RESULTATE

AUS DER

THEORIE DES BRÜCKENBAUS

UND DEREN ANWENDUNG ERLÄUTERT DURCH

BEISPIELE

VON

PROFESSOR R. KROHN,
DOCENT AN DER KÖNIGL. TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU AACHEN.

ZWEITER THEIL.

BOGENBRÜCKEN.

MIT 147 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN UND
15 LITHOGRAPHIRTEN TAFELN.

LEIPZIG, 1883.
BAUMGÄRTNER'S VERLAGSBUCHHANDLUNG.

Vorwort.

Der vorliegende zweite Theil der „Resultate aus der Theorie des Brückenbaues“ umfasst das Gebiet der Bogenbrücken.

Die Grundsätze, welche für mich bei dieser Arbeit maassgebend waren, sind natürlich im Allgemeinen die nämlichen wie die, welche mich bei Bearbeitung des ersten Theiles leiteten und welche in der Vorrede zu diesem ausgesprochen sind. Auch bei der Zusammenstellung der Resultate aus der Theorie der Bogenbrücken habe ich versucht, die ableitenden Rechnungen der in diesem Buche gegebenen Formeln ihrem Gedankengange nach so weit in kurzen Worten zu scizziren, als zur verständnissvollen Anwendung der Resultate erforderlich ist. In ausführlich durchgerechneten Beispielen ist die Benutzung der allgemeinen Regeln und Gleichungen, auf welche an den betreffenden Stellen immer hingewiesen ist, gezeigt.

Das Material zur Berechnung von Bogenbrücken habe ich bei Weitem nicht so erschöpfend durchgearbeitet vorgefunden, als die im ersten Bande behandelte Theorie der Balkenträger. Eine einheitliche Fassung des ganzen Stoffes wird ferner dadurch erschwert, dass für manche Aufgaben die verschiedenartigsten Lösungen existiren, ohne dass bisher die Frage nach der empfehlenswerthesten Behandlungsweise genügend beantwortet wäre. Es erscheint mir deshalb geboten, hier in der Vorrede mit einigen Worten anzugeben, welche Methoden ich im vorliegenden Buche verwendet habe und zu erläutern, weshalb diese Methoden meiner Ansicht nach den Vorzug verdienen.

Zunächst muss ich erwähnen, dass alle Lösungen, welche die graphische Statik bietet, leider praktisch nicht anwendbar sind, da die Genauigkeit derselben für die vorliegenden Aufgaben durchaus unzureichend ist. Die Differenzen zwischen den Ordinaten der Bogenaxe und Stützlinie, auf deren Ermittlung es fast immer ankommt, sind im Verhältniss zu den übrigen Dimensionen so klein, dass selbst bei bedeutender Höhenverzerrung brauchbare Resultate kaum zu erzielen sind. Obgleich gerade bei der Berechnung von Bogenbrücken die graphischen Methoden sich den analytischen gegenüber durch Einfachheit auszeichnen, musste ich daher, wenn ich nicht rein akademische Lösungen geben wollte, durchweg die analytischen Methoden verwenden.

Als Einleitung ist die Biegungstheorie gekrümmter Balken in bekannter Weise kurz gegeben.

In dem folgenden grösseren Abschnitte A sind die Aufgaben behandelt: aus den gegebenen Lasten die Widerlagerreactionen und mit Hülfe dieser Werthe für einen beliebigen Bogenquerschnitt das Moment der äusseren Kräfte bezüglich der Schwerpunktsaxe, die Normalkraft und die Transversalkraft zu ermitteln.

Die Lösungen gestalten sich eleganter, wenn man statt des Momentes für den Axpunkt und der Normalkraft die Momente bezüglich der Kernpunkte des Querschnitts bestimmt; die Anwendung jedoch zur Berechnung vollwandiger Träger oder Gewölbe — und fast ausschliesslich für diese haben die in Rede stehenden Theorien Bedeutung — wird dann weniger bequem. Die Lage der Bogenaxe ist von vorne herein gegeben; die spätere Dimensionirung des Bogens gestaltet sich stets derart, dass die Axe nur wenig verschoben wird. Ueber die Lage der Kernlinien hingegen kann zu Anfang der Berechnung kaum eine auch nur angenähert zutreffende Annahme gemacht werden. Weicht nun die schliesslich sich ergebende Lage der Kernlinien wesentlich von derjenigen ab, für welche die Berechnung durchgeführt wurde, so ist man genöthigt, die ganzen Operationen zu wiederholen. Ich habe in Rücksicht hierauf die Kernlinien nur zur Bestimmung der ungünstigsten Belastungsart benutzt. Da eine geringe Verschiebung der Belastungsscheiden fast ohne Einfluss auf die Grösse der Spannungen ist, so wird man auf dem im vorliegenden Buche eingeschlagenen Wege jedenfalls mit einer einmaligen Durchrechnung eine genügende Annäherung erhalten.

Ferner habe ich in diesem Abschnitte allgemein die Annahme gemacht, dass ein durch den Bogen senkrecht zur Axe geführter Querschnitt die Lasten in der nämlichen Weise trenne, wie eine durch den Axpunkt des Schnittes gelegte Verticale. Bei Berechnung der Widerlagerreactionen ist man genöthigt, diese oder eine ähnliche Annahme zu machen, um überhaupt zum Ziele zu gelangen. Nachdem die Reactionen bestimmt sind, könnten allerdings die weiteren Ermittlungen — ohne dass sich dieselben dadurch wesentlich unbequemer gestalten würden — unter einer Annahme bezüglich der Lastentrennung durchgeführt werden, welche der Wirklichkeit besser entspricht. Ich habe aber gefunden, dass man die grössere Genauigkeit erzielt, wenn man die zuvor bei Bestimmung der Reactionen gemachte Voraussetzung nun auch consequent für alle weiteren Rechnungen beibehält.

Es ist zuerst der Bogen mit 3 Gelenken behandelt. Die ungünstigsten Stellungen eines Systems von Einzellasten werden mit Hülfe von Ungleichungen ermittelt. Weshalb ich hier und im ganzen Abschnitte A nicht die Methode der Influenzlinien benutzt habe, soll weiter unten erörtert werden.

Die Ersetzung eines Systems von Einzellasten durch eine, ihrem spec. Werthe nach constante, gleichmässig vertheilte Belastung liefert bekanntlich bei Bogenbrücken recht ungenügende Resultate. Eine bessere Annäherung wird erzielt, wenn man die Grösse der gleichmässig vertheilten Last nicht von der Spannweite des Bogens, sondern von der Länge der belasteten Strecke abhängig macht. Letztere Methode ist deshalb durchweg angewendet.

Die folgenden Paragraphen behandeln den Bogen mit 2 Gelenken. Die Ermittlung der Kämpferreactionen lässt sich bekanntlich nur für Bogen mit parabolisch gekrümmter Axe mittelst bequemer Formeln durchführen. Schon für Kreisbogen werden die exacten Gleichungen sehr unhandlich. Ich habe deshalb im § 9 die genauen analytischen Ausdrücke für eine parabolische Axe gegeben, für alle anderen Bogen jedoch eine Näherungsmethode auf Grund der Simpson'schen Regel entwickelt, welche vollständig genügend gute Resultate liefert, den Vorzug grösster Allgemeinheit hat und durch welche jene langen, die Theorie der Bogenbrücken so ungeniessbar machenden Formeln vermieden werden. Die ungünstigsten Belastungen durch eine gleichmässig vertheilte mobile Last sind mit Hülfe der Kämpferdrucklinie bestimmt. Die ungünstigste Stellung eines Systems von Einzellasten wird angenähert in bekannter Weise ermittelt.

Für den Bogen ohne Gelenk sind die zur Bestimmung der Reactionen dienenden Formeln noch durch eine besondere Annahme über die Lage der X-Axe (s. § 14) wesentlich vereinfacht. Auch hier werden die Kämpferdrücke, falls die Bogenaxe nicht nach einer Parabel gekrümmt ist, mittelst der Simpson'schen Regel berechnet. Die ungünstigsten Belastungen sind mit Hülfe der Kämpferdrucklinie und der Umhüllungscurve bestimmt.

Im zweiten Abschnitte B werden die inneren Spannungen und erforderlichen Querschnitte der Träger ermittelt.

Es hat sich in den letzten Jahren mehr und mehr die Ansicht Bahn gebrochen, dass eine rationelle Berechnung der Gewölbe auf Grund der Elasticitätstheorie erfolgen muss. Im § 21 ist die Methode gezeigt, nach welcher mit Hülfe der im Abschnitte A ermittelten Momente und Normalkräfte die Spannungen im Gewölbe untersucht werden können.

Sodann sind im § 22 Regeln und Formeln zur Berechnung von Blechbogen zusammengestellt. Die Momente und Normalkräfte werden zunächst reducirt, um anstatt der nach den Wöhler'schen Versuchen als veränderlich anzunehmenden zulässigen spec. Spannung einen constanten mittleren Werth in die Rechnung einführen zu können. Die Gleichungen, welche zur Bestimmung der Querschnittsdimensionen dienen, sind allerdings ziemlich weitläufig, haben jedoch den bisher bekannten Formeln gegenüber den Vorzug, direct brauchbare Resultate zu liefern, da in denselben alle Voraussetzungen über die Lage der Bogenaxe oder der Kernlinien vermieden sind.

Der folgende Abschnitt: „Fachwerkbogen“ ist wohl der wichtigste Theil des Buches. Dementsprechend bezieht sich auch die grössere Anzahl der durchgerechneten Beispiele auf diesen Abschnitt.

Für die Ermittlung der Reactionen bei statisch unbestimmten Fachwerkbogen, sowie für die Ermittlung der Maximal-Stabspannungen sind in den letzten Jahren Methoden entwickelt worden, welche den Vorzug grosser Uebersichtlichkeit und Allgemeinheit haben. Die Bestimmung der Reactionen kann auf Grund der Deformation der einzelnen Fachwerkstäbe und die Ermittlung der Stabspannungen mit Hülfe der Influenzlinien durchgeführt werden. Beide Methoden sind jedoch äusserst zeitraubend. Ich bin allerdings der Ansicht, dass es im Allgemeinen bei Aufstellung eines Brückenprojects nicht von Wichtigkeit ist, ob man etwas mehr oder weniger zu rechnen hat. Da jedoch obengenannte Methoden einen Mehraufwand an Zeit erfordern, welcher nicht nach Stunden, sondern nach Wochen zu bemessen ist, so glaubte ich denn doch, die Anwendung derselben auf diejenigen Fälle beschränken zu sollen, in denen andere Behandlungsweisen nicht zum Ziele führen.

Betreffs Berechnung der Kämpferreactionen habe ich deshalb die statisch unbestimmten Fachwerkbogen in solche „mit ausgesprochener Axenrichtung" (Bogen mit parallelen Gurtungen, sichelförmige Bogen, etc.) und in „Bogen allgemeinster Form" (Bogen mit einer unteren gekrümmten und oberen horizontalen Gurtung, etc.) eingetheilt. Für erstere wird die Bestimmung der Reactionen entsprechend den im Abschnitte *A* gegebenen Methoden durchgeführt und nur für letztere ist, da hier über die Lage der Axe von vornherein keine voraussichtlich genügend zutreffende Annahme gemacht werden kann, die Ermittlung der Kämpferdrücke auf Grund der Deformation der einzelnen Fachwerkstäbe vorgenommen.

Zur Bestimmung der Stabspannungen habe ich die Influenzlinien nur bei statisch unbestimmten Bogenträgern, falls die mobile Belastung aus einem System von Einzellasten besteht, verwendet, da in diesem Falle die ungünstigsten Stellungen des Systems nicht wohl auf andere Weise gefunden werden können. Bei Fachwerkbogen mit 3 Gelenken sind die ungünstigsten Zugstellungen mit Hülfe von Ungleichungen ermittelt, während bei gleichmässig vertheilter mobiler Last die Belastungsscheiden allgemein mittelst der Kämpferdrucklinie, event. der Umhüllungscurven bestimmt sind.

Zu bemerken ist noch, dass bei Bogen mit versteiften Zwickeln auf ungleiche Erwärmung der beiden Gurte Rücksicht genommen ist. Für Bogen, deren Obergurt nicht direct unter der Fahrbahn liegt, ist solche ungleichmässige Erwärmung wohl nicht anzunehmen.

Schliesslich habe ich im § 45 einige Formeln für das Eigengewicht der Bogenbrücken aufgestellt.

Da ich wünschte, jedes Kapitel für sich verständlich zu machen, so mussten Definitionen etc. an manchen Stellen des Buches wiederholt werden.

Die Berechnung der Beispiele ist sehr ausführlich wiedergegeben, da ich glaube, dass gerade hierdurch das Buch in der Anwendung bequem und desshalb für den projectirenden Ingenieur werthvoll wird.

Aachen, Juli 1883.

R. Krohn.

Inhaltsverzeichniss.

Bogenbrücken.

Biegungstheorie gekrümmter Balken.

Hängebrücke mit einer Haupt- und zwei Nebenöffnungen. Seite

Bogenbrücken.

Brückensysteme, bei denen die Auflagerreactionen ausser einer vertikalen noch eine horizontale Componente haben, werden Bogenbrücken genannt. Je nachdem diese Horizontalcomponenten der Auflagerdrücke nach der Mitte der Brücke hin, oder von dieser fort gerichtet sind, unterscheidet man Bogenbrücken im engeren Sinne und Hängebrücken. In der theoretischen Behandlung beider ist kein Unterschied vorhanden. Denkt man sich eine Bogenbrücke im engeren Sinne um eine horizontale Grade umgeschlagen und sodann die Richtung sämmtlicher äusseren Kräfte umgekehrt, so gelangt man zum System einer Hängebrücke. Es ist hieraus ersichtlich, dass man die Spannungen der einzelnen Constructionstheile einer Hängebrücke direct von den Spannungszahlen einer Bogenbrücke abschreiben kann, deren geometrische Figur durch Umschlagen um eine horizontale Grade mit der Figur der Hängebrücke zur Deckung gebracht werden kann. Die zusammenfallenden Constructionstheile haben dem Absolutwerthe nach gleiche Spannung; nur das Vorzeichen ist umzukehren. Für den theoretischen Theil des Brückenbaues genügt es demnach, eines der beiden Systeme zu behandeln. Den folgenden Untersuchungen sollen im Allgemeinen Bogenbrücken im engeren Sinne zu Grunde gelegt werden.

Biegungstheorie gekrümmter Balken.

§ 1. Innere Spannungen.

Es sei R die Resultante aller rechts vom fraglichen Schnitt $\omega\,\omega'$ befindlichen äusseren Kräfte. Die Kraft R kann man sich zerlegt denken in eine senkrecht zum Querschnitt wirkende Normalkraft N und eine mit der Ebene des Querschnitts zusammenfallende Transversalkraft T.

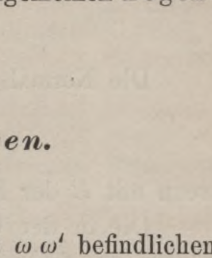


Fig. 1.

Die Normalkraft bringt Druck- oder Zugspannungen, die Transversalkraft Schubspannungen im Querschnitt hervor. Ferner tritt ein Moment von der Grösse Nn auf, welches die beiden durch den Querschnitt $\omega\,\omega'$ getrennten Theile des Bogens gegen einander zu verdrehen sucht.

Die Normalkraft soll allgemein als positiv in die Rechnung eingeführt werden, wenn dieselbe Druckspannungen im Querschnitt bedingt.

Es soll ferner die Transversalkraft als positiv bezeichnet werden, wenn die Tendenz vorhanden ist, den Theil des Bogens rechts vom Schnitt gegen denjenigen links vom Schnitt abwärts zu verschieben.

Das Moment soll als positiv in die Rechnung eingeführt werden, wenn im fraglichen Punkte die Tendenz vorhanden ist, den Krümmungsradius des Bogens durch die Verdrehung zu vergrössern.

Die Normalspannungen im Querschnitt setzen sich demnach zusammen aus den durch die Normalkraft bedingten, gleichmässig über die Querschnittsfläche vertheilten Spannungen und den Biegungsspannungen.

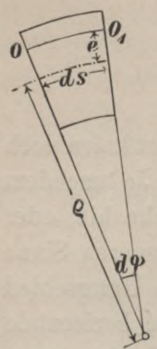


Fig. 2.

Zwei benachbarte Querschnitte mögen den Winkel $d\varphi$ mit einander bilden; das durch diese Querschnitte begrenzte Stück der Bogenaxe sei mit ds bezeichnet; der Krümmungsradius sei ϱ; dann ist:

$$ds = \varrho\, d\varphi \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Die Länge einer Faser $O O_1$ in der Entfernung e von der Axe ist:

$$O O_1 = ds + e \,.\, d\varphi.$$

Aendert sich dieselbe um die Grösse

$$\triangle\, O O_1 = \triangle\, ds + e \,.\, \triangle\, d\varphi,$$

so ist die spec. Ausdehnung derselben

$$\varepsilon = \frac{\triangle\, O O_1}{O O_1} = \frac{\triangle\, ds + e\, \triangle\, d\varphi}{ds + e\, d\varphi} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Setzt man

$$\frac{\triangle\, ds}{ds} = \varepsilon_0 \text{ (spec. Ausdehnung der Axe)} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

und

$$\frac{\triangle\, d\varphi}{d\varphi} = \omega \text{ (spec. Aenderung des Winkels),} \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

so kann man mit Berücksichtigung der Gleichung 1 den Ausdruck 2 schreiben:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0\, \varrho + e\, \omega}{\varrho + e} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Die Normalspannung ν ist natürlich

$$\nu = E\, \varepsilon = E\, \frac{\varepsilon_0\, \varrho + e\, \omega}{\varrho + e}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

wenn mit E der Elastizitätsmodul des Materials bezeichnet wird.

Die in der Gleichung 6 noch vorkommenden unbekannten Grössen ε_0 und ω können aus folgenden Beziehungen berechnet werden:

$$\int \nu\, dF = N$$

$$\int \nu\, e\, dF = M.$$

Man findet:

$$\varepsilon_0 = \frac{N}{EF} + \frac{M}{EF\varrho} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

und

$$\omega = \frac{M\varrho}{E\mathfrak{J}} + \frac{N}{EF} + \frac{M}{EF\varrho} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Hierin ist F die Fläche des Querschnitts und

$$\mathfrak{J} = \int \frac{e^2\, \varrho}{\varrho + e} \cdot dF \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Durch Einsetzen der Werthe 7 und 8 ergiebt sich aus Gleichung 6:

$$\nu = \frac{N}{F} + \frac{M}{F\varrho} + \frac{M\varrho e}{\mathfrak{J}(\varrho + e)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Bei Bogenträgern wird immer der Krümmungsradius der Axe sehr gross sein im Verhältniss zu den Querschnittsdimensionen. In Folge dessen kann man die Grösse e gegen ϱ vernachlässigen. Man erkennt, dass dann der Ausdruck für $\mathfrak{J}$ (Gleichung 9) übergeht in das Trägheitsmoment des Querschnitts in Bezug auf die Axschicht; dieses sei mit J bezeichnet.

Ferner lassen sich, wie specielle Rechnungen ergeben, in obigen Ausdrücken sämmtliche Glieder, welche die Grösse ϱ im Nenner haben, gegen die andern Glieder vernachlässigen.

Man erhält also näherungsweise folgende Ausdrücke:

$$\varepsilon_0 = \frac{N}{EF} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

$$\omega = \frac{M\varrho}{EJ} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

$$\nu = \frac{N}{F} + \frac{Me}{J} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

Die grössten Normalspannungen treten in den äussersten Punkten A_1 und A_2 (s. Fig. 3) des Querschnitts auf.

Setzt man

$$M = Nn,$$

so ist die Spannung in A_1

$$\frac{N}{F}\left(1 + \frac{Fne_1}{J}\right)$$

und die Spannung in A_2

$$\frac{N}{F}\left(1 - \frac{Fne_2}{J}\right).$$

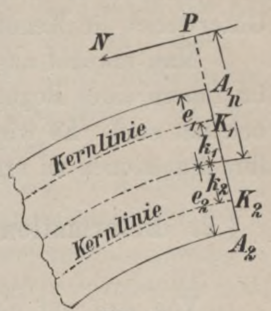


Fig. 3.

Haben diese beiden Werthe gleiche Vorzeichen, so haben überhaupt alle im Querschnitt auftretenden Spannungen gleichen Sinn. Es muss dann gleichzeitig

$$1 + \frac{Fne_1}{J} > 0 \quad \text{und} \quad 1 - \frac{Fne_2}{J} > 0,$$

oder

$$n > -\frac{J}{Fe_1} \quad \text{und} \quad n < \frac{J}{Fe_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

sein.

Setzt man

$$\frac{J}{Fe_2} = k_1 \quad \text{und} \quad \frac{J}{Fe_1} = k_2, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

so lauten die Ausdrücke 14:

$$n > -k_2 \quad \text{und} \quad n < k_1.$$

Hieraus folgt:

Es muss der Angriffspunkt P der Resultirenden der äusseren Kräfte zwischen zwei Punkten K_1 und K_2 (s. Fig. 3) liegen, die durch die Abstände k_1 und k_2 von der Axe bestimmt sind, damit im Querschnitt ausschliesslich Spannungen von gleichem Vorzeichen auftreten.

Die geometrischen Orte der Punkte K heissen **Kernlinien.**

Liegt der Angriffspunkt P ausserhalb des Kernes, so findet in der P zunächst liegenden äussersten Faser des Querschnitts eine Spannung von gleichem Sinne wie in P statt; im entfernteren Punkte A wirkt eine Spannung von entgegengesetztem Vorzeichen.

Hat der Bogen durchbrochene Wandungen, so fallen die Kernlinien mit den Gurtungslinien des Trägers zusammen.

Ist der Querschnitt des Bogens ein Rechteck, so fassen die Kernlinien das mittlere Drittel der Querschnittshöhe zwischen sich.

Für andere Profile, insbesondere für Blechträgerprofile, muss die Lage der Kernpunkte in jedem einzelnen Fall berechnet werden.

Die im Bogen auftretenden **Schubkräfte** vertheilen sich über den Querschnitt näherungsweise ebenso wie bei graden Balkenträgern. In Folge dessen werden auch die Spannungen im schrägen Schnitt, welche sich aus Normal- und Schubspannungen zusammensetzen in derselben Weise wie in der Theorie grader Träger zu ermitteln sein.

Bei Bogenbrücken sind indessen die Schubspannungen im Verhältniss zu den Normalspannungen so gering, dass es nicht geboten scheint, auf diese Betrachtungen näher einzugehen.

Nur bei der Berechnung von Gitterbögen ist für die Spannungsermittlung des Gitterwerks die Kenntniss der Transversalkraft T erforderlich.

Man erkennt aus den vorstehenden Ausführungen, dass sämmtliche Spannungen im Innern eines Bogens berechnet werden können, sobald die Grössen M, N und T bekannt sind. Es wird demnach erforderlich sein, die äusseren Kräfte und diese ihre Functionen zu ermitteln.

§ 2. Deformation eines Balkens von ursprünglich einfach gekrümmter Mittellinie.

Von den auf einen Träger einwirkenden äusseren Kräften sind zunächst nur die primären Kräfte (die Lasten) gegeben, während die secundären Kräfte (die Reactionen der Widerlager) aus den primären Kräften berechnet werden müssen.

Ein Auflagerdruck ist eindeutig bestimmt, sobald drei Grössen desselben bekannt sind, nämlich: seine Vertikalcomponente, seine Horizontalcomponente und sein Angriffspunkt. Da bei einem Bogenträger zwei Widerlager vorhanden sind, so werden im Ganzen sechs unbekannte Grössen zu ermitteln sein. Natürlich müssen zwischen den primären und den secundären Kräften zunächst die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sein, d. h. es muss die Summe aller Vertikalkräfte, die Summe der Horizontalkräfte und das Drehungsmoment für jeden beliebigen Punkt der Kraftebene Null sein. Durch diese drei Bedingungsgleichungen lassen sich drei Unbekannte eliminiren. Zur Bestimmung der secundären Kräfte aus den gegebenen Lasten müssen also noch fernere drei Bedingungen durch die Art der Auflagerung, der Construction des Bogens, etc. sich ergeben, wenn es möglich sein soll, die Aufgabe eindeutig zu lösen.

Schaltet man in den Bogen drei Gelenke ein, etwa an beiden Kämpfern und im Scheitel, d. h. macht man künstlich das Biegungsmoment an diesen drei Stellen zu Null, so kann man einfach mit Hülfe der Gesetze der Statik aus den drei sich durch diese Anordnung ergebenden Bedingungsgleichungen die noch fehlenden drei Unbekannten der Reactionen ermitteln. Der Bogen ist statisch bestimmt.

Ordne man nur an beiden Kämpfern Scharniere an, lässt also das Gelenk im Scheitel fort, so gelingt es aus den beiden Bedingungsgleichungen, welche besagen, dass das Biegungsmoment an beiden Kämpfern Null ist, die Angriffspunkte und die Vertikalcomponenten der Reactionen zu ermitteln. Die Bestimmung des Horizontalschubes lässt sich jedoch nur unter Berücksichtigung der elastischen Deformation des Bogens durchführen, indem man die Bedingung aufstellt, dass die Widerlager in horizontaler Richtung entweder durchaus unverschieblich sind, die Spannweite des Bogens also unveränderlich ist, oder dass sich letztere um eine gewisse als bekannt vorausgesetzte Grösse ändern kann. Dass durch Kenntniss der elastischen Deformation des Bogens das Mittel gegeben ist, die Grösse des Horizontalschubes wirklich zu berechnen, lässt sich leicht folgendermaassen einsehen.

Würden die Enden des Bogens in horizontaler Richtung frei beweglich sein, so würde jede Belastung eine Verschiebung zur Folge haben, jede Belastung würde eine Vergrösserung der Spannweite hervorrufen. Denkt man sich nunmehr eine Horizontalkraft durch die Widerlager auf den Bogen ausgeübt, so wird jeder bestimmten Grösse dieser Kraft auch ein gewisses Maass der Wiederzusammendrückung des Bogens entsprechen. Man erkennt aus dieser Betrachtung, dass sobald die Art der Belastung gegeben ist, sowie diejenige Grösse, um welche sich bei dieser Belastung die Spannweite in Folge des Ausweichens der Widerlager thatsächlich ändert, es unter Berücksichtigung der elastischen Verhältnisse des Bogens möglich ist, den diesen Bedingungen entsprechenden Horizontalschub zu berechnen.

Sind keine Gelenke in den Bogen eingeschaltet, so müssen die sämmtlichen drei Unbekannten der Reactionen mit Hülfe der Elastizitätsgleichungen gefunden werden. Man stellt dann die Bedingungen auf, dass die Kämpferpunkte sowohl in horizontaler Richtung, wie in vertikaler Richtung unverschieblich und dass die Endquerschnitte des Bogens gegen einander nicht verdrehbar sind, event. dass diese Verschiebungen und Verdrehungen ein gewisses als bekannt vorausgesetztes Maass haben.

Es ist demnach zunächst die Aufgabe zu lösen, die Deformation des Bogens unter Einfluss äusserer Kräfte allgemein zu ermitteln. Ist die Verdrehung der Endquerschnitte, die relative Verschiebung derselben in horizontalem und vertikalem Sinne bekannt, so gelangt man, indem man diese Formänderungen bestimmten Werthen (event. Null) gleich setzt, zu Beziehungen, aus welchen die noch unbekannten äusseren Kräfte (die Reactionen) unter allen Umständen gefunden werden können.

Diese Aufgabe, die Deformation eines Balkens von ursprünglich gekrümmter Mittellinie unter Einfluss beliebiger äusserer Kräfte zu berechnen, soll im Folgenden behandelt werden.

Einfluss des Momentes M.

Das Moment M, d. h. das Moment der äusseren Kräfte bezüglich der Schwerpunktsaxe, verdreht zwei benachbarte Querschnitte gegen einander um die Grösse

$$\triangle\, d\varphi = \omega\, d\varphi = \frac{M\varrho}{EJ} \cdot d\varphi \text{ (s. Gleichung 4 und 12).}$$

Da ferner nach Gleichung 1

$$\varrho \,.\, d\varphi = ds$$

ist, so ergiebt sich:

$$\triangle\, d\varphi = \frac{M}{EJ} \cdot ds \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Wirkt in jedem Punkte der Bogenaxe ein Biegungsmoment, so ist die relative Verdrehung der beiden Widerlagsquerschnitte

$$\triangle\, \varphi = \int \frac{M}{EJ}\, ds, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

wobei natürlich die Integration über den ganzen Bogen zu erstrecken ist.

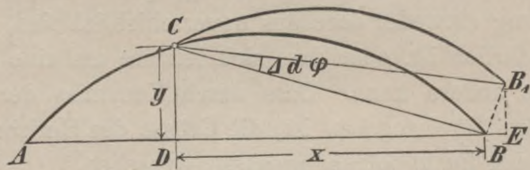


Fig. 4.

In Folge der Verdrehung der beiden benachbarten Querschnitte im Punkte C (s. Fig. 4) gelangt der Endpunkt B in die neue Lage B_1. Dadurch wird die Spannweite des Bogens um den Werth

$$\triangle\, dx = BE$$

vergrössert.

Aus der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke BCD und B_1BE erkennt man, dass

$$\triangle\, dx = y \,.\, \triangle\, d\varphi$$

ist. Hierin für $\triangle\, d\varphi$ den Werth aus Gleichung 16 eingesetzt, giebt:

$$\triangle\, dx = \frac{M}{EJ} \cdot y \cdot ds.$$

Wirkt in jedem Punkte des Bogens ein Biegungsmoment, so ist die horizontale Verschiebung der beiden Widerlagspunkte A und B gegen einander:

$$\triangle\, x = \int \frac{M}{EJ} \cdot y \cdot ds, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

wobei wieder die Integration über den ganzen Bogen ausgedehnt werden muss. Der Werth $\triangle\, x$ ist hierbei als positiv angenommen, wenn derselbe eine Vergrösserung der Spannweite bedeutet.

In derselben Weise findet man, dass die relative Verschiebung der Widerlagspunkte in vertikaler Richtung

$$\triangle\, y = \int \frac{M}{EJ} \cdot x \cdot ds \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

ist.

Einfluss der Normalkraft N und der Transversalkraft T.

Die Deformationen, welche von den Kräften N und T hervorgebracht werden, sind im Allgemeinen nur gering im Verhältniss zu den Deformationen, welche das Biegungsmoment bedingt. Der Einfluss der Transversalkraft T kann unter allen Umständen vernachlässigt werden; ebenso der Einfluss der Normalkraft N auf die vertikale Verschiebung der Widerlagspunkte. Die durch die Normalkraft bedingte relative Verschiebung der Kämpferpunkte in horizontaler Richtung kann jedoch unter Umständen für die Berechnung von Bedeutung sein.

Durch Einwirkung der Kraft N auf den Querschnitt bei C möge C nach C_1 und in Folge dessen der Kämpferpunkt B nach B_1 gelangen.

Es ist:

$$BB_1 = CC_1 = \triangle ds = \varepsilon_0 ds.$$

Mit Hülfe der Gleichung 11 ergiebt sich:

$$BB_1 = \frac{N}{EF} \cdot ds \quad . \quad . \quad (20)$$

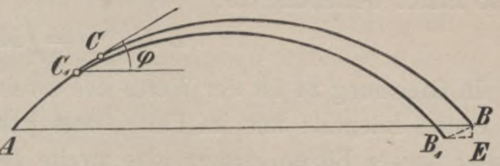


Fig. 5.

Man erkennt nun, dass die horizontale Verschiebung des Punktes B

$$\triangle dx = -B_1E = -BB_1 \cos \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

ist. Der Werth ist negativ in Rechnung zu setzen, da den obigen Ausführungen zufolge ein positives $\triangle x$ einer Vergrösserung der Spannweite entsprechen sollte. Aus den Gleichungen 20 und 21 findet man:

$$\triangle dx = -\frac{N}{EF} \cos \varphi \cdot ds.$$

Wirkt in jedem Querschnitte des Bogens eine Normalkraft, so ist die dadurch bedingte Verschiebung der Kämpferpunkte:

$$\triangle x = -\int \frac{N}{EF} \cdot \cos \varphi \cdot ds, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

wobei sich natürlich die Integration über den ganzen Bogen erstrecken muss.

Totale Deformation.

Man erhält schliesslich aus den Gleichungen 17, 18, 19 und 22 folgende Werthe:

$$\triangle \varphi = \int \frac{M}{EJ} \cdot ds.$$

$$\triangle x = \int \frac{M}{EJ} \cdot y \cdot ds - \int \frac{N}{EF} \cos \varphi \cdot ds.$$

$$\triangle y = \int \frac{M}{EJ} \cdot x \cdot ds.$$

Bezeichnet wieder φ den Winkel, den in irgend einem Punkte des Bogens die Tangente mit der Horizontalen einschliesst, so ist:

$$dx = \cos \varphi \,.\, ds.$$

Obige Gleichungen lassen sich also auch in folgender Form schreiben:

$$\triangle \varphi = \int \frac{M}{EJ \,.\, \cos \varphi} \cdot dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

$$\triangle x = \int \frac{M}{EJ \,.\, \cos \varphi} \cdot y \cdot dx - \int \frac{N}{EF} \cdot dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

$$\triangle y = \int \frac{M}{EJ \,.\, \cos \varphi} \cdot x \cdot dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Um die Rechnung weiter durchführen zu können, muss im Voraus irgend eine Annahme über das Trägheitsmoment und die Fläche der Bogenquerschnitte gemacht werden.

Durch Vergleich mit ausgeführten Constructionen erscheint es nicht ungerechtfertigt, die Grösse:

$$J \,.\, \cos \varphi = \text{Const.} = J_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

zu setzen, wenn mit J_0 das Trägheitsmoment des Scheitelquerschnitts bezeichnet wird. Nimmt man gleichzeitig den Elastizitätsmodul E des Materials als constant an, so lautet Gleichung 23:

$$E J_0 \triangle \varphi = \int M . dx \qquad (27)$$

In Gleichung 24 ist der Werth des zweiten Integrals nur gering im Verhältniss zum ersten Integral; nur im Falle, dass y sehr klein und $\cos \varphi$ gross wird, d. h. bei sehr flachen Bögen, erlangt das zweite Integral Bedeutung.

Dann ist aber näherungsweise die Normalkraft N für den ganzen Bogen constant und zwar gleich dem Horizontalschub H der Widerlager. Es erscheint also zulässig, in Gleichung 24 statt der veränderlichen Grösse N den Horizontalschub H einzuführen.

Ferner soll im zweiten Integral die Querschnittsfläche F als constant angenommen werden. Diese Annahme wird allerdings im Allgemeinen nicht mit der oben gemachten Voraussetzung, dass $J . \cos \varphi = \text{Const.}$ sei, übereinstimmen. Da aber, wie gesagt, in praktisch vorkommenden Fällen der Einfluss des zweiten Integrals überhaupt nur ein sehr geringer ist, so kann dieser Fehler unbedenklich zugelassen werden. Dann lautet Gleichung 24:

$$E J_0 \triangle x = \int M y \, dx - \frac{J_0}{F} \cdot H \int dx.$$

Das Verhältniss $\frac{J_0}{F}$ sei mit μ bezeichnet; es ist also:

$$E J_0 \triangle x = \int M y \, dx - \mu H \int dx \qquad (28)$$

Bei Trägern mit durchbrochenen Wandungen ist näherungsweise der Coefficient

$$\mu = \frac{h^2}{4} \qquad (29)$$

zu setzen, wenn mit h die Entfernung der Schwerpunktslinien der beiden Gurtungen bezeichnet wird.

Für rechteckigen Querschnitt ist:

$$\mu = \frac{h^2}{12} \qquad (30)$$

Hierin bedeutet h die Höhe des Querschnitts.

Für andere Profile wird der Werth μ in jedem speciellen Falle zu ermitteln sein; es wird an geeigneter Stelle hierauf zurückgekommen.

Gleichung 25 kann unter entsprechenden Voraussetzungen:

$$E J_0 \triangle y = \int M x \, dx \qquad (31)$$

geschrieben werden.

Die drei Gleichungen 27, 28 und 31 geben über die Deformation des Bogens vollständigen Aufschluss und werden dieselben bei den folgenden Entwicklungen als Grundlage zur Berechnung der Kämpferreactionen dienen, soweit letztere nicht mit Hülfe der statischen Gesetze allein bestimmt werden können.

A. Aeussere Kräfte und deren Functionen M, N und T.

I. Bogen mit 3 Gelenken.

§ 3. Allgemeines.

An jedem Kämpfer und im Scheitel des Bogens sei ein Gelenk eingeschaltet. Nach den Ausführungen des vorigen Paragraphen ist das System dann statisch bestimmt, d. h. die Widerlagerreactionen lassen sich einfach mit Hülfe der Gesetze der Statik ermitteln.

Es bezeichne im Folgenden:

l die halbe Spannweite . . . .
f die Pfeilhöhe . . . . der Bogenaxe,
x und y die Coordinaten eines Punktes D
φ den Winkel zwischen der Bogenaxe und der Horizontalen im Punkte D,
H den Horizontalschub,
M das Moment . . . .
N die Normalkraft . . . im Punkte D,
T die Transversalkraft .
$[M]$ das Moment und
$[T]$ die Transversalkraft, welche bei einem graden Balkenträger auf 2 Stützen von der Länge $2l$ in einem dem Punkte D entsprechenden Punkte mit der Abscisse x (von der Balkenmitte aus gerechnet) auftreten würde.

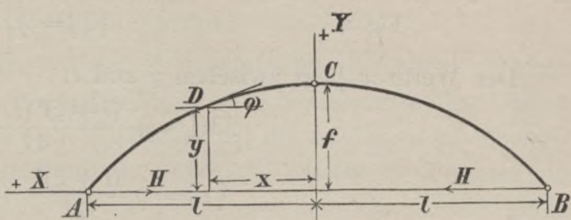


Fig. 6.

Die Lage des Coordinatenursprungs, sowie die positive Richtung der Axen ist aus Fig. 6 zu ersehen.

Es ist dann:

$$M = [M] - Hy \quad \ldots \ldots \quad (32)$$

$$N = [T] \sin\varphi + H \cos\varphi \quad \ldots \ldots \quad (33)$$

$$T = [T] \cos\varphi - H . \sin\varphi \quad \ldots \ldots \quad (34)$$

Diese Formeln sind nicht vollständig genau; es ist nämlich keine Rücksicht darauf genommen worden, dass durch den senkrecht zur Bogenaxe geführten Querschnitt, die auf den Bogen wirkenden Lasten in anderer Weise getrennt werden, als durch den entsprechenden vertikalen Querschnitt eines graden Balkenträgers. Da man es jedoch im Allgemeinen mit flachen Bögen zu thun hat, bei denen die Querschnittsrichtungen nur wenig von der Vertikalen abweichen, und ausserdem die Querschnittsdimensionen immer nur klein sind im Verhältniss zur Spannweite, so ist der vorerwähnte Fehler nur ein sehr geringer und als zulässig anzusehen. Vorausgesetzt ist hierbei jedoch, dass man ganz consequent in allen Formeln und bei jeder Berechnung die durch den fraglichen Querschnitt bedingte Belastungsscheide als senkrecht über dem fraglichen Axpunkt liegend annimmt.

Die Ermittlung der in den Gleichungen 32 bis 34 auftretenden Grössen $[M]$ und $[T]$ kann als bekannt vorausgesetzt werden.

Der Horizontalschub H wird gefunden, indem man die Gleichung der statischen Momente bezüglich des mittleren Scharnierpunktes aufstellt.

Es sei die permanente Belastung pr. Längeneinheit mit p, die mobile Belastung pr. Längeneinheit mit q bezeichnet.

Totale gleichmässig vertheilte Belastung.

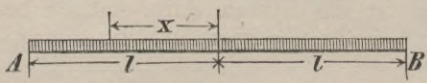


Fig. 7.

$$[M] = \frac{p}{2}(l^2 - x^2) \quad \ldots \ldots \quad (35)$$

$$[T] = p\,x \quad \ldots \ldots \quad (36)$$

$$H = p\,\frac{l^2}{2f} \quad \ldots \ldots \quad (37)$$

Partielle gleichmässig vertheilte Belastung.

Die Belastung erstreckt sich vom rechtsseitigen Widerlager B bis zum Punkte C. (Fig. 8.)

Die Abscisse x liegt zwischen $-l$ und ξ:

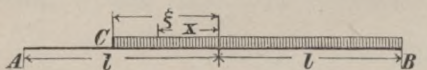


Fig. 8.

$$[M] = \frac{q}{2}\left[\frac{(l+\xi)^2(l-x)}{2l} - (\xi - x)^2\right] \quad (38)$$

$$[T] = q\left[x + \frac{(l-\xi)^2}{4l}\right] \quad \ldots \ldots \quad (39)$$

Der Werth x liegt zwischen ξ und l:

$$[M] = q\,\frac{(l+\xi)^2(l-x)}{4l} \quad \ldots \ldots \quad (40)$$

$$[T] = q\,\frac{(l+\xi)^2}{4l} \quad \ldots \ldots \quad (41)$$

Für positive Werthe von ξ:

$$H = q\,\frac{(l+\xi)^2 - 2\xi^2}{4f} \quad \ldots \ldots \quad (42)$$

Für negative Werthe von ξ:

$$H = q\,\frac{(l+\xi)^2}{4f} \quad \ldots \ldots \quad (43)$$

Die Belastung erstreckt sich vom Punkte C bis zum linksseitigen Widerlager A. (Fig. 9.)

Der Werth x liegt zwischen $-l$ und ξ:

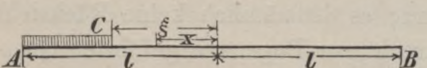


Fig. 9.

$$[M] = q\,\frac{(l-\xi)^2(l+x)}{4l} \quad \ldots \ldots \quad (44)$$

$$[T] = -\,q\,\frac{(l-\xi)^2}{4l} \quad \ldots \ldots \quad (45)$$

Es liegt x zwischen ξ und l:

$$[M] = \frac{q}{2}\left[\frac{(l-\xi)^2(l+x)}{2l} - (x-\xi)^2\right] \quad \ldots \ldots \quad (46)$$

$$[T] = q\left[x - \frac{(l+\xi)^2}{4l}\right] \quad \ldots \ldots \quad (47)$$

Für positive Werthe von ξ:

$$H = q\,\frac{(l-\xi)^2}{4f} \quad \ldots \ldots \quad (48)$$

Für negative Werthe von ξ:

$$H = q\,\frac{(l-\xi)^2 - 2\xi^2}{4f} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (49)$$

Belastung durch eine Einzellast G.

Die Abscisse x liegt zwischen $-l$ und ξ:

$$[M] = G\,\frac{(l+x)(l-\xi)}{2l} \quad \ldots \ldots \quad (50)$$

$$[T] = -G\,\frac{l-\xi}{2l} \quad \ldots \ldots \quad (51)$$

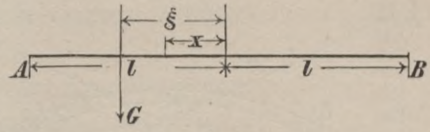


Fig. 10.

Es liegt x zwischen ξ und l:

$$[M] = G\,\frac{(l-x)(l+\xi)}{2l} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (52)$$

$$[T] = G\,\frac{l+\xi}{2l} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (53)$$

Für positive Werthe von ξ:

$$H = G\,\frac{l-\xi}{2f} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (54)$$

Für negative Werthe von ξ:

$$H = G\,\frac{l+\xi}{2f} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (55)$$

§ 4. Gleichmässig vertheilte permanente Last.

Es wird zunächst aus Gleichung 37 der Horizontalschub berechnet. Sodann ermittelt man für die verschiedenen, der Betrachtung zu unterziehenden Querschnitte aus den Gleichungen 35 und 36 die Werthe $[M]$ und $[T]$; die in diesen Gleichungen vorkommende Abscisse x ist entsprechend der Abscisse desjenigen Punktes der Bogenaxe anzunehmen, durch welchen der in Frage stehende Querschnitt gelegt wurde. Schliesslich erhält man mit Hülfe der Gleichungen 32 bis 34 die gesuchten Werthe M, N und T.

§ 5. Gleichmässig vertheilte mobile Last.

Normalkräfte.

Ermittlung der ungünstigsten Belastung.

Die Stützlinie einer Einzellast G besteht aus den beiden Graden AF und BF (Fig. 11). Der geometrische Ort des Punktes F (Schnittpunkt der Kämpferdrücke) wird die Kämpferdrucklinie genannt. Man erkennt, dass bei einem Bogen mit 3 Gelenken die Kämpferdrucklinie sich aus den beiden Graden CD und CE zusammensetzt.

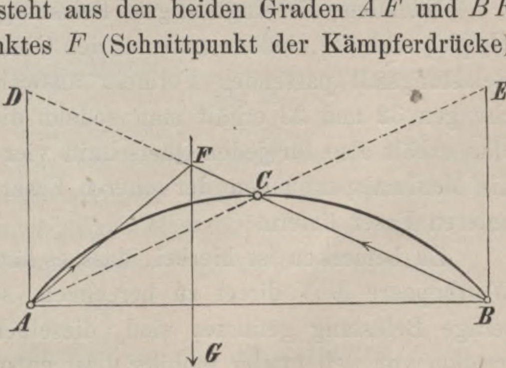


Fig. 11.

Nach § 1 wird eine Einzellast in der oberen Faser eines bestimmten Querschnitts Druck- oder Zugspannungen hervorbringen, je nachdem ihre Stützlinie den Querschnitt oberhalb oder unterhalb des unteren Kernpunktes trifft. Ebenso werden in der unteren Faser Druck- oder Zugspannungen auftreten, je nachdem die Stützlinie der Einzellast den Querschnitt unterhalb oder oberhalb des oberen Kernpunktes schneidet. Aus diesen Betrachtungen ergiebt sich folgende Methode zur Ermittlung der ungünstigsten Belastung bezüglich der Normalspannungen in den äussersten Fasern.

Man verlängere die Verbindungslinien AC und BC bis zu den Schnittpunkten E und D und verzeichne die Kernlinien des Bogens. Die Belastungsscheide für die obere Faser des Querschnitts $\omega\omega'$ wird erhalten, indem man den unteren Kernpunkt K_2 mit dem Kämpferpunkte A verbindet und die Verbindungslinie mit der Graden CD in P schneidet. Ebenso erhält man die Belastungsscheide P' der unteren Faser mit Hülfe des oberen Kernpunktes K_1.

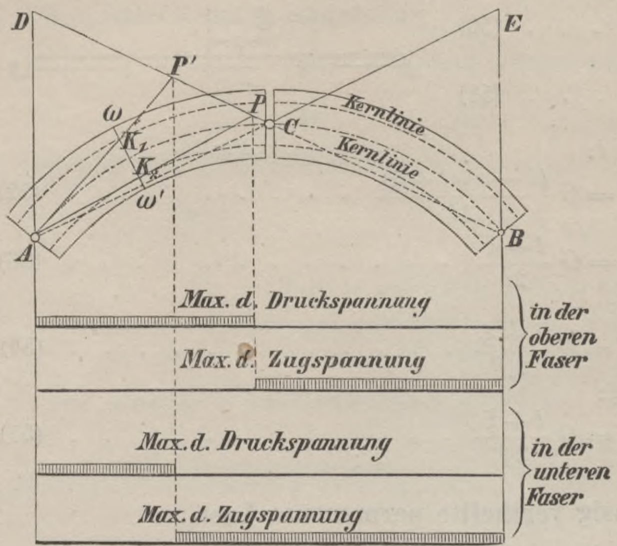


Fig. 12.

Es ist nun nach den obigen Ausführungen zu untersuchen, in welchen Lagen eine Einzellast Druck-, und bei welchen Lagen dieselbe Zugspannungen in der fraglichen Faser erzeugt. Dann lässt sich leicht entscheiden, welche Theile belastet werden müssen, damit die Normalspannnungen in der oberen oder unteren Faser ihr positives oder negatives Maximum erreichen.

Im Allgemeinen wird das Belastungsschema sich ähnlich wie das in Fig. 12 verzeichnete darstellen. Nur für Querschnitte, welche nahe den Scharnierpunkten liegen, können Abweichungen vorkommen. Liegt der untere Kernpunkt unterhalb der Graden AE, so bedingt jede Last, welche auf den Bogen einwirkt, eine Druckspannung in der oberen Faser des Querschnitts. Liegt der obere Kernpunkt oberhalb der Graden BD, so wird jede Last in der unteren Faser des Querschnitts eine Druckspannung hervorbringen.

Nachdem die ungünstigste Belastung ermittelt ist, bestimmt man die Werthe H, $[M]$ und $[T]$, indem man aus den Gleichungen 38 bis 49 die für den vorliegenden Belastungsfall passenden Formeln auswählt und anwendet. Mit Hülfe der Gleichungen 32 und 33 erhält man sodann die zusammengehörigen Grössen M und N. Man erhält also für jeden Querschnitt vier Werthepaare (M und N), von denen zwei die Maximalspannungen der oberen Faser, und zwei die Maximalspannungen der unteren Faser liefern.

Zu bemerken ist hierbei, dass es häufig empfehlenswerth ist, nicht sämmtliche Werthepaare MN direct zu berechnen, sondern, nachdem diese Grössen für einseitige Belastung gefunden sind, dieselben für anderseitige Belastung durch Subtraction von den totaler mobiler Last entsprechenden Werthen M und N zu bestimmen. Letztere können aus den für das Eigengewicht berechneten Grössen M und N sehr einfach abgeleitet werden.

Transversalkräfte.

Die Stützlinie einer Einzellast möge mit dem Querschnitt $\omega\omega'$ den Winkel β bilden (s. Fig. 13). Ist der Winkel β stumpf, so wird die Einzellast eine positive Transversalkraft im Querschnitt hervorbringen; ist hingegen der Winkel β spitz, so wird die durch die Einzellast erzeugte Schubkraft negativ.

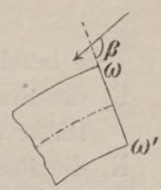


Fig. 13.

Es ergiebt sich hieraus folgende Methode zur Ermittlung der ungünstigsten Belastung bezüglich der Transversalkraft.

Zu der Tangente der Bogenaxe im fraglichen Punkte F (Fig. 14) zieht man durch den Widerlagspunkt A eine Parallele und schneidet diese in P mit der Graden CD. Es ist dann P die Belastungsscheide. Eine zweite Belastungsscheide bildet stets der fragliche Punkt F selbst.

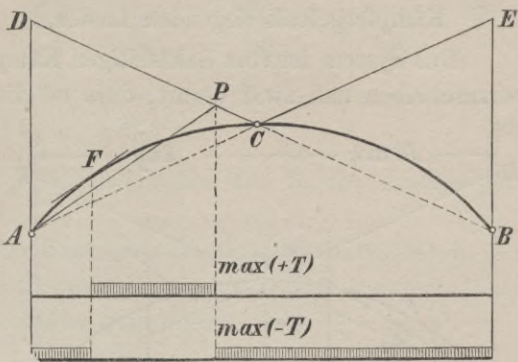


Fig. 14.

Mit Hülfe der obigen Ausführungen erkennt man leicht, welche Strecken belastet, und welche unbelastet sein müssen, damit die Transversalkraft zum positiven oder negativen Maximum werde. Das Belastungsschema ist in Fig. 14 verzeichnet.

Fällt der Schnittpunkt P rechts vom Scheitel (Fig. 15), so hat derselbe keine Bedeutung als Belastungsscheide. Das Belastungsschema ergiebt sich dann in der Weise, wie Fig. 15 zeigt.

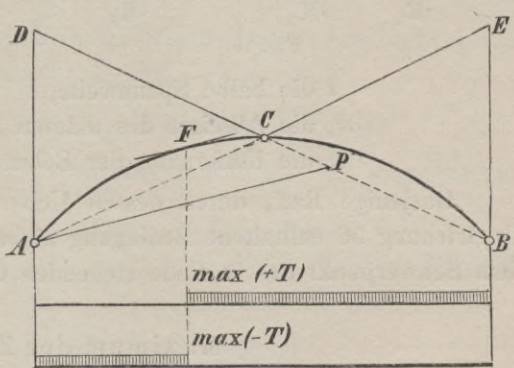


Fig. 15.

Nachdem die ungünstigste Belastung ermittelt ist, bestimmt man die Werthe H und $[T]$, indem man aus den Gleichungen 38 bis 49 die für den vorliegenden Belastungsfall passenden Formeln auswählt und anwendet. Die gesuchte Transversalkraft T erhält man sodann aus Gleichung 34.

Es ist im Allgemeinen empfehlenswerth, die positive und negative Maximal-Transversalkraft nicht gesondert zu ermitteln. Ist die Grösse T für einseitige Belastung berechnet, so kann dieselbe für anderseitige Belastung durch Subtraction von der totaler mobiler Last entsprechenden Transversalkraft gefunden werden.

§ 6. Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

Normalkräfte.

Es soll zunächst die ungünstigste Laststellung ermittelt werden.

Obere Faser.

1. Der untere Kernpunkt des betreffenden Querschnitts liegt oberhalb der Graden AC (Fig. 16).

Maximum der Druckspannung.

Es bezeichne:

$\mathfrak{R}_1$ die Resultante aller primären Kräfte (Lasten), welche auf der rechtsseitigen Hälfte des Bogens liegen,

$\mathfrak{R}_2$ die Resultante derjenigen Lasten, welche zwischen dem Scheitelgelenk und dem fraglichen Querschnitt angreifen,

$\mathfrak{R}_3$ die Resultante der zwischen dem fraglichen Querschnitt und dem linksseitigen Kämpfergelenk liegenden Lasten.

Das System ist vom linksseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide P vorzuschieben und zwar derart, dass möglichst viele grosse Lasten in der Nähe des fraglichen Querschnitts angreifen und eine derselben senkrecht über dem Axpunkt F (Schwerpunkt) dieses Querschnitts liegt. Welche Last hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach rechts verschoben werden muss, als

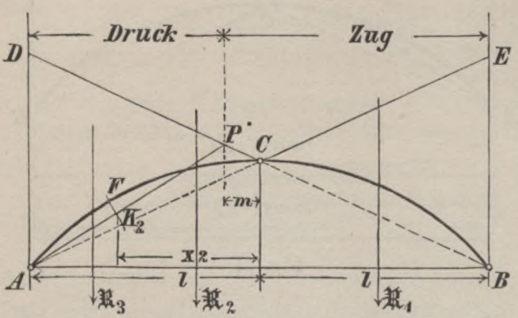


Fig. 16.

$$\mathfrak{R}_2 < \mathfrak{R}_3 \frac{x_2 - m}{l - x_2} \quad . \; . \; . \; . \quad (56)$$

ist. Hierin bedeutet:

l die halbe Spannweite,

x_2 die Abscisse des unteren Kernpunktes,

m die Entfernung der Belastungsscheide vom Scheitel.

Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des fraglichen Punktes die in Ungleichung 56 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist senkrecht über dem Schwerpunkt des in Rede stehenden Querschnitts anzuordnen.

Maximum der Zugspannung.

Das System der Einzellasten ist vom rechtsseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorzuschieben und zwar derart, dass möglichst viele grosse Lasten in der Nähe des Scheitelgelenks liegen und eine derselben in diesem Punkte selbst angreift. Welche der Lasten im Scheitelgelenk anzuordnen ist, ergiebt sich, wenn die obigen Bezeichnungen beibehalten werden, aus der Ungleichung:

$$\mathfrak{R}_2 < \mathfrak{R}_1 \frac{m}{l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (57)$$

Der Zug ist so lange nach links zu verschieben, als dieser Ungleichung noch genügt wird. Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des Scheitels die in der Ungleichung 57 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist in diesem Punkte anzuordnen.

2. Der untere Kernpunkt des betreffenden Querschnitts liegt unterhalb der Graden AC (Fig. 17).

Da alsdann jede Last, welche auf den Bogen einwirkt, eine Druckspannung in der oberen Faser des Querschnitts hervorbringt, so ist, um das Maximum der Druckspannung zu erhalten, der ganze Bogen als belastet anzunehmen. Die grössten Lasten sind möglichst in der Nähe des fraglichen Querschnitts zu gruppiren und eine derselben muss senkrecht über dem Schwerpunkt desselben liegen. Welche Last hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach links verschoben werden muss, als noch

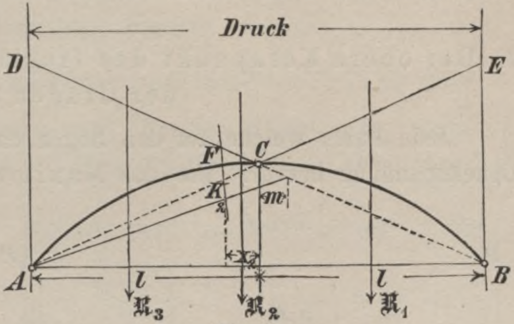


Fig. 17.

$$\mathfrak{R}_3 < \frac{l - x_2}{x_2 + m}\left(\mathfrak{R}_1 \frac{m}{l} + \mathfrak{R}_2\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

ist. Hierin bedeutet m die Entfernung des Schnittpunktes der beiden Graden AK_2 und BC vom Scheitel.

Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des fraglichen Punktes die in der Ungleichung 58 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist senkrecht über dem Schwerpunkt des betreffenden Querschnitts anzuordnen.

Untere Faser.

1. Der obere Kernpunkt des fraglichen Querschnitts liegt unterhalb der Graden BD (Fig. 18).

Maximum der Druckspannung.

Das System der Einzellasten ist vom rechtsseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide P vorzuschieben und zwar derart, dass möglichst viele grosse Lasten in der Nähe des Scheitelgelenks angreifen, und eine derselben in diesem Punkte selbst liegt; welche der Lasten hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach links verschoben werden muss, als

$$\mathfrak{R}_2 < \mathfrak{R}_1 \frac{m}{l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (59)$$

ist.

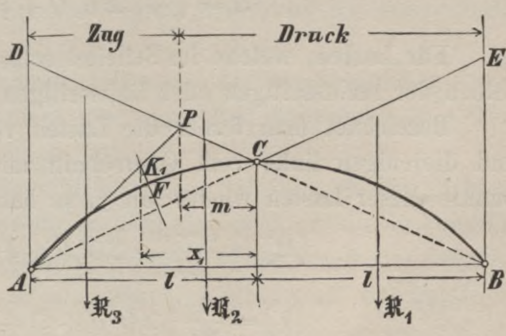


Fig. 18.

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorzuschieben und zwar in der Weise, dass möglichst viele grosse Lasten in der Nähe des fraglichen Querschnitts angreifen und eine derselben senkrecht über dem Axpunkte F desselben liegt. Welches Rad an dieser Stelle anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach rechts verschoben werden muss, als noch die Ungleichung

$$\mathfrak{R}_2 < \mathfrak{R}_3 \frac{x_1 - m}{l - x_1} \qquad (60)$$

erfüllt bleibt. Hierin bedeutet x_1 die Abscisse des oberen Kernpunktes.

2. Der obere Kernpunkt des fraglichen Querschnitts liegt oberhalb der Graden BD (Fig. 19).

Jede Last, welche auf den Bogen einwirkt, bringt in der unteren Faser eine Druckspannung hervor. Um das Maximum der Druckspannung zu erhalten, wird demnach der ganze Bogen als belastet anzunehmen sein; möglichst viel grosse Lasten sind in der Nähe des Scheitelgelenkes zu gruppiren und eine derselben muss in diesem Punkte selbst liegen. Welche Last hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach rechts verschoben werden muss, als noch

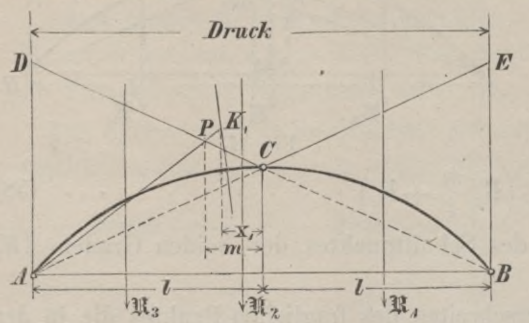


Fig. 19.

$$\mathfrak{R}_1 < \frac{l}{m}\left(\mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3 \frac{m - x_1}{l - x_1}\right) \qquad (61)$$

ist.

Nachdem man die ungünstigste Belastung ermittelt hat, bestimmt man mit Hülfe der Gleichungen 50 bis 55 die Werthe H, $[M]$ und $[T]$.

Bezeichnet man die Einzellasten, welche auf der rechtsseitigen Bogenhälfte angreifen mit G_r, diejenigen, welche auf der linksseitigen Bogenhälfte liegen mit G_l und die Abscissen der Angriffspunkte dieser Lasten mit ξ (für die Lasten G_r sind die Werthe ξ negativ), so ist:

$$H = \frac{1}{2f}\left[\Sigma G_r (l + \xi) + \Sigma G_l (l - \xi)\right] \qquad (62)$$

Für Lasten, welche im Scheitel selbst liegen, ist es gleichgültig, ob man dieselben der rechtsseitigen oder linksseitigen Bogenhälfte zurechnet.

Bezeichnet man ferner die Lasten rechts vom fraglichen Querschnitt mit G' und diejenigen links vom Querschnitt mit G'', sowie die Abscissen der Angriffspunkte dieser Lasten wieder mit ξ, so hat man:

$$[M] = \frac{l - x}{2l} \cdot \Sigma G' (l + \xi) + \frac{l + x}{2l} \Sigma G'' (l - \xi) \qquad (63)$$

$$[T] = \frac{1}{2l}\left[\Sigma G' (l + \xi) - \Sigma G'' (l - \xi)\right] \qquad (64)$$

Es ist zu beachten, dass angenommen wurde: der in Rede stehende Querschnitt trenne die Lasten in der durch den Axpunkt des Schnitts hindurchgehenden Vertikalen. Lasten, welche in dieser Vertikalen selbst angreifen, sind als rechtsseitig vom Schnitt liegend zu behandeln, also den Lasten G' zuzurechnen.

In den Gleichungen 62 bis 64 sind die Abscissen ξ stets als algebraische Grössen, also event. negativ einzuführen.

Sobald die Grössen H, $[M]$ und $[T]$ berechnet sind, kann man die zusammengehörigen Werthe M und N aus den Gleichungen 32 und 33 ermitteln.

Transversalkräfte.

Es soll zunächst die ungünstigste Belastung ermittelt werden.

1. Die Belastungsscheide P hat einen reellen Werth (Fig. 20).

Man erhält das positive Maximum der Transversalkraft, wenn das System der Einzellasten derart angeordnet ist, dass möglichst viele Lasten innerhalb der Strecke FP angreifen, die grössten Raddrücke nahe am fraglichen Querschnitt wirken und die erste Last senkrecht über dem Schwerpunkt F des Schnittes liegt.

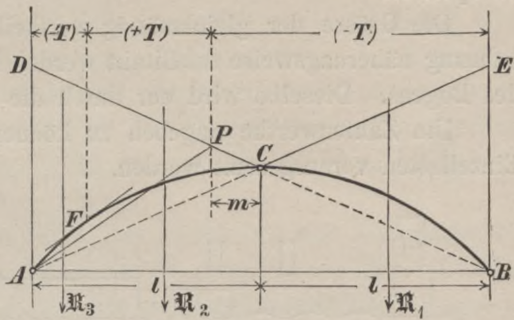


Fig. 20.

Man erhält das negative Maximum der Transversalkraft, wenn der Zug vom rechtsseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide P vorgerückt ist. Die grössten Lasten müssen möglichst in der Nähe des Scheitels liegen und eine derselben in diesem Punkt selbst angreifen. Welche der Lasten hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach links verschoben werden muss als

$$\mathfrak{R}_2 < \mathfrak{R}_1 \frac{m}{l} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (65)$$

ist. Hierin haben $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ die auf Seite 14 angegebene Bedeutung; m ist die Entfernung der Belastungsscheide P vom Scheitel.

Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des Scheitels die in der Ungleichung 65 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist an dieser Stelle anzuordnen.

Gleichzeitig ist ein Zug vom linksseitigen Kämpfer bis zum fraglichen Querschnitt vorzuschieben und zwar derart, dass das erste Rad senkrecht über dem Schwerpunkt F des fraglichen Schnittes liegt.

Man kann der Ansicht sein, dass diese beiderseitige Belastung in Wirklichkeit niemals gleichzeitig auftritt. Will man nur die rechtsseitige oder nur die linksseitige Belastung berücksichtigen, so muss in jedem speciellen Fall untersucht werden, welche der beiden Belastungsarten die grösste negative Schubkraft im fraglichen Querschnitt hervorruft.

2. Die Belastungsscheide P hat keinen reellen Werth (Fig. 15).

Man erhält das positive oder negative Maximum der Transversalkraft, wenn der Zug vom rechtsseitigen, resp. vom linksseitigen Kämpfer bis gegen den Querschnitt vorgeschoben wird, und zwar derart, dass das erste Rad senkrecht über dem Schwerpunkt des Schnittes liegt.

Nachdem die ungünstigste Belastung ermittelt ist, berechnet man für diese aus den Gleichungen 62 und 64 die Werthe H und $[T]$ und mit Hülfe dieser Grössen aus Gleichung 34 die Transversalkraft T.

§ 7. Reduction eines Systems von Einzellasten auf eine gleichmässig vertheilte Last.

Die Wirkung der einzelnen Raddrücke eines Eisenbahnzuges kann näherungsweise durch eine gleichmässig vertheilte Belastung ersetzt werden. Die dadurch erzielte Annährung ist bei Bogenbrücken weniger gut als bei Balkenträgern. Es empfiehlt sich demnach, bei Bogenbrücken vorzugsweise mit den einzelnen Raddrücken zu operiren.

Die Grösse der gleichmässig vertheilten Belastung, welche für einen Eisenbahnzug näherungsweise substituirt werden kann, ist unabhängig von der Spannweite des Bogens. Dieselbe wird nur durch die Länge der belasteten Strecke bedingt.

Um Zahlenwerthe angeben zu können, muss eine bestimmte Anordnung der Einzellasten vorausgesetzt werden.

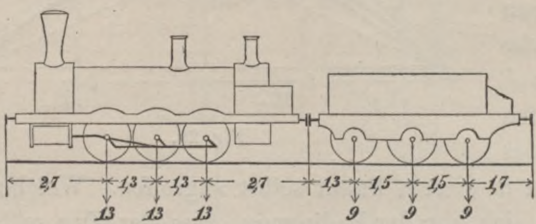


Fig. 21.

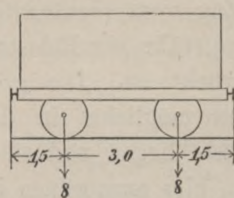


Fig. 22.

Der Berechnung ist ein Güterzug mit 3 Locomotiven nebst Tendern (Fig. 21) und angefügten Güterwagen (Fig. 22) zu Grunde gelegt.

Die in diesen Figuren eingeschriebenen Gewichtszahlen bedeuten Tonnen pr. Axe.

Die Länge der belasteten Strecke sei mit a bezeichnet; folgende Tabelle giebt die aequivalenten, gleichmässig vertheilten Belastungen pr. Gleis und pr. lfdm. in Tonnen an.

a	q	a	q	a	q
0,5	52,0	7	9,2	35	5,5
1	26,0	8	8,5	40	5,4
1,5	19,6	9	8,1	45	5,3
2	17,6	10	7,8	50	5,2
2,5	15,4	12	7,2	60	4,9
3	14,7	14	6,7	70	4,7
3,5	14,0	16	6,4	80	4,5
4	13,2	18	6,3	90	4,3
4,5	12,3	20	6,2	100	4,2
5	11,5	25	5,9	120	4,0
6	10,2	30	5,6	150	3,8
m	t	m	t	m	t

II. Bogen mit 2 Gelenken.

§ 8. Allgemeines.

Nach den Ausführungen des § 2 sind zur vollständigen Bestimmung der äusseren Kräfte drei Bedingungsgleichungen erforderlich. Es ist angenommen, dass an beiden Kämpfern ein Gelenk eingeschaltet und dadurch das Biegungsmoment an diesen Stellen künstlich zu Null gemacht ist. Diese Anordnung ergiebt zwei der erforderlichen Bedingungen. Man erkennt zunächst, dass die Reactionen durch die Gelenkpunkte hindurch gehen müssen; setzt man ferner die statischen Momente der äusseren Kräfte bezüglich der Kämpferpunkte gleich Null, so erhält man aus diesen Gleichungen die Vertikalcomponenten der Reactionen. Die Ermittlung des Horizontalschubes gelingt jedoch nur unter Berücksichtigung der elastischen Deformation des Bogens, indem man die Bedingung aufstellt, dass die Widerlager entweder durchaus unverschieblich sind, oder dass die Spannweite sich um eine gewisse als bekannt vorausgesetzte Grösse $\triangle x$ ändern kann.

Ueber diesen Werth $\triangle x$, welcher durch das Nachgeben der Widerlager bedingt wird, lassen sich kaum allgemein irgend welche Angaben machen. Anhaltspunkte hierfür werden hauptsächlich durch Beobachtung ausgeführter Bauwerke gewonnen werden können. Die bisher vorliegenden Erfahrungen sind jedoch nicht genügend, um für die Grösse $\triangle x$ von vorne herein einen Werth angeben zu können, welcher auch nur irgend wie als zutreffend zu bezeichnen wäre.

Jedes Ausweichen der Widerlager wird die Spannungen im Bogen wesentlich erhöhen. Man wird deshalb durch sorgfältige Construction und Fundirung der Pfeilerbauten ein Nachgeben derselben möglichst zu vermeiden suchen. Alsdann kann man näherungsweise die Kämpferpunkte als absolut fest annehmen, also $\triangle x = 0$ setzen; die unvermeidlichen kleinen Ausweichungen der Widerlager und die in Folge dessen auftretenden Spannungserhöhungen wird man dadurch berücksichtigen können, dass man den Sicherheitscoefficienten für den ganzen Bogen erhöht, die als zulässig erachtete spec. Spannung also bei statisch unbestimmten Trägersystemen mit geringerem Werthe einführt.

Bei den folgenden Entwicklungen wird demnach allgemein die Aenderung der Spannweite $\triangle x = 0$ gesetzt werden.

Gleichung 28 lautet dann:

$$0 = \int_{-l}^{+l} M y \, dx - \mu H \int_{-l}^{+l} dx \quad \text{. . . . . (66)}$$

Es ist nun:

$$M = [M] - Hy \quad \text{. . . . . (67)}$$

wenn mit $[M]$ das Moment bezeichnet wird, welches die nämliche Belastung bei einem graden Balkenträger von der Länge $2l$ in einem Punkte mit der Abscisse x hervorrufen würde.

Ferner ist:

$$\int_{-l}^{+l} dx = 2l.$$

Setzt man noch

$$\int_{-l}^{+l} y^2\,dx = \mathfrak{Y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (68)$$

und

$$\int_{-l}^{+l} [M]\,y\,dx = [\mathfrak{Y}], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (69)$$

so ergiebt sich, indem man Gleichung 66 nach H auflöst:

$$H = \frac{[\mathfrak{Y}]}{\mathfrak{Y} + 2\mu l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (70)$$

In dieser Gleichung ist $\mathfrak{Y}$ ausschliesslich von der Form des Bogens, $[\mathfrak{Y}]$ sowohl von der Form des Bogens als von der Art der Belastung abhängig.

Die allgemeinen Bezeichnungen, sowie die Gleichungen 32 bis 34 des § 3 behalten auch hier ihre Gültigkeit.

Für die verschiedenen Belastungsfälle haben natürlich die Grössen $[M]$ und $[T]$, das Moment und die Transversalkraft eines graden Balkens auf 2 Stützen, ebenfalls die nämlichen Werthe, wie solche im § 3 angegeben sind. Anders gestaltet sich jedoch der Ausdruck für den Horizontalschub H. Die Abhängigkeit desselben von der Art der Belastung ist durch die Grösse $[\mathfrak{Y}]$ bedingt. Es erübrigt deshalb noch, diesen Werth für verschiedene Belastungsfälle zu ermitteln.

In den folgenden Formeln bedeute:

$\mathfrak{F}$ die Fläche zwischen der Bogenaxe und der Kämpferhorizontalen,

$\mathfrak{S}$ das statische Moment, $\mathfrak{T}$ das Trägheitsmoment } dieser Fläche bezogen auf die mittlere Vertikale.

Wegen der Symmetrie des Bogens ist immer $\mathfrak{S} = 0$.

$\mathfrak{F}_\xi^l$, $\mathfrak{S}_\xi^l$ und $\mathfrak{T}_\xi^l$ sind die Fläche, das statische Moment und das Trägheitsmoment zwischen den Abscissen ξ und l genommen.

Totale gleichmässig vertheilte Belastung.

(Fig. 7.)

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{p}{2}\left(l^2 \mathfrak{F} - \mathfrak{T}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (71)$$

Partielle gleichmässig vertheilte Belastung.

Die Belastung erstreckt sich vom rechtsseitigen Widerlager B bis zum Punkte C.

(Fig. 8.)

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{q}{4}\mathfrak{F}\left[(l+\xi)^2 - 2\xi^2\right] - \frac{q}{2}\left(\mathfrak{T} - \mathfrak{T}_\xi^l + 2\xi\,\mathfrak{S}_\xi^l - \xi^2 \mathfrak{F}_\xi^l\right) \quad \ldots \quad (72)$$

Die Belastung erstreckt sich vom linksseitigen Widerlager A bis zum Punkte C.

(Fig. 9.)

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{q}{4}\mathfrak{F}(l-\xi)^2 - \frac{q}{2}\left(\mathfrak{T}_\xi^l - 2\xi\,\mathfrak{S}_\xi^l + \xi^2 \mathfrak{F}_\xi^l\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (73)$$

Belastung durch eine Einzellast G.

(Fig. 10.)

$$[\mathfrak{Y}] = G\left[\frac{\mathfrak{F}}{2}(l-\xi) + \xi\,\mathfrak{F}_\xi^l - \mathfrak{S}_\xi^l\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (74)$$

§ 9. Bestimmung der von der Form des Bogens abhängigen Grössen.

1. Die Bogenaxe ist nach einer Parabel gekrümmt.

$$y = f\left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) \quad \ldots\ldots \quad (75)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = 2\,\frac{f}{l^2} \cdot x \quad \ldots\ldots \quad (76)$$

$$\mathfrak{Y} = \frac{16}{15} f^2\, l \quad \ldots\ldots \quad (77)$$

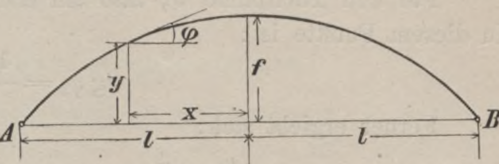


Fig. 23.

$$\mathfrak{F} = \frac{4}{3} f\, l \quad \ldots\ldots \quad (78)$$

$$\mathfrak{T} = \frac{4}{15} f\, l^3 \quad \ldots\ldots \quad (79)$$

$$\mathfrak{F}_\xi^l = \frac{f\,l}{3}\left[2 - \frac{\xi}{l}\left(3 - \frac{\xi^2}{l^2}\right)\right] \quad \ldots\ldots \quad (80)$$

$$\mathfrak{S}_\xi^l = \frac{f\,l^2}{4}\left[1 - \frac{\xi^2}{l^2}\left(2 - \frac{\xi^2}{l^2}\right)\right] \quad \ldots\ldots \quad (81)$$

$$\mathfrak{T}_\xi^l = \frac{f\,l^3}{15}\left[2 - \frac{\xi^3}{l^3}\left(5 - 3\,\frac{\xi^2}{l^2}\right)\right] \quad \ldots\ldots \quad (82)$$

Setzt man diese Werthe noch in die Gleichungen 71 bis 74 ein, so nehmen dieselben folgende Form an:

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{8}{15}\, p f l^3 \quad \ldots\ldots \quad (71_a)$$

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{1}{60}\, q f l^3 \left(1 + \frac{\xi}{l}\right)\left[16 + \frac{\xi}{l}\left(1 - \frac{\xi}{l}\right)\left(9 - \frac{\xi^2}{l^2}\right)\right] \quad \ldots \quad (72_a)$$

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{1}{60}\, q f l^3 \left(1 - \frac{\xi}{l}\right)\left[16 - \frac{\xi}{l}\left(1 + \frac{\xi}{l}\right)\left(9 - \frac{\xi^2}{l^2}\right)\right] \quad \ldots \quad (73_a)$$

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{1}{12}\, G f l^2 \left(5 - \frac{\xi^2}{l^2}\right)\left(1 - \frac{\xi^2}{l^2}\right) \quad \ldots\ldots \quad (74_a)$$

2. Bogen allgemeinster Form.

Ist die Axe nicht nach einer Parabel gekrümmt, so werden die genauen analytischen Ausdrücke für die von der Form des Bogens abhängigen Grössen sehr unbequem. Selbst für den Fall, dass die Axe ein Kreisbogen ist, nehmen besagte Ausdrücke eine sehr unhandliche Gestalt an. Man wird dann besser thun, dieselben mit Hülfe der Simpson'schen Regel zu entwickeln.

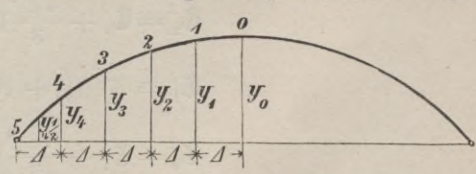


Fig. 24.

Die Spannweite des Bogens wird in 10 gleiche Theile $\triangle$ getheilt. Die Ordinaten y, welche, wie aus Fig. 24 zu ersehen, der Reihe nach mit y_0, y_1 .... bezeichnet sind, werden berechnet oder aus der Zeichnung abgegriffen. In der Entfernung $\frac{\triangle}{2}$ vom Kämpfer wird noch eine Zwischenordinate $y_{4\frac{1}{2}}$ eingeschaltet.

Für den n^{ten} Theilpunkt ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{y_{n-1} - y_{n+1}}{2 \triangle} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (83)$$

Für den Theilpunkt 5, also am Kämpfer, liefert diese Formel kein Resultat. In diesem Punkte ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_5 = \frac{4 y_{4\frac{1}{2}} - y_4}{\triangle} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (84)$$

Ferner ergiebt sich:

$$\mathfrak{Y} = \frac{4}{3} \triangle (y_0^2 + y_1^2 + 2 y_2^2 + y_3^2 + 2 y_4^2) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (85)$$

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{F}_4^l &= \frac{\triangle}{3} (y_0 - 2 y_1 + 2 y_2 - 2 y_3 + 3 y_4) \\
\mathfrak{F}_3^l &= \frac{\triangle}{3} (y_3 + 4 y_4) \\
\mathfrak{F}_2^l &= \frac{\triangle}{3} (y_0 - 2 y_1 + 3 y_2 + 2 y_3 + 4 y_4) \\
\mathfrak{F}_1^l &= \frac{\triangle}{3} (y_1 + 4 y_2 + 2 y_3 + 4 y_4) \\
\mathfrak{F}_0^l &= \frac{2 \triangle}{3} (y_0 + y_1 + 2 y_2 + y_3 + 2 y_4)
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (86)$$

$$\mathfrak{F} = 2 \mathfrak{F}_0^l$$

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{S}_4^l &= \frac{\triangle^2}{3} (2 y_4 + 9 y_{4\frac{1}{2}}) \\
\mathfrak{S}_3^l &= \frac{\triangle^2}{3} (3 y_3 + 16 y_4) \\
\mathfrak{S}_2^l &= \mathfrak{S}_4^l + \frac{2 \triangle^2}{3} (y_2 + 6 y_3 + 2 y_4) \\
\mathfrak{S}_1^l &= \frac{\triangle^2}{3} (y_1 + 8 y_2 + 6 y_3 + 16 y_4) \\
\mathfrak{S}_0^l &= \mathfrak{S}_4^l + \frac{4 \triangle^2}{3} (y_1 + y_2 + 3 y_3 + y_4)
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (87)$$

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{T}_4^l &= \frac{\triangle^3}{3} (16 y_4 + 81 y_{4\frac{1}{2}}) \\
\mathfrak{T}_3^l &= \frac{\triangle^3}{3} (9 y_3 + 64 y_4) \\
\mathfrak{T}_2^l &= \mathfrak{T}_4^l + \frac{4 \triangle^3}{3} (y_2 + 9 y_3 + 4 y_4) \\
\mathfrak{T}_1^l &= \frac{\triangle^3}{3} (y_1 + 16 y_2 + 18 y_3 + 64 y_4) \\
\mathfrak{T}_0^l &= \mathfrak{T}_4^l + \frac{4 \triangle^3}{3} (y_1 + 2 y_2 + 9 y_3 + 4 y_4)
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (88)$$

$$\mathfrak{T} = 2 \mathfrak{T}_0^l$$

Für den Fall, dass in den Ausdrücken $\mathfrak{F}_\xi^l$, $\mathfrak{S}_\xi^l$ oder $\mathfrak{T}_\xi^l$ der Werth ξ negativ wird, lassen sich diese Grössen leicht aus den schon berechneten Zahlen abschreiben. Es ist:

$$\mathfrak{F}^l_{-\xi} = \mathfrak{F} - \mathfrak{F}^l_\xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (89)$$

$$\mathfrak{S}^l_{-\xi} = \mathfrak{S}^l_\xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (90)$$

$$\mathfrak{T}^l_{-\xi} = \mathfrak{T} - \mathfrak{T}^l_\xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (91)$$

§ 10. Gleichmässig vertheilte permanente Last.

Ist die Bogenaxe nach einer Parabel gekrümmt, so bestimme man die Werthe $\mathfrak{Y}$ und $[\mathfrak{Y}]$ aus den Gleichungen 77 und 71_a (Seite 21). Ist die Axe nicht nach einer Parabel gekrümmt, so ermittle man zunächst $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{T}$ nach den Gleichungen 85, 86 und 88; sodann den Werth $[\mathfrak{Y}]$ aus Gleichung 71.

Mit Hülfe der Grössen $\mathfrak{Y}$ und $[\mathfrak{Y}]$ kann aus Gleichung 70 der Horizontalschub H berechnet werden. Nunmehr bestimmt man die Werthe $[M]$ und $[T]$ nach den Formeln 35 und 36.

Das Moment M, die Normalkraft N und die Transversalkraft T lassen sich schliesslich für jeden Querschnitt aus den Gleichungen 32 bis 34 berechnen.

§ 11. Gleichmässig vertheilte mobile Last.

Verzeichnung der Kämpferdrucklinie.

Zur Ermittlung der ungünstigsten Belastung ist die Kenntniss der Kämpferdrucklinie erforderlich. Um dieselbe zu erhalten, bestimmt man zunächst für verschiedene Lagen einer Einzellast von der Grösse „Eins“ den Horizontalschub H in folgender Weise: Ist die Axe nach einer Parabel gekrümmt, so ermittelt man die Werthe $\mathfrak{Y}$ und $[\mathfrak{Y}]$ aus den Gleichungen 77 und 74_a (Seite 21). Falls die Axe nicht nach einer Parabel gekrümmt ist, werden die Grössen $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{F}^l_\xi$ und $\mathfrak{S}^l_\xi$ aus den Gleichungen 85, 86 und 87 berechnet und wird sodann $[\mathfrak{Y}]$ mit Hülfe der Formel 74 bestimmt. Der Horizontalschub H ergiebt sich aus Gleichung 70.

Das Moment $[M]$ im Angriffspunkte der Last „Eins“ ist:

$$[M] = \frac{l^2 - \xi^2}{2l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (92)$$

Die Ordinaten der Kämpferdrucklinie erhält man dann aus der Beziehung

$$\eta = \frac{[M]}{H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (93)$$

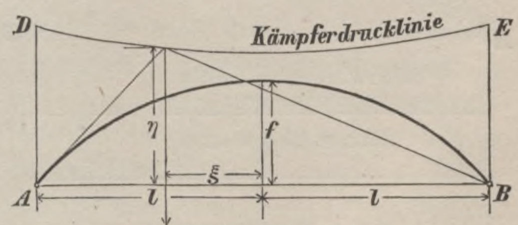


Fig. 25.

Für $\xi = l$ nimmt diese Gleichung die unbestimmte Form $\frac{0}{0}$ an. Der wahre Werth von η für den Fall, dass die Last am Kämpfer liegt, ist:

$$\eta = 2\,\frac{\mathfrak{Y} + 2\mu l}{\mathfrak{F}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (94)$$

Ist die Axe nach einer Parabel gekrümmt, und vernachlässigt man noch den Einfluss der Normalkraft auf die Deformation des Bogens (also das Glied $2\mu l$), so ergiebt sich für die Kämpferdrucklinie die Gleichung:

$$\eta = \frac{32 f l^2}{5(5l^2 - \xi^2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (95)$$

Nachdem die Kämpferdrucklinie verzeichnet ist, wird man gut thun, zunächst den Horizontalschub für verschiedene Belastungsfälle zu bestimmen.

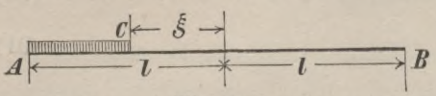


Fig. 26.

Ist eine Strecke zwischen den Abscissen ξ und l belastet, so findet man den dadurch erzeugten Horizontalschub H folgender Maassen:

Falls die Bogenaxe nach einer Parabel gekrümmt ist, ermittelt man die Werthe $\mathfrak{y}$ und $[\mathfrak{y}]$ aus den Gleichungen 77 und 73_a (S. 21); ist die Axe nicht nach einer Parabel gekrümmt, so werden die Grössen $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{F}_\xi^l$, $\mathfrak{S}_\xi^l$ und $\mathfrak{T}_\xi^l$ aus den Gleichungen 85, 86, 87 und 88 berechnet und wird sodann $[\mathfrak{y}]$ mit Hülfe der Formel 73 bestimmt. Der gesuchte Horizontalschub ergiebt sich aus Gleichung 70.

Man ermittelt nun in dieser Weise den Werth H für verschiedene zwischen 0 und l liegende Werthe von ξ und trägt die Grösse desselben der Abscisse ξ entsprechend als Ordinate auf. Verbindet man die Endpunkte der Ordinaten durch eine stetige Curve, so giebt diese für jede vom linksseitigen Kämpfer A bis zu einem Punkte mit der Abscisse ξ sich erstreckende Belastung den dadurch erzeugten Horizontalschub direct an; derselbe ist gleich der Ordinate im Endpunkte der belasteten Strecke. Bedenkt man, dass symmetrisch liegende Belastungen den nämlichen Horizontalschub bedingen, so erkennt man leicht, dass mit Hülfe dieser Curve für jeden Belastungsfall der Horizontalschub einfach ermittelt werden kann.

Normalkräfte.

Die Belastungsscheiden und die ungünstigste Belastung können ganz in derselben Weise gefunden werden, wie bei einem Bogen mit drei Gelenken, nur wird die Kämpferdrucklinie hier nicht aus zwei Graden bestehen, sondern muss in der oben erläuterten Weise bestimmt werden. Die Ausführungen des § 5 behalten auch hier ihre Gültigkeit. Demnach ergiebt sich das Belastungsschema, wie Fig. 27 dasselbe zeigt.

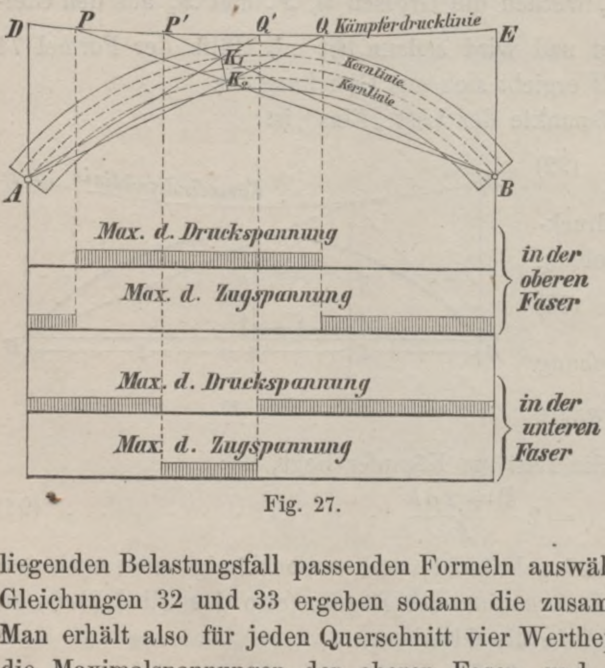


Fig. 27.

Ist die ungünstigste Belastung gefunden, so bestimmt man für diese mit Hülfe der verzeichneten Curve der Horizontalschub H; ferner ermittelt man, indem man aus den Gleichungen 38 bis 47 die für den vorliegenden Belastungsfall passenden Formeln auswählt, die Werthe $[M]$ und $[T]$. Die Gleichungen 32 und 33 ergeben sodann die zusammengehörigen Grössen M und N. Man erhält also für jeden Querschnitt vier Werthepaare (M und N), von denen zwei die Maximalspannungen der oberen Faser, und zwei die Maximalspannungen der unteren Faser liefern.

Zu bemerken ist hierbei, dass es häufig empfehlenswerth ist, nicht sämmtliche Werthepaare MN direct zu berechnen, sondern, nachdem diese Grössen für einseitige Belastung gefunden sind, dieselben für anderseitige Belastung durch Subtraction von den totaler mobiler Last entsprechenden Werthen M und N zu bestimmen. Letztere können aus den für das Eigengewicht berechneten Grössen M und N sehr einfach abgeleitet werden.

Transversalkräfte.

Die Bestimmung der Belastungsscheiden erfolgt mit Hülfe der Kämpferdrucklinie nach der im § 5 für einen Bogen mit 3 Gelenken angegebenen Art und Weise.

Das Belastungsschema ist in Fig. 28 verzeichnet.

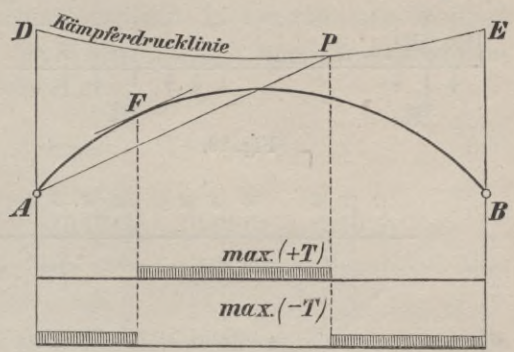


Fig. 28.

Nachdem die ungüngstigste Belastung gefunden ist, bestimmt man für diese mit Hülfe der verzeichneten Curve den Horizontalschub H; ferner ermittelt man, indem man aus den Gleichungen 38 bis 47 die für den vorliegenden Belastungsfall passenden Formeln auswählt, den Werth $[T]$. Die gesuchte Transversalkraft T erhält man sodann aus Gleichung 34.

Es ist im Allgemeinen empfehlenswerth, die positive und negative Maximal-Transversalkraft nicht gesondert zu ermitteln. Ist die Grösse T für einseitige Belastung berechnet, so kann dieselbe für anderseitige Belastung durch Subtraction von der totaler mobiler Last entsprechenden Transversalkraft gefunden werden.

§ 12. Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

Man verzeichne zunächst die Kämpferdrucklinie nach der im § 11 erläuterten Art und Weise. Die zu diesem Zweck für verschiedene Lagen einer Einzellast von der Grösse „Eins" berechneten Werthe von H trage man ferner in den Angriffspunkten der Last als Ordinaten auf. Mit Hülfe der dadurch erhaltenen Curve kann man dann für jede beliebige Lage einer Last den Horizontalschub angeben, indem man die Ordinate im Angriffspunkte derselben mit der Grösse der Last multiplicirt.

Normalkräfte.

Es soll zunächst die ungünstigste Laststellung ermittelt werden.

Die Belastungsscheiden werden mit Hülfe der Kämpferdrucklinie in der nämlichen Weise verzeichnet, wie bereits im § 11 angegeben wurde. Welche Strecken zu belasten sind, um das Maximum der Druck- oder Zugspannung in der oberen oder unteren Faser hervorzurufen, ist aus Fig. 27 zu ersehen.

Es lassen sich nun die folgenden allgemeinen Regeln aufstellen, nach welchen die Lage des Zuges zu fixiren ist, um angenähert die ungünstigste Stellung desselben zu erreichen.

Ist eine Strecke vom rechtsseitigen Kämpfer B bis zur Belastungsscheide Q oder die Strecke vom linksseitigen Widerlager A bis zur Scheide P zu belasten, so müssen möglichst viele Lasten innerhalb der fraglichen Strecke angeordnet, und die grössten Raddrücke in der Nähe des mittleren Punktes dieser Strecke gruppirt werden.

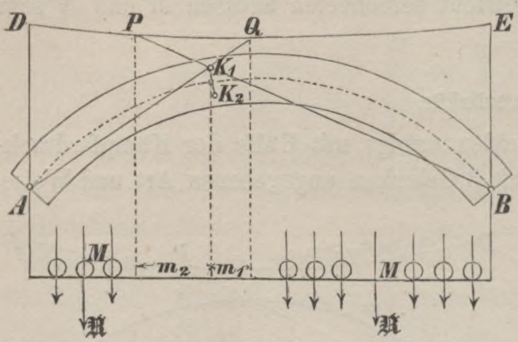


Fig. 29.

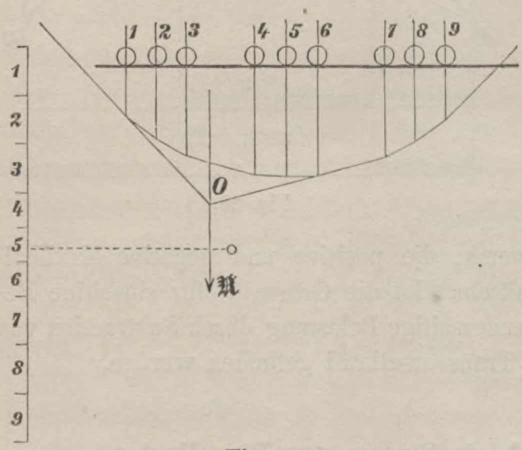


Fig. 30.

Die genaue Lage des Zuges ergiebt sich aus der Bedingung, dass die Resultante sämmtlicher Lasten durch den mittleren Punkt M (Fig. 29) der in Rede stehenden Strecke hindurch gehen muss.

Um diese Lage des Zuges zu finden, ist das folgende Verfahren zu empfehlen.

Man verzeichnet das Lastsystem für einen von rechts nach links vorrückenden Zug und sodann mit beliebiger Poldistanz das zugehörige Seilpolygon. Den Angriffspunkt der Resultanten aller zwischen zwei Seiten des Seilpolygons angreifenden Kräfte findet man, indem man diese Seiten verlängert und zum Schnitt bringt. Der Schnittpunkt ist der gesuchte Angriffspunkt. So geht beispielsweise (Fig. 30) die Resultante der Kräfte 1 bis 6 durch den Punkt O hindurch.

Man wird sich das Lastsystem auf einem Papierstreifen verzeichnen, derart, dass die eine Seite desselben einen von rechts nach links, die andere Seite einen von links nach rechts vorrückenden Eisenbahnzug zeigt. Mit Hülfe dieses Papierstreifens bestimmt man nun zunächst schätzungsweise, welche Lasten innerhalb der fraglichen Strecke angreifen werden und construirt dann mittelst des Seilpolygons den Angriffspunkt der Resultanten dieser Lasten. Durch die Bedingung, dass dieser Punkt mit dem mittleren Punkte der zu belastenden Strecke zusammenfallen soll, ist die Lage des Zuges fixirt, und kann man nun die Abscissen der Angriffspunkte sämmtlicher Lasten leicht angeben.

Ist die Strecke zwischen den Belastungsscheiden P und Q (Fig. 29), oder falls eine Scheide P nicht existirt, die Strecke AQ zu belasten, so müssen möglichst viele Axen innerhalb dieser Strecke angeordnet und die grössten Raddrücke in der Nähe des fraglichen Querschnitts gruppirt werden; eine der grössten Lasten muss senkrecht über dem Schwerpunkt dieses Querschnitts liegen. Welches Rad hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach rechts verschoben werden muss, als noch

$$\Sigma G' < \frac{m_1}{m_2} \Sigma G'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (96)$$

ist. Hierin bedeutet:

G' eine Einzellast rechts vom fraglichen Schnitt,

G'' eine Einzellast links vom fraglichen Schnitt,

m_1 die Entfernung des Punktes Q (Fig. 29) und

m_2 die Entfernung des Punktes P (oder falls eine Belastungsscheide P nicht existirt, die Entfernung des Kämpferpunktes A) vom Schwerpunkt des in Rede stehenden Schnitts.

Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des fraglichen Punktes die in Ungleichung 96 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist senkrecht über dem Schwerpunkt des betreffenden Querschnitts anzuordnen.

Nachdem die ungünstigste Lage des Zuges bestimmt ist, ermittelt man für diese mit Hülfe der anfangs verzeichneten Curve den Horizontalschub H. Sodann berechnet man die Werthe $[M]$ und $[T]$ aus den Gleichungen

$$[M] = \frac{1}{2l}\left[(l-x)\Sigma G'(l+\xi) + (l+x)\Sigma G''(l-\xi)\right] \quad \ldots \quad (97)$$

$$[T] = \frac{1}{2l}\left[\Sigma G'(l+\xi) - \Sigma G''(l-\xi)\right], \quad \ldots \quad (98)$$

wenn wieder mit G' eine Einzellast rechts, mit G'' eine Einzellast links vom fraglichen Schnitt bezeichnet wird.

Es ist zu beachten, dass hier, wie bei allen Entwicklungen, angenommen werden soll, der fragliche Schnitt trenne die Lasten in der durch den Axpunkt (Schwerpunkt) des Querschnitts hindurch gehenden Vertikalen. Lasten, welche in dieser Vertikalen selbst angreifen, sind als rechtsseitig vom Schnitt liegend zu behandeln, also den Lasten G' zuzurechnen. Die Abscissen ξ der Angriffspunkte der Lasten, von der mittleren Vertikalen aus gerechnet, sind natürlich algebraisch — also event. negativ — in Rechnung zu setzen.

Sind die Grössen H, $[M]$ und $[T]$ bekannt, so können die zusammengehörigen Werthe M und N aus den Gleichungen 32 und 33 berechnet werden.

Transversalkräfte.

Es soll zunächst die ungünstigste Laststellung ermittelt werden.

Die Belastungsscheiden können mit Hülfe der Kämpferdrucklinie in derselben Weise gefunden werden, wie bereits im § 11 erläutert wurde. Welche Strecken zu belasten sind, um das positive oder negative Maximum der Transversalkraft in einem Querschnitt zu erhalten, ist aus Fig. 28 zu ersehen.

Die Scheerkraft erreicht ihr positives Maximum, wenn innerhalb der Strecke FP (Fig. 28) möglichst viele Lasten angreifen, und der Zug soweit gegen den fraglichen Querschnitt vorgeschoben wird, dass das erste Rad desselben senkrecht über dem Schwerpunkt des Schnitts liegt.

Die Transversalkraft erreicht ihr negatives Maximum, wenn der Zug vom linksseitigen Kämpfer bis gegen den betreffenden Querschnitt vorgerückt wird und das erste Rad desselben senkrecht über dem Axpunkt des Querschnitts liegt. Gleichzeitig ist die Strecke vom rechtsseitigen Kämpfer bis zur Belastungsscheide P (Fig. 28) zu belasten. Die grössten Raddrücke müssen möglichst in der Nähe des mittleren Punktes dieser Strecke zur Wirkung kommen, und ist das Lastsystem derartig anzuordnen, dass die Resultante der Lasten durch diesen mittleren Punkt der Strecke PB hindurch geht. In welcher Weise man die Lage des Lastsystems dieser letzten Bedingung entsprechend fixiren kann, ist oben im Abschnitt „Normalkräfte" dieses Paragraphen erläutert.

Man kann der Ansicht sein, dass diese beiderseitige Belastung in Wirklichkeit niemals gleichzeitig auftritt. Will man nur die rechtsseitige oder nur die linksseitige Belastung berücksichtigen, so muss in jedem speciellen Falle untersucht werden, welche der beiden Belastungsarten die grösste negative Schubkraft im fraglichen Querschnitt hervorruft.

Nachdem die ungünstigste Laststellung ermittelt ist, bestimmt man für diese mit Hülfe der verzeichneten Curve den Horizontalschub H, sodann aus Gleichung 98 den Werth $[T]$ und schliesslich die gesuchte Transversalkraft T aus der Formel 34.

§ 13. Einfluss der Temperaturänderungen.

In Folge der Temperaturdifferenzen würde sich, falls keine Widerlager vorhanden wären, die Spannweite des Bogens um die Strecke

$$\triangle x = 2l\varkappa t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (99)$$

verändern. Hierin bedeutet $\varkappa$ den Ausdehnungscoefficienten des Materials für 1^0 Cels. und t die Anzahl der Grade, um welche die Temperatur des Materials von der mittleren Temperatur abweichen kann. Eine Erhöhung der Temperatur würde eine Ausdehnung, eine Verminderung der Temperatur, ein Zusammenziehen der Construction zur Folge haben.

Dieser Veränderung der Spannweite wirken die Widerlager entgegen, indem dieselben auf den Bogen einen Horizontalschub H ausüben. Die Grösse dieses Horizontalschubes erhält man aus der Bedingung, dass die dieser Kraft entsprechende Zusammendrückung des Bogens denselben Absolutwerth haben muss, wie die in Folge der Temperaturdifferenz auftretende Vergrösserung der Spannweite.

Aus Gleichung 28 erhält man, wenn $\triangle x = -2l\varkappa t$ und $M = -Hy$ gesetzt wird:

$$H = \frac{2l\varkappa t \,.\, EJ_0}{\mathfrak{Y} + 2\mu l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (100)$$

Es kann

für Schmiedeeisen: $\varkappa = 0{,}0000\,118$, $E = 20\,000\,000\ t$ pr. $\square^m$

für Gusseisen: $\varkappa = 0{,}0000\,112$, $E = 10\,000\,000\ t$ pr. $\square^m$

und für Stahl: $\varkappa = 0{,}0000\,115$, $E = 23\,000\,000\ t$ pr. $\square^m$

gesetzt werden.

Die grösste Abweichung von der mittleren Temperatur sei zu

$$t = \pm 30^0$$

angenommen.

Nach Einführung dieser Zahlenwerthe lautet Gleichung 100

für Schmiedeeisen: $$H = \pm \frac{14160\, lJ_0}{\mathfrak{Y} + 2\mu l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (101)$$

für Gusseisen: $$H = \pm \frac{6720\, lJ_0}{\mathfrak{Y} + 2\mu l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (102)$$

und für Stahl: $$H = \pm \frac{15870\, l J_0}{\mathfrak{Y} + 2\mu l} \qquad (103)$$

In diesen Gleichungen ist 1^m als Längeneinheit und 1^t als Gewichtseinheit vorausgesetzt. J_0 bedeutet das Trägheitsmoment des Bogenquerschnitts im Scheitel.

Aus den Formeln 32 bis 34 folgt:

$$M = -Hy \qquad (104)$$

$$N = H.\cos\varphi \qquad (105)$$

$$T = -H.\sin\varphi \qquad (106)$$

III. Bogen ohne Gelenk.

§ 14. Allgemeines.

Nach den Ausführungen des § 2 sind zur vollständigen Bestimmung der äusseren Kräfte drei Bedingungsgleichungen erforderlich, welche, wenn im Bogen keine Gelenke angeordnet sind, sich aus den Annahmen ergeben, dass

1. die Bogenenden fest eingespannt sind; die relative Veränderung der Winkel, welche die Axe an den Kämpfern mit der Horizontalen bildet, gleich Null ist,
2. die Verschiebung der Widerlagspunkte in horizontaler Richtung und
3. die Verschiebung dieser Punkte in vertikaler Richtung gleich Null ist;

event. dass diese Verdrehungen und Verschiebungen ein gewisses, als bekannt vorausgesetztes Maass haben.

Wie bereits im § 8 bei der Behandlung eines Bogenträgers mit 2 Gelenken ausgeführt wurde, lassen sich über die Grösse dieser in Folge der Nachgiebigkeit der Widerlager auftretenden Deformationen irgend wie zutreffende Angaben nach den bis jetzt vorliegenden Erfahrungen nicht machen. Es sollen deshalb auch hier bei Berechnung der Bogenträger die Kämpfer als absolut unbeweglich vorausgesetzt und die kleinen unvermeidlichen Veränderungen derselben durch Einführuug eines höheren Sicherheitscoefficienten berücksichtigt werden.

Setzt man in den Gleichungen 27, 28 und 31 die Werthe $\triangle\varphi$, $\triangle x$ und $\triangle y$ gleich Null, so lauten dieselben:

$$0 = \int M dx \qquad (107)$$

$$0 = \int My\,dx - \mu H \int dx \qquad (108)$$

$$0 = \int Mx\,dx \qquad (109)$$

Man erkennt aus diesen Gleichungen, dass die Lage des Coordinatenursprungs durchaus beliebig gewählt werden darf. Derselbe soll auf der mittleren Vertikalen und zwar um eine Strecke z über der Kämpferhorizontalen AB angenommen werden, welche sich aus folgender Bedingung ergiebt.

Bezeichnet man den Inhalt der Fläche zwischen der Sehne AB und der Bogenaxe ACB (Fig. 31) mit $\mathfrak{F}'$, so soll

$$2lz = \mathfrak{F}' \qquad (110)$$

sein.

Für einen Punkt der Bogenaxe mit den Coordinaten x und y ist das Moment der äusseren Kräfte:

$$M = [M] - M_0 - Hy - T_0 x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (111)$$

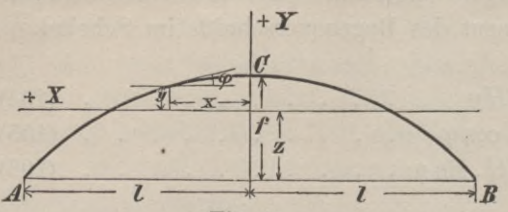


Fig. 31.

Hierin bedeutet wie früher $[M]$ das Moment, welches die nämliche Belastung bei einem Balkenträger auf 2 Stützen von der Länge $2l$ in einem Punkte mit der Abscisse x hervorrufen würde. Ferner sind M_0 und T_0 die Differenzen zwischen den Momenten, resp. den Transversalkräften, welche im Scheitelquerschnitt des Bogens und im mittleren Querschnitt eines Balkenträgers auf 2 Stützen bei der nämlichen Belastung auftreten.

Der Werth 111 wird in die Gleichungen 107 bis 109 eingeführt.

Setzt man

$$\int [M]\, dx = [\mathfrak{F}] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (112)$$

d. h. gleich der Momentenfläche eines einfachen Balkenträgers bei der in Frage stehenden Belastung,

$$\int [M] y\, dx = [\mathfrak{Y}], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (113)$$

$$\int [M] x\, dx = [\mathfrak{S}], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (114)$$

$$\int y^2\, dx = \mathfrak{Y} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (115)$$

und löst die Gleichungen 107 bis 109 nach M_0, H und T_0 auf, so erhält man:

$$M_0 = \frac{[\mathfrak{F}]}{2l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (116)$$

$$H = -\frac{[\mathfrak{Y}]}{\mathfrak{Y} + 2\mu l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (117)$$

$$T_0 = \frac{3}{2} \frac{[\mathfrak{S}]}{l^3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (118)$$

In diesen Formeln ist $\mathfrak{Y}$ ausschliesslich von der Form der Bogenaxe, $[\mathfrak{Y}]$ von der Form der Bogenaxe und der Art der Belastung, $[\mathfrak{F}]$ und $[\mathfrak{S}]$ ausschliesslich von der Art der Belastung abhängig.

Sind die Grössen M_0, H und T_0 bekannt, so lassen sich die Werthe M, N und T, das Moment, die Normalkraft und die Transversalkraft des Bogenquerschnitts einfach berechnen.

Es seien x und y die Coordinaten des Axpunktes eines Querschnitts; ferner bezeichne φ den Winkel, den die Bogenaxe im fraglichen Punkte mit der Horizontalen einschliesst; dann ist:

$$M = [M] - M_0 - Hy - T_0 x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (119)$$

$$N = ([T] + T_0) \sin\varphi + H \,.\, \cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (120)$$

$$T = ([T] + T_0) \cos\varphi - H \,.\, \sin\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (121)$$

Für die verschiedenen Belastungsfälle haben natürlich die Grössen $[M]$ und $[T]$, das Moment und die Transversalkraft, welche bei einem graden Balken auf

2 Stützen in einem Punkte mit der Abscisse x auftreten würden, die nämlichen Werthe, wie solche im § 3 angegeben sind.

Die Abhängigkeit der Grössen M_0, H und T_0 von der Art der Belastung ist durch die Werthe $[\mathfrak{F}]$, $[\mathfrak{S}]$ und $[\mathfrak{Y}]$ bedingt. Es erübrigt deshalb noch, diese Werthe für verschiedene Belastungsfälle zu ermitteln.

In den folgenden Formeln bedeute:

$\mathfrak{F}$ die Fläche zwischen der Bogenaxe und der X-Axe,

$\left.\begin{array}{l}\mathfrak{S} \text{ das statische Moment}\\ \mathfrak{T} \text{ das Trägheitsmoment}\end{array}\right\}$ dieser Fläche bezogen auf die Y-Axe.

In Folge der hier gewählten Lage der X-Axe ist immer $\mathfrak{F}=0$; ebenso ist der Symmetrie des Bogens halber $\mathfrak{S}=0$.

$\mathfrak{F}_\xi^l$, $\mathfrak{S}_\xi^l$ und $\mathfrak{T}_\xi^l$ sind die Fläche, das statische Moment und das Trägheitsmoment zwischen den Abscissen ξ und l genommen.

Totale gleichmässig vertheilte Belastung.

(Fig. 7.)

$$[\mathfrak{F}]=\frac{2}{3}\,p\,l^3 \quad \ldots \ldots \quad (122)$$

$$[\mathfrak{S}]=0 \quad \ldots \ldots \quad (123)$$

$$[\mathfrak{Y}]=-\frac{p}{2}\cdot\mathfrak{T} \quad \ldots \ldots \quad (124)$$

Partielle gleichmässig vertheilte Belastung.

Die Belastung erstreckt sich vom rechtsseitigen Widerlager B bis zum Punkte C.

(Fig. 8.)

$$[\mathfrak{F}]=\frac{q}{6}\,(l+\xi)^2\,(2\,l-\xi) \quad \ldots \ldots \quad (125)$$

$$[\mathfrak{S}]=-\frac{q}{24}\,(l^2-\xi^2)^2 \quad \ldots \ldots \quad (126)$$

$$[\mathfrak{Y}]=-\frac{q}{2}\left(\mathfrak{T}-\mathfrak{T}_\xi^l+2\,\xi\,\mathfrak{S}_\xi^l-\xi^2\,\mathfrak{F}_\xi^l\right) \quad \ldots \ldots \quad (127)$$

Die Belastung erstreckt sich vom linksseitigen Widerlager A bis zum Punkte C.

(Fig. 9.)

$$[\mathfrak{F}]=\frac{q}{6}\,(l-\xi)^2\,(2\,l+\xi) \quad \ldots \ldots \quad (128)$$

$$[\mathfrak{S}]=\frac{q}{24}\,(l^2-\xi^2)^2 \quad \ldots \ldots \quad (129)$$

$$[\mathfrak{Y}]=-\frac{q}{2}\left(\mathfrak{T}_\xi^l-2\,\xi\,\mathfrak{S}_\xi^l+\xi^2\,\mathfrak{F}_\xi^l\right) \quad \ldots \ldots \quad (130)$$

Belastung durch eine Einzellast G.

(Fig. 10.)

$$[\mathfrak{F}]=\frac{G}{2}\,(l^2-\xi^2) \quad \ldots \ldots \quad (131)$$

$$[\mathfrak{S}]=\frac{G}{6}\,\xi(l^2-\xi^2)=\frac{\xi}{3}\,[\mathfrak{F}] \quad \ldots \ldots \quad (132)$$

$$[\mathfrak{Y}]=G\left(\xi\,\mathfrak{F}_\xi^l-\mathfrak{S}_\xi^l\right) \quad \ldots \ldots \quad (133)$$

Ungleichmässig vertheilte Belastung.

Als Bogen ohne Gelenk ist auch das gemauerte Gewölbe aufzufassen. Bei einem Brückengewölbe vertheilt sich das Eigengewicht in den meisten Fällen derart, dass dasselbe in jedem Punkte proportional der Ordinate zwischen dem Bogen ACB und einer Horizontalen DE (Fig. 32) ist. Die Höhe AD sei mit ζ bezeichnet. Ferner bedeute γ die Verhältnisszahl, mit welcher die Ordinaten multiplicirt werden müssen, um die Belastungen zu erhalten. Für einen Punkt mit der Abscisse x ist:

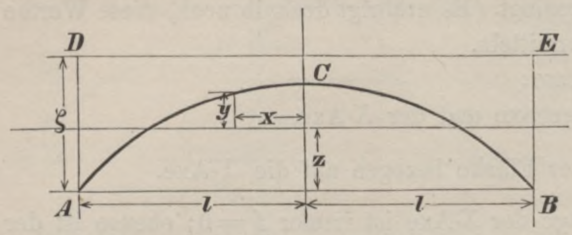


Fig. 32.

$$[M] = \gamma \left[\frac{1}{2} (l^2 - x^2)(\zeta - z) + \mathfrak{S}_x^l - x \mathfrak{F}_x^l \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (134)$$

$$[T] = \gamma \left[x(\zeta - z) + \mathfrak{F}_x^l \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (135)$$

Der Ausdruck für die Momentenfläche $[\mathfrak{F}]$ wird unbequem; es ist vorzuziehen, nachdem man die Werthe $[M]$ für eine Reihe von Punkten ermittelt hat, diese Grösse mit Hülfe der Simpson'schen Regel abzuleiten.

Hat man die Spannweite $2l$ des Bogens etwa in 10 gleiche Theile $\triangle$ getheilt und für jeden dieser Theilpunkte den Werth $[M]$ ermittelt, so ist:

$$[\mathfrak{F}] = \frac{4}{3} \triangle ([M_0] + [M_1] + 2[M_2] + [M_3] + 2[M_4]) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (136)$$

Es bedeutet hierin $[M_0]$ den Werth $[M]$ im Theilpunkte $x = 0$, also im Scheitel; $[M_1]$ den Werth $[M]$ für den folgenden Theilpunkt $x = \triangle$, u. s. f. $[M_5]$ ist natürlich Null.

Ebenso findet man:

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{4}{3} \triangle ([M_0] y_0 + [M_1] y_1 + 2[M_2] y_2 + [M_3] y_3 + 2[M_4] y_4) \quad . \quad . \quad . \quad (137)$$

worin y_0, y_1 .... die entsprechenden Ordinaten des Bogens bedeuten. Dieselben sind algebraisch, also zum Theil negativ in Rechnung zu setzen.

Ferner ist wegen der Symmetrie der Belastung:

$$[\mathfrak{S}] = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (138)$$

§ 15. Bestimmung der von der Form des Bogens abhängigen Grössen.

I. Die Bogenaxe ist nach einer Parabel gekrümmt.

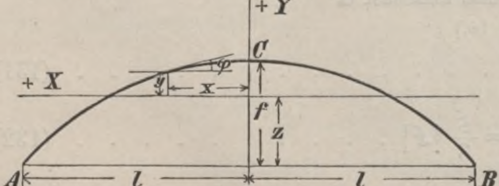


Fig. 33.

$$y = f \left(\frac{1}{3} - \frac{x^2}{l^2} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (139)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = 2 \frac{f}{l^2} x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (140)$$

$$z = \frac{2}{3} f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (141)$$

$$\mathfrak{Y} = \frac{8}{45} f^2 l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (142)$$

$$\mathfrak{T} = -\frac{8}{45} f l^3 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (143)$$

$$\mathfrak{F}_\xi^l = -\frac{f\xi}{3}\left(1 - \frac{\xi^2}{l^2}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (144)$$

$$\mathfrak{S}_\xi^l = -\frac{f l^2}{12}\left[1 + \frac{\xi^2}{l^2}\left(2 - 3\,\frac{\xi^2}{l^2}\right)\right] \quad \ldots \ldots \quad (145)$$

$$\mathfrak{T}_\xi^l = -\frac{f l^3}{45}\left[4 + \frac{\xi^3}{l^3}\left(5 - 9\,\frac{\xi^2}{l^2}\right)\right] \quad \ldots \ldots \quad (146)$$

Setzt man diese Werthe noch in die Gleichungen 124, 127, 130 und 133 ein, so nehmen dieselben folgende Form an:

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{4}{45}\, p f l^3 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (124_a)$$

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{1}{180}\, q f l^3 \left(1 + \frac{\xi}{l}\right)\left[8 + \frac{\xi}{l}\left(1 - \frac{\xi}{l}\right)\left(7 - 3\,\frac{\xi^2}{l^2}\right)\right] \quad \ldots \quad (127_a)$$

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{1}{180}\, q f l^3 \left(1 - \frac{\xi}{l}\right)\left[8 - \frac{\xi}{l}\left(1 + \frac{\xi}{l}\right)\left(7 - 3\,\frac{\xi^2}{l^2}\right)\right] \quad \ldots \quad (130_a)$$

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{1}{12}\, G f l^2 \left(1 - \frac{\xi^2}{l^2}\right)^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (133_a)$$

Auch die Formeln, welche sich auf ungleichmässig vertheilte Belastung beziehen, lassen sich unter der Voraussetzung, dass die Gewölbaxe nach einer Parabel gekrümmt ist, noch einfacher schreiben. Man erhält:

$$[M] = \frac{1}{12}\, \gamma f l^2 \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)\left(6\,\frac{\zeta}{f} - 5 + \frac{x^2}{l^2}\right) \quad \ldots \quad (134_a)$$

$$[T] = \frac{1}{3}\, \gamma f x \left(3\,\frac{\zeta}{f} - 3 + \frac{x^2}{l^2}\right) \quad \ldots \ldots \quad (135_a)$$

$$[\mathfrak{F}] = \frac{2}{15}\, \gamma f l^3 \left(5\,\frac{\zeta}{f} - 4\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (136_a)$$

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{4}{315}\, \gamma f^2 l^3 \left(7\,\frac{\zeta}{f} - 6\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (137_a)$$

2. Bogen allgemeinster Form.

Es ist am bequemsten für den Fall, dass die Axe nicht parabolisch gestaltet ist, die von der Form des Bogens abhängigen Grössen nach der Simpson'schen Regel zu entwickeln.

Die Spannweite des Bogens wird in 10 gleiche Theile $\triangle$ getheilt. Die Ordinaten zwischen der Kämpferhorizontalen und der Bogenaxe sollen vom Scheitel beginnend der Reihe nach mit y_0', y_1', y_2' ... bezeichnet werden.

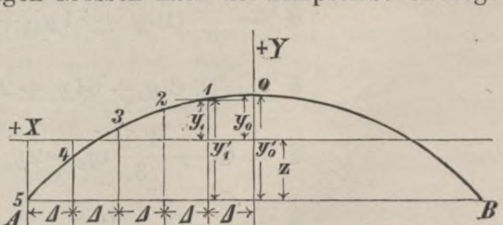


Fig. 34.

Es ist dann:

$$z = \frac{2}{15}\left(y_0' + y_1' + 2y_2' + y_3' + 2y_4'\right) \quad \ldots \ldots \quad (147)$$

Die in die weitere Rechnung einzuführenden Ordinaten ergeben sich sodann aus der Beziehung:

$$y = y' - z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (148)$$

Es ist erforderlich in der Entfernung $\frac{\triangle}{2}$ vom Kämpfer eine Zwischenordinate zu ermitteln, welche entsprechend mit $y_{4\frac{1}{2}}$ bezeichnet werden soll.

Für den n^{ten} Theilpunkt ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{y_{n-1} - y_{n+1}}{2\triangle} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (149)$$

Für den Theilpunkt 5, also am Kämpfer, liefert diese Formel kein Resultat. In diesem Punkte ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_5 = \frac{4 y_{4\frac{1}{2}} - y_4}{\triangle} \quad \ldots,\ldots\ldots \quad (150)$$

Ferner ergiebt sich:

$$\mathfrak{Y} = \frac{2}{3} \triangle (2y_0^2 + 2y_1^2 + 4y_2^2 + 2y_3^2 + 4y_4^2 + y_5^2) \quad \ldots\ldots \quad (151)$$

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{F}_4^l &= -\frac{\triangle}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + y_4)\\
\mathfrak{F}_3^l &= \frac{\triangle}{3}(y_3 + 4y_4 + y_5)\\
\mathfrak{F}_2^l &= -\frac{\triangle}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2)\\
\mathfrak{F}_1^l &= \frac{\triangle}{3}(y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + y_5)\\
\mathfrak{F}_0^l &= 0.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (152)$$

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{S}_4^l &= \frac{\triangle^2}{6}(4y_4 + 18y_{4\frac{1}{2}} + 5y_5)\\
\mathfrak{S}_3^l &= \frac{\triangle^2}{3}(3y_3 + 16y_4 + 5y_5)\\
\mathfrak{S}_2^l &= \mathfrak{S}_4^l + \frac{2\triangle^2}{3}(y_2 + 6y_3 + 2y_4)\\
\mathfrak{S}_1^l &= \frac{\triangle^2}{3}(y_1 + 8y_2 + 6y_3 + 16y_4 + 5y_5)\\
\mathfrak{S}_0^l &= \mathfrak{S}_4^l + \frac{4\triangle^2}{3}(y_1 + y_2 + 3y_3 + y_4)
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (153)$$

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{T}_4^l &= \frac{\triangle^3}{6}(16y_4 + 81y_{4\frac{1}{2}} + 25y_5)\\
\mathfrak{T}_3^l &= \frac{\triangle^3}{3}(9y_3 + 64y_4 + 25y_5)\\
\mathfrak{T}_2^l &= \mathfrak{T}_4^l + \frac{4\triangle^3}{3}(y_2 + 9y_3 + 4y_4)\\
\mathfrak{T}_1^l &= \frac{\triangle^3}{3}(y_1 + 16y_2 + 18y_3 + 64y_4 + 25y_5)\\
\mathfrak{T}_0^l &= \mathfrak{T}_4^l + \frac{4\triangle^3}{3}(y_1 + 2y_2 + 9y_3 + 4y_4)
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (154)$$

$$\mathfrak{T} = 2\mathfrak{T}_0^l$$

Es ist selbstverständlich, dass in diese Formeln die Werthe y algebraisch, also zum Theil negativ einzusetzen sind.

Für den Fall, dass in den Ausdrücken $\mathfrak{F}_\xi^l$, $\mathfrak{S}_\xi^l$ oder $\mathfrak{T}_\xi^l$ der Werth ξ negativ wird, lassen sich diese Grössen leicht aus den schon berechneten Zahlen abschreiben. Es ist:

$$\mathfrak{F}_{-\xi}^{\,l} = -\mathfrak{F}_\xi^l \qquad (155)$$

$$\mathfrak{S}_{-\xi}^{\,l} = \mathfrak{S}_\xi^l \qquad (156)$$

$$\mathfrak{T}_{-\xi}^{\,l} = \mathfrak{T} - \mathfrak{T}_\xi^l \qquad (157)$$

§ 16. Gleichmässig vertheilte permanente Last.

Ist die Bogenaxe nach einer Parabel gekrümmt, so bestimme man die Werthe $\mathfrak{Y}$ und $[\mathfrak{Y}]$ aus den Gleichungen 142 und 124_a (Seite 32 u. 33). Ist die Axe nicht nach einer Parabel gekrümmt, so ermittle man zunächst $\mathfrak{Y}$ und $\mathfrak{T}$ nach den Gleichungen 151 und 154; sodann den Werth $[\mathfrak{Y}]$ nach Formel 124. Nachdem man noch die Grösse $[\mathfrak{F}]$ aus Gleichung 122 bestimmt hat, können die Werthe M_0 und H aus den Gleichungen 116 und 117 berechnet werden.

Nunmehr ermittelt man die Grössen $[M]$ und $[T]$ nach den Formeln 35 und 36. Das Moment M, die Normalkraft N und die Transversalkraft T ergeben sich dann schliesslich aus den Gleichungen:

$$M = [M] - M_0 - H \,.\, y \qquad (158)$$

$$N = [T] \sin\varphi + H \,.\, \cos\varphi \qquad (159)$$

$$T = [T] \cos\varphi - H \,.\, \sin\varphi \qquad (160)$$

§ 17. Ungleichmässig vertheilte permanente Belastung.

Bei einem Brückengewölbe vertheilt sich das Eigengewicht in den meisten Fällen derart, dass dasselbe in jedem Punkte proportional der Ordinate zwischen dem Bogen und einer darüber liegenden Horizontalen ist (s. Fig. 32). Die Ermittlung der durch eine solche Belastung hervorgerufenen Spannungen ist folgender Maassen durchzuführen.

Die Bogenaxe ist nach einer Parabel gekrümmt.

Man bestimmt die Werthe $\mathfrak{Y}$, $[\mathfrak{F}]$ und $[\mathfrak{Y}]$ aus den Gleichungen 142, 136_a und 137_a (Seite 32 u. 33), sodann die Grössen M_0 und H nach den Formeln 116 und 117. Für jeden der Betrachtung zu unterziehenden Querschnitt ermittelt man nunmehr die Werthe $[M]$ und $[T]$ aus den Gleichungen 134_a und 135_a (Seite 33) und schliesslich das Moment M, die Normalkraft N und die Transversalkraft T aus den Gleichungen 158 bis 160.

Bogen allgemeinster Form.

Der Werth $\mathfrak{Y}$ wird aus Gleichung 151 berechnet. Für die verschiedenen Theilpunkte der Bogenaxe ermittelt man die Grössen $\mathfrak{F}_x^l$ und $\mathfrak{S}_x^l$ aus den Formeln 152 und 153; sodann die Werthe $[M]$ und $[T]$ nach den Gleichungen 134 und 135. Mit Hülfe dieser Werthe kann man nunmehr aus 136 und 137 die Grössen $[\mathfrak{F}]$ und $[\mathfrak{Y}]$ berechnen; die Werthe M_0 und H ergeben sich dann aus den Formeln 116 und 117.

Legt man die der Betrachtung zu unterziehenden Querschnitte durch die Theilpunkte der Bogenaxe hindurch — eine solche Annahme ist empfehlenswerth, da für diese Querschnitte die Werthe $[M]$ und $[T]$ bereits berechnet sind — so kann man das Moment M, die Normalkraft N und die Transversalkraft T direct aus den Gleichungen 158 bis 160 bestimmen.

§ 18. Gleichmässig vertheilte mobile Last.

Verzeichnung der Kämpferdrucklinie und der Umhüllungscurven.

Zur Ermittlung der ungünstigsten Belastung ist die Kenntniss der Kämpferdrucklinie und der Umhüllungscurven erforderlich. Um dieselben zu erhalten, bestimmt man für verschiedene Lagen einer Einzellast von der Grösse „Eins" die Werthe M_0, H und T_0 in folgender Weise:

Ist die Bogenaxe nach einer Parabel gekrümmt, so wird man zunächst die Werthe $\mathfrak{Y}$ und $[\mathfrak{Y}]$ aus den Gleichungen 142 und 133_a (Seite 32 u. 33) ermitteln; falls die Axe keine parabolische Form hat, sind die Grössen $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{J}_\xi^l$ und $\mathfrak{S}_\xi^l$ aus den Gleichungen 151, 152 und 153 zu berechnen und ist sodann der Werth $[\mathfrak{Y}]$ nach der Formel 133 zu bestimmen. Ferner ermittelt man die Grössen $[\mathfrak{J}]$ und $[\mathfrak{S}]$ für die verschiedenen Lagen der Einzellast aus den Gleichungen 131 und 132 und kann schliesslich die Functionen M_0, N und T_0 nach den Formeln 116 bis 118 berechnen.

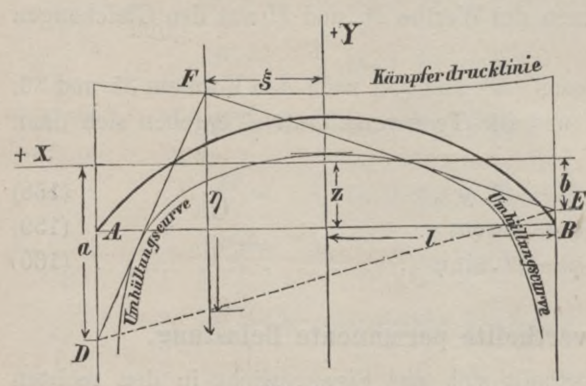


Fig. 35.

Die Stützlinie einer Einzellast, welche in der Entfernung ξ von der Y-Axe auf den Bogen einwirkt, ist in Fig. 35 verzeichnet. Diese Stützlinie trifft die Kämpfervertikalen in Punkten, welche um die Strecke a resp. b unterhalb der X-Axe liegen. Die Grössen a und b ergeben sich aus den Beziehungen:

$$a + b = \frac{2 M_0}{H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (161)$$

$$a - b = \frac{2 T_0 l}{H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (162)$$

Ferner ist:

$$\eta = a + b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (163)$$

Mit Hülfe der Werthe a, b und η lassen sich die Linien DF und EF (Fig. 35) verzeichnen.

Der geometrische Ort der Punkte F ist die Kämpferdrucklinie; die Curven, welche von den Graden DF und EF eingehüllt werden, bezeichet man als Umhüllungscurven. Man erkennt leicht, dass mit Hülfe dieser Linien die Richtung der Kämpferdrücke für jede Lage einer Einzellast ermittelt werden kann.

Liegt die Last am linksseitigen Widerlager, so wird der Ausdruck für b unbestimmt; der wahre Werth ist:

$$b = \frac{\mathfrak{Y} + 2\mu l}{l \, . \, z \, .} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (164)$$

Die Grössen a und η werden beide unendlich; die Differenz behält jedoch einen endlichen Werth; man findet

$$\eta - a = 2b \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (165)$$

Ist die Axe nach einer Parabel gekrümmt und vernachlässigt man den Einfluss der Normalkraft auf die Deformation des Bogens (also das Glied $2\mu l$), so wird die Kämpferdrucklinie eine Grade in der Höhe $\frac{f}{5}$ über dem Scheitel. Bezeichnet man die Coordinaten der Umhüllungscurve mit σ und τ, so lautet unter denselben Voraussetzungen die Gleichung dieser Linie:

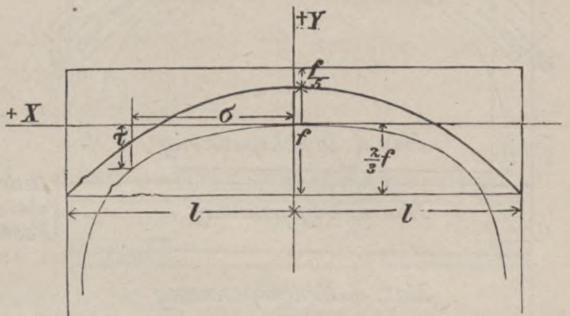


Fig. 36.

$$\tau = -\frac{2}{15} \, \frac{f}{l} \cdot \frac{\sigma^2}{l - \sigma} \quad . \quad (166)$$

Nachdem die Kämpferdrucklinie und die Umhüllungscurven verzeichnet sind, wird man gut thun, zunächst den Horizontalschub für verschiedene Belastungsfälle zu bestimmen.

Ist eine Strecke zwischen den Abscissen ξ und l belastet, so findet man den dadurch erzeugten Horizontalschub H folgendermaassen:

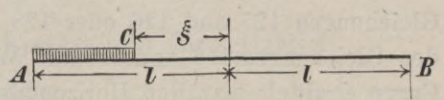


Fig. 37.

Falls die Bogenaxe nach einer Parabel gekrümmt ist, ermittelt man die Werthe $\mathfrak{Y}$ und $[\mathfrak{Y}]$ aus den Gleichungen 142 und 130_a (S. 32 u. 33); ist die Axe nicht nach einer Parabel gekrümmt, so werden die Grössen $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{J}_\xi^l$, $\mathfrak{S}_\xi^l$ und $\mathfrak{T}_\xi^l$ aus den Gleichungen 151, 152, 153 und 154 berechnet und wird sodann $[\mathfrak{Y}]$ mit Hülfe der Formel 130 bestimmt. Der gesuchte Horizontalschub ergiebt sich aus Gleichung 117.

Man ermittelt nun in dieser Weise den Werth H für verschiedene zwischen 0 und l liegende Werthe von ξ und trägt die Grösse desselben der Abscisse ξ entsprechend als Ordinate auf. Verbindet man die Endpunkte der Ordinaten durch eine stetige Curve, so giebt diese für jede vom linksseitigen Kämpfer A bis zu einem Punkte mit der Abscisse ξ sich erstreckende Belastung den dadurch erzeugten Horizontalschub direct an; derselbe ist gleich der Ordinate im Endpunkte der belasteten Strecke. Bedenkt man, dass symmetrisch liegende Belastungen den nämlichen Horizontalschub bedingen, so erkennt man leicht, dass mit Hülfe dieser Curve für jeden Belastungsfall der Horizontalschub einfach ermittelt werden kann.

Normalkräfte.

Die Belastungsscheiden für die obere Faser des Querschnitts findet man, indem man durch den unteren Kernpunkt — für die untere Faser durch den oberen Kernpunkt — Tangenten an die Umhüllungscurven zieht und diese mit der Kämpferdrucklinie zum Schnitt bringt; die Schnittpunkte sind die gesuchten Belastungsscheiden. Es ist dann leicht zu entscheiden, welche Strecken belastet werden müssen, damit die Spannungen in der oberen oder unteren Faser das positive oder negative Maximum erreichen. Eine Einzellast, deren Stützlinie den fraglichen Querschnitt oberhalb des unteren Kernpunktes schneidet, bringt in der oberen Faser eine Druckspannung hervor. Schneidet die Stützlinie den Querschnitt unterhalb des unteren Kernpunktes, so wird dadurch in der oberen Faser eine Zugspannung bedingt. Ebenso bringt eine Einzellast in der unteren Faser Druck- oder Zugspannungen hervor, je nachdem die Stütz linie den Querschnitt unterhalb oder oberhalb des oberen Kernpunktes trifft. Es ergiebt sich demnach das Belastungsschema in der Weise, wie Fig. 38 dasselbe zeigt.

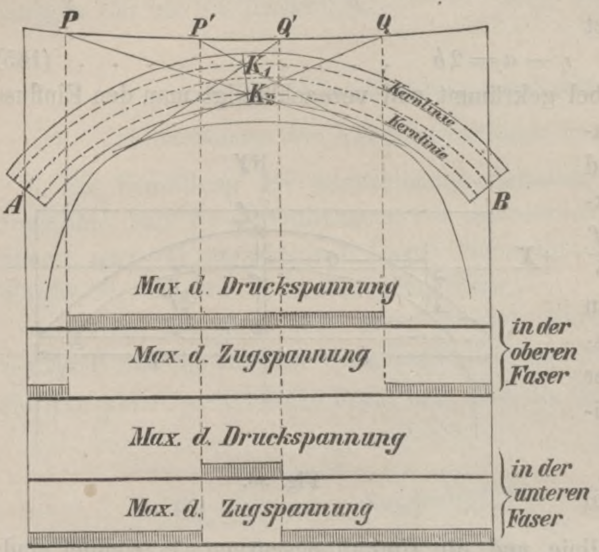


Fig. 38.

Ist die ungünstigste Belastung gefunden, so bestimmt man für diese aus den Gleichungen 125 und 126 oder 128 und 129 die Grössen $[\mathfrak{F}]$ und $[\mathfrak{S}]$; sodann aus den Gleichungen 116 und 118 die Werthe M_0 und T_0. Mit Hülfe der verzeichneten Curve ermittelt man den Horizontalschub H. Ferner werden, indem man aus den Formeln 38 bis 47 die für den vorliegenden Belastungsfall passenden Gleichungen auswählt, die Werthe $[M]$ und $[T]$ berechnet. Die Formeln 119 und 120 ergeben schliesslich die zusammengehörigen Grössen M und N. Man erhält also für jeden Querschnitt vier Werthepaare (M und N), von denen zwei die Maximalspannungen der oberen Faser, und zwei die Maximalspannungen der unteren Faser liefern.

Zu bemerken ist hierbei, dass es im Allgemeinen empfehlenswerth ist, nicht sämmtliche Werthepaare $M N$ direct zu berechnen, sondern, nachdem diese Grössen für einseitige Belastung gefunden sind, dieselben für anderseitige Belastung durch Subtraction von den totaler mobiler Last entsprechenden Werthen M und N zu bestimmen. Letztere können, falls das Eigengewicht gleichmässig vertheilt angenommen wurde, sehr einfach aus diesen für das Eigengewicht ermittelten Werthen abgeleitet werden. Ist die permanente Last nicht gleichmässig über den Bogen vertheilt (bei Brückengewölben), so ist es immerhin noch vortheilhaft, die Werthe M und N für totale mobile Belastung besonders zu berechnen und diese Subtractionsmethode anzuwenden.

Transversalkräfte.

Die Belastungsscheide bezüglich der Transversalkräfte findet man, indem man zur Tangente im fraglichen Punkte der Bogenaxe eine parallele Tangente an die

Umhüllungscurve zieht und diese mit der Kämpferdrucklinie zum Schnitt bringt. Eine zweite Belastungsscheide bildet der fragliche Axpunkt selbst.

Nach den Ausführungen des § 5 (Seite 13) ist dann leicht zu entscheiden, welche Strecken belastet sein müssen, damit die Transversalkraft zum positiven oder negativen Maximum werde. Das Belastungsschema ist in Fig. 39 verzeichnet.

Nachdem die ungüngstigste Belastung gefunden ist, bestimmt man für diese aus Gleichung 126 oder 129 den Werth [$\mathfrak{S}$] und sodann aus Gleichung 118 die Grösse T_0. Mit Hülfe der verzeichneten Curve ermittelt man den Horizontalschub H. Ferner wird, indem man aus den Gleichungen 38 bis 47 die für den vorliegenden Belastungsfall passenden Formeln auswählt, der Werth $[T]$ berechnet. Die gesuchte Transversalkraft T erhält man schliesslich aus Gleichung 121.

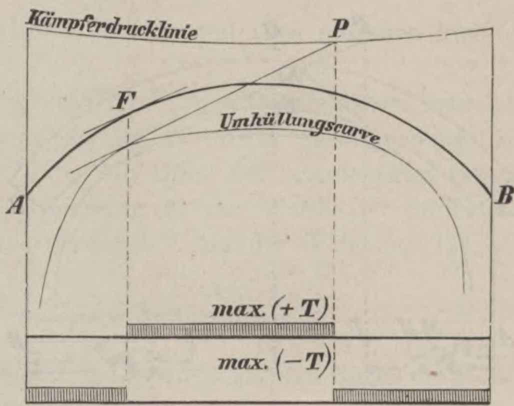


Fig. 39.

Es ist im Allgemeinen empfehlenswerth, die positive und negative Maximal-Transversalkraft nicht gesondert zu ermitteln. Ist die Grösse T für einseitige Belastung berechnet, so kann dieselbe für anderseitige Belastung durch Subtraction von der totaler mobiler Last entsprechenden Transversalkraft gefunden werden.

§ 19. Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

Man verzeichne zunächst die Kämpferdrucklinie und die Umhüllungscurven nach der im vorigen Paragraphen erläuterten Art und Weise. Die zu diesem Zweck für verschiedene Lagen einer Einzellast von der Grösse „Eins" berechneten Werthe von H trage man ferner in den Angriffspunkten der Last als Ordinaten auf. Mit Hülfe der dadurch erhaltenen Curve kann man dann für jede beliebige Lage einer Last den Horizontalschub angeben, indem man die Ordinate im Angriffspunkte derselben mit der Grösse der Last multiplicirt.

Normalkräfte.

Es soll zunächst die ungünstigste Laststellung ermittelt werden.

Die Belastungsscheiden werden mit Hülfe der Kämpferdrucklinie und der Umhüllungscurven in der nämlichen Weise verzeichnet, wie bereits im § 18 angegeben wurde. Welche Strecken zu belasten sind, um das Maximum der Druck- oder Zugspannung in der oberen oder unteren Faser hervorzurufen, ist aus Fig. 38 zu ersehen.

Es lassen sich nun die folgenden allgemeinen Regeln aufstellen, nach welchen die Lage des Zuges zu fixiren ist, um angenähert die ungünstigste Stellung desselben zu erreichen.

Ist die Strecke n_1 (Fig. 40) vom rechtsseitigen Kämpfer B bis zur Belastungsscheide Q oder die Strecke n_2 vom linksseitigen Widerlager A bis zur Scheide P zu belasten, so müssen möglichst viele Lasten innerhalb der fraglichen Strecke angeordnet und die grössten Raddrücke in der Nähe des Punktes N gruppirt werden, welcher in der Entfernung $\frac{2}{3} n_1$ von B, resp. $\frac{2}{3} n_2$ von A liegt. Die Resultante der Lasten muss zwischen diesem Punkte N und einem Punkte M hindurch gehen, welch letzterer die Strecke BQ resp. AP halbirt.

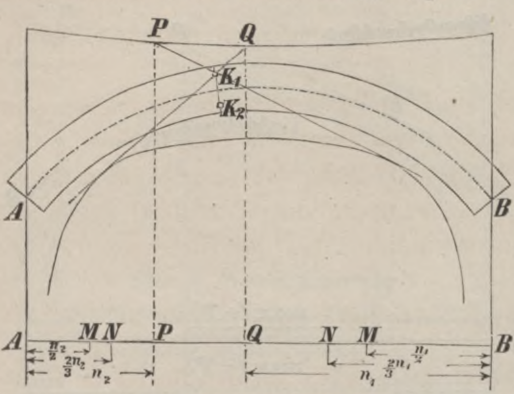


Fig. 40.

Ist der Theil zwischen den Belastungsscheiden P und Q (Fig. 40), oder falls eine Scheide P nicht existirt, die Strecke AQ zu belasten, so müssen möglichst viele Axen innerhalb dieser Strecke angeordnet und die grössten Raddrücke in der Nähe des fraglichen Querschnitts gruppirt werden; eine der grössten Lasten muss senkrecht über dem Schwerpunkt dieses Querschnitts liegen.

Nach den hier gegebenen Anhaltspunkten wird es möglich sein, schätzungsweise wenigstens angenähert die ungünstigste Stellung des Zuges anzugeben.

Für diese ungünstigste Laststellung bestimmt man die Werthe $[\mathfrak{F}]$ und $[\mathfrak{S}]$ aus den Gleichungen

$$[\mathfrak{F}] = \frac{1}{2} \Sigma G (l^2 - \xi^2) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (167)$$

$$[\mathfrak{S}] = \frac{1}{6} \Sigma G \xi (l^2 - \xi^2) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (168)$$

und sodann die Grössen M_0 und T_0 aus den Formeln 116 und 118. Der Horizontalschub H wird für jede einzelne Last aus der graphischen Darstellung dieses Werthes ermittelt; die Summe der so gefundenen Resultate liefert den der gesammten Belastung entsprechenden Horizontalschub. Nunmehr bestimmt man die Werthe $[M]$ und $[T]$ aus den Gleichungen 97 und 98 und schliesslich die zusammengehörigen Werthe M und N aus den Formeln 119 und 120.

Transversalkräfte.

Es soll zunächst die ungünstigste Laststellung ermittelt werden.

Die Belastungsscheiden können mit Hülfe der Kämpferdrucklinie und der Umhüllungscurven in derselben Weise gefunden werden, wie bereits im § 18 erläutert wurde. Welche Strecken zu belasten sind, um das positive oder negative Maximum der Transversalkraft in einem Querschnitt zu erhalten, ist aus Fig. 39 zu ersehen.

Die Scheerkraft erreicht ihr positives Maximum, wenn innerhalb der Strecke FP (Fig. 39) möglichst viele Lasten angreifen, und der Zug soweit gegen den fraglichen Querschnitt vorgeschoben wird, dass das erste Rad desselben senkrecht über dem Schwerpunkt des Schnitts liegt.

Die Transversalkraft erreicht ihr negatives Maximum, wenn der Zug vom linksseitigen Kämpfer bis gegen den betreffenden Querschnitt vorgerückt wird und das erste Rad desselben senkrecht über dem Axpunkt des Querschnitts liegt. Gleichzeitig ist die Strecke vom rechtsseitigen Kämpfer bis zur Belastungsscheide P (Fig. 39) zu belasten. Die grössten Raddrücke müssen möglichst in der Nähe eines Punktes zur Wirkung gelangen, welcher um die Strecke $\frac{2}{3} BP$ vom Widerlager B entfernt ist. Die Resultante der Lasten muss zwischen diesem und dem mittleren Punkte der Strecke BP liegen.

Nachdem die ungünstigste Laststellung auf Grund dieser Regeln näherungsweise ermittelt ist, berechnet man für diese Belastung den Werth $[\mathfrak{S}]$ aus Gleichung 168 und sodann die Grösse T_0 nach der Formel 118. Mit Hülfe der verzeichneten Curve wird der Horizontalschub H, ferner aus Gleichung 98 der Werth $[T]$ bestimmt. Schliesslich ergiebt sich die gesuchte Transversalkraft T aus der Gleichung 121.

§ 20. Einfluss der Temperaturänderungen.

In Folge der Temperaturdifferenzen (vergl. § 13) wirkt auf den Bogen ein Horizontalschub von der Grösse

$$H = \frac{2 l \varkappa t E J_0}{\mathfrak{y} + 2 \mu l} \qquad (169)$$

Die in dieser Gleichung vorkommenden Buchstaben haben die im § 13 angegebene Bedeutung.

Die Richtungslinie der Kraft H fällt mit der X-Axe zusammen, liegt also in der Höhe z über der Kämpferhorizontalen.

Die Werthe $\varkappa$, E und t sind für Schmiedeeisen, Gusseisen und Stahl bereits im § 13 angegeben. Die Gleichungen 101 bis 103 haben auch hier ihre Gültigkeit. (Es ist darauf aufmerksam zu machen, dass die Grösse $\mathfrak{y}$ bei Bogen ohne Gelenk, in Folge der veränderten Lage der X-Axe, einen anderen Zahlenwerth hat als bei einem Bogen mit 2 Gelenken. Demnach wird auch der Horizontalschub ein anderer sein, trotzdem die Gleichungen zur Berechnung desselben in beiden Fällen die nämlichen sind.)

Für Mauerwerk kann

$$\varkappa = 0{,}000007\,, \qquad E = 1500000 \text{ t pr. } \square^{\text{m}}$$

gesetzt werden. Die grösste Temperaturabweichung im Innern des Gewölbes von der mittleren Temperatur sei zu

$$t = \pm\, 10^0$$

angenommen. Setzt man diese Zahlenwerthe noch in Gleichung 169 ein, so erhält man für Mauerwerk:

$$H = \pm \frac{210\, l J_0}{\mathfrak{y} + 2 \mu l} \qquad (170)$$

Hierin ist 1^{m} als Längeneinheit und 1^{t} als Gewichtseinheit vorausgesetzt; J_0 bedeutet das Trägheitsmoment des Bogenquerschnitts im Scheitel.

Aus den Formeln 119 bis 121 erhält man:

$$M = -Hy \qquad (171)$$

$$N = H \cos \varphi \qquad (172)$$

$$T = -H \sin \varphi \qquad (173)$$

B. Innere Kräfte und Querschnittsbestimmungen.

§ 21. Gewölbe.

Zur empirischen Bestimmung der Stärke eines Brückengewölbes können die folgenden Formeln benutzt werden.

Bedeutet:

h_0 Gewölbstärke im Scheitel,
h_1 Gewölbstärke am Widerlager,
l die halbe Spannweite . . } der Bogenaxe,
f die Pfeilhöhe . . . . . }
p die permanente } Belastung pr. Längeneinheit eines Gewölbes von der Tiefe
q die mobile . . } „Eins“,
k die zulässige specifische Pressung des Materials,

so ist:

$$h_0 = \frac{l^2 (p + 1{,}8 q)}{2 f (k - 35)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (174)$$

$$h_1 = h_0 \left(1 + 0{,}8 \frac{f}{l}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (175)$$

In diesen Formeln ist als Längeneinheit 1^m und als Gewichtseinheit 1^t vorausgesetzt.

Die Kernlinien schliessen das mittlere Drittel der Gewölbstärke ein.

Der Coefficient μ (s. § 2, Seite 8) ist:

$$\mu = \frac{h_0^2}{12} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (176)$$

Der Einfluss der Transversalkraft kann vernachlässigt werden.

Es ist am rathsamsten, anstatt auf Grund der genauen theoretischen Entwicklungen die Bogenquerschnitte direct zu berechnen, letztere nach den Formeln 174 und 175 provisorisch anzunehmen, die Spannungen in dem empirisch dimensionirten Gewölbe zu ermitteln und letzteres nach diesen Resultaten event. zu verändern.

Man berechnet die in Folge des Eigengewichts, der mobilen Belastung und der Temperaturdifferenzen auftretenden Momente M und Normalkräfte N nach den Angaben der §§ 14 bis 20 für verschiedene Querschnitte und summirt für jeden Querschnitt die entsprechenden Grössen.

Wird die Tiefe des Bogens $= 1$ gesetzt, so ist die Spannung in der oberen Faser:

$$k_1 = \frac{1}{h} \left(N + \frac{6 M}{h}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (177)$$

und in der unteren Faser:

$$k_2 = \frac{1}{h} \left(N - \frac{6 M}{h}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (178)$$

Nachträgliche Veränderungen im Bogenquerschnitt sind nur auf die Lage der Belastungsscheiden von Einfluss. Eine geringe Verschiebung der letzteren ist aber für das Endresultat fast bedeutungslos. Man wird demnach die unter der ersten Annahme berechneten Werthe M und N, soweit dieselben vom Eigengewicht und der mobilen Belastung herrühren, auch für den corrigirten Bogen anwenden können.

Die Temperaturspannungen hingegen sind wesentlich von der Stärke des Querschnitts abhängig. Für diese muss also, wenn letzterer geändert wird, ebenfalls eine Correction vorgenommen werden.

§ 22. Blechbogen.

Das Trägheitsmoment des Scheitelquerschnitts, dessen Kenntniss bei statisch unbestimmten Systemen zur Ermittlung der Temperaturspannungen erforderlich ist, kann man für Bogen, welche aus einer Blechwand und durch Winkeleisen angeschlossenen Gurtungen bestehen, vorläufig aus folgenden Gleichungen berechnen:

Bogen mit 2 Gelenken.

$$J_0 = \frac{h^2 l^2}{10(f.k - \alpha h)}(p + 1{,}15\, q) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (179)$$

Bogen ohne Gelenk.

$$J_0 = \frac{h^2 l^2}{10(fk - 2\alpha h)}(p + 1{,}1\, q) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (180)$$

Hierin bedeutet:

l die halbe Spannweite } der Bogenaxe,
f die Pfeilhöhe . . . }
h den Abstand der Schwerpunktslinien der beiden Gurtungen,
p die permanente Belastung } pr. Längeneinheit,
q die mobile Belastung . . }
k die zulässige specifische Spannung,
α einen Coefficienten, welcher vom Elasticitätsmodul, der specifischen Temperaturausdehnung, etc. des Materials abhängt.

Nimmt man 1^{m} als Längeneinheit und 1^{t} als Gewichtseinheit an, so ist

für Schmiedeeisen: $\alpha = 7000$ . . . . (181)
für Gusseisen: $\alpha = 3400$ . . . . (182)
und für Stahl: $\alpha = 8000$ . . . . (183)
zu setzen.

Für die specifische mobile Belastung q ist der der halben Spannweite des Bogens entsprechende Werth aus der Tabelle des § 7 zu entnehmen.

Weicht das schliesslich sich ergebende Trägheitsmoment J_0 sehr wesentlich von dem approximativ ermittelten Werthe ab, so wird eine Correctur der auftretenden Temperaturspannungen erforderlich sein.

Der Coefficient μ (s. § 2, Seite 8) ist näherungsweise für Profile, welche aus einer Blechwand und durch Winkeleisen angeschlossenen Gurtungen bestehen

$$\mu = \frac{1}{5} h^2, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (184)$$

wenn mit h der Abstand der Schwerpunktslinien der beiden Gurtungen bezeichnet wird.

Die Kernlinien liegen in der Entfernung $\frac{2}{5} h$ von der Mittelaxe des Bogens.

Es werden nunmehr für eine Reihe von Querschnitten das Moment M und die Normalkraft N berechnet, welche bezüglich der oberen oder unteren Faser die grösste positive (Druck-) oder negative (Zug-) Spannung hervorbringen.

Dem Absolutwerthe nach wird die Druckspannung immer überwiegen, so dass der Querschnitt nach dieser berechnet werden muss.

Die zulässige Beanspruchung des Materials hängt ab von der Differenz der Spannungen, welche in demselben auftreten, und zwar kann

$$k = k' \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\min S}{\max S}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (185)$$

gesetzt werden, wenn k' eine mittlere zulässige specifische Beanspruchung, min S die absolut kleinste und max S die absolut grösste Spannung im fraglichen Punkte bedeutet. Der Quotient $\frac{\min S}{\max S}$ wird natürlich negativ, wenn die beiden Grenzwerthe min S und max S verschiedene Vorzeichen haben.

Anstatt jedoch diese veränderliche Grösse k in die Rechnung einzuführen, ist es bequemer, den Bogen durchweg mit der constanten Spannung k' zu berechnen.

Man ist dann nur genöthigt, vorher die Momente und Normalkräfte folgendermaassen zu reduciren:

Es möge das Werthepaar

M_1 und N_1 die grösste Druckspannung,

M_1' und N_1' die grösste Zugspannung

in der oberen Faser bedingen. Ebenso soll

M_2 und N_2 die grösste Druckspannung,

M_2' und N_2' die grösste Zugspannung

in der unteren Faser hervorrufen. Alsdann setze man für die obere Faser:

$$\text{red. } M_1 = \frac{M_1}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M_1' h + 2\mu N_1'}{M_1 h + 2\mu N_1}} \quad \ldots \ldots \ldots (186)$$

$$\text{red. } N_1 = \frac{N_1}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M_1' h + 2\mu N_1'}{M_1 h + 2\mu N_1}} \quad \ldots \ldots \ldots (187)$$

und für die untere Faser:

$$\text{red. } M_2 = \frac{M_2}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M_2' h - 2\mu N_2'}{M_2 h - 2\mu N_2}} \quad \ldots \ldots \ldots (188)$$

$$\text{red. } N_2 = \frac{N_2}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M_2' h - 2\mu N_2'}{M_2 h - 2\mu N_2}} \quad \ldots \ldots \ldots (189)$$

Hierin sind die Werthe M und N als algebraische Grössen, also event. negativ einzuführen. Das Glied, welches den Factor μ enthält, darf in diesen Formeln keinenfalls vernachlässigt werden, selbst dann nicht, wenn bei den sonstigen Rechnungen der Einfluss der Normalkraft auf die Deformation des Bogens nicht berücksichtigt wird.

Bei den folgenden Entwicklungen für Blechbogen sind unter M_1 N_1 und M_2 N_2 immer diese reducirten Werthe verstanden. Die zulässige Beanspruchung ist alsdann constant $= k'$ in die Rechnung einzuführen.

Man macht nun über die Blechstärke δ eine Annahme; dieselbe wird nur von constructiven Rücksichten bedingt; die theoretisch erforderliche Blechstärke ergiebt sich immer zu gering für die Ausführung.

Der Querschnitt der oberen Gurtung (Lamellen incl. Winkeleisen) sei mit Ω_1, derjenige der unteren Gurtung mit Ω_2 bezeichnet.

Man hat dann:

$$\Omega_1 = A - \frac{1}{2} B (N_2 h - 6 M_2) + \sqrt{A^2 + B^2 h (M_1 N_2 - M_2 N_1)} \quad . \quad . \quad . \quad (190)$$

Hierin ist:

$$B = \frac{\delta h}{3 (N_2 h - 2 M_2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (191)$$

und

$$A = \frac{1}{4} \left\{ \frac{N_1 h + 2 M_1}{h k'} - B [(N_1 + N_2) h - 2 (M_1 - M_2)] \right\} \quad . \quad . \quad (192)$$

Ferner ergiebt sich:

$$\Omega_2 = \frac{6 \Omega_1 (N_2 h - 2 M_2) - \delta h [6 (M_1 + M_2) - h (N_2 - N_1)]}{6 (N_1 h + 2 M_1)} \quad . \quad . \quad (193)$$

Nachdem man für eine Reihe von Punkten die erforderlichen Querschnittsflächen ermittelt hat, wird man gut thun, diese Werthe für die obere und untere Gurtung graphisch aufzutragen. Man entscheidet sich nun über die Anzahl und Breite der Gurtungslamellen und ermittelt mit Hülfe der graphischen Darstellung, an welchen Punkten des Bogens ein Hinzufügen oder Fortlassen einer Lamelle erforderlich oder zulässig ist.

Fachwerkbogen.

§ 23. Allgemeines.

Setzt man die äusseren Kräfte sämmtlich als bekannt voraus, so lassen sich die Spannungen in den einzelnen Fachwerkstäben unter den nachbenannten Verhältnissen durch die Gesetze der Statik ermitteln.

Bogen mit 3 Gelenken.

Bezeichnet m die Anzahl der Knotenpunkte einer Bogenhälfte (das Scheitel- und Kämpfergelenk eingerechnet) und n die Anzahl der Gitterstäbe, so muss

$$n = 2m - 3$$

sein.

Bogen mit 2 Gelenken.

Bezeichnet m die Anzahl der Knotenpunkte des ganzen Bogens (einschliesslich der beiden Kämpfergelenke) und n die Anzahl der Stäbe, so muss

$$n = 2m - 3$$

sein.

Bogen ohne Gelenk.

Bezeichnet m die Anzahl der Knotenpunkte des ganzen Bogens, einschliesslich der zwei an jedem Kämpfer vorhandenen Befestigungspunkte und n die Anzahl der Stäbe, einschliesslich des an jedem Widerlager zwischen den beiden Befestigungspunkten anzunehmenden Stabes, so muss ebenfalls

$$n = 2m - 3$$

sein.

Sind weniger Fachwerkstäbe vorhanden, als sich nach diesen Gleichungen ergeben, so ist der Bogen nicht mehr stabil. Sind mehr als n Stäbe vorhanden, so wird das System statisch unbestimmt; d. h. es lassen sich alsdann die Spannungen in den einzelnen Constructionstheilen nicht mehr durch die Gesetze der Statik allein ermitteln. Die Berechnung des Fachwerks kann alsdann correcter Weise nur unter Berücksichtigung der Deformations-Verhältnisse geschehen.

Es ist bei den theoretischen Entwicklungen vorausgesetzt, dass die Enden der Stäbe durch Gelenke verbunden sind und die Lasten ausschliesslich an den Knotenpunkten angreifen.

Die Spannungen in den einzelnen Fachwerkstäben werden allgemein folgendermaassen ermittelt. Man denkt sich durch den Bogen einen Schnitt in der Weise geführt, dass ausser dem in Frage stehenden Fachwerkstabe nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden. Wird der rechts oder links vom Schnitt liegende Theil des Bogens fortgenommen, so kann der überbleibende Theil dadurch im Zustande des Gleichgewichts gehalten werden, dass man die Spannungen der geschnittenen Stäbe als äussere Kräfte anbringt. Das Gleichgewicht erfordert, dass das statische Moment sämmtlicher auf den überbleibenden Bogentheil einwirkenden Kräfte bezüglich irgend eines Punktes der Kraftebene Null ist. Man wählt als Drehpunkt den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile, welcher dem fraglichen Stabe conjugirt ist. Sind die äusseren Kräfte bekannt, so wird die bezüglich dieses Punktes aufgestellte Momentengleichung als einzige Unbekannte die fragliche Spannung enthalten, und lässt sich letztere demnach aus dieser Gleichung bestimmen.

Für jeden Fachwerkstab ermittelt man die Grenzspannungen, zwischen denen die Beanspruchung dieses Constructionstheils schwanken kann; alsdann berechnet man die zulässige specifische Inanspruchnahme aus der Gleichung

$$k = k' \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\min S}{\max S}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (194)$$

Es bedeutet hierin $\min S$ die absolut kleinste, $\max S$ die absolut grösste Spannung, welche im fraglichen Stabe auftritt. Haben $\min S$ und $\max S$ entgegengesetzte Vorzeichen, so wird der Quotient $\frac{\min S}{\max S}$ negativ.

Indem man sodann die absolut grösste Spannung durch die für den Gitterstab ermittelte zulässige specifische Beanspruchung dividirt, erhält man die Grösse des erforderlichen Netto-Querschnitts.

Bei den folgenden Formeln sind stets **Druckkräfte** als **positiv**, **Zugkräfte** als **negativ** bezeichnet.

I. Bogen mit 3 Gelenken.

§ 24. Allgemeines.

Das Moment der äusseren Kräfte bezüglich irgend eines Punktes S mit den Coordinaten x und y ist:

$$M = [M] - Hy \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (195)$$

wenn mit $[M]$ das Moment bezeichnet wird, welches die nämliche Belastung bei einem Balkenträger auf 2 Stützen von der Spannweite $2l$ in einem Punkte mit der Abscisse x hervorbringen würde. Bezeichnet man die Einzellasten, welche auf der rechtsseitigen Bogenhälfte angreifen, mit G_r, diejenigen, welche auf der linksseitigen Bogenhälfte liegen mit G_l und mit ξ die Abscissen der Angriffspunkte dieser Lasten (für die Lasten G_r sind die Werthe ξ negativ), so wird:

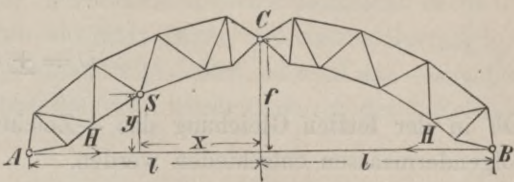


Fig. 41.

$$H = \frac{1}{2f}\left[\Sigma G_r (l + \xi) + \Sigma G_l (l - \xi)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (196)$$

Zu bemerken ist hierbei, dass es für Lasten, welche im Scheitel selbst angreifen, gleichgültig ist, ob dieselben der rechtsseitigen oder linksseitigen Bogenhälfte zugerechnet werden.

Bezeichnet man ferner die Lasten rechts von dem zum Zweck der Spannungsermittlung geführten Schnitte mit G', diejenigen links von diesem Schnitte mit G'' und die Abscissen der Angriffspunkte wieder mit ξ, so hat man:

$$[M] = \frac{l - x}{2l}\,\Sigma G' (l + \xi) + \frac{l + x}{2l}\,\Sigma G'' (l - \xi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (197)$$

Es ist bei Aufstellung des Momentes $[M]$ noch Folgendes zu beachten.

Im Allgemeinen müssen Lasten, welche innerhalb des geschnittenen Feldes liegen, zerlegt werden in ihre Componenten, welche am rechtsseitigen, resp. linksseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes angreifen, und sind dann die auf den rechtsseitigen Knotenpunkt entfallenden Kräfte den Lasten G', die auf den linksseitigen Knotenpunkt entfallenden Componenten den Lasten G'' zuzurechnen. Fällt jedoch der Drehpunkt, für welchen das Moment $[M]$ ermittelt werden soll, mit einem Knotenpunkte des geschnittenen Feldes zusammen, in welchem die mobilen Lasten direct mittelst hier angeordneter Querträger oder mittelst Vertikalständer angreifen — dieser Fall tritt bei Berechnung sämmtlicher unteren Gurtungsstäbe auf —, so kann man alle Lasten rechts von diesem Knotenpunkte als Lasten G', alle Kräfte links vom Knotenpunkte als Lasten G'' betrachten. Eine Zerlegung ist dann nicht erforderlich. Für eine Kraft, welche im fraglichen Knotenpunkte selbst angreift, ist es gleichgültig, ob dieselbe den Lasten G' oder G'' zugerechnet wird.

Auch dann, wenn der Drehpunkt, für welchen das Moment $[M]$ aufgestellt werden soll, vertikal unter einem solchen Knotenpunkte, an welchem die mobilen Lasten angreifen, liegt — dieser Fall tritt bei Berechnung der oberen Gurtungsstäbe auf, wenn das geschnittene Feld durch Vertikalstäbe begrenzt wird —, ist eine Zerlegung der innerhalb dieses Feldes angreifenden Lasten nicht erforderlich.

Die Spannung im Obergurt sei mit O, diejenige im Untergurt mit U, die Spannung in einem Füllungsgliede mit D bezeichnet. Die entsprechenden Hebelsarme bezüglich der Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile seien o, u und d. Nachdem das Moment M der äusseren Kräfte bezüglich des dem fraglichen Stabe conjugirten Drehpunktes nach Gleichung 195 mit Hülfe der Werthe 196 und 197 berechnet ist, findet man die gesuchte Spannung aus einer der Gleichungen:

$$O = \frac{M}{o} \quad \ldots \ldots \quad (198)$$

$$U = -\frac{M}{u} \quad \ldots \ldots \quad (199)$$

$$D = \pm \frac{M}{d} \quad \ldots \ldots \quad (200)$$

Ob in der letzten Gleichung das $+$Zeichen oder das $-$Zeichen gültig ist, kann folgendermaassen entschieden werden.

Durch den fraglichen Stab denkt man sich einen Schnitt geführt und zwar in der Weise, dass ausser diesem Stabe nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden.

Derjenige Theil des Bogens, welcher rechts von diesem Schnitte liegt, sei fortgenommen. Auf den Theil links vom Schnitte lässt man die Spannung D als Druckkraft einwirken, so dass also der Pfeil der Kraft D gegen den festbleibenden — nicht fortgeschnittenen — Knotenpunkt des fraglichen Stabes gerichtet ist. Dreht nun die in dieser Weise eingeführte Spannung D um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers, so gilt in Gleichung 200 das $+$Zeichen, dreht hingegen diese Kraft im Sinne des Uhrzeigers, so ist das $-$Zeichen als gültig anzunehmen. Für den in Fig. 42 dargestellten Fall würde demnach das $+$Zeichen Geltung haben.

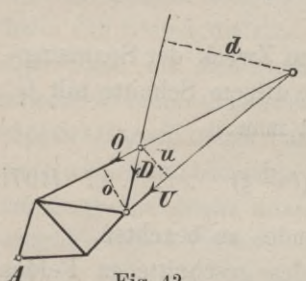


Fig. 42.

Bei den Füllungsgliedern kann noch der Fall vorkommen, dass der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile — der beiden Gurtlinien — ins Unendliche fällt. Dann ist:

$$D = \pm \frac{[T]\cos\varphi - H\sin\varphi}{\sin\alpha} \quad \ldots \ldots \quad (201)$$

worin

$$[T] = \frac{1}{2l}\left[\Sigma G'(l+\xi) - \Sigma G''(l-\xi)\right] \quad \ldots \ldots \quad (202)$$

ist, und H den oben aus Gleichung 196 zu entnehmenden Werth hat. Es bezeichnet ferner φ den Winkel, den die parallelen Gurtlinien mit der Horizontalen einschliessen und α den Winkel zwischen Gurtlinien und Füllungsstab.

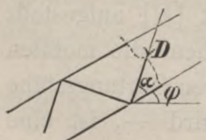


Fig. 43.

Bei Berechnung der Transversalkraft $[T]$ aus Gleichung 202 ist zu beachten, dass Lasten, welche innerhalb des geschnittenen Feldes liegen, in ihre Componenten, welche am rechtsseitigen, resp. linksseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes angreifen, zerlegt werden müssen. Es sind dann die auf den rechtsseitigen Knotenpunkt entfallenden Kräfte den Lasten G', die auf den linksseitigen Knotenpunkt entfallenden Componenten den Lasten G'' zuzurechnen.

Ob in Gleichung 201 das $+$ oder $-$Zeichen gültig ist, kann folgendermaassen entschieden werden. Durch den fraglichen Gitterstab ist zum Zweck der Spannungsermittlung ein Schnitt in der Weise zu führen, dass ausser diesem nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden. Die Kraft D wird in der Weise eingeführt, dass dieselbe als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens wirkt. Alsdann denkt man sich diese Kraft in eine Componente parallel zur Richtung der geschnittenen Gurtlinien und eine Componente senkrecht zu dieser Richtung zerlegt. Ist letztere Componente abwärts, gegen die untere Gurtung gerichtet, so gilt das $+$Zeichen, ist dieselbe aufwärts gerichtet, so wird das $-$Zeichen einzuführen sein. Für den in Fig. 43 dargestellten Fall würde demnach das $+$Zeichen Geltung haben.

§ 25. Gleichmässig vertheilte permanente Last.

Man wird zunächst den Horizontalschub H aus Gleichung 196 ermitteln; sodann wird man für jeden Stab das dem conjugirten Drehpunkte entsprechende Moment $[M]$ nach Gleichung 197 berechnen.

Hierbei ist zu bemerken, dass es immer in einfacher Weise möglich sein wird, die Lasten G_r, G_l, G' oder G'' zusammenzufassen und durch ihre Resultante zu ersetzen. In den Gleichungen 196 und 197 können dann statt der Summenwerthe die Producte aus diesen Resultanten und den Abständen $(l+\xi)$, resp. $(l-\xi)$ substituirt werden, wenn mit ξ nunmehr die Abscisse des Angriffspunktes der Resultanten bezeichnet wird. Es ergiebt sich sodann für den einem Stabe conjugirten Drehpunkt das Moment M aus Gleichung 195 und schliesslich die gesuchte Stabspannung aus einer der Formeln 198 bis 200.

Liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen, so berechnet man zunächst die Werthe H und $[T]$ aus den Gleichungen 196 und 202 und mit Hülfe dieser Grössen die Spannung nach der Formel 201.

§ 26. Gleichmässig vertheilte mobile Last.

Die Kämpferdrucklinie besteht aus den beiden Graden CD und CE (Fig. 44).

Die Belastungsscheide findet man, indem man den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile mit dem linksseitigen Kämpferpunkte verbindet und diese Verbindungsgrade mit der Kämpferdrucklinie zum Schnitt bringt. Der Schnittpunkt ist die gesuchte Scheide.

Welche Strecken belastet werden müssen, um im fraglichen Stabe das Maximum der Druck- oder Zugspannung zu erreichen, lässt sich folgendermaassen entscheiden.

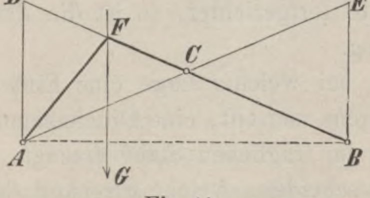


Fig. 44.

Mit Hülfe der Kämpferdrucklinie, welche bei einem Bogen mit 3 Gelenken aus den beiden Graden CD und CE besteht, lässt sich für jede Lage einer Einzellast G die Stützlinie direct angeben. Greift die Last G in F an (Fig. 44), so ist der Linienzug AFB die entsprechende Stützlinie; die Richtung der Kämpferreaction bei A ist durch die Grade AF, die Richtung der Reaction bei B durch BF gegeben.

Durch den zu berechnenden Fachwerkstab denkt man sich einen Schnitt geführt in der Weise, dass ausser diesem Stab nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden. Den Theil des Bogens, welcher rechts von diesem Schnitt liegt denkt man sich fortgenommen, und den linksseitigen Theil des Trägers dadurch im Zustande des Gleichgewichts erhalten, dass man die Spannungen der geschnittenen Stäbe als äussere Kräfte anbringt. Das Gleichgewicht erfordert, dass das statische Moment sämmtlicher auf den linksseitigen Bogentheil einwirkenden Kräfte bezüglich irgend eines Punktes der Kraftebene Null ist. Wählt man als Drehpunkt den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile, so wird die Gleichung der statischen Momente als einzige Unbekannte die gesuchte Spannung enthalten, und lässt sich letztere demnach direct ermitteln.

Man untersucht nun den Einfluss einer Einzellast.

Liegt die Last rechts von dem zum Zweck der Spannungsermittlung geführten Schnitt, so wirkt auf den linksseitigen Theil des Bogens nur die Reaction A und zwar in der Richtung von A nach F (Fig. 44). Greift die Last an dem links vom fraglichen Schnitt befindlichen Bogentheil an, so wird für diesen die Reaction A und die Last selbst zu berücksichtigen sein. Die Reaction A und die Last G setzen sich zusammen zu einer Resultanten, welche natürlich in die Richtung der Graden FB hineinfällt und zwar wirkt diese Resultante ihrem Sinne nach von F gegen B.

Es ist nun leicht zu entscheiden, ob eine Einzellast bei einer bestimmten Lage eine Druck- oder Zugspannung im fraglichen Stabe hervorbringt.

Man übersieht nach den obigen Ausführungen direct, ob die äusseren Kräfte, welche auf den links vom Schnitt befindlichen Bogentheil einwirken (also entweder die Reaction $A \rightarrowtail F$ oder, falls die Last links vom Schnitt angreift, die Resultante $F \rightarrowtail B$), um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Sinne oder im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers drehen. Bedenkt man, dass diesen äusseren Kräften durch die Spannungen der geschnittenen Stäbe das Gleichgewicht gehalten werden muss, dass also die Spannung des in Rede stehenden Fachwerkstabes bezüglich des conjugirten Drehpunktes ein Moment erzeugen muss, welches dem der äusseren Kräfte entgegenwirkt, so lässt sich hiernach die Pfeilrichtung der fraglichen Spannung sofort angeben.

Ist dieser Pfeil gegen den festbleibenden, nicht fortgeschnittenen Knotenpunkt gerichtet, so bedeutet die Spannung eine Druckkraft; ist hingegen der Pfeil vom festbleibenden Knotenpunkte fortgerichtet, so ist die durch die Einzellast erzeugte Spannung eine Zugspannung.

Man untersucht nun, bei welcher Lage eine Einzellast, welche an den verschiedenen Theilen des Bogens angreift, eine Druckspannung, und bei welcher Lage dieselbe eine Zugspannung im fraglichen Stabe erzeugt. Nach Ausfall dieser Untersuchungen ist leicht zu entscheiden, welche Strecken des Bogens belastet werden müssen, um das Maximum der Druck- oder Zugspannung in dem in Rede stehenden Constructionstheil zu erhalten.

Die Belastungsschemen ergeben sich demnach folgendermaassen:

Obere Gurtung.

1. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der Graden AE (Fig. 45).

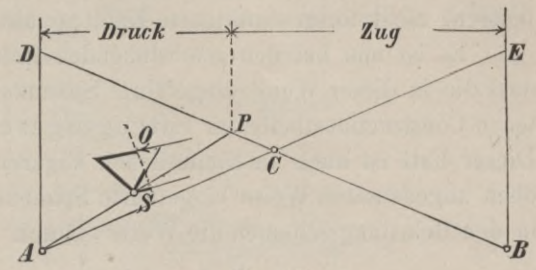


Fig. 45.

2. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden AE (Fig. 46).

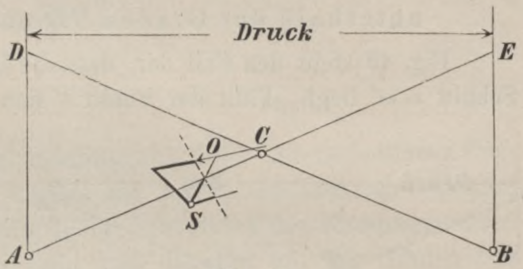


Fig. 46.

Untere Gurtung.

1. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden BD (Fig. 47).

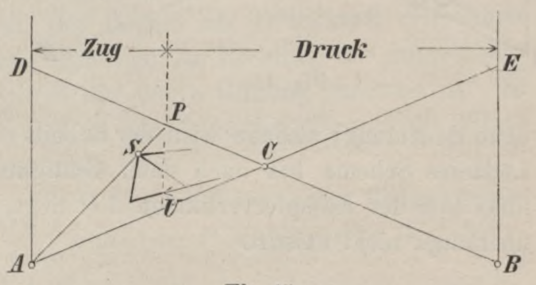


Fig. 47.

2. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der Graden BD (Fig. 48).

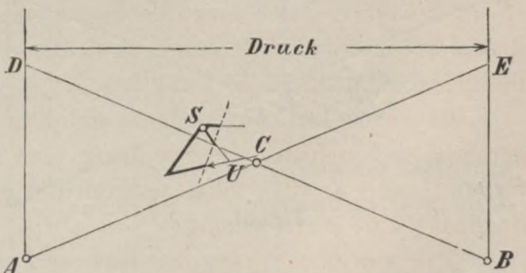


Fig. 48.

Füllungsglieder.

Zum richtigen Verständniss der Belastungsschemen ist es erforderlich, folgende kurze Ausführung zu berücksichtigen.

Durch den fraglichen Gitterstab ist ein Schnitt in der Weise zu führen, dass ausser diesem nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden. Man betrachtet das zwischen diesem Schnitte und dem linksseitigen Kämpferpunkte befindliche Stück des Bogens; der Theil rechts vom Schnitt ist also fortzudenken. Die Spannung in dem in Rede stehenden Constructionstheil wird zunächst positiv, also als Druckspannung angenommen, d. h. der Pfeil der Kraft ist gegen den festbleibenden, nicht fortgeschnittenen Knotenpunkt des Stabes gerichtet.

Es ist nun bei den nachstehenden Belastungsschemen die Annahme gemacht, dass die in dieser Weise eingeführte Spannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetztem Sinne des Uhrzeigers dreht. Dieser Fall ist auch in sämmtlichen Figuren gezeichnet. Dreht jedoch die in der oben angedeuteten Weise eingeführte Spannung im Sinne des Uhrzeigers, so sind in den Belastungsschemen die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen.

1. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden BD und oberhalb der Graden AE.

Fig. 49 stellt den Fall dar, dass die Belastungsscheide P rechts vom fraglichen Schnitt $\omega\,\omega'$ liegt. Fällt der Punkt P links vom fraglichen Schnitt, so ist derselbe

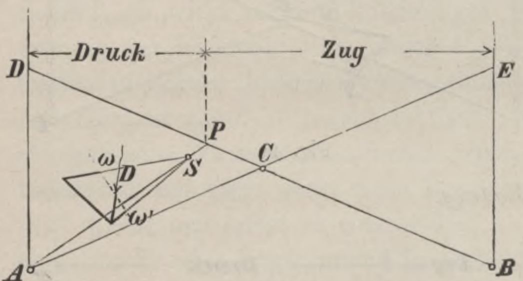


Fig. 49.

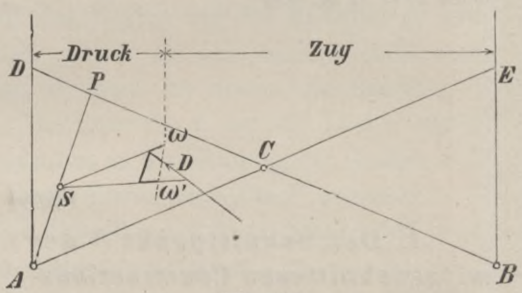


Fig. 50.

ohne Bedeutung; alsdann wird der Schnitt $\omega\,\omega'$ selbst zur Belastungsscheide (Fig. 50). Letzteres Schema hat auch dann Gültigkeit, wenn der conjugirte Schnittpunkt S links von der Kämpfervertikalen AD liegt, so dass eine reelle Belastungsscheide P überhaupt nicht existirt.

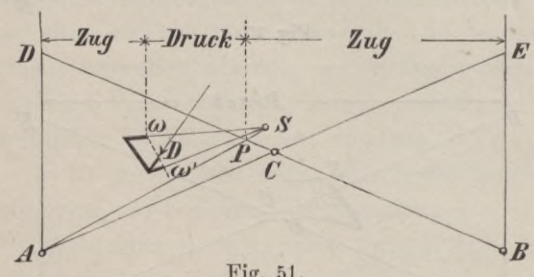


Fig. 51.

2. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der beiden Graden AE und BD (Fig. 51).

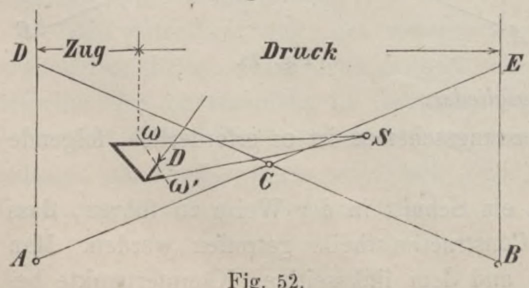


Fig. 52.

3. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden AE und oberhalb der Graden BD (Fig. 52).

4. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der beiden Graden AE und BD.

Fig. 53 stellt den Fall dar, dass eine reelle Belastungscheide P verhanden ist, während Fig. 54 das Belastungsschema für den Fall zeigt, dass eine solche Scheide nicht existirt.

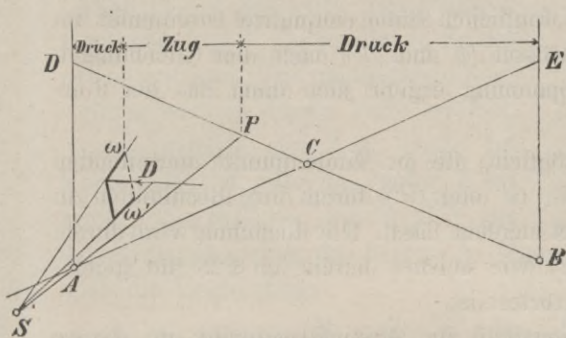


Fig. 53.

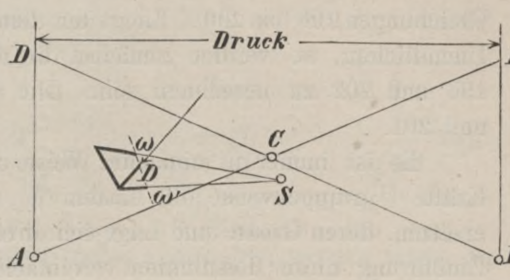


Fig. 54.

Es kann ferner vorkommen, dass der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen liegt, d. h. dass die beiden Gurtungsstäbe parallel sind. Man findet dann die Belastungsscheide, indem man durch den Kämpferpunkt A die Parallele zur Richtung der Gurtlinien zieht und dieselbe mit der Graden CD zum Schnitt bringt.

Es ist bei den beiden folgenden Belastungsschemen vorausgesetzt, dass die für den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft eingeführte Spannung des Gitterstabes eine Componente senkrecht zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien hat, welche abwärts, gegen die untere Gurtung gerichtet ist. Ist diese Componente aufwärts gerichtet, so sind in den folgenden Figuren die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen.

1. Es ist eine Belastungsscheide P vorhanden (Fig. 55).

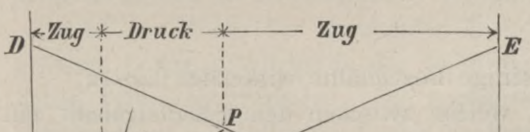


Fig. 55.

2. Es ist keine Belastungsscheide P vorhanden (Fig. 56).

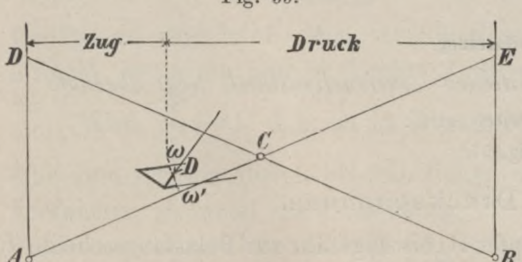


Fig. 56.

Hat man für einen Stab des Fachwerks die Belastungsscheiden ermittelt, so sind, je nachdem man die grösste Druck- oder Zugspannung im fraglichen Constructionstheil berechnen will, die Knotenpunkte innnerhalb der einen oder der anderen Strecke als belastet anzunehmen.

Sodann bestimmt man für den vorliegenden Belastungsfall den Horizontalschub H und das Moment $[M]$ aus den Formeln 196 und 197, mit Hülfe dieser Werthe die Grösse M nach Gleichung 195 und schliesslich die gesuchte Spannung aus einer der Gleichungen 198 bis 200. Liegt der dem fraglichen Stabe conjugirte Drehpunkt im Unendlichen, so werden zunächst die Grössen H und $[T]$ nach den Gleichungen 196 und 202 zu berechnen sein. Die Spannung ergiebt sich dann aus der Formel 201.

Es ist immer in einfacher Weise möglich, die pr. Knotenpunkt angreifenden Kräfte Q gruppenweise (die Lasten G_r, G_l, G' oder G'') durch ihre Resultanten zu ersetzen, deren Grösse und Lage sich direct angeben lässt. Die Rechnung wird durch Einführung dieser Resultanten vereinfacht, wie solches bereits im § 25 für gleichmässig vertheilte permanente Belastung erörtert ist.

Nachdem man für einen Constructionstheil die Maximalspannung im einen Sinne berechnet hat, findet man die Maximalspannung im andern Sinne am einfachsten durch Subtraction des zuerst berechneten Werthes von der in Folge totaler mobiler Last auftretenden Spannung. Letztere kann aus der für das Eigengewicht berechneten Spannungszahl leicht abgeleitet werden.

§ 27. Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

Zunächst soll die ungünstigste Laststellung ermittelt werden. Die Belastungsscheide P wird gefunden, indem man den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile mit dem linksseitigen Kämpferpunkte verbindet und diese Verbindungsgrade mit der Kämpferdrucklinie zum Schnitt bringt; der Schnittpunkt ist die gesuchte Belastungsscheide.

Es bezeichne:

$\mathfrak{R}_1$ die Resultante der auf die rechtsseitige Bogenhälfte wirkenden Lasten,

$\mathfrak{R}_2$ die Resultante derjenigen Lasten, welche zwischen dem Scheitelgelenk und dem zum Zweck der Spannungsermittlung geschnittenen Felde liegen,

$\mathfrak{R}_3$ die Resultante der zwischen diesem Felde und dem linksseitigen Kämpfergelenk angreifenden Lasten,

$\mathfrak{G}$ die Resultante der Lasten, welche innerhalb des geschnittenen Feldes liegen.

Obere Gurtung.

1. *Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der Graden AE.*

(Fig. 57.)

Maximum der Druckspannung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer A bis ungefähr zur Belastungsscheide P vorzuschieben und zwar so weit als noch die Bedingung

$$0 < \mathfrak{R}_3 - \frac{l-x}{x-m}\mathfrak{R}_2 + \left(1 - 2\frac{i}{\lambda}\frac{f}{v}\right)\mathfrak{G} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (203)$$

erfüllt bleibt. Die Bedeutung der Buchstaben l, f, x, i, λ, v und m ist aus Fig. 57 zu ersehen. Ob der Factor der Resultanten $\mathfrak{G}$ positiv oder negativ ist, hängt von dem Verhältniss $\frac{i}{\lambda}$ ab. Ist derselbe positiv, so sind die grössten Lasten in der Nähe des rechtsseitigen Knotenpunktes K des fraglichen Feldes zu concentriren. Die ungünstigste Zugstellung wird in diesem Falle erreicht, wenn entweder eine Last grade im Knotenpunkt K oder im Punkte J angreift. Die Stellung ergiebt sich aus der Bedingung, dass das System so lange nach rechts verschoben werden muss, als noch die Ungleichung

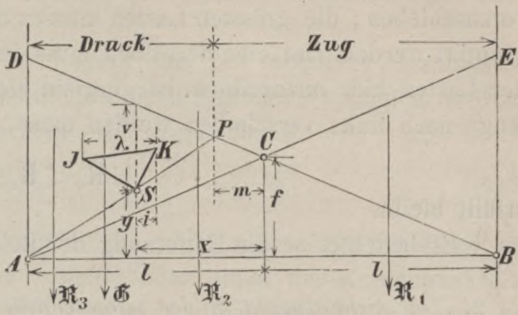


Fig. 57.

$$\mathfrak{R}_2 < \frac{x-m}{l-x}\left[\mathfrak{R}_3 + \left(1 - 2\,\frac{i}{\lambda}\,\frac{f}{v}\right)\mathfrak{G}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (204)$$

erfüllt ist. Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des Punktes K oder J der in Ungleichung 204 enthaltenen Bedingung nicht mehr genügt wird, ist in diesem Punkte selbst anzuordnen. Es ist hierbei zu bemerken, dass in den meisten Fällen die ungünstigste Zugstellung erreicht wird, wenn ein Rad im Knotenpunkte K liegt.

Für den Fall, dass $\frac{i}{\lambda} = 0$ wird, also im Punkte K ein Vertikalstab und im Felde JK eine von links nach rechts fallende Diagonale vorhanden ist, lautet Ungleichung 204:

$$\mathfrak{R}_2 < \frac{x-m}{l-x}\,(\mathfrak{R}_3 + \mathfrak{G}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (205)$$

Alsdann muss, um die ungünstigste Zugstellung zu erhalten, jedenfalls eine der grössten Lasten im Knotenpunkte K angreifen.

Ist der Factor der Resultanten $\mathfrak{G}$ in Ungleichnng 203 negativ, so sind die grössten Lasten möglichst in der Nähe des linksseitigen Knotenpunktes J des fraglichen Feldes zu gruppiren. Die ungüngstigste Zugstellung bedingt, dass entweder eine Last grade im Punkte J oder im Punkte K liegt. Welche Last im einen oder anderen Punkte anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass das System so lange nach rechts verschoben werden muss, als noch der Ungleichung

$$\frac{l-x}{x-m}\,\mathfrak{R}_2 + \left(2\,\frac{i}{\lambda}\,\frac{f}{v} - 1\right)\mathfrak{G} < \mathfrak{R}_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (206)$$

Genüge geleistet wird. Wahrscheinlich wird die ungünstigste Stellung des Systems erreicht, wenn ein Rad im Punkte J angreift.

Wird $\frac{i}{\lambda} = 1$, d. h. ist im Punkte J ein Vertikalstab und im fraglichen Felde eine vom rechten oberen bis zum linken unteren Knotenpunkte reichende Diagonale vorhanden, so lautet die Ungleichung 206:

$$\mathfrak{R}_2 + \mathfrak{G} < \frac{x-m}{l-x}\cdot\mathfrak{R}_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (207)$$

Alsdann muss jedenfalls eine der grössten Lasten im linksseitigen Knotenpunkte J angreifen.

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist vom rechtsseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide P vorzuschieben; die grössten Lasten müssen möglichst in der Nähe des Scheitelgelenks gruppirt werden und eine derselben muss in diesem Punkte selbst angreifen. Welche der Lasten hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach links verschoben werden muss, als noch die Ungleichung

$$\mathfrak{R}_2 < \mathfrak{R}_1 \frac{m}{l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (208)$$

erfüllt bleibt.

Es bedeutet m die Entfernung der Belastungsscheide P vom Scheitel (Fig. 57).

2. *Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden AE.*

(Fig. 58.)

Um das Maximum der Druckspannung zu erhalten, muss der ganze Bogen als vollbelastet angenommen werden. Denkt man sich den Zug von rechts nach links vorrückend, so ergiebt sich die ungünstigste Stellung desselben aus der Ungleichung

$$0 < \frac{m}{l} \cdot \frac{l-x}{m+x} \mathfrak{R}_1 + \frac{l-x}{m+x} \mathfrak{R}_2 - \mathfrak{R}_3 - \left(1 - 2\frac{i}{\lambda} \cdot \frac{f}{v}\right) \mathfrak{G} \quad . \quad . \quad (209)$$

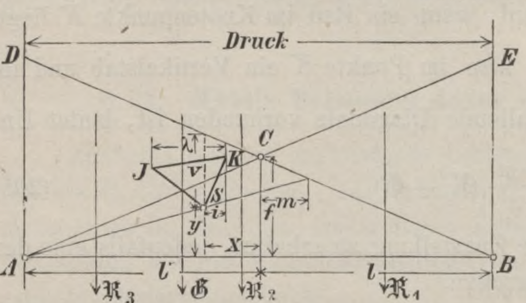


Fig. 58.

Die Bedeutung der Buchstaben ist aus Fig. 58 zu ersehen. Ob der Factor der Resultanten $\mathfrak{G}$ positiv oder negativ wird, hängt von der Grösse des Verhältnisses $\frac{i}{\lambda}$ ab. Ist derselbe positiv, so müssen die grössten Lasten in der Nähe des rechtsseitigen Knotenpunktes K des fraglichen Feldes angeordnet werden. Der Zug ist so lange von rechts nach links zu verschieben, als noch der Ungleichung

$$\mathfrak{R}_3 + \left(1 - 2\frac{i}{\lambda} \cdot \frac{f}{v}\right) \mathfrak{G} < \frac{l-x}{m+x} \left(\frac{m}{l} \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (210)$$

genügt wird. Diese Ungleichung wird in dem Augenblicke nicht mehr erfüllt bleiben, in welchem irgend eine Last entweder den Scheitel oder einen der Knotenpunkte J oder K des fraglichen Feldes überschreitet. Diese Grenzstellung ist die ungünstigste Stellung des Systems der Einzellasten. Zu bemerken ist hierbei, dass in den meisten Fällen ein Rad im Knotenpunkte K liegen muss, um diese Grenzstellung zu erhalten; der Fall, dass die ungünstigste Stellung des Zuges erreicht wird, wenn eine Last im Scheitel des Bogens liegt, kann nur dann eintreten, wenn $m > l$ ist.

Wird das Verhältniss $\frac{i}{\lambda} = 0$, ist also im Punkte K ein Vertikalstab und im fraglichen Felde eine Diagonale, welche den linken oberen mit dem rechten unteren Knotenpunkte verbindet, vorhanden, so lautet Ungleichung 210:

$$\mathfrak{R}_3 + \mathfrak{G} < \frac{l-x}{m+x} \left(\frac{m}{l} \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (211)$$

Alsdann wird die ungünstigste Zugstellung erreicht, wenn eine Last entweder im rechtsseitigen Knotenpunkte K oder im Scheitel angreift. Letzterer Fall kann nur dann eintreten, wenn $m > l$ ist.

Ist der Factor der Resultanten $\mathfrak{G}$ in Ungleichung 209 negativ, so müssen die grössten Lasten in der Nähe des linksseitigen Knotenpunktes J gruppirt werden; die Grenzstellung des Systems ergiebt sich aus der Ungleichung

$$\mathfrak{R}_3 < \frac{l-x}{m+x}\left(\frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2\right) + \left(2\,\frac{i}{\lambda}\,\frac{f}{v} - 1\right)\mathfrak{G} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (212)$$

Diese Ungleichung wird in dem Augenblicke nicht mehr erfüllt bleiben, in welchem irgend eine Last entweder den Scheitel oder einen der Knotenpunkte J oder K überschreitet. Wahrscheinlich wird die ungünstigste Zugstellung erreicht, wenn ein Rad im Punkte J liegt.

Wird $\frac{i}{\lambda} = 1$, d. h. ist im Punkte J ein Vertikalstab und im Felde JK eine rechts steigende Diagonale vorhanden, so lautet Ungleichung 212:

$$\mathfrak{R}_3 < \frac{l-x}{m+x}\left(\frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{G}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (213)$$

In diesem Falle wird die ungünstigste Stellung des Systems jedenfalls dann erreicht, wenn eine Last entweder im Knotenpunkt J oder im Scheitel angreift; letzterer Fall kann nur dann eintreten, wenn $m > l$ ist.

Untere Gurtung.

1. *Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden BD.*

(Fig. 59.)

Maximum der Druckspannung.

Der Zug muss vom rechtsseitigen Kämpfer kommend, ungefähr bis zur Belatsungsscheide P vorgeschoben werden. Die grössten Lasten sind möglichst in der Nähe des Scheitels zu gruppiren und eine derselben muss in diesem Punkte selbst angreifen. Welche der Lasten hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Ungleichung

$$\mathfrak{R}_2 < \frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 \quad . \quad . \quad (214)$$

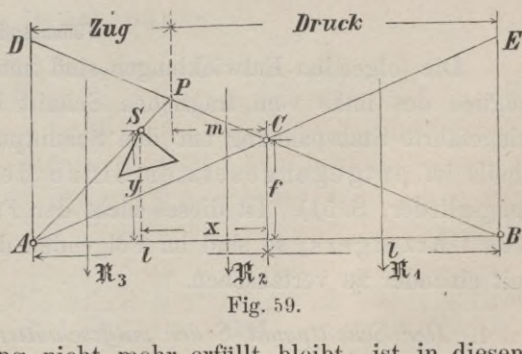


Fig. 59.

Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des Scheitelgelenks die in Ungleichung 214 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist in diesem Punkte selbst anzuordnen.

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer kommend bis ungefähr zur Belastungsscheide P vorzuschieben. Die grössten Lasten sind möglichst in der Nähe des dem fraglichen Stabe conjugirten Drehpunktes S zu gruppiren und eine dieser Lasten ist im Punkte S selbst anzuordnen. Welches Rad an dieser Stelle liegen muss, findet man aus der Ungleichung

$$\mathfrak{R}_2 < \frac{x-m}{l-x} \cdot \mathfrak{R}_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (215)$$

Die Bedeutung der Buchstaben ist aus Fig. 59 zu ersehen. Die Lasten rechts vom Drehpunkte S sind den Kräften $\mathfrak{R}_2$, die Lasten links von S den Kräften $\mathfrak{R}_3$ zuzurechnen.

2. *Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der Graden BD.*

(Fig. 60.)

Um das Maximum der Druckspannung zu erhalten, muss der ganze Bogen belastet angenommen werden; die grössten Raddrücke sind in der Nähe des Scheitels anzuordnen. Der Zug muss so lange von rechts nach links vorgeschoben werden, als noch der Ungleichung

$$\mathfrak{R}_2 + \frac{m-x}{l-x}\,\mathfrak{R}_3 < \frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (216)$$

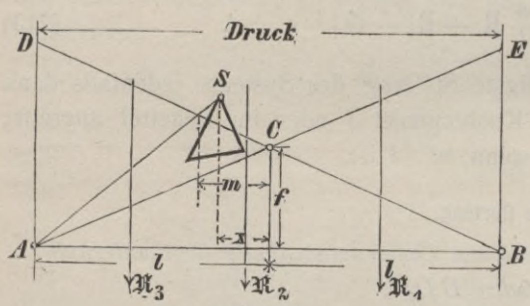


Fig. 60.

genügt wird. Die Lasten rechts vom Drehpunkte S sind den Kräften $\mathfrak{R}_2$, die Lasten links von S den Kräften $\mathfrak{R}_3$ zuzuzählen. Die in Ungleichung 216 enthaltene Bedingung wird in dem Augenblicke nicht mehr erfüllt bleiben, in welchem irgend eine Last entweder den Scheitel oder den Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile überschreitet. Diese Grenzstellung des Zuges ist die ungünstigste. In den allermeisten Fällen wird ein Rad im Scheitel anzuordnen sein; nur wenn $m > l$ ist, wird die ungünstigste Stellung des Systems erfordern, dass ein Rad grade im Drehpunkte S liegt.

Füllungsglieder.

Die folgenden Entwicklungen sind unter der Annahme gemacht, dass die bezüglich des links vom fraglichen Schnitt befindlichen Bogentheils als Druckkraft eingeführte Stabspannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers dreht (vergl. § 26, Füllungsglieder, S. 51). Ist dieses nicht der Fall, dreht also die Spannung im Sinne des Uhrzeigers, so sind im Folgenden durchweg die Worte „Druck" und „Zug" mit einander zu vertauschen.

1. *Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden BD und oberhalb der Graden AE.*

a) Die Belastungsscheide liegt rechts vom fraglichen Schnitt $\omega\omega'$.

(Fig. 61.)

Maximum der Druckspannung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer ungefähr bis zur Belastungsscheide P vorzuschieben. Die grössten Raddrücke sind in der Nähe des rechtsseitigen Knotenpunktes K anzuordnen und einer derselben muss in diesem Punkte selbst angreifen. Welche der Lasten an dieser Stelle liegen muss, ergiebt sich aus der Ungleichung

$$\mathfrak{R}_2 < \frac{1}{2f-v}\left(v\,\mathfrak{R}_3 + \frac{\lambda v + 2if}{\lambda}\,\mathfrak{G}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (217)$$

Die Bedeutung der Buchstaben ist aus Fig. 61 zu ersehen.

Hierbei ist zu bemerken, dass, wenn der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile links vom fraglichen Felde liegt — und dabei der Voraussetzung gemäss die Belastungsscheide P sich rechts vom Schnitt $\omega\omega'$ befindet — alsdann die Grösse i negativ in Rechnung zu stellen ist. In diesem Fall ist es auch möglich, dass die Ungleichung 217 in dem Augenblicke nicht mehr erfüllt bleibt, in welchem eine Last den linksseitigen Knotenpunkt J überschreitet, so dass die ungünstigste Stellung des Zuges erreicht wird, wenn eine Last grade in J angreift.

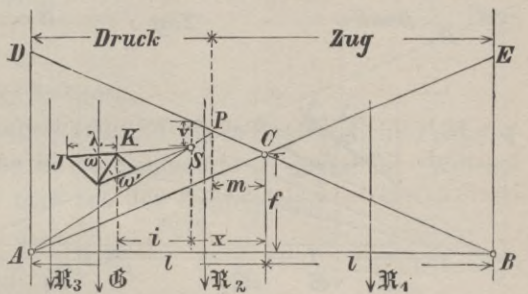


Fig. 61.

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist vom rechtsseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide P vorzuschieben; die grössten Raddrücke sind in der Nähe des Scheitels zu concentriren; eine der Lasten muss in diesem Punkte selbst angreifen und zwar diejenige, durch deren Ueberschreiten des Scheitelpunktes die in der Ungleichung

$$\mathfrak{R}_2 < \frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (218)$$

enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt.

b) Die Belastungsscheide P liegt links vom fraglichen Schnitt $\omega\omega'$ oder existirt überhaupt nicht.

(Fig. 62.)

Maximum der Druckspannung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer bis in das fragliche Feld vorzuschieben; eine der ersten Lasten muss im linken Knotenpunkte J desselben angreifen. Welches Rad hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach rechts zu verschieben ist, als noch die Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \frac{\lambda v}{2if - \lambda v}\cdot\mathfrak{R}_3 \quad . \quad (219)$$

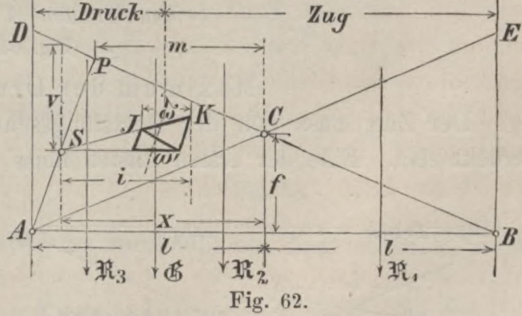


Fig. 62.

erfüllt bleibt. Die Bedeutung der Buchstaben ist aus Fig. 62 zu ersehen.

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist von rechts kommend ungefähr bis zum fraglichen Schnitt $\omega\omega'$ vorzuschieben. Die grössten Lasten sind möglichst in der Nähe des Scheitels zu concentriren. Die ungünstigste Stellung des Zuges wird erreicht, wenn eine Last entweder grade im Scheitel oder im rechtsseitigen Knotenpunkte K des fraglichen Feldes angreift. Die genaue Lage des Systems ergiebt sich aus der Bedingung, dass dasselbe so lange nach links verschoben werden muss, als noch die Ungleichung

$$\mathfrak{R}_2 + \frac{2if - \lambda v}{\lambda(2f - v)}\,\mathfrak{G} < \frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (220)$$

erfüllt ist.

In derselben Weise ist die Stellung des Zuges zu fixiren, wenn der Schnittpunkt P der Graden AS und BD links von D fällt.

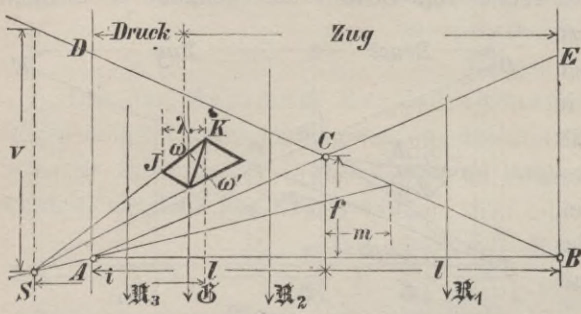


Fig. 63.

Liegt dieser Schnittpunkt jedoch rechts vom Scheitel (Fig. 63), so ist, obgleich die Abtheilungen für Druck und Zug die nämlichen bleiben, dennoch die Stellung des Systems um das Maximum der Zugspannung zu erhalten anders anzuordnen.

Der Zug ist auch dann vom rechtsseitigen Kämpfer kommend bis ungefähr zum fraglichen Schnitt $\omega\omega'$ vorzuschieben; die grössten Lasten sind jedoch in der Nähe des Knotenpunktes K zu gruppiren. Die ungünstigste Stellung des Zuges wird erreicht, wenn eine Last entweder grade im Punkte K oder im Scheitel angreift. Die genaue Lage des Systems ergiebt sich aus der Bedingung, dass dasselbe so lange nach links verschoben werden muss, als noch der Ungleichung

$$\frac{2if - \lambda v}{\lambda(v - 2f)}\,\mathfrak{G} < \frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (221)$$

Genüge geleistet wird.

Es ist hierbei zu bemerken, dass wahrscheinlich ein Rad im Knotenpunkte K anzuordnen ist, um die ungünstigste Stellung des Systems zu erhalten. Der Fall, dass eine Last im Scheitel angreifen muss, kann überhaupt nur dann stattfinden, wenn $m > l$ ist.

2. *Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der beiden Graden AE und BD.*

(Fig. 64.)

Maximum der Druckspannung.

Der Zug muss von der Belastungsscheide P bis in das fragliche Feld vorgerückt sein. Eine der ersten Lasten muss im rechtsseitigen Knotenpunkte K des Feldes angreifen. Welche dieser Lasten hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \lambda\,\frac{2f + v}{2if - \lambda v} \cdot \mathfrak{R}_2 \quad . \quad (222)$$

Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des Punktes K die in der Ungleichung 222 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, muss an dieser Stelle angreifen.

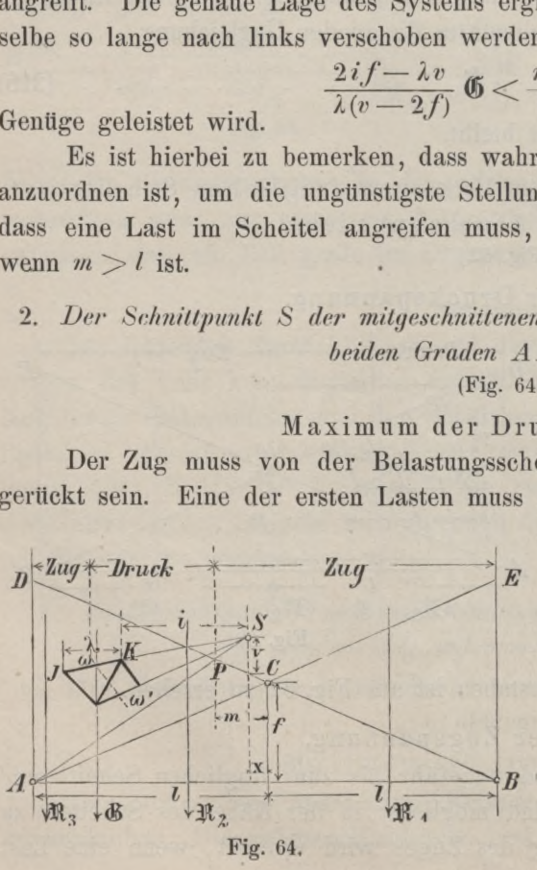


Fig. 64.

Maximum der Zugspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Der Zug ist von rechts kommend ungefähr bis zur Belastungsscheide P vorzuschieben. Die grössten Lasten sind möglichst in der Nähe des Scheitels zu concentriren und eine derselben muss in diesem Punkte selbst angreifen. Welche der Radaxen hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach links verschoben werden muss, als noch der Ungleichung

$$\mathfrak{R}_2 < \frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (223)$$

genügt wird.

Linksseitige Belastung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer kommend bis in das fragliche Feld vorzuschieben. Eine der ersten Lasten muss im Knotenpunkte J angreifen. Welches Rad an dieser Stelle liegen muss, findet man aus der Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \frac{\lambda v}{2if - \lambda v}\,\mathfrak{R}_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (224)$$

3. *Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden AE und oberhalb der Graden BD.*

(Fig. 65.)

Maximum der Druckspannung.

Der Zug ist von rechts kommend bis in das fragliche Feld vorzuschieben. Die grössten Lasten müssen in der Nähe des Knotenpunktes K angeordnet werden. Die genaue Stellung des Systems lässt sich mit Hülfe der Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \lambda\,\frac{2f + v}{2if - \lambda v}\left(\frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (225)$$

ermitteln. Der in dieser Ungleichung enthaltenen Bedingung wird in dem Augenblick nicht mehr genügt werden, in welchem eine Last entweder den Knotenpunkt K oder den Scheitel überschreitet. Diese Grenzstellung des Zuges ist die ungünstigste. In den meisten Fällen wird ein Rad im Knotenpunkte K anzuordnen sein. Dass eine Last im Scheitel liegen muss, um die ungünstigste Stellung des Systems zu erhalten ist überhaupt nur dann möglich, wenn $m > l$ ist.

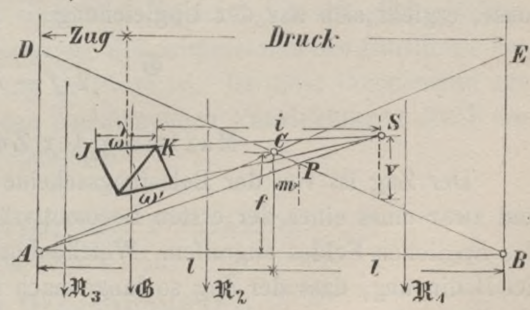


Fig. 65.

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer bis in das fragliche Feld vorzuschieben. Eine der ersten Lasten muss im Knotenpunkte J angreifen. Welches Rad hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \frac{\lambda v}{2if - \lambda v} \cdot \mathfrak{R}_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (226)$$

Diejenige Last, durch deren Ueberschreiten des Knotenpunktes J die in Ungleichung 226 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist in diesem Punkte anzuordnen.

4. *Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der beiden Graden AE und BD.*

a) Es existirt eine Belastungsscheide P.

(Fig. 66.)

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Der Zug ist vom rechtsseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide P vorzuschieben. Die grössten Lasten müssen möglichst in der Nähe des Scheitels liegen, und eine derselben muss in diesem Punkte selbst angreifen. Welches Rad hier anzuordnen ist, findet man mit Hülfe der Ungleichung

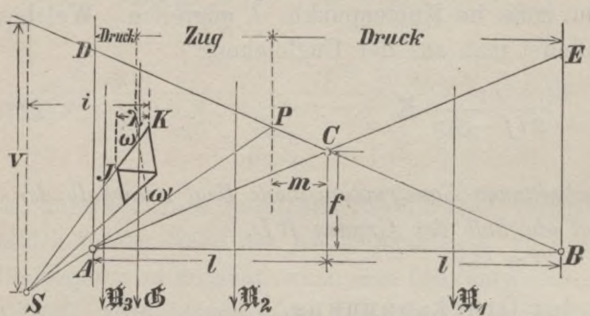


Fig. 66.

$$\mathfrak{R}_2 < \frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 \quad . \quad (227)$$

Diejenige Last, durch deren Ueberschreiten des Scheitels die in Ungleichung 227 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, muss in diesem Punkte selbst angeordnet werden.

Linksseitige Belastung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer bis in das fragliche Feld vorzuschieben. Eine der ersten Lasten muss im Knotenpunkte J angreifen. Welches Rad hier liegen muss, ergiebt sich aus der Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \frac{\lambda v}{2if - \lambda v} \cdot \mathfrak{R}_3 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (228)$$

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist von der Belastungsscheide bis in das fragliche Feld vorzurücken und zwar muss eines der ersten Locomotivräder im rechtsseitigen Knotenpunkte K des fraglichen Feldes angreifen. Welche Last hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach links geschoben werden muss, als noch die Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \lambda \frac{v - 2f}{2if - \lambda v} \cdot \mathfrak{R}_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (229)$$

erfüllt bleibt.

b) Es ist keine Belastungsscheide P vorhanden.

(Fig. 67.)

Das Maximum der Druckspannung wird bei voller Belastung des Trägers erhalten. Die grössten Raddrücke sind in der Nähe des rechtsseitigen Knotenpunktes K des fraglichen Feldes anzuordnen. Die genaue Stellung des Zuges ergiebt sich folgendermaassen.

Das System ist so lange von rechts nach links vorzuschieben, als noch der Ungleichung

$$\mathfrak{R}_3 + \left(2\frac{i}{\lambda}\frac{f}{v} + 1\right)\mathfrak{G} < \frac{l-x}{m+x}\left(\frac{m}{l}\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (230)$$

Genüge geleistet wird. Die Bedeutung der Buchstaben ist aus Fig. 67 zu ersehen. Die Ungleichung 230 wird in dem Augenblicke nicht mehr erfüllt bleiben, in welchem eine Last den Knotenpunkt K oder den Scheitel überschreitet. Diese Grenzstellung des Systems ist die ungünstigste. In den meisten Fällen wird ein Rad im Knotenpunkte K anzuordnen sein. Dass eine Last im Scheitel liegen muss, um die ungünstigste Stellung des Zuges zu erreichen, ist überhaupt nur dann möglich, wenn $m > l$ ist.

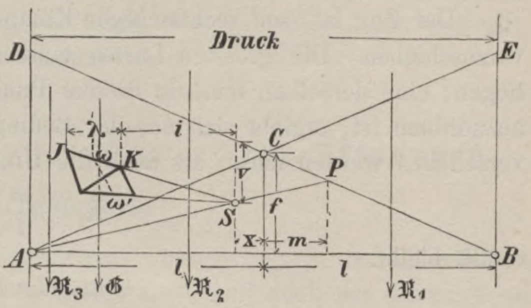


Fig. 67.

Es ist noch zu bemerken, dass wenn der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile links vom Knotenpunkte K liegt, die Grösse i negativ in Rechnung zu setzen ist. Alsdann ist es auch möglich, dass die ungünstigste Stellung des Zuges stattfindet, wenn eine Last grade am Knotenpunkt J angreift.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt im Unendlichen.

Man findet die Belastungsscheide, indem man durch den linksseitigen Kämpferpunkt A die Parallele zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien zieht und dieselbe mit der Graden CD (Fig. 68) zum Schnitt bringt.

Es ist im Folgenden vorausgesetzt, dass die für den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft eingeführte Spannung des fraglichen Gitterstabes eine Componente senkrecht zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien hat, welche abwärts, gegen die untere Gurtung gerichtet ist. Ist diese Componente aufwärts gerichtet, so sind durchweg bei den nachfolgenden Entwicklungen die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen.

1. *Es ist eine Belastungsscheide P vorhanden.*

(Fig. 68.)

Maximum der Druckspannung.

Der Zug ist von der Belastungsscheide P bis in das fragliche Feld vorzuschieben und zwar muss eine der ersten Lasten im rechtsseitigen Knotenpunkte K des Feldes angreifen. Welches Rad hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \frac{\lambda n}{2mf - \lambda n}\cdot\mathfrak{R}_2 \quad . \quad (231)$$

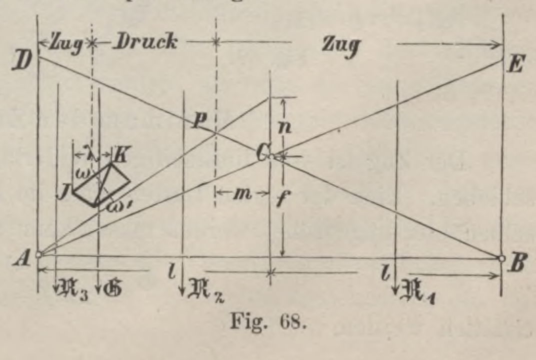


Fig. 68.

Die Bedeutung der Buchstaben ist aus Fig. 68 zu ersehen. Diejenige Last, durch deren Ueberschreiten des Knotenpunktes K die in der Ungleichung 231 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, muss in diesem Punkte selbst angeordnet werden.

Maximum der Zugspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Der Zug ist vom rechtsseitigen Kämpfer ungefähr bis zur Belastungsscheide P vorzuschieben. Die grössten Lasten müssen möglichst in der Nähe des Scheitels liegen; eine derselben muss in diesem Punkte selbst angreifen. Welches Rad hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Bedingung, dass der Zug so lange nach links verschoben werden muss, als noch die Ungleichung

$$\mathfrak{R}_2 < \frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (232)$$

erfüllt bleibt.

Linksseitige Belastung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer bis in das fragliche Feld vorzuschieben. Eine der ersten Lasten muss im Knotenpunkte J angreifen. Welches Rad hier liegen muss, findet man mit Hülfe der Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \frac{\lambda n}{2mf - \lambda n} \cdot \mathfrak{R}_3 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (233)$$

Die Bedeutung der Buchstaben ist aus Fig. 68 zu ersehen.

2. *Es ist keine Belastungsscheide P vorhanden.*

(Fig. 69.)

Maximum der Druckspannung.

Der Zug ist vom rechtsseitigen Kämpfer bis in das fragliche Feld vorzurücken. Eines der ersten Locomotivräder muss im Knotenpunkte K angreifen. Welches Rad hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Ungleichung:

$$\mathfrak{G} < \frac{\lambda n}{2mf - \lambda n}\left(\frac{m}{l}\,\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2\right) \quad (234)$$

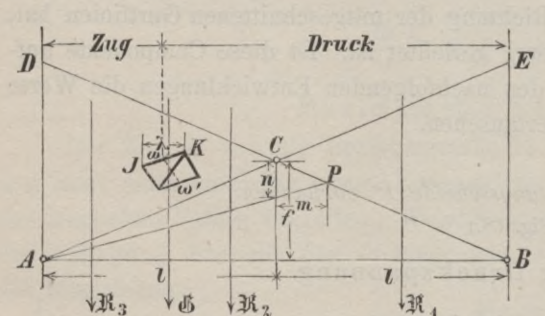


Fig. 69.

Die Bedeutung der Buchstaben ist aus Fig. 69 zu ersehen. Diejenige Last, durch deren Ueberschreiten des Knotenpunktes K die in der Ungleichung 234 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist in diesem Punkte selbst anzuordnen.

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist vom linksseitigen Widerlager A bis in das fragliche Feld vorzuschieben. Eine der ersten Lasten muss im Knotenpunkte J angreifen. Welche derselben hier angeordnet werden muss, kann mit Hülfe der Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \frac{\lambda n}{2mf - \lambda n} \cdot \mathfrak{R}_3 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (235)$$

ermittelt werden.

Nachdem die ungünstigste Laststellung für einen Constructionsstab ermittelt ist, bestimmt man für diesen Belastungsfall aus den Gleichungen 196 nnd 197 den Horizontalschub H und das Moment $[M]$. Die Gleichung 195 liefert den Werth M; schliesslich kann die gesuchte Spannung aus einer der Formeln 198 bis 200 berechnet werden.

Liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen, so wird man zunächst die Werthe H und $[T]$ aus den Gleichungen 196 und 202, sodann die Spannung aus Gleichung 201 ermitteln.

Hängebrücke mit einer Haupt- und zwei Nebenöffnungen.

§ 28. Allgemeines.

Obgleich den vorliegend zusammengestellten Untersuchungen im Allgemeinen Bogenbrücken im engeren Sinne zu Grunde gelegt sind, soll doch das nachstehend behandelte System als Hängebrücke aufgefasst werden, da diese Anordnung thatsächlich häufiger als solche, denn als Bogenbrücke im engeren Sinne gebaut wird.

Fig. 70 giebt ein Bild des fraglichen Brückensystems.

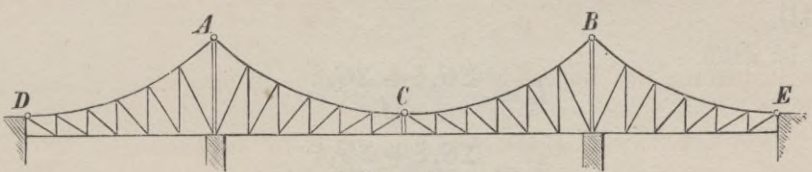


Fig. 70.

Die Auflagerconstructionen bei A und B müssen derart gewählt werden, dass dieselben eine Verschiebung in horizontalem Sinne gestatten. Man erreicht dieses, indem man entweder die Brücke bei A und B in Pendeln aufhängt oder an diesen Stellen Rollenlager anordnet. Der gesammte Horizontalzug wird dann von den Kämpferpunkten D und E aufgenommen. Hierin liegt der Vortheil dieses Brückensystems.

Die Mittelpfeiler bei A und B werden durch keine Horizontalkraft beansprucht und können deshalb sehr leicht gehalten werden. Die Punkte D und E, welche den Horizontalzug aufnehmen, liegen tiefer als bei Anordnung einer einzigen Oeffnung und wird in Folge dessen auch die Beanspruchung der Landpfeiler sich verhältnissmässig günstiger gestalten.

Die Spannungen der Fachwerkstäbe in der Mittelöffnung sind vollständig unabhängig von der Belastung der Seitenöffnungen. Die Berechnung des mittleren Theils der Brücke kann grade so durchgeführt werden, als wenn die Seitenöffnungen überhaupt nicht vorhanden und die Punkte A und B feste Scharnier-Kämpferpunkte wären. Die Berechnung wird sich demnach vollständig analog derjenigen einer Bogenbrücke mit 3 Gelenken gestalten. Die Ausführungen der §§ 24 bis 27 behalten ihre Gültigkeit. Man muss sich nur das ganze System der Bogenbrücke um eine horizontale Axe umgeschlagen denken und sodann die Vorzeichen sämmtlicher Spannungen, sowie die Worte „Druck“ und „Zug“ in den Belastungsschemen, etc. mit einander vertauschen.

Es ist demnach nur erforderlich, im Folgenden die Seitenöffnungen der Behandlung zu unterziehen.

Der Angriffspunkt des Horizontalzuges und der Vertikalcomponente der Kämpferreaction liegt im Gelenkpunkt D (Fig. 71).

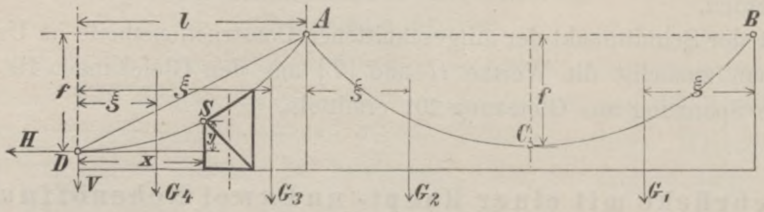


Fig. 71.

Die von der Belastung der Mittelöffnung herrührende Reaction fällt in die Richtung der Verbindungslinie AD hinein. Die Horizontal- und Vertikalcomponente dieser Kraft sei H, resp. V.

Eine Einzellast, welche auf der rechtsseitigen Hälfte der Mittelöffnung angreift, sei mit G_1, eine solche die auf der linksseitigen Hälfte der Mittelöffnung liegt, mit G_2 bezeichnet; ξ seien die Abstände der Lasten vom Scharnierpunkt B, resp. A (s. Fig. 71).

Es ist dann

$$H = \frac{\Sigma G_1 \xi + \Sigma G_2 \xi}{2f} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (236)$$

$$V = \frac{\Sigma G_1 \xi + \Sigma G_2 \xi}{2l} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (237)$$

Hierin bedeutet f die für die Mittelöffnung und die Seitenöffnungen als gleich angenommene Pfeilhöhe des Bogens; l die Spannweite einer Seitenöffnung.

Für irgend einen Drehpunkt S der Nebenöffnung mit den Coordinaten x und y, vom Punkte D als Coordinatenursprung aus gerechnet, ist das Moment der äusseren Kräfte

$$M = [M] - Vx + Hy \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (238)$$

In dieser Formel bedeutet wieder wie früher $[M]$ das Moment, welches die nämliche, wie die in Frage stehende, auf den Seitenträger einwirkende Belastung bei einem Balken auf 2 Stützen von der Spannweite l in einem Punkte mit der Abscisse x hervorrufen würde.

Bezeichnet man die Lasten, welche in der Nebenöffnung rechts von dem zum Zweck der Spannungsermittlung durch den fraglichen Stab geführten Schnitte angreifen mit G_3, Lasten welche links von diesem Schnitte liegen mit G_4 und die Abscissen der Angriffspunkte dieser Lasten von der durch den Kämpferpunkt D hindurchgehenden Vertikalen aus gerechnet mit ξ, so ist:

$$[M] = \frac{x}{l} \Sigma G_3 (l - \xi) + \frac{l - x}{l} \Sigma G_4 \xi \quad \ldots \ldots \ldots (239)$$

Es ist bei Aufstellung des Momentes $[M]$ noch Folgendes zu beachten.

Im Allgemeinen müssen Lasten, welche innerhalb des geschnittenen Feldes liegen, zerlegt werden in ihre Componenten, welche am rechtsseitigen, resp. linksseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes angreifen, und sind dann die auf den rechtsseitigen Knotenpunkt entfallenden Kräfte den Lasten G_3, die auf den linksseitigen Knotenpunkt entfallenden Componenten den Lasten G_4 zuzurechnen. Fällt jedoch der Drehpunkt, für welchen das Moment $[M]$ ermittelt werden soll, mit einem Knotenpunkte des geschnittenen Feldes zusammen, in welchem die mobilen Lasten direct mittelst hier angeordneter Querträger oder mittelst Hängestangen angreifen — dieser Fall tritt bei Berechnung sämmtlicher oberen Gurtungsstäbe auf —, so kann man alle Lasten rechts von diesem Knotenpunkte als Lasten G_3, alle Kräfte links vom Knotenpunkte als Lasten G_4 betrachten. Eine Zerlegung ist dann nicht erforderlich. Für eine Kraft, welche im fraglichen Knotenpunkte selbst angreift, ist es gleichgültig, ob dieselbe den Lasten G_3 oder G_4 zugerechnet wird.

Auch dann, wenn der Drehpunkt, für welchen das Moment $[M]$ aufgestellt werden soll, vertikal über einem solchen Knotenpunkte, an welchem die mobilen Lasten angreifen, liegt — dieser Fall tritt bei Berechnung der unteren Gurtungsstäbe auf, wenn das Feld durch Vertikalstäbe begrenzt wird —, ist eine Zerlegung der innerhalb des geschnittenen Feldes angreifenden Lasten nicht erforderlich.

Die Spannung in einem Obergurtstabe sei O, diejenige in einem Untergurtstabe U, die Spannung in einem Füllungsgliede D. Die entsprechenden Hebelsarme bezüglich der den Stäben conjugirten Drehpunkte seien o, u und d. Dann hat man:

$$O = \frac{M}{o} \qquad (240)$$

$$U = -\frac{M}{u} \qquad (241)$$

$$D = \pm \frac{M}{d} \qquad (242)$$

Es ist darauf zu achten, dass die Werthe x und y in den Ausdrücken für M event. negativ werden können.

Druckspannungen sind positiv, Zugspannungen negativ in Rechnung gesetzt.

Bezüglich des doppelten Vorzeichens in Gleichung 242 ist Folgendes zu bemerken. Durch den fraglichen Gitterstab führt man einen Schnitt in der Weise, dass ausser diesem Stabe nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden. Man denkt sich den Theil des Trägers, welcher rechts von diesem Schnitte liegt, fortgenommen. Die Spannungen der geschnittenen Stäbe führt man zunächst als Druckspannungen ein, so dass also der Pfeil der Kraft zum festbleibenden, nicht fortgeschnittenen Knotenpunkte hingerichtet ist. Dreht die in dieser Weise eingeführte Spannung D im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile, so gilt das $+$Zeichen; ist der Sinn der Drehung dem des Uhrzeigers entsprechend, so wird das $-$Zeichen anzuwenden sein.

Liegt der dem fraglichen Stab conjugirte Drehpunkt im Unendlichen, so wird:

$$D = \pm \frac{([T] - V)\cos\varphi + H \sin\varphi}{\sin\alpha} \qquad (243)$$

worin

$$[T] = \frac{1}{l}\left[\Sigma G_3 (l - \xi) - \Sigma G_4\, \xi\right] \qquad (244)$$

ist, und die Grössen H und V die aus den Gleichungen 236 und 237 zu entnehmenden Werthe haben. Es bedeutet φ den Winkel zwischen den parallelen Gurtlinien und der Horizontalen, α den Winkel zwischen dem fraglichen Gitterstab und der Richtung der Gurtungen.

Bei Berechnung der Transversalkraft $[T]$ aus Gleichung 244 ist zu beachten, dass Lasten, welche innerhalb des geschnittenen Feldes liegen, in ihre Componenten, welche am rechtsseitigen, resp. linksseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes angreifen, zerlegt werden müssen. Es sind dann die auf den rechtsseitigen Knotenpunkt entfallenden Kräfte den Lasten G_3, die auf den linksseitigen Knotenpunkt entfallenden Componenten den Lasten G_4 zuzurechnen.

In Gleichung 243 ist das $+$Zeichen anzuwenden, wenn die für den links vom Schnitt befindlichen Theil des Trägers als Druckkraft eingeführte Spannung D eine Componente senkrecht zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien hat, welche abwärts, gegen die untere Gurtung gerichtet ist. Ist diese Componente aufwärts gerichtet, so hat das $-$Zeichen Gültigkeit.

§ 29. Gleichmässig vertheilte permanente Last.

Es ist den Ausführungen des vorigen Paragraphen nur hinzuzufügen, dass die Summenwerthe in den Gleichungen 236, 237, 239 und 244 sich immer in einfacher Weise ersetzen lassen werden durch die Producte aus den Resultanten der Einzellasten und deren entsprechenden Abständen.

§ 30. Gleichmässig vertheilte mobile Last.

Die Belastungsschemen ergeben sich folgendermaassen.

Obere Gurtung.

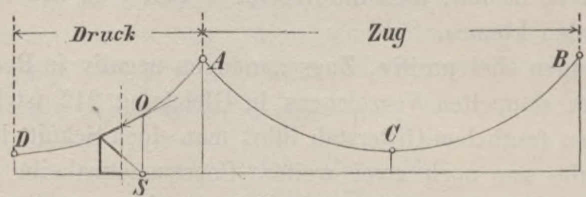


Fig. 72.

Untere Gurtung.

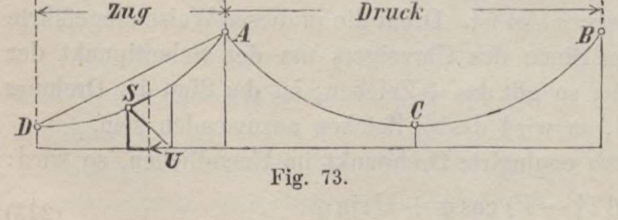


Fig. 73.

1. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden AD (Fig. 73).

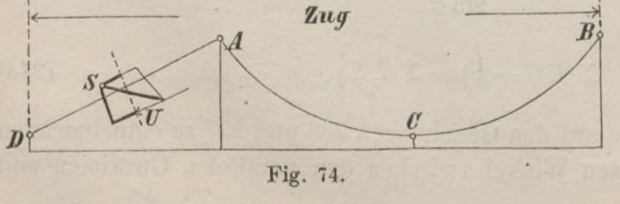


Fig. 74.

2. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der Graden AD (Fig. 74).

Füllungsglieder.

Zum richtigen Verständniss der Belastungsschemen ist es erforderlich, folgende kurze Ausführung zu berücksichtigen.

Durch den fraglichen Gitterstab denkt man sich einen Schnitt in der Weise geführt, dass ausser diesem Stabe nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden. Man betrachtet das zwischen diesem Schnitte und dem linksseitigen Kämpferpunkte befindliche Stück des Trägers; der Theil rechts vom Schnitt ist also fortzudenken. Die Spannung in dem in Rede stehenden Constructionstheil wird zunächst positiv, also als Druckspannung angenommen, d. h. der Pfeil der Kraft ist gegen den festbleibenden, nicht fortgeschnittenen Knotenpunkt des Stabes gerichtet.

Es ist nun bei den nachstehenden Belastungsschemen die Annahme gemacht, dass die in dieser Weise eingeführte Spannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers dreht. Dieser Fall ist auch in sämmtlichen Figuren gezeichnet. Dreht jedoch die in der oben angedeuteten Weise eingeführte Spannung im Sinne des Uhrzeigers, so sind in den Belastungsschemen die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen.

1. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden AD und rechts von der durch D hindurchgehenden Vertikalen (Fig. 75).

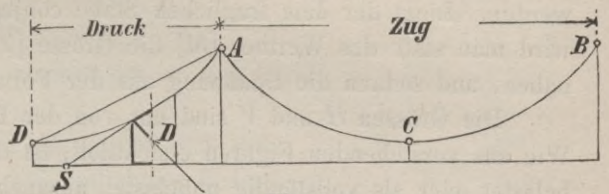


Fig. 75.

2. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden AD und links von der durch D hindurchgehenden Vertikalen (Fig. 76).

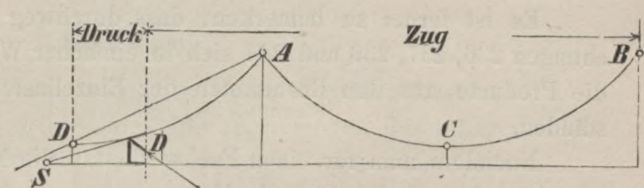


Fig. 76.

3. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der Graden AD und links von der durch D hindurchgehenden Vertikalen (Fig. 77).

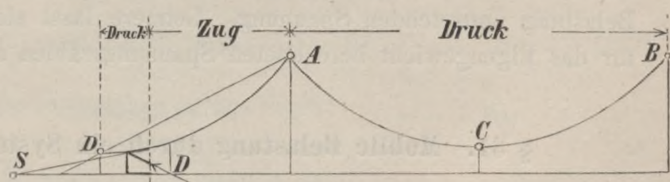


Fig. 77.

Liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen, so gestalten sich die Belastungsschemen folgendermaassen.

1. Die Richtung der parallelen Gurtlinien ist steiler als die der Verbindungsgraden AD (Fig. 78).

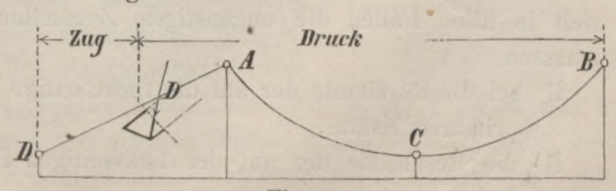


Fig. 78.

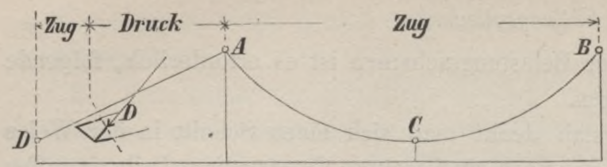


Fig. 79.

2. Die Richtung der parallelen Gurtlinien ist flacher als die der Verbindungslinie AD (Fig. 79).

Es ist bei den Belastungsschemen Fig. 78 und 79 vorausgesetzt, dass die für den links vom Schnitt befindlichen Theil des Trägers als Druckkraft eingeführte Spannung des fraglichen Gitterstabes eine Componente senkrecht zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien habe, welche abwärts, gegen die untere Gurtung gerichtet ist. Würde diese Componente aufwärts gerichtet sein, so müssten in den Figuren 78 und 79 die Worte „Druck" und „Zug" mit einander vertauscht werden.

Ist für einen Constructionsstab die ungünstigste Belastung ermittelt, so bestimmt man für diese die Werthe H, V und $[M]$ aus den Gleichungen 236, 237 und 239. Das Moment M der äusseren Kräfte ergiebt sich aus der Formel 238, und schliesslich kann die gesuchte Spannung aus einer der Gleichungen 240 bis 242 berechnet werden. Liegt der dem fraglichen Stabe conjugirte Drehpunkt im Unendlichen, so wird man statt des Werthes $[M]$ die Grösse $[T]$ nach Gleichung 244 zu berechnen haben, und sodann die Spannung aus der Formel 243 ermitteln.

Die Grössen H und V sind nur von der Belastung der Mittelöffnung abhängig. Wie aus vorstehenden Figuren ersichtlich, ist diese immer entweder als vollständig belastet oder als vollständig unbelastet anzunehmen. Die Werthe H und V lassen sich demnach ein für alle Mal angeben.

Es ist ferner zu bemerken, dass durchweg die Summenwerthe in den Gleichungen 236, 237, 239 und 244 sich in einfacher Weise ersetzen lassen werden durch die Producte aus den Resultanten der Einzellasten und deren entsprechenden Abständen.

Nachdem man für einen Fachwerksstab die Maximalspannung im einen Sinne berechnet hat, findet man die Maximalspannung im andern Sinne am bequemsten durch Subtraction des zuerst ermittelten Werthes von der in Folge totaler mobiler Belastung auftretenden Spannung. Letztere lässt sich in einfacher Weise aus den für das Eigengewicht berechneten Spannungszahlen ableiten.

§ 31. Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

Die Werthe V und H sind nur von der Belastung der Mittelöffnung abhängig. Wie aus den Belastungsschemen Fig. 72 bis Fig. 79 zu ersehen, ist dieser mittlere Theil der Brücke immer entweder vollständig belastet oder vollständig unbelastet anzunehmen. Muss die Mittelöffnung als belastet angenommen werden, so ergiebt sich in allen Fällen die ungünstigste Zugstellung innerhalb derselben folgendermaassen.

$\mathfrak{R}_1$ sei die Resultante der auf die rechtsseitige Hälfte der Mittelöffnung wirkenden primären Kräfte,

$\mathfrak{R}_2$ die Resultante der auf der linksseitigen Hälfte der Mittelöffnung liegenden Lasten;

alsdann ist der Zug so lange nach links zu verschieben als noch

$$\mathfrak{R}_2 < \mathfrak{R}_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (245)$$

ist. Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des Scheitelgelenks die in Ungleichung 245 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist in diesem Punkte selbst anzuordnen.

Für diese Laststellung kann man nun ein für alle Mal aus den Gleichungen 236 und 237 die Werthe H und V berechnen.

Es erübrigt, die ungünstigste Stellung des Zuges in der Nebenöffnung selbst anzugeben.

Obere Gurtung.

Es bezeichne:

$\mathfrak{R}_3$ die Resultante aller Lasten, welche rechts vom Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegen,

$\mathfrak{R}_4$ die Resultante der Lasten, welche links vom Punkte S angreifen.

Der Obergurtstab erreicht das Maximum seiner Druckspannung wenn der Zug so lange nach links verschoben wird, als noch die Ungleichung

$$\mathfrak{R}_4 < \frac{x}{l-x} \cdot \mathfrak{R}_3 \quad \ldots\ldots \quad (246)$$

erfüllt ist. Ueber Bedeutung der Buchstaben x und l s. Fig. 80.

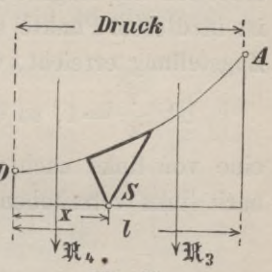


Fig. 80.

Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des Punktes S die in der Ungleichung 246 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist in diesem Punkte selbst anzuordnen.

Untere Gurtung.

Es bedeute:

$\mathfrak{R}_3$ die Resultante aller rechts vom fraglichen Felde liegenden Lasten,

$\mathfrak{R}_4$ die Resultante der links von diesem Felde angreifenden Raddrücke,

$\mathfrak{G}$ die Resultante der innerhalb des fraglichen Feldes wirkenden Lasten.

Um das Maximum der Zugspannung zu erreichen, ist das Lastsystem so lange nach links zu verschieben, als noch die Ungleichung

$$0 < \mathfrak{R}_3 \frac{x}{l} - \mathfrak{R}_4 \frac{l-x}{l} + \mathfrak{G}\left(\frac{x}{l} - \frac{i}{\lambda}\right) \quad \ldots\ldots \quad (247)$$

erfüllt bleibt. Die Bedeutung der Buchstaben ist aus Fig. 81 zu ersehen.

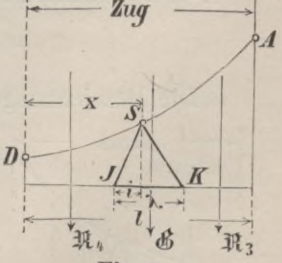


Fig. 81.

Ob der Coefficient von $\mathfrak{G}$ positiv oder negativ ist, hängt von dem Werthe des Verhältnisses $\frac{i}{\lambda}$ ab. Ist derselbe positiv, so sind die grössten Lasten in der Nähe des Knotenpunktes J zu concentriren. Die Ungleichung 247 wird in dem Augenblicke nicht mehr erfüllt bleiben, in welchem eine Last entweder den Knotenpunkt J oder den Punkt K überschreitet. Ordnet man diese Last in J, resp. K selbst an, so erhält man dadurch die ungünstigste Stellung des Zuges. In den meisten Fällen wird diese ungünstigste Stellung dann erreicht werden, wenn eine Last im Punkte J angreift.

Ist im Knotenpunkte J ein Vertikalstab und im Felde JK eine von rechts nach links steigende Diagonale vorhanden, so lässt sich obige Ungleichung noch specialisiren. Es wird dann $\frac{i}{\lambda} = 0$ und die Ungleichung 247 lautet:

$$\mathfrak{R}_4 < \frac{x}{l-x}(\mathfrak{R}_3 + \mathfrak{G}) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (248)$$

Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des Knotenpunktes J die in der Ungleichung 248 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist grade in diesem Punkte anzuordnen.

Wird der Factor der Resultanten $\mathfrak{G}$ negativ, so sind die grössten Lasten möglichst in der Nähe des Punktes K zu gruppiren. Die Ungleichung 247 wird in dem Augenblicke nicht mehr erfüllt bleiben, in welchem eine Last entweder den Punkt J oder den Punkt K überschreitet. Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des fraglichen Knotenpunktes der Bedingung 247 nicht mehr genügt wird, ist in diesem Punkte selbst anzuordnen. In den meisten Fällen wird die ungünstigste Zugstellung erreicht, wenn irgend eine Last im Punkte K angreift.

Ist $\frac{i}{\lambda} = 1$, so existirt im Punkte K ein Vertikalstab und im fraglichen Felde eine von links nach rechts steigende Diagonale. Es muss dann der Zug so lange nach links verschoben werden, als noch die Ungleichung

$$\mathfrak{R}_4 + \mathfrak{G} < \frac{x}{l-x}\mathfrak{R}_3 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (249)$$

erfüllt bleibt. Die ungünstigste Stellung des Systems wird erreicht, wenn eine Last grade im Knotenpunkte K angreift.

Füllungsglieder.

Die folgenden Entwicklungen sind unter der Annahme gemacht, dass die bezüglich des links vom fraglichen Schnitt befindlichen Trägertheils als Druckkraft eingeführte Stabspannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers dreht (vergl. § 30 Füllungsglieder, S. 69). Ist dieses nicht der Fall, dreht also die in dieser Weise eingeführte Spannung im Sinne des Uhrzeigers, so sind im Folgenden durchweg die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen.

1. *Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt innerhalb des Feldes AD.*

(Fig. 82.)

Die Bezeichnungen für die Resultanten der Lasten seien wie oben beibehalten.

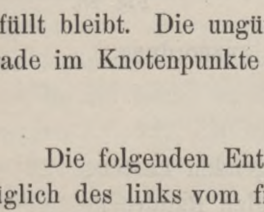


Fig. 82.

Das Maximum der Druckspannung wird erreicht, wenn die ganze Nebenöffnung belastet ist, und möglichst viele grosse Lasten in der Nähe des Knotenpunktes J angreifen. Der Zug muss so lange nach links verschoben werden, als noch die Ungleichung

$$\mathfrak{R}_4 < \frac{\mathfrak{R}_3 x + \mathfrak{G}\left(x + l\,\frac{i}{\lambda}\right)}{l-x} \quad . \; . \; . \; . \quad (250)$$

existirt. Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des Knotenpunktes J die in der Ungleichung 250 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, ist in diesem Punkte selbst anzuordnen.

Liegt der conjugirte Drehpunkt S rechts vom fraglichen Schnitt, so ist der Werth i negativ in Rechnung zu setzen. In diesem Falle kann die ungünstigste Zugstellung auch erreicht werden, wenn irgend eine Last im rechtsseitigen Knotenpunkte K angreift.

2. *Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt ausserhalb der Oeffnung AD.*

(Fig. 83.)

Maximum der Druckspannung.

Der Zug ist, von links kommend, bis in das fragliche Feld vorzuschieben, und zwar muss eine der ersten Lasten im Punkte J liegen. Welches Rad an dieser Stelle angreifen muss, findet man aus der Bedingungsungleichung

$$\mathfrak{G} < \mathfrak{R}_4 \lambda \frac{l + x}{il - \lambda x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (251)$$

Die Bedeutung der Buchstaben ist aus Fig. 83 zu ersehen; die Grösse x ist mit ihrem Absolutwerthe einzusetzen. Diejenige Last, durch deren Ueberschreiten des Knotenpunktes J die in der Ungleichung 251 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, muss in diesem Punkte selbst angeordnet werden.

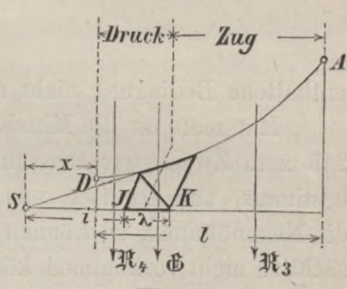


Fig. 83.

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist, von rechts kommend, bis in das fragliche Feld JK vorzuschieben, und zwar muss eine der ersten Lasten im Knotenpunkte K angreifen. Welche der Lasten hier anzuordnen ist, kann mit Hülfe der Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \mathfrak{R}_3 \lambda \frac{x}{il - \lambda x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (252)$$

ermittelt werden.

In dieser Ungleichung ist wieder die Grösse x mit ihrem Absolutwerthe einzuführen. Die Formeln jedoch, welche zur Berechnung der Spannung des fraglichen Stabes dienen, verlangen natürlich, dass bei dem in Fig. 83 gezeichneten Fall die Abscisse x des Drehpunktes S negativ in Rechnung gestellt wird.

Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt im Unendlichen.

(Fig. 84.)

Es wird vorausgesetzt, dass die für den links vom Schnitt befindlichen Theil des Trägers als Druckkraft eingeführte Spannung des fraglichen Gitterstabes eine Componente senkrecht zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien habe, welche abwärts, gegen die untere Gurtung gerichtet ist. Würde diese Componente aufwärts gerichtet sein, so müssten im Folgenden die Worte „Druck" und „Zug" mit einander vertauscht werden.

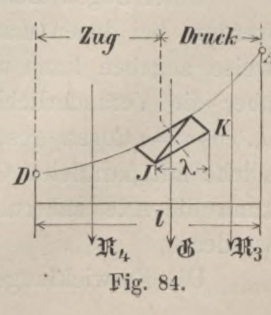


Fig. 84.

Maximum der Druckspannung.

Der Zug ist, von rechts kommend, bis in das fragliche Feld vorzuschieben und zwar muss eine der ersten Lasten im Knotenpunkte K angreifen. Welche Last hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \mathfrak{R}_3 \frac{\lambda}{l-\lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (253)$$

Dasjenige Rad, durch dessen Ueberschreiten des Knotenpunktes K die in der Ungleichung 253 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt, muss in diesem Punkte selbst angreifen.

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist, von links kommend, bis in das fragliche Feld vorzuschieben. Eine der ersten Lasten muss im Punkte J liegen und zwar diejenige, durch deren Ueberschreiten dieses Punktes die in der Ungleichung

$$\mathfrak{G} < \mathfrak{R}_1 \frac{\lambda}{l-\lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (254)$$

enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt bleibt.

Hat man für die Mittelöffnung die ungünstigste Belastung nach der Ungleichung 245 zum Zweck der Berechnung der Componenten H und V der Kämpferreaction bestimmt, und ermittelt nun unabhängig hiervon die ungünstigste Laststellung für die Nebenöffnung, so können sich dadurch event. Zugstellungen ergeben, welche thatsächlich nicht vorkommen können. Der in Folge dessen auftretende Fehler ist jedoch nicht sehr bedeutend und die Zulassung desselben um so weniger bedenklich, als durch diesen Fehler die Stabspannungen im absoluten Sinne zu gross ausfallen.

Nachdem die ungünstigste Laststellung in der Nebenöffnung ermittelt ist, bestimmt man aus Gleichung 239 das Moment $[M]$, sodann den Werth M aus Gleichung 238 und schliesslich die Stabspannung aus einer der Gleichungen 240 bis 242. Liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen, so wird man zunächst die Grösse $[T]$ nach Formel 244 und dann die Spannung nach Gleichung 243 berechnen.

II. Bogen mit 2 Gelenken.

1. Bogen mit ausgesprochener Axenrichtung.

§ 32. Allgemeines.

Unter Bogen mit ausgesprochener Axenrichtung sollen solche Bogen verstanden werden, bei denen man die Lage der Schwerpunktsaxe von vorne herein näherungsweise angeben kann und bei denen voraussichtlich die im § 2 gemachte Annahme über die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes (es war in Gleichung 26, S. 7 $J \cdot \cos\varphi = \text{Const.}$ gesetzt) angenähert zutrifft. Zu diesen Bogen zählen besonders solche mit parallelen Gurtungen und sichelförmige Bogen. Für beide Anordnungen kann die Axe näherungsweise in der Mitte zwischen den Gurtungen angenommen werden.

Die Entwicklungen der §§ 8 und 9 sind nun vollständig gültig.

Ist die Bogenaxe nach einer Parabel gekrümmt, so beginnt man damit, für eine der Reihe nach an sämmtlichen Knotenpunkten angreifende Last von der Grösse „Eins“ die Werthe $[\mathfrak{Y}]$ aus Gleichung 74_a (S. 21) zu berechnen. Ferner bestimmt man aus Gleichung 77 den Werth $\mathfrak{Y}$ und mit Hülfe dieser beiden Grössen sodann aus Gleichung 70 für die verschiedenen Lagen der Einzellast den Horizontalschub H.

Hat man es mit einer Bogenaxe von beliebiger Krümmung zu thun, so theilt man zunächst die Spannweite unabhängig von der Feldertheilung des Bogens in 10 gleiche Strecken. Für die Theilpunkte berechnet man die Ordinaten y der Bogenaxe und bestimmt mit Hülfe der Gleichungen 85 bis 87 die Werthe $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{F}_\xi^l$ und $\mathfrak{S}_\xi^l$. Für eine Einzellast von der Grösse „Eins“, welche man der Reihe nach in den verschiedenen Theilpunkten angreifen lässt, berechnet man nun unter Benutzung der oben ermittelten Werthe $\mathfrak{F}_\xi^l$ und $\mathfrak{S}_\xi^l$ die Grössen $[\mathfrak{Y}]$ aus Gleichung 74 und sodann aus Gleichung 70 für die verschiedenen Lagen der Last den Horizontalschub H. Diese Grössen trägt man in den Angriffspunkten der Einzellast (den gewählten Theilpunkten) als Ordinaten auf, verbindet die Endpunkte derselben durch eine stetige Curve und trägt die Abscissen der Knotenpunkte des Fachwerks ein. Die Ordinaten der Curve in diesen letztgenannten Punkten geben die verschiedenen Werthe des Horizontalschubes für eine in den Knotenpunkten angreifende Last „Eins“ an.

Ist eine Reihe von Knotenpunkten gleichzeitig belastet, so findet man den hierdurch bedingten Horizontalschub durch Summation der den verschiedenen Einzellasten entsprechenden Werthe.

Die weitere Ermittlung der Spannungen in den einzelnen Constructionstheilen kann genau in derselben Weise wie bei einem Bogen mit 3 Gelenken durchgeführt werden.

Das Moment der äusseren Kräfte bezüglich irgend eines Drehpunktes S mit den Coordinaten x und y ist wieder

$$M = [M] - Hy \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (255)$$

wenn mit H der in oben erläuterter Weise bestimmte Horizontalschub und mit $[M]$ das Moment bezeichnet wird, welches die nämliche Belastung bei einem Balkenträger auf 2 Stützen von der Spannweite $2l$ in einem Punkte mit der Abscisse x hervorbringen würde.

Bezeichnet man die Einzellasten, welche rechts von dem zum Zweck der Spannungsermittlung geführten Schnitt liegen mit G', die Lasten, welche links von diesem Schnitt angreifen mit G'' und mit ξ die Abscissen der Angriffspunkte der Lasten, so wird

$$[M] = \frac{l-x}{2l} \Sigma G' (l+\xi) + \frac{l+x}{2l} \Sigma G'' (l-\xi) \quad \ldots\ldots \quad (256)$$

Die Werthe ξ sind algebraisch, also event. negativ einzuführen.

Die Stabspannung selbst ergiebt sich dann wie im § 24 aus einer der Gleichungen 198 bis 200.

Liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen, so ist die Gleichung 201 zu verwenden. Der in dieser Gleichung vorkommende

Horizontalschub H ist natürlich in der oben erläuterten Weise zu bestimmen, während die Grösse $[T]$ sich aus der Gleichung

$$[T] = \frac{1}{2l}\left[\Sigma G'(l+\xi) - \Sigma G''(l-\xi)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (257)$$

berechnen lässt; hierin bezeichnet wieder G' eine Einzellast rechts und G'' eine Einzellast links von dem zum Zwecke der Spannungsermittlung geführten Schnitte.

§ 33. Gleichmässig vertheilte permanente Last.

Den Ausführungen des vorigen Paragraphen ist kaum etwas hinzuzufügen.

Man ermittelt zunächst den Horizontalschub H für totale Belastung; sodann wird man für jeden Stab das dem conjugirten Drehpunkte entsprechende Moment $[M]$ nach Gleichung 256 berechnen.

Hierbei ist zu bemerken, dass es immer in einfacher Weise möglich sein wird, die Einzellasten rechts und links vom fraglichen Schnitt gruppenweise zusammenzufassen und durch ihre Resultante zu ersetzen. In der Gleichung 256 können dann statt der Summenwerthe die Producte aus diesen Resultanten und ihren entsprechenden Abständen eingeführt werden. Es ergiebt sich sodann für den einem Stabe conjugirten Drehpunkt das Moment M aus Gleichung 255 und schliesslich die gesuchte Stabspannung aus einer der Formeln 198 bis 200.

Liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen, so berechnet man, nachdem der Horizontalschub H in oben erläuterter Weise ermittelt ist, die Grösse $[T]$ aus Gleichung 257 und sodann die Stabspannung nach der Formel 201.

§ 34. Gleichmässig vertheilte mobile Last.

Zunächst muss zur Bestimmung der ungünstigsten Belastung die Kämpferdrucklinie verzeichnet werden. Für die in den verschiedenen Theilpunkten angreifende Last „Eins" ist der Horizontalschub H bereits anfangs ermittelt. Man berechnet nun für die verschiedenen Lagen dieser Last das Moment $[M]$ aus Gleichung 92 und die Ordinaten der Kämpferdrucklinie nach Formel 93. Auch die Gleichungen 94 und 95 des § 11 behalten hier ihre Gültigkeit.

Die Belastungsscheiden werden gefunden, indem man den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile mit den beiden Kämpferpunkten verbindet und diese Verbindungsgraden mit der Kämpferdrucklinie zum Schnitt bringt. Die Schnittpunkte sind die gesuchten Belastungsscheiden.

Welche Strecken belastet werden müssen, damit die Spannungen im fraglichen Constructionstheil ihr positives oder negatives Maximum erreichen, ist mit Hülfe der im § 26 (S. 49) für einen Bogen mit 3 Gelenken gemachten Ausführungen leicht zu entscheiden.

Natürlich ist, abweichend von der an jener Stelle gegebenen Erklärung, bei einem Bogen mit 2 Gelenken die Stützlinie für eine Einzellast in der Weise zu finden, dass man die Richtungslinie dieser Last mit der Kämpferdrucklinie schneidet und den Schnittpunkt mit den beiden Kämpfern A und B verbindet.

Es ergeben sich dann die Belastungsschemen im Allgemeinen folgendermaassen:

Obere Gurtung.

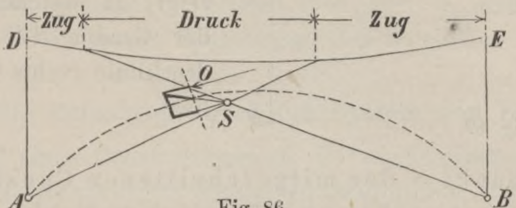


Fig. 86.

Untere Gurtung.

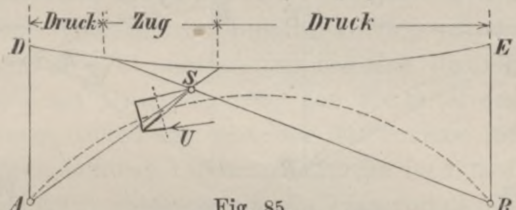


Fig. 85.

Füllungsglieder.

Zum richtigen Verständniss der Belastungsschemen ist es erforderlich, folgende kurze Ausführung zu berücksichtigen.

Durch den fraglichen Gitterstab führt man einen Schnitt in der Weise, dass ausser diesem Stabe nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden. Man denkt sich nun den Theil des Bogens, welcher rechts vom Schnitte liegt, fortgenommen. Die Spannung des in Rede stehenden Constructionstheils wird als Druckspannung eingeführt, so dass also der Pfeil der Kraft gegen den festbleibenden, nicht fortgeschnittenen Knotenpunkt gerichtet ist. Es ist im Folgenden vorausgesetzt, dass die in dieser Weise eingeführte Stabspannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers dreht. Ist dieses nicht der Fall, dreht die Spannung im Sinne des Uhrzeigers, so sind in den Belastungsschemen Fig. 87 bis 91 die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen.

1. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt links von der Kämpfervertikalen AD (Fig. 87).

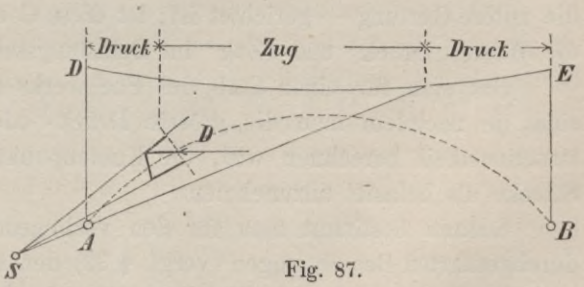


Fig. 87.

2. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt zwischen der Kämpfervertikalen AD und dem fraglichen Felde.

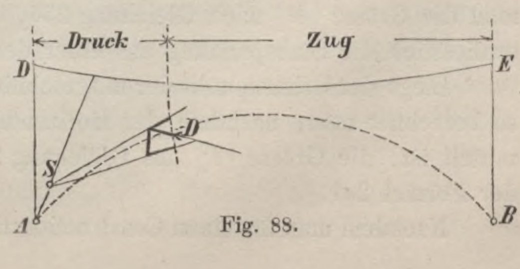


Fig. 88.

Fig. 88 stellt den Fall dar, dass die Verbindungsgrade AS die Käm-

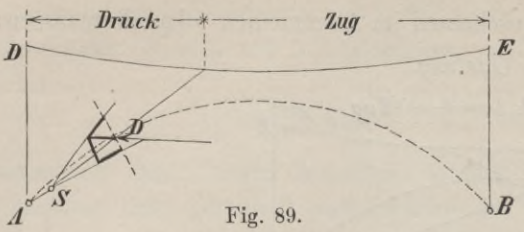


Fig. 89.

pferdrucklinie links vom fraglichen Felde trifft, während Fig. 89 den Fall zeigt, in welchem der Schnittpunkt der Graden AS und der Kämpferdrucklinie rechts vom fraglichen Felde liegt.

3. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt rechts vom fraglichen Felde.

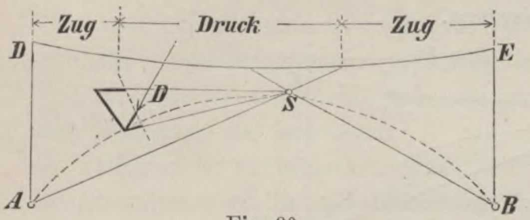


Fig. 90.

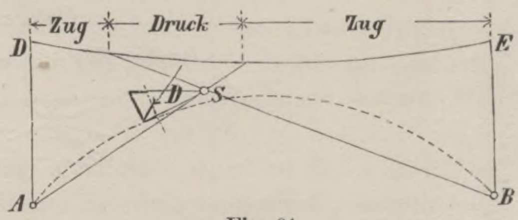


Fig. 91.

Das Belastungsschema Fig. 90 ist gültig, wenn die Verbindungsgrade BS die Kämpferdrucklinie rechts vom fraglichen Felde schneidet; Fig. 91 ist gültig, wenn dieser Schnittpunkt links vom fraglichen Felde liegt.

Fällt der Schnittpunkt S ins Unendliche, so zieht man, um die Belastungsscheide zu finden, durch den linksseitigen Kämpferpunkt A die Parallele zu den beiden geschnittenen Gurtlinien.

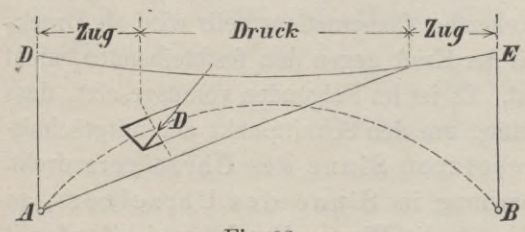


Fig. 92.

Das Belastungsschema zeigt Fig. 92. Es ist hierbei vorausgesetzt, dass die auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft wirkende Spannung des fraglichen Gitterstabes eine zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien senkrechte Componente hat, welche abwärts — gegen die untere Gurtung — gerichtet ist; ist diese Componente aufwärts gerichtet, so sind die Worte „Druck" und „Zug" im Belastungsschema zu vertauschen.

Hat man für einen Stab des Fachwerks die Belastungsscheiden ermittelt, so sind, je nachdem man die grösste Druck- oder Zugspannung im fraglichen Constructionstheil berechnen will, die Knotenpunkte innerhalb der einen oder andern Strecke als belastet anzunehmen.

Sodann bestimmt man für den vorliegenden Belastungsfall aus den anfangs durchgeführten Berechnungen (vergl. § 32) den Horizontalschub $\dot{H}$. Ferner ermittelt man die Grösse $[M]$ nach Gleichung 256, das Moment M nach der Formel 255 und schliesslich die Stabspannung aus einer der Gleichungen 198 bis 200.

Liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen, so berechnet man, nachdem der Horizontalschub H in oben erläuterter Weise ermittelt ist, die Grösse $[T]$ aus Gleichung 257 und sodann die Stabspannung nach der Formel 201.

Nachdem man für einen Constructionstheil die Maximalspannung in einem Sinne ermittelt hat, findet man die Maximalspannung im andern Sinne am bequemsten durch Subtraction des zuerst berechneten Werthes von der in Folge totaler mobiler Belastung auftretenden Spannung. Letztere lässt sich in einfacher Weise aus den für das Eigengewicht berechneten Spannungszahlen ableiten.

§ 35. Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

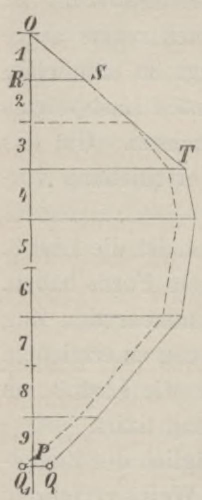
Um für irgend einen Constructionsstab die ungünstigste Laststellung und die dadurch hervorgerufene Spannung in demselben zu ermitteln, verfährt man folgendermaassen. Man lässt eine Einzellast von der Grösse „Eins" der Reihe nach an den verschiedenen Knotenpunkten angreifen. Für jede Lage der Last berechnet man die dadurch hervorgerufene Spannung im fraglichen Constructionstheil. Man bestimmt also zunächst nach der im § 32 angegebenen Methode den Horizontalschub H, sodann das Moment $[M]$ aus Gleichung 256, den Werth M aus Gleichung 255 und schliesslich die Spannung selbst aus einer der Gleichungen 198 bis 200. Liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen, so wird man, nachdem der Horizontalschub bestimmt ist, die Transversalkraft $[T]$ nach der Formel 257 und sodann die Stabspannung aus Gleichung 201 berechnen.

Die Grösse der Spannung des fraglichen Constructionstheils trägt man im Angriffspunkte der Last als Ordinate auf. Den geometrischen Ort dieser Punkte bezeichnet man als die Influenzlinie des betreffenden Stabes.

Die Influenzlinie verläuft zwischen den Knotenpunkten gradlinig.

Für jede beliebige Lage einer Einzellast kann sodann die dadurch hervorgerufene Spannung direct angegeben werden, indem man nur die Ordinate der Influenzlinie im Angriffspunkte der Last mit der Grösse derselben multiplicirt.

Die Schnittpunkte der Influenzlinie mit der Abscissenaxe geben die Belastungsscheiden an.



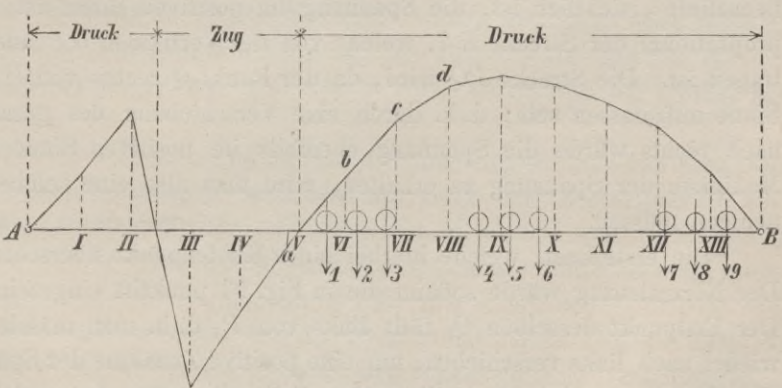
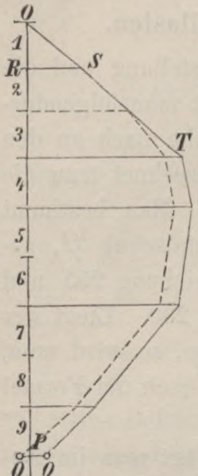


Fig. 93.

Um die ungünstigte Stellung des Systems der Einzellasten zu erhalten, nimmt man zunächst schätzungsweise für den Zug eine solche Lage an, dass möglichst viel Raddrücke innerhalb der zu belastenden Strecke angreifen und die grössten Lasten in der Nähe des absoluten Maximalpunktes liegen.

Die Lasten trägt man auf der Vertikalen OP (Fig. 93) ab (man bildet das Kraftpolygon derselben). Durch Horizontallinien, welche durch die Theilpunkte der

Kräfte (Eckpunkte des Kraftpolygons) gehen, trennt man die Lasten in der nämlichen Weise, wie dieselben bei der angenommenen Zugstellung durch die Knotenpunkte getrennt werden (vergl. Fig. 93). Zwischen diesen Horizontalen construirt man vom oberen Endpunkt O beginnend einen Linienzug, dessen Seiten senkrecht zu den



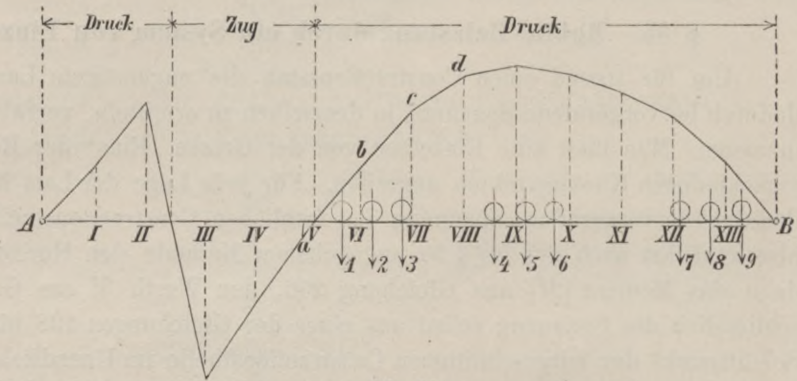


Fig. 93.

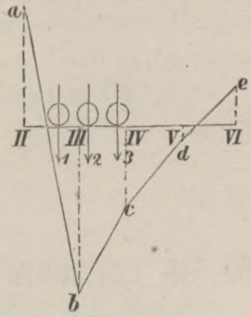
entsprechenden Seiten der Influenzlinie stehen; es ist also $OS \perp ab$, $ST \perp bc$, u. s. f. Diese gebrochene Linie soll als Normalenzug bezeichnet werden.

Es ist nun, wie man leicht einsieht, die Strecke RS auf der ersten Horizontalen proportional der Spannungsänderung, welche durch ein Verschieben der Last 1 im fraglichen Stabe hervorgerufen wird. Ebenso wird die Strecke PQ proportional der totalen Spannungsänderung sein, welche durch ein Verschieben des gesammten Lastsystems auftritt.

Durch eine Rechtsverschiebung der Last 1 nimmt, wie aus der Form der Influenzlinie ersichtlich ist, die Spannung im positiven Sinne zu. Die Aenderung ist proportional der Strecke RS, welche von der Vertikalen OP aus nach rechts abgetragen ist. Die Strecke PQ wird, da der Punkt Q rechts von P liegt im nämlichen Sinne aufzufassen sein, d. h. durch eine Verschiebung des gesammten Lastsystems nach rechts würde die Spannung ebenfalls im positiven Sinne wachsen. Um das Maximum der Spannung zu erhalten, wird man also eine solche Verschiebung vornehmen müssen.

Die erste Last, welche hierbei einen Knotenpunkt überschreitet, ist die Last 3. Der Normalenzug würde sodann die in Fig. 93 punktirt eingezeichnete Form haben. Der Endpunkt desselben Q_1 fällt links von P, d. h. man müsste nunmehr den Zug wieder nach links verschieben, um eine positive Zunahme der Spannung zu erreichen. Die Grenzlage wird im vorliegenden Falle die sein, bei welcher die Last 3 am Knotenpunkte VII angreift. Dadurch ist die ungünstigste Laststellung fixirt.

Käme es darauf an, die ungünstigste Stellung des Systems bezüglich der Zugbeanspruchung des Stabes zu ermitteln, so müsste man in ganz analoger Weise verfahren. Man construirt wieder den Normalenzug OSQ (Fig. 94). Es ist hierbei zu bemerken, dass, da innerhalb der Felder cd und de keine Lasten angreifen, im Normalenzug auch keine Senkrechten zu cd und de existiren; es ist $OS \perp ab$ und $SQ \perp bc$. Eine Verschiebung der Last 1 nach rechts würde, wie aus der Form der Influenzlinie zu erkennen ist, eine Zunahme der Spannung im absoluten Sinne hervorbringen. Dieser Spannungsänderung ist die Strecke RS proportional, welche von der Vertikalen OP aus nach links abgetragen ist. Der Punkt Q liegt ebenfalls links von P; hieraus folgt: die Aenderung, welche die Spannung erleidet, wenn man das gesammte Lastsystem nach rechts verschiebt, ist eine Vergrösserung im ab-



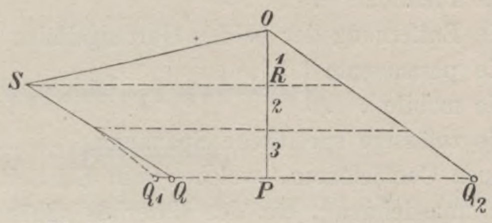


Fig. 94.

soluten Sinne. Führt man diese Verschiebung aus, so überschreitet zunächst die Last 3 den Knotenpunkt IV. Die neue Form des Normalenzuges ist in Fig. 94 punktirt eingezeichnet. Der Punkt Q_1 fällt ebenfalls links von P, d. h. die Verschiebung nach rechts muss noch weiter fortgesetzt werden. Hierbei würde sodann die Last 1 den Knotenpunkt III überschreiten. Der untere Endpunkt Q_2 des sodann entstehenden Normalenzuges liegt rechts von P. Hieraus folgt, dass die Grenzlage des Lastsystems erreicht wird, wenn Last 1 grade am Knotenpunkte III angreift.

Es wäre bei der praktischen Anwendung dieses Verfahrens nicht erforderlich gewesen, den zweiten und dritten Normalenzug wirklich zu verzeichnen. Man erkennt aus der Gestalt der Influenzlinie sofort, dass wenn zunächst die Last 3 den Knotenpunkt IV überschreitet, der Punkt Q weiter nach links fällt, und dass, wenn sodann die Last 1 den Knotenpunkt III überschreitet, der Endpunkt Q rechts von P fallen muss.

Allgemein kann man sagen: die ungünstigste Stellung des Zuges wird erreicht, wenn irgend eine Last an irgend einem Eckpunkt der Influenzlinie angreift, in welchem die zusammenstossenden Seiten der letzteren einen vorspringenden Winkel mit einander bilden.

Die Influenzlinie eines Stabes gewährt über die Spannungsverhältnisse desselben eine sehr einfache, klare Uebersicht. Man wird mit Hülfe der Influenzlinie die ungünstigste Zugstellung schätzungsweise mit ziemlicher Sicherheit von vorne herein angeben können, so dass in vielen Fällen die Construction des Normalenzuges nicht erforderlich ist.

Empfehlenswerth wird es sein, das Lastsystem auf einem Papierstreifen zu verzeichnen und diesen gegen die Abscissenaxe der Influenzlinie zu verschieben.

Ist die ungünstigste Laststellung ermittelt, so ergiebt sich die Spannung selbst, indem man die Ordinaten der Influenzlinie in den Angriffspunkten der Lasten mit der Grösse derselben multiplicirt, und diese Producte schliesslich summirt.

§ 36. Einfluss der Temperaturänderungen.

Der Horizontalschub, welcher durch Temperaturdifferenzen hervorgerufen wird, ergiebt sich ebenso wie bei vollwandigen Trägern aus Gleichung 100, resp. aus einer der Gleichungen 101 bis 103 des § 13.

Das Trägheitsmoment J_0 des Scheitelquerschnitts kann man vorläufig aus folgender Gleichung ermitteln:

$$J_0 = \frac{h^2 l^2}{8(fk - \alpha h)} (p + 1{,}15\, q) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (258)$$

Hierin bedeutet:

l die halbe Spannweite, f die Pfeilhöhe . . . der Bogenaxe,

h die Entfernung der beiden Gurtungslinien im Scheitel.

p die permanente, q die mobile . . Belastung pr. Längeneinheit,

k die zulässige specifische Spannung,

α einen Coefficienten, welcher vom Elasticitätsmodul, der specifischen Temperaturausdehnung, etc. des Materials abhängt.

Nimmt man 1^m als Längeneinheit und 1^t als Gewichtseinheit an, so ist

für Schmiedeeisen: $\alpha = 7000$ . . . . (259)
für Gusseisen: $\alpha = 3400$ . . . . (260)
und für Stahl: $\alpha = 8000$ . . . . (261)
zu setzen.

Für die specifische mobile Belastung q ist der der halben Spannweite des Bogens entsprechende Werth aus der Tabelle des § 7 zu entnehmen.

Weicht das schliesslich sich ergebende Trägheitsmoment J_0 sehr wesentlich von dem approximativ ermittelten Werthe ab, so wird eine Correctur der auftretenden Temperaturspannungen erforderlich sein.

Bedeutet:

O die Spannung im Obergurt,

U die Spannung im Untergurt,

D die Spannung in einem Füllungsgliede,

o, u und d die Hebelsarme bezüglich der den Stäben conjugirten Drehpunkte,

y die Ordinate dieses Drehpunktes, so ist:

$$O = -\frac{Hy}{o} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (262)$$

$$U = \frac{Hy}{u} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (263)$$

$$D = \mp \frac{Hy}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (264)$$

In der letzten Gleichung gilt das —Zeichen, wenn die für den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckspannung eingeführte Kraft D um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers dreht, das +Zeichen, wenn die Drehung im Sinne des Uhrzeigers erfolgt.

Liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen, so ist:

$$D = \mp H \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (265)$$

Hierin bezeichnet φ den Winkel, den die parallelen Gurtlinien mit der Horizontalen einschliessen und α den Winkel zwischen Gurtlinien und Füllungsstab.

Das —Zeichen ist anzuwenden, wenn die für den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft eingeführte Spannung D eine zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien senkrechte Componente hat, welche abwärts, gegen die untere Gurtung, gerichtet ist; ist diese Componente aufwärts gerichtet, so hat das +Zeichen Gültigkeit.

2. Bogen allgemeinster Form.

§ 37. Allgemeines.

Lässt sich von vorne herein über die Lage der Bogenaxe keine voraussichtlich genügend zutreffende Annahme machen, so sind die in den vorigen Paragraphen gegebenen Rechnungsmethoden nicht mehr anzuwenden. Es zählen zu solchen Bogen besonders diejenigen mit einer unteren gekrümmten und oberen horizontalen Gurtung. Man wird dann in der Weise vorgehen müssen, dass man zunächst über die Stabquerschnitte des Bogens provisorische Annahmen macht, und auf Grund der elastischen Formänderung der vorläufig dimensionirten Fachwerkstäbe die Berechnung des Horizontalschubes vornimmt.

Liegen ausgeführte Projecte einer ähnlichen wie der in Frage stehenden Construction vor, so wird es möglich sein, hiernach die Stabquerschnitte angenähert zu bestimmen. Anderenfalls ist man genöthigt, den Bogen zunächst unter Annahme von 3 Gelenken oberflächlich durchzurechnen und die dadurch erhaltenen Spannungszahlen zur provisorischen Dimensionirung des Trägers zu benutzen.

In welcher Weise auf Grund der Deformation der einzelnen Fachwerkstäbe die Berechnung des Bogens durchgeführt werden kann, sei zunächst kurz skizzirt.

Die secundären äusseren Kräfte, die Widerlagerreactionen lassen sich, wie bereits im § 8 ausgeführt wurde, bis auf die Grösse des Horizontalschubes durch die Gesetze der Statik berechnen. Zur Bestimmung des Horizontalschubes wird die Bedingung aufgestellt, dass die beiden Kämpferpunkte in horizontaler Richtung unverschieblich sind.

Jeder einzelne Fachwerkstab wird durch die Wirkung der äusseren Kräfte deformirt, derselbe wird verkürzt oder verlängert werden. Man denkt sich nun etwa den Bogen am linksseitigen Widerlager A unverschieblich befestigt, während der rechtsseitige Kämpferpunkt B beweglich sein möge. In Folge der Deformation eines jeden Stabes wird der Punkt B eine Verschiebung erleiden, deren Horizontalcomponente für die vorliegende Aufgabe von Bedeutung ist. Da die Grösse der Deformation von der Grösse der Stabspannung abhängt und letztere durch die äusseren Kräfte, von denen der Horizontalschub noch unbekannt ist, bedingt wird, so kann die Horizontalverschiebung des Punktes B als eine Function der äusseren Kräfte ausgedrückt werden, in welcher natürlich der Horizontalschub noch als Unbekannte vorhanden ist.

Es deformiren sich nun sämmtliche Fachwerkstäbe gleichzeitig. Die Verschiebungen des Kämpferpunktes B, welche von der Formänderung der einzelnen Stäbe herrühren, sind demnach zu summiren, um die Totalverschiebung des Punktes B in horizontaler Richtung zu erhalten. Letztere wird gleich Null zu setzen sein. Aus dieser Bedingungsgleichung lässt sich der unbekannte Horizontalschub H ermitteln.

Die Resultate dieser Entwicklung seien nachstehend zusammengestellt.

Es bezeichne:

λ die Länge eines beliebigen Fachwerkstabes,

Ω den Querschnitt desselben,

x und y die Coordinaten des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile,

r den Hebelsarm des Stabes bezüglich des conjugirten Drehpunktes,

Θ den Werth $\frac{\lambda}{r^2 \Omega}$,

$[M]$ das Moment, welches die in Frage stehende Belastung bei einem Balkenträger auf 2 Stützen von der Länge $2l$ in einem Punkte mit der Abscisse x hervorrufen würde.

Dann ist der durch diese Belastung bedingte Horizontalschub:

$$H = \frac{\Sigma [M] \Theta y}{\Sigma \Theta y^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (266)$$

Die Summation ist über sämmtliche Stäbe des Trägers auszudehnen.

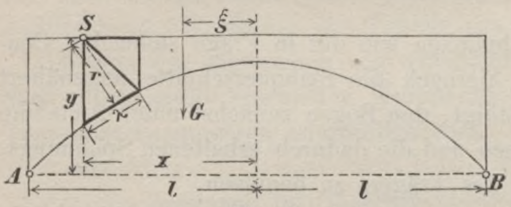


Fig. 95.

Hierbei ist zu bemerken, dass die Deformation der Füllungsglieder auf die Grösse des Horizontalschubes nur von sehr geringem Einfluss ist. Man wird deshalb, ohne einen wesentlichen Fehler zu begehen, in den meisten Fällen die Füllungsglieder als starr voraussetzen können. Dann sind die Summirungen in Gleichung 266 nur über die Gurtstäbe auszudehnen.

Man beginnt damit, für jeden einzelnen Stab den Werth Θy zu berechnen, welcher nur von der geometrischen Form und den Querschnittsverhältnissen des Trägers abhängig ist. Als Querschnitt Ω eines Stabes wird die Bruttofläche desselben, ohne Abzug der Nietlöcher einzusetzen sein.

Sodann bestimmt man noch für jeden Stab den Werth Θy^2 und bildet die Summe $\Sigma \Theta y^2$.

Man lässt nunmehr eine Einzellast von der Grösse „Eins" der Reihe nach an den verschiedenen Knotenpunkten angreifen, um für jede Lage dieser Last den entsprechenden Horizontalschub zu ermitteln.

Die Abscisse des Angriffspunktes der Einzellast sei ξ. Für einen Drehpunkt mit der Abscisse x stellt sich dann das Moment $[M]$ folgendermaassen.

Durch den Stab, welcher dem fraglichen Drehpunkte conjugirt ist, denkt man sich einen Schnitt in der Weise geführt, dass ausser diesem Stabe nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden. Liegt die Last „Eins" auf dem rechts vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens, so ist:

$$[M] = \frac{l + \xi}{2l} (l - x) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (267)$$

Ruht die Last auf dem links vom Schnitt befindlichen Theil des Trägers, so hat man:

$$[M] = \frac{l - \xi}{2\,l}\,(l + x) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (268)$$

Man berechnet für die in Rede stehende Lage der Einzellast die Momente $[M]$ für alle Drehpunkte, bestimmt die Werthe $[M]\,\Theta y$ und bildet die Summe derselben; dann kann aus Gleichung 266 der Horizontalschub H berechnet werden.

Es ist noch zu ermitteln, was aus den Werthen $[M]\,\Theta y$ und Θy^2 für einen Stab wird, dessen conjugirter Drehpunkt im Unendlichen liegt.

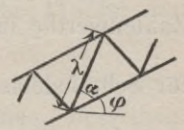


Fig. 96.

Bedeutet φ den Winkel, den die Gurtungen mit der Horizontalen einschliessen, und α den Winkel zwischen dem Füllungsstab und den Gurtlinien, so wird:

$$\Theta y^2 = \frac{\lambda \sin^2\varphi}{\Omega \sin^2\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (269)$$

$$[M]\,\Theta y = [T]\,\frac{\lambda \,.\, \sin 2\,\varphi}{2\,.\,\Omega\,.\,\sin^2\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (270)$$

In dieser letzten Gleichung ist, je nachdem die fragliche Last auf dem rechts oder links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens liegt

$$[T] = \frac{l + \xi}{2l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (271)$$

oder

$$[T] = -\frac{l - \xi}{2\,l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (272)$$

zu setzen.

Wird der Winkel φ negativ, d. h. fallen die Gurtlinien von links nach rechts, so ist $\sin 2\,\varphi$ negativ einzuführen.

Ist der Horizontalschub H für eine der Reihe nach an sämmtlichen Knotenpunkten angreifende Last „Eins“ ermittelt, so kann die weitere Behandlung des Bogenträgers genau in derselben Weise, wie die §§ 32 bis 36 angeben, erfolgen.

Hat man es mit einer gleichmässig vertheilten mobilen Belastung zu thun, so muss zunächst die Kämpferdrucklinie verzeichnet werden.

Für irgend eine Lage der Einzellast „Eins“ ist das Moment im Angriffspunkte derselben

$$[M] = \frac{l^2 - \xi^2}{2\,l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (273)$$

Die Ordinate der Kämpferdrucklinie ergiebt sich dann aus der Beziehung

$$\eta = \frac{[M]}{H} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (274)$$

Der Horizontalschub H für die verschiedenen Lagen der Last „Eins“ ist bereits berechnet.

Für $\xi = l$ nimmt die Gleichung 274 den unbestimmten Werth $\frac{0}{0}$ an. Der wahre Werth der Ordinate der Kämpferdrucklinie am Widerlager ist:

$$\eta = 2\,\frac{\Sigma\,\Theta y^2}{\Sigma\,\Theta y} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (275)$$

Legt man der Berechnung ein System von Einzellasten zu Grunde, so ist für jeden Fachwerkstab die Influenzlinie zu verzeichnen und sodann die ungünstigste Laststellung und entsprechende Spannung nach den Angaben des § 35 zu ermitteln.

Der in Folge von Temperaturdifferenzen auftretende Horizontalschub ergiebt sich aus der Gleichung

$$H = \frac{2 l \varkappa t E}{\Sigma \Theta y^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (276)$$

Ueber Bedeutung der Buchstaben s. § 13. Führt man die dort angegebenen Zahlenwerthe in Gleichung 276 ein, so ergiebt sich

für Schmiedeeisen: $$H = \pm \frac{14160\, l}{\Sigma \Theta y^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (277)$$

für Gusseisen: $$H = \pm \frac{6720\, l}{\Sigma \Theta y^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (278)$$

und für Stahl: $$H = \pm \frac{15870\, l}{\Sigma \Theta y^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (279)$$

Es ist in diesen Gleichungen 1^m als Längeneinheit und 1^t als Gewichtseinheit vorausgesetzt.

Bei einem Bogenträger mit einer oberen horizontalen und einer unteren gekrümmten Gurtung kann es vorkommen, dass die Temperatur in beiden Gurten eine verschiedene ist. Während der Obergurt im Schatten der Fahrbahn liegt, ist der Untergurt event. dem directen Einfluss der Sonnenstrahlen ausgesetzt. In Folge dessen wird der Untergurt eine höhere Temperatur als der Obergurt annehmen. Solch ungleichmässige Erwärmung bedingt eine Vergrösserung des Horizontalschubes. Bei Berücksichtigung dieser Temperaturunterschiede wird der Horizontalschub etwa doppelt so gross anzunehmen sein, als sich derselbe für gleichmässige Erwärmung des ganzen Trägers ergiebt. Demnach ist

$$\max(+H) = 2H \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (280)$$

zu setzen, worin H der positive Werth ist, welcher sich aus einer der Gleichungen 277 bis 279 ergiebt.

Der umgekehrte Fall, dass der Untergurt eine stärkere Temperaturerniedrigung erfährt als der Obergurt, ist nicht wohl anzunehmen. Man wird also

$$\max(-H) = -H \quad \ldots \ldots \ldots \quad (281)$$

zu setzen haben.

Die Spannungen, welche in Folge des Horizontalschubes auftreten, ergeben sich aus den Gleichungen 262 bis 265 des vorigen Paragraphen.

III. Bogen ohne Gelenk.

1. Bogen mit ausgesprochener Axenrichtung.

§ 38. Allgemeines.

Unter Bogen mit ausgesprochener Axenrichtung sollen solche Bogen verstanden werden, bei denen man die Lage der Schwerpunktsaxe von vorne herein näherungsweise angeben kann. Zu diesen Systemen zählen besonders solche mit parallelen

Gurtungen und sichelförmige Bogen. Für beide Anordnungen kann die Axe näherungsweise in der Mitte zwischen den Gurtungslinien angenommen werden.

Die Entwicklungen der §§ 14 und 15 behalten hier vollständig ihre Gültigkeit.

Ist die Axe nach einer Parabel gekrümmt, so beginnt man damit, für eine der Reihe nach an sämmtlichen Knotenpunkten angreifende Last von der Grösse „Eins" die Werthe $[\mathfrak{F}]$ und $[\mathfrak{S}]$ aus den Gleichungen 131 und 132 zu berechnen. Ferner bestimmt man aus den Formeln 142 und 133_a (S. 32 u. 33) die Grössen $\mathfrak{Y}$ und $[\mathfrak{Y}]$ und mit Hülfe dieser Werthe schliesslich aus den Gleichungen 116 bis 118 für die verschiedenen Lagen der Einzellasten die Grössen M_0, H und T_0.

Hat man es mit einer Axe von beliebiger Krümmung zu thun, so theilt man zunächst die Spannweite des Bogens unabhängig von der Feldertheilung desselben in 10 gleiche Strecken. Für die Theilpunkte berechnet man die Ordinaten y' der Axe (von der Kämpferhorizontalen an gemessen), sodann aus Gleichung 147 den Werth z und nun die Ordinaten y aus der Beziehung 148. Aus den Gleichungen 151, 152 und 153 berechnet man ferner die Werthe $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{F}_\xi^l$ und $\mathfrak{S}_\xi^l$ und mit Hülfe der letzteren Zahlen aus Gleichung 133 die Grösse $[\mathfrak{Y}]$ für eine der Reihe nach in den verschiedenen Theilpunkten angreifende Last von der Grösse „Eins". Sodann ergiebt sich der Horizontalschub für die verschiedenen Lagen der Last aus Gleichung 117. Diese Werthe trägt man nun als Ordinaten in den Angriffspunkten der Last auf, und verbindet die Endpunkte derselben durch eine stetige Curve. Die Ordinaten dieser Curve, welche den Abscissen der Knotenpunkte des Fachwerks entsprechen, geben den Horizontalschub für eine in diesen Knotenpunkten angreifende Last von der Grösse „Eins" an.

Die Werthe $[\mathfrak{F}]$ und $[\mathfrak{S}]$ lassen sich für die verschiedenen Lagen der Einzellast direct aus den Gleichungen 131 und 132 berechnen; mit Hülfe derselben findet man die Grössen M_0 und T_0 aus den Formeln 116 und 118.

Die Werthe H, M_0 und T_0, welche einer an den verschiedenen Knotenpunkten angreifenden Einzellast von der Grösse „Eins" entsprechen, stellt man übersichtlich zusammen.

Um die Spannung in irgend einem Constructionstheil zu erhalten, stellt man für den vorliegenden Belastungsfall bezüglich des dem fraglichen Stabe conjugirten Drehpunktes die Gleichung der statischen Momente auf.

Das Moment der äusseren Kräfte bezüglich dieses Punktes ist, wenn mit x und y die Coordinaten desselben bezeichnet werden

$$M = [M] - M_0 - Hy - T_0 x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (282)$$

Hierbei ist zu berücksichtigen, dass der Coordinaten-Ursprung in der mittleren Vertikalen des Bogens und zwar um die Strecke z über der Kämpferhorizontalen liegt.

Um die Werthe M_0, H und T_0 zu erhalten, berechnet man dieselben zunächst für jede der vorhandenen Einzellasten. Dieses geschieht in einfacher Weise durch Multiplication der für die Last „Eins" bereits gefundenen Werthe mit der Grösse der angreifenden Kräfte. Summirt man schliesslich diese Producte, so gelangt man zu den der Gesammtbelastung entsprechenden Grössen H, M_0 und T_0.

Ferner bedeutet in Gleichung 282 $[M]$ das Moment, welches die nämliche Belastung bei einem Balkenträger auf 2 Stützen von der Spannweite $2l$ in einem Punkte mit der Abscisse x hervorbringen würde.

Bezeichnet man eine Einzellast rechts von dem zum Zweck der Spannungsermittlung geführten Schnitte mit G', eine Last, welche links von diesem Schnitte angreift mit G'' und mit ξ den Abstand der Lasten vom Scheitel, so ist:

$$[M] = \frac{l-x}{2l} \Sigma G' (l+\xi) + \frac{l+x}{2l} \Sigma G'' (l-\xi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (283)$$

Die Spannung im Obergurt sei mit O, diejenige im Untergurt mit U, die Spannung in einem Füllungsgliede mit D bezeichnet. Die entsprechenden Hebelsarme bezüglich der Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile seien o, u und d. Dann ist:

$$O = \frac{M}{o} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (284)$$

$$U = -\frac{M}{u} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (285)$$

$$D = \pm \frac{M}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (286)$$

Ob in der letzten Gleichung das $+$ Zeichen oder das $-$ Zeichen gültig ist, kann folgendermaassen entschieden werden. Durch den fraglichen Gitterstab denkt man sich einen Schnitt geführt und zwar in der Weise, dass ausser diesem Stabe nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden. Derjenige Theil des Bogens, welcher rechts von diesem Schnitte liegt, sei fortgenommen. Auf den Theil links vom Schnitte lässt man die Spannung D als Druckkraft einwirken, so dass also der Pfeil der Kraft D gegen den festbleibenden — nicht fortgeschnittenen — Knotenpunkt des fraglichen Stabes gerichtet ist. Dreht nun die in dieser Weise eingeführte Spannung D um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers, so gilt in Gleichung 286 das $+$Zeichen; dreht hingegen diese Kraft im Sinne des Uhrzeigers, so ist das $-$Zeichen als gültig anzunehmen.

Liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen, so ist

$$D = \pm \frac{([T] + T_0) \cos \varphi - H \sin \varphi}{\sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (287)$$

Hierin bezeichnet φ den Winkel, den die parallelen Gurtlinien mit der Horizontalen einschliessen und α den Winkel zwischen Gurtlinien und Füllungsstab.

Das $+$Zeichen ist anzuwenden, wenn die für den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft eingeführte Spannung D eine zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien senkrechte Componente hat, welche abwärts, gegen die untere Gurtung, gerichtet ist; ist diese Componente aufwärts gerichtet, so hat das $-$Zeichen Gültigkeit.

In Gleichung 287 ist $[T]$ die Transversalkraft, welche von der nämlichen Belastung im fraglichen Schnitt hervorgebracht würde, wenn statt eines Bogens ein Balken auf zwei Stützen vorhanden wäre. Bezeichnet wieder G' eine Einzellast rechts vom Schnitt, G'' eine solche links vom Schnitt und ξ den Abstand der Lasten vom Scheitel, so ist:

$$[T] = \frac{1}{2l}\left[\Sigma G'(l+\xi) - \Sigma G''(l-\xi)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (288)$$

§ 39. Gleichmässig vertheilte permanente Last.

Die Werthe H und M_0 sind für eine Last „Eins“, die an den verschiedenen Knotenpunkten angreift, bereits ermittelt. Man multiplicirt diese Werthe mit der Grösse des pr. Knotenpunkt wirkenden Eigengewichts und summirt schliesslich die erhaltenen Producte. Dadurch erhält man die Werthe H und M_0, welche der totalen Belastung entsprechen.

Gleichung 282 nimmt für symmetrische Belastung die einfachere Form an:

$$M = [M] - M_0 - Hy \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (289)$$

In der Gleichung 283, aus welcher der Werth $[M]$ zu ermitteln ist, wird man die Summengrössen in einfacher Weise ersetzen können durch die Producte aus den Resultanten der Einzellasten und deren Abständen vom rechtsseitigen, resp. linksseitigen Kämpfer.

Gleichung 287 nimmt die Form an:

$$D = \pm \frac{[T]\cos\varphi - H\sin\varphi}{\sin\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (290)$$

Auch in dem Ausdruck 288 für die Grösse $[T]$ können die Summenwerthe durch die Producte aus den Resultanten und deren Abständen von den Kämpfern ersetzt werden.

Im Uebrigen ist nach den Ausführungen des vorigen Paragraphen zu verfahren.

§ 40. Gleichmässig vertheilte mobile Last.

Es müssen zunächst die Kämpferdrucklinie und die Umhüllungscurven verzeichnet werden. Diese Operation geschieht vollständig in der Weise, wie § 18 dieselbe angiebt. Die Belastungsscheiden werden dadurch gefunden, dass man vom Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile an die Umhüllungscurven Tangenten zieht und letztere mit der Kämpferdrucklinie zum Schnitt bringt. Die Schnittpunkte sind die gesuchten Belastungsscheiden.

Welche Strecken belastet werden müssen, damit die Spannungen im fraglichen Constructionstheil ihr positives oder negatives Maximum erreichen, ist mit Hülfe der im § 26 auf S. 49 für einen Bogen mit 3 Gelenken gemachten Ausführungen leicht zu entscheiden.

Natürlich ist, abweichend von der an jener Stelle gegebenen Erklärung, bei einem Bogen ohne Gelenk die Stützlinie für eine Einzellast in der Weise zu finden, dass man die Richtungslinie dieser Last mit der Kämpferdrucklinie schneidet und vom Schnittpunkte aus an die Umhüllungscurven Tangenten zieht.

Die Belastungsschemen ergeben sich im Allgemeinen folgendermaassen:

Obere Gurtung.

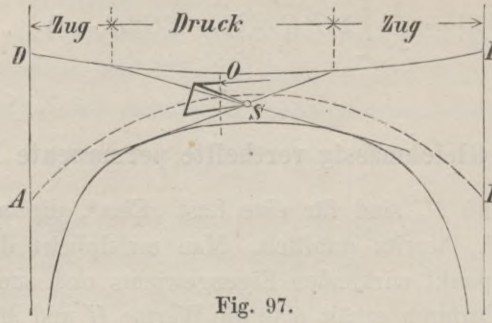


Fig. 97.

Untere Gurtung.

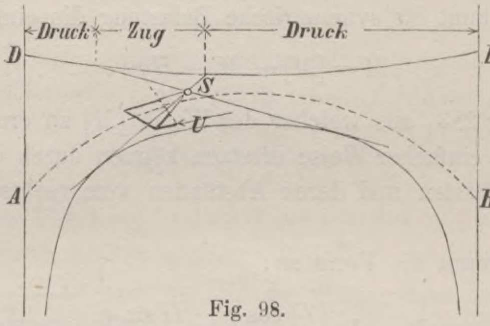


Fig. 98.

Füllungsglieder.

Zum richtigen Verständniss der Belastungsschemen ist es erforderlich, folgende kurze Ausführung zu berücksichtigen.

Durch den fraglichen Stab führt man einen Schnitt in der Weise, dass ausser diesem Stabe nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden. Man denkt den Theil des Bogens, welcher rechts vom Schnitte liegt, fortgenommen. Die Spannung des in Rede stehenden Stabes wird als Druckkraft eingeführt, d. h. der Pfeil der Kraft ist gegen den festbleibenden, nicht fortgeschnittenen Knotenpunkt gerichtet. Es ist im Folgenden vorausgesetzt, dass die in dieser Weise eingeführte Stabspannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers dreht. Ist dieses nicht der Fall, dreht die Spannung im Sinne des Uhrzeigers, so sind in den folgenden Schemen die Worte „Druck" und „Zug" mit einander zu vertauschen.

1. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt links vom Berührungspunkte F (Fig. 99).

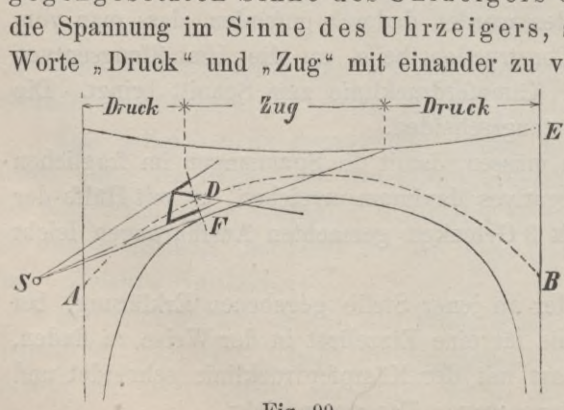


Fig. 99.

2. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt zwischen dem Berührungspunkte F und dem fraglichen Felde.

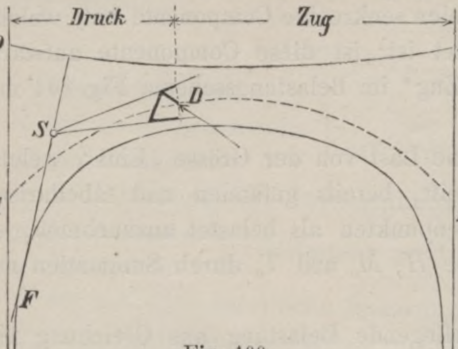


Fig. 100.

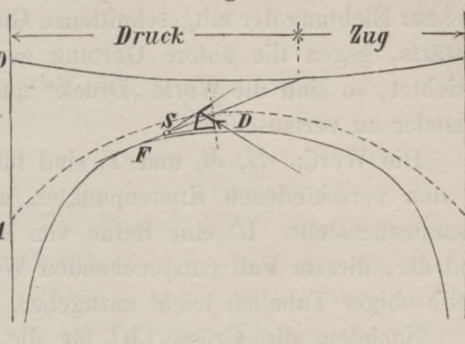


Fig. 101.

Fig. 100 stellt den Fall dar, dass die von S aus an die Umhüllungscurve gezogene Tangente die Kämpferdrucklinie links vom fraglichen Felde trifft, während Fig. 101 den Fall zeigt, in welchem der Schnittpunkt dieser Tangente mit der Kämpferdrucklinie rechts vom fraglichen Felde liegt.

3. Der Schnittpunkt S der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt rechts vom fraglichen Felde.

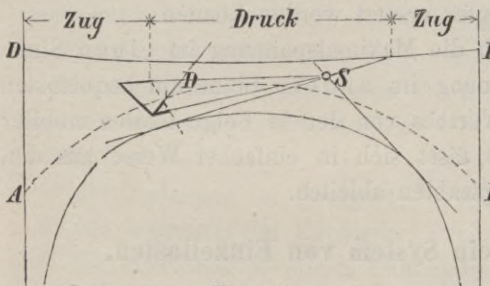


Fig. 102.

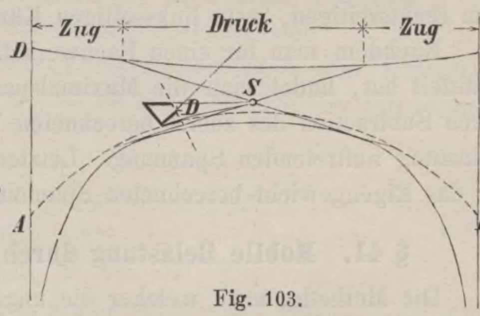


Fig. 103.

Das Belastungsschema Fig. 102 ist gültig, wenn die von S aus an die rechtsseitige Umhüllungscurve gezogene Tangente die Kämpferdrucklinie rechts vom fraglichen Felde schneidet; Fig. 103 ist gültig, wenn dieser Schnittpunkt links vom fraglichen Felde liegt.

Fällt der Schnittpunkt S ins Unendliche, so zieht man eine zur Richtungslinie der geschnittenen Gurtungen parallele Tangente an die Umhüllungscurve. Der Schnittpunkt dieser Tangente mit der Kämpferdrucklinie ist eine Belastungsscheide.

Das Belastungsschema zeigt Fig. 104.

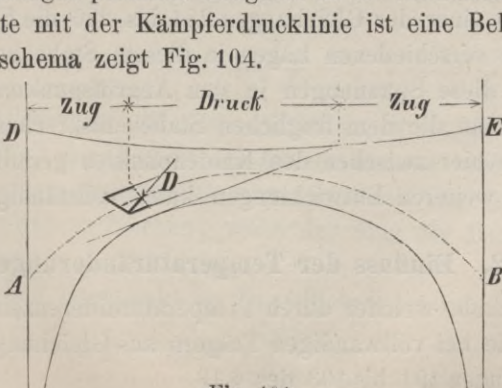


Fig. 104.

Es ist hierbei vorausgesetzt, dass die für den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft eingeführte Spannung des fraglichen Gitterstabes eine zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien senkrechte Componente hat, welche abwärts, gegen die untere Gurtung gerichtet ist; ist diese Componente aufwärts gerichtet, so sind die Worte „Druck“ und „Zug“ im Belastungsschema Fig. 104 mit einander zu vertauschen.

Die Werthe H, M_0 und T_0 sind für eine Last von der Grösse „Eins“, welche an den verschiedenen Knotenpunkten angreift, bereits gefunden und tabellarisch zusammengestellt. Ist eine Reihe von Knotenpunkten als belastet anzunehmen, so sind die, diesem Fall entsprechenden Werthe H, M_0 und T_0 durch Summation mit Hülfe obiger Tabellen leicht anzugeben.

Nachdem die Grösse $[M]$ für die vorliegende Belastung aus Gleichung 283 berechnet ist, erhält man das Moment der äusseren Kräfte bezüglich des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile aus Gleichung 282 und die Spannungen selbst aus einer der Gleichungen 284 bis 286.

Liegt der conjugirte Drehpunkt im Unendlichen, so sind die Formeln 288 und 287 zu verwenden.

Zu bemerken ist noch, dass in den Gleichungen 283 und 288 die Summenwerthe durch die Producte aus den Resultanten der Einzellasten und deren Abständen vom rechtsseitigen, resp. linksseitigen Kämpfer ersetzt werden können.

Nachdem man für einen Fachwerkstab die Maximalspannung im einen Sinne ermittelt hat, findet man die Maximalspannung im andern Sinne am bequemsten durch Subtraction des zuerst berechneten Werthes von der in Folge totaler mobiler Belastung auftretenden Spannung. Letztere lässt sich in einfacher Weise aus den für das Eigengewicht berechneten Spannungszahlen ableiten.

§ 41. Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

Die Methode, nach welcher die ungünstigsten Laststellungen, sowie die Spannungen in den Fachwerkstäben ermittelt werden können, ist genau die nämliche wie die, welche im § 35 für einen Bogen mit 2 Gelenken entwickelt wurde. Naturgemäss wird nur die Berechnung der Influenzlinien hier eine andere sein.

Nachdem für die verschiedenen Lagen einer Last von der Grösse „Eins“, welche der Reihe nach an sämmtlichen Knotenpunkten angreift, die Werthe H, M_0 und T_0 ermittelt sind, bestimmt man für irgend einen Constructionsstab mit Hülfe der Formeln 282 und 283 aus einer der Gleichungen 284 bis 286 die Spannung, welche die Last „Eins“ bei ihren verschiedenen Lagen in diesem Stabe hervorruft.

Trägt man nun diese Spannungen in den Angriffspunkten der Last als Ordinaten auf, so erhält man die dem fraglichen Stabe entsprechende Influenzlinie. Letztere verläuft auch hier zwischen den Knotenpunkten geradlinig.

Bezüglich aller weiteren Entwicklungen kann vollständig auf § 35 verwiesen werden.

§ 42. Einfluss der Temperaturänderungen.

Der Horizontalschub, welcher durch Temperaturdifferenzen hervorgerufen wird, ergiebt sich ebenso wie bei vollwandigen Trägern aus Gleichung 169 des § 20, resp. aus einer der Gleichungen 101 bis 103 des § 13.

Das Trägheitsmoment des Scheitelquerschnitts, dessen Kenntniss zur Ermittlung der Temperaturspannungen erforderlich ist, kann man vorläufig aus folgender Gleichung bestimmen:

$$J_0 = \frac{h^2 l^2}{8(fk - 2\alpha h)}(p + 1{,}1\,q) \quad \text{. . . . . (291)}$$

Hierin bedeutet:

l die halbe Spannweite, f die Pfeilhöhe . . . der Bogenaxe,

h die Entfernung der Gurtungslinien im Scheitel,

p die permanente, q die mobile . . Belastung pr. Längeneinheit,

k die zulässige specifische Spannung,

α einen Coefficienten, welcher vom Elasticitätsmodul, der specifischen Temperaturausdehnung etc. des Materials abhängt.

Nimmt man 1^m als Längeneinheit und 1^t als Gewichtseinheit an, so ist

für Schmiedeeisen: $\alpha = 7000$ . . . . (292)

für Gusseisen: $\alpha = 3400$ . . . . (293)

für Stahl: $\alpha = 8000$ . . . . (294)

zu setzen.

Für die specifische mobile Belastung q ist der der halben Spannweite des Bogens entsprechende Werth aus der Tabelle des § 7 zu entnehmen.

Weicht das schliesslich sich ergebende Trägheitsmoment J_0 sehr wesentlich von dem approximativ ermittelten Werthe ab, so ist eine Correctur der auftretenden Temperaturspannungen erforderlich.

Es bedeute:

O die Spannung im Obergurt,

U die Spannung im Untergurt,

D die Spannung in einem Füllungsgliede,

o, u und d die Hebelsarme dieser Kräfte bezüglich der den Stäben conjugirten Drehpunkte und

y die Ordinate dieses Drehpunktes.

Dann ist:

$$O = -\frac{Hy}{o} \quad \text{. . . . . (295)}$$

$$U = \frac{Hy}{u} \quad \text{. . . . . (296)}$$

$$D = \mp \frac{Hy}{d} \quad \text{. . . . . (297)}$$

In der letzten Gleichung gilt das — Zeichen, wenn die für den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckspannung eingeführte Kraft D um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers dreht, das + Zeichen, wenn der Sinn der Drehung dem des Uhrzeigers entsprechend ist.

Liegt der conjugirte Drehpunkt im Unendlichen, so ist:

$$D = \mp H \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} \quad \text{. . . . . (298)}$$

Hierin bezeichnet φ den Winkel, den die parallelen Gurtlinien mit der Horizontalen einschliessen und α den Winkel zwischen Gurtlinien und Füllungsstab.

Das — Zeichen ist anzuwenden, wenn die für den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft eingeführte Spannung D eine zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien senkrechte Componente hat, welche abwärts, gegen die untere Gurtung gerichtet ist; ist diese Componente aufwärts gerichtet, so hat das + Zeichen Gültigkeit.

2. Bogen allgemeinster Form.

§ 43. Allgemeines.

Lässt sich von vorne herein über die Lage der Bogenaxe keine voraussichtlich genügend zutreffende Annahme machen, so sind die in den vorigen Paragraphen gegebenen Rechnungsmethoden nicht mehr anzuwenden. Man wird dann in der Weise vorgehen müssen, dass man zunächst über die Stabquerschnitte des Bogens provisorische Annahmen macht, und auf Grund der elastischen Formänderung der vorläufig dimensionirten Fachwerkstäbe die Berechnung vornimmt.

Liegen ausgeführte Projecte einer ähnlichen wie der in Frage stehenden Construction vor, so wird es möglich sein, hiernach die Stabquerschnitte angenähert zu bestimmen. Anderenfalls ist man genöthigt, den Bogen zunächst unter Annahme von 3 Gelenken (ein Scheitel- und zwei Kämpfergelenke) oberflächlich durchzurechnen und die dadurch erhaltenen Spannungszahlen zur provisorischen Dimensionirung des Trägers zu benutzen.

Die Berechnung auf Grund der Deformation der einzelnen Fachwerkstäbe wird dann ganz ähnlich durchgeführt wie bei einem Bogenträger mit 2 Gelenken (vergl. § 37).

Man bestimmt die relative Verschiebung der Kämpferpunkte in Folge der Verkürzung oder Verlängerung eines einzelnen Fachwerkstabes. Diese Stabdeformation ist abhängig von den zum Theil noch unbekannten äusseren Kräften. Da sich sämmtliche Stäbe gleichzeitig deformiren, so wird man, um die Totalverschiebung der Kämpferpunkte zu erhalten, die in Folge der Formänderung der einzelnen Stäbe auftretenden Verschiebungen zu summiren haben. Diese Totalverschiebung wird sich also ausdrücken lassen als Function der äusseren Kräfte. Indem man annimmt, dass die Kämpferpunkte absolut fest bleiben, die relativen Verdrehungen und Verschiebungen also Null sind, erhält man drei Gleichungen, aus denen die noch unbekannten drei Grössen der äusseren Kräfte berechnet werden können.

Es bezeichne:

λ die Länge eines beliebigen Fachwerkstabes,
Ω den Querschnitt desselben,
r den Hebelsarm des Stabes bezüglich des conjugirten Drehpunktes.

Zunächst berechne man für jeden Constructionsstab die Grösse

$$\frac{\lambda}{r^2 \Omega} = \Theta \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (299)$$

Als Querschnitt Ω eines Stabes wird die Bruttofläche desselben, ohne Abzug der Nietlöcher einzusetzen sein.

Die Ordinaten der Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile von einer ganz beliebig gewählten Horizontalen AB (Fig. 105) ab gemessen seien mit y' bezeichnet.

Man bestimmt eine Grösse

$$z = \frac{\Sigma \Theta y'}{\Sigma \Theta} \quad . \quad (300)$$

und nimmt die definitive X-Axe in der Entfernung z über der Horizontalen AB an.

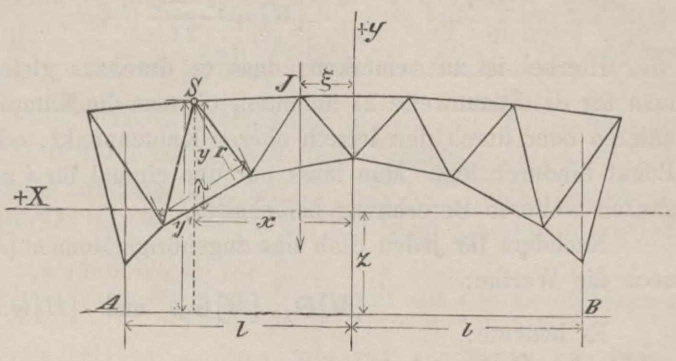


Fig. 105.

Der Werth $\Sigma \Theta y'$ bedeutet, dass für jeden Stab die Grösse Θ mit der Ordinate y' des dem Stabe conjugirten Schnittpunktes multiplicirt werden muss und diese Producte schliesslich zu addiren sind.

Liegt der einem Stabe conjugirte Drehpunkt im Unendlichen, so wird $\Theta = 0$ und $\Theta y' = 0$.

Die Summation ist über sämmtliche Stäbe des Trägers auszudehnen.

Hierbei ist zunächst zu bemerken, dass die Deformation der Füllungsglieder auf die Lage und Grösse der secundären äusseren Kräfte (der Widerlagerreactionen) nur von sehr geringem Einfluss ist. Man wird deshalb, ohne einen wesentlichen Fehler zu begehen, in den meisten Fällen die Füllungsglieder als starr voraussetzen können. Dann ist die Summirung sowohl in Gleichung 300 wie in den folgenden Gleichungen dieses Capitels nur über die Gurtstäbe auszudehnen.

Die in die weitere Rechnung einzuführenden Ordinaten der Drehpunkte sind dann:

$$y = y' - z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (301)$$

Man bildet nun noch folgende Summen, welche nur von der geometrischen Form und den Stabquerschnitten des Bogens abhängig sind:

$$\Sigma \Theta y^2 \quad \text{und} \quad \Sigma \Theta x^2.$$

In einem Knotenpunkte J (Fig. 105) in der Entfernung ξ vom Scheitel greife eine Einzellast von der Grösse „Eins“ an.

$[M]$ bezeichne das Moment, welches durch diese Last in einem beliebigen Punkte mit der Abscisse x hervorgebracht würde, wenn statt eines Bogens ein Balkenträger auf 2 Stützen von der Spannweite $2l$ vorhanden wäre.

Das Moment $[M]$ wird für jeden Drehpunkt aufgestellt.

Denkt man sich durch einen beliebigen Stab einen Schnitt zum Zweck der Spannungsbestimmung gelegt — also in der Weise, dass ausser dem fraglichen Stabe nur noch zwei weitere Constructionstheile getroffen werden — so ist, wenn die Einzellast rechts von diesem Schnitt angreift, für den diesem Stabe conjugirten Drehpunkt

$$[M] = \frac{l + \xi}{2l}(l - x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (302)$$

Greift hingegen die Last links vom Schnitte an, so entspricht dem diesem Stabe zugehörigen Drehpunkt ein Moment

$$[M] = \frac{l - \xi}{2l}(l + x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (303)$$

Hierbei ist zu bemerken, dass es durchaus gleichgültig ist, welchen Werth man für die Spannweite $2l$ annimmt, ob man die Kämpfervertikale durch den letzten unteren oder durch den letzten oberen Knotenpunkt, oder sonst durch irgend einen Punkt hindurch legt. Man muss nur den einmal für l angenommenen Werth bei der ganzen weiteren Berechnung beibehalten.

Nachdem für jeden Stab das zugehörige Moment $[M]$ gefunden ist, bildet man noch die Werthe:

$$[M]\Theta, \quad [M]\Theta y \quad \text{und} \quad [M]\Theta x.$$

Es bedeute:

H den Horizontalschub,

M_0 und T_0 die Differenzen zwischen den Momenten, resp. den Transversalkräften, welche im Scheitelquerschnitt des Bogens und im mittleren Querschnitt eines Balkenträgers auf 2 Stützen bei der nämlichen Belastung auftreten.

Alsdann ergeben sich diese drei Werthe, welche der Belastung durch die in Rede stehende Einzellast entsprechen aus den Beziehungen:

$$M_0 = \frac{\Sigma[M]\Theta}{\Sigma\Theta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (304)$$

$$H = \frac{\Sigma[M]\Theta y}{\Sigma\Theta y^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (305)$$

$$T_0 = \frac{\Sigma[M]\Theta x}{\Sigma\Theta x^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (306)$$

Es ist noch zu ermitteln, was aus den Werthen $[M]\Theta$, $[M]\Theta y$, $[M]\Theta x$, Θ, Θy^2 und Θx^2 für einen Stab wird, dessen conjugirter Drehpunkt im Unendlichen liegt.

Bedeutet φ den Winkel, den die Gurtungen mit der Horizontalen einschliessen und α den Winkel zwischen dem Füllungsstab und den Gurtlinien, so wird:

$$[M]\,\Theta = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (307)$$

$$[M]\Theta y = [T]\frac{\lambda \sin 2\varphi}{2\,\Omega \sin^2\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (308)$$

$$[M]\Theta x = -[T]\frac{\lambda \cos^2\varphi}{\Omega \,.\, \sin^2\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (309)$$

$$\Theta = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (310)$$

$$\Theta y^2 = \frac{\lambda \sin^2\varphi}{\Omega \,.\, \sin^2\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (311)$$

$$\Theta x^2 = \frac{\lambda \cos^2\varphi}{\Omega \sin^2\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (312)$$

In den Gleichungen 308 und 309 ist, je nachdem die fragliche Last auf dem rechts oder links vom Schnitt befindlichen Theile des Bogens einwirkt

$$[T] = \frac{l + \xi}{2l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (313)$$

oder:

$$[T] = -\frac{l - \xi}{2l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (314)$$

zu setzen.

Wird der Winkel φ negativ, d. h. fallen die Gurtlinien von links nach rechts, so ist in Gleichung 308 der Werth $\sin 2\varphi$ negativ einzuführen.

Die Werthe M_0, H und T_0 wird man zunächst für jede Lage einer der Reihe nach an den verschiedenen Knotenpunkten angreifenden Last „Eins" berechnen und tabellarisch zusammenstellen.

Ist eine Anzahl von Knotenpunkten gleichzeitig belastet, so findet man die entsprechenden Werthe M_0, H und V_0, indem man diese Grössen zunächst für jede der Einzellasten aus der Tabelle entnimmt (die dort für eine Last „Eins" zusammengestellten Zahlen müssen natürlich mit der Grösse der Einzellast multiplicirt werden) und diese Werthe summirt.

Das Moment der äusseren Kräfte für einen Drehpunkt mit den Coordinaten x und y ist sodann:

$$M = [M] - M_0 - Hy - T_0 x \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (315)$$

Hierin bedeutet wieder $[M]$ das Moment, welches die nämliche Belastung bei einem Balkenträger auf 2 Stützen in einem Punkte mit der Abscisse x hervorrufen würde. Die Grösse dieses Momentes ergiebt sich aus Gleichung 283.

Die Spannung im fraglichen Stabe kann sodann aus einer der Gleichungen 284 bis 286 berechnet werden. Auch die Formeln 287 und 288, welche sich auf den Fall beziehen, dass der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Unendlichen liegt, behalten vollständig ihre Gültigkeit.

Die weitere Behandlung des Trägers kann genau in derselben Weise erfolgen, wie in den vorigen Paragraphen angegeben ist.

Hat man es mit einer gleichmässig vertheilten mobilen Belastung zu thun, so müssen zunächst die Kämpferdrucklinie und die Umhüllungscurven verzeichnet werden.

Die Grössen a und b (siehe Fig. 106) ergeben sich aus den Beziehungen:

$$a + b = \frac{2 M_0}{H} \quad . \quad (316)$$

$$a - b = \frac{2 T_0 l}{H} \quad . \quad (317)$$

Ferner ist:

$$\eta = a + b \quad . \quad (318)$$

Mit Hülfe der Werthe a, b und η lassen sich die Linien DF und EF verzeichnen. Der geometrische Ort der Punkte F ist die Kämpferdrucklinie; die Curven, welche von den Graden DF und EF eingehüllt werden, sind die Umhüllungscurven.

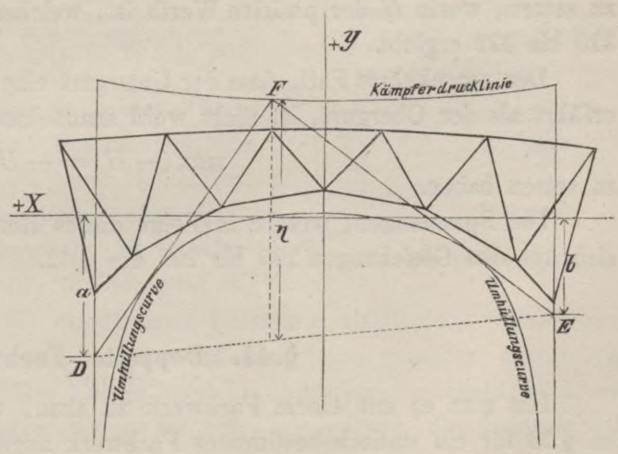


Fig. 106.

Legt man der Berechnung ein System von Einzellasten zu Grunde, so ist für jeden Fachwerkstab die Influenzlinie zu verzeichnen und sodann die ungünstigste Laststellung und entsprechende Spannung nach den Angaben des § 35 zu ermitteln.

Der in Folge von Temperaturdifferenzen auftretende Horizontalschub ergiebt sich aus der Gleichung

$$H = \frac{2 l \varkappa t E}{\Sigma \Theta y^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (319)$$

Ueber Bedeutung der Buchstaben s. § 13. Führt man die dort angegebenen Zahlenwerthe in Gleichung 319 ein, so ergiebt sich

für Schmiedeeisen: $$H = \pm \frac{14160\, l}{\Sigma \Theta y^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (320)$$

für Gusseisen: $$H = \pm \frac{6720\, l}{\Sigma \Theta y^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (321)$$

und für Stahl: $$H = \pm \frac{15870\, l}{\Sigma \Theta y^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (322)$$

Es ist in diesen Gleichungen 1^m als Längeneinheit und 1^t als Gewichtseinheit vorausgesetzt.

Bei einem Bogenträger mit einer oberen horizontalen und einer unteren gekrümmten Gurtung kann es vorkommen, dass die Temperatur in beiden Gurten eine verschiedene ist. Während der Obergurt im Schatten der Fahrbahn liegt, ist der Untergurt event. dem directen Einfluss der Sonnenstrahlen ausgesetzt. In Folge dessen wird der Untergurt eine höhere Temperatur als der Obergurt annehmen. Solch ungleichmässige Erwärmung bedingt eine Vergrösserung des Horizontalschubes. Bei Berücksichtigung dieser Temperaturunterschiede wird der Horizontalschub etwa doppelt so gross anzunehmen sein, als sich derselbe für gleichmässige Erwärmung des ganzen Trägers ergiebt. Demnach ist

$$\max(+H) = 2H \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (323)$$

zu setzen, worin H der positive Werth ist, welcher sich aus einer der Gleichungen 320 bis 322 ergiebt.

Der umgekehrte Fall, dass der Untergurt eine stärkere Temperaturerniedrigung erfährt als der Obergurt, ist nicht wohl anzunehmen. Man wird also:

$$\max(-H) = -H \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (324)$$

zu setzen haben.

Die Spannungen, welche in Folge dieses Horizontalschubes auftreten, ergeben sich aus den Gleichungen 295 bis 298 des § 42.

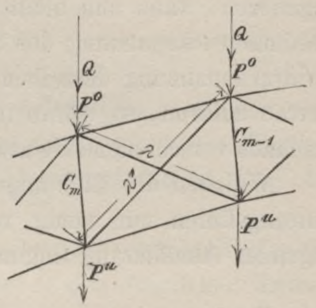
§ 44. Doppeltes Fachwerk.

Hat man es mit einem Fachwerk zu thun, welches mehr Stäbe enthält, als im § 23 für ein statisch bestimmtes Fachwerk angegeben wurden, so kann die Ermittlung der einzelnen Spannungen, wenn die äusseren Kräfte bekannt sind, streng genommen nur unter Berücksichtigung der Elasticitätsverhältnisse des Bogens durchgeführt werden.

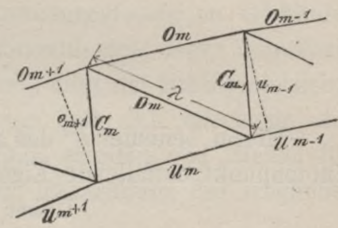
Die in der Praxis vorkommenden statisch unbestimmten Fachwerksysteme lassen sich immer zerlegen in zwei oder mehrere statisch bestimmte Systeme; man erhält eine genügende Annäherung in der Berechnung, wenn man die Spannungen eines jeden dieser Theilsysteme für sich ermittelt, indem man annimmt, dass dieselben zu gleichen Theilen an der aufzunehmenden Last participiren, sodann sich die Systeme auf einander gelegt denkt und nun die Spannungen entsprechender Stäbe summirt.

Es ist natürlich im Allgemeinen empfehlenswerth, statisch bestimmte Fachwerke zu verwenden. Bei Bogen mit ausgesprochener Axenrichtung (Bogen mit parallelen Gurtungen oder sichelförmige Bogen) schaltet man jedoch gewöhnlich des guten Aussehens halber Gegendiagonalen ein.

Ein solches doppeltes Fachwerk ist in Fig. 107 verzeichnet. Die Zerlegung desselben in die beiden Einzelsysteme ist in derselben Figur gezeigt.



System I.



System II.

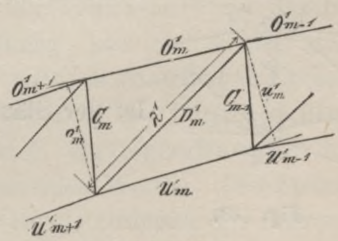


Fig. 107.

Man nimmt nun an, jedes der beiden Systeme habe die Hälfte der angreifenden Lasten zu tragen. Unter dieser Annahme wird das System I (mit Diagonalen D, welche von links nach rechts gegen die Axe fallen) in gewöhnlicher Weise durchgerechnet. Nur die Ständer C, welche als Füllungsglieder in beiden Systemen vorkommen, werden zunächst nicht berücksichtigt. Man berechnet also die Spannungen O_m, U_m und D_m; alsdann kann man die Spannungen im System II aus den berechneten Zahlen in einfacher Weise ableiten.

Gurtungen.

Es ist:

$$O_m' = O_{m+1} \frac{o_{m+1}}{o_m'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (325)$$

$$U_m' = U_{m-1} \frac{u_{m-1}}{u_m'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (326)$$

Die Bezeichnung der Stäbe und der entsprechenden Hebelsarme ist aus Fig. 107 zu ersehen.

Nachdem die Gurtspannungen in beiden Theilsystemen berechnet sind, werden die Spannungszahlen entsprechender Stäbe (O_m und O_m', U_m und U_m') addirt.

Die hierdurch erzielten Resultate liefern thatsächlich etwas zu grosse Absolutwerthe. Es ist nämlich vorausgesetzt, dass gleichzeitig für den Stab O_m und O_m' oder für U_m und U_m' die ungünstigste Belastung stattfindet, welche Voraussetzung, da beide Belastungsarten um ein Weniges von einander abweichen, natürlich nicht zutreffen kann. Der Fehler, welcher hierdurch gemacht wird, ist aber nur gering und um so weniger bedenklich, als, wie gesagt, die dadurch sich ergebenden Spannungszahlen zu gross ausfallen.

Füllungsglieder.

Bezeichnet man mit d_m, resp. d_m' die Hebelsarme der Diagonalen D_m und D_m' bezüglich des Schnittpunktes der beiden mitgeschnittenen Gurtungstheile, so ist

$$D_m' = - D_m \frac{d_m}{d_m'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (327)$$

Sind die beiden Ständer C (Fig. 107), welche das fragliche Feld begrenzen, einander parallel, so lautet die Gleichung 327:

$$D_m' = -D_m \frac{\lambda'}{\lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (328)$$

Hierin ist mit λ und λ' die Länge der Diagonalstäbe D_m und D_m' bezeichnet.

Die Spannung in den Ständern C, welche gleichzeitig beiden Systemen angehören, kann nun nicht in ähnlicher Weise ermittelt werden. Würde man die Maximaldruckspannung des Stabes C_m im System I, und unabhängig davon die Maximaldruckspannung desselben Stabes im System II berechnen und nun diese Zahlenwerthe addiren, so würde man gänzlich falsche Resultate erhalten, da hierbei zwei durchaus verschiedene Belastungsarten als gleichzeitig vorhanden angenommen wären.

Weichen die Richtungen der im fraglichen Knotenpunkte zusammenstossenden Gurtungslinien nur wenig von einander ab, so können für diese Ständer mit genügender Annäherung folgende Formeln als gültig betrachtet werden.

1. Bogen mit ausgesprochener Axenrichtung. (Bogen mit parallelen Gurtungen, sichelförmige Bogen.)

Eigengewicht.

$$C = \frac{P^o}{2} \frac{\cos\varphi}{\sin\alpha} - \frac{P^u}{2} \cdot \frac{\cos\varphi_1}{\sin\alpha_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (329)$$

Hierin bedeutet P^o das auf einen oberen Knotenpunkt, P^u das auf einen unteren Knotenpunkt entfallende Eigengewicht.

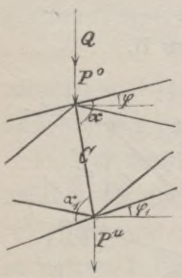


Fig. 108.

Ueber die Bedeutung der Winkel s. Fig. 108.

Sind Ober- und Untergurt parallel und steht der Ständer C senkrecht zu dieser Richtung, so wird

$$C = \frac{P^o - P^u}{2} \cdot \cos\varphi \quad \ldots \ldots \quad (330)$$

Ist der Ständer C vertikal, so ist:

$$C = \frac{P^o - P^u}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (331)$$

Mobile Last.

Es ist angenommen, dass die mobile Last an den oberen Knotenpunkten angreife; die Grösse derselben pr. Knotenpunkt sei mit Q bezeichnet; man hat dann

$$\max(+C) = \frac{Q}{2} \cdot \frac{\cos\varphi}{\sin\alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (332)$$

Sind Ober- und Untergurt parallel und steht der Ständer C senkrecht zu dieser Richtung, so ist:

$$\max(+C) = \frac{Q}{2} \cdot \cos\varphi \quad \ldots \ldots \ldots \quad (333)$$

Ist der Ständer vertikal, so wird

$$\max(+C) = \frac{Q}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (334)$$

Die grösste Zugspannung in Folge der mobilen Last ist allgemein gleich Null zu setzen.

2. Bogenträger mit einer oberen horizontalen und einer unteren gekrümmten Gurtung.

Es wird vorausgesetzt, dass die Ständer, welche beiden Systemen angehören, vertikale Richtung haben.

Dann ist in Folge des Eigengewichts:

$$C = P^{o} \qquad (335)$$

und in Folge der mobilen Belastung:

$$\max(+C) = Q \qquad (336)$$

$$\max(-C) = 0, \qquad (337)$$

wenn mit Q die auf einen oberen Knotenpunkt entfallende mobile Last bezeichnet wird.

Hat man es mit einem System von Einzellasten zu thun, so ist der Werth Q unter der Annahme zu bestimmen, dass ein mittleres Locomotivrad im fraglichen Knotenpunkte angreift.

Temperaturdifferenzen bringen in Füllungsgliedern, welche gleichzeitig beiden Systemen angehören und bei denen die Richtungen der in den fraglichen Knotenpunkten zusammenstossenden Gurtungslinien nur wenig von einander abweichen, keine Spannungen hervor.

Weichen die Richtungen der am Ständer C zusammenstossenden Gurtlinien wesentlich von einander ab, so sind obige Näherungsformeln nicht mehr zutreffend. Man muss sodann, unter Berücksichtigung der Thatsache, dass der Stab gleichzeitig beiden Fachwerksystemen angehört, in jedem einzelnen Fall sich überlegen, bei welcher Belastungsart derselbe seine Maximalspannungen erreicht und diesen Belastungsfall sowohl im einen wie im andern System der Berechnung des fraglichen Stabes zu Grunde legen.

Führt eine einfache Ueberlegung bezüglich der anzunehmenden Belastungsart nicht zum Ziel, so kann man jedenfalls mit Hülfe der Influenzlinie ein Resultat erreichen. Die Methode ist allerdings ziemlich weitläufig, aber sicher und exact (s. hierüber § 35). Man lässt eine Einzellast der Reihe nach an sämmtlichen Knotenpunkten in beiden Systemen angreifen, ermittelt die Spannung des fraglichen Ständers, welche dadurch im einen und im andern System hervorgerufen wird und und addirt die, der nämlichen Lage der Last entsprechenden Werthe. Die Summe giebt die thatsächlich auftretende Spannung an; diese ist als Ordinate der Influenzlinie im Angriffspunkte der Last aufzutragen.

§ 45. Eigengewichte.

Es bedeute:

$$\left.\begin{array}{ll} p & \text{das Eigengewicht} \ldots\ldots \\ q & \text{die mobile Belastung} \ldots\ldots \\ B & \text{das Gewicht der Bahnconstruction} \end{array}\right\} \text{pr. Längeneinheit,}$$

$$\left.\begin{array}{ll} l & \text{die halbe Spannweite} \\ f & \text{die Pfeilhöhe} \ldots \end{array}\right\} \text{der Bogenaxe,}$$

h die Entfernung der beiden Gurtungslinien im Scheitel,

$$\left.\begin{array}{ll} k & \text{die zulässige specifische Beanspruchung} \\ \gamma & \text{das Gewicht der Cubikeinheit} \ldots \end{array}\right\} \text{des Materials,}$$

ψ einen Coefficienten für unrationelle Construction,

α einen Coefficienten, welcher vom Elasticitätsmodul, der specifischen Temperaturausdehnung etc. des Materials abhängt.

Nimmt man 1^m als Längeneinheit und 1^t als Gewichtseinheit an, so ist

für Schmiedeeisen: $\alpha = 7000$ . . . . (338)

für Gusseisen: $\alpha = 3400$ . . . . (339)

und für Stahl: $\alpha = 8000$ . . . . (340)

zu setzen.

Es existiren nun folgende Gleichungen:

1. *Bogen mit 3 Gelenken.*

$$p = \frac{6fkB + 1{,}85\,\psi q\gamma(3l^2 + 4f^2)}{6fk - \psi\gamma(3l^2 + 4f^2)} \quad \ldots \ldots \quad (341)$$

2. *Bogen mit 2 Gelenken.*

$$p = \frac{6fkB + 1{,}55\,\psi q\gamma\left(3l^2 + 4f^2 + 1{,}43\,\alpha\frac{hl^2}{fk - \alpha h}\right)}{6fk - \psi\gamma\left(3l^2 + 4f^2 + 2\alpha\frac{hl^2}{fk - \alpha h}\right)} \quad \ldots \quad (342)$$

3. *Bogen ohne Gelenk.*

$$p = \frac{6fkB + 1{,}3\,\psi q\gamma\left(3l^2 + 4f^2 + 3{,}66\,\alpha\frac{hl^2}{fk - 2\alpha h}\right)}{6fk - \psi\gamma\left(3l^2 + 4f^2 + 4{,}33\,\alpha\frac{hl^2}{fk - 2\alpha h}\right)} \quad \ldots \quad (343)$$

In diesen Formeln ist für eiserne Brücken im Allgemeinen der Coefficient

$$\psi = 1{,}75$$

zu setzen. Nur bei sehr kleinen Bogen (Eisenbahnbrücken unter 10^m Spannweite) oder sehr leichten Brücken (Fussgängerstegen, etc.) erhöht sich der Coefficient ψ auf 2.

Der Werth γ ist für Schmiedeeisen $= 7{,}8$ t, für Gusseisen $= 7{,}5$ t und für Stahl $= 7{,}9$ t, wenn man das Meter als Längeneinheit und die Tonne als Gewichtseinheit annimmt.

Die Grösse der zulässigen specifischen Beanspruchung k des Materials ist abhängig von der Grösse der Spannungsdifferenzen, welche in einem Stabe auftreten; dieselbe ergiebt sich aus der Gleichung

$$k = k'\left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{\min S}{\max S}\right) \quad \ldots \ldots \quad (344)$$

Hierin bedeutet k' eine mittlere zulässige specifische Beanspruchung, $\min S$ die absolut kleinste und $\max S$ die absolut grösste Spannung, welche im fraglichen Stabe vorhanden ist. Haben $\min S$ und $\max S$ verschiedene Vorzeichen, so wird der Quotient $\frac{\min S}{\max S}$ natürlich negativ.

In Rücksicht auf die Elasticitätsgrenze kann man etwa

für Schmiedeeisen: $k' = 1{,}0$ t pr. □cm. . . . . (345)

und für Stahl: $k' = 1{,}7$ t pr. □cm. . . . . (346)

setzen.

Diese Zahlen sind jedoch nur bei solchen Constructionssystemen anwendbar, bei denen nicht durch zufällige Veränderung der Auflagerpunkte unvorhergesehene Spannungen eintreten können. Für statisch unbestimmte Systeme (Bogen mit 2 Gelenken oder ohne Gelenk) wird man vorsichtshalber

für Schmiedeeisen nur: $k' = 0{,}9$ t pr. □cm. . . . . (347)

und für Stahl: $k' = 1{,}55$ t pr. □cm. . . . . (348)

setzen dürfen.

Ferner ist es nothwendig, sämmtliche auf die Brücke einwirkenden Lasten mit ihrer thatsächlich auftretenden Grösse in die Rechnung einzuführen. Die Belastung durch einen schnell fahrenden Eisenbahnzug ist in Folge der Stösse etc. um ca. 50% grösser, als wenn derselbe Zug nur ruhend auf die Construction einwirken würde.

Man wird demnach bei Eisenbahnbrücken die mobile Last mit ihrer $1\,{}^1/_2$ fachen Grösse in die Rechnung einzuführen haben.

Bei Brücken für Wagen- und Fussgängerverkehr genügt es, die einfache Verkehrslast zur Bestimmung der Spannungen einzusetzen.

Will man in allen Fällen die ruhende Verkehrsbelastung der Rechnung zu Grunde legen, so kann man bei Eisenbahnbrücken den Einfluss der Stösse etc. näherungsweise dadurch berücksichtigen, dass man

für Schmiedeeisen: $k' = 0{,}7$ t pr. □cm. . . . . (349)

und für Stahl: $k' = 1{,}2$ t pr. □cm. . . . . (350)

setzt. Für statisch unbestimmte Systeme würde man dementsprechend

$k' = 0{,}6$ t pr. □cm. . . . . (351)

resp. $k' = 1{,}05$ t pr. □cm. . . . . (352)

einzuführen haben.

Wenn nun auch, wie aus Vorstehendem folgt, genau genommen die specifische Beanspruchung k eine veränderliche Grösse ist, so wird es doch zum Zweck der approximativen Ermittlung des Eigengewichts genügen, in die Gleichungen 341 bis 343 statt des veränderlichen Werthes k die constante mittlere specifische Spannung k' einzusetzen.

Die einem System von Raddrücken äquivalente gleichmässig vertheilte Belastung q ist nach den Ausführungen des § 7 nicht von der Spannweite, sondern von der Länge der belasteten Strecke abhängig. In den zur approximativen Bestimmung des Eigengewichts dienenden Formeln kann als Durchschnittswerth für q die der halben Spannweite des Bogens entsprechende Grösse eingesetzt werden. Dieser Werth ist aus der Tabelle des § 7 zu entnehmen. Den obigen Ausführungen zufolge ist q event. mit seiner $1\,{}^1/_2$ fachen Grösse in die Gleichungen 341 bis 343 einzuführen.

Das Gewicht B der Bahn wird man am besten für jeden einzelnen Fall ermitteln. Um einen Anhaltspunkt zu haben, seien für Eisenbahnbrücken folgende Mittelwerthe angegeben.

1. *Die Schwellen liegen direct auf der oberen Gurtung des Bogens.*

$B = 0{,}35$ t pr. lfdm. und pr. Gleis . . . . . . (353)

2. *Die Bahn ist durch besondere Quer- und Schwellenträger hergestellt.*

Eingleisige Brücken.

$B = 0{,}8$ t pr. lfdm. und pr. Gleis . . . . (354)

Zweigleisige Brücken.

$$B = 1{,}0\,\text{t pr. lfdm. und pr. Gleis} \qquad (355)$$

Falls der Bogen keine obere horizontale Gurtung hat, an welcher die Fahrbahn direct befestigt ist, muss der Grösse B auch noch das Gewicht der Vertikalständer zugerechnet werden, welche die angreifenden Lasten auf den Bogen übertragen.

Liegt die Fahrbahn in der Höhe des Scheitelpunktes der oberen Gurtung, so ist dieses Gewicht näherungsweise

$$G = 0{,}01 f \qquad (356)$$

in t. pr. lfdm. und pr. Gleis, wenn f die Pfeilhöhe des Bogens in met. bedeutet.

Die Formeln 341 bis 343 sollen noch für schmiedeeiserne Brücken specialisirt werden. Es ist $\psi = 1{,}75$, $\gamma = 7{,}8$ und $\alpha = 7000$ zu setzen.

1. Der Berechnung wird die $1^1/_2$fache Belastung zu Grunde gelegt.

Dann ist $k = 10000$ und für die statisch unbestimmten Systeme $k = 9000^{t}$ pr. □m.

Bogen mit 3 Gelenken.

$$p = \frac{10000 f B + 4{,}21\, q\,(3 l^2 + 4 f^2)}{10000 f - 2{,}27\,(3 l^2 + 4 f^2)} \qquad (357)$$

Bogen mit 2 Gelenken.

$$p = \frac{9000 f B + 3{,}53\, q \left(3 l^2 + 4 f^2 + 10 \dfrac{h l^2}{9 f - 7 h}\right)}{9000 f - 2{,}27 \left(3 l^2 + 4 f^2 + 14 \dfrac{h l^2}{9 f - 7 h}\right)} \qquad (358)$$

Bogen ohne Gelenk.

$$p = \frac{9000 f B + 2{,}96\, q \left(3 l^2 + 4 f^2 + 25{,}6 \dfrac{h l^2}{9 f - 14 h}\right)}{9000 f - 2{,}27 \left(3 l^2 + 4 f^2 + 30{,}3 \dfrac{h l^2}{9 f - 14 h}\right)} \qquad (359)$$

2. Der Berechnung wird die einfache Belastung zu Grunde gelegt.

Es ist $k = 7000$t event. $k = 6000$t pr. □m zu setzen.

Bogen mit 3 Gelenken.

$$p = \frac{7000 f B + 4{,}21\, q\,(3 l^2 + 4 f^2)}{7000 f - 2{,}27\,(3 l^2 + 7 f^2)} \qquad (360)$$

Bogen mit 2 Gelenken.

$$p = \frac{6000 f B + 3{,}53\, q \left(3 l^2 + 4 f^2 + 10 \dfrac{h l^2}{6 f - 7 h}\right)}{6000 f - 2{,}27 \left(3 l^2 + 4 f^2 + 14 \dfrac{h l^2}{6 f - 7 h}\right)} \qquad (361)$$

Bogen ohne Gelenk.

$$p = \frac{6000 f B + 2{,}96\, q \left(3 l^2 + 4 f^2 + 25{,}6 \dfrac{h l^2}{6 f - 14 h}\right)}{6000 f - 2{,}27 \left(3 l^2 + 4 f^2 + 30{,}3 \dfrac{h l^2}{6 f - 14 h}\right)} \qquad (362)$$

Allgemeine Bezeichnungen.

Es sind Druckkräfte positiv, Zugkräfte negativ in Rechnung gestellt.

B Gewicht der Bahnconstruction pr. Längeneinheit,

C Bezeichnung und Spannung eines Füllungsgliedes, welches bei doppeltem Fachwerk beiden Theilsystemen angehört,

D Bezeichnung und Spannung eines Füllungsstabes,

E Elasticitätsmodul,

F Querschnittsfläche,

G Einzellast,

- G_r Einzellast auf der rechtsseitigen Hälfte des Bogens,
- G_l Einzellast auf der linksseitigen Hälfte des Bogens,
- G' Einzellast rechts vom fraglichen Schnitt,
- G'' Einzellast links vom fraglichen Schnitt,

  (die Bedeutung der Lasten G in den §§ 28 bis 31 ist aus Fig. 71, § 28 zu ersehen),

H Horizontalschub,

J Trägheitsmoment eines Querschnitts,

- J_0 Trägheitsmoment des Scheitelquerschnitts,

M Moment der äusseren Kräfte,

- $[M]$ Moment der äusseren Kräfte, welches bei einem graden Balkenträger auf 2 Stützen von der Länge $2l$ in einem Punkte mit der Abscisse x auftreten würde,
- M_0 Differenz zwischen dem im Scheitelquerschnitt des Bogens und im mittleren Querschnitt eines Balkenträgers auftretenden Moment,

N Normalkraft,

O Bezeichnung und Spannung eines Obergurtstabes,

P permanente Belastung pr. Knotenpunkt,

- P^o derjenige Theil der permanenten Last, welcher an einem oberen Knotenpunkte angreift,
- P^u derjenige Theil der permanenten Last, welcher an einem unteren Knotenpunkte angreift,

Q mobile Belastung pr. Knotenpunkt,

R Resultante sämmtlicher äusseren Kräfte,

T Transversalkraft,

- $[T]$ Transversalkraft, welche bei einem graden Balkenträger auf 2 Stützen von der Länge $2l$ in einem Punkte mit der Abscisse x auftreten würde,
- T_0 Differenz zwischen der im Scheitelquerschnitt des Bogens und im mittleren Querschnitt eines Balkenträgers auftretenden Transversalkraft,

U Bezeichnung und Spannung eines Untergurtstabes,

V Vertikalcomponente der Widerlagerreaction,

$\left.\begin{matrix} a \\ b \end{matrix}\right\}$ Strecken, um welche die Stützlinie einer Einzellast die Kämpfervertikalen unterhalb der X-Axe schneidet,

d Hebelsarm des Fachwerkstabes D,

e Entfernung einer beliebigen Faser von der Querschnittsaxe,
  e_1 Entfernung der obersten Faser von der Querschnittsaxe,
  e_2 „ „ untersten „ „ „ „
f Pfeilhöhe der Bogenaxe,
h Höhe des Bogens (Entfernung der Schwerpunktslinien der Gurtungen),
i im § 27: Entfernung des rechtsseitigen Knotenpunktes des fraglichen Feldes vom Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile,
  im § 31: Entfernung des linksseitigen Knotenpunktes des fraglichen Feldes vom Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile,
k zulässige specifische Spannung,
  k' mittlere zulässige specifische Spannung,
k_1 Entfernung des oberen Kernpunktes von der Querschnittsaxe,
k_2 „ „ unteren „ „ „ „
l halbe Spannweite des Bogens,
m Entfernung der Belastungsscheide vom Scheitel,
n Hebelsarm der Normalkraft N,
o Hebelsarm des Fachwerkstabes O,
p permanente Belastung pr. Längeneinheit,
q mobile „ „ „
r Hebelsarm eines beliebigen Fachwerkstabes,
s Bogenlänge,
t Anzahl der Grade, um welche die Temperatur von der mittleren Temperatur abweicht,
u Hebelsarm des Fachwerkstabes U,
v vertikaler Abstand des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile von der Kämpferdrucklinie,
$\left.\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right\}$ Coordinaten eines Trägerpunktes,
  $\left.\begin{matrix} x_1 \\ y_1 \end{matrix}\right\}$ Coordinaten des oberen Kernpunktes,
  $\left.\begin{matrix} x_2 \\ y_2 \end{matrix}\right\}$ Coordinaten des unteren Kernpunktes,
  y' Ordinate eines Trägerpunktes von der Graden AB aus gemessen (Fig. 34 und Fig. 105),
z Entfernung der X-Axe von der Graden AB (Fig. 31 und Fig. 105),
$\mathfrak{F}$ Fläche zwischen der Bogen- und der X-Axe $\left(=\int y\,dx\right)$,
$\mathfrak{F}'$ Fläche zwischen der Bogenaxe und der Kämpferhorizontalen $\left(=\int y'\,dx\right)$,
$[\mathfrak{F}]$ Momentenfläche $\left(=\int [M]\,dx\right)$,
$\mathfrak{G}$ Resultante der Lasten innerhalb des geschnittenen Feldes,
$\mathfrak{J}$ reducirtes Trägheitsmoment eines Querschnitts,
$\mathfrak{R}$ Resultante der primären äusseren Kräfte,
  $\mathfrak{R}_1$ Resultante der Lasten auf der rechtsseitigen Bogenhälfte,
  $\mathfrak{R}_2$ „ „ „ zwischen dem Scheitelgelenk und dem fraglichen Schnitte,

$\mathfrak{R}_3$ Resultante der Lasten zwischen dem fraglichen Schnitte und dem linksseitigen Kämpfer,
(die Bedeutung der Resultanten $\mathfrak{R}$ im § 31 ist zu Anfang dieses Paragraphen auf S. 70 und 71 angegeben),

$\mathfrak{S}$ statisches Moment der Fläche $\mathfrak{F}\left(=\int xy\,dx\right)$,

$[\mathfrak{S}]$ statisches Moment der Fläche $[\mathfrak{F}]$ $\left(=\int [M]\,x\,dx\right)$,

$\mathfrak{T}$ Trägheitsmoment der Fläche $\mathfrak{F}$ $\left(=\int x^2 y\,dx\right)$,

$\mathfrak{Y}$ $=\int y^2\,dx$,

$[\mathfrak{Y}]$ $=\int [M]\,y\,dx$,

$\triangle$ Theilstrecke der Spannweite,

Θ $=\frac{\lambda}{r^2\,\Omega}$,

Ω Querschnitt einer Gurtung oder eines Fachwerkstabes,

α Winkel zwischen Gurtlinien und Füllungsstab oder Coefficient, welcher vom Elasticitätsmodul, der Temperaturausdehnung, etc. des Materials abhängt,

β Winkel zwischen Stützlinie und Querschnitt,

γ Gewicht der Cubikeinheit des Materials,

δ Blechstärke,

ε specifische Ausdehnung,
ε_0 specifische Ausdehnung der Bogenaxe,

ζ Belastungshöhe eines Gewölbes am Kämpfer,

η Ordinate der Kämpferdrucklinie,

$\varkappa$ Temperatur-Ausdehnungscoefficient,

λ Felderlänge oder Stablänge,

μ das Verhältniss $\frac{J_0}{F}$,

ν specifische Normalspannung,

ξ Abscisse des Angriffspunktes einer Einzellast oder Abscisse einer Belastungsscheide,

ϱ Krümmungsradius,

$\left.\begin{matrix}\sigma\\ \tau\end{matrix}\right\}$ Coordinaten der Umhüllungscurven,

φ Winkel zwischen der Bogenaxe oder den parallelen Gurtungslinien und der Horizontalen,

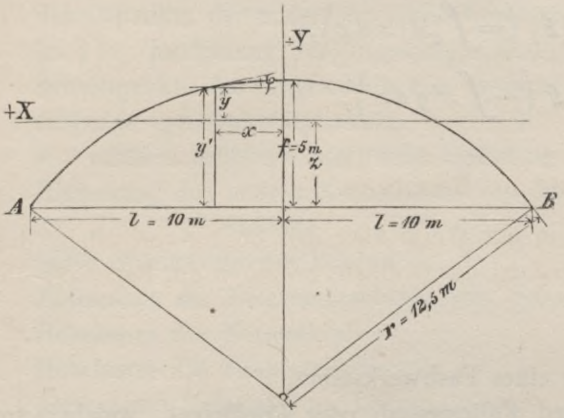
ψ Coefficient für unrationelle Construction,

ω specifische Aenderung des Winkels φ.

Beispiele.

Beispiel I.

Gewölbe mit kreisbogenförmiger Axe von 20 m Spannweite.



Die Axe des Gewölbes soll nach einem Kreisbogen von 20 m Sehnenlänge und 5 m Pfeilhöhe gekrümmt sein.

Der Radius ergiebt sich aus der Formel

$$r = \frac{l^2 + f^2}{2f} = 12{,}5 \text{ m}$$

Die Ordinaten y' der Axe von der Kämpferhorizontalen AB an gemessen findet man aus der Gleichung

$$y' = f - r + \sqrt{r^2 - x^2}$$

Bestimmung der von der Form der Bogenaxe abhängigen Grössen.

Die halbe Spannweite $l = 10$ m soll in 5 gleiche Theile $\triangle = 2$ m getheilt werden.

Die Ordinaten y' in diesen Theilpunkten ergeben sich aus obiger Formel folgendermaassen:

$x = 0$	2	4	6	8	10 m
$y' = 5$	4,8390	4,3427	3,4659	2,1047	0 „

Zunächst muss die Grösse z berechnet werden, um welche die X-Achse über der Kämpferhorizontalen liegt. Nach Gleichung 147 ist:

$$z = \frac{2}{15}\left(5 + 4{,}8390 + 2 \cdot 4{,}3427 + 3{,}4659 + 2 \cdot 2{,}1047\right) = 3{,}4933 \text{ m.}$$

Die in die weiteren Rechnungen einzuführenden Ordinaten y ergeben sich aus der Beziehung:

$$y = y' - z$$

Es folgt für:

$x = 0$	2	4	6	8	10
$y = 1{,}5067$	1,3457	0,8494	— 0,0274	— 1,3886	— 3,4933 „

Die Zwischenordinate $y_{4\frac{1}{2}}$, welche einer Abscisse $x = 9$ entspricht, ergiebt sich zu

$$-\,2{,}3186 \text{ m.}$$

Aus den Gleichungen 149 und 150 folgt für die nämliche Reihe der Werthe x:

$\operatorname{tg} \varphi = 0$	0,164	0,343	0,559	0,866	1,297

und hieraus mit Hülfe goniometrischer Beziehungen:

$\cos \varphi = 1$	0,987	0,946	0,873	0,756	0,611
$\sin \varphi = 0$	0,161	0,324	0,488	0,655	0,792

Die Grösse $\mathfrak{Y}$ erhält man aus der Gleichung 151:

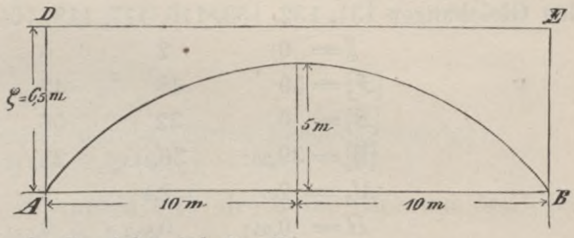
$$\mathfrak{Y} = \frac{2}{3} \cdot 2 \left(2 \,.\, 1{,}5067^2 + 2 \,.\, 1{,}3457^2 + 4 \,.\, 0{,}8494^2 + 2 \,.\, 0{,}0274^2 + 4 \,.\, 1{,}3886^2 + 3{,}4933^2\right) = 41{,}287.$$

Aus den Formeln 152 bis 154 folgt ferner für:

$\xi =$	0	2	4	6	8	10
$\mathfrak{F}_\xi^l =$	0	$-2{,}906$	$-5{,}159$	$-6{,}050$	$-4{,}727$	0
$\mathfrak{S}_\xi^l =$	$-39{,}307$	$-42{,}277$	$-48{,}749$	$-53{,}022$	$-43{,}170$	0
$\mathfrak{T}_\xi^l =$	$-425{,}878$	$-431{,}360$	$-449{,}292$	$-470{,}532$	$-396{,}475$	0

Permanente Belastung.

Das Eigengewicht möge sich in der Weise über den Bogen vertheilen, dass dasselbe in jedem Punkte proportional ist der Ordinate zwischen der Bogenaxe und einer in der Entfernung $\zeta = 6{,}5$ m über der Kämpferhorizontalen AB liegenden Graden DE. Bei einem specifischen Gewicht des Mauerwerks von 1,8 ergiebt sich für ein Gewölbe von 1 m Tiefe der Coefficient γ (s. Gleichung 134) zu 1,8, wenn 1 m als Längeneinheit und 1 t als Gewichtseinheit gilt.



Aus den Gleichungen 134 und 135 folgt für:

$x =$	0	2	4	6	8	10 m.
$[M] =$	199,84	194,13	176,69	143,08	87,77	0 tm.
$[T] =$	0	5,593	12,362	21,582	34,789	54,121 t.

Die Gleichungen 136 und 137 liefern die Werthe:

$$[\mathfrak{F}] = 2842{,}6$$
$$[\mathfrak{Y}] = 1639{,}5.$$

Nunmehr lassen sich die durch das Eigengewicht bedingten Grössen M_0 und H aus den Gleichungen 116 und 117 ermitteln.

Der Einfluss der Normalkraft auf die Deformation des Bogens kann bei Gewölben vernachlässigt werden. In Gleichung 117 ist also das Glied des Nenners, welches den Coefficienten μ enthält, fortzulassen.

Demnach ist:

$$M_0 = \frac{2842{,}6}{20} = 142{,}13 \text{ tm}.$$

$$H = \frac{1639{,}5}{41{,}287} = 39{,}71 \text{ t}.$$

Das Moment und die Normalkraft, welche durch das Eigengewicht hervorgebracht werden, findet man aus den Gleichungen 158 und 159; dieselben nehmen im vorliegenden Fall die Form an:

$$M = [M] - 142{,}13 - 39{,}71\, y.$$
$$N = [T] \sin\varphi + 39{,}71 \,.\, \cos\varphi.$$

Man findet für:

$x =$	0	2	4	6	8	10 m
$M =$	$-2{,}12$	$-1{,}44$	$+0{,}83$	$+2{,}04$	$+0{,}78$	$-3{,}41$ tm
$N =$	39,71	40,09	41,57	45,20	52,81	67,13 t.

Mobile Belastung.

Im Verhältniss zu der Grösse der permanenten Last ist bei Gewölben die mobile Belastung immer nur klein. Es wird deshalb genügen, abweichend von den Ausführungen des § 7 die mobile Last für den ganzen Bogen mit der nämlichen Grösse, unabhängig von der Länge der belasteten Strecke einzuführen.

Bei Eisenbahnbrücken kann für eine Gewölbtiefe von 1 m die mobile Last zu ca. 1,2 t pr. lfdm. angenommen werden.

Verzeichnung der Kämpferdrucklinie und der Umhüllungscurven.

Es ergeben sich für eine Einzellast von der Grösse „Eins" der Reihe nach aus den Gleichungen 131, 132, 133, 116, 117, 118, 161 und 162 folgende Werthe:

$\xi =$	0	2	4	6	8 m
$[\mathfrak{F}] =$	50	48	42	32	18
$[\mathfrak{S}] =$	0	32	56	64	48
$[\mathfrak{Y}] =$	39,307	36,465	28,113	16,722	5,354
$M_0 =$	2,5	2,4	2,1	1,6	0,9 tm
$H =$	0,952	0,883	0,681	0,405	0,130 t
$T_0 =$	0	0,048	0,084	0,096	0,072 „
$a+b =$	5,25	5,44	6,17	7,90	13,85 m
$a-b =$	0	1,09	2,47	4,74	11,08 „
$a =$	2,62	3,26	4,32	6,32	12,46 „
$b =$	2,62	2,18	1,85	1,58	1,39 „

Da der Werth η (s. Fig. 35) nach Gleichung 163 gleich $a+b$ ist, so ist die Grösse desselben bereits berechnet.

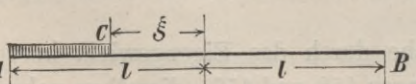
Für den Fall, dass die Einzellast am linksseitigen Auflager selbst angreift, erhält man aus den Gleichungen 164 und 165

$$b = \frac{41{,}287}{10 \,.\, 3{,}4933} = 1{,}18 \text{ m}$$

und

$$\eta - a = 2{,}36 \text{ m}.$$

Mit Hülfe dieser Werthe sind nach den Ausführungen des § 18 in Fig. 1 Taf. 1 die Kämpferdrucklinie und die Umhüllungscurven verzeichnet. In Wirklichkeit wurde der Maassstab der Zeichnung doppelt so gross gewählt als derselbe auf Taf. 1 angenommen ist. Um ein bequemes Format für die Tafeln zu erhalten, ist jedoch eine Reduction auf den halben Maassstab vorgenommen.



Es soll nunmehr für eine Belastung $q = 1{,}2$ t pr. lfdm., welche sich von ξ bis l erstreckt, der dadurch bedingte Horizontalschub ermittelt werden, wobei der Reihe nach der Endpunkt C der belasteten Strecke mit den angenommenen Theilpunkten zusammenfallen soll. Aus den Gleichungen 130 und 117 folgt für:

$\xi =$	0	2	4	6	8	10
$[\mathfrak{Y}] =$	$255{,}527$	$164{,}326$	$85{,}106$	$31{,}241$	$4{,}970$	0
$H =$	$6{,}189$	$3{,}980$	$2{,}061$	$0{,}757$	$0{,}124$	0 t

Diese Werthe von H sind in den entsprechenden Endpunkten C als Ordinaten aufgetragen und die dadurch erhaltenen Punkte zu einer Curve verbunden (Fig. 2 Taf. 1). Mit Hülfe dieser Curve und unter Berücksichtigung der Thatsache, dass symmetrisch liegende Lasten den nämlichen Horizontalschub erzeugen, ist es möglich, für jeden beliebigen Belastungsfall die Grösse der entsprechenden Horizontalkraft zu bestimmen. Auch bei dieser Figur ist der thatsächlich angewendete Maassstab doppelt so gross als auf Taf. 1 angenommen.

Es ist empfehlenswerth, das Moment und die Normalkraft, welche den verschiedenen Theilpunkten der Axe entsprechen, zunächst für *totale mobile Belastung* zu ermitteln.

Aus den Gleichungen 122 und 116 folgt:

$$[\mathfrak{F}] = \frac{2}{3} \cdot 1{,}2 \,.\, 1000 = 800$$

$$M_0 = \frac{800}{20} = 40.$$

Der Horizontalschub ist der soeben durchgeführten Rechnung zufolge:

$$H = 2 \,.\, 6{,}189 = 12{,}38 \text{ t.}$$

Für verschiedene Werthe von x ergeben sich der Reihe nach aus den Gleichungen 35, 36, 158 und 159 folgende Grössen

$x =$	0	2	4	6	8	10 m
$[M] =$	60	$57{,}6$	$50{,}4$	$38{,}4$	$21{,}6$	0 tm
$[T] =$	0	$2{,}4$	$4{,}8$	$7{,}2$	$9{,}6$	$12{,}0$ t
$M =$	$1{,}35$	$0{,}94$	$-0{,}12$	$-1{,}26$	$-1{,}21$	$3{,}25$ tm
$N =$	$12{,}38$	$12{,}60$	$13{,}26$	$14{,}32$	$15{,}65$	$17{,}07$ t.

Zur weiteren Durchführung der Rechnungen ist es erforderlich, eine vorläufige Annahme über den Bogenquerschnitt zu machen.

Die Gewölbehöhe im Scheitel sei mit h_0, diejenige am Kämpfer mit h_1 bezeichnet. Die permanente Belastung p, welche in Formel 174 als gleichmässig vertheilt vorausgesetzt ist, sei bei einer mittleren Belastungshöhe von $3{,}5$ m zu

$$p = 3{,}5 \,.\, 1{,}8 = 6{,}3 \text{ t pr. lfdm.}$$

angenommen. Die zulässige Pressung des Materials sei

$$k = 140 \text{ t pr. } \square\text{m.}$$

Dann lauten die Gleichungen 174 und 175

$$h_0 = \frac{100\,(6{,}3 + 1{,}8 \,.\, 1{,}2)}{2 \,.\, 5 \,.\, (140 - 35)} = 0{,}806 \text{ m}$$

$$h_1 = 0{,}806 \left(1 + 0{,}8 \, \frac{5}{10}\right) = 1{,}128 \text{ m.}$$

Hierfür sei rund

$$h_0 = 0{,}80 \text{ m} \qquad \text{und} \qquad h_1 = 1{,}20 \text{ m}$$

gesetzt.

In diesen Dimensionen ist das Gewölbe in Fig. 1 Taf. 1 verzeichnet. Ebenso sind daselbst die Kernlinien, welche das mittlere Drittel der Gewölbehöhe zwischen sich fassen, angegeben.

Des Weiteren sind die Querschnittslinien des Gewölbes, welche den angenommenen Theilpunkten der Axe entsprechen, senkrecht zur letzteren eingezeichnet.

Nunmehr ist es möglich, die Belastungsscheiden, welche den äussersten Fasern des Bogens entsprechen, zu construiren. Um z. B. für die obere Faser des Querschnittes $\xi = 6$ m die Belastungsscheide zu finden, zieht man durch den unteren Kernpunkt K_2 dieses Querschnittes die Tangente an die Umhüllungscurve und schneidet diese mit der Kämpferdrucklinie; der Schnittpunkt Q ist die gesuchte Belastungsscheide. Jede Einzellast, deren Stützlinie den fraglichen Querschnitt oberhalb des unteren Kernpunktes K_2 trifft, bringt in der oberen Faser eine Druckspannung hervor; jede Einzellast, deren Stützlinie unterhalb K_2 vorbeigeht, bedingt eine Zugspannung in der oberen Faser. Hiernach ist es leicht zu bestimmen, welche Strecke belastet werden muss, damit das Maximum der Druck- oder Zugspannung im fraglichen Punkte erreicht werde. Für die untere Faser des Querschnitts ist der obere Kernpunkt K_1 entsprechend zu verwenden.

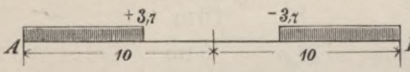
Die durch diese Methode sich ergebenden Belastungsschemen sind in Fig. 3 Taf. 1 zusammengestellt.

Es kann nunmehr zur Bestimmung der zusammengehörigen Werthe M und N übergegangen werden.

Obere Faser.

Maximal-Zugspannung.

$x = 0.$



Der linksseitigen Belastung von $+3{,}7$ bis $+10$ entsprechen nach den Gleichungen 128 und 116 die Werthe:

$$[\mathfrak{F}] = \frac{1{,}2}{6}(10 - 3{,}7)^2(20 + 3{,}7) = 188{,}131$$

$$M_0 = \frac{188{,}131}{20} = 9{,}407.$$

Der Horizontalschub H wird gefunden, indem man in Fig. 2 Taf. 1 die Grösse $3{,}7$ m vom Punkte C aus nach links abträgt und die Ordinate im Endpunkte O dieser Strecke abmisst. Man findet

$$H = 2{,}30 \text{ t}.$$

Ferner folgt aus Gleichung 44:

$$[M] = 1{,}2 \frac{(10 - 3{,}7)^2 . 10}{40} = 11{,}91 \text{ tm}$$

und schliesslich aus Gleichung 119:

$$M = 11{,}91 - 9{,}407 - 2{,}30 \,.\, 1{,}507 = -0{,}96 \text{ tm}.$$

Da die symmetrisch gelegene rechtsseitige Belastung im Scheitel natürlich den nämlichen Werth M hervorbringt, so ist die auftretende Gesammtgrösse:

$$M = -1{,}92 \text{ tm}.$$

Der totale Horizontalschub ist:

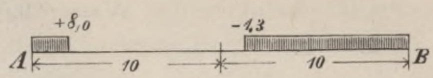
$$H = 4{,}60 \text{ t}$$

und da im Scheitel die Normalkraft mit dem Horizontalschub identisch ist, so hat man auch

$$N = 4{,}60 \text{ t}.$$

$x = 2.$

Die linksseitige Belastung von $+8{,}0$ bis $+10$ bedingt nach den Gleichungen 128, 129, 116 und 118 die Werthe



$$[\mathfrak{F}] = \frac{1{,}2}{6}(10-8)^2(20+8) = 22{,}4$$

$$[\mathfrak{S}] = \frac{1{,}2}{24}(100-64)^2 = 64{,}8$$

$$M_0 = \frac{22{,}4}{20} = 1{,}12$$

$$T_0 = \frac{3}{2}\cdot\frac{64{,}8}{1000} = 0{,}0972.$$

Aus Fig. 2 Taf. 1 findet man:

$$H = 0{,}124\,\text{t}.$$

Nach den Gleichungen 44 und 45 ergiebt sich:

$$[M] = 1{,}2\,\frac{(10-8)^2(10+2)}{40} = 1{,}44\,\text{tm}$$

$$[T] = -1{,}2\,\frac{(10-8)^2}{40} = -0{,}12\,\text{t}$$

Ferner ist den Gleichungen 119 und 120 zufolge:

$$M = 1{,}44 - 1{,}12 - 0{,}124\,.\,1{,}346 - 0{,}0972\,.\,2 = -0{,}04\,\text{tm}$$

$$N = (-0{,}12 + 0{,}0972)\,.\,0{,}161 + 0{,}124\,.\,0{,}987 = 0{,}12\,\text{t}.$$

Der rechtsseitigen Belastung von $-1{,}3$ bis -10 entsprechen nach den Gleichungen 125, 126, 116 und 118 die Werthe:

$$[\mathfrak{F}] = \frac{1{,}2}{6}(10-1{,}3)^2(20+1{,}3) = 322{,}4$$

$$[\mathfrak{S}] = -\frac{1{,}2}{24}(100-1{,}3^2)^2 = -483{,}2$$

$$M_0 = \frac{322{,}4}{20} = 16{,}12$$

$$T_0 = -\frac{3}{2}\cdot\frac{483{,}2}{1000} = -0{,}7248.$$

Den Horizontalschub findet man aus Fig. 2 Taf. 1 unter Berücksichtigung der Thatsache, dass eine Belastung von $+1{,}3$ bis $+10$ denselben Werth wie die vorliegende Belastung bedingt. Es ist:

$$H = 4{,}72\,\text{t}.$$

Ferner ergiebt sich aus den Gleichungen 40 und 41:

$$[M] = 1{,}2\,\frac{(10-1{,}3)^2(10-2)}{40} = 18{,}16\,\text{tm}$$

$$[T] = 1{,}2\,\frac{(10-1{,}3)^2}{40} = 2{,}27\,\text{t}$$

und schliesslich aus den Gleichungen 119 und 120

$$M = 18{,}16 - 16{,}12 - 4{,}72\,.\,1{,}346 + 0{,}7248\,.\,2 = -2{,}86\,\text{tm}$$

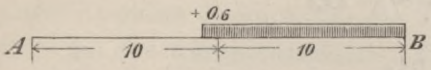
$$N = (2{,}27 - 0{,}7248)\,0{,}161 + 4{,}72\,.\,0{,}987 = 4{,}91\,\text{t}.$$

Indem man diese Grössen zu den oben ermittelten addirt, erhält man für beiderseitige Belastung:

$$M = -0{,}04 - 2{,}86 = -2{,}90 \text{ tm}$$
$$N = 0{,}12 + 4{,}91 = 5{,}03 \text{ t.}$$

$x = 4.$

$$[\mathfrak{F}] = \frac{1{,}2}{6}(10 + 0{,}6)^2 (20 - 0{,}6) = 436{,}0$$



$$[\mathfrak{S}] = -\frac{1{,}2}{24}(100 - 0{,}6^2)^2 = -496{,}4$$

$$M_0 = \frac{436{,}0}{20} = 21{,}80$$

$$T_0 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{496{,}4}{1000} = -0{,}7446.$$

Der Horizontalschub für die vorliegende Belastung kann aus Fig. 2 Taf. 1 in der Weise ermittelt werden, dass man von dem für totale Belastung sich ergebenden Werth denjenigen für eine Belastung von $+0{,}6$ bis $+10$ abzieht.

$$H = 12{,}38 - 5{,}49 = 6{,}89 \text{ t.}$$

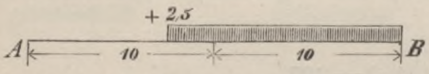
$$[M] = 1{,}2 \frac{(10 + 0{,}6)^2 (10 - 4)}{40} = 20{,}22 \text{ tm}$$

$$[T] = 1{,}2 \frac{(10 + 0{,}6)^2}{40} = 3{,}37 \text{ t.}$$

$$M = 20{,}22 - 21{,}80 - 6{,}89 \,.\, 0{,}849 + 0{,}7446 \,.\, 4 = -4{,}45 \text{ tm}$$
$$N = (3{,}37 - 0{,}7446)\, 0{,}324 + 6{,}89 \,.\, 0{,}946 = 7{,}37 \text{ t.}$$

$x = 6.$

$$[\mathfrak{F}] = \frac{1{,}2}{6}(10 + 2{,}5)^2 (20 - 2{,}5) = 546{,}9$$



$$[\mathfrak{S}] = -\frac{1{,}2}{24}(100 - 2{,}5^2)^2 = -439{,}5$$

$$M_0 = \frac{546{,}9}{20} = 27{,}345$$

$$T_0 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{439{,}5}{1000} = -0{,}6592.$$

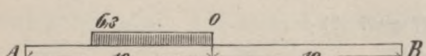
$$H = 12{,}38 - 3{,}45 = 8{,}93 \text{ t}$$

$$[M] = 1{,}2 \frac{(10 + 2{,}5)^2 (10 - 6)}{40} = 18{,}75 \text{ tm}$$

$$[T] = 1{,}2 \frac{(10 + 2{,}5)^2}{40} = 4{,}69 \text{ t}$$

$$M = 18{,}75 - 27{,}345 + 8{,}93 \,.\, 0{,}027 + 0{,}6592 \,.\, 6 = -4{,}40 \text{ tm.}$$
$$N = (4{,}69 - 0{,}6592)\, 0{,}488 + 8{,}93 \,.\, 0{,}873 = 9{,}76 \text{ t.}$$

$x = 8.$



Es soll zunächst eine Belastung, welche sich von 0 bis $+10$ erstreckt, berücksichtigt werden. Von den dadurch sich ergebenden Werthen sind später diejenigen abzuziehen, die einer Belastung von $+6{,}3$ bis $+10$ entsprechen.

Belastung von 0 bis $+10$.

$$[\mathfrak{F}] = \frac{1{,}2}{6} \cdot 100 \,.\, 20 = 400$$

$$[\mathfrak{S}] = \frac{1{,}2}{24} \cdot 10000 = 500$$

$$M_0 = \frac{400}{20} = 20$$

$$T_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{500}{1000} = 0{,}75$$

$$H = 6{,}19\,\mathrm{t}.$$

Die Werthe $[M]$ und $[T]$ ergeben sich in diesem Falle aus den Gleichungen 46 und 47.

$$[M] = \frac{1{,}2}{2}\left[\frac{100\,(10+8)}{20} - 64\right] = 15{,}6\,\mathrm{tm}$$

$$[T] = 1{,}2\left[8 - \frac{100}{40}\right] = 6{,}6\,\mathrm{t}$$

$$M = 15{,}6 - 20 + 6{,}19 \,.\, 1{,}389 - 0{,}75 \,.\, 8 = -1{,}80\,\mathrm{tm}$$

$$N = (6{,}6 + 0{,}75)\,0{,}655 + 6{,}19 \,.\, 0{,}756 = 9{,}49\,\mathrm{t}.$$

Belastung von $+6{,}3$ bis $+10$.

$$[\mathfrak{F}] = \frac{1{,}2}{6}(10-6{,}3)^2(20+6{,}3) = 72{,}0$$

$$[\mathfrak{S}] = \frac{1{,}2}{24}(100-6{,}3^2)^2 = 181{,}9$$

$$M_0 = \frac{72{,}0}{20} = 3{,}60$$

$$T_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{181{,}9}{1000} = 0{,}2728.$$

$$H = 0{,}62\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{1{,}2}{2}\left[\frac{(10-6{,}3)^2(10+8)}{20} - (8-6{,}3)^2\right] = 5{,}66\,\mathrm{tm}$$

$$[T] = 1{,}2\left[8 - \frac{(10+6{,}3)^2}{40}\right] = 1{,}63\,\mathrm{t}.$$

$$M = 5{,}66 - 3{,}60 + 0{,}62 \,.\, 1{,}389 - 0{,}2728 \,.\, 8 = 0{,}74\,\mathrm{tm}$$

$$N = (1{,}63 + 0{,}2728)\,0{,}655 + 0{,}62 \,.\, 0{,}756 = 1{,}72\,\mathrm{t}.$$

Subtrahirt man diese Werthe von den oben ermittelten, so erhält man:

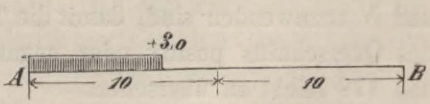
$$M = -1{,}80 - 0{,}74 = -2{,}54\,\mathrm{tm}$$

$$N = 9{,}49 - 1{,}72 = 7{,}77\,\mathrm{t}.$$

$x = \mathbf{10}.$

$$[\mathfrak{F}] = \frac{1{,}2}{6}(10-3)^2(20+3) = 225{,}4$$

$$[\mathfrak{S}] = \frac{1{,}2}{24}(100-9)^2 = 414{,}0$$



$$M_0 = \frac{225{,}4}{20} = 11{,}27$$

$$T_0 = \frac{3}{2}\,\frac{414{,}0}{1000} = 0{,}6210.$$

$$H = 2{,}95\,\mathrm{t}$$

$$[M] = 0$$

$$[T] = 1{,}2\left[10 - \frac{(10+3)^2}{40}\right] = 6{,}93\,\mathrm{t}$$

$$M = -11{,}27 + 2{,}95 \,.\, 3{,}493 - 0{,}6210 \,.\, 10 = -7{,}18 \text{ tm}$$

$$N = (6{,}93 + 0{,}6210)\, 0{,}792 + 2{,}95 \,.\, 0{,}611 = 7{,}78 \text{ t.}$$

Die bisher berechneten Werthe seien im Nachstehenden zusammengestellt:

$x =$	0	2	4	6	8	10 m
$M =$	$-1{,}92$	$-2{,}90$	$-4{,}45$	$-4{,}40$	$-2{,}54$	$-7{,}18$ tm
$N =$	$4{,}60$	$5{,}03$	$7{,}37$	$9{,}76$	$7{,}77$	$7{,}78$ t.

Subtrahirt man diese Zahlen von denjenigen, welche in Folge totaler gleichmässig vertheilter Belastung erhalten wurden, so findet man die Werthe M und N, welche die grössten Druckspannungen in den oberen Fasern bedingen. Man erhält:

$x =$	0	2	4	6	8	10 m
$M =$	$3{,}27$	$3{,}84$	$4{,}33$	$3{,}14$	$1{,}33$	$10{,}43$ tm
$N =$	$7{,}78$	$7{,}57$	$5{,}89$	$11{,}18$	$7{,}88$	$9{,}29$ t.

Für die **unteren Fasern** ergeben sich in durchaus analoger Weise folgende Werthe:

$x =$	0	2	4	6	8	10 m	
$M =$	$3{,}31$	$3{,}85$	$4{,}32$	$3{,}14$	$1{,}35$	$10{,}27$ tm	für die grösste
$N =$	$5{,}70$	$5{,}65$	$4{,}51$	$2{,}80$	$2{,}73$	$7{,}88$ t	Zugspannung.
$M =$	$-1{,}96$	$-2{,}91$	$-4{,}44$	$-4{,}40$	$-2{,}56$	$-7{,}02$ tm	für die grösste
$N =$	$6{,}68$	$6{,}95$	$8{,}75$	$11{,}52$	$12{,}92$	$9{,}19$ t	Druckspannung.

Einfluss der Temperaturänderungen.

Das Trägheitsmoment J_0 des Querschnitts im Scheitel ist der empirischen Berechnung der Gewölbestärke zufolge, wenn die Tiefe des Bogens zu 1 m angenommen wird:

$$J_0 = \frac{1 \,.\, 0{,}8^3}{12} = 0{,}0426.$$

Dann ist nach Gleichung 170:

$$H = \pm \frac{210 \,.\, 10 \,.\, 0{,}0426}{41{,}287} = \pm\, 2{,}17 \text{ t.}$$

Die Werthe M und N ergeben sich aus den Gleichungen 171 und 172; man erhält:

$x =$	0	2	4	6	8	10 m
$M =$	$\mp 3{,}27$	$\mp 2{,}92$	$\mp 1{,}84$	$\pm 0{,}06$	$\pm 3{,}01$	$\pm 7{,}58$ tm
$N =$	$\pm 2{,}17$	$\pm 2{,}14$	$\pm 2{,}05$	$\pm 1{,}89$	$\pm 1{,}64$	$\pm 1{,}33$ t.

Ob die zusammengehörigen oberen oder unteren Vorzeichen der Werthe M und N anzuwenden sind, damit die Temperaturspannungen in den äussersten Punkten des Querschnitts positiv oder negativ werden, ist mit Hülfe der Gleichungen 177 und 178 leicht zu übersehen.

Bei einer durchschnittlichen Querschnittshöhe $h = 1$ m wird der Einfluss des Momentes M ca. 6 mal so gross sein als der Einfluss der Normalkraft N. Man erkennt hieraus, dass bei vorstehenden Zahlenwerthen der Einfluss des Momentes durchweg überwiegt; nur im Querschnitt $x = 6$ wird der Einfluss der Normalkraft das Vorzeichen der Spannung bestimmen.

Hiernach lässt sich diese Frage direct beantworten.

Es sollen nunmehr die Werthe M und N, welche in Folge des Eigengewichtes, der mobilen Belastung und der Temperaturänderungen auftreten, summirt werden.

		x	0		2		4		6		8		10	
			M	N	M	N	M	N	M	N	M	N	M	N
Obere Faser	Maximum der Zugspannung	Eigengew.	—2,12	39,71	— 1,44	40,09	0,83	41,57	2,04	45,20	0,78	52,81	— 3,41	67,13
		mob. Last	—1,92	4,60	— 2,90	5,03	— 4,45	7,37	— 4,40	9,76	— 2,54	7,77	— 7,18	7,78
		Temperat.	—3,27	2,17	— 2,92	2,14	— 1,84	2,05	— 0,06	— 1,89	— 3,01	— 1,64	— 7,58	— 1,33
		Total	—7,31	46,48	— 7,26	47,26	— 5,46	50,99	— 2,42	53,07	— 4,77	58,94	—18,17	73,58
	Maximum der Druckspannung	Eigengew.	—2,12	39,71	— 1,44	40,09	0,83	41,57	2,04	45,20	0,78	52,81	— 3,41	67,13
		mob. Last	3,27	7,78	3,84	7,57	4,33	5,89	3,14	11,18	1,33	7,88	10,43	9,29
		Temperat.	3,27	— 2,17	2,92	— 2,14	1,84	— 2,05	0,06	1,89	3,01	1,64	7,58	1,33
		Total	4,42	45,32	5,32	45,52	7,00	45,41	5,24	58,27	5,12	62,33	14,60	77,75
Untere Faser	Maximum der Zugspannung	Eigengew.	—2,12	39,71	— 1,44	40,09	0,83	41,57	2,04	45,20	0,78	52,81	— 3,41	67,13
		mob. Last	3,31	5,70	3,85	5,65	4,32	4,51	3,14	2,80	1,35	2,73	10,27	7,88
		Temperat.	3,27	— 2,17	2,92	— 2,14	1,84	— 2,05	— 0,06	— 1,89	3,01	1,64	7,58	1,33
		Total	4,46	43,24	5,33	43,60	6,99	44,03	5,12	46,11	5,14	57,18	14,44	76,34
	Maximum der Druckspannung	Eigengew.	—2,12	39,71	— 1,44	40,09	0,83	41,57	2,04	45,20	0,78	52,81	— 3,41	67,13
		mob. Last	—1,96	6,68	— 2,19	6,95	— 4,44	8,75	— 4,40	11,52	— 2,56	12,92	— 7,02	9,19
		Temperat.	—3,27	2,17	— 2,92	2,14	— 1,84	2,05	0,06	1,89	— 3,01	— 1,64	— 7,58	— 1,33
		Total	—7,35	48,56	— 6,55	49,18	— 5,45	52,37	— 2,30	58,61	— 4,79	64,09	—18,01	74,99

Die Höhen der Querschnitte sind aus Fig. 1 Taf. 1 abgegriffen.

Die grössten negativen (Zug-)Spannungen und positiven (Druck-)Spannungen sind sodann nach den Gleichungen 177 und 178 berechnet. Man findet:

x		0	2	4	6	8	10
Höhe des Querschnitts		0,80	0,82	0,87	0,95	1,06	1,20
Obere Faser	Max. d. Zugsp.	— 10,4	— 7,1	+ 15,3	+ 39,8	+ 30,1	— 14,4 t pr. □m
	Max. d. Drucksp.	98,1	103,0	107,7	96,2	86,1	125,6 „ „ „
Untere Faser	Max. d. Zugsp.	+ 12,2	+ 5,6	— 4,8	+ 14,5	+ 26,5	+ 3,5 t pr. □m
	Max. d. Drucksp.	129,6	118,4	103,4	77,0	86,0	137,5 „ „ „

Die specifischen Spannungen, welche sich aus dieser Zusammenstellung ergeben, erscheinen im Allgemeinen noch als zulässig, so dass der empirisch berechnete Gewölbequerschnitt definitiv beibehalten werden kann. Würden die Spannungen die zulässige Grenze überschreiten, so wäre eine Correction der Gewölbestärken vorzunehmen. Durch eine solche Correction würde die Lage der Kernlinien und dadurch die Lage der Belastungsscheiden sich ändern. Eine geringe Verschiebung der letzteren ist jedoch von so geringem Einfluss auf das Endresultat, dass eine nochmalige Durchrechnung der Spannungen, welche in Folge der mobilen Last auftreten, nicht geboten erscheint. Erforderlich wäre es jedoch, die Temperaturspannungen auf's Neue zu bestimmen, da durch das veränderte Trägheitsmoment des Scheitelquerschnitts die Grösse des Horizontalschubes sich wesentlich ändert.

Beispiel II.

Parabolischer Blechbogen mit 2 Gelenken von 30 m Spannweite.

(*Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.*)

Die Axe des Bogens sei nach einer Parabel gekrümmt, welche 30 m Spannweite und 3 m Pfeilhöhe hat.

Der Träger soll aus einer Blechwand und durch Winkeleisen angenieteten Gurtungslamellen bestehen. Die Entfernung der Gurtungsschwerpunkte beträgt 1 m.

Die Brücke wird eingleisig hergestellt.

Als Constructionsmaterial ist Schmiedeeisen gewählt.

Es sollen zunächst die von der Form der Axe abhängigen Grössen ermittelt werden.

Aus den Gleichungen 75 und 76 ergiebt sich für

$x = 0$	3	6	9	12	15	m
$y = 3$	$2{,}88$	$2{,}52$	$1{,}92$	$1{,}08$	0	„
$\operatorname{tg}\varphi = 0$	$0{,}080$	$0{,}160$	$0{,}240$	$0{,}320$	$0{,}400$	„.

Mit Hülfe goniometrischer Beziehungen findet man sodann für die nämliche Reihe der x:

$\cos\varphi = 1$	$0{,}997$	$0{,}987$	$0{,}972$	$0{,}952$	$0{,}928$
$\sin\varphi = 0$	$0{,}080$	$0{,}158$	$0{,}233$	$0{,}305$	$0{,}371$

Ferner folgt aus Gleichung 77:

$$\mathfrak{y} = \frac{16}{15} \cdot 9 \,.\, 15 = 144.$$

Bestimmung der äusseren Kräfte.

Permanente Belastung.

Approximative Bestimmung des Eigengewichts.

Nach den Ausführungen des § 45 ist in den Formeln zur näherungsweisen Bestimmung des Eigengewichts für die gleichmässig vertheilte mobile Belastung q ein der halben Spannweite des Bogens entsprechender Werth einzusetzen. Die Tabelle des § 7 giebt für 15 m den Werth q zu $6{,}6$ t pr. lfdm. und pr. Gleis an. Die Verkehrslast soll in Rücksicht auf Stösse, etc. mit ihrer $1\,^1/_2$fachen Grösse in die Rechnung eingeführt werden, so dass

$$q = 1\,^1/_2 \,.\, 6{,}6 = 9{,}9 \text{ t}$$

zu setzen ist.

Die zulässige specifische Spannung kann nach den Ausführungen des § 45 zu

$$k = 9000 \text{ t pr. } \square\text{m}$$

angenommen werden.

Das Gewicht der Bahnconstruction ist nach Gleichung 354 auf

$$0{,}8 \text{ t pr. lfdm. und pr. Gleis}$$

geschätzt. Hierzu kommt noch das Gewicht derjenigen Construction, welche die Lasten, die an der oberen horizontalen Fahrbahn angreifen, auf den Bogen über-trägt. Im vorliegenden Fall kann diese Construction entweder aus einer versteiften Blechwand oder aus einzelnen Vertikalständern bestehen. Nach Gleichung 356 ergiebt sich dieses Gewicht zu $0{,}03$ t pr. lfdm. und pr. Gleis, so dass im Ganzen

$$B = 0{,}8 + 0{,}03 = 0{,}83\,\mathrm{t}$$

zu setzen ist.

Führt man diese Zahlenwerthe in Gleichung 358 ein, so erhält man:

$$p = \frac{9000\,.\,3\,.\,0{,}83 + 3{,}53\,.\,9{,}9\left(3\,.\,15^2 + 4\,.\,3^2 + 10\,\dfrac{1\,.\,15^2}{9\,.\,3 - 7\,.\,1}\right)}{9000\,.\,3 - 2{,}27\left(3\,.\,15^2 + 4\,.\,3^2 + 14\,\dfrac{1\,.\,15^2}{9\,.\,3 - 7\,.\,1}\right)} = 2{,}043\,\mathrm{t}.$$

Von diesem Werthe hat jeder der beiden Bögen die Hälfte aufzunehmen, so dass also rund

$$p = 1{,}02\,\mathrm{t}\ \text{pr. lfdm.}$$

anzunehmen ist.

Bestimmung des Horizontalschubes.

Der Werth $[\mathfrak{Y}]$ ergiebt sich aus Gleichung 71_a (S. 21) zu

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{8}{15} \cdot 1{,}02\,.\,3\,.\,15^3 = 5508.$$

In der Formel 70, welche den Horizontalschub H liefert, soll das Glied $2\mu l$ gegen $\mathfrak{Y}$ vernachlässigt werden. Der dadurch verursachte Fehler ist nur gering und um so weniger von Bedeutung, als die Vertheilung der Kräfte im Innern eines Blechbogens sich einer vollständig exacten Ermittlung entzieht. Andererseits treten die Vereinfachungen in der Rechnung, welche sich durch die parabolische Form der Bogenaxe ergeben, nur bei Vernachlässigung dieses Gliedes mit dem Coefficienten μ zu Tage. Wäre die Axe nicht nach einer Parabel gekrümmt, so würde sich die Rechnung unter Beibehaltung dieses Correctionsgliedes durchaus nicht weitläufiger gestalten als bei Vernachlässigung desselben. Alsdann wird man also empfehlenswerther Weise das Glied $2\mu l$ berücksichtigen, während im vorliegenden Fall, da die Axe nach einer Parabel gekrümmt ist, im Interesse der Vereinfachung der Rechnung dieses Gliedes vernachlässigt werden soll. Gleichung 70 lautet dann:

$$H = \frac{[\mathfrak{Y}]}{\mathfrak{Y}} = \frac{5508}{144} = 38{,}25\,\mathrm{t}.$$

Bestimmung der Werthe M und N.

Die Stützlinie einer gleichmässig vertheilten Belastung ist bekanntlich eine Parabel. Bei Vernachlässigung des Einflusses der Normalkraft auf die Deformation des Bogens (dieser Einfluss wird durch das Glied $2\mu l$ ausgedrückt) fällt die Stützlinie mit der Bogenaxe zusammen.

Das Biegungsmoment ist dann natürlich in allen Punkten der Axe Null.

Die Grösse der Normalkraft ergiebt sich aus der Formel

$$N = \frac{H}{\cos\varphi}.$$

Es folgt für:

$x = 0$	3	6	9	12	15 m
$N = 38{,}25$	$38{,}37$	$38{,}75$	$39{,}35$	$40{,}18$	$41{,}22$ t.

Mobile Belastung.

Zunächst soll die Kämpferdrucklinie verzeichnet werden. Die Gleichung 95 derselben heisst im vorliegenden Fall:

$$\eta = \frac{32 \,.\, 3 \,.\, 15^2}{5\,(5 \,.\, 15^2 - \xi^2)} = \frac{4320}{1125 - \xi^2}.$$

Man findet:

$\xi =$ 0	3	6	9	12	15	m
$\eta =$ 3,840	3,871	3,967	4,138	4,404	4,800	„

Mit Hülfe dieser Werthe ist die Kämpferdrucklinie in Fig. 1 Taf. 2 verzeichnet. Diese, sowie die folgenden Figuren wurden thatsächlich im doppelt so grossen Maassstabe aufgetragen. Es ist jedoch, um die beigegebenen Tafeln bequem ausfallen zu lassen, eine Reduction auf halbe Grösse vorgenommen.

Sodann sind in den Axpunkten mit den Abscissen $x = 0, 3, 6 \ldots$ die Normalen zur Bogenaxe gezeichnet und die Kernpunkte K dieser Querschnitte nach § 22 in der Entfernung $\frac{2}{5} \cdot 1 = 0{,}4$ m von der Axe markirt.

Ferner soll für verschiedene Lagen einer Einzellast von der Grösse „Eins“ der dadurch bedingte Horizontalschub ermittelt und diese Grösse als Ordinate im Angriffspunkte der Last aufgetragen werden. Für eine Einzellast ist nach Gleichung 74[a] (S. 21):

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 15^2 \left(5 - \frac{\xi^2}{l^2}\right)\left(1 - \frac{\xi^2}{l^2}\right)$$

und nach Gleichung 70:

$$H = \frac{[\mathfrak{Y}]}{144}.$$

Demnach hat man für:

$\xi =$ 0	3	5	7	9	11	13	15 m
$[\mathfrak{Y}] =$ 281,25	267,84	244,44	210,42	167,04	116,02	59,48	0 „
$H =$ 1,953	1,860	1,697	1,461	1,160	0,806	0,413	0 t

Diese Werthe sind in der oben angegebenen Weise in Fig. 2 Taf. 2 aufgetragen. Die dadurch entstehende Curve giebt nun, wie leicht ersichtlich, für jede beliebige Lage einer Einzellast von der Grösse „Eins“ den Horizontalschub an.

Endlich ist noch in Fig. 3 Taf. 2 Kraft- und Seilpolygon eines von rechts nach links vorrückenden Eisenbahnzuges, wie solcher im § 7 angegeben ist, verzeichnet. Der Axendruck einer Locomotive beträgt 13 t, der eines Tenders 9 t. Die mobile Last soll mit ihrer $1\frac{1}{2}$fachen Grösse der Rechnung zu Grunde gelegt werden. Ferner hat natürlich ein jeder der beiden Bögen, welche zusammen die Brücke bilden, nur die Hälfte dieser Werthe aufzunehmen.

Es ist demnach ein Locomotivrad mit

$$\tfrac{1}{2} \,.\, 1\tfrac{1}{2} \,.\, 13 = 9{,}75 \text{ t}$$

und ein Tenderrad mit

$$\tfrac{1}{2} \,.\, 1\tfrac{1}{2} \,.\, 9 = 6{,}75 \text{ t}$$

einzusetzen.

Als Längenmaassstab ist empfehlenswerther Weise der bereits bei Verzeichnung der Bogenaxe (Fig. 1, Taf. 2) angenommene zu wählen. Kräftemaassstab und Poldistanz sind durchaus gleichgültig.

Man wird ferner gut thun, das Lastsystem auf einem Papierstreifen zu verzeichnen, um direct die Lage des Eisenbahnzuges mit der in Fig. 1 Taf. 2 dargestellten Brückenaxe vergleichen zu können. Auf der einen Seite des Papierstreifens wird man einen von rechts nach links, auf der andern Seite einen von links nach rechts vorrückenden Zug angeben.

Nach diesen Vorbereitungen kann zur Bestimmung der Momente und Normalkräfte, welche die Maximalspannungen in den äussersten Fasern der Querschnitte erzeugen, geschritten werden.

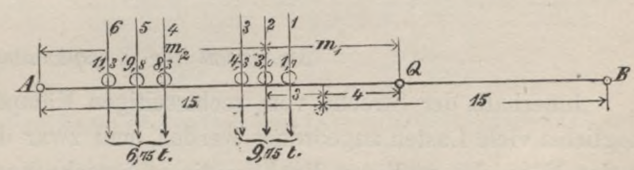
Obere Faser.

Die Methode, nach welcher die zusammengehörigen Werthe M und N ermittelt werden, sei für den Querschnitt $x = 3$ genauer durchgesprochen.

Zunächst kommt es darauf an, die Belastungsscheiden zu construiren. Zu diesem Zweck verbindet man den unteren Kernpunkt K_2 mit den Kämpferpunkten A und B und schneidet diese Verbindungsgraden mit der Kämpferdrucklinie (Fig. 1 Taf. 2). Die Grade AK_2 liefert die Belastungsscheide Q. Die Grade BK_2 trifft die Kämpferdrucklinie nicht mehr innerhalb der Spannweite. Es ist in diesem Fall also nur eine Belastungsscheide vorhanden. Aus dem Schema Fig. 27 § 11 erkennt man, dass die Strecke vom linksseitigen Widerlager bis zum Punkte Q belastet werden muss, damit in der oberen Faser des Querschnitts $x = 3$ die Spannung zum positiven Maximum werde, während andererseits diese Faser am meisten gezogen wird, wenn die Strecke vom rechtsseitigen Kämpfer bis zur Scheide Q belastet ist.

Maximum der Druckspannung.

Die Ermittlung der ungünstigsten Stellung des Lastsystems geschieht nach den Ausführungen des § 12. Nach den dort gegebenen Erläuterungen lässt sich vermuthen, dass die Laststellung dann die ungünstigste ist, wenn von einem von links nach rechts vorrückenden Zug das mittlere Rad der ersten Locomotive im Punkte $x = 3$ angreift. Hierüber kann man mit Hülfe der Ungleichung 96 in schärferer Weise Gewissheit erhalten.



Nimmt man an, die Last 2 läge unmittelbar links vom fraglichen Punkte, so wäre

$$\Sigma G' = 9{,}75 \text{ t und}$$

$$\Sigma G'' = 2 \cdot 9{,}75 + 3 \cdot 6{,}75 = 39{,}75 \text{ t.}$$

Die Entfernungen m_1 und m_2 des in Rede stehenden Querschnitts einerseits von der Belastungsscheide Q, andererseits vom Kämpferpunkt A ergeben sich folgendermaassen

$$m_1 = 7, \qquad m_2 = 12.$$

Die Ungleichung 96 lautet dann:

$$9{,}75 < \frac{7}{12} \cdot 39{,}75$$

$$< 23{,}19.$$

Dieselbe ist, wie man erkennt, bei dieser Laststellung noch erfüllt. Ueberschreitet Rad 2 den fraglichen Punkt, so wird $\Sigma G' = 19{,}5$ t und $G'' = 30{,}0$ t; alsdann wird der Bedingung in Ungleichung 96 nicht mehr genügt, da $\frac{7}{12} \cdot 30{,}0 = 17{,}5$ ist. Es wird demnach thatsächlich die Last 2 im Schwerpunkte des Querschnitts $x = 3$ anzuordnen sein, damit die Druckspannung in der oberen Faser zum Maximum werde.

Das Belastungsschema zeigt obenstehende Figur. Die Zahlen über der Horizontalen AB sind die Abscissen der Radaxen.

Um den durch das System der Einzellasten hervorgebrachten Horizontalschub zu finden, zeichnet man in Fig. 2 Taf. 2 dieses System ein. Würden die Lasten auf der rechtsseitigen Bogenhälfte angreifen, was hier nicht der Fall ist, so müsste man diese Lasten in symmetrischer Lage auf der linksseitigen Brückenhälfte verzeichnen, da nur für diese die Curve H construirt ist, symmetrisch liegende Lasten aber den nämlichen Horizontalschub hervorbringen. In den Angriffspunkten geben die Ordinaten der Curve multiplicirt mit der Grösse der Einzellasten den entsprechenden Horizontalschub an. Man findet:

$$H = 9{,}75\,(1{,}924 + 1{,}860 + 1{,}765) + 6{,}75\,(1{,}277 + 1{,}028 + 0{,}753) = 74{,}74\ \mathrm{t}.$$

Es ist hierbei zu bemerken, dass es empfehlenswerth ist, die Curve H der Fig. 2 Taf. 2 in Tusche auszuziehen, jedoch die Einzeichnung des Lastsystems nur in Bleistift auszuführen. Letztere Linien sind dann jedesmal wieder fortzuwischen, um eine übersichtliche Klarheit in der Figur zu erhalten. Das Moment $[M]$ und die Transversalkraft $[T]$, welche der fraglichen Laststellung entsprechen, findet man aus den Gleichungen 97 und 98; es ist:

$$[M] = \frac{1}{30}\left\{12 \,.\, 9{,}75\,(16{,}7 + 18{,}0) + 18\,[9{,}75 \,.\, 10{,}7 + 6{,}75\,(6{,}7 + 5{,}2 + 3{,}7)]\right\} = 261{,}11\ \mathrm{tm}$$

$$[T] = \frac{1}{30}\left\{9{,}75\,(16{,}7 + 18{,}0) - [9{,}75 \,.\, 10{,}7 + 6{,}75\,(6{,}7 + 5{,}2 + 3{,}7)]\right\} = 4{,}28\ \mathrm{t}.$$

Die zusammengehörigen Werthe M und N ergeben sich aus den Formeln 32 und 33; man erhält:

$$M = 261{,}11 - 74{,}74 \,.\, 2{,}88 = 45{,}86\ \mathrm{tm}$$
$$N = 4{,}28 \,.\, 0{,}080 + 74{,}74 \,.\, 0{,}997 = 74{,}86\ \mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Innerhalb der Strecke vom rechtsseitigen Kämpfer bis zur Scheide Q müssen möglichst viele Lasten angeordnet werden, und zwar derart, dass die grössten Lasten in der Nähe des mittleren Punktes dieser Strecke angreifen (vergl. § 12).

Der Papierstreifen, auf welchem das System verzeichnet ist, wird in Fig. 1 Taf. 2 angelegt, um zu entscheiden, welche Lasten zwischen den Punkten B und Q angeordnet werden müssen, damit den obigen Bedingungen genügt werde. Man findet, dass wahrscheinlich die Raddrücke 1 bis 6 innerhalb der fraglichen Strecke liegen werden.

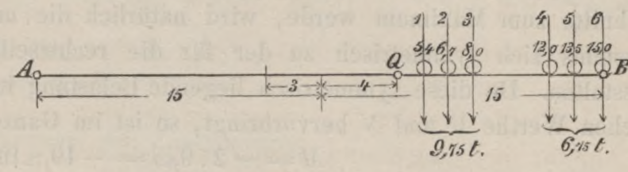
Die genaue Stellung des Zuges ergiebt sich dann aus der Bedingung, dass die Resultante der Lasten 1 bis 6 mit dem mittleren Punkte der Strecke BQ zusammenfallen muss.

Es kommt also zunächst darauf an, die Lage dieser Resultanten zu bestimmen. Zu diesem Zweck verlängert man (Fig. 3 Taf. 2) die links von der Last 1, sowie die zwischen den Lasten 6 und 7 gelegene Seite des Seilpolygons und bringt beide Graden in O zum Schnitt. Es geht dann die Resultante durch diesen Punkt O hindurch.

Man findet im vorliegenden Fall, dass die Resultante zwischen den Lasten 3 und 4 angreift und zwar in der Entfernung $1{,}5$ m von Last 3 und $2{,}5$ m von Last 4.

Der mittlere Punkt der Strecke BQ hat vom Scheitel die Entfernung $9{,}5$ m.

Lässt man die Resultante durch diesen mittleren Punkt hindurch gehen, so erhält man eine Anordnung des Lastsystems, wie nebenstehende Figur dieselbe zeigt.



Dann findet man in derselben Weise wie oben:

$$H = 9{,}75\,(1{,}656 + 1{,}500 + 1{,}312) + 6{,}75\,(0{,}613 + 0{,}313) = 49{,}81 \text{ t.}$$

$$[M] = \frac{1}{30} \cdot 12 \left[9{,}75\,(9{,}6 + 8{,}3 + 7) + 6{,}75\,(3 + 1{,}5) \right] = 109{,}26 \text{ tm}$$

$$[T] = \frac{1}{30} \left[9{,}75\,(9{,}6 + 8{,}3 + 7) + 6{,}75\,(3 + 1{,}5) \right] = 9{,}10 \text{ t}$$

$$M = 109{,}26 - 49{,}81 \,.\, 2{,}88 = -\,34{,}19 \text{ tm}$$

$$N = 9{,}10 \,.\, 0{,}080 + 49{,}81 \,.\, 0{,}997 = 50{,}39 \text{ t.}$$

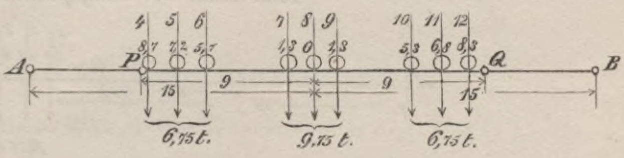
In dieser Weise werden für sämmtliche Querschnitte die zusammengehörigen Werthe M und N ermittelt.

$x = 0.$

Maximum der Druckspannung.

Es sind zwei Belastungsscheiden P und Q vorhanden. Die Strecke zwischen diesen Punkten muss belastet werden, damit in der oberen Faser die Druckspannung zum Maximum werde.

In Folge der symmetrischen Lage der Belastungsscheiden übersieht man sofort, dass die Laststellung dann die ungünstigste ist, wenn ein mittleres Locomotivrad (also Last 8) im Scheitel angreift. Das Belastungsschema ist hiernach in nebenstehender Figur verzeichnet.



Man findet:

$$H = 6{,}75\,(1{,}212 + 1{,}439 + 1{,}624) + 9{,}75\,(1{,}953 + 2\,.\,1{,}937) + 6{,}75\,(1{,}665 + 1{,}493 + 1{,}277) = 115{,}63 \text{ t}$$

$$[M] = \frac{1}{30} \cdot 15 \left[6{,}75(6{,}3 + 7{,}8 + 9{,}3) + 9{,}75(13{,}7 + 15 + 13{,}7) + 6{,}75(9{,}7 + 8{,}2 + 6{,}7) \right] = 368{,}70 \text{ tm}$$

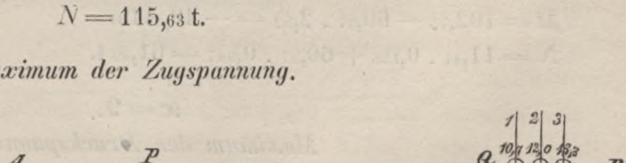
$$M = 368{,}70 - 115{,}63 \,.\, 3 = 21{,}81 \text{ tm.}$$

Da die Normalkraft im Scheitel mit dem Horizontalschub identisch ist, so hat man:

$$N = 115{,}63 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Für die Strecke BQ findet man nebenverzeichnete Laststellung als die ungünstigste. Dieser entsprechen folgende Werthe:



$$H = 9{,}75\,(0{,}868 + 0{,}616 + 0{,}353) = 17{,}92\ \mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{1}{30} \cdot 15 \,.\, 9{,}75\,(4{,}3 + 3{,}0 + 1{,}7) = 43{,}87\ \mathrm{tm}$$

$$M = 43{,}87 - 17{,}92 \,.\, 3 = -\,9{,}89\ \mathrm{tm}.$$

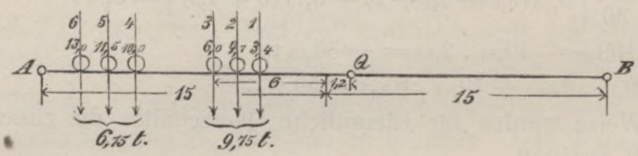
Für die am linksseitigen Kämpfer gelegene Strecke AP, welche ebenfalls belastet werden muss, damit die Zugspannung in der oberen Faser des Scheitelquerschnitts zum Maximum werde, wird natürlich die ungünstigste Stellung des Lastsystems sich symmetrisch zu der für die rechtsseitige Strecke ermittelten Lage gestalten. Da diese symmetrisch liegende Belastung im Scheitelquerschnitt die nämlichen Werthe M und N hervorbringt, so ist im Ganzen:

$$M = -\,2 \,.\, 9{,}89 = -\,19{,}78\ \mathrm{tm}$$

$$N = 2 \,.\, 17{,}92 = 35{,}84\ \mathrm{t}.$$

$x = 6$.

Maximum der Druckspannung.



$$H = 9{,}75\,(1{,}832 + 1{,}725 + 1{,}589) + 6{,}75\,(0{,}990 + 0{,}716 + 0{,}413) = 64{,}18\ \mathrm{t}$$

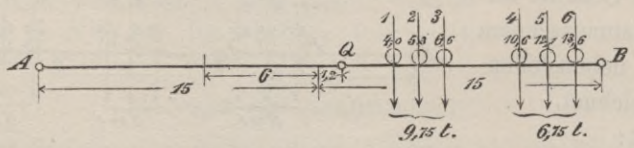
$$[M] = \frac{1}{30}\left[9 \,.\, 9{,}75\,(18{,}4 + 19{,}7 + 21{,}0) + 21 \,.\, 6{,}75\,(5{,}0 + 3{,}5 + 2{,}0)\right] = 222{,}48\ \mathrm{tm}$$

$$[T] = \frac{1}{30}\left[9{,}75\,(18{,}4 + 19{,}7 + 21{,}0) - 6{,}75\,(5{,}0 + 3{,}5 + 2{,}0)\right] = 16{,}84\ \mathrm{t}$$

$$M = 222{,}48 - 64{,}48 \,.\, 2{,}52 = 59{,}99\ \mathrm{tm}$$

$$N = 16{,}84 \,.\, 0{,}158 + 64{,}48 \,.\, 0{,}987 = 66{,}30\ \mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.



$$H = 9{,}75\,(1{,}789 + 1{,}656 + 1{,}517) + 6{,}75\,(0{,}886 + 0{,}596 + 0{,}294) = 60{,}37\ \mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{1}{30} \cdot 9\left[9{,}75 \,.\, (11{,}0 + 9{,}7 + 8{,}4) + 6{,}75\,(4{,}4 + 2{,}9 + 1{,}4)\right] = 102{,}73\ \mathrm{tm}$$

$$[T] = \frac{1}{30}\left[9{,}75\,(11{,}0 + 9{,}7 + 8{,}4) + 6{,}75\,(4{,}4 + 2{,}9 + 1{,}4)\right] = 11{,}41\ \mathrm{t}$$

$$M = 102{,}73 - 60{,}37 \,.\, 2{,}52 = -\,49{,}40\ \mathrm{tm}$$

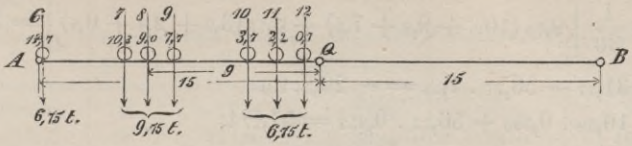
$$N = 11{,}41 \,.\, 0{,}158 + 60{,}37 \,.\, 0{,}987 = 61{,}39\ \mathrm{t}.$$

$x = 9$.

Maximum der Druckspannung.

$$H = 6{,}75\,(1{,}947 + 1{,}901 + 1{,}805) + 9{,}75\,(1{,}362 + 1{,}160 + 0{,}989) + 6{,}75 \,.\, 0{,}066 = 72{,}84\ \mathrm{t}.$$

$$[M] = \frac{1}{30}\left\{6\left[6{,}75(15{,}7 + 17{,}2 + 18{,}7) + 9{,}75\,(22{,}7 + 24{,}0)\right] + 24\left[9{,}75 \,.\, 4{,}7 + 6{,}75 \,.\, 0{,}3\right]\right\} = 199{,}00\ \mathrm{tm}$$

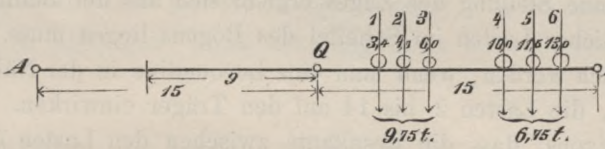


$$[T] = \frac{1}{30}\left\{[6{,}75\,(15{,}7 + 17{,}2 + 18{,}7) + 9{,}75\,(22{,}7 + 24{,}0)] - [9{,}75\,.\,4{,}7 + 6{,}75\,.\,0{,}3]\right\} = 25{,}19\ \mathrm{t}$$

$$M = 199{,}00 - 72{,}84\,.\,1{,}92 = 59{,}15\ \mathrm{tm}$$

$$N = 25{,}19\,.\,0{,}233 + 72{,}84\,.\,0{,}972 = 76{,}67\ \mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.



$$H = 9{,}75\,(1{,}832 + 1{,}725 + 1{,}589) + 6{,}75\,(0{,}990 + 0{,}716 + 0{,}413) = 64{,}18\ \mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{1}{30}\cdot 6\left[9{,}75\,(11{,}6 + 10{,}3 + 9{,}0) + 6{,}75\,(5{,}0 + 3{,}5 + 2{,}0)\right] = 74{,}43\ \mathrm{tm}$$

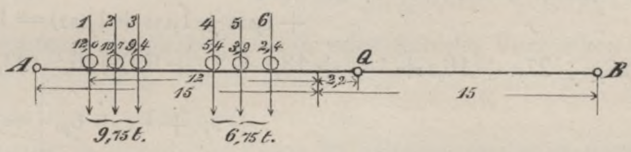
$$[T] = \frac{1}{30}\left[9{,}75\,(11{,}6 + 10{,}3 + 9{,}0) + 6{,}75\,(5{,}0 + 3{,}5 + 2{,}0)\right] = 12{,}40\ \mathrm{t}$$

$$M = 74{,}43 - 64{,}48\,.\,1{,}92 = -\,49{,}37\ \mathrm{tm}$$

$$N = 12{,}40\,.\,0{,}233 + 64{,}48\,.\,0{,}972 = 65{,}56\ \mathrm{t}.$$

$x = 12.$

Maximum der Druckspannung.



$$H = 6{,}75\,(1{,}893 + 1{,}796 + 1{,}656) + 9{,}75\,(1{,}094 + 0{,}868 + 0{,}616) = 61{,}21\ \mathrm{t}$$

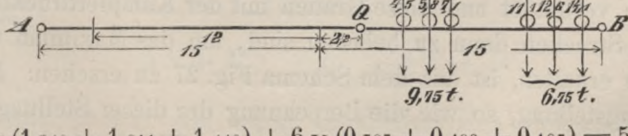
$$[M] = \frac{1}{30}\cdot 3\left[6{,}75\,(17{,}4 + 18{,}9 + 20{,}4) + 9{,}75\,(24{,}4 + 25{,}7 + 27{,}0)\right] = 113{,}44\ \mathrm{tm}$$

$$[T] = \frac{1}{30}\left[6{,}75\,(17{,}4 + 18{,}9 + 20{,}4) + 9{,}75\,(24{,}4 + 25{,}7 + 27{,}0)\right] = 37{,}81\ \mathrm{t}$$

$$M = 113{,}44 - 61{,}21\,.\,1{,}08 = 47{,}33\ \mathrm{tm}$$

$$N = 37{,}81\,.\,0{,}305 + 61{,}21\,.\,0{,}952 = 69{,}80\ \mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.



$$H = 9{,}75\,(1{,}748 + 1{,}611 + 1{,}448) + 6{,}75\,(0{,}787 + 0{,}493 + 0{,}187) = 56{,}77\ \mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{1}{30}\cdot 3\left[9{,}75\,(10{,}5 + 9{,}2 + 7{,}9) + 6{,}75\,(3{,}9 + 2{,}4 + 0{,}9)\right] = 31{,}77\ \mathrm{tm}$$

$$[T] = \frac{1}{30}\left[9{,}75\,(10{,}5 + 9{,}2 + 7{,}9) + 6{,}75\,(3{,}9 + 2{,}4 + 0{,}9)\right] = 10{,}59\,\mathrm{t}$$

$$M = 31{,}77 - 56{,}77\,.\,1{,}08 = -29{,}54\,\mathrm{tm}$$

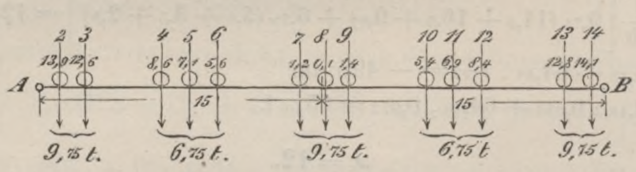
$$N = 10{,}59\,.\,0{,}305 + 56{,}77\,.\,0{,}952 = 57{,}27\,\mathrm{t}.$$

$x = 15.$

Am Kämpfergelenk ist das Moment der äusseren Kräfte natürlich Null. Die Normalkraft wird zum positiven Maximum bei voller Belastung des Bogens, und zwar müssen die grössten Lasten möglichst in der Nähe des Scheitels angeordnet werden. Die genaue Stellung des Zuges ergiebt sich aus der Bedingung, dass die Resultante sämmtlicher Lasten im Scheitel des Bogens liegen muss.

Voraussichtlich werden, wenn man eine Locomotive in der Nähe des mittleren Punktes anordnet, die Lasten 2 bis 14 auf den Träger einwirken. Man findet mit Hülfe des Seilpolygons, dass die Resultante zwischen den Lasten 7 und 8 angreift und zwar in der Entfernung $0{,}1$ m von der Last 8.

Lässt man diese Resultante mit dem Bogenscheitel zusammenfallen, so ergiebt sich die nebenverzeichnete Anordnung des Systems.



$$H = 9{,}75\,(0{,}235 + 0{,}497 + 1{,}936 + 1{,}951 + 1{,}931 + 0{,}460 + 0{,}190) + 6{,}75\,(1{,}231 + 1{,}458 + 1{,}621$$
$$+ 1{,}656 + 1{,}481 + 1{,}262) = 128{,}99\,\mathrm{t}$$

$$[T] = \frac{1}{30}\Big[9{,}75\,(28{,}9 + 27{,}6 + 16{,}2 + 14{,}9 + 13{,}6 + 2{,}2 + 0{,}9) + 6{,}75\,(23{,}6 + 22{,}1 + 20{,}6$$
$$+ 9{,}6 + 8{,}1 + 6{,}6\Big] = 54{,}28\,\mathrm{t}$$

$$N = 54{,}28\,.\,0{,}371 + 128{,}99\,.\,0{,}928 = 139{,}84\,\mathrm{t}.$$

Das negative Maximum der Normalkraft am Kämpfer ist natürlich:

$$N = 0.$$

Untere Faser.

Die Methode zur Ermittlung der zusammengehörigen Werthe M und N ist derjenigen durchaus ähnlich, welche bereits für die obere Faser angewendet wurde. Abweichend von jenem Verfahren sind die Belastungsscheiden in der Weise zu bestimmen, dass man den oberen Kernpunkt des fraglichen Querschnitts mit den Kämpferpunkten verbindet und diese Graden mit der Kämpferdrucklinie zum Schnitt bringt. Welche Strecken dann zu belasten sind, um das Maximum der Druck- oder Zugspannung zu erhalten, ist aus dem Schema Fig. 27 zu ersehen. Die Fixirung der ungünstigsten Zugstellung, so wie die Berechnung der dieser Stellung entsprechenden Werthe M und N geschieht genau in der nämlichen Weise wie bereits für die obere Faser durchgesprochen wurde.

Man findet:

	$x=$	0	3	6	9	12 m
Maximum der Druckspannung	M	$-22{,}24$	$-34{,}04$	$-47{,}64$	$-52{,}40$	$-37{,}22$ tm
	N	$114{,}96$	$89{,}89$	$96{,}72$	$102{,}68$	$107{,}66$ t
Maximum der Zugspannung	M	$36{,}27$	$42{,}11$	$62{,}52$	$63{,}84$	$46{,}95$ tm
	N	$56{,}81$	$54{,}56$	$56{,}40$	$37{,}40$	$22{,}11$ t

Temperaturspannungen.

Das Trägheitsmoment des Scheitelquerschnitts, von dessen Grösse die Temperaturspannungen abhängen, kann näherungsweise nach Gleichung 179 berechnet werden.

Es ist:

$$J_0 = \frac{1 \cdot 15^2}{10\,(3 \cdot 9000 - 7000 \cdot 1)} \left(1{,}02 + 1{,}15 \cdot 4{,}95\right) = 0{,}0075.$$

Der durch die Temperaturveränderungen bedingte Horizontalschub ist sodann nach Gleichung 101:

$$H = \pm \frac{14160 \cdot 15 \cdot 0{,}0075}{144} = \pm\, 11{,}06.$$

Die zusammengehörigen Werthe M und N ergeben sich aus den Formeln 104 und 105; es ist für:

$x=$	0	3	6	9	12	15 m
$M=$	$\mp 33{,}18$	$\mp 31{,}85$	$\mp 27{,}87$	$\mp 21{,}24$	$\mp 11{,}94$	0 tm
$N=$	$\pm 11{,}06$	$\pm 11{,}03$	$\pm 10{,}92$	$\pm 10{,}75$	$\pm 10{,}53$	$\pm 10{,}26$ t

Ob die zusammengehörigen oberen oder unteren Vorzeichen einzuführen sind, um in einer der äussersten Fasern Druck- oder Zugspannungen zu erhalten, kann folgendermaassen leicht entschieden werden.

Die Spannung in der oberen Faser ist näherungsweise proportional dem Werthe

$$\mu N + M \frac{h}{2}.$$

Der entsprechende Ausdruck für die untere Faser lautet:

$$\mu N - M \frac{h}{2}.$$

Hierin bedeutet μ das Verhältniss des Trägheitsmomentes zum Flächeninhalt des fraglichen Querschnitts. Nach Gleichung 184 kann angenähert

$$\mu = \frac{1}{5} h^2$$

gesetzt werden. Demnach sind die Spannungen in den äussersten Fasern proportional der Grösse

$$\frac{2}{5} h N + M, \quad \text{resp.} \quad \frac{2}{5} h N - M.$$

Bei einer Höhe $h = 1$, wie solche im vorliegenden Fall vorhanden ist, wird also der Einfluss des Momentes M ca. $2{,}5$ mal so gross sein als der Einfluss der Normalkraft N. Man erkennt demnach aus obiger Zahlenreihe, dass durchweg der

Werth M für das Vorzeichen der Spannung maassgebend ist; nur am Kämpfer ist natürlich das Vorzeichen der Normalkraft entscheidend.

Es sollen nunmehr die Werthe M und N, welche in Folge des Eigengewichts, der mobilen Last und der Temperaturdifferenzen auftreten, zusammengestellt werden.

		x	0		3		6		9		12		15	
			M	N	M	N	M	N	M	N	M	N	M	N
Obere Faser	Maximum der Druckspannung	Eigengew.	—	38,25	—	38,37	—	38,75	—	39,35	—	40,18	—	41,22
		mob. Last	21,81	115,63	45,86	74,86	59,99	66,30	59,15	76,67	47,33	69,80	—	139,84
		Temperat.	33,18	— 11,06	31,85	— 11,03	27,87	— 10,92	21,24	— 10,75	11,94	— 10,53	—	10,26
		Total	54,99	142,82	77,71	102,20	87,86	94,13	80,39	105,27	59,27	99,45	—	191,32
	Maximum der Zugspannung	Eigengew.	—	38,25	—	38,37	—	38,75	—	39,35	—	40,18	—	41,22
		mob. Last	—19,78	35,84	—34,19	50,39	—49,40	61,39	—49,37	65,56	—29,54	57,27	—	—
		Temperat.	—33,18	11,06	—31,85	11,03	—27,87	10,92	—21,24	10,75	—11,94	10,53	—	— 10,26
		Total	—52,96	85,15	—66,04	99,79	—77,27	111,06	—70,61	115,66	—41,48	107,98	—	30,96
Untere Faser	Maximum der Druckspannung	Eigengew.	—	38,25	—	38,37	—	38,75	—	39,35	—	40,18	—	41,22
		mob. Last	—22,24	114,96	—34,04	89,89	—47,64	96,72	—52,40	102,68	—37,22	107,66	—	139,84
		Temperat.	—33,18	11,06	—31,85	11,03	—27,87	10,92	—21,24	10,75	—11,94	10,53	—	10,26
		Total	—55,42	164,27	—65,89	139,29	—75,51	146,39	—73,64	152,78	—49,16	158,37	—	191,32
	Maximum der Zugspannung	Eigengew.	—	38,25	—	38,37	—	38,75	—	39,35	—	40,18	—	41,22
		mob. Last	36,27	56,81	42,11	54,56	62,52	56,40	63,84	37,40	46,95	22,11	—	—
		Temperat.	33,18	— 11,06	31,85	— 11,03	27,87	— 10,92	21,24	— 10,75	11,94	— 10,53	—	— 10,26
		Total	69,45	84,00	73,96	81,90	90,39	84,23	85,08	66,00	58,89	51,76	—	30,96

Zur Bestimmung der Querschnittsdimensionen sind nur diejenigen zusammengehörigen Werthe M und N von directem Einfluss, welche die grössten Druckspannungen in den äussersten Fasern der Querschnitte bedingen, da diese Spannungen dem Absolutwerthe nach immer überwiegen. Um in die weiteren Rechnungen eine constante zulässige specifische Spannung k einführen zu können, ist es jedoch erforderlich, diese Werthe M und N vorher zu reduciren (vergl. § 22).

In den Gleichungen 186 bis 189, nach welchen diese Reduction vorgenommen werden muss, ist $h = 1$ und $\mu = \frac{1}{5}$ zu setzen.

Für den Querschnitt $x = 3$ ergiebt sich beispielsweise:

Obere Faser.

$$\text{red. } M_1 = \frac{77{,}71}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{-66{,}04 + 0{,}4 \,.\, 99{,}79}{77{,}71 + 0{,}4 \,.\, 102{,}20}} = 87{,}32 \text{tm}$$

$$\text{red. } N_1 = \frac{102{,}20}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{-66{,}04 + 0{,}4 \,.\, 99{,}79}{77{,}71 + 0{,}4 \,.\, 102{,}20}} = 114{,}84 \text{ t.}$$

Untere Faser.

$$\text{red. } M_2 = \frac{-65{,}89}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{73{,}96 - 0{,}4 \cdot 81{,}90}{-65{,}89 - 0{,}4 \cdot 139{,}29}} = -79{,}33 \text{ tm}$$

$$\text{red. } N_2 = \frac{139{,}29}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{73{,}96 - 0{,}4 \cdot 81{,}90}{-65{,}89 - 0{,}4 \cdot 139{,}29}} = 167{,}70 \text{ t.}$$

In dieser Weise findet man für:

$x =$	0	3	6	9	12	15 m
red. $M_1 =$	60,05	87,32	101,09	88,88	58,77	— tm
red. $N_1 =$	155,97	114,84	108,31	116,38	98,60	177,00 t.
red. $M_2 =$	— 65,05	— 79,33	— 95,76	— 94,14	— 59,21	— tm
red. $N_2 =$	192,80	167,70	185,66	195,32	190,74	177,00 t.

Querschnittsbestimmung.

Die Wand des Bogens soll aus 1,2 cm starkem Eisenblech hergestellt werden. Die Niete erhalten einen Durchmesser von 2,5 cm. Durch die Vernietung an den Stössen der Blechwand wird letztere geschwächt. Nimmt man an, dass an irgend einer Stelle der Querschnitt der Wand vollständig ausgenutzt wird, so müssen hier natürlich die Niete — welche doppelschnittig angeordnet werden — die nämliche Inanspruchnahme wie der Nutzquerschnitt der Wand aushalten können. Die Entfernung x der Nieten von Mitte zu Mitte ergiebt sich, damit dieser Bedingung genügt werde, aus der Gleichung:

$$(x - 2{,}5) \cdot 1{,}2 = 2 \cdot \frac{2{,}5^2\, \pi}{4}$$

zu

$$x = 10{,}68 \text{ cm.}$$

Für die weiteren Rechnungen ist statt der wirklich auszuführenden Blechstärke eine theoretische Blechstärke anzunehmen, bei welcher die Wand, falls dieselbe nicht durch Nietlöcher geschwächt wäre, die nämliche Anstrengung erleiden würde, wie das thatsächlich verwendete, geschwächte Blech. Diese theoretische Stärke δ' findet man aus der Beziehung:

$$\delta' \cdot 10{,}68 = 1{,}2\,(10{,}68 - 2{,}5)$$

zu

$$\delta' = 0{,}92 \text{ cm.}$$

Die erforderlichen Gurtungsquerschnitte können nun aus den Gleichungen 190 bis 193 berechnet werden.

Wählt man 1 cm als Längeneinheit und 1 t als Gewichtseinheit, so ist in diesen Gleichungen

$$k' = 0{,}9\,, \qquad \delta = 0{,}92\,, \qquad h = 100$$

zu setzen.

Die Momente M, welche oben in tm angegeben sind, müssen noch mit 100 multiplicirt werden, um dieselben in tcm zu erhalten.

$x = 0.$

$$B = \frac{0{,}92 \cdot 100}{3\,(192{,}80 \cdot 100 + 2 \cdot 6505)} = 0{,}0009497$$

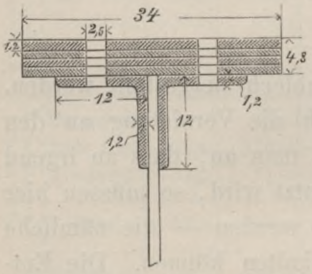
$$A = \frac{1}{4}\left\{\frac{155{,}97 \,.\, 100 + 2 \,.\, 6005}{100 \,.\, 0{,}9} - 0{,}0009497\left[(155{,}97 + 192{,}80)\,100 - 2(6005 + 6505)\right]\right\} = 74{,}34$$

$$\Omega_1 = 74{,}34 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}0009497\,(192{,}80 \,.\, 100 + 6 \,.\, 6505)$$
$$+ \sqrt{74{,}34^2 + 0{,}0009497^2 \,.\, 100 \,.\, (6005 \,.\, 192{,}80 + 6505 \,.\, 155{,}97)} = 122{,}3 \,\square\mathrm{cm}$$

$$\Omega_2 = \frac{6.122{,}3\,(192{,}80 \,.\, 100 + 2 \,.\, 6505) - 0{,}92 \,.\, 100\,[6\,(6005 - 6505) - 100\,(192{,}80 - 155{,}97)]}{6\,(155{,}97 \,.\, 100 + 2 \,.\, 6005)}$$
$$= 146{,}8 \,\square\mathrm{cm}.$$

In derselben Weise findet man die Gurtungsquerschnitte für die übrigen Punkte des Bogens. Es ergiebt sich:

$x = 0$	3	6	9	12	15 m
$\Omega_1 = 122{,}3$	134,2	146,7	136,3	91,7	52,3 □cm
$\Omega_2 = 146{,}8$	151,6	180,5	183,5	137,9	52,3 „



Diese Werthe sind in Fig. 4 Taf. 2 graphisch aufgetragen; es ist hierbei von jeder der Zahlen die Grösse 50 abgezogen.

Aus der graphischen Darstellung ergiebt sich, dass der grösste erforderliche Querschnitt an der unteren Gurtung auftritt und $187{,}5$ □cm beträgt. Hierfür ist das nebenverzeichnete Gurtungsprofil gewählt; der Nutzquerschnitt desselben ist:

$$\Omega = 2\,(12 + 8{,}3) \,.\, 1{,}2 + (34 - 5) \,.\, 4 \,.\, 1{,}2 = 187{,}9 \,\square\mathrm{cm}.$$

Lässt man die obere Lamelle fort, so ist der Querschnitt $\Omega = 153{,}1$ □cm. Mit 2 Lamellen wird $\Omega = 118{,}3$ □cm und mit nur einer Lamelle $\Omega = 83{,}5$ □cm.

Die Werthe $\Omega - 50$ sind in Fig. 4 Taf. 2 ebenfalls aufgetragen und sind nun, wie aus dieser Figur leicht ersichtlich ist, diejenigen Punkte ermittelt, in welchen eine Querschnittsveränderung des Profils eintreten darf oder muss.

Der dadurch sich ergebende Bogen ist in Fig. 5 Taf. 2 schematisch verzeichnet.

Es ist noch zu bemerken, dass die Lamellen an den Endpunkten derselben, welche in dieser Figur angegeben sind, bereits thatsächlich zur Wirkung kommen müssen; die Platten sind also nach jeder Seite noch entsprechend zu verlängern. Ferner wird es erforderlich sein, die Blechwand durch aufgenietete Profileisen zu versteifen.

Es soll schliesslich noch das Trägheitsmoment J_0 des Scheitelquerschnitts berechnet werden, um die Genauigkeit der approximativen Annahme desselben, welche zur Bestimmung der Temperaturspannungen gemacht wurde, prüfen zu können.

Ist h die Entfernung der Schwerpunktslinien der Gurtungen, Ω_1 der Querschnitt der oberen, Ω_2 der Querschnitt der unteren Gurtung und δ die Stärke der Blechwand, so ist:

$$J_0 = \frac{h^2}{12} \cdot \frac{12\,\Omega_1\,\Omega_2 + 4\,\delta\,h\,(\Omega_1 + \Omega_2) + \delta^2 h^2}{\Omega_1 + \delta\,h + \Omega_2}.$$

Nimmt man 1 m als Längeneinheit an, so lauten die Zahlenwerthe für den vorliegenden Fall

$$\Omega_1 = \Omega_2 = 0{,}01534\,, \qquad \delta = 0{,}0092 \qquad \text{und} \qquad h = 1.$$

Es ergiebt sich

$$J_0 = 0{,}0084$$

gegenüber dem approximativ ermittelten Werthe von $0{,}0075$. Die Differenz dieser beiden Zahlen hat ihren Grund in der verhältnissmässig sehr unrationellen Dimensionirung des Scheitelquerschnitts.

In Folge des grösseren Trägheitsmoments würde sich der durch Temperaturschwankungen ergebende Horizontalschub um den Werth

$$H = \pm \frac{14160 \,.\, 15\,(0{,}0084 - 0{,}0075)}{144} = \pm\, 1{,}33 \text{ t}$$

ebenfalls vergrössern. Die Temperaturspannungen sind am bedeutensten im Scheitelquerschnitt. Für diesen würde die Aenderung des Horizontalschubes die Werthe

$$M = \mp\, 1{,}33 \,.\, 3 = \mp\, 3{,}99 \text{ tm}$$
$$N = \pm\, 1{,}33 \,.\, 1 = \pm\, 1{,}33 \text{ t}$$

bedingen. Die Normalspannung ist näherungsweise nach Gleichung 13:

$$\nu = \frac{\mu N + M \dfrac{h}{2}}{J},$$

nach Einführung der Zahlenwerthe erhält man:

$$\nu = \frac{\dfrac{1}{5} \cdot 1{,}33 + \dfrac{1}{2} \cdot 3{,}99}{0{,}0084} = 270 \text{ t pr. } \square\text{m}$$

oder 27 klgr. pr. □cm. Erachtet man diese Abweichung nicht als zulässig, so würden die in Folge der Temperaturdifferenzen auftretenden Spannungen zu corrigiren sein, wobei man nunmehr schätzungsweise das Trägheitsmoment des Scheitelquerschnitts zu $0{,}0086$ in die Gleichung für den Horizontalschub einführen könnte.

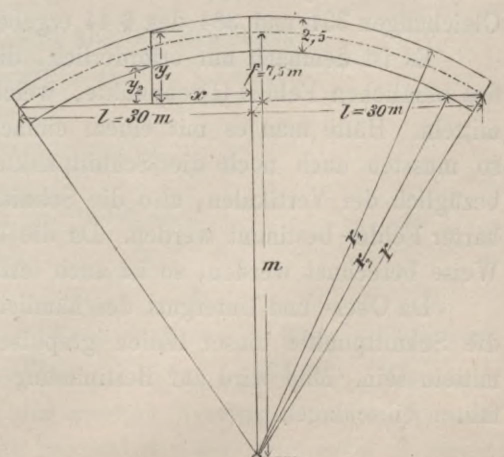
Beispiel III.

Fachwerkbogen von 60 m Spannweite mit kreisbogenförmiger Axe und 3 Gelenken.

(*Annahme einer gleichmässig vertheilten mobilen Belastung.*)

Die Axe soll nach einem Kreisbogen gekrümmt sein, dessen Sehnenlänge $2l = 60$ m und dessen Pfeilhöhe $f = 7{,}5$ m beträgt. Der Radius dieses Kreisbogens ergiebt sich zu

$$r = \frac{l^2 + f^2}{2f} = 63{,}75 \text{ m}.$$



Die Gurtungen sollen zwei concentrischen Kreisen eingeschrieben werden, deren normaler Abstand $2{,}5$ m ist. Demnach ist der Radius des äusseren Kreises

$$r_1 = 63{,}75 + 1{,}25 = 65{,}0 \text{ m}$$

und der des inneren Kreises

$$r_2 = 63{,}75 - 1{,}25 = 62{,}5 \text{ m}.$$

Der Bogen sei durch Vertikalstreben in 19 Felder von gleicher Länge (in horizontalem Sinne gemessen) getheilt. Die Länge eines jeden Feldes ist demnach

$$\frac{60}{19} = 3{,}1579 \text{ m}.$$

Bezeichnet man mit y_1 die Ordinate eines Punktes des äusseren Kreisbogens und mit y_2 die Ordinate eines Knotenpunktes der unteren Gurtung, so bestehen die Gleichungen:

$$y_1 = -m + \sqrt{r_1^2 - x^2}$$
$$y_2 = -m + \sqrt{r_2^2 - x^2}.$$

Wie aus obiger Figur zu ersehen, ist

$$m = r - f = 56{,}25 \text{ m}.$$

Es sind nun für die verschiedenen Knotenpunkte die Ordinaten der Gurtungen berechnet. Man findet für:

$x =$	1,5789	4,7368	7,8947	11,0526	14,2105	17,3684	20,5263	23,6842	26,8421 m
$y_1 =$	8,7308	8,5772	8,2688	7,8034	7,1776	6,3866	5,4239	4,2815	2,9488 „
$y_2 =$	6,2301	6,0702	5,7494	5,2649	4,6131	3,7882	2,7832	1,5886	0,1925 „

Diese Werthe sind nun in Fig. 1 Taf. 3 aufgetragen und ist dadurch die geometrische Form des Trägers verzeichnet. In jedem Felde sind des guten Aussehens halber Gegendiagonalen eingeschaltet. Im Scheitel und an beiden Kämpfern sind Scharniere vorhanden. Die Bezeichnung der einzelnen Stäbe ist aus der nämlichen Figur zu ersehen.

Das Fachwerk, welches an und für sich ein statisch unbestimmtes ist, soll nach den Ausführungen des § 44 in 2 statisch bestimmte Systeme zerlegt werden. Es ist sodann nur erforderlich für eines dieser Systeme die Spannungen in den Gurtungen und den Diagonalen zu ermitteln. Aus diesen Werthen können die entsprechenden Spannungen des zweiten Systems unmittelbar abgeleitet werden, während die Spannungen in den Vertikalen sich näherungsweise direct aus den Gleichungen 331 und 334 des § 44 ergeben.

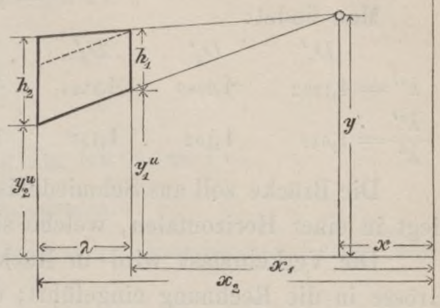
Es ist demnach nur erforderlich, die Schnittpunkte der beiden Gurtungslinien des nämlichen Feldes (Drehpunkte, welche den Diagonalen conjugirt sind) zu ermitteln. Hätte man es mit einem einfachen, statisch bestimmten System zu thun, so müssten auch noch die Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile bezüglich der Vertikalen, also die Schnittpunkte des Ober- und Untergurts benachbarter Felder bestimmt werden. Da die Vertikalen aber, wie gesagt, nicht in dieser Weise berechnet werden, so ist auch letztere Operation nicht erforderlich.

Da Ober- und Untergurt des nämlichen Feldes nahezu parallel sind, so werden die Schnittpunkte dieser Linien graphisch nicht bequem und nicht genau zu ermitteln sein. Man wird zur Bestimmung dieser Punkte lieber das rechnerische Verfahren einschlagen.

Aus nebenstehender Figur erkennt man leicht, dass die Coordinaten des Schnittpunktes sich aus folgenden Beziehungen ergeben:

$$x = x_2 - \frac{h_2}{h_2 - h_1} \cdot \lambda$$

$$y = y_2^u + \frac{h_2}{h_2 - h_1} (y_1^u - y_2^u).$$



Hiernach findet man z. B. für den Schnittpunkt der beiden Gurtlinien O_3 und U_3

$$x = 11{,}0526 - \frac{2{,}5385}{2{,}5385 - 2{,}5194} \cdot 3{,}1579 = -408{,}6 \text{ m}$$

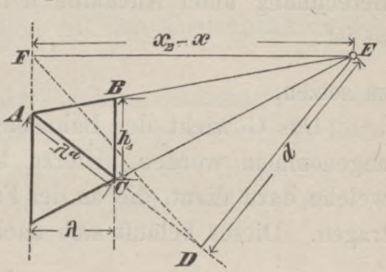
$$y = 5{,}2649 + \frac{2{,}5385}{2{,}5385 - 2{,}5194} \cdot 0{,}4845 = 69{,}7 \text{ m}.$$

In dieser Weise sind folgende Zahlen ermittelt:

Schnittpunkt	$O_1 U_1$	$O_2 U_2$	$O_3 U_3$	$O_4 U_4$	$O_5 U_5$	$O_6 U_6$	$O_7 U_7$	$O_8 U_8$
$x =$	$-1251{,}9$	$-635{,}6$	$-408{,}6$	$-297{,}3$	$-224{,}7$	$-176{,}6$	$-139{,}2$	$-110{,}4$ m
$y =$	$69{,}7$	$70{,}9$	$69{,}7$	$68{,}9$	$67{,}0$	$65{,}5$	$63{,}2$	$60{,}9$ „

Es soll dasjenige Theilsystem der Berechnung unterzogen werden, welches von links nach rechts gegen die Bogenaxe fallende Diagonalen hat. Für diese Diagonalen müssen also noch die Hebelsarme bezüglich der conjugirten Drehpunkte berechnet werden.

Aus nebenstehender Figur erkennt man: $\angle ACB = \angle FED$, ferner $\angle CAB = \angle DFE$ als Peripheriewinkel vom selben Bogen (es liegen die Punkte $AFED$ auf der Peripherie eines Kreises vom Durchmesser AE), also ist $\triangle ABC \sim \triangle FDE$ und hieraus folgt:



$$d = (x_2 - x) \frac{h_1}{\lambda^d} \cdot$$

Die Länge λ^d der Diagonalen ergiebt sich aus der Beziehung

$$\lambda^d = \sqrt{(y_2^o - y_1^u)^2 + \lambda^2}.$$

So ist z. B. für die Diagonale D_3:

$$\lambda_3^d = \sqrt{7{,}8034 - 5{,}7494)^2 + 3{,}1579^2} = 3{,}7671 \text{ m}$$

$$d_3 = (11{,}1 + 408{,}6) \frac{2{,}5194}{3{,}7671} = 280{,}7 \text{ m}.$$

In dieser Weise findet man für:

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8
$\lambda^d =$	$3{,}9346$	$3{,}8477$	$3{,}7671$	$3{,}6920$	$3{,}6218$	$3{,}5564$	$3{,}4953$	$3{,}4384$ m
$d =$	$798{,}7$	$419{,}3$	$280{,}7$	$214{,}2$	$171{,}4$	$144{,}0$	$123{,}1$	$107{,}5$ „

Die Spannungen der Diagonalen D' des zweiten Systems lassen sich nach Gleichung 328 des § 44 aus den berechneten Spannungen der Diagonalen D direct abschreiben, wenn man das Verhältniss der Längen dieser Diagonalen kennt. Die Grössen $\lambda^{d'}$ ergeben sich aus der Beziehung:

$$\lambda^{d'} = \sqrt{(y_1^o - y_2^u)^2 + \lambda^2}.$$

Man findet:

	D_1'	D_2'	D_3'	D_4'	D_5'	D_6'	D_7'	D_8'	
$\lambda^{d'} =$	4,1292	4,2389	4,3584	4,4889	4,6325	4,7913	4,9681	5,1665	m
$\frac{\lambda^{d'}}{\lambda^d} =$	1,049	1,102	1,157	1,216	1,279	1,347	1,421	1,503	„

Die Brücke soll aus Schmiedeeisen und eingleisig hergestellt werden. Die Bahn liegt in einer Horizontalen, welche sich oberhalb des Obergurts befindet.

Die Verkehrslast wird in Rücksicht auf die Stösse etc. mit ihrer $1\frac{1}{2}$ fachen Grösse in die Rechnung eingeführt; die zulässige specifische Spannung ist zu

$$k = 1{,}000 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\min S}{\max S}\right)$$

festgesetzt, wobei der Centimeter als Längeneinheit und die Tonne als Gewichtseinheit gelten.

Approximative Bestimmung des Eigengewichts.

Nach den Ausführungen des § 45 ist in den Formeln zur näherungsweisen Bestimmung des Eigengewichts für die specifische mobile Belastung q eine der halben Spannweite des Bogens entsprechende Grösse einzuführen. Die Tabelle des § 7 giebt für eine Länge von 30 m den Werth q zu 5,6 t pr. Gleis und pr. lfdm. an. Da die Berechnung unter Annahme der $1\frac{1}{2}$ fachen Verkehrslast durchgeführt werden soll, so ist:

$$q = 8{,}4 \text{ t}$$

zu setzen.

Das Gewicht der Bahnconstruction ist nach Gleichung 354 zu 0,8 t pr. lfdm. angenommen worden. Hierzu kommt noch das Gewicht derjenigen Construction, welche dazu dient, die an der Fahrbahn angreifenden Lasten auf den Bogen zu übertragen. Dieses beläuft sich nach Gleichung 356 auf

$$0{,}01 \,.\, 7{,}5 = 0{,}075 \text{ t};$$

so dass

$$B = 0{,}875 \text{ t pr. lfdm. und pr. Gleis}$$

zu setzen ist.

Führt man diese Werthe in Gleichung 357 ein, so lautet dieselbe:

$$p = \frac{10000 \,.\, 7{,}5 \,.\, 0{,}875 + 4{,}21 \,.\, 8{,}4\,(3 \,.\, 30^2 + 4 \,.\, 7{,}5^2)}{10000 \,.\, 7{,}5 - 2{,}27\,(3 \,.\, 30^2 + 4 \,.\, 7{,}5^2)} = 2{,}473 \text{ t}.$$

Hiervon hat jeder der beiden Hauptträger die Hälfte aufzunehmen, so dass sich das Eigengewicht pr. Träger und pr. lfdm. auf 1,237 t stellt.

Das Gewicht der Bahnconstruction beträgt pr. lfdm. und pr. Träger 0,437 t und demnach dasjenige des Bogens 1,237 — 0,437 = 0,800 t. Am Obergurt kommt eine Belastung von

$$\frac{0{,}800}{2} + 0{,}437 = 0{,}837 \text{ t}$$

und am Untergurt eine solche von

$$\frac{0{,}800}{2} = 0{,}400 \text{ t}$$

pr. lfdm. zur Wirkung. Die Belastung pr. Knotenpunkt beträgt demnach am Obergurt:

$$P^o = 0{,}837 \,.\, 3{,}158 = 2{,}643 \text{ rund } 2{,}65\,\text{t}$$

und am Untergurt:

$$P^u = 0{,}400 \,.\, 3{,}158 = 1{,}263 \text{ rund } 1{,}27\,\text{t}.$$

Die Totalbelastung pr. Knotenpunkt ist also:

$$P = 2{,}65 + 1{,}27 = 3{,}92\,\text{t}.$$

Spannungsbestimmung im System I

mit rechtsfallenden Diagonalen.

Dieses System hat die Hälfte der auf den Bogen einwirkenden Lasten aufzunehmen.

Eigengewicht.

Es ist $P = 1{,}96$ t zu setzen.

Ob man die Lasten, welche am Knotenpunkte 9 (Kämpferpunkt) angreifen, mitrechnet oder nicht, ist gleichgültig. Es sollen dieselben in der Folge nicht mitgerechnet werden.

Aus Gleichung 196 ergiebt sich, indem man die rechts und links vom Scheitel angreifenden Lasten durch ihre Resultante ersetzt

$$H = \frac{1}{2 \,.\, 7{,}5} \cdot 2 \,.\, 9 \,.\, 5 \,.\, 3{,}158\, P = 18{,}948\, P.$$

Obere Gurtung.

Die den Gurtstäben conjugirten Drehpunkte fallen mit den Knotenpunkten des Bogens zusammen.

Das Moment $[M]$, d. h. das Moment, welches die nämliche Belastung bei einem Balken auf 2 Stützen in einem Punkte, welcher dieselbe Abscisse wie der in Rede stehende Drehpunkt besitzt, hervorbringen würde, erhält man aus Gleichung 197. Für totale Belastung lässt sich aus dieser Gleichung ein einfacher Ausdruck für das Moment im n^{ten} Knotenpunkt leicht ableiten.

Es ergiebt sich:

$$[M] = \frac{\lambda}{2} (9 - n)(9 + n + 1)\, P$$

oder $\lambda = 3{,}1579$ gesetzt:

$$[M] = 1{,}5789\, (9 - n)(10 + n)\, P.$$

Stab O_0.

Der conjugirte Drehpunkt ist der untere Knotenpunkt 0. Für diesen ist:

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 9 \,.\, 10\, P = 142{,}10\, P.$$

Das Moment M der äusseren Kräfte bezüglich des Drehpunktes 0 ergiebt sich aus Gleichung 195; man findet:

$$M = 142{,}10\, P - 18{,}948 \,.\, 6{,}230\, P = 24{,}05\, P.$$

Der Hebelsarm des Stabes O_0 ist aus der Zeichnung Fig. 1 Taf. 3 zu $1{,}97$ m abgegriffen. Demnach ist die gesuchte Spannung nach Gleichung 198

$$O_0 = \frac{24{,}05}{1{,}97}\, P = 12{,}21\, P = 23{,}9\,\text{t}.$$

Stab O_1.

Der conjugirte Drehpunkt ist der nämliche wie der des Stabes O_0. Der Hebelsarm dieses sowie der folgenden Gurtstäbe ist zu 2,5 m abgegriffen.

$$O_1 = \frac{24{,}05}{2{,}5} P = 9{,}62\, P = 18{,}9 \text{ t.}$$

Stab O_2.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 8 \,.\, 11 \,.\, P = 138{,}94\, P$$
$$M = 138{,}94\, P - 18{,}948 \,.\, 6{,}070\, P = 23{,}93\, P$$
$$O_2 = \frac{23{,}93}{2{,}5} P = 9{,}57\, P = 18{,}8 \text{ t.}$$

Stab O_3.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 7 \,.\, 12\, P = 132{,}63\, P$$
$$M = 132{,}63\, P - 18{,}948 \,.\, 5{,}749\, P = 23{,}70\, P$$
$$O_3 = \frac{23{,}70}{2{,}5} P = 9{,}48\, P = 18{,}6 \text{ t.}$$

Stab O_4.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 6 \,.\, 13\, P = 123{,}15\, P$$
$$M = 123{,}15\, P - 18{,}948 \,.\, 5{,}265\, P = 23{,}39\, P$$
$$O_4 = \frac{23{,}39}{2{,}5} P = 9{,}36\, P = 18{,}3 \text{ t.}$$

Stab O_5.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 5 \,.\, 14\, P = 110{,}52\, \mathrm{P}$$
$$M = 110{,}52\, P - 18{,}948 \,.\, 4{,}613\, P = 23{,}12\, P$$
$$O_5 = \frac{23{,}12}{2{,}5} P = 9{,}25\, P = 18{,}1 \text{ t.}$$

Stab O_6.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 4 \,.\, 15\, P = 94{,}73\, P$$
$$M = 94{,}73\, P - 18{,}948 \,.\, 3{,}788\, P = 22{,}96\, P$$
$$O_6 = \frac{22{,}96}{2{,}5} P = 9{,}18\, P = 18{,}0 \text{ t.}$$

Stab O_7.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 3 \,.\, 16\, P = 75{,}79\, P$$
$$M = 75{,}79\, P - 18{,}948 \,.\, 2{,}783\, P = 23{,}06\, P$$
$$O_7 = \frac{23{,}06}{2{,}5} P = 9{,}22\, P = 18{,}1 \text{ t.}$$

Stab O_8.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 2 \,.\, 17\, P = 53{,}68\, P$$
$$M = 53{,}68\, P - 18{,}948 \,.\, 1{,}589\, P = 23{,}57\, P$$
$$O_8 = \frac{23{,}57}{2{,}5} P = 9{,}43\, P = 18{,}5 \text{ t.}$$

Stab O_9.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 1 \,.\, 18\, P = 28{,}42\, P$$
$$M = 28{,}42\, P - 18{,}948 \,.\, 0{,}192\, P = 24{,}78\, P$$
$$O_9 = \frac{24{,}78}{2{,}0} P = 12{,}39\, P = 24{,}3 \text{ t.}$$

Untere Gurtung.

Die Spannungen findet man aus Gleichung 199. Die Hebelsarme der Stäbe U_0 und U_9 sind aus der Zeichnung abgegriffen. Die Momente $[M]$, welche den verschiedenen Knotenpunkten entsprechen, sind bereits oben berechnet.

Stab U_0.
$$[M] = 142{,}10\,P$$
$$M = 142{,}10\,P - 18{,}948 \,.\, 8{,}731\,P = -23{,}33\,P$$
$$U_0 = \frac{23{,}33}{1{,}93}\,P = 12{,}07\,P = 23{,}7\text{ t.}$$

Stab U_1.
$$[M] = 138{,}94\,P$$
$$M = 138{,}94\,P - 18{,}948 \,.\, 8{,}577\,P = -23{,}58\,P$$
$$U_1 = \frac{23{,}58}{2{,}5}\,P = 9{,}43\,P = 18{,}5\text{ t.}$$

Stab U_2.
$$[M] = 132{,}63\,P$$
$$M = 132{,}63\,P - 18{,}948 \,.\, 8{,}269\,P = -24{,}05\,P$$
$$U_2 = \frac{24{,}05}{2{,}5}\,P = 9{,}62\,P = 18{,}9\text{ t.}$$

Stab U_3.
$$[M] = 123{,}15\,P$$
$$M = 123{,}15\,P - 18{,}948 \,.\, 7{,}803\,P = -24{,}70\,P$$
$$U_3 = \frac{24{,}70}{2{,}5}\,P = 9{,}88\,P = 19{,}4\text{ t.}$$

Stab U_4.
$$[M] = 110{,}52\,P$$
$$M = 110{,}52 - 18{,}948 \,.\, 7{,}177\,P = -25{,}47\,P$$
$$U_4 = \frac{25{,}47}{2{,}5}\,P = 10{,}19\,P = 20{,}0\text{ t.}$$

Stab U_5.
$$[M] = 94{,}73\,P$$
$$M = 94{,}73\,P - 18{,}948 \,.\, 6{,}387\,P = -26{,}29\,P$$
$$U_5 = \frac{26{,}29}{2{,}5}\,P = 10{,}52\,P = 20{,}6\text{ t.}$$

Stab U_6.
$$[M] = 75{,}79\,P$$
$$M = 75{,}79\,P - 18{,}948 \,.\, 5{,}424\,P = -26{,}98\,P$$
$$U_6 = \frac{26{,}98}{2{,}5}\,P = 10{,}79\,P = 21{,}1\text{ t.}$$

Stab U_7.
$$[M] = 53{,}68\,P$$
$$M = 53{,}68\,P - 18{,}948 \,.\, 4{,}282\,P = -27{,}46\,P$$
$$U_7 = \frac{27{,}46}{2{,}5}\,P = 10{,}98\,P = 21{,}5\text{ t.}$$

Stab U_8.
$$[M] = 28{,}42\,P$$
$$M = 28{,}42\,P - 18{,}948 \,.\, 2{,}949\,P = -27{,}46\,P$$
$$U_8 = \frac{27{,}46}{2{,}5}\,P = 10{,}98\,P = 21{,}5\text{ t.}$$

Stab U_9.
$$U_9 = \frac{27{,}46}{2{,}74}\,P = 10{,}02\,P = 19{,}6\text{ t.}$$

Diagonalen.

Das Moment $[M]$ ist wie bei den Gurtungen aus Gleichung 197 zu berechnen. Für totale Belastung lässt sich dieser Ausdruck leicht noch etwas vereinfachen. Trifft der zum Zweck der Spannungsermittlung geführte Schnitt das $n$te Feld und ist x die Abscisse des fraglichen Drehpunktes, so findet man:

$$[M] = \left[n\,(30 - x) + (9 - n)\,(9 - n + 1)\,\frac{\lambda}{2} \right] P.$$

Wird $\lambda = 3{,}_{158}$ gesetzt, so ist:

$$[M] = \left[n\,(30 - x) + (9 - n)\,(10 - n)\,1{,}_{579} \right] P.$$

Die Spannungen der Diagonalen ergeben sich aus Gleichung 200. Die Schnittpunkte der mitgeschnittenen Gurtungstheile fallen, wie man aus den berechneten Coordinaten derselben ersieht, sämmtlich nach rechts. Denkt man sich die Spannung irgend einer Diagonalen als Druckspannung auf den linksseitigen Theil des Bogens einwirken, so erkennt man, dass alsdann diese Kraft um den fraglichen Drehpunkt im Sinne des Uhrzeigers zu drehen sucht. In der Gleichung 200 ist also das —Zeichen gültig.

Stab D_1.
$$[M] = [1\,(30 + 1251{,}_9) + 8 \,.\, 9 \,.\, 1{,}_{579}]\,P = 1395{,}_6\,P$$
$$M = 1395{,}_6\,P - 18{,}_{948} \,.\, 69{,}_7\,P = 74{,}_9\,P$$
$$D_1 = -\frac{74{,}_9}{798{,}_7}\,P = -\,0{,}_{09}\,P = -\,0{,}_2\,\text{t}.$$

Stab D_2.
$$[M] = [2\,(30 + 635{,}_6) + 7 \,.\, 8 \,.\, 1{,}_{579}]\,P = 1419{,}_6\,P$$
$$M = 1419{,}_6\,P - 18{,}_{948} \,.\, 70{,}_9\,P = 76{,}_2\,P$$
$$D_2 = -\frac{76{,}_2}{419{,}_3}\,P = -\,0{,}_{18}\,P = -\,0{,}_4\,\text{t}.$$

Stab D_3.
$$[M] = [3\,(30 + 408{,}_6) + 6 \,.\, 7 \,.\, 1{,}_{579}]\,P = 1382{,}_1\,P$$
$$M = 1382{,}_1\,P - 18{,}_{948} \,.\, 69{,}_7\,P = 61{,}_4\,P$$
$$D_3 = -\frac{61{,}_4}{280{,}_7}\,P = -\,0{,}_{22}\,P = -\,0{,}_4\,\text{t}$$

Stab D_4.
$$[M] = [4\,(30 + 297{,}_3) + 5 \,.\, 6 \,.\, 1{,}_{579}]\,P = 1356{,}_6\,P$$
$$M = 1356{,}_6\,P - 18{,}_{948} \,.\, 68{,}_9\,P = 51{,}_1\,P$$
$$D_4 = -\frac{51{,}_1}{214{,}_2}\,P = -\,0{,}_{24}\,P = -\,0{,}_5\,\text{t}.$$

Stab D_5.
$$[M] = [5\,(30 + 224{,}_7) + 4 \,.\, 5 \,.\, 1{,}_{579}]\,P = 1305{,}_1\,P$$
$$M = 1305{,}_1\,P - 18{,}_{948} \,.\, 67{,}_0\,P = 35{,}_6\,P$$
$$D_5 = -\frac{35{,}_6}{171{,}_4}\,P = -\,0{,}_{21}\,P = -\,0{,}_4\,\text{t}.$$

Stab D_6.
$$[M] = [6\,(30 + 176{,}_6) + 3 \,.\, 4 \,.\, 1{,}_{579}]\,P = 1258{,}_5\,P$$
$$M = 1258{,}_5\,P - 18{,}_{948} \,.\, 65{,}_5\,P = 17{,}_4\,P$$
$$D_6 = -\frac{17{,}_4}{144{,}_0}\,P = -\,0{,}_{12}\,P = -\,0{,}_2\,\text{t}.$$

Stab D_7.
$$[M] = [7\,(30 + 139{,}_2) + 2 \,.\, 3 \,.\, 1{,}_{579}]\,P = 1193{,}_9\,P$$
$$M = 1193{,}_9\,P - 18{,}_{948} \,.\, 63{,}_2\,P = -\,3{,}_6\,P$$
$$D_7 = \frac{3{,}_6}{123{,}_1}\,P = 0{,}_{03}\,P = 0{,}_1\,\text{t}.$$

Stab D_8.
$$[M] = [8\,(30 + 110{,}_4) + 1 \,.\, 2 \,.\, 1{,}_{579}]\,P = 1126{,}_4\,P$$
$$M = 1126{,}_4\,P - 18{,}_{948} \,.\, 60{,}_9\,P = -\,27{,}_5\,P$$
$$D_8 = \frac{27{,}_5}{107{,}_5}\,P = 0{,}_{26}\,P = 0{,}_5\,\text{t}.$$

Die **Vertikalen**, an deren Endpunkten zwei Gurtlinien zusammenstossen, welche in ihren Richtungen nur wenig von einander abweichen, brauchen nach den Ausführungen des § 44 keiner besonderen Rechnung unterzogen zu werden. Diese Voraussetzung trifft nicht zu bei den Vertikalen C_0 und C_8; es ist erforderlich, diese Ständer für beide Systeme gesondert zu berechnen.

Es sei zunächst das **System I** (mit nach rechts fallenden Diagonalen) vorausgesetzt.

Der Vertikalständer C_0.

Die Coordinaten des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile (der Stäbe O_1 und U_0) ergeben sich aus Fig. 1 Taf. 3 zu

$$x = -1{,}72\,\text{m} \quad \text{und} \quad y = 8{,}87\,\text{m}.$$

Bei Berechnung des Momentes $[M]$ aus Gleichung 197 ist zu beachten, dass die Lasten, welche links vom Schnitt angreifen, aus den in den Knotenpunkten 1 bis 8 wirkenden Kräften P und der im unteren Knotenpunkte 0 angreifenden Last P'' bestehen. Demnach lautet Gleichung 197:

$$[M] = \frac{30+1{,}72}{60}\left[9.5.3{,}158\,P + 10.3{,}158\,P^o\right] + \frac{30-1{,}72}{60}\left[8.4{,}5.3{,}158\,P + 9.3{,}158\,P''\right].$$

Setzt man $P = 1{,}96\,\text{t}$, $P^o = 1{,}325\,\text{t}$ und $P'' = 0{,}635\,\text{t}$, so wird

$$[M] = 282{,}89\,\text{tm}$$

$$M = 282{,}89 - 18{,}948 . 8{,}87 . 1{,}96 = -46{,}53\,\text{tm}.$$

Führt man die Spannung C_0 als eine auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens wirkende Druckkraft ein, so ist der Pfeil derselben abwärts gerichtet. Die Kraft dreht dann um den fraglichen Schnittpunkt im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers; in Gleichung 200 ist also das $+$Zeichen einzusetzen.

$$C_0 = -\frac{46{,}53}{1{,}58+1{,}72} = -14{,}1\,\text{t}.$$

Der Vertikalständer C_8.

Die Coordinaten des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile (Stäbe O_9 und U_8) ergeben sich aus der Zeichnung zu

$$x = 32{,}40\,\text{m} \quad \text{und} \quad y = -2{,}25\,\text{m}.$$

$$[M] = \frac{30-32{,}40}{60}\left[17.9.3{,}158\,P + 18.3{,}158\,P^o\right] + \frac{30+32{,}40}{60}.3{,}158\,P'' = -38{,}81\,\text{tm}.$$

$$M = -38{,}81 + 18{,}948 . 2{,}25 . 1{,}96 = 44{,}75\,\text{tm}.$$

In Gleichung 200 hat das $-$Zeichen Gültigkeit; demnach ist:

$$C_8 = -\frac{44{,}75}{32{,}40 - 8{,}5 . 3{,}158} = -8{,}0\,\text{t}.$$

Es seien nunmehr dieselben Ständer unter Zugrundelegung des **Systems II** berechnet.

Die Vertikale C_0.

Die Coordinaten des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile (Stäbe O_0 und U_1) ergeben sich aus der Zeichnung zu

$$x = -1{,}44\,\text{m} \quad \text{und} \quad y = 6{,}39\,\text{m}.$$

Zu den Lasten G'', welche links vom Schnitt angreifen, ist auch die im oberen Knotenpunkte 0 wirkende Last P^o zu rechnen.

$$[M] = \frac{30+1{,}44}{60}\left[9.5.3{,}158\,P + 10.3{,}158\,P''\right] + \frac{30-1{,}44}{60}\left[8.4{,}5.3{,}158\,P + 9.3{,}158\,P^0\right].$$

Setzt man wieder $P = 1{,}96$ t, $P^0 = 1{,}325$ t und $P'' = 0{,}635$ t, so wird

$$[M] = 280{,}44 \text{ tm}$$

$$M = 280{,}44 - 18{,}948 \,.\, 6{,}39 \,.\, 1{,}96 = 43{,}12 \text{ tm}.$$

In Gleichung 200 hat das —Zeichen Gültigkeit.

$$C_0 = -\frac{43{,}12}{1{,}58 + 1{,}44} = -14{,}3 \text{ t}.$$

Der Vertikalständer C_8.

Die Coordinaten des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile (Stäbe O_8 und U_9) sind

$$x = 34{,}49 \text{ m} \quad \text{und} \quad y = -0{,}26 \text{ m}$$

$$[M] = \frac{30 - 34{,}49}{60}\left[17 \,.\, 9 \,.\, 3{,}158\,P + 18 \,.\, 3{,}158\,P''\right] + \frac{30 + 34{,}49}{60} \cdot 3{,}158\,P^0 = -69{,}07 \text{ tm}$$

$$M = -69{,}07 + 18{,}948 \,.\, 0{,}26 \,.\, 1{,}96 = -59{,}42 \text{ tm}$$

$$C_8 = -\frac{59{,}42}{34{,}49 - 8{,}5 \,.\, 3{,}158} = -7{,}8 \text{ t}.$$

Mobile Belastung.

Obere Gurtung.

Für den *Stab O_0* liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile unterhalb der Verbindungslinie AE. Nach § 26, Fig. 46 erzeugt demnach jede Last, welche auf den Bogen einwirkt, eine Druckspannung im fraglichen Stab. Die Maximaldruckspannung ergiebt sich also bei voller Belastung. Für diese Belastungsart war die Spannung O_0 bereits bei Gelegenheit des Eigengewichts ermittelt. Man hat also:

$$\max(+O_0) = 12{,}21\,Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke beträgt 60 m. Nach der Tabelle des § 7 ist für diesen Fall $q = 4{,}9$ t pr. lfdm. und pr. Gleis zu setzen. Hieraus ergiebt sich unter Berücksichtigung, dass die mobile Last mit ihrer $1\frac{1}{2}$fachen Grösse in die Rechnung eingeführt werden soll, die Belastung pr. Knotenpunkt für jedes der Theilsysteme zu

$$Q = 3{,}158 \,.\, 1{,}5\,\frac{4{,}9}{4} = 1{,}18 \,.\, 4{,}9 = 5{,}8 \text{ t}.$$

Demnach ist:

$$\max(+O_0) = 12{,}21 \,.\, 5{,}8 = 70{,}8 \text{ t}; \qquad \max(-O_0) = 0.$$

Dieselben Verhältnisse finden bei den *Stäben O_1 und O_2* statt. Man hat also:

$$\max(+O_1) = 9{,}62 \,.\, 5{,}8 = 55{,}8 \text{ t}; \qquad \max(-O_1) = 0$$

$$\max(+O_2) = 9{,}57 \,.\, 5{,}8 = 55{,}5 \text{ t}; \qquad \max(-O_2) = 0.$$

Für den *Gurtungsstab O_3* ist eine Belastungsscheide vorhanden. Man findet dieselbe, indem man den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (in diesem Fall den unteren Knotenpunkt 2) mit dem Kämpfer A verbindet (Fig. 1, Taf. 3) und diese Verbindungslinie mit der Graden CD zum Schnitt bringt. Der Schnittpunkt fällt in das mittlere Feld hinein.

Aus Fig. 45, § 26 ist zu ersehen, dass der links von der Belastungsscheide befindliche Theil des Bogens als belastet angenommen werden muss, wenn der Stab das Maximum seiner Druckspannung erreichen soll, während das Maximum der Zugspannung die Belastung des rechtsseitigen Theiles bedingt.

Die Rechnung gestaltet sich am bequemsten, wenn man das Maximum der Zugspannung in den Obergurtstäben direct ermittelt und später das Maximum der Druckspannung durch Subtraction des zuerst berechneten Werthes von der in Folge totaler mobiler Belastung auftretenden Spannungszahl bestimmt. Es sei also zunächst die rechtsseitige Hälfte des Bogens als belastet angenommen.

Der Horizontalschub wird aus Gleichung 196 gefunden. Diese lässt sich noch in folgende für die Rechnung etwas bequemere Form bringen. Bezeichnet man mit $\mathfrak{R}_r$ die Resultante aller Lasten rechts vom Scheitel und mit $\mathfrak{R}_l$ die Resultante der Lasten links vom Scheitel; ferner mit ξ_r und ξ_l die Abscissen der Angriffspunkte dieser Resultanten jedoch nicht in Metern, sondern in Felderlängen ausgedrückt, so wird

$$H = \frac{\lambda}{2f}\left[\mathfrak{R}_r(9{,}5 + \xi_r) + \mathfrak{R}_l(9{,}5 - \xi_l)\right].$$

Setzt man $\lambda = 3{,}1579$ und $f = 7{,}5$, so erhält man:

$$H = 0{,}2105\,[\mathfrak{R}_r(9{,}5 + \xi_r) + \mathfrak{R}_l(9{,}5 - \xi_l)].$$

Die Werthe ξ sind algebraisch zu verstehen; es wird also ξ_r negativ in Rechnung zu setzen sein.

Für den vorliegenden Fall ist $\mathfrak{R}_r = 9\,Q$, $\xi_r = -4{,}5$ und $\mathfrak{R}_l = 0$, also:

$$H = 0{,}2105 \,.\, 9 \,.\, (9{,}5 - 4{,}5)\,Q = 9{,}472\,Q.$$

Das Moment $[M]$ ergiebt sich aus Gleichung 197. Auch diese Formel kann man für den Fall, dass der fragliche Drehpunkt mit einem Knotenpunkt des Trägers zusammenfällt, noch etwas einfacher schreiben.

Bezeichnet man mit x nicht die wirkliche Entfernung des Drehpunktes vom Scheitel, sondern die Anzahl der Felderlängen, um welche der Drehpunkt vom Scheitel entfernt ist, ersetzt man ferner die rechts, resp. links vom fraglichen Schnitt angreifenden Lasten durch ihre Resultanten $\mathfrak{R}'$ und $\mathfrak{R}''$ und giebt die Entfernungen ξ' und ξ'' der Angriffspunkte dieser Resultanten vom Scheitel ebenfalls in Felderlängen an, so lautet Gleichung 197

$$[M] = \frac{(9{,}5 - x)(9{,}5 + \xi')\,\mathfrak{R}' + (9{,}5 + x)(9{,}5 - \xi'')\,\mathfrak{R}''}{19} \cdot \lambda$$

oder

$$[M] = 0{,}1662\,[(9{,}5 - x)(9{,}5 + \xi')\,\mathfrak{R}' + (9{,}5 + x)\,9{,}5 - \xi'')\,\mathfrak{R}''].$$

Im vorliegenden Falle ist:

$$[M] = 0{,}1662 \,.\, (9{,}5 - 2{,}5)(9{,}5 - 4{,}5) \,.\, 9\,Q = 52{,}35\,Q.$$

Nach Gleichung 195 erhält man:

$$M = 52{,}35\,Q - 9{,}472 \,.\, 5{,}749\,Q = -2{,}10\,Q.$$

Die Spannung O_3 ergiebt sich sodann aus der Formel 198:

$$\max(-O_3) = -\frac{2{,}10}{2{,}5}\,Q = -0{,}84\,Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke beträgt 30 m; die Tabelle des § 7 giebt hierfür $q = 5{,}6$ t an, so dass

$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}6 = 6{,}6\ \mathrm{t}$$

zu setzen ist. Demnach hat man:

$$\max(-O_3) = -0{,}84 \,.\, 6{,}6 = -5{,}5 \text{ t}.$$

Subtrahirt man diesen Werth von der bei Gelegenheit des Eigengewichts berechneten Spannung in Folge totaler Belastung des Bogens, so erhält man:

$$\max(+O_3) = (9{,}48 + 0{,}84)\, Q = 10{,}32\, Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke ist wieder 30 m, also:

$$\max(+O_3) = 10{,}32 \,.\, 6{,}6 = 68{,}1 \text{ t}.$$

Stab O_4.

Belastungsscheide im mittleren Felde.

$$H = 9{,}472\, Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 3{,}5)\,(9{,}5 - 4{,}5)\, 9\, Q = 44{,}87\, Q$$

$$M = 44{,}87\, Q - 9{,}472 \,.\, 5{,}265\, Q = -5{,}00\, Q$$

$$\max(-O_4) = -\frac{5{,}00}{2{,}5}\, Q = -2{,}00\, Q = -2{,}00 \,.\, 6{,}6 = -13{,}2 \text{ t}$$

$$\max(+O_4) = (9{,}36 + 2{,}00)\, Q = 11{,}36\, Q = 11{,}36 \,.\, 6{,}6 = 75{,}0 \text{ t}.$$

Stab O_5.

Belastungsscheide im 1sten Felde.

$$H = 0{,}2105\,[9\,(9{,}5 - 4{,}5) + 1\,(9{,}5 - 0{,}5)]\, Q = 11{,}367\, Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 4{,}5)\,(9{,}5 - 4{,}0)\, 10\, Q = 45{,}70\, Q$$

$$M = 45{,}70\, Q - 11{,}367 \,.\, 4{,}613\, Q = -6{,}74\, Q$$

$$\max(-O_5) = -\frac{6{,}74}{2{,}5}\, Q = -2{,}70\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}5 = 6{,}5 \text{ t}.$$

$$\max(-O_5) = -2{,}70 \,.\, 6{,}5 = -17{,}5 \text{ t}$$

$$\max(+O_5) = (9{,}25 + 2{,}70)\, Q = 11{,}95\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}9 = 6{,}9 \text{ t}$$

$$\max(+O_5) = 11{,}95 \,.\, 6{,}9 = 82{,}5 \text{ t}.$$

Stab O_6.

Belastungsscheide im 1sten Felde.

$$H = 11{,}367\, Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 5{,}5)\,(9{,}5 - 4{,}0)\, 10\, Q = 36{,}56\, Q$$

$$M = 36{,}56\, Q - 11{,}367 \,.\, 3{,}788\, Q = -6{,}50\, Q$$

$$\max(-O_6) = -\frac{6{,}50}{2{,}5}\, Q = -2{,}60\, Q = -2{,}60 \,.\, 6{,}5 = -16{,}9 \text{ t}$$

$$\max(+O_6) = (9{,}18 + 2{,}60)\, Q = 11{,}78\, Q = 11{,}78 \,.\, 6{,}9 = 81{,}3 \text{ t}.$$

Stab O_7.

Belastungsscheide im 1sten Felde.

$$H = 11{,}367\, Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 6{,}5)\,(9{,}5 - 4{,}0)\, 10\, Q = 27{,}42\, Q$$

$$M = 27{,}42\, Q - 11{,}367 \,.\, 2{,}783\, Q = -4{,}21\, Q$$

$$\max(-O_7) = -\frac{4{,}21}{2{,}5}\, Q = -1{,}68\, Q = -1{,}68 \,.\, 6{,}5 = -10{,}9 \text{ t}$$

$$\max(+O_7) = (9{,}22 + 1{,}68)\, Q = 10{,}90\, Q = 10{,}90 \,.\, 6{,}9 = 75{,}2 \text{ t}.$$

Stab O_8.

Belastungsscheide im mittleren Felde.

$$H = 9{,}472\, Q$$
$$[M] = 0{,}1662 \,.\, (9{,}5 - 7{,}5)\, (9{,}5 - 4{,}5)\, 9\, Q = 14{,}96\, Q$$
$$M = 14{,}96\, Q - 9{,}472 \,.\, 1{,}589\, Q = -\, 0{,}09\, Q$$
$$\max\,(-\, O_8) = -\frac{0{,}09}{2{,}5}\, Q = -\, 0{,}04\, Q = -\, 0{,}04 \,.\, 6{,}6 = -\, 0{,}3 \text{ t}$$
$$\max\,(+\, O_8) = (9{,}43 + 0{,}04)\, Q = 9{,}47\, Q = 9{,}47 \,.\, 6{,}6 = 62{,}5 \text{ t.}$$

Stab O_9.

Maximum der Druckspannung bei voller Belastung.

$$\max\,(+\, O_9) = 12{,}39 \,.\, 5{,}8 = 71{,}9 \text{ t}$$
$$\max\,(-\, O_9) = 0.$$

Untere Gurtung.

Für den *Gurtungsstab* U_0 liegt der conjugirte Drehpunkt (als solcher ist der obere Knotenpunkt 0 anzusehen) oberhalb der Graden BD. Nach Fig. 48 des § 26 muss demnach der ganze Träger als belastet angenommen werden, damit der fragliche Stab das Maximum seiner Druckspannung erreiche. Es ist also:

$$\max\,(+\, U_0) = 12{,}07 \,.\, 5{,}8 = 70{,}0 \text{ t}; \qquad \max\,(-\, U_0) = 0.$$

Für den *Stab* U_1 fällt die Belastungsscheide in das 1ste Feld hinein. Es ist empfehlenswerth zunächst das Maximum der Druckspannung zu berechnen, da dieses bei rechtsseitiger Belastung des Bogens auftritt und für diese Belastungsart der Horizontalschub bereits ermittelt ist.

$$H = 11{,}367\, Q$$
$$[M] = 0{,}1662\, (9{,}5 - 1{,}5)\, (9{,}5 - 4{,}0)\, 10\, Q = 73{,}13\, Q$$
$$M = 73{,}13\, Q - 11{,}367 \,.\, 8{,}577\, Q = -\, 24{,}36\, Q$$
$$\max\,(+\, U_1) = \frac{24{,}36}{2{,}5}\, Q = 9{,}74\, Q = 9{,}74 \,.\, 6{,}5 = 63{,}3 \text{ t}$$
$$\max\,(-\, U_1) = (9{,}43 - 9{,}74)\, Q = -\, 0{,}31\, Q = -\, 0{,}31 \,.\, 6{,}9 = -\, 2{,}2 \text{ t.}$$

Stab U_2.

Belastungsscheide im 2ten Felde.

$$H = 0{,}2105\, [9 \,.\, (9{,}5 - 4{,}5) + 2\, (9{,}5 - 1)]\, Q = 13{,}051\, Q$$
$$[M] = 0{,}1662\, (9{,}5 - 2{,}5)\, (9{,}5 - 3{,}5)\, 11\, Q = 76{,}78\, Q$$
$$M = 76{,}78\, Q - 13{,}051 \,.\, 8{,}269\, Q = -\, 31{,}14\, Q$$
$$\max\,(+\, U_2) = \frac{31{,}14}{2{,}5}\, Q = 12{,}46\, Q = 12{,}46 \,.\, 6{,}5 = 81{,}0 \text{ t}$$
$$\max\,(-\, U_2) = (9{,}62 - 12{,}46)\, Q = -\, 2{,}84\, Q = -\, 2{,}84 \,.\, 6{,}9 = -\, 19{,}6 \text{ t.}$$

Stab U_3.

Belastungsscheide im 2ten Felde.

$$H = 13{,}051\, Q$$
$$[M] = 0{,}1662\, (9{,}5 - 3{,}5)\, (9{,}5 - 3{,}5)\, 11\, Q = 65{,}82\, Q$$
$$M = 65{,}82\, Q - 13{,}051 \,.\, 7{,}803\, Q = -\, 36{,}02\, Q$$

$$\max(+U_3) = \frac{36{,}02}{2{,}5}\,Q = 14{,}41\,Q = 14{,}41\,.\,6{,}5 = 93{,}7\text{ t}$$

$$\max(-U_3) = (9{,}88 - 14{,}41)\,Q = -4{,}53\,Q = -4{,}53\,.\,6{,}9 = -31{,}3\text{ t.}$$

Stab U_4.

Belastungsscheide im 3ten Felde.

$$H = 0{,}2105\,[9\,.\,(9{,}5 - 4{,}5) + 3\,(9{,}5 - 1{,}5)]\,Q = 14{,}524\,Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 4{,}5)\,(9{,}5 - 3{,}0)\,12\,Q = 64{,}82\,Q$$

$$M = 64{,}82\,Q - 14{,}524\,.\,7{,}177\,Q = -39{,}42\,Q$$

$$\max(+U_4) = \frac{39{,}42}{2{,}5}\,Q = 15{,}77\,Q$$

$$Q = 1{,}18\,.\,5{,}4 = 6{,}4\text{ t}$$

$$\max(+U_4) = 15{,}77\,.\,6{,}4 = 100{,}9\text{ t}$$

$$\max(-U_4) = (10{,}19 - 15{,}77)\,Q = -5{,}58\,Q$$

$$Q = 1{,}18\,.\,6{,}2 = 7{,}3\text{ t}$$

$$\max(-U_4) = -5{,}58\,.\,7{,}3 = -40{,}7\text{ t.}$$

Stab U_5.

Belastungsscheide im 3ten Felde.

$$H = 14{,}524\,Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 5{,}5)\,(9{,}5 - 3{,}0)\,12\,Q = 51{,}85\,Q$$

$$M = 51{,}85\,Q - 14{,}524\,.\,6{,}387\,Q = -40{,}91\,Q$$

$$\max(+U_5) = \frac{40{,}91}{2{,}5}\,Q = 16{,}36\,Q = 16{,}36\,.\,6{,}4 = 104{,}7\text{ t}$$

$$\max(-U_5) = (10{,}52 - 16{,}36)\,Q = -5{,}84\,Q = -5{,}84\,.\,7{,}3 = -42{,}6\text{ t.}$$

Stab U_6.

Belastungsscheide im 4ten Felde.

$$H = 0{,}2105\,[9\,.\,(9{,}5 - 4{,}5) + 4\,(9{,}5 - 2{,}0)]\,Q = 15{,}787\,Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 6{,}5)\,(9{,}5 - 2{,}5)\,13\,Q = 45{,}37\,Q$$

$$M = 45{,}37\,Q - 15{,}787\,.\,5{,}424\,Q = -40{,}26\,Q$$

$$\max(+U_6) = \frac{40{,}26}{2{,}5}\,Q = 16{,}10\,Q$$

$$Q = 1{,}18\,.\,5{,}4 = 6{,}4\text{ t}$$

$$\max(+U_6) = 16{,}10\,.\,6{,}4 = 103{,}0\text{ t}$$

$$\max(-U_6) = (10{,}79 - 16{,}10)\,Q = -5{,}31\,Q$$

$$Q = 1{,}18\,.\,6{,}3 = 7{,}4\text{ t}$$

$$\max(-U_6) = -5{,}31\,.\,7{,}4 = -39{,}3\text{ t.}$$

Stab U_7.

Belastungsscheide im 4ten Felde.

$$H = 15{,}787\,Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 7{,}5)\,(9{,}5 - 2{,}5)\,13\,Q = 30{,}25\,Q$$

$$M = 30{,}25\,Q - 15{,}787\,.\,4{,}282\,Q = -37{,}35\,Q$$

$$\max(+U_7) = \frac{37{,}35}{2{,}5}\,Q = 14{,}94\,Q = 14{,}94\,.\,6{,}4 = 95{,}6\text{ t}$$

$$\max(-U_7) = (10{,}98 - 14{,}94)\,Q = -3{,}96\,Q = -3{,}96\,.\,7{,}4 = -29{,}3\text{ t.}$$

Stab U_8.

Belastungsscheide im 5ten Felde.

$$H = 0{,}2105\,[9\,(9{,}5 - 4{,}5) + 5\,(9{,}5 - 2{,}5)]\,Q = 16{,}840\,Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 8{,}5)\,(9{,}5 - 2{,}0)\,14\,Q = 17{,}45\,Q$$

$$M = 17{,}45\,Q - 16{,}840\,.\,2{,}949\,Q = -\,32{,}21\,Q$$

$$\max(+U_8) = \frac{32{,}21}{2{,}5}\,Q = 12{,}88\,Q$$

$$Q = 6{,}4\,\text{t}$$

$$\max(+U_8) = 12{,}88\,.\,6{,}4 = 82{,}4\,\text{t}$$

$$\max(-U_8) = (10{,}98 - 12{,}88)\,Q = -\,1{,}90\,Q$$

$$Q = 1{,}18\,.\,6{,}7 = 7{,}9\,\text{t}$$

$$\max(-U_8) = -\,1{,}90\,.\,7{,}9 = -\,15{,}0\,\text{t}.$$

Stab U_9.

Belastungsscheide im 5ten Felde. Der conjugirte Drehpunkt fällt mit demjenigen des Stabes U_8 zusammen.

$$\max(+U_9) = \frac{32{,}21}{2{,}74}\,Q = 11{,}76\,Q = 11{,}76\,.\,6{,}4 = 75{,}3\,\text{t}$$

$$\max(-U_9) = (10{,}02 - 11{,}76)\,Q = -\,1{,}74\,Q = -\,1{,}74\,.\,7{,}9 = -\,13{,}7\,\text{t}.$$

Diagonalen.

Um die Belastungsscheiden der Diagonalen zu ermitteln, müsste man eigentlich die Schnittpunkte der mitgeschnittenen Gurtlinien benutzen. Da diese jedoch auf der Zeichnung nicht zugänglich sind und die entsprechenden Gurtlinien nahezu parallel verlaufen, so kann man zu vorliegendem Zweck letztere thatsächlich als parallel annehmen und die Belastungsscheiden nach Fig. 55, § 26 dadurch bestimmen, dass man zu einer der beiden geschnittenen Gurtlinien die Paralle durch den linksseitigen Kämpferpunkt A zieht. Man wird die Parallele zu derjenigen Gurtlinie ziehen, deren Verlängerung am nächsten am Punkte A vorbei geht.

Stab D_1.

Es ist keine Belastungsscheide P vorhanden. Die Verhältnisse bei dieser Diagonalen gestalten sich in der Weise wie Fig. 56, oder genauer genommen Fig. 52, § 26 dieselben zeigt. Demnach bildet nur das fragliche Feld 1 selbst eine Belastungsscheide. Denkt man sich die Spannung D_1 auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft wirkend, so erkennt man, dass alsdann diese Spannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile, der auf der Zeichnung nicht zugänglich ist, welcher, wie aber aus den berechneten Coordinaten desselben ersehen werden kann, nach rechts fällt, im Sinne des Uhrzeigers dreht. Entsprechend den Erläuterungen auf Seite 51 (Füllungsglieder) wird also das Maximum der Druckspannung bei linksseitiger, das Maximum der Zugspannung bei rechtsseitiger Belastung des Trägers stattfinden.

Für rechtsseitige Belastung (die Scheide liegt im Felde 1) war der Horizontalschub bereits ermittelt; man hatte gefunden

$$H = 11{,}367\,Q.$$

Das Moment $[M]$ ergiebt sich aus Gleichung 197. Diese Formel lässt sich noch etwas einfacher schreiben. Ersetzt man die Lasten rechts und links vom fraglichen

Schnitt durch ihre Resultanten $\mathfrak{R}'$ und $\mathfrak{R}''$ und drückt die Abstände ξ' und ξ'' dieser Resultanten vom Scheitel durch Felderlängen aus, während die Abscisse x des fraglichen Drehpunktes nach wie vor in Metern angegeben wird, so erhält man:

$$[M] = \frac{(30 - x)(9{,}5 + \xi')\,\mathfrak{R}' + (30 + x)(9{,}5 - \xi'')\,\mathfrak{R}''}{19}.$$

Im vorliegenden Falle ist $\mathfrak{R}'' = 0$, $\mathfrak{R}' = 10\,Q$, $\xi' = -4{,}0$ und $x = -1251{,}9$, also:

$$[M] = \frac{(30 + 1251{,}9)(9{,}5 - 4{,}0)\,10}{19}\,Q = 3710{,}7\,Q$$

$$M = 3710{,}7\,Q - 11{,}367 \,.\, 69{,}7\,Q = 2918{,}4\,Q.$$

In Gleichung 200 hat das $-$Zeichen Gültigkeit.

$$\max(-D_1) = -\frac{2918{,}4}{798{,}7}\,Q = -3{,}65\,Q = -3{,}65 \,.\, 6{,}5 = -23{,}7\text{ t}$$

$$\max(+D_1) = (-0{,}09 + 3{,}65)\,Q = 3{,}56\,Q = 3{,}56 \,.\, 6{,}9 = 24{,}6\text{ t.}$$

Stab D_2.

Belastungsscheide im 2ten Felde.

$$H = 13{,}051\,Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 635{,}6)(9{,}5 - 3{,}5)\,11}{19}\,Q = 2312{,}1\,Q$$

$$M = 2312{,}1\,Q - 13{,}051 \,.\, 70{,}9\,Q = 1386{,}8\,Q$$

$$\max(-D_2) = -\frac{1386{,}8}{419{,}3}\,Q = -3{,}31\,Q = -3{,}31 \,.\, 6{,}5 = -21{,}5\text{ t}$$

$$\max(+D_2) = (-0{,}18 + 3{,}31)\,Q = 3{,}13\,Q = 3{,}13 \,.\, 6{,}9 = 21{,}6\text{ t.}$$

Stab D_3.

Belastungsscheide im 3ten Felde.

$$H = 14{,}524\,Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 408{,}6)(9{,}5 - 3{,}0)\,12}{19}\,Q = 1800{,}6\,Q$$

$$M = 1800{,}6\,Q - 14{,}524 \,.\, 69{,}7\,Q = 788{,}3\,Q$$

$$\max(-D_3) = -\frac{788{,}3}{280{,}7}\,Q = -2{,}81\,Q = -2{,}81 \,.\, 6{,}4 = -18{,}0\text{ t}$$

$$\max(+D_3) = (-0{,}22 + 2{,}81)\,Q = 2{,}59\,Q = 2{,}59 \,.\, 7{,}3 = 18{,}9\text{ t.}$$

Stab D_4.

Belastungsscheide im 4ten Felde.

$$H = 15{,}787\,Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 297{,}3)(9{,}5 - 2{,}5)\,13}{19}\,Q = 1567{,}6\,Q$$

$$M = 1567{,}6\,Q - 15{,}787 \,.\, 68{,}9\,Q = 479{,}9\text{ t}$$

$$\max(-D_4) = -\frac{479{,}9}{214{,}2}\,Q = -2{,}24\,Q = -2{,}24 \,.\, 6{,}4 = -14{,}3\text{ t}$$

$$\max(+D_4) = (-0{,}24 + 2{,}24)\,Q = 2{,}00\,Q = 2{,}00 \,.\, 7{,}4 = 14{,}8\text{ t.}$$

Stab D_5.

Für diese Diagonale ist eine zweite Belastungsscheide vorhanden. Zieht man zur unteren Gurtlinie U_5 die Parallele durch den Kämpferpunkt A, so schneidet diese die Grade CD im mittleren Felde des Bogens. Dieses mittlere Feld tritt als zweite Belastungsscheide auf. Das Maximum der Druckspannung wird nach Fig. 55 oder Fig. 51, § 26 erhalten, wenn die rechtsseitige Hälfte des Bogens und die Strecke vom fraglichen Felde bis zum linksseitigen Kämpfer belastet ist. Für diese Belastungsart soll die Spannung direct berechnet werden. Es erscheint einfacher, das Maximum der Zugspannung direct zu bestimmen und sodann die positive Maximalspannung durch Subtraction von der in Folge totaler Belastung auftretenden Spannung zu ermitteln. Dieser Weg führt jedoch nicht zum Ziel, da für die rechtsseitige und linksseitige Belastung, aus welcher sich das Belastungsschema der Maximaldruckspannung zusammensetzt, verschiedene specifische Belastungen (in Folge der verschiedenen Längen der belasteten Strecken) angenommen werden müssen. Man muss also den Einfluss dieser beiden Belastungen getrennt ermitteln.

Rechtsseitige Belastung.

$$H = 9{,}472\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 224{,}7)(9{,}5 - 4{,}5)\, 9}{19}\, Q = 603{,}2\, Q$$

$$M = 603{,}2\, Q - 9{,}472 \,.\, 67{,}0\, Q = -\,31{,}4\, Q$$

$$D_5 = \frac{31{,}4}{171{,}4}\, Q = 0{,}18\, Q$$

$$Q = 6{,}6\ \mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

$$H = 0{,}2105 \,.\, 4 \,.\, (9{,}5 - 7{,}0)\, Q = 2{,}105\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 - 224{,}7)(9{,}5 - 7{,}0)\, 4}{19}\, Q = -\,102{,}5\, Q$$

$$M = -\,102{,}5\, Q - 2{,}105 \,.\, 67{,}0\, Q = -\,243{,}5\, Q$$

$$D_5 = \frac{243{,}5}{171{,}4}\, Q = 1{,}42\, Q$$

$$Q = 7{,}9\ \mathrm{t}.$$

$$\max(+D_5) = 0{,}18 \,.\, 6{,}6 + 1{,}42 \,.\, 7{,}9 = 12{,}4\ \mathrm{t}$$

$$\max(-D_5) = (-\,0{,}21 - 0{,}18 - 1{,}42)\, Q = -\,1{,}81\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 6{,}4 = 7{,}5\ \mathrm{t}$$

$$\max(-D_5) = -\,1{,}81 \,.\, 7{,}5 = -\,13{,}6\ \mathrm{t}.$$

Stab D_6.

Belastungsscheide im 1sten und 6ten Felde.

Rechtsseitige Belastung.

$$H = 11{,}367\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 176{,}6)(9{,}5 - 4{,}0)\, 10}{19}\, Q = 598{,}1\, Q$$

$$M = 598{,}1\, Q - 11{,}367 \,.\, 65{,}5\, Q = -\,146{,}4\, Q$$

$$D_6 = \frac{146{,}4}{144{,}0}\, Q = 1{,}02\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}5 = 6{,}5\ \mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

$$H = 0{,}2105 \,.\, 3 \,.\, (9{,}5 - 7{,}5)\; Q = 1{,}263\; Q$$

$$[M] = \frac{(30 - 176{,}6)\,(9{,}5 - 7{,}5)\; 3}{19}\; Q = -46{,}3\; Q$$

$$M = -46{,}3\; Q - 1{,}263 \,.\, 65{,}5\; Q = -129{,}0\; Q$$

$$D_6 = \frac{129{,}0}{144{,}0}\; Q = 0{,}90\; Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 7{,}2 = 8{,}5 \text{ t}$$

$$\max(+D_6) = 1{,}02 \,.\, 6{,}5 + 0{,}90 \,.\, 8{,}5 = 14{,}3 \text{ t}$$

$$\max(-D_6) = (-0{,}12 - 1{,}02 - 0{,}90)\; Q = -2{,}04\; Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 6{,}4 = 7{,}5 \text{ t}$$

$$\max(-D_6) = -2{,}04 \,.\, 7{,}5 = -15{,}3 \text{ t.}$$

Stab D_7.

Belastungsscheide im 2ten und 7ten Felde.

Rechtsseitige Belastung.

$$H = 13{,}051\; Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 139{,}2)\,(9{,}5 - 3{,}5)\; 11}{19}\; Q = 587{,}7\; Q$$

$$M = 587{,}7\; Q - 13{,}051 \,.\, 63{,}2\; Q = -237{,}1\; Q$$

$$D_7 = \frac{237{,}1}{123{,}1}\; Q = 1{,}93\; Q$$

$$Q = 6{,}5 \text{ t.}$$

Linksseitige Belastung.

$$H = 0{,}2105 \,.\, 2\, (9{,}5 - 8{,}0)\; Q = 0{,}631\; Q$$

$$[M] = \frac{(30 - 139{,}2)\,(9{,}5 - 8{,}0)\; 2}{19}\; Q = -17{,}2\; Q$$

$$M = -17{,}2\; Q - 0{,}631 \,.\, 63{,}2\; Q = -57{,}1\; Q$$

$$D_7 = \frac{57{,}1}{123{,}1}\; Q = 0{,}46\; Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 8{,}5 = 10{,}0 \text{ t}$$

$$\max(+D_7) = 1{,}93 \,.\, 6{,}5 + 0{,}46 \,.\, 10{,}0 = 17{,}1 \text{ t}$$

$$\max(-D_7) = (0{,}03 - 1{,}93 - 0{,}46)\; Q = -2{,}36\; Q$$

$$Q = 7{,}5 \text{ t}$$

$$\max(-D_7) = -2{,}36 \,.\, 7{,}5 = -17{,}7 \text{ t.}$$

Stab D_8.

Belastungsscheide im 2ten und 8ten Felde.

Rechtsseitige Belastung.

$$H = 13{,}051\; Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 110{,}4)\,(9{,}5 - 3{,}5)\; 11}{19}\; Q = 487{,}7\; Q$$

$$M = 487{,}7\; Q - 13{,}051 \,.\, 60{,}9\; Q = -307{,}1\; Q$$

$$D_8 = \frac{307{,}1}{107{,}5} Q = 2{,}86\, Q$$
$$Q = 6{,}5\, \text{t}.$$

Linksseitige Belastung.

$$H = 0{,}2105 \,.\, 1 \,.\, (9{,}5 - 8{,}5)\, Q = 0{,}210\, Q$$
$$[M] = \frac{(30 - 110{,}4)\,(9{,}5 - 8{,}5) \cdot 1}{19} Q = -4{,}2\, Q$$
$$M = -4{,}2\, Q - 0{,}210 \,.\, 60{,}9\, Q = -17{,}0\, Q$$
$$D_8 = \frac{17{,}0}{107{,}5} Q = 0{,}16\, Q$$
$$Q = 1{,}18 \,.\, 11{,}5 = 13{,}5\, \text{t}$$
$$\max(+D_8) = 2{,}86 \,.\, 6{,}5 + 0{,}16 \,.\, 13{,}5 = 20{,}7\, \text{t}$$
$$\max(-D_8) = (0{,}26 - 2{,}86 - 0{,}16)\, Q = -2{,}76\, Q$$
$$Q = 1{,}18 \,.\, 6{,}2 = 7{,}3\, \text{t}$$
$$\max(-D_8) = -2{,}76 \,.\, 7{,}3 = -20{,}1\, \text{t}.$$

Die **Vertikalständer** C_0 und C_8 erfordern wieder eine besondere Untersuchung.

Stab C_0.

Es kommt zunächst darauf an, zu entscheiden, bei welcher Belastungsart dieser Stab das Maximum seiner Spannungen erhält. Setzt man das System I (rechtsfallende Diagonalen) voraus, so liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (Stäbe O_1 und U_0), wie man aus Fig. 1 Taf. 3 erkennt, oberhalb der beiden Graden AE und BD. Das Belastungsschema ergiebt sich demnach aus Fig. 51, § 26. Die als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil der Brücke einwirkende Spannung C_0 dreht um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers; die Abtheilungen für „Zug" und „Druck" sind also in der Weise, wie Fig. 51 zeigt, anzunehmen. Verbindet man den conjugirten Drehpunkt mit dem linksseitigen Kämpfer und schneidet diese Verbindungslinie mit der Graden BD, so findet man, dass die Belastungsscheide im ersten Felde liegt. Dieses erste Feld tritt gleichzeitig auch als zweite Belastungsscheide auf (s. Fig. 51, § 26), da der zum Zweck der Spannungsermittlung durch C_0 geführte Schnitt die obere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, in diesem ersten Felde trifft. Es ergiebt sich also, dass unter Voraussetzung des Systems I der ganze Träger belastet sein muss, damit C_0 das Maximum der Zugspannung erreiche.

Legt man System II der Berechnung zu Grunde, so ist aus Fig. 1, Taf. 3 zu ersehen, dass alsdann der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (O^0 und U_1) unterhalb der beiden Graden AE und BD liegt. Das Belastungsschema ergiebt sich aus Fig. 54, § 26. Die auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft wirkende Spannung C_0 dreht um den entsprechenden Schnittpunkt im Sinne des Uhrzeigers; es wird demnach C_0 bei voller Belastung des Bogens am meisten gezogen sein.

Unter Berücksichtigung beider Systeme gelangt man hiernach zu dem Resultat, dass der Stab C_0 das Maximum der Zugspannung bei voller Belastung erreicht.

Unter dieser Annahme findet man:

System I.

$$H = 18{,}948\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 1{,}72)(9{,}5 - 4{,}0)\, 10 + (30 - 1{,}72)(9{,}5 - 5{,}0)\, 8}{19}\, Q = 145{,}10\, Q$$

$$M = 145{,}40\, Q - 18{,}948 \,.\, 8{,}87\, Q = -\, 22{,}67\, Q$$

$$\max(-C_0) = -\frac{22{,}67}{1{,}58 + 1{,}72}\, Q = -\, 6{,}87\, Q$$

$$Q = 5{,}8\, \mathrm{t}$$

$$\max(-C_0) = -\, 6{,}87 \,.\, 5{,}8 = -\, 39{,}8\, \mathrm{t}$$

$$\max(+C_0) = 0.$$

System II.

$$[M] = \frac{(30 + 1{,}44)(9{,}5 - 4{,}5)\, 9 + (30 - 1{,}44)(9{,}5 - 4{,}5)\, 9}{19}\, Q = 142{,}11\, Q$$

$$M = 142{,}11\, Q - 18{,}948 \,.\, 6{,}39\, Q = 21{,}03\, Q$$

$$\max(-C_0) = -\frac{21{,}03}{1{,}58 + 1{,}44}\, Q = -\, 6{,}96\, Q$$

$$\max(-C_0) = -\, 6{,}96 \,.\, 5{,}8 = -\, 40{,}4\, \mathrm{t}$$

$$\max(+C_0) = 0.$$

Stab C_8.

Legt man System I der Berechnung zu Grunde, so fällt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (Stäbe O_9 und U_8) wie aus Fig. 1, Taf. 3 zu ersehen ist, unterhalb der beiden Graden AE und BD. Das Belastungsschema ergiebt sich aus Fig. 53, § 26. Die Scheide P liegt im 5ten Felde. Die zweite Belastungsscheide, welche das fragliche Feld selbst bildet, würde hier im 9ten Felde anzunehmen sein, da der durch C_8 zum Zweck der Spannungsermittlung geführte Schnitt die obere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, im 9ten Felde trifft. Berücksichtigt man noch den Drehungssinn der zunächst als Druckkraft eingeführten Spannung, so ergiebt sich, dass der Stab C_8 am meisten gezogen wird, wenn der Bogen vom rechtsseitigen Kämpfer bis zum 5ten Felde der linksseitigen Hälfte belastet ist.

Unter Annahme des Systems II findet man, dass der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (O_8 und U_9) oberhalb der Graden AE und unterhalb der Graden BD liegt. Das Belastungsschema ergiebt sich nach Fig. 50, § 26, da eine wirkliche Scheide P nicht vorhanden ist. Es tritt demnach nur das fragliche Feld selbst als Belastungsscheide auf, und als solches ist in diesem Falle das 8te Feld anzusehen, da der durch C_8 zum Zweck der Spannungsermittlung geführte Schnitt die obere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, im 8ten Felde trifft. Da die als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens wirkende Spannung C_8 um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers dreht, so ergiebt sich, dass die Verticale C_8 am meisten gezogen wird, wenn sämmtliche Knotenpunkte mit Ausnahme des Knotenpunktes 8 belastet sind.

Bedenkt man, dass gleichzeitig beide Systeme zur Wirkung kommen, so folgt dass die Belastungsscheide für die Vertikale C_8 zwischen dem 5ten Felde und dem 8ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte liegen wird.

Ob die Lasten in den Knotenpunkten 5, 6 und 7 eine Zugspannung oder eine Druckspannung im fraglichen Stabe hervorbringen, ist also zunächst zweifelhaft. Specielle Rechnungen ergeben jedoch, dass diese Lasten unter Berücksichtigung beider Systeme Zugspannungen in C_8 bedingen, so dass die Belastungsscheide im 8ten Felde angenommen werden muss.

System I.

Maximum der Druckspannung.

$$H = 0{,}2105 \,.\, 1 \,.\, (9{,}5 - 8{,}5)\, Q = 0{,}210\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 - 32{,}40)\,(9{,}5 + 8{,}5) \,.\, 1}{19}\, Q = -\,2{,}27\, Q$$

$$M = -\,2{,}27\, Q + 0{,}210 \,.\, 2{,}25\, Q = -\,1{,}80\, Q$$

$$\max(+\,C_8) = \frac{1{,}80}{32{,}40 - 8{,}5 \,.\, 3{,}158}\, Q = 0{,}32\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 11{,}5 = 13{,}5\,\mathrm{t}$$

$$\max(+\,C_8) = 0{,}32 \,.\, 13{,}5 = 4{,}3\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

$$H = (18{,}948 - 0{,}210)\, Q = 18{,}738\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 - 32{,}40)\,(9{,}5 - 0{,}5) \,.\, 17}{19}\, Q = -\,19{,}33\, Q$$

$$M = -\,19{,}33\, Q + 18{,}738 \,.\, 2{,}25\, Q = 22{,}83\, Q$$

$$\max(-\,C_8) = -\,\frac{22{,}83}{32{,}40 - 8{,}5 \,.\, 3{,}158}\, Q = -\,4{,}11\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}0 = 5{,}9\,\mathrm{t}$$

$$\max(-\,C_8) = -\,4{,}11 \,.\, 5{,}9 = -\,24{,}2\,\mathrm{t}.$$

System II.

Maximum der Druckspannung.

$$H = 0{,}210\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 34{,}49)\,(9{,}5 - 8{,}5) \,.\, 1}{19}\, Q = 3{,}39\, Q$$

$$M = 3{,}39\, Q + 0{,}210 \,.\, 0{,}26\, Q = 3{,}44\, Q$$

$$\max(+\,C_8) = \frac{3{,}44}{34{,}49 - 8{,}5 \,.\, 3{,}158}\, Q = 0{,}45\, Q$$

$$\max(+\,C_8) = 0{,}45 \,.\, 13{,}5 = 6{,}1\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

$$H = 18{,}738\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 - 34{,}49)\,(9{,}5 - 0{,}5) \,.\, 17}{19}\, Q = -\,36{,}16\, Q$$

$$M = -\,36{,}16\, Q + 18{,}738 \,.\, 0{,}26\, Q = -\,31{,}29\, Q$$

$$\max(-C_8) = -\frac{31{,}29}{34{,}49 - 8{,}5 \,.\, 3{,}158}\,Q = -4{,}09\,Q$$

$$\max(-C_8) = -4{,}09 \,.\, 5{,}9 = -24{,}1 \text{ t.}$$

Es sollen nunmehr für das System I die Spannungen in den Gurtstücken und den Diagonalen, welche einerseits von der permanenten, andererseits von der mobilen Last herrühren, summirt werden. Es ergiebt sich:

$\max(+O_0) = 23{,}9 + 70{,}8 = 94{,}7$ t	$\max(-O_0) = 23{,}9 = 23{,}9$ t
$\max(+O_1) = 18{,}9 + 55{,}8 = 74{,}7$ „	$\max(-O_1) = 18{,}9 = 18{,}9$ „
$\max(+O_2) = 18{,}8 + 55{,}5 = 74{,}3$ „	$\max(-O_2) = 18{,}8 = 18{,}8$ „
$\max(+O_3) = 18{,}6 + 68{,}1 = 86{,}7$ „	$\max(-O_3) = 18{,}6 - 5{,}5 = 13{,}1$ „
$\max(+O_4) = 18{,}3 + 75{,}0 = 93{,}3$ „	$\max(-O_4) = 18{,}3 - 13{,}2 = 5{,}1$ „
$\max(+O_5) = 18{,}1 + 82{,}5 = 100{,}6$ „	$\max(-O_5) = 18{,}1 - 17{,}5 = 0{,}6$ „
$\max(+O_6) = 18{,}0 + 81{,}3 = 99{,}3$ „	$\max(-O_6) = 18{,}0 - 16{,}9 = 1{,}1$ „
$\max(+O_7) = 18{,}1 + 75{,}2 = 93{,}3$ „	$\max(-O_7) = 18{,}1 - 10{,}9 = 7{,}2$ „
$\max(+O_8) = 18{,}5 + 62{,}5 = 81{,}0$ „	$\max(-O_8) = 18{,}5 - 0{,}3 = 18{,}2$ „
$\max(+O_9) = 24{,}3 + 71{,}9 = 96{,}2$ „	$\max(-O_9) = 24{,}3 = 24{,}3$ „
$\max(+U_0) = 23{,}7 + 70{,}0 = 93{,}7$ t	$\max(-U_0) = 23{,}7 = 23{,}7$ t
$\max(+U_1) = 18{,}5 + 63{,}3 = 81{,}8$ „	$\max(-U_1) = 18{,}5 - 2{,}2 = 16{,}3$ „
$\max(+U_2) = 18{,}9 + 81{,}0 = 99{,}9$ „	$\max(-U_2) = 18{,}9 - 19{,}6 = -0{,}7$ „
$\max(+U_3) = 19{,}4 + 93{,}7 = 113{,}1$ „	$\max(-U_3) = 19{,}4 - 31{,}3 = -11{,}9$ „
$\max(+U_4) = 20{,}0 + 100{,}9 = 120{,}9$ „	$\max(-U_4) = 20{,}0 - 40{,}7 = -20{,}7$ „
$\max(+U_5) = 20{,}6 + 104{,}7 = 125{,}3$ „	$\max(-U_5) = 20{,}6 - 42{,}6 = -22{,}0$ „
$\max(+U_6) = 21{,}1 + 103{,}0 = 124{,}1$ „	$\max(-U_6) = 21{,}1 - 39{,}3 = -18{,}2$ „
$\max(+U_7) = 21{,}5 + 95{,}6 = 117{,}1$ „	$\max(-U_7) = 21{,}5 - 29{,}3 = -7{,}8$ „
$\max(+U_8) = 21{,}5 + 82{,}4 = 103{,}9$ „	$\max(-U_8) = 21{,}5 - 15{,}0 = 6{,}5$ „
$\max(+U_9) = 19{,}6 + 75{,}3 = 94{,}9$ „	$\max(-U_9) = 19{,}6 - 13{,}7 = 5{,}9$ „
$\max(+D_1) = -0{,}2 + 24{,}6 = 24{,}4$ t	$\max(-D_1) = -0{,}2 - 23{,}7 = -23{,}9$ t
$\max(+D_2) = -0{,}4 + 21{,}6 = 21{,}2$ „	$\max(-D_2) = -0{,}4 - 21{,}5 = -21{,}9$ „
$\max(+D_3) = -0{,}4 + 18{,}9 = 18{,}5$ „	$\max(-D_3) = -0{,}4 - 18{,}0 = -18{,}4$ „
$\max(+D_4) = -0{,}5 + 14{,}8 = 14{,}3$ „	$\max(-D_4) = -0{,}5 - 14{,}3 = -14{,}8$ „
$\max(+D_5) = -0{,}4 + 12{,}4 = 12{,}0$ „	$\max(-D_5) = -0{,}4 - 13{,}6 = -14{,}0$ „
$\max(+D_6) = -0{,}2 + 14{,}3 = 14{,}1$ „	$\max(-D_6) = -0{,}2 - 15{,}3 = -15{,}5$ „
$\max(+D_7) = 0{,}1 + 17{,}1 = 17{,}2$ „	$\max(-D_7) = 0{,}1 - 17{,}7 = -17{,}6$ „
$\max(+D_8) = 0{,}5 + 20{,}7 = 21{,}2$ „	$\max(-D_8) = 0{,}5 - 20{,}1 = -19{,}6$ „

System II.

Die Spannungen, welche in diesem System auftreten, lassen sich nun aus den obigen Zahlen in einfacher Weise ableiten.

Die Spannungen in den Gurtungen ergeben sich aus den Gleichungen 325 und 326 des § 44. Da im Allgemeinen die Hebelsarme sämmtlicher Gurtstücke als gleich ($= 2{,}5$ m) angenommen sind, so werden sich die gesuchten Werthe direct abschreiben lassen. Nur bei den Stäben O_8' und U_8' ist, wie man leicht erkennt, eine Reduction obiger Spannungen im umgekehrten Verhältniss der Hebelsarme erforderlich. Es ist noch zu bemerken, dass die Stäbe O_0, U_0, O_9 und U_9 natürlich in beiden Systemen die nämlichen Spannungszahlen haben. Demnach erhält man:

$\max(+O_0') = 94{,}7$ t | $\max(-O_0') = 23{,}9$ t
$\max(+O_1') = 74{,}3$ „ | $\max(-O_1') = 18{,}8$ „
$\max(+O_2') = 86{,}7$ „ | $\max(-O_2') = 13{,}1$ „
$\max(+O_3') = 93{,}3$ „ | $\max(-O_3') = 5{,}1$ „
$\max(+O_4') = 100{,}6$ „ | $\max(-O_4') = 0{,}6$ „
$\max(+O_5') = 99{,}3$ „ | $\max(-O_5') = 1{,}1$ „
$\max(+O_6') = 93{,}3$ „ | $\max(-O_6') = 7{,}2$ „
$\max(+O_7') = 81{,}0$ „ | $\max(-O_7') = 18{,}2$ „
$\max(+O_8') = 96{,}2 \cdot \frac{2{,}0}{2{,}5} = 77{,}0$ t | $\max(-O_8') = 24{,}3 \cdot \frac{2{,}0}{2{,}5} = 19{,}4$ t
$\max(+O_9') = 96{,}2$ t. | $\max(-O_9') = 24{,}3$ t.

$\max(+U_0') = 93{,}7$ „ | $\max(-U_0') = 23{,}7$ „
$\max(+U_1') = 93{,}7 \cdot \frac{1{,}93}{2{,}5} = 72{,}4$ „ | $\max(-U_1') = 23{,}7 \cdot \frac{1{,}93}{2{,}5} = 18{,}3$ „
$\max(+U_2') = 81{,}8$ „ | $\max(-U_2') = 16{,}3$ „
$\max(+U_3') = 99{,}9$ „ | $\max(-U_3') = -\ 0{,}7$ „
$\max(+U_4') = 113{,}1$ „ | $\max(-U_4') = -11{,}9$ „
$\max(+U_5') = 120{,}9$ „ | $\max(-U_5') = -20{,}7$ „
$\max(+U_6') = 125{,}3$ „ | $\max(-U_6') = -22{,}0$ „
$\max(+U_7') = 124{,}1$ „ | $\max(-U_7') = -18{,}2$ „
$\max(+U_8') = 117{,}1$ „ | $\max(-U_8') = -\ 7{,}8$ „
$\max(+U_9') = 94{,}9$ „ | $\max(-U_9') = 5{,}9$ „

Die Spannungen in den **Diagonalen** ergeben sich aus der Gleichung 328. Das Verhältniss der Längen dieser Stäbe ist bereits oben berechnet. Man findet also:

$\max(+D_1') = 23{,}9 \,.\, 1{,}049 = 25{,}1$ t | $\max(-D_1') = -24{,}4 \,.\, 1{,}049 = -25{,}6$ t
$\max(+D_2') = 21{,}9 \,.\, 1{,}102 = 24{,}1$ „ | $\max(-D_2') = -21{,}2 \,.\, 1{,}102 = -23{,}4$ „
$\max(+D_3') = 18{,}4 \,.\, 1{,}157 = 21{,}3$ „ | $\max(-D_3') = -18{,}5 \,.\, 1{,}157 = -21{,}4$ „
$\max(+D_4') = 14{,}8 \,.\, 1{,}216 = 18{,}0$ „ | $\max(-D_4') = -14{,}3 \,.\, 1{,}216 = -17{,}4$ „
$\max(+D_5') = 14{,}0 \,.\, 1{,}279 = 17{,}9$ „ | $\max(-D_5') = -12{,}0 \,.\, 1{,}279 = -15{,}3$ „
$\max(+D_6') = 15{,}5 \,.\, 1{,}347 = 20{,}9$ „ | $\max(-D_6') = -14{,}1 \,.\, 1{,}347 = -19{,}0$ „
$\max(+D_7') = 17{,}6 \,.\, 1{,}421 = 25{,}1$ „ | $\max(-D_7') = -17{,}2 \,.\, 1{,}421 = -24{,}4$ „
$\max(+D_8') = 19{,}6 \,.\, 1{,}503 = 29{,}5$ „ | $\max(-D_8') = -21{,}2 \,.\, 1{,}503 = -31{,}9$ „

Denkt man sich beide Systeme auf einander gelegt, so werden sich die Spannungen in den entsprechenden Gurtstücken summiren. Diese Addition giebt folgende Resultate:

$\max(+O_0) = 94{,}7 + 94{,}7 = 189{,}4$ t | $\max(-O_0) = 23{,}9 + 23{,}9 = 47{,}8$ t
$\max(+O_1) = 74{,}7 + 74{,}3 = 149{,}0$ „ | $\max(-O_1) = 18{,}9 + 18{,}8 = 37{,}7$ „
$\max(+O_2) = 74{,}3 + 86{,}7 = 161{,}0$ „ | $\max(-O_2) = 18{,}8 + 13{,}1 = 31{,}9$ „
$\max(+O_3) = 86{,}7 + 93{,}3 = 180{,}0$ „ | $\max(-O_3) = 13{,}1 + 5{,}1 = 18{,}2$ „
$\max(+O_4) = 93{,}3 + 100{,}6 = 193{,}9$ „ | $\max(-O_4) = 5{,}1 + 0{,}6 = 5{,}7$ „
$\max(+O_5) = 100{,}6 + 99{,}3 = 199{,}9$ „ | $\max(-O_5) = 0{,}6 + 1{,}1 = 1{,}7$ „

$\max(+O_6) = 99{,}_3 + 93{,}_3 = 192{,}_6\,\mathrm{t}$	$\max(-O_6) = 1{,}_1 + 7{,}_2 = 8{,}_3\,\mathrm{t}$
$\max(+O_7) = 93{,}_3 + 81{,}_0 = 174{,}_3$ "	$\max(-O_7) = 7{,}_2 + 18{,}_2 = 25{,}_4$ "
$\max(+O_8) = 81{,}_0 + 77{,}_0 = 158{,}_0$ "	$\max(-O_8) = 18{,}_2 + 19{,}_4 = 37{,}_6$ "
$\max(+O_9) = 96{,}_2 + 96{,}_2 = 192{,}_4$ "	$\max(-O_9) = 24{,}_3 + 24{,}_3 = 48{,}_6$ "

$\max(+U_0) = 93{,}_7 + 93{,}_7 = 187{,}_4\,\mathrm{t}$	$\max(-U_0) = 23{,}_7 + 23{,}_7 = 47{,}_4\,\mathrm{t}$
$\max(+U_1) = 81{,}_8 + 72{,}_4 = 154{,}_2$ "	$\max(-U_1) = 16{,}_3 + 18{,}_3 = 34{,}_6$ "
$\max(+U_2) = 99{,}_9 + 81{,}_8 = 181{,}_7$ "	$\max(-U_2) = -0{,}_7 + 16{,}_3 = 15{,}_6$ "
$\max(+U_3) = 113{,}_1 + 99{,}_9 = 213{,}_0$ "	$\max(-U_3) = -11{,}_9 - 0{,}_7 = -12{,}_6$ "
$\max(+U_4) = 120{,}_9 + 113{,}_1 = 234{,}_0$ "	$\max(-U_4) = -20{,}_7 - 11{,}_9 = -32{,}_6$ "
$\max(+U_5) = 125{,}_3 + 120{,}_9 = 246{,}_2$ "	$\max(-U_5) = -22{,}_0 - 20{,}_7 = -42{,}_7$ "
$\max(+U_6) = 124{,}_1 + 125{,}_3 = 249{,}_4$ "	$\max(-U_6) = -18{,}_2 - 22{,}_0 = -40{,}_2$ "
$\max(+U_7) = 117{,}_1 + 124{,}_1 = 241{,}_2$ "	$\max(-U_7) = -7{,}_8 - 18{,}_2 = -26{,}_0$ "
$\max(+U_8) = 103{,}_9 + 117{,}_1 = 221{,}_0$ "	$\max(-U_8) = 6{,}_5 - 7{,}_8 = -1{,}_3$ "
$\max(+U_9) = 94{,}_9 + 94{,}_9 = 189{,}_8$ "	$\max(-U_9) = 5{,}_9 + 5{,}_9 = 11{,}_8$ "

Schliesslich ist es noch erforderlich, die Spannungen in den Vertikalen unter Berücksichtigung beider Systeme zu ermitteln. Man findet durch einfache Summation

$\max(+C_0) = -14{,}_1 - 14{,}_3 = -28{,}_4\,\mathrm{t}$ $\max(-C_0) = -14{,}_1 - 14{,}_3 - 39{,}_8 - 40{,}_4 = -108{,}_6\,\mathrm{t}$

$\max(+C_8) = -8{,}_0 - 7{,}_8 + 4{,}_3 + 6{,}_1 = -5{,}_4$ " $\max(-C_8) = -8{,}_0 - 7{,}_8 - 24{,}_2 - 24{,}_1 = -64{,}_1$ "

Die Spannungen der übrigen Vertikalen findet man angenähert aus den Gleichungen 331 und 334 des § 44. Die Kraft Q, Belastung pr. Knotenpunkt, ist dann am grössten, wenn zwei benachbarte Felder total belastet sind. Die Länge der belasteten Strecke beträgt in diesem Fall ca. 6 m, so dass der Tabelle des § 7 zufolge $q = 10{,}_2\,\mathrm{t}$ zu setzen ist. Es ergiebt sich also:

$$Q = 3{,}_{158} \,.\, 10{,}_2 \,.\, 1\tfrac{1}{2} \,.\, \tfrac{1}{2} = 24{,}_2\,\mathrm{t}.$$

Man hat nun:

$$\max(+C) = \frac{2{,}_{65} - 1{,}_{27}}{2} + \frac{24{,}_2}{2} = 12{,}_8\,\mathrm{t}; \qquad \max(-C) = \frac{2{,}_{65} - 1{,}_{27}}{2} = 0{,}_7\,\mathrm{t}.$$

Sämmtliche Spannungen sind in Fig. 2, Taf. 3 zusammengestellt.

Bestimmung der Querschnitte.

Die Ermittlung der erforderlichen Querschnitte aus den oben berechneten Spannungszahlen sei beispielsweise für die Stäbe O_3 und U_3 durchgesprochen.

Zunächst ist es erforderlich, für jeden Stab die zulässige specifische Spannung aus der Formel

$$k = 1{,}_{000}\left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{\min S}{\max S}\right)$$

zu bestimmen. Hierin bedeutet $\min S$ die absolut kleinste und $\max S$ die absolut grösste Spannung; haben die beiden Grenzspannungen verschiedene Vorzeichen, so wird der Quotient $\dfrac{\min S}{\max S}$ negativ.

Für O_3 ist: $k = 1{,}000\left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{18{,}2}{180{,}0}\right) = 1{,}051$ t pr. □cm

und für U_3: $k = 1{,}000\left(1 - \frac{1}{2}\,\frac{12{,}6}{213{,}0}\right) = 0{,}970$ „ „ „

Den erforderlichen Querschnitt selbst erhält man, indem man die absolut grösste Spannung des Stabes durch die zulässige spec. Beanspruchung dividirt.

Also für Stab O_3: $\frac{180{,}0}{1{,}051} = 171{,}3$ □cm

und für Stab U_3: $\frac{213{,}0}{0{,}970} = 219{,}6$ „

Es versteht sich von selbst, dass die in dieser Weise berechneten Querschnitte Netto-Querschnitte sind, d. h. die nach Abzug der Nietlöcher etc. restirenden, nutzbaren Flächen. Ferner gelten diese Werthe bei den auf Druck beanspruchten Constructionstheilen ohne Weiteres nur an den Enden der Stäbe, während nach der Mitte hin in Folge der Gefahr des Ausknickens event. eine Verstärkung der Querschnitte vorgenommen werden muss.

Schliesslich sei bemerkt, dass es empfehlenswerth erscheint, die Dimensionen der Vertikalständer etwas reichlich zu bemessen, da diese nur näherungsweise berechnet wurden. Bei der geringen Materialmenge, welche diese Stäbe gegenüber den sonstigen Theilen des Bogens erfordern, wird man diese Vorsicht ohne grosse Mehrkosten anwenden können.

Beispiel IV.

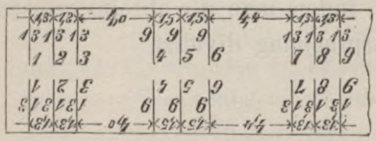
Es soll dieselbe Bogenbrücke, welche im vorigen Beispiel behandelt wurde, jetzt unter Annahme einer *mobilen Belastung durch ein System von Einzellasten* berechnet werden.

Man bestimmt zunächst in derselben Weise wie bei der vorigen Aufgabe die geometrische Form des Trägers, berechnet die Coordinaten der Knotenpunkte, sowie die Coordinaten der nicht auf der Zeichnung zugänglichen Schnittpunkte entsprechender Gurtungstheile. Ferner bestimmt man die Hebelsarme, sowie die Längenverhältnisse der Diagonalen.

Die approximative Bestimmung des Eigengewichts, sowie die Ermittlung der in Folge dieser permanenten Last auftretenden Spannungen würde ebenfalls genau so durchzuführen sein, wie im Beispiel III. Alle diese Rechnungen sollen in Folge dessen an dieser Stelle nicht wiederholt werden. Bis zu dem Absatz „mobile Belastung“ sind sämmtliche im vorigen Beispiel angestellten Berechnungen auch hier gültig und anwendbar.

Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

Der Träger ist in Fig. 1, Taf. 3 verzeichnet. Das Lastsystem besteht den Angaben des § 7 zufolge aus 3 Locomotiven nebst Tendern und angehängten Güterwagen; die Entfernungen und Grössen der Einzellasten ergeben sich aus den Fig. 21 und 22 des § 7. Es ist empfehlenswerth, sich einen Papierstreifen anzufertigen, auf welchen das Lastsystem im nämlichen Längenmaassstabe, in welchem bereits die Brücke verzeichnet ist, aufgetragen wird. Man wird gut thun, auf der einen Seite des Papierstreifens das Lastsystem für einen von links nach rechts vorrückenden Zug, auf der andern Seite das System für einen von rechts nach links vorrückenden Eisenbahnzug



anzugeben. Ferner ist die Entfernung der Einzellasten, sowie die Grösse und die Nummer derselben einzutragen. Ein Stück eines solchen Papierstreifens ist nebenstehend verzeichnet. Derselbe muss mindestens die Länge des ganzen Trägers haben. Im vorliegenden Falle sind die Lasten 1 bis 26 auf demselben anzugeben.

Die Einzellasten sind in Rücksicht auf Stösse, etc. mit ihrer $1\,{}^1/_2$fachen Grösse in die Rechnung einzuführen. Es entfällt sodann auf jeden der beiden Hauptträger die Hälfte dieser Werthe. Jedes der beiden Systeme, aus denen ein Bogenträger besteht, nimmt hiervon wiederum die Hälfte auf, so dass für die Berechnung eines Einzelsystems der Druck einer Locomotivaxe mit $1\,{}^1/_2 \,.\, {}^1/_2 \,.\, {}^1/_2 \,.\, 13\,\mathrm{t}$, der Druck einer Tenderaxe mit $1\,{}^1/_2 \,.\, {}^1/_2 \,.\, {}^1/_2 \,.\, 9\,\mathrm{t}$ und derjenige einer Wagenaxe mit $1\,{}^1/_2 \,.\, {}^1/_2 \,.\, {}^1/_2 \,.\, 8\,\mathrm{t}$ einzusetzen ist.

Da diese Zahlen etwas unbequem werden, so soll zunächst die Berechnung unter Annahme der Werthe 13, 9 resp. 8 t durchgeführt werden. Später sind dann die Spannungen noch mit der Grösse

$$1\,{}^1/_2 \,.\, {}^1/_2 \,.\, {}^1/_2 = {}^3/_8$$

zu multipliciren.

Obere Gurtung.

Stab O_0.

Maximum der Druckspannung.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (der untere Knotenpunkt 0) liegt unterhalb der Graden AE. Nach Fig. 58 des § 27 muss der ganze Träger belastet sein, damit in O_0 das Maximum der Druckspannung auftrete. Die grössten Lasten sind in der Nähe des Knotenpunktes 0 zu concentriren und muss eine Last in diesem Punkte selbst angreifen. Es lässt sich vermuthen, dass für einen von rechts nach links vorrückenden Zug die Last 9 im Knotenpunkt 0 angeordnet werden muss, damit die Stellung des Systems der Einzellasten am ungünstigsten werde. Mit Hülfe der Ungleichung 213 kann man sich hierüber in schärferer Weise Gewissheit verschaffen. Es ist zunächst in Fig. 1, Taf. 3 der untere Knotenpunkt 0 mit dem Kämpfer A verbunden und diese Verbindungslinie mit der Graden BD zum Schnitt gebracht. Es ergiebt sich dann durch Abgreifen die Grösse m (s. Fig. 58, § 27) zu $1{,}_{98}\,\mathrm{m}$. Die Abscisse des conjugirten Drehpunktes ist: $x = 1{,}_{58}\,\mathrm{m}$. Demnach erhält man für die Quotienten, welche in Ungleichung 213 auftreten, folgende Werthe:

$$\frac{l - x}{m + x} = \frac{30 - 1{,}_{58}}{1{,}_{98} + 1{,}_{58}} = 7{,}_{98}; \quad \frac{m}{l} = \frac{1{,}_{98}}{30} = 0{,}_{066}.$$

Nimmt man an, die Last 9 läge unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 0, so ist:
$\mathfrak{R}_1 = 6 \,.\, 9 + 3 \,.\, 13 + 3 \,.\, 8 = 117\,\mathrm{t}$, $\mathfrak{R}_2 + \mathfrak{G} = 13\,\mathrm{t}$ und $\mathfrak{R}_3 = 5 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 92\,\mathrm{t}$.

Die rechte Seite der Ungleichung 213 lautet dann:

$$7{,}_{98}\,(0{,}_{066} \,.\, 117 + 13) = 165{,}_3\,\mathrm{t}.$$

Man erkennt, dass der in dieser Ungleichung ausgesprochenen Bedingung noch Genüge geleistet wird. Ueberschreitet nun aber Last 9 den fraglichen Knotenpunkt, so wird:

$$\mathfrak{R}_1 = 6 \,.\, 9 + 3 \,.\, 13 + 3 \,.\, 8 = 117\,\mathrm{t}, \quad \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{G} = 0 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_3 = 6 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 105\,\mathrm{t}.$$

Sodann heisst die rechte Seite der Ungleichung 213:

$$7{,}_{98}\,(0{,}_{066} \,.\, 117) = 61{,}_6\,\mathrm{t}$$

und ist nunmehr der in Rede stehenden Bedingung nicht mehr genügt. Hieraus folgt, dass thatsächlich Last 9 im Knotenpunkte 0 angeordnet werden muss, damit das Maximum der Druckspannung auftrete.

Ein zweites Maximum wird erhalten, wenn Last 15 im fraglichen Knotenpunkte angreift. Eine Durchrechnung beider Fälle ergiebt aber, dass der Absolutwerth dann der grössere ist, wenn Last 9 im Punkte 0 angenommen wird.

Bei dieser Laststellung ist nun nach Gleichung 196 des § 24:

$$H = \frac{1}{15}\Big[3 \,.\, 8 \,.\, 4{,}_{379} + 3 \,.\, 9 \,.\, 12{,}_{079} + 3 \,.\, 13 \,.\, 18{,}_{879} + 3 \,.\, 9 \,.\, 26{,}_{079} + 3 \,.\, 13 \,.\, 27{,}_{121}$$
$$+ 3 \,.\, 9 \,.\, 19{,}_{921} + 3 \,.\, 13 \,.\, 13{,}_{121}\Big] = 265{,}_{26}\,\mathrm{t}.$$

Es sind hierin immer die zusammenstehenden Lasten gleicher Grösse durch ihre Resultante ersetzt. Ferner findet man aus Gleichung 197:

$$[M] = \frac{30 - 1{,}_{579}}{60}\Big[3 \,.\, 8 \,.\, 4{,}_{379} + 3 \,.\, 9 \,.\, 12{,}_{079} + 3 \,.\, 13 \,.\, 18{,}_{879} + 3 \,.\, 9 \,.\, 26{,}_{079}\Big]$$
$$+ \frac{30 + 1{,}_{579}}{60}\Big[3 \,.\, 13 \,.\, 27{,}_{121} + 3 \,.\, 9 \,.\, 19{,}_{921} + 3 \,.\, 13 \,.\, 13{,}_{121}\Big] = 1995{,}_7\,\mathrm{tm}.$$

Aus Gleichung 195 ergiebt sich sodann:

$$M = 1995{,}_7 - 265{,}_{26} \,.\, 6{,}_{230} = 343{,}_2\,\mathrm{tm}$$

und schliesslich die gesuchte Spannung O_0 aus der Formel 198:

$$\max(+O_0) = \frac{343{,}_1}{1{,}_{97}} = 174{,}_2\,\mathrm{t}.$$

Das Maximum der Zugspannung findet natürlich bei voller Entlastung des Bogens statt; es ist also:

$$\max(-O_0) = 0.$$

Stab O_1.

Maximum der Druckspannung.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile ist der nämliche wie der, welcher dem Stabe O_0 conjugirt ist. Die ungünstigste Laststellung sowie das Moment der äusseren Kräfte werden also die bereits soeben ermittelten Werthe haben.

$$\max(+O_1) = \frac{343{,}_1}{2{,}_5} = 137{,}_2\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

$$\max(-O_1) = 0.$$

Stab O_2.

Das Maximum der Druckspannung findet bei voller Belastung statt. Mit Hülfe der Ungleichung 211 ergiebt sich in der bereits durchgesprochenen Weise, dass die Last 8 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkt 1 angeordnet werden muss. Für diesen Belastungsfall findet man dann:

$$H = \frac{1}{15}\Big[4 \,.\, 8 \,.\, 4{,}_{737} + 3 \,.\, 9 \,.\, 13{,}_{937} + 3 \,.\, 13 \,.\, 20{,}_{737} + 3 \,.\, 9 \,.\, 27{,}_{937} + 3 \,.\, 13 \,.\, 25{,}_{263} + 3 \,.\, 9 \,.\, 18{,}_{063} + 3 \,.\, 13 \,.\, 11{,}_{263}\Big] = 266{,}_{88}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 4{,}_{737}}{60}\Big[4.8.4{,}_{737} + 3.9.13{,}_{937} + 3.13.20{,}_{737} + 3.9.27{,}_{937} + 13(33{,}_{437} + 34{,}_{737})\Big] + \frac{30 + 4{,}_{737}}{60}\Big[13 \,.\, 23{,}_{963} + 3 \,.\, 9 \,.\, 18{,}_{063} + 3 \,.\, 13 \,.\, 11{,}_{263}\Big] = 1970{,}_6\,\mathrm{tm}$$

$$M = 1970{,}_6 - 266{,}_{88} \,.\, 6{,}_{070} = 350{,}_6\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+O_2) = \frac{350{,}_6}{2{,}_5} = 140{,}_2\,\mathrm{t}.$$

$$\max(-O_2) = 0.$$

Stab O_3.

Maximum der Druckspannung.

Es ist eine Belastungsscheide P vorhanden. Die grösste Druckspannung findet nach Fig. 57, § 27 bei linksseitiger Belastung des Trägers statt. Der Eisenbahnzug ist ungefähr bis zu der auf graphischem Wege ermittelten Belastungsscheide vorzuschieben. Die grössten Lasten sind in der Nähe des Knotenpunktes 2 zu concentriren, und muss eine derselben in diesem Punkte selbst angreifen. Es lässt sich hiernach vermuthen, dass etwa Last 3 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges im Punkte 2 angeordnet werden muss. Gewissheit hierüber kann man mit Hülfe der Ungleichung 205 erlangen.

Aus der Zeichnung ergiebt sich durch Abgreifen $m = 0{,}_{62}$; ferner ist $x = 7{,}_{89}$. Der in Ungleichung 205 vorkommende Quotient ist also:

$$\frac{x - m}{l - x} = \frac{7{,}_{89} - 0{,}_{62}}{30 - 7{,}_{89}} = 0{,}_{33}.$$

Liegt Last 3 unmittelbar links vom Knotenpunkte 2, so ist:

$$\mathfrak{R}_2 = 2 \,.\, 13 = 26\,\mathrm{t}; \quad \mathfrak{R}_3 + \mathfrak{G} = 4 \,.\, 13 + 6 \,.\, 9 = 106\,\mathrm{t}.$$

Die rechte Seite der Ungleichung 205 lautet dann:

$$0{,}_{33} \,.\, 106 = 35{,}_0\,\mathrm{t}$$

Man erkennt, dass der in dieser Ungleichung enthaltenen Bedingung noch genügt wird. Ueberschreitet nun die Last 3 den Knotenpunkt 2, so wird:

$$\mathfrak{R}_2 = 3 \,.\, 13 = 39\,\mathrm{t}; \quad \mathfrak{R}_3 + \mathfrak{G} = 3 \,.\, 13 + 6 \,.\, 9 = 93\,\mathrm{t}.$$

Dann heisst die rechte Seite:

$$0{,}_{33} \,.\, 93 = 30{,}_7\,\mathrm{t}$$

und der gestellten Bedingung wird nicht mehr Genüge geleistet. Es ist also thatsächlich Last 3 im Punkte 2 anzuordnen, damit das Maximum der Druckspannung in O_3 erreicht werde. Dann ist:

$$H = \frac{1}{15}\Big[3 \,.\, 13 \,.\, 23{,}_{105} + 3 \,.\, 9 \,.\, 16{,}_{605} + 3 \,.\, 13 \,.\, 9{,}_{105} + 3 \,.\, 9 \,.\, 2{,}_{605}\Big] = 119{,}_{88}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 7{,}_{895}}{60} \cdot 3.13.36{,}_{595} + \frac{30 + 7{,}_{895}}{60}\Big[3.9.16{,}_{605} + 3.13.9{,}_{406} + 3.9.2{,}_{605}\Big] = 1085{,}_1\,\mathrm{tm}$$

$$M = 1085{,}_1 - 119{,}_{88} \,.\, 5{,}_{749} = 395{,}_9\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+O_3) = \frac{395{,}_9}{2{,}_5} = 158{,}_4\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Der Eisenbahnzug ist, vom rechtsseitigen Kämpfer kommend, ungefähr bis zur Belastungsscheide vorzuschieben. Die grössten Lasten sind in der Nähe des Scheitels zu concentriren, und muss eine derselben in diesem Punkte selbst angreifen.

Es lässt sich hiernach vermuthen, dass Last 1 im Scheitelpunkt angeordnet werden muss. Mit Hülfe der Ungleichung 208 kann man hierüber Gewissheit erlangen.

Der in dieser Ungleichung vorkommende Quotient $\frac{m}{l}$ ist: $\frac{0{,}62}{30} = 0{,}021$. Liegt Last 1 unmittelbar rechts vom Scheitel, so ist $\mathfrak{R}_2 = 0$; dann ist Ungleichung 208 jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet Last 1 den Scheitelpunkt, so wird:

$$\mathfrak{R}_1 = 7 \,.\, 13 + 6 \,.\, 9 = 145\,\mathrm{t} \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_2 = 13\,\mathrm{t}.$$

Nunmehr ist — da $0{,}021 \,.\, 145 = 3{,}0$ — der in Ungleichung 208 enthaltenen Bedingung nicht mehr genügt, und so ist es thatsächlich die Last 1, welche im Scheitel liegen muss, damit die Zugspannung in O_3 zum Maximum werde.

Für diese Stellung des Systems ist:

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 28{,}7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 21{,}9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 14{,}7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 7{,}9 + 13\,(2{,}0 + 0{,}7)\right] = 168{,}82\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30-7{,}895}{60}\left[3.13.28{,}7 + 3.9.21{,}9 + 3.13.14{,}7 + 3.9.7{,}9 + 13(2{,}0 + 0{,}7)\right] = 932{,}9\,\mathrm{tm}$$

$$M = 932{,}9 - 168{,}82 \,.\, 5{,}749 = -\,37{,}6\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-\,O_3) = -\,\frac{37{,}6}{2{,}5} = -\,15{,}0\,\mathrm{t}.$$

Stab O_4.

Maximum der Druckspannung.

Last 3 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges ist im Knotenpunkt 3 anzuordnen.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 20{,}247 + 3 \,.\, 9 \,.\, 13{,}447 + 3 \,.\, 13 \,.\, 6{,}247 + 9 \,.\, 0{,}947\right] = 93{,}66\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30-11{,}053}{60} \cdot 3.13.39{,}753 + \frac{30+11{,}053}{60}\left[3.9.13{,}447 + 3.13.6{,}247 + 9.0{,}947\right] = 910{,}5\,\mathrm{tm}$$

$$M = 910{,}5 - 93{,}66 \,.\, 5{,}265 = 417{,}4\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+\,O_4) = \frac{417{,}4}{2{,}5} = 167{,}0\,\mathrm{t}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im Scheitel.

$$H = 168{,}82\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30-11{,}053}{60}\left[3.13.28{,}7 + 3.9.21{,}9 + 3.13.14{,}7 + 3.9.7{,}9 + 13(2{,}0 + 0{,}7)\right] = 799{,}7\,\mathrm{tm}$$

$$M = 799{,}7 - 168{,}82 \,.\, 5{,}265 = -\,89{,}1\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-\,O_4) = -\,\frac{89{,}1}{2{,}5} = -\,35{,}6\,\mathrm{t}.$$

Stab O_5.

Maximum der Druckspannung.

Würde man, um die grösste Druckspannung zu erhalten, einen von links nach rechts vorrückenden Eisenbahnzug voraussetzen, so würde sich ergeben, dass Last 5 am Knotenpunkte 4 anzuordnen sei. Last 5 ist eine Tenderaxe; die Grösse derselben beträgt nur 9 t. Es ist anzunehmen, dass der Absolutwerth der Spannung grösser wird, wenn ein Locomotivrad eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im fraglichen Knotenpunkt angreift. Unter dieser Voraussetzung ergiebt sich folgende Laststellung als die ungünstigste. Die Lasten 1 bis 12 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges sind als vorhanden anzunehmen. Last 7 greift im Punkte 4 an.

$$H = \frac{1}{15}\left[3\,.\,9\,.\,23{,}_{890} + 3\,.\,13\,.\,17{,}_{090} + 3\,.\,9\,.\,9{,}_{890} + 3\,.\,13\,.\,3{,}_{090}\right] = 113{,}_{27}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30-14{,}_{210}}{60}\left[3\,.\,9\,.\,36{,}_{110} + 3\,.\,13\,.\,42{,}_{910}\right] + \frac{30+14{,}_{210}}{60}\left[3\,.\,9\,.\,9{,}_{890} + 3\,.\,13\,.\,3{,}_{090}\right]$$
$$= 982{,}_5\,\mathrm{tm}$$

$$M = 982{,}_5 = 113{,}_{27}\,.\,4{,}_{613} = 460{,}_0\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+O_5) = \frac{460{,}_0}{2{,}_5} = 184{,}_0\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges liegt im Scheitel.

$$H = 168{,}_{82}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30-14{,}_{210}}{60}\left[3.13.28{,}_7 + 3.9.21{,}_9 + 3.13.14{,}_7 + 3.9.7{,}_9 + 13(2{,}_0 + 0{,}_7)\right] = 666{,}_4\,\mathrm{tm}$$

$$M = 666{,}_4 - 168{,}_{82}\,.\,4{,}_{613} = -112{,}_4\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-O_5) = -\frac{112{,}_4}{2{,}_5} = -45{,}_0\,\mathrm{t}.$$

Stab O_6.

Maximum der Druckspannung.

Last 7 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges ist im Knotenpunkt 5 anzuordnen.

$$H = \frac{1}{15}\left[3\,.\,13\,.\,25{,}_{332} = 3\,.\,9\,.\,18{,}_{532} + 3\,.\,13\,.\,11{,}_{332} + 3\,.\,9\,.\,4{,}_{532}\right] = 136{,}_{84}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30-17{,}_{368}}{60}\left[3\,.\,13\,.\,34{,}_{668} + 3\,.\,9\,.\,41{,}_{468}\right] + \frac{30+17{,}_{368}}{60}\left[3.13.11{,}_{332} + 3.9.4{,}_{532}\right]$$
$$= 965{,}_9\,\mathrm{tm}$$

$$M = 965{,}_9 - 136{,}_{84}\,.\,3{,}_{788} = 447{,}_6\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+O_6) = \frac{447{,}_6}{2{,}_5} = 179{,}_0\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges greift im Scheitel an.

$$H = \frac{1}{15}\left[13.30 + 2.13.28{,}_7 + 3.9.23{,}_2 + 3.13.16{,}_0 + 3.9.9{,}_2 + 3.13.2{,}_0\right] = 180{,}_{87}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30-17{,}_{368}}{60}\left[3.13.30 + 3.9.23{,}_2 + 3.13.16{,}_0 + 3.9.9{,}_2 + 3.13.2{,}_0\right] = 578{,}_3\,\mathrm{tm}$$

$$M = 578{,}_3 - 180{,}_{87}\,.\,3{,}_{788} = -106{,}_8\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-O_6) = -\frac{106{,}_8}{2{,}_5} = -42{,}_7\,\mathrm{t}.$$

Stab O_7.

Maximum der Druckspannung.

Es muss Last 8 eines von links nach rechts vorrückenden Eisenbahnzuges im Knotenpunkte 6 angreifen.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 23{,}_{174} + 3 \,.\, 9 \,.\, 16{,}_{674} + 3 \,.\, 13 \,.\, 9{,}_{174} + 3 \,.\, 9 \,.\, 2{,}_{674}\right] = 120{,}_{49}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 20{,}_{526}}{60}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 36{,}_{526} + 3 \,.\, 9 \,.\, 43{,}_{326} + 13\,(49{,}_{226} + 50{,}_{526})\right]$$
$$+ \frac{30 + 20{,}_{526}}{60}\left[13 \,.\, 8{,}_{174} + 3 \,.\, 9 \,.\, 2{,}_{674}\right] = 764{,}_7\,\mathrm{tm}$$

$$M = 764{,}_7 - 120{,}_{49} \,.\, 2{,}_{783} = 429{,}_1\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+O_7) = \frac{429{,}_4}{2{,}_5} = 171{,}_8\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges liegt im Scheitel.

$$H = 168{,}_{82}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 20{,}_{526}}{60}\left[3.13.28{,}_7 + 3.9.21{,}_9 + 3.13.14{,}_7 + 3.9.7{,}_9 + 13\,(2{,}_0 + 0{,}_7)\right] = 399{,}_8\,\mathrm{tm}$$

$$M = 399{,}_8 - 168{,}_{82} \,.\, 2{,}_{783} = -70{,}_0\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-O_7) = -\frac{70{,}_0}{2{,}_5} = -28{,}_0\,\mathrm{t}.$$

Stab O_8.

Maximum der Druckspannung.

Die Lasten 1 bis 18 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges sind als vorhanden anzunehmen. Last 8 ist im Knotenpunkte 7 anzuordnen.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 27{,}_{116} + 3 \,.\, 13 \,.\, 20{,}_{316} + 3 \,.\, 9 \,.\, 13{,}_{116} + 3 \,.\, 13 \,.\, 6{,}_{316} + 9 \,.\, 0_{616}\right] = 142{,}_{03}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 23{,}_{684}}{60}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 32{,}_{884} + 3 \,.\, 13 \,.\, 39{,}_{684} + 3 \,.\, 9 \,.\, 46{,}_{884} + 13\,(52{,}_{384} + 53{,}_{684})\right]$$
$$+ \frac{30 + 23{,}_{684}}{60}\left[13 \,.\, 5{,}_{016} + 9 \,.\, 0{,}_{616}\right] = 598{,}_1\,\mathrm{tm}$$

$$M = 598{,}_1 - 142{,}_{03} \,.\, 1{,}_{589} = 372{,}_4\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+O_8) = \frac{372{,}_4}{2{,}_5} = 149{,}_0\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges liegt im Scheitel.

$$H = 168{,}_{82}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 23{,}_{684}}{60}\left[3.13.28{,}_7 + 3.9.21{,}_9 + 3.13.14{,}_7 + 3.9.7{,}_9 + 13\,(2{,}_0 + 0{,}_7)\right] = 266{,}_6\,\mathrm{tm}$$

$$M = 266{,}_6 - 168{,}_{82} \,.\, 1{,}_{589} = -1{,}_7\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-O_8) = -\frac{1{,}_7}{2{,}_5} = -0{,}_7\,\mathrm{t}.$$

Stab O_9.

Maximum der Druckspannung.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden AC. Demnach ist der ganze Träger als belastet anzunehmen, damit in O_9 das Maximum der Druckspannung auftrete. In der nämlichen Weise wie bei den Stäben O_0, O_1 und O_2 findet man, dass die Stellung des Zuges dann am ungünstigsten ist, wenn die Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Eisenbahnzuges im Knotenpunkt 8 angreift.

$$H = \frac{1}{15}\Big[6 . 8 . 9,_{842} + 3 . 9 . 22,_{042} + 13\,(28,_{842} + 27,_{542}) + 13 . 29,_{858} + 3 . 9 . 23,_{958}$$
$$+ 3 . 13 . 17,_{158} + 3 . 9 . 9,_{958} + 3 . 13 . 3,_{158}\Big] = 259,_{78}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 26,_{842}}{60}\Big[6 . 8 . 9,_{842} + 3 . 9 . 22,_{042} + 3 . 13 . 28,_{842} + 3 . 9 . 36,_{042} + 3 . 13 . 42,_{842}$$
$$+ 3 . 9 . 50,_{042} + 13\,(55,_{542} + 56,_{842})\Big] + \frac{30 + 26,_{842}}{60} \cdot 13 . 1,_{858} = 425,_5\,\mathrm{tm}$$

$$M = 425,_5 - 259,_{78} . 0,_{192} = 375,_6\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+O_9) = \frac{375,_6}{2,_0} = 187,_8\,\mathrm{t}$$

Maximum der Zugspannung.

$$\max(-O_9) = 0.$$

Untere Gurtung.

Stab U_0.

Maximum der Druckspannung.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (der obere Knotenpunkt 0) liegt oberhalb der Graden BD. Nach Fig. 60, § 27 ist demzufolge der ganze Träger als belastet anzunehmen; die grössten Raddrücke sind in der Nähe des Scheitels anzuordnen; eine der Lasten muss im Scheitel selbst angreifen. Es ist zu vermuthen, dass Last 7 eines von rechts nach links vorrückenden Eisenbahnzuges im Scheitelpunkte liegen muss, damit das Maximum der Druckspannung im Stabe U_0 erreicht werde. Gewissheit hierüber lässt sich mit Hülfe der Ungleichung 216 erlangen. Die Grösse m (s. Fig. 60) ergiebt sich durch Abgreifen auf der Zeichnung zu $3,_{00}$ m; ferner ist $x = 1,_{58}$ m. Die in Ungleichung 216 auftretenden Quotienten sind demnach:

$$\frac{m - x}{l - x} = \frac{3,_{00} - 1,_{58}}{30 - 1,_{58}} = 0,_{050}\,; \quad \frac{m}{l} = \frac{3,_{00}}{30} = 0,_1.$$

Liegt Last 7 unmittelbar rechts vom Scheitel, so ist:

$\mathfrak{R}_1 = 6 . 13 + 6 . 9 + 2 . 8 = 148\,\mathrm{t}$; $\mathfrak{R}_2 = 0$; $\mathfrak{R}_3 = 3 . 13 + 3 . 9 = 66\,\mathrm{t}$.

Die linke Seite der Ungleichung 216 lautet dann: $0,_{050} . 66 = 3,_3$ und die rechte Seite: $0,_1 . 148 = 14,_8$. Man erkennt, dass die in dieser Ungleichung enthaltene Bedingung erfüllt ist. Ueberschreitet Last 7 den Scheitel, so wird:

$\mathfrak{R}_1 = 5 . 13 + 6 . 9 + 2 . 8 = 135\,\mathrm{t}$; $\mathfrak{R}_2 = 13\,\mathrm{t}$; $\mathfrak{R}_3 = 3 . 13 + 3 . 9 = 66\,\mathrm{t}$.

Dann lautet die linke Seite: $13 + 0,_{050} . 66 = 16,_3$ und die rechte Seite: $0,_1 . 135 = 13,_5$.

Alsdann wird der Bedingung nicht mehr genügt, und demzufolge ist wirklich die Last 7 im Scheitelpunkte anzuordnen. Es würde ebenfalls ein Maximum entstehen, wenn Last 13 im Scheitel angreifen würde. Ein Durchrechnen beider Fälle ergiebt aber, dass die hier gewählte Anordnung den grösseren Absolutwerth liefert.

$$H = \frac{1}{15}\Big[2 \,.\, 8 \,.\, 1{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 7{,}_9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 14{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 21{,}_9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 28{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 24{,}_1 + 3 \,.\, 13 \,.\, 17{,}_3\Big] = 256{,}_{65}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 1{,}_{579}}{60}\Big[2 \,.\, 8 \,.\, 1{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 7{,}_9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 14{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 21{,}_9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 28{,}_7\Big] + \frac{30 + 1{,}_{579}}{60}\Big[3 \,.\, 9 \,.\, 24{,}_1 + 3 \,.\, 13 \,.\, 17{,}_3\Big] = 1893{,}_3\,\mathrm{tm}$$

$$M = 1893{,}_3 - 256{,}_{65} \,.\, 8{,}_{731} = -\,347{,}_5.$$

Aus Gleichung 199 folgt dann:

$$\max(+\,U_0) = \frac{347{,}_5}{1{,}_{93}} = 180{,}_1\,\mathrm{t}.$$

Der Hebelsarm $u = 1{,}_{93}$ war bereits bei Gelegenheit des Eigengewichts aus der Zeichnung abgegriffen. Das Maximum der Zugspannung ist natürlich

$$\max(-\,U_0) = 0.$$

Stab U_1.

Maximum der Druckspannung.

Es wird zunächst die Belastungsscheide graphisch ermittelt, indem man den conjugirten Drehpunkt (der obere Knotenpunkt 1) mit dem Kämpferpunkte A verbindet und diese Verbindungslinie mit der Graden BD zum Schnitt bringt. Die grösste Druckspannung in U_1 wird nach Fig. 59, § 27 erreicht, wenn der Zug vom rechtsseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorgeschoben ist und eine der grössten Lasten im Scheitel angreift. Es lässt sich vermuthen, dass Last 2 im Scheitelpunkte angeordnet werden muss. Hierüber giebt die Ungleichung 214 in schärferer Weise Aufschluss. Durch Abgreifen aus der Zeichnung findet man $m = 4{,}_{53}\,\mathrm{m}$. Es ist also:

$$\frac{m}{l} = 0{,}_{151}.$$

Liegt Last 2 unmittelbar rechts vom Scheitel, so ist:

$$\mathfrak{R}_1 = 8 \,.\, 13 + 6 \,.\, 9 = 158\,\mathrm{t}; \qquad \mathfrak{R}_2 = 13\,\mathrm{t}.$$

Die rechte Seite der Ungleichung 214 lautet dann

$$0{,}_{151} \,.\, 158 = 23{,}_8\,\mathrm{t}.$$

Man erkennt, dass bei dieser Laststellung die in der vorgenannten Ungleichung enthaltene Bedingung erfüllt ist. Ueberschreitet nun Last 2 den Scheitel, so wird

$$\mathfrak{R}_1 = 7 \,.\, 13 + 6 \,.\, 9 = 143\,\mathrm{t}; \qquad \mathfrak{R}_2 = 2 \,.\, 13 = 26\,\mathrm{t}.$$

Dann heisst die rechte Seite:

$$0{,}_{151} \,.\, 143 = 21{,}_6\,\mathrm{t}.$$

Nunmehr ist der fraglichen Bedingung nicht mehr Genüge geleistet, und demnach ist es thatsächlich die Last 2, welche im Scheitelpunkte angeordnet werden muss.

Für diese Zugstellung war der Werth H bereits bei Berechnung der Spannung im oberen Gurtstücke O_6 ermittelt. Man hatte gefunden

$$H = 180{,}_{87}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 4{,}_{737}}{60}\left[3.13.30 + 3.9.23{,}_2 + 3.13.16{,}_0 + 3.9.9{,}_2 + 3.13.2{,}_0\right] = 1156{,}_5\,\mathrm{tm}$$

$$M = 1156{,}_5 - 180{,}_{87}\,.\,8{,}_{577} = -\,394{,}_8\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+U_1) = \frac{394{,}_8}{2{,}_5} = 157{,}_9\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Der Eisenbahnzug ist, vom linksseitigen Kämpfer kommend, bis ungefähr zur Belastungsscheide vorzuschieben. Die grössten Raddrücke sind in der Nähe des Knotenpunktes 1 zu concentriren, und muss eine Last in diesem Punkte selbst angreifen. Mit Hülfe des Papierstreifens, auf welchem das Lastsystem verzeichnet ist, erkennt man, dass wahrscheinlich Last 1 im Knotenpunkte 1 liegen muss. Die Ungleichung 215 giebt hierüber in schärferer Weise Aufschluss.

Der in dieser Ungleichung vorkommende Quotient $\frac{x - m}{l - x}$ ist für den vorliegenden Fall

$$\frac{4{,}_{74} - 4{,}_{53}}{30 - 4{,}_{74}} = 0{,}_{008}.$$

Liegt Last 1 unmittelbar links vom Knotenpunkte 1, so ist die Ungleichung 215 jedenfalls erfüllt, da alsdann $\mathfrak{R}_2 = 0$ ist. Ueberschreitet Last 1 den in Rede stehenden Knotenpunkt, so wird

$$\mathfrak{R}_2 = 13\,\mathrm{t} \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_3 = 5\,.\,13 + 6\,.\,9 = 119\,\mathrm{t}.$$

Man erkennt leicht, das nunmehr der in Ungleichung 215 enthaltenen Bedingung nicht mehr genügt wird, und so ist es denn thatsächlich Last 1, welche im Knotenpunkte 1 angeordnet werden muss.

$$H = \frac{1}{15}\left[3\,.\,13\,.\,23{,}_{963} + 3\,.\,9\,.\,17{,}_{163} + 3\,.\,13\,.\,9{,}_{963} + 3\,.\,9\,.\,3{,}_{163}\right] = 124{,}_{79}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 4{,}_{737}}{60}\left[3\,.\,13\,.\,23{,}_{963} + 3\,.\,9\,.\,17{,}_{163} + 3\,.\,13\,.\,9{,}_{963} + 3\,.\,9\,.\,3{,}_{163}\right] = 1083{,}_7\,\mathrm{tm}$$

$$M = 1083{,}_7 + 124{,}_{79}\,.\,8{,}_{577} = 13{,}_1\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-U_1) = -\frac{13{,}_1}{2{,}_5} = -\,5{,}_1\,\mathrm{t}.$$

Stab U_2.

Maximum der Druckspannung.

Last 3 liegt im Scheitel.

$$H = \frac{1}{15}\left[3\,.\,13\,.\,3{,}_3 + 3\,.\,9\,.\,10{,}_5 + 3\,.\,13\,.\,17{,}_3 + 3\,.\,9\,.\,24{,}_5 + 3.13.28{,}_7\right] = 191{,}_{18}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 7{,}_{895}}{60}\left[3.13.3{,}_3 + 3.9.10{,}_5 + 3.13.17{,}_3 + 3.9.24{,}_5 + 3.13.31{,}_3\right] = 1093{,}_9\,\mathrm{tm}$$

$$M = 1093{,}_9 - 191{,}_{18}\,.\,8{,}_{269} = -\,487{,}_0\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+U_2) = \frac{487{,}_0}{2{,}_5} = 194{,}_8\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 im Knotenpunkt 2.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 20{,}_{805} + 3 \,.\, 9 \,.\, 14{,}_{005} + 3 \,.\, 13 \,.\, 6{,}_{805} + 9\,(1{,}_{505} + 0{,}_{005})\right] = 97{,}_{90}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 7{,}_{895}}{60}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 20{,}_{805} + 3 \,.\, 9 \,.\, 14{,}_{005} + 3 \,.\, 13 \,.\, 6{,}_{805} + 9\,(1{,}_{505} + 0{,}_{005})\right] = 927{,}_5\,\mathrm{tm}$$

$$M = 927{,}_5 - 97{,}_{90} \,.\, 8{,}_{269} = 118{,}_0\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-U_3) = -\frac{118{,}_0}{2{,}_5} = -47{,}_2\,\mathrm{t}.$$

Stab U_3.

Maximum der Druckspannung.

Last 3 im Scheitel.

$$H = 191{,}_{18}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 11{,}_{053}}{60}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 3{,}_3 + 3 \,.\, 9 \,.\, 10{,}_5 + 3 \,.\, 13 \,.\, 17{,}_3 + 3 \,.\, 9 \,.\, 24{,}_5 + 3 \,.\, 13 \,.\, 31{,}_3\right] = 937{,}_6\,\mathrm{tm}$$

$$M = 937{,}_6 - 191{,}_{18} \,.\, 7{,}_{803} = -554{,}_2\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+U_3) = \frac{554{,}_2}{2{,}_5} = 221{,}_7\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 im Knotenpunkte 3.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 18{,}_{947} + 3 \,.\, 9 \,.\, 12{,}_{147} + 3 \,.\, 13 \,.\, 4{,}_{947}\right] = 83{,}_{99}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 11{,}_{053}}{60} \cdot 13 \,.\, (39{,}_{753} + 41{,}_{053}) + \frac{30 + 11{,}_{053}}{60}\left[13 \,.\, 17{,}_{647} + 3 \,.\, 9 \,.\, 12{,}_{147} + 3 \,.\, 13 \,.\, 4{,}_{947}\right]$$

$$= 845{,}_1\,\mathrm{tm}$$

$$M = 845{,}_1 - 83{,}_{99} \,.\, 7{,}_{803} = 189{,}_7\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-U_3) = -\frac{189{,}_7}{2{,}_5} = -75{,}_9\,\mathrm{t}.$$

Stab U_4.

Maximum der Druckspannung.

Last 3 im Scheitel.

$$H = 191{,}_{18}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 14{,}_{210}}{60}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 3{,}_3 + 3 \,.\, 9 \,.\, 10{,}_5 + 3 \,.\, 13 \,.\, 17{,}_3 + 3 \,.\, 9 \,.\, 24{,}_5 + 3 \,.\, 13 \,.\, 31{,}_3\right] = 781{,}_3\,\mathrm{tm}$$

$$M = 781{,}_3 - 191{,}_{18} \,.\, 7{,}_{177} = -590{,}_8\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+U_4) = \frac{590{,}_8}{2{,}_5} = 236{,}_3\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 3 am Knotenpunkte 4.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 17{,}_{089} + 3 \,.\, 9 \,.\, 10{,}_{289} + 3 \,.\, 13 \,.\, 3{,}_{089}\right] = 70{,}_{98}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 14{,}_{210}}{60} \cdot 3 \,.\, 13 \,.\, 42{,}_{911} + \frac{30 + 14{,}_{210}}{60}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 10{,}_{289} + 3 \,.\, 13 \,.\, 3{,}_{089}\right] = 733{,}_9\,\mathrm{tm}$$

$$M = 733,_9 - 70,_{98} \,.\, 7,_{177} = 224,_5 \text{ tm}$$

$$\max(-U_4) = -\frac{224,_5}{2,_5} = -89,_8 \text{ t.}$$

Stab U_5.

Maximum der Druckspannung.

Würde man, um die grösste Druckspannung zu erhalten, hier wie bei den vorigen Stäben, einen von rechts nach links vorrückenden Zug der Berechnung zu Grunde legen, so würde sich ergeben, dass Last 4 im Scheitel anzuordnen sei. Da Last 4 eine Tenderaxe ist und die Grösse derselben nur 9 t beträgt, so wird voraussichtlich die Spannung einen grösseren Werth erhalten, wenn man ein Locomotivrad eines von links nach rechts vorrückenden Zuges im Scheitel anordnet. Er ergiebt sich sodann folgende Laststellung als die ungünstigste. Die Lasten 1 bis 18 sind als vorhanden anzunehmen; Last 14 greift im Scheitel an.

$$H = \frac{1}{15}\left[3.13.2,_0 + 3.9.8,_8 + 3.13.16,_0 + 3.9.22,_8 + 2.13.28,_7 + 13.30 + 3.9.23,_2\right] = 221,_{19} \text{ t}$$

$$[M] = \frac{30 - 17,_{368}}{60}\left[3.13.2,_0 + 3.9.8,_8 + 3.13.16,_0 + 3.9.22,_8 + 3.13.30 + 3.9.36,_8\right] = 782,_9 \text{ tm}$$

$$M = 782,_8 - 221,_{19} \,.\, 6,_{387} = -629,_8 \text{ tm}$$

$$\max(+U_5) = \frac{629,_8}{2,_5} = 251,_9 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 3 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges liegt im Knotenpunkt 5.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 13,_{932} + 3 \,.\, 9 \,.\, 7,_{132} + 13 \,.\, 1,_{232}\right] = 50,_{13} \text{ t}$$

$$[M] = \frac{30 - 17,_{368}}{60} \cdot 3 \,.\, 13 \,.\, 46,_{068} + \frac{30 + 17,_{368}}{60}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 7,_{132} + 13 \,.\, 1,_{232}\right] = 542,_9 \text{ tm}$$

$$M = 542,_9 - 50,_{13} \,.\, 6,_{387} = 222,_7 \text{ tm}$$

$$\max(-U_5) = -\frac{222,_7}{2,_5} = -89,_1 \text{ t.}$$

Stab U_6.

Maximum der Druckspannung.

Von einem von links nach rechts vorrückenden Zuge sind die Lasten 1 bis 18 als vorhanden anzunehmen. Last 13 greift im Scheitel an.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 3,_3 + 3 \,.\, 9 \,.\, 10,_1 + 3 \,.\, 13 \,.\, 17,_3 + 3 \,.\, 9 \,.\, 24,_1 + 3 \,.\, 13 \,.\, 28,_7 + 3.9.21,_9\right] = 229,_{16} \text{ t}$$

$$[M] = \frac{30 - 20,_{526}}{60}\left[3.13.3,_3 + 3.9.10,_1 + 3.13.17,_3 + 3.9.24,_1 + 3.13.31,_3 + 3.9.38,_1\right] = 627,_8 \text{ tm}$$

$$M = 627,_8 - 229,_{16} \,.\, 5,_{424} = -615,_2 \text{ tm}$$

$$\max(+U_6) = \frac{615,_2}{2,_5} = 246,_1 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 3 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges liegt im Knotenpunkte 6.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 10{,}_{773} + 3 \,.\, 9 \,.\, 3{,}_{973}\right] = 35{,}_{16}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 20{,}_{526}}{60} \cdot 3 \,.\, 13 \,.\, 49{,}_{227} + \frac{30 + 20{,}_{526}}{60} \cdot 3 \,.\, 9 \,.\, 3{,}_{973} = 393{,}_5\,\mathrm{tm}$$

$$M = 393{,}_5 - 35{,}_{16} \,.\, 5{,}_{424} = 202{,}_8\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-U_6) = -\frac{202{,}_8}{2{,}_5} = -81{,}_1\,\mathrm{t}.$$

Stab U_7.

Maximum der Druckspannung.

Last 7 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges ist im Scheitel anzuordnen. Für diese Laststellung ist der Werth H bereits bei Berechnung des Gurtungsstabes U_0 ermittelt.

$$H = 256{,}_{65}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 23{,}_{684}}{60}\Big[2 \,.\, 8 \,.\, 1{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 7{,}_9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 14{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 21{,}_9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 28{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 35{,}_9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 42{,}_7\Big] = 543{,}_1\,\mathrm{tm}$$

$$M = 543{,}_1 - 256{,}_{65} \,.\, 4{,}_{282} = -555{,}_9\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+U_7) = \frac{555{,}_9}{2{,}_5} = 222{,}_4\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 3 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges liegt am Knotenpunkte 7.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 7{,}_{616} + 9\,(2{,}_{316} + 0{,}_{816})\right] = 21{,}_{68}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 23{,}_{684}}{60} \cdot 3 \,.\, 13 \,.\, 52{,}_{384} + \frac{30 + 23{,}_{684}}{60} \cdot 9\,(2{,}_{316} + 0{,}_{816}) = 240{,}_3\,\mathrm{tm}$$

$$M = 240{,}_3 - 21{,}_{68} \,.\, 4{,}_{282} = 147{,}_5\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-U_7) = -\frac{147{,}_5}{2{,}_5} = -59{,}_0\,\mathrm{t}.$$

Stab U_8.

Maximum der Druckspannung.

Last 7 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im Scheitel.

$$H = 256{,}_{65}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 26{,}_{842}}{60}\Big[2 \,.\, 8 \,.\, 1{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 7{,}_9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 14{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 21{,}_9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 28{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 35{,}_9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 42{,}_7\Big] = 271{,}_5\,\mathrm{tm}$$

$$M = 271{,}_5 - 256{,}_{65} \,.\, 2{,}_{949} = -485{,}_4\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+U_8) = \frac{485{,}_4}{2{,}_5} = 194{,}_2\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Von einem von rechts nach links vorrückenden Zuge sind die Lasten 1 bis 6 als vorhanden anzunehmen. Last 2 greift am Knotenpunkt 8 an.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 9{,}_{958} + 3 \,.\, 13 \,.\, 3{,}_{158}\right] = 26{,}_{13}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 26{,}_{842}}{60}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 50{,}_{042} + 13\,(55{,}_{542} + 56{,}_{842})\right] + \frac{30 + 26{,}_{842}}{60} \,.\, 13 \,.\, 1{,}_{858} = 170{,}_{9}\,\mathrm{tm}$$

$$M = 170{,}_{9} - 26{,}_{13} \,.\, 2{,}_{949} = 93{,}_{8}\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-U_8) = -\frac{93{,}_{8}}{2{,}_{5}} = -37{,}_{5}\,\mathrm{t}.$$

Stab U_9.

Da der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile der nämliche ist, wie derjenige, welcher dem Stabe U_8 conjugirt ist, so wird die ungünstigste Laststellung, sowie das Moment M natürlich ebenso anzunehmen sein, wie sich dasselbe bei Berechnung des Stabes U_8 ergeben hatte.

$$\max(+U_9) = \frac{485{,}_{4}}{2{,}_{74}} = 177{,}_{2}\,\mathrm{t}$$

$$\max(-U_9) = -\frac{93{,}_{8}}{2{,}_{74}} = -34{,}_{2}\,\mathrm{t}.$$

Diagonalen.

Um die Belastungsscheiden der Diagonalen zu ermitteln, müsste man eigentlich die Schnittpunkte der mitgeschnittenen Gurtlinien benutzen. Da diese jedoch auf der Zeichnung nicht zugänglich sind und die entsprechenden Gurtlinien nahezu parallel verlaufen, so kann man für vorliegenden Zweck letztere thatsächlich als parallel annehmen und die Belastungsscheiden nach Fig. 68, § 27 dadurch bestimmen, dass man zu einer der beiden geschnittenen Richtungen die Parallele durch den Kämpferpunkt A zieht. Man wird die Parallele zu derjenigen Gurtlinie ziehen, deren Verlängerung am nächsten am Punkte A vorbeigeht. Ebenso wird man zur Bestimmung der ungünstigsten Laststellung eine der Ungleichungen 231 bis 235 verwenden können, welche streng genommen nur für wirklich parallele Gurtungen Gültigkeit haben.

Stab D_1.

Es ist keine Belastungsscheide P vorhanden. Nach Fig. 69 bildet sodann nur das fragliche Feld selbst eine Belastungsscheide. Denkt man sich die Spannung D_1 auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft einwirken, so wird diese Kraft eine zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien senkrechte Componente haben, welche aufwärts, gegen die obere Gurtung, gerichtet ist. In den Belastungsschemen Fig. 68 und 69 sowie im beigegebenen Texte sind also — nach den Ausführungen auf Seite 63 — die Worte „Druck" und „Zug" mit einander zu vertauschen. Demnach findet die grösste Druckspannung bei linksseitiger, die grösste Zugspannung bei rechtsseitiger Belastung statt.

Maximum der Druckspannung.

Es ist nach den Ausführungen des § 27 zu vermuthen, dass die Stellung des Zuges dann am ungünstigsten wird, wenn derselbe vom linksseitigen Kämpfer soweit vorgerückt ist, dass Last 1 am Knotenpunkt 1 angreift. Hierüber kann man mit Hülfe der Ungleichung 235 in schärferer Weise Aufschluss erhalten.

Man zieht zunächst durch den Kämpferpunkt A die Parallele zur Gurtlinie U_1 und findet sodann durch Abgreifen aus der Zeichnung, dass die Grössen n und m (s. Fig. 69) folgende Werthe haben:

$$n = 6{,}_{00}\,\mathrm{m}\,; \qquad m = 20{,}_{00}\,\mathrm{m}.$$

Der in Ungleichung 235 vorkommende Quotient ist also:

$$\frac{\lambda n}{2mf - \lambda n} = \frac{3{,}_{158} \,.\, 6{,}_{00}}{2 \,.\, 20{,}_{00} \,.\, 7{,}_{5} - 3{,}_{158} \,.\, 6{,}_{00}} = 0{,}_{067}.$$

Liegt Last 1 unmittelbar links vom Knotenpunkte 1, so ist $\mathfrak{G}$ (d. i. die Resultante der Lasten, welche im fraglichen Felde selbst angreifen) $= 0$; dann ist die Ungleichung 235 jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet Last 1 den Knotenpunkt 1, so wird

$$\mathfrak{G} = 13\,\mathrm{t}\,; \qquad \mathfrak{R}_3 = 5 \,.\, 13 + 6 \,.\, 9 = 119\,\mathrm{t}.$$

Die rechte Seite der Ungleichung 235 lautet nun:

$$0{,}_{067} \,.\, 119 = 8{,}_0\,\mathrm{t}.$$

Dann ist der in Rede stehenden Bedingung nicht mehr genügt und demnach muss thatsächlich Last 1 am Knotenpunkte 1 angeordnet werden. Für diese Laststellung ist:

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 23{,}_{963} + 3 \,.\, 9 \,.\, 17{,}_{163} + 3 \,.\, 13 \,.\, 9{,}_{963} + 3 \,.\, 13 \,.\, 3{,}_{163}\right] = 124{,}_{79}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 1251{,}_9}{60}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 23{,}_{963} + 3 \,.\, 9 \,.\, 17{,}_{163} + 3 \,.\, 13 \,.\, 9{,}_{963} + 3 \,.\, 9 \,.\, 3{,}_{163}\right] = -38120\,\mathrm{tm}$$

$$M = -38120 - 124{,}_{79} \,.\, 69{,}_7 = -46818\,\mathrm{tm}.$$

In Gleichung 200, aus welcher sich die Spannung D ergiebt, hat das —Zeichen Gültigkeit.

$$\max(+D_1) = \frac{46818}{798{,}_7} = 58{,}_6\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Es ist zu vermuthen, dass die Stellung des Zuges dann am ungünstigsten wird, wenn derselbe vom rechtsseitigen Kämpfer kommend, so weit vorgeschoben ist, dass Last 1 am Knotenpunkte 0 angreift. In schärferer Weise giebt hierüber Ungleichung 234 Aufschluss.

Der Quotient $\dfrac{\lambda n}{2mf = \lambda n}$ ist bereits oben berechnet. Ferner ist $\dfrac{m}{l} = \dfrac{20{,}_{00}}{30} = 0{,}_{66}.$ Liegt Last 1 unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 0, so ist $\mathfrak{G} = 0$; dann ist der in Ungleichung 234 enthaltenen Bedingung jedenfalls genügt. Ueberschreitet Last 1 den fraglichen Knotenpunkt, so wird:

$$\mathfrak{G} = 13\,\mathrm{t}\,; \qquad \mathfrak{R}_2 = 13\,\mathrm{t}\,; \qquad \mathfrak{R}_1 = 7 \,.\, 13 + 6 \,.\, 9 = 145\,\mathrm{t}.$$

Die rechte Seite der Ungleichung 234 lautet dann:

$$0{,}_{067}\,(0{,}_{66} \,.\, 145 + 13) = 7{,}_3\,\mathrm{t}.$$

Man erkennt, dass nunmehr die fragliche Ungleichung nicht mehr erfüllt ist, und demnach muss thatsächlich Last 1 im Knotenpunkte 0 angeordnet werden.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 2{,}_{279} + 3 \,.\, 9 \,.\, 9{,}_{479} + 3 \,.\, 13 \,.\, 16{,}_{279} + 3 \,.\, 9 \,.\, 23{,}_{479} + 13\,(28{,}_{979} + 29{,}_{721} + 28{,}_{421})\right] = 183{,}_{08}\,\mathrm{t}.$$

$$[M] = \frac{30 + 1251{,}_9}{60}\left[3.13.2{,}_{279} + 3.9.9{,}_{479} + 3.13.16{,}_{279} + 3.9.23{,}_{479} + 3.13.30{,}_{279}\right] = 59705\,\mathrm{tm}$$

$$M = 59705 - 183{,}_{08} \,.\, 69{,}_7 = 46944\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-D_1) = -\frac{46944}{798{,}_7} = -58{,}_8\,\mathrm{t}.$$

In ganz derselben Weise findet man die folgenden Spannungen.

Stab D_2.

Maximum der Druckspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 20{,}_{805} + 3 \,.\, 9 \,.\, 14{,}_{005} + 3 \,.\, 13 \,.\, 6{,}_{805} + 9\,(1{,}_{505} + 0{,}_{005})\right] = 97{,}_{90}\,\mathrm{t}.$$

$$[M] = \frac{30 - 635{,}_6}{60}\left[3.13.20{,}_{805} + 3.9.14{,}_{005} + 3.13.6{,}_{805} + 9\,(1{,}_{505} + 0{,}_{005})\right] = -14822\,\mathrm{tm}$$

$$M = -14822 - 97{,}_{90} \,.\, 70{,}_9 = -21763\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+D_2) = \frac{21763}{419{,}_3} = 51{,}_9\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 1.

$$H = \frac{1}{15}\left[9 \,.\, 0{,}_{137} + 3.13.5{,}_{437} + 3.9.12{,}_{637} + 3.13.19{,}_{437} + 3.9.26{,}_{637} + 3.13.26{,}_{563}\right] = 204{,}_{51}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 635{,}_6}{60}\left[9 \,.\, 0{,}_{137} + 3 \,.\, 13 \,.\, 5{,}_{437} + 3 \,.\, 9 \,.\, 12{,}_{637} + 3 \,.\, 13 \,.\, 19{,}_{437} + 3 \,.\, 9 \,.\, 26{,}_{637} + 3 \,.\, 13 \,.\, 33{,}_{437}\right] = 37005\,\mathrm{tm}.$$

$$M = 37005 - 204{,}_{51} \,.\, 70{,}_9 = 22506\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-D_2) = -\frac{22506}{419{,}_3} = -53{,}_7\,\mathrm{t}$$

Stab D_3.

Maximum der Druckspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 17{,}_{647} + 3 \,.\, 9 \,.\, 10{,}_{847} + 3 \,.\, 13 \,.\, 3{,}_{647}\right] = 74{,}_{89}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 408{,}_6}{60}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 17{,}_{647} + 3 \,.\, 9 \,.\, 10{,}_{847} + 3 \,.\, 13 \,.\, 3{,}_{647}\right] = -7088\,\mathrm{tm}$$

$$M = -7088 - 74{,}_{89} \,.\, 69{,}_7 = -12308\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+D_3) = \frac{12308}{280{,}_7} = 43{,}_8\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2.

$$H = \frac{1}{15}\Big[3 \,.\, 9 \,.\, 1{,}_{795} + 3 \,.\, 13 \,.\, 8{,}_{595} + 3 \,.\, 9 \,.\, 15{,}_{795} + 3 \,.\, 13 \,.\, 22{,}_{595} + 9\,(28{,}_{295} + 29{,}_{795} + 28{,}_{705}) + 3 \,.\, 13 \,.\, 23{,}_{405}\Big] = 225{,}_{69}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 408{,}_6}{60}\Big[3 \,.\, 9 \,.\, 1{,}_{795} + 3 \,.\, 13 \,.\, 8{,}_{595} + 3 \,.\, 9 \,.\, 15{,}_{795} + 3 \,.\, 13 \,.\, 22{,}_{595} + 3 \,.\, 9 \,.\, 29{,}_{795} + 3 \,.\, 13 \,.\, 36{,}_{595}\Big] = 28677\,\mathrm{tm}$$

$$M = 28677 - 225{,}_{69} \,.\, 69{,}_7 = 12946\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-D_3) = -\frac{12946}{280{,}_7} = -46{,}_1\,\mathrm{t}.$$

Stab D_4.

Maximum der Druckspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges greift am Knotenpunkte 4 an.

$$H = \frac{1}{15}\Big[3 \,.\, 13 \,.\, 14{,}_{49} + 3 \,.\, 9 \,.\, 7{,}_{69} + 13\,(1{,}_{79} + 0{,}_{49})\Big] = 53{,}_{49}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 297{,}_3}{60}\Big[3 \,.\, 13 \,.\, 14{,}_{49} + 3 \,.\, 9 \,.\, 7{,}_{69} + 13\,(1{,}_{79} + 0{,}_{49})\Big] = -3574\,\mathrm{tm}$$

$$M = -3574 - 53{,}_{49} \,.\, 68{,}_9 = -7259\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+D_4) = \frac{7259}{214{,}_2} = 33{,}_9\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3.

$$H = \frac{1}{15}\Big[8 \,.\, 0{,}_{253} + 3 \,.\, 9 \,.\, 4{,}_{953} + 3 \,.\, 13 \,.\, 11{,}_{753} + 3 \,.\, 9 \,.\, 18{,}_{953} + 3 \,.\, 13 \,.\, 25{,}_{753} + 3 \,.\, 9 \,.\, 23{,}_{047} + 3 \,.\, 13 \,.\, 20{,}_{247}\Big] = 242{,}_{00}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 297{,}_3}{60}\Big[8 \,.\, 0{,}_{253} + 3 \,.\, 9 \,.\, 4{,}_{953} + 3 \,.\, 13 \,.\, 11{,}_{753} + 3 \,.\, 9 \,.\, 18{,}_{953} + 3 \,.\, 13 \,.\, 25{,}_{753} + 3 \,.\, 9 \,.\, 32{,}_{953} + 3 \,.\, 13 \,.\, 39{,}_{753}\Big] = 24822\,\mathrm{tm}$$

$$M = 24822 - 242{,}_{00} \,.\, 68{,}_9 = 8149\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-D_4) = -\frac{8149}{214{,}_2} = -38{,}_0\,\mathrm{t}.$$

Stab D_5.

Zieht man durch den Kämpferpunkt A die Parallele zu U_5, so schneidet diese die Grade BD oberhalb des Scheitels. Der Schnittpunkt ist eine zweite Belastungsscheide (s. Fig. 68).

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Der Zug ist, vom rechtsseitigen Kämpfer kommend, bis ungefähr zur Belastungsscheide vorzuschieben, die grössten Lasten sind in der Nähe des Scheitels anzuordnen und muss eine derselben in diesem Punkte selbst angreifen.

Es ist zu vermuthen, dass Last 1 im Scheitel liegen muss, damit die Stellung des Zuges am ungünstigsten werde. Mit Hülfe der Ungleichung 232 lässt sich hierüber in schärferer Weise Aufschluss erhalten.

Nachdem durch den Kämpferpunkt A die Parallele zu U_5 gezogen ist, greift man die Strecken n und m (s. Fig. 68) aus der Zeichnung ab. Man findet $n = 0{,}29$ m $m = 0{,}59$ m. Der in Ungleichung 232 vorkommende Quotient $\frac{m}{l}$ ist also:

$$\frac{0{,}59}{30} = 0{,}02.$$

Liegt Last 1 unmittelbar rechts vom Scheitel, so ist $\mathfrak{R}_2 = 0$; dann ist die Ungleichung 232 jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet Last 1 den Scheitelpunkt, so wird

$$\mathfrak{R}_2 = 13\,\text{t} \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_1 = 7 \,.\, 13 + 6 \,.\, 9 = 145\,\text{t}.$$

Die rechte Seite oben genannter Ungleichung lautet dann

$$0{,}02 \,.\, 145 = 2{,}9\,\text{t}.$$

Man erkennt, dass nunmehr der fraglichen Bedingung nicht mehr genügt wird, so dass also thatsächlich Last 1 im Scheitel anzuordnen ist. Für diese Laststellung ergiebt sich:

$$H = \frac{1}{15}\left[13\,(0{,}7 + 2) + 3 \,.\, 9 \,.\, 7{,}9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 14{,}7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 21{,}9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 28{,}7\right] = 168{,}82\,\text{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 224{,}7}{60}\left[13(0{,}7 + 2) + 3.9.7{,}9 + 3.13.14{,}7 + 3.9.21{,}9 + 3.13.28{,}7\right] = 10750\,\text{tm}$$

$$M = 10750 - 168{,}82 \,.\, 67{,}0 = -561\,\text{tm}$$

$$D_5 = \frac{561}{171{,}1} = 3{,}3\,\text{t}.$$

Linksseitige Belastung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer aus bis gegen das fragliche Feld vorzuschieben; eine der ersten Lasten muss im linksseitigen Knotenpunkte desselben angreifen. Es ist zu vermuthen, dass Last 1 hierselbst anzuordnen ist. Ungleichung 233 giebt über diese Frage Aufschluss.

Der Quotient, welcher in ebengenannter Ungleichung vorkommt, lautet im vorliegenden Fall:

$$\frac{\lambda n}{2mf - \lambda n} = \frac{3{,}158 \,.\, 0{,}29}{2 \,.\, 0{,}59 \,.\, 7{,}5 - 3{,}158 \,.\, 0{,}29} = 0{,}116.$$

Liegt Last 1 unmittelbar links vom Knotenpunkte 5, so ist $\mathfrak{G} = 0$; dann ist Ungleichung 233 jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet Last 1 den fraglichen Punkt, so wird:

$$\mathfrak{G} = 13\,\text{t} \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_3 = 2 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 53\,\text{t}.$$

Die rechte Seite der Ungleichung lautet dann:

$$0{,}116 \,.\, 53 = 6{,}1\,\text{t}.$$

Man erkennt, dass nunmehr der in Rede stehenden Bedingung nicht mehr genügt wird; es ist also thatsächlich Last 1 im Punkte 5 anzuordnen. Für diese Laststellung ist:

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 11{,}_{332} + 3 \,.\, 9 \,.\, 4{,}_{532}\right] = 37{,}_{62}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 224{,}_7}{60}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 11{,}_{332} + 3 \,.\, 9 \,.\, 4{,}_{532}\right] = -\,1831\,\mathrm{tm}$$

$$M = -\,1831 - 37{,}_{62} \,.\, 67{,}_0 = -\,4352\,\mathrm{tm}$$

$$D_5 = \frac{4352}{171{,}_4} = 25{,}_4\,\mathrm{t}.$$

Durch Summation findet man:

$$\max(+D_5) = 3{,}_3 + 25{,}_4 = 28{,}_7\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Die Strecke zwischen der Belastungsscheide im Felde 0 und dem fraglichen Felde ist zu belasten. Eine der ersten Axen muss im rechtsseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes angeordnet werden. Es ist zu vermuthen, dass die Stellung dann am ungünstigsten wird, wenn von einem von rechts nach links vorrückenden Zuge die Lasten 1 bis 6 als vorhanden angenommen werden, und Last 1 im Knotenpunkte 4 liegt. Mit Hülfe der Ungleichung 231 erlangt man hierüber in schärferer Weise Aufschluss.

Liegt Last 1 unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 4, so ist $\mathfrak{G} = 0$; dann ist Ungleichung 231 jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet Last 1 den fraglichen Knotenpunkt, so wird:

$$\mathfrak{G} = 13\,\mathrm{t} \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_2 = 2 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 53\,\mathrm{t}.$$

Die rechte Seite der Ungleichung lautet dann:

$$0{,}_{116} \,.\, 53 = 6{,}_1\,\mathrm{t}.$$

Man erkennt, dass sodann der in Rede stehenden Bedingung nicht mehr genügt wird; es ist also thatsächlich Last 1 im Punkte 4 anzuordnen.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 23{,}_{89} + 3 \,.\, 13 \,.\, 17{,}_{09}\right] = 87{,}_{44}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 224{,}_7}{60}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 36{,}_{11} + 3 \,.\, 13 \,.\, 42{,}_{91}\right] = 11243\,\mathrm{tm}$$

$$M = 11243 - 87{,}_{44} \,.\, 67{,}_0 = 5385\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-D_5) = -\frac{5385}{171{,}_4} = -\,31{,}_4\,\mathrm{t}.$$

Stab D_6.

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges greift im Scheitel an.

Für diese Laststellung ist der Werth H bereits bei Gelegenheit der Berechnung des Stabes O_6 ermittelt. Man hatte gefunden:

$$H = 180{,}_{87}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 176{,}_6}{60}\left[3.13.2{,}_0 + 3.9.9{,}_2 + 3.13.16{,}_0 + 3.9.23{,}_2 + 3.13.30\right] = 9458\,\mathrm{tm}$$

$$M = 9458 - 180{,}_{87}\,.\,65{,}_5 = -2389\,\mathrm{tm}$$

$$D_6 = \frac{2389}{144{,}_0} = 16{,}_6\,\mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges liegt im Knotenpunkte 6.

$$H = \frac{1}{15}\left[3\,.\,13\,.\,8{,}_{174} + 9\,(2{,}_{874} + 1{,}_{374})\right] = 23{,}_{80}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 176{,}_6}{60}\left[3\,.\,13\,.\,8{,}_{174} + 9\,(2{,}_{874} + 1{,}_{374})\right] = -872{,}_3\,\mathrm{tm}$$

$$M = -872{,}_3 - 23{,}_{80}\,.\,65{,}_5 = -2431\,\mathrm{tm}$$

$$D_6 = \frac{2431}{144{,}_0} = 16{,}_9\,\mathrm{t}.$$

$$\max\,(+D_6) = 16{,}_6 + 16{,}_9 = 33{,}_5\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Die Lasten 1 bis 6 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges sind als vorhanden anzunehmen. Last 1 liegt im Knotenpunkte 5.

$$H = \frac{1}{15}\left[3\,.\,9\,.\,20{,}_{732} + 3\,.\,13\,.\,13{,}_{932}\right] = 73{,}_{54}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 176{,}_6}{60}\left[3\,.\,9\,.\,39{,}_{268} + 3\,.\,13\,.\,46{,}_{068}\right] = 9837\,\mathrm{tm}$$

$$M = 9837 - 73{,}_{54}\,.\,65{,}_5 = 5020\,\mathrm{tm}$$

$$\max\,(-D_6) = -\frac{5020}{144{,}_0} = -34{,}_9\,\mathrm{t}.$$

Stab D_7.

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Last 3 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges liegt im Scheitel.

Für diese Laststellung ist der Werth H bereits bei Berechnung des Stabes U_2 ermittelt.

$$H = 191{,}_{18}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 139{,}_2}{60}\left[3.13.3{,}_3 + 3.9.10{,}_5 + 3.13.17{,}_3 + 3.9.24{,}_5 + 3.13.31{,}_3\right] = 8373\,\mathrm{tm}$$

$$M = 8373 - 191{,}_{18}\,.\,63{,}_2 = -3710\,\mathrm{tm}$$

$$D_7 = \frac{3710}{123{,}_1} = 30{,}_1\,\mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges greift im Knotenpunkte 7 an.

$$H = \frac{1}{15} \cdot 3 \,.\, 13 \,.\, 5{,}_{016} = 13{,}_{04}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 139{,}_2}{60} \cdot 3 \,.\, 13 \,.\, 5{,}_{016} = -\,356{,}_0\,\mathrm{tm}$$

$$M = -\,356{,}_0 - 13{,}_{04} \,.\, 63{,}_2 = -\,1180\,\mathrm{tm}$$

$$D_7 = \frac{1180}{123{,}_1} = 9{,}_6\,\mathrm{t}$$

$$\max(+D_7) = 30{,}_1 + 9{,}_6 = 39{,}_7\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Die Lasten 1 bis 6 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges sind als vorhanden anzunehmen. Last 1 liegt im Punkte 6.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 17{,}_{574} + 3 \,.\, 13 \,.\, 10{,}_{774}\right] = 59{,}_{64}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 139{,}_2}{60}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 42{,}_{426} + 3 \,.\, 13 \,.\, 49{,}_{226}\right] = 8644\,\mathrm{tm}$$

$$M = 8644 - 59{,}_{64} \,.\, 63{,}_2 = 4875\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-D_7) = -\frac{4875}{123{,}_1} = -\,39{,}_6\,\mathrm{t}.$$

Stab D_8.

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Last 3 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges liegt im Scheitelpunkte.

$$H = 191{,}_{18}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 + 110{,}_4}{60}\left[3.13.3{,}_3 + 3.9.10{,}_5 + 3.13.17{,}_3 + 3.9.24{,}_5 + 3.13.31{,}_3\right] = 6948\,\mathrm{tm}$$

$$M = 6948 - 191{,}_{18} \,.\, 60{,}_9 = -\,4695\,\mathrm{tm}$$

$$D_8 = \frac{4695}{107{,}_5} = 43{,}_7\,\mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges greift im Knotenpunkte 8 an.

$$H = \frac{1}{15} \cdot 3 \,.\, 13 \,.\, 1{,}_{858} = 4{,}_{83}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 110{,}_4}{60} \cdot 3 \,.\, 13 \,.\, 1{,}_{858} = -\,97{,}_1\,\mathrm{tm}$$

$$M = -\,97{,}_1 - 4{,}_{83} \,.\, 60{,}_9 = -\,391{,}_2\,\mathrm{tm}$$

$$D_8 = \frac{391{,}_2}{107{,}_5} = 3{,}_6\,\mathrm{t}.$$

$$\max(+D_8) = 43{,}_7 + 3{,}_6 = 47{,}_3\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Die Lasten 1 bis 9 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges sind als vorhanden anzunehmen. Last 2 ist im Knotenpunkte 7 anzuordnen.

$$H = \frac{1}{15}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 20{,}_{316} + 3 \,.\, 9 \,.\, 13{,}_{116} + 3 \,.\, 13 \,.\, 6{,}_{316}\right] = 92{,}_{85}\,\mathrm{t}.$$

Bei Berechnung des Momentes $[M]$ nach Gleichung 197 ist darauf zu achten, dass Last 1 innerhalb des geschnittenen Feldes liegt. Es muss die Last 1 zerlegt werden in ihre Componenten, welche im Knotenpunkte 7 und im Knotenpunkte 8 zur Wirkung kommen. Die Componente im Knotenpunkte 7 ist dann den Lasten G', die Componente im Punkte 8 den Lasten G'' zuzurechnen. Von der Kraft 1 kommt zur Wirkung im Knotenpunkte 7:

$$13 \cdot \frac{3{,}_{158} - 1{,}_3}{3{,}_{158}} = 7{,}_{65}\,\mathrm{t}$$

und im Knotenpunkte 8:

$$13 \cdot \frac{1{,}_3}{3{,}_{158}} = 5{,}_{35}\,\mathrm{t}.$$

$$[M] = \frac{30 + 110{,}_4}{60}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 39{,}_{684} + 3 \,.\, 9 \,.\, 46{,}_{884} + 13\,(52{,}_{384} + 53{,}_{684}) + 7{,}_{65} \,.\, 53{,}_{684}\right]$$

$$+ \frac{30 - 110{,}_4}{60} \cdot 5{,}_{35} \,.\, 3{,}_{158} = 10749\,\mathrm{tm}$$

$$M = 10749 - 92{,}_{85} \,.\, 60{,}_9 = 5094\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-D_8) = -\frac{5094}{107{,}_5} = -47{,}_4\,\mathrm{t}.$$

Vertikalen.

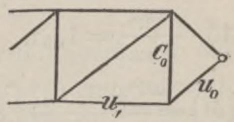
Die Vertikalständer C_0 und C_8 erfordern eine besondere Untersuchung.

Stab C_0.

Es kommt zunächst darauf an, zu entscheiden, bei welcher Laststellung dieser Stab das Maximum seiner Spannungen erhält. Setzt man System I (rechts fallende Diagonalen) voraus, so liegt der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (O_1 und U_0), wie man aus Fig. 1 Taf. 3 erkennt, oberhalb der beiden Graden AE und BD. Das Belastungsschema ergiebt sich demnach aus Fig. 64, § 27. Die als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil der Brücke einwirkende Spannung dreht um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers; die Zug- und Druckabtheilungen sind also in der Weise, wie Fig. 64 zeigt, anzunehmen. Verbindet man den conjugirten Drehpunkt mit dem linksseitigen Kämpfer und schneidet die Verbindungslinie mit der Graden BD, so findet man, dass die Belastungsscheide im ersten Felde liegt. Dieses erste Feld tritt gleichzeitig auch als zweite Belastungsscheide auf (s. Fig. 64), da der zum Zweck der Spannungsermittlung durch C_0 geführte Schnitt die obere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, in diesem ersten Felde trifft. Es ergiebt sich also unter Voraussetzung des Systems I, dass gleichzeitig vom rechten und linken Widerlager ein Zug bis in das erste Feld vorgerückt sein muss, damit C_0 das Maximum der Zugspannung erreiche. Es ist jedoch zu bedenken, dass eine solche Stellung der Lastsysteme thatsächlich nicht vorkommen kann. Das Resultat dieser Ueberlegung beschränkt sich vielmehr darauf, dass man erkennt: jede Last, welche überhaupt auf den Bogen einwirkt, bedingt in C_0 eine Zugspannung.

Legt man System II der Berechnung zu Grunde, so ist aus Fig. 1 Taf. 3 zu ersehen, dass alsdann der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (O_0 und U_1) unterhalb der beiden Graden AE und BD liegt. Das Belastungsschema ergiebt sich aus Fig. 67, § 27; nur ist hier statt „Druck" das Wort „Zug" zu setzen, da die als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Trägers wirkende Spannung C_0 um den conjugirten Drehpunkt im Sinne des Uhrzeigers dreht. Demzufolge muss übereinstimmend mit der unter Zugrundelegung des Systems I geführten Untersuchung der ganze Träger belastet werden, damit C_0 das Maximum der Zugspannung erreiche. Der Eisenbahnzug ist so lange von rechts nach links zu verschieben, als noch der Ungleichung 230 Genüge geleistet wird. Fixirt man hiernach die Stellung des Lastsystems, so gelangt man zu demselben Resultat wie durch folgende Ueberlegung.

Aus nebenstehender Figur erkennt man, dass C_0 das Maximum seiner Zugspannung erreicht, wenn die Stäbe U_0 und U_1 am meisten gedrückt sind. Der Stab U_1 erfordert, um die positive Maximalspannung zu erhalten, die nämliche Laststellung wie U_0, da beiden Constructionstheilen der nämliche Drehpunkt conjugirt ist. Für U_0 ist es aber gleichgültig, ob rechts- oder linksfallende Diagonalen vorausgesetzt werden und so kann man aus der oben durchgeführten Berechnung von U_0 schliessen, dass unter Annahme des Systems II beide Stäbe U_0 und U_1 das Maximum der Druckspannung erreichen, wenn der Träger voll belastet ist und Last 7 im Scheitel angreift.



Die beiden Systeme I und II kommen gleichzeitig zur Wirkung. Die Belastungsarten, welche sich unter der Annahme des einen und des andern Systems als die ungünstigsten ergaben, stimmen darin überein, dass der Bogen voll belastet sein muss, damit C_0 am meisten gezogen werde. Die genaue Fixirung der Zugstellung führte unter Zugrundelegung des Systems I zu keinem brauchbaren Resultat. Die Annahme des Systems II ergab, dass Last 7 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Scheitel anzuordnen sei, um die negative Maximalspannung von C_0 zu erhalten. Letztere Laststellung soll denn auch bei Berechnung dieses Vertikalständers als die ungünstigste angenommen werden.

System I.

Der Werth H ist für die fragliche Laststellung bereits ermittelt. Man fand

$$H = 256{,}65\,\mathrm{t}.$$

Bei Berechnung des Werthes $[M]$ ist darauf zu achten, dass Last 6 innerhalb des geschnittenen Feldes angreift. Diese Last muss in ihre beiden Componenten zerlegt werden, welche in den Knotenpunkten 0 und 1 zur Wirkung kommen. Die Componente im Knotenpunkte 0 ist: $9 \cdot \frac{0{,}337}{3{,}158} = 0{,}96\,\mathrm{t}$, und diejenige im Punkte 1: $9 \cdot \frac{2{,}821}{3{,}158} = 8{,}04\,\mathrm{t}$. Erstere Kraft ist als rechts vom fraglichen Schnitte liegend, letztere Componente als links vom Schnitte liegend anzusehen. Dann lautet Gleichung 197:

$$[M] = \frac{30 + 1{,}72}{60}\left[8(0{,}2 + 3{,}2) + 3.9.7{,}9 + 3.13.14{,}7 + 3.9.21{,}9 + 3.13.28{,}7 + 0{,}96.31{,}579\right]$$

$$+ \frac{30 - 1{,}72}{60}\left[8{,}04\,.\,25{,}263 + 9\,(24{,}1 + 22{,}6) + 3\,.\,13\,.\,17{,}3\right] = 1962{,}4\,\mathrm{tm}$$

$$M = 1962{,}4 - 256{,}65\,.\,8{,}87 = -314{,}1\,\mathrm{t}.$$

In Gleichung 200 ist das $+$Zeichen gültig.

$$\max(-C_0) = -\frac{314{,}1}{1{,}58 + 1{,}72} = -95{,}2\,\mathrm{t}.$$

$$\max(+C_0) = 0.$$

System II.

$H = 256{,}_{65}$ t.

Die Lasten 7 und 8 liegen innerhalb des geschnittenen Feldes, müssen also bei Berechnung des Moments $[M]$ in ihre, auf die benachbarten Knotenpunkte entfallenden Componenten zerlegt werden.

Auf den Knotenpunkt 0 der rechtsseitigen Bogenhälfte entfällt von der Last 7: $\frac{13}{2} = 6{,}_5$ t und von der Last 8: $13 \cdot \frac{3{,}_{158} - 0{,}_{279}}{3{,}_{158}} = 11{,}_{85}$ t. Auf den Knotenpunkt 0 der linksseitigen Bogenhälfte entfällt von der Last 7: $\frac{13}{2} = 6{,}_5$ t und von der Last 8: $13 \cdot \frac{0{,}_{279}}{3{,}_{158}} = 1{,}_{15}$ t.

$$[M] = \frac{30 + 1{,}_{44}}{60}\Big[8\,(0{,}_2 + 3{,}_2) + 3 \cdot 9 \cdot 7{,}_9 + 3 \cdot 13 \cdot 14{,}_7 + 3 \cdot 9 \cdot 21{,}_9 + 13 \cdot 27{,}_4 + (6{,}_5 + 11{,}_{85})\,28{,}_{421}\Big] + \frac{30 - 1{,}_{44}}{60}\Big[(6{,}_5 + 1{,}_{15})\,28{,}_{421} + 3 \cdot 9 \cdot 24{,}_1 + 3 \cdot 13 \cdot 17{,}_3\Big] = 1930{,}_6 \text{ tm}$$

$$M = 1930{,}_6 - 256{,}_{65} \cdot 6{,}_{39} = 290{,}_6 \text{ tm}$$

$$\max(-C_0) = -\frac{290{,}_6}{1{,}_{58} + 1{,}_{44}} = -96{,}_2 \text{ t.}$$

$$\max(+C_0) = 0.$$

Stab C_8.

Legt man System I der Berechnung zu Grunde, so befindet sich der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (O_9 und U_8) wie aus Fig. 1, Taf. 3 zu ersehen ist, unterhalb der beiden Graden AE und BD. Das Belastungsschema ergiebt sich aus Fig. 66, § 27. Die Worte „Zug“ und „Druck“ sind jedoch mit einander zu vertauschen, da die auf den links vom Schnitt liegenden Theil des Bogens als Druckkraft wirkende Spannung C_8 um den conjugirten Schnittpunkt im Sinne des Uhrzeigers dreht.

Die Scheide P fällt zusammen mit derjenigen, welche bei Berechnung des Gurtstabes U_8 auftrat. Da ferner auch die Ungleichungen 214 und 227, aus welchen sich einerseits die Zugstellung für die Maximaldruckspannung des Stabes U_8, andererseits die Stellung des Systems für die Maximalzugspannung der Vertikalen C_8 ergiebt, identisch sind, so kann man aus der oben für U_8 durchgeführten Ermittlung direct schliessen, dass die Vertikale C_8 das Maximum ihrer Zugspannung erreicht, wenn die Last 7 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im Scheitel angreift.

Die zweite Belastungsscheide wird vom fraglichen Felde selbst gebildet, als solches ist im vorliegenden Falle das Feld 9 zu betrachten, da der zum Zweck der Spannungsermittlung durch C_8 geführte Schnitt die obere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, im 9ten Felde trifft. Der Stab C_8 wird also das Maximum seiner Druckspannung erreichen, wenn der Zug vom linksseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide P vorgerückt ist. Die genaue Stellung des Systems ergiebt sich mit Hülfe der Ungleichung 229. Durch Abgreifen aus der Zeichnung findet man:

$$v = 17{,}_{85} \text{ m} \quad \text{und} \quad i = 5{,}_{56} \text{ m.}$$

Demnach ist der in Ungleichung 229 auftretende Factor

$$\lambda \frac{v-2f}{2if-\lambda v} = 3{,}_{158} \frac{17{,}_{85} - 2 \,.\, 7{,}_{5}}{2 \,.\, 5{,}_{56} \,.\, 7{,}_{5} - 3{,}_{158} \,.\, 17{,}_{85}} = 0{,}_{33}.$$

Nimmt man an, Last 3 läge unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 8, so ist Ungleichung 229 jedenfalls erfüllt, da alsdann $\mathfrak{G} = 0$ ist. Verschiebt man nun den Zug nach links, und überschreitet Last 3 den Knotenpunkt 8, so wird $\mathfrak{G} = 13$t und $\mathfrak{K}_2 = 26$t. Man erkennt, dass sodann der Ungleichung 229 nicht mehr genügt wird und hieraus folgt, dass thatsächlich Last 3 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 8 angreifen muss, damit C_8 das Maximum seiner Druckspannung erreicht.

Unter Annahme des Systems II findet man, dass der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (O_8 und U_9) oberhalb der Graden AE und unterhalb der Graden BD liegt. Das Belastungsschema ergiebt sich nach Fig. 63, § 27, da die Verbindungslinie des conjugirten Schnittpunktes und des linksseitigen Kämpferpunktes die Grade BD in einem Punkte trifft, welcher rechts vom Scheitel C liegt. Es tritt demnach nur das fragliche Feld selbst als Belastungsscheide auf und als solches ist in diesem Falle das 8te Feld anzusehen, da der durch C_8 zum Zweck der Spannungsermittlung geführte Schnitt die obere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, im 8ten Felde trifft. Denkt man sich die Spannung C_8 als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens einwirken, so dreht diese um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers. Im Belastungsschema sind also die Zug- und Druckabtheilungen entsprechend der Fig. 63 anzunehmen.

Die genaue Stellung des Lastsystems, welche das Maximum der Zugspannung in C_8 bedingt, lässt sich mit Hülfe der Ungleichung 221 ermitteln. Durch Abgreifen aus der Zeichnung findet man:

$$m = 17{,}_{60}\,\mathrm{m}, \quad v = 16{,}_{38}\,\mathrm{m}, \quad i = 10{,}_{81}\,\mathrm{m}.$$

Die Ungleichung 221 lautet demnach:

$$25{,}_{3}\,\mathfrak{G} < 0{,}_{59}\,\mathfrak{K}_1 + \mathfrak{K}_2.$$

Nimmt man an, die Last 1 läge unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 7, so ist obige Ungleichung jedenfalls erfüllt, da alsdann $\mathfrak{G} = 0$ ist. Ueberschreitet nun aber Last 1 den Knotenpunkt 7, so wird

$$\mathfrak{K}_1 = 3 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 + 5 \,.\, 8 = 106\,\mathrm{t}, \quad \mathfrak{K}_2 = 5 \,.\, 13 + 6 \,.\, 9 = 119\,\mathrm{t}, \quad \mathfrak{G} = 13\,\mathrm{t}.$$

Alsdann wird, wie man leicht erkennt, der Ungleichung nicht mehr genügt und demnach muss thatsächlich Last 1 im Knotenpunkte 7 angreifen, damit C_8 das Maximum der Zugspannung erreiche.

Um das Maximum der Druckspannung zu erhalten, muss der Zug vom linksseitigen Kämpfer bis in das 8te Feld vorgerückt sein. Mit Hülfe der Ungleichung 219 lässt sich die Stellung des Lastsystems fixiren. Dieselbe lautet, wenn man die entsprechenden Zahlenwerthe einführt:

$$\mathfrak{G} < 0{,}_{47}\,\mathfrak{K}_3.$$

Greift Last 1 unmittelbar links vom Knotenpunkte 8 an, so ist diese Ungleichung jedenfalls erfüllt, da dann $\mathfrak{G} = 0$ ist. Ueberschreitet Last 1 den Knotenpunkt, so wird $\mathfrak{K}_3 = 26$t und $\mathfrak{G} = 13$t. Alsdann wird obiger Ungleichung nicht mehr genügt und demnach ist es thatsächlich die Last 1, welche im Knotenpunkte 8 angeordnet werden muss, damit C_8 unter Zugrundelegung des Systems II das Maximum der Druckspannung erhalte.

Da die beiden Systeme I und II gleichzeitig zur Wirkung kommen, so werden die ungünstigsten Laststellungen zwischen den soeben ermittelten Laststellungen liegen. In Rücksicht hierauf ist angenommen, dass C_8 das Maximum seiner Zugspannung erleidet, wenn die Last 12 eines von rechts nach links vorrückenden Eisenbahnzuges am Scheitel angreift, während das Maximum der Druckspannung stattfindet, wenn Last 2 eines von links nach rechts vorgeschobenen Zuges am Knotenpunkt 8 liegt.

System I.

Maximum der Zugspannung.

$$H = \frac{1}{15}\left[5.8.6,_8 + 3.9.17,_5 + 3.13.24,_3 + 3.9.28,_5 + 3.13.21,_7 + 3.9.14,_5 + 3.13.7,_7\right] = 266,_{65}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 32,_{40}}{60}\left[5.8.6,_8 + 3.9.17,_5 + 3.13.24,_3 + 3.9.31,_5 + 3.13.38,_3 + 3.9.45,_5 + 3.13.52,_3\right] = -292,_2\,\mathrm{tm}$$

$$M = -292,_2 + 266,_{65}.2,_{25} = 307,_8\,\mathrm{tm}$$

In Gleichung 200 hat das $-$Zeichen Gültigkeit.

$$\max(-C_8) = -\frac{307,_8}{32,_{40} - 8,_5.3,_{158}} = -55,_1\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Druckspannung.

$$H = \frac{1}{15}\cdot 3.13.3,_{158} = 8,_{21}\,\mathrm{t}$$

Die Last 3 liegt innerhalb des geschnittenen Feldes. Auf den Knotenpunkt 8 entfällt die Componente $13\cdot\dfrac{3,_{158} - 1,_3}{3,_{158}} = 7,_{65}\,\mathrm{t}$.

$$[M] = \frac{30 - 32,_{40}}{60}\left[13\,(55,_{542} + 56,_{842}) + 7,_{65}.56,_{842}\right] = -75,_8\,\mathrm{tm}$$

$$M = -75,_8 + 8,_{21}.2,_{25} = -57,_3\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+C_8) = \frac{57,_3}{32,_{40} - 8,_5.3,_{158}} = 10,_3\,\mathrm{t}.$$

System II.

Maximum der Zugspannung.

$$H = 266,_{65}\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{30 - 34,_{19}}{60}\left[5.8.6,_8 + 3.9.17,_5 + 3.13.24,_3 + 3.9.31,_5 + 3.13.38,_3 + 3.9.45,_5 + 3.13.52,_3\right] = -546,_6\,\mathrm{tm}$$

$$M = -546,_6 + 266,_{65}.0,_{26} = -477,_3\,\mathrm{tm}.$$

In Gleichung 200 ist das $+$Zeichen einzusetzen.

$$\max(-C_8) = -\frac{477,_3}{34,_{19} - 8,_5.3,_{158}} = -62,_4\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Druckspannung.

$$H = 8{,}21\,\mathrm{t}.$$

Last 1 greift innerhalb des geschnittenen Feldes an. Von dieser Last kommt zur Wirkung im Knotenpunkte 7: $13 \cdot \frac{1{,}3}{3{,}158} = 5{,}35\,\mathrm{t}$ und im Knotenpunkte 8:

$$13\,\frac{3{,}158 - 1{,}3}{3{,}158} = 7{,}65\,\mathrm{t}.$$

$$[M] = \frac{30 - 34{,}49}{60} \cdot 5{,}35 \,.\, 53{,}684 + \frac{30 + 34{,}49}{60}\left[(7{,}65 + 13)\,3{,}158 + 13 \,.\, 1{,}858\right] = 74{,}6\,\mathrm{tm}$$

$$M = 74{,}6 + 8{,}21 \,.\, 0{,}26 = 76{,}7\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+C_8) = \frac{76{,}7}{34{,}49 - 8{,}5 \,.\, 3{,}158} = 10{,}0\,\mathrm{t}.$$

Es sollen nunmehr für das System I die Spannungen in den Gurtstücken und den Diagonalen, welche einerseits von der permanenten, andererseits von der mobilen Last herrühren, summirt werden. Die berechneten Spannungszahlen, welche der mobilen Last entsprechen, müssen, wie anfangs bemerkt, noch mit $\frac{3}{8}$ multiplicirt werden.

Es ergiebt sich:

$\max(+O_0) = 23{,}9 + \frac{3}{8} \cdot 174{,}2 = 89{,}2\,\mathrm{t}$ $\quad \max(-O_0) = 23{,}9 = 23{,}9\,\mathrm{t}$

$\max(+O_1) = 18{,}9 + \frac{3}{8} \cdot 137{,}2 = 70{,}3$ „ $\quad \max(-O_1) = 18{,}9 = 18{,}9$ „

$\max(+O_2) = 18{,}8 + \frac{3}{8} \cdot 140{,}3 = 71{,}4$ „ $\quad \max(-O_2) = 18{,}8 = 18{,}8$ „

$\max(+O_3) = 18{,}6 + \frac{3}{8} \cdot 158{,}4 = 78{,}0$ „ $\quad \max(-O_3) = 18{,}6 - \frac{3}{8} \cdot 15{,}0 = 13{,}0$ „

$\max(+O_4) = 18{,}3 + \frac{3}{8} \cdot 167{,}0 = 80{,}9$ „ $\quad \max(-O_4) = 18{,}3 - \frac{3}{8} \cdot 35{,}6 = 5{,}0$ „

$\max(+O_5) = 18{,}1 + \frac{3}{8} \cdot 184{,}0 = 87{,}1$ „ $\quad \max(-O_5) = 18{,}1 - \frac{3}{8} \cdot 45{,}0 = 1{,}2$ „

$\max(+O_6) = 18{,}0 + \frac{3}{8} \cdot 179{,}0 = 85{,}1$ „ $\quad \max(-O_6) = 18{,}0 - \frac{3}{8} \cdot 42{,}7 = 2{,}0$ „

$\max(+O_7) = 18{,}1 + \frac{3}{8} \cdot 171{,}8 = 82{,}5$ „ $\quad \max(-O_7) = 18{,}1 - \frac{3}{8} \cdot 28{,}0 = 7{,}6$ „

$\max(+O_8) = 18{,}5 + \frac{3}{8} \cdot 149{,}0 = 74{,}4$ „ $\quad \max(-O_8) = 18{,}5 - \frac{3}{8} \cdot 0{,}7 = 18{,}2$ „

$\max(+O_9) = 24{,}3 + \frac{3}{8} \cdot 187{,}8 = 94{,}7$ „ $\quad \max(-O_9) = 24{,}3 = 24{,}3$ „

$\max(+U_0) = 23{,}7 + \frac{3}{8} \cdot 180{,}1 = 91{,}2\,\mathrm{t}$ $\quad \max(-U_0) = 23{,}7 = 23{,}7\,\mathrm{t}$

$\max(+U_1) = 18{,}5 + \frac{3}{8} \cdot 157{,}9 = 77{,}7$ „ $\quad \max(-U_1) = 18{,}5 - \frac{3}{8} \cdot 5{,}4 = 16{,}5$ „

$\max(+U_2) = 18{,}9 + \frac{3}{8} \cdot 194{,}8 = 92{,}0$ „ $\quad \max(-U_2) = 18{,}9 - \frac{3}{8} \cdot 47{,}2 = 1{,}2$ „

$\max(+U_3) = 19{,}4 + \frac{3}{8} \cdot 221{,}7 = 102{,}5$ t $\qquad \max(-U_3) = 19{,}4 - \frac{3}{8} \cdot 75{,}9 = -\ \ 9{,}1$ t

$\max(+U_4) = 20{,}0 + \frac{3}{8} \cdot 236{,}3 = 108{,}6$ „ $\qquad \max(-U_4) = 20{,}0 - \frac{3}{8} \cdot 89{,}8 = -13{,}7$ „

$\max(+U_5) = 20{,}6 + \frac{3}{8} \cdot 251{,}9 = 115{,}1$ „ $\qquad \max(-U_5) = 20{,}6 - \frac{3}{8} \cdot 89{,}1 = -12{,}8$ „

$\max(+U_6) = 21{,}1 + \frac{3}{8} \cdot 246{,}1 = 113{,}4$ „ $\qquad \max(-U_6) = 21{,}1 - \frac{3}{8} \cdot 81{,}1 = -\ \ 9{,}3$ „

$\max(+U_7) = 21{,}5 + \frac{3}{8} \cdot 222{,}4 = 104{,}9$ „ $\qquad \max(-U_7) = 21{,}5 - \frac{3}{8} \cdot 59{,}0 = -\ \ 0{,}6$ „

$\max(+U_8) = 21{,}5 + \frac{3}{8} \cdot 194{,}2 = \ \ 94{,}3$ „ $\qquad \max(-U_8) = 21{,}5 - \frac{3}{8} \cdot 37{,}5 = \ \ 7{,}4$ „

$\max(+U_9) = 19{,}6 + \frac{3}{8} \cdot 177{,}2 = \ \ 86{,}0$ „ $\qquad \max(-U_9) = 19{,}6 - \frac{3}{8} \cdot 34{,}2 = \ \ 6{,}8$ „

$\max(+D_1) = -0{,}2 + \frac{3}{8} \cdot 58{,}6 = 21{,}8$ t $\qquad \max(-D_1) = -0{,}2 - \frac{3}{8} \cdot 58{,}8 = -22{,}3$ t

$\max(+D_2) = -0{,}4 + \frac{3}{8} \cdot 51{,}9 = 19{,}1$ „ $\qquad \max(-D_2) = -0{,}4 - \frac{3}{8} \cdot 53{,}7 = -20{,}6$ „

$\max(+D_3) = -0{,}4 + \frac{3}{8} \cdot 43{,}8 = 16{,}0$ „ $\qquad \max(-D_3) = -0{,}4 - \frac{3}{8} \cdot 46{,}1 = -17{,}7$ „

$\max(+D_4) = -0{,}5 + \frac{3}{8} \cdot 33{,}9 = 12{,}2$ „ $\qquad \max(-D_4) = -0{,}5 - \frac{3}{8} \cdot 38{,}0 = -14{,}8$ „

$\max(+D_5) = -0{,}4 + \frac{3}{8} \cdot 28{,}7 = 10{,}4$ „ $\qquad \max(-D_5) = -0{,}4 - \frac{3}{8} \cdot 31{,}4 = -12{,}2$ „

$\max(+D_6) = -0{,}2 + \frac{3}{8} \cdot 33{,}5 = 12{,}4$ „ $\qquad \max(-D_6) = -0{,}2 - \frac{3}{8} \cdot 34{,}9 = -13{,}3$ „

$\max(+D_7) = \ \ 0{,}1 + \frac{3}{8} \cdot 39{,}7 = 15{,}0$ „ $\qquad \max(-D_7) = \ \ 0{,}1 - \frac{3}{8} \cdot 39{,}6 = -14{,}8$ „

$\max(+D_8) = \ \ 0{,}5 + \frac{3}{8} \cdot 47{,}3 = 18{,}2$ „ $\qquad \max(-D_8) = \ \ 0{,}5 - \frac{3}{8} \cdot 47{,}4 = -17{,}3$ „

System II.

Die Spannungen, welche in diesem System auftreten, lassen sich nun aus den obigen Zahlen in einfacher Weise ableiten.

Die Spannungen in den **Gurtungen** ergeben sich aus den Gleichungen 325 und 326 des § 44. Da im Allgemeinen die Hebelsarme sämmtlicher Gurtstücke als gleich (= 2,5 m) angenommen sind, so werden sich die gesuchten Werthe direct abschreiben lassen. Nur bei den Stäben O_8' und U_1' ist, wie man leicht erkennt, eine Reduction obiger Spannungen im umgekehrten Verhältnisse der Hebelsarme erforderlich. Es ist noch zu bemerken, dass die Stäbe O_0, U_0, O_9 und U_9 natürlich in beiden Systemen die nämlichen Spannungszahlen haben.

Demnach erhält man:

$\max(+O_0') = 89{,}2$ t $\qquad \max(-O_0') = 23{,}9$ t

$\max(+O_1') = 71{,}4$ „ $\qquad \max(-O_1') = 18{,}8$ „

$\max(+O_2') = 78{,}0$ t	$\max(-O_2') = 13{,}0$ t
$\max(+O_3') = 80{,}9$ „	$\max(-O_3') = 5{,}0$ „
$\max(+O_4') = 87{,}1$ „	$\max(-O_4') = 1{,}2$ „
$\max(+O_5') = 85{,}1$ „	$\max(-O_5') = 2{,}0$ „
$\max(+O_6') = 82{,}5$ „	$\max(-O_6') = 7{,}6$ „
$\max(+O_7') = 74{,}4$ „	$\max(-O_7') = 18{,}2$ „
$\max(+O_8') = 94{,}7 \cdot \frac{2{,}0}{2{,}5} = 75{,}8$ t	$\max(-O_8') = 24{,}3 \cdot \frac{2{,}0}{2{,}5} = 19{,}4$ t
$\max(+O_9') = 94{,}7$ t.	$\max(-O_9') = 24{,}3$ t.
$\max(+U_0') = 91{,}2$ „	$\max(-U_0') = 23{,}7$ „
$\max(+U_1') = 91{,}2 \cdot \frac{1{,}93}{2{,}5} = 70{,}1$ t	$\max(-U_1') = 23{,}7 \cdot \frac{1{,}93}{2{,}5} = 18{,}3$ t
$\max(+U_2') = 77{,}7$ t	$\max(-U_2') = 16{,}5$ t
$\max(+U_3') = 92{,}0$ „	$\max(-U_3') = 1{,}2$ „
$\max(+U_4') = 102{,}5$ „	$\max(-U_4') = -\ 9{,}1$ t
$\max(+U_5') = 108{,}6$ „	$\max(-U_5') = -13{,}7$ „
$\max(+U_6') = 115{,}1$ „	$\max(-U_6') = -12{,}8$ „
$\max(+U_7') = 113{,}4$ „	$\max(-U_7') = -\ 9{,}3$ „
$\max(+U_8') = 104{,}9$ „	$\max(-U_8') = -\ 0{,}6$ „
$\max(+U_9') = 86{,}0$ „	$\max(-U_9') = 6{,}8$ „

Die Spannungen in den **Diagonalen** ergeben sich aus der Gleichung 328. Das Verhältniss der Längen dieser Stäbe ist anfangs (im Beispiel III) berechnet. Man findet also:

$\max(+D_1') = 22{,}3 \,.\, 1{,}049 = 23{,}4$ t	$\max(-D_1') = -21{,}8 \,.\, 1{,}049 = -22{,}9$ t
$\max(+D_2') = 20{,}6 \,.\, 1{,}102 = 22{,}7$ „	$\max(-D_2') = -19{,}1 \,.\, 1{,}102 = -21{,}0$ „
$\max(+D_3') = 17{,}7 \,.\, 1{,}157 = 20{,}5$ „	$\max(-D_3') = -16{,}0 \,.\, 1{,}157 = -18{,}5$ „
$\max(+D_4') = 14{,}8 \,.\, 1{,}216 = 18{,}0$ „	$\max(-D_4') = -12{,}2 \,.\, 1{,}216 = -14{,}8$ „
$\max(+D_5') = 12{,}2 \,.\, 1{,}279 = 15{,}6$ „	$\max(-D_5') = -10{,}4 \,.\, 1{,}279 = -13{,}3$ „
$\max(+D_6') = 13{,}3 \,.\, 1{,}347 = 17{,}9$ „	$\max(-D_6') = -12{,}4 \,.\, 1{,}347 = -16{,}7$ „
$\max(+D_7') = 14{,}8 \,.\, 1{,}421 = 21{,}0$ „	$\max(-D_7') = -15{,}0 \,.\, 1{,}421 = -21{,}3$ „
$\max(+D_8') = 17{,}3 \,.\, 1{,}503 = 26{,}0$ „	$\max(-D_8') = -18{,}2 \,.\, 1{,}503 = -27{,}4$ „

Denkt man sich beide Systeme auf einander gelegt, so werden sich die Spannungen in den entsprechenden Gurtstücken summiren. Diese Addition giebt folgende Resultate:

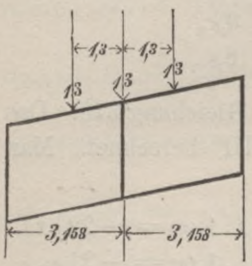
$\max(+O_0) = 89{,}2 + 89{,}2 = 178{,}4$ t	$\max(-O_0) = 23{,}9 + 23{,}9 = 47{,}8$ t
$\max(+O_1) = 70{,}3 + 71{,}4 = 141{,}7$ „	$\max(-O_1) = 18{,}9 + 18{,}8 = 37{,}7$ „
$\max(+O_2) = 71{,}4 + 78{,}0 = 149{,}4$ „	$\max(-O_2) = 18{,}8 + 13{,}0 = 31{,}8$ „
$\max(+O_3) = 78{,}0 + 80{,}9 = 158{,}9$ „	$\max(-O_3) = 13{,}0 + 5{,}0 = 18{,}0$ „
$\max(+O_4) = 80{,}9 + 87{,}1 = 168{,}0$ „	$\max(-O_4) = 5{,}0 + 1{,}2 = 6{,}2$ „
$\max(+O_5) = 87{,}1 + 85{,}1 = 172{,}2$ „	$\max(-O_5) = 1{,}2 + 2{,}0 = 3{,}2$ „
$\max(+O_6) = 85{,}1 + 82{,}5 = 167{,}6$ „	$\max(-O_6) = 2{,}0 + 7{,}6 = 9{,}6$ „
$\max(+O_7) = 82{,}5 + 74{,}4 = 156{,}9$ „	$\max(-O_7) = 7{,}6 + 18{,}2 = 25{,}8$ „
$\max(+O_8) = 74{,}4 + 75{,}8 = 150{,}2$ „	$\max(-O_8) = 18{,}2 + 19{,}4 = 37{,}6$ „
$\max(+O_9) = 94{,}7 + 94{,}7 = 189{,}4$ „	$\max(-O_9) = 24{,}3 + 24{,}3 = 48{,}6$ „

$\max(+U_0) = 91{,}2 + 91{,}2 = 182{,}4\,\mathrm{t}$	$\max(-U_0) = 23{,}7 + 23{,}7 = 47{,}1\,\mathrm{t}$
$\max(+U_1) = 77{,}7 + 70{,}4 = 148{,}1$ „	$\max(-U_1) = 16{,}5 + 18{,}3 = 34{,}8$ „
$\max(+U_2) = 92{,}0 + 77{,}7 = 169{,}7$ „	$\max(-U_2) = 1{,}2 + 16{,}5 = 17{,}7$ „
$\max(+U_3) = 102{,}5 + 92{,}0 = 194{,}5$ „	$\max(-U_3) = -9{,}1 + 1{,}2 = -7{,}9$ „
$\max(+U_4) = 108{,}6 + 102{,}5 = 211{,}1$ „	$\max(-U_4) = -13{,}7 - 9{,}1 = -22{,}8$ „
$\max(+U_5) = 115{,}1 + 108{,}6 = 223{,}7$ „	$\max(-U_5) = -12{,}8 - 13{,}7 = -26{,}5$ „
$\max(+U_6) = 113{,}4 + 115{,}1 = 228{,}5$ „	$\max(-U_6) = -9{,}3 - 12{,}8 = -22{,}1$ „
$\max(+U_7) = 104{,}9 + 113{,}4 = 218{,}3$ „	$\max(-U_7) = -0{,}6 - 9{,}3 = -9{,}9$ „
$\max(+U_8) = 94{,}3 + 104{,}9 = 199{,}2$ „	$\max(-U_8) = 7{,}4 - 0{,}6 = 6{,}8$ „
$\max(+U_9) = 86{,}0 + 86{,}0 = 172{,}0$ „	$\max(-U_9) = 6{,}8 + 6{,}8 = 13{,}6$ „

Schliesslich ist es noch erforderlich, die Spannungen in den Vertikalen unter Berücksichtigung beider Systeme zu ermitteln. Man findet durch einfache Summation

$$\max(+C_0) = -14{,}1 - 14{,}3 = -28{,}1\,\mathrm{t} \qquad \max(-C_0) = -14{,}1 - 14{,}3 - \frac{3}{8}(95{,}2 + 96{,}2) = -100{,}2\,\mathrm{t}$$

$$\max(+C_8) = -8{,}0 - 7{,}8 + \frac{3}{8}(10{,}3 + 10{,}0) = -8{,}2\text{ „} \qquad \max(-C_8) = -8{,}0 - 7{,}8 - \frac{3}{8}(55{,}4 + 62{,}4) = -60{,}0\text{ „}$$



Die Spannungen der übrigen Vertikalen findet man angenähert aus den Gleichungen 331 und 334 des § 44.

In Folge der permanenten Last ist:

$$C = \frac{2{,}65 - 1{,}27}{2} = 0{,}7\,\mathrm{t}.$$

In Folge der mobilen Last ist, wie man aus nebenstehender Figur erkennt:

$$C = \frac{3}{8}\left(13 + 2 \,.\, 13 \,.\, \frac{3{,}158 - 1{,}3}{3{,}158}\right) = 10{,}6\,\mathrm{t}$$

Man hat demnach:

$$\max(+C) = 0{,}7 + 10{,}6 = 11{,}3\,\mathrm{t} \qquad \max(-C) = 0{,}7\,\mathrm{t}.$$

Sämmtliche Spannungen sind in Fig. 3 Taf. 3 zusammengestellt.

Die weitere Ermittlung der zulässigen spec. Spannungen aus diesen Grenzwerthen, so wie die Bestimmung der erforderlichen Querschnitte ist genau ebenso durchzuführen, wie solches bereits im vorigen Beispiel geschehen ist. Es sind deshalb diese Rechnungen hier nicht weiter verfolgt. Zu bemerken ist nur noch, dass die Querschnitte der Vertikalen etwas reichlich zu bemessen sind, da die Spannungen derselben nur angenähert ermittelt wurden.

Beispiel V.

Fachwerkbogen von 60 m Spannweite mit kreisbogenförmiger Axe und 2 Gelenken.

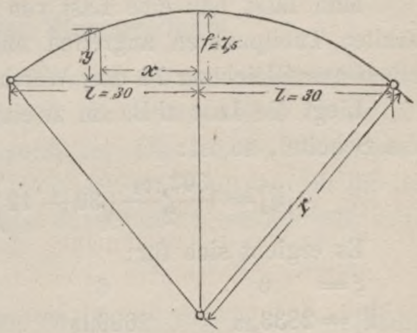
(*Annahme einer gleichmässig vertheilten mobilen Belastung.*)

Die geometrische Form des Trägers soll ähnlich derjenigen sein, welche die in den Beispielen III und IV behandelte Brücke hat. Es ist demnach die Spannweite zu 60 m, die Pfeilhöhe der Mittelaxe zu 7,5 m angenommen. Letztere ist nach einem Kreisbogen gekrümmt. Die Gurtungen sollen zwei concentrischen Kreisen eingeschrieben werden, deren normaler Abstand 2,5 m beträgt. Der Bogen sei durch Vertikalstreben in 19 Felder von gleicher Länge (in horizontalem Sinne gemessen) getheilt. In jedem Felde sind zwei sich kreuzende Diagonalen angeordnet. Die einzige Abweichung von dem in den vorigen Beispielen behandelten Träger besteht darin, dass im mittleren Felde kein Scheitelgelenk vorhanden ist, sondern die parallelen Gurtungen an dieser Stelle ebenfalls durchgeführt sind.

Man beginnt nun damit, die geometrische Form des Trägers auf analytischem Wege zu fixiren. Die Rechnungen sind dieselben wie die, welche bereits im Beispiele III vorgenommen wurden. Dieselben sollen deshalb hier nicht wiederholt werden. Man berechnet die Coordinaten der einzelnen Knotenpunkte, sowie die Coordinaten der nicht auf der Zeichnung zugänglichen Schnittpunkte entsprechender Gurtungstheile. Ferner bestimmt man die Hebelsarme, sowie die Längenverhältnisse der Diagonalen. Der ganze erste Theil des Beispiels III bis zur Berechnung der Verhältnisse $\frac{\lambda^{d\prime}}{\lambda^{d}}$ ist wörtlich hier einzufügen.

Die geometrische Form der Brücke, sowie die Bezeichnungen der einzelnen Constructionstheile ist aus Fig. 1, Taf. 4 zu ersehen.

Es kommt nunmehr zunächst darauf an, für verschiedene Lagen einer Einzellast von der Grösse „Eins" den durch dieselbe hervorgerufenen Horizontalschub H zu ermitteln. Derselbe lässt sich nicht mehr mit Hülfe der statischen Gesetze allein berechnen. Die Bestimmung desselben ist nur unter Berücksichtigung der elastischen Verhältnisse des Trägers möglich. Der Weg der Rechnung ist in § 32 angegeben.



Hiernach bestimmt man zunächst die von der Form der Bogenaxe abhängigen Grössen $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{F}_{\xi}^{l}$ und $\mathfrak{S}_{\xi}^{l}$.

Zu diesem Zweck ist die Spannweite des Bogens (Sehnenlänge der Axe) in 10 gleiche Theile getheilt und sind für diese Theilpunkte die Ordinaten der Axe berechnet. Dieselben ergeben sich aus der Formel

$$y = f - r + \sqrt{r^2 - x^2}.$$

Die Grösse des Radius r war bereits zu 63,75 m gefunden. Es liefert obige Formel folgende Werthe:

$x = 0$	6	12	18	24	30 m
$y = 7{,}5$	7,2170	6,3604	4,9060	2,8098	0 „

Aus Gleichung 85, § 9 ergiebt sich:

$$\mathfrak{Y} = \frac{4}{3} \cdot 6\left(7{,}5^2 + 7{,}2170^2 + 2\,.\,6{,}3604^2 + 4{,}9060^2 + 2\,.\,2{,}8098^2\right) = 1832{,}83.$$

Ferner findet man aus den Gleichungen 86:

$$\mathfrak{F}_4^l = \frac{6}{3}\left(7{,}5 - 2\,.\,7{,}2170 + 2\,.\,6{,}3604 - 2\,.\,4{,}9060 + 3\,.\,2{,}8098\right) = 8{,}808.$$

$$\mathfrak{F}_3^l = \frac{6}{3}\left(4{,}9060 + 4 \,.\, 2{,}8098\right) = 32{,}290.$$

$$\mathfrak{F}_2^l = \frac{6}{3}\left(7{,}5 - 2 \,.\, 7{,}2170 + 3 \,.\, 6{,}3604 + 2 \,.\, 4{,}9060 + 4 \,.\, 2{,}8098\right) = 66{,}397.$$

$$\mathfrak{F}_1^l = \frac{6}{3}\left(7{,}2170 + 4 \,.\, 6{,}3604 + 2 \,.\, 4{,}9060 + 4 \,.\, 2{,}8098\right) = 107{,}420.$$

$$\mathfrak{F}_0^l = \frac{2 \,.\, 6}{3}\left(7{,}5 + 7{,}2170 + 2 \,.\, 6{,}3604 + 4{,}9060 + 2 \,.\, 2{,}8098\right) = 151{,}854$$

$$\mathfrak{F} = 2 \,.\, 151{,}854 = 303{,}708.$$

Um die Werthe $\mathfrak{S}_\xi^l$ zu berechnen, ist es erforderlich, eine Zwischenordinate $y_{4\frac{1}{2}}$, welche der Abscisse $x = 27$ m entspricht, zu bestimmen. Man findet:

$$y_{4\frac{1}{2}} = 1{,}5 \text{ m}.$$

Die Formeln 87 liefern dann die Werthe:

$$\mathfrak{S}_4^l = \frac{36}{3}\left(2 \,.\, 2{,}8098 + 9 \,.\, 1{,}5\right) = 229{,}435.$$

$$\mathfrak{S}_3^l = \frac{36}{3}\left(3 \,.\, 4{,}9060 + 16 \,.\, 2{,}8098\right) = 716{,}098.$$

$$\mathfrak{S}_2^l = 229{,}435 + \frac{2 \,.\, 36}{3}\left(6{,}3604 + 6 \,.\, 4{,}9060 + 2 \,.\, 2{,}8098\right) = 1223{,}419.$$

$$\mathfrak{S}_1^l = \frac{36}{3}\left(7{,}2170 + 8 \,.\, 6{,}3604 + 6 \,.\, 4{,}9060 + 16 \,.\, 2{,}8098\right) = 1589{,}916.$$

$$\mathfrak{S}_0^l = 229{,}435 + \frac{4 \,.\, 36}{3}\left(7{,}2170 + 6{,}3604 + 3 \,.\, 4{,}9060 + 2{,}8098\right) = 1722{,}485.$$

Man lässt nun eine Last von der Grösse „Eins“ der Reihe nach an den gewählten Theilpunkten angreifen und bestimmt für diese verschiedenen Lagen derselben aus Gleichung 74 den Werth $[\mathfrak{Y}]$.

Liegt die Last z. B. am zweiten Theilpunkt, also in der Entfernung $\xi = 12$ m vom Scheitel, so ist:

$$[\mathfrak{Y}] = \frac{303{,}708}{2}\left(30 - 12\right) + 12 \,.\, 66{,}397 - 1223{,}419 = 2306{,}72.$$

Es ergiebt sich für:

$\xi =$	0	6	12	18	24	30 m
$[\mathfrak{Y}] =$	2833,13	2699,10	2306,72	1687,37	893,08	0 „

Der Horizontalschub selbst kann nun aus Gleichung 70 gefunden werden. In dieser Formel kommt ausser den Werthen $[\mathfrak{Y}]$ und $\mathfrak{Y}$ noch der Ausdruck $2\mu l$ vor. Es ist nach 29, § 2 für Träger mit durchbrochenen Wandungen $\mu = \frac{h^2}{4}$ zu setzen, worin h die Entfernung der Gurtlinien bedeutet. Im vorliegenden Falle ist also:

$$\mu = \frac{2{,}5^2}{4} = 1{,}5625$$

und $2\mu l = 2 \,.\, 1{,}5625 \,.\, 30 = 93{,}75$.

Die Gleichung 70 lautet demnach

$$H = \frac{[\mathfrak{Y}]}{1832{,}83 + 93{,}75}.$$

Indem man hierin für [𝔜] die den verschiedenen Lagen der Einzellast entsprechenden Werthe einsetzt, erhält man für den Horizontalschub H folgende Zahlen:

$\xi = 0$	6	12	18	24	30 m
$H = 1{,}470$	$1{,}401$	$1{,}197$	$0{,}876$	$0{,}463$	0 t.

Diese Werthe ξ und H sind nun in Fig. 2, Taf. 4 als zusammengehörige Abscissen und Ordinaten aufgetragen und die Endpunkte der letzteren durch eine stetige Curve verbunden.

Der Maassstab wurde in Wirklichkeit doppelt so gross, als der hier angenommene, gewählt. Um die Tafeln bequem ausfallen zu lassen, ist jedoch eine Reduction auf halbe Grösse vorgenommen.

Sodann sind die den Abscissen der Knotenpunkte des Trägers entsprechenden Ordinaten dieser Curve abgegriffen und dadurch die verschiedenen Werthe des Horizontalschubes ermittelt, welche eine in den Knotenpunkten angreifende Last von der Grösse „Eins" erzeugen würde. Man findet:

Knotenpunkt: 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H = 1{,}463$	$1{,}427$	$1{,}351$	$1{,}238$	$1{,}089$	$0{,}916$	$0{,}711$	$0{,}488$	$0{,}251$	0 t.

Die Brücke soll aus Schmiedeeisen und eingleisig hergestellt werden. Die Bahn liegt in einer Horizontalen, welche sich oberhalb des Obergurts befindet.

Die Verkehrslast wird in Rücksicht auf die Stösse etc. mit ihrer $1\frac{1}{2}$ fachen Grösse in die Rechnung eingeführt; die zulässige specifische Spannung ist zu

$$k = 0{,}9 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\min S}{\max S}\right)$$

festgesetzt, wobei der Centimeter als Längeneinheit und die Tonne als Gewichtseinheit gelten.

Approximative Bestimmung des Eigengewichts.

Nach den Ausführungen des § 45 ist in den Formeln zur näherungsweisen Bestimmung des Eigengewichts für die specifische mobile Belastung q eine der halben Spannweite des Bogens entsprechende Grösse einzuführen. Die Tabelle des § 7 giebt für eine Länge von 30 m den Werth q zu $5{,}6$ t pr. Gleis und pr. lfdm. an. Da die Berechnung unter Annahme der $1\frac{1}{2}$fachen Verkehrslast durchgeführt werden soll, so ist

$$q = 8{,}4 \text{ t}$$

zu setzen.

Das Gewicht der Bahnconstruction ist nach Gleichung 354 zu $0{,}8$ t pr. lfdm. angenommen worden. Hierzu kommt noch das Gewicht derjenigen Construction, welche dazu dient, die an der Fahrbahn angreifenden Lasten auf den Bogen zu übertragen. Dieses beläuft sich nach Gleichung 356 auf

$$0{,}01 \,.\, 7{,}5 = 0{,}075 \text{ t},$$

so dass

$$B = 0{,}875 \text{ t pr. lfdm. und pr. Gleis}$$

zu setzen ist.

Führt man diese Werthe in Gleichung 358 ein, so lautet dieselbe:

$$p = \frac{9000 \,.\, 7{,}5 \,.\, 0{,}875 + 3{,}53 \,.\, 8{,}4 \left(3 \,.\, 30^2 + 4 \,.\, 7{,}5^2 + 10 \dfrac{2{,}5 \,.\, 30^2}{9 \,.\, 7{,}5 - 7 \,.\, 2{,}5}\right)}{9000 \,.\, 7{,}5 - 2{,}27 \left(3 \,.\, 30^2 + 4 \,.\, 7{,}5^2 + 14 \dfrac{2{,}5 \,.\, 30^2}{9 \,.\, 7{,}5 - 7 \,.\, 2{,}5}\right)} = 2{,}678.$$

Hiervon hat jeder der beiden Hauptträger die Hälfte aufzunehmen, so dass sich das Eigengewicht pr. Träger und pr. lfdm. auf $1{,}339$ t stellt.

Das Gewicht der Bahnconstruction beträgt pr. lfdm. und pr. Träger $0{,}437$ t und demnach dasjenige des Bogens $1{,}339 - 0{,}437 = 0{,}902$ t.

Am Obergurt kommt eine Belastung von $\frac{0{,}902}{2} + 0{,}437 = 0{,}888$ t und am Untergurt eine solche von $\frac{0{,}902}{2} = 0{,}456$ t pr. lfdm. zur Wirkung.

Die Belastung pr. Knotenpunkt beträgt demnach am Obergurt:

$$P^o = 0{,}888 \,.\, 3{,}158 = 2{,}80 \text{ t}$$

und am Untergurt:

$$P^u = 0{,}456 \,.\, 3{,}158 = 1{,}44 \text{ t.}$$

Die Totalbelastung pr. Knotenpunkt ist also:

$$P = 2{,}80 + 1{,}44 = 4{,}24 \text{ t.}$$

Man denkt sich nun jeden der Hauptträger zum Zweck der Spannungsermittlung in zwei Systeme zerlegt, von denen ein jedes für sich statisch bestimmt ist. Die Gurtungen und Vertikalständer gehören beiden Systemen gemeinschaftlich an; System I hat von links nach rechts, System II von rechts nach links fallende Diagonalen.

Spannungsbestimmungen im System I

mit rechtsfallenden Diagonalen.

Dieses System hat die Hälfte der auf den Bogen einwirkenden Lasten aufzunehmen.

Eigengewicht.

Es ist $P = 2{,}12$ t zu setzen.

Ob man die Lasten, welche am Knotenpunkt 9 (Kämpferpunkt) angreifen, mitrechnet oder nicht, ist gleichgültig. Es sollen dieselben in der Folge nicht mitgerechnet werden.

Zunächst ergiebt sich:

$$H = 2(1{,}463 + 1{,}427 + 1{,}351 + 1{,}238 + 1{,}089 + 0{,}916 + 0{,}711 + 0{,}488 + 0{,}251)\, P = 17{,}868\, P.$$

Obere Gurtung.

Die den Gurtstäben conjugirten Drehpunkte fallen mit den Knotenpunkten des Bogens zusammen.

Das Moment $[M]$, d. h. das Moment, welches die nämliche Belastung bei einem Balken auf 2 Stützen in einem Punkte, welcher dieselbe Abscisse, wie der in Rede stehende Drehpunkt besitzt, hervorbringen würde, erhält man aus Gleichung 256. Für totale Belastung lässt sich aus dieser Gleichung ein einfacher Ausdruck für das Moment im n^{ten} Knotenpunkte leicht ableiten. Es ergiebt sich:

$$[M] = \frac{\lambda}{2}(9 - n)(9 + n + 1)P$$

oder $\lambda = 3{,}1579$ gesetzt:

$$[M] = 1{,}5789\,(9 - n)(10 + n)P.$$

Stab O_0.

Der conjugirte Drehpunkt ist der untere Knotenpunkt 0 der rechtsseitigen Bogenhälfte. Für diesen ist:

$$[M] = 1{,}5789 \, . \, 9 \, . \, 10 \, P = 142{,}10 \, P.$$

Das Moment M der äusseren Kräfte für den fraglichen Drehpunkt ergiebt sich aus Gleichung 255; man findet:

$$M = 142{,}10 \, P - 17{,}868 \, . \, 6{,}230 \, P = 30{,}78 \, P.$$

Der Hebelsarm dieses, sowie der folgenden Gurtstäbe ist zu 2,5 m aus der Zeichnung Fig. 1, Taf. 4 abgegriffen. Die Spannung selbst ergiebt sich aus Gleichung 198.

$$O_0 = \frac{30{,}78}{2{,}5} P = 12{,}31 \, P = 26{,}1 \text{ t}.$$

Stab O_1.

$$[M] = 1{,}5789 \, . \, 9 \, . \, 10 \, P = 142{,}10 \, P$$
$$M = 142{,}10 \, P - 17{,}868 \, . \, 6{,}230 \, P = 30{,}78 \, P$$
$$O_1 = \frac{30{,}78}{2{,}5} P = 12{,}31 \, P = 26{,}1 \text{ t}.$$

Stab O_2.

$$[M] = 1{,}5789 \, . \, 8 \, . \, 11 \, P = 138{,}94 \, P$$
$$M = 138{,}94 \, P - 17{,}868 \, . \, 6{,}070 \, P = 30{,}48 \, P$$
$$O_2 = \frac{30{,}48}{2{,}5} P = 12{,}19 \, P = 25{,}8 \text{ t}.$$

Stab O_3.

$$[M] = 1{,}5789 \, . \, 7 \, . \, 12 \, P = 132{,}63 \, P$$
$$M = 132{,}63 \, P - 17{,}868 \, . \, 5{,}749 \, P = 29{,}91 \, P$$
$$O_3 = \frac{29{,}91}{2{,}5} P = 11{,}96 \, P = 25{,}4 \text{ t}.$$

Stab O_4.

$$[M] = 1{,}5789 \, . \, 6 \, . \, 13 \, P = 123{,}15 \, P$$
$$M = 123{,}15 \, P - 17{,}868 \, . \, 5{,}265 \, P = 29{,}07 \, P$$
$$O_4 = \frac{29{,}07}{2{,}5} P = 11{,}63 \, P = 24{,}7 \text{ t}.$$

Stab O_5.

$$[M] = 1{,}5789 \, . \, 5 \, . \, 14 \, P = 110{,}52 \, P$$
$$M = 110{,}52 \, P - 17{,}868 \, . \, 4{,}613 \, P = 28{,}09 \, P$$
$$O_5 = \frac{28{,}09}{2{,}5} P = 11{,}24 \, P = 23{,}8 \text{ t}.$$

Stab O_6.

$$[M] = 1{,}5789 \, . \, 4 \, . \, 15 \, P = 94{,}73 \, P$$
$$M = 94{,}73 \, P - 17{,}868 \, . \, 3{,}788 \, P = 27{,}05 \, P$$
$$O_6 = \frac{27{,}05}{2{,}5} P = 10{,}82 \, P = 22{,}9 \text{ t}.$$

Stab O_7.

$$[M] = 1{,}5789 \, . \, 3 \, . \, 16 \, P = 75{,}79 \, P$$
$$M = 75{,}79 \, P - 17{,}868 \, . \, 2{,}783 \, P = 26{,}06 \, P$$
$$O_7 = \frac{26{,}06}{2{,}5} P = 10{,}42 \, P = 22{,}1 \text{ t}.$$

Stab O_8.

$$[M] = 1{,}5789 \, . \, 2 \, . \, 17 \, P = 53{,}68 \, P$$
$$M = 53{,}68 \, P - 17{,}868 \, . \, 1{,}589 \, P = 25{,}29 \, P$$
$$O_8 = \frac{25{,}29}{2{,}5} P = 10{,}12 \, P = 21{,}5 \text{ t}.$$

Stab O_9. $[M] = 1{,}5789 \,.\, 1 \,.\, 18\,P = 28{,}42\,P$

$$M = 28{,}42\,P - 17{,}868 \,.\, 0{,}192\,P = 24{,}99\,P$$

$$O_9 = \frac{24{,}99}{2{,}0}\,P = 12{,}49\,P = 26{,}5\text{ t.}$$

Untere Gurtung.

Die Spannungen findet man aus Gleichung 199. Die Hebelsarme sind aus der Zeichnung abgegriffen. Die Momente $[M]$, welche den verschiedenen Knotenpunkten entsprechen, sind bereits oben berechnet.

Stab U_0. $[M] = 142{,}10\,P$

$$M = 142{,}10\,P - 17{,}868 \,.\, 8{,}731\,P = -13{,}91\,P$$

$$U_0 = \frac{13{,}91}{2{,}5}\,P = 5{,}56\,P = 11{,}8\text{ t.}$$

Stab U_1. $[M] = 138{,}94\,P$

$$M = 138{,}94\,P - 17{,}868 \,.\, 8{,}577\,P = -14{,}31\,P$$

$$U_1 = \frac{14{,}31}{2{,}5}\,P = 5{,}72\,P = 12{,}1\text{ t.}$$

Stab U_2. $[M] = 132{,}63\,P$

$$M = 132{,}63\,P - 17{,}868 \,.\, 8{,}269\,P = -15{,}12\,P$$

$$U_2 = \frac{15{,}12}{2{,}5}\,P = 6{,}05\,P = 12{,}8\text{ t.}$$

Stab U_3. $[M] = 123{,}15\,P$

$$M = 123{,}15\,P - 17{,}868 \,.\, 7{,}803\,P = -16{,}27\,P$$

$$U_3 = \frac{16{,}27}{2{,}5}\,P = 6{,}51\,P = 13{,}8\text{ t.}$$

Stab U_4. $[M] = 110{,}52\,P$

$$M = 110{,}52\,P - 17{,}868 \,.\, 7{,}177\,P = -17{,}72\,P$$

$$U_4 = \frac{17{,}72}{2{,}5}\,P = 7{,}09\,P = 15{,}0\text{ t.}$$

Stab U_5. $[M] = 94{,}73\,P$

$$M = 94{,}73\,P - 17{,}868 \,.\, 6{,}387\,P = -19{,}39\,P$$

$$U_5 = \frac{19{,}39}{2{,}5}\,P = 7{,}76\,P = 16{,}5\text{ t.}$$

Stab U_6. $[M] = 75{,}79\,P$

$$M = 75{,}79\,P - 17{,}868 \,.\, 5{,}424\,P = -21{,}13\,P$$

$$U_6 = \frac{21{,}13}{2{,}5}\,P = 8{,}45\,P = 17{,}9\text{ t.}$$

Stab U_7. $[M] = 53{,}68\,P$

$$M = 53{,}68\,P - 17{,}868 \,.\, 4{,}282\,P = -22{,}83\,P$$

$$U_7 = \frac{22{,}83}{2{,}5}\,P = 9{,}13\,P = 19{,}4\text{ t.}$$

Stab U_8. $[M] = 28{,}42\,P$

$$M = 28{,}42\,P - 17{,}868 \,.\, 2{,}949\,P = -24{,}27\,P$$

$$U_8 = \frac{24{,}27}{2{,}5} P = 9{,}71 P = 20{,}6 \text{ t.}$$

Stab U_9. $$U_9 = \frac{24{,}27}{2{,}74} P = 8{,}86 P = 18{,}8 \text{ t.}$$

Diagonalen.

Die mitgeschnittenen Gurtlinien der *Diagonalen* D_0 sind parallel. Die Spannung dieses Stabes ergiebt sich aus Gleichung 201. Die in dieser Gleichung vorkommende Grösse $[T]$, welche nach der Formel 257 oder 202 zu bestimmen ist, hat in vorliegendem Falle den Werth „Null". Da ferner φ, d. i. der Winkel, den die mitgeschnittenen Gurtlinien mit der Horizontalen bilden gleich Null, also auch $\sin\varphi = 0$ ist, so folgt aus Gleichung 201

$$D_0 = 0.$$

Die Spannungen der übrigen Diagonalen ergeben sich aus Gleichung 200. Die Schnittpunkte der mitgeschnittenen Gurtungstheile fallen, wie man aus den berechneten Coordinaten derselben ersieht, sämmtlich nach rechts. Denkt man sich die Spannung irgend einer Diagonalen als Druckspannung auf den linksseitigen Theil des Bogens einwirken, so erkennt man, dass alsdann diese Kraft um den fraglichen Drehpunkt im Sinne des Uhrzeigers zu drehen sucht. In Gleichung 200 ist also das — Zeichen gültig.

Das Moment $[M]$ ist wie bei den Gurtungen aus Gleichung 256 zu berechnen. Für totale Belastung lässt sich dieser Ausdruck leicht noch etwas vereinfachen. Trifft der zum Zweck der Spannungsermittlung geführte Schnitt das n^{te} Feld und ist x die Abscisse des fraglichen Drehpunktes, so findet man:

$$[M] = \left[n\,(30 - x) + (9 - n)\,(9 - n + 1)\,\frac{\lambda}{2} \right] P.$$

Wird $\lambda = 3{,}158$ gesetzt, so ist:

$$[M] = [n\,(30 - x) + (9 - n)\,(10 - n)\,1{,}579]\,P.$$

Stab D_1.
$$[M] = [1\,(30 + 1251{,}9) + 8 \,.\, 9 \,.\, 1{,}579]\,P = 1395{,}6\,P$$
$$M = 1395{,}6\,P - 17{,}868 \,.\, 69{,}7\,P = 150{,}2\,P$$
$$D_1 = -\frac{150{,}2}{798{,}7} P = -0{,}19\,P = -0{,}4 \text{ t.}$$

Stab D_2.
$$[M] = [2\,(30 + 635{,}6) + 7 \,.\, 8 \,.\, 1{,}579]\,P = 1419{,}6\,P$$
$$M = 1419{,}6\,P - 17{,}868 \,.\, 70{,}9\,P = 152{,}8\,P$$
$$D_2 = -\frac{152{,}8}{419{,}3} P = -0{,}36\,P = -0{,}8 \text{ t.}$$

Stab D_3.
$$[M] = [3\,(30 + 408{,}6) + 6 \,.\, 7 \,.\, 1{,}579]\,P = 1382{,}1\,P$$
$$M = 1382{,}1\,P - 17{,}868 \,.\, 69{,}7\,P = 136{,}7\,P$$
$$D_3 = -\frac{136{,}7}{280{,}7} P = -0{,}49\,P = -1{,}0 \text{ t.}$$

Stab D_4.
$$[M] = [4\,(30 + 297{,}3) + 5 \,.\, 6 \,.\, 1{,}579]\,P = 1356{,}6\,P$$
$$M = 1356{,}6\,P - 17{,}868 \,.\, 68{,}9\,P = 125{,}5\,P$$
$$D_4 = -\frac{125{,}5}{214{,}2} P = -0{,}59\,P = -1{,}3 \text{ t.}$$

Stab D_5. $[M] = [5\,(30 + 224{,}7) + 4\,.\,5\,.\,1{,}579]\,P = 1305{,}1\,P$

$$M = 1305{,}1\,P - 17{,}868\,.\,67{,}0\,P = 107{,}9\,P$$

$$D_5 = -\frac{107{,}9}{171{,}4}\,P = -0{,}63\,P = -1{,}3\,\text{t}.$$

Stab D_6. $[M] = [6\,(30 + 176{,}6) + 3\,.\,4\,.\,1{,}579]\,P = 1258{,}5\,P$

$$M = 1258{,}5\,P - 17{,}868\,.\,65{,}5\,P = 88{,}1\,P$$

$$D_6 = -\frac{88{,}1}{144{,}0}\,P = -0{,}61\,P = -1{,}3\,\text{t}.$$

Stab D_7. $[M] = [7\,(30 + 139{,}2) + 2\,.\,3\,.\,1{,}579]\,P = 1193{,}9\,P$

$$M = 1193{,}9\,P - 17{,}868\,.\,63{,}2\,P = 64{,}6\,P$$

$$D_7 = -\frac{64{,}6}{123{,}1}\,P = -0{,}52\,P = -1{,}1\,\text{t}.$$

Stab D_8. $[M] = [8\,(30 + 110{,}4) + 1\,.\,2\,.\,1{,}579]\,P = 1126{,}4\,P$

$$M = 1126{,}4\,P - 17{,}868\,.\,60{,}9\,P = 38{,}2\,P$$

$$D_8 = -\frac{38{,}2}{107{,}5}\,P = -0{,}36\,P = -0{,}8\,\text{t}.$$

Die **Vertikalen**, an deren Endpunkten zwei Gurtlinien zusammenstossen, welche in ihren Richtungen nur wenig von einander abweichen, brauchen nach den Ausführungen des § 44 keiner besonderen Rechnung unterzogen zu werden. Diese Voraussetzung trifft bei der *Vertikalen* C_8 nicht zu; es ist erforderlich diesen Stab für beide Systeme gesondert zu berechnen.

System I (rechts fallende Diagonalen).

Die Coordinaten des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile (der Stäbe O_9 und U_8) ergeben sich aus Fig. 1, Taf. 4 zu

$$x = 32{,}40\,\text{m} \quad \text{und} \quad y = -2{,}25\,\text{m}.$$

Bei Berechnung des Momentes $[M]$ aus Gleichung 256 ist zu beachten, dass links vom Schnitt die im unteren Knotenpunkte 8 angreifende Last P^u zur Wirkung kommt. Demnach lautet Gleichung 256:

$$[M] = \frac{(30 - 32{,}40)\,[17\,.\,9\,.\,3{,}158\,P + 18\,.\,3{,}158\,P^o] + (30 + 32{,}40)\,.\,3{,}158\,P^u}{60}.$$

Setzt man $P = 2{,}12\,\text{t}$, $P^o = 1{,}40\,\text{t}$ und $P^u = 0{,}72\,\text{t}$, so wird:

$$[M] = -41{,}79\,\text{tm}$$

$$M = -41{,}79 + 17{,}868\,.\,2{,}25\,.\,2{,}12 = 43{,}44\,\text{tm}.$$

Führt man die Spannung C_8 als eine auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens wirkende Druckkraft ein, so ist der Pfeil derselben abwärts gerichtet. Die Kraft dreht dann um den fraglichen Schnittpunkt im Sinne des Uhrzeigers; in Gleichung 200 ist also das — Zeichen einzusetzen.

$$C_8 = -\frac{43{,}44}{32{,}40 - 8{,}5\,.\,3{,}158} = -7{,}8\,\text{t}.$$

System II (links fallende Diagonalen).

Die Coordinaten des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile (Stäbe O_8 und U_9) sind:

$$x = 34{,}49\,\text{m} \quad \text{und} \quad y = -0{,}26\,\text{m}.$$

Links vom Schnitt greift die im oberen Knotenpunkte 8 wirkende Kraft P^o an.

$$[M] = \frac{(30 - 34{,}49)[17 . 9 . 3{,}158\, P + 18 . 3{,}158\, P^u] + (30 + 34{,}49) . 3{,}158\, P^o}{60} = -74{,}96 \text{ tm}.$$

$$M = -74{,}96 + 17{,}868 . 0{,}26 . 2{,}12 = -65{,}11 \text{ tm}.$$

In Gleichung 200 hat das +Zeichen Gültigkeit.

$$C_8 = -\frac{65{,}11}{34{,}49 - 8{,}5 . 3{,}158} = -8{,}5 \text{ t}.$$

Mobile Belastung.

Um die Belastungsscheiden angeben zu können, ist es zunächst erforderlich, die Kämpferdrucklinie zu bestimmen. Die Ordinaten η derselben ergeben sich aus Gleichung 93, § 11, während der in dieser Gleichung vorkommende Ausdruck $[M]$ aus der Beziehung 92 gefunden wird. Letztere lautet im vorliegenden Fall

$$[M] = \frac{30^2 - \xi^2}{2 . 30}.$$

Es ist für:

$\xi =$	0	6	12	18	24 m
$[M] =$	15,0	14,4	12,6	9,6	5,4 tm
$\eta =$	10,20	10,28	10,53	10,96	11,66 m.

Für $\xi = 30$ m ergiebt sich der Werth η aus Gleichung 94; diese heisst:

$$\eta = 2\,\frac{1832{,}83 + 93{,}75}{303{,}71} = 12{,}69 \text{ m}.$$

Die Verzeichnung der Kämpferdrucklinie ist mit Hülfe dieser Zahlenwerthe in Fig. 1, Taf. 4 ausgeführt. Nunmehr kann zur Bestimmung der einzelnen Stabspannungen geschritten werden.

Obere Gurtung.

Um die Belastungsscheide für den *Stab* O_0 zu finden, verbindet man den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (unterer Knotenpunkt 0 der rechtsseitigen Bogenhälfte) mit dem rechtsseitigen Kämpferpunkte B und schneidet diese Verbindungsgrade mit der Kämpferdrucklinie. Der Schnittpunkt, d. i. die Belastungsscheide, fällt in das 7te Feld der linksseitigen Bogenhälfte. Die Verbindungslinie des fraglichen Drehpunktes mit dem linken Widerlagspunkte A giebt keinen reellen Schnitt mit der Kämpferdrucklinie.

Nach dem Belastungsschema Fig. 85, § 34 muss die Strecke vom linken Kämpfer bis zum 7ten Felde belastet sein, damit in O_0 das Maximum der Zugspannung auftrete. Die Lasten in den Knotenpunkten 7 und 8 sind demnach als vorhanden anzunehmen. Es ist dann:

$$H = (0{,}488 + 0{,}251)\, Q = 0{,}739\, Q.$$

Das Moment $[M]$ ergiebt sich aus Gleichung 256. Diese Formel kann man für den Fall, dass der fragliche Drehpunkt mit einem Knotenpunkt des Trägers zusammenfällt, noch etwas einfacher schreiben.

Bezeichnet man mit x nicht die wirkliche Entfernung des Drehpunktes vom Scheitel, sondern die Anzahl der Felderlängen, um welche der Drehpunkt vom Scheitel entfernt ist, ersetzt man ferner die rechts, resp. links vom fraglichen Schnitt angreifenden Lasten durch ihre Resultanten $\mathfrak{R}'$ und $\mathfrak{R}''$ und giebt die Entfernungen ξ' und ξ'' der Angriffspunkte dieser Resultanten vom Scheitel ebenfalls in Felderlängen an, so lautet Gleichung 256:

$$[M] = \frac{(9{,}5 - x)(9{,}5 + \xi')\,\mathfrak{R}' + (9{,}5 + x)(9{,}5 - \xi'')\,\mathfrak{R}''}{19}\,\lambda$$

oder:

$$[M] = 0{,}1662\,[(9{,}5 - x)(9{,}5 + \xi')\,\mathfrak{R}' + (9{,}5 + x)(9{,}5 - \xi'')\,\mathfrak{R}''].$$

Im vorliegenden Falle ist $\mathfrak{R}' = 0$, $\mathfrak{R}'' = 2\,Q$ und $\xi'' = 8{,}0$. Ferner ist x (Entfernung des Drehpunktes vom Scheitel) $= -0{,}5$ also:

$$[M] = 0{,}1662\,.\,(9{,}5 - 0{,}5)(9{,}5 - 8{,}0)\,2\,Q = 4{,}49\,Q.$$

Nach Gleichung 255 erhält man:

$$M = 4{,}49\,Q - 0{,}739\,.\,6{,}230\,Q = -0{,}11\,Q.$$

Die Spannung O_0 ergiebt sich sodann aus der Formel 198:

$$\max(-O_0) = -\frac{0{,}11}{2{,}5} = -0{,}04\,Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke (vom linksseitigen Kämpfer bis zur Belastungsscheide) beträgt etwa 8,5 m. Dieser Länge entspricht nach der Tabelle des § 7 eine gleichmässig vertheilte Belastung von ca. 8,3 t pr. lfdm. und pr. Gleis; unter Berücksichtigung, dass die mobile Last mit ihrer 1½fachen Grösse in die Rechnung eingeführt werden soll, ergiebt sich die Belastung pr. Knotenpunkt für jedes der Theilsysteme zu

$$Q = 3{,}158\,.\,1{,}5\,.\,\frac{8{,}3}{4} = 1{,}18\,.\,8{,}3 = 9{,}8\,\mathrm{t}.$$

Demnach ist:

$$\max(-O_0) = -0{,}04\,.\,9{,}8 = -0{,}4\,\mathrm{t}.$$

Die positive Maximalspannung findet man am einfachsten durch Subtraction des soeben ermittelten Werthes von der in Folge totaler Belastung auftretenden Beanspruchung. Letztere wurde bereits bei Gelegenheit des Eigengewichts berechnet. Man hat

$$\max(+O_0) = (12{,}31 + 0{,}04)\,Q = 12{,}35\,Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke beträgt ca. 51 m, so dass nach der Tabelle des § 7

$$Q = 1{,}18\,.\,5{,}2 = 6{,}1\,\mathrm{t}$$

zu setzen ist.

$$\max(+O_0) = 12{,}35\,.\,6{,}1 = 75{,}3\,\mathrm{t}.$$

Stab O_1.

Die Belastungsscheiden findet man wieder, indem man den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile mit den beiden Kämpferpunkten verbindet. Die Verbindungsgrade mit dem rechtsseitigen Kämpfer B liefert keinen reellen Schnittpunkt mit der Kämpferdrucklinie. Die Verbindungsgrade mit dem linksseitigen Kämpferpunkte A ergiebt eine im 7ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte liegende Belastungsscheide. Nach dem Belastungsschema Fig. 85 ist die Strecke rechts von der Scheide zu belasten, um das Maximum der Zugspannung in O_1 zu erhalten.

Man hat für diesen Fall

$$H = (0{,}488 + 0{,}251)\,Q = 0{,}739\,Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 0{,}5)(9{,}5 - 8{,}0)\,2\,Q = 4{,}49\,Q$$

$$M = 4{,}49\,Q - 0{,}739\,.\,6{,}230\,Q = -0{,}11\,Q$$

$$\max(-O_0) = -\frac{0,_{11}}{2,_5} = -0,_{04}\,Q = -0,_{04}\,.\,9,_8 = -0,_4\text{ t.}$$

$$\max(+O_0) = (12,_{31} + 0,_{04})\,Q = 12,_{35}\,Q = 12,_{35}\,.\,6,_1 = 75,_3\text{ t.}$$

Stab O_2.

Belastungsscheide im 5ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$H = (0,_{916} + 0,_{711} + 0,_{488} + 0,_{251})\,Q = 2,_{366}\,Q$$

$$[M] = 0,_{1662}\,(9,_5 - 1,_5)\,(9,_5 - 7,_0)\,4\,Q = 13,_{30}\,Q$$

$$M = 13,_{30}\,Q - 2,_{366}\,.\,6,_{070}\,Q = -1,_{06}\,Q$$

$$\max(-O_2) = -\frac{1,_{06}}{2,_5}\,Q = -0,_{42}\,Q$$

$$Q = 1,_{18}\,.\,6,_5 = 7,_7\text{ t}$$

$$\max(-O_2) = -0,_{42}\,.\,7,_7 = -3,_2\text{ t}$$

$$\max(+O_2) = (12,_{19} + 0,_{42})\,Q = 12,_{61}\,Q$$

$$Q = 1,_{18}\,.\,5,_3 = 6,_3\text{ t}$$

$$\max(+O_2) = 12,_{61}\,.\,6,_3 = 79,_4\text{ t.}$$

Stab O_3.

Belastungsscheide im 3ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$H = (1,_{238} + 1,_{089} + 0,_{916} + 0,_{711} + 0,_{488} + 0,_{251})\,Q = 4,_{693}\,Q$$

$$[M] = 0,_{1662}\,(9,_5 - 2,_5)\,(9,_5 - 6,_0)\,6\,Q = 24,_{43}\,Q$$

$$M = 24,_{43}\,Q - 4,_{693}\,.\,5,_{749}\,Q = -2,_{55}\,Q$$

$$\max(-O_3) = -\frac{2,_{55}}{2,_5} = -1,_{02}\,Q$$

$$Q = 1,_{18}\,.\,6,_2 = 7,_3\text{ t}$$

$$\max(-O_3) = -1,_{02}\,.\,7,_3 = -7,_4\text{ t}$$

$$\max(+O_3) = (11,_{96} + 1,_{02})\,Q = 12,_{98}\,Q$$

$$Q = 1,_{18}\,.\,5,_4 = 6,_4\text{ t}$$

$$\max(+O_3) = 12,_{98}\,.\,6,_4 = 83,_1\text{ t.}$$

Stab O_4.

Belastungsscheide im 2ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$H = (4,_{693} + 1,_{351})\,Q = 6,_{044}\,Q$$

$$[M] = 0,_{1662}\,(9,_5 - 3,_5)\,(9,_5 - 5,_5)\,7\,Q = 27,_{92}\,Q$$

$$M = 27,_{92}\,Q - 6,_{044}\,.\,5,_{265}\,Q = -3,_{90}\,Q$$

$$\max(-O_4) = -\frac{3,_{90}}{2,_5}\,Q = -1,_{56}\,Q$$

$$Q = 1,_{18}\,.\,6,_0 = 7,_1\text{ t.}$$

$$\max(-O_4) = -1,_{56}\,.\,7,_1 = -11,_1\text{ t}$$

$$\max(+O_4) = (11,_{63} + 1,_{56})\,Q = 13,_{19}\,Q$$

$$Q = 1,_{18}\,.\,5,_4 = 6,_4\text{ t}$$

$$\max(+O_4) = 13,_{19}\,.\,6,_4 = 84,_4\text{ t.}$$

Stab O_5.

Belastungsscheide im 2ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$H = 6,_{044}\,\mathrm{Q}$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 4{,}5)\,(9{,}5 - 5{,}5)\,7\,Q = 23{,}27\,Q$$
$$M = 23{,}27\,Q - 6{,}044\,.\,4{,}613\,Q = -\,4{,}61\,Q$$
$$\max(-\,O_5) = -\,\frac{4{,}61}{2{,}5}\,Q = -\,1{,}84\,Q = -\,1{,}84\,.\,7{,}1 = -\,13{,}1\,\mathrm{t}$$
$$\max(+\,O_5) = (11{,}24 + 1{,}84)\,Q = 13{,}08\,Q = 13{,}08\,.\,6{,}4 = 83{,}7\,\mathrm{t}.$$

Stab O_6.

Belastungsscheide im 2ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$H = 6{,}044\,Q$$
$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 5{,}5)\,(9{,}5 - 5{,}5)\,7\,Q = 18{,}61\,Q$$
$$M = 18{,}61\,Q - 6{,}044\,.\,3{,}788\,Q = -\,4{,}28\,Q$$
$$\max(-\,O_6) = -\,\frac{4{,}28}{2{,}5}\,Q = -\,1{,}71\,Q = -\,1{,}71\,.\,7{,}1 = -\,12{,}1\,\mathrm{t}$$
$$\max(+\,O_6) = (10{,}82 + 1{,}71)\,Q = 12{,}53\,Q = 12{,}53\,.\,6{,}4 = 80{,}2\,\mathrm{t}.$$

Stab O_7.

Belastungsscheide im 2ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$H = 6{,}044\,Q$$
$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 6{,}5)\,(9{,}5 - 5{,}5)\,7\,Q = 13{,}96\,Q$$
$$M = 13{,}96\,Q - 6{,}044\,.\,2{,}783\,Q = -\,2{,}86\,Q$$
$$\max(-\,O_7) = -\,\frac{2{,}86}{2{,}5}\,Q = -\,1{,}14\,Q = -\,1{,}14\,.\,7{,}1 = -\,8{,}1\,\mathrm{t}$$
$$\max(+\,O_7) = (10{,}42 + 1{,}14)\,Q = 11{,}56\,Q = 11{,}56\,.\,6{,}4 = 74{,}0\,\mathrm{t}.$$

Stab O_8.

Belastungsscheide im 4ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$H = (2{,}366 + 1{,}089)\,Q = 3{,}455\,Q$$
$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 7{,}5)\,(9{,}5 - 6{,}5)\,5\,Q = 4{,}99\,Q$$
$$M = 4{,}99\,Q - 3{,}455\,.\,1{,}589\,Q = -\,0{,}50\,Q$$
$$\max(-\,O_8) = -\,\frac{0{,}50}{2{,}5}\,Q = -\,0{,}20\,Q$$
$$Q = 1{,}18\,.\,6{,}3 = 7{,}4\,\mathrm{t}$$
$$\max(-\,O_8) = -\,0{,}20\,.\,7{,}4 = -\,1{,}5\,\mathrm{t}$$
$$\max(+\,O_8) = (10{,}12 + 0{,}20)\,Q = 10{,}32\,Q$$
$$Q = 1{,}18\,.\,5{,}3 = 6{,}2\,\mathrm{t}$$
$$\max(+\,O_8) = 10{,}32\,.\,6{,}2 = 64{,}0\,\mathrm{t}.$$

Stab O_9.

Es ist keine reelle Belastungsscheide vorhanden. Das Maximum der Druckspannung findet bei voller Belastung statt.

$$Q = 1{,}18\,.\,4{,}9 = 5{,}8\,\mathrm{t}$$
$$\max(+\,O_9) = 12{,}49\,.\,5{,}8 = 72{,}1\,\mathrm{t}$$
$$\max(-\,O_9) = 0.$$

Untere Gurtung.

Die Belastungsscheiden, welche dem *Gurtungsstab U_0* entsprechen, findet man, indem man den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (den oberen

Knotenpunkt 0 der linksseitigen Brückenhälfte) mit den beiden Kämpferpunkten A und B verbindet und die Verbindungsgraden mit der Kämpferdrucklinie zum Schnitt bringt. Es ergiebt sich in dieser Weise, dass die Belastungsscheiden im 1sten Felde der rechtsseitigen und 2ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte liegen. Nach dem Belastungsschema Fig. 86, § 34 wird die grösste Zugspannung erhalten, wenn die Strecke zwischen diesen beiden Scheiden belastet ist, während die grösste Druckspannung erreicht wird, wenn die Strecken zwischen den Scheiden und den Kämpfern belastet sind. Die Maximaldruckspannung soll direct berechnet werden.

Es erscheint einfacher, das Maximum der Zugspannung direct zu bestimmen und sodann die positive Maximalspannung durch Subtraction von der in Folge totaler Belastung auftretenden Spannung zu ermitteln. Dieser Weg führt jedoch nicht zum Ziel, da für die rechtsseitige und linksseitige Strecke, welche dem Schema zufolge belastet sein müssen, verschiedene spec. Belastungen (in Folge der verschiedenen Länge der Strecken) angenommen werden müssen. Man wird also den Einfluss dieser beiden Belastungen getrennt zu ermitteln haben.

Linksseitige Belastung.

$$H = 6{,}044\,Q$$
$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 + 0{,}5)\,(9{,}5 - 5{,}5)\,7\,Q = 46{,}54\,Q$$
$$M = 46{,}54\,Q - 6{,}044\,.\,8{,}731\,Q = -\,6{,}23\,Q$$
$$U_0 = \frac{6{,}23}{2{,}5} = 2{,}49\,Q = 2{,}49\,.\,7{,}1 = 17{,}7\,\mathrm{t}.$$

Rechtsseitige Belastung.

$$H = (6{,}044 + 1{,}427)\,Q = 7{,}471\,Q$$
$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 0{,}5)\,(9{,}5 - 5{,}0)\,8\,Q = 53{,}85\,Q$$
$$M = 53{,}85\,Q - 7{,}471\,.\,8{,}731\,Q = -\,11{,}38\,Q$$
$$U_0 = \frac{11{,}38}{2{,}5} = 4{,}55\,Q$$
$$Q = 1{,}18\,.\,5{,}7 = 6{,}7\,\mathrm{t}$$
$$U_0 = 4{,}55\,.\,6{,}7 = 30{,}5\,\mathrm{t}$$
$$\max(+\,U_0) = 17{,}7 + 30{,}5 = 48{,}2\,\mathrm{t}$$
$$\max(-\,U_0) = (5{,}56 - 2{,}49 - 4{,}55)\,Q = -\,1{,}48\,Q$$
$$Q = 1{,}18\,.\,7{,}5 = 8{,}8\,\mathrm{t}$$
$$\max(-\,U_0) = -\,1{,}48\,.\,8{,}8 = -\,13{,}0\,\mathrm{t}.$$

Stab U_1.

Belastungsscheiden im mittleren und 4ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

Linksseitige Belastung.

$$H = 3{,}455\,Q$$
$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 + 1{,}5)\,(9{,}5 - 6{,}5)\,5\,Q = 27{,}42\,Q$$
$$M = 27{,}42\,Q - 3{,}455\,.\,8{,}577\,Q = -\,2{,}21\,Q$$
$$U_1 = \frac{2{,}21}{2{,}5}\,Q = 0{,}88\,Q = 0{,}88\,.\,7{,}1 = 6{,}5\,\mathrm{t}.$$

Rechtsseitige Belastung.

$$H = (7,_{471} + 1,_{463})\,Q = 8,_{934}\,Q$$
$$[M] = 0,_{1662}\,(9,_5 - 1,_5)\,(9,_5 - 4,_5)\,9\,Q = 59,_{83}\,Q$$
$$M = 59,_{83}\,Q - 8,_{934}\,.\,8,_{577}\,Q = -\,16,_{80}\,Q$$
$$U_1 = \frac{16,_{80}}{2,_5}\,Q = 6,_{72}\,Q$$
$$Q = 1,_{18}\,.\,5,_6 = 6,_6\,\mathrm{t}$$
$$U_1 = 6,_{72}\,.\,6,_6 = 44,_4\,\mathrm{t}$$
$$\max(+U_1) = 6,_5 + 44,_1 = 50,_9\,\mathrm{t}$$
$$\max(-U_1) = (5,_{72} - 0,_{88} - 6,_{72})\,Q = -\,1,_{88}\,Q$$
$$Q = 1,_{18}\,.\,6,_9 = 8,_1\,\mathrm{t}$$
$$\max(-U_1) = -\,1,_{88}\,.\,8,_1 = -\,15,_2\,\mathrm{t}.$$

Stab U_2.

Belastungsscheiden im 1sten und 7ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

Linksseitige Belastung.

$$H = 0,_{739}\,Q$$
$$[M] = 0,_{1662}\,(9,_5 + 2,_5)\,(9,_5 - 8,_0)\,2\,Q = 5,_{98}\,Q$$
$$M = 5,_{98}\,Q - 0,_{739}\,.\,8,_{269}\,Q = -\,0,_{13}\,Q$$
$$U_2 = \frac{0,_{13}}{2,_5}\,Q = 0,_{05}\,Q = 0,_{05}\,.\,9,_8 = 0,_5\,\mathrm{t}.$$

Rechtsseitige Belastung.

$$H = (8,_{934} + 1,_{463})\,Q = 10,_{397}\,Q$$
$$[M] = 0,_{1662}\,(9,_5 - 2,_5)\,(9,_5 - 4,_0)\,10\,Q = 63,_{99}\,Q$$
$$M = 63,_{99}\,Q - 10,_{397}\,.\,8,_{269}\,Q = -\,21,_{98}\,Q$$
$$U_2 = \frac{21,_{98}}{2,_5}\,Q = 8,_{79}\,Q$$
$$Q = 1,_{18}\,.\,5,_5 = 6,_5\,\mathrm{t}$$
$$U_2 = 8,_{79}\,.\,6,_5 = 57,_1\,\mathrm{t}$$
$$\max(+U_2) = 0,_5 + 57,_1 = 57,_6\,\mathrm{t}$$
$$\max(-U_2) = (6,_{05} - 0,_{05} - 8,_{79})\,Q = -\,2,_{79}\,Q$$
$$Q = 1,_{18}\,.\,6,_2 = 7,_3\,\mathrm{t}$$
$$\max(-U_2) = -\,2,_{79}\,.\,7,_3 = -\,20,_4\,\mathrm{t}.$$

Stab U_3.

Diesem Stab entspricht nur eine einzige Belastungsscheide, welche im 2ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte liegt. Das Maximum der Druckspannung wird erreicht, wenn die Strecke vom rechtsseitigen Kämpfer bis zu dieser Scheide belastet ist. Für diesen Fall ergiebt sich:

$$H = (10,_{397} + 1,_{427})\,Q = 11,_{824}\,Q$$
$$[M] = 0,_{1662}\,(9,_5 - 3,_5)\,(9,_5 - 3,_5)\,11\,Q = 65,_{82}\,Q$$
$$M = 65,_{82}\,Q - 11,_{824}\,.\,7,_{803}\,Q = -\,26,_{44}\,Q$$
$$\max(+U_3) = \frac{26,_{44}}{2,_5} = 10,_{58}\,Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}4 = 6{,}4\,\mathrm{t}$$
$$\max(+U_3) = 10{,}58 \,.\, 6{,}4 = 67{,}7\,\mathrm{t}$$
$$\max(-U_3) = (6{,}51 - 10{,}58)\,Q = -4{,}07\,Q$$
$$Q = 1{,}18 \,.\, 6{,}0 = 7{,}1\,\mathrm{t}$$
$$\max(-U_3) = -4{,}07 \,.\, 7{,}1 = -29{,}0\,\mathrm{t}.$$

Stab U_4.

Belastungsscheide im 2ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

$$H = 11{,}824\,Q$$
$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 4{,}5)\,(9{,}5 - 3{,}5)\,11\,Q = 54{,}85\,Q$$
$$M = 54{,}85\,Q - 11{,}824 \,.\, 7{,}177\,Q = -30{,}01\,Q$$
$$\max(+U_4) = \frac{30{,}01}{2{,}5}\,Q = 12{,}00\,Q = 12{,}00 \,.\, 6{,}4 = 76{,}8\,\mathrm{t}$$
$$\max(-U_4) = (7{,}09 - 12{,}00)\,Q = -4{,}91\,Q = -4{,}91 \,.\, 7{,}1 = -34{,}9\,\mathrm{t}.$$

Stab U_5.

Belastungsscheide im 3ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

$$H = (11{,}824 + 1{,}351)\,Q = 13{,}175\,Q$$
$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 5{,}5)\,(9{,}5 - 3{,}0)\,12\,Q = 51{,}85\,Q$$
$$M = 51{,}85\,Q - 13{,}175 \,.\, 6{,}387\,Q = -32{,}30\,Q$$
$$\max(+U_5) = \frac{32{,}30}{2{,}5}\,Q = 12{,}92\,Q$$
$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}4 + 6{,}4\,\mathrm{t}$$
$$\max(+U_5) = 12{,}92 \,.\, 6{,}4 = 82{,}7\,\mathrm{t}$$
$$\max(-U_5) = (7{,}76 - 12{,}92)\,Q = -5{,}16\,Q$$
$$Q = 1{,}18 \,.\, 6{,}2 = 7{,}3\,\mathrm{t}$$
$$\max(-U_5) = -5{,}16 \,.\, 7{,}3 = -37{,}7\,\mathrm{t}.$$

Stab U_6.

Belastungsscheide im 4ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

$$H = (13{,}175 + 1{,}238)\,Q = 14{,}413\,Q$$
$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 6{,}5)\,(9{,}5 - 2{,}5)\,13\,Q = 45{,}37\,Q$$
$$M = 45{,}37\,Q - 14{,}413 \,.\, 5{,}424\,Q = -32{,}81\,Q$$
$$\max(+U_6) = \frac{32{,}81}{2{,}5}\,Q = 13{,}12\,Q$$
$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}3 = 6{,}3\,\mathrm{t}$$
$$\max(+U_6) = 13{,}12 \,.\, 6{,}3 = 82{,}7\,\mathrm{t}$$
$$\max(-U_6) = (8{,}45 - 13{,}12)\,Q = -4{,}67\,Q$$
$$Q = 1{,}18 \,.\, 6{,}3 = 7{,}4\,\mathrm{t}$$
$$\max(-U_6) = -4{,}67 \,.\, 7{,}4 = -34{,}6\,\mathrm{t}.$$

Stab U_7.

Belastungsscheide im 5ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte.

$$H = (14{,}113 + 1{,}089)\,Q = 15{,}502\,Q$$
$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 7{,}5)\,(9{,}5 - 2{,}0)\,14\,Q = 34{,}90\,Q$$
$$M = 34{,}90\,Q - 15{,}502 \,.\, 4{,}282\,Q = -31{,}18\,Q$$

$$\max(+U_7) = \frac{31{,}48}{2{,}5}\,Q = 12{,}59\,Q$$
$$Q = 1{,}18\,.\,5{,}3 = 6{,}3\text{ t}$$
$$\max(+U_7) = 12{,}59\,.\,6{,}3 = 79{,}3\text{ t}$$
$$\max(-U_7) = (9{,}13 - 12{,}59)\,Q = -3{,}46\,Q$$
$$Q = 1{,}18\,.\,6{,}5 = 7{,}7\text{ t}$$
$$\max(-U_7) = -3{,}46\,.\,7{,}7 = -26{,}6\text{ t.}$$

Stab U_8.

Belastungsscheide im 6ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte.

$$H = (15{,}502 + 0{,}916)\,Q = 16{,}418\,Q$$
$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 8{,}5)\,(9{,}5 - 1{,}5)\,15\,Q = 19{,}94\,Q$$
$$M = 19{,}94\,Q - 16{,}418\,.\,2{,}949\,Q = -28{,}48\,Q$$
$$\max(+U_8) = \frac{28{,}48}{2{,}5}\,Q = 11{,}39\,Q$$
$$Q = 1{,}18\,.\,5{,}2 = 6{,}1\text{ t}$$
$$\max(+U_8) = 11{,}39\,.\,6{,}1 = 69{,}5\text{ t}$$
$$\max(-U_8) = (9{,}71 - 11{,}39)\,Q = -1{,}68\,Q$$
$$Q = 1{,}18\,.\,7{,}2 = 8{,}5\text{ t}$$
$$\max(-U_8) = -1{,}68\,.\,8{,}5 = -14{,}3\text{ t.}$$

Stab U_9.

Es ist U_9 der nämliche Drehpunkt wie dem Stabe U_8 conjugirt.

$$\max(+U_9) = \frac{28{,}48}{2{,}74}\,Q = 10{,}39\,Q = 10{,}39\,.\,6{,}1 = 63{,}4\text{ t}$$
$$\max(-U_9) = (8{,}86 - 10{,}39)\,Q = -1{,}53\,Q = -1{,}53\,.\,8{,}5 = -13{,}0\text{ t.}$$

Diagonalen.

Um die Belastungsscheiden der Diagonalen zu ermitteln, müsste man eigentlich die Schnittpunkte der mitgeschnittenen Gurtlinien benutzen. Da diese jedoch auf der Zeichnung nicht zugänglich sind und die entsprechenden Gurtlinien nahezu parallel verlaufen, so kann man zu vorliegendem Zweck letztere thatsächlich als parallel annehmen und die Belastungsscheiden nach Fig. 92, § 34 dadurch bestimmen, dass man zu einer der beiden geschnittenen Richtungen die Parallele durch den linksseitigen Kämpferpunkt A zieht. Man wird die Parallele zu derjenigen Gurtlinie ziehen, deren Verlängerung am nächsten am Punkte A vorbei geht.

Stab D_0.

Die durch A gezogene Parallele zu den mitgeschnittenen Gurtungsstäben hat keinen reellen Schnittpunkt mit der Kämpferdrucklinie; es tritt demnach nur das fragliche Feld (Mittelfeld) selbst als Belastungsscheide auf. Entsprechend der Figur 92 und den an jener Stelle gegebenen Erläuterungen wird das Maximum der Zugspannung bei rechtsseitiger, das Maximum der Druckspannung bei linksseitiger Belastung des Trägers erreicht.

Das Maximum der Zugspannung soll direct ermittelt werden. Für den Fall, dass die rechtsseitige Hälfte der Brücke belastet ist, wird nach Gleichung 257

$$[T] = \frac{9\,.\,(9{,}_5 - 4{,}_5)\,Q}{2\,.\,9{,}_5} = 2{,}_{368}\,Q.$$

Die Spannung selbst ergiebt sich aus der Formel 201. Es ist $\varphi = 0$, also $\sin\varphi = 0$ und $\cos\varphi = 1$. Um den Sinus des Winkels α zu berechnen, muss man die Länge des fraglichen Diagonalstabes kennen. Es ist:

$$\lambda_0^d = \sqrt{2{,}_{501}{}^2 + 3{,}_{158}{}^2} = 4{,}_{028}$$

und demnach

$$\sin\alpha = \frac{2{,}_{501}}{4{,}_{028}} = 0{,}_{621}.$$

Denkt man sich die Spannung D_0 als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens einwirken, so hat diese Kraft eine zur Richtung der Gurtlinien senkrechte Componente, welche aufwärts, gegen die obere Gurtung gerichtet ist. In Gleichung 201 hat also das —Zeichen Gültigkeit. Die Formel lautet demnach:

$$\max(-D_0) = -\frac{2{,}_{368}}{0{,}_{621}}\,Q = -3{,}_{81}\,Q = -3{,}_{81}\,.\,6{,}_6 = -25{,}_1\,\text{t}.$$

$$\max(+D_0) = 25{,}_1\,\text{t}.$$

Stab D_1.

Belastungsscheide im 1sten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

Die Werthe H und Q wurden für den Fall, dass die Strecke vom rechtsseitigen Kämpfer bis zum 1sten Felde der linken Brückenhälfte belastet ist, bei Gelegenheit der Berechnung des Stabes U_2 ermittelt.

$$H = 10{,}_{397}\,Q.$$

Das Moment $[M]$ ergiebt sich aus Gleichung 256. Diese Formel lässt sich noch etwas einfacher schreiben. Ersetzt man die Lasten rechts und links vom fraglichen Schnitt durch ihre Resultanten $\mathfrak{R}'$ und $\mathfrak{R}''$ und drückt die Abstände ξ' und ξ'' dieser Resultanten vom Scheitel durch Felderlängen aus, während die Abscisse x des fraglichen Drehpunktes nach wie vor in Metern angegeben wird, so erhält man:

$$[M] = \frac{(30 - x)\,(9{,}_5 + \xi')\,\mathfrak{R}' + (30 + x)\,(9{,}_5 - \xi'')\,\mathfrak{R}''}{19}.$$

Im vorliegenden Falle ist $\mathfrak{R}'' = 0$, $\mathfrak{R}' = 10\,Q$, $\xi' = -4{,}_0$ und $x = -1251{,}_9$, also:

$$[M] = \frac{(30 + 1251{,}_9)\,(9{,}_5 - 4{,}_0)\,10}{19}\,Q = 3710{,}_7\,Q$$

$$M = 3710{,}_7\,Q - 10{,}_{397}\,.\,69{,}_7\,Q = 2986{,}_0\,Q.$$

In Gleichung 200 hat das —Zeichen Gültigkeit.

$$\max(-D_1) = -\frac{2986{,}_0}{798{,}_7}\,Q = -3{,}_{74}\,Q = -3{,}_{74}\,.\,6{,}_5 = -24{,}_3\,\text{t}$$

$$\max(+D_1) = (-0{,}_{19} + 3{,}_{74})\,Q = 3{,}_{55}\,Q$$

$$Q = 1{,}_{18}\,.\,5{,}_8 = 6{,}_8\,\text{t}$$

$$\max(+D_1) = 3{,}_{55}\,.\,6{,}_8 = 24{,}_1\,\text{t}.$$

Stab D_2.

Belastungsscheide im 2ten Felde linksseitiger Brückenhälfte.

$$H = 11{,}_{824}\,Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 635{,}_6)\,(9{,}_5 - 3{,}_5)\,11}{19}\,Q = 2312{,}_1\,Q$$

$$M = 2312{,}1\,Q - 11{,}824\,.\,70{,}9\,Q = 1473{,}8\,Q$$

$$\max(-D_2) = -\frac{1473{,}8}{419{,}3}\,Q = -3{,}52\,Q = -3{,}52\,.\,6{,}4 = -22{,}5\,\mathrm{t}$$

$$\max(+D_2) = (-0{,}36 + 3{,}52)\,Q = 3{,}16\,Q$$

$$Q = 1{,}18\,.\,6{,}0 = 7{,}1\,\mathrm{t}$$

$$\max(+D_2) = 3{,}16\,.\,7{,}1 = 22{,}4\,\mathrm{t}.$$

Stab D_3.

Belastungsscheide im 3ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

$$H = 13{,}175\,Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 408{,}6)\,(9{,}5 - 3{,}0)\,12}{19}\,Q = 1800{,}6\,Q$$

$$M = 1800{,}6\,Q - 13{,}175\,.\,69{,}7\,Q = 882{,}3\,Q$$

$$\max(-D_3) = -\frac{882{,}3}{280{,}7}\,Q = -3{,}14\,Q = -3{,}14\,.\,6{,}4 = -20{,}1\,\mathrm{t}$$

$$\max(+D_3) = (-0{,}49 + 3{,}14)\,Q = 2{,}65\,Q$$

$$Q = 1{,}18\,.\,6{,}2 = 7{,}3\,\mathrm{t}$$

$$\max(+D_3) = 2{,}65\,.\,7{,}3 = 19{,}3\,\mathrm{t}.$$

Stab D_4.

Belastungsscheide im 4ten Felde linksseitiger Bogenhälfte.

$$H = 14{,}413\,Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 297{,}3)\,(9{,}5 - 2{,}5)\,13}{19}\,Q = 1567{,}6\,Q$$

$$M = 1567{,}6\,Q - 14{,}413\,.\,68{,}9\,Q = 574{,}5\,Q$$

$$\max(-D_4) = -\frac{574{,}5}{214{,}2}\,Q = -2{,}68\,Q = -2{,}68\,.\,6{,}3 = -16{,}9\,\mathrm{t}$$

$$\max(+D_4) = (-0{,}59 + 2{,}68)\,Q = 2{,}09\,Q$$

$$Q = 1{,}18\,.\,6{,}3 = 7{,}4\,\mathrm{t}$$

$$\max(+D_4) = 2{,}09\,.\,7{,}4 = 15{,}5\,\mathrm{t}.$$

Stab D_5.

Zieht man zum Untergurt U_5 durch den Kämpferpunkt A die Parallele, so schneidet diese die Kämpferdrucklinie in einem Punkte, der im 3ten Felde der rechtsseitigen Brückenhälfte liegt. Dieses Feld ist also ausser dem fraglichen Felde selbst noch Belastungsscheide.

Nach Fig. 92 und den an jener Stelle gegebenen Erläuterungen wird das Maximum der Druckspannung erreicht, wenn die Strecke vom rechtsseitigen Kämpfer bis zum 3ten Felde rechtsseitiger Brückenhälfte und die Strecke vom linksseitigen Kämpfer bis zum 5ten Felde linksseitiger Trägerhälfte belastet ist. Für diesen Belastungsfall soll die Spannung direct ermittelt werden. Das Maximum der Zugspannung wird sodann durch Subtraction des zuerst berechneten Werthes von der in Folge totaler Belastung auftretenden Spannung gefunden. Das Maximum der Zugspannung, welches bei Belastung der Strecke zwischen beiden Scheiden auftritt, direct zu berechnen, ist aus den bereits bei Gelegenheit der Spannungsermittlung des Stabes U_0 ausgeführten Gründen nicht zulässig.

Rechtsseitige Belastung.

Die Werthe H und Q sind bei Berechnung des Gurtstückes O_3 bereits befunden.

$$H = 4{,}693\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 224{,}7)(9{,}5 - 6{,}0)\, 6}{19} Q = 281{,}5\, Q$$

$$M = 281{,}5\, Q - 4{,}693 \,.\, 67{,}0\, Q = -32{,}9\, Q$$

$$D_5 = \frac{32{,}9}{171{,}4} Q = 0{,}19\, Q = 0{,}19 \,.\, 7{,}3 = 1{,}4\ \text{t}.$$

Linksseitige Belastung.

$$H = (0{,}916 + 0{,}711 + 0{,}488 + 0{,}251)\, Q = 2{,}366\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 - 224{,}7)(9{,}5 - 7{,}0)\, 4}{19} Q = -102{,}5\, Q$$

$$M = -102{,}5\, Q - 2{,}366 \,.\, 67{,}0\, Q = -261{,}0\, Q$$

$$D_5 = \frac{261{,}0}{171{,}4} Q = 1{,}52\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 6{,}7 = 7{,}9\ \text{t}$$

$$D_5 = 1{,}52 \,.\, 7{,}9 = 12{,}0\ \text{t}$$

$$\max(+D_5) = 1{,}4 + 12{,}0 = 13{,}4\ \text{t}$$

$$\max(-D_5) = (-0{,}63 - 0{,}19 - 1{,}52)\, Q = -2{,}34\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}9 = 7{,}0\ \text{t}$$

$$\max(-D_5) = -2{,}34 \,.\, 7{,}0 = -16{,}4\ \text{t}.$$

Stab D_6.

Belastungsscheide im 1sten Felde rechtsseitiger und 6ten Felde linksseitiger Brückenhälfte.

Rechtsseitige Belastung.

$$H = 7{,}471\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 176{,}6)(9{,}5 - 5{,}0)\, 8}{19} Q = 391{,}5\, Q$$

$$M = 391{,}5\, Q - 7{,}471 \,.\, 65{,}5\, Q = -97{,}9\, Q$$

$$D_6 = \frac{97{,}9}{144{,}0} Q = 0{,}68\, Q = 0{,}68 \,.\, 6{,}7 = 4{,}6\ \text{t}.$$

Linksseitige Belastung.

$$H = (2{,}366 - 0{,}916)\, Q = 1{,}450\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 - 176{,}6)(9{,}5 - 7{,}5)\, 3}{19} Q = -46{,}3\, Q$$

$$M = -46{,}3\, Q - 1{,}450 \,.\, 65{,}5\, Q = -141{,}3\, Q$$

$$D_6 = \frac{141{,}3}{144{,}0} Q = 0{,}98\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 7{,}5 = 8{,}8\ \text{t}$$

$$D_6 = 0{,}98 \,.\, 8{,}8 = 8{,}6\ \text{t}.$$

$$\max(+D_6) = 4{,}6 + 8{,}6 = 13{,}2\ \text{t}$$

$$\max(-D_6) = (-0{,}61 - 0{,}68 - 0{,}98)\, Q = -2{,}27\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}5 = 6{,}5\ \text{t}$$

$$\max(-D_6) = -2{,}27 \,.\, 6{,}5 = -14{,}7\ \text{t}.$$

Stab D_7.

Belastungsscheide im 1sten und 7ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte.

Rechtsseitige Belastung.

$$H = 10{,}397\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 139{,}2)(9{,}5 - 4{,}0)\, 10}{19} Q = 489{,}8\, Q$$

$$M = 489{,}8\, Q - 10{,}397 \,.\, 63{,}2\, Q = -167{,}3\, Q$$

$$D_7 = \frac{167{,}3}{123{,}1} Q = 1{,}36\, Q = 1{,}36 \,.\, 6{,}5 = 8{,}8 \text{ t.}$$

Linksseitige Belastung.

$$H = 0{,}739\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 - 139{,}2)(9{,}5 - 8{,}0)\, 2}{19} Q = -17{,}2\, Q$$

$$M = -17{,}2\, Q - 0{,}739 \,.\, 63{,}2\, Q = -63{,}9\, Q$$

$$D_7 = \frac{63{,}9}{123{,}1} Q = 0{,}52\, Q = 0{,}52 \,.\, 10{,}0 = 5{,}2 \text{ t}$$

$$\max(+D_7) = 8{,}8 + 5{,}2 = 14{,}0 \text{ t}$$

$$\max(-D_7) = (-0{,}52 - 1{,}36 - 0{,}52)\, Q = -2{,}40\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 6{,}2 = 7{,}3 \text{ t}$$

$$\max(-D_7) = -2{,}40 \,.\, 7{,}3 = -17{,}5 \text{ t.}$$

Stab D_8.

Belastungsscheide im 2ten und 8ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

Rechtsseitige Belastung.

$$H = 11{,}824\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 + 110{,}4)(9{,}5 - 3{,}5)\, 11}{19} Q = 487{,}7\, Q$$

$$M = 487{,}7\, Q - 11{,}824 \,.\, 60{,}9\, Q = -232{,}4\, Q$$

$$D_8 = \frac{232{,}4}{107{,}5} Q = 2{,}16\, Q = 2{,}16 \,.\, 6{,}4 = 13{,}8 \text{ t.}$$

Linksseitige Belastung.

$$H = 0{,}251\, Q$$

$$[M] = \frac{(30 - 110{,}4)(9{,}5 - 8{,}5)\, 1}{19} Q = -4{,}2\, Q$$

$$M = -4{,}2\, Q - 0{,}251 \,.\, 60{,}9\, Q = -19{,}5\, Q$$

$$D_8 = \frac{19{,}5}{107{,}5} Q = 0{,}18\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 12{,}3 = 14{,}5 \text{ t}$$

$$D_8 = 0{,}18 \,.\, 14{,}5 = 2{,}6 \text{ t}$$

$$\max(+D_8) = 13{,}8 + 2{,}6 = 16{,}4 \text{ t}$$

$$\max(-D_8) = (-0{,}36 - 2{,}16 - 0{,}18)\, Q = -2{,}70\, Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 6{,}2 = 7{,}3 \text{ t}$$

$$\max(-D_8) = -2{,}70 \,.\, 7{,}3 = -19{,}7 \text{ t.}$$

Der *Vertikalständer* C_8 erfordert wieder eine besondere Untersuchung.

Es kommt zunächst darauf an, zu entscheiden, bei welcher Belastungsart dieser Stab das Maximum seiner Spannungen erhält.

Es sei System I (rechtsfallende Diagonalen) vorausgesetzt. Mit Hülfe des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile (O_9 und U_8) bestimmt man die Belastungsscheide; dieselbe liegt im 6ten Felde linksseitiger Bogenhälfte. Eine zweite Belastungsscheide bildet das fragliche Feld selbst; als solches ist im vorliegenden Falle das Feld 9 anzusehen, da der durch C_8 zum Zweck der Spannungsermittlung geführte Schnitt die obere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, im 9ten Felde trifft. Denkt man sich die Spannung C_8 auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft einwirken, so erkennt man, dass dieselbe alsdann um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Sinne des Uhrzeigers dreht. Im Belastungsschema Fig. 87 sind also die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen. Es muss demnach der Träger vom rechtsseitigen Kämpfer bis zum 6ten Felde belastet sein, wenn C_8 das Maximum der Zugspannung erreichen soll.

Setzt man System II voraus, so wird nur das fragliche Feld selbst eine Belastungsscheide bilden; als „fragliches Feld“ ist das Feld 8 zu betrachten. Nach dem Belastungsschema Fig. 87 ergiebt sich demnach, dass unter Annahme des Systems II die Vertikale C_8 das Maximum ihrer Zugspannung erreicht, wenn der ganze Träger mit Ausnahme des Knotenpunktes 8 belastet ist.

Bedenkt man, dass beide Systeme gleichzeitig zur Wirkung kommen, so erkennt man, dass die thatsächlich auftretende Belastungsscheide im 6, 7 oder 8ten Felde liegen muss. Ob die Lasten im Knotenpunkte 6 und 7 Zug- oder Druckspannungen hervorrufen, ist zunächst zweifelhaft. Indem man den Einfluss dieser Lasten besonders berechnet, gelangt man zu dem Resultat, dass dieselben Zugspannungen im fraglichen Stabe bedingen, so dass also das 8te Feld als Belastungsscheide anzunehmen ist. Es wird demnach das Maximum der Druckspannung erreicht, wenn nur der Knotenpunkt 8 belastet ist.

Maximum der Druckspannung.

$$H = 0{,}251\, Q$$

System I.

$$[M] = \frac{(30 - 32{,}40)\,(9{,}5 + 8{,}5)\,1}{19}\, Q = -\,2{,}27\, Q$$

$$M = -\,2{,}27\, Q + 0{,}251\,.\,2{,}25\, Q = -\,1{,}71\, Q$$

$$C_8 = \frac{1{,}71}{32{,}40 - 8{,}5\,.\,3{,}158}\, Q = 0{,}31\, Q$$

System II.

$$[M] = \frac{(30 + 34{,}49)\,(9{,}5 - 8{,}5)\,1}{19}\, Q = 3{,}39\, Q$$

$$M = 3{,}39\, Q + 0{,}251\,.\,0{,}26\, Q = 3{,}46\, Q$$

$$C_8 = \frac{3{,}46}{34{,}49 - 8{,}5\,.\,3{,}158}\, Q = 0{,}45\, Q$$

Für beide Systeme zusammen ist demnach:

$$\max(+C_8) = (0{,}31 + 0{,}45)\,Q = 0{,}76\,Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 12{,}0 = 14{,}2\,\mathrm{t}$$

$$\max(+C_8) = 0{,}76 \,.\, 14{,}2 = 10{,}8\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

$$H = 17{,}617\,Q$$

System I.

$$[M] = \frac{(30 - 32{,}40)\,(9{,}5 - 0{,}5)\,17}{19}\,Q = -19{,}33\,Q$$

$$M = -19{,}33\,Q + 17{,}617 \,.\, 2{,}25\,Q = 20{,}31\,Q$$

$$C_8 = -\frac{20{,}31}{32{,}40 - 8{,}5 \,.\, 3{,}158}\,Q = -3{,}65\,Q$$

System II.

$$[M] = \frac{(30 - 34{,}49)\,(9{,}5 - 0{,}5) \,.\, 17}{19}\,Q = -36{,}16\,Q$$

$$M = -36{,}16\,Q + 17{,}617 \,.\, 0{,}26\,Q = -31{,}58\,Q$$

$$C_8 = -\frac{31{,}58}{34{,}49 - 8{,}5 \,.\, 3{,}158}\,Q = -4{,}13\,Q$$

$$\max(-C_8) = (-3{,}65 - 4{,}13)\,Q = -7{,}78\,Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}0 = 5{,}9\,\mathrm{t}$$

$$\max(-C_8) = -7{,}78 \,.\, 5{,}9 = -45{,}9.$$

Temperaturspannungen.

Das Trägheitsmoment J_0 des Scheitelquerschnitts, dessen Kenntniss zur Ermittlung des durch Temperaturdifferenzen hervorgerufenen Horizontalschubes erforderlich ist, kann näherungsweise nach Gleichung 258, § 36 berechnet werden. Es ist hierin das Eigengewicht $p = 1{,}339$ t pr. lfdm. und pr. Träger und die mobile Last (der halben Spannweite entsprechend) $q = 4{,}2$ t. pr. lfdm. und pr. Träger zu setzen. Man hat:

$$J_0 = \frac{2{,}5^2 \,.\, 30^2}{8\,(7{,}5 \,.\, 9000 - 7000 \,.\, 2{,}5)}\,(1{,}339 + 1{,}15 \,.\, 4{,}2) = 0{,}0867.$$

Der Horizontalschub selbst ergiebt sich aus Formel 101; diese lautet im vorliegenden Fall:

$$H = \pm\,\frac{14160 \,.\, 30 \,.\, 0{,}0876}{1832{,}83 + 93{,}75} = \pm\,19{,}12\,\mathrm{t}.$$

Von diesem Werthe hat jedes der beiden Systeme, in welche man einen Träger zerlegt denkt, die Hälfte aufzunehmen, so dass

$$H = \pm\,9{,}56\,\mathrm{t}$$

zu setzen ist.

Die Spannungen im Ober- und Untergurt werden nach den Formeln 262 und 263 ermittelt; man findet:

$$O_0 = \mp\,\frac{9{,}56 \,.\, 6{,}230}{2{,}5} = \mp\,23{,}8\,\mathrm{t} \qquad O_5 = \mp\,\frac{9{,}56 \,.\, 4{,}613}{2{,}5} = \mp\,17{,}6\,\mathrm{t}$$

$$O_1 = \mp\,\frac{9{,}56 \,.\, 6{,}230}{2{,}5} = \mp\,23{,}8\ \text{„} \qquad O_6 = \mp\,\frac{9{,}56 \,.\, 3{,}788}{2{,}5} = \mp\,14{,}5\ \text{„}$$

$$O_2 = \mp \frac{9{,}56 \cdot 6{,}070}{2{,}5} = \mp 23{,}2 \text{ „}$$ $$O_7 = \mp \frac{9{,}56 \cdot 2{,}783}{2{,}5} = \mp 10{,}6 \text{ „}$$

$$O_3 = \mp \frac{9{,}56 \cdot 5{,}749}{2{,}5} = \mp 22{,}0 \text{ „}$$ $$O_8 = \mp \frac{9{,}56 \cdot 1{,}589}{2{,}5} = \mp 6{,}1 \text{ „}$$

$$O_4 = \mp \frac{9{,}56 \cdot 5{,}265}{2{,}5} = \mp 20{,}1 \text{ „}$$ $$O_9 = \mp \frac{9{,}56 \cdot 0{,}192}{2{,}0} = \mp 0{,}9 \text{ „}$$

$$U_0 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 8{,}731}{2{,}5} = \pm 33{,}4 \text{ t}$$ $$U_5 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 6{,}387}{2{,}5} = \pm 24{,}4 \text{ t}$$

$$U_1 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 8{,}577}{2{,}5} = \pm 32{,}8 \text{ „}$$ $$U_6 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 5{,}424}{2{,}5} = \pm 20{,}7 \text{ „}$$

$$U_2 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 8{,}269}{2{,}5} = \pm 31{,}6 \text{ „}$$ $$U_7 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 4{,}282}{2{,}5} = \pm 16{,}4 \text{ „}$$

$$U_3 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 7{,}803}{2{,}5} = \pm 29{,}8 \text{ „}$$ $$U_8 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 2{,}949}{2{,}5} = \pm 11{,}3 \text{ „}$$

$$U_4 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 7{,}177}{2{,}5} = \pm 27{,}4 \text{ „}$$ $$U_9 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 2{,}949}{2{,}74} = \pm 10{,}3 \text{ „}$$

Die Spannung der Diagonalen D_0 ergiebt sich aus Gleichung 265; da $\sin \varphi = 0$ ist, so wird auch

$$D_0 = 0.$$

Die übrigen Diagonalen werden nach Gleichung 264 berechnet; es ist:

$$D_1 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 69{,}7}{798{,}7} = \pm 0{,}8 \text{ t}$$ $$D_5 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 67{,}0}{171{,}4} = \pm 3{,}7 \text{ t}$$

$$D_2 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 70{,}9}{419{,}3} = \pm 1{,}6 \text{ „}$$ $$D_6 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 65{,}5}{144{,}0} = \pm 4{,}3 \text{ „}$$

$$D_3 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 69{,}7}{280{,}7} = \pm 2{,}4 \text{ „}$$ $$D_7 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 63{,}2}{123{,}1} = \pm 4{,}9 \text{ „}$$

$$D_4 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 68{,}9}{214{,}2} = \pm 3{,}1 \text{ „}$$ $$D_8 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 60{,}9}{107{,}5} = \pm 5{,}4 \text{ „}$$

In den Vertikalen sind die Spannungen, welche in Folge der Temperaturdifferenzen auftreten, da doppeltes Fachwerk angeordnet ist, den Ausführungen des § 44 entsprechend, im Allgemeinen „Null“. Nur bei dem Vertikalstab C_8 ist, da die in den Endpunkten dieses Stabes zusammenstossenden Gurtlinien in ihren Richtungen wesentlich von einander abweichen, eine besondere Berechnung erforderlich.

Unter Zugrundelegung des Systems I findet man

$$C_8 = \mp \frac{9{,}56 \cdot 2{,}25}{32{,}40 - 8{,}5 \cdot 3{,}158} = \mp 3{,}9 \text{ t}$$

und bei Annahme des Systems II:

$$C_8 = \pm \frac{9{,}56 \cdot 0{,}26}{34{,}49 - 8{,}5 \cdot 3{,}158} = \pm 0{,}3 \text{ t}.$$

Bei gleichzeitiger Wirkung beider Systeme werden sich diese beiden Zahlenwerthe, wie man unter Berücksichtigung der Zusammengehörigkeit der Vorzeichen erkennt, von einander subtrahiren, so dass man im Ganzen

$$C_8 = \mp 3{,}6 \text{ t}$$

hat.

Es sollen nunmehr für das System I die Spannungen in den Gurtstücken und den Diagonalen, welche von der permanenten, der mobilen Last und den Temperaturdifferenzen herrühren, summirt werden. Es ergiebt sich:

$\max(+O_0)=26{,}1+75{,}3+23{,}8=125{,}2$ t	$\max(-O_0)=26{,}1-0{,}4-23{,}8=1{,}9$ t
$\max(+O_1)=26{,}1+75{,}3+23{,}8=125{,}2$ „	$\max(-O_1)=26{,}1-0{,}4-23{,}8=1{,}9$ „
$\max(+O_2)=25{,}8+79{,}4+23{,}2=128{,}4$ „	$\max(-O_2)=25{,}8-3{,}2-23{,}2=-0{,}6$ „
$\max(+O_3)=25{,}4+83{,}1+22{,}0=130{,}5$ „	$\max(-O_3)=25{,}4-7{,}4-22{,}0=-4{,}0$ „
$\max(+O_4)=24{,}7+84{,}4+20{,}1=129{,}2$ „	$\max(-O_4)=24{,}7-11{,}1-20{,}1=-6{,}5$ „
$\max(+O_5)=23{,}8+83{,}7+17{,}6=125{,}1$ „	$\max(-O_5)=23{,}8-13{,}1-17{,}6=-6{,}9$ „
$\max(+O_6)=22{,}9+80{,}2+14{,}5=117{,}6$ „	$\max(-O_6)=22{,}9-12{,}1-14{,}5=-3{,}7$ „
$\max(+O_7)=22{,}1+74{,}0+10{,}6=106{,}7$ „	$\max(-O_7)=22{,}1-8{,}1-10{,}6=3{,}4$ „
$\max(+O_8)=21{,}5+64{,}0+6{,}1=91{,}6$ „	$\max(-O_8)=21{,}5-1{,}5-6{,}1=13{,}9$ „
$\max(+O_9)=26{,}5+72{,}4+0{,}9=99{,}8$ „	$\max(-O_9)=26{,}5-0{,}9=25{,}6$ „
$\max(+U_0)=11{,}8+48{,}2+33{,}4=93{,}4$ t	$\max(-U_0)=11{,}8-13{,}0-33{,}4=-34{,}6$ t
$\max(+U_1)=12{,}1+50{,}9+32{,}8=95{,}8$ „	$\max(-U_1)=12{,}1-15{,}2-32{,}8=-35{,}9$ „
$\max(+U_2)=12{,}8+57{,}6+31{,}6=102{,}0$ „	$\max(-U_2)=12{,}8-20{,}4-31{,}6=-39{,}2$ „
$\max(+U_3)=13{,}8+67{,}7+29{,}8=111{,}3$ „	$\max(-U_3)=13{,}8-29{,}0-29{,}8=-45{,}0$ „
$\max(+U_4)=15{,}0+76{,}8+27{,}4=119{,}2$ „	$\max(-U_4)=15{,}0-34{,}9-27{,}4=-47{,}3$ „
$\max(+U_5)=16{,}5+82{,}7+24{,}4=123{,}6$ „	$\max(-U_5)=16{,}5-37{,}7-24{,}4=-45{,}6$ „
$\max(+U_6)=17{,}9+82{,}7+20{,}7=121{,}3$ „	$\max(-U_6)=17{,}9-34{,}6-20{,}7=-37{,}4$ „
$\max(+U_7)=19{,}4+79{,}3+16{,}4=115{,}1$ „	$\max(-U_7)=19{,}4-26{,}6-16{,}4=-23{,}6$ „
$\max(+U_8)=20{,}6+69{,}5+11{,}3=101{,}4$ „	$\max(-U_8)=20{,}6-14{,}3-11{,}3=-5{,}0$ „
$\max(+U_9)=18{,}8+63{,}4+10{,}3=92{,}5$ „	$\max(-U_9)=18{,}8-13{,}0-10{,}3=-4{,}5$ „
$\max(+D_0)=\quad 25{,}1 \quad 25{,}1$ t	$\max(-D_0)=\quad -25{,}1 \quad =-25{,}1$ t
$\max(+D_1)=-0{,}4+24{,}1+0{,}8=24{,}5$ „	$\max(-D_1)=-0{,}4-24{,}3-0{,}8=-25{,}5$ „
$\max(+D_2)=-0{,}8+22{,}4+1{,}6=23{,}2$ „	$\max(-D_2)=-0{,}8-22{,}5-1{,}6=-24{,}9$ „
$\max(+D_3)=-1{,}0+19{,}3+2{,}4=20{,}7$ „	$\max(-D_3)=-1{,}0-20{,}1-2{,}4=-23{,}5$ „
$\max(+D_4)=-1{,}3+15{,}5+3{,}1=17{,}3$ „	$\max(-D_4)=-1{,}3-16{,}9-3{,}1=-21{,}3$ „
$\max(+D_5)=-1{,}3+13{,}4+3{,}7=15{,}8$ „	$\max(-D_5)=-1{,}3-16{,}4-3{,}7=-21{,}4$ „
$\max(+D_6)=-1{,}3+13{,}2+4{,}3=16{,}2$ „	$\max(-D_6)=-1{,}3-14{,}7-4{,}3=-20{,}3$ „
$\max(+D_7)=-1{,}1+14{,}0+4{,}9=17{,}8$ „	$\max(-D_7)=-1{,}1-17{,}5-4{,}9=-23{,}5$ „
$\max(+D_8)=-0{,}8+16{,}4+5{,}4=21{,}0$ „	$\max(-D_8)=-0{,}8-19{,}7-5{,}4=-25{,}9$ „

System II.

Die Spannungen, welche in diesem System auftreten, lassen sich nun aus den obigen Zahlen in einfacher Weise ableiten.

Die Spannungen in den Gurtungen ergeben sich aus den Gleichungen 325 und 326 des § 44. Da im Allgemeinen die Hebelsarme sämmtlicher Gurtstücke als gleich ($=2{,}5$ m) angenommen sind, so werden sich die gesuchten Werthe direct abschreiben lassen. Nur bei dem Stabe O_8' ist, wie man leicht erkennt, eine Reduction der Spannung O_9 im umgekehrten Verhältniss der Hebelsarme erforderlich. Die Spannung U_0' müsste eigentlich aus der Spannung U_{-1} abgeleitet werden; letztere ist für

System I nicht berechnet. Man übersieht jedoch sofort, dass der Stab U_0' dieselben Spannungen wie der Stab U_0 haben wird, da die diesen beiden Stäben conjugirten Drehpunkte symmetrisch gelegen sind. Es ist noch zu bemerken, dass die Gurtstücke O_9 und U_9 natürlich in beiden Systemen die nämlichen Spannungszahlen haben.

Demnach erhält man:

$\max(+O_0') = 125{,}2$ t	$\max(-O_0') = 1{,}9$ t
$\max(+O_1') = 128{,}4$ „	$\max(-O_1') = -0{,}6$ t
$\max(+O_2') = 130{,}5$ „	$\max(-O_2') = -4{,}0$ „
$\max(+O_3') = 129{,}2$ „	$\max(-O_3') = -6{,}5$ „
$\max(+O_4') = 125{,}1$ „	$\max(-O_4') = -6{,}9$ „
$\max(+O_5') = 117{,}6$ „	$\max(-O_5') = -3{,}7$ „
$\max(+O_6') = 106{,}7$ „	$\max(-O_6') = 3{,}4$ t
$\max(+O_7') = 91{,}6$ „	$\max(-O_7') = 13{,}9$ „
$\max(+O_8') = 99{,}8 \cdot \frac{2{,}0}{2{,}5} = 79{,}8$ t	$\max(-O_8') = 25{,}6 \cdot \frac{2{,}0}{2{,}5} = 20{,}5$ t
$\max(+O_9') = 99{,}8$ t.	$\max(-O_9') = 25{,}6$ t.

$\max(+U_0') = 93{,}4$ t	$\max(-U_0') = -34{,}6$ t
$\max(+U_1') = 93{,}4$ „	$\max(-U_1') = -34{,}6$ „
$\max(+U_2') = 95{,}8$ „	$\max(-U_2') = -35{,}9$ „
$\max(+U_3') = 102{,}0$ „	$\max(-U_3') = -39{,}2$ „
$\max(+U_4') = 111{,}3$ „	$\max(-U_4') = -45{,}0$ „
$\max(+U_5') = 119{,}2$ „	$\max(-U_5') = -47{,}3$ „
$\max(+U_6') = 123{,}6$ „	$\max(-U_6') = -45{,}6$ „
$\max(+U_7') = 121{,}3$ „	$\max(-U_7') = -37{,}4$ „
$\max(+U_8') = 115{,}1$ „	$\max(-U_8') = -23{,}6$ „
$\max(+U_9') = 92{,}5$ „	$\max(-U_9') = -4{,}5$ „

Die Spannungen in den **Diagonalen** ergeben sich aus der Gleichung 328. Das Verhältniss der Längen dieser Stäbe ist bereits anfangs (Beispiel III) berechnet. Man findet also:

$\max(+D_0') = 25{,}1$ t	$\max(-D_0') = -25{,}1$ t
$\max(+D_1') = 25{,}5 \,.\, 1{,}049 = 26{,}7$ t	$\max(-D_1') = -24{,}5 \,.\, 1{,}049 = -25{,}7$ t
$\max(+D_2') = 24{,}9 \,.\, 1{,}102 = 27{,}4$ „	$\max(-D_2') = -23{,}2 \,.\, 1{,}102 = -25{,}6$ „
$\max(+D_3') = 23{,}5 \,.\, 1{,}157 = 27{,}2$ „	$\max(-D_3') = -20{,}7 \,.\, 1{,}157 = -23{,}9$ „
$\max(+D_4') = 21{,}3 \,.\, 1{,}216 = 25{,}9$ „	$\max(-D_4') = -17{,}3 \,.\, 1{,}216 = -21{,}0$ „
$\max(+D_5') = 21{,}4 \,.\, 1{,}279 = 27{,}4$ „	$\max(-D_5') = -15{,}8 \,.\, 1{,}279 = -20{,}2$ „
$\max(+D_6') = 20{,}3 \,.\, 1{,}347 = 27{,}4$ „	$\max(-D_6') = -16{,}2 \,.\, 1{,}347 = -21{,}8$ „
$\max(+D_7') = 23{,}5 \,.\, 1{,}421 = 33{,}4$ „	$\max(-D_7') = -17{,}8 \,.\, 1{,}421 = -25{,}3$ „
$\max(+D_8') = 25{,}9 \,.\, 1{,}503 = 38{,}9$ „	$\max(-D_8') = -21{,}0 \,.\, 1{,}503 = -31{,}6$ „

Denkt man sich beide Systeme auf einander gelegt, so werden sich die Spannungen in den entsprechenden Gurtstücken summiren. Diese Addition giebt folgende Resultate:

$\max(+O_0) = 125{,}2 + 125{,}2 = 250{,}4$ t	$\max(-O_0) = 1{,}9 + 1{,}9 = 3{,}8$ t
$\max(+O_1) = 125{,}2 + 128{,}4 = 253{,}6$ „	$\max(-O_1) = 1{,}9 - 0{,}6 = 1{,}3$ „

$\max(+O_2) = 128{,}4 + 130{,}5 = 258{,}9$ t	$\max(-O_2) = -0{,}6 - 4{,}0 = -4{,}6$ t
$\max(+O_3) = 130{,}5 + 129{,}2 = 259{,}7$ „	$\max(-O_3) = -4{,}0 - 6{,}5 = -10{,}5$ „
$\max(+O_4) = 129{,}2 + 125{,}1 = 254{,}3$ „	$\max(-O_4) = -6{,}5 - 6{,}9 = -13{,}4$ „
$\max(+O_5) = 125{,}1 + 117{,}6 = 242{,}7$ „	$\max(-O_5) = -6{,}9 - 3{,}7 = -10{,}6$ „
$\max(+O_6) = 117{,}6 + 106{,}7 = 224{,}3$ „	$\max(-O_6) = -3{,}7 + 3{,}4 = -0{,}3$ „
$\max(+O_7) = 106{,}7 + 91{,}6 = 198{,}3$ „	$\max(-O_7) = 3{,}4 + 13{,}9 = 17{,}3$ „
$\max(+O_8) = 91{,}6 + 79{,}8 = 171{,}4$ „	$\max(-O_8) = 13{,}9 + 20{,}5 = 34{,}4$ „
$\max(+O_9) = 99{,}8 + 99{,}8 = 199{,}6$ „	$\max(-O_9) = 25{,}6 + 25{,}6 = 51{,}2$ „
$\max(+U_0) = 93{,}4 + 93{,}4 = 186{,}8$ t	$\max(-U_0) = -34{,}6 - 34{,}6 = -69{,}2$ t
$\max(+U_1) = 95{,}8 + 93{,}4 = 189{,}2$ „	$\max(-U_1) = -35{,}9 - 34{,}6 = -70{,}5$ „
$\max(+U_2) = 102{,}0 + 95{,}8 = 197{,}8$ „	$\max(-U_2) = -39{,}2 - 35{,}9 = -75{,}1$ „
$\max(+U_3) = 111{,}3 + 102{,}0 = 213{,}3$ „	$\max(-U_3) = -45{,}0 - 39{,}2 = -84{,}2$ „
$\max(+U_4) = 119{,}2 + 111{,}3 = 230{,}5$ „	$\max(-U_4) = -47{,}3 - 45{,}0 = -92{,}3$ „
$\max(+U_5) = 123{,}6 + 119{,}2 = 242{,}8$ „	$\max(-U_5) = -45{,}6 - 47{,}3 = -92{,}9$ „
$\max(+U_6) = 121{,}3 + 123{,}6 = 244{,}9$ „	$\max(-U_6) = -37{,}4 - 45{,}6 = -83{,}0$ „
$\max(+U_7) = 115{,}1 + 121{,}3 = 236{,}4$ „	$\max(-U_7) = -23{,}6 - 37{,}4 = -61{,}0$ „
$\max(+U_8) = 101{,}4 + 115{,}1 = 216{,}5$ „	$\max(-U_8) = -5{,}0 - 23{,}6 = -28{,}6$ „
$\max(+U_9) = 92{,}5 + 92{,}5 = 185{,}0$ „	$\max(-U_9) = -4{,}5 - 4{,}5 = -9{,}0$ „

Schliesslich ist es noch erforderlich, die Spannungen in den Vertikalen unter Berücksichtigung beider Systeme zu ermitteln.

Man findet durch einfache Summation:

$$\max(+C_8) = -7{,}8 - 8{,}5 + 10{,}8 + 3{,}6 = -1{,}9 \text{ t}$$
$$\max(-C_8) = -7{,}8 - 8{,}5 - 45{,}9 - 3{,}6 = -65{,}8 \text{ „}$$

Die Spannungen der übrigen Vertikalen findet man angenähert aus den Gleichungen 331 und 334. Die Kraft Q, Belastung pr. Knotenpunkt, ist dann am grössten, wenn zwei benachbarte Felder total belastet sind. Die Länge der belasteten Strecke beträgt in diesem Fall ca. 6 m, so dass der Tabelle des § 7 zufolge $q = 10{,}2$ t zu setzen ist. Es ergiebt sich also:

$$Q = 3{,}158 \,.\, 10{,}2 \,.\, 1\tfrac{1}{2} \,.\, \tfrac{1}{2} = 24{,}2 \text{ t}.$$

Man hat nun:

$$\max(+C) = \frac{2{,}80 - 1{,}44}{2} + \frac{24{,}2}{2} = 12{,}8 \text{ t}; \qquad \max(-C) = \frac{2{,}80 - 1{,}44}{2} = 0{,}7 \text{ t}.$$

Sämmtliche Spannungen sind in Fig. 3, Taf. 4 zusammengestellt.

Aus diesen Grenzwerthen ist nunmehr die zulässige spec. Spannung für die verschiedenen Constructionstheile nach der Formel

$$k = 0{,}9\left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{\min S}{\max S}\right)$$

zu berechnen und muss sodann der erforderliche Querschnitt der einzelnen Stäbe ermittelt werden. Diese Rechnungen sind genau in derselben Weise wie im Beispiel III durchzuführen; dieselben sollen deshalb hier nicht wiederholt werden. Zu bemerken ist nur noch, dass die Querschnitte der Vertikalen etwas reichlich zu bemessen sind, da die Spannungen derselben nur angenähert ermittelt wurden.

Nachdem alsdann der Träger vollständig dimensionirt ist, kann man auf Grund dieser Stabquerschnitte eine Correction der ganzen Rechnung vornehmen. Die Bestimmung des Horizontalschubes wurde nämlich mit Berücksichtigung der Elasticitätsverhältnisse des Bogens unter der Annahme durchgeführt, dass das Trägheitsmoment J in jedem Punkte des Trägers der Gleichung

$$J \,.\, \cos \varphi = \text{Const.}$$

genüge, wenn mit φ der Winkel bezeichnet wird, den die Bogenaxe mit der Horizontalen einschliesst. Diese Annahme ist, wie man schon aus den Spannungszahlen der Gurtungen ersieht, thatsächlich nicht zutreffend. Auf Grund der jetzt berechneten Stabquerschnitte lässt sich der Horizontalschub nun bedeutend genauer ermitteln. Bezüglich dieser Correctionsmethode sei auf Beispiel XI verwiesen, in welchem dieselbe vollständig durchgeführt ist. Ob eine solche Correction erforderlich ist oder nicht, muss der Erwägung des Constructeurs überlassen bleiben. Im Allgemeinen ist die hier erzielte Annäherung schon eine so gute, dass man sich mit den gewonnenen Resultaten vollständig zufrieden geben kann. Eine weitere Correction scheint um so weniger geboten, als die Voraussetzungen der Unverschieblichkeit der Widerlager, der absolut genauen Montage des Bogens etc. thatsächlich doch nicht vollständig erfüllt sind. Empfehlenswerth scheint es vielmehr, für statisch unbestimmte Bogensysteme einen etwas grösseren Sicherheitscoefficienten, wie solcher ja auch im vorliegenden Beispiele angenommen ist, in die Rechnung einzuführen.

Beispiel VI.

Es soll dieselbe Bogenbrücke, welche im vorigen Beispiele behandelt wurde, jetzt unter Annahme einer *mobilen Belastung durch ein System von Einzellasten* berechnet werden.

Genau in derselben Weise, wie im vorigen Beispiel, ist zunächst die geometrische Form des Bogens analytisch zu ermitteln. Sodann ist der Horizontalschub zu berechnen, den eine der Reihe nach an den verschiedenen Knotenpunkten angreifende Last von der Grösse „Eins" hervorbringt. Nachdem diese vorbereitenden Rechnungen durchgeführt sind, ermittelt man approximativ die Grösse des Eigengewichts und bestimmt nunmehr die in Folge dieses Eigengewichts im Bogen auftretenden Spannungen. Alle diese Rechnungen sind grade so durchzuführen wie im Beispiel V; dieselben sollen deshalb hier nicht wiederholt werden. Bis zu dem Abschnitt: „Mobile Belastung" auf Seite 193 sind die für das vorige Beispiel gemachten Ausführungen wörtlich hier einzufügen.

Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

Nach den Ausführungen des § 35 ist zunächst für jeden einzelnen Constructionsstab die Influenzlinie zu verzeichnen. Diese erhält man folgendermaassen. Eine Last von der Grösse „Eins" lässt man der Reihe nach an den verschiedenen Knotenpunkten angreifen und berechnet die dadurch im fraglichen Stabe hervorgerufenen Spannungen. Diese Grössen trägt man in den Angriffspunkten der Last als Ordinaten auf und verbindet die Endpunkte dieser Ordinaten durch grade Linien. Für jede beliebige Lage einer Last „Eins" giebt die dem Angriffspunkte der Last entsprechende Ordinate dieses Linienzuges sodann die Grösse der dadurch im fraglichen Stabe hervorgerufenen Spannung an. Der Einfluss der Querträger — also die Thatsache, dass eine im Innern eines Feldes angreifende Last nicht eigentlich in diesem Angriffspunkte, sondern durch ihre auf die benachbarten Knotenpunkte entfallenden Componenten zur Wirkung kommt — ist in der Construction des Linienzuges bereits dadurch berücksichtigt, dass man denselben zwischen den Knotenpunkten gradlinig verlaufen lässt, anstatt die Endpunkte der berechneten Ordinaten durch eine stetige Curve zu verbinden.

Der Horizontalschub, welcher durch eine in den verschiedenen Knotenpunkten angreifende Einzellast von der Grösse „Eins“ hervorgerufen wird, ist bereits oben berechnet. Man fand:

Knotenpunkt = 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H = 1{,}463$	$1{,}427$	$1{,}351$	$1{,}238$	$1{,}089$	$0{,}916$	$0{,}711$	$0{,}488$	$0{,}251$	0 t.

Das Stabsystem mit gekreuzten Diagonalen denkt man sich zum Zweck der statischen Berechnung in zwei Einzelsysteme zerlegt. System I soll von links nach rechts fallende, System II von links nach rechts ansteigende Diagonalen enthalten. Die Influenzlinien werden für die einzelnen Stäbe des Systems I berechnet.

Influenzlinien der oberen Gurtungsstäbe.

Für eine beliebige Lage der Einzellast „Eins“ ist zunächst nach Gleichung 256 der Werth $[M]$, sodann aus Gleichung 255 das Moment M und schliesslich aus Gleichung 198 die gesuchte Spannung O zu berechnen. Die Grösse $[M]$, d. h. das Moment, welches die nämliche Belastung bei einem Balken auf zwei Stützen in einem Punkte, welcher dieselbe Abscisse, wie der in Rede stehende Drehpunkt besitzt, hervorbringen würde, lässt sich für die in Frage kommende Belastung noch etwas einfacher schreiben als der in Gleichung 256 stehende Ausdruck.

Liegt die Last „Eins“ rechts von dem zum Zweck der Spannungsermittlung durch den fraglichen Stab geführten Schnitt, so wird

$$[M_1] = \frac{(l - x)\,(l + \xi)}{2l}.$$

Liegt hingegen die Last links von diesem Schnitte, so ist:

$$[M_2] = \frac{(l + x)\,(l - \xi)}{2l}.$$

Die den Gurtstäben conjugirten Drehpunkte fallen mit den Knotenpunkten des Bogens zusammen. Giebt man die Abscissen x dieser Punkte nicht in Metern, sondern in Felderlängen an, drückt man ebenso die Abscissen ξ der Angriffspunkte der Einzellast in Felderlängen aus und berücksichtigt, dass $l = 9{,}5\lambda$ ist, so lauten die oben aufgestellten zwei Gleichungen:

$$[M_1] = \frac{(9{,}5 - x)\,(9{,}5 + \xi)}{19} \cdot \lambda$$

und

$$[M_2] = \frac{(9{,}5 + x)\,(9{,}5 - \xi)}{19} \cdot \lambda.$$

Setzt man noch $\lambda = 3{,}1579$, so erhält man für den Fall, dass die Last rechts vom fraglichen Knotenpunkte angreift:

$$[M_1] = 0{,}1662\,(9{,}5 - x)\,(9{,}5 + \xi)$$

und für den Fall, dass die Einzellast links von diesem Punkte liegt:

$$[M_2] = 0{,}1662\,(9{,}5 + x)\,(9{,}5 - \xi).$$

Fällt der Angriffspunkt der Last mit dem fraglichen Knotenpunkte zusammen, so ist es gleichgültig, welche dieser beiden Formeln man anwendet. Beide Gleichungen liefern dasselbe Resultat.

Beispielsweise ist für den *Stab* O_3 $x = 2{,}5$. Die beiden Gleichungen für das Moment $[M]$ lauten also in diesem Fall:

$$[M_1] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 2{,}5)\,(9{,}5 + \xi) = 1{,}1634\,(9{,}5 + \xi)$$

und

$$[M_2] = 0{,}1662\,(9{,}5 + 2{,}5)\,(9{,}5 - \xi) = 1{,}9944\,(9{,}5 - \xi).$$

Liegt Last „Eins“ am Knotenpunkte 5 der rechtsseitigen Bogenhälfte, so ist $\xi = -5{,}5$, also:

$$[M] = 1{,}1634\,(9{,}5 - 5{,}5) = 4{,}6536.$$

Ferner:

$$M = 4{,}6536 - 0{,}916 \,.\, 5{,}749 = -0{,}6125$$

und

$$O_3 = -\frac{0{,}6125}{2{,}5} = -0{,}245.$$

Würde Last „Eins“ am Knotenpunkte 6 der linksseitigen Brückenhälfte angreifen, so wäre $\xi = 6{,}5$ zu setzen.

$$[M] = 1{,}9944\,(9{,}5 - 6{,}5) = 5{,}9832$$

$$M = 5{,}9832 - 0{,}711 \,.\, 5{,}749 = 1{,}8957$$

$$O_3 = \frac{1{,}8957}{2{,}5} = 0{,}758.$$

In dieser Weise können für jeden einzelnen Stab O die gesuchten Spannungen ermittelt werden.

Der Gurtungsstab O_1 bedarf, nachdem der Stab O_0 berechnet ist, keiner besonderen Behandlung. Da die Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile dieser beiden Stäbe symmetrische Lage haben, so wird sich die ungünstigste Laststellung für beide Constructionstheile ebenfalls symmetrisch ergeben und werden die Spannungen in Folge dessen in beiden Stäben die nämlichen sein.

Es ist nun folgende Tabelle berechnet.

	Knotenpunkt	O_0	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6	O_7	O_8	O_9
rechtsseitige Bogenhälfte	8	0,039	— 0,078	— 0,112	— 0,130	— 0,131	— 0,114	— 0,080	— 0,027	0,059
	7	0,114	— 0,121	— 0,191	— 0,230	— 0,236	— 0,208	— 0,144	— 0,044	0,119
	6	0,223	— 0,131	— 0,239	— 0,301	— 0,315	— 0,280	— 0,193	— 0,053	0,181
	5	0,377	— 0,097	— 0,245	— 0,334	— 0,361	— 0,324	— 0,222	— 0,050	0,244
	4	0,610	0,015	— 0,177	— 0,299	— 0,347	— 0,320	— 0,215	— 0,027	0,311
	3	0,904	0,185	— 0,055	— 0,214	— 0,290	— 0,280	— 0,182	0,011	0,379
	2	1,287	0,443	0,151	— 0,053	— 0,166	— 0,186	— 0,108	0,072	0,452
	1	1,762	0,790	0,441	0,186	0,026	— 0,035	0,007	0,157	0,527
	0	2,337	1,234	0,824	0,509	0,292	0,177	0,166	0,267	0,607
linksseitige Bogenhälfte	0	1,739	1,766	1,289	0,908	0,624	0,442	0,366	0,400	0,690
	1	1,230	2,385	1,837	1,382	1,023	0,763	0,605	0,556	0,777
	2	0,822	1,839	2,478	1,941	1,496	1,144	0,889	0,737	0,867
	3	0,505	1,382	1,940	2,578	2,037	1,581	1,215	0,942	0,961
	4	0,278	1,012	1,485	2,028	2,644	2,073	1,580	1,169	1,059
	5	0,111	0,701	1,085	1,528	2,033	2,601	1,972	1,412	1,158
	6	0,023	0,468	0,758	1,095	1,480	1,914	2,400	1,675	1,261
	7	— 0,019	0,278	0,473	0,701	0,961	1,255	1,584	1,950	1,366
	8	— 0,027	0,122	0,221	0,336	0,468	0,617	0,784	0,971	1,472

Influenzlinien der unteren Gurtungsstäbe.

Die Momente $[M]$ sind die nämlichen wie die, welche bereits für die oberen Gurtstäbe berechnet wurden.

Beispielsweise sei die Behandlung des *Stabes* U_3 durchgesprochen. Der diesem Constructionstheil conjugirte Drehpunkt ist der obere Knotenpunkt 3; es ist also $x = 3{,}5$ zu setzen. Die beiden Gleichungen für das Moment $[M]$ lauten in diesem Fall:

$$[M_1] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 3{,}5)\,(9{,}5 + \xi) = 0{,}9972\,(9{,}5 + \xi)$$

und

$$[M_2] = 0{,}1662\,(9{,}5 + 3{,}5)\,(9{,}5 - \xi) = 2{,}1606\,(9{,}5 - \xi).$$

Liegt Last „Eins" am Knotenpunkte 5 der rechtsseitigen Bogenhälfte, so ist $\xi = -5{,}5$, also:

$$[M] = 0{,}9972\,(9{,}5 - 5{,}5) = 3{,}9888.$$

Ferner:

$$M = 3{,}9888 - 0{,}916 \,.\, 7{,}803 = -3{,}1587.$$

Aus Gleichung 199 folgt:

$$U_3 = \frac{3{,}1587}{2{,}5} = 1{,}263\,.$$

Würde Last „Eins" am Knotenpunkte 6 der linksseitigen Brückenhälfte angreifen, so wäre $\xi = 6{,}5$ zu setzen:

$$[M] = 2{,}1606\,(9{,}5 - 6{,}5) = 6{,}4818$$

$$M = 6{,}4818 - 0{,}711 \,.\, 7{,}803 = 0{,}9339$$

$$U_3 = -\frac{0{,}9339}{2{,}5} = -0{,}374.$$

In dieser Weise werden für jeden einzelnen Stab U die gesuchten Spannungen ermittelt.

Da den Stäben U_8 und U_9 der nämliche Drehpunkt conjugirt ist, so wird es nicht erforderlich sein, für diese beiden Constructionstheile je eine gesonderte Untersuchung durchzuführen. Nachdem die Spannung in U_8 ermittelt ist, ergiebt sich die Spannung U_9 durch Multiplication des Werthes U_8 mit dem umgekehrten Verhältniss der Hebelsarme dieser beiden Stäbe. Es ist nun folgende Tabelle berechnet:

	Knotenpunkt	U_0	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8
rechtsseitige Bogenhälfte	8	0,278	0,329	0,365	0,385	0,388	0,375	0,345	0,297	0,230
	7	0,508	0,611	0,683	0,725	0,736	0,715	0,660	0,570	0,443
	6	0,688	0,844	0,956	1,023	1,044	1,019	0,944	0,819	0,639
	5	0,806	1,015	1,168	1,264	1,300	1,277	1,190	1,037	0,815
	4	0,812	1,077	1,275	1,405	1,465	1,453	1,365	1,200	0,952
	3	0,734	1,056	1,303	1,471	1,560	1,567	1,490	1,323	1,061
	2	0,530	0,912	1,211	1,425	1,552	1,590	1,535	1,383	1,128
	1	0,197	0,641	0,997	1,263	1,438	1,518	1,500	1,380	1,151
	0	— 0,276	0,233	0,651	0,976	1,209	1,344	1,379	1,309	1,127
linksseitige Bogenhälfte	0	— 0,874	— 0,299	0,185	0,578	0,876	1,078	1,180	1,176	1,061
	1	— 0,335	— 0,955	— 0,399	0,066	0,441	0,721	0,902	0,982	0,952
	2	0,065	— 0,484	— 1,116	— 0,570	— 0,110	0,261	0,538	0,718	0,796
	3	0,335	— 0,140	— 0,692	— 1,321	— 0,767	— 0,294	0,094	0,392	0,596
	4	0,479	0,080	— 0,387	— 0,922	— 1,527	— 0,941	— 0,430	0,004	0,354
	5	0,540	0,218	— 0,161	— 0,598	— 1,093	— 1,649	— 1,004	— 0,426	0,083
	6	0,489	0,246	— 0,042	— 0,374	— 0,751	— 1,175	— 1,649	— 0,910	— 0,225
	7	0,375	0,212	0,019	— 0,205	— 0,460	— 0,748	— 1,069	— 1,425	— 0,555
	8	0,212	0,130	0,033	— 0,081	— 0,210	— 0,356	— 0,519	— 0,700	— 0,901

Influenzlinien der Diagonalen.

Stab D_0.

Die mitgeschnittenen Gurtlinien sind einander parallel. Die Spannung der Diagonalen D_0 ergiebt sich demnach aus der Gleichung 201. Der Winkel φ, den die Gurtlinien mit der Horizontalen einschliessen, ist 0, also ist $\sin\varphi = 0$ und $\cos\varphi = 1$. Um den Sinus des Winkels α zu berechnen, muss man die Länge des fraglichen Diagonalstabes kennen. Es ist:

$$\lambda_0^d = \sqrt{2{,}5007^2 + 3{,}1579^2} = 4{,}0289$$

und demnach:

$$\sin\alpha = \frac{2{,}5007}{4{,}0289} = 0{,}6207.$$

Denkt man sich die Spannung D_0 als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens einwirken, so hat diese Kraft eine zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien senkrechte Componente, welche aufwärts, gegen die obere Gurtung gerichtet ist. In Gleichung 201 hat also das — Zeichen Gültigkeit. Die Formel lautet demnach:

$$D_0 = -\frac{[T]}{0{,}6207}.$$

Die Transversalkraft $[T]$, welche die nämliche Belastung bei einem Träger auf 2 Stützen im fraglichen Felde hervorbringen würde, ist nach Gleichung 202 oder 257 zu berechnen. Giebt man die Abscisse ξ des Angriffspunktes der Last in Felderlängen an, und berücksichtigt, dass $l = 9{,}5\,\lambda$ ist, so wird für den Fall, dass die Last „Eins" rechts vom fraglichen Felde angreift:

$$[T_1] = \frac{9{,}5 + \xi}{19}$$

und für den Fall, dass dieselbe links vom fraglichen Felde liegt:

$$[T_2] = -\frac{9{,}5 - \xi}{19}.$$

Es greife z. B. die Last „Eins" im Knotenpunkte 3 der rechtsseitigen Bogenhälfte an; dann ist

$$\xi = -3{,}5$$

und

$$[T] = \frac{9{,}5 - 3{,}5}{19} = 0{,}3158.$$

$$D_0 = -\frac{0{,}3158}{0{,}6207} = -0{,}509.$$

In dieser Weise sind die Werthe D_0 für die verschiedenen Lagen der Einzellast zu ermitteln.

Es ist noch zu bemerken, dass für symmetrische Lagen der Last die Spannung D_0 denselben Absolutwerth, jedoch entgegengesetzte Vorzeichen hat; demnach ist es nur erforderlich die Rechnungen für eine Bogenhälfte durchzuführen.

Für die übrigen Diagonalen ergiebt sich die Spannung in der Weise, dass man zunächst wie bei den Gurtstäben die Grösse $[M]$, sodann das Moment M und schliesslich aus Gleichung 200 die Spannung D berechnet.

Die Coordinaten der Schnittpunkte der mitgeschnittenen Gurtlinien sind anfangs analytisch ermittelt. Denkt man sich durch irgend eine Diagonale einen Schnitt geführt und die Spannung D auf den links vom Schnitt befindlichen Theil der Brücke als Druckkraft einwirkend, so erkennt man, dass alsdann diese Spannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Sinne des Uhrzeigers dreht. In Gleichung 200 hat also das —Zeichen Gültigkeit.

Die Gleichung 256, nach welcher das Moment $[M]$ zu berechnen ist, lässt sich noch etwas einfacher schreiben. Giebt man die Abscisse ξ des Angriffspunktes der Last in Felderlängen an, so wird für den Fall, dass die Last rechts vom fraglichen Felde liegt:

$$[M_1] = \frac{(30 - x)\,(9{,}_5 + \xi)}{19}$$

und für den Fall, dass die Last links vom fraglichen Felde angreift:

$$[M_2] = \frac{(30 + x)\,(9{,}_5 - \xi)}{19}.$$

Es sei beispielsweise die Berechnung für den *Stab* D_3 durchgesprochen:

$$x = -\,408{,}_6.$$

Demnach lauten die beiden Gleichungen für das Moment $[M]$:

$$[M_1] = \frac{30 + 408{,}_6}{19}\,(9{,}_5 + \xi) = 23{,}_{08}\,(9{,}_5 + \xi)$$

und

$$[M_2] = \frac{30 - 408{,}_6}{19}\,(9{,}_5 - \xi) = -\,19{,}_{93}\,(9{,}_5 - \xi).$$

Liegt nun die Last „Eins" etwa am Knotenpunkte 5 der rechtsseitigen Bogenhälfte, so wird $\xi = -\,5{,}_5$ und

$$[M] = 23{,}_{08}\,(9{,}_5 - 5{,}_5) = 92{,}_{32}.$$

Ferner nach Gleichung 255:

$$M = 92{,}_{32} - 0{,}_{916}\,.\,69{,}_7 = 28{,}_{47}$$

und nach Gleichung 200:

$$D_3 = -\,\frac{28{,}_{47}}{280{,}_7} = -\,0{,}_{101}.$$

Greift die Einzellast am Knotenpunkte 6 der linksseitigen Brückenhälfte an, so ist $\xi = 6{,}_5$ und

$$[M] = -\,19{,}_{93}\,(9{,}_5 - 6{,}_5) = -\,59{,}_{79}$$

$$M = -\,59{,}_{79} - 0{,}_{711}\,.\,69{,}_7 = -\,109{,}_{35}$$

$$D_3 = \frac{109{,}_{35}}{280{,}_7} = 0{,}_{390}.$$

Man erhält in dieser Weise die folgende Tabelle:

	Knotenpunkt	D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8
rechtsseitige Bogenhälfte	8	- 0,085	— 0,063	— 0,041	— 0,020	0,000	0,020	0,039	0,057	0,073
	7	— 0,169	— 0,126	— 0,085	— 0,043	— 0,004	0,034	0,071	0,106	0,139
	6	— 0,254	— 0,191	— 0,130	— 0,070	— 0,013	0,043	0,097	0,148	0,197
	5	— 0,339	— 0,258	— 0,179	— 0,101	— 0,027	0,045	0,115	0,180	0,244
	4	— 0,423	— 0,327	— 0,234	— 0,141	— 0,052	0,035	0,118	0,197	0,273
	3	— 0,509	— 0,399	— 0,292	— 0,186	— 0,084	0,015	0,110	0,202	0,289
	2	— 0,593	— 0,473	— 0,356	— 0,240	— 0,129	— 0,019	0,086	0,187	0,284
	1	— 0,678	— 0,551	— 0,427	— 0,304	— 0,184	— 0,068	0,045	0,154	0,259
	0	— 0,762	— 0,633	— 0,505	— 0,377	— 0,253	— 0,132	— 0,014	0,100	0,210

	Knotenpunkt	D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8
linksseitige Bogenhälfte	0	0,762	— 0,717	— 0,588	— 0,459	— 0,334	— 0,210	— 0,090	0,028	0,141
	1	0,678	0,777	— 0,678	— 0,550	— 0,426	— 0,303	— 0,182	— 0,063	0,052
	2	0,593	0,689	0,761	— 0,651	— 0,530	— 0,410	— 0,292	— 0,174	— 0,059
	3	0,509	0,598	0,665	0,733	— 0,647	— 0,533	— 0,418	— 0,305	— 0,192
	4	0,423	0,503	0,564	0,626	0,679	— 0,669	— 0,562	— 0,454	— 0,345
	5	0,339	0,407	0,459	0,512	0,557	0,597	— 0,716	— 0,615	— 0,512
	6	0,254	0,307	0,348	0,390	0,426	0,457	0,484	— 0,792	— 0,697
	7	0,169	0,206	0,235	0,263	0,288	0,310	0,329	0,344	— 0,892
	8	0,085	0,104	0,119	0,133	0,147	0,158	0,168	0,176	0,182

Die Vertikalen, an deren Endpunkten zwei Gurtlinien zusammenstossen, deren Richtungen nur wenig von einander abweichen, brauchen nach den Ausführungen des § 44 keiner besonderen Rechnung unterzogen zu werden. Diese Voraussetzung trifft bei der Vertikalen C_8 nicht zu; für diesen Stab ist eine besondere Untersuchung erforderlich.

Legt man System I (rechts fallende Diagonalen) der Rechnung zu Grunde, so lauten die beiden Gleichungen für das Moment $[M]$:

$$[M_1] = \frac{(30 - 32{,}40)(9{,}5 + \xi)}{19} = -0{,}1263\,(9{,}5 + \xi)$$

und

$$[M_2] = \frac{(30 + 32{,}40)(9{,}5 - \xi)}{19} = 3{,}2842\,(9{,}5 - \xi).$$

Liegt beispielsweise eine Last am Knotenpunkte 6 der linksseitigen Bogenhälfte, so wird $\xi = 6{,}5$ und

$$[M] = -0{,}1263\,(9{,}5 + 6{,}5) = -2{,}0208$$

$$M = -2{,}0208 + 0{,}711 \,.\, 2{,}25 = -0{,}4211\,.$$

In Gleichung 200, aus welcher die Spannung C_8 berechnet wird, ist das —Zeichen einzusetzen.

$$C_8 = \frac{0{,}4211}{32{,}40 - 8{,}5 \,.\, 3{,}158} = 0{,}076\,.$$

In dieser Weise ergiebt sich:

rechtsseitige Bogenhälfte.

Knotenpunkt	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$C_8 =$	$-0{,}079$	$-0{,}152$	$-0{,}220$	$-0{,}280$	$-0{,}327$	$-0{,}365$	$-0{,}388$	$-0{,}396$	$-0{,}388$ t

linksseitige Bogenhälfte.

Knotenpunkt	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$C_8 =$	$-0{,}365$	$-0{,}328$	$-0{,}274$	$-0{,}206$	$-0{,}123$	$-0{,}030$	$0{,}076$	$0{,}189$	$0{,}307$ t

Unter Annahme des Systems II wird

$$[M_1] = \frac{(30 - 34{,}49)(9{,}5 + \xi)}{19} = -0{,}2363\,(9{,}5 + \xi)$$

und

$$[M_2] = \frac{(30 + 34{,}49)(9{,}5 - \xi)}{19} = 3{,}3942\,(9{,}5 - \xi).$$

Greift die Last „Eins" am Knotenpunkte 6 der linksseitigen Bogenhälfte an, so ist $\xi = 6{,}5$ und

$$[M] = -0{,}2363\,(9{,}5 + 6{,}5) = -3{,}7808$$

$$M = -3{,}7808 + 0{,}711 \, . \, 0{,}26 = -3{,}5959 \, .$$

In Gleichung 200 hat das +Zeichen Gültigkeit

$$C_8 = -\frac{3{,}5959}{34{,}49 - 8{,}5 \, . \, 3{,}158} = -0{,}470 \, .$$

In derselben Weise ist die Spannung C_8 zu berechnen, wenn die Last „Eins" an den übrigen Knotenpunkten wirkt. Es ist darauf zu achten, dass die Belastung im Knotenpunkte 8 links vom fraglichen Schnitte liegt:

rechtsseitige Bogenhälfte.

Knotenpunkt	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$C_8 =$	$-0{,}022$	$-0{,}045$	$-0{,}069$	$-0{,}092$	$-0{,}117$	$-0{,}143$	$-0{,}170$	$-0{,}199$	$-0{,}228$ t,

linksseitige Bogenhälfte.

Knotenpunkt	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$C_8 =$	$-0{,}259$	$-0{,}291$	$-0{,}325$	$-0{,}359$	$-0{,}395$	$-0{,}432$	$-0{,}470$	$-0{,}509$	$0{,}453$ t.

Da beide Systeme gleichzeitig zur Wirkung kommen, so sind die soeben ermittelten Spannungszahlen zu addiren; man erhält dadurch die thatsächlich auftretenden Spannungen, welche eine in den verschiedenen Knotenpunkten angreifende Last von der Grösse „Eins" im Stabe C_8 erzeugt.

Es ergiebt sich:

rechtsseitige Bogenhälfte.

Knotenpunkt	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$C_8 =$	$-0{,}101$	$-0{,}197$	$-0{,}289$	$-0{,}372$	$-0{,}444$	$-0{,}508$	$-0{,}558$	$-0{,}595$	$-0{,}616$ t,

linksseitige Bogenhälfte.

Knotenpunkt	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$C_8 =$	$-0{,}624$	$-0{,}619$	$-0{,}599$	$-0{,}565$	$-0{,}518$	$-0{,}462$	$-0{,}394$	$-0{,}320$	$0{,}760$ t.

Die Influenzlinien sind nun mit Hülfe dieser Zahlenwerthe auf den Tafeln 5, 6 und 7 verzeichnet. Fig. 1 Taf. 5 zeigt die Influenzlinien für die Stäbe des Obergurts, Fig. 1 Taf. 6 diejenigen für die Stäbe des Untergurts; in Fig. 1 Taf. 7 sind die Influenzlinien für die Diagonalen und für die Vertikale C_8 verzeichnet. Die Maassstäbe wurden in Wirklichkeit doppelt so gross gewählt, als in den Tafeln angegeben. Um letztere bequem ausfallen zu lassen, ist jedoch eine Reduction auf halbe Grösse vorgenommen.

Nunmehr kann zur Bestimmung der Maximalspannungen übergegangen werden.

Das Lastsystem besteht den Angaben des § 7 zufolge aus 3 Locomotiven nebst Tendern und angehängten Güterwagen; die Entfernungen und Grössen der Einzellasten ergeben sich aus den Fig. 21 und 22 des § 7. Es ist empfehlenswerth, sich einen Papierstreifen anzufertigen, auf welchem das Lastsystem in dem nämlichen Längenmaassstabe, welcher zur Verzeichnung der Influenzlinien verwendet wurde, aufgetragen ist. Man wird gut thun, auf der einen Seite des Papierstreifens das Lastsystem für einen von links nach rechts vorrückenden Zug, auf der andern Seite das System für einen von rechts nach links vorrückenden Eisenbahnzug anzugeben; die Grössen und Nummern der Einzellasten sind einzuschreiben. Auf Seite 156 ist ein Stück eines solchen Papierstreifens verzeichnet. Derselbe muss mindestens die Länge des ganzen Trägers haben. Im vorliegenden Fall sind die Lasten 1 bis 26 auf demselben anzugeben.

Die Einzellasten sollen mit ihrer $1\frac{1}{2}$fachen Grösse in die Rechnung eingeführt werden. Es entfällt sodann auf jeden der beiden Hauptträger die Hälfte dieser Werthe. Jedes der beiden Systeme, aus denen ein Bogenträger besteht, nimmt hiervon wiederum die Hälfte auf, so dass für die Berechnung eines Einzelsystems der Druck einer Locomotivaxe mit $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 13$t, der Druck einer Tenderaxe mit $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9$t und derjenige einer Wagenaxe mit $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8$t einzusetzen ist.

Da diese Zahlen etwas unbequem werden, so soll zunächst die Berechnung unter Annahme der Werthe 13, 9 resp. 8t durchgeführt werden. Später sind dann die Spannungen noch mit der Grösse

$$1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

zu multipliciren.

Obere Gurtung.

Neben den Influenzlinien ist auf Taf. 5 in Fig. 2 das Kraftpolygon der Lasten 1 bis 26 auf einer Vertikalen OP aufgetragen. Durch die Eckpunkte des Polygons — den Theilpunkten der Lasten — sind Horizontallinien gezogen. Diese Figur dient dazu, mit Hülfe des „Normalenzuges" (vergl. § 35) die ungünstigste Laststellung zu ermitteln. Da der Normalenzug sowohl rechts wie links vom Kraftpolygon liegen kann, so ist eine zweite Vertikale $O'P'$ gezeichnet, von welcher aus der Normalenzug ebenfalls construirt werden kann. Die Influenzlinien, sowie das Kraftpolygon etc. sind in Tusche ausgezogen. Die im Folgenden weiter angegebenen Constructionen sind immer nur in Blei ausgeführt und nach der Berechnung eines Stabes jedesmal wieder fortgewischt.

Es soll die Spannungsermittlung des *Stabes* O_3 genau durchgesprochen und dadurch die auch für die anderen Stäbe anzuwendende Methode erläutert werden.

Maximum der Druckspannung.

Die Influenzlinie, soweit dieselbe positive Ordinaten besitzt, ist in jedem Eckpunkte mit Ausnahme des Knotenpunktes 2 der linksseitigen Brückenhälfte convex gegen die Horizontale AB gekrümmt. Die ungünstigste Laststellung wird demnach jedenfalls erreicht, wenn eine Last im Knotenpunkte 2 angreift. Da in diesem Punkte zugleich das absolute Maximum der Influenzlinie erreicht wird, so müssen die grössten Lasten in der Nähe desselben concentrirt werden, und lässt sich mit ziemlicher Bestimmtheit von vorn herein vermuthen, dass ein mittleres Locomotivrad hier anzuordnen ist. Mit Hülfe des Papierstreifens erkennt man, dass wahrscheinlich Last 8 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges im Knotenpunkte 2 angreifen muss. Gewissheit hierüber kann man durch Construction des Normalenzuges erhalten. In Fig. 1 Taf. 5 ist die in Rede stehende Lage des Lastsystems eingezeichnet. Zunächst sei angenommen, Last 8 läge unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 2. Der Normalenzug ist nun nach § 35 folgendermaassen construirt. Es ist $O'S$ senkrecht zu ab gezogen, da die Lasten 1 bis 3 zwischen den Knotenpunkten 1 und 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte angreifen und die Influenzlinie zwischen diesen Knotenpunkten aus der Graden ab besteht; ebenso ist ST senkrecht zu cd gezogen, u. s. f. Der Endpunkt des Normalenzuges ist mit Q bezeichnet.

Denkt man sich die Lasten 1 bis 3 nach links verschoben, so wird die dadurch in O_3 hervorgerufene Spannungsänderung proportional der Strecke sein, die von der Graden $O'S$ auf derjenigen Horizontalen abgeschnitten wird, welche die Lasten 3 und 4 trennt. Ebenso ist die Strecke RQ proportional der Spannungsänderung, welche durch eine Linksverschiebung des ganzen Systems auftritt. Rücken die Lasten 1 bis 3 nach links, so nimmt die Spannung, wie aus der Form der Influenzlinie zu ersehen ist, im positiven Sinne zu. Die Spannungsänderung ist von der Vertikalen $O'P'$ aus nach links abgetragen. Da der Endpunkt Q des Normalenzugs ebenfalls links von $O'P'$ liegt, so kann man hieraus schliessen, dass auch durch Linksverschiebung des ganzen Systems die Spannung wächst. Es muss also, um das Maximum der Spannung zu erhalten, der Zug weiter nach links gerückt werden. Dadurch überschreitet Last 8 den Knotenpunkt 2. Der Normalenzug nimmt die in Fig. 2 Taf. 5 punktirt eingezeichnete Form an. Nunmehr fällt der Endpunkt Q_1 rechts von der Vertikalen $O'P'$, woraus folgt, dass durch ein weiteres Linksverschieben des Systems die Spannung wieder verringert würde. Die Grenzlage ist also thatsächlich die, bei welcher Last 8 am Knotenpunkte 2 angreift. Es ist hierbei zu bemerken, dass der zweite punktirt angegebene Normalenzug nicht wirklich verzeichnet zu werden braucht. Die erforderlichen Manipulationen sind nur die folgenden: Durch den Punkt J (Fig. 2 Taf. 5) zieht man die Parallele zu KL bis M. Man greift nunmehr mit dem Zirkel die Strecke MK ab und trägt dieselbe von Q aus nach rechts hin auf; dadurch erhält man ebenfalls, wie leicht ersichtlich ist, den Punkt Q_1.

Man zieht nunmehr für die so ermittelte ungünstigste Stellung des Eisenbahnzuges durch die Angriffspunkte der Einzellasten die Vertikalen bis zu den Schnittpunkten mit der Influenzlinie O_3, greift die Ordinaten derselben auf diesen Vertikalen ab, multiplicirt diese Werthe mit den Grössen der Einzellasten und findet schliesslich durch Addition der Producte die gesuchte Spannung. Man erhält:

$$\max(+O_3) = (0{,}_{193} + 0{,}_{313} + 0{,}_{434} + 2{,}_{218} + 2{,}_{478} + 2{,}_{260} + 0{,}_{756} + 0{,}_{641} + 0{,}_{527})\,13$$
$$+ (0{,}_{942} + 1{,}_{154} + 1{,}_{393} + 1{,}_{632} + 1{,}_{426} + 1{,}_{236} + 0{,}_{195} + 0{,}_{094})\,9 = 200{,}_3\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Die Influenzlinie ist, soweit dieselbe negative Ordinaten hat, concav gegen die Horizontale AB gekrümmt. Die ungünstigste Zugstellung wird also stattfinden, wenn irgend eine Last an irgend einem Eckpunkt der Influenzlinie angreift. Mit Hülfe des Normalenzuges lässt sich die ungünstigste Stellung des Systems ermitteln.

Die Stellung sei zunächst so angenommen, wie dieselbe in Fig. 1 Taf. 5 eingezeichnet ist. Der entsprechende Normalenzug $O'Q'$ wird construirt. Eine Verschiebung der Lasten 1 bis 3 nach rechts würde eine Vergrösserung der Spannung zur Folge haben; diese Spannungsänderung ist von der Vertikalen $O'P'$ aus nach links abgetragen. Da auch der Endpunkt Q' des Normalenzuges links von der Vertikalen $O'P'$ liegt, so kann gefolgert werden, dass durch Verschiebung des ganzen Systems nach rechts ebenfalls eine Vergrösserung der Spannung auftritt. Bei einer solchen Rechtsverschiebung überschreitet zunächst die Last 8 den Knotenpunkt 8 der rechtsseitigen Bogenhälfte. Durch den Punkt C des Normalenzuges zieht man die Parallele zu DQ' und trägt die Strecke DE von Q' aus nach rechts ab; dadurch erhält man den Endpunkt Q_1' des neuen Normalenzuges. Da auch Q_1' noch links von der Vertikalen $O'P'$ liegt, so muss die Rechtsverschiebung des Systems noch weiter fortgesetzt werden. Nunmehr überschreitet Last 3 den Knotenpunkt 4 der rechtsseitigen Bogenhälfte. Durch den Punkt F des Normalenzuges zieht man die zur Graden mn der Influenzlinie senkrechte FH. Die Strecke GH wird vom Endpunkt Q_1' aus nach rechts abgetragen, wodurch man den neuen Endpunkt Q_2' des nunmehr gültigen Normalenzuges erhält. Dieser fällt rechts von der Vertikalen $O'P'$ und hieraus folgt, dass durch eine weitere Rechtsverschiebung des Systems die Spannung wieder verkleinert würde. Die ungünstigste Stellung des Zuges wird also erreicht, wenn Last 3 am Knotenpunkte 4 rechtsseitiger Bogenhälfte angreift.

Es werden jetzt wieder durch die Angriffspunkte der Einzellasten die Vertikalen bis zur Influenzlinie O_3 gezogen, die Ordinaten derselben auf diesen Vertikalen abgemessen, mit den Grössen der Einzellasten multiplicirt und schliesslich diese Producte addirt. Es ergiebt sich:

$$\max(-O_3) = -(0{,}_{078} + 0{,}_{128} + 0{,}_{177} + 0{,}_{142} + 0{,}_{109} + 0{,}_{062})\,13 - (0{,}_{239} + 0{,}_{239} + 0{,}_{229})\,9$$
$$= -14{,}_5\,\text{t}.$$

In dieser Weise kann für sämmtliche Stäbe des Obergurts die Spannung ermittelt werden.

Stab O_0.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges greift am Knotenpunkte 0 der rechtsseitigen Bogenhälfte an.

$$\max(+O_0) = 189{,}_2\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges liegt im Knotenpunkte 8 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-O_0) = -1{,}_0\,\text{t}.$$

Stab O_2.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 1 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+O_2) = 194{,}_1\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im Knotenpunkt 5 rechtsseitiger Brückenhälfte.

$$\max(-O_2) = -6{,}_9\,\text{t}.$$

Stab O_4.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges im Knotenpunkte 3 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+O_4) = 203{,}_7\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im Knotenpunkte 3 rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-O_4) = -24{,}_0\,\text{t}.$$

Stab O_5.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+O_5) = 200{,}9\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 6 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 5 rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-O_5) = -28{,}5\,\text{t}.$$

Stab O_6.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 5 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+O_6) = 189{,}9\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2 rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-O_6) = -26{,}7\,\text{t}.$$

Stab O_7.

Maximum der Druckspannung.

Lässt man bei diesem Stab wie bei den übrigen Stäben O einen Zug vom linksseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorrücken, so wird, wie mit Hülfe des Papierstreifens leicht zu erkennen ist, in der Nähe des Knotenpunktes 6, an welchem die Influenzlinie ihr absolutes Maximum erreicht, keine Locomotive, sondern ein Tender zu liegen kommen. Da aber die Spannung jedenfalls grösser wird, wenn Locomotivraddrücke in der Nähe dieses Knotenpunktes angreifen, so ist es richtiger, die Annahme zu machen, dass ein Zug, welcher aus den Lasten 1 bis 18 besteht, von rechts nach links vorrückt und mit seinen ersten Axen bereits den linksseitigen Kämpfer überschritten habe. Die ungünstigste Stellung eines solchen Zuges findet statt, wenn grade Last 8 am Knotenpunkte 6 angreift.

$$\max(+O_7) = 180{,}0\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 4 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4 rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-O_7) = -17{,}7\,\text{t}.$$

Stab O_8.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 7 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+O_8) = 160{,}8\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4 rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-O_8) = -3{,}1\,\text{t}.$$

Stab O_9.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 8 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+O_9) = 190{,}_1\,\mathrm{t}$$
$$\max(-O_9) = 0.$$

Untere Gurtung.

Die Methode der Spannungsermittlung soll für den *Stab* U_1 genau durchgesprochen werden.

Maximum der Druckspannung.

Aus der Form der Influenzlinie U_1 (Fig. 1 Taf. 6) ist ersichtlich, dass, um das Maximum der Druckspannung zu erhalten, zwei getrennte Strecken des Bogens belastet werden müssen.

Rechtsseitige Belastung.

Die Influenzlinie U_1 zeigt eine gegen die Horizontale AB concave Krümmung. Es wird demnach die ungünstigste Zugstellung erreicht werden, wenn irgend eine Last an irgend einem Knotenpunkte angreift. Die genaue Lage des Lastsystems kann mit Hülfe des Normalenzuges ermittelt werden. Schätzungsweise ist die Lage zunächst so angenommen, wie dieselbe in Fig. 1 Taf. 6 eingezeichnet ist. Nunmehr ist der entsprechende Normalenzug OQ construirt. Durch eine Rechtsverschiebung der Lasten 1 bis 3 würde eine Vergrösserung der Spannung auftreten. Diese Spannungsänderung, welche durch die Strecke RS angegeben wird, ist von der Vertikalen OP aus nach rechts abgetragen. Da der Endpunkt Q des Normalenzuges ebenfalls rechts von der Graden OP liegt, so kann man schliessen, dass durch eine Rechtsverschiebung des gesammten Systems gleichfalls eine Vergrösserung der Spannung eintreten würde. Rückt man den Eisenbahnzug nach rechts, so überschreitet zunächst Last 13 den Kämpfer B, so dass als Endpunkt des Normalenzuges nunmehr Q_1 auf der die Lasten 12 und 13 trennenden Horizontalen anzusehen ist. Man erkennt, dass eine weitere Rechtsverschiebung des Systems vorgenommen werden muss. Hierbei überschreitet nun Last 8 den Knotenpunkt 5 der rechtsseitigen Bogenhälfte. Durch den Punkt F des Normalenzuges zieht man die zur Graden GH Parallele FJ, nimmt die Strecke JG in den Zirkel und trägt dieselbe von Q_1 aus nach links ab; dadurch erhält man den neuen Endpunkt Q_2 des Normalenzuges. Da auch dieser noch rechts von der Graden OP liegt, so ist das System noch weiter nach rechts zu verschieben. Nach einander finden nun folgende Knotenpunktsüberschreitungen statt: Last 3 überschreitet den Knotenpunkt 1 der rechtsseitigen Bogenhälfte; man construirt den Endpunkt Q_3. Last 5 überschreitet den Knotenpunkt 3; es wird der Endpunkt Q_4 ermittelt. Last 10 überschreitet den Knotenpunkt 7; der Endpunkt des Normalenzuges fällt nach Q_5. Last 12 überschreitet den Knotenpunkt 8; der Endpunkt Q_6 wird construirt. Last 2 überschreitet den Knotenpunkt 1; der neue Endpunkt Q_7 des Normalenzuges fällt nunmehr links von der Graden OP; die Grenzstellung ist also erreicht. Es muss Last 2 am Knotenpunkte 1 der rechtsseitigen Brückenhälfte angreifen, damit die Druckspannung zum Maximum werde.

Für diese Laststellung zieht man durch die Angriffspunkte der Einzellasten die Vertikalen, schneidet dieselben mit der Influenzlinie U_1, greift die Ordinaten auf diesen Vertikalen ab, multiplicirt die so erhaltenen Werthe mit der Grösse der Einzellasten und addirt schliesslich diese Producte. Man erhält:

$$U_1 = (0{,}_{180} + 0{,}_{641} + 0{,}_{759} + 1{,}_{010} + 0{,}_{939} + 0{,}_{869})\,13 + (1{,}_{010} + 1{,}_{058} + 1{,}_{068} + 0{,}_{575}$$
$$+ 0{,}_{144} + 0{,}_{305})\,9 = 101{,}_2\,\mathrm{t}.$$

Ganz entsprechend findet man für die linksseitige Belastung des Bogens, dass Last 4 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 7 der linksseitigen Bogenhälfte angreifen muss, um hier die ungünstigste Zugstellung zu erreichen. Dann ist:

$$U_1 = (0{,}_{210} + 0{,}_{230} + 0{,}_{241})\, 13 + (0{,}_{212} + 0{,}_{174} + 0{,}_{136})\, 9 = 13{,}_6\,\text{t}.$$

Durch Addition dieses und des oben ermittelten Werthes findet man:

$$\max(+U_1) = 101{,}_2 + 13{,}_6 = 114{,}_8\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Aus der Form des negativen Theils der Influenzlinie ist zu erkennen, dass die ungünstigste Zugstellung erreicht wird, wenn irgend eine Last im Knotenpunkte 1 der linksseitigen Bogenhälfte angreift. Es kann mit grosser Wahrscheinlichkeit angenommen werden, dass hier ein mittleres Locomotivrad liegen muss. Mit Hülfe des Normalenzuges kann man auch hierüber in schärferer Weise Gewissheit erhalten. Es ergiebt sich, dass Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 6 besteht, am Knotenpunkte 1 der linksseitigen Bogenhälfte angreifen muss, damit die Zugspannung in U_1 zum Maximum werde. Alsdann ist:

$$\max(-U_1) = -(0{,}_{636} + 0{,}_{955} + 0{,}_{763})\, 13 - (0{,}_{252} + 0{,}_{110} + 0{,}_{002})\, 9 = -33{,}_9\,\text{t}.$$

In dieser Weise sind sämmtliche untere Gurtungsstäbe zu berechnen.

Stab U_0.

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Last 3 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$U_0 = 68{,}_9\,\text{t}.$$

Linksseitige Belastung.

Last 9 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 8 linksseitiger Bogenhälfte.

$$U_0 = 38{,}_6\,\text{t}.$$

$$\max(+U_0) = 68{,}_9 + 38{,}_6 = 107{,}_5\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines Zuges, welcher aus den Axen 1 bis 3 besteht, greift am Knotenpunkte 0 der linksseitigen Bogenhälfte an.

$$\max(-U_0) = -28{,}_0\,\text{t}.$$

Stab U_2.

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Last 8 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$U_2 = 130{,}_2\,\text{t}.$$

Linksseitige Belastung.

Last 3 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 8 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$U_2 = 1{,}_1\,\text{t}$$

$$\max(+U_2) = 130{,}_2 + 1{,}_1 = 131{,}_3\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges, welcher aus den Axen 1 bis 9 besteht, greift am Knotenpunkte 2 der linksseitigen Bogenhälfte an. Von den nicht trennbaren Lasten 7, 8 und 9 liegt letztere bereits jenseits der Belastungsscheide. Man muss demnach zunächst ermitteln, ob diese drei Lasten zusammen eine Zug- oder Druckspannung in U_2 hervorbringen und dieselben hiernach entweder zusammen als vorhanden oder als nicht vorhanden annehmen. Durch einfache Betrachtung der Influenzlinie und des angelegten Papierstreifens erkennt man, dass in diesem Falle von den Lasten 7, 8 und 9 zusammen noch eine Zugspannung hervorgebracht wird. Dieselben sind also mit in Rechnung zu ziehen.

$$\max(-U_2) = -47{,}9\ \text{t}.$$

Stab U_3.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 0 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+U_3) = 159{,}4\ \text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-U_3) = -67{,}0\ \text{t}.$$

Stab U_4.

Maximum der Druckspannung.

Last 3 am Knotenpunkte 0 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+U_4) = 180{,}5\ \text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 am Knotenpunkte 4 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-U_4) = -76{,}9\ \text{t}.$$

Stab U_5.

Maximum der Druckspannung.

Last 16 am Knotenpunkte 8 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+U_5) = 193{,}0\ \text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Lässt man in diesem Falle einen Zug vom linken Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorrücken, so würde in der Nähe des Knotenpunktes 5 linksseitiger Brückenhälfte, an welchem die Influenzlinie ihr Maximum erreicht, ein Tender und nicht eine Locomotive zu stehen kommen. Da aber voraussichtlich die Spannung grösser wird, wenn Locomotivaxen in der Nähe dieses Knotenpunktes liegen, so ist es richtiger, die Annahme zu machen, dass ein Zug, welcher aus den Lasten 1 bis 12 besteht, von rechts nach links vorrückt und mit seinen ersten Axen bereits den linksseitigen Kämpfer überschritten habe. Die ungünstigste Stellung eines solchen Zuges findet statt, wenn Last 8 am Knotenpunkte 5 angreift.

$$\max(-U_5) = -81{,}9\ \text{t}.$$

Stab U_6.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 am Knotenpunkte 2 linker Bogenhälfte.

$\max(+U_6) = 197{,}5$ t.

Maximum der Zugspannung.

Last 8 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Axen bis incl. 12 besteht, greift am Knotenpunkte 6 der linken Bogenhälfte an.

$\max(-U_6) = -76{,}9$ t.

Stab U_7.

Maximum der Druckspannung.

Last 11 am Knotenpunkte 3 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$\max(+U_7) = 189{,}1$ t.

Maximum der Zugspannung.

Last 8 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Axen bis incl. 12 besteht, liegt am Knotenpunkt 7 linksseitiger Brückenhälfte.

$\max(-U_7) = -59{,}8$ t.

Stab U_8.

Maximum der Druckspannung.

Last 11 am Knotenpunkte 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$\max(+U_8) = 167{,}9$ t.

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 6 besteht, greift am Knotenpunkte 8 der linken Brückenhälfte an.

$\max(-U_8) = -33{,}3$ t.

Diagonalen.

Ueber die Spannungsermittlung der Diagonalen mit Hülfe der in Fig. 1 Taf. 7 verzeichneten Influenzlinien ist es kaum erforderlich, Weiteres zu bemerken. Die bei Berechnung der Gurtungsstäbe angewendete Methode ist auch hier zu benutzen.

Ueber die sich ergebenden ungünstigsten Laststellungen sei Folgendes erwähnt:

Die Diagonalen D_0 bis D_4 erreichen das Maximum ihrer positiven (Druck-) Spannung, wenn Last 1 eines vom linksseitigen Kämpfer vorrückenden Zuges an demjenigen Knotenpunkte liegt, in welchem die entsprechende Influenzlinie ihr positives Maximum besitzt; es ist das allemal der Knotenpunkt, welcher das Feld, in dem sich die fragliche Diagonale befindet, linksseitig begrenzt. Die grösste Zugspannung dieser Diagonalen findet statt, wenn in entsprechender Weise ein Zug vom rechtsseitigen Kämpfer vorrückt, und das erste Rad desselben im rechtsseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes liegt.

Von der Diagonalen D_5 an bedingt die positive Maximalspannung die Belastung einer am linksseitigen und einer am rechtsseitigen Kämpfer gelegenen Strecke. Die Zugstellung in der ersteren ist wieder in der Weise anzuordnen, dass immer Last 1 am linksseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes liegt, während die Laststellung in der letzteren sich mit Hülfe des Normalenzuges folgendermaassen ergiebt

Stab D_5. Last 8 am Knotenpunkte 8 der rechtsseitigen Bogenhälfte;
Stab D_6. Last 1 am Knotenpunkte 1 der rechtsseitigen Bogenhälfte;
Stab D_7. Last 13 am Knotenpunkte 8 der rechtsseitigen Bogenhälfte;
Stab D_8. Last 5 am Knotenpunkte 1 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

Das negative Maximum der Spannung erreichen diese Diagonalen, wenn Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im rechtsseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes angreift und soviel Lasten von diesem Zuge als vorhanden angenommen werden als noch innerhalb der Strecke, auf welcher die Ordinaten der Influenzlinie negativ sind, gestellt werden können. Hierbei ist natürlich zu berücksichtigen, dass die drei Axen der nämlichen Locomotive oder des nämlichen Tenders nicht theils als vorhanden, theils als nicht vorhanden angenommen werden dürfen.

Man erhält folgende Werthe:

Index	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\max(+D) =$	$61{,}8$	$59{,}1$	$52{,}3$	$44{,}9$	$35{,}4$	$30{,}3$	$29{,}0$	$31{,}0$	$37{,}0$ t
$\max(-D) =$	$-61{,}8$	$-60{,}4$	$-57{,}0$	$-51{,}4$	$-44{,}5$	$-39{,}7$	$-38{,}9$	$-41{,}1$	$-46{,}1$ „.

Die *Vertikale* C_8 erreicht das positive Maximum ihrer Spannung, wenn Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges im Knotenpunkte 8 der linksseitigen Brückenhälfte angreift, während die Spannung zum negativen Maximum wird, wenn Last 1 eines von rechts nach links vorgeschobenen Zuges im Knotenpunkte 7 der linksseitigen Bogenhälfte liegt. Es ist später zu berücksichtigen, dass die Spannungszahl, welche mit Hülfe der in Fig. 1 Taf. 7 verzeichneten Influenzlinie gefunden wird, bereits die Gesammtspannung von C_8 angiebt, welche durch die gleichzeitige Wirkung der beiden Systeme I und II in dieser Vertikalen hervorgerufen wird; es wurden bei Berechnung der Ordinaten der Influenzlinie die Einzelwirkungen der beiden Systeme schon addirt.

Man findet:

$$\max(+C_8) = 19{,}8\,\text{t}; \quad \max(-C_8) = -111{,}0\,\text{t}.$$

Sämmtliche bisher berechneten Spannungszahlen sind, wie anfangs bemerkt, noch mit $\frac{3}{8}$ zu multipliciren.

Die Temperaturspannungen sind genau in derselben Weise wie beim vorigen Beispiel zu ermitteln. Die Rechnungen sollen deshalb an dieser Stelle nicht wiederholt werden. Der ganze Abschnitt „Temperaturspannungen" des Beispiels V (Seite 206) ist hier einzuschalten.

Es sollen nunmehr für das System I die Spannungen in den Gurtstücken und den Diagonalen, welche von der permanenten, der mobilen Last und den Temperaturdifferenzen herrühren, summirt werden.

Die Maximalspannungen des Stabes O_1 sind denjenigen des Stabes O_0 gleich. Die Spannungen von U_9 findet man, indem man die für U_8 ermittelten Zahlen mit dem umgekehrten Verhältniss der Hebelsarme dieser beiden Stäbe, also mit dem Quotienten $\frac{2{,}5}{2{,}74}$ multiplicirt.

Es ergiebt sich:

$$\max(+O_0) = 26{,}1 + \frac{3}{8}\cdot 189{,}2 + 23{,}8 = 120{,}9\,\text{t} \qquad \max(-O_0) = 26{,}1 - \frac{3}{8}\cdot 1{,}0 - 23{,}8 = 1{,}9\,\text{t}$$

$$\max(+O_1) = 26{,}1 + \frac{3}{8}\cdot 189{,}2 + 23{,}8 = 120{,}9 \text{ „} \qquad \max(-O_1) = 26{,}1 - \frac{3}{8}\cdot 1{,}0 - 23{,}8 = 1{,}9 \text{ „}$$

$$\max(+O_2) = 25{,}8 + \frac{3}{8}\cdot 194{,}1 + 23{,}2 = 121{,}8 \text{ „} \qquad \max(-O_2) = 25{,}8 - \frac{3}{8}\cdot 6{,}9 - 23{,}2 = 0 \text{ „}$$

$$\max(+O_3)=25{,}4+\frac{3}{8}\cdot 200{,}3+22{,}0=122{,}5\ \mathrm{t}$$
$$\max(+O_4)=24{,}7+\frac{3}{8}\cdot 203{,}7+20{,}1=121{,}2\ „$$
$$\max(+O_5)=23{,}8+\frac{3}{8}\cdot 200{,}9+17{,}6=116{,}7\ „$$
$$\max(+O_6)=22{,}9+\frac{3}{8}\cdot 189{,}9+14{,}5=108{,}6\ „$$
$$\max(+O_7)=22{,}1+\frac{3}{8}\cdot 180{,}0+10{,}6=100{,}2\ „$$
$$\max(+O_8)=21{,}5+\frac{3}{8}\cdot 160{,}8+6{,}1=87{,}9\ „$$
$$\max(+O_9)=26{,}5+\frac{3}{8}\cdot 190{,}1+0{,}9=98{,}7\ „$$

$$\max(+U_0)=11{,}8+\frac{3}{8}\cdot 107{,}5+33{,}4=85{,}5\ \mathrm{t}$$
$$\max(+U_1)=12{,}1+\frac{3}{8}\cdot 114{,}8+32{,}8=88{,}0\ „$$
$$\max(+U_2)=12{,}8+\frac{3}{8}\cdot 131{,}3+31{,}6=93{,}6\ „$$
$$\max(+U_3)=13{,}8+\frac{3}{8}\cdot 159{,}4+29{,}8=103{,}4\ „$$
$$\max(+U_4)=15{,}0+\frac{3}{8}\cdot 180{,}5+27{,}4=110{,}1\ „$$
$$\max(+U_5)=16{,}5+\frac{3}{8}\cdot 193{,}0+24{,}4=113{,}3\ „$$
$$\max(+U_6)=17{,}9+\frac{3}{8}\cdot 197{,}5+20{,}7=112{,}7\ „$$
$$\max(+U_7)=19{,}4+\frac{3}{8}\cdot 189{,}1+16{,}4=106{,}7\ „$$
$$\max(+U_8)=20{,}6+\frac{3}{8}\cdot 167{,}9+11{,}3=94{,}9\ „$$
$$\max(+U_9)=18{,}8+\frac{3}{8}\cdot\frac{2{,}5}{2{,}74}\cdot 167{,}9+10{,}3=86{,}6\ \mathrm{t}$$

$$\max(+D_0)=\frac{3}{8}\cdot 61{,}8=23{,}2\ \mathrm{t}$$
$$\max(+D_1)=-0{,}4+\frac{3}{8}\cdot 59{,}1+0{,}8=22{,}6\ „$$
$$\max(+D_2)=-0{,}8+\frac{3}{8}\cdot 52{,}3+1{,}6=20{,}4\ „$$
$$\max(+D_3)=-1{,}0+\frac{3}{8}\cdot 44{,}9+2{,}4=18{,}2\ „$$
$$\max(+D_4)=-1{,}3+\frac{3}{8}\cdot 35{,}4+3{,}1=15{,}1\ „$$

$$\max(-O_3)=25{,}4-\frac{3}{8}\cdot 14{,}5-22{,}0=-2{,}0\ \mathrm{t}$$
$$\max(-O_4)=24{,}7-\frac{3}{8}\cdot 24{,}0-20{,}1=-4{,}4\ „$$
$$\max(-O_5)=23{,}8-\frac{3}{8}\cdot 28{,}5-17{,}6=-4{,}5\ „$$
$$\max(-O_6)=22{,}9-\frac{3}{8}\cdot 26{,}7-14{,}5=-1{,}6\ „$$
$$\max(-O_7)=22{,}1-\frac{3}{8}\cdot 17{,}7-10{,}6=4{,}9\ „$$
$$\max(-O_8)=21{,}5-\frac{3}{8}\cdot 3{,}1-6{,}1=14{,}2\ „$$
$$\max(-O_9)=26{,}5-0{,}9=25{,}6\ „$$

$$\max(-U_0)=11{,}8-\frac{3}{8}\cdot 28{,}0-33{,}4=-32{,}1\ \mathrm{t}$$
$$\max(-U_1)=12{,}1-\frac{3}{8}\cdot 33{,}9-32{,}8=-33{,}4\ „$$
$$\max(-U_2)=12{,}8-\frac{3}{8}\cdot 47{,}9-31{,}6=-36{,}8\ „$$
$$\max(-U_3)=13{,}8-\frac{3}{8}\cdot 67{,}0-29{,}8=-41{,}1\ „$$
$$\max(-U_4)=15{,}0-\frac{3}{8}\cdot 76{,}9-27{,}4=-41{,}2\ „$$
$$\max(-U_5)=16{,}5-\frac{3}{8}\cdot 81{,}9-24{,}4=-38{,}6\ „$$
$$\max(-U_6)=17{,}9-\frac{3}{8}\cdot 76{,}9-20{,}7=-31{,}6\ „$$
$$\max(-U_7)=19{,}4-\frac{3}{8}\cdot 59{,}8-16{,}4=-19{,}4\ „$$
$$\max(-U_8)=20{,}6-\frac{3}{8}\cdot 33{,}3-11{,}3=-3{,}2\ „$$
$$\max(-U_9)=18{,}8-\frac{3}{8}\cdot\frac{2{,}5}{2{,}74}\cdot 33{,}3-10{,}3=-2{,}9\ \mathrm{t}$$

$$\max(-D_0)=-\frac{3}{8}\cdot 61{,}8=-23{,}2\ \mathrm{t}$$
$$\max(-D_1)=-0{,}4-\frac{3}{8}\cdot 60{,}4-0{,}8=-23{,}9\ „$$
$$\max(-D_2)=-0{,}8-\frac{3}{8}\cdot 57{,}0-1{,}6=-23{,}8\ „$$
$$\max(-D_3)=-1{,}0-\frac{3}{8}\cdot 51{,}4-2{,}4=-22{,}7\ „$$
$$\max(-D_4)=-1{,}3-\frac{3}{8}\cdot 44{,}5-3{,}1=-21{,}1\ „$$

$\max(+D_5) = -1{,}3 + \frac{3}{8} \cdot 30{,}3 + 3{,}7 = 13{,}8$ t $\qquad \max(-D_5) = -1{,}3 - \frac{3}{8} \cdot 39{,}7 - 3{,}7 = -19{,}9$ t

$\max(+D_6) = -1{,}3 + \frac{3}{8} \cdot 29{,}0 + 4{,}3 = 13{,}9$ „ $\qquad \max(-D_6) = -1{,}3 - \frac{3}{8} \cdot 38{,}9 - 4{,}3 = -20{,}2$ „

$\max(+D_7) = -1{,}1 + \frac{3}{8} \cdot 31{,}0 + 4{,}9 = 15{,}4$ „ $\qquad \max(-D_7) = -1{,}1 - \frac{3}{8} \cdot 41{,}1 - 4{,}9 = -21{,}1$ „

$\max(+D_8) = -0{,}8 + \frac{3}{8} \cdot 37{,}0 + 5{,}4 = 18{,}5$ „ $\qquad \max(-D_8) = -0{,}8 - \frac{3}{8} \cdot 46{,}1 - 5{,}4 = -23{,}5$ „

System II.

Die Spannungen, welche in diesem System auftreten, lassen sich nun aus den obigen Zahlen in einfacher Weise ableiten.

Die Spannungen in den Gurtungen ergeben sich aus den Gleichungen 325 und 326 des § 44. Da im Allgemeinen die Hebelsarme sämmtlicher Gurtstücke als gleich (= 2,5 m) angenommen sind, so werden sich die gesuchten Werthe direct abschreiben lassen. Nur bei dem Stabe O_8' ist, wie man leicht erkennt, eine Reduction der Spannung O_9 im umgekehrten Verhältniss der Hebelsarme erforderlich. Die Spannung U_0' müsste eigentlich aus der Spannung U_{-1} abgeleitet werden; letztere ist für System I nicht berechnet. Man übersieht jedoch sofort, dass der Stab U_0' dieselbe Spannung wie der Stab U_0 haben wird, da die diesen beiden Stäben conjugirten Drehpunkte symmetrisch gelegen sind. Es ist noch zu bemerken, dass die Gurtstücke O_9 und U_9 natürlich in beiden Systemen die nämlichen Spannungszahlen besitzen. Demnach erhält man:

$\max(+O_0') = 120{,}9$ t	$\max(-O_0') = 1{,}9$ t
$\max(+O_1') = 121{,}8$ „	$\max(-O_1') = 0$ „
$\max(+O_2') = 122{,}5$ „	$\max(-O_2') = -\ 2{,}0$ t
$\max(+O_3') = 121{,}2$ „	$\max(-O_3') = -\ 4{,}4$ „
$\max(+O_4') = 116{,}7$ „	$\max(-O_4') = -\ 4{,}5$ „
$\max(+O_5') = 108{,}6$ „	$\max(-O_5') = -\ 1{,}6$ „
$\max(+O_6') = 100{,}2$ „	$\max(-O_6') = 4{,}9$ „
$\max(+O_7') = 87{,}9$ „	$\max(-O_7') = 14{,}2$ „
$\max(+O_8') = 98{,}7 \frac{2{,}0}{2{,}5} = 79{,}0$ t	$\max(-O_8') = 25{,}6 \frac{2{,}0}{2{,}5} = 20{,}5$ t
$\max(+O_9') = 98{,}7$ t.	$\max(-O_9') = 25{,}6$ t.
$\max(+U_0') = 85{,}5$ t	$\max(-U_0') = -32{,}1$ t
$\max(+U_1') = 85{,}5$ „	$\max(-U_1') = -32{,}1$ „
$\max(+U_2') = 88{,}0$ „	$\max(-U_2') = -33{,}4$ „
$\max(+U_3') = 93{,}6$ „	$\max(-U_3') = -36{,}8$ „
$\max(+U_4') = 103{,}4$ „	$\max(-U_4') = -41{,}1$ „
$\max(+U_5') = 110{,}1$ „	$\max(-U_5') = -41{,}2$ „
$\max(+U_6') = 113{,}3$ „	$\max(-U_6') = -38{,}6$ „
$\max(+U_7') = 112{,}7$ „	$\max(-U_7') = -31{,}6$ „
$\max(+U_8') = 106{,}7$ „	$\max(-U_8') = -19{,}4$ „
$\max(+U_9') = 86{,}6$ „	$\max(-U_9') = -\ 2{,}9$ „

Die Spannungen in den Diagonalen ergeben sich aus der Gleichung 328. Das Verhältniss der Längen dieser Stäbe ist bereits anfangs (Beispiel III) berechnet. Man findet also:

$\max(+D_0') = 23{,}2$ t	$\max(-D_0') = -23{,}2$ t
$\max(+D_1') = 23{,}9 \,.\, 1{,}049 = 25{,}1$ t	$\max(-D_1') = -22{,}6 \,.\, 1{,}049 = -23{,}7$ t
$\max(+D_2') = 23{,}8 \,.\, 1{,}102 = 26{,}2$ „	$\max(-D_2') = -20{,}4 \,.\, 1{,}102 = -22{,}5$ „
$\max(+D_3') = 22{,}7 \,.\, 1{,}157 = 26{,}3$ „	$\max(-D_3') = -18{,}2 \,.\, 1{,}157 = -21{,}0$ „
$\max(+D_4') = 21{,}1 \,.\, 1{,}216 = 25{,}7$ „	$\max(-D_4') = -15{,}1 \,.\, 1{,}216 = -18{,}4$ „
$\max(+D_5') = 19{,}9 \,.\, 1{,}279 = 25{,}5$ „	$\max(-D_5') = -13{,}8 \,.\, 1{,}279 = -17{,}7$ „
$\max(+D_6') = 20{,}2 \,.\, 1{,}347 = 27{,}2$ „	$\max(-D_6') = -13{,}9 \,.\, 1{,}347 = -18{,}7$ „
$\max(+D_7') = 21{,}4 \,.\, 1{,}421 = 30{,}4$ „	$\max(-D_7') = -15{,}4 \,.\, 1{,}421 = -21{,}9$ „
$\max(+D_8') = 23{,}5 \,.\, 1{,}503 = 35{,}3$ „	$\max(-D_8') = -18{,}5 \,.\, 1{,}503 = -27{,}8$ „

Denkt man sich beide Systeme auf einander gelegt, so werden sich die Spannungen in den entsprechenden Gurtstücken summiren. Diese Addition giebt folgende Resultate:

$\max(+O_0) = 120{,}9 + 120{,}9 = 241{,}8$ t	$\max(-O_0) = 1{,}9 + 1{,}9 = 3{,}8$ t
$\max(+O_1) = 120{,}9 + 121{,}8 = 242{,}7$ „	$\max(-O_1) = 1{,}9 + 0 = 1{,}9$ „
$\max(+O_2) = 121{,}8 + 122{,}5 = 244{,}3$ „	$\max(-O_2) = 0 - 2{,}0 = -2{,}0$ „
$\max(+O_3) = 122{,}5 + 121{,}2 = 243{,}7$ „	$\max(-O_3) = -2{,}0 - 4{,}4 = -6{,}4$ „
$\max(+O_4) = 121{,}2 + 116{,}7 = 237{,}9$ „	$\max(-O_4) = -4{,}4 - 4{,}5 = -8{,}9$ „
$\max(+O_5) = 116{,}7 + 108{,}6 = 225{,}3$ „	$\max(-O_5) = -4{,}5 - 1{,}6 = -6{,}1$ „
$\max(+O_6) = 108{,}6 + 100{,}2 = 208{,}8$ „	$\max(-O_6) = -1{,}6 + 4{,}9 = 3{,}3$ „
$\max(+O_7) = 100{,}2 + 87{,}9 = 188{,}1$ „	$\max(-O_7) = 4{,}9 + 14{,}2 = 19{,}1$ „
$\max(+O_8) = 87{,}9 + 79{,}0 = 166{,}9$ „	$\max(-O_8) = 14{,}2 + 20{,}5 = 34{,}7$ „
$\max(+O_9) = 98{,}7 + 98{,}7 = 197{,}4$ „	$\max(-O_9) = 25{,}6 + 25{,}6 = 51{,}2$ „

$\max(+U_0) = 85{,}5 + 85{,}5 = 171{,}0$ t	$\max(-U_0) = -32{,}1 - 32{,}1 = -64{,}2$ t
$\max(+U_1) = 88{,}0 + 85{,}5 = 173{,}5$ „	$\max(-U_1) = -33{,}4 - 32{,}1 = -65{,}5$ „
$\max(+U_2) = 93{,}6 + 88{,}0 = 181{,}6$ „	$\max(-U_2) = -36{,}8 - 33{,}4 = -70{,}2$ „
$\max(+U_3) = 103{,}4 + 93{,}6 = 197{,}0$ „	$\max(-U_3) = -41{,}1 - 36{,}8 = -77{,}9$ „
$\max(+U_4) = 110{,}1 + 103{,}4 = 213{,}5$ „	$\max(-U_4) = -41{,}2 - 41{,}1 = -82{,}3$ „
$\max(+U_5) = 113{,}3 + 110{,}1 = 223{,}4$ „	$\max(-U_5) = -38{,}6 - 41{,}2 = -79{,}8$ „
$\max(+U_6) = 112{,}7 + 113{,}3 = 226{,}0$ „	$\max(-U_6) = -31{,}6 - 38{,}6 = -70{,}2$ „
$\max(+U_7) = 106{,}7 + 112{,}7 = 219{,}4$ „	$\max(-U_7) = -19{,}4 - 31{,}6 = -51{,}0$ „
$\max(+U_8) = 94{,}9 + 106{,}7 = 201{,}6$ „	$\max(-U_8) = -3{,}2 - 19{,}4 = -22{,}6$ „
$\max(+U_9) = 86{,}6 + 86{,}6 = 173{,}2$ „	$\max(-U_9) = -2{,}9 - 2{,}9 = -5{,}8$ „

Schliesslich ist es noch erforderlich, die Spannungen in den Vertikalen unter Berücksichtigung beider Systeme zu ermitteln. Man findet durch einfache Summation

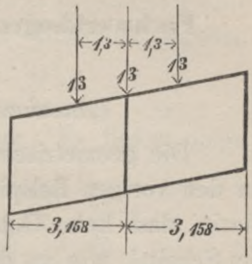
$$\max(+C_8) = -7{,}8 - 8{,}5 + \frac{3}{8} \cdot 19{,}8 + 3{,}6 = -5{,}3 \text{ t}$$

$$\max(-C_8) = -7{,}8 - 8{,}5 - \frac{3}{8} \cdot 111{,}0 - 3{,}6 = -61{,}5 \text{ „}$$

Die Spannungen der übrigen Vertikalen findet man angenähert aus den Gleichungen 331 und 334 des § 44.

In Folge der permanenten Last ist:

$$C = \frac{2{,}80 - 1{,}44}{2} = 0{,}7 \text{ t.}$$



In Folge der mobilen Last ist, wie man aus nebenstehender Figur erkennt:

$$C = \frac{3}{8}\left(13 + 2 \,.\, 13 \,.\, \frac{3{,}158 - 1{,}3}{3{,}158}\right) = 10{,}6 \text{ t}$$

Man hat demnach:

$$\max(+C) = 0{,}7 + 10{,}6 = 11{,}3 \text{ t} \qquad \max(-C) = 0{,}7 \text{ t.}$$

Sämmtliche Spannungen sind in Fig. 2 Taf. 7 zusammengestellt.

Aus diesen Grenzwerthen ist nunmehr die zulässige spec. Spannung für die verschiedenen Constructionstheile nach der Formel

$$k = 0{,}9\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\min S}{\max S}\right)$$

zu berechnen, und muss sodann der erforderliche Querschnitt der einzelnen Stäbe ermittelt werden. Diese Rechnungen sind genau in derselben Weise wie im Beispiel III durchzuführen, dieselben sollen deshalb hier nicht wiederholt werden. Zu bemerken ist nur noch, dass die Querschnitte der Vertikalen etwas reichlich zu bemessen sind, da die Spannungen derselben nur angenähert ermittelt wurden.

Nachdem alsdann der Träger vollständig dimensionirt ist, kann man auf Grund dieser Stabquerschnitte eine Correction der ganzen Rechnung vornehmen. Die Bestimmung des Horizontalschubes wurde nämlich mit Berücksichtigung der Elasticitätsverhältnisse des Bogens unter der Annahme durchgeführt, dass das Trägheitsmoment J in jedem Punkte des Trägers der Gleichung

$$J \cos \varphi = \text{const.}$$

genüge, wenn mit φ der Winkel bezeichnet ist, den die Bogenaxe mit der Horizontalen einschliesst. Diese Annahme ist, wie man schon aus den Spannungszahlen der Gurtungen ersieht, thatsächlich nicht zutreffend. Auf Grund der jetzt berechneten Stabquerschnitte lässt sich der Horizontalschub nun bedeutend genauer ermitteln. Bezüglich dieser Correctionsmethode sei auf Beispiel XI verwiesen, in welchem dieselbe vollständig durchgeführt ist. Ob eine solche Correction erforderlich ist oder nicht, muss der Erwägung des Constructeurs überlassen bleiben. Im Allgemeinen ist die hier erzielte Annäherung schon eine so gute, dass man sich mit den gewonnenen Resultaten vollständig zufrieden geben kann. Eine weitere Correction scheint um so weniger geboten, als die Voraussetzungen der Unverschieblichkeit der Widerlager, der absolut genauen Montage des Bogens, etc. thatsächlich doch nicht vollständig erfüllt sind. Empfehlenswerth scheint es vielmehr, für statisch unbestimmte Bogensysteme einen etwas grösseren Sicherheitscoefficienten, wie solcher ja auch im vorliegenden Beispiel angenommen ist, in die Rechnung einzuführen.

Beispiel VII.

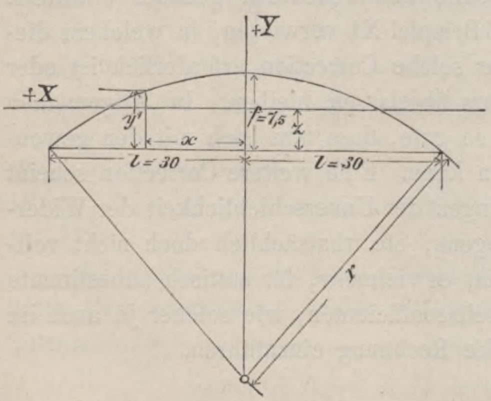
Fachwerkbogen von 60 m Spannweite mit kreisbogenförmiger Axe ohne Gelenk.

(*Annahme einer gleichmässig vertheilten mobilen Belastung.*)

Die geometrische Form des Trägers soll derjenigen ähnlich sein, welche die in den vorigen Beispielen behandelte Brücke hat. Die einzige Abweichung besteht darin, dass keine Gelenke vorhanden sind, sondern die parallelen Gurtungen sowohl im Scheitel, wie an den Kämpfern durchgeführt werden. Es ist demnach die Sehnenlänge (Spannweite) der Bogenaxe zu 60 m, die Pfeilhöhe derselben zu 7,5 m angenommen. Die Axe ist nach einem Kreisbogen gekrümmt. Die Gurtungen sollen zwei concentrischen Kreisen eingeschrieben werden, deren normaler Abstand 2,5 m beträgt. Der Bogen sei durch Vertikalständer in 19 Felder von gleicher Länge (in horizontalem Sinne gemessen) getheilt. In jedem Felde sind zwei sich kreuzende Diagonalen angeordnet.

Man beginnt nun damit, die geometrische Form des Trägers auf analytischem Wege zu fixiren. Die Rechnungen sind im Allgemeinen dieselben wie die, welche bereits im Beispiele III vorgenommen wurden. Da hier jedoch am Kämpfer noch ein Endfeld mit der Diagonalen D_9 (s. Fig. 1 Taf. 8) vorhanden ist, so sind die Rechnungen auch für dieses Feld mit durchzuführen. Es sollen die analytischen Operationen an dieser Stelle nicht vollständig wiederholt werden; nur die Zusätze, welche zu den im Beispiel III durchgeführten Berechnungen gemacht werden müssen, seien hier angegeben.

Zunächst werden die Ordinaten y_1 und y_2 der oberen und unteren Knotenpunkte des Trägers berechnet. Es ist hinzuzufügen, dass für $x = 30$ m, $y_1 = 1{,}4128$ m und $y_2 = -1{,}4207$ m ist. Sodann werden die Coordinaten der Schnittpunkte entsprechender Gurtlinien ermittelt. Der Schnittpunkt von O_9 und U_9 hat die Coordinaten $x = -85{,}9$ m und $y = 57{,}8$ m. Die Länge der Diagonalen D_9, sowie die Grösse des dieser Diagonalen conjugirten Hebelsarmes ergiebt sich nach den im Beispiel III aufgestellten Formeln zu $\lambda^d = 3{,}3855$ m und $d = 94{,}3$ m. Für die Länge der Gegendiagonale im 9ten Felde findet man $\lambda^{d'} = 5{,}3912$ m, so dass das Verhältniss $\frac{\lambda^{d'}}{\lambda^d} = 1{,}592$ ist.



Die geometrische Form des Trägers ist nunmehr in Fig. 1 Taf. 8 aufgetragen. Aus dieser Figur sind auch die Bezeichnungen der einzelnen Constructionstheile zu ersehen.

Es kommt jetzt zunächst darauf an, für verschiedene Lagen einer Einzellast von der Grösse „Eins" den durch dieselbe hervorgerufenen Horizontalschub H, sowie die entsprechenden Werthe M_0 und T_0 zu ermitteln. Ueber die Bedeutung der letzteren Grössen vergl. § 14.

Der Weg der Rechnung ist in § 38 angegeben.

Man theilt die Spannweite des Bogens (Sehnenlänge der Axe) in 10 gleiche Theile und berechnet für diese Theilpunkte die Ordinaten y' der Axe. Dieselben ergeben sich aus der Formel

$$y' = f - r + \sqrt{r^2 - x^2}.$$

Die Grösse des Radius r war bereits zu $63{,}75$ m gefunden. Es liefert obige Formel folgende Werthe:

$x = 0$	6	12	18	24	30 m
$y' = 7{,}5$	$7{,}2170$	$6{,}3604$	$4{,}9060$	$2{,}8098$	0 „

Sodann ergiebt sich der Werth z, um welchen die X-Axe über der Kämpferhorizontalen (Sehne der Bogenaxe) liegt, aus der Gleichung 147 des § 15. Es ist:

$$z = \frac{2}{15}\left(7{,}5 + 7{,}2170 + 2\,.\,6{,}3604 + 4{,}9060 + 2\,.\,2{,}8098\right) = 5{,}0615.$$

Die Ordinaten y der Bogenaxe von der neuen X-Axe aus gerechnet ergeben sich aus der Beziehung

$$y = y' - z.$$

Man hat demnach für:

$x = 0$	6	12	18	24	30 m
$y = 2{,}4385$	$2{,}1555$	$1{,}2989$	$-0{,}1555$	$-2{,}2517$	$-5{,}0615$ „

Diese Ordinaten sind in die weiteren Rechnungen immer einzuführen.

Die Grösse $\mathfrak{Y}$ findet man nun aus Gleichung 151; es ist:

$$\mathfrak{Y} = \frac{2}{3} \cdot 6\left(2\,.\,2{,}4385^2 + 2\,.\,2{,}1555^2 + 4\,.\,1{,}2989^2 + 2\,.\,0{,}1555^2 + 4\,.\,2{,}2517^2 + 5{,}0615^2\right) = 295{,}51.$$

Ferner ergiebt sich aus den Gleichungen 152:

$$\mathfrak{F}_4^l = -\frac{6}{3}\left(2{,}4385 + 4\,.\,2{,}1555 + 2\,.\,1{,}2989 - 4\,.\,0{,}1555 - 2{,}2517\right) = -21{,}569.$$

$$\mathfrak{F}_3^l = \frac{6}{3}\left(-0{,}1555 - 4\,.\,2{,}2517 - 5{,}0615\right) = -28{,}448.$$

$$\mathfrak{F}_2^l = -\frac{6}{3}\left(2{,}4385 + 4\,.\,2{,}1555 + 1{,}2989\right) = -24{,}718.$$

$$\mathfrak{F}_1^l = \frac{6}{3}\left(2{,}1555 + 4\,.\,1{,}2989 - 2\,.\,0{,}1555 - 4\,.\,2{,}2517 - 5{,}0615\right) = -14{,}056.$$

$$\mathfrak{F}_0^l = 0.$$

Um die Werthe $\mathfrak{S}_\xi^l$ zu berechnen, ist es erforderlich, eine Zwischenordinate $y_{4^1/_2}$, welche der Abscisse $x = 27$ m entspricht, zu bestimmen; man findet

$$y'_{4^1/_2} = 1{,}5000$$

$$y_{4^1/_2} = 1{,}5000 - 5{,}0615 = -3{,}5615.$$

Die Formeln 153 liefern die Werthe:

$$\mathfrak{S}_4^l = \frac{36}{6}\left(-4\,.\,2{,}2517 - 18\,.\,3{,}5615 - 5\,.\,5{,}0615\right) = -590{,}528.$$

$$\mathfrak{S}_3^l = \frac{36}{3}\left(-3\,.\,0{,}1555 - 16\,.\,2{,}2517 - 5\,.\,5{,}0615\right) = -741{,}614.$$

$$\mathfrak{S}_2^l = -590{,}528 + \frac{2\,.\,36}{3}\left(1{,}2989 - 6\,.\,0{,}1555 - 2\,.\,2{,}2517\right) = -689{,}828.$$

$$\mathfrak{S}_1' = \frac{36}{3}\left(2{,}1555 + 8 \,.\, 1{,}2989 - 6 \,.\, 0{,}1555 - 16 \,.\, 2{,}2517 - 5 \,.\, 5{,}0615\right) = -596{,}652.$$

$$\mathfrak{S}_o' = -590{,}528 + \frac{4 \,.\, 36}{3}\left(2{,}1555 + 1{,}2989 - 3 \,.\, 0{,}1555 - 2{,}2517\right) = -555{,}190.$$

Man lässt nun eine Last von der Grösse „Eins" der Reihe nach an den gewählten Theilpunkten angreifen und bestimmt für diese verschiedenen Lagen derselben aus Gleichung 133 den Werth $[\mathfrak{Y}]$.

Liegt die Last z. B. am zweiten Theilpunkt, also in der Entfernung $\xi = 12$ m vom Scheitel, so ist:

$$[\mathfrak{Y}] = -12 \,.\, 24{,}718 + 689{,}828 = 393{,}21.$$

Es ergiebt sich für:

$\xi =$	0	6	12	18	24	30 m
$[\mathfrak{Y}] =$	555,19	512,32	393,21	229,55	72,87	0 „

Der Horizontalschub selbst kann nun aus Gleichung 117 gefunden werden. In dieser Formel kommt ausser den Werthen $[\mathfrak{Y}]$ und $\mathfrak{Y}$ noch der Ausdruck $2\mu l$ vor. Es ist nach 29, § 2 für Träger mit durchbrochenen Wandungen $\mu = \frac{h^2}{4}$ zu setzen, worin h die Entfernung der Gurtlinien bedeutet. Im vorliegenden Falle ist also:

$$\mu = \frac{2{,}5^2}{4} = 1{,}5625$$

und $2\mu l = 2 \,.\, 1{,}5625 \,.\, 30 = 93{,}75$.

Die Gleichung 117 lautet demnach

$$H = \frac{[\mathfrak{Y}]}{295{,}51 + 93{,}75}.$$

Indem man hierin für $[\mathfrak{Y}]$ die den verschiedenen Lagen der Einzellast entsprechenden Werthe einsetzt, erhält man für den Horizontalschub H folgende Zahlen:

$\xi =$	0	6	12	18	24	30 m
$H =$	1,426	1,316	1,010	0,590	0,187	0 t.

Die Werthe ξ und H sind nun in Fig. 2 Taf. 8 als zusammengehörige Abscissen und Ordinaten aufgetragen und die Endpunkte der Ordinaten durch eine stetige Curve verbunden. Der Maassstab wurde in Wirklichkeit doppelt so gross, als der hier angenommene, gewählt. Um die Tafeln bequem ausfallen zu lassen, ist jedoch eine Reduction auf halbe Grösse vorgenommen. Sodann sind die den Abscissen der Knotenpunkte des Trägers entsprechenden Ordinaten dieser Curve abgegriffen und dadurch die verschiedenen Werthe des Horizontalschubes ermittelt, welche eine in den Knotenpunkten angreifende Last von der Grösse „Eins" erzeugen würde. Man findet:

Knotenpunkt:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H =$	1,417	1,352	1,237	1,068	0,866	0,638	0,407	0,204	0,063	0 t.

Ferner sind die Werthe $[\mathfrak{M}]$ und $[\mathfrak{S}]$ direct aus den Gleichungen 131 und 132 berechnet. Dieselben lauten im vorliegenden Fall $[\mathfrak{M}] = \frac{1}{2}(900 - \xi^2)$ und $[\mathfrak{S}] = \frac{\xi}{3}[\mathfrak{M}]$.

Für die verschiedenen Knotenpunkte sind die entsprechenden Werthe ξ (Entfernung der Knotenpunkte vom Scheitel) einzusetzen. Es ergeben sich der obigen Reihenfolge der Knotenpunkte entsprechend folgende Zahlen:

$[\mathfrak{F}] = 448{,}75 \quad 438{,}78 \quad 418{,}83 \quad 388{,}92 \quad 349{,}03 \quad 299{,}17 \quad 239{,}33 \quad 169{,}53 \quad 89{,}75$

$[\mathfrak{S}] = 236{,}2 \quad 692{,}8 \quad 1102{,}2 \quad 1432{,}2 \quad 1653{,}2 \quad 1732{,}0 \quad 1637{,}5 \quad 1338{,}4 \quad 803{,}0.$

Die Werthe M_0 und T_0 sind sodann nach den Gleichungen 116 und 118 ermittelt, welche für das vorliegende Beispiel folgende Form annehmen:

$$M_0 = \frac{[\mathfrak{F}]}{60} \quad \text{und} \quad T_0 = \frac{[\mathfrak{S}]}{18000}.$$

Entsprechend den verschiedenen Knotenpunkten erhält man in der nämlichen Reihenfolge:

$M_0 = 7{,}479 \quad 7{,}313 \quad 6{,}980 \quad 6{,}482 \quad 5{,}817 \quad 4{,}986 \quad 3{,}989 \quad 2{,}825 \quad 1{,}496$

$T_0 = 0{,}0131 \quad 0{,}0385 \quad 0{,}0612 \quad 0{,}0796 \quad 0{,}0918 \quad 0{,}0962 \quad 0{,}0910 \quad 0{,}0744 \quad 0{,}0446.$

Für die Knotenpunkte der rechtsseitigen Bogenhälfte mit negativen Werthen ξ ist der Horizontalschub naturgemäss der nämliche wie der, welcher symmetrisch liegenden Knotenpunkten der linksseitigen Bogenhälfte entspricht. Aus den Formeln für $[\mathfrak{F}]$ und $[\mathfrak{S}]$ erkennt man ferner, dass auch die Werthe M_0 für symmetrisch liegende Knotenpunkte die nämlichen sind, dass aber die Grössen T_0 bei negativem ξ das Vorzeichen umkehren, während die Absolutwerthe auch hier ungeändert für die rechtsseitige Bogenhälfte gelten.

Nunmehr kann zur Ermittlung der Spannungen übergegangen werden.

Die Brücke soll aus Schmiedeeisen und eingleisig hergestellt werden. Die Bahn liegt in einer Horizontalen, welche sich oberhalb des Obergurts befindet.

Die Verkehrslast wird in Rücksicht auf die Stösse etc. mit ihrer $1\frac{1}{2}$fachen Grösse in die Rechnung eingeführt; die zulässige spec. Spannung ist zu

$$k = 0{,}9\left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{\min S}{\max S}\right)$$

festgesetzt, wobei der Centimeter als Längeneinheit und die Tonne als Gewichtseinheit gelten.

Approximative Bestimmung des Eigengewichts.

Nach den Ausführungen des § 45 ist in den Formeln zur näherungsweisen Bestimmung des Eigengewichts für die specifische mobile Belastung q eine der halben Spannweite des Bogens entsprechende Grösse einzuführen. Die Tabelle des § 7 giebt für eine Länge von 30 m den Werth q zu 5,6 t pr. Gleis und pr. lfdm. an. Da die Berechnung unter Annahme der $1\frac{1}{2}$fachen Verkehrslast durchgeführt werden soll, so ist $q = 8{,}4$ t zu setzen.

Das Gewicht der Bahnconstruction ist nach Gleichung 354 zu 0,8 t pr. lfdm. angenommen worden. Hierzu kommt noch das Gewicht derjenigen Construction, welche dazu dient, die an der Fahrbahn angreifenden Lasten auf den Bogen zu übertragen. Dieses beläuft sich nach Gleichung 356 auf

$$0{,}01 \,.\, 7{,}5 = 0{,}075\,\text{t},$$

so dass

$$B = 0{,}875\,\text{t pr. lfdm. und pr. Gleis}$$

zu setzen ist.

Führt man diesen Werth in Gleichung 359 ein, so lautet dieselbe:

$$p = \frac{9000 \,.\, 7{,}5 \,.\, 0{,}875 + 2{,}96 \,.\, 8{,}4\left(3 \,.\, 30^2 + 4 \,.\, 7{,}5^2 + 25{,}6\,\dfrac{2{,}5 \,.\, 30^2}{9 \,.\, 7{,}5 - 14 \,.\, 2{,}5}\right)}{9000 \,.\, 7{,}5 - 2{,}27\left(3 \,.\, 30^2 + 4 \,.\, 7{,}5^2 + 30{,}3\,\dfrac{2{,}5 \,.\, 30^2}{9 \,.\, 7{,}5 - 14 \,.\, 2{,}5}\right)} = 3{,}134\,\text{t}.$$

Hiervon hat jeder der beiden Hauptträger die Hälfte aufzunehmen, so dass sich das Eigengewicht pr. Träger und pr. lfdm. auf $1{,}567$ t stellt.

Das Gewicht der Bahnconstruction beträgt pr. lfdm. und pr. Träger $0{,}437$ t und demnach dasjenige des Bogens $1{,}567 - 0{,}437 = 1{,}130$ t.

Am Obergurt kommt eine Belastung von

$$\frac{1{,}130}{2} + 0{,}437 = 1{,}002 \text{ t}$$

und am Untergurt eine solche von

$$\frac{1{,}130}{2} = 0{,}565 \text{ t}$$

pr. lfdm. zur Wirkung.

Die Belastung pr. Knotenpunkt beträgt demnach am Obergurt:

$$P^o = 1{,}002 \,.\, 3{,}158 = 3{,}164 \text{ rund } 3{,}17 \text{ t}$$

und am Untergurt:

$$P^u = 0{,}565 \,.\, 3{,}158 = 1{,}784 \text{ rund } 1{,}79 \text{ t.}$$

Die Totalbelastung pr. Knotenpunkt ist also:

$$P = 3{,}17 + 1{,}79 = 4{,}96 \text{ t.}$$

Man denkt sich nun jeden der Hauptträger zum Zweck der Spannungsermittlung in zwei Systeme zerlegt, von denen ein jedes für sich statisch bestimmt ist. Die Gurtungen und Vertikalständer gehören beiden Systemen gemeinschaftlich an; System I hat von links nach rechts, System II von rechts nach links fallende Diagonalen.

Spannungsbestimmungen im System I

mit rechtsfallenden Diagonalen.

Dieses System hat die Hälfte der auf den Bogen einwirkenden Lasten aufzunehmen.

Eigengewicht.

Es ist $P = 2{,}48$ t zu setzen.

Ob man die Lasten, welche am Knotenpunkt 9 (Kämpferpunkt) angreifen, mitrechnet oder nicht, ist gleichgültig. Es sollen dieselben in der Folge nicht mitgerechnet werden.

Zunächst ergiebt sich für totale Belastung:

$$H = 2(1{,}417 + 1{,}352 + 1{,}237 + 1{,}068 + 0{,}866 + 0{,}638 + 0{,}407 + 0{,}204 + 0{,}063)\,P = 14{,}504\,P$$
$$M_0 = 2(7{,}479 + 7{,}313 + 6{,}980 + 6{,}482 + 5{,}817 + 4{,}986 + 3{,}989 + 2{,}825 + 1{,}496)\,P = 94{,}734\,P.$$

Die Gleichung 289, nach welcher das Moment der äusseren Kräfte zu berechnen ist, lautet demnach

$$M = [M] - 94{,}73\,P - 14{,}504 \,.\, y \,.\, P.$$

Hierin bedeutet y die Ordinate des in Rede stehenden Drehpunktes von der X-Axe aus gerechnet. Die oben (Beispiel III) ermittelten Werthe y, welche die Ordinaten von der Kämpferhorizontalen aus bedeuteten, sind also nicht direct zu verwenden, sondern ist von diesen Grössen noch der Werth $z = 5{,}061$ abzuziehen.

Obere Gurtung.

Die den Gurtstäben conjugirten Drehpunkte fallen mit den Knotenpunkten des Bogens zusammen.

Das Moment $[M]$, d. h. das Moment, welches die nämliche Belastung bei einem Balken auf 2 Stützen in einem Punkte, welcher dieselbe Abscisse, wie der in Rede stehende Drehpunkt besitzt, hervorbringen würde, ergiebt sich aus Gleichung 283. Für totale Belastung lässt sich aus dieser Gleichung ein einfacherer Ausdruck für das Moment im n^{ten} Knotenpunkte leicht ableiten. Es ergiebt sich:

$$[M] = \frac{\lambda}{2}(9 - n)(9 + n + 1)P$$

oder $\lambda = 3{,}1579$ gesetzt:

$$[M] = 1{,}5789\,(9 - n)(10 + n)P.$$

Stab O_0.

Der Drehpunkt fällt mit dem Knotenpunkte 0 der rechtsseitigen Bogenhälfte zusammen.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 9 \,.\, 10\,P = 142{,}10\,P.$$

$$M = 142{,}10\,P - 94{,}73\,P - 14{,}504\,(6{,}230 - 5{,}061)\,P = 30{,}41\,P.$$

Die Spannung O_0 selbst ergiebt sich nun aus Gleichung 284. Die Hebelsarme sämmtlicher Gurtstäbe bezüglich der denselben conjugirten Drehpunkte sind gleich 2,5 m gesetzt. Demnach ist:

$$O_0 = \frac{30{,}41}{2{,}5}\,P = 12{,}16\,P = 30{,}2\,\text{t}.$$

Stab O_1.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 9 \,.\, 10\,P = 142{,}10\,P$$

$$M = 142{,}10\,P - 94{,}73\,P - 14{,}504\,(6{,}230 - 5{,}061)\,P = 30{,}41\,P$$

$$O_1 = \frac{30{,}41}{2{,}5}\,P = 12{,}16\,P = 30{,}2\,\text{t}.$$

Stab O_2.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 8 \,.\, 11\,P = 138{,}94\,P$$

$$M = 138{,}94\,P - 94{,}73\,P - 14{,}504\,(6{,}070 - 5{,}061)\,P = 29{,}58\,P$$

$$O_2 = \frac{29{,}58}{2{,}5}\,P = 11{,}83\,P = 29{,}3\,\text{t}.$$

Stab O_3.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 7 \,.\, 12\,P = 132{,}63\,P$$

$$M = 132{,}63\,P - 94{,}73\,P - 14{,}504\,(5{,}749 - 5{,}061)\,P = 27{,}92\,P$$

$$O_3 = \frac{27{,}92}{2{,}5}\,P = 11{,}17\,P = 27{,}7\,\text{t}.$$

Stab O_4.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 6 \,.\, 13\,P = 123{,}15\,P$$

$$M = 123{,}15\,P - 94{,}73\,P - 14{,}504\,(5{,}265 - 5{,}061)\,P = 25{,}46\,P$$

$$O_4 = \frac{25{,}46}{2{,}5}\,P = 10{,}18\,P = 25{,}2\,\text{t}.$$

Stab O_5.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 5 \,.\, 14\,P = 110{,}52\,P$$

$$M = 110{,}52\,P - 94{,}73\,P - 14{,}504\,(4{,}613 - 5{,}061)\,P = 22{,}28\,P$$

$$O_5 = \frac{22{,}28}{2{,}5}\,P = 8{,}91\,P = 22{,}1\,\text{t}.$$

Stab O_6.

$$[M] = 1{,}5789 \,.\, 4 \,.\, 15\,P = 94{,}73\,P$$

$$M = 94{,}73\,P - 94{,}73\,P - 14{,}504\,(3{,}788 - 5{,}061)\,P = 18{,}46\,P$$

$$O_6 = \frac{18{,}46}{2{,}5}\,P = 7{,}38\,P = 18{,}3\,\text{t}.$$

Stab O_7. $$[M] = 1{,}5789 \,.\, 3 \,.\, 16\, P = 75{,}79\, P$$
$$M = 75{,}79\, P - 94{,}73\, P - 14{,}504\, (2{,}783 - 5{,}061)\, P = 14{,}10\, P$$
$$O_7 = \frac{14{,}10}{2{,}5}\, P = 5{,}64\, P = 14{,}0 \text{ t.}$$

Stab O_8. $$[M] = 1{,}5789 \,.\, 2 \,.\, 17\, P = 53{,}68\, P$$
$$M = 53{,}68\, P - 94{,}73\, P - 14{,}504\, (1{,}589 - 5{,}061)\, P = 9{,}30\, P$$
$$O_8 = \frac{9{,}30}{2{,}5}\, P = 3{,}72\, P = 9{,}2 \text{ t.}$$

Stab O_9. $$[M] = 1{,}5789 \,.\, 1 \,.\, 18\, P = 28{,}42\, P$$
$$M = 28{,}42\, P - 94{,}73\, P - 14{,}504\, (0{,}192 - 5{,}061)\, P = 4{,}31\, P$$
$$O_9 = \frac{4{,}31}{2{,}5}\, P = 1{,}72\, P = 4{,}3 \text{ t.}$$

Untere Gurtung.

Die Momente $[M]$, welche den verschiedenen Knotenpunkten entsprechen, sind bereits berechnet. Die Spannungen U ergeben sich aus Gleichung 285.

Stab U_0. $$[M] = 142{,}10\, P$$
$$M = 142{,}10\, P - 94{,}73\, P - 14{,}504\, (8{,}731 - 5{,}061)\, P = -5{,}86\, P$$
$$U_0 = \frac{5{,}86}{2{,}5}\, P = 2{,}34\, P = 5{,}8 \text{ t.}$$

Stab U_1. $$[M] = 138{,}94\, P$$
$$M = 138{,}94\, P - 94{,}73\, P - 14{,}504\, (8{,}577 - 5{,}061)\, P = -6{,}79\, P$$
$$U_1 = \frac{6{,}79}{2{,}5}\, P = 2{,}72\, P = 6{,}7 \text{ t.}$$

Stab U_2. $$[M] = 132{,}63\, P$$
$$M = 132{,}63\, P - 94{,}73\, P - 14{,}504\, (8{,}269 - 5{,}061)\, P = -8{,}63\, P$$
$$U_2 = \frac{8{,}63}{2{,}5}\, P = 3{,}45\, P = 8{,}6 \text{ t.}$$

Stab U_3. $$[M] = 123{,}15\, P$$
$$M = 123{,}15\, P - 94{,}73\, P - 14{,}504\, (7{,}803 - 5{,}061)\, P = -11{,}35\, P$$
$$U_3 = \frac{11{,}35}{2{,}5}\, P = 4{,}54\, P = 11{,}3 \text{ t.}$$

Stab U_4. $$[M] = 110{,}52\, P$$
$$M = 110{,}52\, P - 94{,}73\, P - 14{,}504\, (7{,}177 - 5{,}061)\, P = -14{,}90\, P$$
$$U_4 = \frac{14{,}90}{2{,}5}\, P = 5{,}96\, P = 14{,}8 \text{ t.}$$

Stab U_5. $$[M] = 94{,}73\, P$$
$$M = 94{,}73\, P - 94{,}73\, P - 14{,}504\, (6{,}387 - 5{,}061)\, P = -19{,}24\, P$$
$$U_5 = \frac{19{,}24}{2{,}5}\, P = 7{,}70\, P = 19{,}1 \text{ t.}$$

Stab U_6. $$[M] = 75{,}79\, P$$
$$M = 75{,}79\, P - 94{,}73\, P - 14{,}504\, (5{,}424 - 5{,}061)\, P = -24{,}21\, P$$
$$U_6 = \frac{24{,}21}{2{,}5}\, P = 9{,}68\, P = 24{,}0 \text{ t.}$$

Stab U_7. $$[M] = 53{,}68\,P$$

$$M = 53{,}68\,P - 94{,}73\,P - 14{,}504\,(4{,}282 - 5{,}061)\,P = -29{,}75\,P$$

$$U_7 = \frac{29{,}75}{2{,}5}\,P = 11{,}90\,P = 29{,}5\text{ t.}$$

Stab U_8. $$[M] = 28{,}42\,P$$

$$M = 28{,}42\,P - 94{,}73\,P - 14{,}504\,(2{,}949 - 5{,}061)\,P = -35{,}68\,P$$

$$U_8 = \frac{35{,}68}{2{,}5}\,P = 14{,}27\,P = 35{,}4\text{ t.}$$

Stab U_9. $$[M] = 0$$

$$M = -94{,}73\,P - 14{,}504\,(1{,}413 - 5{,}061)\,P = -41{,}82\,P$$

$$U_9 = \frac{41{,}82}{2{,}5}\,P = 16{,}73\,P = 41{,}5\text{ t.}$$

Diagonalen.

Die mitgeschnittenen Gurtlinien der *Diagonalen* D_0 sind parallel. Die Spannung dieses Stabes ergiebt sich aus Gleichung 290. Die in dieser Gleichung vorkommende Grösse $[T]$, welche nach Formel 288 zu bestimmen ist, hat in vorliegendem Falle den Werth „Null“. Da ferner φ, d. i. der Winkel, den die mitgeschnittenen Gurtlinien mit der Horizontalen bilden gleich Null, also auch $\sin\varphi = 0$ ist, so folgt aus Gleichung 290:

$$D_0 = 0.$$

Die Spannungen der übrigen Diagonalen ergeben sich aus Gleichung 286. Die Schnittpunkte der mitgeschnittenen Gurtungstheile fallen, wie man aus den berechneten Coordinaten derselben ersieht, sämmtlich nach rechts. Denkt man sich die Spannung irgend einer Diagonalen als Druckspannung auf den linksseitigen Theil des Bogens einwirken, so erkennt man, dass alsdann diese Kraft um den fraglichen Drehpunkt im Sinne des Uhrzeigers zu drehen sucht. In Gleichung 286 ist also das —Zeichen gültig.

Das Moment $[M]$ ist wie bei den Gurtungen aus Gleichung 283 zu berechnen. Für totale Belastung lässt sich dieser Ausdruck leicht noch etwas vereinfachen. Trifft der zum Zweck der Spannungsermittlung geführte Schnitt das n^{te} Feld und ist x die Abscisse des fraglichen Drehpunktes, so findet man:

$$[M] = \left[n\,(30 - x) + (9 - n)\,(9 - n + 1)\,\frac{\lambda}{2}\right] P.$$

Wird $\lambda = 3{,}158$ gesetzt, so ist:

$$[M] = [n\,(30 - x) + (9 - n)\,(10 - n)\,1{,}579]\,P.$$

Stab D_1. $$[M] = [1\,(30 + 1251{,}9) + 8 \,.\, 9 \,.\, 1{,}579]\,P = 1395{,}6\,P$$

$$M = 1395{,}6\,P - 94{,}7\,P - 14{,}50\,(69{,}7 - 5{,}1)\,P = 364{,}2\,P$$

$$D_1 = -\frac{364{,}2}{798{,}7}\,P = -0{,}46\,P = -1{,}1\text{ t.}$$

Stab D_2. $$[M] = [2\,(30 + 635{,}6) + 7 \,.\, 8 \,.\, 1{,}579]\,P = 1419{,}6\,P$$

$$M = 1419{,}6\,P - 94{,}7\,P - 14{,}50\,(70{,}9 - 5{,}1)\,P = 370{,}8\,P$$

$$D_2 = -\frac{370{,}8}{419{,}3}\,P = -0{,}88\,P = -2{,}2\text{ t.}$$

Stab D_3. $[M] = [3(30 + 408{,}6) + 6 \,.\, 7 \,.\, 1{,}579]\,P = 1382{,}1\,P$

$$M = 1382{,}1\,P - 94{,}7\,P - 14{,}50\,(69{,}7 - 5{,}1)\,P = 350{,}7\,P$$

$$D_3 = -\frac{350{,}7}{280{,}7}\,P = -1{,}25\,P = -3{,}1\text{ t.}$$

Stab D_4. $[M] = [4(30 + 297{,}3) + 5 \,.\, 6 \,.\, 1{,}579]\,P = 1356{,}6\,P$

$$M = 1356{,}6\,P - 94{,}7\,P - 14{,}50\,(68{,}9 - 5{,}1)\,P = 336{,}8\,P$$

$$D_4 = -\frac{336{,}8}{214{,}2}\,P = -1{,}57\,P = -3{,}9\text{ t.}$$

Stab D_5. $[M] = [5(30 + 224{,}7) + 4 \,.\, 5 \,.\, 1{,}579]\,P = 1305{,}1\,P$

$$M = 1305{,}1\,P - 94{,}7\,P - 14{,}50\,(67{,}0 - 5{,}1)\,P = 312{,}8\,P$$

$$D_5 = -\frac{312{,}8}{171{,}4}\,P = -1{,}82\,P = -4{,}5\text{ t.}$$

Stab D_6. $[M] = [6(30 + 176{,}6) + 3 \,.\, 4 \,.\, 1{,}579]\,P = 1258{,}5\,P$

$$M = 1258{,}5\,P - 94{,}7\,P - 14{,}50\,(65{,}5 - 5{,}1)\,P = 288{,}0\,P$$

$$D_6 = -\frac{288{,}0}{144{,}0}\,P = -2{,}00\,P = -5{,}0\text{ t.}$$

Stab D_7. $[M] = [7(30 + 139{,}2) + 2 \,.\, 3 \,.\, 1{,}579]\,P = 1193{,}9\,P$

$$M = 1193{,}9\,P - 94{,}7\,P - 14{,}50\,(63{,}2 - 5{,}1)\,P = 256{,}7\,P$$

$$D_7 = -\frac{256{,}7}{123{,}1}\,P = -2{,}09\,P = -5{,}2\text{ t.}$$

Stab D_8. $[M] = [8(30 + 110{,}4) + 1 \,.\, 2 \,.\, 1{,}579]\,P = 1126{,}4\,P$

$$M = 1126{,}4\,P - 94{,}7\,P - 14{,}50\,(60{,}9 - 5{,}1)\,P = 222{,}6\,P$$

$$D_8 = -\frac{222{,}6}{107{,}5}\,P = -2{,}07\,P = -5{,}1\text{ t.}$$

Stab D_9. $[M] = 9(30 + 85{,}9)\,P = 1043{,}1\,P$

$$M = 1043{,}1\,P - 94{,}7\,P - 14{,}50\,(57{,}8 - 5{,}1)\,P = 184{,}3\,P$$

$$D_9 = -\frac{184{,}3}{94{,}3}\,P = -1{,}95\,P = -4{,}8\text{ t.}$$

Nach den Ausführungen des § 44 ist es nicht erforderlich, die *Vertikalen*, welche beiden Systemen gemeinschaftlich angehören, einer gesonderten Berechnung zu unterziehen. Die Spannungen derselben sollen schliesslich unter Berücksichtigung der gleichzeitigen Wirkung beider Systeme ermittelt werden.

Mobile Belastung.

Um die Belastungsscheiden angeben zu können, ist es zunächst erforderlich, die Kämpferdrucklinie und die Umhüllungscurven zu bestimmen.

Zu diesem Zweck lässt man eine Einzellast von der Grösse „Eins" in den verschiedenen oben angenommenen Theilpunkten (nicht Knotenpunkten) angreifen und bestimmt für diese Lagen derselben die Werthe a und b, d. s. die Strecken, welche die Stützlinie auf den Kämpfervertikalen abschneidet, sowie die Ordinate η der Stützlinie im Angriffspunkte der Last (vergl. Fig. 35, § 18).

Es sind nun der Reihe nach folgende Werthe zu berechnen:

$$[\mathfrak{F}] = \frac{1}{2}\,(900 - \xi^2) \text{ nach Gleichung 131,}$$

$$[\mathfrak{S}] = \frac{\xi}{3}[\mathfrak{F}] \text{ nach Gleichung 132,}$$

$$M_0 = \frac{[\mathfrak{F}]}{60} \text{ nach Gleichung 116,}$$

$$T_0 = \frac{[\mathfrak{S}]}{18000} \text{ nach Gleichung 118,}$$

$$a + b = \frac{2\,M_0}{H} \text{ nach Gleichung 161,}$$

$$a - b = \frac{60\,T_0}{H} \text{ nach Gleichung 162.}$$

Der Werth H war bereits oben für diese Lagen der Last „Eins" ermittelt. Schliesslich ist nach Gleichung 163: $\eta = a + b$. Man findet:

$\xi =$	0	6	12	18	24 m
$[\mathfrak{F}] =$	450	432	378	288	162
$[\mathfrak{S}] =$	0	864	1512	1728	1296
$M_0 =$	7,5	7,2	6,3	4,8	2,7
$T_0 =$	0	0,048	0,084	0,096	0,072
$a + b = \eta =$	10,52	10,94	12,48	16,27	28,88 m
$a - b =$	0	2,19	4,99	9,76	23,10 „
$a =$	5,26	6,56	8,73	13,01	25,99 „
$b =$	5,26	4,38	3,75	3,26	2,89 „

Für $\xi = 30$ m ist nach Gleichung 164:

$$b = \frac{295{,}51 + 93{,}75}{30 \cdot 5{,}061} = 2{,}56 \text{ m.}$$

und nach Gleichung 165:

$$\eta - a = 5{,}12 \text{ m.}$$

Mit Hülfe dieser Werthe sind nunmehr die Umhüllungscurven und die Kämpferdrucklinie in Fig. 1 Taf. 8 construirt. Für jede Lage der Einzellast ist die Stützlinie aus den Werthen a, b und η verzeichnet. Die Last liege z. B. im Punkte $\xi = 12$. Von der X-Axe aus sind die Werthe $a = 8{,}73$ m und $b = 3{,}75$ m nach unten hin auf den Kämpfervertikalen, welche durch A, resp. B hindurchgehen, abgetragen. Man gelangt dadurch zu den Punkten D und E (Fig. 1 Taf. 8). Es ist nun die Verbindungslinie DE gezogen und von dieser aus die Strecke $\eta = 12{,}48$ m im Punkte $\xi = 12$ nach oben aufgetragen; dadurch erhält man den Punkt F. Der geometrische Ort der Punkte F ist die Kämpferdrucklinie; die Curven, welche von den Graden DF und EF eingehüllt werden, sind die Umhüllungscurven.

Es ist empfehlenswerth, Kämpferdrucklinie und Umhüllungscurven in Tusche auszuziehen.

Obere Gurtung.

Stab O_0.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile ist der untere Knotenpunkt 0 der rechtsseitigen Bogenhälfte. Von diesem aus zieht man die Tangente an die rechtsseitige Umhüllungscurve; die Tangente schneidet die Kämpferdrucklinie im 9ten Felde. Dieses Endfeld ist also Belastungsscheide. Eine zweite Belastungsscheide ist nicht vorhanden, da eine Tangente an die linksseitige Umhüllungscurve vom fraglichen Drehpunkte aus nicht gezogen werden kann. Man erkennt mit Hülfe der

Fig. 97, § 40, dass der ganze Bogen belastet sein muss, damit der *Stab* O_0 das Maximum seiner Druckspannung erreiche. Die Spannung bei totaler Belastung ist bereits für das Eigengewicht ermittelt. Man hat also:

$$\max(+O_0) = 12{,}16\, Q.$$

Die mobile Belastung pr. Längeneinheit, welche näherungsweise die Wirkung eines Eisenbahnzuges ersetzt, ist abhängig von der Länge der belasteten Strecke. Für eine Länge von 60 m giebt die Tabelle des § 7 den Werth q zu 4,9 t pr. Gleis an. Es ist demnach für ein System eines Hauptträgers und bei Annahme der 1½fachen Grösse der mobilen Belastung der pr. Knotenpunkt enfallende Werth:

$$Q = \frac{1}{4} \cdot 1{,}5 \,.\, 3{,}158 \,.\, 4{,}9 = 1{,}18 \,.\, 4{,}9 = 5{,}8\,\mathrm{t}$$

zu setzen.

$$\max(+O_0) = 12{,}16 \,.\, 5{,}8 = 70{,}5\,\mathrm{t}$$
$$\max(-O_0) = 0.$$

Stab O_1.

Für den Gurtungsstab O_1 sind, da der demselben conjugirte Drehpunkt zu demjenigen des Stabes O_0 symmetrisch liegt, die Verhältnisse durchaus die nämlichen wie bei O_0. Man hat:

$$\max(+O_1) = 70{,}5\,\mathrm{t}$$
$$\max(-O_1) = 0.$$

Stab O_2.

Zieht man vom Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile aus die Tangente an die linksseitige Umhüllungscurve, so trifft diese Tangente die Kämpferdrucklinie im 7ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte. Dieses Feld ist Belastungsscheide.

Das Maximum der Zugspannung wird erreicht, wenn die Strecke vom 7ten Felde bis zum rechtsseitigen Kämpfer belastet ist. Die Werthe H, M_0 und T_0, welche dieser Belastung entsprechen, findet man durch Summation der für die Knotenpunkte 7 und 8 der rechtsseitigen Bogenhälfte oben gefundenen Grössen.

$$H = (0{,}204 + 0{,}063)\, Q = 0{,}267\, Q$$
$$M_0 = (2{,}825 + 1{,}496)\, Q = 4{,}321\, Q$$
$$T_0 = -(0{,}0744 + 0{,}0446)\, Q = -0{,}1190\, Q.$$

Das Moment $[M]$ ergiebt sich aus Gleichung 283. Diese Formel kann man für den Fall, dass der fragliche Drehpunkt mit einem Knotenpunkte des Trägers zusammenfällt, noch etwas einfacher schreiben.

Bezeichnet man mit x nicht die wirkliche Entfernung des Drehpunktes vom Scheitel in Metern ausgedrückt, sondern die Anzahl der Felderlängen, um welche der Drehpunkt vom Scheitel entfernt ist, ersetzt man ferner die rechts, resp. links vom fraglichen Schnitt angreifenden Lasten durch ihre Resultanten $\mathfrak{R}'$ und $\mathfrak{R}''$ und giebt die Entfernungen ξ' und ξ'' der Angriffspunkte dieser Resultanten vom Scheitel ebenfalls in Felderlängen an, so lautet Gleichung 283:

$$[M] = \frac{(9{,}5 - x)(9{,}5 + \xi')\,\mathfrak{R}' + (9{,}5 + x)(9{,}5 - \xi'')\,\mathfrak{R}''}{19} \cdot \lambda$$

oder:

$$[M] = 0{,}1662\,[(9{,}5 - x)(9{,}5 + \xi')\,\mathfrak{R}' + (9{,}5 + x)(9{,}5 - \xi'')\,\mathfrak{R}''].$$

Im vorliegenden Falle, in welchem nur die Knotenpunkte 7 und 8 der rechtsseitigen Bogenhälfte belastet sind, ist $\mathfrak{R}''=0$, $\mathfrak{R}'=2Q$ und $\xi'=-8{,}0$. Ferner ist x (Entfernung des Drehpunktes vom Scheitel) $1{,}5$.

$$[M]=0{,}1662\,(9{,}5-1{,}5)\,(9{,}5-8{,}0)\,2\,Q=3{,}99\,Q.$$

Das Moment M ergiebt sich nun aus Gleichung 282; es ist:

$$M=3{,}99\,Q-4{,}321\,Q-0{,}267\,(6{,}070-5{,}061)\,Q+0{,}1190\,.\,1{,}5\,.\,3{,}158\,Q=-0{,}04\,Q.$$

Die Spannung selbst wird sodann aus Gleichung 284 gefunden.

$$\max(-O_2)=-\frac{0{,}04}{2{,}5}\,Q=-0{,}02\,Q.$$

Der Werth Q ist wieder mit Hülfe der Tabelle des § 7 zu ermitteln.

$$Q=1{,}18\,.\,8{,}5=10{,}0\,\text{t}$$

$$\max(-O_2)=-0{,}02\,.\,10{,}0=-0{,}2\,\text{t}.$$

Die Maximaldruckspannung findet man am einfachsten durch Subtraction der negativen Maximalspannung von der in Folge totaler Belastung auftretenden Spannung. Letztere ist bereits bei Gelegenheit des Eigengewichts ermittelt.

$$\max(+O_2)=(11{,}83+0{,}02)\,Q=11{,}85\,Q$$

$$Q=1{,}18\,.\,5{,}2=6{,}1\,\text{t}$$

$$\max(+O_2)=11{,}85\,.\,6{,}1=72{,}3\,\text{t}.$$

Stab O_3.

Belastungsscheide im 5ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte.

Maximum der Zugspannung.

$$H=(0{,}638+0{,}407+0{,}204+0{,}063)\,Q=1{,}312\,Q$$

$$M_0=(4{,}986+3{,}989+2{,}825+1{,}496)\,Q=13{,}296\,Q$$

$$T_0=-(0{,}0962+0{,}0910+0{,}0744+0{,}0446)\,Q=-0{,}3062\,Q$$

$$[M]=0{,}1662\,(9{,}5-2{,}5)\,(9{,}5-7{,}0)\,4\,Q=11{,}63\,Q$$

$$M=11{,}63\,Q-13{,}296\,Q-1{,}312\,(5{,}749-5{,}061)\,Q+0{,}3062\,.\,2{,}5\,.\,3{,}158\,Q=-0{,}15\,Q$$

$$\max(-O_3)=-\frac{0{,}15}{2{,}5}\,Q=-0{,}06\,Q$$

$$Q=1{,}18\,.\,6{,}7=7{,}9\,\text{t}$$

$$\max(-O_3)=-0{,}06\,.\,7{,}9=-0{,}5\,\text{t}$$

$$\max(+O_3)=(11{,}17+0{,}06)\,Q=11{,}23\,Q$$

$$Q=1{,}18\,.\,5{,}3=6{,}3\,\text{t}$$

$$\max(+O_3)=11{,}23\,.\,6{,}3=69{,}7\,\text{t}.$$

Stab O_4.

Belastungsscheide im 5ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte.

Maximum der Zugspannung.

Die Werthe H, M_0 und T_0 sind bereits oben ermittelt.

$$[M]=0{,}1662\,(9{,}5-3{,}5)\,(9{,}5-7{,}0)\,4\,Q=9{,}97\,Q$$

$$M=9{,}97\,Q-13{,}296\,Q-1{,}312\,(5{,}265-5{,}061)\,Q+0{,}3062\,.\,3{,}5\,.\,3{,}158\,Q=-0{,}21\,Q$$

$$\max(-O_4)=-\frac{0{,}21}{2{,}5}\,Q=-0{,}08\,Q=-0{,}08\,.\,7{,}9=-0{,}6\,\text{t}$$

$$\max(+O_4)=(10{,}18+0{,}08)\,Q=10{,}26\,Q=10{,}26\,.\,6{,}3=64{,}6\,\text{t}.$$

Stab O_5.

Belastungsscheide im 5ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte.

Maximum der Zugspannung.

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 4{,}5)\,(9{,}5 - 7{,}0)\,4\,Q = 8{,}31\,Q$$

$$M = 8{,}31\,Q - 13{,}296\,Q - 1{,}312\,(4{,}613 - 5{,}061)\,Q + 0{,}3062\,.\,4{,}5\,.\,3{,}158\,Q = -0{,}05\,Q$$

$$\max(-O_5) = -\frac{0{,}05}{2{,}5}\,Q = -0{,}02\,Q = -0{,}02\,.\,7{,}9 = -0{,}2\,\mathrm{t}$$

$$\max(+O_5) = (8{,}91 + 0{,}02)\,Q = 8{,}93\,Q = 8{,}93\,.\,6{,}3 = 56{,}3\,\mathrm{t}.$$

Stab O_6.

Vom Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile (der untere Knotenpunkt 5) lassen sich keine Tangenten an die Umhüllungscurven ziehen. Das Maximum der Druckspannung findet bei voller Belastung des Bogens statt.

$$\max(+O_6) = 7{,}38\,Q = 7{,}38\,.\,5{,}8 = 42{,}8\,\mathrm{t}$$

$$\max(-O_6) = 0.$$

Stab O_7.

Das Maximum der Druckspannung tritt bei voller Belastung des Trägers auf.

$$\max(+O_7) = 5{,}64\,Q = 5{,}64\,.\,5{,}8 = 32{,}7\,\mathrm{t}$$

$$\max(-O_7) = 0.$$

Stab O_8.

Vom Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile kann man zwei Tangenten an die linksseitige Umhüllungscurve ziehen. Diese Tangenten treffen die Kämpferdrucklinie im 2ten und 6ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte. Mit Hülfe der Ausführungen des § 40, resp. des § 26, auf welchen im § 40 verwiesen wird, erkennt man leicht, dass die Strecke zwischen diesen beiden Feldern belastet werden muss, um das Maximum der Zugspannung in O_8 zu erhalten. Es erscheint nun am einfachsten, diese Maximal-Zugspannung direct zu berechnen und später die grösste positive Spannung durch Subtraction von der in Folge totaler Belastung sich ergebenden Spannung zu ermitteln. Dieser Weg ist jedoch nicht zulässig; vielmehr ist man gezwungen, das Maximum der Druckspannung unmittelbar zu berechnen, da die am rechtsseitigen und linksseitigen Kämpfer gelegenen Strecken, welche, um das Maximum der Druckspannung zu erhalten, belastet werden müssen, verschiedene spec. Belastungen bedingen, man also auch den Einfluss der Belastung dieser beiden Strecken gesondert erhalten muss.

Maximum der Druckspannung.

Linksseitige Belastung.

$$H = (0{,}407 + 0{,}204 + 0{,}063)\,Q = 0{,}674\,Q$$

$$M_0 = (3{,}989 + 2{,}825 + 1{,}496)\,Q = 8{,}310\,Q$$

$$T_0 = (0{,}0910 + 0{,}0744 + 0{,}0446)\,Q = 0{,}2100\,Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,[(9{,}5 - 7{,}5)\,(9{,}5 + 7{,}0)\,2 + (9{,}5 + 7{,}5)\,(9{,}5 - 8{,}5)\,1]\,Q = 13{,}79\,Q$$

$$M = 13{,}79\,Q - 8{,}310\,Q - 0{,}674\,(1{,}589 - 5{,}061)\,Q - 0{,}2100\,.\,7{,}5\,.\,3{,}158\,Q = 2{,}85\,Q$$

$$O_8 = \frac{2{,}85}{2{,}5}\,Q = 1{,}14\,Q$$

$$Q = 1{,}18\,.\,7{,}5 = 8{,}8\,\mathrm{t}$$

$$O_8 = 1{,}14\,.\,8{,}8 = 10{,}0\,\mathrm{t}.$$

Rechtsseitige Belastung.

$$H = (1{,}352 + 1{,}417 + 1{,}417 + 1{,}352 + 1{,}237 + 1{,}068 + 0{,}866 + 0{,}638 + 0{,}407 + 0{,}204 + 0{,}063)\,Q$$
$$= 10{,}021\,Q$$

$$M_0 = (7{,}313 + 7{,}479 + 7{,}479 + 7{,}313 + 6{,}980 + 6{,}482 + 5{,}817 + 4{,}986 + 3{,}989 + 2{,}825 + 1{,}496)\,Q$$
$$= 62{,}159\,Q$$

$$T_0 = (0{,}0385 + 0{,}0131 - 0{,}0131 - 0{,}0385 - 0{,}0612 - 0{,}0796 - 0{,}0918 - 0{,}0962 - 0{,}0910 - 0{,}0744$$
$$- 0{,}0446)\,Q = -0{,}5388\,Q$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 7{,}5)\,(9{,}5 - 3{,}5)\,11\,Q = 21{,}94\,Q$$

$$M = 21{,}94\,Q - 62{,}159\,Q - 10{,}021\,(1{,}589 - 5{,}061)\,Q + 0{,}5388 \,.\, 7{,}5 \,.\, 3{,}158\,Q = 7{,}34\,Q$$

$$O_8 = \frac{7{,}34}{2{,}5}\,Q = 2{,}94\,Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}5 = 6{,}5\,\mathrm{t}$$

$$O_8 = 2{,}94 \,.\, 6{,}5 = 19{,}1\,\mathrm{t}$$

$$\max\,(+O_8) = 10{,}0 + 19{,}1 = 29{,}1\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

$$\max\,(-O_8) = (3{,}72 - 1{,}14 - 2{,}94)\,Q = -0{,}36\,Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 6{,}9 = 8{,}1\,\mathrm{t}$$

$$\max\,(-O_8) = -0{,}36 \,.\, 8{,}1 = -2{,}9\,\mathrm{t}.$$

Stab O_9.

Belastungsscheiden im 2ten und 8ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte.

Maximum der Druckspannung.

Linksseitige Belastung.

$$H = 0{,}063\,Q$$

$$M_0 = 1{,}496\,Q$$

$$T_0 = 0{,}0446\,Q.$$

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 8{,}5)\,(9{,}5 + 8{,}5)\,1\,Q = 2{,}99\,Q$$

$$M = 2{,}99\,Q - 1{,}496\,Q - 0{,}063\,(0{,}192 - 5{,}061)\,Q - 0{,}0446 \,.\, 8{,}5 \,.\, 3{,}158\,Q = 0{,}60\,Q$$

$$O_9 = \frac{0{,}60}{2{,}5}\,Q = 0{,}24\,Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 11{,}5 = 13{,}6\,\mathrm{t}$$

$$O_9 = 0{,}24 \,.\, 13{,}6 = 3{,}3\,\mathrm{t}.$$

Rechtsseitige Belastung.

Die Werthe H, M_0 und T_0 sind bereits oben ermittelt.

$$[M] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 8{,}5)\,(9{,}5 - 3{,}5)\,11\,Q = 10{,}97\,Q$$

$$M = 10{,}97\,Q - 62{,}159\,Q - 10{,}021\,(0{,}192 - 5{,}061)\,Q + 0{,}5388 \,.\, 8{,}5 \,.\, 3{,}158\,Q = 12{,}07\,Q$$

$$O_9 = \frac{12{,}07}{2{,}5}\,Q = 4{,}83\,Q = 4{,}83 \,.\, 6{,}5 = 31{,}4\,\mathrm{t}$$

$$\max\,(+O_9) = 3{,}3 + 31{,}4 = 34{,}7\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

$$\max\,(-O_9) = (1{,}72 - 0{,}24 - 4{,}83)\,Q = -3{,}35\,Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 6{,}2 = 7{,}3\,\mathrm{t}$$

$$\max\,(-O_9) = -3{,}35 \,.\, 7{,}3 = -24{,}5\,\mathrm{t}.$$

Untere Gurtung.

Die Spannungsermittlung in den unteren Gurtstäben geschieht genau in derselben Weise, wie die Spannungsermittlung der oberen Gurtstäbe. Die einzige Abweichung besteht darin, dass schliesslich die Spannung selbst nicht aus Gleichung 284, sondern aus Gleichung 285 berechnet wird.

Es sollen deshalb im Folgenden diese Operationen nur in aller Kürze angedeutet werden.

Stab U_0.

Belastungsscheiden im 1sten Felde der rechtsseitigen und im 3ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

Nach Fig. 98, § 40 muss die Strecke zwischen den Scheiden belastet werden, um das Maximum der Zugspannung zu erhalten. Es ist erforderlich, die grösste Druckspannung direct zu ermitteln und später die Maximal-Zugspannung durch Subtraction zu finden.

$$\max(+U_0) = 27{,}3 \text{ t}$$
$$\max(-U_0) = -13{,}5 \text{ t.}$$

Stab U_1.

Belastungsscheiden im mittleren und im 4ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+U_1) = 30{,}8 \text{ t}$$
$$\max(-U_1) = -15{,}8 \text{ t.}$$

Stab U_2.

Belastungsscheiden im 1sten und 6ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+U_2) = 37{,}2 \text{ t}$$
$$\max(-U_2) = -17{,}1 \text{ t.}$$

Stab U_3.

Bei diesem Stabe tritt nur eine Belastungsscheide auf, da vom Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile sich keine Tangente an die rechtsseitige Umhüllungscurve ziehen lässt. Die Belastungsscheide liegt im 2ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte. Das Maximum der Druckspannung findet bei rechtsseitiger, das Maximum der Zugspannung bei linksseitiger Belastung des Trägers statt.

$$\max(+U_3) = 46{,}4 \text{ t}$$
$$\max(-U_3) = -18{,}2 \text{ t.}$$

Stab U_4.

Belastungsscheide im 3ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

$$\max(+U_4) = 54{,}7 \text{ t}$$
$$\max(-U_4) = -18{,}6 \text{ t.}$$

Stab U_5.

Belastungsscheide im 4ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

$$\max(+U_5) = 61{,}9 \text{ t}$$
$$\max(-U_5) = -15{,}7 \text{ t.}$$

Stab U_6.

Belastungsscheide im 5ten Felde.

$$\max(+U_6) = 69{,}6 \text{ t}$$
$$\max(-U_6) = -10{,}7 \text{ t.}$$

Stab U_7.

Belastungsscheide im 7ten Felde.

$$\max(+U_7) = 75{,}1 \text{ t}$$
$$\max(-U_7) = -6{,}2 \text{ t.}$$

Stab U_8.

Belastungsscheide im 8ten Felde.

$$\max(+U_8) = 85{,}2\,t$$
$$\max(-U_8) = -2{,}5\,t.$$

Stab U_9.

Zieht man vom Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile Tangenten an die Umhüllungscurve, so fällt eine derselben mit der linksseitigen Kämpfervertikalen zusammen. Eine zweite Tangente, welche hier möglich ist, schneidet die Kämpferdrucklinie im 4ten Felde der rechtsseitigen Bogenhälfte. Dieses Feld ist Belastungsscheide. Es muss die Strecke von diesem Felde bis zum linksseitigen Kämpfer belastet werden, um das Maximum der Druckspannung in U_9 zu erhalten.

$$\max(+U_9) = 107{,}4\,t$$
$$\max(-U_9) = -2{,}3\,\text{„}.$$

Diagonalen.

Stab D_0.

Um die Belastungsscheide zu finden, müsste man eine zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien parallele Tangente an die Umhüllungscurve ziehen. Eine solche Tangente ist im vorliegenden Falle nicht möglich. Es tritt demnach nur das fragliche Feld selbst als Belastungsscheide auf.

Denkt man sich die Spannung D_0 auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens als Druckkraft einwirken, so erkennt man, dass alsdann diese Spannung eine zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien senkrechte Componente hat, welche aufwärts gerichtet ist.

In Gleichung 287, aus welcher die Spannung D_0 berechnet werden muss, hat also das —Zeichen Gültigkeit; im Belastungsschema Fig. 104 sind die Worte „Druck" und „Zug" mit einander zu vertauschen. Es wird demnach das Maximum der Zugspannung bei rechtsseitiger, das Maximum der Druckspannung bei linksseitiger Belastung stattfinden.

Für rechtsseitige Belastung ist:

$$T_0 = -0{,}5904\,Q.$$

Ferner ergiebt sich aus Gleichung 288:

$$[T] = \frac{9\,.\,5}{19}\,Q = 2{,}368\,Q.$$

Die Spannung selbst findet man, wie bemerkt, aus Gleichung 287. Es ist $\varphi = 0$, also $\cos\varphi = 1$ und $\sin\varphi = 0$. Um den Werth $\sin\alpha$ zu berechnen, muss man die Länge des fraglichen Diagonalstabes kennen. Es ist:

$$\lambda_0^d = \sqrt{2{,}501^2 + 3{,}158^2} = 4{,}028$$

und demnach:

$$\sin\alpha = \frac{2{,}501}{4{,}028} = 0{,}621.$$

Gleichung 287 lautet also:

$$D = -\frac{[T] + T_0}{0{,}621}.$$

Im vorliegenden Fall ist:

$$\max(-D_0) = -\frac{2{,}368 - 0{,}5904}{0{,}621}\,Q = -2{,}86\,Q$$

$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}6 = 6{,}6\,\text{t}$$
$$\max(-D_0) = -2{,}86 \,.\, 6{,}6 = -18{,}9\,\text{t}$$
$$\max(+D_0) = 18{,}9\,\text{t}.$$

Stab D_1.

Streng genommen müsste vom Schnittpunkte der mitgeschnittenen Gurtlinien aus eine Tangente an die Umhüllungscurven gezogen werden, um die zweite Belastungsscheide für D_1 zu finden. Dieser Schnittpunkt ist auf der Zeichnung nicht zugänglich. Da die Gurtlinien aber näherungsweise parallel sind, so genügt es, zum Zweck der Bestimmung der Belastungsscheiden die Gurtlinien thatsächlich als parallel anzunehmen. Man wird also die Tangente an die Umhüllungscurve parallel zu einer der beiden Gurtlinien ziehen und zwar zu derjenigen, welche der zu construirenden Tangente am nächsten liegt; im vorliegenden Fall also parallel zur unteren Gurtung.

Für die Diagonale D_1 müsste man demnach eine zur Gurtlinie U_1 parallele Tangente an die Umhüllungscurve zeichnen. Eine solche Tangente ist aber nicht möglich; es wird also nur das fragliche Feld selbst als Belastungsscheide auftreten.

Die Strecke vom 1sten Felde bis zum rechtsseitigen Kämpfer muss als belastet angenommen werden, damit D_1 das Maximum seiner Zugspannung erhält.

Die Werthe H, M_0 und T_0 sind für diese Belastung bereits bei Berechnung des Stabes U_2 ermittelt.

Das Moment $[M]$ ergiebt sich aus Gleichung 283. Diese Formel lässt sich noch etwas einfacher schreiben. Ersetzt man die Lasten rechts und links vom fraglichen Schnitt durch ihre Resultanten $\mathfrak{R}'$ und $\mathfrak{R}''$ und drückt die Abstände ξ' und ξ'' dieser Resultanten vom Scheitel durch F e l d e r l ä n g e n aus, während die Abscisse x des fraglichen Drehpunktes nach wie vor in Metern angegeben wird, so erhält man:

$$[M] = \frac{(30 - x)(9{,}5 + \xi')\,\mathfrak{R}' + (30 + x)(9{,}5 - \xi'')\,\mathfrak{R}''}{19}.$$

Im vorliegenden Falle ist $\mathfrak{R}''=0$, $\mathfrak{R}'=10\,Q$, $\xi' = -4{,}0$ und $x = -1251{,}9$, also:

$$[M] = \frac{(30 + 1251{,}9)(9{,}5 - 4{,}0)\,10}{19}\,Q = 3710{,}7\,Q$$

$$M = 3710{,}7\,Q - 54{,}8\,Q - 8{,}669\,(69{,}7 - 5{,}1)\,Q - 0{,}5773 \,.\, 1251{,}9\,Q = 2373{,}2\,Q.$$

In Gleichung 286 hat das —Zeichen Gültigkeit.

$$\max(-D_1) = -\frac{2373{,}2}{798{,}7}\,Q = -2{,}97\,Q$$
$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}5 = 6{,}5\,\text{t}$$
$$\max(-D_1) = -2{,}97 \,.\, 6{,}5 = -19{,}3\,\text{t}$$
$$\max(+D_1) = (-0{,}46 + 2{,}97)\,Q = 2{,}51\,Q$$
$$Q = 1{,}18 \,.\, 5{,}7 = 6{,}7\,\text{t}$$
$$\max(+D_1) = 2{,}51 \,.\, 6{,}7 = 16{,}8\,\text{t}.$$

Stab D_2.

Belastungsscheide im 2ten Felde.

$$\max(-D_2) = -19{,}4\,\text{t}$$
$$\max(+D_2) = 14{,}9\ \text{"}.$$

Stab D_3.

Parallel zur Gurtlinie U_3 kann eine Tangente an die Umhüllungscurve gezogen werden; dieselbe trifft die Kämpferdrucklinie im 7ten Felde der rechtsseitigen Brückenhälfte. Dieses Feld tritt also neben dem fraglichen Felde selbst als zweite Belastungsscheide auf. Das Maximum der Druckspannung in D_3 wird erreicht, wenn die Strecke vom 3ten Felde linksseitiger Bogenhälfte bis zum linksseitigen Kämpfer und die Strecke vom 7ten Felde rechtsseitiger Bogenhälfte bis zum rechtsseitigen Kämpfer belastet ist. Es ergiebt sich für diese Belastungsart:

$$\max(+D_3) = 12{,}9\,\text{t}.$$

Sodann findet man durch Subtraction von der in Folge totaler Belastung auftretenden Spannung:

$$\max(-D_3) = -18{,}7\,\text{t}.$$

Stab D_4.

Belastungsscheide im 4ten Felde linksseitiger und 4ten Felde rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+D_4) = 9{,}3\,\text{t}$$
$$\max(-D_4) = -19{,}7\,\text{t}.$$

Stab D_5.

Belastungsscheide im 5ten Felde linksseitiger und 2ten Felde rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+D_5) = 8{,}2\,\text{t}$$
$$\max(-D_5) = -20{,}6\,\text{t}.$$

Stab D_6.

Belastungsscheide im 6ten Felde linksseitiger und im 1sten Felde rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+D_6) = 8{,}3\,\text{t}$$
$$\max(-D_6) = -22{,}2\,\text{t}.$$

Stab D_7.

Belastungsscheide im 7ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte und im mittleren Felde.

$$\max(+D_7) = 9{,}8\,\text{t}$$
$$\max(-D_7) = -24{,}7\,\text{t}.$$

Stab D_8.

Belastungsscheide im 8ten und 1sten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

$$\max(+D_8) = 12{,}4\,\text{t}$$
$$\max(-D_8) = -28{,}0\,\text{t}.$$

Stab D_9.

Belastungsscheide im 2ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+D_9) = 16{,}1\,\text{t}$$
$$\max(-D_9) = -31{,}5\,\text{t}.$$

Temperaturspannungen.

Das Trägheitsmoment J_0 des Scheitelquerschnitts, dessen Kenntniss zur Ermittlung des durch Temperaturdifferenzen hervorgerufenen Horizontalschubes erforderlich ist, kann näherungsweise nach Gleichung 291, § 42 berechnet werden.

Es ist hierin das Eigengewicht

$$p = 1{,}567\,\text{t pr. lfdm. und pr. Träger}$$

und die mobile Last (der halben Spannweite entsprechend)

$$q = 4{,}2\,\mathrm{t.\ pr.\ lfdm.\ und\ pr.\ Träger}$$

zu setzen. Man hat:

$$J_0 = \frac{2{,}5^2 \,.\, 30^2}{8\,(7{,}5 \,.\, 9000 - 2 \,.\, 7000 \,.\, 2{,}5)}\,(1{,}567 + 1{,}1 \,.\, 4{,}2) = 0{,}134.$$

Der Horizontalschub selbst ergiebt sich nunmehr aus der Formel 101; diese lautet im vorliegenden Fall:

$$H = \pm\,\frac{14160 \,.\, 30 \,.\, 0{,}134}{295{,}51 + 93{,}75} = \pm\,146{,}24\,\mathrm{t}.$$

Von diesem Werthe hat jedes der beiden Systeme, in welche man einen Träger zerlegt denkt, die Hälfte aufzunehmen, so dass

$$H = \pm\,73{,}12\,\mathrm{t}$$

zu setzen ist.

Die Spannungen im Ober- und Untergurt werden nach den Formeln 295 und 296 ermittelt; man findet:

$$O_0 = \mp\,\frac{73{,}12\,(6{,}230 - 5{,}061)}{2{,}5} = \mp\,34{,}2\,\mathrm{t} \qquad O_5 = \mp\,\frac{73{,}12\,(4{,}613 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,13{,}1\,\mathrm{t}$$

$$O_1 = \mp\,\frac{73{,}12\,(6{,}230 - 5{,}061)}{2{,}5} = \mp\,34{,}2\,\text{„} \qquad O_6 = \mp\,\frac{73{,}12\,(3{,}788 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,37{,}2\,\text{„}$$

$$O_2 = \pm\,\frac{73{,}12\,(6{,}070 - 5{,}061)}{2{,}5} = \mp\,29{,}5\,\text{„} \qquad O_7 = \mp\,\frac{73{,}12\,(2{,}783 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,66{,}6\,\text{„}$$

$$O_3 = \mp\,\frac{73{,}12\,(5{,}749 - 5{,}061)}{2{,}5} = \mp\,20{,}1\,\text{„} \qquad O_8 = \mp\,\frac{73{,}12\,(1{,}589 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,101{,}5\,\text{„}$$

$$O_4 = \mp\,\frac{73{,}12\,(5{,}265 - 5{,}061)}{2{,}5} = \mp\,6{,}0\,\text{„} \qquad O_9 = \mp\,\frac{73{,}12\,(0{,}192 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,142{,}4\,\text{„}$$

$$U_0 = \pm\,\frac{73{,}12\,(8{,}731 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,107{,}3\,\mathrm{t} \qquad U_5 = \pm\,\frac{73{,}12\,(6{,}387 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,38{,}8\,\mathrm{t}$$

$$U_1 = \pm\,\frac{73{,}12\,(8{,}577 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,102{,}8\,\text{„} \qquad U_6 = \pm\,\frac{73{,}12\,(5{,}424 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,10{,}6\,\text{„}$$

$$U_2 = \pm\,\frac{73{,}12\,(8{,}269 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,93{,}8\,\text{„} \qquad U_7 = \pm\,\frac{73{,}12\,(4{,}282 - 5{,}061)}{2{,}5} = \mp\,22{,}8\,\text{„}$$

$$U_3 = \pm\,\frac{73{,}12\,(7{,}803 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,80{,}2\,\text{„} \qquad U_8 = \pm\,\frac{73{,}12\,(2{,}949 - 5\ 061)}{2{,}5} = \mp\,61{,}8\,\text{„}$$

$$U_4 = \pm\,\frac{73{,}12\,(7{,}177 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm\,61{,}9\,\text{„} \qquad U_9 = \mp\,\frac{73{,}12\,(1{,}413 - 5{,}061)}{2{,}5} = \mp\,106{,}7\,\text{„}$$

Die Spannung der Diagonalen D_0 ergiebt sich aus Gleichung 298; da $\sin\varphi = 0$ ist, so wird auch

$$D_0 = 0.$$

Die übrigen Diagonalen werden nach Gleichung 297 berechnet; es ist:

$$D_1 = \pm\,\frac{73{,}12\,(69{,}7 - 5{,}1)}{798{,}7} = \pm\,5{,}9\,\mathrm{t} \qquad D_6 = \pm\,\frac{73{,}12\,(65{,}5 - 5{,}1)}{144{,}0} = \pm\,30{,}7\,\mathrm{t}$$

$$D_2 = \pm\,\frac{73{,}12\,(70{,}9 - 5{,}1)}{419{,}3} = \pm\,11{,}5\,\text{„} \qquad D_7 = \pm\,\frac{73{,}12\,(63{,}2 - 5{,}1)}{123{,}1} = \pm\,34{,}5\,\text{„}$$

$$D_3 = \pm\,\frac{73{,}12\,(69{,}7 - 5{,}1)}{280{,}7} = \pm\,16{,}8\,\text{„} \qquad D_8 = \pm\,\frac{73{,}12\,(60{,}9 - 5{,}1)}{107{,}5} = \pm\,38{,}0\,\text{„}$$

$$D_4 = \pm \frac{73{,}12\,(68{,}9 - 5{,}1)}{214{,}2} = \pm\, 21{,}8 \text{ t} \qquad D_9 = \pm \frac{73{,}12\,(57{,}8 - 5{,}1)}{94{,}3} = \pm\, 40{,}9 \text{ t}$$

$$D_5 = \pm \frac{73{,}12\,(67{,}0 - 5{,}1)}{171{,}4} = \pm\, 26{,}4 \text{ „}$$

In den Vertikalen sind die Spannungen, welche in Folge von Temperaturdifferenzen auftreten, da doppeltes Fachwerk angeordnet ist, den Ausführungen des § 44 entsprechend gleich „Null“.

Es sollen nunmehr für das System I die Spannungen in den Gurtstücken und Diagonalen, welche von der permanenten, der mobilen Last und den Temperaturdifferenzen herrühren, summirt werden. Es ergiebt sich:

$\max(+O_0) = 30{,}2 + 70{,}5 + 34{,}2 = 134{,}9$ t	$\max(-O_0) = 30{,}2 - 34{,}2 = -4{,}0$ t
$\max(+O_1) = 30{,}2 + 70{,}5 + 34{,}2 = 134{,}9$ „	$\max(-O_1) = 30{,}2 - 34{,}2 = -4{,}0$ „
$\max(+O_2) = 29{,}3 + 72{,}3 + 29{,}5 = 131{,}1$ „	$\max(-O_2) = 29{,}3 - 0{,}2 - 29{,}5 = -0{,}4$ „
$\max(+O_3) = 27{,}7 + 69{,}7 + 20{,}1 = 117{,}5$ „	$\max(-O_3) = 27{,}7 - 0{,}5 - 20{,}1 = 7{,}1$ „
$\max(+O_4) = 25{,}2 + 64{,}6 + 6{,}0 = 95{,}8$ „	$\max(-O_4) = 25{,}2 - 0{,}6 - 6{,}0 = 18{,}6$ „
$\max(+O_5) = 22{,}1 + 56{,}3 + 13{,}1 = 91{,}5$ „	$\max(-O_5) = 22{,}1 - 0{,}2 - 13{,}1 = 8{,}8$ „
$\max(+O_6) = 18{,}3 + 42{,}8 + 37{,}2 = 98{,}3$ „	$\max(-O_6) = 18{,}3 - 37{,}2 = -18{,}9$ „
$\max(+O_7) = 14{,}0 + 32{,}7 + 66{,}6 = 113{,}3$ „	$\max(-O_7) = 14{,}0 - 66{,}6 = -52{,}6$ „
$\max(+O_8) = 9{,}2 + 29{,}1 + 101{,}5 = 139{,}8$ „	$\max(-O_8) = 9{,}2 - 2{,}9 - 101{,}5 = -95{,}2$ „
$\max(+O_9) = 4{,}3 + 34{,}7 + 142{,}4 = 181{,}1$ „	$\max(-O_9) = 4{,}3 - 24{,}5 - 142{,}4 = -162{,}6$ „
$\max(+U_0) = 5{,}8 + 27{,}3 + 107{,}3 = 140{,}4$ t	$\max(-U_0) = 5{,}8 - 13{,}5 - 107{,}3 = -115{,}0$ t
$\max(+U_1) = 6{,}7 + 30{,}8 + 102{,}8 = 140{,}3$ „	$\max(-U_1) = 6{,}7 - 15{,}8 - 102{,}8 = -111{,}9$ „
$\max(+U_2) = 8{,}6 + 37{,}2 + 93{,}8 = 139{,}6$ „	$\max(-U_2) = 8{,}6 - 17{,}1 - 93{,}8 = -102{,}3$ „
$\max(+U_3) = 11{,}3 + 46{,}4 + 80{,}2 = 137{,}9$ „	$\max(-U_3) = 11{,}3 - 18{,}2 - 80{,}2 = -87{,}1$ „
$\max(+U_4) = 14{,}8 + 54{,}7 + 61{,}9 = 131{,}4$ „	$\max(-U_4) = 14{,}8 - 18{,}6 - 61{,}9 = -65{,}7$ „
$\max(+U_5) = 19{,}1 + 61{,}9 + 38{,}8 = 119{,}8$ „	$\max(-U_5) = 19{,}1 - 15{,}7 - 38{,}8 = -35{,}4$ „
$\max(+U_6) = 24{,}0 + 69{,}6 + 10{,}6 = 104{,}2$ „	$\max(-U_6) = 24{,}0 - 10{,}7 - 10{,}6 = 2{,}7$ „
$\max(+U_7) = 29{,}5 + 75{,}1 + 22{,}8 = 127{,}4$ „	$\max(-U_7) = 29{,}5 - 6{,}2 - 22{,}8 = 0{,}5$ „
$\max(+U_8) = 35{,}4 + 85{,}2 + 61{,}8 = 182{,}4$ „	$\max(-U_8) = 35{,}4 - 2{,}5 - 61{,}8 = -28{,}9$ „
$\max(+U_9) = 41{,}5 + 107{,}4 + 106{,}7 = 255{,}6$ „	$\max(-U_9) = 41{,}5 - 2{,}3 - 106{,}7 = -67{,}5$ „
$\max(+D_0) = 18{,}9 = 18{,}9$ t	$\max(-D_0) = -18{,}9 = -18{,}9$ t
$\max(+D_1) = -1{,}1 + 16{,}8 + 5{,}9 = 21{,}6$ „	$\max(-D_1) = -1{,}1 - 19{,}3 - 5{,}9 = -26{,}3$ „
$\max(+D_2) = -2{,}2 + 14{,}9 + 11{,}5 = 24{,}2$ „	$\max(-D_2) = -2{,}2 - 19{,}4 - 11{,}5 = -33{,}1$ „
$\max(+D_3) = -3{,}1 + 12{,}9 + 16{,}8 = 26{,}6$ „	$\max(-D_3) = -3{,}1 - 18{,}7 - 16{,}8 = -38{,}6$ „
$\max(+D_4) = -3{,}9 + 9{,}3 + 21{,}8 = 27{,}2$ „	$\max(-D_4) = -3{,}9 - 19{,}7 - 21{,}8 = -45{,}4$ „
$\max(+D_5) = -4{,}5 + 8{,}2 + 26{,}4 = 30{,}1$ „	$\max(-D_5) = -4{,}5 - 20{,}6 - 26{,}4 = -51{,}5$ „
$\max(+D_6) = -5{,}0 + 8{,}3 + 30{,}7 = 34{,}0$ „	$\max(-D_6) = -5{,}0 - 22{,}2 - 30{,}7 = -57{,}9$ „
$\max(+D_7) = -5{,}2 + 9{,}8 + 34{,}5 = 39{,}1$ „	$\max(-D_7) = -5{,}2 - 24{,}7 - 34{,}5 = -64{,}4$ „
$\max(+D_8) = -5{,}1 + 12{,}4 + 38{,}0 = 45{,}3$ „	$\max(-D_8) = -5{,}1 - 28{,}0 - 38{,}0 = -71{,}1$ „
$\max(+D_9) = -4{,}8 + 16{,}1 + 40{,}9 = 52{,}2$ „	$\max(-D_9) = -4{,}8 - 31{,}5 - 40{,}9 = -77{,}2$ „

System II.

Die Spannungen, welche in diesem System auftreten, lassen sich im Allgemeinen aus den obigen Zahlen in einfacher Weise ableiten.

Die Spannungen in den **Gurtungen** ergeben sich aus den Gleichungen 325 und 326 des § 44. Da die Hebelsarme sämmtlicher Gurtstücke als gleich ($= 2{,}5$ m) angenommen sind, so werden sich die gesuchten Werthe direct abschreiben lassen. Die Spannung U_0' müsste eigentlich aus der Spannung U_{-1} abgeleitet werden; letztere ist für System I nicht berechnet. Man übersieht jedoch sofort, dass der Stab U_0' dieselben Spannungen wie der Stab U_0 haben wird, da die diesen beiden Stäben conjugirten Drehpunkte symmetrisch gelegen sind.

Eine besondere Berechnung erfordert das *Gurtstück* O_9'. Diese Berechnung soll zunächst durchgeführt werden.

Eigengewicht.

$$[M] = 0$$

$$M = -94{,}73\,P - 14{,}504\,(-1{,}421 - 5{,}061)\,P = -0{,}72\,P$$

$$O_9' = -\frac{0{,}72}{2{,}5}\,P = -0{,}29\,P = -0{,}7\text{ t.}$$

Mobile Belastung.

Belastungsscheide im 2ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte. Es muss die Strecke vom 2ten Felde bis zum rechtsseitigen Kämpfer belastet werden, damit in O_9' das Maximum der Druckspannung auftrete. Für diese Belastungsart findet man:

$$\max(+O_9') = 49{,}3\text{ t}$$

Ferner ergiebt sich:

$$\max(-O_9') = -55{,}1\text{ t.}$$

Temperaturspannungen.

$$O_9' = \mp\frac{73{,}12\,(-1{,}421 - 5{,}061)}{2{,}5} = \pm 189{,}6\text{ t.}$$

Es ist also:

$\max(+O_0') = 134{,}9$ t	$\max(-O_0') = -\ \ 4{,}0$ t
$\max(+O_1') = 131{,}1$ „	$\max(-O_1') = -\ \ 0{,}4$ „
$\max(+O_2') = 117{,}5$ „	$\max(-O_2') = \ \ 7{,}1$ „
$\max(+O_3') = \ \ 95{,}8$ „	$\max(-O_3') = \ \ 18{,}6$ „
$\max(+O_4') = \ \ 91{,}5$ „	$\max(-O_4') = \ \ 8{,}8$ „
$\max(+O_5') = \ \ 98{,}3$ „	$\max(-O_5') = -\ \ 18{,}9$ „
$\max(+O_6') = 113{,}3$ „	$\max(-O_6') = -\ \ 52{,}6$ „
$\max(+O_7') = 139{,}8$ „	$\max(-O_7') = -\ \ 95{,}2$ „
$\max(+O_8') = 181{,}4$ „	$\max(-O_8') = -162{,}6$ „
$\max(+O_9') = -0{,}7 + 49{,}3 + 189{,}6 = 238{,}2$ t.	$\max(-O_9') = -0{,}7 - 55{,}1 - 189{,}6 = -245{,}4$ t.

$\max(+U_0') = 140{,}4$ t	$\max(-U_0') = -115{,}0$ t
$\max(+U_1') = 140{,}4$ „	$\max(-U_1') = -115{,}0$ „
$\max(+U_2') = 140{,}3$ „	$\max(-U_2') = -111{,}9$ „
$\max(+U_3') = 139{,}6$ „	$\max(-U_3') = -102{,}3$ „
$\max(+U_4') = 137{,}9$ „	$\max(-U_4') = -\ \ 87{,}1$ „
$\max(+U_5') = 131{,}4$ „	$\max(-U_5') = -\ \ 65{,}7$ „
$\max(+U_6') = 119{,}8$ „	$\max(-U_6') = -\ \ 35{,}4$ „
$\max(+U_7') = 104{,}2$ „	$\max(-U_7') = \ \ 2{,}7$ „
$\max(+U_8') = 127{,}4$ „	$\max(-U_8') = \ \ 0{,}5$ „
$\max(+U_9') = 182{,}4$ „	$\max(-U_9') = -\ \ 28{,}9$ „

Die Spannungen in den Diagonalen ergeben sich aus der Gleichung 328. Das Verhältniss der Längen dieser Stäbe ist bereits anfangs (Beispiel III) berechnet. Man findet:

$\max(+D_0') = 18{,}9$ t	$\max(-D_0') = -18{,}9$ t
$\max(+D_1') = 26{,}3 \,.\, 1{,}049 = 27{,}6$ t	$\max(-D_1') = -21{,}6 \,.\, 1{,}049 = -22{,}7$ t
$\max(+D_2') = 33{,}1 \,.\, 1{,}102 = 36{,}5$ „	$\max(-D_2') = -24{,}2 \,.\, 1{,}102 = -26{,}7$ „
$\max(+D_3') = 38{,}6 \,.\, 1{,}157 = 44{,}7$ „	$\max(-D_3') = -26{,}6 \,.\, 1{,}157 = -30{,}8$ „
$\max(+D_4') = 45{,}4 \,.\, 1{,}216 = 55{,}2$ „	$\max(-D_4') = -27{,}2 \,.\, 1{,}216 = -33{,}0$ „
$\max(+D_5') = 51{,}5 \,.\, 1{,}279 = 65{,}9$ „	$\max(-D_5') = -30{,}1 \,.\, 1{,}279 = -38{,}5$ „
$\max(+D_6') = 57{,}9 \,.\, 1{,}347 = 78{,}0$ „	$\max(-D_6') = -34{,}0 \,.\, 1{,}347 = -45{,}8$ „
$\max(+D_7') = 64{,}4 \,.\, 1{,}421 = 91{,}5$ „	$\max(-D_7') = -39{,}1 \,.\, 1{,}421 = -55{,}6$ „
$\max(+D_8') = 71{,}1 \,.\, 1{,}503 = 106{,}9$ „	$\max(-D_8') = -45{,}3 \,.\, 1{,}503 = -68{,}1$ „
$\max(+D_9') = 77{,}2 \,.\, 1{,}592 = 122{,}9$ „	$\max(-D_9') = -52{,}2 \,.\, 1{,}592 = -83{,}1$ „

Denkt man sich beide Systeme auf einander gelegt, so werden sich die Spannungen in den entsprechenden Gurtstücken summiren. Diese Addition giebt folgende Resultate:

$\max(+O_0) = 134{,}9 + 134{,}9 = 269{,}8$ t	$\max(-O_0) = -4{,}0 - 4{,}0 = -8{,}0$ t
$\max(+O_1) = 134{,}9 + 131{,}1 = 266{,}0$ „	$\max(-O_1) = -4{,}0 - 0{,}4 = -4{,}4$ „
$\max(+O_2) = 131{,}1 + 117{,}5 = 248{,}6$ „	$\max(-O_2) = -0{,}4 + 7{,}1 = 6{,}7$ „
$\max(+O_3) = 117{,}5 + 95{,}8 = 213{,}3$ „	$\max(-O_3) = 7{,}1 + 18{,}6 = 25{,}7$ „
$\max(+O_4) = 95{,}8 + 91{,}5 = 187{,}3$ „	$\max(-O_4) = 18{,}6 + 8{,}8 = 27{,}4$ „
$\max(+O_5) = 91{,}5 + 98{,}3 = 189{,}8$ „	$\max(-O_5) = 8{,}8 - 18{,}9 = -10{,}1$ „
$\max(+O_6) = 98{,}3 + 113{,}3 = 211{,}6$ „	$\max(-O_6) = -18{,}9 - 52{,}6 = -71{,}5$ „
$\max(+O_7) = 113{,}3 + 139{,}8 = 253{,}1$ „	$\max(-O_7) = -52{,}6 - 95{,}2 = -147{,}8$ „
$\max(+O_8) = 139{,}8 + 181{,}4 = 321{,}2$ „	$\max(-O_8) = -95{,}2 - 162{,}6 = -257{,}8$ „
$\max(+O_9) = 181{,}4 + 238{,}2 = 419{,}6$ „	$\max(-O_9) = -162{,}6 - 245{,}4 = -408{,}0$ „
$\max(+U_0) = 140{,}4 + 140{,}4 = 280{,}8$ t	$\max(-U_0) = -115{,}0 - 115{,}0 = -230{,}0$ t
$\max(+U_1) = 140{,}3 + 140{,}4 = 280{,}7$ „	$\max(-U_1) = -111{,}9 - 115{,}0 = -226{,}9$ „
$\max(+U_2) = 139{,}6 + 140{,}3 = 279{,}9$ „	$\max(-U_2) = -102{,}3 - 111{,}9 = -214{,}2$ „
$\max(+U_3) = 137{,}9 + 139{,}6 = 277{,}5$ „	$\max(-U_3) = -87{,}1 - 102{,}3 = -189{,}4$ „
$\max(+U_4) = 131{,}4 + 137{,}9 = 269{,}3$ „	$\max(-U_4) = -65{,}7 - 87{,}1 = -152{,}8$ „
$\max(+U_5) = 119{,}8 + 131{,}4 = 251{,}2$ „	$\max(-U_5) = -35{,}4 - 65{,}7 = -101{,}1$ „
$\max(+U_6) = 104{,}2 + 119{,}8 = 224{,}0$ „	$\max(-U_6) = 2{,}7 - 35{,}4 = -32{,}7$ „
$\max(+U_7) = 127{,}4 + 104{,}2 = 231{,}6$ „	$\max(-U_7) = 0{,}5 + 2{,}7 = 3{,}2$ „
$\max(+U_8) = 182{,}4 + 127{,}4 = 309{,}8$ „	$\max(-U_8) = -28{,}9 + 0{,}5 = -28{,}4$ „
$\max(+U_9) = 255{,}6 + 182{,}4 = 438{,}0$ „	$\max(-U_9) = -67{,}5 - 28{,}9 = -96{,}4$ „

Schliesslich ist es noch erforderlich, die Spannungen in den Vertikalen unter Berücksichtigung beider Systeme zu ermitteln. Angenähert findet man diese Spannungen aus den Gleichungen 331 und 334 des § 44.

Die Kraft Q, Belastung pr. Knotenpunkt, ist dann am grössten, wenn zwei benachbarte Felder total belastet sind. Die Länge der belasteten Strecke beträgt in diesem Fall ca. 6 m, so dass der Tabelle des § 7 zufolge $q = 10{,}2$ t zu setzen ist. Es ergiebt sich also:

$$Q = \tfrac{1}{2} \,.\, 1\tfrac{1}{2} \,.\, 10{,}2 \,.\, 3{,}158 = 24{,}2 \text{ t}.$$

Man hat nun:

$$\max(+C) = \frac{3{,}17 - 1{,}79}{2} + \frac{24{,}2}{2} = 12{,}8\,\text{t}; \quad \max(-C) = \frac{3{,}17 - 1{,}79}{2} = 0{,}7\,\text{t}.$$

Sämmtliche Spannungen sind in Fig. 3, Taf. 8 zusammengestellt.

Aus diesen Grenzwerthen ist nunmehr die zulässige spec. Spannung für die verschiedenen Constructionstheile nach der Formel

$$k = 0{,}9\left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{\min S}{\max S}\right)$$

zu berechnen und muss sodann der erforderliche Querschnitt der einzelnen Stäbe ermittelt werden. Diese Rechnungen sind genau in derselben Weise wie im Beispiel III durchzuführen; dieselben sollen deshalb hier nicht wiederholt werden. Zu bemerken ist nur noch, dass die Querschnitte der Vertikalen etwas reichlich zu bemessen sind, da die Spannungen derselben nur angenähert ermittelt wurden.

Nachdem alsdann der Träger vollständig dimensionirt ist, kann man auf Grund dieser Stabquerschnitte eine Correction der ganzen Rechnung vornehmen. Die Bestimmung des Horizontalschubes wurde nämlich mit Berücksichtigung der Elasticitätsverhältnisse des Bogens unter der Annahme durchgeführt, dass das Trägheitsmoment J in jedem Punkte des Trägers der Gleichung

$$J \cos\varphi = \text{Const.}$$

genüge, wenn mit φ der Winkel bezeichnet wird, den die Bogenaxe mit der Horizontalen einschliesst. Diese Annahme ist, wie man schon aus den Spannungszahlen der Gurtungen ersieht, thatsächlich nicht zutreffend. Auf Grund der jetzt berechneten Stabquerschnitte lässt sich der Horizontalschub nun bedeutend genauer ermitteln. Bezüglich dieser Correctionsmethode sei auf Beispiel XI verwiesen, in welchem dieselbe vollständig durchgeführt ist. Ob eine solche Correction erforderlich ist oder nicht, muss der Erwägung des Constructeurs überlassen bleiben. Im Allgemeinen ist die hier erzielte Annäherung schon eine so gute, dass man sich mit den gewonnenen Resultaten vollständig zufrieden geben kann. Eine weitere Correction scheint um so weniger geboten, als die Voraussetzungen der Unverschieblichkeit der Widerlager, der absolut genauen Montage des Bogens etc. thatsächlich doch nicht vollständig erfüllt sind. Empfehlenswerth scheint es vielmehr, für statisch unbestimmte Bogensysteme einen etwas grösseren Sicherheitscoefficienten, wie solcher ja auch im vorliegenden Beispiele angenommen ist, in die Rechnung einzuführen.

Beispiel VIII.

Es soll dieselbe Bogenbrücke, welche im vorigen Beispiele behandelt wurde, jetzt unter Annahme einer *mobilen Belastung durch ein System von Einzellasten* berechnet werden.

Genau in derselben Weise, wie im vorigen Beispiel, ist zunächst die geometrische Form des Bogens analytisch zu ermitteln. Sodann sind der Horizontalschub H und die Werthe M_0 und T_0 zu berechnen, welche einer der Reihe nach an den verschiedenen Knotenpunkten angreifenden Last von der Grösse „Eins“ entsprechen. Nachdem diese vorbereitenden Rechnungen durchgeführt sind, ermittelt man approximativ die Grösse des Eigengewichts. Alle diese Operationen sind grade so durchzuführen wie im Beispiel VII; dieselben sollen deshalb hier nicht wiederholt werden. Bis zu dem Abschnitt: „Eigengewicht“ auf Seite 236 sind die für das vorige Beispiel gemachten Ausführungen wörtlich hier einzufügen.

Verzeichnung der Influenzlinien.

Nach den Ausführungen des § 41, resp. des § 35, auf welchen im § 41 verwiesen wird, muss für jeden einzelnen Constructionsstab die Influenzlinie ermittelt werden. Diese erhält man folgendermaassen. Eine Last von der Grösse „Eins“ lässt man der Reihe nach an den verschiedenen Knotenpunkten angreifen und berechnet die dadurch im fraglichen Stabe hervorgerufenen Spannungen. Diese Grössen trägt man in den Angriffspunkten der Last als Ordinaten auf und verbindet die Endpunkte dieser Ordinaten durch grade Linien. Für jede beliebige Lage einer Last „Eins“ giebt die dem Angriffspunkte der Last entsprechende Ordinate dieses Linienzuges sodann die Grösse der dadurch im fraglichen Stabe hervorgerufenen Spannung an. Der Einfluss der Querträger — also die Thatsache, dass eine im Innern eines Feldes angreifende Last nicht eigentlich in diesem Angriffspunkte, sondern durch ihre auf die benachbarten Knotenpunkte entfallenden Componenten zur Wirkung kommt — ist in der Construction des Linienzuges bereits dadurch berücksichtigt, dass man denselben zwischen den Knotenpunkten gradlinig verlaufen lässt, anstatt die Endpunkte der Ordinaten durch eine stetige Curve zu verbinden.

Das Stabsystem mit gekreuzten Diagonalen denkt man sich zum Zweck der statischen Berechnung in zwei Einzelsysteme zerlegt. System I soll von links nach rechts fallende, System II von links nach rechts ansteigende Diagonalen enthalten.

Die Influenzlinien werden für die einzelnen Stäbe des Systems I berechnet.

Der Horizontalschub und die Werthe M_0 und T_0, welche einer in den verschiedenen Knotenpunkten der linksseitigen Bogenhälfte angreifenden Einzellast von der Grösse „Eins“ entsprechen, sind bereits oben ermittelt. Die Werthe H und M_0 sind für symmetrisch gelegene Knotenpunkte die nämlichen. Die Grössen T_0, welche den Knotenpunkten der rechtsseitigen Bogenhälfte entsprechen, haben dieselben Absolutwerthe wie die symmetrisch gelegenen Punkten der linksseitigen Brückenhälfte zukommenden Grössen, kehren jedoch ihr Vorzeichen um.

Influenzlinien der oberen Gurtungsstäbe.

Für eine beliebige Lage der Einzellast „Eins“ ist zunächst nach Gleichung 283, § 38 der Werth $[M]$, sodann aus Gleichung 282 das Moment M und schliesslich aus Gleichung 284 die gesuchte Spannung O zu berechnen.

Die Grösse $[M]$, d. h. das Moment, welches die nämliche Belastung bei einem Balken auf zwei Stützen in einem Punkte, welcher dieselbe Abscisse, wie der in Rede stehende Drehpunkt besitzt, hervorbringen würde, lässt sich für die in Frage kommende Belastung noch etwas einfacher schreiben als der in Gleichung 283 stehende Ausdruck.

Liegt die Last „Eins“ rechts von dem zum Zweck der Spannungsermittlung durch den fraglichen Stab geführten Schnitt, so wird

$$[M_1] = \frac{(l-x)\,(l+\xi)}{2l}.$$

Liegt hingegen die Last links von diesem Schnitte, so ist:

$$[M_2] = \frac{(l + x)\,(l - \xi)}{2\,l}.$$

Die den Gurtstäben conjugirten Drehpunkte fallen mit den Knotenpunkten des Bogens zusammen. Giebt man die Abscissen x dieser Punkte nicht in Metern, sondern in Felderlängen an, drückt man ebenso die Abscissen ξ der Angriffspunkte der Einzellast in Felderlängen aus und berücksichtigt, dass $l = 9{,}_5\,\lambda$ ist, so lauten die oben aufgestellten zwei Gleichungen:

$$[M_1] = \frac{(9{,}_5 - x)\,(9{,}_5 + \xi)}{19} \cdot \lambda$$

und

$$[M_2] = \frac{(9{,}_5 + x)\,(9{,}_5 - \xi)}{19} \cdot \lambda.$$

Setzt man noch $\lambda = 3{,}_{1579}$, so erhält man für den Fall, dass die Last rechts vom fraglichen Knotenpunkte angreift:

$$[M_1] = 0{,}_{1662}\,(9{,}_5 - x)\,(9{,}_5 + \xi)$$

und für den Fall, dass die Einzellast links von diesem Punkte liegt:

$$[M_2] = 0{,}_{1662}\,(9{,}_5 + x)\,(9{,}_5 - \xi).$$

Fällt der Angriffspunkt der Last mit dem fraglichen Knotenpunkte zusammen, so ist es gleichgültig, welche dieser beiden Formeln man anwendet. Beide Gleichungen liefern dasselbe Resultat.

Beispielsweise ist für den *Stab* O_3 $x = 2{,}_5$. Die beiden Gleichungen für das Moment $[M]$ lauten also in diesem Fall:

$$[M_1] = 0{,}_{1662}\,(9{,}_5 - 2{,}_5)\,(9{,}_5 + \xi) = 1{,}_{1634}\,(9{,}_5 + \xi)$$

und

$$[M_2] = 0{,}_{1662}\,(9{,}_5 + 2{,}_5)\,(9{,}_5 - \xi) = 1{,}_{9944}\,(9{,}_5 - \xi).$$

Liegt Last „Eins" am Knotenpunkte 5 der rechtsseitigen Bogenhälfte, so ist $\xi = -\,5{,}_5$, also:

$$[M] = 1{,}_{1634}\,(9{,}_5 - 5{,}_5) = 4{,}_{6536}.$$

Die Werthe H, M_0 und T_0 werden den oben berechneten Zahlenreihen entnommen.

Das Moment M ergiebt sich sodann aus Gleichung 282. Die Ordinate y, welche in dieser Formel vorkommt, ist natürlich von der um die Strecke $z = 5{,}_{061}$ über der Kämpferhorizontalen liegenden X-Axe aus zu rechnen.

Es ist:

$$M = 4{,}_{654} - 4{,}_{986} - 0{,}_{638}\,(5{,}_{749} - 5{,}_{061}) + 0{,}_{0962} \,.\, 2{,}_5 \,.\, 3{,}_{158} = -\,0{,}_{012}$$

und schliesslich:

$$O_3 = -\,\frac{0{,}_{012}}{2{,}_5} = -\,0{,}_{005}.$$

Würde Last „Eins" am Knotenpunkte 6 der linksseitigen Brückenhälfte angreifen, so wäre $\xi = 6{,}_5$ zu setzen:

$$[M] = 1{,}_{9944}\,(9{,}_5 - 6{,}_5) = 5{,}_{9832}$$

$$M = 5{,}_{983} - 3{,}_{989} - 0{,}_{407}\,(5{,}_{749} - 5{,}_{061}) - 0{,}_{0910} \,.\, 2{,}_5 \,.\, 3{,}_{158} = 0{,}_{996}$$

$$O_3 = \frac{0{,}_{996}}{2{,}_5} = 0{,}_{398}.$$

In dieser Weise können für jeden einzelnen Stab O die gesuchten Spannungen ermittelt werden.

Den Stäben O_0 und O_1 entsprechen symmetrisch gelegene Drehpunkte. Die auftretenden Spannungen werden demnach in beiden Stäben die nämlichen sein. Es ist also nur erforderlich, einen dieser Gurtstäbe der Rechnung zu unterziehen.

Es ist nun folgende Tabelle berechnet.

	Knotenpunkt	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6	O_7	O_8	O_9
rechtsseitige Bogenhälfte	8	0,000	— 0,007	— 0,009	— 0,007	— 0,001	0,010	0,025	0,045	0,070
	7	0,018	— 0,008	— 0,021	— 0,020	— 0,006	0,022	0,065	0,123	0,198
	6	0,067	0,003	— 0,024	— 0,030	— 0,008	0,042	0,121	0,230	0,373
	5	0,162	0,058	— 0,005	— 0,025	— 0,003	0,063	0,175	0,335	0,547
	4	0,318	0,157	0,052	0,003	0,013	0,082	0,213	0,411	0,678
	3	0,548	0,318	0,157	0,066	0,046	0,100	0,231	0,442	0,741
	2	0,857	0,548	0,319	0,170	0,105	0,125	0,234	0,437	0,740
	1	1,254	0,857	0,548	0,326	0,195	0,158	0,218	0,381	0,653
	0	1,740	1,248	0,848	0,541	0,329	0,215	0,202	0,297	0,507
linksseitige Bogenhälfte	0	2,321	1,730	1,231	0,824	0,512	0,298	0,186	0,182	0,292
	1	1,738	2,307	1,701	1,182	0,755	0,421	0,185	0,050	0,026
	2	1,245	1,712	2,259	1,623	1,071	0,604	0,225	— 0,059	— 0,243
	3	0,847	1,213	1,649	2,154	1,468	0,855	0,319	— 0,135	— 0,503
	4	0,535	0,806	1,134	1,518	1,960	1,199	0,500	— 0,133	— 0,696
	5	0,306	0,491	0,717	0,985	1,296	1,651	0,788	— 0,026	— 0,788
	6	0,151	0,262	0,398	0,562	0,753	0,971	1,220	0,235	— 0,716
	7	0,057	0,109	0,175	0,253	0,345	0,452	0,573	0,709	— 0,401
	8	0,009	0,023	0,041	0,064	0,090	0,121	0,157	0,197	0,242

Influenzlinien der unteren Gurtungsstäbe.

Die Momente $[M]$ sind die nämlichen wie die, welche bereits für die oberen Gurtstäbe berechnet wurden.

Beispielsweise sei die Behandlung des *Stabes* U_3 durchgesprochen. Der diesem Constructionstheil conjugirte Drehpunkt ist der obere Knotenpunkt 3; es ist also $x = 3{,}5$ zu setzen. Die beiden Gleichungen für das Moment $[M]$ lauten in diesem Falle:

$$[M_1] = 0{,}1662\,(9{,}5 - 3{,}5)\,(9{,}5 + \xi) = 0{,}9972\,(9{,}5 + \xi)$$

und

$$[M_2] = 0{,}1662\,(9{,}5 + 3{,}5)\,(9{,}5 - \xi) = 2{,}1606\,(9{,}5 - \xi).$$

Liegt Last „Eins“ am Knotenpunkte 5 der rechtsseitigen Bogenhälfte, so ist $\xi = -5{,}5$, also:

$$[M] = 0{,}9972\,(9{,}5 - 5{,}5) = 3{,}9888.$$

Ferner:

$$M = 3{,}989 - 4{,}986 - 0{,}638\,(7{,}803 - 5{,}061) + 0{,}0962\,.\,3{,}5\,.\,3{,}158 = -1{,}683.$$

Aus Gleichung 285 folgt:

$$U_3 = \frac{1{,}683}{2{,}5} = 0{,}673.$$

Würde Last „Eins“ am Knotenpunkte 6 der linksseitigen Brückenhälfte angreifen, so wäre $\xi = 6{,}5$ zu setzen:

$$[M] = 2{,}1606\,(9{,}5 - 6{,}5) = 6{,}4818$$

$$M = 6{,}482 - 3{,}989 - 0{,}407\,(7{,}803 - 5{,}061) - 0{,}0910\,.\,3{,}5\,.\,3{,}158 = 0{,}372$$

$$U_3 = -\frac{0{,}372}{2{,}5} = -0{,}149.$$

In dieser Weise werden für jeden einzelnen Stab U die gesuchten Spannungen ermittelt. Man findet:

	Knotenpunkt	U_0	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9
rechtsseitige Bogenhälfte	8	0,064	0,071	0,073	0,071	0,066	0,056	0,042	0,023	0,000	— 0,029
	7	0,186	0,212	0,226	0,227	0,215	0,190	0,150	0,096	0,027	— 0,060
	6	0,320	0,400	0,434	0,443	0,246	0,381	0,309	0,208	0,076	— 0,090
	5	0,477	0,582	0,648	0,673	0,658	0,600	0,499	0,352	0,157	— 0,091
	4	0,548	0,711	0,821	0,876	0,876	0,818	0,701	0,522	0,277	— 0,039
	3	0,524	0,753	0,919	1,019	1,050	1,010	0,898	0,708	0,437	0,079
	2	0,381	0,693	0,928	1,086	1,164	1,161	1,073	0,896	0,624	0,252
	1	0,098	0,499	0,815	1,047	1,191	1,247	1,210	1,076	0,838	0,490
	0	— 0,322	0,173	0,580	0,898	1,124	1,258	1,295	1,229	1,055	0,767
linksseitige Bogenhälfte	0	— 0,904	— 0,309	0,197	0,615	0,941	1,175	1,311	1,345	1,271	1,081
	1	— 0,385	— 0,951	— 0,338	0,190	0,631	0,984	1,244	1,406	1,465	1,414
	2	— 0,007	— 0,472	— 1,012	— 0,367	0,198	0,682	1,081	1,391	1,607	1,722
	3	0,222	— 0,143	— 0,572	— 1,070	— 0,372	0,255	0,809	1,286	1,681	1,990
	4	0,332	0,062	— 0,261	— 0,639	— 1,072	— 0,299	0,415	1,066	1,651	2,165
	5	0,332	0,149	— 0,074	— 0,338	— 0,642	— 0,988	— 0,114	0,713	1,491	2,218
	6	0,256	0,144	0,012	— 0,149	— 0,335	— 0,548	— 0,790	0,203	1,165	2,093
	7	0,147	0,095	0,031	— 0,046	— 0,136	— 0,240	— 0,357	— 0,489	0,626	1,725
	8	0,054	0,040	0,022	0,000	— 0,026	— 0,056	— 0,090	— 0,129	— 0,173	1,042

Influenzlinien der Diagonalen.

Stab D_0.

Die mitgeschnittenen Gurtlinien sind einander parallel. Die Spannung der Diagonalen D_0 ergiebt sich demnach aus der Gleichung 287. Der Winkel φ, den die Gurtlinien mit der Horizontalen einschliessen, ist 0, also ist $\sin\varphi = 0$ und $\cos\varphi = 1$. Um den Sinus des Winkels α zu berechnen, muss man die Länge des fraglichen Diagonalstabes kennen. Es ist:

$$\lambda_0^d = \sqrt{2{,}5007^2 + 3{,}1579^2} = 4{,}0289$$

und demnach:

$$\sin\alpha = \frac{2{,}5007}{4{,}0289} = 0{,}6207.$$

Denkt man sich die Spannung D_0 als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens einwirken, so hat diese Kraft eine zur Richtung der mitgeschnittenen Gurtlinien senkrechte Componente, welche aufwärts, gegen die obere Gurtung gerichtet ist. In Gleichung 287 hat also das —Zeichen Gültigkeit. Die Formel lautet demnach:

$$D_0 = -\frac{[T] + T_0}{0{,}6207}.$$

Die Transversalkraft $[T]$, welche die nämliche Belastung bei einem Träger auf 2 Stützen im fraglichen Felde hervorbringen würde, ist nach Gleichung 288 zu berechnen. Giebt man die Abscisse ξ des Angriffspunktes der Last in Felderlängen an, und berücksichtigt, dass $l = 9{,}5\,\lambda$ ist, so wird für den Fall, dass die Last „Eins" rechts vom fraglichen Felde angreift:

$$[T_1] = \frac{9{,}5 + \xi}{19}$$

und für den Fall, dass dieselbe links vom fraglichen Felde liegt:

$$[T_2] = -\frac{9{,}5 - \xi}{19}.$$

Es greife z. B. die Last „Eins" im Knotenpunkte 3 der rechtsseitigen Bogenhälfte an; dann ist $\xi = -3{,}5$ und

$$[T] = \frac{9{,}5 - 3{,}5}{19} = 0{,}3158 .$$

Der Werth T_0 ist der oben berechneten Zahlenreihe zu entnehmen.

$$D_0 = -\frac{0{,}3158 - 0{,}0796}{0{,}6207} = -0{,}381 .$$

In dieser Weise sind die Werthe D_0 für die verschiedenen Lagen der Einzellast zu ermitteln.

Es ist noch zu bemerken, dass für symmetrische Lagen der Last die Spannung D_0 denselben Absolutwerth, jedoch entgegengesetztes Vorzeichen hat; demnach ist es nur erforderlich, die Rechnungen für eine Bogenhälfte durchzuführen.

Für die übrigen Diagonalen ergiebt sich die Spannung in der Weise, dass man zunächst wie bei den Gurtstäben die Grösse $[M]$, sodann das Moment M und schliesslich aus Gleichung 286 die Spannung D berechnet.

Die Coordinaten der Schnittpunkte der mitgeschnittenen Gurtlinien sind anfangs analytisch ermittelt. Denkt man sich durch irgend eine Diagonale einen Schnitt geführt und die Spannung D auf den links vom Schnitt befindlichen Theil der Brücke als Druckkraft einwirkend, so erkennt man, dass alsdann diese Spannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Sinne des Uhrzeigers dreht. In Gleichung 286 hat also das —Zeichen Gültigkeit.

Die Gleichung 283, nach welcher das Moment $[M]$ zu berechnen ist, lässt sich noch etwas einfacher schreiben. Giebt man die Abscisse ξ des Angriffspunktes der Last in Felderlängen an, so wird für den Fall, dass die Last rechts vom fraglichen Felde liegt:

$$[M_1] = \frac{(30 - x)(9{,}5 + \xi)}{19}$$

und für den Fall, dass die Last links vom fraglichen Felde angreift:

$$[M_2] = \frac{(30 + x)(9{,}5 - \xi)}{19} .$$

Es sei nun beispielsweise die Berechnung des *Stabes* D_3 durchgesprochen:

$$x = -408{,}6 .$$

Demnach lauten die beiden Gleichungen für das Moment $[M]$:

$$[M_1] = \frac{30 + 408{,}6}{19}(9{,}5 + \xi) = 23{,}08\,(9{,}5 + \xi)$$

und

$$[M_2] = \frac{30 - 408{,}6}{19}(9{,}5 - \xi) = -19{,}93\,(9{,}5 - \xi).$$

Liegt die Last „Eins" etwa am Knotenpunkte 5 der rechtsseitigen Bogenhälfte, so wird $\xi = -5{,}5$ und

$$[M] = 23{,}08\,(9{,}5 - 5{,}5) = 92{,}32 .$$

Die Werthe H, M_0 und T_0 werden den oben berechneten Zahlenreihen entnommen. Nach Gleichung 282 ist:

$$M = 92{,}32 - 4{,}986 - 0{,}638\,(69{,}7 - 5{,}1) - 0{,}0962 \,.\, 408{,}6 = 6{,}81$$

und nach Gleichung 286:

$$D_3 = -\frac{6{,}81}{280{,}7} = -0{,}021 .$$

Greift die Einzellast am Knotenpunkte 6 der linksseitigen Brückenhälfte an, so ist: $\xi = 6,_5$ und

$$[M] = -19,_{93}\,(9,_5 - 6,_5) = -59,_{79}$$

$$M = -59,_{79} - 3,_{989} - 0,_{407}\,(69,_7 - 5,_1) + 0,_{0910} \,.\, 408,_6 = -52,_{89}$$

$$D_3 = \frac{52,_{89}}{280,_7} = 0,_{188}.$$

Man erhält in dieser Weise die folgende Tabelle:

	Knotenpunkt	D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9
rechtsseitige Bogenhälfte	8	— 0,013	— 0,011	— 0,002	0,003	0,007	0,012	0,016	0,020	0,024	0,027
	7	— 0,050	— 0,032	— 0,016	0,001	0,016	0,031	0,045	0,058	0,071	0,082
	6	— 0,108	— 0,073	— 0,039	— 0,006	0,025	0,055	0,084	0,110	0,136	0,158
	5	— 0,184	— 0,129	— 0,076	— 0,024	0,026	0,073	0,118	0,161	0,201	0,238
	4	— 0,276	— 0,201	— 0,129	— 0,057	0,010	0,076	0,139	0,198	0,254	0,306
	3	— 0,381	— 0,288	— 0,198	— 0,109	— 0,024	0,058	0,138	0,212	0,284	0,350
	2	— 0,495	— 0,387	— 0,281	— 0,177	— 0,077	0,020	0,114	0,203	0,289	0,368
	1	— 0,616	— 0,497	— 0,380	— 0,265	— 0,153	— 0,045	0,061	0,162	0,259	0,351
	0	— 0,742	— 0,616	— 0,492	— 0,368	— 0,249	— 0,132	— 0,017	0,093	0,200	0,301
linksseitige Bogenhälfte	0	0,742	— 0,741	— 0,615	— 0,489	— 0,366	— 0,244	— 0,125	— 0,009	0,104	0,212
	1	0,616	0,702	— 0,748	— 0,623	— 0,501	— 0,380	— 0,260	— 0,142	— 0,026	0,088
	2	0,495	0,576	0,650	— 0,766	— 0,649	— 0,532	— 0,414	— 0,297	— 0,181	— 0,067
	3	0,381	0,453	0,518	0,579	— 0,808	— 0,698	— 0,586	— 0,474	— 0,361	— 0,248
	4	0,276	0,336	0,391	0,441	0,486	— 0,869	— 0,766	— 0,661	— 0,553	— 0,444
	5	0,184	0,229	0,270	0,309	0,342	0,373	— 0,948	— 0,853	— 0,752	— 0,648
	6	0,108	0,137	0,163	0,188	0,211	0,230	0,248	— 1,036	— 0,945	— 0,848
	7	0,050	0,065	0,078	0,091	0,102	0,112	0,121	0,129	— 1,113	— 1,023
	8	0,013	0,018	0,022	0,026	0,030	0,033	0,036	0,038	0,040	— 1,154

Die **Vertikalstäbe** bedürfen, da doppeltes Fachwerk angenommen ist, und die Richtungen der in jedem Knotenpunkte zusammenstossenden beiden Gurtlinien nur wenig von einander abweichen, nach den Ausführungen des § 44 keiner besonderen Berechnung.

Die Influenzlinien sind nun mit Hülfe dieser Zahlenwerthe auf den Tafeln 9 und 10 verzeichnet. Fig. 1 Taf. 9 zeigt die Influenzlinien für die Stäbe des Obergurts, Fig. 1 Taf. 10 diejenigen für die Stäbe des Untergurts; in Fig. 2 Taf. 10 sind die Influenzlinien für die Diagonalen aufgetragen. Die Maassstäbe wurden in Wirklichkeit doppelt so gross gewählt, als in den Tafeln angegeben. Um letztere bequem ausfallen zu lassen, ist jedoch eine Reduction auf halbe Grösse vorgenommen.

Nunmehr kann zur Bestimmung der Spannungen übergegangen werden.

Eigengewicht.

Es ist bereits ermittelt worden, dass das Eigengewicht pr. Knotenpunkt und Träger

$$P = 4,_{96}\,\mathrm{t}$$

beträgt. Von diesem Werthe hat jedes der beiden Theilsysteme, in welche man den Träger zum Zweck der statischen Berechnung zerlegt denkt, die Hälfte aufzunehmen, so dass

$$P = 2,_{48}\,\mathrm{t}$$

zu setzen ist.

Um nun die Spannung in irgend einem Constructionstheil zu erhalten, summirt man einfach sämmtliche berechnete Ordinaten der Influenzlinie dieses Stabes (da diese berechneten Ordinaten den Knotenpunkten entsprechen) und multiplicirt die algebraische Summe mit der Grösse $2{,}48$.

So ist z. B. für den Stab U_4:

$$U_4 = (0{,}066 + 0{,}215 + 0{,}426 + 0{,}658 + 0{,}876 + 1{,}050 + 1{,}164 + 1{,}191 + 1{,}124 + 0{,}941 + 0{,}631 + 0{,}198)P - (0{,}372 + 1{,}072 + 0{,}642 + 0{,}335 + 0{,}136 + 0{,}026)P = 5{,}96\,P = 14{,}8\ \text{t}.$$

Es ist empfehlenswerth, die Influenzlinien zuerst graphisch aufzutragen und erst dann diese Summation der berechneten Ordinaten vorzunehmen, da Fehler, welche in der Berechnung der Influenzlinien gemacht sind, bei der graphischen Darstellung derselben zur Erscheinung kommen und corrigirt werden können. Man erhält:

$O_1 = 12{,}17\,P = 30{,}2$ t	$O_6 = 7{,}39\,P = 18{,}3$ t
$O_2 = 11{,}83\,P = 29{,}3$ „	$O_7 = 5{,}64\,P = 14{,}0$ „
$O_3 = 11{,}17\,P = 27{,}7$ „	$O_8 = 3{,}72\,P = 9{,}2$ „
$O_4 = 10{,}19\,P = 25{,}3$ „	$O_9 = 1{,}72\,P = 4{,}3$ „
$O_5 = 8{,}92\,P = 22{,}1$ „	
$U_0 = 2{,}32\,P = 5{,}8$ t	$U_5 = 7{,}69\,P = 19{,}1$ t
$U_1 = 2{,}71\,P = 6{,}7$ „	$U_6 = 9{,}69\,P = 24{,}0$ „
$U_2 = 3{,}45\,P = 8{,}6$ „	$U_7 = 11{,}90\,P = 29{,}5$ „
$U_3 = 4{,}54\,P = 11{,}3$ „	$U_8 = 14{,}28\,P = 35{,}4$ „
$U_4 = 5{,}96\,P = 14{,}8$ „	$U_9 = 16{,}73\,P = 41{,}5$ „
$D_0 = 0$	$D_5 = -1{,}83\,P = -4{,}5$ t
$D_1 = -0{,}46\,P = -1{,}1$ t	$D_6 = -2{,}00\,P = -5{,}0$ „
$D_2 = -0{,}88\,P = -2{,}2$ „	$D_7 = -2{,}09\,P = -5{,}2$ „
$D_3 = -1{,}25\,P = -3{,}1$ „	$D_8 = -2{,}07\,P = -5{,}1$ „
$D_4 = -1{,}57\,P = -3{,}9$ „	$D_9 = -1{,}95\,P = -4{,}8$ „

Mobile Belastung.

Das Lastsystem besteht den Angaben des § 7 zufolge aus 3 Locomotiven nebst Tendern und angehängten Güterwagen; die Entfernungen und Grössen der Einzellasten ergeben sich aus den Fig. 21 und 22 des § 7.

Man hat sich zunächst einen Papierstreifen anzufertigen, auf welchem das Lastsystem in dem nämlichen Längenmaassstabe, welcher zur Verzeichnung der Influenzlinien verwendet wurde, aufgetragen ist. Es ist empfehlenswerth, auf der einen Seite des Papierstreifens das Lastsystem für einen von links nach rechts vorrückenden Zug, auf der andern Seite das System für einen von rechts nach links vorrückenden Eisenbahnzug anzugeben; die Grössen und Nummern der Einzellasten sind einzuschreiben. Auf Seite 156 ist ein Stück eines solchen Papierstreifens verzeichnet. Derselbe muss mindestens die Länge des ganzen Trägers haben. Im vorliegenden Fall sind die Lasten 1 bis 26 auf demselben anzugeben.

Die Einzellasten sollen mit ihrer 1½fachen Grösse in die Rechnung eingeführt werden. Es entfällt sodann auf jeden der beiden Hauptträger die Hälfte dieser Werthe. Jedes der beiden Systeme, aus denen ein Bogenträger besteht, nimmt hiervon wiederum die Hälfte auf, so dass für die Berechnung eines Einzelsystems der

Druck einer Locomotivaxe mit $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 13$ t, der Druck einer Tenderaxe mit $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9$ t und derjenige einer Wagenaxe mit $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8$ t einzusetzen ist.

Da diese Zahlen etwas unbequem ausfallen, so soll zunächst die Berechnung unter Annahme der Werthe 13, 9 resp. 8 t durchgeführt werden. Später sind dann die Spannungen noch mit der Grösse

$$1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

zu multipliciren.

Obere Gurtung.

Neben den Influenzlinien ist auf Taf. 9 in Fig. 2 das Kraftpolygon der Lasten 1 bis 26 auf einer Vertikalen OP aufgetragen. Durch die Eckpunkte des Polygons — den Theilpunkten der Lasten — sind Horizontallinien gezogen. Die Figur dient dazu, mit Hülfe des „Normalenzuges" (vergl. § 41 und § 35, auf welchen im § 41 verwiesen wird) die ungünstigste Laststellung zu ermitteln. Da der Normalenzug sowohl rechts wie links vom Kraftpolygon liegen kann, so ist eine zweite Vertikale $O'P'$ gezeichnet, von welcher aus der Normalenzug ebenfalls construirt werden kann. Die Influenzlinien, sowie das Kraftpolygon etc. sind in Tusche ausgezogen. Die im Folgenden weiter angegebenen Constructionen sind immer nur in Blei ausgeführt und nach der Berechnung eines Stabes jedesmal wieder fortgewischt.

Es soll die Spannungsermittlung des *Stabes* O_8 genau durchgesprochen und dadurch die auch für die anderen Stäbe anzuwendende Methode erläutert werden.

Maximum der Druckspannung.

Aus dem Verlauf der Influenzlinie ist zu ersehen, dass, um das positive Maximum der Spannung in O_8 zu erreichen, zwei getrennte Strecken, eine am rechten, eine am linken Widerlager, belastet werden müssen.

Rechtsseitige Belastung.

Der Zug muss vom rechten Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorgeschoben werden, und wird bei der ungünstigsten Stellung des Systems irgend eine Last in irgend einem Eckpunkte der Influenzlinie liegen müssen. Schätzungsweise sei angenommen, dass Last 7 am Knotenpunkt 3 der rechtsseitigen Bogenhälfte angreife. Diese Zugstellung ist in Fig. 1 Taf. 9 eingezeichnet. Ob dieselbe wirklich die ungünstigste Stellung ist, kann mit Hülfe des Normalenzuges ermittelt werden. Zunächst sei angenommen, dass Last 7 unmittelbar links vom Knotenpunkte 3 läge.

Der Normalenzug ist nun nach § 35 folgendermaassen construirt.

Es ist OS senkrecht zu ab gezogen, da die Lasten 1 und 2 zwischen den Knotenpunkten 0 und 1 linksseitiger Bogenhälfte angreifen, und die Influenzlinie zwischen diesen Knotenpunkten aus der Graden ab besteht; ebenso ist ST senkrecht zu bc gezogen, u. s. f. Der Endpunkt des Normalenzuges ist mit Q bezeichnet. Denkt man sich die Lasten 1 und 2 nach rechts verschoben, so wird die dadurch in O_8 hervorgerufene Spannungsänderung proportional der Strecke sein, die von der Graden OS auf derjenigen Horizontalen abgeschnitten wird, welche die Lasten 2 und 3 trennt. Ebenso ist die Strecke RQ proportional der Spannungsänderung, welche durch eine Rechtsverschiebung des ganzen Systems auftritt. Rücken die Lasten 1 und 2 nach rechts, so nimmt die Spannung, wie aus der Form der Influenzlinie zu ersehen ist, im positiven Sinne zu. Die Spannungsänderung ist von der Vertikalen

OP aus nach rechts abgetragen. Da der Endpunkt Q des Normalenzuges ebenfalls rechts von OP liegt, so kann man hieraus schliessen, dass auch durch Rechtsverschiebung des ganzen Systems die Spannung wächst. Es muss also, um das Maximum der Inanspruchnahme zu erhalten, der Zug weiter nach rechts gerückt werden. Hierbei überschreitet zunächst Last 7 den Knotenpunkt 3 rechtsseitiger Bogenhälfte. Der Normalenzug nimmt nunmehr die in Fig. 2 Taf. 9 punktirt eingezeichnete Form an. Der Endpunkt Q_1 desselben liegt ebenfalls noch rechts von der Graden OP, woraus zu schliessen ist, dass die Rechtsverschiebung des Systems weiter fortgesetzt werden muss. Es sei bemerkt, dass es nicht erforderlich ist, diesen neuen Normalenzug vollständig zu construiren. Zieht man durch den Punkt U des Normalenzuges die Senkrechte zur Graden de der Influenzlinie, so erhält man in der Strecke VW auf der die Lasten 7 und 8 trennenden Horizontalen diejenige Grösse, um welche der ganze Normalenzug nach links rückt. Nimmt man also diese Strecke in den Zirkel und trägt dieselbe von Q aus nach links ab, so erhält man ebenfalls den gesuchten neuen Endpunkt Q_1.

Bei einer weiteren Rechtsverschiebung des Systems überschreitet zunächst Last 2 den Knotenpunkt 0 linksseitiger Bogenhälfte. Der Endpunkt Q_2 des nunmehr sich ergebenden Normalenzuges fällt links von der Graden OP; eine weitere Verschiebung des Eisenbahnzuges nach rechts würde also wieder eine Verminderung der Spannung O_8 hervorrufen, und hieraus ist zu schliessen, dass diese Grenzlage, bei welcher die Last 2 am Knotenpunkte 0 liegt, thatsächlich die ungünstigste Stellung des Systems ist.

Man zieht nunmehr für die so ermittelte Lage des Eisenbahnzuges durch die Angriffspunkte der Einzellasten die Vertikalen bis zu den Schnittpunkten mit der Influenzlinie O_8, greift die Ordinaten derselben auf diesen Vertikalen ab, multiplicirt diese Werthe mit den Grössen der Einzellasten und findet schliesslich durch Addition der Producte die gesuchte Spannung. Man erhält:

$$O_8 = (0{,}_{125} + 0{,}_{182} + 0{,}_{231} + 0{,}_{441} + 0{,}_{429} + 0{,}_{417} + 0{,}_{089} + 0{,}_{056} + 0{,}_{034})\ 13$$
$$+ (0{,}_{354} + 0{,}_{389} + 0{,}_{416} + 0{,}_{321} + 0{,}_{272} + 0{,}_{223})\ 9 = 43{,}_8\,\mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

Die Influenzlinie ist in ihrem linksseitigen positiven Theil durchweg convex gegen die Horizontale AB gekrümmt. Nur am Knotenpunkte 7 verläuft dieselbe concav gegen AB. Den Ausführungen des § 35 zufolge wird demnach die ungünstigste Zugstellung jedenfalls erreicht, wenn irgend eine Last grade im Knotenpunkte 7 angreift. Da in diesem Punkte zugleich das absolute Maximum der Influenzlinie vorhanden ist, so lässt sich mit ziemlicher Bestimmtheit von vorn herein vermuthen, dass ein mittleres Locomotivrad hier angeordnet werden muss. Mit Hülfe des Papierstreifens erkennt man, dass wahrscheinlich Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges im Knotenpunkte 7 zu liegen kommt. Man könnte sich noch durch Construction des Normalenzuges hierüber Gewissheit verschaffen, jedoch erscheint im vorliegenden Fall diese Operation kaum erforderlich.

Man zieht nun für diese Stellung des Eisenbahnzuges durch die Angriffspunkte der Einzellasten die Vertikalen und findet dann in derselben Weise wie oben:

$$O_8 = (0{,}_{520} + 0{,}_{709} + 0{,}_{497})\ 13 + 0{,}_{065} \,.\, 9 = 23{,}_0\,\mathrm{t}.$$

Sind die beiden Strecken des positiven Verlaufs der Influenzlinie gleichzeitig belastet, so ist

$$\max(+O_8) = 43{,}8 + 23{,}0 = 66{,}8 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Aus dem Verlauf des negativen Theils der Influenzlinie erkennt man, dass irgend eine Last an irgend einem der Knotenpunkte 2 bis 5 angreifen muss, damit die Spannung O_8 zum negativen Maximum werde. Im vorliegenden Fall kommt man durch einfache Betrachtung der Influenzlinie und des angelegten Papierstreifens, auf welchem das Zugsystem verzeichnet ist, zu dem Schluss, dass Last 3 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, von welchem nur die Lasten 1 bis 3 vorhanden sind, am Knotenpunkte 3 anzuordnen ist (vergl. Fig. 1 Taf. 9). Würde die Sache sich nicht so einfach gestalten, so müsste man mit Hülfe des Normalenzuges in der oben erläuterten Weise die ungünstigste Stellung des Systems ermitteln.

Es ist zu bemerken, dass die Last 4 noch innerhalb des negativen Theils der Influenzlinie liegt, die von dieser Axe untrennbaren Lasten 5 und 6 aber in das Gebiet des positiven Theils der Influenzlinie hinein fallen. Da die Lasten 4, 5 und 6, wie man sofort erkennt, zusammen eine positive Spannung bedingen würden, so sind dieselben natürlich fortzulassen. Man hat:

$$\max(-O_8) = -(0{,}133 + 0{,}134 + 0{,}135) \,.\, 13 = -5{,}2 \text{ t.}$$

In dieser Weise sind die Spannungen sämmtlicher oberen Gurtstäbe ermittelt. Im Folgenden sollen nur kurz die Resultate der Untersuchungen angegeben werden.

Stab O_1.

Das Maximum der Druckspannung findet bei voller Belastung des Bogens statt. Last 14 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges greift im Knotenpunkte 0 der linksseitigen Bogenhälfte an.

$$\max(+O_1) = 179{,}1 \text{ t.}$$
$$\max(-O_1) = 0.$$

Stab O_2.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges liegt im Knotenpunkte 1 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+O_2) = 180{,}3 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 7 rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-O_2) = -0{,}3 \text{ t.}$$

Stab O_3.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+O_3) = 171{,}6 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 6 rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-O_3) = -1{,}0 \text{ t.}$$

Stab O_4:

Maximum der Druckspannung.

Würde man auch hier, wie bei den übrigen Stäben, den Zug vom linksseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorrücken, so würden in der Nähe des Knotenpunktes 3, in welchem die Influenzlinie ihr Maximum erreicht, die Axen eines Tenders angreifen. Da aber voraussichtlich die Spannung dann grösser wird, wenn im Knotenpunkte 3 ein mittleres Locomotivrad liegt, so wird man, um die ungünstigste Stellung des Systems zu erhalten, einen Zug, der aus den Lasten 1 bis 18 besteht, von rechts nach links vorrücken lassen. Es ist dann die Last 8 eines solchen Zuges im Knotenpunkte 3 der linksseitigen Bogenhälfte anzuordnen.

$$\max(+O_4) = 159{,}4\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 3 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 6 rechtsseitiger Brückenhälfte.

$$\max(-O_4) = -1{,}4\,\mathrm{t}.$$

Stab O_5.

Maximum der Druckspannung.

Last 14 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+O_5) = 139{,}2\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 6 rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-O_5) = -0{,}3\,\mathrm{t}.$$

Stab O_6.

Das Maximum der Druckspannung findet bei totaler Belastung statt. Last 3 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges liegt am Knotenpunkte 5 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+O_6) = 108{,}7\,\mathrm{t}$$
$$\max(-O_6) = 0.$$

Stab O_7.

Das Maximum der Druckspannung findet bei totaler Belastung der Brücke statt. Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 6 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+O_7) = 85{,}7\,\mathrm{t}$$
$$\max(-O_7) = 0.$$

Stab O_9.

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Last 7 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges liegt am Knotenpunkte 3 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$O_9 = 72{,}3\,\mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 8 linksseitiger Bogenhälfte.

$$O_9 = 5{,}5\,\mathrm{t}$$

$$\max(+O_9) = 72{,}3 + 5{,}5 = 77{,}8\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 7 der linksseitigen Bogenhälfte. Die Lasten 1 bis 9 sind als vorhanden anzunehmen.

$$\max(-O_9) = -51{,}8\,\mathrm{t}.$$

Untere Gurtung.

Die Ermittlung der Spannungen in den unteren Gurtstäben mit Hülfe der in Fig. 1 Taf. 10 verzeichneten Influenzlinien bietet keine weiteren Schwierigkeiten. Die ungünstigste Zugstellung wird wieder, falls dieselbe sich nicht durch einfache Ueberlegung ergiebt, mit Hülfe des Normalenzuges ermittelt. Insbesondere wird es nicht erforderlich sein, für das negative Maximum der Spannungen U die Laststellungen durch Construction des Normalenzuges aufzufinden. Es kommt hier für die Grenzstellungen immer nur ein einziger Knotenpunkt in Frage, an welchem in den meisten Fällen ein mittleres Locomotivrad anzuordnen ist.

Stab U_0.

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges liegt im Knotenpunkte 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$U_0 = 39{,}5\,\mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3 der linksseitigen Brückenhälfte.

$$U_0 = 21{,}1\,\mathrm{t}$$

$$\max(+U_0) = 39{,}5 + 21{,}1 = 60{,}6\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines Zuges, welcher aus den Axen 1 bis 3 besteht, liegt am Knotenpunkte 0 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-U_0) = -29{,}3\,\mathrm{t}.$$

Stab U_1.

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 1 rechtsseitiger Bogenhälfte.

$$U_1 = 61{,}9\,\mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 5 linksseitiger Bogenhälfte.

$$U_1 = 7{,}7\,\mathrm{t}$$

$$\max(+U_1) = 61{,}9 + 7{,}7 = 69{,}6\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 1 der linksseitigen Bogenhälfte; die Lasten 1 bis 6 sind als vorhanden anzunehmen.

$$\max(-U_1) = -34{,}5\,\mathrm{t}.$$

Stab U_2.

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Last 7. eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$U_2 = 85{,}1 \text{ t}.$$

Linksseitige Belastung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 7 der linksseitigen Brückenhälfte.

$$U_2 = 1{,}1 \text{ t}$$

$$\max(+U_2) = 85{,}1 + 1{,}1 = 86{,}2 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2 der linksseitigen Bogenhälfte; der Zug besteht aus den Lasten 1 bis 6.

$$\max(-U_2) = -40{,}2 \text{ t}.$$

Stab U_3.

Maximum der Druckspannung.

Last 7 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+U_3) = 107{,}3 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-U_3) = -45{,}6 \text{ t}.$$

Stab U_4.

Maximum der Druckspannung.

Last 7 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+U_4) = 128{,}3 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-U_4) = -45{,}0 \text{ t}.$$

Stab U_5.

Maximum der Druckspannung.

Last 3 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+U_5) = 147{,}4 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 5 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-U_5) = -38{,}7 \text{ t}.$$

Stab U_6.

Maximum der Druckspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4 linksseitiger Brückenhälfte.

$$\max(+U_6) = 165{,}9\text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 6 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-U_6) = -27{,}5\text{ t.}$$

Stab U_7.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 5 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+U_7) = 186{,}6\text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 7 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-U_7) = -13{,}9\text{ t.}$$

Stab U_8.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von rechts nach links vorrückenden Eisenbahnzuges am Knotenpunkte 2 der linksseitigen Brückenhälfte.

$$\max(+U_8) = 217{,}3\text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 8 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-U_8) = -4{,}0\text{ t.}$$

Stab U_9.

Maximum der Druckspannung.

Die grösseren Ordinaten der Influenzlinien befinden sich in der Nähe des linksseitigen Widerlagers. Um die positive Maximalspannung zu erhalten, wird man deshalb auch die grösseren Lasten gegen den Kämpfer gruppiren müssen. Anstatt einen Zug vom Widerlager aus bis gegen die Belastungsscheide vorzuschieben, wird man einen Zug, welcher aus den Lasten 1 bis 18 besteht, von rechts nach links vorrücken lassen. Es ergiebt sich, dass Last 4 eines solchen Eisenbahnzuges am Knotenpunkte 6 der linksseitigen Bogenhälfte angreifen muss.

$$\max(+U_9) = 258{,}4\text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 5 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-U_9) = -4{,}8\text{ t.}$$

Diagonalen.

Die Spannungsermittlung der Diagonalen mit Hülfe der in Fig. 2 Taf. 10 verzeichneten Influenzlinien giebt zu weiteren Ausführungen keinen Anlass. Ueber die sich ergebenden ungünstigsten Laststellungen sei folgendes bemerkt.

Die Diagonalen D_0 bis D_2 erreichen das Maximum ihrer positiven (Druck-) Spannung, wenn Last 1 eines vom linksseitigen Kämpfer vorrückenden Zuges an demjenigen Knotenpunkte liegt, in welchem die entsprechende Influenzlinie ihr positives Maximum besitzt; es ist das allemal der Knotenpunkt, welcher das Feld, in dem sich die fragliche Diagonale befindet, linksseitig begrenzt. Die grösste Zugspannung dieser Diagonalen findet statt, wenn in entsprechender Weise ein Zug vom rechtsseitigen Kämpfer vorrückt, und das erste Rad desselben im rechtsseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes liegt.

Von der Diagonalen D_3 an bedingt die positive Maximalspannung die Belastung einer am linksseitigen und einer am rechtsseitigen Kämpfer gelegenen Strecke. Die Zugstellung in der ersteren ist wieder in der Weise anzuordnen, dass immer Last 1 am linksseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes liegt, während die Laststellung in der letzteren sich mit Hülfe des Normalenzuges folgendermaassen ergiebt

Stab D_3. Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 8 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

Stab D_4. Last 4 am Knotenpunkte 7 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

Stab D_5. Last 3 am Knotenpunkte 4 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

Stab D_6. Last 3 am Knotenpunkte 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

Stab D_7. Last 8 am Knotenpunkte 5 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

Stab D_8. Last 1 am Knotenpunkte 0 der linksseitigen Bogenhälfte.

Stab D_9. Last 3 am Knotenpunkte 0 der linksseitigen Bogenhälfte.

Das negative Maximum der Spannung erreichen diese Diagonalen, wenn Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im rechtsseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes angreift und soviel Lasten von diesem Zuge als vorhanden angenommen werden, als noch innerhalb der Strecke, auf welcher die Ordinaten der Influenzlinie negativ sind, gestellt werden können. Hierbei ist natürlich zu berücksichtigen, dass die drei Axen der nämlichen Locomotive oder des nämlichen Tenders nicht theils als vorhanden, theils als nicht vorhanden angenommen werden dürfen.

Die Spannungen, welche sich für diese ungünstigsten Laststellungen ergeben, sind die folgenden:

Index	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\max(+D)=$	47,8	42,4	35,7	28,6	22,3	18,9	19,1	22,1	28,6	37,9 t
$\max(-D)=$	−47,8	−49,4	−49,7	−48,4	−48,1	−49,2	−53,1	−59,2	−66,3	−74,4 „.

Die durch Temperaturdifferenzen im Fachwerk hervorgerufenen Spannungen sind genau in derselben Weise wie beim vorigen Beispiel zu ermitteln. Die Rechnungen sollen deshalb an dieser Stelle nicht wiederholt werden. Der ganze Abschnitt „Temperaturspannungen“ des Beispiels VII (S. 249) ist hier einzuschalten.

Es sollen nunmehr für das System I die Spannungen in den Gurtstücken und den Diagonalen, welche von der permanenten, der mobilen Last und den Temperaturdifferenzen herrühren, summirt werden.

Bereits anfangs ist bemerkt worden, dass die bisher ermittelten Zahlen für die in Folge der mobilen Last auftretenden Spannungen noch mit $\frac{3}{8}$ multiplicirt werden müssen, um die wirklichen Werthe derselben zu erhalten. Diese Multiplication soll gleichzeitig ausgeführt werden.

Wie schon erwähnt hat der Stab O_0 der oberen Gurtung die nämliche Spannung wie der Stab O_1, da die diesen beiden Constructionstheilen conjugirten Drehpunkte symmetrisch gelegen sind.

Es ergiebt sich:

$$\max(+O_0)=30{,}2+\frac{3}{8}\cdot 179{,}1+34{,}2=131{,}6\text{ t} \qquad \max(-O_0)=30{,}2-34{,}2=-4{,}0\text{ t}$$

$$\max(+O_1)=30{,}2+\frac{3}{8}\cdot 179{,}1+34{,}2=131{,}6\text{ „} \qquad \max(-O_1)=30{,}2-34{,}2=-4{,}0\text{ „}$$

$$\max(+O_2)=29{,}3+\frac{3}{8}\cdot 180{,}3+29{,}5=126{,}4\text{ „} \qquad \max(-O_2)=29{,}3-\frac{3}{8}\cdot 0{,}3-29{,}5=-0{,}3\text{ „}$$

$$\max(+O_3)=27{,}7+\frac{3}{8}\cdot 171{,}6+20{,}1=112{,}2\text{ „} \qquad \max(-O_3)=27{,}7-\frac{3}{8}\cdot 1{,}0-20{,}1=7{,}2\text{ „}$$

$$\max(+O_4)=25{,}3+\frac{3}{8}\cdot 159{,}4+6{,}0=91{,}1\text{ „} \qquad \max(-O_4)=25{,}3-\frac{3}{8}\cdot 1{,}1-6{,}0=18{,}8\text{ „}$$

$$\max(+O_5)=22{,}1+\frac{3}{8}\cdot 139{,}2+13{,}1=87{,}4\text{ „} \qquad \max(-O_5)=22{,}1-\frac{3}{8}\cdot 0{,}3-13{,}1=8{,}9\text{ „}$$

$$\max(+O_6)=18{,}3+\frac{3}{8}\cdot 108{,}7+37{,}2=96{,}3\text{ „} \qquad \max(-O_6)=18{,}3-37{,}2=-18{,}9\text{ „}$$

$$\max(+O_7)=14{,}0+\frac{3}{8}\cdot 85{,}7+66{,}6=112{,}7\text{ „} \qquad \max(-O_7)=14{,}0-66{,}6=-52{,}6\text{ „}$$

$$\max(+O_8)=9{,}2+\frac{3}{8}\cdot 66{,}8+101{,}5=135{,}8\text{ „} \qquad \max(-O_8)=9{,}2-\frac{3}{8}\cdot 5{,}2-101{,}5=-94{,}3\text{ „}$$

$$\max(+O_9)=4{,}3+\frac{3}{8}\cdot 77{,}8+142{,}4=175{,}9\text{ „} \qquad \max(-O_9)=4{,}3-\frac{3}{8}\cdot 51{,}8-142{,}4=-157{,}5\text{ „}$$

$$\max(+U_0)=5{,}8+\frac{3}{8}\cdot 60{,}6+107{,}3=135{,}8\text{ t} \qquad \max(-U_0)=5{,}8-\frac{3}{8}\cdot 29{,}3-107{,}3=-112{,}5\text{ t}$$

$$\max(+U_1)=6{,}7+\frac{3}{8}\cdot 69{,}6+102{,}8=135{,}6\text{ „} \qquad \max(-U_1)=6{,}7-\frac{3}{8}\cdot 34{,}5-102{,}8=-109{,}0\text{ „}$$

$$\max(+U_2)=8{,}6+\frac{3}{8}\cdot 86{,}2+93{,}8=134{,}7\text{ „} \qquad \max(-U_2)=8{,}6-\frac{3}{8}\cdot 40{,}2-93{,}8=-100{,}3\text{ „}$$

$$\max(+U_3)=11{,}3+\frac{3}{8}\cdot 107{,}3+80{,}2=131{,}7\text{ „} \qquad \max(-U_3)=11{,}3-\frac{3}{8}\cdot 45{,}6-80{,}2=-86{,}0\text{ „}$$

$$\max(+U_4)=14{,}8+\frac{3}{8}\cdot 128{,}3+61{,}9=124{,}8\text{ „} \qquad \max(-U_4)=14{,}8-\frac{3}{8}\cdot 45{,}0-61{,}9=-64{,}0\text{ „}$$

$$\max(+U_5)=19{,}1+\frac{3}{8}\cdot 147{,}4+38{,}8=113{,}2\text{ „} \qquad \max(-U_5)=19{,}1-\frac{3}{8}\cdot 38{,}7-38{,}8=-34{,}2\text{ „}$$

$$\max(+U_6)=24{,}0+\frac{3}{8}\cdot 165{,}9+10{,}6=96{,}8\text{ „} \qquad \max(-U_6)=24{,}0-\frac{3}{8}\cdot 27{,}5-10{,}6=3{,}1\text{ „}$$

$$\max(+U_7)=29{,}5+\frac{3}{8}\cdot 186{,}6+22{,}8=122{,}3\text{ „} \qquad \max(-U_7)=29{,}5-\frac{3}{8}\cdot 13{,}9-22{,}8=1{,}5\text{ „}$$

$$\max(+U_8)=35{,}4+\frac{3}{8}\cdot 217{,}3+61{,}8=178{,}7\text{ „} \qquad \max(-U_8)=35{,}4-\frac{3}{8}\cdot 4{,}0-61{,}8=-27{,}9\text{ „}$$

$$\max(+U_9)=41{,}5+\frac{3}{8}\cdot 258{,}4+106{,}7=245{,}1\text{ „} \qquad \max(-U_9)=41{,}5-\frac{3}{8}\cdot 4{,}8-106{,}7=-67{,}0\text{ „}$$

$$\max(+D_0)=\frac{3}{8}\cdot 47{,}8=17{,}9\text{ t} \qquad \max(-D_0)=-\frac{3}{8}\cdot 47{,}8=-17{,}9\text{ t}$$

$$\max(+D_1)=-1{,}1+\frac{3}{8}\cdot 42{,}4+5{,}9=20{,}7\text{ „} \qquad \max(-D_1)=-1{,}1-\frac{3}{8}\cdot 49{,}4-5{,}9=-25{,}5\text{ „}$$

$\max(+D_2) = -2{,}2 + \frac{3}{8} \cdot 35{,}7 + 11{,}5 = 22{,}7$ t $\max(-D_2) = -2{,}2 - \frac{3}{8} \cdot 49{,}7 - 11{,}5 = -32{,}3$ t

$\max(+D_3) = -3{,}1 + \frac{3}{8} \cdot 28{,}6 + 16{,}8 = 24{,}1$ „ $\max(-D_3) = -3{,}1 - \frac{3}{8} \cdot 48{,}4 - 16{,}8 = -38{,}1$ „

$\max(+D_4) = -3{,}9 + \frac{3}{8} \cdot 22{,}3 + 21{,}8 = 26{,}3$ „ $\max(-D_4) = -3{,}9 - \frac{3}{8} \cdot 48{,}1 - 21{,}8 = -43{,}7$ „

$\max(+D_5) = -4{,}5 + \frac{3}{8} \cdot 18{,}9 + 26{,}4 = 29{,}0$ „ $\max(-D_5) = -4{,}5 - \frac{3}{8} \cdot 49{,}2 - 26{,}4 = -49{,}4$ „

$\max(+D_6) = -5{,}0 + \frac{3}{8} \cdot 19{,}1 + 30{,}7 = 32{,}9$ „ $\max(-D_6) = -5{,}0 - \frac{3}{8} \cdot 53{,}1 - 30{,}7 = -55{,}6$ „

$\max(+D_7) = -5{,}2 + \frac{3}{8} \cdot 22{,}1 + 34{,}5 = 37{,}6$ „ $\max(-D_7) = -5{,}2 - \frac{3}{8} \cdot 59{,}2 - 34{,}5 = -61{,}9$ „

$\max(+D_8) = -5{,}1 + \frac{3}{8} \cdot 28{,}6 + 38{,}0 = 43{,}6$ „ $\max(-D_8) = -5{,}1 - \frac{3}{8} \cdot 66{,}3 - 38{,}0 = -68{,}0$ „

$\max(+D_9) = -4{,}8 + \frac{3}{8} \cdot 37{,}9 + 40{,}9 = 50{,}3$ „ $\max(-D_9) = -4{,}8 - \frac{3}{8} \cdot 74{,}4 - 40{,}9 = -73{,}6$ „

System II.

Die Spannungen, welche in diesem System auftreten, lassen sich im Allgemeinen aus den obigen Zahlen in einfacher Weise ableiten.

Die Spannungen in den Gurtungen ergeben sich aus den Gleichungen 325 und 326 des § 44. Da die Hebelsarme sämmtlicher Gurtstücke als gleich ($= 2{,}5$ m) angenommen sind, so werden sich die gesuchten Werthe direct abschreiben lassen. Die Spannung U_0' müsste eigentlich aus der Spannung U_{-1} abgeleitet werden; letztere ist für System I nicht berechnet. Man übersieht jedoch sofort, dass der Stab U_0' dieselbe Spannung wie der Stab U_0 haben wird, da die diesen beiden Stäben conjugirten Drehpunkte symmetrisch gelegen sind.

Eine besondere Berechnung erfordert das *Gurtstück* O_9'; diese Berechnung soll zunächst durchgeführt werden.

Ermittelung der Influenzlinie.

Der dem Stabe O_9' conjugirte Drehpunkt fällt mit dem Kämpferpunkte zusammen; es ist also:

$$[M] = 0.$$

In Gleichung 282 ist $x = 30$ zu setzen. Liegt beispielsweise Last „Eins" am Knotenpunkte 5 der rechtsseitigen Bogenhälfte, so wird:

$$M = -4{,}986 - 0{,}638\,(-1{,}421 - 5{,}061) + 0{,}0962 \,.\, 30 = 2{,}036$$

und

$$O_9' = \frac{2{,}036}{2{,}5} = 0{,}814 \,.$$

In dieser Weise findet man:

Rechtsseitige Bogenhälfte.

Knotenpunkt	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$O_9' =$	0,100	0,291	0,551	0,814	1,021	1,132	1,150	1,042	0,840.

Linksseitige Bogenhälfte.

Knotenpunkt	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$O_9' =$	0,525	0,118	−0,320	−0,779	−1,181	−1,495	−1,632	−1,494	−0,970.

Die Influenzlinie ist in Fig. 1 Taf. 9 eingezeichnet. Durch Addition obiger Zahlenwerthe erhält man für das Eigengewicht:

$$O_9' = -0{,}29\,P = -0{,}29 \,.\, 2{,}48 = -0{,}7\,\text{t}.$$

Die Spannungen in Folge der mobilen Last ergeben sich folgendermaassen:

Maximum der Druckspannung.

Last 7 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+O_9') = 113{,}8\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 10 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 8 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-O_9') = -118{,}2\,\text{t}.$$

Die Temperaturspannungen ergeben sich in derselben Weise wie im vorigen Beispiel (S. 252) zu

$$O_9' = \pm 189{,}6\,\text{t}.$$

Man hat nun:

$\max(+O_0') = 131{,}6$ t	$\max(-O_0') = -\ 4{,}0$ t
$\max(+O_1') = 126{,}4$ „	$\max(-O_1') = -\ 0{,}3$ „
$\max(+O_2') = 112{,}2$ „	$\max(-O_2') = 7{,}2$ „
$\max(+O_3') = 91{,}1$ „	$\max(-O_3') = 18{,}8$ „
$\max(+O_4') = 87{,}4$ „	$\max(-O_4') = 8{,}9$ „
$\max(+O_5') = 96{,}3$ „	$\max(-O_5') = -\ 18{,}9$ „
$\max(+O_6') = 112{,}7$ „	$\max(-O_6') = -\ 52{,}6$ „
$\max(+O_7') = 135{,}8$ „	$\max(-O_7') = -\ 94{,}3$ „
$\max(+O_8') = 175{,}9$ „	$\max(-O_8') = -157{,}5$ „
$\max(+O_9') = -0{,}7 + \frac{3}{8} \cdot 113{,}8 + 189{,}6 = 231{,}6\,\text{t}.$	$\max(-O_9') = -0{,}7 - \frac{3}{8} \cdot 118{,}2 - 189{,}6 = -234{,}6\,\text{t}.$

$\max(+U_0') = 135{,}8$ t	$\max(-U_0') = -112{,}5$ t
$\max(+U_1') = 135{,}8$ „	$\max(-U_1') = -112{,}5$ „
$\max(+U_2') = 135{,}6$ „	$\max(-U_2') = -109{,}0$ „
$\max(+U_3') = 134{,}7$ „	$\max(-U_3') = -100{,}3$ „
$\max(+U_4') = 131{,}7$ „	$\max(-U_4') = -\ 86{,}0$ „
$\max(+U_5') = 124{,}8$ „	$\max(-U_5') = -\ 64{,}0$ „
$\max(+U_6') = 113{,}2$ „	$\max(-U_6') = -\ 34{,}2$ „
$\max(+U_7') = 96{,}8$ „	$\max(-U_7') = 3{,}1$ „
$\max(+U_8') = 122{,}3$ „	$\max(-U_8') = 1{,}5$ „
$\max(+U_9') = 178{,}7$ „	$\max(-U_9') = -\ 27{,}9$ „

Die Spannungen in den Diagonalen ergeben sich aus Gleichung 328. Das Verhältniss der Längen dieser Stäbe ist bereits anfangs berechnet. Man findet also:

$\max(+D_0') = 17{,}9$ t	$\max(-D_0') = -17{,}9$ t
$\max(+D_1') = 25{,}5 \,.\, 1{,}049 = 26{,}7$ t	$\max(-D_1') = -20{,}7 \,.\, 1{,}049 = -21{,}7$ t
$\max(+D_2') = 32{,}3 \,.\, 1{,}102 = 35{,}6$ „	$\max(-D_2') = -22{,}7 \,.\, 1{,}102 = -25{,}0$ „
$\max(+D_3') = 38{,}1 \,.\, 1{,}157 = 44{,}1$ „	$\max(-D_3') = -24{,}4 \,.\, 1{,}157 = -28{,}2$ „

$\max(+D_4') = 43{,}7 \,.\, 1{,}216 = 53{,}1$ t	$\max(-D_4') = -26{,}3 \,.\, 1{,}216 = -32{,}0$ t
$\max(+D_5') = 49{,}4 \,.\, 1{,}279 = 63{,}2$ „	$\max(-D_5') = -29{,}0 \,.\, 1{,}279 = -37{,}1$ „
$\max(+D_6') = 55{,}6 \,.\, 1{,}347 = 74{,}9$ „	$\max(-D_6') = -32{,}9 \,.\, 1{,}347 = -44{,}3$ „
$\max(+D_7') = 61{,}9 \,.\, 1{,}421 = 88{,}0$ „	$\max(-D_7') = -37{,}6 \,.\, 1{,}421 = -53{,}4$ „
$\max(+D_8') = 68{,}0 \,.\, 1{,}503 = 102{,}2$ „	$\max(-D_8') = -43{,}6 \,.\, 1{,}503 = -65{,}5$ „
$\max(+D_9') = 73{,}6 \,.\, 1{,}592 = 117{,}2$ „	$\max(-D_9') = -50{,}3 \,.\, 1{,}592 = -80{,}1$ „

Denkt man sich beide Systeme auf einander gelegt, so werden sich die Spannungen in den entsprechenden Gurtstücken summiren. Diese Addition giebt folgende Resultate:

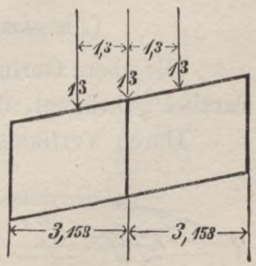
$\max(+O_0) = 131{,}6 + 131{,}6 = 263{,}2$ t	$\max(-O_0) = -4{,}0 - 4{,}0 = -8{,}0$ t
$\max(+O_1) = 131{,}6 + 126{,}4 = 258{,}0$ „	$\max(-O_1) = -4{,}0 - 0{,}3 = -4{,}3$ „
$\max(+O_2) = 126{,}4 + 112{,}2 = 238{,}6$ „	$\max(-O_2) = -0{,}3 + 7{,}2 = 6{,}9$ „
$\max(+O_3) = 112{,}2 + 91{,}1 = 203{,}3$ „	$\max(-O_3) = 7{,}2 + 18{,}8 = 26{,}0$ „
$\max(+O_4) = 91{,}1 + 87{,}4 = 178{,}5$ „	$\max(-O_4) = 18{,}8 + 8{,}9 = 27{,}7$ „
$\max(+O_5) = 87{,}4 + 96{,}3 = 183{,}7$ „	$\max(-O_5) = 8{,}9 - 18{,}9 = -10{,}0$ „
$\max(+O_6) = 96{,}3 + 112{,}7 = 209{,}0$ „	$\max(-O_6) = -18{,}9 - 52{,}6 = -71{,}5$ „
$\max(+O_7) = 112{,}7 + 135{,}8 = 248{,}5$ „	$\max(-O_7) = -52{,}6 - 94{,}3 = -146{,}9$ „
$\max(+O_8) = 135{,}8 + 175{,}9 = 311{,}7$ „	$\max(-O_8) = -94{,}3 - 157{,}5 = -251{,}8$ „
$\max(+O_9) = 175{,}9 + 231{,}6 = 407{,}5$ „	$\max(-O_9) = -157{,}5 - 234{,}6 = -392{,}1$ „

$\max(+U_0) = 135{,}8 + 135{,}8 = 271{,}6$ t	$\max(-U_0) = -112{,}5 - 112{,}5 = -225{,}0$ t
$\max(+U_1) = 135{,}6 + 135{,}8 = 271{,}4$ „	$\max(-U_1) = -109{,}0 - 112{,}5 = -221{,}5$ „
$\max(+U_2) = 134{,}7 + 135{,}6 = 270{,}3$ „	$\max(-U_2) = -100{,}3 - 109{,}0 = -209{,}3$ „
$\max(+U_3) = 131{,}7 + 134{,}7 = 266{,}4$ „	$\max(-U_3) = -86{,}0 - 100{,}3 = -186{,}3$ „
$\max(+U_4) = 124{,}8 + 131{,}7 = 256{,}5$ „	$\max(-U_4) = -64{,}0 - 86{,}0 = -150{,}0$ „
$\max(+U_5) = 113{,}2 + 124{,}8 = 238{,}0$ „	$\max(-U_5) = -34{,}2 - 64{,}0 = -98{,}2$ „
$\max(+U_6) = 96{,}8 + 113{,}2 = 210{,}0$ „	$\max(-U_6) = 3{,}1 - 34{,}2 = -31{,}1$ „
$\max(+U_7) = 122{,}3 + 96{,}8 = 219{,}1$ „	$\max(-U_7) = 1{,}5 + 3{,}1 = 4{,}6$ „
$\max(+U_8) = 178{,}7 + 122{,}3 = 301{,}0$ „	$\max(-U_8) = -27{,}9 + 1{,}5 = -26{,}4$ „
$\max(+U_9) = 245{,}1 + 178{,}7 = 423{,}8$ „	$\max(-U_9) = -67{,}0 - 27{,}9 = -94{,}9$ „

Schliesslich ist es noch erforderlich, die Spannungen in den Vertikalen unter Berücksichtigung beider Systeme zu ermitteln. Angenähert findet man diese Spannungen aus den Gleichungen 331 und 334 des § 44.

In Folge der permanenten Last ist:

$$C = \frac{3{,}17 - 1{,}79}{2} = 0{,}7 \text{ t}.$$



In Folge der mobilen Last ist, wie man aus nebenstehender Figur erkennt:

$$C = \frac{3}{8}\left(13 + 2 \cdot 13 \cdot \frac{3{,}158 - 1{,}3}{3{,}158}\right) = 10{,}6 \text{ t}$$

Man hat demnach:

$$\max(+C) = 0{,}7 + 10{,}6 = 11{,}3 \text{ t} \qquad \max(-C) = 0{,}7 \text{ t}.$$

Sämmtliche Spannungen sind in Fig. 3 Taf. 10 zusammengestellt.

Aus diesen Grenzwerthen ist nunmehr die zulässige spec. Spannung für die verschiedenen Constructionstheile nach der Formel

$$k = 0{,}9 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\min S}{\max S}\right)$$

zu berechnen, und muss sodann der erforderliche Querschnitt der einzelnen Stäbe ermittelt werden. Diese Rechnungen sind genau in derselben Weise wie im Beispiel III durchzuführen, dieselben sollen deshalb hier nicht wiederholt werden. Zu bemerken ist nur noch, dass die Querschnitte der Vertikalen etwas reichlich zu bemessen sind, da die Spannungen derselben nur angenähert ermittelt wurden.

Nachdem alsdann der Träger vollständig dimensionirt ist, kann man auf Grund dieser Stabquerschnitte eine Correction der ganzen Rechnung vornehmen. Die Bestimmung des Horizontalschubes wurde nämlich mit Berücksichtigung der Elasticitätsverhältnisse des Bogens unter der Annahme durchgeführt, dass das Trägheitsmoment J in jedem Punkte des Trägers der Gleichung

$$J \cos \varphi = \text{const}\,.$$

genüge, wenn mit φ der Winkel bezeichnet ist, den die Bogenaxe mit der Horizontalen einschliesst. Diese Annahme ist, wie man schon aus den Spannungszahlen der Gurtungen ersieht, thatsächlich nicht zutreffend. Auf Grund der jetzt berechneten Stabquerschnitte lässt sich der Horizontalschub nun bedeutend genauer ermitteln. Bezüglich dieser Correctionsmethode sei auf Beispiel XI verwiesen, in welchem dieselbe vollständig durchgeführt ist. Ob eine solche Correction erforderlich ist oder nicht, muss der Erwägung des Constructeurs überlassen bleiben. Im Allgemeinen ist die hier erzielte Annäherung schon eine so gute, dass man sich mit den gewonnenen Resultaten vollständig zufrieden geben kann. Eine weitere Correction scheint um so weniger geboten, als die Voraussetzungen der Unverschieblichkeit der Widerlager, der absolut genauen Montage des Bogens, etc. thatsächlich doch nicht vollständig erfüllt sind. Empfehlenswerth scheint es vielmehr, für statisch unbestimmte Bogensysteme einen etwas grösseren Sicherheitscoefficienten, wie solcher ja auch im vorliegenden Beispiel angenommen ist, in die Rechnung einzuführen.

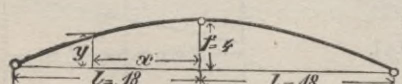
Beispiel IX.

Fachwerkbogen von 36 m Spannweite mit versteiften Zwickeln und 3 Gelenken.

(*Annahme einer gleichmässig vertheilten mobilen Belastung.*)

Die obere Gurtung des Trägers ist horizontal; die untere Gurtung ist nach einer Parabel gekrümmt, deren Pfeilhöhe 4 m beträgt.

Durch Vertikalständer ist der Bogen in 12 Felder von je 3 m Länge getheilt.



Die Ordinaten der Parabel ergeben sich aus der Beziehung

$$y = f\left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right),$$

wenn mit f die Pfeilhöhe bezeichnet wird. Man findet für die verschiedenen Knotenpunkte:

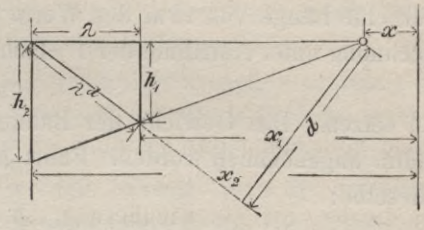
$\frac{x}{l} = 0$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	1
$y = 4$	3,8889	3,5556	3,0000	2,2222	1,2222	0 m.

Die horizontale Gurtung liegt 0,5 m oberhalb des Scheitelpunktes der Parabel.

Mit Hülfe dieser Werthe ist in Fig. 1 Taf. 11 die geometrische Form des Trägers verzeichnet. In jedem Felde ist eine nach der Mitte der Brücke fallende Diagonale angeordnet. Im Scheitel und an beiden Kämpfern sind Scharniere eingeschaltet. Die Bezeichnung der einzelnen Stäbe ist aus der nämlichen Figur zu ersehen.

Zur Berechnung der Spannungen müssen die Coordinaten des Schnittpunktes der „mitgeschnittenen Constructionstheile" für jeden Stab, sowie die Grösse des Hebelsarmes der im Stabe wirkenden Spannung bezüglich dieses Schnittpunktes bekannt sein. Diese Grössen können entweder aus der Zeichnung abgegriffen oder analytisch ermittelt werden. Es sei im Nachstehenden der Weg der analytischen Bestimmung gezeigt.

Für die Gurtstäbe fallen die Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile mit den Knotenpunkten des Systems zusammen. Die Coordinaten derselben sind bekannt.



Für die Diagonalen und Vertikalen müssen die Schnittpunkte der verschiedenen unteren Gurtstäbe mit der oberen Gurtung ermittelt werden.

Aus nebenstehender Figur erkennt man leicht, dass die gesuchte Abscisse x eines solchen Schnittpunktes sich aus der Beziehung

$$x = \frac{x_1 h_2 - x_2 h_1}{h_2 - h_1}$$

ergiebt. Die Bedeutung der verschiedenen Buchstaben ist aus der Figur zu ersehen.

Hiernach findet man für die Abscissen der Schnittpunkte der oberen Gurtung mit den Stäben der unteren Gurtung folgende Werthe:

Schnittpunkt mit	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
	$x = -13{,}5000$	$-2{,}5000$	$0{,}9000$	$3{,}2143$	$5{,}1667$	$6{,}9545$ m

Die Hebelsarme d der Diagonalen ergeben sich, wie man ebenfalls aus der obigen Figur erkennt, aus der Gleichung

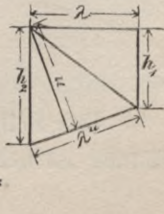
$$d = (x_2 - x)\frac{h_1}{\lambda^d},$$

worin λ^d die Länge der Diagonalen bedeutet; es ist

$$\lambda^d = \sqrt{\lambda^2 + h_1^2}.$$

Man findet:

Diagonale	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6
	$\lambda^d = 3{,}0414$	$3{,}0616$	$3{,}1451$	$3{,}3541$	$3{,}7667$	$4{,}4434$ m
	$d = 2{,}713$	$1{,}697$	$2{,}432$	$3{,}929$	$5{,}946$	$8{,}148$ „



Die Hebelsarme der unteren Gurtstücke können nach der Formel

$$u = \frac{h_2 \lambda}{\lambda^u}$$

berechnet werden. Die Länge λ^u des unteren Gurtstückes ist:

$$\lambda^u = \sqrt{\lambda^2 + (h_2 - h_1)^2}.$$

Es ergiebt sich für

	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
$\lambda^u =$	$3{,}0021$	$3{,}0185$	$3{,}0510$	$3{,}0992$	$3{,}1623$	$3{,}2394$ m
$u =$	$0{,}611$	$0{,}938$	$1{,}475$	$2{,}205$	$3{,}110$	$4{,}167$ „

Die Brücke soll aus Schmiedeeisen und eingleisig hergestellt werden. Die Bahn liegt an der oberen horizontalen Gurtung.

Die Verkehrslast wird in Rücksicht auf die Stösse etc. mit ihrer $1\,{}^1\!/_2$fachen Grösse in die Rechnung eingeführt; die zulässige spec. Spannung ist zu

$$k = 1{,}000\left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{\min S}{\max S}\right)$$

festgesetzt, wobei der Centimeter als Längeneinheit und die Tonne als Gewichtseinheit gilt.

Approximative Bestimmung des Eigengewichts.

Nach den Ausführungen des § 45 ist in den Formeln zur näherungsweisen Bestimmung des Eigengewichts für die specifische mobile Belastung q eine der halben Spannweite des Bogens entsprechende Grösse einzuführen. Die Tabelle des § 7 giebt für eine Länge von 18 m den Werth q zu $6{,}3$ t pr. Gleis und pr. lfdm. an. Da die Berechnung unter Annahme der $1\,{}^1\!/_2$fachen Verkehrslast durchgeführt werden soll, so ist:

$$q = 9{,}45\ \mathrm{t}$$

zu setzen. Das Gewicht der Bahnconstruction ist nach Gleichung 354 zu $0{,}8$ t pr. lfdm. angenommen worden. Führt man diese Werthe in Gleichung 357 ein, so lautet dieselbe:

$$p = \frac{10000\,.\,4\,.\,0{,}8 + 4{,}21\,.\,9{,}45\,(3\,.\,18^2 + 4\,.\,4^2)}{10000\,.\,4 - 2{,}27\,(3\,.\,18^2 + 4\,.\,4^2)} = 1{,}796\ \mathrm{t}.$$

Hiervon hat jeder der beiden Hauptträger die Hälfte aufzunehmen, so dass sich das Eigengewicht pr. Träger und pr. lfdm. auf $0{,}898$ t stellt. Das Gewicht der Bahnconstruction beträgt pr. lfdm. und pr. Träger $0{,}4$ t und demnach dasjenige des Bogens $0{,}898 - 0{,}4 = 0{,}498$ t. Vom Gewicht des Bogens wirkt etwa $\frac{1}{3}$ an der oberen und $\frac{2}{3}$ an der unteren Gurtung. Es entfällt demnach auf den Obergurt eine Belastung von

$$\frac{1}{3}\cdot 0{,}498 + 0{,}4 = 0{,}566\ \mathrm{t}$$

und auf den Untergurt eine solche von

$$\frac{2}{3}\cdot 0{,}498 = 1{,}332\ \mathrm{t}$$

pr. lfdm. Die Belastung pr. Knotenpunkt beträgt

am Obergurt: $P^o = 3\,.\,0{,}566 = 1{,}7$ t

und am Untergurt: $P^u = 3\,.\,0{,}332 = 1{,}0$ t

Die Totalbelastung pr. Knotenpunkt ist also:

$$P = 1{,}7 + 1{,}0 = 2{,}7\ \mathrm{t}.$$

Spannungsbestimmungen.

Eigengewicht.

Das Seilpolygon für eine gleichmässig auf die Knotenpunkte vertheilte Belastung ist bekanntlich einer Parabel eingeschrieben. Die untere Gurtung des vorliegenden Bogens wird demnach mit dem Seilpolygon (Stützlinie) für das Eigengewicht zusammenfallen. Würden die Lasten thatsächlich sämmtlich an der unteren Gurtung angreifen, so würde diese ohne jede weitere Versteifung im Stande sein, das Eigengewicht aufzunehmen, und die Spannungen sämmtlicher übrigen Constructionsstäbe wären dann Null. Da aber die Lasten zum Theil auch an der oberen Gurtung angreifen, so werden ausserdem noch die Vertikalstützen beansprucht, indem diese die oberen Lasten auf den Untergurt übertragen müssen. Man erkennt aber, dass die Eigengewichtsspannungen in den oberen Gurtstäben und den Diagonalen gleich Null sind.

Die in den Knotenpunkten 6 (Kämpferpunkten) oben angreifenden Lasten sind im Allgemeinen ohne Einfluss auf die Spannungen des Fachwerks. Führt man dieselben in die Rechnung ein, so vergrössert sich in Folge dessen die Vertikalcomponente der Widerlagsreactionen um eben diesen Werth und diese beiden Kräfte (die vertikal abwärts wirkende Last und die vertikal aufwärts wirkende Reaction) tilgen sich gegenseitig. Nur für den Vertikalständer C_6 ist, wie man leicht erkennt, die Einführung dieser Last von Bedeutung. Es sollen deshalb im Allgemeinen die an den oberen Endknotenpunkten wirkenden Lasten nicht mit in Rechnung gesetzt werden; nur für die Vertikale C_6 werden dieselben zu berücksichtigen sein.

Die Grösse H, d. h. die Horizontalcomponente der Kämpferreaction ergiebt sich aus der Gleichung 196 des § 24. Ob man die im Scheitel angreifende Last der rechtsseitigen oder linksseitigen Bogenhälfte zurechnet, ist durchaus gleichgültig; dieselbe soll der rechtsseitigen Bogenhälfte zugerechnet werden. Ersetzt man die auf einer Bogenhälfte angreifenden Lasten noch durch ihre Resultante, so lautet Gleichung 196:

$$H = \frac{1}{2 \,.\, 4}\left[6 \,.\, 3{,}5 \,.\, 3 + 5 \,.\, 3 \,.\, 3\right] P = 13{,}5\, P.$$

Untere Gurtung.

Die den Gurtstäben conjugirten Drehpunkte fallen mit den Knotenpunkten des Bogens zusammen.

Das Moment $[M]$, d. h. das Moment, welches die nämliche Belastung bei einem Balken auf 2 Stützen in einem Punkte, welcher dieselbe Abscisse, wie der in Rede stehende Drehpunkt besitzt, hervorbringen würde, erhält man aus Gleichung 197. Für totale Belastung lässt sich aus dieser Gleichung ein einfacherer Ausdruck für das Moment im n^{ten} Knotenpunkte leicht ableiten. Es ergiebt sich:

$$[M] = \frac{\lambda}{2}(6+n)(6-n)\,P$$

oder $\lambda = 3$ gesetzt

$$[M] = \frac{3}{2}(6+n)(6-n)\,P.$$

Stab U_1.

Der conjugirte Drehpunkt ist der obere Knotenpunkt 1. Für diesen ist:

$$[M] = \frac{3}{2} \cdot 7 \cdot 5\,P = 52{,}50\,P.$$

Das Moment M der äusseren Kräfte bezüglich des Drehpunktes 1 ergiebt sich aus Gleichung 195; man findet:

$$M = 52{,}50\,P - 13{,}5 \,.\, 4{,}5\,P = -\,8{,}25\,P.$$

Der Hebelsarm des Stabes U_1 ist oben zu $0{,}611$ m berechnet. Demnach findet man die gesuchte Spannung aus Gleichung 199 zu

$$U_1 = \frac{8{,}25}{0{,}611} P = 13{,}50\, P = 13{,}50 \,.\, 2{,}7 = 36{,}5 \text{ t.}$$

Stab U_2.

$$[M] = \frac{3}{2} \cdot 8 \cdot 4\, P = 48{,}00\, P$$

$$M = 48{,}00\, P - 13{,}5 \,.\, 4{,}5\, P = -12{,}75\, P$$

$$U_2 = \frac{12{,}75}{0{,}938} P = 13{,}59\, P = 36{,}7 \text{ t.}$$

Stab U_3.

$$[M] = \frac{3}{2} \cdot 9 \cdot 3\, P = 40{,}50\, P$$

$$M = 40{,}50\, P - 13{,}5 \,.\, 4{,}5\, P = -20{,}25\, P$$

$$U_3 = \frac{20{,}25}{1{,}475} P = 13{,}73\, P = 37{,}1 \text{ t.}$$

Stab U_4.

$$[M] = \frac{3}{2} \cdot 10 \cdot 2\, P = 30{,}00\, P.$$

$$M = 30{,}00\, P - 13{,}5 \,.\, 4{,}5\, P = -30{,}75\, P$$

$$U_4 = \frac{30{,}75}{2{,}205} P = 13{,}95\, P = 37{,}7 \text{ t.}$$

Stab U_5.

$$[M] = \frac{3}{2} \cdot 11 \cdot 1\, P = 16{,}50\, P$$

$$M = 16{,}50\, P - 13{,}5 \,.\, 4{,}5\, P = -44{,}25\, P$$

$$U_5 = \frac{44{,}25}{3{,}110} P = 14{,}23\, P = 38{,}4 \text{ t.}$$

Stab U_6.

$$M = -13{,}5 \,.\, 4{,}5\, P = -60{,}75\, P$$

$$U_6 = \frac{60{,}75}{4{,}167} P = 14{,}58\, P = 39{,}4 \text{ t.}$$

Vertikalständer.

Die Vertikalen haben im Allgemeinen die Last P^o auf den Untergurt zu übertragen, so dass die Spannung derselben sich auf

$$C = P^o = 1{,}7 \text{ t}$$

stellt.

Nur die Vertikalen C_0 und C_6 machen hiervon eine Ausnahme; diese haben nur die Grösse $\frac{P^o}{2}$ zu übertragen. Hierbei ist angenommen, dass im Scheitel zwei Vertikalen vorhanden sind, von denen eine der linksseitigen, eine der rechtsseitigen Bogenhälfte angehört. Also:

$$C_0 = C_6 = \frac{P^o}{2} = 0{,}9 \text{ t.}$$

Mobile Belastung.

Obere Gurtung.

Der dem *Stabe* O_1 conjugirte Drehpunkt fällt mit dem Scheitelgelenk zusammen. Da das Moment der äusseren Kräfte bezüglich dieses Punktes immer gleich Null ist, so wird auch die Spannung O_1 gleich Null sein.

Stab O_2.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der Graden AE (Fig. 1 Taf. 11). Das Belastungsschema ergiebt sich nach Fig. 45, § 26. Die Belastungsscheide fällt in das erste Feld der linksseitigen Bogenhälfte. Die Strecke von diesem Felde bis zum linksseitigen Kämpfer muss belastet werden, um das Maximum der Druckspannung in O_2 zu erhalten.

Der Horizontalschub, welcher dieser Belastungsart entspricht, wird aus Gleichung 196 gefunden. Diese lässt sich noch in folgende, für die Rechnung etwas bequemere Form bringen. Bezeichnet man mit $\mathfrak{R}_r$ die Resultante aller Lasten rechts vom Scheitel und mit $\mathfrak{R}_l$ die Resultante der Lasten links vom Scheitel, ferner mit ξ_r und ξ_l die Abscissen der Angriffspunkte dieser Resultanten jedoch nicht in Metern, sondern in Felderlängen ausgedrückt, so wird:

$$H = \frac{\lambda}{2f}\left[\mathfrak{R}_r(6+\xi_r)+\mathfrak{R}_l(6-\xi_l)\right].$$

Setzt man $\lambda = 3$ und $f = 4$, so erhält man:

$$H = \frac{3}{8}\left[\mathfrak{R}_r(6+\xi_r)+\mathfrak{R}_l(6-\xi_l)\right].$$

Die Werthe ξ sind algebraisch zu verstehen; es wird also ξ_r negativ in Rechnung zu setzen sein.

Für den vorliegenden Fall ist $\mathfrak{R}_r = 0$, $\mathfrak{R}_l = 5\,Q$ und $\xi_l = 3{,}0$, also:

$$H = \frac{3}{8}\cdot 5\,(6-3)\,Q = 5{,}625\,Q.$$

Das Moment $[M]$ ergiebt sich aus Gleichung 197. Auch diese Formel kann man für den Fall, dass der fragliche Drehpunkt mit einem Knotenpunkte des Trägers zusammenfällt, noch etwas einfacher schreiben. Bezeichnet man mit x nicht die wirkliche Entfernung des Drehpunktes vom Scheitel, sondern die Anzahl der Felderlängen, um welche der Drehpunkt vom Scheitel entfernt ist; ersetzt man ferner die rechts, resp. links vom fraglichen Schnitt angreifenden Lasten durch ihre Resultanten $\mathfrak{R}'$ und $\mathfrak{R}''$ und giebt die Entfernungen ξ' und ξ'' der Angriffspunkte dieser Resultanten vom Scheitel ebenfalls in Felderlängen an, so lautet Gleichung 197:

$$[M] = \frac{(6-x)(6+\xi')\mathfrak{R}' + (6+x)(6-\xi'')\mathfrak{R}''}{12}\lambda$$

oder

$$[M] = \frac{1}{4}\left[(6-x)(6+\xi')\mathfrak{R}' + (6+x)(6-\xi'')\mathfrak{R}''\right].$$

Im vorliegenden Falle ist

$$x = 1, \quad \mathfrak{R}' = 0, \quad \mathfrak{R}'' = 5\,Q \quad \text{und} \quad \xi'' = 3, \text{ also:}$$

$$[M] = \frac{1}{4}(6+1)(6-3)\,5\,Q = 26{,}25\,Q.$$

Nach Gleichung 195 erhält man:

$$M = 26{,}25\,Q - 5{,}625\,.\,3{,}889\,Q = 4{,}37\,Q.$$

Die Spannung O_2 ergiebt sich sodann aus der Formel 198:

$$\max(+O_2) = \frac{4{,}37}{0{,}611}\,Q = 7{,}15\,Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke beträgt 16,5 m. Hierfür giebt die Tabelle des § 7 den Werth $q = 6{,}4$ t pr. lfdm. und pr. Gleis an. Berücksichtigt man, dass die mobile Last mit ihrer $1\frac{1}{2}$ fachen Grösse in Rechnung gestellt wird, dass ferner jeder der beiden Hauptträger die Hälfte dieses Werthes aufnimmt und dass die Länge eines Feldes 3 m beträgt, so ergiebt sich für die Belastung pr. Knotenpunkt:

$$Q = 1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6{,}4 = 2{,}25 \cdot 6{,}4 = 14{,}4 \text{ t}.$$

Demnach ist:

$$\max(+O_2) = 7{,}15 \cdot 14{,}4 = 103{,}0 \text{ t}.$$

Bei voller Belastung des Bogens ist die Beanspruchung des Stabes O_2 gleich Null. Es muss demnach die in Folge anderseitiger Belastung auftretende grösste Zugspannung

$$\max(-O_2) = -7{,}15\, Q$$

sein.

Die Länge der belasteten Strecke beträgt 19,5 m; also:

$$Q = 2{,}25 \cdot 6{,}2 = 14{,}0 \text{ t}$$
$$\max(-O_2) = -7{,}15 \cdot 14{,}0 = -100{,}1 \text{ t}.$$

Stab O_3.

Belastungsscheide im 1sten Felde.

$$H = 5{,}625\, Q$$
$$[M] = \frac{1}{4}\Big[(6-2)(6+1)\,1 + (6+2)(6-3{,}5)\,4\Big]\, Q = 27{,}00\, Q$$
$$M = 27{,}00\, Q - 5{,}625 \cdot 3{,}556\, Q = 7{,}00\, Q$$
$$\max(+O_3) = \frac{7{,}00}{0{,}944}\, Q = 7{,}42\, Q = 7{,}42 \cdot 14{,}4 = 106{,}8 \text{ t}$$
$$\max(-O_3) = -7{,}42 \cdot 14{,}0 = -103{,}9 \text{ t}.$$

Stab O_4.

Belastungsscheide im 2ten Felde.

$$H = \frac{3}{8} \cdot 4\,(6-3{,}5)\, Q = 3{,}75\, Q$$
$$[M] = \frac{1}{4}\Big[(6-3)(6+2)\,1 + (6+3)(6-4)\,3\Big]\, Q = 19{,}50\, Q$$
$$M = 19{,}50\, Q - 3{,}75 \cdot 3{,}0\, Q = 8{,}25\, Q$$
$$\max(+O_4) = \frac{8{,}25}{1{,}5}\, Q = 5{,}50\, Q$$
$$Q = 2{,}25 \cdot 6{,}7 = 15{,}1 \text{ t}$$
$$\max(+O_4) = 5{,}50 \cdot 15{,}1 = 83{,}1 \text{ t}$$
$$\max(-O_4) = -5{,}50\, Q$$
$$Q = 2{,}25 \cdot 6{,}0 = 13{,}5 \text{ t}$$
$$\max(-O_4) = -5{,}50 \cdot 13{,}5 = -74{,}3 \text{ t}.$$

Stab O_5.

Belastungsscheide im 2ten Felde.

$$[M] = \frac{1}{4}\Big[(6-4)(6+2{,}5)\,2 + (6+4)(6-4{,}5)\,2\Big]\, Q = 16{,}00\, Q$$
$$M = 16{,}00\, Q - 3{,}75 \cdot 2{,}222\, Q = 7{,}67\, Q$$
$$\max(+O_5) = \frac{7{,}67}{2{,}278}\, Q = 3{,}37\, Q = 3{,}37 \cdot 15{,}1 = 50{,}9 \text{ t}$$
$$\max(-O_5) = -3{,}37\, Q = -3{,}37 \cdot 13{,}5 = -45{,}5 \text{ t}.$$

Stab O_6.

Belastungsscheide im 2ten Felde.

$$[M] = \frac{1}{4}\left[(6-5)(6+3)\,3 + (6+5)(6-5)\,1\right] Q = 9{,}50\,Q$$

$$M = 9{,}50\,Q - 3{,}75\,.\,1{,}222\,Q = 4{,}92\,Q$$

$$\max(+O_6) = \frac{4{,}92}{3{,}278}\,Q = 1{,}50\,Q = 1{,}50\,.\,15{,}1 = 22{,}7\text{ t}$$

$$\max(-O_6) = -1{,}50\,Q = -1{,}50\,.\,13{,}5 = -20{,}3\text{ t.}$$

Untere Gurtung.

Stab U_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden BD (Fig. 1 Taf. 11). Das Belastungsschema ergiebt sich demnach nach Fig. 47 des § 26. Die Belastungsscheide fällt in das erste Feld der linksseitigen Bogenhälfte. Das Maximum der Zugspannung in U_1 wird erhalten, wenn die Strecke vom ersten Felde bis zum linksseitigen Kämpfer belastet ist. Der Werth H ist für diese Belastungsart bereits oben ermittelt.

$$[M] = \frac{1}{4}(6+1)(6-3)\,5\,Q = 26{,}25\,Q$$

$$M = 26{,}25\,Q - 5{,}625\,.\,4{,}5\,Q = 0{,}94\,Q$$

Die Spannung U_1 ergiebt sich aus Gleichung 199:

$$\max(-U_1) = -\frac{0{,}94}{0{,}611}\,Q = -1{,}54\,Q = -1{,}54\,.\,14{,}4 = -22{,}2\text{ t.}$$

Das Maximum der Druckspannung findet man am einfachsten durch Subtraction der Maximal-Zugspannung von der in Folge totaler Belastung auftretenden Beanspruchung. Letztere war bereits bei Gelegenheit des Eigengewichts ermittelt.

$$\max(+U_1) = (13{,}50 + 1{,}54)\,Q = 15{,}04\,Q = 15{,}04\,.\,14{,}0 = 210{,}6\text{ t.}$$

Stab U_2.

Belastungsscheide im 2ten Felde.

$$[M] = \frac{1}{4}(6+2)(6-3{,}5)\,4\,Q = 20{,}00\,Q$$

$$M = 20{,}00\,Q - 3{,}75\,.\,4{,}5\,Q = 3{,}13\,Q$$

$$\max(-U_2) = -\frac{3{,}13}{0{,}938}\,Q = -3{,}34\,Q = -3{,}34\,.\,15{,}1 = -50{,}4\text{ t}$$

$$\max(+U_2) = (13{,}59 + 3{,}34)\,Q = 16{,}93\,Q = 16{,}93\,.\,13{,}5 = 228{,}6\text{ t.}$$

Stab U_3.

Belastungsscheide im 3ten Felde.

$$H = \frac{3}{8}\cdot 3\,(6-4)\,Q = 2{,}25\,Q$$

$$[M] = \frac{1}{4}(6+3)(6-4)\,3\,Q = 13{,}50\,Q$$

$$M = 13{,}50\,Q - 2{,}25\,.\,4{,}5\,Q = 3{,}38\,Q$$

$$\max(-U_3) = -\frac{3{,}38}{1{,}475}\,Q = -2{,}29\,Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 7{,}6 = 17{,}1 \text{ t}$$
$$\max(-U_3) = -2{,}29 \,.\, 17{,}1 = -39{,}2 \text{ t}$$
$$\max(+U_3) = (13{,}73 + 2{,}29)\, Q = 16{,}02\, Q$$
$$Q = 2{,}25 \,.\, 5{,}9 = 13{,}3 \text{ t}$$
$$\max(+U_3) = 16{,}02 \,.\, 13{,}3 = 213{,}1 \text{ t.}$$

Stab U_4.

Belastungsscheide im 4ten Felde.

$$H = \frac{3}{8} \cdot 2(6 - 4{,}5)\, Q = 1{,}125\, Q$$
$$[M] = \frac{1}{4}(6 + 4)(6 - 4{,}5)\, 2\, Q = 7{,}50\, Q$$
$$M = 7{,}50\, Q - 1{,}125 \,.\, 4{,}5\, Q = 2{,}44\, Q$$
$$\max(-U_4) = -\frac{2{,}44}{2{,}205}\, Q = -1{,}11\, Q$$
$$Q = 2{,}25 \,.\, 8{,}8 = 19{,}8 \text{ t}$$
$$\max(-U_4) = -1{,}11 \,.\, 19{,}8 = -22{,}0 \text{ t}$$
$$\max(+U_4) = (13{,}95 + 1{,}11)\, Q = 15{,}06\, Q$$
$$Q = 2{,}25 \,.\, 5{,}7 = 12{,}8 \text{ t}$$
$$\max(+U_4) = 15{,}06 \,.\, 12{,}8 = 192{,}8 \text{ t.}$$

Stab U_5.

Belastungsscheide im 5ten Felde.

$$H = \frac{3}{8} \cdot 1(6 - 5)\, Q = 0{,}375\, Q$$
$$[M] = \frac{1}{4}(6 + 5)(6 - 5)\, 1\, Q = 2{,}75\, Q$$
$$M = 2{,}75\, Q - 0{,}375 \,.\, 4{,}5\, Q = 1{,}06\, Q$$
$$\max(-U_5) = -\frac{1{,}06}{3{,}110}\, Q = -0{,}34\, Q$$
$$Q = 2{,}25 \,.\, 12{,}3 = 27{,}7 \text{ t}$$
$$\max(-U_5) = -0{,}34 \,.\, 27{,}7 = -9{,}4 \text{ t.}$$
$$\max(+U_5) = (14{,}23 + 0{,}34)\, Q = 14{,}57\, Q$$
$$Q = 2{,}25 \,.\, 5{,}6 = 12{,}6 \text{ t}$$
$$\max(+U_5) = 14{,}57 \,.\, 12{,}6 = 183{,}6 \text{ t.}$$

Stab U_6.

Das Maximum der Druckspannung findet bei voller Belastung statt. Demnach ist

$$\max(-U_6) = 0$$
$$\max(+U_6) = 14{,}58\, Q$$
$$Q = 2{,}25 \,.\, 5{,}5 = 12{,}4 \text{ t}$$
$$\max(+U_6) = 14{,}58 \,.\, 12{,}4 = 180{,}8 \text{ t.}$$

Diagonalen.

Stab D_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden AE und oberhalb der Graden BD (Fig. 1 Taf. 11). Das Belastungsschema ergiebt sich demnach aus Fig. 52, § 26. Nach dieser Figur wird nur das fragliche Feld — im vorliegenden Falle also das erste Feld — als Belastungsscheide auftreten. Denkt man sich durch D_1 zum Zweck der Spannungsermittlung einen Schnitt geführt und nun die Spannung D_1 als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens einwirken, so erkennt man leicht, dass alsdann die Spannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Sinne des Uhrzeigers dreht. Im Belastungsschema Fig. 52 sind demnach, den Ausführungen auf Seite 51 (Füllungsglieder) zufolge, die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zuvertauschen.

Es soll das Maximum der Druckspannung direct berechnet werden. Dasselbe tritt bei einer Belastung des Bogens vom linksseitigen Kämpfer bis zum ersten Felde auf. Für diese Belastung ist der Werth H bereits oben ermittelt. Man fand bei Berechnung des Stabes O_2

$$H = 5{,}625\, Q.$$

Das Moment $[M]$ ergiebt sich aus Gleichung 197. Diese Formel lässt sich noch etwas einfacher schreiben. Ersetzt man die Lasten rechts und links vom fraglichen Schnitt durch ihre Resultanten $\mathfrak{R}'$ und $\mathfrak{R}''$ und drückt die Abstände ξ' und ξ'' dieser Resultanten vom Scheitel durch F e l d e r l ä n g e n aus, während die Abscisse x des fraglichen Drehpunktes nach wie vor in Metern angegeben wird, so erhält man:

$$[M] = \frac{1}{12}\left[(18 - x)(6 + \xi')\,\mathfrak{R}' + (18 + x)(6 - \xi'')\,\mathfrak{R}''\right].$$

Im vorliegenden Falle ist $\mathfrak{R}' = 0$, $\mathfrak{R}'' = 5\,Q$, $\xi'' = 3$ und $x = -13{,}5$, also:

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 13{,}5)(6 - 3)\,5\,Q = 5{,}62\,Q$$

$$M = 5{,}62\,Q - 5{,}625 \,.\, 4{,}5\,Q = -19{,}69\,Q.$$

Die Spannung D_1 ergiebt sich aus Gleichung 200, in welcher, der auf Seite 48 gegebenen Erläuterung zu Folge, das —Zeichen Gültigkeit hat.

$$\max(+D_1) = \frac{19{,}69}{2{,}713}\,Q = 7{,}26\,Q = 7{,}26 \,.\, 14{,}1 = 104{,}5\,\mathrm{t}.$$

Da bei totaler Belastung die Spannung in der Diagonalen „Null“ ist, so findet man direct:

$$\max(+D_1) = -7{,}26\,Q = -7{,}26 \,.\, 14{,}0 = -101{,}6\,\mathrm{t}.$$

Stab D_2.

Die Verhältnisse sind hier durchaus die nämlichen wie bei der Diagonalen D_1; die Belastungsscheide liegt im 2ten Felde.

$$H = 3{,}75\,Q$$

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 2{,}5)(6 - 3{,}5)\,4\,Q = 12{,}92\,Q$$

$$M = 12{,}92\,Q - 3{,}75 \,.\, 4{,}5\,Q = -3{,}95\,Q$$

$$\max(+D_2) = \frac{3{,}95}{1{,}697}\,Q = 2{,}33\,Q = 2{,}33 \,.\, 15{,}1 = 35{,}2\,\mathrm{t}$$

$$\max(-D_2) = -2{,}33\,Q = -2{,}33 \,.\, 13{,}5 = -31{,}5\,\mathrm{t}.$$

Stab D_3.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der beiden Graden AE und BD (Fig. 1 Taf. 11). Das Belastungsschema ergiebt sich in

Folge dessen nach Fig. 51, in welcher die Worte „Zug" und „Druck" mit einander zu vertauschen sind. Die Belastungsscheiden liegen im 1sten und 3ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte. Es erscheint am einfachsten, das Maximum der Zugspannung, welches bei Belastung der Strecke zwischen den beiden Scheiden erreicht wird, direct zu ermitteln und später die Maximal-Druckspannung durch Umkehrung des Vorzeichens dieses Werthes zu finden. Dieser Weg ist jedoch nicht zulässig. Da für die beiden Druckabtheilungen verschiedene spec. Belastungen in die Rechnung eingeführt werden müssen, so ist es erforderlich, den Einfluss dieser beiden belasteten Strecken gesondert zu ermitteln. Es wird also zunächst die Maximal-Druckspannung zu berechnen sein.

Rechtsseitige Belastung.

$$H = \frac{3}{8} \cdot 6\,(6 - 2{,}5)\,Q = 7{,}875\,Q$$

$$[M] = \frac{1}{12}\,(18 - 0{,}9)\,(6 - 2{,}5)\,6\,Q = 29{,}92\,Q$$

$$M = 29{,}92\,Q - 7{,}875 \,.\, 4{,}5\,Q = -\,5{,}52\,Q$$

$$D_3 = \frac{5{,}52}{2{,}432}\,Q = 2{,}27\,Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 6{,}2 = 14{,}0\ \mathrm{t}$$

$$D_3 = 2{,}27 \,.\, 14{,}0 = 31{,}8\ \mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

$$H = \frac{3}{8} \cdot 3\,(6 - 4)\,Q = 2{,}25\,Q$$

$$[M] = \frac{1}{12}\,(18 + 0{,}9)\,(6 - 4)\,3\,Q = 9{,}45\,Q$$

$$M = 9{,}45\,Q - 2{,}25 \,.\, 4{,}5\,Q = -\,0{,}67\,Q$$

$$D_3 = \frac{0{,}67}{2{,}432}\,Q = 0{,}28\,Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 7{,}6 = 17{,}1\ \mathrm{t}$$

$$D_3 = 0{,}28 \,.\, 17{,}1 = 4{,}8\ \mathrm{t}$$

$$\max(+D_3) = 31{,}8 + 4{,}8 = 36{,}6\ \mathrm{t}$$

$$\max(-D_3) = -\,(2{,}27 + 0{,}28)\,Q = -\,2{,}55\,Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 10{,}2 = 23{,}0\ \mathrm{t}$$

$$\max(-D_3) = -\,2{,}55 \,.\, 23{,}0 = -\,58{,}7\ \mathrm{t}.$$

Stab D_4.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden BD und oberhalb der Graden AE. Das Belastungsschema wird folglich durch Fig. 49, § 26 gezeigt, in welcher die Worte „Druck" und „Zug" zu vertauschen sind. Die Belastungsscheide liegt im ersten Felde der linksseitigen Bogenhälfte. Die Strecke von diesem Felde bis zum linksseitigen Kämpfer muss belastet werden, um das Maximum der Zugspannung in D_4 zu erreichen. Der Werth H ist für diesen Belastungsfall bereits ermittelt.

$$[M] = \frac{1}{12}\left[(18 - 3{,}214)\,(6 + 2)\,3 + (18 + 3{,}214)\,(6 - 4{,}5)\,2\right]Q = 34{,}87\,Q$$

$$M = 34{,}87\,Q - 5{,}625 \,.\, 4{,}5\,Q = 9{,}56\,Q$$

$$\max(-D_4) = -\frac{9{,}56}{3{,}929}Q = -2{,}43\,Q = -2{,}43\,.\,14{,}4 = -35{,}0\,\text{t}$$

$$\max(+D_4) = 2{,}43\,Q = 2{,}43\,.\,14{,}0 = 34{,}0\,\text{t.}$$

Stab D_5.

Die Verhältnisse liegen hier genau so wie bei der vorigen Diagonalen. Belastungsscheide im 2ten Felde.

$$[M] = \frac{1}{12}\left[(18 - 5{,}167)(6+3)\,3 + (18 + 5{,}167)(6-5)\,1\right]Q = 30{,}80\,Q$$

$$M = 30{,}80\,Q - 3{,}75\,.\,4{,}5\,Q = 13{,}93\,Q$$

$$\max(-D_5) = -\frac{13{,}93}{5{,}946}Q = -2{,}34\,Q = -2{,}34\,.\,15{,}1 = -35{,}3\,\text{t}$$

$$\max(+D_5) = 2{,}34\,Q = 2{,}34\,.\,13{,}5 = 31{,}6\,\text{t.}$$

Stab D_6.

Belastungsscheide im 2ten Felde.

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 6{,}954)(6 + 3{,}5)\,4\,Q = 34{,}98\,Q$$

$$M = 34{,}98\,Q - 3{,}75\,.\,4{,}5\,Q = 18{,}11\,Q$$

$$\max(-D_6) = -\frac{18{,}11}{8{,}148}Q = -2{,}22\,Q = -2{,}22\,.\,15{,}1 = -33{,}5\,\text{t}$$

$$\max(+D_6) = -2{,}22\,Q = 2{,}22\,.\,13{,}5 = 30{,}0\,\text{t.}$$

Vertikalen.

Stab C_0.

Im oberen Knotenpunkte der Scheitelvertikalen trifft diese nur mit dem Gurtungsstabe O_1 zusammen. Die Spannung O_1 ist Null. Das Gleichgewicht der in diesem Knotenpunkte wirkenden Kräfte erfordert also, dass die Spannung der Vertikalen C_0 grade so gross ist, wie die im oberen Knotenpunkte angreifende Belastung. Bei der Annahme, dass im Scheitel zwei Vertikalstäbe (für jede Bogenhälfte einer) vorhanden sind, ist also

$$\max(+C_0) = \frac{Q}{2}\cdot$$

Der Werth Q im Scheitelpunkte wird zum Maximum, wenn nur das erste Feld (also eine Strecke von 3 m Länge) belastet ist.

$$Q = 2{,}25\,.\,14{,}7 = 33{,}1\,\text{t}$$

$$\max(+C_0) = \frac{33{,}1}{2} = 16{,}6\,\text{t}$$

$$\max(-C_0) = 0.$$

Stab C_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile fällt zusammen mit demjenigen für die Diagonale D_1. Es wird also das Belastungsschema nach Fig. 52, § 26 anzunehmen sein. Als Belastungsscheide tritt das fragliche Feld selbst auf. Dieses ist im vorliegenden Falle aber das Feld 2 linksseitiger Bogenhälfte, da der durch C_1 zum Zweck der Spannungsermittlung zu führende Schnitt die obere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, im 2ten Felde trifft.

Denkt man sich die Spannung C_1 als Druckkraft auf den links vom Schnitt vorhandenen Theil des Bogens einwirken, so dreht diese Kraft um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers. Die Zug- und Druckabtheilungen sind also thatsächlich so anzunehmen, wie Fig. 52 dieselben zeigt. Um das Maximum der Zugspannung zu erreichen, muss die Strecke vom 2ten Felde bis zum linksseitigen Widerlager belastet werden. Für diese Belastungsart ist der Werth H bereits ermittelt.

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 13{,}5)(6 - 3{,}5)\,4\,Q = 3{,}75\,Q$$

$$M = 3{,}75\,Q - 3{,}75\,.\,4{,}5\,Q = -13{,}12\,Q.$$

Die Spannung C_1 ergiebt sich aus Gleichung 200, in welcher das $+$Zeichen Gültigkeit hat.

$$\max(-C_1) = -\frac{13{,}12}{3 + 13{,}5}\,Q = -0{,}79\,Q = -0{,}79\,.\,15{,}1 = -11{,}9\,\mathrm{t}.$$

Bei totaler Belastung des Bogens ist die Spannung der Vertikalen $C_1 = Q$; demnach ist:

$$\max(+C_1) = (1 + 0{,}79)\,Q = 1{,}79\,Q = 1{,}79\,.\,13{,}5 = 24{,}2\,\mathrm{t}.$$

Im Allgemeinen sind die Verhältnisse bei den Vertikalständern ganz ähnlich denjenigen bei den entsprechenden Diagonalen. Die Abweichungen, welche durchgehends eintreten, sind für den Stab C_1 soeben erläutert. Im Folgenden sollen nur die Rechnungen kurz angedeutet werden.

Stab C_2.

Belastungsscheide im 3ten Felde.

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 2{,}5)(6 - 4)\,3\,Q = 7{,}75\,Q$$

$$M = 7{,}75\,Q - 2{,}25\,.\,4{,}5\,Q = -2{,}37\,Q$$

$$\max(-C_2) = -\frac{2{,}37}{2\,.\,3 + 2{,}5}\,Q = -0{,}28\,Q = -0{,}28\,.\,17{,}1 = -4{,}8\,\mathrm{t}$$

$$\max(+C_2) = 1{,}28\,Q = 1{,}28\,.\,13{,}3 = 17{,}0\,\mathrm{t}.$$

Stab C_3.

Belastungsscheide im 1sten und 4ten Felde.

Maximum der Zugspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Das Moment M bezüglich des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile ist natürlich das nämliche, wie dasjenige, welches bereits bei der Berechnung des Stabes D_3 gefunden wurde.

$$C_3 = -\frac{5{,}52}{3\,.\,3 - 0{,}9}\,Q = -0{,}68\,Q = -0{,}68\,.\,14{,}0 = -9{,}5\,\mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

$$H = \frac{3}{8}\cdot 2\cdot(6 - 4{,}5)\,Q = 1{,}125\,Q$$

$$[M] = \frac{1}{12}(18 + 0{,}9)(6 - 4{,}5)\,2\,Q = 4{,}72\,Q$$

$$M = 4{,}72\,Q - 1{,}125\,.\,4{,}5\,Q = -0{,}34\,Q$$

$$C_3 = -\frac{0{,}34}{3\,.\,3 - 0{,}9}\,Q = -0{,}04\,Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 8{,}8 = 19{,}8 \text{ t}$$
$$C_3 = -\,0{,}04 \,.\, 19{,}8 = -\,0{,}8 \text{ t}$$
$$\max(-C_3) = -\,9{,}5 - 0{,}8 = -\,10{,}3 \text{ t}$$
$$\max(+C_3) = (1 + 0{,}68 + 0{,}04)\,Q = 1{,}72\,Q$$
$$Q = 2{,}25 \,.\, 8{,}1 = 18{,}2 \text{ t}$$
$$\max(+C_3) = 1{,}72 \,.\, 18{,}2 = 31{,}3 \text{ t.}$$

Stab C_4.

Belastungsscheide im 1sten Felde.

$$[M] = \frac{1}{12}\left[(18 - 3{,}214)\,(6 + 2{,}5)\,4 + (18 + 3{,}214)\,(6 - 5)\,1\right] Q = 43{,}66\,Q$$
$$M = 43{,}66\,Q - 5{,}625 \,.\, 4{,}5\,Q = 18{,}35\,Q$$
$$\max(+C_4) = \frac{18{,}35}{4 \,.\, 3 - 3{,}214}\,Q = 2{,}09\,Q = 2{,}09 \,.\, 14{,}4 = 30{,}1 \text{ t}$$
$$\max(-C_4) = (1 - 2{,}09)\,Q = -\,1{,}09\,Q = -\,1{,}09 \,.\, 14{,}0 = -\,15{,}3 \text{ t.}$$

Stab C_5.

Belastungsscheide im 2ten Felde.

$$[M] = \frac{1}{12}\,(18 - 5{,}167)\,(6 + 3{,}5)\,4\,Q = 40{,}64\,Q$$
$$M = 40{,}64\,Q - 3{,}75 \,.\, 4{,}5\,Q = 23{,}77\,Q$$
$$\max(+C_5) = \frac{23{,}77}{5 \,.\, 3 - 5{,}167}\,Q = 2{,}42\,Q = 2{,}42 \,.\, 15{,}1 = 36{,}5 \text{ t}$$
$$\max(-C_5) = (1 - 2{,}42)\,Q = -\,1{,}42\,Q = -\,1{,}42 \,.\, 13{,}5 = -\,19{,}2 \text{ t.}$$

Stab C_6.

Belastungsscheide im 2ten Felde.

Für diese Vertikale ist es erforderlich, die im oberen Knotenpunkte 6 angreifende Last $\frac{Q}{2}$ mit in Rechnung zu ziehen.

Das Maximum der Druckspannung findet statt, wenn die Strecke vom Felde 2 bis zum linksseitigen Kämpfer belastet ist. Für diese Belastungsart ist die Grösse H bereits ermittelt. Durch Hinzufügen der Last $\frac{Q}{2}$ am oberen Knotenpunkte 6 wird dieser Werth nicht geändert.

$$[M] = \frac{1}{12}\,(18 - 6{,}954)\,[(6 + 3{,}5)\,4 + (6 + 6)\,0{,}5]\,Q = 40{,}50\,Q$$
$$M = 40{,}50\,Q - 3{,}75 \,.\, 4{,}5\,Q = 23{,}63\,Q$$
$$\max(+C_6) = \frac{23{,}63}{6 \,.\, 3 - 6{,}954}\,Q = 2{,}14\,Q = 2{,}14 \,.\, 15{,}1 = 32{,}3 \text{ t.}$$

Bei voller Belastung ist die Spannung $C_6 = 0{,}5\,Q$; demnach findet man

$$\max(-C_6) = (0{,}5 - 2{,}14)\,Q = -\,1{,}64\,Q = -\,1{,}64 \,.\, 13{,}5 = -\,22{,}1 \text{ t.}$$

Schliesslich ist es noch erforderlich für die unteren Gurtstücke und die Vertikalständer die in Folge der permanenten und mobilen Last auftretenden Spannungen zu summiren. Es ergiebt sich:

$\max(+U_1) = 36{,}5 + 210{,}6 = 247{,}1$ t	$\max(-U_1) = 36{,}5 - 22{,}2 = 14{,}3$ t
$\max(+U_2) = 36{,}7 + 228{,}6 = 265{,}3$ „	$\max(-U_2) = 36{,}7 - 50{,}4 = -\,13{,}7$ „
$\max(+U_3) = 37{,}1 + 213{,}1 = 250{,}2$ „	$\max(-U_3) = 37{,}1 - 39{,}2 = -\,2{,}1$ „

$\max(+U_4) = 37{,}7 + 192{,}8 = 230{,}5$ t
$\max(+U_5) = 38{,}4 + 183{,}6 = 222{,}0$ „
$\max(+U_6) = 39{,}4 + 180{,}8 = 220{,}2$ „

$\max(-U_4) = 37{,}7 - 22{,}0 = 15{,}7$ t
$\max(-U_5) = 38{,}4 - 9{,}4 = 29{,}0$ „
$\max(-U_6) = 39{,}4 = 39{,}4$ „

$\max(+C_0) = 0{,}9 + 16{,}6 = 17{,}5$ t
$\max(+C_1) = 1{,}7 + 24{,}2 = 25{,}9$ „
$\max(+C_2) = 1{,}7 + 17{,}0 = 18{,}7$ „
$\max(+C_3) = 1{,}7 + 31{,}3 = 33{,}0$ „
$\max(+C_4) = 1{,}7 + 30{,}1 = 31{,}8$ „
$\max(+C_5) = 1{,}7 + 36{,}5 = 38{,}2$ „
$\max(+C_6) = 0{,}9 + 32{,}3 = 33{,}2$ „

$\max(-C_0) = 0{,}9 = 0{,}9$ t
$\max(-C_1) = 1{,}7 - 11{,}9 = -10{,}2$ „
$\max(-C_2) = 1{,}7 - 4{,}8 = -3{,}1$ „
$\max(-C_3) = 1{,}7 - 10{,}3 = -8{,}6$ „
$\max(-C_4) = 1{,}7 - 15{,}3 = -13{,}6$ „
$\max(-C_5) = 1{,}7 - 19{,}2 = -17{,}5$ „
$\max(-C_6) = 0{,}9 - 22{,}1 = -21{,}2$ „

Sämmtliche Spannungen sind in Fig. 2, Taf. 11 zusammengestellt.

Die weitere Ermittlung der zulässigen spec. Spannungen aus diesen Grenzwerthen, sowie die Bestimmung der erforderlichen Querschnitte ist genau ebenso durchzuführen, wie solches im Beispiel III geschehen ist. Es sind deshalb diese Rechnungen hier nicht weiter verfolgt.

Beispiel X.

Es soll dieselbe Bogenbrücke, welche im vorigen Beispiele behandelt wurde, jetzt unter Annahme einer *mobilen Belastung durch ein System von Einzellasten* berechnet werden.

Man bestimmt zunächst in derselben Weise, wie bei der vorigen Aufgabe, die geometrische Form des Trägers, berechnet die Coordinaten der Knotenpunkte, ferner die Abscissen der Schnittpunkte der verschiedenen Untergurtstäbe mit der oberen Gurtung, die Hebelsarme der Diagonalen und diejenigen der unteren Gurtungsstäbe. Die approximative Bestimmung des Eigengewichts, sowie die Ermittlung der in Folge dieser permanenten Last auftretenden Spannungen würde ebenfalls genau so durchzuführen sein, wie im Beispiel IX. Alle diese Rechnungen sollen in Folge dessen an dieser Stelle nicht wiederholt werden. Bis zu dem Absatz „mobile Belastung“ sind sämmtliche im vorigen Beispiel angestellten Berechnungen auch hier gültig und anwendbar.

Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

Der Träger ist in Fig. 1, Taf. 11 verzeichnet. Das Lastsystem besteht den Angaben des § 7 zufolge aus 3 Locomotiven nebst Tendern und angehängten Güterwagen; die Entfernungen und Grössen der Einzellasten ergeben sich aus den Fig. 21 und 22 des § 7. Es ist empfehlenswerth, sich einen Papierstreifen anzufertigen, auf welchen das Lastsystem im nämlichen Längenmaassstabe, in dem die Brücke gezeichnet wurde, aufzutragen ist. Man wird gut thun, auf der einen Seite des Papierstreifens das Lastsystem für einen von links nach rechts, auf der andern Seite das System für einen von rechts nach links vorrückenden Eisenbahnzug anzugeben. Ferner ist die Entfernung der Einzellasten, sowie die Grösse und Nummer derselben auf dem Streifen zu bemerken. Ein Stück eines solchen Papierstreifens ist auf Seite 156 verzeichnet. Derselbe muss mindestens die Länge des ganzen Trägers haben. Im vorliegenden Falle sind die Lasten 1 bis 18 auf demselben anzugeben.

Die Einzellasten sind in Rücksicht auf Stösse etc. mit ihrer $1\frac{1}{2}$fachen Grösse in die Rechnung einzuführen. Es entfällt auf jeden der beiden Hauptträger die Hälfte dieser Werthe. In Folge dessen ist der Druck einer Locomotivaxe mit $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 13$ t und der Druck einer Tenderaxe mit $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9$ t in die Rechnung einzusetzen. Da diese Zahlen etwas unbequem werden, so soll zunächst die Berechnung unter Annahme der Werthe 13, resp. 9 t durchgeführt werden. Später sind dann die Spannungen noch mit der Grösse

$$1\tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{1}{2} = \tfrac{3}{4}$$

zu multipliciren.

Obere Gurtung.

Stab O_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile fällt mit dem Scheitelgelenk zusammen. Da das Moment der äusseren Kräfte bezüglich dieses Punktes immer gleich Null ist, so wird auch die Spannung O_1 gleich Null sein.

Stab O_2.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der Graden AE (Fig. 1 Taf. 11). Das Belastungsschema ergiebt sich demzufolge nach Fig. 57, § 27. Die Belastungsscheide liegt im ersten Felde der linksseitigen Bogenhälfte. Von diesem Felde bis zum linksseitigen Kämpfer ist die Druckabtheilung; von der Belastungsscheide bis zum rechtsseitigen Kämpfer erstreckt sich die Zugabtheilung.

Maximum der Druckspannung.

Der Zug muss vom linksseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorgeschoben werden. Die grössten Lasten sind in der Nähe des rechtsseitigen Knotenpunktes des fraglichen Feldes (in diesem Falle Knotenpunkt 1) anzuordnen; eine der Lasten muss in diesem Punkte selbst angreifen. Welche Last hier liegen muss, lässt sich mit Hülfe der Ungleichung 205 entscheiden. Die in dieser Ungleichung vorkommenden Grössen x und m sind:

$$x = 3\,, \qquad m = 1{,}4\,.$$

Ueber Bedeutung dieser Grössen s. Fig. 57. Der Werth m ist aus der Zeichnung abgegriffen.

Es lässt sich vermuthen, dass die Spannung dann am grössten wird, wenn Last 1 am Knotenpunkte 1 angreift. Liegt die Last 1 unmittelbar links vom Knotenpunkte 1, so ist $\mathfrak{R}_2 = 0$; alsdann ist die in Ungleichung 205 enthaltene Bedingung jedenfalls erfüllt. Liegt Last 1 unmittelbar rechts von diesem Knotenpunkte, so ist $\mathfrak{R}_2 = 13$ und, wie mit Hülfe des Papierstreifens leicht zu erkennen,

$$\mathfrak{R}_3 + \mathfrak{G} = 3 \cdot 13 + 3 \cdot 9 = 66.$$

Nun ist $\dfrac{x-m}{l-x} = \dfrac{3-1{,}4}{18-3} = 0{,}107$ und $0{,}107 \cdot 66 = 7{,}1$. Wie man sieht, wird jetzt der Ungleichung 205 nicht mehr Genüge geleistet, und demnach ist thatsächlich Last 1 im Knotenpunkte 1 anzuordnen, damit O_2 das Maximum seiner Druckspannung erreiche.

Der Werth H (Horizontalschub) ergiebt sich für diese Laststellung aus Gleichung 196 des § 24. Ersetzt man die drei einer Locomotive oder einem Tender angehörenden Raddrücke jedesmal durch ihre Resultante, so hat man:

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4}\left(3 \cdot 13 \cdot 13{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 6{,}9 + 13 \cdot 1{,}0\right) = 91{,}70 \text{ t}.$$

Ferner findet man aus Gleichung 197:

$$[M] = \frac{18+3}{36}\left(3 \cdot 13 \cdot 13{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 6{,}9 + 13 \cdot 1{,}0\right) = 427{,}9 \text{ tm}.$$

Aus Gleichung 195 ergiebt sich sodann:

$$M = 427{,}9 - 91{,}70 \cdot 3{,}889 = 71{,}3 \text{ tm}$$

und schliesslich die gesuchte Spannung O_2 aus Formel 198

$$\max(+O_2) = \frac{71{,}3}{0{,}611} = 116{,}7 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist vom rechtsseitigen Kämpfer kommend bis ungefähr zur Belastungsscheide vorzuschieben. Die grössten Lasten müssen möglichst in der Nähe des Scheitelgelenkes gruppirt werden und eine derselben muss in diesem Punkte selbst angreifen. Welche der Lasten hier anzuordnen ist, ergiebt sich aus der Ungleichung 208.

Das in dieser Ungleichung vorkommende Verhältniss $\frac{m}{l}$ ist: $\frac{1{,}4}{18} = 0{,}078$.

Liegt Last 1 unmittelbar rechts vom Scheitel, so ist $\mathfrak{R}_2 = 0$ und demnach die in Ungleichung 208 enthaltene Bedingung jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet Last 1 den Scheitelpunkt, so wird $\mathfrak{R}_2 = 13$ und $\mathfrak{R}_1 = 5 \cdot 13 + 3 \cdot 9 = 92$. Es ist aber

$$92 \cdot 0{,}078 = 7{,}2.$$

Man erkennt, dass nunmehr der Ungleichung 208 nicht mehr Genüge geleistet wird, und demnach ist es thatsächlich die Last 1, welche im Scheitel anzuordnen ist, damit die Zugspannung in O_2 zum Maximum werde.

Für diese Laststellung ergiebt sich:

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4}\left(3 \cdot 13 \cdot 16{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 9{,}9 + 3 \cdot 13 \cdot 2{,}7\right) = 127{,}99 \text{ t}.$$

$$[M] = \frac{18-3}{36}\left(3 \cdot 13 \cdot 16{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 9{,}9 + 3 \cdot 13 \cdot 2{,}7\right) = 426{,}6 \text{ tm}.$$

$$M = 426{,}6 - 127{,}99 \cdot 3{,}889 = -71{,}1 \text{ t}.$$

$$\max(-O_2) = -\frac{71{,}1}{0{,}611} = -116{,}4 \text{ t}.$$

Stab O_3.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2.

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4}\left(3 \cdot 13 \cdot 12 + 3 \cdot 9 \cdot 5{,}2\right) = 76{,}05 \text{ t}$$

$$[M] = \frac{18-6}{36} \cdot 13 \cdot 22{,}7 + \frac{18+6}{36}\left(13 \cdot 12 + 13 \cdot 10{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 5{,}2\right) = 388{,}7 \text{ tm}$$

$$M = 388{,}7 - 76{,}05 \cdot 3{,}556 = 118{,}3 \text{ tm}$$

$$\max(+O_3) = \frac{118{,}3}{0{,}944} = 125{,}3 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im Scheitel.

Der Werth H ist bereits oben berechnet.

$$[M] = \frac{18-6}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 16{,}7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 9{,}9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 2{,}7\right) = 341{,}3 \text{ tm}$$

$$M = 341{,}3 - 127{,}99 \,.\, 3{,}556 = -113{,}8$$

$$\max(-O_3) = -\frac{113{,}8}{0{,}944} = -120{,}6 \text{ t.}$$

Stab O_4.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3.

$$H = \frac{1}{2 \,.\, 4}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 9 + 3 \,.\, 9 \,.\, 2{,}2\right) = 51{,}30 \text{ t}$$

$$[M] = \frac{18-9}{36} \cdot 13 \cdot 25{,}7 + \frac{18+9}{36}\left(13 \,.\, 9 + 13 \,.\, 7{,}7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 2{,}2\right) = 290{,}9 \text{ tm}$$

$$M = 290{,}9 - 51{,}30 \,.\, 3{,}000 = 137{,}0 \text{ tm}$$

$$\max(+O_4) = \frac{137{,}0}{1{,}5} = 91{,}3 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Scheitel.

$$H = \frac{1}{2 \,.\, 4}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 4{,}0 + 3 \,.\, 9 \,.\, 11{,}2 + 13\,(16{,}7 + 18 + 16{,}7)\right] = 140{,}83 \text{ t}$$

$$[M] = \frac{18-9}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 4{,}0 + 3 \,.\, 9 \,.\, 11{,}2 + 3 \,.\, 13 \,.\, 18{,}0\right) = 290{,}1 \text{ tm}$$

$$M = 290{,}1 - 140{,}83 \,.\, 3{,}000 = -132{,}4 \text{ tm}$$

$$\max(-O_4) = -\frac{132{,}4}{1{,}5} = -88{,}3 \text{ t.}$$

Stab O_5.

Maximum der Druckspannung.

Last 3 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4.

$$H = \frac{1}{2 \,.\, 4}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 7{,}3 + 9\,(2 + 0{,}5)\right] = 38{,}40 \text{ t}$$

$$[M] = \frac{18-12}{36} \cdot 3 \cdot 13 \cdot 28{,}7 + \frac{18+12}{36} \cdot 9\,(2 + 0{,}5) = 205{,}3 \text{ tm}$$

$$M = 205{,}3 - 38{,}40 \,.\, 2{,}222 = 120{,}0 \text{ tm}$$

$$\max(+O_5) = \frac{120{,}0}{2{,}278} = 52{,}7 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Scheitel.

$$[M] = \frac{18-12}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 4{,}0 + 3 \,.\, 9 \,.\, 11{,}2 + 3 \,.\, 13 \,.\, 18{,}0\right) = 193{,}4 \text{ tm}$$

$$M = 193{,}4 - 140{,}83 \,.\, 2{,}222 = -119{,}5 \text{ tm}$$

$$\max(-O_5) = -\frac{119{,}5}{2{,}278} = -52{,}4 \text{ t.}$$

Stab O_6.

Maximum der Druckspannung.

Damit die grössten Lasten in der Nähe des Knotenpunktes 5 zu liegen kommen und innerhalb der Druckabtheilung — vom linksseitigen Kämpfer bis zu der in das

2te Feld fallenden Belastungsscheide — möglichst viele Lasten angreifen, wird man nicht wie bisher den Zug von links nach rechts vorrücken lassen, sondern einen aus den Lasten 1 bis 6 bestehenden Eisenbahnzug so aufstellen, dass die Locomotive gegen das linksseitige Widerlager gerichtet ist. Man findet alsdann, dass Last 2 eines solchen Zuges am Knotenpunkte 5 angreifen muss, damit in O_6 das Maximum der Druckspannung erreicht werde.

$$H = \frac{1}{2\,.\,4}\left(3\,.\,9\,.\,9{,}8 + 3\,.\,13\,.\,3\right) = 47{,}70\,\mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{18-15}{36}\left(3\,.\,9\,.\,26{,}2 + 13\,.\,31{,}7 + 13\,.\,33\right) + \frac{18+15}{36}\,13\,.\,1{,}7 = 149{,}3\,\mathrm{tm}$$

$$M = 149{,}3 - 47{,}70\,.\,1{,}222 = 91{,}0\,\mathrm{tm}$$

$$\max(+O_6) = \frac{91{,}0}{3{,}278} = 27{,}8\,\mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Scheitel.

$$[M] = \frac{18-15}{36}\left(3\,.\,13\,.\,4{,}0 + 3\,.\,9\,.\,11{,}2 + 3\,.\,13\,.\,18{,}0\right) = 96{,}7\,\mathrm{tm}$$

$$M = 96{,}7 - 140{,}83\,.\,1{,}222 = -\,75{,}4\,\mathrm{tm}$$

$$\max(-O_6) = -\frac{75{,}4}{3{,}278} = -\,23{,}0\,\mathrm{t}.$$

Untere Gurtung.

Stab U_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden BD (Fig. 1 Taf. 11). Das Belastungsschema ergiebt sich demnach nach Fig. 59 des § 27. Die Belastungsscheide fällt in das erste Feld der linksseitigen Bogenhälfte. Die Druckabtheilung erstreckt sich von diesem Felde bis zum rechtsseitigen Kämpfer; die Zugabtheilung wird von der Belastungsscheide und dem linksseitigen Kämpfer begrenzt.

Maximum der Druckspannung.

Der Zug muss vom rechtsseitigen Widerlager kommend bis ungefähr zur Belastungsscheide vorgeschoben werden. Die grössten Lasten sind in der Nähe des Scheitels zu gruppiren; eine derselben muss in diesem Punkte selbst angreifen. Welche Last hier anzuordnen ist, ergiebt sich mit Hülfe der Ungleichung 214. Der in dieser Ungleichung vorkommende Werth m ist aus der Zeichnung zu $2{,}66$ abgegriffen; also hat man: $\frac{m}{l} = \frac{2{,}66}{18} = 0{,}148$.

Es lässt sich vermuthen, dass die Druckspannung U_1 am grössten wird, wenn Last 2 am Scheitel angreift. Liegt die Last 2 unmittelbar rechts vom Scheitelpunkt, so ist, wie mit Hülfe des Papierstreifens leicht zu erkennen:

$$\mathfrak{R}_1 = 5\,.\,13 + 3\,.\,9 = 92 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_2 = 13.$$

Da $0{,}148\,.\,92 = 13{,}6$ ist, so wird bei dieser Laststellung der Ungleichung 214 noch Genüge geleistet. Ueberschreitet nun aber Last 2 den Scheitel, so wird

$$\mathfrak{R}_1 = 4\,.\,13 + 3\,.\,9 = 79 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_2 = 26$$

und alsdann ist, wie man sofort übersieht, die in Ungleichung 214 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt. Hieraus ist zu schliessen, dass thatsächlich Last 2 am Scheitel angreifen muss, um das Maximum der Druckspannung in U_1 zu erhalten.

Der Werth H ist für diese Laststellung bereits bei Berechnung des Werthes max ($-O_4$) ermittelt.

$$[M] = \frac{18-3}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 4{,}0 + 3 \,.\, 9 \,.\, 11{,}2 + 3 \,.\, 13 \,.\, 18{,}0\right) = 483{,}5 \text{ tm}$$

$$M = 483{,}5 - 140{,}83 \,.\, 4{,}5 = -150{,}2 \text{ tm}.$$

Die Spannung selbst ergiebt sich aus Gleichung 199.

$$\max(+U_1) = \frac{150{,}2}{0{,}611} = 245{,}8 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Der Zug muss vom linksseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorgeschoben werden. Die grössten Lasten sind in der Nähe des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile (Knotenpunkt 1) zu gruppiren, und eine derselben muss in diesem Punkte selbst angreifen.

Es lässt sich hiernach vermuthen, dass Last 1 am Knotenpunkte 1 liegen muss. In schärferer Weise giebt hierüber Ungleichung 215 Aufschluss. Der in dieser Ungleichung vorkommende Quotient $\frac{x-m}{l-x}$ ist:

$$\frac{3-2{,}66}{18-3} = 0{,}022.$$

Liegt Last 1 unmittelbar links vom Knotenpunkte 1, so ist $\mathfrak{R}_2 = 0$; dann ist die in der Ungleichung 215 enthaltene Bedingung jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet Last 1 den Knotenpunkt, so wird

$$\mathfrak{R}_3 = 3 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 66 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_2 = 13.$$

Da $0{,}022 \,.\, 66 = 1{,}5$ ist, so wird nun der Ungleichung 215 nicht mehr Genüge geleistet und hieraus erkennt man, dass thatsächlich Last 1 im Knotenpunkte 1 anzuordnen ist.

Der Werth H ist für diese Laststellung bereits bei Berechnung des Werthes max ($+O_2$) ermittelt. Auch das an jener Stelle berechnete Moment $[M]$ behält hier seine Gültigkeit, da die den Stäben O_2 und U_1 conjugirten Drehpunkte die nämlichen Abscissen haben.

$$M = 427{,}9 - 91{,}70 \,.\, 4{,}5 = 15{,}3 \text{ tm}$$

$$\max(-U_1) = -\frac{15{,}3}{0{,}611} = -25{,}0 \text{ t}.$$

Stab U_2.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im Scheitel.

$$[M] = \frac{18-6}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 4{,}0 + 3 \,.\, 9 \,.\, 11{,}2 + 3 \,.\, 13 \,.\, 18{,}0\right) = 386{,}8 \text{ tm}$$

$$M = 386{,}8 - 140{,}83 \,.\, 4{,}5 = -246{,}9 \text{ tm}$$

$$\max(+U_2) = \frac{246{,}9}{0{,}938} = 263{,}2 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2.

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4}\left(3 \cdot 13 \cdot 10{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 3{,}9\right) = 65{,}32 \text{ t}$$

$$[M] = \frac{18+6}{36}\left(3 \cdot 13 \cdot 10{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 3{,}9\right) = 348{,}4 \text{ tm}$$

$$M = 348{,}4 - 65{,}32 \cdot 4{,}5 = 54{,}5 \text{ tm}$$

$$\max(-U_2) = -\frac{54{,}5}{0{,}938} = -58{,}1 \text{ t.}$$

Stab U_3.

Maximum der Druckspannung.

Last 3 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Scheitel.

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4}\left(3 \cdot 13 \cdot 5{,}3 + 3 \cdot 9 \cdot 12{,}5 + 3 \cdot 13 \cdot 16{,}7\right) = 149{,}44 \text{ t}$$

$$[M] = \frac{18-9}{36}\left(3 \cdot 13 \cdot 5{,}3 + 3 \cdot 9 \cdot 12{,}5 + 3 \cdot 13 \cdot 19{,}3\right) = 324{,}2 \text{ tm}$$

$$M = 324{,}2 - 149{,}44 \cdot 4{,}5 = -348{,}3 \text{ tm}$$

$$\max(+U_3) = \frac{348{,}3}{1{,}475} = 236{,}1 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3.

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4}\left[3 \cdot 13 \cdot 7{,}7 + 9(2{,}4 + 0{,}9)\right] = 41{,}25 \text{ t.}$$

$$[M] = \frac{18+9}{36}\left[3 \cdot 13 \cdot 7{,}7 + 9(2{,}4 + 0{,}9)\right] = 247{,}5 \text{ tm}$$

$$M = 247{,}5 - 41{,}25 \cdot 4{,}5 = 61{,}9 \text{ tm}$$

$$\max(-U_3) = -\frac{61{,}9}{1{,}475} = -42{,}0 \text{ t.}$$

Stab U_4.

Maximum der Druckspannung.

Damit die grössten Lasten möglichst in der Nähe des Scheitels zu liegen kommen und innerhalb der Druckabtheilung — von der im 4ten Felde liegenden Belastungsscheide bis zum rechtsseitigen Kämpfer — gleichzeitig möglichst viele Lasten angreifen, wird man nicht wie bisher einen Zug von rechts nach links vorrücken lassen, sondern einen aus den Lasten 1 bis 12 bestehenden Eisenbahnzug derartig aufstellen, dass die erste Locomotive am rechtsseitigen Widerlager steht. Man findet sodann, dass das Maximum der Druckspannung in U_4 erreicht wird, wenn Last 8 eines solchen Zuges am Scheitel liegt. Für diese Laststellung ist:

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4}\left[3 \cdot 13 \cdot 4{,}0 + 3 \cdot 9 \cdot 10{,}8 + 13(16{,}7 + 18{,}0 + 16{,}7) + 3 \cdot 9 \cdot 11{,}2\right] = 177{,}28 \text{ t}$$

$$[M] = \frac{18-12}{36}\left[3 \cdot 13 \cdot 4{,}0 + 3 \cdot 9 \cdot 10{,}8 + 3 \cdot 13 \cdot 18{,}0 + 3 \cdot 9 \cdot 24{,}8\right] = 303{,}2$$

$$M = 303{,}2 - 177{,}28 \cdot 4{,}5 = -494{,}6 \text{ tm}$$

$$\max(+U_4) = \frac{494{,}6}{2{,}205} = 224{,}3 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4.

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4} \cdot 3 \cdot 13 \cdot 4{,}7 = 22{,}91\ \mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{18 + 12}{36} \cdot 3 \cdot 13 \cdot 4{,}7 = 152{,}7\ \mathrm{tm}.$$

$$M = 152{,}7 - 22{,}91 \,.\, 4{,}5 = 49{,}6\ \mathrm{tm}$$

$$\max(-U_4) = -\frac{49{,}6}{2{,}205} = -22{,}5\ \mathrm{t}.$$

Stab U_5.

Maximum der Druckspannung.

Last 7 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im Scheitel.

$$H = \frac{1}{2 \,.\, 4}\left(3.13.2{,}7 + 3.9.9{,}9 + 3.13.16{,}7 + 3.9.12{,}1 + 3.13.5{,}3\right) = 194{,}66\ \mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{18 - 15}{36}\left(3.13.2{,}7 + 3.9.9{,}9 + 3.13.16{,}7 + 3.9.23{,}9 + 3.13.30{,}7\right) = 238{,}9\ \mathrm{tm}$$

$$M = 238{,}9 - 194{,}66 \,.\, 4{,}5 = -637{,}1\ \mathrm{tm}$$

$$\max(+U_5) = \frac{637{,}1}{3{,}110} = 204{,}9\ \mathrm{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 5.

$$H = \frac{1}{2 \,.\, 4} \cdot 3 \cdot 13 \cdot 3 = 14{,}62\ \mathrm{t}$$

$$[M] = \frac{18 - 15}{36} \cdot 13 \cdot (31{,}7 + 33{,}0) + \frac{18 + 15}{36} \cdot 13 \cdot 1{,}7 = 90{,}3\ \mathrm{tm}$$

$$M = 90{,}3 - 14{,}62 \,.\, 4{,}5 = 24{,}5\ \mathrm{tm}$$

$$\max(-U_5) = -\frac{24{,}5}{3{,}110} = -7{,}9\ \mathrm{t}.$$

Stab U_6.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im Scheitel.

$$H = \frac{1}{2 \,.\, 4}\left[3.13.4{,}0 + 3.9.11{,}2 + 13(16{,}7 + 18 + 16{,}7) + 3.9.10{,}8 + 3.13.4\right] = 196{,}78\ \mathrm{t}$$

$$[M] = 0.$$

$$M = -196{,}78 \,.\, 4{,}5 = -885{,}5\ \mathrm{tm}$$

$$\max(+U_6) = \frac{885{,}5}{4{,}167} = 212{,}5\ \mathrm{t}$$

$$\max(-U_6) = 0.$$

Diagonalen.

Stab D_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden AE und oberhalb der Graden BD (Fig. 1, Taf. 11). Das Belastungsschema ergiebt sich demnach aus Fig. 65 des § 27. Nach dieser Figur wird nur das fragliche Feld — im vorliegenden Falle also das erste Feld — als Belastungsscheide auftreten.

Denkt man sich durch D_1 zum Zweck der Spannungsermittlung einen Schnitt geführt und nun die Spannung D_1 als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens einwirken, so erkennt man leicht, dass alsdann die Spannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Sinne des Uhrzeigers dreht. Es werden also die Zug- und Druckabtheilungen nicht in der Weise anzunehmen sein, wie Fig. 65 dieselben zeigt, sondern sind, der Erklärung auf Seite 58 zufolge, die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen.

Maximum der Druckspannung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer bis in das fragliche Feld vorzuschieben. Eine der ersten Lasten muss im linksseitigen Knotenpunkte dieses Feldes (Knotenpunkt 1) angreifen.

Es lässt sich vermuthen, dass Last 1 am Knotenpunkte 1 liegen muss. In schärferer Weise giebt hierüber Ungleichung 226 Aufschluss. Zunächst soll der in dieser Ungleichung vorkommende Quotient $\frac{\lambda v}{2if-\lambda v}$ bestimmt werden. Der Werth v (s. Fig. 65) ist aus der Zeichnung abzugreifen; man findet $v = 3{,}48$. Der Werth i ist anfangs berechnet. Man hat also:

$$\frac{3 \,.\, 3{,}48}{2 \,.\, 13{,}5 \,.\, 4 - 3 \,.\, 3{,}48} = 0{,}107.$$

Liegt Last 1 unmittelbar links vom Knotenpunkte 1, so ist $\mathfrak{G} = 0$ und somit die in Ungleichung 226 enthaltene Bedingung jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet Last 1 den Knotenpunkt, so wird

$$\mathfrak{G} = 13 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_3 = 3 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 66.$$

Da aber $0{,}107 \,.\, 66 = 7{,}1$ ist, so wird nunmehr der Ungleichung 226 nicht mehr genügt und folglich ist es thatsächlich Last 1, welche am Knotenpunkte 1 anzuordnen ist.

Die Grösse H ist für diese Laststellung bereits bei der Berechnung des Werthes $\max(+O_2)$ ermittelt.

$$[M] = \frac{18 - 13{,}5}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 13{,}7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 6{,}9 + 13 \,.\, 1{,}0\right) = 91{,}7 \text{ tm}$$

$$M = 91{,}7 - 91{,}7 \,.\, 4{,}5 = -320{,}9 \text{ tm}.$$

Die Spannung selbst ergiebt sich schliesslich aus Gleichung 200. In derselben hat das —Zeichen Gültigkeit, wie aus der der Gleichung angefügten Erklärung hervorgeht.

$$\max(+D_1) = \frac{320{,}9}{2{,}713} = 118{,}3 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Das Lastsystem ist vom rechtsseitigen Kämpfer bis in das fragliche Feld vorzuschieben. Die grössten Lasten müssen in der Nähe des rechtsseitigen Knotenpunktes dieses Feldes (im vorliegenden Falle der Scheitelpunkt) angeordnet werden, und muss eine derselben in diesem Punkte selbst angreifen. Es ist hiernach zu vermuthen, dass Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges im Scheitelpunkte angeordnet werden muss. In schärferer Weise giebt hierüber Ungleichung 225 Aufschluss.

Die in dieser Ungleichung vorkommenden Quotienten sollen zunächst ermittelt werden. Der Werth v wurde bereits oben angegeben. Die Grösse m ist ebenfalls aus der Zeichnung abgegriffen; es wurde gefunden $m = 3{,}98$. Alsdann ist:

$$\lambda \frac{2f+v}{2if-\lambda v} = 3 \frac{2 \cdot 4 + 3{,}48}{2 \cdot 13{,}5 \cdot 4 - 3 \cdot 3{,}48} = 0{,}291$$

und

$$\frac{m}{l} = \frac{3{,}98}{18} = 0{,}221.$$

Liegt Last 1 unmittelbar rechts vom Scheitel, so ist $\mathfrak{G} = 0$ und demnach die Ungleichung 225 jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet Last 1 den Scheitelpunkt, so wird

$$\mathfrak{G} = 13, \quad \mathfrak{R}_2 = 0, \quad \mathfrak{R}_1 = 5 \cdot 13 + 3 \cdot 9 = 92.$$

Da aber $0{,}291 \cdot 0{,}221 \cdot 92 = 5{,}9$ ist, so wird nun der Ungleichung nicht mehr genügt und hieraus ist zu schliessen, dass thatsächlich Last 1 im Scheitelpunkte angreifen muss.

Die Grösse H ist für diese Laststellung bereits bei Berechnung des Werthes max $(- O_2)$ ermittelt.

$$[M] = \frac{18 + 13{,}5}{36} \left(3 \cdot 13 \cdot 16{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 9{,}9 + 3 \cdot 13 \cdot 2{,}7\right) = 895{,}9 \text{ tm}$$

$$M = 895{,}9 - 127{,}99 \cdot 4{,}5 = 319{,}9 \text{ tm}$$

$$\max(- D_1) = - \frac{319{,}9}{2{,}713} = - 117{,}9 \text{ t}.$$

Stab D_2.

Die Spannungsermittlung dieser Diagonalen gestaltet sich ganz entsprechend derjenigen des Stabes D_1.

Maximum der Druckspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2.

Der Werth H ist bei Berechnung der Spannung max $(- U_2)$ bereits ermittelt.

$$[M] = \frac{18 - 2{,}5}{36} \left(3 \cdot 13 \cdot 10{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 3{,}9\right) = 225{,}0 \text{ tm}$$

$$M = 225{,}0 - 65{,}32 \cdot 4{,}5 = - 68{,}9 \text{ tm}$$

$$\max(+ D_2) = \frac{68{,}9}{1{,}697} = 40{,}6 \text{ t}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 1.

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4} \left[9\,(0{,}2 + 1{,}7) + 3 \cdot 13 \cdot 7 + 3 \cdot 9 \cdot 14{,}2 + 3 \cdot 13 \cdot 15\right] = 157{,}31 \text{ t}.$$

Bei Berechnung des Momentes $[M]$ ist darauf zu achten, dass Last 1 innerhalb des geschnittenen Feldes angreift. Last 1 wird demnach zu zerlegen sein in ihre auf die Knotenpunkte 1 und 2 entfallenden Componenten. Die im Knotenpunkte 1 wirkende Kraft greift rechts von dem zum Zweck der Spannungsermittlung geführten Schnitte an; in Gleichung 197 ist diese Kraft also den Lasten G' zuzurechnen. Die im Knotenpunkte 2 wirkende Componente ist hingegen den Lasten G'' zuzuzählen.

Von der Axe 1 entfällt auf den Knotenpunkt 1:

$$13 \cdot \frac{3 - 1{,}3}{3} = 7{,}37 \text{ t}$$

und auf den Knotenpunkt 2:

$$13 - 7{,}37 = 5{,}63 \text{ t}.$$

$$[M] = \frac{18 + 2{,}_5}{36} \left[9\,(0{,}_2 + 1{,}_7) + 3 \,.\, 13 \,.\, 7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 14{,}_2 + 13\,(19{,}_7 + 21) + 7{,}_{37} \,.\, 21 \right]$$

$$+ \frac{18 - 2{,}_5}{36} \cdot 5{,}_{63} \cdot 12 = 802{,}_0 \text{ tm}$$

$$M = 802{,}_0 - 157{,}_{31} \,.\, 4{,}_5 = 94{,}_1 \text{ tm}$$

$$\max(-D_2) = -\frac{94{,}_1}{1{,}_{697}} = -55{,}_5 \text{ t.}$$

Stab D_3.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der beiden Graden AE und BD (Fig. 1, Taf. 11). Das Belastungsschema ergiebt sich also nach Fig. 64, § 27, in welcher die Worte „Druck" und „Zug" mit einander zu vertauschen sind. Die Belastungsscheiden liegen im 1sten und 3ten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

Maximum der Druckspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Der Zug ist von rechts kommend bis ungefähr zur Belastungsscheide im ersten Felde vorzuschieben; die grössten Lasten müssen in der Nähe des Scheitels angeordnet werden; eine derselben muss in diesem Punkte selbst angreifen. Es lässt sich vermuthen, dass Last 1 am Scheitel liegen muss. Ungleichung 223 giebt hierüber in schärferer Weise Aufschluss. Der Werth m ist aus der Zeichnung zu $1{,}_{55}$ m abgegriffen. Demnach ist $\frac{m}{l} = 0{,}_{086}$.

Liegt Last 1 rechts vom Scheitel, so ist $\mathfrak{R}_2 = 0$, also Ungleichung 223 jedenfalls erfüllt; liegt Last 1 links vom Scheitel, so wird

$$\mathfrak{R}_2 = 13 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_1 = 5 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 92.$$

Es ist aber $0{,}_{086} \,.\, 92 = 7{,}_9$ t. Nun wird der Ungleichung 223 nicht mehr genügt; thatsächlich ist also Last 1 am Scheitel anzuordnen.

Für diese Laststellung ist der Werth H bereits bei Berechnung der Spannung $\max(-O_2)$ befunden.

$$[M] = \frac{18 - 0{,}_9}{36} \left(3 \,.\, 13 \,.\, 16{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 9{,}_9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 2{,}_7\right) = 486{,}_4 \text{ tm}$$

$$M = 486{,}_4 = 127{,}_{99} \,.\, 4{,}_5 = -89{,}_6 \text{ tm}$$

$$D_3 = \frac{89{,}_6}{2{,}_{432}} = 36{,}_8 \text{ t.}$$

Linksseitige Belastung.

Der Zug ist, vom linksseitigen Kämpfer kommend, bis in das 3te Feld vorzuschieben. Eine der ersten Lasten muss im Knotenpunkte 3 angreifen. Welche Last hier anzuordnen ist, lässt sich mit Hülfe der Ungleichung 224 entscheiden.

Der in dieser Ungleichung vorkommende Werth v ist aus der Zeichnung abgegriffen. Es wurde gefunden $v = 0{,}_{31}$. Demnach ist:

$$\frac{\lambda v}{2if - \lambda v} = \frac{3 \,.\, 0{,}_{31}}{2 \,.\, 5{,}_1 \,.\, 4 - 3 \,.\, 0{,}_{31}} = 0{,}_{023}.$$

Liegt Last 1 links vom Knotenpunkte 3, so ist $\mathfrak{G} = 0$ und demnach Ungleichung 224 jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet Last 1 den Knotenpunkt, so wird

$$\mathfrak{G} = 13 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_3 = 2 \,.\, 13 + 2 \,.\, 9 = 44.$$

Es ist $0{,}023 \,.\, 44 = 1{,}0$. Der Ungleichung 224 wird also nun nicht mehr Genüge geleistet. Demnach ist Last 1 im Knotenpunkte 3 anzuordnen.

Der Werth H für diese Laststellung ist bereits bei Berechnung der Spannung max $(-U_3)$ ermittelt.

$$[M] = \frac{18 + 0{,}9}{36}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 7{,}7 + 9\,(2{,}4 + 0{,}9)\right] = 173{,}2 \text{ tm}$$

$$M = 173{,}2 - 41{,}25 \,.\, 4{,}5 = -12{,}4 \text{ tm}$$

$$D_3 = \frac{12{,}4}{2{,}432} = 5{,}1 \text{ t}$$

$$\max(+D_3) = 36{,}8 + 5{,}1 = 41{,}9 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Zwischen den beiden Belastungsscheiden im ersten und dritten Felde müssen möglichst viel grosse Lasten angreifen. Eine derselben muss im Knotenpunkte 2 liegen. Es lässt sich vermuthen, dass das mittlere Rad einer einzelnen Locomotive im Knotenpunkte 2 angeordnet werden muss. Die Ungleichung 222 giebt hierüber in schärferer Weise Aufschluss. Es ist:

$$\lambda \frac{2f + v}{2\,if - \lambda v} = 3 \cdot \frac{2 \,.\, 4 + 0{,}31}{2 \,.\, 5{,}1 \,.\, 4 - 3 \,.\, 0{,}31} = 0{,}625.$$

Liegt Last 2 rechts vom Knotenpunkte 2, so ist $\mathfrak{G} = 13$ und $\mathfrak{K}_2 = 26$. Da $0{,}625 \,.\, 26 = 16{,}2$ ist, so wird also die in Ungleichung 222 enthaltene Bedingung bei dieser Laststellung noch erfüllt sein. Ueberschreitet Last 2 den Knotenpunkt 2, so wird $\mathfrak{G} = 26$ und $\mathfrak{K}_2 = 13$. Dann ist, wie man sofort erkennt, Ungleichung 222 nicht mehr erfüllt und hieraus ist zu schliessen, dass thatsächlich Last 2 eines aus den Lasten 1 bis 3 bestehenden Zuges im Knotenpunkte 2 angreifen muss.

$$H = \frac{1}{2 \,.\, 4} \cdot 3 \cdot 13 \cdot 12 = 58{,}50 \text{ t.}$$

Bei Berechnung des Werthes $[M]$ ist darauf zu achten, dass Last 1 innerhalb des geschnittenen Feldes angreift. Von dieser Last entfällt auf den Knotenpunkt 2 die Componente $13 \, \frac{3 - 1{,}3}{3} = 7{,}37$ t und auf den Knotenpunkt 3 der Werth

$$13 - 7{,}37 = 5{,}63 \text{ t}$$

$$[M] = \frac{18 - 0{,}9}{36}\left[13\,(22{,}7 + 24) + 7{,}37 \,.\, 24\right] + \frac{18 + 0{,}9}{36} \cdot 5{,}63 \cdot 9 = 399{,}0 \text{ tm}$$

$$M = 399{,}0 - 58{,}50 \,.\, 4{,}5 = 135{,}8 \text{ tm}$$

$$\max(-D_3) = -\frac{135{,}8}{2{,}432} = -55{,}8 \text{ t.}$$

Stab D_4.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt unterhalb der Graden BD und oberhalb der Graden AE (Fig. 1, Taf. 11). Das Belastungsschema ergiebt sich nach Fig. 61, § 27. Die Belastungsscheide liegt im ersten Felde.

Maximum der Druckspannung.

Der Zug ist vom rechtsseitigen Kämpfer bis gegen die Belastungsscheide vorzuschieben. Die grössten Lasten müssen in der Nähe des Scheitels gruppirt werden; eine derselben muss im Scheitelpunkte selbst angreifen. Hiernach lässt sich vermuthen, dass Last 2 in diesem Punkte liegen muss. Mit Hülfe der Ungleichung 218 erlangt man hierüber Aufschluss. Der in dieser Ungleichung vorkommende Werth m (s. Fig. 61) ist aus der Zeichnung zu $2{,}80$ abgegriffen. Man hat also $\frac{m}{l} = 0{,}155$.

Liegt Last 2 unmittelbar rechts vom Scheitel, so ist:

$$\mathfrak{R}_1 = 5 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 92 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_2 = 13.$$

Da $0{,}155 \,.\, 92 = 14{,}3$ ist, so ist, wie man hieraus erkennt, bei dieser Laststellung die in Ungleichung 218 enthaltene Bedingung noch erfüllt. Ueberschreitet Last 2 den Scheitel, so wird

$$\mathfrak{R}_1 = 4 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 79 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_2 = 26.$$

Alsdann wird der Ungleichung 218 nicht mehr Genüge geleistet. Thatsächlich ist also Last 2 im Scheitelpunkte anzuordnen.

Der Werth H ist für diese Laststellung bereits bei Berechnung der Grösse $\max(-O_4)$ ermittelt.

$$[M] = \frac{18 - 3{,}214}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 4{,}0 + 3 \,.\, 9 \,.\, 11{,}2 + 3 \,.\, 13 \,.\, 18{,}0\right) = 476{,}6 \text{ tm}$$

$$M = 476{,}6 - 140{,}83 \,.\, 4{,}5 = -157{,}1 \text{ tm}$$

$$\max(+D_4) = \frac{157{,}1}{3{,}929} = 40{,}0 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorzuschieben. Die grössten Raddrücke sind in der Nähe des Knotenpunktes 3 anzuordnen, und einer derselben muss in diesem Punkte selbst angreifen. Es lässt sich hiernach vermuthen, dass Last 2 am Knotenpunkte 3 liegen muss. Die Ungleichung 217 giebt hierüber in schärferer Weise Aufschluss.

Der in dieser Ungleichung vorkommende Werth v ist aus der Zeichnung zu $0{,}20$ abgegriffen. Demnach ist

$$\frac{1}{2f - v} = \frac{1}{2 \,.\, 4 - 0{,}20} = 0{,}122$$

$$\frac{\lambda v + 2\,if}{\lambda} = \frac{3 \,.\, 0{,}20 + 2 \,.\, 5{,}786 \,.\, 4}{3} = 15{,}629.$$

Liegt Last 2 unmittelbar links vom Knotenpunkte 3, so ist

$$\mathfrak{R}_2 = 13, \quad \mathfrak{G} = 26 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_3 = 3 \,.\, 9 = 27.$$

Die rechte Seite der Ungleichung lautet:

$$0{,}122\,(0{,}20 \,.\, 27 + 15{,}629 \,.\, 26) = 50{,}2.$$

Hieraus erkennt man, dass bei dieser Laststellung der Ungleichung 217 noch Genüge geleistet wird.

Ueberschreitet Last 2 den Knotenpunkt 3, so wird:

$$\mathfrak{R}_2 = 26, \quad \mathfrak{G} = 13 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_3 = 27.$$

Dann ist:

$$0{,}122\,(0{,}20 \,.\, 27 + 15{,}629 \,.\, 13) = 25{,}4.$$

Nunmehr ist die in Ungleichung 217 enthaltene Bedingung nicht mehr erfüllt, und demnach ist es thatsächlich die Last 2, welche im Knotenpunkte 3 angreifen muss.

Der Werth H ist für diese Laststellung bereits bei Berechnung der Spannung $\max(+O_4)$ ermittelt.

Bei Aufstellung der Gleichung für das Moment $[M]$ ist darauf zu achten, dass Last 3 innerhalb des geschnittenen Feldes angreift.

$$[M] = \frac{18 - 3{,}214}{36}\left[13(25{,}7 + 27) + 7{,}37 . 27\right] + \frac{18 + 3{,}214}{36}\left(5{,}63 . 6 + 3 . 9 . 2{,}2\right) = 418{,}0 \text{ tm}$$

$$M = 418{,}0 - 51{,}30 . 4{,}5 = 187{,}2 \text{ tm}$$

$$\max(-D_4) = -\frac{187{,}2}{3{,}929} = -47{,}6 \text{ t.}$$

Stab D_5.

In derselben Weise wie die Maximalspannungen der Diagonalen D_4 ergeben sich auch diejenigen des Stabes D_5.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Scheitel.

$$[M] = \frac{18 - 5{,}167}{36}\left(3 . 13 . 4{,}0 + 3 . 9 . 11{,}2 + 3 . 13 . 18{,}0\right) = 413{,}7 \text{ tm}$$

$$M = 413{,}7 - 140{,}83 . 4{,}5 = -220{,}0 \text{ tm}$$

$$\max(+D_5) = \frac{220{,}0}{5{,}946} = 37{,}0 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 3 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4. Der Werth H ist bei Berechnung der Spannung $\max(+O_5)$ bereits ermittelt.

$$[M] = \frac{18 - 5{,}167}{36} \cdot 3 \cdot 13 \cdot 28{,}7 + \frac{18 + 5{,}167}{36} 9(2 + 0{,}5) = 413{,}5 \text{ tm}$$

$$M = 413{,}5 - 38{,}40 . 4{,}5 = 240{,}7 \text{ tm}$$

$$\max(-D_5) = -\frac{240{,}7}{5{,}946} = -40{,}5 \text{ t.}$$

Stab D_6.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Scheitel.

$$[M] = \frac{18 - 6{,}955}{36}\left(3 . 13 . 4{,}0 + 3 . 9 . 11{,}2 + 3 . 13 . 18{,}0\right) = 356{,}0 \text{ tm}$$

$$M = 356{,}0 - 140{,}83 . 4{,}5 = -277{,}7 \text{ tm}$$

$$\max(+D_6) = \frac{277{,}7}{8{,}148} = 34{,}1 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Damit möglichst viele Lasten innerhalb der Zugabtheilung angreifen und die grössten Lasten in der Nähe des Knotenpunktes 5 zu liegen kommen, wird man nicht wie bisher einen Zug von links nach rechts vorrücken lassen, sondern einen aus den Lasten 1 bis 6 bestehenden Eisenbahnzug derart aufstellen, dass die Locomotive gegen das linksseitige Widerlager gerichtet ist. Unter Annahme eines solchen Zuges findet man, dass Last 2 desselben am Knotenpunkte 5 angreifen muss, um das Maximum der Zugspannung in D_6 zu erhalten.

Der Werth H für diese Laststellung ist bereits bei Ermittlung der Grösse $\max(+O_6)$ berechnet.

Es ist zu beachten, dass Last 1 innerhalb des geschnittenen Feldes angreift.

$$[M] = \frac{18 - 6{,}955}{36}\left[3 . 9 . 26{,}2 + 13(31{,}7 + 33) + 7{,}37 . 33\right] = 549{,}7 \text{ tm}$$

$$M = 549,_7 - 47,_{70} \,.\, 4,_5 = 335,_1 \text{ tm}$$

$$\max(-D_6) = -\frac{335,_1}{8,_{148}} = -41,_1 \text{ t.}$$

Vertikalen.

Stab C_0.

Im oberen Knotenpunkte der Scheitelvertikalen trifft diese nur mit dem Gurtungsstabe O_1 zusammen. Die Spannung O_1 ist Null. Das Gleichgewicht der in diesem Knotenpunkte wirkenden Kräfte erfordert also, dass die Spannung der Vertikalen C_0 grade so gross ist, wie die im oberen Knotenpunkte angreifende Belastung. Diese Belastung wird zum Maximum, wenn das erste Rad einer gegen den Scheitel vorrückenden Locomotive im oberen Knotenpunkte der Scheitelvertikalen angreift. Demnach ist:

$$\max(+C_0) = 13\left(1 + \frac{1,_7 + 0,_4}{3}\right) = 22,_1 \text{ t.}$$

$$\max(-C_0) = 0.$$

Stab C_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile fällt zusammen mit demjenigen für die Diagonalen D_1. Es wird also das Belastungsschema nach Fig. 65 des § 27 anzunehmen sein. Als Belastungsscheide tritt das fragliche Feld selbst auf. Dieses ist im vorliegenden Fall aber das Feld 2 linksseitiger Bogenhälfte, da der durch C_1 zum Zweck der Spannungsermittlung zu führende Schnitt die obere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, im 2ten Felde trifft.

Denkt man sich die Spannung C_1 als Druckkraft auf den links vom Schnitt vorhandenen Theil des Bogens einwirken, so dreht diese Kraft um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers. Im Belastungsschema sind also die Druck- und Zugabtheilungen thatsächlich so anzunehmen, wie Fig. 65 dieselben zeigt.

Maximum der Druckspannung.

Der Zug ist vom rechtsseitigen Kämpfer kommend bis in das fragliche Feld vorzuschieben. Eine der ersten Lasten muss im Knotenpunkte 1 angreifen. Es lässt sich vermuthen, dass Last 1 am Knotenpunkte 1 liegen muss. Die Ungleichung 225 giebt hierüber in schärferer Weise Aufschluss.

Die in dieser Ungleichung vorkommenden Grössen v und m sind die nämlichen, wie die, welche bei Berechnung der Diagonalen D_1 gefunden wurden; also $v = 3,_{48}$ und $m = 3,_{98}$. Der Werth i (s. Fig. 65) ist natürlich hier ein anderer, da jetzt als rechtsseitiger Knotenpunkt des fraglichen Feldes der Knotenpunkt 1 auftritt; es ist $i = 16,_5$. Demnach hat man:

$$\lambda \frac{2f + v}{2if - \lambda v} = 0,_{283} \qquad \text{und} \qquad \frac{m}{l} = 0,_{221}.$$

Liegt Last 1 rechts vom Knotenpunkte 1, so ist $\mathfrak{G} = 0$, also die Ungleichung 225 jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet die Last 1 den Knotenpunkt, so wird:

$$\mathfrak{G} = 13, \quad \mathfrak{R}_2 = 2 \,.\, 13 = 26 \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_1 = 4 \,.\, 9 + 3 \,.\, 13 = 75.$$

Nun ist aber

$$0,_{283}\,(0,_{221} \,.\, 75 + 26) = 12,_0.$$

Man erkennt, dass jetzt der in Ungleichung 225 enthaltenen Bedingung nicht mehr genügt wird, und demnach ist es thatsächlich Last 1, welche am Knotenpunkte 1 angeordnet werden muss. Für diese Laststellung findet man:

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4}\left[9 \cdot 0{,}4 + 3 \cdot 13 \cdot 5{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 12{,}9 + 3 \cdot 13 \cdot 16{,}3\right] = 151{,}24 \text{ t}$$

$$[M] = \frac{18 + 13{,}5}{36}\left[9 \cdot 0{,}4 + 3 \cdot 13 \cdot 5{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 12{,}9 + 3 \cdot 13 \cdot 19{,}7\right] = 1174{,}7 \text{ tm}$$

$$M = 1174{,}7 - 151{,}24 \cdot 4{,}5 = 494{,}1 \text{ tm}.$$

Die Spannung C_1 selbst ergiebt sich aus Gleichung 200. In dieser Gleichung hat nach der angefügten Erklärung das $+$Zeichen Gültigkeit.

$$\max(+C_1) = \frac{494{,}1}{3 + 13{,}5} = 29{,}9 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Der Zug ist vom linksseitigen Kämpfer bis in das fragliche Feld vorzuschieben; eine der ersten Lasten muss im Knotenpunkte 2 angreifen. Es ist zu vermuthen, dass Last 1 an diesem Knotenpunkte liegen muss. Mit Hülfe der Ungleichung 226 lässt sich diese Frage entscheiden.

Es ist $\frac{\lambda}{2if - \lambda v} = 0{,}086$. Liegt Last 1 links vom Knotenpunkte 2, so ist $\mathfrak{G} = 0$; dann wird der Ungleichung 226 jedenfalls Genüge geleistet. Liegt Last 1 unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 2, so wird

$$\mathfrak{G} = 13 \quad \text{und} \quad \mathfrak{K}_3 = 2 \cdot 13 + 3 \cdot 9 = 53.$$

Man erkennt sofort, dass jetzt die Ungleichung 226 nicht mehr erfüllt ist. Demnach muss wirklich Last 1 am Knotenpunkte 2 angreifen, um das Maximum der Zugspannung in C_1 zu erreichen.

Für diese Laststellung ist der Werth H bereits bei Berechnung der Spannung $\max(-U_2)$ ermittelt.

$$[M] = \frac{18 - 13{,}5}{36}\left(3 \cdot 13 \cdot 10{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 3{,}9\right) = 65{,}3 \text{ tm}$$

$$M = 65{,}3 - 65{,}32 \cdot 4{,}5 = -228{,}6 \text{ tm}$$

$$\max(-C_1) = -\frac{228{,}6}{3 + 13{,}5} = -13{,}9 \text{ t}.$$

Im Allgemeinen sind die Verhältnisse bei den Vertikalständern ganz ähnlich denjenigen bei den entsprechenden Diagonalen. Die Abweichungen, welche durchgehends eintreten, sind für den Stab C_1 soeben erläutert. Im Folgenden sollen nur noch die Resultate der Rechnungen zusammengestellt werden.

Stab C_2.

Maximum der Druckspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2.

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4}\left(3 \cdot 9 \cdot 1{,}9 + 3 \cdot 13 \cdot 8{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 15{,}9 + 3 \cdot 13 \cdot 13{,}3\right) = 167{,}32 \text{ t}$$

$$[M] = \frac{18 + 2{,}5}{36}\left(3 \cdot 9 \cdot 1{,}9 + 3 \cdot 13 \cdot 8{,}7 + 3 \cdot 9 \cdot 15{,}9 + 3 \cdot 13 \cdot 22{,}7\right] = 971{,}0 \text{ tm}$$

$$M = 971{,}0 - 167{,}32 \cdot 4{,}5 = 218{,}1 \text{ tm}$$

$$\max(+C_2) = \frac{218{,}1}{2 \cdot 3 + 2{,}5} = 25{,}7 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3. Der Werth H wird der Berechnung von max ($-U_3$) entnommen.

$$[M] = \frac{18 - 2{,}5}{36}\left[3 \,.\, 13 \,.\, 7{,}7 + 9\,(2{,}4 + 0{,}9)\right] = 142{,}1 \text{ tm}$$

$$M = 142{,}1 - 41{,}25 \,.\, 4{,}5 = -43{,}5 \text{ tm}$$

$$\max(-C_2) = -\frac{43{,}5}{2 \,.\, 3 + 2{,}5} = -5{,}1 \text{ t.}$$

Stab C_3.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 6 besteht, greift am Knotenpunkte 3 an.

$$H = \frac{1}{2 \,.\, 4}\left(3 \,.\, 9 \,.\, 15{,}8 + 3 \,.\, 13 \,.\, 9\right) = 97{,}20 \text{ t.}$$

Last 1 greift innerhalb des geschnittenen Feldes an, ist also bei Berechnung des Werthes $[M]$ in ihre auf die Knotenpunkte 3 und 4 entfallenden Componenten zu zerlegen.

$$[M] = \frac{18 - 0{,}9}{36}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 20{,}2 + 13\,(25{,}7 + 27) + 7{,}37 \,.\, 27\right] + \frac{18 + 0{,}9}{36} \cdot 5{,}63 \cdot 6 = 696{,}7 \text{ tm}$$

$$M = 696{,}7 - 97{,}20 \,.\, 4{,}5 = 259{,}3 \text{ tm}$$

$$\max(+C_3) = \frac{259{,}3}{3 \,.\, 3 - 0{,}9} = 32{,}0 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Scheitel.
Der Werth H ist der Berechnung der Spannung max ($-O_2$) entnommen.

$$[M] = \frac{18 - 0{,}9}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 16{,}7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 9{,}9 + 3 \,.\, 13 \,.\, 2{,}7\right) = 486{,}4 \text{ tm}$$

$$M = 486{,}4 - 127{,}99 \,.\, 4{,}5 = -89{,}6 \text{ tm}$$

$$C_3 = -\frac{89{,}6}{3 \,.\, 3 - 0{,}9} = -11{,}1 \text{ t.}$$

Linksseitige Belastung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4.
Der Werth H aus der Berechnung von max ($-U_4$).

$$[M] = \frac{18 + 0{,}9}{36} \cdot 3 \cdot 13 \cdot 4{,}7 = 96{,}2 \text{ tm}$$

$$M = 96{,}2 - 22{,}91 \,.\, 4{,}5 = -6{,}9 \text{ tm}$$

$$C_3 = -\frac{6{,}9}{3 \,.\, 3 - 0{,}9} = -0{,}9 \text{ t}$$

$$\max(-C_3) = -11{,}1 - 0{,}9 = -12{,}0 \text{ t.}$$

Stab C_4.

Maximum der Druckspannung.

Last 3 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4.
Horizontalschub H aus der Berechnung des Werthes max ($+O_5$).

$$[M] = \frac{18 - 3{,}214}{36} \cdot 3 \cdot 13 \cdot 28{,}7 + \frac{18 + 3{,}214}{36} \cdot 9\,(2 + 0{,}5) = 473{,}0 \text{ tm}$$

$$M = 473{,}0 - 38{,}40 \,.\, 4{,}5 = 300{,}2 \text{ tm}$$

$$\max(+C_4) = \frac{300{,}2}{4 \,.\, 3 - 3{,}214} = 34{,}2 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Scheitel.

H aus der Berechnung des Werthes $\max(-O_4)$.

$$[M] = \frac{18 - 3{,}214}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 4{,}0 + 3 \,.\, 9 \,.\, 11{,}2 + 3 \,.\, 13 \,.\, 18{,}0\right) = 476{,}6 \text{ tm}$$

$$M = 476{,}6 - 140{,}83 \,.\, 4{,}5 = -157{,}1 \text{ tm}$$

$$\max(-C_4) = -\frac{157{,}1}{4 \,.\, 3 - 3{,}214} = -17{,}9 \text{ t.}$$

Stab C_5.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 6 besteht, greift im Knotenpunkte 5 an.

Der Werth H aus der Berechnung der Spannung $\max(+O_6)$.

$$[M] = \frac{18 - 5{,}167}{36}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 26{,}2 + 13\,(31{,}7 + 33) + 7{,}37 \,.\, 33\right] = 638{,}7 \text{ tm}$$

$$M = 638{,}7 - 47{,}70 \,.\, 4{,}5 = 424{,}0 \text{ tm}$$

$$\max(+C_5) = \frac{424{,}0}{5 \,.\, 3 - 5{,}167} = 43{,}1 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Scheitel.

$$[M] = \frac{18 - 5{,}167}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 4{,}0 + 3 \,.\, 9 \,.\, 11{,}2 + 3 \,.\, 13 \,.\, 18{,}0\right) = 413{,}7 \text{ tm}$$

$$M = 413{,}7 - 140{,}83 \,.\, 4{,}5 = -220{,}0 \text{ tm}$$

$$\max(-C_5) = -\frac{220{,}0}{5 \,.\, 3 - 5{,}167} = -22{,}4 \text{ t.}$$

Stab C_6.

Maximum der Druckspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 6 besteht, greift am Knotenpunkte 6 an.

$$H = \frac{1}{2 \,.\, 4}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 1{,}3 + 3 \,.\, 9 \,.\, 8{,}1\right) = 33{,}67 \text{ t.}$$

$$[M] = \frac{18 - 6{,}955}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 34{,}7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 27{,}9\right) = 646{,}3 \text{ tm}$$

$$M = 646{,}3 - 33{,}67 \,.\, 4{,}5 = 494{,}8 \text{ tm}$$

$$\max(+C_6) = \frac{494{,}8}{6 \,.\, 3 - 6{,}955} = 44{,}8 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Scheitel.

$$[M] = \frac{18 - 6{,}955}{36}\left(3 \,.\, 13 \,.\, 4{,}0 + 3 \,.\, 9 \,.\, 11{,}2 + 3 \,.\, 13 \,.\, 18{,}0\right) = 356{,}0 \text{ tm}$$

$$M = 356{,}0 - 140{,}83 \,.\, 4{,}5 = -\,277{,}7 \text{ tm}$$

$$\max(-C_6) = -\frac{277{,}7}{6\,.\,3 - 6{,}955} = -\,25{,}1 \text{ t.}$$

Sämmtliche bisher ermittelten Spannungszahlen müssen, wie anfangs bemerkt, noch mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt werden, um die thatsächlich im Fachwerke auftretenden Spannungen zu erhalten. Gleichzeitig sollen für die unteren Gurtstäbe und die Vertikalständer die in Folge der permanenten Last vorhandenen Spannungen zu den hier ermittelten hinzu addirt werden. Man findet:

$\max(+O_1) = 0$ $\qquad$ $\max(-O_1) = 0$

$\max(+O_2) = \frac{3}{4} \cdot 116{,}7 = 87{,}5$ t $\qquad$ $\max(-O_2) = -\frac{3}{4} \cdot 116{,}4 = -\,87{,}3$ t

$\max(+O_3) = \frac{3}{4} \cdot 125{,}3 = 94{,}0$ „ $\qquad$ $\max(-O_3) = -\frac{3}{4} \cdot 120{,}6 = -\,90{,}5$ „

$\max(+O_4) = \frac{3}{4} \cdot 91{,}3 = 68{,}5$ „ $\qquad$ $\max(-O_4) = -\frac{3}{4} \cdot 88{,}3 = -\,66{,}2$ „

$\max(+O_5) = \frac{3}{4} \cdot 52{,}7 = 39{,}5$ „ $\qquad$ $\max(-O_5) = -\frac{3}{4} \cdot 52{,}4 = -\,39{,}3$ „

$\max(+O_6) = \frac{3}{4} \cdot 27{,}8 = 20{,}9$ „ $\qquad$ $\max(-O_6) = -\frac{3}{4} \cdot 23{,}0 = -\,17{,}3$ „

$\max(+U_1) = 36{,}5 + \frac{3}{4} \cdot 245{,}8 = 220{,}9$ t $\qquad$ $\max(-U_1) = 36{,}5 - \frac{3}{4} \cdot 25{,}0 = 17{,}7$ t

$\max(+U_2) = 36{,}7 + \frac{3}{4} \cdot 263{,}2 = 234{,}1$ „ $\qquad$ $\max(-U_2) = 36{,}7 - \frac{3}{4} \cdot 58{,}1 = -\,6{,}9$ „

$\max(+U_3) = 37{,}1 + \frac{3}{4} \cdot 236{,}1 = 214{,}2$ „ $\qquad$ $\max(-U_3) = 37{,}1 - \frac{3}{4} \cdot 42{,}0 = 5{,}6$ „

$\max(+U_4) = 37{,}7 + \frac{3}{4} \cdot 224{,}3 = 205{,}9$ „ $\qquad$ $\max(-U_4) = 37{,}7 - \frac{3}{4} \cdot 22{,}5 = 20{,}8$ „

$\max(+U_5) = 38{,}4 + \frac{3}{4} \cdot 204{,}9 = 192{,}1$ „ $\qquad$ $\max(-U_5) = 38{,}4 - \frac{3}{4} \cdot 7{,}9 = 32{,}5$ „

$\max(+U_6) = 39{,}4 + \frac{3}{4} \cdot 212{,}5 = 198{,}8$ „ $\qquad$ $\max(-U_6) = 39{,}4$ t.

$\max(+D_1) = \frac{3}{4} \cdot 118{,}3 = 88{,}7$ t $\qquad$ $\max(-D_1) = -\frac{3}{4} \cdot 117{,}9 = -\,88{,}4$ t

$\max(+D_2) = \frac{3}{4} \cdot 40{,}6 = 30{,}5$ „ $\qquad$ $\max(-D_2) = -\frac{3}{4} \cdot 55{,}5 = -\,41{,}6$ „

$\max(+D_3) = \frac{3}{4} \cdot 41{,}9 = 31{,}4$ „ $\qquad$ $\max(-D_3) = -\frac{3}{4} \cdot 55{,}8 = -\,41{,}9$ „

$\max(+D_4) = \frac{3}{4} \cdot 40{,}0 = 30{,}0$ „ $\qquad$ $\max(-D_4) = -\frac{3}{4} \cdot 47{,}6 = -\,35{,}7$ „

$\max(+D_5) = \frac{3}{4} \cdot 37{,}0 = 27{,}8$ „ $\qquad$ $\max(-D_5) = -\frac{3}{4} \cdot 40{,}5 = -\,30{,}4$ „

$\max(+D_6) = \frac{3}{4} \cdot 34{,}1 = 25{,}6$ „ $\qquad$ $\max(-D_6) = -\frac{3}{4} \cdot 41{,}1 = -\,30{,}8$ „

$$\max(+C_0) = 0{,}9 + \frac{3}{4}\cdot 22{,}1 = 17{,}5 \text{ t} \qquad \max(-C_0) = 0{,}9 \text{ t}$$

$$\max(+C_1) = 1{,}7 + \frac{3}{4}\cdot 29{,}9 = 24{,}1 \text{ „} \qquad \max(-C_1) = 1{,}7 - \frac{3}{4}\cdot 13{,}9 = -\ 8{,}7 \text{ t}$$

$$\max(+C_2) = 1{,}7 + \frac{3}{4}\cdot 25{,}7 = 21{,}0 \text{ „} \qquad \max(-C_2) = 1{,}7 - \frac{3}{4}\cdot 5{,}1 = -\ 2{,}1 \text{ „}$$

$$\max(+C_3) = 1{,}7 + \frac{3}{4}\cdot 32{,}0 = 25{,}7 \text{ „} \qquad \max(-C_3) = 1{,}7 - \frac{3}{4}\cdot 12{,}0 = -\ 7{,}3 \text{ „}$$

$$\max(+C_4) = 1{,}7 + \frac{3}{4}\cdot 34{,}2 = 27{,}4 \text{ „} \qquad \max(-C_4) = 1{,}7 - \frac{3}{4}\cdot 17{,}9 = -11{,}7 \text{ „}$$

$$\max(+C_5) = 1{,}7 + \frac{3}{4}\cdot 43{,}1 = 34{,}0 \text{ „} \qquad \max(-C_5) = 1{,}7 - \frac{3}{4}\cdot 22{,}4 = -15{,}1 \text{ „}$$

$$\max(+C_6) = 0{,}9 + \frac{3}{4}\cdot 44{,}8 = 34{,}5 \text{ „} \qquad \max(-C_6) = 0{,}9 - \frac{3}{4}\cdot 25{,}1 = -17{,}9 \text{ „}$$

Diese Zahlen sind in Fig. 3, Taf. 11 zusammengestellt.

Die Ermittlung der zulässigen spec. Spannungen aus diesen Grenzwerthen, sowie die Bestimmung der erforderlichen Querschnitte ist genau ebenso durchzuführen, wie solches im Beispiel III geschehen ist. Es sind deshalb diese Rechnungen hier nicht weiter verfolgt.

Beispiel XI.

Fachwerkbogen von 36 m Spannweite mit versteiften Zwickeln und 2 Gelenken.

(*Annahme einer gleichmässig vertheilten mobilen Belastung.*)

Die geometrische Form des Trägers soll ähnlich derjenigen sein, welche die in den Beispielen IX und X behandelte Brücke hat. Die untere Gurtung ist nach einer Parabel gekrümmt, deren Pfeilhöhe 4 m beträgt. Die obere Gurtung ist horizontal und liegt 0,5 m über dem Scheitel der Parabel. Durch Vertikalständer ist der Bogen in 12 Felder von je 3 m Länge getheilt. In jedem Felde ist eine nach der Mitte der Brücke fallende Diagonale angeordnet. Die einzige Abweichung von dem, in den vorigen Beispielen behandelten Träger besteht darin, dass im Scheitel kein Gelenk eingeschaltet ist. Nur an den beiden Kämpferpunkten sind Scharniere vorhanden. Die geometrische Form des Trägers ist in Fig. 1 Taf. 12 verzeichnet.

Es werden nun zunächst wie im Beispiel IX die Ordinaten der verschiedenen Knotenpunkte, ferner die Ordinaten der Schnittpunkte entsprechenden Gurtlinien und die Hebelsarme der Diagonalen, sowie diejenigen der Untergurtstäbe bezüglich der diesen Constructionstheilen conjugirten Drehpunkte berechnet. Diese Berechnungen, welche bereits im Beispiel IX durchgeführt sind, sollen hier nicht wiederholt werden.

Der Horizontalschub für irgend welche Belastung kann bei einer Brücke, wie der vorliegenden, nur unter Berücksichtigung der Deformation der einzelnen Fachwerkstäbe ermittelt werden. Es ist die Methode anzuwenden, welche im § 37 erläutert ist.

Aus den an jener Stelle gegebenen Formeln und Regeln ist zu ersehen, dass es zunächst erforderlich sein wird, über die Stabquerschnitte irgend welche Annahmen zu machen. Liegen ausgeführte Projecte einer ähnlichen Construction vor, so wird es möglich sein, hiernach die Stabquerschnitte angenähert zu bestimmen. Anderenfalls ist man genöthigt die Brücke zunächst unter Annahme von 3 Gelenken (2 Kämpfer- und einem Scheitelgelenk) durchzurechnen und auf Grund der so erhaltenen Spannungszahlen den Träger provisorisch zu dimensioniren. Es wird dann allerdings nicht erforderlich sein, den Bogen in der ausführlichen Weise durchzurechnen, wie solches im Beispiel IX geschehen ist; vielmehr wird es genügen, die Spannungen bei totaler Belastung zu ermitteln und für partielle Belastung Zuschläge zu machen, für deren Grösse wohl schon die im Beispiel IX gefundenen Werthe einigen Anhalt geben werden.

Im vorliegenden Falle sollen die im Beispiele IX berechneten Spannungszahlen zur vorläufigen Dimensionirung des Trägers direct benutzt werden.

Die zulässige spec. Spannung ist nach den Ausführungen des § 45 den Gleichungen 344 und 347 entsprechend zu

$$k = 0{,}9\left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{\min S}{\max S}\right)$$

angenommen worden, wenn mit $\min S$ die absolut kleinste, mit $\max S$ die absolut grösste Spannung bezeichnet wird. Der Quotient $\frac{\min S}{\max S}$ wird natürlich negativ, wenn die beiden Grenzspannungen verschiedene Vorzeichen haben.

Für sämmtliche Stäbe des Ober- und Untergurts wird zunächst dieser Werth k ermittelt.

Der Einfluss der Deformation der Füllungsglieder auf die Grösse des Horizontalschubes soll vernachlässigt werden. Es ist also auch für vorliegenden Zweck nicht erforderlich, die Diagonalen und Vertikalen zu dimensioniren.

Für den Stab O_5 ist beispielsweise:

$$k = 0{,}9\left(1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{45{,}5}{50{,}9}\right) = 0{,}498 \text{ t pr. } \square\text{cm}$$

und für den Stab U_5:

$$k = 0{,}9\left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{29{,}0}{222{,}0}\right) = 0{,}958 \text{ t pr. } \square\text{cm.}$$

Sodann wird für jeden Gurtungsstab der erforderliche Nettoquerschnitt berechnet, indem man die absolut grösste Spannung durch den Werth k dividirt. So ergiebt sich für den Stab O_5:

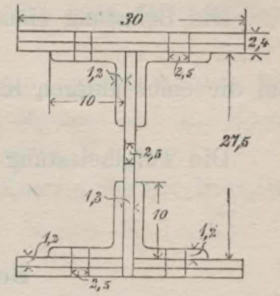
$$\frac{50{,}9}{0{,}498} = 102{,}2 \,\square\text{cm}$$

und für U_5:

$$\frac{222{,}0}{0{,}958} = 231{,}7 \,\square\text{cm.}$$

Nunmehr wählt man für den Ober- und Untergurt Profile, welche nach Abzug der Nietlöcher noch eine den oben berechneten Zahlen mindestens gleiche Nutzfläche zeigen.

Für den Obergurt ist nebenstehendes Profil angenommen. Dasselbe genügt mit 2 Lamellen für die Stäbe O_2 und O_3, mit einer Lamelle für den Stab O_4 und ohne Lamelle, also nur aus Wandblech und Winkeleisen bestehend, für die Stäbe O_1, O_5 und O_6.



Der Untergurt erhält das zweite der nebenverzeichneten Profile. Die Stäbe U_1 bis U_4 erfordern 2 Lamellen; für die Stäbe U_5 und U_6 genügt eine Lamelle.

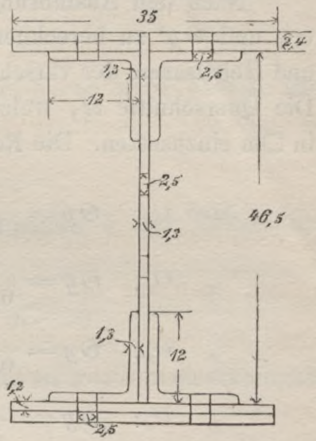
Es müssen nunmehr die Bruttoquerschnitte dieser Profile, d. h. die Flächen derselben ohne Abzug der Nietlöcher, bestimmt werden.

Obergurt.

mit 2 Lamellen: $\Omega = 270{,}0$ □cm
mit 1 Lamelle: $\Omega = 198{,}0$ „
ohne Lamelle: $\Omega = 126{,}0$ „

Untergurt.

mit 2 Lamellen: $\Omega = 346{,}5$ □cm
mit 1 Lamelle: $\Omega = 262{,}5$ „



Die **approximative Ermittlung des Eigengewichts** der Brücke wird am besten auf Grund der hier angenommenen Dimensionen erfolgen können.

Für eine Trägerhälfte ist der körperliche Inhalt des Obergurts:

$$600 \,.\, 270{,}0 + 300 \,.\, 198{,}0 + 900 \,.\, 126{,}0 = 334800 \text{ cbcm}$$

und der des Untergurts:

$$(300 + 302 + 305 + 310)\, 346{,}5 + (316 + 324)\, 262{,}5 = 589690 \text{ cbcm.}$$

Für die Diagonalen ist schätzungsweise ein Profil von 4 Winkeleisen zu $^{12}/_{12} \times 1{,}3$ cm angenommen, dessen Bruttofläche $118{,}0$ □cm beträgt. Der Inhalt der Diagonalen ist also:

$$(304 + 306 + 314 + 335 + 377 + 444)\, 118{,}0 = 245400 \text{ cbcm.}$$

Die Vertikalen bestehen aus 4 Winkeleisen von $^{10}/_{10} \times 1{,}0$ cm. Der Querschnitt ist $76{,}0$ □cm und demnach der körperliche Inhalt der Vertikalständer:

$$(50 + 61 + 94 + 150 + 228 + 328 + 450)\, 76{,}0 = 103436 \text{ cbcm.}$$

Addirt man diese vier Werthe, so erhält man als Summe:

$$1273366 \text{ cbcm à } 0{,}0078 \text{ klgr} = 9932 \text{ klgr oder } 9{,}932 \text{ t.}$$

Demnach ist das Eigengewicht pr. lfdm.:

$$\frac{9{,}932}{18} = 0{,}552 \text{ t.}$$

Für Querverbände, Stossplatten, Nietköpfe, etc. können ca. 30 % zugeschlagen werden, so dass das Gewicht des Trägers

$$0{,}552 + 0{,}166 = 0{,}718 \text{ t pr. lfdm.}$$

ist. Hiervon greifen am Obergurt etwa $^2/_5$, am Untergurt $^3/_5$ an. Ferner wirkt in den oberen Knotenpunkten das Gewicht der Fahrbahn, welches nach Gleichung 354 zu $0{,}8$ t pr. Gleis oder $0{,}4$ t pr. Träger und pr. lfdm. angenommen ist. Es entfällt demnach auf den Obergurt:

$$\tfrac{2}{5} \,.\, 0{,}718 + 0{,}4 = 0{,}687 \text{ t pr. lfdm.}$$

und auf den Untergurt

$$\tfrac{3}{5} \,.\, 0{,}718 = 0{,}431 \text{ t pr. lfdm.}$$

Die Belastung eines oberen Knotenpunktes ist:

$$P^o = 3 \,.\, 0{,}687 = 2{,}1 \text{ t}$$

und die eines unteren Knotenpunktes:

$$P^u = 3 \,.\, 0{,}431 = 1{,}3 \text{ t.}$$

Die Totalbelastung pr. Knotenpunkt stellt sich auf

$$P = 2{,}1 + 1{,}3 = 3{,}4 \text{ t.}$$

Bestimmung des Horizontalschubes.

Nach den Ausführungen des § 37 sind zunächst für die Gurtstäbe die Werthe Θy und Θy^2 zu berechnen. Ueber Bedeutung dieser Werthe s. S. 84. Die Längen und Hebelsarme der verschiedenen Stäbe sind bereits anfangs (Beispiel IX) berechnet. Die Querschnitte Ω, welche oben in □cm angegeben wurden, sind jetzt natürlich in □m einzusetzen. Die Rechnungen sind am bequemsten logarithmisch auszuführen.

$$\text{Stab } O_1: \quad \Theta y = \frac{3}{0{,}5^2 \,.\, 0{,}0126} \cdot 4{,}000 = 3809{,}5 \qquad \Theta y^2 = 15238$$

$$\text{„} \quad O_2: \quad \Theta y = \frac{3}{0{,}611^2 \,.\, 0{,}0270} \cdot 3{,}889 = 1157{,}5 \qquad \Theta y^2 = 4501$$

$$\text{„} \quad O_3: \quad \Theta y = \frac{3}{0{,}944^2 \,.\, 0{,}0270} \cdot 3{,}556 = 443{,}4 \qquad \Theta y^2 = 1577$$

$$\text{„} \quad O_4: \quad \Theta y = \frac{3}{1{,}5^2 \,.\, 0{,}0198} \cdot 3{,}000 = 202{,}0 \qquad \Theta y^2 = 606$$

$$\text{„} \quad O_5: \quad \Theta y = \frac{3}{2{,}278^2 \,.\, 0{,}0126} \cdot 2{,}222 = 102{,}0 \qquad \Theta y^2 = 226$$

$$\text{„} \quad O_6: \quad \Theta y = \frac{3}{3{,}278^2 \,.\, 0{,}0126} \cdot 1{,}222 = 27{,}1 \qquad \Theta y^2 = 33$$

$$\overline{5741{,}5} \qquad \overline{22181}$$

$$\text{Stab } U_1: \quad \Theta y = \frac{3{,}002}{0{,}611^2 \,.\, 0{,}03465} \cdot 4{,}5 = 1044{,}3 \qquad \Theta y^2 = 4699$$

$$\text{„} \quad U_2: \quad \Theta y = \frac{3{,}018}{0{,}938^2 \,.\, 0{,}03465} \cdot 4{,}5 = 445{,}5 \qquad \Theta y^2 = 2005$$

$$\text{„} \quad U_3: \quad \Theta y = \frac{3{,}051}{1{,}475^2 \,.\, 0{,}03465} \cdot 4{,}5 = 182{,}1 \qquad \Theta y^2 = 819$$

$$\text{„} \quad U_4: \quad \Theta y = \frac{3{,}099}{2{,}205^2 \,.\, 0{,}03465} \cdot 4{,}5 = 82{,}8 \qquad \Theta y^2 = 372$$

$$\text{„} \quad U_5: \quad \Theta y = \frac{3{,}162}{3{,}110^2 \,.\, 0{,}02625} \cdot 4{,}5 = 56{,}0 \qquad \Theta y^2 = 252$$

$$\text{„} \quad U_6: \quad \Theta y = \frac{3{,}239}{4{,}167^2 \,.\, 0{,}02625} \cdot 4{,}5 = 32{,}0 \qquad \Theta y^2 = 144$$

$$\overline{1842{,}7} \qquad \overline{8291}$$

Nunmehr lässt man eine Einzellast von der Grösse „Eins“ der Reihe nach an den verschiedenen Knotenpunkten angreifen und bestimmt für jede Lage derselben aus den Gleichungen 267 und 268 das Moment $[M]$ bezüglich der Drehpunkte, welche den verschiedenen Stäben conjugirt sind.

Da im vorliegenden Falle diese Drehpunkte mit den Knotenpunkten des Trägers zusammenfallen, so lassen sich die Gleichungen 267 und 268 noch etwas einfacher schreiben.

Die Last liege im n^{ten} Knotenpunkte. Dann kann $\xi = n\lambda$ gesetzt werden, wenn mit λ eine Felderlänge bezeichnet wird. Es werde das Moment $[M]$ im Knotenpunkte z gesucht; dann wird $x = z\lambda$ sein. Ferner ist $l = 6\lambda$.

Für den Fall, dass der Knotenpunkt z rechts vom Knotenpunkte n liegt, wird nach Gleichung 268:

$$[M_1] = \frac{6-n}{12}(6+z)\lambda$$

oder da $\lambda = 3$ ist:

$$[M_1] = \frac{(6-n)(6+z)}{4}.$$

Liegt der Knotenpunkt z links vom Knotenpunkte n, so wird ebenso nach Gleichung 267:

$$[M_2] = \frac{(6+n)(6-z)}{4}.$$

Beispielsweise wirke die Last „Eins“ im Knotenpunkte 3 der linksseitigen Brückenhälfte. Dann wird $n = 3$, also:

$$[M_1] = \frac{3}{4}(6+z) \quad \text{und} \quad [M_2] = \frac{9}{4}(6-z)$$

Für den Knotenpunkt 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte ist $z = -2$ zu setzen, also

$$[M] = \frac{3}{4}(6-2) = 3{,}00$$

und für den Knotenpunkt 5 der linksseitigen Bogenhälfte ist:

$$[M] = \frac{9}{4}(6-5) = 2{,}25.$$

In dieser Weise ist folgende Tabelle berechnet:

	Last am Knotenpunkte:		0	1	2	3	4	5
Moment $[M]$ im Knotenpunkte:	rechtsseitige Bogenhälfte	5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25
		4	3,00	2,50	2,00	1,50	1,00	0,50
		3	4,50	3,75	3,00	2,25	1,50	0,75
		2	6,00	5,00	4,00	3,00	2,00	1,00
		1	7,50	6,25	5,00	3,75	2,50	1,25
		0	9,00	7,50	6,00	4,50	3,00	1,50
	linksseitige Bogenhälfte	1	7,50	8,75	7,00	5,25	3,50	1,75
		2	6,00	7,00	8,00	6,00	4,00	2,00
		3	4,50	5,25	6,00	6,75	4,50	2,25
		4	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	2,50
		5	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75

Es müssen jetzt für jede Lage der Last „Eins“ die Werthe $[M]\Theta y$ berechnet werden. Beispielsweise sei angenommen, die Last läge am Knotenpunkte 3; dann ist für den Stab

		$[M]\,\Theta y =$			$[M]\,\Theta y =$
O_6	d. rechtsseitigen Bogenhälfte	0,75 . 27,1 = 20	U_5	d. rechtsseitigen Bogenhälfte	0,75 . 56,0 = 42
O_5		1,50 . 102,0 = 153	U_4		1,50 . 82,8 = 124
O_4		2,25 . 202,0 = 454	U_3		2,25 . 182,1 = 410
O_3		3,00 . 443,4 = 1330	U_2		3,00 . 445,5 = 1336
O_2		3,75 . 1157,5 = 4341	U_1		3,75 . 1044,3 = 3916
O_1		4,50 . 3809,5 = 17143			
O_1	d. linksseitigen Bogenhälfte	4,50 . 3809,5 = 17143	U_1	d. linksseitigen Bogenhälfte	5,25 . 1044,3 = 5483
O_2		5,25 . 1157,5 = 6077	U_2		6,00 . 445,5 = 2673
O_3		6,00 . 443,4 = 2660	U_3		6,75 . 182,1 = 1229
O_4		6,75 . 202,0 = 1363	U_4		4,50 . 82,8 = 373
O_5		4,50 . 102,0 = 459	U_5		2,25 . 56,0 = 126
O_6		2,25 . 27,1 = 61			
		51204			15712

Nunmehr lässt sich der Horizontalschub für diese Lage der Last „Eins“ nach Gleichung 266 berechnen. Es ist:

$$H = \frac{51204 + 15712}{2\,(22181 + 8291)} = 1{,}098.$$

Im Nenner müssen natürlich die oben ermittelten Werthe Θy^2 mit 2 multiplicirt werden, da die Summation in Gleichung 266 sich über alle Stäbe des Trägers erstreckt und oben diese Werthe nur für eine Trägerhälfte summirt wurden. Dass symmetrisch gelegenen Stäben dieselben Werthe Θy und Θy^2 entsprechen ist selbstverständlich.

Für die verschiedenen Lagen der Last „Eins“ ist in dieser Weise der Horizontalschub ermittelt. Man findet:

Last am Knotenpunkte	0	1	2	3	4	5
$H =$	1,921	1,734	1,438	1,098	0,739	0,372.

Spannungsbestimmungen.

Eigengewicht.

Durch Summation findet man den Horizontalschub für totale Belastung.

$$H = [1{,}921 + 2\,(1{,}734 + 1{,}438 + 1{,}098 + 0{,}739 + 0{,}372)]\,P = 12{,}683\,P.$$

Obere Gurtung.

Die den Gurtstäben conjugirten Drehpunkte fallen mit den Knotenpunkten des Bogens zusammen.

Das Moment $[M]$, d. h. das Moment, welches die nämliche Belastung bei einem Balken auf 2 Stützen in einem Punkte, welcher dieselbe Abscisse, wie der in Rede stehende Drehpunkt besitzt, hervorbringen würde, erhält man aus Gleichung 256. Für totale Belastung lässt sich aus dieser Gleichung ein einfacher Ausdruck für das Moment im n^{ten} Knotenpunkte leicht ableiten. Es ergiebt sich:

$$[M] = \frac{\lambda}{2}\,(6 + n)\,(6 - n)\,P$$

oder $\lambda = 3$ gesetzt:

$$[M] = \frac{3}{2}(6+n)(6-n)P.$$

Stab O_1.

Der conjugirte Drehpunkt ist der untere Knotenpunkt 0. Für diesen ist:

$$[M] = \frac{3}{2} \cdot 6 \cdot 6P = 54{,}00\,P.$$

Das Moment M der äusseren Kräfte für den fraglichen Drehpunkt ergiebt sich aus Gleichung 255; man findet:

$$M = 54{,}00\,P - 12{,}683\,.\,4P = 3{,}27\,P.$$

Die Spannung selbst findet man aus Gleichung 198.

$$O_1 = \frac{3{,}27}{0{,}5}P = 6{,}54\,P = 6{,}54\,.\,3{,}4 = 22{,}2\text{ t.}$$

Stab O_2.

$$[M] = \frac{3}{2} \cdot 7 \cdot 5P = 52{,}50\,P$$

$$M = 52{,}50\,P - 12{,}683\,.\,3{,}889\,P = 3{,}18\,P$$

$$O_2 = \frac{3{,}18}{0{,}611}P = 5{,}20\,P = 17{,}7\text{ t.}$$

Stab O_3.

$$[M] = \frac{3}{2} \cdot 8 \cdot 4P = 48{,}00\,P$$

$$M = 48{,}00\,P - 12{,}683\,.\,3{,}556\,P = 2{,}90\,P$$

$$O_3 = \frac{2{,}90}{0{,}944}P = 3{,}07\,P = 10{,}4\text{ t.}$$

Stab O_4.

$$[M] = \frac{3}{2} \cdot 9 \cdot 3P = 40{,}50\,P$$

$$M = 40{,}50\,P - 12{,}683\,.\,3{,}000\,P = 2{,}45\,P$$

$$O_4 = \frac{2{,}45}{1{,}5}P = 1{,}63\,P = 5{,}5\text{ t.}$$

Stab O_5.

$$[M] = \frac{3}{2} \cdot 10 \cdot 2P = 30{,}00\,P$$

$$M = 30{,}00\,P - 12{,}683\,.\,2{,}222\,P = 1{,}82\,P$$

$$O_5 = \frac{1{,}82}{2{,}278}P = 0{,}80\,P = 2{,}7\text{ t.}$$

Stab O_6.

$$[M] = \frac{3}{2} \cdot 11 \cdot 1P = 16{,}50\,P$$

$$M = 16{,}50\,P - 12{,}683\,.\,1{,}222\,P = 1{,}00\,P$$

$$O_6 = \frac{1{,}00}{3{,}278}P = 0{,}31\,P = 1{,}1\text{ t.}$$

Untere Gurtung.

Die Spannungen findet man aus Gleichung 199. Die Hebelsarme sind anfangs (Beispiel IX) berechnet. Die Momente $[M]$, welche den verschiedenen Knotenpunkten entsprechen, sind bereits oben ermittelt.

Stab U_1.

$$[M] = 52{,}50\,P$$
$$M = 52{,}50\,P - 12{,}683 \,.\, 4{,}5\,P = -\,4{,}57\,P$$
$$U_1 = \frac{4{,}57}{0{,}611}\,P = 7{,}48\,P = 25{,}1\ \text{t.}$$

Stab U_2.

$$[M] = 48{,}00\,P$$
$$M = 48{,}00\,P - 12{,}683 \,.\, 4{,}5\,P = -\,9{,}07\,P$$
$$U_2 = \frac{9{,}07}{0{,}938}\,P = 9{,}67\,P = 32{,}9\ \text{t.}$$

Stab U_3.

$$[M] = 40{,}50\,P$$
$$M = 40{,}50\,P - 12{,}683 \,.\, 4{,}5\,P = -\,16{,}57\,P$$
$$U_3 = \frac{16{,}57}{1{,}475}\,P = 11{,}23\,P = 38{,}2\ \text{t.}$$

Stab U_4.

$$[M] = 30{,}00\,P$$
$$M = 30{,}00\,P - 12{,}683 \,.\, 4{,}5\,P = -\,27{,}07\,P$$
$$U_4 = \frac{27{,}07}{2{,}205}\,P = 12{,}28\,P = 41{,}7\ \text{t.}$$

Stab U_5.

$$[M] = 16{,}50\,P$$
$$M = 16{,}50\,P - 12{,}683 \,.\, 4{,}5\,P = -\,40{,}57\,P$$
$$U_5 = \frac{40{,}57}{3{,}110}\,P = 13{,}05\,P = 44{,}1\ \text{t.}$$

Stab U_6.

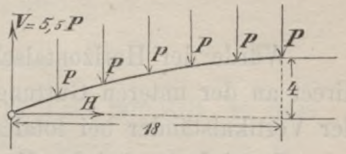
$$[M] = 0.$$
$$M = -\,12{,}683 \,.\, 4{,}5\,P = -\,57{,}07\,P$$
$$U_6 = \frac{57{,}07}{4{,}167}\,P = 13{,}70\,P = 46{,}6\ \text{t.}$$

Diagonalen.

Das Seilpolygon für totale Belastung ist eine Parabel, welche bei entsprechender Annahme des Horizontalschubes mit der unteren Gurtung des Bogens zusammenfallen könnte. Würde der Horizontalschub grade diesen Werth besitzen, was bei vorliegender Berechnung nicht der Fall ist, so würde der Untergurt allein, ohne weitere Versteifung im Stande sein, das Eigengewicht aufzunehmen. Die Spannung der Diagonalen wäre dann bei totaler Belastung gleich Null.

Da, wie bemerkt, der Horizontalschub im vorliegenden Falle einen andern Werth hat, so wird man die Berechnung der Diagonalen einfach in der Weise durchführen können, dass man nur die Differenz zwischen diesen beiden Werthen des Horizontalschubes in Rechnung stellt und alle andern Kräfte — da dieselben in ihrer Gesammtheit die Spannung Null in den Diagonalen hervorbringen — einfach als nicht vorhanden annimmt.

Es fragt sich also zunächst, wie gross müsste der Horizontalschub sein, damit das Seilpolygon für totale Belastung mit dem Untergurte des Bogens zusammenfällt. Um diese Frage zu beantworten, geht man folgendermaassen vor. Für alle Punkte des Seilpolygons (Stützlinie) muss das Moment der rechts oder links von diesem Punkte wirkenden Kräfte Null sein. Man greift nun einen beliebigen Punkt des Untergurtes — etwa den Scheitelpunkt — heraus, stellt für diesen das statische Moment der äusseren, auf einer Bogenhälfte wirkenden Kräfte auf und setzt dieses Moment gleich Null; aus der hierdurch sich ergebenden Gleichung kann der Horizontalschub berechnet werden.



Es muss, wie aus nebenstehender Figur zu ersehen,

$$5{,}5\,P \,.\, 18 - 5\,P \,.\, 9 - H\,4 = 0$$

sein, woraus folgt:

$$H = 13{,}5\,P.$$

Der bei vorliegendem Träger thatsächlich vorhandene Horizontalschub ist, wie vorhin berechnet,

$$H = 12{,}683\,P,$$

so dass die allein in Rechnung zu stellende Kraft die Differenz der beiden Werthe also

$$-\,0{,}817\,P$$

sein wird.

Das Moment M, welches diese Kraft bezüglich der den Diagonalen conjugirten Drehpunkte hervorbringt, ist, da sämmtliche Drehpunkte die nämliche Ordinate von 4,5 m besitzen:

$$M = -\,H y = 0{,}817 \,.\, 4{,}5\,P = 3{,}68\,P.$$

Die Spannung der Diagonalen ergiebt sich nun aus Gleichung 200. Denkt man sich die Spannung zunächst als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens einwirken, so erkennt man, dass alsdann diese Kraft um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Sinne des Uhrzeigers drehen wird. In Gleichung 200 hat also das — Zeichen Gültigkeit.

Demnach ist:

$$D_1 = -\,\frac{3{,}68}{2{,}713}\,P = -\,1{,}36\,P = -\,1{,}36 \,.\, 3{,}4 = -\,4{,}6\ \text{t}.$$

Man würde übrigens genau zu dem nämlichen Resultat gelangen, wenn man ganz mechanisch den im § 33 vorgeschriebenen Weg einhielte, also zunächst den Werth $[M]$ aus Gleichung 256 und dann das Moment M aus Gleichung 255 berechnete. Der hier gezeigte Weg ist jedoch der bei Weitem kürzere.

$$D_2 = -\,\frac{3{,}68}{1{,}697}\,P = -\,2{,}17\,P = -\,7{,}4\ \text{t}$$

$$D_3 = -\,\frac{3{,}68}{2{,}432}\,P = -\,1{,}51\,P = -\,5{,}1\ \text{„}$$

$$D_4 = -\,\frac{3{,}68}{3{,}929}\,P = -\,0{,}94\,P = -\,3{,}2\ \text{„}$$

$$D_5 = -\,\frac{3{,}68}{5{,}946}\,P = -\,0{,}62\,P = -\,2{,}1\ \text{„}$$

$$D_6 = -\,\frac{3{,}68}{8{,}148}\,P = -\,0{,}45\,P = -\,1{,}5\ \text{„}$$

Vertikalen.

Stab C_0.

Da die im oberen Knotenpunkte des Stabes C_0 zusammenstossenden Gurtstücke horizontal gerichtet sind, die Spannungen derselben also keine vertikale Componente haben, so wird die Beanspruchung des Ständers C_0 nur von der im oberen Knotenpunkte 0 wirkenden Belastung bedingt werden. Die gesuchte Spannung wird eine Druckspannung sein und zwar von der Grösse der Last P^o.

$$C_0 = P^o = 2{,}1 \text{ t.}$$

Stab C_1.

Würde der Horizontalschub die Grösse $13{,}5\, P$ besitzen und würden die Lasten direct an der unteren Gurtung des Bogens angreifen, so wäre auch die Spannung der Vertikalständer bei totaler Belastung gleich Null.

Es wird also bei den Vertikalen, wie bei den Diagonalen zunächst nur erforderlich sein, einen Horizontalschub von der Grösse $-0{,}817\, P$ in Rechnung zu setzen.

Ferner haben aber die Vertikalen noch die Function, die an der oberen Gurtung angreifenden Kräfte auf den Untergurt zu übertragen, so dass sich die Spannung derselben zusammensetzt aus demjenigen Theil, welcher von dem Horizontalschub $-0{,}817\, P$ herrührt und einer Druckkraft, welche gleich dem Werthe P^o ist.

Die den Vertikalen conjugirten Drehpunkte haben ebenfalls die Ordinate $4{,}5$ m, so dass das Moment M, welches der Horizontalschub hervorruft, wieder ein für alle Mal

$$M = 0{,}817 \,.\, 4{,}5\, P = 3{,}68\, P$$

ist. Die diesem Werthe entsprechende Spannung ergiebt sich aus Gleichung 200, in welcher jedoch, wie leicht zu erkennen, für die Vertikalen das $+$Zeichen gültig ist. Demnach hat man:

$$C_1 = \frac{3{,}68}{3 + 13{,}5} P + P^o = 0{,}22 \,.\, 3{,}4 + 2{,}1 = 2{,}8 \text{ t.}$$

Ebenso ist:

$$C_2 = \frac{3{,}68}{2 \,.\, 3 + 2{,}5} P + P^o = 0{,}43 \,.\, 3{,}4 + 2{,}1 = 3{,}6 \text{ t}$$

$$C_3 = \frac{3{,}68}{3 \,.\, 3 - 0{,}9} P + P^o = 0{,}45 \,.\, 3{,}4 + 2{,}1 = 3{,}6 \text{ „}$$

$$C_4 = \frac{3{,}68}{4 \,.\, 3 - 3{,}214} P + P^o = 0{,}42 \,.\, 3{,}4 + 2{,}1 = 3{,}5 \text{ t}$$

$$C_5 = \frac{3{,}68}{5 \,.\, 3 - 5{,}167} P + P^o = 0{,}37 \,.\, 3{,}4 + 2{,}1 = 3{,}4 \text{ „.}$$

Der *Stab* C_6 hat als Endvertikale nur die Last $\frac{P^o}{2}$ auf den Untergurt zu übertragen; es ist also:

$$C_6 = \frac{3{,}68}{6 \,.\, 3 - 6{,}954} P + \frac{P^o}{2} = 0{,}33 \,.\, 3{,}4 + 1{,}05 = 2{,}2 \text{ t.}$$

Mobile Belastung.

Um die Belastungsscheiden angeben zu können, ist es zunächst erforderlich, die Kämpferdrucklinie zu bestimmen.

Die Ordinaten η derselben ergeben sich aus Gleichung 274, § 37, während der in dieser Gleichung vorkommende Ausdruck $[M]$ aus der Beziehung 273 gefunden wird. Letztere kann noch etwas einfacher geschrieben werden. Sucht man das Moment $[M]$ im n^{ten} Knotenpunkte, so wird $\xi = n\lambda$ gesetzt werden können, wenn mit λ eine Felderlänge bezeichnet wird. Es ist ferner $l = 6\lambda$; demnach folgt aus 273:

$$[M] = \frac{36\,\lambda^2 - n^2\lambda^2}{12\,\lambda} = \frac{\lambda}{12}(36 - n^2)$$

oder $\lambda = 3$ gesetzt:

$$[M] = \frac{1}{4}\,(36 - n^2).$$

Beispielsweise ist für den Knotenpunkt 3: $n = 3$, also

$$[M] = \frac{1}{4}\,(36 - 9) = 6{,}75 \text{ tm}.$$

Der entsprechende Werth H wurde bereits oben zu $1{,}098$ ermittelt, so dass

$$\eta = \frac{6{,}75}{1{,}098} = 6{,}15 \text{ m}$$

ist. In dieser Weise ergiebt sich für

$n = 0$	1	2	3	4	5
$[M] = 9{,}00$	$8{,}75$	$8{,}00$	$6{,}75$	$5{,}00$	$2{,}75$ tm
$\eta = 4{,}69$	$5{,}05$	$5{,}56$	$6{,}15$	$6{,}77$	$7{,}39$ m.

Für $n = 6$, also für den Kämpferpunkt findet man den Werth η aus Gleichung 275. Diese heisst:

$$\eta = 2 \cdot \frac{22181 + 8291}{5741 + 1843} = 8{,}04 \text{ m}.$$

Die Verzeichnung der Kämpferdrucklinie ist mit Hülfe dieser Zahlenwerthe in Fig. 1, Taf. 12 ausgeführt. Nunmehr kann zur Bestimmung der einzelnen Stabspannungen geschritten werden.

Obere Gurtung.

Stab O_1.

Um die Belastungsscheiden zu finden, muss man den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (unterer Knotenpunkt 0) mit den beiden Kämpferpunkten A und B verbinden, und diese Graden mit der Kämpferdrucklinie zum Schnitt bringen. Man erkennt aus Fig. 1, Taf. 12, dass die in Rede stehenden Verbindungsgraden die Kämpferdrucklinie nicht mehr innerhalb der Spannweite treffen. Dem Belastungsschema Fig. 85, § 34 zufolge wird demnach die grösste Druckspannung des Stabes O_1 bei totaler Belastung des Bogens stattfinden. Für diese Belastungsart war die Spannung O_1 bereits bei Gelegenheit der Behandlung des Eigengewichts ermittelt. Man hat:

$$\max\,(+ O_1) = 6{,}54\, Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke beträgt 36 m. Dieser Länge entspricht nach der Tabelle des § 7 eine gleichmässig vertheilte Belastung von ca. 5,5 t pr. lfdm. und pr. Gleis. Unter Berücksichtigung, dass die mobile Last mit ihrer $1\frac{1}{2}$ fachen Grösse in die Rechnung eingeführt werden soll, ergiebt sich die Belastung pr. Knotenpunkt für jeden der beiden Träger zu:

$$Q = 1{,}5 \cdot 3 \cdot \frac{5{,}5}{2} = 2{,}25 \cdot 5{,}5 = 12{,}4 \text{ t}.$$

Demnach ist:

$$\max\,(+ O_1) = 6{,}54 \,.\, 12{,}4 = 81{,}1 \text{ t}.$$

Natürlich wird

$$\max\,(- O_1) = 0$$

sein.

Stab O_2.

Verbindet man den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile mit dem linksseitigen Kämpferpunkte A, so schneidet diese Verbindungsgrade die Kämpferdrucklinie im 1sten Felde der rechtsseitigen Brückenhälfte. Dieses Feld ist also Belastungsscheide. Die Verbindungsgrade mit dem rechtsseitigen Kämpferpunkte B trifft die Kämpferdrucklinie nicht. Dem Belastungsschema Fig. 85 zufolge muss die Strecke vom 1sten Felde rechtsseitiger Brückenhälfte bis zum linken Widerlager belastet werden, damit O_2 das Maximum seiner Druckspannung erreiche. Für diese Belastungsart findet man durch Summation:

$$H = (1{,}921 + 1{,}734 + 1{,}438 + 1{,}098 + 0{,}739 + 0{,}372)\,Q = 7{,}302\,Q.$$

Das Moment $[M]$ ergiebt sich aus Gleichung 256. Diese Formel kann man für den Fall, dass der fragliche Drehpunkt mit einem Knotenpunkte des Trägers zusammenfällt, noch etwas einfacher schreiben.

Bezeichnet man mit x nicht die wirkliche Entfernung des Drehpunktes vom Scheitel, sondern die Anzahl der Felderlängen, um welche der Drehpunkt vom Scheitel entfernt ist, ersetzt man ferner die rechts, resp. links vom fraglichen Knotenpunkte angreifenden Lasten durch ihre Resultanten $\mathfrak{R}'$ und $\mathfrak{R}''$ und giebt die Entfernungen ξ' und ξ'' der Angriffspunkte dieser Resultanten vom Scheitel ebenfalls in Felderlängen an, so lautet Gleichung 256:

$$[M] = \frac{(6-x)(6+\xi')\,\mathfrak{R}' + (6+x)(6-\xi'')\,\mathfrak{R}''}{12} \cdot \lambda$$

oder $\lambda = 3$ gesetzt:

$$[M] = \frac{1}{4}\left[(6-x)(6+\xi')\,\mathfrak{R}' + (6+x)(6-\xi'')\,\mathfrak{R}''\right].$$

Im vorliegenden Falle ist

$$x = 1, \quad \mathfrak{R}' = Q, \quad \xi' = 0, \quad \mathfrak{R}'' = 5\,Q \quad \text{und} \quad \xi'' = 3, \text{ also:}$$

$$[M] = \frac{1}{4}\left[(6-1)\,6\,.\,1 + (6+1)(6-3)\,5\right] Q = 33{,}75\,Q.$$

Nach Gleichung 255 erhält man:

$$M = 33{,}75\,Q - 7{,}302\,.\,3{,}889\,Q = 5{,}35\,Q.$$

Die Spannung O_2 ergiebt sich sodann aus der Formel 198:

$$\max(+O_2) = \frac{5{,}35}{0{,}611}\,Q = 8{,}76\,Q.$$

$$Q = 2{,}25\,.\,6{,}3 = 14{,}2\,\text{t}$$

$$\max(+O_2) = 8{,}76\,.\,14{,}2 = 124{,}4\,\text{t}.$$

Die negative Maximalspannung findet man am einfachsten durch Subtraction des soeben ermittelten Werthes von der in Folge totaler Belastung auftretenden Beanspruchung. Letztere wurde bereits bei Gelegenheit des Eigengewichts berechnet. Man hat

$$\max(-O_2) = (5{,}20 - 8{,}76)\,Q = -3{,}56\,Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke ist nahezu die nämliche, wie die oben in Rechnung gestellte, so dass wieder $Q = 14{,}2\,\text{t}$ zu setzen ist.

$$\max(-O_2) = -3{,}56\,.\,14{,}2 = -50{,}6\,\text{t}.$$

Stab O_3.

Belastungsscheide im 1sten Felde linksseitiger Bogenhälfte.

$$H = (7{,}302 - 1{,}921)\,Q = 5{,}381\,Q$$

$$[M] = \frac{1}{4}\left[(6-2)(6+1)\,1 + (6+2)(6-3{,}5)\,4\right] Q = 27{,}00\,Q$$

$$M = 27{,}00\,Q - 5{,}381\,.\,3{,}556\,Q = 7{,}87\,Q$$

$$\max(+O_3) = \frac{7{,}87}{0{,}944}\, Q = 8{,}34\, Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 6{,}4 = 14{,}4 \text{ t}$$

$$\max(+O_3) = 8{,}34 \,.\, 14{,}4 = 120{,}1 \text{ t}$$

$$\max(-O_3) = (3{,}07 - 8{,}34) = -5{,}27\, Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 6{,}2 = 14{,}0 \text{ t}$$

$$\max(-O_3) = -5{,}27 \,.\, 14{,}0 = -73{,}8 \text{ t}.$$

Stab O_4.

Belastungsscheide im 1sten Felde linksseitiger Bogenhälfte.

$$[M] = \frac{1}{4}\Big[(6-3)(6+1{,}5)\,2 + (6+3)\cdot(6-4)\,3\Big]\, Q = 24{,}75\, Q$$

$$M = 24{,}75\, Q - 5{,}381 \,.\, 3{,}0\, Q = 8{,}61\, Q$$

$$\max(+O_4) = \frac{8{,}61}{1{,}5}\, Q = 5{,}74\, Q = 5{,}74 \,.\, 14{,}4 = 82{,}7 \text{ t}$$

$$\max(-O_4) = (1{,}63 - 5{,}74)\, Q = -4{,}11\, Q = -4{,}11 \,.\, 14{,}0 = -57{,}5 \text{ t}.$$

Stab O_5.

Belastungsscheide im 2ten Felde linksseitiger Bogenhälfte.

$$H = (5{,}381 - 1{,}734)\, Q = 3{,}647\, Q$$

$$[M] = \frac{1}{4}\Big[(6-4)(6+2{,}5)\,2 + (6+4)(6-4{,}5)\,2\Big]\, Q = 16{,}00\, Q$$

$$M = 16{,}00\, Q - 3{,}647 \,.\, 2{,}222\, Q = 7{,}90\, Q$$

$$\max(+O_5) = \frac{7{,}90}{2{,}278}\, Q = 3{,}47\, Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 6{,}7 = 15{,}1 \text{ t}$$

$$\max(+O_5) = 3{,}47 \,.\, 15{,}1 = 52{,}4 \text{ t}$$

$$\max(-O_5) = (0{,}80 - 3{,}47)\, Q = -2{,}67\, Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 6{,}0 = 13{,}5 \text{ t}$$

$$\max(-O_5) = -2{,}67 \,.\, 13{,}5 = -36{,}0 \text{ t}.$$

Stab O_6.

Belastungsscheide im 2ten Felde linksseitiger Bogenhälfte.

$$[M] = \frac{1}{4}\Big[(6-5)(6+3)\,3 + (6+5)(6-5)\,1\Big]\, Q = 9{,}50\, Q$$

$$M = 9{,}50\, Q - 3{,}647 \,.\, 1{,}222\, Q = 5{,}04\, Q$$

$$\max(+O_6) = \frac{5{,}04}{3{,}278}\, Q = 1{,}54\, Q = 1{,}54 \,.\, 15{,}1 = 23{,}3 \text{ t}$$

$$\max(-O_6) = (0{,}31 - 1{,}54)\, Q = -1{,}23\, Q = -1{,}23 \,.\, 13{,}5 = -16{,}6 \text{ t}.$$

Untere Gurtung.

Stab U_1.

Verbindet man, um die Belastungsscheiden zu erhalten, den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile (den oberen Knotenpunkt 1) mit den beiden Kämpferpunkten A und B, so erkennt man, dass die Verbindungsgrade mit dem rechtsseitigen Kämpferpunkte B die Kämpferdrucklinie nicht mehr schneidet, während die Verbindungsgrade mit dem Punkte A die Kämpferdrucklinie im ersten Felde der

der linksseitigen Bogenhälfte trifft. Nach dem Belastungsschema Fig. 86, § 34 muss die Strecke von diesem Felde bis zum linksseitigen Widerlager belastet sein, damit der Stab U_1 das Maximum seiner Zugspannung erreiche. Für eine solche Belastung ist der Horizontalschub bereits bei Berechnung des Werthes max $(+ O_3)$ ermittelt.

$$[M] = \frac{1}{4}(6+1)(6-3)\,5\,Q = 26{,}25\,Q$$

$$M = 26{,}25\,Q - 5{,}381 \,.\, 4{,}5\,Q = 2{,}04\,Q$$

Die Spannung selbst ergiebt sich aus Gleichung 199:

$$\max(-U_1) = -\frac{2{,}04}{0{,}611}\,Q = -3{,}34\,Q = -3{,}34 \,.\, 14{,}4 = -48{,}1\ \mathrm{t}$$

$$\max(+U_1) = (7{,}48 + 3{,}34)\,Q = 10{,}82\,Q = 10{,}82 \,.\, 14{,}0 = 151{,}5\ \mathrm{t}.$$

Stab U_2.

Belastungsscheide im 2ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte.

$$[M] = \frac{1}{4}(6+2)(6-3{,}5)\,4\,Q = 20{,}00\,Q$$

$$M = 20{,}00\,Q - 3{,}647 \,.\, 4{,}5\,Q = 3{,}59\,Q$$

$$\max(-U_2) = -\frac{3{,}59}{0{,}938}\,Q = -3{,}83\,Q = -3{,}83 \,.\, 15{,}1 = -57{,}8\ \mathrm{t}$$

$$\max(+U_2) = (9{,}67 + 3{,}83)\,Q = 13{,}50\,Q = 13{,}50 \,.\, 13{,}5 = 182{,}3\ \mathrm{t}.$$

Stab U_3.

Belastungsscheide im 3ten Felde der linksseitigen Bogenhälfte.

$$H = (3{,}647 - 1{,}438)\,Q = 2{,}209\,Q$$

$$[M] = \frac{1}{4}(6+3)(6-4)\,3\,Q = 13{,}50\,Q$$

$$M = 13{,}50\,Q - 2{,}209 \,.\, 4{,}5\,Q = 3{,}56\,Q$$

$$\max(-U_3) = -\frac{3{,}56}{1{,}475}\,Q = -2{,}41\,Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 7{,}6 = 17{,}1\ \mathrm{t}$$

$$\max(-U_3) = -2{,}41 \,.\, 17{,}1 = -41{,}2\ \mathrm{t}$$

$$\max(+U_3) = (11{,}23 + 2{,}41)\,Q = 13{,}64\,Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 5{,}9 = 13{,}3\ \mathrm{t}$$

$$\max(+U_3) = 13{,}64 \,.\, 13{,}3 = 181{,}4\ \mathrm{t}.$$

Stab U_4.

Belastungsscheide im 4ten Felde linksseitiger Bogenhälfte.

$$H = (2{,}209 - 1{,}098)\,Q = 1{,}111\,Q$$

$$[M] = \frac{1}{4}(6+4)(6-4{,}5)\,2\,Q = 7{,}50\,Q$$

$$M = 7{,}50\,Q - 1{,}111 \,.\, 4{,}5\,Q = 2{,}50\,Q$$

$$\max(-U_4) = -\frac{2{,}50}{2{,}205}\,Q = -1{,}13\,Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 8{,}8 = 19{,}8\ \mathrm{t}$$

$$\max(-U_4) = -1{,}13 \,.\, 19{,}8 = -22{,}4\ \mathrm{t}$$

$$\max(+U_4) = (12{,}28 + 1{,}13)\,Q = 13{,}41\,Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 5{,}7 = 12{,}8\ \mathrm{t}$$

$$\max(+U_4) = 13{,}41 \,.\, 12{,}8 = 171{,}6\ \mathrm{t}.$$

Stab U_5.

Belastungsscheide im 5ten Felde linksseitiger Brückenhälfte.

$$H = 0{,}372\, Q$$

$$[M] = \frac{1}{4}(6+5)(6-5)\, 1\, Q = 2{,}75\, Q$$

$$M = 2{,}75\, Q - 0{,}372 \,.\, 4{,}5\, Q = 1{,}08\, Q$$

$$\max(-U_5) = -\frac{1{,}08}{3{,}110}\, Q = -0{,}35\, Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 12{,}3 = 27{,}7 \text{ t}$$

$$\max(-U_5) = -0{,}35 \,.\, 27{,}7 = -9{,}7 \text{ t}$$

$$\max(+U_5) = (13{,}05 + 0{,}35)\, Q = 13{,}40\, Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 5{,}6 = 12{,}6 \text{ t}$$

$$\max(+U_5) = 13{,}40 \,.\, 12{,}6 = 168{,}8 \text{ t.}$$

Stab U_6.

Das Maximum der Druckspannung findet bei voller Belastung des Bogens statt.

$$\max(-U_6) = 0$$

$$\max(+U_6) = 13{,}70\, Q = 13{,}70 \,.\, 12{,}4 = 169{,}9 \text{ t.}$$

Diagonalen.

Stab D_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt rechts vom fraglichen Felde. Das Belastungsschema ergiebt sich demnach aus Fig. 90, § 34. Nach dieser Figur wird, da die Verbindungsgrade des fraglichen Drehpunktes mit dem linksseitigen Kämpferpunkte A die Kämpferdrucklinie nicht mehr trifft, nur das fragliche Feld selbst — im vorliegenden Falle also das erste Feld linksseitiger Bogenhälfte — als Belastungsscheide auftreten. Denkt man sich durch D_1 zum Zweck der Spannungsermittlung einen Schnitt geführt und nun die Spannung D_1 als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Bogens einwirken, so erkennt man leicht, dass alsdann die Spannung um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Sinne des Uhrzeigers dreht. Im Belastungsschema Fig. 90 sind demnach, den Ausführungen auf Seite 77 zufolge, die Worte „Druck" und „Zug" mit einander zu vertauschen.

Es soll das Maximum der Druckspannung direct berechnet werden. Dasselbe tritt bei einer Belastung des Bogens vom linksseitigen Kämpfer bis zum ersten Felde auf. Für diese Belastungsart ist der Werth H bereits oben ermittelt. Man fand bei Berechnung des Stabes O_3

$$H = 5{,}381\, Q.$$

Das Moment $[M]$ ergiebt sich aus Gleichung 256. Diese Formel lässt sich noch etwas einfacher schreiben. Ersetzt man die Lasten rechts und links vom fraglichen Schnitt durch ihre Resultanten $\mathfrak{R}'$ und $\mathfrak{R}''$ und drückt die Abstände ξ' und ξ'' dieser Resultanten vom Scheitel durch F e l d e r l ä n g e n aus, während die Abscisse x des fraglichen Drehpunktes nach wie vor in Metern angegeben wird, so erhält man:

$$[M] = \frac{1}{12}\left[(18-x)(6+\xi')\,\mathfrak{R}' + (18+x)(6-\xi'')\,\mathfrak{R}''\right].$$

Im vorliegenden Falle ist $\mathfrak{R}' = 0$, $\mathfrak{R}'' = 5\, Q$, $\xi'' = 3$ und $x = -13{,}5$, also:

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 13{,}5)(6 - 3)\,5\,Q = 5{,}62\,Q$$

$$M = 5{,}62\,Q - 5{,}381 \,.\, 4{,}5\,Q = -18{,}59\,Q.$$

Die Spannung D_1 ergiebt sich aus Gleichung 200, in welcher der angefügten Erläuterung zufolge, das — Zeichen Gültigkeit hat.

$$\max(+D_1) = \frac{18{,}59}{2{,}713}\,Q = 6{,}85\,Q = 6{,}85 \,.\, 14{,}4 = 98{,}6\,\mathrm{t}$$

$$\max(+D_1) = (-1{,}36 - 6{,}85)\,Q = -8{,}21\,Q = -8{,}21 \,.\, 14{,}0 = -114{,}9\,\mathrm{t}.$$

Stab D_2.

Die Verhältnisse sind durchaus die nämlichen wie bei der Diagonalen D_1; die Belastungsscheide liegt im 2ten Felde.

Es wurde der Horizontalschub bei Berechnung des Stabes O_5 gefunden.

$$H = 3{,}647\,Q$$

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 2{,}5)(6 - 3{,}5)\,4\,Q = 12{,}92\,Q$$

$$M = 12{,}92\,Q - 3{,}647 \,.\, 4{,}5\,Q = -3{,}49\,Q$$

$$\max(+D_2) = \frac{3{,}49}{1{,}697}\,Q = 2{,}06\,Q = 2{,}06 \,.\, 15{,}1 = 31{,}1\,\mathrm{t}$$

$$\max(-D_2) = (-2{,}17 - 2{,}06)\,Q = -4{,}23\,Q = -4{,}23 \,.\, 13{,}5 = -57{,}1\,\mathrm{t}.$$

Stab D_3.

Die Verbindungsgrade zwischen dem Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile und dem linksseitigen Kämpferpunkte trifft die Kämpferdrucklinie im ersten Felde der linksseitigen Bogenhälfte. Es wird also, dem Belastungsschema Fig. 90 zufolge, das erste und dritte Feld als Belastungsscheide auftreten. Am einfachsten erscheint es, das Maximum der Zugspannung, welches bei Belastung der Strecke zwischen den beiden Scheiden erreicht wird, direct zu ermitteln und später die Maximal-Druckspannung durch Subtraction dieses Werthes von der in Folge totaler mobiler Belastung auftretenden Spannung zu bestimmen. Dieser Weg ist jedoch nicht zulässig. Da für die beiden Druckabtheilungen verschiedene spec. Belastungen in die Rechnung eingeführt werden müssen, so ist es erforderlich, den Einfluss dieser beiden belasteten Strecken gesondert zu ermitteln. Es wird also zunächst die Maximal-Druckspannung zu berechnen sein.

Rechtsseitige Belastung.

$$H = (1{,}921 + 1{,}734 + 1{,}438 + 1{,}098 + 0{,}739 + 0{,}372)\,Q = 7{,}302\,Q$$

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 0{,}9)(6 - 2{,}5)\,6\,Q = 29{,}92\,Q$$

$$M = 29{,}92\,Q - 7{,}302 \,.\, 4{,}5\,Q = -2{,}94\,Q$$

$$D_3 = \frac{2{,}94}{2{,}432}\,Q = 1{,}21\,Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 6{,}3 = 14{,}2\,\mathrm{t}$$

$$D_3 = 1{,}21 \,.\, 14{,}2 = 17{,}2\,\mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

Der Werth H ist bei Berechnung des Stabes U_3 gefunden.

$$[M] = \frac{1}{12}(18 + 0{,}9)(6 - 4)\,3\,Q = 9{,}45\,Q$$

$$M = 9{,}45\, Q - 2{,}209 \,.\, 4{,}5\, Q = -0{,}49\, Q$$

$$D_3 = \frac{0{,}49}{2{,}432}\, Q = 0{,}20\, Q = 0{,}20 \,.\, 17{,}1 = 3{,}4 \text{ t.}$$

$$\max(+D_3) = 17{,}2 + 3{,}4 = 20{,}6 \text{ t}$$

$$\max(-D_3) = (-1{,}51 - 1{,}21 - 0{,}20)\, Q = -2{,}92\, Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 10{,}0 = 22{,}5 \text{ t}$$

$$\max(-D_3) = -2{,}92 \,.\, 22{,}5 = -65{,}7 \text{ t.}$$

Stab D_4.

Die Verbindungslinie zwischen dem Schnittpunkte der mitgeschnittenen Constructionstheile und dem rechtsseitigen Kämpferpunkte B geht unterhalb der Kämpferdrucklinie vorbei. Das Belastungsschema ergiebt sich also nach Fig. 91, in welcher die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen sind. Eine linksseitige Druckabtheilung ist nicht vorhanden. Die Verbindungsgrade des fraglichen Drehpunktes mit dem Punkte A trifft die Kämpferdrucklinie im ersten Felde der linksseitigen Bogenhälfte. Die Strecke von diesem Felde bis zum linksseitigen Widerlager muss belastet sein, um das Maximum der Zugspannung in D_4 zu erreichen. Der Werth H ist für diesen Belastungsfall bereits ermittelt.

$$[M] = \frac{1}{12}\left[(18 - 3{,}214)(6 + 2)\, 3 + (18 + 3{,}214)(6 - 4{,}5)\, 2\right] Q = 34{,}87\, Q$$

$$M = 34{,}87\, Q - 5{,}381 \,.\, 4{,}5\, Q = 10{,}66\, Q$$

$$\max(-D_4) = -\frac{10{,}66}{3{,}929}\, Q = -2{,}71\, Q = -2{,}71 \,.\, 14{,}4 = -39{,}0 \text{ t}$$

$$\max(+D_4) = (-0{,}94 + 2{,}71)\, Q = 1{,}77\, Q = 1{,}77 \,.\, 14{,}0 = 24{,}8 \text{ t.}$$

Stab D_5.

Die Verhältnisse liegen hier genau so wie bei der vorigen Diagonalen. Belastungsscheide im 2ten Felde linksseitiger Bogenhälfte.

$$[M] = \frac{1}{12}\left[(18 - 5{,}167)(6 + 3)\, 3 + (18 + 5{,}167)(6 - 5)\, 1\right] Q = 30{,}80\, Q$$

$$M = 30{,}80\, Q - 3{,}647 \,.\, 4{,}5\, Q = 14{,}39\, Q$$

$$\max(-D_5) = -\frac{14{,}39}{5{,}946}\, Q = -2{,}42\, Q = -2{,}42 \,.\, 15{,}1 = -36{,}5 \text{ t}$$

$$\max(+D_5) = (-0{,}62 + 2{,}42)\, Q = 1{,}80\, Q = 1{,}80 \,.\, 13{,}5 = 24{,}3 \text{ t.}$$

Stab D_6.

Belastungsscheide im 2ten Felde linksseitiger Bogenhälfte.

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 6{,}954)(6 + 3{,}5)\, 4\, Q = 34{,}98\, Q$$

$$M = 34{,}98\, Q - 3{,}647 \,.\, 4{,}5\, Q = 18{,}57\, Q$$

$$\max(-D_6) = -\frac{18{,}57}{8{,}148}\, Q = -2{,}28\, Q = -2{,}28 \,.\, 15{,}1 = -34{,}4 \text{ t}$$

$$\max(+D_6) = (-0{,}45 + 2{,}28)\, Q = 1{,}83\, Q = 1{,}83 \,.\, 13{,}5 = 24{,}7 \text{ t.}$$

Vertikalen.

Stab C_0.

Wie bereits bei Gelegenheit der Ermittlung der Spannungen in Folge des Eigengewichts ausgeführt wurde, ist die Beanspruchung des Stabes C_0 gleich der im oberen Knotenpunkte desselben wirkenden Last. Man hat also:

$$\max(+C_0) = Q.$$

Der Werth Q erreicht sein Maximum, wenn beide angrenzenden Felder voll belastet sind. Die Länge der belasteten Strecke beträgt also ca. 6 m. Demnach ist:

$$Q = 2{,}25 \,.\, 10{,}2 = 22{,}9 \text{ t}$$
$$\max(+C_0) = 22{,}9 \text{ t}$$
$$\max(-C_0) = 0.$$

Stab C_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile fällt zusammen mit demjenigen für die Diagonale D_1. Es wird also das Belastungsschema nach Fig. 90, § 34 anzunehmen sein. Als Belastungsscheide tritt das fragliche Feld selbst auf. Dieses ist im vorliegenden Falle aber das Feld 2 linksseitiger Bogenhälfte, da der durch C_1 zum Zweck der Spannungsermittlung zu führende Schnitt die obere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, im 2ten Felde trifft.

Denkt man sich die Spannung C_1 als Druckkraft auf den links vom Schnitt vorhandenen Theil des Bogens einwirken, so dreht diese Kraft um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers. Die Zug- und Druckabtheilungen sind also thatsächlich so anzunehmen, wie Fig. 90 dieselben zeigt. Um das Maximum der Zugspannung zu erreichen, muss also die Strecke vom 2ten Felde bis zum linksseitigen Widerlager belastet werden. Für diese Belastungsart ist der Werth H bereits ermittelt.

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 13{,}5)(6 - 3{,}5)\, 4\, Q = 3{,}75\, Q$$
$$M = 3{,}75\, Q - 3{,}647 \,.\, 4{,}5\, Q = -12{,}66\, Q.$$

Die Spannung C_1 ergiebt sich aus Gleichung 200, in welcher das $+$ Zeichen Gültigkeit hat.

$$\max(-C_1) = -\frac{12{,}66}{3 + 13{,}5}\, Q = -0{,}77\, Q = -0{,}77 \,.\, 15{,}1 = -11{,}6 \text{ t}.$$

Die Beanspruchung der Vertikalen in Folge totaler mobiler Belastung wird sich grade so berechnen lassen wie diejenige in Folge des Eigengewichts. In jedem oberen Knotenpunkte wirkt eine Last Q, demnach wäre für den Stab C_1 die Spannung

$$C_1 = \frac{3{,}68}{3 + 13{,}5}\, Q + Q = 1{,}22\, Q$$

Man wird also auch hier aus den für das Eigengewicht berechneten Zahlen die Spannungen in Folge totaler mobiler Belastung direct abschreiben können. Es ist:

$$\max(+C_1) = (1{,}22 + 0{,}77)\, Q = 1{,}99\, Q = 1{,}99 \,.\, 13{,}5 = 26{,}9 \text{ t}.$$

Im Allgemeinen sind die Verhältnisse bei den Vertikalständern ganz ähnlich denjenigen bei den entsprechenden Diagonalen. Die Abweichungen, welche durchgehends eintreten, sind für den Stab C_1 soeben erläutert. Im Folgenden sollen nur die Rechnungen kurz angedeutet werden.

Stab C_2.

Belastungsscheide im 3ten Felde linksseitiger Bogenhälfte.

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 2{,}5)(6 - 4)\, 3\, Q = 7{,}75\, Q$$
$$M = 7{,}75\, Q - 2{,}209 \,.\, 4{,}5\, Q = -2{,}19\, Q$$

$$\max(-C_2) = -\frac{2{,}19}{2 \,.\, 3 + 2{,}5} Q = -0{,}26\, Q = -0{,}26 \,.\, 17{,}1 = -4{,}4\ \mathrm{t}$$

$$\max(+C_2) = (1{,}43 + 0{,}26)\, Q = 1{,}69\, Q = 1{,}69 \,.\, 13{,}3 = 22{,}5\ \mathrm{t}.$$

Stab C_3.

Belastungsscheide im 1sten und 4ten Felde linksseitiger Brückenhälfte.

Maximum der Zugspannung.

Rechtsseitige Belastung.

Das Moment M bezüglich des Schnittpunktes der mitgeschnittenen Constructionstheile ist natürlich das nämliche, wie dasjenige, welches bereits bei der Berechnung des Stabes D_3 gefunden wurde.

$$C_3 = -\frac{2{,}94}{3 \,.\, 3 - 0{,}9} Q = -0{,}36\, Q = -0{,}36 \,.\, 14{,}2 = -5{,}1\ \mathrm{t}.$$

Linksseitige Belastung.

$$H = (2{,}209 - 1{,}098)\, Q = 1{,}111\, Q$$

$$[M] = \frac{1}{12} (18 + 0{,}9)(6 - 4{,}5)\, 2\, Q = 4{,}72\, Q$$

$$M = 4{,}72\, Q - 1{,}111 \,.\, 4{,}5\, Q = -0{,}28\, Q$$

$$C_3 = -\frac{0{,}28}{3 \,.\, 3 - 0{,}9} Q = -0{,}03\, Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 8{,}8 = 19{,}8\ \mathrm{t}$$

$$C_3 = -0{,}03 \,.\, 19{,}8 = -0{,}6\ \mathrm{t}$$

$$\max(-C_3) = -5{,}1 - 0{,}6 = -5{,}7\ \mathrm{t}$$

$$\max(+C_3) = (1{,}45 + 0{,}36 + 0{,}03)\, Q = 1{,}84\, Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 8{,}1 = 18{,}2\ \mathrm{t}$$

$$\max(+C_3) = 1{,}84 \,.\, 18{,}2 = 33{,}5\ \mathrm{t}.$$

Stab C_4.

Belastungsscheide im 1sten Felde der linksseitigen Brückenhälfte.

$$[M] = \frac{1}{12}\left[(18 - 3{,}214)(6 + 2{,}5)\, 4 + (18 + 3{,}214)(6 - 5)\, 1\right] Q = 43{,}66\, Q$$

$$M = 43{,}66\, Q - 5{,}381 \,.\, 4{,}5\, Q = 19{,}45\, Q$$

$$\max(+C_4) = \frac{19{,}45}{4 \,.\, 3 - 3{,}214} Q = 2{,}21\, Q = 2{,}21 \,.\, 14{,}4 = 31{,}8\ \mathrm{t}$$

$$\max(-C_4) = (1{,}42 - 2{,}21)\, Q = -0{,}79\, Q = -0{,}79 \,.\, 14{,}0 = -11{,}1\ \mathrm{t}.$$

Stab C_5.

Belastungsscheide im 2ten Felde linksseitiger Brückenhälfte.

$$[M] = \frac{1}{12} (18 - 5{,}167)(6 + 3{,}5)\, 4\, Q = 40{,}64\, Q$$

$$M = 40{,}64\, Q - 3{,}647 \,.\, 4{,}5 = 24{,}23\, Q$$

$$\max(+C_5) = \frac{24{,}23}{5 \,.\, 3 - 5{,}167} Q = 2{,}46\, Q = 2{,}46 \,.\, 15{,}1 = 37{,}1\ \mathrm{t}$$

$$\max(-C_5) = (1{,}37 - 2{,}46)\, Q = -1{,}09\, Q = -1{,}09 \,.\, 13{,}5 = -14{,}7\ \mathrm{t}.$$

Stab C_6.

Belastungsscheide im 2ten Felde linksseitiger Bogenhälfte.

Für diese Vertikale ist es erforderlich, die im oberen Knotenpunkte 6 angreifende Last $\frac{Q}{2}$ mit in Rechnung zu ziehen.

Das Maximum der Druckspannung findet statt, wenn die Strecke vom Felde 2 bis zum linksseitigen Kämpfer belastet ist. Für diese Belastungsart ist die Grösse H bereits ermittelt. Durch Hinzufügen der Last $\frac{Q}{2}$ am oberen Knotenpunkte 6 wird dieser Werth nicht geändert.

$$[M] = \frac{1}{12}(18 - 6{,}954)\,[(6 + 3{,}5)\,4 + (6 + 6)\,0{,}5]\,Q = 40{,}50\,Q$$

$$M = 40{,}50\,Q - 3{,}647 \,.\, 4{,}5\,Q = 24{,}09\,Q$$

$$\max(+C_6) = \frac{24{,}09}{6 \,.\, 3 - 6{,}954}\,Q = 2{,}18\,Q = 2{,}18 \,.\, 15{,}1 = 32{,}9\text{ t.}$$

Bei voller Belastung ist die Spannung $C_6 = (0{,}33 + 0{,}5)\,Q = 0{,}83\,Q$; demnach findet man

$$\max(-C_6) = (0{,}83 - 2{,}18)\,Q = -1{,}35\,Q = -1{,}35 \,.\, 13{,}5 = -18{,}2\text{ t.}$$

Temperaturspannungen.

Der Horizontalschub, welcher durch Temperaturdifferenzen hervorgerufen wird, ergiebt sich aus Gleichung 277.

Dehnt man im Nenner dieses Ausdrucks die Summation nur über die Gurtungsstäbe aus — nimmt also wieder die Füllungsglieder als absolut starr an — so wird der hierdurch verursachte Fehler bedeutender sein, als der durch die nämliche Vernachlässigung in Gleichung 266 bedingte Fehler. Da jedoch, wie man direct einsieht, der Horizontalschub H in Formel 277 in Folge dieser Vereinfachung grösser ausfällt, als sich derselbe bei genauerer Berechnung ergeben würde, so erscheint auch hier die Vernachlässigung der Füllungsglieder erlaubt.

Es ist dann:

$$H = \pm \frac{14160}{2\,(22181 + 8291)} = \pm\, 4{,}18\text{ t.}$$

In Folge der event. eintretenden ungleichen Erwärmung des Ober- und Untergurtes müssen die Grenzwerthe des Horizontalschubes nach den Gleichungen 280 und 281 angenommen werden. Man hat also:

$$\max(+H) = 8{,}36\text{ t}; \qquad \max(-H) = -4{,}18\text{ t.}$$

Die Spannungen im Ober- und Untergurt werden nach den Formeln 262 und 263 ermittelt.

Beispielsweise sei der Stab O_3 durchgerechnet. Setzt man $H = 8{,}36$ t, so wird

$$O_3 = -\frac{8{,}36 \,.\, 3{,}556}{0{,}944} = -31{,}5\text{ t.}$$

Setzt man hingegen $H = -4{,}18$, so erhält man:

$$O_3 = \frac{4{,}18 \,.\, 3{,}556}{0{,}944} = 15{,}8\text{ t.}$$

In dieser Weise ergiebt sich:

$O_1 = -66{,}9$ t	oder	$33{,}5$ t	$U_1 = 61{,}6$ t	oder	$-30{,}8$ t
$O_2 = -53{,}2$ „	„	$26{,}6$ „	$U_2 = 40{,}1$ „	„	$-20{,}1$ „

$O_3 = -31{,}5$ t	oder $15{,}8$ t	$U_3 = 25{,}5$ t	oder $-12{,}8$ t
$O_4 = -16{,}7$ „	„ $8{,}4$ „	$U_4 = 17{,}1$ „	„ $-8{,}6$ „
$O_5 = -8{,}2$ „	„ $4{,}1$ „	$U_5 = 12{,}1$ „	„ $-6{,}1$ „
$O_6 = -3{,}1$ „	„ $1{,}6$ „	$U_6 = 9{,}0$ „	„ $-4{,}5$ „

Die Spannung in den Diagonalen wird nach Gleichung 264 berechnet, in welcher das $+$Zeichen Gültigkeit hat.

$D_1 = 13{,}9$ t	oder $-7{,}0$ t	$D_4 = 9{,}6$ t	oder $-4{,}8$ t
$D_2 = 22{,}2$ „	„ $-11{,}1$ „	$D_5 = 6{,}3$ „	„ $-3{,}2$ „
$D_3 = 15{,}5$ „	„ $-7{,}8$ „	$D_6 = 4{,}6$ „	„ $-2{,}3$ „

In Folge von Temperaturdifferenzen hat der Stab C_0 naturgemäss keine Beanspruchung zu erleiden. Die Spannungen der übrigen Vertikalen ergeben sich wieder aus Gleichung 264, in welcher jetzt aber das $-$Zeichen gültig ist.

$C_1 = -2{,}3$ t	oder $1{,}2$ t	$C_4 = -4{,}3$ t	oder $2{,}2$ t
$C_2 = -4{,}4$ „	„ $2{,}2$ „	$C_5 = -3{,}8$ „	„ $1{,}9$ „
$C_3 = -4{,}6$ „	„ $2{,}3$ „	$C_6 = -3{,}4$ „	„ $1{,}7$ „

Es sollen nunmehr die Spannungen, welche von der permanenten, der mobilen Last und den Temperaturdifferenzen herrühren, addirt werden. Es ergiebt sich:

$\max(+O_1) = 22{,}2 + 81{,}1 + 33{,}5 = 136{,}8$ t	$\max(-O_1) = 22{,}2 - 66{,}9 = -44{,}7$ t
$\max(+O_2) = 17{,}7 + 124{,}4 + 26{,}6 = 168{,}7$ „	$\max(-O_2) = 17{,}7 - 50{,}6 - 53{,}2 = -86{,}1$ „
$\max(+O_3) = 10{,}4 + 120{,}1 + 15{,}8 = 146{,}3$ „	$\max(-O_3) = 10{,}4 - 73{,}8 - 31{,}5 = -94{,}9$ „
$\max(+O_4) = 5{,}5 + 82{,}7 + 8{,}4 = 96{,}6$ „	$\max(-O_4) = 5{,}5 - 57{,}5 - 16{,}7 = -68{,}7$ „
$\max(+O_5) = 2{,}7 + 52{,}4 + 4{,}1 = 59{,}2$ „	$\max(-O_5) = 2{,}7 - 36{,}0 - 8{,}2 = -41{,}5$ „
$\max(+O_6) = 1{,}1 + 23{,}3 + 1{,}6 = 26{,}0$ „	$\max(-O_6) = 1{,}1 - 16{,}6 - 3{,}1 = -18{,}6$ „
$\max(+U_1) = 25{,}4 + 151{,}5 + 61{,}6 = 238{,}5$ t	$\max(-U_1) = 25{,}4 - 48{,}1 - 30{,}8 = -53{,}5$ t
$\max(+U_2) = 32{,}9 + 182{,}3 + 40{,}1 = 255{,}3$ „	$\max(-U_2) = 32{,}9 - 57{,}8 - 20{,}1 = -45{,}0$ „
$\max(+U_3) = 38{,}2 + 181{,}4 + 25{,}5 = 245{,}1$ „	$\max(-U_3) = 38{,}2 - 41{,}2 - 12{,}8 = -15{,}8$ „
$\max(+U_4) = 41{,}7 + 171{,}6 + 17{,}1 = 230{,}4$ „	$\max(-U_4) = 41{,}7 - 22{,}4 - 8{,}6 = 10{,}7$ „
$\max(+U_5) = 44{,}4 + 168{,}8 + 12{,}1 = 225{,}3$ „	$\max(-U_5) = 44{,}4 - 9{,}7 - 6{,}1 = 28{,}6$ „
$\max(+U_6) = 46{,}6 + 169{,}9 + 9{,}0 = 225{,}5$ „	$\max(-U_6) = 46{,}6 - 4{,}5 = 42{,}1$ „
$\max(+D_1) = -4{,}6 + 98{,}6 + 13{,}9 = 107{,}9$ t	$\max(-D_1) = -4{,}6 - 114{,}9 - 7{,}0 = -126{,}5$ t
$\max(+D_2) = -7{,}4 + 31{,}1 + 22{,}2 = 45{,}9$ „	$\max(-D_2) = -7{,}4 - 57{,}1 - 11{,}1 = -75{,}6$ „
$\max(+D_3) = -5{,}1 + 20{,}6 + 15{,}5 = 31{,}0$ „	$\max(-D_3) = -5{,}1 - 65{,}7 - 7{,}8 = -78{,}6$ „
$\max(+D_4) = -3{,}2 + 24{,}8 + 9{,}6 = 31{,}2$ „	$\max(-D_4) = -3{,}2 - 39{,}0 - 4{,}8 = -47{,}0$ „
$\max(+D_5) = -2{,}1 + 24{,}3 + 6{,}3 = 28{,}5$ „	$\max(-D_5) = -2{,}1 - 36{,}5 - 3{,}2 = -41{,}8$ „
$\max(+D_6) = -1{,}5 + 24{,}7 + 4{,}6 = 27{,}8$ „	$\max(-D_6) = -1{,}5 - 34{,}4 - 2{,}3 = -38{,}2$ „
$\max(+C_0) = 2{,}1 + 22{,}9 = 25{,}0$ t	$\max(-C_0) = 2{,}1$ t
$\max(+C_1) = 2{,}8 + 26{,}9 + 1{,}2 = 30{,}9$ „	$\max(-C_1) = 2{,}8 - 11{,}6 - 2{,}3 = -11{,}1$ t
$\max(+C_2) = 3{,}6 + 22{,}5 + 2{,}2 = 28{,}3$ „	$\max(-C_2) = 3{,}6 - 4{,}4 - 4{,}4 = -5{,}2$ „
$\max(+C_3) = 3{,}6 + 33{,}5 + 2{,}3 = 39{,}1$ „	$\max(-C_3) = 3{,}6 - 5{,}7 - 4{,}6 = -6{,}7$ „
$\max(+C_4) = 3{,}5 + 31{,}8 + 2{,}2 = 37{,}5$ „	$\max(-C_4) = 3{,}5 - 11{,}1 - 4{,}3 = -11{,}9$ „
$\max(+C_5) = 3{,}4 + 37{,}1 + 1{,}9 = 42{,}4$ „	$\max(-C_5) = 3{,}4 - 14{,}7 - 3{,}8 = -15{,}1$ „
$\max(+C_6) = 2{,}2 + 32{,}9 + 1{,}7 = 36{,}8$ „	$\max(-C_6) = 2{,}2 - 18{,}2 - 3{,}4 = -19{,}4$ „

Sämmtliche Spannungen sind in Fig. 2 Taf. 12 zusammengestellt.

Aus diesen Grenzwerthen ist nunmehr die zulässige spec. Spannung für die verschiedenen Constructionstheile nach der Formel

$$k = 0{,}9 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\min S}{\max S}\right)$$

zu berechnen, und muss sodann der erforderliche Querschnitt der einzelnen Stäbe ermittelt werden. Diese Rechnungen sind genau in derselben Weise wie im Beispiel III oder wie zu Anfang des vorliegenden Beispiels durchzuführen, dieselben sollen deshalb hier nicht wiederholt werden.

Beispiel XII.

Es soll dieselbe Bogenbrücke, welche im vorigen Beispiele behandelt wurde, jetzt unter Annahme einer *mobilen Belastung durch ein System von Einzellasten* berechnet werden.

Genau in derselben Weise, wie im vorigen Beispiel, ist zunächst die geometrische Form des Bogens analytisch zu ermitteln. Sodann ist die Brücke provisorisch zu dimensioniren und mit Hülfe der angenommenen Stabquerschnitte der Horizontalschub zu berechnen, den eine der Reihe nach an den verschiedenen Knotenpunkten angreifende Last von der Grösse „Eins" hervorbringt. Die approximative Ermittlung des Eigengewichts kann, wie im vorigen Beispiele, auf Grund der provisorisch festgelegten Querschnittsdimensionen erfolgen. Man bestimmt nunmehr die durch das Eigengewicht im Bogen auftretenden Spannungen. Alle diese Rechnungen sind grade so durchzuführen, wie im Beispiel XI; dieselben sollen deshalb hier nicht wiederholt werden. Bis zu dem Abschnitte: „Mobile Belastung" auf Seite 316 sind die für das vorige Beispiel gemachten Ausführungen wörtlich hier einzufügen.

Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

Nach den Ausführungen des § 35 ist zunächst für jeden einzelnen Constructionsstab die Influenzlinie zu verzeichnen. Diese erhält man folgendermaassen. Eine Last von der Grösse „Eins" lässt man der Reihe nach an den verschiedenen Knotenpunkten angreifen und berechnet die dadurch im fraglichen Stabe hervorgerufenen Spannungen. Diese Grössen trägt man in den Angriffspunkten der Last als Ordinaten auf und verbindet die Endpunkte dieser Ordinaten durch grade Linien. Für jede beliebige Lage einer Last „Eins" giebt die dem Angriffspunkte der Last entsprechende Ordinate dieses Linienzuges sodann die Grösse der dadurch im fraglichen Stabe hervorgerufenen Spannung an. Der Einfluss der Querträger — also die Thatsache, dass eine im Innern eines Feldes angreifende Last nicht eigentlich in diesem Angriffspunkte, sondern durch ihre auf die benachbarten Knotenpunkte entfallenden Componenten zur Wirkung kommt — ist in der Construction des Linienzuges bereits dadurch berücksichtigt, dass man denselben zwischen den Knotenpunkten gradlinig verlaufen lässt, anstatt die Endpunkte der berechneten Ordinaten durch eine stetige Curve zu verbinden.

Der Horizontalschub, welcher durch eine in den verschiedenen Knotenpunkten angreifende Einzellast von der Grösse „Eins" hervorgerufen wird, ist bereits oben berechnet.

Influenzlinien der oberen Gurtungsstäbe.

Für eine beliebige Lage der Einzellast „Eins" ist zunächst nach Gleichung 256 der Werth $[M]$, sodann aus Gleichung 255 das Moment M und schliesslich aus Gleichung 198 die gesuchte Spannung O zu berechnen.

Die Grösse $[M]$, d. h. das Moment, welches die nämliche Belastung bei einem Balken auf zwei Stützen in einem Punkte, welcher dieselbe Abscisse, wie der in Rede stehende Drehpunkt besitzt, hervorbringen würde, lässt sich für die in Frage kommende Belastung noch etwas einfacher schreiben als der in Gleichung 256 stehende Ausdruck.

Liegt die Last „Eins" rechts von dem zum Zweck der Spannungsermittlung durch den fraglichen Stab geführten Schnitt, so wird:

$$[M_1] = \frac{(l-x)(l+\xi)}{2l}.$$

Liegt hingegen die Last links von diesem Schnitte, so ist:

$$[M_2] = \frac{(l+x)(l-\xi)}{2l}.$$

Die den Gurtstäben conjugirten Drehpunkte fallen mit den Knotenpunkten des Bogens zusammen. Bezeichnet λ eine Felderlänge, so kann $x = z\lambda$ und $\xi = n\lambda$ gesetzt werden. Da ferner $l = 6\lambda$ ist, so lauten die oben aufgestellten zwei Gleichungen:

$$[M_1] = \frac{(6-z)(6+n)}{12} \cdot \lambda$$

und

$$[M_2] = \frac{(6+z)(6-n)}{12} \cdot \lambda.$$

Führt man noch $\lambda = 3$ ein, so erhält man für den Fall, dass die Last rechts vom fraglichen Knotenpunkte angreift:

$$[M_1] = \frac{(6-z)(6+n)}{4}$$

und für den Fall, dass die Einzellast links von diesem Punkte liegt:

$$[M_2] = \frac{(6+z)(6-n)}{4}.$$

Fällt der Angriffspunkt der Last mit dem fraglichen Knotenpunkte zusammen, so ist es gleichgültig, welche dieser beiden Formeln man anwendet. Beide Gleichungen liefern dasselbe Resultat.

Beispielsweise ist für den *Stab* O_2 $z = 1$. Die beiden Gleichungen für das Moment $[M]$ lauten also in diesem Fall:

$$[M_1] = \frac{5}{4}(6+n) \quad \text{und} \quad [M_2] = \frac{7}{4}(6-n).$$

Liegt Last „Eins" am Knotenpunkte 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte, so ist $n = -2$, also:

$$[M] = \frac{5}{4}(6-2) = 5{,}00.$$

Ferner:

$$M = 5{,}00 - 1{,}438 \,.\, 3{,}889 = -\, 0{,}592$$

und

$$O_2 = -\frac{0{,}592}{0{,}611} = -\, 0{,}969.$$

Würde Last „Eins“ am Knotenpunkte 4 der linksseitigen Brückenhälfte angreifen, so wäre $n = 4$ zu setzen.

$$[M] = \frac{7}{4}(6 - 4) = 3{,}50$$

$$M = 3{,}50 - 0{,}739 \,.\, 3{,}889 = 0{,}626$$

$$O_2 = \frac{0{,}626}{0{,}611} = 1{,}025.$$

In dieser Weise können für jeden einzelnen Stab O die gesuchten Spannungen ermittelt werden. Die Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

	Knotenpunkt	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6
rechtsseitige Bogenhälfte	5	0,024	— 0,322	— 0,342	— 0,244	— 0,144	— 0,063
	4	0,088	— 0,612	— 0,665	— 0,478	— 0,282	— 0,123
	3	0,216	— 0,851	— 0,958	— 0,696	— 0,413	— 0,181
	2	0,496	— 0,969	— 1,179	— 0,876	— 0,525	— 0,231
	1	1,128	— 0,807	— 1,235	— 0,968	— 0,594	— 0,265
	0	2,632	0,047	— 0,880	— 0,842	— 0,557	— 0,258
linksseitige Bogenhälfte	1	1,128	3,285	0,883	0,032	— 0,155	— 0,113
	2	0,496	2,304	3,058	1,124	0,353	0,074
	3	0,216	1,604	2,220	2,304	0,904	0,277
	4	0,088	1,025	1,453	1,522	1,474	0,487
	5	0,024	0,496	0,717	0,756	0,734	0,700

Influenzlinien der unteren Gurtungsstäbe.

Die Momente $[M]$ sind die nämlichen wie die, welche bereits für die oberen Gurtstäbe berechnet wurden.

Beispielsweise sei die Behandlung des *Stabes* U_2 durchgesprochen. Der diesem Constructionstheil conjugirte Drehpunkt ist der obere Knotenpunkt 2; es ist also $z = 2$ zu setzen. Die beiden Gleichungen für das Moment $[M]$ lauten in diesem Fall

$$[M_1] = (6 + n) \quad \text{und} \quad [M_2] = 2(6 - n).$$

Liegt Last „Eins“ am Knotenpunkte 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte, so ist $n = -2$, also

$$[M] = 6 - 2 = 4{,}00.$$

Ferner:

$$M = 4{,}00 - 1{,}438 \,.\, 4{,}5 = -\, 2{,}471.$$

Aus Gleichung 199 folgt:

$$U_2 = \frac{2{,}471}{0{,}938} = 2{,}634.$$

Würde Last „Eins“ am Knotenpunkte 4 der linksseitigen Brückenhälfte angreifen, so wäre $n = 4$ zu setzen.

$$[M] = 2(6 - 4) = 4{,}00$$

$$M = 4{,}00 - 0{,}739 \,.\, 4{,}5 = 0{,}675$$

$$U_2 = -\frac{0{,}675}{0{,}938} = -\, 0{,}720.$$

In dieser Weise ist folgende Tabelle berechnet worden.

	Knotenpunkt	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
rechtsseitige Bogenhälfte	5	0,694	0,719	0,626	0,532	0,458	0,402
	4	1,350	1,413	1,237	1,054	0,908	0,798
	3	1,949	2,069	1,824	1,561	1,348	1,186
	2	2,408	2,631	2,353	2,028	1,759	1,553
	1	2,542	2,988	2,748	2,405	2,107	1,873
	0	1,872	2,819	2,809	2,560	2,297	2,074
linksseitige Bogenhälfte	1	— 1,550	0,856	1,731	1,951	1,946	1,873
	2	— 0,866	— 1,630	0,319	1,121	1,438	1,553
	3	— 0,506	— 1,129	— 1,226	0,200	0,865	1,186
	4	— 0,286	— 0,720	— 0,796	— 0,759	0,265	0,798
	5	— 0,124	— 0,348	— 0,390	— 0,374	— 0,338	0,402

Influenzlinien der Diagonalen.

Man berechnet wie bei den Gurtstäben zunächst die Grösse $[M]$, sodann das Moment M und schliesslich aus Gleichung 200 die Spannung D. In letzterer Gleichung hat, wie bereits bei Berechnung der Spannungen in Folge des Eigengewichts ausgeführt wurde, das — Zeichen Gültigkeit.

In den beiden oben aufgestellten Gleichungen für das Moment $[M]$ kann wieder ξ (Abscisse des Angriffspunktes der Last „Eins") $= n\lambda$ gesetzt werden, während die Abscisse x des fraglichen Drehpunktes, da letzterer nicht wie bei den Gurtstäben mit einem Knotenpunkte zusammenfällt, als solche in den Gleichungen stehen bleiben muss. Demnach erhält man, je nachdem die Last „Eins" rechts oder links von dem zum Zweck der Spannungsermittlung durch den fraglichen Stab geführten Schnitt angreift

$$[M_1] = \frac{(18 - x)(6 + n)}{12}$$

und

$$[M_2] = \frac{(18 + x)(6 - n)}{12}.$$

Es sei beispielsweise die Berechnung für den *Stab* D_2 durchgesprochen. Die Abscisse des diesem Stabe conjugirten Drehpunktes ist, wie anfangs berechnet

$$x = -2{,}5.$$

Demnach lauten die Gleichungen für das Moment $[M]$:

$$[M_1] = 1{,}7083\,(6 + n) \quad \text{und} \quad [M_2] = 1{,}2917\,(6 - n).$$

Liegt nun Last „Eins" etwa am Knotenpunkte 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte, so wird $n = -2$ und

$$[M] = 1{,}7083\,(6 - 2) = 6{,}833.$$

Ferner nach Gleichung 255:

$$M = 6{,}833 - 1{,}438 \,.\, 4{,}5 = 0{,}362$$

und nach Gleichung 200:

$$D_2 = -\frac{0{,}362}{1{,}697} = -0{,}213.$$

Greift die Einzellast am Knotenpunkte 4 der linksseitigen Brückenhälfte an, so ist $n = 4$ und

$$[M] = 1{,}2917\,(6 - 4) = 2{,}583$$

$$M = 2{,}583 - 0{,}739 \,.\, 4{,}5 = -0{,}742$$

$$D_2 = \frac{0{,}742}{1{,}697} = 0{,}437.$$

Man erhält in dieser Weise die folgende Tabelle:

	Knotenpunkt	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6
rechtsseitige Bogenhälfte	5	— 0,351	— 0,020	0,102	0,113	0,102	0,093
	4	— 0,710	— 0,054	0,195	0,219	0,199	0,182
	3	— 1,081	— 0,108	0,274	0,317	0,291	0,268
	2	— 1,485	— 0,213	0,317	0,393	0,369	0,342
	1	— 1,962	— 0,435	0,279	0,418	0,413	0,393
	0	— 2,619	— 0,946	0,039	0,318	0,375	0,383
linksseitige Bogenhälfte	1	2,185	— 2,448	— 0,893	— 0,209	0,053	0,167
	2	1,832	0,768	— 2,027	— 0,862	— 0,350	— 0,110
	3	1,407	0,628	0,089	— 1,565	— 0,788	— 0,410
	4	0,949	0,437	0,072	— 0,054	— 1,239	— 0,722
	5	0,479	0,225	0,041	— 0,024	— 0,043	— 1,037

Influenzlinien der Vertikalen.

Die Berechnung der Vertikalstäbe wird ganz entsprechend derjenigen der Diagonalen durchgeführt. Die zugehörigen Drehpunkte fallen mit denen gleichbenannter Diagonalen zusammen. Die Momente M sind zum grössten Theil für diese Punkte bereits ermittelt. Es ist nur darauf zu achten, dass die durch die Vertikalstäbe zu führenden Schnitte die Lasten in anderer Weise trennen, als die zum Zweck der Spannungsermittlung gleichbenannter Diagonalen geführten Schnitte. So wirkt beispielsweise eine Last im Knotenpunkte 2 der linksseitigen Brückenhälfte für die Diagonale D_2 links vom Schnitt, während dieselbe bezüglich des Vertikalstabes C_2 rechts vom Schnitte angreift. Zu bemerken ist noch, dass der Vertikalständer C_6 durch eine Last, welche im Knotenpunkte 6 (am Kämpfer) liegt, abweichend von allen übrigen Stäben, beansprucht wird; im Allgemeinen bringt natürlich diese Last keine Spannungen in der Construction hervor.

	Knotenpunkt	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
rechtsseitige Bogenhälfte	6	0	0	0	0	0	0
	5	0,058	0,004	— 0,031	— 0,050	— 0,062	— 0,068
	4	0,117	0,011	— 0,059	— 0,098	— 0,121	— 0,134
	3	0,178	0,022	— 0,082	— 0,142	— 0,176	— 0,197
	2	0,244	0,043	— 0,095	— 0,176	— 0,223	— 0,252
	1	0,323	0,087	— 0,084	— 0,187	— 0,250	— 0,290
	0	0,431	0,189	— 0,012	— 0,142	— 0,227	— 0,283
linksseitige Bogenhälfte	1	0,641	0,489	0,268	0,094	— 0,032	— 0,123
	2	— 0,301	0,846	0,609	0,385	0,212	0,081
	3	— 0,231	— 0,125	0,973	0,700	0,476	0,303
	4	— 0,156	— 0,087	— 0,022	1,024	0,749	0,532
	5	— 0,079	— 0,045	— 0,012	0,017	1,026	0,765
	6	0	0	0	0	0	1,000

Die Influenzlinien sind nun mit Hülfe dieser Zahlenwerthe auf den Tafeln 13 und 14 verzeichnet. Die Maassstäbe wurden in Wirklichkeit doppelt so gross gewählt, als in den Tafeln angegeben. Um letztere bequem ausfallen zu lassen, ist jedoch eine Reduction auf halbe Grösse vorgenommen.

Nunmehr kann zur Bestimmung der Maximalspannungen übergegangen werden.

Das Lastsystem besteht den Angaben des § 7 zufolge aus 3 Locomotiven nebst Tendern und angehängten Güterwagen; die Entfernungen und Grössen der Einzellasten ergeben sich aus den Fig. 21 und 22 des § 7. Es ist empfehlenswerth, sich einen Papierstreifen anzufertigen, auf welchem das Lastsystem in dem nämlichen Längenmaassstabe, welcher zur Verzeichnung der Influenzlinien verwendet wurde, aufgetragen ist. Man wird gut thun, auf der einen Seite des Papierstreifens das Lastsystem für einen von links nach rechts vorrückenden Zug, auf der andern Seite das System für einen von rechts nach links vorrückenden Eisenbahnzug anzugeben; die Grössen und Nummern der Einzellasten sind einzuschreiben. Auf Seite 156 ist ein Stück eines solchen Papierstreifens verzeichnet. Derselbe muss mindestens die Länge des ganzen Trägers haben. Im vorliegenden Falle sind die Lasten 1 bis 18 auf demselben anzugeben.

Die Einzellasten sollen mit ihrer $1\,{}^1/_2$fachen Grösse in die Rechnung eingeführt werden. Es entfällt sodann auf jeden der beiden Hauptträger die Hälfte dieser Werthe, so dass für die Berechnung der Druck einer Locomotivaxe mit $1\,{}^1/_2 \,.\, {}^1/_2 \,.\, 13\,t$ und der Druck einer Tenderaxe mit $1\,{}^1/_2 \,.\, {}^1/_2 \,.\, 9\,t$ einzusetzen ist. Da diese Zahlen etwas unbequem werden, so soll zunächst die Berechnung unter Annahme der Werthe 13, resp. 9t durchgeführt werden. Später sind dann die Spannungen noch mit der Grösse

$$1\,{}^1/_2 \,.\, {}^1/_2 = {}^3/_4$$

zu multipliciren.

Obere Gurtung.

Neben den Influenzlinien ist auf Taf. 13 in Fig. 2 das Kraftpolygon der Lasten 1 bis 18 auf einer Vertikalen OP aufgetragen. Durch die Eckpunkte des Polygons — den Theilpunkten der Lasten — sind Horizontallinien gezogen. Die Figur dient dazu, mit Hülfe des „Normalenzuges" (vergl. § 35) die ungünstigste Laststellung zu ermitteln. Da der Normalenzug sowohl rechts wie links vom Kraftpolygon liegen kann, so ist eine zweite Vertikale $O'P'$ gezeichnet, von welcher aus der Normalenzug ebenfalls construirt werden kann. Die Influenzlinien, so wie das Kraftpolygon etc. sind in Tusche ausgezogen. Die im Folgenden weiter angegebenen Constructionen sind immer nur in Blei ausgeführt und nach der Berechnung eines Stabes jedesmal wieder fortgewischt.

Es soll die Spannungsermittlung des *Stabes* O_3 genau durchgesprochen und dadurch die auch für die andern Stäbe anzuwendende Methode erläutert werden.

Maximum der Druckspannung.

Der Zug muss vom linksseitigen Kämpfer kommend bis ungefähr zur Belastungsscheide — dem Schnittpunkte der Influenzlinie mit der Horizontalen AB — vorgeschoben werden. Soweit die Ordinaten der Influenzlinie positiv sind, verläuft letztere durchweg convex gegen die Horizontale AB. Nur am Knotenpunkte 2 bilden die hier zusammenstossenden Seiten des Linienzuges einen vorspringenden Winkel mit einander. Den Ausführungen des § 35 zufolge wird demnach die ungünstigste Zugstellung jedenfalls erreicht, wenn irgend eine Last grade im Knotenpunkte 2 angreift. Da in diesem Punkte zugleich das absolute Maximum der Influenzlinie vorhanden ist, so lässt sich mit ziemlicher Bestimmtheit von vorne herein vermuthen, dass ein mittleres Locomotivrad hier angeordnet werden muss. Mit Hülfe des Papierstreifens erkennt man, dass wahrscheinlich Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges im Knotenpunkte 2 zu liegen kommt. Durch Construction des Normalenzuges kann man sich hierüber Gewissheit verschaffen. Wenn nun auch im vorliegenden Fall es kaum erforderlich scheint, diese Operation noch vorzunehmen, so soll doch — um dieselbe an diesem Beispiele zu erläutern — die Behandlung des Normalenzuges durchgeführt werden.

Die wahrscheinlich ungünstigste Zugstellung ist in Fig. 1 Taf. 13 eingezeichnet. Es sei zunächst angenommen, dass Last 2 unmittelbar links vom Knotenpunkte 2 läge.

Der Normalenzug ist nun nach § 35 folgendermaassen construirt.

Es ist $O'S$ senkrecht zu ab gezogen, da die Last 1 zwischen den Knotenpunkten 1 und 2 linksseitiger Bogenhälfte angreift und die Influenzlinie zwischen diesen Knotenpunkten aus der Graden ab besteht; ebenso ist ST senkrecht zu bc gezogen, u. s. f. Der Endpunkt des Normalenzuges ist mit Q bezeichnet. Denkt man sich Last 1 nach rechts verschoben, so wird die dadurch in O_3 hervorgerufene Spannungsänderung proportional der Strecke sein, die von der Graden $O'S$ auf derjenigen Horizontalen abgeschnitten wird, welche die Lasten 1 und 2 trennt. Ebenso ist die Strecke RQ proportional der Spannungsänderung, welche durch eine Rechtsverschiebung des ganzen Systems auftritt. Rückt Last 1 nach rechts, so wird die Spannung O_3, wie aus der Form der Influenzlinie zu ersehen ist, sich vermindern. Diese Spannungsänderung ist von der Vertikalen $O'P'$ aus nach links abgetragen. Da der Endpunkt Q des Normalenzuges rechts von $O'P'$ liegt, so kann man hieraus schliessen, dass durch Rechtsverschiebung des ganzen Systems sich die Spannung O_3 vergrössert. Es muss also, um das Maximum der Inanspruchnahme zu erhalten, der Zug weiter nach rechts gerückt werden. Hierbei überschreitet zunächst Last 2 den Knotenpunkt 2. Der Normalenzug nimmt nunmehr die in Fig. 2 Taf. 13 punktirt eingezeichnete Form an. Der Endpunkt Q_1 desselben liegt links von der Graden $O'P'$, woraus zu schliessen, dass eine weitere Verschiebung des Zuges nach rechts wieder eine Verminderung der Spannung O_2 hervorbringen würde. Thatsächlich ist also diejenige Stellung des Systems, bei welcher Last 2 am Knotenpunkte 2 liegt, die ungünstigste.

Zu bemerken ist noch, dass es nicht erforderlich ist, den zweiten Normalenzug vollständig zu construiren. Verlängert man die Grade $O'S$ bis zum Punkte U, so erhält man in der Strecke UV auf der die Lasten 2 und 3 trennenden Horizontalen diejenige Grösse, um welche der ganze Normalenzug nach links rückt. Nimmt man also diese Strecke in den Zirkel und trägt dieselbe von Q aus nach links ab, so erhält man ebenfalls den gesuchten neuen Endpunkt Q_1.

Man zieht nunmehr für die so ermittelte ungünstigste Lage des Eisenbahnzuges durch die Angriffspunkte der Einzellasten die Vertikalen bis zu den Schnittpunkten mit der Influenzlinie O_3, greift die Ordinaten derselben auf diesen Vertikalen ab, multiplicirt diese Werthe mit den Grössen der Einzellasten und findet schliesslich durch Addition der Producte die gesuchte Spannung. Man erhält:

$$\max(+O_3) = (2{,}_{111} + 3{,}_{058} + 2{,}_{680})\ 13 + (1{,}_{624} + 1{,}_{250} + 0{,}_{886})\ 9 = 135{,}_9 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Der Zug muss vom rechten Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorgeschoben werden, und wird bei der ungünstigsten Stellung des Systems irgend eine Last in irgend einem Eckpunkte der Influenzlinie liegen. Schätzungsweise sei angenommen, dass Last 3 am Knotenpunkte 1 der rechtsseitigen Bogenhälfte angreife. Diese Zugstellung ist in Fig. 1 Taf. 13 eingezeichnet. Ob dieselbe wirklich die ungünstigste ist, muss mit Hülfe des Normalenzuges entschieden werden. Es sei angenommen, Last 3 läge unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 1. Für diese Stellung des Systems ist der Normalenzug $O'MKQ'$ in der oben erläuterten Weise construirt. Der Endpunkt Q' liegt rechts von der Vertikalen $O'P'$; hieraus ist zu schliessen, dass eine Linksverschiebung des Systems eine Vergrösserung der Spannung O_3 im absoluten Sinne zur Folge haben würde. Bei einer solchen Linksverschiebung überschreitet zunächst Last 3 den Knotenpunkt 1. Der Normalenzug wird dann um die Strecke KL auf der die Lasten 3 und 4 trennenden Horizontalen nach links gerückt. Der Endpunkt Q_1' dieses neuen Normalenzuges wird gefunden, indem man die Strecke KL von Q' aus nach links abträgt. Da auch Q_1' noch rechts von $O'P'$ liegt, so wird die Linksverschiebung des Systems noch weiter fortzusetzen sein. Nunmehr würde Last 1 den Knotenpunkt 0 überschreiten, und würde dadurch der ganze Normalenzug um die Strecke MN auf der die Lasten 1 und 2 trennenden Horizontalen noch weiter nach links gerückt werden. Trägt man diese Strecke von Q_1' nach links auf, so erkennt man, dass jetzt der Endpunkt Q_2' des Normalenzuges links von $O'P'$ fällt, dass also eine weitere Verschiebung des Zuges nach links eine Verminderung der Spannung O_3 zur Folge haben würde. Die ungünstigste Stellung des Systems wird also erreicht, wenn Last 1 am Knotenpunkte 0 angreift. Für diese Stellung findet man wie oben:

$$\max(-O_3) = -(0{,}880 + 1{,}038 + 1{,}195 + 0{,}458 + 0{,}317 + 0{,}168)\,13 - (1{,}138 + 1{,}030 + 0{,}905)\,9 = -80{,}4 \text{ t.}$$

In dieser Weise sind die Spannungen sämmtlicher oberen Gurtstäbe ermittelt. Im Folgenden sollen nur kurz die Resultate der Untersuchungen angegeben werden.

Stab O_1.

Das Maximum der Druckspannung findet bei voller Belastung des Bogens statt. Last 8 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges greift im Knotenpunkte 0 an.

$$\max(+O_1) = 112{,}1 \text{ t}$$
$$\max(-O_1) = 0.$$

Stab O_2.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 1 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+O_2) = 150{,}8 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Würde man hier den Zug vom rechtsseitigen Kämpfer bis ungefähr zur Belastungsscheide vorrücken, so würden in der Nähe des Knotenpunktes 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte, in welchem die Influenzlinie ihr absolutes Maximum erreicht, die Axen eines Tenders angreifen. Da aber voraussichtlich die Spannung grösser wird, wenn an dieser Stelle eine Locomotive steht, so wird man, um die ungünstigste Lage des Systems zu erhalten, einen Zug, bestehend aus den Axen bis incl. Last 12, von links nach rechts vorrücken lassen. Es ist dann Last 8 eines solchen Zuges im Knotenpunkte 3 der rechtsseitigen Bogenhälfte anzuordnen.

$$\max(-O_2) = -52{,}2\,\text{t}.$$

Stab O_4.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(+O_4) = 93{,}6\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 0.

$$\max(-O_4) = -64{,}3\,\text{t}.$$

Stab O_5.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 6 besteht, greift am Knotenpunkte 4 linksseitiger Bogenhälfte an.

$$\max(+O_5) = 57{,}2\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 3 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 0.

$$\max(-O_5) = -40{,}9\,\text{t}.$$

Stab O_6.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 6 besteht, am Knotenpunkte 5 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+O_6) = 28{,}2\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 5 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2 der rechtsseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-O_6) = -18{,}8\,\text{t}.$$

Untere Gurtung.

Die Ermittlung der Spannungen in den unteren Gurtstäben mit Hülfe der in Fig. 1 Taf. 14 verzeichneten Influenzlinien bietet keine weiteren Schwierigkeiten. Die ungünstigste Zugstellung wird wieder, falls dieselbe sich nicht durch einfache Ueberlegung ergiebt, mit Hülfe des Normalenzuges ermittelt. Insbesondere wird es nicht erforderlich sein, für das negative Maximum der Spannungen U die Laststellungen durch Construction des Normalenzuges aufzufinden. Es kommt hier für die Grenzstellung immer nur ein einziger Knotenpunkt in Frage, an welchem Last 1 oder 2 eines vom linksseitigen Kämpfer vorrückenden Zuges anzuordnen sein wird.

Stab U_1.

Maximum der Druckspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 0.

$$\max(+U_1) = 164{,}4\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 1 der linksseitigen Bogenhälfte.

$$\max(-U_1) = -59{,}1 \text{ t}.$$

Stab U_2.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 0.

$$\max(+U_2) = 202{,}0 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2 linksseitiger Brückenhälfte.

$$\max(-U_2) = -68{,}7 \text{ t}.$$

Stab U_3.

Maximum der Druckspannung.

Last 9 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 12 besteht, am Knotenpunkte 0.

$$\max(+U_3) = 198{,}3 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 3 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-U_3) = -44{,}6 \text{ t}.$$

Stab U_4.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 0; die Lasten 1 bis 12 sind als vorhanden anzunehmen.

$$\max(+U_4) = 196{,}6 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-U_4) = -22{,}5 \text{ t}.$$

Stab U_5.

Maximum der Druckspannung.

Last 13 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges, welcher aus den Axen bis incl. Last 18 besteht, am Knotenpunkte 1 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(+U_5) = 189{,}1 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 5 linksseitiger Bogenhälfte.

$$\max(-U_5) = -8{,}0 \text{ t}.$$

Stab U_6.

Das Maximum der Druckspannung findet bei voller Belastung des Bogens statt. Last 8 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 0.

$$\max(+U_6) = 197{,}2 \text{ t}$$

$$\max(-U_6) = 0.$$

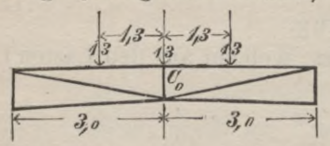
Diagonalen und Vertikalen.

Die Spannungsermittlung der Füllungsglieder mit Hülfe der auf Taf. 14 verzeichneten Influenzlinien giebt zu weiteren Ausführungen keinen Anlass. Nachstehend seien die Resultate der Rechnungen zusammengestellt.

Index	1	2	3	4	5	6
$\max(+D) =$	$110,_7$	$35,_3$	$21,_1$	$27,_0$	$27,_5$	$27,_0$ t
$\max(-D) =$	$-136,_4$	$-83,_4$	$-60,_7$	$-50,_1$	$-45,_9$	$-42,_1$ „
$\max(+C) =$	$33,_1$	$31,_1$	$35,_7$	$41,_0$	$43,_6$	$45,_1$ „
$\max(-C) =$	$-12,_0$	$-4,_7$	$-6,_2$	$-12,_6$	$-16,_9$	$-20,_3$ „

Es erübrigt noch die Spannung des *Vertikalstabes* C_0 zu ermitteln.

Wie bereits bei Berechnung der in Folge des Eigengewichts auftretenden Spannung C_0 ausgeführt wurde, erleidet dieser Vertikalstab nur eine der Belastung des oberen Knotenpunktes 0 entsprechende Druckspannung. Diese Belastung wird zum Maximum, wenn ein mittleres Locomotivrad im Knotenpunkte 0 liegt. Sodann ist, wie aus nebenstehender Figur zu ersehen:



$$\max(+C_0) = 13\left(1 + 2 \cdot \frac{1,_7}{3}\right) = 27,_7 \text{ t.}$$

Natürlich wird

$$\max(-C_0) = 0$$

sein.

Die durch Temperaturdifferenzen im Fachwerk hervorgerufenen Spannungen sind genau in derselben Weise wie beim vorigen Beispiel zu ermitteln. Die Rechnungen sollen deshalb an dieser Stelle nicht wiederholt werden. Der ganze Abschnitt „Temperaturspannungen" des Beispiels XI ist hier einzuschalten.

Es sollen nunmehr die Spannungen, welche von der permanenten, der mobilen Last und den Temperaturdifferenzen herrühren, summirt werden.

Bereits anfangs ist bemerkt worden, dass die bisher ermittelten Zahlen für die in Folge der mobilen Last auftretenden Spannungen noch mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt werden müssen, um die wirklichen Werthe derselben zu erhalten. Diese Multiplication soll gleichzeitig ausgeführt werden.

$\max(+O_1) = 22,_2 + \frac{3}{4} \cdot 112,_1 + 33,_5 = 139,_8$ t $\qquad \max(-O_1) = 22,_2 \qquad -66,_9 = -44,_7$ t

$\max(+O_2) = 17,_7 + \frac{3}{4} \cdot 150,_8 + 26,_6 = 157,_4$ „ $\qquad \max(-O_2) = 17,_7 - \frac{3}{4} \cdot 52,_2 - 53,_2 = -74,_7$ „

$\max(+O_3) = 10,_4 + \frac{3}{4} \cdot 135,_9 + 15,_8 = 128,_2$ „ $\qquad \max(-O_3) = 10,_4 - \frac{3}{4} \cdot 80,_4 - 31,_5 = -81,_4$ „

$\max(+O_4) = 5,_5 + \frac{3}{4} \cdot 93,_6 + 8,_4 = 84,_1$ „ $\qquad \max(-O_4) = 5,_5 - \frac{3}{4} \cdot 64,_3 - 16,_7 = -59,_5$ „

$\max(+O_5) = 2,_7 + \frac{3}{4} \cdot 57,_2 + 4,_1 = 49,_7$ „ $\qquad \max(-O_5) = 2,_7 - \frac{3}{4} \cdot 40,_9 - 8,_2 = -36,_2$ „

$\max(+O_6) = 1,_1 + \frac{3}{4} \cdot 28,_2 + 1,_6 = 23,_9$ „ $\qquad \max(-O_6) = 1,_1 - \frac{3}{4} \cdot 18,_8 - 3,_1 = -16,_1$ „

$$\max(+U_1)=25{,}4+\frac{3}{4}\cdot 164{,}4+61{,}6=210{,}3\,\text{t} \qquad \max(-U_1)=25{,}4-\frac{3}{4}\cdot 59{,}1-30{,}8=-49{,}8\,\text{t}$$

$$\max(+U_2)=32{,}9+\frac{3}{4}\cdot 202{,}0+40{,}1=224{,}5\,„ \qquad \max(-U_2)=32{,}9-\frac{3}{4}\cdot 68{,}7-20{,}1=-38{,}8\,„$$

$$\max(+U_3)=38{,}2+\frac{3}{4}\cdot 198{,}3+25{,}5=212{,}5\,„ \qquad \max(-U_3)=38{,}2-\frac{3}{4}\cdot 44{,}6-12{,}8=-\ 8{,}1\,„$$

$$\max(+U_4)=41{,}7+\frac{3}{4}\cdot 196{,}6+17{,}1=206{,}3\,„ \qquad \max(-U_4)=41{,}7-\frac{3}{4}\cdot 22{,}5-\ 8{,}6=\ 16{,}2\,„$$

$$\max(+U_5)=44{,}4+\frac{3}{4}\cdot 189{,}1+12{,}1=198{,}4\,„ \qquad \max(-U_5)=44{,}4-\frac{3}{4}\cdot\ 8{,}0-\ 6{,}1=\ 32{,}3\,„$$

$$\max(+U_6)=46{,}6+\frac{3}{4}\cdot 197{,}2+\ 9{,}0=203{,}5\,„ \qquad \max(-U_6)=46{,}6\qquad -\ 4{,}5=\ 42{,}1\,„$$

$$\max(+D_1)=-4{,}6+\frac{3}{4}\cdot 110{,}7+13{,}9=92{,}4\,\text{t} \qquad \max(-D_1)=-4{,}6-\frac{3}{4}\cdot 136{,}4-\ 7{,}0=-113{,}9\,\text{t}$$

$$\max(+D_2)=-7{,}4+\frac{3}{4}\cdot\ 35{,}3+22{,}2=41{,}3\,„ \qquad \max(-D_2)=-7{,}4-\frac{3}{4}\cdot\ 83{,}4-11{,}1=-\ 81{,}1\,„$$

$$\max(+D_3)=-5{,}1+\frac{3}{4}\cdot\ 21{,}1+15{,}5=26{,}3\,„ \qquad \max(-D_3)=-5{,}1-\frac{3}{4}\cdot\ 60{,}7-\ 7{,}8=-\ 58{,}4\,„$$

$$\max(+D_4)=-3{,}2+\frac{3}{4}\cdot\ 27{,}0+\ 9{,}6=26{,}7\,„ \qquad \max(-D_4)=-3{,}2-\frac{3}{4}\cdot\ 50{,}1-\ 4{,}8=-\ 45{,}6\,„$$

$$\max(+D_5)=-2{,}1+\frac{3}{4}\cdot\ 27{,}5+\ 6{,}3=24{,}9\,„ \qquad \max(-D_5)=-2{,}1-\frac{3}{4}\cdot\ 45{,}9-\ 3{,}2=-\ 39{,}8\,„$$

$$\max(+D_6)=-1{,}5+\frac{3}{4}\cdot\ 27{,}0+\ 4{,}6=23{,}4\,„ \qquad \max(-D_6)=-1{,}5-\frac{3}{4}\cdot\ 42{,}1-\ 2{,}3=-\ 35{,}4\,„$$

$$\max(+C_0)=2{,}1+\frac{3}{4}\cdot 27{,}7\qquad =22{,}9\,\text{t} \qquad \max(-C_0)=2{,}1\,\text{t}$$

$$\max(+C_1)=2{,}8+\frac{3}{4}\cdot 33{,}1+1{,}2=28{,}9\,„ \qquad \max(-C_1)=2{,}8-\frac{3}{4}\cdot 12{,}0-2{,}3=-\ 8{,}5\,\text{t}$$

$$\max(+C_2)=3{,}6+\frac{3}{4}\cdot 31{,}1+2{,}2=29{,}2\,„ \qquad \max(-C_2)=3{,}6-\frac{3}{4}\cdot\ 4{,}7-4{,}4=-\ 4{,}4\,„$$

$$\max(+C_3)=3{,}6+\frac{3}{4}\cdot 35{,}7+2{,}3=32{,}7\,„ \qquad \max(-C_3)=3{,}6-\frac{3}{4}\cdot\ 6{,}2-4{,}6=-\ 5{,}7\,„$$

$$\max(+C_4)=3{,}5+\frac{3}{4}\cdot 41{,}0+2{,}2=36{,}5\,„ \qquad \max(-C_4)=3{,}5-\frac{3}{4}\cdot 12{,}6-4{,}3=-10{,}3\,„$$

$$\max(+C_5)=3{,}4+\frac{3}{4}\cdot 43{,}6+1{,}9=32{,}7\,„ \qquad \max(-C_5)=3{,}4-\frac{3}{4}\cdot 16{,}9-3{,}8=-13{,}1\,„$$

$$\max(+C_6)=2{,}2+\frac{3}{4}\cdot 45{,}1+1{,}7=37{,}8\,„ \qquad \max(-C_6)=2{,}2-\frac{3}{4}\cdot 20{,}3-3{,}4=-16{,}1\,„$$

Sämmtliche Spannungen sind in Fig. 3 Taf. 12 zusammengestellt.

Aus diesen Grenzwerthen ist nunmehr die zulässige spec. Spannung für die verschiedenen Constructionstheile nach der Formel

$$k=0{,}9\left(1+\frac{1}{2}\,\frac{\min S}{\max S}\right)$$

zu berechnen, und muss sodann der erforderliche Querschnitt der einzelnen Stäbe ermittelt werden. Diese Rechnungen sind genau in derselben Weise wie im Beispiel III oder wie zu Anfang des vorigen Beispiels durchzuführen; dieselben sollen deshalb hier nicht wiederholt werden.

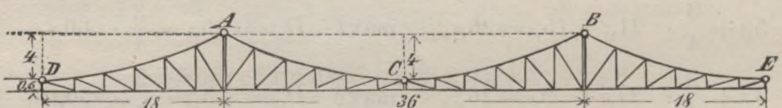
Beispiel XIII.

Versteifte Hängebrücke von 36 m Spannweite der Hauptöffnung und je 18 m Spannweite der Nebenöffnungen.

(*Annahme einer gleichmässig vertheilten mobilen Belastung.*)

Die geometrische Form des die Hauptöffnung überspannenden Trägers stimmt überein mit derjenigen des versteiften Bogens, welcher im Beispiele IX behandelt wurde. Denkt man sich letzteren um eine Horizontale umgeschlagen, so erhält man den mittleren Theil der im vorliegenden Beispiel zu berechnenden Hängebrücke.

Die beiden Nebenöffnungen werden durch Träger überspannt, welche ihrer geometrischen Form nach mit einer Hälfte der Hauptöffnung übereinstimmen. Die ganze Brücke ist in Linien nachstehend verzeichnet.



Die oberen Gurtungen sind entsprechend dem im Beispiel IX behandelten Bogen nach Parabeln gekrümmt, deren Pfeilhöhe 4 m beträgt. Die untere horizontale Gurtung liegt 0,5 m unterhalb der Scheitelpunkte des Obergurts. Die Felderlänge zwischen je zwei Vertikalstangen ist zu 3 m angenommen. In den Punkten A, B, C, D und E sind Gelenke eingeschaltet. Es sollen den Ausführungen des § 28 entsprechend die Auflager bei A und B derart construirt werden, dass dieselben kleine Verschiebungen in horizontalem Sinne zulassen. Dadurch wird erreicht, dass die Pfeilerreactionen bei A und B stets vertikal gerichtet sind, eine seitliche Beanspruchung der Mittelpfeiler also nicht stattfindet.

Man beginnt nun damit, die geometrische Form des Trägers analytisch zu fixiren. Genau wie im Beispiel IX wird man zunächst die Ordinaten der Knotenpunkte, sodann die Abscissen der Schnittpunkte entsprechender Gurtlinien und ferner die Hebelsarme der verschiedenen Fachwerkstäbe in Bezug auf die diesen Stäben conjugirten Drehpunkte berechnen. Diese Rechnungen sollen hier nicht wiederholt werden, es sei bezüglich derselben auf Beispiel IX verwiesen.

Die Brücke soll aus Schmiedeeisen und eingleisig hergestellt werden. Die Fahrbahn liegt an der unteren horizontalen Gurtung.

Das Eigengewicht der Brücke pro Längeneinheit kann näherungsweise für die Haupt- und Nebenöffnungen als das nämliche angenommen werden. Demnach wird die approximative Bestimmung des Eigengewichts, wie solche im Beispiel IX durchgeführt ist, auch hier gültig sein. Zu beachten ist nur, dass jetzt natürlich die Belastung an den Knotenpunkten des Obergurts

$$P^o = 1{,}0 \text{ t}$$

und an denjenigen des Unterguts

$$P^u = 1{,}7 \text{ t}$$

ist.

Berechnung der Hauptbrücke.

Für die Berechnung der Hauptbrücke ist es durchaus gleichgültig, ob die Aufhängepunkte A und B direct mit festen Landpfeilern oder indirect durch die Nebenträger mit den Landpfeilern in Verbindung stehen. Es fungiren im letzteren Falle die Nebenträger gewissermaassen als Spannketten für die Hauptbrücke. Die kleinen Verschiebungen, welche die Punkte A und B in Folge der elastischen Nachgiebigkeit der Nebenträger erleiden können, sind für die Berechnung des Hauptträgers, so lange letzterer als statisch bestimmtes System (also mit 3 Gelenken) construirt wird, ohne Bedeutung.

Denkt man sich die in Beispiel IX berechnete Brücke um eine horizontale Grade umgeschlagen und sodann den Sinn sämmtlicher äusseren Kräfte umgekehrt, so erhält man das System der in Frage stehenden Hängebrücke. Hieraus ist ersichtlich, dass man die Spannungen der einzelnen Constructionstheile direct aus den im Beispiel IX berechneten Spannungszahlen abschreiben kann. Die beim Umschlagen sich deckenden Constructionstheile haben dem Absolutwerthe nach gleiche Spannung; nur das Vorzeichen ist das entgegengesetzte. Die Spannungszahlen sind hiernach in Fig. 2 Taf. 15 zusammengestellt.

Berechnung der Nebenbrücke.

Die geometrische Form des Trägers, sowie die Bezeichnung der einzelnen Stäbe ist aus Fig. 1 Taf. 15 zu ersehen. Die Benennung der Diagonalen und Vertikalen stimmt mit derjenigen gleichliegender Stäbe des im Beispiel IX berechneten Systems überein. Die Bezeichnungen O und U für Ober- und Untergurtstäbe haben gewechselt. Ein Stab O_n der vorliegenden Brücke entspricht einem Stabe U_n des Trägers im Beispiel IX und umgekehrt.

Eigengewicht.

Bei totaler Belastung der Brücke verhält sich ein Nebenträger genau so wie eine Hälfte des mittleren Hauptträgers. Um die Richtigkeit dieser Behauptung einzusehen, betrachte man das Stück DC der Brücke (s. die Figur auf Seite 340); dasselbe ist bei D befestigt und bei A in der Weise unterstützt, dass die Reaction an dieser Stelle nur eine vertikale Richtung haben kann. Denkt man sich nun bei C durch die rechtsseitige Hälfte der Hauptbrücke irgend welche Kraft auf den Theil DC ausgeübt, so muss, wie aus der Symmetrie der geometrischen Form und der Belastung durch die übrigen auf diesen Theil DC einwirkenden äusseren Kräfte folgt, die Reaction bei D symmetrisch zu der bei C ausgeübten Kraft wirken. Da alsdann aber an je zwei entsprechenden Punkten der Theile AC und AD gleiche und symmetrisch wirkende Kräfte angreifen, so müssen auch die Spannungen in symmetrisch gelegenen Stäben die nämlichen sein.

Die Spannungen für totale Belastung sind für den Hauptträger bereits im Beispiele IX ermittelt. Demnach haben die Untergurtstäbe und Diagonalen keine Beanspruchung in Folge des Eigengewichts zu erleiden. Die Spannungen der Obergurtstäbe und Vertikalen kann man aus den im Beispiel IX berechneten Zahlen direct abschreiben, indem man nur die Vorzeichen derselben umkehrt. Einem Stabe O_n der Nebenöffnung entspricht ein Stab U_n des im Beispiel IX behandelten Bogenträgers.

Obere Gurtung.

$O_1 = -13{,}50\,P = -36{,}5\,\text{t}$ $\qquad O_4 = -13{,}95\,P = -37{,}7\,\text{t}$

$O_2 = -13{,}59\,P = -36{,}7$ " $\qquad O_5 = -14{,}23\,P = -38{,}4$ "

$O_3 = -13{,}73\,P = -37{,}1$ " $\qquad O_6 = -14{,}58\,P = -39{,}1$ "

Vertikalstangen.

Die Vertikalen haben die Last P'' auf die Kette zu übertragen; die Zugspannung derselben stellt sich im Allgemeinen auf

$$C = -1{,}7\,\text{t}.$$

Nur die Vertikalen C_0 und C_6 haben die Grösse $\frac{P''}{2}$ aufzunehmen. Es ist also:

$$C_0 = C_6 = -0{,}9\,\text{t}.$$

Es führt übrigens die mechanische Anwendung der in § 29 gegebenen Regeln und Formeln bezüglich der Spannungen in Folge des Eigengewichts zu genau den nämlichen wie den hier erhaltenen Resultaten.

Mobile Belastung.

Es sollen zunächst die Werthe H und V (Horizontal- und Vertikalcomponente der Reaction bei D), welche in Folge der Belastung der Mittelöffnung auftreten, nach den Gleichungen 236 und 237 berechnet werden. Zählt man die im Scheitel C der Mittelöffnung wirkende Last Q der rechtsseitigen Brückenhälfte, also den Lasten G_1 zu und ersetzt die Summenwerthe in den Gleichungen 236 und 237 durch die Producte aus den Resultanten der Lasten G_1 resp. G_2 und deren Abständen ξ, so erhält man:

$$H = \frac{6\,.\,3{,}5\,.\,3 + 5\,.\,3\,.\,3}{2\,.\,4}\,Q = 13{,}50\,Q$$

$$V = \frac{6\,.\,3{,}5\,.\,3 + 5\,.\,3\,.\,3}{2\,.\,6\,.\,3}\,Q = 3{,}00\,Q.$$

Obere Gurtung.

Das Belastungsschema für die Obergurtstäbe zeigt Fig. 72. Es soll das Maximum der Zugspannung, welches bei Belastung der Mittelöffnung und Entlastung der Nebenöffnung stattfindet, direct berechnet werden. Das Maximum der Druckspannung kann dann durch Subtraction des zuerst berechneten Werthes von der in Folge totaler Belastung der Brücke auftretenden Spannung gefunden werden.

Für volle Belastung der Mittelöffnung und Entlastung der Nebenöffnung lautet Gleichung 238:

$$M = -Vx + Hy.$$

Der Werth y — Ordinate des dem fraglichen Stabe conjugirten Drehpunktes (vergl. Fig. 71) — ist für alle Obergurtstäbe der nämliche; es ist $y = -0{,}5\,\text{m}$. Setzt man diesen Werth, sowie die oben berechneten Zahlen für H und V ein, so erhält man:

$$M = -3{,}00\,.\,x\,.\,Q + 13{,}50\,(-0{,}5)\,Q = -(3x + 6{,}75)\,Q.$$

Stab O_1.

Est ist $x = 3$, also:

$$M = -(3\,.\,3 + 6{,}75)\,Q = -15{,}75\,Q.$$

Die Spannung O_1 ergiebt sich aus Gleichung 240. Der Hebelsarm o ist bereits im Beispiel IX (als Hebelsarm des Stabes U_1) berechnet:

$$\max(-O_1) = -\frac{15{,}75}{0{,}611} Q = -25{,}78\, Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke beträgt 36 m. Hierfür giebt die Tabelle des § 7 den Werth 5,5 t pr. lfdm. und pr. Gleis an. Berücksichtigt man, dass die mobile Last mit ihrer $1\frac{1}{2}$fachen Grösse in Rechnung gestellt wird, dass ferner jeder der beiden Hauptträger die Hälfte dieses Werthes aufnimmt und dass ferner die Länge eines Feldes 3 m beträgt, so ergiebt sich für die Belastung pr. Knotenpunkt:

$$Q = 1\tfrac{1}{2} \,.\, \tfrac{1}{2} \,.\, 3 \,.\, 5{,}5 = 2{,}25 \,.\, 5{,}5 = 12{,}4\,\text{t}.$$

Demnach ist:

$$\max(-O_1) = -25{,}78 \,.\, 12{,}4 = -319{,}7\,\text{t}.$$

Durch Subtraction dieser Spannung von der in Folge totaler Belastung der Brücke auftretenden Beanspruchung ergiebt sich:

$$\max(+O_1) = (-13{,}50 + 25{,}78)\, Q = 12{,}28\, Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke ist 18 m.

$$Q = 2{,}25 \,.\, 6{,}3 = 14{,}3\,\text{t}$$

$$\max(+O_1) = 12{,}28 \,.\, 14{,}3 = 175{,}6\,\text{t}.$$

Ebenso findet man die Maximalspannungen der übrigen Obergurtstäbe.

Stab O_2. $$M = -(3 \,.\, 6 + 6{,}75)\, Q = -24{,}75\, Q$$

$$\max(-O_2) = -\frac{24{,}75}{0{,}938} Q = -26{,}39\, Q = -26{,}39 \,.\, 12{,}1 = -327{,}2\,\text{t}$$

$$\max(+O_2) = (-13{,}59 + 26{,}39)\, Q = 12{,}80\, Q = 12{,}80 \,.\, 14{,}3 = 183{,}0\,\text{t}.$$

Stab O_3. $$M = -(3 \,.\, 9 + 6{,}75)\, Q = -33{,}75\, Q$$

$$\max(-O_3) = -\frac{33{,}75}{1{,}475} Q = -22{,}88\, Q = -22{,}88 \,.\, 12{,}4 = -283{,}7\,\text{t}$$

$$\max(+O_3) = (-13{,}73 + 22{,}88)\, Q = 9{,}15\, Q = 9{,}15 \,.\, 14{,}3 = 130{,}8\,\text{t}.$$

Stab O_4. $$M = -(3 \,.\, 12 + 6{,}75)\, Q = -42{,}75\, Q$$

$$\max(-O_4) = -\frac{42{,}75}{2{,}205} Q = -19{,}39\, Q = -19{,}39 \,.\, 12{,}4 = -240{,}4\,\text{t}$$

$$\max(+O_4) = (-13{,}95 + 19{,}39)\, Q = 5{,}44\, Q = 5{,}44 \,.\, 14{,}3 = 77{,}8\,\text{t}.$$

Stab O_5. $$M = -(3 \,.\, 15 + 6{,}75)\, Q = -51{,}75\, Q$$

$$\max(-O_5) = -\frac{51{,}75}{3{,}110} Q = -16{,}62\, Q = -16{,}62 \,.\, 12{,}4 = -206{,}1\,\text{t}$$

$$\max(+O_5) = (-14{,}23 + 16{,}62)\, Q = 2{,}39\, Q = 2{,}39 \,.\, 14{,}3 = 34{,}2\,\text{t}.$$

Stab O_6. $$M = -(3 \,.\, 18 + 6{,}75)\, Q = -60{,}75\, Q$$

$$\max(-O_6) = -\frac{60{,}75}{4{,}167} Q = -14{,}58\, Q = -14{,}58 \,.\, 12{,}4 = -180{,}8\,\text{t}$$

$$\max(+O_6) = 0.$$

Untere Gurtung.

Der dem *Stabe* U_1 conjugirte Drehpunkt fällt mit dem Gelenkpunkte D zusammen. Da das Moment der äusseren Kräfte bezüglich dieses Punktes immer gleich Null ist, so wird auch die Spannung U_1 gleich Null sein.

Das Belastungsschema für die übrigen Untergurtstäbe zeigt Fig. 73. Das Maximum der Druckspannung, welches bei voller Belastung der Mittelöffnung und Entlastung der Nebenöffnung stattfindet, soll direct berechnet werden.

Die Gleichung 238 lautet in diesem Fall:

$$M = -3{,}00 \,.\, x \,.\, Q + 13{,}50 \,.\, y \,.\, Q = (-3x + 13{,}5\, y)\, Q.$$

Die Werthe y (vergl. Fig. 71) können aus den im Beispiel IX anfangs berechneten Ordinaten entnommen werden.

Stab U_2.

Es ist $x = 3$ und $y = 0{,}1111$, also:

$$M = (-3 \,.\, 3 + 13{,}5 \,.\, 0{,}1111)\, Q = -7{,}50\, Q.$$

Die Spannung U_2 ergiebt sich aus Gleichung 241. Der Hebelsarm u ist bereits im Beispiel IX (als Hebelsarm des Stabes O_2) ermittelt.

$$\max(+U_2) = \frac{7{,}50}{0{,}611}\, Q = 12{,}27\, Q = 12{,}27 \,.\, 12{,}4 = 152{,}1 \text{ t}.$$

Da bei voller Belastung der Brücke die Beanspruchung des Stabes U_2 gleich Null ist, so ergiebt sich für die grösste Zugspannung desselben:

$$\max(-U_2) = -12{,}27\, Q = -12{,}27 \,.\, 14{,}3 = -175{,}5 \text{ t}.$$

Stab U_3.

$$M = (-3 \,.\, 6 + 13{,}5 \,.\, 0{,}4444)\, Q = -12{,}00\, Q$$

$$\max(+U_3) = \frac{12{,}00}{0{,}944}\, Q = 12{,}71\, Q = 12{,}71 \,.\, 12{,}4 = 157{,}6 \text{ t}$$

$$\max(-U_3) = -12{,}71 \,.\, 14{,}3 = -181{,}8 \text{ t}.$$

Stab U_4.

$$M = (-3 \,.\, 9 + 13{,}5 \,.\, 1)\, Q = -13{,}50\, Q$$

$$\max(+U_4) = \frac{13{,}50}{1{,}5}\, Q = 9{,}00\, Q = 9{,}00 \,.\, 12{,}4 = 111{,}6 \text{ t}$$

$$\max(-U_4) = -9{,}00 \,.\, 14{,}3 = -128{,}7 \text{ t}.$$

Stab U_5.

$$M = (-3 \,.\, 12 + 13{,}5 \,.\, 1{,}7778)\, Q = -12{,}00\, Q$$

$$\max(+U_5) = \frac{12{,}00}{2{,}278}\, Q = 5{,}27\, Q = 5{,}27 \,.\, 12{,}4 = 65{,}3 \text{ t}$$

$$\max(-U_5) = -5{,}27 \,.\, 14{,}3 = -75{,}4 \text{ t}.$$

Stab U_6.

$$M = (-3 \,.\, 15 + 13{,}5 \,.\, 2{,}7778)\, Q = -7{,}50\, Q$$

$$\max(+U_6) = \frac{7{,}50}{3{,}278}\, Q = 2{,}29\, Q = 2{,}29 \,.\, 12{,}4 = 28{,}4 \text{ t}$$

$$\max(-U_6) = -2{,}29 \,.\, 14{,}3 = -32{,}7 \text{ t}.$$

Diagonalen.

Denkt man sich durch irgend eine Diagonale zum Zweck der Spannungsermittlung einen Schnitt geführt und die Spannung derselben als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Trägers einwirken, so erkennt man, dass alsdann diese Kraft um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers dreht. In den Belastungsschemen Fig. 75 bis 77 sind also für die Diagonalen die Zug- und Druckabtheilungen thatsächlich in der Weise anzunehmen, wie diese Figuren dieselben zeigen. In Gleichung 242 hat aus demselben Grunde das +Zeichen Gültigkeit.

Stab D_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der Graden AD. Das Belastungsschema für diesen Stab zeigt Fig. 77. Da die Belastungsscheide in der Nebenöffnung durch das fragliche Feld — im vorliegenden Falle durch das erste Feld — gebildet wird, eine linksseitige Druckabtheilung also nicht vorhanden ist, so wird das Maximum der Druckspannung bei Belastung der Mittelöffnung und vollständiger Entlastung der Nebenöffnung stattfinden. Für diesen Fall ergiebt sich nach Gleichung 238:

$$M = -3{,}00\,(-13{,}5)\,Q + 13{,}5\,(-0{,}5)\,Q = 33{,}75\,Q.$$

Die Spannung D_1 folgt aus Gleichung 242, in welcher das $+$Zeichen anzunehmen ist.

$$\max(+D_1) = \frac{33{,}75}{2{,}713}\,Q = 12{,}44\,Q = 12{,}44\,.\,12{,}4 = 154{,}3\text{ t}.$$

Bei voller Belastung der Brücke ist die Beanspruchung des Stabes D_1 gleich N 1; demnach hat man:

$$\max(-D_1) = -12{,}44\,Q = -12{,}44\,.\,14{,}3 = -177{,}9\text{ t}.$$

Stab D_2.

Das Belastungsschema zeigt Fig. 77; nach diesem sind zwei getrennte Druckabtheilungen vorhanden. Es erscheint am einfachsten das Maximum der Zugspannung direct zu ermitteln und später das Maximum der Druckspannung durch Umkehrung des Vorzeichens zu erhalten. Dieser Weg ist jedoch nicht zulässig. Da für die beiden Druckabtheilungen verschiedene spec. Belastungen in die Rechnung eingeführt werden müssen, so ist es erforderlich, den Einfluss dieser beiden belasteten Strecken gesondert zu ermitteln. Es wird also zunächst das Maximum der Druckspannung zu berechnen sein.

Belastung der Mittelöffnung.

$$M = -3{,}00\,(-2{,}5)\,Q + 13{,}5\,(-0{,}5)\,Q = 0{,}75\,Q$$

$$D_2 = \frac{0{,}75}{1{,}697}\,Q = 0{,}44\,Q = 0{,}44\,.\,12{,}4 = 5{,}5\text{ t}.$$

Linksseitige Belastung der Nebenöffnung.

In Gleichung 239 ist $\Sigma G_3\,(l-\xi) = 0$ und $\Sigma G_4\,\xi = Q\,.\,3$ zu setzen.

$$M = \frac{18 + 2{,}5}{18}\cdot 3\,Q = 3{,}42\,Q.$$

Da die von der Belastung der Mittelöffnung herrührenden Werthe V und H gleich Null anzunehmen sind, so folgt aus der Gleichung 238:

$$M = [M] = 3{,}42\,Q$$

$$D_2 = \frac{3{,}42}{1{,}697}\,Q = 2{,}02\,Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke beträgt ca. 4,5 m; demnach ist:

$$Q = 2{,}25\,.\,12{,}3 = 27{,}7\text{ t}$$

und

$$D_2 = 2{,}02\,.\,27{,}7 = 56{,}0\text{ t}$$

$$\max(+D_2) = 5{,}5 + 56{,}0 = 61{,}5\text{ t}.$$

Durch Umkehrung des Vorzeichens findet man:

$$\max(-D_2) = -(0{,}44 + 2{,}02)\,Q = -2{,}46\,Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 6{,}6 = 14{,}8 \text{ t}$$
$$\max(-D_2) = -2{,}46 \,.\, 14{,}8 = -36{,}4 \text{ t.}$$

Stab D_3.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt rechts von der durch D hindurch gehenden Kämpfervertikalen. Das Belastungsschema ist demnach der Fig. 75 entsprechend anzunehmen. Das Maximum der Zugspannung, welches bei voller Belastung der Mittelöffnung und Entlastung der Nebenöffnung stattfindet, soll direct berechnet werden.

$$M = -3{,}00 \,.\, x \,.\, Q + 13{,}50\,(-0{,}5)\,Q = -(3x + 6{,}75)\,Q$$

Im vorliegenden Falle ist $x = 0{,}9$, also:

$$M = -(3 \,.\, 0{,}9 + 6{,}75)\,Q = -9{,}45\,Q$$
$$\max(-D_3) = -\frac{9{,}45}{2{,}432}\,Q = -3{,}89\,Q = -3{,}89 \,.\, 12{,}4 = -48{,}2 \text{ t}$$
$$\max(+D_3) = 3{,}89\,Q = 3{,}89 \,.\, 14{,}3 = 55{,}6 \text{ t.}$$

Ebenso findet man die Spannungen der übrigen Diagonalen.

Stab D_4. $$M = -(3 \,.\, 3{,}214 + 6{,}75)\,Q = -16{,}39\,Q$$
$$\max(-D_4) = -\frac{16{,}39}{3{,}929}\,Q = -4{,}17\,Q = -4{,}17 \,.\, 12{,}4 = -51{,}7 \text{ t}$$
$$\max(+D_4) = 4{,}17 \,.\, 14{,}3 = 59{,}6 \text{ t.}$$

Stab D_5. $$M = -(3 \,.\, 5{,}167 + 6{,}75)\,Q = -22{,}25\,Q$$
$$\max(-D_5) = -\frac{22{,}25}{5{,}946}\,Q = -3{,}74\,Q = -3{,}74 \,.\, 12{,}4 = -46{,}4 \text{ t}$$
$$\max(+D_5) = 3{,}74 \,.\, 14{,}3 = 53{,}5 \text{ t.}$$

Stab D_6. $$M = -(3 \,.\, 6{,}954 + 6{,}75)\,Q = -27{,}61\,Q$$
$$\max(-D_6) = -\frac{27{,}61}{8{,}148}\,Q = -3{,}39\,Q = -3{,}39 \,.\, 12{,}4 = -42{,}0 \text{ t}$$
$$\max(+D_6) = 3{,}39 \,.\, 14{,}3 = 48{,}5 \text{ t.}$$

Vertikalen.

Stab C_0.

Im unteren Knotenpunkte der Kämpfervertikalen trifft diese nur mit dem Gurtungsstabe U_1 zusammen. Die Spannung in U_1 ist Null. Das Gleichgewicht der in diesem Knotenpunkte wirkenden Kräfte erfordert also, dass die Spannung der Vertikalen C_0 grade so gross ist, wie die im unteren Knotenpunkte angreifende Belastung. Demnach hat man:

$$\max(-C_0) = -\frac{Q}{2}.$$

Der Werth Q wird zum Maximum, wenn nur das erste Feld, also eine Strecke von 3 m Länge, belastet ist.

$$Q = 2{,}25 \,.\, 14{,}7 = 33{,}1 \text{ t}$$
$$\max(-C_0) = -\frac{33{,}1}{2} = -16{,}6 \text{ t}$$
$$\max(+C_0) = 0.$$

Stab C_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile ist der nämliche wie der dem Dingonalstabe D_1 conjugirte Drehpunkt. Das Belastungsschema ergiebt sich also nach Fig. 77. Denkt man sich durch die Vertikale C_1 einen Schnitt geführt in der Weise, dass nur noch zwei weitere Constructionstheile (die Stäbe O_1 und U_2) getroffen werden, und die Spannung C_1 als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Trägers einwirken, so erkennt man, dass alsdann diese Kraft um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Sinne des Uhrzeigers dreht. Im Belastungsschema Fig. 77 sind also die Worte „Druck" und „Zug" mit einander zu vertauschen.

Es soll das Maximum der Zugspannung, welches bei Belastung der Mittelöffnung und des linksseitigen Theils der Nebenöffnung auftritt, direct berechnet werden.

Belastung der Mittelöffnung.

Das von dieser Belastung herrührende Moment M bezüglich des fraglichen Drehpunktes ist bereits bei Berechnung der Diagonalen D_1 ermittelt. Man fand

$$M = 33{,}75\, Q.$$

Die Spannung C_1 ergiebt sich aus Gleichung 242, in welcher der angefügten Erklärung zufolge das —Zeichen Gültigkeit hat.

$$C_1 = -\frac{33{,}75}{3 + 13{,}5} Q = -2{,}05\, Q = -2{,}05 \,.\, 12{,}4 = -25{,}3 \text{ t}.$$

Linksseitige Belastung der Nebenöffnung.

Der zum Zweck der Spannungsermittlung durch C_1 zu führende Schnitt trifft die untere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, im 2ten Felde. Dieses ist also im vorliegenden Falle als Belastungsscheide anzunehmen. In Gleichung 239 ist $\Sigma G_3 (l - \xi) = 0$ und $\Sigma G_4 \xi = Q \,.\, 3$ zu setzen.

$$[M] = \frac{18 + 13{,}5}{18} \cdot 3\, Q = 5{,}25\, Q.$$

Aus Gleichung 238 folgt $M = [M]$, also:

$$C_1 = -\frac{5{,}25}{3 + 13{,}5} Q = -0{,}32\, Q.$$

Die Länge der belasteten Strecke ist ca. 4,5 m.

$$Q = 2{,}25 \,.\, 12{,}3 = 27{,}7 \text{ t}$$
$$C_1 = -0{,}32 \,.\, 27{,}7 = -8{,}9 \text{ t}$$
$$\max(-C_1) = -25{,}3 - 8{,}9 = -34{,}2 \text{ t}.$$

Bei totaler Belastung der Brücke ist $C_1 = -Q$. Demnach findet man:

$$\max(+C_1) = (-1 + 2{,}05 + 0{,}32)\, Q = 1{,}37\, Q$$
$$Q = 2{,}25 \,.\, 6{,}6 = 14{,}8 \text{ t}$$
$$\max(+C_1) = 1{,}37 \,.\, 14{,}8 = 20{,}3 \text{ t}.$$

Stab C_2.

Ganz entsprechend der Berechnung des Stabes C_1 gestaltet sich diejenige des Stabes C_2. Die Belastungsscheide in der Nebenöffnung wird durch das 3te Feld gebildet.

Belastung der Mittelöffnung.

$$M = 0{,}75\, Q$$

$$C_2 = -\frac{0{,}75}{2 \,.\, 3 + 2{,}5} Q = -0{,}09\, Q = -0{,}09 \,.\, 12{,}4 = -1{,}1 \text{ t}.$$

Linksseitige Belastung der Nebenöffnung.

$$[M] = \frac{18 + 2{,}5}{18} \cdot 4{,}5 \cdot 2Q = 10{,}25\, Q$$

$$C_2 = - \frac{10{,}25}{2 \,.\, 3 + 2{,}5}\, Q = - 1{,}21\, Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 8{,}8 = 19{,}8 \text{ t}$$

$$C_2 = - 1{,}21 \,.\, 19{,}8 = - 24{,}0 \text{ t}$$

$$\max(- C_2) = - 1{,}1 - 24{,}0 = - 25{,}1 \text{ t}$$

$$\max(+ C_2) = (- 1 + 0{,}09 + 1{,}21)\, Q = 0{,}30\, Q$$

$$Q = 2{,}25 \,.\, 7{,}6 = 17{,}1 \text{ t}$$

$$\max(+ C_2) = 0{,}30 \,.\, 17{,}1 = 5{,}1 \text{ t.}$$

Stab C_3.

Für diese und die folgenden Vertikalstangen ist das Belastungsschema nach Fig. 75, in welchem die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen sind, anzunehmen. Das Maximum der Druckspannung, welches bei Belastung der Mittelöffnung auftritt, soll direct berechnet werden. Die Momente M bezüglich der fraglichen Drehpunkte sind für diese Belastungsart bereits bei Berechnung gleichbenannter Diagonalen gefunden.

$$\max(+ C_3) = \frac{9{,}45}{3 \,.\, 3 - 0{,}9}\, Q = 1{,}17\, Q = 1{,}17 \,.\, 12{,}4 = 14{,}5 \text{ t}$$

$$\max(- C_3) = (- 1 - 1{,}17)\, Q = - 2{,}17\, Q = - 2{,}17 \,.\, 14{,}3 = - 31{,}0 \text{ t.}$$

Stab C_4.

$$\max(+ C_4) = \frac{16{,}39}{4 \,.\, 3 - 3{,}214}\, Q = 1{,}87\, Q = 1{,}87 \,.\, 12{,}1 = 23{,}2 \text{ t}$$

$$\max(- C_4) = (- 1 - 1{,}87)\, Q = - 2{,}87\, Q = - 2{,}87 \,.\, 14{,}3 = - 41{,}0 \text{ t.}$$

Stab C_5.

$$\max(+ C_5) = \frac{22{,}25}{5 \,.\, 3 - 5{,}167}\, Q = 2{,}26\, Q = 2{,}26 \,.\, 12{,}1 = 28{,}0 \text{ t}$$

$$\max(- C_5) = (- 1 - 2{,}26)\, Q = - 3{,}26\, Q = - 3{,}26 \,.\, 14{,}3 = - 46{,}6 \text{ t.}$$

Stab C_6.

$$\max(+ C_6) = \frac{27{,}61}{6 \,.\, 3 - 6{,}954}\, Q = 2{,}50\, Q = 2{,}50 \,.\, 12{,}4 = 31{,}0 \text{ t}$$

$$\max(- C_6) = (- 0{,}5 - 2{,}50)\, Q = - 3{,}00\, Q = - 3{,}00 \,.\, 14{,}3 = - 42{,}9 \text{ t.}$$

Schliesslich ist es noch erforderlich, für die oberen Gurtstücke und die Vertikalstangen die in Folge der permanenten und mobilen Last auftretenden Spannungen zu summiren. Es ergiebt sich:

$\max(+ O_1) = - 36{,}5 + 175{,}6 = 139{,}1$ t	$\max(- O_1) = - 36{,}5 - 319{,}7 = - 356{,}2$ t
$\max(+ O_2) = - 36{,}7 + 183{,}0 = 146{,}3$ „	$\max(- O_2) = - 36{,}7 - 327{,}2 = - 363{,}9$ „
$\max(+ O_3) = - 37{,}1 + 130{,}8 = 93{,}7$ „	$\max(- O_3) = - 37{,}1 - 283{,}7 = - 320{,}8$ „
$\max(+ O_4) = - 37{,}7 + 77{,}8 = 40{,}1$ „	$\max(- O_4) = - 37{,}7 - 240{,}4 = - 278{,}1$ „
$\max(+ O_5) = - 38{,}4 + 34{,}2 = - 4{,}2$ „	$\max(- O_5) = - 38{,}4 - 206{,}1 = - 244{,}5$ „
$\max(+ O_6) = - 39{,}4 = - 39{,}4$ „	$\max(- O_6) = - 39{,}4 - 180{,}8 = - 220{,}2$ „
$\max(+ C_0) = - 0{,}9 = - 0{,}9$ t	$\max(- C_0) = - 0{,}9 - 16{,}6 = - 17{,}5$ t
$\max(+ C_1) = - 1{,}7 + 20{,}3 = 18{,}6$ „	$\max(- C_1) = - 1{,}7 - 34{,}2 = - 35{,}9$ „

$\max(+C_2) = -1{,}7 + 5{,}1 = 3{,}4\,t$ $\max(-C_2) = -1{,}7 - 25{,}1 = -26{,}8\,t$

$\max(+C_3) = -1{,}7 + 14{,}5 = 12{,}8$ " $\max(-C_3) = -1{,}7 - 31{,}0 = -32{,}7$ "

$\max(+C_4) = -1{,}7 + 23{,}2 = 21{,}5$ " $\max(-C_4) = -1{,}7 - 41{,}0 = -42{,}7$ "

$\max(+C_5) = -1{,}7 + 28{,}0 = 26{,}3$ " $\max(-C_5) = -1{,}7 - 46{,}6 = -48{,}3$ "

$\max(+C_6) = -0{,}9 + 31{,}0 = 30{,}1$ " $\max(-C_6) = -0{,}9 - 42{,}9 = -43{,}8$ "

Sämmtliche Spannungen sind in Fig. 3 Taf 15 zusammengestellt.

Die weitere Ermittlung der zulässigen spec. Spannungen aus diesen Grenzwerthen, sowie die Bestimmung der erforderlichen Querschnitte ist genau ebenso durchzuführen, wie solches im Beispiel III geschehen ist. Es sind deshalb diese Rechnungen hier nicht weiter verfolgt.

Beispiel XIV.

Es soll dieselbe Hängebrücke, welche im vorigen Beispiele behandelt wurde, jetzt unter Annahme einer *mobilen Belastung durch ein System von Einzellasten* berechnet werden.

Man bestimmt zunächst in derselben Weise wie bei der vorigen Aufgabe die geometrische Form des Trägers, berechnet die Coordinaten der Knotenpunkte, sodann die Abscissen der Schnittpunkte entsprechender Gurtlinien und ferner die Hebelsarme der verschiedenen Fachwerkstäbe.

Die approximative Bestimmung des Eigengewichts ist genau so wie im Beispiele XIII durchzuführen.

Die für die Berechnung der Hauptbrücke im vorigen Beispiel gemachten Ausführungen behalten auch hier ihre Gültigkeit. Es wird demnach die Ermittlung der Stabspannungen in diesem mittleren Theil der Brücke unter Annahme einer mobilen Belastung durch ein System von Einzellasten grade so durchzuführen sein, wie solches im Beispiel X geschehen ist. Denkt man sich die im Beispiel X behandelte Bogenbrücke um eine horizontale Grade umgeschlagen und sodann den Sinn sämmtlicher äusseren Kräfte und Spannungen umgekehrt, so erhält man die Hauptbrücke des im vorliegenden Beispiel zu berechnenden Trägers. Die Spannungen desselben sind in Fig. 4 Taf. 15 zusammengestellt; die dort gegebenen Zahlen wurden durch Umkehrung der Vorzeichen aus den im Beispiel X berechneten Spannungen gewonnen.

Es erübrigt die Berechnung eines Nebenträgers durchzusprechen. Die Spannungen, welche in Folge des Eigengewichts auftreten, können genau in derselben Weise gefunden werden, wie solches im vorigen Beispiele durchgeführt ist. Die Rechnungen sollen an dieser Stelle nicht wiederholt werden. Bis zu dem Abschnitt „mobile Belastung“ auf S. 342 sind die im Beispiel XIII angestellten Berechnungen auch hier gültig und anwendbar.

Mobile Belastung durch ein System von Einzellasten.

Der Träger ist in Fig. 1 Taf. 15 verzeichnet. Das Lastsystem besteht den Angaben des § 7 zufolge aus 3 Locomotiven nebst Tendern und angehängten Güterwagen; die Entfernungen und Grössen der Einzellasten ergeben sich aus den Fig. 21

und 22 des § 7. Es ist empfehlenswerth, sich einen Papierstreifen anzufertigen, auf welchen das Lastsystem im nämlichen Längenmaassstabe, in dem die Brücke gezeichnet wurde, aufzutragen ist. Man wird gut thun, auf der einen Seite des Papierstreifens das Lastsystem für einen von links nach rechts, auf der andern Seite das System für einen von rechts nach links vorrückenden Eisenbahnzug anzugeben. Ferner ist die Entfernung der Einzellasten, sowie die Grösse und Nummer derselben auf dem Streifen zu bemerken. Ein Stück eines solchen Papierstreifens ist auf S. 156 verzeichnet. Derselbe muss mindestens die Länge des ganzen Trägers haben. Im vorliegenden Falle sind die Lasten 1 bis 15 auf demselben anzugeben.

Die Einzellasten sind in Rücksicht auf Stösse etc. mit ihrer $1\frac{1}{2}$fachen Grösse in die Rechnung einzuführen. Es entfällt auf jeden der beiden Hauptträger die Hälfte dieser Werthe. In Folge dessen ist der Druck einer Locomotivaxe mit $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 13$ t und der Druck einer Tenderaxe mit $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9$ t in die Rechnung einzusetzen. Da diese Zahlen etwas unbequem werden, so soll die Berechnung unter Annahme der Werthe 13, resp. 9 t durchgeführt werden. Später sind dann die Spannungen noch mit der Grösse

$$1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

zu multipliciren.

Nach den Ausführungen des § 31 ist es erforderlich, zunächst die von der Belastung der Mittelöffnung herrührenden Werthe V und H zu berechnen. Die ungünstigste Stellung des Lastsystems innerhalb der Mittelöffnung wird nach der Ungleichung 245 gefunden; dieselbe besagt, dass die Belastung auf beiden Hälften der Hauptbrücke möglichst die gleiche sein muss. Hiernach kann man direct angeben, dass die Stellung des Systems dann die ungünstigste ist, wenn ein von rechts nach links vorrückender Zug, welcher aus den Lasten 1 bis 15 besteht, derart auf der Hauptbrücke placirt ist, dass Last 8 desselben im Scheitelpunkte angreift.

Die Werthe H und V für diese Laststellung ergeben sich aus den Gleichungen 236 und 237. Es sollen immer je drei zusammengehörige Axen durch ihre Resultante ersetzt werden. Nur die Lasten 7, 8 und 9 müssen einzeln in Rechnung gestellt werden, da dieselben zum Theil der rechtsseitigen, zum Theil der linksseitigen Brückenhälfte angehören. Die Gleichungen 236 und 237 lauten dann:

$$H = \frac{1}{2 \cdot 4}\left[3 \cdot 13 \cdot 4 + 3 \cdot 9 \cdot 11{,}2 + 13(16{,}7 + 18 + 16{,}7) + 3 \cdot 9 \cdot 10{,}8 + 3 \cdot 13 \cdot 4\right] = 196{,}78 \text{ t.}$$

$$V = \frac{1}{2 \cdot 18}\left[3 \cdot 13 \cdot 4 + 3 \cdot 9 \cdot 11{,}2 + 13(16{,}7 + 18 + 16{,}7) + 3 \cdot 9 \cdot 10{,}8 + 3 \cdot 13 \cdot 4\right] = 43{,}73 \text{ t.}$$

Nunmehr kann zur Bestimmung der Stabspannungen übergegangen werden.

Obere Gurtung.

Stab O_1.

Das Belastungsschema ergiebt sich aus Fig. 72. Das Maximum der Druckspannung findet bei Belastung der Nebenöffnung, das Maximum der Zugspannung bei Belastung der Mittelöffnung statt.

Maximum der Druckspannung (s. Fig. 80).

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile ist der Knotenpunkt 1. Auf den Seitenträger müssen möglichst viele Lasten einwirken, die grössten Raddrücke sind in der Nähe des Knotenpunktes 1 zu gruppiren und muss einer derselben in diesem Knotenpunkte selbst angreifen. Es lässt sich hiernach vermuthen, dass Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 9 besteht, am Knotenpunkte 1 liegen muss. Mit Hülfe der Ungleichung 246 kann diese Frage in schärferer Weise entschieden werden.

Zunächst ist zu bemerken, dass Last 9 bei der vorläufig angenommenen Laststellung bereits innerhalb der Mittelöffnung angreift. Da diese Last jedoch sehr nahe zum Auflagerpunkte A steht, in Folge dessen der Einfluss derselben nur ein geringer sein wird, so erscheint es zulässig, diese Last nicht mit in Rechnung zu ziehen. Der dadurch verursachte kleine Fehler ist um so weniger bedenklich, als durch denselben die gesuchte Spannung um ein Geringes zu gross ausfallen wird.

Nimmt man nun an, Last 2 läge unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 1, so wird $\mathfrak{R}_3 = 4 . 13 + 3 . 9 = 79$ t und $\mathfrak{R}_1 = 13$ t sein. Der in der Ungleichung 246 vorkommende Ausdruck $\frac{x}{l-x}$ ist $\frac{3}{18-3} = \frac{1}{5}\cdot$ Demnach heisst die rechte Seite besagter Ungleichung:

$$\frac{1}{5} \cdot 79 = 15{,}8$$

und man erkennt, dass der in dieser Ungleichung enthaltenen Bedingung noch genügt wird. Ueberschreitet nun aber Last 2 den Knotenpunkt 1, so wird $\mathfrak{R}_3 = 3 . 13 + 3 . 9 = 66$ t und $\mathfrak{R}_1 = 2 . 13 = 26$ t. Es ist $\frac{1}{5} \cdot 66 = 13{,}2$, und ist nunmehr die Ungleichung 246 nicht mehr erfüllt. Hieraus ist zu schliessen, dass thatsächlich Last 2 am Knotenpunkte 1 angeordnet werden muss, um im Stabe O_1 das Maximum der Druckspannung zu erreichen.

Für diese Laststellung ergiebt sich das Moment $[M]$ aus der Gleichung 239. Dieselbe lautet:

$$[M] = \frac{3}{18}\left[13\,(1 + 2{,}3) + 3 . 9 . 8{,}2 + 13\,(13{,}7 + 15)\right] + \frac{18-3}{18} \cdot 13 . 1{,}7 = 124{,}6 \text{ tm.}$$

Da die Mittelöffnung als nicht belastet angenommen ist, die Werthe H und V also Null sind, so lautet Gleichung 238:

$$M = [M] = 124{,}6 \text{ tm.}$$

Die Spannung O_1 ergiebt sich aus Gleichung 240. Der Hebelsarm o wurde bereits im Beispiel IX (als Hebelsarm des Stabes U_1) berechnet.

$$\max(+O_1) = \frac{124{,}6}{0{,}611} = 203{,}9 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Die Mittelöffnung ist als belastet, die Nebenöffnung als entlastet anzunehmen. Gleichung 238 lautet für diesen Fall:

$$M = -Vx + Hy.$$

Die Werthe V und H sind bereits oben ermittelt. Demnach ist:

$$M = -43{,}73\,x + 196{,}78\,(-0{,}5) = -43{,}73\,x - 98{,}39.$$

Da im vorliegenden Fall $x = 3$ ist, so wird

$$M = -43{,}73 . 3 - 98{,}39 = -229{,}6 \text{ tm.}$$

Aus Gleichung 240 ergiebt sich sodann:

$$\max(-O_1) = -\frac{229{,}6}{0{,}611} = -375{,}8 \text{ t.}$$

Stab O_2.

Maximum der Druckspannung.

Ein von rechts nach links vorrückender Zug, welcher die Axen bis incl. Last 12 enthält, ist derartig anzuordnen, dass Last 8 am Knotenpunkte 2 angreift.

$$[M] = \frac{6}{18}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 5{,}_2 + 13\,(10{,}_7 + 12)\right] + \frac{18-6}{18}\left[13 \,.\, 4{,}_7 + 9 \,.\, 0{,}_3\right] = 187{,}_7 \text{ tm}$$

$$\max(+O_2) = \frac{187{,}_7}{0{,}_{938}} = 200{,}_1 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

$$M = -43{,}_{73} \,.\, 6 - 98{,}_{39} = -360{,}_8 \text{ tm}$$

$$\max(-O_2) = -\frac{360{,}_8}{1{,}_{938}} = -384{,}_7 \text{ t.}$$

Stab O_3.

Maximum der Druckspannung.

Last 8 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher die Axen bis incl. Last 12 enthält, ist am Knotenpunkte 3 anzuordnen.

$$[M] = \frac{9}{18}\left[3 \,.\, 9 \,.\, 2{,}_2 + 13\,(7{,}_7 + 9)\right] + \frac{18-9}{18}\left[13 \,.\, 7{,}_7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 1{,}_8)\right] = 212{,}_6 \text{ tm}$$

$$\max(+O_3) = \frac{212{,}_6}{1{,}_{475}} = 144{,}_1 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

$$M = -43{,}_{73} \,.\, 9 - 98{,}_{39} = -492{,}_0 \text{ tm}$$

$$\max(-O_3) = -\frac{492{,}_0}{1{,}_{475}} = -333{,}_6 \text{ t.}$$

Stab O_4.

Maximum der Druckspannung.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile ist der Knotenpunkt 4. Derselbe ist in der Seitenöffnung symmetrisch zum Knotenpunkte 2 gelegen. Das Moment $[M]$ bezüglich des Knotenpunktes 4 wird zum Maximum werden, wenn die Laststellung symmetrisch zu derjenigen angenommen wird, welche für den Punkt 2 das Maximalmoment bedingte und wird unter dieser Annahme das Moment $[M]$ selbst im Knotenpunkte 4 den nämlichen Werth wie das Moment im Knotenpunkte 2 haben. Letzteres ist bei Berechnung des Stabes O_2 bereits gefunden. Es wird also für den Stab O_4 ebenfalls

$$[M] = 187{,}_7 \text{ tm}$$

anzunehmen sein.

Es wird diese Folgerung noch klarer, wenn man bedenkt, dass der Nebenträger, so lange dieser allein belastet ist, sich vollständig wie ein Balkenträger auf 2 Stützen verhält.

$$\max(+O_4) = \frac{187{,}_7}{2{,}_{205}} = 85{,}_1 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

$$M = -43{,}_{73} \,.\, 12 - 98{,}_{39} = -623{,}_1 \text{ tm}$$

$$\max(-O_4) = -\frac{623{,}_1}{2{,}_{205}} = -282{,}_6 \text{ t.}$$

Stab O_5.

Maximum der Druckspannung.

Moment $[M]$ bei Berechnung des Stabes O_1 gefunden.

$$\max(+O_5) = \frac{124{,}6}{3{,}110} = 40{,}1 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

$$M = -43{,}73 \, . \, 15 - 98{,}39 = -754{,}3 \text{ tm}$$

$$\max(-O_5) = -\frac{754{,}3}{3{,}110} = -242{,}5 \text{ t.}$$

Stab O_6.

Maximum der Druckspannung.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile fällt mit dem Knotenpunkte 6 zusammen. Für diesen ist, wenn nur die Seitenöffnung belastet wird, das Moment $[M] = 0$. Hieraus folgt

$$\max(+O_6) = 0.$$

Maximum der Zugspannung.

$$M = -43{,}73 \, . \, 18 - 98{,}39 = -885{,}8 \text{ tm}$$

$$\max(-O_6) = -\frac{885{,}5}{4{,}167} \doteq -212{,}5 \text{ t.}$$

Untere Gurtung.

Stab U_1.

Der dem Stab U_1 conjugirte Drehpunkt fällt mit dem Gelenkpunkte D zusammen. Da das Moment der äusseren Kräfte bezüglich dieses Punktes immer gleich Null ist, so wird auch die Spannung U_1 gleich Null sein.

Stab U_2.

Das Belastungsschema ergiebt sich nach Fig. 73. Das Maximum der Druckspannung findet bei Belastung der Mittelöffnung, das Maximum der Zugspannung bei Belastung der Nebenöffnung statt.

Maximum der Druckspannung.

Es wird nach Gleichung 238:

$$M = -Vx + Hy.$$

Die Werthe y (vergl. Fig. 71) können aus den im Beispiel IX anfangs berechneten Ordinaten entnommen werden.

$$M = -43{,}73 \, . \, 3 + 196{,}78 \, . \, 0{,}1111 = -109{,}3 \text{ tm.}$$

Die Berechnung der Spannung erfolgt nach Gleichung 241. Der Hebelsarm u ist bereits im Beispiel IX (als Hebelsarm des Stabes O_2) ermittelt.

$$\max(+U_2) = \frac{109{,}3}{0{,}611} \doteq 178{,}9 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung (s. Fig. 81).

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile ist der Knotenpunkt 1. Die ungünstigste Zugstellung wird ermittelt mit Hülfe der Ungleichung 248. Man erkennt, dass diese mit der Ungleichung 246 identisch ist. Der Ausdruck $(\mathfrak{R}_3 + \mathfrak{G})$ in Ungleichung 248 bedeutet die Summe der Lasten, welche rechts vom geschnittenen Felde und innerhalb dieses Feldes angreifen. Der durch U_2 zum Zweck der Spannungsermittlung zu führende Schnitt trifft natürlich das zweite Feld. Es bedeutet demnach $(\mathfrak{R}_3 + \mathfrak{G})$ die Summe aller Lasten rechts vom Knotenpunkte 1. In Ungleichung 246 ist diese Summe durch die Resultante $\mathfrak{R}_3$ dargestellt. Es wird demnach thatsächlich die ungünstigste Laststellung die nämliche sein, wie die, welche bereits bei Berechnung des Stabes O_1 gefunden wurde. Natürlich hat dann auch das Moment $[M]$ den an jener Stelle bereits berechneten Werth.

$$[M] = 124{,}6 \text{ tm}$$

$$\max(-U_2) = -\frac{124{,}6}{0{,}611} = -203{,}9 \text{ t.}$$

Genau in derselben Weise werden die Spannungen der übrigen Untergurtstäbe ermittelt. Die Momente $[M]$, welche durch die, die Maximalzugspannungen bedingenden Laststellungen hervorgerufen werden, sind aus den Berechnungen der Obergurtstäbe zu entnehmen.

Stab U_3. $M = -43{,}73 \cdot 6 + 196{,}78 \cdot 0{,}4444 = -174{,}9 \text{ tm}$

$$\max(+U_3) = \frac{174{,}9}{0{,}944} = 185{,}3 \text{ t}$$

$$\max(-U_3) = -\frac{187{,}7}{0{,}944} = -198{,}8 \text{ t.}$$

Stab U_4. $M = -43{,}73 \cdot 9 + 196{,}78 \cdot 1{,}0000 = -196{,}8 \text{ tm}$

$$\max(+U_4) = \frac{196{,}8}{1{,}5} = 131{,}2 \text{ t}$$

$$\max(-U_4) = -\frac{212{,}6}{1{,}5} = -141{,}7 \text{ t.}$$

Stab U_5. $M = -43{,}73 \cdot 12 + 196{,}78 \cdot 1{,}7778 = -174{,}9 \text{ tm}$

$$\max(+U_5) = \frac{174{,}9}{2{,}278} = 76{,}8 \text{ t}$$

$$\max(-U_5) = -\frac{187{,}7}{2{,}278} = -82{,}4 \text{ t.}$$

Stab U_6. $M = -43{,}73 \cdot 15 + 196{,}78 \cdot 2{,}7778 = -109{,}3 \text{ tm}$

$$\max(+U_6) = \frac{109{,}3}{3{,}278} = 33{,}3 \text{ t}$$

$$\max(-U_6) = -\frac{124{,}6}{3{,}278} = -38{,}0 \text{ t.}$$

Diagonalen.

Denkt man sich durch irgend eine Diagonale zum Zweck der Spannungsermittlung einen Schnitt geführt und die Spannung derselben als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Trägers einwirken, so erkennt man, dass alsdann diese Kraft um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers dreht. In den Belastungsschemen Fig. 75 bis 77, 82 und 83 sind also für die Diagonalen die Zug- und Druckabtheilungen thatsächlich in der Weise anzunehmen, wie diese Figuren dieselben zeigen. In Gleichung 242 hat aus demselben Grunde das +Zeichen Gültigkeit.

Stab D_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt oberhalb der Graden AD. Das Belastungsschema für diesen Stab zeigt Fig. 77. Da die Belastungsscheide in der Nebenöffnung durch das fragliche Feld — im vorliegenden Falle durch das erste Feld — gebildet wird, so ist eine linksseitige Druckabtheilung nicht vorhanden.

Maximum der Druckspannung.

Das Maximum der Druckspannung findet bei Belastung der Mittelöffnung statt. Das Moment der äusseren Kräfte ist für diesen Fall nach Gleichung 238:

$$M = -43{,}73\,(-13{,}5) + 196{,}78\,(-0{,}5) = 492{,}0 \text{ tm}.$$

Die Spannung D_1 ergiebt sich aus Gleichung 242, in welcher das $+$Zeichen als gültig anzunehmen ist.

$$\max(+D_1) = \frac{492{,}0}{2{,}713} = 181{,}3 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung (s. Fig. 83).

Der Eisenbahnzug ist, vom Mittelpfeiler A kommend, bis in das 1ste Feld der Nebenöffnung vorzuschieben; eine der ersten Lasten muss im Knotenpunkte 1 angreifen. Es lässt sich vermuthen, dass Last 2 eines Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 9 besteht, am Knotenpunkte 1 liegen muss. Mit Hülfe der Ungleichung 252 kann man sich hierüber Gewissheit verschaffen.

Es sei zunächst bemerkt, dass wieder, wie bei Berechnung des Stabes O_1, die Last 9, welche bei der vorläufig angenommenen Zugstellung in der Mittelöffnung der Brücke zu liegen kommt, vernachlässigt werden soll.

Wirkt nun Last 2 unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 1, so wird $\mathfrak{G} = 13$ t und $\mathfrak{R}_3 = 4 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 79$ t. Ueber die Bedeutung der in Ungleichung 252 vorkommenden Bezeichnungen s. Fig. 83. Es wird im vorliegenden Fall:

$$\lambda \frac{x}{i\,l - \lambda x} = 3 \cdot \frac{13{,}5}{13{,}5 \,.\, 18 - 3 \,.\, 13{,}5} = 0{,}2.$$

Da $0{,}2 \,.\, 79 = 15{,}8$ ist, so wird, wie man erkennt, der in Ungleichung 252 enthaltenen Bedingung bei dieser Laststellung noch genügt. Ueberschreitet nun Last 2 den Knotenpunkt 1, so wird $\mathfrak{G} = 2 \,.\, 13 = 26$ t und $\mathfrak{R}_3 = 3 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 66$ t. Es ist $0{,}2 \,.\, 66 = 13{,}2$. Nun ist die Ungleichung 252 nicht mehr erfüllt und hieraus kann man schliessen, dass thatsächlich Last 2 am Knotenpunkte 1 angeordnet werden muss, um in D_1 das Maximum der Zugspannung zu erreichen.

Für diese Laststellung ergiebt sich das Moment $[M]$ aus der Gleichung 239. Bei Aufstellung dieser Gleichung ist darauf zu achten, dass Last 1 innerhalb des geschnittenen Feldes angreift. Es wird den der Gleichung 239 angefügten Erläuterungen zufolge erforderlich sein, diese Kraft in ihre am rechtsseitigen resp. linksseitigen Knotenpunkte des fraglichen Feldes zur Wirkung kommenden Componenten zu zerlegen, und erstere den Lasten G_3, letztere den Lasten G_4 zuzuzählen. Die von der Last 1 am Knotenpunkte 0 angreifende Componente hat im vorliegenden Fall überhaupt keinen Einfluss; die auf den Knotenpunkt 1 entfallende Componente ist $13 \cdot \frac{1{,}7}{3}$ t. Es lautet demnach Gleichung 239:

$$[M] = \frac{-13{,}5}{18} \left[13 \frac{1{,}7}{3} \cdot 15 + 13\,(15 + 13{,}7) + 3 \,.\, 9 \,.\, 8{,}2 + 13\,(2{,}3 + 1) \right] = -560{,}9 \text{ tm}.$$

Aus Gleichung 238 folgt: $M=[M]$; es ist also:

$$\max(-D_1)=-\frac{560{,}9}{2{,}713}=-206{,}7\text{ t.}$$

Stab D_2.

Das Belastungsschema zeigt Fig. 77. Nach diesem sind zwei getrennte Druckabtheilungen vorhanden.

Maximum der Druckspannung.

Belastung der Mittelöffnung.

$$M=-43{,}73\,(-2{,}5)+196{,}78\,(-0{,}5)=10{,}9\text{ tm}$$

$$D_2=\frac{10{,}9}{1{,}697}=6{,}4\text{ t.}$$

Linksseitige Belastung der Nebenöffnung (s. Fig. 83).

Der Zug ist vom linksseitigen Auflager kommend bis in das 2te Feld vorzuschieben. Eine der ersten Axen muss im Knotenpunkte 1 angreifen. Es ist zu vermuthen, dass Last 2 am Knotenpunkte 1 angeordnet werden muss. Die Ungleichung 251 giebt hierauf exacte Antwort.

Liegt Last 2 unmittelbar links vom Knotenpunkte 1, so ist $\mathfrak{G}=13$ t und $\mathfrak{K}_1=2\,.\,13=26$ t. Ferner ist der in Ungleichung 251 vorkommende Ausdruck

$$\lambda\,\frac{l+x}{il-\lambda x}=3\,\frac{18+2{,}5}{5{,}5\,.\,18-3\,.\,2{,}5}=0{,}67.$$

Da $0{,}67\,.\,26=17{,}4$ ist, so wird, wie man erkennt, bei dieser Laststellung die in Ungleichung 251 enthaltene Bedingung noch erfüllt sein. Ueberschreitet nun aber Last 2 den Knotenpunkt 1, so wird $\mathfrak{G}=26$ t und $\mathfrak{K}_1=13$ t; dann ist, wie sofort zu übersehen, die fragliche Ungleichung nicht mehr erfüllt, und hieraus folgt, dass thatsächlich Last 2 am Knotenpunkte 1 angeordnet werden muss.

Das Moment $[M]$ ergiebt sich wieder aus Gleichung 239. Last 1 liegt innerhalb des geschnittenen Feldes, muss also in ihre auf die benachbarten Knotenpunkte entfallenden Componenten zerlegt werden. Die im Knotenpunkte 2 zur Wirkung gelangende Componente $13\cdot\frac{1{,}3}{3}$ t ist als rechts vom fraglichen Schnitt liegend zu betrachten.

$$[M]=\frac{-2{,}5}{18}\cdot 13\cdot\frac{1{,}3}{3}\cdot 12+\frac{18+2{,}5}{18}\left[13\,\frac{1{,}7}{3}\cdot 3+13\,(3+1{,}7)\right]=85{,}4\text{ tm}$$

$$D_2=\frac{85{,}4}{1{,}697}=50{,}3\text{ t}$$

$$\max(+D_2)=6{,}4+50{,}3=56{,}7\text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Die Berechnung ist in derselben Weise wie beim Stabe D_1 durchzuführen. Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 6 besteht, muss am Knotenpunkte 2 angeordnet werden.

$$[M]=\frac{-2{,}5}{18}\left[3\,.\,13\,.\,10{,}7+3\,.\,9\,.\,3{,}9\right]=-72{,}6\text{ tm}$$

$$\max(-D_2)=-\frac{72{,}6}{1{,}697}=-42{,}8\text{ t.}$$

Stab D_3.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile liegt rechts von der durch D hindurch gehenden Kämpfervertikalen. Das Belastungsschema zeigt Fig. 75. Das Maximum der Druckspannung wird bei Belastung der Nebenöffnung, das Maximum der Zugspannung bei Belastung der Mittelöffnung erreicht.

Maximum der Druckspannung.

Nach den Ausführungen, welche auf S. 72 im Anschluss an Fig. 82 gemacht sind, werden die grössten Lasten in der Nähe des linksseitigen Knotenpunktes des fraglichen Feldes, also des Knotenpunktes 2, anzuordnen sein. Es lässt sich vermuthen, dass Last 2 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Lasten 1 bis 6 besteht, am Knotenpunkte 2 liegen muss. Die Ungleichung 250 giebt hierüber in schärferer Weise Aufschluss.

Liegt Last 2 unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 2, so ist $\mathfrak{R}_4 = 13$ t, $\mathfrak{G} = 2 . 13 = 26$ t und $\mathfrak{R}_3 = 3 . 9 = 27$ t. Die rechte Seite der Ungleichung 250 lautet also:

$$\frac{27 . 0{,}9 + 26\left(0{,}9 + 18 \cdot \frac{5{,}1}{3}\right)}{18 - 0{,}9} = 49.$$

Man erkennt, dass die in der fraglichen Ungleichung enthaltene Bedingung noch erfüllt ist. Liegt Last 2 links vom Knotenpunkte 2, so wird $\mathfrak{R}_4 = 2 . 13 = 26$ t, $\mathfrak{G} = 13$ t und $\mathfrak{R}_3 = 3 . 9 = 27$ t. Dann heisst die rechte Seite:

$$\frac{27 . 0{,}9 + 13\left(0{,}9 + 18 \cdot \frac{5{,}1}{3}\right)}{18 - 0{,}9} = 25{,}4.$$

Jetzt wird der Ungleichung 250 nicht mehr Genüge geleistet. Es ist also wirklich Last 2 am Knotenpunkte 2 anzuordnen, um das Maximum der Druckspannung im Stabe D_3 zu erhalten.

Bei Aufstellung des Momentes $[M]$ ist zu beachten, dass Last 3 innerhalb des geschnittenen Feldes liegt, also in ihre auf die angrenzenden Knotenpunkte entfallenden Componenten zerlegt werden muss.

$$[M] = \frac{0{,}9}{18}\left[3 . 9 . 5{,}2 + 13\,\frac{1{,}3}{3} \cdot 9\right] + \frac{18 - 0{,}9}{18}\left[13 \cdot \frac{1{,}7}{3} \cdot 6 + 13\,(6 + 4{,}7)\right] = 183{,}7 \text{ tm}$$

$$\max\,(+D_3) = \frac{183{,}7}{2{,}432} = 75{,}5 \text{ t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Für Belastung der Mittelöffnung ergiebt sich in derselben Weise wie früher:

$$M = -43{,}73 . 0{,}9 + 196{,}78\,(-0{,}5) = -137{,}7 \text{ tm}$$

$$\max\,(-D_3) = -\frac{137{,}7}{2{,}432} = -56{,}6 \text{ t}.$$

Nach der nämlichen Methode sind die Spannungen der übrigen Diagonalen zu ermitteln.

Stab D_4.

Maximum der Druckspannung.

Ein Zug, welcher die Axen bis incl. Last 12 enthält, rückt von rechts nach links vor; Last 8 dieses Zuges ist am Knotenpunkte 3 anzuordnen.

$$[M] = \frac{3{,}214}{18}\left[3 . 9 . 2{,}2 + 13 \cdot \frac{1{,}3}{3} \cdot 6\right] + \frac{18 - 3{,}214}{18}\left[13 \cdot \frac{1{,}7}{3} \cdot 9 + 13\,(9 + 7{,}7) + 3 . 9 . 1{,}8\right]$$
$$= 289{,}4 \text{ tm}$$

$$\max(+D_4) = \frac{289{,}4}{3{,}929} = 73{,}7 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

$$M = -43{,}73 \,.\, 3{,}214 + 196{,}78\,(-0{,}5) = -238{,}9 \text{ tm}$$

$$\max(-D_4) = -\frac{238{,}9}{3{,}929} = -60{,}8 \text{ t}$$

Stab D_5.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkt 4.

$$[M] = \frac{5{,}167}{18} \cdot 13 \cdot \frac{1{,}3}{3} \cdot 3 + \frac{18 - 5{,}167}{18}\left[13 \cdot \frac{1{,}7}{3} \cdot 12 + 13\,(12 + 10{,}7) + 3 \,.\, 9 \,.\, 5{,}2\right]$$

$$= 378{,}3 \text{ tm}$$

$$\max(+D_5) = \frac{378{,}3}{5{,}946} = 63{,}6 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

$$M = -43{,}73 \,.\, 5{,}167 + 196{,}78\,(-0{,}5) = -324{,}3 \text{ tm}$$

$$\max(-D_5) = -\frac{324{,}3}{5{,}946} = -54{,}5 \text{ t.}$$

Stab D_6.

Maximum der Druckspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 5.

$$[M] = \frac{18 - 6{,}954}{18}\left[13 \cdot \frac{1{,}7}{3} \cdot 15 + 13\,(15 + 13{,}7) + 3 \,.\, 9 \,.\, 8{,}2 + 13\,(2{,}3 + 1{,}0)\right] = 459{,}0 \text{ tm}$$

$$\max(+D_6) = \frac{459{,}0}{8{,}148} = 56{,}3 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

$$M = -43{,}73 \,.\, 6{,}954 + 196{,}78\,(-0{,}5) = -402{,}5 \text{ tm}$$

$$\max(-D_6) = -\frac{402{,}5}{8{,}148} = -49{,}4 \text{ t.}$$

Vertikalen.

Stab C_0.

Im unteren Knotenpunkte der Vertikalen C_0 trifft diese nur mit dem Gurtungsstabe U_1 zusammen. Die Spannung U_1 ist Null. Das Gleichgewicht der in diesem Knotenpunkte wirkenden Kräfte erfordert also, dass die Spannung der Hängestange C_0 grade so gross ist, wie die im unteren Knotenpunkte angreifende Belastung. Diese Belastung wird zum Maximum, wenn das erste Rad einer gegen das Auflager D vorrückenden Locomotive im unteren Knotenpunkte der Endvertikalen angreift. Demnach ist:

$$\max(-C_0) = -13\left(1 + \frac{1{,}7 + 0{,}4}{3}\right) = -22{,}1 \text{ t}$$

$$\max(+C_0) = 0.$$

Stab C_1.

Der Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile ist der nämliche, wie der dem Diagonalstabe D_1 conjugirte Drehpunkt. Das Belastungsschema ergiebt sich also nach Fig. 77. Denkt man sich durch die Vertikale C_1 einen Schnitt geführt in der Weise, dass nur noch zwei weitere Constructionstheile (die Stäbe O_1 und U_2) getroffen werden, und die Spannung C_1 als Druckkraft auf den links vom Schnitt befindlichen Theil des Trägers einwirken, so erkennt man, dass alsdann diese Kraft um den Schnittpunkt der mitgeschnittenen Constructionstheile im Sinne des Uhrzeigers dreht. Im Belastungsschema Fig. 77 sind also die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen.

Die Belastungsscheide in der Nebenöffnung wird durch das 2te Feld gebildet, da der zum Zweck der Spannungsermittlung durch C_1 geführte Schnitt die untere Gurtung, an welcher die mobilen Lasten angreifen, im 2ten Felde trifft.

Maximum der Druckspannung (s. Fig. 83).

Der Zug ist vom Mittelpfeiler A kommend bis in das fragliche Feld vorzuschieben; eine der ersten Lasten muss am Knotenpunkte 2 angreifen. Es ist zu vermuthen, dass Last 1 eines Zuges, welcher aus den Axen 1 bis 6 besteht, am Knotenpunkte 2 angeordnet werden muss. Mit Hülfe der Ungleichung 252 kann die Richtigkeit dieser Annahme nachgewiesen werden.

Liegt Last 1 unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 2, so ist $\mathfrak{G} = 0$ und demnach die Ungleichung 252 jedenfalls erfüllt. Ueberschreitet Last 1 den Knotenpunkt 2, so wird $\mathfrak{G} = 13\,\text{t}$ und $\mathfrak{R}_3 = 2 \,.\, 13 + 3 \,.\, 9 = 53\,\text{t}$. Da

$$\lambda \frac{x}{i\,l - \lambda x} = 3 \frac{13{,}5}{16{,}5 \,.\, 18 - 3 \,.\, 13{,}5} = 0{,}16$$

und $0{,}16 \,.\, 53 = 8{,}5$ ist, so wird nun der in Rede stehenden Bedingung nicht mehr genügt und hieraus folgt, dass wirklich Last 1 am Knotenpunkte 2 anzuordnen ist.

Aus Gleichung 239 ergiebt sich:

$$[M] = \frac{-13{,}5}{18} \left[3 \,.\, 13 \,.\, 10{,}7 + 3 \,.\, 9 \,.\, 3{,}9 \right] = -392{,}0\,\text{tm}.$$

Es wird $M = [M]$; die Spannung C_1 ist aus Gleichung 242 zu berechnen, in welcher das —Zeichen Gültigkeit hat.

$$\max(+C_1) = \frac{392{,}0}{3 + 13{,}5} = 23{,}8\,\text{t}.$$

Maximum der Zugspannung.

Belastung der Mittelöffnung.

Das von dieser Belastung herrührende Moment M bezüglich des fraglichen Drehpunktes ist bereits bei Berechnung der Diagonalen D_1 ermittelt. Man fand

$$M = 492{,}0\,\text{tm}.$$

Demnach ist:

$$C_1 = -\frac{492{,}0}{3 + 13{,}5} = -29{,}8\,\text{t}.$$

Linksseitige Belastung der Nebenöffnung (s. Fig. 83).

Der Zug ist von links kommend bis gegen das fragliche Feld vorzurücken. Voraussichtlich wird Last 1 dieses Zuges am Knotenpunkte 1 angreifen müssen. Mit Hülfe der Ungleichung 251 kann man hierüber Gewissheit erhalten. Liegt Last 1 links vom Knotenpunkte 1, so wird $\mathfrak{G} = 0$, und ist dann diese Ungleichung selbstverständlich erfüllt. Liegt Last 1 rechts vom Knotenpunkte 1, so wird $\mathfrak{G} = 13\,\text{t}$ und $\mathfrak{R}_4 = 2 \,.\, 13 = 26\,\text{t}$. Die rechte Seite der Ungleichung 251 lautet in diesem Falle:

$$26 \cdot 3 \cdot \frac{18 + 13{,}5}{16{,}5 \,.\, 18 - 3 \,.\, 13{,}5} = 9{,}6.$$

Nun wird der in Rede stehenden Bedingung nicht mehr genügt. Die oben gemachte Annahme ist also zutreffend.

$$[M] = \frac{18 + 13{,}5}{18} \cdot 3 \cdot 13 \cdot 1{,}7 = 116{,}0 \text{ tm}$$

$$C_1 = - \frac{116{,}0}{3 + 13{,}5} = - 7{,}0 \text{ t.}$$

$$\max(- C_1) = - 29{,}8 - 7{,}0 = - 36{,}8 \text{ t.}$$

Stab C_2.

Die Berechnung ist durchaus in der nämlichen Weise durchzuführen, wie die Berechnung des Stabes C_1.

Maximum der Druckspannung.

Last 1 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher die Axen 1 bis 6 enthält, ist am Knotenpunkte 3 anzuordnen.

Bei dieser Stellung des Systems wird Last 6 bereits innerhalb der Mittelöffnung angreifen. Da diese Last jedoch sehr nahe zum Pfeiler liegt, der Einfluss derselben also nur gering sein wird, so soll bei der Berechnung die Last 6 vernachlässigt werden.

$$[M] = \frac{- 2{,}5}{18} \left[3 \,.\, 13 \,.\, 7{,}7 + 9 (2{,}4 + 0{,}9) \right] = - 45{,}8 \text{ tm}$$

$$\max(+ C_2) = \frac{45{,}8}{2 \,.\, 3 + 2{,}5} = 5{,}4 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Belastung der Mittelöffnung.

$$C_2 = - \frac{10{,}9}{2 \,.\, 3 + 2{,}5} = - 1{,}3 \text{ t.}$$

Linksseitige Belastung der Nebenöffnung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 2.

$$[M] = \frac{18 + 2{,}5}{18} \cdot 3 \cdot 13 \cdot 4{,}7 = 208{,}8 \text{ tm}$$

$$C_2 = - \frac{208{,}8}{2 \,.\, 3 + 2{,}5} = - 24{,}6 \text{ t}$$

$$\max(- C_2) = - 1{,}3 - 24{,}6 = - 25{,}9 \text{ t.}$$

Stab C_3.

Für diese und die folgenden Vertikalstangen ist das Belastungsschema nach Fig. 75, in welcher die Worte „Druck“ und „Zug“ mit einander zu vertauschen sind, anzunehmen. Das Maximum der Druckspannung findet bei Belastung der Mittelöffnung, das Maximum der Zugspannung bei Belastung der Nebenöffnung statt.

Maximum der Druckspannung.

Das Moment M bezüglich des fraglichen Drehpunktes ist bereits bei Berechnung des Stabes D_3 ermittelt.

$$M = - 137{,}7 \text{ tm}$$

$$\max(+ C_3) = \frac{137{,}7}{3 \,.\, 3 - 0{,}9} = 17{,}0 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung (s. Fig. 82).

Die ganze Nebenöffnung ist zu belasten. Die grössten Raddrücke sind in der Nähe des linksseitigen Knotenpunktes des fraglichen Feldes — des Knotenpunktes 3 — anzuordnen, und muss eine dieser Lasten im Knotenpunkte 3 selbst angreifen. Es ist hiernach mit einiger Wahrscheinlichkeit zu vermuthen, dass Last 8 eines von rechts nach links vorrückenden Zuges, welcher aus den Axen bis incl. Last 12 besteht, am Knotenpunkte 3 liegen muss.

Mit Hülfe der Ungleichung 250 lässt sich die Richtigkeit dieser Annahme nachweisen. Es möge Last 8 unmittelbar rechts vom Knotenpunkte 3 liegen. Dann ist $\mathfrak{R}_1 = 3 . 9 + 13 = 40\,t$, $\mathfrak{G} = 2 . 13 = 26\,t$ und $\mathfrak{R}_3 = 3 . 9 = 27\,t$. Die rechte Seite der Ungleichung 250 lautet:

$$\frac{27 . 0{,}9 + 26\left(0{,}9 + 18 \cdot \frac{8{,}1}{3}\right)}{18 - 0{,}9} = 76.$$

Man erkennt, dass die in Rede stehende Ungleichung noch erfüllt ist. Es überschreitet nun Last 8 den Knotenpunkt 3. Dann wird $\mathfrak{R}_1 = 3 . 9 + 2 . 13 = 53\,t$, $\mathfrak{G} = 13\,t$ und $\mathfrak{R}_3 = 3 . 9 = 27\,t$. Jetzt lautet die rechte Seite:

$$\frac{27 . 0{,}9 + 13\left(0{,}9 + 18 \cdot \frac{8{,}1}{3}\right)}{18 - 0{,}9} = 39.$$

Der in Ungleichung 250 enthaltenen Bedingung wird nicht mehr genügt, und demnach ist thatsächlich Last 8 am Knotenpunkte 3 anzuordnen, um das Maximum der Zugspannung in C_3 zu erhalten.

$$[M] = \frac{0{,}9}{18}\left[3 \cdot 9 \cdot 2{,}2 + 13 \cdot \frac{1{,}3}{3} \cdot 6\right] + \frac{18 - 0{,}9}{18}\left[13 \cdot \frac{1{,}7}{3} \cdot 9 + 13(9 + 7{,}7) + 3 . 9 . 1{,}8\right]$$

$$= 320{,}1 \text{ tm}.$$

$$\max(-C_3) = -\frac{320{,}1}{3 . 3 - 0{,}9} = -39{,}5\,t.$$

In derselben Weise sind die übrigen Vertikalstangen zu berechnen.

Stab C_4.

Maximum der Druckspannung.

$$\max(+C_4) = \frac{238{,}9}{4 . 3 - 3{,}214} = 27{,}2\,t.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 4.

$$[M] = \frac{3{,}214}{8} \cdot 13 \cdot \frac{1{,}3}{3} \cdot 3 + \frac{18 - 3{,}214}{18}\left[13 \cdot \frac{1{,}7}{3} \cdot 12 + 13\,(12 + 10{,}7) + 3 . 9 . 5{,}2\right]$$

$$= 433{,}4 \text{ tm}$$

$$\max(-C_4) = -\frac{433{,}4}{4 . 3 - 3{,}214} = -49{,}3\,t.$$

Stab C_5.

Maximum der Druckspannung.

$$\max(+C_5) = \frac{324{,}3}{5 . 3 - 5{,}167} = 33{,}0\,t.$$

Maximum der Zugspannung.

Last 2 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 5.

$$[M] = \frac{18 - 5{,}_{167}}{18}\left[13 \cdot \frac{1{,}_7}{3} \cdot 15 + 13\,(15 + 13{,}_7) + 3 . 9 . 8{,}_2 + 13\,(2{,}_3 + 1)\right] = 533{,}_2 \text{ tm}$$

$$\max(-C_5) = -\frac{533{,}_2}{5 . 3 - 5{,}_{167}} = -54{,}_2 \text{ t.}$$

Stab C_6.

Maximum der Druckspannung.

$$\max(+C_6) = \frac{402{,}_5}{6 . 3 - 6{,}_{954}} = 36{,}_4 \text{ t.}$$

Maximum der Zugspannung.

Last 1 eines von links nach rechts vorrückenden Zuges am Knotenpunkte 6.

$$[M] = \frac{18 - 6{,}_{954}}{18}\left(3 . 13 . 16{,}_7 + 3 . 9 . 9{,}_9 + 3 . 13 . 2{,}_7\right) = 628{,}_3 \text{ tm}$$

$$\max(-C_6) = -\frac{628{,}_3}{6 . 3 - 6{,}_{954}} = -56{,}_9 \text{ t.}$$

Sämmtliche bisher ermittelten Spannungszahlen müssen, wie anfangs bemerkt, noch mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt werden, um die thatsächlich im Fachwerke auftretenden Spannungen zu erhalten. Gleichzeitig sollen für die unteren Gurtstäbe und die Vertikalstangen die in Folge der permanenten Last vorhandenen Spannungen zu den hier ermittelten hinzu addirt werden. Man findet:

$$\max(+O_1) = -36{,}_5 + \frac{3}{4} \cdot 203{,}_9 = 116{,}_5 \text{ t} \qquad \max(-O_1) = -36{,}_5 - \frac{3}{4} \cdot 375{,}_8 = -318{,}_4 \text{ t}$$

$$\max(+O_2) = -36{,}_7 + \frac{3}{4} \cdot 200{,}_1 = 113{,}_4 \text{ „} \qquad \max(-O_2) = -36{,}_7 - \frac{3}{4} \cdot 384{,}_7 = -325{,}_3 \text{ „}$$

$$\max(+O_3) = -37{,}_1 + \frac{3}{4} \cdot 144{,}_1 = 71{,}_0 \text{ „} \qquad \max(-O_3) = -37{,}_1 - \frac{3}{4} \cdot 333{,}_6 = -287{,}_3 \text{ „}$$

$$\max(+O_4) = -37{,}_7 + \frac{3}{4} \cdot 85{,}_1 = 26{,}_2 \text{ „} \qquad \max(-O_4) = -37{,}_7 - \frac{3}{4} \cdot 282{,}_6 = -249{,}_7 \text{ „}$$

$$\max(+O_5) = -38{,}_4 + \frac{3}{4} \cdot 40{,}_1 = -8{,}_3 \text{ „} \qquad \max(-O_5) = -38{,}_4 - \frac{3}{4} \cdot 242{,}_5 = -220{,}_3 \text{ „}$$

$$\max(+O_6) = -39{,}_4 \text{ t} \qquad \max(-O_6) = -39{,}_4 - \frac{3}{4} \cdot 212{,}_5 = -198{,}_8 \text{ „}$$

$$\max(+U_1) = 0 \qquad \max(-U_1) = 0$$

$$\max(+U_2) = \frac{3}{4} \cdot 178{,}_9 = 134{,}_2 \text{ t} \qquad \max(-U_2) = -\frac{3}{4} \cdot 203{,}_9 = -153{,}_0 \text{ t}$$

$$\max(+U_3) = \frac{3}{4} \cdot 185{,}_3 = 139{,}_0 \text{ „} \qquad \max(-U_3) = -\frac{3}{4} \cdot 198{,}_8 = -149{,}_1 \text{ „}$$

$$\max(+U_4) = \frac{3}{4} \cdot 131{,}_2 = 98{,}_4 \text{ „} \qquad \max(-U_4) = -\frac{3}{4} \cdot 141{,}_7 = -106{,}_3 \text{ „}$$

$$\max(+U_5) = \frac{3}{4} \cdot 76{,}_8 = 57{,}_6 \text{ „} \qquad \max(-U_5) = -\frac{3}{4} \cdot 82{,}_4 = -61{,}_8 \text{ „}$$

$$\max(+U_6) = \frac{3}{4} \cdot 33{,}_3 = 25{,}_0 \text{ „} \qquad \max(-U_6) = -\frac{3}{4} \cdot 38{,}_0 = -28{,}_5 \text{ „}$$

$\max(+D_1) = \frac{3}{4} \cdot 181{,}3 = 136{,}0$ t $\qquad \max(-D_1) = -\frac{3}{4} \cdot 206{,}7 = -155{,}1$ t

$\max(+D_2) = \frac{3}{4} \cdot 56{,}7 = 42{,}6$ „ $\qquad \max(-D_2) = -\frac{3}{4} \cdot 42{,}8 = -32{,}1$ „

$\max(+D_3) = \frac{3}{4} \cdot 75{,}5 = 56{,}7$ „ $\qquad \max(-D_3) = -\frac{3}{4} \cdot 56{,}6 = -42{,}5$ „

$\max(+D_4) = \frac{3}{4} \cdot 73{,}7 = 55{,}3$ „ $\qquad \max(-D_4) = -\frac{3}{4} \cdot 60{,}8 = -45{,}6$ „

$\max(+D_5) = \frac{3}{4} \cdot 63{,}6 = 47{,}7$ „ $\qquad \max(-D_5) = -\frac{3}{4} \cdot 54{,}5 = -40{,}9$ „

$\max(+D_6) = \frac{3}{4} \cdot 56{,}3 = 42{,}3$ „ $\qquad \max(-D_6) = -\frac{3}{4} \cdot 49{,}4 = -37{,}1$ „

$\max(+C_0) = -0{,}9$ t $\qquad \max(-C_0) = -0{,}9 - \frac{3}{4} \cdot 22{,}1 = -17{,}5$ t

$\max(+C_1) = -1{,}7 + \frac{3}{4} \cdot 23{,}8 = 16{,}2$ t $\qquad \max(-C_1) = -1{,}7 - \frac{3}{4} \cdot 36{,}8 = -29{,}3$ „

$\max(+C_2) = -1{,}7 + \frac{3}{4} \cdot 5{,}4 = 2{,}4$ „ $\qquad \max(-C_2) = -1{,}7 - \frac{3}{4} \cdot 25{,}9 = -21{,}2$ „

$\max(+C_3) = -1{,}7 + \frac{3}{4} \cdot 17{,}0 = 11{,}1$ „ $\qquad \max(-C_3) = -1{,}7 - \frac{3}{4} \cdot 39{,}5 = -31{,}4$ „

$\max(+C_4) = -1{,}7 + \frac{3}{4} \cdot 27{,}2 = 18{,}7$ „ $\qquad \max(-C_4) = -1{,}7 - \frac{3}{4} \cdot 49{,}3 = -38{,}7$ „

$\max(+C_5) = -1{,}7 + \frac{3}{4} \cdot 33{,}0 = 23{,}1$ „ $\qquad \max(-C_5) = -1{,}7 - \frac{3}{4} \cdot 54{,}2 = -42{,}4$ „

$\max(+C_6) = -0{,}9 + \frac{3}{4} \cdot 36{,}4 = 26{,}4$ „ $\qquad \max(-C_6) = -0{,}9 - \frac{3}{4} \cdot 56{,}9 = -43{,}6$ „

Diese Zahlen sind in Fig. 5, Taf. 15 zusammengestellt.

Die weitere Ermittlung der zulässigen spec. Spannungen aus diesen Grenzwerthen, sowie die Bestimmung der erforderlichen Querschnitte ist genau ebenso durchzuführen, wie solches im Beispiel III geschehen ist. Es sind deshalb diese Rechnungen hier nicht weiter verfolgt.

Berichtigung.

S. 77 sind die Zahlen 85 und 86 in der Bezeichnung der Figuren mit einander zu vertauschen.

Druck von J. B. Hirschfeld in Leipzig.

Fig. 1.

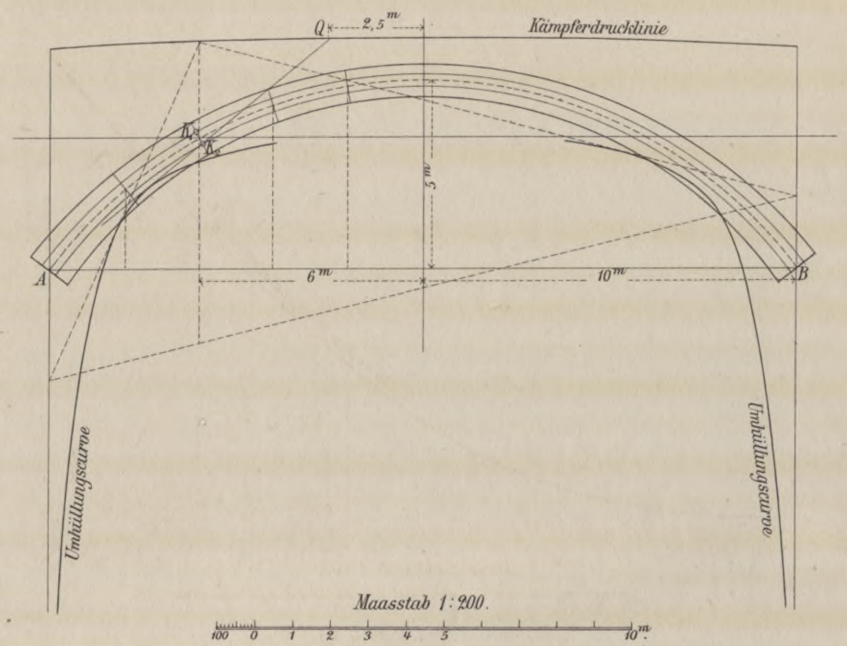


Fig. 2.

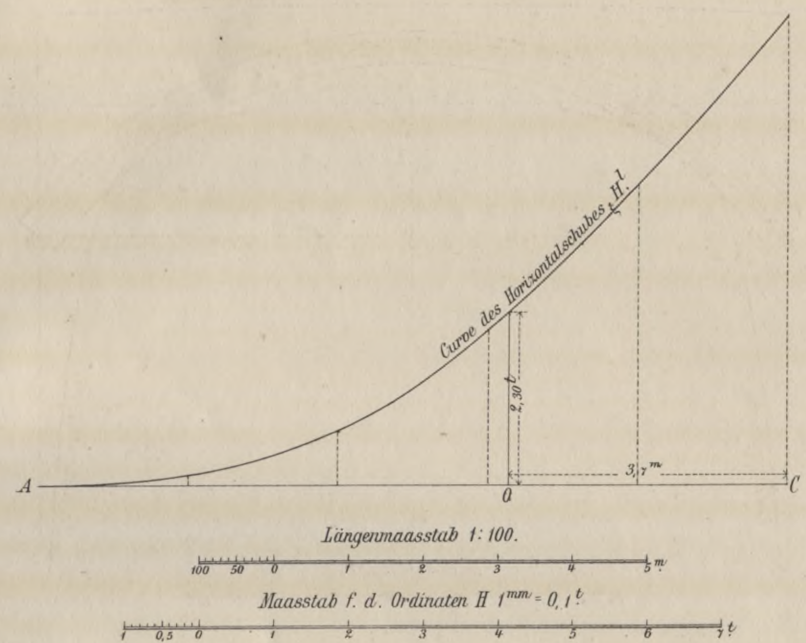
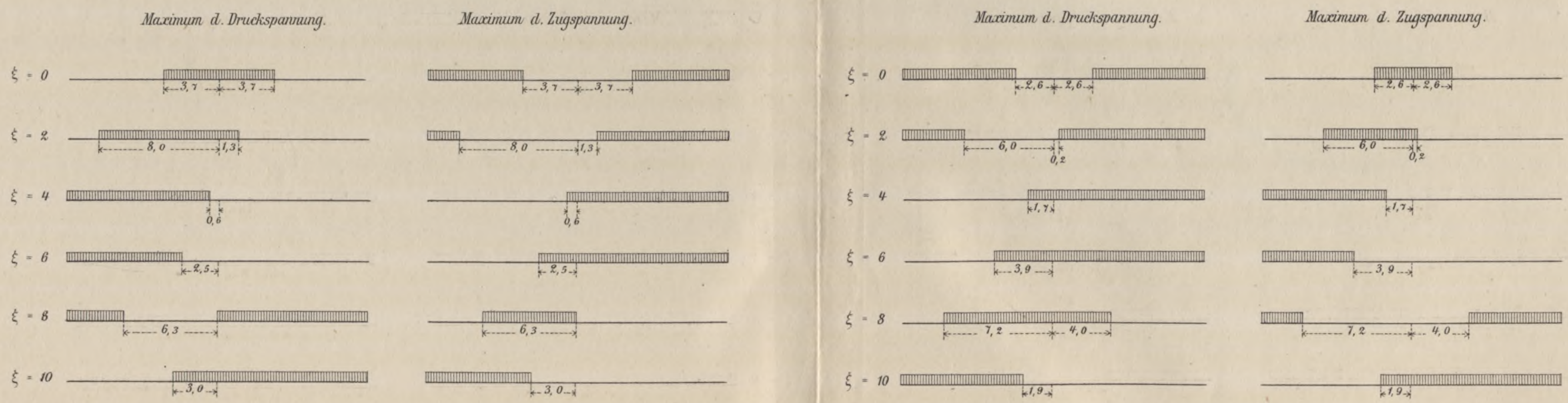


Fig. 3.

Belastungsschemen

für die obere Faser. für die untere Faser.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.

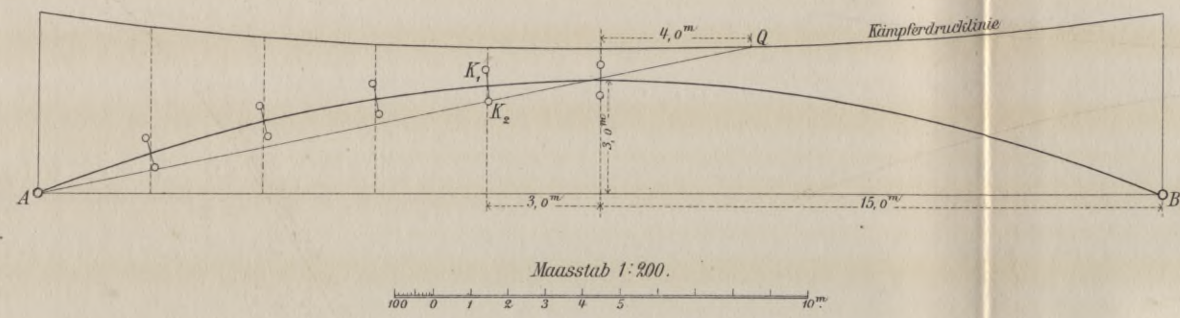
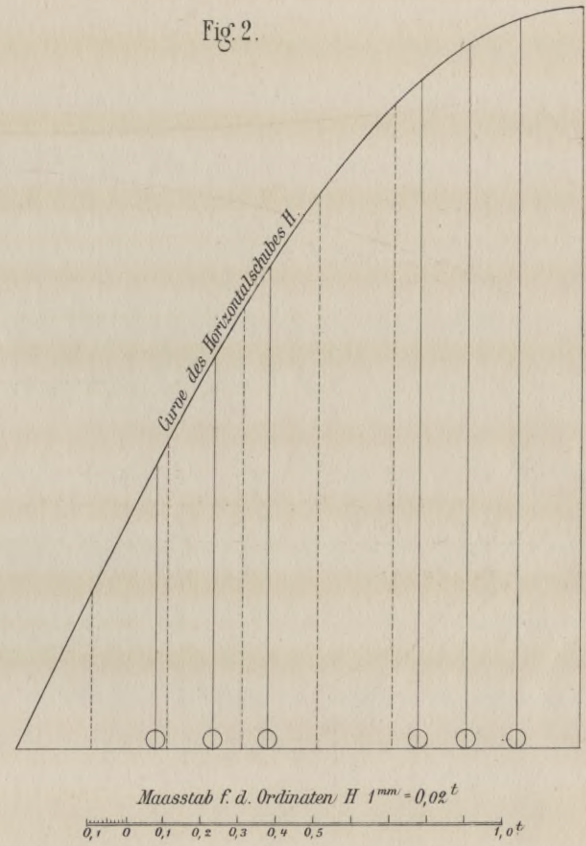


Fig. 2.



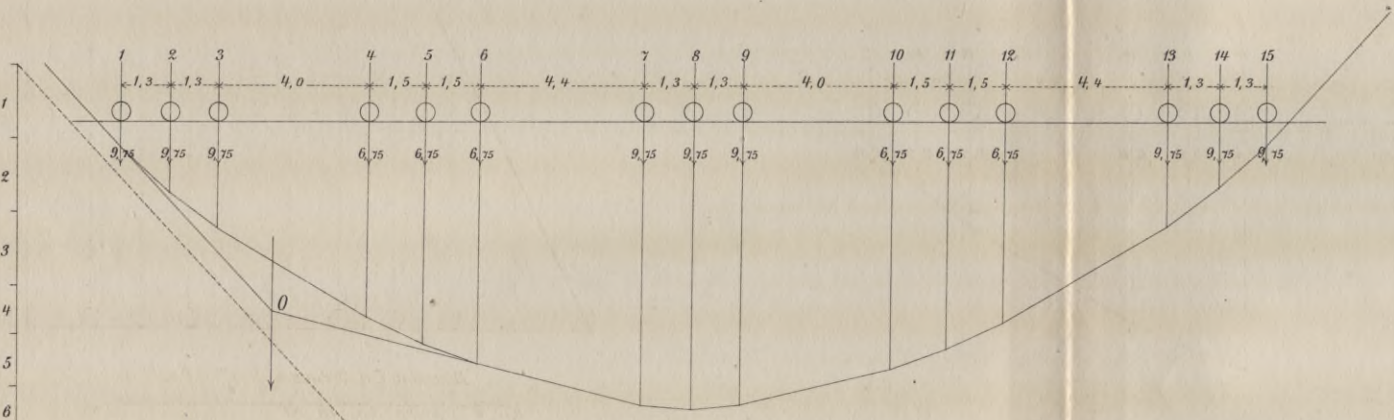


Fig. 3.

Fig. 4.

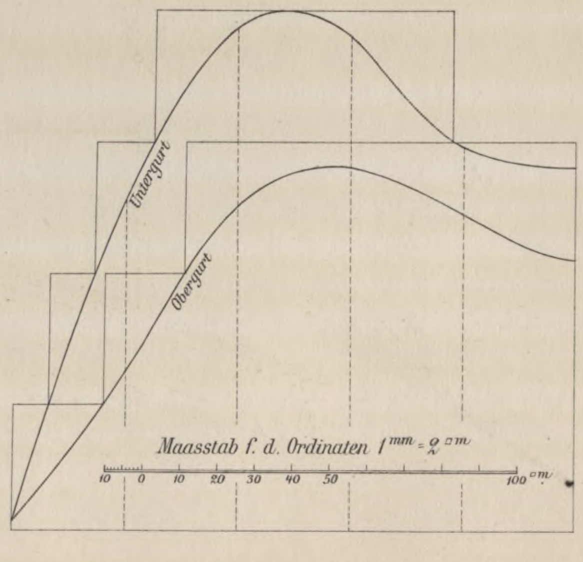


Fig. 5.

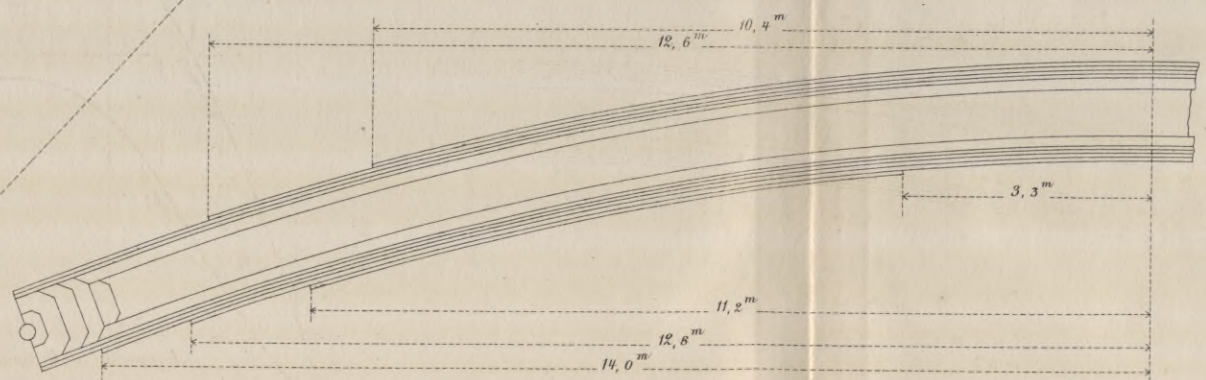
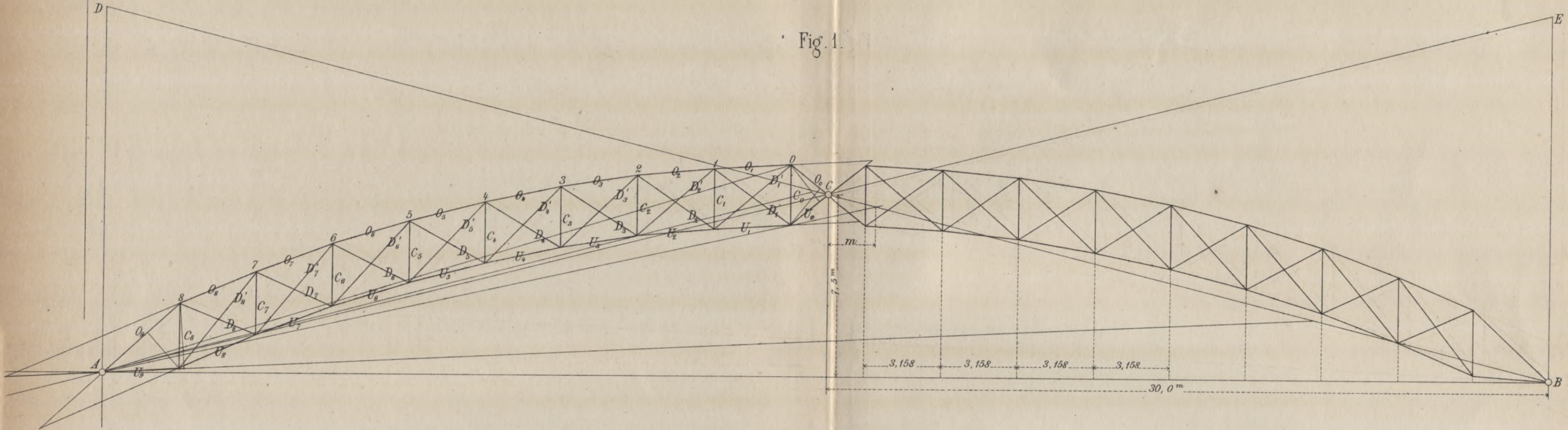


Fig. 1.



Maasstab 1:200.

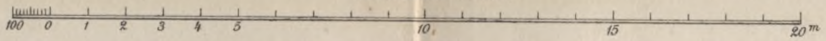


Fig. 2.

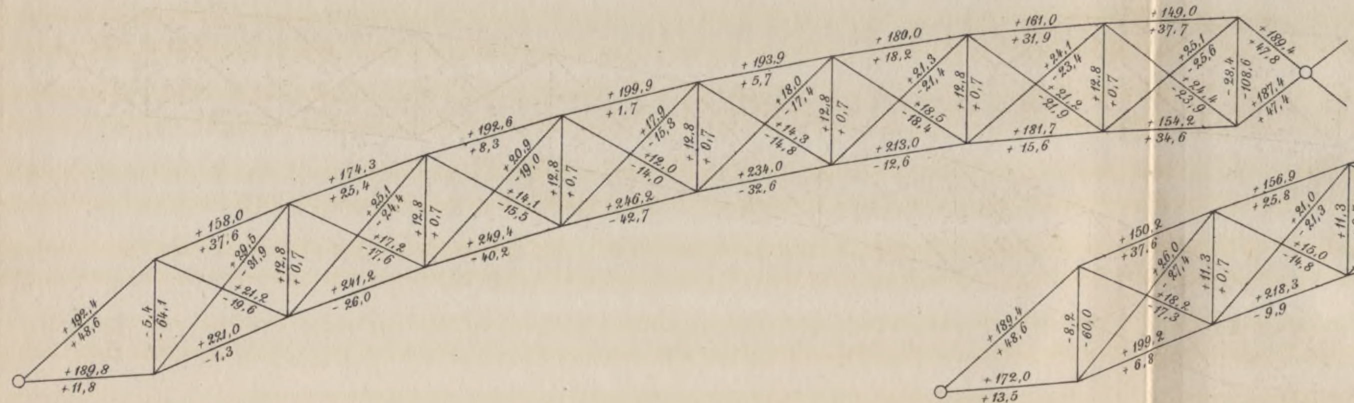
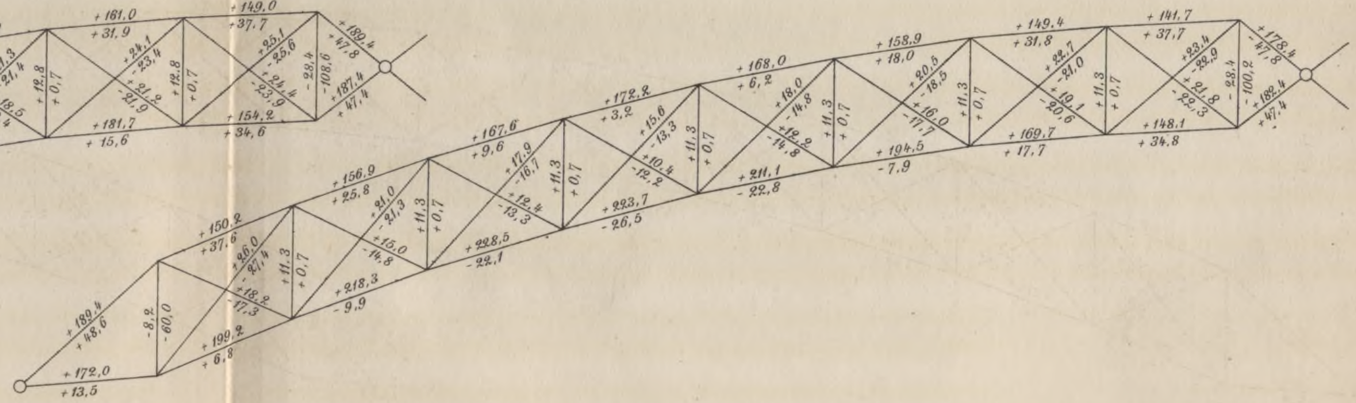


Fig. 3.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.

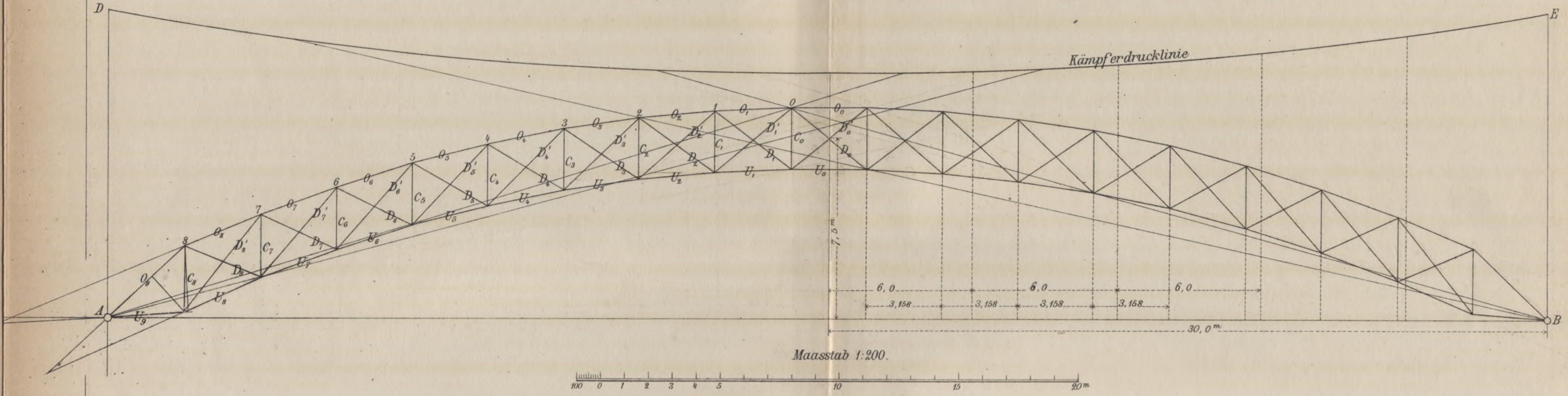


Fig: 2.

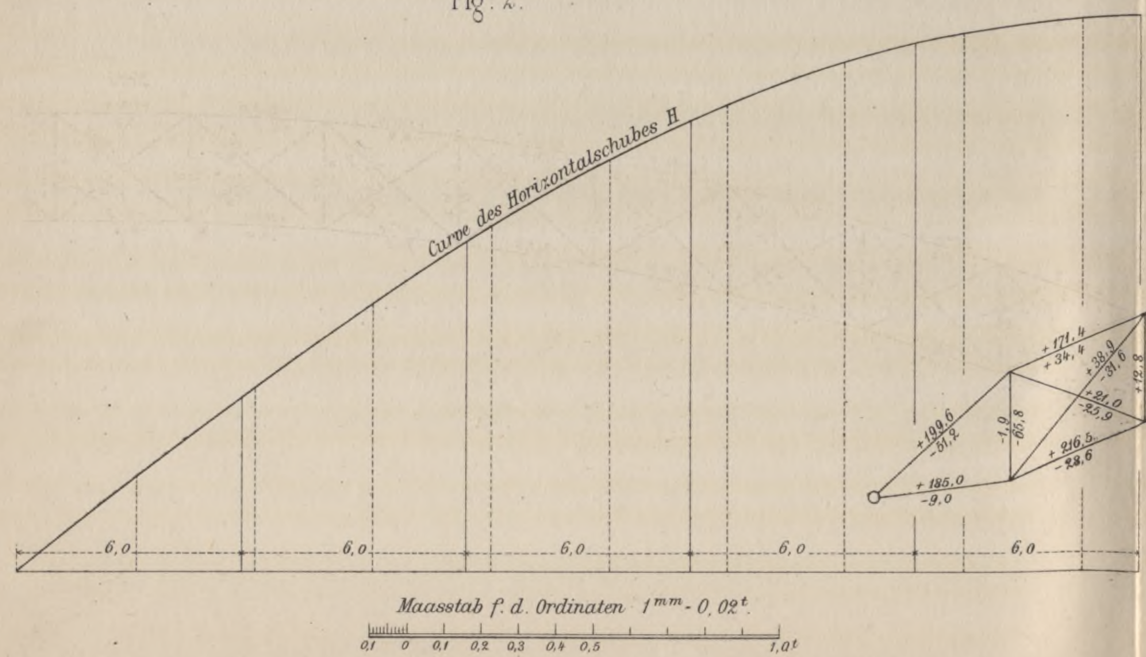
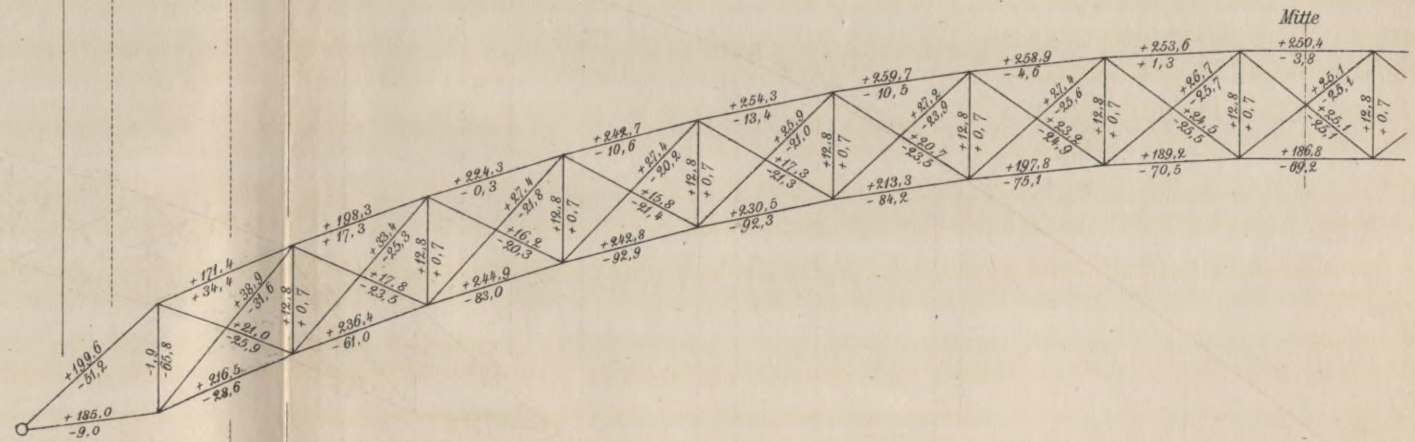


Fig. 3.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.

Jnfluenzlinien der Obergurtstäbe.

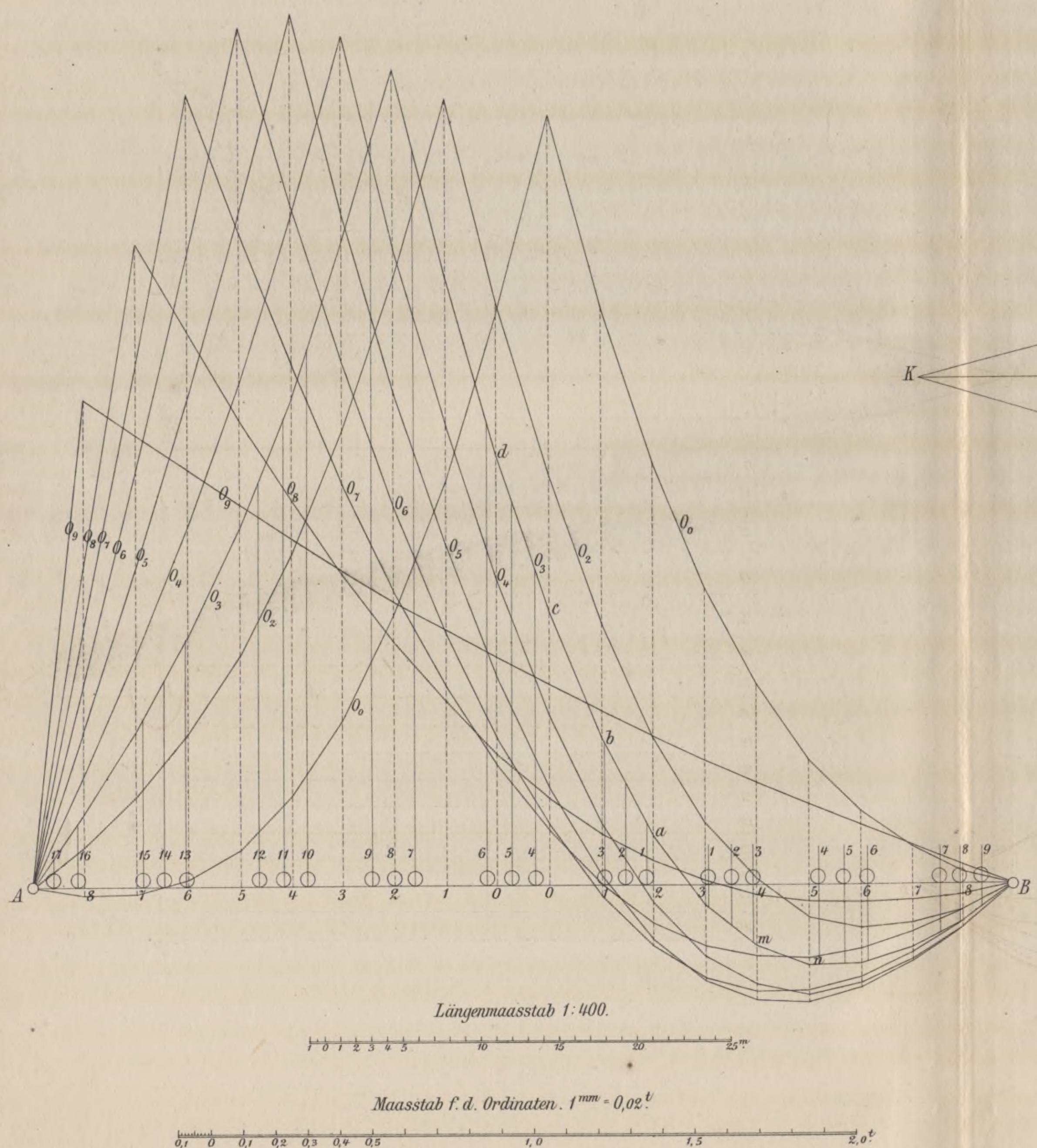
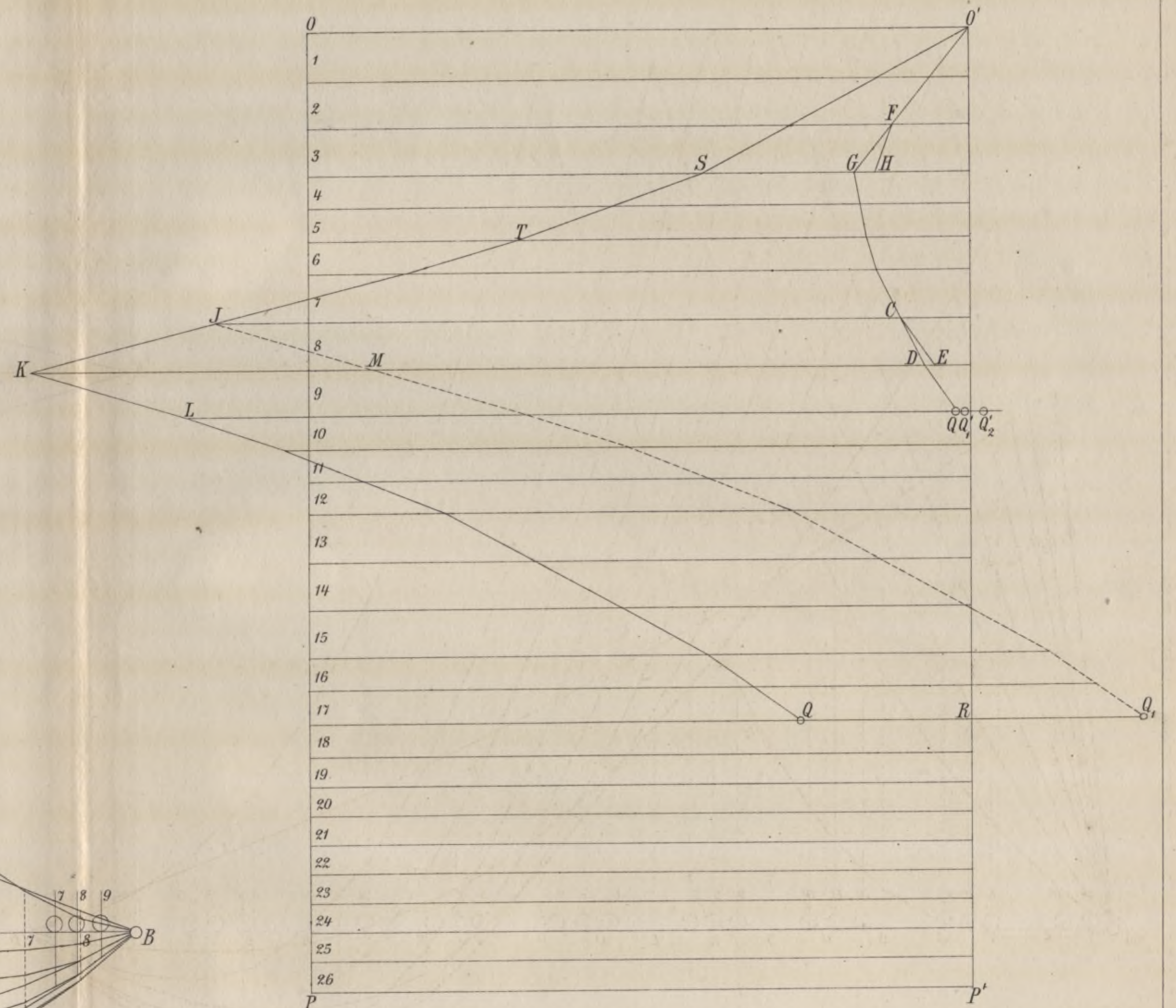


Fig. 2.



Lith. Anst. v. F. Wirtz. Darmstadt.

Fig. 1.

Jnfluenzlinien der Untergurtstäbe.

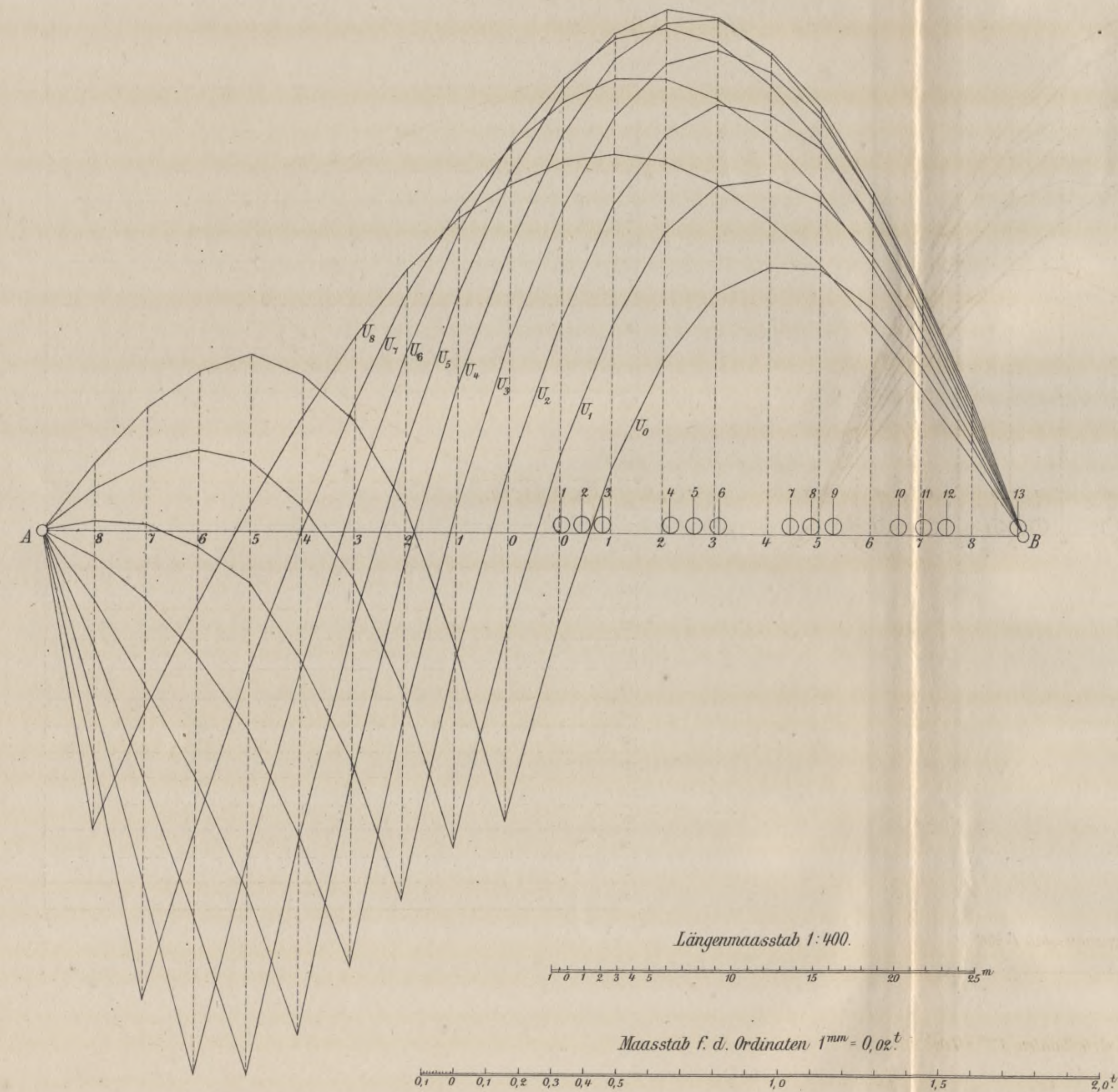
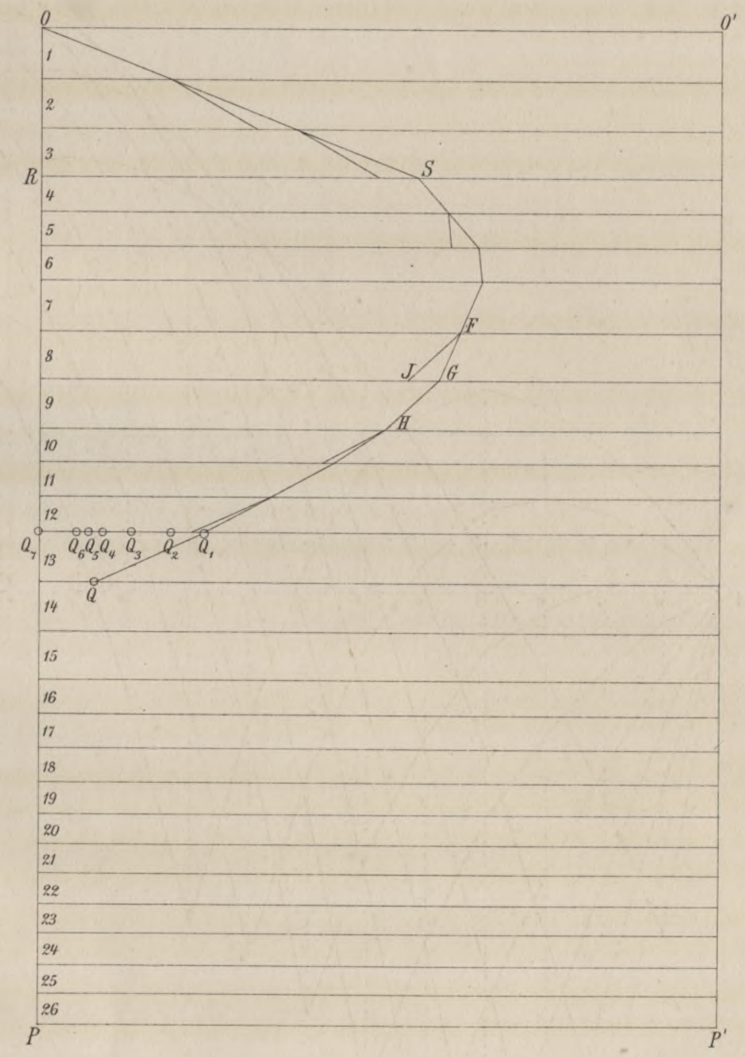


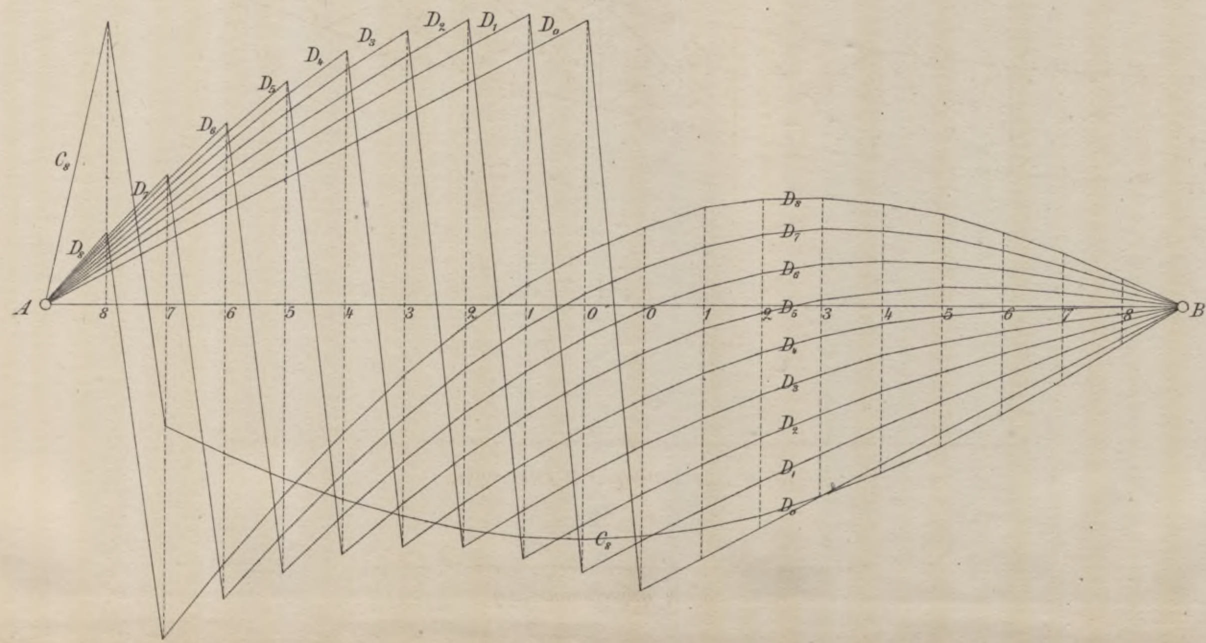
Fig. 2.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.

Jnfluenzlinien der Diagonalen und der Vertikalen C_8.



Längenmaasstab 1: 400.

Maasstab f. d. Ordinaten 1mm = 0,02t.

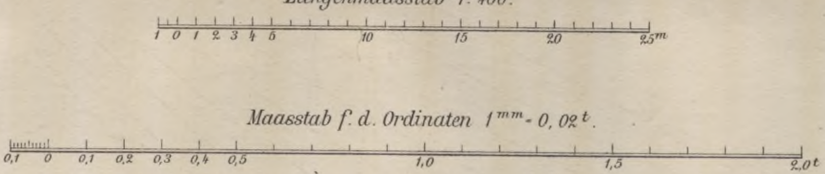
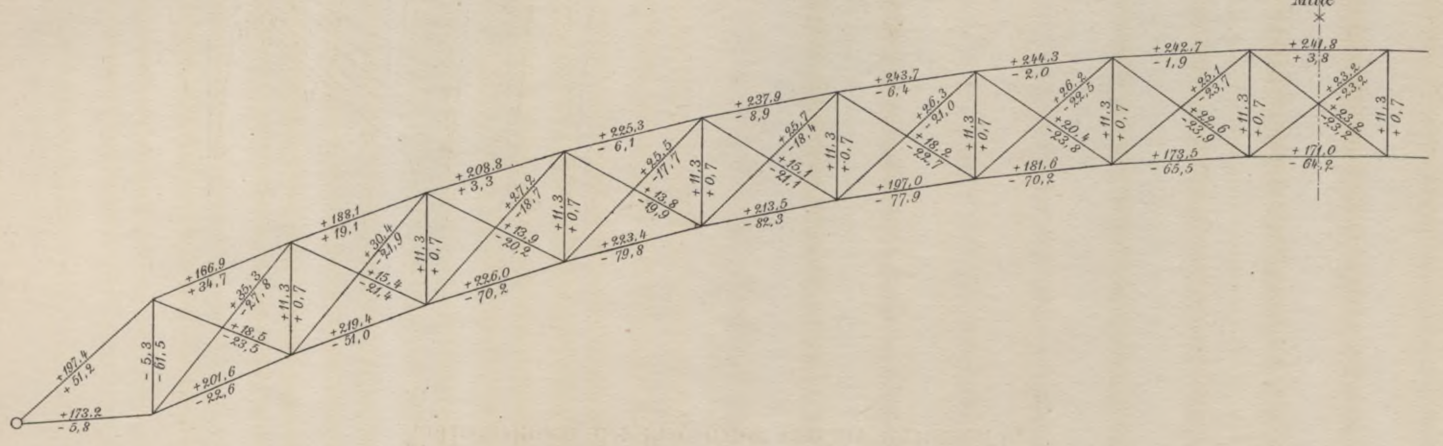


Fig. 2.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.

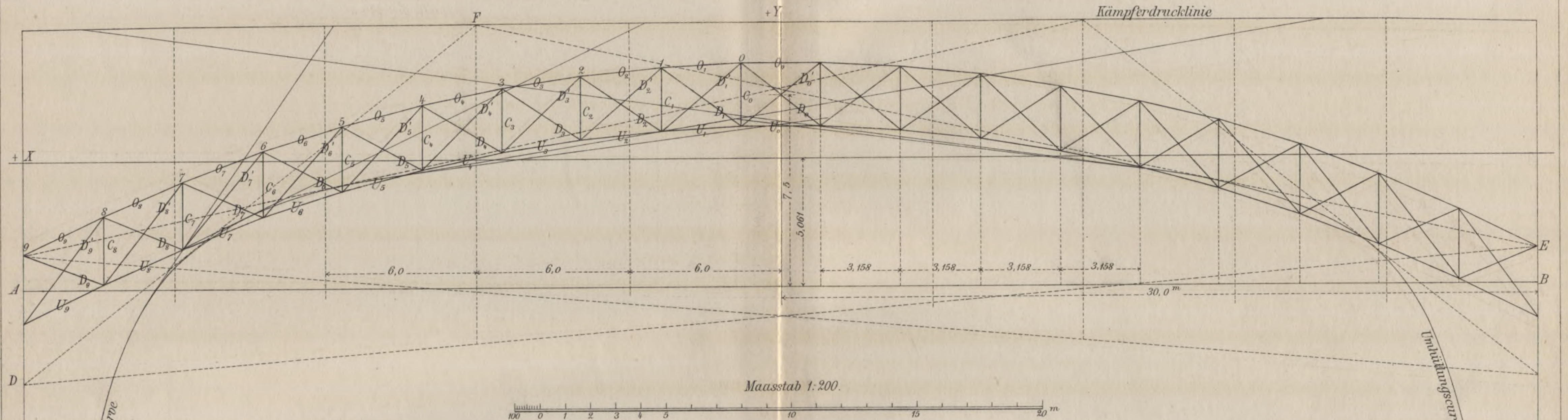


Fig. 2.

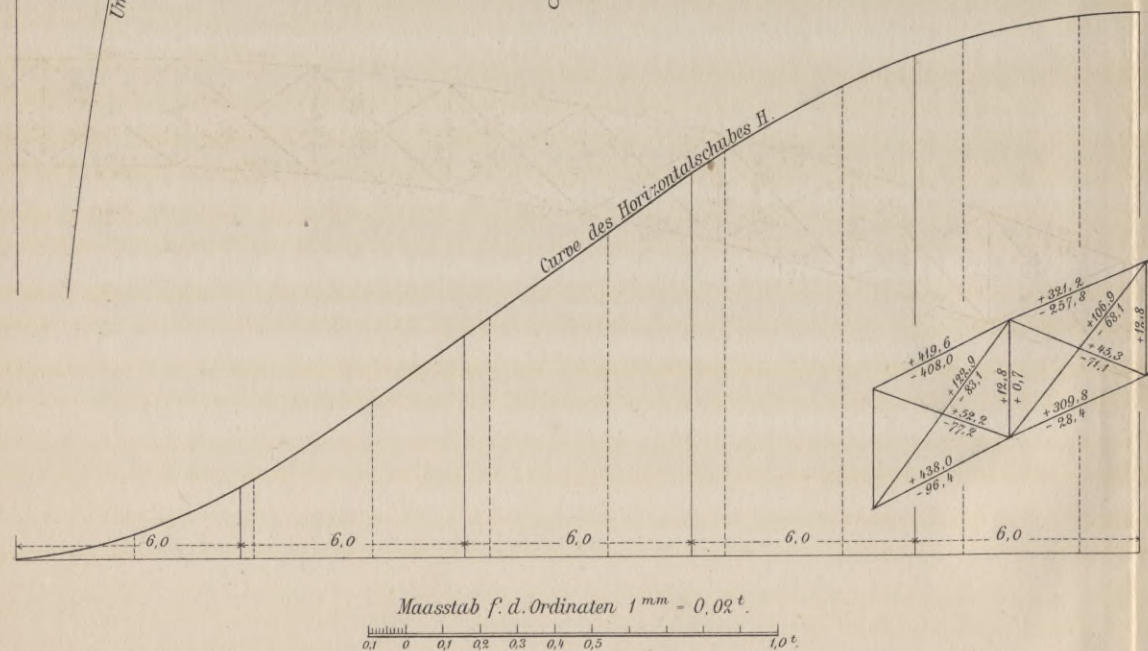
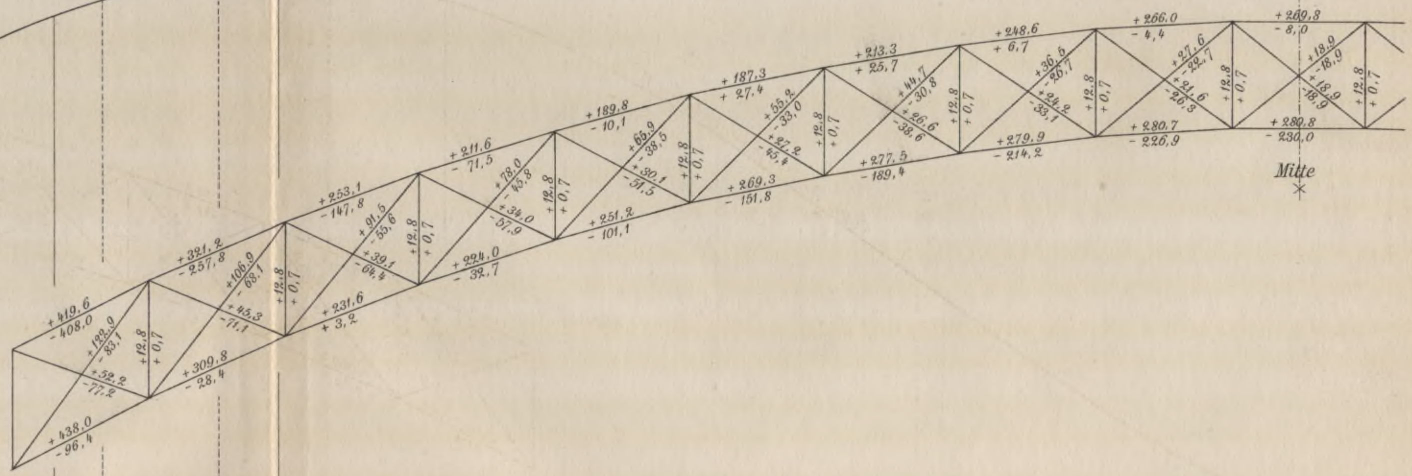


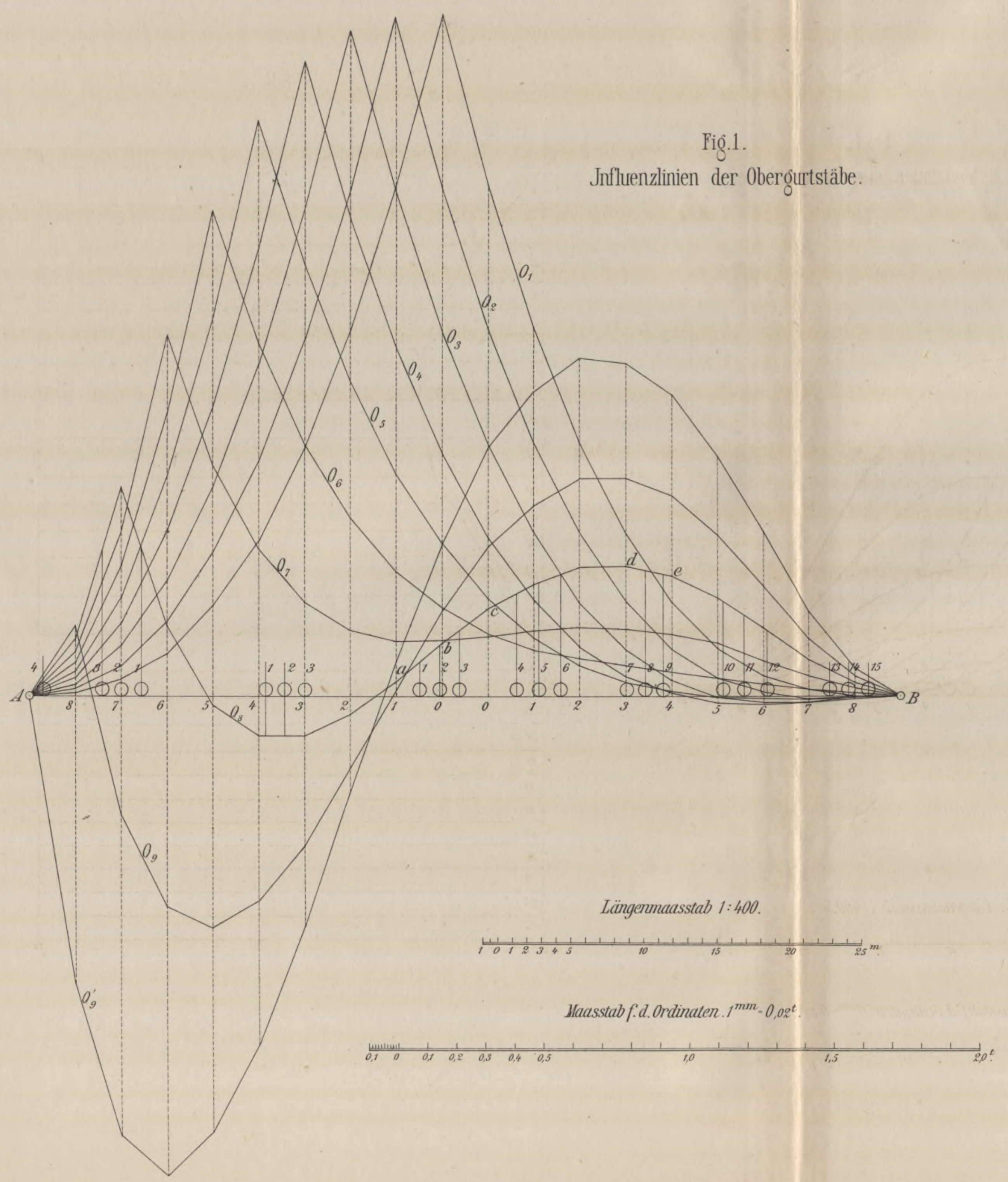
Fig. 3.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.

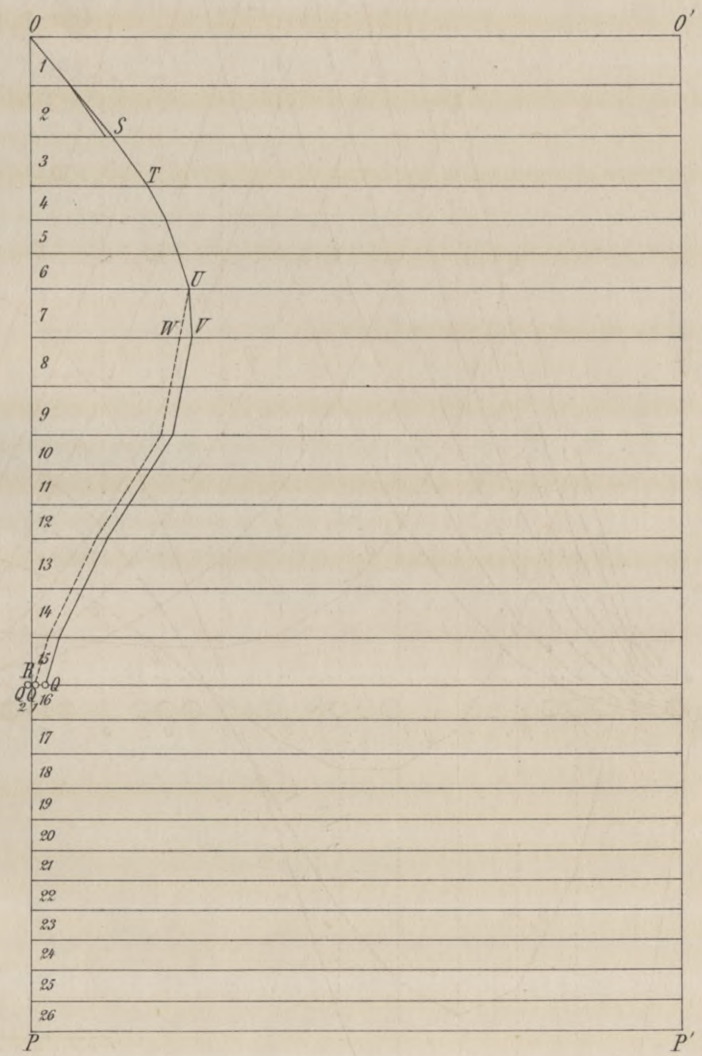
Jnfluenzlinien der Obergurtstäbe.



Längenmaasstab 1 : 400.

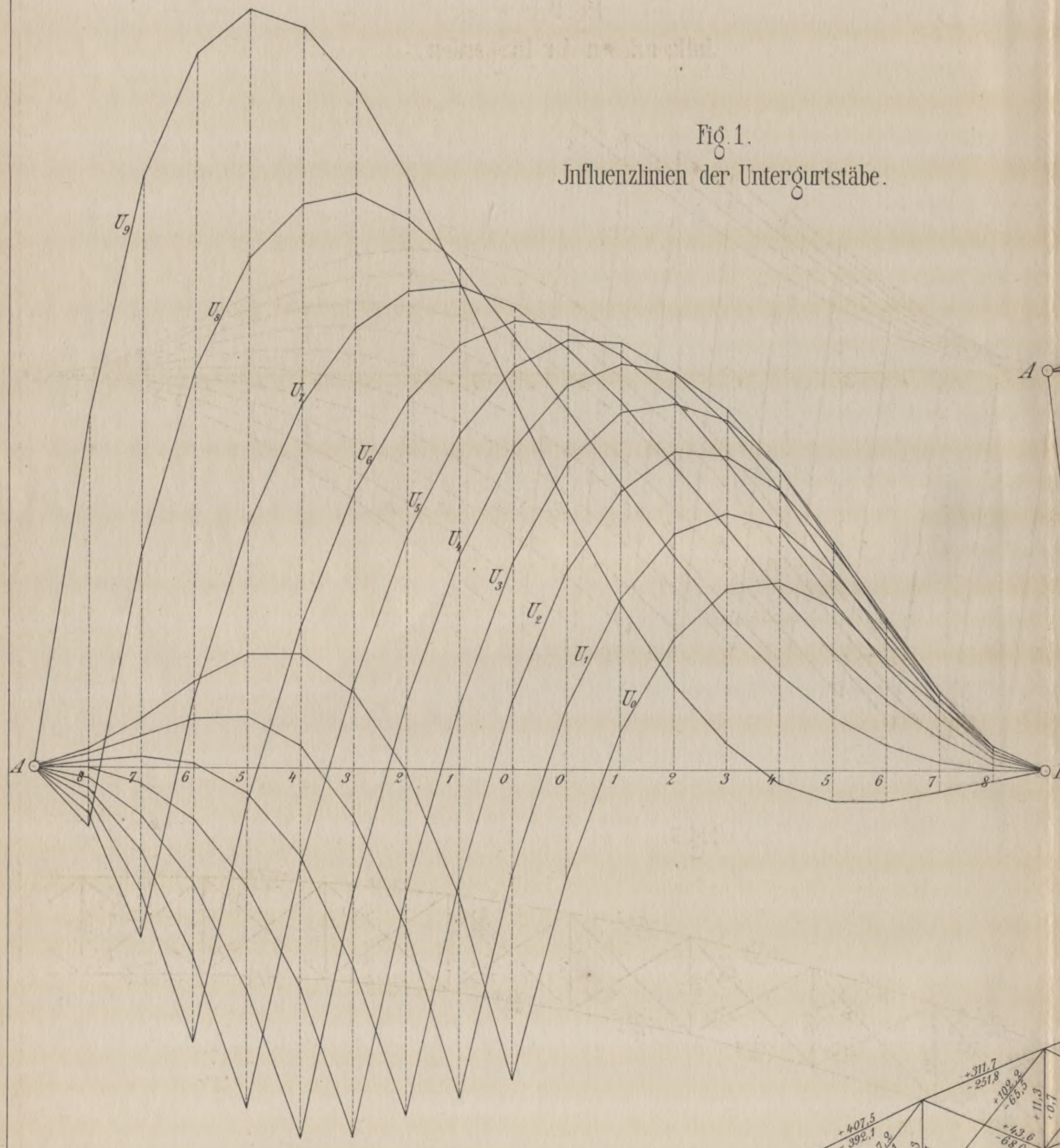
Maasstab f. d. Ordinaten. $1^{mm} = 0{,}02^t$.

Fig. 2.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.
Jnfluenzlinien der Untergurtstäbe.



Längenmaasstab 1 : 400.

Maasstab f. d. Ordinaten. $1^{mm} = 0{,}02^t$.

Fig. 2.
Jnfluenzlinien der Diagonalen.

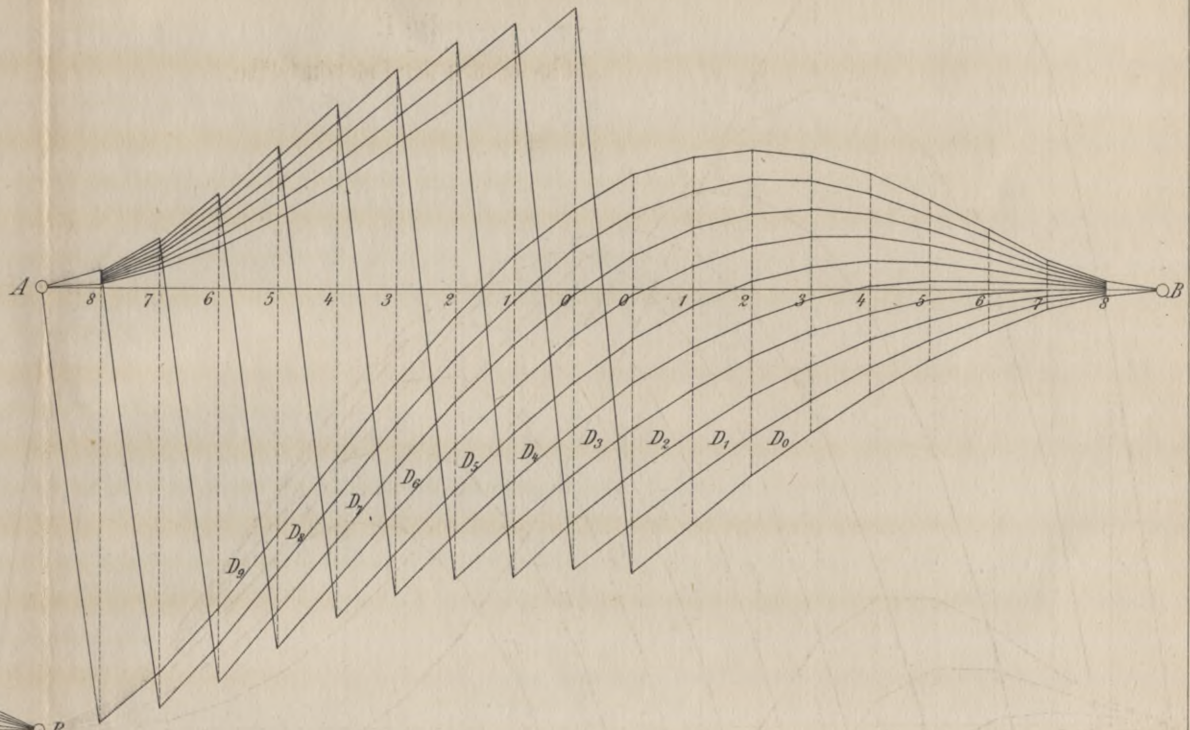
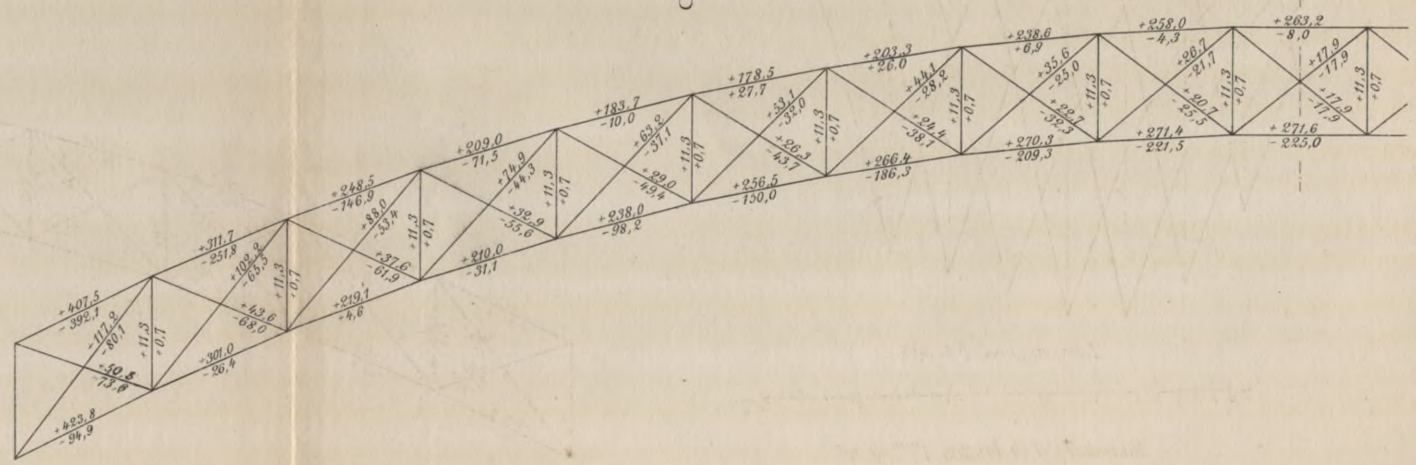
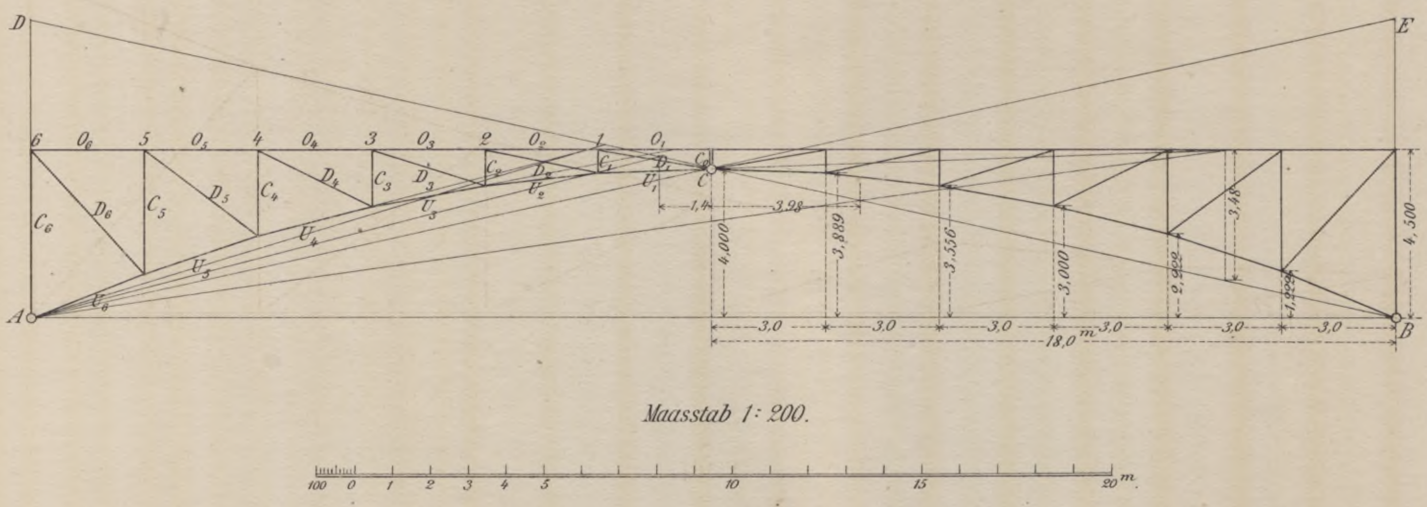


Fig. 3.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.



Maasstab 1 : 200.

Fig. 2.

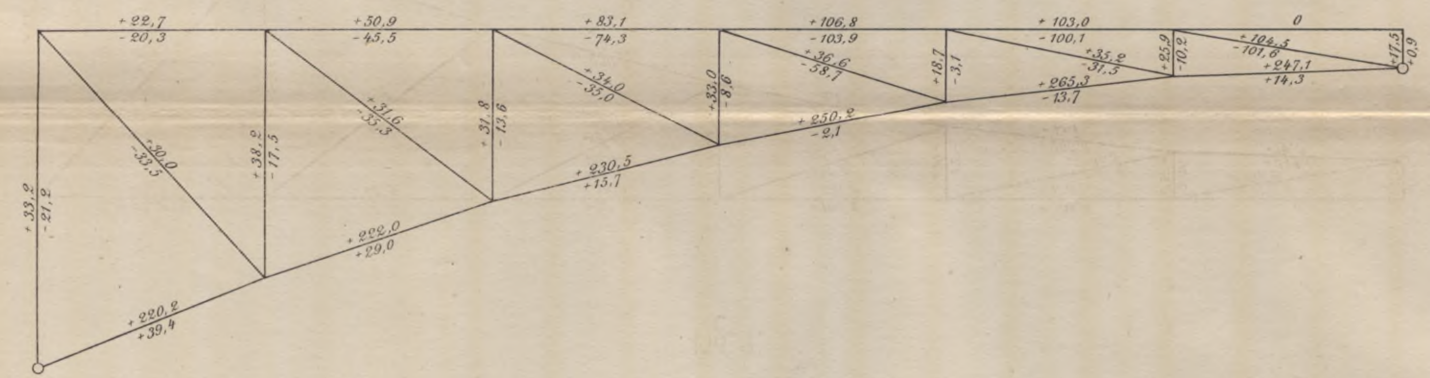
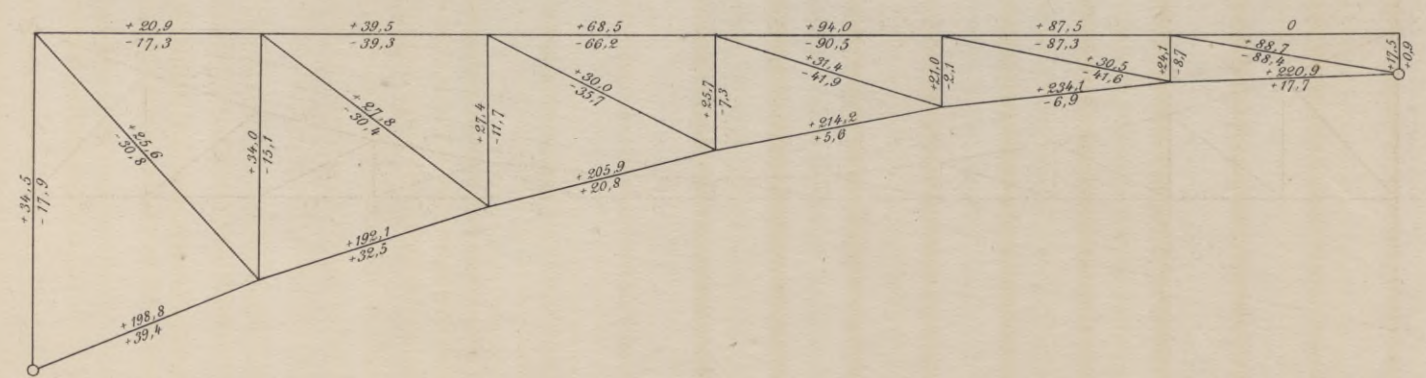
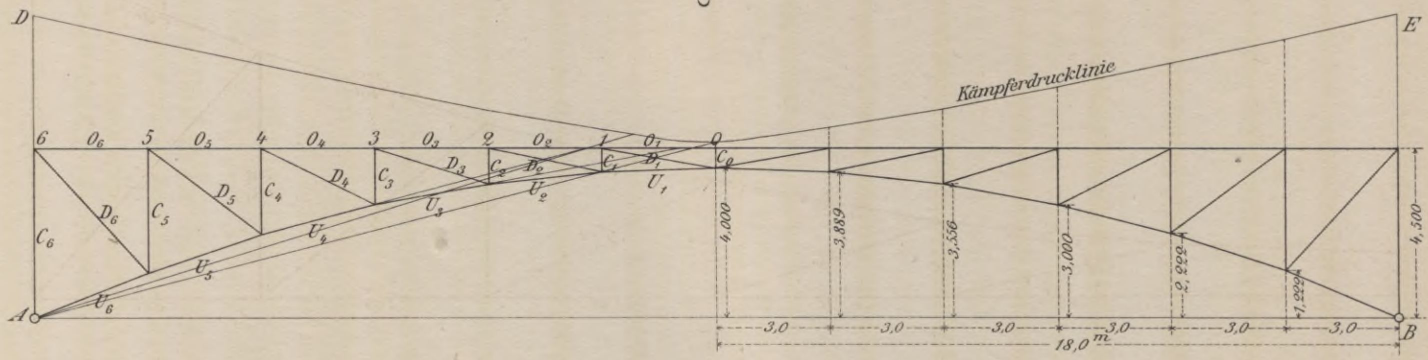


Fig. 3.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.



Maasstab 1:200.

Fig. 2.

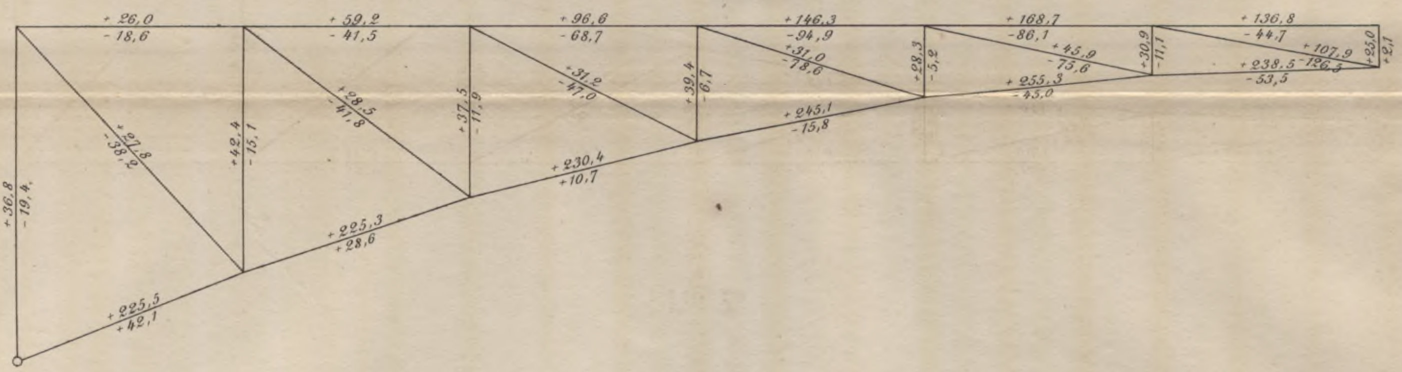
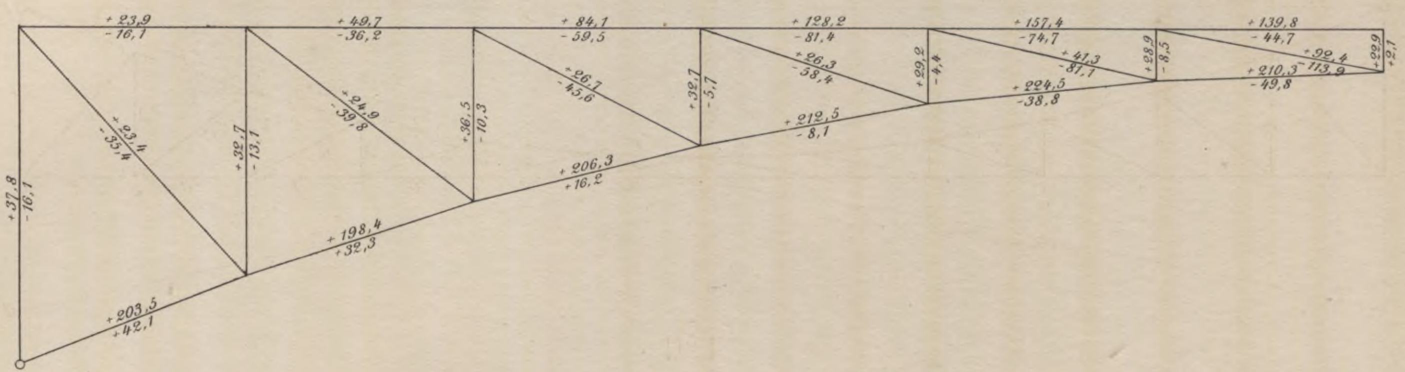


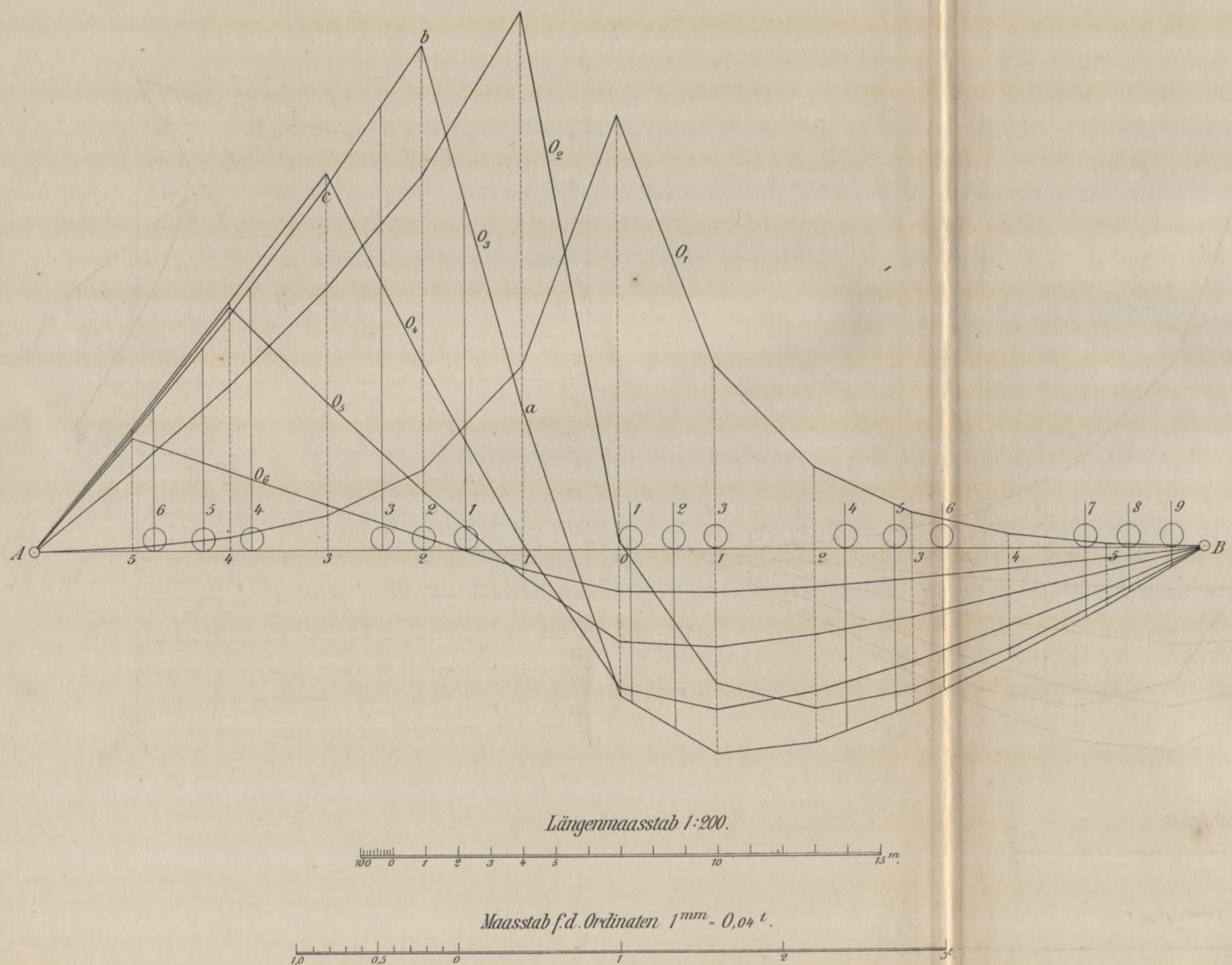
Fig. 3.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.

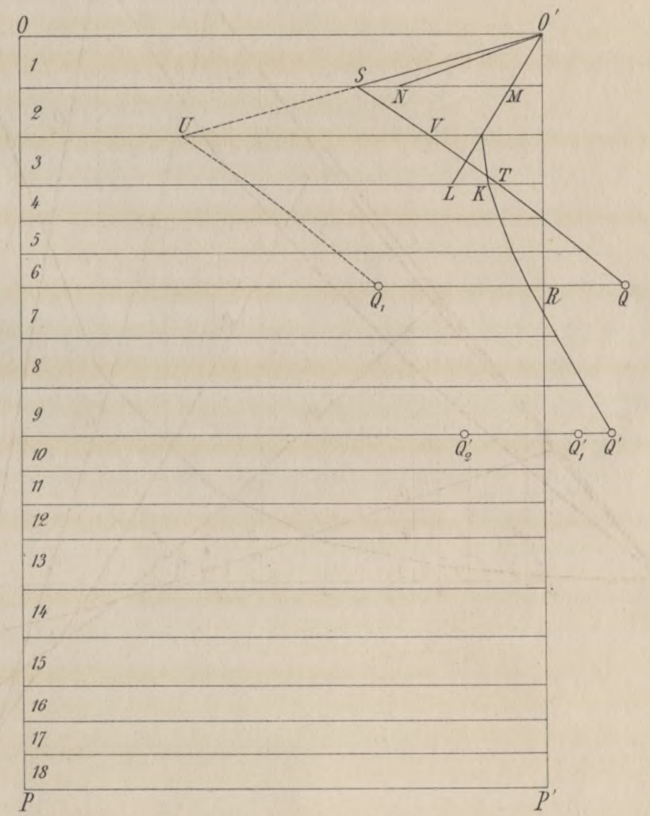
Jnfluenzlinien der Obergurtstäbe.



Längenmaasstab 1:200.

Maasstab f. d. Ordinaten 1^{mm} - $0{,}04^{t}$.

Fig. 2.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.
Jnfluenzlinien der Untergurtstäbe.

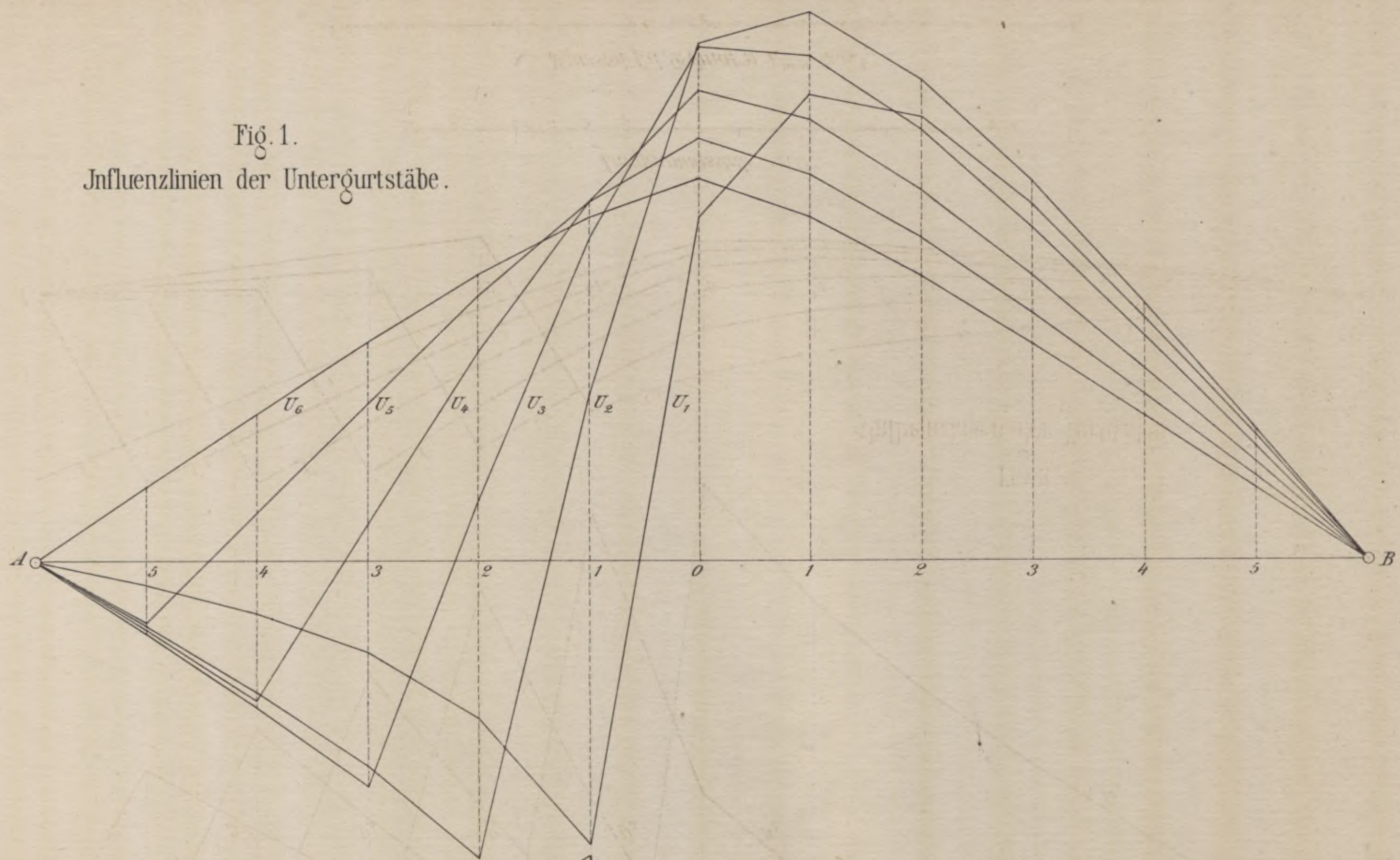


Fig. 2.
Jnfluenzlinien der Diagonalen.

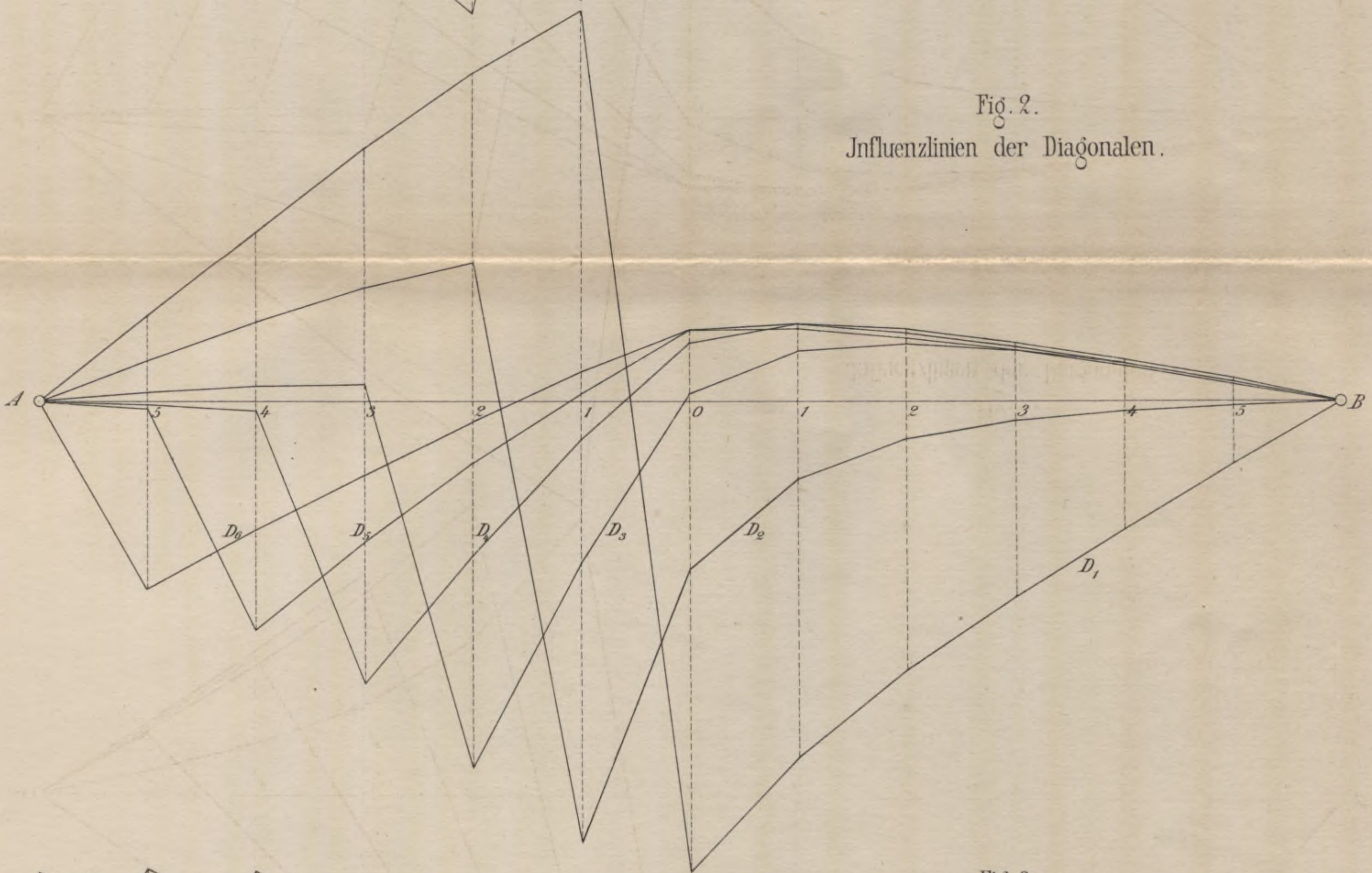
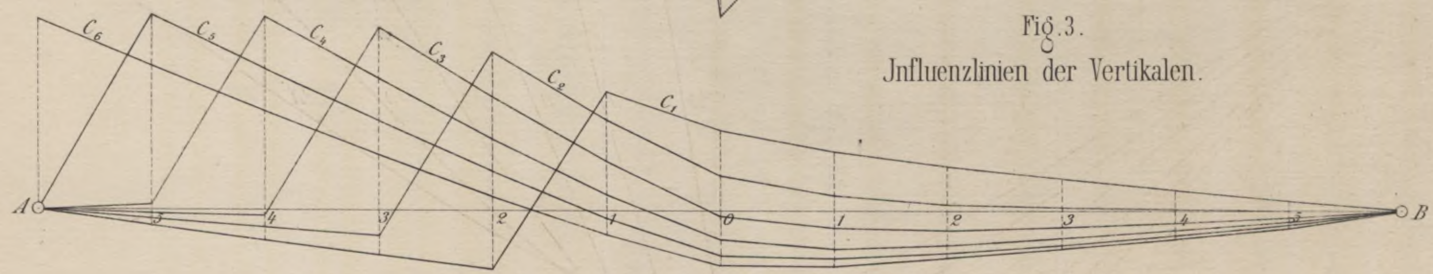


Fig. 3.
Jnfluenzlinien der Vertikalen.



Längenmaasstab 1:200.

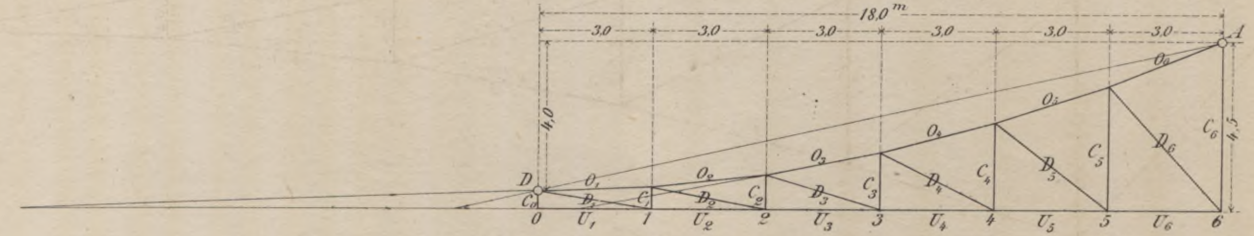
100 0 1 2 3 4 5 10 15 m

Maasstab f. d. Ordinaten 1 mm = 0,04 t.

1,0 0,5 0 1 2 1 t.

Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 1.



Maasstab 1 : 200.

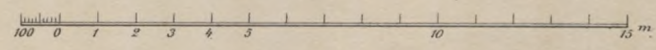


Fig. 2.

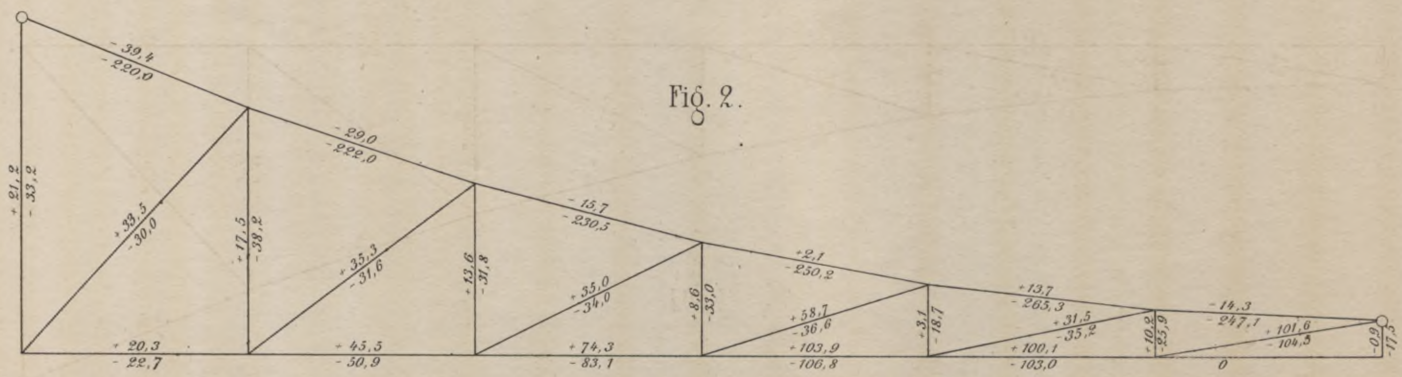


Fig. 3.

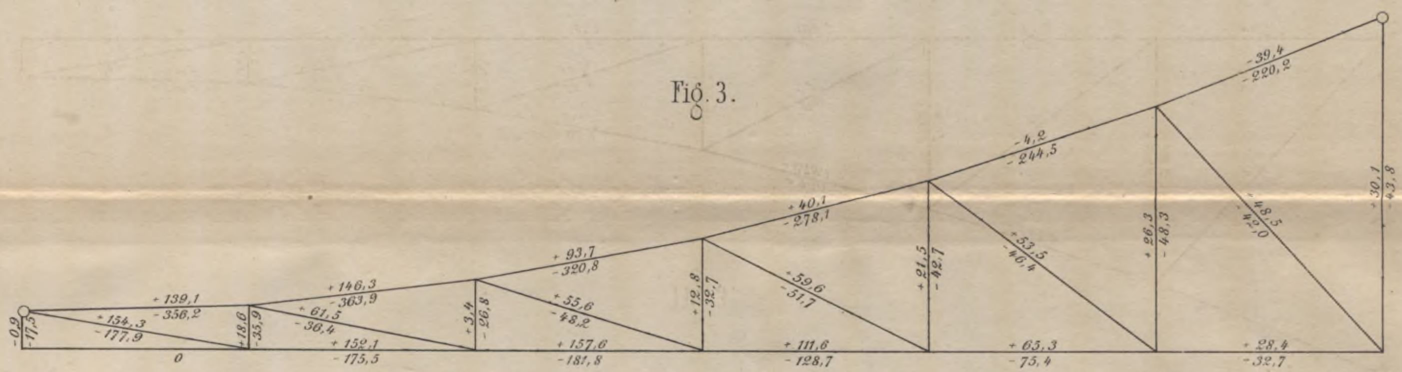


Fig. 4.

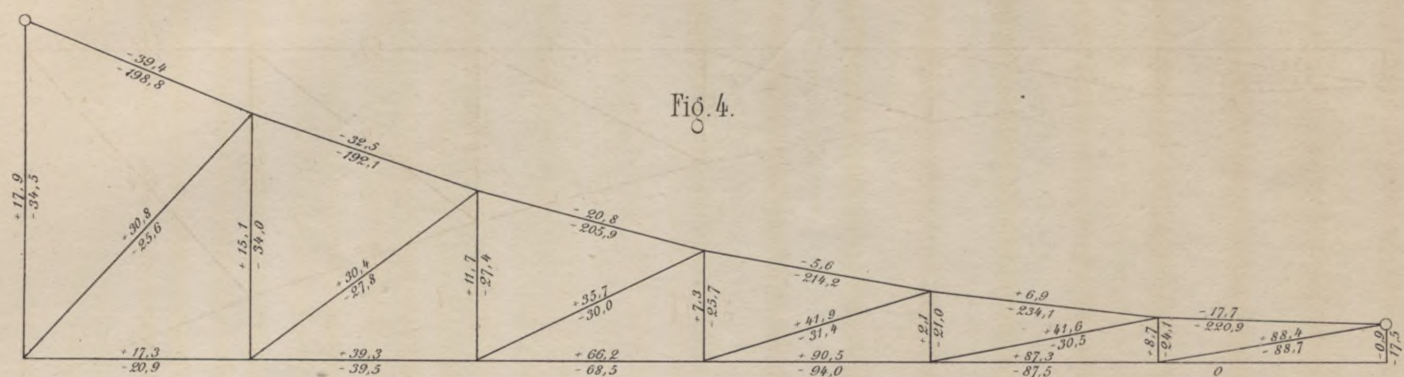
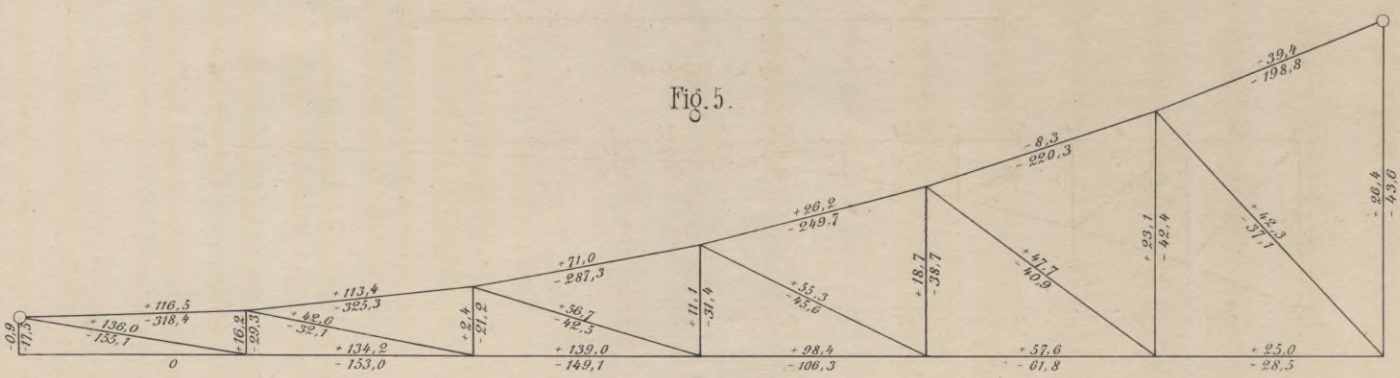


Fig. 5.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.