messpunkte, wie das nach früher Gesagtem vermutet werden könnte, sondern *unzählig viele* existieren. Fig. 17, Taf. VIII.

— Den geometrischen Ort der unzählig vielen Messpunkte eines derartigen Systems repräsentiert die in der Bildfläche liegende Kreislinie, für die der Verschwindepunkt dieses Systems der Mittelpunkt und der ebendiesem System zugehörige Parallelstrahl der Halbmesser ist. Nennen wir sie den **Messkreis**. Fig. 17, Taf. VIII. — Wird durch den Mittelpunkt eines Messkreises eine Gerade parallel zu einer angenommenen Masslinie gelegt, so schneidet die Gerade den Messkreis in den zwei Punkten, die die korrespondierenden Messpunkte sind für die durch die angenommene Masslinie gekennzeichnete Masslinienrichtung. Fig. 17, Taf. VIII. — Für das Lösen perspektivischer Aufgaben beim Vorkommen schräger D- und schräger Acc-ebenen sind die Messkreise von grösster Bedeutung. Fig. 24, Taf. VIII (s. später).

**Kreise der Diagonalstellung, a).** Fig. 18, Taf. VIII. Kreis I. Linie a b gegeben. Konstruiere an sie das Hilfsquadrat, d. h. ziehe a $D^r$ und b $D^r$. Lege von a aus rechtshin eine Wagerechte als Masslinie und mache a x = a b. Ziehe x $M^l$, um c zu ermitteln. Errichte in c eine Senkrechte; sie schliesst das gewünschte Quadrat. — Ziehe in diesem die Diagonalen und Mittellinien. Trage auf der gegebenen Quadratseite a b den zugehörigen Major vom Mittelpunkte e aus auf- und abwärts je einmal auf und ziehe von den dadurch gewonnenen Punkten f und g nach $D^r$. Die weitumkreisten Punkte sind Kreispunkte.

Kreis II. Punkt a als Ecke und die Strecke a b als Länge der Seite des Hilfsquadrates auf horizontaler Masslinie gegeben. Konstruiere an ersteren das Hilfsquadrat, d. h. ziehe a P, a $D^l$ und a $D^r$, ferner b $M^r$, um b, und darauf b $D^r$, um auf a P Punkt c zu ermitteln. Lege durch c von $D^l$ her eine Linie vornhin; sie trifft a $D^r$ in Punkt d und schliesst das Quadrat. — Zeichne in diesem die noch fehlende (wagerechte) Diagonale und die Mittellinien. Eine $M^r$-linie von der Quadratseitenmitte e vornhin gelegt, trifft a b im Mittelpunkt c. Trage von diesem aus auf a b den zugehörigen Major, wie bekannt, auf und ziehe von den dadurch gewonnenen Punkten f und g nach $M^r$ bis zum Schnitt mit a b — bezw. bis f und g. Ziehe schliesslich von f und g nach $D^r$. Die weitumkreisten Punkte sind Kreispunkte.

**Kreise der leichten und schweren Accidentalstellung, a).** Fig. 19, Taf. VIII. Kreis I. Es wiederholt sich entsprechend das Verfahren bei Kreis I in Fig. 18, Taf. VIII.

An den unter a) betrachteten Kreisen wurde gezeigt, wie sich das Auffinden der Perspektiven der verschiedenen Kreise gestaltet, wenn ein Mittellinienteiler zur Verfügung steht. Ein wenig anders, aber kaum umständlicher ist zu verfahren, wenn ein solcher dem Zeichner nicht zur Hand ist.

Die folgende Ausrechnung möge beweisen, dass für das Linienverhältnis:
Mittellinienminor : Mittellinienmajor : (Mittellinienminor + -major) skrupellos das Zahlenverhältnis: **5 : 12 : 17** gesetzt werden darf. — Fig. 15, Taf. VIII:

**Voraussetzung.** $\sphericalangle$ A B C = $\sphericalangle$ B C D = 45°,
D C = B C = 1,
A B trifft D C.

**Behauptung.** D A : A C : D C fast genau = 5 : 12 : 17.

**Beweis.** A C = cos 45°,

$$\cos 45^0 = \sqrt{0{,}5}; \quad \frac{\log 0{,}5}{2} = \frac{\overset{+1}{0{,}6989700} \overset{-1}{-1}}{2} = 0{,}8494850 - 1; \text{ num } 0{,}8494850 - 1 = 0{,}70711,$$

A C = 0,70711,
demnach D A = 1 — 0,70711 = 0,29289,

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| D A (Minor) : A C (Major) : D C (Minor + Major) | = | 0,29289 | : 0,70711 | : 1 |
| oder | = | 4,97913 | : 12,02087 | : 17, |
| d. i. fast genau | = | 5 | : 12 | : 17. |

Hat man die Logarithmen der trigonometrischen Funktionen zur Hand, so ergiebt sich die folgende kürzere Lösung:

**Beweis.** A C = cos 45°,
log cos 45° = 0,8494850 — 1, also cos 45° = 0,70711,

A C = 0,70711,
demnach D A u. s. w. (wie oben)!

Angenommen also, der Kreishalbmesser D C sei 17 cm lang, und gesetzt, sein Minor D A messe 5 cm, so ist dieses Mass um nur 0,02087 cm, d. i. um ca. $^2/_{500}$ D A oder um ca. $^2/_{1200}$ A C oder um ca. $^2/_{1700}$ D C — zu reichlich bemessen. Diese Differenz zwischen dem gesetzten Minor 5 cm und dem wirklichen Minor 4,97913 cm ist so verschwindend gering, dass ein nach dem Verhältnis 5 : 12 : 17 gesetzter Minor oder Major bei der Unvollkommenheit unserer Reisszeuge und der Unsicherheit unserer Hand einen wägbaren Fehler der Konstruktion nicht wohl zur Folge haben kann.

In Ermangelung eines Mittellinienteilers verfährt man sonach folgendermassen:

**Kreise der Frontalstellung, b).** Fig. 17, Taf. VIII. Kreis IV. Seite a b gegeben. Verfahre bei der Entwickelung des Hilfsquadrates entsprechend wie bei der Entwickelung des nebenstehenden und gieb ihm Diagonalen und Mittellinien. — Trage sodann auf einer in a an a b spitzwinklig angefügten Geraden a x von a aus 1,7 cm (Mittellinien- bez. Quadratseitenhälfte — bei grösserer gegebener Quadratseite setzt man 3,4, 5,1 oder 17, 34, 51 u. s. w. cm) nach 𝔠 und von 𝔠 aus wieder nach 𝔟 und dann gleichfalls von 𝔠 aus 1,2 cm (Mittellinien- bez. Quadratseitenmajor — bei grösserer gegebener Quadratseite setzt man 2,4, 3,6 oder 12, 24, 36 u. s. w. cm) nach 𝔣 und 𝔤 auf. Führe die gewonnenen Teile 𝔞 𝔣 (0,5 cm), 𝔣 𝔠 (1,2 cm), 𝔠 𝔤 (1,2 cm) und 𝔤 𝔟 (0,5 cm) geometrisch über auf a b, d. h. ziehe 𝔟 b und zu 𝔟 b Parallelen durch 𝔣, 𝔠 und 𝔤 — diejenige in 𝔠 muss den Quadratseitenmittelpunkt e treffen — bis zum Schnitt mit a b. Ziehe von den hierdurch auf a b aufs neue gewonnenen Punkten f und g nach P. Die weitumkreisten Punkte sind Kreispunkte.

Kreis V und VI. Es wiederholt sich entsprechend das Verfahren bei Kreis IV.

**Kreise der Diagonalstellung, b)** Fig. 18, Taf. VIII. Kreis III. Seite a b gegeben. Verfahre auch hier bei der Entwickelung des Hilfsquadrates entsprechend wie bei der Entwickelung des nebenstehenden und gieb ihm Diagonalen und Mittellinien. — Ziehe sodann entweder

1. die Linie c y (bei nicht vorhandenem Platzmangel würde man sie an einem Endpunkt der Gegebenen einsetzen). Trage auf ihr von c aus wieder erst zweimal 1,7 cm und von der Mitte der entstandenen Doppelgrösse nach beiden Seiten 1,2 cm auf und führe die gewonnenen Teile geometrisch über auf c d, d. h. ziehe 𝔡 d und zu 𝔡 d Parallelen durch 𝔣, 𝔠 und 𝔤 — diejenige in 𝔠 muss den Quadratseitenmittelpunkt e treffen — bis zum Schnitt mit c d. Ziehe durch die hierdurch auf c d aufs neue gewonnenen Punkte f und g $D^l$-linien vornhin. Die weitumkreisten Punkte sind Kreispunkte; oder

2. die Linie a z. Trage auf ihr von a aus wieder erst zweimal 1,7 cm und von der Mitte der entstandenen Doppelgrösse nach beiden Seiten 1,2 cm auf und führe die gewonnenen Teile perspektivisch über auf a c, d. h. ziehe vom äussersten der gewonnenen Punkte, von 𝔠, eine Linie durch c bis zum Schnitt mit dem Horizont, wodurch du den zugehörigen Teilpunkt, T, markierst, und von T aus fernere Teillinien nach 𝔣, 𝔥 und 𝔦 — diejenige in 𝔥 muss den Quadratseitenmittelpunkt h treffen. Errichte in den hierdurch auf a c aufs neue gewonnenen Punkten i und k Senkrechte. Die weitumkreisten Punkte sind Kreispunkte.

**Kreise der leichten und schweren Accidentalstellung, b).** Fig. 19, Taf. VIII. Kreis II. Es wiederholt sich entsprechend das Verfahren unter 1) bei Kreis III in Fig. 18, Taf. VIII.

Kreis III. Es wiederholt sich entsprechend das Verfahren unter 2) bei Kreis III in Fig. 18, Taf. VIII.

Ausgangspunkt für den Aufbau des cylindrischen Turmes sei der Achsenpunkt o. Lege durch ihn die 3 cm lange Wagerechte 1 5 als Durchmesser des in o-Höhe liegenden Horizontal-Turmschnittes. Trage auf diesem Durchmesser den der Durchmessergrösse zukommenden Major von o aus rechts- und linkshin auf, um p und q zu ermitteln, und ziehe durch 1, q, o, p und 5 P-linien und durch o auch eine $D^l$- und eine $D^r$-linie. In den Schnittpunkten r, t, u und v sind die Ecken des benötigten Hilfsquadrates ermittelt, das durch die Verbindenden r t und u v geschlossen wird. Die Mitten der Seiten dieses Quadrates repräsentieren die Kreispunkte 1, 3, 5 und 7, während die durch p und q gelegten P-linien — zwei Mittellinienparallelen — mit den D-linien in o die Kreispunkte 2, 4, 6 und 8 erzeugen. — Turmspitze s liegt 2,5 cm über o.

**Mot. 16, Taf. V.** Ausgangslinie a b. Konstruiere an sie das Quadrat a b c d, d. h. ziehe a P, b P, a $D^l$ und b $D^r$ und verbinde c mit d. Zeichne ferner das genau darunter liegende Quadrat e f g h (a e und b f je = 6,4 cm) nebst seinen Diagonalen auf. Miss auf a b von a und b aus je 1,2 cm ab, um i und k zu ermitteln, und ziehe i P und k P, wodurch du auf a d und b c, den Diagonalen des Quadrates a b c d, die Punkte l, n, o und p und auf der hinteren Quadratseite die Punkte q und r anschneidest. Ziehe von i, k, q und r und von l, n, o und p Senkrechte abwärts bezw. bis zum Schnitt mit e f, g h, e h und f g. Schlage um i von k aus und um k von i aus, desgl. um q von r aus und um r von q aus Kreisbogen bezw. nach 1 und 2. Schlage auch um i von b aus und um k von a aus Kreisbogen nach 3. Es sind hiermit die Spitzbogen 1, 2 und 3 ermittelt. Die Linie 1 P muss 2 treffen.

Die in l, n, o und p aufsitzenden Grate des zu zeichnenden Spitzbogengewölbes vereinigen sich senkrecht über m und m' in m''. Um die Bewegung dieser Grate fehlerlos wiedergeben zu können, bestimmt man die Mittelpunkte derselben. Suche zu diesem Behufe die Bogenmitten t und u auf, fälle die Lote t v und u w (es ist Zufall, dass w in den Bogen r 2 fällt) und ziehe t P, u P, v P und w P; v P und w P erzeugen mit den Diagonalen a d und b c vier Schnittpunkte. Errichte in diesen Senkrechte; sie schneiden auf t P und u P die gewünschten Gratmitten an.

Ziehe von P her durch 3 eine Linie vornhin; auf ihr liegt senkrecht über m''' eine zweite Gratvereinigung, m''''. Um die Gratpunkte x und y zu ermitteln, ziehe von den Bogenpunkten t' und u' aus P-linien vorn- und Wagerechte aussenhin. Letztere schneiden auf den Senkrechten in a und b die Punkte a' und b' an. Ziehe durch a' eine $D^r$- und durch b' eine $D^l$-linie vornhin; sie markieren mit den durch t' und u' gelegten P-linien die gewünschten Gratpunkte.

Bestimme die Bogenpunkte z und z' dadurch, dass du von a' und b' aus P-linien vorn- und von x und y aus Wagerechte aussenhin legst. Die Bogenspitze s' liegt wagerecht neben m'''' und senkrecht über s. Eine zweite — eine sogenannte Kontrollkonstruktion — ist überdies gegeben. — Die Bogenspitze j' liegt wagerecht neben m'' und senkrecht über j.

Alles übrige bedarf keiner Erörterung.

## Noch ein Beispiel in schwerer Accidentalstellung.

**Fig. 20, Taf. VIII.** Ausgangspunkt für solch ein in schwierigster Lage gegebenes Kreuzgewölbe ist a. Ziehe von ihm aus nach $Acc^r$, $Acc^l$ und Dg, sowie eine Senkrechte aufwärts. Ermittle a $Acc^l$ durch $^1/_6$a $^1/_6Acc^l$.

Lege alsdann durch a eine wagerechte Masslinie und trage auf dieser von a aus die wahre halbe Seite des benötigten „Grundquadrates“ nach b und c und von da aus wieder nach d und e auf. Ziehe d $M^l$, um d', und e $M^r$ ($M^r$ bestimmbar gemacht durch den den unvollständigen Vorgang von A aus vervollständigenden Vorgang von $^1/_6$A aus), um e' zu ermitteln. Ziehe e' $Acc^r$ bis zum Schnitt mit der Dg-linie in a — bis f. Schliesse das Grundquadrat durch die Verbindende d' f und füge demselben noch die andere Diagonale, d' e', ein. — Trage auch auf der Senkrechten in a von a aus nach l jene wahre halbe Quadratseite, sowie gleichfalls von a aus nach n den zugehörigen Major auf und ziehe n p und n t und sodann t r, t p und p r. Trage jenen Major auch von c aus nach i und k auf. Ziehe i $M^r$, c $M^r$ und k $M^r$ bis zum Schnitt mit a $Acc^l$

— bezw. bis i', c' und k'. Ziehe von i' c' und k' nach Acc^r; c' Acc^r muss m passieren, wogegen i' Acc^r und k' Acc^r auf den Diagonalen a f und d' e' die Punkte u, v, w und x markieren. — Senkrecht über u, v, w und x liegen auf den Diagonalen n t und p r die Mittelpunkte der Ellipsenquadranten der zwei vorhandenen Halbellipsen (Gewölbgrate); und senkrecht über m liegt im Schnitt der Diagonalen l s und o q die Gewölbgratkreuzung m'. Senkrecht über i', k', i'' und k'' und über g', h' (die Messung durch die Messlinien g g' und h h' betrachte man als Kontrollkonstruktion), g'' und h'' liegen bezw. auf n r, p t, n p und r t die Mittelpunkte der Kreisquadranten der vier vorhandenen Halbkreise (Gewölbbogen); und senkrecht über c', c'', b' und b'' liegen bezw. auf l q, o s, l o und q s die Gewölbbogenmitten.

## Die Perspektive der Kugel und sonstiger Umdrehungskörper.

**Fig. 21, Taf. VIII.** Ist es nötig, das perspektivische Bild einer Kugel durch Konstruktion zu ermitteln, so verfahre wie folgt: Schlage mit dem Zirkel einen Kreis und umschreibe ihn durch ein liegendes Quadrat. Ziehe in diesem die Diagonalen, die Mittellinien und die vier Mittellinienparallelen. Betrachte die wagerechte Mittellinie auch als die Mittellinie eines im Horizont und die senkrechte Mittellinie auch als die Mittellinie eines in der Hauptvertikalen verschwindenden Quadrates und zeichne selbige Quadrate. Ziehe in jedem dieser Quadrate noch die andere Mittellinie, die beiden Diagonalen und je die beiden nach P gerichteten Mittellinienparallelen, d. h. die Mittellinienparallelen des horizontalen Quadrates durch die Mittellinienparallelenübergänge auf der horizontalen und die des vertikalen Quadrates durch die Mittellinienparallelenübergänge auf der vertikalen Mittellinie des frontalen Quadrates. Zeichne nun auch in jedem der verschwindenden Quadrate den eingeschriebenen Kreis. — Die an die drei vorhandenen Kreise gelegte Umhüllungskurve ist der Umriss des perspektivischen Kugelbildes. — Diese Kurve ist eine **Ellipse.** Die Differenz aber zwischen den Längen der beiden Achsen dieser Ellipse wird um so kleiner, je mehr sich der Mittelpunkt des perspektivischen Kugelbildes dem Hauptpunkte nähert, und ist gleich 0 — das Kugelbild also ein **Kreis,** wenn jener Mittelpunkt mit dem Hauptpunkt zusammenfällt.

Anmerkung. Mit Rücksicht darauf, dass das elliptische Kugelbild allein durch umständliche Konstruktion zu gewinnen ist, und mit Rücksicht darauf, dass seine Form von der Gestalt des Kreises nur merklich abweicht, wenn es unverhältnismässig gross und seine Bildflächenlage eine mehr oder minder extreme ist, empfiehlt es sich, als Umriss der Kugelperspektive jederzeit einen Kreis zu zeichnen.

Auch die Sonne und den Mond betrachte als Kugeln.

Die Perspektiven von Gesimsknöpfen, Vasenleibungen und sonstigen Umdrehungskörpern werden, wenn nötig, nach einem dem Konstruktionsverfahren fürs perspektivische Kugelbild entsprechenden Verfahren entwickelt.

II. Abschnitt.

# Die Schattenperspektive.

## A. Theorie.

Schatten — Schlagschatten — werden erzeugt, indem Körper, Flächen, Linien und Punkte die den Raum erfüllenden Lichtstrahlen hindern, auf gewisse andere Körper, Flächen, Linien und Punkte zu fallen — diese zu erleuchten. — Man hat den Teil der Perspektive, der sich mit der linearperspektivischen Wiedergabe von Schlagschatten befasst, mit dem Namen **Schattenperspektive** belegt.

Denkt sich der Künstler das Darzustellende durch die Sonne oder den Mond beleuchtet, so rechnet er mit natürlicher Beleuchtung, und denkt er es sich durch eine Kerze, eine Lampe oder ähnliches erhellt, so verwendet er eine künstliche Beleuchtung. Diese zwei Arten der Beleuchtung, die man schlechtweg als **Sonnen-** und **Kerzenbeleuchtung** bezeichnet, bedingen zwei wesentlich verschiedene Verfahrungsweisen beim Bestimmen perspektivischer Schattenbilder.

Bei Sonnenbeleuchtung ist der leuchtende Körper (die Sonne, der Mond) so gross und dabei so fern, dass wir seine auf die Erde fallenden Strahlen als lauter Gleichlaufende — **Parallelen** — annehmen dürfen. Bei Kerzenbeleuchtung aber ist der leuchtende Körper (die Flamme der Kerze, der Lampe u. s. w.) so klein und dabei so nahe, dass wir seine seine Umgebung ringsum erhellenden Strahlen als lauter Divergierende — **Radialen** — betrachten müssen. Sonach repräsentieren die Lichtstrahlen bei Sonnenbeleuchtung immer blôss eine, bei Kerzenbeleuchtung jederzeit alle der unzählig vielen Richtungen im Raume.

Alles konstruktive Auffinden von Schlagschattenmassen besteht im Bestimmen der Grenzen dieser Massen. Dieses aber resultiert aus der Bestimmung der Schatten blosser Linien und zwar wieder bloss zweier Gruppen von Linien. — Die eine dieser Gruppen wird gebildet von Geraden, die der beschatteten Fläche parallel sind, und die andere von solchen, die der beschatteten Fläche rechtwinklig begegnen. — Im Grunde genommen aber reduziert sich das Auffinden dieser Schatten wieder auf die einzige Thätigkeit, die Schatten von Linien der zuletzt genannten Gruppe zu bestimmen. Und auch noch diese Thätigkeit ist zu beschränken, zu beschränken nämlich auf das Auffinden der Schatten solcher Senkrechten — „Lote“ genannt, die auf der beschatteten Fläche „aufsitzen“; denn schattenwerfende Senkrechte, die die beschattete Fläche nicht erreichen, hat sich der Zeichner bis dahin verlängert zu denken.

Bezüglich der erwähnten zwei Liniengruppen sind die beiden wichtigen Sätze zu merken:

1. Läuft die schattenwerfende Linie **der beschatteten Fläche parallel,** so ist ihr Schatten eine Linie, die ihr parallel ist.

2. Begegnet die schattenwerfende Linie **der beschatteten Fläche rechtwinkelig,** so ist ihr Schatten eine Linie (bez. Punkt), die in den

auf der beschatteten Fläche erzeugten orthogonalen Riss jedes durch sie gelegten Lichtstrahls fällt.

Am besten beweist diese beiden Behauptungen das Experiment.

Der orthogonale Riss eines Lichtstrahles ist die Linie (bez. Punkt), die dieser deckt, wenn er orthogonal, d. i. rechtwinkelig gegen eine irgendwie gerichtete Fläche (Ebene) gedrückt, geworfen, projiziert (daher auch Projektion statt Riss) wird. Risse auf horizontalen Flächen sind **Horizontalrisse** und Risse auf vertikalen Flächen **Vertikalrisse.**

Von all den unzähligen Lichtstrahlen, die durch eine z. B. auf horizontaler Fläche senkrecht aufsitzende schattenwerfende Gerade gelegt werden können, interessiert uns vornehmlich der, der deren Kopfpunkt tangiert. Fig. 22, Taf. VIII. Sein orthogonaler Riss auf dieser Fläche — ein Horizontalriss — passiert den Fusspunkt der Geraden und ist seiner Richtung nach bestimmt durch die Richtung des Lichtstrahls. — Gerade, Lichtstrahl und Riss liegen nach all dem Erwähnten in einer zur rissetragenden Fläche senkrechten Ebene. Dort schliessen sie ein rechtwinkliges Dreieck — ein **Lichtstrahlendreieck** — ein, dessen rechter Winkel am Fusspunkt der Geraden liegt, und dessen Katheten gebildet werden von der Geraden einer- und von einem Teile des Lichtstrahlenrisses andererseits. Der Lichtstrahl selbst ist Hypotenuse.

Die Lichtstrahlendreiecke sind in der Schattenperspektive von grösster Bedeutung; denn die „Risskathete" solcher Dreiecke ist stets identisch mit dem Schlagschatten der zugehörigen andern Kathete — der schattenwerfenden Geraden. Es beginnt dieser sonach am Fusspunkt „der Geraden" und endet da, wo „der Lichtstrahl" „ihn schneidet" — ihn abgrenzt.

Man beweise auch das durchs Experiment.

Mithin kommen beim Bestimmen des Schattens einer zur beschatteten Fläche senkrechten Geraden zwei Momente in Betracht: **das Legen „des Lichtstrahles"** durch den Kopfpunkt der Geraden und **das Legen „des Lichtstrahlenrisses"** durch den Fusspunkt der Geraden. [1])

Wie nun gestaltet sich das Auffinden der Schlagschatten im perspektivischen Bilde und zwar erstens bei Sonnen- und zweitens bei Kerzenbeleuchtung?

## I. Sonnenbeleuchtung.

Die bei Sonnenbeleuchtung jeweilig in Betracht kommende eine Richtung der Lichtstrahlen hängt ab von dem für die jeweilige Darstellung angenommenen Sonnenstand. Die Sonne aber kann stehen, Mot. 11, Taf. IV:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) genau vor dem | Beschauer, | Schatten | I, |
| 2) „ hinter dem | „ | „ | II, |
| 3) „ rechts vom | „ | „ | III, |
| 4) „ links „ | „ | „ | IV, |
| 5) links vor dem | „ | „ | V, |
| 6) rechts „ „ | „ | „ | VI, |
| 7) rechts hinter dem | „ | „ | VII, |
| 8) links „ „ | „ | „ | VIII, |

[1]) Es empfiehlt sich, in der Praxis zuerst den Lichtstrahlenriss und dann erst den Lichtstrahl selbst zu legen.

und zwar in jedem dieser Fälle hoch oder tief, d. i. auf *horizontalen* Flächen kurze oder lange Schatten werfend. Beträgt die Höhe des Sonnenstandes 0°, so steht die Sonne im Horizont, und es bewirken Senkrechte auf horizontalen Flächen unendlich lange Schatten. Beträgt aber die Höhe des Sonnenstandes 90°, so steht die Sonne im Zenith, und es bewirken Senkrechte auf horizontalen Flächen unendlich kurze Schatten.

Die bei Sonnenbeleuchtung in Frage kommenden *Lichtstrahlen* betrachten wir, wie erwähnt, als *Gleichlaufende* — **Parallelen.** Als solche entsprechen sie jeweilig einem der früher beschriebenen unzählig vielen Liniensysteme des Weltenalls — sind ein **Lichtstrahlensystem.** Mithin giebt es für sie auch einen Parallelstrahl — den **Parallelstrahl der Lichtstrahlen** — und zwei am Himmelsgewölbe gelegene Verschwindepunkte — die **Verschwindepunkte der Lichtstrahlen der Wirklichkeit,** von welchen Punkten der eine stets im Mittelpunkte der Sonne und der andere in jenem Himmelspunkte zu suchen ist, der dem Sonnenmittelpunkte diametral gegenüberliegt.

Und die *Risse*, die von solchen Lichtstrahlen in Bezug auf die einzelne Fläche (Ebene) erzeugt werden, sind gleichfalls *Gleichlaufende* — **Parallelen.** Als solche entsprechen auch sie einem der früher beschriebenen unzählig vielen Liniensysteme des Weltenalls — sind ein **Risssystem.** Mithin giebt es auch für sie einen Parallelstrahl — den **Parallelstrahl der Lichtstrahlenrisse** — und zwei am Himmelsgewölbe gelegene Verschwindepunkte — die **Verschwindepunkte der Lichtstrahlenrisse der Wirklichkeit,** welche Punkte jeweilig da zu suchen sind, wo die wirkliche Verschwindelinie der rissetragenden Fläche — eine Kreislinie — von der zu ihr normalen und die beiden wirklichen Verschwindepunkte des zugehörigen Lichtstrahlensystems passierenden Kreislinie geschnitten wird.

*Parallele Ebenen haben gemeinsame Verschwindepunkte der in Rede stehenden Lichtstrahlenrisse.*

Nun aber haben wir beim Zeichnen nicht mit Verschwindepunkten der *Wirklichkeit*, sondern mit Verschwindepunkten der *Bildfläche* zu rechnen.

*Verschwindepunkte der Lichtstrahlen der Bildfläche* — d. s. **Verschwindepunkte der Lichtstrahlenbilder** — können aber wieder nur solchen Lichtstrahlensystemen zukommen, die der *Bildfläche nicht parallel* sind, und sind wieder nur da zu suchen, wo die diesen Systemen zugehörigen Parallelstrahlen die Bildfläche schneiden. Sie werden im Bilde mit „L" bezeichnet. — Sonach liegt L — der „Verschwindepunkt der Lichtstrahlen" — in Mot. 11, Taf. IV,

zu Schatten I genau über P,
„ „ II „ unter P,
„ „ V im linken oberen Quadranten [1]
„ „ VI „ rechten „ „
„ „ VII „ linken unteren „
„ „ VIII „ rechten „ „
der Bildfläche.

Und für Lichtstrahlensysteme, die der *Bildfläche parallel* sind, kann es wieder Verschwindepunkte der Bildfläche *nicht* geben. Die Lichtstrahlen eines solchen Systems behalten im Bilde wieder ihre wirkliche Richtung bei — bleiben

[1]) Quadrantenerzeugend sind im vorliegenden Falle Horizont und Hauptvertikale.

also Parallelen und sind als **Parallelen** abzubilden, und das ist in Mot. 11, Taf. IV, bei Schatten III und Schatten IV geschehen.

Ebenso können Verschwindepunkte der Lichtstrahlenrisse der Bildfläche — d. s. **Verschwindepunkte der Rissperspektiven** — nur solchen Risssystemen zukommen, die der Bildfläche nicht parallel sind, und sind auch wieder da zu suchen, wo die diesen Systemen zugehörigen Parallelstrahlen die Bildfläche schneiden. Sie werden im Bilde mit **„R“** bezeichnet. — Sonach liegt R — der „Verschwindepunkt der Lichtstrahlenrisse“ — in Mot. 11, Taf. IV,

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| zu Schatten | | I | senkrecht | unter | dem | zugehörigen | L-punkt | auf dem Horizont. |
| „ | „ | II | „ | über | „ | „ | „ | |
| „ | „ | V | „ | unter | „ | „ | „ | |
| „ | „ | VI | „ | „ | „ | „ | „ | |
| „ | „ | VII | „ | über | „ | „ | „ | |
| „ | „ | VIII | „ | „ | „ | „ | „ | |

Und für Risssysteme, die der Bildfläche parallel sind, kann es wiederum Verschwindepunkte der Bildfläche nicht geben. Die Risse eines solchen Systems behalten im Bilde wiederum ihre wirkliche Richtung bei — bleiben also Parallelen und sind als **Parallelen** abzubilden, und das ist in Mot. 11, Taf. IV, wieder bei Schatten III und Schatten IV geschehen.

Die Bestimmung der Lichtrichtung, mit andern Worten: die Wahl des Standpunktes der Sonne ist jederzeit derart dem freien Ermessen des Künstlers anheimgegeben, dass sich dieser hierin niemals durch geometrische Massgaben leiten zu lassen braucht, er obige Richtung also nach Gutdünken annehmen und den eventuell benötigten Lichtstrahlenverschwindepunkt an beliebiger Stelle der Bildfläche placieren darf.

In Mot. 11, Taf. IV, wurden die verschiedenartigen Richtungen der Bilder der Lichtstrahlen erschöpfend behandelt. Die für die Praxis in Frage kommenden verschiedenartigen Richtungen der Bilder der Lichtstrahlenrisse aber werden erschöpfend berührt erst durch die folgenden zwei Sätze:

1. Lichtstrahlen, die **der Bildfläche parallel** sind, erzeugen **im Bilde:**

   a. auf horizontalen Flächen parallele wagerechte Horizontalrisse [1]). (Solche senkrechte Lichtstrahlen aber erzeugen Punkte [2]), und solche wagerechte Lichtstrahlen bewirken Streiflicht und Streifschatten).

   b. auf vertikalen Flächen, die der Bildfläche parallel sind, parallele Vertikalrisse, die den Lichtstrahlenbildern parallel sind. (Sie alle bewirken Streiflicht und Streifschatten).

   c. auf vertikalen Flächen, deren Verschwindelinie die Hauptvertikale ist, parallele senkrechte Vertikalrisse. (Solche wagerechte Lichtstrahlen aber erzeugen Punkte, und solche senkrechte Lichtstrahlen bewirken Streiflicht und Streifschatten).

---

[1]) Solche Rissperspektiven sind Parallelen, weil ihre Rissoriginalen der Bildfläche parallel sind.

[2]) D. h. die orthogonale Projektion des einzelnen Lichtstrahls ist in solchem Falle ein Punkt.

d) auf vertikalen Flächen, deren Verschwindelinie eine Distanz- oder Accidentalvertikale ist, verschwindende Vertikalrisse. Der Verschwindepunkt dieser Risse ist der Schnittpunkt, der auf der Verschwindelinie der rissetragenden Flächen durch diejenige Linie erzeugt wird, die in Lichtstrahlenrichtung den nicht zugehörigen, d. i. den die rissetragenden Flächen nichts angehenden Distanz- bez. Accidentalpunkt passiert.[1]) (Solche senkrechte Lichtstrahlen aber erzeugen parallele senkrechte Vertikalrisse und bewirken Streiflicht und Streifschatten).

2. Lichtstrahlen, die **der Bildfläche nicht parallel** sind, erzeugen **im Bilde**

a. auf horizontalen Flächen verschwindende Horizontalrisse. Der Verschwindepunkt dieser Risse liegt auf dem Horizont senkrecht über bez. unter dem zugehörigen Lichtstrahlenverschwindepunkt. (Lichtstrahlen aber, die im Horizont verschwinden, erzeugen verschwindende Horizontalrisse, die den Lichtstrahlenbildern parallel, also nach L gerichtet sind, und bewirken Streiflicht und Streifschatten).

b. auf vertikalen Flächen, die der Bildfläche parallel sind, parallele Vertikalrisse, die dem auf der Bildfläche erzeugten orthogonalen Riss des Parallelstrahls der Lichtstrahlen — der Linie P L — parallel sind. (Lichtstrahlen aber, die im Hauptpunkt verschwinden, erzeugen Punkte).

c. auf vertikalen Flächen, deren Verschwindelinie die Hauptvertikale ist, verschwindende Vertikalrisse. Der Verschwindepunkt dieser Risse liegt auf der Hauptvertikalen wagerecht neben dem zugehörigen Lichtstrahlenverschwindepunkt. (Lichtstrahlen aber, die in der Hauptvertikalen verschwinden, erzeugen verschwindende Vertikalrisse, die den Lichtstrahlenbildern parallel, also nach L gerichtet sind, und bewirken Streiflicht und Streifschatten).

d. auf vertikalen Flächen, deren Verschwindelinie eine Distanz- oder Accidentalvertikale ist, verschwindende Vertikalrisse. Der Verschwindepunkt dieser Risse ist der Schnittpunkt, der auf der Verschwindelinie der rissetragenden Flächen durch diejenige Linie erzeugt wird, die sowohl den Lichtstrahlenverschwindepunkt, als auch den nicht zugehörigen, d. i. den die rissetragenden Flächen nichts angehenden Distanz- bez. Accidentalpunkt passiert.[2]) (Lichtstrahlen aber, die in einer der beiden Distanz- oder Accidentalvertikalen verschwinden, erzeugen auf den in dieser verschwindenden Flächen verschwindende Vertikalrisse, die den Lichtstrahlenbildern parallel, also nach L gerichtet sind, und bewirken daselbst Streiflicht und Streifschatten, und auf den in der andern Distanz- bez. Accidentalvertikalen verschwindenden

---

[1]) Den Beweis hierfür liefert die Textanmerkung auf Seite 43.

[2]) Den Beweis hierfür liefert die Textanmerkung auf Seite 44.

Flächen erzeugen sie parallele senkrechte Vertikalrisse [Lichtstrahlen indes, die in dem der vorigen Distanz- bez. Accidentalvertikalen zugehörigen Distanz- bez. Accidentalpunkt verschwinden, erzeugen hierselbst Punkte]).[1])

Zufolge ganz entsprechender Massgaben wären auch die Perspektiven der Lichtstrahlenrisse auf schrägen Flächen zu entwickeln. Da jedoch das völlige Erwägen dieser Massgaben für den Schüler nicht selten zu schwierig und für die Praxis recht wohl entbehrlich ist, pflegt man Schlagschattenbilder auf schrägen Flächen indirekt nach den entsprechenden Schatten auf horizontalen oder vertikalen Flächen zu bestimmen, so dass also Schlagschatten auf jeder beliebig gerichteten ebenen Fläche ermittelt werden unter alleiniger Zuhilfenahme von Horizontal- und Vertikalrissen; und zwar kommen beim Auffinden von Schlagschatten auf horizontalen Flächen Horizontal- und beim Auffinden von Schlagschatten auf vertikalen Flächen Vertikalrisse in Frage.

Die Art und Weise der Verwendung der Lichtstrahlen und Lichtstrahlenrisse beim Ermitteln von Schlagschattengrenzen auf gebogenen Flächen findet zur Genüge Erläuterung an Mot. 17 und 18, Taf. VI, und Mot. 7, Taf. II.

## II. Kerzenbeleuchtung.

Die bei Kerzenbeleuchtung jeweilig in Frage kommenden Lichtstrahlen sind, wie erwähnt, Divergierende — **Radialen.**

Und die Risse, die von solchen Lichtstrahlen in Bezug auf die einzelne Fläche (Ebene) erzeugt werden, sind gleichfalls Divergierende — **Radialen.**

Ein gemeinschaftliches Verschwinden solcher Lichtstrahlen und solcher Risse ist undenkbar; und so kommt es, dass bei Kerzenbeleuchtung von Verschwindepunkten der Lichtstrahlen und von Verschwindepunkten der Lichtstrahlenrisse weder bezüglich der Wirklichkeit, noch bezüglich der Bildfläche die Rede sein kann. Vielmehr sind bei solcher Beleuchtung Lichtstrahlen, wie Lichtstrahlenrisse der einzelnen Fläche im Bilde, wie in der Wirklichkeit Divergierende — **Radialen.** — L ist hier der Ursprung der radialen Lichtstrahlen, und $R^1$, $R^2$, $R^3$ u. s. w. sind die orthogonalen Risse dieses Ursprunges auf den verschiedenen Flächen, wobei jeder einzelne dieser Risse naturgemäss derjenige Punkt einer schattenauffangenden Fläche ist, von dem die auf dieser erzeugten Lichtstrahlenrisse radial ausgehen.

Im übrigen aber gelten auch hier die zwei Sätze:

1. Läuft die schattenwerfende Linie **der beschatteten Fläche parallel,** so ist ihr Schatten eine Linie, die ihr parallel ist.

2. Begegnet die schattenwerfende Linie **der beschatteten Fläche rechtwinkelig,** so ist ihr Schatten eine Linie (bez. Punkt), die in den auf der beschatteten Fläche erzeugten orthogonalen Riss jedes durch sie gelegten Lichtstrahls fällt.

---

[1]) In die Lage, Schatten auf Dg-vertikalen Flächen entwickeln zu müssen, kommt der Praktiker nicht.

## B. Praxis.

### I. Sonnenbeleuchtung.

**Mot. 11, Taf. IV.** Sämtliche Schatten fallen auf die Grundebene; alle vorkommenden „Risspunkte“, d. s. Verschwindepunkte für Lichtstrahlenrisse, kommen demzufolge auf den Horizont zu liegen — müssen $R^{H}$-punkte [1]) sein.

Schatten I und II ($L^1$, $R^{1H}$; $L^2$, $R^{2H}$). Die Sonne steht in beiden Fällen in der den senkrechten Hauptebenen zugehörigen Parallelebene und zufolge ihrer gewaltigen Grösse auch „in der Verlängerung der schattenwerfenden Fläche.“ Der Schatten dieser Fläche, der sonst wieder eine Fläche ist, wird unter solchen Umständen zur blossen — nach P gerichteten — Linie. Diese Schattenlinie wird bei Schatten I abgegrenzt durch den den Punkt b, bei Schatten II durch den den Punkt c tangierenden Lichtstrahl.

Schatten III und IV. Die Sonne steht in beiden Fällen in der den senkrechten Frontebenen zugehörigen Parallelebene und zufolge ihrer gewaltigen Grösse auch „in der Verlängerung der Bildfläche“. Die Senkrechten a b und d c erzeugen unter solchen Umständen horizontale, der Bildfläche parallele Schattenlinien (Satz 2, S. 36), während die P-linie b c in beiden Fällen, wie überhaupt in jedem Schatten unseres Motivs eine ihr parallele — nach P gerichtete Schattenlinie verursacht (Satz 1, S. 36).

Schatten V ($L^5$, $R^{5H}$). Die durch a und d vornhin gelegten „Risse“, d. s. Lichtstrahlenrisse, grenzen die Schattenmasse seitlings und das Schattenbild der P-linie b c grenzt sie aussenhin ab.

Schatten VI ($L^6$, $R^{6H}$). Vergleiche Schatten V.

Schatten VII ($L^7$, $R^{7H}$). Die durch a und d hintenhin gelegten Risse grenzen die Schattenmasse wieder seitlings und das Schattenbild der P-linie b c grenzt sie wieder aussenhin ab.

Schatten VIII ($L^8$, $R^{8H}$). Vergleiche Schatten VII.

Abgegrenzt werden die durch die Senkrechten a b und d c verursachten Schattenlinien dadurch, dass die durch b und c gelegten Lichtstrahlen bezw. die durch a und d gelegten Risse schneiden. — Einer der be- und in den Schatten III—VIII auch gezeichneten zwei Lichtstrahlen ist jeweilig selbstverständlich entbehrlich, da uns die Richtung des Schattens der P-linie b c von vornherein bekannt ist.

**Mot. 12, Taf. IV.** Die Lichtstrahlen fallen genau von rechtsher unter einem Winkel von 30° ein. Sonach sind sie als lauter parallele linkshin fallende 30°-Linien abzubilden, während ihre Risse auf horizontalen Flächen als parallele Wage-

---

[1]) Die Ausdrücke $R^{H}$, $R^{H\text{-}v}$, $R^{D^l\text{-}v}$, $R^{D^r\text{-}v}$, $R^{Acc^l\text{-}v}$, $R^{Acc^r\text{-}v}$ und $R^{Dg\text{-}v}$ bedeuten bezw. R auf dem Horizont, der Haupt-, der linken Distanz-, der rechten Distanz-, der linken Accidental-, der rechten Accidental- und der Diagonalvertikalen und sind zu lesen: $R^{horizontal}$, $R^{hauptvertikal}$, $R^{D^l\text{-}vertikal}$, $R^{D^r\text{-}vertikal}$, $R^{Acc^l\text{-}vertikal}$, $R^{Acc^r\text{-}vertikal}$ und $R^{Dg\text{-}vertikal}$; denn sie bezeichnen Punkte, nach denen Risse verschwinden, die bezw. auf horizontalen, hauptvertikalen, $D^l$-vertikalen, $D^r$-vertikalen, $Acc^l$-vertikalen, $Acc^r$-vertikalen und Dg-vertikalen Flächen (Ebenen) gelegen sind.

rechte und auf den in Frage kommenden senkrechten $Acc^r$-flächen als Verschwindende wiederzugeben sind, deren Verschwindepunkt $R^{Acc^r-v}$ ist. S. auch Fig. 28, Taf. III.

Anmerkung. Ermittelt wird $R^{Acc^r-v}$, indem man die Verschwindelinie der auf den senkrechten $Acc^r$-flächen aufsitzenden Lichtstrahlendreiecke einzeichnet, welche Linie (als „diejenige Linie" in Satz d unter 1 auf Seite 39) ihn in ihrem Schnitt mit der $Acc^r$-vertikalen markiert und die Schnittlinie ist, die die den Dreiecken zugehörige Parallelebene mit der Bildfläche erzeugt. — Ein solches Lichtstrahlendreieck ist 3′ q q′. Dieses Dreieck verschwindet im Bilde

1. in einer rechtshin steigenden $30^0$-Linie; denn in einer solchen muss die dem Dreiecke zugehörige Parallelebene die Bildfläche schneiden, weil eine Seite des Dreiecks — der Lichtstrahl q q′ — der Bildfläche parallel ist, und

2. „mit" in $Acc^l$; denn eine Seite des Dreiecks — die Stufenkante 3′ q — verschwindet in $Acc^l$.

Folglich ist eine durch $Acc^l$ gelegte rechtshin steigende $30^0$-Linie die Verschwindelinie der in Rede stehenden Lichtstrahlendreiecke. Und es muss nun der Schnittpunkt zwischen dieser Verschwindelinie und der $Acc^r$-vertikalen der Verschwindepunkt der Schattenlinie 3′ q′ deshalb sein, weil diese in einer senkrechten $Acc^r$-fläche und in einem Lichtstrahlendreieck zugleich liegt; denn hiernach muss ihr Verschwindepunkt in der Verschwindelinie der Lichtstrahlendreiecke sowohl, als auch in der der senkrechten $Acc^r$-flächen liegen, und das ist nur möglich im Schnittpunkt dieser beiden, in $R^{Acc^r-v}$, der hier, wie auch aus der Zeichnung ersichtlich, 25 cm über $Acc^r$ liegt. — Hiermit ist Satz d unter 1 auf Seite 39 bewiesen.

Die Grenze der vorderen Schattenmasse ist wie folgt zu ermitteln: Ziehe von c aus wagerecht linkshin bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in c′, sodann nach $Acc^l$ bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in 1′, dann wieder wagerecht linkshin bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in 1″, darauf wieder nach $Acc^l$ bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in 2′, dann noch einmal wagerecht linkshin bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in 2″ und dann noch einmal nach $Acc^l$ bis zum Schnitt mit der Grundlinie des Gemäuers. Alsdann ziehe nach 3′ (nach $R^{Acc^r-v}$), denn Punkt 3′ wirft seinen Schatten in sich selbst und ist damit Anfangspunkt der schattenwerfenden Kante 2″ 3′ und Anfangspunkt des Schattens dieser Kante zugleich.

Entwickle die Grenze der hinteren Schattenmasse folgendermassen: Ziehe von a aus wagerecht linkshin bis zum Schnitt mit c c, von hier senkrecht aufwärts bis zum Schnitt mit c′ c′, dann wieder wagerecht linkshin bis zum Schnitt mit I′ 1′ und dann wieder senkrecht aufwärts bis zum Schnitt mit I″ 1″, dann noch einmal wagerecht linkshin bis zum Schnitt mit II′ 2′ und dann noch einmal senkrecht aufwärts bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in b — bis x. Die gebrochene Linie a x ist alsdann der Schatten vom Lote a b. Bestimme auf dieselbe Weise die Schatten der Lote t t′, u u′ (bez. u u′) und p p′ (bez. p p′), d. i. die Schatten t t″, u u″ (bez. u u″) und p p″ (bez. p p″). — Ziehe ferner t″ $Acc^l$ bis zum Schnitt mit II′ 2′ und von $Acc^l$ her durch u″ vornhin bis zum Schnitt mit II″ 2″, sowie die Verbindende zwischen diesen Schnitten; letztere muss $R^{Acc^r-v}$-richtung haben. Verbinde auch u″ mit p″ und ziehe von p″ nach $Acc^l$. — Die schräge Dachseite in t′ wirft auf die senkrechte Stufenfläche 2′ 2″ II′ II″ einen ihr parallelen — in $V^{Acc^r-v}$ verschwindenden Schatten.

Der Schatten des Stiftes v v′ wurde ermittelt unter der Annahme, dass $R^{Acc^r-v}$ zugänglich sei: Man legt in solchem Falle von $R^{Acc^r-v}$ her den Riss des Lichtstrahls durch v und von L her den Lichtstrahl durch v′; v v″ ist alsdann der Schatten des Stiftes v v′.

Der Schatten des Stiftes w w′ wurde ermittelt unter der Annahme, dass $R^{Acc^r-v}$ nicht zugänglich sei: Man fällt unter solchen Umständen von w′ ein Lot auf die Grundebene unter Zuhilfenahme der Senkrechten in w und der $Acc^l$-linie in deren Fusspunkt und bestimmt den Schatten dieses Lotes, d. h. man zieht vom Fusspunkt dieses Lotes — von y — wagerecht linkshin bis zum Schnitt mit der Grundlinie in 3 — bis z — und von hier aus senkrecht nach oben bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in w' — bis w''. Die Verbindende w w'' ist alsdann der Schatten des Stiftes w w'.

Alle sonstigen Schatten unsres Motivs zeichne der Schüler nach blossem Gefühl ein.

**Mot. 13, Taf. IV.** Die Lichtstrahlen fallen, wie man das vielfach annimmt, „über die linke Schulter auf die rechte Hand des Beschauers." $R^{H}$ liegt sonach senkrecht über L und $R^{Acc^{l}\text{-}v}$ (hier zufolge der Unzugänglichkeit von $Acc^{l}$ nicht zugänglich) im Schnitt zwischen der $Acc^{l}$-vertikalen und der durch L und $Acc^{r}$ gelegten Geraden. $R^{Acc^{r}\text{-}v}$ kommt nicht in Frage, da hier Schatten auf Flächen, die in der $Acc^{r}$-vertikalen verschwinden, nicht möglich sind.

Anmerkung. $R^{Acc^{l}\text{-}v}$ wird wieder ermittelt, indem man die Verschwindelinie der auf den senkrechten $Acc^{l}$-flächen aufsitzenden Lichtstrahlendreiecke einzeichnet, welche Linie (als „diejenige Linie" in Satz d unter 2 auf Seite 40) ihn in ihrem Schnitt mit der $Acc^{l}$-vertikalen markiert und die Schnittlinie ist, die die den Dreiecken zugehörige Parallelebene mit der Bildfläche erzeugt. — Ein solches Lichtstrahlendreieck ist z' z'' ʒ. Dieses Dreieck verschwindet im Bilde

1. „mit" in L; denn eine Seite des Dreiecks — der Lichtstrahl z' z'' — verschwindet in L, und

2. „mit" in $Acc^{r}$; denn eine Seite des Dreiecks — die Mauerkante z' ʒ — verschwindet in $Acc^{r}$.

Folglich ist eine durch L und $Acc^{r}$ gelegte Gerade die Verschwindelinie der in Rede stehenden Lichtstrahlendreiecke. Und es muss nun der Schnittpunkt zwischen dieser Verschwindelinie und der $Acc^{l}$-vertikalen der Verschwindepunkt der Schattenlinie ʒ z'' deshalb sein, weil diese in einer senkrechten $Acc^{l}$-fläche und in einem Lichtstrahlendreiecke zugleich liegt; denn hiernach muss ihr Verschwindepunkt in der Verschwindelinie der Lichtstrahlendreiecke sowohl, als auch in der der senkrechten $Acc^{l}$-flächen liegen, und das ist nur möglich im Schnittpunkt dieser beiden, in $R^{Acc^{l}\text{-}v}$, der hier, wie erwähnt, nicht zugänglich ist. — Hiermit ist Satz d unter 2 auf Seite 40 bewiesen.

Ziehe von a nach $R^{H}$ bis zum Schnitt mit der Grundlinie der Brüstungsmauer, sodann senkrecht aufwärts bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in a' — bis a'' — und von hier nach f.[1])

Ziehe ferner von c nach $R^{H}$ bis zum Schnitt mit der Grundlinie der unteren — der ersten — Stufe, sodann senkrecht aufwärts bis zum Schnitt mit I' VI', dann wieder nach $R^{H}$ bis zum Schnitt mit der Grundlinie der zweiten Stufe und dann senkrecht aufwärts bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in c' — bis c'', welcher Schnitt hier zufälligerweise auf II' VII' sich ergiebt.[2]) — Bestimme nun den Schatten, den die

---

[1]) Verursacht nicht a a' f, sondern a 𝔞' 𝔣 die Grenze des Schattens der rechten Treppenwange, so ziehe a $R^{H}$ bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in 𝔞' — bis 𝔞''. Bestimme sodann einen Punkt der auf die senkrechte Fläche der Brüstungsmauer fallenden Schattengrenze, etwa Punkt x'', d. h. fälle vom schattenwerfenden Punkt x' das Lot x' x, ziehe x $R^{H}$ bis zum Schnitt mit der Grundlinie der Brüstungsmauer und lege von diesem Schnitt eine Senkrechte obenhin bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in x' — bis x''. Ziehe nun von 𝔣 her eine Gerade durch x'' bis zum Schnitt mit der genannten Grundlinie und verbinde diesen Schnitt mit 𝔞''.

[2]) Wirft Punkt c' seinen Schatten auf die senkrechte Stufenfläche in II', so entspricht die Auffindung des Schattens von c c' III'' derjenigen des Schattens von a a' f; wirft aber Punkt c' seinen Schatten auf die wagerechte Stufenfläche in II', so entspricht die Auffindung des Schattens von c c' III'' derjenigen des Schattens von a 𝔞' 𝔣.

Kante c' III'' auf der senkrechten Stufenfläche in III' verursacht. Denke dir zu diesem Behufe die ebenbezeichnete Fläche obenhin bis zum Schnitt in III'' verlängert und ermittle II''', den vom Kantenpunkt II'' auf die verlängerte Fläche geworfenen Schatten, d. h. ziehe II' $R^{H}$ bis zum Schnitt mit der Grundlinie dieser Fläche und von diesem Schnitt senkrecht aufwärts bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in II'' — bis II'''. Lege nun von III'' her durch II''' eine Gerade bis zum Schnitt mit ebenjener Grundlinie. Verbinde diesen Schnitt mit c''; du ergänzt die Schattengrenze bis zu ihrem Schnitt mit III' VIII'. — Ergänze nach demselben Verfahren die Schattengrenze bis zu ihrem Schnitt mit IV' IX'. — Ziehe V'' $R^{H}$ und V' L bis zu ihrem Schnitt in V''' und hierauf von V''' nach $Acc^{l}$. Lege durch V''' auch eine $Acc^{r}$-linie vornhin bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in III'' — bis III''''' — und verbinde III''''' mit dem Punkt der Schattengrenze auf IV' IX'.

Lege ferner durch t an der Steinplatte eine $R^{H}$-linie und durch t' den Lichtstrahl und ziehe von deren auf der Grundebene gewonnenen Schnittpunkt t nach $Acc^{l}$ — du gewinnst die horizontale Schattengrenze links vom Turme — und eine $Acc^{r}$-linie vornhin — du gewinnst die horizontale Schattengrenze in t'. Denke dir sodann die $R^{H}$-linie in t bei t''' durch die Turmwand senkrecht obenhin abgelenkt. Diese Ablenkung schneidet den Lichtstrahl in t' in jenem Punkte der Turmwand, nach dem Punkt t' seinen Schatten wirft — in t''. Von t'' aus ist die auf der Turmwand erzeugte Schattengrenze linkshin nach $Acc^{l}$ und rechtshin nach t' zu führen. — Das Viereck t t' t'' t''', das offenbar nur ein Teil eines Lichtstrahlendreieckes ist, nennt man in der Praxis gleichfalls „Lichtstrahlendreieck."

Anmerkung. Wäre $R^{Acc^{l}\text{-}v}$ zugänglich, so würde bei der Ermittelung der eben behandelten Schattenmasse der folgende kürzere Weg einzuschlagen sein: Lege durch t eine $R^{H}$-linie und durch t' den Lichtstrahl und ziehe von deren auf der Grundebene gewonnenen Schnittpunkt t nach $Acc^{l}$ und eine $Acc^{r}$-linie vornhin. Vom Schnittpunkt zwischen dieser und der Grundlinie des Turmes — von t' — ziehe nach $R^{Acc^{l}\text{-}v}$ bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in t' — bis t'' — und von t'' aus wieder nach $Acc^{l}$.

Bezüglich des Turmschattens sei erwähnt, dass der Schatten der senkrechten Turmkante in v zufälligerweise den Schatten der senkrechten Kante in w deckt, und dass ihr Kopfpunkt v' seinen Schatten zufälligerweise in die Grundlinie des $Acc^{l}$-gerichteten Gebäudes — nach v'' — wirft.

Behufs der Ermittelung des Schattens der nach $Acc^{r}$ gerichteten Umfassungsmauer bestimme vermittelst des Lichtstrahlendreieckes z z' z'' z''' einen Punkt der auf die anstossende $Acc^{l}$-mauer fallenden Schattengrenze — Punkt z.'' Lege sodann von ʒ her durch z'' eine Gerade bis zum Schnitt mit der Grundlinie der zuletzt erwähnten Mauer — bis ʒ' — und von ʒ' aus eine $Acc^{r}$-linie vornhin.

Vermittelst des Lichtstrahlendreieckes 1 1' 1'' 1''' gewinnst du die horizontale Schattengrenze auf der unteren, ferneren und vermittelst des Lichtstrahlendreieckes 2 2' 2'' 2''' die schräge Schattengrenze auf der oberen, näheren senkrechten $Acc^{l}$-fläche des $Acc^{l}$-gerichteten Gebäudes, während du die Punkte 2, 2', 3, 3', 4 und 4' ins Auge zu fassen hast, wenn du den Schattenpunkt 4' verstehen willst. — Die schräge Schattenlinie in 5 ist ihrer Schattenerzeugenden perspektivisch parallel.

Sonstige Schatten unsres Motivs zeichne der Schüler nach Gefühl ein.

**Mot. 14, Taf. IV.** Die Sonne steht links vor dem Beschauer. $R^{H}$ liegt sonach senkrecht unter und $R^{H\text{-}v}$ wagerecht neben L, während $R^{Acc^{l}\text{-}v}$ – der Verschwindepunkt des vom horizontalen Teile des Laternenträgers auf die vorhandene senkrechte $Acc^l$-fläche geworfenen Schattens — in dem Schnittpunkt zwischen der Verbindenden L $Acc^r$ und der $Acc^l$-vertikalen zu suchen ist. [1])

Die Schattenpunkte 1', 2' und 3' werden ermittelt, indem man die zugehörigen zwei Risse und drei Lichtstrahlen legt. Die mit ihnen korrespondierenden Schattenpunkte 4', 5' und 6' liegen einerseits wieder auf den zugehörigen Rissen und andererseits in $D^r$-richtung neben 1', 2' und 3'. Lege ferner von Punkt 3' eine Wagerechte rechtshin und sodann von Punkt 6' eine P-linie vornhin bis zum Schnitt mit der vorigen. Der Schatten der hinteren Säule wird am bequemsten und am sichersten einerseits durch die zugehörigen $R^{II}$-linien und andererseits durch P-linien in den Ecken des Schattens der vorderen Säule ermittelt, während der Schatten des Horizontalbalkens bestimmt wird durch die Schattenpunkte 7' und 8'. Durch Schattenpunkt 9', der im Schatten der vorderen Säule liegt, bestimmt sich die Schattengrenze der linken (auch der rechten) Füllungsmauer. Einen derartig fernen Punkt macht man in solchem Falle zum schattenbestimmenden, weil in ihm der Schnitt zwischen Riss und Lichtstrahl deutlicher ist, als in Punkten der zu suchenden Schattenlinie selbst.

Behufs der Ermittelung des Treppenschattens ziehe den Lichtstrahl in I bis zum Schnitt mit dem zugehörigen Riss — bis I', von hier eine P-linie vornhin bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in II — bis II' — und von hier aus eine Wagerechte linkshin. Bestimme Punkt III', den Schatten der Stufenecke III, und ziehe von ihm aus eine Wagerechte linkshin und eine Linie nach P bis zum Schnitt mit der Wagerechten in II' — bis IV'. Ziehe ferner IV' L bis zum Schnitt mit der P-kante in III — bis IV — und von hier aus eine Wagerechte linkshin. — Ziehe endlich von V aus eine $R^{II}$-linie vornhin bis zum Schnitt mit der wagerechten Stufenkante in II — bis VI — von hier einen Lichtstrahl bis zum Schnitt mit der Wagerechten in IV — bis VI' — und von hier wieder eine $R^{II}$-linie vornhin bis zum Schnitt mit der Stufenkante in III — bis VII. Die Verbindende VII VII' muss L-richtung haben. Die $R^{II}$-linie in VIII grenzt den Schatten des links stehenden Trägers von links her ab. Eine $R^{II}$-linie in b und ein Lichtstrahl in b' ergeben in ihrem Schnitt den Schattenpunkt b''. Der Schatten des Zaunes bestimmt sich durch die Punkte X', XI' und XII' im Schatten der Achse der vorderen Säule.

Die Schatten am nebenstehenden Gemäuer entwickle wie folgt: Ziehe durch k eine $R^{II}$-linie vornhin bis zum Schnitt mit den Lichtstrahlen in l und n — bis l' und n' — und von l' aus eine Wagerechte rechtshin. — Fälle sodann das Lot s s' unter Zuhilfenahme der $Acc^r$-linie in s'''. Ziehe durch s' eine $R^{II}$-linie vornhin und durch s, t und u Lichtstrahlen; du ermittelst in deren Schnitten bezw. die Schattenpunkte s'' t' und u'. — Zeichne ferner das Lot v v' — eine $Acc^r$-linie — unter Zuhilfenahme der Senkrechten in w. Lege durch v eine $R^{II-v}$-linie vornhin und durch v' den Lichtstrahl; du erhältst in deren Schnitt den Schattenpunkt v''. Lege schliesslich den Schatten w v'' bis zum Schnitt mit der P-kante in q.

Alle ferneren benötigten Schattenpunkte und -grenzen unseres Motivs darf der Schüler nach blossem Gefühl einzeichnen.

**Mot. 17, Taf. VI.** Die Perspektive des Tunnels entwickle der Schüler aus eigner Kraft.

---

[1]) Wer es sich nicht zutraut, die Verbindende L $Acc^r$ bei nicht zugänglichem $Acc^r$-punkt annähernd richtig nach Gefühl einzusetzen, ermittle, wie unser Motiv zeigt, ihre Richtung durch ihre vierfache geometrische Verkleinerung — durch $^1/_4$L $^1/_4$$Acc^r$.

Die zu ermittelnde Schlagschattengrenze a b' — t wird verursacht durch die Senkrechte a b und das Bogenstück b—t. Ziehe durch a den Riss und durch b den Lichtstrahl. Schnitt b' ist alsdann der Schatten von b. Fälle ferner von beliebigen und beliebig vielen Punkten des schattenwerfenden Bogenstückes Lote auf die Tunnelgrundfläche und stelle sie dir vor als schattenwerfende Stäbe. Ziehe von ihren Fusspunkten nach $R^{II}$ und durch ihre Kopfpunkte Lichtstrahlen. Die drei Lichtstrahlen in c, d und e schneiden die zugehörigen Risse direkt und markieren damit die Schattenpunkte c'', d'' und e''. Die drei Lichtstrahlen in f, g und h vermögen nur die senkrechte Ablenkung der zugehörigen Risse auf der vertikalen Tunnelwand zu schneiden und markieren damit die Schattenpunkte f'', g'' und h''.

Wollten wir auch den Punkt i'' durch ein Lot in i bestimmen, so würden wir auf eine Schwierigkeit stossen. Die Ablenkung des zugehörigen Risses würde auf der senkrechten Tunnelwand zwar auch eine Senkrechte, auf der Tunnelwölbung aber, die in k l beginnt, eine elliptisch Gebogene sein, deren Verlauf nur mit Mühe zu ermitteln wäre. In solchem Falle verfährt man allein nach der Methode, nach der die Schattenpunkte d'' und g'' noch extra bestimmt wurden: Man denkt sich durch den Lichtstrahl in i eine in der Längsrichtung des Tunnels verlaufende Ebene — eine **Lichtstrahlenebene** — gelegt und den Lichtstrahl durch eine Drehung um i innerhalb dieser Ebene in die Bildflächenrichtung umgelegt. Nach dieser Drehung muss der Lichtstrahl in i der Verschwindelinie jener Lichtstrahlenebene — der Verbindenden P L — parallel sein. — Eine zu P L parallele Linie in i ist sonach der auf obige Weise gedrehte Lichtstrahl in i, und der durch sie am Bogen b k erzeugte Schnittpunkt i' ist Anfangspunkt der nach P gerichteten Schnittlinie zwischen Tunnelwölbung und Lichtstrahlenebene. Das Dreieck i i' i'' ist sonach ein Teil der Lichtstrahlenebene, und i'' bezeichnet den Punkt der Tunnelwölbung, in dem diese vom Lichtstrahl getroffen wird, ist also der Schatten von i.

Auch ist ein wie oben in die Bildflächenrichtung umgelegter — d. i. der Verbindenden P L paralleler — Lichtstrahl als Tangente an den Bogen b k zu legen, um im Tangentialpunkt t das Ende der Schattengrenze zu bestimmen. Punkt t wirft seinen Schatten in sich selbst und ist Endpunkt des schattenwerfenden und Anfangspunkt des beleuchteten Bogenstückes zugleich, während t n die Trennungslinie ist zwischen Schlag- und Körperschatten der Tunnelwölbung.

**Mot. 18, Taf. VI.** Auch die Perspektive der Nische — Halbcylinder mit aufgesetztem Hohlkugelquadranten — versuche der Schüler selbständig zu entwickeln.

Anfangspunkt der Schattengrenze ist a, Endpunkt n. Ermittle diesen nach demselben Verfahren, nach dem du Punkt t in Motiv 17 gefunden. Soweit der Schatten der Senkrechten a b auf die Nischengrundfläche fällt, hat er $R^{II}$-richtung. Seine Fortsetzung auf der Cylinderfläche zeigt sich als Senkrechte, deren Ende der Lichtstrahl b b' bestimmt. Um die drei gleichfalls auf die Cylinderfläche fallenden Schattenpunkte c'', d'' und e'' zu ermitteln, fällt man von c, d und e Lote auf die Nischengrundfläche und entwickelt deren Schatten wie den Schatten a b'. — Zwecks der Ermittelung der Schattenpunkte g''—m'' werden von beliebigen und beliebig vielen Punkten des noch übrigen schattenwerfenden Bogenstückes e — n Lote auf die Nischengrundfläche gefällt und sodann durch sie und durch die ihre Kopfpunkte streifenden Lichtstrahlen Ebenen — d. s. wieder Lichtstrahlenebenen, die diesmal aber senkrechte sind und demzufolge die Senkrechte $R^{II}$ L zur Verschwindelinie haben — gelegt. Deren Schnitte mit dem Hohlkugelquadranten erscheinen im Bilde als Ellipsenbogen, wiewohl sie in Wirklichkeit Kreisbogen sind. Diese Ellipsenbogen werden unter Zuhilfenahme von Nischenschnitten gezeichnet, die der Bildfläche parallel sind. Wir haben deren vier gelegt und sie der Reihe nach als Schnitt I, II, III und IV bezeichnet.

Will man nun z. B. den Schatten des Punktes k bestimmen, so legt man durch k den Lichtstrahl und durch den Fusspunkt des von ihm gefällten Lotes den Riss. Dieser überschreitet die Grundlinien der vorderen drei Nischenschnitte in den Punkten 1, 2 und 3. Senkrecht über 1 nun liegt im zugehörigen Nischenschnittbogen der Ellipsenbogenpunkt $k^1$, senkrecht über 2 entsprechend Punkt $k^2$ und senkrecht über 3 entsprechend Punkt $k^3$. Zwei weitere Punkte des in Frage stehenden Ellipsenbogens sind sein Anfang k und sein Ende $k^4$. Wo der Lichtstrahl in k den eben entwickelten Ellipsenbogen schneidet, liegt Schattenpunkt k″, der Schatten des Nischenbogenpunktes k. — Dass die Schlagschattengrenze das Centrum des Nischenbogens passiert, ist lediglich Zufall.

**Mot. 7, Taf. II.** In Mot. 17, Taf. VI, wurde der Schlagschatten eines in Hauptrichtung verlaufenden Tunnels bestimmt; in Mot. 7, Taf. II, ist derjenige eines in $D^1$-richtung gelegenen Tunnels zu entwickeln. Anfangspunkt der Schattengrenze ist der vordere Bogenfusspunkt, Endpunkt der Bogenpunkt, der den Punkten t und u in den Motiven 17 und 18, Taf. VI, entspricht. Dieser Endpunkt wird ermittelt, indem man einen Lichtstrahl unter Wahrung seines Winkels zur Grundebene in die Richtung der Ebene des Bogens dreht und tangierend an diesen Bogen legt. Der Verschwindepunkt eines derart gedrehten Lichtstrahls ist L″ und wird auf der Bildfläche durch den dem gedrehten Lichtstrahle zugehörigen Parallelstrahl markiert. Ihn im Bilde zu ermitteln, denkt man sich das Parallelstrahlendreieck L 𝔄 R um die Senkrechte R L linkshin in die Bildfläche nach L A′ R umgelegt — A′ R = 𝔄 R (= A R) — und hierauf das Mass 𝔄 $D^r$ (= A $D^r$) nach A′ R′ aufgetragen. Eine Senkrechte in R′ schneidet alsdann die Verlängerung von A′ L in L′, und es ist das Dreieck L′ A′ R′ dem dem gedrehten Lichtstrahle zugehörigen Parallelstrahlendreiecke L″ 𝔄 $D^r$ kongruent. Der Verschwindepunkt des gedrehten Lichtstrahles kann hiernach nur wagerecht neben L′ auf $D^r$-v, d. i. in L″ liegen. Ziehe nun von L″ aus eine Tangente an unsern Brückenbogen; du gewinnst im Tangentialpunkt obigen Endpunkt der Schattengrenze.

Die auf die Wasserfläche fallende Schattengrenze ist wie der auf die Grundfläche des Tunnels fallende Bogenschatten b″ e″ in Mot. 17, Taf. VI, zu ermitteln, die auf die Tunnelwölbung fallende Schattengrenze aber derart, dass man von einem diese Schattengrenze mit verursachenden Bogenpunkte ein Lot auf die Wasserfläche fällt, durch dasselbe eine Lichtstrahlenebene legt und die Schnittlinie zeichnet, in der die Lichtstrahlenebene die Tunnelwölbung schneidet. Der den Kopfpunkt jenes Lotes tangierende Lichtstrahl (nach L) trifft diese Schnittlinie in einem Punkte der zu bestimmenden Schattengrenze. Dieser, der Endpunkt der Schattengrenze überhaupt und der Endpunkt der auf das Wasser fallenden Schattengrenze genügen, um den auf die Tunnelwölbung fallenden Schlagschatten mit Genauigkeit zu begrenzen.

## II. Kerzenbeleuchtung.

**Mot. 22, Taf. VI.** Verfahre beim Entwickeln der Schatten folgendermassen: Lege durch a eine $R^3$-linie bis zum Schnitt mit dem Lichtstrahl in b — bis b′. Lege ferner durch I und IV $R^5$-linien bis zum Schnitt mit der rechten oberen Zimmerkante und ziehe dann wagerecht linkshin bezw. bis zum Schnitt mit den Lichtstrahlen in II und III — bis II' und III'. Lege weiter durch c eine $R^4$-linie bis zum Schnitt in e und f und ziehe von f wagerecht rechtshin bis zum Schnitt in g; verbinde e mit g und lege durch d einen Lichtstrahl bis zum Schnitt mit e g — bis d'. Lege schliesslich durch h eine $R^1$-linie bis zum Schnitt in k, ziehe von hier senkrecht aufwärts bis zum Schnitt in l und m und von m nach $R^3$ bis zum Schnitt in n; verbinde n mit l und lege durch i einen Lichtstrahl bis zum Schnitt mit l n — bis i'.

Bestimme den Schatten o'' als den Schatten des Kopfpunktes o' eines auf der linken Vertikalwand aufsitzenden Lotes in o. Ziehe sodann von q durch o'' bis zum Schnitt in r und von hier nach p.

Bestimme den Schatten des Pfeilers, indem du die Schattenpunkte s'' und t'' als die Schatten der Kopfpunkte s' und t' zweier auf der Grundebene aufsitzenden Lote in s und t ermittelst, nur seien die Lote dermassen placiert, dass der Kopfpunkt des einen seinen Schatten auf die vertikale Zimmer-, der des anderen auf die vertikale Prismenwand wirft. Lege durch s'' und t'' perspektivische Parallelen zu den beiden schrägen Pfeilerkanten, d. s. Linien nach V'. Du erhältst die Schnittpunkte u, v, w und x. Verbinde v mit w, u mit dem unteren und x mit dem oberen Ende der schattenwerfenden Pfeilerkante.

Für den Stab in y bestimmt man den Schatten zunächst unter der Annahme, der Pfeiler sei nicht vorhanden. Denkt man sich alsdann den Pfeiler wieder eingesetzt, so erhellt, dass der Stabschatten von 1 nach 1' in Lichtstrahlenrichtung „springen", von 2 nach 3 senkrecht und von 3 nach 1' schräg aufwärts verlaufen muss.

Die Seiten des schrägen Stabes verschwinden in V, sonach auch sein Schatten auf der linken Vertikalwand des Zimmers. Bestimmen wir den Schattenpunkt 4'' als den Schatten des Kopfpunktes 4' eines auf der Grundfläche aufsitzenden Lotes in 4, so ist die Lage des in Rede stehenden Stabschattens endgiltig bestimmt. Von 5 aus verläuft er nach dem oberen und von 6 nach dem unteren Stabende, während er von 7 nach dem Brettkantenpunkt 7' in Lichtstrahlenrichtung springt. Von hier aus verläuft er annähernd nach V. — Lässt man den Schatten von der vertikalen Zimmerwand auch nach der hinteren Brettkante in Lichtstrahlenrichtung springen, so ist auch das aufs Brett fallende Stabschattenstück konstruktiv genau bestimmt.

---

## III. Abschnitt.

# Die Spiegelperspektive.

### A. Theorie.

Gut geglättete Flächen — polierte Metall-, geschliffene Glas-, ruhige Wasserflächen und dergl. — erzeugen sogenannte Spiegelbilder, d. h. solche Flächen — Spiegelflächen genannt — gewähren die Möglichkeit, dass Gegenstände bei entsprechender

Gegenüberstellung in ihnen sich spiegeln. — Man hat den Teil der Perspektive, der sich mit der linearperspektivischen Wiedergabe von Spiegelbildern befasst, mit dem Namen **Spiegelperspektive** belegt.

Alles konstruktive Auffinden von Spiegelbildern beruht auf dem einzigen Lehrsatz:

Das Spiegelbild eines Punktes liegt auf der durch ihn gelegten und die Spiegelfläche normal (rechtwinkelig) schneidenden Geraden in derselben Entfernung hinter der Spiegelfläche, in der sich der (Original-)Punkt vor derselben befindet. Fig. 23, Taf. VIII.

Aus diesem Satze erhellt, dass jegliche Spiegelung im Wasser in der genau abwärts, jegliche Spiegelung in einer senkrechten Frontfläche in der genau rückwärts und jegliche Spiegelung in einer senkrechten Hauptfläche in der genau seitwärts gekehrten Wiederholung des Originals besteht.

Auch folgt aus ihm, dass alle der Spiegelfläche parallelen Originallinien im Spiegelbilde ihre perspektivische Richtung beibehalten, dass also beispielsweise in Wasserspiegelungen die der Bildfläche parallelen Wagerechten des Originals wieder als derartige Wagerechte und P-, $D^l$-, $D^r$-, $Acc^l$-, $Acc^r$- und Dg-linien des Originals bezw. wieder als P-, $D^l$-, $D^r$-, $Acc^l$-, $Acc^r$- und Dg-linien sich zeigen.

Und es folgt endlich aus ihm, dass alle Originallinien, die mit der Spiegelfläche einen Winkel bilden, im Spiegelbilde ihre perspektivische Richtung in die gegengleiche umkehren, dass also beispielsweise in Wasserspiegelungen senkrechte Linien gestürzt erscheinen und dass linkshin fallende Linien zu linkshin steigenden und rechtshin nach der Tiefe steigende Linien zu rechtshin nach der Tiefe fallenden werden.

Bei Wasserspiegelungen findet die Lehre von den Spiegelbildern die häufigste und bequemste Anwendung.

## B. Praxis.

**Mot. 19, Taf. VI.** Der Spiegel ist eine **Wasserfläche.** — Die Senkrechte x o steht auf der Spiegelgrenze; ihr Spiegelbild erscheint daher gestürzt in x o'. Dasselbe gilt von y f. Lege durch o' und f' Wagerechte. Verlängere die Senkrechten in I und II abwärts bis zum Schnitt mit der Wagerechten in f' — bezw. bis I' und II', desgleichen die Senkrechte in III bis zum Schnitt mit der P-linie in I' — bis III' — und lege durch III' eine Wagerechte linkshin.

Der Original-Steinblock ist vom gegebenen Punkt a aus bequem zu entwickeln. Die Senkrechte a b trifft die verlängerte Spiegelfläche in c. Mache c b' = c b. Ziehe von b' nach P und eine Wagerechte rechtshin bis zum Schnitt mit der abwärts verlängerten d e-Kante — bis d' — und ziehe d' P.

Die unter einem Winkel von 30° genau linkshin steigende Walze findet an dem Steinblock ihren Unterstützungspunkt in g. Das Spiegelbild g' liegt senkrecht unter g auf d' P. — Ziehe durch g eine rechtshin fallende 30⁰-Linie, sowie eine Senkrechte abwärts bis h und von hier aus eine Wagerechte rechtshin bis zum Schnitt mit der Schrägen in g — bis i. Mache i k = 5,1 cm und errichte in i und k zu i k die Perpendikel i l und k n (à 2,7 cm). Sie sind die der Bildfläche parallelen Durchmesser der kreisförmigen Walzenquerschnitte bez. zwei Mittellinien der diesen Kreisflächen umschriebenen Quadrate. Zeichne die Verbindende l n. — Trage auf jenen Durchmessern von den Mittelpunkten aus je oben- und untenhin den zugehörigen Major auf und lege durch die gewonnenen Punkte r, s, t und u, sowie durch i, l, m und m' P-linien. Mache ferner i z = i m und ziehe die Messlinie z $D^r$, wodurch du p ermittelst. Ziehe p q parallel zu i l, sodann von p und q Linien durch m bis zum Schnitt in v und w und ziehe v w. Die acht benötigten Punkte der einen Kreislinie sind hiermit bestimmt. Lege auch durch die nicht bezeichneten Punkte Parallelen zu i k; sie bestimmen mit den durch t, m' und u gelegten P-linien sechs fernere Punkte der anderen Kreislinie. Zeichne die Kreislinien und lege an sie die beiden parallelen gemeinschaftlichen Tangenten.

Ziehe durch g' eine rechtshin steigende 30⁰-Linie bis zum Schnitt mit den Senkrechten in i und k — zweien **Spiegelflächennormalen** — bis i' und k'. Errichte in i' und k' zu i' k' die Perpendikel i' l' und k' n' (wieder à 2,7 cm); sie erreichen in l' und n' die Spiegelflächennormalen in l und n und sind die der Bildfläche parallelen Walzenquerschnitt-Durchmesser im Spiegelbilde. Zeichne die Verbindende l' n.' — Trage auf jenen Durchmessern von den Mittelpunkten aus den zugehörigen Major wieder, wie vorgeschrieben, auf und ziehe durch die gewonnenen Punkte r', s', t' und u', sowie auch durch m'' und m''' P-linien. Lege auch von den nicht bezeichneten Punkten der beiden Originalkreise Senkrechte abwärts bezw. bis zum Schnitt mit den eben gezeichneten P-linien, um auch für jede Kreislinie im Spiegelbilde sechs weitere Punkte zu ermitteln; — in unserer Zeichnung aber wurden die fraglichen sechs Punkte der linken Kreislinie wieder durch Walzenmantellinien bestimmt. — Zeichne diese Kreislinien und lege an sie die beiden parallelen gemeinschaftlichen Tangenten.

**Mot. 20, Taf. VI.** Der Spiegel schneidet die Bildfläche rechtwinkelig und die seitliche Vertikalwand in der durch b gelegten P-linie, ist also eine **schräge Hauptfläche.**

Ausgangspunkt a. Ziehe von ihm aus eine Wagerechte rechtshin, eine Senkrechte aufwärts und eine P- und eine $D^1$-linie vornhin. Trage auf der ersten von a aus 0,7 cm lange Teile auf und ziehe durch die gewonnenen Punkte P-linien vornhin und durch die von diesen und obiger $D^1$-linie erzeugten Schnittpunkte Wagerechte, die sich linkshin bis zum Schnitt mit der Grundlinie der verlängert gedachten Spiegelfläche — bezw. bis m, n, o u. s. w. — erstrecken. Fälle das Lot b c und ziehe von c wagerecht linkshin bis zum Schnitt mit der hinteren aufsteigenden Spiegelflächenseite in b — einer **Spiegelflächenvertikalen** — bis d. Eine durch d gelegte P-linie ist die Schnittlinie zwischen der Spiegelfläche und der verlängert gedachten Grundebene — die obenerwähnte Grundlinie der verlängert gedachten Spiegelfläche.

Zeichne das Originalprisma 1 2—8. Verlängere die Grundflächenseiten 1 4 und 5 8 linkshin bis zum Schnitt mit der Spiegelflächengrundlinie in e und f. Errichte in diesen Punkten gleichfalls Spiegelflächenvertikalen — Parallelen zu d b. Ziehe gegen die in e errichtete Normalen von den vier vorderen und gegen die in f errichtete solche von den vier hinteren Prismenecken und verlängere jede derselben linkshin um sich selbst; du erhältst die acht Prismenecken im Spiegelbilde.

Die Originalgrundebene zeigt sich im Spiegelbilde als schräge – linkshin steigende — Hauptebene. Ihre Verschwindelinie ist sonach eine Schräge in P — eine Hauptschräge — H-s. An sie sind etwa benötigte Parallelstrahlendreiecke von P aus als kongruente zu den jeweilig zugehörigen Originalparallelstrahlendreiecken anzufügen.

Behufs der Ermittelung des Spiegelbildes der Grundebene errichte auch eine Spiegelflächenvertikale in g — g i. Ziehe gegen sie von a aus eine Normale und verlängere auch diese linkshin um sich selbst; du gewinnst Punkt a'. Ziehe von g durch a' linkshin; du gewinnst die benötigte Grenze der Grundebene im Spiegelbilde. — Mache nun a' h', h' i' u. s. w. bezw. = a h, h i u. s. w. Parallelen zu g a' von m, n, o u. s. w. linkshin und Hauptlinien von (a'), h', i' u. s. w. vornhin gezogen, ergeben alsdann auch die Täfelung der Grundebene im Spiegelbilde.

Was von der Grundebene im Spiegelbilde und von den in ihr liegenden Linien gilt, gilt von schrägen Hauptebenen und von den in ihnen liegenden Linien überhaupt. Sind mehrere solcher Ebenen einander parallel, so haben sie wieder eine gemeinsame Verschwindelinie und parallele Linien, in verschiedenen dieser Ebenen gelegen, auch wieder einen gemeinsamen Verschwindepunkt.

**Mot. 21, Taf. VI.** Der Spiegel ist eine **schräge Frontfläche.** Ausgangspunkt a. Ziehe von ihm aus eine Wagerechte rechts- und eine P- und eine $D^l$-linie vornhin und lege von $F^{II-v}$ her durch a die die linke aufsteigende Spiegelflächenseite bildende Spiegelflächenvertikale.

$F^{II-v}$ ist der Verschwindepunkt der Spiegelflächenvertikalen und $D^l$ $F^{II-v}$ der zugehörige, in die Bildfläche umgelegte Parallelstrahl. — Behufs der Ermittelung derartiger Umlegungen hat man das Auge samt den in Frage kommenden wirklichen Parallelstrahlen durch eine Drehung um die Hauptvertikale links- oder rechtshin in die Bildfläche umzulegen. Auf solche Weise wurde im vorliegenden Falle $D^l$ zum umgelegten Auge, $D^l$ P zum umgelegten Hauptstrahl und $D^l$ $F^{II-v}$ zum umgelegten Parallelstrahl der Spiegelflächenvertikalen.

Verlängere $D^l$ $F^{II-v}$ über $D^l$ hinaus, etwa bis F. — Wie nun im nebenstehenden Motiv 20 die Neigungswinkel zwischen der Spiegelfläche und der Originalgrundebene (Winkel a g i) und der Spiegelfläche und der Grundebene im Spiegelbilde (Winkel a' g i) gleich waren, so sind sie es auch hier. Die wahre Grösse dieser Winkel und deren gegenseitige Lage ist demnach in den Winkeln N $D^l$ F und F $D^l$ N' dargestellt. — $D^l$ $P^{II-v}$ ist nunmehr der umgelegte Parallelstrahl der P-linien im Spiegelbilde, $D^l$ $S^{II-v}$, das Perpendikel zu $D^l$ $P^{II-v}$, der umgelegte Parallelstrahl für die Spiegelbilder von Originalsenkrechten und $D^l$ $N^{II-v}$ der umgelegte Parallelstrahl der gegen die Spiegelfläche zu legenden Normalen, für welch letzteren N N' die Richtungslinie ist.

Nimm 0,7 cm in den Zirkel und trage sie auf der Wagerechten in a von a aus rechtshin zehnmal auf. Ziehe von den gewonnenen Punkten $D^l$- und $D^r$-linien und vom letzten, von Punkt b aus statt der $D^l$- eine P-linie vornhin, sowie durch ebendiesen Punkt von $F^{II-v}$ her die rechte aufsteigende und an diese in angemessener Höhe die obere wagerechte Spiegelflächenseite. Lege noch durch die auf der P-linie in b erzeugten Schnittpunkte fernere $D^r$- und durch die auf der P-linie in a erzeugten Schnittpunkte fernere $D^l$-linien vornhin.

Die soeben mit lauter D-linien belegte Grundebene zeigt sich im Spiegelbild als schräge — fernhin steigende — Frontfläche. Ihre Verschwindelinie ist sonach dem Horizonte parallel, ist die Horizontparallele — H-p — in $P^{II-v}$. Um die Verschwindepunkte der in ihr liegenden D-linien zu ermitteln, denke dir den Parallelstrahl der Hauptlinien im Spiegelbilde, d. i. 𝔄 $P^{II-v}$, auch untenhin in die Bildfläche umgelegt, mache also $P^{II-v}$ A' = $P^{II-v}$ $D^l$. Die Parallelstrahlen der D-linien im Spiegelbilde schliessen mit dem Parallelstrahl der Hauptlinien im Spiegelbilde wieder 45°-Winkel ein. Rechtshin und linkshin gegen obige Horizontparallele unter Winkeln von 45° verlaufende Linien in A' sind sonach die Umlegungen der Parallelstrahlen der D-linien im Spiegelbilde und ihre Schnitte mit ersterer die zugehörigen Verschwindepunkte.

Behufs der Ermittelung des Spiegelbildes der Grundebene ziehe a $P^{II-v}$, setze die $D^r$-linie in x im Spiegelbilde als $D^{lII-p}$-linie fort bis zum Schnitt mit a $P^{II-v}$ — bis d — und lege durch d eine Wagerechte rechtshin; du gewinnst die benötigten Grenzen der Grundebene im Spiegelbilde. — Setze nun auch von den übrigen auf a b markierten Punkten aus die $D^r$-linien als $D^{lII-p}$- und die $D^l$-linien als $D^{rII-p}$-linien fort und vervollständige die Musterung der Grundebene im Spiegelbilde auf dieselbe Weise, auf die du das mit der der Originalgrundebene gethan hast. Kontrollkonstruktion: Ziehe gegen die in a errichtete Spiegelflächenvertikale die $N^{II-v}$-linie c s und verlängere sie hinterwärts bis zum Schnitt mit a $P^{II-v}$ — bis c'.

Zeichne den Originalwürfel 1 2—8. Verlängere die Grundflächenseiten 1 5 und 4 8 bis zur Grundlinie der Spiegelfläche und setze sie im Spiegelbilde als $P^{II-v}$-linien fort. Ziehe ferner von den vier unteren Ecken des Originalwürfels nach $N^{II-v}$ bis zum Schnitt mit den eben gezeichneten $P^{II-v}$-linien — bis 1', 5', 4' und 8'. Und ziehe endlich von diesen Schnittpunkten $S^{II-v}$-linien obenhin und von den vier oberen Ecken des Originalwürfels wieder Linien nach $N^{II-v}$, wodurch du in 2', 6', 3' und 7' die noch fehlenden Ecken des Würfels im Spiegelbilde ermittelst.

Wären für die Horizontparallele in $P^{II-v}$ statt der $D^{II-p}$-punkte die $Acc^{II-p}$-punkte und der $Dg^{II-p}$-punkt zu bestimmen, so hätte man die zugehörigen Parallelstrahlen gleichfalls unter ihren wahren Winkeln zu 𝔄 $P^{II-v}$ an A' $P^{II-v}$ in A' einzusetzen und gegen die Horizontparallele in $P^{II-v}$ zu ziehen. — Und wäre für ebendiese Horizontparallele dieser oder jener Messpunkt — $M^{II-p}$ — benötigt, so hätte man wieder um den Verschwindepunkt des zu messenden Systems von A' her auf dem kürzesten Wege den zugehörigen Messbogen zu schlagen, um in dessen Schnitt mit der Horizontparallelen den erforderlichen Messpunkt zu markieren.

Was von der Grundebene im Spiegelbilde und von den in ihr liegenden Linien gilt, gilt von schrägen Frontebenen und von den in ihnen liegenden Linien überhaupt. Sind mehrere solcher Ebenen einander parallel, so haben sie wieder eine gemeinsame Verschwindelinie und parallele Linien, in verschiedenen dieser Ebenen gelegen, auch wieder einen gemeinsamen Verschwindepunkt.

**Über die Vorbedingungen, die Konstruktionen innerhalb schräger Distanz- und schräger Accidentalebenen erheischen.** Hat man Konstruktionen innerhalb **schräger D-** oder **schräger Acc-ebenen**[1] auszuführen, was, wie bemerkt sei, nur selten vorkommt, so ist die Ermittelung der in Frage kommenden Verschwindelinien und Verschwindepunkte einigermassen umständlich. Die hierfür erforderlichen Auseinandersetzungen fügen wir absichtlich erst hier ein und beziehen sie in der Hauptsache auf die schrägen $Acc^l$-flächen a' d' VIII' f und b' c' III'' e der Treppenwangen in Mot. 13, Taf. IV.

[1]) In die Lage, in schrägen Dg-ebenen zeichnen zu müssen, kommt der Praktiker nicht.

Die bezeichneten Flächen sind in Wirklichkeit Rechtecke — Vierseite mit rechten Winkeln. Zu ihrer Richtung gelangt man, indem man genau unter ihnen liegende horizontale Rechtecke, die die Acc$^l$-linien a' d' und b' c' mit ihnen gemein haben, um ebendiese Linien in die fragliche Richtung dreht, indem man also z. B. das Rechteck a' d' VIII' f'' um die Linie a' d' dreht. — Diese Drehung ist für die nachstehenden Ausführungen von prinzipieller Bedeutung. Sie sei daher einer näheren Betrachtung unterzogen:

1. Die Linie a' f'' verschwindet vor der Drehung im Acc$^r$-punkt und bewegt sich während der Drehung in der senkrechten Acc$^r$-fläche a' f'' f. Diese Fläche verschwindet in der Acc$^r$-vertikalen; also ist die Acc$^r$-vertikale der geometrische Ort all der Verschwindepunkte, in denen a' f' während der Drehung nacheinander verschwindet. Das Endstadium der Drehung und damit auch die endgiltige Lage der gedrehten Fläche wird gekennzeichnet durch $V_{Acc^r-v}$, in welchem Punkte die Linie a' f'' und mit ihr alle ferneren in der gedrehten Fläche liegenden Winkelrechten zu a' d' nach beendeter Drehung verschwinden. $V_{Acc^r-v}$ ist somit ein Punkt der Verschwindelinie der schrägen Fläche a' d' VIII'' f.

2. Die Linie a' d' ist Drehungsachse. Als solche behält sie während der Drehung Lage und Richtung bei, verschwindet also auch nach der Drehung im Acc$^l$-punkt und ist berufen, als einzige Gerade in ihrer ganzen Ausdehnung der horizontalen Fläche a' d VIII' f'' und der schrägen Fläche a' d' VIII'' f zugleich anzugehören. Wie nun Acc$^l$ als Verschwindepunkt einer in der horizontalen Fläche a' d' VIII' f'' liegenden Linie — der Linie a' d' — ein Punkt der Verschwindelinie dieser horizontalen Fläche ist, so ist er auch als Verschwindepunkt einer in der schrägen Fläche a' d' VIII'' f liegenden Linie — derselben Linie a' d' — ein Punkt der Verschwindelinie dieser schrägen Fläche. Also ist auch Acc$^l$ ein Punkt der Verschwindelinie der schrägen Fläche a' d' VIII'' f.

Folglich ist eine durch Acc$^l$ und $V_{Acc^r-v}$ gelegte Gerade die Verschwindelinie der schrägen Acc$^l$-fläche a' d' VIII'' f und aller dieser parallelen Flächen und verschwindepunkttragend für alle in ihnen liegenden irgendwie nach der Tiefe gerichteten Linien, ist also für jene Flächen die Acc$^l$-schräge — Acc$^l$-s. In Bezug auf die schräge Fläche a' d' VIII'' f und auf alle Quadrate und Rechtecke, deren Seiten gleichfalls in Acc$^l$ und $V_{Acc^r-v}$ verschwinden, ist $V_{Acc^r-v}$ der $Acc^r{}_{Acc^l-s}$-Punkt.[1])

In vorstehendem wurde gezeigt, auf welche Weise zu im Bilde gegebenen schrägen Acc$^l$-flächen die Verschwindelinie bestimmt wird. — Wie aber ist zu verfahren unter den folgenden schwierigeren Bedingungen?

Aufgabe. Fig. 24, Taf. VIII. Gegeben ist: das in die Bildfläche umgelegte Parallelstrahlendreieck Acc$^l$ A Acc$^r$. — Zu suchen ist: zu schrägen, dem Acc$^l$-punkt des gegebenen Parallelstrahlendreieckes zugehörigen Acc$^l$-ebenen von $66^2/_3$ prozentiger Tiefensteigung [2]) die Verschwindelinie, sowie ein dieser zugehöriges in die Bildfläche umgelegtes volles Parallelstrahlendreieck.

Lösung. Denke dir vorerst das gegebene Parallelstrahlendreieck Acc$^l$ A Acc$^r$ zurückgedreht in seine wirkliche Lage — zurückgedreht also nach Acc$^l$ 𝔄 Acc$^r$. — Dieses Dreieck Acc$^l$ 𝔄 Acc$^r$ denke dir nun in derselben Weise um den Acc$^l$-strahl gedreht, in der du vorhin die Fläche a' d' VIII' f'' in Mot. 13, Taf. IV, um die Linie a' d' gedreht

---

[1]) Die Ausdrücke: $P_{Acc^l-s}$, $Dl_{Acc^l-s}$, $Dr_{Acc^l-s}$, $Accl_{Acc^l-s}$, $Accr_{Acc^l-s}$ und $Dg_{Acc^l-s}$ bedeuten bezw. P, D$^l$, D$^r$, Acc$^l$, Acc$^r$ und Dg auf einer linken Accidentalschrägen und sind zu lesen: $P_{Acc^l\text{-schräg}}$, $Dl_{Acc^l\text{-schräg}}$, $Dr_{Acc^l\text{-schräg}}$, $Accl_{Acc^l\text{-schräg}}$, $Accr_{Acc^l\text{-schräg}}$ und $Dg_{Acc^l\text{-schräg}}$; denn sie bezeichnen Punkte, nach denen bezw. P-, D$^l$-, D$^r$-, Acc$^l$-, Acc$^r$- und Dg-linien verschwinden, die in Acc$^l$-schrägen Flächen (Ebenen) gelegen sind. Auch M- und R-punkte können auf schrägen Verschwindelinien liegen.

[2]) Solche Ebenen steigen auf jede 3 m weite Entfernung um 2 m an. Ihre wahre Steigung wird gemessen auf der Acc$^r$-vertikalen von Acc$^r$ aus obenhin und ihre wahre horizontale Entfernung auf dem in die Bildfläche umgelegten Acc$^r$-strahl von A aus. Teilt man demnach A Acc$^r$ in drei gleiche Teile und trägt man zwei derselben auf der Acc$^r$-vertikalen von Acc$^r$ aus obenhin auf, so gewinnt man den Punkt, in dem die Paralleiebene der vorausgesetzten schrägen Ebenen die Acc$^r$-vertikale schneidet, und damit einen Punkt der Verschwindelinie der vorgenannten Ebenen.

hast, und das genau so lange ausgeführt, bis der — entsprechend sich verlängernde und fortgesetzt die $Acc^r$-vertikale schneidende — $Acc^r$-strahl mit seiner ursprünglichen Richtung $\mathfrak{A}$ $Acc^r$ und der $Acc^r$-vertikalen ein rechtwinkliges Dreieck einschliesst, dessen senkrechte Kathete sich zur wagerechten verhält wie 2 : 3 — bis er die $Acc^r$-vertikale in $V^{Acc^r\text{-}v}$ schneidet. *$Acc^l$ $\mathfrak{A}$ $V^{Acc^r\text{-}v}$ ist alsdann ein Parallelstrahlendreieck der vorausgesetzten schrägen Ebenen.*

*Folglich ist die durch $Acc^l$ und $V^{Acc^r\text{-}v}$ gelegte Gerade die in unserer Aufgabe geforderte Verschwindelinie*, ist also für die vorausgesetzten schrägen $Acc^l$-ebenen *die $Acc^l$-schräge — $Acc^l$-s.* In Bezug auf diese Ebenen ist $V^{Acc^r\text{-}v}$ *ein $Acc^{r\,Acc^l\text{-}s}$-punkt* und $Acc^l$ $\mathfrak{A}$ $V^{Acc^r\text{-}v}$ *das Parallelstrahlendreieck $Acc^l$ $\mathfrak{A}$ $Acc^{r\,Acc^l\text{-}s}$.*

Denke dir des ferneren das Parallelstrahlendreieck $Acc^l$ $\mathfrak{A}$ $Acc^{r\,Acc^l\text{-}s}$ umgelegt in die Bildfläche und das ausgeführt durch eine Drehung um seine $Acc^l$-schräge — die vorhin gewonnene Verschwindelinie; du gewinnst damit das zunächst benötigte in Bezug auf die vorausgesetzten schrägen $Acc^l$-ebenen unten- oder obenhin in die Bildfläche umgelegte Auge des Beschauers — A′ oder A″. Wie geschieht das?

Bei jeglicher Drehung um eine feste in der Bildfläche liegende Drehungsachse behalten

1. die Drehungsachse und alle in ihr liegenden Gebilde Lage und Richtung bei und beschreibt

2. jeder ausserhalb der Drehungsachse gelegene Punkt des sich drehenden Gebildes fortgesetzt eine Kreislinie (bei Teildrehungen nur einen Kreisbogen), die, wenn sie orthogonal auf die Bildfläche projiziert wird, als eine *Normale zur Drehungsachse* sich zeigt, in der der kreisende Punkt bald da und bald dort gesehen wird. — Solch ein kreisender Punkt ist auch $\mathfrak{A}$, das Auge des Beschauers, in unserem in die Bildfläche umzulegenden Parallelstrahlendreieck $Acc^l$ $\mathfrak{A}$ $Acc^{r\,Acc^l\text{-}s}$. Demnach wird $\mathfrak{A}$, sobald die Drehung beginnt, von P aus auf einer Normalen zur $Acc^l$-schrägen, je nachdem das Umlegen oben- oder untenhin stattfindet, auf- oder abwärts zu wandern scheinen. Da nun obige zwei Umlegungen des Auges des Beschauers nichts anderes sind als zwei gewisse Drehungsstadien dieses Auges, so ist für sie — für A′ und A″ — die durch P gelegte Normale zur $Acc^l$-schrägen *ein geometrischer Ort.*

Da ferner das $Acc^l$-system, als ein System der vorausgesetzten schrägen Ebenen betrachtet, in keiner Weise eine Veränderung erleidet — für diese Ebenen verwendet, also dasselbe $Acc^l$-system bleibt, das es für horizontale Ebenen ist — so erleidet unter jener Annahme auch der geometrische Ort seiner Messpunkte, sein Messkreis, keine Veränderung, bleibt also die *Kreislinie um $Acc^l$*, die den $Acc^l$-strahl zum Halbmesser hat. Mithin schneidet diese Kreislinie das in Bezug auf die vorausgesetzten schrägen Ebenen umgelegte Auge des Beschauers in genau demselben Sinne, in dem sie nach früher Gesagtem das in Bezug auf horizontale Ebenen umgelegte Auge des Beschauers überschreitet, ist also für obige zwei Umlegungen — für A′ und A″ — *ein zweiter geometrischer Ort.*

Die möglichen zwei Schnitte zwischen obiger Normalen und dieser Kreislinie — d. i. *A′ und A″ — sind sonach das in Bezug auf die vorausgesetzten schrägen $Acc^l$-ebenen unten- und obenhin in die Bildfläche umgelegte Auge des Beschauers.*

Demzufolge sind die Verbindenden A′ $Acc^l$ und A″ $Acc^l$ die entsprechenden Umlegungen des $Acc^l$-strahles und die Verbindenden A′ $Acc^{r\,Acc^l\text{-}s}$ und A″ $Acc^{r\,Acc^l\text{-}s}$ diejenigen des $Acc^{r\,Acc^l\text{-}s}$-strahles, während A′ $Dg^{Acc^l\text{-}s}$ und A″ $Dg^{Acc^l\text{-}s}$ — Linien, die bezw. die von den vorgenannten Umlegungen in A′ und A″ gebildeten rechten Winkel halbieren — die entsprechenden Umlegungen des zugehörigen $Dg^{Acc^l\text{-}s}$-strahles sind. A′ $Dl^{Acc^l\text{-}s}$ und A″ $Dl^{Acc^l\text{-}s}$ und A′ $Dr^{Acc^l\text{-}s}$ und A″ $Dr^{Acc^l\text{-}s}$ — Linien, die bezw. von A′ und A″ aus links- und rechtshin gegen die $Acc^l$-schräge unter Winkeln von 45° verlaufen — sind des ferneren die entsprechenden Umlegungen der $D^{Acc^l\text{-}s}$-strahlen und A′ $P^{Acc^l\text{-}s}$ und A″ $P^{Acc^l\text{-}s}$ diejenigen des $P^{Acc^l\text{-}s}$-strahles.

All die Umlegungen in A′, sowie all diejenigen in A″ haben für unsere $Acc^l$-schräge und die in ihr verschwindenden Ebenen dieselbe Bedeutung, die ein genau unten-oder obenhin in die Bildfläche umgelegtes volles Parallelstrahlendreieck für den Horizont und die in ihm verschwindenden Ebenen hat, sind also *das in unserer Aufgabe geforderte in die Bildfläche umgelegte volle Parallelstrahlendreieck.*

Wären in einem Bilde, für das die in Fig. 24, Taf. VIII, vorhandenen Verschwindelinien und Verschwindepunkte in Frage kämen, Acc$^{l}$-linien zu messen, so hätte man bei horizontaler Masslinienrichtung $M^{H}$, bei schräger, der Acc$^{l}$-schrägen paralleler Masslinienrichtung $M^{Acc^{l}\text{-s}}$ als Messpunkt zu verwenden. Wären Acc$^{r\,Acc^{l}\text{-s}}$-linien zu messen, so hätte man bei horizontaler Masslinienrichtung $M'^{H}$, bei schräger, der Acc$^{l}$-schrägen paralleler Masslinienrichtung $M'^{Acc^{l}\text{-s}}$ als Messpunkt zu benützen. Und wären Acc$^{r}$-linien zu messen, so hätte man bei horizontaler Masslinienrichtung $M''^{H}$, bei schräger, der Acc$^{l}$-schrägen paralleler Masslinienrichtung $M''^{Acc^{l}\text{-s}}$ als Messpunkt zu gebrauchen.

Hättest du in Mot. 13, Taf. IV, dessen Acc$^{l}$-punkt bekanntlich nicht zugänglich ist, auf den schrägen Acc$^{l}$-flächen a′ d′ VIII″ f und b′ c′ III″ e geometrische Muster zu entwerfen, für deren Entwickelung ausser Acc$^{l}$ und Acc$^{r\,Acc^{l}\text{-s}}$ noch andere auf der Acc$^{l}$-schrägen gelegene Verschwindepunkte erforderlich wären, so hättest du behufs der Ermittelung dieser Punkte auch in solchem Falle, d. i. *bei nicht zugänglichem Acc$^{l}$-punkt*, für schräge Acc$^{l}$-flächen eine Umlegung des Auges des Beschauers aufzuzeichnen. Diese Umlegung zu finden, verfahre folgendermassen:

Mot. 13, Taf. IV. Bestimme auf P Acc$^{r\,Acc^{l}\text{-s}}$ den $^{1}/_{4}$Acc$^{r\,Acc^{l}\text{-s}}$-punkt und ziehe die Verbindende $^{1}/_{4}$Acc$^{l}$ $^{1}/_{4}$Acc$^{r\,Acc^{l}\text{-s}}$; *sie ist die $^{1}/_{4}$Acc$^{l}$-schräge.* Lege zu dieser eine geometrisch Parallele durch Acc$^{r\,Acc^{l}\text{-s}}$; *sie ist die Acc$^{l}$-schräge.*

Lege zu den gewonnenen zwei Parallelen die den Hauptpunkt passierende Normale; *sie schneidet die Parallelen bezw. in P$^{1/_4 Acc^{l}\text{-s}}$ und P$^{Acc^{l}\text{-s}}$.* Lege um $^{1}/_{4}$Acc$^{l}$ einen Kreis, dessen Halbmesser der $^{1}/_{4}$Acc$^{l}$-strahl ist; *er — ein $^{1}/_{4}$-Messkreis — schneidet die Normale in $^{1}/_{4}$A′ und $^{1}/_{4}$A″.* Nimm P$^{1/_4 Acc^{l}\text{-s}}$ $^{1}/_{4}$A′ (oder P$^{1/_4 Acc^{l}\text{-s}}$ $^{1}/_{4}$A″) in den Zirkel und trage das Mass auf der Normalen von P$^{Acc^{l}\text{-s}}$ aus abwärts viermal auf; *du gewinnst A′, das in Bezug auf die schrägen Acc$^{l}$-flächen a′ d′ VIII″ f und b′ c′ III″ e untenhin in die Bildfläche umgelegte Auge des Beschauers.*

An A′ P$^{Acc^{l}\text{-s}}$ sind die entsprechenden Umlegungen des Acc$^{l}$-, des Acc$^{r\,Acc^{l}\text{-s}}$-, des Dg$^{Acc^{l}\text{-s}}$-, des Dl$^{Acc^{l}\text{-s}}$- und des Dr$^{Acc^{l}\text{-s}}$-strahles, wie bekannt, anzutragen, um das obigen Acc$^{l}$-flächen zugehörige *in die Bildfläche umgelegte volle Parallelstrahlendreieck* und damit auch die *noch ermangelnden Verschwindepunkte* Dg$^{Acc^{l}\text{-s}}$, Dl$^{Acc^{l}\text{-s}}$ und Dr$^{Acc^{l}\text{-s}}$ zu gewinnen, während *jeglicher* etwa *benötigte M$^{Acc^{l}\text{-s}}$-punkt* wieder entweder direkt durch das Legen des bezüglichen *ganzen* oder indirekt durch das Legen des bezüglichen *Teil*-Messkreises bestimmt werden müsste.

Würde in Fig. 24, Taf. VIII, der Horizont von der schrägen Verschwindelinie nicht in Acc$^{l}$, sondern in *einem der beiden Distanzpunkte* geschnitten, so hätte man es nicht mit schrägen Acc$^{l}$-, sondern mit *schrägen Distanzebenen* zu thun, und es würde *eines der beiden Distanzsysteme als einziges horizontales Liniensystem* innerhalb der durch die schräge Verschwindelinie bedingten schrägen Ebenen gelegen sein, *vermittelst dessen Parallelstrahles*, wie man nun wohl erkannt hat, *Umlegungen des Auges des Beschauers in Bezug auf solche Ebenen allein möglich sind.*

Wäre in Fig. 24, Taf. VIII, nur der Horizont und die schräge Verschwindelinie, sowie die Distanz A P an beliebiger Stelle des Horizontes gegeben und die Aufgabe gestellt: die Umlegungen des Auges in Bezug auf die durch die schräge Verschwindelinie bedingten schrägen Ebenen zu zeichnen, so würde zu dem Schnitt zwischen dem Horizont und der schrägen Verschwindelinie *als dem einen der beiden Acc- bez. D-punkte des vorauszusetzenden genau unten- oder obenhin in die Bildfläche umgelegten Parallelstrahlendreieckes* erst noch der zugehörige *andere Acc- bez. D-punkt* bestimmt werden müssen, bevor auf die oben beschriebene Weise verfahren werden könnte.

Das Spiegelbild der Sonne dürfte ausschliesslich bei Wasserspiegelungen zur Darstellung kommen. Und in solchen liegt es jederzeit genau so weit *unterhalb* des Horizontes der Wirklichkeit, sohoch die Sonne über diesem steht. — Sonach hat man behufs der Ermittelung der Perspektive des Spiegelbildes der Sonne vom Mittelpunkte des Sonnenbildes eine Senkrechte auf den Bildflächenhorizont zu fällen, dieselbe untenhin um sich selbst zu verlängern und um ihren Endpunkt einen Kreis zu ziehen, dessen Halbmesser dem des Sonnenbildes gleich ist. — Dasselbe gilt auch vom Spiegelbilde des Mondes.

Bei gewellter Spiegelfläche wirkt jede einzelne Welle derselben als ein besonderer Spiegel. Die Gesamtheit der Spiegelungen solcher Wellen zeigt sich dem Beschauer nur als eine mehr oder weniger undeutliche — verschwommene — Wiedergabe des sich spiegelnden Originalgebildes. — Die durch eine gewellte Spiegelfläche bewirkte Verundeutlichung des Spiegelbildes tritt am greifbarsten in die Erscheinung an den Spiegelbildern starker Lichtquellen, z. B. der Sonne, des Mondes und der Uferlaterne in dunkler Nacht. Das Gesamtspiegelbild lässt hier die Gestalt des sich spiegelnden Originals kaum noch erkennen und wird um so undeutlicher, je höher die Wellenberge und je tiefer die Wellenthäler der Spiegelfläche sind — wird zum kometenartigen Streifen, der den Glanzpunkt am fernen Ende hat.

---

IV. Abschnitt.

# Die Luftperspektive.

## A. Theorie.

Die Linien-, die Schatten- und die Spiegelperspektive lehren insgesamt, wie Gegenstände, Schlagschatten und Spiegelbilder nach ihren Umgrenzungslinien in Perspektive zu setzen sind. — Gegenstände, Schlag- (und Körper-) schatten und Spiegelbilder nach der Intensität von Licht, Schatten und Farbe in Perspektive zu setzen, lehrt die **Luftperspektive.**

### I. Die Luftperspektive in Bezug auf Licht und Schatten — auf einfarbige schattierte Bilder.

**1. Das Gesetz von der Luftperspektive:** Die Intensität des Lichtes und des Schattens einer Fläche nimmt scheinbar in dem Masse ab, in dem sich die Fläche vom Auge des Beschauers entfernt.

Fig. 25, Taf. VIII, stellt drei tiefenwärts bis ins Unendliche sich erstreckende Rechtecke dar, von denen das eine, das Rechteck b P c, bloss zufolge gewisser Beleuchtung existiert. Jede dieser Rechteckflächen ist — Sonnenbeleuchtung angenommen — in Wirklichkeit in jeder beliebigen Tiefe gleich hell bez. gleich dunkel. Es ist also die Fläche e P d, die direkt beleuchtet ist, in Wirklichkeit in jeder beliebigen Tiefe gleich viel hell, die Fläche b P c, die den von a P b verursachten Schlagschatten vorstellt, gleich viel dunkel und die Fläche a P b, die für direkte Lichtstrahlen nicht erreich- und somit auch nicht direkt beleuchtbar ist, gleichmässig dunkel. Scheinbar aber ist die Licht- und Schattenstärke solcher Flächen in den verschiedenen Tiefen verschieden.

Fassen wir z. B. die durch zwei unsern senkrechten Flächen analog gestellte und beleuchtete Häuserreihen bedingte Verteilung von Licht und Schatten näher ins Auge, so nehmen wir wahr, dass der von der linken Reihe verursachte Schlagschatten in der Nähe sehr — deutlich — in der Ferne wenig — weniger deutlich — dunkel und die rechte Reihe in der Nähe sehr — deutlich — in der Ferne wenig — weniger deutlich — hell erscheint. Entsprechendes gilt von der scheinbaren Stärke des Körperschattens der linken Häuserreihe. Und wären die Häuserreihen nach der Tiefe hin bis ins Unendliche fortgesetzt, so würden wir wahrnehmen, dass die scheinbare Stärke — Deutlichkeit — von Licht und Schatten an unendlich fernen Partien gleich 0, dass also selbst der Unterschied zwischen Licht und Schatten verschwunden wäre.

Diese Erscheinung rührt daher, dass zwischen dem Auge des Beschauers und fernen Naturgegenständen mehr das deutliche Sehen beeinträchtigende Luft vorhanden ist als zwischen ebenjenem Auge und nahen Objekten.

Jegliche zufolge des Gesetzes von der Luftperspektive hervorgerufene Abtönung in der Stärke von Licht und Schatten beruht ausschliesslich auf dem Einflusse der atmosphärischen Luft und ist eine scheinbare.

2. **Das Gesetz von der Reflexion:** Beleuchtete Flächen und erleuchtete Luftmassen besitzen die Fähigkeit, je nach dem Grade ihrer Helligkeit grössere oder geringere Lichtmengen in ihre Umgebung auszustrahlen — Licht zu reflektieren.

Oben hiess es: Die Fläche a P b sei für direkte Lichtstrahlen nicht erreich- und darum auch nicht direkt beleuchtbar. Das lässt vermuten, dass ein Aufhellen der Fläche trotzdem stattfindet. Und es ist das der Fall; und zwar ist das Licht, das ihre Dunkelheit mindert, zurückgeworfenes oder Reflexlicht. Demzufolge ist die genannte Fläche um etwas weniger dunkel als die Schlagschattenfläche b P c. Zwar empfängt auch diese eine gewisse Menge reflektierter Lichtstrahlen, indes nicht eine ebensogrosse, wie sie die Fläche a P b aufnimmt; denn diese wird getroffen von Reflexlicht, das die Flächen d P e und c P d zurückstrahlen, jene aber nur von solchem, das die Fläche d P e abgiebt.

Gebogene Flächen erfahren durch diese Reflexion zugleich eine Abtönung in der Stärke von Licht und Schatten, was daher rührt, dass parallele Lichtstrahlen — und zwar direkte sowohl, wie indirekte — solchen Flächen unter verschiedenen Winkeln begegnen.

Überdies werden Licht- und Schattenflächen auch durch solche Reflexionsstrahlen aufgehellt, die die benachbarte erleuchtete Atmosphäre gegen sie ausstrahlt. Zufolge solcher Ausstrahlung ist z. B. die Schlagschattenfläche b P c in der Nähe ihrer äusseren Grenze weniger dunkel als in der Nähe der schattenwerfenden Fläche, ist also gleichfalls abgetönt.

Zurückgeworfene Lichtstrahlen der bisher besprochenen Art können die volle Wirkung direkter Lichtstrahlen nicht erreichen.

Ist jedoch die reflektierende Fläche ein Spiegel, so steht die Wirkung der Reflexionsstrahlen derjenigen direkter Lichtstrahlen kaum nach, übertrifft sie sogar, wenn der Spiegel konkav ist.

Fallen die Reflexionsstrahlen einer Spiegelfläche in unser Auge, so sehen wir in der Richtung, aus der sie kommen, Glanzlicht.

Jegliche zufolge des Gesetzes von der Reflexion hervorgerufene Aufhellung und Abtönung in der Stärke von Licht und Schatten unterliegt nur teilweise dem Einflusse der atmosphärischen Luft und ist eine wirkliche.

**3. Das Gesetz vom Kontrast:** Gleichmässig dunkle (Schatten-) und gleichmässig helle (Licht-) Flächen erscheinen in der Nachbarschaft von helleren Flächen ein wenig dunkler und in der Nachbarschaft von dunkleren Flächen ein wenig heller, als sie wirklich sind.

Diesem wichtigen Satze gemäss erscheint z. B. die Körperschattenfläche a P b in der Nachbarschaft der noch dunkleren Schlagschattenfläche b P c um ein wenig heller, als sie wirklich ist.

Jegliche zufolge des Gesetzes vom Kontrast hervorgerufene Abtönung in der Stärke von Licht und Schatten steht nicht mehr im Zusammenhange mit dem Einflusse der atmosphärischen Luft, sondern beruht auf optischer Täuschung. Auch sie ist eine scheinbare.

## II. Die Luftperspektive in Bezug auf Licht, Schatten und Farbe — auf mehrfarbige schattierte Bilder.

Soweit es die Perspektive mit einfarbigen schattierten Darstellungen zu thun hat, kommen andere als die unter I verzeichneten Auseinandersetzungen über Luftperspektive nicht in Betracht; für mehrfarbige schattierte Bilder aber gelten überdies folgende Sätze:

**1. Das Gesetz von der Luftperspektive:** Die Intensität der Farbe einer Fläche nimmt scheinbar in dem Masse ab, in dem sich die Fläche vom Auge des Beschauers entfernt.

**A.** Die Sonne (Weiss) erscheint bei schönem Wetter,

- **a.** durch sehr reine Luft gesehen, als das glanzvollste Weiss (die Mittagssonne in tropischer Gegend),
- **b.** durch weniger reine, mässig wasserdampfhaltige Luft gesehen, als ein gelbliches Weiss (die Vor- und Nachmittagssonne in nordischer Gegend),
- **c.** durch unreine, wasserdampfreiche Luft gesehen, als ein blosses Gelb (die Abendsonne in jeglicher Gegend), und
- **d.** durch dicken Rauch oder schwarzes Glas gesehen, als ein dunkles Rot (die durch Rauch verdunkelte Fabrikstadtsonne).

**B.** Der unendliche Weltenraum (Schwarz) erscheint bei schönem Wetter,

- **a.** durch sehr reine, wenig erleuchtete Luft gesehen, als ein bläuliches Schwarz (nächtlicher Himmel),
- **b.** durch sehr reine, erleuchtete Luft gesehen, als ein dunkles Blau (tropischer Himmel),
- c. durch weniger reine, mässig wasserdampfhaltige erleuchtete Luft gesehen, als ein helles Blau (nordischer Himmel), und
- **d.** durch unreine, wasserdampfreiche erleuchtete Luft gesehen, als ein bläuliches Grau (horizontnahe Partien des Himmels).

Die unter A und B beregten Erscheinungen sind bezw. dieselben, die wir an Weiss (Licht) und Schwarz (Lichtabwesenheit) und entsprechend auch an den übrigen Farben beobachten können, wenn wir sie bald aus geringer, bald aus weiter Ferne zu sehen bekommen, vermögen somit die eigenartige Umstimmung zu kennzeichnen, die eine Farbe zufolge des Gesetzes von der Luftperspektive erfährt.

Jegliche zufolge des Gesetzes von der Luftperspektive hervorgerufene Umstimmung einer Farbe beruht ausschliesslich auf dem Einflusse der atmosphärischen Luft und ist eine scheinbare. — Jener Einfluss jedoch ist seiner Stärke nach „unendlich vielen Motifikationen unterworfen.“ — „Die Jahres- und Tageszeit, die Beschaffenheit des Wetters, Dünste, Wärme, Kälte, Wolken, Rauch, Staub und tausend andere Zufälligkeiten haben einen beständigen Einfluss hierauf. Hier tritt ganz besonders der Fall ein, dass sich der Künstler durch ein aufmerksames Studium der Natur in Verbindung mit einem gebildeten Geschmacke leiten lasse.“ Hetsch.

2. **Das Gesetz von der Reflexion:** Beleuchtete Flächen und erleuchtete Luftmassen senden, wenn sie eine rote Farbe haben, rote, wenn sie eine blaue Farbe haben, blaue, wenn sie eine grüne Farbe haben, grüne u. s. w. Reflexionsstrahlen aus und erzeugen Reflexe, die je nach der Stärke der Grundfärbung der reflexempfangenden Flächen mehr oder weniger einen Schein bezw. ins Rote, ins Blaue, ins Grüne u. s. w. aufweisen.

Jegliche zufolge des Gesetzes von der Reflexion hervorgerufene Umstimmung einer Farbe unterliegt nur teilweise dem Einflusse der atmosphärischen Luft und ist eine wirkliche.

3. **Das Gesetz vom Kontrast:** Zwei nebeneinander stehende Farben „heben“ einander, wenn sie Kontrastfarben sind, und „hemmen“ einander, wenn sie es nicht sind.

Steht z. B. Rot neben der zugehörigen Kontrastfarbe Grün, so lässt es diese kräftiger und brillanter erscheinen, als sie wirklich ist; und wiederum Grün lässt das ihm benachbarte und mit ihm kontrastierende Rot kräftiger und brillanter erscheinen, als dies wirklich ist. Steht aber neben Rot eine Nicht-Kontrastfarbe, z. B. Orange, so beeinträchtigen beide einander in ihrer Wirkung.

Jegliche zufolge des Gesetzes vom Kontrast hervorgerufene Umstimmung einer Farbe steht nicht mehr im Zusammenhange mit dem Einflusse der atmosphärischen Luft, sondern beruht auf optischer Täuschung. Auch sie ist eine scheinbare.

Fassen wir das über Luftperspektive Gesagte noch einmal zusammen, so gelangen wir zu folgendem Schlusssatz:

I. Bei einfarbigen schattierten Bildern hat man zu rechnen mit einer dreifachen Abtönung und einer einfachen Aufhellung in der Stärke von Licht und Schatten, nämlich

1. mit der scheinbaren Abtönung zufolge des Gesetzes von der Luftperspektive,
2. mit der wirklichen Aufhellung und Abtönung zufolge des Gesetzes von der Reflexion und
3. mit der scheinbaren Abtönung zufolge des Gesetzes vom Kontrast.

II. Bei mehrfarbigen schattierten Bildern hat man zu rechnen

a. mit einer dreifachen Abtönung und einer einfachen Aufhellung in der Stärke von Licht und Schatten wie unter I und

b. mit einer dreifachen Umstimmung der Farbe, nämlich

1. mit der scheinbaren Umstimmung zufolge des Gesetzes von der Luftperspektive,
2. mit der wirklichen Umstimmung zufolge des Gesetzes von der Reflexion und
3. mit der scheinbaren Umstimmung zufolge des Gesetzes vom Kontrast.

Noch erübrigt, dieser Zusammenfassung hinzuzufügen, dass der Künstler bei angenommener Sonnenbeleuchtung in erster Linie zu rechnen hat mit dem Einflusse, der zufolge der Gesetze von der Luftperspektive, bei angenommener Kerzenbeleuchtung aber mit dem, der zufolge der Gesetze von der Reflexion und der Gesetze vom Kontrast bemerkbar ist. Und das ist es, was der Stimmung in Gemälden mit künstlicher Beleuchtung einen wesentlich anderen Charakter verleiht, als ihn die Stimmung solcher aufweist, denen natürliche Beleuchtung zu Grunde gelegt wurde.

---

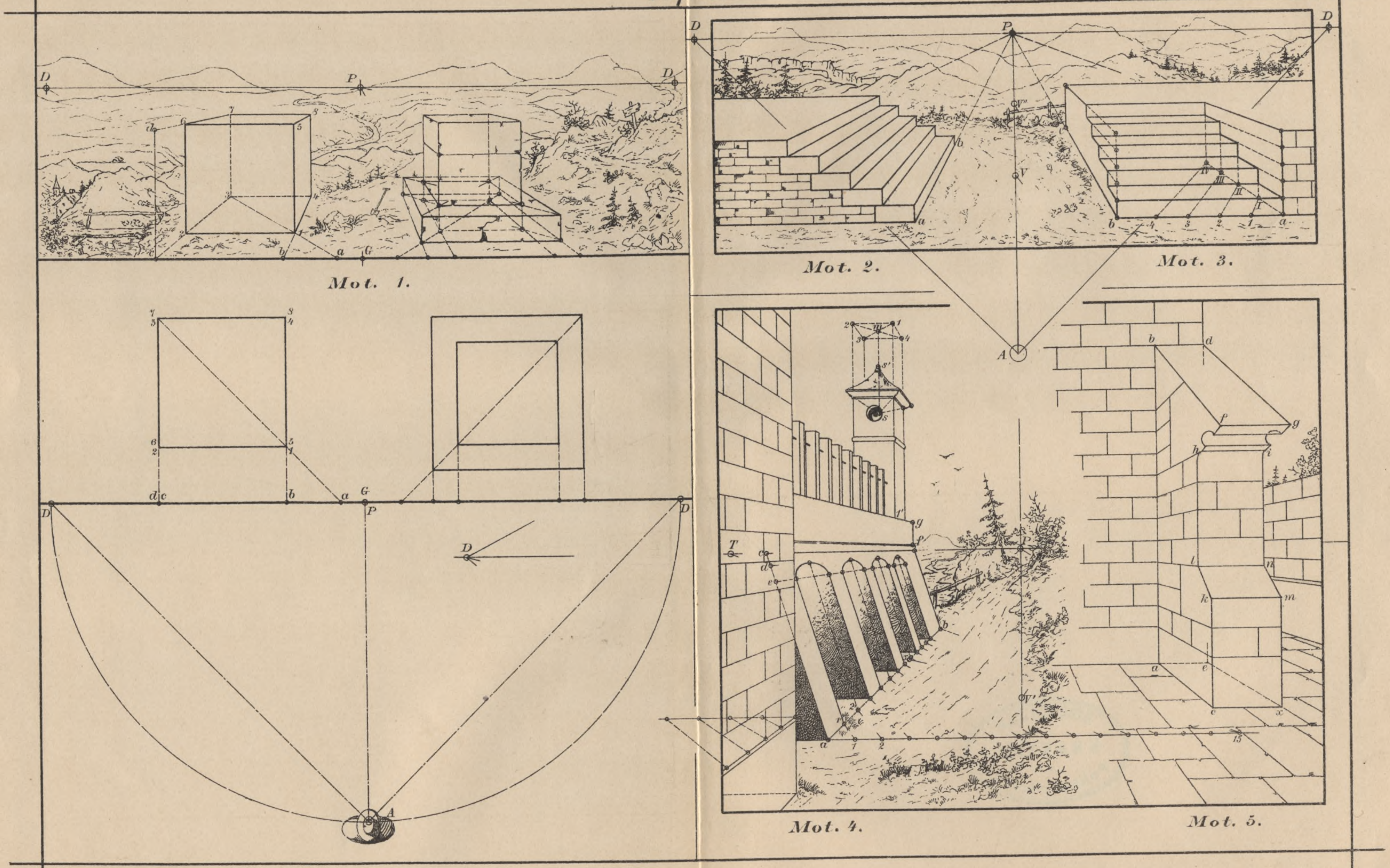
## B. Praxis.

Perspektivische Darstellungen nach den vorstehenden Regeln in Wirkung zu setzen, ist eine ebenso unerlässliche, wie dankbare Aufgabe des Anfängers sowohl, wie des ausübenden Künstlers. Darum ist der Perspektivjünger von Anfang an zu nötigen, seiner Zeichnung auch dadurch den Schein des Räumlichen zu geben, dass er nahe liegende Kanten stark und deutlich, fern liegende weniger stark und weniger deutlich zeichnet, und dass er vorkommende Schattierungen im Vordergrunde kräftig und bestimmt, im Hintergrunde weniger kräftig und weniger bestimmt zum Ausdrucke bringt.

An den beigegebenen Mustermotiven ist das, wo es thunlich war, beachtet worden.

Druck von Julius Schiertz in Grimma.

Taf. I.



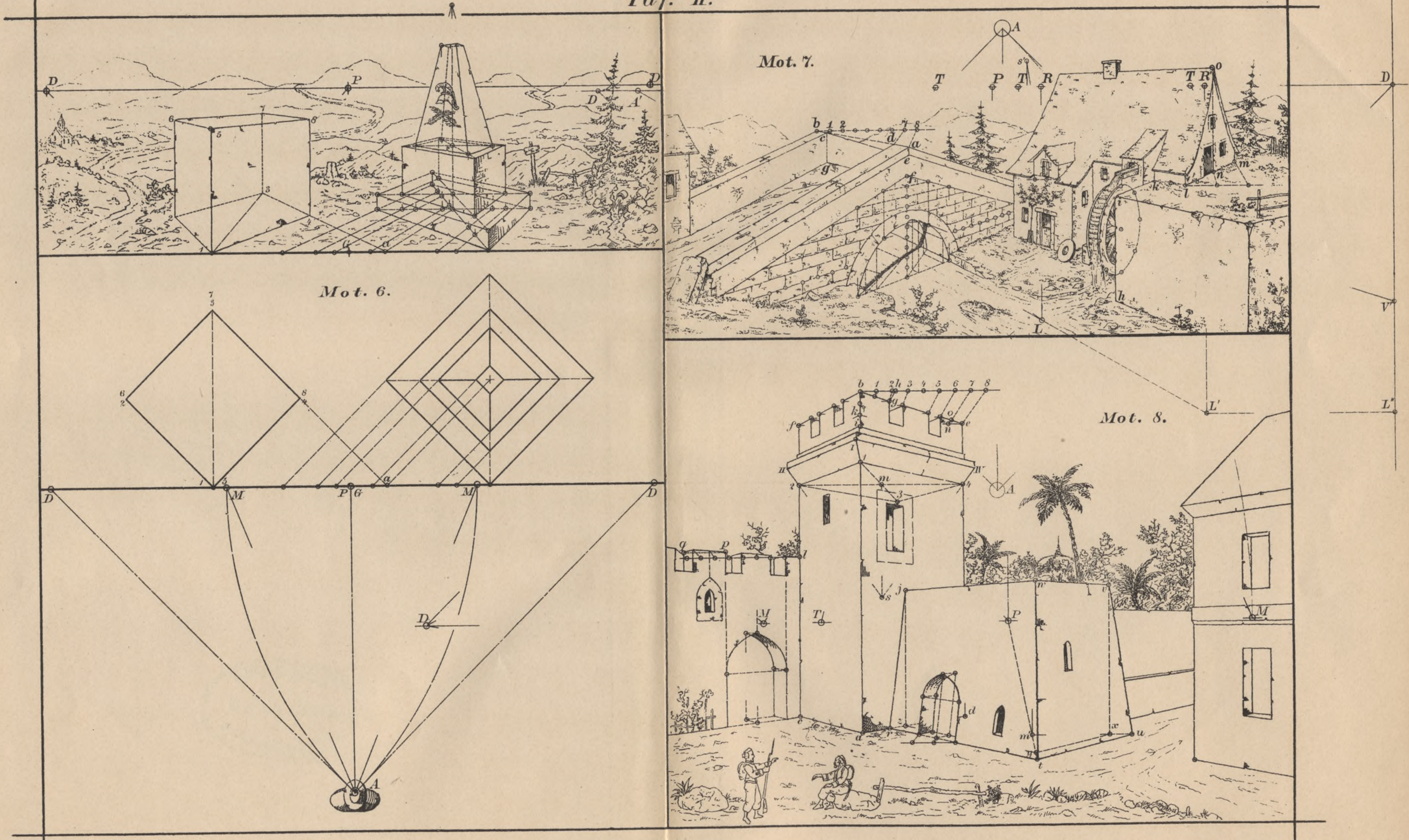
Mot. 1. Mot. 2. Mot. 3. Mot. 4. Mot. 5.



Photolith. u. Druck v. H. Haack, Leipzig.

Gez. v. P. Gehler.

## Taf. II.

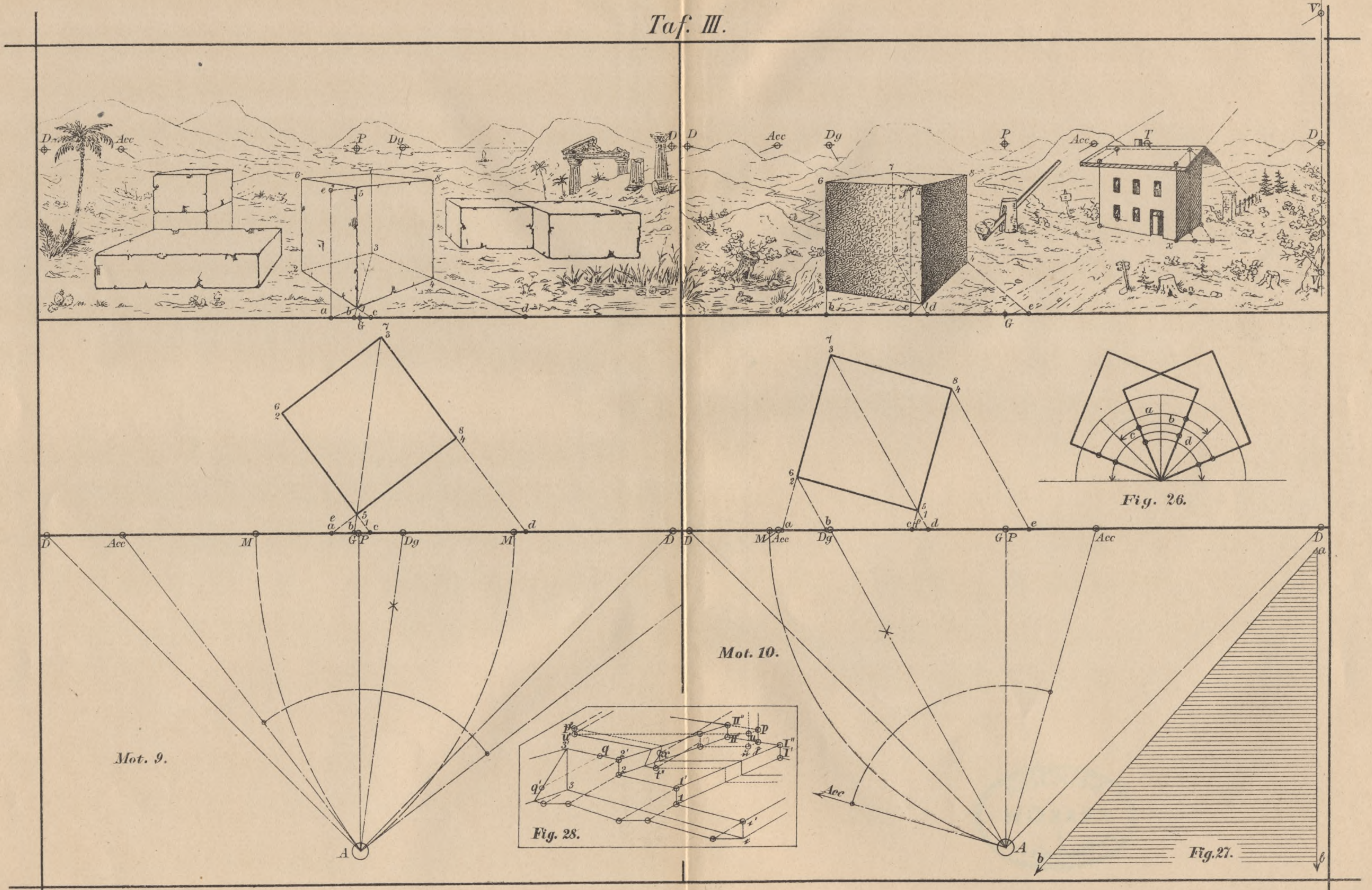





Photolith. u. Druck v. H. Haack, Leipzig.

Gez. v. P. Gehler.

# Taf. III.



Mot. 9.

Mot. 10.

Fig. 26.

Fig. 27.

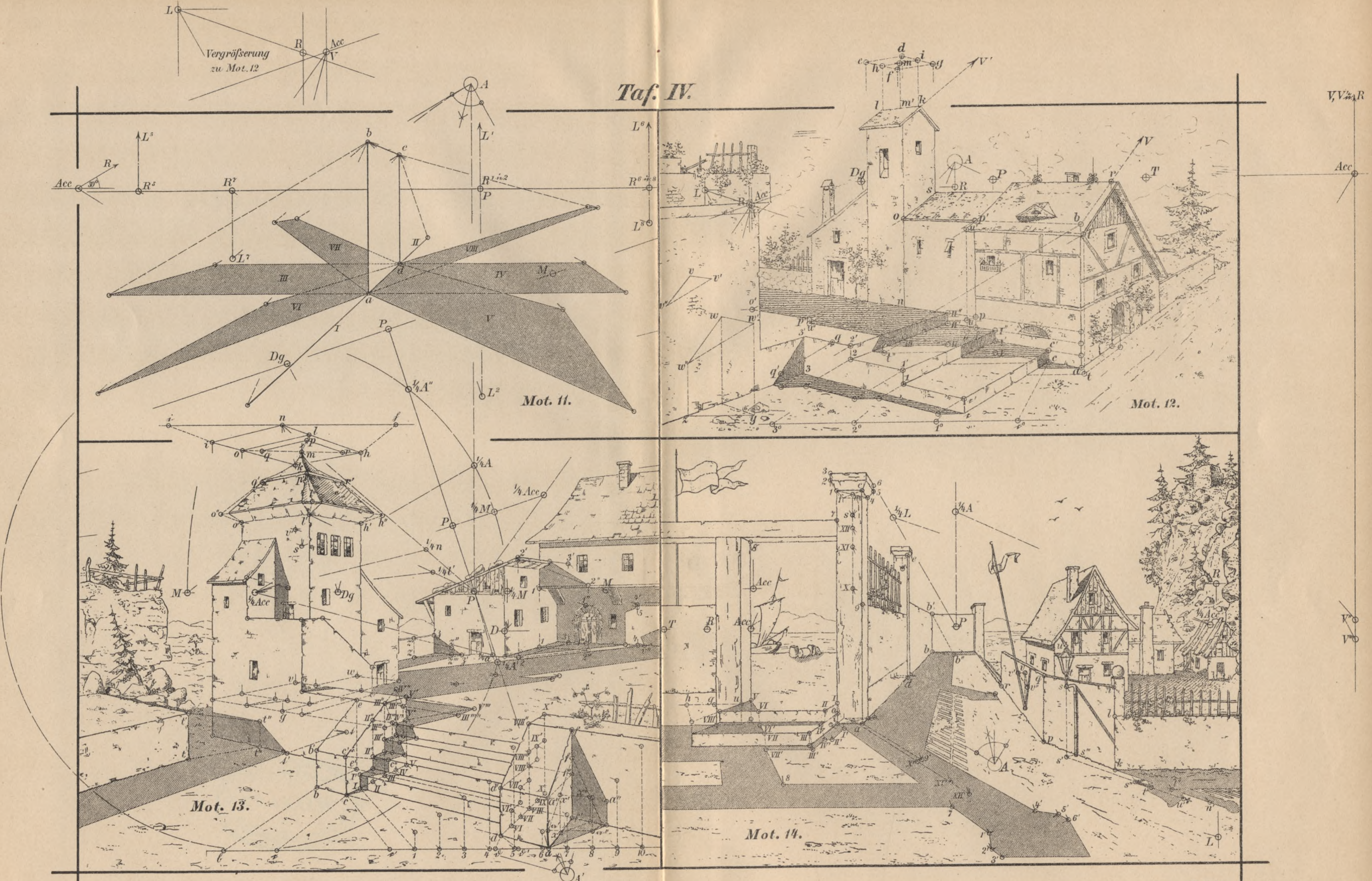
Fig. 28.



Photolith. u. Druck v. H. Haack, Leipzig.

Gez. v. P. Gehler.

# Taf. IV.






Photolith. u. Druck v. H. Haack, Leipzig.

Gez. v. P. Gehler.

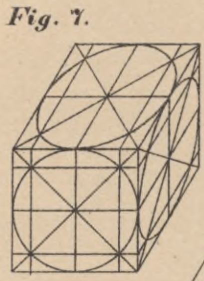


Fig. 7.

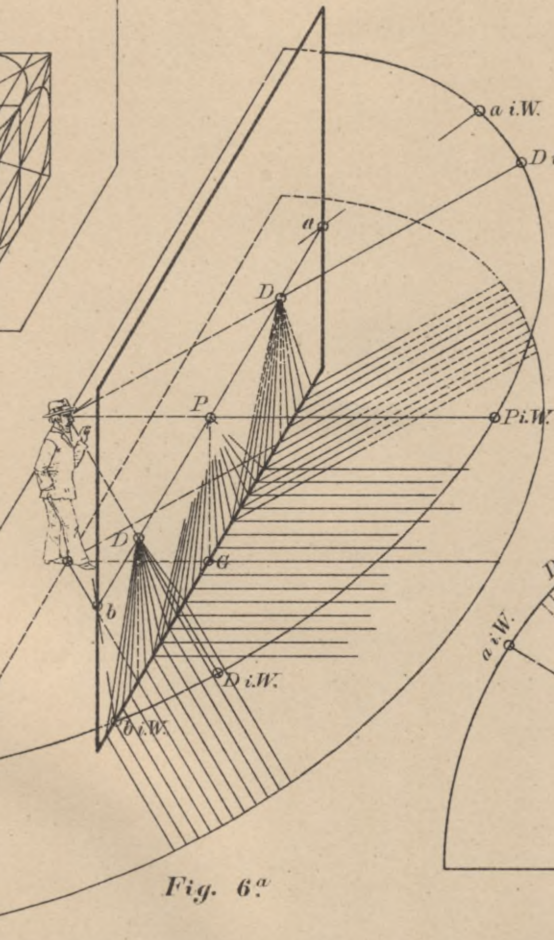


Fig. 6.a

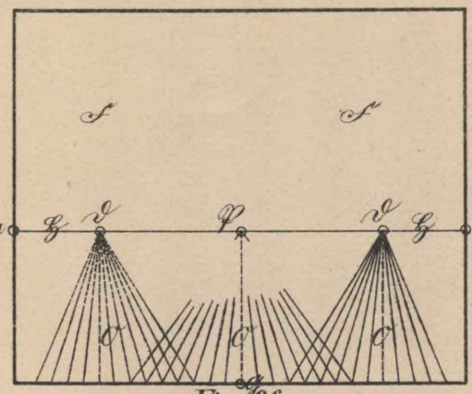


Fig. 6.c

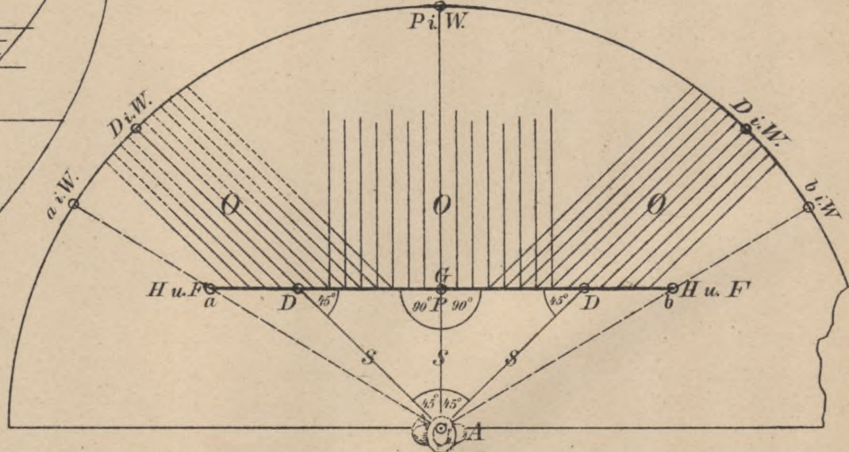
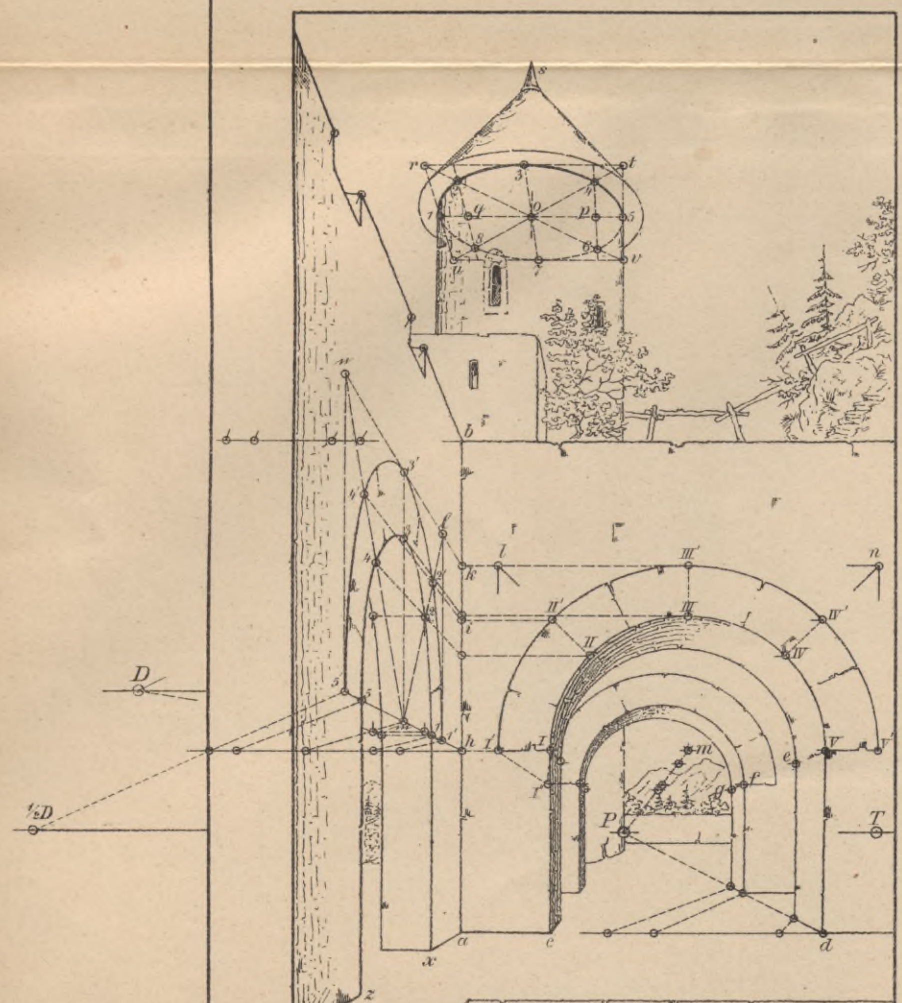
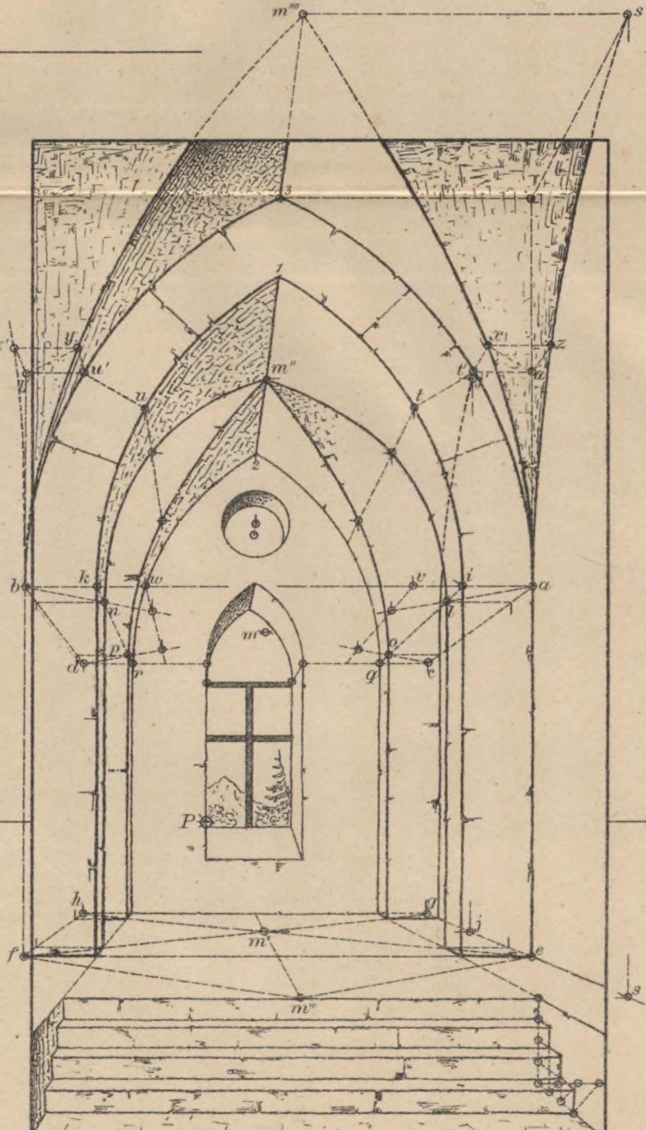


Fig. 6.b



Mot. 15.



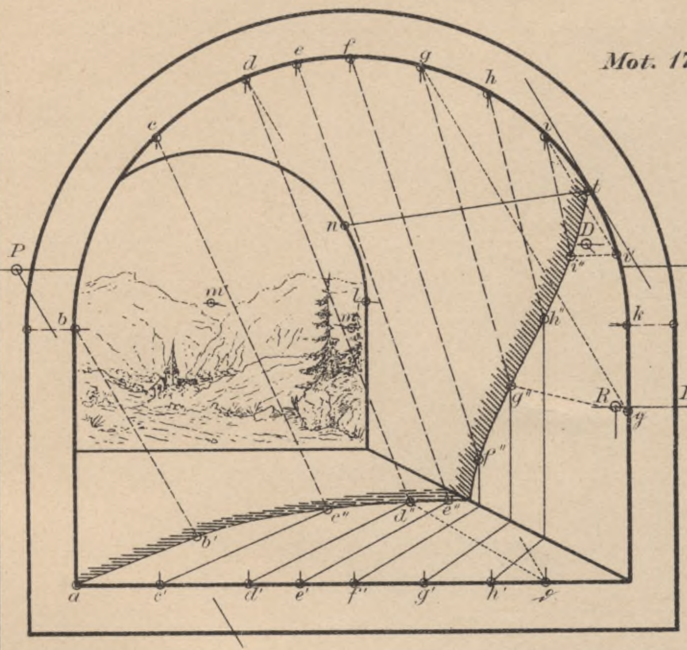
Mot. 16.



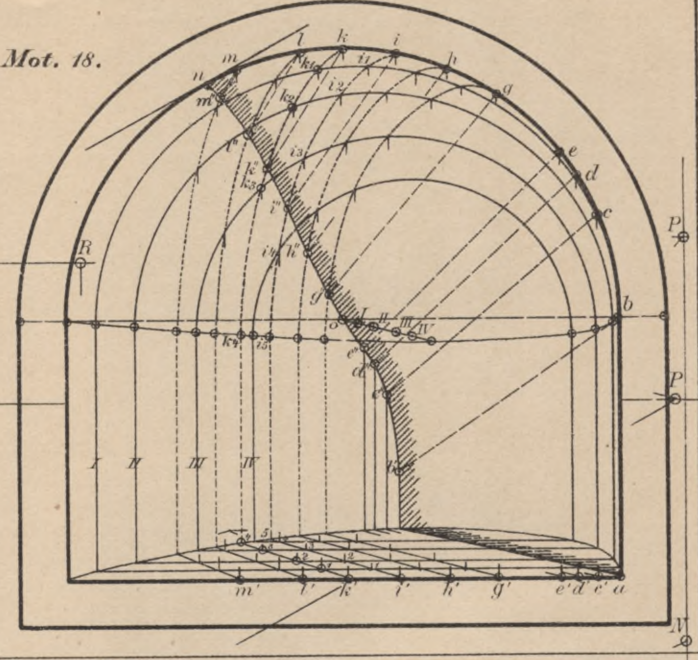
Photolith. u. Druck v. H. Haack, Leipzig.

Gez. v. P. Gehler.

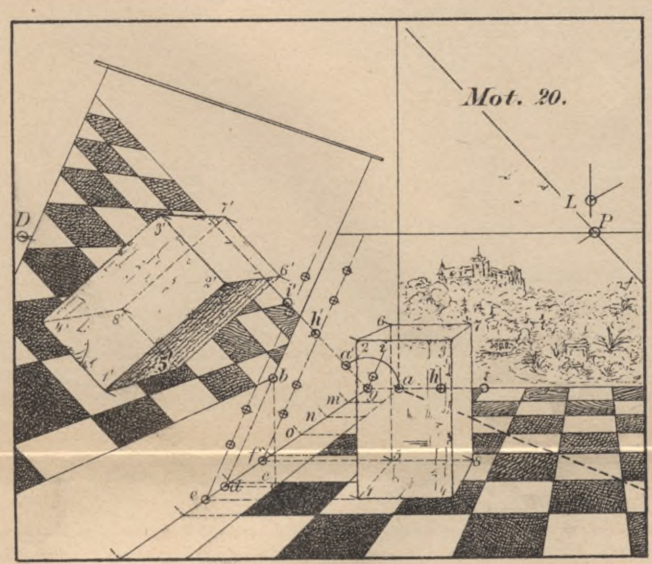
# Taf. VI.



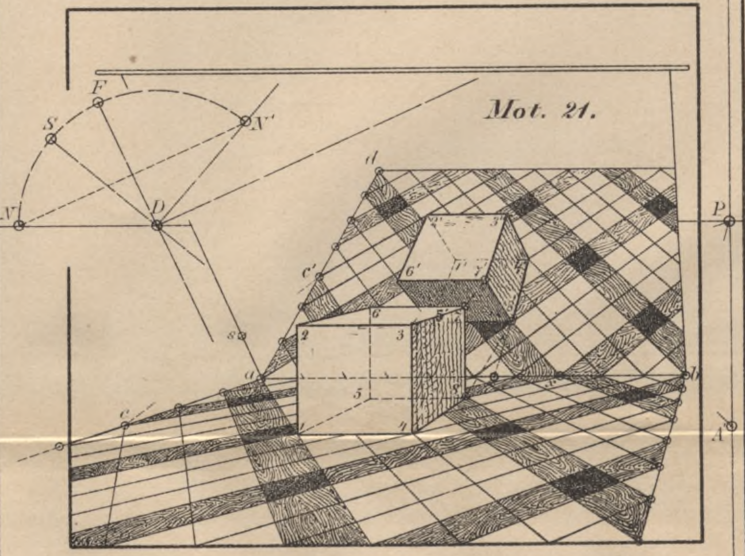
Mot. 17.



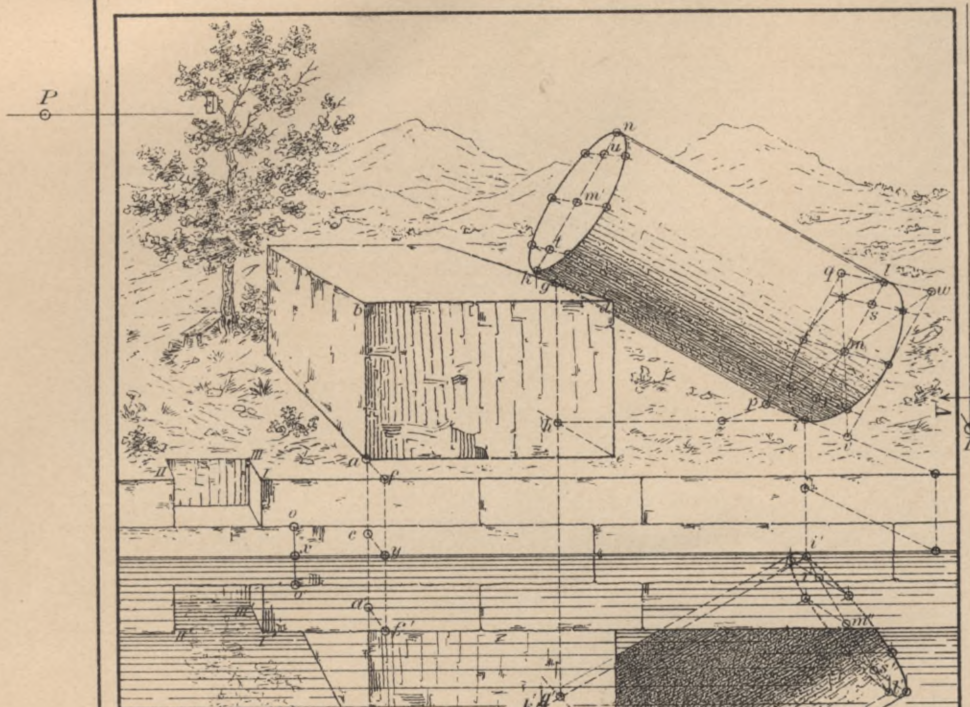
Mot. 18.



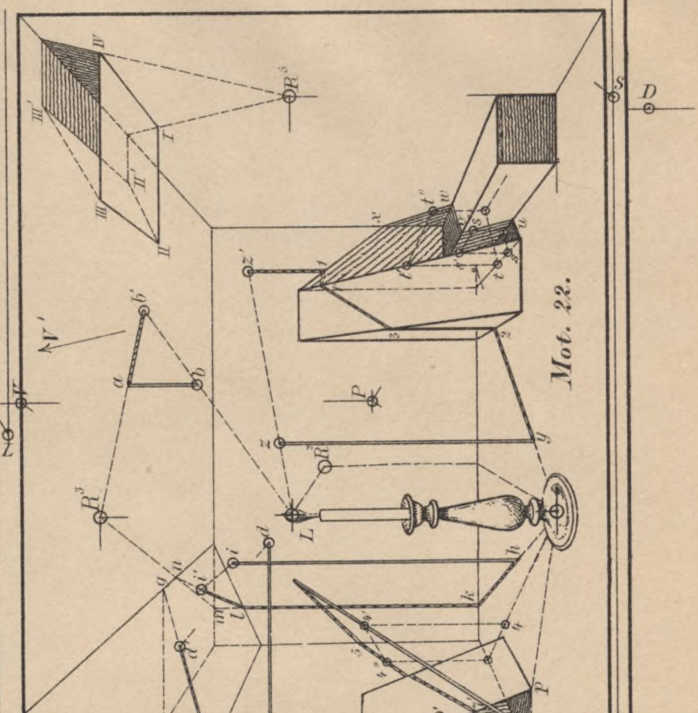
Mot. 20.



Mot. 21.



Mot. 19.



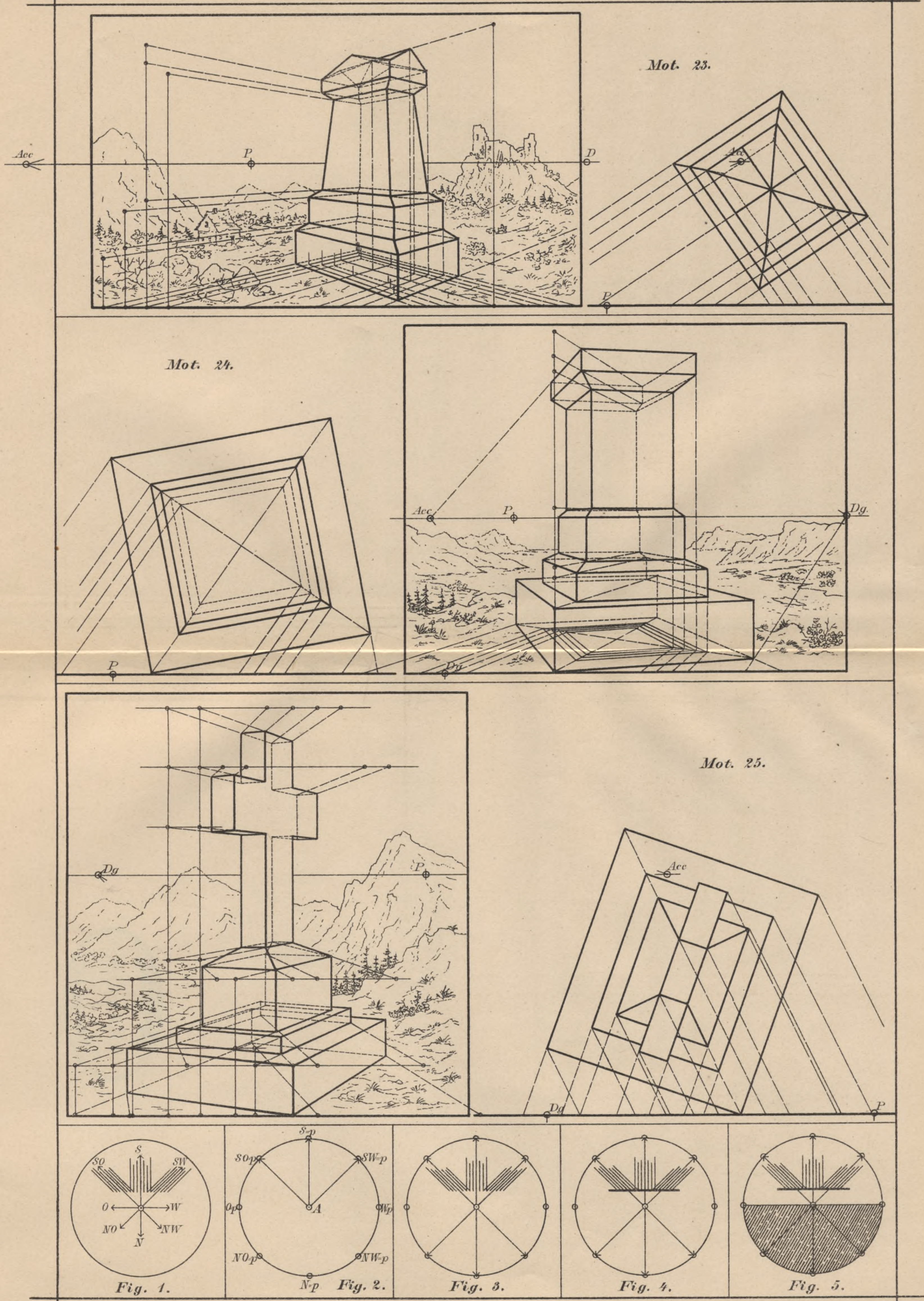
Mot. 22.

Gehler, Perspektive.

Photolith. u. Druck v. H. Haack, Leipzig.

Gez. v. P. Gehler.

# Taf. VII.

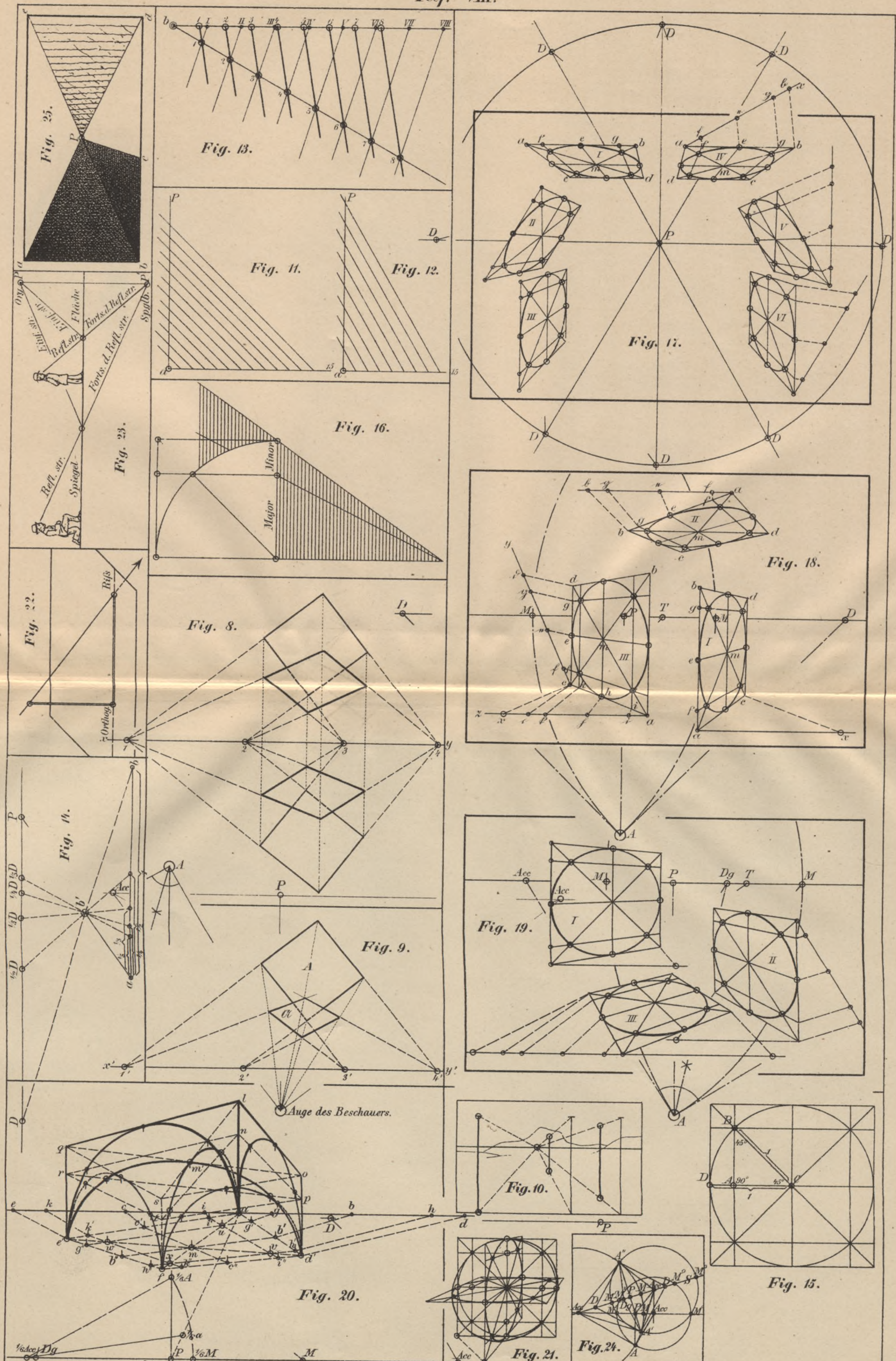



Gehler, Perspektive.

Gez. v. P. Gehler.

Photolith. u. Druck v. H. Haack, Leipzig.

# Taf. VIII.






Gez. v. P. Gehler.

Photolith. u. Druck v. H. Haack, Leipzig.