

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

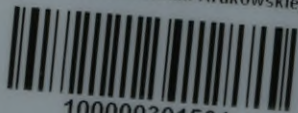


15531

L. inw. ....



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000301501





Werner Grollman,  
Sommerskriver för offentliga arbeten  
Emma Maybach

Justitienämnden i läroverket  
som Verfasser.



**Geschwindigkeit**  
des  
strömenden Wassers in verschiedenen Tiefen,  
untersucht  
nach den von Brünings ausgeführten Messungen.

Von

**G. Hagen.**

Aus den Abhandlungen der Königl. Preufs. Akademie der Wissenschaften zu Berlin  
vom Jahre 1883.

Gelesen in der Gesamtsitzung vom 12. April 1883  
[Sitzungsberichte St. XVIII. S. 429].

Mit 1 Tafel.

Berlin 1883.

Verlag der Königlichen Akademie der Wissenschaften.

*F. No. 19050*



*(Jensens Bibliothek)*

~~VII C. 4a  
666.~~

75  
73

XXX  
111

Geschwindigkeit

stürmenden Wassers in verschiedenen Tiefen

ausgeführt

nach den von Britting angeführten Messungen.

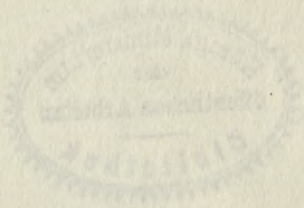
Von

Zum Druck eingereicht am 17. April 1883, ausgegeben am 18. Juni 1883.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW

III 15531

*W. W.*



*W. W.*

1883

Verlag der Königlich-Preussischen Akademie der Wissenschaften

*W. W.*

*W. W.*

Akc. Nr. 2203 / 49



## 1. Veranlassung und wissenschaftliche Bedeutung der in Rede stehenden Geschwindigkeits-Messungen.

Seit langer Zeit hat man sich bemüht, das Gesetz zu entdecken, nach welchem die mittlere Geschwindigkeit des strömenden Wassers vom relativen Gefälle und von der Wassertiefe abhängt, doch ist dieses bisher nicht gelungen. Aus den allgemein gültigen Gesetzen der Hydrodynamik läßt sich die Aufgabe nicht lösen, da ein Umstand, der den wesentlichsten Einfluß auf die Erscheinung ausübt, der nähern Untersuchung sich noch ganz entzogen hat. Dieses sind die anscheinend höchst unregelmäßigen innern Bewegungen des Wassers.

In engen Röhren oder sehr flachen Rinnen, besonders wenn sie nur langsam durchströmt werden, fehlen diese Bewegungen freilich, und alle im Wasser schwebenden Körper folgen der allgemeinen Richtung der Strömung. Leitet man dagegen durch eine Glasröhre von nur 1 Zoll Weite Wasser hindurch, das mit Sägespänen vermengt ist, so bemerkt man, wie diese, von den verschiedensten Wirbeln gefaßt, Wege durchlaufen, die viel länger, als die Röhre sind. Es leidet keinen Zweifel, daß hierdurch, so wie auch durch die Reibung zwischen den in verschiedenen Richtungen sich bewegend Massen ein großer Theil der lebendigen Kraft consumirt wird, den das Wasser beim Herabgleiten in der ge-

neigten Röhre, oder überhaupt durch das Gefälle gewinnt. Auch in gröfsern Wasserläufen und in Strömen fehlen dieselben nie. Sie werden besonders stark an scharfen Uferecken, neben Bühnen u. dgl. Auch wenn man Geschwindigkeits-Messungen an demselben Punkte mehrfach wiederholt, pflegen dieselben stets verschiedene Resultate zu geben, woher die Strömung keineswegs immer dieselbe bleibt, oder in aller Strenge eine gleichförmige ist.

Stürzt das Wasser über ein Wehr, so beschränken die Wirkungen des Sturzes sich allein auf die unmittelbar dahinter belegene Stelle. Hier bilden sich die heftigsten Bewegungen, welche die Sohle und die Ufer angreifen, in geringer Entfernung ist die Strömung aber wieder eben so ruhig, als wenn das Wehr gar nicht existirte. Noch auffallender zeigen sich diese Erscheinungen in Gebirgsgegenden, wo man oft Bächen begegnet, die eine steile Wand herabstürzen, sobald sie aber die Thalsohle erreicht haben, auf derselben eben so weiter fliefsen, als ob sie das Thal gar nicht verlassen hätten. Die innern Bewegungen sind sonach sehr verschieden, und so auch ihre Einwirkungen auf die lebendige Kraft, von der die Geschwindigkeit in der Richtung des Stroms abhängt.

Wenn es sich um die Anlage von Entwässerungs-Canälen, Stromdurchstichen und dergleichen handelt, so beabsichtigt man, möglichst regelmässige Wasserläufe darzustellen, worin eine starke Änderung der Geschwindigkeit und überhaupt die Veranlassung zu heftigen innern Bewegungen möglichst vermieden wird, so darf man erwarten, dafs die Erfahrungen, die man an schon bestehenden Stromstrecken dieser Art gemacht hat, in den neuen Anlagen, wie auch bei Stromregulirungen sich wiederholen werden. In diesem Fall handelt es sich nicht mehr um die Darstellung eines allgemein gültigen Gesetzes, sondern nur um ein solches für ziemlich regelmässige Strecken.

Die dabei zum Grunde zu legenden Beobachtungen müssen aber mit Sorgfalt ausgeführt und namentlich die Geschwindigkeiten und die relativen Gefälle hinreichend sicher gemessen werden. Dieses ist bisher meist nicht geschehn, wie im Folgenden nachgewiesen werden wird. Überdies darf während dieser Messungen auch der Wasserstand und mit demselben das Gefälle sich nicht ändern.

Die unter Leitung von Brünings am Schlufs des vorigen Jahr-

hundreds in den Niederlanden ausgeführten Messungen entsprechen zwar nicht vollständig diesen Anforderungen, da keineswegs eine wissenschaftliche Verwerthung derselben beabsichtigt wurde, die einzelnen Reihen derselben zeigen aber so regelmässige Änderungen der Geschwindigkeit, wie man in spätern ähnlichen Messungen dieser Art vergeblich sucht. Dieses ergiebt sich besonders deutlich, wenn man sie graphisch aufträgt. Die beikommende Zeichnung stellt diejenige Reihe dar, welche unter Allen die grösste Anzahl von Beobachtungen umfaßt, und auf die grösste Wassertiefe sich bezieht. Der Zug der sogenannten Geschwindigkeits-Curve, oder derjenigen Linie, deren Abscissen die Abstände vom Grunde und deren Ordinaten die Geschwindigkeiten sind, läßt sich in den mit kleinen Kreisen umschlossenen Punkten mit solcher Sicherheit erkennen, wie wohl in keiner der sonst ausgeführten ähnlichen Messungen. Auf die Eigenthümlichkeiten dieser Curve werde ich später zurückkommen, hier mag nur bemerkt werden, daß andre unter den vorliegenden Reihen sich noch vollständiger, als diese an das daraus abgeleitete Gesetz anschliessen, wie aus Vergleichung der wahrscheinlichen Beobachtungsfehler sich ergeben wird.

Diese Beobachtungen wurden nicht etwa zu wissenschaftlichen Zwecken, sondern allein im Interesse der eingedeichten Ländereien angestellt. Verschiedene Provinzen der damaligen Batavischen Republik hatten vielfach Beschwerde darüber geführt, daß dieser und jener Arm des Rheins bei Anschwellungen übermächtig belastet und dadurch ihre Deiche zu sehr gefährdet würden. In dieser Beziehung hatte man schon 1745 sich dahin geeinigt, daß von der ganzen Wassermenge des ungetheilten Rheins die Whaal zwei Drittel, der Pannerdensche Canal, also der weiter abwärts belegene Rhein, nur ein Drittel, und von diesem wieder die Yssel den dritten Theil aufnehmen solle. Um diese Verhältnisse darzustellen hatte man die verschiedenen Arme neben den Trennungspunkten in entsprechender Weise verengt oder verbreitet, ob aber die ganze Wassermenge in diesen Verhältnissen wirklich vertheilt sei, war bisher nicht geprüft worden und wurde vielfach in Abrede gestellt. In Folge dessen wurde unter Leitung des General-Directors des Wasserstaates Christian Brünings im April 1790 bei mittlerem, und im April 1792 bei hohem Wasserstande die durch gewisse Queerprofile in den verschiedenen Strömen

hindurchfließenden Wassermengen gemessen und unter einander verglichen. Zu diesem Zweck wählte man in jedem Profil verschiedene Lothlinien, die nach Maßgabe der Breiten der betreffenden Stromstrecken 5 bis 10 Ruthen von einander entfernt waren. In jeder dieser Lothlinien wurden alsdann in Abständen von 6 Zoll die Geschwindigkeiten von nahe unter dem Wasserspiegel bis nahe über dem Grunde gemessen.

In dieser Weise sind im Ganzen 105 Beobachtungsreihen ausgeführt, die zunächst sehr sicher erkennen lassen, in welcher Beziehung die Geschwindigkeiten der über einander liegenden Wasserschichten zum Abstände derselben vom Grunde stehn. Sie sind also vorzugsweise geeignet, den Ausdruck für die Geschwindigkeits-Curve zu finden. Indem aber in manchen dieser Querprofile die Tiefen, also auch die Längen der darin gewählten Lothlinien sehr verschieden sind, so kann man auch unter der Voraussetzung, daß das Gefälle bei Messung der Geschwindigkeiten in allen Lothlinien eines Profils ungeändert dasselbe geblieben ist, aus diesen Beobachtungen entnehmen, welchen Einfluß die Wassertiefe auf die Geschwindigkeit hat. Die Eingangs gestellte sehr wichtige Frage nach dem allgemeinen Gesetz des strömenden Wassers läßt sich freilich aus diesen Beobachtungen nicht beantworten, da die Messung der relativen Gefälle der Ströme an diesen Stellen nicht in der Aufgabe lag, vielmehr die Wassermengen direct gemessen werden sollten.

Brünings ließ diese Messungen mit einem von ihm selbst angeordneten Apparat ausführen, den er Strommesser nannte, und der nicht unmittelbar die Geschwindigkeit, vielmehr den Druck maß, den das strömende Wasser gegen eine ihm entgegen gerichtete Planscheibe ausübte. Im Folgenden wird dieser Apparat eingehend beschrieben werden.

Indem ich beabsichtigte, aus diesen Beobachtungsreihen ganz methodisch und mit voller Schärfe das Gesetz, dem die Geschwindigkeits-Curven sich anschließen, herzuleiten, kam es zunächst darauf an, den in Aussicht stehenden sehr zeitraubenden Rechnungen die Geschwindigkeiten, wie die Messungen sie ergeben hatten, richtig und frei von allen Druckfehlern und sonstigen Entstellungen zum Grunde zu legen. Ich ersuchte daher das königliche Ingenieur-Institut im Haag, dessen Mitglied zu sein, ich die Ehre habe, um eine zuverlässige Copie der Original-Beobachtungen. Hierauf hatte der Vorsitzende des Instituts, der Minister für

Handel und den Wasserstaat, Hr. Klerck, die außerordentliche Güte, ein Exemplar der 1798 gedruckten Berichte und Verhandlungen in Betreff der Vertheilung des Rhein-Wassers unter die verschiedenen Ströme in den Niederlanden mir zukommen zu lassen, worin auch die gewünschten Messungen enthalten sind. Der Titel dieses aus zwei Folio-Bänden Text und einem Bande Karten bestehenden Werkes lautet: *Verzameling van Rapporten, Verbaalen en verdere Stukken betreffende de Doorsnydingen en Werken, welken sedert de Conventie van den Jaare 1771 op de Boven-Rivieren tusschen Emmerik en Arnhem syn aangelegd, zo tot bevordering van derzelver Vaarbaarheid, als om door eene geregelde Verdeeling van het Opperwater, de Overstromingen (by open Rivier) te voorkomen. In den Haag 1798.*

In allen Berichten und sonstigen Mittheilungen dieser Sammlung ist von der Messung der relativen Gefälle an den Stellen, wo die Queerschnitte liegen, gar nicht die Rede. Solche sind also nicht ausgeführt, wozu auch keine Veranlassung vorlag. Eben so sucht man vergeblich dieselben in Wiebeking's allgemeiner Wasserbaukunst, wenn freilich hier für längere Stromstrecken in den Niederlanden die Gefälle mitgetheilt werden.

Hiermit steht die Angabe Eytelwein's in dessen Untersuchungen über die Bewegung des Wassers (Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissenschaften 1813 und 1814) in directem Widerspruch, indem aus eben diesen Geschwindigkeiten und den dabei gemessenen Gefällen jenes oben erwähnte allgemeine Gesetz hergeleitet wird. Auch die Gefälle sollen aus Wiebeking's allgemeiner Wasserbaukunst entnommen sein, wo sie jedoch in diesen Maassen gar nicht mitgetheilt sind.

Funk hatte 1808 seine Beiträge zur allgemeinen Wasserbaukunst veröffentlicht, und daselbst mit diesen Geschwindigkeiten auch die Gefälle, wie sie Eytelwein benutzte, mitgetheilt. Woher er die letzten entnommen, sagt er nicht, macht auch keinen weitem Gebrauch von denselben. Bei näherer Untersuchung ergeben sich indessen aus diesen Gefällen so viele an sich höchst unwahrscheinliche Combinationen, dafs ihr Zusammentreffen vermuthen läßt, sie seien nicht wirklich gemessen, weil dabei immer zufällige Fehler vorkommen, die solche Übereinstimmung verhindern. In meinen Grundzügen der Wahrscheinlichkeits-Rechnung habe ich

nachgewiesen, man könne nicht nur Millionen und Milliarden, sondern einen Betrag, der sich durch eine Zahl von 21 Ziffern ausdrückt, gegen 1 darauf wetten, daß diese Gefälle nach der damals als allgemein gültigen Formel Eytelwein's

$$c = 90,9 \sqrt{t\alpha}$$

berechnet sind, wo  $c$  die mittlere Geschwindigkeit und  $t$  die mittlere Tiefe in Rheinländischen Fussen,  $\alpha$  aber das relative Gefälle ausdrückt. Es stand also bereits fest, daß Funk ohne es zu erwähnen, und im vollen Vertrauen auf die allgemeine Gültigkeit jener Formel nach derselben seine Mittheilung vervollständigte, Eytelwein aber sich hierdurch täuschen liefs, und aus den nach seiner Formel berechneten Gefällen den Einfluss derselben auf die Geschwindigkeiten herzuleiten versuchte.

## 2. Die üblichen Geschwindigkeits-Messungen.

Am einfachsten mißt man die Geschwindigkeit des strömenden Wassers, wenn man schwimmende Körper treiben läfst. Indem diese nicht tief eintauchen, so ergibt sich daraus nur die Geschwindigkeit der obern Wasserschichten. Dabei tritt auch der Übelstand ein, daß in Folge der innern Bewegungen, und wohl noch mehr durch die Zähigkeit der Oberfläche des Wassers, die Schwimmer, selbst in regelmäfsig geformten Strombetten und in geraden Strecken nicht parallel zu den Ufern sich bewegen, sondern meist derjenigen Linie sich nähern, in der die Strömung am stärksten ist. Man kann demnach durch sie nicht in aller Schärfe die Geschwindigkeiten an den verschiedenen Stellen des gewählten Querprofils bestimmen. Um die Abweichung von der allgemeinen Richtung der Stromstrecke auf das geringste Mafs zu beschränken, müssen die beiden abgesteckten Visirlinien, bei deren Durchgang die Zeiten beobachtet werden, nicht zu weit von einander entfernt sein. Dieses verbietet sich auch schon dadurch, daß bei weitem Abständen die Geschwindigkeit, mit welcher der Schwimmer den Zwischenraum durchläuft, sich leicht ändert. Jedenfalls muß aber die Zwischenzeit hinreichend groß sein, damit ein Fehler von einer Secunde, der sich wohl nicht vermeiden läfst, das Resultat nicht zu sehr entstellt.

Der Stab des Cabeo, der cylindrisch geformt, und jedesmal so durch eingelegte Bleischeiben beschwert sein muß, daß sein unteres Ende möglichst wenig vom Grunde entfernt bleibt, ohne denselben auf seinem Wege zu berühren, ist ein brauchbares Instrument. Seine Bewegung entspricht unmittelbar der mittleren Geschwindigkeit aller über einander liegenden Wasserschichten, die ihn berühren. Er treibt indessen eben so, wie der einfache Schwimmer, nicht in der Richtung der beiderseitigen Ufer. Außerdem darf man ihn gemeinhin auch nicht genügend dem Grunde nähern, weil er alsdann diesen leicht irgendwo auf seinem Wege berührt und alsdann festgehalten oder seine Bewegung verzögert wird.

Humphreys und Abbot bedienten sich bei ihren vielfachen Messungen eines an einem Schwimmer hängenden Körpers, der specifisch etwas schwerer als das Wasser war, und daher in stehendem Wasser je nach der Länge des ihn mit dem Schwimmer verbindenden Fadens lothrecht unter dem letzteren schwebte. In gleicher Weise wurden auch von Cunningham die Geschwindigkeiten in verschiedenen Tiefen des Ganges-Canals in Ostindien gemessen. Eines ähnlichen Apparats, nämlich zweier mit einander verbundenen Wachskugeln, von denen eine etwas beschwert war, so daß sie im Wasser schwebend von der andern getragen wurde, bediente sich schon Mariotte und machte dabei die wichtige Entdeckung, daß in der freien Seine jedesmal die in der Oberfläche schwimmende Kugel der andern voraneilt, daß aber die in der Tiefe schwebende diese überholte, sobald beide an einem Brückenpfeiler vorbeitrieben. Bei Benutzung ähnlicher Apparate bemüht man sich gemeinhin, dem schwereren und vom Schwimmer getragenen Körper eine möglichst große Ausdehnung zu geben, damit die Strömung auf ihn vorzugsweise einwirkt und sonach auch der Schwimmer, der eine viel kleinere Angriffsfläche dem Wasser bietet, mit der Geschwindigkeit derjenigen Wasserschichten, die den untern Körper treffen, fortgetrieben wird. Um dieses zu erreichen, belastet man den letztern so wenig, daß er nur so eben im Wasser niedersinkt. Hierdurch bildet sich aber ein höchst nachtheiliger Übelstand, der bei diesem Apparat sich nie ganz umgehn läßt. Wenn im offenen Strom der Schwimmer voraneilt und den an ihm hängenden Körper nach sich zieht, so wird er wegen des schrägen Zuges denselben heben, und zwar um so mehr, je leichter dieser ist. Man mißt also, wenn auch der Stofs

gegen den Schwimmer so klein sein sollte, daß er unbeachtet bleiben dürfte, die Geschwindigkeit in einer geringeren Tiefe, als die Länge des Fadens angiebt. Wollte man aber auch mit Rücksicht auf die Einwirkung des Wassers auf den obern Schwimmer die Geschwindigkeit derjenigen Wasserschicht ermitteln, in welcher der untere Körper treibt, so würde man doch immer nicht wissen, welche Neigung der Faden während der Beobachtung angenommen und wie er sich dabei vielleicht auch gekrümmt hatte. Die Tiefe, in welcher diese Geschwindigkeit stattfindet, bleibt also unbekannt.

Bei uns wird zur Messung der Geschwindigkeiten der tieferen Wasserschichten allgemein der Woltman'sche Flügel benutzt, der unbedingt ein sehr brauchbares Instrument ist und der ebenso wie der Schwimmer die Geschwindigkeit unmittelbar mißt, indem sich diese aus der Anzahl seiner Umdrehungen ergibt. Das Verhältniß zwischen einer Umdrehung zur Länge des Weges, den das dagegenstossende Wasser zurücklegt, ergibt sich leicht aus der Neigung der Flügel gegen ihre Drehungs-Ebene und aus dem Abstände derselben von der Achse. Die Reibung pflegt, wenn der Apparat sorgfältig ausgeführt ist, so geringe zu sein, daß man wenigstens bei mäßigen Geschwindigkeiten davon ganz absehen darf. Das Rad, das mit seinen Zähnen in die Schraubengänge der Flügelwelle eingreift und die Umdrehungen der letztern zählt, darf in diesem Fall nicht mittelst eines Getriebes oder einer Schraube noch ein zweites Rad in Bewegung setzen, das wieder die Anzahl der Umdrehungen des ersten Rades angiebt. Dieses ist auch entbehrlich, da man bei einiger Aufmerksamkeit und besonders, wenn man durch einen vorhergehenden, auf wenige Secunden beschränkten Versuch die Geschwindigkeit schon ungefähr kennen gelernt hat, nicht zweifelhaft sein wird, wie oft das Rad sich umgedreht hat. Jedenfalls empfiehlt es sich aber, den Flügel dadurch zu prüfen, daß man ihn in stehendem Wasser langsamer und schneller eine bestimmte Strecke hindurchführt und jedesmal die Anzahl der Umdrehungen der Flügelwelle abliest. Man ersieht alsdann, welcher Länge des Weges eine Umdrehung entspricht und zugleich, ob diese bei verschiedenen Geschwindigkeiten dieselbe bleibt oder ob die Reibung schon von Einfluß ist. Sollte dieses sein, so sind die hierdurch veranlaßten Fehler leicht zu erkennen, und man muß dieselben zur Be-



richtung der Messungen für verschiedene Geschwindigkeiten tabellarisch zusammenstellen.

Bei Benutzung dieses Instruments wird oft von der festen Aufstellung desselben abgesehn. Man schraubt es nur an eine Stange, die man frei in der Hand hält, und sie bis zu derjenigen Tiefe herabdrückt, in der man die Geschwindigkeit messen will. Um ein Klemmen des Rades gegen die Schraubengänge zu verhindern, wodurch die Bewegung vollständig unterbrochen werden könnte, muß, wie auch wohl immer geschieht, dafür gesorgt werden, daß der kleine Rahmen, der das Rad trägt, nicht über einen gewissen Punkt hinaus der Flügelwelle genähert werden kann und daß ferner die Zähne des Rades wie auch die Schraubengänge in scharfe Schneiden auslaufen. Alsdann ist ein nachtheiliges Zusammentreffen dieser Schneiden fast undenkbar. Bei der vielfachen Benutzung meines Flügels ist solches niemals vorgekommen.

Sehr unpassend verbindet man zuweilen diesen Apparat mit einer großen Fahne, die ihn stets in die Richtung der stärksten Strömung stellt. Die Geschwindigkeit in dieser Richtung wird aber nie gesucht, es handelt sich vielmehr allein um die Geschwindigkeit, mit der das Wasser normal gegen die Ebene des Querprofils sich bewegt. Diese allein bezeichnet die Wassermenge, die der Strom abführt. Bei größerer Tiefe und besonders bei stärkerer Strömung muß man daher den Flügel so sicher fassen, daß er seine Richtung nicht verändern kann.

In neuester Zeit wird der Flügel auch mit einem elektrischen Apparat verbunden, wodurch jede Umdrehung dem Beobachter bemerklich gemacht und sonach die spätere Ablesung entbehrlich wird. Man kann alsdann, sobald die Messung in einer gewissen Tiefe beendet ist, unmittelbar darauf eine solche in andrer Tiefe vornehmen. Der Apparat verliert indessen dabei seine Einfachheit, die ihn doch vorzugsweise empfiehlt, und die sichere Benutzung desselben erfordert größere Übung und Aufmerksamkeit, während zugleich seine Beweglichkeit durch vermehrte Reibung beeinträchtigt wird.

Die Geschwindigkeit des strömenden Wassers läßt sich andererseits auch aus dem Druck erkennen, den es auf eine ihm zugekehrte Ebene ausübt. Dieser Druck kann mittelst verschiedener Vorrichtungen so übertragen werden, daß man, während er noch wirksam ist, ihn bequem messen

und zugleich die Schwankungen wahrnehmen kann, denen er unterworfen ist. Bei solchen Apparaten ist es auch nicht erforderlich, nach jeder Messung sie auszuheben und neu einzustellen, vielmehr darf man sie unmittelbar darauf für andere Tiefen benutzen. Vorrichtungen dieser Art waren schon früher von Italienischen Hydrotecnen angegeben und benutzt. Der Apparat, den Brünings wählte, gehört auch zu dieser Classe.

Endlich wäre noch der Pitot'schen Röhre zu erwähnen, in welcher der Druck des strömenden Wassers gegen den ihm zugekehrten offenen horizontalen Schenkel durch das Ansteigen des Wassers in dem damit verbundenen lothrechten Schenkel bezeichnet wird. Mit manchen dabei angebrachten Verbesserungen wird dieses Instrument auch gegenwärtig noch in Frankreich, doch, wie es scheint, nur bei mäfsigen Tiefen benutzt.

### 3. Der Strommesser von Brünings.

Die Akademie der Wissenschaften in Haarlem hatte einen Preis ausgesetzt auf die Erfindung eines Apparats, womit man die Geschwindigkeit des Wassers in beliebiger Tiefe sicher messen könne. Diese Aufgabe löste Brünings und erhielt den Preis. Mehrere Jahre später (1798) veröffentlichte er die betreffende Denkschrift unter dem Titel: *Verhandeling over de snelheid van het stromend water en de meddelen om dezelve op allerlei diepte te bepalen*. Unmittelbar darauf erschien in deutscher Sprache eine wörtliche Übersetzung dieser Schrift von Kröncke, dem Mitherausgeber des ersten Bandes von Wiebeking's Wasserbaukunst. Brünings beschreibt darin und beurtheilt in sehr angemessener Weise die bisher zu diesem Zweck benutzten Instrumente und erläutert dieselben durch beigefügte Zeichnungen. Sodann giebt er den von ihm als besonders brauchbar erachteten Apparat an, der sehr eingehend erklärt und durch Zeichnung dargestellt wird. In einem Nachtrage erwähnt Brünings, dafs mit dem letzteren die Messungen am Rhein und in dessen Abzweigungen ausgeführt sind. Er spricht auch sein Bedauern aus, dafs bei Abfassung der Denkschrift ihm der Flügel seines Freundes Woltman noch nicht bekannt gewesen und er desselben nicht erwähnt habe, er sagt

jedoch nicht, daß er diesen seinem eigenen Apparat vorziehe und ihn zu jenen Messungen benutzt haben würde.

Ich gehe nun zur Beschreibung dieses Instruments über, das Brünings den Strommesser (*Stroommeter*) nannte. Derselbe bestand wesentlich aus einer dem Strom entgegen gerichteten Planscheibe, die sich leicht vor- und zurückschieben liefs, jedoch durch eine Leine zurückgehalten wurde, die aufwärts geführt und in bequemer Höhe über Wasser mit dem kürzeren Arm eines Hebels verbunden war. Der Zug, den diese Leine erfuhr, wurde durch ein Gegengewicht gemessen, das am längeren Hebelarm hängend so weit verschoben wurde, bis das Gleichgewicht sich darstellte.

Die Planscheibe, die den Druck des dagegenströmenden Wassers aufnahm, war in quadratischer Form aus Kupferblech ausgeschnitten und mafs 6 rheinl. Zoll in ihren Seiten. In ihrem Mittelpunkt fafste sie, normal dagegen gerichtet, eine sorgfältig prismatisch bearbeitete kupferne Stange von 9,5 Zoll Länge und 6 Linien Höhe und Breite, die auf zwei horizontalen Rollen ruhte und zwischen vier verticalen Rollen, ohne ihre horizontale Stellung oder ihre Richtung zu verändern, leicht hin- und hergeschoben werden konnte. Der Strom drückte die Scheibe zurück, an ihr hinteres Ende schlofs sich indessen ein Queerarm an, den in entgegengesetzter Richtung eine Leine zurückhielt, die über eine Rolle lothrecht aufwärtsgeführt war. Auf diese Leine übertrug sich also der Druck des strömenden Wassers.

Die leichte Platte, an der die Führung der Scheibe wie auch die Rolle befestigt war, wurde an das untere Ende einer gezahnten Stange angeschroben, die aus kürzeren Stücken von 5 Fufs Länge bestehend bis auf 30 Fufs sich verlängern liefs. Durch ein Getriebe, das in die Zähne der Stange eingriff, konnte die Scheibe bis zu derjenigen Tiefe versenkt werden, in der man die Geschwindigkeit messen wollte. Die Latte aber, in allen ihren Theilen sorgfältig aus Mahagoniholz ausgeschnitten, war an der Rückseite schwalbenschwanzförmig gestaltet und ruhte in einer entsprechenden Rinne eines hinreichend langen Pfahls von Kiefernholz.

Jene Leine, welche die Scheibe dem Strom entgegendrückte, wurde über der erwähnten Rolle durch eine leichte Kette ersetzt, die an jeder beliebigen Stelle von einem Haken gefafst werden konnte, der an dem

kürzern Arm eines am Pfahl befestigten Hebels hing. Der längere Arm dieses Hebels, an der obern Seite mit einer Reihe neben einander befindlicher und mit Nummern bezeichneter Kerben versehen, war durch ein leichtes Gegengewicht belastet, durch dessen Verstellung das Gleichgewicht dargestellt und der Druck des Wassers gegen die Scheibe gemessen wurde. Aufser diesem hing aber noch ein schwereres Gegengewicht an einer bestimmten Stelle desselben Hebelarms, das den überwiegend grōfsten Theil des Drucks gegen die Scheibe aufhob. Das hierdurch dargestellte Gleichgewicht war indessen keineswegs ein stätiges, vielmehr traten dabei sehr heftige Schwankungen ein. Um trotz dieser die passendste Stellung des kleinen Gegengewichts zu finden und um zugleich die Ausdehnung der Schwankungen zu beurtheilen, war über der aus einer scharfen Schneide bestehenden Drehungsachse des Hebels vor einem eingetheilten Kreisbogen ein aufrecht stehender Zeiger angebracht, aus dessen Stellung man sich auch überzeugen konnte, dafs der Hebel eine horizontale Lage einnahm.

Indem das Gewicht der am Hebel hängenden Kette bei den Messungen in verschiedenen Tiefen sich änderte, so wurde nach vorhergehenden Proben ein drittes, sehr kleines Gegengewicht noch an diejenige Stelle des längern Hebelarms gehängt, wo es bei der jedesmaligen Tiefe das Gleichgewicht mit der Kette darstellte. Die Entfernungen der beiden ersten Gewichte von der Achse des Hebels ergaben sonach unmittelbar den Druck des Wassers gegen die Scheibe. Dabei ist noch zu erwähnen, dafs diese Kette, indem sie von jener Rolle nach dem Hebel ansteigt, der Einwirkung der Strömung dadurch vollständig entzogen wurde, dafs sie in einer zweiten und zwar stromabwärts gekehrten Rinne des Pfahls schwebte.

Jedenfalls war es Bedingung, diesen Apparat nicht nur ganz fest, sondern auch in die Richtung des Stroms genau einzustellen. Jener starke Pfahl war daher sorgfältig prismatisch und zwar mit quadratischem Querschnitt bearbeitet und wurde durch eine entsprechende, mit Eisenschienen umgebene Öffnung in der schwimmenden Brücke umfaßt. Am untern Ende war er mit einem Schuh versehen, der in eine scharfe Spitze auslief.

Die beiden Fahrzeuge, welche die Brücke trugen, waren 44 Fufs lang, 9,5 Fufs breit und tauchten 1 Fufs tief ein. Sie waren in der Art mit einander verbunden, dafs zwischen ihnen ein Canal von 12 Fufs Breite

frei blieb. In der Mittellinie desselben und zwar nahe an seinem stromaufwärts gekehrten Ende stand der Pfahl. Die Fahrzeuge waren aber nicht nur gegen den Strom, sondern auch seitwärts so sicher verankert, daß sie sich nicht bewegen konnten, also auch der Pfahl seine lothrechte Stellung wie seine Richtung während der Messung stets beibehielt. Um ihm diese in voller Schärfe geben zu können, waren alle Ankertaue durch Flaschenzüge angespannt, so daß geringe Änderungen in der Lage der Fahrzeuge bequem und sicher sich ausführen ließen.

Sobald der Pfahl eingerichtet war, wurde die gezahnte Latte in die Rinne eingeschoben, die Planscheibe, die den Druck des Wassers aufnahm, eingestellt, das Getriebe wie der Hebel an den Pfahl angeschraubt und die jedesmal erforderlichen Ansatzstücke zur Verlängerung der gezahnten Stange mit dieser verbunden.

Brünings untersuchte zunächst die Reibung der verschiedenen Theile des Apparats, er fand dieselbe aber vergleichungsweise zum Wasserdruck so geringe, daß sie unbeachtet bleiben durfte. Die Geschwindigkeit des gegen die Scheibe stossenden Wassers berechnete er unter der Voraussetzung, daß die Geschwindigkeitshöhe dem Druck entspricht. Wenn diese Annahme nach manchen Beobachtungen auch nur im Allgemeinen, nicht aber in aller Strenge richtig ist, so dürften die dadurch veranlaßten Fehler, den andern unvermeidlichen gegenüber, kaum in Betracht kommen. Einige Versuche, diese Geschwindigkeit mit der durch schwimmende Körper gemessenen zu vergleichen, zeigten genügende Übereinstimmung. Einen andern Beweis für die Gültigkeit dieses Verfahrens fand er auch darin, daß die hiernach berechnete Wassermenge des ungetheilten Rheins nahe mit der Summe derjenigen seiner drei Arme übereinstimmte.

Es kann nur befremden, daß dieser Apparat, soviel bekannt, seit jener Zeit nie wieder benutzt, vielmehr durch den Woltman'schen Flügel vollständig verdrängt ist. Wenn letzterer allerdings den Vorzug hat, daß er unmittelbar die Geschwindigkeit mißt, so läßt jener schon während der Messung den Druck und die Schwankungen desselben deutlich erkennen, so daß man im Stande ist, mit großer Sicherheit seinen mittleren Werth abzulesen, und dazu kommt noch die Bequemlichkeit, daß man nicht, um das Resultat zu erfahren, das Instrument jedesmal ausheben darf. Mit einigen nicht gerade wesentlichen Verbesserungen, dem heuti-

gen Stande des Maschinenbaues entsprechend, ausgeführt, dürfte dieser Apparat zu genauen Geschwindigkeits-Messungen sich vorzugsweise empfehlen, doch müßte die Beziehung zwischen dem Druck und der Geschwindigkeit des Wassers noch näher untersucht werden, da wahrscheinlich die GröÙe und Form der Scheibe einigen Einfluß auf den Druck gegen die Flächen-Einheit hat.

Bei Berechnung der Geschwindigkeiten benutzte Brünings, wie aus der Beschreibung des Strommessers sich ergibt, siebenstellige Logarithmen-Tafeln und grofsentheils werden die dabei gefundenen Resultate auch vollständig mitgetheilt, so dafs die Geschwindigkeiten bis auf den hunderttausendsten Theil eines Zolls genau angegeben sind. Die Vergleichung dieser Geschwindigkeiten, die in voller Übereinstimmung ihrer Werthe sich stets wiederholen, ergibt indessen, dafs die Ablesungen äußersten Falls nur Differenzen von ein Drittel Zoll erkennen lassen. Die Schärfe der Messungen wird daher nicht nur vollständig gewahrt, sondern schon überschritten, wenn man nur die erste Decimalstelle, also den zehnten Theil eines Zolls beibehält. Dieses ist in den folgenden Mittheilungen geschehn.

Die zur Ermittlung der Wassermengen angestellten Messungen wurden 1790 ungefähr bei mittlerem Wasserstande in 6, und 1792 bei hohem Wasserstande in 8, also zusammen in 14 Queerprofilen gemacht. Die Wasserstände und die Änderung derselben während der Messung beziehen sich immer auf den Pegel bei Arnheim, doch bleiben diese Mittheilungen für das Jahr 1790 sehr unvollständig. Diese Queerprofile sind nach den von Brünings gewählten Bezeichnungen unter Beifügung der Jahreszahl die folgenden:

1. Profil A. 1790. — Im ungetheilten Rhein, 320 Ruthen oberhalb des Austritts der Whaal wurden vom 15. bis 19. April beim Wasserstande von 3'6" in Abständen von  $10\frac{1}{2}$  Ruthen in 12 Lothlinien von 7 bis 16 Fufs Tiefe die Geschwindigkeiten gemessen.
2. Profil B. 1790. — In der Whaal, 250 Ruthen unterhalb der Abzweigung aus dem Rhein, am 20. bis 21. April beim Wasserstande von 3'9" und in Abständen von 9,75 Ruthen sind in 8 Lothlinien bei Tiefen von 6,75 bis 16,5 Fufs die Geschwindigkeiten gemessen.

3. Profil C. 1790. — Im Pannerdenschen Canal, 40 Ruthen unterhalb der Trennung von der Whaal. Am 21. April, Wasserstand 3'9", in 5 Lothlinien von 8,5 bis 10 Fufs Tiefe, die 7,5 Ruthen von einander entfernt.
4. Profil D. 1790. — Im Nieder-Rhein, 975 Ruthen oberhalb der Yssel-Mündung. Am 22. April. Wasserstand 3'9". In 7 Lothlinien, die 6 Ruthen von einander entfernt und 8,5 bis 11 Fufs tief waren.
5. Profil E. 1790. — In der Yssel, 160 Ruthen unterhalb ihres Austritts aus dem Rhein. Am 23. April bei Wasserstand 3'9" 4 Lothlinien von 3,75 bis 4,5 Fufs Tiefe, die 4,75 Ruthen von einander entfernt.
6. Profil F. 1790. — Im Unter-Rhein, 135 Ruthen unterhalb der Yssel-Mündung. Am 23. April bei 3'9" Wasserstand. 6 Lothlinien von 7 bis 9 Fufs Tiefe, 7 Ruthen von einander entfernt.
7. Profil A. 1792. — Nieder-Rhein, 1130 Ruthen oberhalb der Yssel-Mündung. Am 13. und 14. April beim Wasserstande von 14'4". 8 Lothlinien in Tiefen von 15 bis 20 Fufs, die 8 Ruthen von einander entfernt. Während der Messung fiel das Wasser 3 Zoll.
8. Profil B. 1792. — Unter-Rhein, 135 Ruthen unterhalb des Austritts der Yssel. Am 16. April bei Wasserstand von 11'10". 7 Lothlinien von 10,5 bis 21 Fufs Tiefe in Abständen von 8 Ruthen. Das Wasser fiel während der Messung 7 Zoll.
9. Profil C. 1792. — In der Yssel, 160 Ruthen unterhalb ihres Austritts aus dem Rhein. Gemessen am 17. April bei 10'11" Wasserstand. 5 Lothlinien von 10,25 bis 11 Fufs Tiefe, die 5 Ruthen von einander entfernt waren. Das Wasser fiel 4 Zoll.
10. Profil D. 1792. — Im Pannerdenschen Canal, 275 Ruthen unterhalb des Austritts der Whaal. Am 19. bis 22. April, durchschnittlich beim Wasserstande von 9'0",5, der aber, wie es scheint, während der Messung sogar um 16 Zoll sank. 7 Lothlinien in Abständen von 7 Ruthen mit Tiefen von 10 bis 14 Fufs.

11. Profil *E.* 1792. — Im ungetheilten Rhein, 320 Ruthen oberhalb des Austritts der Whaal. Am 23. bis 26. April bei dem während der Messung unveränderten Wasserstande von 9'3". Es wurden in Abständen von 10 Ruthen 14 Lothlinien in Tiefen von 12 bis 23 Fufs gemessen.
12. Profil *F.* 1792. — In der Whaal, 250 Ruthen unterhalb ihrer obern Mündung. Am 26. bis 27. April durchschnittlich beim Wasserstande von 8'10", der während der Messung 6 Zoll sank. 10 Lothlinien in Abständen von 9,75 Ruthen, mit Tiefen von 12 bis 20,5 Fufs.
13. Profil *G.* 1792. — Nieder-Rhein, 975 Ruthen oberhalb der Yssel-Mündung. Am 30. April bei Wasserstand von 7'5",75, der 2,5 Zoll während der Messung sank. 7 Lothlinien in 7 Ruthen Abstand mit Tiefen von 10 bis 13,5 Fufs.
14. Profil *H.* 1792. — In der Yssel, 160 Ruthen unterhalb ihres Austritts aus dem Rhein. Gemessen am 1. Mai bei Wasserstand 7'3",5, der um 1 Zoll sich senkte. 5 Lothlinien in 5 Ruthen Abstand mit Tiefen von 7 bis 7½ Fufs.

Es liegen sonach für 105 Lothlinien ebenso viele Beobachtungsreihen vor. In jeder sind in Abständen von 6 zu 6 Zoll unter einander die Geschwindigkeiten in Zollen gemessen. Dabei ist das damals in den Niederlanden übliche Rheinländische Fufsmafs benutzt. Jede Reihe beginnt 1 Fufs unter dem Wasserspiegel und endet meist 1 Fufs 3 Zoll über dem Grunde, doch konnten die Beobachtungen mehrfach, wie gesagt wird, wegen des starken Sandtreibens in der Nähe des Grundes nicht so weit fortgesetzt werden. Einige wenige Reihen setzen sich dagegen so weit fort, dafs nach der jedesmal angegebenen Tiefe der Lothlinie der untere Rand der Scheibe den Grund berührte. Im Folgenden habe ich diese Beobachtungen zwar mit aufgenommen, sie jedoch als unsicher in den Rechnungen nicht berücksichtigt. Dasselbe ist auch bei denjenigen Messungen in der Nähe des Wasserspiegels geschehn, die bei Vergleichung der Geschwindigkeiten hier eine merkliche Verringerung derselben, im Allgemeinen um mehr als 1 Zoll erkennen liefsen. Diese waren, wie schon die erwähnten Erfahrungen von Mariotte zeigten, durch die daneben befind-



lichen feststehenden Körper veranlaßt, fanden also im freien Strom nicht statt. Außerdem hatte ich mich auch durch einen besondern Apparat davon überzeugt, daß im freien Strom die Geschwindigkeit der obern Wasserschichten niemals geringer als die der darunterliegenden ist, daß aber eine Verzögerung eintritt, sobald ein vor Anker liegendes Schiff oder ein sonstiger Körper, welcher der Strömung nicht folgt, in der Nähe sich befindet. Hier bildete der feststehende Mefs-Apparat, sowie auch noch mehr die beiden Fahrzeuge, die ihn trugen, das Hinderniß, und so konnte es nicht fehlen, daß solche Verzögerungen unter gewissen Umständen sich zeigten.

Brünings giebt für die einzelnen Geschwindigkeits-Messungen nicht die Abstände vom Grunde, sondern vom Wasserspiegel an, und zwar nicht die des Mittelpunktes der Scheibe, sondern die des obern oder des untern Randes derselben. Bei den Beobachtungen im Jahr 1790 maß er die Abstände des obern und im Jahr 1792 die des untern Randes der Scheibe von der Oberfläche des Wassers. Hierdurch erklärt es sich, daß nach der Reduction auf den Mittelpunkt der Scheibe, wobei also immer 3 Zoll zugesetzt oder abgezogen werden mußten, die Abstände, gemessen in der Einheit von 6 Zoll, nicht ganze Zahlen, sondern mit dem Zusatz von ein Halb versehen sind, wie die folgenden Tabellen zeigen.

#### 4. Untersuchung derjenigen Beobachtungsreihe, welche unter allen die ausgedehnteste ist.

Um im Allgemeinen ein Urtheil darüber zu gewinnen, wie die Geschwindigkeiten der über einander liegenden Wasserschichten mit dem Abstände vom Grunde zunehmen, stellte ich mehrere der längsten Beobachtungsreihen, die also in tieferem Wasser gemessen waren, graphisch dar, indem ich die Abstände vom Grunde als Abscissen ( $x$ ) auf eine Vertical-Linie und die Geschwindigkeiten rechtwinklig an diese als Ordinaten ( $y$ ) auftrug. Es ließen sich alsdann mit mehr oder weniger Sicherheit Curven zwischen die letztern legen, die ohne Ausnahme von der halben Parabel sich wesentlich dadurch unterschieden, daß sie nicht im Scheitel-

punkt, also bei  $x = 0$ , sondern in einer mäfsigen Entfernung vom Grunde die stärkste Krümmung zeigten. Es muß aber bemerkt werden, daß diese Eigenthümlichkeit bei den sämtlichen Beobachtungsreihen sich wiederholte. Unmittelbar über dem Grunde sind nach dem Zuge der Curven, welche die Beobachtungen andeuten, die Geschwindigkeiten so groß, daß sich hier fast gerade Linien bilden, während jenseit jener stärksten Krümmung die Zunahme der Geschwindigkeit sehr schnell sich vermindert und bei größern Wassertiefen beinahe ganz aufhört.

Hiernach war zu vermuthen, daß die Curve ungefähr dem einfachen Ausdruck

$$y^n = px$$

entsprechen werde, wobei  $n$  einen noch unbekanntem Exponenten bezeichnet, der aber jedenfalls größer als 2 ist, und  $p$  einen gleichfalls noch unbekanntem Factor darstellt, der wahrscheinlich von dem relativen Gefälle des Stroms an dieser Stelle bedingt wird.

Um mich zu überzeugen, ob dieser Ausdruck passend sei, versuchte ich ihn zunächst an diejenige Beobachtungsreihe anzuschließen, die unter allen die längste und zugleich im tiefsten Wasser ausgeführt war. Sie bezieht sich auf die 14te Lothlinie im Profil *E* vom Jahr 1792, also im ungetheilten Rhein zur Zeit des Hochwassers. Diese Reihe gehört unbedingt zu denjenigen, in welchen die Geschwindigkeiten sich recht zufriedenstellend an einander anschließen, wiewohl sich aus dem Folgenden ergeben wird, daß bei mehreren andern Reihen der wahrscheinliche Beobachtungsfehler noch etwas geringer ist.

Die nachstehende Tabelle enthält die betreffenden Beobachtungen, nämlich die mit  $x$  überschriebene Spalte die Abstände vom Grunde, gemessen in der Einheit von 6 Zoll, und die nächste Spalte  $y$  die daselbst gefundenen Geschwindigkeiten, ausgedrückt in Zollen. Die Bedeutung der Zahlen in den beiden folgenden Spalten wird später angegeben werden.

Profil E (1792). Lothlinie 14. Tiefe 23 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
45,5	55,5			23,5	58,0	57,8	57,7
44,5	65,2	66,8	65,5	22,5	58,0	57,2	57,2
43,5	65,2	66,5	65,2	21,5	58,0	56,6	56,7
42,5	65,2	66,2	64,9	20,5	56,1	56,0	56,1
41,5	66,3	65,8	64,6	19,5	56,1	55,4	55,6
40,5	65,1	65,4	64,3	18,5	54,8	54,7	55,0
39,5	65,1	65,1	64,0	17,5	54,8	54,0	54,4
38,5	65,7	64,7	63,7	16,5	54,1	53,3	53,7
37,5	65,7	64,3	63,3	15,5	52,7	52,5	53,1
36,5	64,0	63,9	63,0	14,5	52,0	51,7	52,4
35,5	62,9	63,5	62,6	13,5	52,0	50,9	51,6
34,5	61,7	63,1	62,3	12,5	48,4	50,0	50,8
33,5	61,7	62,7	61,9	11,5	50,6	49,1	50,0
32,5	59,9	62,2	61,5	10,5	50,0	48,1	49,1
31,5	60,5	61,8	61,2	9,5	45,3	47,0	48,1
30,5	59,3	61,3	60,8	8,5	45,3	45,8	47,1
29,5	60,5	60,9	60,4	7,5	46,9	44,5	45,9
28,5	60,5	60,4	59,9	6,5	43,6	43,1	44,6
27,5	60,5	59,9	59,5	5,5	40,1	41,5	43,1
26,5	59,9	59,4	59,1	4,5	38,3	39,6	41,4
25,5	59,3	58,9	58,6	3,5	36,3	37,4	39,4
24,5	59,3	58,3	58,2	2,5	34,2	34,6	36,8

Die erste Beobachtung, welche in diesem Fall eine starke Verzögerung der obern Wasserschichten durch den Mefs-Apparat und die beiden Fahrzeuge erkennen läßt, mußte bei der Untersuchung ausgeschlossen bleiben. Es kam darauf an, aus den übrigen Beobachtungen und zwar unter gleichmäßiger Benutzung derselben die wahrscheinlichsten Werthe des Factors *p* und des Exponenten *n* zu berechnen. Der Ausdruck

$$y^n = px$$

gestattet indessen nicht die unmittelbare Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate. Die Zerlegung von *n* in einen Näherungswerth *a* und die Correction desselben *h* führte auch nicht zum Ziel, da bei Be-

nutzung des Taylor'schen Lehrsatzes die Factoren von  $h$  stets solche Werthe hatten, dafs, wenn  $h$  nicht nahe unendlich klein war, die vermeintliche Correction nur zu noch gröfseren Abweichungen führte.

Hiernach ging ich zum logarithmischen Ausdruck

$$\log y = \frac{1}{n} \log p + \frac{1}{n} \log x$$

über, woraus sich unmittelbar die beiden Bedingungs-Gleichungen ergaben:

$$[\log y] = m \cdot \frac{1}{n} \log p + [\log x] \cdot \frac{1}{n}$$

und

$$[\log y \cdot \log x] = [\log x] \cdot \frac{1}{n} \log p + [\log x \cdot \log x] \frac{1}{n}$$

Die Paranthese [ ] bezeichnet die Summe der aus allen einzelnen Beobachtungen sich ergebenden Logarithmen oder deren Producte.  $m$  ist aber die Anzahl dieser Beobachtungen.

Aus den in der Tabelle mitgetheilten Werthen von  $x$  und  $y$  findet man

$$[\log x] = 55,126$$

$$[\log y] = 74,859$$

$$[\log x \cdot \log x] = 74,936$$

$$[\log x \cdot \log y] = 96,945$$

auferdem

$$m = 43$$

Hieraus ergaben sich die beiden Unbekannten

$$\frac{1}{n} \log p = 1,4484$$

$$\text{und} \quad \frac{1}{n} = 0,2286$$

$$\text{also} \quad \log p = 6,3365$$

$$\text{und} \quad n = 4,3747$$

Man erhält also die Gleichung der Curve, an welche die Beobachtungen am besten sich anschliessen

$$y^{4,37} = 2170300 \cdot x$$

Indem es auf die genaue Angabe des Factors  $p$  in der vorliegenden Untersuchung nicht ankommt, da das relative Gefälle, von dem ohne Zweifel  $p$  vorzugsweise abhängt, gar nicht gemessen ist, so beschränke ich mich darauf, im Folgenden nicht  $p$ , sondern nur den Werth von  $\log p$  anzugeben.

Nach vorstehender Formel berechnete ich nunmehr die Geschwindigkeiten in den betreffenden Abständen vom Grunde. Diese Geschwindigkeiten enthält die dritte, mit  $Y$  überschriebene Spalte der Tabelle. In der beikommenden Zeichnung ist die Curve, deren Ordinaten diese  $Y$  sind, durch die ausgezogene Linie bezeichnet. Man bemerkt, daß dieselbe sich befriedigend an die vorliegenden Beobachtungen anschließt. Aus den Differenzen zwischen  $y$  und  $Y$  ergibt sich aber, daß der wahrscheinliche Beobachtungsfehler, also derjenige, der ebenso oft überschritten, als nicht erreicht wird, gleich 0,775 Zoll ist, während der mittlere Werth der Geschwindigkeiten 56 Zoll beträgt. Hiernach ist der wahrscheinliche Fehler nur 1,4 Procent der gemessenen Geschwindigkeiten. Eine ähnliche Schärfe ist wohl bei Messungen dieser Art nie wieder erreicht worden.

Auch in Betreff der Krümmung der Curve schließt sich die gewählte Gleichung sehr befriedigend an die Beobachtungen an. Die Coordinaten desjenigen Punktes, der in der schärfsten Krümmung liegt, seien  $x$  und  $y$ , diejenigen des Mittelpunktes des Berührungskreises  $\alpha$  und  $\beta$ , so wie der Radius des letztern  $= \gamma$ . Alsdann ergeben die bekannten Ausdrücke für die Gleichung

$$y^n = px$$

$$x - \alpha = \frac{1}{n(n-1)p} \cdot \frac{p^2 + n^2 y^{2n-2}}{y^{n-2}}$$

$$y - \beta = \frac{1}{(n-1)p^2} \cdot (p^2 + n^2 y^{2n-2})y$$

$$\gamma = \pm \frac{1}{n(n-1)p^2} \cdot \frac{(p^2 + n^2 y^{2n-2})^{\frac{3}{2}}}{y^{n-2}}$$

Setzt man  $\partial \gamma = 0$ , so ergibt sich für den Punkt der schärfsten Krümmung die Geschwindigkeit  $y$

$$y^{2n-2} = \frac{n-2}{2n^3 - n^2} p^2$$

und hieraus läßt sich der zugehörige Abstand vom Grunde oder  $x$  finden.

Durch Einführung der Werthe

$$n = 4,3747$$

und

$$\log p = 6,3365$$

erhält man

$$x = 5,2$$

$$y = 40,9$$

$$a = 33,8$$

$$\beta = 25,1$$

$$\gamma = 32,7$$

In die beigelegte Zeichnung ist der Krümmungshalbmesser des kleinsten Berührungskreises eingetragen, und zwar trifft derselbe die Curve in dem Punkte ihrer schärfsten Krümmung.

Es mag noch erwähnt werden, daß die mittlere Geschwindigkeit

$$v = \frac{n}{n+1} \sqrt{p t}$$

ist, also für diese Lothlinie

$$v = 54,86 \text{ Zoll,}$$

wobei die Tiefe aber wieder in der Einheit eines halben Fusses gemessen, daher  $t = 46$  gesetzt werden mußte.

Brünings, der das arithmetische Mittel aus allen gemessenen Geschwindigkeiten als die mittlere Geschwindigkeit ansah, fand

$$v = 56,05 \text{ Zoll.}$$

Obwohl aus Vorstehendem ein durchaus befriedigender Anschluß der Beobachtungen an das angenommene Gesetz sich ergibt, so darf doch nicht unerwähnt bleiben, daß bei der ausgeführten Rechnung nicht die Bedingung zum Grunde gelegt ist, daß die Summe der Fehlerquadrate der gemessenen Geschwindigkeiten, vielmehr diejenige der Logarithmen dieser Geschwindigkeiten ein Minimum wird. Die größten und kleinsten Geschwindigkeiten dieser Reihe, sowie auch in allen übrigen, verhalten

sich indessen äußersten Falls zu einander nur etwa wie 1 zu 2. Wenn daher auch nicht vermieden werden konnte, daß die geringsten Geschwindigkeiten vorzugsweise Geltung erhielten, so sind die hieraus entstehenden Fehler doch nicht von Bedeutung. Nichts desto weniger geben sich solche dennoch dadurch zu erkennen, daß, wenn auch nicht in dieser Reihe, doch in mehreren andern der wahrscheinliche Fehler der Geschwindigkeiten bei Einführung eines bestimmten Werthes für  $n$  etwas geringer ist, als wenn man die Werthe von  $n$  und  $p$  nach der Methode der kleinsten Quadrate suchte. Im letzten Fall wurde aber die Summe der Fehlerquadrate von  $\log y$  berücksichtigt, die der Summe der Fehlerquadrate von  $y$  nicht entspricht.

Aus dem Folgenden wird sich ergeben, daß die bedeutendsten der von Brünings mitgetheilten Beobachtungsreihen auf einen bestimmten, und zwar durch eine einfache Zahl bezeichneten Werth des Exponenten hindeuten, nämlich auf

$$n = 5$$

In Betreff der vorliegenden Beobachtungsreihe bleibt also noch zu untersuchen, in wie weit dieselbe sich diesem Exponent anschließt. Unter Einführung der Werthe von  $x$  und  $y$  der einzelnen Beobachtungen ergibt sich aus der Gleichung

$$y = \sqrt[5]{p} \cdot \sqrt[5]{x}$$

der wahrscheinlichste Werth von  $p$

$$\sqrt[5]{p} = \frac{[y \cdot \sqrt[5]{x}]}{[\sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[5]{x}]}$$

für die vorliegende Beobachtungsreihe also

$$\sqrt[5]{p} = \frac{4462,5}{145,48}$$

woraus man findet

$$\frac{1}{5} \log p = 1,4868$$

und

$$\log p = 7,4339$$

Berechnet man hiernach die Geschwindigkeiten oder die  $y$  für die verschiedenen Abstände vom Grunde  $x$ , so ergeben sich dieselben, wie sie

in der mit  $Y'$  überschriebenen Spalte der vorstehenden Tabelle angegeben sind. Aus diesen findet man den wahrscheinlichen Beobachtungsfehler

$$\omega' = 0,94$$

Derselbe ist allerdings etwas gröfser als früher, doch bleibt er vergleichungsweise gegen andre Beobachtungen dieser Art noch immer sehr geringe und misft nur 1,80 Procent des Mittelwerthes der Geschwindigkeiten. Die durch diese  $Y'$  gelegte Curve ist in derselben Figur durch die unterbrochene Linie angegeben.

Auch in Bezug auf die Lage und Gröfse der stärksten Krümmung schließt der Exponent 5 sich an die Beobachtungen genügend an. Man hat nämlich alsdann unter Beibehaltung der obigen Bezeichnungen

$$x - \alpha = -\frac{1}{20 \cdot p} \cdot \frac{p^2 + 25 \cdot y^8}{y^3}$$

$$y - \beta = \frac{1}{4 \cdot p^2} \cdot (p^2 + 25 \cdot y^8) y$$

$$\gamma = \pm \frac{1}{20 \cdot p^2} \cdot \frac{(p^2 + 25 \cdot y^8)^{\frac{3}{2}}}{y^3}$$

Der Werth von  $y$  ergibt sich aber aus der Gleichung

$$y^8 = \frac{3}{225} \cdot p^3$$

woraus auch das betreffende  $x = \frac{y^5}{p}$  gefunden wird. Indem

$$\log p = 7,4339$$

so erhält man

$$x = 4,9$$

$$y = 42,1$$

$$\alpha = 29,1$$

$$\beta = 28,0$$

$$\gamma = 28,0$$

Auch dieser Krümmungshalbmesser ist in gleicher Weise wie der erste und zwar durch die unterbrochene Linie in die Figur eingetragen.



Der Ausdruck der mittleren Geschwindigkeit verwandelt sich, wenn  $n = 5$  ist, in

$$c = \frac{5}{6} \sqrt[5]{p} \cdot \sqrt[5]{t}$$

also für die vorliegende Beobachtungsreihe ist

$$c = 54,97$$

was mit dem früher gefundenen Werth sehr nahe übereinstimmt.

Es muß erwähnt werden, daß genau in der hier bezeichneten Weise auch für die übrigen benutzten Beobachtungsreihen die Rechnungen durchgeführt sind, so weit sie sich auf die Unbekannten  $n$ ,  $p$  und  $p'$ , sowie auch auf die wahrscheinlichen Fehler  $\omega$  und  $\omega'$  bezogen.

### 5. Feststellung des Exponenten $n$ .

Der für jene längste Beobachtungsreihe gefundene wahrscheinlichste Werth des Exponenten, nämlich 4,3747 erregt insofern Bedenken, als die Ausdrücke für andre Naturgesetze wohl immer nur Exponenten enthalten, die einfache ganze Zahlen oder einfache Brüche sind, dazu kommt noch, daß die andern von Brünings beobachteten Reihen ganz verschiedene Exponenten ergeben, die meist größer als dieser sind, und sich sogar bis auf 27 stellen. Man bemerkt indessen eine auffallende Beziehung zwischen den Exponenten  $n$  und den Factoren  $p$ . Letztere werden nämlich jedesmal sehr groß, sobald die  $n$  hohe Werthe annehmen. Hieraus ergibt sich schon, daß ihre wahrscheinlichen Fehler sehr groß sind. Eine wesentliche Änderung derselben gegen ihre wahrscheinlichsten Werthe ist daher im Allgemeinen keineswegs unstatthaft.

Je größer der Exponent  $n$  ist, um so geringer wird die Zunahme der Geschwindigkeiten oberhalb des Punktes der schärfsten Krümmung. Sucht man daher den wahren Werth von  $n$ , so muß man solche Beobachtungsreihen zum Grunde legen, aus denen sich am auffallendsten ergibt, ob die obern Theile der Geschwindigkeits-Curven steiler oder flacher ansteigen. Die vorliegende Frage läßt sich also am sichersten aus

aus den in besonders tiefem Wasser gemessenen Geschwindigkeiten herleiten.

Hiernach benutzte ich bei dieser Untersuchung nur diejenigen Beobachtungsreihen, die sich auf Wassertiefen von mindestens 18 Fufs bezogen. Es waren 14 solche gegeben und zwar nur in den Messungen des Jahres 1792. Von diesen längern Lothlinien liegen

3 im Profil A  
 1 " " B  
 4 " " E  
 und 6 " " F

Nachstehend sind die betreffenden Beobachtungen wieder vollständig und zwar unter Beibehaltung der obigen Bezeichnungen mitgetheilt.  $x$  sind die Abstände vom Grunde, gemessen in der Einheit eines halben Fufses,  $y$  die beobachteten Geschwindigkeiten in Zollen,  $Y$  die unter Zugrundelegung der wahrscheinlichsten Werthe von  $n$  und  $p$  berechneten Geschwindigkeiten, und  $\omega$  die wahrscheinlichen Fehler derselben. Wird dagegen  $n = 5$  gesetzt, so ergiebt die Rechnung die mit  $p'$  bezeichneten wahrscheinlichsten Werthe von  $p$  und hieraus wieder die Geschwindigkeiten  $Y'$  mit ihren wahrscheinlichen Fehlern  $\omega'$ .

Profil A (1792). Lothlinie 6. Tiefe 19 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
37,5	57,4			27,5	52,7	56,0	57,0
36,5	60,5	58,4	60,3	26,5	52,7	55,7	56,6
35,5	61,7	58,1	60,0	25,5	56,8	55,4	56,2
34,5	61,1	57,9	59,7	24,5	54,1	55,0	55,7
33,5	58,7	57,6	59,3	23,5	54,1	54,7	55,3
32,5	56,1	57,4	59,0	22,5	51,5	54,4	54,8
31,5	55,5	57,1	58,6	21,5	52,7	54,0	54,3
30,5	59,3	56,8	58,2	20,5	52,0	53,6	53,8
29,5	56,8	56,6	57,8	19,5	52,7	53,2	53,2
28,5	52,7	56,3	57,4	18,5	54,1	52,8	52,7

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
17,5	55,4	52,4	52,1	9,5	48,4	47,9	46,1
16,5	52,7	51,9	51,5	8,5	44,5	47,1	45,1
15,5	51,5	51,5	50,8	7,5	46,9	46,3	44,0
14,5	48,4	51,0	50,2	6,5	45,3	45,3	42,7
13,5	52,0	50,4	49,5	5,5	43,6	44,2	41,3
12,5	49,3	49,9	48,7	4,5	43,6	42,9	39,7
11,5	46,9	49,3	47,9	3,5	43,6	41,4	37,8
10,5	46,9	48,6	47,0				

$$n = 6,811 \quad \log p' = 7,341$$

$$\log p = 10,467 \quad \omega' = 1,68$$

$$\omega = 1,36$$

Profil A (1792). Lothlinie 7. Tiefe 19 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
37,5	56,8			19,5	56,8	57,0	57,1
36,5	60,5	61,8	64,7	18,5	59,3	56,7	56,5
35,5	60,5	61,6	64,4	17,5	59,3	56,3	55,9
34,5	61,7	61,4	64,0	16,5	54,1	55,8	55,2
33,5	62,9	61,1	63,6	15,5	56,1	55,4	54,5
32,5	61,7	60,9	63,3	14,5	54,1	54,9	53,8
31,5	59,9	60,7	62,9	13,5	54,1	54,4	53,1
30,5	60,5	60,4	62,5	12,5	51,5	53,9	52,3
29,5	61,1	60,2	62,0	11,5	51,5	53,3	51,4
28,5	59,3	59,9	61,6	10,5	52,7	52,7	50,5
27,5	60,5	59,6	61,2	9,5	52,7	52,0	49,5
26,5	60,5	59,3	60,7	8,5	52,7	51,3	48,4
25,5	55,5	59,0	60,3	7,5	52,7	50,5	47,2
24,5	57,4	58,7	59,8	6,5	51,5	49,6	45,8
23,5	57,4	58,4	59,3	5,5	49,3	48,5	44,3
22,5	57,4	58,1	58,8	4,5	45,3	47,3	42,6
21,5	57,4	57,8	58,2	3,5	46,1	45,8	40,5
20,5	56,8	57,4	57,7	2,5	41,9	43,8	37,9

$$n = 7,791 \quad \log p' = 7,493$$

$$\log p = 12,424 \quad \omega' = 2,00$$

$$\omega = 1,03$$

## Profil A (1792). Lothlinie 8. Tiefe 20 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
39,5	46,9			20,5	52,7	49,4	49,5
38,5	51,5	54,0	56,2	19,5	51,5	49,0	49,0
37,5	51,5	53,8	55,9	18,5	50,0	48,7	48,5
36,5	50,0	53,6	55,6	17,5	50,0	48,3	48,0
35,5	51,5	53,4	55,3	16,5	48,4	47,9	47,4
34,5	52,0	53,2	54,9	15,5	48,4	47,5	46,8
33,5	54,1	53,0	54,6	14,5	50,0	47,0	46,2
32,5	52,7	52,7	54,3	13,5	48,4	46,5	45,5
31,5	55,5	52,5	54,0	12,5	46,9	46,0	44,8
30,5	54,1	52,2	53,6	11,5	45,3	45,5	44,1
29,5	54,1	52,0	53,3	10,5	45,3	44,9	43,3
28,5	52,7	51,8	52,9	9,5	41,9	44,3	42,4
27,5	52,7	51,5	52,5	8,5	43,6	43,6	41,5
26,5	52,0	51,2	52,1	7,5	42,8	42,8	40,5
25,5	51,5	50,9	51,7	6,5	42,8	42,0	39,3
24,5	50,6	50,6	51,3	5,5	38,3	41,0	38,0
23,5	49,3	50,3	50,9	4,5	36,3	39,8	36,5
22,5	48,4	50,0	50,4	3,5	36,3	38,4	34,8
21,5	52,7	49,7	50,0	2,5	34,2	36,6	32,5

$$n = 7,048$$

$$\log p' = 7,161$$

$$\log p = 10,624$$

$$\omega' = 1,55$$

$$\omega = 1,34$$

## Profil B (1792). Lothlinie 6. Tiefe 21 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
41,5	41,9			33,5	41,9	42,0	42,3
40,5	45,3	43,6	43,9	32,5	38,3	41,8	42,0
39,5	46,1	43,4	43,7	31,5	38,3	41,5	41,7
38,5	45,3	43,2	43,5	30,5	38,3	41,3	41,5
37,5	43,6	43,0	43,2	29,5	40,1	41,0	41,2
36,5	41,9	42,7	43,0	28,5	41,9	40,7	40,9
35,5	43,6	42,5	42,8	27,5	41,0	40,4	40,6
34,5	43,6	42,3	42,5	26,5	41,0	40,1	40,3

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
25,5	41,9	39,8	40,0	13,5	35,3	35,2	35,2
24,5	41,0	39,5	39,7	12,5	35,3	34,6	34,7
23,5	38,3	39,2	39,4	11,5	34,2	34,1	34,1
22,5	41,0	38,9	39,0	10,5	35,3	33,5	33,5
21,5	39,2	38,5	38,7	9,5	32,0	32,8	32,8
20,5	36,3	38,2	38,3	8,5	30,9	32,1	32,0
19,5	38,3	37,8	37,9	7,5	33,1	31,3	31,3
18,5	36,3	37,4	37,5	6,5	32,0	30,5	30,4
17,5	36,3	37,0	37,1	5,5	27,1	29,5	29,4
16,5	35,3	36,6	36,7	4,5	29,6	28,3	28,3
15,5	36,3	36,1	36,2	3,5	27,1	27,0	26,9
14,5	35,3	35,6	35,7				

$$n = 5,091$$

$$\log p = 6,740$$

$$\omega = 1,08$$

$$\log p' = 6,604$$

$$\omega' = 1,05$$

Profil E (1792). Lothlinie 11. Tiefe 19 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
37,5	55,5			19,5	55,5	54,0	54,0
36,5	61,7	61,3	61,2	18,5	54,8	53,5	53,5
35,5	62,9	61,0	60,9	17,5	53,4	52,9	52,9
34,5	62,3	60,7	60,6	16,5	53,4	52,3	52,3
33,5	59,9	60,3	60,2	15,5	52,0	51,6	51,6
32,5	59,9	59,9	59,8	14,5	50,6	50,9	50,9
31,5	58,0	59,6	59,5	13,5	49,3	50,2	50,2
30,5	58,0	59,2	59,1	12,5	46,9	49,4	49,4
29,5	58,0	58,8	58,7	11,5	45,3	48,6	48,6
28,5	57,4	58,4	58,3	10,5	45,3	47,7	47,7
27,5	57,4	57,9	57,9	9,5	45,3	46,7	46,8
26,5	57,4	57,5	57,4	8,5	45,3	45,7	45,8
25,5	58,7	57,1	57,0	7,5	45,3	44,6	44,6
24,5	56,8	56,6	56,6	6,5	43,6	43,3	43,4
23,5	56,8	56,1	56,1	5,5	41,9	41,8	42,0
22,5	56,1	55,6	55,6	4,5	39,2	40,2	40,3
21,5	55,5	55,1	55,1	3,5	39,2	38,2	38,3
20,5	55,5	54,6	54,6	2,5	37,3	35,7	35,8

$$n = 4,943$$

$$\log p = 7,275$$

$$\omega = 0,85$$

$$\log p' = 7,373$$

$$\omega' = 0,83$$

Profil *E* (1792). Lothlinie 12. Tiefe 20,5 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
40,5	59,3			20,5	56,8	57,2	56,9
39,5	63,6	65,6	64,8	19,5	54,8	56,6	56,3
38,5	63,6	65,2	64,5	18,5	56,1	56,0	55,7
37,5	62,3	64,9	64,2	17,5	54,1	55,4	55,1
36,5	61,1	64,5	63,8	16,5	55,5	54,7	54,5
35,5	61,7	64,1	63,4	15,5	54,1	54,0	53,8
34,5	61,7	63,8	63,1	14,5	52,7	53,2	53,1
33,5	63,6	63,4	62,7	13,5	50,6	52,4	52,3
32,5	63,6	63,0	62,3	12,5	51,5	51,6	51,5
31,5	63,6	62,6	62,0	11,5	51,5	50,7	50,6
30,5	62,9	62,1	61,6	10,5	49,3	49,8	49,7
29,5	61,1	61,7	61,2	9,5	50,0	48,7	48,7
28,5	58,7	61,3	60,7	8,5	49,3	47,6	47,7
27,5	59,9	60,8	60,3	7,5	48,4	46,4	46,5
26,5	60,5	60,4	59,9	6,5	47,8	45,0	45,2
25,5	60,5	59,9	59,4	5,5	44,5	43,5	43,7
24,5	59,9	59,4	58,9	4,5	41,0	41,7	42,0
23,5	59,9	58,9	58,4	3,5	37,3	39,6	39,9
22,5	59,3	58,3	57,9	2,5	36,3	36,9	37,3
21,5	59,3	57,8	57,4				

$$n = 4,796$$

$$\log p = 7,116$$

$$\omega = 1,02$$

$$\log p' = 7,462$$

$$\omega' = 0,94$$

Profil *E* (1792). Lothlinie 13. Tiefe 20,5 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
40,5	58,7			33,5	70,0	68,1	69,7
39,5	70,6	69,9	72,0	32,5	69,5	67,8	69,3
38,5	71,1	69,6	71,7	31,5	69,0	67,5	68,8
37,5	69,5	69,4	71,3	30,5	68,5	67,1	68,4
36,5	68,5	69,1	70,9	29,5	68,5	66,8	67,9
35,5	67,4	68,8	70,5	28,5	68,5	66,4	67,5
34,5	69,5	68,4	70,1	27,5	67,9	66,0	67,0

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
26,5	67,9	65,7	66,5	13,5	59,9	59,0	58,1
25,5	66,8	65,3	66,0	12,5	55,5	58,3	57,2
24,5	65,2	64,9	65,5	11,5	52,7	57,6	56,3
23,5	64,6	64,4	64,9	10,5	55,5	56,8	55,3
22,5	64,6	64,0	64,3	9,5	55,5	55,9	54,2
21,5	61,7	63,5	63,8	8,5	54,1	54,9	53,0
20,5	61,7	63,0	63,2	7,5	52,7	53,8	51,7
19,5	59,9	62,5	62,5	6,5	51,5	52,6	50,2
18,5	59,9	62,0	61,9	5,5	51,5	51,2	48,6
17,5	61,1	61,5	61,2	4,5	52,7	49,6	46,6
16,5	59,3	60,9	60,5	3,5	50,0	47,7	44,4
15,5	59,3	60,3	59,7	2,5	46,9	45,2	41,5
14,5	58,7	59,7	58,9				

$$n = 6,337 \quad \log p' = 7,691$$

$$\log p = 10,093 \quad \omega' = 1,47$$

$$\omega = 1,18$$

Profil *E* (1792). Lothlinie 14. Tiefe 23 Fufs,

ist bereits im 4ten Abschnitt mitgetheilt, dabei ergab sich

$$n = 4,375 \quad \log p' = 7,434$$

$$\log p = 6,336 \quad \omega' = 0,94$$

$$\omega = 0,78$$

Profil *F* (1792). Lothlinie 1. Tiefe 18 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
35,5	41,9			26,5	42,8	43,9	45,8
34,5	41,9			25,5	43,6	43,7	45,5
33,5	42,8			24,5	43,6	43,6	45,1
32,5	44,5	44,8	47,7	23,5	43,6	43,4	44,7
31,5	43,6	44,7	47,4	22,5	44,5	43,2	44,3
30,5	42,8	44,5	47,1	21,5	42,8	43,0	43,9
29,5	43,6	44,4	46,8	20,5	43,6	42,8	43,5
28,5	42,8	44,2	46,5	19,5	41,9	42,6	43,1
27,5	43,6	44,1	46,2	18,5	41,9	42,3	42,6

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
17,5	42,8	42,1	42,2	9,5	40,1	39,5	37,3
16,5	41,9	41,8	41,7	8,5	40,1	39,1	36,5
15,5	41,9	41,6	41,2	7,5	38,3	38,6	35,6
14,5	41,9	41,3	40,6	6,5	36,3	38,0	34,6
13,5	42,8	41,0	40,0	5,5	36,3	37,4	33,4
12,5	41,0	40,7	39,4	4,5	36,3	36,6	32,1
11,5	41,0	40,3	38,8	3,5	35,3	35,7	30,6
10,5	41,0	39,9	38,1	2,5	34,2	34,5	28,6
$n = 9,787$				$\log p' = 6,881$			
$\log p = 14,652$				$\omega' = 1,87$			
$\omega = 0,61$							

Profil  $F'$  (1792). Lothlinie 2. Tiefe 19 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
37,5	54,1			19,5	50,0	50,3	50,4
36,5	58,0	56,2	57,1	18,5	51,5	49,8	49,8
35,5	56,1	55,9	56,8	17,5	50,6	49,3	49,3
34,5	56,8	55,6	56,5	16,5	50,0	48,8	48,7
33,5	54,1	55,3	56,1	15,5	48,4	48,3	48,1
32,5	54,8	55,0	55,8	14,5	49,3	47,7	47,5
31,5	53,4	54,7	55,4	13,5	46,9	47,1	46,8
30,5	53,4	54,4	55,1	12,5	45,3	46,5	46,1
29,5	53,4	54,1	54,7	11,5	45,3	45,8	45,3
28,5	54,1	53,8	54,3	10,5	42,8	45,1	44,5
27,5	52,7	53,4	53,9	9,5	43,6	44,3	43,6
26,5	52,7	53,1	53,5	8,5	41,9	43,4	42,7
25,5	54,1	52,7	53,1	7,5	41,9	42,5	41,6
24,5	52,7	52,4	52,7	6,5	39,2	41,4	40,4
23,5	52,7	52,0	52,3	5,5	38,3	40,2	39,1
22,5	52,0	51,6	51,8	4,5	38,3	38,8	37,6
21,5	51,5	51,2	51,4	3,5	38,3	37,1	35,7
20,5	52,7	50,7	50,9	2,5	36,3	34,9	33,4
$n = 5,651$				$\log p' = 7,220$			
$\log p = 8,325$				$\omega' = 0,84$			
$\omega = 0,80$							



Profil *F* (1792). Lothlinie 3. Tiefe 20,5 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
40,5	58,0			20,5	52,7	53,8	53,7
39,5	62,3	63,0	61,3	19,5	54,1	53,1	53,2
38,5	64,0	62,7	61,0	18,5	54,1	52,4	52,7
37,5	60,5	62,3	60,6	17,5	52,0	51,7	52,1
36,5	61,1	61,9	60,3	16,5	52,7	51,0	51,5
35,5	61,1	61,4	60,0	15,5	52,7	50,2	50,8
34,5	60,5	61,0	59,6	14,5	51,5	49,4	50,1
33,5	60,5	60,6	59,3	13,5	50,0	48,6	49,4
32,5	59,3	60,1	58,9	12,5	50,6	47,7	48,7
31,5	58,7	59,7	58,6	11,5	46,9	46,7	47,9
30,5	58,7	59,2	58,2	10,5	50,0	45,7	47,0
29,5	57,4	58,7	57,8	9,5	48,4	44,6	46,1
28,5	57,4	58,2	57,4	8,5	47,8	43,5	45,1
27,5	55,5	57,7	57,0	7,5	43,6	42,1	43,9
26,5	55,5	57,2	56,6	6,5	38,3	40,7	42,7
25,5	54,8	56,7	56,2	5,5	39,2	39,1	41,3
24,5	54,8	56,2	55,7	4,5	37,3	37,2	39,7
23,5	54,1	55,6	55,2	3,5	32,0	35,0	37,7
22,5	54,1	55,0	54,7	2,5	29,6	32,3	35,3
21,5	52,7	54,4	54,2				

$n = 4,123$   
 $\log p = 5,822$   
 $\omega = 1,30$

$\log p' = 7,340$   
 $\omega' = 1,39$

Profil *F* (1792). Lothlinie 4. Tiefe 20 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
39,5	52,0			31,5	59,3	60,4	60,2
38,5	60,5	63,0	62,6	30,5	59,9	60,0	59,8
37,5	60,5	62,7	62,3	29,5	59,3	59,6	59,4
36,5	59,3	62,4	61,9	28,5	59,3	59,2	59,0
35,5	59,9	62,0	61,6	27,5	59,3	58,8	58,6
34,5	59,9	61,6	61,3	26,5	59,3	58,3	58,1
33,5	61,1	61,2	60,9	25,5	58,0	57,8	57,7
32,5	60,5	60,8	60,6	24,5	57,4	57,3	57,2

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
23,5	56,1	56,8	56,8	12,5	51,5	49,8	50,0
22,5	56,1	56,3	56,3	11,5	50,6	40,0	49,2
21,5	56,8	55,8	55,8	10,5	50,0	48,1	48,3
20,5	58,7	55,3	55,3	9,5	50,0	47,1	47,3
19,5	55,5	54,7	54,7	8,5	48,4	46,0	46,3
18,5	54,1	54,1	54,1	7,5	48,4	44,8	45,2
17,5	54,8	53,5	53,5	6,5	43,6	43,5	43,9
16,5	53,4	52,8	52,9	5,5	41,9	42,0	42,4
15,5	51,5	52,1	52,2	4,5	36,3	40,3	40,8
14,5	51,5	51,4	51,5	3,5	36,3	38,2	38,8
13,5	50,6	50,6	50,8	2,5	34,2	35,6	36,3

$$n = 4,801$$

$$\log p' = 7,399$$

$$\log p = 7,054$$

$$\omega' = 1,12$$

$$\omega = 1,16$$

Profil  $F$  (1792). Lothlinie 5. Tiefe 18 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
35,5	58,0			18,5	53,4	55,1	55,2
34,5	59,9	60,6	62,5	17,5	55,5	54,6	54,6
33,5	60,5	60,3	62,2	16,5	56,8	54,1	54,0
32,5	59,9	60,0	61,8	15,5	55,5	53,6	53,3
31,5	59,9	59,7	61,4	14,5	52,0	53,1	52,6
30,5	61,1	59,4	61,0	13,5	54,1	52,5	51,8
29,5	60,5	59,1	60,6	12,5	52,0	51,9	51,0
28,5	60,5	58,8	60,2	11,5	50,0	51,2	50,2
27,5	60,5	58,5	59,8	10,5	50,6	50,5	49,3
26,5	59,3	58,2	59,3	9,5	49,3	49,7	48,3
25,5	58,7	57,8	58,9	8,5	47,8	48,9	47,2
24,5	54,1	57,5	58,4	7,5	48,4	48,0	46,1
23,5	54,8	57,1	57,9	6,5	46,9	46,9	44,8
22,5	55,5	56,7	57,4	5,5	45,3	45,7	43,3
21,5	55,5	56,3	56,9	4,5	43,6	44,4	41,6
20,5	54,8	55,9	56,3	3,5	43,6	42,7	39,6
19,5	55,5	55,5	55,8	2,5	41,0	40,6	37,0

$$n = 6,559$$

$$\log p' = 7,443$$

$$\log p = 10,151$$

$$\omega' = 1,35$$

$$\omega = 0,91$$

Profil F (1792). Lothlinie 6. Tiefe 18 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
35,5	52,0			19,5	52,0	49,7	50,1
34,5	56,8	55,5	56,2	18,5	50,6	49,2	49,6
33,5	54,8	55,2	55,9	17,5	50,0	48,7	49,1
32,5	55,5	54,9	55,5	16,5	48,4	48,1	48,5
31,5	54,8	54,6	55,2	15,5	46,9	47,5	47,9
30,5	54,1	54,2	54,8	14,5	46,9	46,9	47,3
29,5	52,0	53,9	54,5	13,5	45,3	46,3	46,6
28,5	54,1	53,5	54,1	12,5	44,5	45,6	45,9
27,5	52,7	53,2	53,7	11,5	45,3	44,9	45,1
26,5	52,7	52,8	53,3	10,5	45,3	44,1	44,3
25,5	54,1	52,4	52,9	9,5	45,3	43,2	43,4
24,5	51,5	52,0	52,5	8,5	44,5	42,3	42,5
23,5	52,7	51,6	52,1	7,5	41,9	41,3	41,4
22,5	51,5	51,1	51,6	6,5	39,2	40,1	40,2
21,5	50,0	50,7	51,1	5,5	39,2	38,8	38,9
20,5	48,4	50,2	50,6	4,5	36,3	37,4	37,4

$$n = 5,136 \quad \log p' = 7,211$$

$$\log p = 7,424 \quad \omega' = 0,78$$

$$\omega = 0,79$$

Zur leichteren Übersicht und bequemerer Vergleichung der gefundenen Resultate sind dieselben nachstehend zusammengestellt.

Profil (1792)	Lothlinie	Tiefen $t$	$n$	$\log p$	$\omega$	$\log p'$	$\omega'$
A	6	19	6,811	10,467	1,36	7,341	1,68
A	7	19	7,791	12,424	1,03	7,493	2,00
A	8	20	7,048	10,624	1,34	7,161	1,55
B	6	21	5,091	6,740	1,08	6,604	1,05
E	11	19	4,943	7,275	0,85	7,373	0,83
E	12	20,5	4,796	7,116	1,02	7,462	0,94
E	13	20,5	6,337	10,093	1,18	7,691	1,47
E	14	23	4,375	6,336	0,78	7,434	0,94
F	1	18	9,787	14,652	0,61	6,881	1,87
F	2	19	5,651	8,325	0,80	7,220	0,84
F	3	20,5	4,123	5,822	1,30	7,340	1,39
F	4	20	4,801	7,054	1,16	7,399	1,12
F	5	18	6,559	10,151	0,91	7,443	1,35
F	6	18	5,136	7,424	0,79	7,211	0,78

Die Exponenten  $n$  schwanken zwischen 4,12 und 9,79, sind also sehr verschieden. Ihr mittlerer Werth stellt sich auf 5,95. Am grössten wird derselbe in der ersten Lothlinie des Profils  $F$ , doch ist diese Beobachtungsreihe schon in anderer Beziehung sehr zweifelhaft. Die spätere Mittheilung der ähnlichen Resultate für die sämtlichen Lothlinien einzelner Profile zeigt nämlich, dass oft in der ersten und letzten Lothlinie die Geschwindigkeiten in gleichem Abstände vom Grunde etwas geringer sind, als in den dazwischen stehenden, woraus folgt, dass die Ufer ebenso wie die Sohle eine gewisse Verzögerung veranlassen. Dieses geschieht auch in der bezeichneten Lothlinie, und zwar ist der Unterschied der Geschwindigkeit bei gleichen Werthen von  $x$  gegen die nächste und die folgenden Lothlinien in diesem Profil übermächtig gross. Während er in der Nähe des Grundes etwa 3 Zoll beträgt, wächst er mit der Höhe und steigert sich bis nahe 15 Zoll. Es muss also an dem daneben befindlichen Ufer oder vielleicht auch in der Sohle, die sich an dieser Stelle plötzlich hob oder senkte, besondere Veranlassung zur Verzögerung, namentlich der obern Wasserschichten gewesen sein. Gemessen wurde nur die Geschwindigkeit in der Richtung normal gegen die Profilfläche, und sonach veranlassen die innern seitwärts oder auf- und abwärts gerichteten Bewegungen keinen Fehler bei Bestimmung der abgeführten Wassermenge, wohl aber entstellen sie die Geschwindigkeits-Curve, und da die gegenwärtige Untersuchung sich nur auf möglichst geregelte Stromstrecken bezieht, so dürfen Messungen neben einem unregelmässigen Ufer, welches so auffallende Abweichungen veranlasst, derselben nicht zum Grunde gelegt werden.

Fällt diese Beobachtung aus, so stellt sich der mittlere Werth des Exponenten auf 5,65 und es entsteht die Frage, ob man 5 oder 6 wählen soll. Indem es bei den vorliegenden Messungen nicht darauf ankam, ob Unregelmässigkeiten in den Ufern oder der Sohle vorhanden waren, und ob hierdurch die innern Bewegungen verstärkt wurden, so blieben wohl andre Rücksichten bei der Wahl der Profile entscheidend, und sonach ist zu erwarten, dass auch andre Beobachtungsreihen und zwar jedesmal diejenigen, welche die grössern Werthe für  $n$  ergeben, schon bedenklich sind. Hiernach erscheint es passend  $n = 5$  zu setzen, wodurch auch die ausgedehnteste und sehr regelmässig fortschreitende Reihe  $E 14$ , die einen noch kleineren Exponent ergibt, möglichst berücksichtigt wird.

Endlich findet diese Annahme auch noch in anderer Weise ihre volle Bestätigung. Es ergibt sich nämlich aus Vorstehendem, daß der Exponent  $n$  die Form der Curve, also die Lage des Punktes der stärksten Krümmung und die Neigungen der beiden anschließenden Theile bedingt, aber von dem relativen Gefälle des Stroms an dieser Stelle ganz unabhängig ist. Letzteres hat dagegen den wesentlichsten und wahrscheinlich alleinigen Einfluß auf den Factor  $p$ . Darf man daher voraussetzen, daß in allen Lothlinien eines Querprofils das Gefälle dasselbe ist, so müßte auch  $p$  denselben Werth annehmen. Nach vorstehender Zusammenstellung treffen in die Profile  $A$ ,  $E$  und  $F$  schon 3, 4 und 6 Lothlinien, und man bemerkt, wie für diese in jedem Profil die Werthe von  $\log p'$  sich einander nähern, sobald man  $n = 5$  setzt. Viel auffallender wird sich dieses noch darstellen, wenn man im Folgenden die Resultate der Rechnung für alle Lothlinien eines Profils mit einander vergleicht. Ich muß aber hinzufügen, daß ich mehrfach versuchte, unter der Voraussetzung, daß  $n = 6$ , die Factoren  $p'$  zu berechnen, daß diese aber weniger mit einander übereinstimmten, als die für  $n = 5$  gefundenen. Jedenfalls schliessen an die letzte Voraussetzung die vorliegenden Beobachtungen sich so genau an, daß man mit Rücksicht auf die in vielfacher Beziehung möglichen Störungen nur die volle Bestätigung derselben finden kann.

Indem dieses Gesetz der Geschwindigkeits-Curve aus denjenigen Reihen hergeleitet ist, welche die ausgedehntesten waren, oder sich auf die größten Wassertiefen bezogen, so beruht es zugleich auf solchen, welche die größten hier gemessenen Geschwindigkeiten umfassen. Da in diesen Messungen die Geschwindigkeiten innerhalb sehr beschränkter Grenzen liegen, so erscheint es nothwendig, das Gesetz noch an denjenigen zu prüfen, in welchen der Factor  $p$  den geringsten Werth annimmt. Dieses erkennt man daran, daß in bestimmten Abständen vom Grunde oder bei gewissen  $x$  die Geschwindigkeiten  $y$  sich als besonders klein herausstellen.

Hiernach wählte ich zu diesem Zweck diejenigen Beobachtungsreihen, in welchen bei  $x = 10,5$  die  $y$  kleiner als 36 Zoll, zugleich aber die Wassertiefen mindestens 8 Fufs waren. Die Einführung der letzten Bedingung ergab sich als nothwendig, weil bei geringeren Tiefen kein Gesetz sicher zu erkennen war. Hiernach blieben nur fünf Reihen übrig,

die sämmtlich bei mittlerem Wasserstande, also im Jahr 1790, gemessen waren. Es sind folgende:

Profil <i>B</i> ,	Lothlinie 5,	Tiefe 13 Fufs.	Bei $x = 10,5$	ist $y = 35,3$
” <i>B</i>	” 6	” 10	” ”	” $y = 29,6$
” <i>D</i>	” 1	” 11	” ”	” $y = 28,9$
” <i>D</i>	” 2	” 8,5	” ”	” $y = 34,2$
” <i>F</i>	” 6	” 9	” ”	” $y = 30,8$

Indem jede dieser Reihen in gleicher Weise, wie vorstehend, behandelt wird, so erhält man

Profil *B* (1790). Lothlinie 5. Tiefe 13 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
24,5	41,9	39,4	41,6	12,5	35,3	36,5	36,4
23,5	39,2	39,2	41,3	11,5	35,3	36,1	35,8
22,5	39,2	39,0	40,9	10,5	35,3	35,8	35,1
21,5	37,3	38,8	40,6	9,5	35,3	35,4	34,4
20,5	37,3	38,6	40,2	8,5	34,2	34,9	33,7
19,5	38,3	38,4	39,8	7,5	35,3	34,4	32,9
18,5	38,3	38,1	39,3	6,5	35,3	33,9	31,9
17,5	37,3	37,9	38,9	5,5	33,1	33,2	30,8
16,5	37,3	37,6	38,5	4,5	32,0	32,5	29,6
15,5	37,3	37,4	38,0	3,5	33,1	31,6	28,2
14,5	36,3	37,1	37,5	2,5	30,9	30,4	26,3
13,5	35,3	36,8	37,0	1,5	30,9	28,7	23,8

$$n = 8,823 \quad \log p' = 6,709$$

$$\log p = 12,685 \quad \omega' = 1,79$$

$$\omega = 0,73$$

Profil *B* (1790). Lothlinie 6. Tiefe 10 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
18,5	35,3	33,2	34,1	15,5	33,1	32,3	32,9
17,5	34,2	32,9	33,7	14,5	32,0	32,0	32,5
16,5	34,2	32,6	33,3	13,5	30,9	31,6	32,0

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
12,5	29,6	31,2	31,5	6,5	27,1	28,1	27,6
11,5	29,6	30,8	31,0	5,5	27,1	27,4	26,7
10,5	29,6	30,4	30,4	4,5	27,1	26,5	25,7
9,5	29,6	29,9	29,8	3,5	25,7	25,5	24,4
8,5	28,9	29,4	29,2	2,5	25,7	24,2	22,8
7,5	27,1	28,8	28,4				

$$n = 6,272$$

$$\log p' = 6,394$$

$$\log p = 8,275$$

$$\omega' = 0,84$$

$$\omega = 0,80$$

Profil D (1790). Lothlinie 1. Tiefe 11 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
20,5	32,0	31,6	32,5	10,5	28,9	28,5	28,4
19,5	30,9	31,4	32,2	9,5	28,9	28,1	27,9
18,5	29,6	31,1	31,8	8,5	27,1	27,6	27,3
17,5	30,9	30,9	31,5	7,5	27,1	27,1	26,6
16,5	30,9	30,6	31,1	6,5	27,1	26,5	25,8
15,5	32,0	30,3	30,7	5,5	25,7	25,8	25,0
14,5	29,6	30,0	30,3	4,5	24,2	25,0	24,0
13,5	29,6	29,7	29,9	3,5	24,2	24,0	22,8
12,5	28,9	29,3	29,4	2,5	22,6	22,8	21,3
11,5	28,9	28,9	28,9				

$$n = 6,442$$

$$\log p' = 6,247$$

$$\log p = 8,354$$

$$\omega' = 0,62$$

$$\omega = 0,46$$

Profil D (1790). Lothlinie 2. Tiefe 8,5 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
15,5	35,3	35,9	37,4	11,5	34,2	34,5	35,3
14,5	35,3	35,6	36,9	10,5	34,2	34,0	34,6
13,5	36,3	35,2	36,4	9,5	34,2	33,6	33,9
12,5	35,3	34,9	35,9	8,5	33,1	33,1	33,2

$x$	$y$	$Y$	$Y'$
7,5	33,1	32,5	32,4
6,5	32,0	31,9	31,5
5,5	30,9	31,2	30,4
4,5	29,6	30,6	29,2

$$n = 7,327$$

$$\log p = 10,202$$

$$\omega = 0,44$$

$x$	$y$	$Y$	$Y'$
3,5	28,9	29,8	27,8
2,5	27,1	28,0	26,0
1,5	27,1	26,1	23,5
0,5	27,1		

$$\log p' = 6,676$$

$$\omega' = 0,91$$

Die letzte Beobachtung in dieser Reihe ist deshalb in der Rechnung nicht berücksichtigt, weil nach der angegebenen Tiefe der untere Rand der Scheibe den Grund so eben berührte.

Profil  $F$  (1790). Lothlinie 6. Tiefe 9 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$
16,5	34,2	33,7	34,0
15,5	33,1	33,3	33,6
14,5	33,1	32,9	33,2
13,5	32,0	32,5	32,7
12,5	32,0	32,0	32,2
11,5	30,9	31,5	31,7
10,5	30,9	31,0	31,1
9,5	30,9	30,4	30,5

$$n = 5,428$$

$$\log p = 7,075$$

$$\omega = 0,37$$

$x$	$y$	$Y$	$Y'$
8,5	29,6	29,8	29,8
7,5	29,6	29,1	29,1
6,5	28,9	28,4	28,2
5,5	27,1	27,5	27,3
4,5	25,7	26,5	26,2
3,5	24,2	25,3	25,0
2,5	24,2	24,1	23,3

$$\log p' = 6,442$$

$$\omega' = 0,36$$

Zusammenstellung der Resultate.

Profile (1790)	Loth- linie	Tiefen $t$	$n$	$\log p$	$\omega$	$\log p'$	$\omega'$
$B$	5	13	8,823	12,685	0,73	6,709	1,79
$B$	6	10	6,272	8,275	0,80	6,394	0,84
$D$	1	11	6,442	8,354	0,46	6,247	0,62
$D$	2	8,5	7,327	10,202	0,44	6,676	0,91
$F$	6	9	5,428	7,075	0,37	6,442	0,36



Man ersieht, daß zwar in jeder von diesen Reihen der Exponent  $n$  einen Werth annimmt, der größer als 5 ist, daß aber bei Einführung desselben die je zwei Reihen, sowohl in Profil  $B$  wie  $D$ , für  $\log p'$  Werthe ergeben, die einander viel näher stehn, als diejenigen von  $\log p$ . Dazu kommt noch, daß die Beobachtungsfehler  $\omega'$  nur mäßig bleiben, also der Voraussetzung  $n = 5$  nicht widersprechen.

6. Geschwindigkeits-Messungen im ungetheilten Rhein zur Zeit des Hochwassers. Profil  $E$  (1792).

Unter den vierzehn Profilen, in welchen die hindurchfließenden Wassermengen gemessen wurden, befinden sich fünf, deren Lothlinien auffallend verschiedene Tiefen haben. Dieses sind  $A$  (1790),  $B$  (1790),  $B$  (1792),  $E$  (1792) und  $F$  (1792). Dieselben bieten Gelegenheit zu untersuchen, welchen Einfluß die Tiefe auf die Geschwindigkeit der über einander liegenden Wasserschichten hat. Dabei muß man aber die Voraussetzung machen, daß während der Messung in sämtlichen Lothlinien jedes Profils das relative Gefälle des Stroms an dieser Stelle, welches man nicht kennt, sich nicht ändert. Diese Voraussetzung gilt aber nicht mehr in voller Strenge, sobald in dieser Zeit der Wasserstand nicht derselbe blieb. Bei Mittheilung der Messungen im Profil  $E$  (1792) wird ausdrücklich erwähnt, daß der Wasserstand während derselben sich nicht geändert habe, für die übrigen Profile sind dagegen solche Änderungen nachgewiesen oder es fehlen darüber die Mittheilungen. Indem nun das erwähnte Profil überdies unter allen das ausgedehnteste ist und die sichersten Resultate daraus zu ziehn sind, so erscheint es angemessen, dasselbe zuerst zu untersuchen.

Die Beobachtungen selbst, sowie die daraus zunächst gezogenen Resultate sind in gleicher Weise unter denselben Bezeichnungen, wie die im vorigen Abschnitt mitgetheilten, nachstehend angegeben.

Profil E (1792). Lothlinie 1. Tiefe 13 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
25,5	38,3			13,5	37,3	37,7	37,9
24,5	40,1	41,0	42,6	12,5	37,3	37,3	37,3
23,5	40,1	40,8	42,3	11,5	37,3	36,9	36,7
22,5	40,1	40,6	41,9	10,5	37,3	36,4	36,0
21,5	39,2	40,3	41,5	9,5	37,3	35,9	35,3
20,5	40,1	40,0	41,1	8,5	36,3	35,4	34,5
19,5	40,1	39,7	40,7	7,5	35,3	34,7	33,7
18,5	40,1	39,5	40,3	6,5	34,2	34,0	32,7
17,5	39,2	39,2	39,9	5,5	33,1	33,3	31,6
16,5	39,2	38,9	39,4	4,5	33,1	32,3	30,4
15,5	38,3	38,5	38,9	3,5	29,6	31,2	28,9
14,5	38,3	38,1	38,4	2,5	29,6	29,8	27,0

$$n = 7,112$$

$$\log p' = 6,760$$

$$\log p = 10,085$$

$$w' = 1,06$$

$$w = 0,49$$

Profil E (1792). Lothlinie 2. Tiefe 16,5 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
32,5	46,9			16,5	49,3	48,2	48,2
31,5	54,1	53,6	54,9	15,5	48,4	47,7	47,6
30,5	53,4	53,3	54,6	14,5	46,9	47,2	47,0
29,5	53,4	53,0	54,2	13,5	46,9	46,7	46,3
28,5	54,1	52,7	53,8	12,5	46,1	46,1	45,6
27,5	54,8	52,4	53,4	11,5	45,3	45,5	44,9
26,5	52,7	52,1	53,0	10,5	43,6	44,8	44,1
25,5	50,0	51,8	52,6	9,5	41,9	44,1	43,2
24,5	50,0	51,4	52,2	8,5	42,8	43,3	42,2
23,5	50,6	51,1	51,8	7,5	42,8	42,4	41,2
22,5	48,4	50,7	51,3	6,5	41,0	41,4	40,0
21,5	50,0	50,4	50,8	5,5	39,2	40,3	38,7
20,5	50,0	50,0	50,4	4,5	39,2	39,0	37,2
19,5	50,0	49,6	49,9	3,5	38,3	37,5	35,4
18,5	50,0	49,1	49,4	2,5	36,3	35,5	33,1
17,5	50,0	48,7	48,8				

$$n = 6,138$$

$$\log p' = 7,199$$

$$\log p = 9,114$$

$$w' = 0,97$$

$$w = 0,73$$

Profil E (1792). Lothlinie 3. Tiefe 15,5 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
30,5	52,7			15,5	45,3	47,3	47,3
29,5	54,1	52,9	53,8	14,5	45,3	46,7	46,7
28,5	54,1	52,6	53,4	13,5	41,9	46,1	46,0
27,5	52,7	52,2	53,0	12,5	41,0	45,5	45,3
26,5	52,7	51,9	52,6	11,5	42,8	44,8	44,5
25,5	52,7	51,6	52,2	10,5	42,8	44,1	43,7
24,5	52,7	51,2	51,8	9,5	41,9	43,4	42,8
23,5	52,7	50,8	51,4	8,5	41,9	42,5	41,9
22,5	51,5	50,4	50,9	7,5	41,9	41,6	40,9
21,5	50,6	50,0	50,5	6,5	40,1	40,6	39,8
20,5	51,5	49,6	50,0	5,5	40,1	39,4	38,4
19,5	50,0	49,2	49,5	4,5	38,3	38,0	36,9
18,5	50,0	48,8	49,0	3,5	38,3	36,4	35,1
17,5	48,4	48,3	48,5	2,5	36,3	34,3	32,8
16,5	46,1	47,8	47,9				

$$n = 5,718$$

$$\log p = 8,838$$

$$\omega = 1,19$$

$$\log p' = 7,182$$

$$\omega' = 1,19$$

Profil E (1792). Lothlinie 4. Tiefe 14 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
27,5	46,9			14,5	45,3	47,7	47,8
26,5	54,1	52,5	53,9	13,5	46,9	47,1	47,1
25,5	52,7	52,2	53,5	12,5	46,9	46,5	46,4
24,5	54,1	51,9	53,1	11,5	46,9	45,9	45,6
23,5	52,7	51,5	52,6	10,5	45,3	45,3	44,8
22,5	51,5	51,2	52,1	9,5	45,3	44,6	43,9
21,5	50,0	50,8	51,7	8,5	43,6	43,7	42,9
20,5	50,0	50,4	51,2	7,5	41,9	42,8	41,9
19,5	50,0	50,0	50,7	6,5	43,6	41,9	40,7
18,5	48,4	49,6	50,2	5,5	40,1	40,8	39,4
17,5	48,4	49,1	49,6	4,5	39,2	49,5	37,8
16,5	48,4	48,7	49,0	3,5	38,3	37,9	36,0
15,5	46,9	48,2	48,4	2,5	36,3	35,9	33,6

$$n = 6,206$$

$$\log p = 9,253$$

$$\omega = 0,72$$

$$\log p' = 7,235$$

$$\omega' = 0,96$$

Profil *E* (1792). Lothlinie 5. Tiefe 14,5 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
28,5	48,4			14,5	46,9	46,9	46,9
27,5	48,4			13,5	46,1	46,4	46,2
26,5	52,7	51,8	52,9	12,5	48,4	45,8	45,5
25,5	52,7	51,5	52,5	11,5	46,1	45,1	44,8
24,5	51,5	51,2	52,1	10,5	43,6	44,4	44,0
23,5	51,5	50,8	51,7	9,5	45,3	43,7	43,1
22,5	50,6	50,4	51,3	8,5	45,3	42,9	42,2
21,5	46,9	49,1	50,8	7,5	41,9	42,0	41,2
20,5	49,3	49,7	50,3	6,5	39,2	41,0	40,0
19,5	47,8	49,3	49,8	5,5	38,3	39,9	38,6
18,5	47,8	48,9	49,3	4,5	38,3	38,6	37,1
17,5	46,9	48,4	48,7	3,5	36,3	37,0	35,3
16,5	49,3	47,9	48,1	2,5	36,3	35,0	33,0
15,5	46,9	47,4	47,5				

$$n = 6,014$$

$$\log p = 8,887$$

$$\omega = 0,93$$

$$\log p' = 7,195$$

$$\omega' = 1,14$$

Profil *E* (1792). Lothlinie 6. Tiefe 13 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
25,5	48,4			13,5	50,0	49,0	49,3
24,5	54,1	53,4	55,5	12,5	50,0	48,5	48,6
23,5	54,1	53,1	55,1	11,5	48,4	47,9	47,8
22,5	54,1	52,8	54,6	10,5	46,9	47,3	46,9
21,5	54,1	52,5	54,1	9,5	46,9	46,6	46,0
20,5	52,0	52,1	53,6	8,5	45,3	45,9	45,0
19,5	51,5	51,7	53,1	7,5	45,3	45,0	43,9
18,5	50,6	51,3	52,5	6,5	43,6	44,1	42,6
17,5	50,6	50,9	51,9	5,5	41,9	43,1	41,2
16,5	50,6	50,5	51,3	4,5	41,9	41,8	39,6
15,5	50,6	50,0	50,7	3,5	38,3	40,4	37,6
14,5	50,0	49,5	50,0	2,5	38,3	38,4	35,2

$$n = 6,936$$

$$\log p = 10,595$$

$$\omega = 0,65$$

$$\log p' = 7,334$$

$$\omega' = 0,87$$

Profil *E* (1792). Lothlinie 7. Tiefe 12 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
23,5	50,6			12,5	52,0	51,6	51,6
22,5	55,5			11,5	50,6	50,7	50,7
21,5	56,8	57,6	57,5	10,5	50,0	49,8	49,8
20,5	56,8	57,1	57,0	9,5	50,0	48,8	48,8
19,5	55,5	56,5	56,4	8,5	47,8	47,7	47,7
18,5	54,8	55,9	55,8	7,5	47,8	46,5	46,5
17,5	54,8	55,3	55,2	6,5	45,3	45,2	45,2
16,5	54,8	54,6	54,5	5,5	45,3	43,7	43,7
15,5	53,4	53,9	53,8	4,5	41,0	41,9	42,0
14,5	52,7	53,2	53,1	3,5	39,2	39,8	40,0
13,5	54,1	52,4	52,4	2,5	36,3	37,2	37,4

$$\begin{aligned}
 n &= 4,921 & \log p' &= 7,464 \\
 \log p &= 7,331 & \omega' &= 0,58 \\
 \omega &= 0,60
 \end{aligned}$$

Profil *E* (1792). Lothlinie 8. Tiefe 12 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
23,5	50,6			12,5	50,6	50,6	51,0
22,5	42,7			11,5	47,8	50,0	50,2
21,5	54,1	54,9	56,9	10,5	48,4	49,3	49,3
20,5	54,8	54,5	56,3	9,5	46,1	48,5	48,3
19,5	55,5	54,1	55,7	8,5	45,3	47,7	47,2
18,5	54,8	53,6	55,2	7,5	46,1	46,8	46,1
17,5	53,4	53,2	54,6	6,5	46,1	45,8	44,8
16,5	53,4	52,7	53,9	5,5	46,1	44,7	43,3
15,5	52,0	52,2	53,2	4,5	46,1	43,4	41,6
14,5	54,1	51,7	52,5	3,5	41,9	41,8	39,5
13,5	52,7	51,2	51,8	2,5	39,2	39,7	37,0

$$\begin{aligned}
 n &= 6,649 & \log p' &= 7,441 \\
 \log p &= 10,232 & \omega' &= 1,31 \\
 \omega &= 1,01
 \end{aligned}$$

Profil *E* (1792). Lothlinie 9. Tiefe 13 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
25,5	50,6			13,5	51,5	49,7	49,7
24,5	54,8	56,8	56,0	12,5	48,4	48,8	48,9
23,5	55,5	56,3	55,5	11,5	50,0	47,9	48,1
22,5	54,1	55,7	55,0	10,5	46,8	46,9	47,2
21,5	55,5	55,1	54,5	9,5	45,3	45,9	46,3
20,5	52,7	54,5	54,0	8,5	45,3	44,8	45,3
19,5	53,4	53,9	53,5	7,5	43,6	43,5	44,2
18,5	54,1	53,3	52,9	6,5	43,6	42,1	42,9
17,5	52,0	52,7	52,3	5,5	41,9	40,6	41,5
16,5	52,7	52,0	51,7	4,5	39,2	38,8	39,9
15,5	52,7	51,3	51,1	3,5	36,3	36,7	37,9
14,5	51,5	50,5	50,4	2,5	32,0	34,0	35,5

$$n = 4,451$$

$$\log p = 6,419$$

$$\omega = 0,83$$

$$\log p' = 7,350$$

$$\omega' = 0,85$$

Profil *E* (1792). Lothlinie 10. Tiefe 15,5 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
30,5	51,5			15,5	50,0	50,3	50,2
29,5	55,5	55,8	57,1	14,5	49,3	49,7	49,5
28,5	54,8	55,5	56,7	13,5	46,9	49,1	48,8
27,5	54,8	55,1	56,3	12,5	46,9	48,5	48,1
26,5	55,5	54,8	55,9	11,5	46,9	47,9	47,3
25,5	55,5	54,5	55,5	10,5	46,9	47,2	46,4
24,5	56,8	54,1	55,0	9,5	46,1	46,4	45,5
23,5	56,1	53,7	54,5	8,5	44,5	45,6	44,5
22,5	54,8	53,4	54,0	7,5	43,6	44,7	43,4
21,5	52,7	53,0	53,6	6,5	43,6	43,7	42,2
20,5	52,7	52,6	53,1	5,5	43,6	42,5	40,9
19,5	51,5	52,2	52,5	4,5	41,9	41,1	39,3
18,5	51,5	51,8	52,0	3,5	40,1	39,5	37,3
17,5	50,0	51,3	51,4	2,5	38,3	37,4	34,8
16,5	50,0	50,8	50,8				

$$n = 6,184$$

$$\log p = 9,327$$

$$\omega = 0,78$$

$$\log p' = 7,313$$

$$\omega' = 0,92$$

Für die folgenden Lothlinien in diesem Profil sind die beobachteten, wie die unter beiden Voraussetzungen berechneten Geschwindigkeiten bereits mitgetheilt, nämlich für die 14te im vierten und für die 11te, 12te und 13te im fünften Abschnitt.

Um die gefundenen Resultate bequem mit einander vergleichen zu können, sind dieselben in nachstehender Tabelle unter Beifügung der Tiefen  $t$  noch zusammengestellt.

Lothlinie	$t$	$n$	$\log p$	$\omega$	$\log p'$	$\omega'$
1	13	7,112	10,085	0,49	6,760	1,06
2	16,5	6,138	9,115	0,73	7,199	0,97
3	15,5	5,718	8,838	1,19	7,182	1,19
4	14	6,206	9,253	0,72	7,235	0,96
5	14,5	6,014	8,887	0,93	7,195	1,14
6	13	6,936	10,595	0,65	7,334	0,87
7	12	4,921	7,331	0,60	7,464	0,58
8	12	6,649	10,232	1,01	7,441	1,31
9	13	4,451	6,419	0,83	7,350	0,85
10	15,5	6,184	9,327	0,78	7,313	0,92
11	19	4,943	7,275	0,85	7,373	0,83
12	20,5	4,796	7,116	1,02	7,462	0,94
13	20,5	6,337	10,093	1,18	7,691	1,47
14	23	4,375	6,336	0,78	7,434	0,94

Mehrmals stellt sich hier der wahrscheinliche Fehler der Geschwindigkeiten etwas größer heraus, wenn mit dem Factor auch der Exponent gesucht, als wenn letzterer als bekannt vorausgesetzt wurde. Dieses ist dadurch veranlaßt, daß im ersten Fall nur die Bedingung eingeführt werden konnte, daß die Summe der Fehlerquadrate der Logarithmen der Geschwindigkeiten ein Minimum sei.

Zwischen dem Factor  $p$  und dem Exponent  $n$  bemerkt man, sobald die wahrscheinlichsten Werthe beider berechnet sind, insofern eine gewisse Beziehung, als beide immer zugleich größer oder kleiner als die Mittelwerthe werden. Dabei schwanken die  $\log p$  zwischen 6,3 und 10,6, wogegen sie aber, sobald  $n = 5$  gesetzt wird, zwischen den viel nähern Grenzen 6,8 und 7,7 bleiben. Unter der Voraussetzung, daß die

Gefälle dieselben, also die Factoren constant sein sollten, ergibt sich, daß der Exponent ungefähr richtig gewählt ist.

Aus dem Gesetz, wonach in einer Lothlinie die Geschwindigkeiten mit dem Abstände vom Grunde zunehmen, folgt schon, daß die mittleren Geschwindigkeiten in einer Lothlinie bei tiefem Wasser größer als bei flachem sind, was durch die Beobachtungen auch bestätigt wird. Es fragt sich indessen, ob, hiervon abgesehen, die Geschwindigkeiten noch in anderer Weise von den Wassertiefen abhängen, oder ob zwischen den Werthen von  $p'$  und von  $t$  noch eine gewisse Beziehung stattfindet. Die vorstehende Tabelle deutet allerdings eine solche an, indem bei größeren Tiefen auch der Factor sich vergrößert. Dieses Resultat ist indessen keineswegs sicher, und besonders wird es dadurch zweifelhaft, daß für die 14te Lothlinie, wo  $t$  den größten Werth annimmt,  $p'$  sogar kleiner ist als bei der 7ten und 8ten Lothlinie, die sich auf die geringste Tiefe beziehen. Dabei mag sogleich bemerkt werden, daß auch aus den andern Querprofilen, worin die Tiefen der Lothlinien auffallend verschieden sind, eine solche Beziehung keineswegs mit Sicherheit sich erkennen läßt. In zweien dieser Profile wachsen zwar ganz entschieden die Werthe von  $p'$  mit den  $t$ , ebenso entschieden zeigt aber ein anderes Profil das Gegentheil.

Nunmehr fragt es sich, ob es möglich sei, bei passender Wahl des Factors, der in diesem Fall mit  $p''$  bezeichnet werden mag, die sämtlichen in einem Profil gemessenen Geschwindigkeiten hinreichend genau durch dieselbe Formel darzustellen.

Zu dieser Untersuchung eignet sich vorzugsweise das hier in Rede stehende Profil, weil es unter allen das einzige ist, von dem ausdrücklich gesagt wird, daß während der Messungen in demselben der Wasserstand sich gar nicht verändert habe, woher man annehmen darf, daß die sämtlichen Beobachtungen bei gleichem relativem Gefälle gemacht wurden. Dasselbe empfiehlt sich auch dadurch, daß es die meisten Lothlinien und die größten Tiefen umfaßt.

Der wahrscheinlichste Werth von  $\log p''$  ist der mittlere von den vierzehn  $\log p'$ . Diese haben aber keineswegs gleiche Gewichte, man muß daher jeden mit der Anzahl der betreffenden einzelnen Beobachtungen multipliciren und die Summe dieser Producte durch die Anzahl der Beobachtungen in allen Lothlinien dividiren. Man hat hiernach



$$\log p'' = \frac{2927,4}{399} = 7,337$$

und  $\frac{1}{5} \log p'' = 1,4674$

Die Geschwindigkeiten sind daher

$$Y'' = 29,334 \sqrt{x}$$

und für die verschiedenen Abstände vom Grunde ergeben sich für alle Lothlinien im Profil *E* (1792) die folgenden Geschwindigkeiten:

<i>x</i>	<i>Y''</i>	<i>x</i>	<i>Y''</i>	<i>x</i>	<i>Y''</i>
44,5	62,7	29,5	57,7	14,5	50,1
43,5	62,4	28,5	57,3	13,5	49,4
42,5	62,1	27,5	56,9	12,5	49,6
41,5	61,8	26,5	56,5	11,5	47,8
40,5	61,5	25,5	56,1	10,5	46,9
39,5	61,2	24,5	55,6	9,5	46,0
38,5	60,9	23,5	55,2	8,5	45,0
37,5	60,6	22,5	54,7	7,5	43,9
36,5	60,3	21,5	54,2	6,5	42,7
35,5	59,9	20,5	53,7	5,5	41,3
34,5	59,6	19,5	53,1	4,5	39,6
33,5	59,2	18,5	52,6	3,5	37,7
32,5	58,8	17,5	52,0	2,5	35,2
31,5	58,4	16,5	51,4		
30,5	58,1	15,5	50,8		

Vergleicht man diese *Y''* mit den beobachteten *y*, so ergibt sich die Summe der Fehlerquadrate gleich 9056,5 und da die Anzahl der einzelnen Beobachtungen 399 ist, so stellt sich der wahrscheinliche Fehler auf 3,2 Zoll oder zum mittleren Werth der Geschwindigkeiten auf 6 Procent.

Obwohl bei der Mehrzahl neuerer Geschwindigkeits-Messungen selbst diese Sicherheit nicht erreicht werden dürfte, so bleibt das Resultat dennoch nicht befriedigend. Die starken Abweichungen sind indessen keineswegs Beobachtungsfehler, sie werden vielmehr durch die auf-

fallend viel größeren oder kleineren Geschwindigkeiten in zwei Reihen veranlaßt. In den übrigen zwölf Reihen beschränken sich die Fehler auf Theile eines Zolls oder auf wenige Zolle, in der ersten Lothlinie bleiben dagegen die gemessenen Geschwindigkeiten stets sehr bedeutend und durchschnittlich sogar um 12 Zoll hinter den berechneten zurück, in der 13ten Lothlinie sind aber jene durchschnittlich um 10 Zoll größer, als diese.

Schon im vorigen Abschnitt wurde eines ähnlichen Falls erwähnt, da in Profil *F* (1792) die Geschwindigkeiten der ersten Lothlinie von denen der zweiten und der folgenden wesentlich abwichen. Vielleicht gab hierzu die unregelmäßige Gestaltung des daneben befindlichen Ufers Veranlassung. Diese Erklärung würde bei Profil *E* auch für die erste Lothlinie gelten, für die 13te paßt sie aber nicht. In diesem und in allen ähnlichen Fällen, deren noch einige andre in den Messungen von Brünings vorkommen, rührt aber die Anomalie wahrscheinlich von der Verschiedenheit der Tiefen her. Es ist ersichtlich, welchen wesentlichen Einfluß eine starke Vergrößerung oder Verminderung der in der Richtung des Stroms hinter einander liegenden Tiefen auf die Bewegung der daselbst fließenden Wassermasse haben muß. Unregelmäßigkeiten dieser Art gehören aber nach der Eingangs gegebenen Erklärung nicht hierher, da nur die gleichförmige Bewegung in regelmäsig geformten Strombetten einfachen und allgemein gültigen Gesetzen unterliegen kann.

Noch mag erwähnt werden, daß die Summe der Fehlerquadrate der 1ten und 13ten Lothlinie zusammen sich auf mehr als zwei Drittel der ganzen Summe, nämlich auf 6500,9 stellt. Schließt man diese beiden Reihen aus, so verringert sich unter Bezugnahme auf die kleinere Anzahl der Beobachtungen der wahrscheinliche Fehler auf 1,86 Zoll oder auf 3 Procent der mittleren Geschwindigkeit, und dieses dürfte ohne Zweifel als ein befriedigendes Resultat anzusehn sein.

7. Geschwindigkeits-Messungen im ungetheilten Rhein bei mittlerem Wasserstande. Profil A (1790).

Die beobachteten und berechneten Geschwindigkeiten in diesem Profil sind folgende:

Profil A (1790). Lothlinie 1. Tiefe 16 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
30,5	52,7			15,5	52,0	51,8	52,0
29,5	56,1	56,0	59,2	14,5	54,8	51,4	51,3
28,5	54,8	55,7	58,8	13,5	52,0	51,0	50,6
27,5	53,4	55,5	58,3	12,5	52,0	50,5	49,8
26,5	53,4	55,2	57,9	11,5	51,5	50,0	49,0
25,5	54,8	55,0	57,4	10,5	48,4	49,5	48,1
24,5	55,5	54,7	57,0	9,5	46,9	48,9	47,2
23,5	55,5	54,5	56,5	8,5	45,3	48,2	46,1
22,5	52,7	54,2	56,0	7,5	44,5	47,5	45,0
21,5	54,8	53,9	55,5	6,5	44,5	46,7	43,7
20,5	54,1	53,6	55,0	5,5	46,9	45,8	42,3
19,5	52,7	53,2	54,4	4,5	45,3	44,7	40,6
18,5	53,4	52,9	53,9	3,5	43,6	43,4	38,6
17,5	54,1	52,6	53,3	2,5	41,0	41,7	36,1
16,5	55,5	52,2	52,7	1,5	41,0	39,2	32,6

$$n = 8,386 \quad \log p' = 7,390$$

$$\log p = 13,189 \quad \omega' = 2,18$$

$$\omega = 1,15$$

Profil A (1790). Lothlinie 2. Tiefe 15 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
28,5	50,0			24,5	50,6	49,8	52,4
27,5	50,0			23,5	47,7	49,6	52,0
26,5	51,5	50,2	53,2	22,5	46,9	49,4	51,5
25,5	50,6	50,0	52,8	21,5	48,4	49,1	51,1

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
20,5	48,4	48,9	50,6	10,5	46,1	45,5	44,3
19,5	48,4	48,6	50,1	9,5	44,5	45,1	43,4
18,5	48,4	48,4	49,6	8,5	45,3	44,5	42,4
17,5	46,9	48,1	49,0	7,5	43,6	44,0	41,4
16,5	47,8	47,8	48,4	6,5	42,8	43,3	40,2
15,5	46,9	47,5	47,8	5,5	41,9	42,6	38,9
14,5	47,8	47,1	47,2	4,5	39,2	41,7	37,3
13,5	49,3	46,8	46,5	3,5	39,2	40,6	35,5
12,5	46,9	46,4	45,8	2,5	41,9	39,2	33,2
11,5	48,4	46,0	45,1				

$$n = 9,497$$

$$\log p = 14,730$$

$$\omega = 0,95$$

$$\log p' = 7,209$$

$$\omega' = 2,04$$

Profil A (1790). Lothlinie 3. Tiefe 13 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
24,5	47,8	48,6	51,8	12,5	45,3	45,2	45,2
23,5	50,0	48,4	51,3	11,5	45,3	44,8	44,5
22,5	47,8	48,2	50,9	10,5	43,6	44,4	43,7
21,5	49,3	48,0	50,4	9,5	44,5	43,9	42,8
20,5	47,8	47,7	49,9	8,5	42,8	43,4	41,9
19,5	46,9	47,4	49,4	7,5	39,2	42,8	40,8
18,5	46,9	47,2	48,9	6,5	41,0	42,1	39,7
17,5	47,8	46,9	48,4	5,5	40,1	41,4	38,4
16,5	47,8	46,6	47,8	4,5	40,1	40,5	36,9
15,5	47,8	46,3	47,2	3,5	39,2	39,4	35,1
14,5	46,1	46,0	46,6	2,5	39,2	37,9	32,8
13,5	45,3	45,6	45,9	1,5	37,3	35,9	29,6

$$n = 9,237$$

$$\log p = 14,193$$

$$\omega = 0,79$$

$$\log p' = 7,181$$

$$\omega' = 1,91$$

Profil A (1790). Lothlinie 4. Tiefe 9,5 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
17,5	42,8			10,5	41,9	41,6	41,7
16,5	43,6	44,1	45,6	9,5	38,3	41,1	40,9
15,5	43,6	43,8	45,1	8,5	38,3	40,5	40,0
14,5	44,5	43,4	44,5	7,5	39,2	39,9	39,0
13,5	42,8	43,0	43,9	6,5	39,2	39,1	37,9
12,5	43,6	42,6	43,2	5,5	39,2	38,3	36,6
11,5	44,5	42,1	42,5	4,5	38,3	37,3	35,2

$n = 7,770$        $\log p' = 7,079$   
 $\log p = 11,561$        $\omega' = 1,22$   
 $\omega = 0,98$

Profil A (1790). Lothlinie 5. Tiefe 7 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
12,5	41,0	41,8	44,1	7,5	41,0	40,0	39,8
11,5	41,0	41,5	43,4	6,5	39,2	39,6	38,7
10,5	41,9	41,2	42,6	5,5	39,2	39,0	37,4
9,5	41,0	40,8	41,7	4,5	37,3	38,4	35,9
8,5	40,1	40,5	40,4	3,5	38,3	37,6	34,2

$n = 11,940$        $\log p' = 7,125$   
 $\log p = 18,259$        $\omega' = 1,42$   
 $\omega = 0,49$

Profil A (1790). Lothlinie 6. Tiefe 7 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
12,5	39,2			6,5	38,3	38,9	38,7
11,5	41,0	40,9	43,3	5,5	39,2	38,3	37,4
10,5	40,1	40,6	42,5	4,5	36,3	37,6	35,9
9,5	39,2	40,2	41,7	3,5	36,3	36,8	34,1
8,5	41,0	39,8	40,8	2,5	36,3	35,7	31,9
7,5	40,1	39,4	39,8				

$n = 11,180$        $\log p' = 7,123$   
 $\log p = 16,958$        $\omega' = 1,50$   
 $\omega = 0,63$

## Profil A (1790). Lothlinie 7. Tiefe 7 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
12,5	41,9	41,7	44,7	6,5	36,3	39,4	39,2
11,5	41,9	41,5	44,0	5,5	38,3	38,9	37,9
10,5	41,0	41,2	43,2	4,5	37,3	38,2	36,5
9,5	41,0	40,8	42,3	3,5	38,3	37,3	34,7
8,5	41,0	40,4	41,4	2,5	36,3	36,2	32,4
7,5	41,0	39,9	40,4	1,5	35,3	34,6	29,3
$n = 11,265$				$\log p' = 7,156$			
$\log p = 17,164$				$\omega' = 1,96$			
$\omega = 0,81$							

## Profil A (1790). Lothlinie 8. Tiefe 8 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
14,5	42,8	41,1	44,4	8,5	41,0	40,0	39,9
13,5	41,0	40,9	43,8	7,5	39,2	39,8	38,9
12,5	40,1	40,8	43,1	6,5	39,2	39,6	37,8
11,5	38,3	40,6	42,4	5,5	39,2	39,3	36,6
10,5	41,0	40,4	41,6	4,5	38,3	38,9	35,1
9,5	41,0	40,2	40,8	3,5	39,2	38,4	33,4
$n = 21,512$				$\log p' = 7,076$			
$\log p = 33,550$				$\omega' = 2,13$			
$\omega = 0,75$							

## Profil A (1790). Lothlinie 9. Tiefe 8,5 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
15,5	39,2			7,5	36,3	38,8	38,7
14,5	41,0	40,4	44,2	6,5	38,3	38,4	37,6
13,5	41,9	40,2	43,5	5,5	38,3	38,0	36,4
12,5	41,0	40,0	42,9	4,5	37,3	37,5	34,9
11,5	41,0	39,8	42,1	3,5	37,3	36,9	33,2
10,5	40,1	39,6	41,4	2,5	36,3	36,2	31,1
9,5	38,3	39,3	40,6	1,5	36,3	35,0	28,0
8,5	36,3	39,1	39,7				
$n = 15,839$				$\log p' = 7,063$			
$\log p = 24,282$				$\omega' = 2,39$			
$\omega = 0,93$							

Profil A (1790). Lothlinie 10. Tiefe 8,5 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
15,5	41,9	41,1	44,2	8,5	41,0	39,3	39,2
14,5	40,1	40,9	43,6	7,5	37,3	39,0	38,2
13,5	41,0	40,7	43,0	6,5	38,3	38,6	37,2
12,5	41,0	40,5	42,4	5,5	38,3	38,1	35,9
11,5	39,2	40,2	41,7	4,5	37,3	37,5	34,5
10,5	39,2	39,9	40,9	3,5	37,3	36,9	32,8
9,5	40,1	39,7	40,1	2,5	36,3	36,0	30,7

$$n = 13,703$$

$$\log p' = 7,039$$

$$\log p = 20,922$$

$$\omega' = 1,91$$

$$\omega = 0,61$$

Profil A (1790). Lothlinie 11. Tiefe 9,5 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
17,5	41,0			9,5	41,0	41,6	41,8
16,5	42,8			8,5	39,2	41,0	40,9
15,5	44,5	44,3	46,1	7,5	39,2	40,4	39,9
14,5	44,5	43,9	45,5	6,5	39,2	39,6	38,8
13,5	44,5	43,5	44,9	5,5	37,3	38,8	37,5
12,5	42,8	43,1	44,2	4,5	37,3	37,8	36,0
11,5	43,6	42,6	43,5	3,5	37,3	36,6	34,3
10,5	43,6	42,2	42,7	2,5	36,3	35,1	31,0

$$n = 7,814$$

$$\log p' = 7,130$$

$$\log p = 12,676$$

$$\omega' = 1,21$$

$$\omega = 0,73$$

Profil A (1790). Lothlinie 12. Tiefe 10 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
18,5	41,9	42,7	46,5	14,5	41,9	42,0	44,3
17,5	41,9	42,6	46,0	13,5	41,0	41,8	43,7
16,5	42,8	42,4	45,5	12,5	41,0	41,6	43,0
15,5	42,8	42,2	44,9	11,5	40,1	41,3	42,3

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
10,5	40,1	41,1	41,5	5,5	39,2	39,3	36,5
9,5	41,9	40,8	40,7	4,5	39,2	38,7	35,1
8,5	41,9	40,5	39,8	3,5	37,3	38,0	33,3
7,5	40,1	40,1	38,8	2,5	36,3	37,1	31,2
6,5	41,0	39,7	37,7	1,5	36,3	35,9	28,1
		$n = 14,275$				$\log p' = 7,071$	
		$\log p = 23,013$				$\omega' = 2,45$	
		$\omega = 0,53$					

Zur bequemeren Vergleichung ist hier wieder beigefügt die Zusammenstellung der Resultate für Profil A (1790).

Loth- linie	$t$	$n$	$\log p$	$\omega$	$\log p'$	$\omega'$
1	16	8,386	13,189	1,15	7,390	2,18
2	15	9,497	14,730	0,95	7,209	2,04
3	13	9,237	14,193	0,79	7,181	1,91
4	9,5	7,770	11,561	0,98	7,079	1,22
5	7	11,940	18,259	0,49	7,125	1,42
6	7	11,180	16,958	0,63	7,123	1,50
7	7	11,265	17,164	0,81	7,156	1,96
8	8	21,512	33,550	0,75	7,076	2,13
9	8,5	15,839	24,282	0,93	7,063	2,39
10	8,5	13,703	20,922	0,61	7,039	1,91
11	9,5	7,814	12,676	0,73	7,130	1,21
12	10	14,275	23,013	0,53	7,071	2,45

Man bemerkt, dass in diesem Profil dieselben Erscheinungen wie bei E (1792) sich wiederholen, nur dass hier die innern Bewegungen noch stärker und daher die Voraussetzung, dass  $n = 5$ , etwas zweifelhafter wird. Dennoch treten bei Einführung derselben die Werthe der Factors nahe zusammen, indem ihre Logarithmen zwischen 7,04 und 7,39 bleiben, während sie früher zwischen 11,56 und 33,55 schwankten.

Eine gewisse Abhängigkeit dieses Factors von der Tiefe wird auch hier angedeutet und zwar wieder in der Art, dass beide gleichmäÙig sich



verändern. Die letzten Reihen, bei welchen die Tiefen wesentlich gröfser werden, lassen indessen eine entsprechende Vergrößerung des Factors nicht erkennen und so gewinnt es den Anschein, als ob während der Messung das Gefälle sich änderte, und deshalb der Factor ganz unabhängig von der Tiefe sich nach und nach verringerte. Diese der Reihenfolge der Lothlinien nahe entsprechende Änderung des Factors könnte auch vermuthen lassen, dafs das relative Gefälle in der ganzen Breite des Profils nicht dasselbe, vielmehr an einer Seite gröfser als an der andern sei. Wenn indessen ein solcher Unterschied auch wirklich existirte, der, soviel bekannt, noch nie erwiesen ist, so möchte derselbe wohl stets so geringe bleiben, dafs er die hier bemerkten Änderungen nicht veranlassen könnte.

8. Geschwindigkeits-Messungen in der Whaal bei mittlerem Wasserstande. Profil B (1790).

Die in diesem Profil gemessenen und dafür berechneten Geschwindigkeiten sind folgende:

Profil B (1790). Lothlinie 1. Tiefe 16 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
30,5	46,1	46,4	46,1	19,5	44,5	42,1	42,1
29,5	44,5	46,1	45,8	18,5	45,3	41,7	41,7
28,5	44,5	45,8	45,4	17,5	42,8	41,2	41,2
27,5	42,8	45,4	45,1	16,5	42,8	40,6	40,7
26,5	42,8	45,0	44,8	15,5	42,8	40,1	40,2
25,5	44,5	44,7	44,4	14,5	41,9	39,5	39,7
24,5	43,6	44,3	44,1	13,5	38,3	38,9	39,1
23,5	43,6	43,9	43,7	12,5	39,2	38,3	38,5
22,5	44,5	43,5	43,3	11,5	39,2	37,6	37,9
21,5	43,6	43,0	42,9	10,5	38,3	36,9	37,2
20,5	44,5	42,6	42,5	9,5	36,3	36,1	36,5

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
8,5	32,0	35,2	35,7	4,5	29,6	30,7	31,4
7,5	29,6	34,3	34,8	3,5	30,9	29,1	29,9
6,5	28,9	33,2	33,8	2,5	30,9	27,0	28,0
5,5	29,6	32,0	32,7				
		$n = 4,620$				$\log p' = 6,832$	
		$\log p = 6,217$				$\omega' = 1,54$	
		$\omega = 1,54$					

Profil B (1790). Lothlinie 2. Tiefe 16,5 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
31,5	42,8			16,5	43,6	43,9	44,0
30,5	46,9	47,4	50,0	15,5	43,6	43,6	43,5
29,5	46,9	47,2	49,6	14,5	43,6	43,2	42,9
28,5	46,1	47,0	49,2	13,5	42,8	42,8	42,3
27,5	46,1	46,8	48,8	12,5	44,5	42,4	41,7
26,5	44,5	46,6	48,4	11,5	43,6	42,0	41,0
25,5	45,3	46,3	48,0	10,5	42,8	41,5	40,2
24,5	46,9	46,1	47,7	9,5	42,8	41,0	39,4
23,5	46,1	45,9	47,3	8,5	41,0	40,4	38,6
22,5	46,1	45,6	46,9	7,5	40,1	39,8	37,6
21,5	45,3	45,4	46,4	6,5	38,3	39,1	36,5
20,5	46,1	45,1	46,0	5,5	37,3	38,3	35,3
19,5	44,5	44,8	45,5	4,5	36,3	37,4	34,0
18,5	44,5	44,5	45,0	3,5	35,3	36,2	32,3
17,5	44,5	44,2	44,5	2,5	35,3	34,8	30,2
		$n = 8,083$				$\log p' = 7,002$	
		$\log p = 12,059$				$\omega' = 1,58$	
		$\omega = 0,66$					

Profil B (1790). Lothlinie 3. Tiefe 16,5 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
31,5	48,4	47,6	49,5	27,5	47,8	46,7	48,2
30,5	48,4	47,4	49,2	26,5	46,9	46,4	47,8
29,5	50,0	47,2	48,8	25,5	46,1	46,2	47,4
28,5	50,0	46,9	48,5	24,5	46,9	45,9	47,1

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
23,5	45,3	45,6	46,7	11,5	39,2	41,0	40,4
22,5	46,9	45,3	46,3	10,5	38,3	40,5	39,7
21,5	46,9	45,0	45,9	9,5	37,3	40,0	38,9
20,5	46,1	44,7	45,5	8,5	36,3	39,4	38,1
19,5	45,3	44,4	45,0	7,5	34,2	38,5	37,1
18,5	43,6	44,1	44,5	6,5	34,2	37,6	36,1
17,5	43,6	43,7	44,0	5,5	34,2	36,7	34,9
16,5	43,6	43,3	43,5	4,5	34,2	35,6	33,5
15,5	43,6	42,9	43,0	3,5	36,3	34,3	31,9
14,5	42,8	42,4	42,4	2,5	36,3	32,7	29,8
13,5	41,0	42,0	41,8	1,5	34,2	30,3	26,9
12,5	41,0	41,5	41,1				

$$n = 6,701$$

$$\log p = 9,746$$

$$\omega = 1,45$$

$$\log p' = 6,974$$

$$\omega' = 1,51$$

Profil B (1790). Lothlinie 4. Tiefe 16 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
30,5	43,6			15,5	41,0	41,8	41,9
29,5	45,3	46,2	47,6	14,5	41,9	41,3	41,3
28,5	45,3	46,0	47,3	13,5	39,2	40,9	40,7
27,5	44,5	45,7	46,9	12,5	39,2	40,4	40,1
26,5	45,3	45,4	46,6	11,5	36,3	39,9	39,4
25,5	45,3	45,2	46,2	10,5	38,3	39,3	38,7
24,5	45,3	44,9	45,9	9,5	38,3	38,7	37,9
23,5	45,3	44,6	45,5	8,5	38,3	38,0	37,1
22,5	45,3	44,3	45,1	7,5	37,3	37,2	36,2
21,5	44,5	44,0	44,7	6,5	36,3	36,4	35,2
20,5	45,3	43,6	44,3	5,5	35,3	35,5	34,0
19,5	46,1	43,3	43,8	4,5	33,1	34,4	32,7
18,5	44,5	42,9	43,4	3,5	33,1	33,0	31,1
17,5	43,6	42,6	42,9	2,5	30,9	31,2	29,1
16,5	43,6	42,2	42,4	1,5	30,9	28,8	26,2

$$n = 6,351$$

$$\log p = 9,103$$

$$\omega = 0,88$$

$$\log p' = 6,918$$

$$\omega' = 1,00$$

Die Geschwindigkeiten der 5ten und 6ten Lothlinie sind bereits im fünften Abschnitt mitgetheilt worden.

Profil B (1790). Lothlinie 7. Tiefe 6,75 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
12	27,1	26,4	29,2	6	25,7	25,5	25,5
11	27,1	26,3	28,7	5	24,2	25,3	24,6
10	27,1	26,2	28,2	4	24,2	25,0	23,5
9	25,7	26,1	27,6	3	24,2	24,7	22,2
8	25,7	25,9	27,0	2	24,2	24,2	20,4
7	25,7	25,7	26,3	1	24,2	23,3	17,8

$$n = 20,034$$

$$\log p' = 6,252$$

$$\log p = 27,411$$

$$\omega' = 1,72$$

$$\omega = 0,46$$

Profil B (1790). Lothlinie 8. Tiefe 7 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
12,5	25,7	25,3	27,3	6,5	24,2	24,0	24,0
11,5	25,7	25,1	26,9	5,5	24,2	23,7	23,2
10,5	24,2	24,9	26,4	4,5	24,2	23,3	22,3
9,5	24,2	24,7	25,9	3,5	22,6	22,9	21,2
8,5	24,2	24,5	25,3	2,5	22,6	22,3	19,8
7,5	24,2	24,3	24,7	1,5	21,0	21,4	17,9

$$n = 12,814$$

$$\log p' = 6,085$$

$$\log p = 16,884$$

$$\omega' = 1,25$$

$$\omega = 0,36$$

Zusammenstellung der Resultate für Profil B (1790).

Loth- linie	$t$	$n$	$\log p$	$\omega$	$\log p'$	$\omega'$
1	16	4,620	6,217	1,54	6,832	1,54
2	16,5	8,083	12,059	0,66	7,002	1,58
3	16,5	6,701	9,746	1,45	6,974	1,51
4	16	6,351	9,103	0,88	6,918	1,00
5	13	8,823	12,685	0,73	6,709	1,79
6	10	6,272	8,275	0,80	6,394	0,84
7	6,75	20,034	27,411	0,46	6,252	1,72
8	7	12,814	16,884	0,36	6,085	1,25

Die aus diesem Profil gezogenen Resultate stimmen so sehr mit denen des Profils A (1790) überein, daß die bei letzterem gegebenen Erklärungen hier nur wiederholt werden können. Die Werthe der Factoren treten einander bei Einführung der fünften Potenz viel näher, als nach der ersten Rechnung, in welcher die wahrscheinlichsten Werthe der Exponenten  $n$  gesucht und benutzt wurden. Ferner sind für die Lothlinien von größerer Tiefe die Factoren  $p'$  wieder entschieden größer als in flachem Wasser, aber auch in diesem Profil verändern sich die Tiefen übereinstimmend mit der Reihenfolge der Lothlinien, und es bleibt zweifelhaft, ob die relativen Gefälle vielleicht nach und nach geringer wurden.

9. Geschwindigkeits-Messungen im Unter-Rhein bei Hochwasser.  
Profil B (1792).

Die in den verschiedenen Lothlinien dieses Profils gemessenen Geschwindigkeiten, sowie auch die unter zwei Voraussetzungen dafür berechneten, sind folgende:

Profil B (1792). Lothlinie 1. Tiefe 10,5 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
20,5	44,5			10,5	41,0	42,1	42,3
19,5	45,3	44,9	47,9	9,5	41,9	41,6	41,5
18,5	46,9	44,7	47,4	8,5	41,0	41,1	40,6
17,5	46,1	44,4	46,9	7,5	41,0	40,6	39,6
16,5	45,3	44,1	46,4	6,5	39,2	40,0	38,5
15,5	45,3	43,8	45,8	5,5	38,3	39,3	37,2
14,5	43,6	43,5	45,2	4,5	37,3	38,5	35,7
13,5	42,8	43,2	44,6	3,5	37,3	37,4	34,0
12,5	41,0	42,9	43,9	2,5	36,3	36,1	31,8
11,5	41,0	42,5	43,1	1,5	36,3	34,2	28,7

$$n = 7,497$$

$$\log p' = 7,114$$

$$\log p = 14,308$$

$$\omega' = 1,77$$

$$\omega = 0,82$$

Profil B (1792). Lothlinie 2. Tiefe 11 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
21,5	51,5			11,5	45,3	46,5	46,5
20,5	52,7	50,3	52,2	10,5	44,5	45,9	45,7
19,5	52,0	50,0	51,7	9,5	43,6	45,3	44,8
18,5	51,5	49,6	51,2	8,5	43,6	44,6	43,8
17,5	50,6	49,2	50,6	7,5	41,9	43,8	42,7
16,5	45,3	48,8	50,0	6,5	42,8	43,0	41,5
15,5	48,4	48,4	49,4	5,5	39,2	42,0	40,2
14,5	48,4	48,0	48,8	4,5	42,8	40,9	38,6
13,5	48,4	47,5	48,1	3,5	40,1	39,4	36,7
12,5	46,9	47,0	47,3	2,5	39,2	37,7	34,3

$$n = 7,251$$

$$\log p' = 7,279$$

$$\log p = 11,029$$

$$\omega' = 1,47$$

$$\omega = 1,21$$

Profil B (1792). Lothlinie 3. Tiefe 12 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
23,5	48,4			12,5	43,6	45,0	45,1
22,5	50,0	49,1	50,7	11,5	43,6	44,4	44,4
21,5	50,0	48,8	50,3	10,5	43,6	43,8	43,6
20,5	50,0	48,4	49,9	9,5	41,9	43,2	42,7
19,5	46,9	48,1	49,3	8,5	41,9	42,5	41,8
18,5	48,4	47,7	48,8	7,5	41,9	41,7	40,7
17,5	48,4	47,3	48,2	6,5	40,1	40,8	39,6
16,5	48,4	46,9	47,7	5,5	40,1	39,8	38,3
15,5	46,9	46,4	47,1	4,5	38,3	38,6	36,8
14,5	45,3	46,0	46,5	3,5	38,3	37,2	35,0
13,5	43,6	45,5	45,8	2,5	36,3	35,4	32,7

$n = 6,710$        $\log p' = 7,174$   
 $\log p = 10,039$        $\omega' = 1,05$   
 $\omega = 0,71$

Profil B (1792). Lothlinie 4. Tiefe 13,5 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
26,5	50,0	49,3	52,1	13,5	45,3	45,5	45,5
25,5	50,6	49,0	51,7	12,5	45,3	45,1	44,8
24,5	50,6	48,8	51,3	11,5	46,9	44,7	44,1
23,5	46,9	48,5	50,9	10,5	45,3	44,2	43,3
22,5	46,9	48,3	50,4	9,5	44,5	43,7	42,4
21,5	48,4	48,0	50,0	8,5	41,9	43,2	41,5
20,5	46,9	47,8	49,5	7,5	41,9	42,6	40,5
19,5	46,9	47,5	49,0	6,5	40,1	41,9	39,3
18,5	46,1	47,2	48,5	5,5	40,1	41,1	38,1
17,5	46,1	46,9	48,0	4,5	40,1	40,1	36,5
16,5	48,4	46,6	47,4	3,5	40,1	39,0	34,8
15,5	45,3	46,3	46,8	2,5	38,3	37,5	32,5
14,5	46,9	45,9	46,2				

$n = 8,723$        $\log p' = 7,161$   
 $\log p = 13,275$        $\omega' = 1,72$   
 $\omega = 0,80$

Profil *B* (1792). Lothlinie 5. Tiefe 16 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
31,5	47,8	43,9	46,9	16,5	43,6	41,0	41,2
30,5	47,8	43,8	46,6	15,5	40,1	40,7	40,7
29,5	46,9	43,6	46,2	14,5	41,0	40,4	40,2
28,5	43,6	43,4	45,9	13,5	38,3	40,1	39,6
27,5	43,6	43,3	45,6	12,5	38,3	39,8	38,9
26,5	43,6	43,1	45,3	11,5	39,2	39,4	38,3
25,5	43,6	42,9	45,9	10,5	38,3	39,0	37,6
24,5	43,6	42,7	44,6	9,5	37,3	38,6	36,9
23,5	40,1	42,5	44,2	8,5	36,3	38,2	36,1
22,5	41,9	42,3	43,8	7,5	36,3	37,7	35,2
21,5	41,0	42,1	43,4	6,5	36,3	37,1	34,2
20,5	39,2	41,9	43,0	5,5	38,3	36,4	33,0
19,5	38,3	41,7	42,6	4,5	38,3	35,7	31,7
18,5	41,9	41,5	42,1	3,5	36,3	34,7	30,2
17,5	40,1	41,3	41,7	2,5	36,3	33,5	28,2

$$n = 9,346$$

$$\log p = 13,854$$

$$\omega = 1,36$$

$$\log p' = 6,856$$

$$\omega' = 2,04$$

Die Geschwindigkeiten in der Lothlinie 6 sind bereits im fünften Abschnitt mitgetheilt.

Profil *B* (1792). Lothlinie 7. Tiefe 16 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
31,5	42,8			23,5	44,5	43,6	45,9
30,5	44,5	44,4	48,4	22,5	43,6	43,5	45,5
29,5	44,5	44,3	48,1	21,5	42,8	43,4	45,1
28,5	44,5	44,2	47,7	20,5	42,8	43,2	44,7
27,5	43,6	44,0	47,4	19,5	42,8	43,1	44,3
26,5	43,6	43,9	47,0	18,5	42,8	42,9	43,8
25,5	44,5	43,8	46,7	17,5	41,9	42,8	43,3
24,5	44,5	43,7	46,3	16,5	42,8	42,6	42,8



$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
15,5	43,6	42,4	42,3	8,5	40,1	40,7	37,5
14,5	42,8	42,2	41,7	7,5	40,1	40,4	36,6
13,5	41,0	42,0	41,1	6,5	40,1	40,0	35,5
12,5	41,9	41,8	40,5	5,5	40,1	39,5	34,4
11,5	42,8	41,6	39,8	4,5	38,3	39,0	33,0
10,5	41,0	41,3	39,1	3,5	36,3	38,3	31,4
9,5	40,1	41,0	38,3	2,5	37,3	37,5	29,3

$$n = 14,813 \quad \log p' = 6,940$$

$$\log p = 22,916 \quad \omega' = 2,23$$

$$\omega = 0,47$$

Zusammenstellung der Resultate für Profil B (1792).

Loth- linie	$t$	$n$	$\log p$	$\omega$	$\log p'$	$\omega'$
1	10,5	7,497	14,308	0,82	7,114	1,77
2	11	7,251	11,029	1,21	7,279	1,47
3	12	6,710	10,039	0,71	7,174	1,05
4	13,5	8,723	13,275	0,80	7,161	1,72
5	16	9,346	13,854	1,36	6,856	2,04
6	21	5,091	6,740	1,08	6,604	1,05
7	16	14,813	22,916	0,47	6,940	2,23

Auch in diesem Profil stimmen die aus den sieben Beobachtungsreihen sich ergebenden Factoren  $p$  oder  $p'$  viel näher unter einander überein, wenn  $n = 5$  gesetzt wird, als wenn man die sehr verschiedenen wahrscheinlichsten Werthe der Exponenten in die Rechnung einführt.

Diese Factoren  $p'$  scheinen aber in inniger Beziehung mit den Wassertiefen zu stehn, und zwar in der Art, dafs sie für gröfsere Tiefen kleiner werden. Die Änderungen beider erfolgen in diesem Profil mit einer Regelmäfsigkeit, wie solche in den übrigen nicht entfernt sich zeigt, in welchen mit mehr oder weniger Wahrscheinlichkeit die entgegengesetzten Änderungen sich zu erkennen gaben. Wenn letztere vermuthen liefsen, dafs diese Factoren mit den Tiefen oder den Längen der Lothlinien wachsen, so nehmen sie hier sehr entschieden bei gröfsere Tiefen

fen kleinere Werthe an. Hieraus ergibt sich, daß eine Beziehung zwischen  $p'$  und  $t$  aus den vorliegenden Beobachtungen sich nicht nachweisen läßt, vielmehr nur der Zufall eine solche in verschiedener Weise veranlaßte.

### 10. Geschwindigkeits-Messungen in der Whaal bei Hochwasser. Profil $F$ (1792).

Die Geschwindigkeiten in den sechs ersten Lothlinien dieses Profils sind bereits im fünften Abschnitt mitgetheilt.

#### Profil $F$ (1792). Lothlinie 7. Tiefe 15 Fufs.

$x$	$y$	$Y$	$Y'$	$x$	$y$	$Y$	$Y'$
29,5	52,0	51,1	50,3	15,5	45,3	44,2	44,2
28,5	50,6	50,7	49,9	14,5	46,1	43,5	43,6
27,5	49,3	50,3	49,6	13,5	43,6	42,8	43,0
26,5	46,1	49,9	49,2	12,5	45,3	42,1	42,3
25,5	46,9	49,5	48,8	11,5	43,6	41,3	41,6
24,5	47,8	49,0	48,4	10,5	41,0	40,5	40,9
23,5	47,8	48,5	48,0	9,5	40,1	39,6	40,1
22,5	49,3	48,1	47,6	8,5	39,2	38,6	39,2
21,5	46,9	47,6	47,2	7,5	36,3	37,5	38,2
20,5	46,9	47,1	46,8	6,5	34,2	36,3	37,1
19,5	46,1	46,6	46,3	5,5	34,2	35,0	35,9
18,5	46,1	46,0	45,8	4,5	34,2	33,5	34,5
17,5	46,1	45,4	45,3	3,5	30,9	31,6	32,8
16,5	46,1	44,8	44,8	2,5	28,4	29,3	30,7

$$n = 4,447$$

$$\log p' = 7,036$$

$$\log p = 6,126$$

$$\omega' = 1,07$$

$$\omega = 1,05$$

Profil *F* (1792). Lothlinie 8. Tiefe 13 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
25,5	42,8			13,5	43,6	41,6	41,7
24,5	46,9	47,9	47,0	12,5	42,8	40,9	41,1
23,5	43,6	47,5	46,6	11,5	41,9	40,1	40,4
22,5	45,3	47,0	46,2	10,5	41,0	39,3	39,6
21,5	43,6	46,5	45,7	9,5	41,0	38,4	38,8
20,5	46,9	46,0	45,3	8,5	38,3	37,4	38,0
19,5	43,6	45,4	44,9	7,5	39,2	36,3	37,1
18,5	41,9	44,8	44,4	6,5	39,2	35,1	36,0
17,5	42,8	44,3	43,9	5,5	36,3	33,8	34,8
16,5	45,3	43,7	43,4	4,5	30,9	32,2	33,4
15,5	44,5	43,0	42,9	3,5	27,1	30,4	31,8
14,5	42,8	42,3	42,3	2,5	25,7	28,1	29,7

$$\begin{aligned}
 n &= 4,276 & \log p' &= 6,969 \\
 \log p &= 5,795 & \omega' &= 1,51 \\
 \omega &= 1,60
 \end{aligned}$$

Profil *F* (1792). Lothlinie 9. Tiefe 2,5 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
24,5	42,8	45,1	45,6	12,5	41,9	39,9	39,9
23,5	43,6	44,8	45,2	11,5	40,1	39,3	39,2
22,5	41,9	44,4	44,8	10,5	41,0	38,6	38,5
21,5	42,8	44,0	44,4	9,5	38,3	37,9	37,7
20,5	43,6	43,6	44,0	8,5	38,3	37,1	36,9
19,5	44,5	43,2	43,6	7,5	36,3	36,3	36,0
18,5	42,8	42,8	43,1	6,5	33,1	35,4	35,0
17,5	42,8	42,4	42,6	5,5	34,2	34,3	33,8
16,5	41,9	42,0	42,1	4,5	32,0	33,0	32,5
15,5	42,8	41,5	41,6	3,5	30,8	31,6	30,9
14,5	42,8	41,0	41,1	2,5	29,6	29,7	28,9
13,5	41,0	40,5	40,5				

$$\begin{aligned}
 n &= 5,444 & \log p' &= 6,905 \\
 \log p &= 7,617 & \omega' &= 0,98 \\
 \omega &= 0,94
 \end{aligned}$$

Profil *F* (1792). Lothlinie 10. Tiefe 12 Fufs.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Y</i>	<i>Y'</i>
23,5	40,1			12,5	37,3	39,0	38,9
22,5	43,6	44,9	43,8	11,5	39,2	38,2	38,3
21,5	43,6	44,4	43,4	10,5	37,3	37,4	37,6
20,5	44,5	43,9	43,0	9,5	34,2	36,5	36,8
19,5	43,6	43,4	42,6	8,5	35,3	35,5	36,0
18,5	43,6	42,8	42,1	7,5	35,3	34,4	35,1
17,5	42,8	42,3	41,6	6,5	32,0	33,2	34,1
16,5	42,8	41,7	41,1	5,5	30,9	31,9	33,0
15,5	41,0	41,1	40,6	4,5	29,6	30,4	31,7
14,5	41,0	40,4	40,1	3,5	28,4	28,6	30,2
13,5	41,0	39,7	39,5	2,5	28,4	26,4	28,2

$$n = 4,130$$

$$\log p' = 6,853$$

$$\log p = 5,472$$

$$\omega' = 0,96$$

$$\omega = 0,75$$

Zusammenstellung der Resultate für Profil *F* (1792).

Loth- linie	<i>t</i>	<i>n</i>	$\log p$	$\omega$	$\log p'$	$\omega'$
1	18	9,787	14,652	0,61	6,881	1,87
2	19	5,651	8,325	0,80	7,220	0,84
3	20,5	4,123	5,822	1,30	7,340	1,39
4	20	4,801	7,054	1,16	7,399	1,12
5	18	6,559	10,151	0,91	7,443	1,35
6	18	5,136	7,424	0,79	7,211	0,78
7	15	4,447	6,126	1,05	7,036	1,07
8	13	4,276	5,795	1,60	6,969	1,51
9	12,5	5,444	7,617	0,94	6,905	0,98
10	12	4,130	5,472	0,75	6,853	0,96

Auch in diesem Profil weichen die Factoren *p*, wenn der Exponent = 5 angenommen wird, viel weniger von einander ab, als wenn für jede Lothlinie der wahrscheinlichste Werth des Exponenten gesucht und in Rechnung gestellt wird. Die Factoren *p'* werden aber im All-

gemeinen auffallend kleiner bei geringeren Wassertiefen, doch bleibt es wieder zweifelhaft, ob hierzu vielleicht eine stetige Änderung des relativen Gefälles während der Geschwindigkeits-Messungen Veranlassung gab, oder ob an sich schon das Gefälle an einer Seite gröfser als an der andern war.

## 11. Resultate der vorstehenden Untersuchungen.

Durch die vorliegenden, hier mitgetheilten Beobachtungen sollte nur die Wassermenge gemessen werden, die jedes der angegebenen Profile durchflofs. Zur Messung der relativen Gefälle lag keine Veranlassung vor. Diese sind daher unbekannt geblieben, und der Beantwortung der besonders wichtigen Frage, in welcher Weise die mittlere Geschwindigkeit vom Gefälle abhängt, konnte daher nicht näher getreten werden.

Dagegen lassen die zahlreichen, in den einzelnen Lothlinien angestellten Messungen sehr sicher auf das Gesetz schliessen, nach welchem die Geschwindigkeiten der über einander liegenden Wasserschichten mit dem Abstände vom Grunde zunehmen. Der Mefs-Apparat war aber so eingerichtet, dafs er nur die normal gegen das Queerprofil gerichtete Geschwindigkeit angab, die hier, wie in allen sonstigen Fällen, wohl allein nur gesucht wird. Trägt man diese Geschwindigkeiten als Ordinaten, die Abstände vom Grunde aber als Abscissen auf, so bildet sich die sogenannte Geschwindigkeits-Curve. Dafs die sichere Kenntnifs derselben mit jener ersten Frage in naher Beziehung steht, unterliegt wohl keinem Zweifel, und man darf sie als einen wichtigen Schritt zum Verständnifs der ganzen sehr complicirten Erscheinung ansehen. Man hat dieses bereits anerkannt und sich vielfach bemüht, das von Humphreys und Abbot angegebene Gesetz der Curve als richtig darzustellen und die Übereinstimmung desselben mit einigen Beobachtungen nachzuweisen. Selbst in den neusten Untersuchungen über die Bewegungen des Wassers, sowohl bei uns, als auch in englischen Schriften, ist dieses geschehn, doch sind die dafür gegebenen Beweise nicht nur sehr zweifelhaft, sondern das Gesetz selbst stellt sich auch bei näherer Betrachtung als un-

möglich heraus, da es undenkbar ist, daß in einem freien und breiten Strom die obern Wasserschichten langsamer als die darunter befindlichen sich bewegen sollten, von denen sie doch getragen werden. Die mit viel größerer Schärfe und in weiterer Ausdehnung von Brünings ausgeführten Messungen widersprechen vollständig jenem vermeintlichen Gesetz, deuten dagegen mit großer Sicherheit ein anderes viel einfacheres und leicht erklärliches Gesetz an.

Wenn man von den kleinen Anomalien, etwa bis zu 1 Zoll, absieht, die unvermeidliche Beobachtungsfehler sind, so zeigt ein großer Theil dieser Beobachtungsreihen, daß die in der Richtung des Stroms gemessenen Geschwindigkeiten bei weiterer Entfernung vom Grunde sich fortwährend vergrößern, oder daß sie sich wenigstens nicht vermindern, wenn auch die Vergrößerung der Geschwindigkeit nicht mehr sicher zu erkennen ist. Bei andern Reihen, wie auch in der für Profil *E* (1792) Lothlinie 14, graphisch dargestellten Curve zeigt sich nahe unter dem Wasserspiegel plötzlich eine sehr starke Verzögerung, die bei der sonstigen Übereinstimmung der Beobachtungen mit der nach einem bestimmten Gesetz dazwischen gezogenen Curve nur durch eine äußere Einwirkung veranlaßt sein kann. Diese Einwirkung rührt aber nach vielfachen sonstigen Erfahrungen von Körpern her, die von der Strömung nicht gefaßt werden und daher die obern Schichten zurückhalten. Im vorliegenden Falle sind dieses die beiden Fahrzeuge, die den Mefs-Apparat tragen, vielleicht auch der Mefs-Apparat selbst. Die beobachtete Verzögerung ist also durch die Messung veranlaßt und verschwindet, sobald der Mefs-Apparat wieder entfernt wird.

Nach allen einzelnen Beobachtungsreihen stellt sich die Geschwindigkeits-Curve als eine Linie dar, welche in der Achse den Grund erreicht. Bei weiterer Entfernung vom Grunde entfernt sie sich auch immer weiter von der Achse, obwohl sie bei großer Wassertiefe schließlic nahe parallel zu derselben gerichtet ist, also die Zunahme der Geschwindigkeit sich nicht mehr mit Sicherheit erkennen läßt. Von einer halben gewöhnlichen Parabel unterscheidet sich aber diese Curve dadurch, daß ihre stärkste Krümmung nicht in die Achse trifft, sondern in einem gewissen geringen Abstände über dem Grunde liegt. Die Beobachtungen konnten natürlich nicht bis zum Grunde fortgesetzt werden, mußten vielmehr zu-

weilen schon 2 Fuß über demselben wegen des starken Sandtreibens abgebrochen werden; gewöhnlich sind sie bis 15 Zoll über dem Grunde fortgesetzt, und man bemerkt, daß alsdann die Geschwindigkeiten schon sehr bedeutend, also die Curve hier nahe horizontal gerichtet ist. Bei  $x = 0$  ist also der Krümmungs-Halbmesser sehr groß. In einer mässi- gen Entfernung vom Grunde krümmt sich aber die Curve jedesmal sehr auffallend und nimmt von hier ab eine steilere Richtung an, während ihre Krümmung nach und nach immer schwächer wird.

Diese Eigenthümlichkeiten veranlafsten mich zu versuchen, ob die Curve sich vielleicht dem einfachen Ausdruck

$$y^n = px$$

anschließt. Zunächst wurde in dieser Beziehung die längste Beobachtungsreihe, nämlich die der 14. Lothlinie des Profils *E* (1792) geprüft. Um jede Willkür zu vermeiden, berechnete ich unter Zugrundelegung der sämtlichen 43 einzelnen Messungen nach der Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Werthe des Exponenten  $n$  und des Factors  $p$ . Ich fand

$$n = 4,375$$

und

$$p = 2170000$$

Wenn ich aber nach diesen Werthen für dieselben Abstände vom Grunde die Geschwindigkeiten berechnete, so ergaben sich dieselben, wie in der mit *Y* überschriebenen Spalte in der im 4ten Abschnitt mitgetheilten Tabelle angegeben ist. Der wahrscheinliche Beobachtungsfehler betrug nur 0,77, also sehr nahe drei Viertel Zoll. Dieses Resultat war ohne Zweifel sehr befriedigend, da die Geschwindigkeiten durchschnittlich 56 Zoll mafen. In der beikommenden Figur ist die Curve, wie diese Rechnung sie ergab, durch die ausgezogene Linie bezeichnet.

Demnächst berechnete ich die Coordinaten desjenigen Punktes der Curve, wo sie am schärfsten gekrümmt oder ihr Krümmungs-Halbmesser ein Minimum ist, sowie auch die Coordinaten des Mittelpunktes dieser Krümmung. Beide sind durch ihre Endpunkte der ausgezogenen geraden Linie in der Figur bezeichnet. Auch hieraus ergibt sich wieder eine genügende Übereinstimmung mit den Beobachtungen.

Demnächst kam es darauf an zu prüfen, ob die übrigen Beobachtungsreihen sich gleichfalls an jenen für die Geschwindigkeiten gefundenen Ausdruck anschließen. Im Ganzen wurden in 105 Lothlinien diese Messungen ausgeführt, darunter befinden sich indessen verschiedene, die nur wenig ausgedehnt sind und sonach zu keinem sichern Resultat führen können, während andererseits es auch entbehrlich erschien, die sehr zeitraubenden Rechnungen auf die sämmtlichen Lothlinien auszudehnen. Hiernach habe ich nur diejenigen Reihen berücksichtigt, welche zur Beantwortung mancher wichtigen Fragen besonders geeignet waren. Dieses sind die in den grössten Tiefen, von mindestens 18 Fufs, angestellten Messungen, sodann diejenigen, in welchen bei genügender Ausdehnung die Geschwindigkeiten besonders geringe sind, und endlich die in allen Lothlinien derjenigen 5 Queerprofile ausgeführten Beobachtungen, welche auffallend verschiedene Wassertiefen umfassen, aus denen sich also entnehmen liess, ob und welchen Einfluss die Wassertiefe bei gleichem Gefälle auf die Geschwindigkeit hat.

Hiernach wurden für 57 Beobachtungsreihen die wahrscheinlichsten Werthe der Exponenten und der Factoren, und unter Zugrundelegung derselben für die gleichen Abstände vom Grunde die Geschwindigkeiten berechnet. Aus der Vergleichung der letztern mit den beobachteten Geschwindigkeiten ergab sich, dafs der wahrscheinliche Beobachtungsfehler 40mal unter 1 Zoll blieb und in keinem Fall 2 Zoll erreichte.

Die Exponenten  $n$  wie auch die Factoren  $p$  nehmen nach diesen Rechnungen sehr verschiedene Werthe an. Der Exponent  $n$  schwankt meist zwischen 5 und 7, während er im Minimum sich auf 4,1 stellt und im Maximum sogar zweimal gröfser als 20 wird. In noch höherem Grade ändert sich der Factor  $p$ , der ohne Zweifel vom relativen Gefälle abhängt. Bei Vergleichung beider Unbekannten läfst sich leicht erkennen, dafs, sobald die eine einen ungewöhnlich grossen Werth annimmt, die andre sich gleichfalls auffallend vergröfsert. Die wahrscheinlichen Fehler ihrer Werthe stellen sich aber sehr bedeutend heraus, woher wesentliche Änderungen derselben zulässig bleiben.

In den Gesetzen andrer Natur-Erscheinungen pflegen die Exponenten nicht nur constant, sondern auch einfache ganze Zahlen oder einfache ächte Brüche zu sein. Im vorliegenden Fall ist dagegen die Erscheinung



sehr complicirt und unterliegt der Einwirkung äußerer Umstände, die grofsentheils noch wenig bekannt sind. Man mufs daher erwarten, dafs die Gesetze, denen sie sich anschliesst, nicht so einfach sind als jene. Unter diesen Einwirkungen sind namentlich die innern Bewegungen des Wassers von grofser Bedeutung. Es ist bereits erwähnt, wie sehr sie die lebendige Kraft consumiren, welche das Wasser beim Herabfliefsen gewinnt, und wie sehr dadurch die Geschwindigkeit in der allgemeinen Richtung der Strömung vermindert wird. Von der Heftigkeit dieser innern Bewegungen scheint der Exponent  $n$  vorzugsweise abhängig zu sein. Je stärker sie sind, um so mehr wird die strömende Wassermasse in sich vermengt, und um so mehr gleichen die Geschwindigkeiten in der Richtung der fortschreitenden Bewegung der über einander liegenden Schichten sich aus. Diese Geschwindigkeit  $y$  wird also in den tiefer liegenden Schichten vergrößert, in den obern dagegen vermindert, und hier nach stellt sich der oberhalb der schärfsten Krümmung befindliche Theil der Geschwindigkeits-Curve steiler aufwärts, als wenn die innern Bewegungen schwächer sind. Diese veränderte Form der Curve bedingt aber einen gröfsern Werth des Exponenten. Dieser ist daher nicht constant, und so lange die Gesetze, denen die innern Bewegungen folgen, nicht ergründet sind, läfst sich sein Werth nicht allgemeingültig bezeichnen.

Es handelt sich indessen gewöhnlich nur um Strom- und Canalstrecken, die ziemlich regelmäfsig geformt sind, in welchen daher besonders heftige innere Bewegungen nicht vorkommen. Man darf sonach erwarten, dafs in allen Fällen dieser Art die Exponenten ungefähr dieselben bleiben. Dazu kommt aber noch, dafs ein geringer Fehler bei Bestimmung ihrer Gröfse keinen wesentlichen Einflufs auf das Resultat der Rechnung hat. Man ersieht aus den Zusammenstellungen der beobachteten und der berechneten Geschwindigkeiten, dafs die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler  $\omega$  und  $\omega'$  oft ziemlich nahe zusammenfallen, obwohl der Exponent  $n$  im letzten Fall gleich 5 gesetzt wurde, während derselbe im ersten gewöhnlich viel gröfser war.

Dabei fragt es sich aber, ob bei Ausführung der vorliegenden Messungen die gewählten Queerprofile wirklich in ziemlich regelmäfsigen Stromstrecken lagen. Dieses wird freilich nicht bestimmt ausgesprochen, auch war es keineswegs ein nothwendiges Erfordernifs, da der Apparat

nur die normal gegen die Profilfläche gerichtete Geschwindigkeit maß, und sonach die innern Bewegungen, wie stark sie auch sein mochten, unbeachtet bleiben durften. Nichts desto weniger ist anzunehmen, daß man bei der ganz freien Wahl die Profile in die regelmäsigsten Stromstrecken verlegte. Wenn aber hier, wie früher erwähnt, stellenweise starke Änderungen der Tiefe vorkamen, wodurch in einzelnen Lothlinien die Geschwindigkeiten bei gleichen Abständen vom Grunde viel größer oder kleiner waren, als in den übrigen Lothlinien derselben Profile, so ist dieses wohl ein Übelstand, der sich nie ganz vermeiden läßt. Überhaupt darf man nicht erwarten, bei Untersuchung der Bewegung des Wassers gegen verschiedene zufällige Einwirkungen sich so zu sichern, wie dieses wohl möglich ist, wenn nur die Wirkungen bekannter Kräfte in Betracht kommen.

Zur Ermittlung des passendsten Werthes des Exponenten benutzte ich diejenigen 14 Beobachtungsreihen, die in Wassertiefen von mindestens 18 Fufs angestellt waren, da die Sicherheit der zu erwartenden Resultate von der Anzahl der zum Grunde liegenden Messungen bedingt wird. Hierzu kommt aber noch, daß bei tieferem Wasser die Geschwindigkeits-Curve sich weiter aufwärts erstreckt, also die Richtung ihres obern Theils, und mit dieser auch der Exponent sich sicherer erkennen läßt. Hieraus ergab sich als wahrscheinlichster Werth  $n = 5,65$ .

Indem in der ausgedehntesten Beobachtungsreihe, nämlich in der Lothlinie 14 des Profils *E* (1792), die auch eine sehr befriedigende Übereinstimmung der einzelnen Messungen unter sich zeigt, der wahrscheinlichste Werth des Exponenten sich nur auf 4,37 gestellt hatte, außerdem es aber auch zweifelhaft blieb, ob die gewählten Queerprofile überhaupt in recht regelmäsigte Stromstrecken verlegt wurden, und dadurch der Exponent denjenigen geringern Werth erhielt, den die technische Anwendung der gefundenen Resultate fordert, so schien es passend, den Exponent gleich 5 zu setzen.

Die Richtigkeit dieser Voraussetzung bestätigt sich noch in anderer Weise. Der Factor  $p$  steht nämlich nach den vorliegenden Beobachtungen in keiner Beziehung zur Wassertiefe. Dieses ergibt sich aus seinen Werthen für die 5 Profile, in welchen die Wassertiefen auffallend verschieden waren. Er ist daher allein vom relativen Gefälle abhängig und

verändert sich nicht, so lange dieses dasselbe bleibt. Da nun während der Ausführung der Messungen in Profil *E* (1792), in welchem die Wassertiefen nahe in dem Verhältniß von 1:2 verschieden sind, das Wasser weder stieg noch fiel, so ist für dieses am meisten zu erwarten, daß auch die betreffenden Messungen bei gleichem Gefälle angestellt wurden. Aus den Mittheilungen des sechsten Abschnitts ergibt sich aber, daß die Werthe von  $p$  sehr nahe zusammenfallen, sobald  $n = 5$  gesetzt wird. Noch mehr rechtfertigt sich dieser Werth des Exponenten dadurch, daß die beobachteten Geschwindigkeiten in jenen 12 Lothlinien dieses Profils sich befriedigend darstellen, sobald  $n = 5$  und für  $p$  ein gemeinsamer Werth eingeführt wird.

Auch die andern 4 Profile, in welchen die Wassertiefen auffallend verschieden sind, bei denen aber die Änderungen des Wasserstandes auch Änderungen des Gefälles während der Messungen vermuthen lassen, nähern sich die Factoren jedesmal einander, sobald der Exponent gleich 5 gesetzt wird.

Mehrfache Versuche, dafür 6 zu wählen, ergaben zwar keine wesentlich verschiedenen Resultate, doch wurden alsdann meist die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler  $\omega'$  etwas größer, und die Factoren  $p'$  wichen stärker von einander ab, als bei der Annahme  $n = 5$ .

Endlich muß noch darauf aufmerksam gemacht werden, daß bei Annahme dieses Werthes des Exponenten unter den 57 berechneten Beobachtungsreihen, sich nur 6 befinden, in welchen die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler größer als 2 Zoll sind und im Maximum sich auf 2,45 Zoll stellen. Von diesen Überschreitungen fallen aber 5, und darunter auch die größte, in das Profil *A* (1790), das zuerst gemessen wurde, und worin die Abweichungen der Geschwindigkeiten unter einander auf besonders starke Unregelmäßigkeiten im Strombette schliessen lassen.

Hiernach darf man wohl annehmen, daß in ziemlich regelmäßigen Stromstrecken die Geschwindigkeiten durch den Ausdruck

$$y^5 = px$$

befriedigend dargestellt werden. Die in dieser Weise für jene Lothlinie 14 in Profil *E* (1792) sich ergebende Curve und deren Krümmung zeigen die unterbrochenen Linien in der beigefügten Zeichnung.

Dieses Resultat gewinnt noch dadurch an Bedeutung, daß es zeigt, wie eine einzige Geschwindigkeits-Messung genügt, um die mittlere Geschwindigkeit der ganzen Lothlinie zu finden. Diese mittlere Geschwindigkeit  $v$  einer Lothlinie von der Tiefe  $t$  ist, wie bereits im vierten Abschnitt angegeben wurde,

$$v = \frac{n}{n+1} \sqrt[n]{p t}$$

also, wenn  $n = 5$ ,

$$v = \frac{5}{6} \sqrt[5]{p t}$$

Hat man in einer gewissen Tiefe, also in einem bekannten Abstände  $x$  vom Grunde, die Geschwindigkeit  $y$  gemessen und kennt sonach  $y$  und  $x$ , so ergibt sich

$$p = \frac{y^5}{x}$$

und hieraus nach vorstehendem Ausdruck auch  $v$ . Es dürfte sich besonders empfehlen, die Geschwindigkeit der Oberfläche durch frei treibende Schwimmer zu messen. Nennt man diese Geschwindigkeit  $c$ , so ist jene

$$v = \frac{5}{6} c$$

also ganz unabhängig von der Wassertiefe.

Endlich läßt sich auch die mittlere Geschwindigkeit unmittelbar messen; dieselbe ist nämlich einem gewissen  $y$  gleich, und es fragt sich daher nur, wie groß das zu diesem  $y = v$  gehörige  $x$  ist.

$$\begin{aligned} v &= \sqrt[n]{p x} \\ &= \frac{n}{n+1} \sqrt[n]{p t} \end{aligned}$$

daher dieses

$$x = \left( \frac{n}{n+1} \right)^n \cdot t$$

oder, wenn  $n = 5$ ,

$$x = 0,4019 \cdot t$$

In dem Abstände  $0,4 \cdot t$  vom Grunde oder in der Tiefe  $0,6 \cdot t$  unter dem Wasserspiegel kann man sonach unmittelbar die mittlere Geschwindigkeit messen.

Noch in andrer Beziehung läßt sich unter Umständen aus dem gefundenen Ausdruck der Geschwindigkeits-Curve ein wesentlicher Vortheil ziehn. Oft ist es nämlich nöthig, die bei einem gewissen Wasserstande gemessene Wassermenge auf einen etwas höhern oder niedrigern Wasserstand zu reduciren. Bei den vorliegenden Messungen trat dieses Bedürfnis in der That ein, und Brünings nahm an, daß nicht nur die Gefälle, sondern auch die mittleren Geschwindigkeiten der Lothlinien bei der veränderten Wassertiefe dieselben geblieben seien. Die erste Voraussetzung bleibt wohl immer bedenklich, die zweite ist dagegen nach den Resultaten dieser Beobachtungen nicht ganz richtig. Aus diesen ergibt sich, daß bei gleichen Gefällen in zwei Lothlinien, deren Tiefen  $t$  und  $t + \tau$  sind, die mittleren Geschwindigkeiten sich verhalten wie

$$\sqrt[5]{t} : \sqrt[5]{t + \tau}$$

und wenn  $\tau$  vergleichungsweise gegen  $t$  so klein ist, daß man die höhern Potenzen von  $\frac{\tau}{t}$  vernachlässigen darf, so hat man

$$v : v' = 1 : 1 + \frac{\tau}{5t}$$

also

$$v' = \left(1 + \frac{\tau}{5t}\right)v.$$

Geschwindigkeit des strömenden Wassers in verschiedenen Tiefen. 79  
Noch in anderer Hinsicht läßt sich unter Umständen aus dem  
Gestirnsdruck der Geschwindigkeits-Gang in wesentlichen Vor-  
theil ziehen. Oft ist es nämlich möglich, die Höhen der Wasser-  
stände gemessene Wassermenge auf einen etwas höheren oder niedrigeren  
Wasserstand zu rechnen. Bei den vorliegenden Messungen ist dieses  
Bedürfnis in der That ein, und Brünings nahm an, daß nicht nur  
die Gefälle, sondern auch die mittleren Geschwindigkeiten der Lothlinien  
bei der veränderten Wasserhöhe dieselben geblieben seien. Die erste Vor-  
aussetzung bleibt wohl immer bedenklich, die zweite ist dagegen nach  
den Resultaten dieser Beobachtungen nicht ganz richtig. Aus diesen er-  
gibt sich, daß bei gleichen Höhen in zwei Lothlinien, deren Tiefs  $v$   
und  $v'$  sind, die mittleren Geschwindigkeiten sich verhalten wie

$$v : v' = \dots$$

---

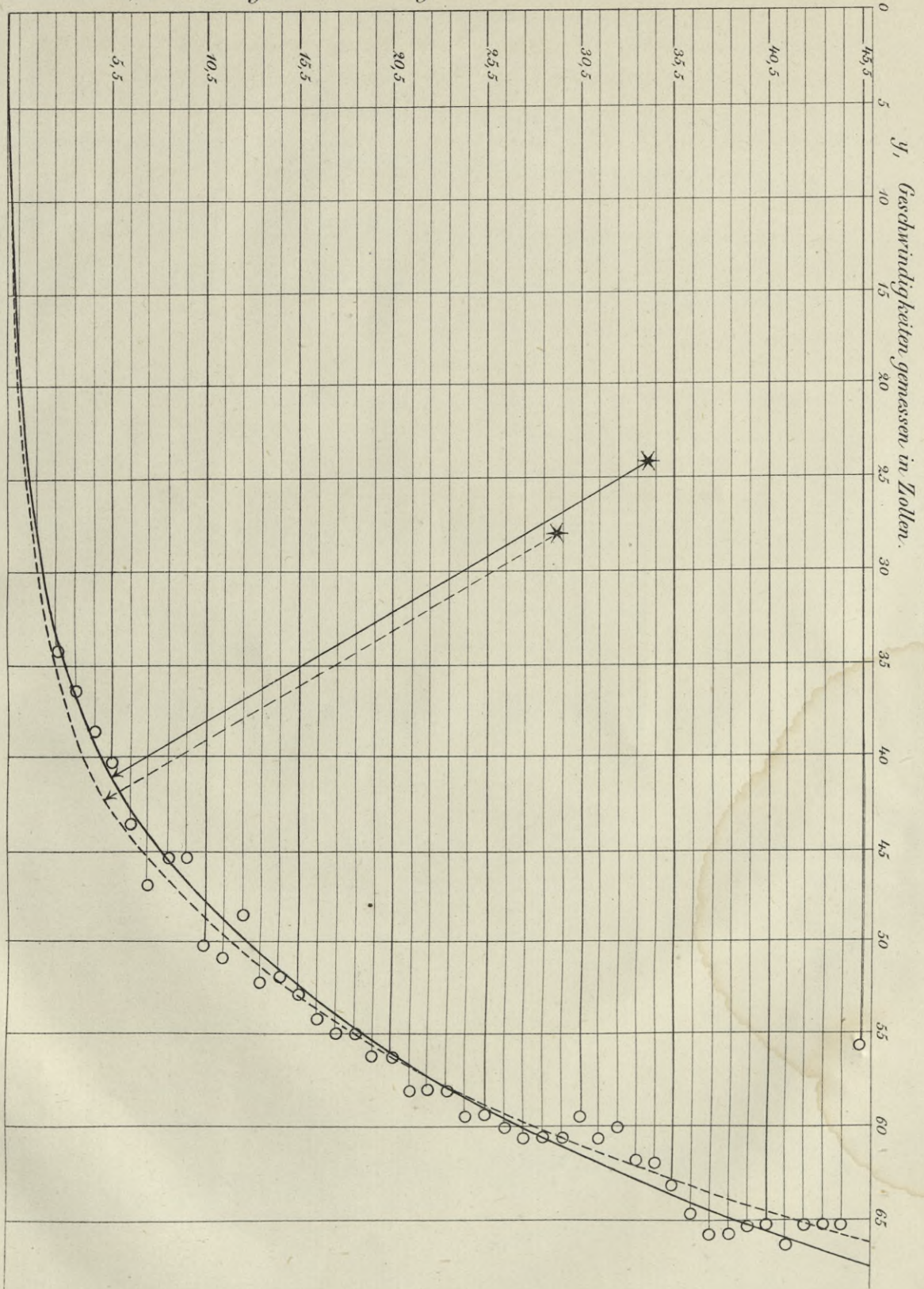
Buchdruckerei der Königl. Akademie der Wissenschaften (G. Vogt).  
Berlin, Universitäts-Straße 8.

---

**BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW**

Geschwindigkeiten in verschiedenen Tiefen,  
gemessen 1792 im Rhein bei Lobith.

$x$ , Entfernungen vom Grunde, gemessen in der Einheit von 6 Zoll.



$y^{4.37} = 2110000 \cdot x$

$y^5 = 21160000 \cdot x$

S. 61





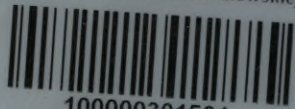








Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000301501