LEHRBUCH

der

NIEDEREN GEODÄSIE

von

Friedrich Croy,

beh. aut. Geometer, Professor für Ingenieurwesen an der höheren Forstlehranstalt zu Reichstadt in Böhmen.

Zweite Auflage.

Leipa in Böhmen.

Druck und Verlag von Johann Künstner.

1911.

Vorwort zur zweiten Auflage.

In der Zwischenzeit, die seit dem Erscheinen der ersten Auflage verstrichen ist, hat sich auf dem Gebiete des österreichischen Vermessungswesens in aller Stille ein bedeutungsvolles Ereignis vollzogen. Im Jahre 1907 wurde vom k. k. Finanzministerium eine neue, dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft vollkommen entsprechende „Instruktion zur Ausführung der Vermessungen mit Anwendung des Meßtisches behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuerkatasters“ herausgegeben. Hiedurch wurde die Weiteranwendung des Meßtisches für die Katastralaufnahmen verfügt, und es werden daher die Neuaufnahmen ganzer Gemeinden in Zukunft wieder vorherrschend mit dem Meßtische, und nur ausnahmsweise nach der Theodolit-(Polygonal-)Methode stattfinden.

Aus diesem Grunde mußte die in der ersten Auflage durchgeführte, eingehende Behandlung des Meßtisches und seines Gebrauches auch in der zweiten Auflage beibehalten werden, wobei aber die betreffenden Kapitel, insbesondere die Aufnahme größerer Komplexe und deren Flächenberechnung nach dem Sinne der neuen Instruktion vollständig umgearbeitet wurden.

Auch die inzwischen in den Neuauflagen der „Instruktion für Theodolit-Aufnahmen“ vorgekommenen Änderungen sind durch Umarbeitung der betreffenden Kapitel berücksichtigt worden, so daß das Buch nunmehr wieder ganz im Sinne der derzeitig gültigen Vorschriften für die österreichische Katastralvermessung gehalten ist. Neu hinzugekommen ist die in der österreichischen Katastralverwaltung gebräuchliche graphische Ausgleichung mittelst des Horsky’schen Diagrammes.

Zu dieser Umarbeitung und Ergänzung wurden die neuen Katastral-Instruktionen für die Meßtisch- und Theodolit-Aufnahmen mit Bewilligung der Generaldirektion des Grundsteuerkatasters benützt.

Im Übrigen fanden nur geringe textliche Änderungen und Verschiebungen statt, wobei aber der Text sorgfältig revidiert wurde.

Dem jungen, in die Praxis tretenden Geometer dürfte der neu hinzugekommene kleine Anhang: „Die Fortführung und Erhaltung des Vermessungswerkes und die Übertragung von Punkten des Planes ins Feld (Grenzerneuerung)“ willkommen sein, denn gegenwärtig hat der Geometer weit mehr mit solchen Arbeiten, als mit Neuaufnahmen zu tun.

Reichstadt, im Juli 1911.

Friedrich Croy.

Vorwort zur zweiten Auflage.

In der Zwischenzeit, die seit dem Erscheinen der ersten Auflage verstrichen ist, hat sich auf dem Gebiete des österreichischen Vermessungswesens in aller Stille ein bedeutungsvolles Ereignis vollzogen. Im Jahre 1907 wurde vom k. k. Finanzministerium eine neue, dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft vollkommen entsprechende „Instruktion zur Ausführung der Vermessungen mit Anwendung des Meßtisches behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuerkatasters" herausgegeben. Hiedurch wurde die Weiteranwendung des Meßtisches für die Katastralaufnahmen verfügt, und es werden daher die Neuaufnahmen ganzer Gemeinden in Zukunft wieder vorherrschend mit dem Meßtische und nur ausnahmsweise nach der Theodolit-(Polygonal-)Methode stattfinden.

Aus diesem Grunde mußte die in der ersten Auflage durchgeführte eingehende Behandlung des Meßtisches und seines Gebrauches auch in der zweiten Auflage beibehalten werden, wobei aber die betreffenden Kapitel, insbesondere die Aufnahme größerer Komplexe und die Flächenberechnung, nach dem Sinne der neuen Instruktion vollständig umgearbeitet wurden.

Auch die inzwischen in den Bestimmungen der „Instruktion für Theodolitaufnahmen" vorgenommenen Änderungen sind durch Umarbeitung der behandelnden Kapitel berücksichtigt worden, so daß das Buch nunmehr wieder genau dem Stande der derzeit gültigen Vorschriften für die österreichische Katastralvermessung gerecht ist. Neu hinzugekommen ist die in der österreichischen Katastralvermessung gebräuchliche graphische Ausgleichung mittelst des Bowditchschen Diagrammes.

Zu dieser Umarbeitung und Ergänzung wurden die neuen Katastral-Instruktionen für die Meßtisch- und Theodolit-Aufnahmen [illegible] Berichtigung des Gesamtoperates des Grundsteuerkatasters benützt.

Im übrigen fanden nur geringe textliche Änderungen und Verschiebungen statt, wobei aber der Text sorgfältig revidiert wurde.

Dem jungen, in die Praxis tretenden Geometer dürfte der neu hinzugekommene kleine Anhang: „Die Fortführung und Erhaltung des Vermessungswerkes und die Übertragung von Punkten des Planes ins Feld (Grenzermessung)" willkommen sein, denn gerade der junge Geometer wird mehr mit solchen Arbeiten als mit Neuvermessungen [illegible].

[illegible] 1912.

[illegible] Crey.

Inhalts-Verzeichnis.

Einleitung.

Erster Teil. Die Flächen- oder Feldmeßkunde.

A. Die Aufnahme.

Erster Abschnitt.

Maße und Maßstäbe.

Zweiter Abschnitt.

Geräte und Instrumente.

Die Bezeichnung der Punkte am Felde. § 20.

Instrumente zum Vertikal- und Horizontalstellen.

1. Der Senkel. § 21.

2. Die Libelle oder Wasserwage. § 22.

Instrumente zum Längenmessen.

1. Meßlatten, Meßketten und Meßbänder. § 23.

2. Die Distanzmesser. § 24.

A. Der einfache Faden-Distanzmesser. Seite:

B. Der anallatische Distanzmesser von Porro.

C. Das Okularfilar-Schrauben-Mikrometer als Distanzmesser.

D. Die Stampfer'sche Meßschraube als Distanzmesser.

E. Militärische Distanzmesser.

Winkelmeß-Instrumente.

1. Einteilung der Winkel und der Winkelmeß-Instrumente. § 25.

2. Instrumente für konstante Winkel. § 26.

A. Das Winkelkreuz und die Winkeltrommel.

B. Das katoptrische Winkelrohr.

C. Der Winkelspiegel.

D. Das Winkelprisma.

E. Das Spiegelkreuz.

F. Das Prismenkreuz. Seite:

3. Instrumente für die Bestimmung der Winkel durch Zeichnung. § 27.

A. Allgemeine Bemerkungen.

B. Der Meßtisch.

C. Die Visiervorrichtungen für den Meßtisch.

a) Das Diopterlineal.

b) Das Fernrohr-Diopter.

D. Hilfs-Instrumente für den Gebrauch des Meßtisches.

E. Die Meßtisch-Operationen.

a) Das Aufstellen und Orientieren des Meßtisches.

Dritter Abschnitt.

Trigonometrische und polygonometrische Berechnungen.

Vierter Abschnitt.

Die einfachsten Arbeiten am Felde.

Das Abstecken gerader Linien. § 34.

Das Abstecken von parallelen Linien. § 35.

Das Abstecken und Übertragen von Winkeln. § 36.

Das mittelbare Messen gerader Linien. § 37.

Das Abstecken von Kurven. § 38.

Die Bestimmung des Azimuthes einer Richtung und das graphische Abstecken der Mittagslinie. § 39.

Fünfter Abschnitt.

Kleinere Aufnahmen.

Siebenter Abschnitt.

B. Die Flächenberechnung.

Achter Abschnitt.

C. Die Teilung der Flächen und Grenzregulierungen.

Neunter Abschnitt.

D. Die Herstellung der Pläne.

Zweiter Teil. Die Vertikalmessungen.

Erster Abschnitt.

Das Nivellieren.

Kreistachymetor mit Okularfilar-Schraubenmikrometer.

A. Nach Friedrich. Seite:

Berichtigungen.

Seite 21, Zeile 11 von oben soll sein

sin $40^0\ 41' = 0{\cdot}65188$ statt $0{\cdot}65166$

„ 252, Zeile 14 von oben soll sein — statt +

und daher soll die Summe sein $254^0\ 8'\ 40{\cdot}7''$

„ 258, Zeile 15 von unten soll sein + statt —

daher $451{\cdot}1'' + 396{\cdot}3'' = 847{\cdot}4'' = 14'\ 7{\cdot}4''$

und daher auch Zeile 13 von unten soll sein $+\ 14'\ 7{\cdot}4'' = 41^0\ 9'\ 17{\cdot}4''$.

Einleitung.

I. Begriff und Einteilung der Geodäsie.

§ 1.

1. Die Geodäsie, Vermessungskunde oder praktische Geometrie ist die Wissenschaft, welche lehrt, wie die Gestalt und Größe einzelner Teile, oder der ganzen Erdoberfläche bestimmt, und bildlich dargestellt wird. Das Wort Geodäsie kommt von dem griechischen gē die Erde, und daiein, teilen.

In der Regel wird diese Wissenschaft eingeteilt in die höhere und niedere Geodäsie.

Die höhere Geodäsie befaßt sich mit der Darstellung der ganzen Erdoberfläche, ganzer Weltteile oder einzelner Reiche und Länder, d. h. also mit solchen Flächen, bei denen die Krümmung der Erdoberfläche berücksichtigt werden muß.

Die niedere Geodäsie dagegen beschäftigt sich nur mit der Darstellung solcher Teile der Erdoberfläche, bei welchen ohne merkbaren Fehler die Krümmung der Erdoberfläche unbeachtet bleiben kann, also mit der Aufnahme einzelner Grundstücke, Gemeinden und Gutsgebiete bis zu einer Ausdehnung von höchstens 300 bis 350 km^2.

Diesen Teil der niederen Geodäsie nennt man auch Flächen- oder Feldmeßkunde.

Zur niederen Geodäsie gehört aber auch noch die Höhenmeßkunde, welche sich mit der Ermittlung des Höhenunterschiedes mehrerer Punkte der Erdoberfläche beschäftigt.

II. Verschiedene Vorbegriffe.

§ 2.

2. Man betrachtet die Erde gewöhnlich als Kugel, obzwar es bekannt ist, daß sie nicht eine genaue Kugel bildet, sondern an den Polen abgeplattet ist, d. h. in Wirklichkeit ist die Erde ein rundlicher Körper, den man sich annähernd entstanden denken kann durch die Drehung einer Ellipse um ihre kleinere Achse.

Diese letztere heißt die Erdachse und deren Endpunkte die Pole.

Der erste, der die Größe der Erde nach einem noch jetzt befolgten Verfahren (Gradmessung) wirklich gemessen hat, war der Athener Eratosthenes (276—196). Sein Resultat kam der Wahrheit sehr nahe.

Im Jahre 1842 hat der Astronom Bessel aus zehn Gradmessungen folgende Werte berechnet:

Die halbe große Achse (Äquatorhalbmesser) . . . 6,377.397·16 *m*,
„ „ kleine „ (Polarhalbmesser) . . . . 6,356.078·96 „
daher der Unterschied zwischen den beiden Halbmessern . 21.318·20 „

Setzt man diesen Unterschied ins Verhältnis zum großen Halbmesser, also $\frac{21.318\cdot20}{6,377.397\cdot16} = \frac{1}{299\cdot15}$ so nennt man dieses Verhältnis die Abplattung. Da diese letztere so gering ist, so kann man ohne merkbaren Fehler für die Resultate der niederen Geodäsie die Erde als eine Kugel betrachten von mittlerem Halbmesser.

Dieser mittlere Halbmesser wäre

$$\frac{6,377.397\cdot16 + 6,356.078\cdot96}{2} = 6,366.738\cdot06\ m.$$

Man benützt aber diesen mittleren Halbmesser nicht, sondern jenen, welchen die Erde beim 45. Breitengrade wirklich hat, nämlich 6,366.675 *m*.

3. Die bildliche Darstellung der einzelnen Teile der Erdoberfläche geschieht auf dem Papiere, also auf einer ebenen Fläche. Nur sehr selten wird aber der aufzunehmende und darzustellende Teil ebenfalls eine ganz ebene Fläche bilden, zumeist werden Erhöhungen und Vertiefungen vorkommen. Man kann dann den aufzunehmenden Teil auf dem Papiere nicht so darstellen, wie er wirklich ist, sondern man muß sich über, oder unter der aufzunehmenden Fläche eine horizontale Ebene denken. Auf diese denkt man sich von allen aufzunehmenden Punkten Senkrechte gefällt, und die Fußpunkte dieser Senkrechten, welche dann alle in einer horizontalen Ebene liegen, werden aufgenommen und auf dem Papiere dargestellt. Es wird also die horizontale Projektion der betreffenden Fläche aufgenommen und dargestellt.

Abgesehen von den Erhebungen und Vertiefungen bildet aber jeder aufzunehmende und in einem Plane darzustellende Teil der Erdoberfläche einen Teil der Kugeloberfläche, es ist also noch zu betrachten, wie sich diese letztere zur horizontalen Ebene verhält.

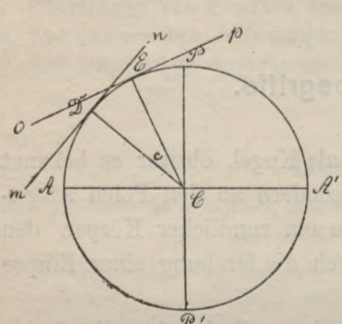


Fig. 1.

Denkt man sich in irgend einem Punkte der Erdoberfläche, z. B. in *D* (Fig. 1), eine Normale gezogen, welche also mit dem Halbmesser identisch ist, wenn man die Erde als Kugel ansieht, so ist diese Normale die Lotlinie oder Vertikale dieses Punktes und jede durch diese gelegte Ebene heißt Vertikalebene.

Jede auf der Vertikalen senkrechte Linie oder Ebene heißt horizontal. Es ist also *DC* die Vertikale und *mn* die horizontale Gerade des Punktes D. Ebenso ist EC die Vertikale und op die horizonale Gerade des Punktes E.

Es hat also jeder Punkt der Erdoberfläche eine andere Vertikale und daher auch eine andere horizontale Gerade oder Ebene.

Frägt man aber, was ist eine horizontale Linie oder Fläche auf der Erdoberfläche, so muß die Antwort lauten: „eine solche Linie oder Fläche, welche in jedem ihrer Punkte horizontal, d. h. auf der Vertikalen dieses Punktes senkrecht ist“.

Da nun jeder Punkt der Erdoberfläche eine andere Vertikale hat, so kann eine horizontale Linie auf der Erdoberfläche nur ein Kreisbogen und eine horizontale Fläche nur die Kugelfläche sein. Man nennt daher die horizontale Gerade oder Ebene eines Punktes (z. B. mn oder op) den scheinbaren Horizont, dagegen den Kreisbogen oder die Kugeloberfläche den wirklichen Horizont.

Wenn die beiden Vertikalen DC und EC miteinander einen Winkel c bilden, der nicht größer ist als 12′, so ist, wie in Nro. 11 gezeigt werden wird, sin, tang, chord und arc einander gleich, wenn man diese mit sieben Dezimalstellen rechnet. Wenn man nur mit sechs Dezimalen rechnet, so ist diese Gleichheit noch bei einem Winkel von 38′ vorhanden. Man kann also in diesem Falle für die Flächenaufnahme ohne praktisch wahrnehmbaren Fehler annehmen, daß der scheinbare Horizont mit dem wirklichen zusammenfällt.

Bei einem Mittelpunktswinkel von 12′ sind aber die beiden Punkte D und E auf der Erdoberfläche 22.224 m voneinander entfernt. Hieraus folgt also, daß man noch bei einer Fläche bis höchstens 350 km^2 ohne merkbaren Fehler die Krümmung der Erdoberfläche unberücksichtigt lassen kann.

4. Denkt man sich irgend einen Punkt auf der Erdoberfläche, z. B. D in Fig. 1, so wird dieser bei der Drehung um die Achse PP' einen Kreis beschreiben. Ebenso beschreiben alle anderen Punkte, z. B. auch A und E, Kreise. Alle diese Kreise stehen senkrecht auf der Erdachse PP' und sind daher untereinander parallel, man nennt sie daher Parallelkreise. Diese sind untereinander nicht gleich, d. h. sie haben nicht gleiche Halbmesser. Der größte Kreis ist jener, welchen die Endpunkte der großen Achse (der Ellipse) A und A' beschreiben, er heißt Äquator. Von da zu den Polen P und P' nehmen die Halbmesser der Parallelkreise ab.

Denkt man sich durch die Achse PP' und durch irgend einen Punkt, z. B. D, eine Vertikalebene gelegt, so heißt diese die Meridianebene dieses Punktes. Die verschiedenen Meridianebenen schneiden die Erde in lauter gleich großen Ellipsen, welche Erdmeridiane heißen. Da aber die Erde als Kugel betrachtet wird, so kann man auch die Meridiane als gleich große Kreise ansehen.

Denkt man sich durch einen Punkt, z. B. D in Fig. 1, die Meridianebene gelegt, und ebenso die horizontale Ebene, so schneiden sich diese beiden Ebenen in der Geraden mn, welche die Mittagslinie dieses Punktes heißt.

Den Winkel ACD, welchen die Vertikale eines Punktes D mit der Äquatorebene bildet, nennt man die geographische Breite dieses Punktes.

Geographische Länge eines Punktes dagegen nennt man den Winkel, welchen die Meridianebene dieses Punktes mit irgend einer anderen, als Null angenommenen Meridianebene bildet.

Als nullten Meridian, von welchem die Zählung beginnt, nimmt man in Österreich, Deutschland und Frankreich jenen Meridian an, welcher 20^0 westlich von Paris liegt und an der Insel Ferro vorübergeht, weshalb man ihn den Meridian von Ferro nennt. In England und Amerika dagegen gilt als nullter Meridian jener, der durch die Sternwarte von Greenwich geht und welcher $17^0\,39'\,45''$ östlich von Ferro, also $2^0\,20'\,15''$ westlich von Paris liegt.

5. Jenen Winkel, welchen die Meridianebene eines Punktes mit einer anderen durch diesen Punkt gelegten Vertikalebene bildet, nennt man das Azimuth dieser Vertikalebene. In der höheren Geodäsie und Astronomie werden die Azimuthe von Süden über Westen gezählt, in der niederen Geodäsie aber in der Regel von Norden über Osten.

Denkt man sich die Vertikale eines Punktes bis an das scheinbare Himmelsgewölbe verlängert, so heißt der Punkt, der hier getroffen würde, das Zenith, und der Punkt in der Verlängerung nach unten durch die Erde bis wieder an das Himmelsgewölbe das Nadir. Jede Vertikalebene eines Punktes geht also durch Zenith und Nadir.

Erster Teil. Die Flächen- oder Feldmeßkunde.

A. Die Aufnahme.

Erster Abschnitt.

Maße und Maßstäbe.

Vorbemerkungen.

§ 3.

6. Bei der Aufnahme irgend einer Fläche ist das Messen verschiedener Längen und Winkel nötig. Eine Größe messen heißt, diese mit einer als Einheit angenommenen Größe derselben Art vergleichen, um zu erfahren, wie oft die Einheit in der zu messenden Größe enthalten ist.

Längen- und Flächenmaße.

§ 4.

7. Wie in den meisten Ländern Europas ist in Österreich seit dem Jahre 1872 das Metermaß gesetzlich eingeführt. In der Feldmeßkunde hat sich aber das früher gebräuchliche „Wiener Maß" noch lange erhalten. Erst seit wenigen Jahren sind die Flächenmaße im Wiener Maß aus den Operaten des Grundsteuerkatasters vollkommen verschwunden. Bei der Landbevölkerung aber werden immer noch die Flächen der Grundstücke in diesem Maße gerechnet, sodaß der Geometer immer noch in die Lage kommt, das Wiener Maß anwenden zu müssen.

Als Einheit für das Längenmaß diente früher die Wiener Klafter (^{0}). Diese wurde eingeteilt in sechs Fuß oder Schuh ($'$), jeder Fuß in zwölf Zoll ($''$) und jeder Zoll in zwölf Linien ($'''$). Jede Linie schließlich noch in zwölf Punkte ($''''$).

Es war demnach $1^0 = 6' = 72'' = 864''' = 10368''''$

$$1' = 12'' = 144''' = 1728''''$$

$$1'' = 12''' = 144''''$$

$$1''' = 12''''$$

Nebst dieser Einteilung war aber auch, besonders für Vermessungszwecke die Einteilung der Klafter in Dezimalfuß und Dezimalzoll u. s. w. gebräuchlich, nämlich

$1^0 = 10$ Dezimal- oder Feldfuß $= 100$ Dezimal- oder Feldzoll u. s. w.

Für große Längen diente als Einheit die österreichische Meile, welche 4000 Klafter lang war.

Als Einheit für das Flächenmaß diente die Quadratklafter ($\square^0$), und für Grundstücke 1 Joch = 1600 $\square^0$.

Die Bevölkerung wandte aber als Einheit für das Flächenmaß von Grundstücken nicht das Joch an, sondern entweder den Strich, hie und da auch Scheffel genannt, oder den nieder-österreichischen Metzen, und es werden diese Flächenmaße von der Landbevölkerung noch heute ausschließlich verwendet.

1 Strich ist gleich $^1/_2$ Joch, also gleich 800 $\square^0$,
1 Metzen „ „ $^1/_3$ „ „ „ $533^1/_3$ $\square^0$.

Für große Flächen diente als Einheit die

Quadratmeile = 16,000.000 $\square^0$ = 10.000 Joch.

8. Seit dem Jahre 1872 ist das Metermaß gesetzlich eingeführt.

Als Einheit für das Längenmaß dient der Meter (m). Derselbe wurde von der Kommission für Maße und Gewichte der zweiten französischen Gradmessung als der zehnmillionste Teil des Erdmeridianquadranten, wie dieser damals gefunden wurde, bestimmt. Da jedoch bei dieser Berechnung der Länge des Erdmeridianquadranten ein Fehler unterlief, so ist nach Bessel der Meter der 10,000.856te Teil oder genauer der 10,000.855·765 Teil des Erdmeridianquadranten.

Bekanntlich ist

1 Meter = 10 Dezimeter (dm)
1 Dezimeter = 10 Zentimeter (cm)
1 Zentimeter = 10 Millimeter (mm).

Als Einheit für große Längen dient ein Kilometer (km) = 1000 m.

Als Einheit für das Flächenmaß dient der Quadratmeter (m^2), ferner 1 Ar (a) = 100 m^2 und 1 Hektar (h) = 100 a = 10·000 m^2.

Für große Flächen ein Quadratkilometer (km^2).

Zwischen dem alten Wiener und dem Metermaße bestehen folgende Verhältniszahlen:

$1\ m = 0{\cdot}5272916^0$	$1^0 = 1{\cdot}896484\ m$
$1\ m^2 = 0{\cdot}278036\ \square^0$	$1\ \square^0 = 3{\cdot}596652\ m^2$
$1\ h = 1{\cdot}737727$ Joch.	1 Joch $= 0{\cdot}5754642\ h$.

Winkel- und Bogenmaß.

§ 5.

9. Zum Messen der Winkel benützt man die Kreislinie, und man drückt die Größe des Winkels durch den zwischen seinen Schenkeln befindlichen Kreisbogen aus.

Zu diesem Zwecke wird der ganze Kreisumfang eingeteilt in 360 Grade (^{0}), jeder Grad in 60 Minuten (′) und jede Minute in 60 Sekunden (″). Diese Art der Einteilung heißt Sexagesimalteilung. In neuerer Zeit ist von

Frankreich ausgehend die Zentesimalteilung vielfach in Aufnahme gekommen. Bei dieser wird der ganze Kreisumfang eingeteilt in 400 Grade, jeder Grad in 100 Minuten, jede Minute in 100 Sekunden. Es ist also der volle Kreis:

nach der Sexagesimalteilung $360^0 = 21{\cdot}600' = 1,296.000''$

und „ „ Zentesimalteilung $400^0 = 40{\cdot}000' = 4,000{\cdot}000''$

In neuerer Zeit findet man schon vielfach Winkelmeß-Instrumente, welche mit der Zentesimalteilung versehen sind, während andererseits die trigonometrischen Tafeln für diese Teilung noch sehr wenig verbreitet sind. Man kommt daher sehr häufig in die Lage, Winkel nach der Sexagesimalteilung in Zentesimalteilung verwandeln zu müssen und umgekehrt. Diese Umwandlung geschieht nach der Proportion:

$$S : Z = 360 : 400$$

oder $S : Z = 9 : 10$ und hieraus ist

$$S = Z \,.\, {}^9/_{10}$$

und $Z = S \,.\, {}^{10}/_9$.

Es wäre z. B. ein Winkel gegeben in der Sexagesimalteilung $S = 155^0\, 24'\, 36''$, welcher in Zentesimalteilung umzuwandeln ist. Vorerst müssen die Sekunden und Minuten in Dezimalen eines Grades ausgedrückt werden durch Division mit 60. Es ist also

$$36'' : 60 = 0{\cdot}6' \text{ und } 24{\cdot}6' : 60 = 0{\cdot}41^0$$

und jetzt ist $Z = 155{\cdot}41 \,.\, {}^{10}/_9 = 172{\cdot}6777\ldots$ oder nach Korrektion der letzten Stelle $172{\cdot}6778^0$.

Oder in Zentesimalteilung wäre ein Winkel gegeben mit $236{\cdot}4875^0$, der in Sexagesimalteilung zu verwandeln ist. Es ist

$$236{\cdot}4875 \,.\, {}^9/_{10} = 212{\cdot}83875^0.$$

Die Dezimalen der Grade müssen wieder in Minuten und Sekunden der Sexagesimalteilung ausgedrückt werden, durch Multiplikation mit 60, und zwar

$$0{\cdot}83875^0 \,.\, 60 = 50{\cdot}325' \text{ und } 0{\cdot}325' \,.\, 60 = 21{\cdot}5'',$$

demnach ist der Winkel in Sexagesimalteilung $212^0\, 50'\, 21{\cdot}5''$.

10. Aus der Planimetrie ist der Satz bekannt: „In einem Kreise verhalten sich die Mittelpunktswinkel wie die zugehörigen Kreisbögen und umgekehrt.“

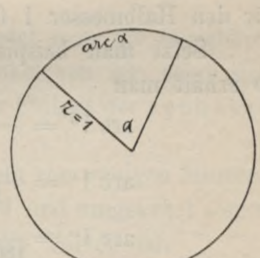


Fig. 2.

Hätte man in Figur 2 einen Mittelpunktswinkel α, mit dem zugehörigen Bogen arc α und es sei der Halbmesser des Kreises $r = 1$, so ist der volle Kreis 360^0 und der Umfang des Kreises $2\pi r$, oder da $r = 1$ ist, 2π. Es verhält sich demnach

$$360^0 : \alpha^0 = 2\pi : \operatorname{arc} \alpha$$

oder $180^0 : \alpha^0 = \pi : \operatorname{arc} \alpha$

Hieraus ist: $$\alpha^0 = \frac{180}{\pi} \cdot \operatorname{arc} \alpha$$

und $$\operatorname{arc} \alpha = \frac{\alpha^0}{180} \cdot \pi.$$

Setzt man zunächst in die erstere Gleichung für π dessen Wert ein, so ist

$$\alpha^0 = \frac{180}{3{\cdot}14159\ldots} \,.\, \mathrm{arc}\,\alpha.$$

Führt man die Division durch, so ist weiter

$$\alpha^0 = 57{\cdot}2957795 \,.\, \mathrm{arc}\,\alpha,$$

d. h. in Worten: Wenn der arcus eines Winkels für den Halbmesser 1 gegeben ist, so bekommt man den Winkel selbst, in Graden ausgedrückt, wenn man den arc mit 57·2957795 multipliziert. Will man den Winkel in Minuten haben, muß man noch mit 60 multiplizieren, und will man ihn in Sekunden haben, noch einmal. Es ist also

$$\alpha' = 57{\cdot}2957795 \,.\, \mathrm{arc}\,\alpha \,.\, 60 = 3437{\cdot}74677\ \mathrm{arc}\,\alpha$$

$$\text{und } \alpha'' = 57{\cdot}2957795 \,.\, \mathrm{arc}\,\alpha \,.\, 60 \,.\, 60 = 206264{\cdot}8062\ \mathrm{arc}\,\alpha.$$

Für kleine Winkel kann man mit hinreichender Genauigkeit nehmen

$$\alpha'' = 206265\ \mathrm{arc}\,\alpha.$$

Nach Einsetzung des Wertes für π in die zweite Gleichung ergibt sich

$$\mathrm{arc}\,\alpha = \frac{\alpha^0}{180} \cdot 3{\cdot}14159\ldots$$

d. h. in Worten: „Man erhält die Bogenlänge für den Halbmesser 1 für einen Winkel, wenn man den in Graden ausgedrückten Winkel durch 180 dividiert und mit der Ludolfischen Zahl multipliziert.“ Wäre der Winkel in Minuten ausgedrückt, so muß man noch durch 60 dividieren (oder den Nenner mit 60 multiplizieren) und wenn der Winkel in Sekunden gegeben ist, abermals.

Es ist demnach auch

$$\mathrm{arc}\,\alpha = \frac{\alpha'}{180 \,.\, 60} \cdot 3{\cdot}14159\ldots$$

$$\text{und } \mathrm{arc}\,\alpha = \frac{\alpha''}{180 \,.\, 60 \,.\, 60} \cdot 3{\cdot}14159\ldots$$

Setzt man in diese drei letzten Gleichungen für α^0, α' und α'' die fortlaufenden Zahlen von 1 beginnend ein, so bekommt man die Bogenlängen für den Halbmesser 1 für sämtliche Winkel.

Setzt man beispielsweise in die drei Gleichungen für α immer 1 ein, so erhält man

$$\mathrm{arc}\,1^0 = \frac{1}{180} \cdot 3{\cdot}14159\ldots = 0{\cdot}0174532925,$$

$$\mathrm{arc}\,1' = \frac{1}{180 \times 60} \cdot 3{\cdot}14159\ldots = 0{\cdot}0002908882,$$

$$\mathrm{arc}\,1'' = \frac{1}{180 \times 60 \times 60} \cdot 3{\cdot}14159\ldots = 0{\cdot}0000048481.$$

Will man die wirkliche Länge des Bogens für einen bestimmten Halbmesser haben, so muß man diese Bogenlängen für den Halbmesser 1 mit dem gegebenen Halbmesser multiplizieren.

Frägt man z. B. nach den Bogenlängen für Winkel von 1^0, $1'$ und $1''$ auf der Erdoberfläche, so muß mit dem Erdhalbmesser multipliziert werden, und man erhält:

Bogenlänge für $1^0 = 0{\cdot}0174532925 \,.\, 6{,}366.675 = 111.119{\cdot}44\ m$

„ „ $1' = 0{\cdot}0002908882 \,.\, 6{,}366.675 = 1.851{\cdot}99\ m$

„ „ $1'' = 0{\cdot}0000048481 \,.\, 6{,}366.675 = 30{\cdot}85\ m.$

Oder es wäre z. B. die Entfernung zweier Punkte auf der Oberfläche der Erde gegeben mit 15280·02 *m* und man will wissen, wie groß der Mittelpunktswinkel ist, den die Halbmesser von diesen beiden Punkten mit einander bilden. Um den arcus des Winkels für den Halbmesser 1 zu bekommen, muß erst die wirkliche Bogenlänge auf der Oberfläche der Erde durch den Halbmesser der Erde dividiert werden.

$$15280{\cdot}02 : 6{,}366.675 = 0{\cdot}0024.$$

Jetzt ist $\alpha'' = 206265 \,.\, 0{\cdot}0024 = 495{\cdot}036'' = 8'\, 15{\cdot}036''$.

11. In Figur 3 ist für den Halbmesser $r = 1$ für den Winkel α die Linie ab der sinus, cd die Tangente, ca die Sehne und der Bogen ca der arcus. Die Sehne ist größer als der sinus, der arcus größer als die Sehne, die Tangente größer als der arcus.

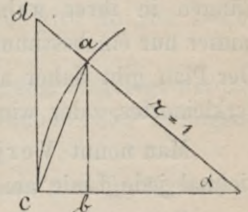


Fig. 3.

Nimmt man eine siebenstellige Tafel der wirklichen Längen der Winkelfunktionen zur Hand und betrachtet die Längen für sin, tang, arc und chorda für die Winkel von 1 bis 13 Minuten, so findet man:

α	sin	tang	arc	chord
1'	0·0002909	0·0002909	0·0002909	0·0002909
12'	0·0034907	0·0034907	0·0034907	0·0034907
13'	0·0037815	0·0037816		

Man sieht also, daß bis 12' die Werte bis in die siebente Dezimalstelle vollkommen gleich sind. Erst bei einem Winkel von 13' zeigt sich zwischen sin und tang ein Unterschied von einer Einheit der siebenten Dezimalstelle.

Nimmt man eine nur sechsstellige Tafel, so findet man die Gleichheit dieser Funktionen bis 38', und erst bei einem Winkel von 39' zeigt sich wieder zwischen sin und tang ein Unterschied von einer Einheit der sechsten Dezimalstelle.

Hieraus geht hervor, daß man bei kleinen Winkeln von wenigen Minuten ohne weiteres für den sin die tang, oder arc oder chord und umgekehrt setzen kann, was bei vielen Rechnungsoperationen von großem Vorteil ist.

Man findet aber auch, daß

$$0{\cdot}0002909 \times 12 = 0{\cdot}0034908,$$

d. h. daß man statt sin, tang, arc oder chord 12' auch setzen kann 12 $\times$ sin, tang, arc oder chord 1', oder allgemein bei kleinen Winkeln statt sin, tang, arc oder chord α'' auch

$$\alpha'' \,.\, \text{sin, tang, arc oder chord } 1''.$$

Es verhalten sich also bei kleinen Winkeln diese Funktionen ebenso wie die Winkel selbst.

Verjüngungsmaße.

§ 6.

12. Wenn ein Stück Land aufgenommen und in einem Plane bildlich dargestellt werden soll, so kann man niemals, auch wenn es sich nur um ein einziges, noch so kleines Grundstück handeln sollte, die am Felde gemessenen Längen in ihrer wahren Größe aufs Papier auftragen. Es kann vielmehr immer nur ein bestimmter Teil jeder Linie in dem Plane aufgetragen werden. Der Plan gibt daher auch nicht ein kongruentes, sondern nur ein ähnliches, verkleinertes, oder wie man sagt verjüngtes Bild der aufgenommenen Figur.

Man nennt Verjüngungsverhältnis jene Zahl, welche angibt, wie vielmal jede Linie am Felde größer ist, als auf dem Plane.

Je nach dem Zwecke, der durch die Aufnahme und Anfertigung eines Planes verfolgt wird, finden verschiedene Verjüngungsverhältnisse Anwendung.

Für jedes Land ist das wichtigste Verjüngungsverhältnis jenes, welches bei der Katastralaufnahme Anwendung gefunden hat, weil alle Pläne, welche für öffentliche Zwecke dienen sollen und bei einer Behörde eingereicht werden sollen, in diesem Katastralverhältnisse gefertigt sein müssen. Aus diesem Grunde werden auch die meisten Privataufnahmen im Katastralmaßstabe hergestellt.

Als die Katastralaufnahme für Österreich angeordnet wurde, war das Wiener Maß im Gebrauche und es wurde das Verjüngungsverhältnis gewählt $1'' = 40^0$. Da eine Klafter 6 Fuß und ein Fuß 12 Zoll enthielt, so ist dies also das Verhältnis 1 : 2880, indem ein Zoll am Plane einer Länge von 2880 Zoll am Felde entspricht. In diesem Verhältnisse sind die einzelnen Gemeinden aufgenommen.

Zur Aufnahme von Städten wurde wegen des größeren Grundwertes vielfach das doppelte oder vierfache Verhältnis gewählt 1 : 1440 ($1'' = 20^0$) oder 1 : 720 ($1'' = 10^0$). Einzelne Gemeinden mit sehr geringem Bodenwerte, oder wenn sie große, geschlossene Waldungen enthielten, konnten unter Umständen auch im halben Maßstabe, nämlich 1 : 5760 ($1'' = 80^0$) aufgenommen werden.

Die Militäraufnahmen (Generalstabskarten) waren in einem Zehntel des Katastralmaßstabes, nämlich 1 : 28.800 ($1'' = 400^0$) hergestellt.

In den siebziger Jahren fand eine neue militärische Aufnahme statt und es wurde für diese das Verhältnis 1 : 25·000 gewählt, in welchem die Originalaufnahmen hergestellt sind. (Die Vervielfältigungen dieser Originalaufnahmen sind nicht allgemein verkäuflich, man erhält sie nur über ein motiviertes Gesuch vom k. k. militär-geographischen Institut; für den allgemeinen Verkauf wurden die Originalaufnahmen auf $^1/_3$ verkleinert, also 1 : 75.000. Diese Karten heißen: „Spezialkarten“.)

Im Jahre 1887 wurde eine neue Instruktion „für künftige Neuaufnahmen ganzer Gemeinden für die Zwecke des Grundsteuerkatasters" erlassen, in welcher als Normalverhältnis 1 : 2500 (1 *cm* = 25 *m*) bestimmt wird.[1])

Wenn also eine Gemeinde ganz neu aufgenommen wird, soll dies im Maßstabe 1 : 2500 geschehen. Gegenwärtig bestehen aber immer noch die alten Katastralkarten im Maßstabe 1 : 2880.

Bei Aufnahmen für technische Zwecke, wo viele Berechnungen nötig sind, z. B. für Eisenbahn-, Straßen- und Wasserbauten, wird in der Regel das Verhältnis 1 : 1000 (1 *cm* = 10 *m*) gewählt.

Baupläne, welche dem Gesuche um die Baubewilligung beigelegt werden müssen, sind nach Vorschrift der Bauordnung vom 8. Januar 1889 in folgenden Verhältnissen herzustellen:

1. Die Situationspläne im Maßstabe des Lagerplanes (der im Katastralmaßstabe gefertigt sein soll).

2. Grundrisse, Durchschnitte, Ansichten im Verhältnisse 1 : 100 (1 *cm* = 1 *m*).

Für Forstkarten finden sehr verschiedene Verjüngungsverhältnisse Anwendung. Die sogenannten Wirtschafts- oder Spezialkarten, welche das Resultat der Vermessungsarbeit bilden, und welche für die Flächenberechnung und zum Einzeichnen aller späteren Veränderungen dienen, werden in einem größeren Maßstabe gezeichnet. Die anderen Karten, z. B. Bestandeskarten, welche nur als Übersichtskarten zu dienen haben, werden dagegen bei einem großen Komplexe der Übersichtlichkeit wegen in einem viel kleineren Verhältnisse gezeichnet.

Ältere Wirtschaftskarten sind zumeist im Katastralmaßstabe 1 : 2880 hergestellt. Bei großen Komplexen und weniger intensiver Wirtschaft fand wohl auch das halbe Katastralverhältnis 1 : 5760 Anwendung.

Gegenwärtig werden zumeist auch noch dieselben Verhältnisse verwendet, was auch anzuraten ist, hie und da benützt man aber auch das neue Katastralverhältnis 1 : 2500, beziehungsweise 1 : 5000.

Die Bestandeskarten werden allgemein im halben, drittel oder viertel Maßstabe der Wirtschaftskarten gezeichnet.

13. Auf dem Papiere läßt sich noch eine Länge von etwa 0·14 *mm* darstellen. Diese Länge bildet auch die Grenze, bis zu welcher noch mit einem Zirkel in einem Plane Linien aufgetragen oder abgegriffen werden können.

---

[1]) Dieses Verhältnis, welches nur wenig größer ist, als das bisherige Katastralverhältnis, ist, mit Rücksicht auf den immer steigenden Bodenwert, zu klein. Aus diesem Grunde, sowie auch deshalb, um bequemer Umwandlungen in jedes beliebige andere Verhältnis vornehmen zu können, wurde von den technischen Körperschaften Österreichs eine Abänderung dieser Vorschrift und Feststellung des Normalverhältnisses 1 : 2000 angestrebt. Die bezüglichen Petitionen wurden aber vom Finanzministerium abschlägig beschieden, wahrscheinlich nur aus dem Grunde, weil die militärische Aufnahme im Verhältnisse 1 : 25.000 vorgenommen wurde.

Je nach dem Verjüngungsverhältnisse entspricht diese Größe von 0·14 *mm* am Papier einer gewissen Länge am Felde, z. B. beim Katastralverhältnisse ist diese Länge 2880 mal so groß, also

$$0·14 \times 2880 = 403\ mm = 0·4\ m.$$

Hieraus ersieht man folgendes:

1. Welches Verjüngungsverhältnis gewählt werden muß, um eine bestimmte Länge noch darstellen zu können. Will man z. B. 0·1 *m* noch darstellen können, so muß im Verhältnisse 1 : 720 gezeichnet werden. Soll noch 1 *cm* ersichtlich sein, so muß im Verhältnisse 1 : 72 gezeichnet werden.

2. Bis zu welcher Genauigkeit die Längen gemessen werden müssen, wenn die Messung nur zu dem Zwecke geschieht, um die Länge im Plane aufzutragen (nicht aber für eine Berechnung!). Da man im Katastralverhältnisse nur bis 0·4 *m* auftragen kann, so wäre es doch ganz überflüssig, die Längen bis auf einzelne Zentimeter zu messen. Bei Benützung eines guten Transversalmaßstabes und einer Lupe kann allerdings die Größe von 0·14 *mm* beim Abgreifen und Auftragen im allerbesten Falle bis auf etwa 0·03 *mm* herabgemindert werden, sodaß also der im Katastralverhältnisse noch auftragbare und abgreifbare Längenunterschied etwa 0·1 *m* beträgt.

3. Mit welcher Genauigkeit Längen aus dem Plane abgegriffen werden können. Diese beträgt also im Katastralverhältnisse im allerbesten Falle 0·1 *m*.

Verjüngungsmaßstäbe.

§ 7.

14. Um die gemessenen Längen im verjüngten Maße in den Plan übertragen zu können, braucht man Verjüngungsmaßstäbe. Es sind zweierlei solcher zu unterscheiden: Einfache Verjüngungsmaßstäbe und Transversalmaßstäbe.

Um einen einfachen Verjüngungsmaßstab zu zeichnen, wird auf einer geraden Linie die Länge von 10 oder 100 verjüngten Metern mehrmals nebeneinander aufgetragen und der erste Teil in 10 oder in ein mehrfaches von zehn Teilen geteilt, sodaß man die Längen bis auf einzelne oder bis auf zehntel Meter direkt abgreifen kann.

Zweckmäßiger sind die Transversalmaßstäbe. Diese gründen sich auf die aus der Planimetrie bekannten Sätze: „Wenn man in einem Dreiecke mehrere Parallele zu einer Seite zieht, so sind die abgeschnittenen Dreiecke dem ganzen Dreiecke ähnlich", und: „In ähnlichen Dreiecken sind die ähnlich liegenden Seiten einander proportioniert".

Um einen Transversalmaßstab für ein gewisses Verjüngungsverhältnis zu zeichnen, muß vor allem die Größe ermittelt werden, welche auf dem Papiere einer Länge von 100 *m* auf dem Felde entspricht, z. B.

Beim Verhältnisse	1 : 2500	ist 1 *cm*	= 25 *m*,	daher 4	*cm*	= 100 *m*
„ „	1 : 5000	„ 1 „	= 50 „	„ 2	„	= 100 „
„ „	1 : 2880	„ 1 „	= 28·8 „	„ 3·472	„	= 100 „
	oder	1"	= 40⁰	„ $2^1/_2$"		= 100⁰

Diese einer Länge von 100 *m* entsprechende Größe wird auf eine horizontale Gerade mehrmals nebeneinander aufgetragen oder besser, man trägt ein vielfaches dieser Größe auf und teilt die ganze Länge in die entsprechende Anzahl gleicher Teile. Statt z. B. 4 *cm* mehrmals nebeneinander aufzutragen, trägt man 16 *cm* auf und teilt diese Länge in vier gleiche Teile. (Siehe Fig. 4.)

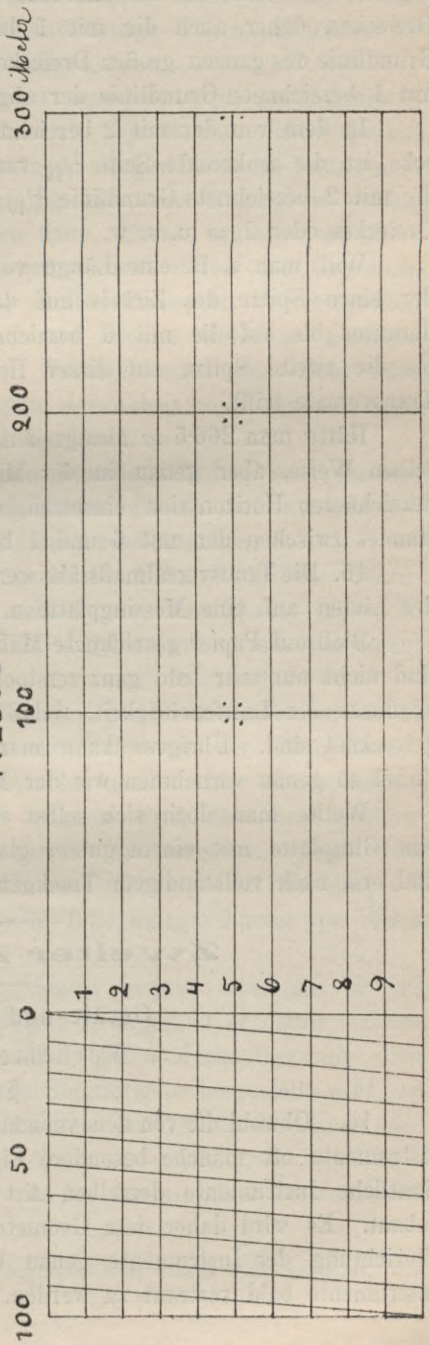


Fig. 4.

In den Teilpunkten werden Senkrechte errichtet. Auf die erste und letzte Senkrechte trägt man ein beliebiges Stück zehnmal auf und verbindet die Teilpunkte durch parallele Gerade. Der Raum zwischen der ersten und zweiten Senkrechten wird auf der untersten und obersten Horizontalen in zehn gleiche Teile geteilt, und die Teilpunkte werden durch schräge Transversalen miteinander verbunden.

Der Raum zwischen je zwei Senkrechten beträgt demnach 100 *m*, zwischen je zwei Transversalen aber 10 *m*. Man bezeichnet nun die zweite Senkrechte mit 0, die dritte mit 100, die vierte mit 200 u. s. w. Die zweite Transversale vom Nullpunkte nach links wird mit 10, die dritte mit 20 u. s. w. beziffert. Die zweite Horizontale, von oben beginnend, wird mit 1, die dritte mit 2 u. s. w. bezeichnet.

Man betrachte das Dreieck, welches von der mit 0 überschriebenen Senkrechten und der ersten Transversalen gebildet wird. Die Horizontalen sind in diesem Dreiecke Parallele zur Grundlinie, es sind also die von den Horizontalen abgeschnittenen kleineren Dreiecke dem ganzen Dreiecke ähnlich und daher die Seiten dieser Dreiecke einander proportioniert. In dem kleinen Dreiecke, welches von der mit 1 bezeichneten Horizontalen abgeschnitten wird, ist die senkrechte Seite ein Zehntel der Seite des ganzen Dreieckes, daher auch die mit 1 bezeichnete Grundlinie ein Zehntel der Grundlinie des ganzen großen Dreieckes. Diese letztere ist 10 *m*, daher die mit 1 bezeichnete Grundlinie der abgeschnittenen Spitze 1 *m*.

In dem von der mit 2 bezeichneten Horizontalen abgeschnittenen Dreiecke ist die senkrechte Seite $^2/_{10}$ von der ganzen Senkrechten, daher auch die mit 2 bezeichnete Grundlinie $^2/_{10}$ von der Grundlinie des ganzen großen Dreieckes oder 2 *m* u. s. w.

Will man z. B. eine Länge von 266 *m* abgreifen, so fährt man mit der einen Spitze des Zirkels auf der mit 200 bezeichneten Senkrechten herunter bis auf die mit 6 bezeichnete Horizontale und öffnet den Zirkel, bis die zweite Spitze auf dieser Horizontalen die mit 60 überschriebene Transversale trifft.

Hätte man 266·5 *m* abzugreifen, so wird man den Zirkel ganz in derselben Weise, aber genau in der Mitte zwischen den beiden mit 6 und 7 bezeichneten Horizontalen einsetzen, dagegen bei 266·3 *m* in $^3/_{10}$ des Abstandes zwischen den mit 6 und 7 bezeichneten Horizontalen.

15. Die Transversalmaßstäbe werden vom Mechaniker durch Eingravieren der Linien auf eine Messingplatte u. zw. mit der Teilmaschine hergestellt.

Bloß auf Papier gezeichnete Maßstäbe sind nicht brauchbar, denn diese sind nicht nur sehr bald ganz zerstochen, sondern sie unterliegen auch dem Einflusse der Luftfeuchtigkeit, sodaß sie bald ausgedehnt, bald zusammengetrocknet sind. Übrigens kann man auch niemals die Teilung mit dem Zirkel so genau vornehmen wie der Mechaniker mit der Teilmaschine.

Wollte man doch sich selbst einen Maßstab herstellen, so muß man eine Glasplatte mit einem guten, glatten nicht zu starken Papier bekleben, und erst nach vollständigem Trocknen den Maßstab darauf zeichnen.

Zweiter Abschnitt.

Geräte und Instrumente.

Vorbemerkungen.

§ 8.

16. Obwohl die von den verschiedenen Mechanikern hergestellten Meßinstrumente oft manche besondere Eigentümlichkeiten haben, so sind doch sämtliche Instrumente derselben Art nach gewissen üblichen Grundsätzen gebaut. Es wird daher dem Geometer, der den Zweck und die allgemeine Einrichtung der Instrumente genau kennt, nicht schwer fallen, mit jedem Instrumente bald vertraut zu werden.

Wenn man ein neues Instrument in die Hände bekommt, wird man sich vor allem durch sorgfältige Betrachtung mit dessen spezieller Einrichtung bekannt machen. Erst bis man über den Zweck der einzelnen Teile, der vorhandenen Schrauben u. s. w. im Klaren ist, wird man vorsichtig versuchen, die beweglichen Teile des Instrumentes zu bewegen, wobei niemals Gewalt angewendet werden darf, da man durch eine einzige Ungeschicklichkeit oft leicht ein feines Instrument schwer beschädigen kann.

17. Wenn auch stets vom Mechaniker versichert wird, das Instrument sei vor der Absendung genau rektifiziert, d. h. geprüft und richtig gestellt worden, so darf man sich damit nicht begnügen, sondern muß das Instrument, bevor man es in Gebrauch nimmt, sorgfältig auf seine Richtigkeit prüfen, da es durch den Transport gelitten haben kann. Ebenso müssen auch ältere Instrumente von Zeit zu Zeit geprüft werden, weil durch den Gebrauch, durch den häufigen und oft nicht sehr sanften Transport, Unrichtigkeiten eintreten. Je feiner ein Instrument ist, desto leichter treten an manchen Teilen (z. B. Fadenkreuz, Libellen u. a.) Veränderungen ein. Sehr feine Instrumente müssen jeden Tag vor Beginn der Arbeit und eventuell auch mehrmals während des Tages untersucht werden.

Vorgefundene Unrichtigkeiten müssen beseitigt werden, was man das Rektifizieren oder Justieren nennt. Hiezu dienen die an den Instrumenten angebrachten Rektifizier-, Justier- oder Korrektions-Schrauben.

18. Von großer Wichtigkeit ist auch die Behandlung des Instrumentes, welche niemals sorgsam genug sein kann. Man könnte sagen, so wie der Geometer sein Instrument behandelt, so wird auch er vom Instrument behandelt.

Jedes Instrument soll vor dem Naßwerden geschützt werden, indem es vor dem Regen bewahrt und auch, wenn man damit aus der Kälte kommt, es nicht frei in einen warmen Raum gebracht, sondern hier durch längere Zeit im geschlossenen Kasten oder Etui belassen wird, ehe diese geöffnet werden, um ein Beschlagen des Instrumentes zu verhüten. Auch dem direkten Sonnenlichte soll ein feines Instrument nie ausgesetzt werden.

Die Schrauben und andere bewegliche Teile müssen häufig von Staub gereinigt und etwas eingefettet werden.[1])

19. Der Geometer soll sich stets dessen bewußt sein, was er mit seinem Instrumente leisten kann, d. h. welche Genauigkeit er damit erzielen kann. Wenn auch ein Instrument von dem besten Mechaniker mit allen zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln aufs Sorgfältigste hergestellt wird, so haften ihm doch manche Unvollkommenheiten an. Auch die Sinne des Menschen haben ja ihre Grenzen.

Von der erreichbaren Genauigkeit wird bei den einzelnen Instrumenten gesprochen werden.

---

[1]) Hiezu eignet sich am besten das Vaselinöl, weil dieses nicht verharzt, wie alle Pflanzenöle.

Das Sehen mit freiem Auge.

§ 9.

20. Das Auge bildet bekanntlich eine camera obscura, und es wirkt die Linse im Auge ebenso wie eine Glaslinse, d. h. von jedem, vor dem Auge befindlichen Gegenstande, wird auf der Netzhaut ein umgekehrtes kleines Bildchen erzeugt (Fig. 5). Der Lichtreiz dieses Bildchens wirkt auf die in

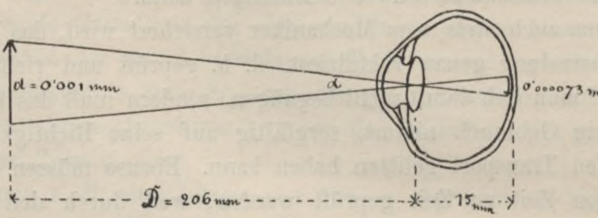


Fig. 5.

der Netzhautschichte befindlichen Zapfen oder Stäbchen und durch die Vermittlung der Sehnerven wird dann der Gegenstand gesehen.

Das Auge sieht den Gegenstand nur dann deutlich, wenn das Bildchen gerade auf die Netzhaut fällt, und nicht vor oder hinter diese. Die Entfernung des Bildes von einer Linse hängt aber von der Entfernung des Gegenstandes von der Linse ab. Je näher bei derselben Linse der Gegenstand ist, desto weiter ist das Bild von der Linse entfernt. Bei derselben Entfernung des Gegenstandes von der Linse aber hängt die Entfernung des Bildes von der Linse von der Stärke der Krümmung der Linse ab.

Wäre die Linse des Auges und der ganze Augapfel selbst ein starrer Körper, so könnte das Auge nur jene Gegenstände deutlich sehen, die sich in einer solchen Entfernung vom Auge befinden, daß ihr Bild gerade auf die Netzhaut fallen würde. Es vermag aber nicht nur die Linse im Auge ihre Krümmung zu ändern, sondern auch der ganze Augapfel kann seine Form ändern, so daß die Netzhaut der Linse genähert oder von dieser entfernt werden kann, so daß das Bild jedes Gegenstandes immer auf die Netzhaut fällt und deutlich gesehen werden kann. Diese Fähigkeit des Auges, sich der Entfernung der Gegenstände anzupassen, nennt man das Anpassungs- oder Akkomodations-Vermögen. Dieses hat aber gewisse Grenzen.

Das normale Auge sieht nur noch dann die Gegenstände deutlich, wenn sie von unendlich bis mindestens 20 bis 25 *cm* vom Auge entfernt sind, und sieht kleine Gegenstände in dieser letzteren Entfernung am deutlichsten. Näher beim Auge befindliche Gegenstände aber werden nicht mehr deutlich gesehen. Man nennt daher diese Entfernung die günstigste oder deutliche Sehweite.

Ein myopisches (kurzsichtiges) Auge aber sieht die Gegenstände noch in viel kleinerer Entfernung am besten, bis 10 *cm* und noch weniger, dagegen werden entfernte Gegenstände nicht mehr deutlich gesehen.

Beim presbyopischen (weitsichtigen) Auge dagegen beträgt die günstigste Sehweite bis 50 *cm* oder mehr und es werden in jeder größeren Entfernung bis unendlich die Gegenstände deutlich gesehen.

Aus dem eben Gesagten über die Akkomodation des Auges geht hervor, daß das Auge niemals zugleich zwei verschieden weit entfernte Gegenstände deutlich sehen kann.

21. Die beiden äußersten, von einem Gegenstande ausgehenden Strahlen bilden im Auge einen Winkel α, welchen man den Gesichtswinkel nennt. Bezeichnet man die Länge des Gegenstandes mit d und seine Entfernung vom Auge mit D, so läßt sich der Gesichtswinkel ohne merkbaren Fehler in folgender Weise berechnen:

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{d}{D}$$

Ist der Winkel sehr klein, so kann man nach Nr. 11 statt tang α auch arc α setzen und dann ist nach Nr. 10

$$\alpha'' = 206265 \frac{d}{D}$$

Ist z. B. $d = 0.001$ *mm*, $D = 206$ *mm*, so ist

$$\alpha'' = \frac{0{\cdot}001}{206} \cdot 206265 = 1''$$

Der Gesichtswinkel eines Gegenstandes muß eine gewisse Minimalgröße haben, wenn der Gegenstand überhaupt noch gesehen werden soll. Diese Minimalgröße ist aber nicht nur individuell sehr verschieden, sondern sie hängt auch ab von der Form, Farbe und Beleuchtung des Gegenstandes und des Hintergrundes. Ein kreisförmiger, schwarzer Punkt auf weißem Grunde erfordert einen Gesichtswinkel von 30 bis 50″, um noch gesehen zu werden, während eine weiße Linie auf schwarzem Grunde noch bei einem Gesichtswinkel von wenigen Sekunden wahrgenommen wird.

Aus der Gleichung

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{d}{D}$$

läßt sich berechnen:

$$d = \operatorname{tang} \alpha \, D$$

$$\text{und } D = \frac{d}{\operatorname{tang} \alpha}$$

d. h. für einen bestimmten Minimalgesichtswinkel kann man die Größe des Gegenstandes berechnen, der in einer gegebenen Entfernung noch gesehen werden kann, oder die Entfernung, in der ein Gegenstand von bestimmter Größe noch gesehen wird.

Ein kreisrunder Punkt von dunkler Farbe auf weißem Grunde wird im Freien höchstens noch wahrgenommen, wenn der Gesichtswinkel wenigstens 50″ beträgt; dann ist also $d = \operatorname{tang} 50'' \, D$, oder $d = 0{\cdot}00024 \, D$. Der Punkt wird also nur wahrgenommen, wenn sein Durchmesser mindestens $\frac{D}{4000}$ ist. Auf dem Papiere dagegen wird ein noch viel kleinerer Punkt wahrgenommen werden können.

Setzt man also $d = \frac{D}{4000}$, so geht hieraus auch unmittelbar hervor, daß das presbyopische Auge, dessen günstigste Sehweite (also D) sehr groß ist, einen viel größeren Punkt am Papiere erfordern wird, als das normale, um ihn noch sehen zu können; und das normale Auge einen größeren, als das myopische.

Nimmt man z. B. die günstigsten Sehweiten für ein presbyopisches, normales und myopisches Auge an mit 40 *cm*, 20 *cm* und 10 *cm*, so ist

für das presbyobische Auge $d = \frac{40}{4000} = 0{\cdot}01\,cm = 0{\cdot}1\,mm$

„ „ normale „ $d = \frac{20}{4000} = 0{\cdot}005\,cm = 0{\cdot}05\,mm$

„ „ myopische „ $d = \frac{10}{4000} = 0{\cdot}0025\,cm = 0{\cdot}025\,mm.$

Während also ein myopisches Auge noch einen runden Punkt auf dem Papiere wahrnimmt von 0·025 *mm* Durchmesser, sieht das normale Auge diesen schon nicht mehr, für dieses muß der Punkt, um noch wahrgenommen werden zu können, schon 0·05 *mm* Durchmesser haben, und für ein presbyopisches sogar 0·1 *mm*.

Der Planspiegel.

§ 10.

22. Jede ebene glatte Fläche wirkt als Planspiegel in folgender Weise. Kommt von einem Punkte S (Fig. 6) ein Lichtstrahl SL an eine glatte (spiegelnde) Fläche, so wird ein Teil des Lichtes von dieser in den vor ihr befindlichen Raum, und zwar in eine ganz bestimmte Richtung LS' zurückgeworfen. Der andere Teil wird absorbiert. Der auf die spiegelnde Fläche gelangende Strahl SL heißt der Einfallsstrahl, der zurückgeworfene LS' der reflektierte Strahl. Denkt man sich in dem Punkte L, in welchem der Einfallsstrahl den Spiegel trifft, eine Senkrechte LL' auf die spiegelnde Fläche errichtet, so heißt diese das Einfallslot, und es bildet der reflektierte Strahl LS' mit diesem Einfallslot LL' denselben Winkel, wie der Einfallsstrahl SL. Es ist also $\sphericalangle e = \sphericalangle r$.

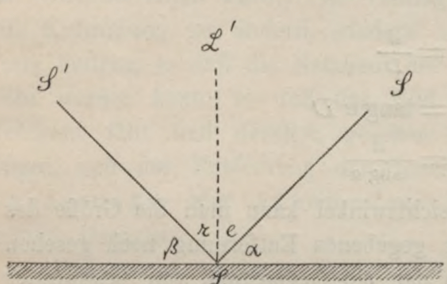


Fig. 6.

Es muß also auch der Winkel β, welchen der reflektierte Strahl mit der Spiegelfläche bildet, dem Winkel α gleich sein, welchen der Einfallsstrahl mit der Spiegelfläche bildet.

Fallen von einem leuchtenden Punkte S (Fig. 7) mehrere Strahlen auf eine ebene spiegelnde Fläche, so werden diese derart reflektiert, als ob sie alle aus dem Punkte S' kämen, welcher Punkt auf der von S auf die

Spiegelfläche gezogenen Senkrechten ebensoweit hinter der Spiegelfläche liegt, als der leuchtende Punkt S vor der Spiegelfläche.

Befindet sich daher vor dem Spiegel ein Auge, in welches die reflektierten Strahlen rq, $r'q'$, $r''q''$ gelangen, so sieht dieses in dem Spiegel, resp. hinter ihm, in dem Vereinigungspunkte der verlängerten reflektierten Strahlen den Punkt S' als Bild des vor dem Spiegel befindlichen leuchtenden, Punktes S.

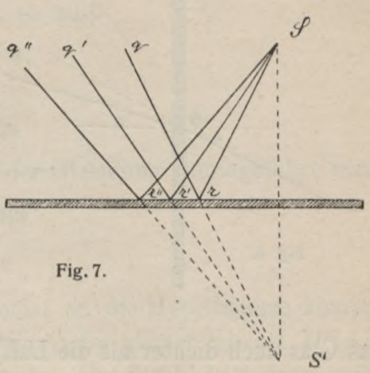


Fig. 7.

Jedem Punkte eines leuchtenden oder beleuchteten Gegenstandes entspricht daher in dieser Weise ein Bildpunkt hinter dem Spiegel, und aus der Gesamtheit der Bildpunkte entsteht das Spiegelbild des Gegenstandes.

Da die von dem Spiegel zurückgeworfenen Strahlen von dem hinter dem Spiegel befindlichen Bilde auszugehen scheinen, so werden sie, wenn sie an einen zweiten Spiegel kommen, abermals reflektiert, und zwar derart, daß jetzt das Spiegelbild des ersten Spiegels die Rolle des Gegenstandes, von dem die Strahlen ausgehen, für den zweiten Spiegel bildet. Das Spiegelbild dieses zweiten Spiegels kann wieder den Gegenstand bilden für einen dritten Spiegel u. s. w. Je weiter dies aber geht, desto lichtschwächer werden die immer neu entstehenden Bilder, weil von jedem Spiegel immer ein Teil des Lichtes absorbiert wird.

23. Der Planspiegel findet häufige Anwendung bei geodätischen Instrumenten, und zwar zu dem Zwecke, um die von einem Gegenstande ausgehenden Strahlen in eine bestimmte Richtung zu bringen, und so Gegenstände sichtbar zu machen, welche von einem gewissen Standpunkte aus nicht direkt gesehen werden können. Die jeweilige Wirkungsweise des Spiegels wird bei den betreffenden Instrumenten erklärt werden.

Das Glasprisma.

§ 11.

24. Für geodätische Instrumente werden häufig Prismen aus Crown- oder Spiegelglas verwendet, deren Grundfläche ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck ist. Diese Prismen dienen dann als Reflexionsprismen. Aus der Physik ist bekannt, daß ein Lichtstrahl, der aus einem durchsichtigen Mittel in ein anderes übergeht, hiebei eine Änderung seiner Richtung erleidet, welche Brechung oder Refraktion genannt wird.

Es wäre z. B. in Fig. 8 die Linie AB die Trennungsfläche zwischen Luft und Glas und es gelangt ein Lichtstrahl LM aus der Luft an diese

Trennungsfläche, so wird wohl ein Teil von der glatten Fläche zurückgeworfen, der andere Teil aber dringt in das Glas ein und erleidet hier eine Ablenkung von seiner Richtung, d. h. eine Brechung oder Refraktion. Errichtet man im Punkte M, wo der Lichtstrahl die Trennungsfläche trifft, eine Senkrechte auf die letztere, so heißt diese Senkrechte das Einfallslot. Der Einfallsstrahl LM bildet mit dem Lote einen Winkel i, welcher Einfallswinkel (Inzidenzwinkel) genannt wird. Der gebrochene Strahl bildet mit dem Lote den Winkel r, welcher Brechungswinkel (Refraktionswinkel) genannt wird. Ist der zweite durchsichtige Körper, in welchen der einfallende Strahl kommt, ein dichterer Körper (also hier in diesem Beispiele ist das Glas auch dichter als die Luft), so ist $\sphericalangle i > \sphericalangle r$, d. h. der Strahl wird zum Lote gebrochen, ist dagegen der zweite Körper ein weniger dichter (wenn der Strahl aus dem Glase in die Luft tritt), so wird er vom Lote gebrochen, d. h. es ist der Brechungswinkel größer, als der Einfallswinkel.

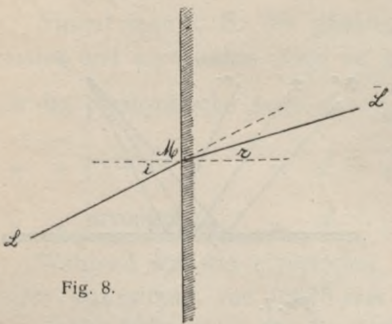


Fig. 8.

Die Größe der Ablenkung hängt von der Beschaffenheit der beiden Körper ab, und zwar steht der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels in einem gewissen Verhältnisse, welches Brechungsverhältnis, Brechungs-Index, Brechungs-Koëffizient oder Brechungsexponent des Körpers, in welchen der Strahl eintritt, genannt wird. Bezeichnet man dieses mit n, so ist $n = \frac{\sin i}{\sin r}$.

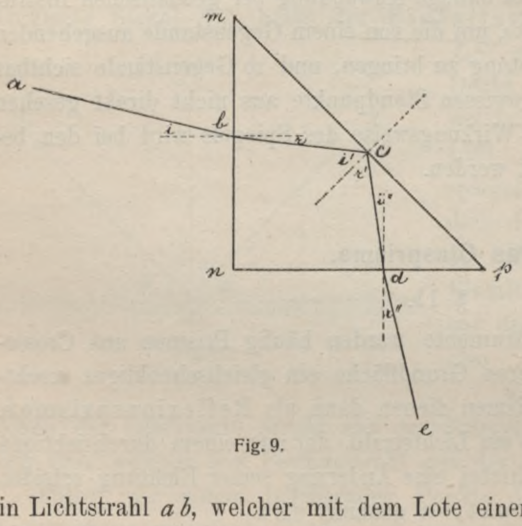


Fig. 9.

Beim Eintritte eines Lichtstrahles aus der Luft in Crown- oder Spiegelglas ist $n = 1{\cdot}534$, dagegen umgekehrt beim Austritte aus diesem Glase in die Luft $n = \frac{1}{1{\cdot}534}$.

Es sei Fig. 9 ein Prisma aus Spiegelglas, dessen Grundfläche ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck ist. An die eine Kathetenfläche gelange ein Lichtstrahl $a\,b$, welcher mit dem Lote einen sehr kleinen Einfallswinkel i bildet. Beim Eintritte ins Prisma wird er zum Lote gebrochen, bildet mit diesem den Brechungswinkel r und gelangt an die Hypothenuse, wo er mit dem Lote den Einfallswinkel i' bildet. Er sollte nun in die Luft übertreten und hiebei wäre

$$\frac{1}{1{\cdot}534} = \frac{\sin i'}{\sin r'}$$

und hieraus $\sin r' = 1{\cdot}534 \sin i'$.

Der größte Wert, den ein Sinus erreichen kann, ist 1. Soll also überhaupt ein Brechungswinkel r' möglich sein, so muß

$$1{\cdot}534 \sin i' \leqq 1,$$

daher auch
$$\sin i' \leqq \frac{1}{1{\cdot}534}$$

und wenn die Division auf der rechten Seite der Gleichung durchgeführt wird,

$$\sin i' \leqq 0{\cdot}65189.$$

Nun ist der $\sin 40^0\,41' = 0{\cdot}65166$.

Wenn also der Strahl bc im Prisma derart an die Hypothenuse kommt, daß er mit dem Lote einen Einfallswinkel i' bildet, der größer ist, als $40^0\,41'$, so ist ein Brechungswinkel unmöglich. Der Strahl tritt dann nicht aus dem Prisma in die Luft über, sondern er wird von der Hypothenusenfläche vollständig zurückgeworfen oder total reflektiert, wobei der reflektierte Strahl cd mit dem Lote denselben Winkel bildet, wie der Einfallsstrahl bc. Es wirkt also in diesem Falle die Hypothenusenfläche des Prismas wie ein Planspiegel, nur wird von ihr, ohne etwas zu absorbieren, alles Licht zurückgeworfen.

Kommt dann der zurückgeworfene Strahl cd an die zweite Kathetenfläche, so bildet er hier mit dem Lote den Einfallswinkel i'', welcher gleich ist r, und da dieser kleiner ist, als $40^0\,41'$, tritt er in die Luft über, wobei er mit dem Lote einen Brechungswinkel r'' bildet, welcher gleich ist i. Zugleich liegen die Winkel i und r'' auf entgegengesetzten Seiten der Lote.

Es ist nämlich zunächst $\sin i = n \sin r$, wobei n der Brechungsexponent ist.

In dem Dreiecke mbc ist $\sphericalangle m = 45^0$, $\sphericalangle b = 90^0 + r$,

daher $\sphericalangle c = 180^0 - (45^0 + 90^0 + r) = 45^0 - r$.

Somit ist $i' = r' = 90^0 - (45^0 - r) = 45^0 + r$.

Im Dreiecke cdp ist $\sphericalangle p = 45^0$,

$\sphericalangle c = 90^0 - r' = 90^0 - (45 + r) = 45^0 - r$,

somit $\sphericalangle d = 180^0 - (45^0 + 45^0 - r) = 90^0 + r$.

Es ist aber $i'' = d - 90^0$, daher auch $i'' = 90^0 + r - 90^0 = r$.

Jetzt ist wieder $\sin r'' = n \sin i''$, daher auch $r'' = i$.

Man benützt daher sehr häufig bei optischen und geodätischen Instrumenten das Prisma an Stelle eines Planspiegels, um eine andere Richtung für die Strahlen zu bekommen, weil der Lichtverlust beim Prisma bedeutend geringer ist.

Gelangt der einfallende Strahl ab (Figur 10) senkrecht auf die eine Kathetenfläche eines Prismas, dessen Grundfläche ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck ist, so wird er aus seiner Richtung nicht abgelenkt, sondern kommt an die Hypothenuse unter einem Winkel von 45^0, es ist also auch der Winkel mit dem Lote 45^0, also größer als $40^0\,41'$, er wird also hier total reflektiert und kommt senkrecht auf die zweite Kathetenfläche, welche er in derselben Richtung ohne Ablenkung verläßt, sodaß der in das Prisma eintretende und der dieses verlassende Strahl zusammen einen Winkel von 90^0 bilden.

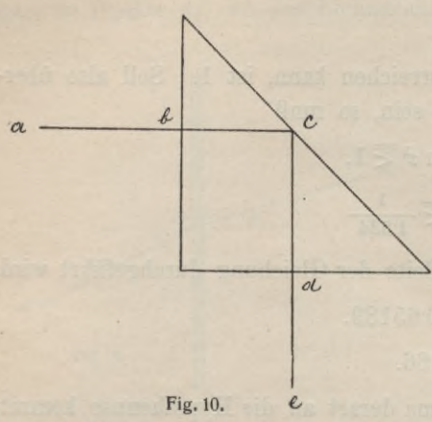


Fig. 10.

Die Konvexlinse.

§ 12.

25. Mit dem Namen „Linse bezeichnet man einen durch zwei Kugelabschnitte begrenzten Glaskörper. Sind hiebei die Flächen nach außen gekrümmt, so heißt die Linse Konvex- oder Sammellinse, sind die Flächen aber nach innen gekrümmt, so heißt sie Konkav- oder Zerstreuungslinse. Sind beide Flächen gekrümmt, so heißen die Linsen bikonvex und bikonkav, ist nur eine Fläche gekrümmt, die zweite aber eine ebene Fläche, so entsteht die plankonvexe und plankonkave Linse.

Bei den Meßinstrumenten kommen fast ausschließlich Konvexlinsen vor, es sollen daher nur diese näher betrachtet werden.

In Fig. 11 sind C und C' die Mittelpunkte der Linsenkrümmungen. Verbindet man diese beiden Punkte durch eine Gerade, so heißt diese die

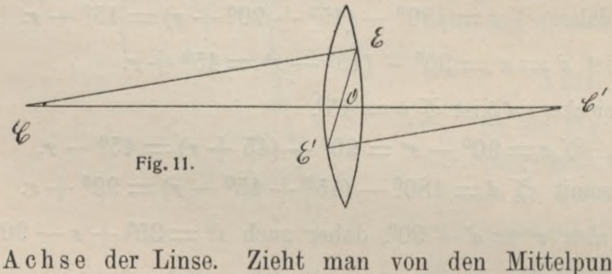


Fig. 11.

optische Achse der Linse. Zieht man von den Mittelpunkten C und C' zwei zu einander parallele Halbmesser CE und $C'E'$ und verbindet ihre Endpunkte E und E', so schneidet diese Gerade die optische Achse in einem Punkte O, welcher der optische Mittelpunkt der Linse heißt.

Sind die Krümmungshalbmesser beider Linsenflächen einander gleich, so heißt die Linse eine gleichseitige und bei dieser liegt der optische Mittelpunkt in der Mitte zwischen den beiden Linsenflächen. Bei der plankonvexen Linse ist der optische Mittelpunkt der Durchschnittspunkt der optischen Achse mit der gekrümmten Fläche.

Befindet sich in der optischen Achse ein Punkt A, welcher Lichtstrahlen aussendet (Fig. 12), so gelangen diese an die Vorderfläche der Linse.

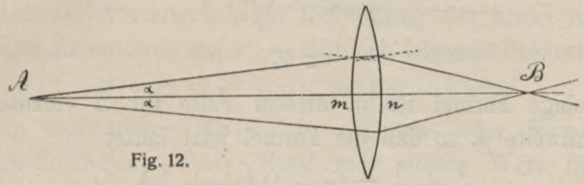


Fig. 12.

Der durch den optischen Mittelpunkt gehende Strahl heißt Hauptstrahl, dieser geht ungebrochen durch die Linse durch. Jeder andere Strahl wird sowohl beim Eintritte in die Linse (zum Lote), als auch beim Austritte (vom Lote) gebrochen, sodaß er eine geneigte Stellung zur optischen Achse erhält und diese in einem Punkte schneidet. Hier entsteht daher ein Bildpunkt des leuchtenden Punktes A.

Alle von A ausgehenden Strahlen, welche mit der optischen Achse denselben Winkel α bilden, vereinigen sich auch in demselben Bildpunkte B.

Die Strahlen, welche die Linse in der Nähe der optischen Achse treffen, heißen Zentralstrahlen, diejenigen aber, welche sie mehr gegen den Rand hin treffen, heißen Randstrahlen.

Die Entfernung des Strahlen aussendenden Punktes A von der Linse, also die Strecke Am, nennt man die Gegenstands- oder Objektweite, diese soll immer mit a bezeichnet werden, die Entfernung des Bildpunktes von der Linse, also Bn, nennt man Bildweite und diese soll immer mit b bezeichnet werden.

Bezeichnet man noch die beiden Krümmungshalbmesser der Linse mit r und r' und den Brechungs-Koëffizienten des Glases mit n, so wird unter der Voraussetzung, daß der Winkel α sehr klein ist, so daß der arcus für den sinus gesetzt werden kann, in der Optik die Formel aufgestellt:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right).$$

In dieser Formel ist die Dicke der Linse, also das Stück mn unberücksichtigt.

Befindet sich der Strahlen aussendende Punkt A in unendlicher Entfernung, so sind alle Strahlen untereinander und mit der optischen Achse parallel (Fig. 13). Ihr Vereinigungspunkt heißt dann der Brennpunkt oder Fokus der Linse und dessen Entfernung von der Linse, also nF, die Brennweite der Linse. Diese soll immer mit p bezeichnet sein.

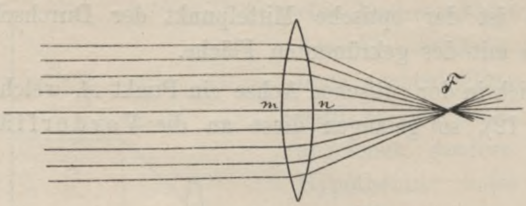


Fig. 13.

In die obige Formel ist in diesem Falle für a einzusetzen ∞ und für b die Brennweite p, so daß die Formel jetzt lautet

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{p} = (n - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right).$$

oder, da $\frac{1}{\infty}$ unendlich klein ist,

$$\frac{1}{p} = (n - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)$$

und durch Vergleichung mit der ersten Formel erhält man

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}.$$

26. Die von einem Punkte A (Fig. 14) ausgehenden und an die Linse gelangenden Strahlen werden beim Durchgange durch diese nicht alle gleich-

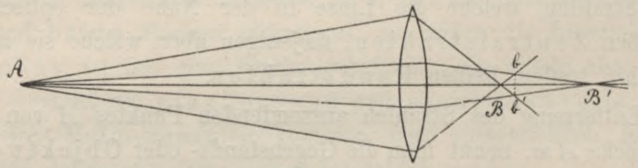


Fig. 14.

mäßig gebrochen, d. h. sie vereinigen sich nicht alle in demselben Punkte, sondern je weiter gegen den Rand zu sie die Linse treffen, desto stärker werden sie gebrochen, also desto näher bei der Linse vereinigen sie sich. Statt eines einzigen Vereinigungspunktes entsteht somit ein Vereinigungsraum, in dem sich sämtliche, die Linse treffenden Strahlen zwischen den Punkten B und B' vereinigen. Statt eines Bildpunktes von A entsteht daher ein Lichtkreis vom Durchmesser bb'.

Man nennt dies die sphärische Abweichung, und zwar heißt der genannte Lichtkreis vom Durchmesser bb' der sphärische Abweichungskreis und die Länge des Vereinigungsraumes BB' die sphärische Längenabweichung. Durch diese sphärische Abweichung entsteht eine Undeutlichkeit des Bildes, weshalb sich der Optiker bemühen muß, diese zu beseitigen.

Je näher die beiden äußersten Vereinigungspunkte B und B' aneinander gerückt werden, je kürzer also der Vereinigungsraum wird, desto kleiner wird auch der Durchmesser bb'. Man kann die Punkte B und B' dadurch möglichst nahe aneinander rücken, daß die Linse nicht gleichseitig gemacht wird, sondern die beiden Krümmungshalbmesser werden in ein gewisses Verhältnis zu einander gebracht, welches von dem Brechungs-Koëffizienten der betreffenden Glassorte abhängt.

Bezeichnet man diesen Brechungs-Koëffizienten mit n, ferner den Halbmesser der dem Objekte zugekehrten Krümmung der Linse mit r und den der rückwärtigen Krümmung mit r', so läßt sich folgende Proportion aufstellen:

$$r' : r = (2n^2 + n) : (4 + n - 2n^2).$$

Bei dem sogenannten Spiegel-, Crown- oder Kronen-Glase ist der Brechungs-Koëffizient 1·534. Setzt man diesen Wert für n in obige Proportion ein, so ergibt sich

$$r' = 7{\cdot}536\, r.$$

Eine nach diesem Verhältnisse geschliffene Linse, bei welcher dann die sphärische Längenabweichung sehr gering ist, heißt Linse der besten Form.

Auch bei der plankonvexen Linse ist die sphärische Längenabweichung sehr gering, wenn sie so gebraucht wird, daß die gekrümmte Seite gegen das Objekt gekehrt ist.

Die sphärische Abweichung läßt sich auch dadurch beseitigen, daß man hinter die Linse einen Ring mit kleiner Öffnung, eine sogenannte Blende oder ein Diaphragma gibt, wodurch nur die Zentralstrahlen durchgelassen, die Randstrahlen aber zurückgehalten werden.

27. Der weiße Lichtstrahl ist zusammengesetzt aus farbigen Strahlen, welche eine verschiedene Brechbarkeit haben, so daß der weiße Lichtstrahl beim Durchgehen durch eine Linse in seine farbigen Bestandteile zerlegt wird.

Gehen daher von einem Punkte A (Fig. 15) weiße Lichtstrahlen aus, so werden diese beim Verlassen der Linse in farbige Strahlen zerlegt, derart, daß die violetten Strahlen am stärksten, die roten aber am schwächsten gebrochen werden. Die violetten Strahlen vereinigen sich daher in V, die

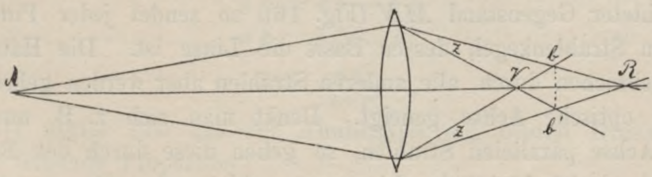


Fig. 15.

roten in R. Die übrigen farbigen Strahlen (blau, grün, gelb, orange) vereinigen sich zwischen diesen beiden Punkten. Es entsteht also wieder statt eines weißen Vereinigungspunktes ein verschiedenfarbiger Vereinigungsraum.

Man nennt dies die chromatische Abweichung. VR ist die chromatische Längenabweichung und der Kreis vom Durchmesser bb' der chromatische Abweichungskreis. Die Größe der chromatischen Längenabweichung und somit auch der Durchmesser des chromatischen Abweichungskreises hängt von der Größe des Winkels Z ab, welchen die beiden äußersten, violetten und roten Strahlen miteinander bilden, welcher Zerstreuungswinkel heißt und von der Glassorte abhängt, aus welcher die Linse hergestellt ist.

Unter dem aus der Linse austretenden einfachen Strahl in dem bereits über die Linse Gesagten, so wie bei allen folgenden Betrachtungen ist die Halbierungslinie des Zerstreuungswinkels, der sogenannte mittlere Strahl, zu denken.

Durch die chromatische Abweichung wird natürlich die Deutlichkeit der Bilder sehr nachteilig beeinflußt. Der Optiker muß daher trachten, auch die chromatische Abweichung möglichst zu beseitigen. Dies läßt sich erreichen, wenn man hinter die eine Linse eine zweite derart konstruierte Linse gibt, daß die letztere die von der ersten zerstreuten Strahlen wieder möglichst vereinigt. Dies tritt ein, wenn eine bikonvexe Linse aus Crownglas mit einer Konkavlinse aus Flintglas vereinigt wird.

In der Regel werden die beiden Linsen mit Kanadabalsam, der dasselbe Lichtbrechungsvermögen hat wie Glas, aufeinander gekittet.

Eine solche Linsenverbindung heißt dann eine achromatische Linse. Sind bei der Konvexlinse zugleich die Krümmungshalbmesser so gewählt, daß die sphärische Abweichung möglichst gering ist, so heißt dann die Linsenverbindung eine aplanatische Linse.

Die Objektive der optischen Instrumente (Fernrohre, Mikroskope) sind stets aplanatische Linsen.

Es läßt sich aber die sphärische und chromatische Abweichung, wenigstens für den mittleren Teil der Linse, auch dadurch möglichst beseitigen, daß mehrere Linsen von derselben Glassorte in geeigneter Kombination verwendet werden, wie dies bei den Okularen der optischen Instrumente Anwendung findet.

28. Befindet sich vor der Linse und zwar außerhalb der Brennweite ein beleuchteter Gegenstand MN (Fig. 16), so sendet jeder Punkt an die Linse einen Strahlenkegel, dessen Basis die Linse ist. Die Hauptstrahlen gehen ungebrochen durch, alle anderen Strahlen aber werden gebrochen und gegen die optische Achse geneigt. Denkt man sich z. B. nur die zur optischen Achse parallelen Strahlen, so gehen diese durch den Brennpunkt und vereinigen sich hinter der Linse u. zw. hinter dem Brennpunkte wieder mit dem Hauptstrahl, wo dann ein Bildpunkt entsteht. So entsteht also von dem äußersten Punkte M des Gegenstandes der Bildpunkt m und von N der Bildpunkt n. In derselben Weise entstehen von den übrigen zwischen M und N gelegenen Punkten des Gegenstandes die Bildpunkte zwischen m und n.

Somit entsteht also von dem ganzen Gegenstande auf der anderen Seite der Linse, und zwar hinter dem Brennpunkte, ein umgekehrtes Bild. Dieses Bild ist ein wirkliches oder physisches Bild, denn es kann auf einer Fläche, welche man an die richtige Stelle, nämlich bei *mn*

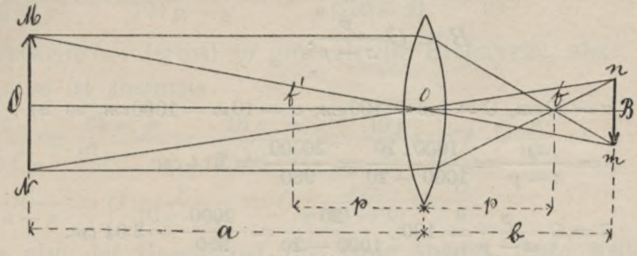


Fig. 16.

hält, aufgefangen und sichtbar gemacht werden, wenn der Raum hinter der Linse verdunkelt ist.

In Wirklichkeit liegt dieses Bild bei einer einfachen Konvexlinse nicht in einer Ebene, wenn auch der Gegenstand *MN* eine Ebene bildet, sondern das Bild ist wegen der Kugelgestalt der Linse ebenfalls gekrümmt. Man kann aber annehmen, daß das Bild in einer Ebene liegt und nennt diese die Bildebene. Die Entfernung dieser Bildebene von der Linse nennt man die Bildweite und diese soll immer mit b bezeichnet sein. Die Entfernung des Gegenstandes oder Objektes von der Linse nennt man die Objektweite und diese soll mit a bezeichnet werden. Hiebei bleibt die Linsendicke außer Betracht, so daß Objekt- und Bildweite bis zum optischen Mittelpunkte der Linse gerechnet wird. Die Größe *MN* des Gegenstandes nennt man Objektgröße und diese soll mit O bezeichnet werden, die Größe *mn* des Bildes nennt man Bildgröße und bezeichnet sie mit B.

In Nr. 25 wurde für Objektweite, Bildweite und Brennweite die Gleichung gefunden $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}$.

Bestimmt man aus dieser Gleichung die Bildweite b, so ist

$$bp + ap = ab$$
$$ap = ab - bp$$
$$ap = b(a - p)$$
$$b = \frac{ap}{a-p}.$$

Ferner ergibt sich aus der Ähnlichkeit der beiden Dreiecke *MNo* und *mno* folgende Proportion

$$MN : mn = a : b$$

oder wenn für *MN* die Bezeichnung O und für *mn* die Bezeichnung B gesetzt wird, $O : B = a : b$

und hieraus ist $B = O\frac{b}{a}$.

Setzt man in diese Gleichung für b den oben gefundenen Wert $b = \frac{ap}{a-p}$ ein, so erhält man

$$B = O \frac{\frac{ap}{a-p}}{a} \text{ und hieraus}$$

$$B = O \frac{p}{a-p}.$$

Z. B.

$$p = 20\,cm,\ O = 1\,m = 100\,cm,\ a = 10\,m = 1000\,cm, \text{ so ist}$$

$$b = \frac{ap}{a-p} = \frac{1000 \,.\, 20}{1000-20} = \frac{20000}{980} = 20{\cdot}4\ cm$$

$$B = O \frac{p}{a-p} = 100 \,.\, \frac{20}{1000-20} = \frac{2000}{980} = 2{\cdot}04\ cm.$$

29. Es sollen nun diese beiden Gleichungen für die Bildweite und Bildgröße etwas näher betrachtet werden. Hiebei sind folgende drei Hauptfälle zu unterscheiden:

I. $a > p$

II. $a = p$

III. $a < p$.

I. Die Objektweite a ist größer als die Brennweite p. Angenommen, die Objektweite a betrage ein Vielfaches der Brennweite p. Es sind nun wieder mehrere Fälle zu betrachten.

1. Die Objektweite sei unendlich groß, also

$$a = \infty p, \text{ so ist}$$

$$b = \frac{ap}{a-p} = \frac{\infty p \,.\, p}{\infty p - p} = \frac{\infty p \,.\, p}{p(\infty - 1)}$$

oder weil 1 gegen ∞ verschwindend klein ist

$$b = \frac{\infty p}{\infty} = p.$$

Ferner:

$$B = O \frac{p}{a-p} = O \frac{p}{\infty p - p} = O \frac{p}{p(\infty - 1)} = \frac{O}{\infty}$$

d. h. das Bild entsteht auf der anderen Seite der Linse im Brennpunkte und ist unendlich klein.

2. Die Objektweite sei 1000 mal so groß als die Brennweite, also $a = 1000\,p$, dann ist

$$b = \frac{ap}{a-p} = \frac{1000\,p \,.\, p}{1000\,p - p} = \frac{1000\,p \,.\, p}{p(1000-1)} = \frac{1000\,p}{999} = p + \frac{p}{999}$$

$$B = O \frac{p}{a-p} = O \frac{p}{1000\,p - p} = O \frac{p}{p(1000-1)} = \frac{O}{999}$$

d. h. das Bild entsteht hinter dem Brennpunkte u. zw. um $\frac{p}{999}$ und hat eine Größe von $\frac{O}{999}$.

3. Die Objektweite sei 100 mal so groß als die Brennweite, also $a = 100p$, so ist wieder

$$b = \frac{ap}{a-p} = \frac{100\,p \,.\, p}{100\,p - p} = \frac{100\,p \,.\, p}{p\,(100-1)} = \frac{100\,p}{99} = p + \frac{p}{99}$$

$$B = O\,\frac{p}{a-p} = O\,\frac{p}{100\,p - p} = O\,\frac{p}{p\,(100-1)} = \frac{O}{99}.$$

4. Die Objektweite sei 10 mal so groß als die Brennweite, also $a = 10p$, so ist abermals

$$b = \frac{ap}{a-p} = \frac{10\,p \,.\, p}{10\,p - p} = \frac{10\,p \,.\, p}{p\,(10-1)} = \frac{10\,p}{9} = p + \frac{p}{9}$$

$$B = O\,\frac{p}{a-p} = O\,\frac{p}{10\,p - p} = O\,\frac{p}{p\,(10-1)} = \frac{O}{9}$$

Je näher also der Gegenstand zur Linse kommt, desto weiter entfernt sich dessen Bild vom Brennpunkte, und desto größer wird es.

5. Die Objektweite ist zweimal so groß als die Brennweite, also $a = 2p$, dann ist

$$b = \frac{ap}{a-p} = \frac{2\,p \,.\, p}{2\,p - p} = \frac{2\,p \,.\, p}{p\,(2-1)} = 2p$$

$$B = O\,\frac{p}{a-p} = O\,\frac{p}{2\,p - p} = O\,\frac{p}{p\,(2-1)} = O.$$

Das Bild entsteht ebenfalls in der doppelten Brennweite hinter der Linse, ist also ebenso weit von der Linse entfernt, wie der Gegenstand und ist ebenso groß wie dieser.

6. Die Objektweite sei $1^1/_2$ mal so groß als die Brennweite, also $a = 1^1/_2\,p$

$$b = \frac{ap}{a-p} = \frac{1^1/_2\,p \,.\, p}{1^1/_2\,p - p} = \frac{1^1/_2\,p \,.\, p}{p\,(1^1/_2 - 1)} = \frac{^3/_2\,p \,.\, p}{^1/_2\,p} = 3\,p$$

$$B = O\,\frac{p}{a-p} = O\,\frac{p}{1^1/_2\,p - p} = O\,\frac{p}{p\,(1^1/_2 - 1)} = O\,\frac{1}{^1/_2} = 2\,O.$$

Rückt also der Gegenstand zwischen die doppelte und einfache Brennweite, so rückt das Bild hinter die doppelte Brennweite und wird g r ö ß e r als der Gegenstand.

II. Nun sei die Objektweite gleich der Brennweite, also $a = p$, dann ist

$$b = \frac{ap}{a-p} = \frac{p \,.\, p}{p - p} = \frac{p \,.\, p}{p\,(1-1)} = \frac{p}{o}$$

$$B = O\,\frac{p}{a-p} = O\,\frac{p}{p-p} = O\,\frac{p}{p\,(1-1)} = \frac{O}{o}.$$

Die Quotienten $\frac{p}{o}$ und $\frac{O}{o}$ sind u n m ö g l i c h, weil sich kein Wert finden läßt, welcher, mit Null multipliziert, p oder O zum Produkt geben würde. Diese Quotienten sind unmöglich, heißt also, e s e n t s t e h t g a r k e i n B i l d, denn die Strahlen verlassen die Linse parallel untereinander und mit der optischen Achse. Es erfolgt kein Durchschnitt und es entsteht also kein Bild.

III. Jetzt sei die Objektweite kleiner, als die Brennweite, das heißt, der Gegenstand befinde sich zwischen dem Brennpunkte f' und der Linse. (Fig. 17.)

Da also $a < p$, so werden in den beiden Gleichungen für die Bildweite und Bildgröße, nämlich $b = \frac{a\,p}{a-p}$ und $B = O\,\frac{p}{a-p}$ die Nenner und daher auch die ganzen Werte negativ, und man hat daher zu schreiben:

$$b = -\frac{a\,p}{p-a} \text{ und } B = -O\,\frac{p}{p-a}.$$

Daß die Bildweite und die Bildgröße negativ sind, ist so zu verstehen: War früher das Bild, wo die Bildweite positiv war, auf der anderen Seite

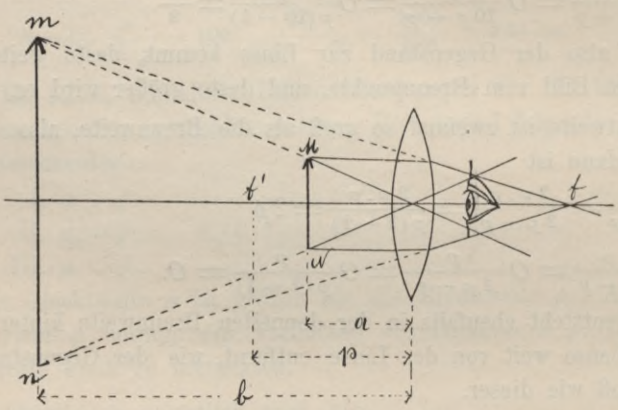


Fig. 17.

der Linse, als der Gegenstand, so befindet sich jetzt, wenn die Bildweite negativ ist, das Bild auf derselben Seite der Linse, wie der Gegenstand. Bezüglich der Bildgröße ist das negative Zeichen so zu verstehen, daß, wenn früher bei positiver Bildgröße das Bild die umgekehrte Lage des Gegenstandes hatte, es jetzt bei negativer Bildgröße dieselbe Lage hat, wie der Gegenstand.

Wenn nämlich von einem Gegenstande MN (Fig. 17), der sich zwischen dem Brennpunkte und der Linse befindet, Strahlen an die Linse gelangen, so verlassen diese die Linse in einer solchen Richtung, daß nur ihre Verlängerungen nach rückwärts sich mit den ebenfalls nach rückwärts verlängerten Hauptstrahlen in den Punkten m und n schneiden würden, so daß ein Auge, welches sich nahe an der Linse befindet und durch diese sieht, den Eindruck bekommt, als ob die Strahlen nicht von dem Gegenstande MN, sondern von dem Bilde mn ausgehen würden. Das Bild entsteht also nicht durch eine wirkliche Vereinigung von Strahlen, man kann es daher nicht auf einer Fläche auffangen, und sieht es auch nicht von einer beliebigen Stelle aus, sondern nur, wenn das Auge durch die Linse auf den Gegenstand schaut.

Dieses Bild ist daher kein wirkliches, physisches, sondern nur ein imaginäres oder Scheinbild.

Für die weitere Betrachtung der beiden Gleichungen können jetzt die Vorzeichen wegbleiben und es ist einfach zu schreiben

$$b = \frac{a\,p}{p - a} \text{ und } B = O\,\frac{p}{p - a}.$$

Die Objektweite sei ein bestimmter Teil der Brennweite und zwar:

1. Die Objektweite a sei gleich $^3/_4$ der Brennweite, also $a = {}^3/_4\,p$: dann ist

$$b = \frac{{}^3/_4\,p \cdot p}{p - {}^3/_4\,p} = \frac{{}^3/_4\,p \cdot p}{p\,(1 - {}^3/_4)} = \frac{{}^3/_4\,p}{{}^1/_4} = 3\,p.$$

$$B = O\,\frac{p}{p - {}^3/_4\,p} = O\,\frac{p}{p\,(1 - {}^3/_4)} = O\,\frac{1}{{}^1/_4} = 4\,O.$$

Das scheinbare Bild befindet sich in der dreifachen Brennweite und ist viermal so groß, als der Gegenstand.

2. Die Objektweite a sei gleich der halben Brennweite, der Gegenstand befinde sich also genau in der Mitte zwischen Brennpunkt und Linse. $a = {}^1/_2\,p$

$$b = \frac{a\,p}{p - a} = \frac{{}^1/_2\,p \cdot p}{p - {}^1/_2\,p} = \frac{{}^1/_2\,p \cdot p}{p\,(1 - {}^1/_2)} = \frac{{}^1/_2\,p}{{}^1/_2} = p$$

$$B = O\,\frac{p}{p - a} = O\,\frac{p}{p - {}^1/_2\,p} = O\,\frac{p}{p\,(1 - {}^1/_2)} = O\,\frac{1}{{}^1/_2} = 2\,O.$$

Das Bild erscheint im Brennpunkte und ist doppelt so groß, als der Gegenstand.

Wenn die Resultate der vorstehenden Betrachtungen in Worten zusammengefaßt werden, so findet man folgendes:

1. Befindet sich der Gegenstand in unendlicher Entfernung, so entsteht ein wirkliches, umgekehrtes Bild auf der anderen Seite der Linse im Brennpunkte und ist unendlich klein.
2. Je näher der Gegenstand an die Linse kommt, desto weiter entfernt sich das wirkliche, umgekehrte Bild auf der anderen Seite der Linse von dieser und desto größer wird das Bild.
3. Befindet sich der Gegenstand in der doppelten Brennweite vor der Linse, so entsteht das wirkliche, umgekehrte Bild auf der anderen Seite der Linse, ebenfalls in der doppelten Brennweite, und ist genau ebenso groß, wie der Gegenstand.
4. Befindet sich der Gegenstand zwischen der doppelten und einfachen Brennweite vor der Linse, so entsteht das wirkliche, umgekehrte Bild auf der anderen Seite der Linse in einer größeren Entfernung als die doppelte Brennweite, und dieses wirkliche, umgekehrte Bild ist größer, als der Gegenstand.
5. Befindet sich der Gegenstand in der einfachen Brennweite vor der Linse, so entsteht überhaupt kein Bild, denn die Strahlen verlassen die Linse parallel untereinander und zur optischen Achse.

6. Befindet sich der Gegenstand zwischen dem einfachen Brennpunkte und der Linse, so sieht ein hinter der Linse befindliches Auge das scheinbare, aufrechte, vergrößerte Bild auf derselben Seite der Linse, wo sich der Gegenstand befindet. Je näher der Gegenstand an die Linse rückt, desto näher kommt auch das scheinbare, aufrechte, vergrößerte Bild, und desto kleiner wird dieses.

Die Lupe.

§ 13.

30. Unter einer Lupe (auch einfaches Mikroskop genannt) versteht man eine Konvexlinse von kleiner Brennweite, welche zur Vergrößerung naher Gegenstände dient.

Wenn das Auge einen sehr kleinen Gegenstand betrachtet, so ist der Gesichtswinkel zu klein, wenn man den Gegenstand in der günstigsten Sehweite hält. Nähert man den Gegenstand dem Auge, so wird allerdings der Gesichtswinkel größer, und der Gegenstand würde dem Auge größer erscheinen, aber weil dann der Gegenstand zu nahe beim Auge ist, kann er nicht deutlich gesehen werden. Schiebt man nun zwischen das Auge und den nahe vor diesem befindlichen Gegenstand eine Linse von kleiner Brennweite, so daß der Gegenstand zwischen dem Brennpunkte und der Linse sich befindet, so bleibt der Gesichtswinkel derselbe größere, das Auge sieht aber nicht den nahen Gegenstand, sondern es sieht das vergrößerte Bild, indem es den Eindruck empfängt, als ob die Strahlen von diesem ausgehen würden. (Fig. 18.)

Es kommt also hier der III. Fall bezüglich der Bildweite und Bildgröße in Betracht, wo die Objektweite kleiner ist, als die Brennweite, und

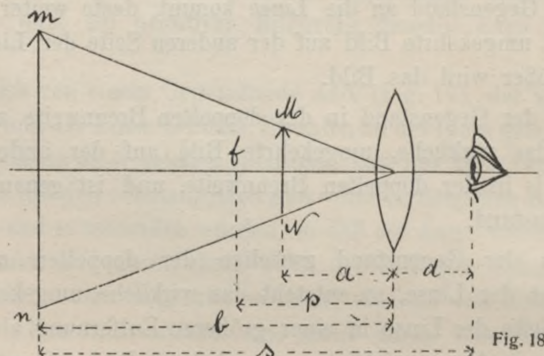


Fig. 18.

ein durch die Linse schauendes Auge ein aufrechtes, vergrößertes Scheinbild des Gegenstandes sieht. Dieses Bild muß sich also in der günstigsten Sehweite befinden, wenn es deutlich gesehen werden soll.

Bezeichnet man die günstigste Sehweite mit s, die Entfernung der Linse vom Auge mit d, die Bildweite mit b, Gegenstandsweite mit a und Brennweite mit p, so ist zunächst

$$b + d = s$$
$$b = s - d.$$

Ferner ist, weil hier $a < p$ für die Bildweite nach Weglassung des negativen Vorzeichens die Formel zu nehmen

$$b = \frac{a\,p}{p - a}.$$

Stellt man diese beiden Werte für die Bildweite einander gleich, so ist

$$s - d = \frac{a\,p}{p - a}.$$

Ferner, wenn von beiden Seiten der Gleichung die reziproken Werte genommen werden

$$\frac{1}{s - d} = \frac{p - a}{a\,p}$$

und wenn auf der rechten Seite die Division durch $a\,p$ ausgeführt wird

$$\frac{1}{s - d} = \frac{1}{a} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{s - d} + \frac{1}{p}.$$

Aus dieser Gleichung ersieht man Folgendes:

Die Gegenstandsweite a wird um so größer, d. h. man muß den Gegenstand um so weiter von der Linse entfernt halten, je größer die Sehweite s, je größer die Brennweite p, und je kleiner die Entfernung d des Auges von der Linse wird.

Für die Bildgröße ergibt sich aus der Proportion

$$M\,N : m\,n = a : b$$

$$\text{oder} \quad O : B = a : b$$

die Formel

$$B = O \frac{b}{a}$$

$$\text{oder } B = O \,.\, b \frac{1}{a}$$

und wenn für b dessen Wert $s - d$ und

für $\frac{1}{a}$ der oben erhaltene Wert $\left(\frac{1}{s - d} + \frac{1}{p}\right)$ gesetzt wird

$$B = O\,(s - d)\left(\frac{1}{s - d} + \frac{1}{p}\right)$$

und nach Durchführung der angezeigten Multiplikation

$$B = O\left(1 + \frac{s - d}{p}\right).$$

Dividiert man die Bildgröße B durch die Gegenstandsgröße O, so nennt man diesen Quotienten die Vergrößerung, bezeichnet man diese mit V, so ist

$$V = 1 + \frac{s - d}{p}.$$

Man sieht also, daß die Bildgröße und daher auch die Vergrößerung umso größer wird, je größer die günstige Sehweite s, je kleiner die Entfernung d des Auges von der Linse, und je kleiner die Brennweite wird.

Bei einer und derselben Linse (derselben Brennweite) muß also ein presbyopisches Auge die Linse weiter vom Gegenstande halten, als ein normales, und dieses wieder weiter, als ein myopisches, und es erhält das presbyopische Auge ein größeres Bild als ein normales, und dieses wieder ein größeres, als ein myopisches.

Hält man die Linse knapp ans Auge, sodaß also $d = 0$ wird, so erreicht die Vergrößerung ihren größten Wert, nämlich

$$V = 1 + \frac{s}{p}.$$

Hält man aber die Linse so, daß das Auge in den Brennpunkt der Linse kommt, so ist $d = p$ und dann ist die Vergrößerung

$$V = \frac{s}{p}.$$

31. Zu Lupen können nur Linsen mit kleiner Brennweite verwendet werden, denn um einen großen Gesichtswinkel zu bekommen, muß der Gegenstand sehr nahe zum Auge kommen, es muß also die Gegenstandsweite bedeutend kleiner sein als die günstigste Sehweite, und auch kleiner als die Brennweite. Es können also nur Linsen verwendet werden, deren Brennweite bedeutend kleiner ist, als die günstigste Sehweite.

Die Linse wird mit einer Fassung und einer Handhabe aus Metall oder Horn versehen. Häufig ist auch eine Blende vorhanden, um die Randstrahlen abzuhalten und so die sphärische Abweichung zu beseitigen.

In der Geodäsie findet die Lupe Verwendung beim Abgreifen und Auftragen von Längen, beim Durchpikieren von Punkten, Anlegen von Linealen an Punkte u. a., ferner zum Ablesen an Teilungen. In letzterem Falle ist sehr häufig die Lupe schon an dem Instrument befestigt und ist dann oft eine Wilson'sche Lupe.

Diese besteht aus einem Röhrchen, an dessen einem Ende eine Linse befestigt ist, am anderen Ende ist eine Öffnung für das Auge. (Fig. 19.) In der Mitte ist ein Diaphragma zur Abhaltung der Randstrahlen. Die Länge des Röhrchens ist gleich der Brennweite der Linse, sodaß sich also das Auge im Brennpunkte befindet, es ist somit die Vergrößerung $V = \frac{s}{p}$.

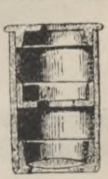


Fig. 19.

Das Röhrchen ist so angebracht, daß die Linse je nach der günstigsten Sehweite des Beobachters dem Gegenstande (Teilung) beliebig genähert werden kann.

Das zusammengesetzte Mikroskop.

§ 14.

32. Das zusammengesetzte Mikroskop besteht im Prinzipe aus einer metallenen, innen geschwärzten Röhre, an deren einem Ende sich eine aplanatische Konvexlinse mit kleiner Brennweite, die Objektivlinse befindet, daher heißt auch die Röhre die Objektivröhre. In der Objektivröhre ist eine zweite Röhre, die Okularröhre, verschiebbar, welche ebenfalls am Ende eine Konvexlinse, das Okular, enthält. Die optischen Achsen der beiden Linsen fallen in eine Gerade zusammen. (Fig. 20.) Die Brennweite der Objektivlinse sei p, jene der Okularlinse q. Hält man das Mikroskop so, daß ein kleiner Gegenstand MN zwischen der einfachen und doppelten Brennweite der Objektivlinse sich befindet, so erzeugt diese von dem Gegenstand ein umgekehrtes vergrößertes physisches Bild mn hinter der doppelten Brennweite. Verschiebt man nun die Okularröhre, sodaß dieses physische Bild mn zwischen den Brennpunkt und die Okularlinse zu liegen kommt, so wirkt letztere als Lupe, und ein durch die Okularlinse schauendes Auge sieht nicht das physische Bild mn, sondern das abermals vergrößerte Scheinbild $m'n'$.

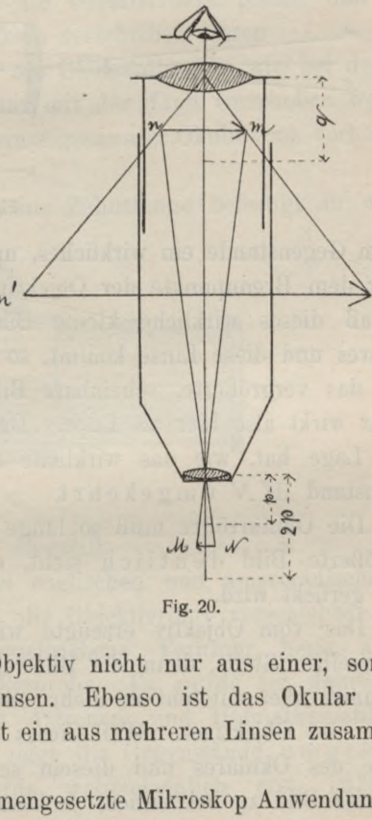


Fig. 20.

In der Regel besteht aber das Objektiv nicht nur aus einer, sondern aus zwei oder mehr aplanatischen Linsen. Ebenso ist das Okular nicht eine einfache Konvexlinse, sondern es ist ein aus mehreren Linsen zusammengesetztes Okular.

In der Geodäsie findet das zusammengesetzte Mikroskop Anwendung bei den großen Theodoliten zum genauen Ablesen. Es enthält dann auch noch in der Okularröhre an jener Stelle, wo das vergrößerte, physische Bild mn entsteht, ein sogenanntes Mikrometer, dessen Einrichtung im § 18 beschrieben ist.

Das Fernrohr.

1. Das einfache astronomische Fernrohr.

§ 15.

33. Auch das Fernrohr besteht aus zwei ineinander verschiebbaren, innen geschwärzten Röhren. An dem, dem Gegenstande zugekehrten Ende der Objektivröhre ist eine aplanatische Konvexlinse von größerer Brennweite (etwa 10 bis 40 *cm*) angebracht, welche Objektivlinse oder kurz Objektiv genannt wird (Fig. 21). In der Okularröhre ist am Ende, wo sich das Auge befindet, ebenfalls eine Konvexlinse von ganz kleiner Brennweite befestigt, die Okularlinse oder das Okular. Die optischen Achsen beider Linsen fallen in eine Gerade zusammen.

Hält man das Fernrohr so, daß das Objektiv gegen einen entfernten Gegenstand MN gerichtet ist (Fig. 16), so erzeugt die Objektivlinse von

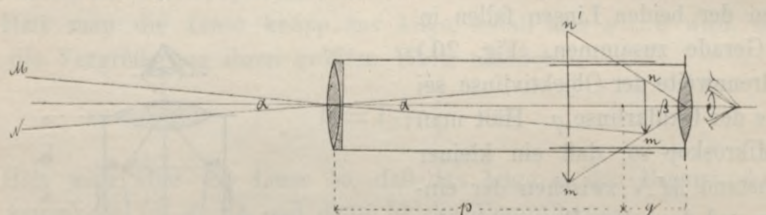


Fig. 21.

diesem Gegenstande ein wirkliches, umgekehrtes, kleines Bildchen mn knapp hinter dem Brennpunkte der Objektivlinse. Stellt man nun die Okularröhre so, daß dieses wirkliche kleine Bildchen zwischen den Brennpunkt des Okulares und diese Linse kommt, so wird ein durch das Okular schauendes Auge das vergrößerte, scheinbare Bild $m'n'$ des Gegenstandes sehen. Das Okular wirkt also hier als Lupe. Da das vergrößerte Scheinbild $m'n'$ dieselbe Lage hat, wie das wirkliche Bildchen mn, so sieht das Auge den Gegenstand MN umgekehrt.

Die Okularröhre muß so lange verschoben werden, bis das Auge das vergrößerte Bild deutlich sieht, d. h. bis dieses in die günstigste Sehweite gerückt wird.

Das vom Objektiv erzeugte wirkliche Bildchen entsteht nicht immer an derselben Stelle, denn die Bildweite hängt ja von der Gegenstandsweite ab, immer aber entsteht es mehr oder weniger weit hinter dem Brennpunkte des Objektives. Weil dieses Bildchen wieder zwischen dem Brennpunkte des Okulares und diesem selbst sich befinden muß, um ein vergrößertes Bild zu bekommen, so kann man häufig ohne großen Fehler annehmen, daß der hintere Brennpunkt des Objektives mit dem vorderen Brennpunkte des Okulares nahe zusammenfällt. Wenn also die Brennweite des Objektives mit p und jene des Okulares mit q bezeichnet wird, so kann man annehmen, daß die Entfernung des Okulares vom Objektive nahezu $p + q$ ist.

Nachdem das wirkliche Bildchen mn nicht immer an derselben Stelle entsteht, so muß jedesmal beim Gebrauche des Fernrohres die Okularröhre entsprechend verschoben werden, und zwar muß diese bei Betrachtung eines weit entfernten Gegenstandes mehr hineingeschoben, und bei einem näher liegenden Gegenstande mehr herausgezogen werden. Auch bei einem und demselben Gegenstande kann die Okularröhre für verschiedene Augen nicht dieselbe Stellung behalten. Da ein myopisches Auge die Lupe dem Gegenstande (wirkliches kleines Bildchen) mehr nähern, ein presbyopisches Auge diese von dem Gegenstande mehr entfernen muß als ein normales, so muß daher bei demselben Gegenstande für ein myopisches Auge das Okular mehr hineingeschoben, für ein presbyopisches mehr herausgezogen werden, als für ein normales.

Bei dieser Verschiebung der Okularröhre dürfen die optischen Achsen der beiden Linsen nicht aus einer einzigen Geraden gebracht werden, es muß daher die Okularröhre genau in die Objektivröhre passen und sich zwar leicht, aber doch ohne jedes Wackeln verschieben lassen.

Bei älteren Instrumenten mußte die Okularröhre so wie bei den zusammenschiebbaren Taschenfernröhren nur mit der Hand verschoben werden. Bei neueren Instrumenten ist dagegen ein sogenannter Okulartrieb vorhanden. (Fig. 22.)

Auf der Okularröhre ist nämlich eine Zahnstange befestigt, in welche

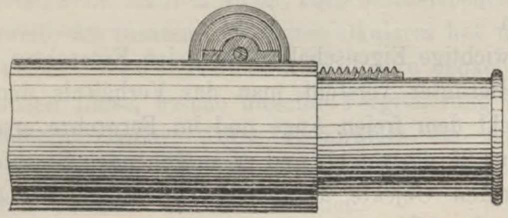


Fig. 22.

ein von außen drehbares Zahnrädchen eingreift.

Mitunter ist auch, besonders bei englischen und amerikanischen Instrumenten, nicht die Okular- sondern die Objektivröhre verschiebbar.

34. Das im Vorstehenden beschriebene Fernrohr heißt **astronomisches** oder **Kepler'sches** Fernrohr. Es wurde im Jahre 1611 von Johann Kepler, der zu jener Zeit Astronom und Hofmathematiker in Prag war, erfunden. Dieses Fernrohr zeigt die Gegenstände **umgekehrt**. Das erste derartige Instrument wurde wahrscheinlich erst 1613 von Scheiner geliefert.

Ein anderes Fernrohr ist das **holländische** oder **Gallilei'sche**. Dieses wurde am 2. Oktober des Jahres 1608 von Hans Lippersheim, Optiker in Middelburg in Holland, den Generalstaaten vorgelegt. Die Priorität der Erfindung wurde ihm von Zacharias Jansen, ebenfalls Optiker in Middelburg, streitig gemacht, und noch die Nachkommen dieser zwei Optiker stritten um die Priorität. Es scheint jedoch, daß der wirkliche Erfinder Lippersheim war, der aber auch nur den Anregungen des Mathematikers Adrian Metius gefolgt war. Im Mai 1609 hörte von dieser Erfindung der Physiker Gallileo Gallilei in Padua, und es gelang ihm selbständig ein Fernrohr zu konstruieren, welches dasselbe leistete, wie das holländische.

Dieses Fernrohr hat ebenfalls als Objektiv eine Konvexlinse, als Okular jedoch eine Konkavlinse und liefert aufrechte Bilder in ihrer natürlichen Lage.

Im Jahre 1645 erfand der Kapuziner de Rheita das terrestrische Fernrohr, welches gleichfalls aufrechte Bilder gibt. Dieses hat eine Konvexlinse als Objektiv und statt einer einzigen Okularlinse in der Regel deren vier.

Newton konstruierte im Jahre 1671 das erste Spiegelteleskop.

Für geodätische Instrumente findet fast ausschließlich das astronomische Fernrohr Anwendung, da dieses eine starke Vergrößerung und große Helligkeit gestattet. Das Gesichtsfeld ist allerdings etwas beschränkt, dieser Umstand kommt jedoch bei geodätischen Instrumenten ebensowenig in Betracht wie jener, daß man die Bilder verkehrt sieht.

Das terrestrische Fernrohr findet bei geodätischen Instrumenten nur ausnahmsweise Anwendung, weil durch die vielen Linsen viel Licht absorbiert wird.

Das holländische Fernrohr findet nur Anwendung bei Feldstechern und Theatergläsern, weil es nicht mit einem Fadenkreuze versehen werden kann.

Es soll nun im folgenden das astronomische Fernrohr etwas näher betrachtet werden.

35. Eine wichtige Eigenschaft eines jeden Fernrohres ist dessen Vergrößerung. Hierunter versteht man das Verhältnis der Winkel, unter welchem ein Objekt dem freien Auge und im Fernrohre erscheint.

Sind in Figur 21 die von M und N ausgehenden Strahlen die äußersten von einem entfernten Objekte ausgehenden Strahlen, so ist der Winkel α, den diese miteinander bilden, der Gesichtswinkel, unter welchem der Gegenstand dem freien Auge erscheinen würde. Unter dem Winkel β aber erscheint der Gegenstand im Fernrohre. Es ist demnach die Vergrößerung

$$V = \frac{\beta}{\alpha}.$$

Da sich kleine Winkel ebenso verhalten, wie ihre Funktionen, so kann man statt der beiden Winkel β und α auch ihre Tangenten setzen.

Es ist also

$$V = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Da das Bild eines entfernten Gegenstandes knapp hinter dem Brennpunkte der Objektivlinse entsteht, und da dieses Bild zwischen den Brennpunkt der Okularlinse und diese selbst fallen muß, so kann man nahezu annehmen, daß

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{m\,n}{q}$$

$$\text{und } \operatorname{tang} \alpha = \frac{mn}{p}$$

$$\text{daher } V = \frac{mn}{q} : \frac{mn}{p} = \frac{mn \cdot p}{mn \cdot q} = \frac{p}{q}$$

d. h. in Worten: „Man findet die Vergrößerungszahl des einfachen astronomischen Fernrohres, wenn man die Brennweite des Objektives durch die Brennweite des Okulares dividiert."

Wäre z. B. die Brennweite des Objektives 30 *cm*, jene des Okulares 1·5 *cm*, so ist $V = \frac{30}{1 \cdot 5} = 20$.

Um die Brennweiten der Objektiv- und der einfachen Okularlinse zu finden, könnte man den bekannten einfachen Vorgang wählen, daß man jede der beiden Linsen aus der Röhre herausschraubt und gegen die Sonne hält, sodaß die Sonnenstrahlen senkrecht auf die Linse fallen. Hinter die Linse hält man ein Blatt Papier in einer solchen Entfernung, daß das entstehende Sonnenbildchen am kleinsten, d. h. als ein scharf begrenzter lichter Punkt erscheint, worauf man die Entfernung des Papieres von der Linse mißt.

Eine einfache Okularlinse wird sich aber gegenwärtig nur mehr bei einem sehr alten Instrumente vorfinden. Bei den neueren Fernrohren findet sich stets ein aus mehreren Linsen zusammengesetztes Okular vor.[1])

Bei einem solchen, aus mehreren Linsen bestehenden Okulare kann man aber die Brennweite nicht in dieser, eben beschriebenen Weise ermitteln. Unter der Brennweite des zusammengesetzten Okulares hat man sich nämlich die Brennweite der äquivalenten Linse zu denken, d. h. die Brennweite jener einfachen Linse, welche dieselbe Vergrößerung geben würde, wie das zusammengesetzte Okular. Diese Brennweite der äquivalenten Linse muß aus den Brennweiten und Entfernungen der einzelnen Linsen des zusammengesetzten Okulares berechnet werden.

Dieser Vorgang wäre aber zu umständlich.

Man wählt daher zur Bestimmung der Vergrößerungszahl einen praktischen Weg in folgender Weise.

Man stellt in einer genau abgemessenen Entfernung D vom Objektiv des Fernrohres (z. B. 100 *m*), einen scharf begrenzten Gegenstand von bestimmter Größe H auf, z. B. eine Latte von 2 *m* Länge, so ist

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{H}{D} = \frac{2}{100}.$$

Sieht man durch das Fernrohr auf den Gegenstand, stellt die Okularröhre entsprechend ein und öffnet nun unbefangen das zweite Auge, so kann man mit einem Maßstabe oder Zirkel, den man in der günstigsten Sehweite vom Auge hält, die Größe des vergrößerten Bildes und ebenso dessen Ent-

[1]) Die zusammengesetzten Okulare werden im § 16 besprochen.

fernung vom Auge messen. Nennt man die Größe h und die Entfernung d, z. B. $h = 8$ *cm* und $d = 20$ *cm*, so ist

$$\operatorname{tang}\beta = \frac{h}{d} = \frac{0{\cdot}08}{0{\cdot}2}$$

daher die Vergrößerung

$$V = \frac{\operatorname{tang}\beta}{\operatorname{tang}\alpha} = \frac{h}{d} : \frac{H}{D} = \frac{h \,.\, D}{d \,.\, H} = \frac{0{\cdot}08 \,.\, 100}{0{\cdot}2 \,.\, 2} = 20.$$

36. Eine weitere sehr wichtige Eigenschaft jedes Fernrohres ist dessen Gesichtsfeld. Hierunter versteht man den Raum, der auf einmal durch das Fernrohr übersehen werden kann.

Die Größe dieses Raumes wird ausgedrückt durch den Winkel α, den die äußersten, vom Gegenstande ausgehenden Strahlen noch miteinander bilden dürfen, um ins Auge zu gelangen. (Siehe Fig. 23.)

Der Winkel α wird wieder bestimmt durch den Durchmesser rs des Blendringes des Okulares, welcher nicht größer sein darf als etwa 0·5 bis 0·6

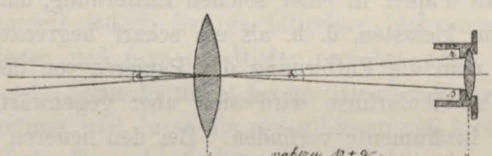


Fig. 23.

der Brennweite q des Okulares (wegen der sphärischen Abweichung). Da die Entfernung der Okularlinse von der Objektivlinse nahezu gleich der Summe der Brennweiten von Objektiv und Okular angenommen werden kann (siehe Nr. 30), so ist demnach, wenn die Brennweite des Objektives p ist,

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{rs}{p+q} = \frac{0{\cdot}6\,q}{p+q} = \frac{0{\cdot}6}{\frac{p+q}{q}} = \frac{0{\cdot}6}{\frac{p}{q}+1} = \frac{0{\cdot}6}{V+1}$$

daher auch
$$\alpha'' = 206265\,\frac{0{\cdot}6}{V+1}\,.$$

Je stärker also die Vergrößerung des Fernrohres ist, desto kleiner wird das Gesichtsfeld.

Wäre z. B. die Vergrößerungszahl bei einem Fernrohre 20, bei einem zweiten 30, so ist

$$\alpha'' = 206265\,\frac{0{\cdot}6}{20+1} = \frac{123759}{21} = 5893'' = 98' \quad = 1^0\,38'\,13''$$

und
$$\alpha'' = 206265\,\frac{0{\cdot}6}{30+1} = \frac{123759}{31} = 3992'' = 66'\,30'' = 1^0\,6'\,30''.$$

Bei geodätischen Instrumenten, wo das Fernrohr nur dazu dient, ein Zielobjekt (Stange od. dgl.) anzuvisieren, ist ein großes Gesichtsfeld nicht notwendig, man kann also hier ruhig die Vergrößerung auf Kosten des Gesichtsfeldes verstärken.

37. Ferner hat man bei jedem Fernrohre die Schärfe und Helligkeit des Bildes zu beachten. Diese beiden Eigenschaften sind

insbesondere für die Fernrohre der geodätischen Instrumente von sehr großer Bedeutung, mit denen an in Zentimeter geteilten Latten einzelne Millimeter abgeschätzt werden müssen. Da ist also Schärfe und Helligkeit des Bildes sehr nötig.

Ein scharfes Bild eines Gegenstandes wird man erhalten, wenn die von einem Punkte eines Gegenstandes ausgehenden Strahlen sich im Bilde wieder scharf in einem Punkte vereinigen. Infolge der sphärischen und chromatischen Abweichung geschieht aber bekanntlich diese Vereinigung nicht in einem Punkte.

Um daher ein scharfes Bild zu bekommen, müssen Objektiv und Okular von der sphärischen und chromatischen Abweichung möglichst befreit sein. Es muß also das Objektiv eine aplanatische Linse und auch das Okular aus mehreren Linsen zusammengesetzt sein.

Bezüglich der Helligkeit des Fernrohrbildes ist die Lichtmenge zu betrachten, welche der leuchtende Gegenstand ins Fernrohr sendet, und welche wieder ins Auge gelangt.

Jeder Punkt eines selbst leuchtenden oder beleuchteten Gegenstandes sendet einen Strahlenkegel aus. Betrachtet man den Gegenstand mit freiem Auge, so wird dieses von jedem Punkte des Gegenstandes einen Lichtkegel aufnehmen, dessen Grundfläche die Pupillenöffnung des Auges ist.

In das Fernrohr dagegen sendet jeder Punkt einen Lichtkegel, der die Objektivöffnung des Fernrohres zur Grundfläche hat. Die Flächen der zwei Kreise, Pupille und Objektivöffnung, verhalten sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser, es werden sich daher auch die in das Auge und in das Fernrohr gelangenden Lichtmengen verhalten wie die Quadrate dieser Durchmesser.

Bezeichnet man die in das freie Auge gelangende Lichtmenge mit l und die in das Fernrohr gelangende mit L, ferner den Durchmesser der Pupille (der allerdings veränderlich ist) mit d, und jenen der Objektivöffnung mit D, so verhält sich

$$l : L = d^2 : D^2$$

und hieraus ist die ins Fernrohr gelangende Lichtmenge

$$L = \frac{l\,D^2}{d^2}.$$

Bezeichnet man die ins freie Auge gelangende Lichtmenge als die natürliche Helligkeit und nimmt diese als 1 an, und bezeichnet man ferner das Verhältnis dieser natürlichen Helligkeit zur Pupillenöffnung, also den Quotienten $\frac{l}{d^2} = \frac{1}{d^2}$ mit h, so ist dann die ins Fernrohr gelangende Lichtmenge

$$L = h\,.\,D^2.$$

Diese von jedem Punkte des Gegenstandes in das Fernrohr gesendete Lichtmenge vereinigt sich wieder in dem Bildpunkte. Es erhält also das vom Objektiv erzeugte Bild umsomehr Licht, je größer die Objektivöffnung ist.

Durch das Okular wird das vom Objektive erzeugte Bild vergrößert, somit die vorhandene Lichtmenge auf eine größere Fläche verteilt, und dadurch die Helligkeit kleiner. Die Flächenvergrößerung findet im quadratischen Verhältnisse der Vergrößerungszahl statt, sodass dann die Helligkeit H des vergrößerten Bildes mit dem Quadrate der Vergrößerungszahl abnimmt, es ist also die Helligkeit des Fernrohrbildes

$$H = h \cdot \frac{D^2}{v^2};$$

Bei demselben Durchmesser der Objektivöffnung wird demnach die Helligkeit des Bildes mit zunehmender Vergrößerung kleiner.

Nimmt man z. B. den Durchmesser der Pupille mit 2 *mm* an, so ist

$$h = \frac{1}{d^2} = \frac{1}{4}.$$

Die geodätischen Fernrohre haben in der Regel Objektivöffnungen von 30 bis 40 *mm*, so wäre dann die Helligkeit des Fernrohrbildes

$$H = \frac{1}{4} \cdot \frac{900}{v^2} \text{ oder } H = \frac{1}{4} \cdot \frac{1600}{v^2}.$$

Nimmt man in beiden Fällen die Vergrößerungszahl mit 20 an, so ist

$$H = \frac{1}{4} \cdot \frac{900}{400} = 0{\cdot}56 \text{ und } H = \frac{1}{4} \cdot \frac{1600}{400} = 1{\cdot}00.$$

Wäre dagegen die Vergrößerungszahl 30, so ist

$$H = \frac{1}{4} \cdot \frac{900}{900} = 0{\cdot}25 \text{ und } H = \frac{1}{4} \cdot \frac{1600}{900} = 0{\cdot}44.$$

Es wäre also durchaus nicht praktisch, einem Fernrohre mit nur 30 *mm* Objektivöffnung eine Vergrößerung von 30 zu geben, weil dadurch die Helligkeit zu sehr vermindert würde.

Bei diesen Betrachtungen ist auf die Absorption der Lichtstrahlen durch die Linsen des Fernrohres, die oft bedeutend ist, keine Rücksicht genommen.

38. Um das vom Objektive erzeugte Bild möglichst hell und vollständig zu sehen, muß sich das Auge in jenem Punkte hinter dem Okulare befinden, in welchem alle vom Objektive kommenden Strahlen vereinigt werden. Dieser Punkt heißt daher der **Augpunkt** des Fernrohres. Dessen Lage kann man durch folgende Betrachtung finden: Wenn von einem vor dem Objektiv eines Fernrohres befindlichen Gegenstande MN (siehe Fig. 24) die Strahlen

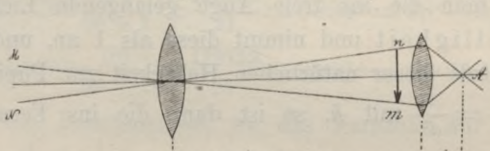


Fig. 24.

ins Objektiv gelangen, so erzeugen diese hinter dem Brennpunkte das kleine wirkliche Bild mn, gehen dann weiter an die Okularlinse, werden durch diese gebrochen und vereinigen sich in dem Punkte A. Wenn sich also hier das

Auge befindet, so wird es alle vom Gegenstande ausgehenden, ins Objektiv gelangende Strahlen aufnehmen. Es ist also dieser Punkt A der Augpunkt. Um dessen Lage zu bestimmen, kann jetzt die Okularlinse als die bilderzeugende Linse, der Punkt A als der Bildpunkt und der optische Mittelpunkt O des Objektives als der leuchtende Punkt betrachtet werden.

Es ist dann die fragliche Entfernung des Augpunktes A von der Okularlinse die Bildweite b, und die Entfernung der Okular- von der Objektivlinse die Objektweite a. Man bekommt dann nach der allgemeinen Formel $b = \frac{ap}{a-p}$ die fragliche Entfernung des Augpunktes.

In diese Formel ist für a die Entfernung der beiden Linsen vóneinander einzusetzen, welche nahezu gleich ist der Summe der beiden Brennweiten. Bezeichnet man die Brennweite des Objektives mit p, jene des Okulares mit q, so ist nahezu $a = p + q$.

Ebenso ist in die Formel für p jetzt die Brennweite des Okulares, also q zu schreiben. Es ist somit

$$b = \frac{(p+q)\,q}{(p+q)-q} = \frac{(p+q)\,q}{p}.$$

Da die Brennweite q des Okulares gegen die Brennweite p des Objektives sehr klein ist, so kann man annehmen, daß $\frac{p+q}{p}$ nahezu gleich 1 ist, wodurch dann

$$b = \text{nahezu } q.$$

Um also alle vom Objektive kommenden Strahlen aufzunehmen und das Bild möglichst hell und vollständig zu sehen, muß sich das Auge nahezu im Brennpunkte der Okularlinse befinden. Zu diesem Zwecke ist in der Regel schon die Okularlinse in ihrer Fassung etwas vertieft angebracht, sodaß das Auge in den Brennpunkt kommt, wenn es an die äußere Öffnung der Okularröhre gehalten wird.

2. Die zusammengesetzten Okulare.

§ 16.

39. Das im vorigen § 15 betrachtete einfache astronomische oder Kepler'sche Fernrohr leidet durch die sphärische und chromatische Abweichung und gibt nur bei schwacher Vergrößerung und kleinem Gesichtsfeld gute Bilder. Wie schon erwähnt wurde, finden daher zu den Objektiven der geodätischen Fernrohre aplanatische Linsen Anwendung, welche aus einer Konvexlinse aus Crown- und einer Konkavlinse aus Flintglas zusammengesetzt sind, welche beide außerdem passende Krümmungshalbmesser haben, um auch die sphärische Abweichung möglichst zu beseitigen. Diese Linsenkombination kann als einfache Linse betrachtet werden.

Um auch beim Okulare die sphärische und chromatische Abweichung zu beseitigen, wählt man statt einer Linse zwei getrennt stehende von derselben Glassorte und verteilt die Brechung auf beide Linsen.

Das Zusammenwirken der beiden Linsen kann man in folgender Weise erklären. Denke man sich in Fig. 25 unter L eine Linse mit der Brennweite p und unter L' eine zweite Linse mit einer Brennweite p', welche sich zwischen der ersten Linse und deren Brennpunkt f befindet. Die optischen Achsen beider Linsen fallen in eine Gerade zusammen.

Fällt nun auf die Linse L ein Lichtstrahl mn parallel mit der optischen Achse, so würde er, wenn die zweite Linse L' nicht da wäre, in den Brennpunkt f der Linse L gebrochen werden. Durch die zweite Linse L' aber

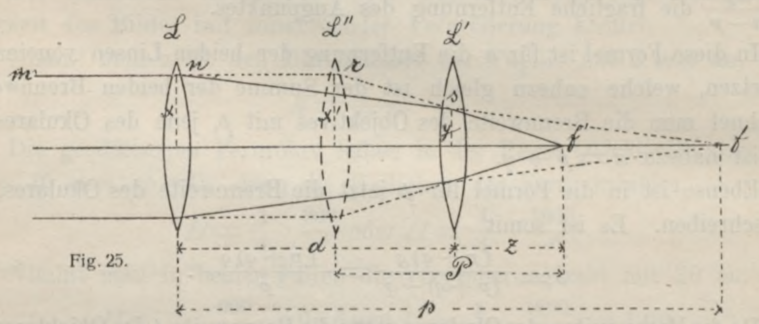


Fig. 25.

wird der gebrochene Strahl ns abermals gebrochen, sodaß er statt nach f, nunmehr nach f' gelangt.

Denkt man sich die Geraden $f's$ und mn beide bis zu ihrem Durchschnitte in r verlängert, so kann man sich hier eine Linse L'' denken mit der Brennweite P, welche allein den zur optischen Achse parallelen Strahl nach demselben Punkte f' brechen würde, wie die beiden Linsen L und L' zusammen.

Diese Linse L'' nennt man die äquivalente Linse der beiden Linsen L und L'. Diese äquivalente Linse hat man sich bei den bisherigen Betrachtungen an Stelle des einfachen Okulares zu denken.

Die Berechnung der äquivalenten Brennweite ergibt sich aus folgenden Betrachtungen:

Die Brennweite der Linse L sei p, jene der Linse L' aber p', die Entfernung der beiden Linsen voneinander sei d und die Brennweite der äquivalenten Linse P.

In Fig. 20 ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke:

$$x : y = p : (p - d)$$

und $\quad x' : y = P : Z$

und hieraus, weil $x' = x$

$$P : Z = p : (p - d)$$

$$P = Z \frac{p}{p - d}.$$

Es handelt sich nun darum, für die unbekannte Größe Z einen bekannten Wert einzusetzen. Zu diesem Behufe kann man in Bezug auf die Linse L'

den Punkt f' als Objekt und f als das scheinbare Bild betrachten, welche sich beide auf derselben Seite der Linse befinden. Es ist dann Z die Objektweite a, die Bildweite b ist $p-d$ und die Brennweite p'.

Aus der allgemeinen dioptrischen Formel

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{p'}$$

ergibt sich
$$a=\frac{b\,p'}{b-p'}.$$

Weil aber hier Objekt und Bild auf derselben Seite der Linse sich befinden, so ist die Bildweite negativ zu nehmen, also

$$a=\frac{-b\,p'}{-b-p'}$$

$$\text{oder } a=\frac{-b\,p'}{-(b+p')}=\frac{b\,p'}{b+p'}.$$

Setzt man für a den Wert Z, für b aber $p-d$, so ist

$$Z=\frac{(p-d)\,p'}{p-d+p'}$$

und wenn dieser Wert für Z in die früher gefundene Gleichung

$$P=Z\,\frac{p}{p-d}$$

gesetzt wird, so ergibt sich

$$P=\frac{(p-d)\,p'}{p-d+p'}\cdot\frac{p}{p-d}$$

$$\text{daher } P=\frac{p\,.\,p'}{p+p'-d}$$

d. h. die Brennweite der äquivalenten Linse ist gleich dem Produkte der beiden Brennweiten, dividiert durch ihre Summe weniger der Entfernung der beiden Linsen voneinander.

40. Die Fernrohre der geodätischen Instrumente haben wohl mitunter terrestrische Okulare, welche aus vier Linsen zusammengesetzt sind, von denen zwei zur Umkehrung, d. h. Aufrechtstellung des vom Objektiv erzeugten, wirklichen verkehrten Bildes und zwei zur Vergrößerung und Achromatisierung dieses Bildes gehören, sodaß dann das Auge die Gegenstände in ihrer wirklichen Lage, also aufrecht sieht. Da jedoch durch diese vielen Linsen viel Licht absorbiert wird, sodaß das Bild sehr an Helligkeit verliert, so finden die terrestrischen Okulare seltener Anwendung.

Zumeist sind die astronomischen Doppel-Okulare im Gebrauch, welche aus zwei Linsen bestehen, welche das vom Objektive erzeugte umgekehrte Bild des Gegenstandes in dieser Lage belassen, sodaß das Auge die Gegenstände umgekehrt sieht.

Diese astronomischen Doppel-Okulare kommen in mehreren Formen vor.

1. Das Huyghens'sche oder Campani'sche Okular.[1]) Dieses Okular (siehe Fig. 26) besteht aus zwei plankonvexen Linsen, welche beide mit ihrer konvexen Seite gegen das Objektiv, also mit der ebenen Fläche gegen das Auge gekehrt sind.

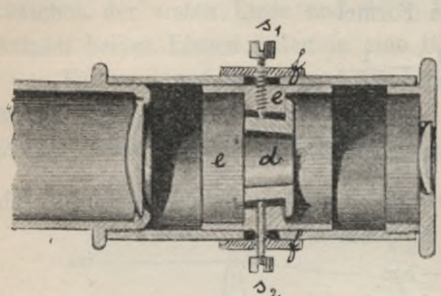


Fig. 26.

Die dem Objektive näher liegende Linse heißt Kollektivglas und ist größer, die dem Auge näher liegende heißt Augenglas und ist etwas kleiner.

Es sei die Brennweite des Kollektivglases p, jene des Augenglases p' und die Entfernung der beiden Linsen voneinander d, so stehen diese Größen in folgendem Verhältnisse

$$p : d : p' = 3 : 2 : 1.$$

Wäre also die Brennweite der Kollektivlinse 3 *cm*, so ist jene des Augenglases 1 *cm* und die Linsen sind 2 *cm* von einander entfernt. Die Brennweite der äquivalenten Linse ist dann

$$P = \frac{p \cdot p'}{p + p' - d} = \frac{3 \cdot 1}{3 + 1 - 2} = \frac{3}{2} = 1{\cdot}5 \ cm \,.$$

Das vom Objektive erzeugte, umgekehrte, wirkliche Bild entsteht nahezu in der Mitte zwischen den beiden Linsen. Es entsteht also erst nach dem Durchgange der Strahlen durch das Kollektivglas, durch welches es achromatisiert wird, und es wird nur durch das Augenglas allein vergrößert. Dieses Okular gibt sehr helle Bilder bei großem Gesichtsfeld, da aber das Bild nicht ganz eben, sondern etwas gekrümmt ist, gestattet es eigentlich nur die Anbringung eines einfachen Fadenkreuzes und weniger gut die Anwendung eines Mikrometers. Gegenwärtig, wo die Fernrohre fast aller geodätischen Instrumente mit Fadenmikrometern versehen werden, findet es daher zumeist nur Anwendung, wenn eben nur ein einfaches Fadenkreuz ohne Mikrometer vorhanden ist. Ertel in München benützt es aber auch bei Mikrometern.

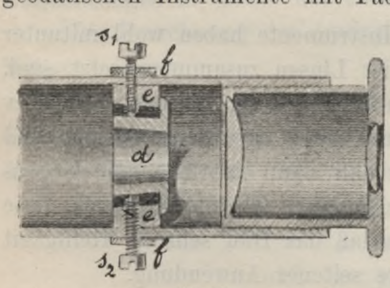


Fig. 27.

2. Das Ramsden'sche Okular[2]) besteht ebenfalls aus zwei plankonvexen Linsen, welche jedoch ihre gekrümmten Flächen gegen einander kehren (siehe Fig. 27). Auch hier ist das Kollektivglas etwas größer, das Augenglas kleiner. Wenn die Brennweiten und die Entfernung der Linsen so wie früher bezeichnet werden, so besteht das Verhältnis

$$p : d : p' = 9 : 4 : 5.$$

[1]) Huyghens (sprich Heuchens) geb. 1629, gestorb. 1695 im Haag.

[2]) Ramsden geb. 1735 in Halifax, Grafschaft York, gest. 1800 in Brighthelmstone.

Wäre also wieder die Brennweite des Kollektivglases 3 *cm*, so ist jene des Augenglases $1^2/_3$ *cm* und die Entfernung der beiden Linsen von einander $1^1/_3$ *cm*.

Die äquivalente Brennweite ist dann

$$P = \frac{p \cdot p}{p + p' - d} = \frac{3 \cdot 1^2/_3}{3 + 1^2/_3 - 1^1/_3} = \frac{5}{3^1/_3} = 1^1/_2\,cm.$$

Das vom Objektiv erzeugte umgekehrte, wirkliche Bild entsteht hier schon vor dem Kollektivglase.

Dieses Okular gibt eine stärkere Vergrößerung, aber ein kleineres Gesichtsfeld und geringere Helligkeit als das Huyghens'sche, aber es gestattet die Anbringung eines Mikrometers, weshalb es auch den Namen Mikrometer-Okular führt.

3. Das Steinheil'sche Okular enthält statt zweier einfacher Linsen zwei achromatische Linsen, von denen jede aus einer Konvexlinse aus Crown- und einer Konkavlinse aus Flintglas besteht. Es gibt viel vollkommenere Bilder als das Ramsden'sche Okular, verhält sich aber im übrigen ganz so wie dieses.

4. Das orthoskopische Okular (erfunden vom Optiker Karl Kellner in Wetzlar im Jahre 1849). Von diesem Okulare ist wohl seine allgemeine Konstruktion und seine Leistungsfähigkeit, nicht aber das genaue Verhältnis der Brennweiten und Entfernungen veröffentlicht worden.

Dieses Okular (siehe Fig. 28) besteht aus drei Linsen, von denen aber zwei aufeinander liegen und daher als eine Linse zu betrachten sind. Die Kollektivlinse ist eine ungleichseitige Bikonvexlinse, deren flachere Krümmung gegen das Objektiv gekehrt ist. Das Augenglas ist eine achromatische Linse, bestehend aus einer bikonvexen und einer plankonkaven Linse, welche aufeinander gekittet sind. Zwischen dem Kollektiv- und dem Augenglase befindet sich eine Blende.

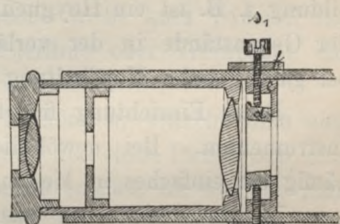


Fig. 28.

Das vom Objektiv erzeugte wirkliche Bild entsteht hier ebenso wie beim Ramsdenschen Okulare vor dem Kollektivglase. Das orthoskopische Okular gibt von jedem Gegenstande ein gerades, ungekrümmtes, perspektivisch richtiges, und seiner ganzen Ausdehnung nach scharfes Bild.

Es eignet sich also dieses Okular ganz vorzüglich als Mikrometer-Okular. Ein weiterer sehr wichtiger Vorzug ist der, daß das Okular eine außerordentlich starke Vergrößerung gibt, sodaß man auch bei Objektiven von kleiner Brennweite noch eine hinreichende Vergrößerung bekommt. Es kann daher das Fernrohr sehr kurz sein, was für alle Instrumente mit durchschlagbarem Fernrohr, ganz besonders aber für die sogenannten Tascheninstrumente von großer Wichtigkeit ist.

5. Das prismatische Okular. Wenn das Fernrohr eines Instrumentes auf einen sehr hoch liegenden Gegenstand gerichtet werden muß (z. B. auf einen Stern), so erhält es eine für den Beobachter sehr unbequeme Lage, indem dieser den Kopf außerordentlich stark zurückneigen muß. Um das Visieren zu erleichtern, kann in diesem Falle ein prismatisches Okular angebracht werden, welches in Fig. 29 im Durchschnitte abgebildet ist.

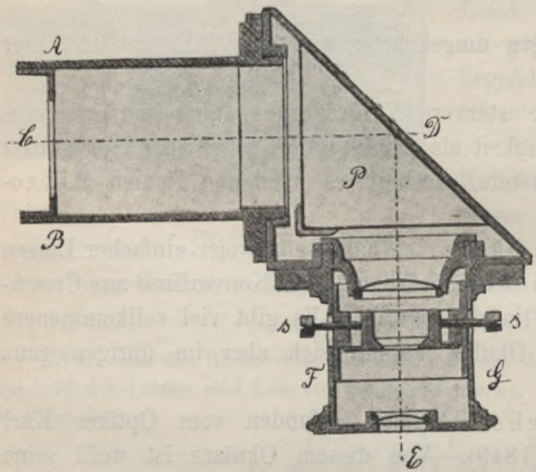


Fig. 29.

Am Ende der Okularröhre AB ist nämlich ein rechtwinkliges Glasprisma P angebracht, welches sich in einem messingenen Gehäuse befindet, und zwar derart, daß die eine Kathetenfläche senkrecht steht auf der optischen Achse CD des Objektives. Die vom Objektive kommenden Strahlen werden an der Hypothenusenfläche des Prismas total reflektiert und gelangen unter einem rechten Winkel in die Richtung DE, wo sich gegenüber der zweiten Kathetenfläche des Prismas das Okular befindet. Dieses kann irgend eines der oben beschriebenen Okulare sein. In der Abbildung z. B. ist ein Huyghen'sches. Der Beobachter sieht dann die Bilder der Gegenstände in der verlängerten Richtung DE, er kann also bequem bei ganz gerader Kopfhaltung von der Seite her ins Fernrohr sehen.

Diese Einrichtung findet sich aber zumeist nur bei astronomischen Instrumenten. Bei gewöhnlichen geodätischen Instrumenten findet man häufig ein einfaches in Messing gefaßtes rechtwinkliges Glasprisma, welches man im Bedarfsfalle vor das in gewöhnlicher Weise angebrachte Okular schrauben kann, und zwar derart, daß die eine Kathetenfläche gegen das Okular gekehrt ist, und der Beobachter von der Seite her in die zweite Kathetenfläche blickt. Die Wirkung dieser Einrichtung ist genau dieselbe, wie beim prismatischen Okular, nur werden die Strahlen erst durch das Prisma abgelenkt, wenn sie schon durchs Okular gegangen sind. In der Abbildung hätte man also das Okular noch bei AB zu denken und statt des Okulares bei FG unmittelbar vor der Kathetenfläche des Pismas eine einfache runde Öffnung in der Messingfassung des Prismas.[1])

[1]) Bei großen astronomischen Instrumenten ist häufig ein Glasprisma in der Objektivröhre, und zwar im Durchschnittspunkte der Drehungsachse mit der optischen Achse, angebracht. Die Drehungsachse ist hohl und enthält auf der einen Seite das Okular. Es werden dann wieder die vom Objektiv kommenden Strahlen unter einem rechten Winkel ins Okular abgelenkt.

Das Visieren und die Visiervorrichtungen.

§ 17.

41. Die gerade Richtung zwischen einem leuchtenden Punkte und dem Auge stellt den von dem Punkte in das Auge gelangenden Sehstrahl vor. Trifft diese vom Auge nach einem Punkte gedachte Gerade noch einen, oder zwei andere Punkte, welche zwischen dem ersten und dem Auge sich befinden, so nennt man diese Gerade einen Visierstrahl oder eine Visierlinie. Eine solche Visierlinie kann verschiedene Neigung haben, denkt man sich aber die horizontale Projektion einer Visierlinie, so heißt diese die Visierrichtung.

Denkt man sich eine Gerade und einen Punkt, oder zwei parallele Gerade, so bekommt man durch Vorüberstreifen des Selbststrahles an diesen eine große Zahl von Visierlinien, welche alle in einer Ebene liegen, welche Visierebene heißt. Sind diese Geraden vertikal, so ist auch die Visierebene vertikal, und es sind in dieser vertikalen Visierebene unendlich viele Visierlinien von verschiedener Neigung möglich. Denkt man sich diese vertikale Visierebene durch eine horizontale Ebene geschnitten, so ist die Schnittlinie beider Ebenen eine horizontale Gerade, welche die horizontale Projektion aller dieser unendlich vielen Visierlinien von verschiedener Neigung ist. Es haben also alle in einer vertikalen Visierebene liegende Visierlinien nur eine einzige gemeinschaftliche Visierrichtung.

Eine bestimmte Visierlinie oder Visierebene heißt kurz Visur, und demgemäß nennt man die Bildung einer Visierlinie oder Visierebene das Visieren.

42. Um nach einem Punkte visieren zu können, braucht man eine Visiervorrichtung, welche zwei fixe Punkte, oder einen Punkt und eine Gerade, oder zwei in einer Ebene liegende Gerade enthält, an welchen man vorübersehen kann.

Bei den geodätischen Instrumenten können die Visiervorrichtungen sehr verschieden sein. Die einfachsten sind die sogenannten Diopter. Diese bestehen im allgemeinen aus zwei gegenüberstehenden hölzernen oder metallenen Platten, von denen die eine (Okulardiopter) eine kleine runde Öffnung, oder einen feinen längeren Spalt, die zweite (Objektivdiopter) einen größeren Ausschnitt enthält, über welchen ein Faden in horizontaler oder vertikaler Richtung gespannt ist, oder es sind zwei sich kreuzende Fäden vorhanden.

Indem nun das Auge durch die feine Öffnung oder den feinen Spalt des Okulardiopters an dem Faden des Objektivdiopters vorübersieht, erhält man je nach der Lage des Fadens eine horizontale oder vertikale Visierebene. Sind zwei sich kreuzende Fäden vorhanden, so erhält man durch Vorübersehen an dem Durchschnittspunkte der Fäden eine Visierlinie.

Diese Einrichtung wird bei den betreffenden Instrumenten noch näher beschrieben werden.

43. Auch das Fernrohr dient an geodätischen Instrumenten als Visiervorrichtung. Den einen fixen Punkt bildet hiebei der optische Mittelpunkt des Objektives, den zweiten das sogenannte Fadenkreuz, welches im wesentlichen aus zwei sich kreuzenden, sehr feinen Fäden besteht, welche in der Okularröhre dort angebracht sind, wo das vom Objektive erzeugte, wirkliche Bild entsteht. Die Verbindungslinie des optischen Mittelpunktes des Objektives und des Durchschnittspunktes des Fadenkreuzes heißt die Visier- oder Kollimationslinie des Fernrohres.

Das Fadenkreuz hat verschiedene Formen, welche in den Figuren 30 bis 33 dargestellt sind.

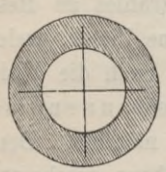


Fig. 30.

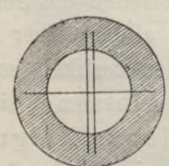


Fig. 31.

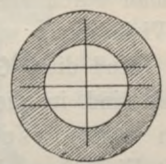


Fig. 32.

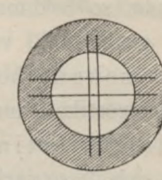


Fig. 33.

Weil das Fadenkreuz dort angebracht ist, wo das vom Objektiv erzeugte Bild entsteht, so kann man das Fernrohr so richten, daß entweder ein bestimmter Punkt des Bildes mit dem Durchschnittspunkte zweier Fäden, oder eine bestimmte Gerade mit einem Faden zusammenfällt, und man sagt dann, das Fernrohr ist auf diesen Punkt oder jene Gerade eingestellt.

Das Fadenkreuz wird durch das Okular samt dem vom Objektiv erzeugten wirklichen Bild vergrößert, es muß daher aus sehr feinen Fäden oder Linien bestehen.

Zumeist verwendet man feine Spinnen- oder Seidenfäden, weil diese zugleich fein, elastisch und undurchsichtig sind. Diese Fäden werden auf einen Ring aufgeklebt. Mitunter verwendet man auch sehr feine Platindrähte, doch ist die Herstellung eines so feinen Drahtes außerordentlich schwierig. Es muß nämlich ein schon an und für sich sehr feiner Platindraht in Silber eingehüllt und dann abermals gestreckt werden, worauf das Silber durch Auflösen in Salpetersäure entfernt wird. Manche Mechaniker (z. B. Breithaupt in Cassel) verwenden statt der Fäden ein ganz feines geschliffenes Glasplättchen, auf welchem feine Linien eingerissen sind.

Die Fäden des Fadenkreuzes sind auf einen Ring gespannt, der in der Okularröhre befestigt ist, und zwar derart, daß die Stellung des Fadenkreuzes in mehrfacher Weise geändert werden kann, und zwar muß:

1. das Fadenkreuz eine Verschiebung von oben nach unten, und von links nach rechts, und umgekehrt gestatten,
2. eine Drehung des Ringes, auf dem das Fadenkreuz befestigt ist (Fadenplatte), um die Achse des Fernrohres möglich sein.

3. die Entfernung des Fadenkreuzes vom Augenglase beliebig geändert werden können, um das vergrößerte Bild des Fadenkreuzes je nach dem Auge des Beobachters in dessen günstigste Sehweite bringen zu können.

Um die Verschiebung ad 1 zu ermöglichen, befindet sich der Ring *d* mit dem Fadenkreuz zwischen vier Schrauben s_{1-4} (siehe Fig. 34), sodaß durch Lüften der einen, und Anziehen der entgegengesetzten Schraube die gewünschte Verschiebung erzielt wird.

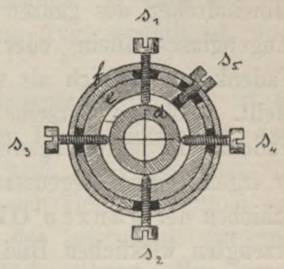


Fig. 34.

Diese vier Schrauben, ebenso wie auch die fünfte s_5 haben ihre Muttern in einem Ringe *e* (Fig. 26, 27, 28, 34), der lose in der Okularröhre *o* sitzt. Die letztere hat an der Stelle, wo die Schrauben s_{1-5} durchgehen, eine größere Durchbohrung, als die Stärke der Schrauben, sodaß eine Drehung des Ringes *e* samt den Schrauben und samt der Fadenplatte möglich ist. Durch Anziehen der Klemmschraube s_5 wird aber der Ring *e* festgestellt. Über diesen größeren Durchbohrungen der Okularröhre liegt ebenfalls lose oft noch ein Ring *f*, der nur so weit durchbohrt ist, als es die fünf Schrauben erfordern. Dieser Ring hat den Zweck, das Eindringen von Staub in die Okularröhre zu verhindern.

Um die Entfernung des Fadenkreuzes vom Augenglas verändern zu können, ist beim Ramsden'schen, Steinheil'schen und Orthoskopischen Okular das ganze Okular in einem Röhrchen vereinigt, welches in die Okularröhre hineingeschraubt oder auch nur lose hineingesteckt ist (siehe Fig. 27 und 28), sodaß man das Okular durch Drehen dem Fadenkreuze mehr nähern oder von diesem entfernen kann. Beim Huyghens'schen oder Campani'schen Okulare dagegen, wo das Fadenkreuz zwischen den beiden Linsen angebracht sein muß, ist bei älteren Instrumenten die Okularröhre *o* (siehe Fig. 26) für die Schrauben s_{1-5} auch der Länge nach ausgeschnitten, sodaß man nach Lüftung der Klemmschraube s_5 das Fadenkreuz durch Anfassen an den Schrauben s_{1-4} nach der Länge des Fernrohres verschieben kann.

Bei neueren Instrumenten ist aber auch beim Huyghens'schen oder Campani'schen Okulare das Fadenkreuz n i c h t nach der Länge der Okularröhre verschiebbar, sondern bloß drehbar, und es muß zur Veränderung der Entfernung vom Augenglase dieses letztere mehr oder weniger dem Fadenkreuze genähert werden, indem es sich mit seiner Fassung herausschrauben läßt.

44. Bevor man ein mit einem Fadenkreuz versehenes Fernrohr zum Anvisieren eines Gegenstandes verwenden kann, muß das Fadenkreuz nach dem Auge des Beobachters gestellt, d. h. in eine solche Entfernung vom Augenglase des Okulares gebracht werden, daß das vergrößerte Scheinbild des Fadenkreuzes in die günstigste Sehweite gerückt wird.

Zu diesem Zwecke richtet man das Fernrohr gegen den hellen Himmel (aber nicht gegen die Sonne) oder gegen eine hell beleuchtete weiße Fläche und ändert nun die Entfernung des Fadenkreuzes vom Augenglase in der in der vorigen Nummer 43 beschriebenen Weise je nach der Art des Okulares und der Befestigung des Fadenkreuzes, also entweder durch Heraus- oder Hineindrehen des ganzen Okulares oder nur Heraus- oder Hineindrehen des Augenglases allein, oder durch Verschiebung des Fadenkreuzes, bis das Fadenkreuz deutlich als scharf begrenzte, dunkelschwarze Linien sich darstellt. Solange derselbe Beobachter das Instrument benützt, bleibt das Fadenkreuz, beziehungsweise Augenglas oder Okular in dieser Stellung. Will er irgend einen Gegenstand anvisieren, so muß durch Heraus- oder Hineinschieben der ganzen Okularröhre das Fadenkreuz mit dem vom Objektiv erzeugten wirklichen Bild zusammen- und daher auch das vergrößerte Bild des Gegenstandes in die günstigste Sehweite gebracht werden, sodaß das Auge auch dieses deutlich sieht.

Es ist von größter Wichtigkeit, daß jedesmal die Fadenkreuz- und die Bildebene genau zusammenfallen, damit nicht bei einer veränderten Stellung des Auges vor dem Okular eine Parallaxe im Sehen entsteht, wodurch ein scharfes Anvisieren unmöglich wäre.

Um sich zu überzeugen, ob Fadenkreuz- und Bildebene genau zusammenfallen, hebt und senkt man das Auge vor dem Okular. Fallen diese beiden Ebenen genau zusammen, so wird beim Heben und Senken des Auges, wenn dieses nacheinander die Stellungen a_1 a_2 a_3 (Fig. 35) einnimmt, der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes stets denselben Punkt des Gegenstandes treffen.

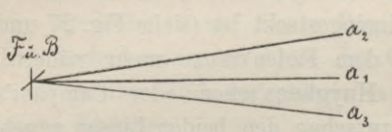


Fig. 35.

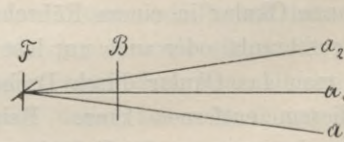


Fig. 36.

Befindet sich das Fadenkreuz hinter der Bildebene (Fig. 36), so wird beim Heben des Auges der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes einen höher, und beim Senken des Auges einen tiefer liegenden Punkt des Bildes treffen. Da aber der Gegenstand umgekehrt gesehen wird, so wird in Bezug auf diesen natürlich beim Heben des Auges das Fadenkreuz einen tiefer gelegenen Punkt des Gegenstandes treffen und beim Senken einen höheren. Man muß also in diesem Falle die Okularröhre mehr herausziehen, so lange, bis diese Parallaxe im Sehen verschwunden ist und das Fadenkreuz beim Heben und Senken des Auges stets denselben Punkt trifft.

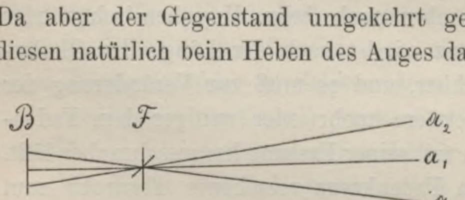


Fig. 37.

Ist dagegen das Fadenkreuz vor der Bildebene (Fig. 37), so werden die umgekehrten Verhältnisse eintreten und es muß die ganze Okularröhre mehr hineingeschoben werden.

Man wird also jedesmal beim Einstellen der Visur auf einen Gegenstand, das Auge vor dem Okulare etwas heben und senken, bis das Fadenkreuz stets scharf denselben Punkt trifft. Sollte hiebei wohl das Fadenkreuz hinreichend scharf, das Bild aber undeutlich erscheinen, so wäre dies ein Zeichen, daß das Fadenkreuz nicht richtig nach dem Auge gestellt ist, und es müßte dies berichtigt werden.

45. Da das Fadenkreuz aus sehr feinen Spinnenfäden besteht, ist es gegen äußere Einflüsse sehr empfindlich und es kann leicht vorkommen, daß es zerreißt oder in sehr feuchter Luft schlotterig wird. Der Geometer auf dem Lande kann deshalb in die Lage kommen, sich vielleicht einmal ein neues Fadenkreuz einziehen zu müssen, wenn er das Instrument dringend benötigt und es daher nicht zum Mechaniker schicken kann. Zu diesem Behufe sieht man sich zunächst nach einer geeigneten Spinne um. Am besten ist hiezu die gewöhnliche schwarze, kurzbeinige Hausspinne. Hat man eine solche gefunden, so schneidet man sich eine kleine Astgabel zu, setzt die Spinne auf den einen Zweig und läßt sie hinunterfallen. Sie spinnt sofort einen Faden, dessen Ende an dem Zweig befestigt ist, sodaß man den Faden auf die Gabel durch Drehen aufhaspeln kann. Der Faden muß sorgfältig vor Staubanflug geschützt, und sofort, also ganz frisch, verwendet werden. Mit einer Lupe sucht man die feinsten und gleichförmigsten Stücke aus. Jetzt nimmt man den Ring, den das Fadenkreuz trägt, vorsichtig aus der Okularröhre heraus, reinigt die vordere Fläche von Staub, sowie von dem Wachs oder Lack, mit dem das Fadenkreuz befestigt war, und legt ihn dann auf eine feste, hohe und schmale Unterlage, die nicht breiter ist, als der Ring, z. B. auf den Hals eines kleinen Fläschchens, welchem man durch Einfüllen von Bleischrott größere Standfestigkeit gegeben hat. Auf dem Ring sind die Richtungen für die Fäden durch eingravierte Linien bezeichnet. Nun klebt man an die Enden der ausgewählten Fäden, die man in entsprechender Länge zugeschnitten hat, kleine Bleistückchen mit Wachs an, haucht dann die Fäden stark an, oder befeuchtet sie mit warmem Wasser und legt sie, einen nach dem andern, so über den Ring, daß sie in die eingravierten Linien kommen und durch die auf beiden Seiten herunterhängenden Bleistückchen schraff angespannt werden. Mit einer Lupe untersucht man dann, ob sie genau in den eingravierten Linien liegen, bringt sie eventuell durch Verschieben mit Hilfe einer Nadel genau hinein, und betupft dann die in den eingravierten Linien liegenden Enden mit einer Schellacklösung in Spiritus oder mit Kopallack. Nach dem Trockenwerden des Lackes schneidet man die überflüssigen Enden ab und bringt den Ring wieder vorsichtig in die Okularröhre.

Die Reinigung der Linsen eines Fernrohres geschieht am besten mit einem weichen Lederfleck (Wildleder) oder mit einem feinen Leinentuche, welches man mit etwas Spiritus befeuchtet hat. Bei sehr stark verunreinigten Gläsern kann man etwas Spiritus mit Schlemmkreide anwenden, natürlich mit größter Vorsicht.

Mikrometer.

§ 18.

46. Das Wort Mikrometer (griechisch) heißt soviel als „Kleinmesser“. Man versteht daher hierunter im allgemeinen Instrumente zur Messung sehr kleiner Objekte. In den Fernrohren der geodätischen Instrumente befinden sich häufig Mikrometer statt eines einfachen Fadenkreuzes, und dienen hier dazu, die Größe des vom Objektiv erzeugten kleinen, wirklichen Bildchens zu messen. Diese Messung geschieht zu dem Zwecke, um die Entfernung des Gegenstandes vom Instrumente berechnen zu können. (Siehe „optische Distanzmessung“.)

Auch bei zusammengesetzten Mikroskopen befinden sich oft an jener Stelle der Okularröhre, wo das vom Objektiv erzeugte wirkliche Bild entsteht, solche Mikrometer, um die Größe dieses Bildes messen zu können. Bei den an geodätischen Instrumenten vorkommenden zusammengesetzten Mikroskopen haben diese Mikrometer den Zweck, an den Teilungen genau ablesen zu können (siehe Ablesemikroskope beim Theodolit).

47. Das einfachste Mikrometer, welches in den Fernrohren der geodätischen Instrumente sehr häufig zu finden ist, ist das Fadenmikrometer, welches aus drei parallelen Fäden besteht, es ist also nichts anderes, als ein Fadenkreuz mit drei parallelen Horizontalfäden (siehe Fig. 32 und 33).

Visiert man mit einem solchen Fernrohr eine in Zentimeter geteilte Latte an, so kann man beurteilen, ein wie großes Stück der Latte zwischen den parallelen Fäden erscheint, ein wie großer Gegenstand also in der gegebenen Entfernung ein Bild gibt, dessen Größe der Entfernung der parallelen Fäden voneinander entspricht. Hiedurch kann dann die Entfernung der Latte vom Fernrohre berechnet werden.

48. Ein zweites einfaches Mikrometer ist das Glas-Mikrometer. Dieses besteht aus einem sehr feinen Glasplättchen, auf welchem eine Anzahl paralleler Linien in gleichen Entfernungen voneinander eingraviert ist. Man kann dann abzählen, wie viel solcher Teile das Bild einnimmt, und wenn die Entfernung zweier Teilstriche bekannt ist, kann man die Größe des Bildes bestimmen.

Diese Art der Mikrometer findet sich weniger in Fernrohren, häufiger in Mikroskopen.

49. Ein drittes Mikrometer ist das Schrauben-Mikrometer, auch Okularfilar-Schrauben-Mikrometer genannt. Dasselbe kommt, sowohl in Fernrohren als auch in Mikroskopen zur Anwendung. Das in Fernrohren vorkommende besteht aus einem festen, und einem zweiten, verschiebbaren Faden. Die Verschiebung dieses zweiten Fadens geschieht mit Hilfe einer feinen Schraube, durch welche auch die Größe der Verschiebung gemessen werden kann. Dieses Mikrometer dient ebenfalls zur optischen Distanzmessung.

In Mikroskopen hat das Schrauben-Mikrometer zwei ganz nahe aneinander befindliche parallele Fäden, welche beide durch eine Schraube verschoben werden können, sonst ist jedoch die Konstruktion ganz dieselbe. In den Mikroskopen der geodätischen Instrumente dient das Schrauben-Mikrometer zur genauen Ablesung (siehe Schrauben-Mikroskop beim Theodolit). Das Okularfilar-Schrauben-Mikrometer in Fernrohren zur Distanzmessung nach der Konstruktion von Hofrat Josef Friedrich ist in Fig. 38 mit seinem Inneren, in Fig. 39 nach seinem Äußeren dargestellt.

Am Diaphragma des Fernrohres ist eine Platte A angeschraubt, welche einen kreisförmigen Ausschnitt, und seitlich an diesem einen sogenannten

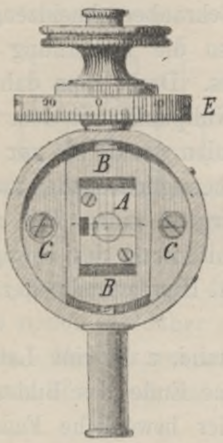


Fig. 38.

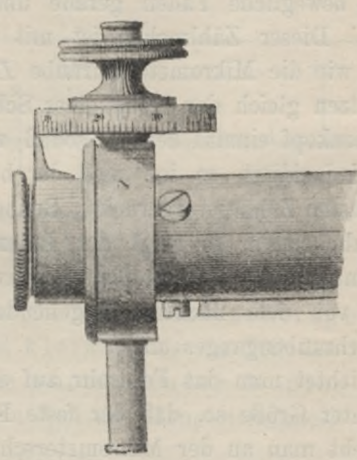


Fig. 39.

Zählrechen hat, d. h. mehrere nebeneinanderstehende Zähne oder Spitzen. Der unterste Zahn, der sogenannte Nullzahn, hat eine abgebrochene Spitze und ist außerdem durchlocht, um ihn leichter zu erkennen. Unterhalb des Nullzahnes, und zwar in einer Entfernung von diesem, welche möglichst gleich ist der Entfernung des Nullzahnes vom ersten Zahne, ist der feste Faden gespannt. Außerdem ist auf der Platte A noch ein zweiter Faden und zwar senkrecht zu dem ersteren gespannt.

Neben der Platte A sind auf das Diaphragma noch zwei weitere Platten C geschraubt, sodaß zwischen diesen und der Platte A eine Vertiefung ist, in welcher der Rahmen (Schlitten) B liegt, dessen Oberfläche mit den Oberflächen der Platten A und C in eine Ebene fällt. Über diesen Schlitten B ist ein Faden gespannt, parallel zu dem festen Faden. Da der Schlitten nach oben und unten verschoben werden kann, wird dadurch auch der auf ihm gespannte Faden verschoben, d. h. dessen Entfernung vom festen Faden geändert. Diese Verschiebung geschieht durch eine feine Schraube D, welche an dem Schlitten befestigt ist. Diese Schraube hat ihre Mutter in dem Schraubenkopfe F, der außen an der Okularröhre drehbar befestigt ist, sodaß also beim Drehen des Schraubenkopfes die Schraubenspindel und daher auch der Schlitten verschoben wird. Damit diese Verschiebung durchaus gleichmäßig erfolge und kein toter Gang der Schraube eintreten kann, ist auf der anderen Seite in den Schlitten ein Stift G eingeschraubt, um welchen eine Spiralfeder gewunden ist, welche den Stift und somit den Schlitten stets nach abwärts zieht.

An dem Schraubenkopfe F ist noch die Zähltrommel E befestigt, d. h. ein kurzer Zilinder, dessen Mantelfläche in 100 gleiche Teile geteilt ist. Neben dieser Zähltrommel ist ein Blechstreifen mit einem Indexstrich zum Ablesen angebracht. Koinzidiert dieser mit dem Nullpunkt der Zähltrommel (d. h. fällt er mit diesem zusammen), so geht der an dem Schlitten befestigte, bewegliche Faden gerade über die Spitze eines Zahnes des Zählrechens. Dieser Zählrechen ist mit demselben Schraubenschneidzeug hergestellt wie die Mikrometerschraube D, es ist also die Entfernung zweier Zahnspitzen gleich der Höhe eines Schraubenganges. Dreht man daher den Schraubenkopf einmal herum, sodaß wieder der Nullpunkt mit dem Indexstriche koinzidiert, so ist auch der bewegliche Faden genau bis zur Spitze des nächsten Zahnes vorgerückt. Befindet sich der bewegliche Faden zwischen zwei Zahnspitzen, so zeigt der Indexstrich auf irgend einen Teil an der Zähltrommel und die betreffende Ziffer gibt die Entfernung des beweglichen Fadens von dem nächstvorhergehenden Zahne in Hundertsteln der Höhe eines Schraubenganges an.

Richtet man das Fernrohr auf einen Gegenstand, z. B. eine Latte von bestimmter Größe so, daß der feste Faden das eine Ende des Bildes trifft, und dreht man an der Mikrometerschraube, bis der bewegliche Faden das andere Ende trifft, so kann man an dem Zählrechen die ganzen Schraubenumdrehungen abzählen und an der Zähltrommel noch die Hundertstel ablesen (wenn der bewegliche Faden nicht mit einer Zahnspitze zusammenfällt), welche nötig gewesen wären, um den beweglichen Faden von dem einen Ende des Bildes bis zu dem anderen zu bewegen. Kennt man nun die Höhe eines Schraubenganges, so kann man auch die Größe des Bildes angeben.

Die Ermittlung dieser Zahl von Schraubenumdrehungen kann aber direkt zur optischen Distanzmessung, d. h. zur Berechnung der Entfernung der Latte vom Fernrohr benützt werden.

Selbstverständlich kann man die Mikrometerschraube nicht so weit herunterschrauben, daß der bewegliche Faden mit dem festen Faden zusammenfällt, weil sonst beide zerreißen müßten.

Der Nonius.

§ 19.

50. Unter einem Nonius versteht man einen kleinen Maßstab, welcher an dem eigentlichen Maßstabe verschiebbar ist. Der Nonius[1]) dient

[1]) Der Name Nonius wird abgeleitet von Pedro Nunez (Petrus Nonius), einem portugiesischen Mathematiker, geb. 1492, gestorb. 1577 in Coimbra, welcher im Jahre

zum möglichst genauen Messen von Längen oder Kreisbögen. Da die Winkel durch Kreisbögen gemessen werden, dient er also auch zur Winkelmessung.

Ist der Hauptmaßstab geradlinig, so ist auch der Nonius geradlinig, ist dagegen der Hauptmaßstab ein Kreisbogen, so ist auch der Nonius ein Kreisbogen. Auf dem Nonius ist ebenfalls eine Teilung, und zwar immer derart, daß n Teile am Nonius gleich sind $n - 1$ oder $n + 1$ Teilen des Hauptmaßstabes.

In den Fig. 40 und 41 ist A der Hauptmaßstab, B der Nonius, und es sind in Fig. 40 am Nonius 10 Teile gleich 9 Teilen am Hauptmaßstabe, in Fig. 41 dagegen 10 Teile des Nonius gleich 11 Teilen des Hauptmaßstabes.

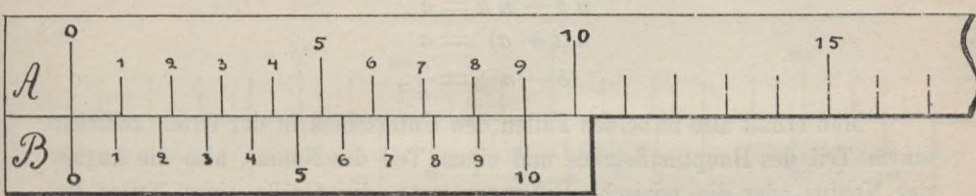


Fig. 40.

Bei der ersten Art des Nonius, welche man einen *nachtragenden Nonius* nennt, ist daher ein Noniusteil *kleiner*, als ein Teil des Hauptmaßstabes. Bei der zweiten Art, welche *vortragender Nonius* heißt, ist dagegen ein Noniusteil größer, als ein Teil des Hauptmaßstabes.

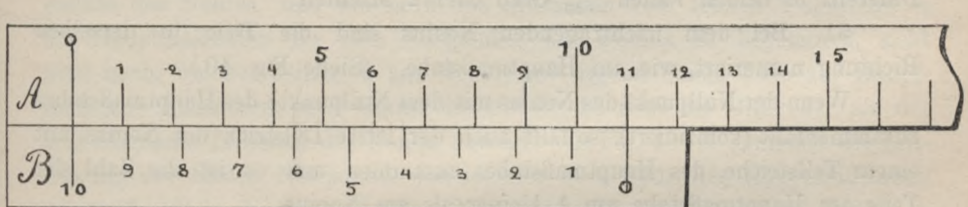


Fig. 41.

Den Unterschied in der Größe zwischen einem Teil des Nonius und einem Teil des Hauptmaßstabes nennt man die *Angabe des Nonius* oder die *nonische Differenz*, und diese muß man für den Gebrauch des Nonius stets kennen.

1542 ein auf dem Prinzip der Kreistransversalen beruhendes Verfahren zur Messung kleiner Winkel beschrieb. Diese Vorrichtung hatte also mit dem heutigen Nonius gar keine Ähnlichkeit. Dieses Verfahren veranlaßte aber später den niederländischen Schloßhauptmann Peter Werner zur Erfindung des eigentlichen Nonius. Er beschrieb diesen in einer französisch geschriebenen Abhandlung im Jahre 1631, welche er mit Pierre Vernier unterzeichnete. Deshalb nennt man den Nonius wohl auch mitunter Werner oder Vernier.

Bezeichnet man die Größe eines Teiles am Hauptmaßstabe mit a, am Nonius dagegen mit b, so ist beim nachtragenden Nonius

$$\begin{aligned} nb &= (n-1)a \\ nb &= na - a \\ na - nb &= a \\ n(a-b) &= a \\ a - b &= \frac{a}{n} \end{aligned}$$

Beim vortragenden Nonius:

$$\begin{aligned} nb &= (n+1)a \\ nb &= na + a \\ nb - na &= a \\ n(b-a) &= a \\ b - a &= \frac{a}{n}. \end{aligned}$$

Man erhält also in beiden Fällen den Unterschied in der Größe zwischen einem Teil des Hauptmaßstabes und einem Teil des Nonius, also die Angabe des Nonius oder die nonische Differenz, wenn die Größe eines Teiles des Hauptmaßstabes durch die Zahl der Noniusteile dividiert wird.

Wäre z. B. der Hauptmaßstab eingeteilt in Millimeter und es wären (wie in Fig. 40 und 41) 9 oder 11 solcher Millimeter gleich 10 Teilen am Nonius, so ist die nonische Differenz in beiden Fällen $^1/_{10} = 0{\cdot}1$ *mm*. Oder wäre ein Kreisbogen eingeteilt in 360 Teile (also einzelne Grade) und 29 oder 31 solcher Teile wären gleich 30 Teilen am Nonius, so ist die nonische Differenz in beiden Fällen $^1/_{30}$ Grad oder 2 Minuten.

51. Bei dem nachtragenden Nonius sind die Teile in derselben Richtung numeriert, wie am Hauptmaßstabe. (Siehe Fig 40.)

Wenn der Nullpunkt des Nonius mit dem Nullpunkte des Hauptmaßstabes zusammenfällt (koinzidiert), so fällt auch der letzte Teilstrich des Nonius mit einem Teilstriche des Hauptmaßstabes zusammen und es ist die Zahl der Teile am Hauptmaßstabe um 1 kleiner als am Nonius.

Die Noniusteile sind kleiner als die Teile des Hauptmaßstabes. Es bleibt also der erste Teil des Nonius gegen den ersten Teilstrich des Hauptmaßstabes um ein kleines Stückchen zurück, welches die nonische Differenz ist. Der zweite Teilstrich des Nonius bleibt gegen den zweiten Teil des Hauptmaßstabes um die zweifache, der dritte um die dreifache, der zehnte um die zehnfache nonische Differenz, d. h. um einen ganzen Teil zurück.

Denkt man sich den Nonius B neben dem Hauptmaßstab A etwas verschoben, bis der erste Teilstrich des Nonius mit dem ersten Teile des Hauptmaßstabes koinzidiert, so ist der Nullpunkt des Nonius vom Nullpunkte des Hauptmaßstabes um die einfache nonische Differenz entfernt. Schiebt man den Nonius weiter, bis der zweite Teilstrich koinzidiert, so sind die beiden Nullpunkte um die zweifache, wenn der dritte Teilstrich koinzidiert, um die dreifache nonische Differenz voneinander entfernt u. s. w.

Wenn also der Nullpunkt des Nonius nicht mit irgend einem Teilstriche des Hauptmaßstabes zusammenfällt (siehe Fig. 42), so erhält man den Abstand des Nullpunktes des Nonius von dem vorhergehenden Teilstriche des Hauptmaßstabes, indem man nachsieht, welcher Teilstrich des Nonius mit irgend einem Teilstriche des Hauptmaßstabes koinzidiert und nun die sovielfache nonische Differenz nimmt, als der Teilstrich des Nonius anzeigt.

In Fig. 42 koinzidiert der sechste Teilstrich des Nonius, es ist also der Abstand des Nullpunktes des Nonius vom Teilstrich *m* des Maßstabes gleich der sechsfachen nonischen Differenz. Da hier in diesem Beispiel am Nonius zehn Teile sind, ist die nonische Differenz $^1/_{10}$ eines Hauptmaßstab-

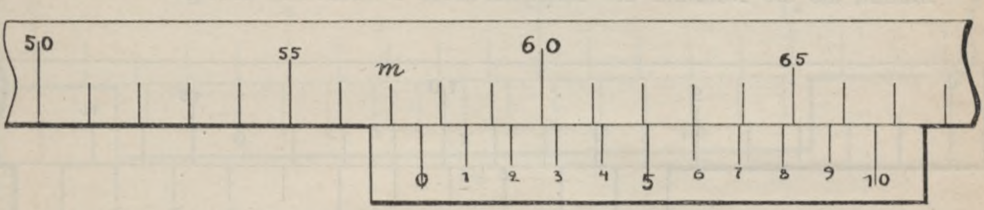


Fig. 42.

teiles, also ist der Abstand des Nullpunktes des Nonius vom Teilstrich *m* des Hauptmaßstabes gleich 0·6 eines Hauptmaßstabteiles.

Hieraus ergibt sich der Gebrauch des Nonius. Befindet sich die zu messende Größe zwischen dem Nullpunkte des Hauptmaßstabes und dem Nullpunkte des Nonius, so zählt man am Hauptmaßstabe die Teile bis zum Nullpunkte des Nonius, und um noch das Stückchen vom letzten Teilstriche *m* des Hauptmaßstabes bis zum Nullpunkte des Nonius zu bekommen, sieht man nach, welcher Teilstrich am Nonius mit irgend einem Teile am Hauptmaßstabe koinzidiert und nimmt die sovielfache nonische Differenz, als der koinzidierende Teilstrich des Nonius anzeigt. In Fig. 42 ist demnach die Entfernung der beiden Nullpunkte voneinander 57·6 Teile des Hauptmaßstabes.

52. Beim vortragenden Nonius ist die Bezifferung am Nonius in umgekehrter Richtung angebracht wie am Hauptmaßstab (siehe Figur 41). Sind z. B. 10 Teile des Nonius gleich 11 Teilen des Hauptmaßstabes, und man stellt den Nonius so, daß sein Nullpunkt mit dem elften Teilstriche des Hauptmaßstabes koinzidiert, so fällt der zehnte Teilstrich des Nonius mit dem Nullpunkte des Hauptmaßstabes zusammen. Die Teile am Nonius sind größer als am Hauptmaßstab, und der erste Teilstrich des Nonius ist vom zehnten Teile des Hauptmaßstabes nach vorn um die einfache nonische Differenz entfernt, der zweite Teilstrich des Nonius vom neunten des Hauptmaßstabes um die zweifache, der dritte vom achten um die dreifache nonische Differenz u. s. w.

Denkt man sich wieder den Nonius *B* neben dem Hauptmaßstab so verschoben, daß der erste Teilstrich des Nonius mit dem zehnten Teil des Hauptmaßstabes koinzidiert, so ist der Nullpunkt des Nonius vom vorhergehenden (elften) Teilstrich des Hauptmaßstabes um die einfache nonische Differenz entfernt. Koinzidiert der zweite, dritte, vierte Teilstrich u. s. w., so beträgt die Entfernung des Nullpunktes des Nonius vom vorhergehenden Teilstriche des Hauptmaßstabes die zwei-, drei- oder vierfache nonische Differenz u. s. w.

Wenn also, wie in Fig. 43, der Nullpunkt des Nonius nicht mit einem Teilstriche des Hauptmaßstabes koinzidiert, so erhält man wieder die Entfernung dieses Nullpunktes vom vorhergehenden Teile des Hauptmaßstabes, indem man nachsieht, welcher Teilstrich des Nonius mit irgend einem Teilstriche des Hauptmaßstabes koinzidiert und die sovielfache nonische Differenz nimmt, als die Nummer des koinzidierenden Nonienteiles anzeigt.

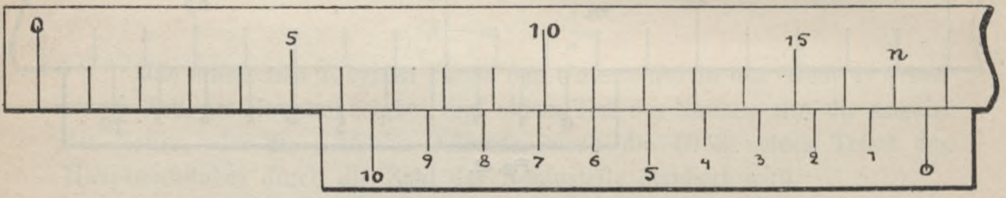


Fig. 43.

In Fig. 43 ist demnach der Nullpunkt des Nonius vom Teilstrich n des Hauptmaßstabes um die sechsfache nonische Differenz entfernt und die Entfernung der beiden Nullpunkte voneinander beträgt 17·6 Teile des Hauptmaßstabes.

Der Gebrauch des vortragenden Nonius ist also genau derselbe wie beim nachtragenden Nonius, nur liegt der koinzidierende Teilstrich des Nonius beim vortragenden Nonius v o r dem Endpunkte der zu messenden Größe, bei dem nachtragenden Nonius aber h i n t e r diesem. Daher auch die Namen vor- und nachtragender Nonius.

In der Regel findet der nachtragende Nonius Anwendung, vortragende Nonien sind selten zu finden.

53. Je kleiner die Teile am Hauptmaßstabe sind, und je größer die Anzahl der Teile am Nonius, desto kleiner ist die nonische Differenz. Dies geht auch aus der Gleichung $a - b = \frac{a}{n}$ hervor. Je kleiner die nonische Differenz ist, desto schwerer ist es zu erkennen, welcher Teilstrich des Nonius koinzidiert. Man muß daher bei der Ablesung stets eine Lupe benützen, muß ganz senkrecht auf den Nonius, beziehungsweise auf den koinzidierenden Teilstrich sehen, und muß außerdem, wenn man z. B. in den Fig. 42 und 43 glaubt, der sechste Teilstrich koinzidiert, nachsehen, wie der vorhergehende (fünfte) und der folgende (siebente) Teilstrich sich gegen die nächsten Teilstriche des Hauptmaßstabes verhalten. Dieser vorhergehende und der folgende Teilstrich des Nonius müssen nämlich beide um d i e s e l b e G r ö ß e (nonische

Differenz) und nach entgegengesetzten Seiten von den nächsten Teilstrichen des Hauptmaßstabes abstehen.

Fällt der Nullpunkt des Nonius mit einem Teilstriche des Hauptmaßstabes zusammen, so muß auch der letzte Teilstrich des Nonius mit einem Teilstriche des Hauptmaßstabes koinzidieren. Um dieses Koinzidieren des Anfangs- und Endpunktes des Nonius genau beurteilen zu können, sind vor dem Nullpunkte und hinter dem letzten Teilstriche des Nonius noch je ein oder zwei Teilstriche angebracht, welche nicht numeriert sind, die sogenannten Überstriche (Exzedenz), wie in Fig. 44 dargestellt ist. Man hat dann

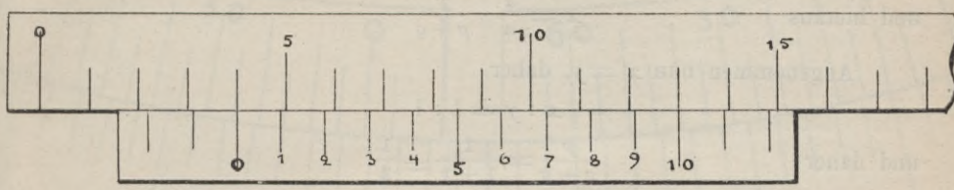


Fig. 44.

nicht nur den Nullpunkt zu betrachten, sondern auch den vorhergehenden Überstrich und den ersten Teilstrich des Nonius. Diese beiden müssen um dieselbe Größe und nach entgegengesetzten Seiten von den nächsten Teilstrichen des Hauptmaßstabes abstehen. Ebenso beim Endpunkte des Nonius.

54. Sehr häufig kommt es vor, daß man keinen Teilstrich am Nonius finden kann, welcher mit irgend einem Teilstriche des Hauptmaßstabes genau koinzidieren würde.

In Fig. 45 z. B. sind zwar die Teilstriche 2 und 3 des Nonius am nächsten bei zwei Teilstrichen des Hauptmaßstabes, aber keiner von beiden koinzidiert genau. Nimmt man den Teilstrich 2 als koinzidierend an, d. h. würde man ablesen 5·2, so ist diese Ablesung zu klein, denn es müßte der Nonius um das Stückchen x nach links verschoben werden, wenn dieser Teilstrich genau koinzidieren sollte. Nimmt man dagegen den Teilstrich 3

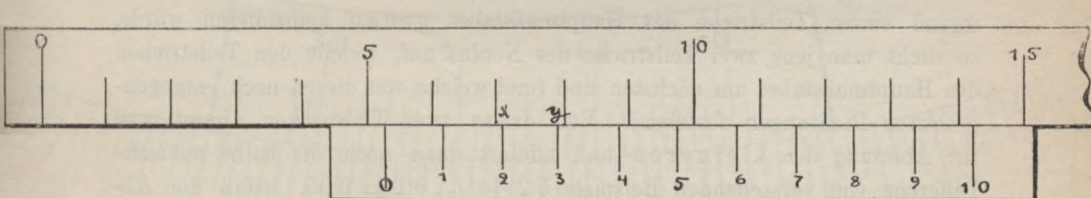


Fig. 45.

als koinzidierend an, liest man also 5·3 ab, so ist dies wieder zuviel, weil der Nonius um das Stückchen y nach rechts verschoben werden müßte, um wirklich diese Ablesung zu geben.

Nun ist $x + y = \frac{a}{n}$, d. h. gleich der nonischen Differenz. Angenommen x und y würden zueinander in einem gewissen bekannten Verhältnisse stehen. Es wären z. B. diese Stückchen einander gleich, oder eines wäre doppelt so groß als das andere oder dergl.

Es wäre also allgemein

$$x : y = p : q$$

daher auch $$(x + y) : x = (p + q) : p$$

für $x + y$ dessen Wert $\frac{a}{n}$ eingesetzt

$$\frac{a}{n} : x = (p + q) : p$$

und hieraus $$x = \frac{a}{n} \cdot \frac{p}{p + q}$$

Angenommen nun $x = y$, daher

$$x : y = 1 : 1$$

und daher $$\frac{p}{p + q} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}.$$

Man hätte also zu der Ablesung 5·2 noch die halbe nonische Differenz dazuzuschlagen. Da in Fig. 45 die nonische Differenz 0·1 ist, so ist deren Hälfte 0·05, daher die richtige Ablesung 5·25.

Wäre z. B. y doppelt so groß als x, also

$$x : y = 1 : 2$$

so ist $$x = \frac{a}{n} \cdot \frac{1}{1 + 2} = \frac{a}{n} \cdot \frac{1}{3}.$$

Man hätte also zur Ablesung 5·2 noch $^1/_3$ der nonischen Differenz zu addieren u. s. w.

Je kleiner die nonische Differenz ist, desto kleiner sind auch die Stückchen x und y und desto schwieriger ist es daher, das Verhältnis zu beurteilen, in welchem diese stehen, man nimmt sie daher in der Regel als gleich an.

Wenn sich daher kein Teilstrich des Nonius finden läßt, welcher mit irgend einem Teilstriche des Hauptmaßstabes genau koinzidieren würde, so sucht man jene zwei Teilstriche des Nonius auf, welche den Teilstrichen des Hauptmaßstabes am nächsten sind (und welche von diesen nach entgegengesetzten Richtungen abstehen). Von diesen zwei Teilstrichen nimmt man zur Ablesung den kleineren und addiert dazu noch die halbe nonische Differenz (im vorstehenden Beispiele $5·2 + {}^1/_2 . 0·1 = 0·05$, sodaß die Ablesung 5·25 beträgt).

Bei großer Übung kann man wohl auch noch, wenn x deutlich größer ist als y, statt der halben nonischen Differenz $^3/_4$ davon nehmen (im vorigen Beispiele 5·275) oder wenn x auffallend kleiner ist als y, nur $^1/_4$ der nonischen Differenz (5·225).

55. Die Bezifferung der Teilstriche des Nonius ist stets derart, daß die Zahl des koinzidierenden Teilstriches nicht erst mit der nonischen Differenz

multipliziert werden muß, sondern daß man aus der Ziffer dieses Teilstriches direkt die Ablesung erhält.

In den Figuren 46 bis 49 sind einige Beispiele von Bogennonien für die Winkelmessung dargestellt.

In Fig. 46 ist der Kreis eingeteilt in einzelne Grade (360). Am Nonius sind 11 solcher Grade eingeteilt in 12 Teile (siehe Stellung I), die nonische Differenz ist demnach $^1/_{12}$ eines Grades, oder $^1/_{12}$ von 60 Minuten,

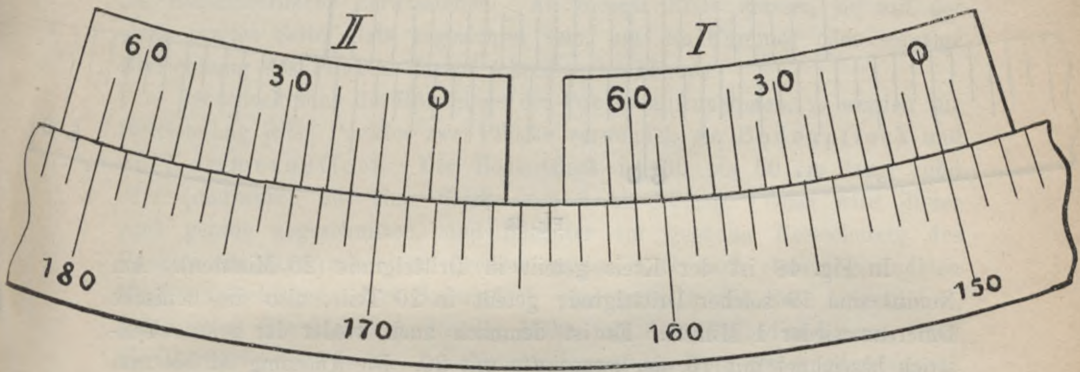


Fig. 46.

daher 5 Minuten. Es bedeutet also jeder Teilstrich am Nonius 5', und es ist daher der sechste Teilstrich mit 30, der zwölfte mit 60 beziffert. Außerdem ist vor dem Nullpunkte und hinter dem letzten Teilstriche je ein Überstrich.

In der Stellung II des Nonius in Fig. 46 ist demnach die Ablesung 168^0 15', weil der dritte Teilstrich des Nonius koinzidiert.

In Fig. 47 ist der Kreis eingeteilt in halbe Grade. Am Nonius sind 29 solcher Halbgrade eingeteilt in 30 Teile (vor dem Nullpunkte und hinter

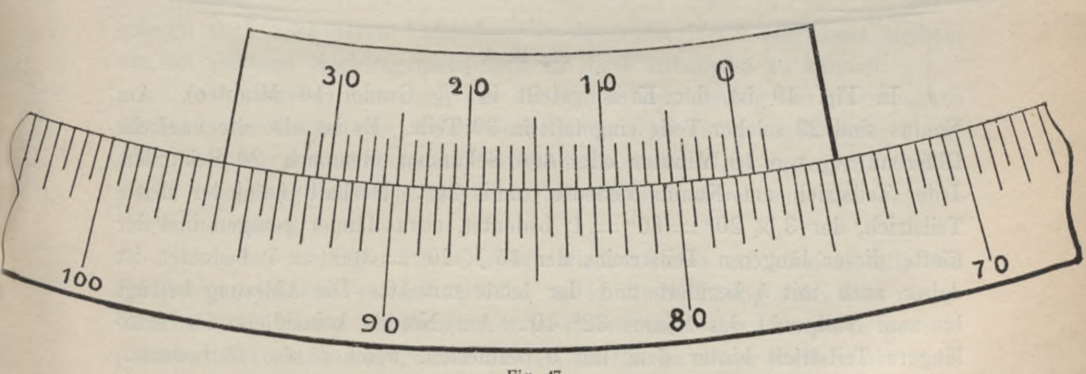


Fig. 47.

dem letzten Teilstriche sind je zwei Überstriche). Die nonische Differenz ist demnach $^1/_{30}$ eines halben Grades, also 1 Minute.

Jeder Teilstrich des Nonius bedeutet somit eine Minute, deshalb ist der zehnte Teilstrich mit 10, der letzte mit 30 beziffert.

In Fig. 47 ist die Ablesung bis zum Nullpunkt des Nonius 77⁰ 30', am Nonius koinzidiert der fünfzehnte Teilstrich, es kommen also noch 15' hinzu und es ist die ganze Ablesung 77⁰ 45'.

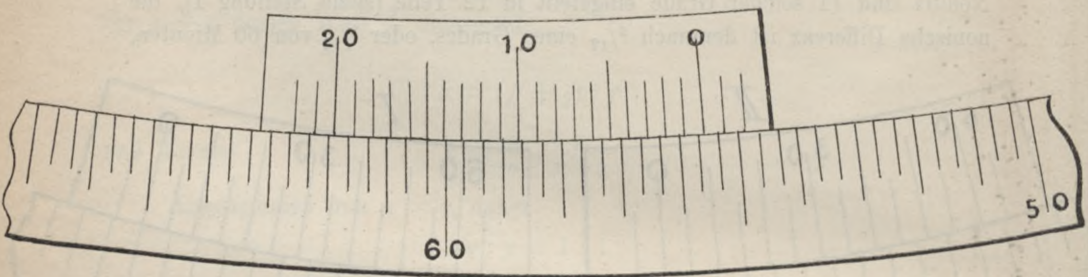


Fig. 48.

In Fig. 48 ist der Kreis geteilt in Drittelgrade (20 Minuten). Am Nonius sind 19 solcher Drittelgrade geteilt in 20 Teile, also die nonische Differenz wieder 1 Minute. Es ist demnach auch wieder der zehnte Teilstrich bezeichnet mit 10, der zwanzigste mit 20. Die Ablesung ist bis zum Nullpunkt 55⁰ 20', und die ganze Ablesung, da der fünfzehnte Teilstrich koinzidiert, 55⁰ 35'.

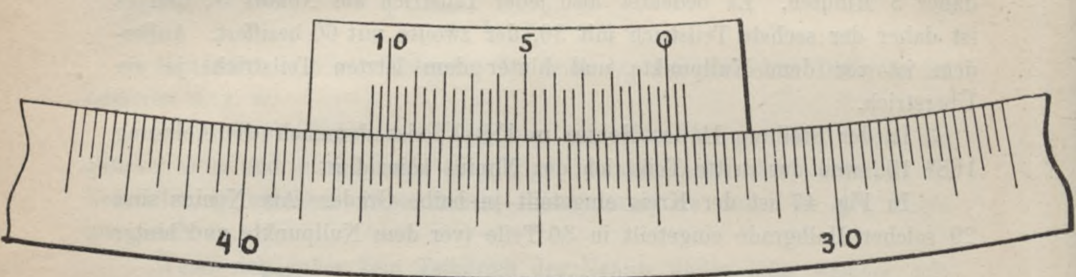


Fig. 49.

In Fig. 49 ist der Kreis geteilt in $^1/_6$ Grade (10 Minuten). Am Nonius sind 29 solcher Teile eingeteilt in 30 Teile. Es ist also die nonische Differenz $^1/_{30}$ von 10 Minuten oder 600 Sekunden, demnach 20 Sekunden. Jeder Teilstrich am Nonius bedeutet somit 20''. Deshalb ist jeder dritte Teilstrich, der $3 \times 20'' = 60'' = 1'$ bedeutet, etwas länger gezogen und der fünfte dieser längeren Teilstriche, der $15 \times 20'' = 300'' = 5'$ bedeutet, ist daher auch mit 5 beziffert und der letzte mit 10. Die Ablesung beträgt bis zum Nullpunkt des Nonius 32⁰ 40'. Am Nonius koinzidiert der erste längere Teilstrich hinter dem mit 5 bezifferten, welcher also 6' bedeutet, und es ist die ganze Ablesung 32⁰ 46'. Würde erst der nächste kürzere Teilstrich koinzidieren, so wäre die Ablesung 32⁰ 46' 20'', und wenn erst der zweite kürzere koinzidieren würde, so wäre abzulesen 32⁰ 46' 40''.

Die Bezeichnung der Punkte am Felde.

§ 20.

56. Um die aufzunehmenden Punkte während der Dauer der Aufnahme zu bezeichnen, verwendet man die Meßpflöcke. Soll bloß ein Situationsplan aufgenommen werden, so nimmt man etwa 30 bis 50 *cm* lange, 5 bis 8 *cm* breite und 1 bis 2 *cm* dicke Pflöcke, welche unten zugespitzt und vertikal in die Erde getrieben werden, sodaß sie noch 10 bis 20 *cm* über die Bodenoberfläche herausstehen. An diesem Ende müssen sie auf der einen breiten Seite glatt zugerichtet sein, um die Nummer oder sonstige Bezeichnung des Punktes darauf schreiben zu können.

Ist jedoch auch die Höhenlage der Punkte aufzunehmen, so werden zur Bezeichnung jedes Punktes zwei Pflöcke verwendet, ein Bodenpflock und ein Nummernpflock. Der Bodenpflock ist 30 bis 50 *cm* lang, rund oder quadratisch mit einer Stärke von 6 bis 10 *cm*. Oben wird dieser ganz gerade abgeschnitten, und mitunter zur genauen Bezeichnung des Punktes ein Nagel mit einem breiten, runden, auch nach oben abgerundeten Kopf eingeschlagen. Der Bodenpflock wird ganz in die Erde eingetrieben, sodaß seine Oberfläche in dieselbe Höhe mit dem Erdboden kommt. Auf die Oberfläche des Pflockes, beziehungsweise auf den Kopf des eingeschlagenen Nagels wird dann die Latte gestellt. Um den Pflock auffinden und auch mit einer Nummer bezeichnen zu können, wird neben ihn ein Nummernpflock eingetrieben, der so beschaffen ist, wie die oben beschriebenen Pflöcke für Situationsaufnahmen, und auf dessen, aus dem Erdboden etwa 10 bis 20 *cm* herausstehendes Ende die Nummer oder sonstige Bezeichnung geschrieben wird. Sollen die Bodenpflöcke längere Zeit, insbesondere über den Winter stehen bleiben, so müssen sie so tief in den Boden reichen, daß sie nicht durch das wechselnde Gefrieren und Wiederauftauen des Bodens gehoben werden können, also 60 *cm* bis 1 *m* tief.

57. Gewisse Hauptpunkte, welche die Grundlage der Aufnahme bilden, müssen auch nach deren Vollendung in dauernder Weise bezeichnet bleiben, um bei späteren Nachtragsmessungen an diese anknüpfen zu können.

So verwendet man auch zur dauernden Bezeichnung der Grenzpunkte die bekannten Grenzsteine, welche entweder in regelmäßig zugehauener Form, oder auch nur roh, unbehauen, verwendet werden. Der eigentliche Grenzpunkt ist häufig auf dem Kopfe der Grenzsteine durch ein eingehauenes Kreuz bezeichnet.

Um den richtigen Punkt sicher wieder finden zu können, falls der Grenzstein vielleicht entfernt werden sollte, findet häufig auch eine unterirdische Bezeichnung des Punktes statt, indem unter den Grenzstein gewisse unverwesliche Stoffe eingegraben werden, welche an dieser Stelle sonst nicht im Boden vorkommen, z. B. Glas- oder Ziegelstücke, Schlacken u. dgl. Um das Fehlen eines Grenzsteines leichter zu bemerken, werden die Grenzsteine fortlaufend numeriert. Die aus Sandstein gefertigten Grenzsteine bleiben im unteren Teile, der in den Boden gesetzt wird, roh, nur der oberirdische Teil wird regelmäßig zugerichtet, in Form einer kurzen vierkantigen Säule. Derartige Grenzsteine leiden aber sehr unter den Einflüssen der Witterung und sind nicht sehr dauerhaft; besser sind rohe Basaltsäulen, welche aber nicht überall zu haben sind.

In neuerer Zeit werden vielfach künstliche aus Zementbeton hergestellte Grenzsteine verwendet, welche unbegrenzt haltbar sind.

Besonders praktisch ist Schmeißer's zweiteiliger Normal-Grenzstein. (Siehe Fig. 50.) Dieser besteht aus zwei Teilen, dem Grenzstein A und der Grenzplatte B. Der Grenzstein A ist am unteren Ende abgerundet und sitzt mit diesem Ende in der ausgehöhlten Platte B. Wenn der Stein A durch einen starken Stoß durch Anfahren oder beim Pflügen aus seiner senkrechten Stellung gebracht wird, so wird dadurch doch die Lage der Grenzplatte B nicht verändert. Geht der Stein auch ganz verloren, so bleibt doch die Platte im Boden und dadurch bleibt auch der Punkt gesichert.

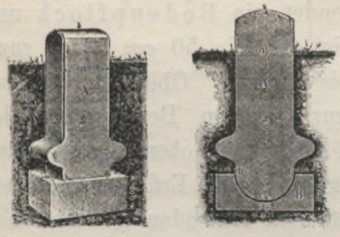


Fig. 50.

Dieser Normal-Grenzstein empfiehlt sich auch zur Bezeichnung der Haupt- oder Netzpunkte einer Aufnahme.

Nach der neuen österreichischen Katastral-Instruktion vom Jahre 1887 hat die dauernde Bezeichnung der Hauptpunkte, welche die Grundlage der Aufnahme bilden, in der in den Fig. 51 bis 58 bezeichneten Weise zu geschehen.[1]) Die Bezeichnung ist bei jeder Art eine doppelte, ober- und unterirdisch. Fig. 51 bis 55 stellen die Bezeichnung der trigonometrischen Netzpunkte durch Steine dar. In eine Tiefe von 60 *cm* unter der Bodenoberfläche wird eine 10 *cm* starke und 40 *cm* im Quadrat messende Steinplatte (Fußplatte) versenkt, welche auf ihrer oberen Fläche ein eingehauenes Kreuz trägt, die unterirdische Bezeichnung des Punktes.

Auf die Fußplatte wird eine ganz oder nur am oberen Ende (Fig. 53) zugehauene steinerne Säule von 60 *cm* Höhe gestellt. Säule und Fußplatte werden mit Ziegeln oder Bruchsteinen ummauert. Die oberirdische Bezeichnung des Punktes ist entweder die Spitze der Säule (Fig. 51, 52, 53), welche vertikal über dem eingehauenen Kreuz der Fußplatte sich befindet, oder es steht die Säule seitwärts neben dem Kreuz der Fußplatte (Fig. 54 u. 55), und es ist dann das Signal an die betreffende Seite des Steines zu stellen.

In Fig. 55 hat der Stein zu diesem Behufe eine Rinne eingehauen. Auf einer Seitenfläche der Säule ist über dem Erdboden K. V. (Katastral-Verwaltung) eingehauen.

[1]) Siehe: „Instruktion zur Ausführung der trigonom. und polygonom. Vermessungen behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuerkatasters.“ Wien 1887. Muster II, Seite 43 u. 44.

Für die Hauptpolygonpunkte dienen dieselben Bezeichnungen, nur können die Dimensionen um den dritten Teil reduziert werden.

In Gegenden, wo Steinmateriale nicht vorhanden ist, oder wegen der Bodenverhältnisse nicht verwendbar erscheint, können die angeführten Punkte

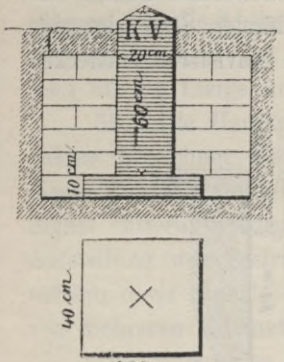


Fig. 51.

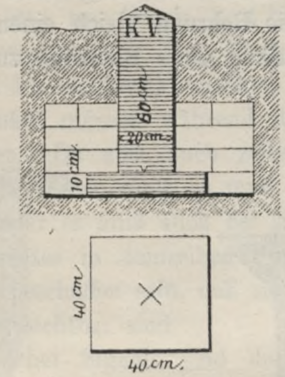


Fig. 52.

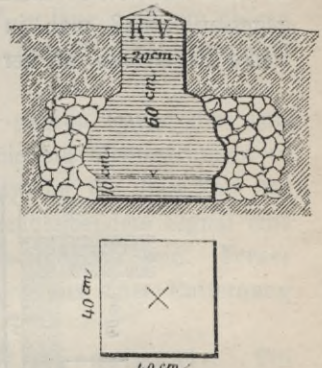


Fig. 53.

auch durch einen Holzpfahl nach Fig. 56 bezeichnet werden. Die unterirdische Bezeichnung ist hier Glas, Kohle und Schlacke.

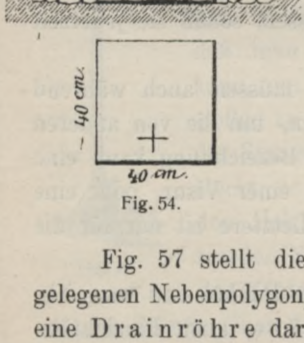


Fig. 54.

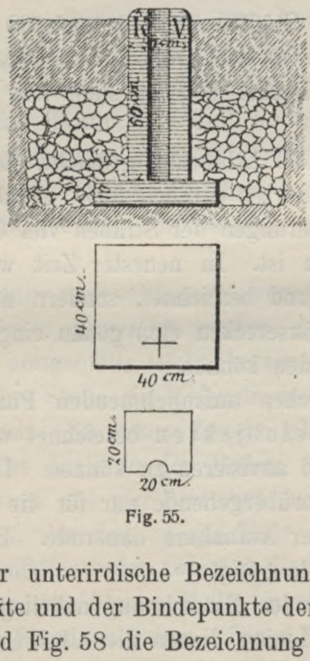


Fig. 55.

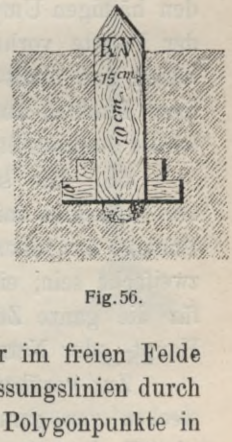


Fig. 56.

Fig. 57 stellt die nur unterirdische Bezeichnung der im freien Felde gelegenen Nebenpolygonpunkte und der Bindepunkte der Messungslinien durch eine D r a i n r ö h r e dar, und Fig. 58 die Bezeichnung der Polygonpunkte in Städten und geschlossenen Ortschaften durch einen e i s e r n e n Pfahl von 80 *cm* Länge, 12 *cm* Durchmesser, oben mit einem eingebohrten Konus zum Einsetzen der Signalstange, und unten noch mit einem eisernen Schuh versehen.

Was speziell die letzterwähnte Bezeichnung der Polygonpunkte in Städten und geschlossenen Ortschaften anbelangt, so hat man hiefür, besonders in Deutschland, mancherlei probiert. Zuerst wurden diese Punkte auf den Randsteinen der Trottoirs durch eingehauene Kreuze bezeichnet. Oder es wurden in diese Randsteine kleine, eiserne, der Länge nach durchbohrte Bolzen eingegossen, sodaß man in die Bohrung gleich einen dünnen Stab oder eine weiße Papierrolle in der Stärke eines Bleistiftes zum Anvisieren einstecken

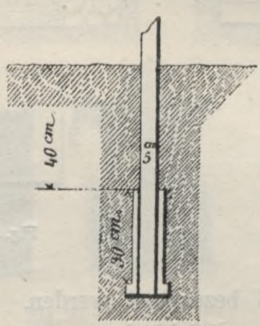


Fig. 57.

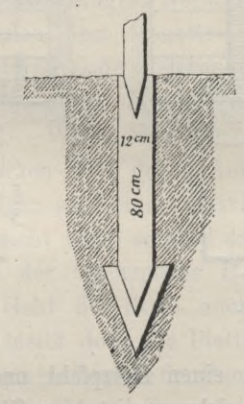


Fig. 58.

konnte. In manchen Städten werden auch 60 *cm* bis 1 *m* lange eiserne Röhren (alte Gasröhren) in den Erdboden eingelassen, welche oben mit einem eisernen Kasten mit Deckel bedeckt sind, wie die Hydranten der Wasserleitungen.

Man hat aber die Erfahrung gemacht, daß alle diese Bezeichnungen in Städten mit gepflasterten Straßen nicht vollkommen sicher sind, weil bei den häufigen Umpflasterungen der Straßen viel Gefahr für die Verschiebung der Punkte vorhanden ist. In neuester Zeit werden deshalb diese Punkte häufig gar nicht dauernd bezeichnet, sondern nur ihre Lage von mehreren fixen Punkten aus (Häuserecken etc.) genau eingemessen, sodaß sie jederzeit wieder hergestellt werden können.

58. Die sämtlichen aufzunehmenden Punkte müssen auch während der Aufnahme mit Zielobjekten bezeichnet werden, um sie von anderen Punkten aus sehen und anvisieren zu können. Diese Bezeichnung kann eine zweifache sein, eine vorübergehende nur für die Zeit einer Visur, oder eine für die ganze Zeit der Aufnahme dauernde. Das Letztere ist nur für die Haupt- oder Netzpunkte nötig.

Zur vorübergehenden Bezeichnung naheliegender Punkte und zum Abstecken von geraden Linien dienen die Absteckstäbe, auch Fluchtstäbe oder Backen genannt. Das sind runde Stangen von 2 bis 3 *m* Länge in gleichmäßiger Stärke von 25 bis 40 *mm* zugehobelt, welche am unteren Ende mit einem spitzen, eisernen Schuh versehen, und um sie aus größerer

Entfernung gut sehen zu können, von 20 zu 20 *cm* abwechselnd rot und weiß angestrichen sind. Von den Absteckstäben muß der Geometer stets eine größere Anzahl besitzen.

Außer den Absteckstäben verwendet man auch zur vorübergehenden Bezeichnung der Punkte die sogenannten Meßfahnen. Das sind ebensolche Stangen wie die Absteckstäbe, nur länger, 3, 4 bis 5 *m* lang, und am oberen Ende mit einem aus rotem und weißem Stoff bestehenden Fähnchen von etwa 60 *cm* Länge und 40 *cm* Breite versehen.

59. Die Hauptpunkte müssen während der ganzen Dauer der Aufnahme bezeichnet bleiben. Da aber auch zeitweilig ein Meßinstrument in diesen Punkten aufgestellt werden muß, so muß entweder für diese Zeit das Signal entfernt werden, oder es muß auch bei stehenbleibendem Signal eine Aufstellung des Instrumentes in demselben Punkte möglich sein. Ferner müssen diese Signale so beschaffen sein, daß sie auch aus einer Entfernung von mehreren Kilometern sichtbar sind.

Die einfachsten solcher Signale sind die Stangensignale. Ein solches besteht aus einer 6 bis 10 *m* langen und etwa 10 *cm* starken runden Stange am besten von Fichtenholz, welche weiß angestrichen wird. Am oberen Ende der Stange ist bei ganz einfachen Signalen (besonders im Walde) ein Strohbündel befestigt (Figur 59). Besser ist es, am oberen Ende zwei Brettchen zu befestigen, 60 *cm* bis 1 *m* lang und 15 bis 30 *cm* breit, welche sich rechtwinklig kreuzen und welche zur Hälfte weiß und zur anderen Hälfte rot angestrichen sind. (Fig. 60.) Oft schreibt man auch auf die Brettchen in großen Ziffern oder Buchstaben die Bezeichnung des Punktes.

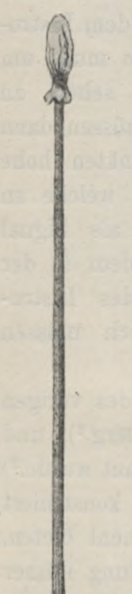


Fig. 59.


Fig. 60.

Diese Stange muß vollkommen vertikal und fest in den Boden eingesetzt werden, doch so, daß man sie nötigenfalls leicht herausnehmen kann, um an ihre Stelle ein Meßinstrument aufstellen zu können. Zu diesem Zwecke gibt man die Stange nicht direkt in den Boden, sondern steckt sie in einen aus vier Brettchen bestehenden Holzkasten, der fest in die Erde gesetzt wurde. Nötigenfalls werden zwischen die Bretter des Kastens und die Stange Keile eingetrieben, um der Stange einen festen Stand zu geben. Diese Keile müssen aber von allen vier Seiten gleichmäßig eingetrieben werden, damit die Achse der Stange in der Achse des Kastens bleibt, weil das Winkelinstrument bei der Aufstellung ebenfalls über die Achse des Kastens zentriert wird.

Es ist deshalb besser, um keine Keile anbringen zu müssen, statt des Kastens einen hinreichend starken (20—25 *cm*) runden Pfahl in die Erde zu setzen, welcher in der Mitte vertikal angebohrt wird. Die Stange wird mit dem unteren konischen Ende dann in diese Bohrung gesetzt.

60. Um das Signal nicht entfernen zu müssen, wenn man ein Instrument in demselben Punkte aufstellen will, verwendet man jetzt statt der Stangensignale zumeist P y r a m i d e n - S i g n a l e (siehe Fig. 61). Diese bestehen aus vier, im Boden fest verankerten Stangen, welche sich oben zu einer Spitze vereinigen und hier eine kurze vertikale Stange als Signal tragen. Die Achse dieser Stange liegt genau vertikal über dem im Bogen bezeichneten Punkt beziehungsweise auch vertikal über dem Durchschnittspunkt des Diagonalenkreuzes.

Maßstab
1 : 100.

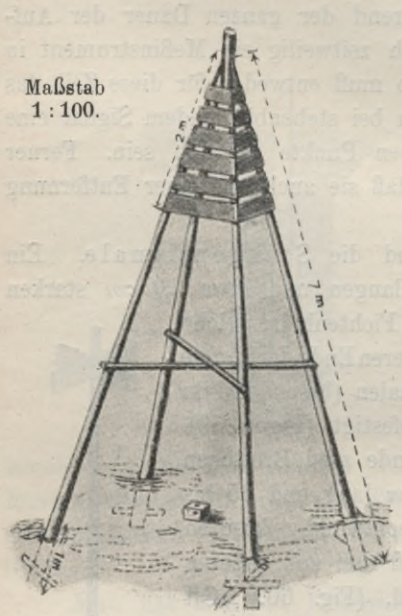


Fig. 61.

Mitunter kommt es vor, besonders bei der Triangulierung in großen Ebenen überhaupt, und in ebenen Waldungen, daß man sich mit dem Instrumente sehr hoch aufstellen muß, um über die Bäume hinweg sehen zu können. In diesem Falle müssen dann über den betreffenden Punkten hohe Pyramiden gebaut werden, welche an ihrer Spitze eine Stange als Signal tragen, und welche außerdem in der Spitze eine Aufstellung des Instrumentes gestatten. Natürlich müssen hiezu Stiegen oder Leitern benützt werden.

Fig. 62 zeigt eine solche Pyramide, wie sie in der Mitte des vorigen Jahrhunderts auf dem Stauffersberg bei Bonstetten in Württemberg[1]), und Fig. 63 eine solche Pyramide, die im Jahre 1891 bei Hannover erbaut wurde.[2])

Diese hohen Pyramiden müssen außerordentlich fest und gut konstruiert sein, damit sie einen ruhigen sicheren Standpunkt für das Instrument bieten. Sie sind daher auch sehr kostspielig, und man wird ihre Aufstellung immer lieber zu vermeiden trachten.

61. Die in den vorstehenden Nummern 59 und 60 beschriebenen Stangensignale (beziehungsweise Pyramiden mit Stangensignalen) können noch auf 5 bis 10 *km* Entfernung gut anvisiert werden.

---

[1]) Siehe: Elemente der Vermessungskunde von Dr. Carl Max Bauernfeind, Stuttgart 1890. Seite 166.

[2]) Handbuch der Vermessungskunde von Dr. W. Jordan, Stuttgart 1897, Seite 265.

Bei größeren Entfernungen, wie sie bei Landesvermessungen vorkommen, würde die Stange selbst für ein gutes Fernrohr nicht mehr sichtbar sein. In diesem Falle wird als Zielobjekt ein Heliotrop verwendet. Das ist ein Instrument, welches an der Stelle des Signales in dem anzuvisierenden Punkte befestigt wird, und welches mittelst eines Planspiegels die Sonnenstrahlen dorthin reflektiert, von wo dieser Punkt anvisiert werden soll. Dort sieht man dann an der Stelle des Signales einen hellleuchtenden Punkt, der bis

Maßstab 1 : 200.

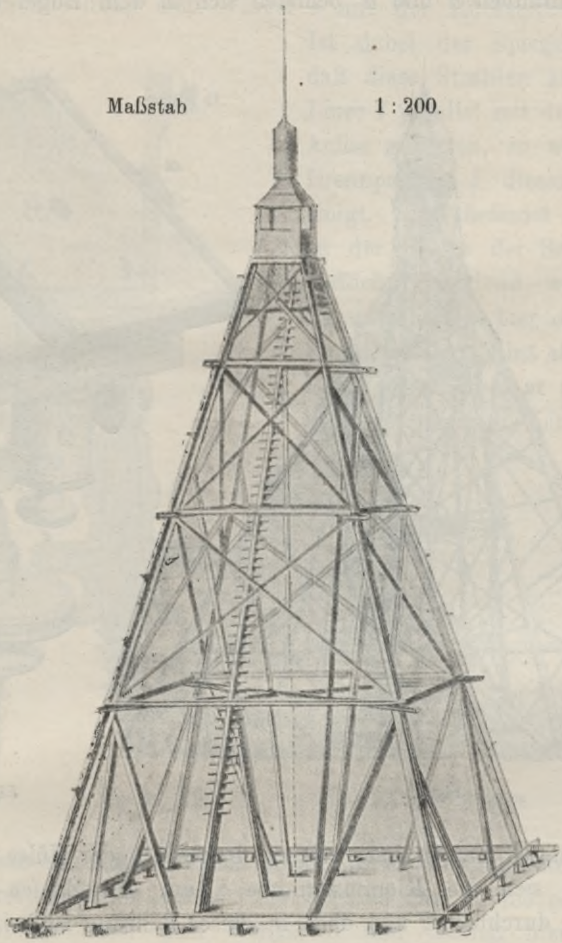


Fig. 62.

auf 40 *km* mit bloßem Auge und bis 100 *km* noch mit dem Fernrohre wahrgenommen werden kann.

Es gibt sehr viele Konstruktionen von Heliotropen, da diese aber nur bei Landesvermessungen nötig sind, soll lediglich des Verständnisses halber nur eine Konstruktion erklärt werden, und zwar der Heliotrop von Steinheil.

Fig. 64 zeigt dieses Instrument in der Ansicht, Fig. 65 im senkrechten Durchschnitt, und zwar in etwa $^{3}/_{4}$ der natürlichen Größe. Der Heliotrop besteht zunächt aus einem Planspiegel *A*, von 5 *cm* Länge und 3 *cm* Breite, der in Messing gefaßt ist. In der Mitte bei *B* ist eine runde Fläche von 4 *mm* Durchmesser ohne Belag, sodaß der Spiegel hier durchsichtig ist. Der Spiegel ist in der Mitte zwischen zwei zugespitzten Schrauben *a a'* drehbar, diese Drehungsachse geht also durch den durchsichtigen Kreis *B*. Die beiden Schrauben *a* und *a'* befinden sich in dem Bügel *C*, der unten

Fig. 63.

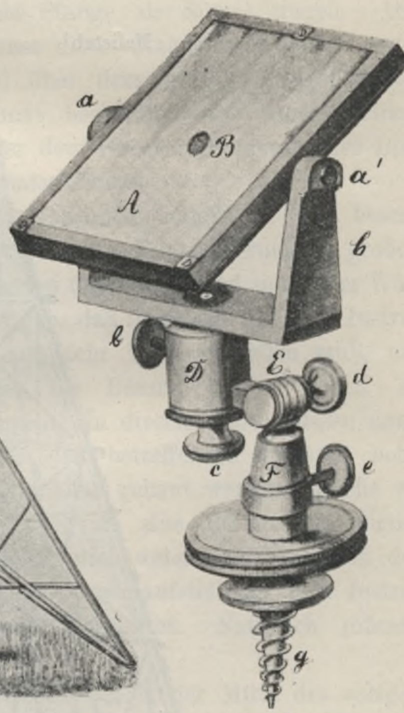


Fig. 64.

einen kegelförmigen Zapfen hat, welcher drehbar in der Hülse *D* steckt; in dieser befindet sich die Klemmschraube *b*, um den Zapfen festzustellen. Der Zapfen ist durchbohrt, und oben in dieser Bohrung ist bei *l* eine kleine Linse eingesetzt, und unterhalb dieser an der Spitze der Schraube *c* eine blendend weiße Fläche *k*, sodaß diese durch die Schraube *c* in den Brennpunkt der Linse *l* gebracht werden kann. An der Hülse *D* ist ein kurzer Ansatz, welcher um das Scharnier *E* gedreht werden kann. Durch die Klemmschraube *d* kann diese Drehung aufgehoben werden. An diesem Scharnier *E* befindet sich die Hülse *F*, welche um dem Zapfen *G* drehbar ist. Dieser Zapfen hat am unteren Ende eine Holzschraube, mit welcher das Instrumentchen in ein Stativ, Signal oder dergl. eingeschraubt werden kann. Man kann also mit Hilfe dieser verschiedenen Drehungen dem Spiegel jede beliebige Lage geben.

Die Wirkungsweise des Instrumentes ist folgende. In Fig. 66 stelle $A\,A'$ die Spiegelfläche vor, B ist die belagfreie Fläche. Fallen von der Sonne S Strahlen auf den Spiegel, welche mit der Spiegelfläche den Winkel α bilden, so werden die auf die belagfreie Fläche fallenden das Glas durchdringen und dieses in paralleler Richtung zu den einfallenden Strahlen verlassen, also ebenfalls unter dem Winkel α mit der Rückseite des Spiegels. Ist dabei der Spiegel so gestellt, daß diese Strahlen auf die kleine Linse l parallel mit deren optischen Achse gelangen, so werden sie im Brennpunkte k dieser Linse vereinigt. Hier befindet sich aber die an der Spitze der Schraube c befindliche blendend weiße Fläche. Es entsteht also hier ein sehr heller Punkt, welcher selbst als leuchtender Punkt wirkt, d. h. er sendet wieder Strahlen gegen die Linse und diese

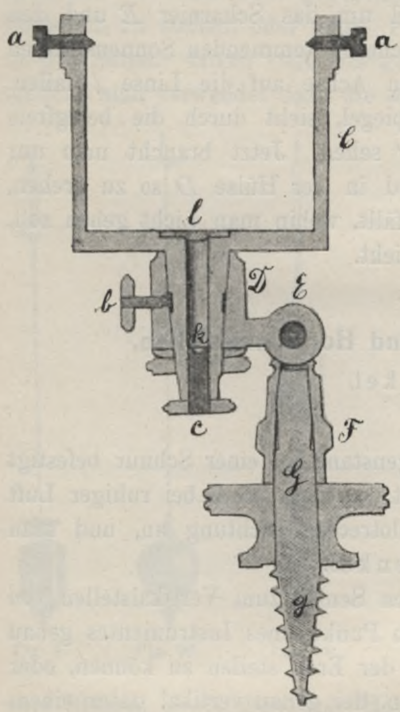


Fig. 65.

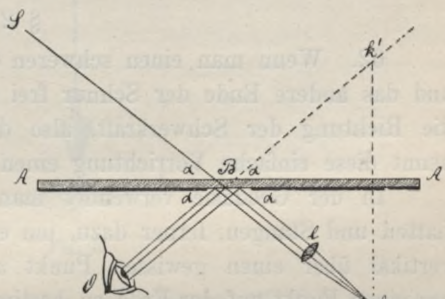


Fig. 66.

Strahlen verlassen die Linse — weil sie aus ihrem Brennpunkte kommen — parallel mit ihrer optischen Achse. Sie kommen also an die polierte belagfreie Fläche wieder unter dem Winkel α und werden hier zum Teile reflektiert unter demselben Winkel. Gelangen diese reflektierten Strahlen in ein Auge O, so sieht dieses in der verlängerten Richtung der reflektierten Strahlen bei k' ein mattes Bildchen des weißen Punktes k, resp. des hier entstehenden hellen Sonnenbildes. Diese verlängerte Richtung der reflektierten Strahlen bildet aber mit der Spiegelfläche denselben Winkel α, wie alle von der Sonne auf den Spiegel fallenden Strahlen, daher werden diese letzteren alle in dieselbe Richtung reflektiert, wo man das Bildchen k' sieht. Dreht man daher den Spiegel so, daß dieses Bildchen den Punkt deckt, wohin man Licht geben soll, welchen man durch die belagfreie Fläche direkt sehen kann, so werden von dem Spiegel alle auf ihn fallenden Sonnenstrahlen nach diesem Punkte reflektiert, und man wird dort einen hell leuchtenden Punkt sehen, wo sich der Heliotrop befindet, und kann daher diesen anvisieren.

Hieraus ergibt sich der Gebrauch des Heliotrops in folgender Weise:

In dem Punkte, von wo aus man dorthin Licht geben will, von dem visiert werden soll, wird der Heliotrop mit der Holzschraube *g* festgeschraubt. Hierauf wird zunächst der Bügel *C* mit dem Zapfen in der Hülse *D* so gedreht, daß die Spiegelfläche gegen die Sonne und den betreffenden Punkt gekehrt ist. Dann dreht man den Bügel um das Scharnier *E* und den Zapfen *G*, bis die durch die unbelegte Fläche *B* kommenden Sonnenstrahlen senkrecht, d. h. parallel mit der optischen Achse auf die Linse *l* fallen. Nun gibt man das Auge hinter den Spiegel, sieht durch die belagfreie Fläche *B* und wird das matte Bildchen *k'* sehen. Jetzt braucht man nur noch den Spiegel um die Achse *a a'* und in der Hülse *D* so zu drehen, bis das matte Bildchen *k'* auf den Punkt fällt, wohin man Licht geben soll, den man durch die belagfreie Fläche *B* sieht.

Instrumente zum Vertikal- und Horizontalstellen.

1. Der Senkel.

§ 21.

62. Wenn man einen schweren Gegenstand an einer Schnur befestigt und das andere Ende der Schnur frei hält, so zeigt diese bei ruhiger Luft die Richtung der Schwerkraft, also die lotrechte Richtung an, und man nennt diese einfache Vorrichtung einen Senkel.

In der Geodäsie verwendet man den Senkel zum Vertikalstellen von Latten und Stangen, ferner dazu, um einen Punkt eines Instrumentes genau vertikal über einen gewissen Punkt auf der Erde stellen zu können, oder um einen Punkt auf der Erde zu bestimmen, der genau vertikal unter einem gewissen Punkte des Instrumentes sich befindet.

Der zu diesen Zwecken verwendete einfache Senkel besteht aus einem zilindrischen oder birnförmigen, unten in eine scharfe Spitze auslaufenden Metallstück, zumeist Messing, mitunter mit einer Stahlspitze, welches an einer dünnen Schnur befestigt ist. (Siehe Fig. 67 u. 68.)

Die auf einem Stative befestigten Instrumente befinden sich nicht immer in gleicher Höhe über dem Erdboden. Wenn an dem Instrumente ein Senkel angebracht ist, so muß dieser daher bald höher, bald tiefer hängen. Um nicht immer die Schnur verkürzen oder verlängern zu müssen, wendet man in diesem Falle den Doppelsenkel an. (Siehe Fig. 69.) Dieser besteht aus dem eigentlichen Senkel *a*, der so wie ein einfacher Senkel beschaffen und am Ende einer Schnur befestigt ist, an deren anderem Ende ein zweites Metallstück *b* ohne Spitze von ganz gleichem Gewichte angebracht ist. Dieses zweite Metallstück ist in der Mitte der Länge nach durchbohrt, und durch die Bohrung geht die Schnur, an der der Senkel hängt. Durch Höher- oder Tieferstellen des zweiten Metallstückes kann daher der Senkel in verschiedene Höhe gebracht werden.

Mitunter ist übrigens auch beim einfachen Senkel in dessen Innern eine Rolle angebracht, auf welche die Schnur beliebig auf- und wieder abgewickelt werden kann, sodaß ein Doppelsenkel nicht nötig ist.

63. Beim Gebrauche des Meßtisches ist es notwendig, irgend einen, oben auf der Tischfläche gegebenen Punkt über einen gewissen Punkt am Erdboden zu stellen, oder einen Punkt vom Erdboden auf die Tischfläche zu projizieren. Hiezu kann ein gewöhnlicher Senkel nicht benützt werden, sondern man verwendet dazu die sogenannte L o t g a b e l. Diese besteht aus

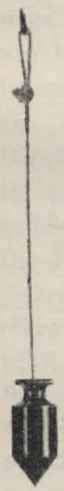


Fig. 67.

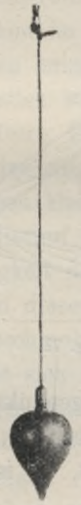


Fig. 68.

Fig. 69.

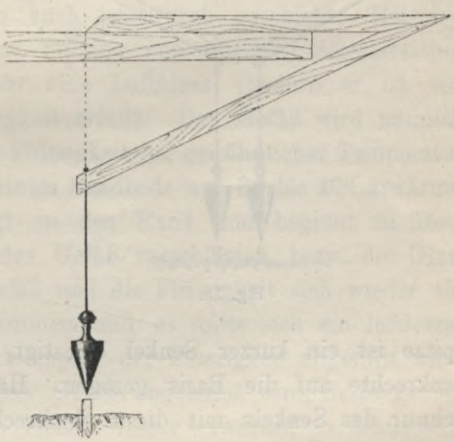


Fig. 70.

zwei Stäben, gewöhnlich von Holz, welche unter einem Winkel von etwa 30^0 bis 40^0 miteinander verbunden sind (siehe Fig. 70). Das Ende des oberen Stabes ist abgeschrägt, um es scharf an den gegebenen Punkt auf der Tischfläche anlegen zu können. Am Ende des unteren Stabes ist ein gewöhnlicher Senkel befestigt. Die Länge der beiden Stäbe ist derart bemessen, daß bei horizontaler Lage des oberen dessen abgeschrägtes Ende sich genau in der Verlängerung der vertikalen Senkelschnur befindet.

Soll ein Punkt vom Tische auf den Erdboden projiziert werden, so legt man das Lineal mit dem abgeschrägten Ende an den Punkt und bezeichnet ihn am Erdboden unterhalb des Senkels. Ebenso kann man einen Punkt vom Erdboden auf die Tischplatte projizieren. Um die Richtigkeit der Lotgabel zu prüfen, legt man diese auf das horizontal gestellte Brett des Meßtisches, zieht an dem abgeschrägten Ende eine kurze Linie mit dem Bleistifte und bezeichnet den Punkt am Erdboden genau unter der Spitze des Senkels. Denn legt man die Lotgabel in der entgegengesetzten Richtung wieder an die bezeichnete Linie an (siehe Fig. 71), so soll die Spitze des Senkels sich wieder genau über dem früher bezeichneten Punkte auf dem Erdboden befinden. In Fig. 71 wäre der obere Schenkel zu lang und es müßte ein Stück abgeschnitten werden. Würden sich dagegen die unteren Enden übergreifen, so müßte der untere Schenkel verkürzt werden.

64. Nachdem jede Richtung, welche auf der Vertikalen senkrecht steht, horizontal ist und umgekehrt, so kann der Senkel auch mittelbar zum Horizontalrichten verwendet werden, wie dies bei der bekannten alten Setz- oder Schrotwage[1]) der Fall ist. Diese besteht aus einem Brettchen von der Form eines gleichschenkligen Dreieckes (siehe Fig. 72). In dessen

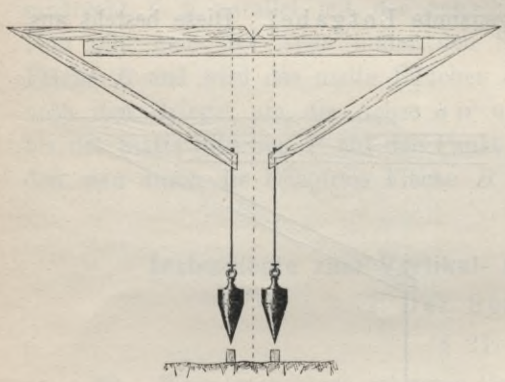


Fig. 71.

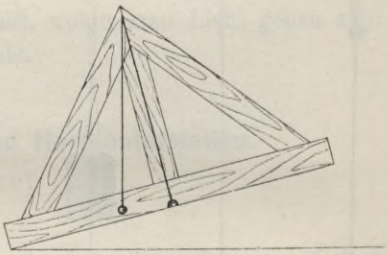


Fig. 72.

Spitze ist ein kurzer Senkel befestigt, und vom Aufhängepunkt ist eine Senkrechte auf die Basis gezogen. Hält man das Dreieck so, daß die Schnur des Senkels mit dieser Senkrechten zusammenfällt, so ist letztere vertikal, die Basis des Dreieckes daher horizontal.

Gegenwärtig ist die Setzwage selbst bei den einfachsten Handwerkern ganz außer Gebrauch gekommen und durch die Libelle oder Wasserwage ersetzt worden.

Zur Richtigkeit der Setzwage ist erforderlich, daß die als Marke dienende Gerade wirklich senkrecht steht auf der Basis des Dreieckes. Um dies zu prüfen, stellt man die Setzwage auf eine geneigte Fläche (Fig. 72), die Senkelschnur stellt sich vertikal und bildet mit der richtigen Marke einen Winkel, der gleich ist dem Winkel, den die geneigte Fläche mit der horizontalen Richtung bildet. Dreht man die Setzwage jetzt um 180^0 um und setzt sie wieder auf dieselbe Stelle, so kommt die Senkelschnur auf die andere Seite der Marke und die Winkelgleichheit ist wieder vorhanden. Die richtige Marke muß daher genau in der Mitte zwischen den beiden Stellungen der Senkelschnur liegen.

[1]) Diese ist schon erwähnt in den Schriften des griechischen Mathematikers Ptolemäus in der ersten Hälfte des zweiten Jahrhunderts.

2. Die Libelle oder Wasserwage.

§ 22.

65. Die Libelle[1]) oder Wasserwage besteht aus einem geschlossenen Glasgefäße, in dem sich zwei Flüssigkeiten befinden, eine tropfbar flüssige und eine gasförmige. Die letztere als spezifisch leichtere nimmt in dem Gefäße die höchste Stelle ein. Das Gefäß findet hiebei in zwei verschiedenen Formen Anwendung, es ist nämlich entweder eine runde metallene Büchse, welche oben durch eine auf der Innenseite kugelförmig ausgeschliffene Glasplatte geschlossen ist, oder es ist eine kugelförmig gekrümmte, oder im Innern derart ausgeschliffene und an beiden Enden zugeschmolzene Glasröhre. Man unterscheidet daher Dosen- und Röhren-Libellen.

In früheren Zeiten waren die Libellen mit Wasser bis auf einen kleinen Raum gefüllt (die Blase), der von Luft erfüllt war, daher der Name Wasserwage. Schon im Jahre 1660 aber nahm Hooke Weingeist statt Wasser, was bei den minder feinen Libellen auch jetzt noch geschieht. Bei den feinen Libellen wendet man jetzt zur Füllung ausschließlich Schwefeläther an. Der leere Raum ist nicht mehr eine Luftblase, sondern er ist von Dämpfen der eingeschlossenen Flüssigkeit erfüllt. Das Gefäß wird nämlich bis auf einen kleinen Raum mit der Flüssigkeit bei gewöhnlicher Temperatur gefüllt. Hierauf wird das Gefäß in einem Sandbade auf 30 bis 40^0 erwärmt. Die Flüssigkeit dehnt sich aus, steigt an den Rand und beginnt zu überfließen. In diesem Momente wird das Gefäß verschlossen, bezw. die Glasröhre zugeschmolzen. Sowie das Gefäß und die Flüssigkeit sich wieder abkühlt, zieht sich die Flüssigkeit zusammen und es sollte sich ein luftleerer Raum bilden, der aber sofort von Dämpfen der Flüssigkeit angefüllt wird. So entsteht eine Blase. Je mehr das Gefäß abgekühlt wird, desto größer wird die Blase. Wird dagegen das Gefäß wieder erwärmt, so dehnt sich die Flüssigkeit aus, es entsteht ein Druck im Innern, sodaß sich ein Teil der Dämpfe verdichtet und die Blase kleiner wird.

Hiedurch wird ein zu starker Druck im Innern des Gefäßes vermieden, wie er entstehen muß, wenn die Blase aus Luft besteht und die Flüssigkeit stark ausgedehnt wird, wenn z. B. die Sonne darauf scheint.

66. Die Röhrenlibelle besteht entweder aus einer gekrümmten oder aus einer geraden, im Innern nur auf der oberen Seite kugelförmig oder auch ganz tonnenförmig ausgeschliffenen Glasröhre. Gekrümmte Röhren finden nur bei den minder feinen Libellen (Baulibellen, Tischlibellen u. dergl.) Anwendung. Um diese herzustellen, hält man eine längere Röhre über glühende Kohlen, indem man die Röhre nur an den Enden festhält, sodaß sie sich durch ihr eigenes Gewicht krümmt, sobald sie weich wird. Dann schneidet man passend und gleichmäßig gekrümmte Stücke heraus. Bei den feineren Libellen dagegen werden ganz gerade Glasröhren verwendet, welche im Innern sorgfältig kugelförmig ausgeschliffen werden. Die Enden

[1]) Lateinisch „libella" ist ein Diminutiv von libra, d. h. Wage.

der Glasröhre werden zugeschmolzen, worauf diese eine Fassung erhalten muß, mit der sie entweder auf eine ebene oder auf eine zilindrische Fläche aufgesetzt werden kann. Diese Fassung kann je nach dem Zwecke der Libelle und der Ansicht des Mechanikers sehr verschieden sein, immer aber muß eine Einrichtung vorhanden sein, um die Tangente des in einer besonderen Weise bezeichneten höchsten Punktes der Libellenröhre zu deren Unterlage parallel stellen zu können. Diese Parallelstellung erfolgt mit kleinen Schräubchen (Rektifizierschrauben).

Fig. 73 u. 74 stellen Röhrenlibellen dar, welche zum Auflegen auf eine ebene Fläche bestimmt sind. Die Glasröhre ist in einer messingenen,

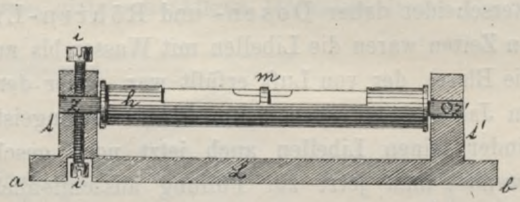


Fig. 73.

oben offenen Hülse *h* befestigt, zumeist mit Gips eingekittet oder es sind nur die Enden der Glasröhre mit Leinenfäden umwunden, die in Lack getränkt sind. An dieser Hülse sind zwei Zapfen *z* und *z'* befestigt, mit welchen die Hülse in zwei Trägern *t* und *t'* liegt, welche durch ein metallenes

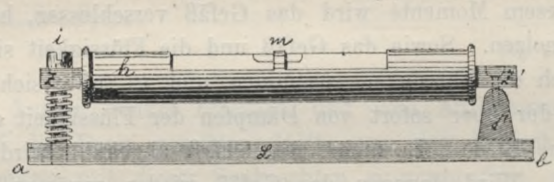


Fig. 74.

Lineal *L* verbunden sind, dessen untere Fläche *a b* die B a s i s der Libelle bildet. In Fig. 73 sind die Träger und das Lineal im Durchschnitt, die Hülse dagegen in der Ansicht dargestellt. Fig. 74 stellt die ganze Libelle in der Ansicht dar. Von den beiden Zapfen *Z* und *Z'* ist einer drehbar

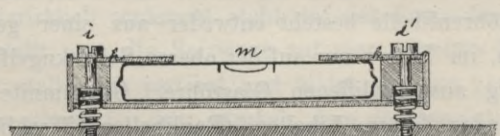


Fig. 75.

mit dem einen Träger verbunden, der zweite aber kann gehoben oder gesenkt werden. In Fig. 73 sind zu diesem Zwecke zwei gegeneinander wirkende Schrauben *i* und *i'* vorhanden, während in Fig. 74 nur eine solche Schraube da ist, welche ihre Mutter im Lineale *L* hat, und welche mit einer Spiralfeder umwunden ist. Mit diesen Rektifizierschrauben kann man daher die

Basis $a\ b$ der Libelle parallel stellen mit der Tangente des bezeichneten höchsten Punktes m, sodaß die Unterlage horizontal ist, wenn die Blase der Libelle an diesem höchsten Punkte sich befindet.

Ist die Libelle auf irgend einem Instrumente fest angebracht, wie in Fig. 75, so hat die Hülse häufig keine Zapfen und Träger, sondern es gehen zwei, unten mit Spiralfedern umwundene Rektifizierschrauben i und i' direkt durch die Hülse h, welche ihre Muttern in dem darunter befindlichen Instrumententeile haben.

Bei den Libellen, die zum Aufsetzen auf einen zilindrischen Körper bestimmt sind, wie solche in Fig. 76, 77, 78 und 79 dargestellt sind,

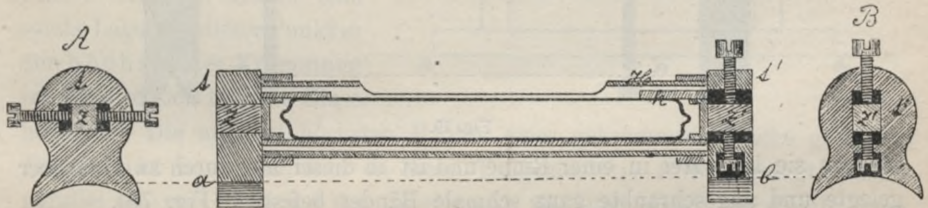


Fig. 76.

liegt die messingene Hülse h, in der die Libellenröhre befestigt ist, häufig in einer zweiten Hülse H (siehe Fig. 76), welche mit den beiden Trägern t und t' fest verbunden ist. Die Zapfen z und z' sind an der inneren Hülse h angebracht und gehen in die Träger, wo sie beide zwischen Rektifizierschrauben liegen. Der eine Zapfen gestattet eine Verschiebung nach oben oder unten (Fig. 76 B), der andere dagegen seitwärts (Fig. 76 A). Als Basis der Libelle gilt hier die Tangente $a\ b$ an den unten kreisförmig ausgeschnittenen Trägern der Libelle, und es muß diese Tangente nicht nur in der vertikalen, sondern auch in der horizontalen Projektion parallel sein mit der Tangente des höchsten Punktes der Libelle.

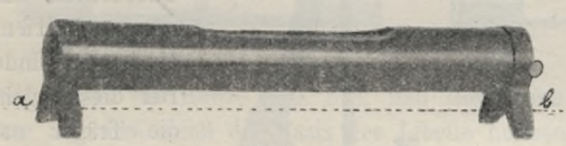


Fig. 77.

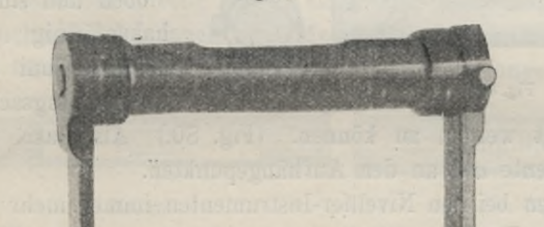


Fig. 78.

Aus diesem Grunde ist die zweifache Verschiebung der Libelle eingerichtet. Soll die Libelle auf die Drehungsachse des Fernrohres eines

Instrumentes aufgesetzt werden, so muß sie häufig sehr lange Träger haben, wie in Fig. 78 und 79.

Bei den Libellen, wie sie der Mechaniker Ertl in München an feinen Instrumenten anbringt, ist die Glasröhre nicht in einer Hülse befestigt,

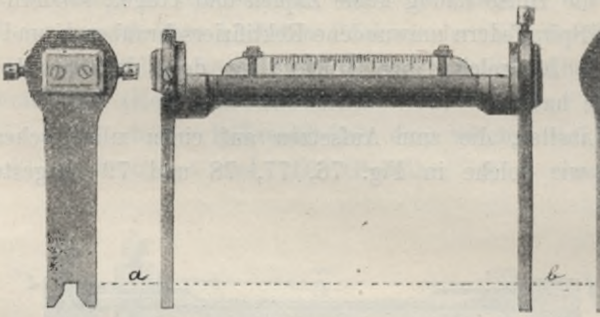


Fig. 79.

sondern sie liegt frei in einer Rinne und ist in dieser nur durch zwei darüber gelegte und angeschraubte ganz schmale Bänder befestigt (Fig. 79).

Alle die bisher besprochenen Libellen heißen Setzlibellen, weil sie auf irgend eine Unterlage aufgesetzt werden. Bei älteren Instrumenten, besonders bei Reichenbach'schen Theodoliten, kann man auch Hänglibellen finden. Bei diesen gehen die Träger nach oben und sind hakenförmig gekrümmt, um auf die Drehungsachse des Fernrohres aufgehängt werden zu können. (Fig. 80.) Als Basis der Libelle gilt hier die Tangente *a b* an den Aufhängepunkten.

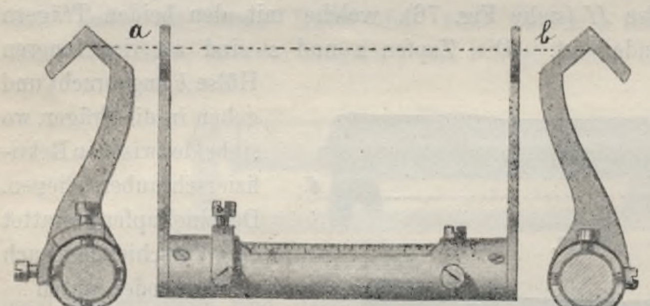


Fig. 80.

In neuerer Zeit finden bei den Nivellier-Instrumenten immer mehr die Doppellibellen (auch Reversionslibellen genannt) Anwendung. Diese Libellen (siehe Fig. 81) sind im Innern, sowohl auf der oberen, als auch auf der unteren Seite ganz gleichmäßig kugelförmig ausgeschliffen. Die Hülse ist demgemäß auch auf der unteren Seite offen und man kann die Libelle auch in umgekehrter Lage des Fernrohres verwenden.

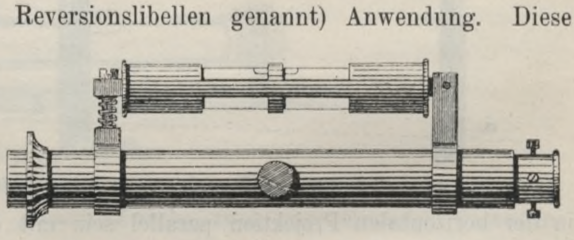


Fig. 81.

Die Herstellung eines ganz symmetrischen Schliffes auf den zwei entgegengesetzten Seiten der Röhre ist aber ungemein schwierig, und daher sind solche Libellen auch sehr teuer.

67. Wie schon in der vorigen Nummer gesagt wurde, kann die Libellenröhre mit Hilfe der Rektifizierschrauben so gestellt werden, daß ihre Basis *a b* (Fig. 82) parallel ist mit der Tangente *x y*, welche man zu der Röhrenkrümmung in einem Punkte *m* gezogen denken kann, der in irgend einer Weise bezeichnet ist. Diese Tangente heißt „die Achse oder Tangente der Libelle“. Hat die Libelle eine solche Lage, daß dieser Punkt *m* der h ö c h s t e der Krümmung ist, so wird sich hier die Blase befinden. Die an dem höchsten Punkte einer gekrümmten Fläche gedachte Tangente ist horizontal, und da diese Tangente, wie früher gesagt wurde, parallel ist zur Basis *a b* der Libelle, so ist auch diese horizontal, wenn die Blase in *m* sich befindet.

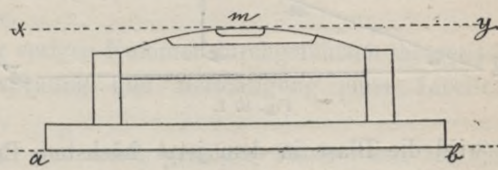


Fig. 82.

Der Punkt *m*, die M a r k e der Libelle, kann in verschiedener Weise bezeichnet sein. Bei gewöhnlichen Tisch- oder Baulibellen geht ein Messingstreifen über die Röhre (Fig. 83), und dieser muß sich in der Mitte der Blase befinden, wenn die Basis der Libelle horizontal ist. Man sagt dann, die Blase der Libelle „spielt ein“, oder auch nur „die Libelle spielt ein“. Manchmal gehen auch zwei Messingstreifen über die Röhre (Fig. 84), und die Blase muß sich symmetrisch zwischen ihnen befinden. Oder es sind in der Röhre zwei Striche eingeritzt (Fig. 85). Bei feinen Libellen sind in der Mitte in kurzer Entfernung voneinander zwei Striche eingeritzt, und neben jedem ist eine Anzahl gleicher Teile aufgetragen (Fig. 86), die Blase muß dann mit ihren Rändern nach beiden Seiten hin eine gleiche Anzahl von Teilen abschneiden.

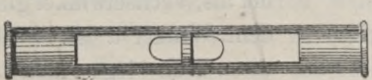


Fig. 83.

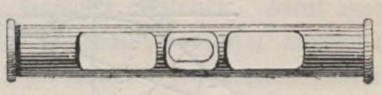


Fig. 84.

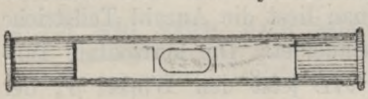


Fig. 85.

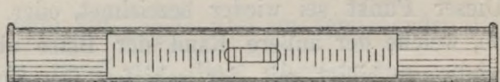


Fig. 86.

Soll also die Basis der Libelle horizontal gerichtet werden, so wird man ein Ende heben oder senken, bis die Blase in der eben beschriebenen Weise einspielt.

68. Zur R i c h t i g k e i t d e r L i b e l l e ist erforderlich, daß die Hülse eine solche Lage in den Trägern hat, daß die Achse oder Tangente der

Libelle parallel ist zu ihrer Basis, sodaß diese bei einspielender Libelle wirklich horizontal ist.

Um die Prüfung und Berichtigung einer Libelle verstehen zu können, soll zunächst folgende Betrachtung angestellt werden.

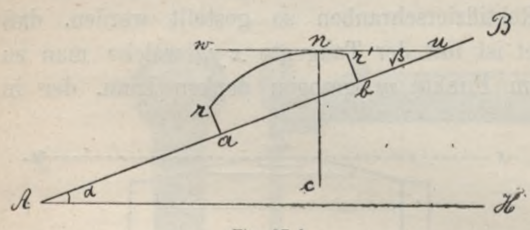


Fig. 87 I.

Denkt man sich eine schiefe Ebene AB, welche mit der Horizontalen AH den Winkel α bildet (Fig. 87 I), und denkt man sich ferner auf diese schiefe Ebene eine Libelle gelegt, deren Basis ab und deren Krümmung rr' ist, so wird die Blase in dem jetzt höchsten Punkte sich befinden, z. B, in n. Dieser Punkt werde durch einen Strich bezeichnet oder indem man abliest, wie viel Teilstriche der äußere Rand der Blase von der oben angebrachten Teilung abschneidet.

Es sei nun in diesem höchsten Punkte n eine Tangente uw zur Krümmung rr' gezogen, so ist diese horizontal, und der Halbmesser no der Krümmung ist vertikal. Die horizontale Tangente bildet mit der schiefen Geraden AB den Winkel β, der als Wechselwinkel gleich dem Winkel α ist.

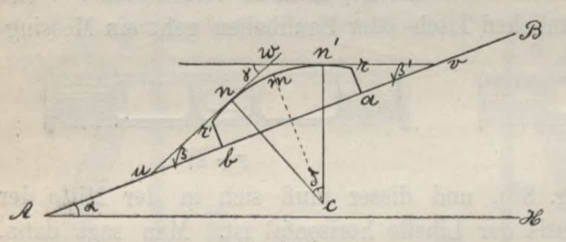


Fig. 87 II.

Nun lege man die Libelle um 180^0 um, sodaß die linke Seite nach rechts kommt (Fig. 87 II). Nun wird ein anderer Punkt n' der Krümmung der höchste sein, dessen Tangente wieder horizontal, und dessen Halbmesser vertikal ist, und hier wird jetzt die Blase einspielen. Dieser Punkt sei wieder bezeichnet, oder man liest die Anzahl Teilstriche ab, welche der äußere Rand der Blase abschneidet. Die horizontale Tangente vw bildet mit der schiefen Geraden AB jetzt den Winkel β', der wieder ein Wechselwinkel zu α ist. Es ist also

$$\begin{array}{r} \alpha = \beta \\ \alpha = \beta' \\ \hline 2\,\alpha = \beta + \beta' \end{array}$$

Der Winkel γ ist als Außenwinkel des Dreieckes uvw der Summe der zwei inneren, ihm nicht anliegenden Winkel gleich, also

$$\begin{aligned} \gamma &= \beta + \beta' \\ \gamma &= 2\,\alpha \\ \gamma &= \delta \\ 2\,\alpha &= \delta \\ \alpha &= \frac{\delta}{2} \end{aligned}$$

Halbiert man den Winkel δ, so wird auch der Bogen $n n'$ in m halbiert. Denkt man sich jetzt die schiefe Ebene AB gesenkt, so wird der Winkel α und daher auch $\frac{\delta}{2}$ immer kleiner und die Blase rückt von n immer näher gegen m. Sowie die schiefe Ebene AB mit der Horizontalen AH zusammenfällt, sowie also auch die Basis $a b$ der Libelle horizontal ist, wird α und auch $\frac{\delta}{2}$ Null und die Blase ist im Punkte m angekommen.

Die richtige Marke m liegt also in der Mitte zwischen den beiden Stellungen n und n' der Blase.

69. Auf Grund der in der vorigen Nummer durchgeführten theoretischen Betrachtung kann die Untersuchung und Berichtigung einer Libelle in folgender Weise geschehen.

Man legt die Libelle auf eine sanft geneigte Fläche und bezeichnet die Stelle, wo sich der Rand der Blase befindet, oder wenn die Libelle oben mit Teilstrichen versehen ist, zählt man die Anzahl Teilstriche ab, welche der Rand der Blase von der Mitte aus abschneidet. Diese Anzahl wäre x beispielsweise 7. Nun hebt man die Libelle auf, dreht sie um 180^0 und legt sie wieder nieder, so soll der Rand der Blase sich wieder genau ebenso weit nach der anderen Seite von der Mitte befinden. Wenn man also wieder die Stelle, wo sich der Rand der Blase befindet, bezeichnet, so sollen diese beiden Bezeichnungen gleich weit von einander abstehen. Zählt man die Anzahl der Teilstriche ab, so sollen wieder genau ebensoviel abgeschnitten werden. Wäre dies nicht der Fall, so muß mittelst der Rektifizierschrauben die Hülse in dem Träger auf jener Seite, wo der Abstand des Blasenrandes von der Mitte größer ist, gesenkt, oder das andere Ende gehoben werden, bis nach mehreren Versuchen schließlich beim Umlegen der Libelle, der Abstand des Blasenrandes von der Mitte immer gleich bleibt.

Hätte man in der zweiten Lage y Teilstriche abgelesen, z. B. nur 3, so ist die Libelle unrichtig und es sollen, weil die Abstände von der Mitte gleich sein sollen, nach jeder Seite hin $\frac{x+y}{2}$, also im vorstehenden Beispiele $\frac{7+3}{2}$ 5 = Teilstriche vom Rand der Blase abgeschnitten werden. Da $x > y$, so ist also in der ersten Lage der Abstand zu groß um

$$x - \frac{x+y}{2} = \frac{2x-(x+y)}{2} = \frac{x-y}{2}$$

und in der zweiten Lage zu klein um

$$\frac{x+y}{2} - y = \frac{x+y-2y}{2} = \frac{x-y}{2}$$

Im vorstehend angenommenen Beispiele ist demnach der Fehler auf jeder Seite $\frac{7-3}{2} = 2$.

Man wird also mit den Rektifizierschrauben die Hülse im Träger an dem einen Ende, wo die Ablesung zu groß war, so viel senken müssen, oder das andere Ende soviel heben müssen, bis in der zweiten Lage, in welcher sich jetzt die Libelle befindet, die Blase um zwei Teilstriche weiter gegen das Ende zu rückt.

Bequemer ist es, wenn man eine Vorrichtung hat, mit der man die Libelle zum Einspielen bringen, d. h. so stellen kann, daß die Blase in der Mitte einspielt, also nach beiden Seiten hin ein gleich großes Stück oder gleich viele Teilstriche abschneidet.

Eine solche Vorrichtung ist z. B. das in Fig. 91 abgebildete Lege- oder Justierbrettchen. Dieses ist ein Tförmiges Brettchen mit drei Stellschrauben A, B, C in den Enden. Man legt dann die Libelle in die Richtung $d\,c$ und bringt sie mit der Schraube C zum Einspielen. Legt man nun die Libelle um, so soll sie, wenn sie richtig ist, abermals einspielen. Ist dies nicht der Fall, sondern weicht jetzt die Blase nach der einen Seite mehr ab, als nach der anderen, so ist die Differenz in der Abweichung der doppelte Fehler, und man wird die Hälfte mit der Rektifizierschraube verbessern, bis nach mehreren Versuchen die Libelle in beiden Lagen genau einspielt.

In derselben Weise kann man einen mit Stellschrauben versehenen Meßtisch verwenden. Ist die Libelle zum Aufsetzen auf ein Fernrohr oder auf die Drehungsachse eines solchen bestimmt, so sind auch stets Schrauben da, mit denen man sie zum Einspielen bringen kann, sodaß die Prüfung und Berichtigung in derselben Weise geschehen kann.

Ist die Libelle auf einem Instrumente befestigt, sodaß man sie nicht abheben und umlegen kann (siehe z. B. Fig. 75), so wird die Libelle mit den immer vorhandenen Stellschrauben zum Einspielen gebracht und dann das ganze Instrument samt der darauf befindlichen Libelle um die vertikale Drehungsachse des Instrumentes gedreht, sodaß die Libelle wieder in die zweite, um 180° geänderte Lage kommt, wo sie wieder einspielen soll. Ist dies nicht der Fall, so wird ebenfalls die Hälfte der Abweichung mit den Rektifizierschrauben verbessert.

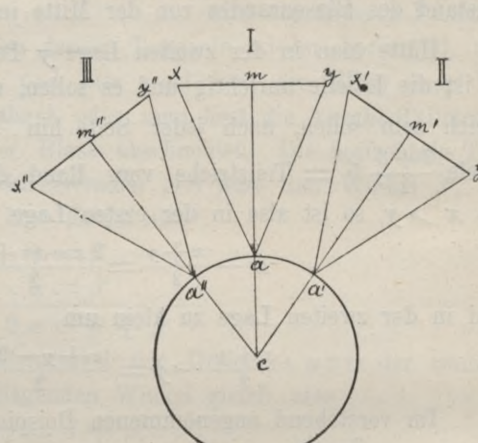


Fig. 88.

70. Schon in Nr. 66 bei der Besprechung der Fassung der Libellen wurde gesagt, daß bei Libellen, welche zum Aufsetzen auf einen zilindrischen Körper (Fernrohr, Drehungsachse) bestimmt sind, die Achse der Libelle nicht nur in der vertikalen, sondern auch in der horizontalen Projektion parallel sein muß zur Basis der Libelle.

Es wäre in Fig. 88 der Kreis der Durchschnitt eines solchen zilindrischen Körpers, dessen Achse sich in diesem Durchschnitte als ein Punkt c darstellt. Auf diesen Zilinder wäre eine Libelle aufgesetzt, deren Basis sich in dieser Ansicht als Punkt *a* darstellt. Ist die Achse der Libelle in der horizontalen Projektion parallel zur Basis, so wird sich die Achse der Libelle ebenfalls nur als Punkt *m* zeigen. Wäre aber die Achse der Libelle in der horizontalen Projektion nicht parallel mit der Basis, sondern kreuzen sich diese beiden Linien, so wird sich die Achse der Libelle als Linie xy darstellen. Wenn nun die Libelle mit den betreffenden Stellschrauben zum Einspielen gebracht wird, so ist ihre Achse xy horizontal (Stellung I). Dreht man aber die Libelle auf dem zilindrischen Körper etwas nach rechts (II) oder links (III), so kommt die Achse aus ihrer horizontalen Lage, wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, und in die Lagen $x'y'$ oder $x''y''$. Es wird also jetzt die Blase nicht mehr in der Mitte einspielen, sondern wird gegen das höhere Ende x' oder y'' hin abweichen. Man muß also mit den zwei Rektifizierschrauben (Fig. 76 *A*) die Libellenröhre seitlich verschieben, bis bei der Drehung der Libelle nach links und rechts die Blase immer scharf in der Mitte bleibt.

Um die Richtung zu erkennen, nach welcher die Verschiebung erfolgen muß, denke man sich vor der Figur 88 stehend und die Rektifizierschrauben befinden sich an dem, dem Beobachter zugekehrten Ende. Weicht bei der Drehung nach rechts die Blase nach vorn, gegen den Beobachter zu, bei der Drehung nach links aber nach hinten ab, so muß die Verschiebung der Hülse am vorderen Ende von links gegen rechts erfolgen.

Diese Prüfung muß stets v o r der in Nr. 69 erklärten Prüfung der Parallelität der Achse der Libelle mit ihrer Unterlage in der vertikalen Projektion erfolgen.

71. Nebst der Richtigkeit soll man bei einer neuen Libelle auch ihre Empfindlichkeit prüfen.

Denke man sich in Fig. 89 eine Libelle mit der Basis ab und der Krümmung rr'. In der Stellung I bildet die Basis ab mit der Horizontalen aH

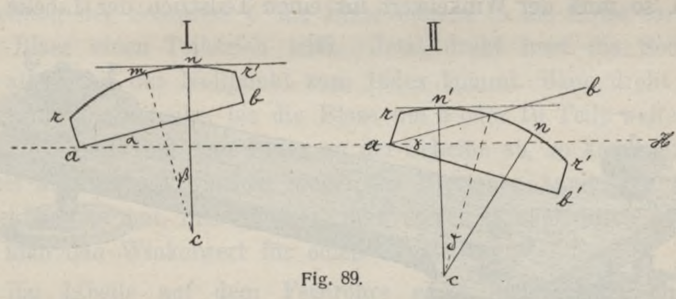


Fig. 89.

einen Winkel α, und die Blase wird sich im höchsten Punkte n befinden. Bezeichnet man die richtige Mitte der Libelle mit m, so bilden die beiden Halbmesser cm und cn der Krümmung den Winkel β, welcher gleich ist dem Winkel α. Das Stück mn ist die Abweichung der Blase von der Mitte oder der A u s s c h l a g der Libelle.

Denkt man sich nun das Ende b der Libelle gesenkt, sodaß diese in die Stellung II kommt. Die Blase wird jetzt wieder im höchsten Punkte n sich befinden, und es hat bei dieser Bewegung der Basis von $a\,b$ nach $a\,b'$ die Blase den Weg $n\,n'$ zurückgelegt.

Der Winkel δ, welchen die Halbmesser $c\,n$ und $c\,n'$ mit einander bilden, ist gleich dem Winkel γ, welchen die jetzige Richtung $a\,b'$ der Basis mit ihrer früheren Lage $a\,b$ bildet.

Betrachtet man Fig. 90 und nimmt man an, die Libelle hätte statt dem Halbmesser $c\,n$, den Halbmesser $c\,u$ oder $c\,p$, so sieht man, daß die Blase dann bei demselben Winkel δ, den die Basis mit ihrer ursprünglichen Richtung bildet, den Weg $u\,v$ oder $p\,q$ zurücklegen würde. Es wird also bei derselben Neigung der Basis der Ausschlag der Blase um so größer, d. h. die Libelle umso empfindlicher sein, je größer der Krümmungshalbmesser der Libelle ist.

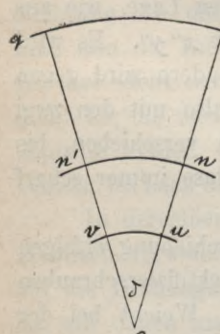


Fig. 90.

Angenommen, das Stück $n\,n'$, um welches sich die Blase bewegt hat, wäre z. B. gleich 10 Teilen der Libelle. Könnte man die Länge dieses Bogenstückes genau ermitteln, z. B. in Millimetern und könnte man auch die Länge des Krümmungshalbmessers $c\,n$ in demselben Maße ermitteln, so könnte man sagen $\frac{n\,n'}{c\,n} = \text{arc}\,\delta$ und daher $\delta'' = 206265\,\frac{n\,n'}{c\,n}$.

Würde man das erhaltene Resultat durch 10 dividieren, weil angenommen wurde, es wäre $n\,n'$ gleich 10 Teilen gewesen, so erhielte man den Winkel in Sekunden, um welchen die Basis geneigt werden muß, damit die Blase um einen Teil weiterrückt. Diesen Winkel nennt man den Winkelwert oder auch die Empfindlichkeit der Libelle für einen Teilstrich.

Weil es aber unmöglich ist, den Krümmungshalbmesser der Libelle zu messen, so muß der Winkelwert für einen Teilstrich der Libelle in einer

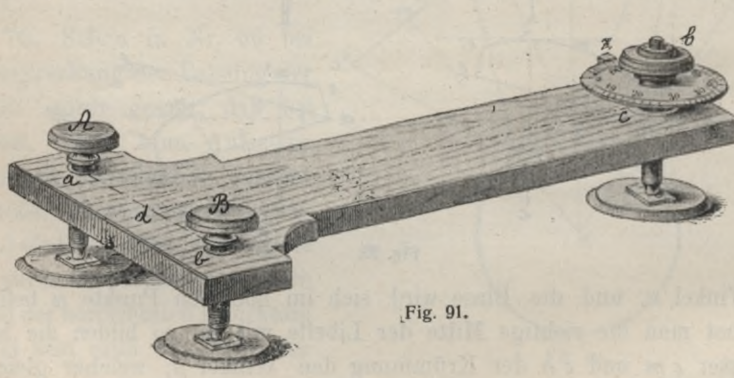


Fig. 91.

anderen Weise, mit Umgehung des Halbmessers, ermittelt werden. Hiezu bedient man sich des Legebrettchens (Siehe Fig. 91). Dieses besteht aus einem T-förmigen Brettchen mit drei Stellschrauben in den Enden. Die Schraube C hat unter dem geränderten Kopfe eine Scheibe, deren Umfang in gleiche Teile geteilt ist. Neben dieser Scheibe befindet sich ein Zeiger z, bei welchem man ablesen kann. Fällt der Nullpunkt der Scheibe mit dem Zeiger zusammen und man dreht dann die Schraube einmal herum, bis wieder der Nullpunkt zu dem Zeiger kommt, so hat sich das Ende des Brettchens um die Höhe eines Schraubenganges gehoben oder gesenkt. Dreht man die Schraube nur teilweise, sodaß eine andere Zahl zum Zeiger kommt, so gibt diese die Anzahl Teile eines Schraubenganges an, um welche sich das Ende des Brettchens gehoben oder gesenkt hat.

Angenommen, es wäre die Höhe eines Schraubenganges 1·005 *mm* und die Länge $c\,d$ des Brettchens 431·87 *mm*. Dreht man die Schraube genau einmal herum, so wird das Ende C des Brettchens um 1·005 *mm* gehoben oder gesenkt und die Richtung $c\,d$ des Brettchens bildet mit der früheren Lage einen Winkel z. B. α, so ist $\operatorname{tang} \alpha = \frac{1·005}{431·87}$. Da der Winkel sehr klein ist, kann statt des tang. der arc. gesetzt werden und es ist dann $\alpha = 206265 \, \frac{1·005}{431·87}$ Sekunden, demnach $\alpha = 480$ Sekunden oder 8 Minuten,

Es bedeutet also in diesem Falle eine einmalige Umdrehung der Schraube 8 Minuten, es ist daher der Umfang der Scheibe zunächst in 8 Teile geteilt, welche mit 1 bis 8 beziffert sind und Minuten bedeuten. Jeder dieser Teile kann dann noch in 30 Teile geteilt sein, von denen jeder 2 Sekunden bedeutet.

Die Scheibe an der Schraube C kann auch für sich allein gedreht werden, ohne daß die Schraube selbst gedreht werden muß, man kann daher jedesmal den Nullpunkt zum Index bringen.

Um die Empfindlichkeit einer Libelle für einen Teilstrich zu prüfen, legt man die Libelle auf das Brettchen in die Richtung $c\,d$ und bringt durch Drehung der Schraube C die Blase nahezu in die Mitte so, daß der Rand der Blase einen Teilstrich trifft. Jetzt dreht man die Scheibe der Schraube allein, bis der Nullpunkt zum Index kommt, dann dreht man die Schraube samt der Scheibe, bis die Blase um 5 oder 10 Teile weiter gerückt ist. Liest man jetzt bei dem Index an der Scheibe ab, so kann man direkt den Winkel ablesen, um welchen hiebei das Brettchen samt der Basis der Libelle sich bewegt hat, und dividiert man diesen Winkel durch 5 oder 10, so erhält man den Winkelwert für einen Teilstrich.

Ist die Libelle auf dem Fernrohre eines Instrumentes angebracht, (wie z. B. in Fig. 81), so kann man den Winkelwert in folgender Weise ermitteln (Fig. 92). Man mißt eine Distanz D z. B. 10 *m* genau ab, stellt das Instrument mit dem Drehungspunkte des Fernrohres genau vertikal über dem einen Endpunkte auf, im zweiten Endpunkte einen in Millimeter geteilten Stab. Nun stellt man das Fernrohr mit der Libelle so, daß der

Endpunkt der Blase mit einem Teilstrich zusammenfällt,*) und notiert den Punkt, wo die Visur die Latte trifft. Dann dreht man das Fernrohr nach oben oder unten, sodaß die Blase genau um eine Anzahl Teilstriche, z. B. 10, weiterrückt und notiert wieder den Punkt, wo die Visur jetzt die Latte trifft. Man kann also die Größe H an der Latte genau messen, um welche die Visur gehoben wurde. Die Visur, welche hier die Basis der Libelle ist, bildet mit ihrer früheren Lage den Winkel α, und es ist wieder

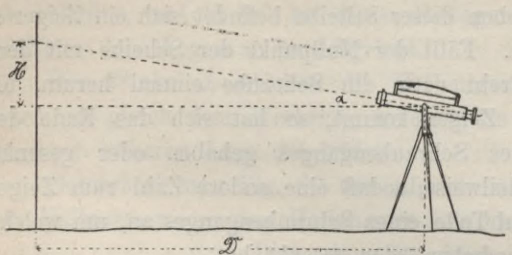


Fig. 92.

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{H}{D} \text{ oder } \operatorname{arc} \alpha = \frac{H}{D} \quad \text{daher } \alpha'' = 206265 \frac{H}{D}$$

Wäre z. B. $H = 5$ *mm*, $D = 10$ *m* $= 10000$ *mm*, so ist

$$\alpha'' = 206265 \frac{5}{10000} = 103{\cdot}13''$$

daher der Winkelwert eines Teilstriches 10·3″.

72. Kennt man den Winkelwert eines Teiles der Libelle, so kann man sich auch ein Bild machen von der Genauigkeit, mit welcher die Basis der Libelle horizontal gerichtet werden kann. Wäre der Winkelwert eines Teiles z. B. 20″ und es würde die Blase nicht genau in der Mitte einspielen, sondern um einen ganzen Teilstrich abweichen, so wäre die Basis nicht horizontal, sondern sie würde mit der Horizontalen einen Winkel von 20″ bilden. Da es aber ganz gut möglich ist, die Blase bis auf $^1/_5$ eines Teilstriches zum Einspielen zu bringen, so beträgt dann bei dieser Libelle die Genauigkeit in der Horizontalstellung der Basis 4″.

Auf die Genauigkeit, resp. Empfindlichkeit der Libelle haben aber noch einige andere Umstände Einfluß.

Vor allem hat die Wärme einen großen Einfluß auf die Blasenlänge, indem bei steigender Temperatur die Blase kürzer, bei sinkender dagegen länger wird. Je kürzer hiebei die Blase wird, desto weniger empfindlich ist sie auch.

Wird eine Libelle plötzlich von der Sonne getroffen, so zieht sich sofort die Blase gegen die Sonne zu, und es kann die Abweichung einen ganzen Teilstrich und auch noch mehr betragen. Instrumente mit sehr empfindlichen Libellen müssen daher bei der Arbeit stets durch einen Schirm vor den Sonnenstrahlen geschützt werden.

Einen großen Einfluß auf die Genauigkeit und Empfindlichkeit der Libelle hat auch die Glattheit und Reinheit der inneren Flächen der Röhre. Die Blase muß ja bei der Weiterbewegung immer erst die Adhäsion der

*) Dieser Teilstrich soll möglichst in der Mitte der Libelle liegen, weil bei den feinen Libellen nur der mittlere Teil sorgfältig geschliffen ist.

Flüssigkeit an der Glaswand überwinden. Aus diesem Grunde nimmt man jetzt zumeist Schwefeläther zur Füllung der Libellen.

In neuerer Zeit machte man die Erfahrung, daß nach längerer Zeit die Libellen eine geringere Empfindlichkeit zeigten, ja geradezu unbrauchbar wurden. Es wird nämlich die innere Glasfläche mit der Zeit rauh, was man darauf zurückführt, daß das Glas beim Schleifen Wasser absorbiert hat. Um dem Rauhwerden vorzubeugen, spült man daher gegenwärtig die geschliffenen Röhren durch etwa vierzehn Tage in Alkohol und Äther, ehe man sie weiter bearbeitet.

73. Die D o s e n l i b e l l e besteht aus einer zilindrischen metallenen Büchse von 5—10 *cm* Durchmesser und 1—2 *cm* Höhe, welche oben mit einer Glasplatte geschlossen ist, welch letztere auf der inneren Seite kugelförmig ausgeschliffen ist. Fig. 93 zeigt eine Dosenlibelle in der Ansicht

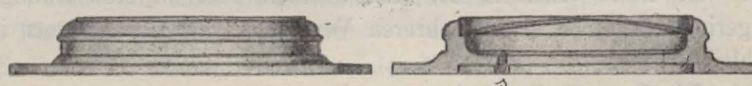


Fig. 93.

und im Durchschnitt. Die Büchse ist bis auf einen kleinen Raum mit Weingeist, seltener mit Schwefeläther gefüllt. Zur Füllung dient die im Boden der Büchse angebrachte Schraube *s*. Auf der oberen Seite des Deckels ist in dessen Mitte ein kleiner Kreis eingeritzt, mit welchem die Blase konzentrisch sein soll, wenn die untere Fläche der Büchse horizontal ist.

Um die Dosenlibelle in dieser Hinsicht zu prüfen, legt man sie auf eine mit Stellschrauben versehene Ebene, z. B. auf das Legebrettchen, bringt die Blase zum Einspielen und dreht die Büchse langsam um ihre vertikale Achse, so soll die Blase nicht aus dem Spielpunkte kommen, d. h. stets mit dem eingeritzten Kreise konzentrisch bleiben. Weicht jedoch die Blase ab, so könnte man bei einer solchen einfachen Dosenlibelle nur durch Abschleifen der Bodenfläche abhelfen.

Es ist deshalb besser, wenn unter der Büchse noch eine Fußplatte angebracht ist, wie in Fig. 94. Diese Fußplatte ist mit der Büchse durch

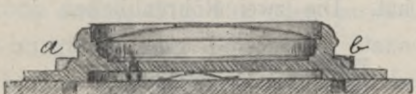


Fig. 94.

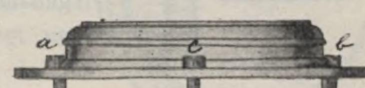


Fig. 95.

drei Schrauben *a, b, c* verbunden, und zwischen Büchse und Fußplatte befindet sich eine Feder. In derselben Weise sind auch die Dosenlibellen an den Instrumenten befestigt. Siehe auch Fig. 95. Diese Befestigung mit drei Schrauben gestattet dann eine Rektifikation. Man bringt wieder die Blase zum Einspielen und dreht jetzt die Büchse um ihre vertikale Achse um 180°. Weicht die Blase ab, so ist ebenso wie bei der Röhrenlibelle die Abweichung der doppelte Fehler. Die Beseitigung der Hälfte der Abweichung muß jetzt aber mit den Rektifizierschrauben *a, b, c* in zwei zu einander senkrechten Richtungen geschehen. Befände sich z. B. in Fig. 96 nach der Umdrehung der Mittelpunkt der Blase in x so wird man zuerst mit Hilfe der zwei Schrauben *a* und *b* die Blase um die Hälfte der Abweichung in der Richtung $x\,y$ bewegen, sodaß ihre Mitte nach x' kommt. Dann bewegt man die Blase mit der Schraube *c* in der Richtung $x'\,z$ abermals um die Hälfte, sodaß die Mitte nach x'' kommt. Bringt man nun wieder mit den Stellschrauben des Legebrettchens oder des betreffenden Instrumentes die Blase in die Mitte und dreht die Libelle wieder um ihre Achse, so wird entweder die Blase schon in der Mitte bleiben, oder die Abweichung wird schon geringer sein, bis nach mehreren Versuchen die Blase immer in der Mitte bleibt.

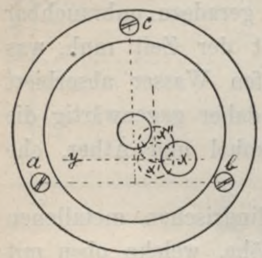


Fig. 96.

74. Die Dosenlibellen haben eine weit geringere Genauigkeit als die Röhrenlibellen, weil ihr Krümmungshalbmesser viel kleiner ist. Dieser beträgt nämlich nur 0·5 bis höchstens 2 Meter, während er bei den feinen Röhrenlibellen oft über 100 Meter beträgt. Ein anderer wesentlicher Nachteil der Dosenlibelle ist der, daß sich sowohl der Glasdeckel als auch die Verschlußschraube niemals so dicht einfügen läßt, daß nicht eine Verdunstung der Flüssigkeit stattfinden könnte, sodaß die Blase immer größer, und daher schließlich eine Nachfüllung nötig wird. Aus dieser Ursache werden daher in neuerer Zeit, besonders von den österreichischen Mechanikern die Dosenlibellen seltener angewendet und statt dieser werden an Instrumenten zwei zu einander senkrechte Röhrenlibellen angebracht.

Der Mechaniker Reinisch in Wien hat auch eine kleine Metalldose konstruiert (siehe Fig. 97 u. 98) von 5 *cm* Durchmesser, welche zwei ganz kleine, zu einander senkrechte Röhrenlibellen enthält, und welche er Kreuzlibelle genannt hat. Die zwei Röhrenlibellen sind in

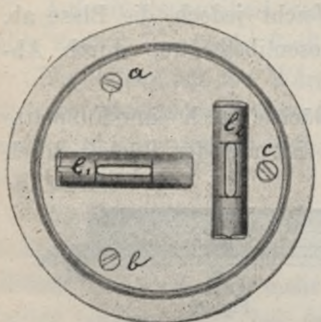


Fig. 97.

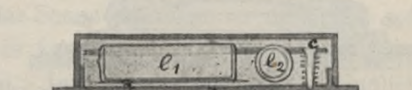


Fig. 98.

einer Platte eingekittet, welche mit drei Schrauben *a, b, c* an der Bodenplatte befestigt ist und zwar so, daß zwei Schrauben parallel sind mit der einen Libelle. Die Schrauben sind mit Federn umwunden. Die Untersuchung geschieht in derselben Weise, wie bei einer Dosenlibelle, indem man die Kreuzlibelle auf das Legebrettchen oder ein anderes Instrument mit Stellschrauben legt und zwar so, daß die eine Libelle parallel zu liegen kommt mit zwei Stellschrauben. Nun bringt man die beiden Röhrenlibellen mit den Stellschrauben zum Einspielen und dreht dann die Büchse um ihre vertikale Achse um 180°. Weichen die Blasen ab, so wird die Hälfte der Abweichung bei der Libelle l_2 mit den Schrauben a und b und bei der Libelle l_1 mit der Schraube c beseitigt, bis nach mehreren Versuchen die Blasen beider Libellen immer einspielen.

75. Die Libellen finden bei den Meßinstrumenten Verwendung, um entweder Linien oder Ebenen horizontal zu richten. Zu diesem Behufe sind an den Instrumenten sogenannte Stellschrauben angebracht, um den Linien oder Ebenen die erforderliche Lage geben zu können. Über das Horizontalrichten von Linien ist nichts Besonderes zu sagen notwendig. Zu diesem Zwecke ist parallel mit der betreffenden Linie eine Röhrenlibelle befestigt, deren ein Ende mit einer Stellschraube gehoben oder gesenkt werden kann, bis die Blase in der Mitte einspielt.

So ist z. B. an dem Fernrohre der Nivellier-Instrumente eine Libelle angebracht (z. B. Fig. 81), um die Visierlinie des Fernrohres horizontal zu richten. Das Fernrohr samt der daran befestigten Libelle kann mittelst einer Stellschraube an einem Ende gehoben oder gesenkt werden.

Soll eine Ebene horizontal gestellt werden, so geschieht dies nach dem Grundsatze, daß diese horizontal ist, wenn zwei nicht parallele Gerade in dieser Ebene horizontal sind. Zu diesem Zwecke sind unter der betreffenden Ebene drei oder vier Stellschrauben angebracht. Der Drehungspunkt der Ebene befindet sich stets in der Mitte.

Wäre z. B. in Fig. 99 und 100 eine Ebene, die mit drei Stellschrauben s_1, s_2 und s_3 versehen und um den Punkt d drehbar ist. Es kann nun eine Röhrenlibelle verwendet werden, oder eine Dosenlibelle, welche man auf die Ebene frei auflegt, oder es sind auf der Ebene eine oder zwei zu einander senkrechte Röhrenlibellen oder endlich eine Dosenlibelle befestigt.

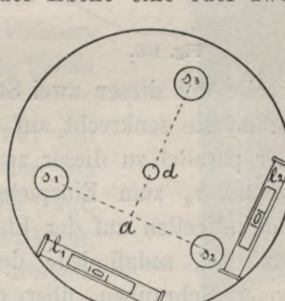


Fig. 99.

Benützt man eine freie Röhrenlibelle, so legt man diese zuerst zwischen zwei Stellschrauben, z. B. s_1 und s_2 (Fig. 99) oder parallel zu ihnen und bringt sie zum Einspielen. Dann legt man die Libelle senkrecht auf die erste Lage in der Richtung a s_3 oder parallel zu dieser Richtung und bringt sie mit der dritten Schraube s_3 zum Einspielen. Dann wird man wohl noch einmal die Libelle in die erste Lage bringen müssen; sollte sie nicht mehr einspielen, so muß sie jetzt durch gleichmäßige Drehung an beiden Schrauben s_1 und s_2 zum Einspielen gebracht werden, worauf man sie noch einmal in die zweite Lage bringt, und wieder mit der Schraube s_3 die Blase in die Mitte treibt.

Wäre eine Röhrenlibelle auf der Ebene befestigt, so geht man ganz in der gleichen Weise vor, nur muß jetzt die Ebene um den Punkt *d* über den Stellschrauben gedreht werden, sodaß die Libelle zuerst wieder zwischen zwei Stellschrauben oder parallel zu diesen und dann senkrecht auf diese Lage in die Richtung der dritten Schraube kommt.

Sind zwei Röhrenlibellen senkrecht zu einander auf der Ebene befestigt, so dreht man die Ebene um den Punkt *d*, sodaß die eine Libelle l_1 in die Richtung von zwei Stellschrauben, resp. parallel zu diesen zu liegen kommt, so wird sich die zweite Libelle l_2 senkrecht auf dieser Richtung befinden. Man bringt nun die Libelle l_1 mit den Schrauben s_1 und s_2 und die Libelle l_2 allein mit der Schraube s_3 zum Einspielen.

Legt man eine Dosenlibelle auf die Ebene oder ist eine solche darauf befestigt (Fig. 100), und befindet sich die Blase z. B. in *p*, so wird man diese mit der Schraube s_1 oder s_2 in der zu dieser Linie parallelen Richtung $x\,y$ von *p* nach *q* und dann mit der Schraube s_3 in der darauf senkrechten Richtung in die Mitte *m* bringen.

Wäre die Ebene mit vier Stellschrauben versehen (Fig. 101 und 102) und man benützt eine Röhrenlibelle (Fig. 101), so muß diese zuerst in die Verbindungslinie zweier Stellschrauben, über den Drehungspunkt *d* hinüber, kommen, oder auch parallel zu dieser Richtung. Man bringt nun die

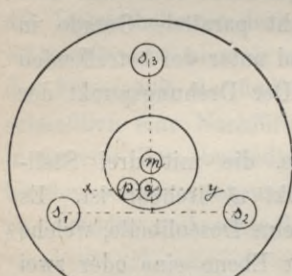


Fig. 100.

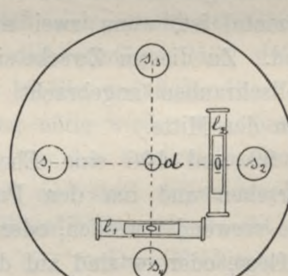


Fig. 101.

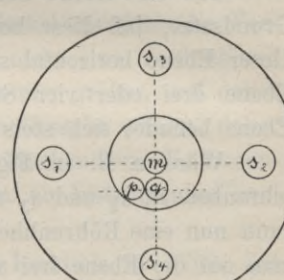


Fig. 102.

Libelle mit diesen zwei Stellschrauben z. B. s_1 und s_2 zum Einspielen, dann kommt sie senkrecht auf die erste Lage zwischen die anderen zwei Schrauben oder parallel zu dieser zweiten Diagonale und wird jetzt mit den Schrauben s_3 und s_4 zum Einspielen gebracht. Sind zwei zu einander senkrechte Röhrenlibellen auf der Ebene befestigt, so dreht man die letztere um den Punkt *d*, sodaß jede der beiden Libellen parallel zur Verbindungslinie zweier Schrauben, über den Drehungspunkt *d* hinüber, zu liegen kommt, wie in Fig. 101, worauf *l* mit den Schrauben s_1 und s_2 und l' mit s_3 und s_4 zum Einspielen gebracht wird. Keinesfalls dürfen die beiden Libellen (oder eine Libelle in beiden Lagen) parallel mit s_1 und s_3 und s_1 und s_4 zu liegen kommen.

Bei Benützung einer Dosenlibelle (Fig. 102) bringt man die Blase mittelst der Schraube s_1 oder s_2 von *p* nach *q* und mittelst der Schraube s_3 oder s_4 von *q* nach *m*.

Bei Dosenlibellen ist es übrigens am besten, wenn man gleichzeitig mit den Schrauben manipuliert, also sowohl bei drei als auch bei vier Stellschrauben zugleich mit s_1 und s_3.

76. Da die auf der horizontalen senkrechte Richtung vertikal ist, so kann die Libelle auch zum Vertikalrichten verwendet werden.

In Fig. 103 ist eine sogenannte Baulibelle dargestellt, welche sowohl zum Horizontal- als auch zum Vertikalrichten dient und welche gegenwärtig

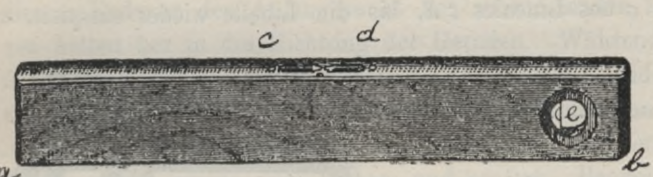


Fig. 103.

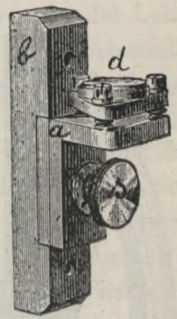


Fig. 104.

schon allgemein von den Bauhandwerkern statt Setzwage und Lot verwendet wird. In einer Latte aus hartem Holz von 50 *cm* bis 1 *m* Länge, 6 *cm* Breite und 3 *cm* Stärke ist parallel mit der schmalen Fläche *a b* eine Röhrenlibelle *c d* so eingelassen, daß die Blase einspielt, wenn *a b* horizontal ist. Eine zweite Röhrenlibelle ist bei *e* senkrecht zur ersten eingelassen, sodaß sie einspielt, wenn *a b* vertikal ist.

Fig. 104 stellt die Einrichtung dar, wie sie von dem mechanischen Institute Starke & Kammerer in Wien zum Vertikalrichten von Nivellier- und Distanzlatten Auwendung findet. Auf einer rechtwinkligen Messingplatte *a* ist mittelst dreier Schrauben eine Dosenlibelle *d* befestigt. Die Messingplatte kann mit einer Schraube *s* an eine Holzleiste *b* angeschraubt werden. Die Leiste ist an die Latte angeschraubt. Mit den drei Befestigungsschrauben der Dosenlibelle kann diese rektifiziert werden, sodaß die Blase einspielt, wenn die Latte genau vertikal ist.

Fig. 105.

Fig. 105 zeigt den sogenannten Lattenrichter von Georg Butenschön in Bahrenfeld bei Hamburg, der aus Messing hergestellt ist und ebenfalls eine Dosenlibelle trägt, sodaß mit diesem Instrumente Nivellier- oder Distanzlatten, sowie Absteckstäbe u. dgl. vertikal gerichtet werden können.

Johann Korbuly in Wien bringt auf dem gleichen Lattenrichter statt einer Dosenlibelle zwei kleine, gegen einander senkrecht gestellte Röhrenlibellen an.

77. Die Libelle kann endlich auch zum Messen von Neigungswinkeln verwendet werden. Hiezu dient der sogenannte Böschungsmesser.

In Fig. 106 ist ein solcher von Holz, in Fig. 107 ein feineres Instrument von Messing abgebildet, beide von Neuhöfer & Sohn in Wien.

Das Instrument besteht aus zwei Linealen *a b* und *c d*, welche bei *b* drehbar mit einander verbunden sind. An dem Lineale *a b* ist ein Gradbogen befestigt und am Lineale *c d* ein Zeiger, um ablesen zu können, ferner ist auf diesem Lineale eine Libelle *l* angebracht. Wenn beide Lineale aufeinander liegen, so ist die Ablesung am Gradbogen 0°, und ist zugleich die untere Fläche des Lineales *a b* horizontal, so spielt die Blase der Libelle in der Mitte ein. Legt man nun das Lineal *a b* auf eine geneigte Fläche, und hebt das Ende *c* des Lineales *c d*, bis die Libelle wieder einspielt, so

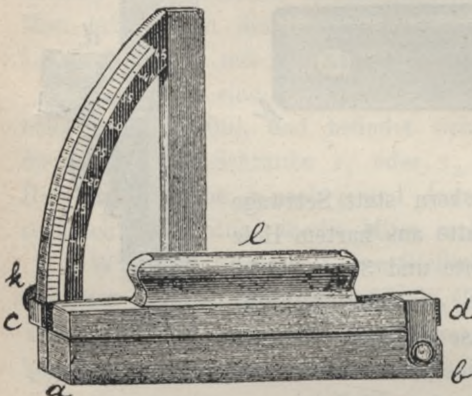


Fig. 106.

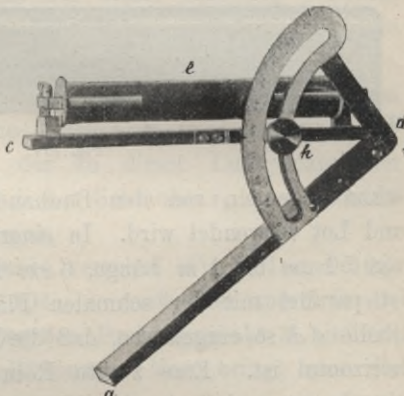


Fig. 107.

kann man am Gradbogen den Winkel ablesen, welchen die geneigte Fläche mit der Horizontalen bildet. Durch eine Klemmschraube *k* kann das Lineal *c d* in jeder Lage festgehalten werden.

Die Prüfung und Berichtigung der Libelle geschieht im zusammengeklappten Zustande des Instrumentes, wobei die Ablesung 0° ist, durch Umlegen wie bei jeder anderen Libelle.

Instrumente zum Längenmessen.

1. Meßlatten, Meßketten und Meßbänder.

§ 23.

78. Die **Meßlatten** und **Meßstangen** werden in der Länge von 2, 3, 4 oder 5 *m* aus recht trockenem, astreinen Tannenholz gefertigt. Sie bekommen entweder einen runden Querschnitt, sind dann in der Mitte etwas stärker, etwa 3—4 *cm*, an den Enden 2—3 *cm* stark, oder sie werden rechteckig gemacht mit einer Stärke von 2—3 auf 5—6 *cm*. Diese letzteren werden aus einem trockenen Brette zugeschnitten und heißen speziell Meßlatten, während die runden aus schwachen Stämmchen zugehobelt, Meßstangen genannt werden. Diese Latten und Stangen, welche im Folgenden immer nur als Latten bezeichnet werden sollen, werden zum Schutze gegen Feuchtigkeit mit Öl getränkt und in der Regel noch mit Ölfarbe oder Lack angestrichen. Die Enden werden mit Messing beschlagen und zwar so,

daß die Endflächen auf der Achse der Latte senkrecht stehen. Die Latten sind in Dezimeter geteilt.

79. Das Messen mit Meßlatten auf horizontalem Boden geschieht in folgender Weise. Die zu messende Gerade wird durch mehrere Absteckstäbe bezeichnet. Zum Messen sind zwei Latten notwendig, im Notfalle genügt ein Arbeiter, besser aber ist es, wenn man zwei verwendet. Der erste legt die eine Latte, indem er sie am hinteren Ende festhält, mit diesem Ende an den Anfangspunkt der zu messenden Linie und richtet sie von hinten her in die Richtung der Geraden. Während er nun die Latte festhält, schiebt der zweite Arbeiter seine Latte, nachdem er sie ebenfalls von hinten in die Gerade eingerichtet hat, vorsichtig an die erste Latte an.

Jetzt wird die zweite Latte festgehalten, die erste aufgehoben und wieder an die zweite angeschoben, und so fort. Bequemer und genauer ist es, wenn man noch vorher in der Richtung der zu messenden Geraden eine Schnur spannt, neben welcher dann die Latten aneinander gereiht werden. Das Zählen geschieht zur Vermeidung von Irrungen laut beim Aufheben der Latte, sodaß also jede noch liegende Latte als noch nicht gezählt gilt.

80. Auf geneigtem Boden wird entweder die sogenannte Staffelmessung angewendet, wobei die Latten stets horizontal gerichtet werden müssen, oder man läßt die Latte in geneigter Lage, mißt den Neigungswinkel und reduziert die Lattenlänge auf die Horizontale.

Die Staffelmessung geschieht in der Weise, daß man das eine Ende der Latte in die Höhe hebt, bis eine auf die Latte gelegte oder auf ihr

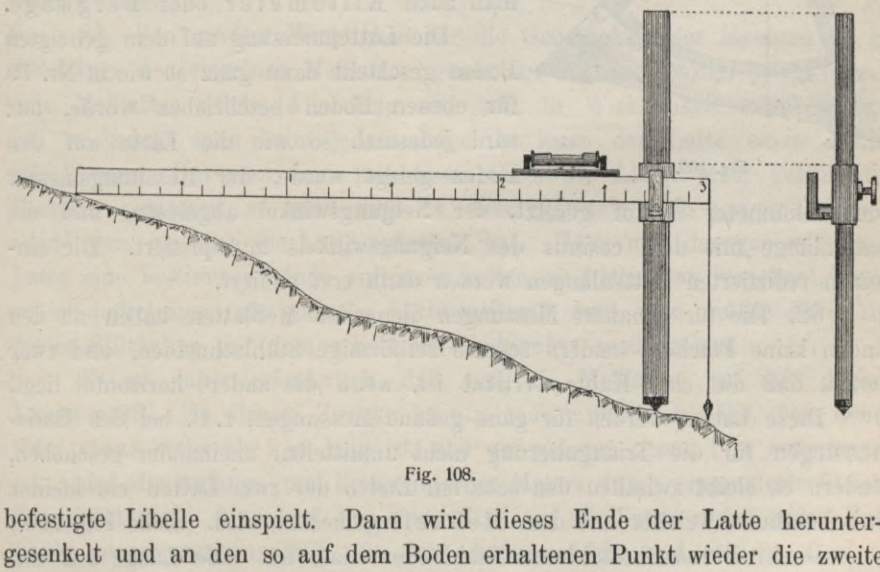


Fig. 108.

befestigte Libelle einspielt. Dann wird dieses Ende der Latte heruntergesenkelt und an den so auf dem Boden erhaltenen Punkt wieder die zweite Latte angelegt. Um die Latte leichter in der horizontalen Lage erhalten zu können, kann man sich der in Fig. 108 abgebildeten Vorrichtung bedienen. Diese besteht aus einer vertikalen Latte, auf welcher ein Schieber angebracht ist, der durch eine Klemmschraube in jeder Höhe festgehalten werden kann. An diesem Schieber ist ein hakenförmiger Ansatz angebracht, in den man das Ende der Meßlatte hineinlegen kann, und zwar ruht dieses auf einer scharfen Kante.

Bei windigem Wetter ist das Herabsenkeln des Lattenendes unsicher. Es ist daher zweckmäßiger, zu diesem Zwecke eine Latte oder einen dünnen Stab zu verwenden, den man mit Hilfe eines Lattenrichters vertikal richtet.

81. Der Staffelmessung stellen sich bei der praktischen Ausführung mancherlei Hindernisse entgegen, welche die Genauigkeit der Messung beeinträchtigen. Durch eine große Zahl von Versuchsmessungen hat man gefunden, daß eine größere Genauigkeit als bei der Staffelmessung zu erreichen ist, wenn man auf geneigtem Boden den Neigungswinkel ermittelt, den die Latte jedesmal mit der Horizontalen bildet, und wenn man dann die Länge der Latte auf den Horizont reduziert.

Zur Messung des Neigungswinkels kann man den in Nr. 77 beschriebenen und in Fig. 106 u. 107 abgebildeten Böschungsmesser benützen, oder eine einfache Setzwage (siehe Fig. 109), an welcher ein Gradbogen angebracht ist. Der Nullpunkt der Einteilung befindet sich in der Mitte, sodaß die Ablesung an dem im Mittelpunkte des Gradbogens aufgehängten Senkel Null ist, wenn die Basis der Setzwage horizontal ist. Vom Nullpunkte aus geht die Bezifferung nach beiden Seiten. Ein solches Instrument nennt man auch Klitometer oder Bergwage.

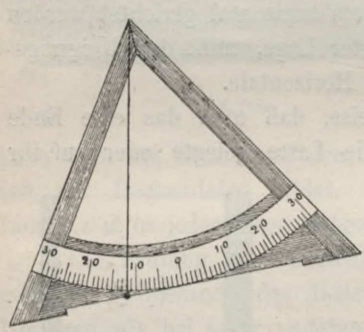


Fig. 109.

Die Lattenmessung auf dem geneigten Boden geschieht dann ganz so wie in Nr. 79 für ebenen Boden beschrieben wurde, nur wird jedesmal, so wie die Latte auf den Boden gelegt wurde, der Böschungsmesser oder Klitometer darauf gesetzt, der Neigungswinkel abgelesen, und die Lattenlänge mit dem cosinus des Neigungswinkels multipliziert. Die einzelnen reduzierten Lattenlängen werden dann erst addiert.

82. Die für genauere Messungen dienenden Meßlatten haben an den Enden keine Flächen, sondern scharfe keilförmige Stahlschneiden, und zwar derart, daß die eine Kante vertikal ist, wenn die andere horizontal liegt.

Diese Latten werden für ganz genaue Messungen, z. B. bei den Basismessungen für die Triangulierung nicht unmittelbar aneinander geschoben, sondern es bleibt zwischen den scharfen Enden der zwei Latten ein kleiner Zwischenraum, welcher mit dem Meßkeil gemessen wird. (Siehe Fig. 110.)

Dieser letztere besteht aus Stahl oder Glas, hat eine Länge *b d* von etwa 10 *cm* und eine Breite von 5 bis 10 *mm*. Zwei der vollkommen eben geschliffenen Seitenflächen sind gegeneinander etwa unter 2 Grad geneigt. Die anderen zwei Seitenflächen sind zu einander parallel, und auf einer sind

Teilstriche angebracht, welche auf der einen Keilfläche *b d* senkrecht stehen. Aus einer zu dem Keile gehörigen Tabelle kann man entnehmen, wie dick der Keil bei jedem dieser Teilstriche ist, sodaß man also die Entfernung *e f* der beiden Lattenkanten ohneweiters mit dem Keile bis auf 0·01 *mm* messen kann.

Die Basislatten sind entweder aus Metall, z. B. Eisen mit Stahlenden, oder sie können auch aus Holz hergestellt sein mit angesetzten Stahlkanten. Die hölzernen Latten müssen jedoch aus mindestens drei Holzlagen mit entgegengesetzt laufenden Fasern zusammengesetzt sein.

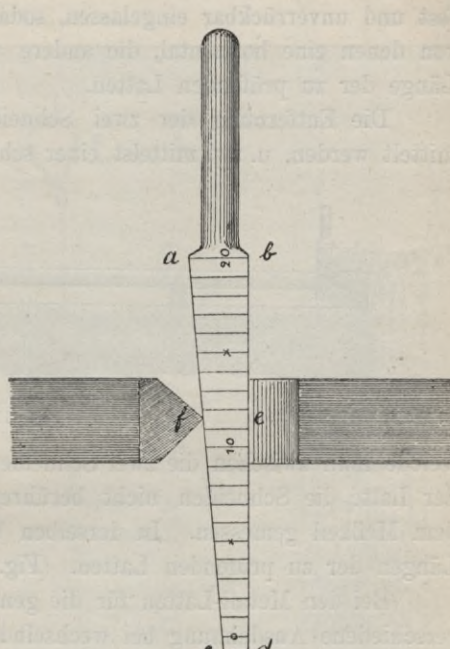


Fig. 110.

Will man den Meßkeil nicht anwenden, so können auch die Kanten der Latten dicht aneinander geschoben werden. Nur dürfen dann die Kanten nicht zu scharf sein, damit beim Aneinanderstoßen keine Eindrücke entstehen. Man wird aber immer noch eine größere Genauigkeit erzielen, als wenn die Latten Endflächen haben.

83. Von größter Wichtigkeit für die Genauigkeit der Messung ist es, die Länge der einzelnen Meßlatten genau zu kennen. Wenn beispielsweise eine Meßlatte, welche 4 *m* lang sein soll, in Wirklichkeit 4·002 *m* lang ist, so begeht man beim jedesmaligen Auflegen der Latte einen Fehler von 2 *mm*. Hat man dann mit dieser Latte die Länge einer bestimmten Geraden gemessen, so muß man zu dem Resultate noch sovielmal 2 *mm* zuaddieren, als man die Latte aufgelegt hat. Hätte man dagegen mit dieser Latte eine bestimmte Länge auftragen sollen, so hätte man sovielmal 2 *mm* zuviel aufgetragen, als man die Latte auflegte, und man müßte daher um dieses Stückchen mit dem erhaltenen Endpunkte zurückgehen.

Es ist daher erforderlich, daß man die Meßlatten auf ihre genaue Länge prüft. Zu diesem Zwecke benützt man zwei Stahlstäbe, von denen jeder etwas mehr als 1 *m* lang ist, und auf welchen genau 1 *m* aufgetragen ist, sodaß die Anfangs- und Endpunkte des Meters durch eingravierte Striche bezeichnet sind. Man legt den einen Stab auf die Latte, sodaß deren Endpunkt genau zusammenfällt mit dem Anfangsstrich, und schiebt dann an diesen Stab den zweiten derart, daß der Endstrich des ersten mit dem Anfangstrich des zweiten koinzidiert. Jetzt hält man den zweiten Stab fest und schiebt wieder den ersten in derselben Weise an den zweiten u. s. f.

Bequemer zur Prüfung ist der sogenannte Komparator. In einem starken hölzernen Balken, oder noch besser in irgend einer Brustmauer, oder in zwei gemauerten Pfeilern sind zwei stählerne Keile mit scharfen Schneiden fest und unverrückbar eingelassen, sodaß die Entfernung der zwei Schneiden, von denen eine horizontal, die andere vertikal ist, etwas größer ist, als die Länge der zu prüfenden Latten.

Die Entfernung der zwei Schneiden muß ein für allemal genau ermittelt werden, u. zw. mittelst einer schon durch Abschieben geprüften Latte,

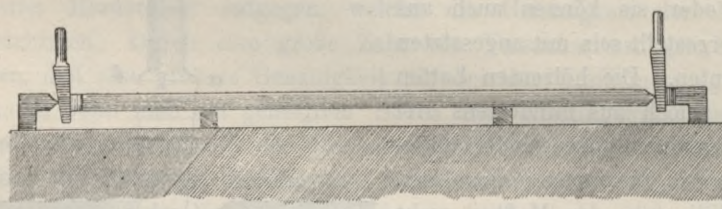


Fig. 111.

welche man zwischen die zwei Schneiden bringt, aber so, daß die Endpunkte der Latte die Schneiden nicht berühren. Die Zwischenräume werden mit dem Meßkeil gemessen. In derselben Weise bestimmt man dann auch die Längen der zu prüfenden Latten. (Fig. 111.)

Bei den Metall-Latten für die genauen Basismessungen muß auch ihre verschiedene Ausdehnung bei wechselnder Temperatur berücksichtigt werden. Diese Latten befinden sich in einem hölzernen Schutzkasten, aus dem nur die Lattenenden etwa 2 *cm* weit herausragen. In der Mitte ist die Latte in dem Kasten festgeklemmt, die Enden aber sind frei, sodaß sich die Latte frei ausdehnen oder zusammenziehen kann. In diesem Kasten ist auch ein Thermometer befestigt, dessen Kugel die metallene Latte berührt, sodaß man die Temperatur der Latte ablesen kann. Es ist dann die Länge der Latte bei einer bestimmten Temperatur genau ermittelt worden, und ebenso der Ausdehnungskoeffizient der Latte für einen Temperatursgrad. Mit Hilfe der abgelesenen Temperatur und dieses Koeffizienten kann man die jeweilige genaue Länge der Latte finden.

84. Die Meßkette, welche bei Feldmessungen früher ausschließlich in Gebrauch war, welche aber jetzt mehr und mehr durch das Stahlmeßband verdrängt wird, hat in der Regel eine Länge von 20 *m*, manchmal wohl auch nur 10 *m*. (Siehe Fig. 112.) Sie besteht aus einzelnen Gliedern aus etwa 5 bis 6 *mm* starkem Eisen- oder Stahldraht, welche durch Ringe aus demselben Material mit einander verbunden sind. Die Entfernung *b c* der Mitte zweier Ringe von einander beträgt in der Regel 2 *dm*, ausnahmsweise kann sie auch nur 1 *dm* oder 2·5 *dm* oder 5 *dm* betragen. Jeder Meter ist durch einen größeren, stärkeren Messingring bezeichnet *(d, e, f)*. Der fünfte, zehnte und fünfzehnte Meter sind durch auffallend größere Messingringe markiert. An den beiden Enden hat die Meßkette starke

Endringe *a* und *a'*, in deren Mitte zwei Striche, die Marken, eingefeilt sind, und es soll die Entfernung dieser Endmarken von einander genau 20 *m* betragen, wenn die Meßkette gerade auseinandergelegt und mäßig angespannt ist. Durch zu starkes Anspannen, sowie nach längerem Gebrauche überhaupt wird jedoch die Kette in der Regel länger, indem sich die nur umgebogenen Enden der einzelnen Glieder etwas aufbiegen, oder auch abwetzen. Aus diesem Grunde ist bei manchen Meßketten entweder nur an einem Ende, oder auch in der Mitte oder von 2 zu 2 Meter eine aus zwei entgegengesetzt geschnittenen Schrauben bestehende Vorrichtung angebracht, um die Länge der Kette regulieren zu können.

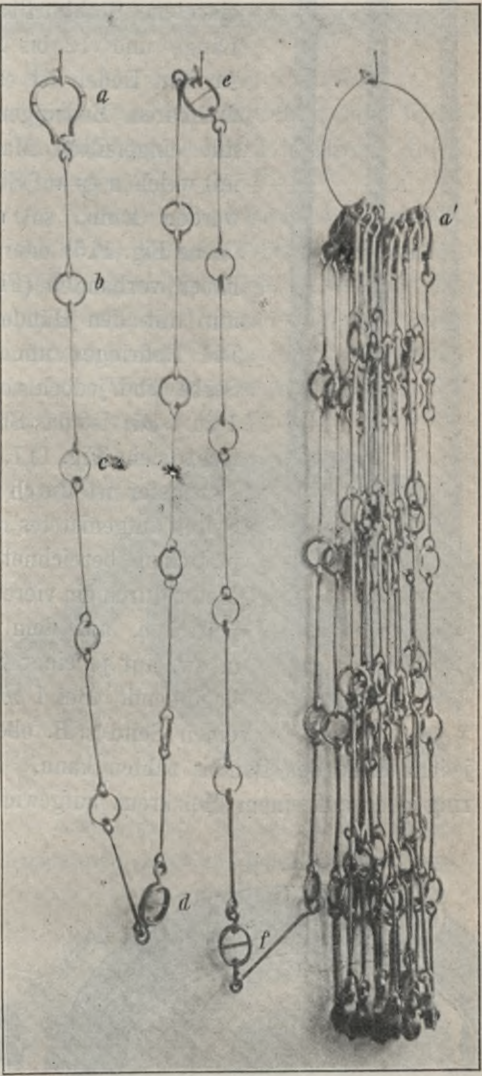


Fig. 112.

Zu der Meßkette gehören zwei Kettenstäbe. (Siehe Fig. 113.) Das sind runde Stäbe von etwa 1·3 *m* Länge und einer Stärke gleich dem Durchmesser der Endringe der Kette, sodaß man diese letzteren auf die Stäbe schieben kann. Am unteren Ende haben sie eine eiserne Spitze, um sie fest in den Erdboden setzen zu können, und über der Spitze entweder einen Querstift oder besser eine eiserne Scheibe, worauf der Endring der Kette ruht.

Ferner gehören zur Meßkette zehn Markiernägel (Fig. 114). Diese sind etwa 30 *cm* lang, aus starkem Eisendraht, unten zugespitzt, oben mit einem Ring versehen, um sie auf einen größeren Drahtring auffädeln zu können.

85. In neuerer Zeit ist die Meßkette schon fast ganz verdrängt worden durch das Stahlmeßband, welches viel leichter und genauer beim Gebrauche, und nur unbedeutend teurer ist, als die Kette.

Das Stahlmeßband besteht aus einem einzigen Stück gehärteten Federstahl, sodaß es sowohl gerade ausgelegt, als auch auf einen Ring aufgewickelt werden kann. Das an die Stelle der Meßkette für Feldmessungen getretene Stahlmeßband hat 20 *m* Länge und 12 bis 28 *mm* Breite. An den Enden ist es entweder mit drehbaren Endringen aus Messing mit eingefeilten Marken versehen, mit welchen es auf Stäbe aufgesteckt werden kann, so wie die Kette (siehe Fig. 115) oder es sind Handhaben vorhanden (Fig. 116), um es nur mit den Händen festzuhalten. Die Endringe zum Aufstecken auf Stäbe sind jedoch vorzuziehen. Von 1 zu 1 *dm* ist das Stahlband durchlocht (siehe Fig. 117, *b*, *c*), der fünfte Dezimeter ist durch ein auf beiden Seiten aufgenietetes rundes Messingplättchen bezeichnet, ebenso jeder Meter durch ein viereckiges Messingplättchen, auf dem die Zahl der Meter eingraviert ist u. zw. auf je einer Seite des Bandes von einem Ende beginnend. Bei 1 *m* von einem Ende steht also auf der einen Seite z. B. oben 1 und unten 19, sodaß man von jedem Ende des Bandes zählen kann. Diese Bänder sind auf einem Eisenring oder auf einem Holzkreuz aufgewickelt.

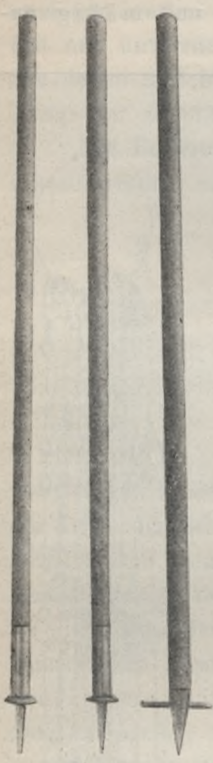


Fig. 113.

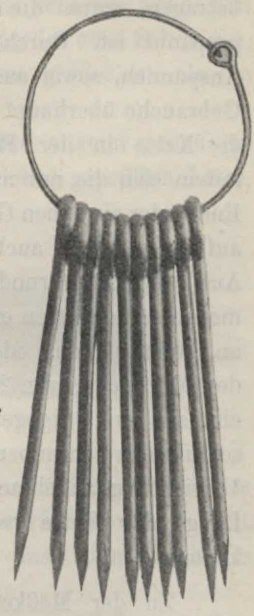


Fig. 114.

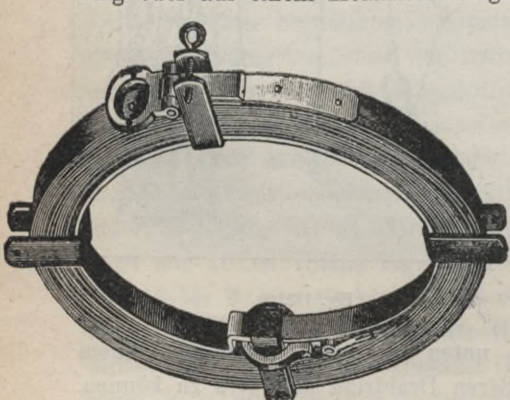


Fig. 115.

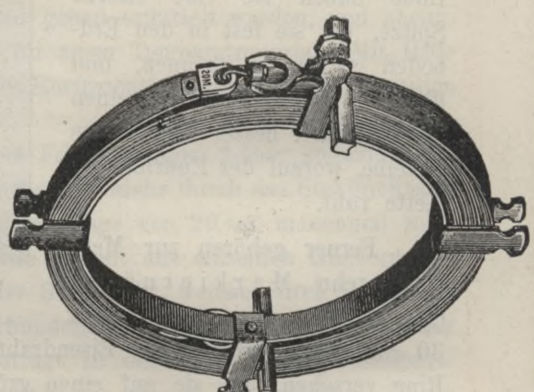


Fig. 116.

86. Nebst diesen starken, breiten Stahlmeßbändern sind auch vielfach schmälere und sehr dünne Bänder im Gebrauch, welche bei einer Länge

von 20 *m* im aufgewickelten Zustande sehr wenig Raum einnehmen, sodaß sie als T a s c h e n - S t a h l m e ß b ä n d e r benützt werden können (Fig. 118 und 119). Bei diesen Bändern ist die Teilung und Bezifferung durch

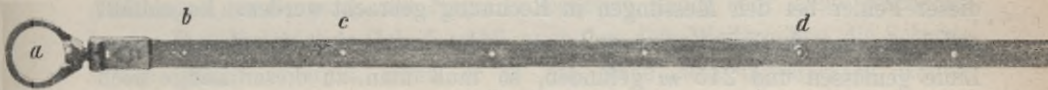


Fig. 117.

Ätzung dargestellt. Diese Bänder sind jedoch, da sie sehr dünn sind, leicht zerbrechlich, und können dann nicht durch Löten, sondern höchstens durch Aufnieten eines Blechstreifens repariert werden.

87. Die L e i n e n m e ß b ä n d e r bestehen aus einem bis 20 *m* langen, 2 bis 3 *cm* breiten, starken, gefirnißten Leinenstreifen, in welchem oft der Länge nach dünne Drähte eingewebt sind, um die Veränderung der Länge beim Anspannen oder bei feuchter Witterung zu verhindern. Die

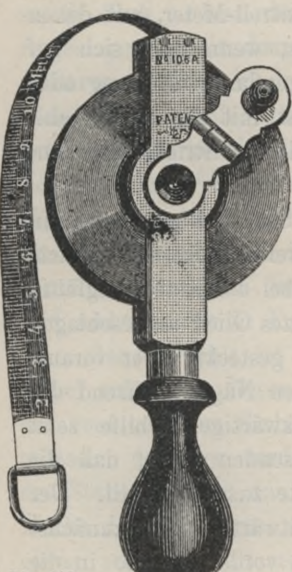


Fig. 118.

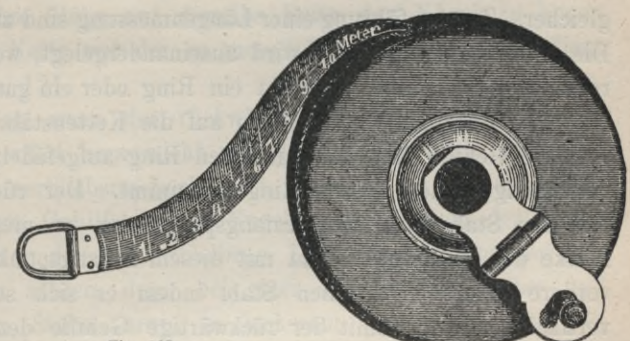


Fig. 119.

Teilung und Bezifferung ist mit Farbe aufgedruckt. Diese Bänder ändern aber ihre Länge immer bei starkem Anspannen, oder bei feuchter Witterung, sodaß sie nur für minder wichtige Arbeiten benützt werden dürfen. (Fig. 120.)

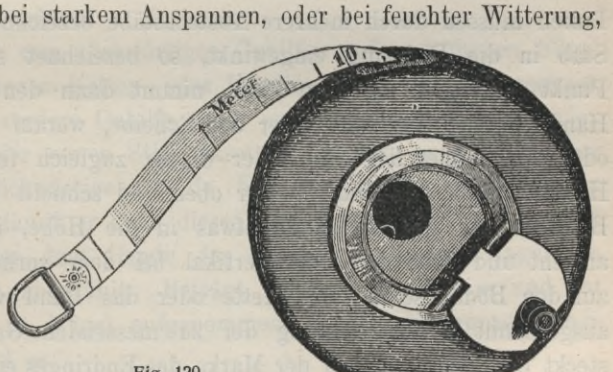


Fig. 120.

88. Ebenso wie bei den Meßlatten, muß auch bei den Meßketten und Meßbändern ihre Länge zeitweilig geprüft und die sich ergebende Differenz entweder berichtigt oder in Rechnung gebracht werden. Wie schon erwähnt wurde, wird besonders die Meßkette schon nach mehrtägigem Gebrauche länger, und es kann diese

Ausdehnung bei starkem Anspannen der Kette einige Zentimeter betragen. Findet man z. B. bei der Vergleichung, daß die 20 *m* lange Kette um 4 *cm* = 40 *mm* zu lang ist, und läßt sich dies nicht regulieren, so muß dieser Fehler bei den Messungen in Rechnung gebracht werden. Es entfällt auf 1 *m* eine Ausdehnung von 2 *mm*. Hat man also die Länge einer Linie gemessen und 245 *m* gefunden, so muß man zu dieser Länge noch $245 \times 2 = 490$ *mm* = 0·49 *m* zuaddieren, sodaß die richtige Länge 245·49 *m* ist. Hätte man dagegen diese Länge auftragen sollen, so muß man mit dem Endpunkte um 0·49 *m* zurückgehen.

Zur Vergleichung der Länge kann man entweder ein zweites, richtiges Kontroll-Stahlband verwenden oder zwei stählerne Kontroll-Meter, mit denen man die Länge von 20 *m* abschiebt. Bequem ist es, wenn man sich auf einer Brüstungsmauer, auf einem mit Steinplatten gepflasterten Gang oder dgl. ein- für allemal die Länge von 20 *m* sorgfältigst mit den zwei Stahlmetern abschiebt und den Anfangs- und Endpunkt durch Striche auf eingelassenen Metallplatten bezeichnet.

89. Der Gebrauch der Meßkette oder des Stahlmeßbandes ist ein gleicher. Zur Ausführung einer Längenmessung sind zwei Gehilfen erforderlich. Die Kette oder das Band wird auseinandergelegt, wobei die Kette sorgfältig revidiert werden muß, ob nicht ein Ring oder ein ganzes Glied umgeschlagen ist. Die Endringe werden dann auf die Kettenstäbe gesteckt. Der vorausgehende Gehilfe hat die auf einen Ring aufgefädelten Nägel, während der rückwärtige einen leeren Ring mitnimmt. Der rückwärtige Gehilfe setzt nun den Stab so an den Anfangspunkt der zu messenden Linie, daß die Marke des Endringes genau mit diesem Anfangspunkte zusammenfällt. Der vordere Gehilfe hält seinen Stab, indem er sich seitwärts stellt, zunächst vertikal vor sich, damit der rückwärtige Gehilfe den vorderen Stab in die Richtung der zu messenden Geraden einwinken kann. Das Ende der Geraden muß deshalb durch einen Absteckstab bezeichnet sein. Längere Linien müssen durch mehrere Absteckstäbe bezeichnet sein. Ist der vordere Stab in die Richtung eingewinkt, so bezeichnet sich dieser Gehilfe den Punkt am Boden mit dem Fuße, nimmt dann den Stab mit der rechten Hand bei dem Querstifte oder der Scheibe, worauf der Endring der Kette oder des Bandes liegt, sodaß er diesen zugleich festhält. Mit der linken Hand erfaßt er den Stab weiter oben und schnellt nun die Kette oder das Band in der ganzen Länge etwas in die Höhe, indem er dabei zugleich anzieht und dann den Stab vertikal bei dem vorher bezeichneten Punkte auf den Boden setzt. Die Kette oder das Band wird dann ganz gerade ausgespannt in der Richtung der zu messenden Geraden liegen, und nun steckt der Gehilfe neben der Marke des Endringes einen Kettennagel vertikal in den Boden. Jetzt gibt er dem rückwärtigen Gehilfen ein Zeichen und beide gehen gleichmäßig weiter. Der rückwärtige Gehilfe darf hiebei nicht schneller gehen, besonders bei einer Kette, weil sonst leicht ein Umschlagen

eines Ringes oder Gliedes eintreten kann. Die Kette soll auch nicht in der zu messenden Geraden selbst, sondern etwas seitwärts gezogen werden, damit nicht der eingesteckte Nagel herausgerissen wird, was durch das Anschlagen der Ringe an den Nagel in lockerem Boden sehr leicht geschehen kann. Der rückwärtige Gehilfe muß auch bei dem Weitergehen die Schritte zählen, damit er weiß, wann er in die Nähe des eingesteckten Nagels kommt, und dann gut aufpassen, um nicht über diesen hinauszugehen, weil sonst auf bewachsenem Boden, z. B. in niedrigen Kulturen, auf Heideflächen, in Klee- oder Kartoffelfeldern u. s. w. der Nagel oft gar nicht mehr gefunden wird. Ist er bei dem Nagel angekommen, so ruft er „Halt“ und setzt nun seinen Stab neben dem Nagel so in den Boden, daß die Marke des Endringes genau mit dem Nagel zusammenfällt. Dann winkt er wieder den vorderen Gehilfen in die Richtung der Geraden ein, welcher dann so wie oben erklärt wurde, die Kette oder das Band anspannt und einen Nagel neben die Marke einsetzt. Dann erst, wenn dies geschehen ist und er das Zeichen zum Weitergehen gegeben hat, darf der rückwärtige Gehilfe den Nagel herausziehen und auf seinen Ring aufnehmen. Beide Gehilfen haben darauf zu achten, daß ihre Stäbe auf dieselbe Seite der Nägel zu liegen kommen, sodaß also die Kette mit der zu messenden Geraden parallel liegt und nicht so wie in Fig. 121.

Ganz gefehlt ist es, wenn der rückwärtige Gehilfe, sowie er beim Nagel ankommt, diesen sofort herauszieht und dann seinen Stab einfach in das vom vorderen Stabe verbliebene Loch setzt. Ebenso ist es auch nicht zulässig, daß der vordere Gehilfe seinen Nagel einfach neben der Spitze des Stabes oder in das von diesem verbliebene Loch steckt, ohne auf die Marke des Endringes zu achten, denn bei einer längeren Stabspitze und etwas schief gehaltenem Stabe, sowie in lockerem Boden entstehen da bedeutende Fehler.

Bei der Kette ist auch auf gleichmäßiges und zwar nicht zu starkes Anspannen der Kette zu achten.

Nach der Zahl der vom rückwärtigen Gehilfen aufgenommenen Nägel wird die Anzahl der ganzen Ketten- oder Bandlängen zu 20 *m* gerechnet, es darf daher auch der vordere Gehilfe, wenn er im Endpunkte der Geraden angekommen ist, nicht hier seinen Stab einsetzen, sondern er muß darüber hinausgehen, bis der rückwärtige Gehilfe bei dem zuletzt eingesteckten Nagel angekommen ist, damit er auch diesen aufnehmen kann, und es wird dann an der Kette oder dem Bande das Stück von diesem Nagel bis zum Ende der Geraden abgezählt. Beträgt dieses z. B. 12·4 *m* und hat der rückwärtige Gehilfe 8 Nägel aufgenommen, so ist die ganze Länge $8 \times 20 + 12{\cdot}4 = 172{\cdot}4$ *m*.

Besondere Vorsicht ist auch bei größeren Längen über 200 *m* nötig, damit nicht um eine ganze Länge von 20 *m* gefehlt wird. Es darf nämlich der vordere Gehilfe, wenn er seinen letzten Nagel eingesteckt hat, nicht gleich die Nägel vom rückwärtigen Gehilfen fordern, weil er ja nur 9 bekäme. Erst bis dieser letztere beim letzten Nagel angekommen ist, den vordern Gehilfen eingewinkt hat und dieser die Kette oder das Band ausgespannt und den Stab in den Boden gesetzt hat, nimmt der rückwärtige Gehilfe auch den letzten, zehnten Nagel auf und gibt sie nun alle dem vorderen Gehilfen, der sofort einen davon in den Boden setzt, worauf weiter gegangen wird.

Hätte das Stahlmeßband keine Endringe zum Durchstecken von Stäben, sondern Handhaben, oder verwendet man auch bei Endringen keine Stäbe, so geschieht die Messung ganz in derselben Weise, wie sie vorstehend beschrieben wurde, nur muß eben das Band an beiden Enden von den Gehilfen direkt mit den Händen gehalten werden. Hiebei ist aber das genaue Anhalten der Marke an den eingesteckten Nagel für den rückwärtigen Gehilfen viel schwieriger.

Wie einigemale erwähnt wurde, hat der rückwärtige Gehilfe den vorderen Stab in die Richtung der Geraden einzuwinken. Eine zu große Ängstlichkeit in dieser Hinsicht ist aber nicht notwendig, wie sich aus folgender Betrachtung ergibt. Angenommen, es wäre eine Gerade in der Richtung $x\,y$ zu messen (Fig. 121). Der rückwärtige Gehilfe hätte jedoch

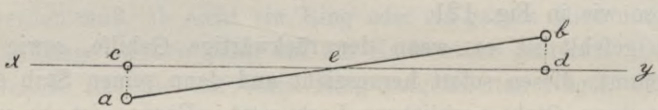


Fig. 121.

seinen Stab rechts von dem eingesteckten Nagel c und der vordere Gehilfe seinen Stab links von der Geraden in b und würde seinen Nagel in d einstecken. Man würde also in diesem Falle das Stück $c\,d$ als 20 m annehmen, während in Wirklichkeit die Kette oder das Band die Lage $a\,b$ hätte. Der Unterschied zwischen $a\,b$ und $c\,d$ ist der entstehende Fehler.

$$c\,d = 2\sqrt{\overline{a\,e}^2 - \overline{a\,c}^2} = 2\left(a\,e - \frac{\overline{a\,c}^2}{2\,a\,e}\right) = 2\left(10 - \frac{\overline{a\,c}^2}{20}\right)$$

Wäre nun z. B. der Abstand $a\,c = b\,d$ jedes Kettenstabes von der Richtung der zu messenden Geraden 0·2 m, so wäre

$$c\,d = 2\left(10 - \frac{0{\cdot}04}{20}\right) = 2\left(10 - 0{\cdot}002 = 2\left(9{\cdot}998\right) = 19{\cdot}996\ m\right.$$

und somit der Fehler

$$a\,b - c\,d = 20 - 19{\cdot}996 = 0{\cdot}004\ m.$$

Also selbst bei dem Abstande von 0·2 m der Kettenstäbe nach entgegengesetzten Richtungen von der zu messenden Geraden würde man bei einer Lage des Bandes oder der Kette, also bei 20 m erst einen Fehler von 4 mm begehen. Dies beträgt aber nur $\frac{1}{5000}$ der Länge von 20 m, bleibt also weit unter der gestatteten Fehlergrenze.

90. Häufig befinden sich auf dem Boden in der Richtung der zu messenden Geraden mancherlei Hindernisse, z. B. Steinblöcke, niederes Gebüsch, Gräben und Vertiefungen, und ähnliches. Allerdings ist es am besten, wenn man die Steinblöcke vor der Messung zur Seite schaffen, oder das Gebüsch weghauen kann. Ist aber beides nicht möglich, so mißt man einfach über diese Hindernisse weg, indem beide Gehilfen die Endringe an den Stäben so weit in die Höhe ziehen, daß die Kette oder das Band über den Hindernissen in eine gerade horizontale Lage kommt. Selbstverständlich müssen dann beide Stäbe sehr fest gehalten werden und die Marken an den Endringen müssen heruntergesenkelt werden.

Ein Stahlband läßt sich in dieser Weise zwischen den Stäben leicht fast ganz gerade ausspannen, eine Kette dagegen wird sich wegen ihres

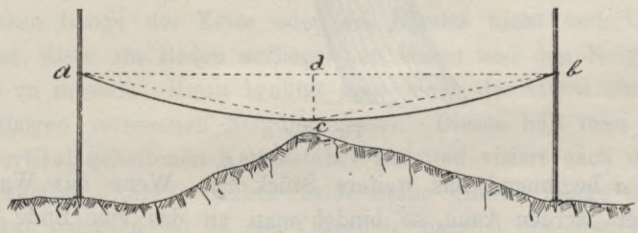


Fig. 122

viel größeren Gewichtes in der Mitte bedeutend senken, sodaß die Kette den Bogen *a c b*, statt der Sehne *a b* bildet (Fig. 122). Man nimmt also das Stück *a b* als 20 *m* an, während es in Wirklichkeit kürzer ist.

$$a\,b = 2\,a\,d = 2\sqrt{\overline{a\,c}^2 - \overline{c\,d}^2} = 2\left(a\,c - \frac{\overline{c\,d}^2}{2\,a\,c}\right)$$

Bei einer Meßkette wird die Senkung *c d* wohl nicht leicht weniger als 0·2 bis 0·4 *m* betragen. Im letzteren Falle ist also

$$a\,b = 2\left(10 - \frac{0{\cdot}16}{20}\right) = 2\left(10 - 0{\cdot}008\right) = 2 \times 9{\cdot}992 = 19{\cdot}984\ m.$$

Es ist also das als 20 *m* angenommene Stück *a b* um 16 *mm* kürzer. Dieser Fehler beträgt aber erst $\frac{1}{1250}$ der Länge von 20 *m*, bleibt also noch unter der zulässigen Fehlergrenze.

Ein Stahlband aber kann man leicht so anspannen, daß die Senkung keine 10 *cm* beträgt. In diesem Falle ist

$$a\,b = 2\left(10 - \frac{0{\cdot}01}{20}\right) = 2\left(10 - 0{\cdot}0005\right) = 2 \times 9{\cdot}9995 = 19{\cdot}9990\ m.$$

Es beträgt also der Fehler nur 1 *mm*.

Selbstverständlich wird aber dabei vorausgesetzt, daß die Marken der Endringe mittelst eines Senkels genau vertikal über die beiden Markiernägel gebracht werden.

Dieselbe Senkung bei Kette oder Band tritt auch ein, wenn man über einen breiten Graben oder eine andere größere Boden-Vertiefung wegmißt.

Es kann auch vorkommen, daß man einmal über einen Bach oder Fluß hinwegmessen muß.

Hätte man z. B. die Gerade xy zu messen (Fig. 123) so mißt man zunächst von x bis zu einem knapp am Ufer bezeichneten Punkte a. Ist die Breite des Gewässers kleiner als die Länge der Kette oder des Meßbandes, so zieht man nun die Kette über das Wasser hinüber und mißt

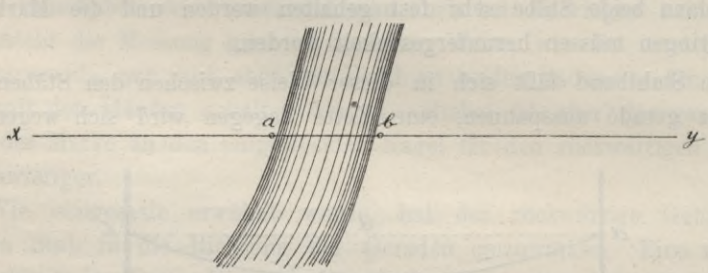


Fig. 123.

wieder von a beginnend das weitere Stück ay. Wenn das Wasser nicht durchschritten werden kann, so bindet man an das eine Ende einer hinreichend langen Schnur einen Stein, den man hinüberwirft, worauf man mit der Schnur die an ihrem anderen Ende befestigte Kette hinüberzieht.

Wäre aber die Breite des Gewässers größer als die Länge der Kette oder des Bandes, so mißt man wieder bis knapp an's Ufer, z. B. bis a. Dann schlägt man auch knapp am andern Ufer einen Pflock b ein und mißt von hier bis y. Das fehlende Stück ab wird dann entweder mittelbar gemessen, wie später erklärt werden wird, oder man mißt es mit einer hinreichend langen Schnur, welche vorher in Leinöl gekocht und dann gut getrocknet wurde.

91. Auf geneigtem Boden kann man mittelst Kette oder Stahlband ebenso wie mit Latten entweder eine Staffelmessung vornehmen oder man läßt Kette oder Band am Boden aufliegen, mißt den Neigungswinkel des Bodens, und reduziert die schiefe Länge auf die Horizontale durch Multiplikation der schiefen Länge mit dem cosinus des Neigungswinkels.

Die Staffelmessung wird in der Weise durchgeführt, daß man bei sanfter Neigung das tiefer gelegene Ende der Kette oder des Meßbandes an dem Stab soweit in die Höhe zieht, daß die Kette oder das Band in die horizontale Lage kommt. Selbstverständlich muß der Stab vertikal gehalten und die Marke des Endringes herunter gesenkelt werden, auch muß das Maß so angespannt werden, daß keine zu große Senkung desselben in der Mitte entsteht. Ist der Boden stark geneigt, so wickelt man nicht das ganze Band oder die Kette ab, sondern benützt nur ein kurzes Stück von 10 oder 5 *m* oder noch weniger Länge und arbeitet ohne Stäbe, u. zw. am besten von oben nach unten. Das obere Ende wird dann am Boden bei dem eingesteckten Nagel festgehalten, das andere Ende dieses kurzen Stückes hält man entsprechend hoch und senkelt das Ende herunter oder man läßt einen Kettennagel frei auf den Boden fallen, indem man ihn leicht mit zwei Fingern festhält und mit der Spitze nach unten fallen läßt. Der Nagel spießt sich vertikal unter dem Ende in den Boden, und nun wird wieder von hier weiter gemessen. Würde man von unten nach oben arbeiten, so müßte man immer bei dem Nagel eine Stange ganz vertikal einstecken und dann neben dieser das Ende des kurzen Stückes der Kette oder des Bandes so in der Höhe halten, daß das Maß eine horizontale Lage einnimmt, wenn das andere Ende am Boden aufliegt, wo man dann wieder einen Nagel einsteckt.

Wenn der Boden gleichmäßig geneigt ist, so daß sich die Neigung bei der ganzen Länge der Kette oder des Bandes nicht ändert, so ist es jedoch besser, diese am Boden aufliegen zu lassen und den Neigungswinkel des Bodens zu messen. Hiezu benützt man einen der vielen einfachen mit einem Gradbogen versehenen Neigungsmesser. Diesen hält man am oberen Ende des vertikal gehaltenen Kettenstabes fest und visiert nach dem oberen Ende des zweiten Stabes. Haben beide Stäbe gleiche Länge und werden beide vertikal gehalten, so ist die Visierlinie parallel mit dem Boden, und es gibt daher die Ablesung den Neigungswinkel des Bodens an. Der cosinus dieses Neigungswinkels wird dann mit der Länge des Maßes multipliziert und die so erhaltenen einzelnen reduzierten Längen werden addiert.

In der Regel kann man wohl eine Neigung des Bodens bis zu 2 Grad ganz unberücksichtigt lassen und die schief gemessene Länge statt der horizontalen Projektion behalten.

Es ist nämlich $\cos 2^0 = 0{\cdot}99939$, und $20 \times 0{\cdot}99939 = 19{\cdot}9878$.

Man begeht also bei einer Lage des Meßbandes oder der Kette einen Fehler von $0{\cdot}0122\ m = 12{\cdot}2\ mm$, der weit unter der gestatteten Fehlergrenze bleibt.

92. Die erreichbare Genauigkeit der Längenmessungen mit Meßlatten, Meßkette und Stahlband ist von verschiedenen Beobachtern durch zahlreiche Versuche ermittelt worden.

Wenn man eine Längenmessung mit der größten Sorgfalt vornimmt, so können doch mancherlei Fehler vorkommen, welche man in zwei Gruppen trennen kann, nämlich in regelmäßige und unregelmäßige oder zufällige Fehler.

Die regelmäßigen Fehler sind solche, welche sich bei jedesmaligem Auflegen des Maßes und stets in demselben Sinne (nämlich positiv oder negativ) wiederholen.

Unregelmäßige oder zufällige Fehler dagegen sind solche, welche teils positiv, teils negativ auftreten.

Die regelmäßigen Fehler entstehen dadurch, daß das Maß nicht genau die richtige Länge hat, daß es nicht genau in die Richtung der zu messenden Geraden zu liegen kommt, sondern mit einem Ende seitwärts, oder daß es nicht horizontal liegt, oder sich in der Mitte senkt, und ähnlich. Da sich diese Fehler mit jedesmaligem Auflegen des Maßes wiederholen, so häufen sie sich mit der Anzahl der Lagen an. Nennt man die Anzahl der Lagen des Maßes n, den mittleren Fehler bei einer Lage f und den hiedurch entstehenden Fehler der ganzen Länge m, so ist

$$m = \pm n \,.\, f$$

Es ist also der Fehler der Anzahl Lagen des Maßes, resp. der gemessenen Länge proportioniert.

Die unregelmäßigen Fehler entstehen durch ungenaues Anlegen der Marke des rückwärtigen Endringes an den eingesteckten Nagel und ungenaues Einstecken des vorderen Nagels neben die Marke, durch ungleichmäßiges Spannen des Maßes und ähnlich. Diese Fehler können bald positiv, bald negativ auftreten. Nennt man wieder die Anzahl der Lagen des Maßes n, den mittleren Wert der n Einzelfehler f' und den durch diese zufälligen Fehler entstehenden Fehler in der Gesamtlänge m', so ist nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu setzen

$$m' = f' \sqrt{n}$$

d. h. dieser Fehler ist der Quadratwurzel aus der Anzahl Lagen des Maßes, resp. der Quadratwurzel aus der ganzen Länge proportioniert.

Durch die Untersuchungen Prof. Wastler's in Graz und Prof. Lorber's in Leoben wurde für f' für Kettenmessungen der übereinstimmende Wert 0·003 gefunden. Für Stahlmeßband fand Lorber $f' = 0{\cdot}002$.

Für Lattenmessungen längs einer gespannten Schnur mit aneinanderstoßenden Latten fanden Wastler und Lorber $f' = 0{\cdot}0005$ und für Lattenmessungen ohne gespannte Schnur fand Lorber $f' = 0{\cdot}0009$.

Bei den Längenmessungen muß sowohl auf die unregelmäßigen wie auch auf die regelmäßigen Fehler Rücksicht genommen werden. Die neue österreichische Katastral-Instruktion für die Theodolitaufnahme (Polygonal-Aufnahme) schreibt in der 5. Auflage vom Jahre 1904 als Fehlergrenze für Längenmessungen vor:

$$\Delta s = 0{\cdot}00015\, s + 0{\cdot}005 \sqrt{s} + 0{\cdot}015$$

worin s die gemessene Länge bedeutet.

Für Meßtischaufnahmen dagegen ist in der neuen diesbezüglichen Instruktion die Fehlergrenze für doppelt gemessene Strecken nach der Formel zu berechnen: $\Delta s = 2\,(0{\cdot}00015\, s + 0{\cdot}005 \sqrt{s} + 0{\cdot}015)$. Die Fehlergrenze doppelt gemessener Längen ist also für Meßtischaufnahmen zweimal so groß, als für Theodolit-Aufnahmen. In günstigem Terrain ist in beiden

Fällen der zulässige Fehler $\Delta\,s$ um 25 % zu vermindern, in ungünstigem dagegen um 25 % zu vergrößern.*)

Es ergeben sich somit für Polygonal-Aufnahmen für doppelt gemessene Längen für mittleres Terrain folgende Fehlergrenzen:

Streckenlänge l in m	$\Delta\,s$ in cm	Streckenlänge l in m	$\Delta\,s$ in cm	Streckenlänge l in m	$\Delta\,s$ in cm
1 … 4	2	113 … 140	9	401 … 437	18
4 … 14	3	140 … 168	10	437 … 475	19
14 … 27	4	168 … 198	11	475 … 513	20
27 … 45	5	198 … 229	12	513 … 551	21
45 … 65	6	229 … 262	13	551 … 591	22
65 … 88	7	262 … 295	14	591 … 631	23
88 … 113	8	295 … 329	15	631 … 671	24
		329 … 365	16	671 … 712	25
		365 … 401	17		

Dagegen ergibt sich für Meßtischaufnahmen die folgende Tabelle:

Streckenlänge l in m	$\Delta\,s$ in cm	Streckenlänge l in m	$\Delta\,s$ in cm	Streckenlänge l in m	$\Delta\,s$ in cm	Streckenlänge l in m	$\Delta\,s$ in cm	Streckenlänge l in m	$\Delta\,s$ in cm
1 … 2	4	82 … 94	15	237 … 253	26	446 … 465	38	680 … 700	50
2 … 6	5	94 … 106	16	253 … 270	27	465 … 484	39	700 … 721	51
6 … 11	6	106 … 119	17	270 … 286	28	484 … 503	40	721 … 742	52
11 … 17	7	119 … 133	18	286 … 303	29	503 … 522	41	742 … 763	53
17 … 23	8	133 … 147	19	303 … 320	30	522 … 541	42	763 … 764	54
23 … 31	9	147 … 161	20	320 … 338	31	541 … 560	43	764 … 805	55
31 … 40	10	161 … 175	21	338 … 355	32	560 … 580	44		
40 … 50	11	175 … 190	22	355 … 373	33	580 … 600	45		
50 … 60	12	190 … 206	23	373 … 391	34	600 … 620	46		
60 … 70	13	206 … 221	24	391 … 409	35	620 … 640	47		
70 … 82	14	221 … 237	25	409 … 427	36	640 … 660	48		
				427 … 446	37	660 … 680	49		

2. Die Distanzmesser.

§ 24.

93. Die Entfernung zweier Punkte kann man unmittelbar bekommen mit gewissen Instrumenten, welche in dem einen Punkte aufgestellt werden

---

*) In der ersten Auflage der Poligonal-Instruktion vom Jahre 1887 war die Fehlergrenze für doppelt gemessene Längen nach der Formel zu berechnen: $\Delta\,s = 0{\cdot}0006\,s + 0{\cdot}02\,\sqrt{s}$, welche Formel für mittleres Terrain zu gelten hatte. Für günstiges Terrain war die Fehlergrenze um 20 % zu verkleinern, für ungünstiges dagegen um 20 % zu vergrößern. Es ist somit jetzt die Fehlergrenze für Längenmessungen für Theodolit-Aufnahmen gegen früher ungefähr auf den vierten Teil herabgedrückt.

und mit welchen ein im anderen Punkte befindlicher Gegenstand in bestimmter Weise anvisiert wird. Derartige Instrumente heißen Distanzmesser.

Der im zweiten Punkte befindliche Gegenstand kann entweder ein beliebiger sein, dann heißen die Instrumente „Distanzmesser ohne Latte“ oder „militärische Distanzmesser“.

Muß dagegen in dem zweiten Punkte eine Latte gehalten werden, so heißen die Instrumente „Distanzmesser mit Latte“ und zwar entweder Distanzmesser mit konstanter Latte, wenn für verschiedene Entfernungen stets eine gleich große Latte verwendet wird, oder Distanzmesser mit veränderlicher Latte, wenn für verschiedene Entfernungen auch ein verschieden großes Lattenstück benützt wird.

Für geodätische Zwecke kommen allein die Distanzmesser mit Latte in Betracht.

Zu den Distanzmessern mit veränderlichem Lattenabschnitt gehört der Reichenbach'sche oder einfache Faden-Distanzmesser und der Porro'sche anallatische Distanzmesser.

Zu den Distanzmessern mit konstanter Latte dagegen gehört der Stampfer'sche Distanzmesser und das Okularfilar-Schraubenmikrometer.

Die Erfindung des Fadendistanzmessers soll schon im Jahre 1674 durch den Italiener G. Montanari erfolgt sein. Ebenso soll der Engländer William Green diesen im Jahre 1778 erfunden haben.*) Bei den damaligen Verhältnissen verbreiteten sich die Erfindungen jedoch nicht so wie heute, sodaß der Optiker und Mechaniker Reichenbach in München wahrscheinlich hievon nichts wußte und im Jahre 1810 oder 1811 abermals den Fadendistanzmesser erfand.**) Der anallatische Distanzmesser von Porro ist lediglich eine Abänderung des Reichenbach'schen und wurde von ihm etwa um 1823 erfunden.

Der Stampfer'sche Distanzmesser ist ein Schrauben-Distanzmesser und wurde von Professor S. Stampfer in Wien im Jahre 1839 zuerst beschrieben.

Das Okularfilar-Schraubenmikrometer wurde von Oberforstrat Josef Friedrich in Wien zur Distanzmessung verwendet und in seinem Werke: „Das optische Distanzmessen“, Wien 1881 beschrieben. Ebenso fand das Okularfilar-Schraubenmikrometer von Oberförster Anton Tichý Verwendung zur Distanzmessung.

A. Der einfache Faden-Distanzmesser.

94. Als Faden-Distanzmesser kann jedes Instrument verwendet werden, welches ein Fernrohr mit einem Fadenmikrometer (Siehe Nr. 47) statt eines gewöhnlichen Fadenkreuzes hat. Als zweiter Bestandteil ist eine in Zentimeter eingeteilte Latte von 2·5 bis 4 *m* Länge nötig.

---

*) Siehe: Dr. W. Jordan, Handbuch der Vermessungskunde, II. Band, Stuttgart 1897.

**) Dr. Carl Max Bauernfeind, Elemente der Vermessungskunde, Stuttgart 1890.

Die ältesten Reichenbach'schen Distanzmesser waren an Perspektivdioptern angebracht. Das Fernrohr hatte in der Okularröhre übereinander zwei getrennte, jedoch in einer Ebene liegende Fadenkreuze und für jedes dieser Fadenkreuze ein separates Okular. Diese Einrichtung ist in Fig. 124 dargestellt.

Die Okulare *a* und *a'* sind einfache Okulare, nämlich plankonvexe Linsen. Die Fadenplatte *d* hat einen runden Ausschnitt *o* mit einem darüber

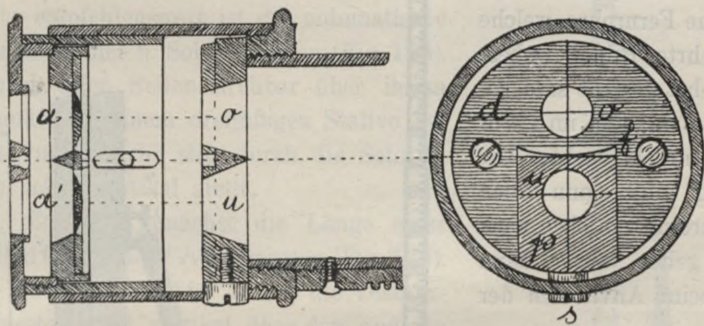


Fig. 124.

gespannten Fadenkreuze. Unterhalb dieses Ausschnittes ist in einer Vertiefung dieser Platte eine kleine Platte *p* mit der Schraube *s* verschiebbar. Die Gegenfeder *f* drückt diese Platte gegen die Schraube. In der Platte ist der zweite runde Ausschnitt *u* mit einem Fadenkreuz. Man kann also mit der Schraube *s* die horizontalen Fäden der beiden Fadenkreuze in eine bestimmte Entfernung von einander bringen. Um die Fadenkreuze nach dem Auge stellen zu können, ist die Fassung der beiden Okulare in der Okularröhre verschiebbar. Durch die beiden Okulare war eine gleichzeitige Beobachtung beider Fadenkreuze nicht möglich, es konnte nur jedes für sich beobachtet werden. Da jedoch für die Distanzmessung ein gleichzeitiges Beobachten des unteren und oberen horizontalen Fadens sehr wichtig ist, werden jetzt nicht mehr zwei Okulare und zwei Fadenkreuze angebracht, sondern das Fernrohr hat nur ein Okular und ein Fadenkreuz. Das Fadenkreuz hat jedoch drei parallele Horizontalfäden. (Siehe Fig. 32 und 33.) Auch bringt man jetzt nicht mehr ein einfaches Okular an, sondern ein Ramsden'sches, Steinheil'sches oder Kellner'sches. Der Mechaniker Ertel in München bringt an seinen Instrumenten Huyghens'sche Okulare an, obzwar diese sich als Mikrometerokulare weniger eignen, weil das Bild stets gekrümmt ist. Um die Fäden des Fadenkreuzes in eine bestimmte Entfernung von einander bringen zu können, wurden sie früher von manchen Mechanikern auf Verlangen verschiebbar gemacht. Diese Einrichtung erforderte aber fortwährende Berichtigung und da der Zweck dieser Einrichtung sich jetzt leichter auf andere Weise erreichen läßt, werden verschiebbare Fäden nicht mehr angefertigt.

Nebst dem Fernrohre mit dem Fadenmikrometer ist zum Distanzmessen noch eine sogenannte Distanzlatte nötig. Das ist eine gewöhnliche Nivellier-Selbstableselatte von 2·5 bis 4 *m* Länge.

Die Latte ist 7 bis 10 *cm* breit und in einzelne Zentimeter geteilt. Die einzelnen Zentimeter sind in ihrer ganzen Breite abwechselnd schwarz und weiß (siehe Fig. 125). Die Dezimeter sind mit 1, 2, 3 u. s. w. beziffert, und zwar mit großen, dicken Ziffern, welche für astronomische Fernrohre, welche umgekehrte Bilder geben, umgekehrt gestellt sind, sodaß man sie dann im Fernrohre aufrecht sieht. Die Zählung muß dann auch im Fernrohre von oben nach unten gehen. Man kann dann beim Anvisieren der

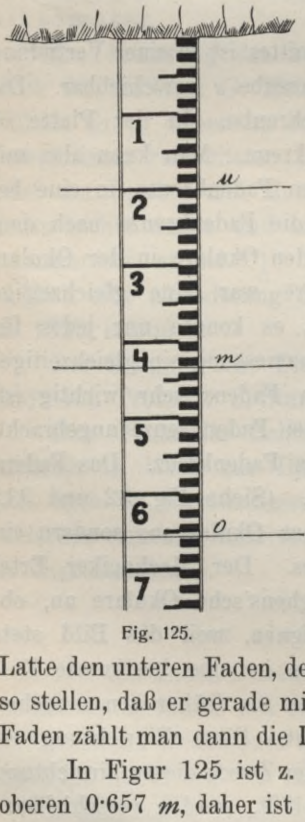


Fig. 125.

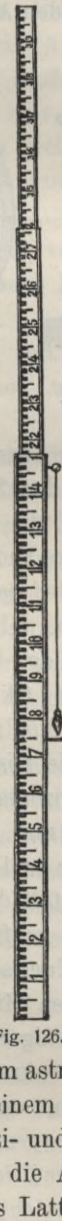


Fig. 126.

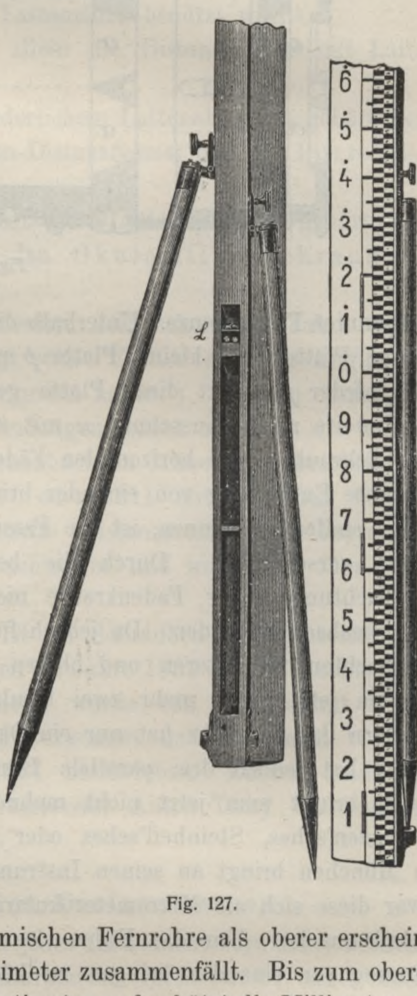


Fig. 127.

Latte den unteren Faden, der im astronomischen Fernrohre als oberer erscheint, so stellen, daß er gerade mit einem Dezimeter zusammenfällt. Bis zum oberen Faden zählt man dann die Dezi- und Zentimeter und schätzt die Millimeter ab.

In Figur 125 ist z. B. die Ablesung am unteren Faden 0·200 *m*, am oberen 0·657 *m*, daher ist das Lattenstück, welches von diesen beiden Fäden abgeschnitten wird, $o - u = 0{\cdot}457$ *m*.

Da es von großer Wichtigkeit ist, daß die Latte ganz vertikal gehalten wird, so muß ein Senkel (Fig. 126) oder ein Lattenrichter angebracht sein (siehe L in Fig. 127), um sie damit vertikal richten zu können. Es ist aber auch notwendig, daß die Latte ganz ruhig gehalten wird. Zu diesem Zwecke ist sie mitunter mit verstellbaren Spreizfüßen versehen, wie die in Fig. 127 abgebildete Latte von Starke und Kammerer in Wien.

Sehr empfehlenswert ist die automatische Latte von Neuhöfer u. Sohn in Wien (Fig. 128), welche nach allen Seiten drehbar über ihrem Schwerpunkte an einem dreifüßigen Stative befestigt ist, und welche sich durch die Schwerkraft von selbst vertikal stellt.

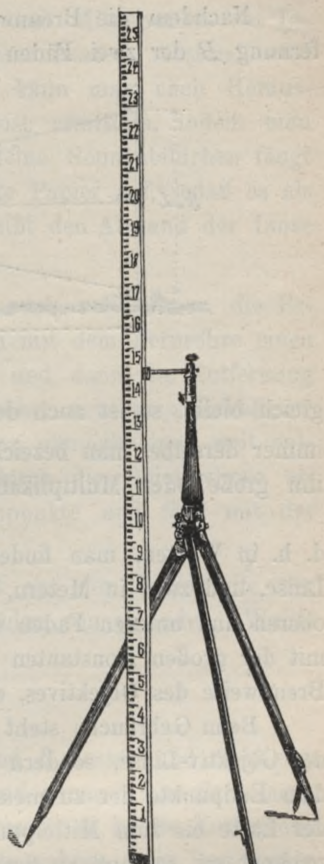


Fig. 128.

95. Es wäre zunächst die Länge einer horizontalen Geraden MN zu messen (Fig. 129). In dem einen Endpunkte M sei die Distanzlatte aufgestellt und vertikal über dem anderen Endpunkte N befinde sich die Objektivlinse des mit dem Fadenmikrometer versehenen Fernrohres. Visiert man die Latte an, so treffen die Visuren über die drei Fäden des Fadenkreuzes die Latte in o, m und u. Durch Ablesen an der Latte, wie in der vorigen Nummer erklärt wurde, und durch Subtraktion der Ablesungen $o - u$ erhält man das Lattenstück, welches die Visuren über den obersten und untersten horizontalen Faden abschneiden. Dieses sei L. Dieses Lattenstück L ist das Objekt O, von welchem die Objektivlinse ein Bild erzeugt, dessen Größe gleich ist der Entfernung des obersten Fadens vom untersten. Diese Entfernung ist die Bildgröße B. Die Entfernung MN der Latte von der Linse ist die Objektweite a, und die Entfernung des Fadenkreuzes von der Linse die Bildweite b.

In Nr. 28 wurde für die Bildgröße die Gleichung gefunden

$$B = O\,\frac{p}{a-p}.$$

Hieraus ist zunächst

$$B(a-p) = Op$$

$$Ba - Bp = Op$$

$$Ba = Op + Bp$$

$$a = \frac{Op + Bp}{B}$$

$$a = O\,\frac{p}{B} + p.$$

Setzt man statt O dessen Wert, nämlich das von den Visuren abgeschnittene Lattenstück L und statt a die zu messende Länge MN, so ist

$$MN = L\frac{p}{B} + p.$$

Nachdem die Brennweite p der Objektiv-Linse und ebenso die Entfernung B der zwei Fäden von einander bei demselben Fernrohre immer

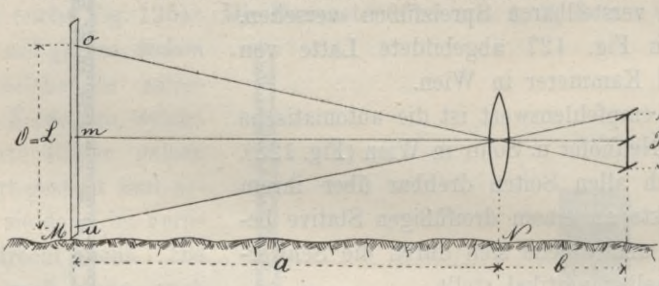


Fig. 129.

gleich bleibt, so ist auch der Wert des Quotienten $\frac{p}{B}$ für dasselbe Fernrohr immer derselbe, man bezeichnet daher diesen Quotienten mit K und nennt ihn große oder Multiplikations-Konstante. Es ist dann

$$MN = LK + p,$$

d. h. in Worten, man findet die Entfernung der Latte von der Objektiv-Linse, und zwar in Metern, wenn man das zwischen den Visuren über den oberen und unteren Faden erscheinende Lattenstück, in Metern ausgedrückt, mit der großen Konstanten K multipliziert und zu dem Produkte noch die Brennweite des Objektives, ebenfalls in Metern ausgedrückt, addiert.

Beim Gebrauche steht aber das distanzmessende Instrument nicht mit der Objektiv-Linse, sondern mit dem Mittelpunkte des Instrumentes über dem Endpunkte der zu messenden Linien. Will man die ganze Länge von der Latte bis zum Mittelpunkte des Instrumentes haben, welche mit D bezeichnet sei, so muß zu dem früher erhaltenen Werte noch die Entfernung der Objektiv-Linse von dem Mittelpunkte des Instrumentes, welche q heißen soll, addiert werden. Es ist dann

$$D = LK + p + q.$$

Sowohl die Brennweite der Objektiv-Linse, als auch die Entfernung dieser Linse vom Mittelpunkte des Instrumentes bleiben bei demselben Fernrohre immer gleich, daher bleibt auch die Summe $p + q$ dieselbe, man bezeichnet diese mit k und nennt sie kleine oder additionelle Konstante. Es ist also jetzt $$D = LK + k$$

oder in Worten ausgedrückt: „Man erhält die Entfernung der Latte vom Mittelpunkte des Instrumentes, wenn man den zwischen den Visuren erscheinenden Lattenabschnitt L mit der großen Konstante multipliziert und zu dem Produkte die kleine Konstante addiert.“

96. Die beiden Konstanten werden zwar vom Mechaniker angegeben, man kann sie aber auch leicht selbst ermitteln. Die große oder Multiplikations-

konstante muß man sogar selbst ermitteln und zeitweise immer wieder prüfen, da diese oft Änderungen unterliegt.

Die kleine Konstante k ist die Summe aus der Brennweite der Objektivlinse und der Entfernung dieser Linse vom Mittelpunkte des Instrumentes (Drehungsachse des Fernrohres). Dieser letztere Abstand wird mit einem Maßstabe gemessen. Die Brennweite kann man nach Herausschrauben der Objektivlinse in der bekannten Weise ermitteln, indem man diese gegen die Sonne hält. Das entstehende kleine Sonnenbildchen fängt man auf einem hinter die Linse gehaltenen Blatte Papier auf, sodaß es als kleiner, scharf begrenzter Punkt erscheint, und mißt den Abstand der Linse vom Papiere.

Für den vorliegenden Zweck genügt aber auch vollkommen die Ermittelung der Brennweite in der Weise, daß man mit dem Fernrohre einen möglichst weit entfernten Gegenstand anvisiert und dann die Entfernung der Objektivlinse von den außen an der Okularröhre sichtbaren Rektifizierschrauben des Fadenkreuzes abmißt. Wenn man nämlich einen weit entfernten Gegenstand anvisiert, so entsteht das durch die Objektivlinse erzeugte Bildchen ganz knapp hinter dem Brennpunkte und fällt mit der Fadenkreuzebene zusammen.

Die große Konstante K ist der Quotient aus der Brennweite der Objektivlinse und der Entfernung der beiden Fäden von einander. Wollte man jedoch wirklich aus der Gleichung

$$K = \frac{p}{B}$$

die Konstante K dadurch ermitteln, daß man p und B messen und dividieren würde, so wäre diese Ermittlung nicht genügend genau. Aus der obigen Gleichung ermittelt daher der Mechaniker nur das B, d. h. die Entfernung der beiden Fäden von einander, um die Konstante nahezu einer bestimmten Zahl, in der Regel 100, gleich zu machen. Es ist nämlich

$$B = \frac{p}{K}.$$

Wäre also die Brennweite $p = 300$ *mm*, so muß die Entfernung B des obersten Fadens vom untersten 3 *mm* betragen, damit die Konstante nahezu 100 wird.

Der genaue Wert der großen Konstanten aber muß als arithmetisches Mittel aus mehreren Beobachtungen des Lattenstückes L bei verschiedenen, genau abgemessenen Entfernungen in folgender Weise ermittelt werden.

Aus der Gleichung

$$D = L\,K + k$$

ergibt sich

$$K = \frac{D - k}{L}.$$

Auf einem ebenen, ganz horizontalen oder nur ganz schwach, höchstens vielleicht bis zu 2 Grad geneigten Boden schlägt man einen Pflock *a* ein (Fig. 130), mißt von diesem aus bis *b* ein Stückchen gleich der kleinen Konstanten *k* ab und schlägt wieder einen Pflock ein. Von diesem Pflocke *b* beginnend, mißt man nun in gerader Richtung bis 150 *m* und schlägt

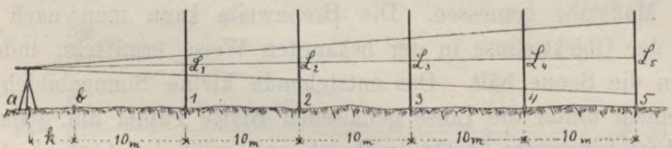


Fig. 130.

bei jedem zehnten Meter einen Pflock ein. Über *a* wird das Instrument aufgestellt, mit seinem Mittelpunkte vertikal über den Pflock. Auf die Pflöcke 1 bis 15 wird nacheinander die Latte ganz vertikal gestellt und jedesmal das zwischen den beiden Fäden erscheinende Lattenstück L abgelesen. Die Entfernung der Pflöcke 1 bis 15 von *a* ist $10\,m + k$, $20\,m + k$, $30\,m + k$ u. s. w., daher ist jedesmal $D - k = 10$, 20, 30 u. s. w. bis 150 *m*. Man hat also 10, 20, 30 u. s. w. bis 150 durch den jeweiligen Lattenabschnitt L zu dividieren.

Man erhält somit 15, wohl immer etwas verschiedene Werte für die Konstante, aus welchen man das arithmetische Mittel nimmt.

Z. B.:

$D-k$	L	K	$D-k$	L	K
m	*m*		*m*	*m*	Transport 800·72
10	0·100	10 : 0·100 = 100	90	0·898	90 : 0·898 = 100·22
20	0·200	20 : 0·200 = 100	100	0·995	100 : 0·995 = 100·50
30	0·300	30 : 0·300 = 100	110	1·096	110 : 1·096 = 100·37
40	0·400	40 : 0·400 = 100	120	1·194	120 : 1·194 = 100·50
50	0·499	50 : 0·499 = 100·20	130	1·296	130 : 1·296 = 100·31
60	0·600	60 : 0·600 = 100	140	1·395	140 : 1·395 = 100·37
70	0·699	70 : 0·699 = 100·14	150	1·493	150 : 1·493 = 100·47
80	0·797	80 : 0·797 = 100·38			Summa 1503·46
		Transport 800·72			1503·46 : 15 = 100·23

Nimmt man in der vorstehenden Beobachtungsreihe das arithmetische Mittel aus sämtlichen 15 Beobachtungen, so würde sich für die Konstante K der Wert 100·23 ergeben. Zeigt sich aber bei den kleineren Entfernungen ein gleichmäßiger bedeutender Unterschied gegen die größeren Entfernungen, so ist es besser, zwei Konstante zu bilden, eine für die kleineren und eine zweite für die größeren Entfernungen.

In der vorstehenden Beobachtungsreihe könnte man also vielleicht für die Längen bis 70 *m* die Konstante mit 100 annehmen und für Längen über 70 *m* mit 100·36.

Jedenfalls ist es geraten, die ganze Beobachtungsreihe einigemale zu wiederholen.

Da sich die Konstante auch mitunter durch den Einfluß verschiedener Temperatur u. s. w. ändert, so muß diese Ermittlung der Konstanten von Zeit zu Zeit wiederholt werden.

Nicht unbedingt notwendig, aber vorteilhaft ist es, wenn man bei dieser Ermittlung der Konstanten auch am Mittelfaden abliest und auch die Konstante für den obersten und den Mittelfaden, und ebenso für den untersten und den Mittelfaden ermittelt. Es kommt nämlich besonders bei Waldaufnahmen oft vor, daß man durch Äste gehindert ist, am obersten und untersten Faden abzulesen. Man liest dann am Mittelfaden und an einem der beiden anderen Fäden ab und benützt dann die bezügliche Konstante.

Würde sich der Mittelfaden ganz genau in der Mitte zwischen dem obersten und untersten Faden befinden, was aber wohl selten ganz genau zutreffen dürfte, dann ist natürlich die Konstante für den Mittelfaden und einen der beiden anderen Fäden gleich der doppelten Konstanten für den obersten und untersten Faden.

Anscheinend hat es einen großen Wert für die Erleichterung der Multiplikation der Konstanten mit dem Lattenabschnitt, wenn die Konstante gerade 100 ohne Dezimalen ist. Zu diesem Behufe wurden früher von manchen Mechanikern der oberste und unterste Horizontalfaden verschiebbar eingerichtet. Um die Konstante genau 100 gleichzumachen, mißt man dann vom Pflocke b (Fig. 130) irgend eine Länge, z. B. 50 m ab, stellt dort die Latte vertikal und ruhig auf und verschiebt nötigenfalls die beiden Fäden, bis das abgeschnittene Lattenstück genau 0·500 m ist. Zugleich kann man dann auch die beiden Fäden so stellen, daß sie genau gleich weit vom Mittelfaden abstehen, sodaß dann die Konstante für den Mittelfaden und einen der beiden anderen Fäden genau 200 ist.

Auf diese Weise erhält man jedoch die Konstante nur aus einer einzigen Beobachtung und nicht wie früher als Mittel aus mehreren Beobachtungen. Letzteres aber verspricht entschieden größere Genauigkeit.

Da es aber jetzt dem Mechaniker auf andere Weise leicht möglich ist, die Konstante $=$ 100 zu machen, so werden jetzt verschiebbare Fäden nicht mehr gemacht.

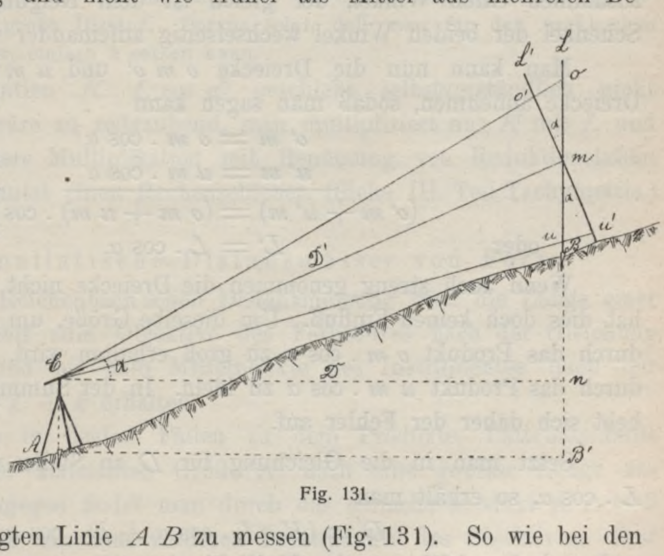


Fig. 131.

97. Es wäre die Länge einer gegen die Horizontale geneigten Linie $A\ B$ zu messen (Fig. 131). So wie bei den Längenmessungen mit Latten, Kette oder Meßband, braucht man auch hier nicht die wirkliche, schiefe Länge $A\ B$, sondern die horizontale Projektion $A\ B'$.

Um zunächst die schiefe Länge $AB = Cm = D'$ zu finden, stellt man wieder das Instrument mit seinem Mittelpunkte über den einen Punkt, z. B. A und in den zweiten Punkt die Distanzlatte. Damit die Länge Cm nach der Formel $KL + k$ gefunden werden kann, müßte die Latte im Punkte B so aufgestellt sein, daß sie senkrecht steht auf der Visur über den Mittelfaden, also senkrecht auf Cm. Zugleich müßte die Latte so gehalten werden, daß der Punkt m vertikal liegt über B. Die Latte müßte also die Lage $o'\,u'$ haben. Durch Subtraktion der Ablesungen am obersten und untersten Faden bekommt man wieder das Lattenstück $L' = o' - u'$.

Es wäre also jetzt

$$Cm = K \, . \, L' + k.$$

Um die horizontale Projektion dieser schiefen Länge, d. h. $Cn = AB'$ zu finden, welche mit D bezeichnet werden soll, muß die schiefe Länge D' mit dem cosinus des Neigungswinkels α multipliziert werden, welchen die Visur Cm über den Mittelfaden mit der Horizontalen bildet.

Diesen Winkel kann man am Höhenkreise des Instrumentes ablesen. Es ist also

$$D = D' \, . \cos \alpha$$

und wenn für D' dessen Wert gesetzt wird,

$$D = (KL' + k) \cos \alpha.$$

Es ist jedoch schwierig, die Latte in der oben beschriebenen Weise zu halten. Hält man die Latte in B vertikal, so gibt die Differenz der Ablesungen o und u das Lattenstück L, welches aber nicht gleich L', sondern größer ist. Die beiden Stellungen der Latte L und L' bilden zusammen einen Winkel, der gleich ist dem Neigungswinkel α (weil die Schenkel der beiden Winkel wechselseitig aufeinander senkrecht stehen).

Man kann nun die Dreiecke $o\,m\,o'$ und $u\,m\,u'$ als rechtwinklige Dreiecke annehmen, sodaß man sagen kann

$$o'\,m = o\,m \, . \cos \alpha$$
$$u'\,m = u\,m \, . \cos \alpha$$
$$\overline{(o'\,m + u'\,m) = (o\,m + u\,m) \, . \cos \alpha}$$

oder $$L' = L \, . \cos \alpha.$$

Wenn auch streng genommen die Dreiecke nicht rechtwinklig sind, so hat dies doch keinen Einfluß. Um dieselbe Größe, um welche nämlich $o'\,m$ durch das Produkt $o\,m \, . \cos \alpha$ zu groß erhalten wird, bekommt man $u'\,m$ durch das Produkt $u\,m \, . \cos \alpha$ zu klein. In der Summe $o'\,m + u'\,m = L'$ hebt sich daher der Fehler auf.

Setzt man in die Gleichung für D an Stelle von L' dessen Wert $L \, . \cos \alpha$, so erhält man

$$D = (K \, . \, L \, . \cos \alpha + k) \, . \cos \alpha$$

und nach Durchführung der Multiplikation mit $\cos \alpha$

$$D = K \, . \, L \, . \cos \alpha^2 + k \, . \cos \alpha.$$

Man kann also die Latte im zweiten Punkte vertikal halten und erhält die horizontale Projektion der schiefen Länge, indem der vertikale Lattenabschnitt $L = o - u$ mit der großen Konstante und außerdem mit dem Quadrate des cosinus des am Höhenkreise abgelesenen Neigungswinkels multipliziert und zu dem Produkte noch die kleine Konstante, multipliziert mit dem einfachen cosinus des Neigungswinkels, addiert wird.

Die kleine Konstante k ist aber immer eine kleine Größe und bleibt stets unter 0·5 *m*, sodaß der Unterschied zwischen $k \cos \alpha$ und k, besonders bei kleinen Neigungswinkeln, sehr gering ist.

Angenommen z. B. k wäre 0·5 *m*, so ist

für $\alpha = 0^0$,	$k \cos \alpha = 0{\cdot}5 \times 1 = 0{\cdot}500$ *m*
„ $\alpha = 5^0$,	$k \cos \alpha = 0{\cdot}5 \times 0{\cdot}99619 = 0{\cdot}498$ *m*
„ $\alpha = 10^0$,	$k \cos \alpha = 0{\cdot}5 \times 0{\cdot}98481 = 0{\cdot}492$ „
„ $\alpha = 15^0$,	$k \cos \alpha = 0{\cdot}5 \times 0{\cdot}96593 = 0{\cdot}483$ „
„ $\alpha = 20^0$,	$k \cos \alpha = 0{\cdot}5 \times 0{\cdot}93969 = 0{\cdot}470$ „
„ $\alpha = 25^0$,	$k \cos \alpha = 0{\cdot}5 \times 0{\cdot}90631 = 0{\cdot}453$ „
„ $\alpha = 30^0$,	$k \cos \alpha = 0{\cdot}5 \times 0{\cdot}86603 = 0{\cdot}433$ „

Würde man also statt $k \cos \alpha$ bloß k setzen, so begeht man einen Fehler, welcher beträgt:

bei $\alpha = 0^0$	$0{\cdot}5 - 0{\cdot}500 = \pm 0{\cdot}000$ *m*
„ $\alpha = 5^0$	$0{\cdot}5 - 0{\cdot}498 = + 0{\cdot}002$ „
„ $\alpha = 10^0$	$0{\cdot}5 - 0{\cdot}492 = + 0{\cdot}008$ „
„ $\alpha = 15^0$	$0{\cdot}5 - 0{\cdot}483 = + 0{\cdot}017$ „
„ $\alpha = 20^0$	$0{\cdot}5 - 0{\cdot}470 = + 0{\cdot}030$ „
„ $\alpha = 25^0$	$0{\cdot}5 - 0{\cdot}453 = + 0{\cdot}047$ „
„ $\alpha = 30^0$	$0{\cdot}5 - 0{\cdot}433 = + 0{\cdot}067$ „

Man bekommt also in diesem Falle erst bei einem Neigungswinkel von 30° eine um 0·067 *m* zu große Distanz. Daraus folgt, daß man für den praktischen Gebrauch, statt $k \cos \alpha$, einfach k setzen kann.

Die Multiplikation $K \,.\, L \cos \alpha^2$ geschieht selbstverständlich nicht logarithmisch, das wäre zu zeitraubend, man multipliziert nur K mit L und führt dann die weitere Multiplikation mit Benützung von Reduktionstafeln aus. Oder man benutzt einen Rechenschieber. (Siehe III. Teil Tachymetrie.)

B. Der anallatische Distanzmesser von Porro.

98. Bei der Reichenbach'schen Distanzmessung wird die Länge einer horizontalen Linie bis zum Objektive des Fernrohres nach der Gleichung $D = K \,.\, L + p$ und bis zum Mittelpunkte des Instrumentes nach der Gleichung $D = K\,L + k$ erhalten.

Es muß also in beiden Fällen zu dem Produkte, Lattenabschnitt multipliziert mit der konstanten Größe K, noch eine gewisse Länge zuaddiert werden. Dagegen findet man durch das einfache Produkt $K\,L$ bloß die Länge der Linie bis zum vorderen Brennpunkte des Objektives. Erst von diesem Punkte an gerechnet sind die Lattenabschnitte der Entfernung proportional. Diesen Punkt nennt man deshalb den anallatischen Punkt.

Professor Porro bemühte sich, ein Fernrohr zu konstruieren, dessen anallatischer Punkt mit dem Mittelpunkte des Instrumentes zusammenfällt, sodaß die Länge bis zum Mittelpunkte durch das einfache Produkt $L\,K$ erhalten wird und die Addition einer Konstanten k wegfällt. Er erreichte dies durch eine Kombination von zwei bikonvexen Linsen, die als Objektiv dienen.

Beim Reichenbach'schen Distanzmesser entsteht von einem, vor dem Objektive in der Entfernung a befindlichen Objekte $o'\,u'$ von der Größe O oder L hinter der Linse das Bildchen $o\,u$ von der Größe B in der Entfernung b (Fig. 132).

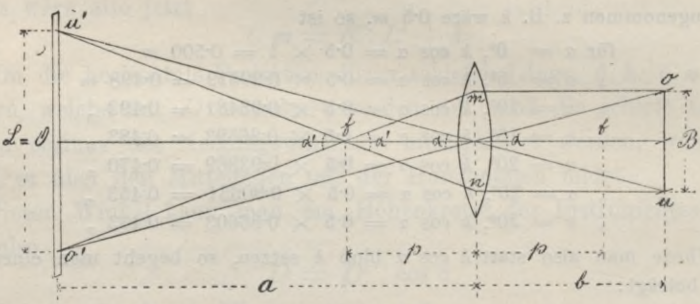


Fig. 132.

Der Winkel α, den die von o' und u' durch den optischen Mittelpunkt der Linse und über die beiden Fäden o und u gehenden Strahlen bilden, ist veränderlich.

Es ist nämlich

$$\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{B}{2}}{b} = \frac{B}{2\,b}.$$

B (die Entfernung der beiden Fäden) ist konstant, dagegen ist b (Bildweite) veränderlich, folglich ist auch $\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}$ und auch α veränderlich.

Bezeichnet man den Winkel $u'\,f\,o'$, den die von u' und o' durch den vorderen Brennpunkt f der Linse gehenden Strahlen bilden, mit α', so ist, weil die aus dem Brennpunkte kommenden Strahlen die Linse parallel zur optischen Achse verlassen, $m\,n = o\,u = B$, daher

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha'}{2} = \frac{B}{2\,p}.$$

Weil nun sowohl B, d. h. die Entfernung der Fäden, als auch die Brennweite p konstant ist, so ist auch der Winkel α' konstant und unveränderlich.

Diesen vorderen Brennpunkt also, wo der Winkel unveränderlich ist, und von wo an die Lattenabschnitte der Distanz proportional werden, nennt man den anallatischen Punkt. (Von anallato = ich ändere nicht, nämlich den mikrometrischen Gesichtswinkel.)

Wird hinter diese Linse eine zweite gegeben, durch welche die von u' und o' ausgehenden Strahlen durchgehen müssen, ehe sie das Bild $o\,u$

bilden, so wird bei geeigneter Linsenkombination der anallatische Punkt in den Mittelpunkt des Instrumentes verlegt (Fig. 133). Die Strahlen, welche durch die Linse O_1 gehen, müssen auch noch die zweite Linse O_2 passieren, durch welche sie abermals gebrochen werden.

Bildet der Punkt C den Mittelpunkt des Instrumentes, von wo an die Distanzen gezählt werden, d. h. also von wo an auch die Lattenabschnitte den Entfernungen proportional sein sollen, so muß für diese Bedingung der Winkel $u' \, C \, o' = \alpha''$ stets konstant bleiben.

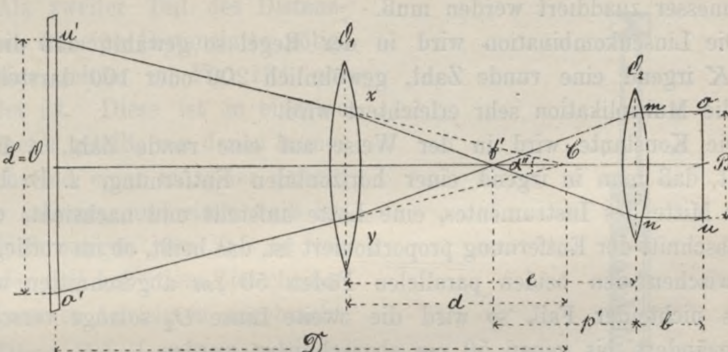


Fig. 133.

Dies ist nur dann möglich, d. h. die unter dem Winkel α'' einfallenden Strahlen werden nur dann immer ein Bild von gleicher Größe B geben, wenn sie durch die erste Linse O_1 derart gebrochen werden, daß sie durch den Brennpunkt f'' der zweiten Linse O_2 gehen.

Diese Strahlen verlassen dann die Linse O_2 parallel mit der optischen Achse, sodaß $m \, n = o \, u = B$ ist.

Es sind die beiden Dreiecke $x \, y \, f'$ und $m \, n \, f'$ einander ähnlich. Ebenso sind die Dreiecke $u' \, o' \, C$ und $x \, y \, C$ einander ähnlich. Nennt man den Abstand der Linse O_1 vom Mittelpunkte C des Instrumentes d, und die Entfernung der beiden Linsen O_1 und O_2 von einander e, so kann man wegen der Ähnlichkeit der erwähnten Dreiecke folgende Verhältnisse aufstellen

$$u \, o' : x \, y = D : d$$

und

$$x \, y : m \, n = (e - p') : p'.$$

Aus der ersten Proportion ist, wenn $u' \, o' = L$ gesetzt wird,

$$D = \frac{d \, . \, L}{x \, y}$$

Für $x \, y$ findet man aus der zweiten Proportion, wenn für $m \, n$ der gleiche Wert $o \, u = B$ gesetzt wird,

$$x \, y = \frac{B \, (e - p')}{p'}.$$

Diesen Wert für $x \, y$ in die obige Gleichung eingesetzt, erhält man

$$D = d \, . \, L : \frac{B \, (e - p)}{p'}$$

oder

$$D = L \, \frac{d \, . \, p'}{B \, (e - p')}.$$

Nun sind aber d, p', B und e lauter konstante Werte, daher ist auch der Wert $\frac{d \cdot p'}{B(e-p')}$ konstant, nennt man ihn K, so ist

$$D = L \cdot K.$$

Man erhält also die Entfernung D der Latte vom Mittelpunkte des Instrumentes, wenn der Lattenabschnitt L mit der Konstanten K multipliziert wird.

Es entfällt also hier die kleine Konstante, die beim Reichenbach'schen Distanzmesser zuaddiert werden muß.

Die Linsenkombination wird in der Regel so gewählt, daß die Konstante K irgend eine runde Zahl, gewöhnlich 200 oder 100 darstellt, wodurch die Multiplikation sehr erleichtert wird.

Die Konstante wird in der Weise auf eine runde Zahl, z. B. 200, gebracht, daß man in irgend einer horizontalen Entfernung, z. B. 100 *m*, von der Mitte des Instrumentes, eine Latte aufstellt und nachsieht, ob der Lattenabschnitt der Entfernung proportioniert ist, das heißt, ob im vorliegenden Falle zwischen den beiden parallelen Fäden 50 *cm* abgeschnitten werden. Ist dies nicht der Fall, so wird die zweite Linse O_2 solange verschoben, also e geändert, bis genau 50 *cm* abgeschnitten werden.

Man erhält also die Konstante nur aus einer einzigen Beobachtung. Außerdem wird auch durch Einfügen der zweiten Linse die Helligkeit des Bildes sehr beeinträchtigt, sodaß es sehr fraglich ist, ob hiedurch nicht der Vorteil des Wegfallens der additionellen Konstanten weit wieder aufgehoben wird, umsomehr, da bei geneigten Visierlinien das Produkt $K \cdot L$ noch mit $\cos \alpha^2$ multipliziert werden muß, sodaß der angestrebte Vorteil einer ganz einfachen Multiplikation ja doch wieder illusorisch wird.

Bei der Messung der Länge einer geneigten Linie verhält sich alles ebenso, wie bei dem Reichenbach'schen Distanzmesser.

In der Figur 131 muß, um die schiefe Distanz D' zu bekommen, wieder in dem einen Punkte z. B. A das Instrument mit seinem Mittelpunkte vertikal über den Pflock, im zweiten Punkte B aber die Distanzlatte so aufgestellt werden, daß diese senkrecht steht zur Visur über den Mittelfaden, und zugleich derart, daß der Punkt m vertikal liegt über B.

Durch Subtraktion der Ablesungen am obersten und untersten Faden ergibt sich $L' = o' - u'$ und es wäre

$$D' = K L'.$$

Hält man aber die Latte vertikal, so gibt die Differenz der Ablesungen $L = o - u$ und es ist $L' = L \cdot \cos \alpha$. Daher ist

$$D' = K \cdot L \cdot \cos \alpha$$

und demnach die horizontale Projektion

$$D = K \cdot L \cdot \cos \alpha^2 .$$

Über die Genauigkeit des anallatischen Distanzmessers siehe „Tachymetrie“.

C. Das Okularfilar-Schrauben-Mikrometer als Distanzmesser.

99. Das in Nr. 49 beschriebene und in den Figuren 38 und 39 abgebildete Okularfilar-Schrauben-Mikrometer nach der verbesserten Konstruktion von k. k. Oberforstrat Josef Friedrich kann statt des gewöhnlichen Fadenkreuzes im Fernrohre der Winkelmeß-Instrumente angebracht werden und bildet einen vorzüglichen Distanzmesser.

Als zweiter Teil des Distanzmessers ist eine Distanzlatte nötig, wie eine solche in Fig. 134 abgebildet ist. Diese ist in einzelne Zentimeter geteilt, von denen immer abwechselnd einer in seiner ganzen Breite schwarz, und einer weiß ist. In Entfernungen von 0·5 *m* von einander sind außerdem Zielscheiben zum genauen Anvisieren angebracht.

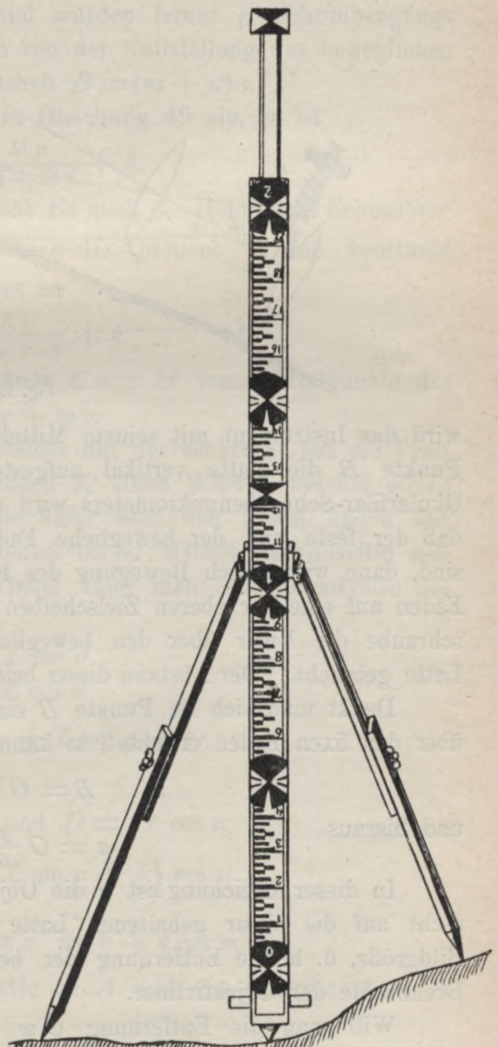


Fig. 134.

Diese Scheiben bestehen aus je zwei mit ihren Spitzen an einander stoßenden schwarzen Dreiecken. Um jedoch die Horizontalfäden ganz scharf einstellen zu können, sind zu beiden Seiten der zusammenstoßenden Spitzen der Dreiecke noch je zwei divergierende Linien angebracht. Das untere Dreieck jeder Scheibe hat einen weißen Keil, dessen Spitze genau in der Mitte der Lattenbreite liegt, der zum Einstellen des Vertikalfadens dient. Die erste Scheibe befindet sich im Nullpunkte der Latte und ist mit 0 beziffert, die zweite bei 0·50 *m*, die dritte bei 1·00 *m*, und ist mit 1 beziffert, weitere Scheiben sind bei 1·50, 2·00 und 3·00 *m*.

Zwischen den Scheiben bei 1·00 und 1·50 *m* ist bei 1·25 eine kleinere Scheibe angebracht, welche also von der unteren und oberen je 0·25 *m* entfernt ist, und welche deshalb für kurze Entfernungen verwendet wird.

Zur Vertikalstellung der Latte ist ein Senkel oder eine Libelle angebracht, und um sie ruhig halten zu können, ist sie mit zwei Spreizfüßen versehen, deren Länge verändert werden kann.

100. Es sei die horizontale Entfernung $A B' = D$ der zwei Punkte A und B zu messen; B sei höher als A gelegen (Fig. 135) Im Punkte A

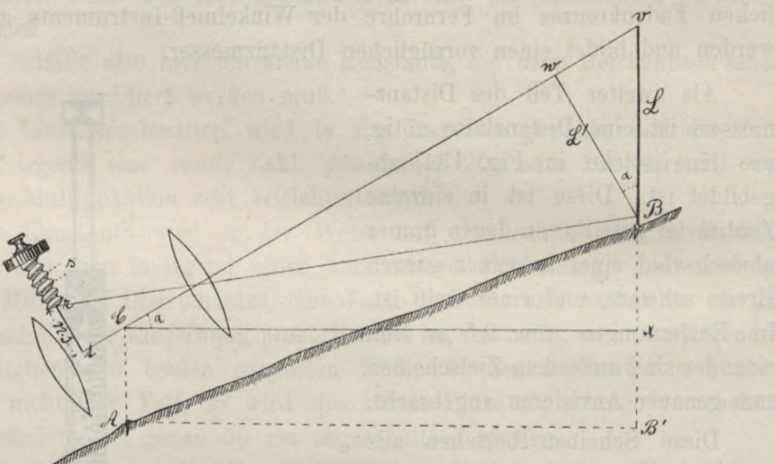


Fig. 135.

wird das Instrument mit seinem Mittelpunkte C über dem Pflocke und im Punkte B die Latte vertikal aufgestellt. Die Mikrometerschraube des Okularfilar-Schraubenmikrometers wird so weit als möglich herausgeschraubt, daß der feste und der bewegliche Faden möglichst von einander entfernt sind, dann wird durch Bewegung des Fernrohres die Visur über den festen Faden auf eine der oberen Zielscheiben und durch Drehen der Mikrometerschraube die Visur über den beweglichen Faden auf den Nullpunkt der Latte gebracht. Der Abstand dieser beiden Zielscheiben sei mit L bezeichnet.

Denkt man sich im Punkte B eine Senkrechte L' auf die Visur $t\,v$ über den fixen Faden errichtet, so kann man die Gleichung aufstellen:

$$B = O \frac{p}{a - p}$$

und hieraus

$$a = O \frac{p}{B} + p.$$

In dieser Gleichung ist a die Objektweite, also der Abstand der senkrecht auf die Visur gehaltenen Latte L' von der Objektivlinse, B ist die Bildgröße, d. h. die Entfernung der beiden Fäden voneinander und p die Brennweite der Objektivlinse.

Will man die Entfernung $C\,w$ der senkrechten Latte vom Mittelpunkte C des Instrumentes haben, so muß zu dem obigen Werte für a noch die Entfernung der Objektivlinse vom Mittelpunkte des Instrumentes, z. B. q addiert werden, und es ist dann

$$C\,w = L' \frac{p}{B} + p + q.$$

Die Summe $p + q$ ist so wie beim einfachen Fadenmikrometer die kleine Konstante, die mit k bezeichnet wird.

Die Bildgröße B ist die Entfernung $r\,t$ des beweglichen Fadens vom festen. Ist der Wert der Höhe eines Schraubenganges der Mikrometerschraube s und wurden n Schraubengänge gebraucht, um den beweglichen Faden vom festen bis nach r zu verschieben, so ist $B = r\,t = n\,s$.

Ist bei dem Friedrich'schen Filar-Mikrometer der feste Faden nicht über den Nullzahn, sondern etwas unterhalb gespannt, und ist dieser Abstand vom Nullzahn m Schraubengänge, und wurden ferner n Schraubengänge gebraucht, um den beweglichen Faden von der Nullstellung des beweglichen Fadens bis r zu bewegen, so ist natürlich $B = (m + n)\,s$.

Setzt man diesen Wert für B in Gleichung 49 ein, so ist

$$C\,w = \frac{L'\,p}{(m + n)\,s} + k.$$

Nachdem die Brennweite p sowohl als auch die Höhe eines Schraubenganges s stets gleich bleiben, so ist auch der Quotient $\frac{p}{s}$ eine konstante Größe, die große Konstante K, und es ist

$$C\,w = \frac{K\,L'}{(m + n)} + k.$$

Ferner ist die ganze schiefe Länge $C\,v = D'$ vom Mittelpunkte des Instrumentes bis zur Latte $D' = C\,w + w\,v$.

Die vertikal gehaltene Latte L bildet mit der senkrecht auf die Visur über den festen Faden gedachten Geraden L' einen Winkel, welcher gleich ist dem Neigungswinkel α, welchen die Visur über den festen Faden mit der Horizontalen bildet, weil die Schenkel beider Winkel wechselseitig aufeinander senkrecht stehen. Diesen Winkel kann man am Höhenkreise des Instrumentes ablesen.

Nun ist aber $\quad w\,v = L \sin \alpha$

und $\quad L' = L \cos \alpha$

daher auch $\quad D' = K \frac{L \cos \alpha}{m + n} + L \sin \alpha + k$

und nachdem die horizontale Distanz

$$A\,B = C\,x = D \text{ und } D = D' \cos \alpha$$

so ist $\quad D = \left(K \frac{L \cos \alpha}{m + n} + L \sin \alpha + k\right) \cos \alpha$

oder $\quad D = K \frac{L \cos \alpha^2}{m + n} + L \sin \alpha \ \cos \alpha + k \cos \alpha.$

Angenommen, es werde die Latte in A und das Instrument in B aufgestellt (Fig. 136).

Wäre wieder in A eine Senkrechte L' auf die Visur über den festen Faden errichtet, so ist die Entfernung dieser Senkrechten vom Mittelpunkte des Instrumentes

$$C\,w = \frac{L'\,p}{B} + k \text{ oder } C\,w = \frac{L'\,K}{m + n} + k.$$

Die schiefe Länge von der vertikalen Latte dagegen ist

$$D' = C\,v = C\,w - v\,w$$

$$w\,v = L \sin \alpha$$

$$\text{und } L' = L \cos \alpha$$

$$\text{folglich } D' = K \frac{L \cos \alpha}{m + n} - L \sin \alpha + k$$

und die horizontale Entfernung $A\,B' = C\,x = D$

ferner $D = D' \cos \alpha$

oder $D = K \left(\frac{L \cos \alpha}{m + n} - L \sin \alpha + k \right) \cos \alpha$

oder $D = K \frac{L \cos \alpha^2}{m + n} - L \sin \alpha \cos \alpha + k \cos \alpha.$

Wenn diese Gleichung für den Standpunkt des Instrumentes in B verglichen wird mit jener, die erhalten wurde für den Standpunkt des Instrumentes in dem tiefer gelegenen Punkte A, so findet man nur einen

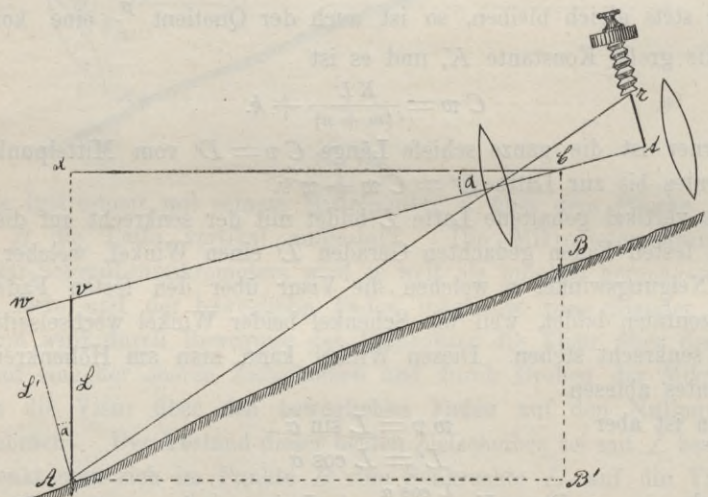


Fig. 136.

Unterschied im Zeichen des zweiten Gliedes. Man kann daher die allgemeine Formel aufstellen

$$D = K \frac{L \cos \alpha^2}{m + n} \pm L \sin \alpha \cos \alpha + k \cos \alpha$$

worin im zweiten Gliede das $+$ Zeichen für Höhenwinkel, das $-$ Zeichen aber für Tiefenwinkel zu nehmen ist.

Statt des letzten Gliedes $k \cos \alpha$ kann für den gewöhnlichen praktischen Gebrauch auch einfach k genommen werden. Auf horizontalem Boden ist natürlich $\alpha = o$ und daher einfach $D = K \cdot \frac{L}{m + n} + k.$

101. Bei einem mit dem Okularfilar-Schraubenmikrometer versehenen Instrumente sind folgende konstante Größen zu bestimmen:

1. Die kleine oder additionelle Konstante k.

2. Wenn, wie bei den Friedrich'schen Filar-Schraubenmikrometern, der feste Faden nicht über den Nullzahn, sondern etwas unterhalb dessen gespannt ist, so muß die Entfernung des festen Fadens von der Nullstellung des beweglichen ermittelt werden.

3. Die Höhe eines Schraubenganges, resp. der Wert des Bruches $\frac{p}{s} = K$.

Oberforstrat Friedrich gibt über diese Bestimmungen in seinem Buche: „Das optische Distanzmessen mit besonderer Berücksichtigung des Okularfilar-Schraubenmikrometers" folgendes an:

ad 1. Die kleine Konstante k besteht, wie bei einem einfachen Fadenmikrometer aus der Brennweite des Fernrohres, vermehrt um den Abstand des Objektives vom Mittelpunkte des Instrumentes. Die kleine Konstante wird also auch gerade so, wie bei einem Instrument mit einfachem Fadenmikrometer ermittelt.

ad 2. Ist der feste Faden nicht über den Nullzahn, sondern unterhalb dessen gespannt, so wird zunächst dieser konstante Abstand ermittelt, was auf zweifache Weise geschehen kann.

a) Man stellt in einer Entfernung von etwa 20 m vor dem Instrumente eine in Millimeter geteilte Latte fest und ruhig auf, stellt den beweglichen Faden auf 0·000, stellt das Fernrohr so ein, daß der feste Faden einen runden Teilstrich an der Latte trifft, und liest an dem (auf 0·000 gestellten) beweglichen Faden ab, welches Stück der Latte zwischen diesen beiden Fäden abgeschnitten wird.

Nun stellt man das Fernrohr so, daß der bewegliche Faden, der immer noch auf 0·000 eingestellt ist, den Punkt der Latte trifft, den früher der feste Faden getroffen, und dreht an der Schraube, bis der bewegliche Faden den Punkt der Latte wieder trifft, den er früher getroffen, so kann man den konstanten Abstand an der Zähltrommel ablesen. Dieses Verfahren wird einigemale wiederholt, und das arithmetische Mittel aus den Ablesungen an der Trommel gibt m.

b) Man mißt auf horizontalem Boden mehrere, verschiedene Längen sorgfältig ab, stellt in einem Endpunkte das Instrument, im zweiten die Latte auf, und mißt die Bildgröße ab, so ist

$$D = \frac{K \cdot L}{m + n} + k \text{ und daraus } m + n = K \frac{L}{D - k}$$

und

$$D_1 = \frac{K \cdot L_1}{m + n_1} + k \quad \text{„} \quad \text{„} \quad m + n_1 = K \frac{L_1}{D_1 - k}$$

Bezeichnet man $\frac{L}{D - k}$ mit A und $\frac{L_1}{D_1 - k}$ mit B, so ist $m + n = A \cdot K$ und $m + n_1 = B \cdot K$ und daraus ergibt sich

$$m = \frac{B\,n - A\,n_1}{A - B}.$$

ad 3. Die Konstante $\frac{p}{s} = K$ kann gleichfalls auf zweifache Weise ermittelt werden.

a) Auf horizontalem und möglichst ebenem Terrain mißt man ebenso wie beim einfachen Fadenmikrometer zunächst ein Stück ab, welches der kleinen Konstanten k gleich ist, schlägt in beiden Endpunkten Pflöcke a und b (Fig. 130) ein, mißt von b aus in gerader Linie 50, 100, 150, 200, 250 und 300 Meter genau ab, und bezeichnet die Punkte durch Pflöcke.

Das Instrument wird mit seinem Mittelpunkte über dem Pflocke a, die Latte der Reihe nach in den anderen Punkten aufgestellt, zwischen die Fäden 0·50, 1·00, 1·50, 2·00, 2·50 und 3·00 m gefaßt und die zur Einstellung des beweglichen Fadens nötige Anzahl Schraubengänge n an der Zähltrommel abgelesen.

Da $D = \frac{K \, . \, L}{m + n} + k$, so ist daraus

$$K = \frac{(D - k)\,(m + n)}{L}.$$

In diese Gleichung werden die jedesmaligen Werte für D, n und L eingesetzt, und aus den so erhaltenen verschiedenen Werten für K wird das arithmetische Mittel genommen.

b) Man notiert den Stand der Zähltrommel für verschiedene direkt gemessene Längen, z. B. D und D_1, und bezeichnet wieder

$$\frac{L}{D - k} \text{ mit } A \text{ und } \frac{L_1}{D_1 - k} \text{ mit } B$$

so ist wie oben

$$m + n = A \, . \, K$$

$$\text{und } m + n_1 = B \, . \, K$$

daher auch

$$m + n - (m + n_1) = A\,K - B\,K$$

und daraus ist

$$n - n_1 = K\,(A - B)$$

daher auch

$$K = \frac{n - n_1}{A - B}$$

Bei dieser Methode dürfen aber für Längen von 50, 100, 150 m u. s. w. nicht Lattenabschnitte von 0·50, 1·00, 1·50 m u. s. w. beobachtet werden, weil sonst die Gleichung für K unbestimmt wird.

Übrigens ist diese Methode für die Konstantenbestimmung auch nicht praktisch und nur für die Ermittlung von m empfehlenswert.

Die Genauigkeit der Distanzmessung mit dem Okularfilar-Schraubenmikrometer wird in der „Tachymetrie" besprochen.

D. Die Stampfer'sche Meßschraube als Distanzmesser.

102. An gewissen Nivellier-Instrumenten ist für die Bewegung des Fernrohres in einer vertikalen Ebene die Stampfer'sche Meßschraube angebracht. In Fig. 137 ist beispielsweise ein solches Instrument von Starke und Kammerer in Wien abgebildet. Das Fernrohr $A\,B$ liegt in zwei Trägern

T und T'. Mit dem einen Träger T ist das Lineal $c\,C$ im Punkte c drehbar verbunden. Der zweite Träger T' ist nach unten gabelförmig verlängert, und durch diese Gabel geht das andere Ende C des Lineales.

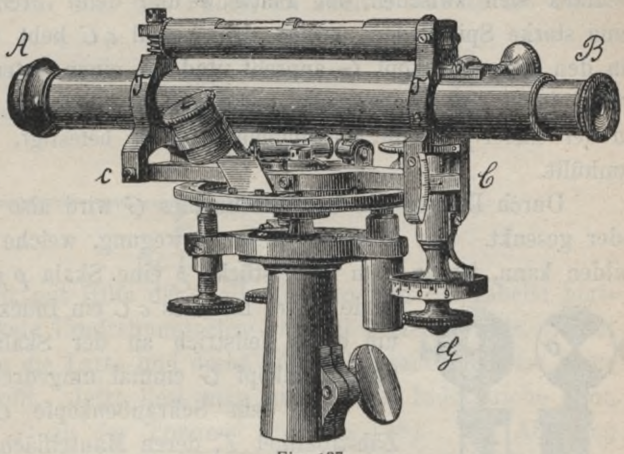


Fig. 137.

Das Lineal $c\,C$ ist auf dem unteren Teile des Instrumentes, in der Mitte, um eine vertikale Achse drehbar. Durch das Ende C dieses Lineales geht die Meßschraube G, sodaß durch deren Drehung das Ende B des Fernrohres gehoben und gesenkt, also die Visierlinie in einer vertikalen Ebene bewegt werden kann. Diese Meßschraube (siehe Fig. 138) hat folgende Einrichtung.

An dem Träger T' des Fernrohres ist die Platte b angeschraubt, an welche die Spindel der Mikrometerschraube mit einem am oberen Ende angedrehten sphärischen Segmente aufgehängt ist, und zwar so, daß eine Drehung der Spindel verhindert ist. In dem zwischen der Gabel $p\,p'$ des Trägers gleitenden Ende C

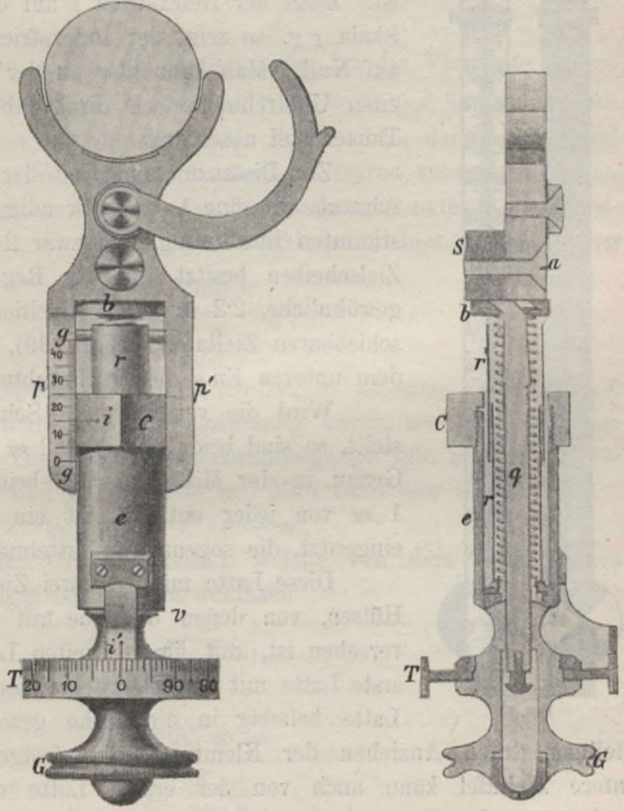


Fig. 138.

des Lineales $c\,C$ ist ein Messingrohr e verschraubt, welches an seinem unteren Ende ein Stahlstück v trägt, an dessen untere sphärische Fläche sich der ebenso geformte Schraubenkopf *G* anlegt, welcher in seinem oberen Teile die Mutter für die Mikrometerschraube enthält. Im Innern der Röhre *e* befindet sich zwischen der Platte *b* und dem vorerwähnten Stahlstück *v* eine starke Spiralfeder, welche das Lineal *c C* hebt und das Stahlstück *v* an den Schraubenkopf *G* anpreßt und so einen toten Gang der Schraube verhindert. Um die Schraube vor Staub zu schützen, ist an zwei Schrauben in der Gabel *p p* eine messingene Hülse *r* befestigt, welche die Schraube umhüllt.

Durch Drehen des Schraubenkopfes *G* wird also das Fernrohr gehoben oder gesenkt. Zur Messung dieser Bewegung, welche einen Winkel von 8^0 bilden kann, ist an dem Gabelstücke *p* eine Skala *p p'* angebracht und am Ende *C* des Lineales *c C* ein Indexstrich *i*. Dieser rückt um einen Teilstrich an der Skala vor, wenn man den Schraubenkopf *G* einmal umgedreht hat.

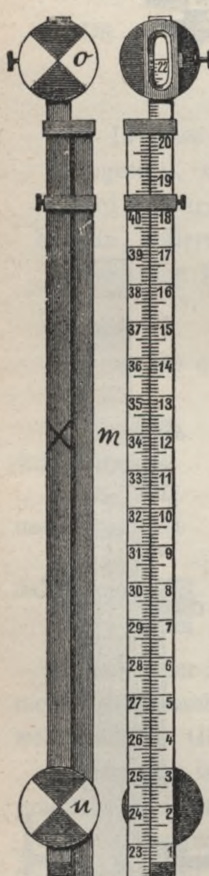


Fig. 139.

An dem Schraubenkopfe *G* befindet sich eine Zähltrommel *T*, deren Mantelfläche in 100 Teile geteilt ist. Zeigt der Indexstrich *i* auf einen Teilstrich an der Skala *g g*, so zeigt der Indexstrich *i'* an der Trommel auf Null. Man kann also an der Trommel Hundertstel einer Umdrehung noch direkt ablesen, außerdem aber Tausendstel abschätzen.

Zur Distanzmessung mit der Stampfer'schen Meßschraube ist eine Latte notwendig, welche in einer bestimmten Entfernung, und zwar 2 *m* voneinander, zwei Zielscheiben besitzt. In der Regel benützt man eine gewöhnliche, 2·2 *m* lange Nivellierlatte mit einer verschiebbaren Zieltafel *o* (Fig. 139), und einer 0·2 *m* von dem unteren Ende festgeschraubten zweiten Zieltafel *u*.

Wird die verschiebbare Scheibe *o* auf 2·2 *m* gestellt, so sind beide Scheiben 2 *m* voneinander entfernt. Genau in der Mitte zwischen beiden Zieltafeln, also je 1 *m* von jeder entfernt, ist ein Kreuz in der Latte eingeritzt, die sogenannte Mittelmarke *m*.

Diese Latte mit den zwei Zieltafeln ist durch zwei Hülsen, von denen die eine mit einer Klemmschraube versehen ist, mit einer zweiten Latte verbunden. Die erste Latte mit den Zieltafeln kann also an der zweiten Latte beliebig in die Höhe geschoben und in jeder Stellung durch Anziehen der Klemmschraube festgehalten werden. Die untere Zieltafel kann auch von der ersten Latte entfernt und an die zweite angeschraubt werden, sodaß durch Höherschieben der ersten Latte die Entfernung zwischen den beiden Zieltafeln bis auf 4 *m* gebracht werden kann.

103. Es wäre die Länge einer horizontalen Geraden AB zu messen (Fig. 140). In dem einen Punkte A stellt man das Instrument auf, mit seinem Mittelpunkte vertikal über den Pflock, im zweiten Punkte die Latte.

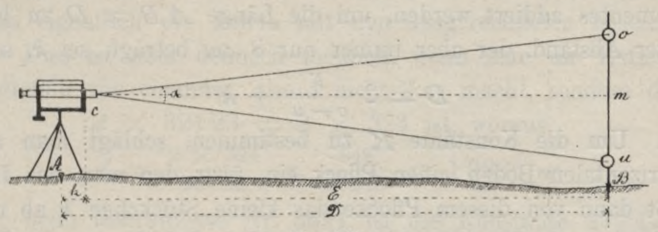


Fig. 140.

Nachdem das Instrument mit Hilfe der Stellschrauben und der Libelle horizontal, d. h. seine vertikale Umdrehungsachse vertikal gestellt wurde, richtet man das Fernrohr gegen die Latte und dreht die Meßschraube, bis die Visur die obere Zieltafel o trifft. Jetzt liest man neben dem Indexstriche i an der Skala gg und bei i' an der Trommel ab (Fig. 138). Die Ablesung an der Skala gg sind ganze, an der Trommel Dezimalen der Höhe eines Schraubenganges.

Hierauf dreht man wieder die Meßschraube, bis die Visur die untere Zieltafel u trifft, und liest wieder ab. Die Ablesungen seien o und u genannt.

Bezeichnet man den Abstand der beiden Zielscheiben, der in der Regel 2 m beträgt, mit d, den Winkel, den die beiden Visuren zusammen bilden, mit α und den senkrechten Abstand cm des Drehungspunktes c des Fernrohres von der Latte mit E, so kann ohne merklichen Fehler gesagt werden

$$\frac{d}{E} = \operatorname{tang} \alpha$$

und hieraus
$$E = \frac{d}{\operatorname{tang} \alpha}$$

Weil der Winkel α immer sehr klein ist, so ist tang α der Anzahl Schraubengänge proportioniert, welche notwendig waren, um die Visur von o nach u zu bringen. Diese Zahl der Schraubengänge gibt aber die Differenz der Ablesungen o und u, also $o - u$. Man kann also setzen

$$\operatorname{tang} \alpha = C\,(o - u),$$

worin C eine konstante Größe bedeutet, welche von dem Werte eines Schraubenganges abhängig ist. Es ist demnach

$$E = \frac{d}{C\,(o - u)}$$

Bezeichnet man den Wert

$$\frac{1}{C} \text{ mit } K\text{, so ist}$$

$$E = \frac{K \,.\, d}{o - u}$$

und wenn $d = 2\ m$ ist

$$E = 2 \,.\, \frac{K}{o - u}$$

Weil aber das Instrument mit seinem Mittelpunkte über dem Pflocke A steht und nicht mit dem Drehungspunkte c des Fernrohres, so muß zu dem obigen Werte für E noch der Abstand des Punktes c vom Mittelpunkte des Instrumentes addiert werden, um die Länge $AB = D$ zu bekommen.

Dieser Abstand, der aber immer nur 8 *cm* beträgt, sei k, so ist

$$D = 2 \frac{K}{o - u} + k$$

104. Um die Konstante K zu bestimmen, schlägt man auf einem ebenen horizontalen Boden einen Pflock ein, über den man das Instrument stellt, mißt dann von diesem Pflocke das kleine Stückchen k ab und trägt, von hier beginnend, 50, 100, 150, 200, 250 und 300 *m* auf. Dann wird in jedem der erhaltenen Punkte die Latte aufgestellt, jedesmal die obere und untere Zieltafel anvisiert und die Ablesungen o und u an Skala und Trommel gemacht. Aus der obigen Gleichung ergibt sich dann

$$K = \frac{D - k}{2} (o - u)$$

Man setzt also für $D - k$ der Reihe nach 50, 100, 150 *m* u. s. w., dividiert durch 2 und multipliziert mit der jeweiligen Differenz der Ablesungen o und u. Man erhält so sechs verschiedene Werte für K, aus denen man das Mittel nimmt.

Streng genommen, können die verschiedenen Stellen der Schraube nicht ganz denselben Wert für K geben, weil ja durch die Schraube nicht der Winkel α selbst oder dessen Tangente gemessen wird, sondern die Differenz der Sehnen der von den Visuren beschriebenen Höhen-Winkel. Will man daher die größte Schärfe erzielen, so muß man für verschiedene Stellen der Schraube die Konstante K suchen und dann stets den betreffenden Wert für K benützen. Wenn man dagegen nur einen Wert für K hat, so soll man dann immer jene Stelle der Schraube benützen, für welche dieses K gilt. In der Regel wird dies die Mitte der Schraube sein.

In dem mechanischen Institute von Starke und Kammerer in Wien werden sämtliche Instrumente, welche mit der Stampfer'schen Meßschraube versehen sind, nur in drei Kategorien angefertigt. Die Instrumente sind derart eingerichtet, daß alle Instrumente derselben Kategorie nahezu denselben mittleren Wert für K haben. Es ist nämlich:

bei großen Instrumenten		$K = 324$
„ mittleren	„	$K = 280$
„ kleinen	„	$K = 225$

Für diese drei Werte von K hat Stampfer die Werte für $\frac{K}{o - u}$ von 0·01 zu 0·01 einer Schraubenumdrehung ausgerechnet und in Tafeln zusammengestellt. Man braucht also nur die Differenz $o - u$ zu bilden und diese in der Tafel aufzusuchen, die daneben befindliche Zahl mit $d = 2$ zu multiplizieren und dazu $k = 8$ *cm* zu addieren, um die Distanz vom Mittelpunkte des Instrumentes bis zur Latte, in Metern ausgedrückt, zu finden.

Wie bereits erwähnt wurde, haben aber die einzelnen Instrumente nur nahezu denselben mittleren Wert für die Konstante.

Beim Instrumente Nr. 3204 ist die Konstante $K = 324{\cdot}23$. Man könnte also eigentlich die Tafeln mit den ausgerechneten Distanzen nicht benützen. Dies ist aber dennoch möglich, wenn man die Entfernung der beiden Zieltafeln von einander, also d nicht 2 m macht, sondern derart, daß

$$d \times 324{\cdot}23 = 2 \times 324 \text{ ist, woraus}$$

$$d = \frac{2 \times 324}{324{\cdot}23} = \frac{648}{324{\cdot}23} = 1{\cdot}9986\ m$$

Oder beim Instrumente Nr. 3691 ist die Konstante $279{\cdot}42$, es muß also $d \times 279{\cdot}42 = 2 \times 280$, daher $d = 2{\cdot}00415\ m$ sein.

105. Nach Stampfers Angaben ist die Genauigkeit der Distanzmessung mit der Meßschraube bei kleinen Längen bis etwa 100 m viel größer als bei der Ketten- oder Stahlbandmessung. Bei Längen von 200 bis 400 m ist die Genauigkeit der Meßschraube etwa ebenso groß wie bei der Kettenmessung, bei größeren Längen wird die Genauigkeit der Meßschraube kleiner. Diese Genauigkeit dürfte wohl fast in allen praktischen Fällen hinreichen. Um die Genauigkeit bei größeren Längen zu vergrößern, macht man den Abstand der zwei Zielscheiben, also d, nicht 2, sondern 4 m. Ferner kann man die Zieltafeln mehrere Male anvisieren und aus den sich ergebenden, etwas verschiedenen Ablesungen das Mittel nehmen.

106. Die in den vorigen Nummern entwickelte Theorie für die Messung der Distanz wird nur dann richtig bleiben, wenn das Terrain nahezu ganz horizontal ist, so daß bei einspielender Libelle die Visur die Latte nahezu bei der Mittelmarke m trifft (Fig. 139 und 140). Ist jedoch das Terrain

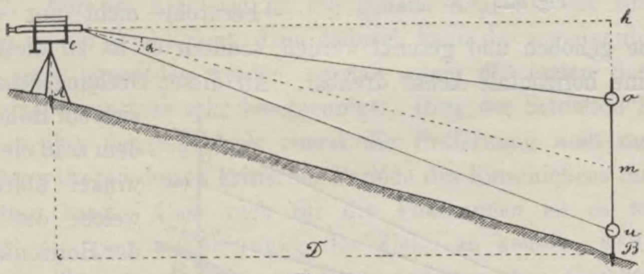


Fig. 141

geneigt (Fig. 141), so muß zunächst, um die schiefe Entfernung cm zu erhalten, zu der früher entwickelten Distanzformel noch ein Glied als Verbesserung angehängt werden, welches sich durch trigonometrische Berechnung finden läßt. Diese Verbesserung kann aber auch umgangen werden. Man stellt das Instrument horizontal, richtet dann das Fernrohr gegen die Latte und dreht die gegen die Latte gerichtete Stellschraube (nicht Meßschraube), bis die Visur die Mittelmarke m an der Latte trifft. Dann erst dreht man die Meßschraube, bis die Visur die obere und untere Zieltafel trifft, macht die Ablesungen und erhält jetzt die richtige schiefe Entfernung cm nach der Formel $\frac{dK}{o-u} + k$. Diese schiefe Entfernung muß aber auf den Horizont reduziert werden. Zu diesem Behufe ist es notwendig daß man an der Skala und Trommel der Meßschraube auch bei einspielender Libelle abliest, diese Ablesung sei h. Die zur Reduktion auf den Horizont nötige Verbesserung, welche immer negativ ist, findet man dann ebenfalls in einer von Stampfer ausgerechneten Tafel.

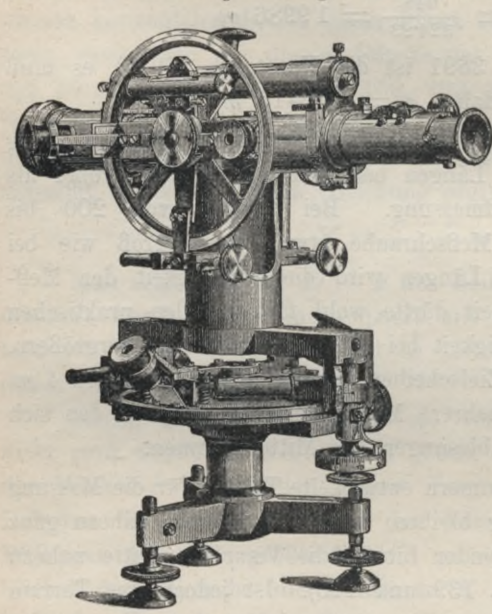


Fig. 142.

Bei den gewöhnlichen Nivellier - Instrumenten mit der Stampfer'schen Meßschraube, wie ein solches in Fig. 137 abgebildet ist, gestattet aber das Fernrohr in vertikaler Richtung nur eine geringe Bewegung, bis etwa acht Grad. Es kann daher das Instrument zur Distanzmessung nur in sehr wenig geneigtem Terrain Verwendung finden. In stärker geneigtem Terrain eignet sich zu diesem Zwecke besser das Universal-Instrument von Starke und Kammerer in Wien mit der Meßschraube, welches in Fig. 142 dargestellt ist. Bei diesem Instrumente kann das Fernrohr nicht nur durch die Meßschraube gehoben und gesenkt werden, sondern es ist zu diesem Behufe auch um eine horizontale Achse drehbar. An dieser Drehungsachse befindet sich ein Höhenkreis, an dem man die Neigungswinkel ablesen kann, welche die Visur mit der Horizontalen bildet.

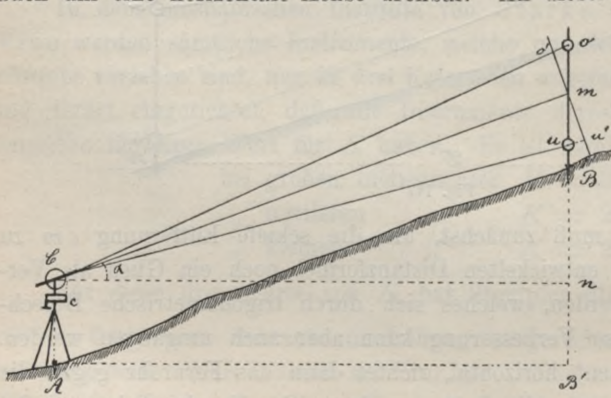


Fig. 143.

Wenn mit einem solchen Instrumente die Länge einer geneigten Geraden AB gemessen werden soll, so wird das Instrument in dem einen Punkte, z. B. A aufgestellt (Fig. 143), mit seinem Mittelpunkte C vertikal über den Pflock; im zweiten Punkte wird die Latte vertikal aufgestellt. Die Meßschraube wird auf eine gewisse Zahl gestellt (in der Regel 20·000), bei welcher Stellung die Ablesung am Höhenkreise bei horizontaler Visur genau Null ist. Jetzt dreht man das Fernrohr um seine horizontale Drehungsachse und visiert die Mittelmarke an, so gibt die Ablesung am Höhenkreise den Winkel α. Hierauf dreht man die Meßschraube, bis die Visur die obere und dann die untere Zieltafel trifft, und man macht jedesmal die Ablesungen an der Meßschraube. Würde hiebei die Latte die Lage $o' u'$ haben, nämlich senkrecht zur mittleren Visur, so erhielte man die schiefe Entfernung $C\,m$ durch die Formel $\frac{d\,K}{o - u}$. Weil aber die Latte vertikal steht und mit der senkrechten Lage denselben Winkel α bildet, wie die mittlere Visur mit der Horizontalen, so ist so wie bei den anderen Distanzmessern $o' u' = o\,u \times \cos\alpha$. Es ist demnach

$$C\,m = \frac{d\,K}{o - u} . \cos\alpha$$

Um die horizontale Distanz $C\,n$ zu finden, muß die schiefe Länge $C\,m$ mit $\cos\alpha$ multipliziert werden. Es ist somit

$$C\,m = \left(\frac{d\,K}{o - u} . \cos\alpha\right) \cos\alpha$$

und die horizontale Entfernung vom Mittelpunkte des Instrumentes gezählt

$$D = \frac{d\,K}{o - u} . \cos\alpha^2 + k$$

E. Militärische Distanzmesser.

107. Für die Artillerie ist die genaue Kenntnis der Entfernung des Zieles von großer Wichtigkeit, denn dadurch kann das sogenannte Einschießen entweder ganz vermieden werden, so daß schon die ersten Schüsse treffen, oder es wird wenigstens sehr beschleunigt. Herr der Situation im Geschützkampfe ist aber derjenige, der zuerst die Entfernung weiß und der daher den Gegner während dessen kritischer Periode des Einschießens mit Geschossen überschütten kann. Aber auch für die Fußtruppen ist es wichtig, rasch und sofort die genaue Entfernung des Zieles zu kennen, weil dann sofort die ganze Truppe mit dem richtigen Aufsatze ihre Geschosse auf den Gegner konzentrieren kann. Bei zweifelhafter Entfernung aber muß die Truppe gleichzeitig mit verschiedenen Aufsätzen schießen, so daß trotz der bedeutenden Gewehrzahl doch eigentlich nur sehr wenige Geschosse den Gegner treffen.

108. Die militärischen Distanzmesser können nicht auf demselben Prinzipe beruhen, wie die bisher für geodätische Zwecke besprochenen, welche die Aufstellung einer Latte von bekannter Länge im Endpunkte der zu messenden Distanz erfordern. Man könnte höchstens die Größe eines In-

fanteristen oder Kavalleristen als bekannt voraussetzen und dann auch Fernröhre mit parallelen Fäden verwenden. Es gibt auch mehrere Distanzmesser, die auf diesem Prinzipe beruhen, welche aber für den Gebrauch unzureichend sind.

Die meisten der in großer Zahl vorgeschlagenen militärischen Distanzmesser suchen unter Zugrundelegung einer konstanten oder auch veränderlichen Basis am Standorte mit einem Punkte des Zieles ein Dreieck zu bilden, und in diesem die Distanz als Höhe oder als eine Seite, aus zwei Winkeln und der Basis als einer Seite zu ermitteln.

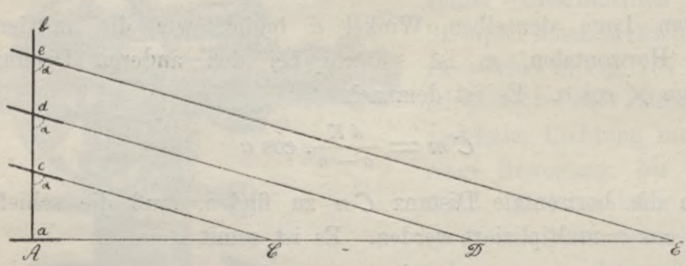


Fig. 144.

Denkt man sich in Fig. 144 ein Lineal *a b*, mit dem an einem Ende *a* eine Visier-Vorrichtung, z. B. ein Fernrohr fest verbunden ist. Auf dem Lineale ist ein zweites Fernrohr parallel verschiebbar angebracht, und zwar derart, daß seine Visierlinie mit derjenigen des anderen Fernrohres konvergiert, und bei der Verschiebung mit dem Lineale stets den gleichen Winket α bildet. Visiert man mit dem festen Fernrohre einen Punkt an und verschiebt das zweite Fernrohr, bis dessen Visierlinie denselben Punkt trifft, so wird die Entfernung des Punktes der Verschiebungslänge am Lineale proportioniert sein, d. h. es verhält sich

$$ac : AC = ad : AD = ae : AE$$

Man kann also das Lineal mit einer Einteilung versehen, welche direkt die Distanz angibt.

Ein anderes Prinzip wäre folgendes. An einem auf einem Stative befestigten Lineale *a b* von bestimmter, bekannter Länge (Fig. 145) ist an

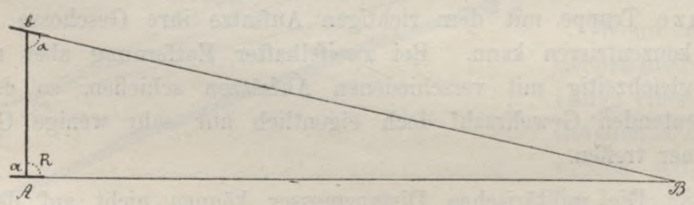


Fig. 145.

einem Ende ein Fernrohr befestigt, so daß dessen Visierlinie mit dem Lineale genau einen rechten Winkel bildet. Im zweiten Endpunkte ist ein

Fernrohr drehbar angebracht und mit einem Gradbogen versehen, so daß man an diesem den Winkel α ablesen kann, welchen die Visierlinie jeweilig mit dem Lineale bildet. Visiert man zuerst mit dem festen Fernrohre durch entsprechende Stellung des Lineales einen Punkt B an, und stellt dann das drehbare Fernrohr auf denselben Punkt ein und liest den Winkel α ab, so ist die gesuchte Distanz

$$AB = ab \,.\, \mathrm{tang}\, \alpha$$

Da die Entfernung der beiden Fernrohre von einander ab eine konstante Länge ist, so kann man für verschiedene Winkel eine Tabelle anfertigen, aus der man die Distanz ohne Rechnung entnehmen kann.

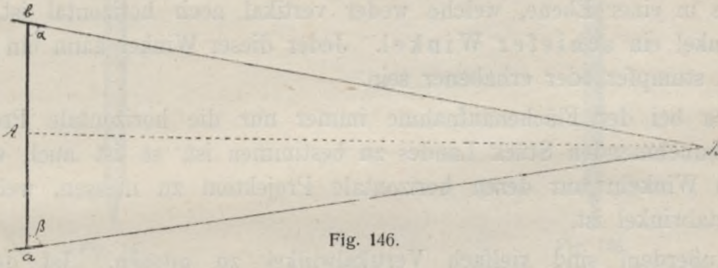


Fig. 146.

Endlich kann man sich ein auf einem Stative befestigtes Lineal ab (Fig. 146) denken von bestimmter, bekannter Länge, an dessen beiden Enden drehbare und mit Gradbögen versehene Fernrohre angebracht sind. Mit diesen wird derselbe Punkt anvisiert und die Winkel α und β abgelesen, so ist

$$AB = \frac{ab \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Alle die auf diesen Prinzipien gegründeten Distanzmesser leiden aber an dem Übelstande, daß die Länge der Basis (des Lineales) gegen die zu messende Distanz verschwindend klein ist, so daß deren Bestimmung sehr unsicher ist.

Auch rein optische Distanzmesser mit konstanten Winkeln durch Reflexion der Strahlen an Spiegeln wurden konstruiert, welche aber an demselben Übelstande der kleinen Basis leiden. Ferner hat man die Schnelligkeit der Fortpflanzung des Schalles, also den Zeitunterschied zwischen dem Aufblitzen eines Schusses und dem Hörbarwerden zur Distanzbestimmung zu verwenden versucht, was aber auch wegen des großen Einflusses der Luftfeuchtigkeit seine Schwierigkeiten hat.

Das Problem der militärischen Distanzmesser ist daher bis heute noch nicht in vollkommen befriedigender Weise gelöst und wird wohl auch nicht leicht gelöst werden können.

Winkelmeß-Instrumente.

1. Einteilung der Winkel und der Winkelmeß-Instrumente.

§ 25.

109. Die Schenkel der Winkel, welche zu messen sind, können in der Natur wohl auch mitunter unmittelbar zwei sich schneidende Gerade sein, zumeist aber werden sie durch zwei von einem Punkte aus nach bestimmten Objekten gerichtete Visuren gebildet.

Liegen beide Schenkel eines Winkels in einer horizontalen Ebene, so heißt dieser ein Horizontalwinkel, liegen beide Schenkel in einer vertikalen Ebene, so heißt er Vertikalwinkel. Liegen die Schenkel des Winkels in einer Ebene, welche weder vertikal noch horizontal ist, so ist der Winkel ein schiefer Winkel. Jeder dieser Winkel kann ein spitzer, rechter, stumpfer oder erhabener sein.

Da bei der Flächenaufnahme immer nur die horizontale Projektion des aufzunehmenden Stück Landes zu bestimmen ist, so ist auch von den schiefen Winkeln nur deren horizontale Projektion zu messen, welche ein Horizontalwinkel ist.

Außerdem sind vielfach Vertikalwinkel zu messen. Ist der eine Schenkel eines Vertikalwinkels horizontal und der zweite Schenkel liegt darüber, so heißt dieser Vertikalwinkel speziell Höhen- oder Elevationswinkel. Liegt dagegen der zweite Schenkel unter dem horizontalen, so heißt dieser Vertikalwinkel ein Tiefen- oder Depressionswinkel. Ist der eine Schenkel eines Vertikalwinkels selbst vertikal, so heißt der Winkel ein Zenithwinkel oder auch Zenithdistanz.

Die bei der Aufnahme zu bestimmenden, oder abzusteckenden Winkel können entweder eine bestimmte, konstante Größe haben, oder sie können verschieden sein. Die letzteren können entweder im Gradmaße bestimmt werden, oder gezeichnet werden. Man kann demnach die Winkelmeßinstrumente in folgender Weise einteilen:

a) Instrumente für konstante Winkel;
b) Instrumente, welche die Winkel durch Zeichnung geben;
c) Instrumente, welche die Winkel im Gradmaße geben.

2. Instrumente für konstante Winkel.

§ 26.

A. Das Winkelkreuz und die Winkeltrommel.

110. Das Winkelkreuz, mitunter auch Kreuzscheibe genannt, ist ein sehr altes Instrument, welches schon im Jahre 1584 bekannt war. In seiner einfachsten Form besteht es aus einem Brettchen, welches senkrecht

auf einem etwa 1·5 *m* langen Stabe mit eiserner Spitze befestigt ist (Fig. 147). Senkrecht in das Brettchen sind vier Drahtstifte (Nadeln) *m*, *n*, *p*, *q* ein-

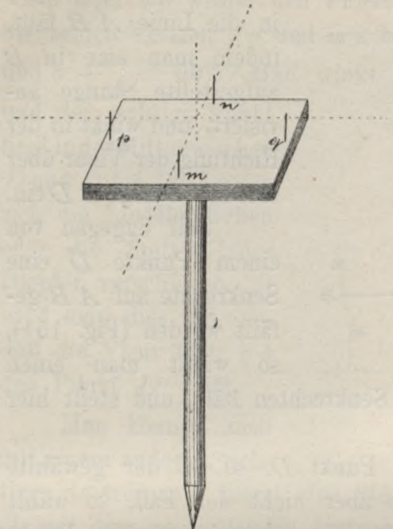


Fig. 147.

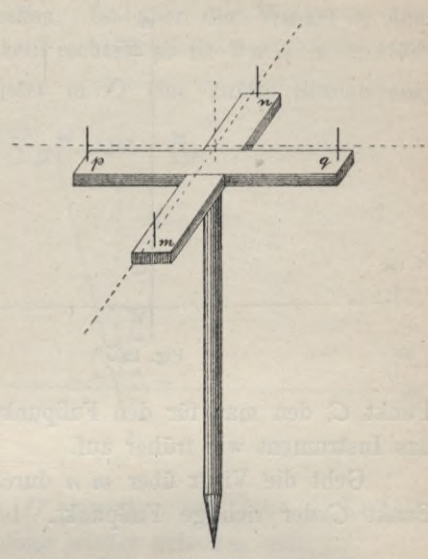


Fig. 148.

gesteckt, und zwar derart, daß die Visuren, welche je zwei der Stifte tangieren, z. B. *m* und *n*, dann *p* und *q*, zueinander senkrecht stehen. Der Kreuzungspunkt der Visuren liegt vertikal über dem Stabe.

Statt eines Brettchens sind mitunter auch auf dem Stabe zwei zueinander senkrechte Lineale befestigt (Fig. 148).

Bei besseren Instrumenten, wie ein solches in Fig. 149 abgebildet ist, sind die beiden Lineale aus Messing, und an deren Enden sind einfache oder Doppeldiopter angebracht. Die einfachen Diopter bestehen aus einer an dem einen Linealende senkrecht befestigten Lamelle mit einem feinen Spalt (Okularritze), und einer am zweiten Linealende befestigten Lamelle mit einem breiten Ausschnitt, über welchen ein Pferdehaar gespannt ist.

Bei den Doppeldioptern befindet sich an jedem Ende, und zwar vertikal übereinander, ein Objektivfaden und eine Okularritze. Unter dem Kreuzungspunkte der Lineale ist eine konische Hülse, um das Instrument auf ein Stockstativ aufstecken zu können.

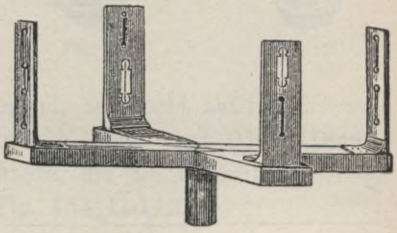


Fig. 149.

111. Das Instrument dient zum Abstecken rechter Winkel, also zum Errichten und Fällen von Senkrechten. Soll in Fig. 150 im Punkte C auf die Gerade AB eine Senkrechte errichtet werden, so stellt man das

Instrument mit dem Stockstativ in C auf, sodaß der Kreuzungspunkt der Visuren vertikal über C zu liegen kommt, und dreht das Instrument so, daß die Visur über $p\,q$ in die Linie $A\,B$ fällt, indem man eine in B aufgestellte Stange anvisiert, und winkt in der Richtung der Visur über $m\,n$ eine Stange in D ein.

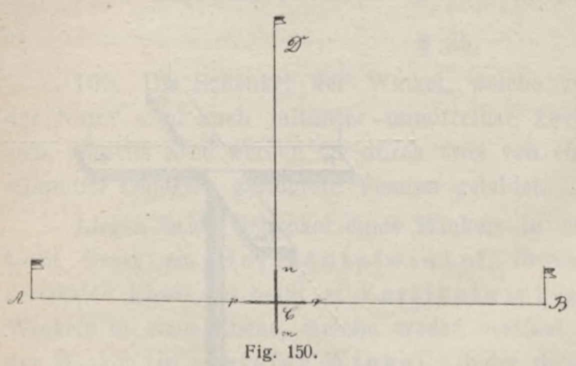


Fig. 150.

Soll dagegen von einem Punkte D eine Senkrechte auf $A\,B$ gefällt werden (Fig. 151), so wählt man einen Punkt C, den man für den Fußpunkt der Senkrechten hält, und stellt hier das Instrument wie früher auf.

Geht die Visur über $m\,n$ durch den Punkt D, so ist der gewählte Punkt C der richtige Fußpunkt. Ist dies aber nicht der Fall, so wählt man einen anderen Punkt für die Aufstellung des Instrumentes, bis man den richtigen findet, oder man winkt in D' eine Stange ein, mißt $D\,D'$ und trägt diese Entfernung von C aus auf, so ist C' der Fußpunkt einer Senkrechten von D auf $A\,B$.

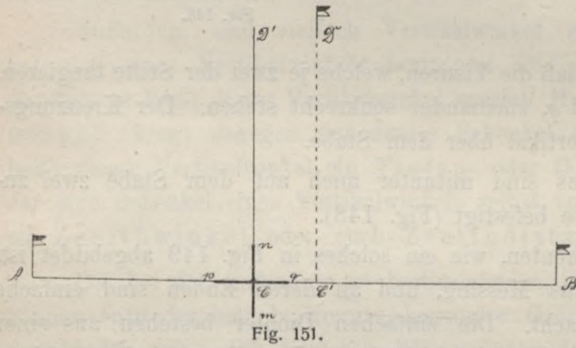


Fig. 151.

Sind die beiden Lineale $m\,n$ und $p\,q$ gleich lang und sind die Diopter drehbar, so kann man auch Winkel von 45^0 abstecken. Verhält sich die Hälfte der Länge zweier Lineale zu einander wie $\sin 30^0 : \sin 60^0$, wie in Fig. 149, so kann man auch Winkel von 30 und 60^0 abstecken.

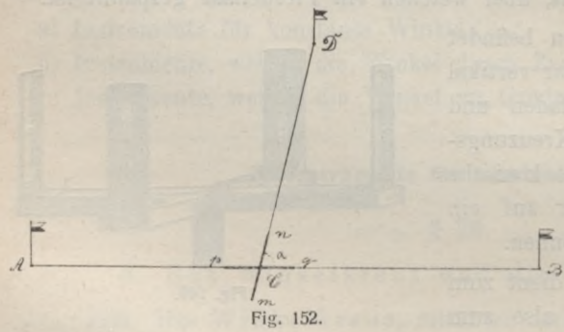


Fig. 152.

112. **Zur Richtigkeit** des Instrumentes ist erforderlich, daß $p\,q$ senkrecht steht auf $m\,n$. Um dies zu prüfen, stellt man das Instrument im Punkte C einer Geraden $A\,B$ auf, sodaß $p\,q$ in die Richtung der Geraden $A\,B$ kommt (Fig. 152),

und winkt über $m\,n$ eine Stange in D ein. Jetzt dreht man das Instrument so, daß die Visur über $m\,n$ in die Linie $A\,B$ fällt (Fig. 153), so soll die Visur über $q\,p$ wieder den Punkt D treffen. Ist aber der Winkel α, den die beiden Visuren $p\,q$ und $m\,n$ bilden, kein rechter, so ist $2\,\alpha + x = 180^0$ und $\alpha + \frac{x}{2} = 90^0$. Man winkt also jetzt in D' eine zweite Stange ein, und der richtige Punkt liegt in der Mitte zwischen D und D' bei D''. Lassen sich die Lineale drehen oder die Spitzen oder Diopter verschieben, so wird man dies tun, sodaß die Visur über $q\,p$ den Punkt D'' trifft.

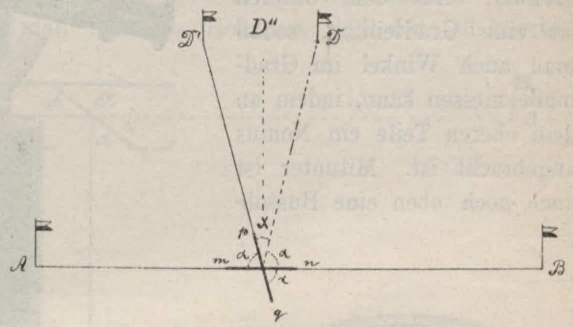


Fig. 153.

Man könnte auch mit einem anderen, richtigen Instrumente zuerst eine Stange in D einwinken und dann nachsehen, ob mit dem zu prüfenden Instrumente diese wieder getroffen wird.

113. Die Winkeltrommel besteht aus einem hohlen Zilinder oder abgestutzten Kegel oder aus einer Kugel, oder aus einem hohlen achteckigen

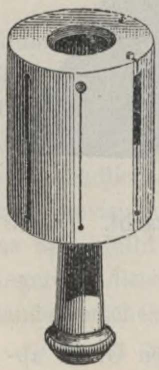


Fig. 154.

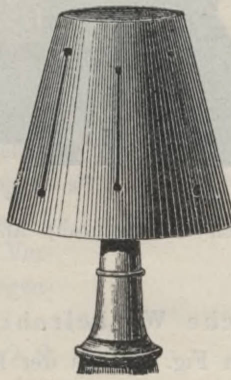


Fig. 155.

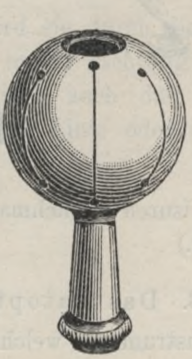


Fig. 156.

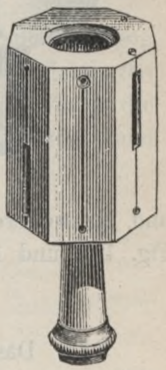


Fig. 157.

Prisma, in welchem diametral gegenüberliegend, senkrecht aufeinander zwei oder vier Diopterpaare angebracht sind. In der Regel sind Doppel-Diopter vorhanden. Unten ist eine Hülse eingeschraubt, um die Winkeltrommel auf ein Stativ aufstecken zu können. (Siehe Fig. 154 bis 157.)

Der Gebrauch und die Prüfung dieses Instrumentes ist genau so, wie beim Winkelkreuze; es ist aber viel handlicher und man kann schärfer visieren, weil die Sehstrahlen durch einen dunklen Raum gehen, trotzdem der Objektivfaden viel näher bei der Okularritze ist, als beim Winkelkreuze.

Die konische, sowie die Kugelform haben den Vorteil, daß sehr stark geneigte Visuren möglich sind.

Bei größeren Winkeltrommeln ist mitunter der obere Teil um eine Achse drehbar. Auf dem unteren ist eine Gradteilung, sodaß man auch Winkel im Gradmaße messen kann, indem an dem oberen Teile ein Nonius angebracht ist. Mitunter ist auch noch oben eine Bussole

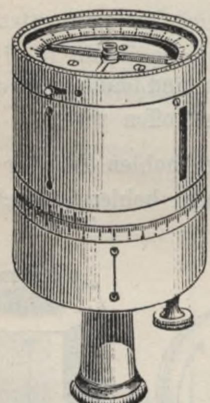


Fig. 158.

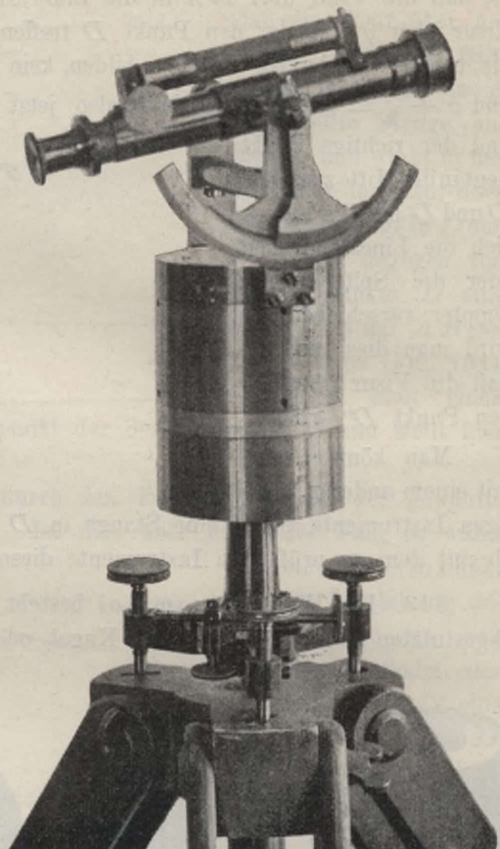


Fig. 159.

und für weitere Visuren manchmal auch ein Fernrohr angebracht. (Siehe Fig. 158 und 159.)

B. Das katoptrische Winkelrohr.

114. Das Instrument, welches in Fig. 160 in der halben Größe abgebildet ist, besteht aus einem Messingrohre, welches an einem Ende offen, am zweiten aber geschlossen, und hier nur mit einer feinen Okular-Öffnung versehen ist.*) In dem Rohre ist ein Spiegel angebracht, so

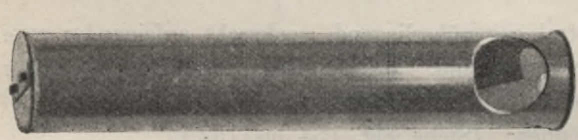


Fig. 160.

daß seine Fläche mit der Achse des Rohres einen Winkel von 45° bildet.

*) Erfunden von Adams und Sohn, Mechaniker in London. Der Vater geb. 17.. gestorben 1786, der Sohn geb. 1750, gestorben 1795.

Der Spiegel ist nur zur Hälfte mit Amalgam belegt, die andere Hälfte aber ist durchsichtig und ist mit einer durch die Achse des Rohres gehenden eingeritzten Linie versehen, oder statt dieser ist am offenen Rohrende ein Faden gespannt. Gegenüber dem Spiegel ist das Rohr ausgeschnitten.

Fällt durch diese Öffnung von einem außerhalb befindlichen Gegenstande S ein Strahl auf den Spiegel, so wird er unter demselben Winkel reflektiert (Fig. 161). Hält man nun das Rohr so, daß der reflektierte

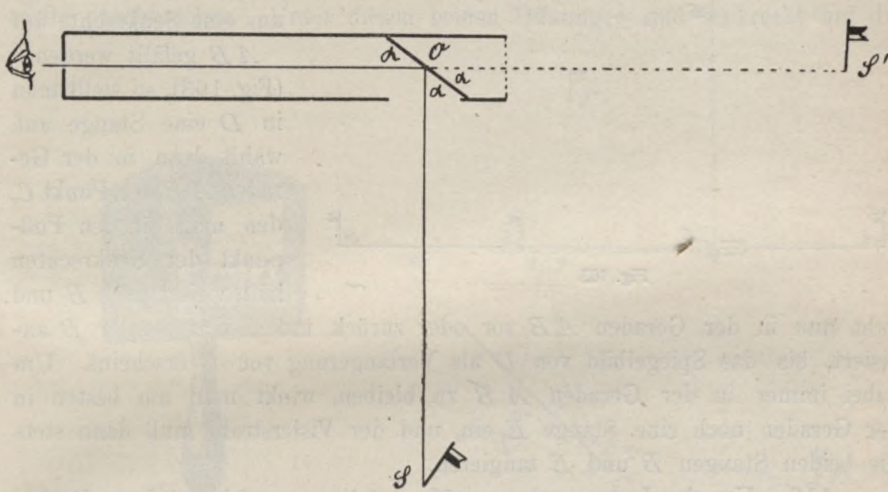


Fig. 161.

Strahl in die Achse des Rohres fällt, so wird ein durch die Okular-Öffnung blickendes Auge das Bild des Gegenstandes in der Richtung des reflektierten Strahles bei S' sehen. Gleichzeitig kann aber auch das Auge durch die durchsichtige Spiegelhälfte über die eingeritzte Linie oder den Faden einen in S' befindlichen Gegenstand anvisieren, sodaß das Spiegelbild als Verlängerung dieses Gegenstandes erscheint.

Fig. 162.

Nun ist $\sphericalangle\ S\ O\ S' = 2\ \alpha$, ist also $\alpha = 45^0$, so ist $S\ O\ S' = 90^0$, das heißt, bildet die Spiegelfläche mit der Achse des Rohres einen Winkel von 45^0, so bildet der Einfallsstrahl mit dem reflektierten Strahl einen rechten Winkel, und befinden sich in S und S' Stangen, so erscheint das Spiegelbild der Stange S in der Verlängerung der anvisierten Stange S', und der Punkt O bildet mit S und S' einen rechten Winkel.

115. Um im Punkte C der Geraden $A\ B$ eine Senkrechte zu errichten, stellt man sich mit diesem Instrumente in C so auf, daß der Spiegel

vertikal über C sich befindet, und daß der seitliche Ausschnitt des Rohres gegenüber der Spiegelfläche dorthin gerichtet ist, wo die Senkrechte errichtet werden soll (Fig. 162).

Man visiert nun über die Linie in der durchsichtigen Spiegelhälfte oder über den Faden eine in B aufgestellte Stange an und winkt bei D eine Stange ein, sodaß ihr Spiegelbild als Verlängerung der Stange B erscheint.

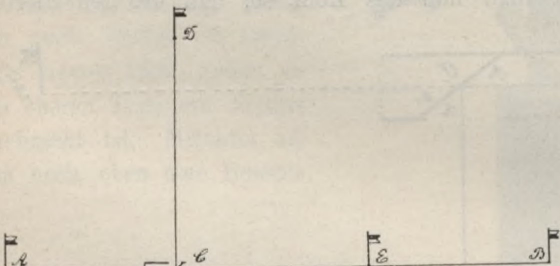


Fig. 163.

Soll vom Punkte D aus eine Senkrechte auf $A\,B$ gefällt werden (Fig. 163), so stellt man in D eine Stange auf, wählt dann in der Geraden $A\,B$ den Punkt C, den man für den Fußpunkt der Senkrechten hält, visiert nach B und geht nun in der Geraden $A\,B$ vor oder zurück, indem man immer B anvisiert, bis das Spiegelbild von D als Verlängerung von B erscheint. Um dabei immer in der Geraden $A\,B$ zu bleiben, winkt man am besten in der Geraden noch eine Stange E ein, und der Visierstrahl muß dann stets die beiden Stangen B und E tangieren.

116. Um das Instrument zu prüfen, stellt man sich in einem Punkte C einer Geraden $A\,B$ auf (Fig. 164), visiert B an und winkt bei D eine Stange ein. Dann kehrt man sich um gegen A, visiert A an, so soll wieder das Spiegelbild von D als Verlängerung von A erscheinen. Wenn nicht, so winkt man eine zweite Stange D' ein, halbiert $D\,D'$, stellt im Halbierungspunkte D'' eine Stange auf und ändert nun mit einer Rektifizierschraube die Lage des Spiegels gegen die Rohrachse. Manchmal ist auch der Spiegel unveränderlich befestigt, und es kann dann durch Verschiebung der Okular-Öffnung (wie in Fig. 160) die Achse des Rohres gegen die Spiegelfläche geändert werden, bis das Spiegelbild von D'' als Verlängerung von A erscheint.

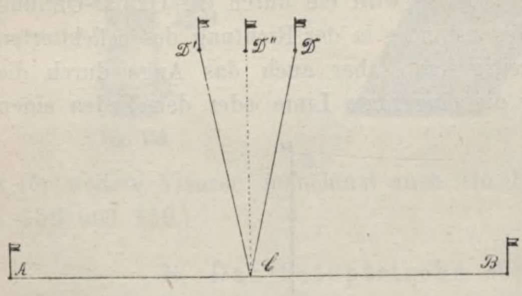


Fig. 164.

Oder man errichtet im Punkte C auf irgend eine Weise (mit einem richtigen Instrumente) eine richtige Senkrechte auf $A\,B$ und stellt in D eine Stange auf. Dann stellt man sich in C auf, visiert B oder A an, und sieht nach, ob die Stange in D wieder im Spiegel in der Verlängerung erscheint. Wenn nicht, so ändert man die Lage des Spiegels, bis es der Fall ist.

C. Der Winkelspiegel.

117. Dieses Instrument ist ebenfalls von Adams in London in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts konstruiert worden. Das in Fig. 165 in der halben natürlichen Größe abgebildete Instrument besteht aus einem prismatischen Gehäuse aus Messing, welches unten mit einer Handhabe versehen ist, an welcher auch ein Senkel angehängt werden kann. Die vordere Fläche des Gehäuses ist ganz offen, die beiden Seitenöffnungen sind fensterartig durchbrochen. Unter diesen beiden Öffnungen sind senkrecht auf der

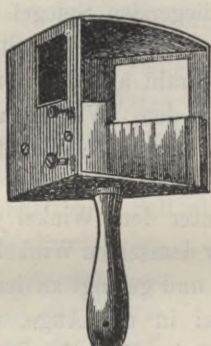


Fig. 165.

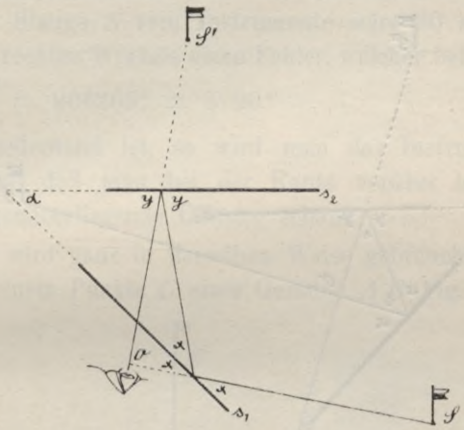


Fig. 166.

Bodenfläche zwei Planspiegel befestigt, deren Flächen gegeneinander unter einem Winkel von 45^0 geneigt sind. Die Lage der Spiegel gegeneinander kann durch Rektifizierschrauben geändert werden.

Man kann nun durch die beiden fensterartigen Öffnungen nach einem Gegenstande, z. B. nach einer Stange sehen. Zugleich kann man aber auch in dem gegenüberliegenden Spiegel das Spiegelbild einer zweiten Stange sehen, welche sich vor der ganz offenen Seite befindet. Oder man kann auch durch die offene Seite bei der Seitenkante vorbei durch die gegenüberliegende Öffnung und zugleich in den gegenüberliegenden Spiegel schauen.

Es soll zuerst die erste Gebrauchsweise (Fig. 166) betrachtet werden. Die beiden Spiegel s_1 und s_2 sind gegeneinander unter dem Winkel α geneigt. Von einem Gegenstande, z. B. von einer Stange S fällt ein Strahl durch die offene Seite auf den Spiegel s_1, bildet mit dessen Fläche den Winkel x, wird unter demselben Winkel reflektiert und gelangt an den Spiegel s_2. Mit diesem bildet der Strahl einen Winkel y, wird unter demselben Winkel reflektiert und gelangt durch die fensterartige Öffnung bei o in das Auge des Beobachters. Dieser sieht also das Spiegelbild der Stange S in der verlängerten Richtung des reflektierten Strahles bei S'. Befindet sich in derselben Richtung eine zweite Stange, so kann er diese durch die gegenüberliegende fensterartige Öffnung sehen und es wird dann das Spiegelbild in der Verlängerung dieser Stange erscheinen.

Nun ist:
$$\sphericalangle\, \alpha + y = o + x$$
$$y = \alpha + x$$
$$\alpha + \alpha + x = o + x$$
$$2\,\alpha = o$$

Ist daher $\alpha = 45^0$, so ist $o = 90^0$.

Bei der zweiten Gebrauchsweise (Fig. 167), wenn das Auge des Beobachters durch die offene Seite des Instrumentes bei der Seitenkante vorbei durch die gegenüberliegende Öffnung, und in den gegenüberliegenden Spiegel schaut, fällt wieder von der Stange S ein Strahl auf den Spiegel s_1 unter dem Winkel x, wird unter demselben Winkel reflektiert, gelangt an den Spiegel s_2 unter dem Winkel y, wird unter demselben Winkel reflektiert und gelangt an der Kante vorbei in das Auge, welches das Spiegelbild der Stange S in der verlängerten Richtung des reflektierten Strahles bei S' sieht. Ist wieder in derselben Richtung eine zweite Stange, so kann diese durch die gegenüberliegende Öffnung gesehen werden und erscheint wieder als Verlängerung des Spiegelbildes.

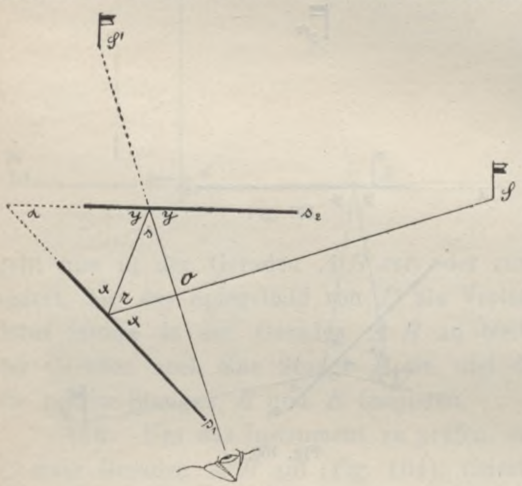


Fig. 167.

Jetzt ist
$$\alpha + x + y = 180^0$$
$$2\,\alpha + 2x + 2y = 360^0$$
$$2\,y + s = 180^0$$
$$2\,x + r = 180^0$$
$$\overline{2\,x + 2y + r + s = 360^0}$$

es ist also auch $2\,\alpha + 2\,x + 2\,y = 2\,x + 2\,y + r + s$
$$2\,\alpha = r + s$$
$$o = r + s$$
$$\overline{2\,\alpha = o}$$

Ist also $\alpha = 45^0$, ist $o = 90^0$.

In beiden Fällen bildet also der Einfallsstrahl mit dem reflektierten Strahle im Punkte o einen rechten Winkel, wenn der Neigungswinkel der Spiegel gegeneinander 45^0 beträgt.

Wie schon erwähnt wurde, hat das Instrument unten eine Handhabe, an welcher auch die Schnur eines Senkels befestigt werden kann. Man hält also beim Gebrauche des Instrumentes diese Handhabe vertikal über dem Punkte, in welchem der rechte Winkel abgesteckt werden soll. Bei der zweiten Gebrauchsweise, wo man durch die offene Seite bei der Kante vorbei in den gegenüberliegenden Spiegel schaut (Fig. 167), fällt der Punkt *o*, wo der rechte Winkel gebildet wird, fast genau zusammen mit der Mitte des Instrumentes, wo die Handhabe eingeschraubt ist. Bei der ersten Gebrauchsweise aber (Fig. 166), wo man durch die beiden fensterartigen Öffnungen sieht, liegt der Scheitelpunkt *o* des rechten Winkels außerhalb des Instrumentes.

Angenommen, der Abstand des Scheitels *o* von der Handhabe betrage 3 *cm* und die Entfernung der Stange *S* vom Instrumente wäre 30 *m*, so begeht man beim Abstecken des rechten Winkels einen Fehler, welcher beträgt:

$$206265 \,.\, \frac{0{\cdot}03}{30} = 206265'' = 3'\,26''$$

Da dieser Fehler sehr bedeutend ist, so wird man das Instrument immer in der Weise verwenden, daß man bei der Kante vorüber in die offene Seite und durch die gegenüberliegende Öffnung schaut.

118. Der Winkelspiegel wird ganz in derselben Weise gebraucht wie das Winkelrohr. Soll also in einem Punkte *C* einer Geraden *AB* (Fig. 168) eine Senkrechte errichtet werden, so hält man das Instrument mit der Handhabe vertikal über *C*, so daß die offene Seite dorthin gerichtet ist, wo die Senkrechte errichtet werden soll. Nun schaut man an der Kante *m* vorüber durch die offene Seite *mq* und durch die gegenüberliegende fensterartige Öffnung der Seite *pq* nach der Stange *B* (oder bei *q* vorüber durch die Öffnung der Seite *mn* nach *A*) und winkt bei *D* eine Stange ein, so daß deren Spiegelbild in der Verlängerung der Stange *B* (oder *A*) erscheint.

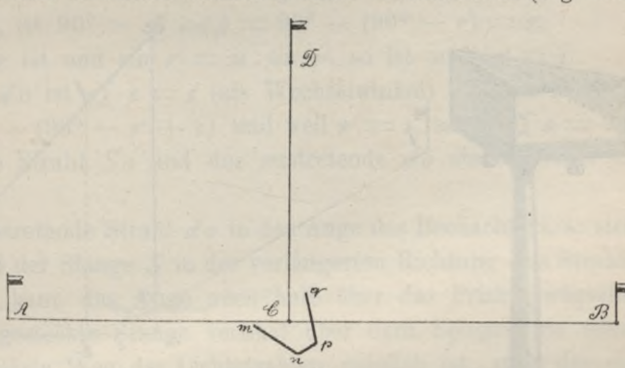


Fig. 168.

In derselben Weise wird man auch das Instrument halten, wenn von *D* aus die Senkrechte auf *AB* gefällt, also deren Fußpunkt *C* bestimmt werden soll. In *D* wird dann eine Stange eingesteckt, und man bewegt sich in der Geraden *AB* hin und her, bis das Spiegelbild der Stange *D* als Verlängerung der Stange *B* oder *A* erscheint. Um dabei immer in der Geraden zu bleiben, steckt man in der Geraden *AB* noch die Stange *E* ein.

119. Die Untersuchung des Instrumentes geschieht genau so wie die des Winkelrohres. Man stellt sich im Punkte *C* einer Geraden *AB* auf, hält das Instrument so wie in Fig. 168, sieht bei der Kante *m* vorüber nach

B und winkt die Stange D ein. Dann dreht man sich um, dreht auch das Instrument und sieht bei der Kante q vorüber durch die Öffnung in mn nach A, so soll, wenn das Instrument richtig, d. h. der Neigungswinkel der zwei Spiegel gegeneinander genau 45^0 ist, abermals das Spiegelbild der Stange D in der Verlängerung der Stange A erscheinen. Ist dies nicht der Fall, so winkt man eine zweite Stange D' ein, halbiert den Abstand DD' und steckt im Halbierungspunkte eine Stange D'' ein. Hierauf ändert man mit den Rektifizierschrauben die Lage des einen Spiegels, bis das Spiegelbild der Stange D'' in der Verlängerung von A erscheint.

Oder man steckt mit einem anderen Instrumente einen richtigen rechten Winkel ab und untersucht, ob jetzt auch Spiegelbild und Stange in einer Geraden stehen. Ist dies nicht der Fall, so wird die Lage des einen Spiegels geändert.

D. Das Winkelprisma.

120. Das von Prof. Dr. Karl Max Bauernfeind in München erfundene Winkelprisma, welches in Fig. 169 in etwas weniger als natürlicher

Fig. 169.

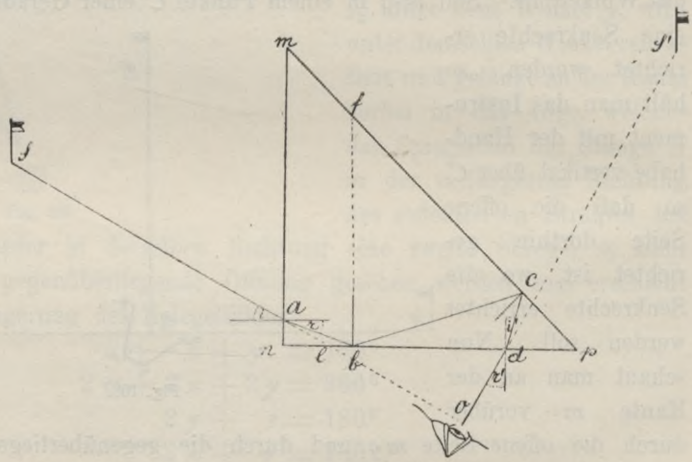


Fig. 170.

Größe abgebildet ist, besteht aus einem Prisma aus Spiegelglas, dessen Grundfläche ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck ist. Dieses Prisma ist in Messing gefaßt, so daß nur die beiden Kathetenflächen frei sind. Unten ist eine Handhabe angebracht, an welcher man einen Senkel befestigen kann. Die Hypothenusenfläche ist versilbert.

Angenommen, man hält das Prisma wie in Fig. 170, so daß die eine Kathetenfläche mn gegen eine Stange S gekehrt ist und das Auge eines Beobachters sich vor der zweiten Kathetenfläche np etwa bei o befindet. Ein Strahl Sa, welcher die eine Kathetenfläche nahezu parallel mit der Hypothenuse und nahe beim Scheitelpunkte n trifft, bildet mit dem Lote den Einfallswinkel i und wird beim Eintritte in das Prisma derart in die

Richtung ab gebrochen, daß $\sin i = n \,.\, \sin r$ ist. Hierin ist n der Brechungsexponent und r der Brechungswinkel.*)

Der gebrochene Strahl ab kommt an die Kathetenfläche np und bildet mit dieser den Winkel abn, welcher als Wechselwinkel gleich ist dem Winkel r. Dieser gebrochene Strahl bildet mit dem Lote einen viel größeren Winkel als $40^0\ 41'$, er wird daher an der Kathetenfläche np im Punkte b total reflektiert in die Richtung bc, und gelangt so an die Hypothenusenfläche mp, mit welcher er den Winkel mcb bildet.

Weil $\sphericalangle\ pbc = nba = r$ ist, so ist in dem Dreiecke fbc $\sphericalangle\ fcb = 180^0 - (45^0 + [90^0 - r]) = 45^0 + r$.

Mit dem Lote bildet der zurückgeworfene Strahl bc daher den Winkel $45^0 - r$. Er wird nun an der Hypothenusenfläche im Punkte c abermals zurückgeworfen, unter demselben Winkel, kommt in der Richtung cd an die Kathetenfläche np zurück, mit welcher er den Winkel cdp bildet, und tritt dann aus dem Prisma heraus.

Nun ist im Dreiecke cdp $\sphericalangle\ cdp = 180^0 - (45^0 + [45^0 + r]) = 90^0 - r$ (weil ja $\sphericalangle\ dcp = \sphericalangle\ mcb = 45^0 + r$ ist).

Der Einfallswinkel i', den der zurückgeworfene Strahl im Punkte d mit dem Lote bildet, ist $90^0 - \sphericalangle\ cdp = 90^0 - (90^0 - r) = r$.

Da also $i' = r$ ist und $\sin r' = n \,.\, \sin i'$, so ist auch $r' = i$.

Im Dreiecke edo ist $\sphericalangle\ e = i$ (als Wechselwinkel) $\sphericalangle\ d = 90 - r'$ daher $\sphericalangle\ o = 180^0 - (90^0 - r' + i)$ und weil $r' = i$, so ist $\sphericalangle\ o = 90^0$.

Der einfallende Strahl Sa und der austretende do stehen daher auf einander senkrecht.

Gelangt der austretende Strahl do in das Auge des Beobachters, so sieht dieser das Spiegelbild der Stange S in der verlängerten Richtung des Strahles bei S'. Gleichzeitig kann das Auge auch halb über das Prisma wegsehen und eine bei S' eingesteckte Stange vertikal über dem Spiegelbilde sehen.

Damit der erklärte Weg der Lichtstrahlen möglich ist, muß der einfallende Strahl Sa nahezu eine zur Hypothenusenfläche parallele Richtung haben. Je mehr dies aber der Fall ist, desto kleiner wird der Einfallswinkel des Strahles bc mit dem Lote, so daß letzterer nicht mehr $40^0\ 41'$ beträgt, und keine Reflexion mehr eintritt. Um diese doch zu erzielen, ist die Hypothenusenfläche versilbert.

Für den Gebrauch des Instrumentes ist zu beachten, daß der Scheitelpunkt des rechten Winkels, den der einfallende und der austretende Strahl mit einander bilden, nicht im Innern des Prismas liegt und nicht mit der Handhabe zusammenfällt, wie aus Fig. 170 ersichtlich ist.

Ferner hat man zu beachten, daß bei nicht richtigem Halten des Instrumentes ein Bild nicht durch zweimalige, sondern nur durch einmalige Reflexion der Strahlen entsteht. (Siehe Nr. 24 und Fig. 9.)

---

*) Siehe § 11, Nr. 24.

In diesem Falle bilden aber der einfallende und der austretende Strahl keinen rechten Winkel miteinander. Man erkennt jedoch dieses, durch einmalige Reflexion entstandene Bild, welches nicht benützt werden darf, daran, daß es seine Lage ändert, wenn man das Prisma etwas mit seiner Handhabe dreht. Hält man dagegen das Prisma richtig, sodaß das Bild in der beschriebenen Weise nach zweimaliger Reflexion entsteht, so bleibt dieses auch beim Drehen des Prismas an seiner Stelle.

121. Der Gebrauch des Instrumentes zum Abstecken von rechten Winkeln, d. h. zum Errichten und Fällen von Senkrechten ergibt sich nach dem Vorhergehenden von selbst.

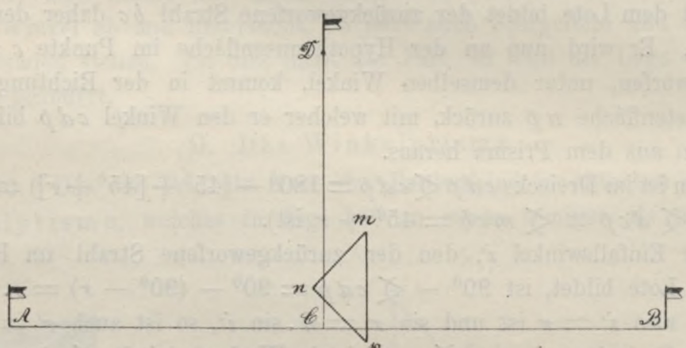


Fig. 171.

Um im Punkte C der Geraden AB (Fig. 171) eine Senkrechte zu errichten, hält man das Prisma mnp in der aus der Zeichnung ersichtlichen Lage so, daß die Hypothenuse möglichst parallel ist mit der zu errichtenden Senkrechten, blickt über das Prisma hinweg nach der Stange B und winkt bei D eine Stange ein, bis deren Spiegelbild gerade unterhalb B sichtbar ist.

Soll eine Senkrechte von D auf die Gerade AB gefällt, d. h. deren Fußpunkt bestimmt werden, so steckt man in D ebenfalls eine Stange ein und bewegt sich mit dem Prisma, welches man in derselben Lage hält, in der Geraden AB hin oder her, bis wieder das Spiegelbild von D unter B erscheint. Um in der Geraden AB zu bleiben, wird man, so wie beim Winkelrohr und Winkelspiegel gesagt wurde, noch eine Stange E in die Gerade AB einwinken.

122. Zur Richtigkeit des Instrumentes ist erforderlich, daß das Prisma genau nach der Form eines gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreieckes geschliffen ist. Um es dieserhalb zu prüfen, winkt man eine Stange D ein, indem man über das Prisma, das man in der in Fig. 171 dargestellten Lage hält, nach B blickt. Dann dreht man das Prisma um, daß nun die Hypothenuse mp gegen A und der Scheitel n des rechten Winkels gegen B gekehrt ist, und blickt nach A. Ist das Instrument richtig, so muß abermals das Spiegelbild von D unterhalb A erscheinen. Wäre dies nicht der Fall, so müßte man das Instrument dem Mechaniker zurückstellen.

E. Das Spiegelkreuz.

123. Das **Spiegelkreuz** oder der **Winkelspiegel für 180°** besteht aus zwei Planspiegeln s und s', welche in einem messingenen Gehäuse übereinander derart befestigt sind, daß sie senkrecht auf der Bodenfläche des Gehäuses stehen, und daß die Spiegelflächen sich unter einem Winkel von 90° kreuzen. (Siehe Fig. 172 und 173.) Gegenüber jeder Spiegelfläche ist das Gehäuse mit rechteckigen Öffnungen versehen. Vorne ist es entweder ganz offen (Fig. 173) oder nur mit einer kleinen Öffnung versehen (Fig. 172), sodaß man in beiden Fällen in beide Spiegel zugleich schauen kann.

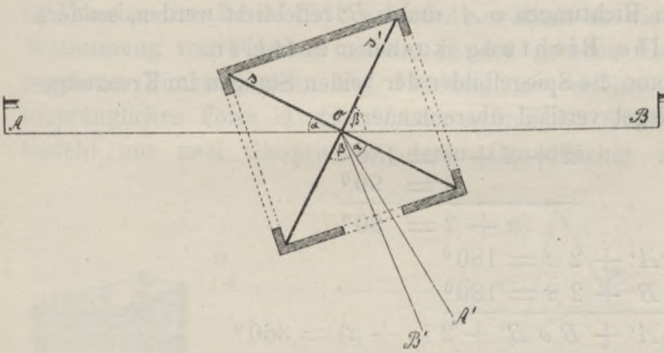


Fig. 172.

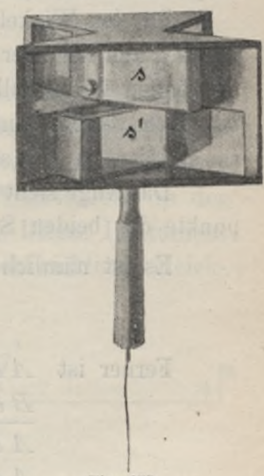


Fig. 173.

Unter dem Kreuzungspunkte o der beiden Spiegel ist eine Handhabe angebracht, an welcher ein Senkel befestigt werden kann.

Dieses Instrument dient zum Abstecken von Winkeln von 180°, d. h. zur Bestimmung von Punkten, welche in der geraden Verbindungslinie zweier gegebener Punkte liegen.

Häufig wird das Instrument derart angefertigt, daß sich auf einer Seite ein einfacher Winkelspiegel für 90° und auf der anderen ein Spiegelkreuz befindet.

Man nennt dann das Instrument **Winkelspiegel für 90° und 180°**. Ein solcher ist in Fig. 173 in etwa $^2/_3$ der natürlichen Größe abgebildet.

Die vordere Seite enthält das Spiegelkreuz, die rückwärtige den Winkelspiegel. Die Handhabe ist unter der Mitte des ganzen Instrumentes angebracht, also weder unter dem Kreuzungspunkte der Spiegel, noch unter jenem Punkte, wo beim Winkelspiegel der Scheitel des rechten Winkels liegt. Hierauf muß daher beim Gebrauche dieses Instrumentes Rücksicht genommen werden.

Angenommen, das Spiegelkreuz werde so gehalten, daß der Kreuzungspunkt der beiden Spiegel in einer durch zwei Stangen A und B bezeichneten Geraden liegt und daß die den Spiegelflächen gegenüberliegenden Öffnungen gegen A und B gekehrt sind (Fig. 172). Vor der vorderen Öffnung befinde sich das Auge des Beobachters. Von der Stange A fällt der Strahl $A\,o$ im Kreuzungspunkte auf den Spiegel s, bildet mit diesem den Winkel α und wird unter demselben Winkel nach A' reflektiert. Von B fällt auf den Spiegel s' im Kreuzungspunkte der Strahl $B\,o$, bildet mit dem Spiegel den Winkel β und wird unter demselben Winkel nach B' reflektiert.

Wenn sich vor den beiden Spiegeln das Auge eines Beobachters befindet, in welches die reflektierten Strahlen gelangen, so sieht dieses in den beiden Spiegeln die Spiegelbilder der beiden Stangen A und B in der verlängerten Richtung der reflektierten Strahlen.

Ist der Winkel o, unter welchem sich die beiden Spiegel kreuzen, ein rechter, und liegt der Kreuzungspunkt der beiden Spiegel in der Geraden $A\,B$, so können die einfallenden Strahlen nicht, so wie es in Fig. 172 dargestellt ist, nach verschiedenen Richtungen $o\,A'$ und $o\,B'$ reflektiert werden, sondern sie müssen in dieselbe Richtung zusammenfallen.

Das Auge sieht dann die Spiegelbilder der beiden Stangen im Kreuzungspunkte der beiden Spiegel vertikal übereinander.

Es ist nämlich

$$\begin{array}{r} \alpha + \beta + o = 180^0 \\ o = 90^0 \\ \hline \alpha + \beta = 90^0 \end{array}$$

Ferner ist

$$\begin{array}{l} A\,o\,A' + 2\,\alpha = 180^0 \\ B\,o\,B' + 2\,\beta = 180^0 \\ \hline A\,o\,A' + B\,o\,B' + 2\,(\alpha + \beta) = 360^0 \\ A\,o\,A' + B\,o\,B' + 2 \times 90^0 = 360^0 \\ A\,o\,A' + B\,o\,B' + 180^0 = 360^0 \\ A\,o\,A' + B\,o\,B' = 180^0. \end{array}$$

Damit die letzte Gleichung wahr sein kann, müssen also die beiden Richtungen $o\,A'$ und $o\,B'$ in eine einzige Richtung zusammenfallen.

124. Soll mit dem Spiegelkreuze ein Punkt bestimmt werden, der in der geraden Verbindungslinie zweier gegebener Punkte liegt, so stellt man in diesen zwei Stangen vertikal auf und stellt sich nun mit dem Instrumente dort, wo der Punkt bestimmt werden soll, so zwischen die Stangen, daß die Spiegelflächen gegen diese letzteren gekehrt sind. Man bewegt sich nun vor- oder rückwärts, bis man die Spiegelbilder der beiden Stangen im Kreuzungspunkte der beiden Spiegel vertikal übereinander, in einer Geraden erblickt. Dann wird der Kreuzungspunkt der Spiegel auf den Boden gesenkelt.

125. Zur Richtigkeit des Instrumentes ist notwendig, daß die Spiegel sich genau unter einem Winkel von 90^0 kreuzen und daß sie beide auf der Bodenfläche des Gehäuses senkrecht stehen.

Um das Instrument zu prüfen, bezeichnet man drei Punkte, welche genau in einer Geraden liegen. In den beiden Endpunkten werden Stangen genau vertikal aufgestellt. Hierauf stellt man sich mit dem Instrumente über dem in der Mitte liegenden Punkte auf, und zwar mit dem Kreuzungspunkte der Spiegel, genau vertikal über dem Punkt, so sollen die Spiegelbilder im Kreuzungspunkte der Spiegel übereinander, und zwar in einer vertikalen Geraden erscheinen. Sind die Bilder nicht übereinander, so kreuzen sich die Spiegel nicht genau unter 90^0. Man kann dann in der Regel mittelst Rektifizierschrauben die Lage eines Spiegels ändern.

Erscheinen die beiden Bilder nicht in einer einzigen Geraden, sondern als gebrochene Linie, so stehen die Spiegel nicht richtig zur Bodenfläche des Gehäuses. In diesem Falle kann man in der Regel selbst nichts ändern, sondern muß die Reparatur dem Mechaniker überlassen.

F. Das Prismenkreuz.

126. Das Prismenkreuz wurde von Prof. Dr. Karl Max Bauernfeind in München im Jahre 1851 erfunden; es dient so wie das Spiegelkreuz zur Bestimmung von Punkten, welche in der geraden Verbindungslinie zweier gegebener Punkte liegen. Fig. 174 zeigt ein solches Prismenkreuz in der ursprünglichen Form in etwa $^2/_3$ der natürlichen Größe. Dieses Instrument besteht aus zwei Glasprismen, deren Grundflächen rechtwinklige, gleich-

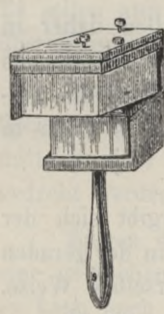


Fig. 174.

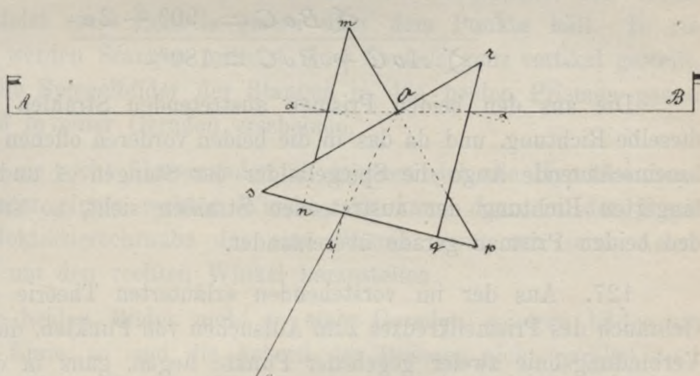


Fig. 175.

schenklige Dreiecke sind und welche in einem Messing-Gehäuse übereinander derart befestigt sind, daß ihre Hypothenusenflächen sich unter einem rechten Winkel kreuzen. (Siehe auch Fig. 175.) Unter dem Kreuzungspunkte ist eine Handhabe angebracht. Die vorderen Kathetenflächen beider Prismen liegen in einer Ebene übereinander, die seitlichen Kathetenflächen liegen zu einander parallel, und es ist das Gehäuse den Kathetenflächen gegenüber, also rechts oben und links unten, ausgeschnitten. Die Hypothenusenflächen sind jetzt in der Regel versilbert, um hellere Bilder zu bekommen.

Angenommen, das Instrument werde so gehalten, daß der Kreuzungspunkt der Hypothenusen in der geraden Verbindungslinie zweier durch Stangen bezeichneter Punkte A und B liegt (Fig. 175). Von A gelangen Lichtstrahlen durch die offene Kathetenfläche $m\,n$ in das untere, und von B

durch die Kathetenfläche qr in das obere Prisma. In § 11, Nr. 24, Fig. 9, wurde nachgewiesen, daß ein nahezu senkrecht auf die Kathetenfläche in das Prisma gelangender Lichtstrahl an der Hypothenusenfläche total reflektiert wird und das Prisma durch die zweite Kathetenfläche wieder verläßt, wobei der austretende Strahl mit dem Lote denselben Winkel bildet, wie der einfallende. Zugleich liegen diese Winkel zu entgegengesetzten Seiten der Lote.

Der von A kommende Strahl bildet mit dem Lote der Kathetenfläche mn nach rechts den Winkel α und verläßt nach totaler Reflexion an der Hypothenuse mp die Kathetenfläche np, indem er hier mit dem Lote denselben Winkel α nach links bildet. Der austretende Strahl gelangt daher in die Richtung oC. Der von B an die Kathetenfläche rq gelangende Strahl bildet mit dem Lote nach rechts denselben Winkel α (weil mn und rq parallel sind, so sind auch die Lote parallel, und die beiden Winkel daher als Wechselwinkel einer gleich). Der austretende Strahl bildet daher ebenfalls mit dem Lote der Kathetenfläche sq denselben Winkel α, und zwar nach links, kommt also ebenfalls in die Richtung oC. Nun ist

$$\begin{aligned} \sphericalangle AoC &= 90^0 - 2\alpha \\ \sphericalangle BoC &= 90^0 + 2\alpha \\ \hline \sphericalangle AoC + BoC &= 180^0 \end{aligned}$$

Die aus den beiden Prismen austretenden Strahlen fallen daher in dieselbe Richtung, und da das in die beiden vorderen offenen Kathetenflächen hineinschauende Auge die Spiegelbilder der Stangen A und B in der verlängerten Richtung der austretenden Strahlen sieht, so sieht es diese in den beiden Prismen gerade übereinander.

127. Aus der im vorstehenden erläuterten Theorie ergibt sich der Gebrauch des Prismenkreuzes zum Aufsuchen von Punkten, die in der geraden Verbindungslinie zweier gegebener Punkte liegen, ganz in derselben Weise, wie der des Spiegelkreuzes.

In den gegebenen Punkten werden Stangen vertikal aufgestellt. Mit dem Prismenkreuze stellt man sich dann dort auf, wo der Punkt gesucht wird, und hält das Instrument derart, daß die beiden parallelen Kathetenflächen gegen die beiden Stangen und die vordere offene Seite dem Auge zugekehrt ist. Nun bewegt man sich mit dem Instrumente entsprechend vor- oder rückwärts, bis die Spiegelbilder beider Stangen in den beiden Prismen gerade übereinander erscheinen. Hierauf projiziert man den Punkt mittels eines an der Handhabe befestigten Senkels auf den Erdboden.

Das Prismenkreuz kann man aber auch zum Abstecken von rechten Winkeln, also zum Errichten und Fällen von Senkrechten benützen, indem hiezu nur e i n e s der beiden Prismen verwendet, und das Instrument so, wie beim Winkelprisma erklärt worden ist, gehalten wird.

128. Zur Richtigkeit des Prismenkreuzes ist erforderlich:

a) Daß jedes der beiden Prismen genau ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck zur Grundfläche hat.

b) Daß die Hypothenusenflächen sich genau unter einem rechten Winkel kreuzen und

c) daß die Achsen der beiden Prismen parallel sind (d. h. daß beide auf der Bodenfläche des Gehäuses senkrecht stehen).

Bei der Prüfung des Instrumentes wird man vor allem den ersten Punkt, nämlich die Richtigkeit der Form der Prismen, prüfen. Zu diesem Behufe untersucht man die beiden Prismen, eines nach dem andern, hinsichtlich der Richtigkeit beim Abstecken rechter Winkel. Diese Untersuchung geschieht mit jedem Prisma extra, ganz so, wie beim Winkelprisma erklärt wurde.

Geben die Prismen genaue rechte Winkel, so haben sie auch die richtige Form.

Hierauf bezeichnet man sich drei genau in einer Geraden liegende Punkte, in dem mittleren stellt man sich mit dem Instrumente auf, indem man dieses mittelst eines Senkels genau über dem Punkte hält. In die äußeren Punkte werden Stangen mittelst eines Senkels ganz vertikal gestellt. Es sollen nun die Spiegelbilder der Stangen in den beiden Prismen genau übereinander und in einer Geraden erscheinen.

Erscheinen sie nicht übereinander, so kreuzen sich die Hypothenusenflächen nicht unter einem rechten Winkel. Es kann dann in der Regel mittelst einer Rektifizierschraube das eine Prisma etwas um seine Achse gedreht werden, um den rechten Winkel herzustellen.

Liegen die beiden Bilder nicht in einer Geraden, sondern bilden sie eine gebrochene Linie, so sind die Achsen der Prismen nicht parallel, und es kann auch in dieser Hinsicht die Lage eines Prismas durch Rektifizierschrauben berichtigt werden.

129. Schon im Jahre 1868 hat der Erfinder des Prismenkreuzes, Prof. Bauernfeind, für dieses eine etwas andere Form vorgeschlagen, als wie sie in den vorstehenden Nummern beschrieben wurde.

Bei dieser neuen Form, wie selbe in Fig. 176 abgebildet ist, sind die beiden Prismen so übereinander gelegt, daß die vorderen Kathetenflächen vollständig übereinander stehen, daß also keine vorspringenden Ecken vorhanden sind, wie bei der älteren Form.

Diese neuere Form hat den Vorteil, daß die Spiegelbilder der beiden Stangen, wenn sie in den Prismen gerade übereinander erscheinen, zugleich in einer zur Geraden senkrechten Richtung entstehen. Man kann demnach nicht nur mit einem einzelnen Prisma, wie bei der älteren Form, Senkrechte errichten und fällen, sondern auch mit **beiden** Prismen auf einmal. Soll man z. B. von einem Punkte C außerhalb einer Geraden AB auf diese eine Senkrechte fällen (Fig. 177), d. h. ihren Fußpunkt bestimmen, so stellt man in den drei Punkten A, B und C Stangen vertikal auf.

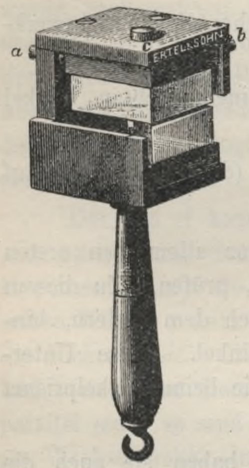


Fig. 176.

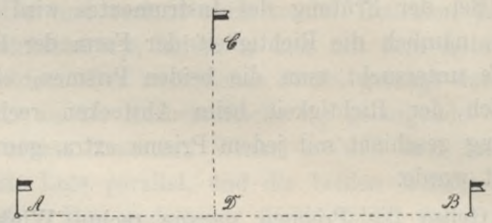


Fig. 177.

Hierauf begibt man sich mit dem Instrumente beiläufig in die Gegend von D, hält es mit den Kathetenflächen gegen A und B gerichtet und bewegt sich zunächst vor- oder rückwärts (gegen C oder zurück), bis die Spiegelbilder der Stangen in den beiden Prismen gerade übereinander erscheinen. Dann bewegt man sich nach links oder rechts (gegen A oder B) derart, daß die Spiegelbilder stets übereinander bleiben und bis sie zugleich gerade unter der Stange C erscheinen. Dann projiziert man den Punkt mit dem Senkel auf den Boden, und der so erhaltene Punkt D liegt nicht nur in der Geraden AB, sondern ist zugleich der Fußpunkt der Senkrechten von C.

3. Instrumente für die Bestimmung der Winkel durch Zeichnung.

§ 27.

A. Allgemeine Bemerkungen über diese Instrumente.

130. Die Winkelmessungen bei der Aufnahme eines Stückes Land geschehen ebenso wie die Längenmessungen zu dem Zwecke, um von dem aufzunehmenden Gelände eine verkleinerte, ähnliche Zeichnung, den Plan herstellen zu können.

Zu diesem Behufe können entweder die Winkel am Felde im Gradmaße gemessen und dann zu Hause konstruiert werden, oder sie können direkt am Felde gezeichnet werden, und zwar derart, daß sich aus der Zeichnung der einzelnen Winkel unmittelbar das verjüngte, ähnliche Bild ergibt. Zu diesem Behufe ist ein ebenes mit Papier bespanntes und horizontal aufgestelltes Zeichenbrett nötig, auf welches eine Visier-Vorrichtung gestellt wird, welche gestattet, die Visier-Richtung auf dem Papiere durch eine Linie zu bezeichnen.

Weil sich das verjüngte, ähnliche Bild des aufzunehmenden Geländes unmittelbar aus der Zeichnung der einzelnen Winkel ergeben soll, ohne diese erst zusammenstellen zu müssen, so ist es notwendig, daß das Zeichenbrett in verschiedenen Punkten aufgestellt und jedesmal in eine bestimmte Lage gebracht werde, und daß dabei immer ein bestimmter Punkt über den gegebenen Punkt am Erdboden zu liegen kommt. Zu diesem Behufe muß das Brett auf einem Stative derart befestigt sein, daß es sich leicht in eine horizontale Lage bringen läßt, daß es um seinen Mittelpunkt gedreht und auch in verschiedenen Richtungen geradlinig verschoben werden kann.

Ein derart beschaffenes Zeichenbrett heißt Meßtisch.

Für die Horizontalstellung ist eine Libelle notwendig, und zum Projizieren von Punkten vom Erdboden auf die Tischfläche und umgekehrt eine Lotgabel.

Zum Zeichnen der Visierrichtungen ist ein Lineal nötig mit einer Visier-Vorrichtung. Diese letztere kann entweder aus einfachen Diopten (Okularritze und Objektivfaden) bestehen, dann nennt man die Vorrichtung ein einfaches Diopterlineal, oder die Visier-Vorrichtung ist ein Fernrohr, dann nennt man diese Vorrichtung Perspektiv-Diopter oder Kippregel.

Der ganze Apparat zusammen heißt Meßtischapparat oder Feldmeßapparat.*)

B. Der Meßtisch.

131. Der Meßtisch wurde im Jahre 1590 erfunden von Professor Johann Prätorius in Altdorf bei Nürnberg.**) Man nannte nach ihm den Meßtisch mensula praetoriana (Tisch des Prätorius) oder das geometrische Tischlein. Von mensula leitet sich auch die Bezeichnung Mensel ab, wie man den Meßtisch noch jetzt oft nennen hört.

Die mensula praetoriana wurde von Daniel Schwentner, einem Schüler und Nachfolger des Prätorius, im Jahre 1618 in der von ihm herausgegebenen Geometrie beschrieben. Hiernach hatte das Tischblatt etwa

---

*) Der Meßtisch und sein Gebrauch ist im folgenden weit ausführlicher abgehandelt, als dies in fast allen derzeit bestehenden neueren Lehrbüchern der Geodäsie der Fall ist. Dies ist darin begründet, daß der Meßtisch, obwohl dieser in manchen Ländern, z. B. in England, überhaupt keinen Eingang gefunden hat, und in andern Ländern, z. B. in Deutschland, heute fast vollständig auf den Aussterbeetat gesetzt ist, in Österreich aber wohl noch für lange Zeit eine wichtige Rolle spielen wird. Hier ist die ganze Katastralvermessung mit dem Meßtische durchgeführt worden, und wenn jetzt auch für eventuelle künftige Neuvermessungen ganzer Gemeinden für Zwecke des Katasters in gewissen Fällen der Theodolit Anwendung finden dürfte, wird der Meßtisch doch noch lange in Anwendung bleiben, da erst im Jahre 1907 eine neue Instruktion für die Meßtischaufnahmen herausgegeben wurde. Auch bei Privat-Aufnahmen, besonders bei Waldvermessungen, ist der Meßtisch noch sehr viel in Anwendung.

**) Geb. 1537 in Joachimsthal, gest. 1616 als Professor der Mathematik in Altdorf bei Nürnberg.

40 *cm* im Quadrat und war drehbar auf einem Stativ befestigt, ohne geradlinige Verschiebung und ohne Stellschrauben zum Horizontalrichten. Als Visier-Vorrichtung diente eine Hauptregel, d. h. ein Diopterlineal, welches um einen in der Mitte des Tischblattes befindlichen Zapfen drehbar war.

Dieser Meßtisch wurde im Laufe der Zeit vielfach verbessert.

132. In Österreich war zu Ende des achtzehnten und in der ersten Hälfte des neunzehnten Jahrhunderts der Meßtisch nach Jakob Marinoni im Gebrauch.

Ein solcher Tisch ist in Fig. 178 *A* und *B* nach dem im Besitze der höheren Forstlehranstalt zu Reichstadt befindlichen Exemplare abgebildet. Auf dem Tischbrette (siehe Fig. 178 *A*) sind auf der unteren Seite zwei mit Nuten versehene Leisten *a* und *b* befestigt. Zwischen diesen Leisten ist das Schiebekreuz geradlinig verschiebbar. Dieses besteht aus einem aus vier Leisten *c*, *d*, *e*, *f* bestehenden Rahmen. Die beiden Leisten *c* und *d* haben Federn, welche in die Nuten der am Tischbrette befestigten Leisten *a* und *b* passen.

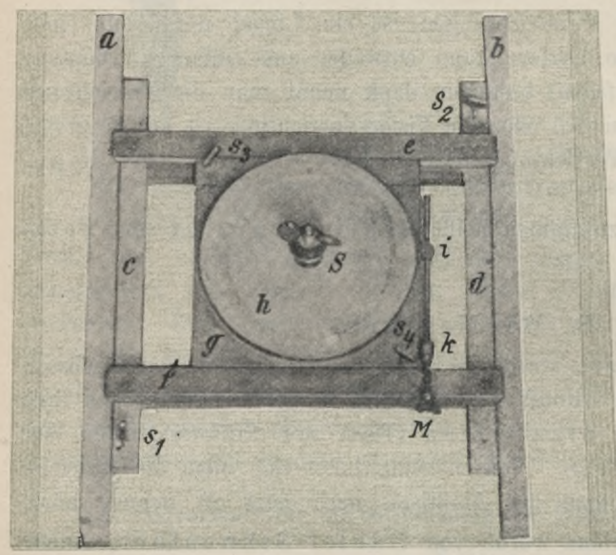


Fig. 178 *A*.

Die beiden anderen Leisten *e* und *f* haben ausgehobelte Nuten, und in diesen ist mit hineinpassenden Federn eine quadratische Platte *g* verschiebbar. Bei s_1, s_2, s_3, s_4 sind Klemmschrauben angebracht, welche auf Messingfedern wirken und diese letzteren an das Tischbrett anpressen, wodurch die Verschiebungen aufgehoben werden. Auf der Platte *g* ist um einen Mittelzapfen die Wendescheibe *h* drehbar befestigt. Auf dieser befindet sich in einem Kugelgelenke *i* die Mutter für die Schraube *M* (Mikrometerschraube), welche ihr festes Lager in dem zweiten Kugelgelenke *k* hat, welches auf der Platte *g* befestigt ist. Mit der Wendescheibe *h* fest verbunden ist endlich die aus Schraubenspindel und Mutter bestehende Herzschraube *S*, mit welcher das Ganze auf dem Stative (Fig. 178 *B*) befestigt wird. Dieses letztere ist ein Scheibenstativ, d. h. es besteht aus einer runden Scheibe, mit welcher drei Füße drehbar verbunden sind. Letztere haben eiserne Spitzen an ihren Enden, um fest in die Erde gedrückt werden zu können. In der Scheibe haben drei Stellschrauben *p*, *q*, *r* ihre

Muttern. Auf diesen Schrauben liegt die Wendescheibe h auf und es kann somit das Tischbrett durch diese Schrauben in eine horizontale Lage gebracht werden.

Die Herzschraube geht durch eine Durchbohrung der Scheibe, und durch Anziehen der Flügelschraube kann das Ganze mit dem Stative fest verbunden werden.

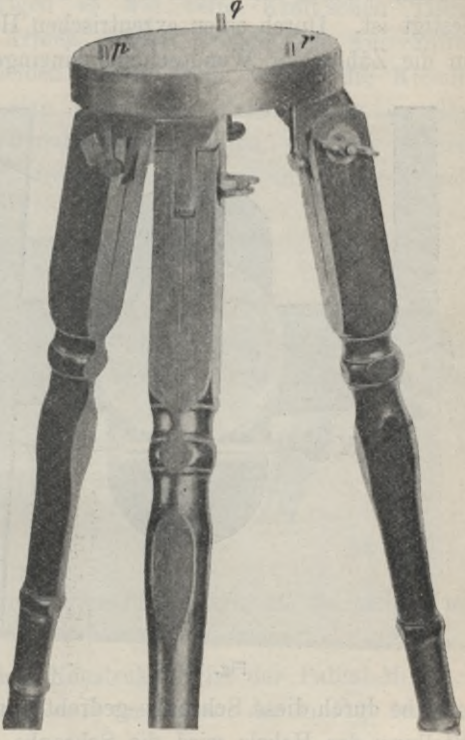


Fig. 178 *B*.

Bei gelockerter Herzschraube kann das Tischbrett frei mit der Hand um den Mittelpunkt (Herzschraube) gedreht werden. Zieht man aber die Mutter der Herzschraube fest an, so wird die Wendescheibe h an die Enden der Stellschrauben angepreßt und eine freie Drehung unmöglich gemacht. Dann kann aber noch eine geringe Drehung (feine oder Mikrometerbewegung) mit der Mikrometerschraube M nach beiden Seiten stattfinden.

Werden die Klemmschrauben s_1, s_2, s_3, s_4 gelüftet, so kann auch das Tischbrett in zwei aufeinander senkrechten Richtungen geradlinig verschoben werden.

133. Nach Angabe des Professors W i n k l e r v o n B r ü c k e n b r a n d wurde vom Mechaniker E. K r a f t u n d S o h n in Wien der in Fig. 179 *A* und *B* abgebildete Meßtisch ausgeführt, welcher als Kraft'scher oder älterer Wiener Meßtisch bekannt ist, und welcher bei der österreichischen Katastralvermessung verwendet wurde.

Auf der unteren Seite des Tischbrettes sind zwei Leisten a, a befestigt (Fig. 179 *A*), welche seitlich und nach oben durchbrochen sind. Durch die seitlichen Durchbrechungen sind zwei Arme des hölzernen V e r s c h i e b u n g s k r e u z e s b durchgesteckt. Diese Arme haben der Länge nach Einschnitte, durch diese und die oberen Durchbrechungen der Leisten a, a gehen zwei Klemmschrauben s, s. Diese haben ihre Muttern in kleinen, viereckigen Messingplatten, welche in ausgehobelten Nuten des Tischbrettes unter den Leisten a, a verschiebbar sind. Sind also die Klemmschrauben s, s locker, so gestattet das Verschiebungskreuz geradlinige Verschiebungen in zwei zueinander senkrechten Richtungen.

Auf dem Verschiebungskreuze ist um einen Mittelzapfen die messingene W e n d e s c h e i b e c drehbar befestigt. Diese ist an ihrem Rande gezähnt, in die Zähne greift eine Schraube ohne Ende M, M ein. Diese Schraube (Mikrometerschraube) hat ihr festes Lager in einem hufeisenförmigen Metallstücke, welches um den Punkt d auf dem Verschiebungkreuze drehbar befestigt ist. Durch einen exzentrischen Hebel e kann die Mikrometerschraube in die Zähne der Wendescheibe hineingedrückt werden, sodaß die Wende-

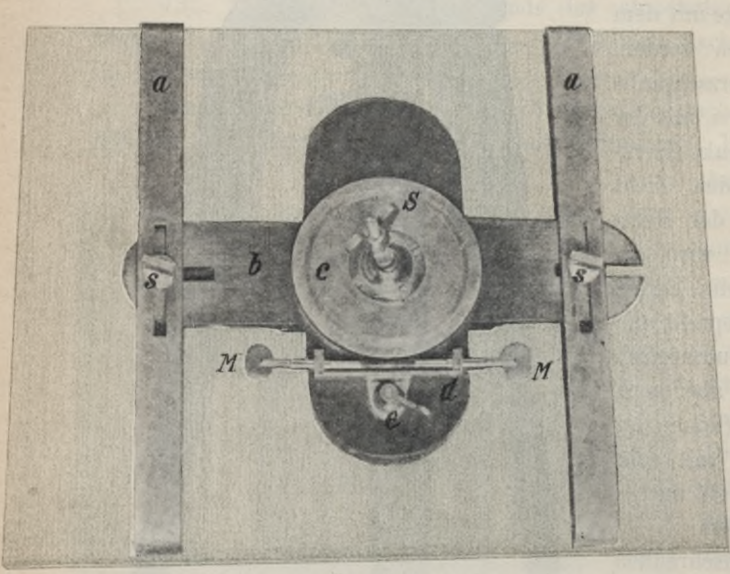


Fig. 179 *A.*

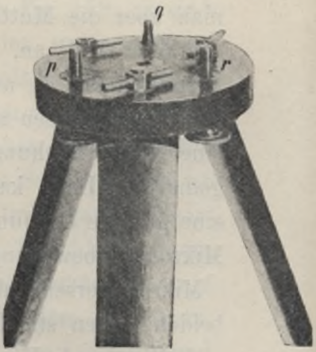


Fig. 179 *B.*

scheibe durch diese Schraube gedreht werden kann, oder bei entgegengesetzter Stellung des Hebels wird die Schraube aus den Zähnen herausgedrückt, sodaß dann eine freie Drehung möglich ist.

In der Mitte der Wendescheibe c ist mittelst eines Kugelgelenkes die Herzschraube S befestigt, welche durch eine viereckige Öffnung in der Scheibe des Statives (Fig. 179 B) durchgesteckt und mit der Schraubenmutter befestigt wird. Die Wendescheibe ruht dann auf den drei Stellschrauben p, q, r, die in der Scheibe des Statives ihre Muttern haben und zum Horizontalrichten des Brettes dienen (wobei aber die Herzschraube locker sein muß).

Ist die Herzschraube fest angezogen und man löst durch den exzentrischen Hebel e die Mikrometerschraube M, M aus, so kann das Tischbrett frei mit der Hand gedreht werden. Wird durch den Hebel die Mikrometerschraube in die Zähne der Scheibe gedrückt, so kann eine freie Drehung nicht mehr stattfinden, wohl aber eine Drehung mit der Mikrometerschraube.

Bei gelockerten Klemmschrauben s, s kann ferner eine geradlinige Verschiebung des Brettes in zwei zueinander senkrechten Richtungen stattfinden.

134. Ganz ähnlich wie der Kraft'sche Meßtisch ist auch der Meßtisch von Neuhöfer in Wien eingerichtet, der in Fig. 180 A und B dargestellt ist.

Die Leisten auf dem Tischbrette fehlen aber und in dem Tischbrette sind die Schraubenmuttern für die Klemmschrauben *s*, *s* eingelassen. Das Verschiebungskreuz, welches im Übrigen so wie beim Kraft'schen Tische konstruiert ist, hat in den zwei Armen größere kreisförmige Ausschnitte, über welchen lose, runde Metallscheiben liegen, durch welche die Klemmschrauben gehen. Es ist somit eine geradlinige Verschiebung in allen Richtungen, nicht nur in zwei aufeinander senkrechten, möglich. Ferner ist zur Verminderung des Gewichtes die metallene Wendescheibe nicht voll,

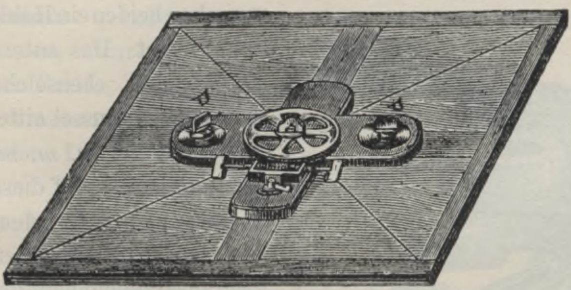


Fig. 180 A.

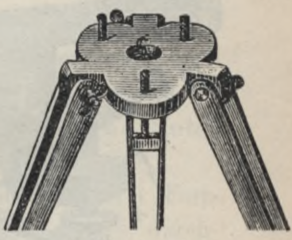


Fig. 180 B.

sondern durchbrochen gegossen. Die übrige Einrichtung ist die gleiche wie beim Kraft'schen Tische.

135. Eine vorzügliche Meßtisch-Konstruktion ist der Patent-Meßtisch von G. Starke (Starke & Kammerer) in Wien, der in Fig. 181 abgebildet ist.

Zunächst ist das Stativ von den bisher betrachteten älteren Formen sehr verschieden. Die Füße des Statives bestehen aus je zwei runden Stäben, welche oben durch ein Querstück *a* und unten durch eine eiserne Zwinge mit Spitze vereinigt sind. Statt der hölzernen Scheibe hat das Stativ ein messingenes, zur Verminderung des Gewichtes durchbrochenes Dreieck. In den Ecken des Dreieckes, und zwar weit auseinander, befinden sich die Stellschrauben *s*, *s* zum Horizontalrichten, auf welchen das Brett mit dem Mittelstücke aufliegt. (In der Abbildung sind nur zwei Stellschrauben sichtbar.) Ferner befinden sich in den Ecken des Dreieckes je ein messingenes Ansatzstück *b*, welches in eine Kugel endet, und eine Schraube *c*, deren Ende gleichfalls kugelförmig abgedreht ist. Zwischen diesen beiden Kugeln ist der Stativfuß angebracht, indem sich an dessen oberem Ende messingene, halbkugelförmig ausgedrehte Ansätze befinden. Dieses Stativ ist sehr leicht und steht doch außerordentlich fest.

Mit dem Stative wird mittelst einer aus Schraubenspindel und Schraubenmutter bestehenden Herzschraube *S* das Mittelstück in Verbindung gebracht. Dieses besteht aus zwei runden hölzernen Scheiben *d*, *e*. Die untere Scheibe *d* hat drei Fortsätze *f*, *f*, welche auf den Stellschrauben im Stativ-kopfe aufliegen. (In der Abbildung sind nur zwei Fortsätze sichtbar.) Um einen vertikalen Zapfen in der Mitte dieser Scheibe ist die obere Scheibe *e* drehbar. Durch die Klemmschraube *K* kann die freie Drehung der oberen Scheibe aufgehoben werden und es ist dann nur eine geringe Drehung mit der Mikrometerschraube *M* möglich. Auf der oberen Scheibe sind drei Arme *m*, *m*, *m* festgeschraubt, auf welchen das Tischbrett liegt und befestigt ist.

Die Arme haben kreisförmige Ausschnitte von 65 *mm* Durchmesser. Das Tischbrett ist aus zwei dünnen Brettern zusammengeleimt, so daß zwischen beiden ein Hohlraum bleibt. Das untere Brett hat ebensolche kreisförmige Ausschnitte, wie die Arme *m*, *m*, *m*, mit welchen es auf diese gelegt wird. In dem Hohlraume zwischen den zwei zusammengeleimten Brettern sind drei metallene Scheiben verschiebbar, welche die Muttern für die Klemmschrauben enthalten, welche durch die Ausschnitte der Arme gehen und welche über ihrem Kopfe ebenfalls Metallscheiben tragen. Diese letzteren, sowie auch die im Innern des Brettes befindlichen Scheiben haben größere Durchmesser als die Ausschnitte in den Armen und in dem Brette.

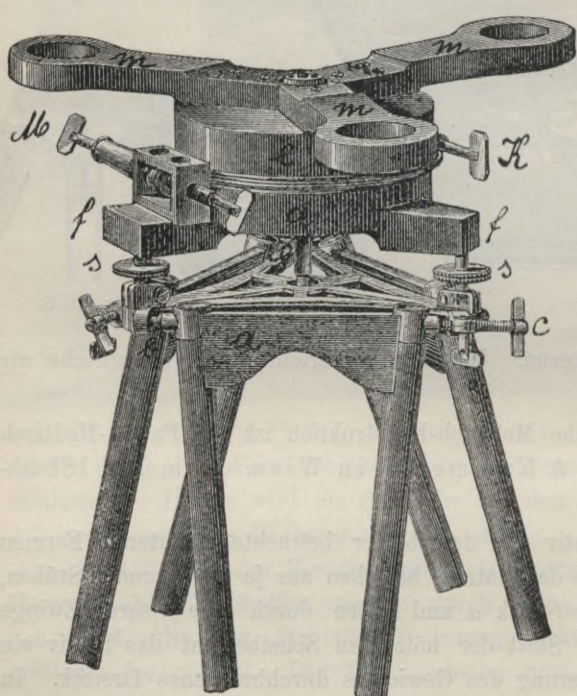


Fig. 181.

Früher war das Brett nur einfach und es waren an der unteren Seite drei runde Holzscheiben angeschraubt, so daß zwischen diesen und dem Brette ein Hohlraum blieb, in welchem die Scheibe mit der Schraubenmutter sich befand.

Werden die Klemmschrauben angezogen, so ist das Brett fest mit den Armen verbunden. Werden die Klemmschrauben aber gelüftet, so ist eine geringe geradlinige Verschiebung des Brettes nach allen Richtungen möglich.

Dieser Meßtisch besitzt eine sehr feste Aufstellung, was nicht zu unterschätzen ist.

136. Von deutschen Mechanikern werden in neuerer Zeit Meßtische hergestellt, bei welchen nur das Tischbrett und die Füße des Statives, manchmal auch noch die Scheibe des Statives, aus Holz sind, während das Mittelstück aus Metall hergestellt ist. Die Stativfüße sind bei allen diesen Meßtischen durchbrochen.

Von diesen Meßtischen sind nur jene Konstruktionen empfehlenswert, bei welchen der obere Teil auf drei, in der Scheibe des Statives möglichst weit auseinander angebrachten Stellschrauben aufliegt. Dagegen sind jene Konstruktionen zu verwerfen, wo als Stellschrauben vier horizontal gegeneinander gerichtete und auf einen vertikalen Mittelzapfen wirkende Schrauben dienen. Nur bei der ersten Art ist eine feste, unverrückbare Aufstellung des Brettes möglich, während bei der zweiten Art auch bei fest angezogenen Schrauben wegen der Elastizität des Metalles das Brett jedem leisen seitlichen Drucke nachgibt.

137. In Fig. 182 ist der neue Meßtisch von T. Ertel und Sohn in München abgebildet.

Das Stativ dieses Tisches hat eine hölzerne Scheibe mit drei Fortsätzen, an welchen die durchbrochenen Stativfüße mittelst eines durchgehenden Bolzens mit Flügelmutter drehbar befestigt sind. Wird die Flügelmutter fest angezogen, so sind die Füße festgestellt, während sie bei gelockerter Schraube drehbar sind. Die Scheibe des Statives ist aus zwei übereinander geleimten Brettern hergestellt, deren Fasern zu einander senkrechte Richtungen einnehmen, um das Werfen zu verhindern. In dieser Scheibe sind metallene Muttern für die drei Stellschrauben s_1 s_2 s_3 zum Horizontalrichten eingelassen, auf welchen das metallene Mittelstück aufliegt.

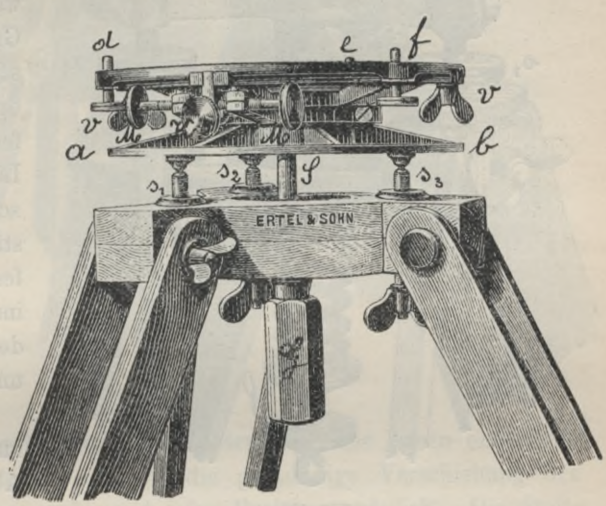


Fig. 182.

Dieses Mittelstück besteht zunächst aus einer massiven, durch acht Rippen verstärkten Scheibe a b, welche auf den Stellschrauben s_1 s_2 s_3 aufliegt und welche durch die Herzschraube S mit dem Stative in feste Verbindung gebracht werden kann.

Diese Scheibe hat nach oben ein massives Kernstück von etwa 10 *cm* Durchmesser und 45 *mm* Höhe, welches sich nach oben wieder zu einer durchbrochenen Scheibe erweitert. Diese drei Teile bilden ein einziges Stück. Auf der oberen Scheibe liegt ein zweiter gleich großer Ring, welcher mit drei Schrauben *d*, *e*, *f* mit dem Tischbrette fest verbunden werden kann, indem zu diesem Zwecke im Brette metallene Muttern eingelassen sind.

Dieser obere Ring und mit ihm das Brett kann nach Lüftung der Klemmschraube *K* frei gedreht werden. Nach Anziehen der Klemmschraube ist eine feine Drehung mit zwei gegeneinander wirkenden Mikrometerschrauben *M*, *M* möglich. Außerdem sind zwei Versicherungsschrauben *v*, *v* da, nach deren Anziehen auch die feine Bewegung unmöglich wird, so daß das Brett vollkommen festgestellt erscheint.

Die geradlinige Verschiebung des Tisches ist in einem Kreise von 8 *cm* Durchmesser nach Lüftung der Herzschraube möglich. Es ist nämlich die Scheibe des Statives in einem solchen Kreise durchbrochen. Unter dieser Durchbrechung liegt eine größere Metallscheibe, welche durch Anziehen der Herzschraube, welche ihre Mutter in dem Griffe *G* hat, an die Stativscheibe angepreßt wird; hiedurch wird das Mittelstück fest mit dem Stative verbunden. Lüftet man dagegen die Herzschraube, so kann das Mittelstück und somit das mit ihm fest verbundene Brett beliebig innerhalb der Durchbohrung der Stativscheibe verschoben und gedreht werden.

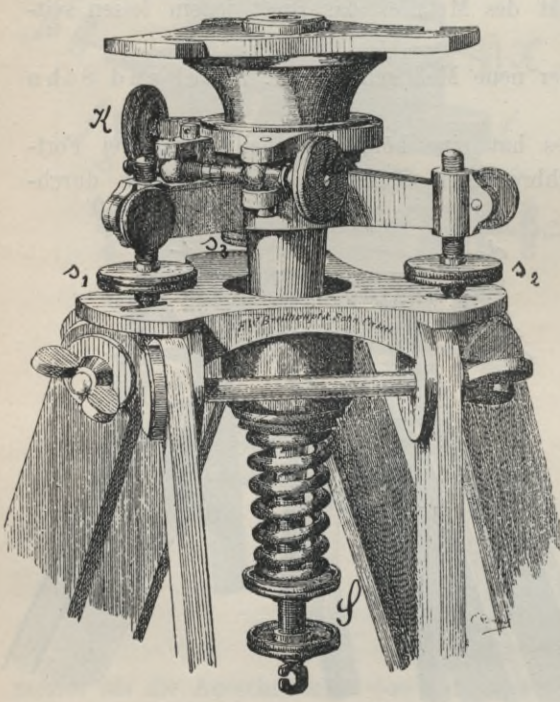


Fig. 183.

138. Ein in Deutschland bei der topographischen Abteilung des Generalstabes angenommener Meßtisch ist der Deutsche oder Normal-Meßtisch von F. W. Breithaupt & Sohn in Kassel, der in Fig. 183 abgebildet ist. Bei diesem Tische sind nur die Füße des Statives und das Brett aus Holz, während der Stativkopf und das Mittelstück aus Bronze sind. Das Mittelstück ruht auf drei weit auseinanderstehenden Stellschrauben s_1 s_2 s_3 und ist durch die mit einer starken Spiralfeder umwundene Herzschraube *S* mit dem Stative verbunden. Durch Anziehen der Klemmschraube *K* wird die freie Drehung des oberen Teiles mit dem Brette aufgehoben, worauf die feine Drehung mit der Mikrometerschraube *M* geschieht.

139. Die in den vorstehenden Nummern beschriebenen großen Meßtische haben ein bedeutendes Gewicht und ihre Aufstellung erfordert einen nicht unbedeutenden Zeitaufwand. Für minder wichtige Arbeiten, bei denen es weniger auf einen großen Genauigkeitsgrad, vielmehr aber auf einen flotten Arbeitsgang ankommt, benützt man daher sehr oft kleinere und leichter gebaute Meßtische, welche man häufig D e t a i l t i s c h e nennt. Die Konstruktion ist sehr verschieden. Entweder sind sie genau so wie die

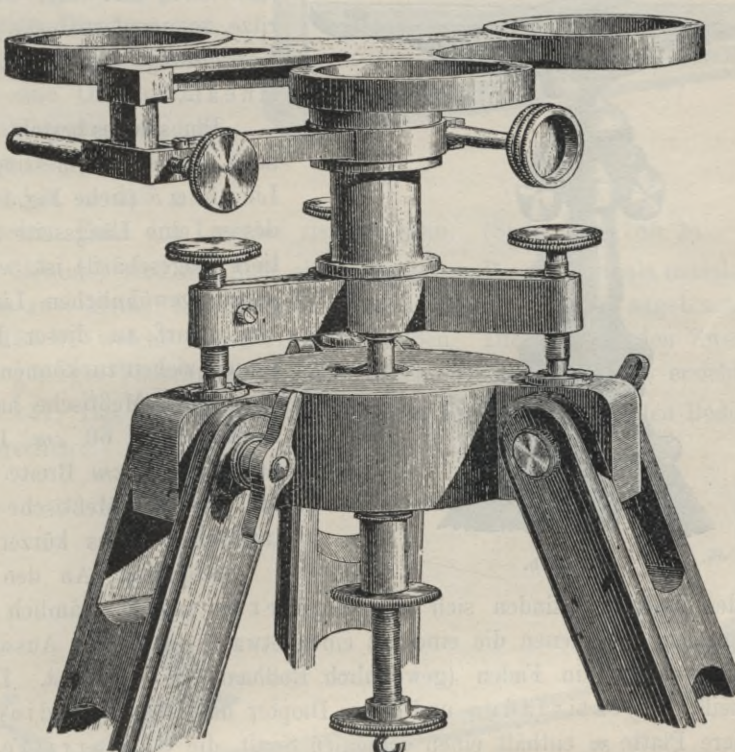


Fig. 184 a.

großen Tische gebaut, aber kleiner und leichter, oder sie haben einfachere Einrichtungen. So fehlt z. B. sehr oft die geradlinige Verschiebung des Brettes und es ist nur eine grobe und feine Drehung möglich. Die Stellschrauben zum Horizontalrichten des Brettes fehlen oft, so daß man das Brett nur mittelst der Stativfüße nach dem Auge ohne Zuhilfenahme einer Libelle horizontal richtet. Manchmal sind auch vier gegen einen Mittelzapfen wirkende Stellschrauben vorhanden und es wird der obere Teil mit einer konischen Hülse auf ein Zapfenstativ gesteckt. Oft ist seitwärts an dem Brette eine kleine Orientierungsbussole befestigt. In Fig. 184 a ist ein solcher kleiner Tisch von Starke & Kammerer, in Fig. 184 b von Neuhöfer & Sohn in Wien abgebildet.

C. Die Visier-Vorrichtungen für den Meßtisch.

a) Das Diopterlineal.

140. Um mit Hilfe des Meßtisches einen Winkel der Natur durch Zeichnung darstellen zu können, ist, wie schon in Nr. 130 kurz erwähnt wurde, eine Visier-Vorrichtung notwendig, welche gestattet, die Visierrichtung durch eine Linie auf dem mit Papier bespannten Tischbrette zu zeichnen. Besteht die Visier-Vorrichtung nur aus einem Objektivfaden und einer Okularritze, so nennt man die ganze Vorrichtung ein Diopterlineal.

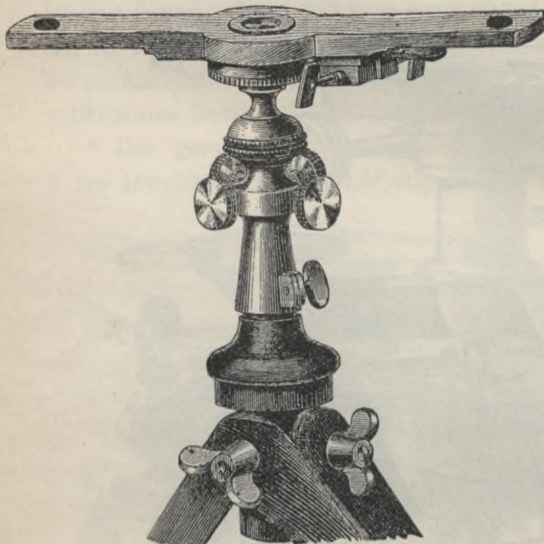


Fig. 184 b.

Ein solches besteht demnach aus einem messingenen Lineale *a b* (siehe Fig. 185 a), dessen eine Längsseite façettiert (abgeschärft) ist, wie bei jedem gewöhnlichen Lineale, um scharf an dieser Kante Linien ziehen zu können. Für die großen Meßtische hat das Lineal etwa 60 *cm* Länge und 5 bis 6 *cm* Breite. Für die kleineren Meßtische (Detailtische) ist es kürzer und schmäler. An den Enden des Lineales befinden sich die Diopter *m* und *n*, nämlich zwei Messingplatten, von denen die eine (*n*) einen etwa 1 *cm* breiten Ausschnitt hat, über welchen ein Faden (gewöhnlich Roßhaar) gespannt ist. Dieser Faden heißt Objektivfaden und dieses Diopter das Objektivdiopter. Die andere Platte *m* enthält einen schmalen Spalt, die Okularritze, und heißt Okulardiopter.[1]) Okularritze und Objektivfaden sind so angebracht, daß beide senkrecht stehen auf der unteren Fläche des Lineales und daß beide genau über der abgeschärften Kante *a*, *b* des Lineales sich befinden.

Sieht man daher durch die Okularritze bei dem Objektivfaden vorbei nach einem Zielobjekte und zieht an der Linealkante eine Linie, so stellt diese die Visierrichtung der betreffenden Visierlinie dar.

Da beim Gebrauche das Lineal viel auf dem mit Papier bespannten Tischbrette hin und her geschoben wird, so würde durch das Messing das Papier bald beschmutzt werden. Um das zu verhindern, ist das Lineal auf seiner unteren Fläche entweder mit einem glatten Papier beklebt, oder es

---

[1]) Bei älteren derartigen Instrumenten sind statt einer Ritze mehrere in einer geraden Linie übereinander befindliche runde, feine Löcher angebracht.

hat Einlagen aus Bein, Perlmutter, Zelluloid oder dergleichen, so daß das Messing das Papier des Brettes nicht berührt.

Um das Instrument bequemer in ein Etui verpacken zu können, sind die Diopter mit Scharnieren versehen, so daß sie sich niederklappen lassen.

Fig. 185 a.

Häufig enthält jedes der beiden Diopter *m* und *n* einen Objektivfaden und eine Okularritze genau übereinander, d. h. es sind Doppeldiopter vorhanden, so daß man von jedem Ende des Lineales visieren kann. (Siehe Fig. 185 b).

Mitunter sind auf dem einen Diopter z. B. *m* abermals mittelst Scharnieren zwei kleine einfache oder Doppel-Diopter *p* und *q* angebracht (siehe Fig. 185 b), welche Bergdiopter heißen. Diese haben den Zweck, sehr stark geneigte Visierlinien zu ermöglichen, wie aus Fig. 185 b ersichtlich ist.

141. Das Diopterlineal soll zu seiner Richtigkeit folgenden Bedingungen entsprechen:

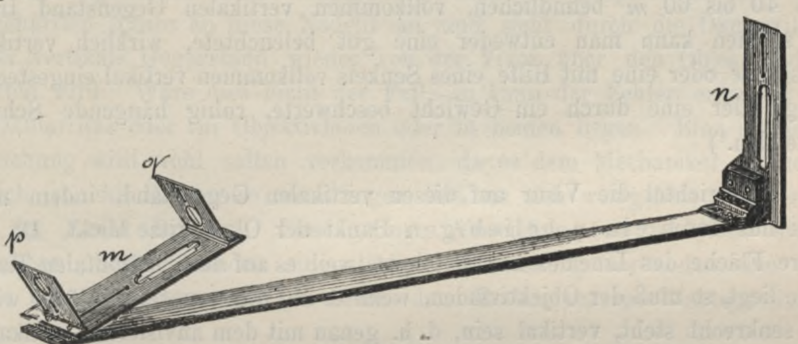


Fig. 185 b.

1. Die abgeschärfte Kante des Lineales soll eine Gerade bilden.

2. Sowohl der Objektivfaden, als auch die Okularritze sollen senkrecht stehen zur unteren Fläche des Lineales.

3. Die Okularritze und der Objektivfaden sollen genau über der abgeschärften Kante des Lineales liegen, damit die durch Ritze und Faden gehende Visierebene durch die Kante des Lineales geht.

ad 1. Das Vorhandensein dieser Bedingung wird man wohl bei einem neuen Instrumente, das von einem größeren, soliden mechanischen Institute bezogen wurde, voraussetzen können. Will man diesen Punkt dennoch prüfen, was besonders dann geschehen muß, wenn man ein bereits gebrauchtes, altes Instrument in die Hände bekommt, so geschieht dies derart, daß man das Lineal auf eine vollkommen ebene, mit Papier bespannte Fläche legt (Tischbrett) und scharf an der Kante eine feine Bleistiftlinie zieht. Hierauf dreht man das Lineal um und legt es von der anderen Seite wieder an dieselbe Linie, so daß die Enden des Lineals wieder genau mit den Enden der Linie zusammenfallen und zieht abermals scharf an der Kante eine Linie. Die beiden Linien müssen sich genau decken, d. h. es darf nur eine einzige scharfe Linie sichtbar sein. Wären aber irgendwo zwei Linien neben einander zu sehen, so ist das Lineal unbrauchbar und muß zur Reparatur an den Mechaniker geschickt werden.

ad 2. Die zweite Bedingung, daß Okularritze und Objektivfaden senkrecht stehen zur unteren Fläche des Lineales, muß für jedes der beiden Diopter für sich untersucht werden. Hat das Instrument Doppeldiopter, so untersucht man zuerst jenes Diopterpaar, welches man für gewöhnlich benützt. Dies hängt davon ab, ob man gewöhnt ist, das Lineal beim Gebrauche mit der rechten oder linken Hand zu führen.

Zum Zwecke der Untersuchung legt man das Lineal auf ein mittelst der Stellschrauben und mit Zuhilfenahme einer Libelle horizontal gestelltes Meßtischbrett und dreht das Lineal, bis die durch die Okularritze und neben dem Objektivfaden vorübergehende Visur einen in einer Entfernung von etwa 40 bis 60 *m* befindlichen, vollkommen vertikalen Gegenstand trifft. Als solchen kann man entweder eine gut beleuchtete, wirklich vertikale Hauskante oder eine mit Hilfe eines Senkels vollkommen vertikal eingesteckte Stange oder eine durch ein Gewicht beschwerte, ruhig hängende Schnur verwenden.[1])

Man richtet die Visur auf diesen vertikalen Gegenstand, indem man dabei nur durch e i n e n b e l i e b i g e n Punkt der Okularritze blickt. Da die untere Fläche des Lineales horizontal ist, weil es auf der horizontalen Tischebene liegt, so muß der Objektivfaden, wenn er auf dieser unteren Fläche wirklich senkrecht steht, vertikal sein, d. h. genau mit dem anvisierten vertikalen Gegenstande zusammenfallen. Ist dies aber nicht der Fall, sondern zeigt der Objektivfaden eine geneigte Lage, so ist er auch nicht senkrecht zur unteren Linealfläche. In diesem Falle lüftet man etwas die Schrauben, mit welchen die Scharniere des Objektivdiopters an dem Lineale befestigt ist, und legt auf der betreffenden Seite unter die Scharniere etwas Stanniol oder Papier, bis der Faden vertikal gerichtet ist, worauf man die Schrauben wieder anzieht.

---

[1]) Um eine Bewegung der Schnur durch Wind zu verhüten und ruhiges Hängen zu sichern, läßt man das mit dem Gewichte versehene Ende der Schnur in einen Kübel mit Wasser tauchen.

Hat man nun so die Stellung des Objektivfadens geprüft, beziehungsweise richtig gestellt, so prüft man die richtige Stellung der Okularritze dadurch, daß man jetzt das Auge vor der Okularritze hebt und senkt, während man bei der Prüfung des Fadens nur durch einen beliebigen Punkt geblickt hat. Bei diesen verschiedenen Stellungen des Auges soll der Objektivfaden stets in dem vertikalen Gegenstande bleiben. Weicht aber der Faden beim Heben und Senken des Auges nach beiden Seiten von dem vertikalen Gegenstande ab, so steht die Okularritze nicht vertikal, d. h. nicht senkrecht auf der unteren horizontalen Fläche, und es muß die Stellung durch Unterlegen von Stanniol oder Papier unter die Scharniere auf der betreffenden Seite berichtigt werden.[1])

ad 3. Die Prüfung, ob der Objektivfaden und die Okularritze sich genau über der abgeschärften Kante des Lineales befinden, ob also die Visierebene genau durch diese Kante geht, nimmt man am einfachsten in folgender Weise vor. Man steckt in das Tischbrett in einer Entfernung von einander, welche etwas kleiner ist als die Länge des Lineales, zwei feine Nähnadeln ganz senkrecht ein. Um sich von deren senkrechten Stellung zu überzeugen, kann man ein kleines, rechtwinkliges Dreieck verwenden. Nun visiert man bei diesen Nadeln vorüber und dreht das Tischbrett so, daß der die beiden Nadeln tangierende Sehstrahl den früher erwähnten vertikalen Gegenstand trifft. Hierauf legt man das Diopterlineal mit der abgeschärften Kante an diese Nadeln an und sieht durch die Okularritze, ob der vertikale Gegenstand wieder von der Visur über den Objektivfaden getroffen wird. Wäre dies nicht der Fall, so kann der Fehler entweder in der Okularritze oder im Objektivfaden oder in beiden liegen. Eine stärkere Abweichung wird wohl selten vorkommen, da es dem Mechaniker ja leicht möglich ist, die Diopter so anzubringen, daß sie sich wenigstens annähernd über der Kante befinden. Eine geringe Abweichung ist praktisch nicht bemerkbar. Sollte dennoch eine stärkere Abweichung vorhanden sein, so müßte man das Instrument am besten dem Mechaniker zur Richtigstellung übergeben.

Hat man in dieser Weise das eine Diopterpaar geprüft und richtig befunden und hat das Instrument Doppel- und vielleicht auch Bergdiopter, so wird man jetzt zunächst das zweite Diopterpaar prüfen. Man prüft wieder zuerst die senkrechte Stellung der Diopter genau so, wie ad 2 beschrieben wurde. Sollte sich jedoch hiebei ein Fehler zeigen, so darf man selbstverständlich an der Stellung der Diopter nichts ändern, weil man sonst das erste, bereits geprüfte und eventuell richtiggestellte Diopterpaar stören würde. Ist jedoch diese Prüfung zufriedenstellend ausgefallen, so hat man jetzt wieder wie ad 3 zu prüfen, ob die Visierebene auch durch

---

[1]) Genau ebenso geht man natürlich vor, wenn statt einer Ritze mehrere übereinander befindliche runde Löcher angebracht sind.

die Kante des Lineales geht, beziehungsweise, ob sie mit der Visierebene des ersten Diopterpaares genau zusammenfällt.

Zu diesem Behufe visiert man durch das eine Diopterpaar den mehrfach erwähnten vertikalen Gegenstand an, zieht an der Kante des Lineales eine feine Bleistiftlinie und legt dann das Lineal um, so daß es auf die andere Seite der Linie zu liegen kommt, und daß man jetzt durch das zweite Diopterpaar visieren kann. Es soll nun der vertikale Gegenstand wieder scharf von der Visur getroffen werden. Wäre dies nicht der Fall, so dürfte das zweite Diopterpaar nicht verwendet werden.

Bei derselben Lage des Lineales klappt man dann die beiden Hauptdiopter um und stellt die Bergdiopter auf, so soll die Visur über diese wieder den vertikalen Gegenstand scharf treffen.

Die Bergdiopter sind übrigens sehr ungenau, weil der Objektivfaden sich zu nahe bei der Okularritze befindet.

142. Die mit einem Diopterlineale erreichbare Genauigkeit in der Winkelbestimmung ist abhängig:

1. Von der Breite der Okularritze.
2. Von der Dicke des Objektivfadens.
3. Von der Dicke der Bleistiftlinie.

ad 1. Die Okularritze darf weder zu schmal, noch zu breit sein. Nach den Versuchen von Prof. S. Stampfer in Wien ist die günstigste Breite 0·5 bis 0·7 *mm*. Ist nämlich die Ritze schmäler, so sieht das Auge undeutlich wegen der Beugung der an der scharfen Kante vorübergehenden Lichtstrahlen. Bei 0·4 *mm* Breite stoßen die durch die Beugung an beiden Kanten beirrten Räume zusammen, so daß das Auge undeutlich sieht. Ist dagegen die Ritze zu breit, so kann das Auge vor dem, durch die Beugung nicht mehr beirrten Raume verschiedene Stellungen einnehmen, es entsteht eine Parallaxe im Visieren.

Wenn sich das Auge vor der Mitte der Ritze O befindet, bei a in Fig. 186, so hat die Visur die Richtung ab. Ist die Ritze zu breit,

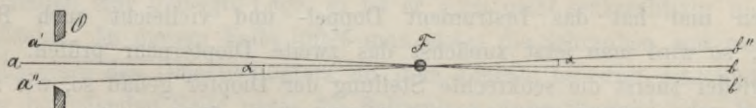


Fig. 186.

so daß das Auge vor dem durch die Beugung unbeirrten Raume noch die Stellungen a' oder a'' einnehmen kann, so bilden dann die so entstehenden unrichtigen Visuren $a' b'$ und $a'' b''$ mit der richtigen mittleren Visur einen Winkel α. Bezeichnet man die Länge des Lineals, also die Entfernung des Fadens F von der Okularritze O mit l und die für das Auge verwendbare

Breite der Ritze mit b, ohne die an beiden Kanten der Ritze durch die Beugung beirrten Räume, so ist

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{\frac{b}{2}}{l} = \frac{b}{2\,l}$$

$$\text{und } \alpha'' = 206265 \, \frac{b}{2\,l}$$

Wäre z. B. die ganze Breite der Okularritze 1 *mm*, demnach nach Abzug von 0·2 *mm* an jeder Kante für die Beugung, der für das Auge zur Verfügung stehende Raum $b = 0{\cdot}6$ *mm* und die Länge des Lineales 60 *cm* = 600 *mm*, so ist

$$\alpha'' = \frac{206265 \,.\, 0{\cdot}6}{1200} = 103'' = 1'\,43''$$

Ist dagegen die Breite der Ritze nur 0·5 *mm*, daher der für das Visieren verwendbare Raum b nur 0·1 *mm*, indem dann das Auge gezwungen ist, um deutlich sehen zu können, immer vor der Mitte der Ritze zu bleiben, so ist

$$\alpha'' = \frac{206265 \,.\, 01}{1200} = 17''$$

Professor Stampfer hat bei seinen Versuchen gefunden, daß bei einer ganzen Breite der Ritze von 0·5 bis 0·7 *mm* die erreichbare Genauigkeit im Visieren sogar bei einiger Übung bis 10'' beträgt.

Bei diesen Versuchen hat sich übrigens auch ergeben, daß runde Okularöffnungen vorteilhafter sind, als schmale lange Ritzen, und daß die runden Öffnungen, unbeschadet der Genauigkeit, breiter sein können.

ad 2. Die Dicke des Fadens hat auf die Genauigkeit so lange gar keinen Einfluß, als das anvisierte Objekt, z. B. eine Stange, nicht von dem Faden zugedeckt wird, so daß der Beobachter nach den zu beiden Seiten neben dem Faden noch sichtbaren Teilen der Stange beurteilen kann, ob der Faden genau die Mitte der Stange trifft. Verdeckt jedoch der Faden die Stange, was dann der Fall ist, wenn diese in größerer Entfernung sich befindet, so muß man derart visieren, daß man, den Faden F tangierend, nach der Stange S sieht (Fig. 187). Hiebei entsteht aber bei der Visur

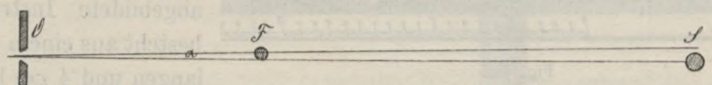


Fig. 187.

ein Winkelfehler α, und wenn die Länge des Lineales mit l, die Fadendicke mit d bezeichnet wird, so ist

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{\frac{d}{2}}{l} = \frac{d}{2\,l}$$

$$\text{und } \alpha'' = 206265 \, \frac{d}{2\,l}$$

Wäre z. B. $d = 0{\cdot}2\ mm$, $l = 60\ cm = 600\ mm$, so ist

$$\alpha'' = 206265\ \frac{0{\cdot}2}{1200} = 34''$$

ad 3. Durch die Dicke der Bleistiftlinie, die man an der Kante des Lineales zieht, wird ein Teil des Winkels zugedeckt, weil die Linie ja doch immer nur n e b e n der Kante gezogen wird, während die Visierebene d u r c h die Kante geht. Es entsteht also ein Winkelfehler, welcher wieder mit α bezeichnet sein soll. Ist die Länge der gezogenen Linie l und deren Dicke d, so ist

$$\alpha'' = 206265\ \frac{d}{l}$$

Ist beispielsweise $l = 20\ cm = 200\ mm$ und $d = 0{\cdot}03\ mm$, so ist

$$\alpha'' = 206265\ \frac{0{\cdot}03}{200} = 31''$$

Aus dem ad 1, 2 und 3 Gesagten geht hervor, daß man die Genauigkeit in der Winkelbestimmung mit einem Diopterlineale in der Praxis im günstigsten Falle nur mit etwa 1' annehmen kann.

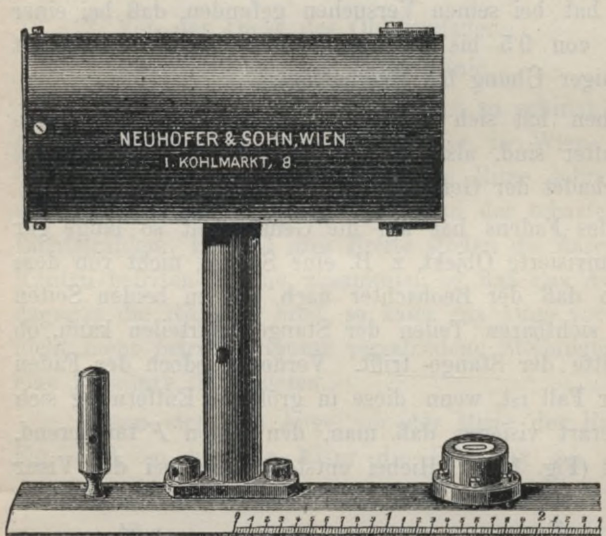


Fig. 188.

143. Die Genauigkeit im Visieren nimmt bedeutend zu, wenn der Raum zwischen dem Okular- und Objektivdiopter durch eine Röhre abgeschlossen wird, daher bildet R e i t z n e r s D i o p t e r r o h r, ausgeführt von Neuhöfer und Sohn in Wien, eine wesentliche Verbesserung des Diopterlineales.

Dieses in Fig. 188 abgebildete Instrument besteht aus einem 40 *cm* langen und 4 *cm* breiten Lineale mit abgeschrägter Kante. Auf dem Lineale ist ein etwa 10 *cm* hoher Ständer angeschraubt, welcher das um eine Achse drehbare Visierrohr von 10 *cm* Länge und 5 *cm* Durchmesser trägt. Das Rohr kann um seine Drehungsachse ganz herum gedreht, d. h. durchgeschlagen werden.

Auf einer Seite ist das Rohr geschlossen, und hier mit einer Okularritze versehen. Das andere Ende des Rohres ist offen und in der Öffnung ist statt eines Objektivfadens eine feine Uhrfeder eingespannt. Durch das drehbare Rohr sind Visuren von beliebiger Neigung möglich.

b) Das Fernrohr-Diopter.

144. Um eine größere Genauigkeit zu erzielen, verwendet man statt des gewöhnlichen Diopterlineales ein Fernrohr-Diopter, oder wie es auch genannt wird, Perspektiv-Lineal oder Kippregel. Ein solches Instrument besteht im allgemeinen aus einem messingenen Lineal mit abgeschrägter Kante, auf welchem ein Ständer befestigt ist, an welchem um eine Drehungsachse ein mit einem Fadenkreuze versehenes Fernrohr drehbar ist, derart, daß die Visierlinie des Fernrohres sich stets in einer durch die abgeschrägte Kante gehenden Ebene bewegt. Zumeist, jedoch nicht immer, kann das Fernrohr ganz herumgedreht, d. h. durchgeschlagen werden, so daß das Okular an die Stelle des Objektives kommt und umgekehrt.

In der Regel befindet sich auf, oder neben der Drehungsachse des Fernrohres eine Libelle und es kann die Drehungsachse mittelst einer mit einem großen, geränderten Kopfe versehenen Schraube, die stets S genannt werden soll, genau in die horizontale Lage gebracht werden. Das ist nämlich, wie weiter unten gezeigt wird, eine wichtige Bedingung.

Bei größeren derartigen Instrumenten ist das Fernrohr zum Distanzmessen eingerichtet, und es befindet sich an dessen Drehungsachse ein Höhenkreis mit Nonius zum Messen der Vertikal-Winkel.

Das Fernrohr ist derart an dem Ständer angebracht, daß sich die Visierlinie genau über der abgeschrägten Linealkante befindet.

Legt man daher das Instrument auf das horizontal gestellte Meßtischbrett, so geht die vertikale Visierebene des Fernrohres durch die Linealkante. Diese letztere bildet also die horizontale Visierrichtung, das Fernrohr kann hiebei welche Lage immer haben.

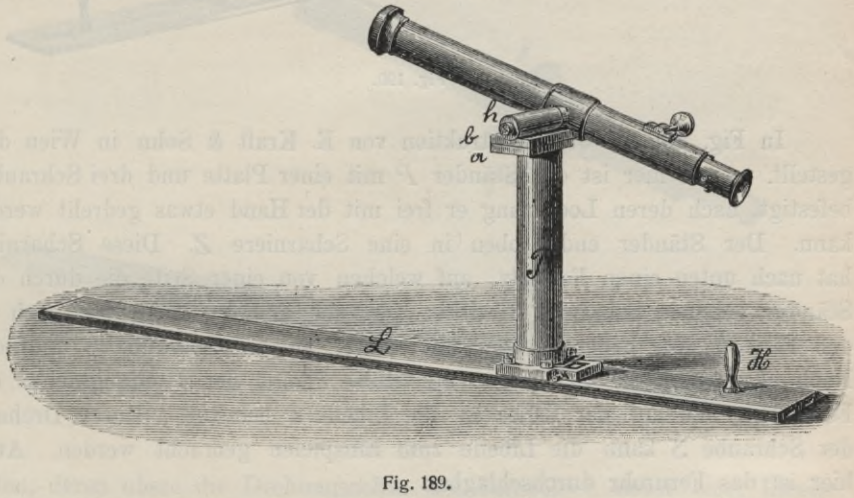


Fig. 189.

In Figur 189 ist ein einfaches Perspektivlineal von Starke & Kammerer in Wien abgebildet. Der Ständer P ist auf dem Lineale L mit einer Platte und vier Schrauben befestigt Werden diese letzteren gelockert, so kann mittelst zweier Rektifizierschrauben eine geringe Drehung des Ständers um seine Längsachse erfolgen, um die Visierebene des Fernrohres in die Linealkante bringen zu können. Der Ständer P endet oben in eine Platte a, mit welcher durch vier Schrauben eine zweite Platte b verbunden ist. Diese Platte b ist mit der zylindrischen Hülse h, in welcher sich die Drehungsachse des Fernrohres befindet, in einem Stücke gegossen. Die oben erwähnte Schraube S zum Horizontalrichten der Drehungsachse des Fernrohres fehlt hier; der Mechaniker verwendet schon alle Sorgfalt darauf, daß diese Drehungsachse wirklich horizontal ist, wenn das Lineal auf einer horizontalen Fläche liegt. Eine Rektifikation ist übrigens bei der Befestigung der Platte b auf a möglich. Das Fernrohr kann durchgeschlagen werden. Zur Bewegung des Lineales ist eine Handhabe H angebracht.

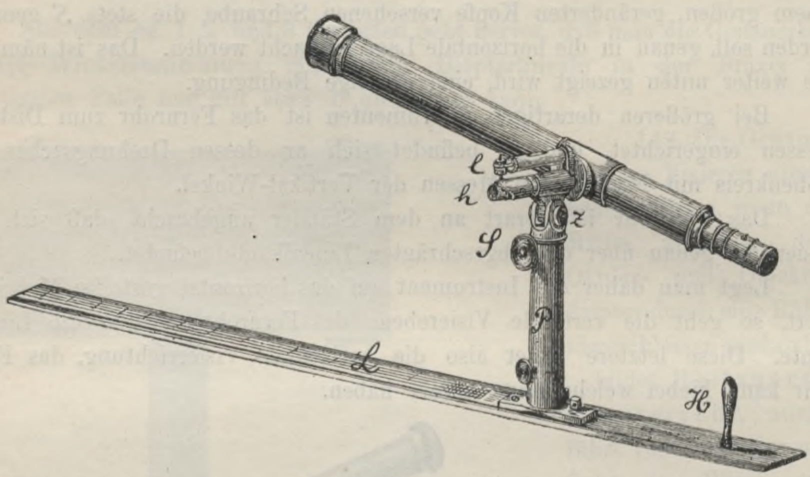


Fig. 190.

In Fig. 190 ist die Konstruktion von E. Kraft & Sohn in Wien dargestellt. Auch hier ist der Ständer P mit einer Platte und drei Schrauben befestigt, nach deren Lockerung er frei mit der Hand etwas gedreht werden kann. Der Ständer endet oben in eine Scharniere Z. Diese Scharniere hat nach unten einen Fortsatz, auf welchen von einer Seite die durch den Ständer gehende Schraube S wirkt; von der anderen Seite legt sich an den Fortsatz eine Feder, welche ihn immer an die Schraube S andrückt. Nach oben trägt die Scharniere die Hülse h mit der Drehungsachse des Fernrohres und auf der Hülse ist die Libelle l befestigt. Durch Drehung der Schraube S kann die Libelle zum Einspielen gebracht werden. Auch hier ist das Fernrohr durchschlagbar.

Eine zweite Konstruktion von Starke & Kammerer ist in Fig. 191 abgebildet. Bei dieser sind die beiden Platten a und b auf dem Ständer mit einander drehbar verbunden. Durch die untere Platte a geht die

Schraube *S*, welche in der oberen Platte *b* ihre Mutter hat. Zwischen beiden Platten befindet sich eine Spiralfeder. Auf der oberen Platte befindet sich die Hülse *h* mit der Drehungsachse des Fernrohres, und auf oder neben dieser Hülse ist die Libelle *l* befestigt, welche demnach durch

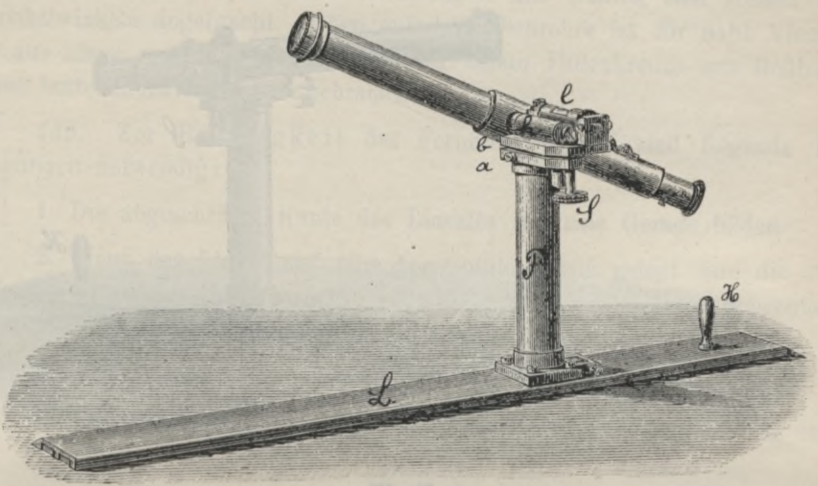


Fig. 191.

die Schraube *S* zum Einspielen gebracht werden kann. Das Fernrohr ist durchschlagbar.

Fig. 192 zeigt die Konstruktion von Neuhöfer und Sohn in Wien. Auch hier sind auf dem Ständer zwei mit einander drehbar verbundene

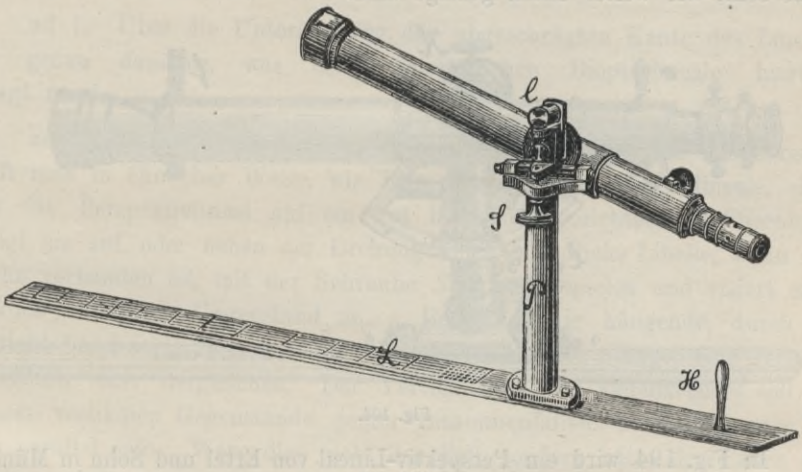


Fig. 192.

Platten, deren obere die Drehungsachse des Fernrohres nebst einer Libelle trägt, welche durch die Schraube *S* zum Einspielen gebracht wird.

Eine neuere, sehr vorteilhafte Konstruktion von Starke und Kammerer zeigt die Fig. 193. Dieses Instrument ist im übrigen genau so eingerichtet, wie Fig. 191, und zeigt nur den Unterschied, daß die Drehungsachse des Fernrohres auf der oberen Platte *b* nicht in einer Hülse liegt. Die Drehungsachse, welche genau zilindrisch aus Stahl gefertigt ist, liegt nur in zwei schmalen Lagern, so daß sie im übrigen ganz frei ist. Eine Libelle *l* ist,

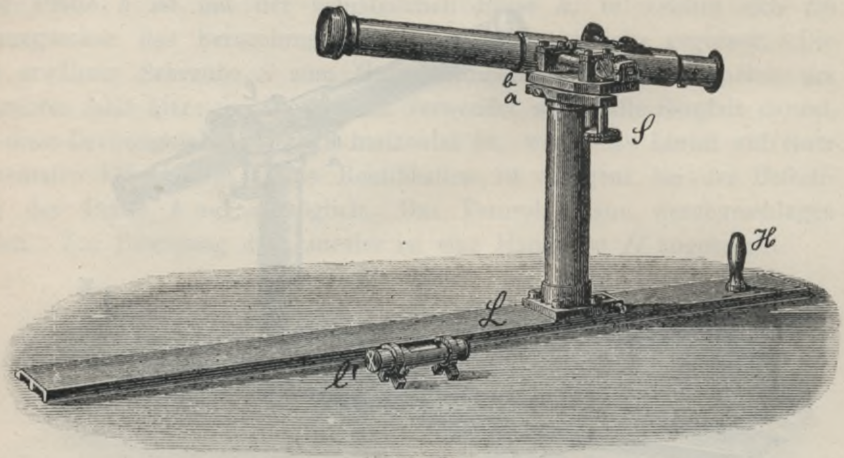


Fig. 193.

wie bei Fig. 191, neben der Drehungsachse befestigt. Außerdem ist jedoch dem Instrumente noch eine zweite Libelle *l'* beigegeben, welche auf die freiliegende Drehungsachse aufgesetzt werden kann. Diese Libelle dient nur zur Untersuchung und Richtigstellung des Instrumentes und vereinfacht diese sehr, wie weiter unten gezeigt wird.

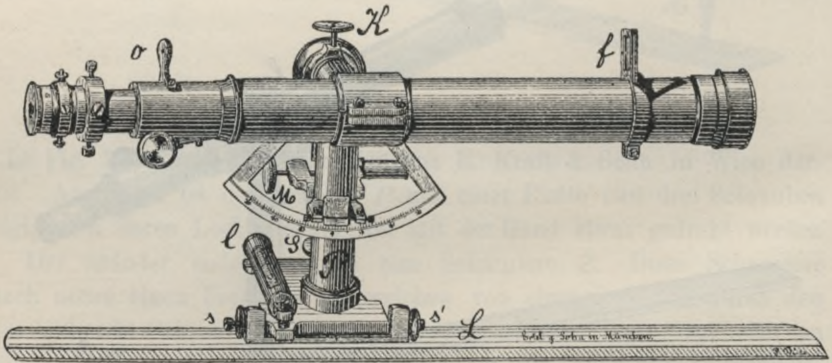


Fig. 194.

In Fig. 194 wird ein Perspektiv-Lineal von Ertel und Sohn in München vorgeführt.

Der Ständer *P* befindet sich auf einer Platte, welche zwischen zwei zugespitzten Schrauben *s* und *s'* auf dem Lineale *L* drehbar ist. Auf dieser Platte ist auch die Libelle *l* befestigt und die Platte, und damit die Libelle und der Ständer, kann mit der Schraube *S* an einem Ende gehoben und gesenkt, also die Libelle l zum Einspielen gebracht werden. Das Fernrohr ist nicht durchschlagbar. Durch die Klemmschraube K kann die freie Drehung des Fernrohres aufgehoben und dann nur eine feine Bewegung mit der Mikrometerschraube M vorgenommen werden. An der Drehungsachse des Fernrohres ist ein Vertikalbogen mit Nonius zum Messen von Vertikalwinkeln angebracht. Oben auf dem Fernrohre ist für nahe Visuren ein aus einer runden Okularöffnung und einem Fadenkreuze aus Roßhaarfäden bestehendes Diopter angebracht.

145. Zur Richtigkeit des Fernrohr-Diopters sind folgende Bedingungen notwendig:

1. Die abgeschrägte Kante des Lineales soll eine Gerade bilden.

2. Wenn das Lineal auf eine horizontale Ebene gelegt und die etwa auf oder neben der Drehungsachse befindliche Libelle l mit der Schraube S zum Einspielen gebracht wurde, so soll:

a) der Vertikalfaden des Fadenkreuzes wirklich genau vertikal sein,

b) die Visierlinie des Fernrohres beim Heben und Senken sich in einer vertikalen Ebene bewegen.

Letzteres wird nur dann der Fall sein, wenn

α) die Drehungsachse des Fernrohres wirklich genau horizontal ist und

β) die Visierlinie des Fernrohres genau senkrecht steht zur Drehungsachse.

3. Die vertikale Visierebene des Fernrohres soll genau durch die Kante des Lineales gehen.

ad 1. Über die Untersuchung der abgeschrägten Kante des Lineales gilt genau dasselbe, was beim gewöhnlichen Diopterlineale hierüber gesagt wurde.

ad 2, a. Die vertikale Stellung des Vertikalfadens des Fadenkreuzes prüft man in ähnlicher Weise, wie beim gewöhnlichen Diopterlineale. Man legt das Perspektivlineal auf ein gut horizontal gerichtetes Meßtischbrett, bringt die auf, oder neben der Drehungsachse befindliche Libelle, wenn eine solche vorhanden ist, mit der Schraube S zum Einspielen und visiert einen wirklich vertikalen Gegenstand an, z. B. eine ruhig hängende, durch ein Gewicht beschwerte Schnur, eine vertikal eingesteckte Stange, eine vertikale Hauskante oder dergleichen. Der Vertikalfaden des Fadenkreuzes soll mit diesem vertikalen Gegenstande genau zusammenfallen, beziehungsweise mit ihm parallel sein. Wäre dies nicht der Fall, sondern hätte der Faden eine geneigte Stellung zu dem vertikalen Gegenstande, so läßt sich der Fehler durch Drehung der Fadenplatte berichtigen, nachdem man die betreffende, die Fadenplatte festhaltende Klemmschraube gelüftet hat.*)

---

*) Siehe die Beschreibung des Fadenkreuzes in Nr. 43.

ad 2 b. Die Visierlinie des Fernrohres bewegt sich beim Heben und Senken des letzteren nur dann in einer vertikalen Ebene, wenn die Drehungsachse des Fernrohres genau horizontal ist, und wenn die Visierlinie mit der Drehungsachse genau einen rechten Winkel bildet. Ist die Drehungsachse nicht horizontal, die Visierlinie bildet aber mit der ersteren einen rechten Winkel, so bewegt sich die Visierlinie wohl in einer Ebene, aber nicht in einer vertikalen, sondern in einer schiefen Ebene. Ist jedoch die Visierlinie nicht senkrecht zur Drehungsachse, so bewegt sich erstere überhaupt nicht in einer Ebene, sondern in einer gekrümmten Fläche. Man muß daher jede der beiden Bedingungen, nämlich die horizontale Lage der Drehungsachse und deren senkrechte Stellung zur Visierlinie getrennt untersuchen und berichtigen.

Die Art und Weise, beziehungsweise die Reihenfolge dieser Untersuchungen richtet sich nach der Konstruktion des Instrumentes. In dieser Hinsicht müssen drei Gruppen unterschieden werden.

In die erste Gruppe gehören alle Instrumente, welche entweder überhaupt keine Libelle auf, oder neben der Drehungsachse haben, oder bei welchen die Drehungsachse sich in einer Hülse befindet, auf, oder neben welcher eine Libelle befestigt ist, welche Instrumente aber alle ein durchschlagbares Fernrohr besitzen. (Fig. 189, 190, 191, 192.)

In die zweite Gruppe gehört die in Fig. 193 abgebildete neuere Konstruktion von Starke & Kammerer, mit frei liegender Drehungsachse und besonderer, auf diese letztere aufsetzbarer Libelle.

In die dritte Gruppe sind alle Instrumente zusammenzufassen, deren Fernrohr nicht durchschlagbar ist. (Fig. 194.)

Bei den Instrumenten der ersten Gruppe untersucht man zuerst, ob die Drehungsachse mit der Visierlinie einen rechten Winkel bildet, und dann erst die horizontale Lage der Drehungsachse.

Die Prüfung der senkrechten Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse kann auf zweierlei Art erfolgen:

1. Nach der Methode mit dem doppelten Fehler.

Man legt das Instrument auf ein gut horizontal gerichtetes Meßtischbrett, bringt die auf, oder neben der Drehungsachse befindliche Libelle, falls eine solche vorhanden ist, mit der Schraube S zum scharfen Einspielen, und visiert bei möglichst horizontaler Lage des Fernrohres einen weit entfernten Punkt an. Jetzt zieht man scharf an der abgeschrägten Kante des Lineales eine feine Bleistiftlinie und legt das Lineal um 180^0 um, so daß es wieder mit der abgeschrägten Kante von der anderen Seite an die Linie zu liegen kommt. Zugleich schlägt man das Fernrohr durch und schaut wieder durch dieses, so soll das Fadenkreuz wieder scharf den früher anvisierten Punkt treffen. Wäre dies nicht der Fall, so ist die Abweichung des Fadenkreuzes von diesem Punkte der doppelte Fehler.

Man verschiebt daher das Fadenkreuz mit den beiden seitlichen Rektifizierschrauben*) um die Hälfte der Abweichung, bis bei wiederholtem Versuche der anvisierte Punkt immer wieder getroffen wird.

Bildet die Visierlinie AB in Fig. 195 mit der Drehungsachse $o\,o'$ einen rechten Winkel und man visiert den Punkt an, legt dann das Instrument um und schlägt das Fernrohr durch, so daß die Drehungsachse in die Lage $o\,o''$ kommt, so muß wieder derselbe Punkt von der Visur getroffen werden, weil $\sphericalangle\, o'\,o\,o''$ als Gerader gleich $2\,R$ ist.

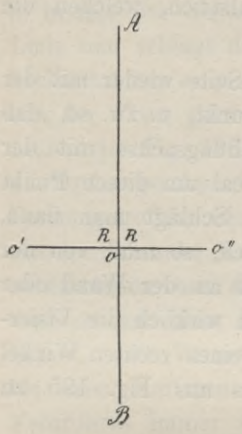


Fig. 195.

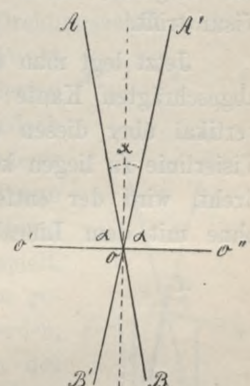


Fig. 196.

Bildet dagegen die Visierlinie AB wie in Fig. 196 mit der Drehungsachse $o\,o'$ nicht einen rechten Winkel, sondern den $\sphericalangle\,\alpha$, so kommt beim Umlegen des Lineales und Durchschlagen des Fernrohres die Drehungsachse in die Lage $o\,o''$ und die Visierlinie in die Lage $A'\,B'$, welche mit AB irgend einen $\sphericalangle\,x$ bildet. Es kann also nicht mehr derselbe Punkt von der Visur getroffen werden. Es ist nun

$$\sphericalangle\, x + 2\alpha = 2R$$

$$\text{daher } \frac{x}{2} + \alpha = R$$

2. In einer anderen Weise kann man die senkrechte Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse des Fernrohres prüfen nach der Methode mit dem vierfachen Fehler.

Man stellt den Meßtisch sorgfältig horizontal auf u. zw. derart, daß man bei möglichst horizontaler Stellung des Fernrohres einen entfernten Punkt anvisieren kann und daß sich auf der anderen Seite des Meßtisches in einiger Entfernung eine Wand befindet. Ist eine Wand nicht vorhanden, so steckt man zwei Absteckstäbe fest in den Boden und befestigt an diesen in horizontaler Richtung ein Brett, oder noch besser, eine in Zentimeter geteilte Latte in einer solchen Höhe, daß man sie bei horizontaler Stellung des Fernrohres anvisieren kann. Diese Latte, der Meßtisch und der entfernte Punkt müssen in einer Geraden liegen.

Man legt nun das Perspektivlineal auf den Tisch, bringt die etwa vorhandene Libelle mit der Schraube S zum Einspielen und visiert dann den entfernten Punkt an. Hierauf bezeichnet man mit einer feinen Pikiernadel hart an der abgeschrägten Kante des Lineales den Punkt vertikal unter dem Durchschnittspunkte der Visierlinie mit der Drehungsachse (o in

*) Siehe Beschreibung des Fadenkreuzes in Nr. 43.

Fig. 195 und 197). Diese Bezeichnung ist natürlich nur annähernd, was aber vollkommen genügt. Ohne mit dem Lineale zu rühren, schlägt man dann das Fernrohr durch, so daß das Objektiv gegen die Wand, respektive die befestigte Latte gerichtet ist, und läßt hier entweder von einem Gehilfen den Punkt bezeichnen, wo das Fadenkreuz die Fläche trifft, oder falls man eine eingeteilte Latte verwendet, notiert man den Teilstrich, welchen die Visur trifft.

Jetzt legt man das Lineal um, von der andern Seite wieder mit der abgeschrägten Kante an den früher durchpikierten Punkt, u. zw. so, daß vertikal über diesen der Durchschnittspunkt der Drehungsachse mit der Visierlinie zu liegen kommt. Indem man nun das Lineal um diesen Punkt dreht, wird der entfernte Punkt abermals anvisiert. Schlägt man dann, ohne mit dem Lineale zu rühren, das Fernrohr durch, so muß von der Visur wieder derselbe Punkt an der Wand oder Latte getroffen werden, wenn wirklich die Visierlinie mit der Drehungsachse einen rechten Winkel bildet. Dies ist ohneweiters aus Fig. 195 zu ersehen.

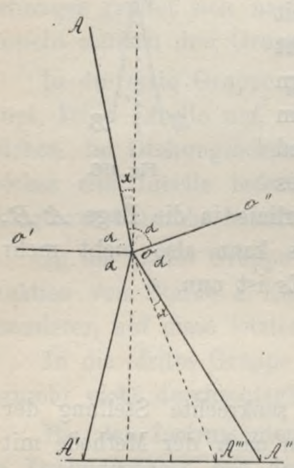


Fig. 197.

Bildet jedoch die Visierlinie $o\ A$ mit der Drehungsachse $o\ o'$ einen Winkel α (siehe Fig. 197), so ist $\alpha = 90^0 - x$ (worin jedoch x auch negativ sein kann). Wird nach dem Anvisieren des entfernten Punktes das Fernrohr durchgeschlagen, so trifft die Visur den Punkt A'. Legt man das Lineal um und visiert wieder den ursprünglichen Punkt A an, so kommt die Drehungsachse in die Lage $o\ o''$ und bildet natürlich wieder mit der Visierlinie denselben Winkel α. Schlägt man dann das Fernrohr abermals durch, so trifft die Visur einen Punkt A'', den man an der Wand bezeichnen läßt oder an der eingeteilten Latte abliest. Nun ist

$$\sphericalangle\ A'\ o\ A'' = 360^0 - 4\ \alpha = 360^0 - 4\ (90^0 - x) = 4\ x.$$

Man teilt also jetzt den Abstand $A'\ A''$ in vier gleiche Teile und verschiebt das Fadenkreuz mit dessen seitlichen Rektifizierschrauben, bis die Visur um einen solchen Teil abweicht und den Punkt A''' trifft.

Selbstverständlich muß der Versuch wiederholt werden, bis beim Durchschlagen des Fernrohres immer wieder derselbe Punkt getroffen wird.

Hat man so nach der einen oder anderen Methode die senkrechte Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse geprüft, respektive hergestellt, so hat man nun noch zu prüfen, ob bei einspielender Libelle, falls eine solche auf, oder neben der Drehungsachse angebracht ist, diese letztere auch wirklich genau horizontal ist, ob also diese Libelle richtig ist.

Zu diesem Behufe wird mit dem auf dem gut horizontal gestellten Meßtische liegenden Instrumente, nachdem man die etwa vorhandene Libelle mit der Schraube S zum Einspielen gebracht hat, ein hochliegender Punkt, z. B. eine Turmspitze anvisiert.[1]) Dann zieht man an der abgeschrägten Kante des Lineales eine feine Bleistiftlinie, legt das Lineal um, d. h. mit der abgeschrägten Kante von der anderen Seite wieder an die Linie und schlägt das Fernrohr durch. Wenn die Drehungsachse wirklich horizontal ist, so muß jetzt wieder der hochliegende Punkt von der Visur getroffen werden, wie aus den punktierten Linien der Fig. 198 unmittelbar zu ersehen ist. Ist jedoch die Drehungsachse nicht horizontal, so wird jetzt ein anderer Punkt getroffen, wie die Figur 198 zeigt. Man wird nun mit der Schraube S die Visur um die Hälfte der Abweichung zurückrücken, und da dann die Libelle nicht mehr einspielt, wird sie mit ihrer Rektifizierschraube zum Einspielen gebracht. Der Versuch muß mehrmals wiederholt werden, bis beim Umlegen des Lineales und Durchschlagen des Fernrohres immer wieder der hochliegende Punkt genau getroffen wird.

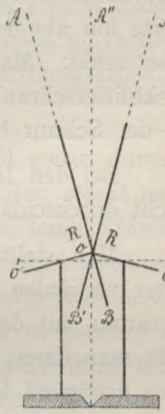


Fig. 198.

Ist auf dem Instrumente keine Libelle und daher auch keine Schraube S vorhanden, wie in Fig. 189, so kann die Korrektion entweder mit Hilfe der Befestigungsschrauben der beiden Platten a und b oder durch Unterlegen von etwas Stanniol erfolgen.

Bei den Instrumenten der zweiten Gruppe, beziehungsweise bei der in Fig. 193 abgebildeten neuen Konstruktion von Starke & Kammerer kann man zuerst in einfacher Weise mittelst der beigegebenen separaten Libelle, welche auf die frei liegende Drehungsachse des Fernrohres aufgesetzt werden kann, die horizontale Stellung dieser Drehungsachse prüfen. Zu diesem Zwecke wird das Instrument auf den horizontal gerichteten Meßtisch gelegt und mit der Schraube S die seitwärts neben der Drehungsachse des Fernrohres fest angebrachte Libelle zum Einspielen gebracht. Hierauf setzt man die zweite Libelle auf die Drehungsachse auf; sollte die Blase abweichen, so bringt man sie mit der Schraube S zum scharfen Einspielen und prüft zunächst diese Libelle selbst durch Umlegen. Ist sie richtig und spielt scharf ein, so ist also jetzt die Drehungsachse wirklich horizontal und es soll daher auch die seitwärts fest angebrachte Libelle einspielen. Wäre dies nicht der Fall, so wird sie mit ihrer Rektifizierschraube zum scharfen Einspielen gebracht und es wird dann künftig immer die Drehungsachse horizontal sein, wenn diese feste Libelle mit der Schraube S zum Einspielen gebracht wurde.

Jetzt erst prüft man die senkrechte Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse, und zwar entweder nach den oben beschriebenen Methoden mit dem

[1]) Zu diesem Zwecke darf der Meßtisch nicht zu weit vom Turme entfernt sein.

„doppelten“ oder mit dem „vierfachen“ Fehler. Da aber die Drehungsachse hier schon wirklich horizontal ist, so kann diese Prüfung in noch einfacherer Weise durch Anvisieren eines vertikalen Gegenstandes, am besten einer ruhig hängenden, durch ein Gewicht beschwerten Schnur geschehen. Beim Heben und Senken des Fernrohres soll das Fadenkreuz stets in der Schnur bleiben. Wäre dies nicht der Fall, so ist die Visierlinie nicht senkrecht zur Drehungsachse. Es bewegt sich daher die Visierlinie in einer krummen Linie, das Fadenkreuz wird beim Heben und Senken des Fernrohres nach derselben Seite hin abweichen, und zwar umsomehr, je mehr man das Fernrohr hebt oder senkt. Man verschiebt daher jetzt das Fadenkreuz mit den seitlichen Rektifizierschrauben, bis es beim Heben und Senken des Fernrohres stets in der Schnur bleibt.

Bei den Instrumenten der dritten Gruppe, bei welchen das Fernrohr nicht durchschlagbar ist, geht man in folgender Weise vor:

Man stellt den Meßtisch in einer nicht zu großen Entfernung von einer vertikalen Wand auf, um bei möglichst stark nach oben geneigtem Fernrohr mit der Visur noch die Wand zu treffen. In einer solchen Höhe läßt man dann von dem Gehilfen einen Nagel einschlagen und an diesen eine genügend lange Schnur befestigen. Dieser Nagel wird nun anvisiert, nachdem man die auf oder neben der Drehungsachse befestigte Libelle mit der Schraube S zum Einspielen gebracht hat. Jetzt senkt man das Fernrohr so tief als möglich, ohne die Lage des Lineales im Geringsten zu ändern[1], und läßt an der Stelle der Wand, welche jetzt von der Visur getroffen wird, vom Gehilfen einen zweiten Nagel einschlagen, an welchen das zweite Ende der oben erwähnten Schnur gebunden und diese straff angespannt wird.

Nun hebt man, bei fortwährend ungeänderter Lage des Lineales, langsam das Fernrohr, beständig durchsehend, so soll das Fadenkreuz die Schnur nicht verlassen, bis es wieder beim oberen Nagel angekommen ist. Verläßt das Fadenkreuz die Schnur nicht, so bewegt sich die Visierlinie in einer Ebene, sie steht also senkrecht zur Drehungsachse. Verläßt aber das Fadenkreuz die Schnur, so wird die Abweichung in der Mitte der Schnur am größten sein, weil sich dann die Visierlinie in einer krummen Linie bewegt. Man verschiebt dann das Fadenkreuz mit den seitlichen Rektifizierschrauben, bis es zwischen den beiden Nägeln stets in der Schnur bleibt.

Man hat also jetzt die Visierlinie senkrecht gestellt zur Drehungsachse und hat nur noch die horizontale Lage der letzteren zu prüfen. Zu diesem Zwecke wird jetzt die erwähnte Schnur von dem unteren Nagel losgebunden und an ihr ein Gewicht befestigt, damit sie die vertikale Lage einnimmt.

---

[1]) Um sich von der ungeänderten Lage des Lineales überzeugen zu können, zieht man vorher an der abgeschrägten Kante eine Bleistiftlinie.

Bleibt die ruhig hängende Schnur knapp neben dem unteren Nagel hängen, so ist die Prüfung beendet, denn es ist die Ebene, in welcher sich die Visierlinie bewegt, vertikal, daher muß auch die Drehungsachse horizontal sein.

Weicht aber die vertikal hängende Schnur von dem unteren Nagel ab, so visiert man wieder den oberen Nagel an, senkt dann langsam das Fernrohr und, da jetzt das Fadenkreuz die Schnur verläßt, dreht man die Schraube *S*, bis das Fadenkreuz in der vertikal hängenden Schnur bleibt. Da man die Schraube *S* gedreht hat, spielt jetzt die Libelle nicht mehr ein, diese wird daher mit ihrer Rektifizierschraube zum Einspielen gebracht und es wird dann künftig, wenn die Libelle einspielt, die Drehungsachse auch wirklich horizontal sein.

ad 3. Die vertikale Visierebene des Fernrohres soll genau durch die abgeschrägte Kante des Lineales gehen. Um dies zu prüfen, steckt man in das horizontal gestellte Tischbrett, genau senkrecht, zwei feine Nähnadeln, und zwar in einer Entfernung voneinander, welche nur wenig kleiner ist, als die Länge des Lineales. Dann visiert man über diese beiden Nadeln, indem man das Tischbrett dreht, einen entfernten Punkt an, der in gleicher Höhe mit dem Tischbrette liegt. Hierauf schiebt man das Perspektivlineal mit der abgeschrägten Kante vorsichtig an die beiden Nadeln, bringt die etwa vorhandene Libelle mit der Schraube *S* zum Einspielen und sieht nun durch das Fernrohr, ob die Visur den mit den Nadeln anvisierten Punkt wieder trifft.

Wäre dies nicht der Fall, so muß der Ständer etwas gedreht werden. Man lüftet zu diesem Zwecke die Schrauben, mit denen der Ständer auf dem Lineale befestigt ist, und kann dann den Ständer, je nach der Konstruktion des Instrumentes, entweder frei mit der Hand oder mittelst zweier Rektifizierschrauben, etwas drehen.

146. Die G e n a u i g k e i t des Perspektiv-Lineales setzt sich zusammen aus der erreichbaren Genauigkeit beim Visieren und derjenigen beim Fixieren der Visierrichtung durch eine Bleistiftlinie. In letzterer Hinsicht gilt dasselbe, wie beim gewöhnlichen Diopterlineal. Was dagegen die Genauigkeit im Visieren anbelangt, so kann man bei einem guten, achromatischen Fernrohre mit mäßiger Vergrößerung annehmen, daß die erreichbare Genauigkeit im Visieren, der Vergrößerungszahl gerade proportioniert ist. Bezeichnet man daher die erreichbare Genauigkeit im Visieren bei einem einfachen Diopterlineal mit a und die Vergrößerungszahl des Perspektivlineales mit v, so ist die erreichbare Genauigkeit im Visieren bei letzterem $\frac{a}{v}$.

Beim einfachen Diopterlineal wurde gesagt, daß nach den Untersuchungen Stampfers, bei einiger Übung, im Visieren eine Genauigkeit von $10''$ erreichbar ist. Somit wäre die erreichbare Genauigkeit bei einem Fernrohre $\frac{10''}{v}$.

D. Hilfs-Instrumente für den Gebrauch des Meßtisches.

147. Zu jedem Meßtische gehören zwei mit Papier bespannte Tischbretter. Da man mit dem Tische bei verschiedener Witterung im Freien arbeiten muß, so muß das Bespannen der Tischbretter mit Papier derart geschehen, daß das Papier bei feuchter Luft keine Falten bildet. Das Papier muß daher in seiner ganzen Fläche leicht auf dem Brette angeklebt sein, doch nur so, daß es nach Beendigung der Arbeit leicht abgezogen werden kann. Zu diesem Zwecke ist ein sehr gutes, starkes und glattes Zeichenpapier nötig, welches in folgender Weise aufgespannt wird. Vor allem muß die Oberfläche des Brettes gut abgewaschen werden. Das Papier wird dann auf seiner rauheren Seite mit einem Schwamm stark befeuchtet und so einige Minuten lang liegen gelassen, damit es sich gehörig vollsaugt. Inzwischen wird das Eiweiß von einem Ei, unter Zusatz von einem Eßlöffel Wasser, zu Schnee geschlagen. Mit diesem wird dann die angefeuchtete Seite des Papieres dünn und gleichmäßig bestrichen, worauf dieses auf das Brett gelegt und mit der flachen Hand oder mit einem weichen, reinen Tuche von der Mitte aus glatt gestrichen wird, so daß es überall am Brette glatt anhaftet und durchaus keine Luftblasen oder Falten sichtbar sind. Das Papier muß etwas größer geschnitten sein als das Brett, damit die überstehenden Ränder über die Kanten des Brettes umgebogen und an dessen schmalen Rändern mit arabischem Gummi, oder besser mit heißem Tischlerleim angeklebt werden können. So lange das Klebemittel nicht ganz trocken ist, müssen die Ränder durch einige Heftnägel festgehalten werden, damit sie nicht zurückgleiten und zur Bildung von Falten bei den Kanten Veranlassung geben können.

Das bespannte Brett muß dann in horizontaler Lage trocknen und darf erst nach zwei bis drei Tagen verwendet werden.

Um die Papierfläche beim Transporte gegen Beschädigung und Beschmutzung zu schützen, gehört zu jedem Tischbrette ein Tischüberzug (Tischmantel). Dieser wird aus einem entsprechend großen Stück Wachsleinwand hergestellt und mit weißer, weicher Leinwand gefüttert. An den Rändern wird er mit Bändern versehen, um über das Brett gebunden werden zu können.

148. Zum Bezeichnen von Punkten auf dem Papier dient die Pikiernadel, eine feine Stahlnadel, mit der jeder Punkt durchgestochen wird. Die in den Reißzeugen in den Heften der Reißfedern angebrachten Pikiernadeln sind jedoch immer zu stark. Am besten ist es, sich die Pikiernadeln selbst anzufertigen. Man muß deren immer mehrere vorrätig haben, um sogleich eine andere zur Hand zu haben, wenn die im Gebrauche befindliche abgebrochen oder verloren werden sollte.

Man kauft sich einige englische Nähnadeln Nr. 8 und versieht sie mit einem Siegellackknopf als Handhabe (Fig. 199). Damit dieser Knopf fest an der Nadel haftet, wird diese stark erwärmt. Gleichzeitig erwärmt man den Siegellack etwas, so daß er sich ziehen läßt und wickelt ihn um die heiße Nadel, wobei man zugleich den Knopf mit den Fingern formt und festdrückt.

Oft bedient man sich auch der Pikiernadel als Stützpunkt zur Führung des Diopter- oder Perspektiv-Lineales, wobei sie selbstverständlich mit einer Hand festgehalten, beziehungsweise mit einem Finger gegen das Lineal gedrückt werden muß, damit sie nicht abbricht. In dieser Verwendung heißt die Pikiernadel *Anschlagnadel*. Eine gewöhnliche Pikiernadel bricht aber sehr leicht ab, besser ist zu diesem Zwecke die in Fig. 200 abgebildete *Winkler'sche Anschlagnadel*.

Durch den Gebrauch der Anschlagnadel kommt übrigens ein bedeutender Fehler in die Arbeit.

Fig. 199.

Fig. 200.

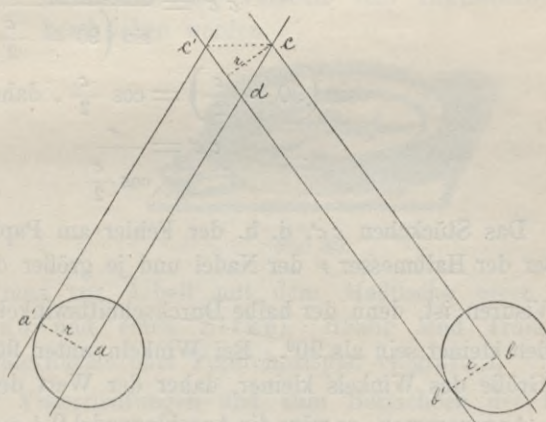


Fig 201.

Es wären in Fig. 201 auf dem Meßtische zwei Punkte a und b gegeben und in der Natur die ihnen entsprechenden Punkte A und B, sowie ein dritter Punkt C. Man stellt den Tisch in A auf, mit a vertikal über A und legt das Diopterlineal oder Fernrohrdiopter zunächst ohne Verwendung einer Anschlagnadel an den Punkt a, visiert nach C und zieht an der Kante des Lineales die Visierrichtung (Visur) $a\ c$. Dann überträgt man den Tisch nach B, stellt wieder b vertikal über B, legt das Lineal an b, visiert abermals nach C und zieht die Visierrichtung $b\ c$. Der erhaltene Durchschnittspunkt c am Tische entspricht dann dem Punkte C in der Natur, wie später näher gezeigt werden wird.

Denkt man sich bei dieser Manipulation in a und b eine Anschlagnadel vom Halbmesser $r = a\,a' = b\,b'$ eingesteckt, an welche die Kante des Lineales angelegt wird, so erhält man die Visierrichtungen $a'\,c'$ und $b'\,c'$ und einen anderen Durchschnittspunkt c', welcher nicht mehr dem Punkte C der Natur entspricht. Es entsteht also ein Fehler von der Größe $c\,c'$.

Da der Halbmesser der Nadel sehr klein und gegen diesen die Entfernung des Punktes C sehr groß ist, so kann man ohne Fehler annehmen, daß $a'\,c' \parallel a\,c$ und $b'\,c' \parallel$ zu $b\,c$ ist, daß daher auch $\sphericalangle\, a'\,c'\,b' = \sphericalangle\, a\,c\,b = \sphericalangle\, a\,d\,b = \sphericalangle\, c'\,d\,c$. Alle diese Winkel seien mit $\sphericalangle\, c$ bezeichnet. Weil $c'\,d = c\,d$ ist, so ist auch $\sphericalangle\, c\,c'\,d = c'\,c\,d$. Dieser Winkel sei mit α bezeichnet. Nun ist

$$\sphericalangle\, c\,c'\,d + c'\,c\,d = 180 - \sphericalangle\, c'\,d\,c$$

$$2\,\alpha = 180 - c$$

$$\alpha = 90 - \frac{c}{2}.$$

$$c\,c' = \frac{r}{\sin\alpha}$$

$$c\,c' = \frac{r}{\sin\left(90 - \frac{c}{2}\right)}$$

$$\sin\left(90 - \frac{c}{2}\right) = \cos\frac{c}{2}\text{, daher}$$

$$c\,c' = \frac{r}{\cos\frac{c}{2}}$$

Das Stückchen $c\,c'$, d. h. der Fehler am Papier wird umso größer, je größer der Halbmesser r der Nadel und je größer der Durchschnittswinkel c der Visuren ist, denn der halbe Durchschnittswinkel $\frac{c}{2}$ muß unter allen Umständen kleiner sein als 90^0. Bei Winkeln unter 90^0 aber wird der cos mit der Größe des Winkels kleiner, daher der Wert des Bruches größer.

Angenommen, es wäre die Anschlagnadel 0·4 *mm* stark, also $r = 0{\cdot}2$ *mm* und $\sphericalangle\, c = 30^0$, so ist

$$c\,c' = \frac{0{\cdot}2}{\cos 15^0} = \frac{0{\cdot}2}{0{\cdot}96593} = 0{\cdot}2\ mm.$$

Würde man in dem Verjüngungsverhältnisse 1 : 2880 arbeiten, so entspricht die Länge von 0·2 *mm* am Papiere einer Länge von 0·576 *m* in der Natur, d. h. man erhält am Papiere nicht den dem Punkte C entsprechenden Punkt, sondern einen solchen, welcher einem 0·576 *m* von C entfernten Punkte entspricht.

Wäre $\sphericalangle\, c = 150^0$, so ist

$$c\,c' = \frac{0{\cdot}2}{\cos 75^0} = \frac{0{\cdot}2}{0{\cdot}25882} = 0{\cdot}77\ mm.$$

Diese Länge von 0·77 *mm* am Papiere entspricht im Verjüngungsverhältnisse 1 : 2880 einer Länge von 2·22 *m* in der Natur.

Bei dieser Betrachtung wurde noch gar nicht berücksichtigt, daß die Anschlagnadel durch das Diopterlineal bei zahlreichen Visuren zur Seite gedrückt wird, wodurch nicht nur ein ziemlich großes Loch im Papiere entstehen, sondern der Fehler auch die zwei- bis dreifache Größe erreichen kann.

Man soll sich daher der Anschlagnadel nicht bedienen. Zur Führung des Diopterlineales benützt man besser die Eckkante der Libelle. Man legt nämlich das Lineal mit der abgeschrägten Kante genau über den Punkt, schiebt dann die Ecke der Libelle über den Punkt an die Linealkante und hält mit einer Hand die Libelle fest, während man mit der anderen das Lineal bewegt, indem man es an der Libellenkante hin- und herzieht, wobei es zugleich leicht gedreht werden kann.

149. Zum Horizontalrichten des Meßtischbrettes braucht man eine Libelle, und um irgend einen gegebenen Punkt am Tische über einen bestimmten Punkt am Erdboden bringen zu können, oder umgekehrt, eine Lotgabel.

Beide Instrumente sind in dem Kapitel „Instrumente zum Vertikal- und Horizontalrichten“ beschrieben worden.

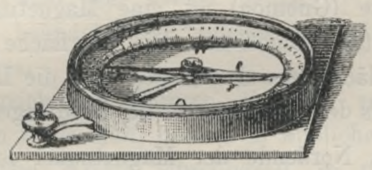


Fig. 202.

Fig. 203.

Ferner braucht man zur Arbeit mit dem Meßtische einen guten Transversalmaßstab und einen Zirkel. Häufig sind Transversalmaßstäbe auf dem Diopterlineale oder Fernrohrdiopter eingraviert.

Zum Ziehen der Visierrichtungen und zum Bezeichnen der Punkte braucht man einen harten, guten Bleistift. Das eine Ende wird in gewöhnlicher Weise gespitzt und dient zum Einringeln der Punkte und zur Bezeichnung, das andere Ende aber wird nicht spitz, sondern keilförmig zugeschärft und dient zum Ziehen der Visuren.

Zum Scharfmachen des Bleistiftes darf ein Federmesser, eventuell eine feine Feile nicht fehlen. Ebenso muß ein weiches Radiergummi vorhanden sein.

Um das Lineal genau an die Punkte anlegen, genau die Längen am Transversalmaßstabe abgreifen zu können u. s. w., darf eine Lupe niemals fehlen.

Weiter soll man stets einen hinreichend großen Aufnahmsschirm mithaben (Fig. 202), um bei grellem Sonnenschein die weiße Papierfläche beschatten und bei schwachem Regen eine angefangene Arbeit fortsetzen und vollenden zu können.

150. Für die Arbeiten mit dem Meßtische ist auch eine Orientierungs-Bussole notwendig.

Diese besteht aus einer quadratischen Platte aus Messing, auf welcher eine zilindrische Büchse befestigt ist (Fig. 203). In dieser ist senkrecht auf ihre

Wand, also parallel mit der quadratischen Bodenplatte ein Kreisring angebracht, der in 360° geteilt ist. Jeder einzelne Grad ist oft noch in halbe Grade geteilt. Jeder zehnte Grad ist beziffert, und zwar geht die Bezifferung, vom Mittelpunkte aus gesehen, von links nach rechts. Auf der Bodenplatte sind zwei zueinander senkrechte Linien gezogen, welche parallel sind zu den Kanten der Platte, und deren Kreuzungspunkt sich genau senkrecht unter dem Mittelpunkte des Gradringes befindet. Diese Linien sind mit N und S, sowie W und O bezeichnet. Die Bezifferung am Gradringe ist so angebracht, daß genau senkrecht über dem mit N bezeichneten Ende der einen Geraden sich der Nullpunkt befindet. Über dem anderen, mit S bezeichneten Ende derselben Geraden ist daher der Teilstrich 180°, über dem mit O bezeichneten Ende der zweiten Geraden befindet sich der Teilstrich 90°, über dem mit W bezeichneten Ende aber 270°. Im Kreuzungspunkte der zwei Geraden ist eine Stahlspitze eingeschraubt, so daß diese genau durch den Mittelpunkt des Gradringes geht. Auf dieser Stahlspitze (Gnomon) ist eine Magnetnadel mittelst eines Hütchens aus hartem Stein aufgesetzt. Die Oberfläche dieser Magnetnadel fällt genau in die Oberfläche des Gradringes, und die Länge der Nadel ist etwas weniges kleiner, als der Durchmesser des Gradringes, der zwischen 8 und 12 *cm* beträgt.

Das Nordende der Magnetnadel ist in besonderer Weise bezeichnet. Dieses ist z. B. blau angelaufen, während das Südende blank ist, oder es ist die ganze Nadel blau und das Nordende hat einen blanken Ring oder es ist in anderer Weise kenntlich gemacht. Die Büchse ist oben durch einen Glasdeckel geschlossen, und es kann durch eine Hebelvorrichtung die Magnetnadel von der Gnomonspitze abgehoben und an den Glasdeckel angedrückt werden, was man das Arretieren der Nadel nennt. Dieses muß immer geschehen, wenn die Bussole nicht verwendet und transportiert wird, damit durch das Schütteln der Nadel die scharfe Gnomonspitze nicht abgestumpft wird.

Manchmal besteht die Orientierungs-Bussole nur aus einem schmalen Kästchen, in welchem statt des Kreisringes sich an beiden Enden nur kurze Bogenstücke mit je einem Nullpunkt und wenigen Graden befinden.

E. Die Meßtisch-Operationen.

a) Das Aufstellen und Orientieren des Meßtisches.

151. Soll der Meßtisch über einem Punkt auf dem Felde, z. B. A aufgestellt werden, und zwar zu Beginn einer Aufnahme, wo also noch nichts auf dem Tisch gezeichnet ist, so geschieht dies in folgender Weise.

Man stellt den Tisch derart über den Punkt A, daß die Scheibe des Statives und daher auch das Tischbrett nach dem Auge möglichst horizontal ist, und daß zugleich eine solche Stelle des Brettes über den Punkt A zu liegen kommt, daß das Bild der aufzunehmenden Fläche möglichst in die Mitte des Brettes fällt.

Hierauf werden die Füße des Statives in die Erde gedrückt und dann die Befestigungsschrauben der Füße fest angezogen, damit der Tisch ganz fest und unverrückbar steht, wobei man aber darauf zu achten hat, daß die Scheibe des Statives und somit auch das Tischbrett möglichst horizontal bleibt. Dann wird die Herzschraube genügend gelüftet, und nun erst das Brett mittelst der Stellschrauben unter Zuhilfenahme einer Libelle genau horizontal gerichtet. Ist dies geschehen, so wird die Herzschraube wieder fest angezogen. Nun nimmt man die Lotgabel und projiziert den Punkt A auf das Papier, wo er durchpikiert und eingeringelt wird.

152. Soll aber der Tisch in einem Punkte aufgestellt werden, wenn auf dem Tische schon irgendwelche Punkte und Linien sich befinden, so muß dies derart geschehen, daß die auf dem Tische gezeichneten Linien parallel sind mit den entsprechenden Linien am Felde, und daß der dem Aufstellungspunkt entsprechende Punkt am Tische genau vertikal über demselben Punkt am Boden sich befindet. Ein solches Aufstellen nennt man das Orientieren des Tisches.

Da die auf dem Tisch gezeichneten Figuren ähnliche, verkleinerte Bilder der betreffenden Figuren am Felde sind, und da in ähnlichen Figuren die ähnlich liegenden Seiten gleiche Winkel einschließen, so genügt es, wenn eine Linie am Tisch parallel gestellt wird mit der ihr entsprechenden Linie am Feld, indem dann auch alle anderen parallel sein müssen. Diese Linie, welche man parallel richtet, nennt man die Orientierungslinie. Diese muß stets möglichst lang sein, sowohl am Feld, als auch am Tisch. Um sie am Tisch möglichst lang zu bekommen, werden bei jeder Linie, die später als Orientierungslinie dienen soll, gleich beim Ziehen der Linie Verlängerungen an beiden Rändern des Tisches, etwa 2 *cm* lang, gezogen. Diese Verlängerungen werden dann vorsichtig durchpikiert, eingeringelt und bezeichnet; sie heißen Randmarken. (Siehe Figur 204.) Die Orientierung des Tisches kann geschehen:

1. Nach einer am Tische angegebenen Geraden, in einem Endpunkte der Geraden,

2. nach einer am Tische angegebenen Geraden, in einem Punkte innerhalb der Geraden,

3. mit Hilfe der Orientierungs-Bussole.

153. Um den Tisch nach einer gegebenen Geraden, in einem Endpunkte der Geraden zu orientieren, geht man folgenderweise vor:

Auf dem Tische sei die mit Randmarken versehene Gerade ab gegeben, welche der Geraden AB am Felde entspricht; es soll der Tisch in A aufgestellt und orientiert werden (Fig. 204). Man gibt in den Punkt B eine Meßfahne und stellt den Tisch in A zunächst nur so auf, daß die Scheibe des Statives und das Brett nach dem Auge möglichst horizontal ist.

Hierauf werden die Schrauben der Stativfüße fest angezogen. Dann öffnet man die Klemmschraube des Tisches und dreht das Brett mit freier Hand, indem man ohne Diopterlineal einfach über die Gerade *a b* hinweg sieht, derart, daß diese Gerade in die Richtung gegen die Stange in *B* kommt. Dann wird die Klemmschraube wieder angezogen. Nun untersucht man mit der Lotgabel, wie der Punkt *a* über *A* liegt. Wäre die Abweichung sehr groß, so muß der Tisch entsprechend überstellt werden. Dieses Überstellen geschieht am besten durch einen Gehilfen, der sich unter den Tisch begibt und mit beiden Armen zwei Füße umfaßt, sodaß der dritte Fuß auf seinem Rücken liegt. Selbstverständlich müssen dabei die Schrauben der Stativfüße fest angezogen sein. Nun hebt er den Tisch etwas in die Höhe und überstellt ihn um das nötige Stück, wobei er aber darauf zu achten hat, daß das Brett wieder möglichst horizontal und zugleich parallel zu seiner früheren Lage bleibt. Der Geometer sieht dann wieder zunächst über die Gerade *a b*, ob diese noch in der Richtung gegen die Stange *B* sich befindet, und dreht nötigenfalls wieder etwas das Tischbrett.

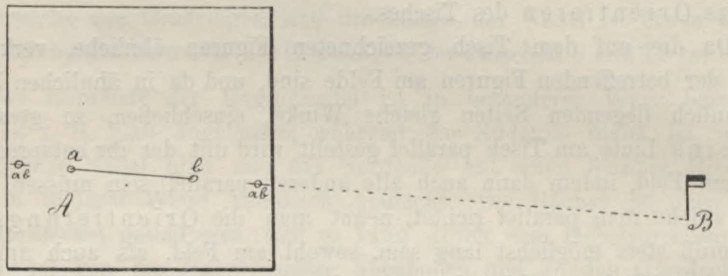


Fig. 204.

Jetzt wird wieder mit der Lotgabel die Lage des Punktes *a* über *A* untersucht. Sollte die Abweichung noch groß sein, so wird der Tisch noch einmal in derselben Weise überstellt. Beträgt aber die Abweichung nur mehr einige Zentimeter, so daß sie durch die geradlinige Verschiebung des Brettes beseitigt werden kann, so werden zunächst die Füße des Statives etwas in die Erde gedrückt, dann die Herzschraube gelüftet und das Tischbrett mittelst der Stellschrauben und einer Libelle horizontal gerichtet. Dann wird die Herzschraube wieder angezogen und nun durch Verschiebung des Tischbrettes der Punkt *a* genau über *A* gebracht. Dabei muß aber immer die Gerade *a b* in ihrer Richtung gegen *B* bleiben. Nun nimmt man schließlich das Diopterlineal, legt es sorgfältig (eventuell unter Zuhilfenahme einer Lupe) an die Randmarken, visiert durch, und falls die Visur die Stange *B* nicht trifft, dreht man das Tischbrett mit freier Hand oder mittelst der Mikrometer-Schraube, bis die Visur die Stange in *B* genau trifft. Zuletzt untersucht man nochmals mit der Lotgabel die Lage des Punktes *a* über *A*. Eine Abweichung von 2 bis 3 *cm*, besonders in der

Richtung der Geraden $a\,b$, schadet nicht merklich, doch muß der Punkt a um so genauer vertikal über A sein, je kürzer die Orientierungslinie ist, und je kürzere Visuren von a aus zu ziehen sind.

154. Es sei auf dem Tische eine Gerade $a\,b$ und in dieser ein Punkt c angegeben, ferner am Felde die Punkte A, B und C, welche in einer Geraden liegen (Fig. 205); es soll der Tisch in C aufgestellt und orientiert werden.

Man stellt den Tisch in C auf und orientiert ihn, so wie in der vorigen Nummer beschrieben wurde, nach dem entfernteren Punkt, also z. B. nach B, wobei man bemüht ist, den Punkt c genau über C zu bringen. Nachdem man das Diopterlineal an die Randmarken von $a\,b$ gelegt und durch Drehung des Tischbrettes die Visur genau auf die Stange in B gebracht hat, legt man das Diopterlineal um und wieder an die Randmarken, so daß das Objektiv jetzt gegen A gerichtet ist. Hatte man c genau über C gebracht, so wird jetzt die Visur auch die Stange in A treffen. Hätte jedoch der Tisch die Lage $m\,n\,p\,q$, und es liegt c nicht vertikal über C, so wird jetzt die Visur bei A vorübergehen. Man lüftet dann die das Brett festhaltenden Schrauben und verschiebt etwas das Brett. Die Richtung, nach welcher zu verschieben ist, ersieht man aus der Richtung, nach welcher die Visur bei A vorübergeht. Das Tischbrett kommt also jetzt in die Lage $m'\,n'\,p'\,q'$. Dann wird wieder das Diopterlineal an die Randmarken gelegt, mit dem Objektive gegen B, und das Brett gedreht, bis die Visur die Stange B trifft. Hierauf legt man wieder das Diopterlineal um. Wurde das Brett um die richtige Größe verschoben, so wird jetzt die Visur die Stange A treffen, und der Tisch ist orientiert. Geht aber die Visur wieder bei A vorüber, so wird nochmals verschoben, bis die Visur des an die Randmarken gelegten Diopterlineales jedesmal sowohl B als auch A trifft.

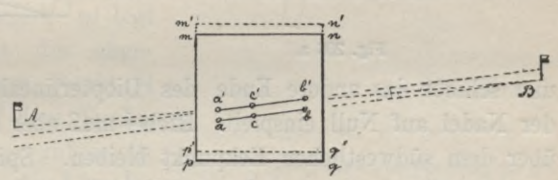


Fig. 205.

155. Zur Orientierung des Tisches mit der Bussole ist erforderlich, daß auf dem Tische die Richtung des magnetischen Meridianes angegeben ist. In einem früheren Aufstellungspunkte, wo der Tisch nach einer darauf angegebenen Geraden nach einem weit entfernten Punkte orientiert war, oder gleich im ersten Aufstellungspunkt, wird zu diesem Zwecke die Orientierungsbussole ungefähr in die Mitte des Tischbrettes gelegt und ihr eine solche Lage gegeben, daß das Nordende der Magnetnadel genau auf Null einspielt. Hierauf schiebt man das Diopterlineal mit der abgeschrägten Kante vorsichtig an die zu der Linie NS der Orientierungsbussole parallele Kante und zieht an den beiden Rändern des Tisches an der Linealkante kurze Randmarken, welche durchpikiert und mit N und S bezeichnet werden. (Siehe Fig. 206 a.)

Um eine mittlere Richtung als Mittel aus mehreren Beobachtungen zu bekommen, pikiert man jedoch vorerst nur einen Punkt, z. B. *N* durch, legt dann an diesen Punkt wiederholt das Lineal an und an dieses die Bussole und verschiebt nur das südliche Ende des Lineales, bis die Nadel immer scharf einspielt. Man erhält so für *S* mehrere Marken, aus welchen man das Mittel nimmt. Man kann übrigens auch statt des magnetischen Meridianes die dazu senkrechte Richtung als Orientierungs-Rayon benützen. Man legt nämlich das Diopterlineal mit der Kante über den südwestlichen Eckpunkt des auf dem Tischbrette gezeichneten Rechteckes, legt an dieselbe Kante die Orientierungsbussole mit der zu *WO* parallelen Kante der Platte

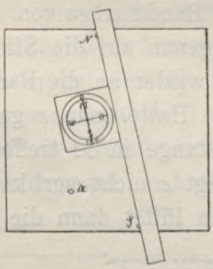


Fig. 206 a.

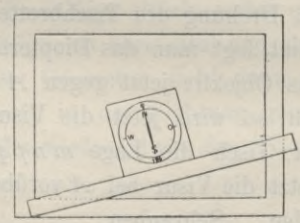


Fig. 206 b.

und schiebt das andere Ende des Diopterlineales höher, bis das Nordende der Nadel auf Null einspielt. Hiebei muß aber immer die Kante des Lineales über dem südwestlichen Eckpunkt bleiben. Spielt die Nadel ein, so macht man eine Randmarke an der östlichen Kante des Brettes. Diese Manipulation wiederholt man einigemale und erhält mehrere etwas von einander abweichende Randmarken, von denen man das Mittel als den wahrscheinlich richtigsten Orientierungsrayon für die Bussole annimmt. (Fig. 206 b.)

Soll dann in irgend einem Punkte, z. B. *A*, der Tisch mit der Bussole orientiert werden, so wird er über diesen Punkt aufgestellt, zunächst so, daß die Scheibe des Statives und das Brett nach dem Auge möglichst horizontal sind. Dann legt man das Diopterlineal an den Orientierungs-Rayon für die Bussole und schiebt diese an das Lineal mit ihrer entsprechenden Kante. Hierauf dreht man den Tisch zunächst nur mit freier Hand, bis das Nordende der Nadel beiläufig auf Null einspielt, und sieht nun nach, wie der auf dem Tisch befindliche Punkt *a* gegen den Punkt *A* am Erdboden liegt. Ist die Abweichung sehr groß, so muß der Tisch überstellt werden. Beträgt die Abweichung gleich oder nach dem Überstellen des Tisches nur wenige Zentimeter, so werden die Stativfüße etwas in die Erde gedrückt, dann das Tischbrett genau horizontal gerichtet und hierauf durch geradlinige Verschiebung des Tischbrettes der Punkt *a* genau vertikal über *A* gebracht.

Jetzt legt man wieder das Lineal genau an die Randmarken, schiebt an dieses die Bussole und bringt durch Drehung des Tischbrettes mit der Mikrometerschraube die Nadel genau auf Null. Schließlich untersucht man noch einmal mit der Lotgabel die Lage des Punktes *a* gegen *A*, ob nämlich durch die Drehung des Tischbrettes nicht wieder eine größere Abweichung entstanden ist. Eine Abweichung von 2 bis 3 *cm* schadet nicht merkbar.

b) Das Visieren und Messen, oder Rayon und Maß.

156. Unter dem Visieren (oder Rayonieren) und Messen versteht man die Bestimmung der Lage eines oder mehrerer Punkte von einem Standpunkte des Tisches aus, mittelst je einer Visur und Längenmessung.

Es wären am Felde drei Punkte *A*, *B*, *C* gegeben (Fig. 207). Der Tisch werde z. B. in *A* aufgestellt. Ist noch keine Zeichnung am Tische, so geschieht die Aufstellung nach Nr. 151, befinden sich aber schon irgend welche Punkte oder Linien am Tische, so muß die Aufstellung und Orientierung nach Nr. 152 bis 155 geschehen.

Ist der Tisch entsprechend aufgestellt, beziehungsweise orientiert, so legt man das Diopterlineal mit der abgeschrägten Kante an den dem Punkt *A* entsprechenden Punkt *a* auf dem Tische, visiert nach *B* (wo eine Stange aufgestellt ist) und zieht an der Kante des Lineales die Visierrichtung. Dann wird die Entfernung *A B* gemessen und im verjüngten Maße von *a* aus auf die Visierrichtung aufgetragen, so erhält man den dem Punkte *B* entsprechenden Punkt *b*.

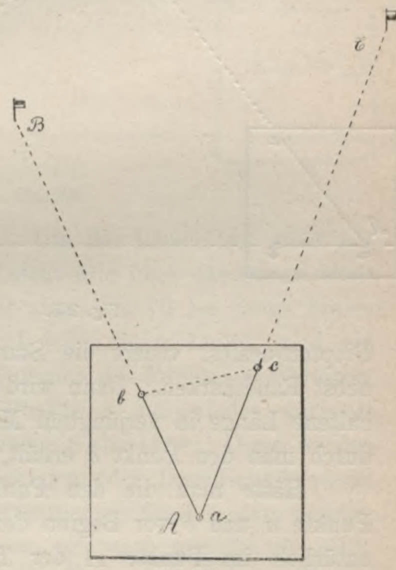


Fig. 207.

In derselben Weise wird der dem Punkte *C* entsprechende Punkt *c* gefunden. Das auf dem Tische erhaltene Dreieck *a b c* ist jetzt ähnlich dem Dreiecke *A B C* am Felde, denn es ist

$$\sphericalangle\, a \text{ am Tische} = \sphericalangle\, A \text{ am Felde}$$
$$\text{und} \quad a\,b : A\,B = a\,c : A\,C,$$

daher muß auch *b c* zu *B C* in demselben Verhältnisse stehen.

Sind außer *B* und *C* noch mehr Punkte zu bestimmen, so geschieht dies in derselben Weise. Zur Bestimmung einer großen Anzahl von Punkten ist jedoch diese Methode wegen der hiebei notwendigen Längenmessungen nur dann praktisch, wenn man ein Fernrohrdiopter verwenden kann, dessen Fernrohr zur optischen Distanzmessung eingerichtet ist. In den einzelnen Punkten wird dann statt einer Stange eine Distanzlatte aufgestellt und die Entfernungen werden optisch gemessen.

c) Das Visieren und Schneiden, Rayon und Schnitt, Vorwärtsabschneiden oder Vorwärtseinschneiden.

157. Unter dieser Benennung versteht man die Bestimmung der Lage eines oder mehrerer Punkte von zwei Standpunkten des Tisches aus, mittelst zweier Visuren für jeden Punkt.

Es wären am Felde drei Punkte A, B, C gegeben: A und B sollen als Standpunkte dienen und die Lage des Punktes C soll bestimmt werden (Siehe Fig. 208). Befindet sich noch kein Punkt auf dem Tischbrett, so stellt man den Tisch in einem der beiden Standpunkte, z. B. A nach Nr. 151 auf, während in B eine Meßfahne aufgestellt wird. Dann projiziert man mit der Lotgabel den Punkt A vom Erdboden auf das Tischbrett, wodurch man den ihm entsprechenden Punkt a erhält. An diesen legt man die abgeschrägte Kante des

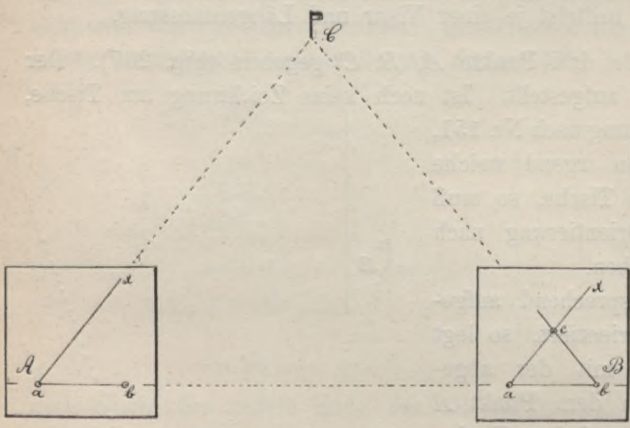


Fig. 208.

Diopterlineales, visiert die Stange in B an und zieht die Visierrichtung nebst Randmarken. Dann wird die Entfernung AB gemessen und die erhaltene Länge in verjüngtem Maße auf die Visierrichtung aufgetragen, wodurch man den Punkt b erhält, welcher dem Punkte B entspricht.

Hätte man die den Punkten A und B am Felde entsprechenden Punkte a und b vor Beginn der Arbeit schon am Tische angegeben, so wird natürlich im Punkte A der Tisch gleich nach Nr. 153 aufgestellt und orientiert.

In beiden Fällen legt man dann das Diopterlineal an den Punkt a, visiert nach C, wo ebenfalls eine Stange aufgestellt sein muß, und zieht die Visierrichtung $a\,x$ ohne Randmarken. Dann wird der Tisch nach B übertragen und hier nach Nr. 153 aufgestellt und orientiert, wobei natürlich in A eine Stange aufgestellt sein muß. Hierauf wird das Diopterlineal an den Punkt b angelegt, abermals nach C visiert und wieder die Visierrichtung gezogen, welche die Linie $a\,x$ in einem Punkte c schneidet, welcher dem Punkte C am Felde entspricht. Es ist nämlich

$$\triangle\, a\,b\,c \sim A\,B\,C$$
$$\text{weil } \sphericalangle\, a = \sphericalangle\, A \text{ und } \sphericalangle\, b = \sphericalangle\, B$$

daher verhält sich auch $a\,b : A\,B = a\,c : A\,C = b\,c : B\,C$.

Ebenso wie den Punkt C kann man beliebig viele andere Punkte bestimmen. (Siehe Fig. 209.) Im Standpunkte A werden alle diese Punkte anvisiert, indem man hiebei das Diopterlineal um den Punkt a am Tische dreht. Als Stützpunkt für die Linealkante verwendet man hiebei eine Anschlagnadel, oder, da diese Fehler mit sich bringt, wie in Nr. 148 erklärt wurde, zweckmäßiger die Kante der Libelle. Man schiebt das Lineal während der Drehung an der Kante hin und her, wodurch die Drehung leicht vor sich geht. Die vom Punkte a aus gezogenen

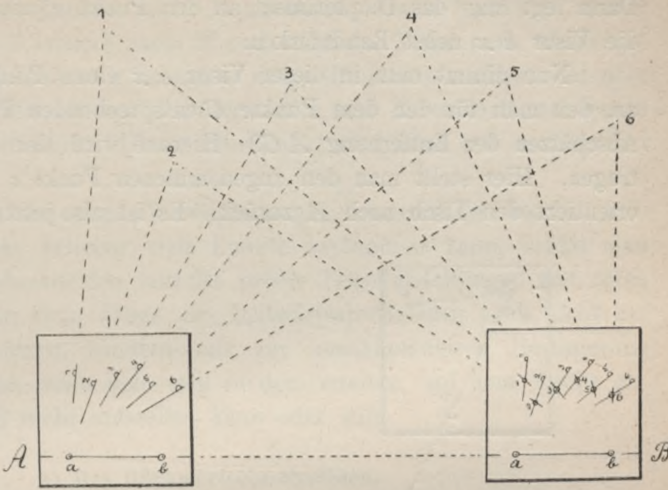


Fig. 209.

Visierrichtungen nennt man kurz Visuren. Um das Papierblatt nicht mit Linien zu überfüllen, werden diese Visuren nicht alle über das ganze Blatt und bis zum Punkte a gezogen, sondern nur als 5 bis 10 *cm* lange Linien dort, wo etwa der Punkt hinfallen wird. Auf jede dieser Linien wird ein kleiner Halbkreis gesetzt und zu diesem die Nummer des Punktes geschrieben.

Wenn dann dieselben Punkte vom Punkte b aus wieder anvisiert werden, so nennt man die gezogenen Linien Schnitte. Diese werden ganz kurz nur durch die betreffende Visur gezogen, der Durchschnittspunkt wird sofort durchpikiert, eingeringelt und die Nummer des Punktes dazu gesetzt.

Der Durchschnittspunkt der beiden Linien iet umso schärfer und deutlicher erkennbar, je mehr sich ihr Durchschnittswinkel einem rechten Winkel nähert. Durchschnittswinkel von weniger als 30^0 oder mehr als 150^0 lassen den Schnittpunkt nicht mehr scharf genug erkennen und müssen daher vermieden werden.

Diese Art der Bestimmung der Lage von Punkten eignet sich sehr gut zur Bestimmung sehr zahlreicher Punkte, sie findet daher weitgehende Anwendung für die Detailaufnahme.

d) Das Seitwärtsabschneiden.

158. Unter dem Seitwärtsabschneiden versteht man die Bestimmung der Lage eines Punktes mit Hilfe zweier auf dem Tische angegebener Punkte des Feldes, indem man den Tisch zuerst in einem der beiden gegebenen, und dann in dem zu bestimmenden Punkte selbst aufstellt.

Es wären am Felde drei Punkte A, B, C (siehe Fig. 210), und am Tische die den Punkten A und B entsprechenden Punkte a und b gegeben; es soll der dem Punkte C entsprechende Punkt c am Tische bestimmt werden.

Man stellt den Tisch in einem der zwei angegebenen Punkte, z. B. in A, auf und orientiert ihn nach dem anderen Punkte B (nach Nr. 153). Dann legt man das Diopterlineal an den Punkt a, visiert nach C und zieht die Visur $a\,x$ nebst Randmarken.

Nun nimmt man in dieser Visur $a\,x$ einen Punkt c nach Gutdünken an, den man für den dem Punkte C entsprechenden Punkt c hält. (Durch Abschätzen der Entfernung $A\,C$.) Hierauf wird der Tisch nach C übertragen. Hier stellt man den angenommenen Punkt c vertikal über C und orientiert den Tisch nach A zurück. Es ist also jetzt die Visur $a\,x$ in der

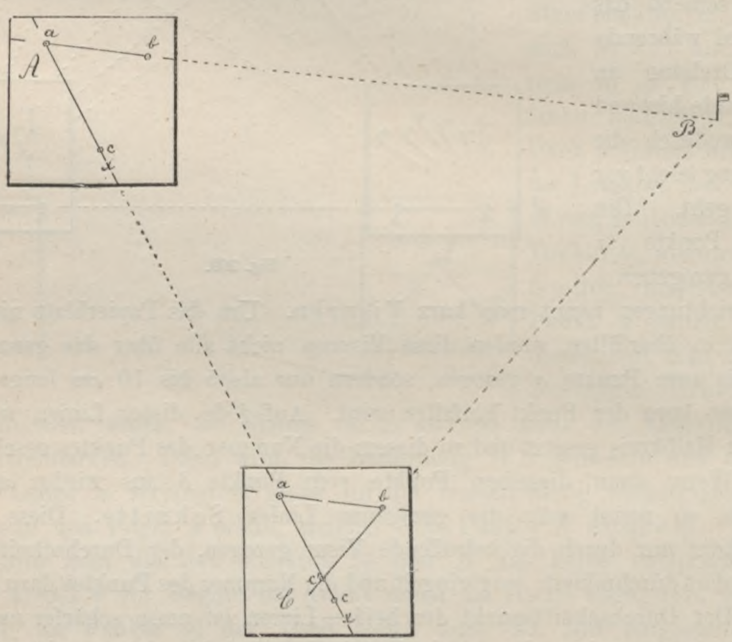


Fig. 210.

Richtung von $A\,C$ und auch $a\,b \parallel A\,B$. Jetzt legt man das Diopterlineal an b, visiert nach B und zieht die Visur nach rückwärts. Hätte man die Entfernung $A\,C$ ganz richtig abgeschätzt, so wird diese Visur die Linie $a\,x$ genau im Punkte c schneiden, weil dann $\triangle\, a\,b\,c \sim A\,B\,C$, weil $\measuredangle\, a = \measuredangle\, A$ $\measuredangle\, c = \measuredangle\, C$ und $\measuredangle\, b = \measuredangle\, B$ ist.

In der Regel wird man dies aber wohl nicht so genau getroffen haben, so daß die von B gezogene Visur die Linie $a\,x$ in einem anderen Punkte c' schneidet. Ist der Punkt C nicht ein unverrückbarer Punkt auf dem Felde, sondern hat man vorher den Pflock beliebig eingeschlagen, so wird er herausgezogen, mit Hilfe der Lotgabel genau vertikal unter c' eingeschlagen, und es ist dann c' der dem Punkte C entsprechende Punkt, weil dann $\triangle\, a\,b\,c' \sim A\,B\,C$ ist.

Wäre aber C ein auf dem Felde fest gegebener Punkt und beträgt der

Abstand $c\,c'$ mehr als 2 bis 3 *cm*, so wird jetzt der Tisch überstellt, oder das Tischbrett verschoben, bis c' genau vertikal über C zu liegen kommt, und dann der Tisch nochmals nach A orientiert. Dann legt man wieder das Diopterlineal an b, visiert nach B und zieht die Visur nach rückwärts. Diese wird dann die Linie $a\,x$ in einem neuen Punkte schneiden, der aber höchstens wenige Millimeter von c' entfernt sein und daher auch noch genau vertikal über C liegen wird. Dieser neue Punkt wird dann erst durchpikiert und eingeringelt.

Während man bei dem Vorwärtsabschneiden mittelst zweier Aufstellungen des Tisches beliebig viele Punkte bestimmen kann, erhält man durch das Seitwärtsabschneiden mittelst zweier Tischaufstellungen nur einen einzigen Punkt. Man kann daher das Seitwärtsabschneiden auch nicht zur Detailaufnahme benützen, sondern nur zur ausnahmsweisen Bestimmung einzelner Standpunkte, wenn man sich in dem zweiten, auf dem Tische angegebenen Punkte B nicht aufstellen kann oder will.

e) Das Rückwärtseinschneiden.

159. Das Rückwärtseinschneiden, oder wie diese Meßtischoperation auch genannt wird, das Problem der vier Punkte, oder das Pothenot'sche Problem, ist die Bestimmung der Lage eines Punktes am Tische, mittelst dreier auf dem Tische angegebener Punkte des Feldes, indem man sich unmittelbar in dem zu bestimmenden Punkte selbst aufstellt.

Diese Meßtischoperation wird verhältnismäßig selten notwendig, hauptsächlich dann, wenn durch Triangulierung auf dem Tischbrette nur drei Punkte bestimmt wurden, welche derart beschaffen sind, daß man in keinem den Meßtisch aufstellen kann und doch muß mit Hilfe dieser drei Punkte ein weiterer Punkt, und zwar ein Standpunkt bestimmt, und in diesem der Tisch orientiert werden.

Um diese Aufgabe lösen zu können, handelt es sich nur darum, den Tisch in dem vierten Punkt, wo er aufgestellt wird, richtig zu orientieren. Hätte man z. B. in Fig. 211 drei Punkte des Feldes $A\,B\,C$, welche mit einander verbunden gedacht werden, ferner die diesen Feldpunkten entsprechenden Punkte $a\,b\,c$ am Tische, welcher in einem vierten Punkt D aufgestellt und richtig orientiert ist, so daß also $a\,b \parallel A\,B$, $b\,c \parallel B\,C$ und $a\,c \parallel A\,C$ ist.

Würde man das Diopterlineal an a legen und nach A visieren, dann über b nach B und über c nach C und jedesmal die Visuren nach rückwärts ziehen, so müssen sich diese drei Visuren in einem einzigen Punkte d schneiden, welcher der dem Punkte D des Feldes entsprechende Tischpunkt ist. Dies läßt sich leicht beweisen. Vorausgesetzt ist, daß die Punkte $a\,b\,c$ am Tische den Punkten $A\,B\,C$ am Felde entsprechen, d. h. daß $\triangle\, a\,b\,c \sim A\,B\,C$, ferner daß der Tisch richtig orientiert ist, daß also $a\,b \parallel A\,B$, $a\,c \parallel A\,C$ und $b\,c \parallel B\,C$.

Der Beweis soll indirekt geführt, d. h. es soll nachgewiesen werden, daß es unmöglich ist, daß sich die drei Visuren in zwei Punkten d und d' schneiden könnten.

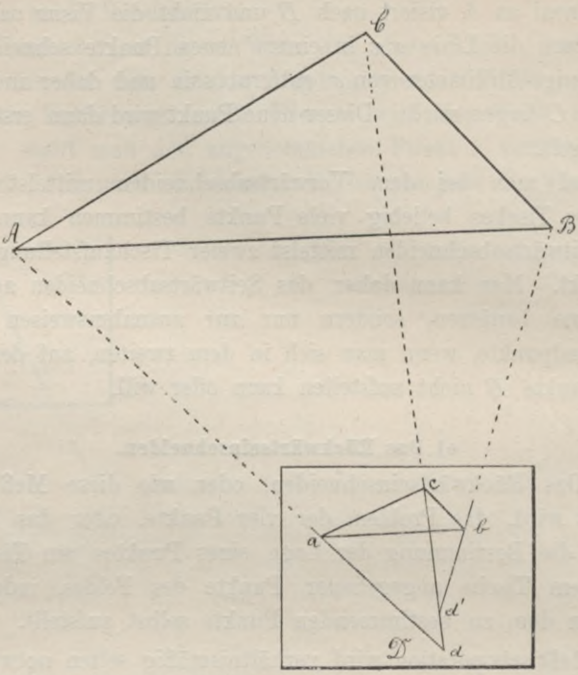


Fig. 211.

Weil nach der Voraussetzung $ac \parallel AC$, und $bc \parallel BC$, so ist $\triangle acd \sim ACd$, und $\triangle bcd' \sim \triangle BCd'$, daher verhält sich

$$AC : ac = Cd : cd$$

$$\text{und } BC : bc = Cd' : cd'$$

Aus der Ähnlichkeit der $\triangle abc$ und ABC aber folgt:

$$AC : ac = BC : bc$$

$$\text{und } Cd : cd = Cd' : cd'$$

$$(Cd - cd) : cd = (Cd' - cd') : cd'$$

$$Cc : cd = Cc : cd'$$

$$cd = cd'$$

Diese Gleichheit von cd und cd' kann aber nur vorhanden sein, wenn d mit d' zusammenfällt, d. h. wenn sich die drei Visuren in einem einzigen Punkte schneiden.

Zur Ausmittlung der richtigen Orientierung des Tisches sind zahlreiche Methoden angegeben worden, welche man in zwei Gruppen trennen kann, in direkte und indirekte Methoden.

160. Die direkten Methoden gründen sich darauf, daß der Punkt D am Felde mit den Punkten A, B und C zwei Winkel m und n bildet (Fig. 212) und daß, mit Ausnahme von zwei möglichen Fällen, nur

der eine Punkt D diese zwei Winkel mit den Punkten A, B und C bilden kann. Gelingt es daher, auf dem Tische einen Punkt d zu finden, welcher mit a, b und c genau dieselben Winkel m und n bildet, so muß dieser der dem Punkte D entsprechende Punkt sein und es ist dann auch die Orientierung des Tisches leicht.

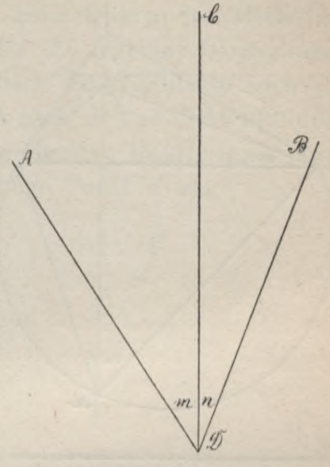


Fig. 212.

Die oben erwähnten zwei Fälle sind folgende:

1. Wenn der Punkt D in der Peripherie des Kreises liegt, welchen man sich durch A, B und C denken kann. Dann sind die Winkel m und n Peripheriewinkel, welche auf den Bögen AC und BC stehen, und jeder andere in der Peripherie desselben Kreises liegende Punkt bildet mit A, B und C dieselben Winkel m und n, weil sie als Peripheriewinkel alle auf denselben Bögen AC und BC stehen. Es muß daher vermieden werden, als Aufstellungspunkt für den Tisch einen Punkt zu wählen, welcher genau oder auch nur in der Nähe der Peripherie des durch A, B und C gehenden Kreises liegen würde.

2. Wenn alle vier Punkte in einer Geraden liegen würden, dann ist der eine Winkel 0^0, der andere 180^0, und jeder in derselben Geraden gelegene Punkt bildet dieselben zwei Winkel. Dieser Fall dürfte aber wohl nicht leicht vorkommen.

Zur Auffindung eines Punktes auf dem Tische, welcher mit den Tischpunkten a, b und c dieselben zwei Winkel m und n bildet, wie der Feldpunkt D mit A, B und C, sind verschiedene Methoden angegeben worden, welche zumeist darauf beruhen, daß zunächst ohne Rücksicht auf die am Tische angegebenen Punkte die Winkel m und n bestimmt werden. Man projiziert nämlich mit der Lotgabel den Feldpunkt D auf das Tischbrett, legt dann an den so erhaltenen Punkt das Diopterlineal, visiert nach den Feldpunkten A, B und C und zieht die Visuren. Durch geeignete Übertragung der so bestimmten Winkel m und n und mancherlei Konstruktionen wird dann der Punkt d gefunden.

161. Eine sehr einfache Methode ist die folgende. Man bedeckt das Tischbrett mit Pauspapier und bestimmt auf diesem in der oben besprochenen Weise die Winkel m und n. Dann löst man das Pauspapier los und verschiebt es über den Tischpunkten a, b und c so lange, bis die gezeichnete Visur nach A durch a und gleichzeitig die Visuren nach B und C durch b und c gehen. Der Durchschnittspunkt der drei Visierlinien wird dann durchpikiert und ist der Tischpunkt d.

Auch mancherlei auf diesem Prinzipe beruhende Instrumente zur Bestimmung des Punktes d sind konstruiert worden.

162. Nach der Methode von Tobias Mayer[1]) bestimmt man zunächst auf einem seitlich gelegenen Teile des Tisches die Winkel m und n, verbindet dann a mit b und überträgt an diese Gerade bei a den Winkel n, bei b den Winkel m (Fig. 213). Die so erhaltenen zwei Geraden schneiden sich in dem Hilfspunkte f. Nun verbindet man f mit c, verlängert diese Gerade und konstruiert den durch a, b und f gehenden Kreis. Der Durchschnittspunkt dieses Kreises mit der verlängerten Verbindungslinie von c und f ist der gesuchte Punkt d. Verbindet man nämlich diesen Punkt mit a und b, so entstehen bei d dieselben zwei Winkel m und n, die man bei b und a übertragen hat, da es Peripheriewinkel sind, die auf denselben Bögen ac und bc stehen.

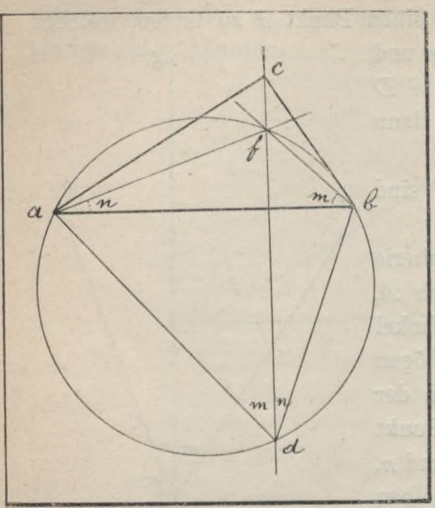


Fig. 213.

163. Durch das Übertragen der seitwärts am Tische bestimmten Winkel m und n wird die Konstruktion nicht nur umständlich, sondern auch ungenau Daher ist die Methode von Bohnenberger und Bessel[2]), bei welcher die Übertragung der Winkel vermieden wird, praktischer.

Nach dieser Methode stellt man den Tisch mit dem Tischpunkt b über den Feldpunkt D und bringt zugleich die Gerade ba in die Richtung gegen A (Fig. 214), legt dann das Diopterlineal an b, visiert nach C und zieht die Visur. Diese bildet demnach mit ba den Winkel m. Hierauf stellt man den Tisch mit a über D und bringt ab in die Richtung nach B (Fig. 215), legt das Diopterlineal an a, visiert wieder nach C und zieht die Visur, so bildet diese mit ab den Winkel n. Die

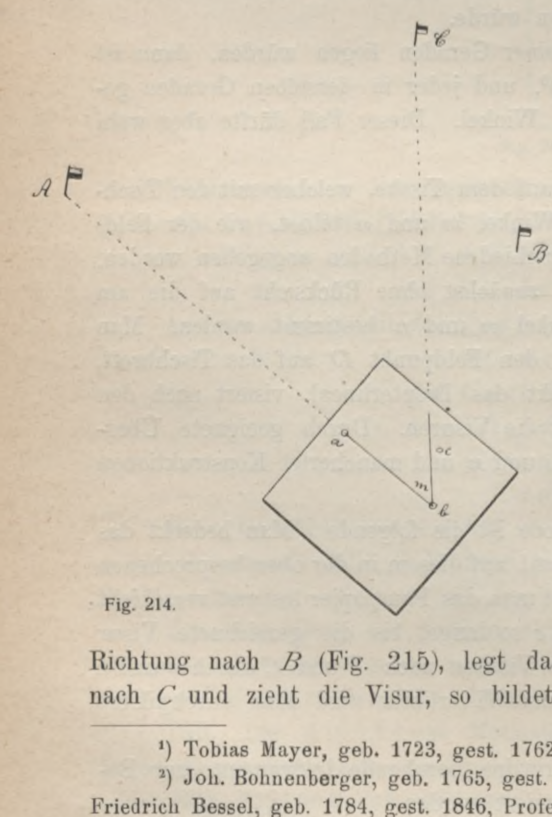


Fig. 214.

[1]) Tobias Mayer, geb. 1723, gest. 1762, Professor der Mathematik in Göttingen.

[2]) Joh. Bohnenberger, geb. 1765, gest. 1831, Prof. der Mathematik in Tübingen. Friedrich Bessel, geb. 1784, gest. 1846, Professor der Astronomie in Königsberg.

beiden Visuren schneiden sich im Hilfspunkte *f* und man bestimmt mit dessen Hilfe, so wie oben, den Punkt *d*.

Hat man nach einer der im Vorstehenden beschriebenen drei Methoden den Punkt *d* gefunden, so stellt man diesen über *D*, legt das Diopterlineal an *d* und den mittleren Punkt *c*, und orientiert das Tischbrett nach *C*. Dann visiert man über *a* nach *A*, und über *b* nach *B* und zieht alle drei Visuren, so sollen sich diese scharf in einem einzigen Punkte schneiden, welcher durchpikiert wird, und welcher der richtige Punkt *d* ist.

In der Regel werden sich aber in Folge der Ungenauigkeit der Konstruktionen die drei Visuren nicht in einem Punkte schneiden, sodaß ein sogenanntes Fehlerdreieck entsteht, welches dann nach einer der in der folgenden Nummer beschriebenen indirekten Methoden beseitigt werden muß.

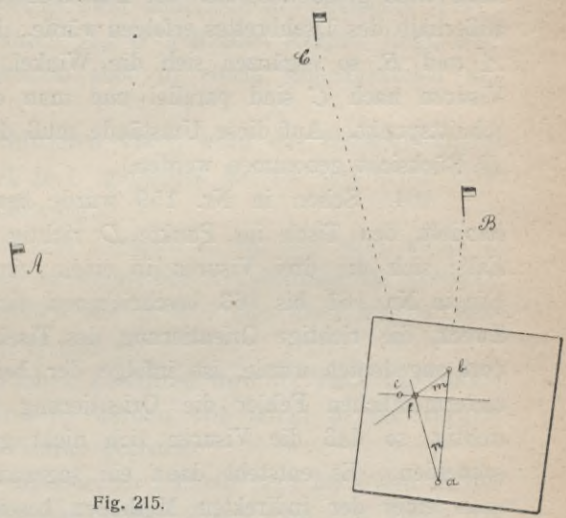


Fig. 215.

Aus diesem Grunde kann man auch die Methode von Bohnenberger und Bessel noch einfacher und praktischer durchführen. Man stellt nämlich den Tisch einfach über *D*, ohne darauf zu sehen, daß ein bestimmter Punkt über *D* zu liegen kommt, legt dann das Diopterlineal an *b a* und dreht das Tischbrett, bis *A* in der Visur erscheint (Fig. 214). Dann visiert man über *b* nach *C* und erhält wieder den Winkel *m*. Hierauf legt man das Diopterlineal mit dem Objektiv nach der anderen Seite wieder an *a b* und dreht das Tischbrett, bis *B* in der Visur erscheint, ohne den Tisch zu überstellen (Fig. 215). Nun visiert man wieder über *a* nach *C* und erhält den Winkel *n* und den Durchschnittspunkt der beiden Visuren, den Hilfspunkt *f*. Jetzt legt man das Diopterlineal an die Verbindungslinie *f* mit *c*, und dreht das Tischbrett, bis *C* in der Visur erscheint. Das Tischbrett ist jetzt orientiert, man visiert über *a* nach *A* und *b* nach *B* und zieht die Visuren. Schneiden sich alle drei Visuren scharf in einem einzigen Punkte, so ist dieser der Punkt *d*. Diesen projiziert man mit der Lotgabel auf die Erde und schlägt hier den Pflock *D* ein. Zeigt sich jedoch ein Fehlerdreieck, so muß dieses nach einer der indirekten Methoden beseitigt werden.

Die Methoden mit dem Hilfspunkte nach Tobias Mayer und Bohnenberger und Bessel sind nur dann gut anwendbar, wenn der Hilfspunkt *f* hinreichend weit von *c* entfernt sich ergibt. Die Lage des Hilfspunktes hängt aber ab von der Lage des Punktes *D* gegen die Punkte *A*, *B*, *C*.

Würde D in der Peripherie des Kreises liegen, der durch A, B, C gedacht werden kann, so fällt f mit c zusammen, und dann sind diese Methoden überhaupt nicht anwendbar.

Liegt D nahe bei dieser Peripherie, so fällt auch f nahe zu c. Liegt D weit von A, B und C entfernt, so liegt wohl auch f weit von c, aber es sind dann die Winkel m und n sehr klein, und der Schnitt der beiden Visuren ist sehr stumpf, daher der Hilfspunkt f unsicher. Liegt dagegen D nahe bei A, B, C, so sind die Winkel m und n sehr groß, und es kann dann geschehen, daß der Durchschnittspunkt f der zwei Visuren erst außerhalb des Tischbrettes erfolgen würde. Liegt D in der Geraden zwischen A und B, so ergänzen sich die Winkel m und n zu 180°, die beiden Visuren nach C sind parallel und man erhält überhaupt keinen Durchschnittspunkt. Auf diese Umstände muß daher bei der Wahl des Punktes D Rücksicht genommen werden.

164. Schon in Nr. 159 wurde bewiesen, daß es sich nur darum handelt, den Tisch im Punkte D richtig zu orientieren, indem in diesem Falle sich die drei Visuren in einem einzigen Punkte schneiden müssen Die in Nr. 161 bis 163 beschriebenen direkten Methoden haben nur den Zweck, die richtige Orientierung des Tisches zu finden. Wie aber schon dort angedeutet wurde, ist infolge der, bei den Konstruktionen möglichen, unvermeidlichen Fehler die Orientierung doch in der Regel nicht ganz richtig, so daß die Visuren sich nicht genau in einem einzigen Punkte schneiden. Es entsteht dann ein sogenanntes Fehlerdreieck, welches nach einer der indirekten Methoden beseitigt werden muß. Aus diesem Grunde wendet man daher am besten gleich eine indirekte Methode an.

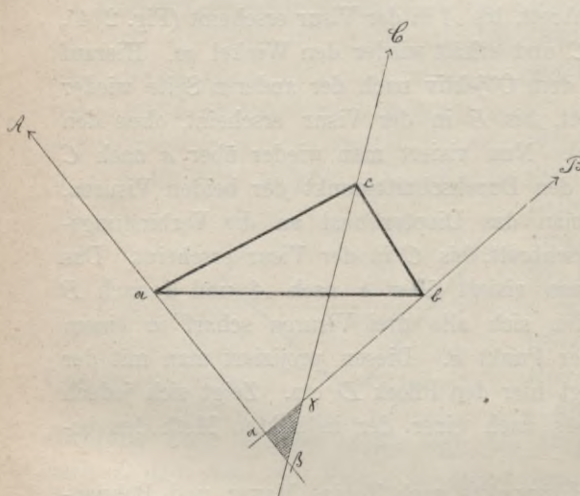


Fig. 216.

Es wird nämlich der Tisch im Punkte D nur nach dem Augenmaße orientiert. Dann visiert man über a nach A, über b nach B und über c nach C und zieht die Visierrichtungen. In den meisten Fällen werden sich diese Visuren nicht in einem Punkte schneiden, sondern man erhält ein Fehlerdreieck, α, β, γ (Fig. 216), welches mit seiner Spitze entweder nach links oder nach rechts von der mittleren Visur (nach C) liegen kann. Es ist dann keiner dieser drei Durchschnittspunkte der richtige Punkt d, wohl aber hat dieser eine ganz bestimmte Lage zu dem Fehlerdreieck.

Über diese Lage hat zuerst der sächsische Major Lehmann[1]) folgende Sätze aufgestellt, welche daher die Lehmann'schen Sätze heißen:

1. Der Punkt d liegt in dem Fehlerdreiecke, wenn auch der Standpunkt D des Tisches innerhalb des Dreieckes ABC sich befindet.

2. Der Punkt d liegt außerhalb des Fehlerdreieckes, wenn der Tischstandpunkt D außerhalb des Dreieckes ABC sich befindet. Hiebei liegt der richtige Punkt d und das Fehlerdreieck:

a) Auf entgegengesetzten Seiten der mittleren Visur, wenn der Punkt D, in dem der Tisch steht, zwar außerhalb des Dreieckes ABC, aber noch innerhalb des durch ABC gehenden Kreises liegt, oder auch außerhalb dieses Kreises, aber in einem Scheitelwinkel des Dreieckes ABC;

b) auf derselben Seite der mittleren Visur, wenn der Tischstandpunkt D außerhalb des durch A, B, C gehenden Kreises und einer Seite des Dreieckes ABC gegenüberliegt.

3. Die senkrechten Abstände des Punktes d von den drei durch a, b und c gezogenen Visuren stehen in demselben Verhältnisse zu einander, wie die Entfernungen dieses Punktes von a, b, c, also auch wie die Entfernungen des Punktes D von A, B und C.

165. Nach dem Lehmann'schen Verfahren wird der Tisch im Punkte D nach dem Auge orientiert, und es werden, wie schon in der vorigen Nummer erklärt wurde, die drei Visuren gezogen.

Hat man ein Fehlerdreieck erhalten, so schließt man nach den in der vorigen Nummer angeführten Lehmann'schen Sätzen auf die Lage des Punktes d. Hat man so einen Punkt bestimmt, so wird dieser nur mit Bleistift bezeichnet, dann legt man an die Punkte d und c das Diopterlineal und dreht das Tischbrett, bis C in der Visur erscheint. Wäre aber der Punkt A oder B weiter von D entfernt als C, so benützt man diese Punkte und nicht C zur Orientierung. Hat man d gut ermittelt, so ist der Tisch jetzt richtig orientiert, und wenn man daher wieder die drei Visuren zieht, werden sie sich scharf in einem einzigen Punkte schneiden. Erhält man jedoch wieder ein Fehlerdreieck, so wird dieses jedenfalls schon kleiner sein als früher, und man wiederholt noch einmal dasselbe Verfahren. Nach zwei bis drei Versuchen wird bei einiger Übung wohl stets das Fehlerdreieck verschwunden sein, und die drei Visuren werden sich scharf in einem Punkte schneiden. Diesen Punkt projiziert man dann mit der Lotgabel auf den Erdboden und schlägt hier den Pflock D ein.

166. Eine zweite indirekte Methode ist die nach Netto. Der Tisch wird wieder in D nach dem Auge orientiert und die drei Visuren gezogen. Erhält man ein Fehlerdreieck, so schließt man nach den Lehmann'schen Sätzen auf die Lage des Punktes d und bezeichnet diesen leicht mit dem

[1]) Johann Georg Lehmann, sächsischer Major und Direktor der Militärplankammer, geb. 1765, gest. 1811.

Bleistift. Dann legt man wieder an diesen und den Punkt *c* das Diopterlineal und dreht das Tischbrett mit der Mikrometerschraube, bis *C* in der Visur erscheint. Hiebei hat man sorgfältig darauf Acht, wie oft man die Schraube gedreht hat, bis *C* von der Visur getroffen wird. Dann dreht man in derselben Richtung ebenso vielmal weiter, so daß die Visur wieder von *C* abweicht und zwar jetzt ebensoviel nach der anderen Seite, als früher. Zieht man nun wieder die drei Visuren, so erhält man abermals ein Fehlerdreieck, welches aber die entgegengesetzte Lage hat wie das frühere (Fig. 217).

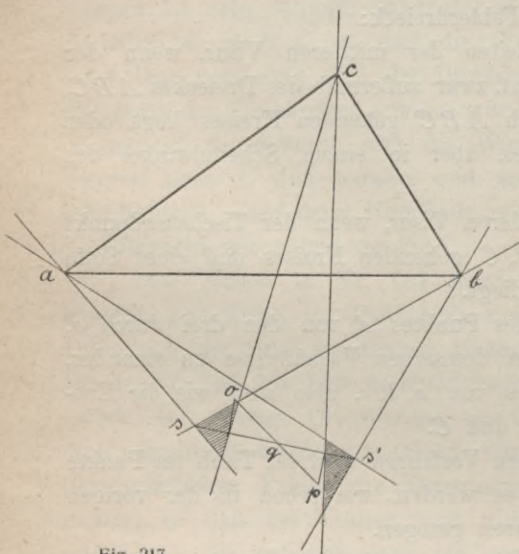


Fig. 217.

Man verbindet nun die Spitzen *s* und *s'* der beiden Fehlerdreiecke. In den Durchschnittspunkten *m* und *n* dieser Verbindungslinie mit den mittleren Visuren errichtet man Senkrechte auf die Gerade *s s'*, oder überhaupt zwei Parallele nach entgegengesetzten Richtungen, und trägt auf diese die Stücke *m s* und *n s'* auf. Die so erhaltenen Punkte *o* und *p* werden mit einander verbunden und diese Gerade *o p* schneidet die Gerade *s s'* im Punkte *q*. Die Verbindungslinie *q c* ist die r i c h t i g e O r i e n t i e r u n g s l i n i e. An diese legt man daher das Diopterlineal und dreht das Tischbrett, bis *C* in der Visur erscheint.

Zieht man dann wieder die drei Visuren, so m ü s s e n sich diese bei sorgfältiger Arbeit in einem einzigen Punkte *d* schneiden, der auf den Erdboden projiziert wird.

f) Die Aufgabe der unzugänglichen Distanz oder das Hansen'sche Problem.

167. Die Lage zweier Feldpunkte *A* und *B* ist auf dem Tische gegeben und es soll für einen dritten Feldpunkt seine Lage am Tische bestimmt werden, wobei die gegebenen Punkte *A* und *B* beide unzugänglich sind, so daß dort der Tisch nicht aufgestellt werden kann.

Man wählt nebst dem zu bestimmenden Punkt *C* noch einen Hilfspunkt *D* und stellt den Tisch zuerst in diesem letzteren Punkte und dann in *C* auf und bestimmt, ohne auf die am Tische bereits befindlichen, den Punkten *A* und *B* entsprechenden Punkte *a* und *b* Rücksicht zu nehmen, die Lage dieser Punkte noch einmal durch „Visieren und Schneiden“. (Fig. 218.) Hiebei ist es nicht notwendig, die Länge der Standlinie *C D* zu messen; diese wird schätzungsweise oder ganz beliebig angenommen.

Man erhält so zwei Punkte a' und b', deren Verbindungsgerade parallel ist zu AB. Hierauf projiziert man den Punkt b' mit der Lotgabel auf den Erdboden und bezeichnet ihn hier, legt dann an $a'\,b'$ das Diopterlineal und winkt in der Richtung der Visur in möglichst großer Entfernung eine Stange E ein, ebenso in der Richtung $b'\,d'$ eine Stange F. Jetzt wischt man die ganze Konstruktion vom Tische wieder weg, so daß nur die ursprünglich gegebenen Punkte a und b verbleiben. Dann stellt man den Tisch so auf, daß der Punkt b über den auf den Erdboden projizierten und bezeichneten Punkt b' zu liegen kommt und orientiert den Tisch über $a\,b$ nach der Stange E; jetzt ist also $a\,b \,||\, A\,B$. Visiert man daher jetzt über a nach A und über b nach B, so ist der Durchschnittspunkt der Visuren der dem Punkte C entsprechende Punkt c, der auf den Erdboden projiziert wird. Visiert man dann über diesen Punkt c nach D und über b nach der Stange F, so schneiden sich diese Visuren in dem Punkte d, der dem Punkte D entspricht.

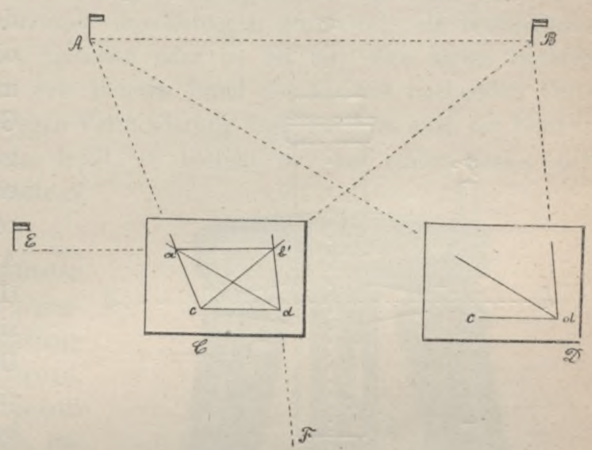


Fig. 218.

168. Wäre auf dem Tische nebst den Punkten a und b auch die Richtung des magnetischen Meridians angegeben, so stellt man, ohne einen Hilfspunkt zu benötigen, den Tisch direkt in dem zu bestimmenden Punkte C auf und orientiert ihn mit Hilfe der Orientierungsbussole; dadurch wird ebenfalls $a\,b \,||\, A\,B$. Visiert man daher über a nach A und über b nach B, so schneiden sich die Visuren wieder in dem Punkte c, der dem Punkte C entspricht und der auf den Erdboden projiziert wird.

4. Instrumente für die Bestimmung der Winkel im Gradmaß.

§ 28.

A. Der Theodolit.

I. Einrichtung, Gebrauch und Prüfung.

169. Die Entstehung des Wortes Theodolit ist nicht ganz sichergestellt. In England war dieses Wort zur Bezeichnung dieser Art von Winkelmeß-Instrumenten schon im sechzehnten Jahrhunderte gebräuchlich, und dürfte dort aus einer Verbindung des englischen Artikelwortes the

mit dem arabischen alhidade entstanden sein, welch letzteres Wort einen beweglichen Arm einer Meßscheibe (Astrolabium) bedeutet.

Der einfache Theodolit, der in Fig. 219 zunächst nur schematisch dargestellt ist, besteht aus einer horizontal liegenden, runden Scheibe L aus Messing, welche in der Mitte tellerartig vertieft ist. Diese Scheibe heißt der Horizontalkreis oder Limbus und bildet mit dem Untergestell ein Gußstück. Dieses Untergestell (Dreifuß) besteht aus einer zum Limbus senkrechten Säule S mit drei Armen oder Füßen F, F. (In der Zeichnung, Fig. 218, sind nur zwei sichtbar.) Durch diese Arme gehen die Fuß- oder Stell-Schrauben s, s, mit welchen das Instrument auf der Scheibe eines Scheiben- oder Tellerstatives steht. Ein solches Stativ ist für sich nach der von Starke & Kammerer in Wien gebräuchlichen Form in Fig. 220 abgebildet.

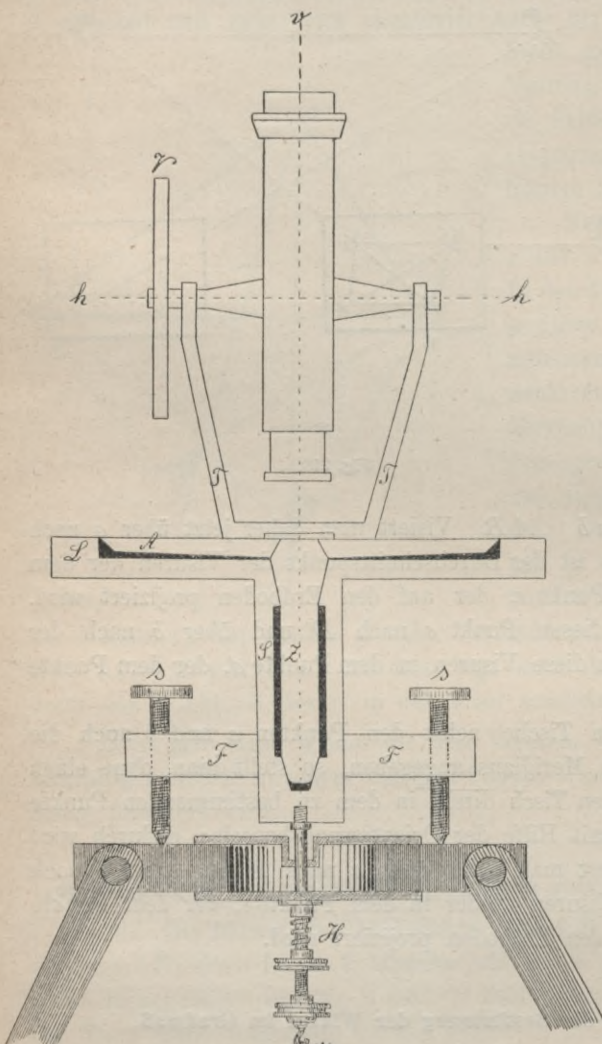


Fig. 219.

Das Untergestell kann mittelst der Herzschraube H mit dem Stativ in feste Verbindung gebracht werden, es bildet somit den festen Instrumententeil.

Der erhöhte Rand des Limbus ist mit einem Silberstreifen belegt und auf diesem ist eine Einteilung in 360 oder 400 Grade eingraviert. Jeder zehnte Grad ist beziffert, und es geht bei allen derartigen Instrumenten, sie mögen von welchem Mechaniker immer herrühren, die Bezifferung, vom Mittelpunkt des Kreises aus gesehen, von links nach rechts. Das Untergestell ist in der Mitte mit einer zum Limbus senkrechten Bohrung versehen, in welcher ein Zapfen Z drehbar ist. Diese vertikale Drehungsachse des Instrumentes $v v'$ geht durch den Mittelpunkt der Gradteilung. Der Zapfen trägt oben eine in der Vertiefung des Limbus liegende Scheibe *A*, die Alhidade, so daß die Oberfläche der letzteren mit dem erhöhten Rande der Limbusscheibe, auf dem sich die Gradeinteilung befindet, in einer Ebene liegt. Die Alhidade ist entweder eine volle Scheibe, welche die ganze Vertiefung der Limbusscheibe ausfüllt, oder sie ist zur Verminderung des Gewichtes durchbrochen gearbeitet, sie besteht also nur aus einem Ringe mit Speichen oder es ist nur eine kleine Scheibe vorhanden mit zwei bis an den inneren Rand des Limbus reichenden Fortsätzen. Manchesmal ist wegen Verminderung des Gewichtes auch der Limbus durchbrochen gearbeitet, das heißt, er besteht nur aus einem Ringe, der mittels Speichen mit der Säule *S* in Verbindung ist.

Auf der Alhidade befinden sich, einander diametral gegenüber, und an die Gradeinteilung des Limbus knapp anliegend, zumeist zwei Nonien, ebenfalls auf eingelegten Silberplatten. Bei sehr großen Instrumenten sind mitunter sogar vier Nonien vorhanden, bei ganz kleinen dagegen nur einer.

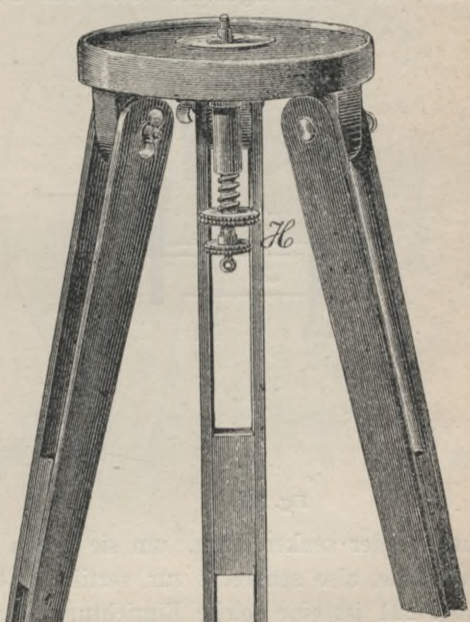


Fig. 220.

Bei größeren Theodoliten gibt man jetzt häufig dem Limbus die Form eines abgekürzten Kegels, dann hat auch die Alhidade diese Form und liegt über dem Limbus. Die Einteilung und die Nonien befinden sich auf den Mantelflächen dieser abgekürzten Kegel. Hiedurch ist ein bequemeres Ablesen möglich.

Über den Nonien sind zumeist stellbare Lupen angebracht, welche sowohl nach dem Auge des Beobachters gestellt, als auch über dem Nonius hin und her bewegt werden können. Neben den Nonien sind in einem Messingrähmchen weiße Papier- oder Zelluloidblätter befestigt, um auf den Nonius Licht zu werfen.

Die Alhidade kann frei mit der Hand gedreht werden. Es ist aber stets eine Brems- oder Klemmschraube da, durch deren Anziehen die freie Drehung aufgehoben wird, worauf mittelst einer Mikrometerschraube eine feine Drehung möglich ist.

Auf der Alhidade ist ein Träger *T T* festgeschraubt, der ein Fernrohr als Visiervorrichtung trägt. Bei neueren Instrumenten bildet der

Träger stets ein Gußstück, welches entweder schon von unten an sich in zwei Arme teilt, wie in Fig. 219, oder es ist eine in der Mitte stehende Säule vorhanden, die sich erst weiter oben in zwei Arme teilt. In diesen Armen liegt die Drehungsachse hh' des Fernrohres. Bei älteren, oder auch bei kleinen einfachen Instrumenten jetzt noch, sind die Lager der Drehungsachse des Fernrohres durch einen aufgeschraubten Deckel geschlossen (siehe Fig. 221). Bei neueren Instrumenten dagegen sind die Lager durch Deckel geschlossen, welche man zur Seite drehen kann, so daß sich dann das Fernrohr ohne weiters aus seinen Lagern herausheben läßt (Fig. 222).

Bei allen größeren Instrumenten ist die Einrichtung getroffen, daß man die Drehungsachse hh' des Fernrohres in einem Träger etwas

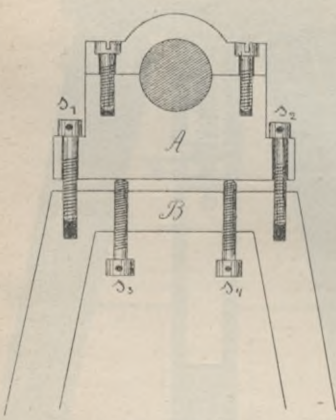


Fig. 221.

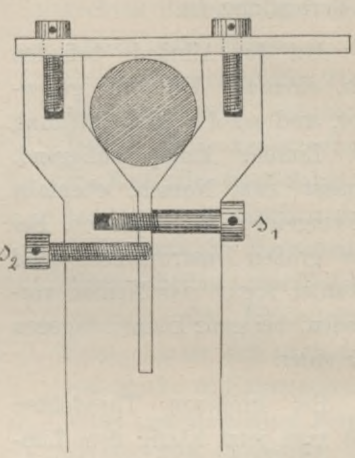


Fig. 222.

heben oder senken kann, um sie genau parallel richten zu können mit der Alhidade, also senkrecht zur vertikalen Umdrehungsachse der letzteren. In Fig. 221 ist eine solche Einrichtung dargestellt, wie sie an älteren Instrumenten gefunden werden kann. Der Träger besteht aus zwei Teilen A und B, welche durch die Schrauben s_1 und s_2 miteinander verbunden sind, welche ihre Muttern in dem unteren Teile haben. Der obere Teil ruht auf den Schrauben s_3 und s_4, welche ihre Muttern ebenfalls in dem unteren Teile haben. Lüftet man s_1 und s_2 und zieht s_3 und s_4 entsprechend an, so wird der obere Teil mit der Drehungsachse gehoben, dagegen findet eine Senkung statt, wenn man s_3 und s_4 lüftet und dann s_1 und s_2 wieder anzieht.

Bei neueren Instrumenten ist die in Fig. 222 dargestellte Einrichtung zu finden. Die zilindrischen Enden der Drehungsachse liegen in den Y-förmig ausgeschnittenen Trägern. Der eine ist nach unten eingeschnitten und es sind hier zwei Schrauben s_1 und s_2 angebracht. Lüftet man s_1 und zieht s_2 an, so wird das Lager erweitert und die Drehungsachse sinkt hier etwas tiefer, wird dagegen s_2 gelüftet und s_1 angezogen, so wird das Lager verengt und hier die Drehungsachse gehoben.

Das Fernrohr kann frei mit der Hand auf- und abbewegt und zumeist auch ganz durchgeschlagen werden, so daß das Objektiv an die Stelle des Okulars kommt. Diese freie Bewegung kann durch eine Bremsschraube aufgehoben werden und es ist dann eine feine Bewegung mit einer Mikrometerschraube möglich.

Der Horizontalkreis oder Limbus dient zum Messen von Winkeln in horizontalen Ebenen. Um auch Winkel in einer vertikalen Ebene mit diesem Instrumente messen zu können, ist zumeist auf dem einen Ende der horizontalen Drehungsachse hh' des Fernrohres der Vertikal- oder Höhenkreis V aufgeschraubt. Zur Verminderung des Gewichtes ist dieser zumeist durchbrochen gearbeitet, d. h. er besteht aus einem Ringe mit Speichen. Dieser ist ebenfalls mit einem Silberstreifen belegt und auf diesem nach der Sexagesimal- oder Zentesimalteilung geteilt. Jeder zehnte Grad ist wieder beziffert und es geht die Bezifferung vom Nullpunkte aus entweder nur nach einer Seite von 0 bis 360°, beziehungsweise 400°, oder sie geht vom Nullpunkte aus nach beiden Seiten bis 180°, beziehungsweise 200°. Manchmal sind auch zwei Nullpunkte vorhanden und es geht dann die Bezifferung von jedem nach beiden Seiten bis je 90°, resp. 100°.

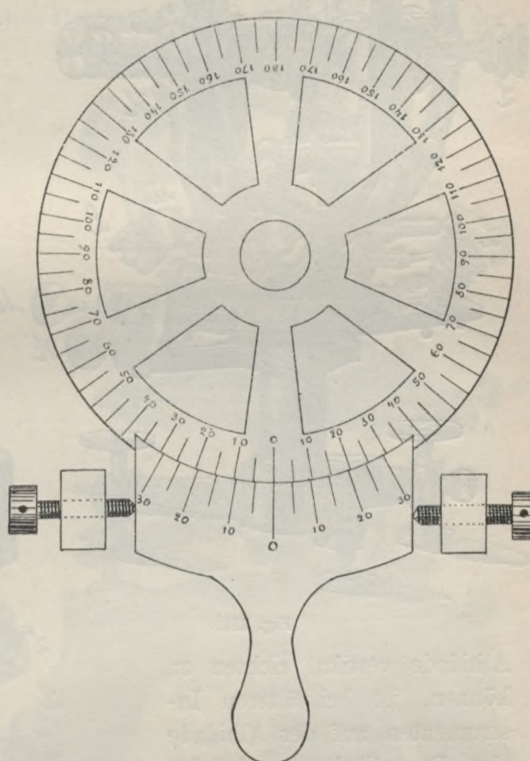


Fig. 223.

Am Träger des Fernrohres sind ein oder zwei Nonien zur Teilung des Höhenkreises angebracht. Geht die Bezifferung des letzteren vom Nullpunkt aus nur nach einer Seite, so ist ein gewöhnlicher Nonius nötig. Geht aber die Bezifferung nach beiden Seiten, so muß ein Doppelnonius vorhanden sein, d. h. zwei nebeneinander liegende Nonien mit gemeinschaftlichem Nullpunkt, von dem die Bezifferung, so wie beim Höhenkreise, nach beiden Seiten geht. (Siehe Fig. 223.)

Die Nonien sind entweder fest angebracht oder es sind sogenannte „fliegende Nonien“. (Fig. 223.) Der Nonius liegt nämlich zwischen zwei zugespitzten Schrauben s, s. Lüftet man eine und zieht die andere nach, so wird der Nonius verschoben. Dies ist für die Richtigstellung sehr wichtig. Außerdem hat diese Einrichtung noch den Vorteil, daß man den Nonius von der Teilung des Höhenkreises wegdrücken kann, auf welcher er aufliegt. Man drückt dann nur zum Zwecke der Ablesung den Nonius an die Teilung, während man ihn bei der Drehung des Fernrohres und Höhenkreises nicht auf letzterem aufliegen läßt. Dadurch wird die Teilung des Höhenkreises und des Nonius sehr geschont.

Ist das Fernrohr des Instrumentes nicht durchschlagbar, so ist statt eines ganzen Höhenkreises in der Regel nur ein Halb- oder Viertelkreis vorhanden, der dann H ö h e n- oder V e r t i k a l b o g e n heißt.

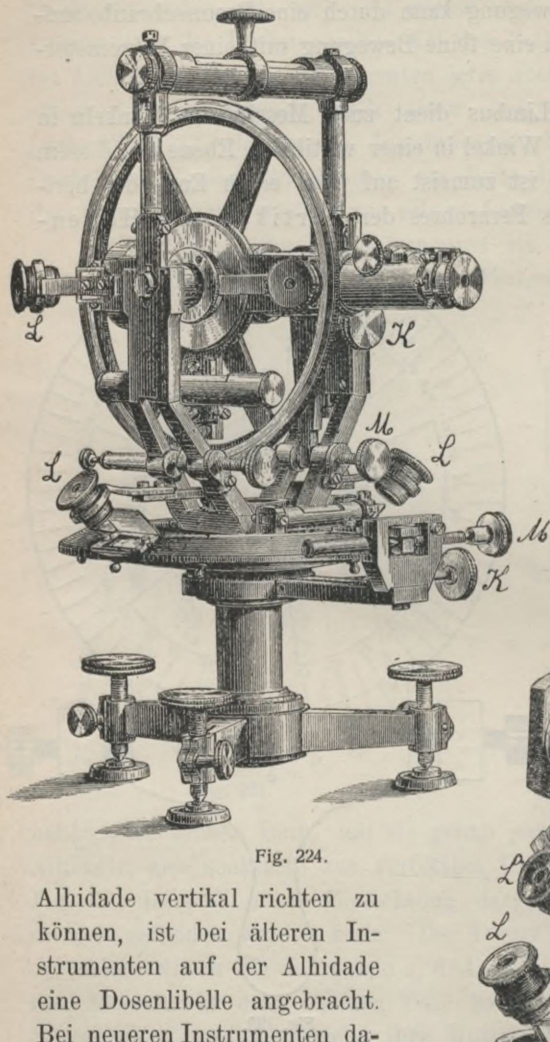


Fig. 224.

Um die Limbusebene und die Alhidade horizontal, also die Drehungsachse $v v'$ der Alhidade vertikal richten zu können, ist bei älteren Instrumenten auf der Alhidade eine Dosenlibelle angebracht. Bei neueren Instrumenten dagegen sind zwei Röhrenlibellen angebracht in zwei aufeinander senkrechten Richtungen. Die eine ist direkt auf der Alhidade, die andere seitwärts an dem Fernrohrträger befestigt. Außerdem ist bei jedem besseren Instrumente eine sogenannte Reiterlibelle vorhanden, welche auf die Drehungsachse des Fernrohres aufgesetzt werden kann, um diese

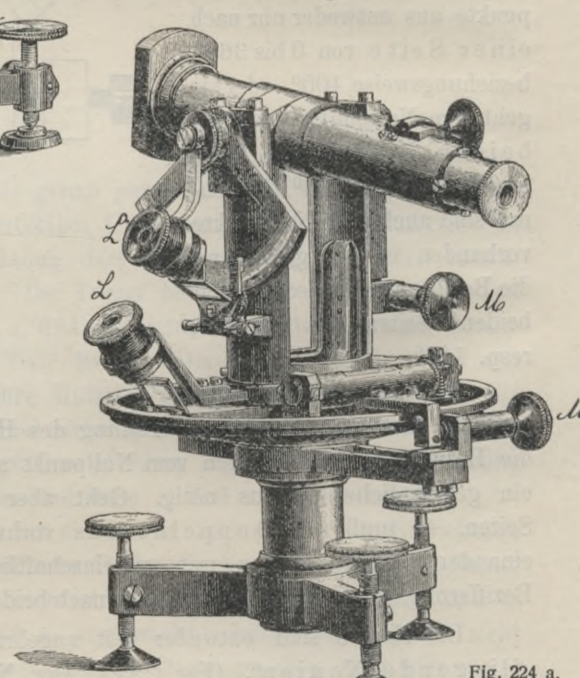


Fig. 224 a.

genau horizontal richten zu können. Manchmal ist auch nur diese Libelle allein vorhanden, ohne daß solche auf der Alhidade angebracht wären. Das ist aber dann nicht praktisch, weil die Reiterlibelle vor jedem Durchschlagen des Fernrohres abgehoben werden muß. Bei den kleineren Theodoliten ist auch häufig auf dem Fernrohre, parallel mit diesem, eine Libelle angebracht, um das Instrument auch zum Nivellieren verwenden zu können.

170. Im Nachstehenden sollen nun einige Theodolite bekannter Mechaniker abgebildet und beschrieben werden.

In Fig. 224 ist ein größerer Theodolit, Nr. 110, von Starke & Kammerer in Wien in etwa $^1/_4$ der natürlichen Größe abgebildet. Der Limbus und der Höhenkreis haben einen Durchmesser von 18 *cm*, und beide geben mittelst je zweier diametral angebrachter Nonien eine Ablesung von je 10 Sekunden. Der Limbus ist zum Schutze der Teilung mit einem Blechmantel bedeckt, der nur über den Nonien einen, durch ein feines Glasplättchen geschlossenen Ausschnitt hat. Das Fernrohr hat 30 *mm* Objektiv-Öffnung und 25 malige Vergrößerung; es ist durchschlagbar. Auf der Alhidade sind zwei zueinander senkrechte Röhrenlibellen angebracht, außerdem ist eine Reiterlibelle für die Drehungsachse des Fernrohres vorhanden.

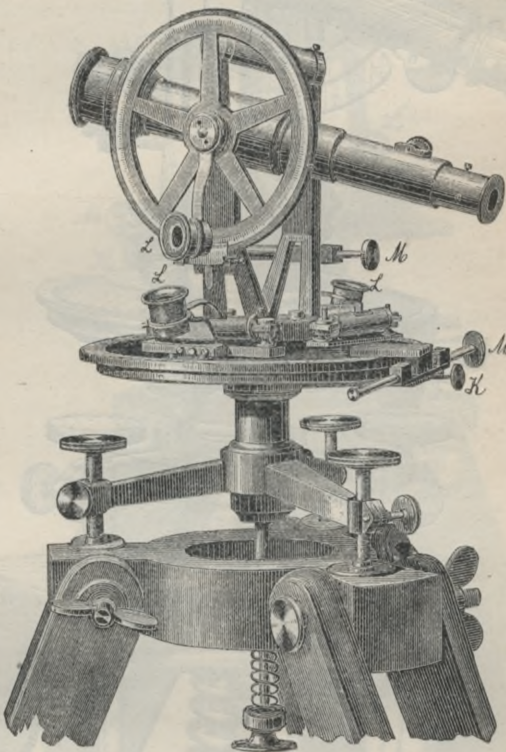


Fig. 225.

Fig. 224 a zeigt einen kleinen Theodolit, Nr. 112, derselben Firma in $^1/_3$ der natürlichen Größe. Der Horizontalkreis, der nicht durch einen Mantel gedeckt ist, hat 16 *cm* Durchmesser und gibt mit nur einem, an der Alhidade angebrachten Nonius 1 Minute. Statt eines ganzen Vertikalkreises ist nur ein Höhenbogen ($^1/_4$ Kreis) vorhanden, der ebenfalls mit einem Nonius 1 Minute gibt. Auf der Alhidade sind zwei Kreuzlibellen. Eine Reiterlibelle für die Drehungsachse des Fernrohres ist nicht vorhanden. Das Letztere hat 24 *mm* Objektivöffnung und 12 malige Vergrößerung; es ist durchschlagbar. *MM* sind die Mikrometerschrauben für die Alhidade und das Fernrohr, *LL* sind die Lupen über den Nonien.

In Fig. 225 ist ein größerer Theodolit, Nr. 10, von Neuhöfer & Sohn in Wien dargestellt. Der Horizontalkreis hat 21 *cm*, der Höhenkreis 16 *cm* Durchmesser. Beide haben je zwei Nonien, welche beim Horizontalkreise 10 Sekunden, beim Höhenkreise eine Minute geben. Das Fernrohr ist durchschlagbar, hat 30 *mm* Objektivöffnung und 25malige Vergrößerung. Auf der Alhidade sind Kreuzlibellen, auf der Drehungsachse des Fernrohres eine Reiterlibelle.

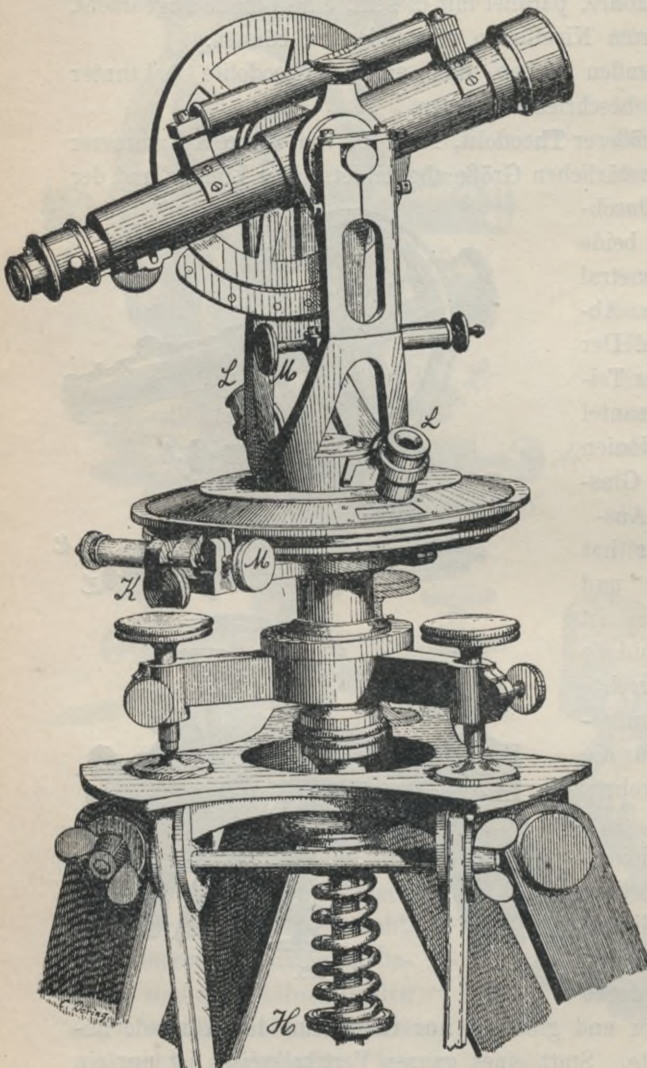


Fig. 226.

Fig. 226 zeigt einen einfachen Theodolit, Nr. 33, von F. W. Breithaupt & Sohn in Cassel. Der Horizontalkreis hat 12 *cm*, der Höhenkreis 9·5 *cm* Durchmesser. Die Nonien geben eine Minute. Das Fernrohr ist durchschlagbar, hat 20 *mm* Objektivöffnung, 18malige Vergrößerung, und auf ihm ist eine Nivellierlibelle befestigt. Auf der Alhidade ist eine Dosenlibelle; der Limbus ist mit einem Mantel bedeckt.

Fig. 227 zeigt einen kleinen, einfachen Theodolit, Nr. 39, von Ertel & Sohn in München. Das Fernrohr ist nicht durchschlagbar, kann aber aus seinen Lagern gehoben und umgelegt werden, so daß dessen untere Seite dann nach oben kommt. Hiedurch wird dieselbe Wirkung erzielt, wie wenn man das Fernrohr durchschlagen und dann die Alhidade um 180^0 drehen würde. An dem Fernrohre ist kein Vertikalkreis angebracht, das Instrument kann daher nur zum Messen von Horizontal-Winkeln verwendet werden. Der Horizontalkreis hat 15 *cm* Durchmesser und gibt 30 Sekunden mittelst zweier diametraler Nonien. Der Limbus ist durch einen Mantel gedeckt.

171. Wie in Nr. 109 erklärt wurde, können die Schenkel eines Winkels in einer horizontalen, vertikalen oder schiefen Ebene liegen. Da bei der Flächenaufnahme immer die horizontale Projektion des Geländes aufzunehmen ist, so hat man auch bei schiefen Winkeln deren horizontale Projektion, d. h. einen in einer horizontalen Ebene liegenden Winkel zu messen. Es handelt sich also in der geometrischen Praxis nur um die Messung von Horizontal- und Vertikal-Winkel.

Um die horizontale Projektion eines Winkels zu messen, wird über dessen Scheitel zunächst das Stativ des Theodolites derart aufgestellt, daß die runde Öffnung in der Scheibe des Statives, respektive die hier befindliche Herzschraube, vertikal über den Scheitel zu liegen kommt, und daß hiebei die Scheibe des Statives nach dem Auge möglichst horizontal ist. Die Füße des Statives werden dann fest in die Erde gedrückt. Nun wird der Theodolit auf die Scheibe des Statives gestellt und mit diesem durch die Herzschraube verbunden. Letztere wird aber vorläufig noch nicht fest angezogen. Mit Hilfe eines Senkels, welcher an dem, an der Herzschraube angebrachten Häkchen aufgehängt wird, wird der über der Herzschraube befindliche Mittelpunkt des Instrumentes genau vertikal über den Scheitelpunkt gebracht, indem man das Instrument auf der Scheibe des Statives entsprechend verschiebt. Zu diesem Zwecke geht die Herzschraube durch eine größere Öffnung der Scheibe. (Siehe die Abbildungen Fig. 219, 220, 225, 226 und 227.)

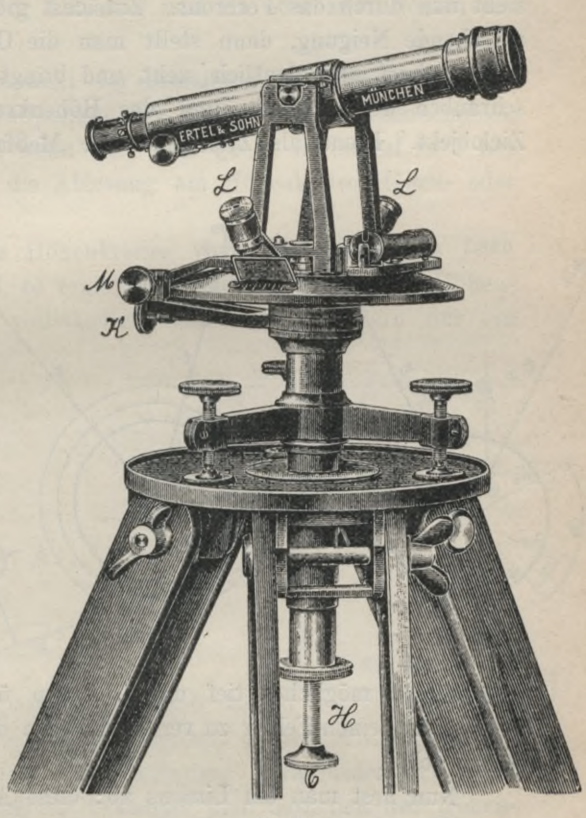


Fig. 227.

Hierauf werden die auf der Alhidade befindlichen Libellen mit den Fuß- oder Stellschrauben zum Einspielen gebracht und dann die Herzschraube fest angezogen. Es ist dann die Alhidade und der Limbus horizontal, respektive die Umdrehungsachse der Alhidade vertikal gerichtet. Befindet sich der Scheitel des Winkels auf einer Mauer oder dergleichen, so wird auf dieser der Theodolit ohne Stativ aufgestellt.

In den Endpunkten der Schenkel des Winkels müssen irgend welche Zielobjekte aufgestellt sein. Wenn man in den zu messenden Winkel hineinblickt, so nennt man den links liegenden Schenkel den „linken", den rechts liegenden den „rechten". In der Regel wird zuerst das linke Zielobjekt anvisiert. Zu diesem Behufe faßt man die Träger des Fernrohres mit beiden Händen und dreht die Alhidade langsam, indem man zunächst nur über das Fernrohr hinwegsieht, bis der das Fernrohr tangierende Sehstrahl das Zielobjekt trifft. Dann zieht man die Bremsschraube der Alhidade an und sieht nun durch das Fernrohr. Zunächst gibt man dem Fernrohr die entsprechende Neigung, dann stellt man die Okularröhre, bis man das Zielobjekt scharf und deutlich sieht, und bringt nun mittelst der Mikrometerschrauben der Alhidade und des Höhenkreises das Fadenkreuz auf das Zielobjekt. Dient als Zielobjekt eine Meßfahne oder ein Absteckstab, so

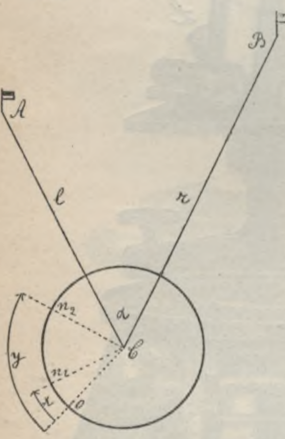


Fig. 228.

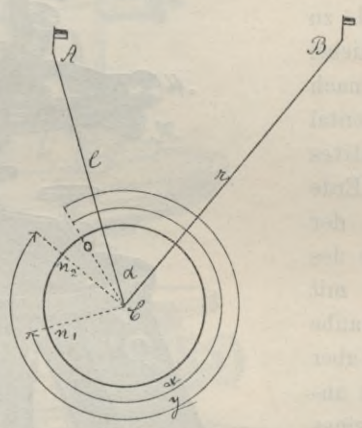


Fig. 229.

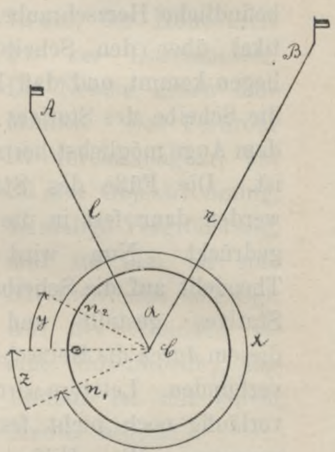


Fig. 230.

muß dieser möglichst tief unten, knapp über dem Erdboden, anvisiert werden, um einen Fehler zu verhüten, wenn die Stange nicht genau vertikal stehen sollte.

Nun liest man am Limbus ab; diese Ablesung heißt „links".

Hierauf lüftet man die Bremsschraube der Alhidade und dreht diese bei ganz feststehendem Limbus, bis in derselben Weise das rechte Zielobjekt anvisiert ist. Dann wird wieder am Limbus abgelesen; diese Ablesung heißt „rechts". Aus den beiden Ablesungen läßt sich der Winkel ermitteln.

Befindet sich z. B. in den Fig. 228, 229 und 230 bei der Visur „links" der Nonius in dem Punkte n_1 und bei der Visur „rechts" in dem Punkte n_2 und der Nullpunkt des Limbus in dem mit 0 bezeichneten Punkte, so erhält man durch die Ablesung „links" den Bogen x, durch die Ablesung „rechts" den Bogen y, weil die Bezifferung des Limbus immer von links gegen rechts geht. In den Fig. 228 und 229 ist $y > x$, es ist daher der zu messende Winkel $\alpha = y - x$. In Fig. 230 aber ist $y < x$ und es ist $\alpha = y + z$. Nun ist aber $z = 360^0 - x$, daher $\alpha = y + 360^0 - x$. D. h. in Worten: „Um den gemessenen Winkel zu erhalten, subtrahiert man immer die Ablesung „links" von der Ablesung „rechts", wäre die Ablesung „rechts" kleiner als „links", so addiert man zu der Ersteren 360^0 (beziehungsweise 400^0).

172. Zur Messung der Vertikalwinkel dient der auf der Drehungsachse des Fernrohres aufgeschraubte Höhen- oder Vertikalkreis, der sich mit dem Fernrohre mitdreht. Zur Ablesung sind ein oder zwei Nonien am Träger des Fernrohres befestigt.

In der Regel ist der Nullpunkt der Einteilung des Höhenkreises so angebracht, daß er mit dem Nullpunkte des Nonius genau zusammenfällt, daß also die Ablesung Null ist, wenn die Visur genau horizontal ist. Bei geneigter Visierlinie gibt dann die Ablesung am Höhenkreise Höhen- oder Tiefenwinkel.

Geht die Bezifferung des Höhenkreises vom Nullpunkte aus nach beiden Seiten, wie in Fig. 223, so ergibt die Ablesung direkt den Höhen- oder Tiefenwinkel. Wenn kein vollständiger Höhenkreis, sondern nur ein Bogen vorhanden ist, wie in Fig. 224a und 227, so geht immer die Bezifferung vom Nullpunkte aus nach beiden Seiten.

Ist ein vollständiger Höhenkreis vorhanden, wie in Fig. 224, 225 und 226, so geht auch oft die Bezifferung vom Nullpunkte aus nach beiden Seiten bis 180^0, respektive 200^0, oder es sind sogar zwei diametral gegenüberliegende Nullpunkte vorhanden, wo von jedem die Bezifferung nach beiden Seiten bis 90^0, respektive 100^0 geht. Auch da bekommt man natürlich den Höhen- oder Tiefenwinkel direkt durch die Ablesung.

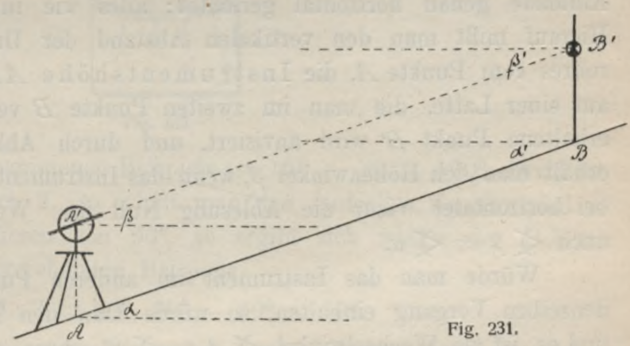


Fig. 231.

Häufig geht aber bei einem vollständigen Kreise die Bezifferung vom Nullpunkte nur nach einer Seite bis 360^0, respektive 400^0. In diesem Falle erhält man nur die Höhenwinkel direkt durch die Ablesung; um dagegen bei nach unten geneigter Visur den Tiefenwinkel zu erhalten, muß die Ablesung von 360^0, respektive 400^0 subtrahiert werden.

Bei einem Höhenbogen ist immer nur ein Nonius vorhanden, bei einem ganzen Höhenkreise sind aber bei besseren Instrumenten zwei Nonien diametral angebracht, so daß der eine die Ablesung 0 gibt, wenn der andere 180^0, respektive 200^0 gibt, oder es geben beide die Ablesung 0, wenn zwei

Nullpunkte vorhanden sind, von denen die Teilung nach beiden Seiten bis je 90^0, respektive 100^0 geht.

Manchmal ist auch, besonders bei den ganz großen Instrumenten, die Bezifferung des Höhenkreises derart angebracht, daß die Ablesung Null ist, wenn die Visur genau vertikal ist. Die Ablesung ergibt also dann Zenithwinkel oder Zenithdistanzen. Bei horizontaler Visur ist dann die Ablesung 90^0, respektive 100^0.

Soll der Neigungswinkel einer geneigten Visur gemessen werden, so wird die Limbus- und Alhidadenebene genau horizontal, die Umdrehungsachse der Alhidade daher vertikal gestellt, und hierauf die Visur über den Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes nach dem Objekte gerichtet. Durch die Ablesung am Höhenkreise erhält man dann je nach der Einrichtung den Winkel, welchen die Visur mit der Horizontalen bildet, also Höhen- oder Tiefenwinkel, oder Zenithwinkel.

Soll dagegen der Neigungswinkel einer geneigten Geraden gemessen werden, z. B. der Geraden AB in Fig. 231, so wird in dem einen Endpunkte der Geraden, z. B. in A das Instrument aufgestellt, mit dem Mittelpunkte des Limbus genau über den Punkt A und dann wird Limbus und Alhidade genau horizontal gerichtet; alles wie in der vorigen Nummer. Hierauf mißt man den vertikalen Abstand der Drehungsachse des Fernrohres vom Punkte A, die Instrumentshöhe AA' und bezeichnet diese auf einer Latte, die man im zweiten Punkte B vertikal aufstellt. Der so erhaltene Punkt B' wird anvisiert, und durch Ablesung am Höhenkreise erhält man den Höhenwinkel β, wenn das Instrument so eingerichtet ist, daß bei horizontaler Visur die Ablesung Null ist. Weil $BB' \parallel AA'$, so ist auch $\sphericalangle \beta = \sphericalangle \alpha$.

Würde man das Instrument im anderen Punkte B aufstellen und denselben Vorgang einhalten, so würde man den Tiefenwinkel β' erhalten, und es ist als Wechselwinkel $\sphericalangle \beta = \sphericalangle \beta'$, sowie auch $\sphericalangle \alpha' = \sphericalangle \alpha'$ ist.

Wäre dagegen der Höhenkreis so eingerichtet, daß man nicht Höhen- und Tiefen-, sondern Zenithwinkel erhält, so ergibt die Ablesung im Punkte A den Winkel $90^0 - \beta$, in B dagegen $90^0 + \beta'$.

Ist das Instrument so eingerichtet, daß bei horizontaler Visur die Ablesung Null ist und geht die Bezifferung vom Nullpunkte nur nach einer Seite bis 360^0, respektive 400^0, so kann der Höhen- oder Tiefenwinkel noch in einer anderen Weise bestimmt werden, welche man die Bestimmung aus dem doppelten Zenithwinkel nennt.

Angenommen, man visiere einen hochliegenden Punkt A (siehe Fig. 232) an, so daß die Visierlinie die Richtung CA hat und liest beim Nullpunkte des Nonius am Höhenkreise ab. Die Ablesung gibt den Höhenwinkel α, z. B. 30^0, wie in der Abbildung. Dreht man nun die Alhidade um ihre vertikale Drehungsachse um 180^0 herum, so daß Alles, was früher rechts war, jetzt nach links kommt, so kommt die Visierlinie nach CA'. Wird der Punkt A abermals anvisiert, so dreht sich dabei der Höhenkreis weiter, bis CA' wieder nach CA kommt, und die Ablesung ergibt nun den Winkel β, welcher in diesem Beispiele 150° sein muß. Subtrahiert man jetzt die erste Ablesung von der zweiten, so ist die Differenz $\beta - \alpha = \sphericalangle A'CA = 2\gamma$, d. h. diese Differenz der beiden Ablesungen ist der doppelte Zenith-

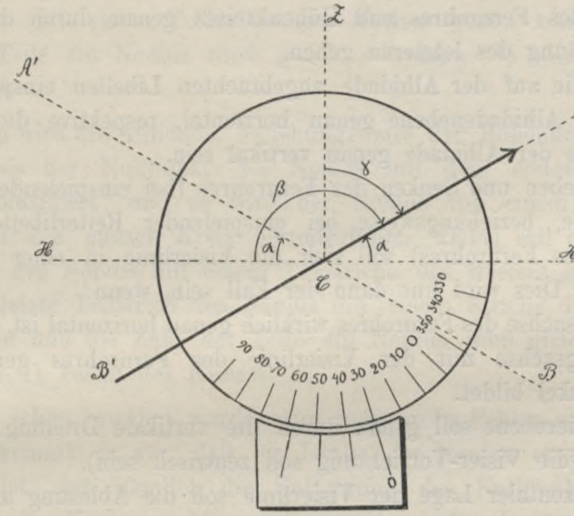


Fig. 232.

winkel. In dem angenommenen Beispiele ist 150 — 30 = 120°. Dividiert man diese Differenz durch 2, so erhält man den einfachen Zenithwinkel γ, und subtrahiert man diesen von 90°, so ergibt sich wieder der Höhenwinkel α, nämlich im vorstehenden Beispiele

$$120^0 : 2 = 60^0,\ 90^0 - 60^0 = 30^0.$$

Hätte man nicht einen hochliegenden Punkt, sondern einen unter der Horizontalen HH liegenden Punkt B anvisiert, so erhält man als erste Ablesung am Höhenkreise, wie aus der Figur ohneweiters zu ersehen ist, 330°. Wird dann wieder die Alhidade um 180° herum gedreht, das Fernrohr durchgeschlagen und B abermals anvisiert, so wird die zweite Ablesung 210° Grad betragen, wie ebenfalls aus der Figur entnommen werden kann. Um die erste Ablesung von der zweiten subtrahieren zu können, muß zur letzteren 360° addiert werden. Es ergibt sich also 210° + 360° = 570°. Nun ist wieder 570° — 330° = 240° = dem erhabenen Winkel $B'CB$, dem doppelten Zenithwinkel. Wird dieser durch 2 dividiert, so erhält man den einfachen Zenithwinkel ZCB, nämlich 240° : 2 = 120°, und subtrahiert man jetzt von diesem 90°, so erhält man den Tiefenwinkel HCB, nämlich 120° — 90° = 30°.

Diese Art der Bestimmung des Höhen- oder Tiefenwinkels aus dem doppelten Zenithwinkel hat den Vorteil, daß hiebei gewisse, nicht rektifizierbare Fehler des Theodolites unschädlich gemacht werden.

173. Zur **Richtigkeit** des Theodolites sind folgende Bedingungen erforderlich:

1. Die Teilungen an dem Horizontal- und Höhen-Kreise, sowie an den zugehörigen Nonien sollen vollkommen gleichmäßig und richtig sein.

2. Die vertikale Drehungsachse der Alhidade soll genau durch den Mittelpunkt der Limbuseinteilung gehen, und ebenso soll die horizontale Drehungsachse des Fernrohres und Höhenkreises genau durch den Mittelpunkt der Einteilung des letzteren gehen.

3. Wenn die auf der Alhidade angebrachten Libellen einspielen, soll die Limbus- und Alhidadenebene genau horizontal, respektive die vertikale Umdrehungsachse der Alhidade genau vertikal sein.

4. Beim Heben und Senken des Fernrohres (bei einspielenden Libellen auf der Alhidade, beziehungsweise bei einspielender Reiterlibelle auf der Drehungsachse des Fernrohres) soll sich die Visierlinie in einer vertikalen Ebene bewegen. Dies wird nur dann der Fall sein, wenn

a) die Drehungsachse des Fernrohres wirklich genau horizontal ist, und wenn

b) die Drehungsachse mit der Visierlinie des Fernrohres genau einen rechten Winkel bildet.

5. Die Visierebene soll genau durch die vertikale Drehungsachse der Alhidade gehen (die Visier-Vorrichtung soll zentrisch sein).

6. Bei horizontaler Lage der Visierlinie soll die Ablesung am Höhenkreise genau Null ergeben (beziehungsweise 90^0 oder 100^0).

7. Die durch die Visierlinie, senkrecht auf den Höhenkreis, gedachte Ebene soll durch den Drehungsmittelpunkt des Höhenkreises gehen.

ad 1. Die Teilungen am Horizontal- und Höhenkreise, sowie an den zugehörigen Nonien sollen gleichmäßig und richtig sein.

Die Teilung der Kreise wird gegenwärtig mittelst Teilmaschinen vorgenommen. Eine solche besitzt einen eingeteilten Kreis, auf dessen Teilstriche eine Art von Alhidade eingestellt wird, und durch einen mit der Alhidade verbundenen Reißer werden die Striche auf dem zu teilenden Kreise hergestellt.

Es können zweierlei Fehler vorkommen:

a) **unregelmäßige**, welche entweder positiv oder negativ sein, und an verschiedenen Stellen vorkommen können;

b) **regelmäßige**, welche an gewissen Stellen des Kreises nur positiv, an anderen nur negativ sind.

Bei einem vollständig richtig geteilten Originalkreise der Teilmaschine und bei sorgfältiger Arbeit können grobe und daher deutlich konstatierbare, unregelmäßige Fehler nicht leicht vorkommen. Dagegen können die regelmäßigen Fehler durch eine schiefe Beleuchtung, durch Ausübung eines seitlichen Druckes beim Einreißen der Teilstriche entstehen. Aber auch diese regelmäßigen Fehler werden bei sorgfältiger Arbeit nicht so groß ausfallen, daß sie leicht zu konstatieren wären.

Wenn man daher ein Instrument von einer guten mechanischen Firma bezieht, kann man sich die mühevolle Arbeit der Untersuchung der Teilungen ersparen.

Wollte man diese Untersuchung durchführen, so müßte diese derart geschehen, daß man den Nullpunkt des einen Nonius genau zusammenbringt mit dem Nullpunkte des Kreises; es soll dann auch der letzte Teilstrich des Nonius mit einem Teilstriche des Kreises genau koinzidieren und die Zahl der Teile am Nonius muß gleich sein $(n - 1)$ oder $(n + 1)$ Teilen des Kreises.

Dann wird die Alhidade, beziehungsweise der Höhenkreis, etwas weiter gedreht, bis der Nullpunkt des Nonius mit dem ersten Teilstriche des Kreises koinzidiert, und so wird der Nonius von einem Teilstriche zum andern um den ganzen Kreis herumgeführt. Dabei soll immer, wenn der Nullpunkt des Nonius mit einem Teilstriche des Kreises genau koinzidiert, auch der letzte Teilstrich des Nonius mit einem Striche des Kreises genau koinzidieren und die Zahl der Teile am Nonius muß gleich sein $(n - 1)$ oder $(n + 1)$ Teilen des Kreises.

Wie schon erwähnt wurde, wird man grobe Fehler wohl selten finden. Dagegen kommt es vor, daß die Länge der Nonien etwas zu groß oder zu klein ist, daß nämlich die Entfernung des Nullpunktes vom letzten Teilstriche des Nonius nicht ganz genau $(n - 1)$ oder $(n + 1)$ Teilen des Kreises ist, so daß also der letzte Teilstrich nicht ganz genau koinzidiert. Es fällt dann die Ablesung am Nonius konstant etwas zu groß oder zu klein aus.

ad 2. Limbus und Alhidade, und ebenso der Höhenkreis, sollen konzentrisch sein, das heißt, der Mittelpuukt der Einteilung soll genau zusammenfallen mit dem Drehungsmittelpunkte.

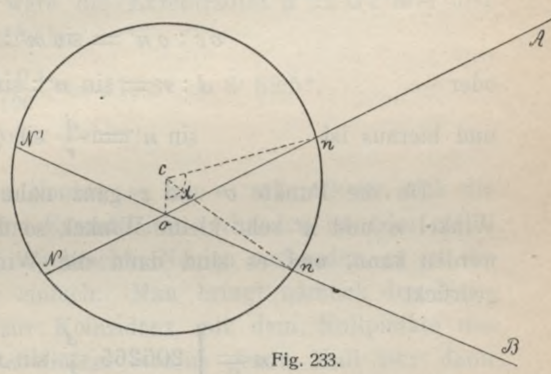


Fig. 233.

Es soll zunächst untersucht werden, welchen Einfluß es hat, wenn die Konzentrizität nicht vorhanden wäre. In Fig. 233 wäre z. B. C der Mittelpunkt der Limbusteilung, O dagegen der Drehungspunkt der Alhidade, durch den die Visierebene geht. Der Abstand CO dieser beiden Punkte von einander, also die Größe der Exzentrizität, sei mit d bezeichnet. Visiert man nach zwei Punkten A und B, so haben die Visuren die Visierrichtungen oA und oB.

Subtrahiert man die Ablesung links (bei der Visur nach A) von der Ablesung rechts (bei der Visur nach B), so gibt die Differenz, nach

Nr. 171, das Bogenstück nn', welches, da c der Mittelpunkt der Einteilung ist, das Maß des Mittelpunktswinkels $ncn' = c$ ist, und nicht des von den Visuren oA und oB gebildeten, exzentrischen oder Sehnen-Winkels $AoB = o$.

Der durch die Differenz der Ablesungen erhaltene Winkel ist daher falsch, denn es ist aus den zwei Dreiecken, welche den Scheitelwinkel gleich haben,

$$c + n = o + n'$$

und hieraus der richtige Winkel

$$o = c + n - n'$$

oder der Fehler $$o - c = n - n'.$$

Dieser Fehler, welcher bei der Winkelbestimmung entsteht, heißt der Fehler wegen der Exzentrizität der Alhidade. Bezeichnet man den Halbmesser cn des Limbus mit r, so ist, weil $co = d$ ja immer sehr klein ist und höchstens einige Hundertstel eines Millimeters betragen kann, ohne Fehler $cn = on = on' = r$.

Bezeichnet man ferner in dem Dreiecke ocn den $\sphericalangle\ ocn$ mit x, so kann die Proportion aufgestellt werden

$$oc : on = \sin n : \sin x$$

oder $$d : r = \sin n : \sin x,$$

und hieraus ist $$\sin n = \frac{d}{r} \cdot \sin x.$$

Ebenso kann in dem Dreiecke con' die Proportion aufgestellt werden:

$$oc : on' = \sin n' : \sin (x - c)$$

oder $$d : r = \sin n' : \sin (x - c),$$

und hieraus ist $$\sin n' = \frac{d}{r} \sin (x - c).$$

Da die Punkte o und c ganz nahe bei einander liegen, so sind die Winkel n und n' sehr kleine Winkel, so daß statt des sin. der arc. gesetzt werden kann, und es sind dann die Winkel n und n' in Sekunden ausgedrückt

$$n = \left[206265 \frac{d}{r} \sin x \right] \text{ Sekunden}$$

und $$n' = \left[206265 \frac{d}{r} \sin (x - c) \right] \text{ Sekunden.}$$

Setzt man diese Werte für n und n' in die Gleichung $o - c = n - n'$, so ist

$$o - c = 206265 \frac{d}{r} \left[\sin x - \sin (x - c) \right] \text{ Sekunden.}$$

Aus der Trigonometrie ist bekannt, daß die Differenz zweier Sinuse gleich ist dem doppelten Produkte aus dem sin. der halben Differenz der beiden Winkel mit dem cos. der halben Summe dieser Winkel, es ist also

$$\sin x - \sin (x - c) = 2 \sin \left[\frac{x - (x - c)}{2}\right] . \cos \left[\frac{x + (x - c)}{2}\right]$$

oder $\sin x - \sin (x - c) = 2 \sin \frac{c}{2} . \cos \left(x - \frac{c}{2}\right)$

daher ist $o - c = 206265 \frac{2d}{r} . \sin \frac{c}{2} . \cos \left(x - \frac{c}{2}\right)$ Sekunden.

Aus dieser Gleichung ist zu ersehen, daß der Fehler in der Winkelbestimmung bei einer vorhandenen Exzentrizität der Alhidade umso größer ist, je größer d, die Exzentrizität, und je kleiner r, der Halbmesser des Limbus ist. Ferner ist der Fehler umso größer, je größer der gemessene Winkel ist, denn $\frac{c}{2}$ liegt unter allen Umständen im ersten Quadranten, wo mit dem Winkel auch der sin. wächst. Je größer aber $\frac{c}{2}$, desto kleiner die Differenz $x - \frac{c}{2}$, daher wieder der cos. desto größer. Sin. und cos. eines Winkels bewegen sich nur zwischen 0 und 1, nimmt man den Fall an, daß sie ihre größten Werte, nämlich 1 erreichen, wenn also $\sphericalangle c = 180^0$ und $x = 90^0$ wäre, dann ist $\sin \frac{c}{2} = \sin 90^0 = 1$ und $\cos \left(x - \frac{c}{2}\right)$ $= \cos (90 - 90) = \cos 0^0 = 1$.

Nimmt man ferner an, es wäre die Exzentrizität $d = 0{\cdot}1$ *mm* und $r = 100$ *mm*, so wäre der Winkelfehler

$$o - c = 206265 \frac{2 . 0{\cdot}1}{100} = 412{\cdot}5'' = 6' \; 52{\cdot}5''.$$

Das wäre schon ein sehr großer Fehler.

Hat die Alhidade nur einen Nonius, so ist es sehr schwer, sich die Überzeugung zu verschaffen, ob eine Exzentrizität vorhanden ist, oder nicht. Sind dagegen zwei diametral angebrachte Nonien vorhanden, so ist die diesbezügliche Untersuchung sehr einfach. Man bringt nämlich den Nullpunkt des einen Nonius genau zur Koinzidenz mit dem Nullpunkte des Limbus, so daß die Ablesung an diesem Nonius genau Null ist; dann liest man auch beim zweiten Nonius ab. Diese Ablesung gibt die Differenz zwischen den Ablesungen an beiden Nonien; diese wird nicht immer genau 180^0 sein, sondern oft einige Sekunden oder Minuten mehr oder weniger. Hierauf dreht man die Alhidade genau um 5 Grade weiter, so daß der Nullpunkt des ersten Nonius genau mit dem Teilstriche des fünften Grades am Limbus koinzidiert, und liest wieder am zweiten Nonius ab, so soll man dieselbe Differenz der beiden Ablesungen erhalten wie früher. Dann wird wieder die Alhidade um fünf Grade weiter gedreht u. s. f., bis der Nullpunkt des ersten Nonius beim Teilstrich 180 des Limbus angekommen ist. Bleibt dabei die Differenz zwischen den Ablesungen an beiden Nonien immer genau dieselbe, so ist eine Exzentrizität nicht vorhanden. Wird jedoch diese Differenz von einer gewissen Stelle an allmählich größer oder kleiner, bis zu einer Stelle, welche von der vorigen um 90^0 entfernt ist, und von da ab wieder umgekehrt, kleiner oder größer, so ist eine Exzentrizität vorhanden.

Dieser Fehler des Instrumentes läßt sich nicht rektifizieren. Er hat aber, wie aus dem oben ausgerechneten Beispiele ersichtlich ist, einen großen Einfluß auf die Genauigkeit der Winkelmessung; man muß daher trachten, ihn unschädlich zu machen.

Wie aus der Figur 233 ersichtlich ist, ist der von den Visuren gebildete Winkel $A\,o\,B$ ein exzentrischer oder Sehnenwinkel, welcher durch das arithmetische Mittel aus den beiden Bogenstücken gemessen wird, welche dieser Winkel und sein Scheitelwinkel abschneiden. Es ist also

$$\sphericalangle A\,o\,B = \frac{\text{arc } n\,n' + \text{arc } N N'}{2}$$

Sind zwei diametrale Nonien vorhanden, so gibt die Differenz der Ablesungen an dem einen Nonius das Bogenstück $n\,n'$, und die Differenz der Ablesungen am zweiten Nonius das Bogenstück $N N'$. Man wird daher bei jeder Visur an beiden Nonien ablesen und aus den zwei erhaltenen Differenzen der Ablesungen das arithmetische Mittel nehmen.

Die etwa vorhandene Exzentrizität läßt sich aber auch bei nur einem Nonius unschädlich machen, wenn das Fernrohr durchschlagbar ist. Nachdem man nämlich den Winkel in einer Fernrohrlage gemessen und durch die Differenz der Ablesungen das Bogenstück $n\,n'$ erhalten hat, schlägt man das Fernrohr durch, dreht die Alhidade herum und mißt den Winkel noch einmal, so erhält man, wie ohneweiters aus Fig. 233 ersichtlich ist, jetzt das Bogenstück $N N'$. Aus den beiden Resultaten wird wieder das Mittel genommen.

Genau dieselben Verhältnisse wie bei der Alhidade und dem Limbus gelten auch bezüglich der etwa vorhandenen Exzentrizität des Höhenkreises. Auch bei diesem kann eine etwa vorhandene Exzentrizität nur dann leicht konstatiert werden, wenn zwei diametrale Nonien vorhanden sind. Durch die Ablesung an diesen beiden Nonien kann auch, sowie beim Limbus, der Einfluß der Exzentrizität unschädlich gemacht werden, dagegen wird diese beim Höhenkreise durch das Durchschlagen des Fernrohres bei nur einem Nonius n i c h t beseitigt.

ad. 3. Wenn die auf der Alhidade angebrachten Libellen einspielen, soll die Limbus- und Alhidadenebene wirklich horizontal, und die Umdrehungsachse der Alhidade wirklich vertikal sein, das heißt mit anderen Worten, die Libellen sollen richtig sein. Diese Untersuchung geschieht so, wie bei der Prüfung der Libellen im allgemeinen schon in Nr. 69 erklärt wurde, das heißt, es werden die Libellen mittelst der Fußschrauben zum Einspielen gebracht und dann die Alhidade um 180^0 gedreht, so sollen die Libellen abermals einspielen. Wäre dies nicht der Fall, so wird die Hälfte der Abweichung mit den Rektifizierschrauben der Libellen und die Hälfte mit den Stellschrauben beseitigt, bis beim Herumdrehen der Alhidade die Blase der Libellen stets im Spielpunkte bleibt. Sind auf der Alhidade zwei Röhrenlibellen vorhanden, so müssen diese stets so gestellt werden, daß die eine Libelle parallel zur Verbindungslinie zweier Stellschrauben zu liegen kommt, worauf die zweite Libelle in die Richtung der dritten Stellschraube kommt.

Bei älteren Instrumenten ist oft auf der Alhidade keine Libelle vorhanden, sondern nur eine Reiterlibelle, welche auf die Drehungsachse des Fernrohres aufgesetzt werden kann. In diesem Falle dreht man die Alhidade so, daß die Drehungsachse des Fernrohres mit der aufgesetzten Libelle in die Richtung zweier Stellschrauben zu liegen kommt, und bringt mittelst der letzteren die Libelle zum scharfen Einspielen. Hierauf hebt man die Libelle ab, dreht sie um 180^0 und setzt sie wieder auf. Spielt sie nicht wieder scharf ein, so wird die Hälfte der Abweichung der Blase mit der Rektifizierschraube der Libelle, die andere Hälfte mit den Stellschrauben beseitigt, bis beim jedesmaligen Umlegen der Libelle die Blase immer wieder scharf einspielt. Ist dies erreicht, so wird jetzt die Alhidade samt der auf der Drehungsachse sitzenden Libelle um 180^0 gedreht. Spielt jetzt die Blase wieder scharf ein, so ist die Drehungsachse des Fernrohres parallel zur Alhidadenebene, daher diese horizontal, und ihre Drehungsachse vertikal, wenn die Reiterlibelle zum Einspielen gebracht wurde. Sollte aber die Blase nach dem Umdrehen der Alhidade abweichen, so ist die Drehungsachse des Fernrohres nicht parallel zur Alhidadenebene. Man beseitigt daher jetzt die Hälfte der Abweichung mit den Stellschrauben und die andere Hälfte mittelst der in Fig. 221 oder 222 dargestellten Einrichtung am Träger des Fernrohres zur Hebung oder Senkung der Drehungsachse auf der einen Seite, bis beim Umdrehen der Alhidade die Blase der Libelle stets im Spielpunkte bleibt.

ad 4. Bei einspielenden Alhidadenlibellen soll beim Heben und Senken des Fernrohres sich die Visierlinie in einer vertikalen Ebene bewegen, d. h.

a) die Drehungsachse des Fernrohres soll wirklich horizontal sein,

b) die Visierlinie soll mit der Drehungsachse einen rechten Winkel bilden.

Die Prüfung dieser beiden Punkte geschieht in ganz analoger Weise, wie beim Fernrohrdiopter. Es richtet sich also die Art und Weise, respektive die Reihenfolge der Untersuchung der beiden Punkte nach der Konstruktion des Instrumentes, und zwar sind in dieser Hinsicht folgende Fälle zu unterscheiden:

a) Auf die Drehungsachse des Fernrohres kann eine Reiterlibelle frei aufgesetzt werden.

b) Auf der Drehungsachse ist keine Reiterlibelle angebracht, sondern es sind nur Libellen auf der Alhidade vorhanden.

In beiden Fällen ist auch noch zu unterscheiden, ob das Fernrohr durchschlagbar ist oder nicht.

Selbstverständlich muß bei horizontal gerichteter Alhidade der Vertikalfaden des Fadenkreuzes auch wirklich vertikal sein. Die Untersuchung und Berichtigung dieses Punktes geschieht vor der Untersuchung der Visierlinie genau so, wie beim Fernrohrdiopter.

a) Ist eine auf die Drehungsachse des Fernrohres frei aufsetzbare Reiterlibelle vorhanden, so prüft man zuerst die horizontale Stellung der Drehungsachse. Diese Prüfung und eventuelle Berichtigung geschieht genau so, wie oben ad 3 erklärt wurde; d. h. es wird zuerst die Libelle selbst durch Umlegen geprüft und eventuell mit ihrer Rektifizierschraube berichtigt, dann wird die Alhidade samt der Libelle um 180^0 gedreht und eine eventuelle Abweichung durch die Korrektionsschrauben am Träger des Fernrohres berichtigt. Es wird also jetzt bei scharf einspielender Reiterlibelle die Drehungsachse auch wirklich horizontal sein, und man hat nur noch die senkrechte Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse zu prüfen. Diese Prüfung kann in derselben Weise geschehen, wie bei der neuen, verbesserten Konstruktion des Fernrohrdiopters von Starke & Kammerer, nämlich am einfachsten durch Anvisieren einer vertikal hängenden Schnur. Beim Heben und Senken des Fernrohres soll dann das Fadenkreuz stets in der Schnur bleiben. Ist dies nicht der Fall, so wird der Fehler durch Verschiebung der Fadenplatte mittelst der seitlichen Rektifizierschrauben beseitigt.

Ist das Fernrohr nicht durchschlagbar oder umlegbar, so kann die Prüfung der senkrechten Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse nur in dieser Weise geschehen. Ist jedoch das Fernrohr durchschlagbar, so kann man auch, ebenso wie beim Fernrohrdiopter, die Methode mit dem „doppelten" oder mit dem „vierfachen" Fehler anwenden.

Bei der ersteren Methode (siehe Fig. 196) visiert man bei horizontal gerichtetem Fernrohr einen möglichst weit entfernten Punkt A an, liest am Horizontalkreise bei einem Nonius ab, addiert dann zu dieser Ablesung 180^0 und dreht die Alhidade, bis derselbe Nonius diese Summe als Ablesung gibt, und schlägt das Fernrohr durch. Es soll nun das Fadenkreuz wieder den früher anvisierten Punkt A treffen. Ist dies nicht der

Fall, so wird die Hälfte der Abweichung AA' durch Verschiebung des Fadenkreuzes mit dessen seitlichen Rektifizierschrauben beseitigt.

Oft ist es besser, man geht in der Weise vor, daß man den Punkt anvisiert, am Nonius abliest, dann das Fernrohr durchschlägt, die Alhidade herumdreht, den Punkt wieder anvisiert und jetzt abermals abliest. Die Differenz beider Ablesungen soll genau 180⁰ geben. Hätte man jedoch als erste Ablesung z. B. 115⁰ 35′ und als zweite 295⁰ 38′ erhalten, so ist die Differenz 180⁰ 3′. Es beträgt also der doppelte Fehler 3′, und man berichtigt das Fadenkreuz, indem man den Nonius mit Hilfe der Mikrometerschraube auf 295⁰ 36′ 30″ stellt und nun die Fadenplatte mit deren seitlichen Rektifizierschrauben verschiebt, bis das Fadenkreuz wieder den Punkt trifft.

Wenn die Alhidade zwei Nonien hat, so wiederholt man dieselbe Untersuchung mit Hilfe des zweiten Nonius. Sollte sich dabei ein abweichendes Resultat ergeben, so nimmt man das Mittel aus beiden Resultaten.

Liegt die Drehungsachse des Fernrohres offen in ihren Lagern, so daß das Fernrohr herausgehoben werden kann, so wird bei dieser Untersuchung das Fernrohr in seinen Lagern umgelegt, so daß dessen untere Seite nach oben kommt, statt daß man es durchschlagen und die Alhidade um 180⁰ drehen würde. Dadurch wird die Berichtigung viel genauer, weil man nicht abzulesen braucht.

Auch die Untersuchung mittelst des vierfachen Fehlers gestattet eine genauere Berichtigung, weil man da ebenfalls nicht abzulesen braucht. Es wird nämlich, wie schon beim Fernrohrdiopter erklärt wurde (siehe Fig. 197), ebenfalls bei horizontal gerichtetem Fernrohr ein entfernter Punkt A anvisiert, dann wird das Fernrohr durchgeschlagen.

Auf der anderen Seite wird nun der Punkt A', der von der Visur getroffen wird, an einer Wand, an einer in horizontaler Richtung befestigten eingeteilten Latte, oder durch einen eingesteckten Absteckstab bezeichnet. Hierauf dreht man, ohne vorher abzulesen, die Alhidade herum und visiert den Punkt A abermals an und schlägt dann das Fernrohr wieder durch. Es soll jetzt der Punkt A' wieder getroffen werden, ist dies nicht der Fall, so bezeichnet man den jetzt getroffenen Punkt A'', und es ist die Abweichung $A'A''$ der vierfache Fehler. Man teilt daher diesen Abstand in vier gleiche Teile und verschiebt die Fadenplatte, bis die Visur um einen solchen Teil weiter gerückt ist und den Punkt A''' trifft.

b) Ist auf der Drehungsachse des Fernrohres keine Reiterlibelle vorhanden, sondern nur Libellen auf der Alhidade, welche Einrichtung bei kleinen Instrumenten vorkommt, so muß man, so wie bei den Fernrohrdioptern, zuerst untersuchen, ob die Visierlinie senkrecht steht zur Drehungsachse, und dann erst, ob diese letztere horizontal ist.

Die Untersuchung der senkrechten Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse geschieht, wenn das Fernrohr durchschlagbar oder umlegbar ist, nach der Methode mit dem doppelten oder mit dem vierfachen Fehler genau so, wie oben unter a) beschrieben wurde.

Die Untersuchung der horizontalen Stellung der Drehungsachse geschieht so wie beim Fernrohrdiopter durch Anvisieren eines hochliegenden Punktes. Man stellt den Theodolit vor einem Turme oder dgl. auf, bringt die Libellen auf der Alhidade mit den Fußschrauben zum scharfen Einspielen und visiert die Turmspitze an. Dann liest man am Limbus bei einem Nonius ab, addiert zu der Ablesung 180°, dreht die Alhidade, bis man diese Summe als Ablesung erhält, und schlägt das Fernrohr durch, so soll die Visur wieder scharf den früher anvisierten hochliegenden Punkt treffen. Ist dies nicht der Fall, so ist die Abweichung der Visur der doppelte Fehler und man verbessert die Hälfte der Abweichung durch Heben oder Senken der Drehungsachse des Fernrohres auf einer Seite mittelst der an dem Fernrohrträger angebrachten Vorrichtung.

Statt zu der ersten Ablesung 180° zu addieren, kann man die Sache auch so machen, daß man den hochliegenden Punkt anvisiert, am Limbus bei einem Nonius abliest, dann die Alhidade herumdreht, das Fernrohr durchschlägt und den Punkt abermals anvisiert. Jetzt liest man bei demselben Nonius wieder ab, und die Differenz beider Ablesungen soll genau 180° ergeben. Hätte man aber z. B. das erstemal abgelesen 136° 14', das zweitemal 316° 10', so ist die Differenz 179° 56'. Man stellt jetzt den Nonius durch Drehen der Alhidade auf 316° 12' und hebt oder senkt wieder die Drehungsachse auf der einen Seite, bis die Visur den Punkt trifft.

Um nicht ablesen zu müssen und daher die Berichtigung genauer vornehmen zu können, kann man auch in folgender Weise vorgehen:

Man visiert den hochliegenden Punkt an, senkt dann das Fernrohr, bis die Visierlinie in eine horizontale Lage kommt, und bezeichnet den Punkt, der jetzt von der Visur getroffen wird. Dies kann entweder direkt auf der Mauerfläche des Turmes geschehen, oder auf einer hier in horizontaler Richtung befestigten eingeteilten Latte. Dann schlägt man das Fernrohr durch, dreht die Alhidade herum, ohne abzulesen, und visiert den hochliegenden Punkt abermals an, senkt dann das Fernrohr, bis es wieder in die horizontale Lage kommt, so soll die Visur jetzt wieder den früher bezeichneten Punkt treffen, ist dies nicht der Fall, so ist die Abweichung der doppelte Fehler und die Hälfte derselben wird durch Heben oder Senken der Drehungsachse beseitigt.

Ist das Fernrohr nicht durchschlagbar, so geschieht die Untersuchung und Berichtigung der senkrechten Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse und der horizontalen Lage der Drehungsachse mittelst zweier in eine hohe Wand eingeschlagener Nägel und zwischen diesen gespannten Schnur genau so, wie beim Fernrohrdiopter.

Es soll nun untersucht werden, welchen Einfluß es auf die Winkelmessung hat, wenn sich die Visierlinie des Fernrohres nicht in einer vertikalen Ebene bewegt, wenn also die im Vorstehenden besprochenen Untersuchungen und Berichtigungen der Stellungen der Visierlinie und der Drehungsachse nicht stattgefunden hätten, oder wenn bei der Berichtigung noch ein Fehler verblieben wäre.

Denkt man sich in der Fig. 234 die Punkte A und B als die anzuvisierenden Endpunkte der Schenkel eines Winkels ACB. Das Instrument ist im Scheitelpunkte C aufgestellt, und die Punkte A und B liegen über der Horizontalebene des Instrumentes. Es ist die horizontale Pro-

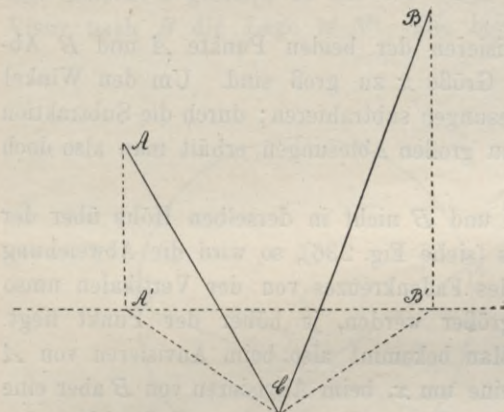


Fig. 234.

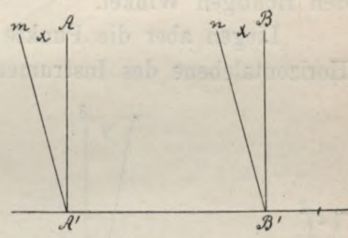


Fig. 235.

jektion des Winkels ACB, also der Winkel $A'CB'$ zu messen, welch letzteren man erhält, wenn von A und B Senkrechte auf die Horizontalebene des Instrumentes gefällt werden und die Fußpunkte A' und B' mit C verbunden werden.

Angenommen, es könnten die Punkte A' und B' anvisiert werden und die Visierlinie des Fernrohres bewege sich beim Heben und Senken des letzteren in einer vertikalen Ebene. Visiert man A' und B' an und hebt dann jedesmal das Fernrohr, so wird sich das Fadenkreuz in den Vertikalen $A'A$ und $B'B$ bewegen und daher auch genau die Punkte A und B treffen, so daß es ganz gleichgiltig ist, ob man die Punkte A' und B' oder A und B anvisiert. Die jedesmaligen Ablesungen am Limbus sind gleich.

Angenommen aber, die Visierlinie bewege sich nicht in einer vertikalen Ebene. Denkt man sich jetzt, man visiere den Punkt A an und hebt dann das Fernrohr, so wird sich das Fadenkreuz nicht in der Vertikalen $A'A$ bewegen (siehe Fig. 235), sondern wird von der Vertikalen abweichen und schließlich nicht den Punkt A, sondern z. B. den Punkt m treffen. Um den Punkt A zu treffen, müßte in diesem Falle die Alhidade etwas nach rechts gedreht werden, so daß man eine größere Ablesung bekommt, als wenn man direkt A' anvisiert hätte, und zwar eine um x größere Ablesung. Ganz dasselbe wird eintreten, wenn man B' anvisieren könnte und dann das Fernrohr heben würde. Die Visur wird wieder nicht B, sondern n treffen, und die Alhidade muß nach rechts gedreht werden, um B zu treffen, so daß die Ablesung beim Anvisieren von B größer ist, als wenn man direkt B' anvisiert hätte. Liegen beide Punkte A und B in gleicher Höhe über der Horizontalebene des Instrumentes, so müßte bei beiden Visuren das Fernrohr in gleiche Höhe gehoben werden, es wären also auch die Abweichungen des Fadenkreuzes von A und B, beziehungsweise die erforderlichen Rechtsdrehungen der Alhidade beim Anvisieren von A und B einander gleich.

Man erhält also beim Anvisieren der beiden Punkte A und B Ablesungen, welche um dieselbe Größe x zu groß sind. Um den Winkel zu bekommen, muß man die Ablesungen subtrahieren; durch die Subtraktion der zwei um dieselbe Größe x zu großen Ablesungen erhält man also doch den richtigen Winkel.

Liegen aber die Punkte A und B nicht in derselben Höhe über der Horizontalebene des Instrumentes (siehe Fig. 236), so wird die Abweichung des Fadenkreuzes von der Vertikalen umso größer werden, je höher der Punkt liegt. Man bekommt also beim Anvisieren von A eine um x, beim Anvisieren von B aber eine um y zu große Ablesung. Subtrahiert man die linke Ablesung von der rechten, so ist die Differenz nicht mehr der richtige Winkel, sondern sie ist um $(y - x)$ zu groß.

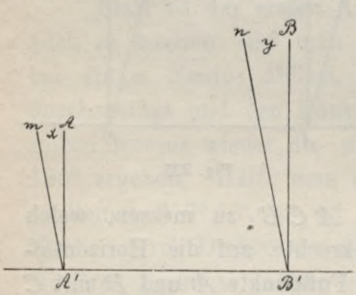


Fig. 236.

Schlägt man nun das Fernrohr durch und denkt sich A' und B' wieder anvisiert und hebt dann jedesmal das Fernrohr, so wird jetzt das Fadenkreuz die Vertikalen $A'\,A$ und $B'\,B$ nach der entgegengesetzten Seite wie früher verlassen, so daß man, um A und B zu treffen, die Alhidade jetzt nach der entgegengesetzten Seite wie früher, also nach links drehen müßte, d. h. man erhält jetzt beim Anvisieren von A und B kleinere Ablesungen, als man sie erhalten hätte, wenn man A' und B' anvisiert hätte, und zwar ist die Ablesung beim Anvisieren von A um dieselbe Größe x zu klein, um welche sie früher zu groß war, und ebenso ist die Ablesung beim Anvisieren von B um dieselbe Größe y zu klein, um welche sie früher zu groß war.

Die Differenz der beiden Ablesungen ist also jetzt um $(y - x)$ zu klein, während sie früher um dieselbe Größe zu groß war.

Um daher den richtigen Winkel zu bekommen, braucht man nur aus den in beiden Fernrohrlagen erhaltenen Differenzen der Ablesungen das arithmetische Mittel zu nehmen.

ad 5. Die Visierebene soll durch die vertikale Drehungsachse der Alhidade gehen, d. h. die Visiervorrichtung soll zentrisch sein.

Angenommen, es befindet sich die Visierlinie nicht genau senkrecht über dem Drehungspunkte der Alhidade, so wird beim Drehen der Alhidade der Durchschnittspunkt der Visierlinie mit der Drehungsachse des Fernrohres einen Kreis beschreiben, dessen Mittelpunkt der Drehungspunkt C der Alhidade ist; und die Visierlinien werden jedesmal diesen Kreis tangieren. (Siehe Fig. 237.)

Hat man daher den Winkel AcB zu messen, der mit c bezeichnet sein soll, und hat man demgemäß das Instrument mit seinem Mittelpunkte über den Scheitel c gestellt, so hat die Visur nach A die Lage nN, und die Visur nach B die Lage $n'N'$. Die beiden Visuren bilden den Winkel

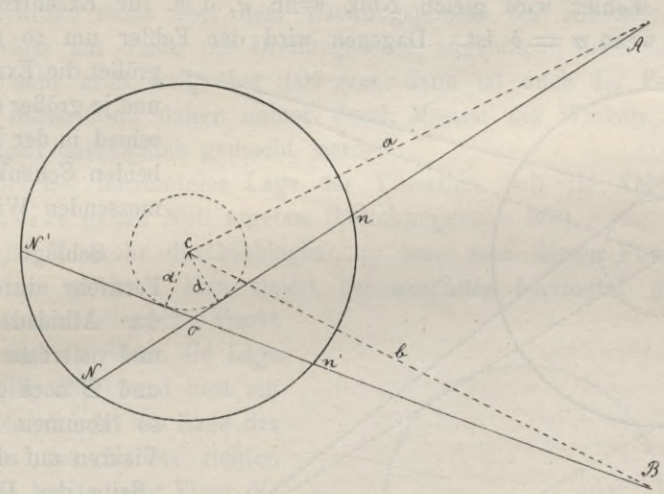


Fig 237.

AoB, der mit o bezeichnet ist. Dieser Winkel ist ein exzentrischer, es ist daher

$$o = \frac{\text{arc } nn' + \text{arc } NN'}{2},$$

d. h. man erhält diesen Winkel durch die Ablesungen an beiden Nonien. Man soll aber den Winkel c messen, der nicht gleich o ist, sondern es ist

$$c + A = o + B$$

und hieraus $$c = o + B - A.$$

Es ist also nur dann $c = o$, wenn auch $B = A$ ist.

Der Unterschied $c - o = B - A$ heißt der Fehler wegen der Exzentrizität der Visiervorrichtung.

Bezeichnet man den Halbmesser des Exzentrizitätskreises, d. h. den Abstand der Visierlinie vom Drehungspunkte der Alhidade mit d und die Länge der Schenkel des zu messenden Winkels CA mit a und CB mit b, so ist $$\frac{d}{a} = \sin A \text{ und } \frac{d}{b} = \sin B.$$

Da der Abstand d sehr klein ist, so werden auch die Winkel A und B sehr klein sein, man kann also statt des sin. den arcus setzen, so daß $\frac{d}{a} = \text{arc } A$ und $\frac{d}{b} = \text{arcus } B$ und es sind daher die beiden Winkel A und B in Sekunden ausgedrückt

$$A = 206265 \frac{d}{a} \text{ Sekunden und } B = 206265 \frac{d}{b} \text{ Sekunden}$$

daher auch $$c - o = 206265\, d \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) \text{ Sekunden}$$

oder $$c - o = 206265\, d \left(\frac{a - b}{a\,b}\right) \text{ Sekunden.}$$

Der Fehler wird gleich Null, wenn d, d. h. die Exzentrizität Null ist, oder wenn $a = b$ ist. Dagegen wird der Fehler um so größer, je größer die Exzentrizität, und je größer der Unterschied in der Länge der beiden Schenkel des zu messenden Winkels ist.

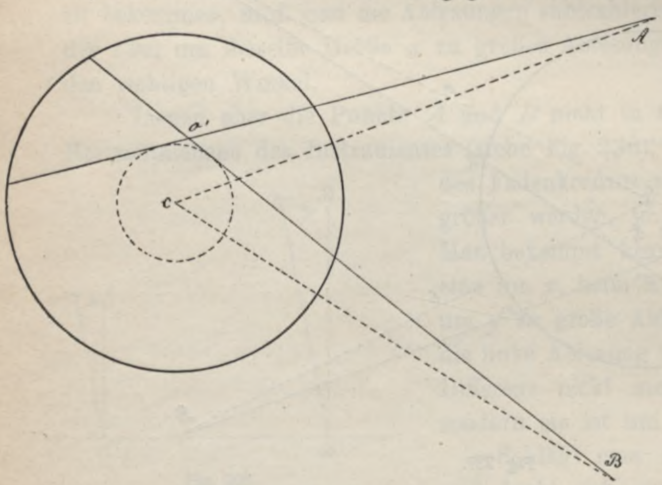


Fig. 238.

Schlägt man das Fernrohr durch, dreht die Alhidade herum, und visiert die Punkte A und B noch einmal an, so kommen jetzt die Visuren auf die andere Seite des Drehungspunktes c (Siehe Fig. 238) und bilden jetzt den Winkel o', den man wieder durch die Ablesungen an beiden Nonien erhält.

Jetzt ist aber

$$o' + A = c + B$$

und daraus $$c = o' + A - B$$

früher war $$c = o + B - A$$

daher $$c = \frac{o + o'}{2}$$

Hieraus ersieht man, wie man untersuchen kann, ob ein Instrument eine exzentrische Visier-Vorrichtung hat, und wie man diesen Fehler, der sich an dem Instrumente nicht berichtigen läßt, unschädlich machen kann. Um das Instrument zu prüfen, steckt man einen Winkel ab, dessen Schenkel sehr verschiedene Länge haben, z. B. der eine 10 m, der andere 200 m, und mißt dann den Winkel zuerst in einer Fernrohrlage, aber durch Ablesung an beiden Nonien, schlägt dann das Fernrohr durch, oder legt es in seinen Lagern um, und mißt den Winkel noch einmal, so soll man genau gleiche Resultate bekommen. Zeigt sich ein

Unterschied, so ist eine Exzentrizität der Visierlinie vorhanden, und man kann dann stets den richtigen Winkel bekommen, wenn man jeden Winkel in Doppellagen des Fernrohres mißt, und aus beiden Resultaten das Mittel nimmt.

Dieser Fehler wegen der Exzentrizität ist übrigens sehr gering, wenn die Exzentrizität nicht groß ist. Wäre diese z. B. 1 *mm*, und die Schenkel hätten die oben angegebenen ungünstigen Längen von 10 und 200 *m*, so ist

$$c - o = 206265 \cdot 0{\cdot}001 \left(\frac{200 - 10}{200 \, . \, 10}\right) = 206265 \, . \, 0{\cdot}001 \, . \, \frac{190}{2000} = 19{\cdot}6''$$

Bei manchen großen Theodoliten, besonders für astronomische Zwecke ist das Fernrohr nicht über dem Drehungspunkte der Alhidade, sondern ganz seitwärts am Ende der Drehungsachse angebracht, dann ist die Exzentrizität sehr groß, weit über 100 *mm*, dann ist auch der Fehler sehr groß, und dieser muß daher immer durch Messen des Winkels in beiden Fernrohrlagen unschädlich gemacht werden.

ad 6. Bei horizontaler Lage der Visierlinie soll die Ablesung am Höhenkreise genau Null ergeben (beziehungsweise 90°).

Ist das Fernrohr durchschlagbar, so kann man diesen Punkt in folgender Weise prüfen. Man visiert bei sorgfältig horizontal gerichteter Alhidade einen hochliegenden Punkt A an, so daß die Visur die Lage mA hat (Fig. 239), und liest am Höhenkreise ab. Ist die Lage des Nullpunktes des Nonius richtig, d. h. ist bei horizontaler Visur die Ablesung wirklich genau Null, so wird die jetzige Ablesung den richtigen Höhenwinkel e z. B. 30° ergeben. Ist dagegen die Lage des Nonius falsch, so daß die Visur nicht genau horizontal ist, wenn die Nullpunkte des Höhenkreises und des Nonius koinzidieren, so erhält man jetzt auch nicht den richtigen Höhenwinkel e, sondern $e + x$, wenn die Visur bei der Koinzidenz der beiden Nullpunkte mit der Horizontalen einen Winkel x nach unten bildet; z. B. man erhielte 31°.

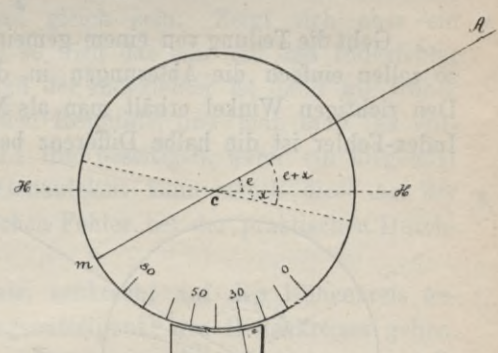


Fig. 239.

Nun dreht man die Alhidade um 180° herum; die Visur kommt in die Lage $A'\,m'$, dann schlägt man das Fernrohr durch und visiert den Punkt A nochmals an (Fig. 240). Beim Durchschlagen des Fernrohres dreht sich der Höhenkreis mit, die Visur kommt in die Lage nA und bildet mit der Horizontalen wieder denselben Höhenwinkel e. Ist die Stellung des Nonius richtig, so muß also jetzt die Ablesung an demselben Nonius $180^0 - e$ ergeben, wie aus den Figuren 239 und 240 zu ersehen ist, also in dem oben angenommenen Beispiele 150°. Wenn man daher die jetzige Ablesung von 180^0 subtrahiert, soll man denselben Höhenwinkel bekommen, wie früher. Ist aber die Stellung des Nonius falsch, so ergibt dann die Ablesung nicht $180^0 - e$, sondern $180^0 - (e - x)$. Man wird also in obigem Beispiele jetzt nicht 150^0, sondern 151^0 ablesen, und wenn man diese Ablesung von 180^0 subtrahiert, erhält man nicht den früher abgelesenen Höhenwinkel von 31^0, sondern nur 29^0. Der richtige Höhenwinkel ist somit

$$\frac{(e+x)+(e-x)}{2} = e \text{ oder } \frac{31^0+29^0}{2} = 30^0.$$

Die Größe x heißt der Indexfehler. Um diesen zu erhalten, muß man den richtigen Winkel von dem zu großen Resultate subtrahieren, oder das zu kleine Resultat von dem richtigen Winkel.

$$(e+x) - \frac{(e+x)+(e-x)}{2} = \frac{2(e+x)-(e+x)-(e-x)}{2} = \frac{(e+x)-(e-x)}{2} = x$$

oder

$$\frac{(e+x)+(e-x)}{2} - (e-x) = \frac{(e+x)+(e-x)-2(e-x)}{2} = \frac{(e+x)-(e-x)}{2} = x$$

d. h. man findet den Indexfehler, wenn man die Differenz der zwei erhaltenen Winkel durch 2 dividiert. Im angenommenen Beispiele also ist

$$x = \frac{31-29}{2} = 1^0.$$

Geht die Teilung von einem gemeinsamen Nullpunkte nach beiden Seiten, so sollen einfach die Ablesungen in den zwei Fernrohrlagen gleich sein. Den richtigen Winkel erhält man als Mittel aus beiden Ablesungen und der Index-Fehler ist die halbe Differenz beider Ablesungen.

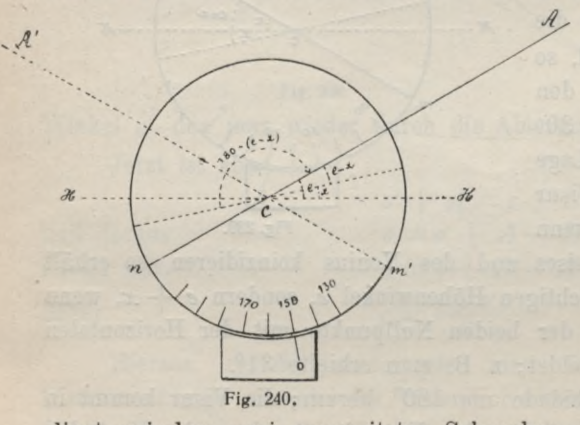


Fig. 240.

Um diesen Indexfehler werden also alle Winkel auf der einen Seite der Teilung zu groß, auf der anderen zu klein erhalten, und man muß entweder diesen Indexfehler dann immer in Rechnung bringen, oder man kann ihn beseitigen, wenn ein „fliegender“ Nonius vorhanden ist, wie er in Fig. 223 auf Seite 209 abgebildet erscheint. Dieser liegt zwischen zwei zugespitzten Schrauben ss, mittelst welcher er um die Größe x verschoben werden kann.

Ein vorhandener Indexfehler kann auch unschädlich gemacht werden, wenn man die Höhen- und Tiefenwinkel aus dem doppelten Zenithwinkel bestimmt, wie auf Seite 216 erklärt wurde. Ist nämlich ein Indexfehler vorhanden, so ist die erste Ablesung falsch, und zwar um den Indexfehler x zu groß, oder zu klein. Wird dann das Fernrohr durchgeschlagen, die Alhidade herumgedreht, der Punkt A nochmals anvisiert, und jetzt wieder abgelesen, so ist auch die zweite Ablesung um den Indexfehler x, also um dieselbe Größe wieder zu groß oder zu klein (siehe Figur 239 und 240). Die Differenz der beiden Ablesungen ergibt aber doch den richtigen doppelten Zenithwinkel $A' C A$. Wird dieser durch zwei dividiert und dieser Quotient von 90^0 subtrahiert, so erhält man den richtigen Höhenwinkel e.

In dem oben angenommenen Beispiele wäre bei einem vorhandenen Indexfehler von $x = 1^0$ die erste Ablesung 31^0, die zweite 151^0, daher der doppelte Zenithwinkel $151^0 - 31^0 = 120^0$, der einfache Zenithwinkel somit $120:2 = 60^0$, und der Höhenwinkel $90^0 - 60^0 = 30^0$.

Ist das Fernrohr nicht durchschlagbar, so kann die Untersuchung, ob ein Indexfehler vorhanden ist oder nicht, nur in der Weise geschehen, daß man sich eine schiefe Gerade wählt, das Instrument zuerst in dem tiefer gelegenen Punkte aufstellt und den Höhenwinkel mißt, den die Gerade mit der Horizontalen bildet, worauf man das Instrument in den höher liegenden Punkt überträgt und den Tiefenwinkel mißt, den jetzt die Gerade mit der Horizontalen bildet. (Siehe Figur 231 und Beschreibung auf Seite 216.) Ist kein Indexfehler vorhanden, so muß der erhaltene Tiefenwinkel dem Höhenwinkel genau gleich sein. Zeigt sich aber ein Unterschied in den beiden Resultaten, so wird das eine um den Indexfehler zu groß, das andere zu klein sein, und der Indexfehler ist dann wie früher gleich der halben Differenz der beiden Resultate, und man muß ihn entweder in Rechnung bringen, oder wird ihn beseitigen, wenn ein fliegender Nonius vorhanden ist. Auf große Genauigkeit kann jedoch diese Art der Untersuchung wegen der unvermeidlichen Fehler bei der praktischen Durchführung keinen Anspruch erheben.

ad 7. Die durch die Visierlinie, senkrecht auf den Höhenkreis gedachte Ebene soll durch den Drehungsmittelpunkt des Höhenkreises gehen.

Bezüglich dieser Bedingung verhält es sich ganz ähnlich, wie bei einer Exzentrizität der Visier-Vorrichtung hinsichtlich des Drehungspunktes der Alhidade. Geht nämlich die durch die Visierlinie, senkrecht auf den Höhenkreis, gedachte Ebene nicht durch den Drehungsmittelpunkt des Höhenkreises, so bildet sie stets die Tangente zu einem Kreise vom Halbmesser d (Fig. 241). Die Visur bildet daher mit der Horizontalen den Winkel $A o H' = o$, welchen man durch die Ablesung am Höhenkreise erhält, während der Winkel $A c H = c$ gemessen werden

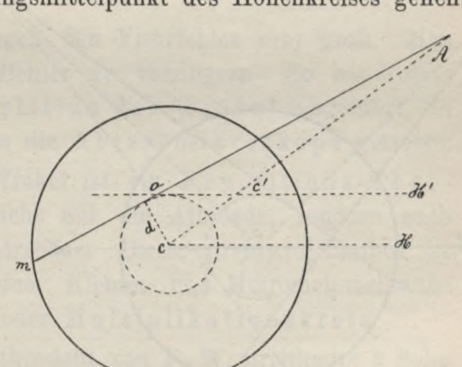


Fig. 241.

soll. Da $\sphericalangle c = c'$ als Gegenwinkel, und letzterer als Außenwinkel gleich der Summe der beiden inneren, nicht anliegenden Winkel ist, so ist

$$c = o + A$$

oder der Fehler wegen der Exzentrizität $c - o = A$.

Würde die Visur unterhalb des Mittelpunktes c liegen, so wäre

$$o = c + A$$

und der Exzentrizitätsfehler wäre $c - o = - A$.

Bezeichnet man die Länge der Visur $c\,A$ mit a, so ist $\frac{d}{a} = \sin A$ oder wenn für $\sin A$ der arc A gesetzt wird, $A = 206265 \frac{d}{a}$ Sekunden, daher der Exzentrizitätsfehler $c - o = \pm 206265 \frac{d}{a}$ Sekunden.

Dieser Fehler wird umso größer, je größer die Exzentrizität und je kürzer die Visur ist.

Angenommen, es wäre die Exzentrizität $d = 1\ mm$ und die Länge der Visur $a = 100\ m$, so wäre der Exzentrizitätsfehler

$$c - o = \pm 206265 \frac{1}{100000} = 2''.$$

Bei einer Länge der Visur von 10 *m* wäre der Fehler erst 20″, bei der so groß angenommenen Exzentrizität von 1 *mm*, wie sie wohl selten bei einem besseren Instrumente vorkommen dürfte. Dieser Fehler erfordert also wohl kaum Beachtung. Übrigens kann man ihn unschädlich machen, wenn man den Höhen- oder Tiefenwinkel aus dem doppelten Zenithwinkel bestimmt, was allerdings nur dann möglich ist, wenn das Fernrohr zum Durchschlagen eingerichtet ist, und die Teilung von 0 bis 360⁰ geht.

Angenommen, es wäre in Fig. 242 c der Drehungspunkt des Höhenkreises und es ist der Neigungswinkel der Geraden $c\,A$ zu ermitteln. Die exzentrische Visur hat aber die Lage $m\,A$ und man liest am Höhenkreise ab. Nun wird die Alhidade um 180⁰ gedreht, so daß alles, was früher rechts war, jetzt nach links kommt. Die Visur kommt also in die Lage $m'\,A'$ und würde einen Punkt A' treffen, der sich auf dieser Seite in derselben Höhe und in derselben Entfernung befinden würde. Nun schlägt man das Fernrohr durch und visiert A nochmals an, so kommt die Visur in die Lage $n\,A$. Jetzt macht man die

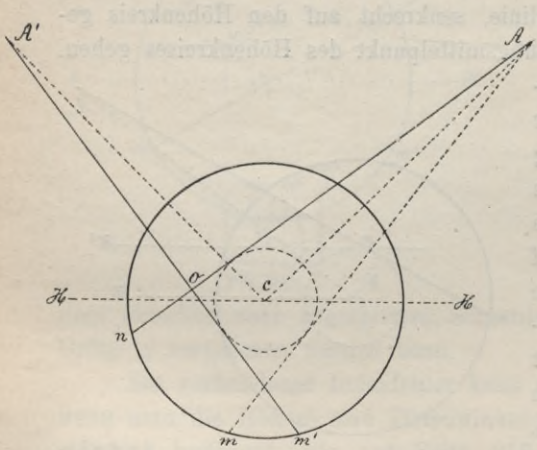


Fig. 242.

zweite Ablesung. Subtrahiert man nun die erste Ablesung von der zweiten, so gibt die Differenz den Winkel $A'oA$, dieser ist aber gleich dem richtigen doppelten Zenithwinkel $A'cA$, weil $Ac = A'c$ ist. Aus dem richtigen doppelten Zenithwinkel erhält man schließlich auch den richtigen Höhenwinkel.

174. Die Genauigkeit der Winkelmessung mit dem Theodolit hängt bei einem entsprechend richtig gestellten Instrumente von zwei Bedingungen ab, nämlich von der Genauigkeit in der Einstellung der Visuren, und von der Angabe des Nonius.

Wie beim Fernrohrdiopter in Nr. 146 gesagt wurde, beträgt die Schärfe, mit der eine Visur mit einem Fernrohre eingestellt werden kann, bei einiger Übung $\frac{10''}{v}$. Da für jeden Winkel zwei Visuren notwendig sind, ergibt sich daher die durch das Einstellen der Visuren bedingte Genauigkeit mit $\frac{20''}{v}$. Bei mittelgroßen Instrumenten ist die Vergrößerungszahl des Fernrohres 20 bis 25, so daß der Fehler durch das Einstellen der Visuren höchstens eine Sekunde betragen kann.

Weit weniger günstig jedoch verhält es sich mit der durch das Ablesen an den Nonien erreichbaren Genauigkeit. Bei der Besprechung der Nonien in Nr. 54 wurde erklärt, daß man in dem Falle, wenn kein Teilstrich des Nonius scharf koinzidiert, bei nicht zu kleiner nonischer Differenz und bei großer Übung im besten Falle bis auf ein Viertel der nonischen Differenz ablesen kann; in der Regel aber wird man nur bis auf die Hälfte ablesen können, so daß bei den beiden, für den Winkel notwendigen Ablesungen zusammen nur eine Genauigkeit gleich der nonischen Differenz, oder Angabe des Nonius, erreicht werden kann. Die Angabe des Nonius kann aber selbst bei großen Instrumenten nicht leicht unter 10'' herabgehen, so daß in diesem Falle der Winkel durch die Ablesung nur auf 10'' genau erhalten werden kann.

Es ist also der Ablesefehler gegen den Visurfehler sehr groß. Man hat sich daher bemüht, den Ablesefehler zu verringern. So hat Tobias Mayer[1]) zu diesem Zwecke die Repetition der Winkel eingeführt, in neuerer Zeit sind an Stelle der Nonien die Ablesemikroskope getreten.

175. Für die Repetition der Winkel ist ein Repetitions-Theodolit notwendig. Bei diesem ist nicht nur die Alhidade, sondern auch der Limbus auf dem Untergestell drehbar. Dieser drehbare Limbus ist ebenfalls, sowie die Alhidade, mit einer Klemm- und Mikrometerschraube versehen und heißt Repetitions- oder Multiplikationskreis.

In Fig. 243 ist ein Repetitionstheodolit von F. W. Breithaupt & Sohn in Kassel abgebildet.

---

[1]) Gründlicher und ausführlicher Unterricht zur praktischen Geometrie von Johann Tobias Mayer, 2. Auflage, Göttingen 1792.

Mittelst des drehbaren Horizontalkreises kann man einen Winkel wiederholt messen und so das Vielfache des Winkels erhalten, wozu nur zwei Ablesungen notwendig sind. Hat man den Winkel z. B. zehnmal gemessen und subtrahiert die erste Ablesung von der letzten, so erhält man den zehnfachen Winkel mit einer Genauigkeit, welche der Angabe des Nonius entspricht. Dividiert man das Vielfache des Winkels durch die Anzahl der Winkelmessungen, z. B. durch zehn, so erhält man den einfachen Winkel mit einer Genauigkeit gleich dem zehnten Teile der Angabe des Nonius.

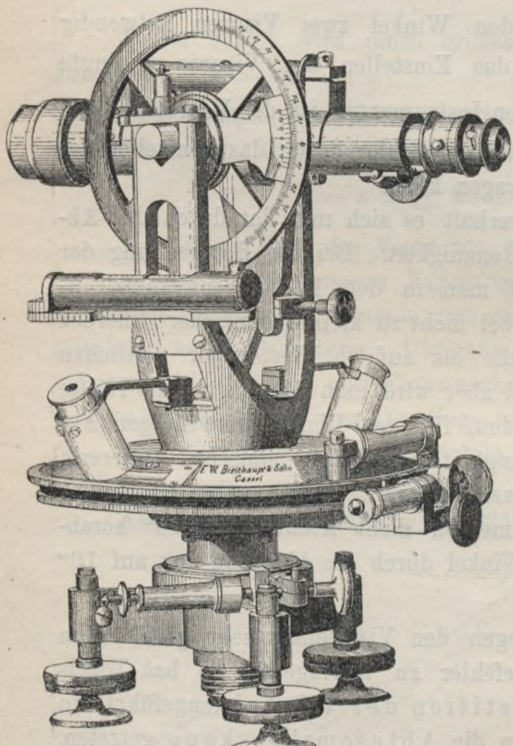


Fig. 243.

Die Repetition des Winkels geschieht im Prinzipe in folgender Weise. Nachdem der Repetitionstheodolit im Scheitelpunkte des Winkels aufgestellt und die Alhidade horizontal gerichtet worden ist, bringt man den Nullpunkt des einen Nonius zur Koinzidenz mit dem Nullpunkte des Limbus. Ist ein zweiter Nonius vorhanden, so liest man an diesem ab, z. B. genau 180^0. Nun dreht man bei festgeklemmter Alhidade den Limbus und visiert den Punkt links an. Es ist somit die erste Ablesung an dem einen Nonius 0, am anderen 180^0. Hierauf wird bei festgeklemmtem Limbus die Alhidade gedreht und der Punkt rechts anvisiert. Würde man jetzt ablesen, an dem ersten Nonius z. B. 140^0, am anderen 320^0, so wäre der Winkel $140^0 - 0 = 140^0$ und $320^0 - 180^0 = 140^0$. Nun dreht man bei festgeklemmter Alhidade wieder den Limbus und visiert den Punkt links an, es wären also jetzt die Ablesungen links 140^0 am ersten und 320^0 am zweiten Nonius. Jetzt wird wieder bei festgeklemmtem Limbus die Alhidade gedreht und der Punkt rechts anvisiert. Würde man jetzt ablesen, so erhielte man die Ablesung 280^0 am ersten und 100^0 am zweiten Nonius. (Zu dieser letzteren müßte aber 360^0 addiert werden, weil der zweite Nonius inzwischen den Nullpunkt passiert hat, so daß also die Ablesung 460^0 wäre.) Subtrahiert man von diesen jetzigen Ablesungen die ersten, nämlich 0^0 und 180^0, so erhält man 280^0, weil der Winkel zweimal gemessen wurde. Nun wird wieder bei festgeklemmter Alhidade der Limbus gedreht und der Punkt links anvisiert, dann bei festgeklemmtem Limbus die Alhidade gedreht und der Punkt rechts anvisiert. Dies wiederholt man z. B. zehnmal, indem man immer nach links den Limbus, nach rechts die Alhidade dreht, und beobachtet dabei, wie oft die beiden Nonien den Nullpunkt passieren. Nach der zehnten Winkelmessung liest man wieder an beiden Nonien ab, z. B. am ersten 320^0, am zweiten 140^0. Der erste hat den Nullpunkt dreimal, der zweite viermal passiert, so ist also eigentlich die Ablesung am ersten Nonius $320 + 3 \times 360 = 1400^0$, am zweiten $140 + 4 \times 360 = 1580^0$.

Subtrahiert man nun von diesen Ablesungen die ersten, beim Beginne der Winkelmessung gemachten Ablesungen von 0^0 und 180^0, so erhält man als zehnfachen Winkel 1400^0, und dieser ist bis auf die Angabe des Nonius (z. B. 10") genau. Dividiert man dann den zehnfachen Winkel durch zehn, so erhält man den einfachen Winkel bis auf den zehnten Teil der Angabe des Nonius, also auf 1" genau.

Diese Repetition der Winkel findet Anwendung bei genauen Winkelmessungen, wenn der Ablesefehler gegen den Visurfehler sehr groß ist. Bei den in der folgenden Nummer beschriebenen Mikroskoptheodoliten, welche eine viel feinere Ablesung gestatten, als die mit Nonien versehenen Theodolite, wird die Repetition nicht angewendet. Die Mikroskoptheodolite werden aber doch auch stets mit drehbaren Horizontalkreisen angefertigt, um einen Winkel mehrmals, mit jedesmal etwas verstelltem Limbus messen, und so etwaige Teilungsfehler des Letzteren unschädlich machen zu können.

176. Zur genaueren Ablesung werden in neuerer Zeit die großen Theodolite für genaue Winkelmessungen mit Ablese-Mikroskopen an Stelle der Nonien versehen. Das sind zusammengesetzte Mikroskope[1]), aus Objektiv und Okular bestehend, welche über der Limbusteilung an den Fernrohrträgern befestigt sind, so daß durch diese die Einteilung des Limbus sehr stark vergrößert wird.

In Figur 244 ist ein kleinerer Mikroskoptheodolit von Starke & Kammerer in Wien in etwa einem Drittel der natürlichen Größe dargestellt. Er hat einen repetierenden Horizontalkreis von 16 *cm* Durchmesser mit zwei Schrauben-Mikroskopen, welche eine Sekunde geben. Der Höhenkreis ist bei diesem Theodoliten mit einem Nonius versehen. Bei den ganz großen Theodoliten sind aber auch beim Höhenkreise Mikroskope angebracht.

Das Schrauben-Mikroskop ist in Fig. 245 dargestellt, u. zw. zeigt die Abbildung den oberen Teil des Mikroskopes im vertikalen Durchschnitte, und die Mikrometer-Vorrichtung in horizontaler Ansicht in etwa natürlicher Größe.

Das in Fig. 245 nicht sichtbare Objektiv des Mikroskopes besteht aus zwei achromatischen Doppellinsen und ist mit einem Lichtwerfer, das heißt

[1]) Siehe Nr. 32.

mit einem Spiegel (*i* in Fig. 244), versehen, um den darunter befindlichen Teil der Limbusteilung möglichst hell und deutlich sehen zu können.

Das Okular (Fig. 245 oben) ist ein Ramsden'sches, Steinheil'sches oder Kellner'sches, und kann mit seiner Fassung in der Mikroskopröhre heraus- oder hineingeschraubt werden, um das von dem Objektiv erzeugte, vergrößerte, wirkliche, mit dem Mikrometer zusammenfallende Bild der Limbusteilung für jedes Auge deutlich sichtbar machen zu können.

Das Mikrometer befindet sich in dem mit der Mikroskopröhre in fester Verbindung stehenden Teile *ab*. Der Boden dieses Teiles hat einen runden Ausschnitt, über welchem an einer Seite ein Zahnrechen *c* angebracht ist. Der erste Zahn, der Nullzahn, ist durchlocht und vertritt die Stelle des Nullpunktes eines Nonius. Auf der Bodenplatte sind zwei Platten *d* angeschraubt, und in dem zwischen ihnen entstehenden vertieften Raume ist ein Rahmen oder S c h l i t t e n *e* verschiebbar. In diesen ist auf einer Seite eine Mikrometerschraube *f* eingeschraubt, auf der anderen Seite ein Stift *g* mit umwickelter Spiralfeder, zur Verhinderung eines toten Ganges der Mikrometerschraube. Die Mutter für die Mikrometerschraube befindet sich in dem Schraubenkopfe *k*, der mit einer eingeteilten Ablesetrommel *l* versehen ist. Neben dieser ist ein Zeiger *i* angebracht mit einem Indexstrich. Da der Schraubenkopf an der Mikroskopröhre fest ansitzt, wird bei der Drehung die Schraubenspindel und mit ihr der Schlitten *e* verschoben.

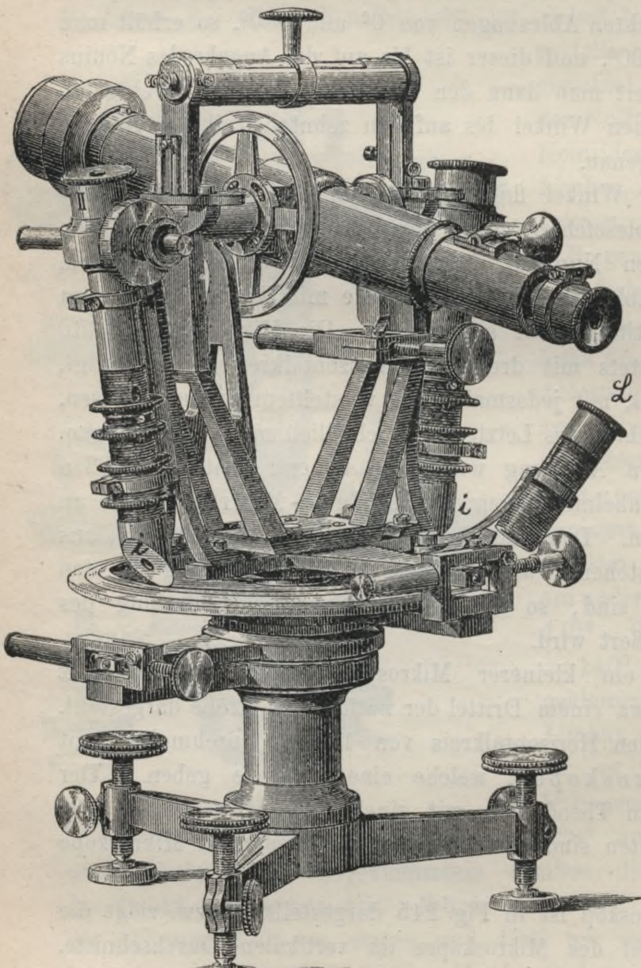


Fig. 244.

Über den Schlitten sind knapp nebeneinander zwei Fäden gespannt, welche senkrecht zu dem Zahnrechen stehen. Diese Fäden sind parallel zu dem unter dem Mikroskop befindlichen Teilstriche, d. h. sie liegen in der Richtung des Radius des Limbus. Der Zahnrechen ist mit demselben Schneidzeug hergestellt, wie die Mikrometerschraube, so daß also die Entfernung zweier Zahnspitzen gleich ist der Höhe eines Schraubenganges.

Befindet sich die Spitze eines Zahnes genau in der Mitte zwischen den beiden Fäden, so koinzidiert der Indexstrich auf dem Zeiger *i* mit dem Nullpunkt der Ablesetrommel. Dreht man den Schraubenkopf einmal herum, so daß wieder Indexstrich und Nullpunkt koinzidieren, so ist der Schlitten um einen Zahn weiter gerückt, so daß sich die Spitze des nächsten Zahnes in der Mitte zwischen den beiden Fäden befindet.

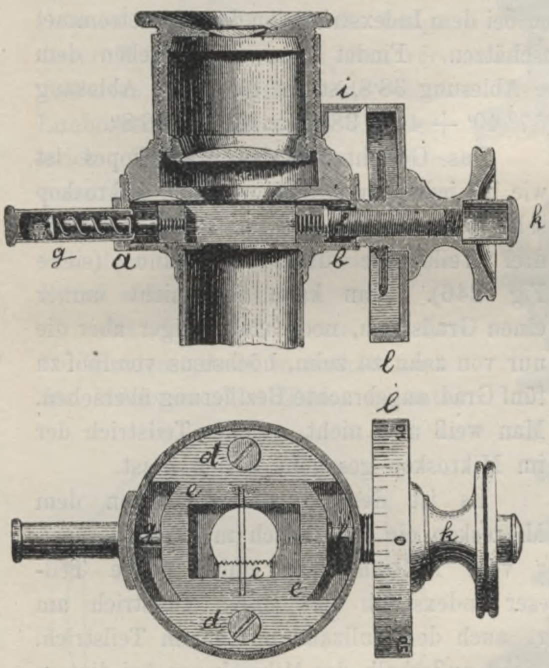


Fig. 245.

Das Objektiv des Mikroskopes befindet sich in einer solchen Höhe über dem Limbus, daß das durch das Objektiv erzeugte, vergrößerte, wirkliche Bild eines Limbusteiles genau gleich ist der Länge des Zahnrechens. Fällt also der Nullzahn genau mit einem Teilstriche des Bildes zusammen, so fällt die Spitze des letzten Zahnes genau zusammen mit dem nächsten Teilstriche.[1])

Ist z. B. der Limbus in sechstel Grade eingeteilt, also von 10 zu 10 Minuten, so hat der Zahnrechen nebst dem Nullzahne noch zehn Zähne, so daß die Entfernung je zweier Zahnspitzen einer Minute entspricht. Man kann also am Limbus von 10 zu 10 Minuten direkt ablesen, und wenn der Nullzahn zwischen zwei Teilstriche zu stehen kommt, die einzelnen Minuten durch Abzählen der Zähne erhalten, welche zwischen dem Nullzahne und dem letzten (abgelesenen) Teilstriche sich befinden.

Da die einmalige Umdrehung der Schraube der Entfernung zweier Zahnspitzen entspricht, so entspricht sie ebenfalls einer Minute. Daher ist

[1]) Das vom Objektive erzeugte, vergrößerte Bild des Limbusteiles wird samt dem Zahnrechen durch das Okular wieder vergrößert, wie aus der Einrichtung und Wirkungsweise des zusammengesetzten Mikroskopes (siehe Nr. 32) bekannt ist.

der Umfang der Ablesetrommel in sechzig Teile geteilt, und ein solcher Teil entspricht einer Sekunde. Man kann demnach bei dem Indexstriche *i* einzelne Sekunden direkt ablesen, und wenn kein Teilstrich der Trommel mit dem Indexstriche koinzidiert, noch zehntel Sekunden abschätzen.

Wenn Fig. 246 das Gesichtsfeld des Mikroskopes darstellen würde, und man hätte den Teilstrich *a* mit z. B. $57^0\ 40'$ abgelesen, so ist zu dieser Ablesung noch der Abstand des Nullzahnes von diesem Teilstriche *a* zu addieren. Man zählt zunächst vier Zähne, also 4', ferner hat man das Stückchen *x* mit dem Mikrometer zu messen. Zu diesem Behufe dreht man den Schraubenkopf, bis der Teilstrich *a* genau in die Mitte zwischen die beiden Fäden zu liegen kommt, und kann nun den dem Stückchen *x* entsprechenden Wert in Sekunden bei dem Indexstriche an der Ablesetrommel ablesen und Zehntel noch einschätzen. Findet man z. B. neben dem Indexstriche an der Trommel die Ablesung 38·8, so ist die ganze Ablesung

$$57^0\ 40' + 4' + 38{\cdot}8'' = 57^0\ 44'\ 38{\cdot}8''.$$

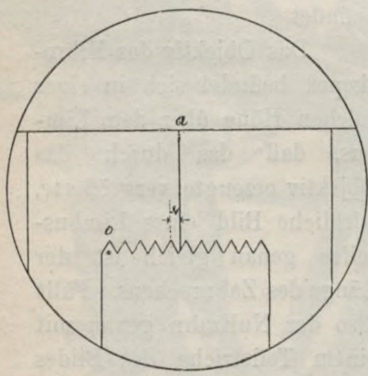


Fig. 246.

Das Gesichtsfeld des Mikroskopes ist wie bei jedem zusammengesetzten Mikroskop sehr klein, so daß man nur zwei, höchstens drei Teilstriche übersehen kann (siehe Fig. 246). Man kann also nicht immer einen Gradstrich, noch viel weniger aber die nur von zehn zu zehn, höchstens von fünf zu fünf Grad angebrachte Bezifferung übersehen. Man weiß also nicht, welcher Teilstrich der im Mikroskop gesehene Strich *a* ist.

Es ist deshalb außen, neben dem Mikroskop ein Indexstrich mit einer Lupe *L* (Fig. 244) angebracht, welcher vom Nullzahn um einige ganze Teilstriche absteht, d. h. wenn dieser Indexstrich mit einem Teilstrich am Limbus koinzidiert, so koinzidiert auch der Nullzahn mit einem Teilstrich. Man liest dann die ganzen Teilstriche außerhalb des Mikroskopes bei diesem Indexstrich ab und mittelst des Mikroskopes nur die einzelnen Minuten und Sekunden.

Bei solchen Mikroskopen, in denen man einen ganzen Grad überblickt, wird jedoch in neuerer Zeit bei jedem Grad die Bezifferung ganz fein eingraviert, so daß man die vollständige Ablesung im Mikroskope machen kann und der erwähnte Indexstrich außerhalb des Mikroskopes nicht nötig ist.

Das Schraubenmikroskop wurde schon zu Ende des achtzehnten Jahrhundertes an astronomischen Instrumenten angebracht, an geodätischen Theodoliten dagegen wird es erst seit wenigen Jahrzehnten verwendet.

Im Jahre 1878 wurde ziemlich gleichzeitig von den Mechanikern Hensoldt in Wetzlar, Hildebrand in Freiberg und Hahn in Cassel ein

Ablese-, Schätz- oder Skalen-Mikroskop erfunden, welches im Prinzipe gleich, nur in der Ausführung verschieden ist.

Im folgenden soll nur das von Hensoldt erfundene Schätzmikroskop näher betrachtet werden. Dieses ist ein aus Objektiv und Okular bestehendes, zusammengesetztes Mikroskop, welches über der Limbusteilung angebracht ist. An der Stelle, wo das vom Objektive erzeugte, wirkliche, umgekehrte, vergrößerte Bild der Limbusteilung entsteht, ist ein feines Glasplättchen angebracht, auf welchem mit dem Diamanten eine feine Teilung eingeritzt ist. (Fig. 247). Das Mikroskop ist so gestellt, daß die Länge dieser Teilung gleich ist dem vergrößerten, wirklichen Bilde eines Limbusteiles. Fällt daher ein Teilstrich dieses vergrößerten Bildes zusammen mit dem Nullpunkt dieser Skala, so fällt deren letzter Strich mit dem nächsten Teilstriche des Bildes zusammen.

Ist der Limbus von 10 zu 10 Minuten geteilt, so enthält auch das Mikrometer 10 Teile, es ent-

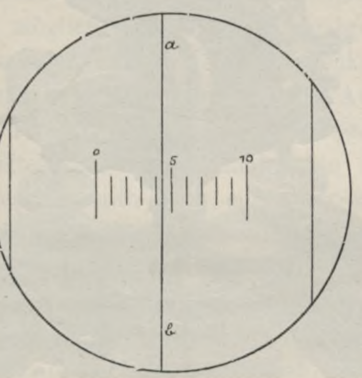


Fig. 247.

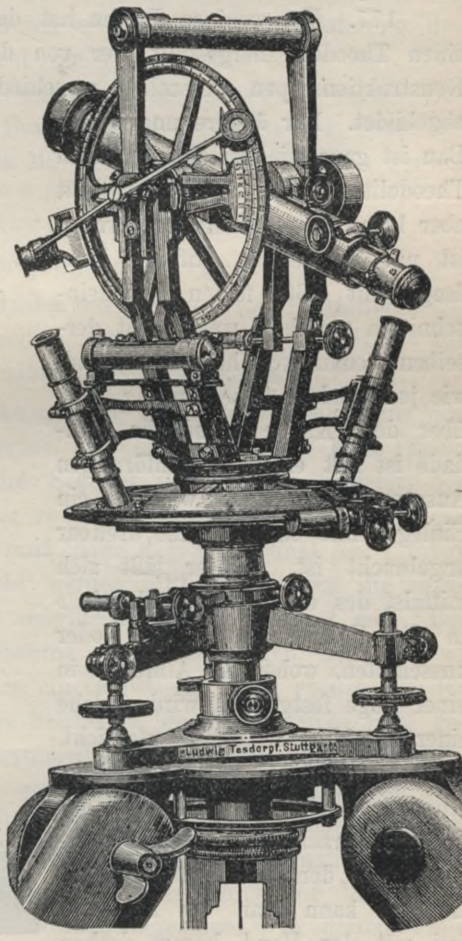


Fig. 248.

spricht demnach ein solcher Teil einer Minute. Man kann somit die einzelnen Minuten direkt ablesen und Zehntel-Minuten abschätzen. Der Nullpunkt der Skala vertritt den Nullpunkt des Nonius. Hätte man z. B. in Fig. 247 den Teilstrich *a b* mit $85^0\ 50'$ abgelesen, so ist dazu noch die Entfernung dieses Teilstriches vom Nullpunkt der Skala zu addieren. Diese beträgt $4{\cdot}4$ Skalenteile, also $4.4' = 4'24''$ und die ganze Ablesung ist $85^0\ 54'\ 24''$.

Selbstverständlich ist auch hier das Gesichtsfeld sehr klein, es muß also ebenso wie beim Schraubenmikroskop außerhalb des Mikroskopes ein Indexstrich angebracht sein, bei welchem man die ganzen Teilstriche des Limbus abliest, oder wenn das Mikroskop einen ganzen Grad zu übersehen gestattet, muß jeder Grad fein beziffert sein.

In Fig. 248 ist ein Repetitions-Theodolit mit Hensoldt'schen Ablese-Mikroskopen von Mechaniker Ludwig Tesdorpf in Stuttgart abgebildet.

177. Vor wenigen Jahren hat der Mechaniker G. Heyde in Dresden einen Theodolit hergestellt, der von den seitherigen, bis jetzt betrachteten Konstruktionstypen wesentlich verschieden ist. In Fig. 249 ist ein solcher abgebildet. Der äußere und innere Bau ist ganz wie bei allen anderen Theodoliten. Der Limbus enthält aber keine Kreisteilung, sondern er ist nur an seinem äußeren Umfange mit 360 feinen Zahneinschnitten versehen, welche mit derselben Genauigkeit hergestellt sind, wie jede andere feine Teilung. Die über dem Kreise befindliche Alhidade ist mit einem kastenförmigen Ansatze *a* versehen, in welchem ein Einleger mit einem Zahne drehbar angebracht ist. Dieser läßt sich mittelst des exzentrischen Hebels *b* in die Zahneinschnitte ein- oder ausschalten, wobei die Alhidade in einer Lage festgestellt wird, welche einer Anzahl ganzer Grade entspricht.

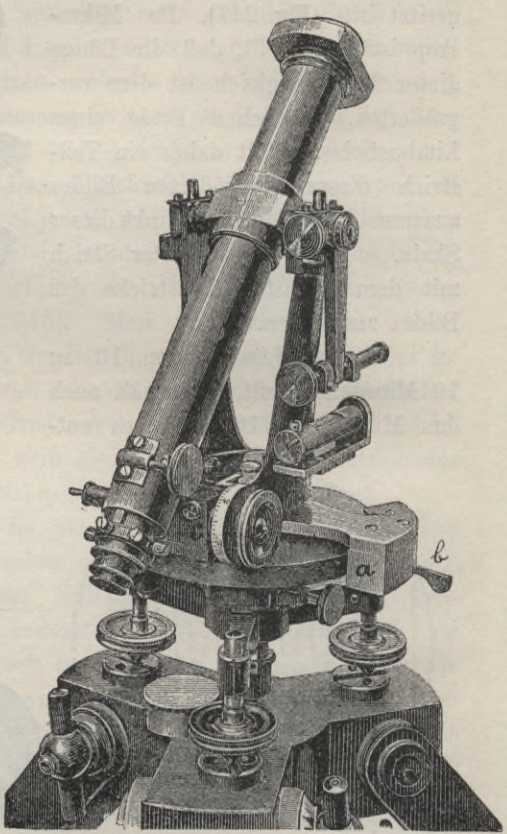


Fig. 249.

Der Hebel *b* vertritt also die Klemmschraube der Alhidade der bisher betrachteten Theodolitkonstruktionen, denn bei ausgeschaltetem Einleger kann man die Alhidade frei mit der Hand herum drehen Auf der Alhidade ist der obere Teil des Instrumentes, nämlich der Fernrohrträger drehbar befestigt, der sonst bei den Theodoliten fest auf der Alhidade angebracht ist. Die Drehung kann aber nur mit der Mikrometerschraube *C* erfolgen, welche mit einer Meßtrommel versehen ist. Eine Umdrehung dieser Schraube entspricht genau einer Drehung des oberen Teiles um einen Grad (einen Zahn). Der Umfang der Trommel ist in 60 gleiche Teile geteilt. Ein solcher Teil entspricht somit einer Minute. Neben der Trommel ist ein Indexstrich zum Ablesen angebracht. Man kann also einzelne Minuten ablesen und Zehntel noch schätzen.

Der Gebrauch des Instrumentes ist folgender. Das Instrument wird wie sonst im Scheitel des Winkels aufgestellt und die Alhidade horizontal gerichtet. Die Meßtrommel wird auf Null gestellt und bei ausgeschaltetem Hebel *b*, durch freies Drehen der Alhidade mit der Hand, die Visur auf das Zielobjekt eingestellt. Dann legt man den Hebel ohne Anwendung von Druck um, wobei der Einlegezahn durch eine Feder in die Zahnung des Limbus gedrückt wird. Hiebei weicht die Visur wieder etwas vom Zielobjekte ab, sie wird daher durch Drehung der Meßschraube *c* scharf eingestellt. Nun liest man an der Bezifferung des Limbus die Grade ab und an der Meßtrommel die einzelnen Minuten, die Zehntel Minuten werden abgeschätzt.

II. Die Winkelmessung mit dem Theodolit.

178. Der Gebrauch des Theodolites zur Messung von Horizontal- und Vertikal-Winkeln wurde im Allgemeinen schon in Nr. 171 erklärt. Im folgenden soll diese Messung etwas näher betrachtet werden.

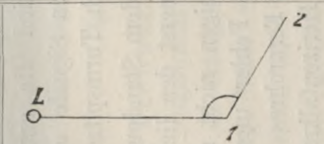
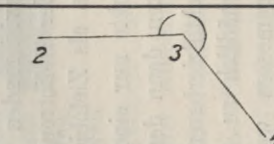
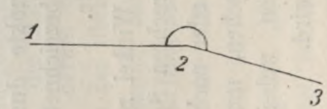
Vor allem muß bei jeder Winkelmessung eine genaue Zentrierung des Winkelmeßinstrumentes beachtet werden. Es muß daher auf dem Pflock, Stein oder dergleichen, der sich im Scheitel des Winkels befindet, der Scheitelpunkt durch einen Punkt oder zwei sich kreuzende feine Linien bezeichnet sein. Über diesen Punkt muß dann der Mittelpunkt des Limbus mit möglichster Genauigkeit gebracht werden. Ebenso müssen die anzuvisierenden Endpunkte der Schenkel möglichst scharf bezeichnet sein. Bei kurzen Schenkeln, z. B. bei der Aufnahme von Polygonzügen, und wenn es das Terrain gestattet, hält am besten ein Gehilfe auf dem, ebenso wie der Scheitel bezeichneten Endpunkte des Schenkels, einen in weißes Holz gefaßten Bleistift, oder ein dünn zusammengerolltes weißes Papierröhrchen. Ist ein solches Zeichen nicht mehr sichtbar, so müssen Absteckstäbe verwendet werden, welche aber vertikal genau über dem Endpunkte des Schenkels gehalten werden müssen. Bei großer Entfernung, z. B. bei Triangulierungen sind die anzuvisierenden Punkte durch die in Nr. 59 bis 61 beschriebenen Signale oder Heliotrope bezeichnet. In diesem Falle dienen auch vielfach Turmspitzen als Zielobjekte.

Hat man in dem Standpunkte nur einen Winkel zu messen, so visiert man zweckmäßig zuerst den linken, dann den rechten Schenkel an.

Um alle etwaigen nicht rektifizierbaren, oder nach der Rektifizierung noch verbleibenden Fehler unschädlich zu machen, muß jeder Winkel in beiden Lagen des Fernrohres gemessen werden, wobei auch jedesmal an beiden Nonien des Horizontalkreises abgelesen wird.

Von großer Wichtigkeit ist auch eine geordnete Aufschreibung.

Winkel-Protokoll Nro. 1 für Polygonzüge.

Standpunkt	Anvisierter Punkt		Fernrohrlage	Nonius	Links						Rechts						Winkel			Gemessene Entfernung			Bemerkungen
	links	rechts			Ablesung			Mittel			Ablesung			Mittel						von	nach	Meter	
					°	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″				
1	L	2	1	I	352	21	30	352	21	—	103	16	30	103	16	22	110	55	22	1	2	162·14	
				II		21	—					16	15										
			2	I	172	21	—				283	16	30										
				II		20	30					16	15										
2	1	3	1	I	226	57	—	226	56	41	64	5	—	64	4	26	197	7	45	2	3	148·58	
				II		56	45					4	—										
			2	I	46	57	—				244	4	30										
				II		56	—					4	15										
3	2	4	1	I	56	11	30	56	11	19	299	26	—	299	25	49	243	14	30	3	4	236·72	
				II		11	—					25	30										
			2	I	236	11	15				119	26	—										
				II		11	30					25	45										
			1	I																			
				II																			
			2	I																			
				II																			

179. Für die Aufnahme von Polygonzügen, wo in jedem Punkte nur ein Winkel zu messen ist, kann man das Winkel-Protokoll Nro. 1 verwenden. Vom ersten Nonius wird jedesmal die ganze Ablesung, vom zweiten nur die Minuten und Sekunden notiert. Aus den vier Ablesungen wird das Mittel der Minuten und Sekunden gebildet, und die Differenz — Mittel rechts, weniger Mittel links — ergibt den Winkel.

180. Sind in jedem Standpunkte mehrere Winkel zu messen, d. h. mehrere Punkte anzuvisieren, so beginnt man bei irgend einem der Punkte, und visiert die anderen, von links gegen rechts fortschreitend, der Reihe nach an. Bei einfacher Winkelmessung benützt man in diesem Falle zur Eintragung das Winkel-Protokoll Nro. 2. Vom ersten Nonius wird wieder in beiden Fernrohrlagen die ganze Ablesung eingetragen, vom zweiten nur die differierenden Minuten und Sekunden. In die Rubrik „Mittel" wird die Zahl der Grade vom ersten Nonius und der ersten Fernrohrlage eingetragen, die Minuten und Sekunden dagegen werden als Mittel der vier Ablesungen gebildet.

Winkel-Protokoll Nro. 2

für einfache Winkelmessung.

Standpunkt: Weisswasser Schloss *(W)* **Beobachtet am** 9. V. 1901 **von**..........................

Beobachtete Punkte	Nonius	Fernrohrlage 1. °	′	″	Fernrohrlage 2. °	′	″	Mittel °	′	″	Bemerkungen
Bösig	I	0	0	0	180	0	5	0	0	6	
	II			0			20				
A	I	94	19	30	274	19	50	94	19	50	
	II			55		20	5				
B	I	256	5	20	76	5	5	256	5	1	
	II		4	30			10				
C	I	346	30	35	166	31	—	346	30	39	
	II			30		30	30				
	I										
	II										

Die Rubrik „Mittel“ enthält noch keine Winkel, sondern nur Ablesungen oder Richtungen.

Will man einen Winkel haben, so muß dieser erst aus den Richtungen, durch die Differenz rechts weniger links, gebildet werden.

Will man z. B. den Winkel Bösig, *W*, *A* haben, so bildet die Richtung *W*, Bösig mit $0^0\ 0'\ 6''$ den linken, die Richtung *W*, *A* mit $94^0\ 19'\ 50''$ den rechten Schenkel, und es ist der Winkel $= 94^0\ 19'\ 50'' - 0^0\ 0'\ 6'' = 94^0\ 19'\ 44''$ oder Winkel *C*, *W*, Bösig $= 0^0\ 0'\ 6'' - 346^0\ 30'\ 39'' = 13^0\ 29'\ 27''$.

181. Wie schon in Nro. 173 gesagt wurde, hat man früher für genaue Winkelmessungen die Repetition der Winkel allgemein angewendet, und wurde diese im Prinzipe bereits erklärt. Es genügt zwar, wie in Nr. 175 gesagt wurde, daß man nur die erste und letzte Ablesung macht, um aber das Einschleichen von groben Fehlern zu verhüten, liest man in der Regel nach jeder vierten Repetition ab; man sieht hiedurch auch, wie die Genauigkeit in der Winkelbestimmung fortschreitet.

Ferner wird nach jeder zweiten Repetition das Fernrohr durchgeschlagen, um die etwaigen Fehler des Instrumentes unschädlich zu machen.

Das Winkel-Protokoll Nr. 3a enthält eine solche Winkel-Repetition, die mit einem Breithaupt'schen Repetitionstheodolit mit Horizontalkreis von 21 *cm* Durchmesser und $10''$ Nonienangabe durchgeführt wurde.

Vom Nonius I ist immer die volle Ablesung eingetragen, vom Nonius II sind nur die Sekunden, event. Minuten, unter jene des ersten Nonius geschrieben. Die Rubrik „Mittel“ enthält das Mittel der Minuten und Sekunden von beiden Nonien.

Den vielfachen Winkel erhält man, wenn man von diesem Mittel der Ablesungen nach der vierten, achten, zwölften Repetition das Mittel der ersten (Null-)Ablesung subtrahiert, und den einfachen Winkel erhält man, wenn der vielfache Winkel durch die Zahl der Winkelmessungen dividiert wird.

Die einfachen Winkel differieren zwischen der vierten und achten Repetition um $2{\cdot}2''$, dann um weniger als $1''$. Als richtigen Winkel nimmt man den letzten einfachen Winkel. Man kann aber auch zunächst lauter vierfache Winkel bilden, indem man von der Ablesung nach der vierten Repetition die Nullablesung subtrahiert, dann wieder von der Ablesung nach der achten die Ablesung nach der vierten Repetition, dann von der zwölften die achte, von der sechzehnten die zwölfte. So erhält man vier vierfache Winkel, aus diesen nimmt man das Mittel und dividiert dieses durch 4, so muß der Quotient dem früheren letzten Winkel gleich sein. In dieser Weise ist das Winkel-Protokoll Nr. 3b geführt.

Winkel-Protokoll Nro. 3 a

für Repetitions-Messungen.

Standpunkt: Weißwasser, Schloß *(W)* **Bezeichnung des Winkels:** *C, W, D.*

Zahl der Winkel-messung	Ablesung			Mittel		Vielfacher Winkel			Einfacher Winkel			Bemerkungen
	°	′	″	′	″	°	′	″	°	′	″	
0	0	0	0 10	0	5							
4	114	41	20 10	41	15	114	41	10	28	40	17·5	
8	229	22	35 50	22	42·5	229	22	37·5	28	40	19·7	
12	344	4	0 20	4	10	344	4	5	28	40	20·4	
16	98	45	45 45	45	45	458	45	40	28	40	21·2	360° passiert
20	213	27 26	15 55	27	5	573	27	0	28	40	21	

Winkel-Protokoll Nro. 3 b

für Repetitions-Messungen.

Standpunkt: Weißwasser, Schloß *(W)* **Bezeichnung des Winkels:** *C, W, D.*

Zahl der Winkel-messung	Ablesung			Mittel		4 facher Winkel			Mittel des 4 fachen Winkels			Einfacher Winkel			Bemerkungen
	°	′	″	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″	
0	0	0	0 10	0	5										
4	114	41	20 10	41	15	114	41	10							
8	229	22	35 50	22	42·5	114	41	27·5							
12	344	4	0 20	4	10	114	41	27·5							
16	98	45	45 45	45	45	114	41	35							360° passiert
20	213	27 26	15 55	27	5	114	41	20							
									114	41	24	28	40	21	

182. Die Repetition der Winkel wird, wie schon bemerkt wurde, besonders dann angewendet, wenn der Ablesefehler gegen den Visurfehler sehr groß ist, wie dies bei kleineren Instrumenten mit Nonienablesung der Fall ist. Außerdem werden aber auch durch die Repetition etwaige Teilungsfehler des Limbus unschädlich gemacht. Bei den neueren großen Theodoliten, welche statt der Nonien Schraubenmikroskope besitzen, welche ein Ablesen auf Zehntel einer Sekunde gestatten, ist der Ablese- und der Visurfehler ziemlich gleich. Man braucht also dann nur mehr darauf bedacht zu sein, etwaige Teilungsfehler des Limbus unschädlich zu machen. Zu diesem Behufe sind auch die neueren Theodolite mit drehbarem Limbus versehen, und man benützt diesen dazu, den Winkel mehrmals, mit jedesmal etwas verstelltem Limbus zu messen, selbstverständlich ebenfalls mit durchgeschlagenem Fernrohr, so daß dadurch wieder alle etwaigen Fehler des Instrumentes unschädlich gemacht werden. Diese Art der Winkelmessung nennt man Satzbeobachtung.

Aber auch selbst bei Noniustheodoliten (ohne Mikroskope) wendet man diese Satzbeobachtung in neuerer Zeit statt der Repetition an. Da es sich zumeist darum handelt, in jedem Standpunkte mehrere Winkel zu messen, so verwendet man zur Eintragung das Winkel-Protokoll Nro. 4. Der Vorgang bei der Messung ist folgender: Man visiert bei festgeklemmtem Limbus der Reihe nach sämtliche Punkte an, von links gegen rechts fortschreitend, und liest jedesmal an beiden Nonien ab. (Am zweiten Nonius nur die differierenden Minuten und Sekunden.) Dann wird das Fernrohr durchgeschlagen und es werden wieder sämtliche Punkte anvisiert, indem man aber jetzt beim letzten beginnt und die Alhinade von rechts gegen links dreht. Hiebei wird wieder an beiden Nonien abgelesen und man bildet dann aus den vier Ablesungen das Mittel der Minuten und Sekunden. Eine solche Doppelbeobachtung heißt ein Satz. Durch die umgekehrte Reihenfolge der zweiten Beobachtung soll ein etwaiger Fehler durch Mitdrehen des Statives unschädlich gemacht werden. Nun wird der Limbus etwas verdreht, und zwar um $\frac{180}{2} = 90^0$, wenn man nur zwei Sätze machen will, um $\frac{180}{3} = 60^0$ bei drei Sätzen und um $\frac{180}{4} = 45^0$ bei vier Sätzen, worauf dann wieder die Beobachtung in derselben Weise geschieht wie beim ersten Satze. Zum Schlusse bildet man dann das Mittel aus den einzelnen Satzmitteln, selbstverständlich nur aus den Minuten und Sekunden während für die Grade die Ablesung des ersten Nonius, der ersten Fernrohrlage, des ersten Satzes behalten wird.

Diese letzte Rubrik enthält wieder nur Richtungen; will man Winkel haben, so müssen diese durch Subtraktion in derselben Weise ermittelt werden, wie bei der einfachen Winkelmessung in Nro. 180 gezeigt wurde.

Winkel-Protokoll Nro. 4
für Satzbeobachtungen.

Standpunkt: Weißwasser, Schloß **Beobachtet am:** 9./V. 1901 **von** ....

Beobachtete Punkte	Fernrohrlage	Satz I Ablesungen °	′	″	Satz I Mittel ′	″	Satz II Ablesungen °	′	″	Satz II Mittel ′	″	Satz III Ablesungen °	′	″	Satz III Mittel ′	″	Mittel aus Satz I, II, III °	′	″	Bemerkungen
Bösig	I	0	0	0			60	0	0			120	0	0						
				0					0					0						
	II	180	0	5	0	6	240	0	15	0	1	300	0	0	0	5	0	0	4	
				20			59	59	50					0						
A	I	94	19	30			154	19	40			214	19	55						
				55					55					25						
	II	274	19	50	19	50	334	20	0	19	50	34	19	50	19	45	94	19	48	
			20	5				19	45					50						
B	I	256	5	20			316	5	0			16	4	50						
			4	30					0				5	0						
	II	76	5	5	5	1	136	4	35	4	49	96	4	50	4	52	256	4	54	
				10					40					50						
C	I	346	30	35			46	30	30			106	30	10						
				30					30					0						
	II	166	31	0	30	39	226	30	10	30	22	286	30	15	30	11	346	30	24	
			30	30					20					20						

183. Oft kommt es bei Winkelmessungen vor, daß man den Theodolit nicht im Scheitel des Winkels selbst aufstellen kann, sondern daß er seitwärts aufgestellt werden muß. Wenn z. B. der Scheitel des Winkels die Spitze eines Turmes ist, so muß der Theodolit in einem Fenster des Turmes aufgestellt werden, und es müssen dann die exzentrisch gemessenen Winkel oder Richtungen auf den richtigen Punkt zentriert werden. Diese Operation heißt das Zentrieren der Richtungen und Winkel.

Angenommen, man hätte den Theodolit im Punkte O aufgestellt (Fig. 250), während der richtige Punkt C ist, und hätte einen Punkt A anvisiert und eine Ablesung gemacht, also eine Richtung gemessen. Dabei wird angenommen, daß der Limbus eine solche Stellung hat, daß die Visur von O nach C die Ablesung $0^0\,0'\,0''$ ergibt. Hätte bei der Messung der Limbus nicht diese Stellung gehabt, so daß man bei der Visur von O nach C irgend eine Ablesung erhalten hätte, so denkt man sich, man hätte diese Ablesung von derjenigen subtrahiert, die man bei der Visur nach A erhalten hat, und man hat dann diese Richtung auf OC als Null-Richtung reduziert.

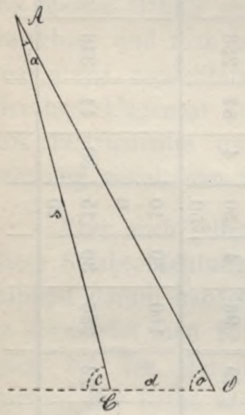


Fig. 250.

Die Richtung OA, d. h. die bei der Visur nach A gemachte, beziehungsweise reduzierte Ablesung bildet mit der Nullrichtung den $\sphericalangle\, o$, während sie richtig den $\sphericalangle\, c$ bilden soll. Nun ist

$$c = o + a$$

Bezeichnet man die Länge CA mit s und nimmt an, diese sei bekannt[1]), ferner bezeichnet man das Stück OC mit d, und nimmt an, man habe dieses Stück gemessen. Es verhält sich daher

$$d : s = \sin a : \sin o$$

und hieraus ist

$$\sin a = \frac{d \,.\, \sin o}{s}$$

Da das Stück d gegen s immer sehr klein ist, so ist auch der Winkel a sehr klein, so daß man statt dessen sinus den arcus setzen kann, und dann ist

$$a = 206265 \, \frac{d \sin o}{s} \text{ Sekunden}$$

daher nach Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung $c = o + a$ ist

$$c = o + 206265 \, \frac{d \sin o}{s} \text{ Sekunden}$$

d. h. man hat diesen ausgerechneten Wert zur Richtung (Ablesung) OA

[1]) Man findet sie in solchen Fällen stets durch eine vorläufige Berechnung oder aus einer guten Skizze.

zu addieren, um die auf den richtigen Punkt C zentrierte Richtung zu erhalten.

Angenommen, der Aufstellungspunkt O liege links von dem richtigen Punkte C (Fig. 251), so ist

$$360 - c = 360 - o + a$$
$$- c = - o + a$$
$$c = o - a$$

ferner verhält sich

$$d : s = \sin a : \sin (360 - o)$$
$$d : s = \sin a : - \sin o$$

hieraus ist

$$\sin a = - \frac{d \, . \sin o}{s}$$
$$a = - 206265 \frac{d \sin o}{s} \text{ Sekunden}$$
$$c = o - \left(- 206265 \frac{d \sin o}{s} \right) \text{ Sekunden}$$
$$c = o + 206265 \frac{d \sin o}{s} \text{ Sekunden}$$

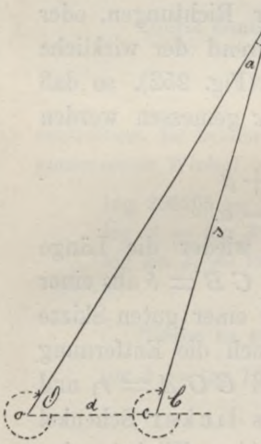


Fig. 251.

Es ergibt sich also wieder dieselbe Formel wie früher, welche demnach für alle Fälle gilt, ohne Rücksicht auf die Größe des Winkels o.

Man hätte z. B. bei der Visur von O nach C die Ablesung 0° 0′ 0″, bei der Visur von O nach A die Ablesung 65° 32′ 20″ erhalten, ferner wäre $OC = d$ gemessen worden mit 3·527 m und $CA = s$ wäre bekannt mit 648·55 m. Die Berechnung gestaltet sich, wie folgt:

log 206265 = ...	5·31443
log d = log 3·527 = ...	0·54741
log sin o = log sin 65° 32′ 20″ = . .	9·95916—10
	5·82100

Hievon zu subtrahieren:

log s = log 648·55 = ...	2·81195
	3·00905

Num. log 3·00905 = 1021·05″ = 17′ 1″.

Daher die auf C zentrierte Richtung gleich .	65° 32′ 20″
	+ 17′ 1″
	65° 49′ 21″

Oder es wäre die Ablesung von O nach C 314° 42′ gewesen, von O nach A 254° 28′ 50″, d wäre wieder 3·527 m und s wäre 522·15 m.

Zunächst ergibt sich: $o = 254^0\ 28'\ 50'' - 314^0\ 42' =$
$254^0\ 28'\ 50'' + 360^0 - 314^0\ 42' = 299^0\ 46'\ 50''$.

Ferner ergibt sich jetzt wieder:

$\log 206265 =$	5·31443
$\log d = \log 3{\cdot}527 =$	0·54741
$\log \sin o = \log \sin 299^0\ 46'\ 50''$	
$= \log \sin 360^0 - 299^0\ 46'\ 50''$	
$= \log \sin 60^0\ 13'\ 10'' =$ . . .	9·93848—10
	5·80032
Hievon zu subtrahieren:	
$\log s = \log 522{\cdot}15 =$	2·71779
	3·08253

Num log 3·08253 = 1209·28″ = 20′ 9·3″

Die zentrierte Richtung ist daher

$$\begin{array}{r} 254^0\ 28'\ 50'' \\ +\quad 20'\ 9{\cdot}3'' \\ \hline 254^0\ 48'\ 59{\cdot}3'' \end{array}$$

184. Hätte man entweder durch Subtraktion der Richtungen, oder durch Repetition, den Winkel $A\,O\,B = o$ gemessen, während der wirkliche Scheitel der Punkt C ist (Fig. 252), so daß also der Winkel $A\,C\,B = c$ gemessen werden soll, so ist

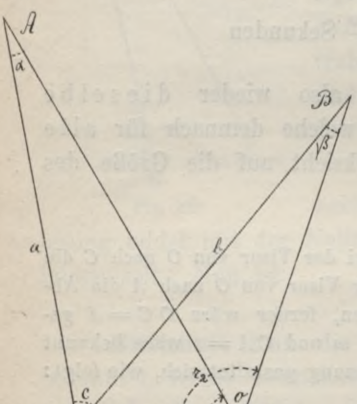


Fig. 252.

$$c + \alpha = o + \beta$$
$$c = o + \beta - \alpha.$$

Angenommen, es sei wieder die Länge der Schenkel $C\,A = a$ und $C\,B = b$ aus einer vorläufigen Berechnung oder einer guten Skizze bekannt, und man mißt auch die Entfernung $C\,O = d$, ferner die Winkel $C\,O\,A = r_1$ und $C\,O\,B = r_2$, wobei $C\,O$ als linker Schenkel betrachtet wird. Diese beiden Winkel seien Richtwinkel genannt und zwar ist r_1 der Richtwinkel für das links liegende Zielobjekt, r_2 für das rechts liegende Objekt.

Aus dem Dreiecke $C\,O\,A$ ergibt sich nun zunächst:

$$d : a = \sin \alpha : \sin r_1$$
$$\sin \alpha = d \frac{\sin r_1}{a}.$$

Ferner aus dem Dreiecke $C\,O\,B$:

$$d : b = \sin \beta : \sin r_2$$
$$\sin \beta = d \frac{\sin r_2}{b}.$$

Da der Abstand $C\,O$ gegen $C\,A$ und $C\,B$ immer sehr klein ist, so sind auch die Winkel α und β sehr klein, so daß man statt deren sinus ihren arcus setzen kann, und dann ist:

$$\alpha = 206265\, d \frac{\sin r_1}{a} \text{ Sekunden}$$
$$\text{und } \beta = 206265\, d \frac{\sin r_2}{b} \text{ Sekunden.}$$

Diese Werte in die früher ermittelte Gleichung für den Winkel c eingesetzt, ergibt sich:

$$c = o + 206265\, d \left(\frac{\sin r_2}{b} - \frac{\sin r_1}{a}\right) \text{ Sekunden}$$

Für die logarithmische Berechnung ist die Formel praktischer in der Form

$$c = o + \left[\, 206265\, d\, \frac{\sin r_2}{b} - 206265\, d\, \frac{\sin r_1}{a} \right] \text{ Sekunden.}$$

Man hätte z. B. den exzentrischen Winkel $A\,O\,B = O$ gemessen mit 58° 35′ 30″, den Richtwinkel für den linken Schenkel $C\,O\,A = r_1$ mit 64° 20′, daher der Richtwinkel für den rechten Schenkel:

$C\,O\,B = r_2 = 58^0\ 35'\ 30'' + 64^0\ 20' = 122^0\ 55'\ 30''$. Ferner hätte man $C\,O = d$ gemessen mit 3·527 *m*, und es wäre die Länge des Schenkels $C\,A = a$ bekannt mit 864·76 *m*, und $C\,B = b$ mit 781·24 *m*.

Zuerst ermittelt man logarithmisch den Wert

$$206265\, d\, \frac{\sin r_2}{b}, \text{ dann } 206265\, d\, \frac{\sin r_1}{a},$$

subtrahiert die beiden Werte von einander und addiert den Rest zu dem exzentrisch gemessenen Winkel o.

log 206265 = ... 5·31443
log d = log 3·527 = ... 0·54741
log sin r_2 = log sin 122° 55′ 30″ = log sin 57° 4′ 30″ = 9·92396—10
5·78580

Hievon zu subtrahieren:

log b = log 781·24 = ... 2·89278
2·89302

$$206265\, d\, \frac{\sin r_2}{b} = \text{num. log } 2{\cdot}89302 = 781{\cdot}7''$$

log 206265 = ... 5·31443
log d = log 3·527 = ... 0·54741
log sin r_1 = log sin 64° 20′ = . 9·95488—10
5·81672

Hievon zu subtrahieren:
log a = log 864·76 = ... 2·93690
2·87982

$$206265\, d\, \frac{\sin r_1}{a} = \text{num. log } 2{\cdot}87982 = 758{\cdot}3''$$

$$781{\cdot}7'' - 758{\cdot}3'' = 23{\cdot}4''$$

Zentrierter Winkel $A\,C\,B = c$ = 58° 35′ 30″
\+ 23·4″
58° 35′ 53·4″

185. Der exzentrische Standpunkt O kann gegen den richtigen Scheitel acht verschiedene Stellungen einnehmen, welche in Fig. 253 mit

1 bis 8 bezeichnet sind. Für jede dieser Stellungen ergibt sich scheinbar eine andere Formel für die Zentrierung des exzentrischen Winkels, doch kann man, ohne auf die Lage des Punktes O achten zu müssen, für alle Fälle immer die erste, in der vorigen Nummer entwickelte Formel verwenden, wenn man nur für die Richtwinkel r_1 und r_2 immer OC als den linken Schenkel annimmt, und wenn man immer mit r_1 den Richtwinkel für das linksseitige, mit r_2 aber den Richtwinkel für das rechtsseitige Objekt bezeichnet, so daß also immer $r_2 = r_1 + o$ ist.

Im Folgenden sollen diese verschiedenen Stellungen betrachtet und die Richtigkeit der obigen Behauptung nachgewiesen werden.

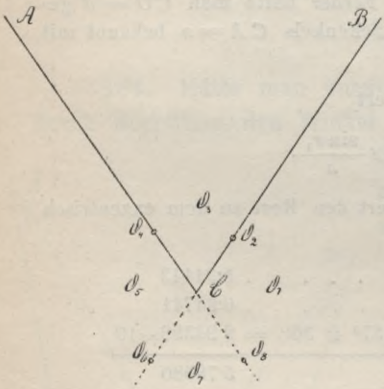


Fig. 253.

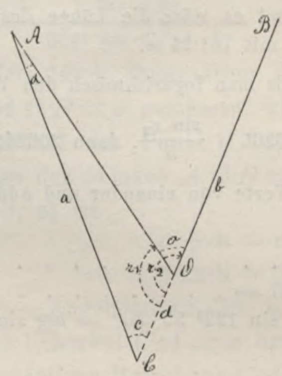


Fig. 254.

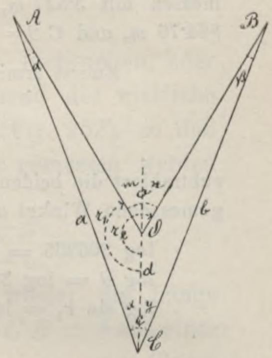


Fig. 255.

2. Stellung (Fig. 254) $o = c + \alpha$

$$c = o - \alpha$$

Aus $\triangle\ ACO$ folgt

$d : a = \sin\alpha : \sin r_1$

$\sin\alpha = d\frac{\sin r_1}{a}$ und $\alpha = 206265\ d\frac{\sin r_1}{a}$ Sekunden

daher $c = o - \left(206265\ d\frac{\sin r_1}{a}\right)$ Sekunden.

Benützt man aber die erste Formel, nämlich

$$c = o + 206265\ d\left(\frac{\sin r_2}{b} - \frac{\sin r_1}{a}\right) \text{ Sekunden,}$$

so muß man für das erste Glied in der Klammer Null setzen, weil $r_2 = 180^0$, daher sein sinus $= 0$. Es wird daher ohneweiters aus dieser ersten Formel die obige, für die zweite Stellung geltende.

3. Stellung (Fig. 255).

$$\begin{array}{rl} \text{Im } \triangle\ ACO \text{ ist} & m = x + \alpha \\ \text{„ } \triangle\ BCO \text{ „} & n = y + \beta \\ \hline & m + n = x + y + \alpha + \beta \\ & o = c + \alpha + \beta \\ & c = o - (\beta + \alpha) \end{array}$$

Aus $\triangle$ AOC folgt

$$d : a = \sin \alpha : \sin r_1 \text{ und } \sin \alpha = d \, \frac{\sin r_1}{a},$$

$$\text{daher } \alpha = 206265 \, d \, \frac{\sin r_1}{a} \text{ Sekunden.}$$

Aus $\triangle$ BOC folgt

$$d : b = \sin \beta : \sin (360 - r_2)$$

$$d : b = \sin \beta : \sin r_2 \text{ und } \sin \beta = d \, \frac{\sin r_2}{b},$$

$$\text{daher } \beta = 206265 \, d \, \frac{\sin r_2}{b} \text{ Sekunden.}$$

Der Winkel $(360 - r_2)$ ist kleiner als 180^0, daher ist sein sinus positiv, daher ist

$$c = o - 206265 \, d \left(\frac{\sin r_2}{b} + \frac{\sin r_1}{a} \right) \text{ Sekunden.}$$

In dieser Formel muß man aber, weil $r_2 > 180^0$ ist, dessen sinus negativ nehmen, so daß also aus dieser Formel abermals ohneweiters die frühere erste Formel wird.

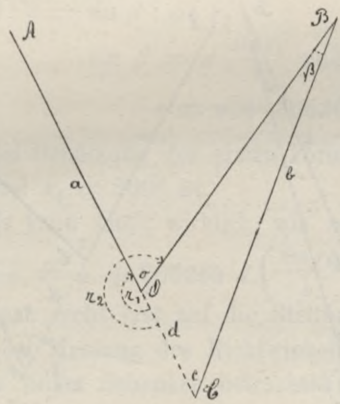


Fig. 256.

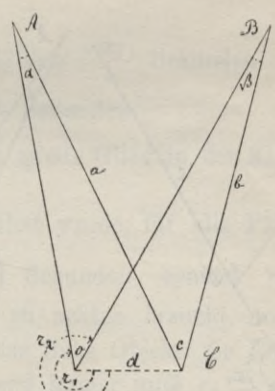


Fig. 257.

4. Stellung (Fig. 256) $o = c + \beta$

$$c = o - \beta.$$

Aus $\triangle$ BOC folgt

$$d : b = \sin \beta : \sin (360 - r_2)$$

$$d : b = \sin \beta : \sin r_2$$

$$\sin \beta = d \, \frac{\sin r_2}{b} \text{ und } \beta = 206265 \, d \, \frac{\sin r_2}{b} \text{ Sekunden}$$

$$c = o - 206265 \, d \, \frac{\sin r_2}{b} \text{ Sekunden.}$$

In dieser Formel hat man den $\sin r_2$ negativ zu nehmen, weil $r_2 > 180^0$, minus mit minus gibt plus, so wie in der ersten Formel. Das zweite Glied in der Klammer ist 0, weil $r_1 = 180^0$ ist.

5. Stellung (Fig. 257) $c + B = o + A$

$$c = o + A - B$$

Aus $\triangle\ AOC$ folgt

$d : a = \sin\alpha : \sin\,(360 - r_1)$

$d : a = \sin\alpha : \sin r_1$

$\sin\alpha = d\,\frac{\sin r_1}{a}$ und $\alpha = 206265\ d\ \frac{\sin r_1}{a}$ Sekunden

Aus $\triangle\ BOC$ folgt

$d : b = \sin\beta : \sin\,(360 - r_2)$

$d : b = \sin\beta : \sin r_2$

$$\sin\beta = d\,\frac{\sin r_2}{b} \text{ und } \beta = 206265\ d\,\frac{\sin r_2}{b} \text{ Sekunden}$$

$$c = o + 206265\ d\left(\frac{\sin r_1}{a} - \frac{\sin r_2}{b}\right) \text{ Sekunden}$$

Hier hat man aber den $\sin r_1$ und ebenso $\sin r_2$ negativ zu nehmen, weil beide Winkel größer sind als 180^0, es wird daher das erste Glied in der Klammer negativ, das zweite aber positiv, und man hat somit wieder die erste Formel.

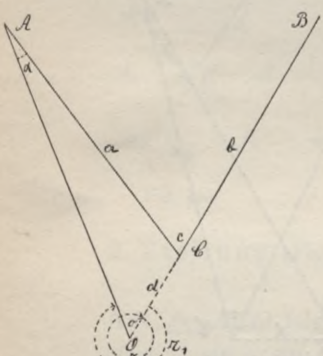


Fig. 258.

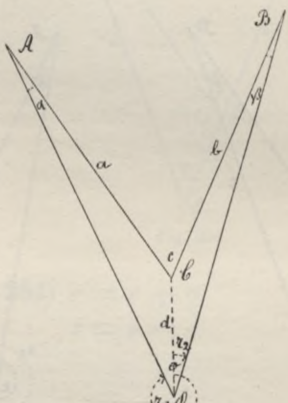


Fig. 259.

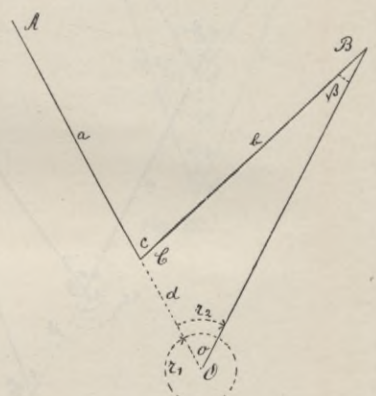


Fig. 260.

6. Stellung (Fig. 258) $c = o + \alpha$

Aus $\triangle\ AOC$ folgt

$d : a = \sin\alpha : \sin\,(360 - r_1)$

$d : a = \sin\alpha : \sin r_1$

$$\sin\alpha = d\ \frac{\sin r_1}{a} \text{ und } \alpha = 206265\ d\ \frac{\sin r_1}{a} \text{ Sekunden}$$

$$c = o + 206265\ d\,\frac{\sin r_1}{a} \text{ Sekunden}$$

Den $\sin r_1$ hat man wieder negativ zu nehmen, da $r_1 > 180^0$, es wird somit das zweite Glied positiv. Da $r_2 = 360^0$, so ist bei Anwendung der ersten Formel das erste Glied in der Klammer Null, es ist somit wieder diese sechste Formel identisch mit der ersten.

7. Stellung (Fig. 259) $c = o + \beta + \alpha$

Aus $\triangle\ A\,O\,C$ folgt

$d : a = \sin\alpha : \sin\,(360 - r_1)$

$d : a = \sin\alpha : \sin r_1$

$$\sin\alpha = d\,\frac{\sin r_1}{a} \text{ und } \alpha = 206265\,d\,\frac{\sin r_1}{a} \text{ Sekunden}$$

Aus $\triangle\ B\,O\,C$

$d : b = \sin\beta : \sin r_2$

$$\sin\beta = d\,\frac{\sin r_2}{b} \text{ und } \beta = 206265\,d\,\frac{\sin r_2}{b} \text{ Sekunden}$$

$$c = o + 206265\,d\left(\frac{\sin r_2}{b} + \frac{\sin r_1}{a}\right) \text{ Sekunden}$$

In dieser Formel hat man wieder den $\sin r_1$ negativ zu nehmen, da $r_1 > 180^0$ ist, es wird somit das zweite Glied in der Klammer negativ, und aus dieser Formel wird daher wieder die erste.

8. Stellung (Fig. 260) $c = o + \beta$

Aus $\triangle\ B\,O\,C$ ergibt sich

$d : b = \sin\beta : \sin r_2$

$$\sin\beta = d\,\frac{\sin r_2}{b} \text{ und } \beta = 206265\,d\,\frac{\sin r_2}{b} \text{ Sekunden}$$

$$c = o + 206265\,d\,\frac{\sin r_2}{b} \text{ Sekunden}$$

Bei Benützung der ersten Formel ist das zweite Glied in der Klammer Null, weil $r_1 = 360^0$ ist.

Es kann somit wirklich, wie schon erwähnt wurde, für alle Fälle die Formel $c = o + 206265\,d\left(\frac{\sin r_2}{b} - \frac{\sin r_1}{a}\right)$ Sekunden benützt werden, wobei man nicht erst auf die Stellung von O zu achten braucht, nur muß immer bei Messung des Richtwinkels r_1 für das linke Objekt die Richtung $O\,C$ als linker Schenkel betrachtet werden, und immer muß $r_2 = r_1 + o$ genommen werden.

Man hätte z. B. bei der Aufstellung in einem exzentrischen Standpunkte abgelesen:

bei der Visur nach	A (linker Schenkel)	354° 33′ 10″
„ „ „ „	B (rechter Schenkel)	35° 28′ 20″
„ „ „ „	C (eigentlicher Scheitel)	15° 20′ —

Ferner hätte man gemessen

$$O\,C = d = 4{\cdot}525\ m$$

und aus einer vorläufigen Berechnung hätte man gefunden

$$A\,C = a = 835{\cdot}65\ m$$

$$B\,C = b = 712{\cdot}45\ m$$

Es ergibt sich nun zunächst der exzentrische Winkel $A\,O\,B = o$ durch die Subtraktion der Ablesung links (bei der Visur nach A), von der Ablesung rechts (bei der Visur nach B), also

$$o = 35^0\ 28'\ 20'' - 354^0\ 33'\ 10''$$

$$o = 35^0\ 28'\ 20'' + 360^0 - 354^0\ 33'\ 10'' = 40^0\ 55'\ 10''$$

Ferner ist der Richtwinkel r_1 gleich der Ablesung bei der Visur nach dem linken Schenkel, also nach A, weniger der Ablesung bei der Visur nach C, demnach

$$r_1 = 354^0\ 33'\ 10'' - 15^0\ 20' = 339^0\ 13'\ 10''$$
$$r_2 = r_1 + o = 339^0\ 13'\ 10'' + 40^0\ 55'\ 10''$$
$$r_2 = 20^0\ 8'\ 20''$$

Man rechnet nun nach der Formel

$$c = o + 206265\ d\left(\frac{\sin r_2}{b} - \frac{\sin r_1}{a}\right)$$

oder
$$c = o + \left(206265\ d\ \frac{\sin r_2}{b} - 206265\ d\ \frac{\sin r_1}{a}\right)$$

$\log 206265 = \ldots\ldots\ldots$	5·31443
$\log d = \log 4{\cdot}525 = \ldots\ldots$	0·65562
$\log \sin r_2 = \log \sin 20^0\ 8'\ 20'' =$	9·53693—10
	5·50698
Hievon ab:	
$\log b = \log 712{\cdot}45 = \ldots\ldots$	2·85275
	2·65423

$$206265\ d\ \frac{\sin r_2}{b} = \text{num log } 2{\cdot}65423 = 451{\cdot}1''$$

$\log 206265 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$	5·31443
$\log d = \log 4{\cdot}525 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$	0·65562
$\log \sin r_1 = \log \sin 339^0\ 13'\ 10'' = \log \sin 20^0\ 46'\ 50'' = \ldots$	9·54998—10
	5·52003
Hievon ab:	
$\log a = \log 835{\cdot}65 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$	2·92203
	2·59800

$$206265\ d\ \frac{\sin r_1}{a} = \text{num log } 2{\cdot}59800 = 396{\cdot}3''$$
$$451{\cdot}1'' - 396{\cdot}3'' = 54{\cdot}8''$$
$$c = 40^0\ 55'\ 10''$$
$$+ \quad 54{\cdot}8'' = 40^0\ 56'\ 4{\cdot}8''$$

186. Die zur Zentrierung eines exzentrisch gemessenen Winkels nötigen Größen d, r_1 und r_2 nennt man Zentrierungs-Elemente.

Bezüglich der Ermittlung der Zentrierungs-Elemente ist Folgendes zu bemerken:

Der Abstand $CO = d$ soll stets möglichst gering sein, und er muß möglichst scharf gemessen werden, auf einzelne Millimeter oder wenigstens Zentimeter. Bei der Messung des Richtwinkels r_1 genügt eine Genauigkeit von einer Minute. Die Längen der Schenkel $CA = a$ und $CB = b$ werden einer vorläufigen Berechnung entnommen und sollen womöglich noch die Zehntel-Meter richtig sein.

Sehr häufig wird der Punkt C von der Spitze eines Turmes gebildet, während der Theodolit in einem Fenster des Turmes aufgestellt werden muß. In diesem Falle handelt es sich zunächst um die Bestimmung des Punktes C im Innern der Turmkammer, um den Abstand $OC = d$ und den Richtwinkel r_1 messen zu können. Ist der Turm ganz regelmäßig gebaut, und befindet sich die Turmspitze genau vertikal über der Mitte des Turmes, so kann man diesen Mittelpunkt im Innern des Turmes durch den Durchschnittspunkt der beiden Diagonalen mn und qr bestimmen (z. B. mittelst zweier gespannter Schnüre), und dann wird der Abstand dieses Mittelpunktes C von O mittelst einer Latte gemessen. (Siehe Fig. 261.) Da man diese Regelmäßigkeit aber wohl nur sehr selten voraussetzen darf, so muß wohl zumeist der Punkt C auf folgende Weise in die Turmkammer projiziert werden. Man stellt sich mit dem Theodolit in hinreichender Entfernung von dem Turme in zwei Punkten E und F auf, am besten auf Anhöhen oder auch in den Fenstern von höheren Gebäuden. Die Alhidade wird sorgfältig horizontal gerichtet, dann die Turmspitze anvisiert, und nun das Fernrohr gesenkt, so daß die Visur die Fenstersohle des Turmes trifft, wo man von einem Gehilfen die Punkte e und f bezeichnen läßt, die von der Visur getroffen werden. Durch Verlängerung der Visuren eE und fF in das Innere erhält man den Durchschnittspunkt C, der vertikal unter der Turmspitze liegt.

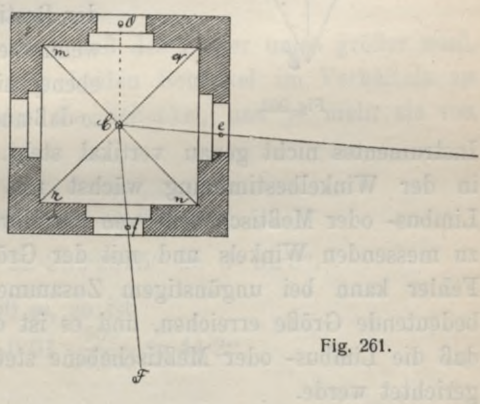


Fig. 261.

Zur Messung des Winkels r_1 muß dieser Punkt C von O (dem Turmfenster) anvisiert werden; dies ist häufig mit großen Schwierigkeiten verknüpft. Ist ein Balkon vor dem Fenster oder ein hinreichend breites Gesimse darunter, auf das man sich mit entsprechender Vorsicht stellen kann, oder wenn das Fenster so breit ist, daß man sich neben den Theodolit im Reitsitze auf die Fensterbrüstung setzen kann, so ist das Anvisieren von C ohneweiters möglich. Sonst aber kann man, da bei der Bestimmung des Winkels r_1 nur eine Genauigkeit von Minuten nötig ist, einfach von C aus über das Fernrohr des Theodolites eine feine Schnur spannen und die Alhidade so drehen, daß das Fernrohr genau in eine Gerade mit der Schnur fällt.

Wäre es nicht möglich, den Punkt C im Innern des Turmes zu bestimmen, oder wenn z. B. der Punkt C von einer hohen Fabriks-Esse oder dergleichen gebildet wird, und man steht mit dem Theodolit seitwärts, so wird die Entfernung CO und der Winkel r_1 in folgender Weise mittelbar (indirekt) bestimmt. In einer Entfernung von einigen hundert Metern von dem Punkte C steckt man sich eine Basis MN ab, welche sorgfältigst gemessen wird (Fig. 262). Ferner stellt man in M und N den Theodolit auf und mißt die Winkel NMO und NMC, ferner MNO und MNC. Dann berechnet man trigonometrisch die Längen MO und NO, sowie MC und NC, und kann dann weiter CO und den Winkel COM berechnen. Addiert man zu letzterem den Winkel MOA, so ergibt die Summe den Richtwinkel r_1.

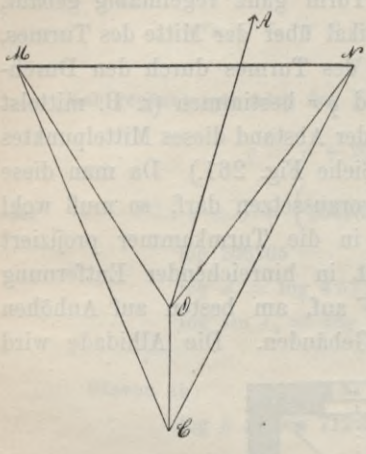


Fig. 262.

187. Bei der Vornahme von Winkelmessungen können, selbst bei Anwendung eines vollkommen richtig gestellten Instrumentes, mancherlei Fehler entstehen.

1. Ein sehr bedeutender Fehler in der Bestimmung des Winkels kann eintreten, wenn die Limbusebene (oder auch Meßtischebene) nicht genau horizontal gerichtet ist, so daß auch die vertikale Umdrehungsachse des Instrumentes nicht genau vertikal steht. Der dadurch entstehende Fehler in der Winkelbestimmung wächst mit der Größe der Abweichung der Limbus- oder Meßtischebene von der Horizontalen, ferner mit der Größe des zu messenden Winkels und mit der Größe der Neigung der Visuren. Der Fehler kann bei ungünstigem Zusammenwirken dieser drei Faktoren eine bedeutende Größe erreichen, und es ist daher von der größten Wichtigkeit, daß die Limbus- oder Meßtischebene stets mit peinlicher Sorgfalt horizontal gerichtet werde.

2. Ein anderer Fehler entsteht, wenn der Mittelpunkt des Instrumentes (der Limbus-Einteilung, oder ein am Meßtische gegebener Punkt) nicht ganz genau vertikal über dem Scheitel des zu messenden Winkels sich befindet. Es tritt dann der Fall einer exzentrischen Winkelmessung ein, wie diese in Nro. 184 und 185 besprochen worden ist, nur ist natürlich jetzt das Stück $CO = d$ nicht so bedeutend wie dort, sondern es beträgt nur einige Zentimeter, oder sogar nur Millimeter. In Nr. 184 wurde für den richtigen Winkel die Gleichung gefunden

$$c = o + 206265\, d \left(\frac{\sin r_2}{b} - \frac{\sin r_1}{a}\right) \text{Sekunden}$$

und nach Nr. 185 hat diese Gleichung für alle möglichen Fälle der gegenseitigen Lage der beiden Punkte C und O Geltung. Man kann daher auch jetzt für den durch eine nicht ganz genau zentrische Aufstellung des Instrumentes entstehenden Fehler in der Winkelbestimmung für alle Fälle die Gleichung aufstellen

$$c - o = 206265\, d \left(\frac{\sin r_2}{b} - \frac{\sin r_1}{a}\right) \text{Sekunden}$$

Man sieht aus dieser Gleichung zunächst, daß der Fehler umso größer wird, je größer d, d. h. je größer die Abweichung des Mittelpunktes vom richtigen Scheitelpunkte wird. Nur in dem Falle würde der Fehler Null werden, wenn $\frac{\sin r_2}{b} = \frac{\sin r_1}{a}$ wird, dagegen wird er umso größer, je größer die Differenz zwischen diesen beiden Gliedern wird. Am größten wird der Fehler sein, wenn $\sin r_1$ und $\sin r_2$ ihren größten Wert erreichen, nämlich 1 und wenn beide Glieder dasselbe Vorzeichen erhalten, so daß sie sich summieren. Ist nämlich $r_1 = 90^0$ und $r_2 = 270^0$, so ist $\sin r_1 = 1$ und $\sin r_2 = -1$, die Gleichung erhält dann die Form

$$c - o = 206265\, d \left(\frac{-1}{b} - \frac{1}{a} \right) \text{ Sekunden}$$

$$c - o = -206265\, d \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) \text{ Sekunden}$$

$$c - o = -206265\, d \left(\frac{a + b}{a\, b} \right) \text{ Sekunden}$$

Dies ist der ungünstigste Fall.

Aus dieser Gleichung ersieht man, daß der Fehler umso größer wird, je größer die Summe der Längen der beiden Schenkel im Verhältnis zu ihrem Produkte wird, je kürzer also die Schenkel, und je mehr sie von einander verschieden sind.

Wäre z. B. $d = 1\ cm$

ferner zunächst $a = 10\ m$, $b = 100\ m$, so ist

$$c - o = 206265 \,.\, 0{\cdot}01 \frac{110}{1000} = 232{\cdot}2915'' = 3'\ 52{\cdot}3''.$$

Wäre dagegen $a = b = 100\ m$, so ist

$$c - o = 206265 \,.\, 0{\cdot}01\, \frac{200}{10.000} = 41{\cdot}2'',$$

und wäre $a = b = 200\ m$, so ist

$$c - o = 206265 \,.\, 0{\cdot}01\, \frac{400}{40.000} = 20{\cdot}6''.$$

Wäre $d = 2$ oder $3\ cm$, so würden sich die Fehler verdoppeln, beziehungsweise verdreifachen. Hieraus geht hervor, daß man der Zentrierung des Instrumentes die größte Aufmerksamkeit schenken muß, und dies umsomehr, je kürzer die Schenkel, und je mehr sie von einander verschieden sind.

3. Ein weiterer, unter Umständen bedeutender Fehler kann entstehen, wenn beim Anvisieren des Zielpunktes eine kleine Unrichtigkeit eintritt. Es kann z. B. geschehen, daß das Signal nicht genau vertikal über dem Punkte sich befindet, oder daß es etwas schief steht; bei seitlicher Beleuchtung durch die Sonne ist vielleicht nur eine Hälfte der Stange oder des Signales, welche beleuchtet ist, sichtbar, und dergleichen. In allen diesen Fällen wird statt des richtigen Punktes ein etwas seitwärts liegender Punkt anvisiert, so daß der zu messende Winkel zu groß oder zu klein erhalten wird. Nennt man die Entfernung des anvisierten Punktes vom Instrumente s, und den Abstand des anvisierten unrichtigen Punktes von dem richtigen Punkte d, so ist der entstehende Fehler $\delta = 206265\, \frac{d}{s}$ Sekunden.

Der Fehler wird also umso größer, je mehr der anvisierte Punkt von dem richtigen Punkte absteht, und je kürzer die Visur ist.

Wäre z. B. $d = 2\ cm$, $s = 20\ m$, so ist

$$\delta = 206265\ \frac{0\cdot02}{20} = 206\cdot265'' = 3'\ 26\cdot3''.$$

Wäre dagegen $s = 200\ m$, so ist

$$\delta = 206265\ \frac{0\cdot02}{200} = 20\cdot6''.$$

188. Die Messung der Vertikalwinkel wurde bereits in Nr. 172 besprochen, es muß nur noch auf einen hiebei entstehenden Fehler, der unter Umständen eine Korrektur erfordert, hingewiesen werden.

Die Dichte der Luft nimmt in den höheren Schichten der Atmosphäre ab. Wenn man daher von einem tiefer gelegenen Punkte nach einem höheren oder umgekehrt visiert, so müssen die Lichtstrahlen Luftschichten von verschiedener Dichte durcheilen, wodurch sie eine Brechung und allmähliche Ablenkung von ihrer ursprünglichen Richtung erleiden. (Refraktion.)

Visiert man daher mittelst eines in A aufgestellten Instrumentes (siehe Fig. 263) nach einem höher liegenden Punkte B, so bildet der Sehstrahl einen Bogen A' B. Die Visierlinie des Fernrohres bildet eine Tangente zu diesem Bogen, d. h. die gerade Verlängerung der Visierlinie würde den Punkt B' treffen. Durch die Ablesung am Vertikalkreise erhält man daher den Höhenwinkel e oder den Zenithwinkel z. Da aber die Visierlinie die gerade Richtung $A'\ B$ bilden soll, so ist der Höhenwinkel um den Winkel r zu groß, der Zenithwinkel dagegen um diesen Winkel r zu klein.

Würde man umgekehrt vom Punkte B nach A visieren, erhielte man den Tiefenwinkel um denselben Winkel r zu klein, den Zenithwinkel aber zu groß.

Der Winkel r heißt Refraktions-Winkel. Die Größe dieses Winkels hängt von dem jeweiligen Zustande der Atmosphäre ab, von der Temperatur, dem Barometerstande, dem Feuchtigkeitsgehalte der Luft, von der Stärke des Windes u. s. w. Außerdem hängt aber die Größe dieses Winkels auch von der Größe des Mittelpunktswinkels c ab, welchen die Lotlinien der beiden Punkte A und B bilden.

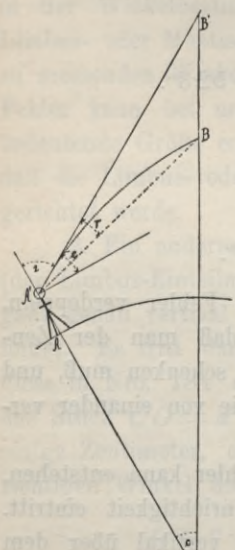


Fig. 263

Das Verhältnis zwischen den beiden Winkeln wurde gefunden:

von Struve mit	. . . .	$r = 0\cdot0618\ c$
„ Lambert mit	. . .	$r = 0\cdot0625\ c$
„ Tob. Mayer mit	. .	$r = 0\cdot0625\ c$
„ Coraboeuf mit	. . . .	$r = 0\cdot0642\ c$

von Gauss mit . . . . $r = 0{\cdot}0653\,c$

„ Bessel . . . . $r = 0.0685\,c$

„ Laplace & Delambre mit $r = 0{\cdot}08\quad c$

In England nimmt man sogar an $r = 0{\cdot}10\,c$. In Österreich und Deutschland wird der von Gauss angegebene Wert verwendet. Dieser Wert kann aber nach Angabe von Gauss um ein Achtel seines Wertes schwanken, sich also zwischen 0·0571 und 0·0735 bewegen; es wurden aber noch größere Schwankungen gefunden.

In Nr. 10 wurde gezeigt, daß bei einem Mittelpunktswinkel von einer Sekunde die Entfernung der beiden Punkte auf der Erdoberfläche 30·85 *m* und bei einem Mittelpunktswinkel von einer Minute 1851·99 *m* beträgt. Der Fehler im Vertikalwinkel, um welchen dieser zu korrigieren ist, wäre in diesem letzteren Falle bei mittlerem Zustande der Luft

$$0{\cdot}0653 \,.\, 60'' = 3{\cdot}9''.$$

Wären zwei Punkte 6000 *m* von einander entfernt, so ist ihr Mittelpunktswinkel $6000 : 30{\cdot}85 = 194''$, daher der Fehler im Vertikalwinkel, beziehungsweise die nötige Korrektion $194'' \times 0{\cdot}0653 = 12{\cdot}7''$.

Es kommt also dieser durch die Refraktion der Lichtstrahlen entstehende Fehler, beziehungsweise die Korrektion nur bei sehr genauen Messungen von Vertikalwinkeln bei sehr weit von einander entfernten Punkten in Betracht.[1])

B. Das Bussolen-Instrument.

189. Die Bussole[2]) oder der Kompaß wurde von dem venetianischen Reisenden Marco Polo[3]) im Jahre 1295 aus China nach Europa gebracht. Zuerst wurde dieses Instrument nur zur Orientierung bei der Schiffahrt benützt, erst im 16. Jahrhunderte wurde es auch zu geodätischen Zwecken verwendet. Wenn auch die mit dem Bussolen-Instrumente erreichbare Genauigkeit nur eine geringe ist, so daß dessen Verwendung für die meisten geodätischen Zwecke nicht ratsam ist, so wird es doch selbst heute noch für gewisse Zwecke mit Vorliebe benützt, nämlich zu Aufnahmen in Bergwerken und zu Waldaufnahmen.[4])

Wenn man eine Stahlnadel durch Streichen mit einem Magnete magnetisch macht und sie dann in ihrem Schwerpunkte unterstützt oder aufhängt, so daß sie sich frei drehen kann, so nimmt die Nadel, wenn in

---

[1]) In Bauernfeind's „Elementen der Vermessungskunde" II. Band, Seite 333 u. f. (VII. Auflage) ist der durch die Refraktion der Lichtstrahlen entstehende Fehler und die nötige Korrektion sehr ausführlich und mit Angabe genauer Formeln behandelt.

[2]) Von dem italienischen bussola = kleine Büchse oder Kästchen. Französisch boussole.

[3]) Marco Polo, geb. 1256, gest. 1323 in Venedig, bereiste von 1271 bis 1295 sämtliche Provinzen Chinas.

[4]) Aus letzterem Grunde wird auch die Bussole und deren Gebrauch im allgemeinen und speziell zu Waldaufnahmen, in diesem Buche weit ausführlicher behandelt, als in den meisten derzeit bestehenden Lehrbüchern der Geodäsie.

der Nähe sich kein Eisen befindet, eine bestimmte Richtung gegen die Mittagslinie an. Bringt man die Nadel aus ihrer Lage, so kehrt sie nach einigen regelmäßigen Schwankungen immer wieder in dieselbe Stellung zurück, wobei das eine Ende (Nordende) immer gegen Norden, das andere (Südende) immer gegen Süden gerichtet ist. Diese Richtung, welche die Nadel einnimmt, heißt der magnetische Meridian des Punktes, in dem sich die Nadel befindet. In allen Punkten eines einzigen, um die Erde gehenden Kreises fällt der magnetische Meridian zusammen mit dem astronomischen. In allen anderen Punkten der Erde aber bildet der magnetische Meridian des Punktes mit dem astronomischen einen Winkel, welchen man die magnetische Abweichung, magnetische Deklination oder magnetische Mißweisung nennt. Diese Abweichung ist an verschiedenen Punkten der Erde eine verschiedene, sie kann eine westliche oder östliche sein. Der um die Erde gehende Kreis, der die Punkte miteinander verbindet, in denen die Magnetnadel keine Abweichung zeigt, heißt die Linie ohne Abweichung. Durch diese wird die Erde in zwei Hälften geteilt, auf der einen ist die Abweichung eine westliche, auf der anderen eine östliche. In jeder der beiden Hälften ist in verschiedenen Punkten die Abweichung eine andere, und zwar nimmt sie in der Richtung von Ost gegen West von 0⁰ allmählich zu bis 22⁰ 30', um dann wieder bis 0⁰ abzunehmen. Die Linie ohne Abweichung ist aber keine konstante Linie auf der Erdoberfläche, sondern sie ändert ihre Lage langsam und gleichmäßig in der Art, daß sie sich von Osten gegen Westen bewegt. Es ist daher auch an demselben Orte die Abweichung in steter Änderung begriffen, derart, daß sie an jedem Punkte einmal Null ist, dann wird die Abweichung eine westliche, wächst bis 22⁰ 30', wird dann wieder kleiner bis Null, dann wird sie östlich, steigt bis 22⁰ 30', wird wieder kleiner bis Null, und wird dann wieder westlich. In Paris wurden Beobachtungen der Deklination seit dem Jahre 1580 angestellt und ergaben im Jahre 1580 eine Abweichung von 11⁰ 30' östlich; dann wurde die Abweichung kleiner und kleiner, bis sie im Jahre 1663 Null wurde. Von da ab wurde die Deklination eine westliche und wurde immer größer, bis sie im Jahre 1814 das Maximum mit 22⁰ 34' erreichte, dann wurde sie wieder bis jetzt kleiner und kleiner, so daß sie in der zweiten Hälfte des gegenwärtigen Jahrhunderts wieder Null, und dann wieder eine östliche werden wird.

In Prag wurden von der Sternwarte in den letzten 30 Jahren nachstehende Jahresmittel der Deklination gefunden:

Im Jahre	1878	11⁰ 6·87'	im Jahre	1899	9⁰ 11·86'	im Jahre	1905	8⁰ 43·27'
„ „	1880	10⁰ 51·98'	„ „	1900	9⁰ 7·02'	„ „	1906	8⁰ 38·23'
„ „	1885	10⁰ 25·23'	„ „	1901	9⁰ 1·73'	„ „	1907	8⁰ 31·43'
„ „	1890	10⁰ 0·37'	„ „	1902	8⁰ 57·63'	„ „	1908	8⁰ 20·94'
„ „	1895	9⁰ 31·52'	„ „	1903	8⁰ 53·56'	„ „	1909	8⁰ 15·14'
„ „	1898	9⁰ 15·80'	„ „	1904	8⁰ 48·67'			

Diese stetige Änderung der Deklination an einem Punkte nennt man wegen der großen Zeiträume, in denen sie erfolgt, die säkulare Änderung. Diese beträgt nach Kohlrausch durchschnittlich 7·8' im Jahre. Aus den Pariser Beobachtungen seit dem Jahre 1580 würden sich jedoch 8 Minuten (7·99) ergeben. Diese säkularen Änderungen sind aber durchaus nicht gleichmäßig, sondern es wechseln längere Zeitperioden mit größeren Änderungen mit solchen mit kleineren Änderungen. So ergibt sich für die Zeitperiode 1878 bis 1909 nach den Prager Beobachtungen eine durchschnittliche jährliche Abnahme von nur 5·54', und es schwanken die jährlichen Änderungen in dieser Periode zwischen 4·07' (von 1902 bis 1903) und 10·49' (von 1907 bis 1908). Dagegen beträgt nach den Pariser Beobachtungen in der Zeit von 1663 bis 1700 die durchschnittliche Änderung 13·2' pro Jahr.

Diese Änderungen der Deklination an demselben Orte erfolgen nicht plötzlich, sondern stetig, so daß an demselben Orte die Deklination jeden Tag eine andere ist. Aber auch an demselben Tage ändert sich die Deklination, und zwar nicht nur in der gleichmäßigen Weise, wie sie der säkularen Änderung entspricht, sondern außerdem in der Art, daß sich von der für den Tag geltenden mittleren Deklination bei verschiedenen Tagesstunden Abweichungen gegen Osten oder Westen zeigen, so daß während des Tages die Deklination bald größer, bald kleiner ist. Diese Abweichungen sind bei Tag größer als in der Nacht, und im Sommer bedeutend größer, bis dreimal so groß, als im Winter. Ferner sind sie umso bedeutender, je größer die geographische Breite der Punkte ist. In Mittel-Europa hat die Nadel etwa um 8 Uhr früh die größte Abweichung gegen Osten, da ist also die westliche Deklination am kleinsten, dagegen hat die Nadel um 1 Uhr nachmittags ihre größte westliche Abweichung, es ist also da die Deklination am größten. Etwa um 10 Uhr vormittags und zwischen 6 und 8 Uhr abends befindet sich die Nadel in dem mittleren, dem Tagesmittel der Deklination entsprechenden Stande. In Mittel-Europa kann die Differenz zwischen der äußersten östlichen und westlichen Stellung der Nadel an einem Tage 5 bis 15 Minuten betragen. Es wechseln aber auch in dieser Hinsicht längere Zeitperioden mit stärkeren und schwächeren Abweichungen ab. Diese täglichen Abweichungen nennt man Schwankungen, Variationen oder Oszillationen.

Nebst diesen täglichen Variationen kommen aber auch noch magnetische Störungen vor, das heißt Abweichungen der Nadel, welche den täglichen Änderungen widersprechen und welche oft über einen Grad betragen. Diese hängen mit Elementarereignissen, z. B. Erdbeben, vulkanischen Ausbrüchen, Nordlichtern u. a. zusammen. Ebenso zeigt sich oft mindestens eine Unruhe, das heißt ein Zittern der Nadel bei herannahenden Gewittern.

Wie schon oben erwähnt wurde, ist die Deklination an verschiedenen Orten, je nach deren geographischen Länge und Breite, eine verschiedene.

Durch die Linie ohne Abweichung wird die Erdkugel in zwei Hälften geteilt und in jeder wächst die Deklination von 0^0 bis 22^0 30', um dann wieder bis 0^0 zu sinken. Es findet somit auf der Hälfte des Erdumfanges, also auf 180 geographischen Längengraden, eine Änderung der Deklination statt von 45 Bogengraden. Auf einen Längengrad kommt demnach auf demselben Breitengrade eine Änderung von 15 Bogen-Minuten.

In der geographischen Breite Mittel-Europas hat ein Längengrad, der am Äquator 15 geographische Meilen = 111·30685 *km* beträgt, eine Länge von zirka 56 *km*. Es kommt daher auf 1 *km* Länge eine Änderung der Deklination von 16'', da aber auf einem Bussoleninstrumente höchstens bis auf fünf bis sechs Minuten genau abgelesen werden kann, so kann man für den Gebrauch dieses Instrumentes annehmen, daß zwei Punkte, welche auf demselben Breitengrade 10 bis 15 *km* in der Richtung von Osten gegen Westen von einander entfernt sind, noch dieselbe Deklination haben, daß also die magnetischen Meridiane dieser Punkte zu einander parallel sind.

Die Änderung in der Deklination je nach der geographischen Breite zweier Punkte, auf demselben Meridian, ist sehr verschieden. In Böhmen, welches zwischen 48^0 40' und 51^0 nördl. Breite und 29^0 30' und 34^0 30' östl. Länge von Ferro liegt, hat die verschiedene geographische Breite zweier Punkte gar keinen merkbaren Einfluß auf die Deklination. Dagegen hat die verschiedene geographische Breite zweier Punkte, auf demselben Meridian, einen umso größeren Einfluß auf die Deklination, je mehr nördlich, und je mehr östlich oder westlich von Böhmen die betreffenden Punkte liegen.

In Böhmen braucht man daher bei der Vergleichung der Deklination zweier Punkte immer nur ihre geographische Länge zu berücksichtigen, während die geographische Breite ganz unberücksichtigt bleiben kann. Es wird daher auch bei den betreffenden Beispielen beim Gebrauche des Bussolen-Instrumentes nur Böhmen in Betracht gezogen.

Über den Einfluß der säkularen Änderungen, sowie der täglichen Variationen auf den Gebrauch des Bussolen-Instrumentes wird das nötige erst in dem, den Gebrauch behandelnden Kapitel (Nr. 192) gesagt werden.

Nebst der im Vorstehenden betrachteten magnetischen Deklination ist noch die Inklination oder die Abweichung aus der horizontalen Lage zu erwähnen. Wird nämlich die Magnetnadel in ihrem Schwerpunkte unterstützt oder aufgehängt, so nimmt sie nicht eine horizontale Lage ein, sondern auf der nördlichen Erdhälfte neigt sich das Nordende, auf der südlichen das Südende der Nadel gegen den Erdboden. Auch die Inklination ist örtlichen und zeitlichen Änderungen unterworfen. Für den Gebrauch des Bussoleninstrumentes kommt die Inklination nur soweit in Betracht, daß das Südende der in ihrer Mitte unterstützten Nadel schwerer gemacht werden muß, damit die Inklination überwunden wird und die Nadel eine horizontale Lage einnimmt.

190. Bei jedem Bussolen-Instrumente sind drei Hauptteile zu unterscheiden, das Untergestell, die Bussole oder der Kompaß und die Visier-Vorrichtung.

Das Untergestell ist bei einem Bussolen-Instrumente nur selten in derselben Weise gebaut, wie beim Theodolit, nämlich aus einer Säule mit drei Fortsätzen und Fußschrauben bestehend, um ebenso wie der Theodolit auf ein Scheibenstativ gestellt und mit diesem durch eine Herzschraube verbunden zu werden. In dieser Weise sind beispielsweise die in Fig. 273, 274 und 277 abgebildeten Bussolen-Instrumente von F. W. Breithaupt & Sohn in Cassel und T. Ertel & Sohn in München gebaut. Zumeist endet das Untergestell in eine konische Hülse, um auf ein Zapfenstativ aufgesteckt werden zu können. Siehe z. B. die Bussolen-Instrumente von Starke & Kammerer, sowie von Neuhöfer in Wien, Fig. 270, 271, 272, 275 und 276.

Um das Instrument mit dem Stative in feste, unverrückbare Verbindung bringen zu können, ist die konische Hülse aufgeschlitzt und kann mit einer Klemmschraube zusammengezogen und so an den Zapfen des Statives fest angepreßt werden.

Über der konischen Hülse ist die Vorrichtung angebracht, um die Limbusebene des Instrumentes horizontal und somit die Umdrehungsachse vertikal stellen zu können. Bei kleineren Instrumenten besteht diese Vorrichtung aus einem Nußgelenk, d. h. aus einer genau abgedrehten Kugel, welche in einem kugelförmig ausgedrehten Lager liegt. Der mit dieser Kugel in Verbindung stehende obere Teil des Instrumentes kann daher in jede beliebige Lage gebracht werden. Bei ganz einfachen Instrumenten, den sogenannten Waldbussolen (siehe z. B. 270), geschieht diese Bewegung nur mit freier Hand. Besser ist die Einrichtung mit Stellschrauben, welche in Fig. 264 im Durchschnitt dargestellt ist. Das obere Ende der Hülse H ist halb kugelförmig ausgedreht und darüber der ebenso ausgedrehte Deckel d geschraubt. In der so entstehenden kugelförmigen Höhlung liegt die kugelförmige Nuß n, welche nach unten einen Fortsatz hat, der zwischen vier gegeneinander gerichteten Schrauben liegt. In der Figur sind nur zwei dieser Schrauben ss sichtbar, die anderen zwei haben eine zu diesen senkrechte Richtung. Nach oben hat die Nuß n ebenfalls einen Fortsatz, auf welchem um einen Zapfen z eine Platte pp drehbar ist, auf welcher die Bussole und die Visier-Vorrichtung befestigt ist. Wenn eine der vier Stellschrauben gelüftet und die gegenüberliegende sofort nachgezogen wird, so kann man somit die Platte *pp* in jede beliebige, also auch in die horizontale, und daher ihre Drehungsachse in die vertikale Lage bringen. In neuerer Zeit werden häufig statt vier, nur zwei zu einander senkrecht stehende Schrauben angebracht, und die ihnen gegenüberliegenden Schrauben werden durch Stifte ersetzt, welche durch Spiralfedern stets gegen die Schraube gedrückt werden. Diese Einrichtung ist viel vorteilhafter.

Besser als das Nußgelenk ist die in Fig. 265 dargestellte Einrichtung, der „verbesserte Stampfer'sche Unterbau“. Die Hülse *H* trägt oben entweder eine runde Scheibe *aa* oder zur Verminderung des Gewichtes nur vier zu einander senkrecht stehende Arme (in der Figur wären nur

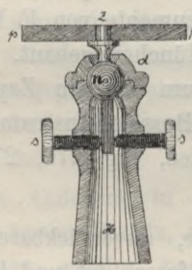


Fig. 264.

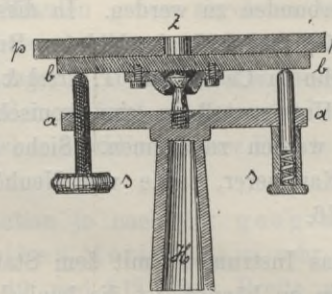


Fig. 265.

zwei einander gegenüberliegende Arme *aa* zu sehen). In diesen Armen oder in der Platte sind entweder vier nach oben gehende Stellschrauben *ss* angebracht oder es sind nur zwei Schrauben vorhanden, und die gegenüberliegenden sind durch Stifte mit Spiralfedern, durch welche sie nach oben gedrückt werden, ersetzt. Letztere Einrichtung (wie in Fig. 265) ist die bessere. Diese Schrauben und Stifte stemmen sich gegen eine runde Scheibe *bb*, welche mit der unteren Platte *aa* durch einen verschraubten Stift verbunden ist, welch letzterer an seinem oberen Ende einen kugelförmig abgedrehten Kopf hat, mit welchem er in einer entsprechend ausgedrehten Pfanne liegt, die an der Scheibe *bb* angeschraubt ist. Auf der Scheibe *bb* ist um einen vertikalen Zapfen *z* eine Platte *pp* drehbar, welche durch die Stellschrauben *ss* demnach in eine horizontale, resp. ihre Umdrehungsachse in eine vertikale Lage gebracht werden kann. Auf dieser Platte ist die Bussole und die Visier-Vorrichtung befestigt.

Bei den besseren Instrumenten kann die freie Drehung der Platte *pp* durch Anziehen einer Klemmschraube aufgehoben werden, und es ist dann eine Mikrometerschraube für die feine Bewegung vorhanden.

Die Bussole oder der Kompaß besteht aus einer niedrigen, zilindrischen Büchse, welche oben durch einen Glasdeckel geschlossen ist.

Im Innern dieser Büchse ist senkrecht auf ihre Wand ein Kreisring angebracht, der in 360 Grade geteilt ist. Jeder einzelne Grad ist oft noch in zwei oder drei Teile geteilt. Jeder zehnte Grad ist beziffert. Bei älteren Instrumenten geht die Bezifferung von innen aus gesehen von links gegen rechts, so wie bei einem Theodolit (Fig. 266). Bei neueren Instrumenten dagegen macht man jetzt in der Regel die Bezifferung in umgekehrter Richtung (Fig. 267). Auf der Bodenplatte der Büchse sind meist zwei zu einander senkrechte Linien eingraviert, von denen die eine sich genau unter den Teilungspunkten 360⁰ und 180⁰, die andere daher genau unter

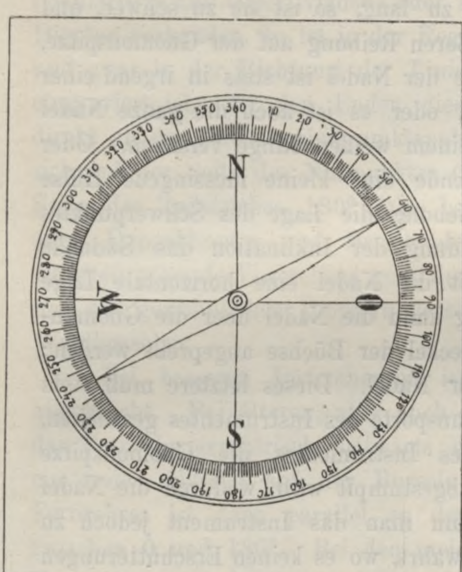


Fig. 266.

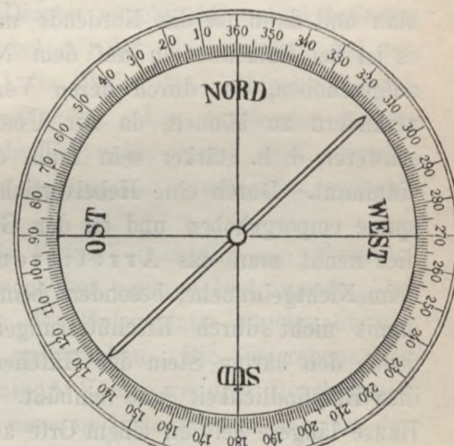


Fig. 267.

90⁰ und 270⁰ befindet. Bei diesen Linien ist bei 360⁰ *N* (Nord) eingraviert, bei 180⁰ *S* (Süd). Bei 90⁰ ist stets *O* (Ost), bei 270⁰ *W* (West). Es ist daher bei der ersten, älteren Art der Bezifferung (Fig. 266) die Bezeichnung Ost und West der wirklichen Lage der Weltgegenden entsprechend, während bei der zweiten, neueren Art der Bezifferung die Bezeichnung Ost und West entgegengesetzt der wirklichen Lage der Weltgegenden ist. Im Kreuzungspunkte der beiden Linien ist eine Stahlspitze, die *Gnomon-Spitze*, eingeschraubt, so daß diese durch den Mittelpunkt der Einteilung des Kreisringes geht. Auf dieser Spitze ist die Magnetnadel aufgesetzt und zwar mittelst eines an ihr befestigten, entsprechend ausgebohrten Hütchens aus hartem Stein (Granat, Karneol).

Die Gnomonspitze hat eine solche Länge, daß die Oberfläche der Nadel mit dem Gradring in eine Ebene fällt. Die Nadel besteht aus Stahlblech, um bei möglichst geringem Gewichte eine große Oberfläche zu erhalten. Entweder ist die Nadel eine *Rhomboidal-Nadel* (Fig. 266) oder eine

Balken-Nadel, in Form eines Rechteckes. Letztere hat in der Regel die schmale Seite nach oben gerichtet, und es sind die Enden, so wie bei der Rhomboidal-Nadel, scharf zugeschliffen. Mitunter ist die Balkennadel mit der breiten Fläche nach oben gerichtet, und es sind dann an beiden Enden Indexstriche eingraviert.

Die Nadel dient also nur als Zeiger beim Ablesen.[1]) Die Länge der Nadel muß etwas kleiner sein als der Durchmesser des Gradringes, damit dieser um die, im magnetischen Meridian einspielende, ruhig stehende Nadel gedreht werden kann. In der Regel ist die Länge der Nadel zwischen 8 und 12 *cm*; ist nämlich die Nadel zu lang, so ist sie zu schwer, und in Folge der dadurch entstehenden größeren Reibung auf der Gnomonspitze, nicht genug empfindlich. Das Nordende der Nadel ist stets in irgend einer Weise bezeichnet, z. B. blau angelaufen, oder es ist auch die ganze Nadel blau und dann ist das Nordende mit einem weißen Ringe versehen. Oder es ist bei Balkennadeln auf dem Nordende eine kleine messingene Hülse aufgeschoben, um durch deren Verschiebung die Lage des Schwerpunktes verändern zu können, da zur Überwindung der Inklination das Südende schwerer, d. h. stärker sein muß, damit die Nadel eine horizontale Lage einnimmt. Durch eine Hebelvorrichtung kann die Nadel über die Gnomonspitze emporgehoben und an den Glasdeckel der Büchse angepreßt werden; dies nennt man das Arretieren der Nadel. Dieses letztere muß stets beim Nichtgebrauche, besonders beim Transporte des Instrumentes geschehen, damit nicht durch Erschütterungen des Instrumentes die Gnomonspitze durch den harten Stein des Hütchens abgestumpft wird, wodurch die Nadel ihre Empfindlichkeit bald einbüßt. Wenn man das Instrument jedoch zu Hause längere Zeit an einem Orte aufbewahrt, wo es keinen Erschütterungen ausgesetzt ist, so ist es besser, hiebei die Nadel los zu machen, damit nicht ihre magnetische Kraft leidet.

Die Bussole ist auf dem Untergestell derart befestigt, daß die vertikale Drehungsachse durch den Mittelpunkt der Gradteilung geht. Mitunter, z. B. in Fig. 274, ist dies nicht der Fall, die Bussole ist hier seitwärts.

Die Bussole ist auf dem Untergestell entweder fest befestigt, oder meist derart, daß sie abgenommen, und auch zum Zeichnen der mit ihr gemessenen Winkel verwendet werden kann. In letzterem Falle ist in der Regel die Bodenplatte größer als die Büchse, hat eine quadratische oder rechteckige Form und heißt Auftrags- oder Zulegeplatte. Diese letztere ist mittelst zweier Schrauben mit großen, geränderten Köpfen auf dem Untergestell befestigt (siehe Fig. 271, 275 und 276).

---

[1]) Man hat auch Versuche gemacht, an den Enden der Nadel Nonien anzubringen; so machte z. B. der Mechaniker Frič in Prag solche auf Glimmerplättchen, die an den Enden der Nadel befestigt sind. Eine solche Einrichtung ist aber ganz zwecklos, weil diese Nonien nicht scharf an der Teilung anliegen können und weil die Nadel eigentlich nie ganz ruhig ist.

Zwei Kanten der Zulegeplatte sind fassettiert und genau parallel zu den mit N und S bezeichneten Geraden, also auch parallel zu dem Durchmesser 0^0 und 180^0 des Gradringes. Mitunter hat die Bussole auf dem Instrumente keine Zulegeplatte, sondern sie ist mittelst einer Klemmschraube in einem kreisrunden Ringe befestigt, aus welchem sie nach Lüftung der Klemmschraube herausgenommen und in eine separate, dem Instrumente beigegebene, Zulege- oder Auftrags-Platte eingesetzt werden kann. (Fig. 272, 273, 274 und 277.)

Die Visier-Vorrichtung besteht entweder aus gewöhnlichen Dioptern (Okularritze und Objektivfaden) oder aus einem Fernrohre. Sind gewöhnliche Diopter vorhanden, so ist in der Regel die Zulegeplatte linealartig verlängert und zwar in der Richtung der Linie NS, welche am Boden der Büchse eingraviert ist. An den Enden dieser Verlängerung, manchmal aber auch direkt an der Büchse, sind umklappbare Diopter angebracht und es befindet sich auf der Seite des Nullpunktes (also bei N) der Objektivfaden, auf der Seite des Teilstriches 180^0 (also bei S) die Okularritze. Manchmal sind auch Doppeldiopter und Bergdiopter vorhanden. Die durch die beiden Absehen gehende Visierebene geht durch die Teilpunkte 0 und 180^0. Solche nur mit gewöhnlichen Diopteru versehene Instrumente nennt man einfache Waldbussolen.

Bei besseren Instrumenten ist als Visier-Vorrichtung ein Fernrohr angebracht. Bei älteren, aber auch oft noch bei neueren Instrumenten, ist das Fernrohr exzentrisch seitwärts neben der Zulegeplatte angebracht, um ein freies Ablesen auf der Bussole zu ermöglichen. Die Visierebene des Fernrohres ist dann parallel zu der Linie NS, also zu dem Durchmesser zwischen 0 und 180^0. Bei den meisten neueren Instrumenten aber ist das Fernrohr zentrisch über, oder auch unter der Bussole angebracht, so daß die Visierebene durch die Teilungspunkte 0 und 180^0 geht. Das Fernrohr ist stets um eine horizontale Drehungsachse drehbar, so daß es beliebig geneigt und gewöhnlich auch durchgeschlagen werden kann. Zumeist ist es auch mit einer Klemm- und Mikrometerschraube und mit einem Höhenbogen mit Nonius zum Messen von Vertikalwinkeln versehen. Ferner ist das Fernrohr, besonders bei den für forstliche Zwecke bestimmten Bussoleninstrumenten, jetzt fast immer mit parallelen Fäden zur Distanzmessung und zumeist auch mit einer Nivellierlibelle versehen.

Häufig werden in neuerer Zeit die Bussolen-Instrumente auch mit einem feststehenden Horizontalkreise mit Alhidade (wie beim Theodolit) versehen und es ist die Bussole entweder auf der Alhidade oder über dem Fernrohre angebracht. Solche Instrumente bezeichnet man dann als Universal-Bussolen-Instrumente oder als Bussolen-Theodolite.

Selbstverständlich darf bei einem Bussolen-Instrumente außer der Magnetnadel und der Gnomonspitze nichts von Eisen, Stahl oder Nickel sein. Alle Teile, selbst die Schrauben müssen aus Messing gefertigt sein.

191. Im Nachstehenden sollen einige Typen von Bussolen-Instrumenten näher betrachtet werden. Zunächst ist in Fig. 268 ein gewöhnliches Zapfenstativ für Instrumente mit konischer Hülse abgebildet. Um das Instrument zentrisch, d. h. mit seinem Mittelpunkte vertikal über dem Scheitel des zu messenden Winkels aufstellen zu können, ist unter dem Zapfen ein Häkchen zum Anhängen eines Senkels angebracht, und es muß das ganze Stativ entsprechend verstellt werden. Sehr praktisch ist das in Fig. 269 dargestellte zentrierbare Zapfenstativ von Starke & Kammerer in Wien. Dieses ist eigentlich ein Scheibenstativ, wie ein solches für Instrumente mit Dreifuß-Aufstellung Verwendung findet. Auf der Scheibe ist ein Kopf mit Zapfen aufgesetzt, welcher durch eine Herzschraube festgestellt werden kann. Bei gelockerter Herzschraube gestattet dieser Stativkopf eine Verschiebung auf der Scheibe innerhalb des Ausschnittes und somit ist eine leichte und genaue Zentrierung möglich.

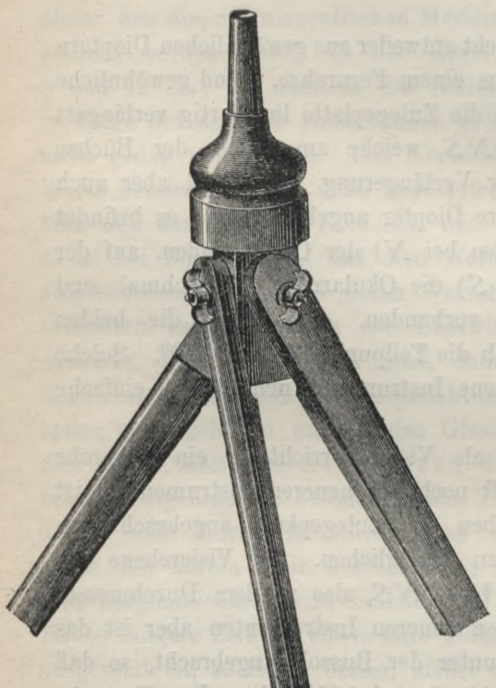


Fig. 268.

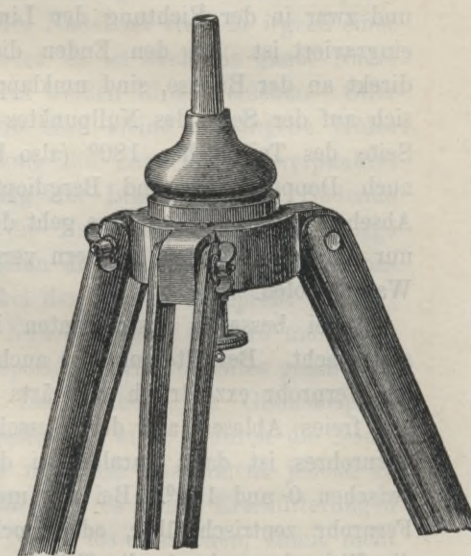


Fig 269.

Eine einfache Waldbussole von Neuhöfer & Sohn in Wien ist in Fig. 270 abgebildet. Diese hat gewöhnliche Diopter, u. zw. Doppeldiopter, ferner Bergdiopter. Zur Horizontalstellung dient ein Nußgelenk ohne Stellschrauben. Das Instrument wird daher ohne Libelle und nur mit der Hand derart gerichtet, daß die Nadel mit dem Gradringe in eine Ebene kommt, worauf durch Anziehen der Klemmschraube *k* die Nuß festgeklemmt wird. Das Instrument gestattet nur eine grobe Drehung mit der Hand und hat keine Mikrometer-Bewegung.

In Fig. 271 ist ein Bussolen-Instrument mit Fernrohr von derselben Firma dargestellt. Um dieses am Zapfen des Statives festzustellen, dient die Klemmschraube *a*. Zum Horizontalrichten der Bussole ist ein Nußgelenk mit vier Stellschrauben *b* vorhanden, und zu diesem Behufe sind auch auf der Zulegeplatte zwei zu einander senkrecht stehende Röhrenlibellen angebracht. Die Zulegeplatte mit der Bussole ist abnehmbar und ist mit den zwei Schrauben *g* und *h* mit großen geränderten Köpfen an dem Untergestell befestigt. Die vertikale Drehungsachse des Instrumentes geht durch den Mittelpunkt der Bussole. Das mit einem Gradbogen und Nivellierlibelle, ferner mit Distanzfäden versehene Fernrohr ist exzentrisch seitwärts neben der Zulegeplatte angebracht, so daß ein freies Ablesen an der Bussole möglich ist. Die Visier-

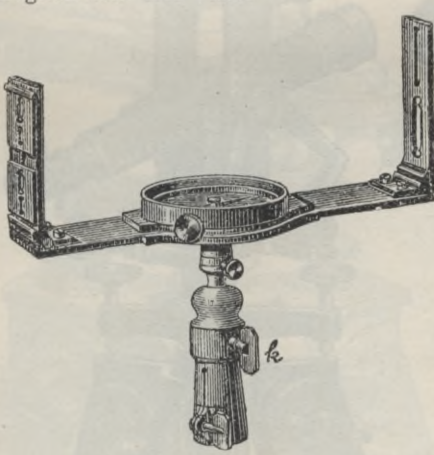


Fig. 270.

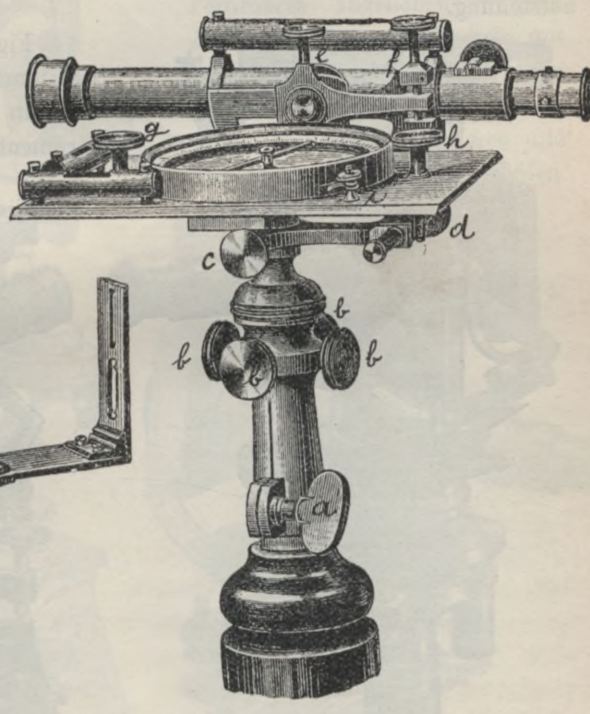


Fig 271.

ebene ist parallel mit dem Durchmesser 0 und 180°, hiedurch entsteht ein Exzentrizitätsfehler, wie bei der exzentrischen Visier-Vorrichtung beim Theodolit. Das Instrument hat Mikrometerbewegung für die horizontale und vertikale Drehung, und zwar ist *c* die Klemm- und *d* die Mikrometerschraube für die horizontale, *e* die Klemm- und *f* die Mikrometerschraube für die vertikale Drehung.

Wesentlich anders ist das in Fig. 272 abgebildete Bussolen-Instrument von Starke & Kammerer in Wien gebaut. Das Instrument hat den verbesserten Stampfer'schen Unterbau und eine Röhrenlibelle zur Horizontalstellung. Das Fernrohr, mit Nivellierlibelle und Distanzfäden, sowie mit Gradbogen versehen, ist zentrisch angebracht, so daß die Visierebene durch die vertikale Drehungsachse des Instrumentes geht. Sowohl für die horizontale, als auch für die vertikale Bewegung sind Klemm- nnd Mikrometerschrauben vorhanden. Die Bussole, ohne Zulegeplatte, ist über dem Fernrohre angebracht und kann aufgekippt werden, um das Fernrohr durchschlagen zu können. Die Visierebene geht durch die Teilungs-Punkte 0 und 180°. Die Bussole kann abgenommen und in eine separate, dem Instrumente beigegebene Auftrags- oder Zulegeplatte eingesetzt werden.

Ziemlich ähnlich ist das in Fig. 273 dargestellte Bussoleninstrument von T. Ertel & Sohn in München gebaut, nur hat dieses Dreifußaufstellung.

Fig. 274 zeigt ein Bussoleninstrument von F. W. Breithaupt & Sohn in Kassel Auch dieses Instrument hat Dreifußaufstellung.

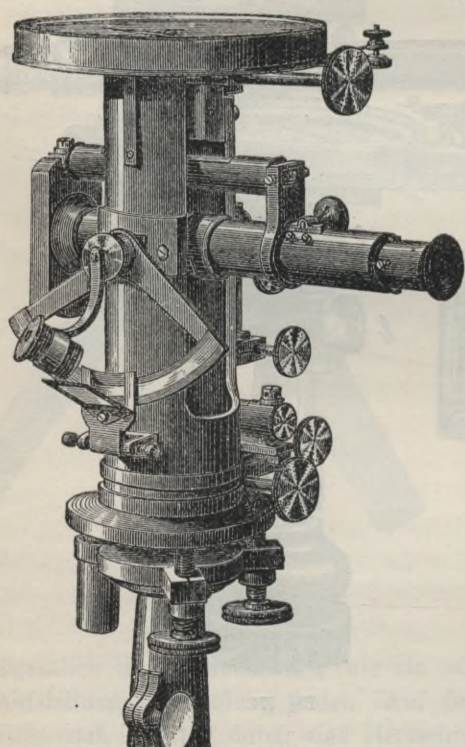


Fig. 272.

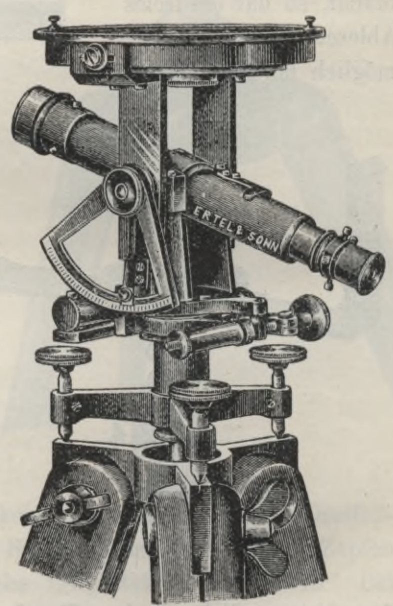


Fig. 273.

Das mit Nivellierlibelle und einem ganzen Höhenkreise versehene Fernrohr ist zentrisch angebracht, so daß die Visierebene durch die vertikale Drehungsachse des Instrumentes geht. Die Bussole aber ist seitwärts angebracht, ihr Mittelpunkt befindet sich also nicht über der Drehungsachse des Instrumentes, sondern beschreibt bei der Drehung des Instrumentes einen Kreis um die Drehungsachse. Durch diese Einrichtung ist ein ganz freies Ablesen an der Bussole möglich, und es tritt doch kein Exzentrizitätsfehler ein. Zur Horizontalstellung des Instrumentes ist eine Dosenlibelle angebracht.

Ein Universal-Bussolen-Instrument oder einen Bussolen-Theodolit von Starke & Kammerer in Wien zeigt die Fig. 275. Das Instrument hat den verbesserten Stampfer'schen Unterbau, einen Limbus mit Alhidade und Nonius, zwei zu einander senkrechte Röhrenlibellen auf der Alhidade, und ein mit Gradbogen, Nivellierlibelle und Distanzfäden versehenes, zentrisches Fernrohr. Die Bussole mit Zulegeplatte ist über dem Fernrohre aufgesetzt und kann beim Durchschlagen des Fernrohres abgehoben werden. Außerdem kann die Bussole mit Zulegeplatte nach Lösung der zwei Schrauben mit großen, geränderten Köpfen abgenommen und zum Auftragen verwendet werden.

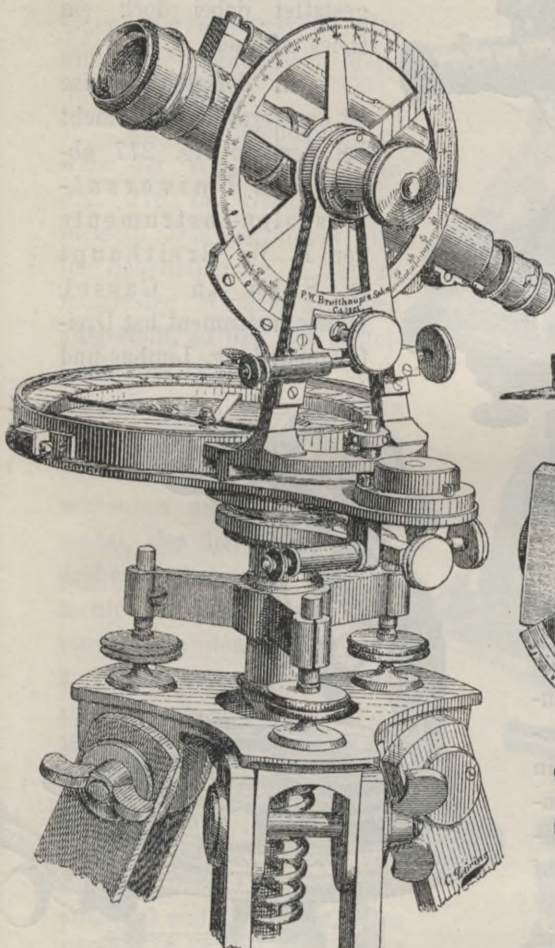


Fig. 274.

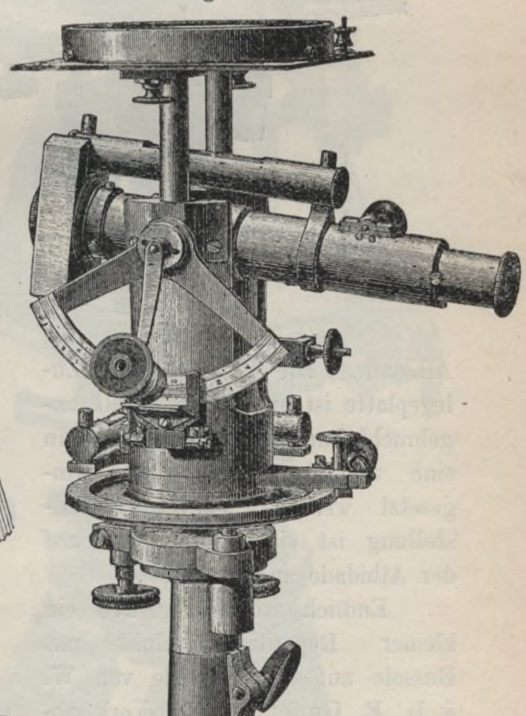


Fig 275.

Ein anderes Universal-Bussolen-Instrument, und zwar von Neuhöfer & Sohn in Wien ist in Fig. 276 dargestellt. Auch dieses Instrument hat den verbesserten Stampfer'schen Unterbau und einen Limbus mit Alhidade und Nonius. Auf der Alhidade ist die Bussole mit Zulegeplatte mit zwei Schrauben mit großen, geränderten Köpfen befestigt, so daß sie abgenommen werden kann. Das mit Gradbogen, Nivellierlibelle und Distanzfäden versehene Fernrohr ist an einem seitlich auf der Alhidade befestigten, über die Bussole gekrümmten Träger drehbar; es ist somit zentrisch, so daß die Visierebene durch die vertikale Drehungsachse des Instrumentes und auch durch die Teilungspunkte 0 und 180^0 der Bussole geht. Die Bussole gestattet dabei doch ein freies Ablesen.

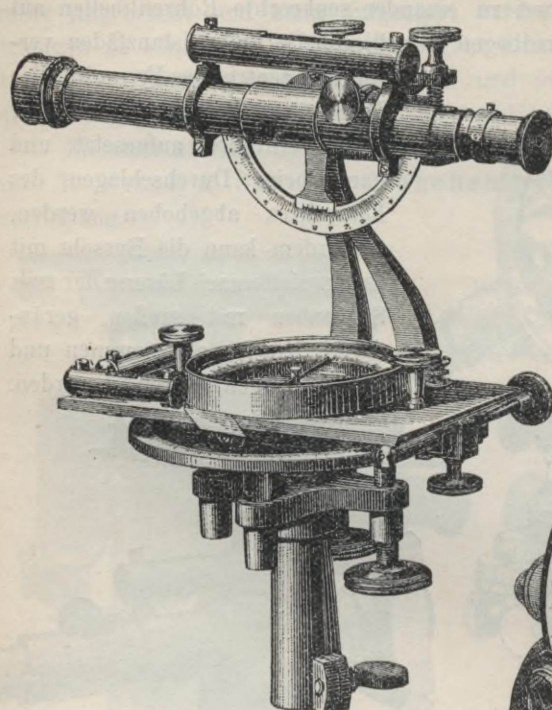


Fig. 276.

In derselben Weise ist das Fernrohr angebracht bei dem in Fig. 277 abgebildeten Universal-Bussolen-Instrumente von F. W. Breithaupt & Sohn in Cassel. Dieses Instrument hat Dreifußaufstellung, Limbus und Alhidade. Die Bussole ohne Zulegeplatte ist auf der Alhidade angebracht, kann abgenommen und in eine separate Auftragsplatte eingesetzt werden. Zur Horizontalstellung ist eine Dosenlibelle auf der Alhidade angebracht.

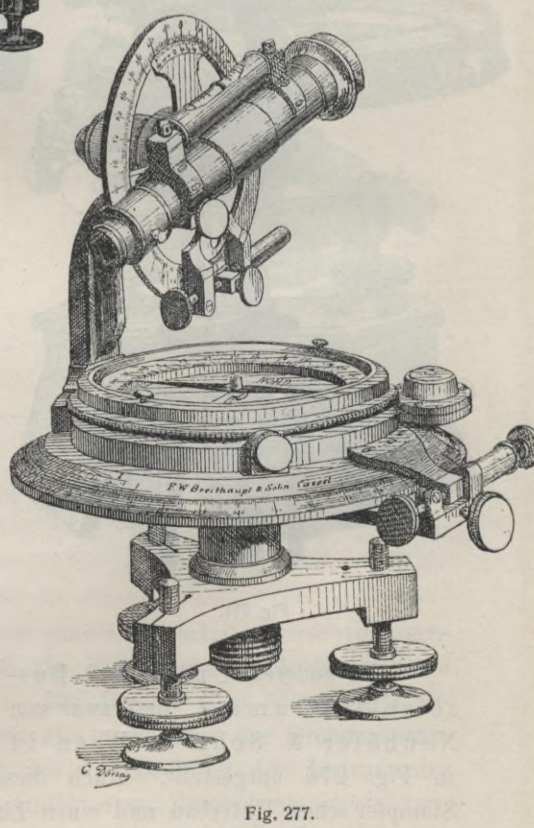


Fig. 277.

Endlich ist in Fig. 278 ein kleiner Repetitionstheodolit mit Bussole auf der Alhidade von W. & L. E. Gurley in New-York abgebildet, dessen Einrichtung ohne weiters aus der Abbildung ersichtlich ist.

192. Der Gebrauch des Bussolen-Instrumentes ist ein zweifacher. Es kann nämlich benützt werden, um

1. einen beliebigen Horizontalwinkel im Gradmaße zu messen.

2. Um den Neigungswinkel zu messen, welchen irgend eine Gerade mit dem magnetischen Meridiane bildet.

Die erste Gebrauchsweise des Bussolen-Instrumentes, zur Messung von beliebigen Horizontalwinkeln im Gradmaße, findet selten Anwendung. Zumeist wird es in der zweiten Art benützt, um den Neigungswinkel irgend einer, oder mehrerer Geraden mit dem magnetischen Meridian zu messen.

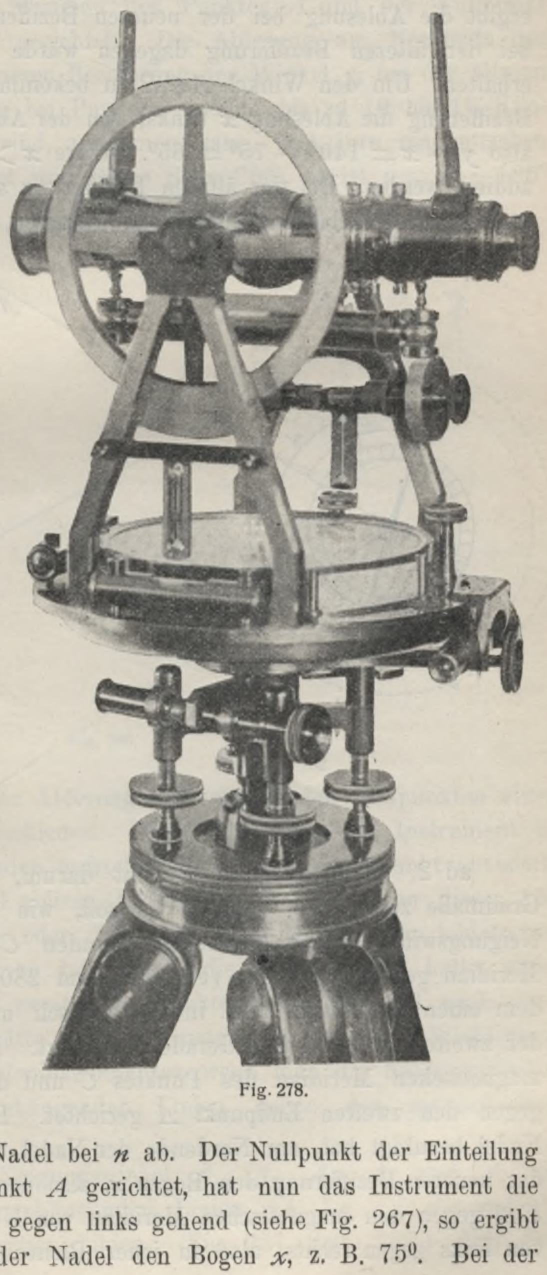


Fig. 278.

ad 1. Angenommen es wäre der Winkel ACB in Fig. 279 im Gradmaße zu messen. Das Instrument wird im Scheitelpunkte C des zu messenden Winkels zentrisch aufgestellt, so daß der Mittelpunkt des Instrumentes vertikal über den Punkt C zu liegen kommt, dann wird die Bussole mit Hilfe der Stellschrauben und Libellen horizontal, also die vertikale Umdrehungsachse des Instrumentes vertikal gerichtet. Nun visiert man den Punkt links, z. B. A an. Es wird nun zunächst angenommen, daß die Visiervorrichtung zentrisch sei, daß also die Visierebene durch die vertikale Umdrehungsachse des Instrumentes und zugleich durch die Teilungspunkte 0 und 180^0 gehe. Das Objektiv muß sich immer auf der Seite bei 0, das Okular bei 180^0 befinden. Die Nadel stellt sich in den magnetischen Meridian, nimmt also z. B. die Lage $n\,s$ ein. Hat sich die Nadel vollständig beruhigt, so liest man am Nordende der Nadel bei n ab. Der Nullpunkt der Einteilung ist gegen den anvisierten Punkt A gerichtet, hat nun das Instrument die neuere Bezifferung von rechts gegen links gehend (siehe Fig. 267), so ergibt die Ablesung am Nordende der Nadel den Bogen x, z. B. 75^0. Bei der älteren, von links gegen rechts laufenden Bezifferung (Fig. 266) dagegen würde die Ablesung den Bogen x', also 285° ergeben. Jetzt dreht man das Instrument langsam nach rechts und visiert den zweiten Punkt B an. Die Nadel bleibt an derselben Stelle ns, in der Richtung des magnetischen Meridianes, der Gradring aber dreht sich weiter, bis 0 gegen den Punkt B gerichtet ist. Liest man nun wieder am Nordende der Nadel bei n ab, so ergibt die Ablesung bei der neueren Bezifferung den Bogen y, z. B. 140°, bei der älteren Bezifferung dagegen würde man den Bogen y' mit 220° erhalten. Um den Winkel ACB zu bekommen, muß man bei der neueren Bezifferung die Ablesung x (links) von der Ablesung y (rechts) subtrahieren, also $y - x = 140^0 - 75^0 = 65^0$. Wäre $x > y$, so müßte zu y vorher 360° addiert werden. Bei der älteren Bezifferung aber muß man die Ablesung y' (rechts) von der Ablesung x' (links) subtrahieren, also $x' - y' = 285^0 - 220^0 = 65^0$. Wäre $y' > x'$, so müßte zu x' vorher wieder 360° addiert werden. Man muß also darauf achten, in welcher Weise das Instrument beziffert ist.

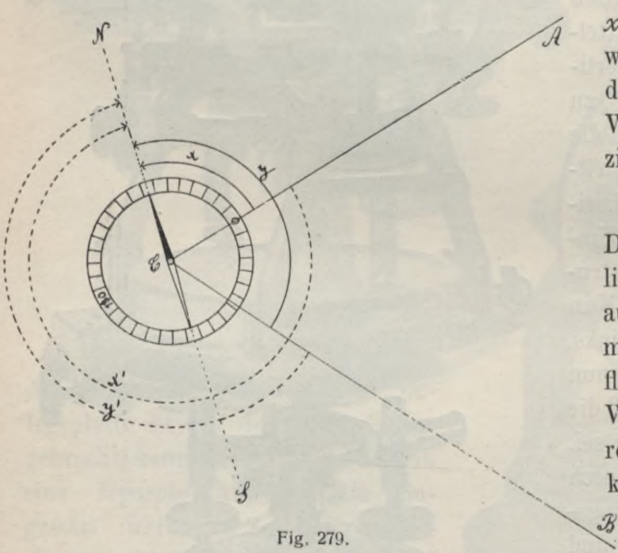


Fig. 279.

Die Änderungen der Deklination, selbst die täglichen Variationen, haben auf diese Art der Winkelmessung gar keinen Einfluß, da die während der Visuren nach links und rechts verfließende Zeit zu kurz ist, als daß die Nadel inzwischen ihren Stand ändern könnte.

ad 2. Handelt es sich nicht darum, einen beliebigen Winkel im Gradmaße zu messen, sondern es soll, wie es zumeist der Fall ist, der Neigungswinkel einer gegebenen Geraden CA gegen den magnetischen Meridian gemessen werden (Fig. 279 und 280), so wird das Instrument in dem einen Endpunkte z. B. in C zentrisch und horizontal aufgestellt und der zweite Endpunkt der Geraden anvisiert. Die Nadel stellt sich in den magnetischen Meridian des Punktes C und der Nullpunkt der Teilung ist gegen den zweiten Endpunkt A gerichtet. Liest man, nachdem sich die Nadel beruhigt hat, am Nordende der Nadel ab, so ergibt die Ablesung bei der neueren Bezifferung den Bogen x, also den Neigungswinkel der Geraden CA gegen den magnetischen Meridian von N o r d e n g e g e n O s t e n oder von links gegen rechts, also in jener Richtung, wie allgemein die Winkel gemessen werden. Bei der älteren Bezifferung dagegen erhält man den Winkel x', also den Neigungswinkel von Norden gegen Westen oder von rechts gegen links, also entgegengesetzt zu der gebräuchlichen Richtung der Winkelmessungen.

Hätte man das Instrument nicht im Endpunkte C, sondern im anderen Endpunkte A aufgestellt und gegen C visiert (Fig. 280), so stellt sich die Nadel in den magnetischen Meridian des Punktes A und der Nullpunkt der Einteilung ist gegen C gerichtet. Die Ablesung am Nordende der Nadel ergibt jetzt bei der neueren Bezifferung den Winkel y, bei der älteren den Winkel y'. Da man nun bei Punkten, welche bis zu 10 bis 15 Kilometer von einander entfernt sind, annehmen kann, daß ihre magnetischen Meridiane zu einander parallel sind (siehe Seite 266), so ist $y = x + 180^0$

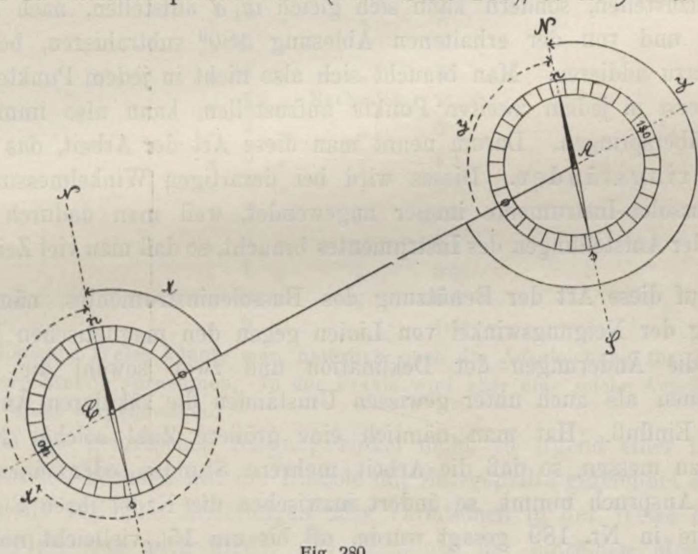


Fig. 280.

und $y' = x' - 180^0$, d. h. die Ablesungen in den beiden Endpunkten einer Geraden sind um 180^0 verschieden. Wenn man also das Instrument in einem Endpunkte einer Geraden aufstellt, den zweiten Endpunkt anvisiert, und am Nordende der Nadel abliest, so braucht man nur von dieser Ablesung 180^0 zu subtrahieren, oder, falls man nicht subtrahieren könnte, zu addieren, um die Ablesung zu bekommen, die man erhalten hätte, wenn man das Instrument in dem zweiten Endpunkte aufgestellt und nach dem ersten Punkte zurückvisiert hätte. Dieser Umstand ist von großer Wichtigkeit für den Gebrauch des Bussoleninstrumentes, wenn man die Neigungswinkel einer Reihe von zusammenhängenden Linien gegen den magnetischen Meridian zu messen hat.

Es wären z. B. die Neigungswinkel A_1, A_2, A_3, A_4 und A_5 zu messen, welche die zusammenhängenden Linien ab, bc, cd, de und ef mit dem magnetischen Meridian bilden. (Fig. 281, Seite 282.) Um den

Neigungswinkel A_1 zu erhalten, könnte man sich im Punkte a mit dem Instrumente aufstellen und nach b visieren, so erhielte man durch die Ablesung am Nordende der Nadel bei der neueren Bezifferung des Instrumentes den Winkel A_1, z. B. 105^0. Denselben Winkel A_1 erhält man jedoch auch, wenn man sich nicht in a, sondern gleich in b aufstellt. Visiert man jetzt nach a zurück, liest am Nordende der Nadel ab, z. B. 285^0, so erhält man den Winkel A_1, wie oben gezeigt wurde, wenn man von dieser Ablesung 180^0 subtrahiert, oder falls man nicht subtrahieren könnte, dazu addiert. Jetzt dreht man die Visier-Vorrichtung gegen c und erhält durch die Ablesung den Winkel A_2.

Um den Winkel A_3 zu bekommen, braucht man sich wieder nicht in c aufzustellen, sondern kann sich gleich in d aufstellen, nach c zurückvisieren und von der erhaltenen Ablesung 180^0 subtrahieren, beziehungsweise dazu addieren. Man braucht sich also nicht in jedem Punkte, sondern immer erst in jedem zweiten Punkte aufzustellen, kann also immer einen Punkt überspringen. Darum nennt man diese Art der Arbeit, das Arbeiten mit Springständen. Dieses wird bei derartigen Winkelmessungen mit dem Bussolen-Instrumente immer angewendet, weil man dadurch nur die Hälfte der Aufstellungen des Instrumentes braucht, so daß man viel Zeit erspart.

Auf diese Art der Benützung des Bussoleninstrumentes, nämlich zur Messung der Neigungswinkel von Linien gegen den magnetischen Meridian, haben die Änderungen der Deklination und zwar sowohl die täglichen Variationen als auch unter gewissen Umständen die säkularen Änderungen großen Einfluß. Hat man nämlich eine größere Zahl solcher Neigungswinkel zu messen, so daß die Arbeit mehrere Stunden oder einen ganzen Tag in Anspruch nimmt, so ändert inzwischen die Nadel ihren Stand, und zwar wie in Nr. 189 gesagt wurde, oft bis um 15', vielleicht noch mehr. Sollen nun die gemessenen Neigungswinkel zu gewissen Berechnungen[1]) dienen, so wird bei diesen vorausgesetzt, daß in allen Punkten der magnetische Meridian, also auch die Nadel genau dieselbe Richtung hatte, was in Wirklichkeit in Folge der Variationen nicht der Fall war. Um ganz richtig vorzugehen, sollten daher in solchen Fällen die gemessenen Neigungswinkel von den ihnen anhaftenden Fehlern befreit werden. Es ist dies ganz gut durch Interpolation möglich, wenn man die Beobachtung der Deklination zu verschiedenen Tagesstunden an einem nicht allzuweit entfernten und insbesondere in Bezug auf die geographische Breite möglichst gleichliegenden Punkte erhalten kann.[2])

---

[1]) Z. B. Koordinatenberechnungen der Punkte.

[2]) In Böhmen finden an der k. k. Sternwarte zu Prag täglich um 7 Uhr früh, 2 Uhr nachmittags und 9 Uhr abends Beobachtungen der magnetischen Deklination statt, deren Resultate stets am zweiten oder dritten Tage darauf in den Tageszeitungen zu finden sind.

Wurde z. B. die Deklination an demselben Tage, an welchem man eine Reihe von Neigungswinkeln gemessen hat, früh um 7 Uhr (wo die Nadel ihre äußerste Stellung gegen Osten einnimmt) mit 9° 4·4′, nachmittags um 2 Uhr (in der äußersten westlichen Stellung) mit 9° 11·7′, und abends um 9 Uhr mit 9° 4·0′ gefunden, so ergibt sich für die Zeit von 7 Uhr früh bis 2 Uhr nachmittags, also für 7 Stunden, eine Zunahme der Deklination um 7·3′ oder für 1 Stunde 1·04′ oder rund 1′ für die Zeit von 2 Uhr nachmittags bis 9 Uhr abends, also wieder für 7 Stunden ergibt sich eine Abnahme der Deklination um 7·7′ oder für 1 Stunde 1·1′. Will man alle gemessenen Neigungswinkel auf den Stand der Nadel um 2 Uhr nachmittags ausgleichen, was am einfachsten ist, so braucht man nur die Zeit der einzelnen Messungen zu notieren und hat zu den abgelesenen Neigungswinkeln zu addieren:

um	7	Uhr	Vormittag	7′
„	8	„	„	6′
„	9	„	„	5′
„	10	„	„	4′
„	11	„	„	3′
„	12	„	„	2′
„	1	„	Nachmittag	1′
„	2	„	„	0′
„	3	„	„	1·1′
„	4	„	„	2·2′
„	5	„	„	3·3′
„	6	„	„	4·4′
„	7	„	„	5·5′
„	8	„	„	6·6′
„	9	„	„	7·7′

In ähnlicher Weise könnte man natürlich auch die Ausgleichung für jede beliebige andere Stunde vornehmen. In der Praxis wird aber eine solche Ausgleichung gewöhnlich nicht vorgenommen.

Sollen die gemessenen Neigungswinkel nicht zu irgend einer Berechnung verwendet, sondern mit der Bussole mit Zulegeplatte gezeichnet werden, so müssen die täglichen Änderungen oder Variationen in der Weise berücksichtigt werden, daß auch wieder der Zeitpunkt der einzelnen Messungen notiert wird, und dann werden die betreffenden Neigungswinkel zu derselben Tagesstunde mit der Bussole gezeichnet. Auch diese Berücksichtigung findet in der Praxis oft nicht statt, weil man bei den Arbeiten mit der Bussole nur auf 5 bis 10 Minuten Genauigkeit rechnen kann.

Sollen z. B. die in Fig. 281 dargestellten zusammenhängenden Linien mit der Bussole gezeichnet werden, so wird ein Blatt Papier am besten direkt auf der Platte eines großen, schweren und feststehenden Tisches befestigt, der nicht verrückt werden kann. Spannt man das Papier auf ein Zeichnenbrett auf, so muß dieses letztere mit hölzernen Schraubenklemmen an dem Tische befestigt werden, damit es während des Zeichnens nicht verschoben werden kann. Auf dem Papiere nimmt man einen passend gelegenen Punkt als a an, legt dann an diesen die Bussole mit der Zulegeplatte, und zwar mit der zu NS parallelen Kante, und dreht die Bussole um den Punkt a, bis das Nordende der Nadel dieselbe Ablesung gibt, wie man sie draußen beim Messen des Neigungswinkels A_1 (bei der Visur von *a* nach *b*) erhalten hat. Hierauf zieht man an der Kante der Zulegeplatte von *a* aus eine Linie, und zwar nach jener Seite hin, wo sich der Nullpunkt der Teilung befindet, wo also bei der Visur das Objektiv war. Auf die Linie wird von *a* aus das verjüngte Maß der Linie *ab* aufgetragen, wodurch man den Punkt *b* erhält. Jetzt legt man wieder in derselben Weise die Kante der Zulegeplatte an *b* und dreht die Bussole, bis das Nordende der Nadel dieselbe Ablesung gibt, wie bei der Visur von *b* nach *c*, dann zieht man wieder an der Kante eine Linie gegen den Nullpunkt hin, trägt auf diese das verjüngte Maß der Linie *bc* auf u. s. w. Während der Konstruktion darf das Papierblatt durchaus nicht verrückt werden, und es soll, wie schon erwähnt wurde, die Konstruktion zu derselben Tageszeit stattfinden, wann die Winkelmessung vorgenommen wurde.

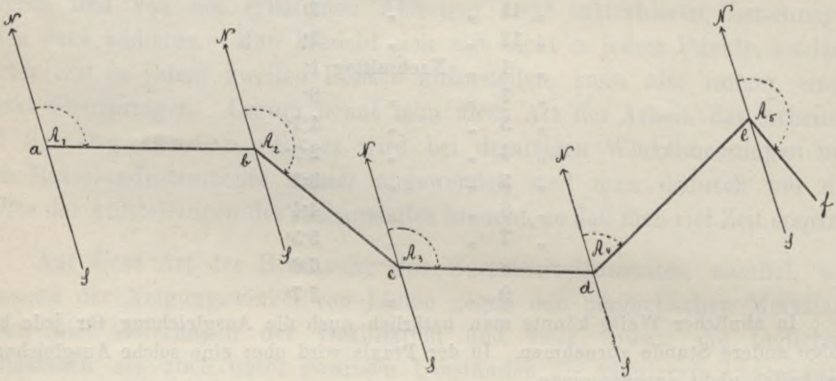


Fig. 281.

Entfernt man das aufgespannte Blatt vom Tische und will man später darauf abermals irgend welche Linien mit der Bussole auftragen, so muß das Blatt vorher am Tische wieder orientiert werden, es müssen die auf dem Blatte schon gezeichneten Linien dieselbe Lage erhalten, wie in der Natur, d. h. sie müssen mit dem magnetischen Meridian denselben Neigungswinkel bilden, wie die ihnen entsprechenden Linien am Felde. Zu diesem Behufe wird in der Regel bei oder vor der ersten Konstruktion die Richtung des magnetischen Meridianes auf dem Blatte verzeichnet. Man legt zu diesem Zwecke die Bussole mit der Zulegeplatte auf das aufgespannte Papierblatt, dreht die Bussole, bis das Nordende der Nadel genau auf Null zeigt, schiebt dann vorsichtig an die zu *NS* parallele Kante der Zulegeplatte ein längeres Lineal und zieht an diesem eine Linie, welche mit *M. M.* (magnetischer Meridian) bezeichnet wird. Zu dem Nordende schreibt man *N*, außerdem macht man hier in der Regel eine Pfeilspitze. Will man dann später einmal das Blatt vor einer neuen Konstruktion orientieren, so legt man das Blatt lose auf den Tisch, ohne es zunächst zu befestigen, legt an die eingezeichnete Richtung des magnetischen Meridianes ein längeres Lineal und schiebt an dieses vorsichtig die Bussole mit der Zulegeplatte, und zwar mit der zu NS parallelen Kante und mit dem Nullpunkte gegen die Pfeilspitze gerichtet, und dreht nun das Papierblatt samt der darauf liegenden Bussole langsam und vorsichtig, bis das Nordende der Nadel scharf auf Null einspielt. Das Blatt ist jetzt orientiert und wird am Tische befestigt. Jetzt haben alle Linien dieselbe Lage wie am Felde und man kann deshalb neue Linien mit der Bussole auftragen.

Die auf dem Papiere eingezeichnete Richtung des magnetischen Meridianes bleibt jedoch wegen der säkularen Änderung der Deklination nur kurze Zeit hinreichend richtig. Wie in Nr. 189 gesagt wurde, ändert sich an demselben Orte die Deklination jährlich durchschnittlich um 7·8'. In Böhmen wird die derzeit westliche Deklination immer kleiner, und zwar in der jetzigen Zeitperiode jährlich um etwa 4 bis 6'. Es wird daher schon nach einem Jahre die eingezeichnete Richtung des magnetischen Meridianes in ganz merkbarer Weise nicht mehr stimmen. Je mehr Jahre aber verstrichen sind, seit Einzeichnung der Richtung des magnetischen Meridianes, desto größer wird deren Unrichtigkeit. Wollte man daher diese Linie noch nach Verlauf von einigen Jahren zur Orientierung des Blattes benützen, so müßten ganz kolossale Fehler entstehen.

Es empfiehlt sich daher, von der immer noch sehr gebräuchlichen Einzeichnung des magnetischen Meridianes ganz abzugehen und statt dessen den unveränderlichen astronomischen Meridian (die Mittagslinie) einzuzeichnen. Für Bussolen-Aufnahmen kann dies in hinreichend genauer Weise auf folgende Art geschehen. Man zeichnet zunächst provisorisch die Richtung des magnetischen Meridianes und zeichnet dann eine zweite Linie, welche mit der eingezeichneten Richtung des magnetischen Meridianes einen Winkel bildet, der gleich ist der magnetischen Deklination.

Zu diesem Zwecke muß man allerdings die magnetische Deklination für den betreffenden Ort und die Stunde genau kennen. An jeder Sternwarte finden täglich mehrmals Beobachtungen der Deklination statt, welche veröffentlicht werden. Man benützt daher diese Beobachtungen, nur darf die betreffende Sternwarte nicht allzuweit entfernt sein, und insbesondere darf der Unterschied in der geographischen Breite nicht groß sein, damit man die durch die Beobachtung gefundene Deklination nach dem Unterschiede in der geographischen Länge der beiden Orte berichtigen kann. Wie in Nro. 189 erklärt wurde, beträgt der Unterschied der magnetischen Deklination zweier Orte, welche nahezu auf demselben Breitengrade liegen, aber eine um 1 geographische Längenminute verschiedene Lage haben, 15 Sekunden. Es müssen also die geographischen Längen des Beobachtungsortes der Deklination und des anderen Ortes bekannt sein. Die erstere wird man jeder Logarithmentafel entnehmen können, die letztere entnimmt man der Generalstabskarte. Je nachdem, ob der Ort, für den man die Deklination feststellen will, östlich oder westlich von dem Beobachtungsorte der Deklination liegt, wird die beobachtete Deklination um 15″ für jede Längenminute verkleinert oder vergrößert.

Es wäre beispielsweise an einem Punkte in Nordböhmen (Reichstadt, Forstlehranstalt), dessen geographische Länge der Generalstabskarte mit 32° 19′ ö. v. F. entnommen wurde, eines Tages Nachmittags 2 Uhr die Richtung des magnetischen Meridianes gezeichnet worden. Zwei Tage später findet man in den Tagesblättern, daß an der Sternwarte in Prag, deren geographische Länge 32° 5′ ö. v. Ferro ist, um dieselbe Zeit die Deklination mit 8° $41 \cdot_6'$ gemessen wurde. Der betreffende Ort (Reichstadt, Forstlehranstalt) liegt 14′ weiter östlich von Ferro als Prag, es ist also an diesem Orte die Deklination um $14 \times 15'' = 210'' = 3' 30''$ kleiner als in Prag, somit war sie an dem betreffenden Tag und Stunde $8^0 41' 36'' - 3' 30'' = 8^0 38' 6''$.

Jetzt konstruiert man somit eine Linie, welche mit der eingezeichneten Richtung des magnetischen Meridianes einen Winkel von $8^0 38' 6''$ gegen Osten bildet, und die so erhaltene Linie ist die Mittagslinie (astronomischer Meridian). Will man dann in späteren Jahren das Blatt abermals für irgend welche Konstruktionen mit der Bussole orientieren, so zeichnet man sich wieder mit Benützung der Mittagslinie und der für den betreffenden Zeitpunkt geltenden Deklination die wahre Richtung des magnetischen Meridianes ein, und kann nun das Blatt mit der Bussole orientieren.

Ohne Mittagslinie und ohne eingezeichneten magnetischen Meridian kann man das Blatt (z. B. Fig. 281) jederzeit auch in der Weise richtig orientieren, daß man vorher draußen das Bussoleninstrument in einem der schon am Blatte befindlichen Punkte, z. B. *b* aufstellt, und einen zweiten, ebenfalls schon am Blatte befindlichen Punkt *c* anvisiert; am Nordende der Nadel liest man ab und notiert die Ablesung. Zu Hause legt man dann die Bussole mit der Zulegeplatte an dieselben zwei Punkte *b* und *c* und zwar mit dem Nullpunkte gegen jenen Punkt gerichtet, den man anvisiert hat, und dreht nun das Blatt samt der darauf liegenden Bussole, bis das Nordende der Nadel wieder dieselbe Ablesung gibt, wie man sie draußen erhalten hat; dann wird das Blatt befestigt.

Beim Gebrauche des Bussolen-Instrumentes sowohl zum Messen als auch Auftragen der Winkel ist es von Wichtigkeit, daß sich in der Nähe kein Eisen befindet; es dürfen also Meßkette, Stahlmeßband, oder beim Zeichnen Zirkel, Federmesser u. dergl. nicht in unmittelbarer Nähe des Instrumentes sein. Ebenso darf auch der Geometer selbst keine eisernen Gegenstände bei sich haben.

193. Zur Richtigkeit des Bussoleninstrumentes sind folgende Bedingungen erforderlich:

1. Die Magnetnadel soll die gehörige Empfindlichkeit haben.
2. Das Gehäuse soll nicht eisen- oder nickelhältig sein.
3. Die Einteilung des Gradringes soll gleichmäßig und richtig sein.
4. Die Bodenplatte der Bussole soll senkrecht stehen zur vertikalen Drehungsachse.

5. Die Nadel soll horizontal schweben und soll mit ihrer Oberfläche genau in die Ebene des Gradringes fallen.
6. Die Gerade zwischen dem Nord- und Südende der Nadel soll den Durchmesser des Ringes und nicht eine Sehne bilden.
7. Die Visierebene soll vertikal sein und soll durch die Teilungspunkte 0 und 180⁰ gehen, oder sie soll bei seitlich angebrachter Visier-Vorrichtung zu dieser Linie parallel sein. Bei zentrisch angebrachter Visier-Vorrichtung soll die Visierebene durch die vertikale Drehungsachse gehen.
8. Die Kanten der Zulegeplatte sollen zum Durchmesser 0 und 180⁰ parallel sein.

ad 1. Um zu prüfen, ob die Nadel gehörig empfindlich ist, d. h. ob sie sich stets mit genügender Schärfe in die Richtung des magnetischen Meridianes einstellt, wird das Instrument so aufgestellt, daß die Bussole horizontal ist, und daß das Nordende der Nadel genau mit einem Teilstriche zusammenfällt. Ohne an der Aufstellung des Instrumentes etwas zu ändern, nähert man dann der Nadel ein Stück Eisen, so daß die Nadel aus ihrer Stellung abgelenkt wird. Hat sie sich wieder beruhigt, so sieht man nach, ob sie wieder scharf auf denselben Teilstrich zeigt. Dann lenkt man die Nadel wieder ab und wiederholt dies einigemale, so soll die Nadel immer wieder nach ihrer Beruhigung scharf mit demselben Teilstriche zusammenfallen. Zeigen sich jedoch bedeutendere Abweichungen, so ist entweder die Gnomonspitze, auf der die Nadel schwebt, abgestumpft, so daß die Reibung zu groß ist, oder es ist die Gnomonspitze verrostet oder die Nadel hat nicht genügende magnetische Kraft. Auch kann vielleicht das Hütchen, mit welchem die Nadel auf der Gnomonspitze sitzt, schlecht gebohrt sein. In allen diesen Fällen ist es am besten, das Instrument behufs Abhilfe dem Mechaniker zu übergeben.

ad 2. Es kommt häufig vor, daß das Messing des Gehäuses an irgend einer Stelle mit Eisen verunreinigt ist, welch letzteres dann auf die Nadel einwirkt und zu falschen Ablesungen führt. Um das Instrument in dieser Beziehung zu prüfen, wird bei horizontal gerichtetem Gehäuse dieses langsam um seine Achse gedreht. Bleibt dabei die Nadel immer ruhig stehen, so ist das Gehäuse eisenfrei; weicht sie jedoch plötzlich aus ihrer Stellung ab, um dann ein Stück in entgegengesetzter Richtung mit dem Gehäuse mitzugehen, reißt sich dann wieder plötzlich los und kehrt in ihre alte Stellung zurück, so ist an einer Stelle das Gehäuse eisenhältig.[1]) Läßt sich der Glasdeckel der Büchse leicht entfernen, so kann man diese Untersuchung noch besser in der Art vornehmen, daß man die Magnetnadel

---

[1]) Es kann aber auch vorkommen, daß der Gradring nicht ganz genau kreisförmig ausgeschliffen ist, so daß sich die Nadel an einer Stelle festklemmt und so mitgedreht werden kann. Das ist ebenfalls ein schlimmer Fehler, der vom Mechaniker verbessert werden muß.

herausnimmt und auf eine Nähnadel aufsetzt, welche man senkrecht in einen Tisch oder dergleichen eingesteckt hat. Dann nähert man das Gehäuse der Nadel und dreht es bei dieser vorüber, so darf die Nadel nicht abgelenkt werden.

Zeigt sich eine Eisenhältigkeit des Gehäuses, so ist das Instrument unbrauchbar.

ad 3. Wenn man das Instrument von einer renommierten Firma bezieht, wo die sämtlichen Teilungen mit Teilmaschinen hergestellt werden, so kann man die Richtigkeit der Einteilung des Gradringes voraussetzen. Wollte man eine diesbezügliche Untersuchung vornehmen, so könnte dies nur mit dem Zirkel geschehen. Man hebt den Glasdeckel ab, faßt 10^0 zwischen die Zirkelspitzen und untersucht nun, indem man vom Nullpunkt ausgeht, ob immer genau 10^0 zwischen die Zirkelspitzen fallen, bis man wieder zum Nullpunkt zurückkehrt. Dann wiederholt man dieselbe Untersuchung, vom ersten Teilstriche beginnend, dann vom zweiten u. s. w., und endlich vom neunten beginnend. Dabei sollen immer genau 10^0 zwischen die Zirkelspitzen fallen.

ad 4. Wenn die auf dem Instrumente befindlichen Libellen einspielen, soll die Bodenplatte der Bussole horizontal, d. h. die zu ihr senkrechte Drehungsachse vertikal sein. Sind zwei gegeneinander senkrecht gestellte Röhrenlibellen vorhanden, so dreht man den oberen Teil des Instrumentes so, daß jede dieser Libellen parallel mit zwei zusammengehörigen Stellschrauben, oder mit einer Stellschraube und ihrer Gegenfeder zu liegen kommt, und bringt die Libellen zum Einspielen. Dann dreht man den oberen Teil um 180^0, spielen die Libellen nicht wieder ein, so wird bei jeder die Hälfte der Abweichung mit ihren Rektifizierschrauben beseitigt. In derselben Weise wird man die Untersuchung vornehmen, wenn nur eine Röhren- oder Dosen-Libelle angebracht ist. Sind bei einfachen Waldbussolen keine Libellen angebracht, so legt man eine für sich geprüfte, richtige Dosen- oder Röhren-Libelle auf die Bussole (die Röhren-Libelle nacheinander in die Richtung zweier zusammengehöriger Stellschrauben), bringt sie zum Einspielen und dreht die Alhidade um 180^0. Spielt die Libelle nicht wieder ein, so muß man, nach Lüftung der Befestigungsschrauben der Zulegeplatte, auf der entsprechenden Seite etwas Stanniol oder Papier unterlegen, bis beim Herumdrehen des oberen Teiles die aufgelegte Libelle immer einspielt.

ad 5. Wenn die Bodenplatte der Bussole horizontal und ihre Umdrehungsachse vertikal gerichtet wurde, soll die Magnetnadel horizontal schweben und ihre Oberfläche soll in eine Ebene mit der Ringfläche fallen Wegen der Inklination muß das Südende der Nadel schwerer gemacht werden. Auf Balkennadeln ist auf dem Nordende zur Regulierung des Schwerpunktes eine kleine messingene Hülse angebracht, durch deren Verschiebung man nötigenfalls die horizontale Lage der Nadel herstellen kann.

Bei Rhomboidal-Nadeln muß dies, wenn nötig, durch Ankleben von etwas Wachs auf der unteren Seite der Nadel erzielt werden.

ad 6. Die gerade Verbindungslinie zwischen dem Nord- und Südende der Nadel soll durch den Mittelpunkt der Kreisteilung gehen, soll also den Durchmesser des Kreises und nicht eine Sehne bilden. Es sollen also die beiden Nadelenden stets genau um 180^0 verschiedene Ablesungen geben. Oft genug kommt es vor, daß dies nicht der Fall ist, wenn nämlich die Nadel oder die Gnomonspitze etwas verbogen ist.

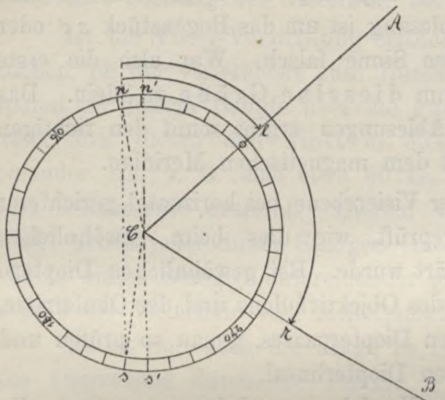


Fig. 282.

Es wäre z. B. in Fig. 282 die Sehne *n s* die Verbindungslinie zwischen dem Nord- und Südende der Nadel, welche richtig den Durchmesser *n' s'* bilden sollte. Hat man den Winkel *A C B* im Gradmaß zu messen und man visiert nach *A*, liest dann am Nordende der Nadel bei *n* ab, so ergibt die Ablesung (bei einem Instrumente mit neuerer Bezifferung) den Bogen *n l*, bei der Visur nach *B* ergibt die Ablesung den Bogen *n r*. Die Differenz beider Ablesungen ergibt also den richtigen Winkel *A C B*.

Hätte man aber in Fig. 283 den Neigungswinkel der Geraden *C A* mit dem magnetischen Meridian zu messen, und es wäre wieder die Sehne *n s* die Verbindungslinie des Nord- und Südendes der Nadel. Der Neigungswinkel der Geraden *C A* mit dem magnetischen Meridian ist *n' C o*. Durch die Ablesung am Nordende der Nadel bei *n*, erhält man den Bogen *n o*, welcher das Maß des Winkels *n C o* ist. Die Ablesung ist also um den Bogen *n n'*, das Maß des Winkels *n C n'* falsch, und zwar hier in diesem Beispiele zu groß. Mißt man den Neigungswinkel nur zu dem Zwecke, um ihn mit derselben Bussole zu zeichnen, so hat dieser Fehler gar keine Bedeutung, weil man ja beim Zeichnen die Bussole so dreht, daß man am Nordende der Nadel wieder dieselbe Ablesung erhält, wie bei der Messung. Es entsteht also in diesem Falle kein Fehler. Etwas anderes aber ist es, wenn

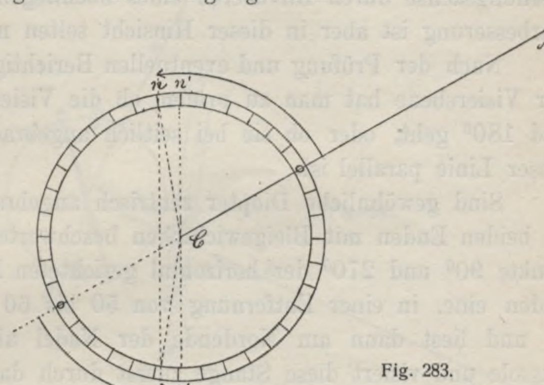


Fig. 283.

man mit einer anderen, richtigen Bussole auftragen wollte, oder wenn man den Neigungswinkel zum Zwecke einer Berechnung mißt. In diesem Falle entsteht ein Fehler um den Winkel $n\,C\,n'$. Man kann aber den Fehler unschädlich machen, wenn man das Fernrohr durchschlägt, die Bussole herumdreht und den Punkt A noch einmal anvisiert (oder bei gewöhnlichen, aber Doppeldioptern durch das zweite Diopterpaar). Liest man jetzt am Südende der Nadel ab, so ergibt die Ablesung den Bogen $o'\,s$, der das Maß des Winkels $o'\,C\,s$ ist. Diese Ablesung ist um das Bogenstück $s\,s'$ oder den Winkel $s\,C\,s'$ im entgegengesetzten Sinne falsch. War also die erste Ablesung zu groß, so ist die jetzige um dieselbe Größe zu klein. Das arithmetische Mittel aus den beiden Ablesungen ergibt somit den richtigen Neigungswinkel der Geraden $C\,A$ mit dem magnetischen Meridian.

ad 7. Die vertikale Stellung der Visierebene bei horizontal gerichteter Bussole wird in derselben Weise geprüft, wie dies beim gewöhnlichen Diopterlineal und beim Theodolit erklärt wurde. Bei gewöhnlichen Dioptern wird man also die vertikale Stellung des Objektivfadens und der Okularritze, zuerst des einen, und dann des zweiten Diopterpaares, genau so prüfen und berichtigen, wie bei einem gewöhnlichen Diopterlineal.

Bei einem Fernrohre als Visier-Vorrichtung wird man zuerst die senkrechte Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse prüfen, und zwar nach der Methode mit dem doppelten, oder besser, nach der Methode mit dem vierfachen Fehler. Eine Unrichtigkeit kann durch Verschiebung der Fadenplatte beseitigt werden. Dann wird man die horizontale Stellung der Drehungsachse durch Anvisieren eines hochliegenden Punktes prüfen. Eine Verbesserung ist aber in dieser Hinsicht selten möglich.

Nach der Prüfung und eventuellen Berichtigung der vertikalen Stellung der Visierebene hat man zu prüfen, ob die Visierebene durch die Punkte 0 und 180° geht, oder ob sie bei seitlich angebrachter Visier-Vorrichtung zu dieser Linie parallel ist.

Sind gewöhnliche Diopter zentrisch angebracht, so spannt man einen, an beiden Enden mit Bleigewichtchen beschwerten Faden über die Teilungspunkte 90° und 270° der horizontal gerichteten Bussole, visiert über diesen Faden eine, in einer Entfernung von 50 bis 60 Meter eingesteckte Stange an und liest dann am Nordende der Nadel ab. Hierauf dreht man die Bussole und visiert diese Stange zuerst durch das eine Diopterpaar an und liest wieder am Nordende der Nadel ab, so soll man eine genau um 90° verschiedene Ablesung erhalten. Wäre dies nicht der Fall, so müßte das eine Diopter entsprechend verschoben werden. Dann dreht man die Bussole um 180°, visiert die Stange nochmals durch das zweite Diopterpaar an, so muß jetzt die Ablesung am Nordende von der vorigen genau um 180° verschieden sein, wenn die Visierebenen der beiden Diopterpaare zusammenfallen. Wäre dies nicht der Fall, so könnte eine Verbesserung höchstens durch Umstellen des Fadens des zweiten Diopterpaares (wie beim Diopterlineale) erfolgen.

Ist ein Fernrohr zentrisch über oder unter der Bussole angebracht, so kann die Untersuchung in derselben Weise stattfinden, oder man kann hier auch den Faden über die Punkte 0 und 180° spannen, die Stange über den Faden anvisieren, und dann durch das Fernrohr sehen, ob die Stange vom Fadenkreuze getroffen wird. Eine Verbesserung am Fernrohre ist nicht möglich, denn durch eine Verschiebung des Fadenkreuzes würde man die senkrechte Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse stören.

Ist die Visier-Vorrichtung seitlich angebracht, so hat man zu untersuchen, ob die Visierebene zum Durchmesser 0 und 180° parallel ist. Man spannt zu diesem Behufe über die Punkte 0 und 180° einen Faden, visiert dann über diesen und winkt in dieser Richtung einige Stangen hintereinander ein, z. B. eine etwa 60 *m*, eine zweite 40 *m*, eine dritte 20 *m* vom Instrumente entfernt. Hierauf visiert man durch das Fernrohr und winkt neben jeder dieser Stangen eine zweite ein. Es sollen nun die Abstände dieser Stangen untereinander gleich, und auch gleich sein dem Abstande der Visierlinie vom Mittelpunkte der Bussole.

Es ist nun noch die Frage zu beantworten, ob es gleichgültig ist, ob die Visierebene durch die Punkte 0 und 180° geht, ob also die Visier-Vorrichtung zentrisch angebracht ist oder seitwärts.

Es wäre in Fig. 284 der Winkel $ACB = c$ zu messen. Das Instrument mit exzentrischem Fernrohre wird mit dem Mittelpunkte der Bussole vertikal über den Scheitel C gestellt und zunächst der Punkt A anvisiert. Die Visur hat die Lage OA, welche parallel ist zu der Linie 0 und 180. Die Ablesung am Nordende der Nadel bei n ergibt daher den Bogen nm. Dreht man nun das Instrument um den Mittelpunkt C und visiert nach B, so kommt die Visur in die Lage $O'B$, und die Ablesung am Nordende der Nadel bei n ergibt den Bogen np. Die Differenz der beiden Ablesungen gibt den Bogen mp, der das Maß des Winkels mCp ist. Nun ist $mCp = o$, welcher Winkel von den beiden Visuren OA und OB gebildet wird, weil die Schenkel beider Winkel zu einander parallel sind. Der erhaltene Winkel o ist aber nicht gleich dem zu messenden Winkel c, sondern es ist

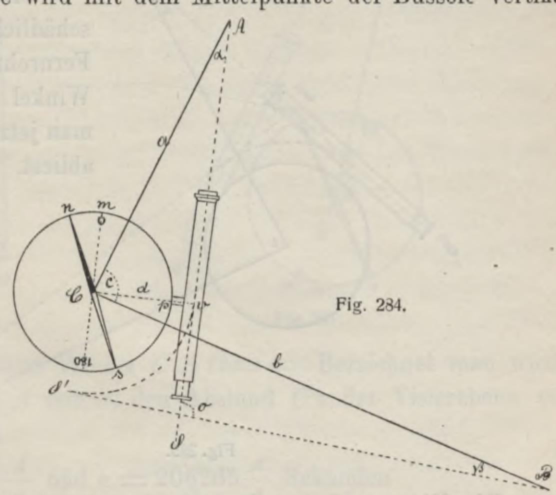


Fig. 284.

$$c + \alpha = o + \beta$$
$$c = o + \beta - \alpha$$

daher der Fehler $c - o = \beta - \alpha$

Bezeichnet man die Länge des Schenkels CA mit a, des Schenkels CB mit b, und den senkrechten Abstand Cv der Visierebene vom Mittelpunkte C mit d, so ist

$$\frac{d}{a} = \sin\alpha \text{ und } \alpha = 206265\,\frac{d}{a} \text{ Sekunden}$$

$$\frac{d}{b} = \sin\beta \text{ und } \beta = 206265\,\frac{d}{b} \text{ Sekunden}$$

daher der Fehler

$$c - o = 206265\, d \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) \text{Sekunden}$$

$$\text{oder } c - o = 206265\, d \left(\frac{a-b}{a\,b}\right) \text{Sekunden}$$

Es entsteht also ganz derselbe Fehler wie bei einer exzentrischen Visier-Vorrichtung beim Theodolit, und es gilt auch über diesen Fehler ganz dasselbe, was dort gesagt wurde. Es wird nämlich der Fehler umso größer, je kürzer die beiden Schenkel sind, und je mehr ihre Länge von einander verschieden ist.

Wäre z. B. $d = 10\,cm = 0{\cdot}1\,m$, $a = 100\,m$, $b = 20\,m$, so ist

$$c - o = 206265 \,.\, 0{\cdot}1 \left(\frac{100 - 20}{2000}\right) \text{Sekunden} = 825'' = 13'\,45''$$

Den Fehler kann man unschädlich machen, wenn man das Fernrohr durchschlägt und den Winkel noch einmal mißt, wobei man jetzt am *Südende* der Nadel abliest. (Siehe Fig. 285.)

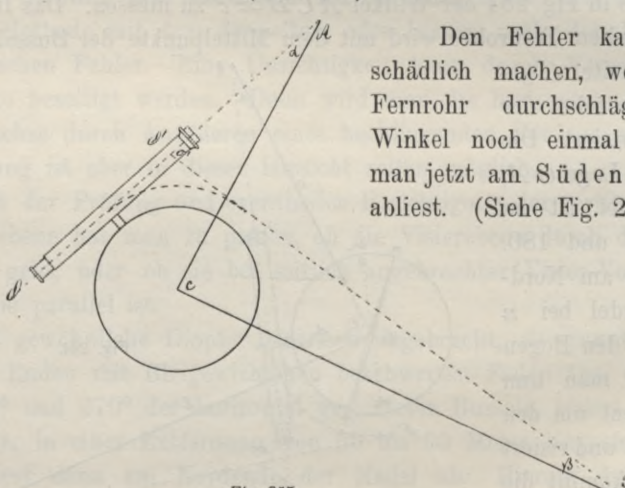


Fig. 285.

Die Visuren OA und $O'A$ bilden jetzt den Winkel o', der durch die Differenz der Ablesungen an der Nadel erhalten wird. Jetzt ist aber

$$o' + \alpha = c + \beta$$

$$c = o' + \alpha - \beta$$

$$\text{früher vor } c = o + \beta - \alpha$$

$$\text{daher } 2\,c = o + o'$$

$$c = \frac{o + o'}{2}$$

Man erhält also, wie beim Theodolit, den richtigen Winkel aus dem arithmetischen Mittel der in beiden Fernrohrlagen erhaltenen Winkel.

Wäre nicht ein Winkel im Gradmaß, sondern der Neigungswinkel einer Geraden CA mit dem magnetischen Meridian zu messen. (Fig. 286.)

Das Instrument mit exzentrischem Fernrohr wird mit dem Mittelpunkte über dem Ende C der Geraden aufgestellt, und es wird nach dem zweiten Ende A visiert. Die Visur hat die Lage OA und ist parallel zu 0 und 180^0. Die Ablesung am Nordende der Nadel ergibt den Bogen np, das Maß des Winkels nCp. Der richtige Neigungswinkel der Geraden CA gegen den magnetischen Meridian ist aber der Winkel nCm, man erhält also eine falsche Ablesung, und zwar um den Winkel pCm, der als

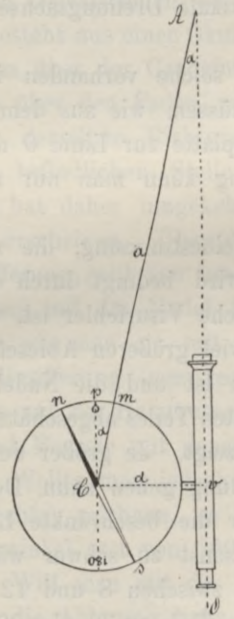


Fig. 286.

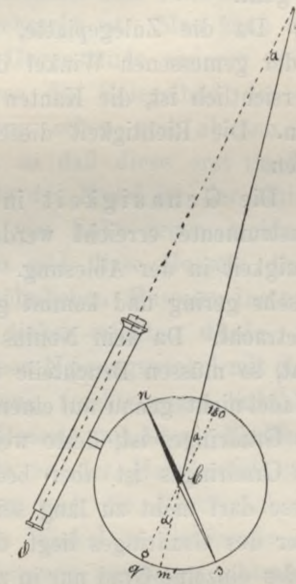


Fig. 287.

Wechselwinkel gleich ist dem Winkel $CAO = \alpha$. Bezeichnet man wieder die Länge der Geraden CA mit a, den Abstand Cv der Visierebene vom Mittelpunkte mit d, so ist

$$\sin \alpha = \frac{d}{a} \text{ und } \alpha = 206265 \frac{d}{a} \text{ Sekunden}$$

Der Fehler wird umso größer, je kürzer die Gerade CA ist, deren Neigungswinkel gemessen werden soll.

Wäre $d = 10\,cm = 0{\cdot}1\,m$ und $a = 10\,m$, so ist $\alpha = 206265\,\frac{0{\cdot}1}{10}$ Sekunden $= 34'\,23''$, wäre dagegen $a = 100\,m$, so ist $\alpha = 206265\,\frac{0{\cdot}1}{100}$ Sekunden $= 3'\,26''$.

Dieser Fehler kann auch wieder unschädlich gemacht werden, indem man das Fernrohr durchschlägt, den Punkt A noch einmal anvisiert, jetzt am Südende der Nadel abliest und aus beiden Ablesungen das arithmetische Mittel nimmt. In der zweiten Lage des Fernrohres (Fig. 287) erhält man nämlich durch die Ablesung am Südende der Nadel bei s den Winkel $s C q$, welcher um denselben Winkel $q C m' = \alpha$ jetzt zu groß ist, um welchen die frühere Ablesung zu klein war.

Aus diesen Betrachtungen geht auch hervor, daß ein ähnlicher, wenn auch sehr kleiner Fehler entsteht, wenn zwar die Visier-Vorrichtung zentrisch angebracht, die Visierebene aber nicht genau durch die Punkte 0 und 180^0 geht.

Es entsteht aber kein Exzentrizitätsfehler, wenn das Instrument die in Fig. 274 dargestellte Einrichtung hat, wo die Bussole seitwärts angebracht ist, die Visierebene aber durch die vertikale Drehungsachse des Instrumentes geht.

ad 8. Da die Zulegeplatte, wenn eine solche vorhanden ist, zum Auftragen der gemessenen Winkel dient, so müssen, wie aus dem Vorhergehenden ersichtlich ist, die Kanten der Zulegeplatte zur Linie 0 und 180^0 parallel sein. Die Richtigkeit dieser Bedingung kann man nur mit dem Zirkel prüfen.

194. Die Genauigkeit in der Winkelbestimmung, die mit dem Bussolen-Instrumente erreicht werden kann, wird bedingt durch die mögliche Genauigkeit in der Ablesung. Der mögliche Visurfehler ist, wie beim Theodolit, sehr gering und kommt gegen den viel größeren Ablesefehler gar nicht in Betracht. Da kein Nonius vorhanden ist und die Nadel nur als Zeiger dient, so müssen Bruchteile eines kleinsten Teiles abgeschätzt werden, wenn die Nadel nicht genau auf einen Teilstrich zeigt. Je größer der Durchmesser des Gradringes ist, desto weiter die Teilung gehen kann. Der Durchmesser des Gradringes ist aber bedingt durch die beschränkte Länge der Nadel; diese darf nicht zu lang sein, da sie sonst zu schwer wäre. Der Durchmesser des Gradringes liegt daher stets zwischen 8 und 12 *cm* und es kann jeder einzelne Grad nur in zwei oder drei Teile zu 30 oder 20 Minuten geteilt sein. Wenn man nun bei der Ablesung noch Zehntel eines solchen halben Grades richtig abschätzen würde, so würde dies 3 Minuten betragen. Da aber die Nadel nicht an dem Gradringe anliegt, wird man nicht so genau schätzen können, sondern vielleicht nur Fünftel eines kleinsten Teiles. Da ferner durch die immerhin vorhandene Reibung auf der Gnomonspitze und durch den Luftwiderstand das Einspielen der Nadel in den magnetischen Meridian immer etwas unsicher ist, so kann man im günstigsten Falle auf eine Genauigkeit von 5 bis 6 Minuten rechnen.

195. Die Hand-Bussole von Schmalkalder ist ein kleines, besonders zu Rekognoszierungszwecken benütztes Instrument, welches beim Gebrauche ohne Stativ in der Hand gehalten wird. Diese in Fig. 288 abgebildete Bussole besteht aus einer kleinen runden Büchse, in deren Mittelpunkte eine Magnetnadel auf einer Stahlspitze aufgesetzt ist. Auf der

Magnetnadel ist eine Scheibe aus Kartenpapier oder ein Ring aus dünnem oben versilbertem Kupferblech befestigt. Auf diesem Ringe oder der Scheibe ist die Gradeinteilung angebracht. Wenn sich also die Magnetnadel in die Richtung des magnetischen Meridianes eingestellt hat, so steht mit ihr auch die Gradteilung ruhig und die Büchse dreht sich bei langsamem Drehen allein um Nadel und Gradteilung herum. An der Büchse sind in der Richtung des Durchmessers ein Okular- und ein Objektivdiopter befestigt. Das Objektivdiopter besteht aus einem, mittelst einer Scharniere umklappbaren Rahmen mit einem Objektivfaden aus Roßhaar. Das Okulardiopter besteht aus einer Okularritze, vor welcher zum Teile ein rechtwinkliges Glasprisma über der Gradeinteilung angebracht ist. Man kann daher durch die Ritze über den Faden nach einem Gegenstande visieren und kann zugleich in derselben Richtung im Prisma das Spiegelbild der unter dem letzteren befindlichen Stelle der Teilung sehen und ablesen. Die Bezifferung hat daher umgekehrte Ziffern, so daß diese erst im Spiegelbilde aufrecht erscheinen. Über dem Südende der Nadel ist der Nullpunkt und die Bezifferung geht von innen gesehen von links gegen rechts. Da aber die Teilung mit der Nadel feststeht, so gibt diese Bussole dieselben Ablesungen, wie man sie mit einem gewöhnlichen Bussolen-Instrumente mit neuerer Bezifferung (von rechts gegen links) erhalten würde. Es können daher die auf der Handbussole abgelesenen Neigungswinkel mit einer Zulegeplatte und Bussole mit neuerer Bezifferung (rechts gegen links) gezeichnet werden. Wollte man jedoch mit einer Bussole mit älterer Bezifferung (links gegen rechts) zeichnen, so müßten die an der Handbussole abgelesenen Neigungswinkel erst von 360° subtrahiert und die Restwinkel aufgetragen werden. Will man mit der Handbussole Winkel im Gradmaße messen, so hat man die Ablesung links von der Ablesung rechts zu subtrahieren.

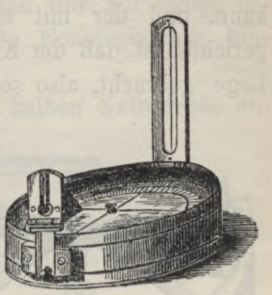


Fig. 288.

C. Einfache Winkelmeßinstrumente.

196. Ein einfacheres Winkelmeßinstrument, welches nicht jene Vollkommenheit besitzt, wie der Theodolit, nennt man ein Astrolabium. Der Theodolit hat sich allmählich aus dem Astrolabium entwickelt. Heutzutage haben die Astrolabien alle Bedeutung verloren, da man einen kleinen Theodolit oder ein Universal-Instrument, das denselben Zweck weit besser erfüllt wie ein Astrolabium, um einen nicht viel höheren Preis bekommen kann. In den Preis-Katalogen mancher Mechaniker sind wohl noch mitunter Astrolabien angeführt, diese dürften aber wohl sehr selten begehrt werden und dürften daher auch wohl nicht vorrätig gehalten, sondern nur auf Bestellung angefertigt werden.

Ein Astrolabium hat einen geteilten Voll- oder häufig nur Halb-Kreis, der mittelst einer konischen Hülse auf ein Zapfenstativ gesteckt werden kann, und der mit einem Kugelgelenk versehen ist, welches derart eingerichtet ist, daß der Kreis sowohl in die horizontale, als auch in die vertikale Lage gebracht, also sowohl zur Messung von Horizontal- als auch Vertikal- oder auch schiefen Winkeln verwendet werden kann.

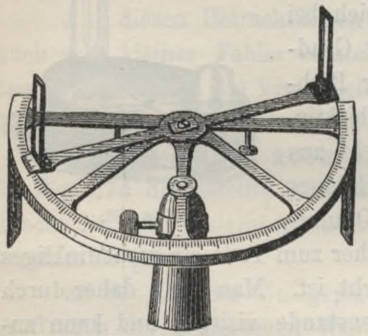


Fig. 289.

Im Mittelpunkte des Kreises ist ein mit gewöhnlichen Dioptern versehenes Lineal drehbar, an welchem entweder ein einfacher Indexstrich zum Ablesen, oder ein Nonius angebracht ist. Manchmal ist auch auf dem Kreise eine Bussole befestigt.

In Fig. 289 ist ein solches Astrolabium abgebildet.

In Bezug auf den Gebrauch und die Prüfung der Richtigkeit eines Astrolabiums gelten selbstverständlich ganz dieselben Bemerkungen, wie bezüglich des Theodolites.

197. Schon in Nr. 113 wurde erwähnt, daß größere Winkeltrommeln häufig in der Art konstruiert werden, daß sie aus zwei, durch einen Zapfen mit einander drehbar verbundenen Teilen bestehen. Der untere Teil, der mit dem Stativ fest verbunden wird, bildet den festen Instrumententeil (Limbus) und hat eine Gradeinteilung, der obere Teil (Alhidade) ist um einen vertikalen Mittelzapfen drehbar und enthält einen oder zwei Nonien nebst der Visier-Vorrichtung. Letztere besteht aus gewöhnlichen Diopteru, mitunter ist aber auch ein Fernrohr vorhanden. Zumeist ist auf dem oberen Teile auch noch eine Bussole angebracht. In Fig. 158 und 159 wurden zwei solcher Winkeltrommeln abgebildet.

Bezüglich des Gebrauches, der Richtigkeit und Prüfung bestehen selbstverständlich ganz analoge Verhältnisse, wie bei den vollkommeneren Instrumenten.

Hilfs-Instrumente zur Aufnahme und Konstruktion.

§ 29.

198. Für jede Aufnahme ist die vorherige Anfertigung eines Handrisses (Skizze, Brouillon) nötig. Hiezu dient das Skizzenbrettchen, auch Detaillierbrettchen genannt. Dieses besteht aus einem etwa 20×30 oder $30 \times 40\,cm$ großen, dünnen Brettchen, auf welchem mittelst Scharnieren ein Rahmen angebracht ist, der in einen auf dem Brettchen ringsherum gehenden Falz fällt und mittelst zweier Häkchen festgehalten werden kann. Um das Brettchen behufs Anfertigung einer Skizze rasch mit Papier zu bespannen, wird der Rahmen aufgeklappt, dann wird auf das Brettchen ein Blatt Papier gelegt, etwas größer als das Brettchen, worauf man den Rahmen wieder niederklappt, und durch die Häkchen festhält.

199. Der zum Auftragen und Abgreifen von Längen am Papiere dienende gewöhnliche Handzirkel ist so bekannt, daß er einer Beschreibung nicht bedarf. Es soll daher im Folgenden nur auf einige besondere, für den Gebrauch des Geometers bestimmte Konstruktionen hingewiesen werden.

In Fig. 290 ist ein Taschenzirkel in der halben Naturgröße ab-

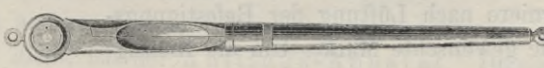


Fig. 290.

gebildet, der mit einer metallenen Schutzhülse versehen ist, welche man über die Spitzen aufschrauben kann.

Fig. 291 stellt ebenfalls in halber Größe einen Kampagne-Zirkel dar, dessen Spitzen umgedreht werden können, um an deren Stelle ein

Fig. 291.

Bleiknie oder eine Reißfeder treten zu lassen, und der sich zusammenklappen läßt, um ihn in die Tasche stecken zu können.

Ein Haarzirkel ist in Fig. 292 gleichfalls in halber Größe abgebildet. Bei diesem kann die eine Spitze mittelst der Haar-Schraube *s*

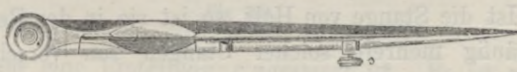


Fig. 292.

etwas bewegt werden, um den Zirkel bequem auf eine bestimmte Länge scharf einstellen zu können.

Für gewisse Zwecke leistet der in Fig. 293 verkleinert dargestellte

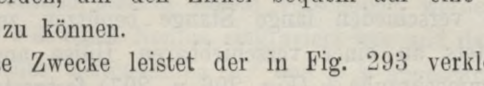


Fig. 293.

dreispitzige Zirkel gute Dienste.

Fig. 294 zeigt in zwei Ansichten in halber Naturgröße den Reduktionszirkel, der beim Verkleinern und Vergrößern von Plänen

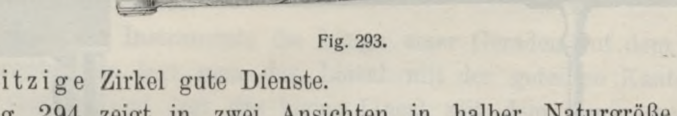


Fig. 294.

gute Dienste leistet. Dieser besteht aus zwei rahmenartigen, mit Stahl-spitzen versehenen Teilen, welche durch eine verschiebbare Scharniere mit einander verbunden sind. Ist $aC = bC = {}^1/_2 AC = {}^1/_2 BC$ (Fig. 295), so ist auch $ab = {}^1/_2 AB$. Der eine Teil ist mit Marken für die verschiedenen Verhältnisse versehen. Man legt beim Gebrauche die beiden Teile übereinander, so daß die Spitzen genau zusammenfallen, und verschiebt dann die Scharniere nach Lüftung der Befestigungsschraube auf die gewünschte Marke. Um die Richtigkeit der Marken zu prüfen, zeichnet man eine Linie von genau bestimmter Länge, stellt dann die Scharniere der Reihe nach auf die verschiedenen Verhältniszahlen ein, faßt jedesmal die Linie zwischen zwei Spitzen und untersucht, ob die Entfernung der anderen zwei Spitzen genau dem betreffenden Teile oder dem betreffenden Vielfachen der Linie entsprechen.

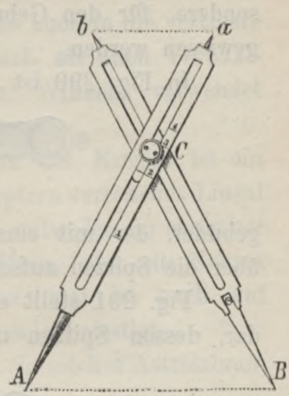


Fig. 295.

200. Der gewöhnliche Handzirkel kann nur zum Auftragen und Abgreifen verhältnismäßig kurzer Linien benützt werden, welche nicht länger sind, als etwa die Länge des Zirkels selbst. Für längere Linien verwendet man den S t a n g e n z i r k e l. Dieser besteht aus einer zilindrischen oder prismatischen Stange von Metall oder von Holz, auf welcher zwei genau passende Hülsen verschiebbar sind, welche Zirkelspitzen, senkrecht zur Stange, haben. Ist die Stange von Holz, so ist sie in der Regel prismatisch, und es sind häufig mehrere solcher Stangen von verschiedener Länge vorhanden. Die metallenen Stangen sind zumeist hohle zilindrische Röhren, welche aus mehreren Teilen bestehen, die aneinander geschraubt werden können, um eine verschieden lange Stange benützen zu können. Eine Zirkelspitze ist stets an einer verschiebbaren Hülse angebracht, welche mittelst einer Klemmschraube *k* (Fig. 296 u. 297) festgestellt werden kann.

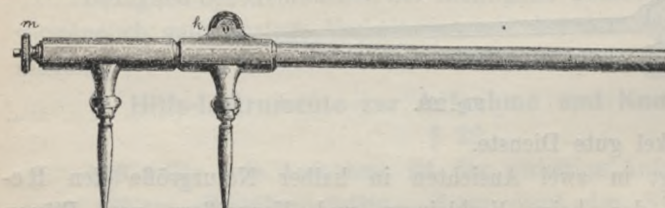


Fig. 296.

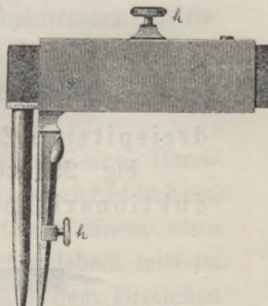


Fig. 297.

Die zweite Zirkelspitze gestattet nur eine geringe Verschiebung mittelst einer Mikrometerschraube *m* wie in Fig. 296 oder sie ist fest an der Stange befestigt (Fig. 297). In diesem letzteren Falle aber ist eine der beiden Spitzen mit einer sogenannten Haarschraube *h* versehen, welche auf die Spitze wirkt und eine geringe Verschiebung gestattet. In der Regel kann eine Spitze durch einen Bleistift oder eine Reißfeder ersetzt werden.

Um eine Linie mit dem Stangenzirkel abzugreifen, wird die frei verschiebbare Hülse soweit verschoben, daß die Entfernung der beiden Spitzen von einander nahezu gleich ist der abzugreifenden Linie, dann setzt man die feste Spitze in den einen Endpunkt der Linie und verschiebt mittelst der Mikrometer- oder Haarschraube die andere Spitze, bis diese genau in den zweiten Endpunkt der Linie trifft.

201. Ein anderes Instrument, welches zum Auftragen und Abmessen längerer Linien dient, ist der Auftrags-Apparat. Dieses, in Fig. 298 teilweise und verkleinert abgebildete Instrument besteht aus einem starken Lineale aus Messing. Längs der einen Kante ist ein Silberstreifen *a b* ein-

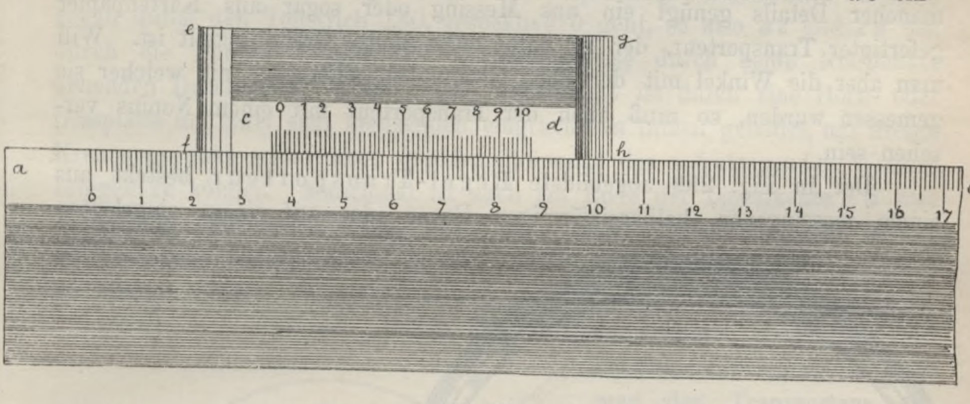


Fig 298.

gelegt, auf welchem eine Einteilung eingraviert ist. Es ist z. B. ein Meter in einzelne oder auch in halbe Millimeter geteilt. Längs dieser Einteilung kann ein kleines, ebenso starkes Lineal verschoben werden, welches auf einem Silberstreifen *c d* einen Nonius eingraviert hat und dessen zur Längsseite genau senkrechte Seitenkanten *e f* und *g h* abgeschrägt sind. Sind auf dem Lineale, wie in der Abbildung, einzelne Millimeter eingraviert, und sind am Nonius 49 solcher Millimeter geteilt in 50 Teile, so ist die Angabe des Nonius 0·02 *mm.*

Soll mit dem Instrumente die Länge einer Geraden auf dem Papiere ermittelt werden, so legt man das Lineal mit der geteilten Kante knapp neben die Gerade, und legt das kleine Lineal mit dem Nonius so an das Lineal, daß eine der abgeschrägten Kanten *e f* oder *g h* durch den Anfangspunkt der Geraden geht. Dann hält man das kleine Lineal fest und verschiebt das Hauptlineal, bis der Nullpunkt der Teilung mit dem Nullpunkte des Nonius genau koinzidiert. Nun wird das Hauptlineal festgehalten und der Nonius verschoben, bis dieselbe abgeschrägte Kante, die durch den Anfangspunkt ging, durch den Endpunkt der Geraden geht, worauf man die Länge in Millimetern an der Teilung abliest. Durch Multiplikation mit der Zahl des Verjüngungsverhältnisses erhält man dann die Länge der Geraden am Felde. In ganz analoger Weise wird man vorgehen, wenn eine bestimmte Länge aufzutragen ist. Ist diese in Metern am Felde gegeben, so dividiert man zunächst durch das Verjüngungsverhältnis, um die Länge in Millimetern am Papier zu erhalten. Dann legt man Lineal und Nonius in derselben Weise wie früher an die Gerade, verschiebt den Nonius, bis man die gewünschte Länge in Millimetern erhält, und markiert den Endpunkt der Geraden durch einen kurzen Strich an derselben abgeschrägten Kante, welche durch den Anfangspunkt ging.

202. Zum Auftragen von Winkeln auf das Papier dient der Transporteur. Dieser besteht aus einem halben oder ganzen Kreise, der in Grade eingeteilt ist. Für minder wichtige Arbeiten, z. B. zum Auftragen mancher Details genügt ein aus Messing oder sogar aus Kartenpapier gefertigter Transporteur, der in halbe oder ganze Grade geteilt ist. Will man aber die Winkel mit derselben Genauigkeit auftragen, mit welcher sie gemessen wurden, so muß auch der Transporteur mit einem Nonius versehen sein.

Der in Fig. 299 abgebildete Regel-Transporteur besteht aus einem messingenen, halbkreisförmigen Bogen, der auf einem eingelegten

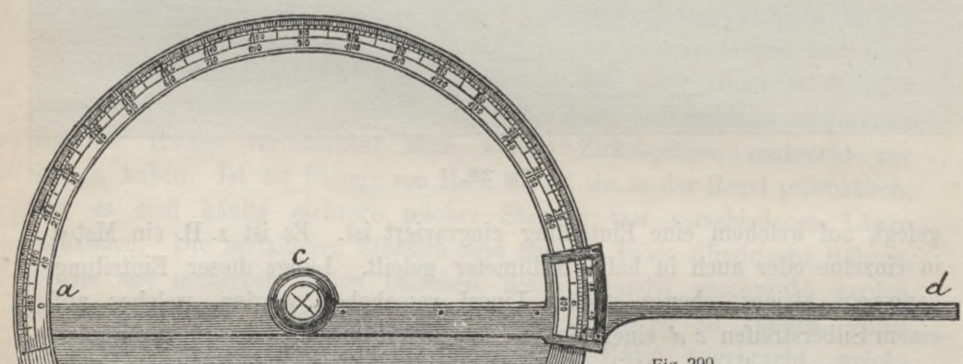


Fig. 299.

Silberstreifen die Gradteilung enthält. Jeder zehnte Grad ist beziffert; die Bezifferung ist eine doppelte. Bei manchen derartigen Instrumenten geht nämlich eine Bezifferung von links gegen rechts, und darunter stehen andere Ziffern, von rechts gegen links gehend, so daß also stets 0 und 180, 10 und 170, 20 und 160 u. s. w. übereinander stehen. Diese Einrichtung hat den Zweck, Winkel sowohl von links gegen rechts als auch von rechts gegen links auftragen zu können. Da aber mit den Winkelmeßinstrumenten die Winkel nur von links gegen rechts gemessen werden, so ist es bei Halbkreis-Transporteuren praktischer, wenn die Bezifferung nur von links gegen rechts geht, und zwar einmal von 0 bis 180, und darunter von 180 bis 360⁰, weil man dann den Halbkreis-Transporteur ohne jede Rechnung zum Auftragen aller Winkel von 0 bis 360⁰ verwenden kann. Sollte man dennoch einmal Winkel von rechts gegen links aufzutragen haben, so müßte dann eben mit einem so bezifferten Instrumente der Ergänzungswinkel zu 180⁰, respektive 360⁰ aufgetragen werden.

Die Enden des Halbkreises sind durch ein Lineal verbunden, dessen abgeschrägte Kante *a c* genau durch den Mittelpunkt des Halbkreises und durch den Nullpunkt geht, und im Mittelpunkte *c* des Halbkreises ist ein Lineal *cd* drehbar angebracht, so daß dessen abgeschrägte Kante genau durch den Mittelpunkt geht. An diesem Lineale ist ein Nonius angebracht, u. zw. bei der nur von links gegen rechts laufenden Bezifferung ein gewöhnlicher, einfacher Nonius, bei der nach beiden Richtungen gehenden Bezifferung aber ein Doppelnonius. Der Nonius ist so angebracht, daß dessen Nullpunkt genau mit dem Teilstriche 180, beziehungsweise 0 koinzidiert, wenn die durch den Mittelpunkt gehende abgeschrägte Linealkante *cd* auch genau durch den Teilstrich 180, respektive 0 geht, so also *a c* und *cd* den durch die Punkte 0 und 180, beziehungsweise durch beide Nullpunkte gehenden Durchmesser bilden. Der Mittelpunkt ist durch eine Horn- oder Glasplatte mit zwei sich kreuzenden, eingravierten Linien gebildet, um diesen Kreuzungspunkt genau über den Scheitelpunkt des aufzutragenden Winkels bringen zu können. Manchmal ist auch am Ende der Linealkante *cd* eine Pikiernadel angebracht, welche durch eine Feder festgehalten wird, so daß sie erst beim Niederdrücken in das Papier einsticht. Manchmal ist auch bei diesem Lineale eine Klemm- und eine Mikrometerschraube angebracht.

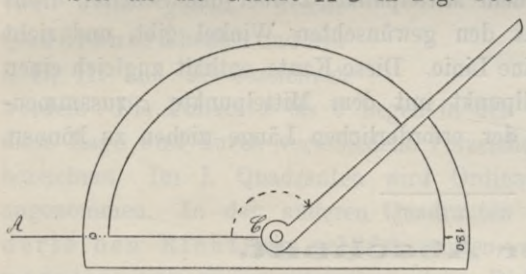


Fig 300.

Soll an die Gerade *A C* in Fig. 300 ein kleinerer Winkel als 180⁰ konstruiert werden, so legt man den Transporteur mit der Kante *a c* an die Linie und mit dem Mittelpunkte *c* genau über den Scheitel *C*, stellt das Lineal mit dem Nonius entsprechend ein und zieht an der Kante *cd* eine Linie, oder drückt die Pikiernadel nieder. Soll dagegen ein größerer Winkel als 180⁰ konstruiert werden, so legt man den Transporteur in entgegengesetzter Richtung an die Gerade (Fig. 301) und stellt abermals das Lineal, unter Benützung der von 180⁰ bis 360⁰ laufenden Bezifferung, entsprechend ein.

Bei einem Vollkreis-Transporteur legt man immer nur die Verbindungslinie des Nullpunktes mit dem Mittelpunkte an den gegebenen Schenkel des Winkels, und stellt den Nonius entsprechend ein.

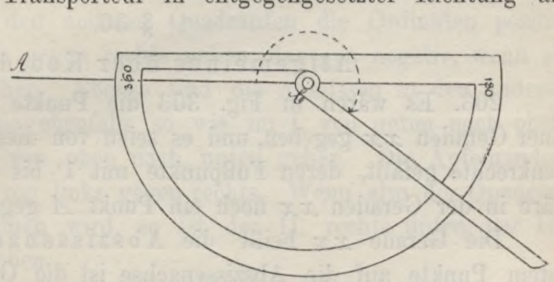


Fig. 301.

In anderer Weise ist der sogenannte Tachymeter-Transporteur vom k. k. Oberbergrat Prof. Lorber konstruiert (Fig. 302.) Dieser besteht aus einem messingenen Lineale mit einer abgeschrägten Kante *a b*. Dieses Lineal kann durch auf die Enden gestellte Gewichte festgehalten

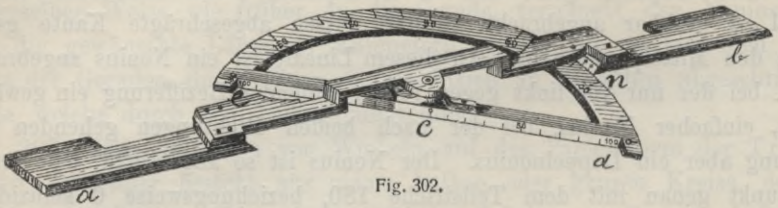


Fig. 302.

werden. Das Lineal ist in der Mitte erhöht, und unter dieser Erhöhung ist ein Gradbogen drehbar angebracht, dessen durch 0 und 180⁰ gehende Durchmesserkante *d e* abgeschrägt ist.

Die Bezifferung geht von rechts gegen links und ist eine doppelte, von 0 bis 180⁰ und darunter von 180 bis 360⁰. Es werden aber auch solche Instrumente gefertigt mit einem vollen Kreise mit Bezifferung von 0 bis 360⁰. An dem Lineale *a b* ist ein Nonius derart angebracht, daß die Ablesung genau Null ist, wenn die abgeschrägte Durchmesserkante *e d* genau in eine Gerade mit der Linealkante *a b* fällt. Um einen Winkel zu konstruieren, legt man das Lineal mit der abgeschrägten Kante *a b* an den gegebenen Schenkel, und mit dem Mittelpunkte *c* über den Scheitel, dreht den Gradbogen, bis der Nonius den gewünschten Winkel gibt, und zieht an der Durchmesserkante *d e* eine Linie. Diese Kante enthält zugleich einen beliebigen Maßstab, dessen Nullpunkt mit dem Mittelpunkte *c* zusammenfällt, um die Linie gleich in der erforderlichen Länge ziehen zu können.

Dritter Abschnitt.

Trigonometrische und polygonometrische Berechnungen.

Koordinaten-Rechnungen.

§ 30.

Allgemeines über Koordinaten.

203. Es wären in Fig. 303 die Punkte 1 bis 6 zu beiden Seiten einer Geraden xx gegeben, und es seien von diesen Punkten auf die Gerade Senkrechte gefällt, deren Fußpunkte mit 1' bis 6' bezeichnet sind. Ferner wäre in der Geraden xx noch ein Punkt A gegeben.

Die Gerade xx heißt die Abszissenachse, die Senkrechte von jedem Punkte auf die Abszissenachse ist die Ordinate des betreffenden Punktes. Die Ordinaten werden allgemein mit y und mit der Nummer oder sonstigen Bezeichnung des Punktes benannt. So ist die Senkrechte 1, 1' die Ordinate des Punktes 1 und wird mit y_1 bezeichnet. Die Entfernungen der Fußpunkte der Ordinaten vom Punkte A sind die Abszissen der Punkte. Diese werden allgemein mit x und mit der Nummer oder sonstigen Bezeichnung des Punktes benannt, es ist somit die Strecke A, 1' die Abszisse des Punktes 1, welche mit x_1 bezeichnet wird.

Ordinate und Abszisse eines Punktes zusammen heißen die Koordinaten dieses Punktes. Der Punkt A ist der Anfangspunkt, Ursprung, oder Nullpunkt der Koordinaten. Wird durch diesen eine Senkrechte yy zur Abszissenachse gezogen, so heißt diese Linie die Ordinatenlinie oder Perpentikel, das Ganze bildet ein rechtwinkeliges Koordinatensystem.

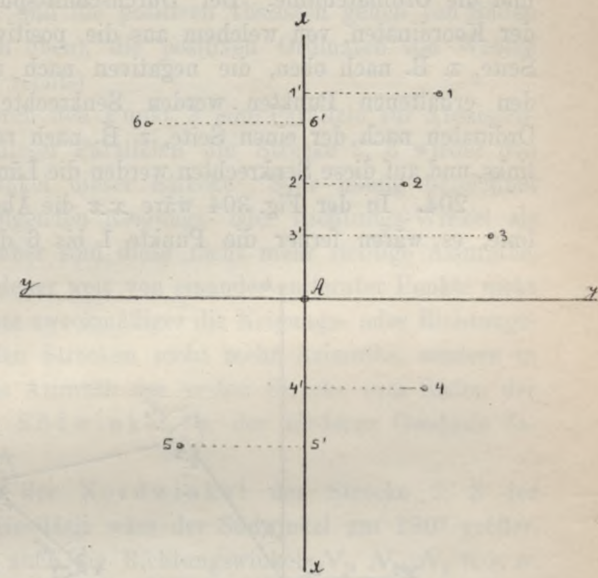


Fig. 303.

Durch die Abszissenachse xx und die Ordinatenlinie yy wird der ganze Raum in vier Teile geteilt, welche Quadranten heißen und mit I, II, III und IV bezeichnet werden. Die Punkte 1 bis 6 liegen in den verschiedenen Quadranten, und diese Lage wird durch verschiedene Vorzeichen der Ordinaten und Abszissen bezeichnet. Im I. Quadranten wird Ordinate und Abszisse als positiv angenommen. In den anderen Quadranten sind sie positiv, wenn sie in derselben Richtung gebildet werden, wie im I. Quadranten, dagegen negativ, wenn sie in entgegengesetzter Richtung gebildet werden.

Nimmt man z. B. den Quadranten rechts oben als I. an, so gehen hier die Ordinaten von links gegen rechts, die Abzsissen von unten nach oben. Es sind daher in den anderen Quadranten die Ordinaten positiv, wenn sie ebenfalls von links gegen rechts gehen, dagegen negativ, wenn sie von rechts gegen links gehen. Ebenso sind die Abszissen in den anderen Quadranten positiv, wenn sie ebenfalls so wie im I. von unten nach oben, dagegen negativ, wenn sie von oben nach unten gehen. Die Aufeinanderfolge der Quadranten geht von links gegen rechts. Wenn also der Quadrant rechts oben als I. angenommen wird, so ist der II. rechts unten, der III. links unten, der IV. links oben.

Im I. Quadranten ist also Ordinate positiv, Abszisse positiv,
„ II. „ „ „ Ordinate positiv, Abszisse negativ,
„ III. „ „ „ Ordinate negativ, Abszisse negativ,
„ IV. „ „ „ Ordinate negativ, Abszisse positiv.

Sind die Koordinaten irgend welcher Punkte mit ihren Vorzeichen bekannt, nämlich durch Berechnung gefunden worden, so können die Punkte leicht aufgetragen werden.

Es werden zwei zu einander Senkrechte gezogen, die Abszissenachse und die Ordinatenlinie. Der Durchschnittspunkt beider ist der Nullpunkt der Koordinaten, von welchem aus die positiven Abszissen nach der einen Seite, z. B. nach oben, die negativen nach unten aufgetragen werden. In den erhaltenen Punkten werden Senkrechte errichtet, für die positiven Ordinaten nach der einen Seite, z. B. nach rechts, für die negativen nach links, und auf diese Senkrechten werden die Längen der Ordinaten aufgetragen.

204. In der Fig. 304 wäre $x\,x$ die Abszissenachse, $y\,y$ die Ordinatenlinie, es wären ferner die Punkte 1 bis 6 durch Gerade miteinander ver-

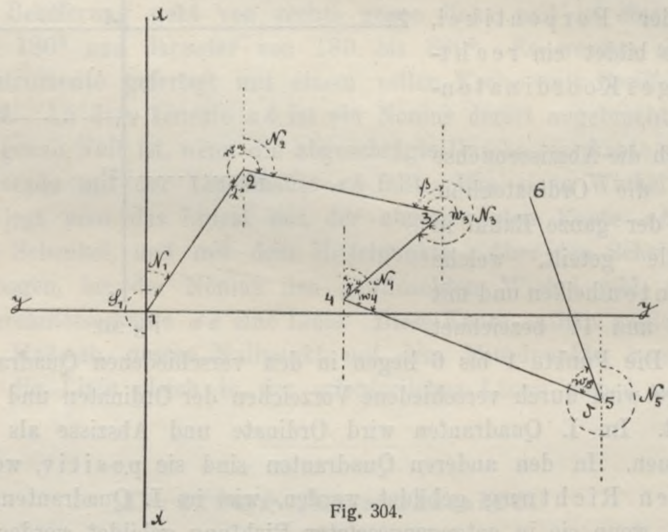


Fig. 304.

bunden. Der Punkt 1 fällt zusammen mit dem Nullpunkt der Koordinaten. Die Strecke 1, 2 bildet mit der Abszissenachse einen Winkel, welcher allgemein Neigungs- oder Richtungs-Winkel der Strecke 1, 2 genannt wird. In der Regel wird als Abszissenachse die Mittagslinie des Nullpunktes, welcher hier mit dem Punkte 1 zusammenfällt, angenommen. Es ist also in diesem Falle der Neigungs- oder Richtungs-Winkel der Strecke 1, 2 zugleich das Azimuth dieser Geraden. In der höheren Geodäsie werden die Azimuthe vom Süden der Mittagslinie über Westen gezählt, es wäre also da der Neigungs- oder Richtungs-Winkel der Strecke 1, 2 der Winkel S_1. In diesem Falle wird dann auch der südwestliche Quadrant (links unten) als I. angenommen. Auf diesen folgt der nordwestliche (links oben) als II., der nordöstliche (rechts oben) als III. und der südöstliche (rechts unten) als IV. Die positiven Abszissen gehen daher von Norden nach Süden (von oben nach unten), die negativen umgekehrt; die positiven Ordinaten von Osten gegen Westen (von rechts gegen links), die negativen umgekehrt. In der niederen Geodäsie dagegen zählt man allgemein die Azimuthe vom Norden der Mittagslinie über Osten, es ist also dann der Neigungs- oder Richtungs-Winkel der Strecke 1, 2 der Winkel N_1. Dieser ist gegen S_1 um 180^0 verschieden. In diesem Falle ist der nordöstliche Quadrant (rechts oben) der I., und die positiven Abszissen gehen von Süden gegen Norden (von unten nach oben), die positiven Ordinaten von Westen gegen Osten (von links gegen rechts).

Denkt man sich nun durch den Punkt 2 eine Parallele zur Abszissenachse gezogen, so bildet mit dieser Parallelen die Strecke 2, 3 wieder den Neigungs- oder Richtungs-Winkel dieser Strecke. Sehr häufig bezeichnet man auch diesen und die folgenden Neigungs- oder Richtungs-Winkel als Azimuthe. Strenggenommen aber sind diese nicht mehr richtige Azimuthe, weil die Mittagslinien verschiedener weit von einander entfernter Punkte nicht parallel sind. Man nennt daher zweckmäßiger die Neigungs- oder Richtungs-Winkel der aufeinanderfolgenden Strecken nicht mehr Azimuthe, sondern in der höheren Geodäsie, wo das Azimuth der ersten Strecke vom Süden der Mittagslinie gemessen wurde, Südwinkel, in der niederen Geodäsie dagegen Nordwinkel.

In Fig. 304 ist somit der Nordwinkel der Strecke 2, 3 der Winkel N_2. In der höheren Geodäsie wäre der Südwinkel um 180^0 größer. In derselben Weise entstehen auch die Richtungswinkel N_3, N_4, N_5 u. s. w. der folgenden Strecken.

Der Richtungswinkel (Süd- oder Nordwinkel) jeder folgenden Strecke kann berechnet werden, wenn der Richtungswinkel der vorhergehenden Strecke, und der Winkel, den beide Strecken zusammen bilden, bekannt sind. Wenn die Winkel, welche die einzelnen Strecken mit einander bilden, mit w und der Nummer des Punktes bezeichnet werden, also im Punkte 2 mit w_2, im Punkte 3 mit w_3 u. s. w., so ist

$$N_2 = \alpha + w_2 - 180^0$$

oder da α als Wechselwinkel gleich N_1 ist,

$$N_2 = N_1 + w_2 - 180^0.$$

Weiter ist $$N_3 = w_3 - \beta,$$

da aber β als Wechselwinkel gleich ist $180^0 - N_2$, so ist

$$N_3 = w_3 - (180^0 - N_2) \text{ oder}$$

$$N_3 = N_2 + w_3 - 180^0;$$

ferner $$N_4 = \gamma + w_4$$

und γ als Wechselwinkel wieder gleich $N_3 - 180^0$,

daher $$N_4 = N_3 + w_4 - 180.$$

Endlich $$N_5 = w_5 + \delta + 180^0 \text{ und } \delta = N_4, \text{ daher}$$

$$N_5 = N_4 + w_5 + 180^0.$$

Es läßt sich daher die allgemein gültige Regel aufstellen: „Man findet den Richtungswinkel einer Strecke, indem man zu dem Richtungswinkel der vorhergehenden Strecke den Winkel addiert, den die beiden

Strecken miteinander einschließen (und bei welchem die vorhergehende Strecke den linken Schenkel bildet) und von der Summe 180^0 subtrahiert. Wäre die Summe kleiner als 180^0, so werden 180^0 addiert.“

Sollte bei dieser Berechnung der eine oder andere Richtungswinkel größer ausfallen, als 360^0, so sind selbstverständlich von diesem 360^0 zu subtrahieren.

Es wäre z. B. in Fig. 303 gemessen worden:

$$\begin{aligned} N_1 &= 35^0\,-'\,-'', \text{ ferner } & w_2 &= 246^0\ 25'\ 10'' \\ & & w_3 &= 305^0\ 54'\ 20'' \\ & & w_4 &= 63^0\ 35'\ 40'' \\ & & w_4 &= 49^0\ 24'\ 50'' \end{aligned}$$

so ergibt sich die Berechnung der Richtungswinkel in folgender Weise:

$$\begin{array}{rr} \mathbf{N_1 =} & \mathbf{35^0\,-'\,-''} \\ +\ w_2 = & \underline{246^0\ 25'\ 10''} \\ & 281^0\ 25'\ 10'' \\ & -\ 180^0\ -\ - \\ \hline \mathbf{N_2 =} & \mathbf{101^0\ 25'\ 10''} \\ +\ w_3 = & \underline{305^0\ 54'\ 20''} \\ & 407^0\ 19'\ 30'' \\ & -\ 180^0\ -\ - \\ \hline \mathbf{N_3 =} & \mathbf{227^0\ 19'\ 30''} \\ +\ w_4 = & \underline{63^0\ 35'\ 40''} \\ & 290^0\ 55'\ 10'' \\ & -\ 180^0\ -\ - \\ \hline \mathbf{N_4 =} & \mathbf{110^0\ 55'\ 10''} \\ +\ w_5 = & \underline{49^0\ 24'\ 50''} \\ & 160^0\ 20'\ - \\ & +\ 180^0\ -\ - \\ \hline \mathbf{N_5 =} & \mathbf{340^0\ 20'\,-} \end{array}$$

Denkt man sich eine Strecke in umgekehrter Richtung, so ist ihr jetziger Richtungs-Winkel gegen den früheren um 180^0 verschieden. In Fig. 304 z. B. wäre der Richtungswinkel der Strecke von 2 nach 1, wie aus der Figur ohneweiters zu ersehen ist, $N_1 + 180^0$. Ebenso der Richtungswinkel der Strecke 3 gegen 2 wäre $N_2 + 180^0$, dagegen der Richtungswinkel der Strecke 4 gegen 3 wäre $N_3 - 180^0$.

Es ist daher erforderlich, daß bei der Angabe des Richtungswinkels einer Strecke auch die Richtung der Strecke bezeichnet wird, auf welche sich der Richtungswinkel bezieht; also z. B. 1 gegen 2 oder 2 gegen 1. Die Bezeichnung kann auch in den Figuren durch Pfeile geschehen. Es ist also die Bezeichnung Richtungswinkel viel richtiger als Neigungswinkel.

205. Die Differenz aus der Ordinate oder Abszisse eines Punktes, und der Ordinate oder Abszisse des vorhergehenden Punktes, heißt die

Ordinaten- oder Abzsissen-Differenz des folgenden Punktes. Man bezeichnet diese mit Δy und Δx und mit der Nummer des betreffenden Punktes.

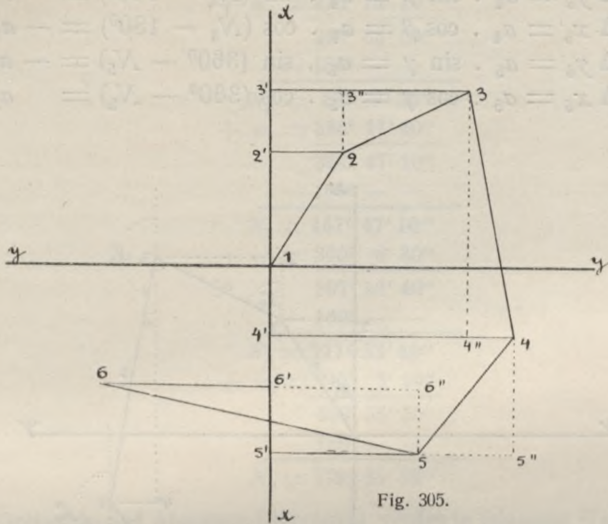


Fig. 305.

In Fig. 305 sind beispielsweise die Strecken

$2, 2' = \quad y_2 - y_1 = \quad \Delta y_2$

$3, 3'' = \quad y_3 - y_2 = \quad \Delta y_3$

$4, 4'' = \quad y_4 - y_3 = \quad \Delta y_4$

$5, 5'' = \quad y_5 - y_4 = - \Delta y_5$ (weil $y_5 < y_4$)

$6, 6'' = - y_6 - y_5 = - \Delta y_6$ (y_6 liegt auf der anderen Seite der Abszissenachse, ist daher negativ.)

Ebenso ist

$1, 2' = x_2 - x_1 = \Delta x_2$

$2', 3' = 2, 3'' = \quad x_3 - x_2 = \Delta x_3$

$3', 4' = 3, 4'' = - x_4 - x_3 = - \Delta x_4$ (x_4 geht vom Nullpunkt nach unten, ist daher negativ).

$4', 5' = 4, 5'' = - x_5 - (- x_4) = - x_5 + x_4 = - \Delta x_5$ (weil $x_4 < x_5$)

$5', 6' = 5, 6'' = - x_6 - (- x_5) = - x_6 + x_5 = \quad \Delta x_6$ (weil $x_6 < x_5$)

Die Ordinaten- und Abszissen-Differenzen der aufeinanderfolgenden Punkte können gefunden werden, wenn die Längen der Strecken und deren Richtungswinkel bekannt sind. Es sei in Fig. 306 die Länge der Strecke 1, 2 mit a_1 und deren Richtungswinkel (Nordwinkel) mit N_1 bezeichnet; 2, 3 mit a_2 und deren Richtungswinkel mit N_2; 3, 4 mit a_3 und deren Richtungswinkel mit N_3 u. s. w.

Es ist nun

$2, 2' = \Delta y_2 = a_1 \,.\, \sin N_1$

$1, 2' = \Delta x_2 = a_1 \,.\, \cos N_1$

$3, 3'' = \Delta y_3 = a_2 \,.\, \sin N_2$

$2, 3'' = \Delta x_3 = a_2 \,.\, \cos N_2$

$$\begin{array}{llllll}
4,\,4'' = & \Delta\, y_4 = a_3\,.\,\sin\alpha = a_3\,.\,\sin\,(180^0 - N_3) = & a_3\,.\,\sin N_3 \\
3,\,4'' = & -\,\Delta\, x_4 = a_3\,.\,\cos\alpha = a_3\,.\,\cos\,(180^0 - N_3) = & -\,a_3\,.\,\cos N_3 \\
5,\,5'' = & -\,\Delta\, y_5 = a_4\,.\,\sin\beta = a_4\,.\,\sin\,(N_4 - 180^0) = & -\,a_4\,.\,\sin N_4 \\
4,\,5'' = & -\,\Delta\, x_5 = a_4\,.\,\cos\beta = a_4\,.\,\cos\,(N_4 - 180^0) = & -\,a_4\,.\,\cos N_4 \\
6,\,6'' = & -\,\Delta\, y_6 = a_5\,.\,\sin\gamma = a_5\,.\,\sin\,(360^0 - N_5) = & -\,a_5\,.\,\sin N_5 \\
5,\,6'' = & \Delta\, x_6 = a_5\,.\,\cos\gamma = a_5\,.\,\cos\,(360^0 - N_5) = & a_5\,.\,\cos N_5
\end{array}$$

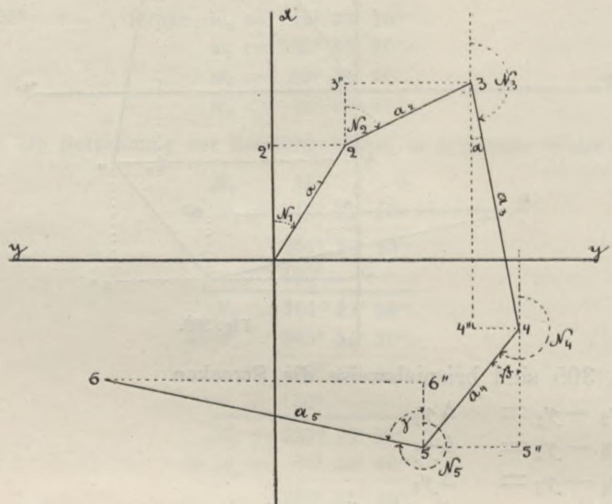


Fig. 306.

Es lautet daher die allgemein giltige Regel: „Man erhält die Ordinaten- und Abszissen-Differenz eines Punktes, wenn man die Entfernung dieses Punktes vom vorhergehenden mit dem sinus und cosinus des Richtungswinkels dieser Strecke multipliziert. Die Vorzeichen für die Differenzen werden bestimmt durch die Vorzeichen von sinus und cosinus nach der Größe des betreffenden Richtungswinkels.“

Es wäre z. B. gemessen worden (Fig. 305 und 306):

Die Strecke	$1{,}2 = a_1$	mit	180·51 *m*
„ „	$2{,}3 = a_2$	„	185·25 „
„ „	$3{,}4 = a_3$	„	331·60 „
„ „	$4{,}5 = a_4$	„	202·32 „
„ „	$5{,}6 = a_5$	„	435·43 „

Ferner die Winkel:

$1, 2, 3 = w_2$	mit	210° 15′ 10″
$2, 3, 4 = w_3$	„	284° 11′ 40″
$3, 4, 5 = w_4$	„	230° 6′ 30″
$4, 5, 6 = w_5$	„	242° 2′ 10″

und der Richtungswinkel (Nordwinkel) N_1 der Strecke 1, 2 mit 33° 20′ 20″.

Es ergeben sich die Richtungswinkel der übrigen Strecken nach dem Vorhergehenden:

$$
\begin{array}{rl}
N_1 = & \mathbf{33^0\,20'\,20''} \\
+\ w_2 = & 210^0\ 15'\ 10'' \\
\hline
 & 243^0\ 35'\ 30'' \\
 & -\ 180^0\ -\ - \\
\hline
N_2 = & \mathbf{63^0\,35'\,30''} \\
+\ w_3 = & 284^0\ 11'\ 40'' \\
\hline
 & 347^0\ 47'\ 10'' \\
 & -\ 180^0\ -\ - \\
\hline
N_3 = & \mathbf{167^0\,47'\,10''} \\
+\ w_4 = & 230^0\ \ 6'\ 30'' \\
\hline
 & 397^0\ 53'\ 40'' \\
 & -\ 180^0\ -\ - \\
\hline
N_4 = & \mathbf{217^0\,53'\,40''} \\
+\ w_5 = & 242^0\ \ 2'\ 10'' \\
\hline
 & 459^0\ 55'\ 50'' \\
 & -\ 180^0\ -\ - \\
\hline
N_5 = & \mathbf{279^0\,55'\,50''}
\end{array}
$$

Die Ordinaten- und Abszissen-Differenzen werden in folgender Weise berechnet: [1])

$\Delta y_2 = a_1 \,.\, \sin N_1$	$\Delta x_2 = a_1 \,.\, \cos N_1$
$a_1 = 180{\cdot}51\ m,$	$N_1 = 33^0\ 20'\ 20''$
$\log 180{\cdot}51 = 2{\cdot}25650$	$\log 180{\cdot}51 = 2{\cdot}25650$
$\log \sin 33^0\ 20'\ 20'' = 9{\cdot}74004-10$	$\log \cos 33^0\ 20'\ 20'' = 9{\cdot}92191-10$
$\log \Delta y_2 = 1{\cdot}99654$	$\log \Delta x_2 = 2{\cdot}17841$
$\mathbf{\Delta y_2 = 99{\cdot}21\ m}$	$\mathbf{\Delta x_2 = 150{\cdot}80\ m}$
$\Delta y_3 = a_2 \,.\, \sin N_2$	$\Delta x_3 = a_2 \,.\, \cos N_2$
$a_2 = 185{\cdot}25\ m,$	$N_2 = 63^0\ 35'\ 30''$
$\log 185{\cdot}25 = 2{\cdot}26776$	$\log 185{\cdot}25 = 2{\cdot}26776$
$\log \sin 63^0\ 35'\ 30'' = 9{\cdot}95214-10$	$\log \cos 63^0\ 35'\ 30'' = 9{\cdot}64813-10$
$\log \Delta y_3 = 2{\cdot}21990$	$\log \Delta x_3 = 1{\cdot}91589$
$\mathbf{\Delta y_3 = 165{\cdot}92\ m}$	$\mathbf{\Delta x_3 = 82{\cdot}39\ m}$
$\Delta y_4 = a_3 \,.\, \sin N_3$	$\Delta x_4 = a_3 \,.\, \cos N_3$
$a_3 = 331{\cdot}60\ m,$	$N_3 = 167^0\ 47'\ 10''$
$\log 331{\cdot}60 = 2{\cdot}52061$	$\log 331{\cdot}60 = 2{\cdot}52061$
$\log \sin 167^0\ 47'\ 10'' = \log \sin 12^0\ 12'\ 50'' = 9{\cdot}32544-10$	$\log \cos 167^0\ 47'\ 10'' = \log \cos 12^0\ 12'\ 50'' = 9{\cdot}99005-10$
$\log \Delta y_4 = 1{\cdot}84605$	$\log \Delta x_4 = 2{\cdot}51066$
$\mathbf{\Delta y_4 = 70{\cdot}15\ m}$	$\mathbf{\Delta x_4 = -\,324{\cdot}08\ m}$
$\Delta y_5 = a_4 \,.\, \sin N_4$	$\Delta x_5 = a_4 \,.\, \cos N_4$
$a_4 = 202{\cdot}32\ m,$	$N_4 = 217^0\ 53'\ 40''$
$\log 202\ 32 = 2{\cdot}30604$	$\log 202{\cdot}32 = 2{\cdot}30604$
$\log \sin 217^0\ 53'\ 40'' = \log \sin 37^0\ 53'\ 40'' = 9{\cdot}78832-10$	$\log \cos 217^0\ 53'\ 40'' = \log \cos 37^0\ 53'\ 40'' = 9\ 89715-10$
$\log \Delta y_5 = 2{\cdot}09436$	$\log \Delta x_5 = 2{\cdot}20319$
$\mathbf{\Delta y_5 = -\,124{\cdot}27\ m}$	$\mathbf{\Delta x_5 = -\,159{\cdot}66\ m}$

[1]) Zur Erleichterung der Rechnung bestehen verschiedene Tafelwerke, welche die Produkte von sinus und cosinus der Winkel, von Minute zu Minute fortschreitend, mit den fortlaufenden Zahlen enthalten.

$\Delta y_6 = a_5 \cdot \sin N_5$		$\Delta x_6 = a_5 \cdot \cos N_5$	
	$a_5 = 435{\cdot}43\ m,$	$N_5 = 279^0\ 55'\ 50''$	
$\log 435{\cdot}43 =$	$2{\cdot}63892$	$\log 435{\cdot}43 =$	$2{\cdot}63892$
$\log \sin 279^0\ 55'\ 50'' = \log \sin 80^0\ 4'\ 10'' =$	$9{\cdot}99344-10$	$\log \cos 279^0\ 55'\ 50'' = \log \cos 80^0\ 4'\ 10'' =$	$9{\cdot}23667-10$
	$\log \Delta y_6 = 2{\cdot}63236$		$\log \Delta x_6 = 1{\cdot}87559$
$\Delta y_6 = -$ **428·90** m		$\Delta x_6 =$ **75·09** m	

206. Sind die Ordinaten- und Abszissen-Differenzen einer Reihenfolge von Punkten bekannt, so erhält man die Ordinate und Abszisse jedes Punktes, indem man die Ordinaten- und Abszissendifferenz dieses Punktes algebraisch addiert zur Ordinate und Abszisse des vorhergehenden Punktes.

In Fig. 305 ist daher:

$$2, 2' = y_2 = \Delta y_2 + y_1 = \Delta y_2 \text{ (weil } y_1 = 0)$$
$$3, 3' = y_3 = \Delta y_3 + y_2$$
$$4, 4' = y_4 = \Delta y_4 + y_3$$
$$5, 5' = y_5 = - \Delta y_5 + y_4$$
$$6, 6' = y_6 = - \Delta y_6 + y_5$$

ferner:

$$1, 2' = x_2 = \Delta x_2 + x_1 = \Delta x_2 \text{ (weil } x_1 = 0)$$
$$1, 3' = x_3 = \Delta x_3 + x_2$$
$$1, 4' = - x_4 = - \Delta x_4 + x_3$$
$$1, 5' = - x_5 = - \Delta x_5 + (- x_4)$$
$$1, 6' = - x_6 = \Delta x_6 + (- x_5)$$

Aus den in dem Beispiele in der vorigen Nummer berechneten Koordinaten-Differenzen ergeben sich daher folgende Koordinaten:

$y_1 =$		**0·00** m	$x_1 =$		**0·00** m
$\Delta y_2 =$		99·21 „	$\Delta x_2 =$		150·80 „
$y_2 =$		**99·21** m	$x_2 =$		**150·80** m
$\Delta y_3 =$		165·92 „	$\Delta x_3 =$		82·39 „
$y_3 =$		**265·13** m	$x_3 =$		**233·19** m
$\Delta y_4 =$		70·15 „	$\Delta x_4 =$	—	324·08 „
$y_4 =$		**335·28** m	$x_4 =$	—	**90·89** m
$\Delta y_5 =$	—	124·27 „	$\Delta x_5 =$	—	159·66 „
$y_5 =$		**211·01** m	$x_5 =$	—	**250·55** m
$\Delta y_6 =$	—	428·90 „	$\Delta x_6 =$		75·09 „
$y_6 =$	—	**217·89** m	$x_6 =$	—	**175·46** m

207. Wenn die berechneten Koordinaten aufgetragen werden sollen, so konstruiert man auf dem Papiere ein Netz von Quadraten von 100 m Seitenlänge. Die nötige Anzahl der Quadrate ergibt sich aus den Summen der größten positiven und negativen Ordinaten, und ebenso der Abszissen. In dem Beispiele in Nr. 206 ist die größte positive Ordinate 335·28 m, die größte negative 217·89 m. Es sind also für die Ordinaten $4 + 3 = 7$ Quadrate notwendig. Die größte positive Abszisse ist 233·19 m, die größte negative 250·55 m, daher sind für die Abszissen $3 + 3 = 6$ Quadrate

notwendig (Fig. 307). Durch dieselbe Betrachtung ersieht man auch, welche von den Quadratseiten als Abszissenachse und Ordinatenlinie anzunehmen sind. Beim Auftragen der Ordinaten und Abszissen ermittelt man dann zunächst das Quadrat, in welches der Punkt kommt, und hat dann immer nur die Zehner, Einheiten und Zehntel der Meter aufzutragen. Es geschieht dies in der Weise, daß zuerst die Abszisse auf die zwei gegenüberliegenden Quadratseiten aufgetragen wird; die so erhaltenen Punkte werden miteinander verbunden, und auf die Verbindungslinie wird die Ordinate aufgetragen.

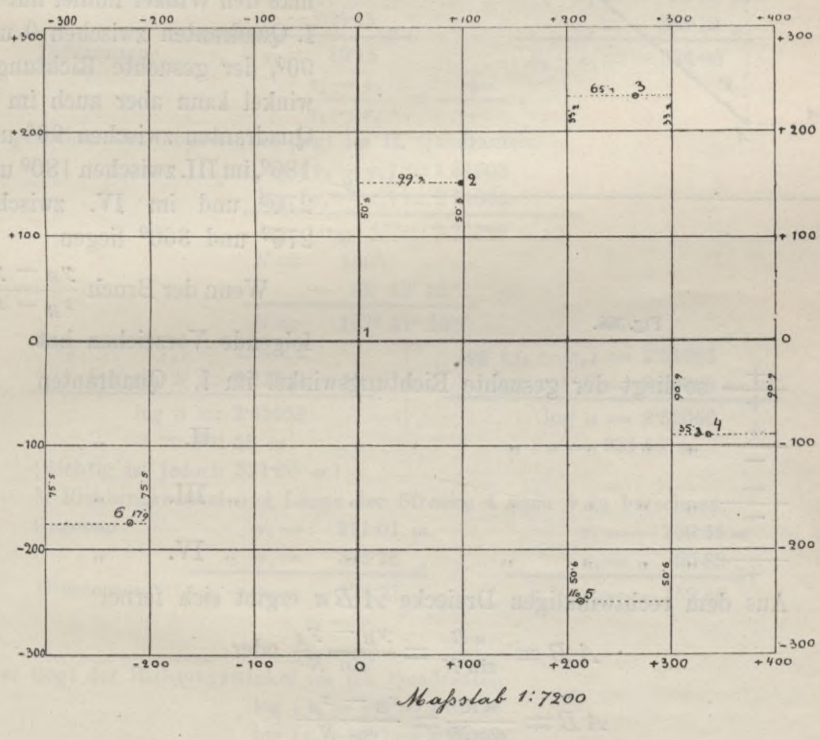


Fig. 307.

Diese Durchführung ist aus Fig. 307, in welcher alle in Nr. 206 berechneten Koordinaten der Punkte 1 bis 6 aufgetragen sind, unmittelbar zu ersehen.

208. Wenn die Ordinaten und Abszissen zweier Punkte gegeben sind, so kann mit deren Hilfe auch der Richtungs-Winkel der geraden Verbindungslinie der beiden Punkte, und die Länge dieser Geraden berechnet werden.

Es wären in Fig. 308 von zwei Punkten A und B die Ordinaten y_A und y_B und die Abszissen x_A und x_B, bezogen auf den Nullpunkt irgend einer Abszissenachse xx gegeben, und es soll der Richtungswinkel der

Geraden von A gegen B berechnet werden. Denkt man sich durch A eine Parallele An zu der Abszissenachse gezogen, so ist der gesuchte Richtungswinkel der Winkel $nAB = N$.

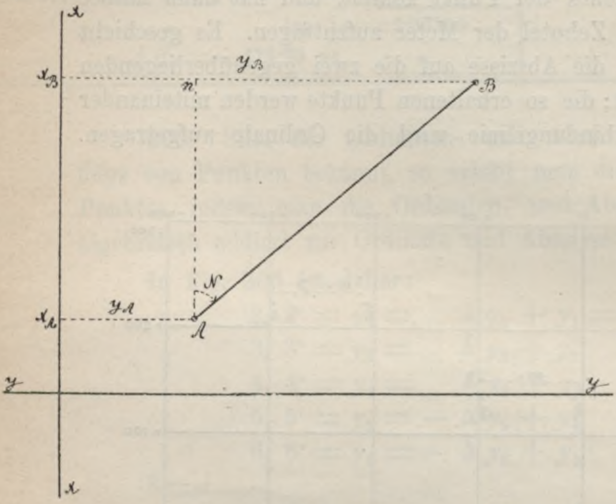


Fig. 308.

In dem rechtwinkligen Dreiecke ABn ist

$$\operatorname{tg} N = \frac{nB}{nA} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Durch die logarithmische Berechnung dieser Formel erhält man den Winkel immer nur im I. Quadranten zwischen 0 und 90°, der gesuchte Richtungswinkel kann aber auch im II. Quadranten zwischen 90° und 180°, im III. zwischen 180° und 270° und im IV. zwischen 270° und 360° liegen.

Wenn der Bruch $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ folgende Vorzeichen hat

$\frac{+}{+}$ so liegt der gesuchte Richtungswinkel im I. Quadranten

$\frac{+}{-}$ " " " " " " II. "

$\frac{-}{-}$ " " " " " " III. "

$\frac{-}{+}$ " " " " " " IV. "

Aus dem rechtwinkligen Dreiecke ABn ergibt sich ferner

$$AB = \frac{nB}{\sin N} = \frac{y_B - y_A}{\sin N} \text{ oder}$$

$$AB = \frac{nA}{\cos N} = \frac{x_B - x_A}{\cos N}$$

Weniger bequem ist die Berechnung der Länge der Strecke nach dem pythagoräischen Satze

$$AB = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2}$$

Es wären z. B. nach den identischen Figuren 305, 306 und 307 folgende Berechnungen durchzuführen.

1. Es ist der Richtungswinkel und die Länge der Strecke 2 nach 3 zu berechnen.

Gegeben ist	$y_3 = 265{\cdot}13$ *m*	$x_3 = 233{\cdot}19$ *m*
	$y_2 = 99{\cdot}21$ "	$x_2 = 150{\cdot}80$ "
Differenzen	$y_3 - y_2 = 165{\cdot}92$	$x_3 - x_2 = 82{\cdot}39$

$$\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{+}{+},$$

der gesuchte Richtungswinkel liegt im I. Quadranten.

$$\log(y_3 - y_2) = 2{\cdot}21990$$
$$\log(x_3 - x_2) = 1{\cdot}91587$$
$$\log \text{ tang } N = 10{\cdot}30403 - 10$$
$$N = 63^0\ 35'\ 35''$$

(Richtig wäre jedoch nach dem Beispiele auf Seite 307 $N = 63^0\ 35'\ 30''$)

$\log(y_3 - y_2) = 2{\cdot}21990$	$\log(x_3 - x_2) = 1{\cdot}91587$
$\log \sin N = 9{\cdot}95215$	$\log \cos N = 9{\cdot}64811$
$\log a = 2{\cdot}26775$	$\log a = 2{\cdot}26776$

$$a = 185{\cdot}25\ m$$

2. Richtungswinkel und Länge der Strecke 3 nach 4 zu berechnen.

Gegeben	$y_4 = 335{\cdot}28\ m$	$x_4 = -\ 90{\cdot}89\ m$
	$y_3 = 265{\cdot}13$ „	$x_3 = 233{\cdot}19$ „
Differenzen	$y_4 - y_3 = 70{\cdot}15$	$x_4 - x_3 = -324{\cdot}08$

$$\frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{+}{-},$$

der gesuchte Richtungswinkel liegt im II. Quadranten.

$$\log(y_4 - y_3) = 1{\cdot}84603$$
$$\log(x_4 - x_3) = 2{\cdot}51065$$
$$\log \text{ tang } N = 9{\cdot}33538 - 10$$
$$N = 180^0$$
$$-\ 12^0\ 12'\ 50''$$
$$N = 167^0\ 47'\ 10''$$

$\log(y_4 - y_3) = 1.84603$	$\log(x_4 - x_3) = 2{\cdot}51065$
$\log \sin N = 9{\cdot}32544 - 10$	$\log \cos N = 9{\cdot}99005 - 10$
$\log a = 2{\cdot}52059$	$\log a = 2{\cdot}52060$
$a = 331{\cdot}58\ m$	$a = 331{\cdot}59\ m$

(Richtig ist jedoch 331·60 *m.*)

3. Richtungswinkel und Länge der Strecke 4 nach 5 zu berechnen.

Gegeben	$y_5 = 211{\cdot}01\ m$	$x_5 = -\ 250{\cdot}55\ m$
	$y_4 = 335{\cdot}28$ „	$x_4 = -\ 90{\cdot}89$ „
Differenzen	$y_5 - y_4 = -\ 124{\cdot}27$	$x_5 - x_4 = -\ 159{\cdot}66$

$$\frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} = \frac{-}{-},$$

daher liegt der Richtungswinkel im III. Quadranten.

$$\log(y_5 - y_4) = 2{\cdot}09437$$
$$\log(x_5 - x_4) = 2{\cdot}20319$$
$$\log \text{ tang } N = 9{\cdot}89118 - 10$$
$$N = 37^0\ 53'\ 44''$$
$$+\ 180^0 - -$$
$$N = 217^0\ 53'\ 44'' \text{ (richtig wäre } 40'')$$

$\log(y_5 - y_4) = 2{\cdot}09437$	$\log(x_5 - x_4) = 2{\cdot}20319$
$\log \sin N = 9{\cdot}78833 - 10$	$\log \cos N = 9{\cdot}89715 - 10$
$\log a = 2{\cdot}30604$	$\log a = 2{\cdot}30604$

$$a = 202{\cdot}32\ m$$

4. Richtungswinkel und Länge der Strecke 5 nach 6 zu berechnen.

Gegeben	$y_6 = -\ 217{\cdot}89\ m$	$x_6 = -\ 175{\cdot}46\ m$
	$y_5 = 211{\cdot}01$ „	$x_5 = -\ 250{\cdot}55$ „
Differenzen	$y_6 - y_5 = -\ 428{\cdot}90$	$x_6 - x_5 = 75{\cdot}09$

$$\frac{y_6 - y_5}{x_6 - x_5} = \frac{-}{+},$$

daher liegt der Richtungswinkel im IV. Quadranten.

$$\begin{array}{rl} \log (y_6 - y_5) = & 2{\cdot}63236 \\ \log (x_6 - x_5) = & 1{\cdot}87558 \\ \hline \log \operatorname{tang} N = & 10{\cdot}75678 - 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} N = & 360^0 \\ & -\ 80^0\ 4'\ 11'' \\ \hline N = & 279^0\ 55'\ 49''\ \text{(richtig ist } 50'') \end{array}$$

$\log (y_6 - y_5) = 2{\cdot}63236$	$\log (x_6 - x_5) = 1{\cdot}87558$
$\log \sin N = 9{\cdot}99344 - 10$	$\log \cos N = 9{\cdot}23666 - 10$
$\log a = 2{\cdot}63892$	$\log a = 2{\cdot}63892$

$$a = 435{\cdot}43\ m$$

5. Richtungswinkel und Länge der Strecke von 2 nach 5 zu berechnen.

Gegeben	$y_5 = 211{\cdot}01\ m$	$x_5 = -\ 250{\cdot}55\ m$
	$y_2 = 99{\cdot}21$ „	$x_2 = 150{\cdot}80$ „
Differenzen	$y_5 - y_2 = 111{\cdot}80$	$x_5 - x_2 = -\ 401{\cdot}35$

$$\frac{y_5 - y_2}{x_5 - x_2} = \frac{+}{-},$$

daher liegt der Richtungswinkel im II. Quadranten.

$$\begin{array}{rl} \log (y_5 - y_2) = & 2{\cdot}04844 \\ \log (x_5 - x_2 = & 2{\cdot}60353 \\ \hline \log N = & 9{\cdot}44491 - 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} N = & 180^0 \\ & -\ 15^0\ 33'\ 55'' \\ \hline N = & 164^0\ 26'\ \ 5'' \end{array}$$

$\log (y_5 - y_2) = 2{\cdot}04844$	$\log (x_5 - x_2) = 2{\cdot}60353$
$\log \sin N = 9{\cdot}42868 - 10$	$\log \cos N = 9{\cdot}98377 - 10$
$\log a = 2{\cdot}61976$	$\log a = 2{\cdot}61976$

$$a = 416{\cdot}64\ m.$$

Wie aus den vorstehenden Berechnungen zu ersehen ist, stimmen die beiden mit sin. und cos. des Richtungswinkels berechneten Längen der Strecke oft nicht ganz genau überein. Richtiger ist immer diejenige Länge, welche mit dem in den Logarithmentafeln rechts stehenden Logarithmus gefunden wurde; und dieser letztere gehört immer der größeren der beiden Differenzen $y_B - y_A$ und $x_B - x_A$ an.

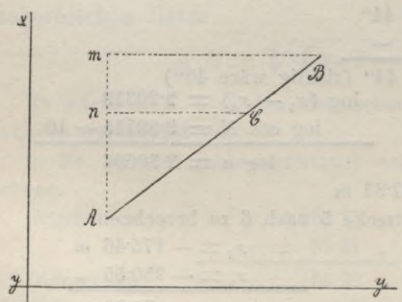


Fig. 308 a.

In der Geraden zwischen den Punkten A und B wäre ein dritter Punkt C, dessen Entfernung von A und B gegeben ist, und dessen Koordinaten mit Hilfe der gegebenen Entfernungen und der gegebenen Koordinaten von A und B zu ermitteln sind. (Fig. 308a.)

Denkt man sich durch den Punkt A wieder eine Parallele zur Abszissenachse und von B und C Senkrechte auf diese Parallele, so entstehen zwei ähnliche rechtwinklige Dreiecke ABm und ACn. Aus der Ähnlichkeit dieser Dreiecke ergeben sich folgende Verhältnisse

$$AB : Am = AC : An, \text{ hieraus ist } An = \frac{AC}{AB} \cdot Am$$

$$AB : Bm = AC : Cn, \quad „ \quad „ \quad Cn = \frac{AC}{AB}\, Bm$$

Die Entfernungen AC und AB sind, wie oben erwähnt wurde, gegeben.

$Am = x_B - x_A = \Delta x_B$ $\qquad$ $Bm = y_B - y_A = \Delta y_B$

Ebenso ist $An = x_C - x_A = \Delta x_C$ und

$$Cn = y_C - y_A = \Delta y_C$$

Mit Hilfe der Entfernungen AB und AC und mit den Differenzen aus den Abszissen und Ordinaten der Punkte A und B lassen sich somit leicht die Ordinaten- und Abszissendifferenzen des Punktes C finden, welche dann nur zur Ordinate und Abszisse des Punktes A zu addieren sind, um Ordinate und Abszisse des Punktes C zu finden.

$$y_C = y_A + nC = y_A + \Delta y_C = y_A + \frac{AC}{AB}\left(y_B - y_A\right)$$

$$x_C = x_A + An = x_A + \Delta x_C = x_A + \frac{AC}{AB}\left(x_B - x_A\right)$$

Es wäre z. B. gegeben:

$y_A = 99{\cdot}21\ m$ $\qquad$ $y_B = 265{\cdot}13\ m$ $\qquad$ $x_A = 150{\cdot}80\ m$ $\qquad$ $x_B = 233{\cdot}19\ m$

ferner $AB = 185{\cdot}25\ m$ und $AC = 100\ m$.

Zunächst ergeben sich die Differenzen aus den Ordinaten und Abszissen der Punkte A und B

$$\begin{array}{r} y_B = 265{\cdot}13\ m \\ y_A = 99{\cdot}21\ „ \\ \hline y_B - y_A = 165{\cdot}92\ m \end{array} \qquad \begin{array}{r} x_B = 233{\cdot}19\ m \\ x_A = 150{\cdot}80\ „ \\ \hline x_B - x_A = 82{\cdot}39\ m \end{array}$$

$$\left(y_B - y_A\right) \cdot \frac{AC}{AB} = 165{\cdot}92 \cdot \frac{100}{185{\cdot}25} = 89{\cdot}94\ m \qquad \left(x_B - x_A\right)\frac{AC}{AB} = 82{\cdot}39 \cdot \frac{100}{185{\cdot}25} = 44{\cdot}45\ m$$

$$\begin{array}{r} y_A = 99{\cdot}21\ m \\ +\ 89{\cdot}94\ „ \\ \hline y_C = 189{\cdot}15\ m \end{array} \qquad \begin{array}{r} x_A = 150{\cdot}80\ m \\ +\ 44{\cdot}45\ „ \\ \hline x_C = 195{\cdot}25\ m \end{array}$$

209. Es wären in Fig. 309 die Koordinaten der zwei Punkte A und B gegeben, und es sind die Koordinaten eines dritten Punktes C zu berechnen. Zu diesem Zwecke werden zunächst die Dreieckswinkel α, β und γ gemessen. Die Summe dieser drei Winkel soll genau 180^0 betragen, ist eine Differenz vorhanden, so muß diese gleichmäßig auf die drei Winkel verteilt werden. Die Ausgleichung ist noch zulässig, wenn die Differenz nicht größer ist, als 90" bei einer durchschnittlichen Seitenlänge bis 2000 m

60" „ „ „ „ von 2000 „ bis 5.000 m

45" „ „ „ „ „ 5000 „ „ 10.000 m

Aus den gegebenen Koordinaten der Punkte A und B wird der Richtungswinkel und die Länge dieser Strecke nach der vorigen Nr. 208 berechnet. Es ergeben sich dann die Richtungswinkel der beiden Strecken BC und AC nach der allgemeinen Regel:

$$N_2 = N_1 + \beta \mp 180^0$$
$$N_3 = N_2 + \gamma \mp 180^0 \pm 180^0 = N_2 + \gamma$$

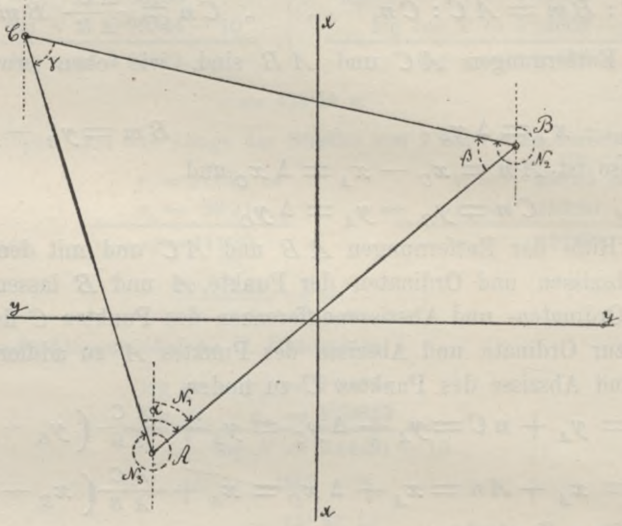


Fig. 309.

Ferner werden mit Hilfe des Sinussatzes die Längen der Strecken BC und AC gerechnet. Durch die Produkte aus den Längen dieser Strecken mit dem sin. und cos. ihrer Richtungswinkel erhält man auf zweifachem Wege die Koordinatendifferenzen des Punktes C, bezogen auf A und B, und somit auch die Koordinaten dieses Punktes.

Es wäre z. B. gegeben:

	$y_B = \quad 265{\cdot}13\ m$	$x_B = \quad 233{\cdot}19\ m$
	$y_A = -\ 217{\cdot}89$ „	$x_A = -\ 175{\cdot}46$ „
Differenzen	$y_B - y_A = 483{\cdot}02\ m$	$x_B - x_A = 408{\cdot}65\ m$

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{+}{+}$$

daher der Richtungswinkel im I. Quadranten.

$$\log\,(y_B - y_A) = 2{\cdot}68397$$
$$\log\,(x_B - x_A) = 2{\cdot}61135$$
$$\log\ N_1 = 10{\cdot}07262 - 10$$
$$N_1 = 49^0\ 46'\ 5''$$

Mit der größeren der beiden Differenzen, also mit $(y_B - y_A)$ wird nun die Länge AB gerechnet.

$$\log\,(y_B - y_A) = 2{\cdot}68397$$
$$\log\ \sin\ N_1 = 9{\cdot}88277 - 10$$
$$\log\ AB = 2{\cdot}80120$$
$$AB = 632{\cdot}70\ m$$

Man braucht übrigens für die weitere Rechnung gar nicht die Länge AB selbst, sondern nur den log AB.

Die Dreieckswinkel wären gemessen worden, und zwar:

$$\begin{aligned} \alpha &= 66^0\, 40'\, 40'' \\ \beta &= 52^0\, 45'\, 20'' \\ \gamma &= 60^0\, 34'\, 30'' \\ \hline \text{Sa.} &= 180^0 -'\, 30'' \end{aligned}$$

Nach der Ausgleichung:

$$\begin{aligned} \alpha &= 66^0\, 40'\, 30'' \\ \beta &= 52^0\, 45'\, 10'' \\ \gamma &= 60^0\, 34'\, 20'' \\ \hline \text{Sa.} &= 180^0 -' -'' \end{aligned}$$

Nach dem Sinussatze ist:

$$AC = \frac{AB\,.\,\sin\alpha}{\sin\gamma} \quad \text{und} \quad AC\ \frac{AB\,.\,\sin\beta}{\sin\gamma}$$

$\log AB = 2{\cdot}80120$	$\log AB = 2{\cdot}80120$
$\log\sin\alpha = 9{\cdot}96297 - 10$	$\log\sin\beta = 9{\cdot}90093 - 10$
$12{\cdot}76417 - 10$	$12{\cdot}70213 - 10$
$\log\sin\gamma = 9{\cdot}94000 - 10$	$\log\sin\gamma = 9{\cdot}94000 - 10$
$\log BC = 2{\cdot}82417$	$\log AC = 2{\cdot}76213$
$BC = 667{\cdot}07\ m$	$AC = 578{\cdot}27\ m$

Auch diese beiden Längen selbst braucht man nicht, sondern nur deren log.

Die Richtungswinkel dieser beiden Strecken ergeben sich wie folgt:

$$\begin{aligned} N_2 = N_1 + \beta \mp 180^0 &= 49^0\, 46'\ \ 5'' \\ &\ \ + 52^0\, 45'\, 10'' \\ &\ \ + 180^0 - - \\ \hline N_2 &= 282^0\, 31'\, 15'' \\ N_3 = N_2 + \gamma &= 282^0\, 31'\, 15'' \\ &\ \ + 60^0\, 34'\, 20'' \\ \hline N_3 &= 343^0\ \ 5'\, 35'' \end{aligned}$$

Die Koordinatendifferenzen des Punktes C, bezogen auf A, sind:

$$\Delta y_C = AC\,.\,\sin N_3 \text{ und } \Delta x_C = AC\,.\,\cos N_3$$

$\log AC = 2{\cdot}76213$	$\log AC = 2{\cdot}76213$
$\log\sin N_3 = 9{\cdot}46362 - 10$	$\log\cos N_3 = 9{\cdot}98081 - 10$
$\log \Delta y_C = 2{\cdot}22575$	$\log \Delta x_C = 2{\cdot}74294$
$\Delta y_C = -168{\cdot}17$	$\Delta x_C = 553{\cdot}27$

Daher die Koordinaten des Punktes C, bezogen auf A:

$$y_C = y_A + \Delta y_C = -217{\cdot}89 - 168{\cdot}17 = -386{\cdot}06\ m$$
$$x_C = x_A + \Delta x_C = -175{\cdot}46 + 553{\cdot}27 = 377{\cdot}81\ m$$

Mit Bezugnahme auf den Punkt B aber erhält man:

$$\Delta y_C = BC\,.\,\sin N_2 \text{ und } \Delta x_C = BC\,.\,\cos N_2$$

$\log BC = 2{\cdot}82417$	$\log BC = 2{\cdot}82417$
$\log\sin N_2 = 9{\cdot}98954 - 10$	$\log\cos N_2 = 9{\cdot}33605 - 10$
$\log \Delta y_C = 2{\cdot}81371$	$\log \Delta x_C = 2{\cdot}16022$
$\Delta y_C = -651{\cdot}20$	$\Delta x_C = 144{\cdot}62$

Daher die Koordinaten des Punktes C, bezogen auf B:

$$y_C = y_B + \Delta y_C = 265{\cdot}13 - 651{\cdot}20 = -386{\cdot}07\ m$$
$$x_C = x_B + \Delta x_C = 233{\cdot}19 + 144{\cdot}62 = 377{\cdot}81\ m.$$

Berechnung und Ausgleichung der Koordinaten eines geschlossenen Polygones.

210. Um die Koordinaten der Eckpunkte eines Vieleckes zu berechnen, werden dessen Seiten und die inneren Winkel gemessen. Die Eckpunkte werden, von außen gesehen, von links gegen rechts numeriert, so daß die kleinere Nummer immer den linken Schenkel des Winkels bildet (siehe Figur 310). Die inneren Winkel seien mit w und mit der Nummer des Punktes bezeichnet. Die Seiten mit a und mit der Nummer ihres Anfangspunktes.

Zunächst müssen die Winkel kontrolliert und ausgeglichen werden. Die Summe aller inneren Winkel soll bei einem Vieleck von n Seiten $(n - 2)\ 180^0$ betragen. Die wirkliche Summe der gemessenen Winkel wird aber in der Praxis niemals dieser theoretischen Summe entsprechen, wegen der unvermeidlichen Fehler bei der Winkelmessung. Man dividiert daher den Unterschied zwischen der wirklichen und der theoretischen Winkelsumme durch die Anzahl der Eckpunkte. Ist der Quotient kleiner als die mit dem Instrumente, mit welchem die Winkelmessung geschah, erreichbare Genauigkeit, so werden die sämtlichen Winkel gleichmäßig um diesen Quotienten verbessert, so daß ihre wirkliche Summe der theoretischen Summe entspricht.[1])

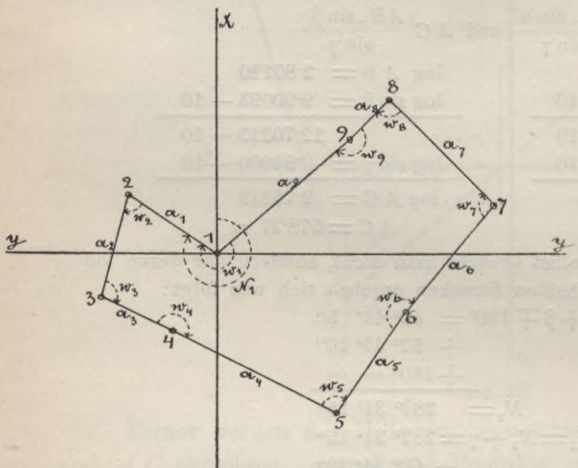


Fig. 310.

Es wäre z. B. in Fig. 310 gemessen worden:

$w_1 = 253^0\ 56'\ 40''$	$a_1 = 142{\cdot}00\ m$
$w_2 = 70^0\ 49'\ 20''$	$a_2 = 140{\cdot}75$ „
$w_3 = 102^0\ 20'\ 10''$	$a_3 = 102{\cdot}50$ „
$w_4 = 179^0\ 38'$ —	$a_4 = 241{\cdot}75$ „
$w_5 = 98^0\ 52'\ 10''$	$a_5 = 155{\cdot}87$ „
$w_6 = 183^0\ 35'$ —	$a_6 = 189{\cdot}50$ „
$w_7 = 96^0\ 3'\ 20''$	$a_7 = 195{\cdot}00$ „
$w_8 = 88^0\ 16'$ —	$a_8 = 72{\cdot}75$ „
$w_9 = 186^0\ 31'$ —	$a_9 = 230{\cdot}00$ „
Sa. $= 1260^0\ 1'\ 40''$	$1470{\cdot}12\ m$

Die theoretische Winkelsumme bei 9 Eckpunkten ist

$$(9 - 2)\ 180^0 = 7 \,.\, 180^0 = 1260^0.$$

[1]) Nach der österr. Katastral-Instruktion für Polygonalaufnahmen, V. Auflage, darf der Unterschied in der Winkelsumme nicht größer sein, als $75\ \sqrt{n}$ Sekunden, worin n die Anzahl der Winkel bedeutet. Bei sehr ungünstigen Verhältnissen für die Aufstellung des Instrumentes und wenn der Fußpunkt des Zielobjektes nicht anvisiert werden kann, darf die Fehlergrenze den ein- und einhalbfachen Wert erreichen.

Es ist somit die wirkliche Winkelsumme um 1' 40" = 100" zu groß[1]). Der Quotient 100 : 9 = 11", wobei noch 1" erübrigt. Es wird somit ein Winkel um 12", alle übrigen Winkel um 11" kleiner gemacht.

211. Für die Koordinaten der Eckpunkte nimmt man den Punkt 1 als Nullpunkt an. Es ist somit der Richtungswinkel N_1 der Seite $1, 2 = a_1$ zu bestimmen. Dieser kann entweder beliebig angenommen werden, oder wenn die Zeichnung nach den Weltgegenden orientiert sein soll, wird das Azimuth dieser Seite vom Norden (oder Süden) des astronomischen Meridianes des Punktes 1 ermittelt. Die Richtungswinkel der übrigen Seiten ergeben sich dann nach der in Nro. 204 entwickelten allgemeinen Regel; man addiert zu dem Richtungswinkel der vorhergehenden Seite den Polygonwinkel, den die beiden Seiten miteinander bilden, und subtrahiert oder addiert 180°.

Hat man in dieser Weise auch den Richtungswinkel der letzten Vielecksseite bestimmt und addiert zu diesem den Polygonwinkel w_1 und subtrahiert oder addiert 180°, so muß man bei richtiger Rechnung wieder den Richtungswinkel N_1 der ersten Seite erhalten. Es dient dies demnach zur Kontrolle der Rechnung.[2])

In dem in Nro 210 angenommenen Beispiele wäre der Richtungswinkel (Nordwinkel) N_1 der ersten Seite a_1 mit 303° 20' gefunden worden, so gestaltet sich die Berechnung der Richtungswinkel der übrigen Seiten wie folgt:

$$\begin{array}{rl}
N_1 = & \mathbf{303^\circ\,20'\;-} \\
w_2 = & 70^\circ\,49'\,\;9'' \\ \hline
 & 374^\circ\;\,9'\;\,9'' \\
 & -\,180^\circ\;-\;- \\ \hline
N_2 = & \mathbf{194^\circ\;\,9'\;\,9''} \\
w_3 = & 102^\circ\,19'\,59'' \\ \hline
 & 296^\circ\,29'\;\,8'' \\
 & -\,180^\circ\;-\;- \\ \hline
N_3 = & \mathbf{116^\circ\,29'\;\,8''} \\
w_4 = & 179^\circ\,37'\,49'' \\ \hline
 & 296^\circ\;\,6'\,57'' \\
 & -\,180^\circ\;-\;- \\ \hline
N_4 = & \mathbf{116^\circ\;\,6'\,57''} \\
w_5 = & 98^\circ\,51'\,59'' \\ \hline
 & 214^\circ\,58'\,56'' \\
 & -\,180^\circ\;-\;- \\ \hline
N_5 = & \mathbf{34^\circ\,58'\,56''}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
N_5 = & \mathbf{34^\circ\,58'\,56''} \\
w_6 = & 183^\circ\,34'\,49'' \\ \hline
 & 218^\circ\,33'\,45'' \\
 & -\,180^\circ\;-\;- \\ \hline
N_6 = & \mathbf{38^\circ\,33'\,45''} \\
w_7 = & 96^\circ\;\,3'\;\,9'' \\ \hline
 & 134^\circ\,36'\,54'' \\
 & +\,180^\circ\;-\;- \\ \hline
N_7 = & \mathbf{314^\circ\,36'\,54''} \\
w_8 = & 88^\circ\,15'\,49'' \\ \hline
 & 402^\circ\,52'\,43'' \\
 & -\,180^\circ\;-\;- \\ \hline
N_8 = & \mathbf{222^\circ\,52'\,43''} \\
w_9 = & 186^\circ\,30'\,49'' \\ \hline
 & 409^\circ\,23'\,32'' \\
 & -\,180^\circ\;-\;- \\ \hline
N_9 = & \mathbf{229^\circ\,23'\,32''} \\
w_1 = & 253^\circ\,56'\,28'' \\ \hline
 & 483^\circ\,20'\;- \\
 & -\,180^\circ\;-\;- \\ \hline
N_1 = & \mathbf{303^\circ\,20'\;-}
\end{array}$$

Es ergibt sich also zum Schlusse als Richtungswinkel der ersten Seite wieder derselbe Winkel von 303° 20', wie zu Beginn, die Berechnung ist somit richtig.

[1]) Nach der Kat.-Instr. wäre ein Unterschied von $75\sqrt{9} = 75 \,.\, 3 = 225''$ gestattet.

[2]) Wenn man mit einem Bussolen-Instrumente arbeitet, so werden mit diesem direkt die Richtungswinkel der einzelnen Seiten gegen den magnetischen Meridan gemessen. Es entfällt daher die Messung und Ausgleichung der Polygonwinkel, sowie die Berechnung der Richtungswinkel.

212. Nach der Ermittelung der Richtungswinkel erfolgt die Berechnung der Ordinaten- und Abszissen-Differenzen der einzelnen Punkte in der in Nro. 205 angegebenen Weise, nämlich durch die Multiplikation der Länge einer jeden Seite mit dem sinus und cosinus des Richtungswinkels dieser Seite.

In dem angenommenen Beispiele ergibt sich diese Berechnung in nachstehender Weise.

$a_1 = 142 \cdot 00\ m$, $N_1 = 56^0\ 40'$, IV. Quadrant.

$\log a_1 = 2 \cdot 15229$	$\log a_1 = 2 \cdot 15229$
$\log \sin N_1 = 9 \cdot 92194 - 10$	$\log \cos N_1 = 9 \cdot 73997 - 10$
$\log \Delta y_2 = 2 \cdot 07423$	$\log \Delta x_2 = 1 \cdot 89226$
$\Delta y_2 = -118 \cdot 64\ m$	$\Delta x_2 = -78 \cdot 03\ m$

$a_2 = 140 \cdot 75\ m$, $N_2 = 14^0\ 9'\ 9''$, III. Quadrant

$\log a_2 = 2 \cdot 14845$	$\log a_2 = 2 \cdot 14845$
$\log \sin N_2 = 9 \cdot 38828 - 10$	$\log \cos N_2 = 9 \cdot 98662 - 10$
$\log \Delta y_3 = 1 \cdot 53673$	$\log \Delta x_3 = 2 \cdot 13507$
$\Delta y_3 = -34 \cdot 41\ m$	$\Delta x_3 = -136 \cdot 48\ m$

$a_3 = 102 \cdot 50\ m$, $N_3 = 63^0\ 30'\ 52''$, II. Quadrant

$\log a_3 = 2 \cdot 01072$	$\log a_3 = 2 \cdot 01072$
$\log \sin N_3 = 9\ 95184 - 10$	$\log \cos N_3 = 9 \cdot 64931 - 10$
$\log \Delta y_4 = 1 \cdot 96256$	$\log \Delta x_4 = 1 \cdot 66003$
$\Delta y_4 = 91 \cdot 74\ m$	$\Delta x_4 = -45 \cdot 71\ m$

$a_4 = 241 \cdot 75\ m$, $N_4 = 63^0\ 53'\ 3''$, II. Quadrant

$\log a_4 = 2 \cdot 38337$	$\log a_4 = 2 \cdot 38337$
$\log \sin N_4 = 9 \cdot 95323 - 10$	$\log \cos N_4 = 9 \cdot 64364 - 10$
$\log \Delta y_5 = 2 \cdot 33660$	$\log \Delta x_5 = 2 \cdot 02701$
$\Delta y_5 = 217 \cdot 07\ m$	$\Delta x_5 = -106\ 42\ m$

$a_5 = 155 \cdot 87\ m$, $N_5 = 34^0\ 58'\ 56''$, I. Quadrant

$\log a_5 = 2 \cdot 19277$	$\log a_5 = 2 \cdot 19277$
$\log \sin N_5 = 9 \cdot 75840 - 10$	$\log \cos N_5 = 9 \cdot 91346 - 10$
$\log \Delta y_6 = 1 \cdot 95117$	$\log \Delta x_6 = 2 \cdot 10623$
$\Delta y_6 = 89 \cdot 37\ m$	$\Delta x_6 = 127 \cdot 71\ m$

$a_6 = 189 \cdot 50\ m$, $N_6 = 38^0\ 33'\ 45''$, I. Quadrant

$\log a_6 = 2 \cdot 27761$	$\log a_6 = 2 \cdot 27761$
$\log \sin N_6 = 9 \cdot 79474 - 10$	$\log \cos N_6 = 9 \cdot 89316 - 10$
$\log \Delta y_7 = 2 \cdot 07235$	$\log \Delta x_7 = 2 \cdot 17077$
$\Delta y_7 = 118 \cdot 13\ m$	$\Delta x_7 = 148 \cdot 17\ m$

$a_7 = 195 \cdot 00\ m$, $N_7 = 45^0\ 23'\ 6''$, IV. Quadrant

$\log a_7 = 2 \cdot 29003$	$\log a_7 = 2 \cdot 29003$
$\log \sin N_7 = 9 \cdot 85238 - 10$	$\log \cos N_7 = 9 \cdot 84655 - 10$
$\log \Delta y_8 = 2 \cdot 14241$	$\log \Delta x_8 = 2 \cdot 13658$
$\Delta y_8 = -138 \cdot 81\ m$	$\Delta x_8 = 136 \cdot 96\ m$

$a_8 = 72\cdot75\ m$, $N_8 = 42^0\ 52'\ 43''$, III. Quadrant

$\log a_8 = 1\cdot86183$	$\log a_8 = 1\cdot86183$
$\log \sin N_8 = 9\cdot83279 - 10$	$\log \cos N_8 = 9\cdot86498 - 10$
$\log \Delta y_9 = 1\cdot69462$	$\log \Delta x_9 = 1\cdot72681$
$\Delta y_9 = -49\cdot50\ m$	$\Delta x_9 = -53\cdot31\ m$

$a_9 = 230\cdot00\ m$, $N_9 = 49^0\ 23'\ 32''$, III. Quadrant

$\log a_9 = 2\cdot36173$	$\log a_9 = 2\cdot36173$
$\log \sin N_9 = 9\cdot88035 - 10$	$\log \cos N_9 = 9\cdot81350 - 10$
$\log \Delta y_1 = 2\cdot24208$	$\log \Delta x_1 = 2\cdot17523$
$\Delta y_1 = -174\cdot62\ m$	$\Delta x_1 = -149\cdot70\ m$

In einem geschlossenen Vielecke ist die algebraische Summe aller Ordinaten-Differenzen, und ebenso aller Abszissen-Differenzen Null. Dies läßt sich leicht nachweisen. Aus der Fig. 311 ergibt sich:

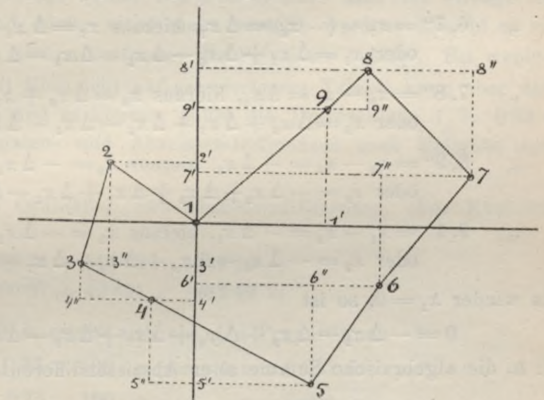


Fig. 311.

Strecke $2, 2' = -y_2 - y_1 = -\Delta y_2$, hieraus ist $-y_2 = -\Delta y_2 + y_1$
und da $y_1 = 0$, so ist $-y_2 = -\Delta y_2$

„ $3, 3'' = -y_3 - (-y_2) = -\Delta y_3$, hieraus $-y_3 = -\Delta y_3 - y_2$
oder $-y_3 = -\Delta y_3 - \Delta y_2$

„ $4, 4'' = -y_4 - (-y_3) = \Delta y_4$, hieraus $-y_4 = \Delta y_4 - y_3$
oder $-y_4 = \Delta y_4 - \Delta y_3 - \Delta y_2$

„ $5, 5'' = y_5 - (-y_4) = \Delta y_5$, hieraus $y_5 = \Delta y_5 - y_4$
oder $y_5 = \Delta y_5 + \Delta y_4 - \Delta y_3 - \Delta y_2$

„ $6, 6'' = y_6 - y_5 = \Delta y_6$, hieraus $y_6 = \Delta y_6 + y_5$
oder $y_6 = \Delta y_6 + \Delta y_5 + \Delta y_4 - \Delta y_3 - \Delta y_2$

„ $7, 7'' = y_7 - y_6 = \Delta y_7$, hieraus $y_7 = \Delta y_7 + y_6$
oder $y_7 = \Delta y_7 + \Delta y_6 + \Delta y_5 + \Delta y_4 - \Delta y_3 - \Delta y_2$

„ $8, 8'' = y_8 - y_7 = -\Delta y_8$, hieraus $y_8 = -\Delta y_8 + y_7$
oder $y_8 = -\Delta y_8 + \Delta y_7 + \Delta y_6 + \Delta y_5 + \Delta y_4 - \Delta y_3 - \Delta y_2$

„ $9, 9'' = y_9 - y_8 = -\Delta y_9$, hieraus $y_9 = -\Delta y_9 + y_8$
oder $y_9 = -\Delta y_9 - \Delta y_8 + \Delta y_7 + \Delta y_6 + \Delta y_5 + \Delta y_4 - \Delta y_3 - \Delta y_2$

„ $1, 1' = y_1 - y_9 = -\Delta y_1$, hieraus $y_1 = -\Delta y_1 + y_9$
oder $y_1 = -\Delta y_9 - \Delta y_9 - \Delta y_8 + \Delta y_7 + \Delta y_6 + \Delta y_5 + \Delta y_4 - \Delta y_3 - \Delta y_2$

da nun $y_1 = 0$, so ist

$$0 = -\Delta y_1 - \Delta y_9 - \Delta y_8 + \Delta y_7 + \Delta y_6 + \Delta y_5 + \Delta y_4 - \Delta y_3 - \Delta y_2$$

d. h. die algebraische Summe aller Ordinaten-Differenzen ist Null.

Ebenso ist

Strecke 1, 2' $= x_2 - x_1 = \Delta x_2$, hieraus $x_2 = \Delta x_2 + x_1$
oder da $x_1 = 0$, so ist $x_2 = \Delta x_2$

„ 2, 3'' $= - x_3 - x_2 = - \Delta x_3$, hieraus $- x_3 = - \Delta x_3 + x_2$
oder $- x_3 = - \Delta x_3 + \Delta x_2$

„ 3, 4'' $= - x_4 - (- x_3) = - \Delta x_4$, hieraus $- x_4 = - \Delta x_4 - x_3$
oder $- x_4 = - \Delta x_4 - \Delta x_3 + \Delta x_2$

„ 4, 5'' $= - x_5 - (- x_4) = - \Delta x_5$, hieraus $- x_5 = - \Delta x_5 - x_4$
oder $- x_5 = - \Delta x_5 - \Delta x_4 - \Delta x_3 + \Delta x_2$

„ 5, 6'' $= - x_6 - (- x_5) = \Delta x_6$, hieraus $- x_6 = \Delta x_6 - x_5$
oder $- x_6 = \Delta x_6 - \Delta x_5 - \Delta x_4 - \Delta x_3 + \Delta x_2$

„ 6, 7'' $= x_7 - (- x_6) = \Delta x_7$, hieraus $x_7 = \Delta x_7 - x_6$
oder $x_7 = \Delta x_7 + \Delta x_6 - \Delta x_5 - \Delta . x_4 - \Delta x_3 + \Delta x_2$

„ 7, 8'' $= x_8 - x_7 = \Delta x_8$, hieraus $x_8 = \Delta x_8 + x_7$
oder $x_8 = \Delta x_8 + \Delta x_7 + \Delta x_6 - \Delta x_5 - \Delta x_4 - \Delta x_3 + \Delta x_2$

„ 8, 9'' $= x_9 - x_8 = - \Delta x_9$, hieraus $x_9 = - \Delta x_9 + x_8$
oder $x_9 = - \Delta x_9 + \Delta x_8 + \Delta x_7 + \Delta x_6 - \Delta x_5 - \Delta x_4 - \Delta x_3 + \Delta x_2$

„ 9, 1' $= x_1 - x_9 = - \Delta x_1$, hieraus $x_1 = - \Delta x_1 + x_9$
oder $x_1 = - \Delta x_1 - \Delta x_9 + \Delta x_8 + \Delta x_7 + \Delta x_6 - \Delta x_5 - \Delta x_4 - \Delta x_3 + \Delta x_2$

da wieder $x_1 = 0$, so ist

$$0 = - \Delta x_1 - \Delta x_9 + \Delta y_8 + \Delta x_7 + \Delta x_6 - \Delta x_5 - \Delta x_4 - \Delta x_3 + \Delta x_2$$

d. h. die algebraische Summe aller Abszissendifferenzen ist Null.

Infolge der unvermeidlichen Fehler bei der Messung der Längen der Polygonseiten, sowie bei der Messung der Polygonwinkel werden in der Praxis die algebraischen Summen der Ordinaten- und Abszissen-Differenzen niemals genau Null sein. Der sich ergebende Unterschied bietet ein gutes Mittel zur Kontrolle des Genauigkeitsgrades der Arbeit. Bezeichnet man den Unterschied zwischen den Summen der positiven und negativen Ordinaten-Differenzen mit dy und den Unterschied zwischen den Summen der positiven und negativen Abszissen-Differenzen mit dx, so ergibt sich der Fehler im Schlusse des Polygones

$$ds = \sqrt{d_y^2 + d_x^2}$$

Ist dieser Fehler im Schlusse des Polygones nach der österreichischen Polygonal-Instruktion, V. Auflage, nicht größer als $0{\cdot}012 \sqrt{(s)} + 0{\cdot}06$, beziehungsweise bei schwierigen Verhältnissen 25% größer, bezogen auf die Summe aller Umfangsseiten des Polygones, so ist dieser Fehler auf die unvermeidlichen Messungsfehler zurückzuführen, und man kann die Unterschiede zwischen den positiven und negativen Summen der Ordinaten- und Abszissen-Differenzen auf diese im Verhältnisse ihrer Größe verteilen, so daß dann die Summen der positiven und negativen Ordinaten- und Abszissendifferenzen einander gleich, daher ihre algebraischen Summen gleich Null werden.

In dem angenommenen Beispiele ergeben sich:

	Ordinaten-	Abszissen-
	Differenzen	
positive Summen	516·31 *m*	490·87 *m*
negative „	515·98 „	491·62 „
	$d_y = 0·33$ *m*	$d_x = 0·75$ *m*

$$\text{daher } d\,s = \sqrt{0·33^2 + 0·75^2} = 0·82 \ m$$

Da die Summe aller Umfangsseiten 1470·21 *m* beträgt, so wäre hierauf bezogen, der gestattete Fehler nach der Formel

$$0·012 \sqrt{(s)} + 0·06 = 0·012 \sqrt{1470} + 0·06 = 0·52 \ m$$

Wird mit Rücksicht auf schwierige Verhältnisse $25^0/_0$ zugeschlagen, so ergibt sich $0·52 + 0·13 = 0·65$ *m*. Der obige Fehler von 0·82 *m* wäre also für strenge Anforderungen schon zu groß und dürfte nicht mehr verteilt werden, obwohl er nur $0·056^0/_0$ oder $\frac{1}{1800}$ der Länge des ganzen Umfanges des Polygones beträgt. Bei weniger strengen Anforderungen und mit Rücksicht auf schwierigeres Terrain kann aber doch noch eine Verteilung stattfinden und es können daher die Unterschiede $d_y = 0·33$ *m* und $d_x = 0·75$ *m* auf die Ordinaten- und Abszissen-Differenzen nach Maßgabe ihrer Größe verteilt werden.

Die Gesamtsummen aller Ordinaten- und Abszissendifferenzen, ohne Rücksicht auf ihre Vorzeichen, betragen:

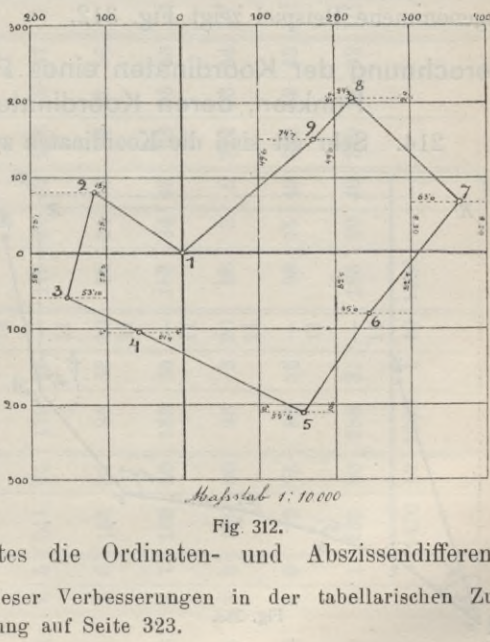
$$516·31 + 515·98 = 1032·29 \ m$$
$$\text{und } 490·87 + 49·621 = 982·49 \ m$$

Die Verbesserung für 100 *m* ergibt sich aus den Proportionen

$$1032·29 : 0·33 = 100 : x, \text{ woraus } x = 0·032 \ m$$
$$\text{und } 982·49 : 0·75 = 100 : x, \quad „ \quad x = 0·075 \ m$$

Es sind somit die positiven Ordinaten-Differenzen um $0·032^0/_0$ zu verkleinern, die negativen zu vergrößern. Die positiven Abszissen-Differenzen sind um $0·075^0/_0$ zu vergrößern, die negativen zu verkleinern.[1])

213. Nachdem die Koordinatendifferenzen ausgeglichen wurden, werden die Koordinaten der Eckpunkte in der in Nr. 206 schon erklärten Weise berechnet, indem man die Ordinate und Abszisse des Punktes 1 mit Null annimmt, und die Ordinaten- und Abszissendifferenzen der Punkte fortlaufend algebraisch addiert. Addiert man zur Ordinate



Maßstab 1:10000

Fig. 312.

und Abszisse des letzten Punktes die Ordinaten- und Abszissendifferenz

[1]) Siehe die Durchführung dieser Verbesserungen in der tabellarischen Zusammenstellung der ganzen Berechnung auf Seite 323.

des Punktes 1, so muß sich bei richtiger Rechnung wieder als Ordinate und Abszisse des Punktes 1 Null ergeben.

In dem angenommenen Beispiele ist also

$y_1 =$	**0·00** *m*	$x_1 =$	**0·00** *m*
$\Delta y_2 =$	— 118·68 „	$\Delta x_2 =$	78·09 „
$y_2 =$	— **118·68** *m*	$x_2 =$	**78·09** *m*
$\Delta y_3 =$	— 34·42 „	$\Delta x_3 =$	— 136·38 „
$y_3 =$	— **153·10** *m*	$x_3 =$	— **58·29** *m*
$\Delta y_4 =$	91·71 „	$\Delta x_4 =$	— 45·68 „
$y_4 =$	— **61·39** *m*	$x_4 =$	— **103·97** *m*
$\Delta y_5 =$	217·00 „	$\Delta x_5 =$	— 106·34 „
$y_5 =$	**155·61** *m*	$x_5 =$	— **210·31** *m*
$\Delta y_6 =$	89·34 „	$\Delta x_6 =$	127·81 „
$y_6 =$	**244·95** *m*	$x_6 =$	— **82·50** *m*
$\Delta y_7 =$	118·09 „	$\Delta x_7 =$	148·29 „
$y_7 =$	**363·04** *m*	$x_7 =$	**65·79** *m*
$\Delta y_8 =$	— 138·85 „	$\Delta x_8 =$	137·06 „
$y_8 =$	**224·19** *m*	$x_8 =$	**202·85** *m*
$\Delta y_9 =$	— 49·51 „	$\Delta x_9 =$	— 53·27 „
$y_9 =$	**174·68** *m*	$x_9 =$	**149·58** *m*
$\Delta y_1 =$	— 174·68 „	$\Delta x_1 =$	— 149·58 „
$y_1 =$	**0**	$x_1 =$	**0**

Auf Seite 323 ist die ganze Berechnung der Koordinaten in tabellarischer Form zusammengestellt.

Die berechneten Ordinaten und Abszissen der Eckpunkte des Polygones werden nun ganz nach Nr. 207 aufgetragen. Diese Konstruktion für das angenommene Beispiel zeigt Fig. 312.

Berechnung der Koordinaten eines Polygonzuges zwischen zwei Punkten, deren Koordinaten gegeben sind.

214. Sehr oft sind die Koordinaten zweier Punkte, bezogen auf irgend eine Abszissenachse, gegeben, und es soll zwischen den beiden Punkten ein Polygonzug gelegt, und die Koordinaten der einzelnen Punkte berechnet werden, und zwar im Anschlusse und mit Ausgleichung auf die gegebenen Koordinaten der beiden Endpunkte. In diesem Falle sind dann auch immer die Richtungswinkel irgend welcher von den beiden gegebenen Punkten ausgehender Richtungen gegeben.

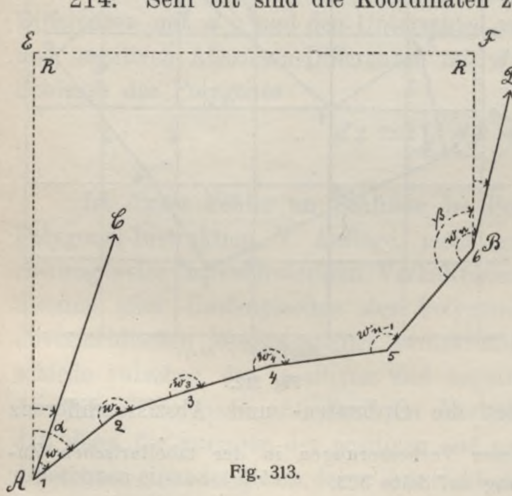


Fig. 313.

Tabellarische Durchführung der Berechnung der Koordinaten.

Polygonpunkt	Entfernung				Innerer Polygonwinkel						Richtungswinkel von Norden über Osten							Koordinaten-Differenzen								Koordinaten			
																		berechnet				verbessert							
Fortlaufendes Nro.	von	nach	Länge		gemessen			verbessert			gemessen (berechnet)			Liegt im Quadranten	reduziert auf den I. Quadranten			Ordinaten-Differenz $a \cdot \sin N$		Abszissen-Differenz $a \cdot \cos N$		Ordinaten-Differenz		Abszissen-Differenz		Ordinate		Abszisse	
			Meter		°	'	"	°	'	"	°	'	"		°	'	"	+	—	+	—	+	—	+	—	±	Meter	±	Meter
1	1	2	142	00	253	56 —	40 12	253	56	28	303	20	—	IV	56	40	—	.	118·64 04	78·03 06	.	.	118·68	78·09	.		0·00		0·00
2	2	3	140	75	70	49	20 11	70	49	9	194	19	9	III	14	19	9	.	34·41 01	.	136·48 10	.	34·42	.	136·38	—	118·68	+	78·09
3	3	4	102	50	102	20	10 11	102	19	59	116	29	8	II	63	30	52	91·74 03	.	.	45·71 03	91·71	.	.	45·68	–	153·10	—	58·29
4	4	5	241	75	179	38	— 11	179	37	49	116	6	57	II	63	53	3	217·07 07	.	.	106·42 08	217·00	.	.	106·34	—	61·39	—	103·97
5	5	6	155	87	98	52	10 11	98	51	59	34	58	56	I	34	58	56	89·37 03	.	127·71 10	.	89·34	.	127·81	.	+	155·61	—	210·31
6	6	7	189	50	183	35	— 11	183	34	49	38	33	45	I	38	33	45	118·13 04	.	148·17 12	.	118·09	.	148·29	.	+	244·95	–	82·50
7	7	8	195	00	96	3	20 11	96	3	9	314	36	54	IV	45	23	6	.	138·81 04	136·96 10	.	.	138·85	137·06	.	+	363·04	+	65·79
8	8	9	72	75	88	16	— 11	88	15	49	222	52	43	III	42	52	43	.	49·50 01	.	53·31 04	.	49·51	.	53·27	+	224·19	+	202·85
9	9	1	230	00	186	31	— 11	186	30	49	229	23	32	III	49	23	32	.	174·62 06	.	149·70 12	.	174·68	.	149·58	+	174·68	+	149·58
			1470	12	1260	1	40	1260	—	—								516 31	515·98	490·87	491·62	516·14	516·14	491·25	491·25				
																		$dy = 0{\cdot}33$		$dx = 0{\cdot}75$									

Es wären z. B. in Fig. 313 die Koordinaten der Punkte A und B und die Richtungswinkel der Richtungen von A gegen C und von B gegen D gegeben. Die Koordinaten der zwischenliegenden Punkte 2, 3, 4 und 5 sind zu berechnen. Es werden zu diesem Zwecke die Längen der einzelnen Strecken 1 bis 2, 2 bis 3, 3 bis 4 u. s. w. gemessen.

Ferner werden die Winkel gemessen, und zwar alle auf derselben Seite des Polygonzuges und derart, daß die vorhergehende Strecke den linken Schenkel bildet. Diese Winkel seien mit w und der Nummer des Punktes bezeichnet. Der erste Winkel w_1 ist der Winkel $C, A, 2$, der letzte Winkel w_6 ist $5, B, D$ (oder allgemein $w_n = n - 1, BD$).

Vor allem müssen die Winkel kontrolliert und ausgeglichen werden. Denkt man sich durch die Punkte A und B Parallele gezogen zur Abszissenachse, und zwischen diesen Parallelen eine Senkrechte EF, so entsteht ein Polygon. Dieses Polygon hat $n + 2$ Ecken, wenn die Anzahl der Punkte von A bis einschließlich B mit n bezeichnet wird. Die theoretische Winkelsumme dieses Polygones ist demnach $(n + 2 - 2) \,.\, 180^0 = n \,.\, 180^0$.

Die wirkliche Winkelsumme des Polygones ist

$$\alpha + w_2 + w_3 + \ldots\ldots\ldots w_{n-1} + \beta + 2R.$$

Nun ist $\alpha =$ Richtungswinkel $AC + w_1$

und $\beta = w_n -$ Richtungswinkel BD.

Werden diese Werte eingesetzt, so ist die wirkliche Winkelsumme:

$$\text{Richtungswinkel } AC + w_1 + w_2 + w_3 + \ldots w_{n-1} + w_n - \text{Richtungswinkel } BD + 180^0.$$

Bezeichnet man die Summe der gemessenen Winkel

$$w_1 + w_2 + w_3 + \ldots w_{n-1} + w_n$$

mit S, so ist die wirkliche Winkelsumme:

$$\text{Richtungswinkel } AC + S - \text{Richtungswinkel } BD + 180^0.$$

Von dieser Formel können aber Abweichungen von $\mp 360^0$ eintreten, und zwar:

1. Wenn der Richtungswinkel $AC >$ als der Richtungswinkel 1, 2, dann ist am Ende statt $+ 180^0$ zu setzen $- 180^0$, und

2. Wenn $w_n <$ Richtungswinkel BD, dann ist zu w_n noch 360^0 zu addieren.

Die durch die obige Formel (eventuell $\mp 360^0$) erhaltene wirkliche Winkelsumme soll gleich sein der theoretischen Summe $n \,.\, 180^0$.

In der Praxis wird sich stets ein Unterschied zeigen, ist dieser pro Punkt nicht größer als die, mit dem zur Winkelmessung verwendeten Instrumente erreichbare Genauigkeit, so kann der Unterschied gleichmäßig auf die gemessenen Winkel w_1 bis w_n verteilt werden.[1])

---

[1]) Nach Vorschrift der österr. Katastral-Instruktion für Polygonal-Aufnahmen soll der ganze Unterschied nicht größer sein als 75 $\sqrt{n}$ Sekunden, nur bei ungünstigen Verhältnissen kann das ein und einhalbfache dieses Wertes noch vorhanden sein.

Hierauf werden nach der bekannten Regel die Richtungswinkel der einzelnen Strecken berechnet, wobei man von dem gegebenen Richtungswinkel der Strecke AC ausgeht, nur muß jetzt der Richtungswinkel dieser Strecke von C gegen A, also um 180^0 verschieden genommen werden. Zum Schlusse muß man, bei richtiger Rechnung, wieder den gegebenen Richtungswinkel der Strecke BD erhalten.

215. Nach Berechnung der Richtungswinkel schreitet man an die Berechnung der Ordinaten- und Abszissendifferenzen der einzelnen Punkte, nach den bekannten Regeln. Die algebraische Summe aller Ordinatendifferenzen soll gleich sein $y_B - y_A$, und ebenso soll die algebraische Summe aller Abszissendifferenzen gleich sein $x_B - x_A$. Zeigen sich Unterschiede d_y und d_x, so wird der Fehler im Anschlusse $d_s = \sqrt{d_y^2 + d_x^2}$ berechnet, und wenn dieser, bezogen auf die Länge (s) des Polygonzuges von A bis B, nach der Vorschrift der österreichischen Polygonal-Instruktion (V. Auflage) den aus der Formel $\Delta s = 0{\cdot}012 \sqrt{(s)} + 0{\cdot}06$ sich ergebenden Fehler nicht übersteigt, so können die Unterschiede auf die einzelnen Koordinaten-Differenzen im Verhältnisse ihrer Größe verteilt werden.

Dann werden in der bekannten Weise die Koordinaten der einzelnen Punkte berechnet, indem man von den gegebenen Koordinaten des Punktes A ausgeht. Bei richtiger Rechnung muß man dann wieder auf die gegebenen Koordinaten des Punktes B kommen.

216. Es wäre z. B. in Fig. 313 gegeben:

$y_A = + \; 81{\cdot}80 \; m, \; x_A = - \; 57{\cdot}13 \; m$

$y_B = + \; 662{\cdot}32 \; m, \; x_B = + \; 252{\cdot}02$ „

Richtungs- (Nord-) Winkel von A gegen $C = 18^0 \; 2' \; 50''$

„ „ „ „ B „ $D = 13^0 \; 31' \; 10''$

Es wurde gemessen:

Winkel $C, A, 2 = w_1 =$	$33^0 \; 18' \; 20''$,	Länge A bis $2 =$	$136{\cdot}15 \; m$
„ $1, 2, 3 = w_2 =$	$199^0 \; 10' \; 50''$,	„ 2 „ $3 =$	$102{\cdot}25$ „
„ $2, 3, 4 = w_3 =$	$182^0 \; 54'$ – '',	„ 3 „ $4 =$	$115{\cdot}75$ „
„ $3, 4, 5 = w_4 =$	$188^0 \; 42'$ —'',	„ 4 „ $5 =$	$156{\cdot}40$ „
„ $4, 5, 6 = w_5 =$	$137^0 \; 30' \; 50''$,	„ 5 „ $B =$	$175{\cdot}80$ „
„ $5, B, D = w_6 =$	$153^0 \; 53' \; 20''$,	„	
$S =$	$895^0 \; 29' \; 20''$,		$686{\cdot}35 \; m$
+ Richtungswinkel $AC = +$	$18^0 \; 2' \; 50''$		
	$913^0 \; 32' \; 10''$		
— Richtungswinkel $BD = -$	$13^0 \; 31' \; 10''$		
	$900^0 \; 1'$ —''		
	$+ 180^0$		
Wirkliche Winkelsumme $=$	$1080^0 \; 1'$ —''		
Theoretische Winkelsumme $6 \times 180^0 =$	1080^0 —' —''		

Daher ist die wirkliche Winkelsumme um 1' zu groß, und es ist jeder der gemessenen 6 Winkel um 10'' kleiner zu machen. Die verbesserten Winkel sind demnach:

$$w_1 = 33^0\ 18'\ 10''$$
$$w_2 = 199^0\ 10'\ 40''$$
$$w_3 = 182^0\ 53'\ 50''$$
$$w_4 = 188^0\ 41'\ 50''$$
$$w_5 = 137^0\ 30'\ 40''$$
$$w_6 = 153^0\ 53'\ 10''$$

Mit diesen Winkeln werden die Richtungswinkel gerechnet, ausgehend von dem gegebenen Richtungswinkel der Richtung AC, welcher aber für die Richtung CA, also um 180^0 verschieden, zu nehmen ist.

Richtungswinkel $CA = 198^0\ 2'\ 50''$
$w_1 = 33^0\ 18'\ 10''$
$231^0\ 21'\ —''$
$— 180^0\ —'\ —''$

Richtungswinkel $1, 2 = 51^0\ 21'\ —''$
$w_2 = 199^0\ 10'\ 40''$
$250^0\ 31'\ 40''$
$— 180^0\ —'\ —''$

Richtungswinkel $2, 3 = 70^0\ 31'\ 40''$
$w_3 = 182^0\ 53'\ 50''$
$253^0\ 25'\ 30''$
$— 180^0\ —'\ —''$

Richtungswinkel $3, 4 = 73^0\ 25'\ 30''$
$w_4 = 188^0\ 41'\ 50''$
$262^0\ 7'\ 20''$
$— 180^0\ —'\ —''$

Richtungswinkel $4, 5 = 82^0\ 7'\ 20''$
$w_5 = 137^0\ 30'\ 40''$
$219^0\ 38'\ —''$
$— 180^0\ —'\ —''$

Richtungswinkel $5, 6 = 39^0\ 38'\ —''$
$w_6 = 153^0\ 53'\ 10''$
$193^0\ 31'\ 10''$
$— 180^0\ —'\ —''$

Richtungswinkel $BD = 13^0\ 31'\ 10''$ wie früher.

Die Berechnung der Koordinaten-Differenzen gestaltet sich folgend:

$a_1 = 136{\cdot}15\ m$, $N_1 = 51^0\ 21'\ —''$, I. Quadrant.

$\log a_1 = 2\ 13402$	$\log a_1 = 2{\cdot}13402$
$\log \sin N_1 = 9{\cdot}89264 - 10$	$\log \cos N_1 = 9{\cdot}79558 - 10$
$\log \Delta y_2 = 2{\cdot}02666$	$\log \Delta x_2 = 1{\cdot}92960$
$\Delta y_2 = 106{\cdot}33\ m$	$\Delta x_2 = 85{\cdot}04\ m$

$a_2 = 102{\cdot}25\ m$, $N_2 = 70^0\ 31'\ 40''$. I. Quadrant.

$\log a_2 = 2{\cdot}00967$	$\log a_2 = 2{\cdot}00967$
$\log \sin N_2 = 9{\cdot}97442 - 10$	$\log \cos N_2 = 9{\cdot}52290 - 10$
$\log \Delta y_3 = 1{\cdot}98409$	$\log \Delta x_3 = 1{\cdot}53257$
$\Delta y_3 = 96{\cdot}40\ m$	$\Delta x_3 = 34{\cdot}09\ m$

$a_3 = 115{\cdot}75\ m$, $N_3 = 73^0\ 25'\ 30''$, I. Quadrant.

$\log a_3 = 2{\cdot}06352$	$\log a_3 = 2{\cdot}06352$
$\log \sin N_3 = 9{\cdot}98157 - 10$	$\log \cos N_3 = 9{\cdot}45525 - 10$
$\log \Delta y_4 = 2{\cdot}04509$	$\log \Delta x_4 = 1{\cdot}51877$
$\Delta y_4 = 110{\cdot}94\ m$	$\Delta x_4 = 33{\cdot}02\ m$

$a_4 = 156{\cdot}40\ m$, $N_4 = 82^0\ 7'\ 20''$, I. Quadrant.

$\log a_4 = 2{\cdot}19424$	$\log a_4 = 2{\cdot}19424$
$\log \sin N_4 = 9{\cdot}99588 - 10$	$\log \cos N_4 = 9{\cdot}13691 - 10$
$\log \Delta y_5 = 2{\cdot}19012$	$\log \Delta x_5 = 1{\cdot}33115$
$\Delta y_5 = 154{\cdot}93\ m$	$\Delta x_5 = 21{\cdot}44\ m$

$a_5 = 175{\cdot}80\ m$, $N_5 = 39^0\ 88'\ -''$, I. Quadrant.

$\log a_5 = 2{\cdot}24502$	$\log a_5 = 2{\cdot}24502$
$\log \sin N_5 = 9{\cdot}80473 - 10$	$\log \cos N_5 = 9{\cdot}88657 - 10$
$\log \Delta y_6 = 2{\cdot}04975$	$\log \Delta x_6 = 2{\cdot}13159$
$\Delta y_6 = 112{\cdot}14\ m$	$\Delta x_6 = 135{\cdot}39\ m$

Die Summen aller berechneten Koordinaten-Differenzen sind:

Ordinaten-Differenzen $= 580{\cdot}74\ m$,	Abszissen-Differenzen $= 308{\cdot}98\ m$
$y_B - y_A = 662{\cdot}32 - 81{\cdot}80 = 580{\cdot}52\ m$,	$x_B - x_A = 252{\cdot}02 - (-57{\cdot}13 = 309{\cdot}15\ m$
$d\,y = 0{\cdot}22\ m$	$d\,x = 0{\cdot}17\ m$

$$d_s = \sqrt{d_y^2 + d_x^2} = \sqrt{0{\cdot}22^2 + 0{\cdot}17^2} = 0{\cdot}28\ m$$

$$0{\cdot}012\ \sqrt{686{\cdot}35} + 0{\cdot}06 = 0{\cdot}37\ m.$$

Da der Fehler im Anschlusse unter der gestatteten Fehlergrenze liegt, können die Unterschiede von 0·22 und 0·17 auf die einzelnen Ordinaten- und Abszissen-Differenzen im Verhältnisse ihrer Größe verteilt werden.

$580{\cdot}74 : 0{\cdot}22 = 100 : x$	$308{\cdot}98 : 0{\cdot}17 = 100 : x$
$x = 0{\cdot}038$	$x = 0{\cdot}055$

Es sind somit alle Ordinaten-Differenzen pro 100 *m* Länge um 0·038 *m* zu verkleinern und die Abszissen-Differenzen pro 100 *m* Länge um 0·055 *m* zu vergrößern. Mit den verbesserten Ordinaten- und Abszissendifferenzen ergibt sich die Berechnung der Ordinaten und Abszissen in folgender Weise:

$y_A = 81{\cdot}80\ m$	$x_A = -\ 57{\cdot}13\ m$
$\Delta y_2 = 106{\cdot}29$ „	$\Delta x_2 = 85{\cdot}09$ „
$y_2 = 188{\cdot}09\ m$	$x_2 = 27{\cdot}96\ m$
$\Delta y_3 = 96{\cdot}36$ „	$\Delta x_3 = 34{\cdot}11$ „
$y_3 = 284{\cdot}45\ m$	$x_3 = 62{\cdot}07\ m$
$\Delta y_4 = 110{\cdot}90$ „	$\Delta x_4 = 33{\cdot}04$ „
$y_4 = 395{\cdot}35\ m$	$x_4 = 95{\cdot}11\ m$
$\Delta y_5 = 154{\cdot}87$ „	$\Delta x_5 = 21{\cdot}45$ „
$y_5 = 550{\cdot}22\ m$	$x_5 = 116{\cdot}56\ m$
$\Delta y_6 = 112{\cdot}10$ „	$\Delta x_6 = 135{\cdot}46$ „
$y_B = 662{\cdot}32\ m$	$x_B = 252{\cdot}02\ m$

Tabellarische Berechnung der Koordinaten.

Polygon-Punkt: Fortlaufendes Nro.	Polygon-Punkt: Bezeichnung	Entfernung: von	Entfernung: nach	Entfernung: Länge (Meter)		Polygonwinkel: gemessen °	′	″	Polygonwinkel: verbessert °	′	″	Richtungswinkel von Norden über Osten: gemessen (berechnet) °	′	″	Liegt im Quadranten	reduziert auf den I. Quadranten °	′	″	Koordinaten-Differenzen berechnet: Ordinaten-Differenz + (Meter)	−	Abszissen-Differenz + (Meter)	−	Koordinaten-Differenzen verbessert: Ordinaten-Differenz + (Meter)	−	Abszissen-Differenz + (Meter)	−	Koordinaten: Ordinate ±	Meter	Abszisse ±	Meter
						Richtungswinkel CA =						198	2	50																
1	A	A	2	136	15	33	18	20 10	33	18	10	51	21	—	I	51	21	.	106·33 —·04	.	85·04 +05	.	106·29	.	85·09	.	+	81·80	—	57·13
2		2	3	102	25	199	10	50 10	199	10	40	70	31	40	I	70	31	40	96·40 —·04	.	34·09 +02	.	96·36	.	34·11	.	+	188·09	+	27·96
3		3	4	115	75	182	54	. 10	182	53	50	73	25	30	I	73	25	30	110·94 —·04	.	33·02 +02	.	110·90	.	33·04	.	+	284·45	+	62·07
4		4	5	156	40	188	42	. 10	188	41	50	82	7	20	I	82	7	20	154·93 —·06	.	21·44 +01	.	154·87	.	21·45	.	+	395·35	+	95·11
5		5	B	175	80	137	30	50 10	137	30	40	39	38	—	I	39	38	.	112·14 —·04	.	135·39 +07	.	112·10	.	135·46	.	+	550·22	+	116·56
6	B			.	.	153	53	20 10	153	53	10	13	31	10	I	13	31	10	.	.	.	.	.	.	.	.	+	662·32	+	252·02
				686	35	895	29	20											580·74	.	308·98	.	580·52	.	309·15	.				
Richtungswinkel $A\ C$						18	2	50				662·32 — 81·80 =							580·52	.		.								
						913	32	10				252·02 – (— 57·13) =							.	.	309·15	.								
Richtungswinkel BD						13	31	10				$d\,y$ =							0·22	.	.	.								
						900	1	—				$d\,x$ =							.	.	0·17	.								
						180	—	—																						
						1080	1	—																						
6 . 190				=		1080	—	—																						
				Zuviel		.	1	.																						

Die ganze Rechnung ist auf Seite 328 in tabellarische Form gebracht. Fig. 314 zeigt die Konstruktion des Polygonzuges.

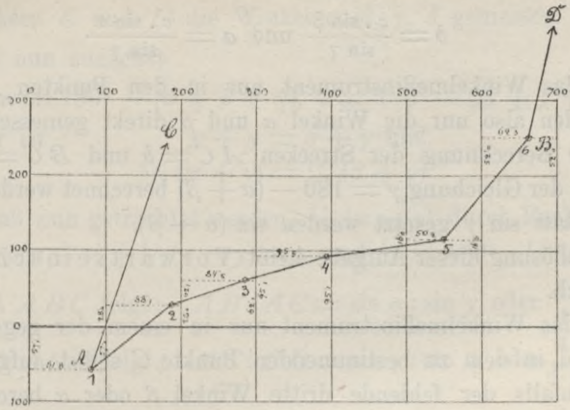


Fig. 314. Maßstab 1 : 10.000

Trigonometrische Punktbestimmung durch Einschneiden.

§ 31.

217. Es sei die Entfernung c zweier Punkte A und B von einander gegeben (Fig. 315) und es ist die Lage eines dritten Punktes C gegen die gegebenen Punkte zu bestimmen. Zu diesem Zwecke ist die Kenntnis der Winkel α und β und der Entfernungen $AC = b$ und $BC = a$ erforderlich.

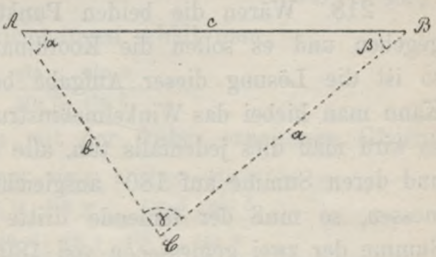


Fig. 315.

Es können für die Auflösung der Aufgabe mehrere Fälle eintreten, nämlich:

1. Es wird in allen drei Punkten A, B und C ein Winkelmeßinstrument aufgestellt.
2. Das Winkelmeßinstrument wird nur in den zwei gegebenen Punkten A und B aufgestellt.
3. Das Winkelmeßinstrument kann nur in einem der gegebenen Punkte A oder B und in dem zu bestimmenden Punkte C aufgestellt werden.
4. Das Winkelmeßinstrument kann weder in A noch in B, sondern nur in C aufgestellt werden.

Kann das Winkelmeßinstrument in allen drei Punkten A, B und C aufgestellt werden, so werden alle drei Winkel α, β und γ des Dreieckes ABC direkt gemessen. Die Summe der drei gemessenen Winkel soll 180^0 betragen; ist dies nicht der Fall und bleibt der Unterschied für einen Winkel unter der mit dem Instrumente erreichbaren Genauigkeit, so kann dieser Unterschied gleichmäßig auf die drei Punkte verteilt werden. Es erübrigt dann nur noch die Berechnung der zwei Strecken $AC = b$ und $BC = a$, welche mittelst des Sinussatzes geschieht, nämlich:

$$b = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma} \text{ und } a = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}.$$

Wird das Winkelmeßinstrument nur in den Punkten A und B aufgestellt, werden also nur die Winkel α und β direkt gemessen, so muß der für die obige Berechnung der Strecken $AC = b$ und $BC = a$ notwendige Winkel γ aus der Gleichung $\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$ berechnet werden, beziehungsweise muß statt $\sin \gamma$ gesetzt werden $\sin (\alpha + \beta)$.

Die Auflösung dieser Aufgabe heißt Vorwärtseinschneiden wie beim Meßtisch.

Kann das Winkelmeßinstrument nur in einem der gegebenen Punkte A oder B und in dem zu bestimmenden Punkte C selbst aufgestellt werden, so muß ebenfalls der fehlende dritte Winkel β oder α berechnet werden, indem die Summe der zwei gemessenen Winkel von 180^0 subtrahiert wird. Diese Aufgabe ist dann das Seitwärtseinschneiden.

Kann das Winkelmeßinstrument nur außerhalb der gegebenen Punkte A und B aufgestellt werden, so nennt man dies die Aufgabe der unzugänglichen Distanz oder das Hansen'sche Problem, dessen Auflösung im nächsten § 32 beschrieben wird.

218. Wären die beiden Punkte A und B durch ihre Koordinaten gegeben und es sollen die Koordinaten des Punktes C ermittelt werden, so ist die Lösung dieser Aufgabe bereits in Nr. 209 beschrieben worden. Kann man hiebei das Winkelmeßinstrument in allen drei Punkten aufstellen, so wird man dies jedenfalls tun, alle drei Winkel α, β und γ direkt messen und deren Summe auf 180^0 ausgleichen. Kann man aber nur zwei Winkel messen, so muß der fehlende dritte Winkel berechnet werden, indem die Summe der zwei gemessenen von 180^0 subtrahiert wird. Im übrigen erfolgt die Auflösung ganz nach Nr. 209, indem zuerst die Richtungswinkel und Längen der Strecken $AB = c$, $AC = b$ und $BC = a$, und mit deren Hilfe die Koordinaten des Punktes C berechnet werden.

Die Aufgabe der unzugänglichen Distanz oder das Hansen'sche Problem.

§ 32.

219. Es wären in Fig. 316 die Punkte A und B unzugänglich, deren Entfernung AB gegeben ist, und es soll die Lage des Punktes C gegen A und B bestimmt werden. Um die Lage des Punktes C, eventuell auch D bestimmen zu können, braucht man die Winkel u, v, x und y und die Entfernungen AC, BC, eventuell AD, BD und CD.

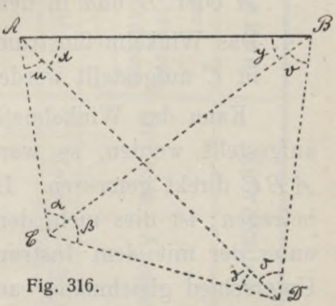


Fig. 316.

Da A und B unzugängliche Punkte sind, in denen man kein Instrument aufstellen kann, so wird noch der Hilfspunkt D notwendig, und es werden in den Punkten C und D die Winkel α, β, γ, δ gemessen.

Es ist nun zunächst

$$u = 180^0 - (\alpha + \beta + \gamma),\ v = 180^0 - (\beta + \gamma + \delta).$$

Ferner ist
$$x + y = \beta + \gamma \text{ und}$$
$$\tfrac{1}{2}(x + y) = \tfrac{1}{2}(\beta + \gamma)$$

Es muß nun getrachtet werden, $\frac{1}{2}(x - y)$ durch Rechnung zu finden, weil dann $\frac{1}{2}(x+y) + \frac{1}{2}(x-y) = x$ und $\frac{1}{2}(x+y) - \frac{1}{2}(x-y) = y$ ist.

Aus $\Delta\, ABC$ folgt: $AB : AC = \sin\alpha : \sin y$ oder $\frac{AB}{AC} = \frac{\sin\alpha}{\sin y}$

Aus $\Delta\, ACD$ folgt: $AC : CD = \sin\gamma : \sin u$ oder $\frac{AC}{CD} = \frac{\sin\gamma}{\sin u}$.

Durch Multiplikation der beiden Gleichungen erhält man:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{\sin\alpha \,.\, \sin\gamma}{\sin u \,.\, \sin y}.$$

Aus $\Delta\, ABD$ folgt: $BD : AB = \sin x : \sin\delta$ oder $\frac{BD}{AB} = \frac{\sin x}{\sin\delta}$

Aus $\Delta\, BCD$ folgt: $CD : BD = \sin v : \sin\beta$ oder $\frac{CD}{BD} = \frac{\sin v}{\sin\beta}$.

Durch Multiplikation dieser Gleichungen erhält man:

$$\frac{CD}{AB} = \frac{\sin v \,.\, \sin x}{\sin\beta \,.\, \sin\delta}$$

und durch abermalige Multiplikation mit der früher erhaltenen Gleichung

$$\frac{AB}{CD} \cdot \frac{CD}{AB} = \frac{\sin\alpha \,.\, \sin\gamma}{\sin u \,.\, \sin y} \cdot \frac{\sin v \,.\, \sin x}{\sin\beta \,.\, \sin\delta}$$

$$1 = \frac{\sin\alpha \,.\, \sin\gamma \,.\, \sin v \,.\, \sin x}{\sin\beta \,.\, \sin\delta \,.\, \sin u \,.\, \sin y}$$

$$\sin\beta \,.\, \sin\delta \,.\, \sin u \,.\, \sin y = \sin\alpha \,.\, \sin\gamma \,.\, \sin v \,.\, \sin x.$$

Hieraus
$$\frac{\sin y}{\sin x} = \frac{\sin\alpha \,.\, \sin\gamma \,.\, \sin v}{\sin\beta \,.\, \sin\delta \,.\, \sin u}$$

Dieser Wert $\frac{\sin y}{\sin x}$ sei mit $\operatorname{tg} z$ bezeichnet.

$$\operatorname{tg} z = \frac{\sin\alpha \,.\, \sin\gamma \,.\, \sin v}{\sin\beta \,.\, \sin\delta \,.\, \sin u}.$$

Es kann somit der Hilfswinkel z mit Hilfe der bekannten Winkel berechnet werden.

Aus der Trigonometrie ist der Satz bekannt: „Die Differenz zweier sinuse verhält sich zu deren Summe wie die Tangente der halben Differenz der betreffenden Winkel, zur Tangente der halben Summe der Winkel". Auf x und y angewendet, gibt dies:

$$\frac{\sin x - \sin y}{\sin x + \sin y} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(x - y)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(x + y)}$$

Wird Zähler und Nenner der linken Seite dieser Gleichung mit sin x dividiert, so erhält man:

$$\frac{\frac{\sin x}{\sin x} - \frac{\sin y}{\sin x}}{\frac{\sin x}{\sin x} + \frac{\sin y}{\sin x}} = \frac{\operatorname{tg} {}^1/_2 (x - y)}{\operatorname{tg} {}^1/_2 (x + y)}$$

$$\frac{1 - \operatorname{tg} z}{1 + \operatorname{tg} z} = \frac{\operatorname{tg} {}^1/_2 (x - y)}{\operatorname{tg} {}^1/_2 (x + y)}$$

$$\frac{1 - \operatorname{tg} z}{1 + \operatorname{tg} z} = \operatorname{cotg}(45^0 + z)$$

$$\frac{\operatorname{tg} {}^1/_2 (x - y)}{\operatorname{tg} {}^1/_2 (x - y)} = \operatorname{cotg}(45^0 + z)$$

$$\operatorname{tg} {}^1/_2 (x - y) = \operatorname{tg} {}^1/_2 (x + y) \,.\, \operatorname{cotg}(45^0 + z).$$

Dann ist weiter:

$$ {}^1/_2 (x + y) + {}^1/_2 (x - y) = x$$
$$ {}^1/_2 (x + y) - {}^1/_2 (x - y) = y \text{ [1]}$$

Hat man die Winkel x und y gefunden, so ist die Berechnung der Entfernungen AC, BC, AD, BD und eventuell CD einfach, nämlich:

$$AC = \frac{AB \,.\, \sin y}{\sin \alpha} \qquad BC = \frac{AB \,.\, \sin (u + x)}{\sin \alpha}$$

$$AD = \frac{AB \,.\, \sin (v + y)}{\sin \delta} \qquad BD = \frac{AB \,.\, \sin x}{\sin \delta}$$

$$CD = \frac{AC \,.\, \sin u}{\sin \gamma} \text{ oder auch } CD = \frac{BD \,.\, \sin v}{\sin \beta}$$

220. Es wäre z. B. gegeben $AB = 813{\cdot}96\ m$.

Gemessen wurde $\sphericalangle\ \alpha = 80^0\ 54'\ 15''$
$\beta = 42^0\ 5'\ 40''$
$\gamma = 17^0\ 55'\ -''$
$\delta = 53^0\ 24'\ 50''$

$$u = 180^0 - (\alpha + \beta + \gamma) = 180 - \frac{\begin{array}{r} 80^0\ 54'\ 15'' \\ 42^0\ \ 5'\ 40'' \\ 17^0\ 55'\ -'' \end{array}}{140^0\ 54'\ 55''} = 39^0\ \ 5'\ \ 5''$$

$$v = 180^0 - (\beta + \gamma + \delta) = 180 - \frac{\begin{array}{r} 42^0\ \ 5'\ 40'' \\ 17^0\ 55'\ -'' \\ 53^0\ 24'\ 50'' \end{array}}{113^0\ 25'\ 30''} = 66^0\ 34'\ 30''$$

$$x + y = \beta + \gamma = 60^0\ -'\ 40''$$
$$ {}^1/_2 (x + y) = {}^1/_2 (\beta + \gamma) = 30^0\ -'\ 20''.$$

---

[1] Dies gilt für den Fall, wenn $x > y$, ist aber $y > x$, dann hat man zu setzen ${}^1/_2 (y - x)$, und es ist dann ${}^1/_2 (x + y) + {}^1/_2 (y - x) = y$ und

$$ {}^1/_2 (x + y) - {}^1/_2 (y - x) = x.$$

$\log\sin\alpha = 9{\cdot}99450 - 10$	$\log\sin\beta = 9{\cdot}82630 - 10$
$\log\sin\gamma = 9{\cdot}48803 - 10$	$\log\sin\delta = 9{\cdot}90470 - 10$
$\log\sin v = 9{\cdot}96264 - 10$	$\log\sin u = 9{\cdot}79966 - 10$
$9{\cdot}44517 - 10$	$9{\cdot}53066 - 10$
$9{\cdot}44517 - 10$	$z = 39^0\ 23'\ 49''$
$9{\cdot}53066 - 10$	$45^0\ -'\ -''$
$\log\operatorname{tg} z = 9{\cdot}91451 - 10$	$45^0 + z = 84^0\ 23'\ 49''$
$z = 39^0\ 23'\ 49''$	

$$\log\operatorname{tg}{}^1/_2\,(x+y) = 9{\cdot}76154 - 10$$
$$\log\operatorname{cotg}(45^0+z) = 8{\cdot}99169 - 10$$
$$\log\operatorname{tg}{}^1/_2\,(x-y) = 8{\cdot}75323 - 10$$
$${}^1/_2\,(x-y) = 3^0\ 14'\ 33''$$

$${}^1/_2\,(x+y) = 30^0\ -'\ 20''$$
$${}^1/_2\,(x-y) = 3^0\ 14'\ 33''$$
$$x = 33^0\ 14'\ 53''$$
$$y = 26^0\ 45'\ 47''$$

$\log AB = 2{\cdot}91060$	$\log AB = 2{\cdot}91060$
$\log\sin y = 9{\cdot}65351 - 10$	$\log\sin(u+x) = 9{\cdot}97902 - 10$
$12{\cdot}56411 - 10$	$12{\cdot}88962 - 10$
$\log\sin\alpha = 9{\cdot}99450 - 10$	$\log\sin\alpha = 9{\cdot}99450 - 10$
$\log AC = 2{\cdot}56961$	$\log BC = 2{\cdot}89512$
$AC = 371{\cdot}20\ m$	$BC = 785{\cdot}45\ m$
$\log AB = 2{\cdot}91060$	$\log AB = 2{\cdot}91060$
$\log\sin(v+y) = 9{\cdot}99926 - 10$	$\log\sin x = 9{\cdot}73899 - 10$
$12{\cdot}90986 - 10$	$12{\cdot}64959 - 10$
$\log\sin\delta = 9{\cdot}90470 - 10$	$\log\sin\delta = 9{\cdot}90470 - 10$
$\log AD = 3{\cdot}00516$	$\log BD = 2{\cdot}74489$
$AD = 1011{\cdot}95\ m$	$BD = 555{\cdot}76\ m$
$\log AC = 2{\cdot}56961$	$\log BD = 2{\cdot}74489$
$\log\sin u = 9{\cdot}79966 - 10$	$\log\sin v = 9{\cdot}96264 - 10$
$12{\cdot}36927 - 10$	$12{\cdot}70753 - 10$
$\log\sin\gamma = 9{\cdot}48803 - 10$	$\log\sin\beta = 9{\cdot}82630 - 10$
$\log CD = 2{\cdot}88124$	$\log CD = 2{\cdot}88123$
$CD = 760{\cdot}75\ m$	$CD = 760{\cdot}73\ m$

$$CD = 760{\cdot}74\ m.$$

221. Es wären die Koordinaten der unzugänglichen Punkte A und B gegeben (Fig. 317) und sollen die Koordinaten eines dritten Punktes C berechnet werden. Zu diesem Behufe ist wieder, wie in der vorigen Aufgabe, ein Hilfspunkt D nötig, und es werden in den Punkten C und D die Winkel α, β, γ, δ gemessen.

Aus den gegebenen Koordinaten der Punkte A und B wird zunächst der Richtungswinkel der Strecke $AB = N_1$ und die Länge der Strecke AB gerechnet, nach Nr. 208, nämlich

$$\operatorname{tang} N_1 = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ und } AB = \frac{y_B - y_A}{\sin N_1} \text{ oder } AB = \frac{x_B - x_A}{\cos N_1}$$

Hierauf erfolgt die Berechnung der Winkel u und v, x und y ganz nach Nr. 219, ebenso die Berechnung der Längen AC und BC, AD und BD.

Dann werden die Richtungswinkel dieser Strecken berechnet, u. zw.:

$$N_2 = N_1 + x, \qquad N_3 = N_1 + x + u$$
$$N_4 = N_1 + 180 - (y + v), \qquad N_5 = N_1 + 180 - y.$$

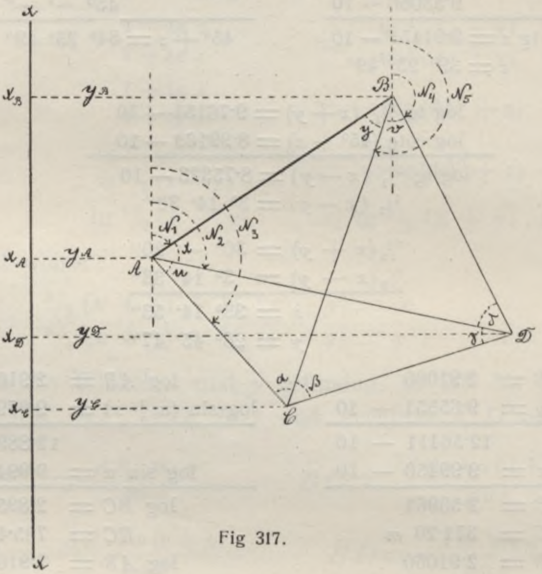


Fig 317.

Schließlich ergeben sich die Koordinaten der Punkte C und D je aus doppelter Berechnung:

$$y_C = y_A + AC \,.\, \sin N_3 \text{ und } y_C = y_B + BC \,.\, \sin N_5$$
$$x_C = x_A + AC \,.\, \cos N_3 \quad „ \quad x_C = x_B + BC \,.\, \cos N_5$$
$$y_D = y_A + AD \,.\, \sin N_2 \quad „ \quad y_D = y_B + BD \,.\, \sin N_4$$
$$x_D = x_A + AD \,.\, \cos N_2 \quad „ \quad x_D = x_B + BD \,.\, \cos N_4$$

222. Es wäre z. B. gegeben:

$y_A = 320{\cdot}25\ m \quad x_A = 654{\cdot}50\ m$

$y_B = 966{\cdot}12\ „ \quad x_B = 1074{\cdot}60\ „$

Gemessen wurde: $\sphericalangle\ \alpha = 61^0\ 9'\ 10''$
$\beta = 54^0\ 56'\ 20''$
$\gamma = 29^0\ 30'\ 20''$
$\delta = 51^0\ 44'\ 40''$

Die Rechnung gestaltet sich in folgender Weise:

$$y_B - y_A = 645{\cdot}87\ m \qquad x_B - x_A = 420{\cdot}10\ m$$

$\log (y_B - y_A) = 2{\cdot}81015$	$\log (y_B - y_A) = 2{\cdot}81015$
$\log (x_B - x_A) = 2{\cdot}62335$	$\log \sin N_1 = 9{\cdot}92339 - 10$
$\log \operatorname{tang} N_1 = 10{\cdot}18680 - 10$	$\log AB = 2{\cdot}88676$
$N_1 = 56^0\ 57'\ 32''$	$AB = 770{\cdot}47\ m$[1]
$\alpha + \beta + \gamma = 145^0\ 35'\ 50''$	$\beta + \gamma + \delta = 136^0\ 11'\ 20''$
$u = 180 - (\alpha + \beta + \gamma) = 180^0 -' -''$	$v = 180 - (\beta + \gamma + \delta) = 180^0 -' -''$
$- 145^0\ 35'\ 50''$	$- 136^0\ 11'\ 20''$
$34^0\ 24'\ 10''$	$43^0\ 48'\ 40''$

[1]) Die Längen der Strecken AB, AC, BC, AD und BD sind eigentlich nicht erforderlich, man braucht nur deren log.

$$x + y = \beta + \gamma = 84^0\ 26'\ 40''$$
$$\tfrac{1}{2}(x + y) = \tfrac{1}{2}(\beta + \gamma) = 42^0\ 13'\ 20''$$
$$\operatorname{tg} z = \frac{\sin\alpha \,.\, \sin\gamma \,.\, \sin v}{\sin\beta \,.\, \sin\delta \,.\, \sin u}$$

$\log\sin\alpha = 9{\cdot}94246 - 10$	$\log\sin\beta = 9{\cdot}91304 - 10$
$\log\sin\gamma = 9{\cdot}69241 - 10$	$\log\sin\delta = 9{\cdot}89501 - 10$
$\log\sin v = 9{\cdot}84029 - 10$	$\log\sin u = 9{\cdot}75205 - 10$
$9{\cdot}47516 - 10$	$= 9{\cdot}56010 - 10$
$9{\cdot}47516 - 10$	$z = 39^0\ 25'\ 57''$
$9{\cdot}56010 - 10$	$+ 45^0\ -'\ -''$
$\log \operatorname{tg} z = 9{\cdot}91506 - 10$	$45^0 + z = 84^0\ 25'\ 57''$
$z = 39^0\ 25'\ 57''$	

$$\log\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(x + y) = 9{\cdot}95782 - 10$$
$$\log\operatorname{cotg}(45^0 + z) = 8{\cdot}98891 - 10$$
$$\log\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(x - y) = 8{\cdot}94673 - 10$$
$$\tfrac{1}{2}(x - y) = 5^0\ 3'\ 18''$$
$$\tfrac{1}{2}(x + y) = 42^0\ 13'\ 20''$$
$$\tfrac{1}{2}(x - y) = 5^0\ 3'\ 18''$$
$$x = 47^0\ 16'\ 38''$$
$$y = 37^0\ 10'\ 2''$$

$\log AB = 2{\cdot}88676$	$\log AB = 2{\cdot}88676$
$\log\sin y = 9{\cdot}78114 - 10$	$\log\sin(u + x) = 9{\cdot}99541 - 10$
$12{\cdot}66790 - 10$	$12{\cdot}88217 - 10$
$\log\sin\alpha = 9{\cdot}94246 - 10$	$\log\sin\alpha = 9{\cdot}94246 - 10$
$\log AC = 2{\cdot}72544$	$\log BC = 2{\cdot}93971$
$AC = 531{\cdot}43\ m$	$BC = 870{\cdot}38\ m$
$\log AB = 2{\cdot}88676$	$\log AB = 2{\cdot}88676$
$\log\sin(v + y) = 9{\cdot}99459 - 10$	$\log\sin x = 9{\cdot}86608 - 10$
$12{\cdot}88135 - 10$	$12{\cdot}75284 - 10$
$\log\sin\delta = 9{\cdot}89501 - 10$	$\log\sin\delta = 9{\cdot}89501 - 10$
$\log AD = 2{\cdot}98634$	$\log BD = 3{\cdot}85783$
$AD = 969{\cdot}04\ m$	$BD = 720{\cdot}83\ m$
$N_1 = 56^0\ 57'\ 32''$	$N_1 = 56^0\ 57'\ 32''$
$x = 47^0\ 16'\ 38''$	$x = 47^0\ 16'\ 38''$
$N_2 = 104^0\ 14'\ 10''$	$u = 34^0\ 24'\ 10''$
	$N_3 = 138^0\ 38'\ 20''$
$N_1 = 56^0\ 57'\ 32''$	$N_1 = 56^0\ 57'\ 32''$
$+ 180^0\ -'\ -''$	$+ 180^0\ -'\ -''$
$236^0\ 57'\ 32''$	$236^0\ 57'\ 32''$
$y + v = 80^0\ 58\ 42''$	$y = 37^0\ 10'\ 2''$
$N_4 = 155^0\ 58'\ 50''$	$N_5 = 199^0\ 47'\ 30''$
$\log AC = 2{\cdot}72544$	$\log BC = 2{\cdot}93971$
$\log\sin N_3 = 9{\cdot}82007 - 10$	$\log\sin N_5 = 9{\cdot}52968 - 10$
$\log(AC \,.\, \sin N_3) = 2{\cdot}54551$	$\log(BC \,.\, \sin N_5) = 2{\cdot}46939$
$AC \,.\, \sin N_3 = 351{\cdot}17\ m$	$BC \,.\, \sin N_5 = -294{\cdot}71\ m$

$$
\begin{array}{rcl}
\log AC & = & 2\cdot72544 \\
\log\cos N_3 & = & 9\cdot87539 - 10 \\ \hline
\log(AC\,.\cos N_3) & = & 2\cdot60083 \\
AC\,.\cos N_3 & = & -\ 398\cdot87\ m \\
\log AD & = & 2\cdot98634 \\
\log\sin N_2 & = & 9\cdot986455 - 10 \\ \hline
\log(AD\,.\sin N_2) & = & 2\cdot972795 \\
AD\,.\sin N_2 & = & 939\cdot27\ m \\
\log AD & = & 2\cdot98634 \\
\log\cos N_2 & = & 9\cdot39079 - 10 \\ \hline
\log(AD\,.\cos N_2) & = & 2\cdot37713 \\
AD\,.\cos N_2 & = & -\ 238\cdot31\ m \\
y_A & = & 320\cdot25\ m \\
AC\,.\sin N_3 & = & 351\cdot17\ " \\ \hline
y_C & = & 671\cdot42\ m \\
x_A & = & 654\cdot50\ m \\
AC\,.\cos N_3 & = & -\ 398\cdot87\ " \\ \hline
x_C & = & 255\cdot63\ m \\
y_A & = & 320\cdot25\ m \\
AD\,.\sin N_2 & = & 939\cdot27\ " \\ \hline
y_D & = & 1259\cdot52\ m \\
x_A & = & 654\cdot50\ m \\
AD\,.\cos N_2 & = & -\ 238\cdot31\ " \\ \hline
x_D & = & 416\cdot19\ m
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
\log BC & = & 2\cdot93971 \\
\log\cos N_5 & = & 9\cdot97356 - 10 \\ \hline
\log(BC\,.\cos N_5) & = & 2\cdot91327 \\
BC\,.\cos N_5 & = & -\ 818\cdot98\ m \\
\log BD & = & 2\cdot85783 \\
\log\sin N_4 & = & 9\cdot60965 - 10 \\ \hline
\log(BD\,.\sin N_4) & = & 2\cdot46748 \\
BD\,.\sin N_4 & = & 293\cdot41\ m \\
\log BD & = & 2\cdot85783 \\
\log\cos N_4 & = & 9\cdot96066 - 10 \\ \hline
\log(BD\,.\cos N_4) & = & 2\cdot81849 \\
BD\,.\cos N_4 & = & -\ 658\cdot40\ m \\
y_B & = & 966\cdot12\ m \\
BC\,.\sin N_5 & = & -\ 294\cdot71\ " \\ \hline
y_C & = & 671\cdot41\ m \\
x_B & = & 1074\cdot60\ m \\
BC\,.\cos N_5 & = & -\ 818\cdot98\ " \\ \hline
x_C & = & 255\cdot62\ m \\
y_B & = & 966\cdot12\ m \\
BD\,.\sin N_4 & = & 293\cdot41\ " \\ \hline
y_D & = & 1259\cdot53\ m \\
x_B & = & 1074\cdot60\ m \\
BD\,.\cos N_4 & = & -\ 658\cdot40\ " \\ \hline
x_D & = & 416\cdot20\ m
\end{array}
$$

Das Pothenot'sche Problem.

§ 33.

223. Es seien drei unzugängliche Punkte A, B und C (Figur 318), deren Lage gegeben ist und mit deren Hilfe die Lage eines vierten Punktes D bestimmt werden soll.

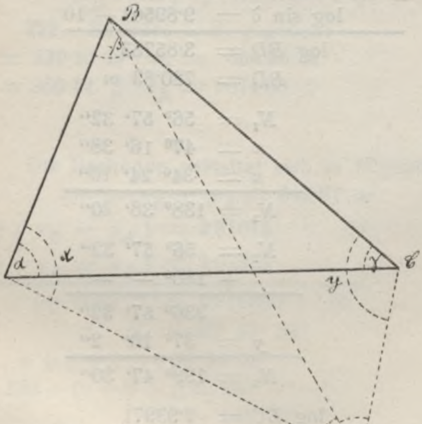


Fig. 318.

Die Winkel α, β und γ, sowie die Seiten a, b und c des Dreieckes ABC sind gegeben. Um die Lage des Punktes D bestimmen zu können, ist die Kenntnis der Winkel x und y, sowie der Entfernungen AD und CD, eventuell auch BD erforderlich.

Da die Punkte A, B, C unzugänglich sind, wird der Theodolit im Punkte D aufgestellt und es werden die Winkel m und n gemessen.

Aus dem Vierecke $ABCD$ ergibt sich zunächst

$$x + y = 360 - (\beta + m + n) \text{ und}$$

$$\tfrac{1}{2}(x + y) = \tfrac{1}{2}\left[360 - (\beta + m + n)\right]$$

Um x und y zu bekommen, ist es nur notwendig, $\tfrac{1}{2}(x - y)$ durch Rechnung zu finden, weil sich dann durch Addition der beiden Werte x, und durch Subtraktion des zweiten Wertes vom ersten y ergibt.

Aus $\Delta\, ABD$ folgt $AB : BD = \sin m : \sin x$ oder $\frac{AB}{BD} = \frac{\sin m}{\sin x}$

„ $\Delta\, BCD$ „ $BD : BC = \sin y : \sin n$ „ $\frac{BD}{BC} = \frac{\sin y}{\sin n}$

durch Multiplikation der beiden Gleichungen erhält man:

$$\frac{AB}{BD} \cdot \frac{BD}{BC} = \frac{\sin m}{\sin x} \cdot \frac{\sin y}{\sin n}$$

$$\text{oder} \quad \frac{AB}{BC} = \frac{\sin m \,.\, \sin y}{\sin n \,.\, \sin x}$$

Aus $\Delta\, ABC$ folgt $BC : AB = \sin \alpha : \sin \gamma$ oder $\frac{BC}{AB} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$

durch Multiplikation dieser Gleichung mit der vorigen ergibt sich:

$$\frac{AB}{BC} \cdot \frac{BC}{AB} = \frac{\sin m \,.\, \sin y}{\sin n \,.\, \sin x} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$1 = \frac{\sin m \,.\, \sin y \,.\, \sin \alpha}{\sin n \,.\, \sin x \,.\, \sin \gamma}$$

Aus $\Delta\, ABC$ folgt ferner $a : c = \sin \alpha : \sin \gamma$ oder $\frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$, daher auch $1 = \frac{\sin m \,.\, \sin y \,.\, a}{\sin n \,.\, \sin x \,.\, c}$

$$\sin m \,.\, \sin y \,.\, a = \sin n \,.\, \sin x \,.\, c$$

$$\frac{\sin y}{\sin x} = \frac{c \,.\, \sin n}{a \,.\, \sin m}$$

Dieser Wert für $\frac{\sin y}{\sin x}$ sei bezeichnet mit $\operatorname{tg} z$, also $\operatorname{tg} z = \frac{c \,.\, \sin n}{a \,.\, \sin m}$

Es kann somit der Hilfswinkel z aus den bekannten Längen c und a und aus den gemessenen Winkeln m und n berechnet werden.

Nun wird wie in Nr. 219 der aus der Trigonometrie bekannte Satz angewendet: „Die Differenz zweier Sinuse verhält sich zur Summe derselben Sinuse, wie die Tangente der halben Differenz der Winkel zur Tangente der halben Summe derselben Winkel.“

$$\frac{\sin x - \sin y}{\sin x + \sin y} = \frac{\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(x - y)}{\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(x + y)}$$

Hiemit werden dieselben Manipulationen vorgenommen, wie in Nr. 219, so daß sich schließlich ergibt:

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(x - y) = \operatorname{cotg}(45^0 + z) \,.\, \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(x + y)$$

Hat man $\tfrac{1}{2}(x - y)$ berechnet, so ergeben sich dann, wie schon oben erwähnt wurde, durch einmal addieren und einmal subtrahieren mit $\tfrac{1}{2}(x + y)$ die Winkel x und y, und mit deren Hilfe die Längen AD, BD und CD nach dem Sinussatze, nämlich:

$$AD = \frac{c \,.\, \sin(x + m)}{\sin m}$$

$$BD = \frac{c \,.\, \sin x}{\sin m}$$

$$CD = \frac{a \,.\, \sin (y + n)}{\sin n}$$

Zu dem Vorstehenden ist noch zu bemerken, daß die entwickelten Formeln für alle möglichen Fälle der Lage des Punktes D gelten, wenn mit x und y stets die Winkel bezeichnet werden, welche die Visuren von D nach A und C mit den Seiten AB und AD bilden, und mit m und n die Winkel der Visuren von D nach A, B und C. Liegt der Punkt D jedoch in einem Scheitelwinkel des Dreieckes ABC, Fig. 319, dann ist $x + y = \beta - (m + n)$.

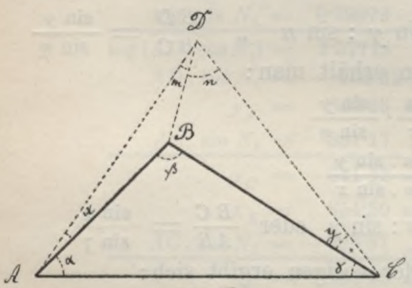


Fig. 319.

Liegt der Punkt D in der Peripherie des durch A, B und C gehenden Kreises, so ist auch hier die Aufgabe eine unbestimmte, so wie bei der graphischen Auflösung mit dem Meßtische, weil dann $x + y = 180^0$, daher $x = 180 - y$ und $y = 180 - x$, so daß beide Winkel unbestimmt sind. Ebenso bildet auch jeder andere in der Peripherie dieses Kreises liegende Punkt mit A, B und C dieselben zwei Winkel m und n.

224. Es wäre z. B. gegeben: (nach Fig. 318)

$\alpha = 66^0\ 34'\ 30''$	$a = 760{\cdot}73\ m$	Gemessen wurde:
$\beta = 71^0\ 19'\ 50''$	$b = 785{\cdot}45$ „	$m = 33^0\ 14'\ 50''$
$\gamma = 42^0\ 5'\ 40''$	$c = 555{\cdot}76$ „	$n = 39^0\ 5'\ 4''$

Die Rechnung gestaltet sich folgend:

$$\begin{aligned} x + y = 360^0 - (\beta + m + n) = 360^0 - {} & 71^0\ 19'\ 50'' \\ & 33^0\ 14'\ 50'' \\ & \underline{39^0\ \ 5'\ \ 4''} \\ & 143^0\ 39'\ 44'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 360^0 - {}' - {}'' \\ & \underline{- 143^0\ 39'\ 44''} = 216^0\ 20'\ 16'' \\ {}^1/_2\,(x + y) &= 108^0\ 10'\ \ 8'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log c &= 2{\cdot}74489 \\ \underline{\log \sin n} &= \underline{9{\cdot}79966 - 10} \\ & 12{\cdot}54455 - 10 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \log a &= 2{\cdot}88123 \\ \underline{\log \sin m} &= \underline{9{\cdot}73898} \\ & 12{\cdot}62021 - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 12{\cdot}54455 - 10 \\ & \underline{- 12{\cdot}62021 \pm 10} \\ \log \operatorname{tg} z &= 9{\cdot}92434 - 10 \\ z &= 40^0\ 2'\ 2'' \end{aligned} \qquad \begin{aligned} z &= 40^0\ 2'\ 2'' \\ & \underline{+ 45^0} \\ z + 45^0 &= 85^0\ 2'\ 2'' \end{aligned}$$

$$\log \operatorname{tang} {}^1/_2 (x + y) = 10{\cdot}48388 - 10$$
$$\log \operatorname{cotg} (45^0 + z) = 8{\cdot}93898 - 10$$
$$\log \operatorname{tang} {}^1/_2 (y - x) = 9{\cdot}42286 - 10$$
$${}^1/_2 (y - x) = 14^0\ 49'\ 47''$$ [1]

$${}^1/_2 (x + y) = 108^0\ 10'\ 8''$$
$${}^1/_2 (y - x) = 14^0\ 49'\ 47''$$
$$x = 93^0\ 20'\ 21''$$
$$y = 122^0\ 59'\ 55''$$

Die Berechnung der Längen AD, BD CD erfolgt nach dem Sinussatze, u. zw.:

$$AD = \frac{c\ .\ \sin\ (m + x)}{\sin\ m}$$

$$BD = \frac{c\ .\ \sin x}{\sin\ m}$$

$$CD = \frac{a\ .\ \sin\ (n + y)}{\sin\ n}$$

$m + x = 126^0\ 35'\ 11''$ $\qquad$ $n + y = 162^0\ 4'\ 59''$

$\log c =$	$2{\cdot}74489$	$\log c =$	$2{\cdot}74489$	$\log a =$	$2{\cdot}88123$
$\log \sin (m + x) =$	$9{\cdot}90469 - 10$	$\log \sin x =$	$9{\cdot}99926 - 10$	$\log \sin (n + y) =$	$9{\cdot}48804 - 10$
	$12{\cdot}64958 - 10$		$12{\cdot}74415 - 10$		$12{\cdot}36927 - 10$
$\log \sin m =$	$9{\cdot}73898 - 10$	$\log \sin m =$	$9{\cdot}73898 - 10$	$\log \sin n =$	$9{\cdot}79966 - 10$
$\log AD =$	$2{\cdot}91060$	$\log BD =$	$3{\cdot}00517$	$\log CD =$	$2{\cdot}56961$
$AD =$	$813{\cdot}96\ m$	$BD =$	$1011{\cdot}98\ m$	$CD =$	$371{\cdot}20\ m$

225. Es wären die drei Punkte A, B und C durch ihre Koordinaten gegeben (Fig. 320), und es sollen die Koordinaten des vierten Punktes D berechnet werden, nachdem man in diesem Punkte die Winkel m und n gemessen hat.

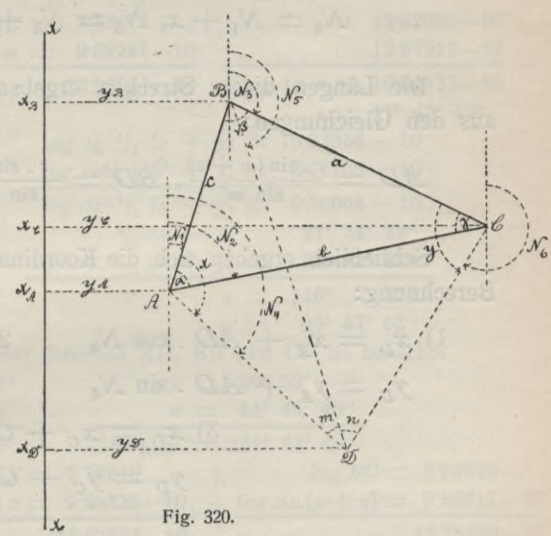


Fig. 320.

Die gegebenen Koordinaten der drei Punkte seien mit $x_A\ y_A$, $x_B\ y_B$, $x_C\ y_C$ die zu suchenden des Punktes D mit $x_D\ y_D$ bezeichnet. Vor allem werden die Richtungswinkel der Seiten AB, AC und BC, welche mit N_1, N_2 und N_3 bezeichnet werden sollen, aus den gegebenen Koordinaten der drei Punkte berechnet. Diese Berechnung geschieht nach Nr. 208, es ist somit $\operatorname{tg} N_1 = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, $\operatorname{tg} N_2 = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$, $\operatorname{tg} N_3 = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}$.

[1]) Weil hier $y > x$, so ist $(x - y)$ negativ zu nehmen.

Aus den Richtungswinkeln ergeben sich dann die Dreieckswinkel:

$$\alpha = N_2 - N_1,\ \beta = N_1 + 180 - N_3 \text{ und } \gamma = N_3 - N_2.$$

Die Summe dieser drei Gleichungen ergibt $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$. Es muß daher auch die Summe der drei berechneten Winkel 180^0 ergeben.

Ferner werden ebenfalls nach Nro. 208 die Seiten AB, AC und BC gerechnet, u. zw.:

$$AB = \frac{y_B - y_A}{\sin N_1},\ AC = \frac{y_C - y_A}{\sin N_2},\ BC = \frac{y_C - y_B}{\sin N_3}$$

Nun sind alle Daten gegeben, wie in Nro. 223, es ist daher

$$\tfrac{1}{2}(x+y) = \tfrac{1}{2}\left[360 - (\beta + m + n\right]$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{c \,.\, \sin n}{a \,.\, \sin m}$$

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(x-y) = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(x+y) \,.\, \operatorname{cotg}(45^0 + z),$$

worauf man x und y erhält.

Dann werden die Richtungswinkel der Strecken AD, BD und CD gerechnet, welche mit N_4, N_5 und N_6 bezeichnet werden. Es ist

$$N_4 = N_1 + x,\ N_5 = N_4 + m,\ N_6 = N_5 + n.$$

Die Längen dieser Strecken ergeben sich mit Hilfe des Sinussatzes aus den Gleichungen:

$$AD = \frac{c \,.\, \sin(m+x)}{\sin m},\ BD = \frac{c \,.\, \sin x}{\sin m},\ CD = \frac{a \,.\, \sin(n+y)}{\sin n}.$$

Schließlich ergeben sich die Koordinaten des Punktes D aus dreifacher Berechnung:

1) $x_D = x_A + AD \,.\, \cos N_4$ 2) $x_D = x_B + BD \,.\, \cos N_5$

$y_D = y_A + AD \,.\, \sin N_4$ $y_D = y_B + BD \,.\, \sin N_5$

3) $x_D = x_C + CD \,.\, \cos N_6$

$y_D = y_C + CD \,.\, \sin N_6$

226. Er wäre z. B. gegeben:

$x_A =$	644·56 m	$y_A =$	328·75 m	Gemessen wurde:
$x_B =$	1150·50 „	$y_B =$	491·52 „	$\sphericalangle\, m = 29^0\ 30'\ 20''$
$x_C =$	810·84 „	$y_C =$	1183·09 „	$\sphericalangle\, n = 51^0\ 44'\ 40''$
$x_C - x_B = -$	339·66 m	$y_C - y_B =$	691·57 m	
$x_C - x_A =$	166·28 „	$y_C - y_A =$	854·34 „	
$x_B - x_A =$	505·94 „	$y_B - y_A =$	162·77 „	

$\log(y_B - y_A) = 2{\cdot}21157$	$\log(y_C - y_A) = 2{\cdot}93163$	$\log(y_C - y_B) = 2{\cdot}83983$
$\log(x_B - x_A) = 2{\cdot}70410$	$\log(x_C - x_A) = 2{\cdot}22084$	$\log(x_C - x_B) = 2{\cdot}53105$
$\log \operatorname{tg} N_1 = 9{\cdot}50747-10$	$\log \operatorname{tg} N_2 = 10{\cdot}71079-10$	$\log N_3 = 10{\cdot}30878-10$
$N_1 = 17^0\ 50'\ 1''$	$N_2 = 78^0\ 59'\ 11''$	$N_3 = 180^0$
		$-\ 63^0\ 50'\ 30''$
		$116^0\ 9'\ 30''$ [1]

$N_2 = 78^0\ 59'\ 11''$	$N_1 = 17^0\ 50'\ 1''$	$N_3 = 116^0\ 9'\ 30''$
$N_1 = 17^0\ 50'\ 1''$	180^0	$N_2 = 78^0\ 59'\ 11''$
$\alpha = 61^0\ 9'\ 10''$	$197^0\ 50'\ 1''$	$\gamma = 37^0\ 10'\ 19''$
	$N_3 = 116^0\ 9'\ 30''$	
	$\beta = 81^0\ 40'\ 31''$	

Kontrolle: $\alpha = 61^0\ 9'\ 10''$

$\beta = 81^0\ 40'\ 31''$

$\gamma = 37^0\ 10'\ 19''$

$\alpha + \beta + \gamma = 180^0\ -'\ -''$

$\log(y_B - y_A) = 2{\cdot}21157$	$\log(y_C - y_A) = 2{\cdot}93163$	$\log(y_C - y_B) = 2{\cdot}83983$
$\log \sin N_1 = 9{\cdot}48608-10$	$\log \sin N_2 = 9{\cdot}99193-10$	$\log \sin N_3 = 9{\cdot}95307-10$
$\log AB = 2{\cdot}72549$	$\log AC = 2{\cdot}93970$	$\log BC = 2{\cdot}88676$
$AB = 531{\cdot}49\ m$ [2]	$AC = 870{\cdot}36\ m$ [2]	$BC = 770{\cdot}47\ m$ [2]

$\beta = 81^0\ 40'\ 31''$	$x + y = 360^0$
$m = 29^0\ 30'\ 20''$	$-\ 162^0\ 55'\ 31''$
$n = 51^0\ 44'\ 40''$	$197^0\ 4'\ 29''$
$162^0\ 55'\ 31''$	$^1/_2(x + y) = 98^0\ 32'\ 15''$

$\log AB = 2{\cdot}72549$	$\log BC = 2{\cdot}88676$	$12{\cdot}62050-10$
$\log \sin n = 9{\cdot}89501-10$	$\log \sin m = 9{\cdot}69241-10$	$12{\cdot}57917-10$
$12{\cdot}62050-10$	$12{\cdot}57917-10$	$\log \operatorname{tg} z = 10{\cdot}04133-10$
		$z = 47^0\ 43'\ 19''$

$z = 47^0\ 43'\ 19''$	$\log \operatorname{tg} {}^1/_2(x + y) = 10{\cdot}82356 - 10$
$+\ 45^0\ -'\ -''$	$\log \operatorname{cotg}(45^0 + z) = 8{\cdot}67708 - 10$
$z + 45^0 = 92^0\ 43'\ 19''$	$\log \operatorname{tg} {}^1/_2(x - y) = 9{\cdot}50064 - 10$
	$^1/_2(x - y) = 17^0\ 34'\ 22''$
	$^1/_2(x + y) = 98^0\ 32'\ 15''$
	$x = 116^0\ 6'\ 37''$
	$y = 80^0\ 57'\ 53''$

Für die Berechnung der Länge der Strecken AD, BD und CD ist zunächst

$x = 116^0\ 5'\ 30''$	$y = 80^0\ 59'\ -''$
$m = 29^0\ 30'\ 20''$	$n = 51^0\ 44'\ 40''$
$x + m = 145^0\ 35'\ 50''$	$y + n = 132^0\ 43'\ 40''$

$\log AB = 2{\cdot}72549$	$\log AB = 2{\cdot}72549$	$\log BC = 2{\cdot}88676$
$\log \sin(x + m = 9{\cdot}75185-10$	$\log \sin x = 9{\cdot}95325-10$	$\log \sin(y + n) = 9{\cdot}86617-10$
$12{\cdot}47734-10$	$12{\cdot}67874-10$	$12{\cdot}75293-10$
$\log \sin m = 9{\cdot}69241-10$	$\log \sin m = 9{\cdot}69241-10$	$\log \sin n = 9{\cdot}89501-10$
$\log AD = 2{\cdot}78493$	$\log BD = 2{\cdot}98633$	$\log CD = 2{\cdot}85792$
$AD = 609{\cdot}44\ m$	$BD = 969{\cdot}02\ m$	$CD = 720{\cdot}97\ m$

[1]) Weil $\dfrac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \dfrac{+}{-}$ so liegt N_3 im II. Quadranten, ist daher 180^0
$-\ 63^0\ 50'\ 30''$
$116^0\ 9'\ 30''$

[2]) Die Längen der einzelnen Strecken sind nicht erforderlich, nur ihre log.

Die Richtungswinkel dieser Strecken findet man folgend:

$N_1 =$	$17^0\ 50'\ 1''$	$N_4 =$	$133^0\ 56'\ 38''$	$N_5 =$	$163^0\ 26'\ 58''$
$x =$	$116^0\ 6'\ 37''$	$m =$	$29^0\ 30'\ 20''$	$n =$	$51^0\ 44'\ 40''$
$N_4 =$	$133^0\ 56'\ 38''$	$N_5 =$	$163^0\ 26'\ 58''$	$N_6 =$	$215^0\ 11'\ 38''$

ferner:

$\log AD =$	2·78493	$\log BD =$	2·98633	$\log CD =$	2·85792
$\log \sin N_4 =$	9·85734	$\log \sin N_5 =$	9·45463—10	$\log \sin N_6 =$	9·76068—10
$\log (AD \,.\, \sin N_4) =$	2·64227	$\log (BD \,.\, \sin N_5) =$	2·44096	$\log (CD \,.\, \sin N_6) =$	2·61860
$AD \,.\, \sin N_4 =$	438·80 m	$BD \,.\, \sin N_5 =$	276·03 m	$CD \,.\, \sin N_6 =$	— 415·53 m
$\log AD =$	2·78493	$\log BD =$	2·98633	$\log CD =$	2·85792
$\log \cos N_4 =$	9·84133—10	$\log \cos N_5 =$	9·98162—10	$\log \cos N_6 =$	9·91233—10
$\log (AD \,.\, \cos N_4) =$	2·62626	$\log (BD \,.\, \cos N_5) =$	2·96795	$\log (CD \,.\, \cos N_6) =$	2·77025
$AD \,.\, \cos N_4 =$	— 422·92 m	$BD \,.\, \cos N_5 =$	— 928·86 m	$CD \,.\, \cos N_6 =$	— 589·19 m

und schließlich

$x_A =$	644·56 m	$x_B =$	1150·50 m	$x_C =$	810·84 m
$AD \,.\, \cos N_4 =$	— 422·92 „	$BD \,.\, \cos N_5 =$	— 928·86 „	$CD \,.\, \cos N_6 =$	— 589·19 „
$x_D =$	221·64 m	$x_D =$	221·64 m	$x_D =$	221·65 m

Als Mittel aus diesen drei Werten $x_D = 221{\cdot}64\ m$

$y_A =$	328·75 m	$y_B =$	491·52 m	$y_C =$	1183·09 m
$AD \,.\, \sin N_4 =$	438·80 „	$BD \,.\, \sin N_5 =$	276·03 „	$CD \,.\, \sin N_6 =$	— 415·53 „
$y_D =$	767·55 m	$y_D =$	767·55 m	$y_D =$	767·56 m

Als Mittel aus den drei Werten $y_D = 767{\cdot}55\ m$.

Vierter Abschnitt.

Die einfachsten Arbeiten am Felde.

Das Abstecken gerader Linien.

§ 34.

227. Wenn zwischen zwei gegebenen Punkten eine gerade Linie abgesteckt werden soll, so hat man darunter die Bestimmung und Bezeichnung mehrerer Punkte der durch die zwei Punkte gegebenen Geraden zu verstehen. Ist die abzusteckende Gerade nicht sehr lang, so kann man die Arbeit mit Absteckstäben ausführen. In die beiden gegebenen Punkte der Geraden wird je ein Absteckstab vollkommen vertikal eingesteckt, der Geometer tritt zwei bis drei Schritte hinter den einen Stab zurück und stellt sich so auf, daß sein Sehstrahl die beiden Stäbe tangiert. Ein Gehilfe hält einen Stab leicht mit der Hand in dessen oberer Hälfte, so daß er sich vertikal stellt, streckt die Hand mit dem Stabe weit von sich und bewegt sich nach gegebenen Zeichen des Geometers entsprechend vor oder zurück, bis der die beiden eingesteckten Stäbe tangierende Sehstrahl auch den dritten Stab tangiert, worauf dieser auf ein gegebenes Zeichen eingesteckt wird.

Keinesfalls darf sich der Geometer damit begnügen, daß der Stab, hinter dem er sich aufgestellt hat, die anderen Stäbe einfach deckt, denn da könnten bedeutende Fehler entstehen.

Besitzt man ein Spiegel- oder Prismenkreuz, so kann die Bestimmung von Punkten, die in der geraden Verbindungslinie zweier gegebener Punkte liegen, auch mittelst dieser Instrumente ganz nach Nro. 124 und 127 geschehen.

Sind sehr viele Punkte zu bestimmen, so bleiben in der Regel in diesen nicht die Absteckstäbe stehen, sondern man ersetzt letztere durch Meßpflöcke.

Wenn die beiden gegebenen Punkte, zwischen welchen die Gerade abgesteckt werden soll, etwas weiter von einander entfernt sind, so wird zuerst mit größter Vorsicht ein Punkt ungefähr in der Mitte zwischen den zwei gegebenen Punkten bestimmt, und dann erst weitere Punkte zwischen diesem und den Endpunkten.

Sehr bequem gestaltet sich das Einwinken der Stäbe, wenn man in einem der gegebenen Punkte ein Instrument aufstellen kann, welches mit einer Visier-Vorrichtung versehen ist. In dem zweiten Punkte wird ein Stab eingesteckt, dieser wird anvisiert und dann immer der vom Gehilfen gehaltene Stab so eingewinkt, daß er ebenfalls von der Visur getroffen wird. Dabei beginnt man natürlich an dem entfernteren Ende.

Besonders ist es sehr vorteilhaft, ein Instrument mit Fernrohr mit Fadenkreuz zu verwenden, wenn die beiden Punkte weiter von einander entfernt sind. Bei sehr weit entfernten Punkten ist dies sogar unbedingt erforderlich.

228. Beträgt die Länge der abzusteckenden Geraden mehrere Kilometer, so ist es selbstverständlich, daß zur Ausführung ein Instrument mit gutem Fernrohr nötig ist. Aber selbst mit einem solchen wird man auf 3 bis 4 *km* einen gewöhnlichen Absteckstab nur unter ausnehmend günstigen Verhältnissen wahrnehmen können. Es ist dann zweckmäßig, auf dem Absteckstabe eine weiße Scheibe von etwa 20 *cm* Durchmesser zu befestigen, welche dann gut anvisiert werden kann. Man visiert zunächst zwei bis drei Punkte in die Gerade ein, um dann mit deren Hilfe die Arbeit fortzusetzen. Selbstverständlich ist schon bei 1 bis 2 *km* Entfernung die Verständigung mit den Gehilfen schwierig, und es müssen besondere Signale verabredet werden. Diese Schwierigkeit wächst mit der Länge der Linie. Bei einer Entfernung von 10 *km* oder darüber werden außerdem nicht nur verschiedene Hindernisse vorhanden sein, welche die Aussicht versperren, und selbst wenn dies nicht der Fall wäre, wird in einer Niederung wegen der dort lagernden Dünste, das Visieren schwer. In einem solchen Falle kann man sich dann derart helfen, daß man sich mit dem Theodolit ungefähr in der Mitte zwischen den beiden Endpunkten und nach Gutdünken möglichst in der Geraden aufstellt, und zwar in einem Punkte, von dem aus man beide,

oder wenigstens einen Endpunkt anvisieren kann. Das wird jetzt vielleicht ganz gut möglich sein, da es sich nur um die Hälfte der Entfernung handelt.

Man visiert einen Endpunkt an, visiert einige Punkte in die Richtung ein, schlägt dann das Fernrohr durch und visiert in dieser Richtung wieder Punkte ein. Die so abgesteckte Gerade wird natürlich nicht (oder bloß durch Zufall) durch den zweiten Endpunkt gehen. Man muß sich jedoch bemühen, daß sie möglichst nahe beim zweiten Endpunkte vorübergeht. Mit Hilfe dieser Geraden können dann Punkte bestimmt werden, welche in der richtigen Geraden liegen, wie in der nächsten Nummer erklärt werden wird.

Sollte dieser Vorgang nicht möglich sein, so könnte man vielleicht eine der in Nr. 233 beschriebenen Methoden wählen, oder wenn auch diese nicht anwendbar wären, so kann die Absteckung bei Nacht, unter Anwendung von Lichtsignalen, stattfinden. Man läßt in dem Punkte, den man anvisieren will, bei Tag einen kleinen Holzstoß errichten, den man am Abend zu einer festgesetzten Stunde von einem Gehilfen anzünden läßt. Kurz vor dem Anzünden kann der Holzstoß, einer lebhafteren Flammenwirkung wegen, mit Petroleum oder Teer begossen werden. Statt eines Holzstoßes kann man auch eine alte leere Teertonne aufstellen, in welcher immer noch ein genügender Rest von Teer vorhanden ist, um durch einige Zeit eine lebhafte Flamme zu geben, welche man anvisieren kann. An zwei bis drei Zwischenpunkten sind Gehilfen postiert mit Stangen, an welchen große Laternen, die ein starkes Licht geben, befestigt sind. Das Dirigieren der Gehilfen in die Gerade muß ebenfalls mit Lichtsignalen geschehen, z. B. durch seitliche Bewegungen einer großen Laterne, die man von einem Gehilfen hin- oder hertragen läßt, oder indem man Raketen schief nach jener Seite hin steigen läßt, nach welcher sich der Gehilfe bewegen soll. Ist er in der Linie, läßt man eine Rakete, oder Leuchtkugeln, senkrecht aufsteigen. Selbstverständlich muß ein Gehilfe nach dem andern in die Linie gebracht werden, und es muß daher verabredet werden, welche Signale jeder Gehilfe auf sich zu beziehen hat; z. B. der erste Gehilfe alle Signale in der ersten halben Stunde, der zweite alle Signale in der zweiten halben Stunde und der dritte alle Signale in der dritten halben Stunde.

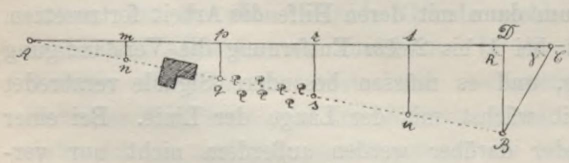


Fig. 321.

229. Oft kommt es beim Abstecken einer Geraden vor, daß man von dem einen Endpunkte aus den zweiten Endpunkt nicht sieht, indem irgend welche Hindernisse dazwischen sind, wie z. B. in Fig. 321. In diesem Falle steckt man dann, möglichst nahe bei dem Hindernis vorübergehend, eine Gerade AC ab, und legt diese in die verlangte Richtung um, indem man mit deren Hilfe die in der verlangten Geraden liegenden Punkte n, q, s, u ermittelt. Oder, wenn durch einen Wald eine nicht sehr lange Linie ab-

gesteckt werden soll, so stellt man in dem zweiten Endpunkte einen Gehilfen auf, den man laut rufen läßt, worauf man die Gerade nach der Richtung des Schalles absteckt. Hiebei wird man natürlich nicht genau in den zweiten Endpunkt B kommen, sondern mehr oder weniger weit daneben, so daß die abgesteckte Gerade AC umgelegt werden muß in die verlangte Richtung AB. Derselbe Fall kann übrigens auch eintreten, wenn die Richtung, in der die Gerade abgesteckt werden soll, gegeben ist, z. B. durch die Größe des Winkels, den sie mit dem magnetischen Meridian oder mit irgend einer anderen Richtung bildet.[1])

Endlich tritt dieser Fall auch ein, wenn man beim Abstecken sehr langer Linien den Theodolit ungefähr in der Mitte zwischen den beiden Endpunkten aufstellt, den einen Endpunkt anvisiert, das Fernrohr durchschlägt, und in dieser Richtung die Gerade absteckt, wie in der vorigen Nummer erklärt wurde.

Wenn es sich also in dem einen oder anderen dieser angedeuteten Fälle darum handelt, die abgesteckte Gerade AC in die verlangte Richtung AB umzulegen, so werden beim Abstecken der Geraden AC in gleichen Entfernungen, z. B. von 100 m, Pflöcke eingeschlagen, z. B. m, p, r, t in Fig. 321. Ist man dann mit der abgesteckten Geraden AC beim Punkte B vorübergekommen, so wird von diesem Punkte auf die Gerade AC die Senkrechte BD gefällt, und deren Fußpunkt D durch einen Pflock bezeichnet. Wäre die Fällung der Senkrechten, wegen zu großer Länge schwierig oder unmöglich, so mißt man die Entfernung BC und mit dem Theodolit den Winkel $BCA = \gamma$ und findet dann $CD = BC \,.\, \cos\gamma$ und $BD = BC \,.\, \sin\gamma$.

Die Entfernung CD wird von C aus aufgetragen, wodurch man den Fußpunkt D der Senkrechten BD erhält.

Denkt man sich nun in den Punkten m, p, r, t Senkrechte errichtet, so kann man die Längen dieser Senkrechten mit Hilfe der entstehenden ähnlichen Dreiecke berechnen, nämlich:

$$Am : AD = mn : DB, \text{ woraus } mn = \frac{Am \,.\, DB}{AD}$$

$$Ap : AD = pq : DB, \quad „ \quad pq = \frac{Ap \,.\, DB}{AD}$$

Sind die Pflöcke m, p, r und t in gleichen Entfernungen eingeschlagen, so ist

$$Ap = 2\,Am, \text{ daher auch } pq = 2\,mn,$$
$$\text{ebenso } rs = 3\,mn,\; tu = 4\,mn.$$

Man errichtet in den Punkten m, p, r und t Senkrechte auf die Gerade AC, und zwar bei geringer Länge (unter 40 m) mit einer Winkeltrommel, Winkelspiegel oder dergl., bei größerer Länge aber mit dem

---

[1]) Siehe Nr. 307, das Abstecken der Schneisen durch einen Wald.

Theodolit, und trägt auf diese Senkrechten die berechneten Längen mn, pq u. s. w. auf. Die erhaltenen Endpunkte liegen in der verlangten Geraden AB.

230. Wenn man eine Gerade in einer bestimmten Richtung abzustecken hat, z. B. nach dem Winkel, den sie mit dem magnetischen Meridian oder mit irgend einer anderen Richtung bildet, so braucht natürlich der zweite Endpunkt nicht sichtbar zu sein. Es kann dann vorkommen, daß man plötzlich, wenn man schon ein Stück der Geraden in der gewünschten Richtung abgesteckt hat, auf irgend welche Hindernisse stößt, z. B. Häuser, Gebüsch oder dergl. Man hat z. B. in Fig. 322 eine Gerade in bestimmter Richtung von A bis B abgesteckt und ist an der weiteren Fortsetzung der Arbeit gehindert Man kann nun in B eine Senkrechte errichten auf AB, welche man so lang macht, als es nötig ist, um bei dem Hindernis vorbeizukommen, z. B. bis C. In C wird wieder eine Senkrechte auf BC errichtet von der erforderlichen Länge bis D, dann wieder in D eine Senkrechte auf CD, und man macht $DE = BC$. Schließlich wird in E wieder eine Senkrechte errichtet auf ED, und in der erhaltenen Richtung wird die Gerade weiter abgesteckt.

Zweckmäßiger ist jedoch folgender Vorgang. Man errichtet nebst BC noch eine zweite Senkrechte $B'C'$ und zwar möglichst weit entfernt von

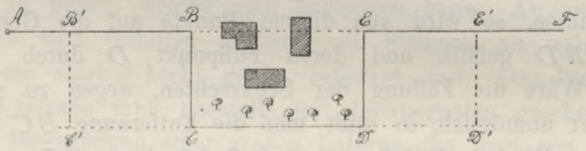


Fig. 322.

BC, macht $B'C'$ genau gleich BC und steckt dann in der Verlängerung der Richtung $C'C$ eine möglichst lange Gerade ab. In dieser nimmt man zwei Punkte D und D' an, errichtet in beiden Punkten Senkrechte auf die Gerade $C'D'$ und macht beide Senkrechte mit den früheren, nämlich mit $B'C'$ und BC gleich lang. Man erhält die Punkte E und E', welche wieder in der verlangten Geraden liegen, und kann in der Verlängerung dieser zwei Punkte die Absteckung fortsetzen.

231. Es wären in die Gerade zwischen den Punkten A und B in Fig. 323 Punkte einzuschalten, die beiden Punkte wären aber unzugänglich, d. h. man kann sich in, oder hinter ihnen nicht aufstellen, um nach Nr. 227 vorgehen zu können.

Ist die Entfernung von A bis B nicht groß und das Terrain eben, so kann man die Aufgabe mit dem Spiegel- oder Prismenkreuze lösen, nach Nr. 124 und 127.

Hat man kein solches Instrument, so kann man bloß mit Absteckstäben die Punkte in folgender Weise einschalten. Man wählt einen Punkt C, von dem man glaubt, daß er in der Geraden zwischen A und B sich befindet, und winkt zwischen C und B eine Stange D und dann zwischen

D und A die Stange E ein. Jetzt nimmt man C weg und winkt zwischen E und B die Stange F ein, nimmt D weg und winkt zwischen F und A die Stange G, und zwischen G und B die Stange H ein. Will man nun wieder zwischen H und A eine Stange einwinken, so sieht man, daß G in

Fig. 323.

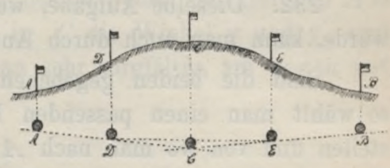


Fig. 324.

dieser Geraden liegt. Es bilden also A, G und H, und ebenso G, H und B Gerade, daher liegen G und H in der Geraden zwischen A und B. Mit Hilfe der Punkte G und H kann man nun weitere Punkte auf gewöhnliche Weise einschalten.

Oder es wäre in Fig. 324 zwischen den Punkten A und B, in deren gerade Verbindungslinie Punkte einzuschalten sind, eine Erhöhung des Terrains, so daß man von einem Punkte zum anderen nicht sieht. Man wählt wieder einen Punkt C, von dem man glaubt, daß er in der Geraden zwischen A und B liegt, und winkt zwischen C und A eine Stange D, und zwischen C und B eine Stange E ein, beide derart, daß man von E nach D sehen kann. Liegen die drei Punkte D, C und E in einer Geraden, so liegen sie auch in der Geraden AB. Liegt aber, wie in der Figur, der Punkt C nicht in der Geraden zwischen D und E, so liegt auch D und E nicht in der Geraden AB, und es wird die Stange C etwas verstellt und das Verfahren wiederholt, bis D, C und E in einer Geraden liegen.

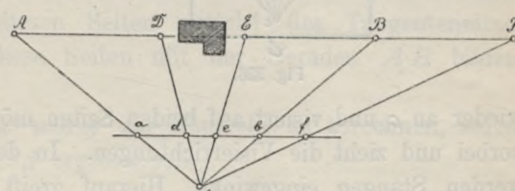


Fig. 325.

Wenn in die Gerade zwischen zwei Punkten A und B neue Punkte einzuschalten sind, und es sind Hindernisse vorhanden, so daß man von einem Punkte zum andern nicht sieht, so kann man auch in folgender Weise vorgehen. (Fig. 325.)

Man wählt einen Hilfspunkt C, von dem man nach A und B sehen und messen kann, mißt diese Entfernungen und schlägt je in $\frac{1}{n}$ dieser Längen, z. B. in $^1/_3$ oder $^1/_2$ von C aus, die Pflöcke a und b ein. Dann nimmt man in der Geraden ab zwei Punkte d und e an, so daß die Visuren über Cd und Ce knapp bei dem Hindernisse vorübergehen, mißt die Entfernungen Cd und Ce und trägt sie in der Verlängerung dieser Richtungen n mal auf, so erhält man die Punkte C und D in der Geraden AB und kann diese nun zur Bestimmung weiterer Punkte verwenden.

Ebenso geht man vor, wenn ein Punkt in der Verlängerung von AB bestimmt werden soll, um den man dann in der Verlängerung von ab einen Punkt f annimmt und die Länge Cf in der Verlängerung dieser Richtung n mal aufträgt.

232. Dieselbe Aufgabe, welche in der vorigen Nummer beschrieben wurde, kann man auch durch Anwendung eines Meßtisches auflösen.

Sind die beiden gegebenen Punkte A und B zugänglich (Fig. 326), so wählt man einen passenden Hilfspunkt C, wo man den Meßtisch aufstellen und von wo man nach A und B bequem sehen und messen kann. In diesem Punkte C wird der Tisch aufgestellt, das Brett horizontal gerichtet und der Punkt C auf das Tischblatt projiziert. Nun legt man an diesen Punkt c das Diopterlineal, visiert nach den Punkten A und B und trägt auf die gezogenen Visierrichtungen in möglichst großem Maßstabe das verjüngte Maß der vorher gemessenen Entfernungen CA und CB auf. Man bestimmt also die Lage der Punkte A und B auf dem Tische durch Visieren und Messen. (Nr. 156.) Nun verbindet man die auf dem Tische erhaltenen zwei Punkte a und b durch eine Gerade, legt das Diopterlineal wieder an c und visiert auf beiden Seiten möglichst knapp an dem Hindernis vorbei und zieht die Visierrichtungen. In der Richtung der beiden Visuren werden Stangen eingewinkt. Hierauf greift man am Transversalmaßstabe die Längen cd und ce sorgfältig ab und läßt diese in der Richtung der eingesteckten Stangen auftragen, so erhält man die in der Geraden AB liegenden Punkte D und E. In derselben Weise könnte man auch einen in der Verlängerung von AB liegenden Punkt F erhalten.

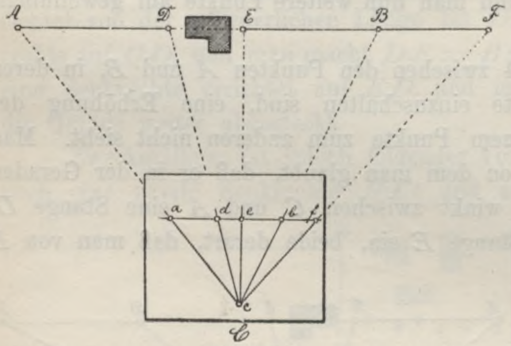


Fig. 326.

Wären die beiden Punkte A und B unzugänglich, so daß man zu ihnen nicht hinmessen kann, so wählt man nebst dem Punkt C noch einen zweiten geeigneten Hilfspunkt D (Fig. 327) und bestimmt die Lage der Punkte A und B auf dem Tische durch „Vorwärtsabschneiden“ (Nr. 157), worauf man in derselben Weise weiter arbeitet, wie oben erklärt wurde.

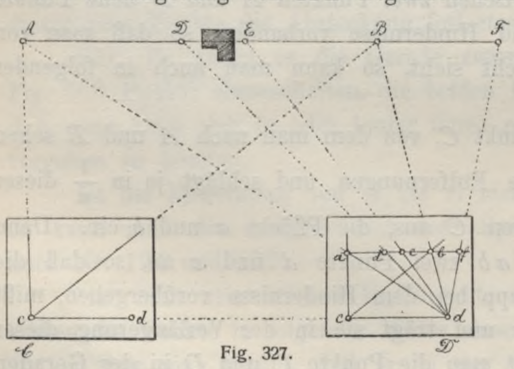


Fig. 327.

233. In viel genauerer Weise als mit dem Meßtische läßt sich die Einschaltung von Punkten in die Gerade zwischen zwei gegebenen Punkten, besonders bei größerer Entfernung von einander, durch trigonometrische Berechnung durchführen.[1])

Man wählt zwei Punkte C und D zu beiden Seiten der Geraden AB (Fig. 328) und mißt mit dem Theodolit in C die Winkel γ und γ', und in D die Winkel δ und δ', ferner mißt man sehr sorgfältig, am besten mit

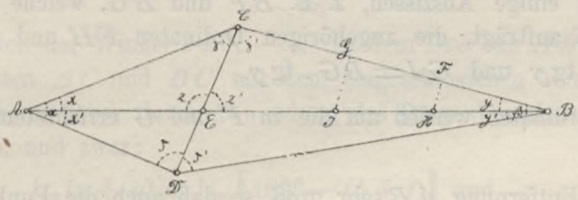


Fig. 328.

Meßlatten, die Länge der Geraden CD. Außerdem ist es vorteilhaft, auch in den Punkten A und B die Winkel α und β zu messen, um die Winkelsummen in den beiden Dreiecken ACD und BCD auf je 180^0 ausgleichen zu können.

Mit Hilfe der gemessenen Länge CD und der Winkel kann man mit dem Sinussatze die Dreiecksseiten AC und BC oder AD und BD durch Rechnung finden, und mit diesen Seiten mittelst des Tangentensatzes wieder die Winkel, welche diese Seiten mit der Geraden AB bilden, z. B. x und y.

Es ist jedoch gut, auch x' und y' zur Kontrolle zu berechnen, indem sich $x + x' = \alpha$ und $y + y' = \beta$ ergeben soll.

Es ergibt sich also:

$$AC = \frac{CD \,.\, \sin \delta}{\sin \alpha}, \quad BC = \frac{CD \,.\, \sin \delta'}{\sin \beta}$$

$$AD = \frac{CD \,.\, \sin \gamma}{\sin \alpha}, \quad BD = \frac{CD \,.\, \sin \gamma'}{\sin \beta}$$

$$\tfrac{1}{2}(x + y) = \tfrac{1}{2}\left[180 - (\gamma + \gamma')\right]$$

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(x - y) = \frac{(BC - AC) \,.\, \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(x + y)}{BC + AC}$$

$$x = \tfrac{1}{2}(x + y) + \tfrac{1}{2}(x - y), \quad y = \tfrac{1}{2}(x + y) - \tfrac{1}{2}(x - y).$$

Mit Hilfe der Winkel x und y ergibt sich nach dem Sinussatze

$$CE = \frac{AC \,.\, \sin x}{\sin (x + \gamma)} \quad \text{oder} \quad CE = \frac{BC \,.\, \sin y}{\sin (y + \gamma')}.$$

Diese berechnete Länge CE wird von C aus auf die Gerade CD aufgetragen, wodurch man den Punkt E in der Geraden AB erhält. Zu diesem Behufe ist es gut, bei der ersten Messung der Geraden CD für

[1]) Nach „Elemente der Vermessungskunde von Dr. Carl Max v. Bauernfeind, II. Band."

die Berechnungen etwa von 100 zu 100 oder 40 zu 40 *m* Pflöcke einzuschlagen, damit man nicht die ganze Länge CE noch einmal auftragen muß, sondern nur den Rest über 100 oder 40.

Will man noch weitere Punkte haben, so berechnet man den Winkel Z oder Z', und zwar $Z = 180 - (x + y)$ oder $Z' = 180 - (y + y')$, stellt den Theodolit in E auf und trägt diese Winkel an die Gerade EC auf, worauf man in der Richtung der Visur Stangen einwinkt. Oder man berechnet für einige Abszissen, z. B. BF und BG, welche man in der Richtung BC aufträgt, die zugehörigen Ordinaten FH und GJ, nämlich $FH = FB \,.\, \mathrm{tg}\, y$ und $GJ = BG \,.\, \mathrm{tg}\, y$.

Diese Ordinaten werden auf die in F und G errichteten Senkrechten aufgetragen.

Ist die Entfernung AB sehr groß, so daß auch die Punkte C und D zu weit von A und B entfernt wären, so kann man zu beiden Seiten der

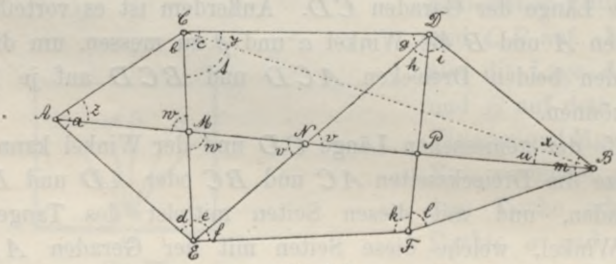


Fig. 329.

Geraden AB mehrere Punkte, z. B. C, D, E und F annehmen (Fig. 329). Diese müssen aber derart gewählt werden, daß sie die Aufstellung des Theodolits und das Visieren nach den anderen Punkten gestatten, und daß die entstehenden Dreiecke keine zu spitzen oder zu stumpfen Winkel enthalten. Mit dem Theodolit mißt man dann in den Punkten A, B, C, D, E, F die Winkel a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, und gleicht in jedem Dreiecke, nämlich ACE, CED, EDF und DFB die Summe der drei Winkel auf 180^0 aus.

Eine Dreiecksseite wird als Basis sehr sorgfältig mit Meßlatten gemessen, z. B. CE, so lassen sich dann alle übrigen Dreiecksseiten durch Rechnung finden, nämlich:

$$AC = \frac{CE \,.\, \sin d}{\sin a}, \qquad AE = \frac{CE \,.\, \sin b}{\sin a}, \qquad CD = \frac{CE \,.\, \sin e}{\sin g},$$

$$DE = \frac{CE \,.\, \sin c}{\sin g}, \qquad EF = \frac{DE \,.\, \sin h}{\sin k}, \qquad DF = \frac{DE \,.\, \sin f}{\sin k},$$

$$BD = \frac{DF \,.\, \sin l}{\sin m}, \qquad BF = \frac{DF \,.\, \sin i}{\sin m}.$$

In dem Dreiecke CDB kann man dann die Winkel x und y berechnen, mit Hilfe der beiden Seiten CD und DB und des eingeschlossenen Winkels $(g + h + i)$, nämlich $^1/_2 (x + y) = {^1/_2} \left[180^0 - (g + h + i)\right]$ und

$$\operatorname{tg} {^1/_2} (x - y) = \frac{(CD - DB) \cdot \operatorname{tg} {^1/_2} (x + y)}{CD + DB}.$$

Ferner kann man in dem Dreiecke CDB die Seite CB berechnen, und zwar:

$$CB = \frac{CD \cdot \sin (g + h + i)}{\sin x},$$

weiter ergibt sich der Winkel $t = c - y$. In dem Dreiecke ABC sind jetzt die beiden Seiten AC und BC mit dem eingeschlossenen Winkel $(b + t)$ bekannt, man kann daher durch Anwendung des Tangentensatzes die Winkel z und u finden, und zwar:

$$^1/_2 (z + u) = {^1/_2} \left[180^0 - (b + t)\right] \text{ und}$$

$$\operatorname{tg} {^1/_2} (z - u) = \frac{(CB - AC) \cdot \operatorname{tg} {^1/_2} (z + u)}{CB + AC}.$$

Auch die Länge AB kann man berechnen.

Dann ist weiter $\sphericalangle w = 180^0 - (b + z)$

und daher $$CM = \frac{AC \cdot \sin z}{\sin (b + z)}.$$

Man hat also nur CM in der Richtung von C gegen E aufzutragen, um den in der Geraden AB liegenden Punkt M zu bekommen. Um den Punkt N zu finden, ermittelt man die Länge EN in folgender Weise

$$EM = CE - CM, \qquad \sphericalangle v = 180^0 - (e + w),$$

$$EN = \frac{EM \cdot \sin w}{\sin v} = \frac{EM \cdot \sin (b + z)}{\sin (b + z - e)}.$$

Endlich ist $$DP = \frac{BD \cdot \sin (x + u)}{\sin (i + x + u)}.$$

Man trägt also auch noch die Längen EN in der Richtung von E gegen D und DP in der Richtung von D gegen F auf und hat somit die in der Geraden AB liegenden Punkte M, N, P erhalten.

234. Um den Durchschnittspunkt zweier Geraden AB und CD zu bestimmen (Fig. 330), werden die Geraden durch Stangen A, B, C und D bezeichnet. Hinter A und B stellt sich je ein Geometer so auf, daß sein Sehstrahl die Stangen A und B, beziehungsweise C und D tangiert. Ein Gehilfe mit einer Stange E begibt sich in die Mitte, und wird zuerst von einem Geometer z. B. in die Gerade AB, dann von dem zweiten in die Gerade CD eingewinkt. Nach mehrmaliger Wiederholung dieses Verfahrens wird die Stange E von beiden Sehstrahlen tangiert werden und sich im Durchschnittspunkte der beiden Geraden befinden.

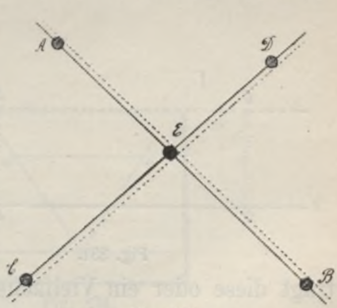


Fig. 330.

Bequemer ist die Arbeit, wenn in den beiden Punkten A und C je ein Instrument mit einer Visier-Vorrichtung aufgestellt werden kann, mittelst welcher die in B und D befindlichen Stangen anvisiert werden, worauf die Stange E nacheinander in die beiden Visuren eingewinkt wird.

Auch mittelst eines Spiegel- oder Prismenkreuzes kann man diese Aufgabe lösen. Man begibt sich mit diesem Instrumente in den beiläufigen Durchschnittspunkt, stellt sich zuerst in die eine Gerade, z. B. AB, dreht dann das Instrument gegen C und D und stellt sich in diese Gerade. Dann wendet man das Instrument wieder gegen A und B u. s. w., bis nach mehrfachen Versuchen sowohl die Spiegelbilder der Stangen A und B, als auch C und D vertikal übereinander erscheinen, worauf der Punkt auf den Erdboden gesenkelt und bezeichnet wird.

Abstecken von parallelen Linien.

§ 35.

235. Wenn durch einen gegebenen Punkt C eine Parallele zu einer Geraden AB abgesteckt werden soll (Fig. 331), so fällt man von dem Punkte C auf die Gerade AB eine Senkrechte CD und mißt deren Länge. Dann errichtet man in einem beliebigen Punkte der Geraden AB, jedoch möglichst weit von D entfernt, eine Senkrechte und macht $EF = CD$. Die Gerade CF ist dann parallel zu AB.

Weniger zweckmäßig wäre jener Vorgang, daß man vom Punkte C die Senkrechte CD auf AB fällt und dann in C wieder eine Senkrechte auf CD errichtet, welche parallel ist zu AB.

Soll durch den Punkt C eine Parallele zur Geraden AB abgesteckt werden (Fig. 332), so kann dies auch mit Hilfe eines Dreieckes in folgender Weise geschehen:

Man steckt durch den Punkt C eine beliebige Gerade ab, welche die Gerade AB schneidet, z. B. in D. Nun mißt man die Länge CD und

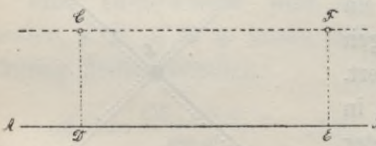


Fig. 331.

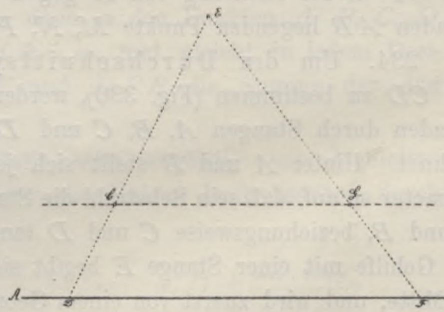


Fig. 332.

trägt diese oder ein Vielfaches von C aus auf die Verlängerung der Geraden auf, so daß z. B. $CE = 2\ CD$ ist. Hierauf wird durch E eine zweite Gerade abgesteckt, welche ebenfalls die Gerade AB schneidet, z. B in F, so daß also ein nicht zu spitzes Dreieck DEF entsteht. Die Seite EF

wird nun in demselben Verhältnisse geteilt wie DE, d. h. es wird z. B. wieder ein Drittel der ganzen Länge von F aus aufgetragen, so erhält man den Punkt G und es ist $CG \parallel AB$.

236. Befände sich in der Verlängerung der Geraden AB, zu welcher durch C eine Parallele abzustecken ist (Fig. 333), ein Punkt G in unendlicher Entfernung, so könnte man durch den Punkt C eine Gerade von der gewünschten Länge in der Richtung CG abstecken, und diese wäre zu AB parallel.

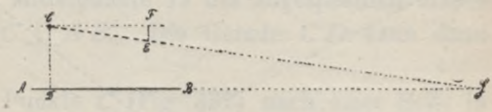


Fig. 333.

Ist jedoch der Punkt G nicht unendlich weit entfernt, so ist auch die in der Richtung CG abgesteckte Gerade CE nicht parallel zu AB, sondern die erstere weicht im Punkte E um das Stück EF von der wirklich Parallelen CF ab.

Es verhält sich

$$CD : EF = DG : CF$$

$$EF = \frac{CD \, . \, CF}{DG}.$$

Der Fehler wird umso kleiner, je kleiner der Abstand CD des gegebenen Punktes C von der Geraden AB ist, je kürzer CF, die abzusteckende Parallele, ist, und je weiter der Punkt G entfernt ist.

Von diesem Verfahren macht man häufig Anwendung, wenn durch einen auf dem Meßtische gegebenen Punkt eine Parallele gezogen werden soll zu einer ebenfalls am Meßtische gegebenen Geraden. Man legt dann an diese Gerade das Diopterlineal und dreht das Tischbrett, bis irgend ein möglichst weit entfernter Punkt in der Visur erscheint. Hierauf legt man das Diopterlineal an den gegebenen Punkt, visiert (bei festgeklemmtem Tischbrett) den entfernten Punkt wieder an und zieht dann an der Kante des Diopterlineals die Linie. In diesem Falle sind dann alle oben genannten Bedingungen vorhanden, daß der entstehende Fehler nicht merkbar und die gezogene Linie hinreichend genau parallel ist zu der gegebenen Geraden.

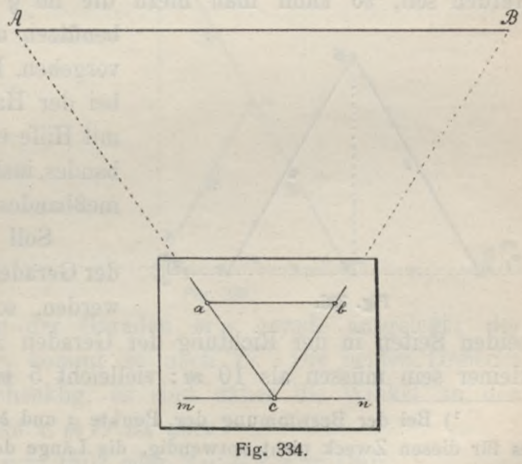


Fig. 334.

237. Ist der Punkt C, durch welchen eine Parallele abzustecken ist, weit, z. B. einige hundert Meter von der Geraden AB entfernt, so kann man zur Ausführung der Arbeit mit Vorteil den Meßtisch verwenden. Sind die Punkte A und B zugänglich und hat

der Punkt C eine solche Lage, daß man von ihm bequem nach A und B visieren und messen kann, so stellt man den Meßtisch im Punkte C auf und bestimmt nach Nr. 156 durch Visieren und Messen die den Punkten A und B entsprechenden Punkte a und b am Tische. (Fig. 334.) Es ist nun $ab \parallel AB$, man zieht daher am Tische durch c eine Parallele mn zu ab, legt das Diopterlineal an mn und winkt in der Richtung der Visur Stangen ein.

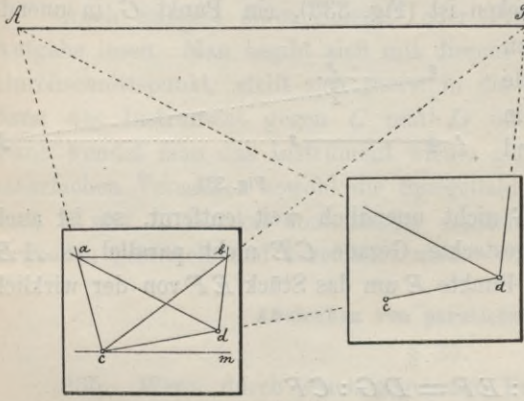


Fig. 335.

Könnte man von C aus nicht nach A und B messen, so wählt man einen Hilfspunkt D (Fig. 335), stellt den Tisch zuerst in D, dann erst in C auf und bestimmt die Punkte a und b auf dem Meßtische nach Nr. 157 durch Visieren und Schneiden. Es wird also wieder $ab \parallel AB$ erhalten; man zieht dann durch c wieder eine Parallele cm zu ab, legt an diese das Diopterlineal und winkt in der Richtung der Visur Stangen ein.[1])

Das Abstecken und Übertragen von Winkeln.

§ 36.

238. Wenn ein rechter Winkel abgesteckt, d. h. in einem Punkte einer Geraden auf diese eine Senkrechte errichtet, oder von einem Punkte außerhalb einer Geraden auf letztere eine Senkrechte gefällt werden soll, so kann man hiezu die im § 26 beschriebenen Instrumente benützen und in der dort erklärten Weise vorgehen. Hat man kein solches Instrument bei der Hand, so kann man aber auch mit Hilfe einer Meßkette oder eines Meßbandes, insbesondere mittelst eines Leinenmeßbandes die gestellte Aufgabe ausführen.

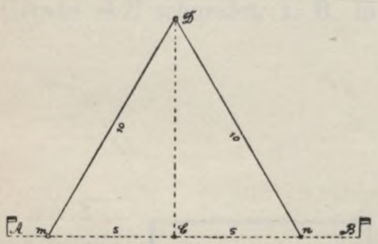


Fig. 336.

Soll z. B. in Fig. 336 im Punkte C der Geraden AB eine Senkrechte errichtet werden, so trägt man von C aus nach beiden Seiten in der Richtung der Geraden AB gleiche Stücke auf, welche kleiner sein müssen als 10 m; vielleicht 5 m nach jeder Seite. So erhält

[1]) Bei der Bestimmung der Punkte a und b durch Visieren und Schneiden ist es für diesen Zweck nicht notwendig, die Länge der Standlinie CD zu messen, es genügt, wenn diese Länge abgeschätzt oder beliebig angenommen wird, weil es sich ja nicht darum handelt, die Gerade ab in einem bestimmten Verhältnisse, sondern nur parallel zu AB zu erhalten.

man die Punkte m und n. In diesen Punkten werden die beiden Endmarken der Meßkette oder des Bandes festgehalten (wenn Endringe vorhanden sind, durch Einstecken von Markiernägeln), dann faßt man die Kette oder das Band in der Mitte (beim 10. Meter) und spannt an, so entsteht ein gleichschenkliges Dreieck mnD, in welchem die Basis halbiert ist. Wenn man daher bei dem Mittelpunkte D des angespannten Maßes einen Pflock einschlägt, so ist $DC \perp AB$. Die Gerade CD kann dann entsprechend verlängert werden.

Oder man trägt von dem Punkte C (Fig. 337) nach einer Seite in der Richtung der Geraden 6 m auf, wodurch man einen Punkt m erhält. Nun wird der Anfangspunkt des Maßes in C, der 18. Meter in m festgehalten, dann faßt man das Maß beim 8. Meter und spannt an, so entsteht ein Dreieck CmD, dessen Seiten 6, 8 und 10 m lang sind, es ist daher

$$6^2 + 8^2 = 10^2,$$

und somit $CD \perp AB$. CD wird wieder entsprechend verlängert.

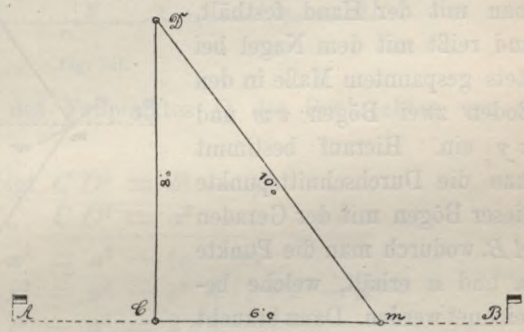


Fig. 337.

Auf eine dritte Art kann man die Senkrechte in folgender Weise errichten (Fig 338). Man trägt von C aus nach einer Seite in der Richtung der Geraden ein beliebiges, aber nicht größeres Stück als etwa 10 m auf und erhält den Punkt m, hält die Endpunkte des Maßes in C und m fest, faßt in der Mitte beim 10. Meter und spannt an. Der so erhaltene Punkt n wird bezeichnet, das Maß wird jetzt in den Punkten m und n festgehalten, dagegen der in C befindliche Endpunkt losgemacht und das Maß in der Verlängerung der Geraden mn gerade ausgelegt; der Endpunkt, der früher in C war, kommt so nach D. Die beiden Dreiecke Cmn und CnD sind gleichschenklig, es sind daher die Winkel an den Grundlinien gleich. Im Dreiecke CmD ist aber

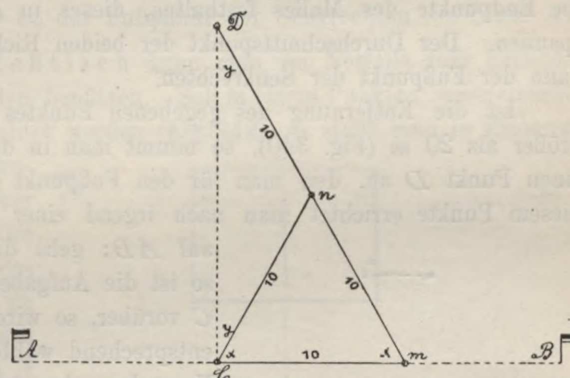


Fig. 338.

$$\sphericalangle y + (y + x) + x = 180^0 \text{ oder } 2y + 2x = 180^0,$$

daher $y + x = 90^0$ und somit $DC \perp AB$ und CD kann nötigenfalls verlängert werden.

Wäre von einem Punkte C außerhalb einer Geraden AB auf diese eine Senkrechte zu fällen (Fig. 339), so kann man auch in verschiedener Weise vorgehen.

Ist der Boden ganz eben und frei, ist ferner die Entfernung des Punktes C von der Geraden AB kleiner als 20 m, so hält man das Ende des Maßes im Punkte C fest, indem man durch den Endring einen Markiernagel in den Boden steckt, spannt das Maß an, steckt durch den zweiten Endring ebenfalls einen Nagel, den man mit der Hand festhält, und reißt mit dem Nagel bei stets gespanntem Maße in den Boden zwei Bögen vw und xy ein. Hierauf bestimmt man die Durchschnittspunkte dieser Bögen mit der Geraden AB, wodurch man die Punkte m und n erhält, welche bezeichnet werden. Dann braucht man nur die Entfernung mn zu messen und zu halbieren, so ist der Halbierungspunkt D der Fußpunkt der Senkrechten von C auf AB.

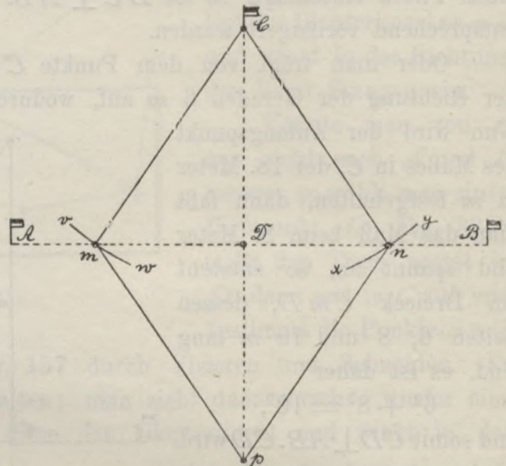


Fig. 339.

Statt die Entfernung mn zu messen, kann man aber auch in m und n die Endpunkte des Maßes festhalten, dieses in der Mitte fassen und anspannen. Der Durchschnittspunkt der beiden Richtungen pC und AB ist dann der Fußpunkt der Senkrechten.

Ist die Entfernung des gegebenen Punktes C von der Geraden AB größer als 20 m (Fig. 340), so nimmt man in der Geraden AB zunächst einen Punkt D an, den man für den Fußpunkt der Senkrechten hält. In diesem Punkte errichtet man nach irgend einer Methode eine Senkrechte auf AB; geht diese durch den Punkt C, so ist die Aufgabe gelöst, geht sie aber an C vorüber, so wird man einen neuen Punkt entsprechend wählen und so nach mehreren Versuchen den richtigen Fußpunkt finden. Oder man mißt den senkrechten Abstand Cm von der versuchsweise in D errichteten Senkrechten, und trägt diesen Abstand von D aus in der Richtung der Geraden AB auf, so erhält man den richtigen Fußpunkt D' der Senkrechten von C auf AB.

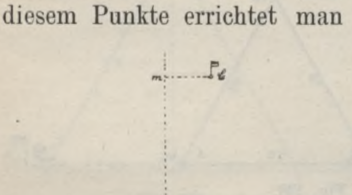


Fig. 340.

Sehr zweckmäßig ist die Ermittlung des Fußpunktes durch Berechnung. (Fig. 341.)

Man nimmt in der Geraden AB zwei beliebige Punkte m und n an, aber so, daß diese Punkte mit dem Punkte C ein möglichst gleichseitiges Dreieck bilden, und mißt die Seiten $n\,C = a$, $m\,C = b$ und $m\,n = c$.

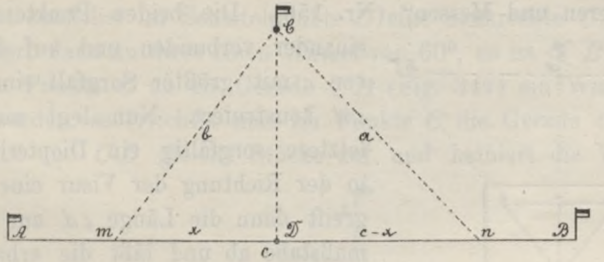


Fig. 341.

Bezeichnet man den Abstand des Fußpunktes D der Senkrechten von m mit x, so ist $D\,n = c - x$.

$$\text{Aus } \Delta\; m\,C\,D \text{ folgt } CD^2 = b^2 - x^2$$
$$\text{„ } \Delta\; n\,C\,D \text{ „ } CD^2 = a^2 - (c - x)^2$$
$$b^2 - x^2 = a^2 - (c - x)^2$$
$$b^2 - x^2 = a^2 - c^2 + 2\,c\,x - x^2$$
$$b^2 + c^2 - a^2 = 2\,c\,x$$
$$x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,c}.$$

Der berechnete Wert von x wird von m aus in der Richtung der Geraden AB aufgetragen, ebenso zur Kontrolle von n aus der Wert $c - x$. Der so erhaltene Punkt D ist der Fußpunkt der Senkrechten von C auf AB.

239. Auch den Meßtisch kann man im Notfalle zum Errichten und Fällen von Senkrechten benützen. Soll in einem Punkte C einer Geraden AB eine Senkrechte errichtet werden (Fig. 342), so stellt man in Ermangelung eines anderen Instrumentes den Meßtisch über diesen Punkt, projiziert ihn mit der Lotgabel auf das Tischbrett, legt dann an den erhaltenen Punkt c das Diopterlineal, visiert nach A und B und zieht die Visuren. Dann wird auf dem Tischbrette in c mit größter Sorgfalt eine Senkrechte $c\,x$ auf die Gerade $a\,b$ konstruiert, an diese legt man das Diopterlineal und winkt in der gewünschten Entfernung eine Stange in die Visur.

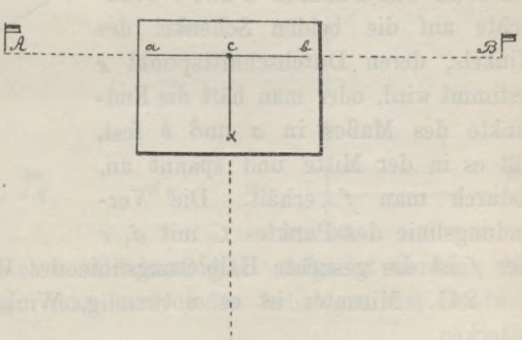


Fig 342.

Wäre von einem Punkte C außerhalb einer Geraden AB (Fig. 343) auf diese eine Senkrechte zu fällen, d. h. deren Fußpunkt zu bestimmen, und sind die beiden Endpunkte A und B zugänglich, so stellt man den Tisch in dem Punkte C auf und bestimmt die Punkte a und b am Tische durch „Visieren und Messen“ (Nr. 156). Die beiden Punkte werden miteinander verbunden und auf diese Gerade von c mit größter Sorgfalt eine Senkrechte cd konstruiert. Nun legt man an diese letztere sorgfältig ein Diopterlineal, winkt in der Richtung der Visur eine Stange ein, greift dann die Länge cd am Transversalmaßstabe ab und läßt die erhaltene Länge in der abgesteckten Richtung auftragen; man erhält so den Fußpunkt D der Senkrechten von C auf AB. Selbstverständlich muß die ganze Manipulation mit größter Sorgfalt und in einem entsprechend großen Maßstabe geschehen.

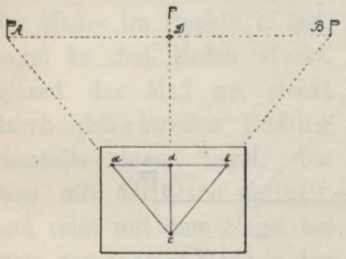


Fig. 343.

Wären die beiden Punkte A und B unzugänglich, so wählt man einen Hilfspunkt D, benützt CD als Standlinie, stellt den Tisch zuerst in D, dann in C auf, bestimmt die Punkte a und b am Tische durch „Visieren und Schneiden“ (Nr. 157) und geht dann im übrigen genau so vor wie oben.

240. Oft kommt der Geometer in die Lage, einen Winkel am Felde halbieren zu müssen. Es wäre z. B. in Fig. 344 der Winkel ACB zu halbieren. Zu diesem Behufe trägt man auf beide Schenkel eine gleiche Länge, z. B. 10 *m* auf und erhält die Punkte a und b. Nun wird die Gerade ab gemessen und deren Halbierungspunkt d bezeichnet. Oder man errichtet in den Punkten a und b Senkrechte auf die beiden Schenkel des Winkels, deren Durchschnittspunkt e bestimmt wird, oder man hält die Endpunkte des Maßes in a und b fest, faßt es in der Mitte und spannt an, wodurch man f erhält. Die Verbindungslinie des Punktes C mit d, e oder f ist die gesuchte Halbierungslinie des Winkels.

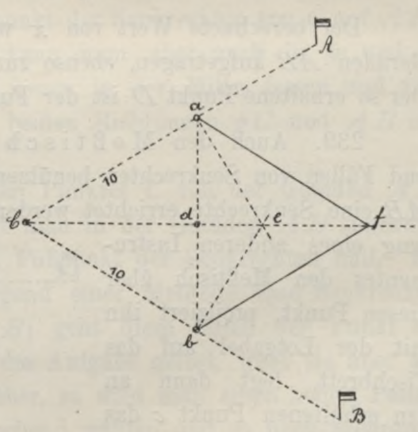


Fig. 344.

241. Mitunter ist es notwendig, Winkel von 60^0, 30^0 oder 45^0 abzustecken.

Um in Fig. 345 an die Gerade CA einen Winkel von 60^0 abzustecken, trägt man vom Scheitelpunkte C aus auf die gegebenen Schenkel CA eine Länge von 10 *m* auf, befestigt dann die Endpunkte des Bandmaßes in dem so erhaltenen Punkte a und in C, faßt es in der Mitte und spannt an, so erhält man das gleichseitige Dreieck Cab, in dem $\sphericalangle C = 60^0$ ist. Die Gerade Cb kann dann verlängert werden.

Um einen Winkel von 30^0 abzustecken, wird man entweder zuerst einen Winkel von 60^0 abstecken und dann die Gerade ab halbieren oder man errichtet zunächst im Scheitelpunkte C eine Senkrechte CE (Fig. 346) und konstruiert dann an diese einen Winkel von 60^0, so ist $\sphericalangle BCA = 30^0$.

Soll im Punkte C an die Gerade CA (Fig. 347) ein Winkel von 45^0 konstruiert werden, so errichtet man im Punkte C die Gerade $CB \perp CA$, trägt auf CA und CB gleiche Stücke auf und halbiert die Verbindungs-

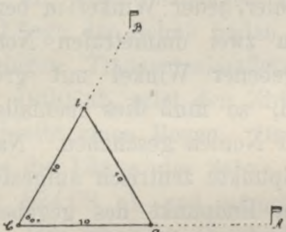


Fig. 345.

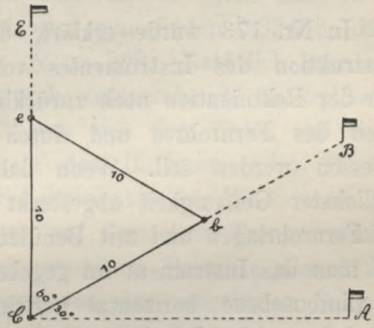


Fig. 346.

linie ab. Oder man trägt von C aus auf die Gerade CA ein bestimmtes Stück, z. B. 10 m auf (Fig. 348), errichtet in dem erhaltenen Punkte a eine Senkrechte, macht $ad = Ca$, so ist $\sphericalangle DCA = 45^0$.

242. Alle die in den vorstehenden Nummern 240 und 241 beschriebenen Aufgaben können natürlich viel genauer mit einem Winkelmeß-

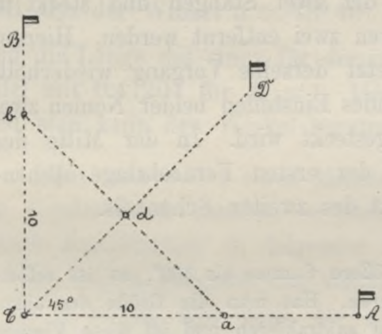


Fig. 347.

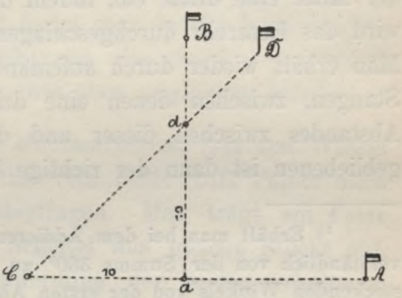


Fig. 348.

instrumente, welches die Winkel im Gradmaß gibt, aufgelöst werden. Mit einem solchen Instrumente kann man auch jeden beliebigen, im Gradmaß gegebenen Winkel abstecken.

Wenn eine Gerade gegeben ist, an welcher irgend ein Winkel abgesteckt werden soll, so hat man zu beachten, an welcher Seite der Geraden der Winkel abgesteckt werden soll, d. h. ob die gegebene Gerade den linken oder rechten Schenkel des Winkels bilden soll. Das Winkelmeßinstrument wird zentrisch im Scheitelpunkte des Winkels aufgestellt, die Limbusebene horizontal gerichtet und der Endpunkt des gegebenen Schenkels anvisiert. Hierauf liest man am Limbus ab. Ist die gegebene Gerade der linke Schenkel des Winkels, so wird zu der erhaltenen Ablesung die Größe des Winkels addiert, bildet dagegen die gegebene Gerade den rechten Schenkel, so ist die Größe des Winkels von der Ablesung zu subtrahieren. Hierauf dreht man die Alhidade, bis man am Limbus diese Summe, beziehungsweise Differenz, als Ablesung erhält, und winkt in der Richtung der Visur eine Stange ein.[1])

In Nr. 173 wurde erklärt, daß zur Eliminierung gewisser, bei der Konstruktion des Instrumentes vorkommender nicht rektifizierbarer, oder nach der Rektifikation noch zurückbleibender Fehler, jeder Winkel in beiden Lagen des Fernrohres und durch Ablesen an zwei diametralen Nonien gemessen werden soll. Wenn daher ein gegebener Winkel mit größtmöglichster Genauigkeit abgesteckt werden soll, so muß dies ebenfalls in zwei Fernrohrlagen und mit Benützung von zwei Nonien geschehen. Nachdem man das Instrument im gegebenen Scheitelpunkte zentrisch aufgestellt, die Limbusebene horizontal gerichtet und den Endpunkt des gegebenen Schenkels anvisiert hat, liest man an beiden Nonien ab und addiert (beziehungsweise subtrahiert) zu beiden Ablesungen den abzusteckenden Winkel. Dann wird durch Drehen der Alhidade zunächst der Nonius I in die entsprechende Lage gebracht und in die Richtung der Visur eine Stange eingewinkt. Hierauf wird Nonius II eingestellt, und wenn von der Visur die erste Stange nicht scharf getroffen wird, knapp neben dieser eine zweite eingewinkt. Dann mißt man den Abstand der zwei Stangen und steckt in der Mitte eine dritte ein, indem die anderen zwei entfernt werden. Hierauf wird das Fernrohr durchgeschlagen und jetzt derselbe Vorgang wiederholt. Man erhält wieder durch aufeinanderfolgendes Einstellen beider Nonien zwei Stangen, zwischen denen eine dritte eingesteckt wird. In der Mitte des Abstandes zwischen dieser und der von der ersten Fernrohrlage stehengebliebenen ist dann der richtige Endpunkt des zweiten Schenkels.

---

[1]) Erhält man bei dem Addieren eine größere Summe als 360°, so ist selbstverständlich von der Summe 360° zu subtrahieren. Hat man die Größe des abzusteckenden Winkels von der ersten Ablösung zu subtrahieren und ist diese kleiner als der Winkel, so muß vor dem Subtrahieren zu der Ablesung 360° addiert werden.

Benützt man zu dieser Arbeit einen Theodolit, so ist stets der im Vorstehenden geschilderte Vorgang einzuhalten. Benützt man ein Bussolen-Instrument, so ist zu beachten, in welcher Richtung die Bezifferung läuft. (Siehe Seite 269 u. 278.) Geht diese, von innen gesehen, von rechts nach links, so ist ebenso vorzugehen, wie beim Theodolit. Geht dagegen die Bezifferung, von innen gesehen, von links nach rechts, so muß die Größe des Winkels von der ersten Ablesung subtrahiert werden, wenn die gegebene Gerade den linken Schenkel bildet, dagegen hat man zu addieren, wenn die Gerade den rechten Schenkel bildet.

243. Soll ein Winkel vom Felde aufs Papier übertragen werden, so kann man hiezu entweder direkt einen Meßtisch benützen oder man mißt den Winkel im Gradmaß und konstruiert ihn mit dem Transporteur oder mit der Bussole mit Zulegeplatte.[1])

Ein im Gradmaße gemessener Winkel kann aber auch mit Hilfe von Sehnentafeln konstruiert werden. In diesen sind die Längen der Sehnen der verschiedenen Winkel für den Halbmesser 1 oder für einen anderen Halbmesser, in der Regel 500 oder 1000 eingetragen. Um einen gegebenen Winkel, z. B. von $48^0\ 40'$ zu konstruieren, sucht man in der Tafel die Länge der Sehne. Für $R = 1$ wird man finden 0·82408, daher 824·08 für $R = 1000$ oder 412·04 für $R = 500$. Natürlich kann man auch für jeden beliebigen Halbmesser durch entsprechende Multiplikation die Länge der Sehne finden. Man greift nun mit dem Zirkel auf einem beliebigen Transversalmaßstabe die Länge des Halbmessers, z. B. 500 oder 1000 ab, setzt den Zirkel in dem Scheitelpunkte des Winkels ein und beschreibt einen Bogen. Dann greift man auf demselben Transversalmaßstabe die Länge der Sehne, in dem angenommenen Beispiele also 412·04 oder 824·08 ab und schneidet den Bogen von dem gegebenen Schenkel aus. Der erhaltene Durchschnittspunkt, mit dem Scheitelpunkte verbunden, gibt den zweiten Schenkel.

Übrigens kann man auch jede gewöhnliche Logarithmentafel zu dieser Konstruktion benützen, in welcher die wirklichen Längen der trigonometrischen Funktionen enthalten sind. Es ist bekanntlich chord $\alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2}$ Soll also der Winkel $\alpha = 48^0\,40'$ konstruiert werden, so ist $\frac{\alpha}{2} = 24^0\ 20'$ und die Länge des sinus für diesen Winkel findet man in der Logarithmentafel mit 0·41204 für $R = 1$. Hieraus ergibt sich also chord $\alpha = 0{\cdot}82408$ und man kann den Winkel konstruieren, so wie oben angegeben wurde.

Hat man weder einen Meßtisch noch ein Instrument, um den Winkel im Gradmaß zu messen, so kann man ihn vom Felde aufs Papier auch durch Konstruktion in folgender Weise übertragen. Man trägt am Felde auf die beiden Schenkel des Winkels vom Scheitel aus gleiche Stücke auf, z. B. je 10 *m*, und mißt die gerade Entfernung der beiden erhaltenen Punkte von einander, z. B. 9·54 *m*. Nun greift man auf einem beliebigen Transversalmaßstabe ein Vielfaches der aufgetragenen Länge ab, z. B. 100 oder 1000, setzt den Zirkel in dem Scheitel des Winkels am Papiere ein und beschreibt einen Bogen. Hierauf greift man am selben Transversalmaßstabe dasselbe Vielfache des gemessenen Abstandes ab, also 95·4 oder 954·0 und schneidet den Bogen von dem gegebenen Schenkel aus.

---

[1]) Siehe hierüber die betreffenden Abschnitte.

Das mittelbare Messen gerader Linien.

§ 37.

244. Sehr häufig kann eine gerade Linie nicht direkt gemessen werden, weil sich zwischen ihren beiden Endpunkten irgend welche Hindernisse befinden oder weil die beiden Endpunkte nicht zugänglich sind. In diesem Falle müssen irgend welche andere Linien gemessen werden, welche mit der zu messenden Geraden in einem bestimmten Verhältnisse stehen, um dann daraus die Länge der zu messenden Geraden zu bestimmen. Diesen Vorgang nennt man allgemein „mittelbares Messen“. Die Durchführung dieser Arbeit richtet sich nach den jeweiligen Verhältnissen, nach dem Terrain und insbesondere nach den zu Gebote stehenden Instrumenten.

245. Hat man bloß ein Instrument zum Längenmessen, also Meßkette, Meßband oder Meßlatten, Absteckstäbe und allenfalls ein Instrument für rechte Winkel zur Verfügung, so wird sich die Art und Weise der Auf-

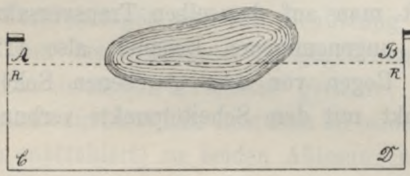


Fig. 349.

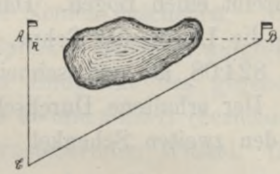


Fig. 350.

lösung nach den jeweiligen Verhältnissen richten und es könnten in dieser Hinsicht folgende Fälle vorkommen.

I. Beide Endpunkte sind zugänglich und man sieht von einem zum andern. Es befindet sich aber z. B. ein Gewässer, eine Vertiefung oder dergl. zwischen den beiden Endpunkten der Geraden, so daß diese nicht direkt gemessen werden kann.

In diesem einfachsten Falle kann man in den beiden Endpunkten der Geraden AB (siehe Fig. 349) auf diese Senkrechte errichten, welche man einander gleich macht, worauf man die Länge CD mißt, welche gleich AB ist, da $ABCD$ ein Rechteck bildet.

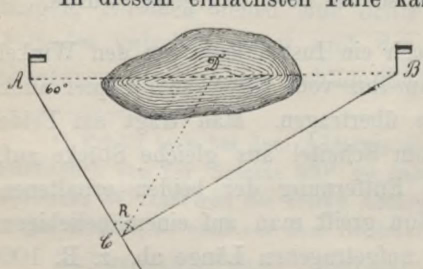


Fig. 351.

Oder man errichtet in einem Endpunkte der Geraden, z. B. in A (Fig. 350) auf diese eine Senkrechte AC, welche man möglichst ebenso lang macht wie AB, mißt dann AC und AB, und aus dem rechtwinkligen Dreiecke ABC folgt dann $AB = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2}$.

Auf eine dritte Art kann man die Länge der Geraden AB finden, wenn man in dem einen Endpunkte, z. B. in A (Fig. 351) eine Gerade Am absteckt, welche mit AB einen Winkel von 60° bildet. Auf diese Gerade fällt man von B eine Senkrechte, so ist $AB = 2\,AC$.[1])

II. Die beiden Endpunkte der zu messenden Geraden sind zwar zugänglich, aber man sieht von einem zum andern nicht.

In diesem Falle steckt man in einem Endpunkte der Geraden, z. B. in A (Fig. 352), eine beliebige zu AB geneigte Gerade ab, auf welche man vom zweiten Endpunkte eine Senkrechte fällt, so daß ein möglichst gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck entsteht, und es ist dann

$$AB = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2}.$$

Oder man wählt einen Hilfspunkt C (Fig. 353), von welchem aus man nach A und B sehen und messen kann. In der Hälfte oder einem Drittel, allgemein in $^1/_n$ der Entfernungen CA und CB, von C aus, schlägt man Pflöcke D und E ein, und mißt diese Gerade, so ist $AB = n \,.\, DE$. Könnte man DE nicht messen, so verlängert man die Geraden CA und CB über C hinaus und trägt $^1/_n$ der Entfernungen CA und CB auf die Verlängerungen auf bis F und G, so ist wieder $AB = n \,.\, FG$, weil $\Delta\, ABC \sim DEC$ und ebenso $\Delta\, ABC \sim GFC$ ist.

Fig. 352

Auch durch Konstruktion auf dem Papiere kann man diese Aufgabe lösen.

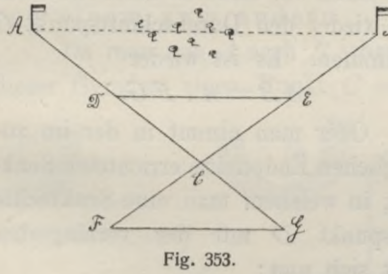


Fig. 353.

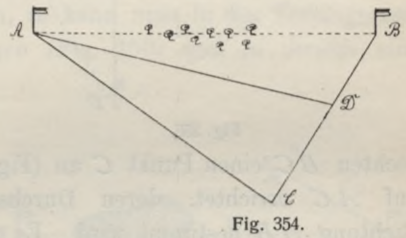


Fig. 354.

Man wählt wieder einen Hilfspunkt C (Fig. 354), von dem man nach A und B sehen und messen kann. Außerdem bestimmt man in einer

[1]) Denkt man sich die Länge AC von A aus auf die Gerade AB aufgetragen bis D, so ist das $\Delta\, ACD$ zunächst geichschenklig, daher die Winkel an der Basis CD einander gleich. Weil nun $\sphericalangle\, A = 60^0$, so müssen auch die Winkel bei C und D jeder 60° sein. Das Dreieck ACD ist somit gleichseitig, also $AC = AD = CD$. Im $\Delta\, CDB$ ist somit der Winkel bei $D = 120^0$, der Winkel bei $C = 30^0$, daher der Winkel bei B ebenfalls 30°. Das Dreieck ist somit gleichschenklig, also auch $DB = CD = AD = AC$.

dieser Geraden einen zweiten Hilfspunkt, z. B. D in der Geraden CB. Nun mißt man AC, AD, CD und DB. Man kann dann mit Transversalmaßstab und Zirkel zunächst das $\Delta\ ACD$ mit Hilfe der drei gemessenen Seiten auf dem Papiere konstruieren, verlängert dann die Seite CD, trägt auf die Verlängerung die gemessene Länge DB auf, und kann dann die Länge AB am Maßstabe abgreifen. Selbstverständlich muß die Konstruktion sehr sorgfältig und in einem möglichst großen Maßstabe geschehen.

III. Man sieht von einem Endpunkte zum andern, aber nur der eine ist zugänglich.

In diesem Falle kann man in dem zugänglichen Endpunkte B eine Senkrechte auf die Gerade AB errichten (Fig. 355). Die Länge dieser Senkrechten BC wird gemessen und in $^1/_2$ oder $^1/_3$ allgemein in $^1/n$ der Länge von C aus wird der Punkt D bezeichnet; in diesem errichtet man wieder eine Senkrechte auf BC und bestimmt deren Durchschnittspunkt E mit der Geraden CA. Dann wird DE gemessen und $AB = n \,.\, DE$. Könnte DE nicht gemessen werden, so kann man $^1/n$ der Länge CB auf die Verlängerung dieser Geraden über C hinaus auftragen, bis F, und hier die Senkrechte FG nach der anderen Seite errichten und wieder den Durchschnittspunkt G bestimmen. Es ist wieder

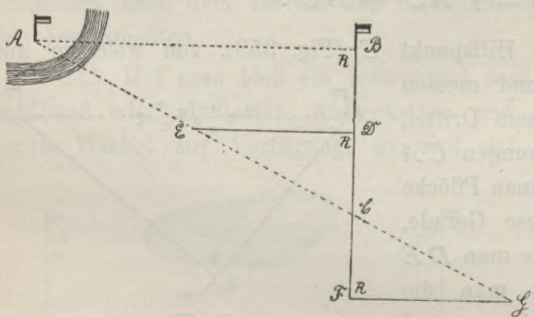


Fig. 355.

$$AB = n \,.\, FG.$$

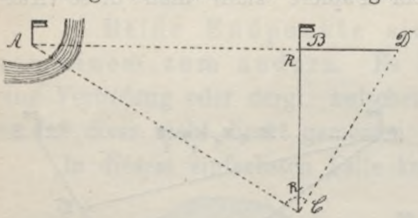


Fig. 356.

Oder man nimmt in der im zugänglichen Endpunkte errichteten Senkrechten BC einen Punkt C an (Fig. 356), in welchem man eine Senkrechte auf AC errichtet, deren Durchschnittspunkt D mit der verlängerten Richtung AB bestimmt wird. Es verhält sich nun:

$$BD : BC = BC : AB \text{ und hieraus ist}$$

$$AB = \frac{\overline{BC}^2}{BD}$$

IV. Man sieht nicht von einem Punkte zum andern, und nur ein Punkt ist zugänglich.

Um die gewünschte Länge AB zu finden (Fig. 357), steckt man eine beliebige Gerade mn ab, möglichst nahe bei AB und möglichst parallel. Auf diese Gerade fällt man von A und B Senkrechte, deren Fußpunkte C

und D man bezeichnet. Die Entfernung CD wird gemessen und in $^1/n$ der Länge von D aus der Punkt E bezeichnet, in welchem eine Senkrechte auf mn errichtet wird. Dann bestimmt man den Durchschnittspunkt G mit der Geraden DA, mißt auch noch DB und bezeichnet den Punkt F in $^1/n$ dieser Länge von D aus. Wird jetzt FG gemessen, so ist $AB = n \,.\, FG$.

Durch Konstruktion kann die Aufgabe in folgender Weise gelöst werden (Fig. 358). Man wählt einen Hilfspunkt C, von dem man nach

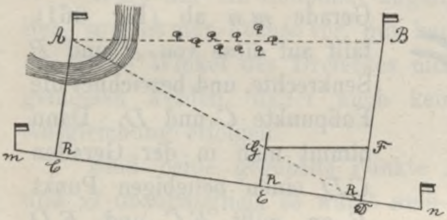


Fig. 357.

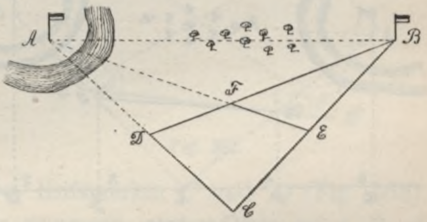


Fig. 358.

A sehen, nach B aber sehen und messen kann. Außerdem wählt man in den Geraden CA und CB die Punkte D und E und bestimmt den Durchschnittspunkt F der Geraden EA und DB. Dann mißt man folgende Längen CD, DB, CB, DF, CE, EF. Man kann nun zuerst das $\Delta\, BCD$ konstruieren, trägt auf die Seiten DB und CB die Stücke DF und CE auf, verlängert die Seite CD und die Gerade EF bis zu ihrem Durchschnittspunkte und kann dann die Länge AB am Maßstabe abgreifen. Die Konstruktion muß natürlich sehr sorgfältig und in großem Maßstabe geschehen.

V. Beide Punkte sind unzugänglich, aber man sieht von einem zum andern.

Da man von A nach B sehen kann, so kann man in der Verlängerung dieser Geraden einen Punkt C annehmen (Fig. 359) und in diesem eine

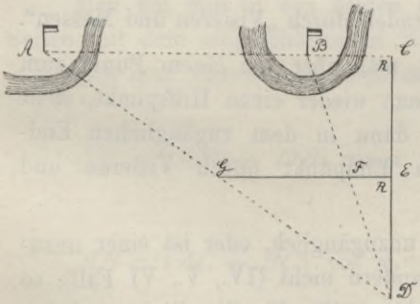


Fig. 359.

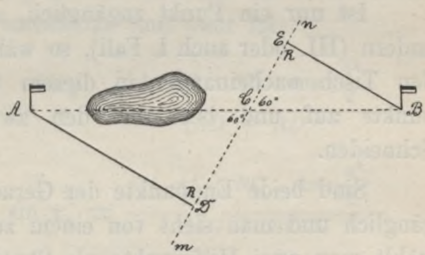


Fig. 360.

Senkrechte errichten. In letzterer nimmt man einen Punkt D an, mißt DC und bezeichnet in $^1/n$ dieser Länge von D aus den Punkt E. Hier wird eine Senkrechte auf CD errichtet und die Durchschnittspunkte F und G mit den Geraden DA und DB bestimmt. Es ist dann $AB = n \,.\, FG$.

Wäre es möglich, sich irgendwo in der Geraden zwischen A und B aufzustellen, z. B. in C (Fig. 360), so wird hier eine Gerade mn abgesteckt, welche sich mit AB unter einem Winkel von 60^0 schneidet. Auf diese werden von A und B Senkrechte gefällt, deren Fußpunkte D und E bezeichnet werden, und es ist dann $AB = 2 \,.\, DE$.

VI. Beide Punkte sind unzugänglich und man sieht von einem zum andern nicht.

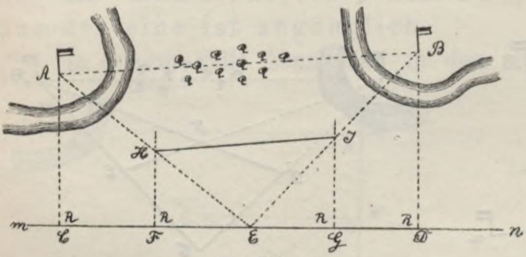


Fig. 361.

Man steckt eine beliebige Gerade mn ab (Fig. 361), fällt auf diese von A und B Senkrechte, und bezeichnet die Fußpunkte C und D. Dann nimmt man in der Geraden CD einen beliebigen Punkt E an, mißt EC und ED und bezeichnet je in $^1/_n$ der Länge von E aus die Punkte F und G. In diesen beiden Punkten werden Senkrechte errichtet und die Durchschnittspunkte H und J mit den Geraden EA und EB bestimmt. Es ist nun $AB = n \,.\, HJ$.

246. Die Länge einer Geraden, welche nicht direkt gemessen werden kann, kann auch ermittelt werden, wenn man mit Hilfe des Meßtisches die beiden Endpunkte der Geraden bestimmt (in einem möglichst großen Maßstabe und mit gehöriger Sorgfalt) und dann die Länge der Geraden mit Zirkel und Maßstab feststellt.

Sieht man von einem Punkte zum anderen nicht, sind aber die beiden Endpunkte der zu messenden Geraden zugänglich (II. Fall), so wählt man einen geeigneten Hilfspunkt, von welchem man nach beiden Endpunkten sehen und messen kann, stellt in diesem Hilfspunkte den Tisch auf und bestimmt die Endpunkte A und B der Geraden durch „Visieren und Messen".

Ist nur ein Punkt zugänglich, sieht man aber von einem Punkt zum andern (III. oder auch I. Fall), so wählt man wieder einen Hilfspunkt, stellt den Tisch nacheinander in diesem und dann in dem zugänglichen Endpunkte auf und bestimmt den zweiten Endpunkt durch Visieren und Schneiden.

Sind beide Endpunkte der Geraden unzugänglich, oder ist einer unzugänglich und man sieht von einem zum andern nicht (IV., V., VI. Fall), so wählt man zwei Hilfspunkte als Standpunkte, mißt die Standlinie und bestimmt die Endpunkte A und B durch Visieren und Schneiden.

247. Viel sicherer als nach Nr. 245 und 246 kann man die Länge einer Geraden, die nicht direkt gemessen werden kann, durch trigonometrische Berechnung ermitteln.

Sieht man von einem Punkte zum andern und sind beide Punkte zugänglich, so wählt man einen dritten Punkt derart, daß er mit den beiden gegebenen Punkten ein möglichst gleichseitiges Dreieck bildet. Dann mißt man die Entfernung dieses Punktes von einem der beiden gegebenen Punkte; ferner mißt man mit dem Theodolit alle drei Winkel des Dreieckes, gleicht deren Summe auf 180⁰ aus und kann nach dem Sinussatze die Länge der zu messenden Geraden berechnen.

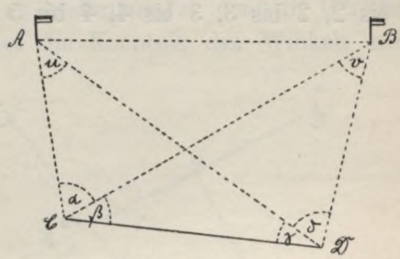


Fig. 362.

Wäre nur ein Endpunkt zugänglich, so geht man ebenso vor, nur kann der dritte Winkel des Dreieckes nicht gemessen werden, daher auch keine Ausgleichung erfolgen.

Sind beide gegebene Punkte A und B unzugänglich, so wählt man zwei Hilfspunkte C und D (Fig. 362), deren Entfernung voneinander sorgfältig gemessen wird. Diese sei z. B. d. Diese beiden Hilfspunkte müssen mit den gegebenen Punkten A und B zwei nicht zu ungleichseitige Dreiecke bilden. Dann wird der Theodolit in den beiden Hilfspunkten aufgestellt und der Reihe nach die Winkel α, β, γ und δ gemessen. Es ergibt sich dann zunächst

$$\sphericalangle\, u = 180 - (\alpha + \beta + \gamma) \text{ und } \sphericalangle\, v = 180 - (\beta + \gamma + \delta).$$

$$\text{Aus } \Delta\, ACD \text{ folgt: } AC = \frac{d \,.\, \sin \gamma}{\sin u} = \frac{d \,.\, \sin \gamma}{\sin (\alpha + \beta + \gamma)}$$

$$\text{ferner } AD = \frac{d \,.\, \sin (\alpha + \beta)}{\sin u} = \frac{d \,.\, \sin (\alpha + \beta)}{\sin (\alpha + \beta + \gamma)}$$

$$\text{Aus } \Delta\, BCD \text{ folgt: } BD = \frac{d \,.\, \sin \beta}{\sin v} = \frac{d \,.\, \sin \beta}{\sin (\beta + \gamma + \delta)}$$

$$\text{ferner } BC = \frac{d \sin (\gamma + \delta)}{\sin v} = \frac{d \sin (\gamma + \delta)}{\sin (\beta + \gamma + \delta)}$$

Man hat nun in den beiden Dreiecken ACB und ADB immer zwei Seiten mit dem eingeschlossenen Winkel gegeben und kann die dritte Seite AB nach dem Carnot'schen Lehrsatze berechnen, und zwar ist

$$AB = (AD + DB) \cos x \text{ und } \sin \overset{2}{x} = \frac{4\ AD \,.\, BD \,.\, \cos \frac{\delta^2}{2}}{(AD + BD)^2}$$

$$AB = (AC + BC) \cos x_1 \text{ und } \sin \overset{2}{x_1} = \frac{4\ AC \,.\, BC \,.\, \cos \frac{\alpha^2}{2}}{(AC + BC)^2}$$

Man erhält also die Länge AB zweimal. Beide Werte sollen übereinstimmen, zeigt sich eine Differenz in der letzten Dezimalstelle, so nimmt man aus beiden Werten das Mittel.

248. Ist die Entfernung zweier Punkte, welche ermittelt werden soll und die man nicht direkt messen kann, groß, so werden die bisher besprochenen

Methoden nicht anwendbar sein und es empfiehlt sich dann folgender Vorgang. Man wählt zwischen den beiden Punkten A und B (Fig. 363) eine Anzahl beliebiger Punkte, welche mit A und B einen möglichst gestreckten Polygonzug bilden. Von einem Punkte zum anderen muß man natürlich bequem sehen und messen können. Dann mißt man sorgfältig die Längen 1 bis 2, 2 bis 3, 3 bis 4, 4 bis 5 und mit dem Theodolite die Winkel in

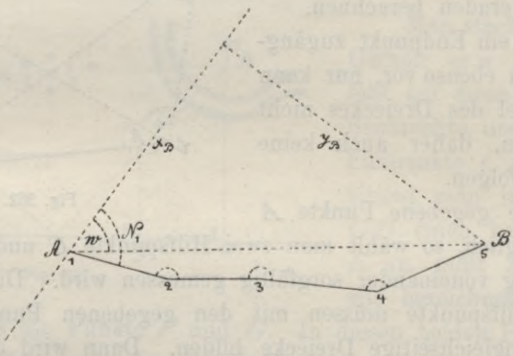


Fig. 363.

den Punkten 2, 3 und 4, alle auf derselben Seite des Polygonzuges und derart, daß immer der verlassene Standpunkt den linken Schenkel bildet. Dann denkt man sich durch den Punkt A eine Abszissenachse gelegt und zwar derart, daß die Abszisse und Ordinate des Punktes B einander möglichst gleich werden. Zu diesem Zweck ist es am besten, sich eine Skizze des Polygonzuges mit dem Transporteur zu entwerfen, in welche man dann eine passende Abszissenachse einzeichnet. Nach der Lage dieser letzteren nimmt man dann für die Strecke 1 bis 2 den Richtungswinkel N_1 an und berechnet nun nach § 30 die Richtungswinkel der übrigen Strecken, dann die Koordinaten-Differenzen und Koordinaten der Punkte 2 bis 5, bezogen auf A, als den Nullpunkt. Es ist dann $AB = \sqrt{x_B^2 + y_B^2}$. Oder wenn man den Richtungswinkel der Geraden AB mit w bezeichnet, so ist auch

$$\operatorname{tang} w = \frac{y_B}{x_B}$$

$$AB = \frac{y_B}{\sin w} \text{ oder } AB = \frac{x_B}{\cos w}.$$

Das Abstecken von Kurven.

§ 38.

249. Das Abstecken von Kurven ist beim Bau von Eisenbahnen, Straßen oder Kanälen nötig, um zwei gerade Strecken verschiedener Richtungen miteinander zu verbinden. Hiebei können hinsichtlich der Terrain-

beschaffenheit große Verschiedenheiten herrschen, von denen die Wahl der Methode abhängt. Es sollen nun im folgenden einige Methoden erläutert werden.[1])

Sind zwei Gerade gegeben, die durch einen Kreisbogen von bestimmtem Halbmesser verbunden werden sollen, so ist stets vor allem notwendig, den Anfangs- und Endpunkt des Bogens zu bestimmen, zu dem die Geraden Tangenten bilden. Zu diesem Behufe ist die Kenntnis des Winkels notwendig, unter welchem sich die Geraden schneiden. Ist der Schnittpunkt gegeben, oder kann er durch Verlängerung der beiden Geraden leicht bestimmt werden und ist er zugänglich, so wird der Winkel mit dem Theodolit gemessen.

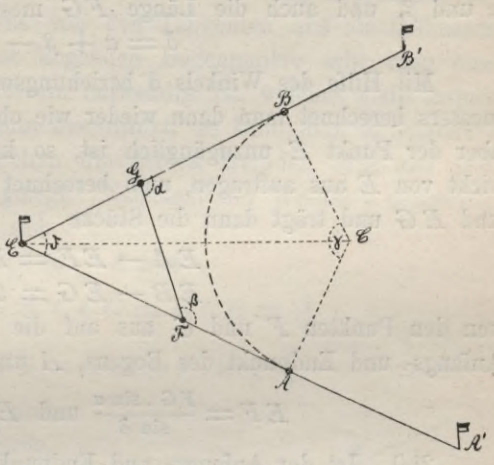


Fig. 364.

Es wären z. B. in Fig. 364 EA' und EB' die beiden sich in E schneidenden Geraden, welche durch einen Bogen vom Halbmesser r verbunden werden sollen. In E wurde der Winkel δ gemessen. Denkt man sich den Bogen zwischen den Geraden, und in den Endpunkten A und B des Bogens Senkrechte auf die Tangenten, welche sich im Mittelpunkte C des Bogens treffen, so ist

$$\sphericalangle\, \gamma = 180 - \delta \text{ und } EA = EB = r \,.\, \mathrm{tg}\, \frac{\gamma}{2}$$

[1]) Bei Eisenbahnen darf die gerade Strecke nicht unmittelbar in den Bogen von bestimmtem Halbmesser übergehen, weil in dem Bogen eine „Spurerweiterung“ und bei der äußeren Schiene des Bogens eine „Schienenüberhöhung“ stattfinden muß, welche von der Größe des Halbmessers abhängen. Beides darf aber nicht plötzlich, beim Übergang aus der geraden Strecke zu den Bogen eintreten, sondern allmählich. Aus diesem Grunde darf auch die Gerade nicht unmittelbar in den Bogen von bestimmtem Halbmesser übergehen, sondern es muß zwischen der Geraden und dem Bogen von bestimmtem Halbmesser eine „Übergangskurve“ eingelegt werden, deren Halbmesser von ∞ (gerade Strecke) allmählich kleiner wird, bis zu dem bestimmten Halbmesser. Eine solche Kurve wäre eine kubische Parabel. Man erhält aber auch eine ganz gute Übergangskurve, welche nicht nur für alle Kleinbahnen ausreicht, sondern welche auch bei manchen Hauptbahnen mit Schnellzugsverkehr Anwendung gefunden hat, wenn man sie aus einer Reihe von kurzen Kreisbögen mit immer kleiner werdendem Halbmesser zusammensetzt. Die einzelnen Kreisbögen können 5 *m* Länge haben und ihre Halbmesser können immer um 100 *m* verschieden sein. Man beginnt also von der geraden Strecke mit einem Kreisbogen von 5 *m* Länge und 1500 oder 1000 *m* Halbmesser und reiht daran weitere Kreisbögen von gleicher Länge von 5 *m* und immer um 100 *m* kleinerem Halbmesser, bis man beim bestimmten Halbmesser der Hauptkurve angelangt ist.

Man braucht dann nur die berechnete Länge von E aus auf die zwei Geraden aufzutragen, um den Anfangs- und Endpunkt des Bogens, A und B zu erhalten, welche Punkte durch Pflöcke bezeichnet werden.

Wäre jedoch der Schnittpunkt E unzugänglich, so daß der Winkel δ nicht unmittelbar gemessen werden kann, so muß er indirekt ermittelt werden. Man nimmt dann in den Geraden zwei beliebige Punkte F und G an, doch so, daß man in diesen den Theodolith aufstellen und die Winkel α und β, und auch die Länge FG messen kann. Es ergibt sich dann

$$\delta = \alpha + \beta - 180^0$$

Mit Hilfe des Winkels δ beziehungsweise γ und des gegebenen Halbmessers berechnet man dann wieder wie oben die Länge $EA = EB$. Da aber der Punkt E unzugänglich ist, so kann man diese berechnete Länge nicht von E aus auftragen, man berechnet daher zunächst die Stücke EF und EG und trägt dann die Stücke

$$EA - EF = FA \text{ und}$$
$$EB - EG = GB$$

von den Punkten F und G aus auf die Geraden auf, und erhält so den Anfangs- und Endpunkt des Bogens, A und B. Hiebei ist

$$EF = \frac{FG \, . \sin \alpha}{\sin \delta} \text{ und } EG = \frac{FG \, . \sin \beta}{\sin \delta}$$

250. Ist der Anfangs- und Endpunkt des Bogens bestimmt, so kann eine Anzahl von Bogenpunkten von den Tangenten aus in folgender Weise bestimmt werden (Fig. 365). Man ermittelt zunächst den höchsten Punkt, den S c h e i t e l S des Bogens. Es ist

$$AH = SJ = r \, . \sin \frac{\gamma}{2}$$

und $HS = AJ = r - r \, . \cos \frac{\gamma}{2}$

Man trägt die Länge $AH = BH'$ von A und B aus auf die Tangenten auf, errichtet in H und H' Senkrechte, auf welche die Länge HS aufgetragen wird; hiebei soll man von H und H' aus genau in denselben Punkt S kommen. Dieser Punkt soll auch in die Halbierungslinie des Winkels δ fallen. Es ist daher gut, wenn man nach der Messung dieses Winkels (d. h. wenn der Punkt E zugänglich ist) die Halbierungslinie aussteckt.

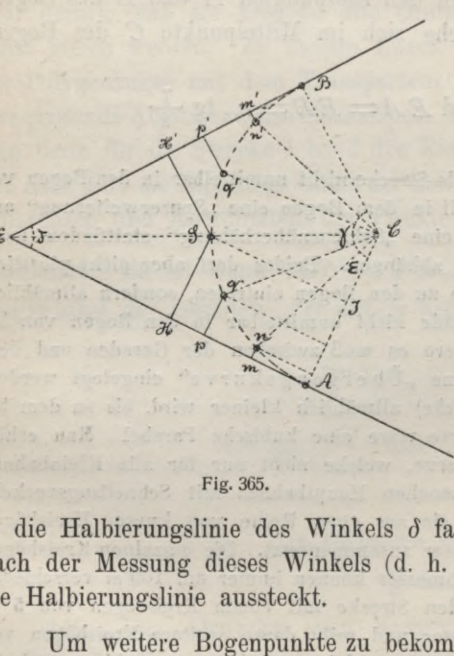


Fig. 365.

Um weitere Bogenpunkte zu bekommen, dividiert man den Winkel $\frac{\gamma}{2}$ durch eine um 1 größere Zahl als die Zahl der Bogenpunkte, die man zwischen A und S abstecken will, ein solcher Winkelteil sei mit ε bezeichnet,

so ist $Am = Bm' = r \,.\, \sin \varepsilon$ und $mn = m'n' = r - r \,.\, \cos \varepsilon$

und $Ap = Bp' = r \,.\, \sin 2\,\varepsilon$ und $pq = p'q' = r - r \,.\, \cos 2\,\varepsilon$

Die berechneten Abszissen Am, Ap u. s. w. werden auf beide Tangenten von A und B aus aufgetragen, Senkrechte errichtet und auf diese die Ordinaten mn, pq u. s w. aufgetragen.

251. Bei großen Bögen werden bei der in der vorigen Nummer beschriebenen Absteckung des Bogens von den Tangenten aus die Ordinaten des Scheitels S und der zunächst liegenden Bogenpunkte sehr lang ausfallen, so daß ein ebenes freies Terrain notwendig ist, welches nicht immer vorhanden sein wird. Ist der Raum beschränkt, so kann man in folgender Weise vorgehen (Fig. 366). Zwischen die beiden Geraden AE und BE wird eine Zwischentangente FG gelegt. Nachdem der Winkel δ gemessen, oder berechnet worden ist, ergibt sich

$$\sphericalangle\, \gamma = 180 - \delta \text{ und}$$

$$\sphericalangle\, ACF = FCS = CCG = GCB = \frac{\gamma}{4}$$

$$AF = FS = SG = GB = r \,.\, \operatorname{tang} \frac{\gamma}{4}$$

Man trägt, nachdem der Anfangs- und Endpunkt des Bogens bestimmt wurde, von A und B aus das berechnete Stück auf die Geraden auf und erhält die Punkte F und G. Die Entfernung dieser beiden Punkte von einander soll gleich sein dem doppelten berechneten Stücke, und durch Halbierung erhält man den Scheitel S des Bogens. Um die Bogenpunkte D und D' zu bekommen, ist

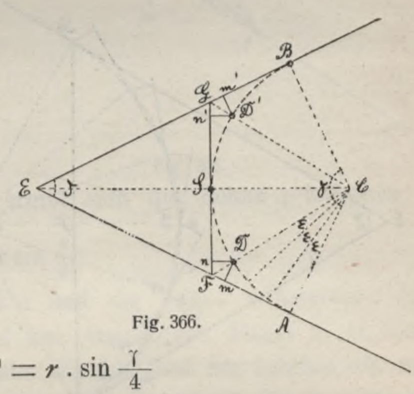


Fig. 366.

$$Am = Bm' = Sn = Sn' = r \,.\, \sin \frac{\gamma}{4}$$

$$mD = m'D' = nD = n'D' = r - r \,.\, \cos \frac{\gamma}{4}$$

Um weitere Bogenpunkte z. B. je zwei zwischen A und D, D und S, S und D', D' und B zu erhalten, ergeben sich die Abszissen und Ordinaten, erstere von A gegen F, B gegen G, S gegen F und S gegen G gemessen,

für den ersten Punkt $x = r \,.\, \sin \varepsilon$

$y = r - r \cos \varepsilon$

für den zweiten Punkt $x = r \,.\, \sin 2\,\varepsilon$

$y = r - r \,.\, \cos 2\,\varepsilon$

252. Bei sehr beschränktem Raume kann man die Einrückungsmethode anwenden (Fig. 367).

Wenn man nach den früheren Nummern die Winkel δ und γ und die Punkte A und B bestimmt hat, dividiert man den Winkel γ durch eine um 1 größere Zahl, als die Anzahl der zwischen A und B zu bestimmenden Bogenpunkte und erhält den Winkel ε. Für den ersten, von der Tangente AE aus abzusteckenden Bogenpunkt n ergibt sich

die Abszisse $Am = r \cdot \sin \varepsilon$

die Ordinate $mn = r - r \cdot \cos \varepsilon$

Die Abszisse Am wird auf die Gerade AE aufgetragen, eine Senkrechte errichtet, und auf diese die Ordinate mn aufgetragen. Nun verlängert man die Sehne An und berechnet die Abszisse x und die Ordinate y für den zweiten Bogenpunkt q. Zunächst ist die Länge der zwischen je zwei Bogenpunkten gleichen Sehne

$$s = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\varepsilon}{2}$$

ferner $\sphericalangle\, pnq = \varepsilon$

daher $pn = x = s \cdot \cos \varepsilon$

$pq = y = s \cdot \sin \varepsilon$

Jetzt wird auf die verlängerte Sehne An die berechnete Abszisse x aufgetragen, eine Senkrechte errichtet, die Ordinate y aufgetragen, und man erhält den zweiten Bogenpunkt q. Nun wird wieder die Sehne nq verlängert, dieselbe Abszisse x und auf die Senkrechte dieselbe Ordinate y aufgetragen u. s. f., bis man im Punkte B angelangt ist, indem jetzt für alle weiteren Bogenpunkte dieselbe Abszisse und Ordinate gilt.

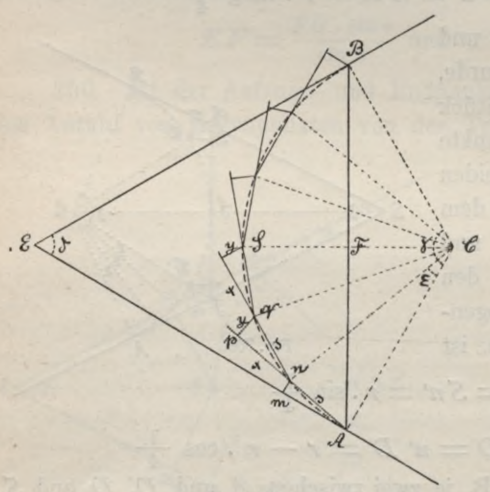


Fig. 367.

Statt jedoch für den zweiten Punkt die Abszisse und Ordinate zu rechnen, kann man auch auf die verlängerte Sehne An und auf alle folgenden Sehnen dieselbe Abszisse Am, wie für den ersten Punkt, und auf die Senkrechten die doppelte Ordinate mn des ersten Punktes auftragen.

Um einer Anhäufung von Fehlern vorzubeugen, ist es jedoch gut, wenn es das Terrain gestattet, vorher den Scheitel S des Bogens zu bestimmen. Es ergibt sich nämlich zunächst zur Kontrolle die Länge der Geraden

$$AB = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\gamma}{2}$$

und die Länge FS, für die im Halbierungspunkte dieser Geraden AB errichtete Senkrechte

$$FS = r - r \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \cdot$$

Sollte man dann beim Abstecken des Bogens nicht genau im Punkte S ankommen, so verteilt man den Fehler allmählich auf die Punkte zwischen

A und *S*; ebenso, wenn man nicht genau nach *B* kommen sollte, allmählich auf die Punkte zwischen *S* und *B*.

253. Nach der Methode mittelst Peripheriewinkeln oder der Sehnenmethode geschieht die Absteckung eines Kreisbogens in der folgenden Weise (Fig. 368). Die Winkel δ und γ, sowie der Anfangs- und Endpunkt des Bogens sind vorher bestimmt worden. Denkt man sich nun den Bogen zwischen *A* und *B* in eine beliebige Anzahl gleicher Teile geteilt, so ergibt sich der auf einen solchen Teil entfallende Winkel ε, wenn man den Winkel γ dividiert durch eine um 1 größere Zahl, als die Zahl der zwischen *A* und *B* abzusteckenden Punkte des Bogens. Denkt man sich diese Bogenpunkte mit dem Punkte *A* verbunden, so entstehen lauter untereinander gleiche Peripheriewinkel, welche gleich sind dem halben Zentri-Winkel ε. Ferner ergibt sich die Sehne *s* zwischen je zwei Bogenpunkten

$$s = 2\, r \,.\, \sin \frac{\varepsilon}{2} \cdot$$

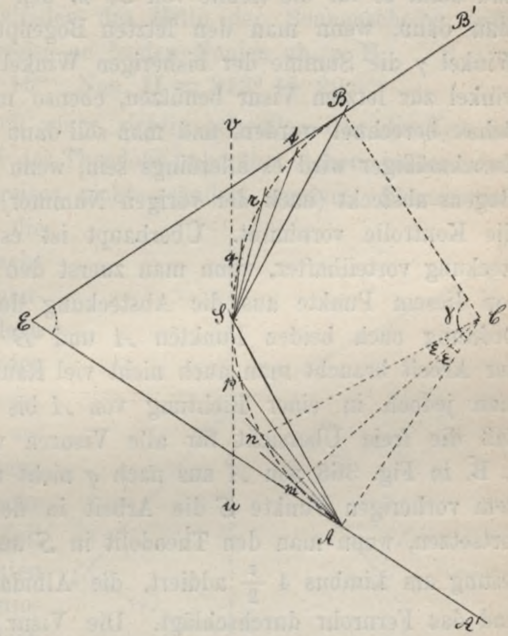


Fig. 368.

Nachdem man also den Winkel ε und die Sehne *s* berechnet hat, stellt man den Theodolit im Punkte *A* auf, visiert den Punkt *E* an (oder visiert *A'* an und schlägt das Fernrohr durch), liest am Limbus ab, und addiert zur Ablesung $\frac{\varepsilon}{2}$. Dann dreht man die Alhidade, bis der Nonius diese Summe als Ablesung gibt, so hat die Visur die Richtung *Am*. Auf diese Richtung wird die berechnete Länge der Sehne *s* aufgetragen, wodurch man den ersten Bogenpunkt *m* erhält. Nun dreht man die Alhidade um $\frac{\varepsilon}{2}$ weiter, winkt in der Richtung eine Stange ein, und schneidet diese Richtung von *m* aus mit der Länge der Sehne *s*, so erhält man den zweiten Bogenpunkt *n*. Dann wird wieder die Alhidade um $\frac{\varepsilon}{2}$ weiter gedreht, die Richtung der Visur von *n* aus mit der Sehne *s* geschnitten u. s. f. Zur praktischen Durchführung empfiehlt es sich, den einen Kettenstab in dem vorher bestimmten Bogenpunkte einzustecken, den zweiten Kettenstab bei dem der Länge *s* entsprechenden Punkte festzuhalten und direkt in die Richtung der Visur einzuwinken. Am einfachsten wäre dies, wenn $s = 20\ m$ wäre.

Man kann daher auch statt den Winkel ε durch Division des Winkels γ durch die entsprechende Zahl zu berechnen, sagen

$$20 = 2\,r \,.\, \sin\frac{\varepsilon}{2}, \text{ daher } \sin\frac{\varepsilon}{2} = \frac{20}{2\,r},$$

und kann so für die Sehne von 20 m den Winkel ε berechnen. Nur muß man dann, wenn man den letzten Bogenpunkt t abgesteckt hat, von dem Winkel γ die Summe der bisherigen Winkel ε subtrahieren, und den Restwinkel zur letzten Visur benützen, ebenso muß für diesen Restwinkel die Sehne berechnet werden, und man soll dann genau in den Punkt B kommen. Zweckmäßiger wird es allerdings sein, wenn man zuerst den Scheitel S des Bogens absteckt (nach der vorigen Nummer) und schon bei diesem Punkte die Kontrolle vornimmt. Überhaupt ist es für die Genauigkeit der Absteckung vorteilhafter, wenn man zuerst den Scheitel S bestimmt, und dann von diesem Punkte aus die Absteckung der Bogenpunkte in umgekehrter Ordnung nach beiden Punkten A und B hin vornimmt. Bei dieser Art der Arbeit braucht man auch nicht viel Raum für die Absteckung. Arbeitet man jedoch in einer Richtung von A bis B, so wird es oft vorkommen, daß die freie Übersicht für alle Visuren von A aus fehlt. Könnte man z. B. in Fig. 368 von A aus nach q nicht mehr sehen, so kann man von dem vorherigen Punkte S die Arbeit in derselben Weise wie von A aus fortsetzen, wenn man den Theodolit in S aufstellt, nach A visiert, zur Ablesung am Limbus $4\,\frac{\varepsilon}{2}$ addiert, die Alhidade auf diese Summe einstellt und das Fernrohr durchschlägt. Die Visur ist jetzt in der Richtung $S\,v$ und $\sphericalangle\, A\,S\,u = v\,S\,B$. Man dreht also jetzt die Alhidade wieder um $\frac{\varepsilon}{2}$ weiter und arbeitet von der Linie $S\,v$ weiter, sowie von der Geraden $A\,E$.

Die Bestimmung des Azimuthes einer Richtung und die graphische Absteckung der Mittagslinie.

§ 39.

254. Die genaue Ermittlung des Azimuthes einer Richtung ist nur im Wege der höheren Geodäsie durch Sternbeobachtungen möglich. Annähernd, jedoch mit für kleinere Aufnahmen vollkommen ausreichender Genauigkeit, kann man das Azimuth einer Richtung durch Beobachtung eines Fixsternes vor und nach seiner Kulmination ermitteln. Infolge der Achsendrehung der Erde scheinen sich die Gestirne täglich um die Erde zu drehen. In dem Momente, wo ein Stern durch die Meridianebene des Beobachtungsortes geht, hat er seine größte Höhe erreicht. Gleichen Höhen vor und nach der Kulmination entsprechen daher gleiche Entfernungen vom Meridian.

Zu dieser Beobachtung kann man bei Tag die Sonne benützen. An einem heiteren, sonnigen Tage, etwa nach 8 Uhr morgens, stellt man den Theodolit in dem Punkte, in welchem man das Azimuth einer Richtung messen will, zentrisch auf, z. B. in A in Fig. 369, wenn das Azimuth der

Richtung AB gemessen werden soll. Die Limbusebene wird horizontal gerichtet und vor das Objektiv oder Okular ein dunkel gefärbtes Glas (Sonnenglas) gesteckt. Hierauf visiert man den unteren oder oberen Rand der Sonne derart an, daß der Horizontalfaden des Fadenkreuzes den Sonnenrand tangiert, und der Vertikalfaden die Mitte der Sonnenscheibe trifft. Dann liest man am Horizontalkreise an beiden Nonien ab, z. B.

Non. I $= 32^0\ 15'\ 10''$ Non. II $= 212^0\ 15'\ 20''$

Zugleich notiert man nach einer richtig gehenden Uhr die Zeit der Ablesung, z. B. 9^{h}. Nun bleibt der Theodolit unberührt stehen, insbesondere darf die Stellung des Höhenkreises nicht geändert werden. Ebenso viele Stunden nach 12 Uhr, als man die Beobachtung vor 12 Uhr gemacht hat, muß man wieder den Sonnenstand beobachten. Man muß jedoch schon einige Zeit, vielleicht 30 Minuten früher beim Instrumente sein, denn selbst wenn man sich auf seine Taschenuhr verlassen kann, so stimmt ja doch die astronomische Ortszeit mit der bürgerlichen Zeit nicht überein. Also etwa 30 Minuten vor 3^{h} Nm. öffnet man die Klemmschraube der Alhidade, ohne jedoch die Stellung des Höhenkreises zu ändern, und dreht die Alhidade zuerst mit freier Hand, dann bei angezogener Klemmschraube mit der Mikrometerschraube, bis die Sonne wieder so vom Fadenkreuze getroffen wird, wie Vormittag, worauf man wieder am Horizontalkreise an beiden Nonien abliest, z. B.

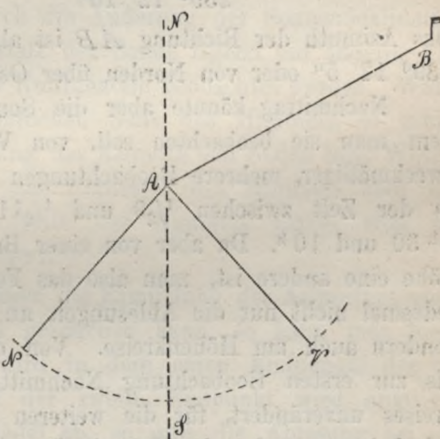


Fig. 369.

Non. I $= 116^0\ 57'\ 50''$ Non. II $= 296^0\ 58'$ —''

Subtrahiert man die vormittägige Ablesung von der nachmittägigen, so erhält man den Winkel VAN, also in dem angenommenen Beispiele

$84^0\ 42'\ 40''$ und $84^0\ 42'\ 40''$

Halbiert man diesen Winkel und addiert die Hälfte zur vormittägigen Ablesung, so gibt die Summe die Ablesung, die man an den beiden Nonien erhalten hätte, wenn man die Sonne um 12^{h} Mittags in dem Momente anvisiert hätte, wo sie den Meridian passiert, und ihren Kulminationspunkt erreicht hätte.

Es wäre dies also am

Nonius I	$32^0\ 15'\ 10''$	Nonius II	$212^0\ 15'\ 20''$
	$+\ 42^0\ 21'\ 20''$		$+\ 42^0\ 21'\ 20''$
	$74^0\ 36'\ 30''$		$254^0\ 36'\ 40''$

Würde man daher die Nonien I und II nacheinander auf diese Ablesungen einstellen, jedesmal eine Stange einwinken, und falls die beiden Richtungen etwas von einander abweichen sollten, das Mittel nehmen, so wäre die abgesteckte Richtung die Mittagslinie des Punktes A.

Um aber das Azimuth der Richtung AB zu messen, visiert man jetzt nach dem Punkte B und liest wieder beide Nonien ab, z. B.:

Non. I = 313° 48′ 40″ Non. II = 133° 48′ 40″.

Von diesen Ablesungen werden die erhaltenen Summen subtrahiert:

313° 48′ 40″	133° 48′ 40″
— 74° 36′ 30″	— 254° 36′ 40″
239° 12′ 10″	239° 12′ —″

Das Azimuth der Richtung AB ist also von Süden über Westen gemessen 239° 12′ 5″ oder von Norden über Osten 59° 12′ 5″.

Nachmittag könnte aber die Sonne gerade in dem Augenblicke, in dem man sie beobachten soll, von Wolken verhüllt sein. Es ist daher zweckmäßiger, mehrere Beobachtungen zu machen. Man visiert Vormittag in der Zeit zwischen $^1/_2$9 und $^1/_2$11 Uhr mehreremale, z. B. um 9^h, 9^h 30 und 10^h. Da aber von einer Beobachtung zur anderen die Sonnenhöhe eine andere ist, man also das Fernrohr drehen muß, so notiert man jedesmal nicht nur die Ablesungen an beiden Nonien des Horizontalkreises, sondern auch am Höhenkreise. Von der letzten Beobachtung Vormittags, bis zur ersten Beobachtung Nachmittags bleibt die Stellung des Höhenkreises unverändert, für die weiteren nachmittägigen Beobachtungen muß jedoch immer vorher der Höhenkreis auf dieselbe Ablesung eingestellt werden, welche man bei der korrespondierenden vormittägigen Beobachtung notiert hat.

Angenommen, man hätte am Limbus folgende Ablesungen erhalten:

9^h — Vm.	I. Non.	32° 15′ 10″	II. Non.	212° 15′ 20″
9^h 30^m „	„	39° 18′ 40″	„	219° 19′ —
10^h — „	„	46° 22′ 10″	„	226° 22′ 10″
2^h — Nm.	„	102° 50′ 40″	„	282° 50′ 50″
2^h 30^m „	„	109° 54′ 30″	„	289° 54′ 40″
3^h — „	„	116° 57′ 50″	„	296° 58′ —

Werden von den nachmittägigen Ablesungen die korrespondierenden vormittägigen Ablesungen subtrahiert, so ergeben sich folgende Differenzen:

3^h — Nm. und 9^h — Vm.,	I. Non.	84° 42′ 40″	II. Non.	84° 42′ 40″
2^h 30^m „ „ 9^h 30^m „	„	70° 35′ 50″	„	70° 35′ 40″
2^h — „ „ 10^h — „	„	56° 28′ 30″	„	56° 28′ 40″

Die Hälften dieser Winkel sind:

I. Non.	42° 21′ 20″	II. Non.	42° 21′ 20″
„	35° 17′ 55″	„	35° 17′ 50″
„	28° 14′ 15″	„	28° 14′ 20″

Werden diese halben Winkel addiert zu den entsprechenden vormittägigen Ablesungen, so erhält man:

I. Non.	74° 36′ 30″	II. Non.	254° 36′ 40″
„	74° 36′ 35″	„	254° 36′ 50″
„	74° 36′ 25″	„	254° 36′ 30″
Mittel	74° 36′ 30″		254° 36′ 40″

Subtrahiert man diese Mittel von den Ablesungen bei der Visur von A nach B, d. h. jener Richtung, deren Azimuth gemessen werden soll, nämlich von

Non. I. 313° 48′ 40″ und Non. II 133° 48′ 40″,

so ergibt sich

239° 12′ 10″ 239° 12′ —

daher das Azimuth der Richtung AB = 239° 12′ 5″.

Diese Art der Ermittlung des Azimuthes einer Richtung leidet an einem kleinen Fehler, weil sich der Stand der Sonne, d. h. die Sonnendeklination von Vormittag bis Nachmittag etwas ändert. Um diesen Fehler möglichst klein zu machen, muß die Beobachtung in der zweiten Hälfte des Monates Juni oder Dezember gemacht werden.

Will man den Fehler, der durch die Änderung der Sonnendeklination entsteht, ganz vermeiden, so muß statt der Sonne irgend ein anderer Fixstern bei Nacht vor und nach seiner Kulmination beobachtet werden. Wählt man hiezu einen Fixstern auf der südlichen Seite des Himmels, so erhält man so wie bei der Sonnenbeobachtung das Azimuth von Süden über Westen gemessen, bei einem Fixstern auf der Nordseite des Himmels aber von Norden über Osten. Auf der Nordseite des Himmels eignet sich zur Beobachtung sehr gut der Polarstern.[1])

255. Wenn für kleine Aufnahmen die Ermittlung des Azimuthes einer Richtung mit geringerer Genauigkeit geschehen kann, so kann man hiezu auch die Bussole benützen. Diese wird in dem einen Endpunkte der betreffenden Richtung aufgestellt und der zweite Endpunkt wird anvisiert. Liest man nun am Nordende der Nadel ab, so gibt die Ablesung bei der neueren Bezifferungsart (siehe Seite 264) den Winkel, den die betreffende Richtung mit dem magnetischen Meridiane bildet, von Norden über Osten gemessen; bei der älteren Bezifferung aber in entgegengesetzter Richtung, nämlich von rechts gegen links. In diesem letzteren Falle muß daher die Ablesung von 360° subtrahiert werden. Statt eines gewöhnlichen Bussoleninstrumeutes benützt man zweckmäßiger ein Universal-Bussolen-Instrument, welches auch mit einem Horizontalkreise mit Nonius versehen ist. Man dreht dann die Alhidade, bis das Nordende der Magnetnadel genau auf Null einspielt, und liest am Horizontalkreise ab. Hierauf verdreht man etwas die Alhidade, bringt dann wieder den Nullpunkt mit der Nadel zusammen und liest wieder ab. Dies wiederholt man einigemale und nimmt aus den Ablesungen das Mittel. Dieses wird als Ablesung „links“ betrachtet und es befindet sich hiebei die Visierlinie in der Richtung des magnetischen

[1]) Diesen Stern findet man sehr leicht, wenn man sich durch die beiden hintersten Sterne im Vierecke des großen Bären eine gerade Linie gezogen, und auf diese die Entfernung der beiden genannten Sterne fünfmal aufgetragen denkt; etwas östlich von diesem so erhaltenen Punkte befindet sich ein Stern, der sich unter den übrigen durch seine Größe auszeichnet und der mit sechs anderen kleineren Sternen das dem großen Bären ähnliche Sternbild des kleinen Bären bildet, und welcher der Polarstern ist.

Meridianes. Nun visiert man den zweiten Endpunkt der betreffenden Richtung an und liest wieder am Horizontalkreise ab; diese Ablesung ist „rechts“. Durch die Subtraktion der „Ablesung links“ von „rechts“ erhält man den Winkel, der die betreffende Richtung mit dem magnetischen Meridiane bildet, etwas genauer, als wenn man bei einem gewöhnlichen Bussolen-Instrumente direkt an der Nadel abgelesen hätte, weil es leichter möglich ist, die Nadel scharf auf Null zu stellen, als daran abzulesen.

Um das Azimuth der betreffenden Richtung, vom Norden der Mittagslinie über Osten gemessen, zu erhalten, muß von dem Winkel, den die Richtung mit dem magnetischen Meridiane bildet, die magnetische Deklination subtrahiert werden. Diese muß daher für Ort und Zeit genau bekannt sein. (Siehe Nr. 192.)

256. Um in einem Punkte die Mittagslinie graphisch auszustecken, stellt man an einem heiteren sonnigen Tage, in der zweiten Hälfte Juni oder Dezember, den mit Papier bespannten Meßtisch in dem betreffenden Punkte horizontal auf und projiziert letzteren mit der Lotgabel auf das Tischbrett. Man erhielte so z. B. den Punkt *a* in Fig. 370. Nun setzt man die Spitze eines Zirkels in dem Punkte *a* ein und beschreibt auf dem Tischbrette gegen Norden mehrere konzentrische Kreisbögen. In dem Punkte *a* wird dann eine 8 bis 10 *cm* lange Nadel ganz vertikal, also genau senkrecht auf das horizontal gerichtete Tischbrett eingesteckt. Dies geschieht etwa um 8 Uhr morgens. Die Nadel wirft auf das Tischbrett einen Schatten, der mit der steigenden Sonne immer kürzer wird und dabei von West gegen Ost wandert. Man wartet nun ab, bis das Ende des Schattens genau einen Kreisbogen trifft und pikiert in demselben Augenblicke diesen Punkt durch, ringelt ihn ein und schreibt die Zeit dazu, z. B. 8 h.

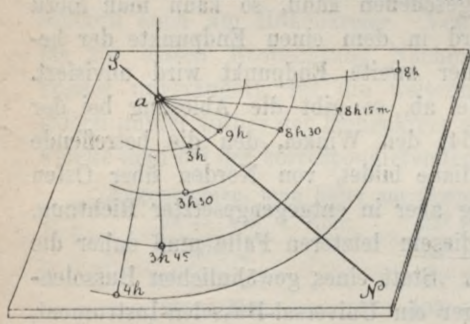


Fig. 370.

Dasselbe geschieht, wenn das Ende des Schattens den nächsten Kreisbogen trifft; so macht man zwischen 8 und 9 h etwa 3 bis 4 Beobachtungen. Dann bleibt der Tisch bis Nachmittag gegen 3 Uhr unberührt stehen, worauf man abermals den jetzt wieder länger werdenden Schatten verfolgt und sein Ende durchpikiert, sowie er dieselben Kreisbögen erreicht, wie vormittags.

Statt der eingesteckten Nadel kann man besser den in Fig. 371 abgebildeten Mittagslinienbestimmer verwenden. Dieses Instrument ist aus Messing, 10 *cm* hoch, und hat bei *s* eine kleine Durchlochung, von welcher senkrecht auf die Bodenplatte eine Gerade eingraviert ist. Mit dieser Marke wird das Instrument an den Punkt *a* gestellt, so daß die Fußplatte gegen Süden, die obere Platte gegen Norden gerichtet ist. Das

Instrument wirft auf das Tischbrett einen breiten Schattenstreif, in welchem sich ein kleiner heller Kreis befindet, indem die Sonnenstrahlen durch die Öffnung *s* dringen können. In dem Augenblicke, wo dieser helle Kreis von den einzelnen Kreisbögen halbiert wird, wird sein Mittelpunkt durchpikiert. Es lassen sich so die einzelnen Punkte viel schärfer fixieren, als wenn man das Ende des Schattens der Nadel durchpikieren muß.

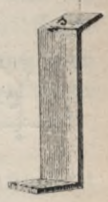


Fig. 371.

Wird nun jeder Kreisbogen zwischen den beiden durchpikierten Punkten halbiert, so sollen alle Halbierungspunkte mit dem Punkte *a* in einer einzigen Geraden liegen, welche die Richtung der Mittagslinie angibt. Legt man daher jetzt an diese Gerade *a N* das Diopterlineal und winkt in der Richtung der Visur in möglichst großer Entfernung eine Stange ein, so bildet diese mit dem Punkte *A* die Mittagslinie dieses Punktes und zwar liegt die Stange gegen Norden, der Punkt *A* gegen Süden.

Würde man im Punkte *A* den Theodolit aufstellen, die Stange anvisieren, am Horizontalkreise ablesen und diese Ablesung als „links“ betrachten; dann irgend eine Richtung anvisieren und die Ablesung am Horizontalkreise als „rechts“ annehmen, so ergibt die Differenz der Ablesungen „rechts“ weniger „links“ das Azimuth der betreffenden Richtung, von Norden über Osten gemessen.

Während der Beobachtungen darf selbstverständlich die Stellung des Meßtisches keine Änderung erleiden. Um sich hierüber Gewißheit zu verschaffen, legt man gleich zu Beginn der Arbeit auf den Tisch das Diopterlineal, visiert irgend einen weit entfernten Punkt an, zieht an der Kante des Lineales eine Bleistiftlinie und läßt das Diopterlineal liegen. Während der Arbeit sieht man dann ab und zu nach, ob das Lineal noch an der Linie liegt und ob der betreffende Punkt noch von der Visur getroffen wird.

Fünfter Abschnitt.

Kleinere Aufnahmen.

Aufnahms-Methoden.

§ 40.

A. Die Koordinaten-Methode.

257. Um die gegenseitige Lage mehrerer Punkte zu bestimmen, kann man die „Koordinaten-Methode“ anwenden. In möglichster Nähe der aufzunehmenden Punkte 1 bis 8 (Fig. 372) wird als Abszissenachse eine beliebige Gerade *AB* abgesteckt, auf welche von den aufzunehmenden Punkten Senkrechte gefällt und deren Fußpunkte bezeichnet werden. Nun wählt man einen beliebigen Anfangspunkt in der Geraden für die Abszissen, z. B. *A*, und mißt von hier aus alle Abszissen, d. h. die Entfernung jedes

Fußpunktes von dem Punkte A. Werden dann auch noch die Ordinaten gemessen, so ist die Lage der Punkte in ihrer horizontalen Projektion bestimmt, und sie können gezeichnet werden. Zu diesem Behufe wird am Papiere eine Gerade als Abszissenachse gezogen, in dieser der Anfangspunkt A angenommen und die Abszissen in dem gewählten Verjüngungsverhältnisse aufgetragen.

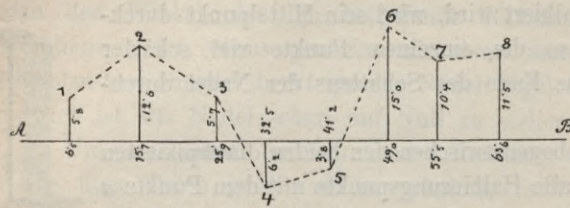


Fig. 372.

In den erhaltenen Punkten werden nach der entsprechenden Seite Senkrechte errichtet und auf diese die gemessenen Ordinaten aufgetragen.

Für die praktische Ausführung ist noch folgendes zu bemerken. Die Ordinaten sollen möglichst kurz sein. Es kann dann die Messung der Abszissen und Ordinaten gleichzeitig erfolgen, indem man zur Messung der Abszissen ein Meßband, zum Messen der Ordinaten ein zweites Meßband, oder auch Meßlatten verwendet. Bei ganz kurzen Ordinaten kann die Errichtung der Senkrechten nach dem Augenmaße geschehen. Bei längeren Ordinaten muß dagegen ein Instrument zum Abstecken von rechten Winkeln benützt werden.[1]) Sind durchwegs längere Ordinaten nicht zu vermeiden, so ist es zweckmäßig, vorher mit dem Instrumente die Fußpunkte der Ordinaten zu bestimmen und durch Pflöcke zu bezeichnen, und dann erst die Abszissen und hierauf nacheinander die Ordinaten zu messen.

Die erhaltenen Maße werden am besten in eine Skizze eingetragen (siehe Fig. 372). Man kann auch ein Protokoll darüber führen, in welchem aber die Richtung der Ordinaten, ob links oder rechts, angegeben sein muß, wobei man sich denkt, in der Richtung der Abszissenmessung fortzugehen. Zum Beispiel:

Punkt Nr.	Abszisse	Ordinate	
		Richtung	Länge
	Meter		
1	6·5	links	5·8
2	15·7	„	12·6
3	25·9	„	5·7
4	32·5	rechts	6·2
5	41·2	„	3·8
6	49·0	links	15·0
7	55·5	„	10·4
8	63·6	„	11·5

[1]) Die österreichischen Katastral-Instruktionen für Polygonal- nnd Meßtisch-Aufnahmen bestimmen hierüber, daß bei einer Länge der Ordinaten über 4 *m* bei wichtigen, über 10 *m* bei minderen Punkten ein Instrument zum Abstecken rechter Winkel zu benützen ist. Ordinaten von einer Länge von mehr als 50 *m* im ebenen und von mehr als 25 *m* im ansteigenden Terrain sind nach Tunlichkeit zu vermeiden.

Sehr gut ist es, und bei längeren Ordinaten sogar unerläßlich, zur Kontrolle auch die Entfernungen der aufzunehmenden Punkte von einander zu messen, also die Längen 1 bis 2, 2 bis 3, 3 bis 4 u. s. w.

Ein sehr wichtiger Vorteil dieser Aufnahmsmethode ist der, daß die Bestimmung jedes Punktes unabhängig von den anderen geschieht. Sollte daher bei irgend einem Punkte ein Fehler begangen werden, so kann sich dieser nicht auf die anderen Punkte fortpflanzen; ebenso kann auch nicht eine Anhäufung der unvermeidlichen Fehler stattfinden.

B. Die Standlinien-Methode oder das Visieren und Schneiden.

258. Hat man einen Meßtisch zur Verfügung und gewährt das Terrain freie Übersicht, so kann die Bestimmung der gegenseitigen Lage einer Reihenfolge von Punkten durch „Visieren und Schneiden“ oder „Rayon und Schnitt“ geschehen. Zu diesem Zwecke werden zwei passende Standpunkte in einer solchen Entfernung von einander und von den aufzunehmenden Punkten gewählt, daß man gute Schnittwinkel, nicht unter 30^0 und nicht über 150^0 erhält. Im übrigen geschieht die Arbeit ganz nach Nr. 157.

Auch bei dieser Methode werden die einzelnen Punkte unabhängig von einander erhalten, so daß eine Fortpflanzung etwaiger Fehler, sowie eine Anhäufung der unvermeidlichen Fehler nicht stattfinden kann.

C. Die Polarmethode oder das Visieren und Messen.

259. Um eine Anzahl von Punkten bezüglich ihrer gegenseitigen Lage aufzunehmen, kann man einen passenden Punkt S wählen (Fig. 373), von dem man nach den einzelnen Punkten sehen und messen kann. Werden die Entfernungen der einzelnen Punkte von S und die Winkel gemessen, welche die Geraden $S1$, $S2$, $S3$ u. s. w. mit irgend einer Geraden SS' bilden, so ist die Lage der einzelnen Punkte in ihrer horizontalen Projektion vollkommen bestimmt.

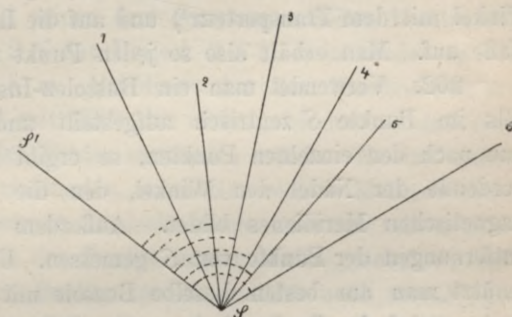


Fig. 373.

Für die praktische Ausführung ist folgendes zu beachten. Um die einzelnen Punkte unabhängig von einander zu bestimmen und dadurch einer Fortpflanzung und Anhäufung von Fehlern vorzubeugen, müssen alle Winkel von einer Geraden aus, und durchaus nicht ein Winkel neben dem andern gemessen werden. Ist es möglich, die Entfernungen der einzelnen Punkte von einander zu messen, so ist dies für die Kontrolle sehr gut.

Diese Methode kann Anwendung finden, wenn man einen Meßtisch, einen Theodolit oder ein Bussolen-Instrument zur Disposition hat. Sie kann aber auch zur Not angewendet werden, wenn man nur Kette oder Bandmaß zur Verfügung hat, wiewohl man im letzten Falle zweckmäßiger die Koordinatenmethode wählen wird. Insbesondere ist die Methode vorteilhaft und empfehlenswert, wenn das Fernrohr des Winkelmeßinstrumentes zur optischen Distanzmessung eingerichtet ist, so daß die Längen optisch gemessen, und die zeitraubenden Messungen mit Kette, Bandmaß oder Meßlatten erspart werden können.

260. Hat man einen Meßtisch zur Disposition, so stellt man ihn in dem gewählten Standpunkte S horizontal auf, projiziert diesen Punkt auf das Brett, oder orientiert den Tisch, z. B. nach S', wenn die Gerade SS' schon am Tische sein sollte. Nun visiert man über S nach den einzelnen Punkten, zieht jedesmal die Visuren und trägt auf diese das verjüngte Maß der gemessenen Entfernungen auf.

261. Der Theodolit wird im Punkte S zentrisch aufgestellt, und die Limbusebene horizontal gerichtet. Hierauf visiert man nach dem Punkte S' (z. B. nach dem früheren Standpunkte), liest am Limbus ab und notiert diese Ablesung als „links“. Visiert man dann der Reihe nach die einzelnen aufzunehmenden Punkte an, liest jedesmal am Limbus ab und notiert alle diese Ablesungen als „rechts“, so ergeben die Differenzen rechts weniger links die Winkel, welche alle die einzelnen Visuren mit der Visur SS' bilden. Werden dann auch die Entfernungen der einzelnen Punkte von S mit Kette, Latte oder Bandmaß, oder optisch gemessen, so können die Punkte konstruiert werden. Zu diesem Behufe zieht man am Papier eine Linie SS' (wenn diese nicht schon vorhanden ist) und trägt an die Linie die gemessenen Winkel mit dem Transporteur[1]) und auf die Linien die Längen im verjüngten Maße auf. Man erhält also so jeden Punkt unabhängig vom andern.

262. Verwendet man ein Bussolen-Instrument, so wird dieses ebenfalls im Punkte S zentrisch aufgestellt und horizontal gerichtet. Visiert man nach den einzelnen Punkten, so ergibt die jedesmalige Ablesung am Nordende der Nadel den Winkel, den die Visur mit der Richtung des magnetischen Meridianes bildet. Außerdem werden natürlich wieder die Entfernungen der Punkte von S gemessen. Um die Punkte zu konstruieren, benützt man am besten dieselbe Bussole mit Zulege-(Auftrags-)Platte. Am Papiere wird der Punkt S angenommen (wenn er nicht schon vorhanden ist), an diesen die zu NS parallele Kante der Auftragsplatte angelegt, und die Bussole gedreht, bis man am Nordende der Nadel der Reihe nach dieselben Ablesungen erhält, wie bei den Visuren. Auf die an der Kante gezogenen Bleistiftlinien wird das verjüngte Maß der Entfernungen aufgetragen.[2]) Man erhält also auch wieder jeden Punkt unabhängig vom andern.

263. Hat man nur eine Meßkette, Meßband oder Meßlatten, sowie Absteckstäbe, so kann man zur Not auch mit diesen Instrumenten die Punkte nach der

[1]) Siehe hierüber Nr. 202.

[2]) Siehe hierüber Nr. 192.

Polarmethode aufnehmen, obwohl in den meisten Fällen dann die Koordinatenmethode zweckmäßiger sein wird. Es werden dann wieder die Entfernungen der Punkte von einem gewählten Fixpunkte *S* (Fig. 374) gemessen; bei dieser Messung bezeichnet man in jeder Richtung in gleichen Entfernungen von z. B. 10 oder 20 *m* von *S* aus durch Pflöcke oder dergl. die Punkte *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* und *g*. Hierauf mißt man die Entfernungen *a b*, *a c*, *a d*, *a e*, *a f* und *a g*. Um die Punkte zu konstruieren, beschreibt man am Papiere von *S* aus mit dem Zirkel mit einem Vielfachen der gleichen Entfernungen *S a*, *S b* u. s. w., vielleicht mit dem fünf- oder zehnfachen, einen Bogen, welchen man von der Geraden *S S'* aus mit demselben Vielfachen der Längen *a b*, *a c*, *a d* u. s. w. schneidet. Die erhaltenen Schnittpunkte werden mit *S* verbunden, und auf diese Linien trägt man die Entfernungen der Punkte 1, 2, 3 u. s. w. von *S* in dem gewünschten Verjüngungsverhältnisse auf. Auch auf diese Weise erhält man jeden Punkt unabhängig vom andern, so daß eine Fortpflanzung und Anhäufung von Fehlern nicht stattfinden kann.

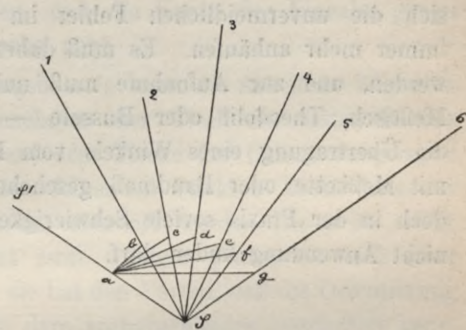


Fig. 374.

Hätte man außer den Entfernungen der Punkte *S* auch die Entfernungen der Punkte voneinander, also die Längen 1 bis 2, 2 bis 3, 3 bis 4 u. s. w. gemessen, so könnte man auch in der Weise konstruieren. daß man zuerst das Dreieck 1 *S* 2 aus seinen drei gemessenen Seiten konstruiert, dann anschließend an die Seite 2 *S* das Dreieck 2 *S* 3, dann wieder an die Seite 3 *S* das Dreieck 3 *S* 4 u. s. w. Bei dieser Art der Konstruktion erhält man aber jeden Punkt erst mit Hilfe des vorhergehenden, so daß eine Fortpflanzung und Anhäufung der Fehler stattfinden würde. Es darf daher eine derartige Konstruktion nur stattfinden, wenn eine andere Methode nicht anwendbar ist und wenn nur wenige Dreiecke aneinander zu reihen sind. Dagegen könnte die Konstruktion der Punkte in der Weise geschehen, daß nicht nur die Entfernungen der Punkte von *S*, sondern auch von *S'* gemessen werden, ebenso die Länge *S S'*. Dann kann immer jedes Dreieck für sich, unabhängig von den anderen, konstruiert werden, welches jeder aufzunehmende Punkt mit den zwei Punkten *S* und *S'* bildet.

D. Die Aufnahme aus dem Umfange, das Stationieren oder Polygonisieren.

264. Wenn das Terrain wenig Raum und wenig freie Übersicht gewährt, hat die Anwendung der Polar- und Standlinienmethode ihre Schwierigkeiten. Es muß dann die „Aufnahme aus dem Umfange oder das Umziehen oder Polygonisieren" angewendet werden. Diese Aufnahmsmethode

besteht darin, daß die Entfernung jedes aufzunehmenden Punktes vom nächsten, und der Brechungswinkel in jedem Punkte gemessen wird. Durch Konstruktion der Winkel und Auftragen der gemessenen Längen erhält man nacheinander die einzelnen Punkte.

Es kann also bei dieser Methode jeder Punkt erst mit Hilfe des vorhergehenden gefunden werden. Begeht man bei irgend einem Punkte einen Fehler, so pflanzt sich dieser auf die anderen Punkte fort, ebenso werden sich die unvermeidlichen Fehler im ungünstigsten Falle summieren und immer mehr anhäufen. Es muß daher mit besonderer Sorgfalt vorgegangen werden, und zur Aufnahme muß unbedingt ein Winkelmeßinstrument — Meßtisch, Theodolit oder Bussole — zur Verfügung stehen. Wenn auch die Übertragung eines Winkels vom Felde auf das Papier im Notfalle nur mit Meßkette oder Bandmaß geschehen kann (siehe Nr. 243), so hat dies doch in der Praxis soviele Schwierigkeiten, daß es auf die Umfangsmethode nicht Anwendung finden darf.

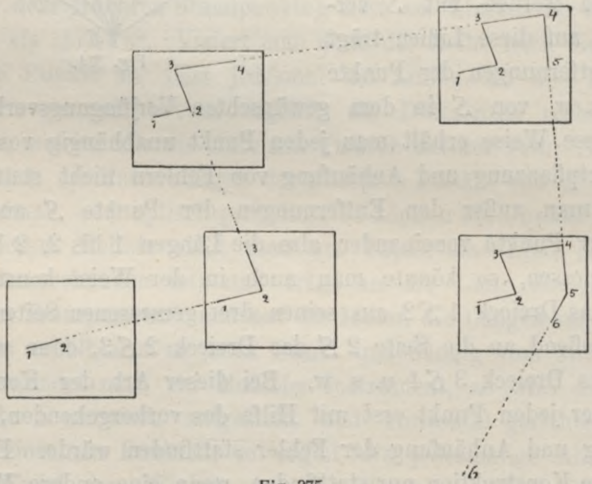


Fig. 375.

265. Bei der Benützung eines M e ß t i s c h e s geht man in folgender Weise vor. Man stellt den Tisch im ersten Punkte horizontal auf, gibt dem Brette eine solche passende Lage, daß man alle Punkte auf das Brett bringt, und projiziert den Punkt auf das Brett. Nun legt man das Diopterlineal an diesen Punkt 1 auf dem Brette, visiert nach dem Punkte 2, zieht die Visur nebst Randmarken und trägt das verjüngte Maß der Länge 1, 2 auf. (Fig. 375.) Jetzt überträgt man den Tisch nach dem Punkte 2, stellt den am Tische erhaltenen Punkt über den Punkt 2 am Boden und orientiert ihn mit Hilfe der Randmarken nach dem Punkte 1 zurück. Nun legt man das Diopterlineal wieder an den Punkt 2 am Tische, visiert nach dem Punkte 3, zieht die Visur nebst Randmarken und trägt das verjüngte Maß der Länge 2, 3 auf. Dann überträgt man den Tisch nach 3, orientiert ihn u. s. w.

Diese Art der Arbeit nennt die öst. Katastralinstruktion für Meßtischaufnahmen „Stationieren auf Rayongängen."

In jedem Punkte hängt die Richtigkeit des bestimmten Winkels wesentlich von der richtigen Orientierung des Tisches ab. Dieser muß daher die größte Aufmerksamkeit gewidmet werden; es muß stets genau der Punkt am Tische über den Punkt am Boden gestellt werden, und zum Anlegen des Lineals an die Randmarken muß man eine Lupe benützen. Auch beim Visieren muß darauf geachtet werden, daß die Kante des Lineales genau durch den betreffenden Punkt am Tische geht.

Mit Benützung einer Orientierungsbussole kann die Arbeit in folgender Weise modifiziert werden. Gleich nachdem der Tisch im ersten Punkte entsprechend aufgestellt wurde, wird auf dem Tische der Orientierungsrayon für die Bussole bestimmt, und in den folgenden Punkten kann dann der Tisch mit Hilfe der Orientierungsbussole orientiert werden (siehe Nr. 155). Die Orientierung mit der Bussole ist zwar weniger genau, als nach einer am Tische angegebenen Geraden, aber sie hat den Vorteil, daß die Orientierung in jedem Punkte ganz unabhängig von dem vorhergehenden geschehen kann, wodurch das Fortpflanzen und Anhäufen etwaiger Orientierungsfehler vermieden wird. Man kann übrigens auch in jedem Punkte die Orientierung so wie früher nach den Visuren mit Randmarken vornehmen und die Bussole nur zur Kontrolle der Orientierung benützen.

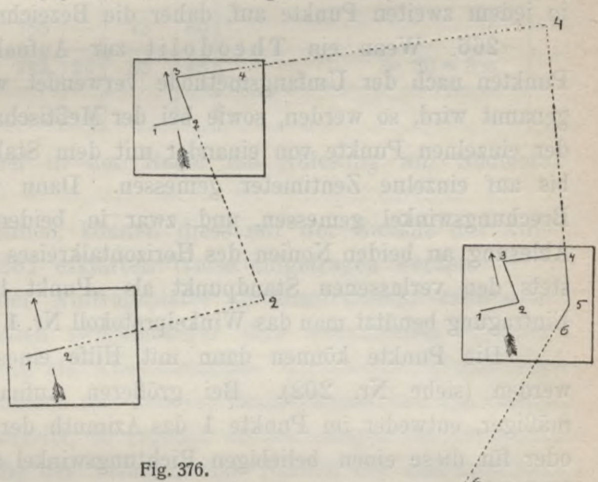


Fig. 376.

Will man ausschließlich mit der Bussole orientieren, so kann man die Arbeit dadurch vereinfachen, daß man mit Springständen arbeitet, die Katastral-Instruktion für Meßtischaufnahmen nennt dies „Stationierung mit dem Meßtische und Benützung der Bussole (Springstandmethode)", nachdem man den Tisch im Punkte 1 aufgestellt, sowie früher den Punkt 2 bestimmt, und auch mit Hilfe der Bussole den Orientierungsrayon angegeben hat, wird der Tisch nicht im Punkte 2, sondern gleich im Punkte 3 aufgestellt. Zu diesem Behufe nimmt am Tische durch Schätzung, unter Zuhilfenahme der vorher gemessenen Entfernung 2, 3, einen Punkt an, den man für den dem Punkte 3 entsprechenden Punkt hält, stellt diesen Punkt über den Punkt 3 am Boden und orientiert den Tisch mit Hilfe der Bussole. (Fig. 376.) Dann legt man das Diopterlineal an den am Tische befindlichen Punkt 2, visiert nach dem

Punkte 2 am Felde zurück, zieht die Visur nach rückwärts und trägt auf diese die gemessene Länge 2, 3 auf. Nun untersucht man mit der Lotgabel, wie dieser erhaltene Punkt gegen den Punkt am Boden liegt. Wäre die Abweichung groß, so müßte der Tisch überstellt, und zwar der erhaltene Punkt genau über den Punkt 3 am Boden gebracht, dann nochmals orientiert und noch einmal nach 2 visiert werden. Beträgt aber die Abweichung des erhaltenen Punktes 3 am Tische gegen diesen Punkt am Boden nicht mehr als 2 bis 3 *cm*, so legt man das Diopterlineal an den erhaltenen Punkt, visiert nach 4, zieht die Visur und trägt die Länge 3, 4 auf, wodurch man den Punkt 4 erhält. Nun geht man mit dem Tische gleich in den Punkt 5, nimmt wieder durch Schätzung einen Punkt als 5 an, stellt ihn über den Punkt 5 am Boden und orientiert den Tisch mit der Bussole. Dann visiert man wieder über den Punkt 4 am Tische nach dem Punkte 4 am Felde, zieht die Visur und trägt auf diese die gemessene Länge 4, 5 auf. Nun untersucht man wieder die Lage des erhaltenen Punktes gegen den Punkt am Boden u. s. f.

Man überspringt also immer einen Punkt und stellt den Tisch erst in jedem zweiten Punkte auf, daher die Bezeichnung „Springstände".

266. Wenn ein Theodolit zur Aufnahme einer Reihenfolge von Punkten nach der Umfangsmethode verwendet wird, was „Polygonisierung" genannt wird, so werden, sowie bei der Meßtischaufnahme, die Entfernungen der einzelnen Punkte von einander mit dem Stahlbande oder mit Meßlatten bis auf einzelne Zentimeter gemessen. Dann wird in jedem Punkte der Brechungswinkel gemessen, und zwar in beiden Fernrohrlagen und durch Ablesung an beiden Nonien des Horizontalkreises. Hiebei ist es zweckmäßig, stets den verlassenen Standpunkt als „Punkt links" zu betrachten. Zur Eintragung benützt man das Winkelprotokoll Nr. 1 für Polygonzüge (Seite 244).

Die Punkte können dann mit Hilfe eines Transporteurs konstruiert werden (siehe Nr. 202). Bei größeren Aufnahmen ist es aber zweckmäßiger, entweder im Punkte 1 das Azimuth der Strecke 1, 2 zu ermitteln, oder für diese einen beliebigen Richtungswinkel anzunehmen, und dann mit Hilfe der gemessenen Brechungswinkel die Richtungswinkel der übrigen Strecken zu berechnen. Aus diesen Richtungswinkeln und den gemessenen Längen der Strecken werden dann die Koordinatendifferenzen und Koordinaten der einzelnen Punkte berechnet und mit deren Hilfe die Punkte konstruiert. (Siehe § 30.)

267. Benützt man ein Bussolen-Instrument, was „Stationierung mit dem Bussolen-Instrumente" heißt, so werden auch wieder die Längen der einzelnen Strecken mit Stahlband oder Meß-Latten gemessen. Mit dem Bussolen-Instrumente mißt man aber nicht die Brechungswinkel der Strecken, sondern den Neigungswinkel jeder Strecke gegen den magnetischen Meridian, und zwar arbeitet man hiebei mit Springständen. (Siehe Nr. 192.)

Das Protokoll wird hiebei, wenn man auch mit Springständen arbeitet, gleich so geführt, als ob man von Punkt zu Punkt arbeiten würde, indem man bei den Rückvisuren sofort von der Ablesung 180^0 subtrahiert, beziehungsweise addiert. Im Interesse einer größeren Genauigkeit ist es vorteilhaft, jedesmal auch am Südende abzulesen. Stimmt diese Ablesung am Südende mit jener am Nordende nicht überein, so nimmt man aus beiden Ablesungen das Mittel. Bei den einzelnen Ablesungen muß die Zeit notiert werden. Man kann also etwa folgendes Protokoll benützen:

Protokoll für Bussolen-Umfangs-Aufnahme.

Visur		Ablesung an der Nadel						Entfernung		Bemerkungen
von	nach	Nordende I. Fernrohrlage		Südende II. Fernrohrlage		Mittel				
		0	′	0	′	0	′	Meter		
1	2	91	40	91	30	91	35	65	20	15./VI. 1901 3h — m Nm.
2	3	350	45	350	35	350	40	63	15	
3	4	97	10	97	20	97	15	98	55	
4	5	188	—	188	–	188	—	73	80	
5	6	222	20	222	10	222	15	55	45	3h 30 m Nm.

In der Praxis wird aber in der Regel die Ablesung am Südende unterlassen.

Um die Punkte zu zeichnen, können diese mit der Bussole mit Auftragsplatte in der auf Seite 281 erklärten Weise aufgetragen werden.

Statt die Punkte mit der Auftragsplatte zu konstruieren, kann man besonders bei größeren Arbeiten zweckmäßiger ihre Koordinaten, bezogen auf den magnetischen Meridian als Abszissenachse, berechnen. Wurde zur Aufnahme ein Bussolen-Instrument mit neuerer Bezifferungsweise, von rechts gegen links (Seite 269), verwendet, so ergeben die Ablesungen am Nordende der Nadel direkt die Azimuthe der Visuren, vom Norden des magnetischen Meridianes, über Osten gemessen. Bei einem Instrumente mit alter Bezifferung (von links gegen rechts) dagegen ergibt die Ablesung die Azimuthe, vom Norden über Westen gemessen. Es werden daher für die Berechnung in diesem Falle am besten die Ergänzungswinkel zu 360^0 genommen, da man sonst für die Berechnung und das Auftragen der Koordinaten die Quadranten in umgekehrter Richtung als sonst, von rechts gegen links, aufeinander folgen lassen muß.

Durch das Produkt aus der Entfernung jedes Punktes vom vorhergehenden mit dem sin. und cos. des Azimuthes dieser Linie erhält man die Koordinatendifferenzen jedes Punktes, und durch algebraisches Summieren die Ordinaten und Abszissen der Punkte, welche aufgetragen werden können. (Siehe § 30.)

E. Die Aufnahme von krummen Linien.

268. Die Aufnahme einer krummen Linie kann nur in der Weise erfolgen, daß einzelne Punkte der krummen Linie aufgenommen werden. Werden diese aufgenommenen Punkte durch Gerade verbunden, so entsteht eine gebrochene Linie, die man statt der krummen Linie aufgenommen hat. Die aufzunehmenden Punkte der krummen Linie müssen daher so gewählt werden, daß die durch ihre Aufnahme entstehende gebrochene Linie der krummen Linie in einem dem Zwecke der Aufnahme entsprechenden Maße möglichst nahe komme. Bezüglich des Zweckes der Aufnahme sind zwei wesentlich verschiedene Fälle zu unterscheiden.

Geschieht die Aufnahme nur zu dem Zwecke, um einen Plan herzustellen, und sollen eventuelle Flächenberechnungen nur nach dem Plane erfolgen, z. B. bei Meßtisch-Aufnahmen, so genügt es, die aufzunehmenden Punkte der krummen Linie so zu wählen, daß die gerade Verbindungslinie zweier Punkte, von der Krummen, also die Sehne vom Bogen, in dem Plane nicht merkbar abweicht. Der kleinste, am Papiere noch darstellbare Längenunterschied beträgt 0·14 *mm* (siehe Nr. 13). Es dürfen also am Papiere die Sehnen von den Bögen nicht um mehr als 0·14 *mm* abweichen. Diese Länge von 0·14 *mm* am Papiere vergrößert sich am Felde nach dem Verjüngungs-Verhältnisse. Beim Verjüngungs-Verhältnisse 1 : 2880 beträgt die Größe von 0·14 *mm* am Papier 0·403 *m* am Felde. Es dürfen also die geraden Verbindungslinien je zweier der aufzunehmenden Punkte von der krummen Linie am Felde um nicht mehr als 0·30 *m* abweichen, wenn die Aufnahme im Verhältnisse 1 : 2880 gezeichnet werden soll.

Etwas anderes aber ist es, wenn aus den am Felde bei der Aufnahme der krummen Linie gemessenen Längen direkt Flächen berechnet werden sollen. Würde man in diesem Falle die aufzunehmenden Punkte auch in der angegebenen Weise wählen, so würden die von den geraden Verbindungslinien abgeschnittenen Segmente bei der Flächenberechnung außer Betracht kommen. In diesem Falle müssen also die aufzunehmenden Punkte der krummen Linie so gewählt werden, daß ihre geraden Verbindungslinien auch am Felde von der krummen Linie nicht mehr merkbar abweichen.

269. Die Aufnahme der nach den Ausführungen der vorigen Nummer gewählten Punkte der krummen Linie geschieht nach einer der vier allgemeinen Aufnahmsmethoden. In den meisten Fällen wird es am zweckmäßigsten sein, möglichst nahe neben der krummen Linie, vielleicht auch diese hie und da durchschneidend, eine Anzahl möglichst langer gerader, zusammenhängender Linien zu wählen, welche als Abszissenachsen für die Aufnahme der gewählten Punkte mittelst kurzer Ordinaten dienen. Die zusammenhängenden Abszissenlinien selbst, welche eine gebrochene Linie bilden, werden nach der Umfangsmethode aufgenommen.

Muß diese gebrochene Linie in etwas größerer Entfernung von der krummen Linie gewählt werden, so kann die Aufnahme der gewählten

Punkte von den Eckpunkten der gebrochenen Hilfslinie aus nach der Polarmethode oder durch Visieren und Schneiden erfolgen.

Die Aufnahme einzelner Grundstücke.

§ 41.

Allgemeine Bemerkungen.

270. Wenn ein einzelnes Grundstück — eine Figur — aufgenommen werden soll, so müssen die Grenzen des Grundstückes, die entweder aus geraden oder krummen Linien bestehen können, aufgenommen werden. Es handelt sich also nur um die Aufnahme einzelner Punkte, nämlich der Brechungspunkte der geradlinigen Begrenzung, oder einer entsprechend gewählten Anzahl von Punkten der krummlinigen Grenzen. Man kann daher dazu alle die in dem vorigen § 40 beschriebenen Methoden anwenden. Die Wahl der Methode hängt ab von den zur Verfügung stehenden Instrumenten und von der Beschaffenheit des Terrains, inwieweit dieses Übersicht und Raum für die betreffenden Meßoperationen bietet. Sehr oft wird man aber nicht nur eine einzige Aufnahmsmethode anwenden, sondern wird mehrere kombinieren müssen.

Aufnahme eines Grundstückes nach der Koordinaten-Methode.

271. Für die Aufnahme eines Grundstückes wird man die Koordinaten-Methode wählen, wenn das Grundstück nur geringe Ausdehnung hat und dabei freie Übersicht gewährt, und wenn es zugleich so beschaffen ist, daß die Messung der Abszissen und Ordinaten leicht möglich ist. Außerdem wird man diese Methode anwenden müssen, wenn man kein anderes Instrument als Meßband oder Kette besitzt.

Hat das Grundstück nur geringe Breite (Fig. 377), so steckt man durch dieses eine beliebige Abszissenachse AB ab; zumeist wird man wohl

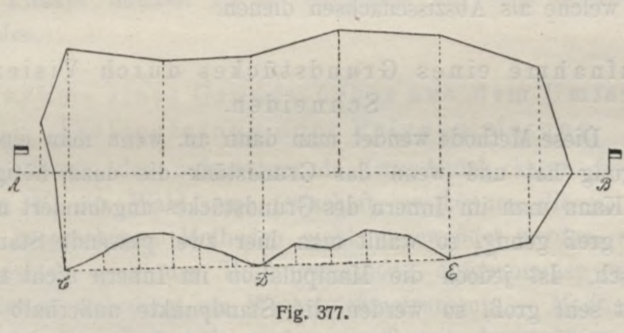


Fig. 377.

zwei Eckpunkte durch eine Gerade verbinden. Auf diese Abszissenachse werden nun von den einzelnen Eckpunkten Senkrechte gefällt, ihre Fußpunkte bezeichnet, und die Abszissen, von einem beliebigen Anfangspunkte aus, und auch die Ordinaten gemessen. Ist irgendwo die Grenze vielfach gebrochen, wie zwischen D und E, oder krummlinig, wie zwischen C und D, so daß man hier sehr viele, verhältnismäßig lange Ordinaten zu messen hätte, so ist es zweckmäßig, für diese Punkte neue Abszissenachsen, CD und DE zu wählen, deren Endpunkte C, D und E mittelst Ordinaten auf die Abszissenachse AB bestimmt werden. Die zahlreichen Punkte zwischen C und D, sowie zwischen D und E werden dann durch ganz kurze Ordinaten auf die neuen Abszissenachsen CD und DE bestimmt.

Hat das Grundstück größere Ausdehnung, so daß sämtliche Ordinaten bei einer einzigen Abszissenachse zu lang ausfallen würden, so legt man in das Grundstück ein oder mehrere Dreiecke (Fig. 378), deren Seiten als Abszissenachsen benützt werden. Die Dreiecke selbst werden aus ihren gemessenen Seiten konstruiert.

Sind die Messungen im Innern des Grundstückes nicht möglich (z. B. bei einem Teiche), so schließt man das Grundstück von außen zunächst

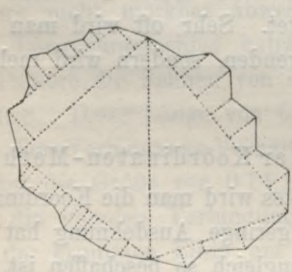


Fig. 378.

Fig. 379.

in ein Dreieck ABC ein (Fig. 379), welches aus seinen gemessenen Seiten konstruiert wird. Die Seiten des Dreieckes dienen wieder als Abszissenachsen. Sollten dabei in den Ecken des Dreieckes die Ordinaten zu lang werden, so kann man die Ecken durch die Geraden DE und FG abschneiden, welche als Abszissenachsen dienen.

Die Aufnahme eines Grundstückes durch Visieren und Schneiden.

272. Diese Methode wendet man dann an, wenn man einen Meßtisch zur Verfügung hat und wenn das Grundstück die dazu nötige Übersicht gewährt. Kann man im Innern des Grundstückes ungehindert manipulieren, und ist es groß genug, so wählt man hier zwei passende Standpunkte für den Meßtisch. Ist jedoch die Manipulation im Innern nicht möglich, und ist es nicht sehr groß, so werden die Standpunkte außerhalb des Grundstückes gewählt. Kann man von zwei Standpunkten aus nicht alle aufzunehmenden Grenzpunkte des Grundstückes durch Visieren und Schneiden bestimmen, so kann man noch einen dritten, und eventuell noch mehr Standpunkte wählen, welche zusammenhängende Dreiecke bilden (ähnlich wie die Abszissenachsen in Fig. 378). Diese Standpunkte werden von der

zuerst gewählten Standlinie durch Visieren und Schneiden oder auch durch Seitwärtsabschneiden bestimmt.

Ist irgendwo die Grenze vielfach gebrochen oder krummlinig, so daß man sehr viele Visuren und Schnitte bekäme, wie zwischen C, D und E in Fig. 377, so werden für diese Punkte passende Abszissenachsen. z. B. CD und DE gewählt, deren Endpunkte C, D und E durch Visieren und Schneiden, die Punkte der krummlinigen oder vielfach gebrochenen Grenze aber durch Ordinaten auf diese Abszissenachsen bestimmt.

In der nächsten Nähe der Tischstandpunkte gelegene Punkte, welche schlechte (zu spitze oder zu stumpfe) Schnitte geben würden, werden durch Visieren und Messen bestimmt.

Die Aufnahme eines Grundstückes nach der Polar-Methode.

273. Hat das aufzunehmende Grundstück verhältnismäßig geringe Ausdehnung, und ist bei freier Übersicht ein ungehindertes Arbeiten im Innern des Grundstückes möglich, so kann man zur Aufnahme die Polarmethode anwenden. Diese Methode wird man besonders dann wählen, wenn man ein Winkelmeßinstrument zur Verfügung hat, dessen Fernrohr zur optischen Distanzmessung eingerichtet ist, mag es nun ein Meßtisch, Theodolit oder Bussole sein.

Es wird dann im Innern des Grundstückes ein passender Standpunkt für das Instrument gewählt, von welchem man nach allen Grenzpunkten sehen und eventuell messen kann. Die Aufnahme der Grenzpunkte geschieht dann ganz nach Nr. 260, 261 oder 262. Ist irgendwo die Grenze vielfach gebrochen oder krummlinig, wie zwischen C, D und E in Fig. 377, so daß viele Punkte zu bestimmen sind, so werden zweckmäßig nicht alle diese Punkte nach der Polarmethode aufgenommen, sondern wieder nur die Endpunkte passender Abszissenlinien, z. B. C, D und E, während die dazwischen liegenden Punkte mittelst kurzer Ordinaten auf diese Abszissenlinien bezogen werden.

Die Aufnahme eines Grundstückes aus dem Umfange, durch Stationierung oder Polygonisierung.

274. Wenn das aufzunehmende Grundstück keine freie Übersicht gewährt, z. B. ein Wald, eine Ortschaft, so können die in den vorigen Nummern besprochenen Methoden nicht angewendet werden, es muß dann das Grundstück nach der Umfangsmethode aufgenommen werden. Für diese Arbeit ist unbedingt ein Winkelmeßinstrument — Meßtisch, Theodolit oder Bussole — erforderlich, und es muß mit der größten Sorgfalt vorgegangen werden, da jeder Punkt nur mit Hilfe des vorhergehenden bestimmt werden kann, so daß eine Fortpflanzung und Anhäufung der unvermeidlichen Fehler von Punkt zu Punkt stattfindet, wie schon in Nr. 264 gesagt wurde. Die aufzunehmenden Grenzpunkte eines Grundstückes bilden

ein geschlossenes Polygon, dadurch ist eine Kontrolle der Richtigkeit der Arbeit möglich. Die Aufnahme der Punkte geschieht ganz nach den Nummern 265, 266 und 267. Um jedoch eine Fortpflanzung und Anhäufung der unvermeidlichen Fehler möglichst zu vermeiden, und um schließlich den beim Schlusse des Polygons sich doch zeigenden Fehler auf die einzelnen Punkte zu verteilen, sind für die Arbeit mit den anzuwendenden Instrumenten noch mancherlei Erklärungen nötig, welche in den folgenden Nummern gegeben werden sollen.

275. Soll die Aufnahme mit dem Meßtische stattfinden (Stationierung auf Rayongängen), so muß vor Allem beachtet werden, daß die Richtigkeit jedes Punktes wesentlich abhängig ist von der richtigen Orientierung des Tisches im vorhergehenden Punkte, und von dem richtigen Messen und Auftragen der Entfernungen der einzelnen Punkte von einander. Es hängt also jeder Punkt von dem vorhergehenden ab, je mehr Punkte daher das das Grundstück einschließende Vieleck hat, desto mehr Gelegenheit für die Anhäufung der Fehler ist vorhanden. Man muß daher bestrebt sein, die Zahl der nach der Umfangsmethode aufzunehmenden Punkte, beziehungsweise die Zahl der Tischstandpunkte, möglichst zu vermindern. Ist das Grundstück von langen, geraden Linien begrenzt, so können die aufeinanderfolgenden Grenzpunkte unmittelbar nach der Umfangsmethode aufgenommen werden. Ist jedoch die Begrenzung ganz, oder stellenweise vielfach gebrochen, oder gar krummlinig, so werden nicht alle diese zahlreichen Punkte aus dem Umfange aufgenommen, sondern man wählt möglichst lange, gerade Linien als Abszissenachsen für diese Punkte, auf welche sie mit kurzen Ordinaten bestimmt werden. Die Abszissenachsen selbst werden aus dem Umfange aufgenommen. In Fig. 380 z. B. werden nur die langen geraden Grenzlinien BC, CD, DE und GA direkt aus dem Umfange aufgenommen, dagegen wird man für die krummlinige Begrenzung zwischen A und B diese beiden Punkte sich verbunden denken und diese Linie als Abszissenachse benützen. Ebenso wird man für die vielfach gebrochene Grenze zwischen E und G noch irgend einen passenden Punkt, z. B. F als Standpunkt wählen und die Geraden EF und FG als Abszissenachsen für die vielen Grenzpunkte benützen. Es entsteht so das Vieleck $ABCDEFG$ mit langen geraden Seiten, welches Bestimmungspolygon genannt wird, und welches nach der Umfangsmethode aufgenommen wird.

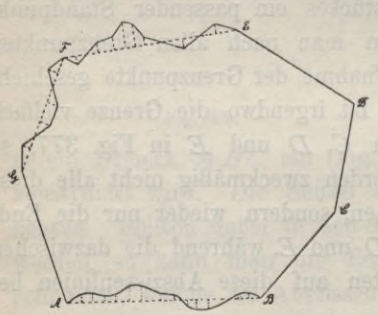


Fig. 380.

Die Aufnahme des Bestimmungspolygones geschieht ganz nach Nr. 265. Man stellt also den Tisch zuerst z. B. im Punkte A horizontal auf (Fig. 381), projiziert diesen Punkt auf das Tischbrett, legt an den erhaltenen Punkt *a* das Diopterlineal, visiert nach *B* und *G*, zieht die Visuren samt Randmarken und trägt das verjüngte Maß der Längen *AB* und *AG* auf, wodurch man die Punkte *b* und *g* erhält. Dann überträgt man den Tisch nach *B*, stellt *b* über *B* und orientiert den Tisch über *ba* nach *A*; legt das Diopterlineal an *b*, visiert nach *C*, zieht die Visur samt Randmarken und trägt die Länge *BC* auf. Dann überträgt man den Tisch nach *D* u. s. w. Hat man den Tisch in *E* aufgestellt, orientiert, und den Punkt *f* bestimmt, so hat man alle Punkte des Bestimmungspolygones bestimmt, und die Arbeit wäre beendet. Zur Prüfung der Richtigkeit der Arbeit stellt man aber den Tisch noch einmal in *F* auf, orientiert nach *E*,

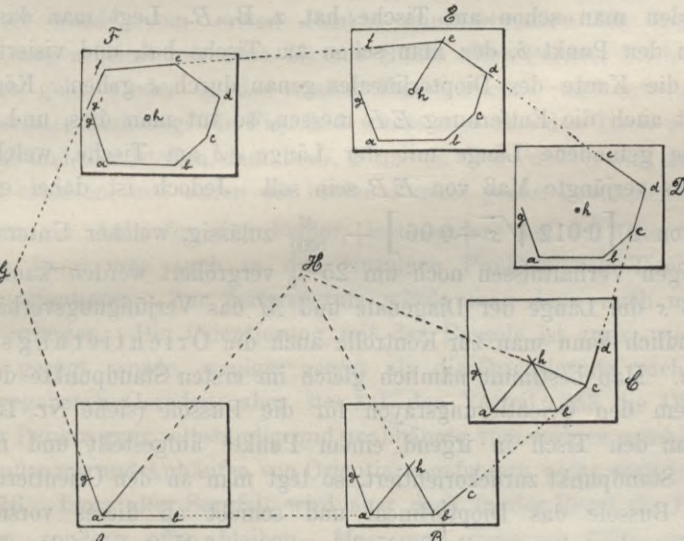


Fig. 381.

und visiert nach *G*. Die Visur soll nun genau durch den Punkt *g* gehen, den man schon am Tische hat, und wenn man die Länge *FG* auf die Visur aufträgt, so soll man genau in den Punkt *g* kommen. Trifft beides zu, so sagt man, die Figur *schließt*, geht aber die Visur neben *g* vorüber, wie in Fig. 381, oder stimmt die Länge nicht, so sagt man, die Figur ist *offen* geblieben.

Man sieht also erst am Ende der Aufnahme, ob diese richtig ist. Da es aber doch wünschenswert ist, schon früher Kenntnis davon zu erlangen, ob man nicht einen Fehler begangen hat, sind folgende *Kontrollmaßregeln* während der Arbeit zu beachten.

Befindet sich im Innern der Figur irgend ein *hervorragender Punkt*, den man von allen, oder doch von vielen Umfangspunkten sehen kann, z. B. bei der Aufnahme von Ortschaften ein Turm, oder bei Waldungen eine Anhöhe, wo man an einem Baum ein Stangensignal befestigt, oder dergleichen, so bietet dieser Punkt eine vorzügliche Kontrolle. Man visiert ihn dann gleich im ersten Aufstellungspunkte des Tisches an und zieht die Visur. Vom zweiten Punkte wird diese Visur geschnitten, und so erhält man den entsprechenden Punkt am Tische (z. B. *h* in Fig. 381). Von einem dritten Punkte wird der Punkt *H* noch einmal anvisiert, geht die Visur abermals genau durch *h*, so kann man diesen Punkt als gut annehmen und zur Kontrolle verwenden. Steht man z. B. mit dem Tische in *E*, und hat ihn nach *D* orientiert, so legt man das Diopterlineal an *h*, und visiert nach *H*, so soll die Kante des Lineales dabei genau durch *e* gehen.

Eine andere Kontrolle während der Arbeit bieten Diagonalvisuren und Diagonalmessungen. Nachdem man den Tisch in irgend einem Punkte, z. B. in *E* aufgestellt und orientiert hat, sieht man vielleicht einen Punkt, den man schon am Tische hat, z. B. *B*. Legt man das Diopterlineal an den Punkt *b*, den man schon am Tische hat, und visiert nach *B*, so soll die Kante des Diopterlineales genau durch *e* gehen. Könnte man vielleicht auch die Entfernung *EB* messen, so tut man dies, und vergleicht dann die gefundene Länge mit der Länge *e b* am Tische, welch letztere genau das verjüngte Maß von *EB* sein soll. Jedoch ist dabei ein Unterschied von $2\left[0{\cdot}012\sqrt{s}+0{\cdot}06\right]+\frac{M}{5000}$ zulässig, welcher Unterschied bei ungünstigen Verhältnissen noch um 25% vergrößert werden kann. Hierin bedeutet *s* die Länge der Diagonale und *M* das Verjüngungsverhältnis.[1])

Endlich kann man zur Kontrolle auch die Orientierungsbussole benützen. Man bestimmt nämlich gleich im ersten Standpunkte des Tisches auf diesem den Orientierungsrayon für die Bussole (siehe Nr. 155). Hat man dann den Tisch in irgend einem Punkte aufgestellt und nach dem früheren Standpunkt zurückorientiert, so legt man an den Orientierungsrayon für die Bussole das Diopterlineal und schiebt an dieses vorsichtig die Orientierungsbussole, so soll die Nadel genau auf Null einspielen.

Um die Anhäufung der unvermeidlichen Fehler zu vermindern und die Figur möglichst geschlossen zu erhalten, ist auch eine Reihe von Vorsichtsmaßregeln bei der Arbeit zu beachten. Hieher gehört vor allem die schon zu Beginn dieser Nummer erwähnte Bildung eines Bestimmungspolygones von möglichst wenig Ecken und mit möglichst langen Seiten. Die Seiten sollen auch möglichst gleich lang sein; insbesondere ist zu vermeiden, daß eine sehr kurze mit einer sehr langen Seite zusammenstößt, da sonst der Winkelfehler bei einer etwaigen exzentrischen Aufstellung sehr groß wird. (Siehe Nr. 187, Seite 260.)

Beim Orientieren des Tisches in jedem Standpunkte muß mit der peinlichsten Sorgfalt vorgegangen werden; es muß genau Punkt über Punkt zu liegen kommen, das Anlegen des Diopterlineales an die Randmarken muß mit Zuhilfenahme der Lupe geschehen, und man muß um so peinlicher vorgehen, je kürzer die Seiten sind. Ebenso muß bei der Visur nach dem

[1]) Bei einer Aufnahme im Maßstabe **1 : 2880** ist $\frac{M}{5000}=\frac{2880}{5000}=0{\cdot}57\ m.$

nächsten Punkte sorgsam vorgegangen werden, insbesondere muß dabei die Kante des Lineales genau durch den Punkt gehen, über den man visiert.

Die Messung der Umfangsseiten muß mit der größten Vorsicht ganz horizontal und zweimal geschehen, das zweitemal in entgegengesetzter Richtung. Der Unterschied zwischen den beiden Messungen darf die gestattete Fehlergrenze für Längenmessungen für Meßtischaufnahmen nicht übersteigen, dann nimmt man das arithmetische Mittel aus beiden Resultaten. Auch das Auftragen dieser Längen auf die Visuren muß vorsichtig und sorgfältig, mit Zuhilfenahme der Lupe, geschehen.

Um die Anhäufung der in jedem Standpunkte begangenen unvermeidlichen Fehler möglichst zu vermindern, arbeitet man nicht, wie oben geschildert wurde, vom ersten Punkte ununterbrochen bis zum letzten, sondern man arbeitet nur etwa bis zur Hälfte aller Punkte, bricht dann die Arbeit ab, geht wieder in den ersten Punkt zurück, und arbeitet in entgegengesetzter Richtung. In Fig. 381 würde man also den Tisch zuerst in A, dann in B und C aufstellen, dann in G, F und E. Der Punkt d wird dabei wieder zweimal erhalten, und sollen die beiden Punkte genau zusammenfallen.

Um ein Anhäufen der Fehler, insbesondere bei der Orientierung, zu verhüten, kann man auch in den einzelnen Punkten den Tisch mit der Bussole orientieren. Zur Zeitersparnis würde man dann auch mit Springständen arbeiten. Die Orientierung mit der Bussole ist zwar, wie schon in Nr. 265 gesagt wurde, weniger genau als die Orientierung nach einer am Tische gegebenen Geraden, aber sie hat den Vorteil. daß die Orientierung in jedem Punkte ganz selbständig und unabhängig vom vorigen geschieht, so daß ein Fortpflanzen und Anhäufen von Orientierungsfehlern nicht stattfinden kann.

276. Trotz aller Sorgfalt wird aber doch in der Regel die Figur nicht schließen, sondern offen bleiben. Man muß dann vor Allem untersuchen, ob die Ursache des Nichtschließens irgend welche grobe, oder nur unvermeidliche Fehler sind. Zu diesem Zwecke nimmt man den Abstand der beiden, nicht zusammenfallenden Punkte am Meßtische in den Zirkel und untersucht die Länge am Transversalmaßstabe. Ist dieser Abstand, verglichen mit (s), der Summe aller Umfangsseiten, nicht größer als $2\left[0{\cdot}012\sqrt{(s)} + 0{\cdot}06\right] + \frac{M}{5000}$, welche Fehlergrenze bei ungünstigen Verhältnissen für die Längenmessungen und für das Aufstellen des Tisches noch um 25% vergrößert werden kann,[1]) und ist man sicher, sorgfältig gearbeitet zu haben, so ist das Offenbleiben der Figur der Anhäufung der unvermeidlichen Fehler zuzuschreiben. Ist jedoch der Abstand der beiden nicht zusammenfallenden Punkte größer, dann ist jedenfalls irgendwo gefehlt worden.

Findet man in dieser Weise, daß irgendwo gefehlt worden ist, so wird wohl in der Regel nichts anderes übrig bleiben, als die Aufnahme noch

[1]) Früher hat man einfach als zulässige Differenz $^1/_{1000}$ oder $^1/_{800}$ bis $^1/_{600}$ des Umfanges angenommen.

einmal, und zwar jetzt mit größerer Sorgfalt vorzunehmen. Vorher aber wird man sich bemühen, vielleicht doch herauszufinden, wo man gefehlt hat. Ist nur einmal, und zwar beim Messen oder Auftragen einer Umfangsseite gefehlt worden, so ist oft leicht zu erkennen, wenigstens annähernd, wo der Fehler geschehen sein dürfte. Man hätte z. B. in Fig. 382 vom Punkte 1 bis 9 gearbeitet, dann die Arbeit abgebrochen und wieder in 18 begonnen und über 17, 16 u. s. w. bis 9 gearbeitet, wobei man den Punkt 9' erhalten hat. Wenn nun der Abstand der beiden Punkte 9 und 9' die gestattete Fehlergrenze übersteigt, so liegt in diesem Falle die Vermutung sehr nahe, daß ein Fehler beim Messen oder Auftragen einer Umfangsseite geschehen ist, welche parallel mit dem Stückchen 9, 9' liegt. Zunächst kämen hier die Seiten 5, 6 und 15, 14 in Betracht. Es könnte aber der Fehler auch in einer Seite liegen, welche nur annähernd dieselbe Richtung hat, wie 9, 9'. Es kann daher der Fehler in den ganzen Strecken 2 bis 7 oder 16 bis 13 begangen worden sein. Man wird daher zunächst prüfen, ob die Resultate der Längenmessung dieser Strecken richtig aufgetragen sind. Findet man hiebei keinen Fehler, so wird man die Strecken noch einmal nachmessen. Findet man abermals keinen Fehler, dann erübrigt nichts anderes, als die Aufnahme noch einmal neu und mit größerer Sorgfalt vorzunehmen. Hätte man aber gefunden, daß der Fehler z. B. in der Strecke 5, 6 liegt, indem entweder beim Messen oder beim Auftragen dieser Strecke um eine Länge gefehlt wurde, welche gleich ist der Entfernung der beiden Punkte 9 und 9' von einander, so sollte man eigentlich vom Punkte 6 bis 9 die Aufnahme neu vornehmen. In diesem Falle kann man aber auch die Figur durch Konstruktion schließen. Man trägt nämlich auf die Gerade 5, 6 die richtige Länge auf, wodurch man den neuen Punkt 6' erhält. Durch letzteren zieht man eine Parallele, zu 6, 7, trägt auf diese die Länge von 6, 7 auf und erhält den neuen Punkt 7'; durch diesen zieht man wieder eine Parallele zu 7, 8, auf welche man die Länge 7, 8 aufträgt. Durch den neuen Punkt 8' wird eine Parallele zu 8, 9 gezogen und auf diese die Länge 8, 9 aufgetragen. Fällt der neue Punkt noch nicht ganz genau mit 9' zusammen und bleibt der Abstand von diesem unter der gestatteten Grenze, so ist diese Differenz auf die Rechnung der unvermeidlichen Fehler zu setzen und es muß nach den Angaben der folgenden Nummer vorgegangen werden.

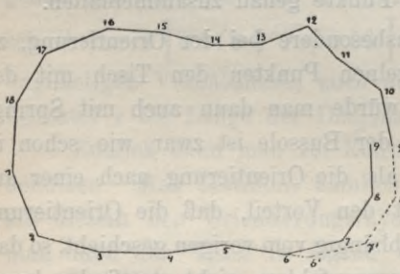


Fig. 382.

Selbstverständlich muß bei der Konstruktion mit der größten Sorgfalt und Genauigkeit vorgegangen werden, da sonst die Figur zwar schließen, aber in ihren Einzelheiten unrichtiger sein wird als früher.

Viel schwerer und nur bei einem Vieleck von wenig Punkten ist es möglich, einen in der Orientierung in einem Punkte geschehenen Fehler zu erkennen. Sind nämlich die beiden nicht zusammenfallenden Punkte, z. B. 9 und 9' in Fig. 382, von irgend einem Punkte gleichweit entfernt, so könnte in diesem letzteren ein Fehler im Orientieren stattgefunden haben. In der Fig. 382 könnte demgemäß im Punkte 7, oder auch in 8 oder 10 ein Orientierungsfehler geschehen sein. Man könnte also, ehe man die Aufnahme aufs Neue beginnt (wenn man keinen Längenfehler gefunden hätte), zuerst den Tisch in diesen Punkten aufstellen und Orientierung und Visur prüfen. Sollte man hiebei wirklich den Fehler finden, so ist es am besten, die weiteren Punkte von hier aus neu aufzunehmen. Es wird zwar in der Regel in den Lehrbüchern der Geodäsie auch für diesen Fall ein Weg angegeben, um die Figur durch Konstruktion zu schließen, doch ist dies nicht empfehlenswert.

277. Ist der Abstand der beiden nicht zusammenfallenden Punkte kleiner, als die zulässige Fehlergrenze (siehe vorige Nummer), und ist man sich bewußt, sorgsam gearbeitet zu haben, so ist das Offenbleiben der Figur als eine Folge der Anhäufung der unvermeidlichen Fehler zu betrachten. Eine neue Aufnahme, wenn auch noch so sorgsam, würde in diesem Falle nichts nützen, da ja wieder unvermeidliche Fehler vorkommen und deshalb die Figur wieder nicht schließen würde. Diese kann daher nur durch Konstruktion geschlossen werden. Waren die Terrainschwierigkeiten bei der Aufnahme überall gleich groß, so nimmt man an, daß keiner der beiden nicht zusammenfallenden Punkte (z. B. 7 und 7' in Fig. 383 bis 387) richtig ist, sondern daß der richtige Punkt in der Mitte zwischen beiden liegt. Wäre dagegen das Terrain von 1 über 12, 11 u. s. w. bis 7' ungünstiger gewesen, als von 1 über 2, 3 u. s. w. bis 7, so nimmt man den Punkt 7 als richtig und 7' als falsch an. Hat das Vieleck nur wenige Punkte, so verteilt man den Fehler auf alle in Betracht kommenden Punkte. Sind jedoch sehr viele Punkte vorhanden und ist das offenbleibende Stückchen sehr klein, so wird der Fehler nur auf die letzten drei oder vier Punkte verteilt. Sind die letzten Umfangsseiten sehr lang und das offenbleibende Stückchen sehr klein, so verbindet man einfach den vorletzten Punkt mit dem als richtig angenommenen Punkte. Die Verteilung geschieht durch Abszissen und Ordinaten; dies soll im folgenden näher erklärt werden.

Man hätte in Fig. 383 vom Punkte 1 über 2, 3 u. s. w. bis 7 gearbeitet, dann abgebrochen und wieder von 12 über 11 u. s. w. die Aufnahme fortgesetzt, wobei man statt 7 einen anderen Punkt 7' erhalten hat. Das Stück 7, 7' bleibt unter der zulässigen Fehlergrenze, so daß das Vieleck durch Konstruktion geschlossen werden kann.[1]) Es wäre nun das Terrain auf der Seite von 1 über 2, 3 u. s. w. bis 7 sehr günstig, auf der anderen Seite

---

[1]) In der Zeichnung ist das Stück 7, 7' natürlich viel zu groß, es muß jedoch so groß angenommen werden, um die Durchführung der Konstruktion mit genügender Deutlichkeit zeigen zu können.

aber sehr ungünstig gewesen, so daß man sich entschließt, den Punkt 7 als richtig, dagegen 7' als falsch anzunehmen und den Fehler auf die Punkte 12, 11, 10, 9 und 8 zu verteilen. Zu diesem Zwecke verbindet man den Punkt 1 mit 7 und 7', ebenso die beiden letzteren Punkte miteinander. Hierauf fällt man von den einzelnen Punkten Senkrechte auf die Gerade 1, 7', wodurch man die Fußpunkte *a*, *a* bekommt. Durch diese Fußpunkte zieht man Parallele zu der Verbindungslinie 7, 7', welche die Gerade 1, 7 in den Punkten *b*, *b* treffen. In diesen Punkten werden Senkrechte auf die Gerade 1, 7 errichtet und auf diese die Längen der früheren Senkrechten aufgetragen, wodurch man die neuen Punkte erhält.

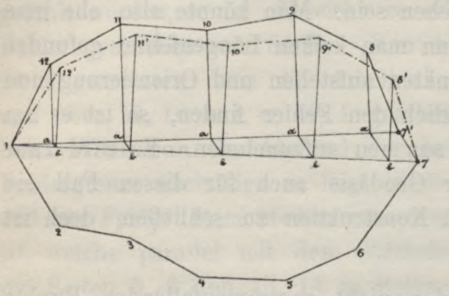


Fig. 383.

In Fig. 384 ist bei demselben Vielecke angenommen, daß bei beiden Hälften der Aufnahme gleich große Fehler vorgekommen sind, so daß weder der Punkt 7 noch 7' richtig ist, sondern daß der richtige Punkt 7" in der Mitte zwischen beiden liegt. Die Verteilung des Fehlers auf sämtliche Punkte in beiden Hälften der Aufnahme geschieht genau so wie früher und ist aus der Zeichnung ohneweiters zu ersehen.

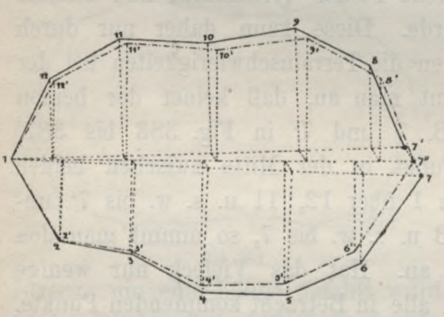


Fig. 384.

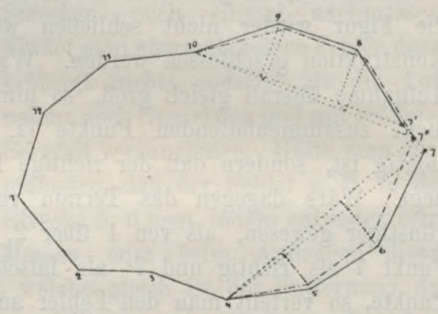


Fig. 385.

Auch in Fig. 385 ist als richtig der in der Mitte zwischen 7 und 7' liegende Punkt 7" angenommen, der Fehler ist in derselben Weise wie früher, aber nur auf die letzten drei Punkte in jeder Hälfte der Aufnahme verteilt.

In Fig. 386 ist angenommen, daß die beiden letzten Umfangsseiten 6, 7 und 8, 7' sich übergreifen. Als richtig ist wieder der in der Mitte zwischen 7 und 7' liegende Punkt 7" angenommen, und es soll der Fehler auf alle Punkte verteilt werden. Die Konstruktion geschieht in derselben Weise wie früher; selbstverständlich ergibt sich aber hier ein Auseinanderziehen der Figur, während diese bisher zusammengedrückt wurde.

In Fig. 387 ist der selten vorkommende Fall dargestellt, daß die beiden Punkte 7 und 7' in einer geraden Linie mit dem Punkte 1 liegen.

Als richtig ist 7″ angenommen. Man beschreibt vom Punkte 1 aus (wenn der Fehler auf alle Punkte verteilt werden soll) durch 7″ einen Bogen *a b* und trägt auf diesen von 7″ nach oben und unten gleiche Stücke auf bis *c* und *d*, welche Punkte ebenfalls mit 1 verbunden werden.

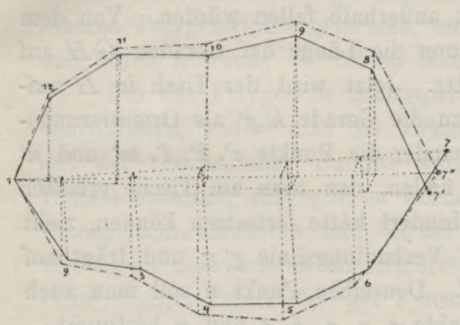


Fig. 386.

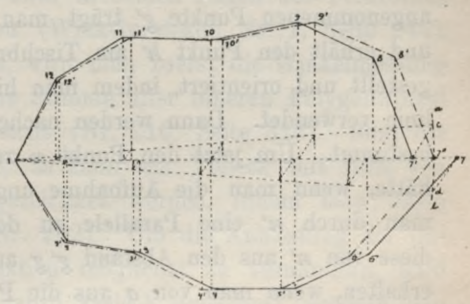


Fig. 387.

Ferner verbindet man 7′ mit *c* und 7 mit *d*. Nun fällt man von den einzelnen Punkten Senkrechte auf die Gerade 1, 7′ 7 und zieht durch die Fußpunkte Parallele zu 7′ *c* und 7 *d*. Durch die erhaltenen Durchschnittspunkte dieser Parallelen mit den Geraden 1 *c* und 1 *d* werden von 1 aus Bögen beschrieben, welche die Gerade 1, 7′ 7 schneiden, und in den Durchschnittspunkten werden wieder auf diese Gerade Senkrechte errichtet, auf welche die Längen der früheren Senkrechten übertragen werden.

Erst wenn das Bestimmungspolygon geschlossen ist, können auf die Abszissenachsen die Abszissen und Ordinaten der eigentlichen Grenzpunkte aufgetragen werden.

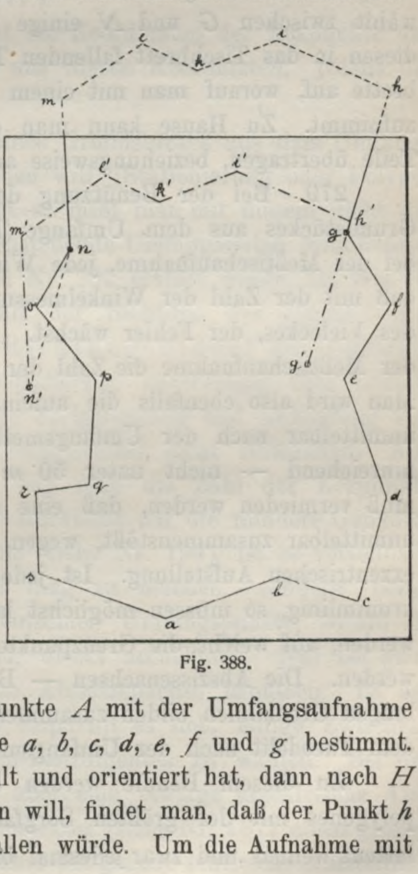


Fig. 388.

278. Bei der Aufnahme eines Vieleckes mit dem Meßtische kann es vorkommen, daß ein Teil der Zeichnung über den Rand des Tischbrettes hinausfallen würde, wenn man vielleicht den Anfangspunkt ungeschickt gewählt hat, oder wenn das Vieleck zu groß ist.

Man hätte z. B. in Fig. 388 im Punkte *A* mit der Umfangsaufnahme begonnen und nacheinander die Punkte *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* und *g* bestimmt. Nachdem man den Tisch in *G* aufgestellt und orientiert hat, dann nach *H* visiert hat und die Länge *G H* auftragen will, findet man, daß der Punkt *h* über den Rand des Tischbrettes hinausfallen würde. Um die Aufnahme mit demselben Tischbrette vollenden zu können, verlängert man die letzte Visur gh nach rückwärts, oder zieht zu ihr eine Parallele, und nimmt auf dieser Verlängerung oder Parallelen den Punkt g' soweit nach rückwärts an, daß durch Beurteilung z. B. einer Skizze die Punkte h' i' k' l' und m' auf das Tischbrett zu bringen sind, die sonst außerhalb fallen würden. Von dem angenommenen Punkte g' trägt man nun die Länge der Geraden GH auf und erhält den Punkt h' am Tischbrette. Jetzt wird der Tisch in H aufgestellt und orientiert, indem man hiezu die Gerade $h'g'$ als Orientierungslinie verwendet. Dann werden nacheinander die Punkte i', k', l', m' und n' bestimmt. Um jetzt den Punkt n zu finden, den man am Tische erhalten hätte, wenn man die Aufnahme ungehindert hätte fortsetzen können, zieht man durch n' eine Parallele zu der Verbindungslinie $g'g$ und trägt auf diese von n' aus den Abstand $g'g$ auf. Denselben Punkt n soll man auch erhalten, wenn man von a aus die Punkte s, r, q, p, o und n bestimmt.

Zu Hause kann man dann zunächst die Punkte a, b, c, d, e, f, g, n o, p, q, r, s mittelst Pauspapier auf ein anderes, größeres Blatt übertragen und daran die Punkte g', h', i', k', l', m', n' anschließen.

Statt in der geschilderten Weise vorzugehen, ist es jedoch besser, man wählt zwischen G und N einige beliebige Standpunkte, und nimmt nur diesen in das Tischbrett fallenden Teil des Vieleckes mit dem einen Tischbrette auf, worauf man mit einem zweiten Brette den abgeschnittenen Teil aufnimmt. Zu Hause kann man dann auf ein größeres Blatt die beiden Teile übertragen, beziehungsweise aneinanderfügen.

279. Bei der Benützung des Theodolites zur Aufnahme eines Grundstückes aus dem Umfange (Polygonisierung) stützt sich, ebenso wie bei der Meßtischaufnahme, jede Winkelmessung auf die vorhergegangene, so daß mit der Zahl der Winkelmessungen, also mit der Zahl der Eckpunkte des Vieleckes, der Fehler wächst. Aus diesem Grunde muß ebenso wie bei der Meßtischaufnahme die Zahl der Eckpunkte möglichst vermindert werden. Man wird also ebenfalls die aufeinander folgenden Grenzpunkte nur dann unmittelbar nach der Umfangsmethode aufnehmen, wenn die Grenzlinien hinreichend — nicht unter 50 m — lange Gerade bilden. Insbesondere muß vermieden werden, daß eine sehr kurze Seite mit einer sehr langen unmittelbar zusammenstößt, wegen des großen Fehlers bei einer etwaigen exzentrischeu Aufstellung. Ist jedoch die Grenze vielfach gebrochen oder krummlinig, so müssen möglichst lange Gerade als Abszissenachsen gewählt werden, auf welche die Grenzpunkte durch ganz kurze Ordinaten bestimmt werden. Die Abszissenachsen — Bestimmungslinien — und die genügend langen Grenzlinien bilden zusammen das Bestimmungspolygon, welches mit dem Theodolit nach der Umfangsmethode aufgenommen wird.

Zu diesem Behufe werden die Umfangsseiten dieses Bestimmungspolygones mit der größten Sorgfalt mit dem Stahlbande oder mit Meßlattenz weimal ,und zwar jedesmal bis auf einzelne Zentimeter und horizontal gemessen, das zweitemal in entgegengesetzter Richtung. Übersteigt der Unterschied zwischen den beiden Messungsresultaten die zulässige Fehlergrenze für Längenmessungen (Nr. 92) nicht, so wird aus beiden Resultaten das arithmetische Mittel genommen. Dann werden mit dem Theodolit die inneren Polygonwinkel gemessen, und zwar in beiden Lagen des Fernrohres und durch Ablesung an beiden Nonien (Winkelprotokoll Nr. 1, Seite 244).

Um das Polygon zu konstruieren, wird man zuerst die Winkelmessung kontrollieren, indem man die wirkliche Summe aller inneren Polygonwinkel mit der theoretischen Summe vergleicht (Nr. 210, Seite 316). Sind die Winkel eventuell ausgeglichen worden, so kann das Vieleck mit Hilfe von Transporteur, Maßstab und Zirkel gezeichnet werden, indem man einen Winkel an den anderen konstruiert (Nr. 202). Um die Anhäufung der unvermeidlichen Fehler bei der Konstruktion möglichst zu vermindern, wird nicht, vom Punkte 1 beginnend, das ganze Vieleck gezeichnet, sondern man zeichnet nur eine Hälfte, worauf man wieder vom Punkte 1 die andere Hälfte zeichnet. Sollte das Vieleck nicht schließen, so müßte man bezüglich des Schließens ebenso vorgehen, wie bei einer nicht schließenden Meßtischaufnahme. (Siehe Nr. 276 und 277.)

Besser ist es aber, man berechnet die Koordinaten der Eckpunkte des Polygones und konstruiert dieses dann aus diesen Koordinaten. (Siehe die Nummern 210 bis 213.)

280. Wenn man zur Aufnahme eines Grundstückes aus dem Umfange ein Bussolen-Instrument verwenden will (Stationierung oder Polygonisierung mit dem Bussolen-Instrument), so mißt man mit diesem nicht die Polygonwinkel, welche je zwei zusammenstoßende Umfangsseiten miteinander bilden, sondern man mißt, wie schon in Nr. 267 erklärt wurde, die Winkel, welche die einzelnen Umfangsseiten mit der Richtung des magnetischen Meridianes bilden. Man erhält also Richtungswinkel der Umfangslinien. Jeder Richtungswinkel wird selbständig, unabhängig vom vorhergehenden, gemessen. Es kann also eine Fortpflanzung und Anhäufung von Fehlern bei der Bestimmung der Richtungswinkel nicht stattfinden. Aus diesem Grunde ist es nicht notwendig, daß man die Zahl der Eckpunkte beschränkt, sondern im Gegenteile, mit Rücksicht auf die mindere Genauigkeit der Winkelmessung mit der Bussole (siehe Nr. 194), ist es vorteilhaft, die einzelnen Umfangsseiten nicht zu lang zu machen, sondern lieber möglichst kurz. Man kann also die einzelnen Umfangspunkte, sobald sie etwa 20 *m* von einander entfernt sind, direkt aufnehmen. Nur bei ganz nahe liegenden Punkten wird man eine Abszissenachse benützen. Ist dagegen eine Umfangsseite sehr lang, so empfiehlt es sich, einige Zwischenpunkte für die Aufstellung des Bussolen-Instrumentes zu wählen. Bei der geringen Länge der Umfangsseiten hat aber eine etwaige exzentrische Aufstellung des Instrumentes oder des Zielobjektes (siehe Nr. 187) einen großen Fehler im Winkel zur Folge, es muß daher auf genaue zentrische Aufstellung

des Instrumentes und auf genaues Anvisieren des richtigen Zielpunktes (möglichst tief) die größte Sorgfalt verwendet werden. Ist das Fernrohr seitwärts an dem Instrumente angebracht, so muß in beiden Fernrohrlagen visiert und aus den beiden Ablesungen das arithmetische Mittel genommen werden. (Siehe Nr. 193.) Die Winkelmessung geschieht selbstverständlich mit „Springständen", und ist es ratsam, jedesmal sowohl am Nord- als auch am Südende der Nadel abzulesen. (Siehe Nr. 267.) Die Längen der Umfangslinien werden mit dem Stahlbande oder mit Meßlatten zweimal sorgfältig horizontal gemessen, das zweitemal in entgegengesetzter Richtung und aus den beiden Resultaten das arithmetische Mittel genommen, sofern der Unterschied die zulässige Fehlergrenze nicht überschreitet. (Nr. 92.)

Um das Vieleck zu zeichnen, kann man die gemessenen Richtungswinkel zu derselben Tageszeit, in welcher sie gemessen wurden, mit der Auftrags-Platte auftragen (siehe Nr. 192). Um einer Anhäufung von Fehlern bei der Konstruktion möglichst vorzubeugen, trägt man nicht, vom Punkte 1 beginnend, alle Winkel bis wieder zum Punkte 1 auf, sondern man konstruiert vom Punkte 1 nur die Hälfte des Umfanges, um dann abzubrechen und die zweite Hälfte wieder vom Punkte 1 aus aufzutragen. Die beiden Punkte in der Mitte des Umfanges sollen genau zusammenfallen, das heißt, das Vieleck soll schließen. Ist dies nicht der Fall, so muß genau so, wie bei einer nicht schließenden Meßtischaufnahme vorgegangen werden. (Nr. 276 und 277.)

Statt das Vieleck mit der Bussole mit Auftragsplatte zu zeichnen, ist es besser, die Koordinaten der Eckpunkte zu berechnen und mit diesen das Vieleck zu konstruieren. Zu diesem Behufe sollen aber zunächst die sämtlichen gemessenen Richtungswinkel auf dieselbe Stunde ausgeglichen werden (Nr. 192), was freilich in der Praxis nie geschieht. Man kann nun sofort die Produkte aus der Länge jeder Seite mit dem sinus und cosinus des Richtungswinkels rechnen. Zur Kontrolle und eventuellen Ausgleichung der gemessenen Richtungswinkel ist es aber besser, aus den Richtungswinkeln je zweier zusammenstoßender Seiten zuerst den inneren Polygonwinkel zu berechnen, den die beiden Seiten miteinander bilden. Die wirkliche Summe aller inneren Polygonwinkel wird dann mit der theoretischen Summe, nämlich $(n-2)\ 2\,R$, verglichen und eine etwaige Differenz auf die einzelnen Polygon-, beziehungsweise Richtungswinkel verteilt. Dann erst rechnet man mit dem sinus und cosinus der Richtungswinkel und der Länge der Seiten die Ordinaten- und Abszissendifferenzen und nach deren Ausgleichung die Ordinaten und Abszissen der Punkte. (Siehe Nr. 210 bis 213.)

Aufnahme eines kleinen Verbandes von Grundstücken.

§ 42.

A. Allgemeine Bemerkungen.

281. Wenn eine Anzahl zusammenhängender Grundstücke aufgenommen werden soll, so darf man nicht ein Grundstück nach dem anderen, jedes für sich, aufnehmen und eins an das andere reihen; es würden sich so nicht

nur etwaige grobe Fehler über die ganze Aufnahme fortpflanzen, sondern es würde auch eine Anhäufung der unvermeidlichen Fehler stattfinden. Man muß vielmehr vom „Großen ins Kleine“ arbeiten, indem man sämtliche Grundstücke als ein zusammengehöriges Ganzes betrachtet. Für die Aufnahme der einzelnen Punkte dieses ganzen Verbandes wird zuerst die gegenseitige Lage einer entsprechenden Anzahl von Hauptpunkten mit größter Sorgfalt bestimmt. Diese Hauptpunkte dienen dann bei der Aufnahme der Grenzpunkte der einzelnen Grundstücke als Standpunkte für die Instrumente und die geraden Verbindungslinien der Hauptpunkte als Standlinien, Abszissenachsen etc.

Die Hauptpunkte sind so zu wählen, daß ihre gegenseitige Lage scharf und sicher bestimmt werden kann und daß dann die Aufnahme der einzelnen Detailpunkte mit Hilfe der Hauptpunkte möglichst einfach, zugleich aber möglichst sicher geschehen kann. Die Wahl der Hauptpunkte ist daher sehr wichtig und erfordert reifliche Überlegung; dazu ist eine gute Kenntnis und Übersicht der aufzunehmenden Fläche nötig, welche man sich durch sorgfältiges Begehen verschaffen muß.

282. Jedes einzelne aufzunehmende Grundstück oder überhaupt jeder Flächenteil, der bei der Aufnahme als selbständig begrenzte Figur zu betrachten ist, wird Parzelle genannt. Die Parzellen zerfallen in Grund- und Bau-Parzellen. Felder, Wiesen, Weiden, Waldungen, Bäche, Flüsse, Teiche, Gärten, Wege und Straßen, sowie unproduktive Flächen bilden zusammen die Grundparzellen und heißen auch Feld-, Wiesen-, Wald-Parzellen u. s. w. Den Raum dagegen, den ein Gebäude samt dem dazu gehörigen Hofraume einnimmt, nennt man Bau-Parzelle.

Bevor man an die Aufnahme geht, muß man darüber im Klaren sein, was man als Parzelle zu betrachten hat. Dies hängt von dem jedesmaligen Zwecke der Aufnahme ab. Bei allen Aufnahmen für öffentliche Zwecke (Grundteilungen, Kommassationen, Bau von Straßen und Eisenbahnen, Regulierung von Gewässern u. a.), müssen stets die betreffenden Vorschriften für die Landesaufnahme (Katastral-Vermessung) berücksichtigt werden.

Über die Begrenzung der Parzellen sei Folgendes bemerkt.

Sind die Grundparzllen mit Grenzsteinen vermarkt, so werden die Mittelpunkte dieser Steine als Grenzpunkte aufgenommen. Fehlt jedoch die Versteinung, und die Grenze wird nur von Rainen, Gräben u. dgl. gebildet, so muß man sich überzeugen, ob der Rain oder Graben vielleicht vollständig zu dem einen oder anderen Grundstücke gehört oder ob bei gemeinschaftlichem Besitze die Grenzlinie in der Mitte des Raines oder Grabens zu nehmen ist. Dasselbe gilt von Begrenzungen, die von Mauern oder Zäunen gebildet werden, welche entweder vollständig zu dem einen Besitztum gehören oder gemeinschaftliches Eigentum sein können.

Bei Häusern wurde früher in der Regel der Rand der Dachtraufe als Grenzlinie angenommen. Doch sind auch Ausnahmen vorgekommen. Nach der neuen österr. Kat.-Instruktion für Meßtischaufnahmen hat aber jetzt ausnahmslos der äußere Rand der oberirdischen Mauern als Grenze des Hauses zu gelten. Die Gräben zu beiden Seiten der öffentlichen Straßen und Wege gehören in der Regel zu diesen, so daß der äußere Grabenrand als Grenzlinie anzunehmen ist.

Damit der Geometer die Grenzlinien nach den vorstehenden Bemerkungen richtig annimmt, muß er von einem Manne begleitet sein, der über die Besitzverhältnisse der aufzunehmenden Grundstücke genau orientiert ist, oder es müssen zur Ausscheidung der Parzellen die Eigentümer selbst erscheinen.

Wenn eine Aufnahme bleibenden Wert haben soll, so sollte immer eine vollständige Versteinung der Grenzen vorangehen. Es war ein großer Fehler der öst. Katastral-Vermessung, daß nicht eine obligatorische Vermarkung vorangegangen ist. Auch für künftige Neuaufnahmen besteht wieder kein Vermarkungszwang, sondern nach § 68 der neuen Instruktion für Meßtischaufnahmen hat der Vermessungsbeamte die Grundbesitzer nur darauf aufmerksam zu machen, daß es in ihrem eigenen Interesse gelegen ist, die Vermarkung ihrer Grundstücke vor Inangriffnahme der Vermessung vorzunehmen.

Über die Ausscheidung der Parzellen enthält die neue Meßtisch-Instruktion folgende Bestimmungen:

§ 23. Der Zweck der Detailvermessung besteht darin, gemeindeweise die steuerpflichtigen und steuerfreien Grundstücke der einzelnen Besitzer nach ihrer Benützungsart auf einem Plane (Katastralmappe) im verjüngten Maße darzustellen und auf Grund dieser Darstellung das Flächenmaß der einzelnen Grundstücke sowie den Reinertrag der steuerpflichtigen festzustellen.

§ 24. Steuerpflichtige Grundstücke sind nach § 1 des Gesetzes vom 24. Mai 1869, R.-G.-Bl. No. 88, jene, welche im Wege der landwirtschaftlichen Bodenkultur benützbar sind, und zwar auch dann, wenn sie dieser Benützung durch eine die Steuerfreiheit nicht begründende Widmung entzogen sind. Letztere Grundstücke werden wegen der Gleichstellung ihres Ertrages mit jenem gewisser Kulturgattungen Parifikate genannt.

§ 25. Von der Grundsteuer sind nach § 2 des bezogenen Gesetzes befreit:

1. Unproduktive Grundflächen;
2. Sümpfe, Seen und Teiche, insofern sie nicht landwirtschaftlich kultiviert werden und weder durch Fischerei, noch durch Rohrschlag oder Gewinnung von Torf einen Ertrag abwerfen.
3. Die öffentlichen Fuß- und Fahrwege, Leinpfade und Straßen, Ortsplätze, Kirchenplätze und Gassen, dann die zu öffentlichen Zwecken dienenden Kanäle und Wasserleitungen und das Bett der Flüsse und Bäche.
4. Öffentliche Beerdigungsplätze, insofern dieselben keine andere Widmung erhalten.
5. Die Bauarea und die Hofräume.
6. Die zur Bereitung des Meersalzes bestimmten Grundflächen.

§ 26. 1. Hinsichtlich der Kulturgattungen sind nach § 16 des bezogenen Gesetzes zu unterscheiden: a) Äcker, b) Wiesen, c) Gärten, d) Weingärten, e) Hutweiden, f) Alpen, g) Waldungen, h) Seen, Sümpfe und Teiche, i) Parifikationsland und k) unproduktives Land.

2. Bezüglich der genannten Kulturgattungen sind in Betracht zu ziehen:

a) als Äcker diejenigen Grundstücke, welche, abgesehen von ihrer etwaigen Benützung zur Erzielung von Futterkräutern, Handelsgewächsen und Hackfrüchten, der Hauptsache nach zum Anbau von Getreide bestimmt sind;

b) als Wiesen jene Grundstücke, deren Graswuchs in der Regel abgemäht wird, auch wenn sie ausnahmsweise beweidet oder aufgebrochen werden;

c) als Gärten jene Grundstücke, welche ohne Rücksicht darauf, ob sie eingefriedet sind oder nicht, der Hauptsache nach zur Kultur und Gewinnung von Obst, Gemüse, Blumen, Sämereien, Hackfrüchten, Handelsgewächsen, Maulbeerblättern und Oliven, oder als Baumschulen, Lustgärten, Parkanlagen verwendet werden.

d) als Weingärten jene Grundstücke, welche vorzugsweise dem Weinbau gewidmet werden.

e) als Hutweiden jene Grundstücke, deren hauptsächlichste Benützung darin besteht, daß ihr Graswuchs vom Vieh abgeweidet wird. Hiezu sind auch jene Flächen (Heiden) zu rechnen, deren Produkt als Streumittel verwendet wird;

f) als Alpen jene Grundstücke, welche im Hochgebirge als Hutweiden oder Bergwiesen für die Alpenwirtschaft oder als Sommerweide benützt werden;

g) als Waldungen jene Grundstücke, welche vorzugsweise zur Holzzucht verwendet werden, ohne Rücksicht darauf, ob ihr Boden zeitweise oder regelmäßig als Weide für das Vieh dient oder nicht;

h) als Seen, Sümpfe und Teiche jene Grundflächen, welche fortwährend oder zeitweise mit Wasser bedeckt sind und hauptsächlich in diesem Zustande benützt werden;

i) als Parifikationsland jene Flächen, welche durch eine andere Benützung der Urproduktion entzogen sind, als: Kalk-, Sand-, Kies-, Mergel- und Tongruben, Torfstiche, Lager- und Werkplätze, Privatkanäle und Prvatwege, das Territorium der Eisenbahnen, Wasserbehälter, Ufer, Raine, dann die zu Steinbrüchen und bei Bergwerken zu Stollen, Schachten und Halden verwendeten Flächen, Bleichstätten, Reitschulen usw.

k) als unproduktives Land alle Grundflächen, welche im Wege der Bodenkultur nicht benützbar sind.

§ 27. Gegenstände der Vermessung, beziehungsweise der Darstellung auf der Katastralmappe sind:

1. Die Grenzen der Gemeinden, selbständiger Gutsgebiete unter Berücksichtigung der vorfindlichen Grenzmarken, in gleicher Weise die allenfalls bestehenden Ortschaftsgrenzen;
2. Die Umfangsgrenzen der einzelnen Parzellen, und zwar:
   A) Die Begrenzungen der einen und denselben Besitzstand bildenden Grundstücke (Besitzgrenzen) und innerhalb derselben die Begrenzungen:
      a) der einzelnen Kulturgattungen und
      b) der Gebäude beziehungsweise der Bauarea;
   B) Die Grenzen der zu Kommunikationszwecken dienenden Objekte, als: Eisenbahnen, öffentliche Straßen und Wege und einzelner Privatwege (§ 46);
   C) Die Ufer der Gewässer mit den längs derselben befindlichen Uferschutzbauten, Dämmen, Inundationsgebieten usw.
3. Sonstige fixe Objekte, als: Brücken, Schleusen, Fähren, Wegweiser, Feldkreuze, Brunnen, Festpunkte zum Zwecke von Flußregulierungen oder Kanalanlagen, Nivellementsfestpunkte und andere bemerkenswerte Gegenstände.

§ 31. Jedes einem und demselben Besitzer gehörige Stück Land und innerhalb desselben die Grundflächen der verschiedenen, den Charakter des Dauernden tragenden Kulturgattungen, dann jedes der Bodenkultur durch eine andere Widmung entzogene steuerbare Grundstück (Parifikat), endlich jede steuerfreie Grundfläche ist auf der Katastralmappe als eigene Parzelle zu behandeln, zu numerieren und in Bezug auf das Flächenmaß zu berechnen, sofern nicht infolge der weiteren Bestimmungen dieser Instruktion in speziellen Fällen eine Abweichung von diesem Grundsatze angeordnet wird.

§ 32. Bezüglich der Ausscheidung der steuerbaren und steuerfreien Grundstücke innerhalb eines Besitztums und ihrer Darstellung auf der Mappe als eigene Parzellen wird folgendes bestimmt:

1. Als Minimalmaß für die Ausscheidung eines Grundstückes innerhalb eines Besitzes als eigene Parzelle werden bei Gärten und Weingärten 180 Quadratmeter, bei den übrigen ökonomischen Kulturen 1439 Quadratmeter festgesetzt.
2. Grundstücke mit einem kleineren als im Punkte 1 normierten Minimalflächenmaße sind, soferne es zur Charakterisierung der Mappe angezeigt erscheint, wohl darzustellen, sie bilden jedoch keine eigenen Parzellen, sondern sind mit der sie umschließenden oder begrenzenden Kulturmasse oder, falls sie von verschiedenen Kulturmassen begrenzt werden, derjenigen der letzteren zuzuziehen, welchen sie nach ihrer Beschaffenheit und ihrem Ertrage am nächsten kommen.
3. Eine Ausnahme findet statt, wenn der Unterschied im Ertrage der beiden verschiedenen Kulturarten so groß ist, daß durch das Zusammenziehen der Reinertrag der Gesamtmasse um mehr als 10 % vermehrt oder vermindert würde. Insofern sich dies bei der Ausführung der Vermessung ohne umständliche Erhebungen nicht konstatieren ließe, ist die betreffende Grundfläche aufzunehmen und hat die Feststellung, ob dieselbe als eigene Parzelle zu behandeln sei oder nicht, erst in der Kanzleiarbeitsperiode zu erfolgen.

§ 33. In Betreff der unproduktiven Flächen sind zu unterscheiden:

a) Solche Flächen, welche bereits zur Zeit der Einschätzung bestanden haben, jedoch in der Mappe nicht dargestellt sind und sohin bei der Einschätzung der angrenzenden oder umschließenden Kulturmasse in Rücksicht gezogen wurden Solche unproduktive Flächen sind bei der Neuvermessung unberücksichtigt zu lassen. (Die innerhalb größerer Weide-, Alpen- und Waldparzellen im Gebirge vorkommenden unproduktiven oder nicht benützbaren, bei der Vermessung wegen unbestimmbarer Abgrenzung nicht ausgeschiedenen Teile sind bei der Einschätzung dadurch berücksichtigt worden, daß die Ertragsermittlung nach einer Durchschnittsberechnung für die ganze Fläche vorgenommen, die Parzelle sohin in eine niedrigere Bonitätsklasse eingereiht wurde, als in welche sie nach ihrem Ertrage lediglich ihrer produktiven oder benützten Teile einzuschätzen gewesen wäre.)
b) Grundflächen, deren Unproduktivität erst nach der Einschätzung durch Elementarereignisse entstanden ist. Solche Flächen sind innerhalb eines Besitztums dann einer Vermessung zu unterziehen und als eigene Parzellen zu behandeln, wenn deren Flächeninhalt mehr als 1439 Quadratmeter beträgt.

   Eine Ausnahme tritt ein, wenn durch die Zusammenziehung der unproduktiven Fläche mit der sie begrenzenden oder umschließenden Kulturmasse der Reinertrag der letzteren um 10% vermehrt würde. Dies ist der Fall, wenn der Flächeninhalt des unproduktiven Grundstückes den zehnten Teil des Flächeninhaltes jener Kulturmasse beträgt, mit welcher dasselbe zu einer Parzelle zusammengezogen werden soll.

§ 34. Innerhalb derselben Kulturgattung, ein und demselben Besitzer gehörende Grundflächen sind als besondere Pazellen zu behandeln:

1. Wenn sie schon gegenwärtig im Grundsteuerkataster als besondere Parzellen ausgewiesen sind. Insoferne bei der Vermessung eine Abgrenzung zwischen solchen, als besondere Parzellen zu behandelnden Grundflächen nicht vorgefunden wurde, wird die Abgrenzung aus der vorhandenen Katastralmappe in die neue Mappe zu übertragen und mit einer unterbrochenen, sogenannten

gestrichelten Linie (··············) einzuzeichnen sein. Es ist jedoch in derlei Fällen sicherzustellen, ob der grundbücherlichen Vereinigung ein Hindernis entgegensteht oder nicht. Ist nach der hierüber von Seite des Vermessungsbeamten beim Grundbuchsgerichte einzuholenden Auskunft die Vereinigung zulässig, so entfällt die Eintragung der Abgrenzungslinie in die neue Katastralmappe und sind die betreffenden Grundflächen als eine einzige Parzelle zu behandeln.

2. Wenn ein Teil derselben im Grundbuche und der andere in der Landtafel oder in einem anderen öffentlichen Buche eingetragen ist.
3. Wenn dieselben durch Eisenbahnen, öffentliche Wege, Gewässer oder durch Privatwege, welche selbständige Parzellen bilden, getrennt sind.
4. Wenn dieselben in einer Weise getrennt sind, daß deren Zusammengehörigkeit nicht sogleich und unzweifelhaft erkannt werden könnte; dies ist der Fall, wenn die Grundstücke durch Zäune oder Hecken, welche nicht den Charakter des Vorübergehenden tragen, oder durch andere natürliche Grenzen getrennt sind und jeder Teil das nach § 32 erforderliche Minimalflächenausmaß erreicht.

§ 35. Grundflächen, welche von Mauern umgeben sind, bilden unter allen Umständen besondere Parzellen; dagegen bilden terrassenförmig mit oder ohne Stützmauern angelegte Grundstücke (terrassierte Weingärten) nur eine Parzelle.

§ 36. Teile von Grundstücken, deren Besitz zwischen Anrainern streitig ist, bilden keine besonderen Parzellen. Je nachdem der streitige Teil sich im faktischen Besitze des einen oder des anderen Anrainers befindet, ist derselbe mit der angrenzenden Parzelle desselben Besitzers zu einer Parzelle zu vereinigen. In dieser Beziehung ist folgender Vorgang zu beobachten: Zunächst hat der Vermessungsbeamte zu versuchen, die Streitigkeiten seinerseits im gütlichen Wege beizulegen. Kann eine Einigung nicht erzielt werden, so wird die in der vorhandenen Katastralmappe dargestellte Abgrenzung in die neue Katastralmappe zu übertragen und dort mit einer strichpunktierten Linie (·—·—·—) einzuzeichnen sein. Über den Sachverhalt hat der Vermessungsbeamte ein Protokoll aufzunehmen. Die einzelnen Protokolle sind fortlaufend zu numerieren und beisammen zu halten, nach vollzogener Vermessung aber dem Gerichte gleichzeitig mit der Übersendung der vergleichenden Zusammenstellung der alten und der neuen Parzellenbezeichnungen behufs Einleitung des weiteren Verfahrens mitzuteilen. Die in der neuen Mappe mit strichpunktierter Linie dargestellte Abgrenzung ist bis zur endgültig erfolgten Austragung des Grenzstreites beizubehalten.

§ 37. Im Falle, als eine konstatierte Nichtübereinstimmung des in der bestehenden Katastralmappe dargestellten Umfanges einer Parzelle mit dem faktischen Stande auf einen Fehler in der früheren Vermessung zurückzuführen ist, bilden die betreffenden Parzellenabschnitte keine besonderen Parzellen. Ist jedoch eine solche Nichtübereinstimmung auf eine Veränderung im Umfange dieser Parzellen zurückzuführen, so sind die betreffenden Parzellenabschnitte dann als besondere Parzellen zu behandeln, wenn es sich um Teile des Ortsraumes handelt, welche seitens der Besitzer der angrenzenden Grundstücke in Besitz genommen worden sind, bezüglich deren Abtrennung aber die Genehmigung der kompetenten Verwaltungsbehörde nicht nachgewiesen werden kann.

§ 38. Raine zwischen Grundstücken bilden, wenn sie das im § 32 festgesetzte Flächenmaß erreichen, eigene Parzellen, andernfalls werden sie mit der angrenzenden Parzelle desselben Besitzes zu einer Parzelle vereinigt.

§ 39. Die in großen Park- oder Tiergartenanlagen vorkommenden Kulturabschnitte bilden, wenn die ganze Anlage bei der Einschätzung als nur eine Parzelle behandelt worden ist, keine eigenen Parzellen, wohl aber einen Gegenstand der Vermessung, wenn der Flächeninhalt des Kulturabschnittes 50 Ar übersteigt oder wenn die Darstellung zur Charakterisierung der Mappe wünschenswert erscheinen sollte.

§ 40. Zusammenhängende Holzbestände eines und desselben Besitzes, als: schlagbarer Wald, Mittel-, Stangen- und Jungholz, bilden keine eigenen Parzellen.

§ 41. Wenn eine Parzellierung zum Zwecke der Veräußerung der Parzellenteile vorgenommen und zur Anzeige gebracht wurde, so bilden von letzteren nur jene selbständige Parzellen, welche bereits im Grundsteuerkataster durchgeführt sind. Hinsichtlich aller übrigen Parzellenteile hat, sofern dieselben durch feste Grenzen bestimmt (vermarkt) sind, nur die Darstellung der geometrisch zu bestimmenden Markierungszeichen auf der Mappe zu erfolgen.

§ 42. Straßen und Wege sind je nach ihrer Eigenschaft als Reichs-, Landes- oder Bezirksstraßen etc. als besondere Parzellen zu behandeln. In allen Fällen, in welchen seitens des Vermessungsbeamten die Zugehörigkeit einer Straße mit Sicherheit nicht ermittelt werden kann, wird die Auskunft der berufenen Behörde einzuholen sein.

§ 43. Übersetzt eine Straße oder ein Weg einen Fluß oder Bach, welcher eine besondere Parzelle bildet, so wird durch den Wasserlauf die Straße oder der Weg in zwei verschiedene Parzellen geteilt.

§ 44. Wenn im Laufe eines Straßenzuges oder eines Weges ein Teil derselben die Grenze mit der anstoßenden Gemeinde bildet, so zwar, daß zu jeder der angrenzenden Gemeinden die Hälfte des betreffenden Straßen- oder Wegteiles gehört, so bildet jeder solche Straßen- oder Wegteil eine besondere Parzelle. In solchen Fällen wird das Grenzobjekt in seiner ganzen Breite aufzunehmen und die Mitte desselben durch die vorgeschriebene konventionelle Grenzbezeichnung nach dem Augenmaße anzudeuten sein.

§ 45. Zusammenhängende Gassen und Plätze, deren Zusammenhang sich leicht erkennen läßt, bilden, sofern sie keine eigenen Bezeichnungen (Namen) haben, nur eine Parzelle; andernfalls bilden die Gassenabzweigungen besondere Parzellen.

§ 46. Privatwege bilden nur dann besondere Parzellen, wenn ihre Breite im Durchschnitte mehr als 7 *m* beträgt, andernfalls sind dieselben in der nebenstehend angedeuteten Weise (..................) darzustellen, jedoch nicht als eigene Parzellen zu behandeln.

§ 47. Bei breiten Straßen sind die parallel zu denselben laufenden Gräben zwar zu vermessen, dieselben bilden jedoch keine eigenen Parzellen. Straßenböschungen, welche lediglich einen Bestandteil des Straßenkörpers, aber nicht einen Bestandteil der Straßenbahn (der Straße im engeren Sinne des Wortes) bilden, sind, wenn sie einen Ertrag abwerfen, als Parzellen zu behandeln.

§ 48. Die auf den Straßen befindlichen Kilometersteine, ferner gemauerte Durchlässe, Wegtafeln, Wegweiser, Bildsäulen und andere fixe Objekte bilden einen Gegenstand der Vermessung und sind nach Maßgabe der diesfalls vorgeschriebenen konventionellen Bezeichnungen in den Mappen darzustellen.

§ 49. Fußsteige bilden keinen Gegenstand der Aufnahme. Nur in Gebirgsgegenden, wo dieselben in Ermangelung von Straßen und Wegen die einzige Kommunikation zwischen benachbarten Orten bilden, werden dieselben in den Mappen, jedoch nur nach dem Augenmaße darzustellen sein.

§ 50. Das innerhalb eines Gemeindegebietes liegende und begrenzte Eisenbahnterritorium, welches einen Gegenstand der Eintragung im Eisenbahnbuche bildet, ist mit Ausnahme der auf demselben erbauten Gebäude, welche besondere Parzellen bilden, als eine einzige Parzelle zu behandeln. Hievon ist jedoch in dem Falle Umgang zu nehmen, wenn die von der Bahn übersetzten Wege oder Straßenteile von der betreffenden Eisenbahnunternehmung nicht erworben wurden, daher auch nach der Belegung mit Schienen öffentliches Gut geblieben sind. In solchen Fällen sind demnach die Flächen der gedachten Wege oder Straßenteile in die Eisenbahnparzelle nicht einzubeziehen und ist letztere so oft zu unterbrechen, als sie von öffentlichen

Wegen oder Straßen durchschnitten wird, wogegen die Numerierung dieser letzteren unverändert zu verbleiben hat.

§ 51. Die einer Eisenbahnunternehmung gehörigen Grundstücke, welche mit dem Eisenbahnterritorium zwar zusammenhängen, die jedoch keinen Gegenstand der Eintragung im Eisenbahnbuche, sondern in einem anderen öffentlichen Buche bilden, sind als besondere Parzellen auszuscheiden.

§ 52. Innerhalb des Bahnterritoriums bilden die Bahnkrone, sogenannte Parallelwege, Grenzsteine, Tafeln und andere das Eisenbahnterritorium charakterisierende fixe Objekte Gegenstände der Vermessung.

§ 53. Flüsse und Bäche, und zwar die letzteren, soferne sie nicht den Charakter eines nur schmalen Gerinnes (kleine Wasserläufe) haben, bilden innerhalb eines Gemeindegebietes, auch wenn sie von Straßen oder Wegen übersetzt werden, mit ihren Ufern nur eine Parzelle.

§ 54. Wenn jedoch ein Teil eines Flusses oder Baches die Grenze mit der anstoßenden Gemeinde bildet, so zwar, daß zu jeder der beiden Gemeinden die Hälfte des Grenzflusses oder Baches gehört, so bilden solche Fluß- oder Bachteile eigene Parzellen. Hiebei ist zu beachten, daß beide Ufer aufzunehmen sind und daß die Mitte durch die konventionelle Grenzbezeichnung nur nach dem Augenmaße anzudeuten ist (§ 44).

§ 55. Längs der Gewässer sich hinziehende, nur zeitweise überflutete Uferflächen, Dämme und andere Uferschutzbauten, ferner die zur Errichtung von Hafendämmen und Wellenbrechern verwendeten Flächen etc. sind aufzunehmen und bilden eigene Parzellen. Soferne solche Flächen zu Bodenkulturzwecken nicht benützt werden, also steuerfrei sind, werden dieselben nicht als unproduktives Land oder als Bauarea zu behandeln sein, sondern es ist in der zur Eintragung der Kulturgattung bestimmten Kolonne des betreffenden Operates die Bestimmung der Fläche, zum Beispiel: Hafendamm, Fläche 1 *ha* 40 *a*, Reinertrag —, einzutragen.

§ 56. Sandbänke und kleine Inseln unter 50 Ar sind in der Katastralmappe anzudeuten, bilden aber keine eigenen Parzellen. Soferne letztere jedoch dieses Flächenmaß erreichen oder überschreiten, sind dieselben zu vermessen und bilden eigene Parzellen.

§ 57. Wenn das Meeresufer flach verläuft, wird dasselbe mit derjenigen Grenze aufgenommen, bis zu welcher das Meer bei normalem Wasserstande reicht. Die zwischen diesem Ufer und den steuerbaren Grundflächen gelegenen, zu Bodenkulturzwecken nicht benützten Uferstrecken sind als eine Parzelle zu behandeln. Seesalinen bilden besondere Parzellen.

§ 58. Wasserleitungen bilden eigene Parzellen. In Fällen, in welchen zur Darstellung der Begrenzung, beziehungsweise der Breite der betreffenden Objekte der der Mappe zu Grunde liegende Maßstab nicht ausreicht, ist in den Mappen nur die Mitte des betreffenden Objektes durch eine kobaltblaue Linie darzustellen. Die Breite des Objektes wird in jedem Mappenblatte, in welches eine solche Eintragung stattfindet, an geeigneter Stelle durch die der Feldskizze zu entnehmenden Maße zu bezeichnen sein.

§ 59. Stauwehre bilden einen Gegenstand der Vermessung, trennen jedoch den Wasserlauf, welchen sie durchqueren, nicht in mehrere Parzellen.

§ 60. Schiffahrtskanäle bilden innerhalb des Gebietes einer Gemeinde besondere Parzellen. Bei solchen Anlagen sind die festen Objekte als: Schleusen u. dgl. in die Vermessung einzubeziehen.

§ 61. In Betreff der Darstellung von überwölbten öffentlichen oder Privatgewässern und Behandlung der betreffenden Flächen als eine besondere Parzelle ist zu unterscheiden, ob die Begrenzung des Gewässers mit der Erdoberfläche zusammenfällt oder nicht. Im ersteren Falle bildet die Überwölbung oder eine anderweitige

Verdeckung des Gewässers kein Hindernis, das gesamte Bett desselben einschließlich der verdeckten Teile als eine einzige Parzelle zu behandeln und dessen Begrenzung auf der Mappe darzustellen. Fällt jedoch die Begrenzung des überdeckten Teiles des Gewässers mit der Erdoberfläche nicht zusammen, so wird in der Katastralmappe und in den sonstigen Operaten des Grundsteuerkatasters nur die oberhalb des Gewässers liegende Grundfläche als besondere Parzelle eingetragen, zu welchem Zwecke die Besitzgrenzen und die Kulturgattung, beziehungsweise Qualität der betreffenden Grundoberfläche festgestellt werden müssen.

§ 62. Die Grundflächen der Wohngebäude, sowie aller zu einem Gehöfte gehörigen Wohn- und Wirtschaftsgebäude bilden mit dem anstoßenden Hofraume eine einzige Parzelle. Von den Wirtschaftsgebäuden sind jedoch nur die dauernd aufgeführten zu vermessen und in der Katastralmappe darzustellen. Wirtschaftsgebäude sind in der Darstellung von Wohngebäuden zu trennen, auch wenn sie äußerlich ein Ganzes darstellen und unter einem Dache sind.

§ 63. Die Grundflächen von unmittelbar aneinander stoßenden Wohngebäuden eines und desselben Besitzers bilden nur dann besondere Parzellen, wenn sie verschiedene Hausnummern haben.

§ 64. Bei Fabriksanlagen, in welchen unverhältnismäßig große unverbaute Grundflächen zum größten Teile als Lager- und Werkplätze benützt werden, welchen daher die Merkmale des Hofraumes sowie des unproduktiven Bodens fehlen, ist nur der der Lage nach entsprechende Teil der unverbauter Grundfläche als Hofraum auszuscheiden und mit den Gebäuden zu einer Parzelle zu vereinigen, die restliche Grundfläche ist als Parifikat und sohin als eigene Parzelle zu behandeln.

§ 65. Einzeln stehende Wirtschaftsgebäude und andere ähnliche Bauobjekte sind insoweit zu vermessen, als sie in dem Maßverhältnisse der Neuaufnahme noch deutlich dargestellt werden können.

§ 66. Bei Gebäuden sind die zu Tage tretenden Mauerfluchtlinien als Grenzen anzunehmen. Bei Kirchen, Kapellen, Schlössern oder Privatgebäuden, welche mit Türmen versehen sind, sind deren Spitzen, Flaggenstangen etc., soferne dieselben nicht schon in das Triangulierungsnetz einbezogen wurden, geometrisch zu bestimmen und in der Katastralmappe darzustellen.

283. Um jeden aufzunehmenden Punkt, sowie jeden Hilfspunkt bezeichnen und benennen zu können, werden diese durch fortlaufend numerierte Pflöcke bezeichnet. (Siehe Nro. 56.) Wegen der Benennung werden oft auch zu den durch Grenzsteine oder anders bezeichneten Punkten Nummerpflöcke gegeben. Dadurch kann man die Punkte in der Skizze und in der Aufnahme selbst entsprechend bezeichnen und benennen und kann sich auch am einfachsten mit den Gehilfen verständigen.

Das Einschlagen der Pflöcke in den einzelnen Punkten nennt man das „Ausplocken". Dieses muß so geschehen, daß teils durch die Aufnahme der ausgepflockten Punkte allein, teils mit Beihilfe von irgend welchen Maßen jede Parzelle in ihrer wahren Gestalt und Größe erhalten wird.

Es sind daher die Eckpunkte der geradlinigen, und die entsprechende Anzahl von Punkten der krummlinigen Begrenzungen der Parzellen durch Pflöcke zu bezeichnen. Bei sehr langen, geraden Grenzlinien sollen nicht nur die Ecken durch Pflöcke bezeichnet werden, sondern es soll wenigstens noch ein Punkt in der Mitte der langen geraden Linie durch einen Pflock bezeichnet werden, um dadurch eine Kontrolle zu bekommen. Bei krummen

Grenzlinien sind diejenigen Punkte der krummen Linie, welche aufgenommen werden sollen, durch Pflöcke zu bezeichnen. Diese Punkte sind nach Nr. 268 zu wählen. Handelt es sich also nur um die Herstellung eines Planes z. B. durch eine Meßtischaufnahme, so sind die Pflöcke in der krummen Linie in solchen Entfernungen von einander einzuschlagen, daß der Abstand der durch je zwei Pflöcke gebildeten Sehne von dem Bogen in dem Maßverhältnisse, in welchem der Plan herzustellen ist, nicht mehr dargestellt werden kann. Beim Aufnahmsverhältnisse 1 : 2500 muß dieser Abstand demgemäß unter 30 *cm* bleiben. Sollten dagegen die Parzellenflächen direkt aus den bei der Aufnahme gemachten Längenmessungen berechnet werden, so müssen die Pflöcke in der krummen Linie so nahe aneinander kommen, daß die Sehne vom Bogen auch am Felde nicht merkbar abweicht.

Auspflockungen, welche auf die Gestalt der Parzelle nicht von Einfluß sind, oder welche zweckmäßiger durch Einmessungen ersetzt werden können, sind, wo es nicht zum Zwecke einer besonderen Kontrolle notwendig erscheint, zu vermeiden. Überhaupt ist es bei der Auspflockung von großer Wichtigkeit für die Vermeidung von Undeutlichkeiten und zur Kontrolle für die Richtigkeit der Aufnahme, Pflöcke und Maße mit gegenseitiger Ergänzung zu benützen. So wird man daher bei sehr stark gekrümmten Linien, oder bei einer vielfach gebrochenen, aus lauter ganz kurzen Strecken bestehenden Grenze, wo die einzelnen Pflöcke sehr dicht aneinander kommen müßten, nicht alle diese Punkte auspflocken, oder wenigstens nicht mit numerierten Pflöcken. Es werden in diesem Falle nur die Hauptkrümmungspunkte mit numerierten Pflöcken bezeichnet, und die dazwischen liegenden Punkte werden mittelst kurzer Ordinaten auf die durch je zwei numerierte Pflöcke gebildete Abszissenachse eingemessen.

Bei schmalen Parzellen, deren Kopfbreiten in einer geraden, oder von der Geraden nur wenig abweichenden Linie liegen, wird nur jede fünfte oder zehnte Parzellengrenze durch einen numerierten Pflock bezeichnet. Die Gerade zwischen je zwei numerierten Pflöcken dient dann als Messungslinie und die auf dieser Geraden zwischen den numerierten Pflöcken liegenden Parzellengrenzpunkte werden durch Messung bestimmt.

Bei den sogenannten Riemenparzellen, d. h. bei sehr langen und schmalen Parzellen, deren Längsgrenzen nahezu parallel verlaufen, ist es zweckmäßig, wie bei den einzelnen Aufnahmsmethoden erklärt werden wird, eine Anzahl dieser Parzellen zu einer Aufnahmsgruppe zu vereinigen. In diesem Falle werden nur die äußeren Grenzen dieser Gruppe ausgepflockt, die Gerade zwischen je zwei gegenüberliegenden Pflöcken bildet dann eine sogenannte Traverslinie und die Durchschnittspunkte der Parzellengrenzen mit den Traverslinien werden je nach der Art der Aufnahme entweder durch fortlaufende Messungen oder durch Visuren von einem geeigneten Punkte bestimmt.

Schmale Raine werden, wenn sie beiden Grenznachbarn gemeinschaftlich gehören, in der Mitte ausgepflockt. Das Gleiche gilt von breiteren Rainen, welche keine eigenen Parzellen bilden und beiden Anrainern gehören. Gehört dagegen ein Rain zu dem einen oder dem anderen Besitztum, so ist er an jenem Rande auszupflocken, welcher die Besitzgrenze bildet. Bildet ein breiter Rain eine eigene Parzelle, so ist er an beiden Rändern auszupflocken.

Straßen und Wege werden in der Regel nur an einer Seite ausgepflockt, und bei jedem Pflock wird die Straßen- oder Wegbreite gemessen. Münden jedoch auf beiden Seiten in die Straße oder den Weg Parzellengrenzen, so müssen beide Seiten ausgepflockt werden, und es müssen dabei die Pflöcke derart an den Rand des Weges oder der Straße gesetzt werden, daß sie zugleich in die Parzellengrenzen kommen. Gehören zu der Straße oder dem Wege auch Seitengräben, dann sind die Pflöcke an die äußeren Gräbenränder zu setzen.

Bei Bächen und kleineren Flüssen werden nur die Hauptkrümmungspunkte durch Pflöcke bezeichnet und die dazwischen liegenden Punkte werden durch kurze Ordinaten auf die durch die Gerade zwischen je zwei Pflöcken gebildete Abszissenachse eingemessen. Dieser Vorgang muß sich auf beide Seiten des Baches oder Flusses erstrecken. Nur in dem Falle, wenn auf eine lange Strecke der Bach oder Fluß mit Ufermauern versehen wäre und überall gleiche Breite hätte, würde das Auspflocken einer Seite genügen.

Kommen in der aufzunehmenden Fläche einzelne Häuser vor, so werden nur zwei Eckpunkte des Hauses, u. zw. der längsten Dimension ausgepflockt und die anderen Dimensionen werden eingemessen. Auch bei kleinen Häusergruppen beschränkt man sich auf das Auspflocken nur der nötigsten Punkte und mißt die anderen Punkte ein. Im Innern der Ortschaften, welche durch Polygonzüge aufgenommen werden, werden nur die Polygonpunkte in geeigneter Weise bezeichnet, entweder durch entsprechend starke Pflöcke, oder in anderer Weise, welche bei der Aufnahme der Ortschaften erwähnt wird. Die Parzellengrenzen im Innern der Ortschaften, welche durch Abszissen und kurze Ordinaten, oder durch Rayon und Maß bestimmt werden, werden entweder gar nicht bezeichnet, oder in Städten und Ortschaften werden die an den Häusern festzulegenden Punkte mit Farbe sichtbar gemacht.

Ganz ähnlich verhält es sich mit der Auspflockung in Wäldern, wo die Parzellengrenzen gleichfalls durch Polygonzüge aufgenommen werden. Hier werden die Polygonpunkte durch starke, am besten mit römischen Zahlen versehene Pflöcke bezeichnet. Die Parzellengrenzpunkte, welche durch Abszissen und Ordinaten oder durch Rayon und Maß bestimmt werden, werden entweder gar nicht, oder nur mit nichtnumerierten Pflöcken versehen.

Um den Punkt, in dem ein Pflock gestanden hat, wieder auffinden zu können, wenn der Pflock abhanden gekommen ist, ist es sehr zweckmäßig, in den Boden ein kleines Kreuz einzuhauen, bestehend aus zwei sich rechtwinklig kreuzenden, ungefähr 30 bis 40 *cm* langen, 6 bis 10 *cm* breiten und etwa 5 *cm* tiefen Furchen, in deren Kreuzungspunkt der Pflock gesteckt wird. In berastem Boden kann man solche Zeichen noch nach Jahr und Tag auffinden.

Im Gestrüpp, im hohen Grase, an lebenden Zäunen u. dgl, wo die Pflöcke nicht leicht sichtbar sind, empfiehlt es sich, die betreffenden Stellen mit Kalkmilch zu bespritzen.[1])

Gleichzeitig mit dem Auspflocken oder unmittelbar nach dessen Beendigung wird von den aufzunehmeneen Grundstücken die Feld-Skizze angefertigt. Diese Skizze bildet eine wichtige Grundlage für die Aufnahme, sie muß daher mit Sorgfalt hergestellt werden, um wenn auch kein geometrisch genaues, so doch ein möglichst naturgetreues Bild der aufzunehmenden Fläche zu geben. Jedoch darf man andererseits nicht vergessen, daß es nur eine Skizze und noch nicht die Aufnahme selbst ist; übertriebene Ängstlichkeit und Pedanterie ist daher bei der Anfertigung der Skizze zu vermeiden.

In die Skizze werden die Begrenzungen der einzelnen Parzellen möglichst naturgetreu eingezeichnet, zu jedem Punkte wird seine Pflocknummer geschrieben. In die einzelnen Parzellen wird die konventionelle Bezeichnung für ihre Kulturart und entweder Name, Wohnort und Hausnummer des Besitzers, oder die seitherige Katastralzahl der Parzelle eingetragen. Bei Häusern wird angedeutet, ob diese von Holz oder Stein erbaut sind, indem die ersteren mit Diagonalen versehen, die letzteren schräg schraffiert werden. Außerdem zeichnet man in die Skizze alles ein, was zur schnellen und sicheren Orientierung dient, selbst wenn es nicht direkt Gegenstand der Aufnahme ist, z. B. einzelne große Bäume oder Baumgruppen, Alleen, Fußsteige, Einfriedungen, Feldkreuze und Bildsäulen etc.

Die Skizze dient auch dazu, um alle gleich beim Auspflocken gemachten Messungen eintragen zu können. Es muß daher für die Anfertigung der Skizze ein entsprechend großer Maßstab gewählt werden, um alle diese Details einzeichnen zu können. Kann man dadurch die Skizze nicht auf ein einziges Blatt bringen, so müssen mehrere Blätter benützt werden. In der Regel wird die Skizze in demselben Maßstabe herzustellen sein, wie die Aufnahme selbst. Sollte der gewählte Maßstab für einzelne Partien, wo sehr viele Einzelheiten vorkommen und sehr viele Maße eingetragen werden müssen, noch zu klein sein, so zeichnet man die betreffende Partie in einem noch größeren Maßstabe auf ein separates Blatt.

Jene Grenzpunkte der Parzellen, welche durch Pflöcke bezeichnet sind, und wo die Grenze scharfe Ecken bildet, werden in der Skizze durch Ringelchen bezeichnet, neben welche die Pflocknummer geschrieben wird.

[1]) Die obigen Ausführungen über das Auspflocken sind zum großen Teile der neuen österreichischen Katastral-Instruktion für Meßtischaufnahmen angepaßt.

Wo dagegen die Umfangsgrenzen der Parzellen durch unmerklich gebrochene Linien gebildet werden, werden die in den Brechungspunkten stehenden Pflöcke nicht durch Ringelchen bezeichnet, sondern durch Winkelzeichen, welche andeuten, ob in diesem Punkte die Grenze einen aus- oder einspringenden Winkel bildet, oder ob sie in diesem Punkte geradlinig ist. (—∧— ausspringender, —∨— einspringender Winkel, —∪— geradlinig). Zu dem Winkelzeichen wird wieder die Pflocknummer geschrieben. Durch diese Winkelzeichen ist dann später eine Kontrolle der Aufnahme möglich.

Jene Punkte, in welchen Grenzsteine stehen, werden in der Skizze durch das konventionelle Grenzsteinzeichen ( ) bezeichnet und die fortlaufende Pflocknummer und, wenn vielleicht auf dem Steine eine Nummer oder irgend ein Zeichen angebracht ist, auch diese dazugeschrieben.

In die Skizze sind auch, wie schon erwähnt wurde, die erhobenen Maßzahlen einzutragen hinsichtlich der gemessenen Abszissen und Ordinaten, Traversen, Kopfbreiten der Parzellen, Dimensionen der Gebäude, Wegbreiten etc. (Siehe oben Auspflockung.) Diese Maßzahlen sind mit besonderer Deutlichkeit und derart einzutragen, daß sie nicht mit den Pflocknummern verwechselt werden können. Die aus einer fortlaufenden Messung resultierenden Maßzahlen sind senkrecht gegen die Messungslinie und so nahe als möglich zu dem betreffenden Punkte zu schreiben, für den sie gehören. Dabei ist die Skizze so zu halten, daß der Anfangspunkt der Messung oben liegt, so daß also die fortlaufenden Maßzahlen untereinander, von oben nach unten geschrieben werden. Das Endmaß der Linie ist doppelt zu unterstreichen, dagegen sind die Maßzahlen jener Punkte, welche als Anfangspunkte weiterer Messungen dienen, einfach zu unterstreichen.

Werden Ordinaten zur Bestimmung von Punkten gemessen, so werden die Maßzahlen der Abszissen auf die entgegengesetzte Seite der Ordinaten senkrecht zur Messungslinie gesetzt, die Maßzahlen der Ordinaten werden neben die Ordinaten und parallel mit ihnen geschrieben, also ebenfalls senkrecht zur Messungslinie (Abszissenachse). Nur wenn eine Ordinate zur Bestimmung mehrerer auf ihr liegender Punkte, also gleichsam selbst als Messungslinie dient, werden die Maßzahlen der einzelnen auf der Ordinate liegenden Punkte senkrecht zur Ordinate geschrieben und das Endmaß doppelt unterstrichen.

Die Maßzahlen, welche die Längen einzelner Linien angeben, z. B. die Längen und Breiten von Gebäuden, die Kopfbreiten der Parzellen etc. werden parallel zur gemessenen Linie geschrieben.

Wurde eine Linie zweimal gemessen, so werden die betreffenden Maßzahlen untereinander geschrieben und durch eine Klammer mit einander verbunden.[1])

[1]) Auch bei den obigen Angaben über die Skizzierung wurden die Vorschriften der neuen Katastral-Instruktion für Meßtischaufnahmen berücksichtigt.

Zur Anfertigung der Skizze verwendet man bei größeren Aufnahmen ein mit einer Orientierungsbussole versehenes Detailtischchen und ein einfaches Diopterlineal und nimmt damit die ausgepflockten Punkte durch Rayon und Schnitt von geeigneten Standpunkten aus auf. Man stellt also die Skizze in ganz ähnlicher Weise her, wie die Aufnahme mit dem Meßtische selbst.

Bei der österreichischen Katastralvermessung ist die Feldskizze immer in dieser Weise herzustellen.

Bei ganz kleinen Aufnahmen benützt man zur Anfertigung der Feldskizze das mit Papier bespannte Skizzenbrettchen. (Siehe Nr. 198.) Ist die aufzunehmende Fläche nicht groß und ist sie von irgend einem, vielleicht erhöhten Punkte gut zu übersehen, so wird die Skizze nur von diesem Punkte aus nach dem Augenmaße hergestellt. Ist jedoch die Fläche größer und fehlt es an der Übersicht, so muß das Schrittmaß zu Hilfe genommen werden und es geschieht dann die Anfertigung der Skizze nach der „Umfangsmethode“. Vor allem wählt man den entsprechenden Maßstab und benützt entweder einen Transversalmaßstab oder zeichnet sich auf dem Skizzenbrettchen einen einfachen Schrittmaßstab, indem man auf eine Gerade die für 100 Schritte angenommene Länge einigemale aufträgt; der erste Teil wird noch in zehn gleiche Teile, also von 10 zu 10 Schritten geteilt.

Zuerst zeichnet man den Umfang der aufzunehmenden Fläche. Man stellt sich in einem Punkte des Umfanges, in dem man beginnen will, auf, gibt dem Brettchen eine entsprechende Lage und wählt einen passenden Punkt darauf, um die zu zeichnende Figur darauf zu bringen. Nun zieht man in der Richtung gegen den nächsten Punkt eine Gerade nach dem Augenmaße, schreitet die Länge ab und trägt sie nach dem gewählten Maßstabe auf. In dem nächsten Punkte hält man das Brettchen so, daß die gezeichnete Linie mit derselben Linie am Felde parallel ist, man „orientiert“ das Brettchen, zieht wieder eine Gerade in der Richtung gegen den dritten Punkt u. s. w. Ist man derart im letzten Umfangspunkte angekommen, hat das Brettchen orientiert und die Linie gegen den ersten Punkt gezogen, so soll diese Linie möglichst durch den schon am Brettchen befindlichen ersten Punkt gehen und die Länge soll möglichst stimmen. Eine nicht zu große Differenz wird ohneweiters auf die letzten drei bis vier Punkte verteilt. Bei sehr großer Differenz müßte man allerdings den Fehler aufsuchen. Hat man derart den Umfang gezeichnet, so wird in derselben Weise das Detail, das heißt die einzelnen Parzellengrenzen u. s. w. im Innern skizziert.

Die Orientierung des Brettchens in den einzelnen Punkten wird sehr erleichtert, wenn seitwärts an dem Skizzenbrettchen eine kleine Orientierungs-(Taschen-)Bussole befestigt ist. Im ersten Punkte, nachdem man dem Brettchen eine entsprechende Lage gegeben hat, notiert man die Gradziffer am Nordende der Nadel, und hat dann in allen folgenden Punkten das Brettchen nur so zu halten, daß das Nordende der Nadel wieder auf dieselbe Gradziffer zeigt.

Die Herstellung der Skizze wird übrigens durch die bereits bestehenden Katastralmappen sehr erleichtert. Man kann ja einfach die aufzunehmende Partie aus der Mappe auf ein Blatt Papier kopieren oder man kann direkt ein lithographiertes Mappenblatt dazu benützen. Man hat dann in dieses so erhaltene Gerippe nur die Veränderungen einzuzeichnen und die erhobenen Maßzahlen einzutragen.

B. Die Aufnahme mit Meßband und Absteckstäben.

284. Gewährt die aufzunehmende Fläche die nötige Übersicht, ist das Terrain derart beschaffen, daß Längenmessungen mit Kette, Band oder Latten ohne Schwierigkeiten möglich sind und ist die aufzunehmende Fläche nicht gar zu groß, so kann die Aufnahme lediglich mit den genannten Instrumenten zum Längenmessen nebst einigen Absteckstäben und allenfalls einem Instrumente zum Abstecken rechter Winkel geschehen.

Zunächst müssen einige Hauptpunkte derart gewählt und durch Pflöcke bezeichnet werden, daß sie zusammenhängende, möglichst gleichseitige Dreiecke bilden, deren sämtliche Seiten gemessen werden können. Dadurch ist die gegenseitige Lage dieser Hauptpunkte bestimmt, indem sie durch Konstruktion der Dreiecke aus ihren gemessenen Seiten erhalten werden. Die Dreiecksseiten dienen dann als Abszissenachsen für die nächstliegenden Punkte, welche durch möglichst kurze Ordinaten auf diese Dreiecksseiten bestimmt werden. Nach Erfordernis müssen dann weitere Gerade — Messungslinien — zwischen die Dreiecksseiten eingebunden werden, indem man die Endpunkte dieser Messungslinien genau in die Dreiecksseiten einvisiert und ebenfalls durch Pflöcke bezeichnet. Beim Messen der Dreiecksseiten werden dann die Längen bei den Pflöcken abgelesen. In derselben Weise können auch wieder zwischen je zwei Messungslinien weitere Messungslinien eingebunden werden. Vorerst werden die sämtlichen Endpunkte — Bindepunkte — der notwendigen Messungslinien ausgepflockt, dann wird eine Messungslinie nach der andern mit Absteckstäben ausgesteckt und gemessen, womit zugleich die Aufnahme der Detailpunkte geschieht. Diese letztere erfolgt entweder mittelst kurzer Ordinaten auf die Messungslinien oder durch direkte Messungen, Verlängerungen, Kreuzmaße u. dergl.

285. Es wäre z. B. die in Fig. 389 dargestellte Partie von Grundstücken aufzunehmen. Zunächst werden die vier Hauptpunkte $ABCD$ gewählt, welche zwei zusammenhängende Dreiecke bilden. Die Seiten dieser Dreiecke dienen als Abszissenachsen für die Aufnahme der nächstliegenden Parzellengrenzen; die betreffenden Ordinaten sind in der Zeichnung punktiert. Weiter stellen sich dann als notwendig heraus die zwischen die Dreiecksseiten eingebundenen Messungslinien EF, HJ, DK, KL, MN und OP, welche sämtlich als Abszissenachsen dienen. Für die Aufnahme der Parzellen Nr. 12 bis 24, mit nahezu parallel laufenden Längsgrenzen — sogenannte Riemenparzellen — werden noch die „Traversen“ ab, cd, ef, gh, ik und lm

eingebunden. Die Aufnahme der Riemenparzellen geschieht mittelst der Traversen in der Weise, daß die Länge der Traversen gemessen und bei jeder Parzellengrenze abgelesen wird. Die Richtung der Messung und die Punkte, wo abgelesen wird, sind durch Pfeile bezeichnet. Bei den äußersten Traversen, an den schmalen Seiten — Köpfen — der Parzellen, werden auch bei jeder Parzellengrenze die Abstände von der Traverse bis zum Ende der Parzellengrenze gemessen. Bei den Bauparzellen Nr. 1, 2 und 3 werden die Umfangspunkte durch Abszissen und Ordinaten bestimmt, außerdem werden die Dimensionen der Häuser gemessen; das Innere der Hofräume wird durch Kreuzmaße (Dreiecksbildung) bestimmt. Die Wege werden durch Abszissen und Ordinaten bestimmt, wobei die Längen der Ordinaten bei beiden Rändern des Weges abgelesen werden.

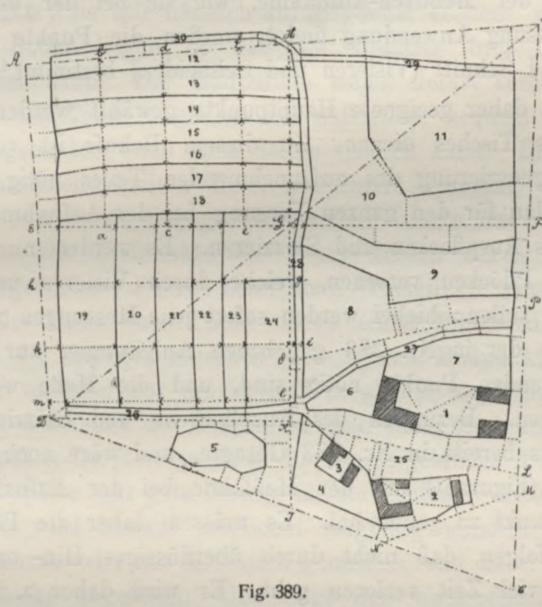


Fig. 389.

Die sämtlichen Maße werden nach den in Nr. 283 gegebenen Anleitungen deutlich in die Skizze eingetragen, welche daher in einem entsprechend großen Maßstabe hergestellt sein muß.

286. Um die Aufnahme zu zeichnen, konstruiert man zuerst die beiden Dreiecke BDA und BDC, dann werden die sämtlichen Messungslinien hinein konstruiert, indem die Entfernungen der Bindepunkte von den Hauptpunkten aufgetragen und kontrolliert werden. Man trägt z. B. die Entfernung AE von A aus auf und untersucht, ob die Länge des Restes ED stimmt. Ebenso trägt man die Länge BF von B auf und prüft die Länge des Restes FC. Hierauf wird auch die Länge der erhaltenen Geraden EF mit der gemessenen Länge verglichen.

In dieser Weise werden die sämtlichen Messungslinien konstruiert und kontrolliert. Dabei darf sich zwischen den am Felde wirklich gemessenen und den am Papiere sich ergebenden Längen kein größerer Unterschied zeigen, als die zulässige Fehlergrenze für Längenmessungen beträgt, vermehrt um $M/7000$, worin M das Verjüngungsverhältnis bedeutet. Sollte sich irgendwo eine größere Differenz zeigen, so müßte der Fehler am Felde im Messen der Länge aufgesucht werden.

Ist das Messungsliniennetz konstruiert, entsprechend geprüft und richtig befunden worden, so erfolgt erst das Auftragen des Details. Selbstverständlich wird man auch da möglichst zu kontrollieren trachten; sollte sich eine Differenz zeigen, so kann diese jetzt nur im Detail, nur in dem betreffenden Punkte liegen, und müßte dort aufgesucht werden.

C. Die Aufnahme mit dem Meßtische.

287. Bei der Meßtisch-Aufnahme, wie sie bei der österreichischen Katastral-Vermessung Anwendung findet, werden die Punkte hauptsächlich durch Rayon und Schnitt (Visieren und Schneiden) bestimmt.[1])

Es müssen daher geeignete Hauptpunkte gewählt werden, welche als Standpunkte des Tisches dienen. Zu diesem Behufe ist vor allem eine sorgfältige Rekognoszierung des aufzunehmenden Teiles nötig, bei welcher man sich den Plan für den ganzen Vorgang bei der Aufnahme zurechtlegt. Hierauf folgt das Auspflocken und Skizzieren. Es werden nur jene Punkte mit numerierten Pflöcken versehen, welche durch Visieren und Schneiden bestimmt werden sollen; hiebei werden sofort jene Messungen vorgenommen, welche im Sinne der in Nr. 283 gegebenen Anleitungen zur Bestimmung der zwischenliegenden Punkte nötig sind, und die Maße werden in die Skizze eingetragen. Bezüglich des Auspflockens und Skizzierens gilt im Übrigen alles das bereits in Nr. 283 Gesagte, und wäre noch zu beachten, daß der Gehilfe (Figurant) mit der Meßfahne bei der Aufnahme zweimal von Punkt zu Punkt zu gehen hat. Es müssen daher die Pflocknummern so aufeinander folgen, daß nicht durch überflüssiges Hin- und Herlaufen des Figuranten viel Zeit verloren geht. Es wird daher z. B. vorteilhaft sein, bei einer Anzahl paralleler Parzellen die Raine so zu numerieren, daß der Figurant immer auf einem hin-, am nächsten zurückgehen kann. Auch ist es vorteilhaft, nach Herstellung der Skizze davon eine Kopie für den Figuranten zu machen, damit er an der Hand der Skizze die Pflöcke leichter findet.

288. Wie schon in der vorigen Nummer gesagt wurde, geschieht die Aufnahme der ausgepflockten Punkte durch „Visieren und Schneiden" von den als Tischstandpunkte dienenden Hauptpunkten. Um die Arbeit möglichst

---

[1]) Damit ist jedoch nicht gesagt, daß alle Punkte in dieser Weise bestimmt werden müssen, sondern im Gegenteile, die Katastral-Instruktion für Meßtisch Aufnahmen bestimmt im § 72 ausdrücklich, daß Pflöcke und Maße mit Verständnis und wechselseitiger Ergänzung angebracht werden sollen. (Siehe hierüber Nr. 283 über das Auspflocken.)

rasch und genau zu vollführen, sollen möglichst wenig Standpunkte für den Tisch benützt werden.

Zunächst sind zwei Punkte zu wählen, von denen aus man die meisten der ausgepflockten Punkte anvisieren und schneiden kann, und zwar derart, daß man gute Schnittwinkel erhält, nicht unter 30⁰ und nicht über 150⁰. Die Verbindungslinie dieser beiden Punkte nennt man B a s i s. Diese soll, um gute Schnittwinkel zu bekommen, etwa so lang sein, als die weiteste Entfernung von ihren Endpunkten zu den anzuvisierenden Punkten beträgt. Es ist daher vorteilhaft, wenn sie, besonders bei einer kleinen aufzunehmenden Fläche, a u ß e r h a l b dieser Partie gelegen ist. Bei einer größeren Fläche kann sie aber auch im Innern, dann am besten ungefähr in der Mitte gelegen sein. Wichtig ist die Bodenbeschaffenheit für die Basis und die beiden Endpunkte; sie soll nämlich auf möglichst ebenem, von Hindernissen freien, festen Boden liegen, so daß die Messung ihrer Länge möglichst genau geschehen kann. Die Endpunkte sollen derart beschaffen sein, daß man in ihnen den Tisch möglichst fest aufstellen, bequem um ihn herumtreten und ungehindert nach allen Seiten visieren kann. Diese müssen also auf einem hinreichend breiten Rain, auf einer Hutweide, am Rande eines breiten Weges oder dergl., dagegen niemals im Innern eines bebauten Grundstückes liegen. Die Endpunkte der Basis werden durch starke, ganz in den Boden eingetriebene Pflöcke bezeichnet. Vorteilhaft ist es, auch ungefähr in der Mitte der Basis einen Punkt durch einen Pflock zu bezeichnen, der aber genau in der Geraden zwischen den beiden Endpunkten liegen muß. Er wird daher vorläufig nur provisorisch möglichst sorgfältig einvisiert, und erst nach dem Aufstellen des Tisches in dem einen Endpunkte definitiv mit Hilfe des Perspektiv-Diopters genau in die Gerade gebracht. Dieser Mittelpflock leistet nämlich später sehr gute Dienste für die Kontrolle weiterer Standpunkte.

Die Basis wird hierauf möglichst sorgfältig mindestens zweimal mit dem Stahlmeßbande oder mit Meßlatten gemessen, und dabei auch die Länge beim Mittelpflocke abgelesen. Übersteigt der Unterschied zwischen den einzelnen Messungen die zulässige Fehlergrenze für Meßtischaufnahmen nicht, so wird das arithmetische Mittel daraus beibehalten. Zu Hause zieht man auf dem mit Papier bespannten Tischbrette für die Basis eine Linie samt Randmarken derart, daß die aufzunehmende Fläche möglichst in die Mitte des Brettes kommt. Liegt also die Basis in der Mitte der aufzunehmenden Grundstücke, so zieht man die Linie auch in der Mitte des Tisches, dagegen wird sie entsprechend gegen den Rand hin verschoben, wenn auch die Basis am Rande der aufzunehmenden Fläche liegt. Auf diese Linie wird die Länge der Basis, und ebenso des Mittelpflockes sorgfältig in dem für die Aufnahme gewählten Verjüngungsverhältnisse aufgetragen, die Endpunkte durchpikiert und eingeringelt.

Kann man keine hinreichend lange Gerade, die man leicht messen kann, als Basis finden, so unterliegt es keinem Anstand, eine gebrochene

Basis zu wählen, welche aus zwei unter einem möglichst stumpfen Winkel zusammenstoßenden Geraden besteht. Nur müssen die äußersten Endpunkte gegenseitig sichtbar sein. Man stellt dann den Tisch in dem mittleren Punkte entsprechend auf, projiziert den Punkt auf das Brett, visiert nach den beiden Endpunkten der zwei zusammenstoßenden Geraden, mißt deren Längen und trägt sie auf. An die zwei so erhaltenen Punkte legt man dann mit größter Sorgfalt das Diopterlineal und zieht die Randmarken. Wenn dann bei der Aufnahme der Tisch in dem einem dieser äußersten Endpunkte aufgestellt wird, erfolgt die Orientierung mittelst dieser Randmarken nach dem anderen äußersten Punkte.

289. Nach diesen Vorbereitungen kann man die Aufnahme beginnen. Der Tisch wird in dem einen Endpunkte der Basis aufgestellt und nach dem zweiten Endpunkte, wo eine Meßfahne aufgestellt wird, orientiert. Dann wird vor allem der Mittelpflock der Basis sorgfältig in die Visur eingewinkt, d. h. wenn erforderlich, herausgezogen und entsprechend eingeschlagen.

Hierauf werden die ausgepflockten Punkte der Reihe nach anvisiert. Zu diesem Zwecke geht ein Figurant mit einer Kopie der Skizze und mit einer 5 bis 8 *m* langen Meß-Fahne und stellt sich in den Punkten nach der Nummernfolge auf. Während er von Punkt zu Punkt geht, muß er die Fahne stets gesenkt tragen und richtet sie erst auf, wenn er in einem Punkte angekommen ist, und sieht aufmerksam gegen den Tisch hin. Neben dem Tische steht ein zweiter Figurant mit einer Fahne, der sogenannte Abdanker. Dieser hält beständig seine Fahne aufrecht. Sobald der Geometer die im Felde aufgestellte Fahne möglichst an ihrem Fuße anvisiert, den Rayon an der passenden Stelle, wo der Punkt hinfallen dürfte, in der Länge von nur einigen Zentimetern gezogen und mit der Nummer des Punktes bezeichnet hat, sagt er zum Abdanker „fertig“, worauf dieser seine Fahne zur Erde senkt und sie dann sofort wieder aufstellt. Sowie dies der Figurant im Felde sieht, senkt auch er seine Fahne und geht auf den nächsten Punkt. Kann er einen Punkt nicht finden, und befindet er sich in der Nähe des Tisches, so ruft er es dem Geometer zu, welcher hingeht und den Punkt aufs neue bestimmt, wenn vielleicht der Pflock abhanden gekommen sein sollte. Ist aber der Figurant sehr weit vom Tische entfernt, so stellt er die Fahne in einem beliebigen Punkte auf, notiert sich aber die Nummer dieses fehlenden Punktes und teilt sie dem Geometer mit, wenn er zum Tische zurückkommt, der dann diesen falschen Punkt wieder durchstreicht und ihn erst wieder anvisiert, nachdem er ihn aufs Neue vorher ausgepflockt hat. Sieht der Geometer die Fahne in den einzelnen Punkten nicht, so wird der Figurant abgedankt, und die Punkte werden notiert als „nicht anvisiert“, und werden von einem anderen Standpunkte anvisiert. Ist der Figurant weit vom Tische entfernt, so ist es gut, wenn er, besonders bei Windstille, die Fahne in der Luft schwenkt, ehe er sie aufstellt, damit er besser gesehen wird.

Mitunter wird die Fahne vom Tische aus nicht gesehen, weil sie zu kurz ist, wird aber gesehen, wenn sie etwas in die Höhe gehoben wird, es wird also ein diesbezügliches Zeichen verabredet, indem z. B. der Abdanker seine Fahne in die Höhe hebt, so weiß der Figurant im Felde, er soll seine Fahne heben. Natürlich muß sie aber ganz vertikal über den Punkt in die Höhe gehoben werden.[1]) Ein anderesmal wieder kann es vorkommen, daß man wohl die Fahne vom Tische aus sieht, aber der Figurant sieht den Abdanker nicht, dann muß ein Zwischenabdanker aufgestellt werden zwischen dem Tische und dem Figuranten im Felde.

Von Zeit zu Zeit muß man sich die Überzeugung verschaffen, ob die Nummern im Felde, wo sich der Figurant aufstellt, mit den Nummern am Tische stimmen. Zu diesem Zwecke macht der Figurant, wenn er sich in einem Punkte mit 5 an Stelle der Einheiten aufstellt, vorher mit der Fahne einen Kreis in der Luft, stellt er sich in einer Nummer mit Null an Stelle der Einheiten auf, macht er zwei Kreise. Stimmt es, so wird er vom Tische aus in derselben Weise abgedankt, stimmt es aber nicht, so wird er in gewöhnlicher Weise abgedankt; er sieht dann, daß ein Fehler vorgefallen ist, und er geht deshalb nach dem letzten Punkte, wo er mit einem oder mit zwei Kreisen abgedankt wurde, zurück, und passiert die Punkte noch einmal. Z. B. er kommt auf 25 und macht einen Kreis Am Tische aber soll erst 24 kommen, so wird er in gewöhnlicher Weise abgedankt, und er geht deshalb auf den Pflock Nr. 20 zurück und dann nochmals nach 21, 22, 23 u. s. w.

Sehr zweckmäßig ist es, wenn sowohl der Figurant im Felde, als auch der Abdanker ein Horn haben. Kommt der Figurant in einem Punkte an, so zeigt er dies durch einen kurzen Stoß ins Horn an, und wird in derselben Weise abgedankt. Die Fünfer werden durch einen langgezogenen Ton, die Nullen durch zwei lange Töne bezeichnet. Durch einen hohen Ton kann man anzeigen, die Fahne ist zu heben u. s. w.[2])

Um die Arbeit zu fördern, können auch gleichzeitig zwei Figuranten im Felde sein, indem der eine sich immer in den ungeraden, der andere in den geraden Nummern aufstellt, nur dürfen niemals beide Fahnen zugleich aufgestellt sein, sondern, erst wenn die eine gesenkt ist, darf die andere aufgestellt werden.

Von Zeit zu Zeit muß sich der Geometer überzeugen, ob der Tisch noch richtig orientiert ist, indem er das Diopterlineal an die Basis, respektive an die Randmarken legt und nachsieht, ob die Fahne im anderen

---

[1]) Manchesmal kann auch eine Verlängerung durch eine zweite Fahne nötig werden. Die Verwendung solcher Aufsatzfahnen ist jedoch nicht ratsam, weil es dann nicht gut möglich ist, ihre Spitze, die vom Tische aus gesehen wird, vertikal über dem Pflock zu halten.

[2]) Bei der Katastral-Vermessung besteht für die Signalisierung eine eigene, gedruckte Belehrung.

Endpunkte noch in der Visur steht. Ist eine sehr geringe Abweichung vorhanden, so wird der Tisch neuerdings orientiert und die Arbeit fortgesetzt. Wäre aber eine größere Abweichung zu konstatieren, so müssen die letzten Pflöcke, nachdem der Tisch wieder orientiert wurde, nochmals anvisiert werden. Um den Tisch nicht zu verrücken, darf sich der Geometer niemals schwer auf den Tisch legen oder an diesen anlehnen, darf auch nicht in der Nähe der Stativfüße herumtreten, sondern darf womöglich gar nicht an den Tisch ankommen, und muß auch das Diopterlineal ganz leicht führen.

Nachdem von diesem Standpunkte alle sichtbaren Punkte anvisiert wurden, überträgt man den Tisch nach dem zweiten Endpunkte der Basis, orientiert ihn nach dem ersten Endpunkte, wo eine Fahne aufgestellt bleibt, und schickt den Figuranten in derselben Reihenfolge wie früher von Punkt zu Punkt, um die früher erhaltenen Visuren möglichst senkrecht zu schneiden, wobei wieder alles genau so zu beachten ist, wie früher. Dann werden alle Punkte, die man vom vorigen Standpunkte aus nicht anvisieren konnte, welche aber jetzt sichtbar sind, anvisiert, und als „noch nicht geschnitten“ notiert, ebenso werden auch als „noch nicht geschnitten“ jene Punkte notiert, welche von dem jetzigen Standpunkte aus nicht gesehen werden, oder zu spitze, oder zu stumpfe Schnitte geben würden. Dann wählt man einen neuen passenden Standpunkt.

Hätte man schon vor oder bei der Aufstellung im ersten Standpunkte gesehen, daß außer den beiden Endpunkten der Basis noch ein oder mehrere Standpunkte, und wo diese notwendig sein werden, so wird man diese gleich durch Pflöcke bezeichnen, anvisieren, und die Visuren mit Randmarken versehen. Vom zweiten Standpunkte aus werden dann diese Punkte geschnitten und auch diese Visuren mit Randmarken versehen. Es werden also die neuen Standpunkte auch durch „Vorwärtsabschneiden“ bestimmt. Entscheidet man sich jedoch erst im zweiten Endpunkte der Basis für einen neuen Standpunkt, so wird dieser durch „Seitwärtsabschneiden“ bestimmt. Wenn der Tisch in einem neuen Standpunkte aufgestellt und orientiert ist, mag dieser durch „Vorwärts- oder Seitwärtsabschneiden“ bestimmt worden sein, muß der betreffende Punkt am Tische zunächst durch eine dritte Visur geprüft werden, er muß den „Probeschnitt“ erhalten. Zu diesem Zwecke eignet sich in erster Linie sehr gut der Mittelpflock der Basis. Man legt das Diopterlineal an diesen Mittelpunkt der Basis am Tische und visiert denselben Punkt im Felde an, so soll die Kante des Lineales scharf durch den Schnittpunkt der zwei Visuren am Tische gehen, durch welche der neue Standpunkt bestimmt wurde. Ist dies der Fall, dann erst kann dieser Punkt pikiert, geringelt und benützt werden.

Statt des Mittelpflockes der Basis kann man auch einen passenden anderen Punkt zur Kontrolle verwenden, der durch einen guten Schnitt aus den beiden Endpunkten der Basis bestimmt wurde.

Bei der Wahl weiterer Standpunkte ist bezüglich der Bodenbeschaffenheit dasselbe zu beachten, wie hinsichtlich der Endpunkte der Basis.

Bei der Bestimmung und Kontrollierung neuer Standpunkte darf man selbstverständlich die Anschlagnadel nicht benützen und der Schnitt muß möglichst senkrecht erfolgen.

Von dem neuen Standpunkte werden zunächst wieder alle noch nicht geschnittenen und von hier aus sichtbaren Punkte geschnitten, dann neue Punkte anvisiert und schließlich, wenn noch nötig, wieder ein neuer Standpunkt bestimmt.

In dieser Weise arbeitet man fort, bis alle ausgepflockten Punkte bestimmt worden sind.

290. Zu der in der vorigen Nummer beschriebenen Aufnahme der ausgepflockten Punkte ist noch Folgendes zu bemerken.

Befindet sich in der aufzunehmenden Fläche ein tiefer Taleinschnitt, so bestimmt man von den Hauptpunkten aus an den oberen Rändern der beiden Abhänge je zwei Standpunkte und benützt diese zur Aufnahme des jeweilig gegenüberliegenden Hanges.

Die in der nächsten Nähe des Tisches liegenden Punkte, welche beim Schneiden schlechte Schnitte geben würden, werden durch Rayon und Maß bestimmt.

Die Aufnahme einer ganzen Gruppe von sogenannten Riemenparzellen, d. h. solcher schmaler Parzellen, deren Längsgrenzen krummlinig und nahezu parallel sind, geschieht durch „Traversieren“. Man pflockt nämlich nur den äußeren Umfang der ganzen Gruppe aus, bei in einer Geraden liegenden Köpfen, wie z. B. in Fig. 390 nur die beiden äußersten Längsgrenzen. Diese ausgepflockten Punkte, in Fig. 390 die Punkte 1 bis 10, werden durch Rayon und Schnitt bestimmt, dann werden am Tische die gegenüberliegenden Pflöcke 1 und 10, 2 und 9, 3 und 8, 4 und 7, 5 und 6 durch Gerade, die Traversen, verbunden. Kann man durch die Parzellen durchmessen, so werden diese Traversen fortlaufend gemessen und bei jedem Rain die Länge abgelesen. Beim Messen der Geraden 1, 10 liest man also fortlaufend bei a, d, e und 10 die Länge ab.

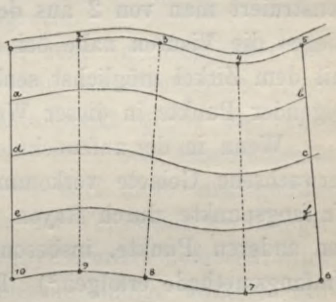


Fig. 390.

Ebenso bei den anderen Traversen. Die ganze durch die Messung gefundene Länge jeder Traverse wird dann mit der vom Tische abgegriffenen Länge verglichen, wobei der Unterschied die Fehlergrenze für Längenmessungen für Meßtischaufnahmen, vermehrt um M/5000 nicht überschreiten darf. Der Unterschied kann dann auf die einzelnen Längen proportional verteilt werden. Die gemessenen Längen werden dann auf dem Tische aufgetragen und die Längsgrenzen der Parzellen nach der Skizze eingezeichnet. Kann man aber durch die Parzellen nicht hindurchmessen, so geht der Figurant mit der Fahne zuerst in den Punkt a, dann geht er auf dem Raine a b fort und wird von einem zweiten Gehilfen in die Geraden 2, 9, dann 3, 8, dann 4, 7 eingewinkt, und schließlich stellt er die Fahne in *b* auf. Hierauf passiert er in derselben Weise die Raine *c d* und *e f*. Wenn nun die Fahne jedesmal anvisiert wird, so geben am Tische die Schnitte der Visuren mit den Traversen die einzelnen Punkte, welche mit einander verbunden werden. Selbstverständlich müssen aber die Visuren von einem solchen Standpunkte aus geschehen, daß die Schnitte mit den Traversen möglichst senkrecht erfolgen.[1])

Bei jeder Meßtischaufnahme wird es vorkommen, daß einzelne Punkte nicht sichtbar waren, daher überhaupt nicht anvisiert werden konnten, oder sie haben zwar eine Visur, aber keinen Schnitt erhalten können. Solche fehlende Punkte werden von anderen in der Nähe befindlichen Punkten durch Messungen bestimmt, z. B. durch Kreuzmaße, die sich möglichst senkrecht schneiden von zwei oder besser drei Punkten aus, oder durch Abszissen und Ordinaten.

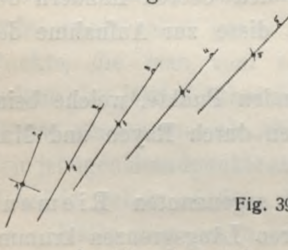


Fig. 391.

Hat man nach einzelnen Punkten zwar Visuren, aber keine Schnitte, wie z. B. nach den Punkten 2, 3, 4 und 5 in Fig. 391, so können diese Punkte ebenfalls durch Messungen bestimmt werden. Wurde z. B. der Punkt 1 durch einen guten Schnitt erhalten, so mißt man die Entfernung von 1 nach 2, nimmt diese am Transversalmaßstabe in den Zirkel, setzt diesen in 1 ein und schneidet die Visur nach 2, wodurch man den Punkt 2 erhält. In derselben Weise konstruiert man von 2 aus den Punkt 3, von diesem den Punkt 4 u. s. w. Liegen die Visuren nahe bei einander und erfolgen die Schnitte der Visuren mit dem Zirkel möglichst senkrecht, so kann eine ganze Reihe aufeinanderfolgender Punkte in dieser Weise konstruiert werden.

Wenn in der aufzunehmenden Fläche Waldungen oder überhaupt stark verwachsene Gebiete vorkommen, so können in der Regel nur die äußeren Umfangspunkte durch Rayon und Schnitt bestimmt werden, die Aufnahme der anderen Punkte, insbesondere im Innern des Waldes muß nach der Umfangsmethode erfolgen.[2]) Dies kann in verschiedener Weise geschehen:

a) Durch Stationierung mit dem Meßtische und Benützung einer Orientierungsbussole (Springstandmethode),
b) durch Stationierung mit dem Meßtische ohne Bussole (Rayongang),
c) durch Polygonisierung mittelst eines kleinen Theodolites und
d) durch Polygonisierung mittelst eines Bussolen-Instrumentes.

Die Aufnahme nach allen vorgenannten vier Methoden muß immer von einem gut bestimmten Punkte ausgehen und muß wieder an einen

[1]) Siehe § 106 der neuen österreich. Katastral-Instruktion für die Meßtischaufnahmen.

[2]) Siehe § 107 bis 109 der Kat.-Instruktion für Meßtischaufnahmen.

solchen anschließen. Bei größeren Aufnahmen und insbesondere bei der Polygonisierung mit einem Theodolit sollen der Ausgangs- und der Anschlußpunkt koordinatenmäßig bestimmte Punkte (Triangulierungs- oder Polygon-Punkte) sein.

Bei der Stationierung mit dem Meßtische mit einer Orientierungsbussole und unter Anwendung der Springstandmethode wird der Tisch im Ausgangspunkte aufgestellt und nach einem möglichst weit entfernten Punkte sorgfältig orientiert. Wenn daher als Ausgangspunkt ein durch Rayon und Schnitt bestimmter Punkt gewählt wird, so muß schon bei der Bestimmung dieses Punktes darauf Bedacht genommen werden, daß die betreffenden Rayons mit Randmarken versehen werden. Ist der Tisch sorgfältig orientiert, so wird jetzt die Orientierungsbussole an die Bussolen-Orientierungslinie angelegt und untersucht, ob die Enden der Magnetnadel genau auf 0^0 und 180^0 einspielen. Zeigt sich eine kleine Abweichung, so wird die Bussolen-Orientierungslinie, aber nur für die Aufnahme dieses einen Polygonzuges, entsprechend geändert. Wäre aber eine größere Abweichung vorhanden, so ist dies ein Zeichen, daß örtliche oder atmosphärische Einflüsse eine Ablenkung der Magnetnadel verursachen, und es dürfte dann nicht mittelst der Bussole orientiert werden, sondern es müßte die Stationierung ohne Anwendung der Bussole, also durch einen Rayongang erfolgen.

Kann aber die Bussole zur Orientierung benützt werden, so werden jetzt die Punkte des Polygonzuges nach der Springstandmethode aufgenommen, wobei der Tisch immer nur mittelst der Orientierungsbussole orientiert wird. Die einzelnen Strecken des Polygonzuges sollen möglichst gleich lang und nicht über 100 bis 150 *m* lang sein.

Ist der Tisch im letzten Polygonpunkte vor dem Anschlußpunkte aufgestellt und orientiert, so soll die Visur nach dem Anschlußpunkte durch den auf dem Tische bereits bestimmten Anschlußpunkt gehen und nach Auftragung der Länge der letzten Zugstrecke, soll diese den Anschlußpunkt treffen. Ist eine Anschlußdifferenz vorhanden, so darf diese eine gewisse zulässige Grenze nicht überschreiten, worauf sie im Verhältnis der Längen der einzelnen Strecken des Zuges auf die einzelnen Punkte aufgeteilt wird.

Wenn die Benützung der Orientierungsbussole infolge äußerer Einflüsse, welche die Magnetnadel ablenken, nicht möglich ist, so muß die Stationierung mittelst Rayonganges erfolgen, d. h. es muß der Tisch in jedem Punkte des Polygonzuges aufgestellt, die Visuren jedesmal mit Randmarken versehen, und der Tisch mit Hilfe dieser Randmarken nach dem letzten Stationspunkte zurückorientiert werden. Damit nicht eine Verschwenkung in der Orientierung eintreten kann, müssen die einzelnen Strecken des Rayonganges möglichst lang, nicht unter 200 *m* lang, sein. Eine etwaige Anschlußdifferenz darf wieder eine gewisse zulässige Grenze nicht überschreiten, in welchem Falle sie auf die einzelnen Punkte im Verhältnis der Längen der einzelnen Zugstrecken aufgeteilt werden kann.

Wenn wegen ungünstiger Terrainverhältnisse die Aufstellung des Meßtisches und dessen Übertragung von Punkt zu Punkt schwierig wäre, oder wenn andere Umstände, z. B. Witterungsverhältnisse die Verwendung des Meßtisches nicht gestatten, so kann die Aufnahme des Polygonzuges zwischen den zwei Anschlußpunkten auch mit einem Bussolen-Instrumente nach der Springstandmethode erfolgen, die Konstruktion des Polygonzuges kann dann mit der Auftragsplatte der Bussole geschehen, wobei eine etwaige Anschlußdifferenz dieselbe Größe nicht übersteigen darf, wie bei der Stationierung mittelst Rayonganges.

Sind die beiden Anschlußpunkte koordinatenmäßig bestimmte Punkte (Triangulierungs- oder Polygonpunkte), so erfolgt die Aufnahme des Polygonzuges in der Weise, daß die Brechungswinkel mit einem Theodolit oder Bussolen-Instrument gemessen, und dann die Koordinaten der Punkte des Zuges im Anschlusse an die gegebenen Koordinaten der beiden Anschlußpunkte berechnet werden. Eine etwaige Anschlußdifferenz wird, wenn sie die zulässige Grenze nicht überschreitet, auf die einzelnen Punkte im Verhältnis der Längen der Strecken aufgeteilt.

Für die Bestimmung der zulässigen Grenze für eine Anschlußdifferenz bei den Stationierungen und Polygonisierungen ist nicht nur die ganze Länge des Polygonzuges maßgebend, sondern es ist die durchschnittliche Länge e i n e r Zugstrecke, die A n z a h l der Zugstrecken, und der bei e i n e r Zugstrecke mögliche Fehler zu berücksichtigen.

In der neuen österreichischen Katastral-Instruktion für die Meßtischaufnahmen sind die zulässigen Anschlußdifferenzen in Tabellen zusammengestellt, welche im folgenden auszugsweise wiedergegeben sind. Die Werte in den mit I überschriebenen Spalten gelten für die Aufnahmsverhältnisse 1:2500 und 1:2880, die in den mit II überschriebenen Spalten für die Verhältnisse 1:1250 und 1:1440. Bei ungünstigen Messungsverhältnissen sind die um 25% erhöhten Tabellenwerte als zulässige Anschlußdifferenzen zu nehmen.

Zulässige Anschlußdifferenzen für Stationszüge mit Meßtisch und Bussole.

Anzahl der Zugseiten	Durchschnittliche Länge einer Zugseite in Metern													
	40		60		80		100		120		140		160	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
	Zulässige Anschlußdifferenz in Metern													
5	1·7	1·3	1·8	1·5	2·0	1·7	2·2	1·9	2·4	2·2	2·7	2·4	2·9	2·7
10	2·3	1·7	2·5	1·9	2·7	2·2	3·0	2·6	3·3	2·9	3·6	3·3	4·0	3·6
15	2·7	2·0	2·9	2·3	3·2	2·6	3·6	3·1	4·0	3·5	4·4	3·9	4·8	4·4
20	3·0	2·2	3·3	2·6	3·7	3·0	4·1	3·5	4·6	4·1	5·0	4·5	5·5	5·0
30	3·7	2·7	4·0	3·1	4·4	3·6	4·9	4·2	5·5	4·8	6·0	5·4	6·6	6·1
40	4·2	3·0	4·6	3·5	5·1	4·1	5·6	4·8	6·2	5·5	6·9	6·2	.	.
50	4·6	3·3	5·1	3·9	5·6	4·6	6·3	5·3	.	.	.	.	.	.

Zulässige Anschlußdifferenzen für Stationszüge mit Meßtisch ohne Bussole (Rayongang).

Anzahl der Zugseiten	Durchschnittliche Länge einer Zugseite in Metern													
	60		80		100		120		160		200		300	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
	Zulässige Anschlußdifferenz in Metern													
5	1·6	1·2	1·7	1·2	1·7	1·3	1·8	1·4	1·9	1·5	2·0	1·7	2·4	2·1
10	2·3	1·7	2·4	1·9	2·5	2·0	2·8	2·4	3·2	2·9	3·7	3·4	5·0	4·8
15	3·0	2·4	3·4	2·8	3·7	3·3	4·2	3·7	5·1	4·7	6·0	5·7	8·5	8·3
20	3·8	3·2	4·4	3·8	5·1	4·6	5·8	5·4	7·2	6·9	8·8	8·5	.	.
30	5·7	5·1	7·0	6·5	8·3	7·9	9·7	9·3	.	.	.	.	.	.
40	8·0	7·4	10·0	9·6	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
50	10·6	10·1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Zulässige Anschlußdifferenzen für Polygonisierungen mit Winkelmeßinstrumenten.

Anzahl der Zugstrecken	Durchschnittliche Länge einer Zugseite in Metern									
	40	60	80	100	120	140	160	180	200	300
	Zulässige Anschlußdifferenz in Metern									
5	0·6	0·6	0·7	0·7	0·7	0·8	0·8	0·9	0·9	1·1
10	0·7	0·8	0·9	1·0	1·1	1·2	1·3	1·4	1·5	1·9
15	0·8	1·0	1·2	1·3	1·5	1·7	1·8	2·0	2·2	3·0
20	1·0	1·3	1·5	1·8	2·1	2·3	2·5	2·8	3·0	.
30	1·4	1·9	2·3	2·8	3·3	3·6	4·2	4·7	.	.
40	1·9	2·6	3·3	4·0	4·8	5·5	.	.	.	.
50	2·5	3·5	4·4	5·4	.	.	.	.	.	.

Zulässige Anschlußdifferenzen für Polygonisierungen mit Bussolen-Instrumenten.

Anzahl der Zugstrecken	Durchschnittliche Länge einer Zugseite in Metern									
	40	50	60	80	100	120	140	160	180	200
	Zulässige Anschlußdifferenz in Metern									
5	0·9	1·1	1·2	1·5	1·8	2·0	2·3	2·6	2·9	3·2
10	1·2	1·4	1·6	2·0	2·4	2·7	3·1	3·5	3·9	4·3
15	1·4	1·6	1·8	2·3	2·8	3·3	3·8	4·2	4·7	5·2
20	1·5	1·8	2·1	2·6	3·2	3·7	4·3	4·8	5·4	5·9
30	1·8	2·1	2·5	3·1	3·8	4·5	5·2	5·9	6·5	.
40	2·0	2·4	2·8	3·6	4·4	5·1	.	.	.	.
50	2·2	2·7	3·1	4·0	4·8	.	.	.	.	.

Kommen in der aufzunehmenden Fläche einzelne Häuser oder Häusergruppen vor, so wird in der schon bei der Ausflockung und Skizzierung in Nr. 283 erwähnten Weise vorgegangen, daß einige geeignete Punkte durch „Rayon und Schnitt" bestimmt, und mit Hilfe dieser Punkte die übrigen durch direkte Messungen bestimmt werden. Bei größeren Häusergruppen werden ein oder mehrere geeignete Punkte im Innern der Gruppe durch „Rayon und Schnitt“ bestimmt, wobei die Rayons mit Randmarken versehen werden. Der Tisch wird dann in diesen Punkten aufgestellt, sorgfältig orientiert und die Punkte der Häusergruppe durch „Rayon und Maß“, mittelst Abszissen und Ordinaten oder mittelst Kreuzmaßen bestimmt.

Sollte eine ganze Ortschaft in der aufzunehmenden Fläche liegen, so müssen in den Gassen der Ortschaft Polygonzüge gelegt werden, worauf die Bestimmung der Punkte im Innern der Ortschaft durch Rayon und Maß, Abszissen und Ordinaten und mit Kreuzmaßen erfolgt. (Siehe hierüber § 44).[1])

D. Die Theodolit-(Polygonal-)Aufnahme.

291. Für Neuaufnahmen ganzer Gemeinden wird in Österreich auch statt der im vorigen Kapitel beschriebenen Meßtischaufnahme in gewissen

[1]) Die in den Nummern 287 bis 290 beschriebene Methode der Meßtischaufnahme findet bei der österreichischen Katastral-Vermessung Anwendung und ist die vorstehende Darstellung den Vorschriften der Kat.-Instruktion für Meßtischaufnahmen ganz angepaßt.

In Bayern dagegen war früher die Meßtischaufnahme nach der Methode des „Visieren und Messen“ und zwar mit optischer Messung der Längen gebräuchlich. Es wurden zu diesem Zwecke bei der Meßtischaufnahme Fernrohrdiopter benützt mit parallelen Fäden und Vertikalbogen. Auspflocken und Skizzieren muß bei dieser Methode ebenso geschehen, wie bei der in Österreich gebräuchlichen. Auch die Bestimmung der Meßtischstandpunkte muß in derselben Weise erfolgen. Hier sind aber weit mehr Standpunkte erforderlich, und dieselben müssen so gewählt werden, daß man von jedem möglichst viele Detailpunkte bestimmen kann. Diese letzteren dürfen von den Standpunkten höchstens 100 *m* weit entfernt sein, um noch die Fadenablesungen mit genügender Sicherheit machen zu können. Der Figurant stellt sich in jedem Punkte nur einmal auf, und zwar nicht mit einer Fahne, sondern mit einer Distanzlatte. Nachdem die Fadenablesungen gemacht und die Visur gezogen wurde, wird sofort die Distanz ausgerechnet und auf die Visur aufgetragen, wodurch man den Punkt am Tische erhält.

In Württemberg war ein eigenes System der Meßtischaufnahme in Verbindung mit der Bestimmung der Detailpunkte durch Koordinaten gebräuchlich. Es wurden nämlich lauter untereinander parallele Abszissenachsen gewählt (siehe Fig. 392), auf welche die Punkte durch Ordinaten bezogen wurden. Die Endpunkte der Abszissenachsen wurden mit dem Meßtische durch „Visieren und Schneiden“ oder durch „Seitwärtsabschneiden“ bestimmt, und die Abszissenachsen erhielten entweder eine parallele Lage zu den Rändern des Tischbrettes, respektive zu den Rändern des bei größeren Aufnahmen auf dem Tische verzeichneten Sektionsrechteckes (siehe den sechsten Abschnitt), oder aber sie erhielten eine andere, den Begrenzungen der Parzellen mehr entsprechende Lage. Nachdem die Endpunkte *b*, *g*, *d*, *f* und *e* bestimmt worden waren, wurden durch dieselben Parallele gezogen (z. B. nach der in Nr. 234 beschriebenen Methode); hierauf wurde der Tisch nacheinander in den Endpunkten der Parallelen am Felde aufgestellt, sorgsam orientiert und die Geraden mit Hilfe des Tisches am Felde abgesteckt. Schließlich wurden die Abszissen und Ordinaten gemessen und am Tische aufgetragen.

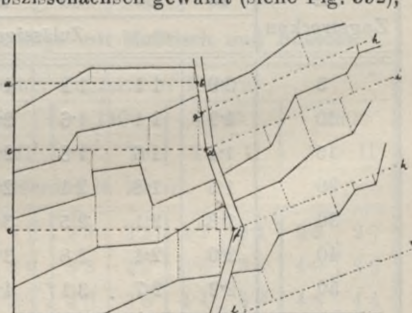


Fig. 392.

Fällen, über welche das Finanzministerium entscheidet, die Polygonalaufnahme mit dem Theodolit angewendet.[1])

Bei dieser Methode werden möglichst viele Hauptpunkte mit dem Theodolit durch trigonometrische Triangulierung und Polygonisierung bestimmt, welche die Grundlage bilden für die durch direkte Messungen mit dem Stahlmeßbande oder mit Meßlatten erfolgende Detailaufnahme.

Bei größeren Aufnahmen, welche auf Grund einer vorausgegangenen trigonometrischen Triangulierung erfolgen, werden zwischen je zwei Triangulierungspunkte Polygonzüge gelegt, und die Koordinaten der Polygonpunkte im Anschlusse an die bereits gegebenen Koordinaten der Triangulierungspunkte berechnet. (Siehe Nr. 214 bis 216.)[2])

292. Handelt es sich jedoch nur um eine kleinere, selbständige Aufnahme ohne vorausgegangene Triangulierung, so wird um die aufzunehmende Fläche ein geschlossenes Polygon gelegt.[3]) Die Eckpunkte dieses Polygons werden so gewählt, daß die Seiten einander möglichst gleich werden; mindestens muß streng vermieden werden, daß sehr kurze Seiten unmittelbar mit sehr langen zusammenstoßen. Keine Seite darf kürzer als 50, oder länger als 300 *m* sein.

Die Seiten des Polygones werden sorgfältig mit dem Stahlmeßbande oder mit Meßlatten zweimal gemessen, das zweitemal in entgegengesetzter Richtung, und jedesmal auf einzelne Zentimeter. Übersteigt der Unterschied zwischen den beiden Messungen die zulässige Fehlergrenze für Längenmessungen für Theodolit-Aufnahmen nicht, so wird aus beiden Resultaten das arithmetische Mittel genommen. Bei einer größeren Differenz muß die Messung wiederholt werden.

Die inneren Winkel in jedem Eckpunkte werden mit dem Theodolit gemessen, und zwar jedesmal in beiden Fernrohrlagen und durch Ablesen an beiden Nonien. Dabei ist sorgfältig auf genaue zentrische Aufstellung des Instrumentes zu achten.

Aus den Seiten und Winkeln können dann nach Nr. 210 bis 213 die Koordinaten der Eckpunkte des Umfangspolygones berechnet werden. Können

---

[1]) Siehe: „Instruktion zur Ausführung der trigonometrischen und polygonometrischen Vermessungen behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuer-Katasters. 5. Auflage. Wien. Druck und Verlag der k. k. Hof- u. Staatsdruckerei. 1904.

[2]) Die angeführte Katastral-Instruktion behandelt selbstverständlich nur größere Aufnahmen auf Grund einer trigonometrischen Triangulierung, welche erst im sechsten Abschnitte besprochen werden. Da im gegenwärtigen, fünften Abschnitte nur kleinere, selbständige Aufnahmen ohne vorausgegangene Triangulierung betrachtet werden, so wird dieses in der Katastral-Instruktion erläuterte Verfahren diesen kleineren Aufnahmen angepaßt. Der ganze Unterschied besteht nur darin, daß statt der Triangulierungspunkte ein um die Aufnahme gelegtes, geschlossenes Polygon angenommen wird.

[3]) Siehe die rückwärts angeheftete Tafel I, welche ein Beispiel einer Polygonalaufnahme enthält, welches der Katastral-Instruktion entnommen, und einer kleinen Aufnahme ohne Triangulierung angepaßt ist.

bei größerer Ausdehnung der aufzunehmenden Fläche die weiter unten erwähnten Messungslinien noch nicht zwischen die Eckpunkte oder Seiten des Umfangspolygones gelegt werden, so müssen noch nach Erfordernis zwischen den Punkten des Umfangspolygones Polygonzüge gelegt werden.[1]) Die Längen- und Winkelmessung bei diesen Polygonzügen geschieht genau so, wie bei dem Umfangspolygon, worauf die Berechnung der Koordinaten der eingeschalteten Polygonpunkte und deren Ausgleichung auf die gegebenen Koordinaten der betreffenden Umfangspunkte ganz nach Nr. 214 bis 216 erfolgt.

293. Über die Parzellen-Vermessung enthält die bereits mehrfach erwähnte „Instruktion für Polygonal-(Theodolit-)Vermessungen auf den Seiten 24 bis 30 Folgendes:

Behufs Ausführung der Parzellen-Vermessung ist zwischen den Polygonzügen ein Netz von geraden Linien (Messungslinien) derart einzuschalten, daß von denselben die Grenzen der einzelnen Parzellen teils durch unmittelbare Schnitte, teils durch kurze rechtwinklige Ordinaten oder durch Kreuzmaße, Verlängerungen oder in einer anderen zweckentsprechenden Weise bestimmt werden können.

Man unterscheidet Haupt- und Nebenmessungslinien. Die ersteren gehen von trigonometrischen oder Polygonpunkten oder von in einer Polygonseite liegenden Punkten aus, und schließen an ebensolche Punkte wieder an. Zwischen Punkten der Hauptmessungslinien liegen die Nebenmessungslinien.

Die Endpunkte der Messungslinien, soferne sie nicht mit trigonometrischen oder Polygonpunkten zusammenfallen, werden Bindepunkte genannt.[2])

Mit Rücksicht auf den eigentlichen Zweck, welchen die Messungslinien zu erfüllen haben, sind diese in der Nähe der sogenannten Parzellen-Kopfbreiten, sowie der Häusergruppen, dann der Straßenzüge, Flußufer u. s. w. zu führen.

Bei Parzellen mit parallel laufenden Begrenzungslinien (Riemenparzellen) sollen die Messungslinien diese Begrenzungslinien unter guten Schnittwinkeln (nicht zu spitz) durchkreuzen.

Dort, wo eine Anordnung der Grenzsteine in geraden, quer durch die Parzellen gehenden Linien (Steinlinien) besteht, sind diese Steinlinien als Messungslinien zu benützen.

Bei der Auswahl der Messungslinien ist nach Tunlichkeit darauf Bedacht zu nehmen, daß die bei der Messung erhobenen Maßzahlen auch bei der Berechnung der Flächeninhalte der Parzellen, insbesondere der Riemenparzellen, benützt werden können.

---

[1]) So ist in dem Beispiele auf Tafel I ein Polygonzug gelegt zwischen den Umfangspunkten 1 und 10, indem die Polygonpunkte 16 bis 19 eingeschaltet sind. Ebenso ist noch ein Polygonpunkt zwischen die Punkte 3 und 18 eingeschaltet.

[2]) Siehe die rot gestrichelten Messungslinien und die mit roten Ziffern bezeichneten Bindepunkte auf Tafel I.

Die Anzahl der Bindepunkte ist, soweit es die Rücksicht auf die genaue Einmessung der Parzellen-Begrenzungslinien gestattet, nach Tunlichkeit zu beschränken, so daß ein und derselbe Bindepunkt als Ausgangspunkt für mehrere Messungslinien benützt werden kann."

Das Messungsliniennetz wird ausgesteckt, die Bindepunkte entsprechend bezeichnet (eventuell dauernd durch Steine, oder unterirdisch eingelassene Drainröhren vermarkt) und in die Feldskizze eingezeichnet. Dann wird die Längenmessung vorgenommen. Über diese enthält die genannte Instruktion folgende Vorschriften:

„Die Maße zur Bestimmung gewöhnlicher Parzellengrenzen sind im allgemeinen bis auf Dezimeter anzugeben, wobei Längen von $^1/_2$ *dm* aufwärts als voll anzunehmen, und Längen unter $^1/_2$ *dm* nicht zu berücksichtigen sind. Die Maße für die Gesamtlängen der Messungslinien, dann für die Bindepunkte der letzteren, sowie die bei der Vermessung von Gebäuden oder anderen wertvollen Grundstücken zu ermittelnden Längen-Messungsdaten sind bis auf Zentimeter anzugeben.

Alle Messungslinien, ferner die Polygonseiten, in welche solche Linien einbinden, sowie überhaupt alle Linien, von deren Teilstrecken die Einmessung von Punkten erfolgt, sind ihrer ganzen Länge nach, und zwar in fortlaufender Zählung der Maßzahlen zu messen. Von der Messung der Gesamtlänge der vorbezeichneten Linien kann abgesehen werden, wenn die Gesamtlänge mehr als 300 *m* und die abzumessende Strecke nicht über 60 *m* beträgt. In einem solchen Falle ist jedoch der durch Abmessung festzulegende Punkt in entsprechender Weise durch Probemaße zu versichern, eventuell ist die gedachte Strecke doppelt zu messen.

Die Lage der Messungslinien muß in entsprechender Weise sichergestellt sein. Dieser Bedingung wird entsprochen, wenn:

a) die Bindepunkte mit trigonometrischen oder Polygonpunkten, oder in anderer Weise kontrollierten Punkten zusammenfallen;

b) die Richtung der Messungslinie außer durch ihre Bindepunkte noch durch einen dritten, ungefähr in der Mitte der Messungslinie gelegenen Punkt bestimmt wird, was z. B. dann zutrifft, wenn ein solcher Punkt als Einbindung für eine oder mehrere andere Messungslinien benützt wird;

c) die Einbindung der Messungslinien unter Winkeln von 60^0 abwärts erfolgt, da in diesem Falle durch das Längenmaß der Messungslinien die Richtigkeit der Einbindepunkte kontrolliert wird. Einbindewinkel unter 30^0 sollen jedoch im allgemeinen nicht vorkommen.

Die Bestimmung der Ausgangspunkte für die Messungslinien durch Kreuzmaße (Bogenschnitt) ist nach Tunlichkeit zu vermeiden. Tritt jedoch diese Notwendigkeit ein, so soll:

a) die Einkreuzung von mindestens drei unter angemessenen Winkeln sich schneidenden Richtungen stattfinden,

b) die Länge der Linien, durch deren Schnitt der Punkt bestimmt wird, in der Regel nicht über 100 *m* betragen, und

c) der Einkreuzungspunkt, sofern dieser ungefähr in der Mitte zwischen zwei Messungslinien liegt, mit beiden Messungslinien in Verbindung gebracht werden.

Ähnliche Vorsichten sind anzuwenden, wenn der Ausgangspunkt einer Messungslinie durch eine Ordinate oder durch Verlängerung einer anderen der Lage nach versicherten Linie bestimmt wird.

Bei Gelegenheit der Messung der Messungslinien sind deren Schnittpunkte mit den Parzellen-Grenzen, soferne die Schnittwinkel nicht unter 30^0 sind, in die Messung einzubeziehen.

Erfolgt die Festlegung von Parzellen-Grenzpunkten durch rechtwinklige Ordinaten, so hat deren Bestimmung mittelst eines zur Absteckung rechter Winkel dienenden Instrumentes zu erfolgen, und zwar:

a) bei einer Länge von über 4 *m* bei Eigentumsgrenzen, Gebäudeecken oder sonst gut markierten Punkten;

b) bei einer Länge von über 10 *m* bei minder wichtigen Punkten, z. B. Kulturscheidungen desselben Besitzers, Flußufern u. s. w.

Ordinaten von mehr als 50 *m* Länge im ebenen, und von mehr als 25 *m* im ansteigenden Terrain sind nach Tunlichkeit zu vermeiden, oder, wenn sie unvermeidlich sind, durch Hypothenusenmessung zu kontrollieren.

Wird ein Punkt durch Verlängerung einer Messungslinie über einen ihrer Endpunkte hinaus bestimmt, so muß, soferne die Verlängerung ein Viertel der Länge dieser Messungslinie oder 30 Meter übersteigt, ein versicherndes Maß noch hinzugefügt werden. Verlängerungen von Linien um mehr als die Hälfte sind zur Bestimmung von Punkten nicht zu benützen.

Die Richtungen der Parzellen-Grenzen sind, wo dies nur immer tunlich erscheint, bis zu den nahe gelegenen Messungslinien zu verlängern und die bezüglichen Schnittpunkte in die Messung einzubeziehen.

Bei geradlinigen Grenzen ist außer den beiden Endpunkten der Grenzlinie in der Regel noch ein dritter Punkt ungefähr in der Mitte zu bestimmen.

Die Dimensionen der Gebäude sind direkt zu messen. Die Lage dieser ist, wo dies tunlich ist, durch eine Verlängerung der Gebäudefluchtlinien bis zu den in der Nähe befindlichen Messungslinien sicherzustellen.

Parzellengrenzpunkte oder andere scharf markierte Punkte, welche in der Nähe zweier Messungslinien liegen, müssen, sobald dies möglich erscheint, von jeder dieser Linien eingemessen werden.

Überhaupt soll nie verabsäumt werden, bei Festlegung der Parzellengrenzen und insbesondere der Eigentumsgrenzen, dann der Gebäudeecken entsprechende Kontrollmessungen vorzunehmen.“ —

Die bei der Parzellen-Vermessung erhobenen Maßzahlen werden in die Feldskizze eingetragen. Diese Eintragung soll so deutlich und erschöpfend erfolgen, daß die Herstellung des Planes auf Grund der Skizze durch jeden Sachverständigen erfolgen kann. Zu diesem Zwecke enthält die Instruktion über die Eintragung der Daten folgende Bestimmungen:

„Die erhobenen Maßzahlen, die Hauptgrundlage der ganzen Vermessung, sind mit besonderer Deutlichkeit einzutragen. Die aus einer fortlaufenden Messung resultierenden Maßzahlen sind senkrecht gegen die Messungslinie, und zwar so nahe als möglich zum betreffenden Messungspunkte zu schreiben. Das Endmaß der Linie ist doppelt, dagegen die Maßzahlen bezüglich jener Punkte der Messungslinien, von welchen andere Messungslinien seitwärts abzweigen, einfach zu unterstreichen. Werden Ordinaten zur Bestimmung von Punkten gemessen, so sind die betreffenden Maßzahlen ebenfalls senkrecht gegen die Messungslinie einzutragen. Dient jedoch eine Ordinate zur Bestimmung mehrerer auf ihr gelegenen Punkte (so daß sie gleichsam eine Messungslinie ist), so sind die betreffenden Maßzahlen senkrecht gegen die Ordinate zu schreiben, und ist das Endmaß doppelt zu unterstreichen. Der Deutlichkeit halber sind, wo es tunlich erscheint, die Maßzahlen in Betreff der fortlaufenden Messung auf der entgegengesetzten Seite der Ordinate darzustellen. Die Maßzahlen, welche die Längen einzelner Linien, beispielsweise der Gebäude, sowie der Kopfbreiten der Parzellen etc. betreffen, sind parallel zur gemessenen Linie zu schreiben."

294. Um aus den Messungsdaten den Plan zu konstruieren, werden zunächst die Polygonpunkte mittelst ihrer Koordinaten aufgetragen und die sich ergebende Entfernung je zweier Punkte mit der wirklich gemessenen Länge verglichen. Nach § 45 der oft genannten Instruktion darf der Unterschied die zulässige Fehlergrenze von $0{\cdot}012\sqrt{s} + 0{\cdot}06$, vermehrt um die Größe $\frac{M}{7000}$, nicht überschreiten.

Hierauf werden die Bindepunkte der Messungslinien aufgetragen. (Nach der Katastral-Instruktion sind auch für die Bindepunkte die Koordinaten zu berechnen und aufzutragen.) Auch die sich ergebende Länge jeder Messungslinie muß mit der wirklich gemessenen Länge verglichen werden und es darf der Unterschied nicht größer sein als $0{\cdot}012\sqrt{s} + 0{\cdot}16 + \frac{M}{7000}$.

Ist das ganze Messungsliniennetz konstruiert, so werden die Detailmaße aufgetragen, wobei eine etwa vorhandene zulässige Differenz in der Länge der ganzen Messungslinie auf die einzelnen Detailmaße proportional aufzuteilen ist.

E. Das Prüfen der Aufnahmen.

295. Eine Prüfung jeder Aufnahme, und zwar nicht erst, nachdem diese vollendet ist, sondern vielmehr möglichst oft während der Arbeit, ist unerläßlich, um sich von der Richtigkeit der Arbeit zu überzeugen und etwaigen Fehlern bei Zeiten auf die Spur zu kommen, um sie aufsuchen und beseitigen zu können. Bei einer Polygonal-(Theodolit-)Aufnahme hat man während der Aufnahme selbst nur in den zweimaligen Messungen der Hauptlinien Gelegenheit zur Prüfung, hauptsächlich aber ergibt sich die

Gelegenheit zur Prüfung erst bei der Berechnung und Konstruktion; das gleiche gilt von einer Aufnahme bloß mit Längenmaß und Stäben, bei einer Meßtischaufnahme hingegen hat man bei der Aufnahme selbst vielfach Gelegenheit zur Prüfung.

296. Die Prüfung einer Theodolith-Aufnahme beginnt schon mit dem Auftragen der Polygonpunkte, indem wie schon in Nr. 294 erläutert wurde, die sich ergebende Entfernung je zweier Punkte mit der wirklich gemessenen Länge verglichen wird. In derselben Weise werden die Messungslinien geprüft. Bei beiden Prüfungen dürfen die in Nr. 294 angegebenen Fehlergrenzen nicht überschritten werden. Um auch bei den Detailpunkten Gelegenheit zur Prüfung zu haben, ist in Nr. 293 an verschiedenen Stellen auf die Möglichkeit einer Kontrolle hingewiesen worden.

Wollte man nach Vollendung der Konstruktion irgend eine Partie besonders prüfen, so könnte man durch zwei Hauptpunkte eine oder mehrere neue andere Messungslinien legen und die zu prüfende Partie ganz neu aufnehmen.

Ganz ähnlich wie bei der Theodolitaufnahme ist es auch bezüglich der Prüfung einer Aufnahme, die nur mittelst Längenmaß und Stäben stattgefunden hat.

297. Zur Prüfung einer Meßtisch-Aufnahme dienen Probemessungen und Probeschnitte.

Die Probemessungen bestehen darin, daß an verschiedenen Stellen der aufzunehmenden Fläche die Entfernung zweier Punkte am Felde, die durch Visieren und Schneiden bestimmt wurden, gemessen, und mit der aus der Zeichnung am Tische abgenommenen Länge verglichen wird. Nach § 142 der Katastral-Instruktion für Meßtisch-Aufnahmen soll hiebei der Unterschied die zulässige Fehlergrenze für Längenmessungen für Meßtischaufnahmen vermehrt um $\frac{M}{5000}$ nicht überschreiten. Ohne speziell zum Zwecke der Prüfung Messungen vornehmen zu müssen, geben gute Gelegenheit für Probemessungen zunächst alle jene Partien, wo eine Bestimmung von Punkten durch Ordinaten stattgefunden hat, wobei nur die Endpunkte der Abszissenachsen durch Rayon und Schnitt bestimmt wurden. Sollte sich zwischen der am Felde gemessenen Länge der Abszissenachse und der Entfernung der beiden Endpunkte am Tische eine Differenz herausstellen, welche kleiner ist als die eben genannte zulässige Fehlergrenze, so muß selbstverständlich die Differenz auf die einzelnen Abszissen nach dem Verhältnis ihrer Länge aufgeteilt werden. Eine weitere Gelegenheit für Probemessungen geben ferner die bei der Aufnahme von Riemenparzellen gemessenen Traversen und Kopfbreiten der Parzellen.

Probeschnitte bestehen darin, daß man, um eine Partie zu prüfen, den Tisch in einem unmittelbar aus den Hauptpunkten durch einen guten Schnitt bestimmten und geprüften Punkte aufstellt, ihn sorgfältig orientiert und nun einige der bereits durch Rayon und Schnitt von zwei anderen Standpunkten bestimmten Punkte neuerdings anvisiert. Die gezogenen Visuren sollen dabei scharf durch die schon auf dem Tische befindlichen Schnittpunkte gehen.

Kommen in der aufzunehmenden Partie Teile vor, welche wegen mangelnder Übersichtlichkeit nach der Umfangsmethode aufgenommen werden mußten, so wird der Tisch in einem der Umfangspunkte neuerdings aufgestellt und orientiert, worauf einige Punkte noch einmal ganz neu aufgenommen werden. Die neu erhaltenen Punkte sollen sich natürlich mit den früheren vollkommen decken oder aber es darf die oben angegebene Fehlergrenze nicht überschritten werden. Sehr gut ist es auch bei kleinen Waldungen, sich von einem Umfangspunkte mit möglichst wenig Standpunkten durch den Wald wieder zu einem Umfangspunkte durchzuarbeiten, wobei in dem letzten Standpunkte die gezogene Visur genau durch den betreffenden Umfangspunkt gehen und die Länge ebenfalls stimmen soll, beziehungsweise es darf die hinsichtlich der Stationierungen zulässige Anschlußdifferenz nicht überschritten werden.

Aufnahme von Straßenzügen und fließenden Gewässern.

§ 43.

298. Die Aufnahme eines Straßenzuges geschieht in der Weise, daß längs der Straße ein Polygonzug von möglichst langen Seiten gelegt wird, welcher nach der Umfangsmethode mit dem Meßtische oder besser mit dem Theodolit aufgenommen wird (nach Nr. 265 und 266). Dieser Polygonzug kann entweder in der Straße selbst, oder seitwärts von ihr gewählt werden. Die Grenzpunkte der Straße selbst werden durch kurze Ordinaten auf die Seiten des Polygonzuges bestimmt.[1])

In der Regel wird es genügen, nur eine Seite der Straße vollkommen aufzunehmen und stellenweise die Breite zu messen. Von der anderen Seite werden nur besonders wichtige Punkte, z. B. einmündende Wege und Straßen, an der Straße stehende Häuser u. s. w., sowie die Parzellengrenzen aufgenommen. In Ortschaften, wo sich die Breite der Straße vielfach ändert, müssen beide Seiten vollständig aufgenommen werden, vielleicht auch die einzelnen Häuserfronten an der Straße. Ist die Straße mit Kilometersteinen versehen, so sind diese jedenfalls mit aufzunehmen. Die Seitengräben gehören stets zur Straße, die Grenzlinien der Straße sind daher hinter den Gräben anzunehmen.

[1]) Hat der Straßenzug und somit auch der zu seiner Aufnahme gelegte Polygonzug eine sehr große Länge, von vielen Kilometern, so ist eine Verschwenkung des Polygonzuges unvermeidlich. Will man die Verschwenkung vermeiden, so muß der Polygonzug mindestens in zwei oder mehreren Punkten mit fixen, durch Triangulierung bestimmten Punkten in Verbindung gebracht werden, was im sechsten Abschnitte erläutert wird.

299. Bei der Aufnahme **fließender Gewässer** hat man als Grenzlinien in der Regel den Rand der Uferböschung anzunehmen. Ist eine ausgesprochene Böschung bei flachen Ufern nicht vorhanden, so ist in diesem Falle wohl meist der Rand des mit Geschieben bedeckten Bodens, der zur Bodenkultur nicht geeignet ist, als Grenzlinie des Gewässers anzusehen. Häufig wird aber auch die Linie des mittleren Wasserstandes oder die Linie des mittleren, tiefsten und höchsten Wasserstandes und auch die Grenze des Inundationsgebietes aufzunehmen sein. Nur bei sehr schmalen Bächen, mit gleichmäßigen, festen Ufern wird es genügen, nur das eine Ufer aufzunehmen und stellenweise die Breite des Baches zu messen. Bei breiteren Gewässern und unregelmäßigen Ufern ist die vollständige Aufnahme beider Ufer nötig. Natürliche Ufer sind krummlinig, bei der Auspflockung ist daher nach Nr. 268 vorzugehen. Häufig werden auch die an dem Gewässer liegenden Objekte und Parzellen mit aufzunehmen sein.

Die Aufnahme geschieht mit Hilfe von Polygonzügen. Ist das Gelände, welches das Gewässer durchfließt, flach und übersichtlich, so kann die Aufnahme mit dem **Meßtische** durch Visieren und Schneiden geschehen. Es werden dann nur auf einem Ufer, und zwar in größerer Entfernung von diesem passende Standpunkte, möglichst weit von einander entfernt, gewählt, welche selbst nach der Umfangsmethode aufgenommen werden. Von diesen Standpunkten werden dann beide Ufer durch Visieren und Schneiden festgelegt.

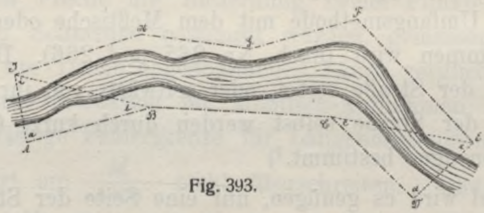


Fig. 393.

Benützt man den **Theodolit** zur Aufnahme, so müssen auf beiden Ufern, und zwar möglichst nahe bei diesen, Polygonzüge gelegt werden, welche mit einander in Verbindung gebracht werden, sodaß sie ein geschlossenes Polygon bilden (Fig. 393). Aus den Seiten und Winkeln dieses Polygones werden die Koordinaten der Eckpunkte berechnet und mittelst dieser das Polygon konstruiert. Können die über das Gewässer laufenden Verbindungslinien der beiden Polygonzüge AJ und DE, welche die Polygonzüge auf den beiden Ufern zu einem geschlossenen Polygon vereinigen, nicht direkt gemessen werden, so werden sie aus den Dreiecken ABJ und CDE berechnet, in welchen außer den Polygonwinkeln a und d auch die Dreieckswinkel i und b, sowie c und e gemessen werden.[1])

[1]) Ist die aufzunehmende Strecke des Gewässers, also auch die Polygonzüge zu beiden Seiten viele Kilometer lang, so ist es zur Vermeidung von Verschwenkungen vorteilhaft, zwei oder mehrere Punkte der Polygonzüge mit Triangulierungspunkten zu verbinden. (Siehe den sechsten Abschnitt.)

Die Begrenzungen der Ufer, sowie andere noch aufzunehmende Punkte werden mittelst Ordinaten auf die Polygonseiten bezogen. (Da jedoch häufig zugleich die Höhenlage aller aufzunehmenden Punkte zu bestimmen ist, so müssen dann entweder auch noch Querprofile aufgenommen werden, oder es findet eine tachymetrische Aufnahme statt, bei welcher die Polygonpunkte als Standpunkte für das Instrument dienen, und die Punkte werden durch Visieren und optisches Distanz- und zugleich trigonometrisches Höhen-Messen bestimmt.)

Aufnahme von kleineren Ortschaften.

§ 44.

300. Da in Städten und Ortschaften der Bodenwert stets größer ist als im freien Felde, so muß bei der Aufnahme von Städten und Ortschaften besonders sorgfältig vorgegangen, und ein größerer Maßstab benützt werden. Durch die neue Katastral-Instruktion für Meßtischaufnahmen wird bestimmt, daß künftig jede geschlossene Ortschaft im doppelten Katastralverhältnisse aufzunehmen ist. Größere Städte sind oft im vierfachen Maßstabe aufgenommen worden.

Wegen des höheren Grundwertes müssen auch in Städten und Ortschaften mehr fixe Hauptpunkte geschaffen, und der Aufnahme des Details mehr Sorgfalt geschenkt werden, als im freien Felde.

Die Aufnahme von Städten und Ortschaften geschieht stets so, daß in den Gassen Polygonzüge gelegt werden, welche durch Polygonisierung mit dem Theodolit aufgenommen werden, und welche dann als Grundlage für die Aufnahme des Details dienen.

In größeren Städten muß zunächst eine Anzahl von Punkten durch Triangulierung (siehe sechster Abschnitt) bestimmt werden, zwischen welchen dann die Polygonzüge gelegt werden. Dasselbe geschieht auch bei kleineren Städten und Ortschaften, wenn diese gemeinschaftlich mit den Grundstücken der ganzen Gemeinde aufgenommen werden, indem dann die Triangulierung der ganzen Gemeinde zugleich vorgenommen wird.

Handelt es sich jedoch nur um die Aufnahme kleinerer Städtchen oder Ortschaften allein, ohne das umliegende Terrain, so kann man auch ohne vorausgegangene Triangulierung zuerst ein geschlossenes Polygon bilden, worauf dann durch die Gassen Polygonzüge gelegt werden, welche von einem Punkte des geschlossenen Polygones ausgehen und wieder an einen solchen Punkt anschließen. Durch gerade Gassen werden zwischen zwei Polygonzügen gerade Messungslinien gelegt.

Das geschlossene Polygon legt man bei kleinen Ortschaften von außen um diese herum. Bei Städten dagegen, wo der Grundwert im Zentrum am größten ist, wird ein geschlossenes Polygon im Innern der Stadt gebildet. (Fig. 394 stellt beispielsweise das Netz der Polygonzüge in der kleinen Landstadt Weißwasser dar, welche vom Verfasser im Jahre 1894 mit dem Theodolit aufgenommen wurde.)

Das geschlossene Polygon muß mit der größten Sorgfalt und Peinlichkeit aufgenommen und ausgeglichen werden. Insbesondere muß bei der Zentrierung des Instrumentes und dem Anvisieren des Zielpunktes die größte Peinlichkeit beobachtet werden. In derselben Weise müssen die Polygonzüge sorgfältigst aufgenommen und die Koordinaten der Polygonpunkte auf die Anschlußpunkte ausgeglichen werden, worüber schon wiederholt gesprochen wurde.

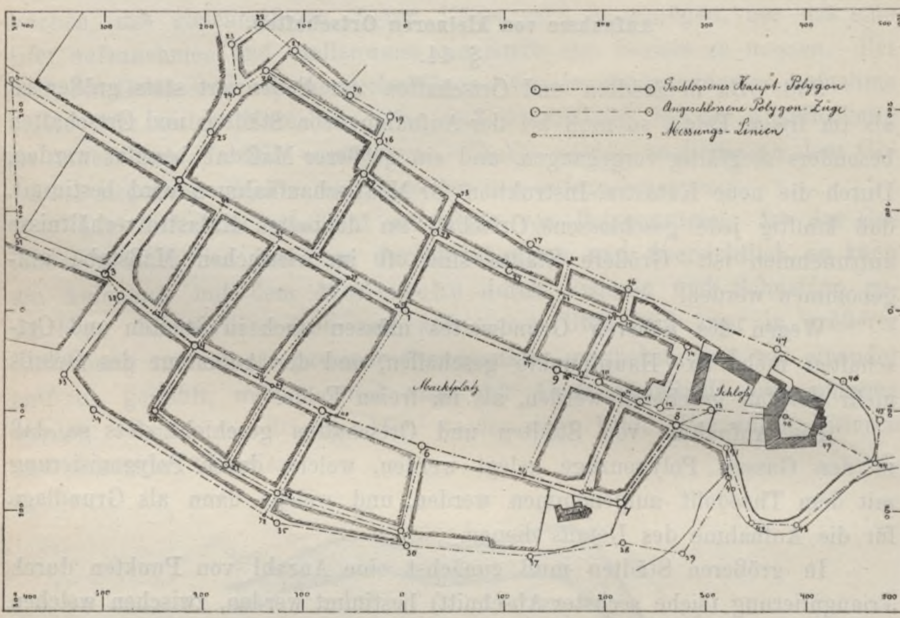


Fig. 394.

Um für spätere Nachmessungen die Polygonseiten jederzeit wieder herstellen zu können, müssen die Polygonpunkte dauernd markiert werden. Hierüber wurde schon zum Schlusse der Nummer 57 das Nötige gesagt.

301. Die durch die Gassen gehenden Polygonseiten und geraden Messungslinien dienen zunächst als Abszissenachsen, um die in den Gassen liegenden Eckpunkte der einzelnen Häuser durch kurze Ordinaten zu bestimmen.[1])

---

[1]) Bei der Aufnahme von Berlin wurden in der Richtung der Polygonseiten stark mit Kreide eingeriebene Hanfschnüre gespannt, in der Mitte hoch gehoben und fallen gelassen, so daß die Polygonseite als eine Kreidelinie auf den Steinen erschien. Zur Fällung der senkrechten Ordinaten dienten hölzerne rechte Winkel mit 1 und $1^1/_2$ *m* Schenkellänge, welche an die Kreidelinie angelegt wurden. Die Richtung der Senkrechten wurde durch Latten verlängert und die Fußpunkte der Senkrechten auf der Kreidelinie mit Rötel markiert. Auf diese Weise war ein äußerst scharfes Messen der Ordinaten und Abszissen möglich. (Zeitschrift für Vermessungswesen, 1888, Seite 195.)

Zur Aufnahme der Hofräume, Gärten etc. im Innern des Häuserblocks werden in diese Messungslinien gelegt, auf welche die Eckpunkte im Innern wieder durch Ordinaten bestimmt werden. (Siehe Fig. 395.)

Am besten ist es, wenn zu diesem Behufe bei genügender Durchsicht durch zwei gegenüberliegende Eingänge eine Messungslinie zwischen zwei Polygonseiten eingebunden werden kann, z. B. *a b.* Die Endpunkte *a* und *b* werden genau in die Polygonseiten einvisiert und durch Pflöcke oder bei gepflasterten Straßen durch eiserne Nägel bezeichnet. Die Koordinaten dieser Endpunkte (Bindepunkte) werden ebenfalls berechnet.

Ist das Einbinden der Messungslinie zwischen zwei Polygonseiten nicht möglich, so wird diese als Senkrechte auf die Polygonseite durch den Hauseingang abgesteckt, wie in den Punkten *c*, *d* und *e*. Bei kleinen Ortschaften, die in einem kleineren Maßstabe gezeichnet werden sollen, kann

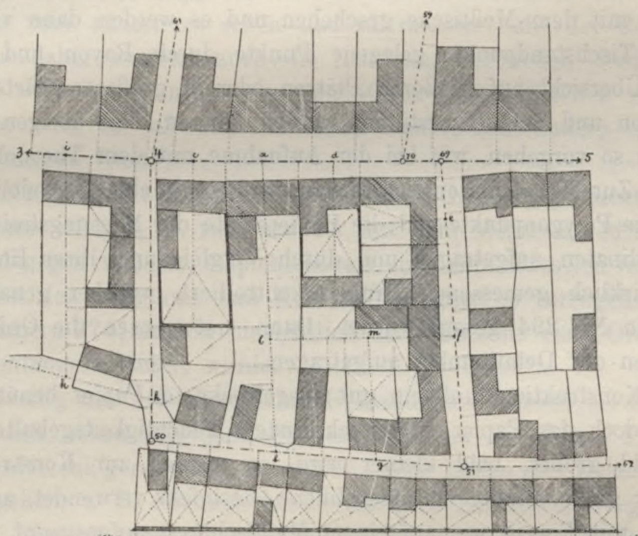


Fig. 395.

diese Absteckung mit einem Instrumente für rechte Winkel geschehen und auch beim Zeichnen nur eine Senkrechte auf die Polygonseite gezogen werden. Soll aber der Plan in einem sehr großen Maßstabe konstruiert werden, so muß die Errichtung der Senkrechten mit dem Theodolit geschehen, d. h. es muß der Winkel gemessen werden, den die Messungslinie mit der Polygonseite bildet, und es werden die Koordinaten des Endpunktes der Messungslinie berechnet.

Es braucht also dann die Messungslinie zur Polygonseite überhaupt nicht senkrecht zu sein, sondern kann einen beliebigen Winkel mit ihm bilden, wie in den Punkten *f*, *g*, *h* und *i*.

Die Messungslinie kann sich selbst im Innern des Hofes mehrmals brechen, also selbst wieder einen Polygonzug bilden, wobei natürlich die Brechungswinkel gemessen und die Koordinaten dieser Punkte berechnet werden.

Selbstverständlich wird man immer trachten, die Endpunkte aller der nicht zwischen zwei Polygonseiten eingebundenen Messungslinien irgendwie zu verbinden, um eine Kontrolle und Ausgleichung zu ermöglichen, z. B. in den Punkten k, l und m.

Sollte es nicht möglich sein, in irgend einen Hof oder dgl. eine Messungslinie hineinzulegen, so wird nichts anderes übrig bleiben, als hier das Detail durch Diagonalmessungen (Kreuzmaße) von einzelnen fixen, von außen bestimmten Punkten festzulegen. Doch darf dies nur ausnahmsweise geschehen, wenn es anders nicht möglich ist.

Geschieht die Aufnahme mit dem Meßtische, so werden die Polygonzüge doch mit dem Theodolit aufgenommen, die Koordinaten der Polygonpunkte berechnet und auf das Tischbrett aufgetragen. Die weitere Aufnahme kann dann mit dem Meßtische geschehen und es werden dann viele in der Nähe der Tischstandpunkte gelegene Punkte durch Rayon und Maß und bei freier Übersicht auf größeren Plätzen oder in größeren Gärten u. s. w. durch Rayon und Schnitt bestimmt werden können. Im übrigen aber wird man genau so vorgehen, wie bei der Aufnahme mit dem Theodolit.

302. Zur Konstruktion des Planes werden bei einer Theodolitaufnahme zunächst die Polygonpunkte und die Bindepunkte der Messungslinien mittelst ihrer Koordinaten aufgetragen und durch Vergleichung ihrer Entfernungen mit den wirklich gemessenen Längen kontrolliert, worüber genau dasselbe gilt, was in Nr. 294 gesagt wurde. Dann erst werden die Ordinaten zur Konstruktion der Detailpunkte aufgetragen

Zur Konstruktion muß ein gut ausgetrocknetes Papier benützt werden. Da sich jedoch das Papier mit wechselndem Feuchtigkeitsgehalte der Luft ändert, bald größer, bald kleiner wird, so werden zur Konstruktion des Planes sehr großer Städte mattgeschliffene Glastafeln verwendet, auf welchen das Papier mit Eiweiß wie auf einem Meßtischbrett aufgespannt ist. Diese Tafeln sind dann unveränderlich.

Aufnahme eines kleineren Wald-Komplexes.

§ 45.

303. Wenn ein Wald für forstliche Zwecke aufgenommen werden soll, so müssen nicht nur dessen Grenzen, sondern auch die den Wald durchziehenden Wege und Gewässer, Einteilungslinien, die Trennungslinien der durch Holzart, Alter und Wachstumsverhältnisse verschiedenen Holzbestände, die der Holzzucht nicht gewidmeten Flächen u. a. aufgenommen werden. Es unterscheidet sich also die Aufnahme eines Waldes für forstliche Zwecke wesentlich von der Katastralaufnahme. Da es im Walde stets an der freien Übersicht fehlt, kommt hier, mit ganz vereinzelten Ausnahmen, lediglich die

Umfangsmethode oder das Stationieren und Polygonisieren in Betracht, wozu der Meßtisch, Theodolit oder das Bussolen-Instrument benützt werden kann.

Der Aufnahme muß stets eine Revision der Wald-Eigentumsgrenzen vorangehen. Sind diese bereits vermarkt, so werden sie unter Zuziehung der Anrainer begangen und die Grenzzeichen revidiert. Fehlen einzelne Steine, so müssen sie in beiderseitigem Einvernehmen neuerlich eingesetzt werden. Ist der Punkt, wo der Stein fehlt, nicht ohneweiteres kenntlich, z. B. an dem noch vorhandenen Loch, in dem der Stein war oder an etwa vorhandenen Grenzgräben oder dgl., so muß zur Bestimmung des Punktes die Katastralkarte benützt werden.[1])

Umgefallene Grenzsteine sind aufzurichten und wieder zu befestigen.

Ist die Grenze überhaupt noch nicht vermarkt, so sollte die Vermarkung mit Steinen der Vermessung stets vorangehen.

Die Grenze zwischen zwei Waldungen verschiedener Besitzer ist auch häufig so mit Gestrüpp verwachsen, daß es unmöglich ist, von einem Grenzpunkte zum andern zu sehen und zu messen. Mit der Revision der Grenze muß daher zugleich auch die Reinigung verbunden werden, indem zwischen je zwei Grenzpunkten ein etwa 50 *cm* breiter Streifen vollkommen frei gehauen wird, so daß man von einem Punkte zum andern ungehindert sehen und messen kann.[2])

304. Nachdem die Grenze entsprechend in Ordnung gebracht ist, kann ihre Aufnahme erfolgen, u. zw. entweder mit dem Meßtische oder mit dem Theodolit, dagegen weniger empfehlenswert mit dem Bussolen-Instrumente. Hiebei ist bei der Aufnahme und Konstruktion ganz so vorzugehen, wie es in den Nummern 274 bis 280 hinsichtlich der Aufnahme eines Grundstückes aus dem Umfange erläutert wurde.

Gleichzeitig mit den eigentlichen Grenzpunkten werden bei der Grenzaufnahme auch schon alle jene Punkte, nachdem sie durch Pflöcke bezeichnet wurden, aufgenommen, wo irgendwelche Linien des Details von der Grenze ausgehen, z. B. Bestandesausscheidungen, Schneisen, Wege u. s. w. Von diesen Punkten geht man dann bei der Aufnahme des Details aus, und auch die Konstruktion des Details kann von diesen Punkten beginnen, da diese gelegentlich der Konstruktion der Grenze gleich aufgetragen werden.

305. Nachdem die Grenze mit den in ihr liegenden Detailpunkten aufgenommen wurde, schreitet man an die Aufnahme des Details, d. h. der einzelnen Bestände, Wege, Gewässer, Nichtholzbodenflächen u. s. w.

Selbstverständlich wird das Detail vorher ausgepflockt und skizziert. Die Aufnahme des Details geschieht ebenfalls mit dem Meßtisch, Theodolit

---

[1]) Ist ein gütliches Einvernehmen mit dem Anrainer nicht zu erzielen, so ist bei dem zuständigen k. k. Bezirksgerichte um die Grenzberichtigung anzusuchen, welches die Absteckung der Grenze durch eine gerichtliche Kommission unter Zuziehung zweier Sachverständiger vornimmt, wogegen eine Berufung unzulässig ist.

[2]) Nur unter Zuziehung und mit Einverständnis des Nachbars!

oder Bussole in Polygonzügen, welche immer von einem bei der Grenzaufnahme schon bestimmten Punkte ausgehen und wieder an einen solchen anschließen. Sowohl wegen der größeren Genauigkeit als auch wegen der Beschleunigung der Arbeit werden insbesondere bei Benützung des Meßtisches und Theodolites die Seiten dieser Polygonzüge möglichst lang gemacht. Man wird daher z. B. bei Wegen nicht alle Krümmungen ausflocken und als Standpunkte benützen, sondern wird längs der Wege, soweit es die Durchsicht gestattet, möglichst lange Polygonseiten wählen, ausflocken und aufnehmen, und die Punkte des Weges auf diese mit Ordinaten beziehen. Wo es die Durchsicht gestattet, wird man auch bei den Bestandesausscheidungen in derselben Weise vorgehen. Kommt man auf freie Plätze, z. B. Schlagflächen, niedrige übersichtliche Verjüngungen, Blößen und Nichtholzbodenflächen, so wird man in deren Innern einen oder mehrere passende Standpunkte annehmen und die Umfangspunkte dieser freien Fläche durch Visieren und Messen, oder bei Benützung des Meßtisches auch durch Visieren und Schneiden bestimmen können.

Gehen gerade Schneisen von einer Seite des Waldes bis zur andern, so werden die Endpunkte der Mittellinie der Schneise bei der Grenzaufnahme ausgepflockt und mit aufgenommen. Vor Beginn der Detailaufnahme werden dann in der Mittellinie der Schneise alle Punkte, wo irgendwelche Detaillinien die Schneise treffen, ausgepflockt und dann die ganze Länge der Schneise von einem Endpunkte bis zum anderen gemessen und bei jedem Pflocke die Länge abgelesen. Von diesen Pflöcken kann man dann bei der Detailaufnahme ausgehen und wieder an diese anschließen. Man verbindet nämlich auf dem Plane, nachdem die Grenze konstruiert ist, die beiden Endpunkte der Schneise durch eine Gerade, trägt die bei den Pflöcken abgelesenen Maße auf und hat nun lauter fixe Punkte für das Detail. Zugleich bietet auch die gemessene Länge der ganzen Schneise eine gute Kontrolle für die Richtigkeit und Genauigkeit der Grenzaufnahme. Zeigt sich dabei ein Unterschied zwischen der wirklich gemessenen Länge der Schneise und ihrer Länge am Plane, welcher die zulässige Fehlergrenze für Längenmessungen, u. zw. je nach der Art der Aufnahme, für Theodolit- oder für Meßtischaufnahmen, vermehrt um $\frac{M}{7000}$ bezw. $\frac{M}{5000}$ nicht übersteigt, so muß dieser Unterschied natürlich auf die einzelnen, bei den Pflöcken abgelesenen Längen verhältnismäßig aufgeteilt werden. Ist der Wald von einem geradlinigen, ganzen Netze von Schneisen durchzogen, so wird die Detailaufnahme durch den geschilderten Vorgang nicht nur sehr vereinfacht, sondern gewinnt auch sehr an Sicherheit.

Bei der Ausflockung und der Aufnahme des Details hält man folgende Reihenfolge ein: Vor allem die geradlinigen Schneisen, dann alle Straßen und Wege und zuletzt die zwischen den Schneisen und Wegen vorhandenen Bestandesausscheidungen etc.

Benützt man den großen Meßtisch auch zur Detailaufnahme, so wird man bei dieser nur mit der Orientierungsbussole orientieren, und zur Verminderung der Standpunkte nur mit Springständen arbeiten. In der Regel aber wird bei einer Meßtischaufnahme nur die Grenze mit dem großen Tische aufgenommen, und zur Detailaufnahme statt des schwerfälligen großen Tisches ein Detailtisch verwendet, mit dem man natürlich ebenfalls nur mit der Orientierungsbussole orientiert und mit Springständen arbeitet. Da der Detailtisch nur ein kleines Brettchen hat, kann man in demselben Maßstabe nicht den ganzen Wald darauf bekommen, es wird daher das Detail partieweise aufgenommen, auf Pauspapier kopiert und in die Grenzaufnahme auf den großen Tisch übertragen.

Der Theodolit wird zur Detailaufnahme seltener verwendet; findet auch die Aufnahme der Grenze derzeit zumeist mit diesem statt, so benützt man zur Detailaufnahme doch meist das Detailtischchen oder das Bussolen-Instrument, weil man mit diesen beiden Instrumenten mit Springständen arbeiten kann, während man mit dem Theodolit von Punkt zu Punkt arbeiten muß. Benützt man aber doch den Theodolit zur Detailaufnahme, so müssen die Polygonseiten möglichst lang gewählt werden, man mißt die Winkel nur in einer Fernrohrlage und liest nur an einem Nonius ab. Selbstverständlich werden für das Detail niemals Koordinaten gerechnet, sondern es wird nur mit dem Transporteur konstruiert.

Das Bussolen-Instrument findet zur Detail-Aufnahme sehr häufig Anwendung. Zur Aufnahme der Grenze ist es wegen seiner geringeren Genauigkeit nicht zu empfehlen, dagegen eignet es sich sehr gut zur Aufnahme des Details, nachdem man die Grenze mit dem Theodolit oder mit dem großen Meßtische aufgenommen hat. Die Polygonseiten werden kurz, etwa 20 bis 40 *m* angenommen, und es wird mit Springständen gearbeitet und mit der Auftrags-(Zulege-)Platte konstruiert.

Sehr vorteilhaft ist es, wenn das Fernrohr des Bussolen-Instrumentes oder des Theodolites oder des Fernrohrdiopters zur optischen Distanzmessung eingerichtet ist, indem dann bei der Detailaufnahme alle Längen unter 100 *m* nur optisch gemessen werden können, wodurch die Arbeit sehr beschleunigt wird. Man wird dann auch trachten, die Standpunkte stets so zu wählen, daß man immer von einem solchen mehrere Detailpunkte bestimmen kann, und wird nur nach der Methode „Visieren und Messen“ arbeiten. Bei den Wegen und auch bei den Bestandesausscheidungen, wenn diese nicht gerade zwischen zwei Dickungen oder zwischen viel Unterwuchs laufen, wird es sich bei einiger Überlegung immer so einrichten lassen, daß man von jedem Standpunkte aus mehrere Detailpunkte sehen kann. Es entfällt dann natürlich die Notwendigkeit, die Krümmungen der Wege u. s. w. durch Ordinaten zu bestimmen, diese werden durch Visieren und Messen bestimmt.

Es wurde oben schon gesagt, daß die Polygonzüge für die Detailaufnahme immer von einem bei der Grenzaufnahme schon bestimmten Punkte ausgehen und wieder an einen solchen anschließen müssen. Zeigt sich bei der Aufnahme mit dem Tische oder bei der Konstruktion der Theodolit- oder Bussolenaufnahme eine Anschlußdifferenz, so darf diese die zulässige Größe nach Nr. 276 nicht übersteigen, worauf diese Differenz proportional auf die einzelnen Strecken aufgeteilt wird.

306. In der in den vorigen Nummern beschriebenen Weise kann man bei der Aufnahme eines Waldes vorgehen, der nicht größer ist, als etwa 200 *ha*. Ist derselbe größer, höchstens bis 1000 *ha*, so kann man im Notfalle immer noch ohne Triangulierung auskommen, nur muß man dann für die Anknüpfung der Detailaufnahme auch eine Anzahl fixer Punkte im Innern des Waldes schaffen.[1]) Auch wird man dann den ganzen Wald in den gebräuchlichen Verjüngungsverhältnissen von 1 : 2880 oder 1 : 2500, oder selbst im halben Maßstabe nicht mehr auf ein Papierblatt bringen.

Benützt man den Meßtisch zur Grenzaufnahme, so zerlegt man den Wald in mehrere Teile von solcher Größe, daß jeder in dem gewählten Verjüngungsverhältnisse auf dem Tischbrette Platz findet. Zu dieser Zerlegung benützt man den Wald durchziehende Wege oder Schneisen; falls jedoch solche in passender Richtung nicht vorhanden wären, kann man auch beliebige Trennungslinien für die einzelnen Teile quer durch den Wald abstecken, jedoch in möglichst langen, geraden Linien. Die einzelnen Teile werden dann, jeder als für sich bestehende Figur, nach Nr. 304, beziehungsweise 274 bis 278, aufgenommen. Selbstverständlich müssen aber bei zwei aneinander grenzenden Teilen jedesmal dieselben Standpunkte für den Tisch benützt werden, und beim Schließen der etwa offen gebliebenen Figur müssen diese gemeinschaftlichen Standpunkte unverändert bleiben.

Benützt man jedoch den Theodolit zur Grenzaufnahme, so wird in der in Nr. 304, beziehungsweise 279 beschriebenen Weise zunächst der Umfang des ganzen Waldes aufgenommen und die Koordinaten der Eckpunkte dieses Umfangspolygones berechnet. Hierauf werden quer durch den Wald Polygonzüge mit möglichst langen Seiten gelegt, stets von einem Umfangspunkte ausgehend und wieder an einen solchen anschließend. Die Koordinaten der Punkte dieser Polygonzüge werden berechnet und auf die Koordinaten der Anschlußpunkte ausgeglichen. Für die Legung der Polygonzüge wählt man womöglich vorhandene Wege oder Schneisen, und zwar derart, daß auf diese Weise der Wald in mehrere Teile von höchstens 200 *ha* Fläche zerlegt wird. Man kann dann jeden dieser Teile für sich auf einem Blatte konstruieren, oder man verzeichnet auf der erforderlichen Anzahl von Blättern je ein Rechteck, welches in Quadrate von 100 *m* Seitenlänge zerlegt wird. Nimmt man im Maßstabe 1 : 2880 oder 1 : 2500

---

[1]) Eine Triangulierung ist aber in diesem Falle immer vorzuziehen.

auf, so können die Rechtecke vielleicht 1600 *m* Länge und 1200 *m* Höhe haben, und enthalten 192 Quadrate. Jedes Blatt bildet dann den entsprechenden Teil des ganzen, für die Auftragung der Koordinaten aller Punkte nötigen Quadratnetzes. In jedes Blatt werden dann die in dieses fallenden Polygonpunkte mittelst ihrer Koordinaten aufgetragen.

Die Aufnahme und Konstruktion des Details innerhalb der einzelnen Teile geschieht dann ganz in der früher beschriebenen Weise.

307. Häufig kommt es bei Waldaufnahmen für forstliche Zwecke (z. B. für die Forst-Einrichtung) vor, daß nach vollendeter Aufnahme in den angefertigten Plan eine oder mehrere Schneisen eingezeichnet werden, welche dann nach den eingezeichneten Linien draußen im Walde selbst ausgesteckt, beziehungsweise durchgehauen werden sollen. Zu diesem Zwecke ist es notwendig, daß im Walde der in dem Plane gegebene Anfangspunkt der Schneise aufgesucht, und die Richtung angegeben wird, in welcher der Durchhau zu machen ist.

Hat die Aufnahme mit dem Meßtische stattgefunden, und will man auch mit diesem die Richtung der eingezeichneten Schneise draußen bestimmen, so muß dies geschehen, ehe das Blatt vom Tische heruntergeschnitten wird. Der Tisch wird draußen über den Anfangspunkt der Schneise gestellt und sorgfältig orientiert. Nun legt man das Diopterlineal an die eingezeichnete Schneise und winkt in die Richtung der Visur, soweit als es die Durchsicht gestattet, eine Stange ein. Die gerade in die Richtung der Visur fallenden und die weitere Durchsicht hindernden Bäume werden gefällt, aber nur diese, und die Stange allmählich in immer größerer Entfernung eingewinkt. Zur Bezeichnung der Linie werden genau in der Richtung der Visur in gleichen Entfernungen etwa von 100 zu 100, oder 50 zu 50 Meter Pflöcke eingeschlagen. Ist man in dieser Weise einige hundert Meter weit vorgeschritten, so wird vom Tische aus die Verständigung mit den Gehilfen, welche die Fällung der in die Visur fallenden Bäume und das Schlagen der Pflöcke besorgen, schwer werden. Man begibt sich dann auf den zuletzt eingeschlagenen Pflock, um von hier aus die Arbeit wieder fortzusetzen. Zu diesem Zwecke kann man den Tisch in diesem Punkte wieder aufstellen und zwar mit irgend einem Punkte der eingezeichneten Schneise über den Pflock, orientiert den Tisch nach der eingezeichneten Schneisenlinie nach dem Anfangspunkt, und setzt nun das Durchhauen und Einschlagen der Pflöcke in derselben Weise fort wie früher.

Statt jedoch den Tisch zu übertragen und neuerdings aufzustellen, kann man auch in dem zuletzt eingeschlagenen Pflocke eine Winkeltrommel oder ein Winkelkreuz oder irgend ein anderes Instrument mit Doppeldioptern aufstellen, nach dem Anfangspunkte der Schneise zurückvisieren und mittelst der Doppeldiopter die Arbeit fortsetzen. Oder man kann auch lediglich mit mehreren Absteckstäben die Linie in der angefangenen Richtung weiter fortsetzen. Kommt man dabei auf Hindernisse, so wird man nach Nr. 230 vorgehen.

Ist man durch den ganzen Wald durchgekommen, so wird man wohl niemals, höchstens durch Zufall, genau in jenen Punkt kommen, den man in der Aufnahme als Endpunkt der Schneise angenommen hat. Soll aber die Schneise genau in diesem Punkte endigen, so muß die abgesteckte Linie nach Nr. 229 umgelegt werden.[1])

Mit dem Bussolen-Instrumente kann die Richtung der Schneise im Walde bestimmt werden, sowohl wenn die Aufnahme des Umfanges mit diesem Instrumente, als auch wenn sie mit dem Meßtische oder Theodolit stattgefunden hat. Nachdem zu Hause auf dem Aufnahmsblatte die Schneise eingezeichnet wurde, wird das Blatt am Zeichentische mittelst der Bussole orientiert. Ist dies geschehen und das Blatt befestigt, so legt man die Bussole mit der Auftragsplatte, und zwar mit der zu NS parallelen Kante der letzteren an die eingezeichnete Schneisenlinie, liest am Nordende der Nadel ab und notiert sich die Ablesung. Nun begibt man sich mit dem Bussolen-Instrumente hinaus, stellt es im Anfangspunkte der Schneise zentrisch auf, dreht die Bussole, bis man am Nordende der Nadel die notierte Ablesung erhält, und winkt nun in der Richtung der Visur die Stangen ein. Dies muß jedoch zu derselben Tageszeit geschehen, zu welcher man zu Hause die Ablesung gemacht hat.

In der Richtung der Visur werden wieder Pflöcke geschlagen, und wenn man sich mit den Gehilfen nicht mehr verständigen kann, überträgt man das Instrument nach dem zuletzt eingeschlagenen Pflock, stellt es zentrisch über diesem auf, visiert nach dem Anfangspunkte zurück, schlägt dann das Fernrohr durch oder dreht das Instrument um 180^0, und setzt die Arbeit fort. Oder man kann die Fortsetzung auch mit der Winkeltrommel oder nur mit Absteckstäben vornehmen. Dagegen darf man nicht das Instrument in dem neuen Punkte wieder auf die notierte Ablesung stellen, weil inzwischen die Nadel wegen der täglichen Variationen ihren Stand geändert hat.

Bezüglich vorkommender Hindernisse, sowie eines eventuellen Umlegens der abgesteckten Linie gilt dasselbe, was oben gesagt wurde.

Hat die Aufnahme des Umfanges mit dem Theodolit stattgefunden, und wurden die Koordinaten der Eckpunkte berechnet, so kann zur Absteckung der Schneisen in ganz vorzüglicher Weise ebenfalls der Theodolit benützt werden.

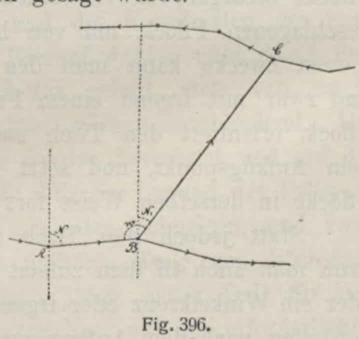


Fig. 396.

Es wäre z. B. in Fig. 396 zwischen den Umfangspunkten B und C eine Schneise abzustecken, so ist dazu die Kenntnis des Winkels $ABC = w$ nötig,

[1]) Aus diesem Grunde dürfen auch nur die in die Visur fallenden Bäume gefällt werden, so daß ein ganz schmaler, kaum sichtbarer Durchhau entsteht, der gerade nur das Durchvisieren gestattet.

welchen die Linie BC mit der Umfangsseite AB bildet. Denkt man sich durch die Punkte A und B Parallele gezogen zur Abszissenachse, so sind die Winkel N und N_1 die Richtungswinkel der Umfangsseite AB und der Schneise BC. Der Richtungswinkel N der Umfangsseite AB ist aus der Koordinatenrechnung der Umfangspunkte bekannt, und nach Nr. 208 ist

$$\operatorname{tang} N_1 = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}.$$

Ist N_1 berechnet, so ist $w = N_1 - N \pm 180^0$. Nun stellt man draußen den Theodolit im Punkte B zentrisch auf, visiert nach A und liest am Limbus ab. Zu der Ablesung addiert man den berechneten Winkel w und dreht die Alhidade, bis man diese Summe als Ablesung erhält, so befindet sich die Visierlinie des Fernrohres in der verlangten Richtung. Man wird übrigens an beiden Nonien ablesen und beide Fernrohrlagen berücksichtigen, also nach Nr. 242 vorgehen. In der Richtung der Visur wird dann die Schneise abgesteckt, wie mit dem Meßtische oder mit dem Bussolen-Instrumente.

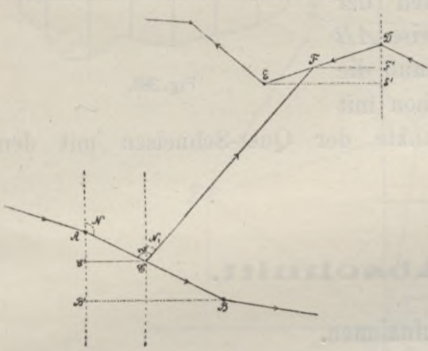


Fig. 397.

Soll die Schneise nicht zwischen zwei Umfangs-Eckpunkten, sondern zwischen zwei Umfangs-Seiten liegen, z. B. zwischen den Punkten C und F (siehe Fig. 397), so müssen zuerst nach Nr. 208 die Koordinaten dieser beiden Punkte berechnet werden.

Demgemäß ist $\Delta y_C = \Delta y_B \frac{AC}{AB}$ und $\Delta x_C = \Delta x_B \frac{AC}{AB}$

daher $y_C = y_A + \Delta y_C$ „ $x_C = x_A + \Delta y_C$.

Ebenso ist $\Delta y_F = \Delta y_E \frac{DF}{DE}$ und $\Delta x_F = \Delta x_E \frac{DF}{DE}$

daher $y_F = y_D + \Delta y_F$ „ $x_F = x_D + \Delta x_F$

Die Entfernungen AC und DF werden entweder sorgfältig aus dem Plane abgenommen oder draußen gemessen. Die Koordinaten der Punkte A und D, sowie die Koordinaten-Differenzen von B und E findet man in der Berechnung der Koordinaten der Umfangspunkte. Hat man die Koordinaten der Schneisenendpunkte C und F berechnet, so wird mit diesen zunächst der Richtungswinkel N_1 der Schneise gerechnet und aus diesem und dem bekannten Richtungswinkel N der Umfangsseite AB der Winkel w, welchen letztere mit der Schneise bildet, und so vorgegangen, wie oben geschildert wurde.

Soll ein ganzes Netz von Schneisen abgesteckt werden, welches vorher in den bereits aufgenommenen Umfang eingezeichnet wurde (Fig 398), so werden zuerst die Haupt-Schneisen in einer Richtung, z. B. *AB*, *CD*, *EF*, *GH* und *JK* abgesteckt. Dann werden die Entfernungen der Durchschnittspunkte *a*, *b*, *c*, *d*, *e* und *f* mit den Quer-Schneisen auf jeder der schon abgesteckten Haupt-Schneisen sorgfältig in dem Plane abgegriffen und im Walde aufgetragen. Eine etwaige zulässige Differenz in der Länge der ganzen Schneise muß natürlich auf die sämtlichen Punkte verteilt werden. Alle diese Punkte werden mit Pflöcken bezeichnet. Hierauf beginnt man mit dem Abstecken der Quer-Schneisen von der mittleren Schneise *AB* aus nach beiden Richtungen. Hiebei muß die abgesteckte Linie immer durch die schon mit Pflöcken bezeichneten Durchschnittspunkte der Quer-Schneisen mit den Haupt-Schneisen gehen.

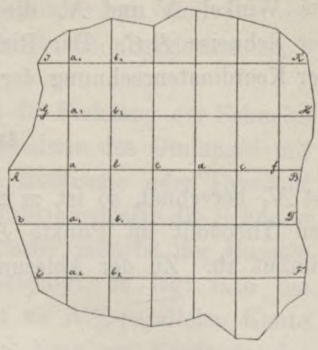


Fig. 398.

Sechster Abschnitt.

Größere Aufnahmen.

Vorbemerkungen.

§ 46.

308. Noch vielmehr als bei kleineren Aufnahmen ist es bei großen Aufnahmen notwendig, den Grundsatz zu befolgen, vom „Großen ins Kleine" zu arbeiten. Aus diesem Grunde müssen daher zuerst geeignete Hauptpunkte gewählt und ihre gegenseitige Lage genau bestimmt werden, ehe man an die Aufnahme des Details gehen kann. Um die gegenseitige Lage der Hauptpunkte mit möglichster Schärfe bestimmen zu können, und um sie gleichmäßig über die aufzunehmende Fläche zu verteilen, werden sie derart gewählt, daß sie ein zusammenhängendes D r e i e c k s n e t z bilden. Man bezeichnet daher die Hauptpunkte in der Regel als N e t z p u n k t e und nennt die Bestimmung ihrer Lage Triangulierung.

Bei sehr großen Aufnahmen, nämlich bei der Aufnahme ganzer Länder wird übrigens, um dem Grundsatze, vom Großen ins Kleine zu arbeiten, soviel als möglich gerecht zu werden, in der Weise vorgegangen, daß vorerst ein Netz von wenigen Dreiecken mit sehr langen Seiten aufgenommen wird, das H a u p t n e t z oder N e t z I. O r d n u n g. Mit Hilfe der so bestimmten Punkte wird ein zweites Netz, das N e t z II. O r d n u n g aufgenommen, welches aus einer größeren Zahl von Dreiecken mit schon kürzeren Seiten besteht. Mit Hilfe dieser Punkte wird das N e t z III. O r d n u n g aufgenommen, aus noch mehr und noch kleineren Dreiecken bestehend. Hieran schließt sich dann das N e t z IV. O r d n u n g, dessen Dreiecke schon so klein sind, dessen Punkte also schon so nahe bei einander liegen, daß an diese schon die Detailaufnahme angeknüpft werden kann.

Bei den Netzen I. und II. Ordnung muß in diesem Falle die Krümmung der Erdoberfläche berücksichtigt werden. Die Dreiecke III. und IV. Ordnung dagegen können als ebene betrachtet werden.

Für Aufnahmen, die sich nur über eine oder mehrere Gemeinden erstrecken, genügen zwei Netze; ein Hauptnetz und ein Detailnetz.

309. Es würde die Fig. 399 das Hauptnetz vorstellen, und es werden in allen Dreiecken die Winkel gemessen und entsprechend ausgeglichen (siehe

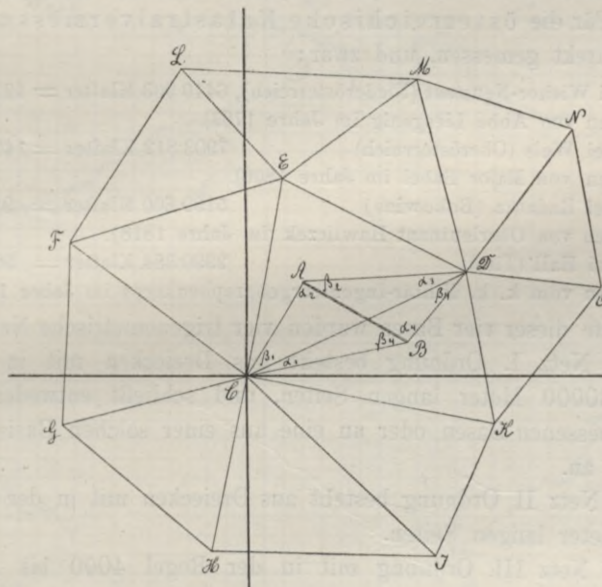


Fig. 399.

Nr. 314), ferner wird eine Seite eines Dreieckes, z. B. CD genau gemessen. Diese Seite wird Basis genannt. Man kann nun mit Hilfe des Sinussatzes zunächst in dem Dreiecke CDE die beiden anderen Seiten CE und DE berechnen, dann wieder in den anstoßenden Dreiecken die Seiten EF, CF, EM und DM, dann EL, LF und LM u. s. w., bis man, nach links und rechts fortschreitend, die Seiten aller Dreiecke berechnet hat und wieder zu CD zurückkommt, wobei man für diese Seite denselben Wert bekommen soll, von dem man ausgegangen ist. Eine Seite eines so großen Dreieckes zu messen, ist jedoch in der Regel unmöglich, übrigens auch nicht notwendig. Es wird daher in der Regel eine kürzere Linie, welche eine Dreiecksseite kreuzt, und welche etwa ein Fünftel davon betragen kann, z. B. AB genau gemessen. Ferner werden mit dem Theodolit die Winkel α_1, β_1, α_2, β_2, α_3, β_3, α_4 und β_4 möglichst scharf gemessen. Nach erfolgter Ausgleichung dieser Winkel (siehe Nr. 314) rechnet man dann die Seiten CA und CB in dem Dreiecke ABC und AD und BD im Dreiecke ABD, worauf man durch zweimalige Berechnung aus den Dreiecken CAD und CBD die Basis CD erhält.

Wenn nun weiter das Azimuth irgend einer Dreiecksseite, z. B. auch wieder der Seite CD gemessen wird, so kann man mit Hilfe der gemessenen Dreieckswinkel die Richtungswinkel aller Dreiecksseiten berechnen, und durch Multiplikation der Länge mit dem sinus und cosinus des Richtungswinkels jeder Dreiecksseite erhält man die Koordinatendifferenzen der einzelnen Punkte, und aus diesen die Koordinaten der Punkte, bezogen auf die Mittagslinie jenes Punktes, der als Nullpunkt angenommen wurde.

310. Für die österreichische Katastralvermessung wurden vier Basen direkt gemessen, und zwar:

1. Die Basis bei Wiener-Neustadt (Niederösterreich), 6410·903 Klafter = 12158·175 Meter (gemessen von Abbé Liesganig im Jahre 1763).
2. Die Basis bei Wels (Oberösterreich) 7903·812 Klafter = 14989·453 Meter (gemessen von Major Babel im Jahre 1806).
3 Die Basis bei Radautz (Bukowina) 5199·600 Klafter = 9860·958 Meter (gemessen von Oberleutnant Hawliczek im Jahre 1818).
4. Die Basis bei Hall (Tirol) 2990·384 Klafter = 5671·215 Meter (gemessen vom k. k. Militär-Ingenieurgeographenkorps im Jahre 1851).

Mit Hilfe dieser vier Basen wurden vier trigonometrische Netze gelegt.[1])

1. Das Netz I. Ordnung besteht aus Dreiecken mit in der Regel 15000 bis 30000 Meter langen Seiten, und schließt entweder direkt an eine der gemessenen Basen, oder an eine aus einer solchen Basis abgeleitete Dreiecksseite an.

2. Das Netz II. Ordnung besteht aus Dreiecken mit in der Regel 9000 bis 15000 Meter langen Seiten.

3. Das Netz III. Ordnung mit in der Regel 4000 bis 9000 Meter langen Dreiecksseiten war derart beschaffen, daß in jede Quadratmeile (5754·6 *ha*) drei solcher Punkte fallen.

4. Durch das Netz IV. Ordnung wurden für jede Detail-Aufnahmssektion (Aufnahmsblatt) von 500 Joch = 287·73 *ha* (1000 Klafter = 1896·484 *m* lang, 800 Klafter = 1517·187 *m* breit) mindestens drei Punkte bestimmt.

Das Netz I. und II. Ordnung wurde von dem k. k. militärgeographischen Institut, das Netz III. und IV. Ordnung aber von der Triangulierungs-Abteilung des Katasters trianguliert.[2])

Für die Berechnung der Koordinaten der Netzpunkte wurde entweder für jedes Kronland, oder für mehrere zusammen, ein eigenes Koordinatensystem gewählt, für welches ein geeigneter Hauptnetzpunkt als Koordinaten-Nullpunkt festgestellt wurde. Der durch diesen Nullpunkt gehende Meridian bildet die Abszissenachse, und die auf diesem Meridiane Senkrechte, Perpendikel genannt, die Ordinatenlinie des betreffenden Koordinatensystemes.

---

[1]) Diese Ausführungen sind den neuen Katastral-Instruktionen entnommen.

[2]) Bis zum Jahre 1858 wurde das Netz IV. Ordnung graphisch, mit dem Meßtische bestimmt.

Für die im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder sind derart sieben verschiedene Koordinatensysteme angewendet worden.

1. Böhmen hat gemeinschaftlich mit Ober-Österreich und Salzburg ein Koordinatensystem, dessen Nullpunkt der trigonometrische Punkt „Gusterberg“ bei Kremsmünster ist. Die geographische Länge dieses Punktes ist 31^0 48′ 15″ ö. v. Ferro, und die geographische Breite 48^0 2′ 18·5″. Der durch diesen Punkt gehende Meridian ist die Abszissenachse des Systems (Siehe Figur 400.)

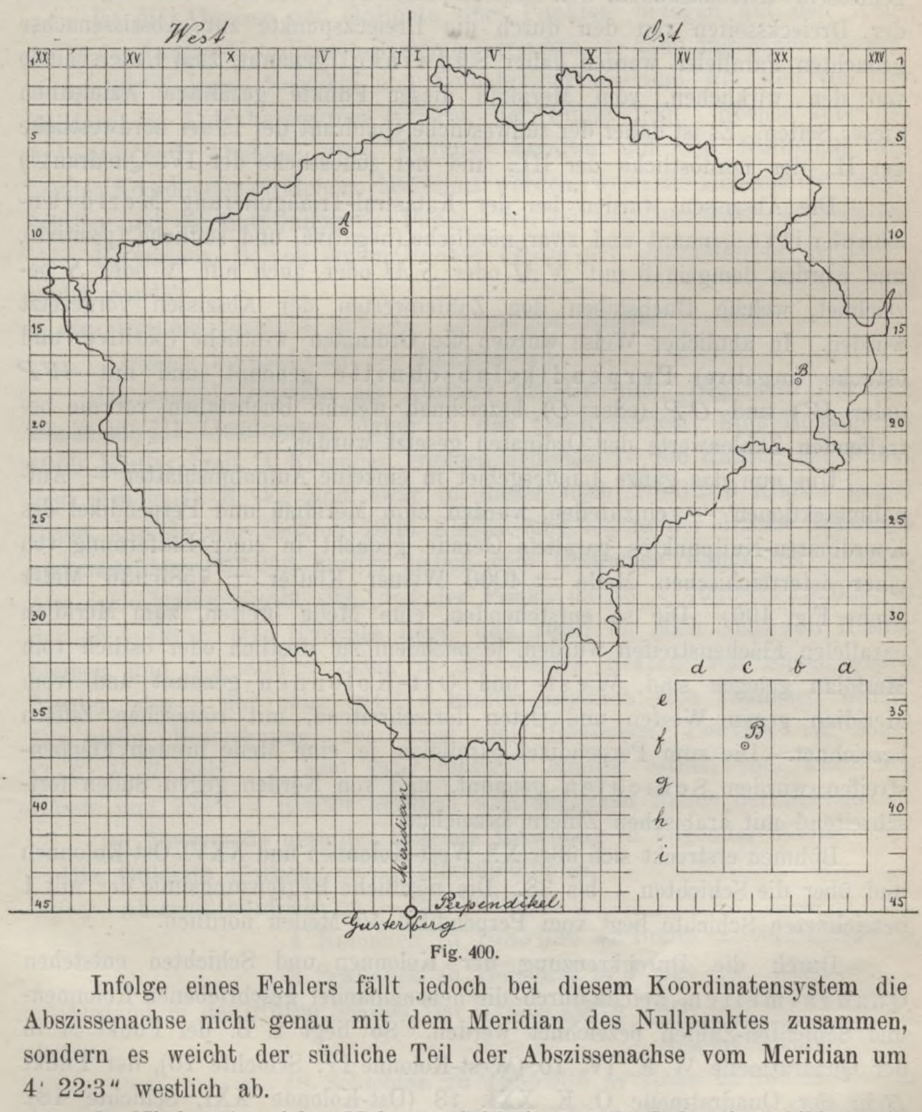


Fig. 400.

Infolge eines Fehlers fällt jedoch bei diesem Koordinatensystem die Abszissenachse nicht genau mit dem Meridian des Nullpunktes zusammen, sondern es weicht der südliche Teil der Abszissenachse vom Meridian um 4′ 22·3″ westlich ab.

2. Niederösterreich, Mähren, Schlesien und Dalmatien bilden ein Koordinatensystem mit dem Turm von St. Stefan in Wien,

3. Steiermark allein mit dem Schäkelberg bei Graz,

4. Kärnten, Krain und Küstenland mit dem Krimberg südlich von Laibach,
5. Tirol und Vorarlberg mit dem südlichen Pfarrturm von Innsbruck,
6. Galizien mit der Löwenburg in Lemberg,
7. Bukowina mit dem westlichen Ende der bei Radautz gemessenen Basis als Nullpunkt.

Das Azimuth einer vom Nullpunkte jedes Landes-Koordinatensystems ausgehenden Dreiecksseite wurde ermittelt und zwar vom Süden über Westen gemessen. Die daraus in den Dreieckspunkten berechneten Richtungswinkel der Dreiecksseiten von den durch die Dreieckspunkte zur Abszissenachse gedachten Parallelen werden daher Südwinkel genannt, zum Unterschiede von den wirklichen, vom Meridian dieser Punkte gezählten Azimuthen dieser Seiten. Es ist daher der südwestliche Quadrant der I., der nordwestliche der II., der nordöstliche der III., und der südöstliche der IV. Quadrant.[1])

Die Abszissen wurden bei der Katastral-Triangulierung Meridianabschnitte genannt und zwar nördliche (negative) und südliche (positive), und wurden demgemäß mit NM oder SM oder auch nur N oder S bezeichnet, welche Buchstaben den Zahlenwerten der Abszissen vorgesetzt wurden. In ähnlicher Weise wurden die Ordinaten westliche (positive) und östliche (negative) Perpendikelabschnitte genannt, und mit WP (oder W) und OP (oder O) bezeichnet, welche Buchstaben vor die betreffenden Zahlenwerte der Ordinaten gesetzt wurden.

Um nun das ganze Landesgebiet in einzelne Aufnahmsblätter — Aufnahmssektionen — einzuteilen, wurden zum Meridian und Perpendikel des Koordinaten-Nullpunktes parallele Gerade gedacht in einer Entfernung von einer österreichischen Meile = 4000 Wiener Klafter = 7585·936 Meter (siehe Fig. 400). Die so entstehenden, eine Meile breiten, zum Meridian parallelen Flächenstreifen wurden, je nachdem sie westlich oder östlich vom Meridian gelegen sind, West- und Ost-Kolonnen genannt und, vom Meridian gegen Westen und Osten fortschreitend, mit römischen Ziffern bezeichnet. Die zum Perpendikel parallelen, je eine Meile breiten Flächenstreifen wurden Schichten genannt, und von Norden gegen Süden fortschreitend mit arabischen Ziffern bezeichnet.

Böhmen erstreckt sich über XX West-Kolonnen und XXVI Ost-Kolonnen und über die Schichten 1 bis 38. Die nördliche Begrenzungslinie der mit 1 bezeichneten Schichte liegt vom Perpendikel 45 Meilen nördlich.

Durch die Durchkreuzung der Kolonnen und Schichten entstehen Quadratmeilen, welche durch die nebeneinander geschriebenen Kolonnen- und Schichten-Zahlen bezeichnet werden. So liegt z. B. der Punkt A in der Quadratmeile W. K. IV. 10 (West-Kolonne IV, Schichte 10), der Punkt B in der Quadratmeile O. K. XXI. 18 (Ost-Kolonne XXI, Schichte 18).

[1]) Böhmen liegt demnach im II. und III. Quadranten, und es sind im westlichen Teile die Abszissen negativ, die Ordinaten positiv, im östlichen Teile Abszissen und Ordinaten negativ.

Jede Quadratmeile wurde wieder von Ost nach West in vier mit *a, b, c* und *d*, von Nord nach Süd in fünf mit *e, f, g, h* und *i* bezeichnete Rechtecke eingeteilt. (Siehe in Fig. 400 in der rechten unteren Ecke eine zehnmal vergrößerte Quadratmeile, z. B. O. K. XXI. 18.) Es entstanden somit in jeder Quadratmeile 20 Rechtecke von je 1000 Klafter = 1896·484 *m* Länge und 800 Klafter = 1517·187 *m* Höhe und einem Flächeninhalte von 500 Joch = 287·73 *ha*, welche die einzelnen Aufnahmssektionen bilden. Der Punkt *B* liegt somit in O. K. XXI. 18. Sekt. *c f*.

Ist die Abszisse und Ordinate eines Punktes, bezogen auf den Nullpunkt des Landes-Koordinaten-Systemes, gegeben, so kann angegeben werden, in welcher Kolonne, Schichte und Aufnahmssektion, und wie weit von den Rändern der Aufnahmssektion entfernt, der Punkt liegt. Ebenso kann die Ordinate und Abszisse eines Punktes, bezogen auf den Nullpunkt des Landes-Koordinaten-Systemes, bestimmt werden, wenn die Kolonne, Schichte, Sektion und die Entfernung des Punktes von den Sektionsrändern gegeben ist.

Es wäre z. B. von einem Punkte (Turm der Dekanalkirche in Reichstadt) gegeben:

die Ordinate (östlich) mit — 18.803·250 Klafter,
„ Abszisse (nördlich) mit — 155.184·413 „

Da sowohl Ordinate als Abszisse negativ sind, liegt der fragliche Punkt im III. Quadranten, daher in den Ost-Kolonnen. Eine Kolonne ist 4000 Klafter breit, 4 Kolonnen ergeben demnach 16.000 Klafter, der Punkt liegt also in O. K. V., und zwar in dieser noch 2803·250 Klafter gegen Osten, also da eine Sektion 1000 Klafter lang ist, in der dritten Sektion *b* und zwar hier 803·250 Klafter östlich vom westlichen Rande der Sektion. Aus der Abszisse ergibt sich, daß der Punkt, da 38 × 4000 = 152000, in der 45 — 38 = 7ten Schichte liegt, und zwar, da noch 3184·413 Klafter bleiben und 3 × 800 = 2400, in der vierten Sektion von Süden gegen Norden, also *f*, und zwar 784·413 Klafter nördlich vom südlichen Rande. Die volle Bezeichnung der Lage des fraglichen Punktes ist somit O. K. V. 7. Sekt. *b f*, und zwar 803·250 Klafter östlich vom westlichen Rande und 784·413 Klafter nördlich vom südlichen Rande der Sektion.

Im Metermaße gestaltet sich die Rechnung in folgender Weise:

Die Ordinate (östlich) = — 35.660·032 *m*,
„ Abszisse (nördlich) = — 294.304·509 „

4 Kolonnen zu 7585·936 *m* Breite =	30.343·744 *m*
2 Sektionen zu 1896·484 *m* Länge =	3792·968 „
Abstand in der dritten Sektion von Westen gegen Osten =	1523·320 „
Summa	35.660·032 *m*

ferner:

38 Schichten zu 7585·936 *m* Höhe =	288.265·568 *m*
3 Sektionen zu 1517·187 *m* Höhe =	4551·561 „
Abstand in der vierten Sektion von Süden gegen Norden =	1487·380 „
Summa	294.304·509 *m*

Es ergibt sich also wieder O. K. V. 7. Sekt. *bf* und zwar 1523·320 *m* östlich vom westlichen Rande, und 1487·380 *m* nördlich vom südlichen Rande der Sektion.

Nimmt man nun ein Blatt, auf welchem das Rechteck der Aufnahmssektion von 1000 Klafter = 1896·484 *m* Länge und 800 Klafter = 1517·187 *m* Höhe in dem gewählten Verjüngungsverhältnisse verzeichnet ist (im Maßstabe 1'' = 40° oder 1 : 2880 demnach 25'' = 65·85 *cm* lang und 20'' = 52·68 *cm* hoch), so kann man den Punkt in dieses Blatt auftragen.

Sämtliche Netzpunkte können auf diese Weise in die einzelnen Aufnahmsblätter eingetragen werden, welche natürlich die Bezeichnung der Quadratmeile und Sektion enthalten müssen. (Oben rechts in der Ecke.)

311. Für künftige Neuvermessungen ganzer Gemeinden wurde eine andere Einteilung festgesetzt. Die durch den Nullpunkt des Koordinatensystemes gehenden zwei Koordinatenachsen, Meridian und Perpendikel, teilen das betreffende Gebiet in vier Quadraten, welche zu bezeichnen sind: I. SW. (Südwest), II. NW. (Nordwest), III. NO. (Nordost), IV. SO. (Südost).

Zum Meridian werden Parallele gedacht in Entfernungen von je 8000 *m*, wodurch die Kolonnen entstehen, welche mit römischen Ziffern, und zwar vom Meridian gegen Westen und Osten, je mit I beginnend, bezeichnet werden. Zum Perpendikel werden Parallele gedacht in Entfernungen von je 10.000 *m*, dadurch entstehen die Schichten, welche mit arabischen Ziffern vom Perpendikel mit 1 beginnend gegen Süden und Norden fortlaufend numeriert werden. Durch die Durchkreuzung der Kolonnen und Schichten entstehen Rechtecke von 8000 *m* Breite und 10.000 *m* Höhe und 8000 *ha* Fläche, welche T r i a n g u l i e r u n g s b l ä t t e r heißen (siehe Fig. 401).

Jedes Triangulierungsblatt wird parallel zum Meridian in fünf, parallel zum Perpendikel in acht Teile geteilt, wodurch vierzig Rechtecke von 1600 *m* Länge und 1250 *m* Höhe und einer Fläche von 200 *ha* entstehen, welche die Aufnahmssektionen bilden. (Im Maßstabe 1 : 2500 haben diese demnach 64 *cm* Länge und 50 *cm* Höhe.) Diese Aufnahmssektionen sind mit arabischen Ziffern, und zwar in jedem Triangulierungsblatte mit 1 beginnend nach Westen oder Osten und nach Süden oder Norden bezeichnet. In Fig. 401 liegt somit der Punkt

A in SW. I. 3. Sekt. $^4/_6$
B „ NW. II. 2. Sekt. $^2/_5$
C „ NO. I. 3. Sekt. $^3/_2$
D „ SO. II. 1. Sekt. $^5/_4$

Sind die Koordinaten eines Punktes gegeben, so läßt sich dessen Lage in Triangulierungsblatt und Aufnahmssektion bestimmen. Es ist z. B. gegeben:

$$y \text{ (westlich)} = +\ 35735{\cdot}50\ m$$
$$x \text{ (nördlich)} = -\ 54548{\cdot}20\ m$$

Es ergibt sich:

$$y = +\ 35735{\cdot}50\ m = \underbrace{4 \times 8000}_{\substack{\text{Kolonne} \\ 4+1=\mathrm{V}}} + \underbrace{2 \times 1600}_{\substack{\text{Sektion} \\ 2+1=3}} + 535{\cdot}50\ m$$

$$x = -\ 54548{\cdot}20\ m = \underbrace{5 \times 10.000}_{\substack{\text{Schichte} \\ 5+1=6}} + \underbrace{3 \times 1250}_{\substack{\text{Sektion} \\ 3+1=4}} + 798{\cdot}20\ m$$

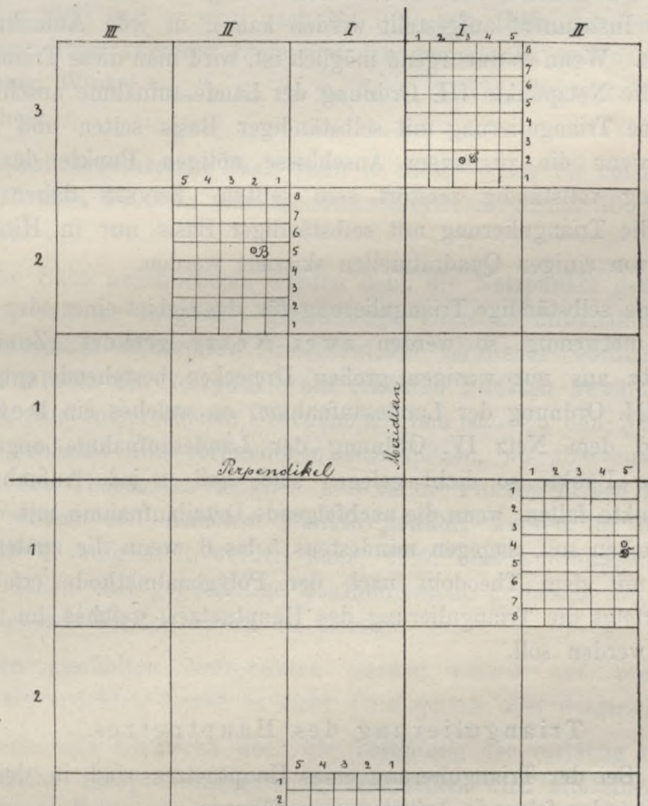


Fig. 401.

Der Punkt liegt demnach im Triangulierungsblatt NW. V. 6. Sekt. $^3/_4$, und zwar 535·50 m westlich vom östlichen, und 798·20 m nördlich vom südlichen Rande der Sektion.

§ 47.

Triangulierung mit selbständiger Basis.

312. Bei der Katastral-Vermessung wurden die Punkte I., II. und III. Ordnung, von welchen mindestens drei in jede Quadratmeile fallen, dauernd durch Steine bezeichnet. Wenn also heute die Vermessung eines größeren Gutsgebietes oder einzelner Gemeinden stattzufinden hat, so ist nur die Triangulierung des Netzes IV. Ordnung nötig, von welchem immer mindestens drei Punkte, von denen wieder wenigstens einer ein Standpunkt ist (wo ein Instrument aufgestellt werden kann), in jede Aufnahmssektion fallen sollen. Wenn es nur irgend möglich ist, wird man diese Triangulierung immer an die Netzpunkte III. Ordnung der Landesaufnahme anschließen, so daß also eine Triangulierung mit selbständiger Basis selten und nur dann nötig ist, wenn die zu einem Anschlusse nötigen Punkte der Landestriangulierung vollständig zerstört sein sollten. Es soll daher auch im Folgenden die Triangulierung mit selbständiger Basis nur in Hinsicht auf ein Gebiet von einigen Quadratmeilen skizziert werden.

Ist eine selbständige Triangulierung für das Gebiet einer oder mehrerer Gemeinden notwendig, so werden zwei Netze gebildet. Zunächst ein Hauptnetz aus nur wenigen großen Dreiecken bestehend, entsprechend dem Netz III. Ordnung der Landesaufnahme, an welches ein Detailnetz entsprechend dem Netz IV. Ordnung der Landesaufnahme angeschlossen wird, dessen Punkte so dicht gelegen sind, daß in jede Aufnahmssektion 3 bis 4 Punkte fallen, wenn die nachfolgende Detailaufnahme mit dem Meßtische geschehen soll, dagegen mindestens 5 bis 6, wenn die spätere Detailaufnahme mit dem Theodolit nach der Polygonalmethode erfolgen soll. Zunächst erfolgt die Triangulierung des Hauptnetzes, welches im folgenden besprochen werden soll.

Triangulierung des Hauptnetzes.

313. Bei der Triangulierung eines Hauptnetzes sind in der Reihenfolge nacheinander folgende Arbeiten auszuführen:

1. Die Wahl der Basis und der Netzpunkte.
2. Das Messen der Basis.
3. Das Messen der Dreieckswinkel, sowie eventuell der Zentrierungselemente.
4. Die Bestimmung des Azimuthes einer Dreiecksseite.
5. Das Zentrieren und Ausgleichen der Winkel.
6. Das Berechnen der Dreiecke.
7. Das Berechnen der Koordinaten der Netzpunkte.
8. Das Auftragen der Netzpunkte.

Selbstverständlich wird sich der Geometer, ehe er an die Wahl der Basis und der Netzpunkte schreitet, mit Benützung etwa vorhandener Höhenpunkte eine gute Übersicht und Kenntnis des aufzunehmenden Gebietes verschaffen.

Die Basis soll womöglich in der Mitte des Gebietes liegen und auf solchem Terrain, daß ihre genaue Messung ohne große Schwierigkeiten möglich ist. Die Endpunkte der Basis müssen scharf und sicher bezeichnet werden. Kann man nicht eine so lange Basis finden, um sie direkt als Dreiecksseite benützen zu können, so wird eine kürzere Linie gemessen (AB in Fig. 399) und es wird nach Nr. 309 mit Hilfe der Basisdreiecke $ABCD$ aus dieser kürzeren Linie und den gemessenen und nach Nr. 314 ausgeglichenen Winkel α_1, β_1, α_2, β_2, α_3, β_3, α_4 und β_4 die eigentliche Basis CD berechnet.

Die wirklich gemessene Basis kann in dieser Weise für ein Aufnahmsgebiet bis zu etwa 6000 *ha* (eine Quadratmeile) eventuell nur 300 bis 400 *m* Länge haben.

An die Basis anschließend, werden dann die Netzpunkte gewählt, und zwar derart, daß sie möglichst gleichseitige Dreiecke miteinander bilden. Wenigstens müssen allzuspitze Dreieckswinkel vermieden werden. Selbstverständlich müssen die Netzpunkte auf erhöhten Punkten gewählt werden, von welchen eine entsprechende Übersicht möglich ist. Zu den Netzpunkten wählt man zunächst alle vorhandenen Turmspitzen, wo aber eine seitliche Aufstellung des Theodolites möglich ist, solche Punkte heißen Fixpunkte. Außerdem müssen auf Anhöhen Punkte gewählt werden, in denen der Theodolit direkt aufgestellt werden kann, diese heißen Standpunkte. Die Netzpunkte sollen eine gegenseitige Zusammensicht gestatten, um in jedem Dreiecke alle drei Winkel messen zu können.

In den gewählten Netzpunkten werden vorerst nur provisorische Stangensignale errichtet, soweit es nicht Turmspitzen oder dergleichen sind.

Um sich eine Übersicht über die Verteilung der vorläufig nur provisorisch gewählten Haupt-Netzpunkte zu verschaffen, wird mit einem Detailtischchen durch Rayon und Schnitt eine Skizze der gewählten Punkte, natürlich in entsprechend kleinem Maßstabe, hergestellt.[1])

---

[1]) Will man später im Verhältnisse 1 : 2880 aufnehmen, so konstruiert man auf dem Detailtischchen ein Quadrat von 26·34 *cm* Seitenlänge, welches eine Quadratmeile im Maßstabe 1 : 28800 vorstellt, und teilt eine Seite in vier, die anstoßende in fünf gleiche Teile; dadurch erhält man zwanzig Aufnahmssektionen. Würde sich das aufzunehmende Gebiet über mehrere Quadratmeilen erstrecken, so benützt man entweder ein hinreichend großes Brett, um mehrere solche Quadrate konstruieren zu können, oder man teilt das Quadrat zunächst wieder in vier Quadrate, und jedes dieser vier kleinen Quadrate erst in die zwanzig Rechtecke und erhält so vier Quadratmeilen mit je zwanzig Aufnahmssektionen im Maßstabe 1 : 57600 nach der alten Einteilung.

Das Messen der Basis muß mindestens zweimal mit entsprechend eingerichteten Meßlatten (siehe Nr. 82) sorgfältigst geschehen; der Unterschied zwischen den zwei Messungen darf die Hälfte der zulässigen Fehlergrenze für Längenmessungen für Theodolitaufnahmen nicht überschreiten, dann kann man aus den zwei Resultaten das Mittel nehmen.

Die Dreieckswinkel werden entweder durch Repetition oder durch Satzbeobachtung gemessen. (Siehe Nr. 181 und 182.) In jedem Dreiecke müssen alle drei Winkel gemessen werden. In jenen Punkten, z. B. Turmspitzen, wo eine Aufstellung des Instrumentes nicht im Scheitelpunkte selbst, sondern nur seitwärts, z. B. in einem Turmfenster stattfinden kann, müssen die gemessenen Winkel oder Richtungen zentriert werden (Nr. 183 und 184), weshalb die Zentrierungselemente zu messen sind.

Das Azimut einer Dreiecksseite, z. B. der Basis, wird nach § 39 ermittelt.

314. Das Ausgleichen der eventuell vorher zentrierten Winkel muß in dem Sinne geschehen, daß die Summe aller drei Winkel jedes Dreieckes 180^0 (Dreiecksschluß) und die Summe aller um einen Punkt herumliegenden Winkel 360^0 beträgt (Horizontschluß).

Die Ausgleichung ist noch zulässig, wenn die Winkelsumme eines Dreieckes gegen 180^0 nicht um mehr differiert, als 90″ bei Dreiecken

---

Wollte man im Verhältnisse 1 : 2500 arbeiten, so konstruiert man am Detailtischchen ein Rechteck von 32 *cm* Breite und 40 *cm* Höhe, teilt die kürzere Seite in fünf, die längere in acht gleiche Teile, und erhält ein Triangulierungsblatt (nach der neuen Einteilung) mit vierzig Aufnahmssektionen im Maßstabe 1 : 25000. Bei einem größeren Gebiete würde man entweder auf einem großen Brett mehrere solcher Rechtecke zeichnen oder dieses Rechteck wieder zunächst in vier Rechtecke und jedes dieser kleineren Rechtecke in die vierzig Aufnahmssektionen teilen, wodurch man vier Triangulierungsblätter mit zusammen 160 Aufnahmssektionen im Maßstabe 1 : 50000 erhält.

Nun wählt man einen passenden Punkt als den Anfangspunkt der Basis, u. zw. derart, daß er, weil er auch als Nullpunkt der Koordinaten dienen soll, in die Ecke eines Rechteckes fällt, und trägt mittelst eines Transporteurs das vorläufig nur provisorisch (vielleicht mit der Bussole) bestimmte Azimuth der Basis auf, indem man dabei die schmale Rechtecksseite als Richtung des Meridianes annimmt. Auf die erhaltene Richtung der Basis wird dann ihre Länge aufgetragen, welche zunächst auch nur provisorisch gemessen wurde. Hierauf begibt man sich in den einen Endpunkt der Basis, stellt das Tischchen auf, orientiert es nach dem anderen Endpunkt und visiert alle von hier aus sichtbaren Netzpunkte an. Dann geht man in den zweiten Endpunkt der Basis, schneidet die anvisierten Punkte, visiert neue Punkte an, überträgt dann das Tischchen in einen gut geschnittenen Punkt, setzt hier die Arbeit fort usw., bis man alle vorläufig gewählten Punkte bestimmt hat. Man kann dann die Verteilung der Punkte beurteilen. Die definitiv gewählten Punkte werden dann noch einmal in derselben Weise aufgenommen, um die definitive Skizze für die Triangulierung zu erhalten. In dieser Skizze werden dann diejenigen Punkte, welche Dreiecke mit einander bilden sollen, mit einander verbunden, und man erhält so das Triangulierungsskelett.

unter 2000 *m* durchschnittlicher Seitenlänge, nicht mehr als 60″ bei 2000 bis 5000 *m* und nicht mehr als 45″ bei 5000 bis 10000 *m* durchschnittlicher Seitenlänge.

Bei sehr ausgedehnten Triangulierungen muß die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate geschehen, worauf jedoch hier nicht eingegangen wird, da es den Rahmen und Zweck dieses Lehrbuches überschreiten würde.

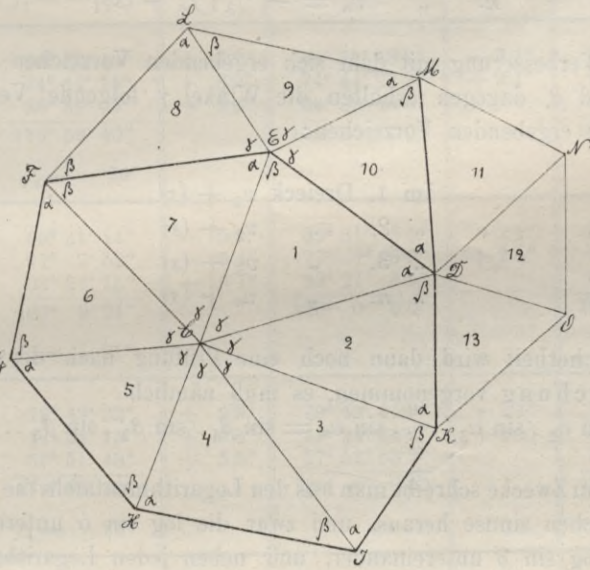


Fig. 402.

Bei kleineren Triangulierungen kann die Ausgleichung weniger streng, nach praktischen Regeln vorgenommen werden. Eine solche ist zunächst die sogenannte Einschaltung der Dreiecke.[1] Es wäre z. B. das in Fig. 399 und 402 dargestellte Dreiecksnetz auszugleichen. Zunächst faßt man eine Gruppe von um einen Punkt herumliegenden Dreiecken zusammen, z. B. *CDE, CEF, CFG, CGH, CHJ, CJK* und *CKD,* deren Anzahl mit *n* bezeichnet wird, und bildet in jedem dieser Dreiecke die Winkelsumme. Der Unterschied gegen 180^0 wird mit $f_1, f_2, f_3 \ldots f n$ bezeichnet und die algebraische Summe aller dieser Differenzen mit (f). Dann wird die

[1]) Die Ausgleichung und die dazu nötigen Formeln sind entnommen aus: „Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmeßkunst von F. G. Gauß, k. preuß. wirkl. Geh. Oberfinanzrat. Halle a. S. 1893, II. Auflage, § 97, Seite 323 bis 334 und § 102 und 103, Seite 349 bis 369.

Summe der um einen Punkt herumliegenden Winkel $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \ldots \gamma n$ gebildet und der Unterschied gegen 360⁰ mit f_s bezeichnet. Es ist nun zunächst:

$$(s) = \frac{(f) - 3\,f_s}{2\,n}$$

und die Winkelverbesserungen nach den W i n k e l g l e i c h u n g e n ergeben für das

$$\begin{array}{lll} 1.\ \text{Dreieck,} & v_1 = -\,{}^1\!/_3\,[f_1 + (s)] \\ 2. \quad „ & v_2 = -\,{}^1\!/_3\,[f_2 + (s)] \\ 3. \quad „ & v_3 = -\,{}^1\!/_3\,[f_3 + (s)] \\ n. \quad „ & v_n = -\,{}^1\!/_3\,[f_n + (s)] \end{array}$$

Diese Verbesserung mit dem sich ergebenden Vorzeichen erhalten die Winkel α und β, dagegen erhalten die Winkel γ folgende Verbesserungen mit dem sich ergebenden Vorzeichen:

$$\begin{array}{lll} \text{Im } 1.\ \text{Dreieck} & v_1 + (s) \\ „ \quad 2. \quad „ & v_2 + (s) \\ „ \quad 3. \quad „ & v_3 + (s) \\ „ \quad n. \quad „ & v_n + (s) \end{array}$$

Zur Sicherheit wird dann noch eine Prüfung nach der sogenannten S e i t e n g l e i c h u n g vorgenommen, es muß nämlich

$$\sin\alpha_1 \,.\, \sin\alpha_2 \,.\, \sin\alpha_3 \ldots\ldots \sin\alpha_n = \sin\beta_1 \,.\, \sin\beta_2 \,.\, \sin\beta_3 \ldots\ldots \sin\beta_n$$

Zu diesem Zwecke schreibt man aus den Logarithmentafeln die Logarithmen dieser sämtlichen sinuse heraus, und zwar die log sin α untereinander und ebenso die log sin β untereinander, und neben jeden Logarithmus schreibt man auch die Differenz für 1". Hiebei werden diese Differenzen bei Winkeln zwischen 0 und 90⁰ p o s i t i v, bei Winkeln zwischen 90 und 180⁰ aber n e g a t i v genommen, weil der sin. im II. Quadranten mit dem Größerwerden des Winkels kleiner wird. Die log sin α werden addiert und ebenso die log sin β, ferner wird von sämtlichen Differenzen die algebraische Summe gebildet Es soll nun die Summe der log sin α gleich sein der Summe der log sin β. Ist dies nicht der Fall, sondern zeigt sich ein Unterschied u, so ist die eine Summe um $\frac{u}{2}$ zu groß, die andere um $\frac{u}{2}$ zu klein. Man dividiert dann u durch die algebraische Summe aller herausgeschriebenen Differenzen für 1", und der Quotient gibt die Anzahl der Sekunden für einen Winkel, welche gleichmäßig auf die Winkel α und β verteilt werden. Die Winkelsumme in jedem Dreiecke wird dadurch nicht mehr gestört, weil der eine Winkel um dieselbe Anzahl Sekunden vergrößert wird, um welche der andere verkleinert wird.

Es wären z. B. in Fig. 402 die in Spalte 2 der Tabelle auf Seite 449 eingetragenen Winkel gemessen worden.

1	2		3	4	5	6
Dreieck	Gemessene Winkel		Verbesserung nach der Winkelgleichung	Nach der Winkelgleichung verbesserte Winkel	Verbesserung nach der Seitengleichung	Endgültig verbesserte Winkel
1	α	52° 30′ 47″	+ 7·5″	52° 30′ 54·5″	— 2·1″	52° 30′ 52·4″
	β	73° 15′ 35″	+ 7·6″	73° 15′ 42·6″	+ 2·1″	73° 15′ 44·7″
	γ	54° 13′ 20″	+ 2·9″	54° 13′ 22·9″		54° 13′ 22·9″
		179° 59′ 42″		180° 0′ 0·0″		180° 0′ 0·0″
		$f_1 = -18''$				
2	α	68° 35′ 40″	+ 8·2″	68° 35′ 48·2″	— 2·1″	68° 35′ 46·1″
	β	74° 44′ 15″	+ 8·2″	74° 44′ 23·2″	+ 2·1″	74° 44′ 25·3″
	γ	36° 39′ 45″	+ 3·6″	36° 39′ 48·6″		36° 39′ 48 6″
		179° 59′ 40″		180° 0′ 0·0″		180° 0′ 0·0″
		$f_2 = -20''$				
3	α	69° 31′ 14″	— 5·5″	69° 31′ 8·5″	— 2·1″	69° 31′ 6·4″
	β	77° 7′ 52″	— 5·4″	77° 7′ 46·6″	+ 2·1″	77° 7′ 48·7″
	γ	33° 21′ 15″	— 10·1″	33° 21′ 4·9″		33° 21′ 4·9″
		180° 0′ 21″		180° 0′ 0·0″		180° 0′ 0·0″
		$f_3 = +21''$				
4	α	79° 43′ 32″	+ 9·9″	79° 43′ 41·9″	— 2·1″	79° 43′ 39·8″
	β	42° 24′ 15″	+ 9·8″	42° 24′ 24·8″	+ 2·1″	42° 24′ 26·9″
	γ	57° 51′ 48″	+ 5·3″	57° 51′ 53·3″		57° 51′ 53·3″
		179° 59′ 35″		180° 0′ 0·0″		180° 0′ 0·0″
		$f_4 = -25''$				
5	α	55° 8′ 15″	— 5·1″	55° 8′ 9·9″	— 2·1″	55° 8′ 7·8″
	β	61° 7′ 55″	— 5·2″	61° 7′ 49·8″	+ 2·1″	61° 7′ 51·9″
	γ	63° 44′ 10″	— 9·7″	63° 44′ 0·3″		63° 44′ 0·3″
		180° 0′ 20″		180° 0′ 0·0″		180° 0′ 0·0″
		$f_5 = +20''$				
6	α	55° 4′ 15″	+ 6·9″	55° 4′ 21·9″	— 2·1″	55° 4′ 19·8″
	β	73° 56′ 47″	+ 6·8″	73° 56′ 53·8″	+ 2·1″	73° 56′ 55·9″
	γ	50° 58′ 42″	+ 2·3″	50° 58′ 44·3″		50° 58′ 44·3″
		179° 59′ 44″		180° 0′ 0·0″		180° 0′ 0·0″
		$f_6 = -16''$				
7	α	63° 29′ 59″	— 4·8″	63° 29′ 54·2″	— 2·1″	63° 29′ 52·1″
	β	53° 19′ 5″	— 4·8″	53° 19′ 0·2″	+ 2·1″	53° 19′ 2·3″
	γ	63° 11′ 15″	— 9·4″	63° 11′ 5·6″		63° 11′ 5·6″
		180° 0′ 19″		180° 0′ 0·0″		180° 0′ 0·0″
		$f_7 = +19''$				
		$(f) = -19''$				
		$f_8 = +15''$				

Durch die Summierung der drei gemessenen Winkel jedes Dreieckes in Spalte 2 und Vergleichung der Summe mit 180^0 erhält man die einzelnen f, woraus $(f) = -19''$ erhalten wird. Durch Summierung der sämtlichen Winkel γ und Vergleichung dieser Summe mit 360^0 ergibt sich $f_s = +15''$.

Es ist daher $(s) = \dfrac{(f) - 3 f_s}{2n} = \dfrac{-19 - 45}{14} = -4{\cdot}6''$

und hieraus
$$v_1 = -\,{}^1\!/_3\,[f_1 + (s)] = -\,{}^1\!/_3\,[-18 - 4{\cdot}6] = +7{\cdot}5''$$
$$v_2 = -\,{}^1\!/_3\,[f_2 + (s)] = -\,{}^1\!/_3\,[-20 - 4{\cdot}6] = +8{\cdot}2''$$
$$v_3 = -\,{}^1\!/_3\,[f_3 + (s)] = -\,{}^1\!/_3\,[+21 - 4{\cdot}6] = -5{\cdot}5''$$
$$v_4 = -\,{}^1\!/_3\,[f_4 + (s)] = -\,{}^1\!/_3\,[-25 - 4{\cdot}6] = +9{\cdot}9''$$
$$v_5 = -\,{}^1\!/_3\,[f_5 + (s)] = -\,{}^1\!/_3\,[+20 - 4{\cdot}6] = -5{\cdot}1''$$
$$v_6 = -\,{}^1\!/_3\,[f_6 + (s)] = -\,{}^1\!/_3\,[-16 - 4{\cdot}6] = +6{\cdot}9''$$
$$v_7 = -\,{}^1\!/_3\,[f_7 + (s)] = -\,{}^1\!/_3\,[+19 - 4{\cdot}6] = -4{\cdot}8''$$

Diese Werte sind in Spalte 3 neben den Winkeln α und β eingesetzt.

Ferner ist
$$v_1 + (s) = +7{\cdot}5 - 4{\cdot}6 = +\ 2{\cdot}9''$$
$$v_2 + (s) = +8{\cdot}2 - 4{\cdot}6 = +\ 3{\cdot}6''$$
$$v_3 + (s) = -5{\cdot}5 - 4{\cdot}6 = -10{\cdot}1''$$
$$v_4 + (s) = +9{\cdot}9 - 4{\cdot}6 = +\ 5{\cdot}3''$$
$$v_5 + (s) = -5{\cdot}1 - 4{\cdot}6 = -\ 9{\cdot}7''$$
$$v_6 + (s) = +6{\cdot}9 - 4{\cdot}6 = +\ 2{\cdot}3''$$
$$v_7 + (s) = -4{\cdot}8 - 4{\cdot}6 = -\ 9{\cdot}4''$$

Diese Werte sind neben den Winkeln γ eingesetzt. Die algebraische Summe dieser Werte muß gleich $f_s = +15''$ sein.

Spalte 4 enthält die mit diesen aus den Winkelgleichungen sich ergebenden Verbesserungen korrigierten Winkel.

Die verbesserten Winkel α und β ergeben nun für die Seitengleichung:

sin α	Differenz per 1″	sin β	Differenz per 1″
9·89955	0·15	9·98120	0·07
9·96897	0·08	9·98441	0·05
9·97164	0·08	9·98895	0·05
9·99298	0·03	9·82891	0·23
9·91408	0·15	9·94237	0·12
9·91375	0·15	9·98273	0·05
9·95178	0·10	9·90415	0·15
69·61275	0·74	69·61272	0·72

69·61275	0·74
69·61272	0·72
3	1·46

$3 : 1{\cdot}46 = \pm 2{\cdot}1''$[1])

Es sind daher alle Winkel α um $2{\cdot}1''$ kleiner, und alle Winkel β um $2{\cdot}1''$ größer zu machen. Diese Verbesserungen sind in Spalte 5 eingetragen, und Spalte 6 enthält die endgültigen Winkel.

Mit den endgültigen Winkeln werden nun, von der Basis ausgehend und wieder zu dieser zurückkehrend, die Seiten der um einen Punkt herum-

[1]) Die sämtlichen Rechnungen bezüglich der Netzpunkte müssen mit mindestens sechsstelligen Logarithmen geschehen oder besser mit siebenstelligen. Es wurden jedoch hier nur fünfstellige aus dem Grunde verwendet, weil auch sonst nur in diesem Buche mit solchen gerechnet wird, da die Schüler, besonders mittlerer Lehranstalten, nur mit fünfstelligen Logarithmen rechnen, die auch für die meisten anderen Fälle der Praxis genügen.

liegenden, zu einer Gruppe zusammengefaßten Dreiecke berechnet. Die Berechnung geschieht nach dem Sinussatze und geht von der Basis aus, indem zunächst die Seiten der an die Basis anstoßenden Dreiecke gerechnet werden. Mit den Seiten dieser Dreiecke werden dann wieder die anschließenden Dreiecke gerechnet u. s. f., bis man wieder zur Basis zurückkommt, wobei man für diese denselben Wert erhalten soll, von dem man ausgegangen ist.

Nach durchgeführter Berechnung der Längen der Dreiecksseiten werden ihre Richtungswinkel gerechnet, indem man dabei von jener Dreiecksseite ausgeht, deren Azimuth ermittelt wurde. Hierauf werden die Produkte gebildet aus der Länge jeder Dreiecksseite mit dem sin und cos des Richtungswinkels, und durch fortgesetztes algebraisches Summieren erhält man schließlich die vorläufigen Koordinaten der Netzpunkte.

Bei dieser Berechnung der Koordinaten ist es gut, in der Weise vorzugehen, daß man die Punkte so rechnet, daß sie sich zu einem geschlossenen Polygon zusammenfassen lassen. Soll z. B. in Fig. 402 der Punkt C den Nullpunkt der Koordinaten bilden, so wird man, von diesem beginnend, zunächst die Punkte D, E, F, G, H, J und K rechnen. Werden zu den erhaltenen Koordinaten von K die Produkte aus der Länge der Dreiecksseite KC mit dem sin und cos des Richtungswinkels dieser Seite addiert, so soll man wieder Null erhalten. Ergibt sich dabei eine Differenz, so wird diese auf die einzelnen Ordinaten- und Abszissendifferenzen (sin und cos Produkte) im Verhältnis deren Größe aufgeteilt, wodurch man die endgültigen Koordinaten erhält. Aus diesen endgültigen Koordinaten werden dann nach Nr. 208 die endgültigen Richtungswinkel und Längen der Seiten gerechnet.

Um die weiteren Dreiecke auszugleichen, werden wieder einzelne Gruppen gebildet, und zwar derart, daß man nun zwei zusammenstoßende Seiten der schon ausgeglichenen Gruppe, und den Winkel, den diese zwei Seiten zusammen bilden, als feststehend annimmt, und die anschließende Dreiecksgruppe ausgleicht. In Fig. 402 wird man jetzt z. B. die Seiten DE und EF mit dem Winkel, den sie zusammen bilden und der sich aus der Summe der endgültigen Winkel $\beta_1 + \alpha_7$ ergibt, als feststehend annehmen, und im Anschlusse daran die Winkel der Dreiecke 8, 9 und 10 ausgleichen.

Die Ausgleichung geschieht genau so, wie bei der um einen Punkt herumliegenden Gruppe, nur müssen bei der Seitengleichung die schon feststehenden Längen der Seiten DE und EF berücksichtigt werden. Es wird also wieder vorerst in jedem Dreiecke die Winkelsumme gebildet und diese mit 180^0 verglichen, der Unterschied wird mit f_8, f_9, f_{10} bezeichnet, und die algebraische Summe der einzelnen Unterschiede ergibt (f). Ferner wird die Summe der Winkel γ gebildet und mit $360 - (\beta_1 + \alpha_7)$ verglichen, der Unterschied ist f_s. Nun hat man wieder wie früher

$$(s) = \frac{(f) - 3\, f_s}{2\, n}, \text{ ferner}$$

$$v_8 = -\, {}^1/_3 \,[f_8 + (s)]$$

$$v_9 = -\, {}^1/_3 \,[f_9 + (s)]$$

$$v_{10} = -\, {}^1/_3 \,[f_{10} + (s)]$$

Diese Verbesserungen erhalten mit ihren Vorzeichen gleichmäßig die Winkel α und β, während die Winkel γ die Verbesserungen erhalten:

$$v_8 + (s),\ v_9 + (s) \text{ und } v_{10} + (s).$$

Mit den verbesserten Winkeln wird die Seitengleichung aufgestellt, nämlich

$$DE \,.\, \sin \alpha_8 \,.\, \sin \alpha_9 \,.\, \sin \alpha_{10} = EF \,.\, \sin \beta_8 \,.\, \sin \beta_9 \,.\, \sin \beta_{10}.$$

Mit dieser Gleichung wird in derselben Weise wie früher die endgültige Verbesserung der Winkel α und β ermittelt:

Es wäre z. B. in Fig 402 durch die Berechnung der Gruppe der Dreiecke 1 bis 7 gefunden worden:

$$DE = 5335{\cdot}75\ m, \qquad EF = 5807{\cdot}75\ m,$$
$$\text{dann } \beta_1 = 73^0\, 15'\, 45'' \text{ und } \alpha_7 = 63^0\, 29'\, 52''.$$

Ferner wären die in der untenstehenden Tabelle, Spalte 2 eingetragenen Winkel gemessen worden, durch deren Summierung sich ergibt:

$$f_8 = +\ 24''$$
$$f_9 = +\ 15''$$
$$f_{10} = -\ 18''$$
daher $(f) = +\ 21''$

Weiter ist
$$\gamma_8 = 63^0\, 31'\, 37''$$
$$\gamma_9 = 96^0\, 22'\, 48''$$
$$\gamma_{10} = 63^0\, 20'\, 15''$$
$$\beta_1 = 73^0\, 15'\, 45''$$
$$\alpha_7 = 63^0\, 29'\, 52''$$
$$360^0\ 0'\ 17'' \quad \text{daher } f_s = +\ 17''.$$

1		2	3	4	5	6
Dreieck		Gemessene Winkel	Verbesserung nach der Winkelgleichung	Nach der Winkelgleichung verbesserte Winkel	Verbesserung nach der Seitengleichung	Endgültig verbesserte Winkel
8	α	75° 53′ 12″	− 6·3″	75° 53′ 5·7″	− 4·9″	75° 53′ 0·8″
	β	40° 35′ 35″	− 6·4″	40° 35′ 28·6″	+ 4·9″	40° 35′ 33·5″
	γ	63° 31′ 37″	− 11·3″	63° 31′ 25·7″		63° 31′ 25·7″
		180° 0′ 24″		180° 0′ 0·0″		180° 0′ 0·0″
		$f_8 = +\ 24''$				
9	α	38° 36′ 32″	− 3·3″	38° 36′ 28·7″	− 4·9″	38° 36′ 23·8″
	β	45° 0′ 55″	− 3·4″	45° 0′ 51·6″	+ 4·9″	45° 0′ 56·5″
	γ	96° 22′ 48″	− 8·3″	96° 22′ 39·7″		96° 22′ 39·7″
		180° 0′ 15″		180° 0′ 0·0″		180° 0′ 0·0″
		$f_9 = +\ 15''$				
10	α	49° 38′ 52″	+ 7·7″	49° 38′ 59·7″	− 4·9″	49° 38′ 54·8″
	β	67° 0′ 35″	+ 7·7″	67° 0′ 42·7″	+ 4·9″	67° 0′ 47·6″
	γ	63° 20′ 15″	+ 2·6″	63° 20′ 17·6″		63° 20′ 17·6″
		179° 59′ 42″		180° 0′ 0·0″		180° 0′ 0·0″
		$f_{10} = -\ 18''$				
		$f_s = +\ 17''$ $(f) = +\ 21''$				

Nun ist $(s) = \dfrac{(f) - 3 f_s}{2n} = \dfrac{+21 - 51}{6} = -5''$

und hieraus

$$v_8 = -{}^1/_3 [f_8 + (s)] = -{}^1/_3 [+24 - 5] = -6{\cdot}3''$$
$$v_9 = -{}^1/_3 [f_9 + (s)] = -{}^1/_3 [+15 - 5] = -3{\cdot}3''$$
$$v_{10} = -{}^1/_3 [f_{10} + (s)] = -{}^1/_3 [-18 - 5] = +7{\cdot}7''$$

Diese Werte sind in Spalte 3 neben die Winkel α und β gestellt.

Ferner ist:
$$v_8 + (s) = -6{\cdot}3 - 5 = -11{\cdot}3''$$
$$v_9 + (s) = -3{\cdot}3 - 5 = -8{\cdot}3''$$
$$v_{10} + (s) = +7{\cdot}7 - 5 = +2{\cdot}7''$$

Diese Werte, deren algebraische Summe genau 17″ betragen muß, sind zu den Winkeln γ gesetzt.

Mittelst dieser Verbesserungen ergeben sich die Winkel der Spalte 4. Die verbesserten Winkel α und β werden nun verwendet zur Seitengleichung, und es ergibt sich:

$\log DE$	$= 3{\cdot}72719$		$\log EF$	$= 3{\cdot}76401$	
$\log \sin \alpha_8$	$= 9{\cdot}98668$	Diff. per 1″ $= 0{\cdot}05$	$\log \sin \beta_8$	$= 9{\cdot}81335$	Diff per 1″ $= 0{\cdot}25$
„ „ α_9	$= 9{\cdot}79518$	„ „ „ $= 0{\cdot}27$	„ „ β_9	$= 9{\cdot}84959$	„ „ „ $= 0{\cdot}20$
„ „ α_{10}	$= 9{\cdot}88201$	„ „ „ $= 0{\cdot}17$	„ „ β_{10}	$= 9{\cdot}96406$	„ „ „ $= 0{\cdot}08$
	33·39106	0·49		33.39101	0·53

33·39106	0·49
33·39101	0·53
5	1·02

$5 : 1{\cdot}02 = 4{\cdot}9''$

Es werden also alle Winkel α um 4·9″ kleiner, die Winkel β um 4·9″ größer gemacht, wodurch sich die endgültig verbesserten Winkel in Spalte 6 ergeben.

Mit den endgültigen Winkeln werden jetzt die Seiten der Dreiecke 8, 9 und 10 gerechnet, indem hiebei von den feststehenden Seiten DE und EF ausgegangen wird; weiter werden die vorläufigen Koordinaten der Punkte L und M wie früher gerechnet, indem man von F ausgeht und die Punkte L und M zu dem fixen Punkte D rechnet. Ergibt sich im Punkte D eine Differenz, wird diese auf die Ordinaten- und Abszissendifferenzen der Punkte L und M im Verhältnis deren Größe verteilt und dann erst werden die endgültigen Koordinaten gerechnet, aus welchen nach Nr. 208 die endgültigen Richtungswinkel und Seiten gefunden werden.

Nun werden in Fig. 402 wieder die Seiten KD und DM und die Winkel β_2, α_1 und α_{10} als feststehend angenommen und im Anschlusse an diese wieder die Dreiecke 11, 12 und 13 genau in derselben Weise ausgeglichen, wie dies eben bezüglich der Dreiecke 8, 9 und 10 erklärt wurde, dann werden im Anschlusse an die Seiten KD und DM die Seiten der übrigen Dreiecke, und schließlich von K ausgehend, gegen M die vorläufigen

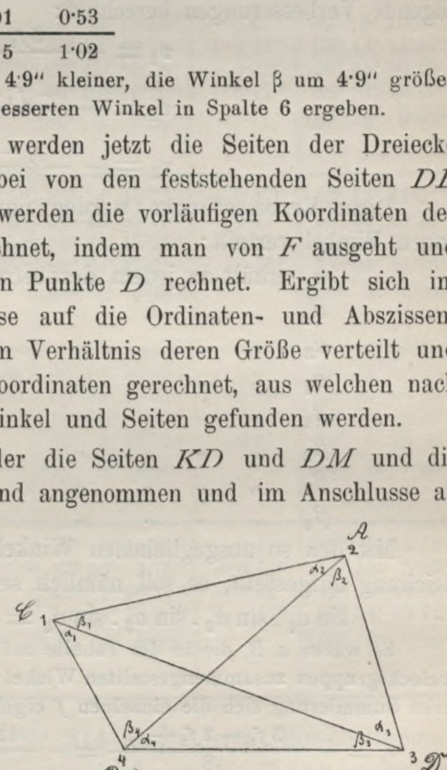


Fig. 403

Koordinaten der Punkte O und N gerechnet. Eine sich im Punkte M ergebende Differenz wird wieder auf die Ordinaten- und Abszissendifferenzen der Punkte O und N verteilt, worauf die endgültigen Koordinaten, und aus diesen die endgültigen Richtungswinkel und Seiten gerechnet werden.

Dann könnten wieder weitere Gruppen angeschlossen werden, und man kann in dieser Weise selbst ziemlich ausgedehnte Triangulierungsnetze ausgleichen.

Der vorstehend geschilderte Weg zur Berechnung und Ausgleichung ist der vorteilhafteste für das Hauptnetz einer kleinen, selbständigen Triangulierung.

Ist überhaupt keine um einen Punkt herumliegende Dreiecksgruppe vorhanden, so geht man von den vorerst ausgeglichenen Basisdreiecken $ABCD$ (Fig. 399 und 403) aus.

Diese Ausgleichung geschieht ebenfalls nach der Einschaltungsmethode in folgender Weise. Es werden folgende vier Dreiecke gebildet:

1. Dreieck $= CAB = 1, 2, 4$
2. „ $= CAD = 1, 2, 3$
3. „ $= ADB = 2, 3, 4$
4. „ $= CDB = 1, 3, 4$

In jedem dieser Dreiecke wird die Winkelsumme gebildet und mit 180^0 verglichen, die Unterschiede sind f_1, f_2, f_3 und f_4. Aus diesen werden folgende Verbesserungen berechnet:

$$v_1 = -\frac{3f_1 - 2f_2 + f_3}{8}$$

$$v_2 = -\frac{-f_1 + 2f_2 - f_3}{4}$$

$$v_3 = -\frac{f_1 - 2f_2 + 3f_3}{8}$$

Diese Verbesserungen werden nun in folgender Weise auf die sämtlichen Winkel verteilt:

α_1	erhält	in	jedem	der	betreffenden	Dreiecke	v_1
α_2	„	„	„	„	„	„	$v_1 + v_2$
α_3	„	„	„	„	„	„	$v_2 + v_3$
α_4	„	„	„	„	„	„	v_3
β_1	„	„	„	„	„	„	$v_1 + v_2$
β_2	„	„	„	„	„	„	$v_2 + v_3$
β_3	„	„	„	„	„	„	v_3
β_4	„	„	„	„	„	„	v_1

Mit den so ausgeglichenen Winkeln wird wieder die bekannte Seitengleichung aufgestellt, es soll nämlich sein

$$\sin \alpha_1 \,.\, \sin \alpha_2 \,.\, \sin \alpha_3 \,.\, \sin \alpha_4 = \sin \beta_1 \,.\, \sin \beta_2 \,.\, \sin \beta_3 \,.\, \sin \beta_4 .$$

Es wären z B. die in der Tabelle auf Seite 455 in der Spalte 2 bereits in die Dreiecksgruppen zusammengestellten Winkel gemessen worden (nach Fig. 403), durch deren Summierung sich die einzelnen f ergeben. Aus diesen berechnet sich nun:

$$v_1 = -\frac{3f_1 - 2f_2 + f_3}{8} = -\frac{42 - (-16) + 4}{8} = -\frac{62}{8} = -7{\cdot}75$$

$$v_2 = -\frac{-f_1 + 2f_2 - f_3}{4} = -\frac{-14 - 16 - 4}{4} = +\frac{34}{4} = +8{\cdot}50$$

$$v_3 = -\frac{f_1 - 2f_2 + 3f_3}{8} = -\frac{14 - (-16) + 12}{8} = -\frac{42}{8} = -5{\cdot}25$$

Die sich hieraus ergebenden Verbesserungen für die einzelnen Winkel sind in Spalte 3 eingetragen und Spalte 4 enthält dann die nach den Winkelgleichungen verbesserten Winkel. Mit diesen ist die Seitengleichung aufgestellt:

$\log \sin \alpha_1 =$ 9·79969	Differenz $1'' =$ 0·27		$\log \sin \beta_1 =$ 9·73895	Differenz $1'' =$ 0·32
„ „ $\alpha_2 =$ 9·65352	„ „ $=$ 0·42		„ „ $\beta_2 =$ 9·96265	„ „ $=$ 0·08
„ „ $\alpha_3 =$ 9·90469	„ „ $=$ 0·15		„ „ $\beta_3 =$ 9·48806	„ „ $=$ 0·65
„ „ $\alpha_4 =$ 9·82627	„ „ $=$ 0·23		„ „ $\beta_4 =$ 9·99450	„ „ $=$ 0·03
39·18417	1·07		39·18416	1·08
39·18416	1·08			
1	2·15		1 : 2·15 = 0·47″	

Es sind somit alle Winkel α um 0·47″ zu verkleinern, alle Winkel β um 0·47″ zu vergrößern. Diese Verbesserung ist in Spalte 5 enthalten und Spalte 6 enthält die endgültigen Winkel.

1	2		3	4	5	6
Dreieck	Gemessene Winkel		Verbesserung nach den Winkelgleichungen	Nach den Winkelgleichungen verbesserte Winkel	Verbesserung nach der Seitengleichung	Endgültig verbesserte Winkel
	α_1	39° 5′ 24″	— 7·75″	39° 5′ 16·25″	— 0·47″	39° 5′ 15·78″
1	β_1	33° 14′ 40″	— 7·75 + 8·50 = + 0·75″	33° 14′ 40·75″	+ 0·47″	33° 14′ 41·22″
	α_2	26° 45′ 50″	— 7·75 + 8·50 = + 0·75″	26° 45′ 50·75″	— 0·47″	26° 45′ 50·28″
	β_4	80° 54′ 20″	— 7·75″	80° 54′ 12·25″	+ 0·47″	80° 54′ 12·72″
1,2,4		180° 0′ 14″		180° 0′ 0·00″		180° 0′ 0·00″
		$f_1 = + 14''$				
	β_1	33° 14′ 40″	+ 8·50 — 7·75 = + 0·75″	33° 14′ 40·75″	+ 0·47″	33° 14′ 41·22″
2	α_2	26° 45′ 50″	+ 8·50 — 7·75 = + 0·75″	26° 45′ 50·75″	— 0·47″	26° 45′ 50·28″
	β_2	66° 34′ 40″	+ 8·50 — 5·25 = + 3·25″	66° 34′ 43·25″	+ 0·47″	66° 34′ 43·72″
	α_3	53° 24′ 42″	+ 8·50 — 5·25 = + 3·25″	53° 24′ 45·25″	— 0·47″	53° 24′ 44·78″
1,2,3		179° 59′ 52″		180° 0′ 0·00″		180° 0′ 0·00″
		$f_2 = - 8''$				
	β_2	66° 34′ 40″	— 5·25 + 8·50 = + 3·25″	66° 34′ 43·25″	+ 0·47″	66° 34′ 43·72″
	α_3	53° 24′ 42″	— 5·25 + 8·50 = + 3·25″	53° 24′ 45·25″	— 0·47″	53° 24′ 44·78″
3	β_3	17° 55′ 10″	— 5·25″	17° 55′ 4·75″	+ 0·47″	17° 55′ 5·22″
	α_4	42° 5′ 32″	— 5·25″	42° 5′ 26·75″	— 0·47″	42° 5′ 26·28″
2,3,4		180° 0′ 4″		180° 0′ 0·00″		180° 0′ 0·00″
		$f_3 = + 4''$				
	α_1	39° 5′ 24″	— 7·75″	39° 5′ 16·25″	— 0·47″	39° 5′ 15·78″
	β_3	17° 55′ 10″	— 5·25″	17° 55′ 4·75″	+ 0·47″	17° 55′ 5·22″
4	α_4	42° 5′ 32″	— 5·25″	42° 5′ 26·75″	— 0·47″	42° 5′ 26·28″
	β_4	80° 54′ 20″	— 7·75″	80° 54′ 12·25″	+ 0·47″	80° 54′ 12·72″
1,3,4		180° 0′ 26″		180° 0′ 0·00″		180° 0′ 0·00″
		$f_4 = + 26''$				

315. Die in der vorangehenden Nr. 314 geschilderte „Einschaltungsmethode“ ist die zweckmäßigste für die Ausgleichung des Hauptnetzes einer kleinen, selbständigen Triangulierung. Es sollen nun noch einige andere Methoden der Ausgleichung beschrieben werden, welche aber nicht für das Hauptnetz, sondern für die Ausgleichung des Detailnetzes passen. Eine

solche Methode der Dreiecksausgleichung ist das „Einketten". Diese Methode kommt nur ausnahmsweise zur Anwendung, wenn zwischen zwei durch ihre Koordinaten gegebene Punkte eine Reihe von Dreiecken gelegt werden muß. Dieser Fall kommt nicht bei einer selbständigen Triangulierung, sondern vielleicht bei einer solchen im Anschlusse an die Landesaufnahme, am häufigsten aber bei der Aufnahme langer Flächenstreifen, z. B. langer Flußläufe oder dergl. vor. Diese Methode soll aber doch schon hier im Anschlusse an die „Einschaltung" besprochen werden, um das Wenige, das über die Winkelausgleichung in diesem Buche gesagt wird, nicht trennen zu müssen.

Es wären in Fig. 404 die Koordinaten der Punkte A und B gegeben und es sind die Koordinaten der dazwischen liegenden Punkte C, D, E, F, G und H zu berechnen, welche eine zusammenhängende Dreieckskette zwischen den gegebenen Punkten A und B bilden. Diese Dreiecke sollen mit 1, 2, 3 . . . n bezeichnet werden. In jedem Dreiecke werden die drei Winkel α, β, γ gemessen, und der Nummer des Dreieckes entsprechend mit

$$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1 \ldots \alpha_n, \beta_n, \gamma_n$$

bezeichnet.

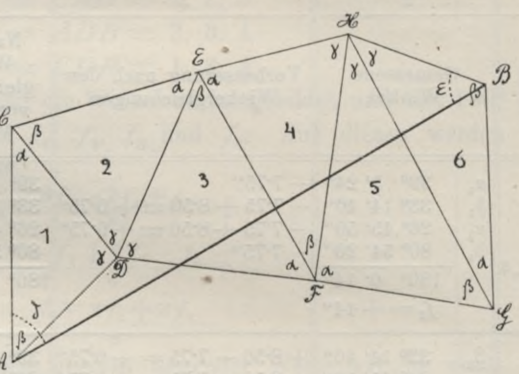


Fig. 404.

Die Dreieckswinkel müssen nun zunächst derart ausgeglichen werden, daß in jedem Dreiecke die Summe der drei Winkel 180⁰ beträgt; außerdem muß aber auch gleichzeitig die Ausgleichung so stattfinden, daß die Winkelsumme in dem Polygone, welches die Richtung AB mit einem der zwischen den gegebenen Punkten A und B liegenden Polygonzüge bildet, z. B. in dem Polygone $ACEHB$ der theoretischen Winkelsumme dieses Polygones entspricht; dann wird auch die Winkelsumme in dem zweiten Polygone $ADFGB$ der theoretischen Summe entsprechen.

Zunächst wird wieder in jedem Dreiecke die Winkelsumme gebildet und mit 180^0 verglichen, wodurch sich die Differenzen $f_1, f_2, f_3 \ldots f_n$ ergeben. Hierauf wird die Winkelsumme in einem der beiden Polygone gebildet und mit der theoretischen Winkelsumme verglichen. Die Differenz wird mit f_s bezeichnet.

In Fig. 404 z. B. ist die wirkliche Winkelsumme des Polygones $ACEHB$:

$$\delta + \alpha_1 + \beta_2 + \alpha_2 + \beta_3 + \alpha_4 + \gamma_4 + \gamma_5 + \gamma_6 + \varepsilon,$$

die theoretische Winkelsumme aber ist $(5 - 2)\ 180^0 = 540^0$.

Die Anzahl der am Polygone beteiligten Winkel bezeichnet man allgemein mit z, hier ist $z = 10$ Die in Bezug auf die Winkelsumme des Polygones sich für alle am Polygone beteiligten Winkel ergebende Verbesserung nennt man (s). Wäre nur diese Verbesserung allein in Betracht zu ziehen, so würde man diese finden, wenn man f_s durch die Zahl der am Polygone beteiligten Winkel dividieren würde.

Die in Bezug auf die Winkelsumme in jedem Dreiecke in Betracht kommende Verbesserung nennt man $v_1, v_2 \ldots v_n$. Wäre nur diese Verbesserung in Betracht zu ziehen, so wäre in jedem Dreiecke $v = \frac{f}{3}$, da aber auch die Verbesserung in Bezug auf das Polygon berücksichtigt werden muß, so muß nebst f auch noch (s) oder $2\,(s)$ genommen werden, je nachdem das betreffende Dreieck nur mit einem oder mit zwei Winkeln an dem Polygonzuge beteiligt ist. Es ist in Fig. 404: $\triangle$ 1 mit 1, $\triangle$ 2 mit 2, $\triangle$ 3 mit 1, $\triangle$ 4 mit 2, $\triangle$ 5 mit 1 und $\triangle$ 6 mit 1 Winkel am Polygonzuge beteiligt, daher sind die Winkelverbesserungen in Bezug auf die Ausgleichung der Dreieckssummen:

$$\begin{aligned} v_1 &= -\,{}^1\!/_3\,[f_1 + (s)] & \qquad v_4 &= -\,{}^1\!/_3\,[f_4 + 2\,(s)] \\ v_2 &= -\,{}^1\!/_3\,[f_2 + 2\,(s)] & v_5 &= -\,{}^1\!/_3\,[f_5 + (s)] \\ v_3 &= -\,{}^1\!/_3\,[f_3 + (s)] & v_6 &= -\,{}^1\!/_3\,[f_6 + (s)] \end{aligned}$$

Für die Ausgleichung der Winkelsumme des Polygones muß, da in diesem 10 Winkel vorkommen:

$$f_s = -\,[10\,(s) + v_1 + 2\,v_2 + v_3 + 2\,v_4 + v_5 + v_6]$$

Bezeichnet man die Summe der Verbesserungen $v_1 + 2\,v_2 + v_3 \ldots$ mit (v_x), so ist:

$$f_s = -\,[10\,(s) + (v_x)] \text{ oder allgemein } f_s = -\,[z\,(s) + (v_x)].$$

Aus den obigen sechs Gleichungen erhält man die Summe (v_x) folgend:

$$\begin{aligned} v_1 &= -\,{}^1\!/_3\,f_1 - \frac{(s)}{3} \\ 2v_2 &= -\,{}^2\!/_3\,f_2 - \frac{4\,(s)}{3} \\ v_3 &= -\,{}^1\!/_3\,f_3 - \frac{(s)}{3} \\ 2v_4 &= -\,{}^2\!/_3\,f_4 - \frac{4\,(s)}{3} \\ v_5 &= -\,{}^1\!/_3\,f_5 - \frac{(s)}{3} \\ v_6 &= -\,{}^1\!/_3\,f_6 - \frac{(s)}{3} \end{aligned}$$

$$(v_x) = -\,(f_x) - 4\,(s) \text{ oder allgemein } (v_x) = -\,(f_x) - z'\,(s).$$

Diesen Wert für (v_x) eingesetzt, ist

$$f_s = -\,[10\,s) - (f_x) - 4\,(s)] \text{ oder allgemein } f_s = -\,[z\,(s) - (f_x) - z'\,(s)].$$

Hieraus ist allgemein $(s) = -\frac{f_s - (f_x)}{z - z'}$ und in dem angenommenen Beispiele (Fig. 404) ist $(s) = -\frac{f_s - (f_x)}{6}$.

Die Winkel, welche nicht am Polygonzuge beteiligt sind, erhalten nur die Verbesserung v, die am Polygonzuge beteiligten dagegen erhalten $v + (s)$.

Es erhält demnach

α_1	die Verbesserung		$v_1 + (s)$	α_4	die Verbesserung		$v_4 + (s)$
β_1	„	„	v_1	β_4	„	„	v_4
γ_1	„	„	v_1	γ_4	„	„	$v_4 + (s)$
α_2	„	„	$v_2 + (s)$	α_5	„	„	v_5
β_2	„	„	$v_2 + (s)$	β_5	„	„	v_5
γ_2	„	„	v_2	γ_5	„	„	$v_5 + (s)$
α_3	„	„	v_3	α_6	„	„	v_6
β_3	„	„	$v_3 + (s)$	β_6	„	„	v_6
γ_3	„	„	v_3	γ_6	„	„	$v_6 + (s)$
				δ	„	„	(s)
				ε	„	„	(s)

Nachdem die Winkel in dieser Weise ausgeglichen worden sind, nimmt man für die erste Dreiecksseite AC vorläufig einen beliebigen, aber doch annähernden Wert an, am besten nach der angefertigten Skizze und berechnet mit den ausgeglichenen Winkeln sämtliche Dreiecksseiten. Die erhaltenen Längen bilden v o r l ä u f i g e Werte.

Aus den gegebenen Koordinaten der beiden Punkte A und B ermittelt man die Länge AB und den Richtungswinkel dieser Strecke nach Nr. 208, nämlich $\operatorname{tg} N = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ und $AB = \frac{y_B - y_A}{\sin N}$ oder $\frac{x_B - x_A}{\cos N}$ oder auch $AB = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2}$; diese Länge nennt man S. Mit Hilfe des Richtungswinkels N und der ausgeglichenen Winkel werden dann die weiteren Richtungswinkel der einzelnen Strecken des Polygonzuges A, D, F, G, B oder A, C, E, H, B gefunden und mit den durch die Berechnung der Dreiecke erhaltenen vorläufigen Längen in bekannter Weise die Koordinaten-Differenzen der Punkte des einen oder des anderen Polygonzuges gerechnet. Die Summe der erhaltenen Koordinatendifferenzen sei (Δy) und (Δx). Aus diesen rechnet man nun wieder die Länge AB nach den Formeln

$$AB = \frac{(\Delta y)}{\sin N} \text{ oder } \frac{(\Delta x)}{\cos N} \text{ oder } \sqrt{(\Delta y)^2 + (\Delta x)^2}.$$

Den jetzt erhaltenen Wert nennt man S', dieser ist selbstverständlich unrichtig, weil er mit den unrichtigen, vorläufigen Längen der Dreiecksseiten ermittelt wurde. Der Quotient $\frac{S}{S'}$ gibt aber jetzt das Verhältnis an, in welchem die w a h r e Länge jeder Dreiecksseite zu dem vorläufigen Werte steht Es brauchen also nur alle vorläufigen Längen der Dreiecksseiten mit diesem Quotienten multipliziert zu werden, um die wahren Längen zu erhalten. Dies führt man praktisch derart durch, daß die Differenz $\log S - \log S'$ zu den schon einmal benützten Logarithmen der vorläufigen Dreiecksseiten addiert wird. Mit diesen werden dann noch einmal die Koordinaten-Differenzen aller Punkte der beiden Polygonzüge zwischen A und B gerechnet, wodurch man die endgültigen Koordinaten erhält. Aus den endgiltigen Koordinaten können die endgültigen Richtungswinkel und Seiten nach Nr. 208 gerechnet werden.

Es wären z. B. die Koordinaten der Punkte A und B gegeben mit:

$$\begin{array}{rl} y_A = + 55325{\cdot}25\ m \\ y_B = + 61838{\cdot}77\ „ \\ \hline y_B - y_A = + 6513{\cdot}52\ m \end{array} \qquad \text{und} \qquad \begin{array}{rl} x_A = + 175442{\cdot}60\ m \\ x_B = + 162663{\cdot}27\ „ \\ \hline x_B - x_A = - 12779{\cdot}33\ m \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \log (y_B - y_A) = 3{\cdot}81382 \\ \log (x_B - x_A) = 4{\cdot}10651 \\ \hline \log \operatorname{tg} N = 9{\cdot}70731 - 10 \end{array}$$

Da $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{+}{-}$ so liegt der gesuchte Richtungswinkel im II. Quadranten.

$$\begin{array}{rr} N = & 180^0 \\ & - \ 27^0 \ \ 0' \ 27'' \\ \hline \text{Richtungswinkel der Richtung } AB = & 152^0 \ 59' \ 33'' \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \log (x_B - x_A) = & 4{\cdot}10651 \\ \log \cos N = & 9{\cdot}94985 - 10 \\ \hline \log AB = & 4{\cdot}15666 \\ AB = & 14343{\cdot}67\ m \end{array}$$

Es wären nun die in der Tabelle auf Seite 473 in Spalte 2 eingetragenen Winkel gemessen worden. Durch Summierung der drei Winkel jedes Dreieckes ergeben sich die Differenzen $f_1, f_2 \ldots f_6$.

Die wirkliche Winkelsumme des Polygones $ACEHB$ ist:

$$\begin{array}{rr} \alpha_1 = & 38^0\ 36'\ 32'' \\ \beta_2 = & 67^0\ \ 0'\ 35'' \\ \alpha_2 = & 49^0\ 38'\ 52'' \\ \beta_3 = & 52^0\ 30'\ 47'' \\ \alpha_4 = & 74^0\ 44'\ 15'' \\ \gamma_4 = & 68^0\ 35'\ 40'' \\ \gamma_5 = & 35^0\ \ 5'\ 13'' \\ \gamma_6 = & 42^0\ \ 2'\ 39'' \\ \delta = & 60^0\ 31'\ 30'' \\ \varepsilon = & 51^0\ 13'\ 25'' \\ \hline & 539^0\ 59'\ 28'' \\ \text{Soll } (5-2)\,.\,180 = & 540^0 \\ \hline f_s = & -32'' \end{array}$$

Im $\triangle$ 1 ist 1 Winkel am Polygonzuge beteiligt, daher

$$v_1 = -\,{}^1/_3 f_1 - \frac{(s)}{3} = -\;\frac{15}{3} - \frac{(s)}{3} = -5 \quad - \frac{(s)}{3}$$

„ $\triangle$ 2 sind 2 daher $2\,v_2 = -\,{}^2/_3 f_2 - \frac{4\,(s)}{3} = -\left(-\frac{36}{3}\right) - \frac{4\,(s)}{3} = +12 \quad - \frac{4\,(s)}{3}$

„ $\triangle$ 3 „ 1 „ $v_3 = -\,{}^1/_3 f_3 - \frac{(s)}{3} = -\left(-\frac{18}{3}\right) - \frac{(s)}{3} = +6 \quad - \frac{(s)}{3}$

„ $\triangle$ 4 „ 2 „ $2v_4 = -\,{}^2/_3 f_4 - \frac{4\,(s)}{3} = -\left(-\frac{40}{3}\right) - \frac{4\,(s)}{3} = +13{\cdot}33 - \frac{4\,(s)}{3}$

„ $\triangle$ 5 „ 1 „ $v_5 = -\,{}^1/_3 f_5 - \frac{(s)}{3} = -\;\frac{2}{3} - \frac{(s)}{3} = -\;0{\cdot}67 - \frac{(s)}{3}$

„ $\triangle$ 6 „ 1 „ $v_6 = -\,{}^1/_3 f_6 - \frac{(s)}{3} = -\left(-\frac{6}{3}\right) - \frac{(s)}{3} = +2 \quad - \frac{(s)}{3}$

$$v_\varkappa = -f_\varkappa \quad - 4\,(s) = \qquad 27{\cdot}66 - 4\,(s)$$

Nun ist $f_s = -\,[10\,(s) + v_\varkappa\,] = -\,[10\,(s) - f_\varkappa - 4\,(s)]$

$f_s = -\,[6\,(s) - f_\varkappa\,] = -\,6\,(s) + f_\varkappa$

und $(s) = -\frac{f_s - f_\varkappa}{6} = -\frac{-32 + 27{\cdot}66}{6} = +\,0{\cdot}72.$

Die Winkelverbesserungen für die einzelnen Dreiecke ergeben sich daher, je nachdem, ob sie mit einem oder zwei Winkeln am Polygone beteiligt sind:

$\triangle$ 1, beteiligt mit 1 Winkel, $v_1 = -\,{}^1/_3\,[f_1 + \;(s)] = -\,{}^1/_3\,[+\,15 + 0{\cdot}72] = -\,5{\cdot}24$

$\triangle$ 2, „ „ 2 „ $v_2 = -\,{}^1/_3\,[f_2 + 2(s)] = -\,{}^1/_3\,[-\,18 + 1{\cdot}44] = +\,5{\cdot}52$

$\triangle$ 3, „ „ 1 „ $v_3 = -\,{}^1/_3\,[f_3 + \;(s)] = -\,{}^1/_3\,[-\,18 + 0{\cdot}72] = +\,5{\cdot}76$

$\triangle$ 4, „ „ 2 „ $v_4 = -\,{}^1/_3\,[f_4 + 2(s)] = -\,{}^1/_3\,[-\,20 + 1{\cdot}44] = +\,6{\cdot}19$

$\triangle$ 5, „ „ 1 „ $v_5 = -\,{}^1/_3\,[f_5 + \;(s)] = -\,{}^1/_3\,[+\;\;2 + 0{\cdot}72] = -\,0{\cdot}91$

$\triangle$ 6, „ „ 1 „ $v_6 = -\,{}^1/_3\,[f_6 + \;(s)] = -\,{}^1/_3\,[-\;\;6 + 0{\cdot}72] = +\,1{\cdot}76$

Diese Verbesserungen erhalten jene Winkel der Dreiecke, welche nicht am Polygone beteiligt sind, dagegen erhalten die am Polygonzuge beteiligten Winkel diese Verbesserungen und noch die Verbesserung (s). Diese Verbesserungen sind in der Spalte 3 der Tabelle eingetragen, und Spalte 4 enthält dann die verbesserten Winkel, welche nun derart beschaffen sind, daß nicht nur die Summe der drei Winkel in jedem Dreiecke genau 180⁰ beträgt, sondern daß auch in dem Polygone die wirkliche Winkelsumme mit der theoretischen übereinstimmt, so daß bei der Berechnung der Richtungswinkel im Anschlusse an die gegebene Richtung *AB* keine Differenz mehr eintreten kann.

Spalte 5 der Tabelle enthält die für die Berechnung der Dreiecksseiten nötigen log sin der ausgeglichenen Winkel.

Nun wird für eine Dreiecksseite, z. B. *AC*, nach der Skizze ein möglichst annähernder Wert angenommen, z. B. 6199·94 *m*, und mit diesem und den ausgeglichenen Winkeln werden vorläufige Werte aller Dreiecksseiten berechnet, diese Berechnung ist auf Seite 474 durchgeführt.

1	2		3	4	5
Dreieck	Gemessene Winkel		Verbesserung	Verbesserte Winkel	log sin
1	α	38° 36′ 32″	— 5·24 + 0·72 = — 4·52″	38° 36′ 27·48″	9·79517 — 10
	β	45° 0′ 55″	— 5·24″	45° 0′ 49·76″	9·84959
	γ	96° 22′ 48″	— 5·24″	96° 22′ 42·76″	9·99730
		180° 0′ 15″		180° 0′ 0·00″	
		$f_1 = + 15''$			
2	α	49° 38′ 52″	+ 5·52 + 0·72 = + 6·24″	49° 38′ 58·24″	9·88201
	β	67° 0′ 35″	+ 5·52 + 0·72 = + 6·24″	67° 0′ 41·24″	9·96406
	γ	63° 20′ 15″	+ 5·52″	63° 20′ 20·52″	9·95118
		179° 59′ 42″		180° 0′ 0·00″	
		$f_2 = - 18''$			
3	α	54° 13′ 20″	+ 5·76″	54° 13′ 25·76″	9·90919
	β	52° 30′ 47″	+ 5·76 + 0·72 = + 6·48″	52° 30′ 53·48″	9·89955
	γ	73° 15′ 35″	+ 5·76″	73° 15′ 40·76″	9·98120
		179° 59′ 42″		180° 0′ 0·00″	
		$f_3 = - 18''$			
4	α	74° 44′ 15″	+ 6·19 + 0·72 = + 6·91″	74° 44′ 21·91″	9·98441
	β	36° 39′ 45″	+ 6·18″	36° 39′ 51·18″	9·77606
	γ	68° 35′ 40″	+ 6·19 + 0·72 = + 6·91″	68° 35′ 46·91″	9·96897
		179° 59′ 40″		180° 0′ 0·00″	
		$f_4 = - 20''$			
5	α	91° 13′ 3″	— 0·91″	91° 13′ 2·09″	9·99990
	β	53° 41′ 46″	— 0·91″	53° 41′ 45·09″	9·90628
	γ	35° 5′ 13″	— 0.90 + 0·72 = — 0·18″	35° 5′ 12·82″	9·75953
		180° 0′ 2″		180° 0′ 0·00″	
		$f_5 = + 2''$			
6	α	26° 1′ 46″	+ 1·76″	26° 1′ 47·76″	9·64231
	β	111° 55′ 29″	+ 1·76″	111° 55′ 30·76″	9·96739
	γ	42° 2′ 39″	+ 1·76 + 0 72 = + 2·48″	42° 2′ 41·48″	9·82588
		179° 59′ 54″		180° 0′ 0·00″	
		$f_6 = - 6''$			
	δ	60° 31′ 30″	+ 0·72″	60° 31′ 30·72″	
	ε	51° 13′ 25″	+ 0·72″	51° 13′ 25·72″	

Vorläufige Berechnung der Dreiecksseiten.

△ 1	△ 2	△ 3
log AC = 3·79239	log CD = 3·64468	log DE = 3·72673
log sin α = 9·79517 — 10	log sin γ = 9·95118 — 10	log sin β = 9·89955 — 10
13·58756 — 10	13·59586 — 10	13·62628 — 10
log sin γ = 9·99730 — 10	log sin α = 9·88201 — 10	log sin α = 9·90919 — 10
log AD = 3·59026	log CE = 3·71385	log DF = 3·71709
AD = 3892·82	CE = 5174·25	DF = 5334·50
log AC = 3·79239	log CD = 3·64468	log DE = 3·72673
log sin β = 9·84959 — 10	log sin β = 9·96406 — 10	log sin γ = 9·98120 — 10
13·64198 — 10	13·60874 — 10	13·70793 — 10
log sin γ = 9·99730 — 10	log sin α = 9·88201 — 10	log sin α = 9·90919 — 10
log CD = 3·64468	log DE = 3·72673	log EF = 3·79874
CD = 4412·44	DE = 5330·00	EF = 6291·29
△ 4	**△ 5**	**△ 6**
log EF = 3·79874	log FH = 3·81418	log GH = 3·90780
log sin β = 9·77606 — 10	log sin γ = 9·75953 — 10	log sin α = 9·64231 — 10
13·57480 — 10	13·57371 — 10	13·55011 — 10
log sin γ = 9·96897 — 10	log sin β = 9·90628 — 10	log sin β = 9·96739 — 10
log EH = 3·60583	log FG = 3·66743	log BH = 3·58272
EH = 4034·90	FG = 4649·78	BH = 3825·82
log EF = 3·79874	log FH = 3·81418	log GH = 3·90780
log sin α = 9·98441 — 10	log sin α = 9·99990 — 10	log sin γ = 9·82588 — 10
13·78315 — 10	13·81408 — 10	13·73368 — 10
log sin γ = 9·96897 — 10	log sin β = 9·90628 — 10	log sin β = 9·96739 — 10
log FH = 3·81418	log GH = 3·90780	log BG = 3·76629
FH = 6519·00	GH = 8087·20	BG = 5838·43

Die Richtungswinkel des Polygonzuges *ACDEHBG* ergeben sich folgend:

Richtungswinkel AB =	152° 59′ 33″
Hievon ab δ =	60° 31′ 31″
Richtungswinkel AC =	92° 28′ 2″
360° — $[\alpha_1 + \beta_2]$ =	254° 22′ 52″
	346° 50′ 54″
	— 180°
Richtungswinkel CE =	166° 50′ 54″

Richtungswinkel CE =	166° 50′ 54″
360 — $[\alpha_2 + \beta_3 + \alpha_4]$ =	183° 5′ 47″
	349° 56′ 41″
	— 180°
Richtungswinkel EH =	169° 56′ 41″
360 — $[\gamma_4 + \gamma_5 + \gamma_6]$ =	214° 16′ 19″
	384° 13′ 0″
	— 180°
Richtungswinkel HB =	204° 13′ 0″

Berechnung der vorläufigen Koordinaten-Differenzen.

$\Delta\, y = a \sin N$	$\Delta\, x = a \cos N$
$\log AC = 3\cdot79239$ $\log \sin N = 9\cdot99960 - 10$ $\log \Delta\, y_C = 3\cdot79199$ $\Delta\, y_C = 6194\cdot29$	$\log AC = 3\cdot79239$ $\log \cos N = 8\cdot63395 - 10$ $\log \Delta\, x_C = 2\cdot42634$ $\Delta\, x_C = -266\cdot89$
$\log CE = 3\cdot71385$ $\log \sin N = 9\cdot35703 - 10$ $\log \Delta\, y_E = 3\cdot07088$ $\Delta\, y_E = 1177\cdot27$	$\log CE = 3\cdot71385$ $\log \cos N = 9\cdot98846 - 10$ $\log \Delta\, x_E = 3\cdot70231$ $\Delta\, x_E = -5038\cdot62$
$\log EH = 3\cdot60583$ $\log \sin N = 9\cdot24204 - 10$ $\log \Delta\, y_H = 2\cdot84787$ $\Delta\, y_H = 704\cdot83$	$\log EH = 3\cdot60583$ $\log \cos N = 9\cdot99327 - 10$ $\log \Delta\, x_H = 3\cdot59910$ $\Delta\, x_H = -3972\cdot82$
$\log HB = 3\cdot58272$ $\log \sin N = 9\cdot61298 \quad 10$ $\log \Delta\, y_B = 3\cdot19570$ $\Delta\, y_B = -1569\cdot29$	$\log HB = 3\cdot58272$ $\log \cos N = 9\cdot96000 - 20$ $\log \Delta\, x_B = 3\cdot54272$ $\Delta\, x_B = 3489\cdot15$
Summe $(\Delta\, y) = + 6507\cdot10$	Summe $(\Delta\, x) = - 12767\cdot55$
$\log (\Delta\, y) = 3\cdot81339$ $\log (\Delta\, x) = 4\cdot10611$ $\log \operatorname{tang} N = 9\cdot70728 - 10$ $N = 27^0\ 0'\ 21''$ 180^0 $152^0\ 59'\ 39''$ *)	$\log (\Delta\, x) = 4\cdot10611$ $\log \cos N = 9\cdot94986 - 10$ $\log AB = 4\cdot15625$ $AB = 14330\cdot00$

Die aus den gegebenen, feststehenden Koordinaten der Punkte A und B auf Seite 471 ermittelte Länge dieser Strecke beträgt 14343·67 *m*. Es ist daher:

$$\log \frac{S}{S'} = \log \frac{14343\cdot67}{14330\cdot00} = 4\cdot15666 - 4\cdot15625 = 0\cdot00041.$$

Diese Differenz der Logarithmen wird den Logarithmen der vorläufigen Dreiecksseiten zuaddiert, und mit diesen endgültigen Logarithmen werden die endgültigen Koordinaten-Differenzen und Koordinaten der Punkte gerechnet. Eine etwa noch verbleibende, durch die Abrundungen entstandene Differenz wird auf die sämtlichen Koordinaten-Differenzen im Verhältnisse ihrer Größe aufgeteilt.

*) Der aus den gegebenen Koordinaten der Punkte A und B auf Seite 471 entwickelte Richtungswinkel dieser Strecke zeigt eine Differenz von 6'', welche auf die Abrundungen und auf den Gebrauch der für solche Rechnungen unzureichenden fünfstelligen Logarithmentafeln zurückzuführen ist.

log AC = 3·79239	41	3·79280,	AC = 6205·87 *m*
log AD = 3·59026	41	3·59067,	AD = 3896·45 „
log CE = 3·71385	41	3·71426,	CE = 5179·13 „
log DF = 3·71709	41	3·71750,	DF = 5218·00 „
log CD = 3·64468	41	3·64509,	CD = 4416·60 „
log DE = 3·72673	41	3·72714,	DE = 5335·11 „
log EF = 3·79874	41	3·79915,	EF = 6297·29 „
log EH = 3 60583	41	3·60624,	EH = 4038·70 „
log FG = 3 66743	41	3·66784,	FG = 4654·11 „
log BH = 3·58272	41	3·58313,	BH = 3829·36 „
log FH = 3·81418	41	3·81459,	FH = 6525·14 „
log GH = 3·90780	41	3·90821,	GH = 8094·83 „
log BG = 3·76629	41	3·76670,	BG = 5843·86 „

Für die Seiten AC, CE, EH und HB gelten die schon auf Seite 474 berechneten Richtungswinkel, für die Seiten AD, DF, FG und GB müssen diese erst gerechnet werden, und zwar:

Richtungswinkel der Seite	$AC = 92^\circ\ 28'\ 2''$
	$\beta_1 = 45^\circ\ 0'\ 50''$
„ „ „	$AD = 137^\circ\ 28'\ 52''$
	$\gamma_1 = 96^\circ\ 22'\ 43''$
	$\gamma_2 = 63^\circ\ 20'\ 21''$
	$\gamma_3 = 73^\circ\ 15'\ 41''$
„ „ „	$DF = 190^\circ\ 27'\ 37''$
	$\alpha_3 = 54^\circ\ 13'\ 26''$
	$\beta_4 = 36^\circ\ 39'\ 51''$
	$\alpha_5 = 91^\circ\ 13'\ 2''$
„ „ „	$FG = 192^\circ\ 33'\ 56''$
	$\beta_5 = 53^\circ\ 41'\ 45''$
	$\alpha_6 = 26^\circ\ 1'\ 48''$
„ „ „	$GB = 92^\circ\ 17'\ 29''$

$\Delta y = a \, . \sin N$	$\Delta x = a \, . \cos N$
$\log AC = 3{\cdot}79280$ $\log \sin N = 9{\cdot}99960 - 10$ $\log \Delta y_C = 3{\cdot}79240$ $\Delta y_C = + 6200{\cdot}14$ 38 Verbesserung	$\log AC = 3{\cdot}79280$ $\log \cos N = 8{\cdot}63395 - 10$ $\log \Delta x_C = 2{\cdot}42675$ $\Delta x_C = - 267{\cdot}15$ 0 Verbesserung
$\log CE = 3{\cdot}71426$ $\log \sin N = 9{\cdot}35703 - 10$ $\log \Delta y_E = 3{\cdot}07129$ $\Delta y_E = + 1178{\cdot}39$ 7 Verbesserung	$\log CE = 3{\cdot}71426$ $\log \cos N = 9{\cdot}98846 - 10$ $\log \Delta x_E = 3{\cdot}70272$ $\Delta x_E = - 5043{\cdot}33$ 7 Verbesserung
$\log EH = 3{\cdot}60624$ $\log \sin N = 9{\cdot}24204 - 10$ $\log \Delta y_H = 2{\cdot}84828$ $\Delta y_H = + 705{\cdot}15$ 4 Verbesserung	$\log EH = 3{\cdot}60624$ $\log \cos N = 9{\cdot}99327 - 10$ $\log \Delta x_H = 3{\cdot}59951$ $\Delta x_H = - 3976{\cdot}55$ 5 Verbesserung
$\log HB = 3{\cdot}58313$ $\log \sin N = 9{\cdot}61298 - 10$ $\log \Delta y_B = 3{\cdot}19611$ $\Delta y_B = - 1570{\cdot}75$ 10 Verbesserung	$\log HB = 3{\cdot}58313$ $\log \cos N = 9{\cdot}96000 - 10$ $\log \Delta x_B = 3{\cdot}54313$ $\Delta x_B = - 3492{\cdot}46$ 4 Verbesserung
$\log AD = 3{\cdot}59067$ $\log \sin N = 9{\cdot}82984 - 10$ $\log \Delta y_D = 3{\cdot}42051$ $\Delta y_D = + 2633{\cdot}35$ 19 Verbesserung	$\log AD = 3{\cdot}59067$ $\log \cos N = 9{\cdot}86750 - 10$ $\log \Delta x_D = 3{\cdot}45817$ $\Delta x_D = - 2871{\cdot}93$ 3 Verbesserung
$\log DF = 3{\cdot}71750$ $\log \sin N = 9{\cdot}25901 - 10$ $\log \Delta y_F = 2{\cdot}97651$ $\Delta y_F = - 947{\cdot}34$ 7 Verbesserung	$\log DF = 3{\cdot}71750$ $\log \cos N = 9{\cdot}99272 - 10$ $\log \Delta x_F = 3{\cdot}71022$ $\Delta x_F = - 5131{\cdot}22$ 6 Verbesserung
$\log FG = 3{\cdot}66784$ $\log \sin N = 9{\cdot}33757 - 10$ $\log \Delta y_G = 3{\cdot}00541$ $\Delta y_G = - 1012{\cdot}53$ 7 Verbesserung	$\log FG = 3{\cdot}66784$ $\log \cos N = 9{\cdot}98947 - 10$ $\log \Delta x_G = 365{\cdot}731$ $\Delta x_G = - 4542{\cdot}67$ 5 Verbesserung
$\log GB = 3{\cdot}76670$ $\log \sin N = 9{\cdot}99966 - 10$ $\log \Delta y_B = 3{\cdot}76636$ $\Delta y_B = +5839{\cdot}29$ 32 Verbesserung	$\log GB = 3{\cdot}76670$ $\log \cos N = 8{\cdot}60186 - 10$ $\log \Delta x_B = 2{\cdot}36856$ $\Delta x_B = - 233{\cdot}65$ 0 Verbesserung

$y_A = 55325{\cdot}25\ m$	$x_A = 175442{\cdot}60\ m$
$\Delta y_C = +\ 6200{\cdot}52$ „	$\Delta x_C = -\ 267{\cdot}15$ „
$y_C = 61525{\cdot}77\ m$	$x_C = 175175{\cdot}45\ m$
$\Delta y_E = +\ 1178{\cdot}46$ „	$\Delta x_E = -\ 5043{\cdot}26$ „
$y_E = 62704{\cdot}23\ m$	$x_E = 170132{\cdot}19\ m$
$\Delta y_H = +\ 705{\cdot}19$ „	$\Delta x_H = -\ 3976{\cdot}50$ „
$y_H = 63409{\cdot}42\ m$	$x_H = 166155{\cdot}69\ m$
$\Delta y_B = -\ 1570{\cdot}65$ „	$\Delta x_B = -\ 3492{\cdot}42$ „
$y_B = 61838{\cdot}77\ m$	$x_B = 162663{\cdot}27\ m$

$y_A = 55325{\cdot}25\ m$	$x_A = 175442{\cdot}60\ m$
$\Delta y_D = +\ 2633{\cdot}54$ „	$\Delta x_D = -\ 2871{\cdot}90$ „
$y_D = 57958{\cdot}79\ m$	$x_D = 172570{\cdot}70\ m$
$\Delta y_F = -\ 947{\cdot}27$ „	$\Delta x_F = -\ 5131{\cdot}16$ „
$y_F = 57011{\cdot}52\ m$	$x_F = 167439{\cdot}54\ m$
$\Delta y_G = -\ 1012{\cdot}46$ „	$\Delta x_G = -\ 4542{\cdot}62$ „
$y_G = 55999{\cdot}16\ m$	$x_G = 162896{\cdot}92\ m$
$\Delta y_B = +\ 5839{\cdot}61$ „	$\Delta x_B = -\ 233{\cdot}65$ „
$y_B = 61838{\cdot}77\ m$	$x_B = 162663{\cdot}27\ m$

Aus den vorstehenden endgültigen Koordinaten werden nun die endgültigen Richtungswinkel und Längen gerechnet (Nach Nr. 208.)

316. Ein vorteilhafter Weg zur Berechnung eines kleinen Triangulierungsnetzes ist, wenn es die Verhältnisse gestatten, folgender: Es wird zuerst ein großes, möglichst das ganze zu triangulierende Gebiet überspannendes Dreieck *ABC* (Fig. 405) gebildet. Die drei Winkel dieses Dreieckes werden gemessen und deren Summe auf 180⁰ ausgeglichen, indem die Differenz gleichmäßig auf die drei Winkel verteilt wird. Ferner wird das Azimuth einer Dreiecksseite ermittelt. Dann rechnet man die Richtungswinkel der beiden anderen Seiten, nimmt für die Länge einer Seite einen vorläufigen annähernden Wert an, und rechnet damit die Längen der beiden anderen Seiten, und die vorläufigen Koordinaten der Punkte A, B, C, also y_A, x_A, y_B, x_B, y_C, x_C.

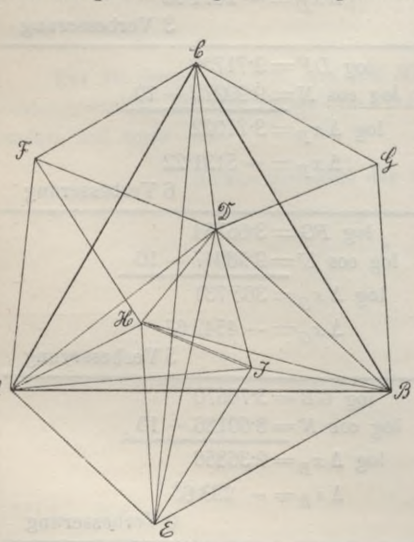


Fig. 405.

Nun werden durch „Einschneiden" mit Hilfe der Punkte A, B, C, die vorläufigen Koordinaten für den Punkt D, dann mit Hilfe der Punkte A, B, C, D

für den Punkt E, dann mittelst der Punkte A, C, D für den Punkt F u. s. w. ermittelt, bis zu zwei Punkten H und J, deren Entfernung (Basis) sorgfältig gemessen worden ist. Diese wirklich gemessene Länge sei S. Aus den vorläufigen Koordinaten der Punkte H und J wird nun deren Entfernung S' gerechnet nach den Formeln:

$$\operatorname{tg} N = \frac{y_J - y_H}{x_J - x_H}, \text{ dann } S' = \frac{y_J - y_H}{\sin N} \text{ oder } \frac{x_J - x_H}{\cos N}.$$

Der Quotient $\frac{S}{S'}$ gibt nun das Verhältnis, in welchem die wirklichen Koordinaten der Punkte zu den vorläufigen stehen. Es werden also alle vorläufigen Koordinaten mit diesem Quotienten multipliziert, wodurch man die endgültigen Koordinaten erhält. Aus den endgültigen Koordinaten werden nach Nr. 208 die endgültigen Richtungswinkel und Seiten gerechnet.

Graphische Ausgleichung mittels des Diagrammes.

317. Wenn die Koordinaten eines Punktes durch „Einschneiden" mit Hilfe der gegebenen Koordinaten von zwei oder drei anderen Punkten bestimmt werden, oder wenn in anderer Weise die Koordinaten eines Punktes geändert werden, so werden dadurch auch die Längen und die Richtungswinkel der mit diesem Punkte in Verbindung stehenden Dreiecksseiten geändert.

Es werden z. B. in Fig. 406 durch die Änderung der Koordinaten des Punktes B, dieser nach B' verschoben. Denkt man sich nun von B' eine Senkrechte gezogen zur verlängerten Geraden AB, bezeichnet man diese Senkrechte $B'm$ mit d,

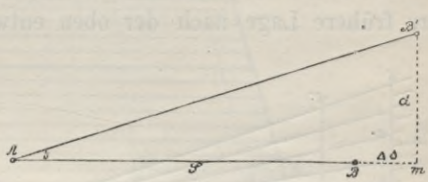


Fig. 406.

ferner die Länge AB mit S und Bm mit Δs, so ergibt sich der Winkel δ, um welchen der Richtungswinkel der Geraden AB geändert wird, in Sekunden ausgedrückt, wenn eine nur sehr geringe Verschiebung des Punktes B vorausgesetzt wird, aus der Gleichung

$$\delta'' = 206.265 \frac{d}{S}.$$

Da die Koordinatenänderung nur sehr gering ist, kann man auch ohneweiters annehmen, daß $AB' = AB + Bm$ oder $AB' = S + \Delta s$.

Will man die Änderung im Logarithmus der Länge der Strecke AB ermitteln, also den Unterschied zwischen $\log S$ und $\log (S + \Delta s)$ und zwar ausgedrückt in Einheiten der letzten Stelle des Logarithmus, so ist bei Voraussetzung siebenstelliger Logarithmen diese Änderung in Einheiten der siebenten Stelle ausgedrückt, welche Einheitenzahl mit l bezeichnet werden soll

$$l = 4{,}342.945 \frac{\Delta s}{S}.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich

$$\Delta s = \frac{l \,.\, S}{4{,}342.945}$$

und aus der oben aufgestellten Gleichung für δ'' ergibt sich

$$d = \frac{\delta'' S}{206.265}.$$

Es ist wohl ohneweiters klar, daß für eine andere Seite von der Länge S' bei gleichbleibendem δ und l sich die Werte ergeben werden

$$\Delta s = \frac{l \,.\, S'}{4{,}342.945} \text{ und } d' = \frac{\delta'' \,.\, S'}{206.265}$$

so daß man die Proportionen aufstellen kann

$$d : d' = S : S'$$

und

$$\Delta s : \Delta s' = S : S'$$

Diese beiden Proportionen gestatten eine einfache Ermittlung der Größen δ und l, für bestimmte Größen d und Δs, und umgekehrt, auf graphischem Wege mittelst eines Diagrammes.[1]) Hiebei genügt es, die Längen der betreffenden Seiten einer guten Skizze der trigonometrischen Netzpunkte zu entnehmen. Die Konstruktion des Diagrammes geschieht nach folgender Erwägung:

Berechnet man für eine Seite S, deren Richtung um δ'' geändert angenommen wird, den senkrechten Abstand d von ihrem neuen Endpunkte auf ihre frühere Lage nach der oben entwickelten Gleichung $d = \frac{\delta'' S}{206.265}$ und trägt man dann in Fig. 407 die Seite S im Maßstabe der oben erwähnten Skizze von A bis B auf, den senkrechten Abstand d aber in einem viel größeren Maßstabe von B bis C, und zwar auf der rechten Seite dieser Geraden, so wird für eine andere Seite von der Länge AB' bei gleicher Richtungsänderung die zu BC parallele Strecke $B'C'$ dem senkrechten Abstande d' in demselben größeren Maßstabe entsprechen. Teilt man nun BC in δ gleiche Teile und verbindet die Teilpunkte mit A, so werden die Entfernungen von B oder B' bis zu den einzelnen Teillinien den senkrechten Abständen d oder d' entsprechen, wenn die Richtung der Seite um 1″, 2″, 3″ u. s. w. geändert wurde.

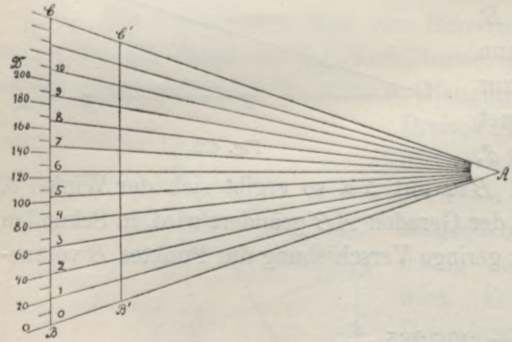


Fig. 407.

[1]) Im folgenden wird das Horsky'sche Diagramm beschrieben, welches von dem damaligen Leiter des Triangulierungs- und Kalkulbureaus des k. k. Grundsteuerkatasters in Wien, Horský, in den 60er Jahren des vorigen Jahrhunderts angegeben wurde. Die Ausführungen über das Diagramm und die graphische Ausgleichung sind entnommen der „Instruktion für die Polygonal-(Theodolit-)Vermessungen". Wien 1904.

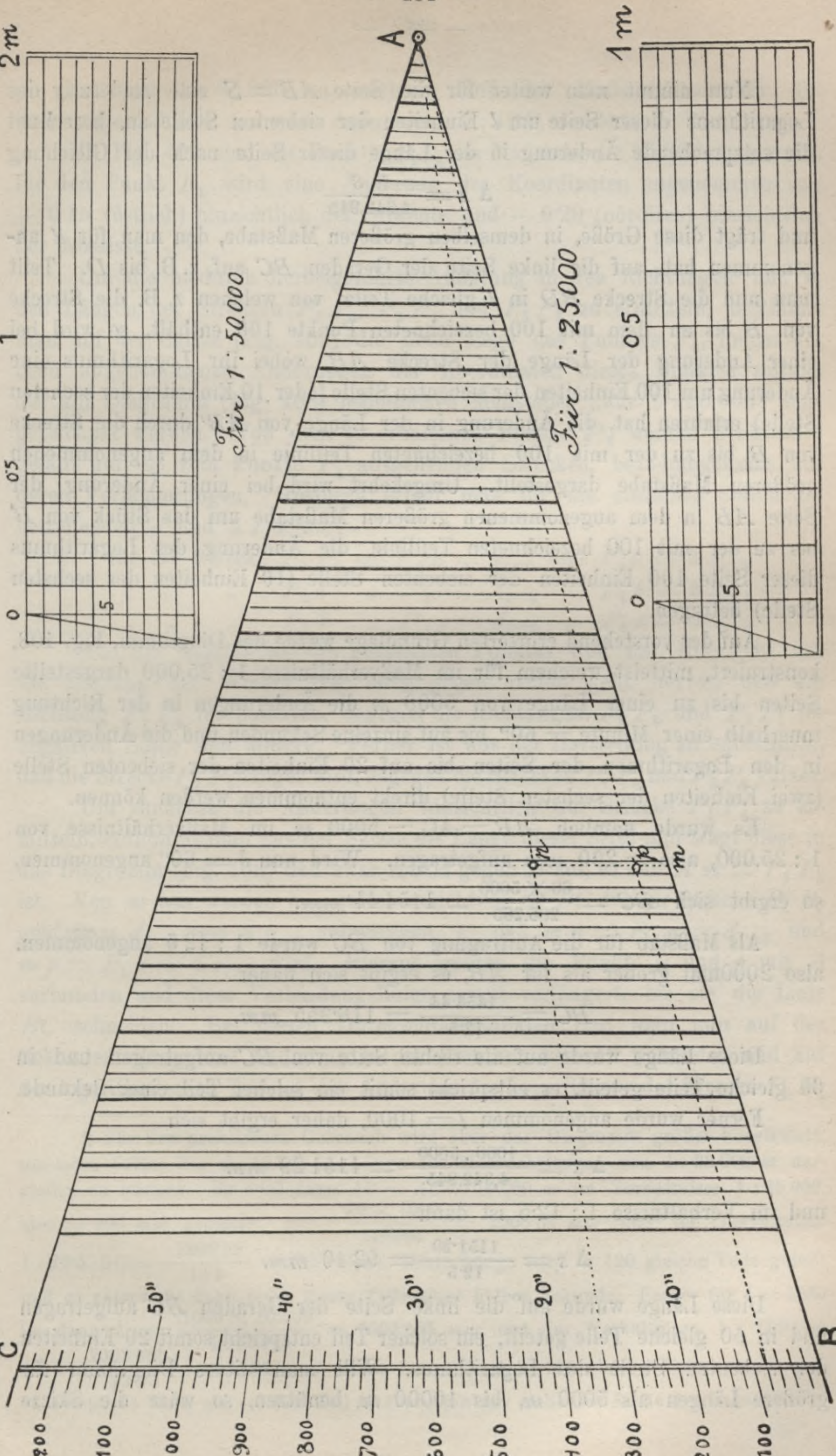

2 m
1 m
A
B
C
Für 1 : 50.000
Für 1 : 25.000
0
0·5
1
5
m
p
10"
20"
30"
40"
50"
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
1100
1200

Fig. 408.

Nun nimmt man weiter für die Seite $AB = S$ eine Änderung des Logarithmus dieser Seite um l Einheiten der siebenten Stelle an, berechnet die entsprechende Änderung in der Länge dieser Seite nach der Gleichung

$$\Delta\, s = \frac{l\,.\,S}{4{,}342.945}$$

und trägt diese Größe, in demselben größeren Maßstabe, den man für d angenommen hat, auf die linke Seite der Geraden BC auf, z. B. bis D. Teilt man nun die Strecke BD in l gleiche Teile, von welchen z. B. die Strecke von B bis zu dem mit 100 bezeichneten Punkte 100 enthält, so wird bei einer Änderung der Länge der Strecke AB, wobei ihr Logarithmus eine Änderung um 100 Einheiten der siebenten Stelle (oder 10 Einheiten der sechsten Stelle) erfahren hat, die Änderung in der Länge von AB' durch die Strecke von B' bis zu der mit 100 bezeichneten Teillinie in dem angenommenen größeren Maßstabe dargestellt. Umgekehrt wird bei einer Änderung der Seite AB in dem angenommenen größeren Maßstabe um das Stück von B' bis zu der mit 100 bezeichneten Teillinie, die Änderung des Logarithmus dieser Seite 100 Einheiten der siebenten Stelle (10 Einheiten der sechsten Stelle) betragen.

Auf der vorstehend erörterten Grundlage wurde das Diagramm, Fig. 408, konstruiert, mittelst welchem für im Maßverhältnisse 1 : 25.000 dargestellte Seiten bis zu einer Länge von 5000 *m* die Änderungen in der Richtung innerhalb einer Minute $= 60''$ bis auf einzelne Sekunden und die Änderungen in den Logarithmen der Seiten bis auf 20 Einheiten der siebenten Stelle (zwei Einheiten der sechsten Stelle) direkt entnommen werden können.

Es wurde nämlich $AB = \mathrm{AC} = 5000$ *m* im Maßverhältnisse von 1 : 25.000, also $= 200$ *mm* aufgetragen. Wird nun $\delta = 60''$ angenommen, so ergibt sich $BC = \frac{60 \times 5000}{206.265} = 1454{\cdot}44$ *mm*.

Als Maßstab für die Auftragung von BC wurde 1 : 12·5 angenommen, also 2000mal größer als für AB, es ergibt sich daher

$$BC = \frac{1454{\cdot}44}{12{\cdot}5} = 116{\cdot}355 \ mm.$$

Diese Länge wurde auf die rechte Seite von BC aufgetragen und in 60 gleiche Teile geteilt, es entspricht somit ein solcher Teil einer Sekunde.

Ferner wurde angenommen $l = 1000$, daher ergibt sich

$$\Delta\, s = \frac{1000\,.\,5000}{4{,}342.945} = 1151{\cdot}29 \ mm$$

und im Verhältnisse 1 : 12·5 ist dann

$$\Delta\, s = \frac{1151{\cdot}29}{12{\cdot}5} = 92{\cdot}10 \ mm.$$

Diese Länge wurde auf die linke Seite der Geraden BC aufgetragen und in 50 gleiche Teile geteilt, ein solcher Teil entspricht somit 20 Einheiten der siebenten Stelle des Logarithmus. Will man dieses Diagramm für größere Längen als 5000 *m*, bis 10000 *m*, benützen, so wäre die Skizze im Maßstabe 1 : 50.000 zu zeichnen und das Maßverhältnis für die Änderungen d und Δs wäre dann nicht 1 : 12·5, sondern 1 : 25.[1])

In Fig. 409 sind die Punkte P_{1-4} im Maßstabe 1 : 25.000 dargestellt, für den Punkt P_4 wird eine Änderung der Koordinaten angenommen von — 0·15 (östlich) hinsichtlich der Ordinate und — 0·20 (nördlich) hinsichtlich der Abszisse.

Um die hiedurch herbeigeführte Änderung in den Richtungen und in den Längen der Strecken $P_1 P_4$, $P_2 P_4$ und $P_3 P_4$ zu ermitteln, bestimmt man auf der Skizze (Fig. 409) die neue Lage des Punktes P_4, indem die oben angenommenen Änderungen der Koordinaten dieses Punktes mittels des am Diagramm (Fig. 408) befindlichen Maßstabes „Für 1 : 25.000" eingezeichnet werden. Von dem so erhaltenen Punkte P'_4 werden Senkrechte gefällt auf die vom Punkte P_4 ausgehenden Strecken, beziehungsweise auf deren Verlängerungen. Hiedurch erhält man für die einzelnen Seiten die betreffenden d und Δs u. zw.:

für die Strecke $P_1 P_4$ ist $P'_4 a = d_{1-4}$ und $P_4 a = \Delta s_{1-4}$
„ „ „ $P_2 4$ „ $P'_4 b = d_{2-4}$ „ $P_4 b = \Delta s_{2-4}$
„ „ „ $P_3 4$ „ $P'_4 c = d_{3-4}$ „ $P_4 c = \Delta s_{2-4}$

Aus der Darstellung des geänderten Punktes und mit Rücksicht auf die Zählung der Winkel von links gegen rechts geht hervor, daß die Richtung $P_1 P_4$ im positiven, dagegen die Richtungen $P_2 P_4$ und $P_3 P_4$ im negativen Sinne sich ändern. Ferner ist aus der Darstellung zu entnehmen, daß die Strecke $P_2 P_4$ länger wird, dagegen die Strecken $P_1 P_4$ und $P_3 P_4$ kürzer.

Um zunächst die Änderungen hinsichtlich der Strecke $P_1 P_4$ zu ermitteln, entnimmt man aus der Skizze die Länge dieser Seite und trägt diese in das Diagramm (Fig. 408) und zwar von A gegen B auf, so daß $A m = P_1 P_4$ ist. Von m aus werden in paralleler Richtung zu BC die zur Strecke $P_1 P_4$ gehörigen d_{1-4} und Δs_{1-4} aufgetragen, so daß $m n = P'_4 a = d_{1-4}$ und $m p = P_4 a = \Delta s_{1-4}$ wird. Hierauf werden die Punkte n und p mit A verbunden und diese Verbindungslinien soweit verlängert, bis sie die Linie BC schneiden. Bei diesen Durchschnittspunkten liest man nun auf der Sekundenteilung eine Änderung in der Richtung von 16 Sekunden und auf der logarithmischen Teilung eine Änderung des Logarithmus der Strecke $P_1 P_4$

[1]) Für den praktischen Gebrauch wird aber das Diagramm größer konstruiert, um noch Seiten bis zu 10.000 m Länge im Maßverhältnisse von 1 : 25 000 m darstellen zu können. Es wird dann $AB = AC = 10.000\ m$ im Verhältnisse 1 : 25.000, also $= 400\ mm$ gemacht. $BC = \frac{60 \times 1000}{206265} = 2908{\cdot}88\ mm$ und im Verhältnisse 1 : 12·5 $BC = \frac{2908{\cdot}88}{12{\cdot}5} = 232{\cdot}71\ mm$. Diese Länge wird in 120 gleiche Teile geteilt und es entspricht dann jeder dieser Teile einer halben Sekunde. Ferner für $l = 1000$ ist dann $\Delta s = \frac{1000 \times 10.000}{4{,}342.945} = 2302{\cdot}585\ mm$ und im Verhältnisse 1 : 12·5 ist $\Delta s = \frac{2302{\cdot}585}{12{\cdot}5} = 184{\cdot}21\ mm$. Diese Länge wird in 100 gleiche Teile geteilt und es entspricht dann ein solcher Teil 10 Einheiten der siebenten Stelle des Logarithmus.

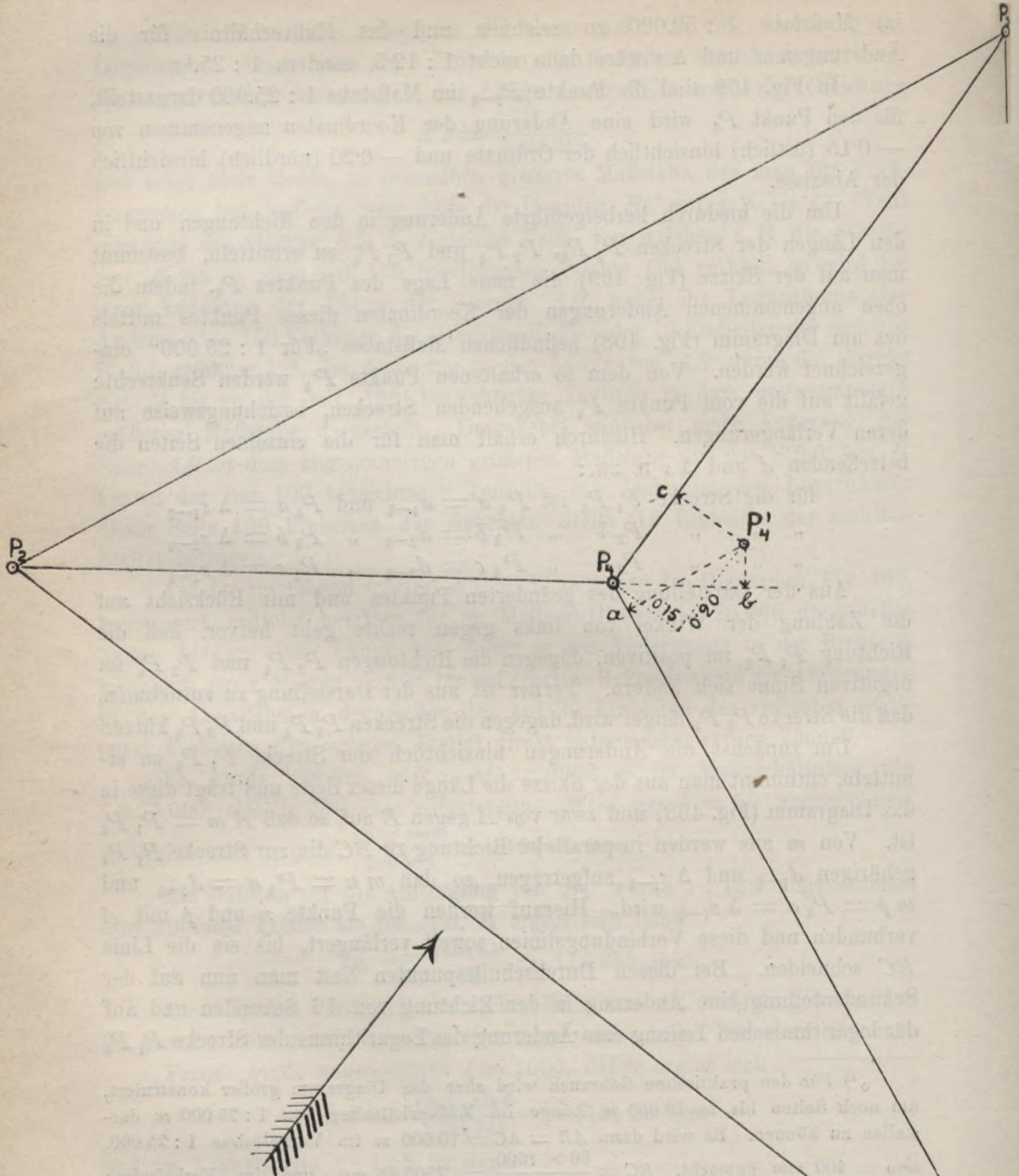


Fig. 409.

von 80 Einheiten der siebenten oder 8 Einheiten der sechsten Stelle ab. Die Änderung von 16" in der Richtung ist positiv, weil die Richtung $P_1 P_4$ durch die Verschiebung des Punktes P_4 nach P'_4 eine Drehung nach rechts erfährt. Die Änderung des Logarithmus der Strecke $P_1 P_4$ um 80 Einheiten der siebenten Stelle ist jedoch negativ, weil die Verschiebung des Punktes P_4 eine Verkürzung der Strecke $P_1 P_4$ zur Folge hat. Die absolute Änderung in der Länge der Strecke $P_1 P_4$ erhält man, wenn man die Strecke $P_4\ a$ auf dem Maßstabe am Diagramm „Für 1 : 25.000" abgreift. Es ergibt sich dann für die Strecke $P_1 P_4$ eine Verkürzung von 0·055 *m*.

In derselben Weise werden die Änderungen bezüglich der anderen Strecken $P_2 P_4$ und $P_3 P_4$ ermittelt.

In der Praxis wird das Verfahren dadurch vereinfacht, daß die Punkte *n* und *p* mit der Zirkelspitze zwischen den betreffenden Äquidistanten des Diagrammes markiert, und die Verbindungslinien zwischen diesen Punkten und *A* nicht gezogen, sondern durch Spannung eines im Punkte *A* befestigten feinen Seidenfadens hergestellt wird.

Auch die Ausgleichung eines Punktes, dessen Koordinaten durch „Einschneiden" von anderen Punkten aus bestimmt werden (siehe Triangulierung des Detailnetzes), kann graphisch mittels des Diagrammes erfolgen. Es wäre in Fig. 410 der Punkt 35 auszugleichen, welcher aus den Punkten *K*, *S*, 1, 2 und 4, also durch „mehrfaches Einschneiden" bestimmt wurde.

Zunächst werden die vorläufigen Koordinaten des Punktes 3 nach § 31 berechnet, und auf Grund dieser Koordinaten nach Nr. 208 die vorläufigen Richtungswinkel der in dem Punkte 35 zusammenlaufenden Strecken, ferner werden die orientierten Richtungen dieser Strecken berechnet.

Man hätte erhalten:

Punkt	Vorläufige Richtungswinkel	Orientierte Richtungen	Richtungs-differenz
K	107° 46' 33"	107° 46' 41"	— 8"
S	191° 53' 55"	191° 53' 52"	+ 3"
1	257° 29' 57"	257° 29' 57"	0"
2	287° 13' 40"	287° 13' 31"	+ 9"
4	331° 40' 6"	331° 40' 5"	+ 1"

Subtrahiert man die orientierten Richtungen von den aus den Koordinaten berechneten, vorläufigen Richtungswinkeln, so erhält man die Richtungsdifferenzen, welche in der Skizze zu den betreffenden Strecken, u. zw. oberhalb, beigesetzt werden. Hierauf ermittelt man die wahrscheinliche Lage des Punktes nach der Skizze, wobei man darauf Bedacht nimmt, daß nach Tunlichkeit die längeren Visierstrahlen geringere Korrektionen erhalten, als die kürzeren.

In Fig. 410 sieht man ohneweiters, daß die Richtungsdifferenzen von — 8" in der Seite *K* — 35, von + 9" in der Seite 2 — 35 und von + 3" in der Seite *S* — 35 kleiner werden, falls eine Verschiebung des Punktes 35 in südöstlicher Richtung stattfindet.

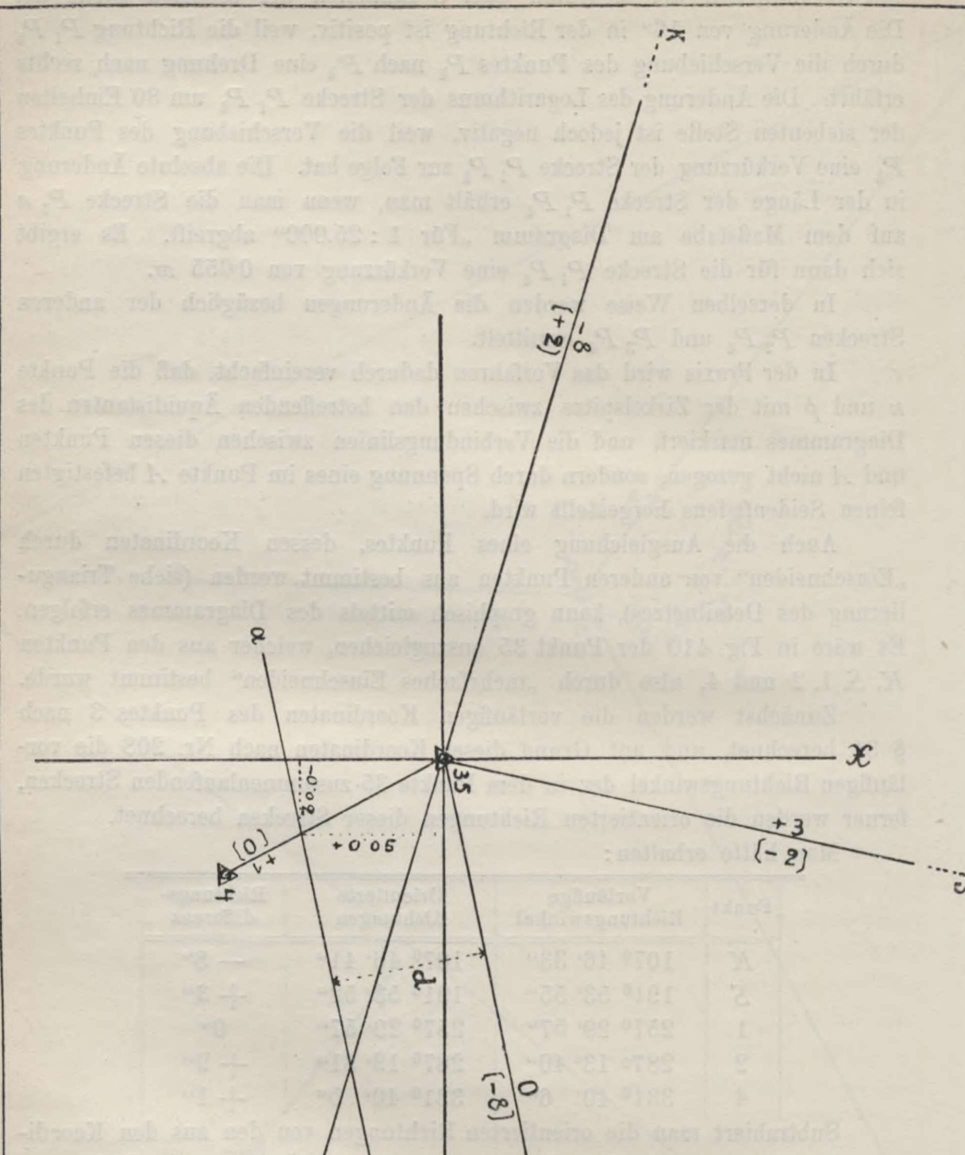


Fig. 410.

Durch eine derartige Verschiebung wird allerdings die Richtung 1—35, für welche nach der vorläufigen Feststellung des Punktes 35 eine Differenz nicht besteht, eine größere Korrektion erhalten. Dies ist aber mit Rücksicht auf die geringe Länge der Strecke 1—35 ohneweiters zulässig.

Um die Richtungsdifferenzen auszugleichen, wird somit eine Verschiebung des Punktes 35 in südöstlicher Richtung und zwar unter der Annahme einer Maximaldifferenz von — 8″ für die Richtung 1—35 vorgenommen. Zu diesem Zwecke wird aus dem Diagramm (Fig. 408) der einer Änderung der Richtung 1—35 um — 8″ entsprechende senkrechte Abstand d und zwar der größeren Deutlichkeit wegen in einem größeren — dem fünffachen — Maßstabe ermittelt, und in diesem Abstande eine Parallele $a\,b$ zu 1—35 gezogen, in welcher der neue Punkt 35 liegen wird. Als neue Lage dieses Punktes empfiehlt es sich, den Durchschnittspunkt der Parallelen $a\,b$ mit der Strecke 4—35 anzunehmen, in welchem Falle sich für die Richtung S—35 nur eine geringe Verbesserung ergibt.

Auf Grund der festgestellten Lage des Punktes 35 werden nun mittelst des Diagrammes in der früher erörterten Weise die Richtungsänderungen festgestellt und zwar ebenfalls im fünffachen Maßstabe. Es ergibt sich

für die Seite K — 35 + 2″
„ „ „ S — 35 — 2″
„ „ „ 1 — 35 — 8″
„ „ „ 2 — 35 — 3″
„ „ „ 4 — 35 — 0″

und als Koordinaten-Verbesserungen:

für die Ordinate — 0·02 m
„ „ Abszisse + 0·05 m

Die Richtungsänderungen sind in der Skizze Fig. 410 unterhalb der einzelnen Strecken in Klammern eingetragen. Mit den verbesserten Koordinaten werden die endgültigen Südwinkel gerechnet.

Wenn ein Punkt nach dem Pothenot'schen Problem (Nr. 225) bestimmt wurde, erfolgt die Ausgleichung in derselben Weise.

Triangulierung des Detailnetzes.

318. Nachdem die Koordinaten der Punkte des Hauptnetzes endgültig festgestellt sind, schreitet man an die Triangulierung des Detailnetzes, welches dem trigonometrischen Netz IV. Ordnung der Landesaufnahme entspricht. Die Punkte des Detailnetzes sollen so verteilt sein, daß auf jede Aufnahmssektion mindestens drei Punkte entfallen, wenn die nachfolgende Detailaufnahme mittelst des Meßtisches bewirkt werden soll; wenn dagegen die Detailaufnahme nach der Polygonal-(Theodolit-)Methode erfolgen soll, dann sollen in jede Aufnahmssektion vier bis sechs, und wenn in der Sektion eine Ortschaft liegt, bis 10 Punkte entfallen. Diese Punkte sollen alle Standpunkte sein, in denen man Signale und Instrumente aufstellen

kann, und nur ausnahmsweise ist es zulässig, daß von drei Punkten einer Sektion einer oder zwei bloß Fixpunkte (Turmspitzen u. dgl.) sind. Allerdings sind die im Triangulierungsgebiete gelegenen Fixpunkte, als Türme, Kapellen, Kreuze u. a. nach Tunlichkeit außer den Standpunkten auch einzubeziehen. Die Netzpunkte sollen eine gegenseitige Zusammensicht gestatten; außerdem ist bei der Wahl der Netzpunkte darauf Bedacht zu nehmen, daß ein zweckmäßiger Anschluß des Polygonnetzes bei der Polygonalaufnahme für die ganze Gemeinde, oder bei der Meßtischaufnahme der Polygonzüge für die Aufnahme der Ortschaft möglich ist. Die Netzpunkte sind ferner so zu wählen, daß sie sich auf eine genaue und rationelle Weise mittelst der Hauptnetzpunkte durch Einschneiden bestimmen lassen.

Die Netzpunkte (Standpunkte) werden vorzugsweise auf unbewaldeten Anhöhen, dann auf den Rainen zwischen den Grundstücken und überhaupt auf solchen Orten gewählt, wo man leicht die Signale und Instrumente aufstellen kann ohne die Eigentümer der Grundstücke in deren Bewirtschaftung zu hindern, und wo auch eine Beschädigung der Signale sowie der Bezeichnungen der Punkte nicht zu befürchten ist.

Um eine zweckmäßige Verteilung der Netzpunkte des Detailnetzes zu erzielen, fertigt man von den zunächst nur provisorisch gewählten und mit provisorischen Signalen versehenen Standpunkten, sowie von den im Aufnahmsgebiete liegenden Fixpunkten eine Skizze im Maßstabe 1 : 28.800, beziehungsweise 1 : 25.000 oder 1 : 57.600, beziehungsweise 1 : 50.000 mittelst eines Rekognoszierungstischchens an. Man konstruiert auf dem aufgespannten Brette in einem der angegebenen Maßstäbe entweder alle zur Aufnahme nötigen Aufnahmssektionen (siehe hierüber die Anmerkung bei Nr. 313, Seite 457) oder nur soviele der Aufnahmssektionen, als man in dem für die Skizze gewählten Maßstabe darauf bekommt, und trägt die bereits bestimmten Punkte des Hauptnetzes mittelst ihrer Koordinaten auf. Mittelst dieser Hauptnetzpunkte werden nun die provisorisch gewählten Stand- und Fixpunkte des Detailnetzes durch Rayon und Schnitt aufgenommen. Man kann dann die Verteilung dieser Punkte beurteilen, kann überflüssige Punkte weglassen, andererseits in jenen Sektionen, wo noch Netzpunkte fehlen sollten, solche wählen.

Die definitiv gewählten Stand-Punkte werden dann mit definitiven Stangen- oder Pyramiden-Signalen versehen, und gleichzeitig mit Steinen vermarkt. (Siehe Nr. 57.)

Hierauf wird noch einmal die definitive Skizze angefertigt, in welche man auch die Grenzen des Vermessungsgebietes, die Hauptstraßen und Gewässer einzeichnet. In dieser Skizze werden dann auch jene Punkte miteinander verbunden, welche zusammen Dreiecke bilden sollen, und so erhält man das Triangulierungsskelett.

Nach diesen Vorbereitungen schreitet man an die Messung der Dreieckswinkel des Detailnetzes. Diese Messung geschieht am zweckmäßigsten mittelst

Satzbeobachtungen bei Bildung von drei Sätzen. (Siehe Nr. 182.) Die Repetition der Winkel wird man nur ausnahmsweise anwenden. Die Bestimmung der Punkte des Detailnetzes geschieht durch „Einschneiden“ aus den Hauptnetzpunkten, u. zw. zumeist „Vorwärts-Einschneiden“ aus zwei oder mehr Punkten, ausnahmsweise auch durch Rückwärtseinschneiden (Pothenotsches Problem) in dem zu bestimmenden Punkte.

Beim Vorwärts-Einschneiden aus zwei oder mehr Punkten ist es nicht nötig, daß alle drei Winkel in den Dreiecken gemessen werden, es werden nur die zwei Winkel in den Haupt-Netzpunkten gemessen, aus welch letzteren das Einschneiden erfolgt. Das Messen aller dreier Winkel in einem Dreiecke ist nur bei einzelnen wichtigen Punkten nötig, welche wieder zur Bestimmung weiterer Punkte benützt werden sollen.

Die Winkelmessung (Satzbeobachtung) erfolgt in der Weise, daß der Theodolit in dem Hauptnetzpunkte zentrisch aufgestellt wird, worauf man einen Nonius der Alhidade auf eine Ablesung einstellt, welche dem Richtungswinkel einer von diesem Hauptpunkte nach einem anderen, gut sichtbaren solchen Punkte gehenden Strecke entspricht, worauf durch Drehen des Horizontalkreises dieser Punkt anvisiert wird. Werden nun die zu bestimmenden Punkte der Reihe nach anvisiert, so ergeben die Ablesungen sofort annähernd die Richtungswinkel dieser Strecken, welche nur noch der aus der Ausgleichung sich ergebenden Korrektur bedürfen.

Ist in einem Punkte eine zentrische Aufstellung des Theodolites nicht möglich, so müssen die Zentrierungselemente ermittelt, und die exzentrisch gemessenen Richtungen oder Winkel zentriert werden.

Die vorläufigen Koordinaten der Detail-Netzpunkte werden mittelst der gegebenen Koordinaten der Haupt-Netzpunkte nach § 31, 32 und 33 berechnet. Die Ausgleichung und Ermittlung der endgültigen Koordinaten der Detail-Netzpunkte erfolgt am besten mittelst des Diagrammes nach Nr. 317.

Triangulierung im Anschlusse an die Punkte der Landestriangulierung.

319. Wie schon in Nr. 312 erwähnt wurde, sind die Netzpunkte I., II. und III. Ordnung der Landesaufnahme dauernd durch Steine bezeichnet worden. Wenn daher gegenwärtig die Neuaufnahme einzelner Gemeinden oder eines größeren Gutsgebietes geschehen soll, so ist nur die Triangulierung des Netzes IV. Ordnung nötig, wenn die seinerzeit vermarkten Punkte I., II. und III. Ordnung noch vorhanden und nicht inzwischen zerstört worden sind. Man kann dann nämlich das Netz IV. Ordnung als Detailnetz an die Punkte der Landesaufnahme, welche das Hauptnetz bilden, anschließen. Bei Aufnahmen für öffentliche Zwecke muß dies sogar geschehen. Aber auch für ganz private Aufnahmen wird man es tun, weil man dadurch die umständliche und kostspielige Messung einer eigenen Basis erspart.

Man wendet sich zunächst mit einem Gesuche an das k. k. Triangulierungs- und Kalkulbureau des Grundsteuerkatasters (Wien, k. k. Finanzministerium) um Bekanntgabe der in der aufzunehmenden Gegend dauernd stabilisierten Punkte. Aus den bekanntgegebenen Punkten sucht man jene Punkte aus, welche noch vorhanden sind, und welche man benützen will, und richtet ein neuerliches Gesuch an das genannte Bureau um Bekanntgabe der Daten bezüglich dieser Punkte. Gegen Erlegung einer Taxe erhält man dann folgende Daten:

1. Die Koordinaten der Netzpunkte, bezogen auf das betreffende Landes-Koordinatensystem und auf die Rechtecksseiten der Aufnahmssektionen.
2. Die Längen der Dreiecksseiten und die Südwinkel der letzteren.
3. Die Höhen der Punkte, bezogen auf den Spiegel des adriatischen Meeres.
4. Die Topographie dieser Punkte.

Im Besitze dieser Daten, konstruiert man auf einem Rekognoszierungstischchen ein Quadrat oder Rechteck mit den Aufnahmssektionen nach der Anmerkung bei Nr. 313 auf Seite 457 und trägt mit den erhaltenen Abständen von den Rechtecksseiten die Landestriangulierungspunkte in die betreffenden Rechtecke ein. Dann werden mit Hilfe der erhaltenen Topographie der Punkte diese im Felde aufgesucht und vertikal über ihnen Signale errichtet. Sollten die oberirdischen Markierungen nicht mehr zu finden sein, so sind durch Nachgraben die unterirdischen Markierungen zu suchen.

Bevor man an die Triangulierung schreitet, muß die Identität der Markierungszeichen der Landestriangulierungspunkte geprüft werden. Da nämlich seinerzeit die Stabilisierung der trigonometrischen Punkte erst nach vollendeter Triangulierung stattgefunden hat, so ist ein diesbezüglicher Irrtum nicht ausgeschlossen. Die neue österreichische Katastral-Instruktion für Theodolit-Aufnahmen enthält daher im § 4 die Bestimmung, daß die Winkel in den aufgesuchten Punkten zu messen und mit den Winkeln zu vergleichen sind, welche sich aus den Südwinkeln der Dreiecksseiten ergeben, welche wieder aus den bekanntgegebenen Koordinaten der Punkte zu berechnen sind. Die hiebei sich ergebende Abweichung soll folgende Grenzen nicht übersteigen:

Mittlere Länge der Seiten in Metern	Der Winkel liegt zwischen Graden alter Teilung			Mittlere Länge der Seiten in Metern	Der Winkel liegt zwischen Graden alter Teilung		
	0—60°	60—90°	90—120°		0—60°	60—90°	90—120°
	Zulässige Differenz in Sekunden				Zulässige Differenz in Sekunden		
2000	30	35	40	5000	15	17	18
2500	25	30	35	6000	14	15	16
3000	21	25	27	7000	13	14	15
3500	19	22	24	8000	13	13	14
4000	17	19	21	9000	12	13	13
4500	16	18	20	10000	12	12	13

320. Die trigonometrischen Punkte der Landesaufnahme sind seinerzeit so verteilt worden, daß auf jede Quadratmeile drei solcher Punkte entfielen. Da nach der Vermarkung dieser Punkte keine genügenden Vorkehrungen zur Erhaltung und Beaufsichtigung dieser Punkte getroffen worden waren, sind im Laufe der Jahrzehnte sehr viele dieser Punkte, vielleicht mehr als die Hälfte, zerstört worden. Es wird daher nur sehr selten möglich sein, die noch vorhandenen Punkte im Sinne der Ausführungen in Nr. 313 und 318 ohneweiters als Hauptnetz zu benützen, um sofort an dieses das Detailnetz (Netz IV. Ordnung) anschließen zu können. Es wird vielmehr wohl immer nötig sein, zunächst einige neue Hauptpunkte derart zu wählen und mit Hilfe der vorhandenen Punkte zu bestimmen, daß die neugewählten mit den vorhandenen Punkten ein geeignetes Hauptnetz bilden, an welches man ganz nach den Ausführungen in Nr. 318 ein Detailnetz (Netz IV. Ordnung) anschließen kann.

Um diese neu zu bestimmenden Hauptpunkte passend wählen zu können, werden in hiezu geeigneten Punkten, auf freien Anhöhen, wo eine Zusammensicht mit den schon vorhandenen Punkten möglich ist, zunächst nur provisorische Signale errichtet und von ihrer Lage mittelst des, wie oben erwähnt, vorbereiteten Rekognoszierungstischchens durch Rayon und Schnitt eine Skizze hergestellt. Nach definitiver Wahl der Hauptpunkte werden die eigentlichen Punkte des Detailnetzes zunächst ebenfalls nur provisorisch gewählt und die Skizze vervollständigt.

Oft wird man zufrieden sein müssen, vielleicht nur zwei Punkte der Landesaufnahme benützen zu können. In diesem Falle dienen diese beiden Punkte, beziehungsweise ihre Verbindungslinie als Basis, deren Länge und Richtungswinkel aus den gegebenen Koordinaten dieser Punkte berechnet wird, und welche nun benützt wird zur Bildung eines Hauptnetzes nach Nr. 313. Je mehr Punkte der Landesaufnahme man aber noch auffinden und benützen kann, desto einfacher kann die Triangulierung durchgeführt werden.

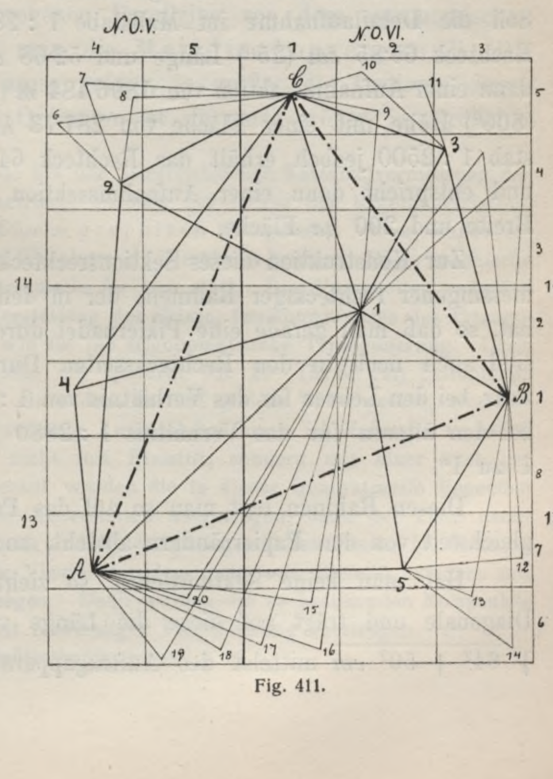


Fig. 411.

In Fig. 411 sind A, B und C trigonometrische Punkte der Landesaufnahme. Die Punkte 1, 2, 3, 4 und 5 sind neu gewählte Punkte des Hauptnetzes. Die Bestimmung der Koordinaten der neu gewählten Punkte des Hauptnetzes geschieht durch „Einschneiden“ mit Hilfe der vorhandenen Punkte der Landesaufnahme. In den entstehenden Dreiecken sind alle drei Winkel zu messen, am besten durch Satzbeobachtung. Die Ausgleichung der vorläufigen Koordinaten kann mittelst des Diagrammes nach Nr. 317 erfolgen. Aus den definitiven Koordinaten ergeben sich dann die definitiven Richtungswinkel (Südwinkel) der Dreiecksseiten.

Die neu bestimmten Hauptpunkte mit den gegebenen Punkten der Landesaufnahme bilden nun das Hauptnetz, an welches das Detailnetz (Netz IV. Ordnung) ganz nach den Ausführungen in Nr. 318 angeschlossen wird.

Hiebei rechnet man nicht mit den ganzen Koordinaten der Punkte A, B, C, bezogen auf den Nullpunkt des Landeskoordinatensystemes, sondern reduziert die Koordinaten auf den südwestlichen Eckpunkt des die ganze Aufnahme umfassenden Rechteckes als Nullpunkt, und verwandelt die Süd-winkel in Nordwinkel. Man erhält so lauter positive Koordinaten, und zwar die Ordinaten von Westen gegen Osten, die Abszissen von Süden nach Norden.

321. Den Schluß der Triangulierungsarbeiten, nachdem die endgültigen Koordinaten aller Netzpunkte berechnet sind, bildet das Auftragen dieser Punkte in die einzelnen Sektionsblätter. Zu diesem Behufe wird auf der für die Detailaufnahme nötigen Anzahl von Papierblättern, resp. auf den mit Papier bespannten Tischbrettern je ein Rechteck konstruiert, welches eine Aufnahmssektion in dem gewählten Verjüngungsverhältnisse darstellt. Soll die Detailaufnahme im Maßstabe 1 : 2880 geschehen, so erhält das Rechteck 65·85 *cm* (25″) Länge und 52·68 *cm* (20″) Höhe und entspricht dann einer Aufnahmssektion von 1896 484 *m* (1000°) Länge und 1517·187 *m* (800°) Höhe mit einer Fläche von 287·73 *ha* (500 Joch). Für den Maßstab 1 : 2500 jedoch erhält das Rechteck 64 *cm* Länge und 50 *cm* Höhe und entspricht dann einer Aufnahmssektion von 1600 *m* Länge, 1250 *m* Breite und 200 *ha* Fläche.

Zur Konstruktion dieses Sektionsrechteckes dient die Sektionslehre, ein messingener rechteckiger Rahmen, der in den Ecken feine Durchbohrungen hat, so daß man gerade eine Pikiernadel durchstecken kann. In der Regel sind auch noch in den Rechtecksseiten Durchbohrungen angebracht, und zwar bei den Lehren für das Verhältnis von 1 : 2500 von 4 zu 4 *cm* (100 *m*), bei den älteren für das Verhältnis 1 : 2880 bestimmten Lehren aber von 1 zu 1″.

Diesen Rahmen legt man so auf das Papier, daß er auf allen Seiten gleichweit von den Papierrändern absteht, und pikiert die Ecken durch.

Hat man keine Sektionslehre, so zieht man auf dem Papier eine Diagonale und trägt auf diese die Länge von $\sqrt{65{\cdot}85^2 + 52{\cdot}68^2}$ oder $\sqrt{64^2 + 50^2}$ *cm* mittelst des Auftragapparates auf und konstruiert dann zu beiden Seiten der Diagonale Dreiecke mit den langen und schmalen Rechtecksseiten.

Um die in einer Sektion liegenden Netzpunkte aufzutragen, werden zunächst ihre Koordinaten auf den südwestlichen Eckpunkt des Sektionsrechteckes als Nullpunkt reduziert. Die sich so ergebenden Abstände von den Sektionsrändern werden dann mittelst des Auftragsapparates (Nr. 201) auf die gegenüberliegenden Rechtecksseiten aufgetragen, die Ordinaten auf die längeren Seiten von links gegen rechts, die Abszissen auf die schmalen Rechtecksseiten von unten nach oben. Die erhaltenen, gegenüberliegenden Punkte werden miteinander verbunden, und der Durchschnittspunkt der beiden Geraden gibt den Netzpunkt, welcher durchpikiert, eingeringelt und bezeichnet wird. Die auf dem Papiere sich ergebende Entfernung zwischen zwei Netzpunkten darf von der aus den Koordinaten der Punkte berechneten Entfernung nur um $\frac{M}{7000}$ abweichen, wobei M das Verjüngungsverhältnis bedeutet.[1])

322. Die östlichen und westlichen Randlinien der Aufnahmssektionen sind Parallele zur Abszissenachse des Koordinatensystems, bei einer größeren Aufnahme also immer Parallele zu dem durch den Nullpunkt des Koordinatensystems gehenden astronomischen Meridian. (Siehe Nr. 310.) Jene westlichen und östlichen Ränder der Aufnahmssektionen, welche nicht mit diesem Meridian zusammenfallen, geben daher nicht die wahre Nord-Süd-Richtung an, sondern konvergieren mit dieser. Diese Abweichung der Sektionsränder von der wahren Nord-Südrichtung, oder überhaupt die Abweichung jeder durch irgend einen Punkt gezogenen Parallelen von dem astronomischen Meridian dieses Punktes nennt man die Meridiankonvergenz.[2]) Die Größe dieser Konvergenz ist umso größer, je größer die Ordinate dieses Punktes ist, und bei gleichen Ordinaten ist sie umso größer, je nördlicher

[1]) Bis zum Jahre 1858 wurde bei der österreichischen Katastralvermessung das Netz IV. Ordnung nicht trigonometrisch, sondern auf Grund der trigonometrischen Punkte III. Ordnung mit dem Meßtische graphisch trianguliert. Hiezu wurde ein Meßtisch mit einer mattgeschliffenen Glasplatte als Tischbrett benützt. Diese graphische Triangulierung fand für jede Quadratmeile für sich statt. Die Vorarbeiten, nämlich Wahl der Punkte IV. Ordnung, Herstellung der Skizze, beziehungsweise des Triangulierungsskelettes geschah ganz so wie für die trigonometrische Triangulierung. Dann wurde auf dem Triangulierungstische ein Quadrat von 20" (52·68 *cm*) Seitenlänge konstruiert, die eine Seite in vier, die andere in fünf gleiche Teile geteilt, wodurch man eine Quadratmeile mit den zwanzig Aufnahmssektionen im Maßstabe 1 : 14400 erhielt. Diese Einteilung wurde nicht mit Bleistift, sondern mit einer flach geschliffenen Nähnadel gezogen. Hierauf wurden die in dieser Quadratmeile liegenden Punkte III. Ordnung mittelst ihrer Koordinaten aufgetragen, dann der Tisch nacheinander in diesen Punkten aufgestellt und die definitiv gewählten Punkte IV. Ordnung durch Einschneiden bestimmt. Die Visuren wurden nicht mit Bleistift, sondern mit einer flach geschliffenen Nadel gezogen. Dann wurden die so bestimmten Netzpunkte in die einzelnen Sektionsblätter mit fünfmaliger Vergrößerung übertragen.

[2]) Siehe „Instruktion für Meßtischaufnahmen" § 21.

der Punkt liegt. Außerdem hängt die Größe der Meridiankonvergenz in jedem Koordinatensysteme von der geographischen Breite des Nullpunktes ab.

Soll auf den Sektionsblättern die wahre Nord-Südrichtung angegeben sein, so muß die Meridiankonvergenz für jede Sektion ermittelt werden. Die neue österreichische „Instruktion für Meßtischaufnahmen" schreibt im § 21, Absatz 3 vor, daß in den Mappenblättern die wahre Nord-Südrichtung darzustellen ist, und gibt dazu folgende Anleitung:

Um in der Katastersektion $ABCD$ (Fig. 412) den durch die nordöstliche Sektionsecke B gehenden Meridian (wahre Nord-Süd-Richtung) konstruieren zu können, müssen die Abstände $D\gamma_1$ oder $D\gamma_2$ bestimmt werden, so daß die Linie $B\gamma_1$ oder $B\gamma_2$ die wahre Nord-Süd-Richtung darstellt, je nachdem die Sektion westlich oder östlich vom Meridian des Koordinaten-Nullpunktes liegt.

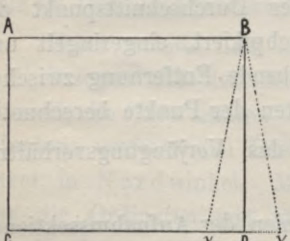


Fig. 412.

Um nun $D\gamma$ näherungsweise zu berechnen, dient die Formel:

$$D\gamma = K + a\,Sy + b\,Sy\,.\,Sx + c\,Sx$$

In dieser Formel haben die einzelnen Glieder folgende Bedeutung:

Sy bedeutet die Anzahl der Katastersektionen oder Sektionslängen, welche zwischen der Abszissenachse (Meridian des Koordinaten-Nullpunktes) und der nordöstlichen Sektionsecke B liegen. Sy ist westlich positiv (+) und östlich negativ (—) zu nehmen.

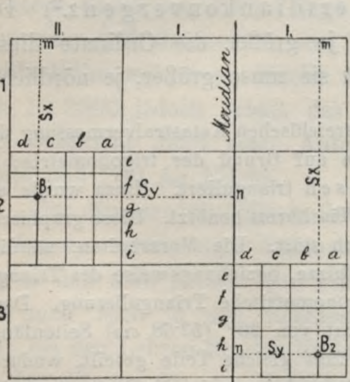


Fig. 413.

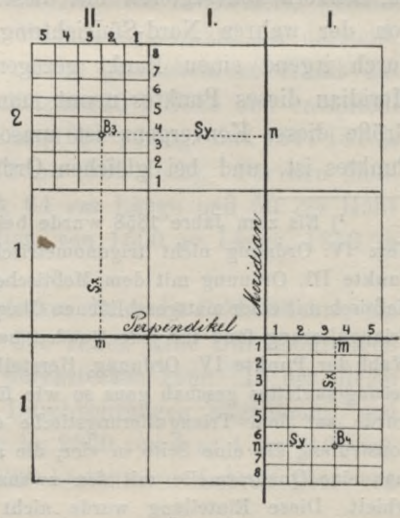


Fig. 414.

Es ergibt sich somit für die Sektionsecken

B_1 in Fig. 413 . . . $Sy = B_1 n = +3 + 4 = +7$ (westlich vom Meridian)
B_2 „ „ 413 . . . $Sy = B_2 n =$ -3 (östlich „ „)
B_3 „ „ 414 . . . $Sy = B_3 n = +2 + 5 = +7$ (westlich „ „)
B_4 „ „ 414 . . . $Sy = B_4 n =$ -3 (östlich „ „)

Sx bedeutet die Anzahl der Katastersektionen oder Sektionshöhen, welche bei Mappen im Verjüngungsverhältnisse 1 : 2880 zwischen der nördlichen Begrenzungslinie der mit 1 bezeichneten Quadratmeilenschichte (siehe Nr. 310) und der nordöstlichen Sektionsecke B liegen. Hiebei ist Sx immer positiv (+) zu zählen. Es ist somit für die Sektionsecken

B_1 in Fig. 413 . . . $Sx = B_1 m = 5 + 2 = + 7$ (südlich von Schichte 1)
B_2 „ „ 413 . . . $Sx = B_2 m = 10 + 4 = + 14$ („ „ „ 1)

Für Mappen im Verhältnisse 1 : 2500 ist Sx jene Anzahl von Sektionshöhen, welche zwischen dem Perpendikel (Ordinatenlinie, siehe Nr. 310) und der nordöstlichen Sektionsecke B liegen. Hiebei ist Sx südlich vom Perpendikel positiv (+) und nördlich vom Perpendikel negativ (—) zu nehmen.

Es ergibt sich somit für die Sektionsecken

B_3 in Fig. 414 . . . $Sx = B_3 m = -(3 + 8) = -11$ (nördlich vom Perpendikel)
B_4 „ „ 414 . . . $Sx = B_4 m = + 6$ (südlich „ „)

Die Faktoren K, a, b und c sind Zahlenwerte, welche in der Instruktion für Meßtischaufnahmen für die einzelnen Länder angegeben sind. Für Böhmen sind diese Zahlenwerte folgende:

für 1 : 2880	1 : 2500
$K = -2{\cdot}06$	$K = -1{\cdot}58$
$a = +0{\cdot}5581$	$a = +0{\cdot}3468$
$b = -0{\cdot}000257$	$b = -0{\cdot}000147$
$c = +0{\cdot}00058$	$c = +0{\cdot}00039$

Die Koëffizienten K und c beziehen sich auf die Verschwenkung der Abszissenachse gegen den Meridian des Koordinaten-Nullpunktes bei dem Koordinatensystem für Böhmen, Oberösterreich und Salzburg, dessen Nullpunkt der trigonometrische Punkt „Gusterberg" ist. (Siehe Nr. 310.) In anderen Ländern, resp. Koordinatensystemen, wo keine Verschwenkung der Abszissenachse gegen den Meridian stattgefunden hat, entfallen diese beiden Koëffizienten, d. h. sie sind gleich Null.

Es soll z. B. die wahre Nord-Südrichtung bestimmt werden für die zwei folgenden Katastersektionen in Böhmen.

1. für die im Verhältnisse 1 : 2880 dargestellte Sektion O. K. V. 6. b i. ergibt sich

$Sy = -(4 \times 4 + 3) = -(16 + 3) = -19$
und $Sx = +(5 \times 5 + 4) = +(25 + 4) = +29$
$D\gamma = -2{\cdot}06 + (+0{\cdot}5581 \times -19) + (0{\cdot}000257 \times -19 \times +29) + (+0{\cdot}00058 \times +29)$
$D\gamma = -2{\cdot}06 - 10{\cdot}60 + 0{\cdot}14 + 0{\cdot}02 = -12{\cdot}50\ m.$

Es ist somit auf die verlängerte südliche Begrenzungslinie der Sektion vom südöstlichen Eckpunkte gegen Osten die Länge von 12·5 *m* aufzutragen, und die Verbindungslinie des so erhaltenen Punktes mit dem nordöstlichen Eckpunkte gibt die wahre Nord-Südrichtung.

2. Für die im Verhältnisse 1 : 2500 dargestellte Sektion NO. V. 30. 3/6 ergibt sich

$Sy = -(4 \times 5 + 3) = -(20 + 3) = -23$
$Sx = -(29 \times 8 + 6) = -(232 + 6) = -238$
$D\gamma = -1{\cdot}58 + (+0{\cdot}3468 \times -23) + (-0{\cdot}000147 \times -23 \times -238) + (+0{\cdot}00039 \times -238)$
$D\gamma = -1{\cdot}58 - 7{\cdot}98 - 0{\cdot}82 - 0{\cdot}09 = -10{\cdot}47\ m.$

Es werden somit wieder auf die verlängerte südliche Begrenzungslinie der Sektion vom südöstlichen Eckpunkte gegen Osten 10·5 *m* aufgetragen, und der erhaltene Punkt wird mit dem nordöstlichen Eckpunkte verbunden.

Die Detailaufnahme.

§ 48.

Detailaufnahme mit dem Meßtische.

323. Soll die Detailaufnahme mit dem Meßtische stattfinden, so werden die Netzpunkte mittelst ihrer Koordinaten in die Sektionsrechtecke auf die mit Papier bespannten Meßtischbretter aufgetragen, wie in der vorigen Nummer erklärt wurde. Für die weitere Arbeit mit dem Meßtische muß dieser dann in diesen Netzpunkten aufgestellt und genau orientiert werden. Die Orientierung ist umso genauer, nach je weiter entfernten Punkten sie stattfinden kann. Aus diesem Grunde muß die Orientierung nach möglichst weit, eventuell in den benachbarten Sektionen liegenden Punkten geschehen.

Zu diesem Zwecke müssen an den Rändern des Sektionsrechteckes die Randmarken hergestellt werden, um an diese bei der Orientierung das Diopterlineal anlegen zu können. Die Abstände der Randmarken von den Sektionsecken können mit Hilfe der aus der Triangulierung bekannten Abstände der Netzpunkte von den Rändern der Sektion berechnet werden.

Angenommen, es wäre in Fig. 415 A ein Netzpunkt in einer Sektion, B ein solcher in der anstoßenden Sektion. Soll der Tisch in A nach B, oder in B nach A orientiert werden, so sind zu diesem Zwecke auf den zwei Tischbrettern die Orientierungslinien $a\,c$ und $c\,e$, beziehungsweise deren Randmarken nötig. Diese lassen sich durch Rechnung finden.

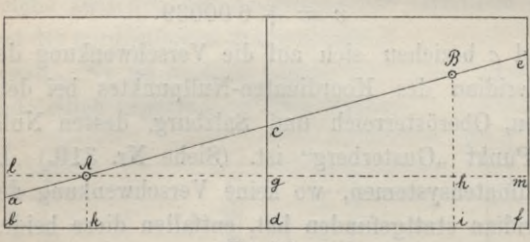


Fig. 415.

Es ist nämlich $\triangle\, ABh \sim Aem \sim Acg \sim Ala$, und aus der Ähnlichkeit dieser Dreiecke folgt:

$$Ah : Ag = Bh : cg, \text{ hieraus } cg = \frac{Bh}{Ah} \cdot Ag \text{ und } cd = cg + gd$$

$$Ah : Am = Bh : em, \quad „ \quad em = \frac{Bh}{Ah} \cdot Am \quad „ \quad ef = em + mf$$

$$Ah : Al = Bh : al \quad „ \quad al = \frac{Bh}{Ah} \cdot Al \quad „ \quad ab = lb + al$$

Die zu dieser Berechnung nötigen Größen ergeben sich unmittelbar aus den Koordinaten der Netzpunkte, beziehungsweise aus deren Abständen von den Rändern der Aufnahmssektionen, da in jeder Aufnahmssektion die Koordinaten der in dieser Sektion liegenden Netzpunkte auf den südwestlichen Eckpunkt der Sektion als Nullpunkt reduziert werden. Die durch die Berechnung ermittelten Abstände ab, cd und ef werden mit dem Auftragsapparat auf die Ränder des Sektionsrechteckes aufgetragen.

Genau in derselben Weise werden die Randmarken ermittelt, wenn beide Punkte A und B in derselben Sektion liegen.

Sollten die beiden Punkte eine andere Lage haben, so lassen sich die Randmarken in ganz ähnlicher Weise ermitteln.

324. Die Netzpunkte des trigonometrischen Detailnetzes (Punkte IV. Ordnung) können allein noch nicht als Grundlage für die Detailaufnahme (Parzellenvermessung) dienen, da ihrer nur wenige in jeder Aufnahmssektion sich befinden. Es muß daher als Fortsetzung des trigonometrischen Detailnetzes (IV. Ordnung) an dieses ein graphisch zu triangulierendes Detailnetz angeschlossen werden, dessen Punkte dann direkt die Grundlage für die Parzellenvermessung bilden können. Diese Punkte haben als Standpunkte für den Meßtisch zu dienen, außerdem aber haben sie auch als Orientierungs- und Stützpunkte für eine möglichst naturgetreue Herstellung der Feldskizze zu dienen.

Bezüglich der Wahl und Bestimmung dieser Punkte enthalten § 101 und 102 der „Instruktion für Meßtischaufnahmen" Bestimmungen, die im folgenden enthalten sind.

Als Netzpunkte der graphischen Detailtriangulierung sind solche Plätze zu wählen, wo die aufzustellenden einfachen Stangensignale niemanden behindern, und wo auch eine Beschädigung dieser Signale durch die Bodenbewirtschaftung oder aus anderen Gründen nicht zu befürchten ist. Bei jenen Punkten, welche als Standpunkte für den Tisch dienen sollen, muß darauf geachtet werden, daß ihre Lage durch drei Rayons, welche gute Schnitte bilden, bestimmt werden kann. Ferner soll in diesen Punkten eine feste Aufstellung des Tisches und eine freie Bewegung um diesen möglich sein. Sie müssen weiter eine gute Übersicht über das aufzunehmende Detail gestatten, so daß möglichst viele Punkte von ihnen aus rayoniert oder geschnitten werden können, und daß die Aussicht nicht durch das Heranwachsen der Pflanzen gehindert wird.

Besonders ist auch darauf zu sehen, daß mehrere Punkte in der Nähe jeder Sektionslinie und auch in möglichster Nähe der Sektionsecken gewählt werden, einerseits um diese Punkte dann zum Ausstecken der Sektionslinien im Felde benützen zu können, andererseits, um sie in beiden zusammenstoßenden Sektionen selbständig bestimmen, und dadurch die beiden Sektionen miteinander in rationeller Weise verbinden zu können.

Wenn das Gebiet einer Sektion von einem Bergrücken durchzogen wird, so sind auf diesem geeignete Punkte derart zu wählen, daß eine Netzverbindung zwischen den beiden, durch den Bergrücken getrennten Teilen der Sektion möglich ist.

Ferner müssen geeignete Punkte (Baumsignale) in Waldungen gewählt werden, in welchen Enklaven oder Besitzgrenzen vorkommen, um diese dann mit Hilfe dieser graphisch triangulierten Punkte aufnehmen zu können. Von Wichtigkeit ist es, auch solche Punkte zu wählen, welche gute Stützpunkte für die Anfertigung der Feldskizze bieten. In dieser Hinsicht werden daher besonders Punkte zu wählen sein längs der Straßen, Eisenbahnen, Wege und Gewässer und längs der Riedgrenzen und Kopfbreiten der Parzellen.

Bei der graphischen Bestimmung aller dieser Punkte wird von den trigonometrischen Punkten ausgegangen, welche nach ihren Koordinaten mittelst des Auftragsapparates aufgetragen werden. Nach der Auftragung ist die sich am Tische ergebende Entfernung dieser Punkte voneinander mit der aus ihren Koordinaten berechneten Entfernung zu vergleichen, wobei nur die Differenz $\frac{M}{7000}$ zulässig ist, worin M das Verjüngungsverhältnis (2880 oder 2500) bedeutet.

Diese aufgetragenen, trigonometrischen Punkte sind dann zunächst am Felde auf ihre Richtigkeit zu prüfen. Zu diesem Zwecke wird der Tisch der Reihe nach in diesen Punkten aufgestellt, nach einem möglichst weit entfernten Punkte orientiert (mittelst eines Orientierungsrayons) und die Visuren nach den anderen Punkten gemacht, welche scharf durch die aufgetragenen Punkte gehen sollen. Ergibt sich hiebei ein Anstand, so ist dieser in der Auftragung oder in der Triangulierung aufzusuchen.

Hierauf kann man an die graphische Triangulierung schreiten. Die Bestimmung der Punkte auf dem Meßtische geschieht durch Vorwärts- oder Seitwärtseinschneiden. Die Bestimmung durch Rückwärtseinschneiden ist nur ausnahmsweise zulässig und sollen die derart bestimmten Punkte nicht zur Bestimmung weiterer Punkte benützt werden. Die Orientierung muß stets nach einem möglichst weit entfernten Punkte geschehen, welcher unbedingt weiter entfernt sein muß, als der zu bestimmende Punkt. Zu allen Orientierungen sind die „Randmarken" zu benützen. Zeitweilig und jedenfalls vor dem Verlassen eines Standpunktes ist die Orientierung zu prüfen.

Die in der Sektion gelegenen Türme, Kreuze, Bildsäulen und Wegweiser sind womöglich zu triangulieren, um später bei der Detailaufnahme als Anknüpfungspunkte dienen zu können.

Die Bussole darf bei der Triangulierung nicht zur Orientierung benützt werden, doch ist auf jedem Sektionsblatte der Bussolen-Orientierungsrayon zu bestimmen. (Siehe Nr. 155.)

325. Nach der graphischen Detailtriangulierung müssen noch in freiem Terrain vor Beginn der Detailaufnahme die Sektionsgrenzen im Felde ausgesteckt werden. Zu diesem Zwecke wird der Tisch nacheinander in den nahe der Sektionslinien und Sektionsecken gewählten geometrischen Punkten (siehe vorige Nummer) aufgestellt und sorgfältig orientiert. Dann legt man das Diopterlineal an den Punkt gegen die Sektions-Linie oder Ecke, visiert eine Stange ein, greift am Tische die Entfernung des Punktes von der Sektions-Linie oder -Ecke ab und läßt diese Entfernung auftragen, so

erhält man Punkte, welche in den Sektionslinien liegen, beziehungsweise die Sektionseckpunkte, zwischen denen dann weitere Punkte einvisiert und durch lange Stangen mit Strohbündeln bezeichnet werden.

326. Nach dem Ausstecken der Sektionsgrenzen kann man an die Auspflockung und Aufnahme des Details gehen. Dies geschieht partienweise, indem man die ganze Aufnahmssektion durch natürliche Grenzmittel (Wege, Gewässer u. dergl.) in mehrere schickliche Partien zerlegt denkt. Jede dieser Partien wird für sich ausgepflockt, skizziert und aufgenommen. Die Aufnahme soll stets von solchen Standpunkten aus geschehen, welche außerhalb der aufzunehmenden Partie gelegen sind. Das Auspflocken, Skizzieren und Aufnehmen geschieht ganz nach Nr. 283, 287 bis 290 und 297.

Wenn Parzellen durch die Sektionsgrenzen geschnitten werden, so werden sie nur bis an die Sektionsgrenze ausgepflockt und aufgenommen, nur in dem Falle, wenn nur ein kleines Stück abgeschnitten wird, kann dieses noch mit aufgenommen und dann mittelst Pausleinwand in die anstoßende Sektion übertragen werden. Die an den Sektionsgrenzen eingeschlagenen Pflöcke gelten als gemeinschaftlich für beide aneinanderstoßende Sektionen.

Wenn in der Sektion eine geschlossene Ortschaft liegt, so wird gleichzeitig mit der trigonometrischen Detailtriangulierung (Netz IV. Ordnung) ein durch die Straßen und Gassen der Ortschaft gelegtes Polygonnetz aufgenommen und berechnet, so daß die Polygonpunkte nach ihren Koordinaten aufgetragen werden können. Nach Erfordernis werden in das Polygonnetz Messungslinien eingeschaltet, und die Aufnahme des Details erfolgt je nach den Verhältnissen durch Abszissen und Ordinaten, durch Rayon und Maß, auf größeren freien Plätzen vielleicht auch durch Rayon und Schnitt, oder durch Kreuzmaße. (Siehe § 44.)

Detailaufnahme nach der Theodolit-(Polygonal-)Methode.

327. Wenn die Detailaufnahme nach der Theodolit-(Polygonal-)Methode geschehen soll, so werden zwischen die trigonometrischen Detail-Netzpunkte (Netzpunkte IV. Ordnung) Polygonzüge eingeschaltet, welche stets von einem solchen Punkte ausgehen, und wieder an einen solchen anschließen. Die Seiten der Polygonzüge werden mit Latten oder mit dem Stahlbande gemessen, ferner werden mit dem Theodolit die Brechungswinkel der Polygonseiten gemessen, und zwar derart, daß der verlassene Standpunkt den linken Schenkel bildet. Die Koordinaten der Polygonpunkte werden berechnet und auf die aus der trigonometrischen Triangulierung gegebenen Koordinaten der beiden Anschlußpunkte ausgeglichen (Nr. 214 und 215).

Kann man zu einem solchen Anschlußpunkte nicht direkt hinmessen, wenn es vielleicht ein Turm oder dergl. wäre, so müssen die anschließenden Seiten der Polygonzüge durch eine Dreiecksberechnung ermittelt werden.

Wäre z. B. in Fig. 416 der trigonometrische Punkt C ein Turm, so daß die anstoßenden Seiten $a\,C$ und $b\,C$ nicht gemessen werden können, so mißt man die Gerade $a\,b$ und die Winkel α und β und berechnet mittelst des Sinussatzes die Längen $a\,C$ und $b\,C$.

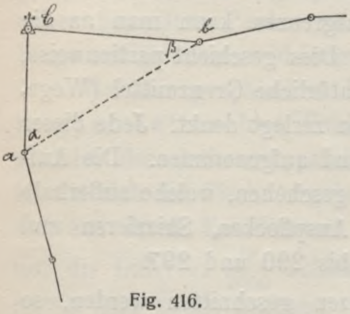


Fig. 416.

Die Koordinaten aller in einer Aufnahmssektion liegenden Punkte werden auf den südwestlichen Eckpunkt der Sektion als Nullpunkt reduziert, worauf die Punkte in die erforderliche Anzahl Sektionsblätter aufgetragen werden.

Über die Legung der Polygonzüge enthält die österreichische Katastral-Instruktion für Polygonalaufnahmen im § 18, Seite 18 bis 20 folgende Bestimmungen:

„Das Polygonnetz setzt sich aus einzelnen mit den Dreieckspunkten und untereinander verbundenen Polygonzügen zusammen. Diese sind:

a) Hauptpolygonzüge, welche den Zweck haben, den Hauptzusammenhang zwischen den trigonometrischen Netzpunkten herzustellen. Diese Züge haben daher von trigonometrisch bestimmten Punkten auszugehen und an solche anzuschließen.

Falls die Entfernung der trigonometrisch bestimmten Punkte eine so große ist, daß zu deren Verbindung Polygonzüge von mehr als 1200 *m* Länge oder mit mehr als 20 Polygonpunkten geführt werden müßten, sind für die betreffenden Polygonzüge schicklich gelegene, erst zu bestimmende gemeinschaftliche Stützpunkte (Knotenpunkte) in der Weise auszuwählen, daß hiedurch Polygonzüge von entsprechender Länge und Punktanzahl gebildet werden.

b) Nebenpolygonzüge, welche zwischen den Hauptpolygonzügen in ähnlicher Weise wie letztere zwischen den Dreieckspunkten einzuschalten sind.

Die Haupt- sowie die Nebenpolygonzüge sollen auf dem kürzesten Wege die Dreieckspunkte, beziehungsweise die Polygonpunkte untereinander verbinden. Die Punkte des Polygonnetzes sind daher derart auszuwählen daß die Züge von der gestreckten Form so wenig als möglich abweichen; es sind sohin stark aus- oder einspringende Ecken zwischen den Polygonseiten nach Tunlichkeit zu vermeiden.

Die Zugseiten sollen womöglich von annähernd gleicher Länge sein, insbesondere sollen größere Längenunterschiede zwischen zwei unmittelbar aufeinanderfolgenden Strecken nicht vorkommen. Allzu kurze oder zu lange Seiten (unter 50 *m* oder über 300 *m*) sind, wenn nicht besondere, durch die Terraingestaltung herbeigeführte Umstände dies anders bedingen, zu vermeiden.

Wenn Polygonzüge sich durchkreuzen, so sollen die Durchkreuzungspunkte in das Polygonnetz einbezogen werden.

Polygonzüge, welche in unmittelbarer Nähe von trigonometrisch oder polygonometrisch bestimmten Punkten vorbeiziehen, sind mit diesen Punkten in eine solche Verbindung zu bringen, daß die Lage der Polygonzüge gegen die gedachten Punkte vollkommen bestimmt wird. Diese Verbindung soll in der Regel durch direkte Längen- und Winkelmessungen erfolgen. Erscheint jedoch eine direkte Längenmessung zu den gedachten Punkten nicht ausführbar, was beispielsweise bei trigonometrisch bestimmten Kirchtürmen, Blitzableitern und ähnlichen fixen Objekten, oder dann der Fall sein wird, wenn anderweitige Hindernisse eine direkte Längenmessung nicht zulassen, so ist dieser Zusammenhang durch eine oder mehrere Dreiecksmessungen, bei welchen eine Polygonseite oder eine Teilstrecke einer solchen als Basis benützt wird, herzustellen.

Neben der Rücksicht auf die Herstellung eines entsprechenden Zusammenhanges des Polygonnetzes ist bei der Anordnung dieses Netzes auch auf die zum Zwecke der nachfolgenden Parzellenvermessung vorzunehmenden Operationen Bedacht zu nehmen. Es sind daher die Polygonzüge derart anzuordnen, daß von ihnen teils unmittelbar, teils durch Herstellung eines zwischen sie einzuschaltenden schicklichen Liniennetzes (Messungslinien) die Einmessung der Parzellengrenzen in einfacher und entsprechender Weise erfolgen kann. Mit Rücksicht darauf wird die Anlage des Polygonnetzes von der Gestaltung des Terrains und von der Gruppierung der Parzellen abhängig sein; es sind daher die Polygonzüge insbesondere längs der Straßen, Wege, Gewässer, Riedgrenzen etc. zu situieren.

Gleichwie die Anlage des Polygonnetzes hängt auch die Anzahl der Polygonpunkte von den Terrainverhältnissen und vorzugsweise von der durchschnittlichen Größe der Parzellen ab. In der Regel wird die Anzahl der Polygonpunkte zwischen 20 und 50 per Quadratkilometer zu betragen haben.“ —

328. Zunächst werden die Hauptpolygonzüge gerechnet und auf die trigonometrisch bestimmten Anschlußpunkte ausgeglichen. Die Punkte der Hauptpolygonzüge gelten dann wieder als unveränderlich für den Anschluß der Nebenpolygonzüge.

Bezüglich der zulässigen Fehlergrenzen für die Ausgleichung der Polygonzüge enthält die gedachte Instruktion im § 23 folgende Bestimmungen:

a) Die wirkliche Winkelsumme des Polygonzuges darf gegen die theoretische (siehe Nr. 214) nicht um mehr als $75\sqrt{n}$ Sekunden differieren, worin n die Anzahl der Polygonwinkel einschließlich der beiden Anschlußwinkel bedeutet. Größere Abweichungen bis zum $1^1/_2$fachen des eben angegebenen Wertes sind nur ausnahmsweise, bei sehr ungünstigen Messungsverhältnissen zulässig. (Die Differenz wird dann gleichmäßig auf die n Winkel verteilt.)

b) Nach der Ausgleichung der gemessenen Polygonwinkel werden die Koordinatendifferenzen und Koordinaten der Punkte des Polygonzuges gerechnet.

α) Bei gestreckten Polygonzügen ist dann aus dieser vorläufigen Koordinatenberechnung des Polygonzuges, und ebenso aus den fix gegebenen Koordinaten des Anfangs- und Endpunktes des Polygonzuges die geradlinige

Entfernung dieser beiden Punkte zu berechnen. Die Differenz zwischen beiden Resultaten darf die zulässige Fehlergrenze für Polygonzuganschlüsse nach der Formel $\Delta(s) = 0{\cdot}012\sqrt{(s)} + 0{\cdot}06$ nicht überschreiten. Hiebei ist als (s) die Summe der sämtlichen gemessenen Polygonseiten einzusetzen.

β) Hierauf wird der Richtungs-(Süd-)Winkel der den Anfangs- und Endpunkt des Polygonzuges verbindenden Geraden sowohl aus den gegebenen Koordinaten dieser beiden Punkte, als auch aus der vorläufigen Polygonzugsberechnung ermittelt. Die Differenz zwischen beiden Richtungs-(Süd-)Winkeln darf den Wert von $\frac{2[(s)+100]}{L}$ Minuten nicht übersteigen. Hierin bedeutet (s) die Summe der Längen sämtlicher Zugseiten, L die aus den gegebenen Koordinaten des Anfangs- und Endpunktes ermittelte geradlinige Entfernung dieser Punkte.

γ) Für Polygonzüge, welche von der gestreckten Form bedeutend abweichen, deren Anwendung jedoch nur in Ausnahmsfällen gestattet ist, werden die Summen der Ordinaten- und Abszissen-Differenzen verglichen mit den Differenzen zwischen den Ordinaten und Abszissen des gegebenen Anfangs- und Endpunktes des Zuges. Nennt man den Unterschied bei den Ordinaten Differenzen fy und bei den Abszissen-Differenzen fx, so ergibt sich der Fehler im Anschlusse $fs = \sqrt{fy^2 + fx^2}$, und dieser darf die zulässige Fehlergrenze für Polygonzuganschlüsse nach der Formel $\Delta(s) = 0{\cdot}012\sqrt{(s)} + 0{\cdot}06$ nicht überschreiten, wozu die Summe der Längen aller Polygonzugsseiten in Betracht zu ziehen ist. (Siehe Nr. 215.)

329. Zwischen den Polygonpunkten und -Seiten wird zum Zwecke der Parzellenvermessung das Messungsliniennetz eingeschaltet, ganz nach den Erläuterungen in Nr. 293. Ebenso geschieht dann das Auftragen des Planes ganz nach Nr. 294.

Die Aufnahme sehr langer Flußläufe, Straßenzüge oder dergl.

§ 49.

330. Im § 43 wurde die Aufnahme von Straßenzügen und fließenden Gewässern geschildert, es wurde gesagt, daß längs des aufzunehmenden Gewässers, Straßenzuges oder dergl. Polygonzüge gelegt und mit dem Meßtisch oder Theodolit nach der Umfangsmethode aufgenommen werden, welche Polygonzüge die Grundlage bilden für die Aufnahme der Detailpunkte. Es wurde auch schon in einer Bemerkung darauf hingewiesen, daß bei sehr großer Länge der Polygonzüge eine Verschwenkung ihrer Endpunkte unvermeidlich ist. Dr. W. Jordan hat nachgewiesen,[1]) daß bei einem Polygonzuge von 100 Kilometer Länge, der aus 1000 Strecken zu je 100 m Länge besteht, und bei dem der mittlere Winkelfehler $\pm$ 15″ betragen würde, eine Querverschwenkung des Endpunktes von $\pm$ 133 m zu befürchten wäre.

[1]) Handbuch der Vermessungskunde von Dr. W. Jordan, II. Band, Feld- und Landmessung, II. Auflage, Stuttgart 1897, Seite 721.

Findet die Flußaufnahme zum Zwecke von Wasserbauarbeiten statt, so hat eine solche Verschwenkung des Endpunktes allerdings sehr wenig zu bedeuten, weil es sich nur darum handelt, daß die Details der Aufnahme richtig sind.

331. Will man jedoch eine Verschwenkung vermeiden, und dies sollte immer geschehen, so müssen für die Polygonzüge Anknüpfungspunkte durch Triangulierung geschaffen werden.

Wo es möglich ist, wird man die Triangulierung an die Landesaufnahme anschließen. Es wird dann eine zusammenhängende Dreieckskette gebildet, deren Punkte zu beiden Seiten des Flusses gelegen sind. Sind in der Nähe genügend viele Punkte der Landesaufnahme vorhanden, an die man anknüpfen kann, so werden die Koordinaten der gewählten Punkte durch „Einschneiden“ bestimmt (Nr. 320), das ist jedenfalls das Vorteilhafteste. Bei weniger Anschlußpunkten muß die Ausgleichung der Dreiecke gruppenweise durch „Einschaltung“ (Nr. 314), oder wenn es nicht anders möglich ist, durch „Einkettung“ (Nr. 315) geschehen.

Die Dreieckskette wird so gewählt, daß die Punkte zu beiden Seiten des Flusses höchstens 1000 *m* voneinander entfernt sind. Zwischen diesen Punkten werden dann die Polygonzüge für die Detailaufnahme gelegt und auf die beiden Anschlußpunkte ausgeglichen.

Die Detailaufnahme findet dann ganz nach § 43 statt.

Die Aufnahme größerer Städte und ausgedehnter Ortschaften.

§ 50.

332. Die Aufnahme kleiner Ortschaften und Städte ohne vorausgehende Triangulierung, nur mit Zugrundelegung eines geschlossenen Polygones ist im § 44 beschrieben worden. Handelt es sich um die Aufnahme größerer Städte oder sehr ausgedehnter Ortschaften, so muß eine Triangulierung vorausgehen, durch welche nicht nur alle Türme und sonstige hervorragende Punkte als Fixpunkte, sondern auch eine hinreichende Anzahl von Standpunkten an den Straßenkreuzungen und auf freien Plätzen trigonometrisch bestimmt werden, um dann an diese Punkte die durch die Straßen gelegten Polygonzüge anschließen zu können.

Wenn es möglich ist, wird diese Triangulierung ebenfalls an die Landestriangulierung angeschlossen. Am vorteilhaftesten ist es dann, wenn die Verhältnisse derart liegen, daß alle die zu triangulierenden Punkte direkt mit Hilfe der Landestriangulierungspunkte bestimmt werden können. Sind nämlich in der aufzunehmenden Stadt und deren nächsten Umgebung viele Punkte bei der Landesaufnahme trigonometrisch bestimmt worden, welche man benützen kann, oder sind wenigstens drei Punkte gegeben, welche ein möglichst die ganze Stadt überspannendes großes Dreieck bilden, so wird man die neu zu triangulierenden Punkte (IV. Ordnung) durch „Einschneiden“ nach Nr. 320 bestimmen.

Stehen nicht so viele Punkte der Landesaufnahme zur Verfügung, so müssen bei einer größeren Stadt zwei Netze gelegt werden. Angenommen, man hätte vielleicht nur zwei Punkte der Landesaufnahme, die benützt werden könnten, so bildet man zuerst ein an diese Punkte anschließendes, um einen Punkt herumliegendes Dreiecksnetz, welches nach Nr. 314 ausgeglichen wird. Aus den gegebenen Koordinaten der beiden Punkte (angenommen z. B. C und D in Fig. 402) wird die Länge und der Richtungswinkel dieser Geraden berechnet, welche dann als Basis für das Dreiecksnetz benützt wird. Mit Hilfe der Punkte dieses Netzes werden dann die Punkte eines zweiten Netzes (Detailnetzes) durch „Einschneiden“ bestimmt.

Könnte man die Aufnahme überhaupt nicht an gegebene Punkte der Landestriangulierung anschließen, so müßte eine Triangulierung mit selbstständiger Basis ganz nach Nr. 312 bis 316 durchgeführt werden.

333. Für die Detailaufnahme werden dann durch die Gassen Polygonzüge gelegt, welche immer von einem Triangulierungspunkte ausgehen und wieder an einen solchen anschließen. Mit Hilfe dieser Polygonzüge findet dann die Detailaufnahme ganz nach Nr. 301 und 302 statt.

Für die Konstruktion des Planes nimmt man dann die erforderliche Anzahl Papierblätter, konstruiert auf jedem das Sektions-Rechteck und trägt die in die Sektion fallenden Netz- und Polygonpunkte mittelst ihrer Koordinaten auf, ebenso die in das Innere der Hofräume gelegten Messungslinien. Dann konstruiert man das Detail.

Die Aufnahme großer Waldkomplexe.

§ 51.

334. Der in § 45, Nr. 306, geschilderte Vorgang für die Aufnahme von Waldungen gilt nur für kleinere Waldkomplexe in einer Größe bis etwa 500 *ha*. Der Aufnahme größerer Wälder muß ebenso wie allen anderen Aufnahmen großer Flächen eine trigonometrische Triangulierung zu Grunde gelegt werden, welche ebenfalls, wenn möglich, an die Landesaufnahme angeschlossen wird.

Bezüglich der Wahl der trigonometrischen Punkte des Detailnetzes (Netzpunkte IV. Ordnung) ist zu bemerken, daß deren Zahl von den Terrainverhältnissen bedingt wird. Bei günstigem Terrain dürfte für je 200 *ha* ein Punkt genügen. Bei ungünstigem Terrain sind mehr Punkte notwendig.

Die Punkte sind so zu verteilen, daß zunächst in Entfernungen von etwa 1500 bis 2000 *m* voneinander unmittelbar auf, oder in nächster Nähe der Wald- und der einzelnen Revier-Grenzen Punkte gewählt werden, um dann diese Grenzen mittelst Polygonzügen zwischen je zwei solchen Netzpunkten aufnehmen zu können. In großen Revieren sind in ebensolcher Entfernung voneinander in gleichmäßiger Verteilung auch Punkte im Innern der Reviere zu wählen, um Fixpunkte für die Detailaufnahme zu erhalten.

Die in der Nähe der Grenze gewählten Punkte wird man selbstverständlich möglichst auf eigenem Grund und Boden, also im Walde selbst wählen.

In hügeligem Terrain wird es wohl meist keine Schwierigkeiten machen, die Punkte in dieser Weise zu wählen; auch wird man da wohl zumeist durch Zuhilfenahme kleiner Auslichtungen mit einfachen Signalen auskommen können. In großen, ebenen Waldungen aber bereitet die Wahl von Punkten, von denen man eine entsprechende Übersicht hat, große Schwierigkeiten. Es müssen dann hohe Pyramiden errichtet werden (siehe Nr. 60), auf denen der Theodolit aufgestellt wird. Diese Pyramiden sind aber sehr teuer, so daß man es in großen Ebenen oft vorzieht, auf die trigonometrische Bestimmung von Netzpunkten im Innern des Waldes zu verzichten, und sich damit begnügt, von außen her nur auf, oder in nächster Nähe der Grenze eine Anzahl von Punkten durch Triangulierung zu bestimmen.

Um sich von der zweckmäßigen Verteilung der zunächst provisorisch gewählten Punkte zu überzeugen, werden diese mit dem Detailtischchen im Maßstabe 1 : 25000 oder 1 : 50000 aufgenommen. Nach definitiver Wahl der Punkte werden erst die definitiven Signale aufgestellt, und dann zunächst noch einmal mit dem Detailtischchen das Triangulierungsskelett hergestellt, in welches auch die Grenzen des Waldes nach der Generalstabskarte eingezeichnet werden, sowie die wichtigsten Straßen und Wege, Schneisen u. s. w.

335. Die trigonometrische Triangulierung der gewählten Netzpunkte geschieht dann ganz so, wie dies in Nr. 332 bezüglich der Triangulierung einer größeren Stadt erklärt wurde.

336. Für die Detailaufnahme werden zwischen je zwei Triangulierungspunkten Polygonzüge gelegt. Zunächst werden die Wald- und die einzelnen Revier-Grenzen in dieser Weise aufgenommen. Wo diese Grenzen aus hinreichend langen und zugleich nicht zu sehr verschiedenen, geraden Linien bestehen, kann der Polygonzug direkt der Grenze folgen, besteht dagegen die Grenze aus sehr kurzen Linien, so müssen die Polygonseiten möglichst lang gewählt und die Grenzpunkte durch kurze Ordinaten auf die Polygonseiten bezogen werden. Die Grenzpolygonzüge gehen selbstverständlich immer von einem unmittelbar auf, oder in der nächsten Nähe der Grenze liegenden Netzpunkte aus und schließen wieder an den nächsten solchen Punkt an. Von diesem geht dann wieder ein Polygonzug zum nächsten derartigen Punkte. Liegen diese Netzpunkte nicht unmittelbar auf, sondern nur in der Nähe der Grenze, so muß natürlich der von diesen Punkten ausgehende Polygonzug zunächst die Grenze erreichen, und dieses Stück ist gemeinsam für die beiden von dem Punkte ausgehenden Polygonzüge.

Um für die Aufnahme des Details auch im Innern der Reviere fixe Anknüpfungspunkte zu erhalten, werden auch hier zwischen je zwei Netzpunkten Polygonzüge gelegt, welche aus etwa 150 bis 250 *m* langen geraden Seiten bestehen und möglichst gestreckt sein sollen. Man legt diese möglichst längs der Wege, Schneisen etc.

337. Sind von allen diesen Punkten die Koordinaten berechnet, so werden so viele Papierblätter (oder aufgespannte Tischbretter) genommen, als notwendig sind; auf jedem wird das Sektionsrechteck konstruiert und dann die in der Sektion liegenden Netz- und Polygonpunkte aufgetragen.

Das Detail kann nun mit Meßtisch, Bussole oder Theodolit ganz nach Nr. 305 aufgenommen werden, indem hiezu die aufgetragenen Punkte als Anknüpfungspunkte dienen.

Siebenter Abschnitt.

B. Die Flächenberechnung.

Vorbemerkungen.

§ 52.

338. Die Fläche eines Grundstückes kann entweder unmittelbar aus den am Felde gemessenen Daten berechnet werden, oder es kann der durch die Aufnahme entstandene Plan zur Flächenermittlung benützt werden. Im letzteren Falle können wieder entweder die zur Berechnung der Fläche nötigen Längen aus dem Plane mit Zirkel und Maßstab entnommen werden, oder es kann die Fläche mittelst eigener Instrumente ermittelt werden, welche Planimeter heißen.

Geschieht die Ermittlung der Fläche durch Berechnung, sei es aus den am Felde gemessenen, oder dem Plane entnommenen Daten, so bildet die Fläche im allgemeinen stets das Produkt zweier Faktoren. Nennt man den einen a, den zweiten b und die Fläche F, so ist

$$F = a \cdot b$$

Sind die beiden Faktoren mit gewissen, unvermeidlichen Fehlern behaftet, welche beim Messen oder Abgreifen der Längen eintreten können, so muß auch das Produkt mit einem Fehler behaftet sein. Bezeichnet man den Fehler in der Länge a mit $\pm \Delta a$ und in der Länge b mit $\pm \Delta b$ und den Fehler der Fläche mit $\pm \Delta F$, so ist

$$\begin{aligned} F \pm \Delta F &= (a \pm \Delta a)\,(b \pm \Delta b) \\ &= a\,b \pm a\,\Delta b \pm b\,\Delta a + \Delta a\,\Delta b. \end{aligned}$$

Da Δa und Δb als unvermeidliche Fehler sehr kleine Größen sind, so ist ihr Produkt noch kleiner, und es kann das letzte Glied $\Delta a \Delta b$ weggelassen werden. Es ist daher

$$\pm \Delta F = \pm a \Delta b \pm b \Delta a.$$

Ist nun $\Delta a = \Delta b$, dagegen a und b sehr verschieden, so sind auch die beiden Glieder, aus denen sich der Fehler in der Fläche zusammensetzt, sehr verschieden, und daher unter allen Umständen der Fehler viel größer, als wenn $a = b$ ist. Ist a bedeutend größer als b, so ist auch $a \Delta b$ bedeutend größer als $b \Delta a$.

Da nun beim Abgreifen von Längen aus dem Plane der dabei mögliche unvermeidliche Fehler immer gleich bleibt (etwa 0·14 *mm*), so ergibt sich zunächst, daß beim Berechnen von Figuren mit den dem Plane entnommenen Längen, die beiden Faktoren stets einander möglichst gleich sein sollen, worauf daher bei der Zerlegung in Figuren Rücksicht zu nehmen ist. Da ferner der beim Abgreifen der Längen a und b entstehende Fehler immer gleich bleibt, ohne Rücksicht auf die Länge der Linien, so wird der Fehler in der Fläche umso größer, je kürzer die Linien a und b sind. Es sollen demnach zur Berechnung auch möglichst große Figuren gebildet werden.

Werden die Längen a und b am Felde gemessen, so verhält sich $\Delta a : \Delta b = a : b$, unter der Voraussetzung, daß $a > b$ ist, auch $a \Delta b > b \Delta a$ und es folgt daraus, daß bei ungleichen Längen die kürzere immer mit größerer Sorgfalt gemessen werden muß. Bei der Berechnung von Grundstücken kommt häufig der Fall vor, daß der eine Faktor direkt am Felde gemessen, der zweite aber aus dem Plane abgegriffen wird. Aus dem Vorangehenden folgt nun, daß in einem solchen Falle immer die kürzere Linie direkt am Felde gemessen werden muß.

Berechnung einzelner Figuren.

§ 53.

Berechnung der Dreiecke.

339. Bezeichnet man die Winkel des Dreieckes (Fig. 417) mit α, β, γ, die den Winkeln gegenüberliegenden Seiten mit a, b, c und die Höhe mit h, so können zur Berechnung der Fläche folgende Formeln benützt werden:

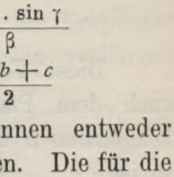


Fig. 417.

1. $F = \frac{c\,.\,h}{2}$

2. $F = {}^1/_2 c\,.\,b\,.\sin\alpha = {}^1/_2 c\,.\,a\,.\sin\beta = {}^1/_2 a\,.\,b \sin\gamma$

3. $F = \frac{c^2\,.\,\sin\alpha\,.\,\sin\beta}{2\sin\gamma} = \frac{a^2\,.\,\sin\beta\,.\,\sin\gamma}{2\sin\alpha} = \frac{b^2\,.\,\sin\alpha\,.\,\sin\gamma}{2\sin\beta}$

4. $F = \sqrt{S(S-a)\,(S-b)\,(S-c)}$ worin $S = \frac{a+b+c}{2}$

Die für die erste und vierte Formel nötigen Daten können entweder direkt am Felde gemessen oder dem Plane entnommen werden. Die für die zweite und dritte Formel erforderlichen Daten sind aber nur direkt am Felde zu messen.

Berechnung der Vierecke.

340. Die Fläche eines Rechteckes ergibt sich aus dem Produkte der zwei zusammenstoßenden Seiten.

Die Fläche eines Parallelogrammes (Fig. 418) wird durch das Produkt aus der Grundlinie und senkrechten Höhe gefunden, $F = g\,h$

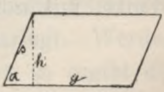


Fig. 418.

Diese Formel kann sowohl zur Berechnung aus den am Felde gemessenen, wie auch dem Plane entnommenen Daten benützt werden. Mißt man direkt am Felde die zwei zusammenstoßenden Seiten und den Winkel, den sie einschließen, so ist

$$F = g \cdot s \cdot \sin\alpha$$

341. Wird in einem Trapeze die längere der parallelen Seiten mit a, die kürzere mit b, die beiden anderen Seiten mit c und d, die senkrechte Höhe des Trapezes mit h, und endlich der Winkel, den die Seiten a und c einschließen, mit α bezeichnet (Fig. 419), so bestehen für die Fläche die bekannten Formeln:

1. $F = \left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot h$
2. $F = \left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot c \cdot \sin\alpha$
3. $F = \frac{a+b}{u}\sqrt{S(S-c)(S-d)(S-u)}$ worin $u = a - b$ und $S = \frac{c+d+u}{2}$

Von diesen Formeln kann die erste und dritte sowohl für die direkt am Felde gemessenen, wie auch für die dem Plane entnommenen Daten

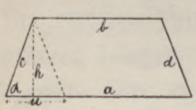


Fig. 419.

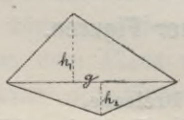


Fig. 420.

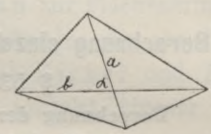


Fig. 421.

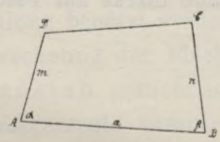


Fig. 422.

verwendet werden, die zweite Formel aber eignet sich nur für die direkt am Felde gemessenen Daten.

342. Bezeichnet man in einem Trapezoide (Fig. 420) eine Diagonale mit g, die von den zwei anderen Eckpunkten auf diese Diagonale gefällten Senkrechten mit h_1 und h_2, so ist

$$F = g\left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)$$

Diese Formel eignet sich sowohl für die am Felde gemessenen, als auch dem Plane entnommenen Längen. Mißt man am Felde die zwei Diagonalen a und b und den Winkel α, den diese einschließen (Fig. 421), so ist

$$F = \frac{a \cdot b \cdot \sin\alpha}{2}$$

Eine für jedes Viereck geltende Formel, die insbesondere bei der Teilung der Vierecke sehr gut verwertet werden kann, ist folgende: Bezeichnet man eine Seite des Viereckes mit a (Fig. 422), die anliegenden Winkel mit α und β und die anstoßenden Seiten mit m und n, so ist

$$F = \frac{a\,m \sin\alpha + a\,n \sin\beta - m\,n \sin(\alpha + \beta)}{2}$$

Berechnung der Vielecke.

343. Um die Fläche eines unregelmäßigen Vieleckes zu berechnen, kann man dieses sowohl am Plane, als auch am Felde in Dreiecke zerlegen,

die Grundlinien und senkrechten Höhen dieser Dreiecke abgreifen oder direkt messen und die Flächen der einzelnen Dreiecke berechnen und addieren. Hiebei hat man nach Nr. 337 bei der Zerlegung am Plane darauf zu achten, daß die einzelnen Faktoren möglichst lang und möglichst gleich ausfallen. Da man in jedem Dreiecke das Produkt aus Grundlinie und Höhe durch 2 zu dividieren hat, ist es zweckmäßig, zuerst die einfachen Produkte zu addieren und erst die so erhaltene doppelte Fläche des Vieleckes durch 2 zu dividieren. In Fig. 423 wäre demnach

$$2\,F = g_1\,(h_1 + h_2) + g_2\,h_3 + g_3\,(h_4 + h_5) + g_4\,(h_6 + h_7)$$

$$F = \frac{g_1\,(h_1 + h_2) + g_2\,h_3 + g_3\,(h_4 + h_5) + g_4\,(h_6 + h_7)}{2}$$

344. Eine andere Art der Berechnung, welche ebenfalls sowohl am Felde, als auch am Plane Anwendung finden kann, ist die, daß man zwei gegenüberliegende Eckpunkte miteinander verbindet und auf die Verbindungslinie von den Eckpunkten Senkrechte fällt, wodurch das Vieleck in lauter Trapeze und Dreiecke zerlegt wird, deren Flächen berechnet und summiert

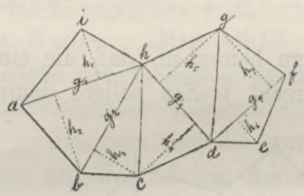


Fig. 423.

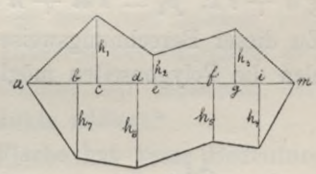


Fig. 424.

werden. Da man hiebei jedes Produkt durch 2 zu dividieren hätte, ist es praktischer, die Doppelfläche zu rechnen und erst diese durch 2 zu dividieren.

In Fig. 424 wäre daher

$$2\,F = a\,c\,.\,h_1 + c\,e\,(h_1 + h_2) + e\,g\,(h_2 + h_3) + g\,m\,.\,h_3 + i\,m\,.\,h_4$$
$$+ f\,i\,(h_4 + h_5) + d\,f\,(h_5 + h_6) + b\,d\,(h_6 + h_7) + a\,b\,.\,h_7.$$

345. Eine andere, vorzugsweise für den Plan sich eignende Berechnung ist die mittelst Parallelen. Es wären in Fig. 425 durch die Eckpunkte des Vieleckes zueinander parallele Gerade gezogen, welche man verlängert denkt bis zu einer beliebigen, auf allen Parallelen senkrechten Geraden AA'. Die im Innern des Vieleckes liegenden Teile der Parallelen bezeichnet man mit p_1, p_2, $p_3 \ldots p_7$. Den Abstand des Fußpunktes 0 auf der Geraden AA' von irgend einem Anfangspunkte A bezeichnet man mit x_0, den Abstand des Fußpunktes der Parallelen p_1 von dem Anfangspunkte A mit x_1 u. s. w. Durch die Parallelen $p_1, p_2, p_3 \ldots$ erscheint das Vieleck in Trapeze und Dreiecke zerlegt. Werden die Flächen dieser einzelnen Figuren berechnet und summiert, so ergibt die Summe die Fläche des Vieleckes, und zwar ist die Doppelfläche

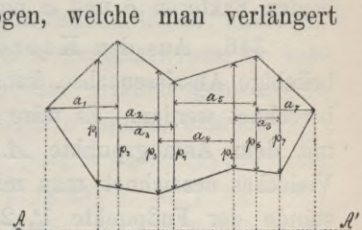


Fig. 425.

$$2\,F = p_1\,(x_1 - x_0) + (p_1 + p_2)\,(x_2 - x_1) + (p_2 + p_3)\,(x_3 - x_2)$$
$$+ (p_3 + p_4)\,(x_4 - x_3) + (p_4 + p_5)\,(x_5 - x_4) + (p_5 + p_6)\,(x_6 - x_5)$$
$$+ (p_6 + p_7)\,(x_7 - x_6) + p_7\,(x_8 - x_7).$$

Durch Herausheben der gemeinschaftlichen Faktoren $p_1, p_2, p_3 \ldots$ ergibt sich:

$$2\,F = p_1\,(x_1 - x_0 + x_2 - x_1) + p_2\,(x_2 - x_1 + x_3 - x_2) + p_3\,(x_3 - x_2 + x_4 - x_3) + p_4\,(x_4 - x_3 + x_5 - x_4) + p_5\,(x_5 - x_4 + x_6 - x_5) + p_6\,(x_6 - x_5 + x_7 - x_6) + p_7\,(x_7 - x_6 + x_8 - x_7) \text{ oder}$$

$$2\,F - p_1\,(x_2 - x_0) + p_2\,(x_3 - x_1) + p_3\,(x_4 - x_2) + p_4\,(x_5 - x_3)\,p_5\,(x_6 - x_4) + p_6\,(x_7 - x_5) + p_7\,(x_8 - x_6)$$

Bezeichnet man nun die Differenzen der Abstände $(x_2 - x_0) = a_1$, $(x_3 - x_1) = a_2$, $(x_4 - x_2) = a_3 \ldots\ldots$, so ist

$$2\,F = p_1 \cdot a_1 + p_2 \cdot a_2 + p_3 \cdot a_3 + p_4 \cdot a_4 + p_5 \cdot a_5 + p_6 \cdot a_6 + p_7 \cdot a_7$$

oder in Worten: Man erhält die doppelte Fläche des Vieleckes, indem man jede Parallele mit dem Abstande zwischen der folgenden und der vorhergehenden Parallelen multipliziert und die einzelnen Produkte addiert.

Hätte das Vieleck eine Form wie in Fig. 426, so setzen sich einzelne von den Parallelen aus mehreren Teilen zusammen; so ist $p_2 = cd + ef$, $p_3 = gh + ik$, $p_4 = lm + no$.

Zu dieser Berechnungsweise ist noch zu bemerken, daß die einzelnen Parallelen die Polygonseiten möglichst senkrecht treffen sollen, damit ihre

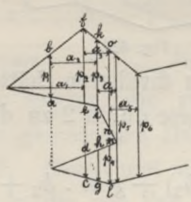


Fig. 426.

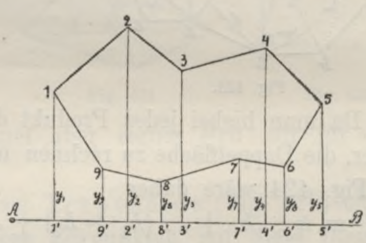


Fig. 427.

Länge mit dem Zirkel genau abgenommen werden kann; ferner sollen die beiden Faktoren p und a nicht zu sehr ungleich ausfallen.

346. Aus den Koordinaten der Eckpunkte, bezogen auf eine beliebige Abszissenachse, kann die Fläche eines Vieleckes in folgender Weise berechnet werden. Es wäre in Fig. 427 $A\,B$ eine beliebige Abszissenachse mit dem Anfangspunkte A. Die Ordinaten der Eckpunkte 1 bis 9 des Vieleckes bezeichnet man mit $y_1, y_2, y_3 \ldots y_9$, die Abszissen, also die Abstände der Fußpunkte 1', 2', 3' ... 9' von A mit $x_1, x_2, x_3 \ldots x_9$. Um die Fläche des Vieleckes 1 bis 9 zu bekommen, kann man den aus Trapezen bestehenden Raum 1', 1, 2, 3, 4, 5, 5' berechnen und davon den ebenfalls aus Trapezen bestehenden Raum 5', 5 6, 7, 8, 9, 1, 1' subtrahieren. Es ist somit, wenn die Fläche des Vieleckes 1 bis 9 mit F bezeichnet wird,

$$2\,F = (y_1 + y_2)\,(x_2 - x_1) + (y_2 + y_3)\,(x_3 - x_2) + (y_3 + y_4)\,(x_4 - x_3) + (y_4 + y_5)\,(x_5 - x_4) - (y_5 + y_6)\,(x_5 - x_6) - (y_6 + y_7)\,(x_6 - x_7) - (y_7 + y_8)\,(x_7 - x_8) - (y_8 + y_9)\,(x_8 - x_9) - (y_9 + y_1)\,(x_9 - x_1).$$

Um alle Glieder positiv zu erhalten, kann in den negativen Gliedern immer in einem Faktor das Zeichen geändert werden, indem statt $x_5 - x_6$ geschrieben wird $x_6 - x_5$, statt $x_6 - x_7$ ebenfalls $x_7 - x_6$ u. s. w., es ist dann

$$\begin{aligned}2F = &(y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + (y_2 + y_3)(x_3 - x_2) + (y_3 + y_4)(x_4 - x_3)\\ &+ (y_4 + y_5)(x_5 - x_4) + (y_5 + y_6)(x_6 - x_5) + (y_6 + y_7)(x_7 - x_6)\\ &+ (y_7 + y_8)(x_8 - x_7) + (y_8 + y_9)(x_9 - x_8) + (y_9 + y_1)(x_1 - x_9)\end{aligned}$$

In Worten ausgedrückt, lautet diese Formel: „Man erhält die doppelte Fläche des Vieleckes, wenn man die Summe der Ordinaten je zweier aufeinander folgender Eckpunkte mit der Differenz der Abszissen derselben Punkte multipliziert und die einzelnen Produkte addiert."

Multipliziert man beide Seiten der obigen Gleichung mit — 1 und verlegt auf der rechten Seite das negative Zeichen in die Faktoren, so erhält man eine neue Formel, nämlich

$$\begin{aligned}-2F = &(y_2 - y_1)(x_1 + x_2) + (y_3 - y_2)(x_2 + x_3) + (y_4 - y_3)(x_3 + x_4)\\ &+ (y_5 - y_4)(x_4 + x_5) + (y_6 - y_5)(x_5 + x_6) + (y_7 - y_6)(x_6 + x_7)\\ &+ (y_8 - y_7)(x_7 + x_8) + (y_9 - y_8)(x_8 + x_9) + (y_1 - y_9)(x_9 + x_1)\end{aligned}$$

oder in Worten: „Man erhält die mit dem negativen Zeichen versehene Doppelfläche des Vieleckes, wenn man die Differenz der Ordinaten je zweier aufeinanderfolgender Eckpunkte mit der Summe der Abszissen derselben Punkte multipliziert und die einzelnen Produkte addiert."

Das negative Zeichen der doppelten Fläche hat keine Bedeutung, der Ziffernwert ist derselbe wie in der früheren Formel. Man kann daher diese Berechnung als Kontrolle für die Berechnung nach der ersten Formel benützen. Diese beiden Formeln eignen sich insbesondere für die Berechnung der Fläche von Vielecken, deren Koordinaten polygonometrisch berechnet wurden, indem man dann die Ordinaten- und Abszissendifferenzen je zweier aufeinanderfolgender Punkte als den einen Faktor schon hat, so daß man als zweiten Faktor nur die Summen der Ordinaten und Abszissen je zweier aufeinanderfolgender Punkte zu bilden hat.*)

Werden in diesen beiden Formeln die gemeinschaftlichen Faktoren, und zwar in der ersten Formel y, in der zweiten x herausgehoben, so entstehen zwei neue Formeln, welche sich mehr für die wirklich gemessenen, oder dem Plane mit dem Zirkel entnommenen Größen eignen, nämlich

$$\begin{aligned}2F = &y_1(x_2 - x_1 + x_1 - x_9) + y_2(x_2 - x_1 + x_3 - x_2) + y_3(x_3 - x_2\\ &+ x_4 - x_3) + y_4(x_4 - x_3 + x_5 - x_4) + y_5(x_5 - x_4 + x_6 - x_5)\\ &+ y_6(x_6 - x_5 + x_7 - x_6) + y_7(x_7 - x_6 + x_8 - x_7) + y_8(x_8 - x_7\\ &+ x_9 - x_8) + y_9(x_9 - x_8 + x_1 - x_9)\end{aligned}$$

oder nach Vereinfachung der Glieder in den Klammern

$$\begin{aligned}2F = &y_1(x_2 - x_9) + y_2(x_3 - x_1) + y_3(x_4 - x_2) + y_4(x_5 - x_3) + y_5(x_6 - x_4)\\ &+ y_6(x_7 - x_5) + y_7(x_8 - x_6) + y_8(x_9 - x_7) + y_9(x_1 - x_8),\end{aligned}$$

d. h. in Worten: „Man erhält die doppelte Fläche des Vieleckes, wenn man die Ordinate jedes Eckpunktes multipliziert mit der Differenz aus den

*) Siehe das Beispiel auf der nächsten Seite.

Beispiel für die Flächenberechnung des Polygones Seite 323 aus den berechneten Koordinaten der Eckpunkte nach den Formeln:

$$2\,F = (y_1 + y_2)\,(x_2 - x_1) + \ldots \text{ und } 2\,F = (y_2 - y_1)\,(x_1 + x_2) + \ldots$$

Punkt Nr.	Koordinaten-Differenzen				Koordinaten				Flächenberechnung											
									I. Berechnung $2\,F=(y_1+y_2)(x_2-x_1)+(y_2+y_3)(x_3-x_2)+$						II. Berechnung $2\,F=(y_2-y_1)(x_1+x_2)+(y_3-y_2)(x_2+x_3)+\ldots$					
	Ordinaten-Differenz		Abszissen-Differenz		Ordinate		Abszisse		1. Faktor Ordinaten-Summe		2. Faktor Abszissen-Differenz		Produkt		1. Faktor Ordinaten-Differenz		2. Faktor Abszissen-Summe		Produkt	
													+	—					+	—
	±	Meter	±	Meter	±	Meter	±	Meter	±	Meter	±	Meter	Quadratmeter		±	Meter	±	Meter	Quadratmeter	
1	—	118·68	+	78·09		0·00		0·00	—	118·68	+	78·09	.	9267·72	—	118·68	+	78·09	.	9267·72
2	—	34·42	—	136·38	—	118·68	+	78·09	—	271·78	—	136·38	37065·36	.	—	34·42	+	19·80	.	681·52
3	+	91·71	—	45 68	—	153·10	—	58·29	—	214·49	—	45·68	9797·90	.	+	91·71	—	162·26	.	14880·86
4	+	217·00	—	106·34	—	61·39	—	103·97	+	94·22	—	106·34	.	10019·35	+	217·00	—	314·28	.	68198·76
5	+	89·34	+	127·81	+	155·61	—	210·31	+	400·56	+	127·81	51195·57	.	+	89·34	—	292·81	.	26159·65
6	+	118·09	+	148·29	+	244·95	—	82·50	+	607·99	+	148·29	90158·84	.	+	118·09	—	16·71	.	1973·28
7	—	138·85	+	137·06	+	363·04	+	65·79	+	587·23	+	137·06	80485·74	.	—	138·85	+	268·64	.	37300·66
8	—	49·51	—	53·27	+	224·19	+	202·85	+	398·87	—	53·27	.	21247·80	—	49·51	+	352·43	.	17448·81
9	—	174·68	—	149·58	+	174·68	+	149·58	+	174·68	—	149·58	.	26128·63	—	174·68	+	149·58	.	26128·63
													268703·41	66663·50						202039·89
											Doppelte Fläche		202039·91							202039·89
											Einfache Fläche		101019·95							101019·95

Abszissen des folgenden und des vorhergehenden Eckpunktes und die einzelnen Produkte addiert.

Aus der zweiten Formel ergibt sich

$$\begin{aligned} -2F = {} & x_1 (y_2 - y_1 + y_1 - y_9) + x_2 (y_2 - y_1 + y_3 - y_2) \\ & + x_3 (y_3 - y_2 + y_4 - y_3) + x_4 (y_4 - y_3 + y_5 - y_4) \\ & + x_5 (y_5 - y_4 + y_6 - y_5) + x_6 (y_6 - y_5 + y_7 - y_6) \\ & + x_7 (y_7 - y_6 + y_8 - y_7) + x_8 (y_8 - y_7 + y_9 - y_8) \\ & + x_9 (y_9 - y_8 + y_1 - y_9) \end{aligned}$$

nach Vereinfachung ist

$$\begin{aligned} -2F = {} & x_1 (y_2 - y_9) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_4 - y_2) + x_4 (y_5 - y_3) \\ & + x_5 (y_6 - y_4) + x_6 (y_7 - y_5) + x_7 (y_8 - y_6) + x_8 (y_9 - y_7) \\ & + x_9 (y_1 - y_8) \end{aligned}$$

d. h. in Worten: „Man erhält zur Kontrolle die mit dem negativen Zeichen versehene doppelte Fläche des Vieleckes, wenn man die Abszisse jedes Eckpunktes mit der Differenz aus den Ordinaten des folgenden und des vorhergehenden Eckpunktes multipliziert, und die Produkte addiert."

347. Soll ein Vieleck berechnet werden, welches von sehr vielen kurzen Seiten begrenzt ist (Fig. 428), so bildet man im Innern ein Vieleck, welches von wenigen, langen Seiten begrenzt ist und welches durch Zerlegung in Dreiecke nach Nr. 342 berechnet wird. Die durch die langen Seiten dieses

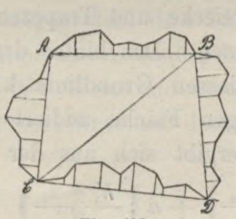


Fig. 428.

Fig. 429.

Vieleckes abgeschnittenen Flächenstreifen werden durch Senkrechte in Dreiecke und Trapeze zerlegt und diese berechnet. Selbstverständlich muß in Fig. 428 die Fläche des Streifens CD von der des Dreieckes BCD subtrahiert werden.

348. Die Flächen der Riemenparzellen, welche sowohl bei der Meßtischaufnahme als auch bei der Theodolit-(Polygonal-)Aufnahme mittelst gemessener Traversen aufgenommen wurden, werden in der Weise berechnet, daß man sie derart in Dreiecke zerlegt, daß die gemessenen Traversen die Grundlinien dieser Dreiecke bilden, so daß nur die Höhen im Plane abgegriffen werden. In Fig. 429 sind z. B. in der ersten Parzelle die Traversen ab, cd, ef, gh, ik gemessen worden. Man zieht nun zunächst die Diagonalen ad, cf, eh, gk und konstruiert die senkrechten Höhen der Dreiecke h_1, h_2 . . . . h_8, welche abgegriffen werden. Es ist dann die Doppelfläche der Parzelle

$$2F = ab \cdot h_1 + cd (h_2 + h_3) + ef (h_4 + h_5) + gh (h_6 + h_7) + ik \cdot h_8.$$

Hat man die Berechnung in dieser Weise durchgeführt, so zieht man zur Kontrolle die Diagonalen in entgegengesetzter Richtung, nämlich bc, de, fg und hi, konstruiert die neuen Höhen und rechnet noch einmal. In derselben Weise werden die anderen Parzellen berechnet.

Berechnung krummlinig begrenzter Figuren.

349. Wenn man in der krummlinigen Begrenzung eine Anzahl von Punkten derart wählt, daß man das Stück der krummen Linie zwischen je zwei Punkten als Gerade annehmen kann, so wird aus der krummlinigen Begrenzung eine vielfach gebrochene geradlinige, und es kann dann die Berechnung der Fäche ganz nach Nr. 347 vorgenommen werden.

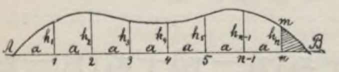


Fig. 430.

Bequemer ist aber die Berechnung mittelst der Äquidistanten. Es sei in Fig. 430 durch die Gerade AB ein Stück einer krummlinigen Begrenzung abgeschnitten worden. Auf diese Gerade wird von A aus eine gewisse gleiche Länge a aufgetragen, und in den erhaltenen Punkten 1 bis n werden Senkreckte h_1, $h_2 \ldots\ldots h_n$ errichtet, welche somit untereinander parallel sind. Die Größe a, der gleiche Abstand der Senkrechten muß so gewählt werden, daß man das Stück der krummen Linie zwischen zwei Senkrechten als Gerade annehmen kann. Die Fläche des Streifens von A bis zur Senkrechten nm besteht aus einem Dreiecke und Trapezen, deren Flächen gemeinschaftlich berechnet werden können. Das hinter der Senkrechten nm übrig bleibende Dreieck nmB, dessen Grundlinie kleiner als a ist, muß extra berechnet und zu der übrigen Fläche addiert werden.

Die Fläche des Streifens von A bis nm ergibt sich aus der Formel

$$F = \frac{a h_1}{2} + a\left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right) + a\left(\frac{h_2 + h_3}{2}\right) + a\left(\frac{h_3 + h_4}{2}\right)$$

$$+ a\left(\frac{h_4 + h_5}{2}\right) + a\left(\frac{h_5 + h_{n-1}}{2}\right) + a\left(\frac{h_{n-1} + h_n}{2}\right) \text{ oder}$$

$$F = a\left(\frac{h_1 + h_1 + h_2 + h_2 + h_6 + h_4 + h_5 + h_{n-1} + h_n}{2}\right)$$

$$F = a\left(\frac{2 h_1 + 2 h_2 + 2 h_3 + 2 h_4 \ldots\ldots + h_n}{2}\right)$$

$$F = a\left(h_1 + h_2 + h_3 + h_4 \ldots\ldots + \frac{h_n}{2}\right)$$

Diese Formel wäre aber für den praktischen Gebrauch nicht sehr bequem, sie wird daher besser in folgender Weise umgewandelt:

Denkt man sich die Stücke a halbiert und in den Halbierungspunkten die Senkrechten p_1, p_2, $p_3 \ldots\ldots p_n$ errichtet (Fig. 431), so ist

$$p_1 = \frac{h_1}{2},\ p_2 = \frac{h_1 + h_2}{2},\ p_3 = \frac{h_2 + h_3}{2} \ldots\ldots p_n = \frac{h_{n-1} + h_n}{2}$$

daher ist

$$F = a p_1 + a p_2 + a p_3 \ldots\ldots + a p_n \text{ oder}$$

$$F = a\,(p_1 + p_2 + p_3 + \ldots\ldots p_n)$$

Diese Formel ist bequemer, als die oben entwickelte. Um sie anzuwenden, entscheidet man sich für eine gewisse Länge a, z. B. 10, 20, 30 m, und trägt von A aus zuerst $a/2$, dann immer a und zuletzt wieder $a/2$ auf (Fig. 432). Dann errichtet man die Senkrechten $p_1, p_2, p_3 \ldots . p_n$,

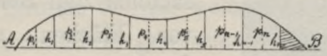


Fig. 431.

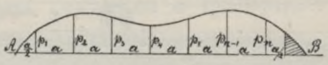


Fig. 432.

greift deren Längen ab und multipliziert ihre Summe mit a. Die letzte Senkrechte wird nicht abgegriffen, diese bildet nur die Abschlußlinie; das durch diese abgeschnittene kleine Dreieck wird extra berechnet und zu der früher erhaltenen Fläche addiert.

Soll eine ganz krummlinig begrenzte Figur nach dieser Methode berechnet werden (Fig. 433), so zieht man eine Gerade AB und knapp am Rande der Figur eine Senkrechte ab; von dieser trägt man dann zunächst $a/2$, dann immer a und zuletzt wieder $a/2$ auf und errichtet in den erhaltenen Punkten Senkrechte auf AB. Die Geraden ab und cd bilden Abschlußlinien, welche nicht abgegriffen werden; die dazwischen liegenden Parallelen $p_1, p_2, p_3 \ldots . . p_n$ dagegen werden abgegriffen, ihre Längen summiert und die Summe mit a multipliziert. Dann werden in derselben Weise die durch die Abschlußlinien ab und cd abgeschnittenen Streifen berechnet und deren Flächen zu der früher erhaltenen Fläche addiert.

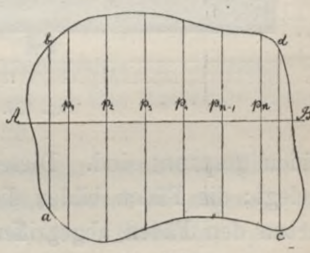


Fig. 433.

Planimeter.

§ 54.

Einleitende und geschichtliche Bemerkungen.

350. Da die Berechnung der Flächen aller Parzellen einer größeren Aufnahme eine mühevolle, zeitraubende Arbeit bildet, war man bestrebt, Hilfsmittel zur Erleichterung und Beschleunigung der Flächenberechnung zu konstruieren.

Das einfachste derartige Hilfsmittel ist das Glasplanimeter, welches aus einer geschliffenen Spiegelglastafel besteht, auf deren unteren Seite ein feines Quadratnetz eingerissen ist. Beträgt die Seite eines solchen Quadrates 4 mm, so ist im Maßstabe 1 : 2500 dessen Fläche 100 $m^2 = 1$ ar. Legt man daher die Tafel auf die zu berechnende Fläche (mit dem Liniennetz nach unten), so kann man die Quadrate abzählen, welche von der Fläche bedeckt werden. Nicht ganz bedeckte Quadrate werden dabei nach Zehnteln abgeschätzt. Selbstverständlich bietet eine solche Vorrichtung nicht die nötige Genauigkeit für die Berechnung der Flächen von Parzellen, sondern sie kann nur verwendet werden zu Vorerhebungen oder zur Berechnung von Flächenteilen innerhalb desselben Besitzes.

Andere Vorrichtungen dienen dazu, das Abgreifen der Grundlinien und Höhen, Abszissen und Ordinaten, Parallelen und Äquidistanten zu vereinfachen.

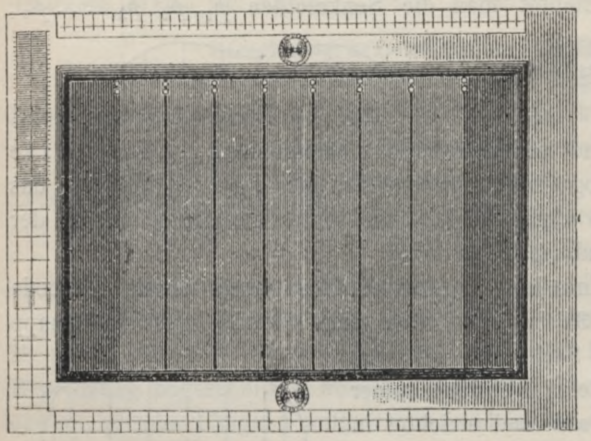


Fig. 434.

Eine solche, hauptsächlich zum Berechnen von Flächen mittelst Äquidistanten dienend, ist das Fadenplanimeter. Ein solches nach der Konstruktion von Alder ist in Fig. 434 abgebildet, es besteht aus einem messingenen Rahmen, in welchem für ein gewisses Aufnahmsverhältnis in bestimmter Entfernung voneinander Roßhaar- oder Metallfäden gespannt sind. Dieser Rahmen wird auf die zu berechnende Figur gelegt; die Fäden bilden die Äquidistanten, deren Länge mit einem Zirkel neben den Fäden abgegriffen wird. Bequem ist es, wenn das Instrument so eingerichtet ist, daß in Entfernungen von 20 *m* in dem bestimmten Verjüngungsverhältnisse (z. B. 1 : 2880) schwarze Fäden, und zwischen je zwei schwarzen Fäden drei rote, diese also in Entfernungen von 5 *m* gespannt sind. Um eine Fläche zu berechnen, zieht man zunächst zwei parallele Gerade (z. B. die zwei äußersten Geraden ab und cd in Fig. 433), welche um ein Vielfaches von 20 *m* voneinander entfernt sind, und legt das Instrument derart auf die Fläche, daß je ein schwarzer Faden auf diese zwei Geraden zu liegen kommt. Man kann nun als Abstand a für die Äquidistanten 20, 10, 5 oder 2·5 *m* wählen. Wählt man 20 *m*, so hat man die Längen der Äquidistanten bei jedem zweiten schwarzen Faden abzugreifen. Wählt man 10 *m*, so sind die Längen neben jedem roten, in der Mitte zwischen den schwarzen befindlichen Fäden abzugreifen, bei 5 *m* Abstand neben jedem unmittelbar neben dem schwarzen befindlichen roten Faden, und bei 2·5 *m* in der Mitte zwischen je zwei Fäden. Um den Abstand a der Äquidistanten noch kleiner, nämlich 1·25 *m* annehmen zu können, sind an den beiden Rändern des Instrumentes eine Anzahl schwarzer Fäden in der Entfernung von 5 *m* und zwischen je zwei schwarzen wieder drei rote Fäden gespannt.

Zum Abgreifen der Längen der Äquidistanten verwendet man einen Summier- oder Hunderter-Zirkel, welchen man derart einstellen kann, daß die beiden Spitzen nur soweit geöffnet werden können, daß sie genau 200 *m* (im Verhältnisse 1 : 2880) voneinander entfernt sind. Mit diesem Zirkel werden die Äquidistanten gleich summiert und jedesmal, wenn 200 erreicht ist, dies notiert. Das letzte Stückchen, zwischen den Spitzen, welches nicht mehr voll 200 *m* ist, wird am Maßstabe abgegriffen. Hätte man z. B. dreimal 200 erreicht und zwischen den Zirkelspitzen noch 50 *m* gefunden, so ist die Summe 650 *m*, welche Zahl mit dem gewählten *a* multipliziert wird. Wäre $a = 10$ *m* gewesen, so ist die Fläche 6500 m^2.

Auf dem messingenen Rahmen sind aber auch Maßstäbe angebracht, an welchen man für die verschiedenen Längen des gleichen Abstandes *a* von 20, 10, 5, 2·5 und 1·25 *m* das Produkt dieser Zahlen mit einer gewissen Länge gleich abgreifen kann. In dem obigen Beispiele hätte man dann nämlich nur im Kopf zu rechnen $3 \,.\, 200 = 600$ und $600 \,.\, 10 = 6000$ m^2. Dann greift man mit dem letzten Stückchen im Zirkel nicht erst dessen Länge (50 *m*), sondern gleich an dem zugehörigen Maßstabe auf dem Rahmen das Produkt $50 \,.\, 10 = 500$ m^2 ab, welches zu 6000 m^2 addiert wird. Auf dem Rahmen sind auch an zwei Kanten Teilungen, welche mittelst eines dazugehörigen rechtwinkligen Dreieckes zum Abschieben von Grundlinien und Höhen, Koordinaten etc. benützt werden können. Das Aldersche Planimeter wird beim öst. Kataster noch heute benützt.

Diese Vorrichtungen sind jedoch veraltet und sind sowohl in Hinsicht auf Genauigkeit, als auch Einfachheit des Gebrauches durch die sogenannten Umfahrungs-Planimeter weit übertroffen worden. Hierunter versteht man Instrumente, welche die Fläche von Figuren am Plane durch einfaches Umfahren ihrer Grenzen ohne jede, oder durch sehr einfache Rechnung ergeben.

Das Prinzip der Umfahrungs- u. zw. Linear-Planimeter wurde von dem kgl. bayerischen Trigonometer J. M. Hermann schon im Jahre 1814 erfunden, [1]) scheint aber wieder in Vergessenheit geraten zu sein. Im Jahre 1824 konstruierte Professor T. Gonella in Florenz und 1827 Ingenieur Oppikofer in Untereppikon (Schweiz) auf demselben Prinzipe beruhende Planimeter. Ingenieur Wetli in Zürich verbesserte die Konstruktion von Hermann, welche Konstruktion von dem Astronomen Hansen in Gotha und dem Mechaniker L. G. Starke in Wien im Jahre 1850 abermals verbessert wurde. Diese Planimeter leisten wohl in Bezug auf Genauigkeit Großartiges, sie sind aber schwerfällig und sehr teuer, sie werden daher für die Praxis, wo sie nicht schon vorhanden sind, kaum mehr angeschafft werden, da sie hinsichtlich Leichtigkeit und Billigkeit von den folgenden Konstruktionen weit übertroffen sind.

Im Jahre 1855 erfand Miller von Hauenfels, Professor an der Bergakademie in Leoben, das Polarplanimeter; unabhängig davon machte dieselbe Erfindung gleichzeitig Jakob Amsler, Professor am Gymnasium in Schaffhausen, welcher sie im Jahre 1856 veröffentlichte. Die Miller'sche Erfindung wurde vom Mechaniker Starke in Wien ausgeführt und unter Patentschutz gestellt, so daß die Miller-Starke'schen Polarplanimetnr in

[1]) Siehe: „Elemente der Vermessungskunde“ von Dr. Carl Max Bauernfeind.

einer ganz bestimmten äußeren Form derzeit nur von Starke und Kammerer in Wien hergestellt werden. Die Amsler'sche Erfindung aber wurde veröffentlicht und jedem Mechaniker die Herstellung überlassen, so daß das Amsler'sche Polarplanimeter in seiner äußeren Form etwas verschieden aussehen kann.

In der jüngsten Zeit hat der Mechaniker G. Coradi in Zürich, der die Herstellung von Planimetern als Spezialität betreibt, auf diesem Gebiete Hervorragendes geleistet. Im Jahre 1880 begann er nach der Erfindung des kgl. Bauamtmannes F. Hohmann in Bamberg das Präzisions-Polarplanimeter zu konstruieren, welches 1883 und 1884 noch verbessert wurde. Im Jahre 1888 wurde die Konstruktion des Kugelrollplanimeters abgeschlossen und veröffentlicht. Auf Anregung des Landmessers O. Lang in Neuwied wurde im Jahre 1894 das gewöhnliche Polarplanimeter durch Konstruktion des Kompensations-Polarplanimeters von Coradi wesentlich verbessert.

Endlich veröffentlichte im Jahre 1886 der dänische Generalstabs-Kapitän H. Prytz ein äußerst einfaches Planimeter, das sogenannte Stangenplanimeter, welches aber erst in den allerletzten Jahren für Zwecke, die eine nicht sehr große Genauigkeit erfordern, Verbreitung gefunden hat.

Das Linear-Planimeter von Wetli und Starke.

351. Dieses in Fig. 435 nach der Preisliste von Starke und Kammerer in Wien abgebildete Instrument besteht aus einer metallenen Platte P mit

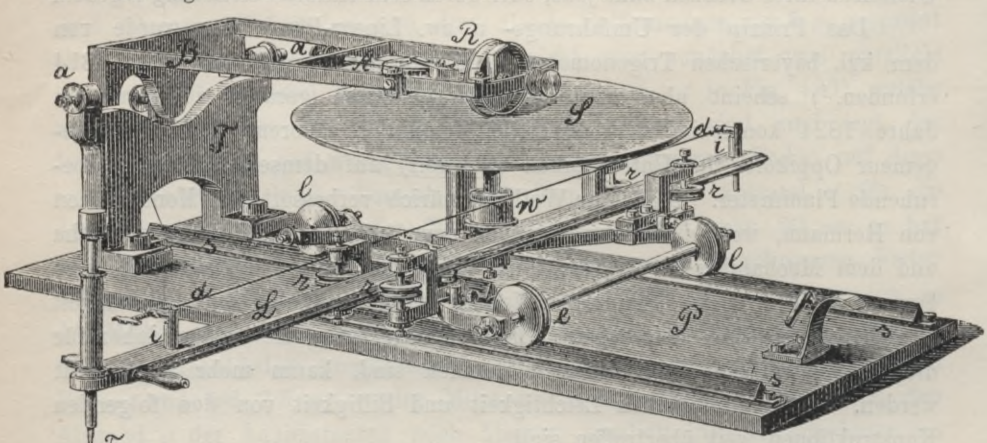


Fig. 435.

drei parallelen Schienen s, auf welchen ein dreiarmiges Gestell mittelst Laufrollen l verschoben werden kann. In der Mitte dieses Gestelles ist eine vertikale Drehungsachse angebracht, an welcher oben eine ganz ebene, runde, mit Papier überspannte Glasscheibe S befestigt ist. An dem Gestelle sind ferner vier Rollen r angebracht, zwischen welchen ein metallenes Lineal L senkrecht zu den Schienen verschoben werden kann. Auf dem Lineale befinden sich zwei nach oben gehende Stifte *i*, zwischen welchen ein Silberdraht *d* gespannt ist, der um eine an der vertikalen Drehungsachse der Scheibe befindliche Welle *w* gewunden ist. Wird also das Lineal zwischen den Rollen hin und her gezogen, so wird dadurch die Scheibe gedreht. An dem Lineale, an einem Ende, ist ein Stift mit einer Spitze *F* befestigt, mit der man die Grenzen einer Figur umfahren kann. Verschiebt man nämlich den Stift in einer Richtung senkrecht auf die Schienen, so wird das Lineal zwischen den Rollen verschoben und dadurch zugleich die Scheibe gedreht. Verschiebt man jedoch den Stift genau parallel zu den Schienen, so dreht sich die Scheibe nicht, sondern der ganze Wagen wird auf den Schienen bewegt. Bei einer Verschiebung des Stiftes in jeder anderen Richtung wird zugleich der Wagen verschoben und die Scheibe gedreht.

Am Ende der Platte befindet sich ein Träger *T*, an welchem zwischen zwei spitzen Schrauben *a* ein Bügel *B* drehbar befestigt ist; dieser ist in Fig. 436 allein abgebildet. In diesem Bügel ist eine horizontale, zugespitzte Achse *A* zwischen zwei Körner-Schrauben sehr leicht drehbar. Diese Achse ist genau parallel zu den Schienen und in derselben vertikalen Ebene, wie die Drehungsachse der Glasscheibe. An dem einen Ende dieser Achse befindet sich eine Rolle *R*, mit welcher der Bügel frei auf der Glasscheibe ruht. Diese Meßrolle hat einen vorstehenden, glatt polierten Rand und eine Ablesetrommel, neben welcher ein Indexstrich *J* angebracht ist. Die Achse der Rolle hat etwa in der Mitte eine Schraube ohne Ende, in welche ein kleines Zahnrädchen *z* eingreift, an dessen Achse oben eine eingeteilte Scheibe, Zählscheibe *Z*, angebracht ist, neben welcher ebenfalls ein Indexstrich *J'* zum Ablesen sich befindet. Die Trommel der Rolle ist eingeteilt in 100 gleiche Teile, es sind aber je 10 Teilstriche beziffert mit 1, 2, 3 u. s. w. Die Zählscheibe ist eingeteilt in 40 gleiche Teile, und es ist der fünfte Teilstrich mit 5, der zehnte mit 10 u. s. w. beziffert. Zeigt der Indexstrich *J* an der Trommel der Rolle auf Null, so zeigt der Indexstrich *J'* an der Zählscheibe auf einen Teilstrich. Dreht sich die Trommel einmal um, so rückt die Zählscheibe um einen Teilstrich weiter. Ganz dieselbe Einrichtung des Bügels mit Meßrolle und Zählscheibe findet sich bei allen anderen Umfahrungs-Planimetern.

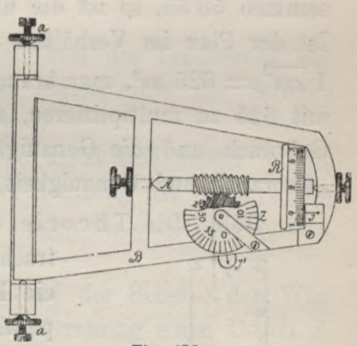


Fig. 436.

Umfährt man mit dem Stift am Ende des Lineales eine Figur und es wird dabei das Lineal verschoben, so dreht sich die Glasscheibe, und durch die Reibung wird die auf ihr ruhende Rolle gedreht. Verschiebt man jedoch den Stift genau parallel zu den Schienen, so wird der ganze Wagen weiter geschoben; weil aber die Drehungsachse der Rolle genau parallel ist zu den Schienen, so wird dabei die Rolle nicht gedreht, sondern die Scheibe gleitet nur unter ihr fort. Umfährt man eine Fläche von 10 cm^2, so dreht sich die Rolle einmal herum. Es bedeuten also die Ziffern an der Trommel der Rolle einzelne Quadratzentimeter, und die nicht numerierten Teilstriche Zehntel; Hundertstel werden noch abgeschätzt. Ein Teilstrich an der Zählscheibe bedeutet 10 cm^2.

352. Um mit diesem Instrumente die Fläche einer Figur am Papiere zu berechnen, legt man es auf einer horizontalen Tischplatte neben die zu berechnende Figur derart, daß man diese bequem mit der Spitze umfahren kann, und bezeichnet sich nun irgend einen Punkt als Anfangspunkt. Auf diesen stellt man die Spitze F, liest an der Rolle und Zählscheibe ab, und notiert dies als erste Ablesung z. B. an der Zählscheibe 2 und an der Rolle 5·26, so ist die erste Ablesung 25·26. Dann umfährt man sorgfältig die Grenze der Figur in einer solchen Richtung, daß die Ablesung größer wird. Ist man wieder im Anfangspunkte angekommen, so liest man abermals ab, z. B. an der Scheibe 5 und an der Rolle noch 8·55, also zusammen 58·55, so ist die umfahrene Fläche 58·55 — 25·26 = 33·29 cm^2. Ist der Plan im Verhältnis 1 : 2500 gezeichnet, so ist 1 cm = 25 m, und 1 $\overline{cm}^2 = 625\ m^2$, man braucht also die erhaltene Fläche von 33·29 cm^2 nur mit 625 zu multiplizieren, um die Fläche zu erhalten. (Näheres über den Gebrauch und die Genauigkeit dieses Planimeters siehe in dem Kapitel „Gebrauch und Genauigkeit der Planimeter".)

353. Die Theorie des Instrumentes ergibt sich aus folgender Betrachtung. Angenommen, die umfahrene Fläche sei ein Rechteck $a\,b\,c\,d$. Die Seiten $a\,b$ und $c\,d$ seien parallel zum Lineale, $b\,c$ und $a\,d$ daher parallel zu den Schienen. Bewegt sich also die Spitze F von a nach b, so dreht sich die Scheibe S, und durch Reibung auch die Meßrolle R. Bewegt sich dagegen die Spitze von b nach c, so dreht sich die Glasscheibe nicht, also auch nicht die Rolle, sondern die Glasscheibe gleitet unter der Rolle fort, so daß sich also der Berührungspunkt der Rolle mit der Glasscheibe dem Mittelpunkte der letzteren entweder nähert oder entfernt. Bezeichnet man die Seite $a\,b$ des Rechteckes mit x und $b\,c$ mit y, so ist die Fläche $x\,y$.

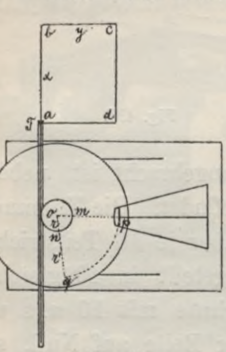


Fig. 437.

Angenommen, man beginnt mit dem Umfahren in a, und führt die Spitze F gegen b, so legt sie den Weg x zurück. Dabei dreht sich die Glasscheibe und durch die Reibung die Rolle. Bei dieser Drehung der Glasscheibe wickelt die Welle w, um welche der Draht gewickelt ist, einen Bogen $m\,n$ ab, dessen Länge gleich dem Weg $a\,b = x$ ist. Bezeichnet man den Halbmesser der Welle mit r und den abgewickelten Bogen für den Halbmesser 1 mit α, so ist $m\,n = x = r\,\alpha$; und daraus $\alpha = \frac{x}{r}$.

Wenn sich die Spitze noch in a befindet, so ruht die Rolle auf irgend einem Punkte der Glasscheibe, z. B. p; wenn nun der Stift sich nach b bewegt, und die Glasscheibe sich dreht, so beschreibt der Punkt p den Bogen pq. Diesen selben Bogen hat also der Berührungspunkt der Rolle auf der Scheibe zurückgelegt. Nennt man diesen Halbmesser op jetzt r', so ist $pq = r'\alpha$. Bei der Drehung der Glasscheibe dreht sich aber auch die auf ihr ruhende Rolle, und diese wickelt dasselbe Stück pq ab. Ist also der Halbmesser der Rolle R, und nennt man den Bogen für den Halbmesser 1, den die Rolle abwickelt β, so ist $pq = R\beta$, daher auch $r'\alpha = R\beta$.

Setzt man in diese Gleichung für α den Wert $\frac{x}{r}$ ein, so ist $r'\frac{x}{r} = R\beta$, oder $r'x = rR\beta$.

Fährt man jetzt mit der Spitze weiter von b nach c, so gleitet nur die Scheibe unter der Rolle fort, ohne daß sich diese dreht; es wird nur die Entfernung des Berührungspunktes von Rolle und Scheibe vom Mittelpunkte der Scheibe größer oder kleiner.

Wenn die Spitze in c angekommen ist, ist jetzt die Entfernung des Berührungspunktes von Rolle und Scheibe vom Mittelpunkte der Scheibe um y größer oder kleiner, sie ist also jetzt $r' \pm y$.

Führt man nun die Spitze weiter gegen d, so dreht sich wieder Welle, Scheibe und Rolle, und zwar in entgegengesetzter Richtung wie früher. Die Welle wickelt wieder den Bogen α ab, es ist also wegen der entgegengesetzten Bewegung $-x = -r\alpha$.

Der Berührungspunkt der Rolle beschreibt auf der Scheibe den Weg $-(r \pm y)\alpha$, und die Rolle wickelt in Folge ihrer Drehung einen Bogen β' ab für den Halbmesser 1, also $R\beta'$, und es ist wegen der entgegengesetzten Richtung $-(r' \pm y)\alpha = -R\beta'$. Setzt man wieder den Wert $\frac{x}{r}$ für α ein, so ist $(r' \pm y)\frac{x}{r} = R\beta'$, oder $(r' \pm y)x = rR\beta'$.

Führt man die Spitze wieder weiter von d nach a, so dreht sich die Scheibe nicht, sondern gleitet unter der Rolle fort, und wenn die Spitze wieder im Anfangspunkte a angekommen ist, ist die Entfernung des Berührungspunktes der Rolle und Scheibe vom Mittelpunkte der Scheibe wieder dieselbe wie anfänglich, also r'.

Subtrahiert man nun von dem Bogen, welche die Rolle auf dem Wege des Stiftes von c nach d abgewickelt hat, den Bogen, welchen die Rolle abwickelte bei der Bewegung des Stiftes von a nach b, so ist

$$\begin{aligned} (r' \pm y)x &= rR\beta' \\ -r'x &= -rR\beta \\ \hline r'x \pm xy - r'x &= rR\beta' - rR\beta \\ \pm xy &= rR(\beta' - \beta) \end{aligned}$$

Man erhält also die Fläche des Rechteckes, wenn man den Unterschied der Abwicklungen der Rolle mit dem Halbmesser der Meßrolle und dem

Halbmesser der Welle w multipliziert. Diese beiden Halbmesser r und R können nun so gewählt werden, daß ihr Produkt bei einer vollen Rollenabwicklung (einmalige Umdrehung) gerade 10 ist.

Denkt man sich nun an das Rechteck $abcd$ ein zweites $efgh$ angesetzt, so erhält man dessen Fläche durch Umfahren seines Umfanges in derselben Weise. Beim Umfahren des ersten Rechteckes wird die Spitze von f nach e geführt und beim Umfahren des zweiten Rechteckes von e nach f, sie legt also denselben Weg jetzt in entgegengesetzter Richtung zurück. Hat sich daher beim Führen der Spitze von f nach e ein Bogen von der Rolle abgewickelt, so wird er jetzt wieder aufgewickelt, es ist also gerade so, als ob der Stift den Weg von f nach e gar nicht gemacht hätte.

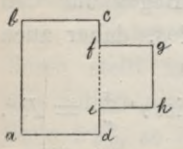


Fig. 438.

Man erhält demnach die Fläche beider Rechtecke zusammen, wenn man die Trennungslinie fe nicht berücksichtigt, sondern die Spitze von c nur bis f, dann nach g, h, e, d und wieder zurück nach a führt. Denkt man sich ein drittes, viertes Rechteck u. s. w. angeschlossen, so erhält man die Fläche aller zusammen in derselben Weise durch Umfahren des stufenförmigen Umfanges. Nun kann man aber jedes Vieleck in unendlich viele und unendlich schmale Rechtecke zerlegt denken, denn y ist ja beliebig, so daß die Fläche aller dieser Rechtecke gleich ist der Fläche des Vieleckes. Zugleich kann man die Lage der Rechtecke so denken, daß eine Seite parallel ist mit den Schienen. Da nun endlich der Umfang des Vieleckes die Grenze aller Rechtecke zusammen bildet, so erhält man die Fläche jedes Vieleckes durch Umfahren seines Umfanges.

Polarplanimeter von Miller und G. Starke.

354. Dieses in Fig. 439 nach der Preisliste von Starke und Kammerer in Wien abgebildete Instrument besteht aus zwei durch eine vertikale Achse

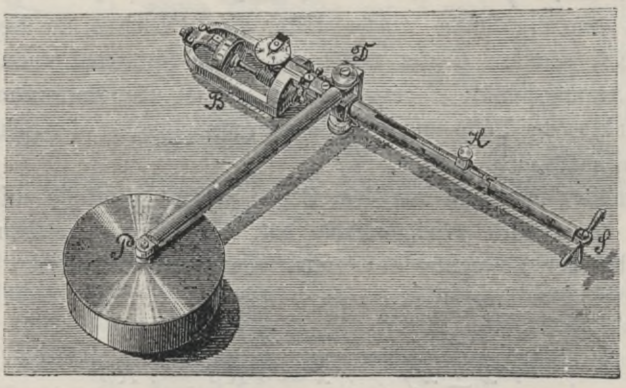


Fig. 439.

D miteinander verbundenen Armen, dem Polarm PD und dem Fahrarm SD. Der Polarm PD hat bei P einen feststehenden Drehungspunkt, den Pol.

Dieser besteht aus einem mit Blei ausgegossenen Messingzilinder, in dessen Mitte sich der Arm PD mittelst eines Kugelgelenkes drehen läßt. Der Fahrarm SD kann für sich um D und mit dem Arm PD auch um P gedreht werden. Bei S befindet sich ein in eine Spitze auslaufender Stift mit einer Handhabe, mit welchem die Figur umfahren wird. An der Verlängerung des Fahrarmes SD, hinter der Drehungsachse D befindet sich ein Bügel B, der ganz dieselbe Einrichtung hat wie bei dem Planimeter von Wetli und den anderen Planimetern, nämlich eine Drehungsachse mit einer Meßrolle mit glattpoliertem Rand und einer Meßtrommel, deren Umfang in 100 gleiche Teile geteilt ist, von denen je 10 mit 1, 2, 3 . . . . 9, 0 bezeichnet sind. Durch eine Schraube ohne Ende an dieser Drehungsachse wird ein Zahnrädchen gedreht, welches die Zählscheibe trägt, die bei diesem Instrumente nur in 20 Teile geteilt ist, von denen der fünfte mit 50, der zehnte mit 100 beziffert ist. Bei der Meßrolle und Zählscheibe befinden sich Indexstriche. Der Bügel ist mit dem Arme SD durch eine Schraube verbunden. Wird diese gelüftet, so kann mit zwei Rektifizierschräubchen der ganze Bügel etwas gedreht werden, so daß man die horizontale Achse genau parallel zu SD stellen kann. Der Arm SD besteht aus zwei ineinander verschiebbaren, hohlen Messingröhren, welche mit der Klemmschraube K festgestellt werden können. Die äußere Röhre hat einen Indexstrich, die innere eine Einteilung. Nach Lüftung der Klemmschraube kann man die Länge des Armes SD beliebig verändern.

Beim Umfahren einer Figur ruht die Meßrolle im Bügel am Papier auf und wird durch die Reibung am Papiere gedreht. Zeigt der Indexstrich an der Trommel auf 0, so zeigt der Indexstrich an der Scheibe auf einen Teilstrich, und hat sich die Rolle einmal umgedreht, so ist auch die Scheibe um einen Teilstrich weiter gerückt.

Eine volle Umdrehung der Rolle bedeutet 10, und man liest an der Scheibe Zehner, an der Rolle Einheiten und Zehntel direkt ab, Hundertstel werden abgeschätzt. Durch Verschiebung der Stange SD, d. h. durch Änderung ihrer Länge kann man nun das Instrument so einrichten, daß eine volle Umdrehung der Rolle eine bestimmte Fläche am Papiere, z. B. 100 cm^2, bedeutet. Nach dem Aufnahmsverhältnisse berechnet man dann die Fläche der Natur wie beim Planimeter von Wetli. Man kann aber auch der Stange Sd eine solche Länge geben, daß eine Umdrehung der Rolle direkt 10 Flächeneinheiten, d. h. Hektare, für ein bestimmtes Aufnahmsverhältnis bedeutet. Diese verschiedenen Längen für den Arm SD werden mit Hilfe der darauf befindlichen Teilung und Marke eingestellt. Die Stellung wird vom Mechaniker angegeben, man kann sie aber auch selbst ermitteln, wenn man eine Figur von bestimmter Flächengröße umfährt und die Länge von SD so lange ändert, bis man diese bekannte Größe erhält.

355. Ist die zu berechnende Figur nicht sehr groß, so stellt man den Pol so auf, daß er außerhalb der Figur zu liegen kommt, und daß

man diese bequem umfahren kann. (Fig. 440.) Dann wählt man irgend einen Anfangspunkt und bezeichnet ihn. Nun liest man an der Scheibe und Rolle ab und notiert es als erste Ablesung. Man kann auch die Rolle auf Null einstellen, ohne sie zu berühren, wenn man die Spitze S im Anfangspunkte festhält, und den Pol etwas verschiebt, bis der Indexstrich genau auf Null an der Rolle zeigt. Hierauf umfährt man die Grenzen der Figur vom Innern der Figur gesehen von rechts nach links, bis man wieder in den Anfangspunkt zurückkehrt, worauf man wieder abliest. Diese zweite Ablesung ist jetzt größer, und wenn man davon die erste Ablesung subtrahiert, erhält man die Fläche. Ist die zu berechnende Figur größer, so teilt man sie durch einige Gerade in Abteilungen und berechnet jeden Teil in dieser Weise.

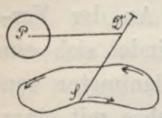


Fig. 440.

Oder man stellt den Pol in die Mitte der zu berechnenden Figur (Fig. 441), wählt einen Anfangspunkt, macht die erste Ablesung und umfährt die Figur ebenfalls von innen aus gesehen, von rechts gegen links, bis man wieder in den Anfangspunkt zurückgekehrt ist, Ist die zweite Ablesung größer als die erste, so wird die Differenz der beiden Ablesungen zu einer vom Mechaniker angegebenen konstanten Zahl C addiert; ist jedoch die zweite Ablesung kleiner als die erste, so wird die Differenz der beiden Ablesungen von der Konstanten subtrahiert, um die Fläche der umfahrenen Figur zu erhalten.

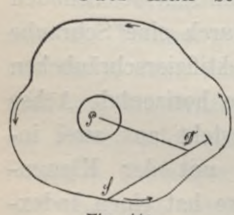


Fig. 441.

Diese Benützungsweise gibt übrigens weniger genaue Resultate.

Zur Richtigkeit des Instrumentes ist erforderlich, daß die Meßrolle genau senkrecht stehe zum Fahrarm, daß also ihre Drehungsachse zum Fahrarm parallel ist, und daß der Fahrarm eine bestimmte Länge hat. Näheres über den Gebrauch und die Untersuchung siehe in den Kapiteln: „Gebrauch und Untersuchung der Planimeter.“

356. Die Theorie des Instrumentes ergibt sich aus folgenden Betrachtungen:

1. Der Pol befinde sich außerhalb der Figur (Fig. 442). Angenommen, man beginne mit dem Umfahren im Punkte S und führt den Stift von innen gesehen in der Richtung von rechts nach links um die ganze Figur herum, bis er wieder in S ankommt, so hat dann der Arm SD wieder dieselbe Stellung wie bei Beginn der Arbeit. Während des Umfahrens hat der Punkt D einen Bogen $m\,n$ um den Mittelpunkt P, vom Halbmesser $PD = c$ durchlaufen; dabei kommt der Arm DS durch eine gleichförmig fortschreitende und zugleich drehende Bewegung in eine zweite Lage, z. B. $D'S'$.

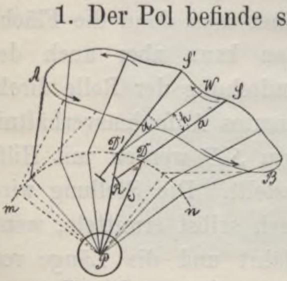


Fig. 442.

Man kann sich nun denken, daß hiebei der Arm DS zuerst durch eine parallele Verschiebung in die Lage $D' W$ und dann durch eine Drehung um den Punkt D' erst in die Lage $D' S'$ kommt. Der Teil der ganzen Fläche $D' D S S'$ besteht also aus dem Parallelogramm $D' D S W$, welches p genannt werden soll, und dem Kreisausschnitte $W D' S'$, welcher s heißen soll. Nimmt man diese beiden Flächenteile als positiv an, wenn sie vom Pol aus gesehen links vom Arme SD liegen, so müssen sie als negativ angenommen werden, wenn sie auf der rechten Seite des Polarmes liegen. Da man sich die ganze Fläche zwischen dem Bogen $m n$ und der oberen Begrenzung der zu berechnenden Figur zwischen A und B in solche Flächenteile zerlegt denken kann, und weil diese Flächenteile bei der Bewegung des Stiftes auf der unteren Seite der Figur von A gegen B negativ werden, so ist die umfahrene Fläche gleich der algebraischen Summe aller Parallelogramme und aller Kreisausschnitte, also

$$F = \Sigma p + \Sigma s.$$

Bei der parallelen Verschiebung des Armes DS nach $D' W$ wickelt die Rolle R einen Bogen h ab, wenn nämlich h der senkrechte Abstand zwischen DS und $D' W$ ist. Bei der nun folgenden drehenden Bewegung von $D' W$ um den Punkt D' wickelt die Rolle wieder einen Bogen auf, weil sie sich entgegengesetzt bewegt, wie bei der parallelen Verschiebung, und dieser ist $r \alpha$, wenn α der arcus des Winkels $S' D' W$ für den Halbmesser 1, und r der Abstand der Rolle vom Punkte D ist. Bezeichnet man nun das Bogenstück, welches die Rolle beim Umfahren der ganzen Figur abwickelt, mit v, so ist

$$v = \Sigma h - \Sigma r \,.\, \alpha.$$

Befindet sich, wie angenommen wurde, der Pol außerhalb der Figur, so ist $\Sigma s = 0$, weil der Arm DS gleiche Drehungen im positiven und negativen Sinne ausführen muß, so daß jetzt

$$F = \Sigma p.$$

Aus demselben Grunde ist aber auch $\Sigma r \alpha = 0$, daher

$$v = \Sigma h.$$

Multipliziert man diese Gleichung mit a, d. h. mit der Länge des Armes DS, so ist

$$a v = a \Sigma h, \text{ oder}$$
$$a v = \Sigma a h.$$

Nun ist aber $a h = p$, d. h. gleich der Fläche des Parallelogrammes, das mit p bezeichnet wurde, also ist $a v = \Sigma p$, und da auch $F = \Sigma p$, so ist

$$F = a \,.\, v,$$

d. h. die Fläche wird gefunden, wenn man den von der Rolle abgewickelten Bogen mit der Länge des Armes SD multipliziert.

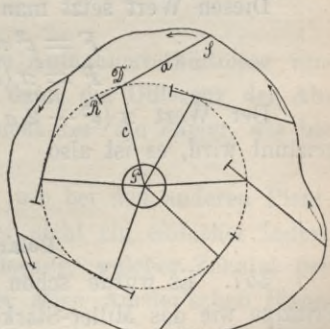


Fig. 443.

2. Der Pol befinde sich innerhalb der Figur (Fig. 443). Beginnt man mit der Umfahrung der Figur im Punkte S und führt den Stift, vom Pol aus gesehen, von rechts gegen links um die ganze Figur herum, so macht der Arm DS und der Punkt D bis zu seiner Rückkehr in die anfängliche Lage eine volle Umdrehung um den Punkt P. Die durch die parallele Verschiebung entstehenden Parallelogramme und die durch Drehung entstehenden Kreisausschnitte liegen stets auf derselben, u. zw. auf der linken Seite von DS. Da jetzt keine Rückbewegung in entgegengesetztem Sinne geschieht, sind sie sämtlich positiv. Die Summe aller Parallelogramme und aller Kreisausschnitte ist nun die Fläche zwischen dem Umfange der Figur und dem Kreise, welcher von dem Punkte D um den Pol P beschrieben wird.

Wenn PD mit c bezeichnet wird, ist dieser Kreis $c^2 \pi$, und daher die Fläche der zu berechnenden Figur

$$F = c^2\pi + \Sigma p + \Sigma s.$$

Da der Arm DS eine ganze Umdrehung macht, ist offenbar die Summe aller Kreisausschnitte also Σs eine Kreisfläche vom Radius a, also $\Sigma s = a^2 \pi$, welcher Wert in obige Gleichung eingesetzt wird.

$$F = c^2 \pi + \Sigma p + a^2 \pi.$$

Die Abwicklung der Rolle besteht nun wieder wie früher aus der Summe der durch die parallelen Verschiebungen abgewickelten Bögen h, weniger der Summe der durch die Drehungen in entgegengesetzter Richtung aufgewickelten Bögen. Da jetzt die Summe aller $\alpha = 2\pi$ und $RD = r$, so ist

$$r \Sigma \alpha = 2 r \pi.$$

Die ganze Abwälzung der Rolle ist wieder

$$v = \Sigma h - 2 r \pi.$$

Multipliziert man diese Gleichung mit der Länge $DS = a$, so ist

$$a v = \Sigma a h - 2 a r \pi.$$

$$\Sigma a h = \Sigma p,$$

$$a v = \Sigma p - 2 a r \pi$$

$$\Sigma p = a v + 2 a r \pi.$$

Diesen Wert setzt man für Σp in die zweite Gleichung, so ist

$$F = c^2 \pi + a v + 2 a r \pi + a^2 \pi$$

$$F = \pi (c^2 + 2 a r + a^2) + a v.$$

Der Wert $\pi (c^2 + 2 a r + a^2)$ ist eine konstante Größe, welche C genannt wird, es ist also

$$F = C + a v.$$

Polarplanimeter von Amsler.

357. Es wurde schon in Nr. 349 gesagt, daß das auf demselben Prinzipe wie das Miller-Starke'sche Polarplanimeter beruhende Amsler'sche Instrument in seiner äußeren Form einige Verschiedenheiten zeigen kann,

je nachdem von welchem Mechaniker es hergestellt wird. So zeigt Fig. 444, welche der Preisliste der Gebrüder Fromme in Wien entnommen ist, eine sehr häufig auch bei anderen Mechanikern zu treffende Form dieses Instrumentes, während Fig. 445 ein solches darstellt, wie es früher von G. Coradi in Zürich angefertigt wurde.[1]) Man findet aber dieselben Bestandteile

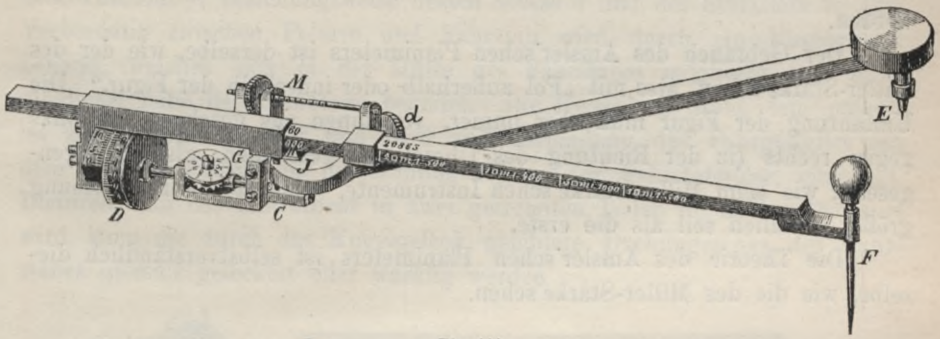


Fig. 444.

wieder wie beim Miller-Starke'schen Planimeter, nämlich Pol, Pol- und Fahr-Arm und Bügel mit Meßrolle und Zählscheibe. Bei beiden abgebildeten Instrumenten ist der Pol ein sogenannter Nadelpol, aus einer Pikiernadel mit darauf ruhendem Gewicht bestehend, welche in das Papier des Planes gedrückt wird. Bei beiden abgebildeten Instrumenten kann die Länge des Fahrarmes, der nicht rund, sondern quadratisch, manchmal auch trapezförmig ist, nach Lüftung der Klemmschrauben *d* frei mit der Hand oder mittelst den Mikrometerschrauben *M*, beziehungsweise *m* geändert werden.

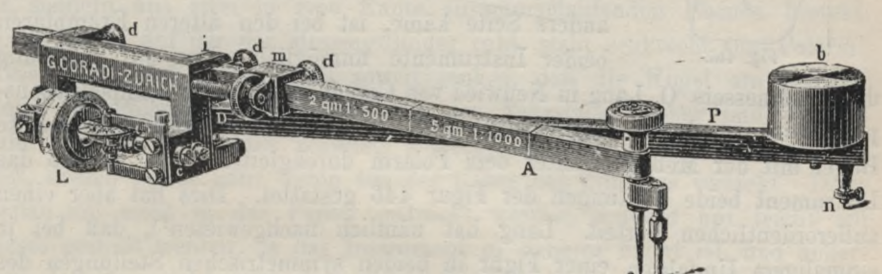


Fig. 445.

Der Fahrarm ist mit Marken für verschiedene Aufnahmsverhältnisse versehen; wird er auf diese eingestellt, so gibt dann die Differenz der Ablesungen direkt die Fläche am Felde an und nicht cm^2 am Papier, wie bei den Starke'schen Planimetern.

Der Bügel hat ganz dieselbe Einrichtung wie bei den anderen Planimetern. Neben der Meßrolle befindet sich aber nicht ein einfacher Indexstrich, sondern ein Nonius zur genaueren Ablesung, welcher Zehntel der Teile an der Rolle angibt. Der Bügel hat bei allen Amsler'schen Plani-

[1]) Jetzt fertigt Coradi derartige Instrumente nicht mehr an, da an ihre Stelle das Kompensations-Polarplanimeter getreten ist.

metern gegen den Fahrarm die entgegengesetzte Lage wie bei dem Miller-Starke'schen Instrumente. Während er nämlich bei dem letzteren immer rechts liegt, befindet er sich bei den Amsler'schen Instrumenten immer links. Die Drehungsachse der Meßrolle kann ebenfalls mittelst Rektifizierschrauben genau parallel zur mathematischen Linie des Fahrarmes gestellt werden.

Der Gebrauch des Amsler'schen Planimeters ist derselbe, wie der des Miller-Starke'schen, also mit „Pol außerhalb oder innerhalb der Figur." Die Umfahrung der Figur muß aber immer, von innen aus gesehen, von links gegen rechts (in der Richtung des Uhrzeigers) geschehen, also entgegengesetzt, wie beim Miller-Starke'schen Instrumente, wenn die zweite Ablesung größer ausfallen soll als die erste.

Die Theorie des Amsler'schen Planimeters ist selbstverständlich dieselbe, wie die des Miller-Starke'schen.

Das Kompensations-Polarplanimeter von Coradi.

358. Bei den älteren Exemplaren des Miller-Starke'schen und des Amsler'schen Polarplanimeters kann der Fahrarm gegen den Pol immer nur eine bestimmte Stellung haben und zwar beim Miller-Starke'schen Instrumente links (Fig. 446 *B*), beim Amsler'schen (Fig. 446 *A*) rechts vom Pol, so daß der Bügel mit der Meßrolle beim ersteren Instrumente sich rechts, beim letzteren links befindet. Den Fahrarm soweit herumzudrehen, daß er auf die andere Seite käme, ist bei den älteren Exemplaren beider Instrumente unmöglich. Das auf Anregung des Landmessers O. Lang in Neuwied von Coradi konstruierte Kompensationsplanimeter ist derart eingerichtet, daß der an dem Fahrarm angebrachte Bügel mit der Meßrolle unter dem Polarm durchgleiten kann, so daß das Instrument beide Stellungen der Figur 446 gestattet. Dies hat aber einen außerordentlichen Vorteil. Lang hat nämlich nachgewiesen[1]), daß bei je einmaligem Umfahren einer Figur in beiden symmetrischen Stellungen des Fahrarmes, das Mittel aus beiden Resultaten von dem Fehler befreit ist, welcher durch eine nicht genau parallele Stellung der Rollenachse zur mathematischen Linie des Fahrarmes entsteht. (Siehe „Untersuchung der Planimeter".) Hiebei kann der Pol in einer Stellung (Fig. 446) oder auch in zwei symmetrischen Stellungen (Fig. 447) benützt werden.[2])

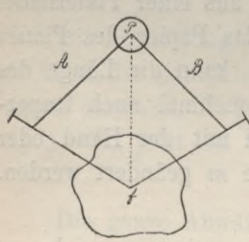


Fig. 446.

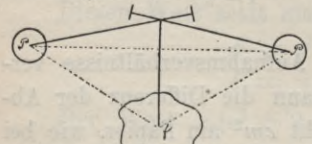


Fig. 447.

[1]) Zeitschrift für Vermessungswesen 1894, Heft 12.

[2]) Die jetzt angefertigten Exemplare des Miller-Starke'schen Polarplanimeters werden auch so eingerichtet, daß der Fahrarm unter den Polarm durchgeschlagen werden kann, wie beim Kompensations-Polarplanimeter.

Ein solches Kompensations-Planimeter ist in Fig. 448 abgebildet. Es besteht aus zwei getrennten Teilen, dem Fahrgestell und dem Polarm mit Pol.[1])

Das Fahrgestell ruht für sich allein auf drei Punkten, der Meßrolle *L*, dem Fahrstift *f*, beziehungsweise dessen Stütze *s* und der Stützrolle *l*. Die Verbindung zwischen Polarm und Fahrstab wird durch ein Kugelgelenk bewirkt, welches sich in der Hülse des Fahrstabes möglichst tief, d. h. möglichst nahe der Planebene befindet. Die Kugel aus Stahl, fein poliert, ist am Polarm befestigt und wird zur Verbindung des Fahrgestelles mit dem Polarme einfach in die Öffnung *D*, an der Fahrstabhülse, eingelegt. Dadurch, daß das Instrument in zwei getrennten Teilen im Etui aufbewahrt wird, kann die durch das Kugelgelenk gebildete Drehungsachse des Fahrstabes niemals gelockert oder wacklig werden.

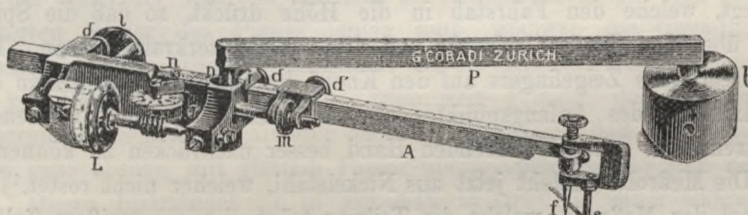


Fig. 448.

Der Pol wird durch einen am rechtsseitigen Ende des Polarmes eingeschraubten Messingzilinder *b* gebildet, dessen untere Fläche nicht eben ist, sondern aus zwei in eine Kante zusammenlaufenden Ebenen besteht. Diese Kante, auf der der Messingzilinder ruht, steht senkrecht zum Polarm; dieser kann sich daher stets soweit senken, daß die Kugel am anderen Ende des Polarmes im Kugelgelenke des Fahrstabes sicher und passend ruht. In der Mitte des Zilinders *b* steckt ein kleiner zugespitzter Stahlstift, dessen Spitze ganz wenig aus der Kante des Zilinders vorsteht. Diese Spitze soll nicht in das Papier gedrückt werden, sondern nur leicht auf dieses gestellt werden, da das Instrument so sicherer fixiert ist und außerdem der Plan nicht zerstochen wird. Neigt man den Polarm etwas seitwärts, ohne ihn aus dem Kugellager *D* zu heben, so berührt die Polspitze das Papier nicht und der Pol kann verschoben werden, um die Meßrolle genau auf Null einzustellen, während die Fahrstiftspitze in den Anfangspunkt der Umfahrung gedrückt wird. Der Polarm ist 20 *cm* lang.

Der Fahrstab ist ein hohler, vierkantiger Stab aus vernickeltem Messing von 22 *cm* ganzer Länge. Er ist in einer Hülse verschiebbar, um seine Länge verändern zu können. Zu diesem Zwecke werden die drei Klemmschrauben *d*, *d* und *d'* gelüftet, worauf man den Stab frei mit der Hand verschieben kann. Wird dann *d'* angezogen, so kann der Stab durch

[1]) Die Beschreibung dieses und der folgenden Planimeter von Coradi, sowie deren Gebrauch und Untersuchung ist entnommen aus: „Die Planimeter Coradi, Zürich 1901."

Drehung der Mikrometerschraube *m* fein verschoben werden; hat er seine bestimmte Länge, so werden auch die zwei Klemmschrauben *d* angezogen. Um dem Fahrstabe für verschiedene Aufnahmsverhältnisse eine bestimmte Länge zu geben, ist er mit einer Teilung versehen, und an der Hülse ist ein Nonius befestigt, der Zehntel dieser Teile gibt. (Die einzelnen Teile sind halbe Millimeter, doch ist deren absolute Größe ganz nebensächlich.)

Bei manchen Instrumenten kann auch der Fahrstab in der Hülse, in der er steckt, durch eine Rektifizierschraube seitwärts verstellt werden, um ihn genau parallel zur Drehungsachse der Meßrolle stellen zu können.

Am Ende des Fahrstabes ist der zugespitzte Fahrstift *f* eingeschraubt. Um diesen ist ein Griff leicht drehbar, den man beim Umfahren mit Daumen und Mittelfinger faßt. In dem Griff ist die unten abgerundete Stütze *s* eingeschraubt. Zwischen dem Griffe und dem Fahrstabe ist eine Spiralfeder eingelegt, welche den Fahrstab in die Höhe drückt, so daß die Spitze *f* knapp über dem Papiere schwebt und dieses nicht zerkratzen kann. Durch einen Druck des Zeigefingers auf den Knopf des Fahrstiftes kann man diesen zur Fixierung des Anfangspunktes niederdrücken, oder auch während des Umfahrens, um mit der führenden Hand besser nachrücken zu können.

Die Meßrolle besteht jetzt aus Nickelstahl, welcher nicht rostet.[1]) Die Trommel der Meßrolle, welche die Teilung trägt, ist aus weißem Zelluloid, ebenso ist der Nonius und die Zählscheibe aus demselben Stoffe, so daß die schwarzen Teilstriche sehr deutlich sichtbar sind. Im Übrigen haben Meßrolle und Zählscheibe die bereits beschriebene, bei allen Umfahrungs-Planimetern gleiche Einrichtung, welche auch aus der Abbildung deutlich ersichtlich ist.

359. Der Gebrauch des Kompensations-Polarplanimeters ist genau derselbe wie der des gewöhnlichen Polarplanimeters, also mit „Pol außerhalb oder innerhalb der Figur", wobei man den Fahrarm links oder rechts vom Pol stellen kann. Am besten ist es jedoch, wenn man in beiden Fällen, d. h. mit Pol außer- und innerhalb, wie schon zu Anfang der vorigen Nummer erwähnt wurde, die Figur zweimal in symmetrischen Stellungen umfährt, einmal mit Fahrarm links, dann rechts, und aus den beiden erhaltenen Resultaten das Mittel nimmt.

Um bei großen Flächen die Benützung des Instrumentes mit „Pol innerhalb" zu vereinfachen, wird in neuester Zeit der Polarm auf Wunsch des Bestellers verschiebbar hergestellt. Er besteht dann aus einem hohlen vierkantigen Stab, an dem das Polgewicht angebracht ist, und einem zweiten Stab, der die Gelenkkugel trägt, und der in dem hohlen Stab verschoben und durch eine Klemmschraube festgestellt werden kann. Es kann so die Länge des Polarmes von der Polnadel bis zur Gelenkkugel zwischen 13 und 23 *cm* verändert werden. Auf dem inneren Stabe ist eine Einteilung

[1]) Früher stellte Coradi die Meßrolle aus Glas her, damit sie nicht durch Rost leide.

wie auf dem Fahrstab angebracht, außerdem auch Marken für die Einstellung des Polarmes für bestimmte Fahrstablängen. Die Länge des Polarmes kann nämlich so gewählt werden, daß die Konstante für „Pol innerhalb“ genau 20000 Noniuseinheiten beträgt. Während der Umfahrung einer Fläche mit innenstehendem Pol addiert dann die Meßrolle soviel Noniuseinheiten zu 20000, als die umfahrene Fläche größer ist als 20000, oder subtrahiert soviel Noniuseinheiten, als die umfahrene Fläche kleiner ist als 20000. Das Resultat, d. h. die Differenz der beiden Ablesungen vor und nach der Umfahrung gibt also ohneweiters die Fläche, so wie bei dem außerhalb der Figur befindlichen Pol.

Das Präzisions-Scheibenplanimeter von Hohmann-Coradi.

360. Die gewöhnlichen Polarplanimeter leiden an dem Übelstande, daß der Rand der Meßrolle auf dem oft rauhen, unebenen oder sogar zerknitterten Papier des Planes laufen muß, wodurch die Genauigkeit beeinträchtigt wird. Diesem Übelstande ist bei dem von Coradi nach Angabe des kgl. Bauamtmannes Hohmann nach dem Prinzipe der Polarplanimeter konstruierten Scheibenplanimeter dadurch abgeholfen, daß die Meßrolle auf einer ganz ebenen, mit glattem Papier überzogenen Scheibe sich bewegt.

Dieses Instrument ist in Fig. 449 in zirka $^1/_3$ seiner wahren Größe nach der Preisliste von Coradi abgebildet. Es besteht aus zwei getrennten Teilen, der Polscheibe und dem eigentlichen Planimeter.

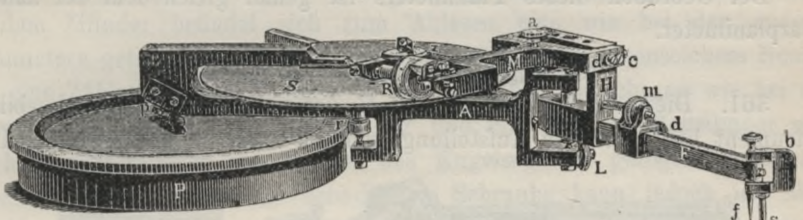


Fig. 449.

Die Polscheibe P hat einen Durchmesser von 15 *cm* und besteht aus einem mit Blei ausgegossenen Messingzilinder, welcher oben einen vorstehenden, sehr fein gezahnten Rand hat.

Der Fahrarm F ist genau so eingerichtet, wie bei dem Kompensations- und allen anderen Coradischen Planimetern. Der Fahrarm ist mit dem Polarm A durch eine zwischen zwei spitzen Schrauben befindliche vertikale Drehungsachse verbunden, welche an der Fahrstabhülse H befestigt ist.

An dem Polarm A befindet sich eine zwischen spitzen Schrauben stehende vertikale Achse, welche ein fein gezahntes Rädchen r und oben die Scheibe S trägt. Der Polarm ruht einerseits mit der Stützrolle L auf dem Plan, andererseits mit dem stählernen halbkugeligen Lager p auf der genau im Zentrum der Polscheibe P befestigten feinpolierten Stahlkugel, welche den Drehungspunkt (Pol) des ganzen Instrumentes bildet. Wird dieses Lager p auf die Kugel gesetzt, so liegt das feingezahnte Rädchen r an dem gezahnten Rande der Polscheibe an, und durch das Gewicht des Polarmes werden die Zähne des Rädchens in die Einschnitte des gezahnten Randes der Polscheibe gedrückt. Das ganze, auf den drei Punkten: Laufrolle L, Pollager p und Fahrstiftstütze s ruhende Instrument läßt sich um p drehen, wobei das Rädchen r und somit auch die Scheibe S in Drehung versetzt wird.

Über der Scheibe S liegt ein Rahmen M, der mit der Fahrstabhülse H durch eine Spitzenachse verbunden ist. In dem Rahmen befindet sich die Meßrolle mit Nonius und Zählscheibe mit Indexstrich mit genau derselben Einrichtung wie beim Kompensationsplanimeter. Die Meßrolle ruht mit ihrem Rande auf der Scheibe S auf, durch die Schraube a kann der Rahmen gehoben werden, so daß die Meßrolle nicht mehr auf der Scheibe aufliegt. Dieses Abheben soll immer geschehen, wenn das Instrument außer Gebrauch ist oder wenn irgend eine Manipulation (Fahrstabverschiebung, Rektifikation, Reinigung etc.) am Instrumente vorgenommen wird.

Die Scheibe S ist aus Aluminium hergestellt, ganz eben und senkrecht zu ihrer Drehungsachse, und mit glattem Papier überklebt.

Die Stellung der Spitzenachse des Rahmens kann etwas geändert und dadurch die genaue Parallelität der Drehungsachse der Meßrolle mit der mathematischen Fahrstablinie hergestellt werden.

Der Gebrauch dieses Planimeters ist genau gleich dem der anderen Polarplanimeter.

Das Kugelrollplanimeter von Coradi.

361. Dieses in Fig. 450 in zirka $^1/_2$ der natürlichen Größe abgebildete Instrument hat keine fixe Aufstellung, sondern kann in einer geraden Linie

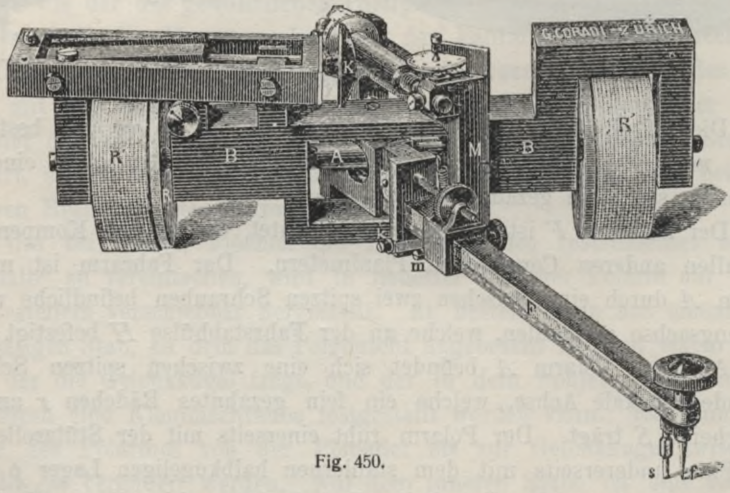


Fig. 450.

auf dem Papiere hin- und hergezogen werden. Das Instrument ruht mit drei Punkten, den beiden Walzen R' und dem Fahrstift f, resp, dessen Stütze s

auf dem Plane. In dem Gestell B ist die an den Enden zugespitzte Achse A gelagert. Mit dieser sind fest verbunden die beiden zylindrischen Walzen R' mit rauhem Umfang, um die Geradführung auf dem Plane zu sichern.

Die eine dieser Walzen, in der Zeichnung die links liegende, ist am Rande R mit feinen Zähnen versehen, in welche ein in der Zeichnung nicht sichtbares Zahnrädchen eingreift, das an der stählernen Achse des Kugelsegmentes K befestigt ist. Diese Achse liegt in einem horizontalen Rahmen über der linken Walze und kann etwas gehoben werden, um beim Nichtgebrauch das vorerwähnte Zahnrädchen aus den Zähnen der Walze auszuheben. Diese Achse, an der sich rechts ein genau gearbeitetes Kugelsegment K befindet, ist genau parallel zur Achse A der Walzen gelagert und befindet sich mit dieser in einer vertikalen Ebene.

In dieser selben vertikalen Ebene, in der Mitte des Gestelles B ist die Drehungsachse des Fahrstabes angebracht, welche an den Enden zugespitzt, und genau senkrecht zum Fahrstab ist. Der Fahrstab hat dieselbe Einrichtung wie beim Kompensations- und Scheibenplanimeter.

An der Hülse des Fahrstabes ist ein Rahmen M angebracht und um eine zum Fahrstab parallele Achse drehbar. Diese Achse kann etwas verstellt werden, um die in dem Rahmen gelagerte Achse des Meßzilinders genau parallel zum Fahrstab stellen zu können. Der eben erwähnte Meßzilinder ist hier an Stelle der Meßrolle angebracht. Er ist ein sehr genau abgedrehter und polierter Stahlzilinder, der an dem Kugelsegment K anliegt. An dem Zilinder befindet sich zum Ablesen eine wie bei den anderen Planimetern geteilte Trommel aus weißem Zelluloid mit ebensolchem Nonius, und eine Zählscheibe mit Indexstrich mit derselben Einrichtung wie bei den anderen Planimetern. Der Rahmen M und mit ihm der Meßzilinder wird durch eine Spiralfeder stets gegen das Kugelsegment gezogen, durch Anziehen einer, im Rahmen M befindlichen Schraube kann jedoch der Meßzilinder vom Kugelsegment weggedrückt werden, was immer beim Nichtgebrauch des Instrumentes, sowie vor irgend welchen Manipulationen mit ihm (Fahrstabverschiebung, Rektifikation, Reinigung etc.) geschehen muß. Ein Anprallen des Zilinders an das Kugelsegment, wodurch beide beschädigt werden könnten, muß peinlichst vermieden werden. An der rechten Seite des Gestelles B ist eine kleine Bremsschraube angebracht, welche durch leichtes Anziehen gestattet, die leichte Beweglichkeit der Walzen aufzuheben, so daß das Instrument nicht durch unvorsichtiges Anstoßen in Lauf geraten und beschädigt werden kann.

Der Fahrstab kann eine Winkelbewegung von etwa 30^0 links und rechts von der Grundlinie ausführen; es können somit mit dem Instrumente Flächen auf einmal umfahren werden, deren Breite gleich der eingestellten Fahrstablänge und deren Länge beliebig groß sein kann.

Bei der Führung des Instrumentes wird durch die Zahnung der linksseitigen Walze R' das an der Achse des Kugelsegmentes K befindliche

Rädchen und das Kugelsegment selbst in Drehung versetzt. Ist dabei der Fahrstab genau senkrecht zur Achse des Kugelsegmentes, so kann eine Drehung des Meßzilinders nicht stattfinden, dagegen ist diese umso bedeutender, je mehr schief der Fahrstab gegen die Achse des Kugelsegmentes und der Walzen ist.

362. Über die Theorie des Instrumentes gibt Coradi[1]) folgendes an:

Die mathematischen Bedingungen der Konstruktion, welche von der Theorie als erfüllt vorausgesetzt werden, sind: die Achse der Laufwalze A, die Kugelachse a und die Drehachse des Fahrarmes sollen in einer und derselben Vertikalebene liegen, die Drehachse des Fahrarmes soll auf der Zeichnungsebene und dem Fahrarm senkrecht, und die Achse der Meßrolle zu den beiden letzteren parallel sein. Die Meßrollenachse und die Kugelachse sollen (nur aus praktischen Gründen) in der gleichen Horizontalebene liegen. Daß die Kugel genau sphärisch, der Zilinder genau gerade und zilindrisch geschliffen, Laufwalze, Kugelachse, Meßrolle und Teilkreis zentrisch hergestellt sein müssen, ist ohne weiteres klar. — Physikalische Bedingungen sind, daß die Laufwalze und Kugelachse sich leicht, jedoch ohne merklichen Spielraum bewegen und daß die Reibung der Meßrolle in ihren Körnern möglichst nahe Null sei. Letztere Bedingung ist sofort klar, wenn man bedenkt, daß der Effekt dieser Reibung der wirklichen Vor- und Rückwärtsbewegung der Meßrolle, nicht aber der Fläche proportional sein kann. Man könnte z. B. die Reibung der Meßrolle durch Anziehen der Körnerschrauben so vergrößern, daß sie sich gar nicht drehen würde, gleichviel wie groß die Fläche ist, welche man umfährt. Ferner muß vorausgesetzt werden, daß zwischen Kugel und Zilinder kein fremder Körper (Staub, Unreinigkeit) sitzt, da sich durch diesen die Berührungsstelle auf der Kugel verändert. Da der Meßzilinder sich in beiden Richtungen auf der Kugel wälzt und nicht (wie bei dem Scheibenplanimeter) gleitet, so wird ein zwischen Kugel und Zilinder befindlicher fremder Körper von dem letzteren nicht selbst weggeschoben, sondern diese beiden Hauptorgane müssen von Zeit zu Zeit von Staub etc. gereinigt werden.

Bewegt man das Instrument auf der Zeichnungsebene vorwärts, so beschreibt die Drehachse des Fahrarmes (auf diese Ebene verlängert gedacht) eine gerade Linie; steht der Fahrarm rechtwinklig zur Achse A der beiden Laufwalzen $R' R'$, so steht auch die Fahrstiftspitze auf dieser Linie, welche „Grundlinie" genannt werde. Der Zilinder C berührt dann die Kugel in der Verlängerung ihrer Drehachse oder in ihrem Pol, es findet also bei der Befahrung der Grundlinie keine Drehung der Meßrolle statt. Wird der Fahrarm bei stillstehendem Wagen um seine Achse gedreht, so entstehen hiedurch wohl kleine Drehungen der Meßrolle, die sich aber beim Umfahren einer geschlossenen Figur gegenseitig aufheben, somit ohne Einfluß auf die Flächenmessung sind. Es müßte somit, um die Richtigkeit der

[1]) Die Kugelplanimeter von G. Coradi in Zürich, 1889.

Konstruktion zu beweisen, gezeigt werden, daß bei Befahrung der Strecke BD (Fig. 451) die Abwicklung der Meßrolle, multipliziert mit einer von den Dimensionen des Instrumentes abhängigen Konstanten, gleich sei der Fläche des Rechteckes $ABDE$, dessen eine Seite EA mit der Grundlinie zusammenfällt; diese Fläche ist $AB \times BD = xy$. Bewegt sich der Fahrstift von B nach D, also um die Größe x, so bewegt sich auch ein Punkt am Umfang der Laufwalzen R' um x und ebenso ein Punkt am Umfang des Rädchens R, ein Punkt b des Berührungskreises der Kugel vom Halbmesser ab um die Größe $\frac{x, ab}{R}$. Setzt man die Bewegung eines Punktes des Berührungskreises gleich der Abwicklung der Meßrolle gleich W, so ist:

$$W = \frac{x, ab}{R}$$

aus der Ähnlichkeit der beiden Dreiecke abc und ABC folgt: $\frac{ab}{bc} = \frac{AB}{BC}$ oder wenn AB mit y, CB mit F, gleich der Fahrarmlänge und cb mit K gleich dem Radius der Kugel gesetzt wird:

$$\frac{ab}{K} = \frac{y}{F} \text{ woraus: } ab = \frac{yK}{F};$$

setzt man diesen Ausdruck für ab in die obige Gleichung, so folgt:

$$W = xy\frac{K}{FR}$$

Da der an xy gebundene Ausdruck nur konstante Dimensionen des Instrumentes enthält, so ist hiemit der oben verlangte Nachweis geleistet.

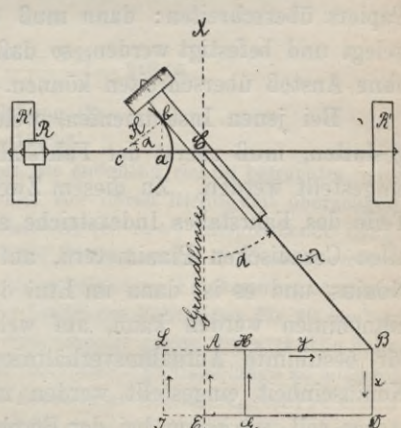


Fig. 451.

Setzt man U gleich dem Umfang der Meßrolle,

$$\frac{W}{U} = 1 = f$$

gleich dem Flächenwert einer Umdrehung; n gleich der Anzahl Umdrehungen der Meßrolle (Differenz der Ablesungen) und J gleich dem Inhalt der umzogenen Figur, so ist:

$$f = \frac{FRU}{K}.$$

und $$J = nf$$

Würde der Fahrstift statt auf der Linie EA (welche mit der Grundlinie XX zusammenfällt und keine Umdrehungen der Meßrolle bewirkt) auf der Linie GH geführt, so daß die umzogene Fläche $BDGH$ rechts von der Grundlinie liegt, so ist nach obiger Beweisführung die Abwicklung der Meßrolle gleich der Fläche $AHGE$. — Da aber diese Abwicklung in rückläufiger Bewegung erfolgt, so subtrahiert sich diese von derjenigen, welche bei Befahrung von BD erfolgt ist, und es bleibt eine der wirklich umzogenen Fläche $BDGH$ proportionale Abwicklung der Meßrolle als Endresultat übrig.

Wird die Fläche $BDJL$ umfahren, welche zu beiden Seiten der Grundlinie liegt, so ist beim Befahren der Linie JL die Rollenabwicklung wiederum gleich der Fläche $JLAE$, und diese wird, weil hiebei der Berührungspunkt des Meßzylinders auf die andere Seite der Kugel rückt, positiv, also zur Abwicklung von BD addiert und als Endresultat eine der Fläche $BDJL$ proportionale Abwicklung an der Rolle erhalten.

Stellt man sich die 3 Rechtecke unendlich schmal vor, so kann jede beliebig begrenzte Figur in solche Rechtecke zerlegt gedacht werden; es gilt somit obiger Beweis auch für beliebig begrenzte Figuren.

Gebrauch, Prüfung und Genauigkeit der Umfahrungsplanimeter mit Meßrolle.

363. Bei der Beschreibung der einzelnen Planimeter ist ihr Gebrauch nur im allgemeinen kurz beschrieben worden; im nachstehenden soll er näher erläutert werden.

Jedes Planimeter soll vor seinem Gebrauche erst auf seinen guten Zustand und auf seine Richtigkeit geprüft werden.

Das Papierblatt, auf dem die zu berechnende Figur gezeichnet ist, wird auf eine ganz ebene, annähernd horizontale Tischplatte gelegt. Gerollte oder sonst nicht flach aufliegende Pläne müssen schraff aufgespannt werden. Beim Gebrauche des Rollplanimeters und der Polarplanimeter ist es manchmal nicht zu vermeiden, daß die Walzen oder die Meßrolle den Rand des Papiers überschreiten; dann muß ein Stück gleichen Papiers knapp daran gelegt und befestigt werden, so daß die Walzen oder die Meßrolle den Rand ohne Anstoß überschreiten können.

Bei jenen Instrumenten, welche eine Veränderung der Fahrstablänge gestatten, muß zuerst der Fahrstab für das betreffende Aufnahmsverhältnis eingestellt werden. Zu diesem Zwecke sind entweder an dem verschiebbaren Teile des Fahrstabes Indexstriche angebracht, oder es befindet sich, wie bei allen Coradischen Planimetern, auf dem Fahrstabe eine Teilung mit einem Nonius, und es ist dann im Etui des Instrumentes eine Tabelle, aus welcher entnommen werden kann, auf welche Ablesung am Fahrstabe der Nonius für bestimmte Aufnahmsverhältnisse und für einen bestimmten Wert der Noniuseinheit eingestellt werden muß.[1] Bei der Verschiebung des Fahrstabes soll, wie schon bei der Beschreibung gesagt wurde, bei dem Scheiben-

[1]) Um solche Einstellungen, welche in der Tabelle im Etui nicht angegeben sind, durch einfache Rechnung finden, oder die Länge des Fahrstabes ermitteln zu können, ist die Teilung auf dem Fahrstabe nebst Nonius ein vorzügliches Hilfsmittel. Zu diesem Zwecke sind in der Tabelle im Etui die Werte f^0 der Noniuseinheit auch für natürliche Größe (1 : 1) in mm^2 angegeben. Es sei nun a die längste, a_1 die kürzeste in der Tabelle im Etui angegebene Fahrstabeinstellung, f^0 und f^0_1 die zugehörigen Werte der Noniuseinheit in mm^2 —; es werde gesucht die Einstellung a_2 für den Flächenwert f^0_2, F sei die Fahrstablänge für den Flächenwert $f^0 - f^0_2$, so hat man die Proportion:

$$\frac{a - a_1}{F} = \frac{f^0 - f^0_1}{f^0 - f^0_2} \text{ hieraus: } F = \frac{(a - a_1)\,(f^0 - f^0_2)}{f^0 - f^0_1} \tag{1}$$

und: $a_2 = a - F.$ (2)

und dem Kugelplanimeter die Meßrolle von der Scheibe, bezw. Kugel mittelst der betreffenden Schraube abgehoben werden.

Nun legt man das Planimeter neben die zu berechnende Fläche, stellt den Fahrstift in die Mitte der Fläche und verschiebt bei den Polarplanimetern den Pol so, daß die Verlängerung der Meßrollenebene durch den Pol geht.

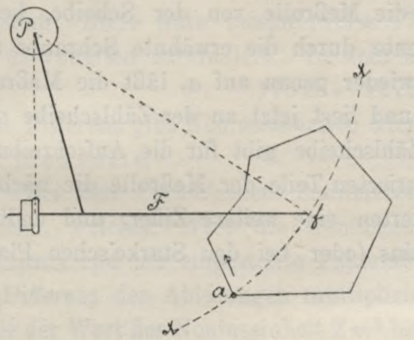


Fig. 452.

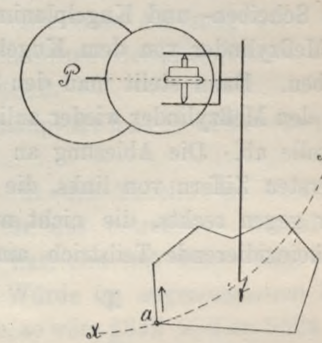


Fig. 453.

(Siehe Fig. 452 und 453.) Das Kugelrollplanimeter wird so aufgestellt, daß Fahrstab und Laufwalze rechtwinklig zueinander sind (Fig. 454), die Spitze

---

Z. B.: a sei 320·9; $f^0 = 10\ mm^2$; $a_1 = 128{\cdot}5'$ f^0_1 sei 4 mm^2, es werde gesucht die Einstellung a_2 für den Maßstab 1 : 2500 mit dem Werte der Noniuseinheit 20 m^2; $f^0_2 = 3{\cdot}2\ mm^2$.

Nach der Gleichung (1) ist

$$F = \frac{(320{\cdot}9 - 128{\cdot}5)\ .\ (10 - 3{\cdot}2)}{(10 - 4)} = 218{\cdot}05$$

somit ist die gesuchte Einstellung a_2 nach Gleichung (2):

$$320{\cdot}9 - 218{\cdot}5 = 102{\cdot}85.$$

Ehe man die so berechneten Einstellungen als endgültig richtig betrachtet, wird man sich noch durch Umfahrung von Probeflächen von deren Richtigkeit überzeugen.

In gleicher Weise kann die der Flächeneinheit (10 mm^2) entsprechende Länge des Fahrstabes (Abstand der Fahrstiftspitze von der Drehachse des Polarmes) ermittelt und durch einfache Proportion diese Länge für einen beliebigen Flächenwert berechnet werden. Aus obigem Beispiel berechnet sich die Länge des Fahrstabes für 10 mm^2 zu 320·65, der Nonius am Fahrstab ist also um + 0·25 versetzt gegen die wirkliche Fahrstablänge; diese konstante Größe ist jedesmal zur berechneten Fahrstablänge zu addieren oder, wenn diese negativ ist, zu subtrahieren, um die richtige Einstellungszahl zu finden.

Um z. B. die Einstellungszahl für 6·4 mm^2 in obigem Falle zu finden, hat man nur die Fahrstablänge für 10 mm^2 320·65 mit 0·64 zu multiplizieren = 205 21 und hiezu obige konstante Verschiebung des Nonius + 0·25 zu addieren und erhält dann die richtige Einstellungszahl 205·46.

Wenn die Fahrstablänge bekannt ist, so kann man diese, wenn eingeschrumpfte Pläne berechnet werden sollen, so ändern, daß das Planimeter die Fläche richtig angibt. Es sei z. B. ein Plan zu berechnen, welcher in der einen Richtung um 1%, in der andern um 0·5% eingeschrumpft ist, die Flächen werden daher um 1·5% (1·495%) zu klein sein. Man braucht daher nur den Fahrstab um 1·5% zu verkürzen, also in obigem Beispiel statt der Einstellung 320·9 den Fahrstab auf 316·1 zu stellen, worauf der Planimeter die richtige Fläche angeben wird. ($320{\cdot}65 \times 0{\cdot}015 = 4{\cdot}81$; $320{\cdot}9 - 4{\cdot}8 = 316{\cdot}1$.) (Siehe die schon mehrmals erwähnte Broschüre: „Die Planimeter Coradi von G. Coradi, Zürich 1901, und F. Lorber: Zeitschrift für Vermessungswesen 1883, Heft 17.)

des Fahrstabes kommt in die Mitte der Figur. In dieser Stellung (also auf der Grundlinie) fährt man mit dem Fahrstift in den Anfangspunkt *a*, welcher so zu wählen ist, daß beim Rückkehren in den Anfangspunkt sich die Rolle nicht dreht, und überzeugt sich zunächst durch flüchtiges Umfahren der Figur, ob die Umfahrung ohne Anstoß vor sich gehen kann. Hiebei wird beim Scheiben- und Kugelplanimeter die Meßrolle von der Scheibe, bezw. der Meßzylinder von dem Kugelsegmente durch die erwähnte Schraube abgehoben. Dann stellt man den Stift wieder genau auf *a*, läßt die Meßrolle oder den Meßzylinder wieder anliegen und liest jetzt an der Zählscheibe und Meßrolle ab. Die Ablesung an der Zählscheibe gibt für die Aufschreibung die ersten Ziffern von links, die numerierten Teile der Meßrolle die nächste Ziffer gegen rechts, die nicht numerierten eine weitere Ziffer, und endlich der koinzidierende Teilstrich am Nonius (oder bei den Starke'schen Plani-

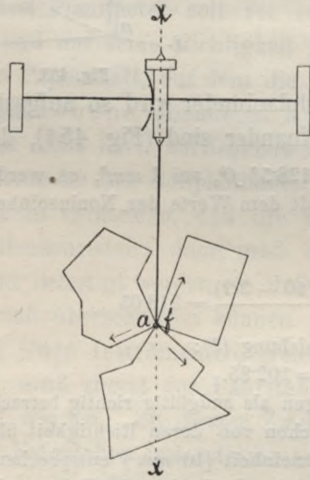


Fig. 454.

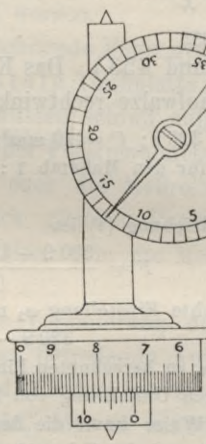


Fig. 455.

metern, wo kein Nonius vorhanden ist, die abgeschätzten Zehntel eines nicht numerierten Teiles) die letzte Ziffer rechts, also die Einheiten. In Fig. 455 wäre somit die Ablesung 12736, nämlich $12000 + 700 + 30 + 6$.

Hierauf umfährt man ganz langsam, den Fahrstift genau auf den Umfangslinien führend, die Figur in der Richtung des Uhrzeigers, d. h. von innen gesehen, von links gegen rechts. Beim Polarplanimeter von Miller und Starke jedoch in umgekehrter Richtung.

In der Regel wird empfohlen, den Fahrstift ohne Benützung eines Lineals nur freihändig zu führen, indem man behauptet, daß sich die dabei unvermeidlichen Abweichungen von den Grenzlinien ausgleichen und man bessere Resultate erhalte, als bei Benützung eines Lineals, wodurch leicht konstante positive oder negative Fehler entstehen können. Der Verfasser dieses Buches ist jedoch durch langjährige praktische Erfahrungen bei unzähligen, eigenhändig gemachten Flächenberechnungen mit verschiedenen

Planimetern vom Gegenteile überzeugt. Wenn man ein ganz dünnes kleines Lineal oder Dreieck benützt, so kann man bei einiger Übung und entsprechender Sorgfalt den Fahrstift ganz genau auf den Grenzlinien führen.

Ist man mit dem Fahrstift in den Anfangspunkt zurückgekehrt, so wird er festgehalten und an Zählscheibe und Meßrolle die zweite Ablesung gemacht. Diese wäre beispielsweise 17548. Die erste Ablesung wird nun von der zweiten subtrahiert. In dem angenommenen Beispiele wäre

$$17548 - 12736 = 4812.$$

Diese Differenz gibt Noniuseinheiten oder überhaupt Zehntel eines Teiles der Meßrolle.

Bei den Coradi'schen Planimetern ist in der Tabelle im Etui angegeben, welchen Wert die Noniuseinheit für das betreffende Aufnahmsverhältnis und die eingestellte Fahrstablänge hat, und mit dieser Zahl wird die Differenz der Ablesungen multipliziert. Würde im angenommenen Beispiele der Wert der Noniuseinheit 2 m^2 betragen, so wäre $4812 \times 2 = 9624$ m^2.

Bei anderen Planimetern bedeutet ein Teil der Meßrolle ganze oder zehntel Quadratzentimeter am Papier; z. B. beim Wetli-Starke'schen Planimeter Zehntel, beim Miller-Starke'schen Ganze. Die Differenz der Ablesungen, welche Zehntel eines Teiles der Meßrolle angibt, würde somit beim Wetli-Starke'schen Planimeter bedeuten 48·12 cm^2, beim Miller-Starke'schen aber 481·2 cm^2 der Fläche am Papier. Diese Fläche wäre dann nach dem Aufnahmsverhältnisse mit der entsprechenden Zahl zu multiplizieren, um Quadratmeter zu erhalten. Beim Aufnahmsverhältnisse 1 $cm = 25$ m, daher mit $25^2 = 625$.

Wegen des Spielraums, den das Zählrad im Schneckengewinde der Rollenachse haben muß, damit letztere in ihrer Bewegung nicht gehemmt wird, zeigt der Index auf der Zählscheibe nicht immer genau auf einen Teilstrich auf der Zählscheibe, wenn der Nullpunkt der Teilung auf Null am Nonius zeigt; bewegt man indessen die Zählscheibe leicht mit dem Finger soviel hin und her, als ihr Spielraum gestattet, so ersieht man sofort aus der mittleren Stellung des Zeigers, welcher Teilstrich der Zählscheibe als erste Ziffer der Ablesung genommen werden muß.

Eine Irrung um 1000 Noniuseinheiten ist übrigens leicht zu vermeiden, wenn folgende Regel beobachtet wird: Zeigt der Nullpunkt des Nonius an der Meßrolle unter Null, also 80, 90, so gilt der vorhergehende Teilstrich der Zählscheibe; steht der Nonius dagegen über Null, also 10, 20, so gilt derjenige Teilstrich der Zählscheibe, auf welchen der Index zeigt, als erste Ziffer der Ablesung.

Während des ganzen vorbeschriebenen Verfahrens soll der Pol P unverrückt auf seinem Standpunkt bleiben. Ebenso ist darauf zu achten, daß während der Umfahrung der Wagen des Rollplanimeters durch Stoß, Hindernisse auf dessen Weg oder geneigte Lage des Tischblattes nicht von seiner geraden Bahn abgelenkt werde.

Man kann die Umfahrung wiederholen und erhält dadurch eine Kontrolle für Irrungen im Ablesen, eine Verminderung des Fehlers, welcher aus nicht genauem Einstellen auf den Ausgangspunkt entsteht, sowie eine direkte Erhöhung der Genauigkeit, welche namentlich bei dem großen Werte der Noniuseinheit der Kompensationsplanimeter und besonders bei kleinen Figuren notwendig ist.

Das Nachfahren der Linien erfolgt am sichersten, wenn der Fahrstift in der Richtung der Linie beobachtet wird; man erkennt dann dessen seitliche Abweichung besser. Ist die Spitze des Fahrstifts auf einer starken Wendung der Linie oder auf einem Endpunkte angelangt, so wird sie durch den Zeigefinger niedergedrückt, so daß, ohne den Stift zu verrücken, die führende Hand in eine bequeme Stellung gebracht werden kann.

Sind sehr große Flächen zu berechnen, die man bei außerhalb stehendem Pol nicht auf einmal umfahren kann, so zerlegt man sie entweder mittelst geraden Linien in einige Teile, welche einzeln umfahren werden, oder bei den Polarplanimetern kann auch der Pol in das Innere der Figur gestellt und diese dann auf einmal umfahren werden. In diesem Falle ist dann die zweite Ablesung zu der im Etui des Instrumentes angegebenen Konstanten zu addieren und von der Summe die erste Ablesung zu subtrahieren. Der Rest wird dann wieder mit dem Werte einer Noniuseinheit multipliziert.

Bei den Kompensationsplanimetern mit verschiebbarem Polarm gibt dagegen die Differenz der Ablesungen ohneweiters das richtige Resultat, wenn der Polarm vorher nach Angabe der Tabelle im Etui entsprechend eingestellt wurde.

Wenn während der Umfahrung der Nullpunkt an der Zählscheibe den Index passiert, so ist zur zweiten Ablesung der Wert einer vollen Umdrehung der Zählscheibe zu addieren (in Fig. 455 wäre dies 50000).

364. Vor dem Gebrauche soll jedes Planimeter auf seinen guten Zustand und auf seine Richtigkeit geprüft werden. Kein anderes geodätisches Instrument ist so leicht Beschädigungen unterworfen, wie das Planimeter, welche die Resultate in schädlicher Weise beeinflussen. Das Planimeter erfordert daher auch die sorgsamste Behandlung.

Bei allen Planimetern soll sich die Meßrollenachse spielend leicht drehen lassen, ohne jedoch einen zu großen Spielraum zu haben. Im letzteren Falle müßten die betreffenden Schrauben angezogen und dadurch die Bolzen etwas vorgeschoben werden, zwischen denen die zugespitzte Meßrollenachse gelagert ist. Das Zählrad soll etwas Spielraum haben, so daß der leichte Gang der Rolle nicht gehemmt wird. Auch alle anderen Achsen an dem Instrumente sollen in gleicher Weise einen leichten Gang, ohne merklichen Spielraum, besitzen, was sich durch Anziehen oder Lockern der betreffenden Schrauben erreichen läßt.

Nach langem Gebrauch, sowie nach längerer Nichtbenutzung der Instrumente kann ein schwerer Gang in der Achsenbewegung durch Verhärtung des Öls in den Lagerstellen entstanden sein, so daß ein Lockern der Schrauben keinen leichten Gang bewirken könnte. In diesem Falle bringt man mit einem zugespitzten Hölzchen etwas Benzin oder gereinigtes Petroleum in die Lagerstellen und setzt die Achsen in rasche Bewegung (vor- und rückwärts); sodann fährt man mit einer scharf geschnittenen Papierkante über die Lagerstellen und entfernt das danebenliegende, aufgelöste Öl mit einem reinen Leinwandläppchen; dann wird mit einem zugespitzten Hölzchen ganz wenig feinstes Uhren- oder Vaselin-Öl in die Lagerstellen gebracht. Erst wenn dies geschehen, wird ein etwaiger Spielraum oder zu schwerer Gang durch die Korrektionsschraube beseitigt.

Beim Kugel-Roll-Planimeter muß die Oberfläche des Kugelsegmentes und des Meßzilinders stets metallisch rein und frei von Staub und Schmutz gehalten werden. Ebenso ist bei den Scheibenplanimetern die Scheibe rein von Staub zu erhalten.

Zur Richtigkeit aller Polarplanimeter ist erforderlich, daß die Meßrollenachse genau parallel ist zur mathematischen Fahrstablinie, und daß die Länge des Fahrstabes für ein bestimmtes Aufnahmsverhältnis richtig ist.

Von dem Vorhandensein dieser Bedingungen kann man sich nur durch eine größere Zahl von Umfahrungen überzeugen, wobei Umfahrungsfehler ausgeschlossen sein sollten. Ist die Parallelität der Meßrollenachse mit dem Fahrstabe vorhanden, so müssen bei wiederholten Umfahrungen bei verschiedenen Polstellungen (möglichst nahe und möglichst weit von der zu umfahrenden Fläche) ganz gleichmäßige Resultate erhalten werden. Etwaige größere Differenzen lassen sich durch die bei der Beschreibung der Instrumente erwähnten Korrektionsvorrichtungen für die seitliche Verschiebung der Meßrollenachse (Starke) oder der Fahrstablinie (Coradi) beseitigen, was man jedoch am besten dem Mechaniker überläßt. Hat der Fahrstab nicht die richtige Länge, so wird man beim Umfahren einer Figur von genau bekanntem Flächeninhalt zu große Resultate erhalten, wenn der Fahrstab zu kurz ist, dagegen zu kleine, wenn er zu lang ist.

Um bei der Untersuchung, insbesondere der Gleichheit der Resultate bei verschiedenen Polstellungen, möglichst geringe Umfahrungsfehler zu begehen, benützt man hiezu entweder eine dem Instrumente beigegebene Probeplatte oder ein ihm beigegebenes Kontroll-Lineal. Die Probeplatte ist eine dünne Messingplatte, in welcher ein Kreis von genau bestimmter und angegebener Fläche eingraviert ist. In der eingravierten Linie wird der Fahrstift geführt.

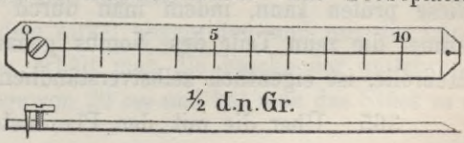


Fig. 456.

Das Kontroll-Lineal ist in Figur 456 in zwei Ansichten, von oben und von der Seite, abgebildet. Es ist ein Lineal aus dünnem Messingblech, welches eine Einteilung in 8 oder 10 Zentimeter besitzt. Im Nullpunkt der Teilung ist ein kleines Loch gebohrt, durch welches eine Nadelspitze gesteckt ist, die durch eine übergreifende Schraube gehalten wird. Bei jedem Teilstrich ist eine kleine konische Vertiefung, in welche die Fahrstiftspitze eingesetzt werden kann. Die Nadelspitze wird in das Papier gedrückt, so daß das Lineal flach auf dem Papier aufliegt. Setzt man nun die Fahrstiftspitze in eine der Vertiefungen (nachdem die Stütze *s* abgeschraubt oder genügend in die Höhe geschraubt wurde) und dreht das Lineal um die Spitze des Zentrums, so kann der Fahrstift eine Kreisfläche von bekanntem Radius umfahren. Auf einer abgeschrägten Fläche des Lineals ist ein Indexstrich, welcher auf den durch eine Bleistiftlinie auf dem Papier markierten Anfangspunkt der Umfahrung eingestellt wird. Die Anwendung des Kontroll-Lineals ergibt sich aus Fig. 457. Es ist dabei zweckmäßig, den Fahrstift durch ein Gewichtchen zu beschweren, und mit der Hand nicht den Fahrstift, sondern das Kontroll-Lineal zu führen.

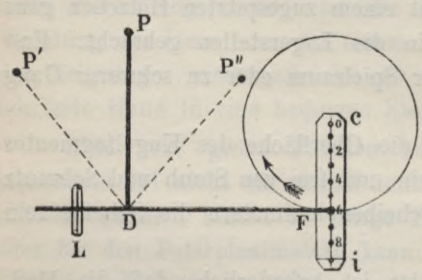


Fig. 457.

Für die Untersuchung der richtigen Fahrstablänge benützt man aber zweckmäßiger gezeichnete Figuren von genau bestimmter Fläche. Die nötige Verschiebung des Fahrstabes kann man leicht vornehmen.

Ebenso wie man bei verschiedenen Polstellungen gleiche Differenzen der Ablesungen erhalten soll, soll dies auch beim Umfahren eines Kreises in entgegengesetzten Richtungen (von links nach rechts und von rechts gegen links) der Fall sein.

Um die Richtigkeit der Konstanten für „Pol innerhalb" zu prüfen, umfährt man ein genügend großes Quadrat von genau bestimmtem Flächeninhalt in der Richtung des Uhrzeigers (beim Miller-Starke'schen Polarplanimeter in umgekehrter Richtung). Der Flächeninhalt des Quadrates wird durch den Wert der Noniuseinheit (Zehntel eines Teiles der Meßrolle) dividiert und zum Quotienten die erste Ablesung addiert, die zweite Ablesung subtrahiert; der Rest ist die Konstante.

Daß auch die Einteilung der Meßrolle richtig sein soll, und daß man diese prüfen kann, indem man durch langsame Drehung untersucht, ob immer die zehn Teile des Nonius genau gleich sind neun Teilen an der Meßrolle, ist eigentlich selbstverständlich.

365. Über die mit den Planimetern erreichbare Genauigkeit in der Flächenbestimmung gibt Coradi bezüglich seiner Instrumente für eine Umfahrung mit dem Kontroll-Lineal im Radius 10 *cm* und 2 *cm* folgende Werte an:

Kugelrollplanimeter	$^1/_{5000}$,	beziehungsweise	$^1/_{500}$
Scheibenplanimeter	$^1/_{4000}$,	„	$^1/_{500}$
Kompensationsplanimeter	$^1/_{2000}$,	„	$^1/_{125}$

Die älteren Planimeter geben eine etwas geringere Genauigkeit, und zwar bleibt das Wetli-Starke'sche Linearplanimeter etwas hinter dem Coradi'schen Scheibenplanimeter, die älteren gewöhnlichen Polarplanimeter hinter dem Coradischen Kompensationsplanimeter zurück.[1])

Das Prytz'sche Stangenplanimeter.

366. Dieses äußerst einfache Instrument wurde von dem dänischen Kapitän H. Prytz erfunden und zuerst im Jahre 1886 in der „tekniske Forenings Tidsskrift" beschrieben; es ist in seiner ursprünglichen, von dem Erfinder herrührenden Form in Fig. 458 in etwa $^1/_4$ seiner natürlichen Größe abgebildet. Es besteht aus einer geraden Stange von 25 *cm* Länge, welche an einem Ende den in eine Spitze auslaufenden Fahrstift *f* trägt; das andere Ende ist umgebogen und läuft in eine abgerundete Schneide *s* aus, deren Richtung parallel zum Stab ist. Mit diesen beiden Punkten ruht das Instrument beim Gebrauche am Papier.

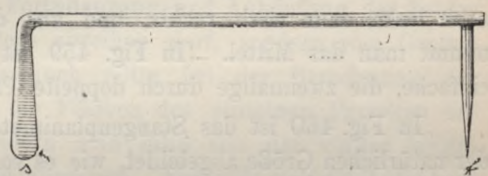


Fig. 458.

Um mit dem Instrumente die Fläche einer Eigur zu berechnen, setzt man die Spitze des Fahrstiftes in den Schwerpunkt *a* der Fläche (Fig. 459), indem man dabei das Instrument senkrecht auf dem Papier hält, und drückt nun auf das Instrument über der Schneide, damit sich deren Stellung am Papier markiert. Man erhält z. B. die Marke *m*. Hierauf fährt man mit dem Fahrstift *f*, diesen immer senkrecht zum Papier haltend, zu einem beliebigen Punkte *b* des Umfanges und umfährt von hier die Grenzen der Figur nach links oder rechts, bis man wieder nach *b* und von hier nach *a* zurückgekehrt ist, und drückt nun abermals die Schneide ins Papier, wodurch man eine zweite Marke *m'* erhält. Wird nun der Abstand *m m'* der zwei Marken mit dem Zirkel abgegriffen und mit der Länge *s f* des Fahrstabes multipliziert, so erhält man die Fläche der umfahrenen Figur. Hätte der Fahrstab eine Länge von 20 *cm* und hat man das Stück *m m'*

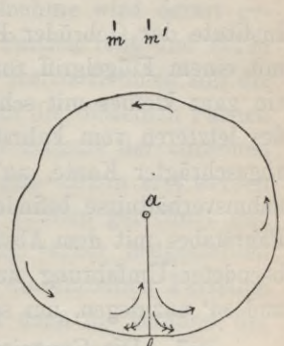


Fig. 459.

[1]) Über die Genauigkeit der verschiedenen Planimeter hat Oberbergrat Prof. Lorber zahlreiche Untersuchungen angestellt; siehe hierüber: Zeitschrift für Vermessungswesen 1884 und 1888, und Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereines, 1884.

mit 2 *cm* gemessen, so ist die umfahrene Fläche 20 . 2 = 40 cm^2. Ebenso erhält man die Fläche in Quadratmetern, wenn man das Stück *m m'* auf dem betreffenden Aufnahmsmaßstabe abgreift, und auch die Länge des Fahrstabes nach diesem Maßstabe in Metern ausdrückt. Wäre z. B. der Plan im Maßstabe 1 : 2880 gezeichnet, so würde man für das obige Beispiel *m m'* am Maßstabe mit 57·6 *m* abgreifen, und die Länge des Fahrstabes von 20 *cm* entspricht einer Länge von 576 *m*. Die Fläche wäre somit

$$57{\cdot}6 \,.\, 576 = 33177{\cdot}6 \; m^2.$$

Bei unregelmäßigen Figuren ist es aber nicht leicht, den Schwerpunkt genau zu bestimmen, so daß dann das Instrument nicht verwendbar wäre. Man kann aber den durch unrichtige Wahl des Schwerpunktes entstehenden Fehler dadurch beseitigen, daß man die Figur zweimal umfährt, einmal nach links, dann nach rechts, und aus den beiden erhaltenen Resultaten nimmt man das Mittel. (In Fig. 459 ist die einmalige Umfahrung durch einfache, die zweimalige durch doppelte Pfeile angedeutet.)

In Fig. 460 ist das Stangenplanimeter in der verbesserten Form in $^1/_2$ der natürlichen Größe abgebildet, wie es von dem mathematisch-mechanischen

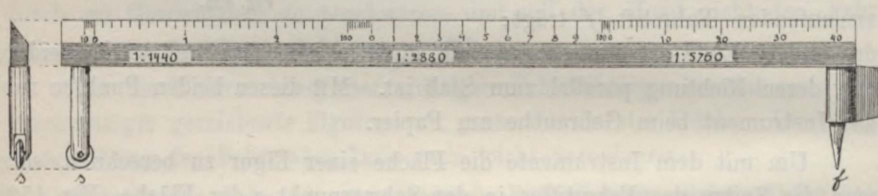


Fig. 460.

Institute der Gebrüder Fromme in Wien hergestellt wird. Der Fahrstift ist mit einem Flügelgriff zur Führung versehen, die Schneide ist ersetzt durch ein ganz kleines mit scharfem Rande versehenes Rädchen. Die Entfernung des letzteren vom Fahrstift beträgt 20 *cm*. Die Stange ist ein Lineal mit abgeschrägter Kante, an welcher sich mehrere Maßstäbe für beliebige Aufnahmsverhältnisse befinden, welche direkt das Produkt aus der Länge des Fahrstabes mit dem Abstande der Marken angeben. Man braucht also nach beendeter Umfahrung nur die Kante des Lineales an die zwei Marken *m* und *m'* anzulegen, um sofort die Fläche in Hektaren ablesen zu können.

367. Die Genauigkeit des Instrumentes ist allerdings viel geringer, als die der anderen in den vorstehenden Nummern beschriebenen Umfahrungs-Planimeter. Verfasser hat in zahlreichen Versuchen durch zweimaliges Umfahren gezeichneter Figuren von bestimmter Fläche gefunden, daß man nur auf eine Genauigkeit von $^1/_{100}$ bis $^1/_{200}$ rechnen kann. Für Katasterzwecke ist dies allerdings nicht ausreichend, wohl aber dürfte diese Genauigkeit vollkommen genügen für manche andere Zwecke, wo es sich nur um Flächenbestimmungen innerhalb desselben Besitzes handelt und eine Ausgleichung der Einzelflächen auf die Gesamtfläche ohnedies stattfindet. So dürfte

z. B. die Genauigkeit vollkommen ausreichen für die Flächenberechnung der einzelnen Bestände (Unterabteilungen) einer Waldaufnahme für Forsteinrichtungs-, Waldwertberechnungs- und ähnliche Zwecke, da sich ja die Bestandesgrenzen in der Natur ohnedies nicht genau feststellen lassen.

Ein wesentlicher Vorzug des Instrumentes ist seine Einfachheit und Billigkeit.

Berechnung ganzer Aufnahmen.

§ 55.

Vorbemerkungen.

368. Ebenso wie man bei der Aufnahme einer Anzahl zusammenhängender Grundstücke wegen der Fortpflanzung und Anhäufung der Fehler nicht ein Grundstück an das andere anreihen darf, sondern vom Großen ins Kleine arbeiten muß, ist dies auch nötig bei der Berechnung der Flächen. Es dürfen nicht einfach die Flächen der einzelnen Parzellen berechnet und summiert werden, sondern man muß von der vorher festgestellten Gesamtfläche der Aufnahme ausgehen. Erstreckt sich die Aufnahme über mehrere Blätter (Aufnahmssektionen), so bildet für jedes Blatt die Fläche des Sektionsrechteckes die Gesamtfläche. Ist das Sektionsrechteck nicht ganz von der Aufnahme ausgefüllt, so wird zunächt der von der Aufnahme ausgefüllte und der leere Raum des Sektionsrechteckes ermittelt. Die Summe dieser beiden Flächen soll die Fläche des Sektionsrechteckes geben; eine zulässsige Differenz wird im Verhältnisse der Größe auf die beiden Räume aufgeteilt. Die Gesamtfläche der Aufnahme wird derart gefunden, daß man sie in einige größere Teile oder Partien teilt und deren Flächen berechnet; die Summe dieser Teile und des leeren Raumes soll die Sektionsfläche geben, eine zulässige Differenz wird auf die einzelnen Partien im Verhältnisse ihrer Größe verteilt, so daß jetzt die Summe der einzelnen Partien und des leeren Raumes die Sektionsfläche ergibt. Dann erst werden die Flächen der einzelnen Parzellen in jeder dieser Partien gerechnet und die Summe der Parzellenflächen soll gleich sein der vorher festgestellten Fläche der Partie; eine zulässige Differenz wird auf die einzelnen Parzellen im Verhältnisse ihrer Größe aufgeteilt und es ergibt dann die Summe der einzelnen Parzellen die wirkliche Gesamtfläche der Aufnahme.

Der im Vorstehenden kurz skizzierte Vorgang ist etwas verschieden, je nachdem ob es sich um eine Meßtisch- oder Theodolit-Aufnahme handelt.

Berechnung einer Meßtischaufnahme.

369. Wenn nach Vollendung einer Meßtischaufnahme das Papier vom Tischbrette abgeschnitten wird, welches beim Aufspannen stark angefeuchtet worden war, so zieht es sich stark zusammen, so daß alle Linien kürzer und alle Flächen kleiner werden, als sie vor dem Abschneiden des Papieres

gewesen sind. Dieses Kleinerwerden infolge des Zusammenziehens des Papieres nennt man den Papiereingang. Es sollten also eigentlich die Flächen berechnet werden, ehe man das Papier abschneidet. Dies ist jedoch nicht immer möglich, höchstens bei kleinen Aufnahmen, bei größeren Aufnahmen müssen die Sommermonate zur Aufnahme ausgenützt und erst im Winter die Flächen berechnet und die Pläne weiter ausgefertigt werden. Man hat aber nicht so viele Reservebretter, um sie bis zum Winter aufgespannt stehen lassen zu können.

Wenn das Blatt vor der Flächenberechnung abgeschnitten wurde, so ist nach § 161 der „Instruktion für die Meßtischaufnahmen" zunächst die Wirkung des Papiereinganges in folgender Weise zu bestimmen. Mittels des Auftragapparates werden die Änderungen gemessen, welche die Länge und Höhe des Blattrechteckes durch den Papiereingang erfahren haben.[1]) Diese Änderungen werden sowohl längs der Randlinien, als auch in der Mitte des Blattes gemessen. Das arithmetische Mittel aus den korrespondierenden Maßzahlen dieser Änderungen wird als durchschnittliche Änderung der betreffenden Blattrechtecks-Dimension angenommen. Bei dieser Mittelbildung wird der in der Blattmitte gemessenen Änderung das doppelte Gewicht beigelegt.

Wurde z. B. die nördliche Blattrandlinie kürzer um 4 *m*, die südliche um 7 *m*, und die in der Mitte des Blattes von West nach Ost gedachte Linie kürzer um 6·5 *m*, so ist als durchschnittliche Verkürzung zu nehmen

$$\frac{4 + 7 + 2 \times 6{\cdot}5}{4} = 6\ m.$$

Aus den derart ermittelten, durchschnittlichen Änderungen der Länge und der Höhe des Blattrechteckes wird die Wirkung des Papiereinganges E in Quadratmetern nach der folgenden Formel berechnet:

$$E = Lh + Hl - lh.$$

In dieser Formel bedeutet L die Länge des Blattrechteckes, H die Höhe in Metern, l und h sind die durchschnittlichen Änderungen, welche L und H erlitten haben.

Setzt man diesen Papiereingang E in Quadratmetern ins Verhältnis zur Fläche des Blattrechteckes in Quadratmetern, so ergibt sich die Wirkung des Papiereinganges für die Flächeneinheit.

Der Papiereingang ist nach § 159 der Meßtisch-Instruktion in folgender Weise zu berücksichtigen:

a) In seiner Gänze, bei Berechnungen mittels des Planimeters oder wenn sämtliche zur Berechnung einer Fläche benützten Daten mit

---

[1]) Wäre bei einer kleinen Meßtischaufnahme, die nur ein Tischbrett erforderte, kein Sektionsrechteck vorhanden, so konstruiert man vor dem Abschneiden knapp um die Aufnahme mittels des Auftragapparates ein Rechteck, dessen Seiten eine beliebige Anzahl ganzer Zentimeter lang sind.

Zirkel und Maßstab, jedoch ohne Rücksicht auf den Papiereingang, aus der Mappe entnommen wurden;

b) zur Hälfte, wenn nur ein Teil der in Betracht kommenden Faktoren mit Zirkel und Maßstab und ohne Rücksicht auf den Papiereingang ermittelt wurde, wogegen zur Bildung der anderen Faktoren Originalmaßzahlen oder Abmessungen auf der Mappe mit Berücksichtigung des Papiereinganges benützt wurden;

c) gar nicht, bei Flächen, welche aus Originalmaßzahlen berechnet wurden, sowie bezüglich solcher Flächen, welche sich aus Hektarquadraten (siehe folgende Nummer) zusammensetzten.

370. Die Berechnung der Gesamtfläche der Aufnahme (beziehungsweise der einzelnen Partien oder Berechnungsgruppen) und des leeren Raumes erfolgt mittels der Hektarquadrate. Bei der Konstruktion des Blattrechteckes werden nämlich auf die Randlinien Teile von 100 *m* Länge aufgetragen, bei Mappen im Verhältnisse von 1:2500, somit Teile von 4 *cm*, bei Mappen im Verhältnisse von 1:2880 Teile von 3·472 *cm* Länge. Durch Verbindung der gegenüberliegenden Teilstriche durch feine, scharfe Bleistiftlinien erhält man ein Netz von Quadraten von je 1 *ha* Fläche.[1])

[1]) Da das Blattrechteck bei Mappen im Verhältnisse von 1:2500 eine Länge von 1600 *m* (64 *cm*) und eine Breite von 1250 *m* (50 *cm*) hat, so lassen sich auf die Randlinien von West gegen Ost 16 Teile à 100 *m* oder 4 *cm* auftragen, auf die Randlinien von Süd gegen Nord aber nur 12 ganze und ein halber Teil. Die Auftragung hat daher immer so zu geschehen, daß in zwei zusammenstoßenden Sektionen auch die halben Teile zusammenstoßen. In den nördlich vom Perpendikel gelegenen Triangulierungsblättern (Siehe Nr. 311) beginnt man in der Sektion 1 mit der Auftragung vom südlichen Rande und trägt gegen Norden 12 ganze und einen halben Teil à 4 *cm* auf, in der zweiten Sektion wieder von Süden gegen Norden zuerst einen halben und dann 12 ganze Teile à 4 *cm*, in der dritten Sektion wieder 12 ganze und dann einen halben u. s. w. In den südlich vom Perpendikel gelegenen Triangulierungsblättern geschieht die Auftragung in derselben Weise von Norden gegen Süden.

Jedes Sektionsblatt enthält somit

12 × 16 = 192 volle Ouadrate zu 1 *ha*	=	192 *ha*
16 halbe Quadrate zu 0·5 *ha*	=	8 *ha*
Zusammen		200 *ha*.

Bei Mappen im Verhältnisse von 1:2880 hat das Sektionsrechteck 1896·484 *m* Länge und 1517·187 *m* Höhe; trägt man daher von Süden gegen Norden Teile zu 100 *m*, so ergeben sich volle 15 Teile und ein Rest von 17·187 *m*, beim Auftragen von West gegen Ost ergeben sich 18 volle Teile und ein Rest von 96·484 *m*. Das ganze Blatt enthält dann:

15 × 18 = 270 Quadrate zu 1 *ha* . . .	=	270 *ha*
15 Rechtecke zu 0·96484 *ha*	=	14·4726 *ha*
18 — „ — „ 0·17187 *ha*	=	3·0937 *ha*
1 — „ — „ 0·16580 *ha*	=	0·1658 *ha*
Zusammen		287·7321 *ha*.

Die Rechtecksseiten waren nach dem alten Wiener Maße 1000° oder 25″ lang und 800° oder 20″ hoch. Wurden daher 25 und 20 Zoll auf die Rechteckseiten aufgetragen, so erhielt man 20 × 25 = 500 Quadrate à 1 Joch.

Zum Zwecke der Berechnung wird nun immer eine entsprechende Anzahl Parzellen von möglichst wenig verschiedener Größe zu einer „Berechnungsgruppe" zusammengefaßt. Nach § 160 der Meßtisch-Instruktion soll der Umfang einer solchen Berechnungsgruppe von der Größe und der Anzahl der Parzellen der Sektion abhängen, und sollen zirka 500 bis 800 cm^2 am Papiere einnehmen. Beim Aufnahmsverhältnisse 1:2500 oder 1:2880 entspricht dies einer Fläche von 30 bis 50 *ha*.

Sind lauter Parzellen von größerem Umfang vorhanden, so sind entsprechend größere Gruppen zu bilden, eventuell kann das ganze Sektionsblatt als eine einzige Gruppe behandelt werden. Andererseits können zum Zwecke der Zusammenfassung gleichartiger Parzellen auch Berechnungsgruppen mit einem kleineren Flächeninhalte gebildet werden. Der „leere Raum" bildet eine Gruppe für sich.

Jede Gruppe wird in der Regel eine Anzahl voller Netzquadrate enthalten, welche von den Begrenzungslinien der Gruppe nicht durchschnitten werden, dann eine Anzahl Teile von Netzquadraten, welch letztere von den Begrenzungslinien der Gruppe durchschnitten werden. Die Fläche der Berechnungsgruppe setzt sich daher zusammen aus der Gesamtfläche der vollen, ausgezählten Quadrate (à 1 *ha*), wobei der Papiereingang nicht in Betracht zu ziehen ist, und aus den Flächen der innerhalb der Begrenzungslinien der Gruppe liegenden Teilen jener Netzquadrate, welche von diesen Begrenzungslinien durchschnitten werden.

Diese Teile der von den Gruppengrenzlinien durchschnittenen Netzquadrate müssen berechnet werden. Bei krummlinigen Begrenzungen geschieht die Berechnung mittels des Planimeters.[1])

Bei geradlinigen oder gebrochenen Begrenzungslinien aber könnte die Berechnung in der Weise geschehen, daß durch die Eckpunkte der das

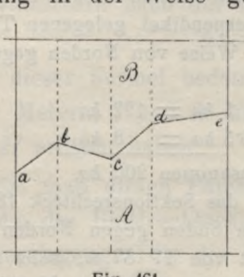


Fig. 461.

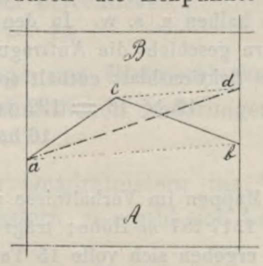


Fig. 462.

Quadrat schneidenden Begrenzung Parallele gezogen werden zu einer Quadratseite, worauf die so entstehenden Trapeze in beiden Teilen A und B jedes Quadrates berechnet werden (Fig. 461). Hiebei ist der Papiereingang ganz zuzuschlagen.

Eine andere zweckmäßige Art der Berechnung ist die von der Katastral-Instruktion für Meßtischaufnahmen (§ 161) vorgeschriebene, nach welcher die beiden Teile A und B jedes von der Begrenzung geschnittenen

[1]) Bei der Katastralvermessung mittelst des Alderschen Fadenplanimeters.

Quadrates in ein Trapez (oder Dreieck) von einer der Quadratseite gleichen Höhe (100 *m*) verwandelt wird. In Fig. 462 werden zu diesem Zwecke die Punkte a und b verbunden und durch c eine Parallele zu $a\,b$ gezogen. Die Verbindungslinie $a\,d$ teilt das Quadrat in zwei Trapeze von der Höhe der Quadratseite, und es ist die Fläche des Dreieckes $a\,b\,c$ gleich der Fläche des Dreieckes $a\,b\,d$, weil beide Dreiecke dieselbe Grundlinie $a\,b$ und gleiche Höhe haben. In Fig. 463 ist in derselben Weise zuerst das Dreieck $b\,c\,d$ umgewandelt in das flächengleiche Dreieck $b\,d\,e$, dann $a\,e\,b$ in $a\,e\,f$, so daß wieder zwei Trapeze A und B entstehen. In Fig. 464 ist in gleicher Weise das Dreieck $a\,b\,c$ umgewandelt in das flächengleiche Dreieck $c\,d\,e$, dessen Grundlinie $c\,d$ gleich der Quadratseite ist.

Diese Umwandlung in Trapeze und Dreiecke von der Quadratseite gleicher Höhe hat den Vorteil, daß man diese Höhe nicht abgreifen muß,

Fig. 463.

Fig. 464.

sondern sie gleich mit 100 *m* annimmt. Es werden daher in allen von den Grenzen geschnittenen Quadraten bloß die nicht parallelen Seiten der Trapeze, beziehungsweise die Grundlinien der Dreiecke abgegriffen, summiert, und die halbe Summe mit 100 multipliziert. Nachdem nur der eine Faktor abgegriffen, der zweite aber mit vollen 100 *m* angenommen wird, ist nur die Hälfte des Papiereinganges zuzuschlagen.

Die Berechnung geschieht sowohl für die Teile A, als auch B in allen von den Grenzen der Partie geschnittenen Quadraten, und es soll nun die Fläche aller Teile A, mehr der Fläche aller Teile B gleich sein der Gesamtfläche der von den Grenzen geschnittenen Quadrate, welche ebensoviele Hektare beträgt als die Zahl dieser Quadrate anzeigt. Die Katastral-Instruktion gestattet bei dieser Vergleichung eine Differenz von

$$\Delta F = 0{\cdot}001\, F + 0{\cdot}500 \sqrt{F}$$

in welcher Formel F die Gesamtfläche der von den Gruppengrenzen geschnittenen Quadrate bedeutet. Diese Formel gilt für das Verhältnis 1:2500 oder 1:2880. Für das doppelte Verhältnis, also für 1:1250 oder 1:1440 ist $\Delta F = 0{\cdot}001\, F + 0{\cdot}250 \sqrt{F}$ und für das vierfache Verhältnis 1:625 oder 1:720 ist $\Delta F = 0{\cdot}001\, F + 0{\cdot}125 \sqrt{F}$; für 1:1000 ist $\Delta F = 0{\cdot}001\, F + 0{\cdot}200 \sqrt{F}$. Ist die Differenz nicht größer, so kann sie im Verhältnis der Größe auf die Summen aller Teile A und B verteilt werden.

Auf diese Weise erhält man in jedem Sektionsblatte die Flächen aller Gruppen und eventuell des leeren Raumes, und die Summe dieser Flächen ergibt die Fläche des Sektionsrechteckes. Die Summe aller Gruppen ergibt die Gesamtfläche der Aufnahme.

Nach dem Vorstehenden ergibt sich für die ganze Berechnung folgende Kontrolle:

1. In jedem Sektionsblatte muß die Anzahl der in den einzelnen Gruppen enthaltenen vollen (ausgezählten) Netzquadrate vermehrt um die Anzahl der von den Gruppengrenzen durchschnittenen Netzquadrate die Gesamtzahl der Netzquadrate des Blattes ergeben.

2. Die Summe der Flächeninhalte aller Teile der von den Gruppengrenzen durchschnittenen Netzquadrate, vermehrt um den diesen Flächen infolge des Papiereinganges zukommenden Flächeneingang, soll die Summe der Flächen sämtlicher von den Gruppengrenzen durchschnittenen Netzquadrate ergeben. Eine Differenz muß unter der oben angegebenen Grenze bleiben, sonst muß die Berechnung wiederholt werden.

3. Die Summe der Flächeninhalte der Berechnungsgruppen eines Blattes samt dem „leeren Raum" muß den vollen Flächeninhalt des Blattes geben.

Die im Vorstehenden geschilderte, sehr empfehlenswerte Berechnungsweise der Gruppen ist für die Katastralvermessung vorgeschrieben. Bei Privataufnahmen könnte wohl auch der im folgenden skizzierte Weg eingeschlagen werden, der aber weniger empfehlenswert ist.

Statt mittelst Hektarquadraten könnte die Fläche der einzelnen Gruppen und des allenfalls leeren Raumes in jedem Sektionsblatte auch entweder nach Nr. 347 geschehen, wobei aber die Berechnung zweimal, bei verschiedenartiger Zerlegung in Dreiecke zu wiederholen ist; oder man berechnet diese Flächen mit einem Umfahrungsplanimeter. Auch diese Berechnung muß zweimal geschehen, indem man einmal von links nach rechts umfährt, dann ein zweites Mal mit Umfahrung von rechts gegen links. Ferner wird dabei jedesmal nicht ein- sondern zehnmal umfahren. Ist der Unterschied zwischen den beiden Berechnungen nicht größer als nach den oben angegebenen Formeln, so wird aus beiden Berechnungen das Mittel genommen. Die so erhaltenen mittleren Flächen der Gruppen und des leeren Raumes werden addiert, und die Summe soll die Fläche des Sektionsrechteckes geben. Zeigt sich eine Differenz, welche wieder nicht größer ist als nach den oben angegebenen Formeln, so kann sie im Verhältnisse der Größe auf die einzelnen Gruppen und den leeren Raum verteilt werden, und die so berichtigten Flächen werden als feststehend beibehalten.

371. Nach erfolgter Feststellung der Fläche der einzelnen Berechnungsgruppen erfolgt innerhalb jeder Gruppe die Flächenberechnung der einzelnen Parzellen. Hierüber enthält die Katastral-Instruktion für Meßtischaufnahmen mit den §§ 162 und 163 die folgenden Bestimmungen.

Jede Parzelle ist zweimal auf verschiedene Weise zu berechnen und dürfen die beiden Resultate nicht um mehr als die zulässige Fehlergrenze ΔF von einander abweichen, welche nach den folgenden Formeln zu berechnen ist, in welchen F die Fläche in Quadratmetern bedeutet.

Für das Verhältnis 1:2500 und 1:2880 ist $\Delta F = 0·001\,F + 0·500\,\sqrt{F}$
„ „ „ 1:1250 „ 1:1440 „ $\Delta F = 0·001\,F + 0·250\,\sqrt{F}$
„ „ „ 1:625 „ 1:720 „ $\Delta F = 0·001\,F + 0·125\,\sqrt{F}$
„ „ „ 1:2000 „ $\Delta F = 0·001\,F + 0·400\,\sqrt{F}$
„ „ „ 1:1000 „ $\Delta F = 0·001\,F + 0·200\,\sqrt{F}$

Eine Ausnahme bezüglich dieser Fehlergrenzen tritt ein bei der Berechnung der Flächeninhalte von schmalen, langgestreckten Parzellen, insbesondere von Weg- oder Bachparzellen, sofern deren durchschnittliche Breite bei Mappen im Verhältnisse

1:2500 weniger als 10 *m*
1:1250 „ „ 5 „
1:625 „ „ 2·5 „
1:2880 „ „ 12 „
1:1440 „ „ 6 „
1:720 „ „ 3 „

beträgt. In solchen Fällen wird als Grundlage für die Ermittlung der zulässigen Differenz nicht der aus der Berechnung hervorgegangene Flächeninhalt der Parzelle, also F in Quadratmetern, angenommen, sondern das Produkt aus der Länge der Parzelle mit den oben angegebenen Grenzwerten für die Breite (10, 5, 2·5, 12, 6, 3 *m*).

Wurde beispielsweise auf einer im Verhältnisse 1 : 2500 dargestellten Mappe der Flächeninhalt einer 500 *m* langen Wegparzelle mit 1000 m^2 berechnet, so wäre nach der oben angeführten Formel $\Delta F = 17\ m^2$. Da aber die durchschnittliche Breite dieser Parzelle $1000 : 500 = 2\ m$ ist, so ist in die Formel für die Berechnung von ΔF, für F nicht 1000 m^2, sondern $500 \times 5 = 2500\ m^2$ einzusetzen, worauf sich für ΔF der Wert von 28 m^2 ergibt.

In der Regel ist das arithmetische Mittel der Ergebnisse der beiden Berechnungen als Flächeninhalt der Parzelle anzunehmen. Sofern jedoch einem der beiden Berechnungsresultate eine größere Wichtigkeit zukommt, ist hierauf bei der Bildung des arithmetischen Mittels Rücksicht zu nehmen. Insbesondere ist in jenen Fällen, in welchen die erste Berechnung auf Grund von Originalmaßzahlen, die zweite jedoch auf graphischem Wege erfolgte, das Resultat der ersten Berechnung beizubehalten, und die zweite Berechnung lediglich als Kontrolle zu betrachten.

Die Berechnung der Parzellen hat auf die rationellste und am schnellsten zum Ziele führende Weise zu erfolgen und ist hiebei im allgemeinen nach folgenden Grundsätzen vorzugehen:

Wo es tunlich erscheint, ist die Flächenberechnung mit Benützung von Originalmaßzahlen zu bewirken; dies wird in der Regel der Fall sein bei der Berechnung der Flächeninhalte von Gebäuden, deren Dimensionen direkt gemessen wurden. Die Berechnung des Flächeninhaltes von Parzellen bis zu 1 *Ar* soll in jedem Falle mit Benützung von Originalmaßzahlen erfolgen und es muß sohin schon bei der Vermessung solcher Parzellen darauf Bedacht genommen werden, eine solche Berechnung zu ermöglichen.

Bei der Berechnung der Flächeninhalte von schmalen, langgestreckten Grundstücken (Riemenparzellen), deren Breite traversartig durch direkte Messung bestimmt wurden, sind die Parzellen in Dreiecke oder Vierecke zu zerlegen, deren Grundlinien, beziehungsweise Diagonalen, die tatsächlich gemessenen Breiten bilden und deren Höhen mit Zirkel und Maßstab der Mappe entnommen werden. Bei solchen Berechnungen mit teilweiser Benützung von Maßzahlen ist nach Tunlichkeit für den kleineren Faktor die Originalmaßzahl und für den größeren Faktor das aus der Zeichnung entnommene Maß zu benützen.

Wo Originalmaßzahlen nicht benützt werden können, ist die Berechnung der Fläche in der Regel mit dem Planimeter zu bewirken.[1])

Die Flächeninhaltsberechnung großer Parzellen erfolgt in der Regel in der Weise, daß je nach der Konfiguration dieser Parzellen, diese entweder in Rechenfiguren (Dreiecke oder Vierecke) zerlegt werden, deren Flächeninhalte nebst den etwa restlichen Parzellenteilen berechnet werden, oder es werden die vollen Netzquadrate ausgezählt und die Teile von Netzquadraten, welche von den Grenzen der Parzellen durchschnitten werden, werden durch Verwandlung in Trapeze oder mittels Planimeters berechnet.

Fällt eine Parzelle in mehrere Sektionsblätter, so wird jeder in ein Blatt fallender Teil für sich berechnet.

Sind die einzelnen Parzellen zweimal berechnet, und falls die Differenzen zwischen den zwei Berechnungen die zulässige Fehlergrenze nicht überschreiten, die Mittel gebildet worden, so werden diese so erhaltenen Flächen der Parzellen in jeder Gruppe summiert, und es soll die Summe gleich sein der bei der Gruppenberechnung festgestellten Fläche der Gruppe, beziehungsweise die Differenz darf die zulässige Fehlergrenze nicht überschreiten. Diese Fehlergrenze ist nach den oben für die verschiedenen Verjüngungsverhältnisse angegebenen Formeln zu berechnen, wobei für F die Summe der Parzellenflächen, resp. die Gruppenfläche in Quadratmetern einzusetzen ist. Doch ist der sich hiernach für ΔF ergebende Wert nur dann voll zulässig, wenn die durchschnittliche Größe einer Parzelle in der Gruppe unter 0·5 *ha* bleibt. Bei einer durchschnittlichen Parzellengröße zwischen 0·5 und 1 *ha* ist nur $0{\cdot}9\ \Delta F$ und bei einer durchschnittlichen Parzellengröße von 1 *ha* und darüber nur $0{\cdot}8\ \Delta F$ als zulässige Fehlergrenze anzunehmen.

[1]) Die Instruktion schreibt ausdrücklich nur den Äquidistanten-(Faden-)Planimeter vor.

Überschreitet die Differenz zwischen der früher ermittelten Gruppenfläche und der Summe der Parzellenflächen diese zulässigen Fehlergrenzen nicht, so ist diese Differenz auf die einzelnen Parzellen im Verhältnis ihrer Größe aufzuteilen.

Bei dieser Verteilung erhalten jedoch solche Flächendaten, welche von vornherein als richtig anzunehmen sind, — das sind jene, welche sich durch Auszählung der Hektarquadrate ergeben — keine Differenz.

Aus Originalmaßen berechnete Flächeninhalte, welchen eine größere Bedeutung beizulegen ist, als den mit dem Planimeter oder durch Abnehmen von Maßen aus der Mappe ermittelten Flächen, erhalten nur die Hälfte der Differenz, die nach ihrer Größe auf sie entfallen würde.

Alle in anderer Weise berechneten Flächeninhalte erhalten eine Differenz zugeteilt nach Maßgabe ihrer Größe.

Es ist selbstverständlich, daß jene Flächeninhalte, welche keine, oder nur die halbe Differenz erhalten, von der Summe der Flächeninhalte der Parzellen vorher ganz, beziehungsweise zur Hälfte abgezogen werden müssen, ehe diese Flächensumme zur Bestimmung der zulässigen Fehlergrenze ΔF und zur Berechnung der Verteilungsgröße benützt wird.

Berechnung einer Polygonal-(Theodolit-)Aufnahme.

372. Über die Flächenberechnung enthält die Katastral-Instruktion für die Polygonal-(Theodolit-)Vermessungen im VI. Abschnitt folgende Bestimmungen.

Die verbauten und zur Verbauung bestimmten Bau- und Grundparzellen in solchen Städten, wo derlei Flächen einen besonderen Wert haben, sind bis auf Hundertstel Quadratmeter (0·01 m^2), zu berechnen, in anderen Städten oder größeren Orten dagegen auf Zehntel-Quadratmeter (0·1 m^2), alle anderen Parzellenflächen sind auf Quadratmeter zu berechnen. Diese Rechnungsgrenzen beziehen sich aber auf die schließliche ganze Parzellenfläche. Die Teilflächen einer Parzelle dagegen sind auf Hundertstel-Quadratmeter (0·01 m^2) zu rechnen und hat die Abrundung auf ganze Quadratmeter erst bei der Summe und nach Berücksichtigung eines allfälligen Papiereinganges und der Abschlußdifferenz zu erfolgen. Auch die Berechnungsgruppen sind erst bei der Abstimmung auf den Flächeninhalt des ganzen Mappenblattes auf ganze Quadratmeter abzurunden.

Die Richtigkeit der Flächenberechnung ist in allen Fällen durch eine zweimalige, in verschiedener Weise vorzunehmende Berechnung sicherzustellen. Die Ergebnisse der beiden Berechnungen, sofern diese nicht mit ausschließlicher Benützung von Koordinaten bewirkt wurden, sollen die folgende Fehlergrenze ΔF nicht überschreiten:

für das Verhältnis 1:2500 und 1:2880 ist $\Delta F = 0{\cdot}001\, F + 0{\cdot}500 \sqrt{F}$
„ „ „ 1:1250 „ 1:1440 „ $\Delta F = 0{\cdot}001\, F + 0{\cdot}250 \sqrt{F}$
„ „ „ 1:625 „ 1:720 „ $\Delta F = 0{\cdot}001\, F + 0{\cdot}125 \sqrt{F}$
„ „ „ 1:2000 $\Delta F = 0{\cdot}001\, F + 0{\cdot}400 \sqrt{F}$
„ „ „ 1:1000 $\Delta F = 0{\cdot}001\, F + 0{\cdot}200 \sqrt{F}$

In diesen Formeln bedeutet F die Fläche in Quadratmetern.

Bei der Berechnung der Flächeninhalte aus Koordinaten müssen die aus doppelter Berechnung sich ergebenden Resultate vollkommen übereinstimmen.

Zur Vermeidung von Fehleranhäufungen ist bei der Berechnung vom Großen ins Kleine vorzugehen. Es hat daher zuerst die Gruppenberechnung stattzufinden, welche darin besteht, daß in jedem einzelnen Mappenblatte aus den Parzellen mehrere Gruppen gebildet und diese berechnet werden, ebenso wird der „leere Raum“ berechnet. Die Summe der einzelnen Gruppen und des „leeren Raumes“ soll die Fläche des Sektionsrechteckes ergeben. Dann erst erfolgt die Parzellenberechnung, wobei die Summe der Parzellenflächen die vorher festgestellte Fläche der Gruppe ergeben soll, oder die Differenz soll die zulässige Fehlergrenze nicht überschreiten.

Auch bei den Aufnahmen nach der Theodolithmethode kann sich ein Papiereingang zeigen, wenn zwischen dem Zeitpunkte der Konstruktion und dem der Flächenberechnung eine gewisse Zeit verstrichen ist. Dieser Papiereingang ist nach Nr. 369 zu ermitteln.

Hinsichtlich der Berücksichtigung dieses Papiereinganges entweder a) in seiner Gänze oder b) zur Hälfte oder c) gar nicht, gilt genau dasselbe, was darüber in Nr. 369 angegeben erscheint.

Behufs Ausführung der Gruppenberechnung wird jedes Sektionsblatt in mehrere Berechnungsgruppen eingeteilt, welche möglichst gleichen Umfang haben und eine entsprechende Anzahl ihrer Größe nach wenig verschiedene Parzellen erhalten sollen. In der Regel soll die Größe einer solchen Berechnungsgruppe am Papier etwa 500 bis 800 Quadratzentimeter (im Aufnahmsverhältnisse 1:2500 also 30 bis 50 Hektar, im Maßstabe 1:1250, nur 8 bis 12 *ha*) betragen. Handelt es sich jedoch um Parzellen von größerem Umfange, so sind auch entsprechend größere Gruppen zu bilden, eventuell kann das ganze Sektionsblatt als eine einzige Gruppe behandelt werden. Andererseits können, um möglichst gleichartige Parzellen in eine Gruppe zusammenzufassen, auch Berechnungsgruppen mit einem kleineren Flächeninhalte gebildet werden.

Die Umfangsgrenzen der Berechnungsgruppen sind in der Regel in der Nähe der Messungslinien und Polygonseiten anzunehmen. Diese beiden letzteren bilden nun zunächst das sogenannte Gruppenpolygon. An den Blattgrenzen sind die Sektionslinien als Polygonseiten zu benützen und die Koordinaten der Durchschnittspunkte der Messungslinien mit den Sektionsgrenzen zu berechnen. (In Fig. 465 ist beispielsweise *a b* die Sektionsgrenze, *a e* und *b c* sind Messungslinien, *c d* und *d e* sind Polygonseiten. Das Vieleck *a b c d e* ist das Gruppenpolygon.)

Zunächst wird die Fläche des Gruppenpolygons aus den Koordinaten der Eckpunkte dieses Polygones und zwar durch zweimalige Berechnung (siehe Nr. 346) ermittelt. Die Resultate der beiden Berechnungen müssen genau übereinstimmen. Hierauf werden die Flächenstreifen zwischen den Grenzen der Berechnungsgruppe und den Seiten des Gruppenpolygons berechnet, welche von der Fläche des Gruppenpolygons zu subtrahieren (wie in Fig. 465) oder zu addieren sind, um die Fläche der Berechnungsgruppe zu erhalten. Die Berechnung dieser Streifen (Ab- oder Zuschläge) ist ebenfalls zweimal vorzunehmen, und zwar einmal tunlichst mit Originalmaßen, ein zweites Mal zur Kontrolle mit dem Planimeter, unter Berücksichtigung des ganzen Papiereinganges.

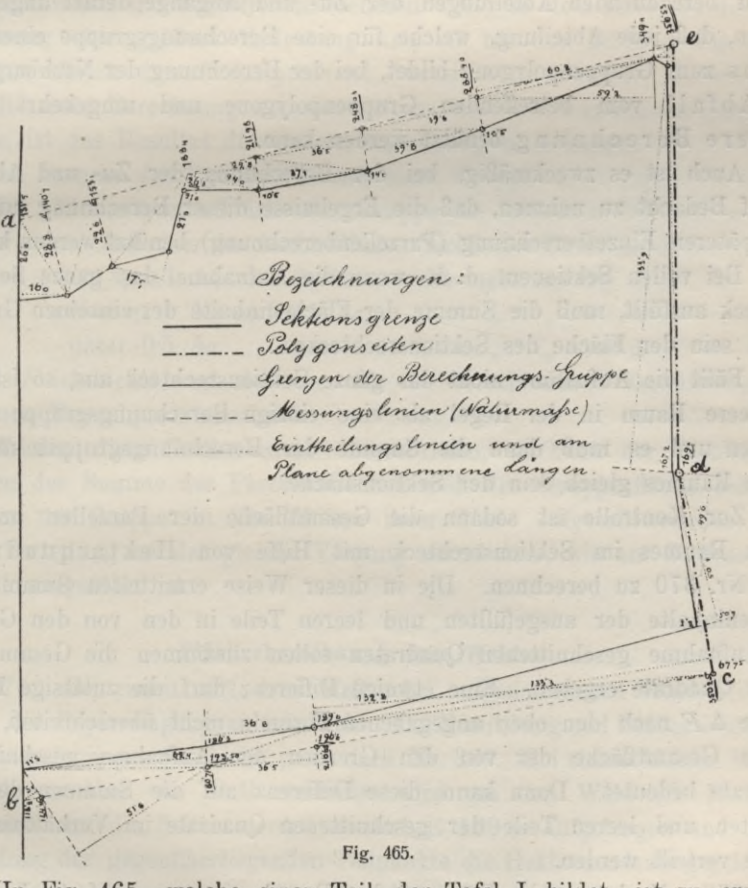


Fig. 465.

(In Fig. 465, welche einen Teil der Tafel I bildet, ist zu ersehen, welche Längen Originalmaße sind und welche Maße mit dem Zirkel aus dem Plane entnommen wurden.)

Wenn der Unterschied zwischen den beiden Berechnungen die zulässige Fehlergrenze ΔF nach den oben angegebenen Formeln nicht überschreitet, wobei als F die Fläche des Streifens in Quadratmetern anzunehmen ist, so ist die Berechnung als gut anzusehen. Hat die erste Berechnung nur, oder vorwiegend mit Originalmaßen stattgefunden, so ist das Resultat der ersten Berechnung beizubehalten, und die Planimeterberechnung nur als Kontrolle zu betrachten. Hat jedoch die erste Berechnung nur, oder vorwiegend mit abgegriffenen Maßen stattgefunden, so ist aus dieser und der Planimeterberechnung das Mittel zu nehmen. Die so ermittelte Fläche der Streifen zwischen den Seiten des Gruppenpolygones und den Grenzen der Berechnungsgruppe wird dann der Fläche des Gruppenpolygones zu- oder von derselben abgeschlagen, wodurch sich die Fläche der Berechnungsgruppe ergibt.

Bei der Berechnung der Zu- und Abgänge ist darauf zu achten, daß die zu berechnenden Abteilungen der Zu- und Abgänge derart angeordnet werden, daß jede Abteilung, welche für eine Berechnungsgruppe einen Zuwachs zum Gruppenpolygone bildet, bei der Berechnung der Nachbargruppe als Abfall vom betreffenden Gruppenpolygone und umgekehrt ohne weitere Berechnung benützt werden kann.

Auch ist es zweckmäßig, bei der Berechnung der Zu- und Abgänge darauf Bedacht zu nehmen, daß die Ergebnisse dieser Berechnung auch bei der späteren Einzelberechnung (Parzellenberechnung) benützt werden können.

Bei vollen Sektionen, d. h. wenn die Aufnahme das ganze Sektionsrechteck ausfüllt, muß die Summe der Flächeninhalte der einzelnen Gruppen gleich sein der Fläche des Sektionsrechteckes.

Füllt die Aufnahme nicht das ganze Sektionsrechteck aus, so ist auch der leere Raum in der Regel als eine einzige Berechnungsgruppe zu berechnen und es muß dann die Summe der Berechnungsgruppen und des leeren Raumes gleich sein der Sektionsfläche.

Zur Kontrolle ist sodann die Gesamtfläche der Parzellen und des leeren Raumes im Sektionsrechteck mit Hilfe von Hektarquadraten nach Nr. 370 zu berechnen. Die in dieser Weise ermittelten Summen der Flächeninhalte der ausgefüllten und leeren Teile in den von den Grenzen der Aufnahme geschnittenen Quadraten sollen zusammen die Gesamtfläche dieser Quadrate ergeben. Eine etwaige Differenz darf die zulässige Fehlergrenze ΔF nach den oben angegebenen Formeln nicht überschreiten, wobei F die Gesamtfläche der von den Grenzen der Aufnahme geschnittenen Quadrate bedeutet. Dann kann diese Differenz auf die Summen der ausgefüllten und leeren Teile der geschnittenen Quadrate im Verhältnis ihrer Größe verteilt werden.

373. Nachdem die Fläche jeder Berechnungsgruppe feststehend ermittelt wurde, schreitet man an die Berechnung der einzelnen Parzellen. Auch diese Berechnung muß zweimal geschehen. Zur ersten Berechnung

sollen tunlichst am Felde gemessene Originalmaße benützt werden, zur zweiten Berechnung können Zirkel und Maßstab oder ein Planimeter benützt werden. Parzellen mit einer Fläche von weniger als 100 m^2 dürfen jedoch nicht graphisch, sondern nur aus Originalmaßen berechnet werden, worauf schon bei der Vermessung Rücksicht zu nehmen ist.

Schmale, langgestreckte Parzellen (Riemenparzellen), welche durch gemessene Traversen aufgenommen wurden, sind in Dreiecke zu zerlegen, deren Grundlinien die gemessenen Breiten sind und deren Höhen mit dem Zirkel aus dem Plane abgenommen werden (siehe Nr. 348).

Bei solchen Berechnungen mit teilweiser Benützung von Original-Messungsdaten ist nach Tunlichkeit für den kleineren Faktor die Originalmaßzahl und für den größeren Faktor das aus dem Plane mit dem Zirkel entnommene Maß zu benützen.

In der Regel ist das arithmetische Mittel aus den beiden Berechnungen als Flächeninhalt der Parzelle anzunehmen. Nur in dem Falle, wo die erste Berechnung eine größere Bedeutung hat, ist bei der Bildung des arithmetischen Mittels darauf entsprechend Rücksicht zu nehmen. Insbesondere wenn die erste Berechnung nur aus Originalmaßen, die zweite nur graphisch erfolgte, ist das Resultat der ersten Berechnung zu behalten.

Die Summe der Parzellenflächen einer Gruppe darf gegen die früher nach Nr. 372 bestimmte Fläche der Gruppe die folgenden Differenzen nicht überschreiten. Bei einer durchschnittlichen Größe der Parzellen in der Gruppe

von 1 *ha* und darüber,	nicht mehr als	$0{\cdot}8\ \Delta F$
zwischen 1 *ha* und 0·5 *ha*,	„ „ „	$0{\cdot}9\ \Delta F$
unter 0·5 *ha*	„ „ „	$1{\cdot}0\ \Delta F$

ΔF ist hiebei nach den oben für die verschiedenen Verhältnisse angegebenen Formeln zu berechnen.

Werden diese Größen nicht überschritten, so kann der Unterschied zwischen der Summe der Parzellenflächen und der Gruppenfläche auf alle Parzellen der Gruppe im Verhältnisse ihrer Größe aufgeteilt werden. Bei dieser Verteilung ist der gleiche Vorgang einzuhalten, wie am Schlusse der Nr. 371 ausgeführt ist.

Flächenberechnung eines Waldes.

374. Bei einem mit dem Meßtische aufgenommenen Walde ist zunächst der Papiereingang zu ermitteln. Die Ermittlung und Berücksichtigung des Papiereinganges geschieht ganz nach Nr. 369. Bei einem kleinen Walde, der sich nur über ein Blatt erstreckt, wird um den Wald ein Rechteck konstruiert, auf die Seiten werden wiederholt 100 *m* aufgetragen und durch Verbindung der gegenüberliegenden Teilpunkte die Hektarquadrate gezeichnet. Mittels dieser wird dann die Gesamtwaldfläche nach Nr. 370 ermittelt.

Die Summen je der beiden Teile in allen von den Reviergrenzen geschnittenen Quadraten sollen zusammen die Fläche aller geschnittenen

Quadrate ergeben, oder es soll kein größerer Unterschied vorhanden sein als die zulässige Fehlergrenze nach den in den vorhergehenden Nummern mehrmals genannten Formeln, in welchen F die Fläche aller geschnittenen Quadrate bedeutet. In diesem Falle kann der Unterschied auf die Waldfläche und den leeren Raum nach dem Verhältnisse der Flächen in den geschnittenen Quadraten verteilt werden.

Erstreckt sich das Revier über mehrere Sektionsblätter, so werden wieder die Hektarquadrate konstruiert und in jedem Sektionsblatte wird die Waldfläche und der allenfalls leere Raum, beziehungsweise der zu einem und der zu einem anderen Reviere gehörige Raum, so wie eben gesagt wurde, berechnet, so daß in jedem Sektionsblatte die Waldfläche und der allenfalls leere Raum, oder die zu verschiedenen Revieren gehörigen Teile zusammen genau die Sektionsfläche geben.

Durch einfache Summierung der in die einzelnen Sektionsblätter fallenden Teile der Revierfläche ergibt sich diese letztere und dieses Resultat ist feststehend gültig.

Die Flächen der Oberabteilungen (Hauptabteilungen, Distrikte, Jagden) werden, besonders bei größeren Abteilungen, am besten ebenfalls mittelst der Hektarquadrate oder durch Zerlegung in Dreiecke und Vierecke berechnet. Bei kleinen Oberabteilungen kann auch die Berechnung zweimal mit dem Planimeter geschehen, durch je zehnmaliges Umfahren, einmal von links gegen rechts, dann von rechts gegen links. Aus beiden Resultaten wird dann das Mittel genommen, wenn der Unterschied die zulässige Fehlergrenze ΔF nach den angegebenen Formeln nicht überschreitet.

Die Summe der Flächen der in einem Sektionsblatte liegenden Oberabteilungen soll die Fläche der Sektion, beziehungsweise die bereits feststehende Fläche des in der Sektion liegenden Revierteiles ergeben. Übersteigt der Unterschied die zulässige Fehlergrenze ΔF nicht, wobei für F bei der Berechnung mit Hektarquadraten nur die Fläche der geschnittenen Quadrate zu nehmen ist, so wird er auf die einzelnen Oberabteilungen im Verhältnisse deren Größe verteilt. So erhält man die feststehenden Flächen der Oberabteilungen. Liegt eine Oberabteilung in zwei, drei oder vier Sektionen, so ergibt sich ihre gültige Fläche durch Summierung der in den verschiedenen Sektionen liegenden Teile. Die Flächensumme aller Oberabteilungen ist nun gleich der feststehenden Revierfläche.

Schließlich werden die Flächen aller Unterabteilungen (Bestände etc.) in jeder Oberabteilung mit dem Planimeter zweimal gerechnet. Aus beiden Resultaten wird das Mittel genommen, wenn der Unterschied die zulässige Fehlergrenze ΔF nicht überschreitet. Die Summe der Flächen der Unterabteilungen in einer Oberabteilung soll die bereits feststehende Fläche der letzteren ergeben, oder es soll sich kein größerer Unterschied zeigen, als ΔF, beziehungsweise 0·8 oder 0·9 ΔF, nach der durchschnittlichen Größe der Unterabteilungen. Übersteigt der Unterschied diese Größe nicht, so wird er auf die einzelnen Unterabteilungen nach deren Größe verteilt. Bezüglich dieser Verteilung, sowie auch bei der Verteilung einer allfälligen Differenz auf die Fläche der Oberabteilungen, ist das in Nr. 371 über diese Verteilung angeführte zu beachten.

375. Hat die Aufnahme der Reviergrenzen mit dem Theodolit stattgefunden, so dient als Grundlage zur Flächenberechnung die aus den Koordinaten berechnete Fläche.

Bei einem kleineren Walde, der nur ein Blatt bedeckt, wird zunächst aus den Koordinaten der Eckpunkte durch zweimalige Berechnung (nach Nr. 346) die Fläche des Bestimmungspolygones ermittelt. Die beiden Resultate müssen genau übereinstimmen. Hierauf werden an jenen Stellen der Grenze, wo wegen zu kurzen Seiten für die Umfangsaufnahme längere Bestimmungslinien gewählt wurden, auf welche die eigentlichen Grenzpunkte durch kurze Ordinaten bestimmt wurden (z. B. zwischen *c* und *d* und zwischen *e* und *f* in *F*ig. 466), die hiedurch entstehenden Flächenstreifen, welche zu der Fläche des Bestimmungspolygones zu addieren oder davon zu subtrahieren sind, um die eigentliche Waldfläche zu erhalten, berechnet. Diese Berechnung geschieht zweimal mittelst der wirklich gemessenen Abszissen und Ordinaten; die beiden Resultate müssen genau übereinstimmen. Durch entsprechenden Zu- oder Abschlag dieser Flächenstreifen ergibt sich dann aus der Fläche des Bestimmungspolygones die eigentliche, gültige Waldfläche.

Erstreckt sich das Revier über mehrere Sektionsblätter, so ergibt sich die Revierfläche durch Zusammenstellung der Flächen in den einzelnen Sektionen. Wird ein Sektionsblatt nicht ganz ausgefüllt, sondern ist ein Teil entweder überhaupt nicht Wald, oder gehört er einem anderen Reviere an, so müssen die beiden so entstehenden Teile *A* und *B* der Sektion berechnet werden, und es muß ihre Summe genau gleich sein der Sektionsfläche.

In Fig. 466 sei die volle gebrochene Linie zwischen *a* und *h* die Wald- oder Reviergrenze. Die Koordinaten der Eckpunkte *b*, *c*, *d*, *e*, *f* und *g* seien berechnet worden. Zwischen *c* und *d*, sowie zwischen *e* und *f* seien die eigentlichen Grenzpunkte durch gemessene Abszissen und Ordinaten bestimmt worden.

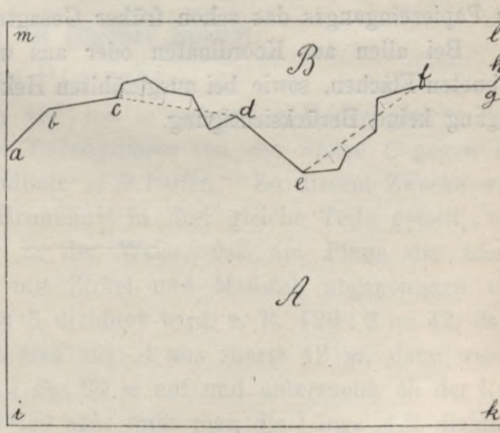


Fig. 466.

Zunächst müssen die Koordinaten der beiden Punkte *a* und *h*, wo die Grenze von den Sektionslinien geschnitten wird, berechnet werden. Sämtliche

Koordinaten werden auf den südwestlichen Eckpunkt *i* der Sektion reduziert, für welchen daher Ordinate und Abszisse gleich Null ist. Für die anderen Eckpunkte der Sektion ergeben sich dann folgende Koordinaten:

$y_k =$ Sektionslänge $x_k = 0$
$y_m = 0$ $x_m =$ Sektionshöhe
$y_l =$ Sektionslänge $x_l =$ Sektionshöhe

Aus den Koordinaten der Punkte *a, b, c, d, e, f, g, h, k* und *i* wird durch zweimalige Berechnung die Fläche des unteren Teiles *A* der Sektion ermittelt; beide Resultate müssen genau übereinstimmen. Dann wird ebenso die Fläche des oberen Teiles *B* aus den Koordinaten der Punkte *a, b, c, d, e, f, g, h, l* und *m* ermittelt. Beide Teile zusammen müssen die Sektionsfläche geben. Schießlich werden die Flächenstreifen zwischen *c* und *d*, sowie zwischen *e* und *f* aus den wirklich gemessenen Abszissen und Ordinaten zweimal berechnet und zu den beiden Teilen addiert, beziehungsweise subtrahiert. Die sich so ergebenden, feststehenden Flächen der Teile *A* und *B* müssen zusammen wieder die Sektionsfläche geben.

Sind in dem Reviere noch Polygonzüge gelegt worden, von einem Umfangs- oder Triangulierungspunkte ausgehend, und wieder an einen solchen Punkt anschließend, so wird das Revier durch diese Polygonzüge in mehrere Teile zerlegt, und es wird die feststehende Fläche jedes dieser Teile ganz in der vorstehend geschilderten Weise ermittelt; die Summe dieser Teile gibt die feststehende Revierfläche.

Die Flächenberechnung der Oberabteilungen eines Revieres und die Ausgleichung auf die feststehende Revierfläche (oder Revierteilfläche), sowie die Flächenberechnung der Unterabteilungen und deren Ausgleichung auf die feststehende Fläche der Oberabteilung geschieht ganz so wie in Nr. 374 erläutert wurde, sowie auch bezüglich der Ermittlung und Berücksichtigung des Papiereinganges das schon früher Gesagte zu gelten hat.

Bei allen aus Koordinaten oder aus wirklich gemessenen Daten gerechneten Flächen, sowie bei ausgezählten Hektarquadraten findet der Papiereingang keine Berücksichtigung.

Achter Abschnitt.

C. Teilung der Flächen, und Grenzregulierungen.

Teilung der Flächen.

§ 56.

Vorbemerkungen.

376. Die Teilung eines Grundstückes kann entweder unmittelbar am Felde oder nach dem Plane vorgenommen werden. Das Verfahren ist in beiden Fällen ganz gleich, nur werden die zur Berechnung der Teilungslinien notwendigen Daten am Felde direkt gemessen, am Plane aber mit dem Zirkel abgenommen.

Hat das zu teilende Grundstück in seiner ganzen Ausdehnung eine gleiche Beschaffenheit oder gleiche Bonität, daher auch gleichen Wert der Flächeneinheit, so kommt bei der Ermittlung der Teilungslinien nur die Fläche in Betracht. Ist aber an verschiedenen Stellen des Grundstückes dessen Beschaffenheit oder Bonität eine verschiedene, so muß diese in dem Falle auch berücksichtigt werden, wenn die zu bildenden Teile ihrem Werte nach zu einander in einem gewissen Verhältnisse stehen sollen.

Teilung bei gleicher Bonität.

377. Die Teilung des Dreieckes.

I. Ein Dreieck ABC (Fig. 467) soll in mehrere, z. B. drei gleiche Teile derart geteilt werden, daß die Teilungslinien von der Spitze C gegen die Grundlinie AB laufen. Zu diesem Zwecke wird die Grundlinie in drei gleiche Teile geteilt, und zwar in der Weise, daß am Plane die Länge AB mit Zirkel und Maßstab abgenommen und durch 3 dividiert wird, z. B. $126 : 3 = 42$, dann trägt man von A aus zuerst 42 *m*, dann wieder von A aus 84 *m* auf und untersucht, ob der Rest ebenfalls 42 *m* beträgt. Am Felde aber mißt man die Länge AB, dividiert ebenfalls durch 3 und trägt die Längen in derselben Weise von A aus mit dem Stahlband auf. In beiden Fällen haben die entstehenden drei Dreiecke gleiche Flächen, da sie gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben.

Fig. 467.

II. Das Dreieck soll in mehrere ungleiche Teile geteilt werden, die aber zu einander in einem gewissen Verhältnisse stehen. In diesem Falle wird die Grundlinie derart geteilt, daß die Teile in dem verlangten Verhältnisse stehen. Sollte z. B. das Dreieck in drei Teile geteilt werden, so daß jeder folgende Teil doppelt so groß ist, als der vorhergehende, daß sich also die Teile verhalten wie 1:2:4, so wird die Grundlinie in diesem Verhältnis geteilt.

Wäre die Grundlinie AB wieder 126 m, so ist demnach die Grundlinie

des 1. Teiles $\frac{126}{7} . 1 = 18·0$ m

„ 2. „ $\frac{126}{7} . 2 = 36·0$ m

„ 3. „ $\frac{126}{7} . 4 = 72·0$ m

Man trägt zuerst von A aus gegen B die Länge 18·0 m auf, dann wieder von A aus 54·0 m und untersucht zuletzt, ob das übrige Stück 72·0 m lang ist.

III. Von einem Dreiecke ABC (Fig. 468) soll ein Stück von bestimmter Fläche f abgeschnitten werden, z. B. 9 a = 900 m^2. Um die Teilung durchführen zu können, muß man die Grundlinie x des abzuschneidenden Stückes ermitteln. Bezeichnet man die Höhe des Dreieckes, welche gemessen werden kann, mit h, so ist die abzuschneidende Fläche $f = \frac{x . h}{2}$,

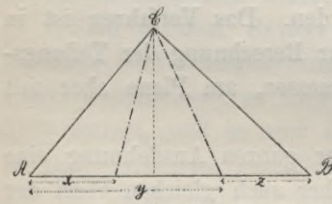


Fig. 468.

und $x = \frac{2\,f}{h}$; wurde die Höhe h mit 50 m gemessen, so ist $x = \frac{1800}{50} = 36$ m. Diese Länge wird von A aus aufgetragen. Sollte daneben noch ein zweites Stück, z. B. 10 a = 1000 m^2 abgeschnitten werden, so betrachtet man das früher abgeschnittene Stück f und das jetzt noch abzuschneidende Stück f' als ein einziges Dreieck und berechnet für dieses die Grundlinie y; es ist $y = \frac{2\,(f' + f)}{h} = \frac{3800}{50} = 76$ m. Diese Länge wird wieder von A aus aufgetragen. Dann wird noch das übriggebliebene Stück z der Grundlinie gemessen und zur Kontrolle die übriggebliebene Fläche berechnet, ob nämlich die Summe der zwei abgeschnittenen und des übrigen Teiles die Fläche des ganzen Dreieckes gibt.

IV. Es ist ein Stück von bestimmter Fläche von der Seite AC aus abzuschneiden, man kann aber die Höhe des Dreieckes ABC nicht messen. (Fig. 469.)

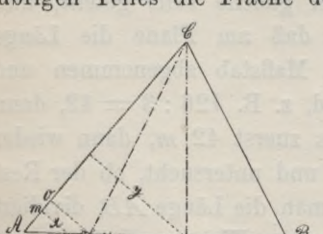


Fig. 469.

In diesem Falle betrachtet man AC als Grundlinie des abzuschneidenden Stückes, misst diese Länge und berechnet die Höhe des Dreieckes. Es wären z. B. 10 a = 1000 m^2 abzuschneiden, und man hat AC = 100 m gemessen, so ist $f = \frac{A\ C . x}{2}$, und

$x = \frac{2\,f}{A\,C} = \frac{2000}{100} = 20$ *m*. Man errichtet nun in irgend einem Punkte der Seite AC eine Senkrechte, z. B. in *m*, trägt auf diese die berechnete Höhe von 20 *m* auf, bis *n*, errichtet hier wieder eine Senkrechte auf *m n*, und bestimmt deren Durchschnittspunkt mit AB, dieser ist der Teilungspunkt D. Zur Kontrolle mißt man noch einmal die Senkrechte oD, ob sie genau 20 *m* ist.

Sollte noch ein zweites Stück abgeschnitten werden, z. B. $15\,a = 1500\,m^2$, so berechnet man die Höhe für die Summe der beiden Teile, also $y = \frac{2\,(f + f')}{A\,C} = \frac{5000}{100} = 50$ und geht dann in derselben Weise vor. Zum Schlusse berechnet man zur Kontrolle die Fläche des übrigbleibenden Stückes.

V. Von einem Dreiecke ist ein Stück von bestimmter Fläche f abzuschneiden, die Teilungslinie soll aber nicht von der Spitze, sondern von einem in einer Seite liegenden Punkte ausgehen. In Fig. 470 z. B. sollen von D aus $10\,a = 1000\,m^2$ abgeschnitten werden. Man mißt die senkrechte Höhe h, und es ist die Grundlinie des abzuschneidenden Stückes $x = \frac{2\,f}{h}$. Wäre $h = 40$ *m*, so ist $x = \frac{2000}{40} = 50$ *m*.

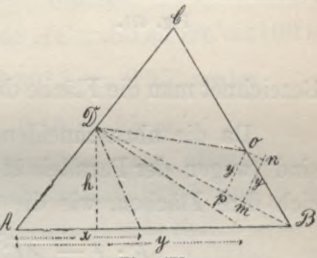


Fig. 470.

Wäre noch ein zweiter Teil $f' = 8\,a = 800\,m^2$ abzuschneiden, so ist $y = \frac{2\,(f + f')}{h} = \frac{3600}{40} = 90$ *m*. Sollte noch ein dritter Teil $f'' = 12\,a = 1200\,m^2$ abgeschnitten werden, so wäre

$$z = \frac{2(f + f' + f'')}{h} = \frac{6000}{40} = 150\ m.$$

Die ganze Grundlinie $A\,B$ sei aber nur 110 *m*, so daß 40 *m* für die Grundlinie fehlen.

Man berechnet dann die Fläche des Dreieckes ABD, diese ist $\frac{110\,.\,40}{2} = 2200\,m^2$. Die drei Teile f, f' und f'' sollen aber zusammen $3000\,m^2$ haben; es fehlen also noch $800\,m^2$. Diese fehlende Fläche wird als Dreieck von der Grundlinie BD betrachtet, dessen Höhe y berechnet werden muß. Es ist $y = \frac{2\,.\,800}{B\,D}$. Würde BD gemessen mit 87 *m*, so ist $y = \frac{1600}{87} = 18{\cdot}4$ *m*. Nun errichtet man in einem Punkte der Geraden DB, z. B. in *m* eine Senkrechte, trägt auf diese 18·4 *m* auf bis *n*, errichtet hier eine Senkrechte auf *m n* und bestimmt den Durchschnittspunkt *o*, welcher, mit D verbunden, die Teilungslinie gibt. Zur Kontrolle mißt man *op*. Auch die Fläche des übrigbleibenden Stückes $D\,o\,C$ wird berechnet.

VI. Das Dreieck soll von dem Punkte D aus in mehrere gleiche Teile geteilt werden.

In diesem Falle berechnet man zuerst die Fläche des ganzen Dreieckes und dividiert diese durch die Anzahl der zu bildenden Teile. Hierauf schneidet man in der unter V. beschriebenen Weise zuerst den ersten Teil ab, dann die Summe des ersten und zweiten Teiles u. s. w. und berechnet schließlich zur Kontrolle den zuletzt übrigbleibenden Teil.

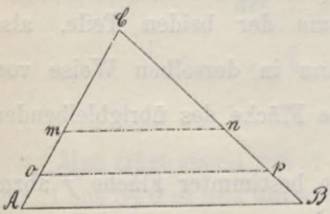


Fig. 471.

VII. Das Dreieck soll in mehrere gleiche Teile geteilt werden derart, daß die Teilungslinien parallel laufen zu einer Seite des Dreieckes.

Das Dreieck ABC in Fig. 471 soll z. B. in drei gleiche Teile geteilt werden. Um die Teilung durchführen zu können, braucht man die Längen Cm und Cn, ebenso Co und Cp. Bezeichnet man die Fläche des ganzen Dreieckes mit F, so ist ein Teil $f = \frac{F}{3}$.

Da die abzuschneidenden Dreiecke mit dem ganzen Dreiecke ähnlich sind (wegen der Parallelität der Teilungslinien mit einer Seite), so verhalten sich ihre Flächen, wie die Quadrate ähnlich liegender Seiten, daher

$$
\begin{array}{lll}
 & F : f = \overline{AC}^2 : \overline{mC}^2 & \text{und} \quad F : f = \overline{BC}^2 : \overline{Cn}^2 \\
\text{oder} & 3 : 1 = \overline{AC}^2 : \overline{mC}^2 & \text{„} \quad 3 : 1 = \overline{BC}^2 : \overline{Cn}^2 \\
 & \overline{mC}^2 = \frac{\overline{AC}^2}{3} & \text{„} \quad \overline{Cn}^2 = \frac{\overline{BC}^2}{3} \\
 & mC = AC\sqrt{\frac{1}{3}} & \text{„} \quad Cn = BC\sqrt{\frac{1}{3}} \\
 & mC = \frac{AC}{3}\sqrt{3} & \text{„} \quad Cn = \frac{BC}{3}\sqrt{3}
\end{array}
$$

Ebenso:

$$
\begin{array}{ll}
F : 2f = \overline{AC}^2 : \overline{Co}^2 & \text{und} \quad F : 2f = \overline{BC}^2 : \overline{Cp}^2 \\
3 : 2 = \overline{AC}^2 : \overline{Co}^2 & \text{„} \quad 3 : 2 = \overline{BC}^2 : \overline{Cp}^2 \\
\overline{Co}^2 = \frac{2}{3}\,\overline{AC}^2 & \text{„} \quad \overline{Cp}^2 = \frac{2}{3}\,\overline{BC}^2 \\
Co = \frac{AC}{3}\sqrt{6} & \text{„} \quad Cp = \frac{BC}{3}\sqrt{6}
\end{array}
$$

Das übrig gebliebene Stück wird zur Kontrolle als Trapez berechnet und muß $f = \frac{F}{3}$ geben.

Es wäre z. B. gemessen worden: $AC = 80\ m$, $BC = 100\ m$, so ist

$$Cm = \frac{80}{3} \,.\, 1{\cdot}732 = 46{\cdot}19\ m, \qquad Cn = \frac{100}{3} \,.\, 1{\cdot}732 = 57{\cdot}73\ m$$

$$Co = \frac{80}{3} \,.\, 2{\cdot}449 = 65{\cdot}31\ m, \qquad Cp = \frac{100}{3} \,.\, 2{\cdot}449 = 81{\cdot}63\ m$$

Es wäre nun in derselben Weise ein Stück von bestimmter Fläche von der Spitze aus abzuschneiden (Fig. 472).

Bezeichnet man dieses abzuschneidende Stück mit f, die Fläche des ganzen Dreieckes mit F, so hat man wieder

$$F : f = \overline{AC}^2 : x^2 \quad \text{und} \quad F : f = \overline{BC}^2 : y^2$$

$$x = AC \sqrt{\frac{f}{F}} \quad \text{„} \quad y = BC \sqrt{\frac{f}{F}}$$

Es wäre z. B. die Fläche des ganzen Dreieckes $F = 39\,a = 3900\,m^2$, abzu-

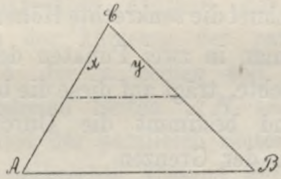


Fig. 472.

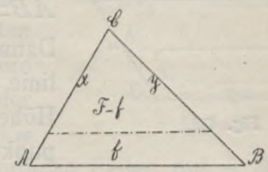


Fig. 473.

schneiden ist $f = 12\,a = 1200\,m^2$; gemessen wurde $AC = 80\,m$, $BC = 100\,m$. Es ist nun $\frac{f}{F} = \frac{1200}{3900} = 0{\cdot}3077$, ferner $\sqrt{0{\cdot}3077} = 0{\cdot}55$, weiter

$$x = 80 \,.\, 0{\cdot}55 = 44\,m,\; y = 100 \,.\, 0{\cdot}55 = 55\,m.$$

Soll ein bestimmtes Stück von der Grundlinie aus abgeschnitten werden (Fig. 473), und bezeichnet man das abzuschneidende Stück mit f, die Fläche des ganzen Dreieckes mit F, so ist die übrigbleibende Spitze $F - f$. Diese Fläche kann man so wie oben von der Spitze aus abschneiden. Es ist nämlich $x = AC \sqrt{\frac{F-f}{F}}$ und $y = BC \sqrt{\frac{F-f}{F}}$

378. T e i l u n g d e s R e c h t e c k e s u n d P a r a l l e l o g r a m m e s. Soll ein Grundstück von der Form eines R e c k t e c k e s geteilt werden, so muß man sich vorerst überzeugen, ob das Grundstück auch wirklich ein Rechteck st. Zu diesem Zwecke untersucht man, ob je zwei gegenüberliegende Seiten einander gleich sind und ob ein Winkel ein Rechter ist.

I. Ein Rechteck ist in mehrere gleiche Teile zu teilen. In diesem Falle teilt man die betreffenden zwei gegenüberstehenden Seiten in die verlangte Anzahl gleicher Teile, so wie in Nr. 377 I.

II. Von einem Rechteck ist ein Stück von bestimmter Fläche abzuschneiden, z. B. in Fig. 474 das Stück $f = 16\,a = 1600\,m^2$. Man mißt die Seite AB, von der aus die Teilung stattfinden soll, z. B. mit 80 m, und berechnet die Höhe

Fig. 474.

$$x = \frac{f}{g} = \frac{1600}{80} = 20\ m$$

Soll noch ein zweites Stück f' abgeschnitten werden, z. B. $8\,a = 800\,m^2$, so ist wieder die ganze Höhe y von A und B aus gerechnet

$$y = \frac{f + f_1}{g} = \frac{1600 + 800}{80} = 30\ m.$$

Ist ein Grundstück von der Form eines Parallelogrammes zu teilen, so hat man sich zuerst durch Messung der Längen der gegenüberliegenden Seiten zu überzeugen, ob das Grundstück wirklich ein Parallelogramm bildet.

I. Das Parallelogramm ist in mehrere gleiche Teile zu teilen. In diesem Falle teilt man wieder die betreffenden zwei gegenüberliegenden Seiten in die verlangte Anzahl von Teilen.

II. Eine bestimmte Fläche f ist abzuschneiden (Fig. 475). Man mißt die Seite, von der die Teilung ausgehen soll, z. B. $AB = g$ und berechnet die senkrechte Höhe $x = \frac{f}{g}$. Dann errichtet man in zwei Punkten der Grundlinie AB Senkrechte, trägt auf diese die berechnete Höhe x auf und bestimmt die Durchschnittspunkte m und n der Grenzen.

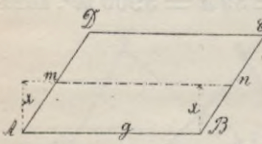


Fig. 475.

Ist noch ein zweites Stück f' abzuschneiden, so berechnet man abermals die senkrechte Höhe y für beide Teile zusammen $y = \frac{f + f'}{g}$ und verfährt in derselben Weise.

III. Es soll von einem Rechtecke oder Parallelogramme eine bestimmte Fläche abgeschnitten werden, derart, daß die Teilungslinie von einem bestimmten, in einer Seite liegenden Punkte ausgeht. Es ist z. B. in Fig. 476 ein Stück von der Fläche f vom Punkte E aus gegen AB abzuschneiden. Man braucht also die Länge $AG = x$, welche berechnet werden muß.

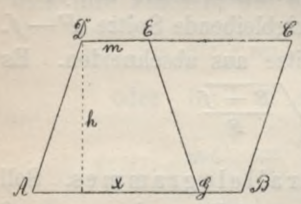


Fig. 476.

Man mißt hiezu die Länge $DE = m$ und die senkrechte Höhe h, dann ist $f = \left(\frac{m + x}{2}\right) h$, oder $\frac{2f}{h} = m + x$, und $x = \frac{2f}{h} - m$. Wäre die abzuschneidende Fläche $f = 36\,\text{a} = 3600\ m^2$, und man hat gemessen $h = 60\ m$, und $m = 40\ m$, so ist $x = \frac{7200}{60} - 40 = 80\ m$. (Siehe hierüber auch Nr. 380.)

379. Teilung des Trapezes. Zunächst muß man sich überzeugen, ob das zu teilende Grundstück wirklich die Form eines Trapezes hat, ob nämlich zwei Seiten parallel, also ihre senkrechten Entfernungen in mehreren Punkten einander gleich sind.

Sollen die Teilungslinien von der einen der parallelen Seiten zur anderen laufen, so findet die Teilung genau so statt, wie beim Parallelogramm. Soll also eine Anzahl gleicher Teile gebildet werden, so werden die beiden parallelen Seiten in die verlangte Anzahl gleicher Teile geteilt. Soll ein Stück von bestimmter Fläche abgeschnitten werden, so wird so vorgegangen, wie beim Parallelogramm unter II und III.

Sollen aber die Teilungslinien parallel sein zu den zwei parallelen Seiten, so muß nach einer der folgenden Methoden vorgegangen werden.

Diese beziehen sich alle auf das Abschneiden eines Stückes von bestimmter Fläche. Soll daher ein Trapez in gleiche Teile geteilt werden, so berechnet man zuerst die Fläche des ganzen Trapezes und dividiert diese durch die Anzahl der zu bildenden Teile, wodurch man die Größe der abzuschneidenden Stücke erhält, worauf ein Teil nach dem andern abgeschnitten wird.

I. Ein Stück von bestimmter Fläche ist von der kürzeren der parallelen Seiten aus abzuschneiden. Um die Teilung durchführen zu können (Fig. 477), braucht man den senkrechten Abstand der Teilungslinie mn von der kürzeren der parallelen Seiten $CD = b$, der x heißen soll. Die längere der parallelen Seiten AB sei mit a, der Unterschied der parallelen Seiten $a - b$ mit u und der senkrechte Abstand der beiden parallelen Seiten mit h bezeichnet. Denkt man sich ferner eine Parallele zu der einen der nicht parallelen Seiten gezogen, so ist

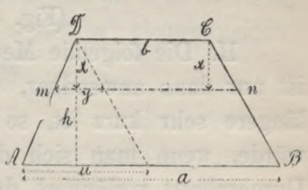


Fig. 477.

$$f = \left(\frac{b + b + y}{2}\right) x, \quad \text{oder} \quad 2\,f = (2\,b + y)\,x.$$

In dieser Gleichung sind zwei unbekannte Größen, x und y. Man kann aber y aus bekannten Größen finden. Es verhält sich nämlich $h : x = u : y$, und hieraus ist $y = \frac{x\,u}{h}$, welcher Wert in obige Gleichung für y eingesetzt wird, dann ist

$$2\,f = \left(2\,b + \frac{x\,u}{h}\right) x$$

$$2\,f = \frac{2\,b\,h\,x + x^2\,u}{h}$$

$$x^2 + \frac{2\,b\,h\,x}{u} = \frac{2\,h\,f}{u}$$

$$x = -\frac{b\,h}{u} + \sqrt{\frac{2\,h\,f}{u} + \left(\frac{bh}{u}\right)^2}$$

Hat man das x aus dieser Formel berechnet, so errichtet man in C und D Senkrechte, trägt auf diese die berechnete Länge x auf und bestimmt die Durchschnittspunkte m und n der nicht parallelen Seiten AD und BC.

Es wäre z. B. eine Fläche $f = 18\ a = 1800\ m^2$ abzuschneiden, und es wurde gemessen, $AB = a = 130\ m$, $CD = b = 80\ m$, $h = 50\ m$. Zunächst ergibt sich $u = 130 - 80 = 50\ m$ und

$$x = -\frac{80\,.\,50}{50} + \sqrt{\frac{2\,.\,50\,.\,1800}{50} + \left(\frac{80\,.\,50}{50}\right)^2}$$

$$x = -80 + \sqrt{10000}$$

$$x = -80 + 100$$

$$x = 20\ m.$$

Ist noch ein zweites Stück von derselben Fläche abzuschneiden, so setzt man in die Formel statt f jetzt $2f$ ein und berechnet die Höhe x für beide Flächen zusammen. Ist ein Stück f' von anderer Fläche abzuschneiden, so setzt man in die Formel $f + f'$ statt f ein. Ist ein Stück von bestimmter Fläche von der längeren Seite aus abzuschneiden, so berechnet man die Fläche des ganzen Trapezes F, und berechnet dann den senkrechten Abstand x von der kürzeren Seite für die Fläche $F - f$, welcher Wert in die obige Gleichung für f eingesetzt wird. (Fig. 478.)

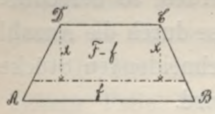


Fig. 478.

II. Die folgende Methode ist etwas einfacher als die vorige, aber sie ist nur dann anwendbar, wenn die kürzere der parallelen Seiten gegen die längere sehr kurz ist, so daß ein nicht zu sehr spitzes Dreieck entstehen würde, wenn man sich die beiden nicht parallelen Seiten bis zu ihrem Durchschnitt verlängert denkt. In Fig. 479 würden sich die verlängerten nichtparallelen Seiten des Trapezes in einem Punkte E schneiden, so daß ein Dreieck ABE entsteht, dessen Höhe mit H bezeichnet ist. Denkt man sich ferner durch D eine Parallele zu BC, so ist $ADJ \backsim AEB$. Die Höhe des Dreieckes ADJ ist die Höhe h des Trapezes. Wenn AB mit a, DC mit b und AJ mit $a - b = u$ bezeichnet wird, so ist $a : H = u : h$ und daraus $H = \frac{a \cdot h}{u}$.

Man kann also die Höhe H des Dreieckes ABE berechnen aus der längeren der parallelen Seiten, der Höhe des Trapezes und dem Unterschiede

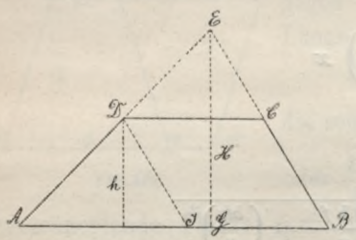


Fig. 479.

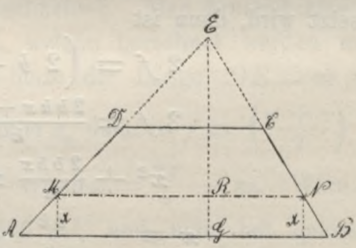


Fig. 480.

zwischen den parallelen Seiten. Ebenso kann aus denselben Größen die Fläche des Dreieckes ABE berechnet werden; bezeichnet man diese mit P, so ist

$$P = \frac{a \cdot H}{2} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a\,h}{u} = \frac{a^2 h}{2\,u}$$

Es soll nun ein Stück von bestimmter Fläche f an der längeren der parallelen Seiten, also an AB abgeschnitten werden. Denkt man sich die Teilungslinie MN bereits abgesteckt (Fig. 480), so ist das Dreieck MNE ähnlich mit ABE. Die Flächen dieser Dreiecke verhalten sich daher wie die Quadrate ihrer Höhen, und zwar

$$P : (P - f) = H^2 : \overline{ER}^2$$

Hieraus ist

$$ER = H \sqrt{\frac{P - f}{P}}$$

Um die Teilungslinie MN abstecken zu können, braucht man deren senkrechten Abstand x von AB, und es ist

$$x = H - ER.$$

Wäre noch ein zweiter Teil f' abzuschneiden, so setzt man in die obige Formel $(f + f')$ statt f ein.

Es wäre beispielsweise gemessen worden: $AB = 120\ m$, $CD = 70\ m$, $h = 40\ m$, und es ist eine Fläche von $18\ a = 1800\ m^2$ abzuschneiden.

Zunächst ergibt sich $u = 120 - 70 = 50\ m$

$$H = \frac{120 . 40}{50} = 96\ m, P = \frac{120^2 . 40}{100} = 5760\ m^2$$

$$ER = 96 \sqrt{\frac{5760 - 1800}{5760}} = 79{\cdot}68\ m$$

$$x = 96 - 79{\cdot}68 = 16{\cdot}32\ m.$$

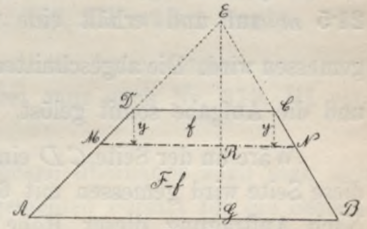


Fig. 481.

Wäre das Stück f an der kürzeren der parallelen Seiten, also an CD abzuschneiden (Fig. 481), so berechnet man zunächst die Fläche F des ganzen Trapezes, und es ist dann nach dem obigen

$$ER = H \sqrt{\frac{P - (F - f)}{P}} \text{ und } y = h - (H - ER).$$

III. Die unter I und II erläuterten Methoden erfordern viele Rechnungsoperationen, weshalb sie für die Praxis unpraktisch sind. In der Praxis arbeitet man daher ausschließlich nach einer Versuchsmethode.

Man nimmt nämlich vorläufig keine Rücksicht auf die Form des Grundstückes, sondern behandelt das abzuschneidende Stück als Parallelogramm. Man dividiert daher mit der Länge jener Seite, an welcher das betreffende Stück abgeschnitten werden soll, in dessen Fläche; den erhaltenen Quotienten trägt man auf zwei, auf die betreffende Seite errichtete Senkrechte auf und erhält so eine vorläufige Teilungslinie, welche aber im allgemeinen nicht richtig ist, wenn das abgeschnittene Stück nicht die Form eines Parallelogrammes, sondern eines Trapezes hat. Es wird daher die Länge dieser erhaltenen vorläufigen Teilungslinie gemessen und die Fläche des abgeschnittenen Stückes berechnet. Es wird sich im allgemeinen eine Differenz gegen die abzuschneidende Fläche ergeben. In diese Differenz dividiert man mit der Länge der vorläufigen Teilungslinie und der Quotient ergibt die Korrektion, um welche diese Teilungslinie verschoben werden muß.

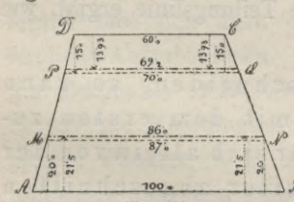


Fig. 482.

Durch die Verschiebung erhält man eine neue Teilungslinie, deren Länge abermals gemessen wird, worauf die Fläche des jetzt im ganzen abgeschnittenen Stückes berechnet wird. Zeigt sich noch eine nennenswerte Differenz, so muß die Teilungslinie noch einmal verschoben werden.

Es wäre z. B. in Fig. 482 an der Seite AB eine Fläche von $20\ a = 2000\ m^2$ abzuschneiden. Die Länge AB wird gemessen mit $100\ m$.

Es ergibt sich nun die Höhe des abzuschneidenden Stückes vorläufig mit $x = 2000 : 100 = 20\ m$. Diese Höhe wird auf zwei, in beliebigen Punkten der Seite AB errichtete Senkrechte aufgetragen, wodurch man die vorläufige Teilungslinie MN erhält. Diese wird gemessen mit 87·0 m. Es ist somit abgeschnitten worden $\frac{100 + 87}{2} . 20 = 1870\ m^2$, und es fehlen auf die abzuschneidende Fläche noch $2000 - 1870 = 130\ m^2$. Die Korrektion für die Verschiebung der Teilungslinie ist somit $130 : 87 = 1{\cdot}5\ m$. Man trägt daher jetzt statt 20 m auf die zwei Senkrechten die Höhe von 21·5 m auf und erhält eine neue Teilungslinie, deren Länge mit 86 m gemessen wird. Die abgeschnittene Fläche ist jetzt $\frac{86 + 100}{2} . 21{\cdot}5 = 1999{\cdot}5\ m^2$ und die Aufgabe somit gelöst.

Wäre an der Seite CD eine Fläche von $9\ a = 900\ m^2$ abzuschneiden und diese Seite wird gemessen mit 60 m, so ist die Höhe $x = 900 : 60 = 15\ m$. Nach Auftragung dieser Höhe wird die vorläufige Teilungslinie gemessen mit 70·0 m, daher ist die abgeschnittene Fläche $\frac{60{\cdot}0 + 70{\cdot}0}{2} . 15 = 975\ m^2$, somit um 75 m^2 zu groß. Die Teilungslinie muß daher um $75 : 70 = 1{\cdot}07\ m$ zurückgerückt werden, weshalb man auf die senkrechten Höhen statt 15·0 m nur 13·93 m aufträgt. Die neue Teilungslinie wird mit 69·2 m gemessen, und es ist die abgeschnittene Fläche $\frac{60{\cdot}0 + 69{\cdot}2}{2}\ 13{\cdot}93 = 899{\cdot}9\ \mathrm{m}^2$.

Muß die Teilungslinie nicht genau parallel sein zu den Seiten des Trapezes, so kann die vorläufige Teilungslinie nur mit einem Endpunkte verschoben werden, so daß die Differenz als ein Dreieck abgeschnitten wird (Fig. 483). Nachdem man z. B. in den beiden obigen Beispielen die vorläufigen Teilungslinien gemessen, die Flächen berechnet und die Differenzen von 130 m^2 und 75 m^2 erhalten hat, berechnet man diese Differenzen als Dreiecke, deren Höhe x berechnet wird, und zwar für das erste Beispiel ist

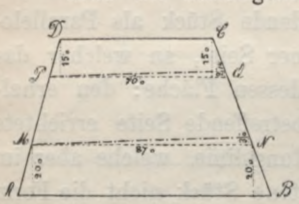


Fig. 483.

$x = \frac{130 . 2}{87} = 3{\cdot}0\ m$ und für das zweite Beispiel $x = \frac{75 . 2}{70} = 2{\cdot}14\ m$.

Diese Höhen werden je auf eine auf der vorläufigen Teilungslinie errichtete Senkrechte aufgetragen, wodurch sich die definitive Teilungslinie ergibt, wie ohneweiters aus der Zeichnung zu ersehen ist.

Ist noch ein zweites Stück abzuschneiden, so kann dieses bei der Versuchsmethode nicht mit dem ersten zusammengefaßt werden, sondern es muß für sich allein von der endgültigen ersten Teilungslinie aus weiter abgeschnitten werden. Sind daher mehrere Teile hintereinander abzuschneiden, so muß zur Kontrolle die Restfläche berechnet werden.

Wäre ein Stück an einer der nicht parallelen Seiten AD oder BC abzuschneiden und soll die Teilungslinie zu der betreffenden Seite parallel sein, so hat das abzuschneidende Stück die Form eines Parallelogrammes; durch die Division der Länge der betreffenden Seite in die abzuschneidende Fläche erhält man daher sofort die richtige senkrechte Höhe und nach deren Auftragung sofort die definitive Teilungslinie.

Sollte die Teilungslinie von einem Punkte in einer der parallelen Seiten ausgehen und gegen die zweite parallele Seite laufen, so ist genau so vorzugehen, wie beim Parallelogramm Nr. 378, III erklärt wurde.

380. Die Teilung des Trapezoides kann immer nur nach der Versuchsmethode geschehen. Es ist dabei ganz nach Nr. 379, III vorzugehen.

In vielen Fällen der Teilung von Vierecken überhaupt kann man sich mit Vorteil der in Nr. 342 angegebenen allgemeinen Formel für die Berechnung der Fläche jedes Viereckes bedienen. Bezeichnet man nämlich, wie dort angegeben ist, eine Seite des Viereckes mit a, die beiden anstoßenden Seiten mit m und n und die zwei von diesen drei Seiten eingeschlossenen Winkel mit α und β, so ist die Fläche des Viereckes allgemein

$$F = \frac{a\,m \sin \alpha + a\,n \sin \beta - m\,n \sin (\alpha + \beta)}{2}$$

Aus dieser Formel ergibt sich

$$m = \frac{2\,F - a\,n \sin \beta}{a \sin \alpha - n \sin (\alpha + \beta)}$$

$$n = \frac{2\,F - a\,m \sin \alpha}{a \sin \beta - m \sin (\alpha + \beta)}.$$

Diese beiden Formeln können sofort Verwendung finden, wenn von einem Vierecke $ABCD$ (Fig. 484) ein Stück von bestimmter Fläche F abgeschnitten werden soll, und wenn der eine Punkt M oder N gegeben ist, von welchem die Teilungslinie ausgehen soll.

Man mißt dann die Seite $AB = a$, die beiden Winkel α und β und je nachdem, ob der Punkt M oder N gegeben ist, die Länge $AM = m$ oder $BN = n$, worauf man die andere Länge n oder m nach den obigen Formeln findet.

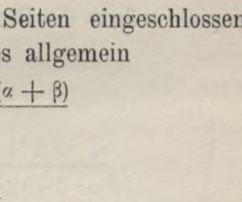


Fig. 484.

Mit Hilfe der oben angegebenen Grundformel läßt sich auch die folgende und manche ähnliche Aufgabe lösen. Es seien die Koordinaten der Eckpunkte $ABCD$ eines Viereckes gegeben, ebenso die Koordinaten eines in einer Seite liegenden Punktes, z. B. M, von welchem die Teilungslinie ausgehen soll, durch welche ein Stück von bestimmter Fläche F abgeschnitten werden soll. Die Koordinaten des anderen Endpunktes, z. B. N der Teilungslinie sind zu bestimmen.

Zunächst rechnet man aus den gegebenen Koordinaten der Punkte AB die Länge $AB = a$, ebenso aus den Koordinaten von A und M die Länge $AM = m$. Ferner rechnet man aus den gegebenen Koordinaten die Richtungswinkel der Strecken AB, AD und BC und findet dann mit Hilfe dieser Richtungswinkel die Winkel α und β. Jetzt ergibt sich nach der obigen Formel

$$n = \frac{2\,F - a\,m \sin \alpha}{a \sin \beta - m \sin (\alpha + \beta)}$$

Die Koordinaten des Punktes N ergeben sich dann aus den Koordinaten des Punktes B, indem zu diesen die Produkte aus der Länge n mit dem sin und cos des Richtungswinkels der Strecke BC addiert werden.

381. Die Teilung der unregelmäßigen Vielecke kann im allgemeinen ebenfalls nur nach der Versuchsmethode erfolgen.

Soll z. B. in Fig. 485 von dem Vielecke ein Stück von bestimmter Fläche $f = 30\,a = 3000\,m^2$ abgeschnitten werden, so steckt man zunächst eine provisorische Teilungslinie AB in der gewünschten Richtung nach Gutdünken ab und berechnet die abgeschnittene Fläche. In dem angenommenen Beispiele würde die Berechnung am besten mittels Abszissen und Ordinaten

Fig. 485.

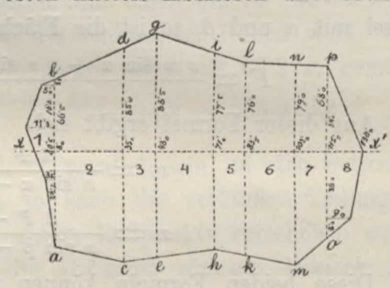


Fig. 486.

geschehen. Man findet $1740\,m^2$, es fehlt daher noch eine Fläche von $3000 - 1740 = 1260\,m^2$, welche von AB aus nach der Versuchsmethode abgeschnitten wird, wodurch man schließlich die definitive Teilungslinie erhält.

Sollen mehrere Teile gebildet werden, so geht man am zweckmäßigsten in folgender Weise vor. Man steckt durch das Vieleck eine Gerade xx' ab, welche senkrecht ist zu der gewünschten Richtung der Teilungslinien (Fig. 486). Auf diese Gerade werden von den Eckpunkten Senkrechte gefällt und nach der entgegengesetzten Seite bis zu den Polygongrenzen verlängert. Diese Geraden $a\,b$, $c\,d$, $e\,g$ u. s. w. werden abgesteckt, und sie zerlegen das Polygon in eine Anzahl von Trapezen und zwei Vielecke. Die Flächen dieser Teile werden berechnet, und zwar die beiden Vielecke mittelst Abszissen und Ordinaten, die Trapeze durch Messung der parallelen Seiten und ihrer senkrechten Abstände. Die Summe der einzelnen Teile ergibt die Fläche des Vieleckes, z. B.:

$$
\begin{array}{llll}
1 & \dfrac{26{\cdot}7 \,.\, 3{\cdot}5}{2} & = 46{\cdot}7 & \\
 & \dfrac{3{\cdot}5 + 11{\cdot}3}{2} \,.\, 20{\cdot}5 & = 157{\cdot}7 & \\
 & \dfrac{11{\cdot}3 + 5{\cdot}0}{2} \,.\, 16{\cdot}8 & = 136{\cdot}9 & \\
 & \dfrac{5{\cdot}0 \,.\, 2{\cdot}5}{2} & = \underline{6{\cdot}3} & = 347{\cdot}6 \; m^2 \\
2 & \dfrac{66{\cdot}5 + 85{\cdot}0}{2} \,.\, 27{\cdot}0 & & = 1005{\cdot}8 \;\text{„} \\
3 & \dfrac{85{\cdot}0 + 88{\cdot}5}{2} \,.\, 13{\cdot}0 & & = 1127{\cdot}7 \;\text{„} \\
4 & \dfrac{88{\cdot}5 + 77{\cdot}5}{2} \,.\, 23{\cdot}0 & & = 1909{\cdot}0 \;\text{„} \\
5 & \dfrac{77{\cdot}5 + 76{\cdot}0}{2} \,.\, 12{\cdot}5 & & = 959{\cdot}4 \;\text{„} \\
6 & \dfrac{76{\cdot}0 + 79{\cdot}0}{2} \,.\, 19{\cdot}5 & & = 1511{\cdot}3 \;\text{„} \\
7 & \dfrac{79{\cdot}0 + 68{\cdot}0}{2} \,.\, 12{\cdot}5 & & = 918{\cdot}7 \;\text{„} \\
8 & \dfrac{34{\cdot}0 \,.\, 14{\cdot}5}{2} & = 146{\cdot}5 & \\
 & \dfrac{14{\cdot}5 + 9{\cdot}0}{2} \,.\, 26 & = 305{\cdot}5 & \\
 & \dfrac{9{\cdot}0 \,.\, 8{\cdot}0}{2} & = \underline{36{\cdot}0} & = \underline{488{\cdot}0 \;\text{„}} \\
 & & \text{Gesamtfläche} & 8267{\cdot}5 \; m^2
\end{array}
$$

Soll nun ein Teil von 30 $a = 3000\ m^2$ von links gegen rechts abgeschnitten werden, so summiert man die Teile 1, 2 und 3 und erhält 2481·1 m^2. Die auf 3000 noch fehlenden 518·9 m^2 werden nach der Versuchsmethode von der Geraden eg gegen rechts abgeschnitten. Ist dann ein weiterer Teil von 25 $a = 2500\ m^2$ abzuschneiden, so hat man von Teil 4 noch übrig 1390·1 m^2, dazu der Teil 5 mit 959·4 m^2, gibt zusammen 2349·5 m^2, es fehlen somit noch 150·5 m^2, welche von der Geraden kl gegen rechts nach der Versuchmethode abgeschnitten werden.

In derselben Weise geht man auch vor, wenn das Vieleck in mehrere gleiche Teile geteilt werden soll. Sind z. B. drei gleiche Teile zu bilden, so entfällt auf einen Teil 8267·5 : 3 = 2755·8 m^2.

Teil 1, 2 und 3 haben zusammen 2481·1 m^2, es fehlen somit noch 274·7 m^2, welches Stück von der Geraden eg gegen rechts nach der Versuchsmethode abgeschnitten wird. Von Teil 4 bleiben dann übrig 1634·3 m^2, dazu der Teil 5 mit 959·4 m^2, gibt 2593·7 m^2, es fehlen also noch 162·1 m^2, welche von der Geraden kl gegen rechts abgeschnitten werden. Für den dritten Teil bleibt dann von Teil 6 übrig 1349·2 m^2, dazu Teil 7 mit 918·7 m^2 und Teil 8 mit 488·0 m^2, gibt zusammen 2755·9 m^2.

Soll von einem langgestreckten Grundstück (Fig. 487) ein Stück von bestimmter Fläche f der Länge nach abgeschnitten werden, so mißt man die einzelnen geraden Strecken ab, bc, cd und de der Grenzlinie, an der das Stück abgeschnitten werden soll, und dividiert mit der Summe in die abzuschneidende Fläche, so ist die Breite

$$x = \frac{f}{ab + bc + cd + de}$$

Nun werden stets in je zwei Punkten der einzelnen geraden Strecken ab, bc, cd und de Senkrechte errichtet, auf diese stets die gleiche Breite x aufgetragen, und die Durchschnittspunkte a', b', c', d' und e' bestimmt und bezeichnet. Dann werden die Strecken $a'b'$, $b'c'$, $c'd'$ und $d'e'$ gemessen und es ist die jetzt abgeschnittene Fläche

$$\frac{(ab + a'b') + (bc + b'c') + (cd + c'd') + (de + d'e)}{2} \cdot x$$

Zeigt sich eine Differenz der wirklich abgeschnittenen Fläche gegen die abzuschneidende, so dividiert man mit der Summe der Längen

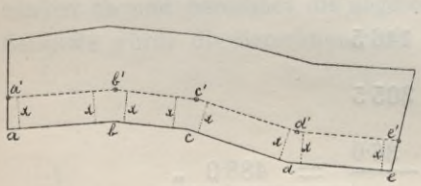


Fig. 487.

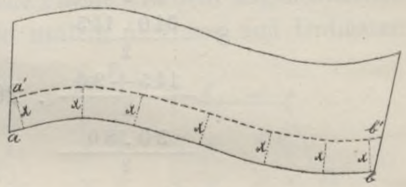


Fig. 488.

$a'b' + b'c' + c'd' + d'e'$ in diese Differenz und erhält die Korrektion, um welche die Breite x größer oder kleiner zu machen ist. Dann werden die jetzt erhaltenen Strecken $a''b''$, $c''d''$ u. s. w. abermals gemessen und die abgeschnittene Fläche noch einmal gerechnet; in der Regel wird sie wohl schon stimmen, sollte noch eine erhebliche Differenz vorhanden sein, so müßte noch einmal die Breite x korrigiert werden. Wäre das Grundstück in mehrere gleiche Teile in dieser Weise zu teilen, so dividiert man die Fläche des ganzen Grundstückes durch die Zahl der Teile und schneidet dann einen Teil neben dem andern ab.

Ist die Längsgrenze ab des Grundstückes (Fig. 488), neben welcher ein Stück von bestimmter Fläche abgeschnitten werden soll, sanft gekrümmt, so mißt man die Länge, der Krümmung folgend, und dividiert mit der erhaltenen Länge in die abzuschneidende Fläche, wodurch man die Breite x erhält. Dann errichtet man in möglichst zahlreichen Punkten der krummen Linie ab Senkrechte auf das jeweilige Bogenstück und trägt auf diese Senkrechten die Breite x auf. Hierauf wird die so erhaltene Teilungslinie $a'b'$ gemessen, ist sie gleich ab, so ist die Aufgabe gelöst. Zeigt sich eine Differenz, so gibt $\frac{ab + a'b'}{2} \cdot x$ die abgeschnittene Fläche. In die Differenz gegen die abzuschneidende Fläche dividiert man mit der Länge $a'b'$

und erhält die Korrektion für x. Die neue Teilungslinie wird wieder gemessen und die abgeschnittene Fläche noch einmal gerechnet. In der Regel wird die Fläche schon stimmen, sollte noch eine erhebliche Differenz vorhanden sein, so müßte noch einmal korrigiert werden. Wäre das Grundstück in mehrere gleiche Teile zu teilen, so dividiert man dessen Fläche durch die Zahl der Teile und schneidet die einzelnen Teile nebeneinander in der geschilderten Weise ab.

Wäre von einem derartigen, krummlinig begrenzten Grundstück ein Stück von bestimmter Fläche der Quere nach abzuschneiden (Fig. 489), so steckt man durch das Grundstück eine Gerade xx' ab, errichtet auf diese in gleichen Abständen Senkrechte (z. B. von 20 zu 20 m), so daß das Stück der krummen Begrenzung zwischen den einzelnen Senkrechten als Gerade betrachtet werden kann, mißt die Längen dieser Senkrechten und berechnet die Flächen der einzelnen so entstehenden Teile als Trapeze. Diese Flächen werden fortlaufend summiert, bis man die abzuschneidende Fläche erreicht hat. Es wären z. B. in Fig. 489 abzuschneiden 6200 m^2. Durch fortlaufende Summierung der einzelnen Trapeze erhält man bis $a\,b$ eine Fläche von 5990 m^2, die noch fehlende Fläche von 210 m^2 wird neben $a\,b$ nach der Versuchsmethode abgeschnitten. In derselben Weise wird man selbstverständlich auch wieder das Grundstück in mehrere gleiche Teile teilen, indem dessen Fläche vorher durch die Zahl der zu bildenden Teile dividiert wird.

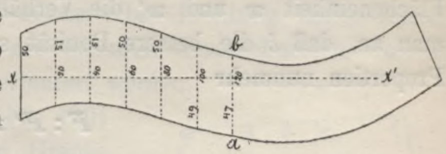


Fig. 489.

Teilung bei verschiedener Bonität.

382. Hat ein Grundstück eine Fläche F und einen Wert w der Flächeneinheit, so ist der Gesamtwert des Grundstückes $W = F\,.\,w$. Hat ein zweites Grundstück eine Fläche F' mit einem Werte w' der Flächeneinheit, so ist dessen Wert $W' = F'\,.\,w'$. Ist $W = W'$, so ist auch $F\,.\,w = F'\,.\,w'$.

Bildet man aus dieser letzten Gleichung eine Proportion, so lautet diese

$$F : F' = w' : w$$

oder in Worten: „Die Flächen zweier Grundstücke von gleichem Wert stehen zu einander im umgekehrten Verhältnisse der Werte der Flächeneinheit.

Statt der wirklichen Werte der Flächeneinheit können in der obigen Proportion auch nur die Verhältniszahlen der ersteren gesetzt werden. Ist z. B. der Wert der Flächeneinheit bei einem Grundstücke zwei-, drei-, viermal größer als bei einem anderen, so kann man statt der wirklichen Werte setzen 1 : 2, 1 : 3, 1 : 4. Diese Verhältniszahlen deuten auch das Verhältnis der Güte oder Ertragsfähigkeit oder B o n i t ä t des Grundstückes an, man nennt sie daher die B o n i t ä t s v e r h ä l t n i s z a h l e n.

In der Regel nimmt man für die beste Bonität die Ziffer 1 an, dann ergeben sich die übrigen Bonitätsziffern als echte Brüche, indem man die einzelnen Verhältniszahlen durch die Verhältniszahl der als 1 angenommenen Bonität dividiert. Es verhalten sich z. B. die Bonitäten, d. h. die Werte der Flächeneinheiten mehrerer Grundstücke wie 3 : 5 : 7. Nimmt man die beste Bonität, also die mit der Verhältniszahl 7 als 1 an, so sind die beiden anderen $^3/_7$ und $^5/_7$.

Setzt man in die Proportion $F : F' = w' : w$ statt der Werte der Flächeneinheit w und w' die Verhältniszahlen b und b' ein und nimmt man an, daß b die bessere Bonität sei, so lautet nach dem Obigen diese Proportion nunmehr

$$F : F' = \frac{b'}{b} : 1$$

Aus dieser Proportion ergibt sich dann

$$F = F' \cdot \frac{b'}{b}$$

$$\text{und } F' = F : \frac{b'}{b}.$$

Die auf der linken Seite dieser zwei Gleichungen stehenden Flächen F und F' nennt man die reduzierten Flächen von F' und F.

Man erhält demnach die auf die bessere Bonität reduzierte Fläche der schlechteren Bonität, wenn man die Fläche der schlechteren Bonität mit dem echten Bruche multipliziert. Dagegen erhält man die auf die schlechtere Bonität reduzierte Fläche der besseren Bonität, wenn man die Fläche der besseren Bonität durch den echten Bruch dividiert.

Die Verhältniszahlen der Bonitäten zweier Grundstücke G und G' sind beispielsweise 5 und 3, und man frägt, welche Fläche vom schlechteren Grundstücke G' hat denselben Wert, wie eine Fläche von 6000 m^2 des besseren Grundstückes G. Hier ist nach der auf die schlechtere Bonität reduzierten Fläche der besseren Bonität gefragt; die fragliche Fläche ist somit $6000 : {}^3/_5 = 10000$ m^2.

Wird dagegen gefragt, welche Fläche vom besseren Grundstücke ist nötig, um denselben Wert zu haben, wie 8000 m^2 des schlechteren, so ist die fragliche Fläche $8000 \times {}^3/_5 = 4800$ m^2.

Soll ein Grundstück, welches nicht durchwegs gleiche Güte zeigt, in mehrere gleichwertige Teile geteilt werden, so müssen stets vor allem die Grenzen der verschiedenen Bonitäten ermittelt und ausgesteckt werden. Nur selten werden die einzelnen Bonitäten eine scharfe, ohneweiters kennbare Trennung zeigen. Dies wird nur dann der Fall sein, wenn vielleicht ein Teil des Grundstückes infolge tieferer Lage versumpft ist oder wenn sich das Grundstück zum Teil auf der Talsohle, zum anderen Teile an einem Abhang befindet u. dgl. In der Regel werden die einzelnen Bonitäten allmählich in einander übergehen; in diesem Falle muß dann durch diesen Übergang eine Linie abgesteckt werden.

Nach erfolgter Aussteckung der Bonitätsgrenzen werden dann die Flächen der einzelnen Bonitäten berechnet und hierauf die sämtlichen Flächen auf eine Bonität reduziert. Die Summe der reduzierten Flächen wird dann durch die Zahl der zu bildenden gleichwertigen Teile dividiert und der Quotient ergibt die Fläche für jeden Teil, aber ausgedrückt in der betreffenden Bonität, auf welche sämtliche Flächen reduziert wurden. Die einzelnen Teile werden dann nur nach der Versuchsmethode nach-, beziehungsweise nebeneinander abgeschnitten. Diese Arbeit, welche verschieden ist je nachdem, ob die Teilungslinien in derselben Richtung laufen sollen, wie die Bonitätsgrenzen, oder ob sie die letzteren durchschneiden, soll in den zwei folgenden Nummern näher erläutert werden.

383. Das Grundstück *ABCD* (Fig 490) bestehe aus zwei Bonitäten, als deren Grenze die Gerade *EF* ausgesteckt wurde. Die Fläche des links liegenden Teiles *AFED* wird ermittelt mit 3600 m^2, die Fläche des zweiten rechts liegenden Teiles *FBCE* mit 4500 m^2. Der linke Teil habe eine bessere Bonität, und zwar wird das Verhältnis der Bonitätsziffern festgesetzt mit 5 : 3.

Fig. 490.

Das Grundstück soll in drei gleichwertige Teile geteilt werden und es sollen die Teilungslinien von oben nach unten laufen, also beiläufig in derselben Richtung wie die Bonitätsgrenze *EF*.

Man muß nun vorerst die Flächen beider Teile auf dieselbe Bonität reduzieren: auf welche ist gleichgültig. Es ist jedoch praktisch, auf die Bonität jenes Teiles zu reduzieren, von wo man mit der Teilung beginnen will. Will man von der Seite *AD* aus mit der Teilung beginnen, so reduziert man die ganze Fläche auf die Bonität des Teiles *AFED*; es ist dann

$$AFED = 3600\ m^2 \text{ der B. I} = \ldots\ldots\ldots\ 3600\ m^2 \text{ der besseren B. I}$$
$$FBCE = 4500\ m^2 \text{ der B. II} = 4500 \,.\, {}^3/_5 = 2700\ m^2 \text{ der besseren B. I}$$
$$\text{Gesamtfläche} = 8100\ m^2 \text{ B. I. u. II} \qquad = 6300\ m^2 \text{ Bon. I.}$$

Da drei gleichwertige Teile gebildet werden sollen, muß jeder Teil eine solche Fläche erhalten, daß diese einer Fläche entspricht von

$$6300\ m^2 \text{ Bon. I} : 3 = 2100\ m^2 \text{ Bon I.}$$

Man schneidet nun von der Grenzlinie *AD* nach der Versuchsmethode eine Fläche *ADmn* von 2100 m^2 ab, welche Fläche den ersten der zu bildenden Teile bildet. Von dem besseren Teile *AFED* bleibt somit noch eine Fläche von 1500 m^2 übrig.[1])

[1]) Statt von *AD* aus gegen rechts die Fläche von 2100 m^2 abzuschneiden, kann man auch von der Bonitätsgrenze *EF* gegen links die Restfläche von 1500 m^2 abschneiden. Man wird dies besonders dann tun, wenn die Teilungslinien dieselbe Richtung haben sollen wie die Bonitätsgrenze.

Der zweite der zu bildenden Teile erhält zunächst diesen Rest von 1500 m^2 Bon. I. Es fehlen somit noch 600 m^2 Bon. I. Da aber von der besseren Bonität I nichts mehr vorhanden ist, muß eine entsprechend größere Fläche von der schlechteren Bonität II, d. i. von dem Teile $FBCE$ gegeben werden, u. zw. $600 : {}^3/_5 = 1000\ m^2$. Diese Fläche wird von der Bonitätsgrenze EF aus gegen rechts abgeschnitten[1]), wodurch man die zweite Teilungslinie pq erhält.

Die Figur $mnpg$ bildet also den zweiten Teil mit einer Fläche von 1500 m^2 Bon. I + 1000 m^2 Bon. II, zusammen also 2500 m^2.

Für den dritten Teil bleibt das nur aus geringerer Bonität bestehende Stück $pqCB$ mit 3500 m^2 übrig; und es ist

$$3500\ m^2 \text{ Bon. II} = 3500 \,.\, {}^3/_5\ 2100\ m^2 \text{ Bon. I.}$$

Genau dasselbe Resultat würde man erhalten, wenn man die Teilung von rechts beginnen will und zu diesem Zwecke die ganze Fläche auf die geringere Bonität des Teiles $FBCE$ reduziert. Es ist dann

$$FBCE = 4500\ m^2 \text{ Bon. II} = \ldots\ldots = 4500\ m^2 \text{ Bon. II}$$
$$AFED = 3600\ m^2 \text{ Bon. I} = 3600 : {}^3/_5 = 6000\ m^2 \text{ Bon. II}$$

$$\text{Gesamtfläche} = 8100\ m^2 \text{ Bon. I. u. II.} \qquad = 10500\ m^2 \text{ Bon. II}$$

Für einen zu bildenden Teil ergibt sich $10500 : 3 = 3500\ m^2$ Bon. II. Wenn daher als erster Teil die Fläche von 3500 m^2 von der Grenze BC nach links (oder der Rest von 1000 m^2 von der Geraden EF gegen rechts) abgeschnitten wird, so erhält man dieselbe Teilungslinie pq wie früher.

Für den zweiten Teil bleibt dann der Rest von 1000 m^2 Bon. II, es fehlen somit 2500 m^2 Bon. II, wofür eine entsprechend kleinere Fläche von der besseren Bonität I gegeben werden muß, u. zw. $2500 \,.\, {}^3/_5 = 1500\ m^2$ Bon. I. Wird diese Fläche von der Geraden EF gegen links (oder die Restfläche von 2100 m^2 von der Grenze AD gegen rechts abgeschnitten, so ergibt sich dieselbe Teilungslinie mn wie früher. Für den dritten Teil bleibt dann das Stück $AnmD$ übrig mit 2100 m^2 Bon. I $= 2100 : {}^3/_5 = 3500\ m^2$ Bon. II.

Fig. 491.

In derselben Weise wird auch vorgegangen, wenn das zu teilende Grundstück mehr als zwei Bonitäten enthalten sollte. Es wäre z. B. das Grundstück $ABCD$ (Fig. 491) in der Mitte am besten, am linken Rande weniger gut, am rechten Rande am schlechtesten. Die Verhältniszahlen dieser drei Bonitäten werden festgesetzt mit 5 : 3 : 2, die Bonitätsgrenzen EF und GH ausgesteckt und die Flächen der drei so entstehenden Teile ermittelt, z. B.

$ADEF = 2900\ m^2$	der Bonität	II	mit	der	Verhältniszahl	3
$EFGH = 4200\ m^2$	„ „	I	„	„	„	5
$GHCB = 2700\ m^2$	„ „	III	„	„	„	2

[1]) oder auch der Rest von 3500 m^2 von der Grenze BC gegen links.

Es werden wieder alle Flächen auf eine Bonität reduziert, und zwar am besten auf die II oder III, je nachdem man mit der Teilung von links oder von rechts beginnen will. Angenommen, man will von links beginnen, so ist

$$\begin{array}{lll}
ADEF = 2900\ m^2 \text{ Bon. II} & = \ldots\ldots\ldots = & 2900\ m^2 \text{ Bon. II} \\
EFGH = 4200\ m^2 \text{ Bon. I} & = 4200 : {}^3/_5 = & 7000\ m^2 \text{ Bon. II} \\
GHCB = 2700\ m^2 \text{ Bon. III} & = 2700 \,.\, {}^2/_3 = & 1800\ m^2 \text{ Bon. II} \\
\hline
\text{Gesamtfläche} = 9800\ m^2 \text{ Bon. II, I u. III} & = & 11700\ m^2 \text{ Bon. II}
\end{array}$$

Sollten fünf gleichwertige Teile gebildet werden, so ergibt sich für einen solchen Teil eine Fläche von

$$11700 : 5 = 2340\ m^2 \text{ Bon. II.}$$

Ein solches Stück wird zunächst von der Grenze AD gegen rechts abgeschnitten (oder auch der Rest von 560 m^2 von der abgesteckten Geraden EF nach links), dadurch erhält man die Teilungslinie mn für den ersten Teil.

Für den zweiten Teil bleibt zunächst der Rest von 560 m^2 der Bonität II, es fehlen also noch 1780 m^2 Bonität II, statt welcher eine kleinere Fläche der Bonität I gegeben werden muß, u. zw. $1780 \,.\, {}^3/_5 = 1068\ m^2$ Bon. I. Dieses Stück wird von der Geraden EF gegen rechts abgeschnitten, wodurch sich die Teilungslinie $p\,q$ für den zweiten Teil ergibt.

Der dritte und vierte Teil kann nur Bonität I bekommen, und zwar je $2340 \,.\, {}^3/_5 = 1404\ m^2$ Bon. I. Es wird also ein Stück von 1404 m^2 von der Teilungslinie $p\,q$ gegen rechts abgeschnitten und es ergibt sich die Teilungslinie rs für den dritten Teil. Dann wird der Rest von 324 m^2 der I. Bonität von der Geraden GH gegen links abgeschnitten und man erhält die Teilungslinie tn für den vierten Teil.

Für den fünften Teil bleibt übrig

$$\begin{array}{rcl}
324\ m^2 \text{ Bon. I} = & 324 : {}^3/_5 = & 540\ m^2 \text{ Bon. II} \\
2700\ m^2 \text{ Bon. III} = & 2700 \,.\, {}^2/_3 = & 1800\ m^2 \text{ Bon. II} \\
\hline
& \text{Zusammen} & 2340\ m^2 \text{ Bon. II.}
\end{array}$$

Ganz dieselben Teilungslinien müßte man erhalten, wenn man die Teilung von rechts beginnt und zu diesem Zwecke die sämtlichen Flächen auf die Bonität III reduzieren würde.

384. Wenn die Teilungslinien, wie in der vorigen Nummer angenommen wurde, dieselbe Richtung haben, wie die Bonitätsgrenzen, so sind zwar die einzelnen Teile gleichwertig, aber an Fläche sehr verschieden, weil einzelne Teile nur beste, andere nur schlechteste Bonität enthalten. Aus diesem Grunde wird diese Art der Teilung oft nicht den Beifall der Interessenten finden, letztere werden vielmehr jene Art der Teilung vorziehen, wo die Teilungslinien die Bonitätsgrenzen durchschneiden, so daß jeder Teil von allen Bonitäten je ein Stück enthält.

Das Grundstück $ABCD$ (Fig. 492) besteht aus drei Bonitäten. Die Bonitätsgrenzen sind ausgesteckt und die Flächen der drei Bonitäten und deren Verhältniszahlen ermittelt worden, u. zw.:

$AFED = 2900\ m^2$ der Bonität II mit der Verhältniszahl 3
$EFGH = 4200\ m^2$ „ „ I „ „ „ 5
$HGBC = 2700\ m^2$ „ „ III „ „ „ 2

Das Grundstück soll in drei gleichwertige Teile geteilt werden und die Teilungslinien sollen die Bonitätsgrenzen durchschneiden.

Zunächst werden die Flächen der drei Bonitäten auf eine, und zwar auf die beste Bonität reduziert.

$$AFED = 2900\ m^2 \text{ Bon. II} = 2900\ .\ {}^3/_5 = 1740\ m^2 \text{ Bon. I}$$
$$EFGH = 4200\ m^2 \text{ Bon. I} = \ldots\ldots\ldots = 4200\ m^2 \text{ Bon. I}$$
$$HGBC = 2700\ m^2 \text{ Bon. III} = 2700\ .\ {}^2/_5 = 1080\ m^2 \text{ Bon. I}$$

Gesamtfläche $= 9800\ m^2$ Bon. II, I und III $= 7020\ m^2$ Bon. I.

Auf einen Teil entfällt somit eine Fläche von

$$7020 : 3 = 2340\ m^2 \text{ Bon. I.}$$

Zur Absteckung der Teilungslinie für den ersten Teil braucht man den senkrechten Abstand x der Teilungslinie von DC. Zur vorläufigen Berechnung dieses Abstandes nach der Versuchsmethode mißt man die Längen $DE = 26\ m$, $EH = 35\ m$, $HC = 24\ m$, und es ist nun

$$x = \frac{2340}{26\ .\ {}^3/_5 + 35 + 24\ .\ {}^2/_5} = \frac{2340}{60{\cdot}2} = 38{\cdot}87\ m.$$

Da nämlich der abzuschneidende Teil $2340\ m^2$ der Bonität I erhalten soll, so muß seine absolute Fläche, die aus allen drei Bonitäten besteht, größer sein und man darf 2340 nicht durch die volle Länge

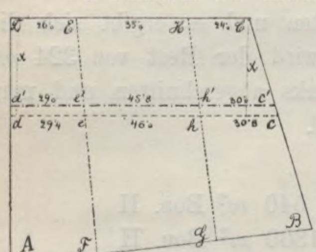


Fig. 492.

$$DC = 26 + 35 + 24$$

dividieren, sondern muß bezüglich der Längen 26 und 24, welche den geringeren Bonitäten entsprechen, die Reduktion für die erste Bonität durchführen.

Die berechnete, vorläufige Länge x wird auf zwei in den Punkten D und C errichtete Senkrechte aufgetragen, wodurch man eine provisorische Teilungslinie dc erhält. Jetzt werden die Längen $de = 29{\cdot}4\ m$, $eh = 46\ m$, $hc = 30{\cdot}8\ m$ gemessen, und man berechnet die abgeschnittene Fläche f mit gleichzeitiger Reduktion auf die I. Bonität. Es ist

$$f = \frac{26 + 29{\cdot}4}{2}\ .\ 38{\cdot}87\ .\ {}^3/_5 + \frac{35 + 46}{2}\ .\ 38{\cdot}87 + \frac{24 + 30{\cdot}8}{2}\ .\ 38{\cdot}87\ .\ {}^2/_5$$
$$= 2646{\cdot}2\ m^2 \text{ Bon. I.}$$

Da der erste Teil nur $2340\ m^2$ Bon. I enthalten soll, ist er um $306{\cdot}2\ m^2$ Bon. I zu groß und es muß das x verkleinert werden. Die Korrektion ergibt sich aus der Division

$$\frac{306{\cdot}2}{29{\cdot}4\ .\ {}^3/_5 + 46 + 30{\cdot}8\ .\ {}^2/_5} = \frac{306{\cdot}2}{75{\cdot}96} = 4{\cdot}03\ m.$$

Es wird somit die früher erhaltene Länge von 38·87 *m* für x um 4·03 *m* verkleinert und auf die Senkrechten in D und C nur die Länge von 34·84 *m* aufgetragen, wodurch man eine neue Teilungslinie $d' c'$ erhält, deren einzelne Teile wieder gemessen werden, nämlich $d' e' = 29$ *m*, $e' h' = 45{\cdot}8$ *m* und $h' c' = 30$ *m*. Hierauf wird abermals die jetzt abgeschnittene Fläche gerechnet und zugleich auf die I. Bonität reduziert.

$$f = \frac{26+29}{2} \,.\, 34{\cdot}84 \,.\, {}^{3}/_{5} + \frac{35+45{\cdot}8}{2} \,.\, 34{\cdot}84 + \frac{24+30}{2} \,.\, 34{\cdot}84 \,.\, {}^{2}/_{5} = 2358{\cdot}7 \; m^2$$

Die abgeschnittene Fläche ist also noch um 18·7 m² Bon. I zu groß, man muß also die Länge x noch einmal korrigieren, und zwar beträgt die Korrektur

$$\frac{18{\cdot}7}{29 \,.\, {}^{3}/_{5} + 45{\cdot}8 + 30 \,.\, {}^{2}/_{5}} = \frac{18{\cdot}7}{75{\cdot}2} = 0{\cdot}25 \text{ m.}$$

Die definitive Länge x beträgt somit 34·59 *m*, mit welcher man die definitive Teilungslinie erhält.

Von dieser Teilungslinie aus wird nun in derselben Weise der zweite Teil abgeschnitten und zuletzt zur Kontrolle der verbliebene Rest berechnet und gleichzeitig auf die I. Bonität reduziert, wobei man wieder 2340 m^2 Bon. I erhalten muß.

Regulierung der Grenzen.

§ 57.

385. Der praktische Geometer wird häufig vor die Aufgabe gestellt, die Grenze zwischen zwei Grundstücken zu regulieren, indem entweder die bisherige Grenze eine unzweckmäßige Richtung hat und eine andere Richtung gewünscht wird, oder es ist vielleicht die betreffende Grenze vielfach gebrochen oder krummlinig und sie soll in eine Gerade umgewandelt werden.

In allen Fällen muß selbstverständlich die Grenzregulierung derart geschehen, daß der Wert der beiden Grundstücke nicht geändert wird. Bei gleicher Bonität beider Grundstücke müssen daher die Flächen gleich bleiben, d. h. es muß jedes Grundstück eine solche Fläche an einer anderen Stelle wieder bekommen, als von diesem irgendwo abgeschnitten wird. Sind die Bonitäten der beiden Grundstücke verschieden, so müssen die abgeschnittenen Flächen mit den Bonitätsziffern im umgekehrten Verhältnisse stehen.

Die Durchführung der Grenzregulierung geschieht stets so, daß zunächst eine neue Grenzlinie in der gewünschten Richtung nach Gutdünken provisorisch abgesteckt wird. Dann berechnet man die durch die neue Grenze von jedem Grundstücke abfallenden und andererseits dazukommenden Flächenteile und vergleicht sie miteinander. Bei verschiedener Bonität müssen die Zu- und Abgänge auf e i n e Bonität reduziert werden. Zeigt sich eine Differenz, so wird die provisorische Grenzlinie nach der Versuchsmethode verschoben.

386. Es wäre in Fig. 493 die Grenze CD zwischen den beiden Grundstücken gleicher Bonität $ABCD$ und $CDEF$ in eine ungefähr zu EF parallele Richtung zu verlegen. Man steckt eine zu EF ungefähr parallele

2/tw

Gerade MN derart ab, daß nach Gutdünken die entstehenden Dreiecke DMP und CNP an Fläche einander gleich sind.

Die Punkte M und N und der Durchschnittspunkt P dieser Geraden mit der alten Grenze CD werden durch Pflöcke bezeichnet. Hierauf berechnet man die Flächen der beiden Dreiecke DMP und CNP aus den gemessenen Grundlinien und Höhen. Sind die Flächen einander gleich, so ist die Aufgabe gelöst.

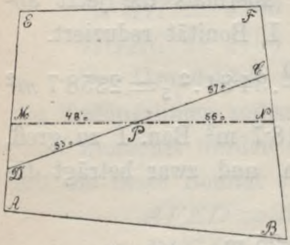


Fig. 493.

Wäre jedoch z. B. $DMP = 424\ m^2$ und $PCN = 513\ m^2$, so besteht eine Differenz von $89\ m^2$ zu Gunsten des oberen Grundstückes $MNFE$. Es muß daher die Grenzlinie MN entsprechend nach oben verschoben werden. Die senkrechte Länge x für diese Verschiebung ergibt sich aus der Division

$$89 : (48 + 56) = 89 : 104 = 0{\cdot}86\ m.$$

Man errichtet nun in M und N Senkrechte nach oben, trägt auf diese je $0{\cdot}86\ m$ auf, bezeichnet die neuen Punkte M', N' und P' und berechnet die Flächen der beiden jetzt entstandenen Dreiecke $M'P'D$ und $P'N'C$ noch einmal. Sollte sich noch eine erhebliche Differenz zeigen, so müßte die neue Grenzlinie noch einmal verschoben werden.

Wäre die Bonität der beiden Grundstücke nicht gleich, sondern wäre eines, z. B. das untere, besser, so müssen die Flächen der beiden, durch die provisorische neue Grenze abgeschnittenen Dreiecke auf eine Bonität reduziert werden, auf welche ist gleichgültig, z. B. auf die bessere.

Es würde sich z. B. die Bonität des unteren Grundstückes zu der des oberen verhalten wie 5 : 3, so wäre

$$\begin{array}{l} PNC = 513\ m^2 \text{ Bon. I} = \ldots\ldots\ldots 513\ \ m^2 \text{ Bon. I} \\ \underline{DMP = 424\ m^2 \text{ Bon. II} = 424\,.\,{}^3/_5 = 254{\cdot}4\ \ \text{„}\ \ \ \text{„}\ \text{„}} \end{array}$$

daher die Differenz zu Gunsten des oberen Grundstückes $= 258{\cdot}6\ m^2$ Bon. I

Die Größe x für die Verschiebung der Grenzlinie ergibt sich daher

$$x = \frac{258{\cdot}6}{48\,.\,{}^3/_5 + 56} = 258{\cdot}6 : 84{\cdot}8 = 3{\cdot}05\ m.$$

Man wird daher jetzt auf die in M und N nach oben errichteten Senkrechten je $3{\cdot}05\ m$ auftragen, die neuen Punkte M', N' und P' bestimmen, noch einmal die Flächen berechnen und auf eine Bonität reduzieren. Wäre noch eine nennenswerte Differenz vorhanden, so müßte noch einmal korrigiert werden.

387. In Fig. 494 soll die gebrochene Grenze $CDEFGH$ zwischen den zwei Grundstücken in eine Gerade umgewandelt werden. Zunächst wird wieder provisorisch eine gerade Linie in der gewünschten Richtung nach Gutdünken abgesteckt, z. B. Hm. Die Durchschnittspunkte n, o und p der

geraden mit der gebrochenen Grenze werden bezeichnet und die Flächen der Abschnitte I, II, III und IV berechnet. Es wäre beispielsweise

$$\begin{array}{rl} \mathrm{I} = 148\ m^2 & \\ \mathrm{III} = 231\ ,, & \\ \hline \mathrm{I} + \mathrm{III} = 379\ m^2 & \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \mathrm{II} = 108\ m^2 & \\ \mathrm{IV} = 216\ ,, & \\ \hline \mathrm{II} + \mathrm{IV} = 324\ m^2 & \end{array}$$

Es würde somit das obere Grundstück nur 324 m^2 abgeben und dafür 379 m^2, also um 55 m^2 mehr erhalten. Wenn die Bonität der beiden Grundstücke gleich ist, so muß also die gerade Grenzlinie nach oben verschoben werden, und zwar um

$$x = \frac{55}{37 + 27 + 33 + 27} = \frac{55}{124} = 0{\cdot}44\ m.$$

Es werden nun in H und m Senkrechte nach oben errichtet und auf diese je 0·44 m aufgetragen. Sollte der Punkt H unverändert bleiben, so würde die senkrechte Verschiebung des Punktes m betragen

$$\frac{2\,.\,55}{124} = 0{\cdot}89\ m.$$

Hierauf werden abermals die Durchschnittspunkte der neuen geraden Grenzlinie mit der alten gebrochenen Grenze bezeichnet und noch einmal gerechnet. Sollte noch eine erhebliche Differenz vorhanden sein, so müßte noch einmal korrigiert werden.

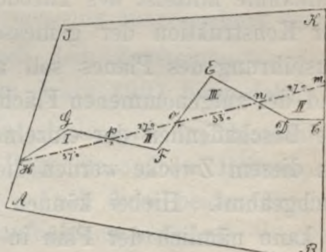


Fig. 494.

Hätten die zwei Grundstücke nicht gleiche Bonität, sondern wäre das untere besser und würden sich die Bonitätsziffern verhalten wie 5 : 3, so müssen die abgeschnittenen Flächen auf eine, z. B. die bessere Bonität reduziert werden. Es würde somit das obere Grundstück abgeben

$$\begin{array}{rl} 324\ m^2 \text{ Bon. II} = 324\ .\ {}^3/_5 = & 194{\cdot}4\ m^2 \text{ Bon. I,} \\ \text{und würde dafür erhalten} & 379{\cdot}0\ m^2 \text{ Bon. I,} \\ \hline \text{somit mehr um} & 184{\cdot}6\ m^2 \text{ Bon. I.} \end{array}$$

Die parallele Verschiebung der Geraden Hm nach oben würde daher betragen

$$\frac{184{\cdot}6}{37 + 27\,.\,{}^3/_5 + 33 + 27\,.\,{}^3/_5} = \frac{184{\cdot}6}{102{\cdot}4} = 1{\cdot}80\ m.$$

Es wird also jetzt auf die in H und m nach oben errichteten Senkrechten je 1·80 m aufgetragen, die neuen Durchschnittspunkte bestimmt, noch einmal gerechnet und eventuell noch einmal korrigiert.

Neunter Abschnitt.

D. Die Herstellung der Pläne.

Die zeichnerische Ausführung der Pläne.

§ 58.

388. Durch die Aufnahme soll ein verjüngtes, d. h. verkleinertes, ähnliches Bild der aufgenommenen Fläche geschaffen werden. Dieses Bild, und zwar die Horizontal-Projektion, der Plan, ergibt sich bei einer Meßtischaufnahme unmittelbar aus der Aufnahme am Meßtische selbst, bei einer Aufnahme mittelst des Theodolites oder des Bussolen-Instrumentes aber aus der Konstruktion der gemessenen Winkel und Längen. Durch die weitere Ausführung des Planes soll auch eine äußere Ähnlichkeit zwischen diesem und der aufgenommenen Fläche erzielt werden, um aus der Zeichnung sofort die Beschaffenheit der einzelnen Parzellen und Objekte ersehen zu können. Zu diesem Zwecke werden die letzteren auch in der Zeichnung der Natur nachgeahmt. Hiebei können zweierlei Darstellungsarten Anwendung finden, es kann nämlich der Plan in Farben oder nur schwarz ausgeführt werden.

Das Anlegen mit Farben ist im allgemeinen für die aus der Aufnahme hergestellten Originalpläne nicht zu empfehlen, weil beim Anlegen großer Flächen eine verschiedene Anfeuchtung und verschiedenes nachträgliches Austrocknen des Papieres stattfindet. Dadurch wird aber das wirkliche Verjüngungsverhältnis auf verschiedenen Stellen des Planes ein anderes.

Originalpläne, aus welchen später Maße abgenommen werden sollen, dürfen daher nicht in großen Flächen mit Farben angelegt werden. Selbst bei der Schrift sind große, starke Buchstaben zu vermeiden, durch welche viel Feuchtigkeit auf das Papier käme.

389. Für kolorierte Pläne können folgende Farbenmischungen verwendet werden.

Straßen mit Steinbahn: Sehr verdünntes Karmin, die Gräben zu beiden Seiten sehr verdünntes Preußischblau.

Feldwege: Vorherrschend Sepia mit etwas wenig gebrannter Siena.

Gassen, Plätze, Gartenwege: Reine, gebrannte Siena, sehr schwach.

Gewässer: Preußischblau. Schmale Gewässer werden in ihrer ganzen Breite mit einem mittelstarken Ton angelegt, breitere dagegen an den Rändern stärker und gegen die Mitte zu verwaschen.

G ä r t e n: Saftgrün, kräftig, falls Obstbäume vorhanden sind, werden einige Bäumchen eingezeichnet.

W i e s e n: Aufgelöster Grünspan mit etwas Gummigutti oder auch Preußischblau mit Gummigutti; weniger kräftig als Gärten.

H u t w e i d e n: Dieselbe Farbe wie Wiesen, aber mit mehr Gummigutti und dünner.

F e l d e r: Tabaksaft[1]) mit etwas Karminzusatz; oder gebrannte Siena mit wenig Sepia.

W e i n g ä r t e n: Karmin mit etwas Gummigutti oder Siena; etwas dunkler als Felder.

W a l d u n g e n: Sehr stark verdünnte Wiesenfarbe, darüber ein grauer (mitteldunkler) Tuschton; außerdem werden hie und da einige Bäumchen eingezeichnet.

G e b ä u d e: Hölzerne mit Gummigutti, darüber ein schwacher Ton mit Siena. Steinerne mit einem schwachen Karminton. Öffentliche Gebäude dunkler.

B r ü c k e n und andere hölzerne oder steinerne Objekte: so wie Gebäude.

Pläne, welche für öffentliche Zwecke bestimmt sind, müssen nach den diesbezüglichen Vorschriften für die Katastral-Vermessung ausgezeichnet sein.

Die rückwärts befindliche Tafel II ist nach dem Zeichenmuster der Katastral-Instruktion für Meßtischaufnahmen vom Jahre 1907 hergestellt.

Tafel III stellt ein Sektionsblatt der Katastralmappe im Maßstabe 1 : 2500 dar, in welchem die Ortschaft Pilling liegt, die auf der Beimappe, Tafel IV, im Maßstabe 1 : 1250 dargestellt ist. Auch diese beiden Tafeln sind der vorerwähnten Instruktion für Meßtischaufnahmen entlehnt.

Die Vervielfältigung der Pläne.

§ 59.

V o r b e m e r k u n g e n.

390. Sehr oft, wohl zumeist, sind von dem durch die Aufnahme gewonnenen Originalplan eine oder mehrere Kopien entweder in demselben Maßstabe oder verkleinert oder vergrößert herzustellen.

Um eine Kopie in demselben Maßstabe zu erhalten, kann man den Plan auf durchsichtiges Papier oder durchsichtige Leinwand (Pauspapier oder Pausleinwand) d u r c h z e i c h n e n oder d u r c h p a u s e n. In dem gleichen oder in jedem beliebigen anderen Maßstabe erhält man eine allerdings minder scharfe Kopie durch das A b z e i c h n e n m i t t e l s t e i n e s Q u a d r a t n e t z e s oder durch das P a n t o g r a p h i e r e n.

---

[1]) Den Tabaksaft bereitet man in der Weise, daß etwas gewöhnlicher Rauchtabak (nicht Zigarettentabak!) in ein Glas gegeben und soviel kaltes Wasser darauf gegossen wird, daß der Tabak gerade bedeckt ist. Nach einigen Stunden wird die Flüssigkeit abfiltriert und verwendet.

Soll eine größere Zahl von Kopien hergestellt, der Plan also vervielfältigt werden, so kann dies entweder durch Lithographie geschehen, oder durch verschiedene Lichtpaus- oder Lichtdruck-Methoden.

Das Durchzeichnen oder Durchpausen.

391. Um einen Plan durchzuzeichnen oder durchzupausen, legt man, über den aufgespannten Originalplan ein Stück Pauspapier oder Pausleinwand, befestigt diese durch Heftnägel oder Gewichte und zieht nun jede Linie des Originalplanes unter Zuhilfenahme eines kleinen Dreieckes scharf und genau mit einem spitzen harten Bleistift oder mittelst einer Reißfeder mit Tusche nach. Im letzteren Falle kann man die Kopie beschreiben und auch sonst so ausführen wie den Originalplan und sofort verwenden, kann daraus auch Maße so wie aus dem Originalplan abnehmen.

Will man jedoch die Kopie auf Zeichenpapier übertragen, so fertigt man eine solche so wie eben erklärt wurde, mit Tusche auf Pauspapier an und zieht dieses auf Zeichenpapier auf. Zu diesem Zwecke wird das Zeichenpapier mit Wasser angefeuchtet und durch Ankleben der Ränder auf ein Reißbrett aufgespannt. Ist das Papier vollkommen trocken und glatt geworden, so bestreicht man es mit Kleister, läßt dann die auf Pauspapier gefertigte Kopie einige Augenblicke mit der unteren Seite in einem entsprechend großen, flachen Gefäße auf Wasser schwimmen, hebt sie dann sorgfältig ab, so daß die obere Seite nicht vom Wasser benetzt wird, hält sie vertikal knapp über den Rand des mit Kleister bestrichenen aufgespannten Zeichenpapieres und läßt sie langsam auf letzteres nieder. Die Kopie legt sich dann glatt ohne jede Falte an das Zeichenpapier an, ohne daß man darüber streichen muß, und kann nach vollständigem Trocknen mit dem Zeichenpapier abgeschnitten werden. Dann kann man die Kopie eventuell auch kolorieren.

Weniger empfehlenswert ist folgende Methode. Die auf Pauspapier gefertigte Kopie wird auf der unteren Seite mit einem recht weichen Bleistift gleichmäßig bestrichen, oder mit Graphitpulver eingerieben. Dann legt man sie auf das Zeichenpapier, befestigt sie und fährt allen Linien mit einem harten Bleistift nach. Dadurch entsteht auf dem Zeichenpapier eine Zeichnung in Blei, welche ausgezogen und weiter ausgeführt werden kann. Auf diese Weise erhält man jedoch minder scharfe Kopien, aus welchen man genaue Maße nicht abnehmen kann.

Will man eine scharfe Kopie auf Zeichenpapier haben, aus welcher man Maße ebenso wie aus dem Originalplan abnehmen kann, so legt man ein Stück Pauspapier glatt über den Originalplan, beschwert es durch Gewichte und bezeichnet jeden Punkt des Originales mittelst eines sehr spitzen, harten Bleistiftes auf dem Pauspapier wieder durch einen Punkt, den man einringelt. Hierauf legt man das Pauspapier wieder glatt über das Zeichenpapier, beschwert es mit Gewichten und pikiert jeden der Punkte mittelst einer feinen

Pikiernadel durch. Auf dem Zeichenpapier werden dann die pikierten Punkte entsprechend verbunden.[1]) Das Pauspapier darf aber hiebei nicht in großen Stücken verwendet werden. Ist daher der zu kopierende Plan groß, so teilt man ihn durch gerade Bleistiftlinien in eine Anzahl Teile und zieht ebensolche Linien auf dem Zeichenpapier, auf dem die Kopie anzufertigen ist, worauf jeder Teil in der oben beschriebenen Weise kopiert wird.

Das Abzeichnen mit Quadratnetzen.

392. Diese Methode kann zur Herstellung einer Kopie in dem gleichen, oder in einem beliebig verkleinerten oder vergrößerten Maßstabe Anwendung finden. Man erhält aber durch diese Methode nur minder scharfe Kopien, welche zum Abnehmen von genauen Maßen nicht geeignet sind.

Nach dieser Methode wird auf dem zu kopierenden Plane, und ebenso auf dem Zeichenpapiere, welches zur Herstellung der Kopie dienen soll, je ein Netz von Quadraten konstruiert. Für eine Kopie in dem gleichen Maßstabe erhalten die Quadrate auf dem Originale und auf der Kopie genau gleiche Größe; will man im halben oder doppelten Maßstabe zeichnen, so wird die Quadratseite auf der Kopie halb oder doppelt so groß gemacht wie auf dem Original. Die Quadratnetze werden mit einem harten, spitzen Bleistift gezeichnet.

Darf man auf dem Originale kein Quadratnetz konstruieren, so benützt man einen hölzernen oder metallenen Rahmen, in welchem feine Drähte, Seiden- oder Roßhaar-Fäden in Form eines Quadratnetzes gespannt sind. Diesen Rahmen legt man auf das Original, so daß die Fäden glatt auf diesem aufliegen, und beschwert den Rahmen mit Gewichten.

Die Größe der Quadrate am Originale ist beliebig, doch sollen sie nicht zu groß sein; die Kopie fällt umso genauer aus, je kleiner die Quadrate sind; 1 bis 2 *cm* Seitenlänge dürfte das passendste sein.

In jedes Quadrat der Kopie wird alles nachgezeichnet, was in dem gleichen Quadrate des Originales enthalten ist.

Das Nachzeichnen geschieht entweder nur aus freier Hand, oder besser mit Benützung eines Zirkels; bei Vergrößerung oder Verkleinerung mit Benützung eines Reduktionszirkels.

Das Pantographieren.

393. Mittelst eines Instrumentes, welches Pantograph genannt wird (früher Storchschnabel), kann man Kopien eines Planes in dem gleichen oder in jedem beliebig größeren oder kleineren Maßstabe erhalten. Gegenwärtig findet der Pantograph nur mehr in der neueren Form als sogenannter Mailänder Pantograph Anwendung, während früher der

[1]) Ein direktes Durchpikieren des Originalplanes ist ganz verwerflich, weil dadurch der Originalplan sehr beschädigt, ja geradezu vernichtet wird.

Voigtländer Pantograph verwendet wurde, den man noch hie und da finden kann. Der Gebrauch ist bei beiden Formen ganz derselbe.

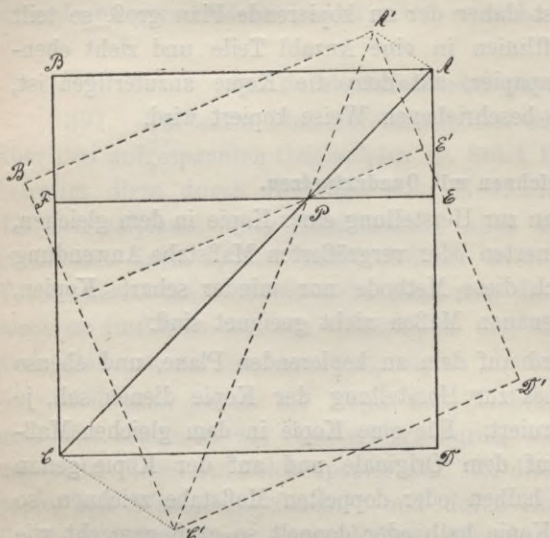


Fig. 495.

394. Dem Mailänder Pantograph liegt folgende Theorie zu Grunde. In Fig. 495 wäre $ABCD$ ein gleichseitiges Parallelogramm (Quadrat, Rhombus), es sei daher $EF \parallel AB$ und $\parallel CD$, ferner P der Durchschnittspunkt dieser Parallelen mit der Diagonale AC. Es ist somit

$$\triangle AEP \backsim ADC$$

daher

$$AE : AD = PE : CD.$$

Da laut Voraussetzung $AD = CD$, so muß auch $AE = EP$. Diese Bedingung muß beim Gebrauche des Instrumentes stets beachtet werden.

Ferner folgt aus der Ähnlichkeit derselben beiden Dreiecke

$$AE : ED = AP : PC.$$

Angenommen, es werde das Ganze um den Punkt P (Pol) gedreht, so daß die Punkte A, B, C, D nach A', B', C', D' kommen. so folgt wieder aus der Ähnlichkeit der Dreiecke $A'\ E'\ P'$ und $A'\ D'\ C'$

$$A'E' : E'D' = A'P : PC'.$$

Da $A'E' = AE$ und $E'D' = ED$, so ist auch

$$AP : PC = A'P : PC'.$$

Aus dieser Proportion folgt, daß die Dreiecke $A'AP$ und $C'CP$ ähnlich sind, da die Winkel bei P in beiden Dreiecken als Scheitelwinkel einander gleich sind. Aus der Ähnlichkeit dieser beiden Dreiecke folgt

$$AA' : CC' = AP : PC$$

und weil $\underline{AE : ED = AP : PC}$

$$AA' : CC' = AE : ED.$$

Ist daher $AE = ED$, so ist auch $AA' = CC'$
ist dagegen $AE = {}^1/_2 ED$ „ „ „ $AA' = {}^1/_2 CC'$ u. s. w.

Befindet sich also in C eine Spitze zum Umfahren einer Figur, in A dagegen ein zeichnender Stift, so zeichnet dieser die gleichen oder verkleinerte Längen der vom Stifte in C gemachten Wege. Wäre die Spitze in A und der Bleistift in C, so zeichnet letzterer die gleichen oder vergrößerte Längen, je nach dem Verhältnisse von $AE : ED$.

Angenommen der fixe Punkt (Pol), um den sich das Ganze drehen läßt, wäre in A (Fig. 496), so ist wieder das Dreieck $APP' \backsim ACC'$ und hieraus folgt

$$\begin{array}{c} PP' : CC' = AP : AC \\ \underline{AE : AD = AP : AC} \\ PP' : CC' = AE : AD \end{array}$$

Ist $AE = {}^1/_2\, AD$, so ist auch $PP' = {}^1/_2\, CC'$.

Wenn daher der Stift zum Umfahren in C, dagegen in P ein Bleistift angebracht ist, kann man verkleinern, und wenn die beiden Stifte verwechselt werden, vergrößern.

395. Auf Grund der in der vorstehenden Nummer entwickelten Theorie ist der Pantograph in folgender Weise eingerichtet. Die Geraden AB, BC, AD und EF sind hölzerne oder metallene Stäbe, welche durch Scharniere mit einander verbunden sind. Ist das Instrument aus Metall, so sind statt vollen Stäben jetzt zumeist hohle, rechteckige oder auch runde Röhren vorhanden. Die Gerade CD ist nicht durch einen Stab ersetzt, weil dieser nicht nötig ist. Der Stab AD hat nicht die ganze Länge, sondern ist nur etwas über die Hälfte lang. Die Diagonale AC ist ebenfalls nicht von einem Stab gebildet, sondern es ist nur in dem Durchschnittspunkte des Stabes EF mit der Diagonalen der Punkt P angebracht. Entweder bildet der Punkt P den Pol, um den das ganze Instrument gedreht werden kann, dann sind in A und C Bleistift und Spitze zum Umfahren angebracht; oder es ist der Pol in A, dann sind Bleistift und Spitze in P und C. Bleistift und Spitze können stets leicht beliebig gewechselt werden, um das Instrument sowohl zum Verkleinern, als auch zum Vergrößern benützen zu können. Befindet sich der Pol in A (Fig. 496), so kann das Instrument nur zum Vergrößern oder Verkleinern, aber nicht zum Kopieren im gleichen Maßstabe benützt werden. Letzteres ist nur dann auch möglich, wenn sich der Pol in P befindet.

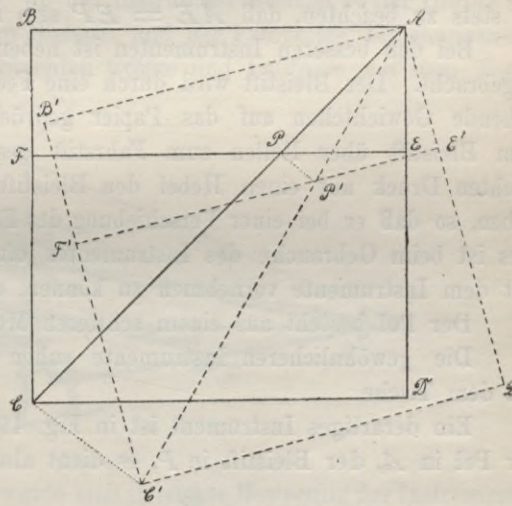


Fig. 496.

Um mit dem Instrumente in verschiedenen Verhältnissen vergrößern oder verkleinern zu können, ist der Stab EF und der Punkt P nicht fest angebracht, sondern es kann eine Einstellung für verschiedene Verhältnisse stattfinden. Zu diesem Zwecke sind auf den Stäben AD, BC und EF

entsprechende Marken angebracht. Bei ganz einfachen, billigen Instrumenten sind zu diesem Zwecke die Stäbe an den betreffenden Stellen durchbohrt und es können die Scharniere E, F und P in diesen Durchbohrungen beliebig angebracht werden. Bei den besseren Instrumenten sind jedoch die Scharniere an Hülsen angebracht, welche auf den Stäben AD, BC und EF verschiebbar sind und durch Klemmschrauben festgestellt werden können. Auf diesen Stäben sind dann auch bei den besseren Instrumenten nicht nur Marken für verschiedene, bestimmte Verhältnisse angebracht, sondern die Stäbe enthalten eine Millimeterteilung und die verschiebbaren Hülsen Indexstriche oder Nonien, um diese auf jedes beliebige Verhältnis stellen zu können. Im letzteren Falle sind an den Hülsen auch Mikrometerschrauben für die ganz feine Einstellung vorhanden. Bei der Einstellung ist stets zu beachten, daß $AE = EP$ sein muß.

Bei den besseren Instrumenten ist neben dem Fahrstift eine Handhabe angebracht. Der Bleistift wird durch eine Feder oder durch kleine auf ihm ruhende Gewichtchen auf das Papier gedrückt. Durch eine Schnur, die vom Bleistift über Rollen zum Fahrstift gespannt ist, kann man durch leichten Druck auf einen Hebel den Bleistift auslösen, d. h. in die Höhe heben, so daß er bei einer Verschiebung des Fahrstiftes nicht zeichnen kann; dies ist beim Gebrauche des Instrumentes oft notwendig, um Bewegungen mit dem Instrumente vornehmen zu können, ohne daß der Bleistift zeichnet.

Der Pol besteht aus einem schweren Metallstücke.

Die gewöhnlicheren Instrumente ruhen mittelst beinerner Laufrollen auf dem Tische.

Ein derartiges Instrument ist in Fig. 497 abgebildet. Bei diesem ist der Pol in A, der Bleistift in P, es dient also in dieser Weise nur zur Ver-

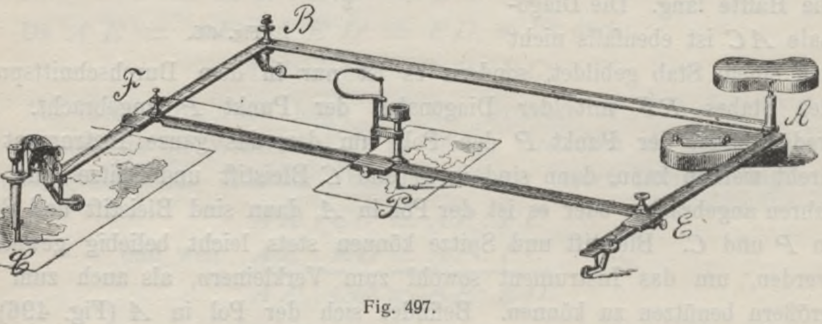


Fig. 497.

kleinerung. Da dieses Instrument mit seinem, bei ganz metallener Ausführung nicht unerheblichen Gewichte auf dem Tische ruht, ist die Reibung der Laufrollen ziemlich bedeutend, wodurch aber die Leichtigkeit der Handhabung und besonders die Genauigkeit leidet.

396. Um die Reibung auf ein Minimum zu reduzieren, eine möglichst leichte Bewegung und dadurch eine größere Genauigkeit zu sichern, wurden vom Mechaniker G. Coradi in Zürich die freischwebenden Präzisions-(Hänge-)

Pantographen eingeführt, welche sich sehr rasch verbreitet haben. Zwei solcher Instrumente sind in Fig. 498 und Fig. 499 abgebildet.

Auf dem den Pol bildenden schweren Metallstücke befindet sich ein gekrümmter Träger, an dem genau senkrecht über dem Drehungspunkte der

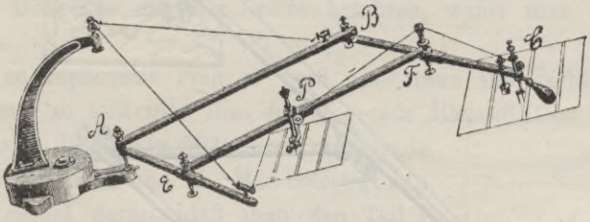


Fig. 498.

Aufhängepunkt angebracht ist, wo das Instrument mittelst zweier Drähte frei hängt, so daß es nur mit dem Bleistift und der Fahrspitze, beziehungsweise mit einer neben dieser angebrachten Stütze und Laufrolle auf dem Tische

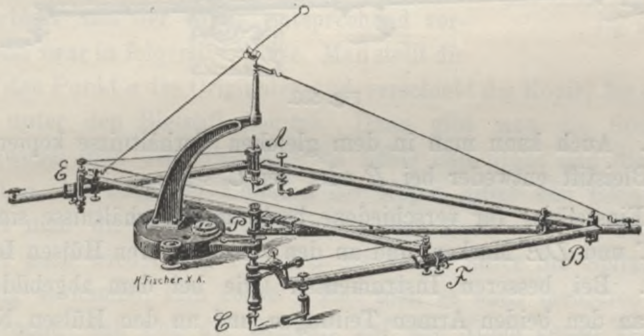


Fig. 499.

ruht. Durch diese Einrichtung wurde eine so leichte Bewegung des Instrumentes erzielt, daß selbst Vergrößerungen mit großer Genauigkeit möglich sind.

In Fig. 498 befindet sich der Pol in A, das Instrument kann also nur zu Verkleinerungen oder Vergrößerungen benützt werden. In Fig. 499 dagegen ist der Pol in P; dieses Instrument kann daher sowohl zum Verkleinern und Vergrößern, als auch zum Kopieren im gleichen Maßstabe benützt werden.

397. Der früher gebräuchliche Voigtländer'sche Pantograph ist nach der Ausführung von F. W. Breithaupt und Sohn in Cassel in Fig. 500 abgebildet. Dieser Pantograph besteht aus vier durch Scharniere miteinander verbundenen Stäben, beziehungsweise hohlen Metallröhren, welche ein gleichseitiges Viereck bilden. Bei S ist die Spitze zum Befahren der Linien angebracht. Auf dem Arm AC ist eine Hülse B verschiebbar, welche durch eine Klemmschraube festgestellt werden kann und welche den Bleistift trägt. Eine ebensolche Hülse ist auf dem Arm DE verschiebbar, welche einen Stift mit einem Kugelgelenk trägt, welch letzteres in einem schweren Gewicht P sein Lager hat und den fixen Pol bildet. Die Spitze S, der Bleistift B und der Pol P müssen auch hier stets in einer geraden Linie liegen. In

der abgebildeten Stellung dient das Instrument zum Verkleinern; wird der Bleistift B mit der Spitze C vertauscht, so kann man mit dem Instrumente

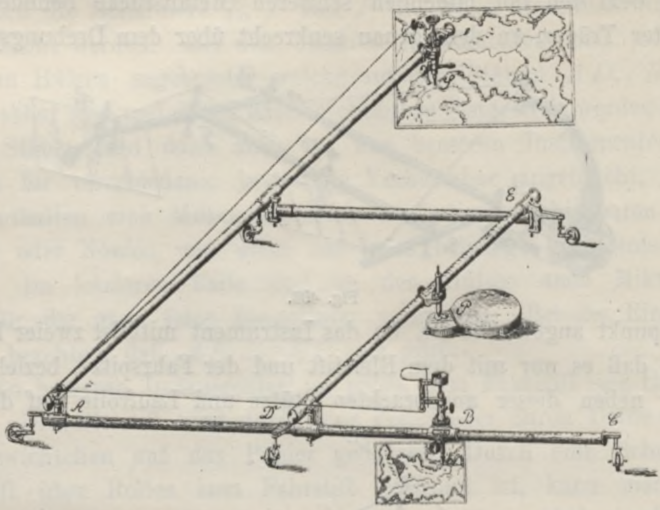


Fig. 500.

vergrößern. Auch kann man in dem gleichen Verhältnisse kopieren; hiebei kann der Bleistift entweder bei B oder bei C sein.

Zur Einstellung für verschiedene bestimmte Verhältnisse sind auf den Armen DC und DE Marken, und an den verschiebbaren Hülsen Indexstriche angebracht. Bei besseren Instrumenten (wie bei dem abgebildeten) sind außerdem an den beiden Armen Teilungen und an den Hülsen Nonien, um das Instrument für jedes beliebige Verhältnis einstellen zu können. Das ganze Instrument ruht auf beinernen Laufrollen.

398. Um mit einem Pantographen einen Plan zu kopieren, zu verkleinern oder zu vergrößern, wird er auf einen entsprechend großen Tisch mit einer ganz ebenen und möglichst horizontalen Platte gelegt und für das gewünschte Verhältnis eingestellt. Der Pol darf während der Arbeit absolut nicht verschoben werden. Bei den neueren Instrumenten, insbesondere bei den Hängepantographen ist der Pol so schwer und die Bewegung des Instrumentes so leicht, daß eine Verschiebung nicht stattfinden kann. Bei älteren Instrumenten dagegen mußte der Pol oft mit Heftnägeln befestigt, oder sogar an den Tisch festgeschraubt werden.

Für einen Hängepantographen ist kein so großer Tisch nötig, wie für einen gewöhnlichen Pantographen.

Der zu kopierende Plan wird unter die Spitze gelegt, und man umfährt ihn probeweise. Haben Instrument und Plan eine solche Stellung, daß das Umfahren anstandslos geschehen kann, so wird erst der Plan mit Heftnägeln am Tische befestigt. Dann legt man das Papier, auf dem die Kopie hergestellt werden soll, unter den Bleistift und umfährt wieder zunächst probeweise den Plan, indem man hiebei den Bleistift hochhebt und ihn nicht zeichnen läßt, um dem Papier eine solche Lage geben zu können, daß die Zeichnung in dessen Mitte kommt; dann wird auch das Papier mit Heftnägeln befestigt. Hierauf wird jede Linie des Planes unter Zuhilfenahme eines kleinen Dreieckes mit der Spitze befahren, wobei man den Bleistift zeichnen läßt.

Is der zu kopierende Plan so groß, daß man ihn nicht auf einmal umfahren kann, so teilt man ihn durch gerade Bleistiftlinien in zwei oder mehrere Teile, z. B. in Fig. 501 durch die Gerade *a b* in die zwei Teile I und II. Man befestigt nun den Plan zunächst derart, daß man den Teil I kopieren kann, wobei auch die Gerade *a b* mit der Spitze befahren wird. Dann verschiebt man den Plan derart, daß man den Teil II befahren kann und befestigt ihn wieder. Hierauf wird auch das Papierblatt mit der Kopie entsprechend verschoben, und zwar in folgender Weise. Man stellt die Spitze auf den Punkt *a* des Originales und verschiebt die Kopie, bis der Punkt *a* in dieser unter den Bleistift kommt. Dann gibt man die Spitze in den Punkt *b* (wobei man den Bleistift hoch hebt) und dreht nun die Kopie um den Punkt *a*, bis auch der Punkt *b* der Kopie unter den Bleistift kommt. Jetzt führt man die Spitze wieder nach dem Punkte *a* des Planes zurück und bringt auch wieder den Punkt *a* der Kopie unter die Spitze, falls eine Abweichung vorhanden sein sollte. Hat man es nach mehreren Versuchen dahin gebracht, daß sich der Bleistift auf der Kopie genau von *a* nach *b* bewegt, wenn die Spitze am Plane von *a* nach *b* geführt wird, so wird die Kopie befestigt und man kopiert nun den Teil II.

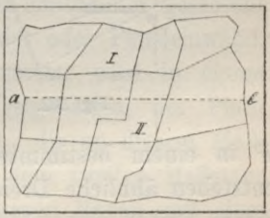


Fig. 501.

399. Zur Richtigkeit des Pantographen ist vor allem erforderlich, daß dieser richtig eingestellt ist, beziehungsweise daß die Marken für die verschiedenen Verhältnisse richtig sind.

Um diese Bedingung zu prüfen, zeichnet man auf einem Papiere mehrere gerade Linien von genau bestimmter Länge, stellt den Pantographen nacheinander auf sämtliche Marken ein und befährt die Linien. Dann untersucht man die Längen der gezeichneten Linien, ob sie den betreffenden Verhältnissen genau entsprechen.

Weiter ist aber auch zur Richtigkeit erforderlich, daß der Bleistift genau zentrisch zugespitzt ist. Da der Bleistift und der Fahrstift gewechselt werden können, so befinden sich beide in zilindrischen Hülsen, in denen sie gedreht und gehoben werden können. Man hebt daher den Bleistift etwas in die Höhe und läßt ihn fallen; dann hebt man ihn abermals, dreht ihn etwas in seiner Hülse und läßt ihn wieder fallen. Dies wiederholt man, bis man den Bleistift ganz um seine Achse herumgedreht hat. Hiebei soll er immer genau in denselben Punkt niederfallen.

Das Polar-Pantometer.

400. Unter diesem Namen wurde in neuester Zeit nach der Angabe von J. Lukowsky in Mährisch-Ostrau ein sehr einfaches Instrument von der Firma Rudolf und August Rost in Wien konstruiert und unter Patentschutz gestellt.

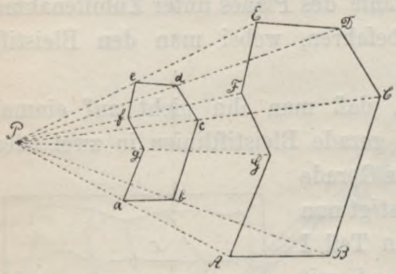


Fig 502.

Diesem Instrument liegt folgende Theorie zu Grunde.

Es wäre in Fig. 502 die Fig. $abcdefg$ zu vergrößern oder $ABCDEFG$ zu verkleinern. Denkt man sich die Eckpunkte mit einem fixen Punkte P verbunden und die Entfernungen der Eckpunkte von P in einem bestimmten Verhältnisse von P aus wieder aufgetragen, so entstehen ähnliche Dreiecke, welche zwei Seiten proportioniert und den von diesen Seiten eingeschlossenen Winkel gleich haben. Es ist also

$\triangle PAB \backsim Pab$, $\triangle PBC \backsim Pbc$, $\triangle PCD \backsim Pcd$, ... $\triangle PGA \backsim Pga$.

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke folgt:

$$
\begin{array}{l}
PA : Pa = PB : Pb = AB : ab \\
PB : Pb = PC : Pc = BC : bc \\
PC : Pc = PD : Pd = CD : cd \\
\quad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \\
\quad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \\
\quad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \\
\quad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \\
PG : Pg = PA : Pa = GA : ga \\
\hline
AB : ab = BC : bc = CD : cd = \ldots\ldots GA : ga.
\end{array}
$$

401. Das Instrument (Fig 503) ist ein Lineal aus dünnem, durchsichtigem Zelluloid, 500 *mm* lang, 50 *mm* breit. Der Länge nach hat das Lineal einen schmalen Schlitz, gerade nur so breit, daß man einen spitzen Bleistift durchstecken kann. Zu beiden Seiten des Schlitzes sind Maßstäbe angebracht. Die Nullpunkte der beiden Maßstäbe fallen

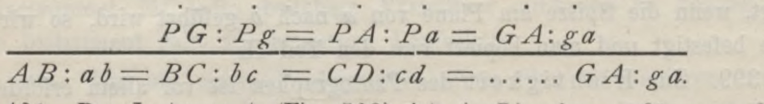


Fig. 503.

genau zusammen mit einem feinen, zur Einführung einer Pikiernadel dienenden Loche in der Verlängerung des Schlitzes, der nicht bis zum Nullpunkt reicht. Bei den vorrätigen Exemplaren werden die Verhältnisse 1 : 2880 und 1 : 1000, auf Wunsch aber jedes beliebige Verhältnis angebracht.

Es lassen sich daher Verkleinerungen oder Vergrößerungen in folgenden Verhältnissen ausführen:

2880 : 1440	oder	Vergrößerung	1 : 2
2880 : 720	„	„	1 : 4
1000 : 2000	„	Verkleinerung	1 : 2
1000 : 500	„	Vergrößerung	1 : 2
2880 : 1000			
2880 : 2000			
2880 : 500	u. s. w.		

Die Übertragung der Planpunkte mit dem Polar-Pantometer geschieht auf durchsichtiges, auf den Plan aufgelegtes Pauspapier oder Pausleinwand. Der Vorgang hiebei ist folgender: Das Polar-Pantometer wird in einem als Pol gewählten Punkt mittels der Pikiernadel festgehalten, der Planmaßstab auf den zu übertragenden Punkt eingestellt, die an diesem Maßstab abgelesene Entfernung des Punktes vom Pol an dem zweiten Maßstabe aufgesucht und auf dem nur an dieser Stelle gezogenen Rayon mit dem Bleistift markiert. Auf gleiche Weise werden durch entsprechende Drehung des Polar-Pantometers um die Pikiernadel andere Punkte bestimmt und übertragen, und durch Verbindung der gefundenen Punkte, in gleicher Weise wie dies der Plan ersichtlich macht, wird das vergrößerte oder verkleinerte Bild dieselben Umrisse erhalten.

Je nach Bedarf wird der Polpunkt gewechselt, und bedingt dies nur, daß vorerst ein neuer Polpunkt fixiert und dessen Entfernung vom alten Polpunkte, in gleicher Weise wie die anderen Polpunkte, übertragen werde; weiters, daß auf dem Pauspapiere beide Planpunkte mit einer Hilfslinie verbunden und sodann das Pauspapier soweit verschoben werde, bis die neuen Polpunkte sich decken und diese Hilfslinie über den alten Polpunkt fällt, bezw. diesen deckt.

Um die zu übertragende Zeichnung immer auf weißem Grunde ausführen zu können, wird zwischen Plan und Pauspapier ein Blatt weißes Papier eingeschoben, welch letzteres je nach Bedarf vom Pol entfernt oder diesem näher gerückt wird.

Sind nicht ganze Pläne, sondern bloß einzelne Teile eines Planes oder einer Zeichnung zu vergrößern oder zu verkleinern, so kann die Übertragung der betreffenden Figur direkt auf Zeichenpapier erfolgen.

Das Instrument kann aber auch zum Verkleinern oder Vergrößern von Plänen benützt werden, welche in irgend einem beliebigen, auf dem Instrumente nicht angegebenen Maßstabe gezeichnet sind. Freilich muß man sich dann nur auf einfache Verhältnisse beschränken, 1 : 2, 1 : 3, 1 : 4, 1 : 5, 1 : 10 u. s. w. Es wird dann jedesmal die Entfernung der zu übertragenden Punkte vom Polpunkte auf einem der beiden Maßstäbe abgelesen, diese Entfernung durch die Verhältniszahl 2, 3, 4, 5 . . . 10 u. s. w. dividiert, beziehungsweise damit multipliziert; die erhaltene Länge wird an demselben Maßstabe aufgesucht und der Punkt markiert.

Die Arbeit mit diesem Instrumente ist wohl etwas mühevoller und zeitraubender als mit einem Pantographen, aber das Resultat ist bei sorgsamer Arbeit viel genauer, als es selbst mit dem besten Pantographen erzielt werden kann. Der geringe Preis des Instrumentes ist außerdem geeignet, ihm eine baldige Verbreitung zu sichern.

Die Vervielfältigung von Plänen durch Lithographie, Lichtdruck und Lichtpausverfahren.

402. Für die Herstellung von Kopien eines Planes in größerer Anzahl war man früher ausschließlich auf die Lithographie angewiesen. Hiebei wird mittelst eines Pantographen im gleichen, vergrößerten, oder verkleinerten Maßstabe von dem Originale eine umgekehrte Kopie auf den lithographischen Stein graviert oder mit lithographischer Tinte gezeichnet, worauf von dem Stein eine beliebige Zahl von Abdrücken gemacht werden kann.

Früher war das „nasse Verfahren" allgemein üblich; bei diesem wird die Zeichnung in den Stein eingraviert, so daß die Farbe in den eingravierten Linien sich befindet, aus welchen sie beim Druck vom Papier herausgeholt werden muß. Damit dies möglich ist, muß das Papier, auf dem der Druck erfolgt, stark angefeuchtet werden, so daß bei dem späteren Trocknen ein ungleichmäßiges Zusammenziehen erfolgt. Derartige Lithographien weisen daher oft bedeutende Verschiedenheiten untereinander und gegen das Original auf.

Gegenwärtig wendet man für Pläne ausschließlich das trockene Verfahren an, wobei ein Anfeuchten des Papieres nicht stattfindet, so daß bedeutend bessere, gleichmäßige Abdrücke erzielt werden. Bei dem trockenen Verfahren wird die Zeichnung auf den Stein mit lithographischer Tinte gezeichnet und dann der Stein mit Salzsäure begossen. Durch die Tinte kann die Säure nicht den Stein angreifen, wie dort, wo keine Zeichnung sich befindet. Es entstehen also erhabene Linien am Stein, welche mit Farbe eingewalzt werden. Der Druck kann dann mit trockenem Papier geschehen.[1])

Die Herstellung lithographischer Kopien rentiert sich aber nur dann, wenn eine große Zahl von Kopien zu machen ist, da die Herstellung des druckfertigen Steines sehr kostspielig ist. Für die Herstellung der Lithographien muß an die lithographische Anstalt entweder das Original oder eine Kopie eingesendet werden.

403. In neuerer Zeit werden zur Vervielfältigung von Plänen und Karten mancherlei photomechanische Druckverfahren angewendet, insbesondere die Photolithographie und die Photozinkographie, Bei diesen beiden Verfahren wird von dem Originale eine Photographie auf dem mit Chromgelatine überzogenen Stein oder einer ebenso präparierten Zinkplatte in gleicher Größe, oder in einem bestimmten Verhältnisse verkleinert oder vergrößert, hergestellt. Der Stein oder die Zinkplatte wird

[1]) Die Kopien der alten österreichischen Katastralkarten waren nach dem nassen Verfahren hergestellt. Jetzt werden neue, auf trockenem Wege hergestellte Kopien ausgegeben.

dann weiter zum Druck hergerichtet.[1]) Auch bei diesem Verfahren rentiert sich nur die Herstellung einer größeren Zahl von Kopien.

404. Bei dem Lichtdruck- oder Lichtpaus-Verfahren wird von dem Original zunächst eine Kopie auf einem recht durchsichtigen, weißen (nicht gelblichen!) Pauspapier angefertigt. Hiezu muß frisch angeriebene chinesische Tusche benützt werden, welcher man etwas Ocker oder Gummigutti zusetzt, um sie ganz undurchlässig für das Licht zu machen. Die käuflichen flüssigen Tuschen sind dazu nicht verwendbar. Diese Kopie wird auf eine entsprechend große, ganz reine Spiegelglastafel gelegt, mit der Zeichnung nach oben, gegen das Glas. Auf die Kopie kommt ein mit Metallsalzen entsprechend präpariertes Papier, mit der präparierten Seite gegen die Kopie, dann eine Filzplatte und schließlich ein Brett, welches mit der Glastafel zusammengepreßt wird. Das Ganze wird dann mit der Glastafel nach oben dem hellen Tageslichte ausgesetzt. Nach entsprechender Belichtung wird dann das präparierte Papier einfach in mehrfach gewechseltem Wasser ausgewaschen und getrocknet.

Man unterscheidet hiebei:

1. Das negative Cyanotyp-Verfahren oder den photographischen Blaudruck, bei welchem man weiße Linien auf dunkelblauem Grund erhält. Für Situationspläne ist dieses Verfahren weniger geeignet; es findet mehr Anwendung für Bau- oder Maschinenzeichnungen.

2. Das positive Cyanotyp-Verfahren, welches blaue Linien auf weißem Grund gibt. Dieses Verfahren wird überhaupt wenig angewendet.

3. Das positive Schwarzdruck- oder Tintenpaus-Verfahren, welches schwarze, tintenähnliche Linien auf weißem Grunde gibt, und

4. Die Negrographie, welche tiefschwarze Linien auf weißem Grunde gibt und von einer Lithographie eigentlich nicht zu unterscheiden ist.

Die zu diesen verschiedenen Verfahren nötigen präparierten Papiere sind zwar fertig im Handel zu haben, sie müssen aber stets frisch verwendet werden, da sie bald verderben, selbst wenn sie im Dunkeln aufbewahrt werden. Außerdem sind zur Herstellung der Lichtpausen mancherlei Vorrichtungen nötig, als der schon oben erwähnte Kopierrahmen mit Spiegelglastafel, entsprechend große Waschgefäße u. s. w., endlich ist eine gewisse Übung erforderlich. Es ist daher zweckmäßiger, wenn man nur gelegentlich Kopien braucht, diese in einer der zahlreichen bestehenden Lichtpaus-Anstalten herstellen zu lassen. Man hat dann nur eine auf Pauspapier angefertigte Kopie einzusenden, welche aber nicht gefaltet werden darf, sondern gerollt werden muß. Der Preis richtet sich nur nach der Fläche der hergestellten Kopien, ohne Rücksicht darauf, ob in diesen viel oder wenig gezeichnet ist, so daß man für zehn oder hundert Kopien den zehn- oder hundertfachen Preis einer Kopie zu bezahlen hat. Man kann also ohne Verteuerung auch nur wenige oder sogar nur eine Kopie anfertigen lassen.

---

[1]) Der in Österreich viel verbreitete „Aubeldruck“ ist ein derartiges photographisches Druckverfahren.

Zweiter Teil. Die Vertikalmessungen.

Einleitung.

§ 60.

405. Im ersten Teile wurde nur die Bestimmung der gegenseitigen Lage mehrerer Punkte der Erdoberfläche in ihrer horizontalen Projektion, welche auf einem ebenen Papierblatte dargestellt wird, besprochen. Durch die horizontale Projektion ist aber die gegenseitige Lage mehrerer Punkte noch nicht vollkommen bestimmt; soll letzteres geschehen, so muß auch ihre Lage in der Vertikal-Projektion bestimmt und angegeben werden, d. h. mit anderen Worten, es müssen ihre gegenseitigen Höhen-Unterschiede ermittelt werden.

Man sagt, zwei Punkte der Erdoberfläche haben gleiche Höhe, wenn ihre Entfernungen vom Mittelpunkte der Erde gleich sind. Dagegen liegt derjenige Punkt höher, dessen Entfernung vom Mittelpunkte der Erde größer ist.

Um demnach den Höhenunterschied zweier Punkte der Erdoberfläche zu bestimmen, muß man sich im allgemeinen durch die Punkte eine vertikale Ebene gelegt und in dieser durch einen der Punkte vom Mittelpunkte der Erde mit dem Erd-Halbmesser einen Bogen beschrieben denken; der senkrechte (radiale) Abstand des zweiten Punktes von diesem Bogen ist dann der Höhenunterschied der beiden Punkte.

Stellt der erwähnte Bogen den Meeresspiegel dar, so nennt man dann den Höhenunterschied des zweiten Punktes dessen Meeres- oder Seehöhe.

406. Der Höhenunterschied zweier gegebener Punkte der Erdoberfläche kann in verschiedener Weise ermittelt werden. Für den Ingenieur und Geometer kommen folgende drei Methoden in Betracht:

1. Das Nivellieren, als genaueste Methode.

2. Das trigonometrische Höhenmessen als etwas weniger genaue Methode.

3. Das barometrische Höhenmessen als noch weniger genaue Methode.

Das Nivellieren besteht darin, daß eine horizontale Ebene gebildet und die vertikalen Abstände der Punkte von dieser Ebene gemessen und miteinander verglichen werden. Bei dieser Methode muß berücksichtigt werden, daß jede horizontale Ebene auf der Erdoberfläche den scheinbaren Horizont bildet, während der wirkliche Horizont die Kugeloberfläche ist; es muß daher der Unterschied zwischen dem wahren und scheinbaren Horizont berücksichtigt werden.

Beim trigonometrischen Höhenmessen wird der Höhenunterschied der beiden Punkte aus dem in einem oder in beiden Punkten gemessenen Vertikalwinkel der Visur von einem zum andern, und der horizontalen Entfernung der beiden Punkte trigonometrisch berechnet. Hiebei muß ebenfalls der Unterschied zwischen dem wahren und scheinbaren Horizont berücksichtigt und außerdem beachtet werden, daß jeder gemessene Vertikalwinkel wegen der Refraktion der Lichtstrahlen einen Fehler besitzt und eine Korrektion erfordert.

Das barometrische Höhenmessen beruht darauf, daß die Dichte der Luft und damit der Barometerstand mit zunehmender Höhe abnimmt. Aus diesem Abnehmen des in zwei Punkten gleichzeitig beobachteten Barometerstandes kann der Höhenunterschied der beiden Punkte berechnet werden.

Erster Abschnitt.

Das Nivellieren.

Vorbemerkungen.

§ 61.

407. Um den Höhenunterschied zweier Punkte durch „Nivellieren“ zu bekommen, wird eine horizontale Gerade oder Ebene, d. h. eine horizontale Visur gebildet, und es werden die Abstände der beiden Punkte von der horizontalen Visur gemessen und mit einander verglichen.

Es wäre in Fig. 504 der Höhenunterschied der beiden Punkte A und B zu ermitteln. Beschreibt man vom Erdmittelpunkte C mit dem Halbmesser $AC = R$ der Erde durch den Punkt A den Bogen AB', d. h. den wirklichen Horizont, so ergibt sich als Höhenunterschied der zwei Punkte A und B das Stück BB'.

Um diesen Höhenunterschied durch Nivellieren zu ermitteln, wird im Punkte A eine horizontale Visur gebildet, also eine horizontale Gerade AD, welche eine Tangente zu dem Bogen AB', also der scheinbare Horizont des Punktes A ist. Mißt man den Abstand des Punktes B von der horizontalen Geraden oder Tangente AD, so ergibt sich als Höhenunterschied das Stück BD, also um $B'D$ zu viel.

Wegen der Refraktion der Lichtstrahlen trifft aber die im Punkte A gebildete horizontale Visur nicht den Punkt D, sondern einen Punkt D', so daß der bei der Bestimmung des Höhenunterschiedes begangene Fehler nicht $B'D$, sondern nur $B'D'$ ist. Dieser wegen des Unterschiedes zwischen dem wahren und scheinbaren Horizont entstehende und infolge der Refraktion etwas verminderte Fehler muß ermittelt und von dem gemessenen Abstande des Punktes B von der horizontalen Visur subtrahiert werden.

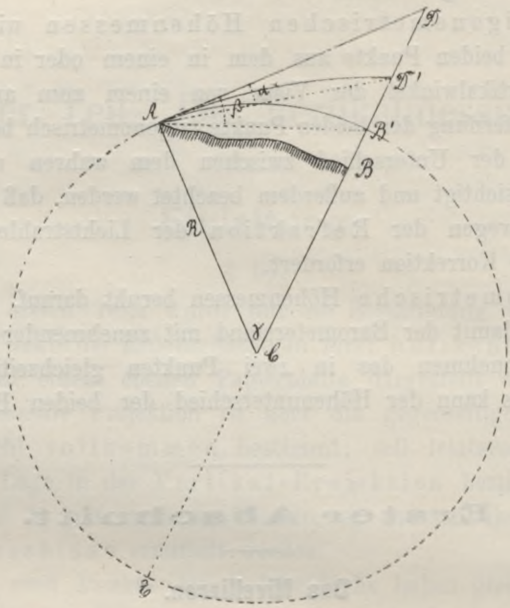


Fig. 504.

Da ED eine Sekante und AD eine Tangente des Kreises vom Erdhalbmesser R ist, so ist zunächst

$$ED : AD = AD : B'D$$

und da $ED = 2\,R + B'D$, so ist auch

$$(2\,R + B'D) : AD = AD : B'D$$

$$B'D = \frac{\overline{AD}^2}{2\,R + B'D}.$$

In dieser Gleichung kann zunächst statt der Tangente AD der Bogen AB', d. h. die horizontale Entfernung der beiden Punkte A und B gesetzt werden, welche mit d bezeichnet werden soll. Da das Stück $B'D$ gegen den Durchmesser der Erde verschwindend klein ist, kann statt $2\,R + B'D$ einfach $2\,R$ gesetzt werden, so daß dann die Gleichung lautet

$$B'D = \frac{d^2}{2\,R}.$$

Der Winkel DAD' ist der Refraktionswinkel, der mit α bezeichnet werden soll. Bei mittleren Verhältnissen der Atmosphäre kann, wie in Nr. 188 erklärt wurde, angenommen werden

$$\alpha = 0{\cdot}0653\,\gamma.$$

Der Winkel DAB' sei mit β bezeichnet. Da die Winkel α und β sehr klein sind, so kann man ohne merkbaren Fehler setzen

$$\alpha : \beta = D'D : B'D.$$

Da $\beta = \frac{\gamma}{2}$ (als Winkel, gebildet von einer Tangente und einer Sehne, gleich dem halben Zentriwinkel), und da $\alpha = 0{\cdot}0653\,\gamma$, so ist auch

$$\alpha : \beta = 0{\cdot}0653\,\gamma : \frac{\gamma}{2}$$

$$\alpha : \beta = 0{\cdot}1306 : 1$$

$$D'D : B'D = 0{\cdot}1306 : 1$$

$$D'D = 0{\cdot}1306\ B'D;$$

ferner $B'D' = B'D - D'D = B'D - 0{\cdot}1306\,B'D = 0{\cdot}8694\,B'D$ oder, wenn für $B'D$ dessen früher ermittelter Wert $B'D = \frac{d^2}{2R}$ gesetzt wird,

$$B'D = 0{\cdot}8694\ \frac{d^2}{2R}.$$

Wird für den Erdhalbmesser R dessen Wert beim 45. Breitegrade mit 6.366.675 Meter gesetzt, so ist der wegen des Unterschiedes zwischen dem wahren und scheinbaren Horizont entstehende Fehler

$$B'D' = 0{\cdot}8694\ \frac{d^2}{12.733.350},$$

und wenn dieser Fehler $B'D'$ mit δ bezeichnet wird,

$$\delta = 0{\cdot}0000000683\ d^2.$$

Nimmt man als horizontale Entfernung d der beiden Punkte A und B zunächst 40 Meter an, so ist

$$\delta = 0{\cdot}0000000683\ .\ 1600 = 0{\cdot}0001\ m$$

wenn $d = 50\ m$, so ist $\delta = 0{\cdot}00017\ m$

„ $d = 60\ m$, „ „ $\delta = 0{\cdot}00025\ m$

„ $d = 100\ m$, „ „ $\delta = 0{\cdot}00068\ m$

„ $d = 120\ m$, „ „ $\delta = 0{\cdot}00098\ m$

Der Fehler wegen des Unterschiedes zwischen dem wahren und scheinbaren Horizont beträgt also bei einer horizontalen Entfernung der beiden Punkte von 50 *m* schon 0·17 *mm*, bei einer Entfernung von 120 *m* sogar schon 0·98 oder rund 1 *mm*.

Die Entfernung der Latten vom Instrumente, mit denen die Abstände der Punkte von der horizontalen Visur gemessen werden, beträgt beim Nivellieren allerdings höchstens 50 bis 100 *m*, so daß der Fehler wegen des Unterschiedes zwischen dem wahren und scheinbaren Horizont jedesmal kaum 1 *mm* erreicht. Bei zahlreichen Aufstellungen des Instrumentes würden sich aber die Fehler summieren, sie müssen daher entweder durch eine entsprechende Nivelliermethode (Nivellieren aus der Mitte) unschädlich gemacht, oder bei einer anderen Methode (Nivellieren aus den Enden) in Rechnung gebracht werden. Im letzteren Falle sind die gemessenen Lattenhöhen um diese Korrektion stets zu vermindern, aber nur dann, wenn die Latten eine Messung der Höhen bis auf zehntel Millimeter gestatten.

Nivellier-Instrumente.

§ 62.

Allgemeine Bemerkungen.

408. Da das Nivellieren darin besteht, daß eine horizontale Gerade, d. h. eine horizontale Visur gebildet und die vertikalen Abstände der Punkte von dieser Visur gemessen werden, so sind zum Nivellieren zweierlei Instrumente nötig, nämlich:

1. Instrumente, welche eine horizontale Visur geben; sie heißen allgemein Nivellier-Instrumente.

2. Maßstäbe oder Latten, um die vertikalen Abstände der Punkte von der horizontalen Visur zu messen; diese heißen Nivellier-Latten.

Um eine horizontale Visur zu bilden, werden drei physikalische Grundsätze benützt, nämlich:

a) Die Oberflächen einer Flüssigkeit in kommunizierenden Röhren von gleichem Durchmesser befinden sich in einer horizontalen Ebene,

b) die Richtung der Schwerkraft ist vertikal, folglich jede darauf senkrechte Richtung horizontal.

c) Die Tangente des höchsten Punktes einer kreisförmigen Krümmung ist horizontal, und in einem geschlossenen Gefäße, in dem zwei Flüssigkeiten sich befinden, nimmt die spezifisch leichtere den höchsten Punkt ein. (Das bekannte Prinzip der Libelle.)

Die auf den unter a) und b) genannten Grundsätzen beruhenden Instrumente geben in der Herstellung der horizontalen Visur nur eine geringe Genauigkeit, während die mit einer Libelle versehenen Instrumente eine große Genauigkeit zulassen.

Auf dem Grundsatze ad a) beruht die Kanalwage, welche früher im Gebrauch war und die in neuerer Zeit wieder versuchsweise in Anwendung gebrachte Schlauchwage.

Auf dem Grundsatze ad b) beruhen die sogenannten Hängeinstrumente, welche sich noch bis heute, allerdings in etwas anderer Ausführung als in früheren Zeiten, erhalten haben, und welche vielerorts für Arbeiten, welche nur einen geringeren Genauigkeitsgrad beanspruchen, z. B. zum Trassieren von Waldwegen, noch jetzt sehr beliebt sind.

Die Instrumente mit Libellen sind entweder nur mit gewöhnlichen Diopteru zum Visieren versehen oder mit einem Fernrohre; selbstverständlich ist die Genauigkeit der letzteren eine bedeutend größere.

Nivellierlatten sind zweierlei zu unterscheiden; Nivellierlatten mit Zieltafeln und Selbstableselatten.

Nivellierlatten.

409. Gegenwärtig finden ausschließlich die Selbstableselatten Anwendung. Diese haben dieselbe Einrichtung, wie die in Nr. 94 beschrie-

benen Distanzlatten, d. h. sie sind in einzelne Zentimeter geteilt und es ist abwechselnd ein Zentimeter in seiner ganzen Breite weiß und schwarz. Die einzelnen Millimeter müssen daher abgeschätzt werden.

Infolge der Irradiation erscheinen besonders bei greller Beleuchtung die weißen Felder breiter als die schwarzen; dadurch wird die Ablesung, beziehungsweise Abschätzung der Millimeter erschwert. Dieser Übelstand wird dadurch gemildert, daß man eine doppelte Teilung, wie in Fig. 127, anbringt, so daß neben jedem weißen Felde sich auch ein schwarzes Feld befindet. Der Horizontalfaden trifft daher stets ein schwarzes und ein weißes Feld, so daß die Ablesung erleichtert wird. Diese Einrichtung hat aber auch ihre Nachteile, indem bei größerer Entfernung der Latte eine gewisse Unruhe der Bilder eintritt, wodurch das Abschätzen auch wieder erschwert wird.

Da auch für die Nivellierlatten eine ganz vertikale und ruhige Stellung nötig ist, sollen sie so wie die Distanzlatten mit Libellen- oder Senkel-Vorrichtung und eventuell mit Spreizfüßen oder Stativ versehen sein. Die Latten haben eine Länge von 4, ausnahmsweise 6 oder 8 Meter.

410. Für gewisse Arbeiten sind die Nivellierlatten mit verschiebbarer Zieltafel bequemer, die aber sonst heute wenig mehr angewendet werden. Eine solche Latte ist ebenfalls unter den Distanzlatten in Fig. 139 abgebildet.

Diese Latten bestehen im allgemeinen aus einer Latte aus hartem Holz mit rechteckigem Querschnitt, welche in Zentimeter geteilt und nach Dezimetern beziffert ist. Auf der Latte ist mittelst einer Hülse die hölzerne oder blecherne Zieltafel verschiebbar, welche mittels einer durch die Hülse gehende, auf eine Feder wirkende Klemmschraube in jeder Stellung festgehalten werden kann. Die Zieltafel ist auf ihrer vorderen Seite in vier Quadranten geteilt, welche abwechselnd weiß und rot lackiert sind. Der Zielpunkt ist daher sehr scharf durch die zusammenstoßenden Spitzen von zwei roten und zwei weißen rechtwinkligen Dreiecken markiert. Beim Gebrauche wird die Zieltafel verschoben, bis der Zielpunkt genau vom Horizontalfaden getroffen wird, der durch die Mitte der zwei weißen Dreiecke geht und sich daher scharf abhebt.

Die Teilung der Latte ist auf der rückwärtigen Seite angebracht. Die Hülse der Zieltafel hat rückwärts einen Ausschnitt, durch welchen die Lattenteilung sichtbar ist. In diesem Ausschnitt ist an der Hülse eine Messingplatte angeschraubt, mit einem Nullstrich, der sich genau in der Höhe des Zielpunktes auf der vorderen Seite befindet. Von diesem Nullstrich nach abwärts ist ein Zentimeter in einzelne Millimeter geteilt, so daß die Höhe des Zielpunktes über dem Boden auf einzelne Millimeter direkt abgelesen wird und Zehntel Millimeter noch abgeschätzt werden können. Diese Ablesung kann aber nicht vom Instrumente aus geschehen, sondern sie muß entweder vom Gehilfen vorgenommen werden oder dieser muß behufs Ablesung mit der Latte zum Instrumente kommen.

Damit der Gehilfe die Zieltafel verschieben und den Zielpunkt in die Höhe der Visur bringen kann, darf die Latte nicht länger sein als etwa 2 Meter. Um aber auch größere Höhen zu bekommen, ist die Latte als Doppellatte eingerichtet. Die Latte mit der Zieltafel ist nämlich an einer zweiten Latte verschiebbar, wie aus Fig. 139 ersichtlich ist, welche die Fortsetzung der Teilung der ersten Latte enthält. Die Ablesung der Höhe der Zieltafel erfolgt dann am unteren Ende der ersten Latte, wo der unterste Zentimeter in Millimeter geteilt ist. Für Visurhöhen unter 2·2 *m* wird die einfache Latte ohne Doppellatte benützt und die Zieltafel verschoben; für größere Höhen dagegen wird die Zieltafel genau auf das Ende der Teilung der ersten Latte, nämlich auf 2·2 *m* festgestellt, die Doppellatte mit der ersten Latte in Verbindung gebracht und die erste Latte in die Höhe geschoben.

Um die Latte nicht immer auseinandernehmen und wieder zusammenstellen zu müssen, kann die Latte die Einrichtung der Fig. 139 haben, wo an der ersten Latte nebst der verschiebbaren Tafel in einer Höhe von 0·2 *m* vom unteren Ende noch eine zweite Zieltafel fest angebracht ist. Wird die verschiebbare Tafel auf das Ende der Teilung, also auf 2·2 *m* festgestellt, so sind demnach die Zielpunkte der beiden Tafeln genau 2 *m* von einander entfernt. Die Latte wird dann immer als Doppellatte benützt, immer die erste Latte in die Höhe geschoben und an deren unterem Ende abgelesen. Bei Visurhöhen über 2·2 *m* wird die obere Tafel in die Visur gebracht, bei kleineren Visurhöhen aber die untere Tafel, dann muß aber selbstverständllch von der am unteren Ende der verschiebbaren Latte gemachten Ablesung der Abstand der beiden Zieltafeln von 2 *m* subtrahiert werden.

Die Kanal- und Schlauchwage.

411. Die Kanalwage (Fig. 505) besteht aus einer 60 bis 100 *cm* langen Blechröhre, deren Enden nach oben rechtwinklig umgebogen sind und eingekittete Glasröhren von gleichem Durchmesser und etwa 10 bis 15 *cm* Länge enthalten. In der Mitte hat die Blechröhre eine konische

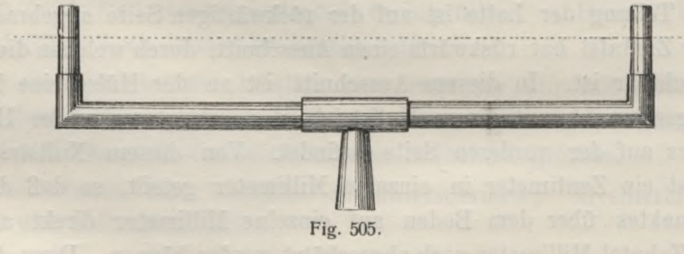


Fig. 505.

Hülse, um auf ein Zapfenstativ aufgesteckt werden zu können. Schüttet man Wasser in die Röhre, so stellen sich dessen Oberflächen in den beiden Glasröhren in eine horizontale Ebene, selbst wenn die Blechröhre etwas geneigt ist. Durch Vorbeivisieren an den zwei Wasserspiegeln erhält man demnach eine horizontale Visur. Um die Wasserspiegel deutlicher sichtbar zu machen, wird das Wasser mitunter gefärbt.

Die Genauigkeit in der so erzielten horizontalen Visur ist natürlich nur eine geringe, sie beträgt höchstens $^1/_{2000}$ bis $^1/_{4000}$ der Entfernung. Will man daher eine Genauigkeit von 1 *mm* erzielen, so darf die Latte nur 2 bis 4 *m* vom Instrumente entfernt sein.

Eine Untersuchung und Berichtigung des Instrumentes ist nicht notwendig, weil die Wasserspiegel in den beiden Röhren von gleichem Durchmesser sich immer in einer horizontalen Ebene befinden.[1])

In neuerer Zeit finden für Freihand-Nivellieren für minder genaue, nur annähernde Höhenbestimmungen, z. B. genäherte Querprofil-Aufnahmen, Bauplatz-Nivellierungen u. dgl. geschlossene Kanalwagen Anwendung. Diese bestehen aus einer geschlossenen Glasröhre in Form eines Rechteckes, etwa 20 *cm* lang und 12 *cm* hoch, oder in Form eines Kreises von 10 bis 12 *cm* Durchmesser. In der Glasröhre befindet sich gefärbter Weingeist. Diese geschlossene Röhre wird frei in der gestreckten Hand gehalten und dabei an den beiden Flüssigkeits-Spiegeln vorbeivisiert.

412. Die Schlauchwage besteht aus einem unter Umständen mehrere hundert Meter langen Schlauche oder einer biegsamen Metallröhre, an deren Enden sich Glasröhren befinden. Wird der Schlauch mit Wasser gefüllt, so stellen sich dessen Oberflächen in den Glasröhren so wie bei der

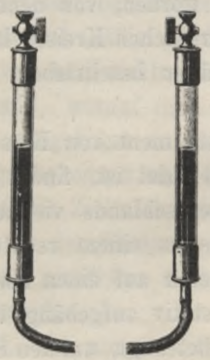


Fig. 506.

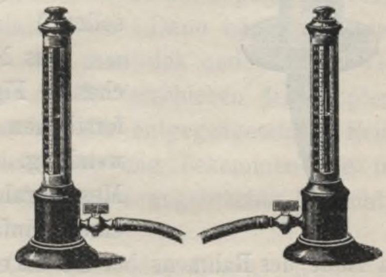


Fig. 507.

Kanalwage horizontal. Die Glasröhren können durch Hähne abgeschlossen werden, was immer geschehen muß, wenn die eine Röhre an einen anderen Punkt gebracht wird.

Diese Einrichtung, wie sie vom Mechaniker Karl Nik. Richter in Wien hergestellt wird, zeigen in zwei Ausführungen die Fig. 506 und 507.

[1]) In früheren Zeiten wurde als feinere Kanalwage die Quecksilberwage benützt. Diese bestand aus einem etwa 20 *cm* langen Holzstück mit zwei quadratischen Höhlungen, die durch eine Bohrung verbunden waren. In diese kommunizierende Röhre wurde Quecksilber gegossen, und auf dessen Oberflächen in den beiden quadratischen Höhlungen Elfenbeinwürfel gesetzt, welche Diopter als Visiervorrichtung enthielten. Das Ganze war auf einem Stativ befestigt.

Bei Benützung der Schlauchwage wird natürlich nicht visiert, sondern es werden die Abstände der beiden Wasserspiegel von den Punkten direkt gemessen.

Die in neuerer Zeit mit der Schlauchwage angestellten Versuche haben aber keine befriedigenden Resultate ergeben, da der Temperaturunterschied sehr schädlich wirkt; dieser übt schon einen schädlichen Einfluß, wenn das eine Ende des Schlauches mit der Glasröhre sich im Schatten befindet, das andere aber von der Sonne beschienen wird.[1])

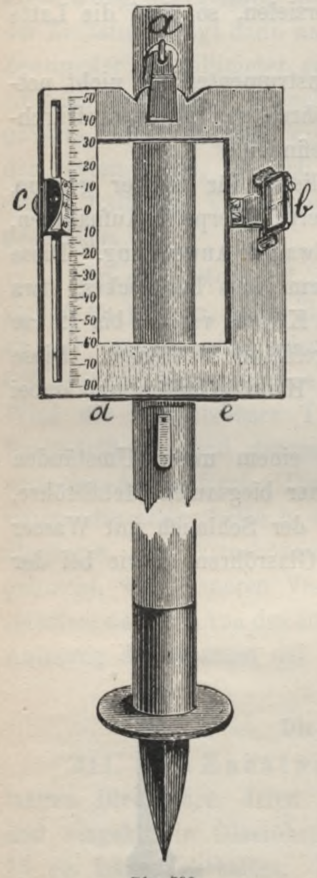


Fig. 508.

Die Hänge-Instrumente.

413. Die Hänge- oder Pendel-Instrumente, auch Pendelwagen genannt, werden im allgemeinen an einem Stativ frei aufgehängt oder frei in der Hand gehalten; der Schwerpunkt des Instrumentes befindet sich möglichst tief unter dem Aufhängepunkte, so daß das Instrument eine ruhige Lage annimmt, bei welcher die Visur über eine daran angebrachte Diopter-Vorrichtung horizontal ist.

Nach diesem Prinzipe sind zahlreiche Instrumente konstruiert worden, von denen aber nur zwei, welche in forstlichen Kreisen häufiger Anwendung finden, näher beschrieben werden sollen.[2])

Das Nivellier-Instrument von Bose, welches in Fig. 508 abgebildet ist, findet in den forstlichen Kreisen Deutschlands vielfach Anwendung. Es besteht aus einem rechteckigen Messingrahmen, der bei *a* auf einen Haken an einem einfachen Stockstativ aufgehängt ist. Am unteren Ende des Rahmens bei *de* ist ein Gewicht befestigt, um den Schwerpunkt möglichst tief unter den Aufhängepunkt *a* zu verlegen. Bei *b* ist ein Objektivdiopter fest angebracht, bei *c* ein verschiebbares Okulardiopter.

---

[1]) Siehe „Handbuch der Vermessungskunde" von Dr. W. Jordan, Seite 451 und „Zeitschrift für Vermessungswesen 1891 und 1892".

[2]) Auch die in Nr. 64 erwähnte Setz- oder Schrotwage kann nach demselben Prinzipe zum Nivellieren verwendet werden, indem man sie auf eine 2 bis 4 Meter lange Latte setzt und diese an einem Ende so lange hebt, bis der Senkel der Setzwage einspielt, worauf die Abstände der Lattenenden vom Boden gemessen werden. Für die Aufnahme von kurzen Querprofilen fand in dieser Weise die Setzwage früher vielfach Anwendung; jetzt gibt man aber auf die Latte statt der Setzwage eine Libelle.

Bei neueren Instrumenten sind übrigens beide Diopter Doppeldiopter. Das Okulardiopter wird durch Federdruck in jeder beliebigen Stellung festgehalten, mit ihm ist ein Nonius in Verbindung und neben diesem auf dem Rahmen eine Teilung angebracht, derart, daß 100 Teile gleich sind der Entfernung des Okulardiopters vom Objektivfaden. Der Nullpunkt hat eine solche Lage, daß die Visur horizontal ist, wenn der Nullpunkt des Nonius mit dem Nullpunkt der Teilung koinzidiert. Der Nonius gibt Zehntel eines Teiles.

Wird bei einer geneigten Visur das Okular mit dem Nonius verschoben und an der Teilung abgelesen, so gibt die Ablesung an der Teilung die Höhe des anvisierten Punktes über der Horizontalen in Hundertsteln (Prozenten) der horizontalen Entfernung des Punktes vom Objektiv des Instrumentes (beziehungsweise mit dem Nonius zehntel Prozente). In dieser Weise kann das Instrument zum Messen der Höhe von Gegenständen, zum Abstecken von Linien von bestimmter Neigung u dgl. benützt werden.

Zur Richtigkeit des Instrumentes ist vor allem erforderlich, daß die Visur wirklich horizontal ist, wenn die zwei Nullpunkte koinzidieren und das Instrument frei und ruhig hängt. Die Prüfung dieser Bedingung findet so statt, wie die Prüfung der horizontalen Visur bei allen anderen Nivellier-Instrumenten, wie dies später erklärt wird.

Hat das Instrument Doppel-Diopter, so kann die Prüfung in folgender Art geschehen: Man stellt auf einer Latte mit Zieltafel diese letztere in gleiche Höhe mit der Höhe des Okulares; in der Regel ist eine solche Stange mit fest befestigter Tafel dem Instrumente beigegeben. Diese Latte stellt man auf mäßig geneigtem Boden etwa 20 bis 30 *m* vom Instrumente entfernt auf und richtet durch Verschieben des Okulardiopters die Visur auf die Zieltafel, worauf man an der Skala abliest. Dann hängt man das Instrument umgekehrt an den Haken, so daß man das andere, feste Diopter zum Auge bekommt und bringt wieder durch Verschieben des Diopters die Visur auf die Zieltafel. Jetzt soll man auf der entgegengesetzten Seite des Nullpunktes der Skala genau die gleiche Ablesung bekommen wie früher. Wäre dies nicht der Fall, so müßte das unten angebrachte Gewicht verschoben werden.

414. In neuerer Zeit hat in Österreich der Gefällmesser vom fürstlich Liechtenstein'schen Forstingenieur E. Roubiček Verbreitung gefunden. Dieser ist in Fig. 509 abgebildet. Das Instrument besteht aus einem Gradbogen *a*, der nach unten einen längeren Fortsatz mit einem schweren Gewicht *b* trägt. Nach oben hat der Gradbogen ebenfalls einen Fortsatz *c*, der in eine Stahlkugel endet. Der Schwerpunkt liegt somit sehr tief unter dem Aufhängepunkte, so daß das Instrument sehr ruhig hängt. Zum Aufhängen des Instrumentes wird auf eine runde Stange eine Hülse *d* geschoben und mittelst der Druckschraube *e* in passender Höhe festgehalten. An der Hülse befindet sich ein Ansatz, an dessen Ende, bei *c*, sich ein Kugellager als Aufhängepunkt für den Gradbogen befindet. Der Gradbogen

ist von dem in der Mitte befindlichen Nullpunkte aus nach links und rechts in Grade geteilt. Außerdem wird jetzt auch eine zweite Teilung angebracht mit den dem Neigungswinkel entsprechenden Gefällsprozenten.

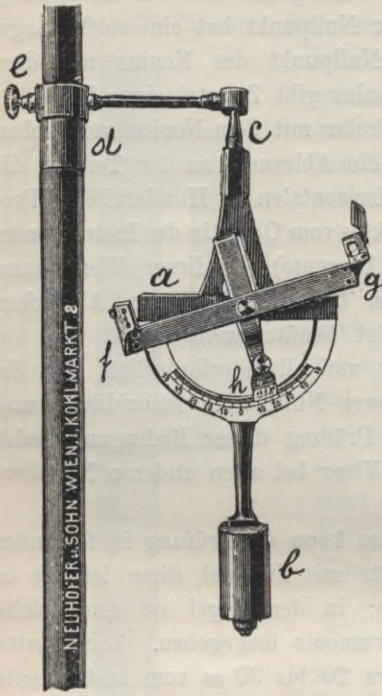


Fig. 509.

Um den Mittelpunkt des Gradbogens ist ein Lineal fg drehbar mit Doppeldioptern an beiden Enden. Dieses Lineal ist in Verbindung mit einem Arm h, an dessen Ende sich ein Nonius befindet, welcher 10 Minuten abzulesen gestattet. Durch eine Klemmschraube kann der Arm mit dem Lineal in jeder beliebigen Stellung festgehalten werden.

Wenn der Nullpunkt des Nonius mit dem Nullpunkte des Gradbogens koinzidiert, so ist bei ruhig hängendem Instrumente die Visur horizontal.

Das Instrument kann so wie das Bose'sche zum Nivellieren, zum Höhenmessen, zum Abstecken geneigter Linien u. dgl. verwendet werden.

Die Richtigkeit der horizontalen Visur wird geprüft wie bei den anderen Nivellier-Instrumenten, oder auch in folgender Weise. Dem Instrumente ist eine zweite Stange mit einer verschiebbaren Zieltafel beigegeben. Diese letztere wird so gestellt, daß die Höhe des Zielpunktes gleich ist der Höhe der Diopter über dem Boden. Hierauf wird auf mäßig geneigtem Terrain die Latte mit der Zieltafel etwa 20 bis 30 *m* weit vom Instrumente aufgestellt und die Visur durch entsprechende Drehung des Lineales mit den Diopteru auf die Zieltafel gebracht, worauf man am Gradbogen den Neigungswinkel abliest. Nun dreht man das Instrument in dem Kugellager um 180°, und visiert die Zieltafel abermals an, so soll man jetzt auf der anderen Hälfte des Gradbogens denselben Neigungswinkel ablesen wie früher. Die Differenz der beiden Ablesungen ist der doppelte Indexfehler; durch Verschieben des Nonius oder des einen Diopters kann der Fehler beseitigt werden.

Das Nivellier-Diopter.

415. Dieses in Fig. 510 und 511 abgebildete Instrument besteht zunächst aus einem messingenen Lineal $a\,b$ von 30 bis 50 *cm* Länge, 3 bis 5 *cm* Breite und etwa 3 bis 5 *mm* Stärke. Senkrecht zu dem Lineal sind an den Enden einfache oder Doppeldiopter, mit Okularöffnung und horizontalem Objektivfaden angebracht. Sind Doppeldiopter vorhanden, so

müssen Objektivfaden und Okularöffnung nebeneinander in derselben horizontalen Ebene sich befinden. In der Mitte des Lineales ist parallel mit diesem eine Röhrenlibelle, mit einer Rektifizierschraube i, befestigt. Mit diesem Lineale ist ein zweites cd derart verbunden, daß das erstere Lineal ab im Punkte c einen Drehungspunkt besitzt, der dessen Bewegung in vertikaler Richtung gestattet. Zur Vornahme dieser Bewegung dient die Elevationsschraube E. Die Spindel dieser Schraube ist im Lineale ab befestigt, die Mutter befindet sich im Schraubenkopfe. Zwischen beiden Linealen befindet sich eine Spiral- oder gerade Feder f, welche die Lineale auseinander drückt und dadurch einen toten Gang der Elevationsschraube verhindert.

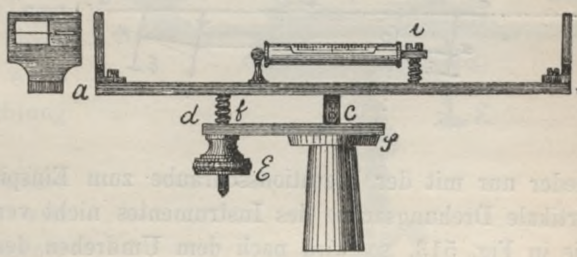


Fig. 510.

Das Lineal cd, die Alhidade, ist in der Regel auf einer kleinen Scheibe S um einen vertikalen Zapfen in horizontaler Richtung drehbar.

Es sind zwei wesentlich verschiedene Bauarten zu unterscheiden. Entweder befindet sich der Drehungspunkt c, wie in Fig. 510, oberhalb der vertikalen Drehungsachse, also in der Mitte des Instrumentes, oder er befindet sich, wie in Fig. 511, seitwärts. Im ersteren Falle kann an der Scheibe S direkt eine konische Hülse angebracht sein zum Aufstecken des Instrumentes auf ein Zapfenstativ. Im zweiten Falle dagegen müssen unter der Scheibe S Stellschrauben ss angebracht sein, um die Scheibe S und damit das Alhidaden-Lineal cd in eine horizontale, und die vertikale Drehungsachse in eine wirklich vertikale Lage bringen zu können. Damit zu diesem Zwecke die auf dem Lineale ab befindliche Libelle benützt werden kann, muß neben der Elevationsschraube irgend eine Marke angebracht sein, welche die parallele Lage des Alhidaden-Lineales cd mit ab, beziehungsweise mit der Tangente der einspielenden Libelle anzeigt.

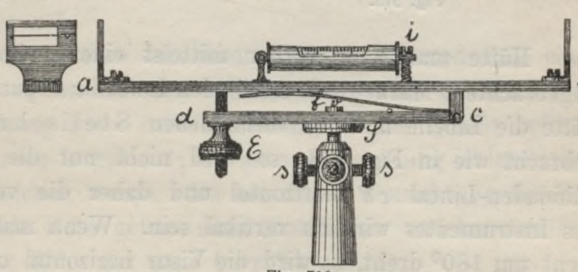


Fig. 511.

Vorausgesetzt, es sei bei einspielender Libelle die Visur wirklich horizontal. Hat das Instrument die erste Bauart und man hat mit der Elevationsschraube die Libelle zum Einspielen, also die Visur in eine horizontale Lage gebracht, und man dreht jetzt das Instrument um seine vertikale Drehungsachse v in eine andere Richtung z. B. gerade um 180^0, so ist, wenn man die Libelle mit der Elevationsschraube wieder zum Einspielen gebracht hat, nicht nur die Visur wieder horizontal, sondern sie befindet sich auch in derselben horizontalen Ebene wie früher, wenn auch die vertikale Drehungsachse nicht vertikal, sondern schief steht. Dies ist aus der Fig. 512 ohneweiters zu ersehen.

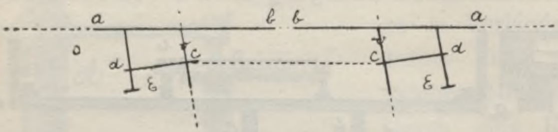


Fig. 512.

Hätte jedoch das Instrument den Drehungspunkt c seitwärts und es wären keine Stellschrauben vorhanden, man hätte also die Libelle wieder nur mit der Elevationsschraube zum Einspielen gebracht, wobei die vertikale Drehungsachse des Instrumentes nicht vertikal ist, sondern schief wie in Fig. 513, so wird nach dem Umdrehen des Instrumentes um 180^0, nachdem man die Libelle abermals mit der Elevationsschraube zum Einspielen gebracht hat, die Visur zwar wieder horizontal sein, aber sie befindet sich nicht mehr in derselben horizontalen Ebene wie früher.

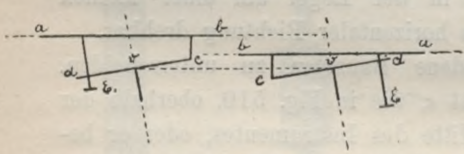


Fig. 513.

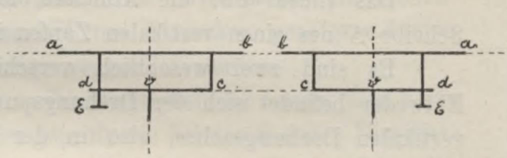


Fig. 514.

Hätte man aber vorher mittelst einer neben der Elevationsschraube angebrachten Marke das Alhidaden-Lineal cd parallel gestellt zu ab und hätte die Libelle mit den vorhandenen Stellschrauben zum Einspielen gebracht wie in Fig. 514, so wird nicht nur die Visur, sondern auch das Alhidaden-Lineal cd horizontal und daher die vertikale Drehungsachse v des Instrumentes wirklich vertikal sein. Wenn man daher jetzt das Instrument um 180^0 dreht, so wird die Visur horizontal und zugleich in derselben horizontalen Ebene bleiben wie früher.

Aus dieser Betrachtung geht hervor, daß jedes Instrument, welches den Drehungspunkt c seitwärts von der vertikalen Drehungsachse hat, mit einer Marke für die Parallelstellung der beiden Lineale und mit Stellschrauben versehen sein muß, mit denen die Libelle zum Einspielen zu bringen, beziehungsweise die vertikale Drehungsachse des Instrumentes annähernd vertikal zu stellen ist. Die Elevationsschraube dient dann nur dazu, unmittelbar vor jeder Visur die Libelle zum ganz scharfen Einspielen zu bringen, was mit den gröberen Stellschrauben bei sehr empfindlicher Libelle nicht leicht möglich ist. Hiezu ist dann nur eine ganz geringe Drehung der sehr feingeschnittenen Elevationsschraube nötig, was keine praktisch merkbare Änderung der Visierebene zur Folge hat, selbst wenn die Blase vorher um einige Teilstriche abgewichen wäre, indem doch nur höchstens eine viertel bis eine halbe Umdrehung nötig ist.

Hätte ein Instrument wohl den Drehungspunkt c seitwärts, aber keine Stellschrauben, wie das in Fig. 515 abgebildete Instrument nach Vega, so darf es auch keine vertikale Drehungsachse besitzen und es darf immer nur in einer Richtung oder nur durch Doppeldiopter in entgegengesetzter Richtung visiert werden.

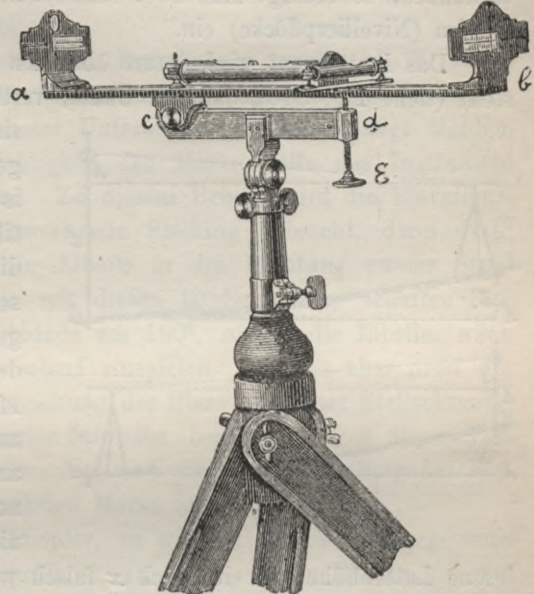


Fig. 515.

Diese Betrachtungen sind von großer Wichtigkeit, weil auch die Nivellier-Instrumente mit Fernröhren dieselben zwei verschiedenen Arten des Unterbaues, welche in der Folge stets mit „Drehungspunkt in der Mitte des Instrumentes", oder „seitwärts" bezeichnet werden sollen, besitzen.

In neuerer Zeit werden Nivellier-Diopter angefertigt, welche statt des Lineales $a\,b$ ein kurzes Rohr besitzen, welches an einem Ende offen und mit einem Fadenkreuze aus Roßhaar versehen, am anderen Ende aber geschlossen ist und hier eine Okularöffnung hat. Auf dem Rohre ist die Libelle befestigt und unterhalb das Alhidaden-Lineal $c\,d$; die ganze Einrichtung ist im übrigen so wie vorstehend beschrieben wurde. Da bei dieser Einrichtung die Sehstrahlen durch das dunkle Rohr gehen, sieht man besser und kann schärfer visieren, selbst wenn das Rohr nur ganz kurz ist.

416. Zur Richtigkeit des Nivellier-Diopters sind folgende Bedingungen erforderlich:

1. Bei einspielender Libelle soll die Visur wirklich horizontal sein. Sind Doppeldiopter vorhanden, so sollen die Visierebenen beider Diopterpaare in eine Ebene zusammenfallen.

2. Wenn das Instrument den Drehungspunkt für die vertikale Bewegung der Visierlinie seitwärts von der Drehungsachse für die horizontale Bewegung hat, so muß die neben der Elevationsschraube angebrachte Marke richtig sein.

Beide Bedingungen ändern sich mit der Zeit bei jedem Nivellier-Instrumente und müssen daher von Zeit zu Zeit geprüft werden.

Die Prüfung des ersten Punktes geschieht am zweckmäßigsten in folgender Weise. Auf einem mäßig geneigten Boden werden zwei Punkte, etwa 20 bis 30 Meter von einander entfernt, bezeichnet. Am besten ist es, zwei flache, fest im Boden liegende Steine zu wählen; wären keine solche vorhanden, so schlägt man zwei starke Pflöcke mit gerade abgeschnittenen Köpfen (Nivellierpflöcke) ein.

Das Instrument wird derart über den einen der Punkte, z. B. A gestellt (siehe Fig. 516), daß das Okular vertikal über dem Stein oder Pflock sich befindet und das Objektiv gegen den zweiten Punkt gekehrt ist, in dem eine Nivellierlatte vertikal aufgestellt wird. Nachdem die Libelle mit der Elevationsschraube zum scharfen Einspielen gebracht wurde, wird die Höhe der Okularöffnung über dem Punkte A, die Instrumentshöhe J, gemessen und die Höhe L der Visur an der Latte abgelesen. Angenommen, die Visur wäre hiebei nicht horizontal, so daß die abgelesene Lattenhöhe um ein Stück x falsch wäre. Dann ist der richtige Höhenunterschied zwischen den beiden Punkten

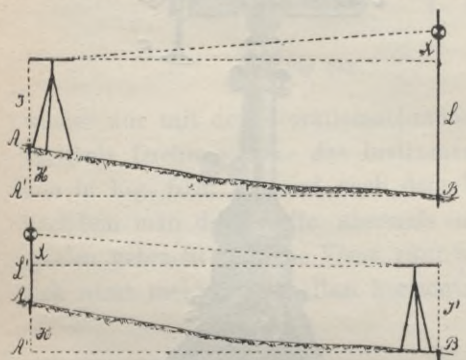


Fig. 516.

$$AA' = H = (L - x) - J.$$

Hiebei kann x positiv oder negativ sein. Stellt man dann das Instrument über B und die Latte in A auf und mißt, nachdem die Libelle wieder mit der Elevationsschraube zum Einspielen gebracht wurde, die jetzige Instrumentshöhe J' und die Lattenhöhe L', so wird diese letztere um dasselbe Stück x und in demselben Sinne falsch sein, so daß wieder der richtige Höhenunterschied

$$H = J' - (L' - x).$$

Es ist daher auch

$$(L - x) - J = J' - (L' - x)$$
$$L - x - J = J' - L' + x$$
$$2x = L + L' - J - J'$$
$$x = \frac{(L + L') - (J + J')}{2}$$

Ist die Visur bei einspielender Libelle horizontal, so ist $x = 0$, daher $(L + L') = (J + J')$. Ergibt sich jedoch aus der obigen Gleichung für x ein Wert, und zwar positiv, so geht die Visur nach oben, ist der Wert für x dagegen negativ, so geht die Visur nach unten.

Zur Richtigstellung des Instrumentes wird daher die abgelesene Lattenhöhe L' um das positive x vermindert oder um das negative x vergrößert, und auf diese richtige Lattenhöhe die Visur durch Drehung der Elevationsschraube gebracht und sie ist jetzt horizontal. Die Libelle spielt aber jetzt nicht mehr ein und wird daher mit ihrer Rektifizierschraube zum Einspielen gebracht.

Selbstverständlich muß der Versuch so lange wiederholt werden, bis sich endlich immer $x = 0$ ergibt.

Da die Entfernung der Latte vom Instrumente nur 20 bis 30 Meter beträgt, so kann die Korrektion wegen des Unterschiedes zwischen dem wahren und scheinbaren Horizont bei dieser Untersuchung vernachlässigt werden.

Hierauf prüft man die Richtigkeit der Marke, falls das Instrument den Drehungspunkt seitwärts hat. Zu diesem Behufe wird die Elevationsschraube in die der Marke entsprechende Stellung gebracht, dann dreht man das Instrument so, daß die Libelle in die Richtung zweier Stellschrauben kommt und bringt sie mit diesen letzteren zum scharfen Einspielen. Nun dreht man die Alhidade um 180°, so soll die Libelle, wenn die Marke richtig ist, abermals scharf einspielen. Ist dies aber nicht der Fall, so wird die Hälfte der Abweichung der Blase mit einer Stellschraube, die andere Hälfte mit der Elevationsschraube beseitigt. Auch dieser Versuch muß mehrmals wiederholt werden und die jetzige Stellung der Elevationsschraube gibt die neue, richtige Marke an.

Hat das Instrument Doppeldiopter, so wird in der oben angegebenen Weise zuerst ein Diopterpaar geprüft, u. zw. jenes, dessen Okular sich auf der Seite der Elevationsschraube befindet. Hierauf hat man zu prüfen, ob die Visierebenen der beiden Diopterpaare in e i n e Ebene fallen. Hat das Instrument den Drehungspunkt seitwärts, so muß dieser letzteren Prüfung die Untersuchung und eventuelle Berichtigung der Marke vorangehen. Ist dies geschehen, so gibt man der Elevationsschraube die Stellung, wie sie der Marke entspricht, bringt die Libelle in die Richtung von zwei Stellschrauben, bringt sie mit diesen zum Einspielen, dreht dann das Instrument um 90°, daß die Libelle in die Richtung der anderen zwei Stellschrauben kommt, und bringt sie wieder mit diesen zum Einspielen. Beim Drehen des Instrumentes um seine vertikale Drehungsachse bleibt also jetzt die Blase der Libelle stets in ihrem Spielpunkte. Nun richtet man die Visur durch das bereits geprüfte Diopterpaar gegen die Latte, sollte hiebei die Blase der Libelle etwas weniges abweichen, wird sie mit der Elevationsschraube zum ganz scharfen Einspielen gebracht, worauf man die Lattenhöhe abliest. Nun dreht man das Instrument um 180°, so daß jetzt die Visur durch das zweite Diopterpaar gegen die Latte gerichtet ist. Sollte die Blase etwas abweichen, wird sie wieder mit der Elevationsschraube scharf in die Mitte gebracht. Man soll nun genau dieselbe Lattenhöhe erhalten wie früher. Wäre dies nicht der Fall, so könnte man vielleicht durch Verrückung des Objektivfadens nachhelfen. Bei einem Instrumente aus einer guten mechanischen Werkstätte wird dies aber wohl nicht nötig sein, da es dem

Mechaniker gar keine Schwierigkeiten macht, die Diopter so anzubringen, daß die Visierebenen beider Diopterpaare in eine Ebene fallen.

Hat man sich aber von der Richtigkeit dieser Bedingung überzeugt, so kann in Zukunft die Untersuchung, ob bei einspielender Libelle die Visur wirklich horizontal ist und die eventuell nötige Berichtigung der Libelle in sehr einfacher Weise von einem einzigen Standpunkte aus stattfinden. Dies geschieht in folgender Weise.

Hat das Instrument den Drehungspunkt seitwärts, so wird vorher mittelst der Stellschrauben die vertikale Umdrehungsachse sorgfältig vertikal gerichtet, so daß beim Drehen des Instrumentes um dessen vertikale Drehungsachse die Blase der Libelle stets in der Mitte bleibt. Dann richtet man die Visur gegen die Latte, bringt mit der Elevationsschraube durch eine geringe Drehung die Libelle zum ganz scharfen Einspielen, falls die Blase etwas weniges abweichen sollte, und liest dann die Lattenhöhe an der etwa 20 bis 30 *m* entfernten Latte ab. Hierauf dreht man das Instrument um 180°, so daß jetzt die Visur über das zweite Diopterpaar die Latte trifft, bringt wieder, falls die Blase etwas weniges abweichen sollte, die Libelle mit der Elevationsschraube zum ganz scharfen Einspielen und liest die Lattenhöhe ab. Ist die Libelle richtig, ist also die Visur bei einspielender Libelle wirklich horizontal, so müssen die beiden Lattenhöhen einander genau gleich sein. Wäre dies aber nicht der Fall, so nimmt man aus beiden Lattenhöhen das Mittel, bringt die Visur mit der Elevationsschraube auf dieses Mittel und bringt dann die jetzt nicht einspielende Libelle mit ihrer Rektifizierschraube zum scharfen Einspielen.

Das forstliche Universal-Spiegeldiopter

von L. Tesdorpf in Stuttgart.

417. Dieses in Fig. 517 abgebildete Instrument dient sowohl zum Nivellieren, als zum Messen des Gefälles in Prozenten, wie auch zum Höhen-

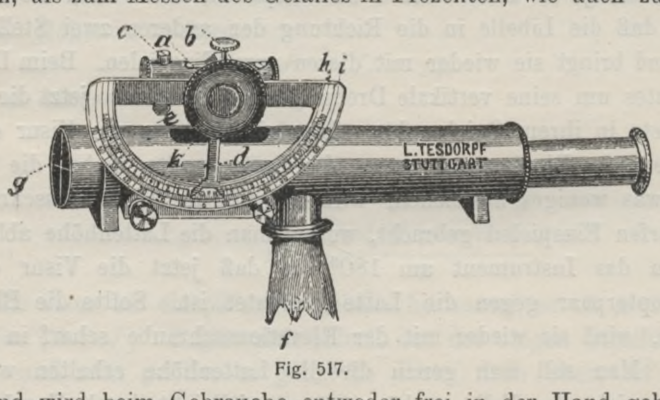


Fig. 517.

messen und wird beim Gebrauche entweder frei in der Hand gehalten oder kann auch auf ein Zapfenstativ gesteckt werden. Es besteht aus einem Messingrohr, in dessen einem offenen Ende ein Fadenkreuz *g* aus Roßhaar befestigt ist. Im anderen Ende ist ein zweites, mit einer Okularöffnung versehenes Rohr verschiebbar, um das Fadenkreuz *g* in die deutliche Sehweite vom Auge bringen zu können.

Das Rohr trägt zur Seite einen Höhenkreis, bezw. Halbkreis, der mit zwei Schrauben befestigt, und an welchem, durch den Knopf *e* drehbar, die Libelle *a* angebracht ist, mit welcher sich gleichzeitig der zur Teilung des Höhenkreises herabgehende Zeiger *d* bewegt.

Das metallene Gehäuse der Libelle ist auch an der unteren Seite durchbrochen, ebenso hat das Visierrohr selbst unmittelbar unter der Libelle eine der Länge und Form des durchscheinenden Teiles der Libelle entsprechende Öffnung *k*, in welcher unter einem Winkel von 45^0, die linke Hälfte des Rohres einnehmend, ein Metallspiegel angebracht ist, der beim Durchsehen durch das Visierrohr das Bild der Blase der Libelle gegen das Auge des Beobachtenden wirft und somit während des Visierens nach einem Gegenstand gleichzeitig die Beobachtung der Libelle ermöglicht.

Auf dem Metallspiegel ist genau in der Ebene des Horizontalfadens, am Objektivende des Visierrohres, ein dunkler, horizontaler Strich angebracht, der die Verlängerung der rechten Hälfte des Horizontalfadens zu bilden scheint, so daß man beim Visieren den Horizontalfaden ganz zu sehen glaubt, während man in Wirklichkeit nur die rechte Hälfte des Fadens sieht. Wenn nun das Bild der Blase der Libelle von dem Strich am Spiegel (scheinbar von dem Horizontalfaden) in der Mitte geschnitten wird, so ist die Blase in der Mitte der Libelle, und es nimmt somit die Libelle eine horizontale Lage ein. Sieht man durch das Rohr und bewegt dieses leicht auf und ab, so scheint die Blase der Libelle vorn am Vertikalfaden auf und ab zu gleiten und es ist sehr leicht, die Libelle mit dem Knopf *e* so zu drehen, oder wenn sie auf eine bestimmte Zahl des Höhenkreises fest eingestellt ist, das Rohr in eine solche Lage zu bringen, daß das Bild der Blase, welches vorne zu schweben scheint, von dem Horizontalfaden (in Wirklichkeit von dem Strich am Spiegel) in der Mitte geschnitten wird.

Hält man also das Instrument in der rechten Hand und visiert beispielsweise gegen die Spitze eines Baumes, so kann man während des Visierens den Knopf *e* mit der linken Hand ganz leicht so drehen, daß beim Visieren nach der Baumspitze die Blase durch die Linie am Spiegel (scheinbar durch den Horizontalfaden) in der Mitte geschnitten wird. Der mit der Libelle sich bewegende Zeiger gibt sodann an, welchen Winkel die Visierlinie mit dem Horizont in der Augenhöhe des Beobachtenden bildet.

Der Höhenbogen ist mit einer Prozentteilung *h* versehen, in der Weise, daß vom Nullpunkt des Höhenkreises, welcher den Horizontalstand der Visierlinie anzeigt, nach rechts und links je bis zu 50 Prozenten die einzelnen Prozente, von 50—100 je 2 Prozente und von 100—200 je 5 Prozente durch einen Teilstrich bezeichnet sind.

Auf Wunsch wird auch noch eine zweite Teilung *i* angebracht, welche Grade angibt.

Um das Instrument zum Nivellieren zu benützen, wird der Zeiger *d* auf den Nullpunkt der Teilung eingestellt und durch Anziehen der Klemmschraube *b* in dieser Stellung festgehalten; das Instrument wird dann so in der Hand gehalten, daß das Bild der Blase der Libelle von dem Horizontalfaden (Strich am Spiegel) in der Mitte geschnitten wird, die Visur ist dann horizontal.

Um eine Linie von bestimmter Neigung abzustecken, wird der Zeiger *d* entsprechend auf die Teilung eingestellt, mit der Schraube *b* festgeklemmt und das Instrument wieder so gehalten, wie oben angegeben wurde, die Visur hat dann die bestimmte Neigung.

Beim Höhenmessen visiert man nach dem Punkte, dessen Höhe zu messen ist, dreht mit dem Knopf *e* den Gradbogen samt der Libelle, bis das Bild der Blase vom Horizontalfaden (Strich am Spiegel) in der Mitte geschnitten wird, und liest dann an der Prozentteilung ab. Die abgelesenen Prozente werden mit der horizontalen Entfernung des anvisierten Punktes vom Okular multipliziert, wodurch man die Höhe des Punktes über dem Horizonte des Okulares erhält.

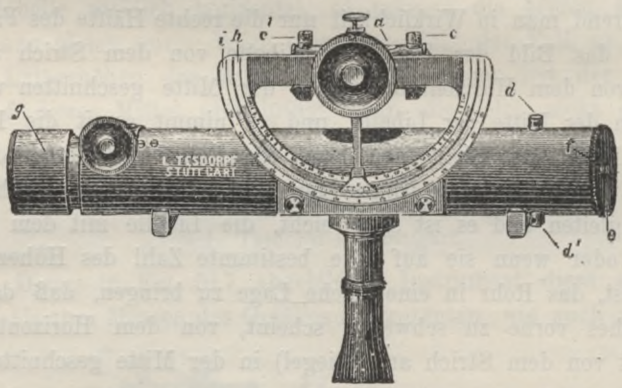


Fig. 518.

In Fig. 518 ist dasselbe Instrument mit einem Fernrohre statt des einfachen Visierrohres abgebildet.

Das Taschen-Nivellier-Diopter
von S. Stampfer
(aus dem mechanischen Institute von Starke und Kammerer in Wien.)

418. Alle Instrumente mit gewöhnlichen Diopter-Visier-Vorrichtungen leiden an dem Übelstande, daß das Auge zwei verschieden weit entfernte Objekte, den Objektivfaden und den Zielpunkt, gleichzeitig beobachten muß und doch beide zugleich nicht deutlich sehen kann. Diesem Übelstande ist bei dem in Fig. 519 in $^1/_2$ der natürlichen Größe abgebildeten, von Professor

S. Stampfer im Jahre 1833 konstruierten Taschen-Nivellier-Diopter dadurch abgeholfen, daß statt eines gewöhnlichen Visierrohres ein etwa 10 *cm* langes Röhrchen *a b* angebracht ist, welches an beiden Enden zwei ganz gleiche Glaslinsen enthält, welche um die Summe ihrer beiden, gleichen Brennweiten voneinander entfernt sind. In der Mitte zwischen beiden Linsen, in dem gemeinschaftlichen Brennpunkte ist ein Fadenkreuz angebracht. Das Röhrchen ist also ein Fernrohr mit der Vergrößerungszahl 1 (also ohne Vergrößerung) und man kann von beiden Seiten durch das Röhrchen visieren, d. h. jede der Linsen als Okular benützen. Da die Brennweite der Linsen nur etwa 30 bis 35 *mm* beträgt, so fällt das Bild der Latte immer hinreichend genau mit dem Fadenkreuze zusammen, selbst wenn die Latte sich sehr nahe befindet, ohne daß eine Verschiebung der Linsen nötig wäre, so daß man deutlicher ablesen kann, als bei einer gewöhnlichen Diopter-Vorrichtung, wenn auch das Fernrohr keine Vergrößerung hat.

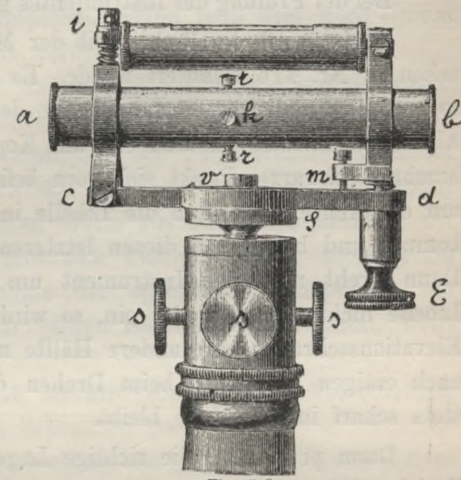


Fig. 519.

Die Linsen sind nicht ganz am Ende des Röhrchens, sondern etwa 1 *cm* nach innen befestigt; das Röhrchen hat vor den Linsen Öffnungen von etwa 4 *mm* Durchmesser.

Das Röhrchen *a b* liegt fest in zwei Trägern, auf denen oben eine Libelle befestigt ist mit einer Rektifizierschraube *i*. Mit dem einen Träger ist unten ein Alhidaden-Lineal *c d* im Punkte *c* drehbar verbunden, am zweiten Träger ist die Elevationsschraube befestigt, welche durch das Ende *d* des Lineals geht und im Schraubenkopfe *E* ihre Mutter hat. In der Mitte des Alhidaden-Lineales *c d* ist dieses um eine vertikale Achse *v* auf der Scheibe *S* drehbar. Diese letztere hat nach unten ein Nußgelenk mit vier Stellschrauben *s*, um die Scheibe *S* horizontal und daher die Drehungsachse *v* vertikal richten zu können. Da der Drehungspunkt *c* seitwärts von der Achse *v* liegt, muß eine Marke vorhanden sein, um das Alhidaden-Lineal *c d* parallel stellen zu können mit der Libelle. Als solche dient eine Schraube *m*, deren unteres Ende sich gerade oberhalb des Alhidaden-Lineales *c d* befinden muß, zugleich muß ein am Kopfe der Elevationsschraube angebrachter schwarzer Punkt vorn sein. Das Lineal ist unter der Schraube *m* durchbohrt, damit beim Anziehen der Elevationsschraube keine Spannung eintreten kann.

419. Zur Richtigkeit des Instrumentes ist erforderlich:

1. Daß bei scharf einspielender Libelle die Visur nach beiden Richtungen horizontal ist.

2. Daß der Horizontalfaden wirklich eine horizontale Lage einnimmt, wenn die Achse v des Instrumentes vertikal gerichtet wurde, und
3. daß die Marke richtig ist.

Bei der Prüfung des Instrumentes geht man in folgender Reihenfolge vor:

Zuerst wird die Richtigkeit der Marke geprüft; dies geschieht so, wie schon in Nr. 416 erläutert wurde. Es wird nämlich die Elevationsschraube so gestellt, daß das untere Ende der Schraube m gerade oberhalb des Alhidaden-Lineales cd und ein am Kopfe E der Elevationsschraube angebrachter schwarzer Punkt sich vorn befindet, dann dreht man das Instrument um die Achse v so, daß die Libelle in die Richtung zweier Stellschrauben kommt, und bringt mit diesen letzteren die Libelle zum scharfen Einspielen. Dann dreht man das Instrument um die Achse v um 180^0. Spielt die Libelle nicht scharf wieder ein, so wird die Hälfte der Abweichung mit der Elevationsschraube, die andere Hälfte mit den Stellschrauben beseitigt, bis nach einigen Versuchen beim Drehen des Instrumentes um 180^0 die Blase stets scharf in der Mitte bleibt.

Dann prüft man die richtige Lage des horizontalen Fadens. Zu diesem Zwecke gibt man der Elevationsschraube die der richtigen Marke entsprechende Stellung, bringt dann die Libelle in die Richtung zweier Stellschrauben und bringt sie mit diesen zum Einspielen, dann stellt man die Libelle in die Richtung der anderen zwei Stellschrauben und bringt sie wieder mit diesen zum Einspielen. Es ist also jetzt die Achse v vertikal gerichtet. Nun visiert man mit dem Kreuzungspunkte der beiden Fäden irgend einen Punkt an und dreht dann das Instrument um die Achse v etwas hin und her, so soll dabei der Horizontalfaden stets in dem anvisierten Punkte bleiben. Wäre dies nicht der Fall, so lüftet man die Klemmschraube k und kann dann die Fadenplatte etwas drehen, bis der Horizontalfaden seine richtige Lage hat, worauf die Klemmschraube k wieder angezogen wird.

Zuletzt prüft man, ob bei scharf einspielender Libelle die Visur wirklich nach beiden Richtungen horizontal ist. Zunächst prüft man die Richtigkeit der Libelle; ob die Tangente der einspielenden Libelle parallel ist mit der Verbindungslinie der optischen Mittelpunkte der beiden Linsen. Hiezu stellt man die Nivellierlatte in einer Entfernung von 20 bis 30 Meter vom Instrumente auf; die Achse v muß vertikal gerichtet sein, wie oben erklärt wurde. Man richtet nun die Visur gegen die Latte, bringt die Blase der Libelle, falls sie etwas abweichen sollte, mit der Elevationsschraube zum ganz scharfen Einspielen und liest am Horizontalfaden die Lattenhöhe L ab. Dann dreht man das Instrument um 180^0, so daß man jetzt durch die andere Linse schaut, richtet die Visur wieder nach der Latte, bringt die Blase, falls sie etwas weniges abweichen sollte, wieder mit der Elevationsschraube zum ganz scharfen Einspielen und liest am Horizontalfaden die Lattenhöhe L' ab. Man soll genau dieselbe Lattenhöhe erhalten. Wäre dies nicht der Fall, so nimmt man aus den beiden Lattenhöhen das Mittel $\frac{L + L'}{2}$, bringt die Visur mit der Elevationsschraube auf dieses Mittel und bringt die nun abweichende Blase der Libelle mit der Rektifizierschraube der letzteren wieder zum scharfen Einspielen. Dann muß aber noch einmal die Marke geprüft und richtig gestellt werden.

Man hat nun die Tangente der einspielenden Libelle parallel gestellt zur Verbindungslinie der optischen Mittelpunkte der beiden Linsen und hat noch zu prüfen, ob auch der Horizontalfaden des Fadenkreuzes in dieser Verbindungslinie liegt. Zu diesem Zwecke prüft man jetzt die horizontale Richtung der Visur in der gewöhnlichen Weise aus zwei Standpunkten, wie sie in Nr. 416 erläutert wurde. Ergibt sich hiebei $x = 0$, so liegt der Horizontalfaden in der Verbindungslinie der optischen Mittelpunkte der beiden Linsen und die Visur ist nach beiden Richtungen horizontal, wenn die Libelle einspielt.

Ergibt sich aber für x ein Wert, so wird dieser durch Verschiebung des Fadenkreuzes mittelst der beiden Schrauben $r\,r$ beseitigt.

Wäre das Fadenkreuz nicht verschiebbar, sondern fest und zugleich so befestigt, daß der Horizontalfaden sich in der Verbindungslinie der beiden optischen Mittelpunkte befindet, so könnte die Prüfung und Richtigstellung der Libelle aus einem Standpunkte stattfinden, wie oben erklärt wurde.

Nivellier-Instrumente mit festem Fernrohr.

420. Bezüglich der Bauart dieser Instrumente muß bemerkt werden, daß diese sehr verschieden sein kann. Eine Einrichtung ist jedoch allen derartigen Instrumenten gemeinsam, nämlich daß das Fernrohr unverrückbar in zwei Trägern liegt und daß mit ihm eine Libelle in fester Verbindung steht.

Bei dem Unterbau kommen zunächst dieselben zwei Verschiedenheiten vor wie beim gewöhnlichen Nivellierdiopter. Es kann nämlich der Drehungspunkt für die Bewegung des Fernrohres in vertikaler Richtung in der Mitte des Instrumentes, in dessen Drehungsachse für die horizontale Bewegung liegen oder er liegt seitwärts. Die erstere Einrichtung kommt in der Regel nur bei kleineren, sogenannten Taschen-Instrumenten vor. In diesem Falle ist so wie beim Nivellier-Diopter nur eine Elevationsschraube vorhanden, mittels welcher die Libelle vor jeder Visur zum Einspielen gebracht wird.

Zumeist ist jedoch die zweite Art des Unterbaues zu finden, wo sich der Drehungspunkt des Fernrohres für dessen Bewegung in vertikaler Richtung seitwärts vom Mittelpunkte des Instrumentes, also seitwärts von der Drehungsachse für die Bewegung in horizontaler Richtung befindet. Bei dieser Einrichtung muß daher zunächst eine Marke an der Elevationsschraube angebracht sein zur Parallelstellung des unteren Teiles mit der Tangente der Libelle, ferner Stellschrauben, um mit diesen die Drehungsachse des Instrumentes genau vertikal richten zu können.

Bei neueren, besonders bei größeren Instrumenten sind an dem Alhidaden-Lineale zwei zueinander senkrechte kleine Röhrenlibellen oder bei aus Deutschland stammenden Instrumenten eine Dosenlibelle angebracht, um mit deren Hilfe die Drehungsachse vertikal richten zu können, ohne die Nivellierlibelle benützen zu müssen; dann ist natürlich die Marke an der Elevationsschraube nicht nötig.

Zunächst wird immer mittels der Stellschrauben die Drehungsachse des Instrumentes annähernd vertikal gerichtet und vor jeder Visur erst die Nivellierlibelle am Fernrohr mit der Elevationsschraube zum ganz scharfen Einspielen gebracht.

Bei vielen aus Deutschland stammenden Instrumenten fehlt wohl auch die Elevationsschraube, es sind dann nur Stellschrauben vorhanden, mit denen die Drehungsachse mittelst der Libelle am Fernrohr genau vertikal gerichtet werden muß. Diese Einrichtung ist jedoch gar nicht praktisch, denn das genaue Horizontalrichten der stets sehr empfindlichen Nivellier-Libelle mit den grob geschnittenen Stellschrauben ist sehr zeitraubend, und es ist wohl in der Regel nicht möglich, bei mehrmaligem Drehen des Instrumentes um seine vertikale Drehungsachse die Blase der Libelle stets scharf in der Mitte zu halten.

Die vertikale Drehungsachse des Instrumentes befindet sich stets auf einer Scheibe, welche bei größeren Instrumenten mit einer Gradteilung versehen ist; die Scheibe dient dann als Limbus zur Messung von Horizontalwinkeln. Das Alhidaden-Lineal ist bei den größeren Instrumenten mit Klemm- und Mikrometerschraube und mit einem oder zwei Nonien versehen.

421. Im Folgenden sollen einige der verschiedenen Konstruktionen näher beschrieben werden.

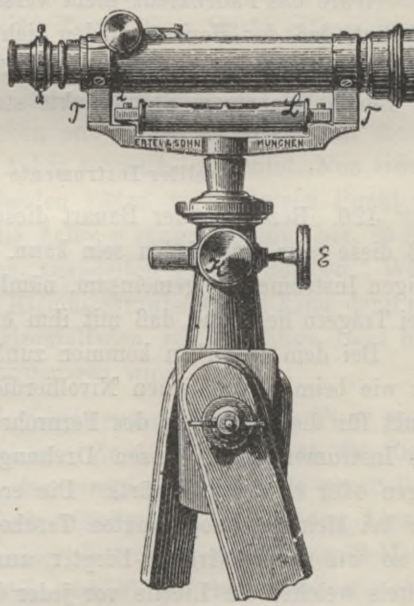


Fig. 520.

In Fig. 520 ist ein Taschen-Nivellier-Instrument von T. Ertel und Sohn in München abgebildet. Die Libelle L ist unter dem Fernrohr ebenso wie dieses, mit den Trägern $T\,T$ verbunden. Der Drehungspunkt für die vertikale Bewegung des Fernrohres liegt in der Mitte, über dem Drehungspunkt für die Bewegung in horizontaler Richtung. Es ist daher nur eine Schraube E mit Gegenfeder vorhanden, mit welcher die Libelle vor jeder Visur zum scharfen Einspielen gebracht wird. Die Schraube K ist eine Klemmschraube für die horizontale Bewegung.

Fig. 521 zeigt ein Taschen-Nivellier-Instrument von R. u. A. Rost in Wien. Die Nivellierlibelle L mit der Rektifizierschraube i ist auf den zwei Trägern $T\,T$ befestigt, in welchen das Fernrohr fest liegt. Unterhalb des letzteren ist mit den Trägern das Alhidaden-Lineal $c\,d$ verbunden, welches seine vertikale Umdrehungsachse bei v, den Drehungspunkt für die vertikale Bewegung seitwärts bei c hat. Daher hat die vertikale Drehungsachse v nach unten ein Nußgelenk mit vier Stellschrauben $s\,s\,s\,s$ und kann mit letzteren vertikal gerichtet werden, indem man die Libelle zuerst in die Richtung von zwei einander gegenüberliegenden Stellschrauben bringt, dann in die Richtung der beiden anderen und sie jedesmal zum Einspielen bringt. Vorher muß aber das Alhidaden-Lineal $c\,d$ parallel gestellt sein mit der Tangente der Libelle, wozu die zwei in der Zeichnung sichtbaren Indexstriche an dem Ende d des Alhidaden-Lineales und an dem Träger T dienen, welche mittelst der Elevationsschraube E zur Koinzidenz gebracht werden.

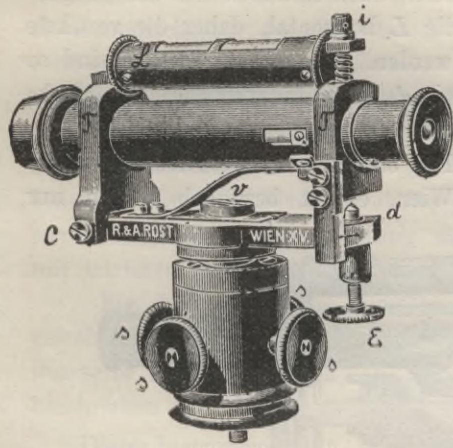


Fig. 521.

In Fig. 522 ist ein größeres Instrument derselben Firma abgebildet. Die vertikale Drehungsachse v des Alhidaden-Lineales $c\,d$ befindet sich hier

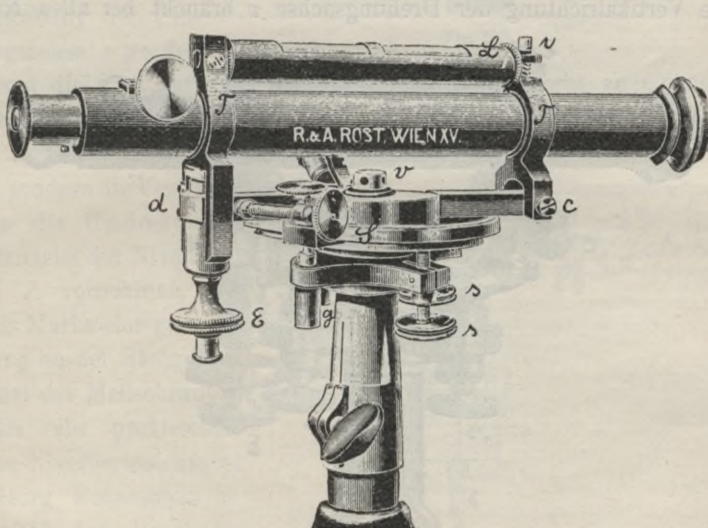


Fig. 522.

auf einer Limbusscheibe S, welche mit einer Gradteilung versehen ist. Das Alhidaden-Lineal hat eine Klemm- und Mikrometerschraube für die horizontale

Bewegung und einen Nonius mit Lupe. Man kann daher mit dem Instrumente auch Horizontal-Winkel messen.

Die Scheibe S kann mittelst zweier Stellschrauben $s\,s$ mit Gegenfedern g und mittels der Nivellier-Libelle L horizontal, daher die vertikale Umdrehungsachse v vertikal gerichtet werden. Zu diesem Zwecke sind so wie bei dem vorigen Instrumente bei d zwei Indexstriche als Marke angebracht.

Ganz dieselbe Bauart hat das in Fig. 523 abgebildete Nivellier-Instrument von Starke und Kammerer in Wien, es ist bezüglich dessen nur

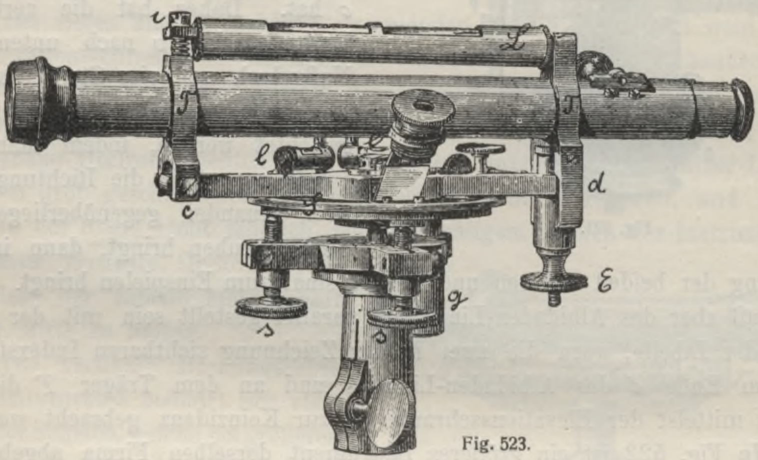


Fig. 523.

folgendes zu bemerken. Die Horizontalstellung der Scheibe S, beziehungsweise die Vertikalrichtung der Drehungsachse v braucht bei allen Nivellier-

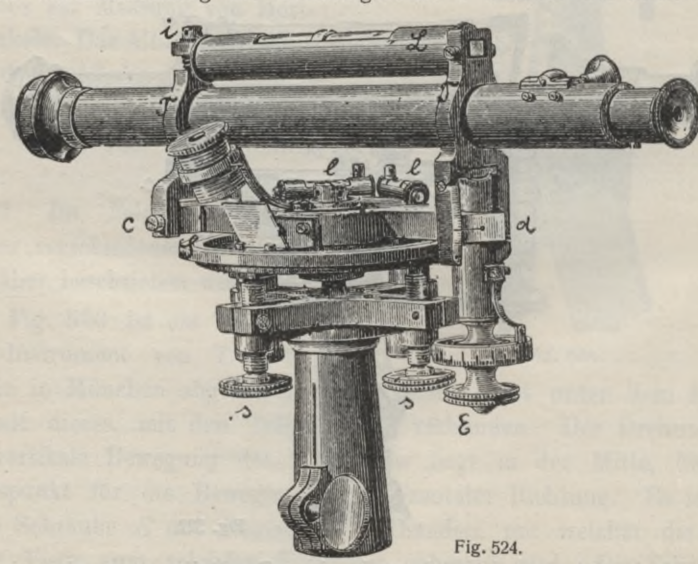


Fig. 524.

Instrumenten nur eine annähernde zu sein, da vor jeder Visur die Nivellier-Libelle mit der Elevationsschraube erst zum ganz scharfen Einspielen gebracht wird; es kann daher die Nivellier-Libelle vorher selbst um einige Teilstriche abweichen, wie schon in Nr. 415 gesagt wurde. Aus diesem Grunde wird bei neueren Instrumenten, so wie bei dem abgebildeten, zur annähernden Horizontalrichtung der Scheibe *S* nicht die Nivellier-Libelle *L* benützt, sondern es sind zu diesem Zwecke auf dem Alhidaden-Lineale *cd* zwei zu einander senkrecht gestellte Röhren-Libellen *ll* oder auch oft, besonders bei aus Deutschland stammenden Instrumenten, eine Dosenlibelle angebracht. Dann ist natürlich auch eine Marke zur Parallelstellung des Alhidaden-Lineales mit der Nivellier-Libelle nicht nötig. Die Alhidaden-Libellen werden einfach in die Richtung der zwei Stellschrauben *ss* gedreht und mit letzteren zum Einspielen gebracht.

Fig. 524 zeigt ganz dasselbe Instrument, welches jedoch statt einer gewöhnlichen Elevationsschraube eine Stampfer'sche Meßschraube besitzt, wie selbe schon in Nr. 102 beschrieben worden ist.

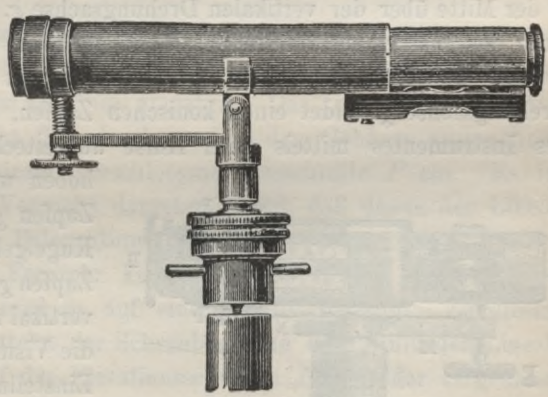


Fig. 525.

Dieses Instrument kann dann zu dem gewöhnlichen Nivellieren und zu einer besonderen, im § 65 beschriebenen Nivelliermethode benützt werden, sowie auch zum Messen von Horizontal-Winkeln und zur optischen Distanzmessung. Zur Vertikalstellung der Umdrehungsachse *v* werden in der Regel die zwei auf dem Alhidaden-Lineale senkrecht zu einander angebrachten Libellen *ll* benützt. Wären diese Libellen nicht vorhanden oder wollte man sie nicht benützen, sondern die Vertikalstellung der Umdrehungsachse mittelst der Nivellier-Libelle *L* vornehmen, so dient als Marke eine gewisse Ablesung an der Skala und Trommel der Meßschraube.

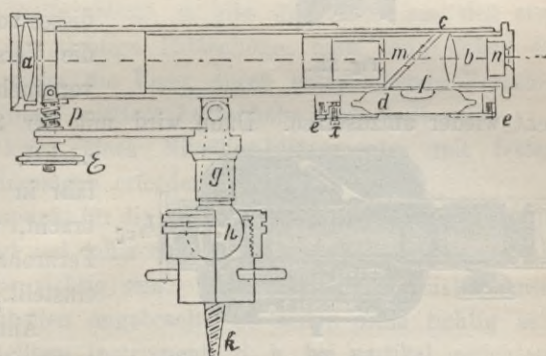


Fig. 526.

Ein sehr praktisches Taschen-Nivellierinstrument von Georg Butenschön in Bahrenfeld bei Hamburg ist in Fig. 525 in der äußeren Ansicht, in Fig. 526 im Durchschnitte dargestellt. Das astronomische Fernrohr hat fünfmalige Vergrößerung und ein achromatisches Objektiv *a*, das Okular *b* besteht nur aus einer Linse. Die Okularröhre ist unten ausgeschnitten, und unter diesem Ausschnitte ist die Libelle befestigt, deren Fassung oben und unten ausgeschnitten ist, so daß Licht durch sie durchfallen kann (Reversionslibelle). In der Okularröhre ist ein Spiegel *cd* befestigt, dessen Fläche mit der Visierlinie des Fernrohres einen Winkel von 45^0 bildet. In der Mitte, bei *m*, ist der Spiegel durchbrochen, so daß man durch diese Öffnung das Fadenkreuz sehen, und visieren kann. Zugleich sieht man aber im Spiegel die Blase der Libelle in aufrechter Stellung und kann mit der Elevationsschraube *E* das Fernrohr mit der Libelle so richten, daß das Fadenkreuz genau in der Mitte des Spiegelbildes der Blase erscheint, dann ist die Visur horizontal. Zu diesem Zwecke kann die Libelle mit den Schräubchen *e* und *x* rektifiziert werden.

Der Drehungspunkt für die vertikale Bewegung des Instrumentes liegt in der Mitte über der vertikalen Drehungsachse *g*. Für annähernde Arbeiten kann das Instrument frei in der Hand gehalten werden, es ist aber besser, es mit der Holzschraube *k* in ein Stativ zu schrauben. Die vertikale Drehungsachse *g* bildet einen konischen Zapfen, auf welchen der obere Teil des Instrumentes mittels einer Hülse aufgesteckt ist, welche leicht abgehoben werden kann. Der konische Zapfen *g* endet nach unten in ein Kugelgelenk *h*, man kann daher den Zapfen *g* nach dem Auge annähernd vertikal richten. Hierauf richtet man die Visur gegen die Latte, wobei die Einstellung der Okularröhre ohne Triebschraube, nur mit der Hand geschehen muß. Zu diesem Zwecke ist es am besten, um Erschütterungen des Instrumentes zu vermeiden, dieses von dem Zapfen *g* abzuheben, die Verschiebung der Okularröhre vorzunehmen und dann das Instrument wieder aufzusetzen. Dann wird mit der Schraube *E* die Blase zunächst, von außen gesehen, ungefähr in die Mitte der Libelle gebracht, worauf man endlich durchs Fernrohr sieht und die Blase scharf einstellt.

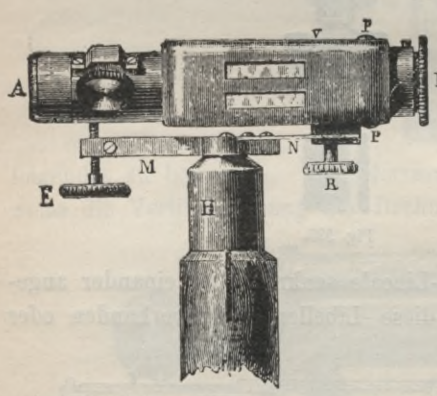


Fig. 527.

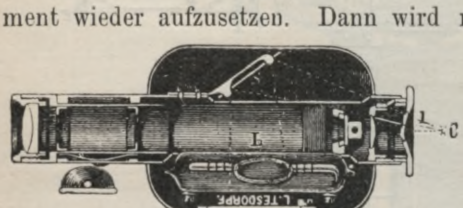


Fig. 528.

Ähnlich wie das vorige Instrument ist das Taschen-Nivellier-Instrument von L. Tesdorpf in Stuttgart nach der Konstruktion von R. Wagner eingerichtet. Dasselbe ist in den Figuren 527 und 528 in der äußeren Ansicht und im Durchschnitt abgebildet.

Seitwärts in der Wandung des Fernrohrs ist eine Reversionslibelle L parallel zur optischen Achse befestigt und ihr direkt gegenüber ist ein Planspiegel S in geneigter Lage angebracht. Unmittelbar neben der äußeren Okularlinse ist sodann eine zweite plankonvexe Glaslinse l (in der Folge „Libellenlinse“ genannt) von der Brennweite $lS + SL$ eingesetzt und an erstere etwas angeschliffen. Zwischen Libelle und Spiegel und zwischen Spiegel und Libellenlinse sind die Fernrohrwandungen und der Okularauszug soweit durchbrochen, daß durch die Libellenlinse die Libelle auf eine ihre Blase beiderseits um mehrere Teilstriche überragende Länge sichtbar wird.

Bringt man das Auge in den Schnittpunkt C der Achse der Libellenlinse mit der optischen Achse des Fernrohrs, so sieht man einesteils ganz unbehindert die im Fernrohrgesichtsfelde erscheinenden Objekte (Fadenkreuz, Nivellierlatte etc.) und andernteils gleichzeitig daneben die Libelle in vergrößertem Maßstabe.

Um das Eindringen von Staub in das aufgeschlitzte Fernrohr zu verhüten, die Libelle und den Spiegel vor Beschädigungen zu schützen, ist das Ganze von einem zweiteiligen Gehäuse umgeben. Das zur Sichtbarmachung der Libelle erforderliche Licht fällt durch zwei in dem Gehäuse ausgeschnittene und mit Milchglas wieder verschlossene Ausschnitte F ein. Es ist Milchglas gewählt, weil Versuche dargetan haben, daß dieses der Libelle die dem Auge angenehmste Beleuchtung gibt.

Das so eingerichtete Fernrohr kann entweder frei in der Hand gehalten werden oder besser wird es auf einem Stativ befestigt. Zu diesem Zwecke ist das Fernrohr mittelst der Schraube R an dem Alhidaden-Lineale MN befestigt und ruht auf der Elevationsschraube E, mit der es gehoben oder gesenkt werden kann. Wenn man die Schraube R herausschraubt, so kann man das Fernrohr in seiner Längsachse um 180° drehen und die Schraube R in ein bei v befindliches Gewinde wieder einschrauben. Wenn man in diesen beiden Lagen des Fernrohres nach einer Latte visiert und jedesmal bei einspielender Libelle abliest, so gibt das Mittel aus den etwa differierenden Lattenhöhen die richtige Lattenhöhe, man kann daher das Instrument richtig stellen, wenn die Visur durch entsprechende Verschiebung des Fadenkreuzes auf diese mittlere Lattenhöhe eingestellt wird.

422. Zur Richtigkeit eines Nivellier-Instrumentes mit festem Fernrohr sind folgende Bedingungen erforderlich:

1. Wenn der Drehungspunkt für die vertikale Bewegung seitwärts von der vertikalen Drehungsachse liegt und daher eine Marke an der Elevationsschraube vorhanden ist, so soll diese richtig sein. Sind bei neueren Instrumenten statt der Marke Alhidadenlibellen angebracht, so sollen diese richtig sein.

2. Bei horizontal gestelltem Instrument, d. h. bei vertikal gerichteter Drehungsachse soll der Horizontalfaden des Fadenkreuzes wirklich horizontal sein.

3. Die Visur soll parallel sein mit der Tangente der einspielenden Libelle, so daß bei einspielender Libelle die Visur wirklich horizontal ist.

Hat das Instrument den Drehungspunkt für die Bewegung des Fernrohres in vertikaler Richtung in der Mitte, in der vertikalen Drehungsachse des Instrumentes, so entfällt der erste Punkt.

ad 1. Die Prüfung der Marke geschieht so wie beim Nivellierdiopter. Man gibt nämlich der Elevationsschraube die entsprechende, vom Mechaniker angegebene Markenstellung, dreht dann das Instrument um seine vertikale Drehungsachse derart, daß die Nivellierlibelle in die Richtung zweier Stellschrauben (oder einer Stellschraube und ihrer Gegenfeder) kommt, und bringt sie mittels dieser Stellschrauben zum ganz scharfen Einspielen. Hierauf dreht man die Alhidade um 180°; es soll die Libelle abermals scharf einspielen, ist dies nicht der Fall, so wird die Abweichung der Blase zur Hälfte mit der Stellschraube, zur anderen Hälfte mit der Elevationsschraube beseitigt. Die so ermittelte Stellung der Elevationsschraube muß entsprechend vermerkt werden und bildet die neue Marke.

Hat das Instrument eine Stampfer'sche Meßschraube, wie in Fig. 524, so dient als Marke eine gewisse Ablesung an der Skala und Trommel der Schraube. Bei der Prüfung, beziehungsweise bei der Richtigstellung der Marke geht man dann in folgender Weise vor. Man stellt die Schraube auf die vom Mechaniker angegebene Ablesung, z. B. 18·660, dreht die Nivellierlibelle in die Richtung einer oder zwei Stellschrauben und bringt sie mit diesen zum ganz scharfen Einspielen. Hierauf dreht man die Alhidade um 180°, und falls die Blase abweichen sollte, wird sie wieder mit der Elevations-(Meß-)Schraube zum ganz scharfen Einspielen gebracht. Hierauf liest man den jetzigen Stand der Schraube ab, z. B. 18·724. Das Mittel aus beiden Stellungen der Schraube, also 18·692, ist die neue richtige Markenstellung.

Hat das Instrument wie in Fig. 523 und 524 auf der Alhidade eine oder zwei Röhrenlibellen oder eine Dosenlibelle, so erfolgt die annähernde Vertikalstellung der Umdrehungsachse stets mit diesen Libellen, ohne Benützung der Nivellierlibelle, dann ist auch eine Marke nicht nötig, es muß aber die Richtigkeit dieser Libellen geprüft werden; dies geschieht genau so, wie die Prüfung der Alhidaden-Libellen bei allen anderen Instrumenten.

Ist nur eine Röhrenlibelle auf der Alhidade vorhanden, so wird sie in die Richtung einer Stellschraube und mit dieser zum Einspielen gebracht, dann dreht man die Alhidade um 180° und beseitigt die jetzt etwa eintretende Abweichung der Blase zur Hälfte mit der Rektifizierschraube der Libelle, zur anderen Hälfte mit der Stellschraube, bis nach einigen Versuchen immer wieder beim Drehen um 180° die Blase scharf in der Mitte bleibt.[1])

[1]) Wenn nur eine Röhrenlibelle angebracht ist, so muß dann immer beim Vertikalrichten der Drehungsachse (beim Horizontalstellen des Instrumentes) diese Libelle zuerst in die Richtung einer Stellschraube und mit dieser zum Einspielen gebracht werden. Hierauf wird die Alhidade um 90° gedreht, daß die Libelle in die Richtung der zweiten Stellschraube kommt, mit der sie abermals zum Einspielen gebracht wird.

Sind zwei gegeneinander senkrecht gestellte Röhrenlibellen auf der Alhidade angebracht (wie in Fig. 523 u. 524), so wird die Alhidade so gedreht, daß jede der zwei Libellen in die Richtung einer Stellschraube kommt. Die Rektifikation beider Libellen kann dann gleichzeitig geschehen, so wie oben bezüglich einer Libelle erklärt worden ist.

Ist eine Dosenlibelle angebracht, welche mit drei Rektifizierschrauben versehen ist, so wird die Alhidade so gedreht, daß zwei dieser Rektifizierschrauben in die Richtung einer Stellschraube kommen (beziehungsweise zweier), dann wird die dritte Rektifizierschraube sich in der Richtung der anderen (beziehungsweise der zwei anderen, oder der dritten) Stellschraube sich befinden. Hierauf bringt man die Dosenlibelle mit den Stellschrauben zum Einspielen und dreht dann die Alhidade um 180^0, weicht die Blase ab, so wird die Abweichung zur Hälfte mit den Rektifizierschrauben der Dosenlibelle beseitigt. (Siehe hierüber auch Nr. 73.)

Die Alhidaden-Libellen können auch, und zwar sehr genau und schnell, mit Hilfe der Nivellier-Libelle rektifiziert werden. Man bestimmt zuerst sehr genau die Marke, wie oben erklärt wurde, und stellt dann mittels der Nivellier-Libelle das Instrument horizontal, d. h. dessen Drehungsachse vertikal, indem die Nivellier-Libelle zuerst in die Richtung einer, dann durch Drehung um 90^0 in die Richtung der zweiten Stellschraube, und jedesmal mit diesen Schrauben zum scharfen Einspielen gebracht wird, so daß beim Drehen der Alhidade die Blase der Nivellier-Libelle immer scharf in der Mitte bleibt. Es sollen nun auch die Alhidaden-Libellen einspielen. Wäre dies nicht der Fall, so werden sie mit ihren Rektifizierschrauben zum Einspielen gebracht.

ad 2. Das Instrument wird entweder mittels der Alhidaden-Libellen oder mittels der Nivellier-Libelle horizontal gerichtet. Dann richtet man die Visur auf einen entfernten Punkt und stellt mittels der Elevationsschraube den Horizontalfaden des Fadenkreuzes auf diesen Punkt ein. Dreht man nun die Alhidade etwas hin und her, so soll dabei der anvisierte Punkt stets im Horizontalfaden verbleiben. Wäre dies nicht der Fall, so wird nach Lüftung der Klemmschraube der Fadenplatte diese entsprechend gedreht und dann die Klemmschraube wieder angezogen. (Siehe bezüglich dieser Einrichtung Nr. 14) Bei kleineren Instrumenten ist jedoch oft das Fadenkreuz ganz fest und unverrückbar in der Okularröhre befestigt, dann bemüht sich schon der Mechaniker, dem Horizontalfaden wenigstens annähernd eine horizontale Lage zu geben.

ad 3. Die Parallelität der Visur mit der Tangente der einspielenden Libelle wird aus zwei Standpunkten genau so wie beim Nivellierdiopter geprüft, wie in Nr. 416 erklärt wurde.

Es werden demnach auf mäßig geneigtem Boden zwei gut bezeichnete Punkte (am besten flache Steine im Boden) gewählt, deren gegenseitige Entfernung aber bei einem guten Fernrohre zwischen 50 bis 100 *m* betragen kann. Über dem einen Punkte wird das Instrument aufgestellt, mit dem Okular vertikal über dem Punkt und mit dem Objektiv gegen den zweiten Punkt gerichtet, wo die Latte vertikal aufgestellt und am besten an irgend einem Stative befestigt wird. Nachdem die Drehungsachse des Instrumentes mittels der Stellschrauben und der Nivellier- oder Alhidaden-Libelle annähernd vertikal gerichtet wurde, wird die Visur scharf auf die Latte eingestellt, dann die Nivellierlibelle mit der Elevationsschraube zum ganz scharfen Einspielen gebracht und am Horizontalfaden der Lattenhöhe L abgelesen und auch die Instrumentshöhe J gemessen. Es ist gut, die Latte mehrmals anzuvisieren, indem man jedesmal die Libelle mit der Elevationsschraube verrückt und dann wieder zum Einspielen bringt. Aus den erhaltenen Lattenhöhen nimmt man dann das Mittel.

Das Messen der Instrumentshöhe geschieht am besten in der Weise, daß man die Nivellierlatte vor dem Okular aufstellt und in das Objektiv des Fernrohres sieht. Ein normales, oder noch besser ein presbyopisches Auge wird in der Regel das Fadenkreuz deutlich sehen, so daß man mit der Bleistiftspitze an der Latte den Punkt bezeichnen kann, wo man das Fadenkreuz sieht. Selbst wenn ein myopisches Auge das Fadenkreuz nicht wahrnehmen sollte, so kann man leicht den Mittelpunkt des kleinen Kreises bezeichnen, den man durch das Okular von der Latte sieht. Hierauf liest man die Instrumentshöhe an der Latte ab.

Hierauf werden die Standpunkte des Instrumentes und der Latte gewechselt und in derselben Weise wieder Lattenhöhe L' und Instrumentshöhe J' gemessen.

Nach der Erläuterung in Nr. 416 ist dann

$$x = \frac{[L + L'] - [J + J']}{2}.$$

Da die Entfernung der beiden Punkte auch bei einem sehr guten Fernrohr nicht leicht größer sein kann als 100 *m*, so kann man die Korrektion wegen des Unterschiedes zwischen scheinbarem und wahrem Horizont auch bei dieser Untersuchung vernachlässigen, da sie bei 100 *m* Entfernung erst 0·68 *mm* beträgt. Wollte man sie aber dennoch berücksichtigen (bei Benützung einer Nivellierlatte mit Zieltafel, welche das Ablesen von Zehnteln eines Millimeters gestattet), so müßte man setzen

$$x = \frac{[L - \delta + L' - \delta] - [J + J']}{2}$$

$$\text{oder } x = \frac{[L + L'] - [J + J']}{2} - \delta.$$

Ergibt sich $x = 0$, so ist die Visur parallel zur Tangente der einspielenden Libelle; ergibt sich ein positiver Wert, so bildet die Visur mit der Horizontalen einen Winkel nach oben, dagegen bei einem negativen Werte einen Winkel nach unten.

Die Lattenhöhe L' wird nun um den gefundenen Wert für x geändert und entweder

a) die Visur durch Verschieben des Fadenkreuzes mittels seiner Rektifizierschrauben, bei scharf einspielender Nivellierlibelle, auf die entsprechende Lattenhöhe, nämlich $L' \mp x$ gebracht, oder

b) man bringt die Visur durch Drehung der Elevationsschraube auf die entsprechende Lattenhöhe, und da nun die Nivellier-Libelle nicht mehr einspielt, so muß sie mit ihren Rektifizierschrauben wieder zum scharfen Einspielen gebracht werden.

In diesem letzteren Falle muß aber, wenn vorher eine Bestimmung der Marke stattgefunden hat, diese jetzt noch einmal bestimmt werden; es war dann die erste Bestimmung nur eine provisorische und erst die jetzige bleibt definitiv.

Selbstverständlich muß die ganze Untersuchung nochmals wiederholt werden, bis sich $x = 0$ ergibt.

Nivellier-Instrumente mit umlegbarem Fernrohr.

423. Die größeren Nivellier-Instrumente werden jetzt in der Regel derart konstruiert, daß das Fernrohr nicht fest angebracht ist, sondern daß es abgenommen und in umgekehrter Lage wieder eingelegt werden kann, so daß das Objektiv an die Stelle des Okulares kommt. Durch diese Einrichtung wird die Prüfung der Parallelität zwischen der Visierlinie und der Tangente der einspielenden Libelle sehr erleichtert und vereinfacht.

Der Körper des Fernrohres ist mit zwei genau zilindrisch abgedrehten und polierten Ringen aus Stahl oder Hartbronze von genau gleichem Durchmesser versehen und liegt mit diesen Ringen in den halbrunden oder gabelförmigen Trägern; es kann also auch um seine Längsachse gedreht werden. Um das Fernrohr in einer solchen Lage festzuhalten, in welcher der Querfaden des Fadenkreuzes horizontal ist, ist unten an dem Fernrohr ein kleiner Zapfen angebracht und an den beiden Trägern je eine Schraube, an welche sich dieser Zapfen anlegt; in dieser Lage ist dann der Querfaden des Fadenkreuzes horizontal.

Die Nivellier-Libelle kann bei diesen Instrumenten in verschiedener Weise angebracht sein, u. zw. können folgende Konstruktionen vorkommen:

1. Die Libelle kann mit zwei halbrunden oder gabelförmigen Füßen frei auf die Ringe des Fernrohres aufgesetzt, also auch abgenommen und umgelegt werden. (Fig. 529.)

2. Die Libelle ist mit dem Fernrohre fest verbunden. (Fig. 531.)

3. Die Libelle befindet sich zwischen den beiden Trägern und ist mit diesen fest verbunden. (Fig. 532.)

4. Seitwärts an dem Fernrohre ist mit diesem eine Doppel-Libelle fest verbunden. (Fig. 533.)

Im Übrigen sind diese Instrumente genau so gebaut, wie die größeren Instrumente mit festem Fernrohr. Es ist also mit den Trägern ein Alhidaden-

Lineal in Verbindung, welches um eine vertikale Achse auf einer Limbusscheibe drehbar ist. Letztere ist mit Stellschrauben versehen, um die Drehungsachse vertikal richten zu können. Zu diesem Zwecke muß entweder die Nivellier-Libelle benützt werden, dann muß an der Elevationsschraube eine Marke angebracht sein oder es sind Alhidaden-Libellen vorhanden, dann ist die Marke nicht nötig.

424. Der Vorgang bei der Prüfung und Berichtigung dieser Instrumente richtet sich nach der Art der Anbringung der Nivellier-Libelle. Bei allen Konstruktionsarten in gleicher Weise wird die Richtigkeit der Marke, falls eine solche vorhanden und nötig ist oder die Richtigkeit der Alhidaden-Libellen geprüft, und zwar geschieht dies genau so wie bei den Instrumenten mit festem Fernrohr, also nach Nr. 422 ad 1.

Bei allen Konstruktionen in gleicher Weise wird ferner die richtige Stellung des Fadenkreuzes geprüft. In dieser Hinsicht müssen zwei Bedingungen erfüllt sein:

a) Der Kreuzungspunkt der beiden Fäden oder wenigstens der Horizontalfaden soll sich genau in der geraden Verbindungslinie der Mittelpunkte der Ringe des Fernrohres (in der „Ringachse") befinden.
b) Der Horizontalfaden des Fadenkreuzes soll bei vertikal gerichteter Drehungsachse der Alhidade und bei anliegendem Zapfen des Fernrohres an der Schraube des Trägers, wirklich horizontal sein.

Die sub a) angeführte Bedingung wird geprüft, indem man den Kreuzungspunkt des Fadenkreuzes mit der Elevationsschraube auf einen möglichst weit entfernten Punkt bringt. Hierauf dreht man das Fernrohr nach seiner Längsachse um 180^0, bis also der am Fernrohre befindliche Zapfen sich oben befindet; der Kreuzungspunkt oder wenigstens der Horizontalfaden soll wieder scharf den Punkt treffen. Wäre dies nicht der Fall, so ist die Abweichung der doppelte Fehler und es wird daher die Hälfte durch Verschiebung des Fadenkreuzes mit seinen Rektifizierschrauben beseitigt. Der Versuch wird wiederholt, bis der Punkt immer wieder scharf vom Kreuzungspunkte der Fäden oder vom Horizontalfaden getroffen wird.

Die zweite Bedingung wird geprüft wie bei einem Instrumente mit festem Fernrohr durch Anvisieren eines Punktes und geringe Drehung der Alhidade nach links und rechts, wobei der Punkt stets im Horizontalfaden bleiben soll. Ist dies nicht der Fall, so wird der Fehler mit der Schraube am Träger, an welcher der Anschlagzapfen des Fernrohres anliegt, beseitigt. Da sich an jedem Träger eine solche Schraube befindet, muß die Prüfung und Berichtigung in beiden Fernrohrlagen stattfinden.

Die Parallelität zwischen der Tangente der einspielenden Libelle und der Visierlinie wird in verschiedener Weise geprüft, je nachdem wie die Nivellier-Libelle angebracht ist. Der Vorgang der Untersuchung ist aus den folgenden Nummern zu ersehen.

425. Bei einem Instrumente mit frei aufsetzbarer Libelle (Fig. 529, von Neuhöfer in Wien), wird zunächst die Nivellier-Libelle geprüft und eventuell berichtigt. Diese wird auf die Ringe des Fernrohres aufgesetzt und mit der Elevationsschraube zum ganz scharfen Einspielen gebracht, worauf sie abgehoben, um 180° gewendet und wieder aufgesetzt wird; sie soll abermals scharf einspielen. Die Abweichung der Blase wird zur Hälfte mit der Rektifizierschraube *i* der Libelle beseitigt. Der Versuch wird so lange wiederholt, bis die Libelle in ihren beiden Lagen scharf einspielt. Zugleich wird auch die Libelle etwas auf den Ringen nach der Längsachse nach links und rechts gedreht, wobei die Blase nicht aus dem Spielpunkte kommen darf; wäre dies der Fall, so muß der Fehler mit den seitlichen Rektifizierschrauben *i'* der Libelle berichtigt werden (siehe Nr. 70)

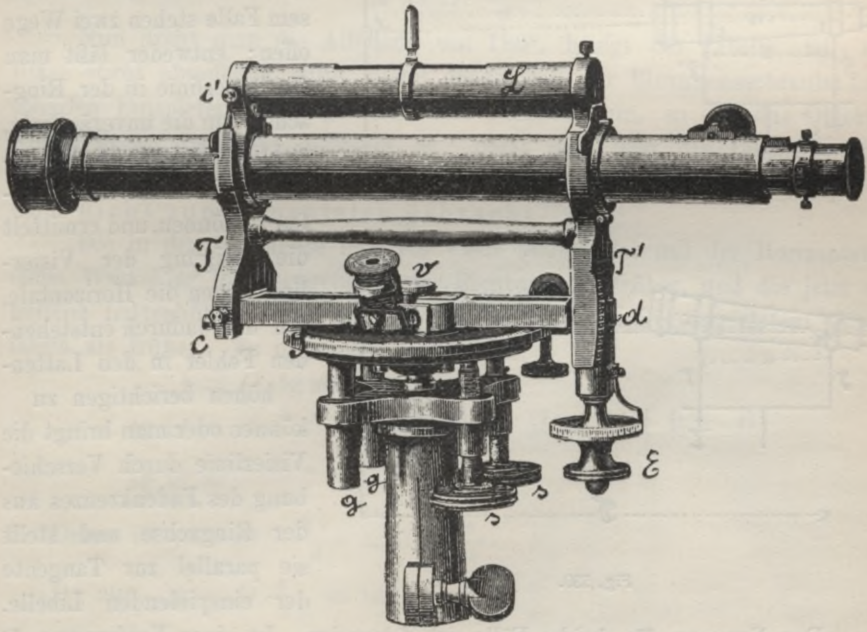


Fig. 529.

Nachdem die Nivellier-Libelle berichtigt ist, wird die Marke bestimmt oder die Alhidaden-Libellen geprüft, ganz nach Nr. 422, ad 1, worauf die Stellung des Fadenkreuzes nach Nr. 424 geprüft und eventuell berichtigt wird.

Ist die Nivellier-Libelle richtig gestellt, so ist stets, wenn sie scharf einspielt, die Tangente an den Auflagepunkten und somit auch die obere Tangente an den Ringen des Fernrohres horizontal. Haben daher die Ringe genau gleiche Halbmesser, so ist dann auch die in der Ringachse liegende Visierlinie parallel mit der Tangente der einspielenden Libelle und daher horizontal.

Es muß daher bei einem neuen Instrumente und auch später zeitweilig geprüft werden, ob die Ringe genau gleiche Halbmesser haben. Durch längeren oder unvorsichtigen Gebrauch des Instrumentes können nämlich die Ringe sehr leicht abgenützt und deformiert werden. Von der Gleichheit der Ringhalbmesser kann man sich in der Weise überzeugen, daß die aufgesetzte Nivellier-Libelle zum ganz scharfen Einspielen gebracht wird; dann hebt man sie ab, legt das Fernrohr vorsichtig um und setzt die Libelle wieder auf, sie soll abermals scharf einspielen. Ist dies der Fall, so haben die Ringe gleiche Halbmesser und man kann sich künftig von der Parallelität zwischen Visierlinie und Libellentangente immer in der einfachen Weise überzeugen, daß die Libelle durch Umlegen und das Fadenkreuz durch Drehen des Fernrohres um seine Längsachse geprüft wird.

Zeigt sich aber eine Ungleichheit der Ringhalbmesser, so ist auch die in der Ringachse liegende Visierlinie nicht parallel zur Tangente der einspielenden Libelle. In diesem Falle stehen zwei Wege offen; entweder läßt man die Visierlinie in der Ringachse, um die unveränderte, richtige Stellung des Fadenkreuzes jederzeit rasch prüfen zu können, und ermittelt die Neigung der Visierlinie gegen die Horizontale, um den dadurch entstehenden Fehler in den Lattenhöhen berichtigen zu können oder man bringt die Visierlinie durch Verschiebung des Fadenkreuzes aus der Ringachse und stellt sie parallel zur Tangente der einspielenden Libelle.

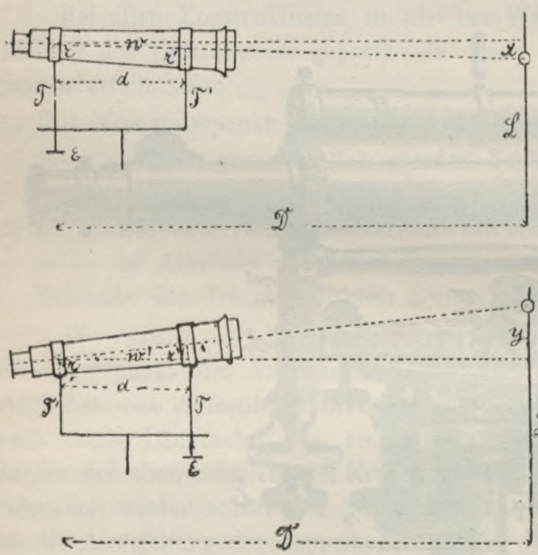


Fig. 530.

Der Vorgang für beide Fälle ist folgender. In einer Entfernung D vom Instrumente wird die Nivellierlatte aufgestellt (Fig. 530).[1]) Die Drehungsachse der Alhidade wird gut vertikal gerichtet, das Fernrohr gegen die Latte gerichtet, die aufgesetzte Libelle mit der Elevationsschraube zum scharfen Einspielen gebracht und am Horizontalfaden die Lattenhöhe L abgelesen.

Es seien die ungleichen Halbmesser der Ringe mit r und r' bezeichnet, der Unterschied $r' - r$ mit u, die Höhen der beiden Träger mit T und T' und deren Entfernung mit d.

[1]) Will man die Visierlinie in der Ringachse belassen und den Fehler in den Lattenhöhen ermitteln, so wird die Entfernung der Nivellierlatte vom Instrumente genau abgemessen und man nimmt am besten 100 *m*. Will man aber die Visierlinie parallel stellen zur Tangente der einspielenden Libelle, so ist die Größe der Entfernung gleichgültig.

Weil die Drehungsachse der Alhidade vertikal, also die Alhidaden-Ebene horizontal gerichtet wurde und weil die Nivellierlibelle einspielt, also die obere Tagente der Ringe horizontal ist, so ist

$$T + 2\,r = T' + 2\,r'$$
$$T - T' = 2\,(r' - r)$$
$$T - T' = 2\,u.$$

Da die Visur durch die Ringachse geht, so bildet sie mit der Horizontalen einen Winkel w und die abgelesene Lattenhöhe L ist um eine Größe x falsch (in der Figur zu klein) und es ist

$$x = D \,.\, \mathrm{tg}\, w.$$

Da aber $\mathrm{tg}\, w = \frac{u}{d}$, so ist

$$x = D\,\frac{u}{d}.$$

Nun dreht man die Alhidade um 180^0, bringt die Libelle, falls die Blase etwas abweichen sollte, zuerst wieder mit der Elevationsschraube zum scharfen Einspielen und legt dann das Fernrohr um, so daß das Objektiv wieder gegen die Latte gerichtet ist. Setzt man jetzt die Libelle wieder auf, so spielt sie nicht ein; sie wird aber in dieser Stellung belassen und nicht zum Einspielen gebracht.

Die in der Ringachse liegende Visur bildet jetzt mit der Horizontalen einen Winkel w' in entgegengesetzter Richtung als früher, und die jetzt erhaltene Lattenhöhe L' ist um eine Größe y in entgegengesetztem Sinne falsch als früher. Es ist wieder

$$y = D \,.\, \mathrm{tg}\, w'$$
$$\mathrm{tg}\, w' = \frac{(T + r') - (T' + r)}{d} = \frac{(T - T') + (r' - r)}{d}$$
$$\mathrm{tg}\, w' = \frac{2\,u + u}{d} = \frac{3\,u}{d}.$$

Daher ist $y = D \,.\, \frac{3\,u}{d} = 3\,D\,\frac{u}{d}.$

Da nun $x = D\,\frac{u}{d}$, so ist $y = 3\,x.$

Ferner ist $L' - L = x + y = x + 3\,x = 4\,x$

$$x = \frac{L' - L}{4}.$$

Wären die Halbmesser der Ringe gleich, die Visur also horizontal, so würde sich $x = 0$ ergeben. Ist der erhaltene Wert für x positiv, so bildet die Visur in der ersten Lage des Fernrohres einen Winkel nach unten.

Hätte man die Entfernung D der Latte vom Instrumente genau gemessen, z. B. 100 *m*, so kann man jetzt eine Tabelle zusammenstellen, um wie viel bei verschiedenen Entfernungen die Lattenhöhe zu korrigieren ist.

Will man jedoch die Visur parallel stellen zur Tangente der einspielenden Libelle, so legt man das Fernrohr wieder in die erste Lage, dreht die Alhidade ebenfalls wieder um 180^0 zurück, setzt die Libelle wieder auf und bringt sie mit der Elevationsschraube zum ganz scharfen Einspielen, falls sie etwas abweichen sollte. Hierauf wird zu der zuerst erhaltenen Lattenhöhe L das erhaltene x mit seinem Zeichen addiert, es wird also die Lattenhöhe L bei *positivem* x *vergrößert*, bei *negativem* x *verkleinert* und nun die Visur über den Horizontalfaden durch Verschieben des Fadenkreuzes mit seinen Rektifizierschrauben auf diese verbesserte Lattenhöhe gebracht.

Dieser Versuch wird natürlich in derselben Weise einigemale wiederholt, bis sich stets $x = \frac{L' - L}{4} = 0$ ergibt. Die Visur ist jetzt parallel gestellt zur Tangente der einspielenden Libelle, das Fernrohr kann dabei mit dem Objektiv nach der einen oder anderen Seite eingelegt sein, nur muß der Anschlagzapfen desselben immer unten an der Schraube am Träger anliegen.

Die Prüfung eines derart berichtigten Fadenkreuzes muß dann in Zukunft immer in derselben oben geschilderten Weise geschehen, wobei sich

$$x = \frac{L' - L}{4} = 0.$$

ergeben soll.

426. *Ein Instrument mit fester Nivellier-Libelle am umlegbaren Fernrohr* (Fig. 531, von Gustav Heyde in Dresden) [1]) wird in folgender Weise geprüft.

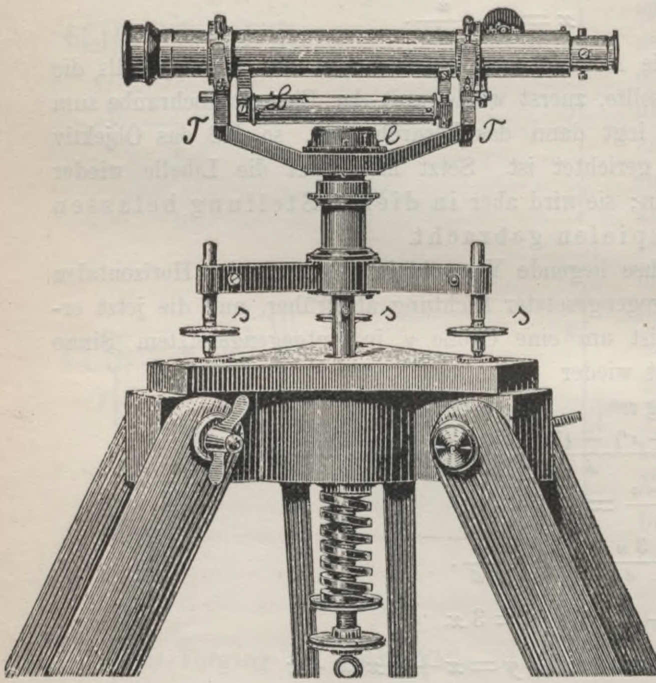


Fig. 531.

Zunächst prüft man die Nivellier-Libelle durch Umlegen um 180° und geringes Hin- und Herdrehen wie in Nr. 425, wobei aber natürlich die am Fernrohre befestigte Libelle samt dem Fernrohre umgelegt, beziehungsweise hin- und hergedreht werden muß. Dann wird die Marke bestimmt oder die Richtigkeit der etwa vorhandenen Alhidaden-Libellen geprüft nach Nr. 422 ad 1, worauf die Stellung des Fadenkreuzes nach Nr. 424 geprüft und berichtigt wird.

Ist die Nivellier-Libelle richtig gestellt, so ist ihre Tangente parallel zu der Tangente der Auflagepunkte der Fernrohrringe in den Trägern.

---

[1]) Das abgebildete Instrument hat *keine* Elevationsschraube.

Haben daher die Ringe gleiche Halbmesser, so ist auch die in der Ringachse liegende Visierlinie parallel zur Tangente der einspielenden Libelle

Um sich von der Gleichheit der Ringhalbmesser zu überzeugen, muß man in der gewöhnlichen Weise aus zwei Standpunkten wie bei einem festen Fernrohr (Nr. 422 ad 3) prüfen, ob die Visur bei einspielender Libelle. wirklich horizontal ist. Ergibt sich bei dieser Untersuchung $x = 0$, so ist die Visur horizontal und daher die Ringhalbmesser gleich. Dann kann man in Zukunft immer nur die Libelle durch Umlegen des Fernrohres und die Stellung des Fadenkreuzes durch Drehung des Fernrohres um seine Längsachse prüfen.

Hätte sich jedoch bei der obigen Prüfung für x ein Wert gezeigt, so bildet die Visur einen Winkel nach oben, wenn der Wert für x positiv ist,

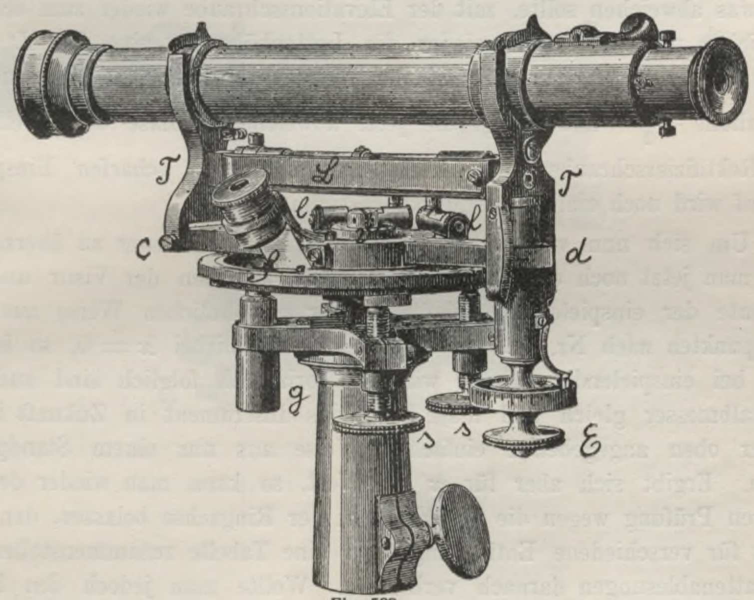


Fig. 532.

dagegen nach unten, wenn x negativ ist. Man kann nun wieder entweder die Visierlinie in der Ringachse belassen (wegen der einfachen Prüfung der Stellung des Fadenkreuzes) und den Wert des x für verschiedene Entfernungen in eine Tabelle zusammenstellen, oder man stellt die Visierlinie parallel zur Tangente der Libelle, indem man die Visur durch Verschieben des Fadenkreuzes mittelst seiner Rektifizierschrauben auf die um x verbesserte Lattenhöhe bringt, so daß bei einigen Versuchen immer $x = 0$ wird. Die Visur ist dann stets parallel zur Tangente der Libelle, das Fernrohr mag mit dem Objektive nach der einen oder anderen Seite in den Trägern liegen.

427. Ein Instrument mit fester Nivellier-Libelle an den Trägern (Fig. 532 von Starke und Kammerer in Wien) wird in folgender Weise geprüft.

Zunächst werden die etwa vorhandenen Alhidaden-Libellen geprüft oder die Marke vorerst provisorisch bestimmt nach Nr. 422 ad 1, dann die Stellung des Fadenkreuzes nach Nr. 424.

Um die Parallelität der in der Ringachse liegenden Visierlinie mit der Tangente der einspielenden Libelle zu prüfen, beziehungsweise herzustellen, nimmt man vorläufig an, daß die Ringhalbmesser gleich sind, und kann dann in folgender Weise vorgehen. In einer geeigneten Entfernung wird die Nivellierlatte aufgestellt. Die Drehungsachse der Alhidade wird vertikal gestellt, die Visur gegen die Latte gerichtet und bei scharf einspielender Libelle die Lattenhöhe L abgelesen. Dann dreht man die Alhidade um 180^0, legt das Fernrohr um, bringt die Blase der Libelle, falls sie etwas abweichen sollte, mit der Elevationsschraube wieder zum scharfen Einspielen und liest nun wieder die Lattenhöhe L' ab. Ist L' nicht gleich L, so bringt man mittelst der Elevationsschraube die Visur auf die Lattenhöhe $\frac{L+L'}{2}$ und bringt die jetzt abweichende Blase der Libelle mit den Rektifizierschrauben der letzteren wieder zum scharfen Einspielen. Hierauf wird noch einmal die Marke bestimmt.

Um sich nun von der Gleichheit der Ringhalbmesser zu überzeugen, prüft man jetzt noch einmal die Parallelität zwischen der Visur und der Tangente der einspielenden Libelle in der gewöhnlichen Weise aus zwei Standpunkten nach Nr. 422 ad 3. Ergibt sich hiebei $x = 0$, so ist die Visur bei einspielender Libelle wirklich horizontal, folglich sind auch die Ringhalbmesser gleich und man kann das Instrument in Zukunft immer in der oben angegebenen einfachen Weise aus nur einem Standpunkte prüfen. Ergibt sich aber für x ein Wert, so kann man wieder der einfacheren Prüfung wegen die Visierlinie in der Ringachse belassen, den Wert des x für verschiedene Entfernungen in eine Tabelle zusammenstellen und die Lattenablesungen darnach verbessern. Wollte man jedoch den Fehler beseitigen, so wird die Visur durch Verschieben des Fadenkreuzes mittelst seiner Rektifizierschrauben auf die um x verbesserte Lattenhöhe gebracht. Dann muß aber das Fernrohr in Zukunft immer dieselbe Lage haben, die es bei der Rektifikation hatte, und die Prüfung der Parallelität zwischen Visur und Tangente der Libelle kann nur aus zwei Standpunkten geschehen.

428. Instrument mit umlegbarem Fernrohr und an demselben fest angebrachter Doppellibelle. (Fig. 533 von Starke und Kammerer in Wien.)

Die Doppel-Libelle ist oben und unten nach dem gleichen Bogen symmetrisch geschliffen, sie enthält also zwei gewöhnliche Libellen in unveränderlicher, gegenseitiger Lage. Damit die Doppellibelle brauchbar ist und verwendet werden kann, müssen die Achsen der beiden in ihr enthaltenen Libellen zu einander genau parallel sein. Die Doppellibelle wurde schon von Amsler empfohlen, wegen technischen Schwierigkeiten, insbesondere bedingt durch die leicht schmelzbaren Glassorten, die verwendet werden mußten, wurde sie aber früher von Mechanikern nur ungern hergestellt. Da nun seit einigen Jahren bessere Glassorten dem Mechaniker zur Verfügung stehen, findet die Doppel-Libelle mehr und mehr Anwendung.

Das abgebildete Instrument hat im allgemeinen ganz dieselbe Bauart, wie jedes andere Nivellier-Instrument mit umlegbarem Fernrohr. Dieses letztere ist demnach mit Ringen versehen, so daß es umgelegt und um seine Längsachse gedreht werden kann. Seitwärts ist mit dem Fernrohre die Doppel-Libelle L fest verbunden. Wird das Fernrohr in seinen Lagern um 180° gedreht, so kommt die Libelle auf die andere Seite des Fernrohres, und die früher untere Seite der Libelle ist dann die obere.

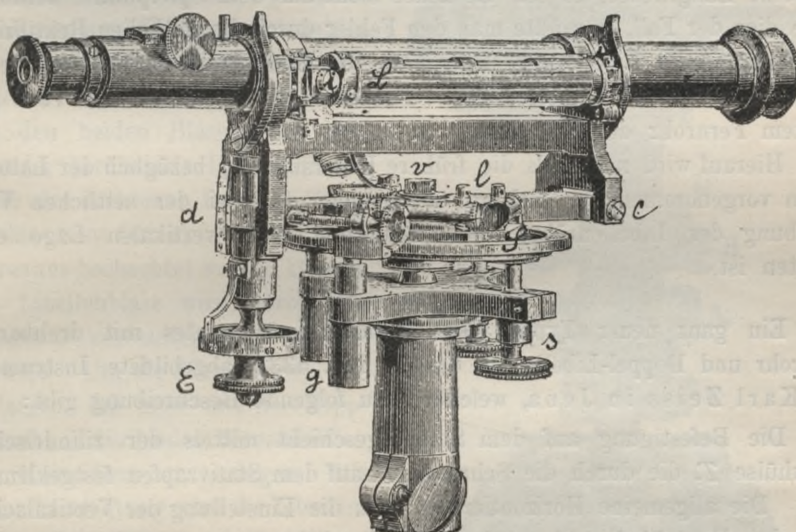


Fig. 533.

Bei dem abgebildeten Instrumente von Starke und Kammerer ist das Fadenkreuz nicht mit Rektifizierschrauben versehen, sondern es ist ganz fest im Fernrohre befestigt, indem der Mechaniker sich hiebei alle Mühe gibt, die Visierlinie in die Ringachse zu bringen. Die diesbezügliche Prüfung und Berichtigung des Fadenkreuzes fällt somit weg.

Vor allem wird wieder die Richtigkeit der Alhidaden-Libellen geprüft nach Nr. 422 ad 1 (oder falls keine solchen vorhanden wären, wird die Marke bestimmt, dann wird die Horizontalität des Querfadens des Fadenkreuzes nach Nr. 424 b geprüft und eventuell mittelst der Schrauben an den Trägern berichtigt.

Hierauf stellt man in einer Entfernung von etwa 100 *m* vom Instrumente die Nivellierlatte vertikal auf, richtet die Visur auf diese und liest bei scharf einspielender Libelle am Horizontalfaden die Lattenhöhe L ab. Dann dreht man das Fernrohr nach seiner Längsachse um 180°, so daß die Libelle auf die andere Seite des Fernrohres kommt, bringt sie mittelst der Elevationsschraube wieder zum scharfen Einspielen und liest abermals die Lattenhöhe L' ab. Stimmen die beiden Lattenhöhen nicht überein, so nimmt man daraus das Mittel $\frac{L+L'}{2}$, bringt auf diese Höhe die Visur mit der Elevationsschraube und bringt dann die Libelle mit ihrer Rektifizierschraube i zum scharfen Einspielen. Der Versuch wird wiederholt, bis man in beiden Lagen des Fernrohres genau gleiche Lattenhöhen erhält.

Nun bringt man die Blase der Doppel-Libelle mittelst der Elevationsschraube zum scharfen Einspielen, wobei der Anschlagzapfen des Fernrohres an der Schraube am Träger anliegt, dann dreht man etwas das Fernrohr um seine Längsachse, so soll die Blase nicht aus dem Spielpunkte kommen Wäre dies der Fall, so müßte man den Fehler durch die seitlichen Rektifizierschrauben i' der Libelle verbessern, bis die Blase beim Drehen des Fernrohres scharf in der Mitte bleibt. Dasselbe soll auch bei um 180^0 gedrehtem Fernrohr der Fall sein.

Hierauf wird nochmals die frühere Untersuchung bezüglich der Lattenhöhen vorgenommen, um sich zu überzeugen, daß bei der seitlichen Verschiebung der Libellenröhre keine Änderung ihrer vertikalen Lage eingetreten ist.

Ein ganz neuer Typus eines Nivellier-Instrumentes mit drehbarem Fernrohr und Doppel-Libelle ist das in Fig. 533 a abgebildete Instrument von Karl Zeiss in Jena, welcher dazu folgende Beschreibung gibt:

Die Befestigung auf dem Stativ geschieht mittels der zilindrischen Steckhülse T, die durch die Schraube V auf dem Stativzapfen festgeklemmt wird. Die allgemeine Horizontierung, d. h. die Einstellung der Vertikalachse nach der Dosenlibelle N, wird durch die Schrauben CCC bewirkt. Die Vertikalachse aus Stahl ist zilindrisch geschliffen; sie erfordert infolgedessen niemals irgendwelche Regulierung und zeigt trotz ihres leichten, angenehmen Ganges keinerlei störende Schwankungen (Schlottern). Zur Feststellung der Vertikalachse dient die Klemme M und zur Feinbewegung die Mikrometerschraube B mit Gegenfeder. Die Vertikalfeinbewegung des Fernrohres geschieht mittels der am gabelförmigen Kipphebel S sitzenden, sehr sorgfältig geschnittenen Kippschraube (Elevations-Schraube) A, die zusammen mit der Gegenfeder eine rasche und bequeme Einstellung der Libelle ermöglicht.

Zur Reinigung und Ölung der Vertikalachse (nur selten vorzunehmen) kann der ganze drehbare Teil des Achsensystems nach Entfernung der Schraube O abgehoben werden.

Das Fernrohr ist in dem Fernrohrträger K um seine Längsachse zwischen zwei Anschlägen drehbar. Am Fernrohr ist seitlich die Reversionslibelle (Doppellibelle) justierbar befestigt.

Zur Erzielung konstanter Länge und damit vollständiger Staub- und Wasserdichtigkeit des Rohres sind sowohl Objektiv wie auch Fadenkreuz fest montiert. Die Einstellung auf die verschiedenen Entfernungen geschieht durch eine im Innern des Rohres verschiebbare Linse; sie wird mit dem Triebknopf *W* vorgenommen. Diese Art der Einstellung liefert bei gleich guter Führung eine etwa 6mal größere Genauigkeit als die direkte Verschiebung des Fadenkreuzes. Für die Scharfeinstellung des Okulars auf das Fadenkreuz ist Gewinde und Dioptrienteilung vorhanden.

Die Reversionslibelle ist in ihrer Fassung spannungsfrei gelagert und zum Schutze gegen Temperatureinflüsse mit einem Glaszilinder *Q* umschlossen. Die Libelle trägt keinerlei Teilung; die Beobachtung der Blase geschieht durch eine neue Prismenkombination, die im Gehäuse *E* untergebracht ist. Diese Prismenkombination entwirft von den beiden Blasenenden zwei einander berührende Bilder, die mit Hülfe des drehbaren Prismas *F* vom Okular-, resp. Objektivende des Fernrohres aus beobachtet werden können. Die Libellenblase wird durch den Spiegel *J* von unten sehr hell beleuchtet. Um die Libelle einspielen zu lassen, hat man mit der Kippschraube *A* die beiden Blasenhälften zur Koinzidenz zu bringen. Mit dieser Einrichtung wird die Libellenblase vollständig parallaxfrei beobachtet und es ist die Einstellung eine außerordentlich genaue und angenehme. In der zweiten Lage des Fernrohres (Libelle rechts) wird die Blase wieder im Prisma *F* von unten durch das Libellenglas hindurch beobachtet. Das Prismengehäuse *E* ist zu Justierzwecken auf der Libelle verschiebbar.

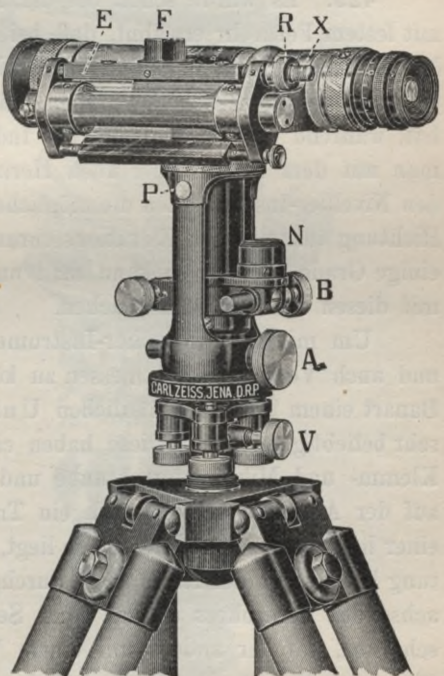


Fig. 533 a.

Um auch die kleinen Fehler der Reversionslibelle bequem und sicher konstatieren und somit das Instrument von einem Standpunkt aus vollständig justieren zu können, kann das Fernrohr in umgekehrter Richtung benutzt werden. Hierzu ist das Okular *D* herauszuziehen, in die Öffnung *H* des Objektivdeckels *G* einzuschieben und mit dem letzteren auf das Objektivende des Fernrohrs aufzustecken. Das Prisma *F* wird gedreht und es kann nach Fokussieren mit dem Knopf *W* die Latte in gleicher Weise abgelesen werden, wie in den beiden ersten Lagen des Fernrohres. Das

Mittel aus den so erhaltenen vier Ablesungen ist von sämtlichen Instrumentfehlern frei. Das Fernrohr wird in Lage I auf diese Mittelablesung eingestellt und das Prismengehäuse E nach Lösen der Klemme R mittelst des Rädchens X so verschoben, bis die Blasenenden koinzidieren, worauf das Instrument vollständig justiert ist. Das Nivellieren findet alsdann nur in Lage I statt. Eine solche vollständige Justierung des Instrumentes erfordert einen Zeitaufwand von 4—5 Minuten.

Das Fernrohr ist mit Distanzmesser 1 : 100 ausgerüstet.

Universal-Nivellier-Instrumente.

429. Es wurde schon bei der Beschreibung der Nivellier-Instrumente mit festem Fernrohr erwähnt, daß bei allen halbwegs größeren und besseren Nivellier-Instrumenten das Alhidaden-Lineal sich um einen vertikalen Zapfen über einer Limbus-Scheibe drehen läßt, welch letztere eine Gradeinteilung hat, während an der Alhidade ein Index oder Nonius angebracht ist, so daß man mit dem Instrumente auch Horizontalwinkel messen kann. Da aber bei den Nivellier-Instrumenten die mögliche Bewegung des Fernrohres in vertikaler Richtung mittelst der Elevationsschraube eine sehr beschränkte ist und nur einige Grade beträgt, so kann man nur in ebenem Terrain Winkelmessungen mit diesen Instrumenten machen.

Um mit dem Nivellier-Instrumente Horizontalwinkel in jedem Terrain und auch Vertikalwinkel messen zu können, sind in neuerer Zeit die in ihrer Bauart einem Theodolit ähnlichen Universal-Nivellier-Instrumente sehr beliebt geworden. Diese haben einen Limbus mit Alhidade, letztere mit Klemm- und Mikrometerschraube und mit einem oder zwei Nonien versehen; auf der Alhidade befindet sich ein Träger, in welchem das Fernrohr mittelst einer horizontalen Drehungsachse liegt, so daß es beliebig in vertikaler Richtung bewegt, in der Regel auch durchgeschlagen werden kann. Die Drehungsachse des Fernrohres ist auf einer Seite mit einer Klemm- und Mikrometerschraube, auf der andern mit einem Vertikal-Kreise oder -Bogen mit einem oder zwei Nonien versehen. Auf der Alhidade befinden sich Kreuzlibellen oder eine Dosen-Libelle, auf dem Fernrohre eine Nivellier-Libelle. Die kleineren Instrumente haben Stampfer'schen Unterbau oder ein Nußgelenk mit konischer Hülse für ein Zapfenstativ, die großen dagegen Dreifußaufstellung für ein Scheibenstativ. Das Fernrohr ist stets zur optischen Distanzmessung eingerichtet. Oft ist auch auf der Alhidade oder über dem Fernrohr noch eine Bussole angebracht.

Bezüglich der Anbringung der Nivellier-Libelle kommen folgende Unterschiede vor:

1. Die einfache Nivellier-Libelle ist mit dem Fernrohre fest verbunden. Hiebei kann das Fernrohr durchschlagbar sein oder nicht. Für den Gebrauch dieses Instrumentes zum Nivellieren ist in diesem Falle das Durchschlagen des Fernrohres bedeutungslos und hat nur Wert für die Horizontalwinkel-Messung.

2. Das Fernrohr ist umlegbar und mit einer frei aufsetzbaren Nivellier-Libelle versehen.

3. Das Fernrohr ist durchschlagbar und mit einer frei aufsetzbaren Nivellier-Libelle versehen.

4. Das Fernrohr ist durchschlagbar und mit einer Doppel-Libelle versehen.

430. Ein kleines Universal-Nivellier-Instrument mit fester einfacher Libelle am Fernrohr, welch letzteres nicht durchschlagbar und nicht umlegbar ist, von der Firma R. und A. Rost in Wien ist in Fig. 534 abgebildet.

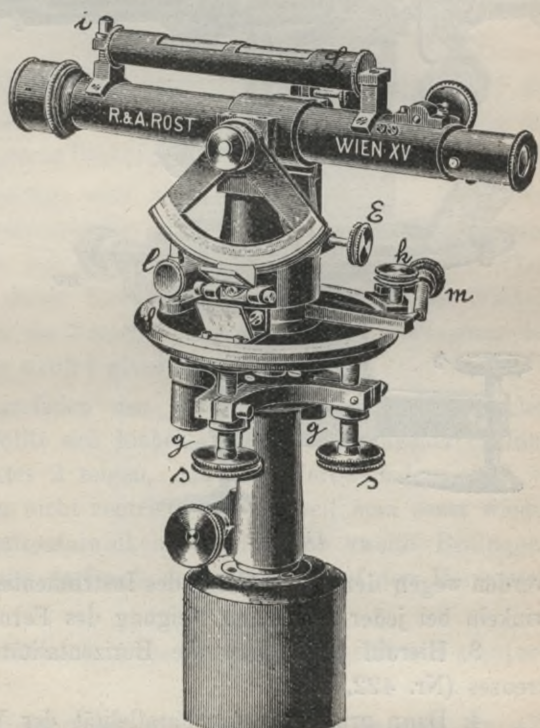


Fig. 534.

Die Limbusscheibe S ist mit Stampfer'schem Unterbau mit zwei Stellschrauben ss und Gegenfedern gg und mit konischer Hülse für ein Zapfenstativ versehen. Auf der Alhidade ist eine Röhrenlibelle l zur Vertikalstellung der Umdrehungsachse angebracht. Die freie Bewegung der Alhidade kann mit der Klemmschraube k gehemmt werden, m ist die Mikrometerschraube für die Alhidade.

Auf der Alhidade ist ein säulenförmiger Träger angebracht, in welchem die Drehungsachse des Fernrohres liegt. Vorn ist an der Drehungsachse ein Höhenbogen angebracht, rückwärts die Klemm- und Mikrometer-Vorrichtung. Die Klemmschraube ist oben, zwischen Fernrohr und Nivellier-Libelle, sichtbar, E ist die Mikrometerschraube, welche beim Nivellieren als Elevationsschraube dient.

Die mit der Rektifizierschraube i versehene Nivellier-Libelle ist oben am Fernrohr fest angebracht.

Beim Gebrauche des Instrumentes zum Nivellieren wird zuerst die Drehungsachse der Alhidade mittelst der Alhidaden-Libelle und der Stellschrauben ss vertikal gerichtet. Da nur eine Alhidaden-Libelle vorhanden ist, muß diese zuerst in die Richtung einer Stellschraube, dann durch Drehen der Alhidade um 90^0 in die Richtung der zweiten Stellschraube gebracht werden. Ist die Drehungsachse der Alhidade vertikal gerichtet, so wird vor jeder Visur die Nivellier-Libelle mit der als Elevationsschraube dienenden Mikrometerschraube E zum scharfen Einspielen gebracht.

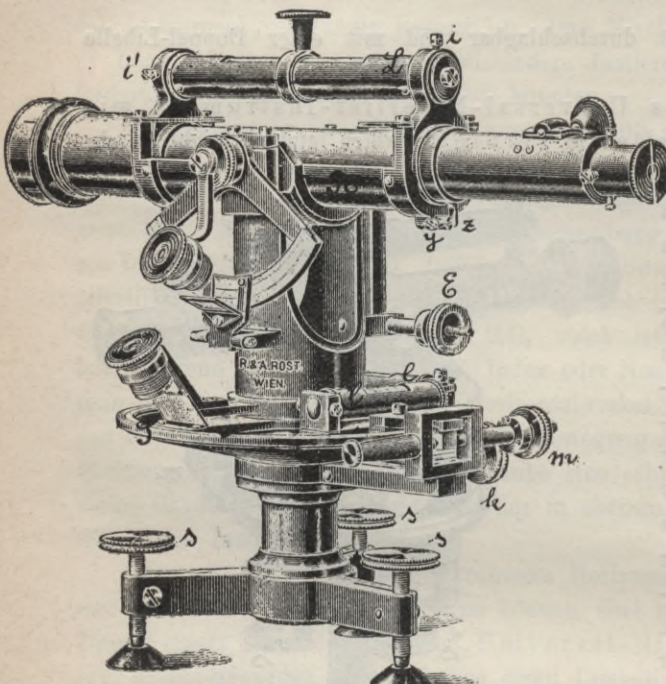


Fig. 535.

Für die Prüfung und Berichtigung des Instrumentes ist folgender Vorgang einzuhalten:

1. Zunächst wird die Alhidaden-Libelle in bekannter Weise geprüft und eventuell berichtigt (siehe Nr. 422, ad 1).

2. Dann wird die senkrechte Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse des Fernrohres und die Horizontalität der letzteren geprüft wie bei einem Theodolit mit nicht durchschlagbarem Fernrohr. Diese Prüfung ist für das Instrument als Nivellier-Instrument nicht nötig, wohl aber muß sie vorgenommen werden wegen der Verwendung des Instrumentes zum Messen von Horizontalwinkeln bei jeder beliebigen Neigung des Fernrohres.

3. Hierauf prüft man die Horizontalität des Querfadens des Fadenkreuzes (Nr. 422, ad 2).

4. Dann prüft man die Parallelität der Visierlinie mit der Tangente der einspielenden Libelle in der gewöhnlichen Weise aus zwei Standpunkten nach Nr. 422, ad 3).

5. Zuletzt wird die bereits geprüfte Nivellier-Libelle mit der Schraube E zum ganz scharfen Einspielen gebracht und es soll dann der Nonius des Höhenbogens genau 0^0 als Ablesung ergeben. Ist dies nicht der Fall, so wird der Nonius entsprechend verschoben.

6. Endlich muß auch die Multiplikations-Konstante für die Distanzmessung nach Nr. 96 geprüft, beziehungsweise bestimmt werden.

431. Die Fig. 535 stellt ein Universal-Nivellier-Instrument mit umlegbarem Fernrohr und frei aufsetzbarer Libelle von R. und A. Rost in Wien dar, welches in derselben Weise gebaut ist, wie die gleichen Instrumente von Starke und Kammerer. Das Instrument hat Dreifußaufstellung für ein Scheibenstativ. Auf der mit Klemm- und Mikro-

meterschraube *k* und *m* versehenen Alhidade sind zwei Kreuzlibellen *l l* angebracht. Der säulenförmige Träger enthält die Lager der horizontalen Drehungsachse einer halbzilindrischen Rinne *R*, in welcher das mit Ringen versehene Fernrohr liegt. Dieses hat unten einen Anschlagzapfen *z*, mit welchem es an einer an der Rinne befindlichen Schraube *y* anliegt. Auf dem Fernrohr ist die Nivellier-Libelle *L* frei aufgesetzt. Die Drehungsachse der Rinne enthält auf einer Seite einen Höhenbogen, auf der anderen die Klemm- und Mikrometerschraube, welch letztere als Elevationsschraube *E* dient.

Für die Untersuchung und Berichtigung des Instrumentes empfiehlt sich folgender Vorgang.

1. Vor allem untersucht und berichtigt man nach Nr. 422 ad 1 die Alhidaden-Libellen, worauf mittelst dieser für die weitere Untersuchung die Alhidade sorgfältig horizontal, deren Drehungsachse daher vertikal gerichtet wird.

2. Nun prüft und berichtigt man die senkrechte Stellung der Visierlinie gegen die horizontale Drehungsachse und die Horizontalität der letzteren so wie bei einem Theodolit mit nicht durchschlagbarem Fernrohr. (Das Fernrohr bleibt nämlich bei dieser Untersuchung, wie auch bei der Winkelmessung, in einer Lage, da das Umlegen oder Drehen des Fernrohres der Wirkung des Durchschlagens nicht gleichkommt.)

3. Dann wird der Querfaden des Fadenkreuzes in die Ringachse gebracht nach Nr. 424 a. Sollte sich hiebei, nach vorausgegangener Prüfung und Berichtigung des Punktes 2 zeigen, daß der Vertikalfaden nicht in der Ringachse liegt, so darf er nicht zentriert werden, weil man sonst wieder die für die Messung von Horizontalwinkeln unerläßliche zweite Bedingung stören würde; die Zentrierung darf sich demnach nur auf den Horizontalfaden erstrecken.[1])

4. Hierauf wird die Horizontalität des Querfadens geprüft und eventuell berichtigt nach Nr. 424 b.

5. Dann prüft und berichtigt man die Nivellier-Libelle nach Nr. 425 und unmittelbar nachher prüft man die Gleichheit der Ringhalbmesser ebenfalls nach Nr. 425. Bei einer etwa vorgefundenen Ungleichheit der Ringhalbmesser gilt das Gleiche, was diesbezüglich in Nr. 425 gesagt wurde.

6. Zum Schlusse prüft man, ob bei scharf einspielender Nivellier-Libelle die Ablesung am Höhenkreise genau 0^0 ist, und endlich

7. die Konstante für die Distanzmessung.

---

[1]) In diesem Falle darf man behufs Absteckung gerader Linien nach vor- und rückwärts vom Instrumente das Fernrohr in seiner Rinne nicht umlegen. Wollte man auf letzteres mehr Gewicht legen, als auf die möglichst genaue Messung von Horizontalwinkeln bei jeder beliebigen Neigung des Fernrohres, so müßte man den Vertikalfaden zentrieren und die Prüfung und Berichtigung des zweiten Punktes unterlassen.

432. Eine viel verbreitete Konstruktions-Type für ein *Universal-Nivellier-Instrument mit durchschlagbarem Fernrohr und frei aufsetzbarer Libelle* ist in Fig. 536 abgebildet. Die Bauart dieses mit Dreifußaufstellung für ein Tellerstativ versehenen Instrumentes ist aus der Abbildung ohneweiters ersichtlich. Alhidade und Drehungsachse des Fernrohres sind mit Klemmschrauben k und k' und mit Mikrometerschrauben m und E versehen, letztere dient als Elevationsschraube. Bei dem abgebildeten Instrumente ist an der Drehungsachse des Fernrohres nur ein Höhenbogen befestigt. Es ist aber auch oft ein ganzer Höhenkreis zu finden, welcher vorteilhafter ist. Das Fernrohr ist mit Ringen von gleichem Halbmesser versehen, auf welche die Nivellier-Libelle L frei aufgesetzt wird. Damit letztere nicht herunterfallen kann, greift ein an ihr angebrachtes, verschiebbares Häkchen a in einen Ring am Fernrohre ein; ein gleicher Ring ist auf der unteren Seite des Fernrohres vorhanden, um die Libelle bei durchgeschlagenem Fernrohr wieder aufsetzen zu können. Auf der Alhidade sind zwei Kreuzlibellen und ein Nonius angebracht.

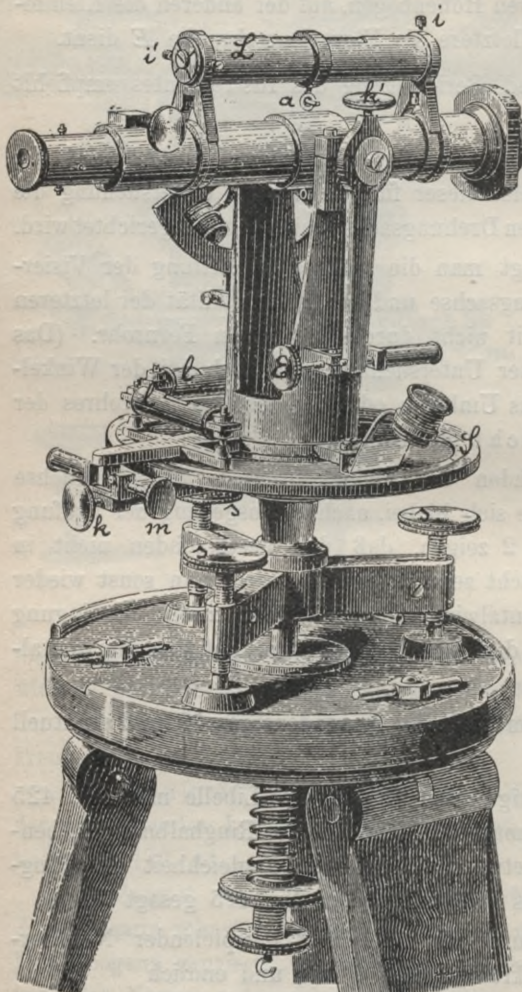


Fig. 536.

Die Prüfung und Richtigstellung eines derartigen Instrumentes geschieht in folgender Weise.

1. Vorerst werden die Alhidaden-Libellen geprüft und eventuell berichtigt und dann zum Zwecke der weiteren Untersuchungen die Alhidade sorgfältig horizontal gerichtet.

2. Dann prüft man die senkrechte Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse des Fernrohres nach der Methode mit dem doppelten oder vierfachen Fehler. (Nr. 171 ad 4 a.) Eine Abweichung wird durch Verschiebung des Fadenkreuzes mit dessen seitlichen Rektifizierschrauben beseitigt. Hierauf

wird die Horizontalität der Drehungsachse des Fernrohres durch Anvisieren eines hochliegenden Punktes geprüft. (Nr. 171 ad 4 b.) Eine Abweichung muß durch Heben oder Senken der Drehungsachse auf einer Seite beseitigt werden, wenn das Instrument die hiezu nötigen Rektifizierschrauben hat.

3. Die nächste Prüfung ist die der Nivellier-Libelle, welche ganz nach Nr. 425 geschieht. Wenn die Nivellier-Libelle mittelst der Mikrometerschraube E zum scharfen Einspielen gebracht wurde, und man hebt sie ab und legt sie um 180^0 um, soll sie wieder scharf einspielen. Die Hälfte einer etwaigen Abweichung wird mit der Rektifizierschraube i beseitigt. Ebenso soll die Blase scharf in der Mitte bleiben, wenn die Libelle auf den Ringen etwas nach links und rechts gedreht wird. Eine etwaige Abweichung der Blase bei dieser Untersuchung wird mit den seitlichen Rektifizierschrauben i' beseitigt.

4. Dann wird die Horizontalität des Querfadens in der schon oft erwähnten Weise geprüft und eine etwaige Abweichung durch Drehen der Fadenplatte beseitigt. (Nr. 422 ad 2.)

5. Die nächste Prüfung, beziehungsweise Berichtigung ist die Zentrierung des Horizontalfadens; diesen kann man auf folgende Weise in die Ringachse bringen.

In einer Entfernung von etwa 100 m vom Instrumente stellt man die Nivellierlatte auf, richtet die Visur auf die Latte, bringt die Nivellier-Libelle mit der Mikrometerschraube E zum scharfen Einspielen und liest am Horizontalfaden die Lattenhöhe L ab. Nun wird die Libelle abgehoben, das Fernrohr durchgeschlagen und die Libelle wieder aufgesetzt. Dann wird die Alhidade herumgedreht, die Visur wieder auf die Latte gerichtet, die Nivellier-Libelle mit der Schraube E abermals zum ganz scharfen Einspielen gebracht und jetzt am Horizontalfaden die Lattenhöhe L' abgelesen. Sind die beiden Lattenablesungen nicht gleich, so nimmt man daraus das Mittel $\frac{L+L'}{2}$ und bringt auf diese Höhe die Visur durch Verschiebung des Fadenkreuzes mittelst dessen unterer und oberer Rektifizierschraube, selbstverständlich bei ganz scharf einspielender Nivellier-Libelle.

Nun ist der Horizontalfaden in die Ringachse gebracht, haben daher die Ringe gleiche Halbmesser, so ist die Visierlinie parallel mit der Tangente der Libelle und es wird die Visur stets horizontal sein, wenn die berichtigte Nivellier-Libelle scharf einspielt. Man muß daher die Gleichheit der Ringhalbmesser prüfen. Dies geschieht in der Weise, daß man jetzt die Parallelität zwischen Visierlinie und Tangente der einspielenden Libelle in der gewöhnlichen Weise aus zwei Standpunkten prüft. (Nr. 422 ad 3.)

Ergibt sich bei dieser Untersuchung $x = 0$, so sind Visierlinie und Libellentangente wirklich parallel, also auch die Ringhalbmesser gleich, und es kann in der Zukunft diese letzte Untersuchung fortbleiben, so daß dann nur die richtige Stellung des Fadenkreuzes aus einem Standpunkte zu prüfen ist. Bei einspielender Libelle ist die Visur dann immer horizontal, es mag welche Seite immer des Fernrohres nach oben gekehrt sein.

Stellt sich jedoch bei der Untersuchung für x ein Wert heraus, so kann man entweder den Horizontalfaden in der Ringachse belassen und den entstehenden Fehler x in der Lattenhöhe jedesmal in Rechnung ziehen, oder man stellt durch Verschiebung des Fadenkreuzes die Visierlinie parallel zur Tangente der Libelle. In diesem Falle muß aber in Zukunft beim Nivellieren das Fernrohr stets dieselbe Lage haben, d. h. mit derselben Seite nach oben gekehrt sein wie bei der Rektifikation, und darf nicht durchgeschlagen werden. Ferner kann dann die richtige Stellung des Horizontalfadens nur aus zwei Standpunkten geprüft werden.

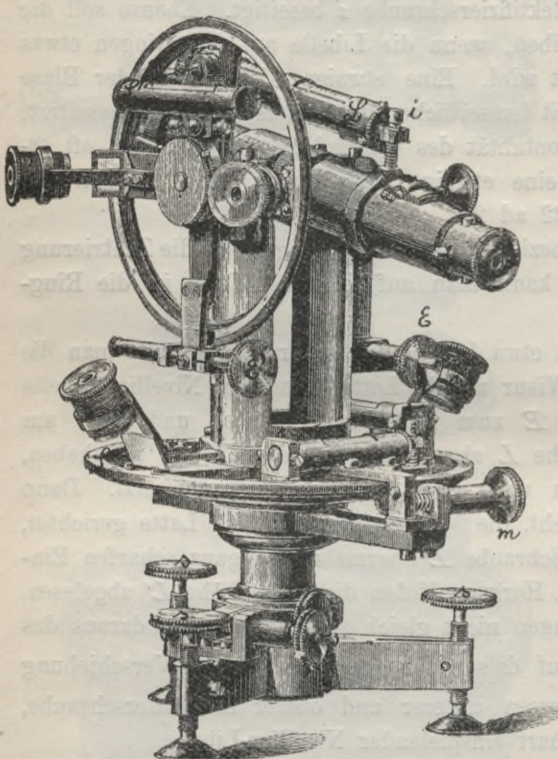


Fig. 537.

6. Wenn die Nivellier-Libelle berichtigt, beziehungsweise Visur und Tangente der einspielenden Libelle parallel gestellt wurden, so wird die Stellung des Nonius des Höhenkreises geprüft und berichtigt wie bei den anderen Universal-Nivellier-Instrumenten.

7. Zuletzt wird die Konstante für die optische Distanzmessung geprüft, beziehungsweise bestimmt.

433. In Fig. 537 ist ein U n i v e r s a l - N i v e l l i e r - I n s t r u m e n t m i t d u r c h s c h l a g b a r e m F e r n r o h r u n d a u f d i e s e m f e s t b e f e s t i g t e r D o p p e l l i b e l l e von Starke und Kammerer in Wien dargestellt.[1])

Diese Konstruktions-Type unterscheidet sich von der in der vorigen Nummer beschriebenen im allgemeinen nur durch die am Fernrohre fest angebrachte Doppellibelle, sowie dadurch, daß wegen der Doppellibelle das Fadenkreuz nur eine seitliche Verschiebung, dagegen nicht von oben nach unten oder umgekehrt gestattet.

Speziell bei dem abgebildeten Instrumente ist noch zu erwähnen, daß der Horizontalkreis S drehbar (repetierend) ist; dessen Klemm- und Mikrometer-Schrauben sind unten an dem Dreifuß sichtbar. Ferner ist ein vollständiger Höhenkreis vorhanden mit zwei Nonien und einer Versicherungs-Libelle L' zur möglichst genauen Messung der Vertikalwinkel.

[1]) Universal-Nivellier-Instrumente mit durchschlagbarem Fernrohr werden bei Starke und Kammerer jetzt nur mit Doppel-Libelle ausgerüstet. Frei aufsetzbare Libellen werden nur auf Verlangen angebracht.

Die letztere Einrichtung ist in Fig. 538 schematisch dargestellt. Auf der Drehungsachse *a* des Fernrohres ist der Höhenkreis *h* aufgeschraubt und vor dem letzteren der Nonienträger *t* auf die Achse *a* aufgesteckt, so daß er um die Achse *a* gedreht werden kann. Dieser Nonienträger hat vier Arme; die beiden seitlichen Arme enthalten die Nonien *n* und *n'*, der nach unten gehende Arm liegt zwischen einer Mikrometerschraube *E'* und einem Stift *g* mit Gegenfeder. Die Mutter dieser Schraube und der Stift *g* befinden sich in einem hufeisenförmigen Teil, der an dem Fernrohrträger *T* festgeschraubt ist. Durch die Schraube *E'* und ihre Gegenfeder wird somit der Nonienträger in einer bestimmten Stellung erhalten, welche jedoch durch Drehung der Schraube *E'* geändert werden kann. Auf dem nach oben gehenden Arme ist eine Platte *p* mit der Schraube *b* befestigt; mit dieser Platte ist eine feine Libelle *L'* in fester Verbindung. In der Platte *p* haben die zwei Justierschräubchen *c* und *d* ihre Muttern; diese beiden Schrauben stoßen an ein Klötzchen *e*, welches mit dem Nonienträger in fester Verbindung ist.

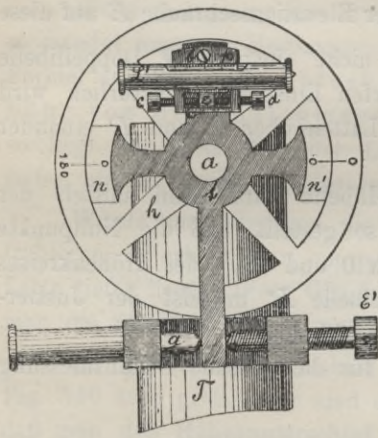


Fig. 538.

Wenn die Visur wirklich genau horizontal ist, so kann man nun mittelst der Schraube *E'* den Nonienträger so stellen, daß die Nullpunkte der beiden Nonien genau mit den Teilpunkten 0 und 180 des Höhenkreises koinzidieren, worauf nach Lüftung der Klemmschraube *b* die Libelle *L'* mit den zwei Justierschräubchen *c* und *d* zum scharfen Einspielen gebracht wird. Beim Gebrauche des Instrumentes zur Messung von Vertikalwinkeln wird dann jedesmal vor Ablesung des Neigungswinkels erst die Libelle *L'* mittelst der Schraube *E'* zum ganz scharfen Einspielen gebracht.

Die Prüfung und Berichtigung des Instrumentes wird in folgender Reihenfolge vorgenommen.

1. Die Prüfung der Alhidaden-Libellen geschieht so wie bei den anderen, bereits beschriebenen Instrumenten.

2. Die Prüfung und Berichtigung der senkrechten Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse des Fernrohres und die Horizontalität der letzteren geschieht so wie bei dem in Nr. 432 beschriebenen Instrumente.

3. Hierauf wird die Horizontalität des Querfadens des Fadenkreuzes wie bei allen anderen Instrumenten geprüft und eventuell durch Drehung der Fadenplatte berichtigt.

4. Die Parallelstellung der Visierlinie mit der Tangente der einspielenden Doppel-Libelle geschieht in folgender Weise. In einer Entfernung von etwa 100 *m* vom Instrumente wird die Nivellierlatte aufgestellt, die

Visur auf diese gerichtet, die Nivellier-Libelle mit der Elevationsschraube zum scharfen Einspielen gebracht und die Lattenhöhe L am Horizontalfaden abgelesen. Dann dreht man die Alhidade um 180°, schlägt das Fernrohr durch, richtet die Visur wieder auf die Latte, bringt die Doppellibelle abermals zum scharfen Einspielen und liest jetzt die Lattenhöhe L' ab. Sind die beiden Lattenhöhen einander nicht gleich, so nimmt man das Mittel $\frac{L + L'}{2}$, bringt die Visur mittelst der Elevationsschraube E auf diese mittlere Lattenhöhe und bringt die jetzt nicht einspielende Doppellibelle mit ihrer Rektifizierschraube i zum scharfen Einspielen. Natürlich wird dieser Vorgang wiederholt, bis die beiden Lattenhöhen L und L' einander genau gleich sind.

5. Bei scharf einspielender Doppel-Libelle wird dann mittels der Mikrometerschraube E' der Nonienträger so gestellt, daß die Nullpunkte der beiden Nonien genau mit den Punkten 0 und 180° des Höhenkreises koinzidieren und dann die Versicherungslibelle L' mittelst der Justierschrauben c und d zum scharfen Einspielen gebracht.

6. Zum Schlusse wird die Konstante für die optische Distanzmessung geprüft, beziehungsweise bestimmt.

Die Durchführung des Nivellierens.

§ 63.

A. Nivellieren von Punkten und Linien. Nivelliermethoden.

434. Nivellieren aus den Enden oder Vorwärtsnivellieren. Um den Höhenunterschied oder, wie man oft sagt, das Gefälle zwischen zwei Punkten A und B zu messen (Fig. 539), stellt man das Instrument mit dem Okular über den einen Punkt, z. B. A und richtet die Visur gegen die im zweiten Punkte B vertikal aufgestellte Latte. Nachdem die Nivellierlibelle zum ganz scharfen Einspielen gebracht wurde, mißt man die Instrumentshöhe J und liest dann am Horizontalfaden die Lattenhöhe L ab. Letztere muß nötigenfalls die Korrektion δ wegen des Unterschiedes zwischen dem wahren und scheinbaren Horizont erhalten, so daß man zu nehmen hat $(L - \delta)$, die „korrigierte Latte".

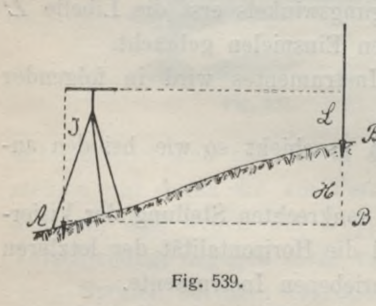


Fig. 539.

Der Höhenunterschied $BB' = H$ der beiden Punkte ergibt sich aus der Gleichung

$$H = J - (L - \delta).$$

Steht das Instrument, wie in der Fig. 539, im tieferen Punkte, so ist die Instrumentshöhe größer als die Lattenhöhe, man erhält daher aus der obigen Gleichung für H einen positiven Wert. Dieses positive Zeichen zeigt an, daß der Punkt B, wo die Latte steht, höher liegt, als A. Würde das Instrument in B, die Latte aber in A stehen, so erhielte man aus der obigen Gleichung einen negativen Wert und es zeigt das negative Zeichen an, daß der Punkt, wo die Latte steht, tiefer liegt als jener, wo das Instrument sich befindet.

Wenn man daher die Steigung mit $+$, den Fall mit $-$ bezeichnet, so wendet man zur Bestimmung des Höhenunterschiedes immer die obige Formel an, d. h. man subtrahiert immer die korrigierte Lattenhöhe von der Instrumentshöhe, erhält man ein positives Resultat, so liegt der Punkt mit der Latte höher, bei einem negativen Resultate tiefer, als der Punkt, wo das Instrument steht.

Würde man dagegen die Instrumentshöhe von der Lattenhöhe subtrahieren, so erhält man ein positives Resultat, wenn der Punkt mit der Latte tiefer liegt. Diese Gleichung darf man daher nur anwenden, wenn man die Steigung mit $-$ und den Fall mit $+$ bezeichnen wollte.[1])

Ist der Höhenunterschied der beiden Punkte, z. B. A und D in Fig. 540 sehr groß, oder sind die Punkte weit von einander entfernt, so daß man den Höhenunterschied nicht durch eine einzige Aufstellung des

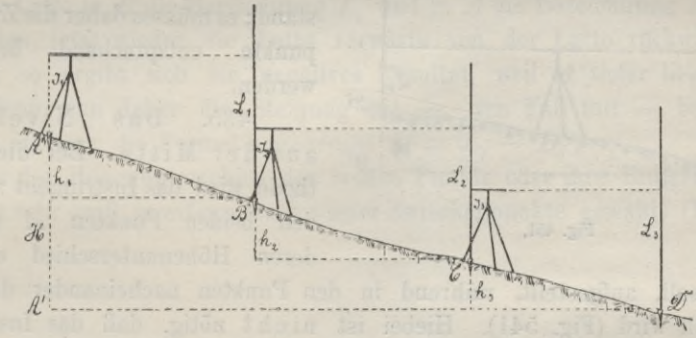


Fig. 540.

Instrumentes bestimmen kann, so muß man einige Zwischenpunkte, z. B. B und C wählen. Dann wird in der vorstehend geschilderten Weise der Höhenunterschied zwischen je zwei Punkten ermittelt und durch fortgesetztes Summieren dieser Höhenunterschiede erhält man den Gesamt-Höhenunterschied jedes Zwischenpunktes und endlich des letzten Punktes gegen den Anfangspunkt.

Dieser selbe Vorgang wird auch eingehalten, wenn überhaupt die Höhenunterschiede einer Reihenfolge von Punkten bestimmt werden sollen.

[1]) Dies muß z. B. geschehen bei dem im § 65 beschriebenen Stampfer'schen Nivellieren.

Bezeichnet man den Gesamt-Höhenunterschied zwischen A und D mit H, die einzelnen Höhenunterschiede zwischen A und B mit h_1, zwischen B und C mit h_2 u. s. w., so ist

$$H = h_1 + h_2 + h_3 + \ldots.$$
$$h_1 = J_1 - (L_1 - \delta_1)$$
$$h_2 = J_2 - (L_2 - \delta_2)$$
$$h_3 = J_3 - (L_3 - \delta_3)$$
$$\begin{matrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{matrix}$$
$$\overline{H = [J] - [(L - \delta)]}$$

Man erhält also auch den Gesamt-Höhenunterschied zwischen dem Anfangs- und Endpunkte, indem man von der Summe aller Instrumentshöhen die Summe aller Lattenhöhen subtrahiert.

Selbstverständlich muß das Instrument, beziehungsweise dessen Okular immer genau über denselben Punkt kommen, in dem früher die Latte stand; es müssen daher die Zwischenpunkte entsprechend bezeichnet werden.

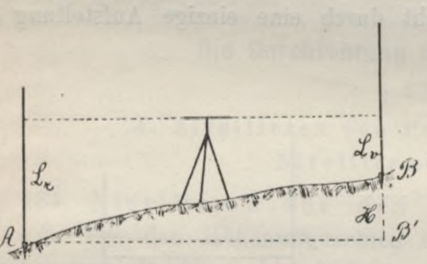


Fig. 451.

435. Das Nivellieren aus der Mitte. Bei dieser Methode wird das Instrument zwischen den beiden Punkten A und B, deren Höhenunterschied ermittelt werden soll, aufgestellt, während in den Punkten nacheinander die Latte aufgestellt wird (Fig. 541). Hiebei ist nicht nötig, daß das Instrument in der Geraden zwischen den beiden Punkten stehe, sondern es kann beliebig weit seitwärts von dieser Geraden stehen. Die vertikale Umdrehungsachse der Alhidade wird gut vertikal gerichtet, die Visur zuerst nach der einen, dann durch Umdrehung der Alhidade nach der zweiten Latte gerichtet, jedesmal die Nivellierlibelle mit der Elevationsschraube zum scharfen Einspielen gebracht und die Lattenhöhen abgelesen.

Der Höhen-Unterschied der beiden Punkte ergibt sich, wie aus der Zeichnung ohneweiters zu ersehen ist, aus der Differenz der beiden Lattenhöhen. Werden diese mit L_r und L_v und die Korrektionen wegen des Unterschiedes zwischen dem wahren und scheinbaren Horizont mit δ und δ' bezeichnet, so ist

$$H = (L_r - \delta) - (L_v - \delta').$$

Sind die Entfernungen des Instrumentes von den beiden Latten gleich groß, so ist auch $\delta = \delta'$, so daß dann die Gleichung für den Höhen-Unterschied einfach lautet

$$H = L_r - L_v .$$

Selbst dann, wenn die Entfernungen nicht genau, sondern nur annähernd gleich sind, ist der Unterschied zwischen den beiden kleinen Größen δ und δ' so gering, daß er praktisch nicht mehr bemerkbar ist, so daß demnach die Korrektionen δ und δ' vernachlässigt werden können.

Denjenigen Punkt, von welchem ausgegangen wird, nennt man den „Punkt rückwärts", denjenigen Punkt, nach dessen Höhenlage gefragt wird, nennt man „Punkt vorwärts". Demgemäß werden auch die Lattenhöhen in den beiden Punkten „Latte rückwärts" (L_r) und „Latte vorwärts" (L_v) genannt.

Frägt man z. B. in Fig. 541, wie liegt der Punkt B gegen den Punkt A, so ist A der Punkt rückwärts, B der Punkt vorwärts. Wird nun die obige Formel $H = L_r - L_v$ angewendet, d. h. die Latte vorwärts von der Latte rückwärts subtrahiert, so ergibt sich ein positives Resultat, weil der Punkt B höher als A liegt.

Würde nach der Lage des Punktes A gegen B gefragt, so ist umgekehrt B der Punkt rückwärts und A der Punkt vorwärts. Es würde daher auch die Latte in B die Bezeichnung L_r und in A die Bezeichnung L_v haben. Wird aber jetzt wieder die Latte vorwärts von der Latte rückwärts subtrahiert, so ergibt sich ein negatives Resultat, weil A tiefer liegt als B.

Wenn man daher die Steigung mit $+$, den Fall mit $-$ bezeichnet, so wird immer die Formel angewendet $H = L_r - L_v$.

Ist der Höhenunterschied der beiden Punkte oder ihre Entfernung voneinander sehr groß, so müssen auch wieder Zwischenpunkte gewählt (Fig. 542)

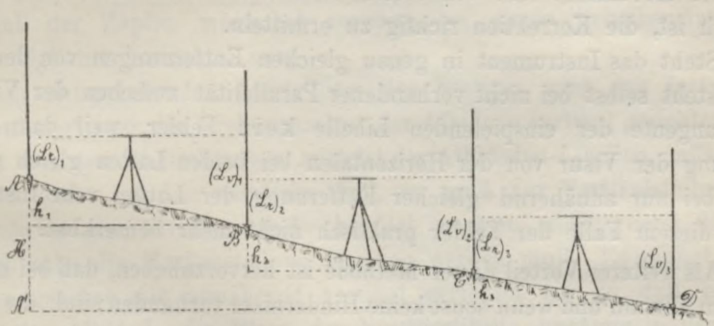


Fig. 542.

und die Höhenunterschiede zwischen je zwei Punkten ermittelt werden. Durch fortgesetztes Summieren der einzelnen Höhenunterschiede erhält man so wie beim Vorwärts-Nivellieren den Gesamt-Höhen-Unterschied jedes Zwischenpunktes und schließlich des Endpunktes gegen den Anfangspunkt.

Ebenso geht man auch vor bei der Bestimmung der Höhenlage einer Reihenfolge von Punkten überhaupt.

Es ist wieder $$H = h_1 + h_2 + h_3 + \ldots\ldots$$

$$h_1 = (L_r)_1 - (L_v)_1$$
$$h_2 = (L_r)_2 - (L_v)_2$$
$$h_3 = (L_r)_3 - (L_v)_3$$
$$\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$
$$\overline{H = [L_r] - [L_v]}$$

Man kann also wieder zur Kontrolle den Gesamt-Höhenunterschied zwischen dem Anfangs- und Endpunkte aus der Differenz der Summen aller L_r und L_v erhalten.

Die Latte muß in den einzelnen Punkten bei der Drehung gegen das Instrument stets genau auf demselben Punkte bleiben.

Das „Nivellieren aus der Mitte“ hat gegenüber dem „Nivellieren aus den Enden“ wesentliche Vorteile, es wird daher in der Praxis stets angewendet und das Nivellieren aus den Enden nur ausnahmsweise in gewissen Fällen, wenn das Nivellieren aus der Mitte nicht anwendbar ist.

Vor allem ist ein wesentlicher Vorteil des Nivellierens aus der Mitte der, daß bei auch nur annähernd gleichen Entfernungen der Latten vom Instrumente die Korrektion wegen des Unterschiedes zwischen dem wahren und scheinbaren Horizont mit Berücksichtigung der Refraktion wegfällt. Die in Nr. 407 angegebenen Werte für diese Korrektion gelten nur für einen mittleren Refraktionskoëffizienten (0·0653 nach Gauss); in Wirklichkeit kann aber der Koëffizient sehr von diesem Mittelwerte abweichen, so daß es unmöglich ist, die Korrektion richtig zu ermitteln.

Steht das Instrument in genau gleichen Entfernungen von den Latten, so entsteht selbst bei nicht vorhandener Parallelität zwischen der Visur und der Tangente der einspielenden Libelle kein Fehler, weil dann die Abweichung der Visur von der Horizontalen bei beiden Latten gleich groß ist. Auch bei nur annähernd gleicher Entfernung der Latten vom Instrumente ist in diesem Falle der Fehler praktisch nicht mehr bemerkbar.

Als weiterer Vorteil dieser Methode ist hervorzuheben, daß bei mäßig geneigtem Terrain und wenn sonst keine Hindernisse vorhanden sind, die Zahl der Aufstellungen des Instrumentes viel geringer, fast halb so groß sein kann, als beim Nivellieren aus den Enden. Die Latte kann immer nur soweit vom Instrumente entfernt sein, als es die Vergrößerung des Fernrohres zuläßt, beim Nivellieren aus der Mitte kann aber die Latte auf beiden Seiten des Instrumentes in dieser Entfernung aufgestellt werden, d. h. vorausgesetzt, daß das Terrain bei geringer Neigung die volle Ausnützung dieser Entfernung zuläßt.

Endlich fällt beim Nivellieren aus der Mitte das immerhin etwas unbequeme Messen der Instrumentshöhe weg.

Praktischer Vorgang bei Ausführung eines Längen-Nivellements.

436. Wenn der Höhenunterschied zweier von einander weit entfernter Punkte ermittelt werden soll, so daß Zwischenpunkte nötig sind oder wenn überhaupt die Höhenlage einer Reihenfolge von Punkten festgestellt werden soll, so nennt man diesen Vorgang ein Längennivellement.

Sind die einzelnen Punkte nicht schon durch irgendwelche feste, unverrückbare Objekte bezeichnet, so müssen sie durch Nivellier-Pflöcke bezeichnet werden. Das sind starke Pflöcke mit gerade abgeschnittenen Köpfen, welche ganz in den Boden getrieben werden; auf den Kopf des Pflockes wird die Latte gestellt. Handelt es sich nur um die Feststellung des Höhen-Unterschiedes zwischen dem Anfangs- und Endpunkte, so ist eine Bezeichnung der Zwischenpunkte nur insoferne nötig, daß die Latte bei der Wendung gegen die beiden Standpunkte des Instrumentes, beim Nivellieren aus der Mitte, auf demselben Punkte bleibt, und beim Vorwärtsnivellieren, daß das Instrument wieder genau über den Punkt aufgestellt wird, in welchem früher die Latte war.[1]) Es genügt daher in diesem Falle, daß man als Aufstellungspunkte für die Latten flache, fest im Boden liegende Steine wählt, welche mit Kreide bezeichnet werden können. Auf steinfreiem, weichen Boden trägt der Gehilfe eine kleine Eisenplatte, ein kleines Stückchen eines Brettes oder einen flachen Stein mit sich, den er auf den Boden legt und worauf er dann die Latte stellt.

Große Sorgfalt muß einer festen, sicheren Aufstellung des Instrumentes gewidmet werden. Besonders auf sehr weichem und nachgiebigem Boden müssen die Stativfüße fest in den Boden gedrückt werden und man muß vermeiden, in der Nähe der Stativfüße herumzutreten. Bei einem Zapfenstativ muß der Zapfen möglichst vertikal, bei einem Scheibenstativ die Scheibe möglichst horizontal sein.

Nach entsprechender Aufstellung des Statives wird das Instrument darauf befestigt und die Drehungsachse der Alhidade vertikal gerichtet. Dies geschieht mit den Stellschrauben mittelst der Alhidaden-Libellen, falls solche vorhanden sind. Ist dies nicht der Fall, so muß zur Vertikalstellung der Drehungsachse die Nivellier-Libelle benützt werden, wobei zuerst der Elevationsschraube die Markenstellung gegeben werden muß. Es genügt, wenn die Drehungsachse nur annähernd vertikal gerichtet ist, so daß bei der Drehung der Alhidade die Blase der Nivellierlibelle beiläufig in der Mitte bleibt, eine Abweichung von zwei bis drei Teilstrichen schadet nicht. Hierauf wird das Fernrohr gegen die Latte gerichtet und die Visur auf diese eingestellt. Fadenkreuz- und Bild-Ebene müssen vollkommen zusammenfallen,

[1]) Wie übrigens schon in Nr. 435 gesagt wurde, wird man in der Praxis stets aus der Mitte nivellieren; aus den Enden nur dann, wenn es nicht anders möglich ist.

es muß also beim Heben und Senken des Auges vor dem Okular das Fadenkreuz stets scharf auf demselben Punkte bleiben. Wenn nicht zugleich eine Horizontalwinkel-Messung stattfinden soll, so ist es nicht notwendig, daß der Vertikalfaden die Latte genau trifft.

Ist die Visur entsprechend eingestellt, so wird erst die Nivellierlibelle mit der Elevationsschraube zum ganz scharfen Einspielen gebracht, worauf man, ohne das Instrument hiebei mit den Händen zu berühren, die Ablesung an der Latte macht, oder die Zieltafel einwinkt, falls man mit einer Latte mit Zieltafel arbeiten sollte. Hierauf sieht man noch einmal nach der Libelle, ob sie noch scharf einspielt und kontrolliert noch einmal die Lattenablesung. Dann erst winkt man dem Gehilfen ab, der sich in den zweiten Punkt begibt.

Die Latte muß vom Gehilfen ganz vertikal und ruhig gehalten werden. Es ist gut, längere Zeit durch's Fernrohr zu sehen, hält der Gehilfe die Latte nicht ganz ruhig, so wird sich die Ablesung an der Latte stets ändern; man nimmt dann davon die kleinste Ablesung, weil diese der vertikalen Latte entspricht.

Hat man die Lattenablesung notiert, so dreht man das Fernrohr gegen den zweiten Punkt, stellt wieder die Visur ein, bringt dann die Nivellier-Libelle mit der Elevationsschraube zum ganz scharfen Einspielen und macht wieder die Lattenablesung. Sollte beim Drehen des Fernrohres die Blase der Libelle plötzlich sehr stark abweichen, so hat die vertikale Stellung der Drehungsachse gelitten (vielleicht durch unvorsichtiges Herumtreten bei den Stativfüßen); dann muß zuerst wieder die Drehungsachse vertikal gerichtet werden und die frühere Ablesung der „Latte rückwärts“ muß kassiert und noch einmal gemacht werden.

437. Für jedes Nivellement ist eine geordnete Protokollführung nötig. Zweckmäßig ist das folgende Protokoll, welches sowohl für das Nivellieren aus der Mitte, wie auch aus den Enden verwendet werden kann. Im ersteren Falle schreibt man in die betreffende Rubrik: „Latte rückwärts“, im letzteren Falle „Instrumentshöhe“.

Längen-Nivellement von . . . bis . . .

Station			Latte rückwärts oder Instrumentshöhe	Latte vorwärts	Höhen-Unterschiede		Meereshöhe		Bemerkungen
Punkt		Länge			einzeln	zusammen	des Punktes	Meter	
rückwärts	vorwärts	Meter	Meter						
							1	284·570	
1	2	80	2·500	0·713	+ 1·787	+ 1·787	2	286·357	
2	3	110	3·475	0·060	+ 3·415	+ 5·202	3	289·772	
3	4	90	1·379	3·248	— 1·869	+ 3·333	4	287·903	
4	5	120	0·582	2·544	— 1·962	+ 1·371	5	285·941	
5	6	100	0·469	3·649	— 3·180	— 1·809	6	282·761	
6	7	80	0·823	1·683	— 0·860	— 2·669	7	281·901	
			9·228	11·897					
			— 2·669						

Wenn man „aus den Enden“ nivelliert, müssen bei den Lattenhöhen „vorwärts“ die Korrektionen wegen des Unterschiedes zwischen dem wahren und scheinbaren Horizont durchgeführt werden; dies geschieht am besten so, daß die dritte Dezimalstelle durchstrichen und die nach der Korrektion sich ergebende darüber oder daneben geschrieben wird.

Handelt es sich nur um die Höhen-Unterschiede zwischen den einzelnen Punkten oder nur zwischen dem Anfangs- und Endpunkte, so kann die letzte Rubrik „Meereshöhe“ entfallen. Ebenso kann in demselben Falle die Rubrik „Entfernung“ entfallen, wenn letztere nicht wegen der Korrektion der Lattenhöhen, oder zur Ausführung einer Zeichnung, Gefällsberechnung u. dgl. nötig ist.

Durch Subtraktion der „Latte vorwärts“ von der „Latte rückwärts“, oder Instrumentshöhe, erhält man in jeder Station die Höhenunterschiede der zwei Punkte, welche in die Rubrik „einzeln“ geschrieben werden. Durch fortgesetztes algebraisches Summieren der einzelnen Höhenunterschiede ergibt sich der Höhen-Unterschied „zusammen“ jedes Punktes gegen den Anfangspunkt 1.

Zur Kontrolle bildet man zuletzt die Summen aller „Latten rückwärts“ und „vorwärts“ und der Unterschied dieser Summen muß gleich sein dem Gesamt-Höhen-Unterschiede des letzten Punktes.

Um die Meereshöhe jedes Punktes zu erhalten, addiert man entweder die Gesamt-Höhenunterschiede mit ihren Vorzeichen alle zur Meereshöhe des ersten Punktes, oder jeden einzelnen Höhenunterschied immer zur Meereshöhe des vorhergehenden Punktes. Zur Kontrolle wird die Differenz zwischen den beiden Summen der Lattenhöhen mit ihrem Zeichen zur Meereshöhe des ersten Punktes addiert, so muß sich die Meereshöhe des letzten Punktes ergeben.

Handelt es sich hauptsächlich darum, durch das Nivellement die Meereshöhe der einzelnen Punkte zu bestimmen, und will man nicht mit positiven und negativen Höhenunterschieden rechnen, so empfiehlt sich folgende Art der Protokollführung.

Man denke sich tief unter den zu nivellierenden Punkten eine horizontale Ebene, entweder in der Höhe des Meeresspiegels oder in beliebiger Höhe. Im ersten Falle sind die Höhen der einzelnen Punkte über dieser horizontalen Ebene die Meereshöhen der Punkte. Denkt man sich die horizontale Ebene beliebig, z. B. 10, 50, 100 *m* tief unter dem Punkte 1, so kann man diese Ebene den vergleichenden Horizont nennen.

Wenn in der ersten Station zu der Meeres-, oder beliebig angenommenen Höhe des Punktes 1 die hier abgelesene „Latte rückwärts“, oder beim Vorwärtsnivellieren die Instrumentshöhe addiert wird,

$$\text{z. B. } 100 + 2{\cdot}183 = 102{\cdot}183,$$

so gibt diese Summe die Höhe der Visur über dem Meeresspiegel oder allgemein über dem vergleichenden Horizont, welche Visurhöhe oder „vergleichende Höhe“ genannt wird. Subtrahiert man daher jetzt von dieser Visurhöhe die „Latte vorwärts“ des Punktes 2, z. B. $102{\cdot}183 - 0{\cdot}994 = 101{\cdot}189$, so ist diese Differenz die Höhe des Punktes 2 über dem vergleichenden Horizont.

In der zweiten Station wird wieder zu der erhaltenen Höhe des Punktes 2 dessen „Latte rückwärts“, oder Instrumentshöhe, addiert, wodurch man die Visurhöhe erhält, z. B. 101·189 + 0·743 = 101·932. Von dieser

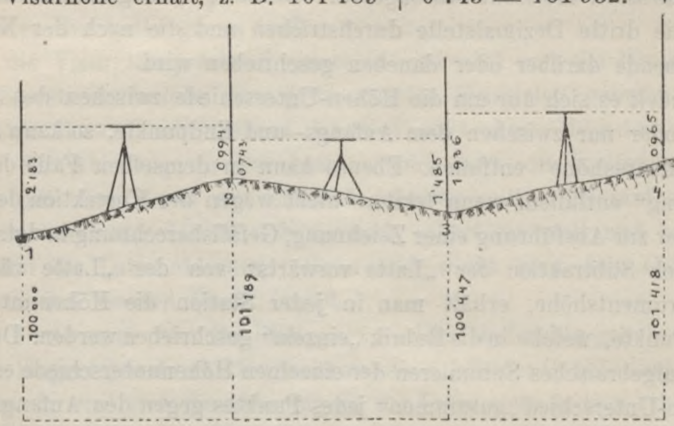


Fig. 543.

Visurhöhe wird die „Latte vorwärts“ des Punktes 3 subtrahiert, wodurch sich die Höhe des Punktes 3 über dem vergleichenden Horizont ergibt, z. B. 101·932 — 1·485 = 100·447.

In der dritten Station erhält man in derselben Weise:

Höhe des Punktes 3 über dem vergleichenden Horizont .	100·447
„Latte rückwärts“ im Punkte 3	1·936
Visurhöhe	102·383
„Latte vorwärts“ im Punkte 4	0·965
Höhe des Punktes 4	101·418

Auf diese Weise hat man nur mit positiven Zahlen zu rechnen. Will man schließlich die Höhenunterschiede der Punkte gegen irgend einen Punkt, z. B. 1, haben, so braucht man nur die Höhe dieses Punktes von den Höhen der übrigen Punkte zu subtrahieren. Das Protokoll wird in folgender Weise geführt:

Protokoll über das Längen-Nivellement von . . . bis . . .

Station			Latte rückwärts oder Instrumentshöhe	Latte vorwärts	Visurhöhe	Höhe		Bemerkungen
Punkt		Länge				des Punktes	über dem vergl. Horizont (Meereshöhe)	
rückwärts	vorwärts							
		Meter					Meter	
						1	100·000	
1	2	123·5	2·183	0·994	102·183	2	101·189	
2	3	95·4	0·743	1·485	101·932	3	100·447	
3	4	103·0	1·936	0·965	102·383	4	101·418	
4	5	112·6	0·875	2·764	102·293	5	99·529	
5	6	83·7	0·581	3·269	100·110	6	96·841	
			6·318	9·477			100·000	
			— 3·159				3·159	
							96·841	

General- und Detail-Nivellement.

438. Wenn es sich nur darum handelt, den Höhen-Unterschied zweier weit von einander entfernter Punkte zu ermitteln, wenn also keine bestimmten Zwischenpunkte gegeben sind, so nennt man ein solches Nivellement ein General-Nivellement. Eine solche Vorerhebung ist häufig notwendig, um die Möglichkeit der Durchführung gewisser Bauprojekte festzustellen.

In einem solchen Falle wird man selbstverständlich bestrebt sein, das gewünschte Endresultat so schnell als möglich und in möglichst wenigen Stationen zu erhalten. Man wählt daher, wenn keine Hindernisse vorhanden sind, den kürzesten Weg, benützt ein größeres Nivellier-Instrument und wählt die Zwischenpunkte für die Aufstellung der Latten stets so weit vom Instrumente, als es die Leistungsfähigkeit des letzteren und die Beschaffenheit des Terrains zuläßt.

Nach der Leistungsfähigkeit des Instrumentes kann die Latte immer nur in einer solchen Entfernung vom Instrumente sich befinden, daß man noch sicher einzelne Millimeter ablesen, bezw. bei einer Latte mit Zieltafel den Zielpunkt noch mit aller Schärfe in die Visur bringen kann. In ebenem, oder doch nur sehr wenig geneigtem Terrain wird man wohl die Latte tatsächlich in einer solchen Entfernung vom Instrumente aufstellen können, in stärker geneigtem Terrain dagegen muß die Latte oft viel näher zum Instrumente kommen, denn mit Rücksicht auf das Terrain kann sie nicht weiter vom Instrumente sich befinden, als daß die horizontale Visur noch die Latte trifft und nicht, nach oben, den Erdboden vor der Latte trifft, oder nach unten über der Latte weggeht. Da die Instrumentshöhe nur 1·2 bis 1·5 *m*, die Höhe der Latte aber 4, ausnahmsweise auch 6 bis 8 *m* beträgt, so kann in geneigtem Terrain die Latte nach unten weiter vom Instrumente entfernt sein als nach oben. Aus letzterem Grunde empfiehlt es sich daher beim Nivellieren aus den Enden, stets von oben nach unten zu arbeiten. Beim Nivellieren aus der Mitte ist es zwar gleichgültig, in welcher Richtung man arbeitet, aber auch da ist es besser, von oben nach unten zu arbeiten, denn es ist leichter, den Standpunkt für das Instrument nach unten so zu wählen, daß die Visur nach oben noch die Latte und nicht den Erdboden treffen wird, als nach oben hin.

In sehr stark geneigtem Terrain muß die Latte, besonders nach oben, oft so nahe zum Instrument kommen, daß man namentlich bei einem großen Instrumente mit starker Vergrößerung des Fernrohres die Okularröhre nicht soweit herausziehen kann, um noch ein deutliches Bild von der Latte zu erhalten. In einem solchen Falle muß man sich dadurch helfen, daß man entweder aus den Enden nivelliert, oder um doch aus der Mitte nivellieren zu können, stellt man das Instrument nicht in die Gerade zwischen die zwei Aufstellungspunkte der Latte, sondern entsprechend seitwärts, so daß auch die Entfernungen der Latte vom Instrumente annähernd gleich werden.

Die Zwischenpunkte brauchen bei einem Generalnivellement nur soweit bezeichnet zu werden, daß beim Vorwärtsnivellieren in der nächsten Station das Instrument genau über den Punkt kommt, in welchem in der früheren Station die Latte war, und daß beim Nivellieren aus der Mitte die Latte für beide Stationen auf demselben Punkte bleibt.

Wird dem General-Nivellement jedenfalls ein Detail- oder auch ein Kontroll-Nivellement folgen, so ist es gut, in Entfernungen von etwa 1000 *m* von einander gut markierte, sichere Punkte in das Nivellement einzubeziehen, welche dann bei dem folgenden Nivellement als Kontroll-, beziehungsweise Fix-Punkte dienen.

439. Das Detail-Nivellement hat den Zweck, in einer gewissen Richtung jede Änderung in der Neigung des Bodens anzugeben. Es müssen also alle Punkte, in denen sich die Neigung des Bodens ändert, nivelliert werden. Eine solche Erhebung ist für verschiedene Bauarbeiten notwendig.

Hiebei kommen die einzelnen Punkte, in denen die Latte aufzustellen ist, oft sehr nahe aneinander.

Es ist nun durchaus nicht notwendig, daß das Nivellier-Instrument immer zwischen je zwei Punkten aufgestellt wird, man wird im Gegenteile bestrebt sein, von einem Standpunkte des Instrumentes möglichst viele Punkte anzuvisieren. Man wählt zu diesem Zwecke einen passenden Standpunkt für das Instrument in der Verbindungslinie der Punkte oder seitwärts von dieser; letzteres wird wohl immer am praktischesten sein. Das Instrument kann aber auch im Anfangspunkte selbst aufgestellt werden. Der Anfangspunkt erhält „Latte rückwärts" (oder Instrumentshöhe), alle anderen Punkte, in welchen die Visur noch die Latte trifft und so weit man sieht, erhalten „Latte vorwärts". Durch Subtraktion jeder Latte „vorwärts" von der „Latte rückwärts" (oder Instrumentshöhe) erhält man den Höhen-Unterschied jedes Punktes gegen den Anfangspunkt. Kann man nicht weiter visieren, wird das Instrument in einen neuen passenden Standpunkt (oder in den letztanvisierten Punkt) übertragen; der letzte Punkt erhält jetzt wieder „Latte rückwärts" (oder Instrumentshöhe), alle anderen Punkte, soweit man die Latte anvisieren kann, wieder „Latte vorwärts". Oft wird die Sache auch so eingerichtet, wenn es möglich ist, daß man für die einzelnen Stationen gleiche Längen, z. B. 100 *m* wählt. Das Protokoll kann in der einen oder anderen Weise nach Nr. 437 geführt werden. (Siehe das Protokoll auf Seite 659.)

B. Aufnahme und Konstruktion von Profilen.

440. Unter einem Profil versteht man die Darstellung nivellierter Punkte durch eine Zeichnung. Zu diesem Zwecke denkt man sich die sämtlichen Punkte in einer einzigen Vertikal-Ebene liegend und fertigt eine Zeichnung an, welche die gegenseitige Höhenlage der Punkte angibt. Man unterscheidet Längenprofile, Querprofile und Radialprofile.

Detail-Nivellement von . . . . bis . . . .

Station			Latte rückwärts oder Instrumentshöhe	Latte vorwärts	Visurhöhe	Meereshöhe	Bemerkungen
Punkt		Länge					
rückwärts	vorwärts						
		Meter					
A		0·00	0·732		285·302	284·570	
	1	20·00		1·246		284·056	
	.	35·65		1·548		283·754	
	2	40·00		1·632		283·670	
	.	55·00		2·873		282·429	
	3	60·00		2·790		282·512	
	.	70·00		2·741		282·561	
	4	80·00		2·422		282·880	
	.	85·15		2·387		282·915	
	B	100·00		3·924		281·378	
B			0·542		281·920		
	5	120·00		0·847		281·073	
	6	140·00		0·954		280·966	
	.	143·85		1·265		280·655	
	7	160·00		1·156		280·764	
	.	165·15		0·339		281·581	
	8	180·00		0·984		280·696	
	C	200·00		2·639		279·281	
C			1·573		280·854		
	9	220·00		1·638		279·216	
	.	230·00		1·240		279·614	
	10	240·00		1·224		279·630	
	.	250·00		1·067		279·787	
	11	260·00		0·956		279·898	
	.	275·00		0·874		279·980	
	12	280·00		0·341		280·513	
	D	300·00		0·255		280·599	

Die ersteren stellen den Durchschnitt des Terrains in einer gewissen Längenrichtung dar, z. B. in der Richtung der Achse einer zu erbauenden Straße, Eisenbahn oder dgl., die Querprofile geben den Durchschnitt des Terrains in gewissen Punkten des Längen-Profiles senkrecht auf dieses. Radialprofile stellen den Durchschnitt des Terrains, von einem gewissen Punkte ausgehend, nach verschiedenen Richtungen dar.

Da bei einem Längenprofile die Höhenunterschiede gegen die oft sehr große Länge verhältnismäßig unbedeutend sind, werden in der Zeichnung die Höhen in der Regel in einem zehnmal größeren Maßstab gezeichnet als die Längen. Allerdings bekommt man dadurch ein verzerrtes Bild, dies hat jedoch nichts zur Sache, da ein Abgreifen von Längen nur in horizontaler oder vertikaler Richtung und niemals in schiefer Richtung stattfindet. Für die Längen wird der Maßstab 1 : 1000 bis 1 : 10.000, für die Höhen demgemäß 1 : 100 bis 1 : 1000 gewählt.

Bei den Querprofilen dagegen werden stets Längen und Höhen in demselben, und zwar in einem großen Maßstabe 1 : 100 oder 1 : 200, höchstens 1 : 500 gezeichnet.

Radialprofile werden zumeist so wie Querprofile zu behandeln sein. Zu den Profilzeichnungen gehört auch stets ein Grundriß (Situationsplan) der Profile.

441. Für die Aufnahme eines Längenprofiles wird dieses vorerst ausgepflockt. Zunächst werden in gleichen Entfernungen von 20, 50 oder 100 *m*, je nach dem Zwecke der Aufnahme, starke Nivellier-Pflöcke mit separaten Nummernpflöcken eingeschlagen, welche die Hauptpunkte bezeichnen. Zwischen diesen werden außerdem überall dort, wo ein Terrainwechsel eintritt, schwächere Pflöcke eingeschlagen. Diese werden nicht numeriert, sondern ihre Bezeichnung geschieht durch die Nummer des vorhergehenden Hauptpunktes, zu welchem man ein $+$ Zeichen und die Anzahl Meter schreibt, welche dieser Punkt vom Hauptpunkte entfernt ist. Endlich müssen auch die Brechungspunkte der geraden Richtungen durch Pflöcke bezeichnet werden.

Die sämtlichen Längen werden mit dem Stahlmeßbande gemessen und die Winkel in den Brechungspunkten mit dem Theodolit oder Universal-Nivellier-Instrument, so daß man den Grundriß der sämtlichen Punkte leicht zeichnen kann.

Dann werden die sämtlichen Haupt- und Zwischenpunkte nivelliert. Das Nivellement erfolgt nach Nr. 439 als Detail-Nivellement.

Um das Längen-Profil zu konstruieren, wird eine horizontale Gerade, die Haupt-Horizontale oder Vergleichungs-Ebene gezogen, auf welche die Entfernungen der Punkte als Abszissen aufgetragen werden. In den erhaltenen Punkten werden senkrechte Ordinaten errichtet und auf diese die Höhen der Punkte über der angenommenen Vergleichungs-Ebene nach dem Nivellements-Protokolle aufgetragen. Durch Verbindung der erhaltenen Punkte erhält man das Profil des Terrains.

Am besten verwendet man Millimeterpapier zur Zeichnung.

Die Längen und Höhen werden auch zu den Abszissen und Ordinaten geschrieben, d. h. das Profil wird kotiert. Wenn die Meereshöhe der Punkte bestimmt wurde, wird diese zwar eingeschrieben, aber es kann nicht die ganze Höhe aufgetragen werden. Es wird dann von sämtlichen Höhen eine gleiche, runde Zahl abgeschlagen und nur der Rest von der Haupthorizontalen oder Vergleichungsebene aufgetragen.

Wurde nicht die Meereshöhe der Punkte, sondern wurden nur die Höhenunterschiede einzeln und im Ganzen bestimmt, so daß diese teils positiv, teils negativ sind, so muß die Haupthorizontale entsprechend tief unter die Punkte verlegt werden, damit man lauter positive Ordinaten bekommt.

In Fig. 544 ist das Längenprofil nach dem Protokoll des Detail-Nivellements auf Seite 659 dargestellt. Als Vergleichungsebene ist die Höhe von 270 *m* über dem Meere angenommen.

Nach der Konstruktion des Längen-Profiles wird in der Regel die durch den Bau zu schaffende Linie (Straße, Eisenbahn, Kanal- oder Grabensohle oder dergl.) mit roter Farbe in entsprechender Weise eingezeichnet und die Koten dieser Linie mit roter Farbe eingetragen. Durch Subtraktion der Terrainkoten von den neuen Koten ergeben sich die „Unterschiede", d. h. die nötige Aufschüttung oder Abgrabung. Ferner wird in der Regel die Richtung und das Gefälle der neuen Linie rot angegeben.

Das Gefälle ist das Verhältnis des Höhenunterschiedes zweier Punkte zu ihrer Entfernung, also $H : D$. In der Regel dividiert man beide Glieder des Verhältnisses durch H, so daß das erste Glied (der Zähler) gleich 1 wird.

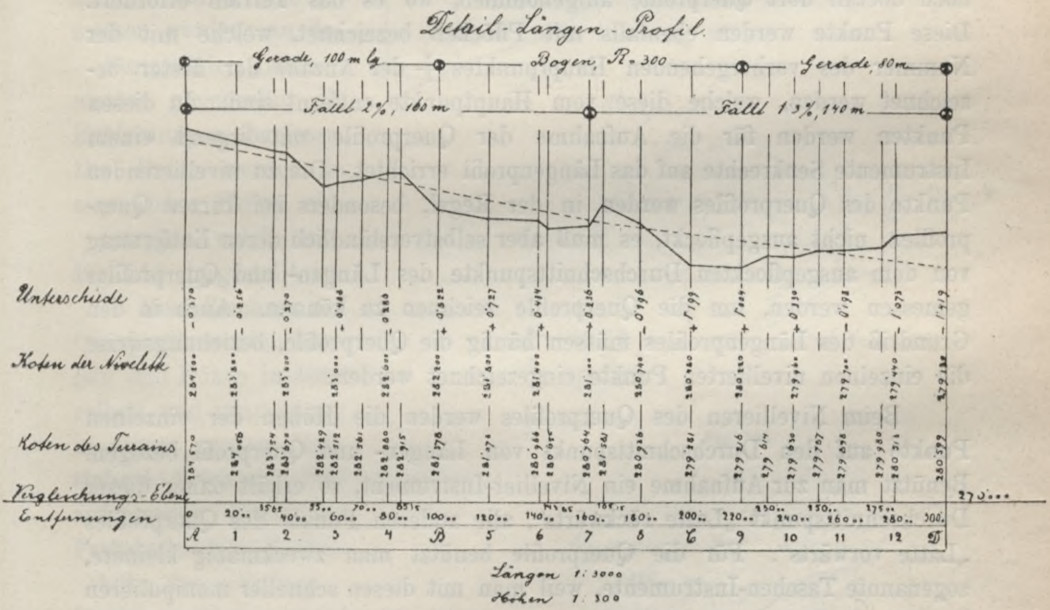


Fig. 544.

Häufig wird auch das Gefälle pro Hundert oder pro Tausend ausgedrückt, nach den Proportionen $H : D = x : 100$ oder $H : D = x : 1000$.

In Fig. 544 ist beispielsweise bei der gestrichelt eingezeichneten neuen Linie zwischen den Punkten A und 7 der Höhenunterschied

$$284{\cdot}200 - 281{\cdot}000 = 3{\cdot}200 \ m$$

und die Entfernung 160 *m*; es ist somit das Gefälle 3·2 : 160 oder 1 : 50

oder aus der Proportion $3{\cdot}2 : 160 = x : 100$ ist $x = 2\%$

„ „ „ „ $3{\cdot}2 : 160 = x : 1000$ „ $x = 20‰$

d. h. auf 50 *m* Länge kommt 1 *m* Gefälle oder auf 100 *m* Länge 2 *m*, oder auf 1000 *m* Länge 20 *m*.

442. Die Querprofile werden senkrecht auf das Längenprofil gelegt und sollen die Gestalt der Bodenoberfläche in dieser Richtung bestimmen. Ihre Länge nach beiden Seiten des Längenprofiles ist sehr verschieden; sie richtet sich nach dem Zwecke der Aufnahme und kann nur wenige, oder hundert Meter und mehr betragen.

In welchen Entfernungen von einander die Querprofile zu legen sind, hängt von der Gestalt der Bodenoberfläche und von der Genauigkeit ab, mit welcher die ganze Arbeit durchgeführt werden soll. In stark wechselndem Terrain können vielleicht Querprofile schon in Entfernungen von 4 bis 5 *m* nötig werden, während sie bei gleichmäßigem, ebenem Terrain oft 100 *m* und mehr von einander entfernt sein können. In der Regel werden die Querprofile zunächst in den Hauptpunkten des Längenprofiles gelegt, welche daher auch Profilpunkte heißen. Außerdem werden zwischen diesen Punkten noch überall dort Querprofile aufgenommen, wo es das Terrain erfordert. Diese Punkte werden ebenfalls mit Pflöcken bezeichnet, welche mit der Nummer des vorhergehenden Hauptpunktes + der Anzahl der Meter bezeichnet werden, welche diese vom Hauptpunkte entfernt sind. In diesen Punkten werden für die Aufnahme der Querprofile mit irgend einem Instrumente Senkrechte auf das Längenprofil errichtet. Die zu nivellierenden Punkte des Querprofiles werden in der Regel, besonders bei kurzen Querprofilen, nicht ausgepflockt, es muß aber selbstverständlich deren Entfernung von dem ausgepflockten Durchschnittspunkte des Längen- und Querprofiles gemessen werden, um die Querprofile zeichnen zu können. Auch in den Grundriß des Längenprofiles müssen häufig die Querprofile, beziehungsweise die einzelnen nivellierten Punkte eingezeichnet werden.

Beim Nivellieren des Querprofiles werden die Höhen der einzelnen Punkte auf den Durchschnittspunkt von Längen- und Querprofil bezogen. Benützt man zur Aufnahme ein Nivellier-Instrument, so erhält daher dieser Durchschnittspunkt „Latte rückwärts", alle anderen Punkte des Querprofiles „Latte vorwärts". Für die Querprofile benützt man zweckmäßig kleinere, sogenannte Taschen-Instrumente, weil man mit diesen schneller manipulieren kann, und ihre Genauigkeit hiezu ausreicht. Man wird natürlich immer bestrebt sein, womöglich mit einer einzigen Aufstellung des Instrumentes das ganze Querprofil aufzunehmen, was aber nur bei wenig geneigtem Terrain und kurzen Profilen möglich ist.

Bei langen Querprofilen wird am besten über jedes Querprofil ein Protokoll geführt und die Meereshöhe jedes aufgenommenen Punktes bestimmt. Letzteres ist besonders dann notwendig, wenn ein Situationsplan mit Höhenschichten gezeichnet werden soll.[1])

Bei kurzen Querprofilen führt man in der Regel kein Protokoll, sondern macht statt dessen eine Skizze, in welche man die abgelesenen Lattenhöhen

[1]) Siehe das folgende Kapitel: „Nivellieren von Flächen".

und zugleich die Entfernungen der Punkte einträgt. Eine solche Skizze ist beispielsweise in Fig. 545 dargestellt.

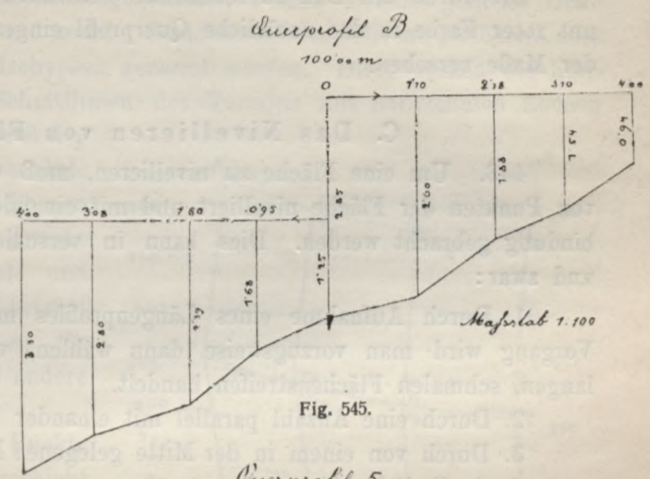


Fig. 545.

Ganz kurze Querprofile können auch ohne Nivellier-Instrument mittelst zweier Meßlatten und einer Libelle aufgenommen werden. Die eine Latte wird mittelst der darauf gelegten Libelle horizontal gerichtet, worauf mit der zweiten Latte die vertikalen Abstände vom Boden gemessen werden; an der horizontalen Latte werden gleichzeitig die Entfernungen abgelesen. Die Daten werden in eine kleine Skizze eingetragen, welche in Fig. 546 dargestellt ist.

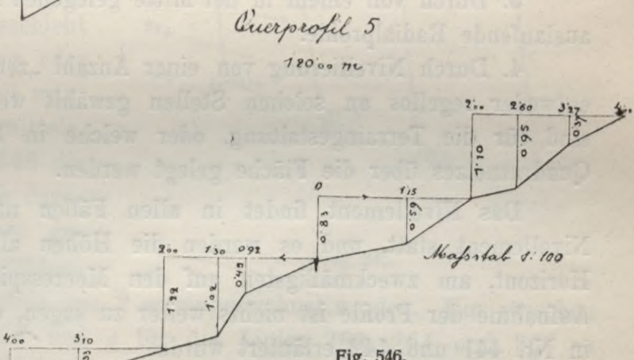


Fig. 546.

Beim Zeichnen der Querprofile werden Längen und Höhen in demselben, und zwar immer in einem großen Maßstabe, 1 : 100 oder 1 : 200 aufgetragen. Wurde ein Protokoll mit der Meereshöhe der einzelnen Punkte geführt, so wird beim Zeichnen genau so vorgegangen wie beim Längenprofil. Es wird eine Haupthorizontale oder Vergleichungsebene gezogen, auf diese die Längen als Abszissen und die Höhen über der Vergleichungsebene als Ordinaten aufgetragen. (Siehe Fig. 547.)

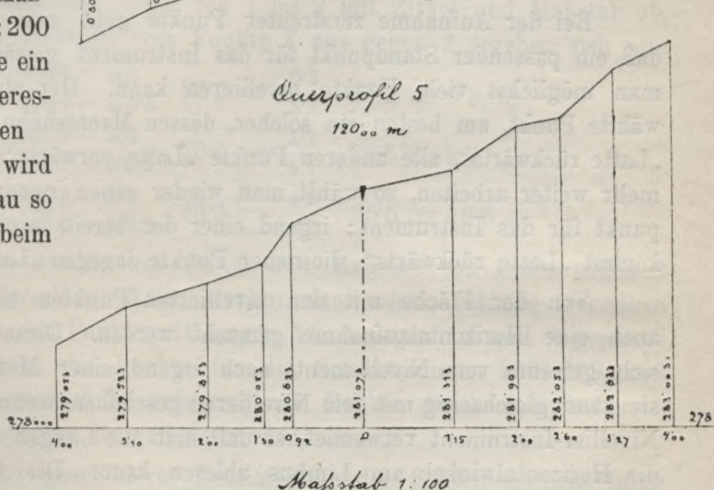


Fig. 547.

Wurde kein Protokoll geführt, so wird das Querprofil nach den Daten der Skizze konstruiert, worüber nichts zu sagen nötig ist.

Die durch den Bau zu schaffende Veränderung des Querprofiles wird mit roter Farbe in das natürliche Querprofil eingezeichnet und mit Angabe der Maße versehen.

C. Das Nivellieren von Flächen.

443. Um eine Fläche zu nivellieren, muß eine hinreichende Anzahl von Punkten der Fläche nivelliert und mit einander in entsprechende Verbindung gebracht werden. Dies kann in verschiedener Weise geschehen, und zwar:

1. Durch Aufnahme eines Längenprofiles mit Querprofilen. Diesen Vorgang wird man vorzugsweise dann wählen, wenn es sich um einen langen, schmalen Flächenstreifen handelt.
2. Durch eine Anzahl parallel mit einander laufender Profile.
3. Durch von einem in der Mitte gelegenen Punkte nach allen Seiten auslaufende Radialprofile.
4. Durch Nivellierung von einer Anzahl „zerstreuter Punkte“, welche entweder regellos an solchen Stellen gewählt werden, welche maßgebend sind für die Terraingestaltung, oder welche in Form eines regelmäßigen Quadratnetzes über die Fläche gelegt werden.

Das Nivellement findet in allen Fällen nach Nr. 439 als Detail-Nivellement statt, und es werden die Höhen aller Punkte auf denselben Horizont, am zweckmäßigsten auf den Meeresspiegel bezogen. Über die Aufnahme der Profile ist nichts weiter zu sagen, dieselbe geschieht so, wie in Nr. 441 und 442 erläutert wurde.

Bei der Aufnahme zerstreuter Punkte geht man in der Weise vor, daß ein passender Standpunkt für das Instrument gewählt wird, von dem man möglichst viele Punkte nivellieren kann. Der als Anfangspunkt gewählte Punkt, am besten ein solcher, dessen Meereshöhe bekannt ist, erhält „Latte rückwärts“, alle anderen Punkte „Latte vorwärts“. Kann man nicht mehr weiter arbeiten, so wählt man wieder einen neuen passenden Standpunkt für das Instrument; irgend einer der bereits nivellierten Punkte bekommt „Latte rückwärts“, die neuen Punkte dagegen „Latte vorwärts“ u. s. w.

Von der Fläche mit den nivellierten Punkten muß in allen Fällen auch eine Horizontalaufnahme gemacht werden. Diese kann entweder für sich, getrennt vom Nivellement, nach irgend einer Methode erfolgen, oder sie kann gleichzeitig mit dem Nivellieren geschehen, wenn man ein Universal-Nivellier-Instrument verwendet, so daß man die Längen optisch messen und die Horizontalwinkel am Limbus ablesen kann. Die Aufnahme geschieht dann durch „Visieren und Messen“ und kann mit Transporteur und Maßstab konstruiert werden.

444. In den Grundriß (Situationsplan) wird zu jedem Punkte seine Höhe zugeschrieben. Um aber eine klare, bildliche Darstellung des Terrains zu bekommen, werden Linien eingezeichnet, welche Punkte gleicher Höhe mit einander verbinden und welche Schichten-Linien, Niveau-, Höhen- oder Horizontal-Kurven oder Isohypsen genannt werden. Diese stellen die horizontale Projektion der Schnittlinien des Terrains mit horizontalen Ebenen in bestimmten, gleichen vertikalen Abständen dar. Der vertikale Abstand der Horizontal-Ebenen richtet sich nach dem Zwecke der Aufnahme. Zu Ent- und Bewässerungs-Projekten beträgt der Abstand 0·5 bis 1 *m*, für Straßen-, Eisenbahn- und andere Projekte 2 bis 10 *m*.

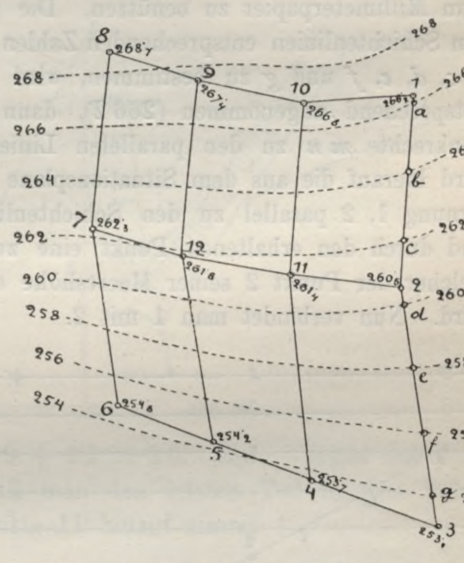


Fig. 548.

Die Bestimmung der Punkte für die Schichtenlinien geschieht entweder durch Rechnung oder auf graphischem Wege mit mancherlei mechanischen Hilfsmitteln.

Es wären in Fig. 548 die Punkte 1 bis 12 mit den dazugeschriebenen Meereshöhen gegeben und es sollen Schichtenlinien im vertikalen Abstande von 2 *m* eingezeichnet werden. Um zwischen 1 und 2 die Punkte *a*, *b* und *c* für die Linien 262, 264 und 266 zu berechnen, nimmt man die Länge von 1 bis 2 mit Zirkel und Maßstab ab, z. B. 25·5 *m*. Die Abstände vom Punkte 1 aus gegen 2 ergeben sich nun

$$1,a = \frac{266{\cdot}2 - 266}{266{\cdot}2 - 260{\cdot}5} \,.\, 25{\cdot}5 = \frac{0{\cdot}2}{5{\cdot}7} \,.\, 25{\cdot}5 = 0{\cdot}9 \ m$$

$$1,b = \frac{266{\cdot}2 - 264}{266{\cdot}2 - 260{\cdot}5} \,.\, 25{\cdot}5 = \frac{2{\cdot}2}{5{\cdot}7} \,.\, 25{\cdot}5 = 9{\cdot}7 \ \text{„}$$

$$1,c = \frac{266{\cdot}2 - 262}{266{\cdot}2 - 260{\cdot}5} \,.\, 25{\cdot}5 = \frac{4{\cdot}2}{5.7} \,.\, 25{\cdot}5 = 18{\cdot}6 \ \text{„}$$

Diese Längen werden mit Zirkel und Maßstab von 1 aus gegen 2 aufgetragen. In derselben Weise werden dann die Abstände derselben Schichtenlinien von den Punkten 10 gegen 11, 9 gegen 12 und 8 gegen 7 gerechnet und ebenso die Punkte für die Schichtenlinien 260, 258, 256 und 254 bestimmt, worauf die aufgetragenen Punkte durch entsprechende, aus freier Hand gezogene Kurven verbunden werden.

Die vorstehend geschilderte Bestimmung der Schichtenlinien durch Berechnung ist sehr umständlich und daher für einen größeren Plan kaum anwendbar. Praktischer ist die graphische Methode mit Hilfe eines Schichtenplanes. Auf einem Blatt Papier zieht man eine der Zahl der Schichtenlinien entsprechende Anzahl paralleler Linien in gleichen Abständen von einander. (Siehe Fig. 549.) Der Abstand dieser Linien entspricht der Schichtenhöhe, welche jedoch zweckmäßig in einem etwa fünf bis zehnmal größeren Maßstab gezeichnet wird, wie der Situationsplan; übrigens ist der Abstand der Linien ganz beliebig. Am besten ist es, zu diesem Schichtenplan Millimeterpapier zu benützen. Die parallelen Linien werden mit den den Schichtenlinien entsprechenden Zahlen versehen. Um nun die Punkte *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* und *g* zu bestimmen, wird der Punkt 1 seiner Meereshöhe entsprechend angenommen (266·2), dann wird durch diesen Punkt eine Senkrechte *m n* zu den parallelen Linien gezogen. Von dem Punkte 1 wird hierauf die aus dem Situationsplane mit dem Zirkel entnommene Entfernung 1, 2 parallel zu den Schichtenlinien (also horizontal) aufgetragen und durch den erhaltenen Punkt eine zweite Senkrechte *o p* gezogen, in welcher der Punkt 2 seiner Meereshöhe entsprechend (260·5) angenommen wird. Nun verbindet man 1 mit 2.

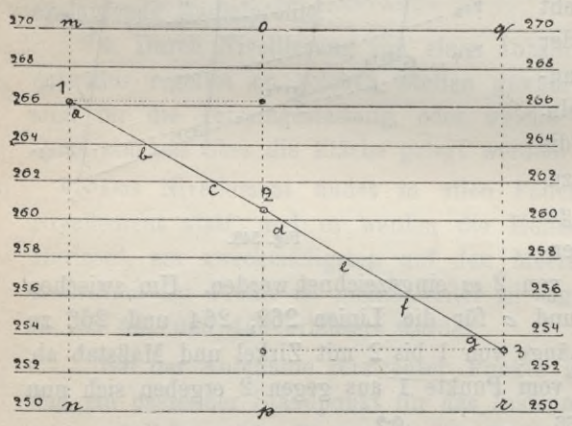


Fig. 549.

In derselben Weise wird der Punkt 3 konstruiert. Die Abstände der Punkte *a*, *b* und *c* von der Senkrechten *m n* werden auf den Horizontalen 266, 264 und 262 mit dem Zirkel abgegriffen und im Situationsplane von 1 gegen 2 aufgetragen. Ebenso werden die Abstände der Punkte *d*, *e*, *f* und *g* von der Senkrechten *o p* im Situationsplane von 2 gegen 3 aufgetragen.

Man nimmt somit an, daß das Terrain von 1 nach 2 und von 2 nach 3 geradlinig verlaufe. Bei geringer Schichtenhöhe ist diese Annahme zulässig, bei größerer Schichtenhöhe aber muß durch die Punkte 1, 2, 3 und etwaige noch tiefer liegende Punkte eine kontinuierliche Kurve gezogen werden, worauf die Abstände der Durchschnittspunkte dieser Kurve (und nicht der geraden Verbindungslinien von 1 mit 2, 2 mit 3 u. s. w.) mit den Horizontalen von den Senkrechten *m n*, *o p* u. s. w. abgegriffen und in den Situationsplan übertragen werden.

In derselben Weise werden dann auch die Schichtenlinien zwischen den anderen Punkten bestimmt. Bei größeren Plänen wird man sich aber begnügen, nur an den wichtigsten Stellen in dieser Weise vorzugehen, im übrigen aber zur Bestimmung der Schichtenlinien zwischen zwei mit ihren Meereshöhen gegebenen Punkten das Augenmaß zu Hilfe zu nehmen. Um nämlich die Punkte für die Schichtenlinien zwischen den gegebenen Punkten 10 und 11 in Fig. 548 zu finden, kann man in folgender Weise vorgehen. Der Höhenunterschied zwischen den beiden Punkten ist 266·8 — 261·4 = 5·4. Teilt man daher die Entfernung 10 bis 11 nach dem Augenmaße in 6 gleiche Teile, so entspricht ein solcher Teil einem Höhenunterschiede von 0·9 *m*. Denkt man sich nun den ersten Teil (von 10 aus) wieder in 9 Teile geteilt und nimmt acht solcher Teile, so erhält man den Punkt für die Schichtenlinie 266 (nämlich 266·8 — 0·8 = 266). Um den Punkt für die Linie 264 zu finden, nimmt man den vom ersten Teile gebliebenen Rest, den zweiten und dritten Teil und vom vierten Teil wieder $^1/_9$, nämlich 0·1 + 0·9 + 0·9 + 0·1 = 2·0. Ebenso ergibt sich der Punkt für 262 einfach dadurch, daß man den letzten Teil in drei Teile teilt und von diesen Zwei vom Punkte 11 hinauf nimmt.

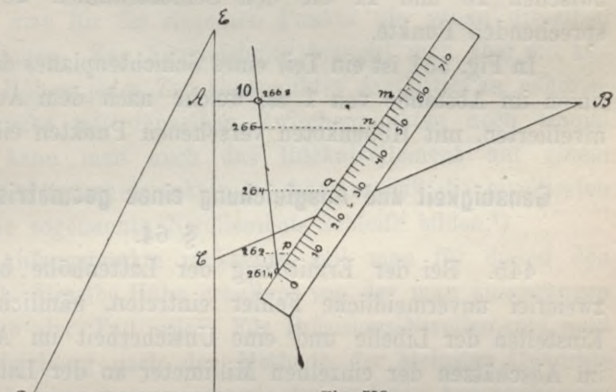


Fig. 550.

Je geringer der Höhen - Unterschied zwischen den gegebenen Punkten ist, desto leichter kann man in dieser Weise manipulieren.

Zweckmäßig ist auch folgender Vorgang. Es wären wieder in Fig. 550 die zwei Punkte 10 und 11 mit 266·8 und 261·4 *m* Seehöhe gegeben, so daß ihr Höhen - Unterschied 5·4 *m* beträgt. Man legt nun irgend einen beliebigen Facetten-Maßstab mit seinem Nullpunkt an den unteren Punkt 11 und bezeichnet den Punkt 54 der Teilung (oder 540 oder 5·4), der in der Zeichnung mit *m* bezeichnet ist, durch einen Punkt mit dem Bleistift. Ebenso wird beim Teilpunkte 6 (oder 60 oder 0·6)

Fig. 551.

der Punkt p, bei 26 (oder 260 oder 2·6) der Punkt o und bei 46 (oder 460 oder 4·6) der Punkt n bezeichnet. Hierauf nimmt man den Maßstab fort, legt durch die Punkte 10 und m ein Dreieck ABC, an dieses ein zweites Dreieck DEF, hält letzteres fest und verschiebt das erstere Dreieck, bis dessen Kante AB nach einander durch die Punkte n, o und p geht, und bezeichnet an der Kante des Dreieckes in der geraden Verbindungslinie zwischen 10 und 11 die den Schichtenlinien 266, 264 und 262 entsprechenden Punkte.

In Fig. 551 ist ein Teil eines Schichtenplanes dargestellt, mit Schichtenlinien im Abstande von 1 m, welche nach dem Augenmaße zwischen den nivellierten, mit Höhenkoten versehenen Punkten eingezeichnet wurden.

Genauigkeit und Ausgleichung eines geometrischen Nivellements.

§ 64.

445. Bei der Ermittlung der Lattenhöhe beim Nivellieren können zweierlei unvermeidliche Fehler eintreten, nämlich eine Unsicherheit im Einstellen der Libelle und eine Unsicherheit im Ablesen, beziehungsweise im Abschätzen der einzelnen Millimeter an der Latte.

Bei entsprechender Sorgfalt kann man wohl die Blase der Libelle bis auf ein Zehntel eines Teilstriches sicher zum Einspielen bringen. Ist nun die Empfindlichkeit der Libelle oder ihr Winkelwert für einen Teilstrich α'', so kann man die Visur auf $\pm \frac{\alpha''}{10}$ genau horizontal richten. (Siehe Nr. 71 und 72.)

Die Sicherheit der Ablesung an der Latte, beziehungsweise der Abschätzung der Millimeter, hängt wesentlich von der Dicke des Fadens, von der scharfen Einteilung und Beleuchtung der Latte, von der optischen Leistungsfähigkeit des Fernrohres und von der Entfernung der Latte vom Instrumente ab. Einen nicht geringen Einfluß hat aber auch die Geschicklichkeit und Übung des Beobachters und des Gehilfen, der die Latte hält.

Um den aus den genannten Ursachen entstehenden mittleren Fehler in der Lattenhöhe für ein bestimmtes Instrument zu bestimmen, wird die Latte der Reihe nach in verschiedenen Entfernungen vom Instrumente aufgestellt, z. B. 20, 40, 60, 80 und 100 m. In jedem dieser Punkte wird die Latte wiederholt, vielleicht zehnmal abgelesen, indem man nach jeder Ablesung die Blase der Libelle mit der Elevationsschraube zuerst etwas aus dem Spielpunkte, und dann wieder zum scharfen Einspielen bringt, worauf man wieder abliest. Man wird so für jede der Entfernungen zehn verschiedene Lattenhöhen bekommen. Als wahrscheinlich richtigsten Wert kann man das Mittel aus den zehn verschiedenen Lattenhöhen annehmen und wenn man von diesem Mittel die zehn verschiedenen Lattenhöhen subtrahiert, erhält man zehn teils positive, teils negative Unterschiede.

Werden diese einzelnen Unterschiede, welche mit $v_1, v_2, v_3 \ldots . v_n$ bezeichnet sein mögen, quadriert und die Summe dieser Quadrate gebildet, welche $v\,v$ heißen soll, so ist der mittlere Fehler einer Lattenhöhe, wenn n die Anzahl der Ablesungen ist,

$$\Delta L = \pm \sqrt{\frac{v\,v}{n-1}}.$$

Auf diese Weise läßt sich der mittlere Fehler in der Lattenhöhe für ein bestimmtes Instrument und für verschiedene Entfernungen ermitteln.[1])

446. Wenn eine Strecke mit Zwischenpunkten zweimal, hin und her, nivelliert wird, so wird man für die einzelnen Punkte nie genau dieselben Höhenunterschiede bekommen. Zur Ausgleichung braucht man aber nur aus den zwei differierenden Höhen jedes Zwischenpunktes das Mittel zu nehmen.

Statt dieselbe Strecke mit denselben Zwischenpunkten noch einmal zurück zu nivellieren, kann man auch das Rücknivellement auf einem anderen Wege mit anderen Zwischenpunkten machen, so daß die nivellierten Punkte ein Polygon, eine sogenannte Nivellements-Schleife bilden.[2])

Wenn man zum Anfangspunkte rückkehrt, soll man für diesen den Höhenunterschied 0, d. h. dieselbe Höhe erhalten, von der man ausgegangen ist. Dies wird aber nie der Fall sein. Für Präzisions-Nivellements muß dann eine strenge Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate stattfinden, worauf jedoch hier ebensowenig wie bei anderen Ausgleichungen eingegangen werden soll. Für gewöhnliche technische Zwecke ist eine genäherte Ausgleichung vollkommen ausreichend, indem man den Schlußfehler auf die einzelnen Strecken im Verhältnis ihrer Länge verteilt.

Ebenso geht man vor, wenn ein Nivellement mit dem Anfangs- und Endpunkte an zwei feste Punkte angeschlossen wird, deren Höhen unabänderlich gegeben sind.

Das Stampfer'sche Nivellieren.

§ 65.

447. Die Stampfer'sche Nivellier-Methode ist ein trigonometrisches Nivellieren, indem die Abstände der Punkte von der horizontalen Visur nicht wie beim geometrischen Nivellieren direkt mit einer Latte gemessen, sondern auf trigonometrischem Wege mittelst Winkelmessungen berechnet werden.

Die Art und Weise der Winkelbestimmung ist aber bei dieser Methode eine eigentümliche, indem dazu kein eingeteilter Kreis, sondern eine besonders konstruierte Schraube, die Stampfer'sche Meßschraube dient.

---

[1]) Bei diesen Untersuchungen, wie überhaupt beim Gebrauche eines Nivellier-Instrumentes darf dieses nicht den direkten Sonnenstrahlen ausgesetzt sein, da die ungleiche Erwärmung die Richtigkeit des Instrumentes nachteilig beeinflußt. Schon die Ausstrahlung der Körperwärme vermag die sehr empfindlichen Libellen der großen Instrumente zu beeinflussen.

[2]) Eine oder mehrere solche werden übrigens auch gebildet, wenn man z. B. von einem Punkte ausgehend, die Gassen einer Stadt oder Ortschaft nivelliert und wieder zum Ausgangspunkte rückkehrt.

Die Einrichtung dieser Schraube wurde schon in Nr. 102 beschrieben und ist selbe in Fig. 138 auf Seite 129 abgebildet. Diese Schraube ist statt einer gewöhnlichen Elevationsschraube an manchen größeren Nivellier-Instrumenten, insbesondere aus der Werkstätte von Starke und Kammerer in Wien, angebracht. Im übrigen sind aber diese Instrumente so eingerichtet, wie alle anderen Nivellier-Instrumente.

Zum Stampfer'schen Nivellieren ist auch noch eine Nivellier-Latte erforderlich, welche zwei Zieltafeln in einer bestimmten Entfernung von einander hat. Man benützt daher in der Regel die in Nr. 102 beschriebene, in Fig. 139 auf Seite 130 abgebildete Latte, welche zwei Zieltafeln hat, deren Zielpunkte sich in einer Entfernung von 2 *m* von einander befinden. Die untere Zieltafel, beziehungsweise deren Zielpunkt liegt 0·2 *m* über dem Boden. In der Mitte zwischen den beiden Tafeln ist ein Kreuz eingeritzt, die Mittelmarke.

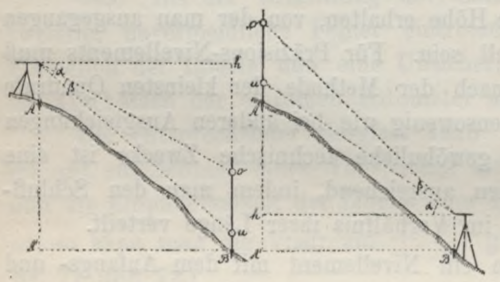


Fig. 552.

Soll der Höhen-Unterschied zweier Punkte A und B (Fig. 552) ermittelt werden, so stellt man das Instrument über den einen Punkt, in den zweiten Punkt die Latte. Die Umdrehungsachse der Alhidade wird vertikal, also die Alhidade horizontal gerichtet, und zwar entweder mittelst etwa vorhandener Alhidaden-Libellen oder mittelst der Nivellier-Libelle, nachdem man vorher der Elevationsschraube die Markenstellung gegeben hat.

Hierauf wird das Fernrohr gegen die Latte gerichtet und die Libelle mit der Meßschraube zum scharfen Einspielen gebracht, worauf man an den Indexstrichen an der Skala und Trommel der Meßschraube abliest, z. B. 18·766. Diese Ablesung nennt man h, und ebenso bezeichne man den Punkt, den die Visur jetzt treffen würde. Nun dreht man mit der Meßschraube, bis die Visur den Zielpunkt der oberen Zieltafel, also o trifft, worauf wieder an der Skala und Trommel der Meßschraube abgelesen wird, z. B. $o = 12·334$, dann wird die Schraube weiter gedreht, bis die Visur den unteren Zielpunkt u trifft, und abermals abgelesen, z. B. $u = 8·334$.

Der Winkel, welchen die horizontale Visur mit der Visur nach u bildet, soll α genannt werden und der Winkel, den die Visuren nach o und u zusammen bilden, β. Ferner sei das Stück $u\,h$ mit x, die Entfernung der beiden Zieltafeln von einander mit d, die Höhe der unteren Zieltafel über dem Boden mit l, die Instrumentshöhe mit J und der Höhenunterschied AA' der beiden Punkte mit H bezeichnet.

Wenn die beiden Winkel α und β sehr klein sind, so kann man ohne merklichen Fehler annehmen, daß sich diese Winkel verhalten wie ihre Tangenten, also

$$\alpha : \beta = x : d$$

Ist die Schraube sehr genau gearbeitet, so daß alle Schraubengänge gleiche Höhe haben, so kann auch angenommen werden, daß sich die Winkel α und β verhalten wie die Anzahl der Schraubengänge, welche zur Erzeugung dieser Winkel nötig war, nämlich um die Visur aus der horizontalen Lage h nach den beiden Zielpunkten o und u zu bringen. Diese Anzahl der Schraubengänge ergibt sich aus der Differenz der Ablesungen an der Schraube; man kann daher setzen

$$\alpha : \beta = (h - u) : (o - u),$$

daher kann man auch setzen

$$x : d = (h - u) : (o - u),$$

und hieraus ist

$$x = d\left(\frac{h - u}{o - u}\right).$$

Bei den oben angenommenen Ablesungen und wenn der Abstand der beiden Zieltafeln $d = 2\ m$ ist, ergibt sich somit

$$x = 2\left(\frac{18{\cdot}766 - 8{\cdot}334}{12{\cdot}334 - 8{\cdot}334}\right) = 2\left(\frac{10{\cdot}432}{4{\cdot}000}\right) = 5{\cdot}216\ m.$$

Bei den Instrumenten von Starke und Kammerer ist der Nullpunkt der Skala neben der Schraube unten, es wird die Ablesung beim Senken der Visur kleiner. Die Differenz $(o - u)$ ist daher immer positiv, die Differenz $(h - u)$ ist dann positiv, wenn die Latte tiefer steht als das Instrument. Im letzteren Falle ist auch der ganze Wert $2\left(\frac{h - u}{o - u}\right)$ positiv, dagegen ist er negativ, wenn $(h - u)$ negativ ist, d. h. wenn die Latte höher steht als das Instrument. Man muß also bei dieser Art des Nivellierens mit den Instrumenten von Starke und Kammerer die Steigung mit —, den Fall mit + bezeichnen, worauf bei der Berechnung des Höhenunterschiedes beim Nivellieren aus den Enden sowohl als auch aus der Mitte Rücksicht genommen werden muß.

Um die Höhe der horizontalen Visur über oder unter dem zweiten Punkte zu bekommen, welche der Lattenhöhe beim gewöhnlichen Nivellieren entsprechen würde, muß noch zu dem Werte $d\left(\frac{h - u}{o - u}\right)$, der mit seinem Zeichen zu nehmen ist, der Abstand der unteren Zielscheibe vom Boden, $u\,B$ oder $u\,A = l$ immer positiv genommen werden, wie aus der Zeichnung ohneweiters zu ersehen ist.

Um den Höhenunterschied der beiden Punkte A und B zu bekommen, muß die Instrumentshöhe J stets negativ noch zu den beiden anderen Werten genommen werden, wie ebenfalls ohneweiters aus der Zeichnung zu ersehen ist. Ist dann das Endresultat positiv, so liegt der Punkt, wo die Latte steht, tiefer, ist es negativ, so liegt er höher als der Punkt, in dem das Instrument steht.

Wenn das Instrument horizontal gerichtet ist, nämlich die Alhidade horizontal und deren Umdrehungsachse vertikal, so befindet sich der Indexstrich an der Skala der Schraube zirka in der Mitte der Skala, so daß man die eine Hälfte der Skala für Steigungen, die andere Hälfte für Gefälle benützen kann, und zwar je zirka 20 Teilstriche. Bei sehr stark geneigtem Boden müßte nun die Latte ziemlich nahe beim Instrumente stehen. Man kann aber dann die Sache auch so einrichten, daß man die ganze Skala benützen kann. Man dreht das ganze Instrument mit seiner Hülse auf dem Zapfen des Statives so, daß eine Stellschraube in die Richtung gegen die anzuvisierende Latte kommt, und stellt dann das Instrument in bekannter Weise horizontal, beziehungsweise dessen Drehungsachse vertikal. Dann stellt man durch Drehung der Elevationsschraube den Indexstrich bei steigendem Terrain nahe an den Anfang, und bei fallendem Terrain nahe an das Ende der Skala. Jetzt spielt natürlich die Libelle nicht mehr ein, sie wird daher mit der erwähnten Stellschraube wieder zum Einspielen gebracht. Die Visur ist jetzt wieder horizontal und man hat in beiden Fällen, um die Visur auf o und u zu bringen, die ganze Skala zur Verfügung.

Die Visur ist also bei einspielender Libelle jetzt wohl horizontal, aber nicht die Alhidade, d. h. es ist die vertikale Umdrehungsachse des Instrumentes nicht vertikal, und wenn man daher jetzt das ganze Instrument umdreht, um nach einem anderen Punkte zu visieren, so spielt die Libelle nicht mehr ein, und wenn sie mit der Elevationsschraube zum Einspielen gebracht wird, so wird dadurch die Visierebene in eine andere Horizontalebene gebracht, so daß man bei der Bestimmung des Höhenunterschiedes einen Fehler begehen würde. Dieser kann aber durch eine Korrektion beseitigt werden, indem man die ausgerechnete Größe $\frac{h-u}{o-u}$, diese mag positiv oder negativ sein, um den halben Abstand der Marke von dem Stande des Indexstriches bei einspielender Libelle vergrößert, d. h. man setzt $\frac{h-u}{o-u} + \left(\frac{h-M}{2}\right) g$.

In diesem zweiten Gliede bedeutet h die Ablesung bei einspielender Libelle an Skala und Trommel, M die Marke (d. h. jene Ablesung, auf welche die Indexstriche zu stellen sind, um die Umdrehungsachse des Instrumentes vertikal stellen zu können) und g den Wert eines Schraubenganges der Schraube. Dieser ist in der Regel 0·53 *mm*, also 0·00053 *m*.

Wäre also z. B. $M = 18{\cdot}66$ und die Ablesung h wäre gewesen 39·66, so ist die Korrektion $21 \times 0{\cdot}00053 = 0{\cdot}0055$ *m*.

Bei der Entwicklung dieser besonderen Art der Bestimmung des Höhenunterschiedes wurde vorausgesetzt, daß die beiden Winkel α und β sehr kleine Winkel sind. Beträgt nun der Höhenunterschied der zwei Punkte, wo Instrument und Latte steht, mehrere Meter, so wird der Winkel α schon ziemlich groß, und es ist dann für den ausgerechneten Höhenunterschied eine kleine Korrektion nötig. Diese Korrektionen wurden von Stampfer ausgerechnet und in Tafeln zusammengestellt.[1])

Für gewöhnliche Fälle kann aber die Korrektion fast immer vernachlässigt werden; sie ist nur für bedeutende Höhenunterschiede nötig.

448. Ist der Höhenunterschied der beiden Punkte sehr bedeutend oder sind diese sehr weit von einander entfernt, so müssen wie beim gewöhnlichen Nivellieren Zwischen-Punkte gewählt werden, und man kann entweder „aus den Enden“ oder „aus der Mitte“ nivellieren.

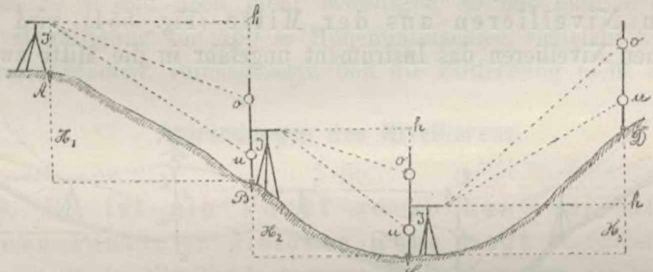


Fig. 553.

Beim Nivellieren „aus den Enden“ (Fig. 553) wird so wie beim gewöhnlichen Nivellieren immer in einem Punkte das Instrument, mit dem Okular vertikal über den Pflock, im andern die Latte aufgestellt. Der Gesamt-Höhenunterschied $[H]$ setzt sich zusammen aus den einzelnen Höhenunterschieden $H_1 + H_2 + H_3 + \ldots$ und man erhält

$$H_1 = d\left(\frac{h-u}{o-u}\right)_1 + l_1 - J_1 \quad ^{2})$$

$$H_2 = d\left(\frac{h-u}{o-u}\right)_2 + l_2 - J_2$$

$$H_3 = d\left(\frac{h-u}{o-u}\right)_3 + l_3 - J_3$$

$$\begin{array}{cccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$[H] = \left[\, d\left(\frac{h-u}{o-u}\right)\right] + [l] - [J].$$

[1]) Diese Tafeln, und zwar IV und V sind enthalten in: „Theoretische und praktische Anleitung zum Nivellieren von S. Stampfer. Zehnte Auflage, umgearbeitet von Eduard Doležal. Wien 1902.“ Dieses vortreffliche Werk wurde nicht nur für die Stampfer'sche Nivelliermethode, sondern überhaupt für den Abschnitt „Nivellieren“ dieses Buches viel benützt.

[2]) Da man bei den Instrumenten von Starke und Kammerer bei dieser Art des Nivellierens die Steigung mit — und den Fall mit + bezeichnen muß, so muß auch die Instrumentshöhe von der Lattenhöhe subtrahiert werden. Ebenso muß beim Nivellieren aus der Mitte die „Latte rückwärts“ von der „Latte vorwärts“ subtrahiert werden.

Man erhält also wieder den Gesamt-Höhenunterschied zwischen dem Anfangs- und Endpunkte, wenn man zu der Summe aller $d\left(\frac{h-u}{o-u}\right)$ die Summen aller l, d. h. der Abstände der unteren Zielscheibe vom Boden positiv und die Summe aller Instrumentshöhen negativ nimmt; ist das Resultat positiv, so liegt der Endpunkt tiefer, ist es negativ, so liegt er höher als der Anfangspunkt.

Für die Arbeit ist es bequem, wenn sowohl der Abstand d der beiden Zielscheiben von einander, als auch der Abstand l der unteren Zielscheibe vom Boden immer gleich bleibt. Man wird daher gleich zu Beginn der Arbeit sich für einen gewissen Abstand l entscheiden, den man beibehält.

Beim Nivellieren aus der Mitte (Fig. 554) wird wie beim gewöhnlichen Nivellieren das Instrument ungefähr in die Mitte zwischen die

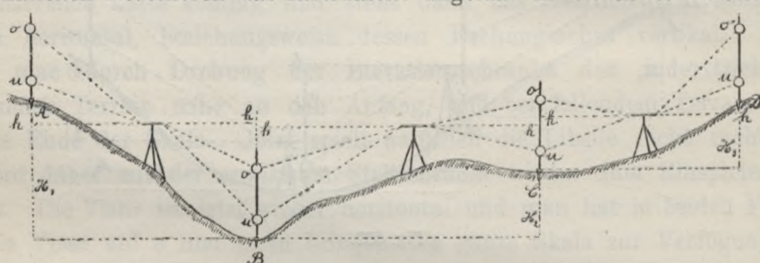


Fig. 554.

beiden Punkte gestellt, in welchen die Latte aufgestellt wird. Nachdem die Drehungsachse der Alhidade vertikal gestellt wurde, wird das Fernrohr zuerst gegen die eine, dann gegen die andere Latte gerichtet und jedesmal zuerst bei scharf einspielender Libelle die Ablesung h gemacht, dann die Visur auf die beiden Zieltafeln gebracht und die Ablesungen o und u gemacht.

Man erhält dann

$$H_1 = \left(d\left[\frac{h-u}{o-u}\right] + l\right)v_1 - \left(d\left[\frac{h-u}{o-u}\right] + l\right)r_1$$

$$H_2 = \left(d\left[\frac{h-u}{o-u}\right] + l\right)v_2 - \left(d\left[\frac{h-u}{o-u}\right] + l\right)r_2$$

$$H_3 = \left(d\left[\frac{h-u}{o-u}\right] + l\right)v_3 - \left(d\left[\frac{h-u}{o-u}\right] + l\right)r_3$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$[H] = \left[d\left(\frac{h-u}{o-u}\right) + l\right]v - \left[d\left(\frac{h-u}{o-u}\right) + l\right]r.$$

Ist der Abstand l der unteren Zielscheibe vom Boden bei beiden Latten, rückwärts und vorwärts, gleich, so hebt er sich gegenseitig auf und kann außer Rechnung bleiben.

Wenn man die vorstehend geschilderte Stampfer'sche Nivelliermethode mit dem gewöhnlichen Nivellieren vergleicht, findet man, daß das Stampfer'sche Nivellieren jedenfalls viel umständlicher ist. Zu einem Detail-Nivellement wird man diese Methode daher nicht anwenden. Dagegen eignet sie sich sehr gut für General-Nivellements in stark geneigtem Terrain, indem man bei dem Stampfer'schen Nivellieren mit viel weniger Aufstellungen des Instrumentes auskommt als bei dem gewöhnlichen Nivellieren. Beim gewöhnlichen Nivellieren mit 4 bis 6 *m* langen Latten kann man durch eine Aufstellung (in der Mitte) im besten Falle einen Höhenunterschied von nicht voll 4 bis 6 *m* bewältigen. Haben daher der Anfangs- und Endpunkt des Nivellements einen Gesamt-Höhenunterschied von 100 *m*, so braucht man mindestens 30 bis 40 Aufstellungen. Beim Stampfer'schen Nivellieren aber kann man durch eine Aufstellung des Instrumentes einen Höhenunterschied von 10 bis 20 *m* und noch mehr bewältigen, so daß man in dem obigen Falle zur Bewältigung von 100 *m* Höhenunterschied vielleicht nur 4 bis 10 Aufstellungen braucht, vorausgesetzt, daß die Entfernung nicht zu groß ist.

Anwendungen des Nivellierens.

§ 66.

449. Es ist ein Punkt zu suchen, der mit einem gegebenen Punkte in gleicher Höhe liegt.

Man stellt das Nivellier-Instrument entweder in dem gegebenen Punkte selbst oder irgendwo seitwärts auf und richtet es horizontal. Im ersteren Falle wird dann die Instrumentshöhe gemessen, im letzteren Falle wird in dem gegebenen Punkte die Nivellier-Latte aufgestellt und bei einspielender Libelle die Lattenhöhe abgelesen. Der Gehilfe begibt sich dann mit der Latte dorthin, wo der Punkt zu suchen ist, und stellt die Latte versuchsweise an verschiedenen Stellen auf, bis er eine Stelle findet, wo die Visur genau dieselbe Lattenhöhe gibt wie in dem gegebenen Punkte, beziehungsweise eine der in diesem Punkte gemessenen Instrumentshöhe gleiche Lattenhöhe.[1])

Wenn ein Punkt gesucht werden soll, der um eine bestimmte Größe höher oder tiefer liegen soll, als der gegebene, so geht man ebenso vor, nur muß dann in dem gesuchten Punkte die Lattenhöhe um die bestimmte Größe kleiner, beziehungsweise größer sein als in dem gegebenen Punkte.

Befindet sich die Stelle, wo der Punkt entweder in gleicher Höhe oder um eine gewisse Größe höher oder tiefer gesucht werden soll, in größerer Entfernung von dem gegebenen Punkte, so daß man die Aufgabe mit einer einzigen Aufstellung nicht lösen kann, so nimmt man von letzterem ein Längen-Nivellement an die betreffende Stelle vor und bezeichnet den Punkt der letzten Lattenaufstellung; dieser sei z. B. x genannt. Je nach der Wichtigkeit der Arbeit wird es sich dann vielleicht empfehlen, noch einmal zurück zu nivellieren, entweder mit Benützung derselben oder

[1]) Für diese, sowie auch für viele der in den folgenden Nummern beschriebenen Arbeiten sind Latten mit Zieltafeln bequemer als Selbstableselatten, indem die Zieltafel beim Aufsuchen der Punkte auf die bestimmte Lattenhöhe eingestellt bleibt.

anderer Zwischenpunkte, und die sich zeigende Differenz im Höhenunterschiede auszugleichen. (Siehe Nr. 446.) Man erhält so mit entsprechender Sicherheit die Höhenlage des Punktes x gegen den gegebenen Punkt und kann nun den verlangten Punkt mit einer einzigen Aufstellung mit Benützung von x aufsuchen. Liegt z. B. x um 2·125 m tiefer als der gegebene Punkt und es soll der gesuchte Punkt in derselben Höhe wie der gegebene Punkt liegen, so sucht man einen Punkt, der 2·125 m höher liegt als x. Soll der gesuchte Punkt dagegen 1 m tiefer liegen als der gegebene, so sucht man einen Punkt, der um 1·125 m höher liegt als x u. s. w.

450. Es ist der tiefste Punkt einer Fläche zu bestimmen.

Man nimmt zunächst einen Punkt nach Gutdünken an, z. B. a, den man durch einen Pflock bezeichnet, stellt das Nivellier-Instrument entweder in diesem Punkte oder irgendwo seitwärts auf und mißt die Instruments- oder Lattenhöhe im Punkte a. Hierauf geht der Gehilfe mit der Latte von a aus in verschiedenen radialen Richtungen und stellt in kleinen Abständen versuchsweise die Latte auf. Erhält man dabei immer eine kleinere Lattenhöhe als in dem angenommenen Punkte a, so liegen alle diese Punkte höher. Erhält man aber in einem Punkte, z. B. b, eine größere Lattenhöhe, so liegt dieser Punkt tiefer als a. Man bezeichnet daher jetzt den Punkt b mit einem Pflock, notiert die Lattenhöhe in diesem Punkte und läßt den Gehilfen wieder in radialen Richtungen von b aus mit der Latte wandern. Jetzt müssen wieder die Lattenhöhen kleiner sein als in b; findet sich ein Punkt, wo die Lattenhöhe größer ist, so dient jetzt dieser als Grundlage für die weitere Arbeit. Der zuletzt gefundene Punkt mit der größten Lattenhöhe ist der tiefste Punkt der Fläche.

Ganz in derselben Weise geht man vor, wenn der höchste Punkt einer Fläche zu suchen ist; dieser ist dann der zuletzt gefundene mit der kleinsten Lattenhöhe.

451. Von einem gegebenen Punkte soll nach einer bestimmten Richtung eine horizontale Gerade abgesteckt werden.

Diese Aufgabe kann auf zweifache Art gelöst werden.

a) Man stellt das Nivellier-Instrument über den gegebenen Punkt, richtet es horizontal und bringt die Visierlinie in die Richtung der abzusteckenden horizontalen Geraden. Dann wird die Instrumentshöhe über dem gegebenen Punkte gemessen und auf der Latte markiert, welch letztere hierauf vom Gehilfen in der Richtung der Visur in verschiedenen Punkten aufgestellt wird. (Siehe Fig. 555.)

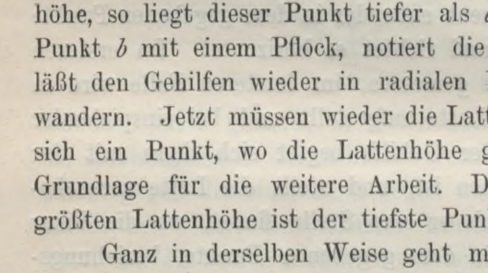


Fig. 555.

Geht die Visur über dem markierten Zielpunkte an der Latte weg, z. B. in Punkt 1, so liegt dieser zu tief, es wird daher ein langer Pfahl, auf dessen Kopf die Latte gestellt wird, so lange in die Erde getrieben, bis die Visur den Zielpunkt an der Latte trifft. Geht z. B. im Punkte 2 die Visur unter dem Zielpunkte durch, so wird ein Loch ausgegraben, auf dessen Sohle die Latte auf einen eingeschlagenen Pflock gestellt wird, bis die Visur wieder den Zielpunkt trifft.

b) Man schlägt vorher in der verlangten Richtung in geeigneten, in der Regel gleichen Abständen, gewöhnliche Nivellierpflöcke ein und nivelliert diese. Die Höhe aller Pflöcke wird auf die gegebene Höhe der abzusteckenden Horizontalen bezogen; man sieht also aus dem Protokoll, wieviel die einzelnen Pflöcke über oder unter der gewünschten Horizontalen liegen, wieviel also bei jedem Pflocke abgegraben oder erhöht werden muß.

452. Von einem gegebenen Punkte ist eine Gerade von bestimmter Neigung abzustecken.

Auch diese Aufgabe kann auf mehrfache Art aufgelöst werden.

a) Es wäre in Fig. 556 zwischen zwei Punkten A und B eine geneigte Gerade abzustecken. Man schlägt zunächst zwischen diesen zwei Punkten in gleichen Abständen, z. B. von 20 m, Pflöcke ein und nivelliert diese. Man ersieht dann aus dem Protokolle, wie die Punkte gegen den Anfangspunkt A liegen. Angenommen, die Strecke AB ist 180 m lang und der Höhenunterschied des Punktes B gegen A, das Stück BB', betrage 1·80 m, so kann man zunächst berechnen, wie tief jeder Pflock unter A liegen sollte, damit er in die geneigte Gerade AB fällt.

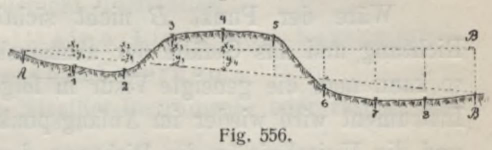


Fig. 556.

Die Entfernung des Punktes 1 von A sei mit x_1, des Punktes 2 von A mit x_2 u. s. w., die Höhe der geneigten Geraden unter der Horizontalen des Punktes A sei im Punkte 1 mit y_1, im Punkte 2 mit y_2 u. s. w. bezeichnet. Es ergibt sich somit

$$AB' : x_1 = BB' : y_1 \text{ oder } 180 : 20 = 1{\cdot}80 : y_1, \text{ woraus } y_1 = 0{\cdot}20\ m$$

$$AB' : x_2 = BB' : y_2 \quad „ \quad 180 : 40 = 1{\cdot}80 : y_2, \quad „ \quad y_2 = 0{\cdot}40\ m$$

demgemäß daher $y_3 = 0{\cdot}60\ m$, $y_4 = 0{\cdot}80\ m$, $y_5 = 1{\cdot}00\ m$ u. s. w.

Findet man nun im Protokolle, daß der Punkt 1 unter dem Punkte A 0·58 m tief liegt, so ist hier eine Erhöhung von $0{\cdot}58 - 0{\cdot}20 = 0{\cdot}38\ m$ nötig. Liegt Punkt 3 über dem Punkte A 0·60 m hoch, so muß hier eine Abgrabung von $0{\cdot}60 + 0{\cdot}40 = 1{\cdot}00\ m$ stattfinden u. s. w.

Wäre nicht der zweite Endpunkt B der geneigten Geraden gegeben, sondern nur die Richtung und das Gefälle, z. B. $5^0/_0$, so wird die Arbeit ganz in derselben Weise durchgeführt. Die Pflöcke werden in der verlangten Richtung eingeschlagen und nivelliert. Es ergibt sich dann

$$y_1 = 0{\cdot}05\ x_1,\ y_2 = 0{\cdot}05\ x_2,\ y_3 = 0{\cdot}05\ x_3 \text{ u. s. w.}$$

b) Wenn man von A nach B sehen könnte, so kann man die geneigte Linie zwischen den zwei Punkten auch direkt mittelst einer geneigten

Visur abstecken. (Fig. 557.) Das Instrument wird über den Punkt A gestellt, horizontal gerichtet, dann wird die Instrumentshöhe gemessen. Diese wird auf der Latte markiert und nun wird diese letztere im Punkte B aufgestellt, worauf die Visur durch Senkung der Visierlinie auf den Zielpunkt gebracht wird.[1])

Fig. 557.

Die Visur ist nun parallel mit der geneigten Geraden AB und bleibt in dieser Lage, während der Gehilfe die Latte mit dem markierten Zielpunkt in den einzelnen Punkten aufstellt. Je nachdem, ob die geneigte Visur über oder unter dem Zielpunkte hinweggeht, werden entweder lange Pfähle eingeschlagen, auf welche die Latte gestellt wird, oder es wird abgegraben, bis die geneigte Visur den Zielpunkt trifft.

Wäre der Punkt B nicht sichtbar, sondern wäre wieder nur die Richtung und das Gefälle der abzusteckenden, geneigten Geraden gegeben, so kann man die geneigte Visur in folgender Weise erhalten. Das Nivellier-Instrument wird wieder im Anfangspunkte A aufgestellt, horizontal gerichtet und die Visierlinie in die Richtung der abzusteckenden Linie gebracht. In dieser Richtung wird nun in einer Entfernung von z. B. 50 *m* die Nivellierlatte aufgestellt und die Lattenhöhe abgelesen. Soll die Gerade mit 5% Gefälle abgesteckt werden, so ergibt dies eine Senkung der Visur an der Latte von $50 \,.\, 0{\cdot}05 = 2{\cdot}5$ ***m***; es wird somit die Visur um dieses Stück gesenkt und befindet sich dann wieder in der gewünschten Neigung.

c) Wenn die Entfernung der beiden gegebenen Punkte A und B sehr gering ist, so daß man gut von einem zum andern sehen kann, so kann die direkte Absteckung der geneigten Geraden ohne Nivellier-Instrument mit den Visier- oder Pflaster-Kreuzen geschehen. Diese bestehen aus einer etwa 1·25 bis 1·50 *m* langen, 5 *cm* breiten, 1 *cm* starken Latte, an deren einem Ende eine etwa 60 *cm* lange Querlatte senkrecht befestigt ist. Man muß drei solcher Kreuze haben, welche verschiedenfarbig lackiert sind, eins weiß, ein zweites rot, das dritte schwarz.

Ein solches Kreuz wird im Punkte A vertikal gehalten, mit der Querlatte nach oben, ein zweites im Punkte B, und man visiert über die Querlatten. Ein Gehilfe stellt das dritte Kreuz in den Zwischenpunkten auf, wo nach Frfordernis lange Pfähle eingeschlagen werden, auf welche man das Kreuz stellt, oder es wird abgegraben, bis die Visur auch die Querlatte dieses dritten Kreuzes tangiert.

---

[1]) Dies ist bei Universal-Nivellier-Instrumenten ohneweiters möglich, bei gewöhnlichen Nivellier-Instrumenten allerdings nur dann, wenn die Neigung nicht zu stark ist. Die Senkung der Visierlinie erfolgt selbstverständlich mit der Elevations-, beziehungsweise mit der Mikrometerschraube des Höhenkreises.

453. Es ist ein Graben anzulegen, dessen Sohle zwischen dem Anfangs- und Endpunkte ein gleichmäßiges Gefälle besitzen soll.

In der Grabenrichtung werden in gleichen Abständen von 10 oder 20 *m* Pflöcke eingeschlagen, jedoch derart, daß sie seitwärts neben den anzulegenden Graben zu stehen kommen, damit sie beim Ausheben des Grabens stehen bleiben und nicht herausgeworfen werden, damit die nötige Tiefe von dem Kopfe des Pflockes gemessen werden kann. Die Pflöcke werden nivelliert und alle Höhen auf die Grabensohle im Anfangspunkte bezogen. Als Endpunkt wird ebenfalls die Grabensohle im Endpunkte genommen. Aus dem Höhen-Unterschiede zwischen dem Anfangs- und Endpunkte der Grabensohle und aus der Länge des Grabens berechnet man dann ganz nach Nr. 452 a, wie tief bei jedem der nivellierten Pflöcke gegraben werden muß.

Ist das Gefälle zwischen dem Anfangs- und Endpunkte des Grabens sehr gering, so ist ein Kontroll-Nivellement unerläßlich.

454. An einem Hange soll eine Linie von bestimmter Neigung aufgesucht und bezeichnet werden.

Diese Aufgabe kann mit einem Nivellier-Instrumente oder rascher mit einem Gefällmesser gelöst werden.

Verwendet man ein Nivellier-Instrument, so ist es zweckmäßig, bei dem Aufsuchen der Linie von oben nach unten zu arbeiten. Das Instrument wird entweder im Anfangspunkte selbst aufgestellt und man mißt die Instrumentshöhe, oder man stellt das Instrument irgendwo seitwärts auf, gibt in den Anfangspunkt die Latte und notiert die Lattenhöhe. Angenommen, man will die aufzusuchende Linie in Abständen von 20 *m* durch Pflöcke bezeichnen und die Linie soll 5% Gefälle haben. In diesem Falle wird das eine Ende eines 20 *m* langen Meßbandes im Anfangspunkte befestigt. Die Nivellierlatte wird am anderen Ende des ausgespannten Meßbandes vom Gehilfen an dem Hange auf und nieder getragen, bis die Visur den Zielpunkt trifft, welcher um $20 \times 0{\cdot}05 = 1$ *m* höher sein muß als die im Anfangspunkte gemessene Latten- oder Instrumentshöhe. Trifft endlich die Visur diesen Zielpunkt, so wird ein Pflock in dem Standpunkte der Latte eingeschlagen, und dieser Punkt, z. B. 1, ist somit 20 *m* vom Anfangspunkte entfernt und liegt 1 *m*, also 5% tiefer. Nun wird das Meßband in dem aufgefundenen Punkte 1 befestigt und wieder ausgespannt; die Lattenhöhe wird wieder um 1 *m* vergrößert und wieder ein Punkt gesucht, in welchem die Visur den Zielpunkt trifft.

Kann man nicht mehr weiter arbeiten, indem man die Latte nicht mehr weiter verlängern kann oder indem man nicht mehr sieht, so stellt man das Instrument in den letzten aufgesuchten Punkt und mißt die Instrumentshöhe oder man stellt das Instrument wieder seitwärts und mißt in dem letzten Punkte die Lattenhöhe und dann wird von diesem Punkte aus so gearbeitet, wie früher vom Anfangspunkte.

Viel rascher kann man die Aufgabe mit einem Gefällmesser[1]) lösen, dessen Visier-Vorrichtung nach der Neigung der aufzusuchenden Linie eingestellt werden kann. Mit dem Gefällmesser muß man aber von Punkt zu Punkt arbeiten.

Man stellt das Instrument im Anfangspunkte auf, richtet die Visier-Vorrichtung zunächst horizontal und stellt an der Latte die Zieltafel in gleiche Höhe mit dem Instrumente. Dann wird die Visier-Vorrichtung auf die gewünschte Neigung eingestellt und der Gehilfe stellt in einer Entfernung von 20 *m* die Latte höher oder tiefer am Hange auf, bis die Visur den Zielpunkt trifft, worauf an die Stelle der Latte ein Pflock eingeschlagen wird. Dann kommt das Instrument über diesen Pflock und es wird in gleicher Weise der zweite Punkt gesucht u. s. w.

455. Das Gefälle eines fließenden Gewässers in einer bestimmten Strecke ist zu ermitteln.

Am Anfangs- und Endpunkte der Strecke werden gleichzeitig zwei Pflöcke nahe beim Ufer derart eingeschlagen, daß ihre Köpfe in den Wasserspiegel fallen, oder es wird die Höhe des Wasserspiegels in einer anderen Weise am Anfange und Ende der Strecke gleichzeitig bezeichnet. Hierauf wird der Höhenunterschied dieser beiden Punkte durch ein sorgfältiges Nivellement auf dem kürzesten Wege mit möglichst wenig Aufstellungen ermittelt. Ein Gegen-Nivellement und Ausgleichung des gefundenen Höhen-Unterschiedes ist unerläßlich, weil es sich dabei in der Regel um sehr kleine Größen handelt.

Schließlich wird die Länge der Strecke, genau dem Ufer folgend, gemessen.

456. Von einer bestimmten Terrainfläche ist eine Schichtenkarte anzufertigen.

Dieser Forderung kann in mannigfacher Art entsprochen werden.

a) Wenn die Fläche nivelliert wird, u. zw. entweder mittelst Längen- und Querprofilen oder mit Parallel- oder Radial-Profilen, oder mit zerstreuten Punkten, so können die Schichten-Linien in beliebigen vertikalen Abständen ganz nach Nr. 443 und 444 in den Situationsplan eingezeichnet werden.

b) In neuerer Zeit wird vielfach in folgender Weise vorgegangen. Von einem Punkte, dessen Meereshöhe bekannt ist, ausgehend, legt man nach verschiedenen Richtungen Polygonzüge von gleicher Seitenlänge von 20 *m*, welche mit einem Bussolen-Instrumente aufgenommen und aufgetragen werden. Zugleich wird in jedem Standpunkte der Neigungswinkel des Terrains, z. B. α, gemessen und dann der Höhen-Unterschied des Punktes gegen den Standpunkt nach der Formel gerechnet $h = d' \cdot \sin \alpha$, worin d' die schief gemessene Entfernung bedeutet. Natürlich muß die schief gemessene Länge von 20 *m* der Polygonseiten für die Auftragung auf den Horizont reduziert werden.

[1]) Sehr praktisch ist zu diesem Zwecke das Instrument von Roubiczek (siehe Nr 414) oder auch das Bose'sche Instrument (Nr. 413).

Bei diesem Vorgange wird also im Anfangspunkte das Bussolen-Instrument aufgestellt, horizontal gerichtet und dessen Visurhöhe gemessen, welche an einer Latte markiert wird. Dann wird von dem Standpunkte des Instrumentes das Stahlmeßband, am Boden aufliegend, ausgespannt und an dessen Ende die Latte aufgestellt und der markierte Punkt anvisiert, worauf man an der Nadel den Neigungswinkel der Visur gegen den magnetischen Meridian und am Höhenbogen den Neigungswinkel des Terrains abliest. Dann wird das Instrument in den Punkt gestellt, wo die Latte stand, und der ganze Vorgang wiederholt, nachdem wieder das Meßband ausgelegt wurde. In dieser Weise nimmt man möglichst viele Polygonzüge in den verschiedensten, besonders in den für die Terraingestaltung charakteristischen Richtungen auf, nach deren Auftragung man eine Menge kotierter Punkte erhält, mittelst deren die Schichtenlinien in beliebigen Abständen eingezeichnet werden können.

Für die Berechnung der Höhen-Unterschiede und der horizontalen Distanz für die schiefe Länge von 20 *m* fertigt man sich für die verschiedenen Neigungswinkel des Terrains eine Tabelle an, in welcher man nun den gemessenen Neigungswinkel aufsucht und den daneben stehenden Höhen-Unterschied und die horizontale Distanz herausschreibt.

Man kann übrigens auch mit gleicher horizontaler Distanz von 20 *m* arbeiten, was vielleicht zweckmäßiger ist. Zu diesem Behufe fertigt man sich vorher für die horizontale Länge $d = 20$ *m* für die verschiedenen Winkel eine Tabelle an für die Werte des Höhenunterschiedes h und der schiefen Länge d' nach den Formeln

$$h = d \,.\, \operatorname{tang} \alpha = 20 \,.\, \operatorname{tang} \alpha \text{ und } d' = \frac{d}{\cos \alpha} = \frac{20}{\cos \alpha}.$$

Nachdem dann das Instrument aufgestellt und das Meßband am Boden liegend ausgespannt wurde, wird der Neigungswinkel gemessen und auch an der Nadel abgelesen, worauf aus der Tabelle die diesem Neigungswinkel entsprechende schiefe Länge d' entnommen und das plus über 20 *m* noch am Ende des Meßbandes aufgetragen wird. Wäre z. B. der Neigungswinkel 15^0, so ist die schiefe Länge $d' = \frac{20}{\cos 15^0} = 20{\cdot}68$ *m*, wenn die horizontale Länge $d = 20$ *m* sein soll. Es wird also noch 0·68 *m* vom Ende des Meßbandes aufgetragen, der Punkt bezeichnet, jetzt hier das Instrument aufgestellt und dann wieder ebenso weiter gearbeitet.

c) Durch direkte Aufsuchung möglichst vieler in den Schichtenlinien selbst liegender Punkte im Terrain und Anfertigung eines Grundrisses dieser Punkte erhält man eine sehr genaue Schichtenkarte, nur ist dieser Vorgang etwas umständlich und mühevoll.

Man geht hiebei am zweckmäßigsten auch von einem Punkte aus, dessen Meereshöhe bekannt ist, u. zw. arbeitet man entweder vom höchsten Punkte nach unten oder vom tiefsten Punkte nach oben.

In Fig. 558 wäre z. B. die Höhe des höchsten Punktes A mit 347 m über dem Meere gegeben und es sollen die Schichtenlinien im vertikalen Abstande von 5 m bestimmt werden. Man sucht zuerst nach Nr. 449 am Rande der Kuppe einige Punkte auf, welche alle in gleicher Höhe, und zwar 2 m tiefer liegen als A; diese werden durch Pflöcke bezeichnet

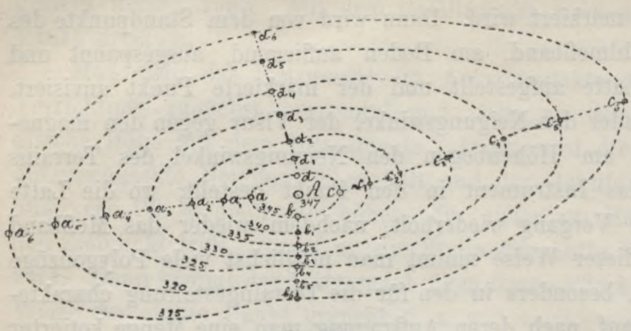


Fig. 558.

und bilden die Schichtenlinie 345; es wären dies z. B. die Punkte a, b, c und d. Nun sucht man, von diesen Punkten ausgehend, immer in der Richtung der Hauptabdachung weitere Punkte a_1, a_2, a_3, ..., ebenso b_1, b_2, b_3 ...., c_1, c_2, c_3 .... und d_1, d_2, d_3 ...., welche je um die Schichtenhöhe, also um 5 m tiefer liegen, so daß also a_1, b_1, c_1 und d_1 in gleicher Höhe, u. zw. in der Schichtenlinie 340 liegen, ebenso a_2, b_2, c_2 und d_2 in der Schichtenlinie 335 u. s. w. Auch diese Punkte werden alle durch Pflöcke bezeichnet. Endlich sucht man zwischen a_1 und b_1, b_1 und c_1, c_1 und d_1, d_1 und a_1 Punkte, welche mit diesen in gleicher Höhe liegen, und bezeichnet sie mit Pflöcken. Dann ebenso zwischen a_2 und b_2 u. s. w. Man hat also die Schichtenlinien in der Natur selbst abgesteckt und durch Pflöcke bezeichnet, so daß man von diesen einen Grundriß aufnehmen kann.

Das Aufsuchen der Punkte a_1, a_2, a_3 ..., ebenso b_1, b_2, b_3 ... u. s. w. kann entweder mit dem Nivellier-Instrumente nach Nr. 449 geschehen oder durch Messung des Neigungswinkels des Terrains und Auftragen der schiefen Länge. Man fertigt sich zuhause für die verschiedenen Neigungswinkel α und für die gewünschte Schichtenhöhe h eine Tabelle für die schiefe Länge d' an nach der Formel $d' = \frac{h}{\sin \alpha}$.

Man mißt dann in jedem Punkte den Neigungswinkel des Terrains, sucht die zugehörige schiefe Länge in der Tabelle auf und läßt sie auftragen, worauf man in dem gefundenen Punkte dieselbe Manipulation wiederholt.

457. **Eine Fläche ist zu planieren**, d. h. **eine ebene, horizontale oder geneigte Fläche herzustellen.** Hiebei kann entweder die Höhe der herzustellenden Ebene gegeben sein oder es kann die Bedingung gestellt sein, die Ebene in eine solche Höhe zu legen, daß die abgegrabene Erdmasse gerade die nötige Aufschüttung deckt.

a) Am einfachsten ist die Aufgabe zu lösen, wenn eine horizontale Ebene in einer bestimmten Höhe hergestellt werden soll. In diesem Falle werden Nivellier-Pflöcke entweder in einem regelmäßigen Quadratnetz oder regellos an den charakteristischen Punkten eingeschlagen und nivelliert Die Höhe der Punkte wird auf die gegebene Höhe der herzustellenden Horizontalebene bezogen; es geben somit die positiven Höhen der Punkte die hier vorzunehmende Abgrabung, die negativen die Höhe der Aufschüttung an. Diese Höhen werden mit + für die Aufschüttung und mit — für die Abgrabung auf die Pflöcke geschrieben.

Vor Beginn der Erdarbeit wird dann bei jedem Punkte, wo eine Aufschüttung stattfinden soll, ein langer Pfahl eingeschlagen, derart, daß sein Kopf sich um die angeschriebene Höhe über dem Nivellierpflocke befindet, also in die horizontale Ebene zu liegen kommt. Dort, wo eine Abgrabung stattfinden muß, wird die Tiefe in der Weise kontrolliert, daß bei der Abgrabung der Pflock samt einem Erdkegel stehen bleibt, bis die auf dem Pflocke angegebene Tiefe erreicht ist.

b) Soll die herzustellende Ebene nicht horizontal, sondern geneigt sein, so bezeichnet man die Lage der Ebene durch Marken an drei Signalstangen, welche an verschiedenen Punkten der Fläche aufgestellt werden. Das Nivellier-Instrument wird dann so gerichtet, daß beim Drehen der Alhidade die Visierlinie sich in einer Ebene bewegt, welche parallel ist zu der herzustellenden und durch Marken an den drei Signalstangen bezeichneten Ebene.

Zu diesem Zwecke ist notwendig, daß die Visierlinie parallel ist zur Alhidade und die Drehungsachse der letzteren eine senkrechte Stellung zu der herzustellenden geneigten Ebene hat. Es wird daher vorerst der Elevationsschraube die Markenstellung gegeben und die Nivellier-Libelle mit den Stellschrauben derart zum Einspielen gebracht, daß beim Drehen der Alhidade um ihre Achse die Blase stets scharf im Spielpunkte bleibt. Dann darf die Stellung der Elevationsschraube nicht mehr verändert werden und man bringt nur mittelst der Stellschrauben die Alhidade in eine solche Lage, daß beim Drehen die Visur an den drei Signalstangen gleiche Höhen über oder unter den angebrachten Marken trifft. Die Visierlinie beschreibt somit jetzt beim Drehen der Alhidade eine Ebene, welche parallel ist zu der herzustellenden geneigten Ebene. Mit dem derart vorbereiteten Instrumente werden nun, ohne die Stellung der Stellschrauben oder der Elevationsschraube zu ändern, die Punkte nivelliert und ihre Höhen auf denjenigen Punkt bezogen, der in der herzustellenden Ebene liegt. Die durch das Nivellement erhaltenen Höhen geben aber natürlich nicht die Höhen der Punkte über oder unter einer horizontalen Ebene an, sondern bezüglich der herzustellenden geneigten Ebene, so daß die positiven Höhen wieder ohneweiters die Tiefe der Abgrabung, die negativen die Höhe der Aufschüttung bedeuten.

c) Soll die abgegrabene Erdmasse gerade die zur Aufschüttung nötige Menge geben, so kann die Höhe der herzustellenden Ebene nicht gegeben sein, sondern sie muß durch probeweise Berechnung der Erdmassen bestimmt werden. Zu diesem Zwecke wird am besten auf der Fläche ein regelmäßiges Quadratnetz abgesteckt; die Eckpunkte der Quadrate werden durch Pflöcke bezeichnet und nivelliert und ihre Höhen vorläufig provisorisch auf einen Punkt bezogen, von dem man glaubt, daß seine Höhe der Ausgleichung der Erdmassen entsprechen dürfte. (Das Nivellement geschieht wie sub *a* oder sub *b*.)

Denkt man sich jedes Quadrat durch eine Diagonale in zwei gleichschenklige, rechtwinklige Dreiecke zerlegt (Fig. 559), so ist s^2 die Fläche eines solchen, wenn s die Quadratseite ist. Die abzugrabende und aufzuschüttende Erdmasse kann man sich nun zerlegt denken in lauter dreiseitige, schief abgeschnittene Prismen von gleicher Grundfläche s^2. Die abzugrabenden Prismen liegen über, die aufzuschüttenden unter der herzustellenden Ebene. Die positiven oder negativen Höhen der Punkte sind die Seitenkanten dieser Prismen, und zwar bildet, wie aus der Zeichnung ohneweiters zu entnehmen ist, die Höhe eines jeden

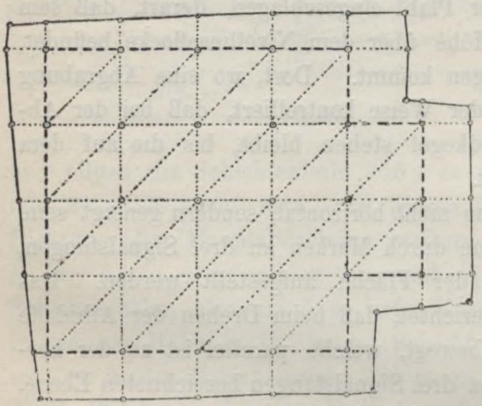


Fig. 559.

innerhalb des äußeren Umfanges des Quadratnetzes liegenden Punktes die Seitenkante von sechs aneinanderstoßenden Prismen. Die Höhen der in den Umfangslinien liegenden Punkte bilden je die Seitenkanten von drei zusammenstoßenden Prismen, die Höhen der Eckpunkte die Seitenkante für ein, zwei oder mehr Prismen.

Man braucht nun nicht jedes Prisma für sich zu berechnen, dies ist nur bezüglich der die Umfangslinien des Quadratnetzes überschreitenden Prismen nötig; die in dem Quadratnetze liegenden Prismen können gemeinschaftlich berechnet werden, getrennt für die abzugrabende und aufzuschüttende Erdmasse.

Man summiert zu diesem Zwecke die positiven und ebenso die negativen Höhen aller innerhalb des Umfanges des Quadratnetzes liegenden Punkte und multipliziert jede der beiden Summen mit sechs, ebenso summiert man die positiven und die negativen Höhen der in den Umfangslinien liegenden Punkte und multipliziert jede Summe mit drei, endlich nimmt man die Höhen der Eckpunkte, je nachdem wie es sich aus der Skizze ergibt, ein- oder mehrfach. Dann wird die positive und negative Gesamtsumme gebildet und jede durch drei dividiert. Die beiden Quotienten werden mit s^2 multipliziert und ergeben die innerhalb des Quadratnetzes abzugrabende und aufzuschüttende Erdmasse. Die außerhalb der regelmäßigen Quadrate liegenden unregelmäßigen Vierecke werden durch Diagonalen in je zwei Dreiecke zerlegt und die so ebenfalls entstehenden dreiseitigen Prismen jedes für sich gerechnet. Sind die Erdmassen nicht gleich, so dividiert man mit der ganzen Fläche in die Differenz und erhält die Größe, um welche die herzustellende Ebene höher oder tiefer gelegt werden muß, als man jetzt angenommen hatte. Es werden nun alle Höhen der Punkte demgemäß geändert und noch einmal gerechnet. Hat man endlich eine Ausgleichung der Massen erzielt, so geben die jetzt benützten Höhen der Punkte die Höhe der Abgrabung und Aufschüttung an.[1])

Zweiter Abschnitt.

Das trigonometrische Höhenmessen.

§ 67.

458. Wenn die Höhe eines vertikalen Gegenstandes, eines Turmes, Baumes oder dergleichen gemessen werden soll, so stellt man ein mit einem Höhenkreise versehenes Winkelmeßinstrument in einem Punkte S auf (Fig. 560 und 561), dessen Entfernung von dem Gegenstande annähernd gleich ist der Höhe des letzteren. Nach Horizontalrichtung des Instrumentes visiert man nach dem höchsten Punkte A und dem Fußpunkte B des Gegenstandes und liest jedesmal am Höhenkreise den Neigungswinkel der Visur gegen die Horizontale ab.

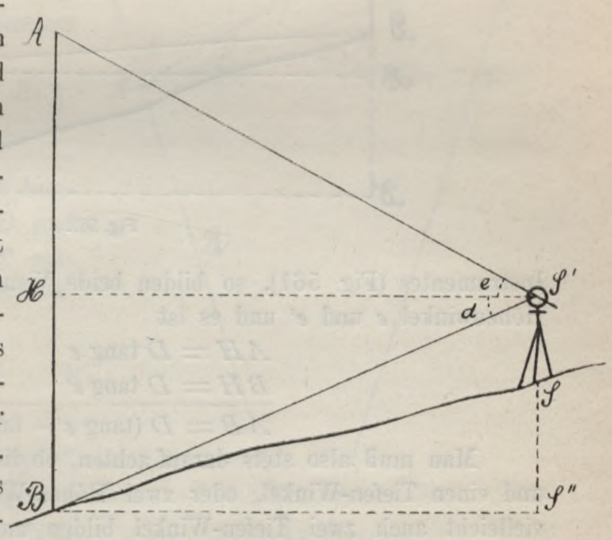


Fig. 560.

Liegt der Fußpunkt des Gegenstandes unter der Horizontal-Ebene des Instrumentes (Fig. 560), so bildet die Visur nach dem obersten Punkte A mit der Horizontalen einen Höhenwinkel e, die Visur nach dem Fußpunkte aber einen Tiefenwinkel d.

[1]) Eigentlich sollte man berücksichtigen, daß beim Abgraben gewachsenen Erdreiches durch die Auflockerung eine Volumsvermehrung eintritt, welche bei den verschiedenen Bodenarten verschieden ist. Da aber die Aufschüttung schichtenweise unter stetem Feststampfen des Materiales geschehen und außerdem die Aufschüttung etwa um 10% höher geschehen muß, um die Bildung von Vertiefungen durch späteres Setzen zu verhindern, so kann man bei der Berechnung eine Ausgleichung der Erdmassen vornehmen.

Bezeichnet man die horizontale Entfernung des Standpunktes S des Instrumentes von dem Gegenstande, also $BS'' = HS'$ mit D, so ist

$$AH = D \text{ tang } e$$
$$BH = D \text{ tang } d$$
$$\overline{\phantom{AB = D (\text{tang } e + \text{tang } d)}}$$
$$AB = D (\text{tang } e + \text{tang } d).$$

Liegt der Fußpunkt des Gegenstandes über der Horizontalebene des

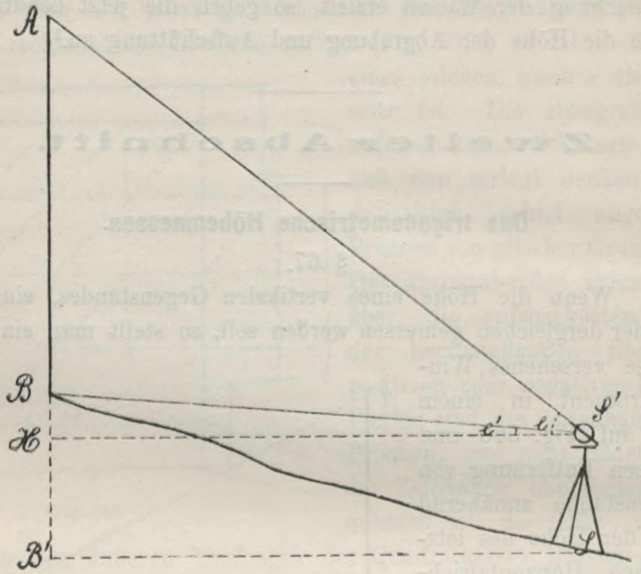


Fig. 561.

Instrumentes (Fig. 561), so bilden beide Visuren mit der Horizontalen die Höhenwinkel e und e' und es ist

$$AH = D \text{ tang } e$$
$$BH = D \text{ tang } e'$$
$$\overline{\phantom{AB = D (\text{tang } e - \text{tang } e')}}$$
$$AB = D (\text{tang } e - \text{tang } e').$$

Man muß also stets darauf achten, ob die beiden Visuren einen Höhen- und einen Tiefen-Winkel, oder zwei Höhen-Winkel, oder unter Umständen vielleicht auch zwei Tiefen-Winkel bilden und muß im ersten Falle die Summe der Tangenten der beiden Winkel, im letzteren Falle die Differenz mit der horizontalen Entfernung multiplizieren, um die Höhe des Gegenstandes über seinem Fußpunkte zu finden.[1])

459. Es wäre der Höhenunterschied zweier Punkte A und B der Erdoberfläche zu ermitteln. (Fig. 562.) Dieser Höhenunterschied ist $BC = H$. Denkt man sich in dem Punkte A die Tangente AE zur Erdkrümmung

---

[1]) Viele speziell zum Höhenmessen bestimmte Instrumente, z. B. der Bose'sche Höhenmesser (Nr. 413), enthalten zu diesem Zwecke eine Prozent-(Tangenten-)Teilung, so daß man nur die Summe oder Differenz der Ablesungen mit der horizontalen Entfernung zu multiplizieren hat.

gezogen, so ist z der Zenithwinkel und e der Höhenwinkel der geraden Visur von A nach B. Der Winkel EAC ist, als Winkel von einer Tangente und Sehne gebildet, gleich dem halben Mittelpunktswinkel, also $\gamma/_2$.

Wäre das Dreieck AEB rechtwinklig, so wäre

$$BE = AE \,.\, \text{tang}\, e$$

$$\text{oder } BE = AE \,.\, \text{cotang}\, z.$$

Das Dreieck AEB ist allerdings nicht rechtwinklig, aber da der Mittelpunkts-Winkel γ stets sehr klein ist, er beträgt ja bei einer Entfernung der beiden Punkte von 1852 m erst eine Minute, so kann man ohne merkbaren Fehler dieses Dreieck als rechtwinklig annehmen. Aus demselben Grunde kann man auch statt der Tangente AE die horizontale Entfernung der beiden Punkte, also den Bogen AC setzen.

Bezeichnet man diese horizontale Entfernung mit D, so ist

$$BE = D \,.\, \text{tang}\, e$$

$$\text{oder } BE = D \,.\, \text{cotang}\, z.$$

Der Höhenunterschied BC der beiden Punkte A und B ist aber $BE + EC$. Ist der Halbmesser der Erde R, so ist

$$EC : AE = AE : (2\,R + EC)$$

$$EC = \frac{\overline{AE}^2}{2\,R + EC}.$$

Wird statt AE im Zähler die horizontale Entfernung D gesetzt und im Nenner die gegen $2\,R$ verschwindende Größe EC vernachlässigt, so ergibt sich

$$EC = \frac{D^2}{2\,R} \text{ und somit}$$

$$H = D \text{ tang } e + \frac{D^2}{2\,R}$$

$$\text{oder } H = D \text{ cotang } z + \frac{D^2}{2\,R}.$$

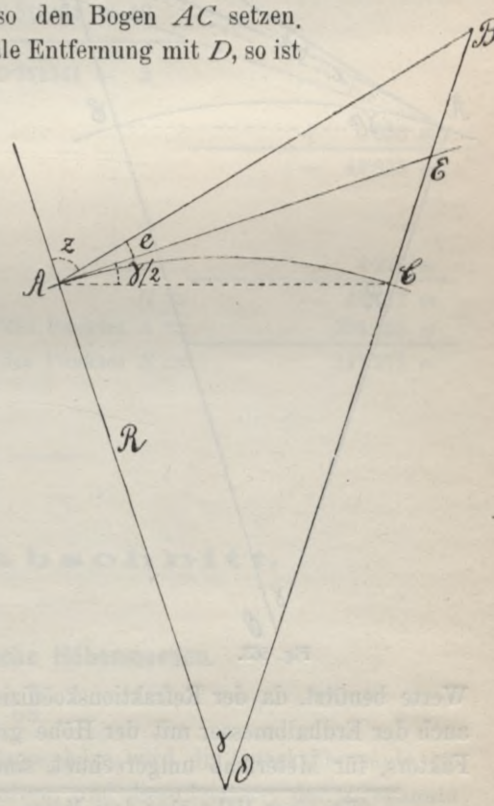


Fig. 562.

Infolge der Refraktion trifft aber die Visur von A nicht geradlinig den Punkt B, sondern einen Punkt B'. (Fig. 563.) Der Winkel $BAB' = r$ ist der Refraktionswinkel, welcher zwar wesentlich von dem Zustande der Luft, aber auch von der Größe des Mittelpunktswinkels abhängig ist. Im Mittel ist der Refraktionskoëffizient $k = 0{\cdot}13$, nach Gauss 0·1306, d. h. es ist $r = 0{\cdot}0653\ \gamma$[1]), daher kann man auch annehmen

$$BB' = 0{\cdot}1306\ EC$$

$$\text{oder allgemein } BB' = k \,.\, EC$$

und wenn für EC dessen Wert $\frac{D^2}{2\,R}$ gesetzt wird $BB' = k\,\frac{D^2}{2\,R}$.

[1]) Siehe Nr. 188 und 407.

Um dieses Stück muß der gefundene Höhenunterschied vermindert werden, somit ist

$$H = D \,.\, \text{tang}\, e + \frac{D^2}{2\,R} - k\,\frac{D^2}{2\,R} \quad \text{oder} \quad H = D\ \text{tang}\, e + \left(\frac{1-k}{2\,R}\right) D^2$$

und wenn statt des Höhenwinkels der Zenithwinkel gemessen wird, ist

$$H = D \,.\, \text{cotang}\, z + \left(\frac{1-k}{2\,R}\right) D^2.$$

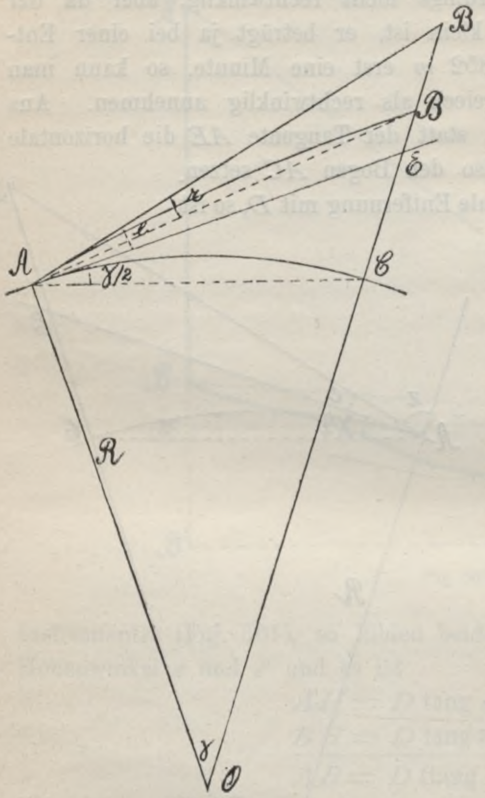


Fig. 563.

Das erste Glied dieser beiden Formeln $D\,.\,\text{tang}\, e$ oder $D\,.\,\text{cotang}\, z$ ist positiv zu nehmen, wenn der gemessene Neigungswinkel ein Höhenwinkel ist, also bei einem Zenithwinkel unter 90°. Dagegen ist dieses Glied bei einem Tiefenwinkel, also bei einem Zenithwinkel über 90° negativ zu nehmen. Das zweite Glied ist stets positiv zu nehmen.

Selbstverständlich muß zu dem gefundenen Höhenunterschiede noch die Visurhöhe des Instrumentes positiv, die Höhe des Zielpunktes über dem eigentlichen Punkte negativ genommen werden.

Die Formel

$$H = D\ \text{cotang}\, z + \left(\frac{1-k}{2\,R}\right) D^2$$

hat bei der österreichischen Katastralvermessung zur Bestimmung der Meereshöhen der trigonometrischen Netzpunkte Anwendung gefunden. Hiebei wurden für den Faktor $\left(\frac{1-k}{2\,R}\right)$ je nach der Höhenregion verschiedene Werte benützt, da der Refraktionskoëffizient von der Höhe abhängig ist und auch der Erdhalbmesser mit der Höhe größer wird.[1]) Die Logarithmen dieses Faktors, für Metermaß umgerechnet, sind folgende:

Bei einer Höhe über dem Meere in Metern	$\log \frac{1-k}{2\,R}$ für R in Metern
0 bis 189·6	2·808645 — 10
190 „ 568·9	2·819471 — 10
570 „ 1137·8	2·829690 — 10
1138 „ 2275·6	2·839674 — 10
2276 „ 3793·0	2·849434 — 10

Mit Hilfe dieser Logarithmen gestaltet sich die Berechnung der Höhenunterschiede sehr einfach.

[1]) Siehe: „Instruktion für Polygonal-(Theodolit-)Aufnahmen, Seite 5.

Es wäre z. B. in einem Triangulierungspunkte A, dessen Meereshöhe 394.385 m beträgt, der Theodolit aufgestellt worden, dessen Visurhöhe J über dem Punkte mit 1·346 m gemessen wurde. Die Visur nach dem Signal eines zweiten Triangulierungspunktes B, dessen Entfernung von A aus den Koordinaten der beiden Punkte mit 924·56 m ermittelt wurde, ergab einen Tiefenwinkel $\varepsilon = 2^0\ 39'\ 20''$. Die Höhe des Signales über dem Bodenpunkte beträgt 5·625 m.

Die Rechnung gestaltet sich folgend:

$\log D = \log 924{\cdot}56$	$= 2{\cdot}965935$	
$\log \operatorname{tang} \varepsilon = \log \operatorname{tang} 2^0\ 39'\ 20''$	$= 8{\cdot}666343 - 10$	
$\log (D \,.\, \operatorname{tang} \varepsilon)$	$= 1{\cdot}632278$	
$D \,.\, \operatorname{tang} \varepsilon$	$= \ldots\ldots$	$-\ 42{\cdot}889\ m$
$\log D^2 = 2 \log 924{\cdot}56$	$= 5{\cdot}931870$	
$\log \left(\frac{1-k}{2R}\right)$	$= 2{\cdot}819471 - 10$	
$\log \left(\frac{1-k}{2R}\right) D^2$	$= 0{\cdot}751341 - 2$	
$\left(\frac{1-k}{2R}\right) D^2$	$= \ldots\ldots$	$+\ 0{\cdot}056\ m$
		$-\ 42{\cdot}833\ m$
$J = 1{\cdot}346$		
$h = 5{\cdot}625$		
$J - h = \ldots\ldots$		$-\ 4{\cdot}279\ m$
	$H =$	$-\ 47{\cdot}112\ m$
	Meereshöhe des Punktes $A =$	$394{\cdot}385\ m$
	Meereshöhe des Punktes $B =$	$347{\cdot}273\ m$

Dritter Abschnitt.

Das barometrische Höhenmessen.

§ 68.

460. Durch den Druck der Atmosphäre wird die Quecksilbersäule im Barometer in einer gewissen Höhe erhalten, und diese letztere, der sogenannte Barometerstand, nimmt mit der Größe des Luftdruckes zu und ab. Da die Dichte und daher der Druck der Luft mit zunehmender Höhe geringer wird, so wird auch der Barometerstand mit zunehmender Höhe kleiner, und man kann aus dem Sinken des Barometerstandes auf die erstiegene Höhe schließen.

Denkt man sich in Fig. 564 eine vertikale prismatische Luftsäule $ABCD$, so lastet diese mit ihrem Gewichte, welches mit Go bezeichnet sein soll, auf der Grundfläche AB. Denkt man sich ferner die Luftsäule durch parallele Ebenen in Schichten von gleicher, und zwar solcher Höhe geteilt, daß die Dichte der Luft innerhalb jeder Schichte als gleichbleibend angenommen werden kann, so lastet auf der ersten Schichte, also auf der Fläche EF der um das Gewicht g_1 der ersten Schichte ($ABEF$) verminderte Druck der Luftsäule. Nennt man diesen auf der ersten Schichte lastenden Druck G_1, so ist

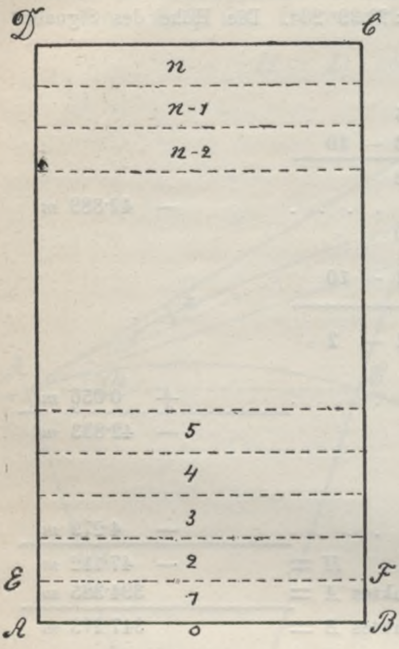


Fig. 564.

$$G_0 - G_1 = g_1.$$

Bezeichnet man den auf der n-ten Schichte, also auf der Fläche CD lastenden Druck mit G_n und demgemäß das Gewicht der n-ten Schichte mit g_n und den auf der $n-1$-ten Schichte lastenden Druck mit G_{n-1}, so ist

$$G_{n-1} - G_n = g_n.$$

Da angenommen wurde, daß die einzelnen Schichten gleiche Höhe und gleiche Querfläche haben, so sind auch ihre Rauminhalte gleich, und es stehen ihre Gewichte in demselben Verhältnisse zu einander wie die verschiedenen Druckgrößen, unter denen sie sich befinden; es ist somit

$$g_1 : g_2 = G_1 : G_2$$
$$\text{ebenso } g_1 : g_n = G_1 : G_n$$
$$\text{oder } g_1 : G_1 = g_n : G_n$$

Aus dieser letzten Proportion ergibt sich

$$(g_1 + G_1) : G_1 = (g_n + G_n) : G_n.$$

Aus der ersten Gleichung $G_0 - G_1 = g_1$ ergibt sich $G_0 = g_1 + G_1$ und aus der zweiten Gleichung $G_{n-1} - G_n = g_n$ folgt $G_{n-1} = g_n + G_n$. Werden diese Werte in die obige Proportion eingesetzt, so wird daraus

$$G_0 : G_1 = G_{n-1} : G_n$$

und hieraus ist

$$G_n = \frac{G_1}{G_0} (G_{n-1}).$$

Wird zur Vereinfachung $\frac{G_1}{G_0} = P$ gesetzt, so ist

$$G_n = P (G_{n-1}).$$

Werden nun für n nacheinander die fortlaufenden Zahlen gesetzt, so ist

$$G_1 = P \cdot G_{1-1} = P \cdot G_0$$
$$G_2 = P \cdot G_{2-1} = P \cdot G_1$$

und wenn für G_1 dessen obiger Wert gesetzt wird

$$G_2 = P \cdot P \cdot G_0 = P^2 \cdot G_0.$$

Eenso $\quad G_3 = P \cdot G_{3-1} = P \cdot P^2 \cdot G_0 = P^3 \cdot G_0$

daher auch $\quad G_n = P^n \cdot G_0$

und hieraus $\frac{G_n}{G_0} = P^n$ und $\frac{G_0}{G_n} = \frac{1}{P^n}$.

Die Luftdrucke G_0 und G_n verhalten sich wie die zugehörigen Barometerstände (Höhen der Quecksilbersäulen) B_0 und B_n in der 0-ten und n-ten Schichte, nämlich

$$G_0 : G_n = B_0 : B_n \text{ oder } \frac{G_0}{G_n} = \frac{B_0}{B_n}$$

daher auch

$$\frac{B_0}{B_n} = \frac{1}{P^n}.$$

Wird diese letzte Gleichung logarithmiert, so ist

$$\log \frac{B_0}{B_n} = - n \cdot \log P.$$

Denkt man sich statt der n-ten eine m-te Luftschichte, so ist selbstverständlich

$$\log \frac{B_0}{B_m} = - m \cdot \log P.$$

Dividiert man die vorige Gleichung durch die letzte, so ist

$$\frac{\log \frac{B_0}{B_n}}{\log \frac{B_0}{B_m}} = \frac{- n \cdot \log P}{- m \cdot \log P} \text{ oder } \frac{\log \frac{B_0}{B_n}}{\log \frac{B_0}{B_m}} = \frac{n}{m}.$$

Nennt man nun die Höhe der n-ten Schichte, wo der Barometerstand B_n ist, H_n und die Höhe der m-ten Schichte, wo der Barometersand B_m ist, H_m, so verhalten sich die Höhen, so wie die Zahlen der Schichten, also

$$H_n : H_m = n : m$$

oder wenn für n und m die oben gefundenen Werte gesetzt werden

$$\frac{\log \frac{B_0}{B_n}}{\log \frac{B_0}{B_m}} = \frac{H_n}{H_m} \text{ oder } \frac{H_m}{\log \frac{B_0}{B_m}} = \frac{H_n}{\log \frac{B_0}{B_n}}.$$

Da die beiden Seiten dieser Gleichung einander gleich sind und man für m und n beliebige Werte setzen kann, so muß jede Seite eine konstante Größe sein, welche mit K bezeichnet werden soll; es ist also

$$\frac{H_m}{\log \frac{B_0}{B_m}} = K \text{ und ebenso } \frac{H_n}{\log \frac{B_0}{B_n}} = K$$

und daher auch

$$H_n = K \cdot \log \frac{B_0}{B_n} = K (\log B_0 - \log B_n).$$

Man erhält somit nach dieser Gleichung den Höhenunterschied zweier Punkte, wenn in beiden Punkten die Barometerstände gleichzeitig beobachtet werden, und die Differenz der Logarithmen der beobachteten Barometerstände mit der konstanten Größe K multipliziert wird.[1])

Die Konstante K, der barometrische Koëffizient, kann auf praktischem Wege in der Weise bestimmt werden, daß der Höhenunterschied zweier Punkte durch Nivellieren oder durch trigonometrische Höhenmessung genau ermittelt wird, worauf man zu wiederholten Malen in den beiden Punkten gleichzeitig die Barometerstände beobachtet und den gefundenen Höhenunterschied durch die Differenz der Logarithmen der Barometerstände dividiert. Auf diese Weise ist der barometrische Koëffizient K von verschiedenen Beobachtern mit etwas differierenden Werten gefunden worden. Der am meisten benützte, von Gauss ermittelte Wert beträgt für die Höhe in Metern 18.382.

461. Die oben entwickelte Formel für den Höhenunterschied zweier Punkte, beziehungsweise der Zahlenwert des barometrischen Koëffizienten gilt jedoch nur für trockene Luft und unter der Voraussetzung, daß die Temperatur der Luft und des Quecksilbers in beiden Beobachtungsorten 0^0, und die Schwerkraft dieselbe ist wie an der Oberfläche des Meeres unter 45^0 geographischer Breite. Diese Voraussetzungen werden aber natürlich niemals zutreffen, es müssen daher die Abweichungen in Rechnung gebracht werden.

Durch die Formel $H = K \,.\, \log \frac{B_0}{B_n}$ erhält man die Höhe der Luftsäule, um welche man sich erheben muß, damit der Barometerstand von B_0 auf B_n sinke, und zwar wenn die Temperatur der Luft $= 0^0$ ist. Mit zunehmender Temperatur dehnt sich aber die Luft aus, so daß die Höhe der vorgenannten Luftsäule größer wird. Die Ausdehnung der trockenen Luft beträgt für jeden Grad Celsius 0·00366. Die Luftsäule, deren Höhe bei 0^0 Temperatur H ist, hat daher bei t^0 Temperatur eine Höhe von $H + H \,.\, 0{\cdot}00366 \,.\, t = H\,(1 + 0{\cdot}00366\; t)$. Werden in den beiden Beobachtungsorten die Lufttemperaturen t^0 und t'^0 gemessen, so kann man als mittlere Temperatur der dazwischen liegenden Luftschichte $\left(\frac{t+t'}{2}\right)^0$ annehmen, so daß dann deren Höhe beträgt $H\left[1 + 0{\cdot}00366\left(\frac{t+t'}{2}\right)\right]$.

Die Feuchtigkeit der Luft beeinflußt den Luftdruck und daher den Barometerstand, es ist aber für das praktische Höhenmessen nicht notwendig, die Luftfeuchtigkeit zu messen und mit irgend einer Formel in Rechnung zu bringen, erfahrungsgemäß genügt es vielmehr, den für trockene Luft geltenden Ausdehnungskoëffizienten 0·00366 für mittlere Luft-

---

[1]) Diese Ableitung der barometrischen Grundformel ist dem „Lehrbuch der niederen Geodäsie von Dr. Franz Baur“ entnommen.

feuchtigkeit auf 0·004 zu erhöhen, so daß die Höhe der Luftsäule beträgt $H\left[1+0.004\left(\frac{t+t'}{2}\right)\right]$ oder $H\left[1+0.002\left(t+t'\right)\right]$, so daß die Formel für den Höhenunterschied zweier Punkte nunmehr lautet

$$H = K \log \frac{B_0}{B_n}\left[1+0.002\left(t+t'\right)\right]\ ^{1)}$$

In dieser Formel ist aber noch vorausgesetzt, daß die Barometerstände B_0 und B_n auf 0^0 reduziert sind. Ist nämlich die Temperatur des Quecksilbers nicht 0^0, so hat die Quecksilbersäule eine andere Länge als bei dieser Temperatur. Die Ausdehnung des Quecksilbers in der Barometerröhre beträgt für jeden Grad Celsius 0·0001802. Es läßt sich daher leicht ermitteln, wie groß die Höhe der Quecksilbersäule bei verschiedenen abgelesenen Barometerständen und Temperaturen wirklich wäre, wenn die Temperatur des Quecksilbers 0^0 gewesen wäre.[2])

Der Einfluß einer Verschiedenheit der Schwerkraft gegen die Voraussetzung ist so gering, daß er bei der weit größeren Unsicherheit in der genauen Bestimmung der Barometerstände ganz unberücksichtigt bleiben kann.

Die Höhenmessung mit dem Quecksilber-Barometer hat übrigens für geodätische Zwecke niemals große Verbreitung finden können, wegen der großen Schwierigkeiten beim Transporte eines solchen Instrumentes. Dieses muß nämlich immer vor dem Transporte, selbst nur von einem Punkte zum andern, gestürzt werden, damit nicht durch die Schwankungen beim Transporte Luft in die Röhre gelangt. Übrigens kann dies auch beim Stürzen geschehen, auch kann das Instrument dabei leicht zerbrochen werden.

Die barometrische Höhenmessung hat für geodätische Zwecke erst dann große Wichtigkeit und Verbreitung erlangt, als die Metall-Barometer konstruiert und entsprechend verbessert wurden, welche eine sehr bequeme Manipulation gestatten.

462. Der hauptsächlichste Teil jedes Metall- oder Feder-Barometers[3]) ist eine aus federndem Metall hergestellte, luftdicht verschlossene und nahezu luftleere Büchse, welche bei zunehmendem Luftdruck zusammengedrückt, bei abnehmendem aber auseinandergezogen wird. Durch einen geeigneten Mechanismus wird diese Bewegung der Büchsenwände und hiemit der Luftdruck genau gemessen.

---

[1]) Wären die Lufttemperaturen in Reaumur-Graden gemessen worden, so hätte man statt des Koeffizienten 0·002 zu setzen 0·0025.

[2]) Die Reduktion der abgelesenen Barometerstände auf 0^0 ist in Tafeln zusammengestellt, welche man in zahlreichen Werken finden kann, in denen die Höhenmessung mit dem Quecksilber-Barometer ausführlich behandelt ist. Da aber in diesem Buche nur die Höhenmessung mit dem Metall-Barometer betrachtet werden soll, wäre ein weiteres Eingehen auf diese Reduktion zwecklos.

[3]) Auch Aneroid-Barometer, Baromètre holosterique, genannt.

Das erste derartige Instrument wurde von dem Engländer Vidi im Jahre 1847 konstruiert. Heute ist am gebräuchlichsten die Konstruktion von Naudet, welche nur eine Verbesserung der Vidi'schen Konstruktion ist.

Ein Federbarometer nach der Naudet'schen Konstruktion ist in Fig. 565 in zwei Ansichten, im Durchschnitte und von oben, dargestellt. Das eigent-

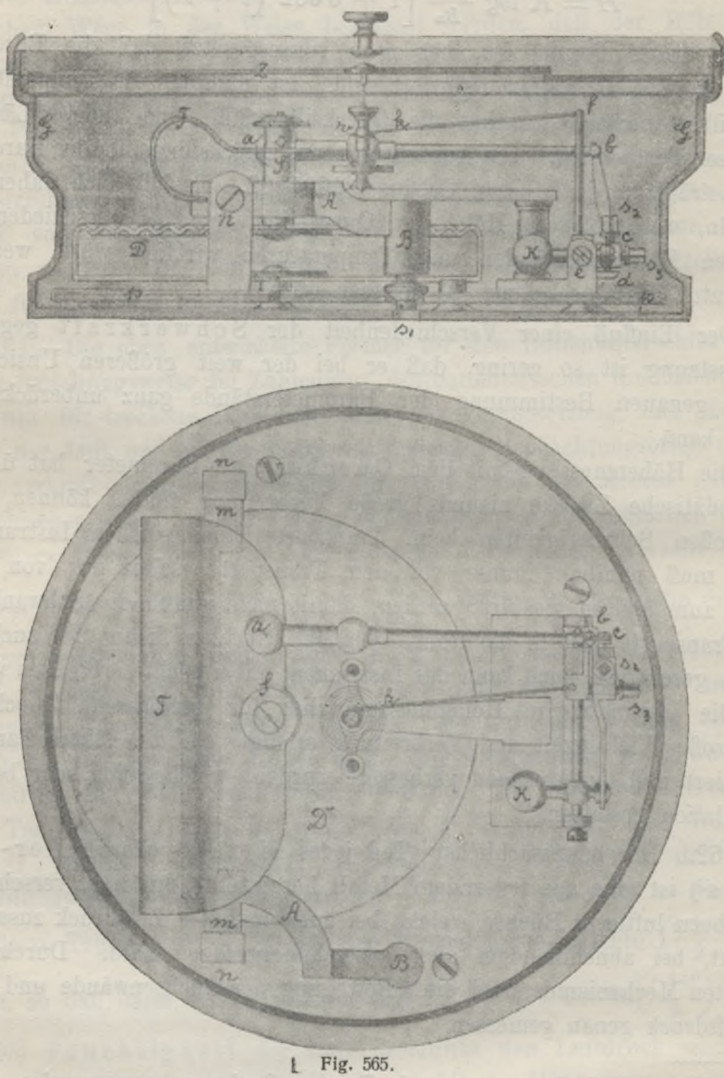


Fig. 565.

liche Instrument ist auf einer Grundplatte p montiert, welch letztere auf dem Boden eines zilindrischen Gehäuses GG aufgeschraubt ist. Das Gehäuse ist oben durch einen starken Glasdeckel geschlossen. Der wichtigste Teil ist die nahezu luftleere Dose D, deren Boden und Deckel biegsam sind. Der Boden der Dose ist auf der Grundplatte p befestigt, der Deckel ist mit der Säule S verbunden, so daß diese letztere bei wechselndem Luftdruck sich auf oder nieder bewegt. Um ein vollständiges Zusammendrücken der Dose und zugleich einen toten Gang in dem die Bewegung anzeigenden Mechanismus zu verhüten, drückt eine breite Metallfeder *F* die Säule stets nach oben. Diese Feder hält einem bestimmten Luftdrucke, welcher den Deckel der Dose und mit diesem die Säule *S* nach unten drückt, das Gleichgewicht. Die auf- oder niedergehende Bewegung der Säule, welche die Änderungen des Luftdruckes anzeigt, ist eine sehr geringe, sie muß daher durch einen entsprechenden Mechanismus stark vergrößert werden. Zu diesem Zwecke ist mit der Feder ein Hebelarm *a b* verbunden, von dessen Ende *b* ein zweiter Arm *c* nach unten geht, welcher wieder in Verbindung ist mit dem um *e* drehbaren Winkelhebel *d e f*. An dem Ende *f* ist ein in eine feine Kette *k* übergehender Draht befestigt; die Kette ist um die Welle *w* gewunden, auf deren Achse der Zeiger *z* befestigt ist, unter welchem sich eine geteilte Kreisscheibe befindet. Durch eine ziehende Bewegung der Kette wird somit der Zeiger gedreht. Damit dieser sich beim Nachlassen des Zuges an der Kette in entgegengesetzter Richtung dreht, ist um die Welle *w* eine feine Spiralfeder gewunden und außerdem an dem Winkelhebel eine Kugel *K* als Gegengewicht angebracht, welches aber nur wirkt, wenn das Instrument horizontal liegt. Hierauf muß daher beim Gebrauche des Instrumentes geachtet werden. Der geteilte Kreis ist derart beziffert, daß die Ablesung beim Zeiger die Anzahl Millimeter angibt, welche man an einem Quecksilberbarometer gleichzeitig als Höhe der Quecksilbersäule ablesen würde.

Es wurde oben gesagt, daß die Metallfeder *F* einem bestimmten Luftdrucke das Gleichgewicht hält. Um die Federspannung regulieren zu können, ist die Feder in dem Metallstück *m m* befestigt, welches um eine Achse *n n* drehbar ist. An diesem Metallstücke befindet sich ein Arm *A*, mit einer zum Boden des Gehäuses gehenden Säule *B*, in welche eine Schraube s_1 eingreift, welche von außen, durch eine Öffnung im Boden des Gehäuses gedreht und somit die Federspannung reguliert, d. h. der Zeiger auf eine bestimmte, dem Quecksilberbarometer entsprechende Ablesung gebracht werden kann.

Die Größe der Bewegung des Zeigers kann durch die Rektifizierschrauben s_2 und s_3 reguliert werden, indem durch diese die Hebelarme verlängert oder verkürzt werden, so daß man die Bewegung des Zeigers der Teilung der Kreisscheibe entsprechend regulieren kann, so daß stets die Ablesung am Zeiger proportional ist der Änderung des Luftdruckes.

Auf die Bewegung des Zeigers hat aber auch die Temperatur des Instrumentes Einfluß, indem die Metallteile verschieden stark ausgedehnt werden; es muß daher in jedem Instrumente ein Thermometer angebracht sein, welches die Temperatur des Instrumentes angibt, und es muß letzteres bei verschiedenen Temperaturen untersucht und der Einfluß der Temperatur auf die Ablesung ermittelt und dann beim Gebrauche des Instrumentes berücksichtigt werden.[1])

---

[1]) In neuerer Zeit werden, insbesondere von Bohne in Berlin, Metallbarometer angefertigt, bei welchen durch geeignete Wahl verschieden stark sich ausdehnender

463. Es wurde oben schon erwähnt, daß die Ablesung beim Zeiger an der geteilten Kreisscheibe des Federbarometers die Anzahl Millimeter angibt, welche der Höhe der Quecksilbersäule eines Quecksilberbarometers entsprechen würde. Zum Zwecke der Ablesung legt man das Federbarometer möglichst horizontal auf die flache Hand und klopft mit dem Finger sanft an das Gehäuse, um ein etwaiges Bewegungshindernis des Zeigers durch irgend einen Reibungswiderstand zu beseitigen. Dann erst liest man bei dem Zeiger die Anzahl der Teilstriche, welche Millimeter bedeuten, ab. In der Regel kann man bei den größeren, zu Höhenmessungen gebräuchlichen Instrumenten noch halbe Teile direkt ablesen, befindet sich der Zeiger zwischen zwei Teilstrichen, so muß das Intervall abgeschätzt werden.

Die erhaltene Ablesung sollte eigentlich der gleichzeitig an einem Quecksilberbarometer gemachten und auf Null Grad reduzierten Ablesung gleich sein. Dies wird aber nie der Fall sein, denn die am Aneroid gemachte Ablesung erfordert einige Korrektionen, und zwar: 1. die Korrektion wegen der Temperatur des Instrumentes, 2. die Standkorrektion, 3. die Teilungskorrektion.

1. Die Korrektion wegen der Temperatur des Instrumentes bezieht sich auf den schon oben erwähnten Umstand, daß bei verschiedener Temperatur durch die verschiedene Ausdehnung der Metallteile des Instrumentes bei gleichem Luftdrucke der Stand des Zeigers ein anderer ist. Um die Ablesung vom Einflusse der Temperatur befreien oder sie auf 0^0 reduzieren zu können, ist im Innern des Aneroids ein Thermometer angebracht, welches die Temperatur des Instrumentes angibt. Durch eine Reihe vergleichender, gleichzeitiger Beobachtungen des Aneroids und eines Quecksilberbarometers bei sehr verschiedenen Temperaturen läßt sich der Temperaturskoëffizient für 1^0 ermitteln. Beträgt dieser z. B. $-0{\cdot}195$, so ist für $+1^0$ Temperatur die Ablesung um $0{\cdot}195$ *mm* zu vermindern, bei $+10^0$ um $1{\cdot}95$ *mm* u. s. w. Bei Temperaturen unter Null sind die Ablesungen entsprechend zu vergrößern.

2. Die Stand-Korrektion bezieht sich darauf, daß die am Aneroid gemachte und vom Einflusse der Temperatur befreite Ablesung genau gleich sein soll der gleichzeitig an einem Quecksilberbarometer gemachten und auf 0^0 reduzierten Ablesung. Es wurde bei der Beschreibung des Instrumentes gesagt, daß die Feder einem bestimmten Luftdrucke das Gleichgewicht hält und daß man durch Regulierung der Federspannung mittels der Schraube s_1 den Zeiger auf eine bestimmte Ablesung stellen kann. Man könnte also mittels dieser Schraube die Übereinstimmung in der Ablesung am Aneroid und am Quecksilberbarometer herstellen, dies müßte aber bei 0^0 Temperatur sowohl des Aneroids als auch des Quecksilberbarometers geschehen, was

---

Metalle für die Konstruktionsteile, der Einfluß der Temperatur ziemlich gut kompensiert wird. Einige andere Konstruktionen von Metallbarometern, welche wenig gebräuchlich sind, sollen hier nicht weiter berücksichtigt werden.

wohl nicht leicht durchzuführen ist. Man begnügt sich daher mittels der Schraube s_1 nur eine beiläufige Übereinstimmung herbeizuführen und durch eine Reihe vergleichender, gleichzeitiger Beobachtungen bei verschiedenem Luftdruck die verbliebene Differenz sicherzustellen.

3. Die Teilungskorrektion ist notwendig, um eine Differenz zwischen dem Gange des Zeigers und der Teilung zu beseitigen. Die Teilung bei den Federbarometern ist nämlich nicht eine wirkliche Millimeterteilung, auch ist sie nicht nach gewissen Fixpunkten hergestellt wie bei einem Thermometer, sondern die Teilung wird beliebig für alle Instrumente gleichmäßig hergestellt und der Gang des Zeigers mittels der zwei Schrauben s_2 und s_3 nach der Teilung reguliert. Hiebei bleibt immer noch eine gewisse Differenz zurück, welche nur durch vergleichende Beobachtungen mit einem Quecksilberbarometer bei verschiedenem Luftdrucke ermittelt werden kann.

Diese drei Korrektionen müssen für jedes Aneroid, ehe dieses in Gebrauch genommen werden kann, ermittelt werden, indem es durch einige Zeit bei verschiedener Temperatur und bei verschiedenem Luftdruck, unter der Glocke einer Luftpumpe oder durch Besteigung hoher Berge, beobachtet und mit einem Quecksilberbarometer verglichen wird. Die Resultate werden in der Regel in Tabellen zusammengestellt, welche dem Instrumente beigegeben werden. Von Zeit zu Zeit, besonders nach Benützung des Instrumentes zur Messung sehr großer Höhenunterschiede, muß aber eine neue Vergleichung stattfinden.

Um nicht starke Änderungen des Instrumentes herbeizuführen, ist es notwendig, dieses sehr sorgfältig zu behandeln und vor Erschütterungen und Stößen sorgfältig zu bewahren.

464. Um den Höhenunterschied zweier oder mehrerer Punkte zu bestimmen, ist es am zweckmäßigsten, zwei Aneroide zu verwenden, denn schon in Nr. 460 bei der Ableitung der barometrischen Grundformel wurde vorausgesetzt, daß in den beiden Punkten die Barometerstände gleichzeitig beobachtet werden. Auch sollen die beiden Punkte nicht zu weit von einander entfernt sein, damit etwaige Veränderungen in der Atmosphäre an beiden Punkten gleichzeitig stattfinden. Die Entfernung soll daher 5 bis 10 Kilometer nicht überschreiten.

Das eine Instrument bleibt als Standbarometer in dem einen Punkte, auf welchen die Höhenunterschiede der anderen Punkte bezogen werden sollen, mit dem zweiten Instrumente als Reisebarometer geht ein Beobachter in die einzelnen Punkte. Zu jedem Instrumente gehört auch noch ein freies Thermometer zum Messen der Lufttemperatur (Schleuderthermometer). Ehe der Beobachter mit dem Reisebarometer seinen Weg antritt, werden beide Instrumente nebeneinander gelegt und nach Ablauf von etwa 10 bis 15 Minuten die Ablesungen miteinander verglichen, nachdem sie selbstverständlich vom Einflusse der Temperatur befreit und auf das Normal-Quecksilberbarometer reduziert, d. h. die entsprechenden Korrektionen nach den zu den Instrumenten gehörigen Tabellen erhalten haben. Die reduzierten Barometerstände sollen genau gleich sein. Zeigt sich eine größere Differenz von mehreren Millimetern, so ist mit einem Instrumente etwas passiert und es müssen beide neuerdings mit einem Quecksilberbarometer verglichen werden. Beträgt aber die Differenz weniger als 1 *mm*, so kann man die Instrumente benützen, nur muß natürlich die Differenz bei jenem Instrumente, welches den größeren Barometerstand gibt, stets subtrahiert oder bei dem anderen Instrumente addiert werden. In derselben Weise müssen auch die Luftthermometer miteinander verglichen werden.

Während sich der Beobachter mit dem Reisebarometer von Punkt zu Punkt begibt, trägt er das Instrument am besten nicht im Etui, sondern an dem Ringe frei in der Hand, ebenso wird auch das Luftthermometer frei in der Hand getragen. Beide Instrumente können dann schon während des Transportes die wahre Temperatur der umgebenden Luft annehmen, so daß der Beobachter nach der Ankunft in dem Punkte mit der Ablesung nicht lange warten muß; immerhin ist es geraten, vor der Ablesung in jedem Punkte mindestens noch 10 bis 15 Minuten zu warten.[1]) Damit die Ablesungen in beiden Punkten gleichzeitig erfolgen, ist es am besten, wenn beide Beobachter beim Stand- und Reisebarometer mit gleichgehenden Uhren versehen sind. Der Beobachter am Standbarometer liest dann immer von 10 zu 10 Minuten ab, also z. B. $9^h\ 10^m$, $9^h\ 20^m$, $9^h\ 30^m$ u. s. w. Der Beobachter beim Reisebarometer wartet mit der Ablesung ebenfalls immer einen solchen Zeitpunkt ab, z. B. $9^h\ 20^m$, und notiert die Zeit.[2])

Jede Ablesung erstreckt sich auf den Stand des Zeigers, des Thermometers im Innern des Instrumentes und des Luftthermometers. Letzteres wird vor der Ablesung einige Zeit im Kreise geschwungen. Für die Berechnung der Höhenunterschiede werden zunächst die abgelesenen Barometerstände vom Einflusse der Temperatur befreit (auf 0^0 reduziert) und dann auf das Normal-Quecksilberbarometer reduziert. Wenn nun die gleichzeitig beobachteten reduzierten Barometerstände B_0 und B_n des Standpunktes und irgend eines zu bestimmenden Punktes sowie die entsprechenden Lufttemperaturen t und t' in die Formel

$$H = 18382 \log \frac{B_0}{B_n} \left[1 + 0{\cdot}002\,(t + t')\right]$$

eingesetzt werden, so ergibt sich der Höhenunterschied dieser beiden Punkte

---

[1]) Darauf, daß bei einer übereilten Arbeit die beiden Thermometer nicht die wahren Temperaturen anzeigen, sind sehr häufig die ungünstigen Resultate von barometrischen Höhenmessungen zurückzuführen.

[2]) Es ist dies viel besser, als wenn er z. B. um $9^h\ 16^m$ abliest und wenn dann für das Standbarometer für diesen Zeitpunkt der zugehörige Barometerstand durch Interpolation ermittelt wird. Man erspart nicht nur die, wenn auch einfache Rechenarbeit der Interpolation, sondern schützt sich auch vor Fehlern durch plötzliche Änderungen des Barometerstandes.

in Metern ausgedrückt. Ist die Seehöhe des Standpunktes bekannt und es wird der ermittelte Höhenunterschied dazu addiert, so ergibt sich die Seehöhe des zweiten Punktes.

Praktischer als das Rechnen mit Logarithmen ist die Ermittlung des Höhenunterschiedes zweier Punkte mittelst der genäherten Seehöhen der Punkte. Nimmt man nämlich als mittleren Barometerstand am Meere 762 *mm* an und setzt diese Zahl für B_0 in die Formel

$$H = 18382 (\log B_0 - \log B_n),$$

und setzt man dann ferner für B_n der Reihe nach 761, 760, 759 u. s. w., so erhält man die genäherten Seehöhen. Diese sind für die Barometerstände 765 bis 585 *mm* in der Tabelle auf Seite 700 (nach Radau) zusammengestellt. Man hätte nun z. B. in einem Punkte A den vom Einflusse der Temperatur befreiten und auf das Normal-Quecksilberbarometer reduzierten Barometerstand mit 743·2 *mm* und die Lufttemperatur mit 5^0 gefunden, in einem zweiten Punkte B den ebenso reduzierten Barometerstand mit 740·0 *mm* und die Lufttemperatur mit 6^0. Es entspricht nun nach der Tabelle dem Punkte A eine genäherte Seehöhe von 199·4 *m*, nämlich:

für 743 *mm*	201·6 *m*
„ 0·2 *mm* — 10·8 × 0·2 = —	2·2 *m*
	199·4 *m*

Dies ist natürlich nicht vielleicht die wirkliche Höhe des Punktes A über dem Meere, sondern die Zahl 199 4 *m* gibt die Höhe des Punktes A über jenem Punkte an, wo in dem gleichen Momente der reduzierte Barometerstand 762 *mm* betragen würde.

Dem Punkte B entspricht ebenso die genäherte Seehöhe von 233·9 *m*. Die Differenz der beiden genäherten Seehöhen ist 233·9 — 199·4 = 34·5 *m*, und diese Zahl ist nur noch wegen der Lufttemperaturen mit $[1 + 0{\cdot}002\,(t + t')]$ zu multiplizieren, um den Höhenunterschied zwischen den Punkten A und B zu erhalten. $[1 + 0{\cdot}002\,(t + t')] = [1 + 0{\cdot}002\,(5 + 6)] = 1 + 0{\cdot}022 = 1{\cdot}022$ und der Höhenunterschied $H = 34{\cdot}5 \times 1{\cdot}022 = 35{\cdot}3$ *m*.

Wenn zwischen zwei Punkten, deren Höhenlage gegeben ist, die Höhenlage einiger Zwischenpunkte bestimmt werden soll, so kann man mit nur einem Instrumente in folgender Weise arbeiten. Man beginnt in dem einen der gegebenen Punkte und macht hier die Ablesungen des Barometerstandes, der Temperatur des Instrumentes und der Luft, und geht dann nacheinander in die zu bestimmenden Zwischenpunkte und zuletzt in den zweiten gegebenen Punkt und macht überall die Ablesungen. Hierauf geht man wieder zurück nach dem ersten Punkte und macht abermals in jedem Punkte die Ablesungen. Von je zwei unmittelbar aufeinander folgenden Punkten wird dann die Höhendifferenz gerechnet, welche man zweimal erhält, aus den doppelten Resultaten werden die Mittel genommen und diese schließlich im Verhältnisse ihrer Größe auf die Höhendifferenz der zwei gegebenen Punkte ausgeglichen.

Tabelle der genäherten Seehöhen nach Radau.

Barometerstand in Millimeter	Genäherte Seehöhe in Meter		Barometerstand in Millimeter	Genäherte Seehöhe in Meter		Barometerstand in Millimeter	Genäherte Seehöhe in Meter		Barometerstand in Millimeter	Genäherte Seehöhe in Meter	
765	— 31·4	10·5	720	452·6	11·1	675	968·0	11·8	630	1519·0	12·7
764	— 20·9	10·4	719	463·7	11·1	674	979·8	11·9	629	1531·7	12·7
763	— 10·5	10·5	718	474·8	11·2	673	991·7	11·8	628	1544·4	12·7
762	0·0	10·5	717	486·0	11·1	672	1003·5	11·9	627	1557·1	12·7
761	10·5	10·5	716	497·1	11·2	671	1015·4	11·9	626	1569·8	12·8
760	21·0	10·5	715	508·3	11·2	670	1027·3	12·0	625	1582·6	12·8
759	31·5	10·5	714	519·5	11·1	669	1039·3	11·9	624	1595·4	12·8
758	42·0	10·6	713	530·6	11·2	668	1051·2	12·0	623	1608·2	12·8
757	52·6	10·5	712	541·8	11·3	667	1063·2	12·0	622	1621·0	12·9
756	63·1	10·6	711	553·1	11·2	666	1075·2	12·0	621	1633·9	12·9
755	73·7	10·6	710	564·3	11·3	665	1087·2	12·0	620	1646·8	12·9
754	84·3	10·6	709	575·6	11·2	664	1099·2	12·1	619	1659·7	12·9
753	94·9	10·6	708	586·8	11·3	663	1111·3	12·0	618	1672·6	12·9
752	105·5	10·6	707	598·1	11·3	662	1123·3	12·0	617	1685·5	13·0
751	116·1	10·6	706	609·4	11·3	661	1135·3	12·1	616	1698·5	12·9
750	126·7	10·7	705	620·7	11·4	660	1147·4	12·1	615	1711·4	13·0
749	137·4	10·6	704	632·1	11·3	659	1159·5	12·2	614	1724·4	13·1
748	148·0	10·7	703	643·4	11·4	658	1171·7	12·1	613	1737·5	13·0
747	158·7	10·7	702	654·8	11·4	657	1183·8	12·2	612	1750·5	13·1
746	169·4	10·7	701	666·2	11·4	656	1196·0	12·2	611	1763·6	13·1
745	180·1	10·7	700	677·6	11·4	655	1208·2	12·2	610	1776·7	13·1
744	190·8	10·8	699	689·0	11·4	654	1220·4	12·2	609	1789·8	13·1
743	201·6	10·7	698	700·4	11·5	653	1232·6	12·2	608	1802·9	13·1
742	212·3	10·8	697	711·9	11·4	652	1244·8	12·3	607	1816·0	13·2
741	223·1	10·8	696	723·3	11·5	651	1257·1	12·3	606	1829·2	13·2
740	233·9	10·8	695	734·8	11·5	650	1269·4	12·3	605	1842·4	13·2
739	244·7	10·8	694	746·3	11·5	649	1281·7	12·3	604	1855·6	13·2
738	255·5	10·8	693	757·8	11·5	648	1294·0	12·3	603	1868·8	13·3
837	266·3	10·9	692	769·3	11·6	647	1306·3	12·4	602	1882·1	13·3
736	277·2	10·8	691	780·9	11·6	646	1318·7	12·3	601	1895·4	13·3
735	288·0	10·9	690	792·5	11·5	645	1331·0	12·4	600	1908·7	13·3
734	298·9	10·9	689	804·0	11·6	644	1343·4	12·4	599	1922·0	13·4
733	309·8	10·9	688	815·6	11·7	643	1355·8	12·5	598	1935·4	13·3
732	320·7	10·9	687	827·3	11·6	642	1368·3	12·4	597	1948·7	13·4
731	331·6	10·9	686	838·9	11·6	641	1380·7	12·5	596	1962·1	13·4
730	342·5	11·0	685	850·5	11·7	640	1393·2	12·5	595	1975·5	13·5
729	353·5	10·9	684	862·2	11·7	639	1405·7	12·5	594	1989·0	13·4
728	364·4	11·0	683	873·9	11·7	638	1418·2	12·5	593	2002·4	13·5
727	375·4	11·0	682	885·6	11·7	637	1430·7	12·6	592	2015·9	13·5
726	386·4	11·0	681	897·3	11·7	636	1443·3	12·5	591	2029·4	13·5
725	397·4	11·0	680	909·0	11·8	635	1455·8	12·6	590	2042·9	13·6
724	408·4	11·0	679	920·8	11·8	634	1468·4	12·6	589	2056·5	13·6
723	419·4	11·1	678	932·6	11·7	633	1481·0	12·7	588	2070·1	13·6
722	430·5	11·1	677	944·3	11·8	632	1493·7	12·6	587	2083·7	13·6
721	441·6	11·0	676	956·1	11·9	631	1506·3	12·7	586	2097·3	13·6
720	452·6		675	968·0		630	1519·0		585	2110·9	

Es wäre z. B. ein Punkt *W* mit der Seehöhe von 296·5 *m* gegeben und ein zweiter Punkt *G* mit der Höhe von 341·0 *m*, und zwischen diesen beiden Punkten ist die Höhe von drei Punkten *a, b, c* zu bestimmen. Die folgende Tabelle enthält die Beobachtungen und die daraus ermittelten Höhenunterschiede.

Punkt	Luft-temperatur t	Barometer-stand B	Temperatur des Instrumentes T	Reduzierter Barometer-stand	Genäherte Seehöhe in Meter	Genäherte Seehöhen-Differenz Meter	Höhenunterschied $H[1+0{\cdot}002(t+t')]$ Meter
W	18	746·9	19·0	744·8	182·2		
						— 13·9	— 14·9
a	17	748·2	18·6	746·1	168·3		
						— 25·6	— 27·3
b	16	750·5	18·0	748·5	142·7		
						+ 50·3	+ 53·4
c	15	745·6	16·0	743·8	193·0		
						+ 32·3	+ 34·1
G	13	742·6	15·0	740·8	225·3		
						33·4	35·1
c	12	745·5	14·0	743·9	191·9		
						48·1	50·4
b	12	750·0	14·0	748·4	143·8		
						23·5	24·5
a	13	747·7	13·5	746·2	167·3		
						16·0	16·8
W	13	746·3	13·5	744·7	183·3		

Aus den doppelten Höhenunterschieden die Mittel genommen, erhält man:

$$\text{Höhenunterschied zwischen } W \text{ und } a = -\left(\frac{14{\cdot}9 + 16{\cdot}8}{2}\right) = -\,15{\cdot}9\ m$$

$$\text{„ \quad „ } \quad a \text{ „ } b = -\left(\frac{27{\cdot}3 + 24{\cdot}5}{2}\right) = -\,25{\cdot}9 \text{ „}$$

$$\text{„ \quad „ } \quad b \text{ „ } c = +\left(\frac{53{\cdot}4 + 50{\cdot}4}{2}\right) = +\,51{\cdot}9 \text{ „}$$

$$\text{„ \quad „ } \quad c \text{ „ } G = +\left(\frac{34{\cdot}1 + 35{\cdot}1}{2}\right) = +\,34{\cdot}6 \text{ „}$$

Summe $+\ 44{\cdot}7\ m$

Wirklicher Höhenunterschied zwischen *W* und *G* $+\ 44{\cdot}5$ „

Fehler $=\ 0{\cdot}2\ m$

Diesen geringfügigen Fehler wird man natürlich nicht verteilen, hätte sich aber ein Fehler von einigen Metern herausgestellt, so würde man diesen auf die einzelnen Höhenunterschiede im Verhältnisse ihrer Größe verteilen, also wie 15·9 : 25·9 : 51·9 : 34·6 oder abgerundet wie 2 : 3 : 6 : 4.

Die Meereshöhen der Punkte sind:

Meereshöhe des Punktes *W* gegeben mit 296·5 *m*

„ „ „ *a* $296{\cdot}5 - 15{\cdot}9 = 280{\cdot}6$ „

„ „ „ *b* $280{\cdot}6 - 25{\cdot}9 = 254{\cdot}7$ „

„ „ „ *c* $254{\cdot}7 + 51{\cdot}9 = 306{\cdot}6$ „

„ „ „ *G* $= 341$ „

Wenn der Höhenunterschied der beiden gegebenen Punkte nicht größer ist als etwa 100 *m*, und wenn die Punkte nicht sehr weit von einander entfernt sind, so kann man, ohne die Temperatur der Luft und des Instrumentes zu berücksichtigen, in genügend genauer und dabei sehr einfacher Weise arbeiten. Man geht wieder von dem einen der gegebenen Punkte durch die Zwischenpunkte zu dem zweiten gegebenen Punkte und dann wieder zum ersten zurück. In den einzelnen Punkten liest man **sofort, ohne zu warten**, nur den Barometerstand ab. Da der Höhenunterschied und die zwischen je zwei Beobachtungen verstrichene Zeit gering ist, so kann man annehmen, daß die Höhenunterschiede den Differenzen der Aneroidablesungen proportional sind. Man bildet daher die Differenzen der Ablesungen. Dann dividiert man den gegebenen Höhenunterschied der beiden Punkte durch die Differenz der Aneroidablesungen in den beiden Punkten und erhält den Höhenunterschied, der einer Änderung des Barometerstandes um 1 *mm* entspricht, worauf man nur die Differenzen der Ablesungen mit der erhaltenen Zahl multipliziert, um die einzelnen Höhenunterschiede zu bekommen.

Es sei wieder das vorige Beispiel angenommen:

Punkt	Abgelesener Barometerstand	Differenz der Ablesungen	Höhenunterschied	Summe	
W	746·9				
		+ 1·3	— 13·5		
a	748·2				
		+ 2·3	— 23·8		
b	750·5				
		— 4·9	+ 50·7		
c	745·6				
		— 3·0	+ 31·1	+ 44·5	
G	742·6				
		2·9	34·9		
c	745·5				
		4·5	54·1		
b	750·0				
		2·3	27·7		
a	747·7				
		1·4	16·8	+ 44·5	
W	746·3				

Die Rechnung wird in folgender Weise durchgeführt:

Hinweg:

Ablesung im Punkte *W* 746·9 *mm*

„ „ „ *G* 742·6 „

Differenz 4·3 *mm*

Diese Differenz von 4·3 *mm* entspricht einem gegebenen Höhenunterschiede von 44·5 *m*, somit ergibt sich 44·5 : 4·3 = 10·35 *m* Höhenunterschied für 1 *mm* Änderung des Barometerstandes. Mit dieser Zahl werden die Differenzen der Ablesungen 1·3, 2·3, 4·9 und 3·0 multipliziert und es ergeben sich die Höhenunterschiede 13·5, 23·8, 50·7 und 31·1.

Rückweg:

$$\begin{array}{lr} \text{Ablesung im Punkte } G & 742{\cdot}6\ mm \\ \text{,, \quad ,, \quad ,, } \quad W & 746{\cdot}3\ \text{,,} \\ \hline \text{Differenz} & 3{\cdot}7\ mm \end{array}$$

Somit 44·5 : 3·7 = 12·03 m Höhenunterschied auf 1 mm Ablesungsdifferenz. Die Produkte dieser Zahl mit 2·9, 4·5, 2·3 und 1·4 geben wieder die Höhenunterschiede 34·9, 54·1, 27·7 und 16·8.

Aus den doppelten Höhenunterschieden ergeben sich die Mittel:

$$\begin{array}{rl} -\left(\frac{13{\cdot}5+16{\cdot}8}{2}\right) = & -\ 15{\cdot}1\ m \\ -\left(\frac{23{\cdot}8+27{\cdot}7}{2}\right) = & -\ 25{\cdot}8\ \text{,,} \\ +\left(\frac{50{\cdot}7+54{\cdot}1}{2}\right) = & +\ 52{\cdot}4\ \text{,,} \\ +\left(\frac{31{\cdot}1+34{\cdot}9}{2}\right) = & +\ 33{\cdot}0\ \text{,,} \\ \hline \text{Summe} & +\ 44{\cdot}5\ m \end{array}$$

465. Hinsichtlich der Genauigkeit der barometrisch bestimmten Höhenunterschiede darf man keine zu hoch gespannten Forderungen stellen. Vorausgesetzt, daß man ein vollkommen gutes Instrument hat, für welches die Korrektionen wegen der Temperatur, ferner die Teilungs- und Standkorrektion genau bekannt sind, so hat doch immer noch eine unrichtige Ermittlung des Barometerstandes um 0·1 mm in ganz niedrigen Lagen schon einen Fehler von 1 m im Höhenunterschied zur Folge, welcher aber um so größer wird, je höher die Punkte liegen, wie ein einfacher Blick auf die Tabelle der genäherten Seehöhen zeigt. Die für ein Instrument ermittelten Korrektionen bleiben aber nicht für alle Zeiten gültig, sondern es muß das Instrument öfter mit einem Quecksilberbarometer verglichen werden, wie schon einmal erwähnt wurde. Man darf also wohl nicht darauf rechnen, den Barometerstand immer wirklich bis auf 0·1 mm richtig ermittelt zu haben und muß sich demgemäß immer auf einen möglichen Fehler von einigen Metern gefaßt machen.

Weniger bedeutend ist der Einfluß einer nicht richtig ermittelten Lufttemperatur, denn fehlt man bei der Bestimmung von $(t+t')$ um einen ganzen Grad, so hat dies erst einen Fehler vom fünfhundertsten Teil des gemessenen Höhenunterschiedes zur Folge.

Die barometrische Höhenmessung eignet sich also für solche Arbeiten, welche eine große Genauigkeit erfordern, nicht, dagegen hat sie wegen der Schnelligkeit, mit der man zahlreiche und große Höhenunterschiede selbst von weit voneinander entfernten Punkten erhalten kann, einen großen Wert für beiläufige Bestimmungen, wo es auf einige Meter nicht ankommt.

Dritter Teil. Die Tachymetrie.

Einleitung.

§ 69.

466. Tachymetrie oder Tacheometrie heißt Schnellmeßkunst, bedeutet also ein Aufnahmsverfahren, welches schneller zum Ziele führt als die gewöhnlichen Methoden. Vor Erfindung der Tachymetrie mußte nämlich, wenn die gegenseitige Lage mehrerer Punkte vollständig, d. h. sowohl in der horizontalen als auch in der vertikalen Projektion bestimmt werden sollte, eine getrennte Grundriß- und Höhenmessung stattfinden.

Durch die tachymetrische Aufnahme aber wird die Lage der Punkte in ihrer Horizontal- und Vertikalprojektion mit demselben Instrumente von einem einzigen Standpunkte und mit einer einzigen Visur bestimmt, indem

1. die Winkel gemessen werden, welche die Visuren von dem Standpunkte nach den einzelnen Punkten mit irgend einer Orientierungslinie, z. B. mit dem astronomischen oder magnetischen Meridian bilden,
2. die Entfernungen der Punkte von dem Standpunkte durch dieselbe Visur, die zur Winkelmessung dient, optisch gemessen werden, und
3. der Höhenunterschied jedes der aufzunehmenden Punkte gegenüber dem Standpunkte mittels derselben Visur trigonometrisch bestimmt wird.

Die Tachymetrie als Aufnahmsmethode in dem eben erklärten Sinne rührt her von dem Ingenieur und Professor Porro in Mailand. Allerdings war es eigentlich keine neue Aufnahmsmethode, die er erfand, sondern nur die Kombination bereits bekannter, jedoch bis dahin stets getrennt angewendeter Aufnahmsmethoden. Sehr häufig findet man jedoch, daß das Hauptgewicht nicht auf die Art und Weise der Aufnahme gelegt wird, sondern bloß auf die Darstellung eines Terrains durch Horizontalkurven, und es wird dann angeführt, daß schon lange vor Porro verschiedene Ingenieure Terraindarstellungen durch Einzeichnung von Horizontalkurven vornahmen. Das ist allerdings richtig, denn die Terraindarstellung durch eingezeichnete Horizontalkurven wurde schon im Jahre 1732 von dem französischen Geographen und Akademiemitgliede Buache versucht, indem dieser fünf Jahre später, also im Jahre 1737, der Akademie der Wissenschaften in Paris eine Karte des Departements La Manche vorlegte, wo die gleichen Tiefen des Meeres und die Gestalt der Meeresküste durch solche

Horizontalkurven bezeichnet waren. Er verfolgte jedoch seine Idee nicht weiter, und erst Ingenieur Ducaila in Genf erhob diese zu einer Methode, indem er im Jahre 1771 eine Abhandlung hierüber der Akademie der Wissenschaften überreichte. Vor Porro geschah jedoch die Aufnahme stets so, daß die Höhenmessung von der Horizontalaufnahme getrennt war, indem die Terrainaufnahme durch Querprofile geschah, oder in der Weise, daß die Horizontalkurven in der Natur aufgesucht und ausgepflockt und nachträglich mit dem Meßtische aufgenommen wurden. Selbst die optische Distanzmessung war schon vor Porro bekannt, da der Fadendistanzmesser schon im Jahre 1674 durch G. Montanari, 1778 neuerdings durch William Green und 1810 abermals von Reichenbach erfunden worden war.[1])

Porro erfand zunächst, und zwar im Jahre 1823, eine Modifikation des Reichenbach'schen Distanzmessers, den anallatischen Distanzmesser.

Über die Tachymetrie in oben erklärtem Sinne, d. h. also Vereinigung der Horizontalaufnahme mit der Höhenmessung durch dasselbe Instrument und dieselbe Visur, veröffentlichte Porro jedoch erst im Jahre 1852 eine Denkschrift und hielt darüber im Jahre 1865 zu Mailand drei Vorlesungen.

Diese kombinierte Aufnahmsmethode wurde zunächst von dem französischen Ingenieur J. Moinot aufgegriffen, welcher auch einen Tachymeter konstruierte, d. h. einen Theodolit, dessen Fernrohr mit einem Fadenmikrometer und dessen Horizontalkreis mit einer verstellbaren Orientierungsbussole versehen war.

Die neue Methode vermochte sich jedoch sehr lange nicht einzubürgern, besonders waren in Österreich alle Bemühungen des Ingenieurs A. Gentilli, der Methode Eingang zu verschaffen, vergeblich.[2]) Erst im Jahre 1871 wurde diese Methode vom Zivilingenieur Combelles auf Veranlassung der k. k. General-Inspektion für österreichische Eisenbahnen verbreitet und fand bei der Trassierung von Eisenbahnen Anwendung.

Dagegen soll in Deutschland schon im Jahre 1867 vom Ingenieur Meyn, welcher mit der Vermessung des Wohldorfer Waldes betraut war, dieses Verfahren versuchsweise Anwendung gefunden haben bei der Vermessung eines Teiles der Staatsforste.[3])

In den letzten Jahrzehnten erst verbreitete sich dieses Aufnahmsverfahren mehr und mehr, seine Anwendung blieb aber immer noch zumeist auf Trassierungsarbeiten, also auf die Aufnahme schmaler, langgestreckter Flächenstreifen beschränkt, obwohl diese Methode auf Grund eines dichten Netzes trigonometrisch bestimmter Punkte oder auf Grund eines Polygonnetzes und bei Verwendung geeigneter Instrumente auch zur Aufnahme größerer Komplexe Anwendung finden kann.

---

[1]) Siehe: „Elemente der Vermessungskunde" von Dr. C. M. Bauernfeind, Stuttgart 1890.

[2]) Vorlesung, gehalten im österreichischen Ingenieur- und Architektenvereine von Ingenieur A. Gentilli. Wien 1865.

[3]) Siehe „Distanz- und Höhenmessung" von H. Stück, Hamburg 1873.

Obwohl für die tachymetrische Aufnahme eigentlich kein besonderes Instrument nötig ist, da unter gewissen Voraussetzungen jeder Theodolit, jedes Bussolen-Instrument benützt werden kann, soferne dessen Fernrohr zur optischen Distanzmessung eingerichtet ist, so wurden doch verschiedene „Tachymeter" konstruiert, welche sich vollkommener eignen und welche durch ihre Eigenart eine bequemere und genauere Arbeit gestatten. Die sämtlichen Tachymeter zerfallen wesentlich in zwei Gruppen, Kreistachymeter und Schiebetachymeter. Bei den ersteren werden in der Regel im Felde nur die erforderlichen Beobachtungen gemacht und erst zu Hause Distanz und Höhenunterschied der aufgenommenen Punkte gerechnet, wogegen die letzteren das unmittelbare Ablesen der Entfernungen und Höhenunterschiede am Felde selbst gestatten.

Die ersteren Instrumente erfordern also wohl im Bureau einige Rechenarbeit, beschränken aber die Arbeitszeit im Freien auf ein geringes Maß, wogegen die Instrumente der zweiten Gruppe wohl die Rechenarbeit im Bureau ersparen, dafür aber eine etwas umständlichere Manipulation im Freien erfordern.

Methoden und Instrumente der Tachymetrie.

§ 70.

Kreistachymeter mit Fadenmikrometer.

467. Es wäre in Fig. 566 die Lage des Punktes B gegen A vollkommen zu bestimmen. Im Punkte A wird ein Instrument zentrisch aufgestellt, welches mit einem Horizontal- und einem Höhenkreise versehen ist, welches also die Messung von Horizontal- und Vertikalwinkeln gestattet und dessen Fernrohr mit einem Fadenmikrometer, d. h. mit drei parallelen Horizontalfäden versehen ist. Die beiden Konstanten K und k für die optische Distanzmessung mit diesem Instrumente sind bekannt.

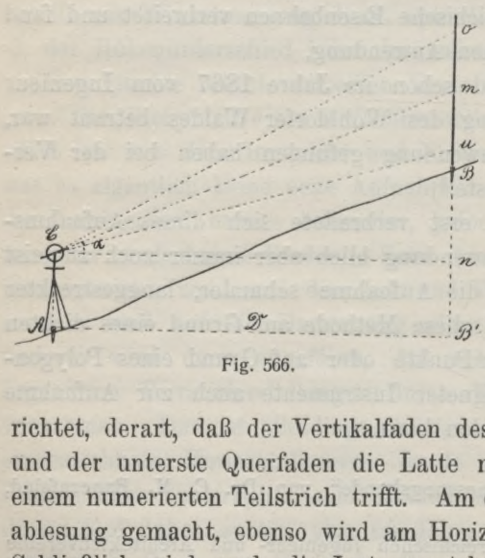


Fig. 566.

Im Punkte B wird eine in Zentimeter geteilte Latte (Distanz- oder Nivellierlatte) vollkommen vertikal aufgestellt. Es wird die Visur nach der Latte gerichtet, derart, daß der Vertikalfaden des Fadenkreuzes die Mitte der Latte, und der unterste Querfaden die Latte möglichst tief unten, und zwar bei einem numerierten Teilstrich trifft. Am obersten Querfaden wird die Lattenablesung gemacht, ebenso wird am Horizontal- und Vertikalkreise abgelesen. Schließlich wird auch die Instrumentshöhe, d. h. die Höhe der Visierlinie über dem Punkte A gemessen.

Aus der Ablesung am Horizontalkreise ergibt sich der Winkel, welchen die Visur von A nach B mit irgend einer anderen Richtung bildet, nach welcher eventuell vorher ebenfalls visiert wurde, oder es gibt die Ablesung direkt den Winkel der Visur nach B mit dem magnetischen oder astronomischen Meridian, wenn das Instrument mit einer Bussole versehen ist. Über diese Winkelmessung ist nichts Neues zu sagen, selbe ist im § 28 genügend erläutert. Aus den Ablesungen beim obersten und untersten Faden an der Latte ergibt sich $L = o - u$, und die horizontale Entfernung D der Latte von dem Mittelpunkte des Instrumentes ist nach Nr. 97

$$D = K L \cos \alpha^2 + k \cos \alpha$$

oder für den praktischen Gebrauch

$$D = K L \cos \alpha^2 + k$$

Durch die Distanz und den Horizontalwinkel ist die Lage des Punktes B gegen A in der Horizontalprojektion bestimmt. Es ist also nur noch die Höhenlage des Punktes B gegen A zu ermitteln. In Fig. 566 ist $BB' = H$ der Höhenunterschied des Punktes B gegen A, ferner ist nB' gleich der Instrumentshöhe J und mB, d. h. die Höhe des Punktes m an der Latte, wo diese von der Visur über den Mittelfaden getroffen wird, über dem Boden, sei mit h bezeichnet.

Es ist nun $\quad BB' = H = mn + nB' - mB$

oder nach Einsetzung der bezüglichen Werte für mn, nB' und mB

$$H = D \operatorname{tang} \alpha + J - h.$$

Wird für D dessen Wert nach der Distanzformel gesetzt, so ist

$$H = (K L \cos \alpha^2 + k \cos \alpha) \operatorname{tang} \alpha + J - h$$

oder wenn für $\operatorname{tang} \alpha$ der Wert $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ gesetzt und die Multiplikation durchgeführt wird

$$H = K L \cos \alpha^2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + k \cos \alpha \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + J - h$$

nach entsprechender Vereinfachung ist

$H = KL \cos \alpha \sin \alpha + k \sin \alpha + J - h$

und wenn für $\cos \alpha \sin \alpha$ dessen Wert $^1/_2 \sin 2 \alpha$ gesetzt wird

$H = {^1/_2} KL \sin 2 \alpha + k \sin \alpha + J - h.$

Wenn das Instrument im höheren und die Latte im tiefer gelegenen Punkte steht (Fig. 567), so ist der Höhenunterschied

$BB' = AA' = H = mn + mA - nA'$

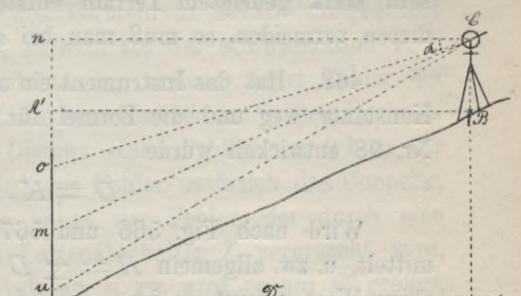


Fig. 567.

und wenn für mn der Wert D tang α, für mA die Bezeichnung h und für nA' dessen Wert nämlich die Instrumentshöhe J gesetzt wird

$$H = D \text{ tang } \alpha + h - J.$$

Wird für D wieder dessen Wert aus der Distanzformel gesetzt, so ergibt sich schließlich wie früher

$$H = {}^1\!/_2\, KL \sin 2\,\alpha + k \sin \alpha + h - J.$$

Wurde aber früher, wo der Punkt mit der Latte höher liegt, H als positiv angenommen, so muß jetzt, wo dieser Punkt tiefer liegt, H negativ sein, es muß also heißen:

$$-H = {}^1\!/_2\, KL \sin 2\,\alpha + k \sin \alpha + h - J$$

$$\text{oder } H = -\,{}^1\!/_2\, KL \sin 2\,\alpha - k \sin \alpha - h + J,$$

so daß die Formel allgemein lautet

$$H = \pm\, {}^1\!/_2\, KL \sin 2\,\alpha \pm k \sin \alpha + J - h.$$

Für die ersten zwei Glieder gilt das $+$ Zeichen, wenn der Neigungswinkel α, den die Visur über den Mittelfaden mit der Horizontalen bildet, und welcher am Höhenkreise abgelesen wird, ein Höhenwinkel ist; dagegen gilt das $-$ Zeichen, wenn dieser Winkel ein Tiefenwinkel ist. Die Instrumentshöhe ist stets positiv, h stets negativ zu nehmen. Ist das Gesamtresultat positiv, so liegt der Punkt, wo die Latte steht, höher, ist es negativ, so liegt dieser Punkt tiefer.

Es ist nun noch etwas bezüglich des Wertes h zu erwähnen. Diese Größe ist die Höhe des Punktes m an der Latte, welcher von der Visur über den Mittelfaden getroffen wird. Man sollte also eigentlich auch bei letzterem an der Latte ablesen, was sonst nicht nötig ist. Da jedoch der Mittelfaden in der Mitte liegt zwischen dem untersten und obersten Faden, so ist auch $h = \frac{o+u}{2}$. Es ist also nicht nötig, beim Mittelfaden abzulesen, sondern es wird das Mittel genommen aus den Ablesungen am obersten und untersten Faden.

Allerdings ist dies eigentlich nur bei horizontalem Terrain richtig; bei sehr stark geneigtem Terrain entsteht ein sehr geringer Fehler, will man diesen vermeiden, so muß man bei m ablesen.

468. Hat das Instrument ein anallatisches Fernrohr, so fällt die kleine Konstante weg und die Formel für die horizontale Distanz lautet, wie in Nr. 98 entwickelt wurde

$$D = K\,.\,L \cos \alpha^2.$$

Wird nach Fig. 566 und 567 der Höhenunterschied $BB' = H$ ermittelt, u. zw. allgemein $H = \pm D$ tang $\alpha + J - h$ und wird für D der obige Wert gesetzt, so ist

$$H = \pm\, KL \cos \alpha^2 . \text{ tang } \alpha + J - h$$

und wenn für tang α der Wert $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ gesetzt wird, so ist nach Vereinfachung

$$H = \pm KL \cos\alpha \,.\, \sin\alpha + J - h$$

$$\text{oder } H = \pm \, {}^{1}\!/_{2}\, K \,.\, L \sin 2\,\alpha + J - h.$$

469. In den zwei vorangehenden Nummern wurde vorausgesetzt, daß der Höhenkreis des Instrumentes derart beziffert ist, daß die Ablesung bei horizontaler Visur Null ist, daß man also Höhen- oder Tiefenwinkel erhält. Man muß dann stets sorgsam darauf achten, welcher Art der Neigungswinkel ist, weil sich darnach das Vorzeichen des ersten, beziehungsweise der zwei ersten Glieder der Höhenformel richtet. Aus diesem Grunde sind manche Instrumente derart eingerichtet, daß die Ablesungen am Höhenkreise Zenithwinkel geben, daß also die Ablesung bei horizontaler Visur 90^0, bei Höhenvisuren kleiner, bei Tiefenvisuren größer als 90^0 ist. Bezeichnet man den Zenithwinkel mit z, den zugehörigen Höhen- oder Tiefenwinkel mit α, so ist $z = 90 \mp \alpha$ und $2z = 180 \mp 2\alpha$, daher ist $\cos\alpha = \sin z$, $\sin\alpha = \cos z$ und $\sin 2\alpha = \sin 2z$. Es würden also dann die Formeln für die Distanz und den Höhenunterschied lauten:

Für das gewöhnliche Fadenmikrometer

$$D = KL \sin z^2 + k \sin z$$

$$H = \pm \, {}^{1}\!/_{2}\, KL \sin 2\, z \pm k \,.\, \cos z + J - h$$

und für das anallatische Fernrohr

$$D = KL \,.\, \sin z^2$$

$$H = \pm \, {}^{1}\!/_{2}\, KL \sin 2\, z + J - h.$$

470. Die Genauigkeit in der Bestimmung der Distanz und des Höhenunterschiedes nach den in den vorangehenden Nummern entwickelten Formeln wird bedingt durch die Schärfe, mit welcher die für die Formeln nötigen Faktoren ermittelt werden können; nämlich in erster Linie des durch die Differenz der Ablesungen am unteren und oberen Faden sich ergebenden Lattenabschnittes L, des Neigungswinkels α und der Konstanten K.

Der Lattenabschnitt L muß in den Formeln in Metern ausgedrückt werden. Ist die Konstante $K = 100$, so wird bei der Multiplikation KL die dritte Dezimalstelle von L im Produkte zur ersten. Jeder Fehler bei der Ermittlung des Lattenabschnittes L um eine Einheit der dritten Dezimalstelle (um 1 *mm*) hat somit in der Distanz einen Fehler von 0·1 *m* zur Folge, ist die Konstante 200, so beträgt der Fehler natürlich das Doppelte, also 0·2 *m*. Beim Höhenunterschiede hängt der Fehler, der durch eine Einheit der dritten Dezimalstelle im Lattenabschnitte L verursacht wird, auch von der Größe des Neigungswinkels ab, u. zw. wird er um so größer, je größer der Neigungswinkel ist, weil mit letzterem auch sein sinus größer wird. Dieser Fehler im Höhenunterschiede beträgt bei $K = 100$ für jeden Grad des Neigungswinkels 0·00175 *m*.

Ein unvermeidlicher Fehler bei der Ermittlung des Lattenabschnittes L kann durch zweierlei Ursachen eintreten. Die Distanzlatten sind in Zentimeter geteilt, die Millimeter müssen abgeschätzt werden, es kann also bei dieser Abschätzung ein Fehler eintreten und es ergibt sich hieraus die Notwendigkeit, daß die Latte immer nur so weit vom Instrumente entfernt sein darf, daß man noch mit voller Sicherheit einzelne Millimeter schätzen kann. Eine zweite Ursache für einen Fehler im Lattenabschnitte kann eine nicht genau vertikale Stellung der Latte sein. Der hiedurch entstehende Fehler wird um so größer, je mehr die Latte von der Vertikalen abweicht, je größer der Lattenabschnitt und je größer der Neigungswinkel α ist. Bildet die Latte mit der Vertikalen einen Winkel von nur 20 Minuten, so beträgt der Fehler im Lattenabschnitte bei einer Entfernung von 100 *m* und einem Neigungswinkel α von 10 Grad schon 1 *mm*, daher der hiedurch verursachte Fehler in der Distanz 0·1 *m*, im Höhenunterschiede 0·0175 *m*.[1]) Mit freiem Auge kann man aber nicht mehr beurteilen, ob die Latte von der Vertikalen um einen Winkel von 20 Minuten abweicht, es muß daher die Latte mit einer Libellen- oder Senkelvorrichtung zum genauen Vertikalstellen versehen sein.

Der Fehler, der durch einen unvermeidlichen Fehler im Neigungswinkel α entsteht, macht sich weniger in der Distanz, dagegen sehr im Höhenunterschiede geltend. Angenommen, der Neigungswinkel α werde um 1 Minute falsch ermittelt. In der Distanz wird der Fehler um so größer, je größer der Neigungswinkel ist, er beträgt aber erst bei einer Distanz von 100 *m* und einem Neigungswinkel von 30 Grad 0·025 *m*, ist also praktisch ganz belanglos. Beim Höhenunterschiede dagegen ist der durch einen Fehler von 1 Minute im Neigungswinkel verursachte Fehler bei einem Neigungswinkel von 1 Grad und einer Entfernung von 100 *m* schon 0·029 *m*, er wird aber mit dem Wachsen des Neigungswinkels kleiner und beträgt bei einem Neigungswinkel von 30^0 nur mehr 0·015 *m*. Je kleiner die Entfernung, desto kleiner wird auch sowohl bei der Distanz, wie auch beim Höhenunterschiede der Fehler.[1])

Der durch eine falsche Konstante verursachte Fehler ist ohneweiters erkenntlich. Ist die Konstante um ein Tausendstel ihres Wertes falsch, so müssen auch die mit ihr gebildeten Produkte der Distanz und des Höhenunterschiedes um ein Tausendstel ihrer Werte falsch sein. Will man einen solchen Fehler vermeiden, so muß die Konstante, wenn diese 100 ist, bis auf 0·1 richtig sein, d. h. sie darf nicht wirklich nur 99·9 oder 100·1 betragen.

---

[1]) Siehe: „Die Tachymetrie" von Friedrich Croy, Wien 1893.

Aus dem Vorangeführten ist zu ersehen, daß in der Praxis die größten Schwierigkeiten in der richtigen Ermittlung des Lattenabschnittes liegen, der immer um 0·001 *m* falsch sein kann, so daß man für die Distanz, mag diese kurz oder lang sein, im besten Falle nur auf eine Genauigkeit von 0·1 *m* bis 0·2 *m* rechnen kann, auch beim Höhenunterschied kann der Fehler im ungünstigen Falle 0·05 bis 0·1 *m* betragen.

471. Aus den Ausführungen der Nummern 467, 468 und 469 ist zu ersehen, daß für die tachymetrische Punktbestimmung im allgemeinen jedes Meßinstrument verwendbar ist, welches die Messung von Horizontal- und Vertikalwinkeln gestattet und welches als Visiervorrichtung ein mit Distanzfäden versehenes Fernrohr hat.

Es kann also jeder Theodolit, jedes Bussolen-Instrument und jedes Universal-Nivellierinstrument benützt werden, soferne dessen Fernrohr bei hinreichender Vergrößerung mit Distanzfäden versehen ist und wenn mit dem Instrumente die Neigungswinkel der Visuren möglichst scharf gemessen werden können.

Von den mechanischen Werkstätten werden aber auch Tachymeter offeriert. Im allgemeinen haben diese Instrumente Theodolitform, u. zw. mit drehbarem (repetierendem) Horizontalkreis. Auf der Alhidade ist eine Bussole angebracht entweder mit vollem Kreisring oder nur als Orientierungsbussole in Form eines schmalen Kästchens. Zur genauen Messung der Vertikalwinkel ist in der Regel der Nonienträger des Höhenkreises mit einer Versicherungslibelle versehen, welche Einrichtung bei dem Universal-Nivellierinstrument in Nr. 433 beschrieben und in Fig. 538 abgebildet ist. Das zumeist mit 25facher bis 30facher Vergrößerung versehene Fernrohr hat drei parallele Horizontal-(Distanz-)Fäden und ist mitunter anallatisch. Auf dem Fernrohre befindet sich eine Nivellierlibelle, welche entweder als einfache Libelle fest angebracht oder auf zwei Ringe frei aufsetzbar ist, oder sie ist eine Doppellibelle.

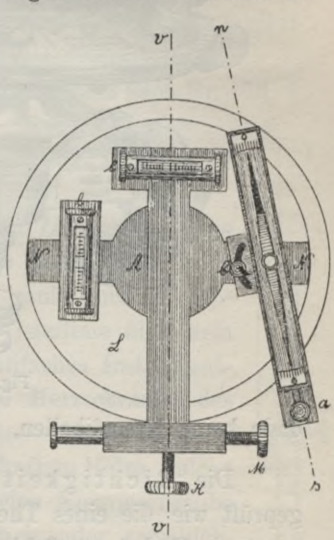


Fig. 568.

Alle diese Einrichtungen wurden bereits bei den Theodoliten, bezw. Universal-Nivellierinstrumenten beschrieben. Nur die oben erwähnte, auf der Alhidade angebrachte Orientierungsbussole in Form eines schmalen Kästchens wurde bisher nicht erwähnt und bedarf daher einer näheren Erklärung. Diese Einrichtung ist in Fig. 568 schematisch dargestellt. Die Alhidade A ist mit Fortsätzen versehen, welche die Klemm- und Mikrometerschraube K und M, zwei Kreuzlibellen $l\,l$ (manchmal ist auch statt dieser eine Dosenlibelle vorhanden), die Nonien NN und endlich eine Orientierungsbussole in Form eines ganz schmalen Kästchens mit langer Magnetnadel tragen. Die Orientierungsbussole kann nach Lüftung der Klemmschraube *b* etwas gedreht werden, so daß sie derart gestellt werden kann, daß die Verbindungslinie *ns* der beiden Nullpunkte, also bei einspielender Nadel die Richtung des magnetischen Meridians, mit der Visierrichtung *vv* nicht parallel ist, sondern mit dieser einen der magnetischen Deklination gleichen Winkel einschließt. Wenn daher beim Gebrauche des Instrumentes zunächst der Nullpunkt des einen Nonius mit dem Nullpunkt des Limbus zusammengebracht, und dann der Limbus samt Alhidade gedreht wird, bis die Magnetnadel scharf einspielt, so befindet sich (bei richtig gestellter Bussole) die Visierrichtung in der Mittagslinie. Bleibt nun der Limbus festgeklemmt und wird bei den einzelnen Visuren nur die Alhidade gedreht, so geben die Ablesungen direkt die Azimuthe der einzelnen Visierrichtungen. *a* ist die Arretierungsvorrichtung für die Magnetnadel. Ein derartig eingerichteter Tachymeter ist beispielsweise in Fig. 569 abgebildet, und zwar von F. W. Breithaupt und Sohn in Kassel. Derselbe hat auf der Alhidade keine Kreuzlibellen, sondern eine Dosenlibelle.

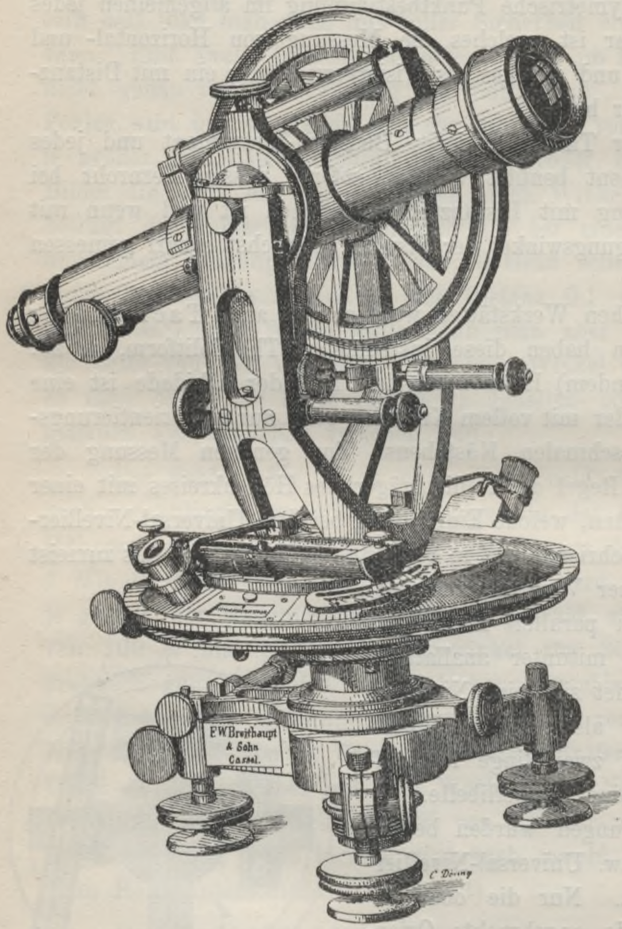


Fig. 569.

Die Richtigkeit eines derartig eingerichteten Tachymeters wird geprüft wie die eines Theodolites, beziehungsweise Universal-Nivellierinstrumentes. Hiebei empfiehlt sich folgende Reihenfolge.

1. Die Alhidadenlibellen werden in der bekannten Weise wie bei allen anderen Instrumenten durch Drehung der Alhidade um 180^0 geprüft.

2. Die horizontale Stellung der Drehungsachse des Fernrohres wird mittels der auf diese aufsetzbaren Reiterlibelle geprüft wie bei einem Theodolit. Wäre eine solche nicht vorhanden, so müßte zuerst die senkrechte Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse geprüft und berichtigt werden, dann erst könnte die horizontale Lage der Drehungsachse durch Anvisieren eines hochliegenden Punktes geprüft werden.

3. Die senkrechte Stellung der Visierlinie zur Drehungsachse des Fernrohres wird nach der Methode mit dem doppelten oder mit dem vierfachen Fehler geprüft und eventuell durch Verschieben des Fadenkreuzes berichtigt. Manche Mechaniker machen zu diesem Zwecke das Objektiv verschiebbar.

4. Die horizontale Lage der drei Horizontalfäden des Fadenkreuzes wird durch Anvisieren eines Punktes und geringe Drehung der Alhidade geprüft und eventuell eine Berichtigung durch Drehung der Fadenplatte vorgenommen.

5. Die richtige Stellung der Orientierungsbussole prüft man am besten in der Weise, daß man in einem Punkte die Richtung der Mittagslinie bestimmt. Dann stellt man in diesem Punkte das Instrument auf und visiert den in der Richtung des Meridianes liegenden Gegenstand an, so soll die Nadel der Bussole scharf auf Null einspielen; ist dies nicht der Fall so wird die Klemmschraube gelüftet, mit welcher die Bussole festgehalten wird, und letztere entsprechend gedreht.

6. Die Richtigkeit des Instrumentes als Nivellier-Instrument, d. h. also die Richtigkeit der Libelle, bei frei aufsetzbarer Libelle auch die Gleichheit der Ringhalbmesser und die Zentrizität der Visur, wird so geprüft wie bei einem gleichgebauten Universal-Nivellierinstrument (mit fester, aufsetzbarer oder Doppel-Libelle).

7. Die Versicherungs-Libelle des Höhenkreises wird ganz nach Nr. 433, 5 geprüft und berichtigt.

8. Die Konstante des Distanzmessers wird nach Nr. 96 oder 98 geprüft.

Als Latte dient eine in Zentimeter eingeteilte Latte, wie solche als Distanzlatten bereits in Nr. 94 beschrieben wurden.

Für die Ermittlung des Höhenunterschiedes muß auch die Instrumentshöhe, d. h. die Höhe der horizontalen Visierlinie über dem Boden gemessen werden. Hiezu kann man ein einfaches Instrumentchen benützen, welches statt des Senkels an die Herzschraube des Instrumentes gehängt wird (Fig. 570).

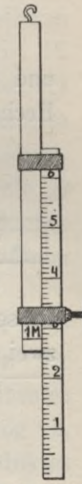


Fig. 570.

Dieses Instrument besteht aus zwei Latten aus hartem Holze, welche durch zwei Messingbänder, von denen das untere eine Klemmschraube enthält, zusammengehalten werden, so daß sie aneinander verschiebbar sind wie die Doppel-Nivellierlatten. Die eine Latte besitzt einen Ring zum Einhängen in die Herzschraube und eine Marke, welche genau 1 *m* von der Drehungsachse des Fernrohres entfernt ist. Die zweite

Latte enthält eine Einteilung in Zentimeter und Millimeter, deren Bezifferung von unten nach oben geht, so daß an der Marke der ersten Latte die Höhe der Drehungsachse des Fernrohres über dem Pflock abgelesen wird.

472. Die Formeln für die Distanz und den Höhenunterschied, nämlich

$$D = K \,.\, L \cos \alpha^2 + k \cos \alpha$$

und

$$H = \pm \, {}^1/_2 \, KL \sin 2\, \alpha \pm k \,.\, \sin \alpha + J - h$$

erfordern eine logarithmische Berechnung. Die ziffermäßige Durchführung der letzteren wäre aber sehr zeitraubend, so daß dadurch die Schnelligkeit dieses Aufnahmsverfahrens wieder aufgehoben wäre.

Bei der Distanzformel handelt es sich nur um das erste Glied $KL \cos \alpha^2$, indem das zweite Glied, die kleine Konstante, bei dem gewöhnlichen Fadendistanzmesser ohneweiters selbst im Kopfe zu dem ausgerechneten ersten Gliede addiert werden kann. Auch bei der Höhenformel handelt es sich nur um das erste Glied ${}^1/_2 \, KL \sin 2\, \alpha$, das zweite Glied $k \sin \alpha$ fällt beim anallatischen Fernrohr fort, beim gewöhnlichen Fadendistanzmesser kann man leicht das Produkt $k \sin \alpha$ für verschiedene Neigungswinkel von Grad zu Grad fortschreitend durch einfache Multiplikation im voraus berechnen und in eine kleine Tabelle zusammenstellen, aus der man jedesmal den betreffenden Wert entnimmt.[1])

Für die Berechnung des ersten Gliedes der beiden Formeln kann man irgendwelche tachymetrische Hilfstafeln verwenden. Sehr gut eignen sich hiezu die: „Hilfstafeln für Tachymetrie“ von Dr. W. Jordan, Stuttgart 1899, welche die Produkte von $\cos \alpha^2$ und ${}^1/_2 \sin 2\, \alpha$ von zwei zu zwei Minuten fortschreitend von $0^0\, 2'$ bis 20^0 mit den fortlaufenden Zahlen von 10 bis 250 und außerdem auch die Podukte von $100 \sin \alpha$ und $100 \sin \alpha^2$ enthalten. Auch die Tafeln von Forstmeister J. Pohl in Budapest sind recht praktisch.

Leider sind in letzteren die Tangententafeln nur ungarisch.

Am praktischesten ist aber für die Berechnung der Glieder $KL \cos \alpha^2$ und ${}^1/_2 \, KL \sin 2\, \alpha$ die Verwendung eines tachymetrischen (logarithmischen) Rechenschiebers.

Ehe auf die Beschreibung des tachymetrischen Rechenschiebers eingegangen wird, soll zunächst kurz das Prinzip des logarithmischen Rechenschiebers erläutert werden.

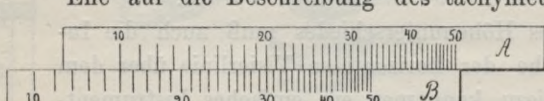


Fig. 571.

In seiner einfachsten Form besteht der logarithmische Rechenschieber aus zwei nebeneinander verschiebbaren Linealen A und B (Fig. 571), auf welchen

[1]) Wäre z. B. $k = 0{\cdot}456\ m$, so ist das Produkt $k \,.\, \sin \alpha$

für 1^0 gleich $0{\cdot}456 \,.\, 0{\cdot}01745 = 0{\cdot}008\ m$

„ 2^0 „ $0{\cdot}456 \,.\, 0{\cdot}03490 = 0{\cdot}016$ „

„ 3^0 „ $0{\cdot}456 \,.\, 0{\cdot}05234 = 0{\cdot}024$ „ u. s. w.

Die Zwischenglieder können leicht durch Interpolation gefunden werden, z. B. für $2^0\, 15'$ ist $k \,.\, \sin \alpha = 0{\cdot}018$ für $2^0\, 30'$ dagegen $0{\cdot}020$, für $2^0\, 45'$ $0{\cdot}022$.

die Logarithmen der fortlaufenden Zahlen nach irgend einem beliebigen, aber auf beiden Linealen gleichen Maßstabe aufgetragen sind. Zu jedem, einem Logarithmus entsprechenden Teilstriche ist die zu dem Logarithmus gehörige Zahl geschrieben.

$$\log 1 = 0{\cdot}00000,\ \log 10 = 1{\cdot}00000,\ \log 100 = 2{\cdot}00000$$

es ist daher der Nullpunkt der Teilung mit 1 bezeichnet. Ein gewisses Stück, z. B. 20 *cm*, wird als logarithmische Einheit angenommen, d. h. es wird von dem mit 1 bezeichneten Nullpunkte ein Stück von 20 *cm* aufgetragen und der erhaltene Teilstrich mit 10 bezeichnet, dann werden vom Nullpunkte aus 40 *cm* aufgetragen und der erhaltene Teilstrich mit 100 bezeichnet u. s. w.

$$\begin{array}{llll} \text{Nun ist} & \log 2 = 0{\cdot}30103 & \quad & \log 6 = 0{\cdot}77815 \\ & \log 3 = 0{\cdot}47712 & & \log 7 = 0{\cdot}84510 \\ & \log 4 = 0{\cdot}60206 & & \log 8 = 0{\cdot}90309 \\ & \log 5 = 0{\cdot}69897 & & \log 9 = 0{\cdot}95424 \end{array}$$

es wird daher von dem mit 1 bezeichneten Nullpunkte $20 \,.\, 0{\cdot}30103 = 6{\cdot}02$ *cm* aufgetragen und der erhaltene Teilstrich mit 2 bezeichnet, dann wieder vom Nullpunkte aus $20 \,.\, 0{\cdot}47712 = 9{\cdot}54$ *cm* und mit 3 bezeichnet, dann wieder vom Nullpunkte aus $20 \,.\, 0{\cdot}60206 = 12{\cdot}04$ *cm* und mit 4 bezeichnet u. s. w. In derselben Weise ergeben sich alle anderen Teilstriche, z. B. der Teilstrich 11 ergibt sich durch Auftragung von $20 \,.\, 1{\cdot}04139 = 20{\cdot}83$ *cm* vom Nullpunkte aus, der Teilstrich 12 durch Auftragung von

$$20 \,.\, 1{\cdot}07918 = 21{\cdot}58 \ cm \ \text{u. s. w.}$$

Diese Einteilung ist die gleiche auf beiden Linealen. (In der Zeichnung ist die Teilung von 1 bis 10 weggelassen und beginnt erst mit dem Teilstrich 10, um die Zeichnung nicht zu umfangreich und dadurch zu klein und undeutlich zu gestalten.)

Ein derartiger Rechenschieber kann zum Multiplizieren und Dividieren der fortlaufenden Zahlen benützt werden. Angenommen, es soll 20 mit 15 multipliziert werden, so ist $\log (20 \,.\, 15) = \log 20 + \log 15$. Verschiebt man nun die beiden Lineale so nebeneinander, daß der mit 1 bezeichnete Nullpunkt des Lineales A mit dem Teilstrich 15 des Lineales B koinzidiert, so befindet sich neben dem Teilstriche 20 des Lineales A am Lineale B die Zahl 300, weil das Stück vom Nullpunkte des Lineales B bis hieher die Summe $\log 15 + \log 20$ beträgt, und der Summe der beiden Logarithmen entspricht die Zahl 300.

Bringt man nicht den Teilstrich 1 des Lineales A, sondern den Teilstrich 10 mit dem Teilstrich 15 des Lineales B zusammen, wie in der Zeichnung Fig. 571, so findet man unter dem Teilstrich 20 des Lineales A am Lineale B die Zahl 30, denn man hat jetzt zum log 20 nicht log 15, sondern nur $(\log 15) - 1$ addiert, es ist somit die Kennziffer des Produktes um eine Einheit zu klein, und man muß die Kennziffer um eine Einheit vergrößern, d. h. der abgelesenen Zahl 30 eine Null anhängen.

Man kann also nicht nur den mit 1 bezeichneten Teilstrich als Nullpunkt benützen, sondern auch die mit 10, 100 oder 1000 bezeichneten Teilstriche, nur muß dann in dem abgelesenen Produkte die Kennziffer um eine, zwei oder drei Einheiten vergrößert, d. h. der Dezimalpunkt um eine, zwei oder drei Stellen nach rechts gerückt werden. Ebenso kann man bei derselben Stellung des Schiebers alle Produkte von 15, 150, 1500, 1·5, 0·15, 0·015 u. s. w. mit 20, 200, 2000, 0·2, 0·02, 0·002 u. s. w. ablesen, nur muß die Kennziffer beachtet, d. h. der Dezimalpunkt richtig gesetzt werden. Soll aber das Produkt auch in Hinsicht auf den Dezimalpunkt richtig abgelesen werden, so dürfen nur der wahre Nullpunkt und die richtigen Zahlen benützt werden.

Wäre nun z. B. 30 durch 20 zu dividieren, so ist $\log (30:20) = \log 30 - \log 20$; es werden die beiden Lineale so aneinander verschoben, daß die Teilstriche 20 und 30 koinzidieren, worauf man neben dem Nullpunkte des Lineales, auf dem sich der Divisor befindet, in der Zeichnung also A, auf dem zweiten Lineale B abliest. Das Stück vom Nullpunkte dieses Lineales B bis zum Nullpunkte des Lineales A ist dann $\log 30 - \log 20$, und man findet daher hier die Zahl 1·5 als Zahl, welche zu dieser Differenz der Logarithmen gehört. Neben dem Teilstriche 10 des Lineales A findet man auf dem Lineale B die Zahl 15 (wie in der Zeichnung), weil in diesem Falle vom $\log 30$ nicht $\log 20$, sondern nur $(\log 20) - 1$ subtrahiert wurde; die Kennziffer ist daher um eine Einheit zu groß, und es muß somit in der abgelesenen Zahl der Dezimalpunkt um eine Stelle nach links gerückt werden. Es gilt also auch für die Division bezüglich des Nullpunktes dasselbe, was schon oben gesagt wurde.

Wären auf dem einen Lineale statt der Logarithmen der fortlaufenden Zahlen die Logarithmen einer Winkelfunktion aufgetragen, so könnte man ein solches Instrument zum Multiplizieren und Dividieren einer Zahl mit dieser Winkelfunktion benützen. Nach diesem Prinzipe lassen sich daher logarithmische Rechenschieber für die verschiedensten Zwecke herstellen.

Für die tachymetrischen Arbeiten muß der Rechenschieber so konstruiert sein, daß man die Produkte $K L \cos \alpha^{2}$ und gleichzeitig $^{1}/_{2}\, K L \sin 2\,\alpha$

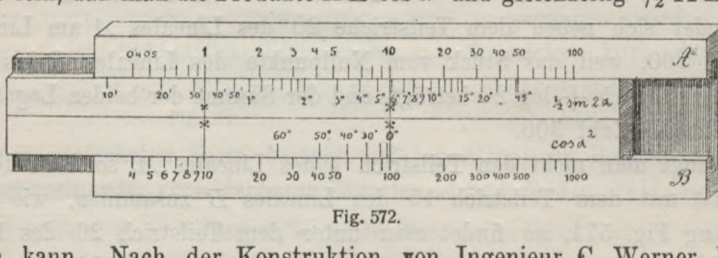


Fig. 572.

ablesen kann. Nach der Konstruktion von Ingenieur C. Werner hat das Instrument folgende Einrichtung (Fig. 572).

Zwischen zwei auf einer gemeinschaftlichen Unterlage befestigten Linealen A und B ist ein drittes, der Schieber, verschiebbar. Auf den beiden Linealen A und B sind die Logarithmen der fortlaufenden Zahlen für eine bestimmte logarithmische Einheit, z. B. 20 *cm*, von links gegen rechts in der oben erklärten Weise aufgetragen. Die Teilstriche der zwei ganz gleichen Teilungen stehen genau übereinander, auf dem Lineale A ist aber gegen das Lineal B bei der Bezifferung der Dezimalpunkt um eine Stelle nach links gerückt, d. h. bei dem Teilstrich, wo am Lineale B die Zahl 1 steht, steht am Lineale A die Zahl 0·1, es ist also für die Teilung am Lineale A die Kennziffer um eine Einheit kleiner als am Lineale B. Diese Einrichtung ist deshalb so getroffen, weil am Lineale A die Höhenunterschiede, d. h. das Produkt $\frac{1}{2}\, KL \sin 2\,\alpha$, am Lineale B die Distanzen, d. h. $KL \cos \overset{2}{\alpha}$ bei derselben Stellung des Schiebers gleichzeitig abgelesen werden sollen, und die Höhenunterschiede sind ja immer bedeutend kleiner als die Distanzen.

Der zwischen den Linealen A und B verschiebbare Schieber hat zwei Teilungen, wovon eine gegen die Teilung A gekehrt, mit $\frac{1}{2} \sin 2\,\alpha$ bezeichnet ist und Sinus-Teilung heißt. Die zweite gegen B gekehrte Teilung ist mit $\cos \overset{2}{\alpha}$ bezeichnet und heißt Kosinus-Teilung. Diese letztere Teilung ist derart hergestellt, daß die log. cos. der Winkel von 0^0 beginnend von einem gewissen Nullpunkte im doppelten Maßstabe der Teilungen A und B, und zwar von rechts gegen links aufgetragen sind. Es ist nämlich $\log \cos \overset{2}{\alpha} = 2 \log \cos \alpha$. Von rechts gegen links sind sie deshalb aufgetragen, weil die cos. der Winkel im I. Quadranten mit dem Wachsen des Winkels kleiner werden, es ist nämlich

$$\begin{aligned}
\log \cos 0^0 &= 10{\cdot}00000 - 10 = 0{\cdot}00000\\
\log \cos 1^0 &= 9{\cdot}99993 - 10 = -0{\cdot}00007\\
\log \cos 2^0 &= 9{\cdot}99974 - 10 = -0{\cdot}00026\\
\log \cos 3^0 &= 9{\cdot}99940 - 10 = -0{\cdot}00060 \text{ u. s. w.}
\end{aligned}$$

Es ist somit von einem angenommenen Nullpunkte für die Winkel 1^0, 2^0 und 3^0 von rechts gegen links aufgetragen:

$$\begin{aligned}
2 \,.\, 0{\cdot}00007 \,.\, 20 &= 0{\cdot}0028 \textit{ cm}\\
2 \,.\, 0{\cdot}00026 \,.\, 20 &= 0{\cdot}0104 \;\;\text{„}\\
2 \cdot 0{\cdot}00060 \,.\, 20 &= 0{\cdot}0240 \;\;\text{„ u. s. w.}
\end{aligned}$$

Die Sinus-Teilung enthält die Logarithmen von $\frac{1}{2} \sin 2\,\alpha$, d. h. $\log \sin 2\,\alpha - \log 2$ in demselben Maßstabe wie die Teilungen A und B und ebenfalls von links gegen rechts, weil die sin. der Winkel mit dessen Wachsen ebenfalls größer werden; es ist nämlich

$$\begin{aligned}
\log \sin 0^0 &= -\infty\\
\log \sin 0^0\,1' &= 6{\cdot}46373 - 10 = -3{\cdot}53627\\
\log \sin 0^0\,30' &= 7{\cdot}94084 - 10 = -2{\cdot}05916\\
\log \sin 1^0 &= 8{\cdot}24186 - 10 = -1{\cdot}75814 \text{ u. s. w.}\\
\\
\log \sin 90^0 &= 10{\cdot}00000 - 10 = -0{\cdot}00000.
\end{aligned}$$

Der Nullpunkt der Sinus-Teilung würde demnach links in unendlicher Entfernung liegen, die Teilung kann also erst bei 0^0 $1'$ oder 0^0 $10'$ beginnen. Die Bezifferung ist nach α durchgeführt, d. h. wo z. B. 2^0 steht, ist der Teilstrich für log sin 4^0 — log 2, wo 45^0 steht, ist der Teilstrich für log sin 90^0 — log 2, so daß die Bezifferung direkt den gemessenen Neigungswinkeln entspricht.[1])

Weil die Teilung des Lineales A so über der Teilung des Lineales B sich befindet, daß für zwei übereinanderstehende Teilstriche die Kennziffer bei der Teilung A um eine Einheit kleiner ist, als bei Teilung B, so muß auch am Schieber die Sinus-Teilung so über der Kosinus-Teilung sich befinden, daß die Kennziffern zweier übereinander stehender Punkte genau um eine Einheit verschieden, und zwar bei der Sinus-Teilung kleiner sind. Es liegt also der Nullpunkt der Kosinus-Teilung, dessen Logarithmus genau 10·00000 — 10 ist, unter jenem Punkte der Sinus-Teilung, dessen Logarithmus genau 9·00000 — 10 ist, das ist der mit $5^0\,46'\,6{\cdot}5''$ bezeichnete Punkt, denn $\log \sin 2\,(5^0\,46'\,6{\cdot}5'') - \log 2 = \log \sin 11^0\,32'\,13'' - \log 2 = 9{\cdot}30103 - 10 - 0{\cdot}30103 = 9{\cdot}00000 - 10$.

Der Gebrauch eines derartig eingerichteten Rechenschiebers ist sehr einfach. Ist die Konstante genau 100, so stellt man den Nullpunkt der Kosinus-Teilung auf den dem Lattenabschnitte L in Zentimetern entsprechenden Teilstrich der Teilung B und liest neben dem dem Neigungswinkel α entsprechenden Teilstrich der Kosinus-Teilung an der Teilung B das Produkt $KL \cos \overset{2}{\alpha}$ in Metern ab, zu welchem man noch die kleine Konstante k addiert. Dadurch, daß man den Nullpunkt auf den Lattenabschnitt in Zentimetern einstellt und die Distanz in Metern abliest, hat man die Multiplikation $K \,.\, L$, d. h. 100 L vollführt. Bei derselben Stellung des Schiebers liest man dann neben dem dem gemessenen Neigungswinkel α entsprechenden Teilstrich der Sinus-Teilung an der Teilung A das Produkt $^1/_2\, KL \sin 2\,\alpha$ ebenfalls in Metern ab.

Wäre die Konstante K nicht genau 100, sondern größer oder kleiner, also $K = 100 \pm x$, so ist $KL \cos \overset{2}{\alpha} = (100 \pm x)\, L \cos \overset{2}{\alpha}$, oder wenn man die rechte Seite dieser Gleichung mit 100 multipliziert und zugleich dividiert, wodurch der Wert nicht geändert wird,

$KL \cos \overset{2}{\alpha} = \frac{100 \pm x}{100} \,.\, 100\, L \cos \overset{2}{\alpha}$ und wenn diese Gleichung logarithmiert wird,

$$\log (KL \cos \overset{2}{\alpha}) = \log (100 \pm x) - \log 100 + \log (100\, L \cos \overset{2}{\alpha})$$

[1]) Bei der Herstellung des Rechenschiebers ist es praktischer, die Teilung von rückwärts, d. h. von rechts bei 45^0, resp. 90^0, wo der sinus $= 1$, daher log sin $= 0$ ist, zu beginnen und in umgekehrter Reihenfolge von rechts gegen links aufzutragen. Man trägt also zunächst von dem mit 45^0 bezifferten und dem log sin 90^0 entsprechenden Punkte nach rechts log 2 = 0·30103 auf, also 0·30103 . 20 = 6·021 *cm*; der erhaltene Punkt dient als Nullpunkt, und von hier aus werden nach links in umgekehrter Reihenfolge die Logarithmen der sin aufgetragen, z. B. 1·75814 . 20 = 35·163 *cm*, der erhaltene Teilstrich entspricht dem log sin 1^0 — log 2, wird aber mit $0^0\,30'$ beziffert.

Zu dem log ($100\ L \cos \alpha^2$) ist also noch zu addieren das Stück log ($100 \pm x$) — log 100, das ist ein stets gleichbleibendes Stück, welches man auf die Kosinus-Teilung auftragen kann, wodurch man einen neuen Nullpunkt oder eine Marke für die Einstellung des Schiebers erhält. Dies macht man in folgender Weise. Man stellt den Nullpunkt der Kosinus-Teilung auf jenen Teilstrich der Teilung B, welcher der wirklichen Konstante entspricht, und zieht nun neben dem Teilstrich 100 der Teilung B über den Schieber eine Linie, welche die Marke bildet, die man auf den Lattenabschnitt einzustellen hat.

Für gewöhnlich werden solche Rechenschieber für die logarithmische Einheit von 20 *cm* angefertigt, für genauere Arbeiten ist es aber vorteil-

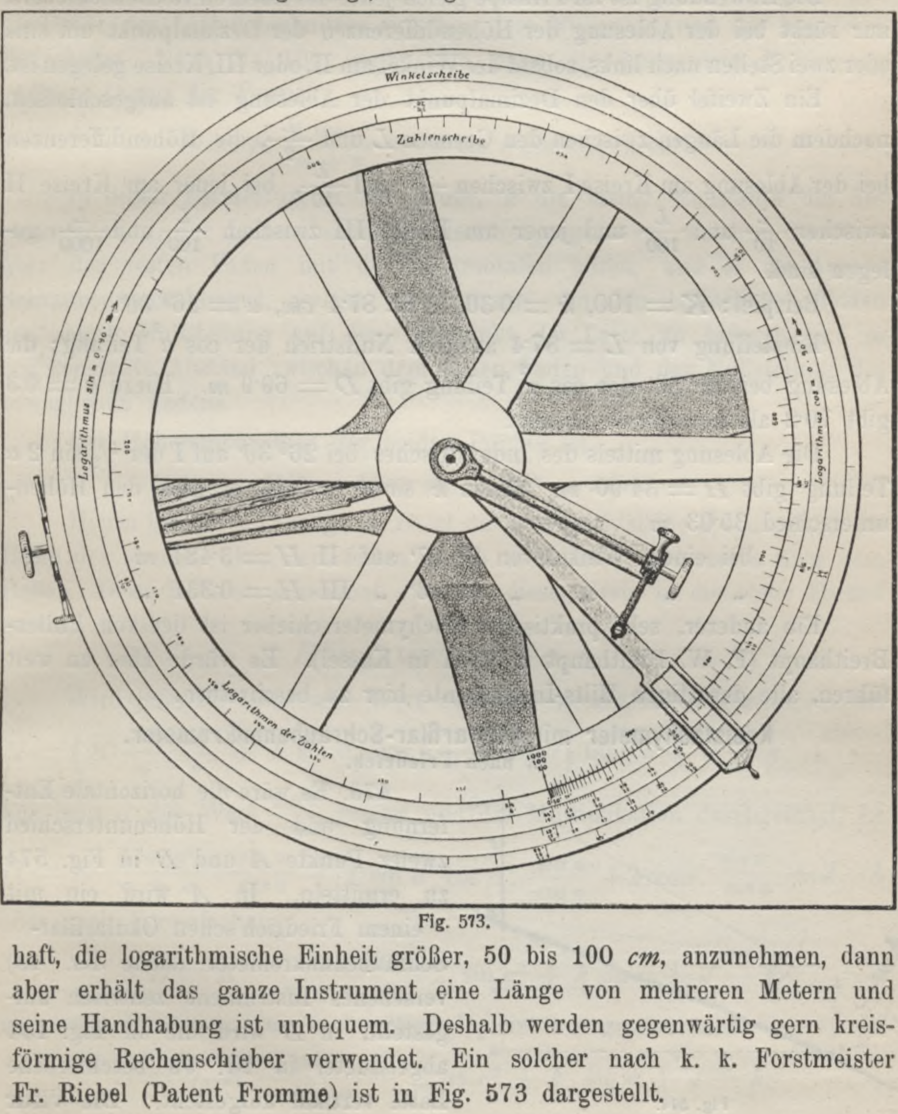


Fig. 573.

haft, die logarithmische Einheit größer, 50 bis 100 *cm*, anzunehmen, dann aber erhält das ganze Instrument eine Länge von mehreren Metern und seine Handhabung ist unbequem. Deshalb werden gegenwärtig gern kreisförmige Rechenschieber verwendet. Ein solcher nach k. k. Forstmeister Fr. Riebel (Patent Fromme) ist in Fig. 573 dargestellt.

Auf der inneren drehbaren Kreisscheibe sind zuerst die Logarithmen der Zahlen, auf der äußeren festen Kreisscheibe zuerst die Logarithmen von $\cos \alpha^2$ der Winkel von 0 bis 45°, sodann auf drei weiteren Kreisen, welche mit I, II und III bezeichnet sind, die Logarithmen von $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ der Winkel von 0 bis 45° aufgetragen, und zwar auf dem Kreise I die Logarithmen der Winkel von 45° bis 5° 50', auf II von 5° 50' bis 0° 35', auf III von 0° 35' bis 0° 4'. Zum Zwecke der genauen Einstellung ist eine Klemmvorrichtung mit Mikrometerbewegung für die innere Kreisscheibe, sowie ein um die Achse drehbarer, über sämtliche Teilungen reichender Rahmen mit Indexstrich vorhanden.

Die Anwendung ist im Prinzipe gleich jener des linearen Rechenschiebers, nur rückt bei der Ablesung der Höhendifferenzen der Dezimalpunkt um eine oder zwei Stellen nach links, sobald der Winkel am II. oder III. Kreise gelegen ist.

Ein Zweifel über den Dezimalpunkt der Ablesung ist ausgeschlossen, nachdem die Längen zwischen den Grenzen L und $\frac{L}{2}$, die Höhendifferenzen bei der Ablesung am Kreise I zwischen $\frac{L}{2}$ und $\frac{L}{10}$, bei jener am Kreise II zwischen $\frac{L}{10}$ und $\frac{L}{100}$ und jener am Kreise III zwischen $\frac{L}{100}$ und $\frac{L}{1000}$ gelegen sind.

Beispiel: $K = 100$, $k = 0{\cdot}30$, $L = 87{\cdot}4\ cm$, $\alpha = 26^0\ 30'$.

Einstellung von $L = 87{\cdot}4$ auf den Nullstrich der $\cos \alpha^2$ Teilung; die Ablesung bei 26° 30' der $\cos \alpha^2$ Teilung gibt $D = 69{\cdot}9\ m$. Hiezu $k = 0{\cdot}3$ gibt 70·2 als horizontale Distanz.

Die Ablesung mittels des Indexstrisches bei 26° 30' auf I der $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ Teilung gibt $H = 34{\cdot}90\ m$. Hiezu $k \sin \alpha = 0{\cdot}13\ m$ gibt den Höhenunterschied 35·03 m

bei einem Winkel von 2° 17' auf II $H = 3{\cdot}481\ m$

„ „ „ „ 0° 13' „ III $H = 0{\cdot}331$ „

Ein anderer, sehr praktischer Tachymeterschieber ist der von Puller-Breithaupt (F. W. Breithaupt u. Sohn in Kassel). Es würde aber zu weit führen, alle derartigen Hilts-Instrumente hier zu beschreiben.

Kreistachymeter mit Okularfilar-Schraubenmikrometer.

A. nach Friedrich.

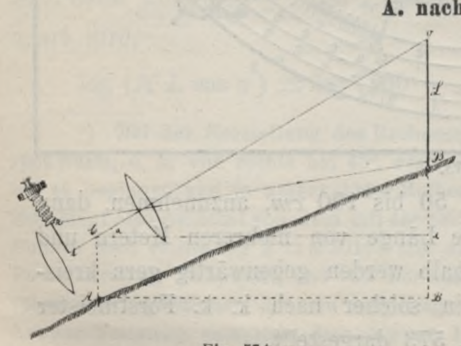


Fig. 574.

473. Es wäre die horizontale Entfernung und der Höhenunterschied zweier Punkte A und B in Fig. 574 zu ermitteln. In A wird ein mit einem Friedrich'schen Okularfilar-Schraubenmikrometer (siehe Nr. 49) versehenes Instrument zentrisch aufgestellt, in B wird die in Fig. 134 abgebildete, in Nr. 99 beschriebene Latte vertikal aufgestellt. Die Visur

über den festen Faden des Mikrometers wird auf den oberen Endpunkt v der Latte, d. h. auf eine der an der Latte befindlichen Zielscheiben eingestellt und die Visur über den beweglichen Faden durch Drehung der Schraube des Mikrometers auf den unten befindlichen Nullpunkt der Latte gebracht. Hiebei sollen die beiden Fäden soweit als möglich, wie es das Mikrometer gestattet, von einander entfernt sein; hierauf hat man daher bei der Visur über den festen Faden zu achten. Es werden nun folgende Ablesungen gemacht:

Der Horizontal- und Vertikalwinkel am Instrumente, die Anzahl Schraubenumdrehungen, welche nötig war zur Verschiebung des beweglichen Fadens, um diesen auf den Nullpunkt der Latte zu bringen, und die Größe des Lattenabschnittes zwischen dem Nullpunkt und der benutzten Zielscheibe. Nach Nr. 100 ergibt sich dann die horizontale Entfernung $AB' = D$ aus der Formel

$$D = K \frac{L \cos \alpha^2}{m + n} + L \sin \alpha \cos \alpha + k \cos \alpha.$$

In dieser Formel ist K die große, k die kleine Konstante des Instrumentes, L der Lattenabschnitt α der Neigungswinkel, welchen die Visur über den festen Faden mit der Horizontalen bildet, und n die Anzahl Schraubenumdrehungen, welche nötig waren, um den beweglichen Faden aus seiner Nullstellung auf den Nullpunkt der Latte zu bringen, und m der konstante Abstand zwischen dem festen Faden und der Nullstellung des beweglichen Fadens.

Der Höhenunterschied der beiden Punkte ist

$$BB' = H = vx + xB' - vB.$$

Hierin ist $vx = D \operatorname{tang} \alpha$, xB' ist die Instrumentshöhe J und vB ist die Höhe der oberen, über den festen Faden anvisierten Zielscheibe über dem Boden. Diese Höhe sei h genannt. Werden diese Werte in die obige Formel gesetzt, so ist

$$H = D \operatorname{tang} \alpha + J - h.$$

Wird jetzt für D dessen Wert aus der Distanzformel gesetzt, so ist

$$H = \left(K \frac{L \cos \alpha^2}{m + n} + L \sin \alpha \,.\, \cos \alpha + k \cos \alpha\right) \operatorname{tang} \alpha + J - h$$

Für tang α den Wert $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ gesetzt und die Multiplikation durchgeführt, ist

$$H = K \frac{L \cos \alpha^2}{m + n} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + L \sin \alpha \,.\, \cos \alpha \,.\, \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + k \cos \alpha \,.\, \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + J - h$$

oder nach Vereinfachung

$$H = K \frac{L \cos \alpha \,.\, \sin \alpha}{m + n} + L \sin \alpha^2 + k \sin \alpha + J - h$$

und wenn für $\cos \alpha \,.\, \sin \alpha$ der Wert $^1/_2 \sin 2\,\alpha$ gesetzt wird

$$H = {}^1/_2\, K \frac{L \sin 2\,\alpha}{m + n} + L \sin \alpha^2 + k \,.\, \sin \alpha + J - h.$$

Würde das Instrument im höheren und die Latte im tieferen Punkte stehen (Fig. 575), so ist die horizontale Entfernung $AB' = D$ nach Nr. 100

$$D = K \frac{L \cos \alpha^2}{m + n} - L \sin \alpha \cos \alpha + k \cos \alpha$$

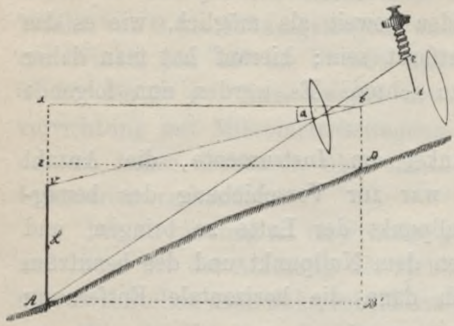


Fig. 575.

Der Höhenunterschied ist

$$BB' = AZ = H$$

und $H = xv + vA - xz$

oder $H = D \operatorname{tang} \alpha - J + h$,

weil aber hier der Höhenunterschied negativ zu nehmen ist, so ist

$$H = - D \operatorname{tang} \alpha + J - h.$$

Wird nun wieder für D dessen Wert aus der jetzt geltenden Distanzformel gesetzt, ferner für tang α der Wert $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, so ergibt sich nach Vereinfachung

$$H = - {}^1/_2 K \frac{L \sin 2 \alpha}{m + n} + L \sin \alpha^2 - k \sin \alpha + J - h$$

so daß also die Formeln für die Distanz und den Höhenunterschied allgemein lauten:

$$D = K \frac{L \cos \alpha^2}{m + n} \pm L \sin \alpha \,.\, \cos \alpha + k \cos \alpha \text{ und}$$

$$H = \pm {}^1/_2 K \frac{L \sin 2 \alpha}{m + n} + L \sin \alpha^2 \pm k \sin \alpha + J - h.$$

In beiden Formeln gelten die + Zeichen für den Fall, daß der Neigungswinkel α ein Höhenwinkel ist, die — Zeichen dagegen für Tiefenwinkel.

474. Das Friedrich'sche Okularfilar-Schraubenmikrometer kann auf Wunsch des Bestellers statt des gewöhnlichen Fadenmikrometers bei jedem Theodolit, Bussoleninstrument oder Tachymeter angebracht werden. Die erreichbare Genauigkeit ist jedenfalls viel größer als bei einem gewöhnlichen Fadenmikrometer, weil hier keine Ablesung eines veränderlichen Lattenabschnittes zu geschehen hat, sondern es können scharfe Zielpunkte anvisiert werden. Nach den Angaben von Friedrich beträgt die Genauigkeit bei Längenmessungen

	bis	100	*m*	0·108 %	
100	„	200	„	0·057 %	
200	„	300	„	0·082 %	
300	„	500	„	0·079 %	
500	„	700	„	0·091 %	
700	„	1000	„	0·090 %[1]	

[1]) Siehe: „Das optische Distanzmessen mit besonderer Berücksichtigung des Okularfilar-Schraubenmikrometers" von Josef Friedrich, Wien, 1881.

475. Selbstverständlich werden auch die in Nr. 473 entwickelten Formeln praktisch nicht ziffermäßig logarithmisch, sondern am besten mit Hilfe eines zweckmäßig eingerichteten Rechenschiebers gerechnet, welcher die gleichzeitige Ablesung der Produkte $K\frac{L \cos \alpha^2}{m+n}$ der Distanzformel und $\frac{1}{2}\, K\, \frac{L \sin 2\,\alpha}{m+n}$ der Höhenformel gestattet. Ein solcher Rechenschieber unterscheidet sich von dem früher beschriebenen nur dadurch, daß auf dem Schieber, und zwar auf dessen oberen gegen die Teilung A gekehrten Hälfte auch die Logarithmen von $m+n$, und zwar in anderer Farbe als die Logarithmen von $\frac{1}{2}\, K\, L \sin 2\,\alpha$ aufgetragen sind. Die Logarithmen von $m+n$ sind derart aufgetragen, daß der mit 10 bezeichnete Teilstrich gerade über dem Nullpunkte der Kosinus-Teilung liegt.

Ein derartiger Rechenschieber wurde von Friedrich mit der logarithmischen Einheit von 2 m konstruiert, welcher 3 m Länge hat. Auch werden kreisförmige Rechenschieber hergestellt.

Die Glieder $L \sin \alpha\,.\,\cos \alpha$ und $k\,.\,\cos \alpha$ der Distanzformel sowie $L \sin \alpha^2$ und $k \sin \alpha$ der Höhenformel müssen aus Tabellen entnommen werden.

B. Die Methoden von Tichy.

476. Oberförster A. Tichy hat für ein mit einem anallatischen Fernrohr und mit einem Okularfilar-Schraubenmikrometer versehenes Instrument drei Methoden der tachymetrischen Punktbestimmung angegeben, nämlich die Tichy'sche, die logarithmische und die trigonometrische Methode.

Die erste dieser Methoden gestattet das unmittelbare Ablesen von Distanz und Höhenunterschied an der tachymetrischen Latte. Das dazu notwendige Instrument, der Tachymeter nach Patent Tichy und Starke (von Starke u Kammerer in Wien) ist in Fig. 576 abgebildet. Dieses Instrument hat Theodolitform, aber ohne repetierenden Kreis und ohne Bussole. Die Alhidade hat zwei Nonien und zwei Kreuzlibellen.

Das Fernrohr ist anallatisch und mit einem Okularfilar-Schraubenmikrometer versehen. Der feste Faden des letzteren ist über den

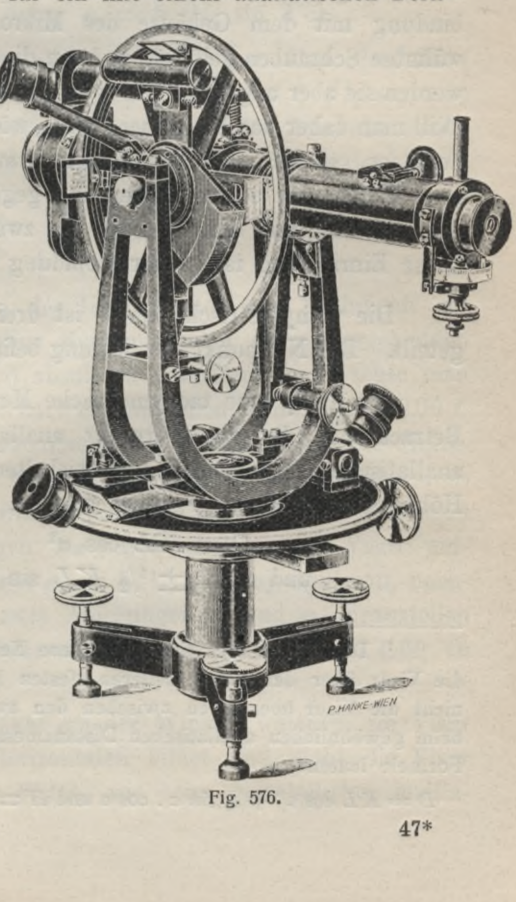


Fig. 576.

Nullzahn gespannt, und der Rechen hat außer dem Nullzahn noch fünf Zähne, so daß die äußerste Entfernung des beweglichen Fadens vom festen fünf Schraubenumdrehungen betragen kann. Dir Ablesung an der Trommel des Mikrometers gibt Hundertel einer Umdrehung direkt und Tausendtel durch Schätzung.

Auf dem Fernrohre ist eine Doppellibelle angebracht und derart justiert, daß sie einspielt, wenn die Visur über den festen Faden horizontal ist, dann spielt auch die Versicherungslibelle am Höhenkreise ein und die Ablesungen am Vertikalkreise sind 0.

Der Vertikalkreis enthält drei Teilungen mit Nonien, von denen weiter unten noch die Rede sein wird.

Um das Instrument nicht nur in der weiter unten erklärten Weise, sondern auch als gewöhnlichen anallatischen (Porro'schen) Distanzmesser mit festen Fäden benützen zu können, kann die Schraube des Okularfilar-Schraubenmikrometers festgeklemmt und dadurch der verschiebbare Faden fixiert werden. Zu diesem Zwecke ist um den Schraubenkopf ein aus zwei Teilen bestehender Ring gelegt; die beiden Ringe sind durch zwei Schrauben zusammengehalten, und der eine Ringteil ist durch einen Arm in Verbindung mit dem Gehäuse des Mikrometers. Sind die beiden eben erwähnten Schrauben gelüftet, so kann die Mikrometerschraube gedreht werden, werden sie aber angezogen, so wird die Schraube in dem Ringe festgeklemmt. Will man daher das Instrument als gewöhnlichen anallatischen Distanzmesser benützen, so wird der Mikrometerschraube eine solche Stellung, d. h. den zwei Fäden eine solche Entfernung gegeben, daß die Konstante genau 100 oder 200 ist, und dann werden die zwei erwähnten Schrauben angezogen.[1]) Diese Einrichtung ist in der Abbidung deutlich sichtbar.

Die tachymetrische Latte ist drei Meter lang und ist in Zentimeter geteilt. Der Nullpunkt der Teilung befindet sich 0·35 *m* vom unteren Ende.

Die Tichy'sche tachymetrische Methode ergibt sich nun aus folgender Betrachtung. Da das Fernrohr anallatisch ist, so kann von den beim anallatischen Distanzmessen entwickelten Formeln für die Distanz und den Höhenunterschied ausgegangen werden, nämlich von den Formeln

$$D = KL \cos \alpha^2$$

$$\text{und } H = \pm {}^1/_2\, KL \sin 2\,\alpha + J - h.$$

[1]) Da jedoch hier der abgelesene Neigungswinkel jener Winkel ist, welchen die Visur über den einen äußeren, festen Faden mit der Horizontalen bildet, und nicht die Visur über einen zwischen den zwei äußeren Fäden liegenden Faden wie beim gewöhnlichen anallatischen Distanzmesser, so müssen bei dieser Benützung die Formeln lauten:

$$D = KL \cos \alpha^2 \mp L \sin \alpha \,.\, \cos \alpha \text{ und } H = \pm {}^1/_2\, KL \sin 2\,\alpha \mp L \sin \alpha^2 + J - h.$$

Bei dem Tichy-Starke'schen Tachymeter muß die Mikrometerschraube so gestellt werden, daß die Entfernung des festen und des beweglichen Fadens von einander genau 5 Schraubenumdrehungen beträgt, wenn für die obigen Formeln $K = 100$ sein soll, und hiebei wird ein gewisser Lattenabschnitt L von den zwei Fäden abgeschnitten. Bezeichnet man die Anzahl der Schraubenumdrehungen mit n, so ist also $n = 5$ und hieraus $\frac{5}{n} = 1$ und man kann daher, ohne den Wert der obigen Formeln zu ändern, schreiben

$$D = \frac{5}{n} 100\ L \cos \alpha^2$$

$$\text{und } H = \pm \frac{5}{n_1} 100\ L_1\ {}^1/_2 \sin 2\,\alpha + J - h$$

oder wenn die Faktoren in anderer Reihenfolge geschrieben werden

$$D = \frac{5 \cos \alpha^2}{n} 100\ L$$

$$\text{und } H = \pm \frac{5\ ({}^1/_2 \sin 2\,\alpha)}{n_1} 100\ L_1 + J - h.$$

Nun sei ferner vorausgesetzt, es soll sein

$$\frac{5 \cos \alpha^2}{n} = 1, \text{ daher } n = 5 \cos \alpha^2$$

$$\text{und } \frac{5\ ({}^1/_2 \sin 2\,\alpha)}{n_1} = 1, \text{ daher } n_1 = 5\ ({}^1/_2 \sin 2\,\alpha),$$

d. h. würde man zuerst den Neigungswinkel der Visur über den fixen Faden messen und dann die beiden Produkte $5 \cos \alpha^2$ und $5\ ({}^1/_2 \sin 2\,\alpha)$ bilden, so geben diese beiden Produkte an, wie man die Schraube einzustellen hat, um dann aus den sich ergebenden beiden Lattenabschnitten einfach zu erhalten:

$$D = 100\ L$$

$$\text{und } H = 100\ L_1 + J - h.$$

Wären nun am Vertikalkreise des Instrumentes zwei Teilungen angebracht, welche für die verschiedenen Neigungswinkel die entsprechenden Größen $5 \cos a^2$ und $5\ ({}^1/_2 \sin 2\,\alpha)$ abzulesen gestatten, so brauchte man nur um Distanz und Höhenunterschied nach den einfachen Formeln $D = 100\,L$ und $H = 100\ L_1 + J - h$ zu bekommen, den festen Faden des Mikrometers auf den Nullpunkt der in dem betreffenden Punkte vertikal aufgestellten tachymetrischen Latte einzustellen und an den zwei Teilungen des Vertikalkreises die dem jetzigen Neigungswinkel α der Visur entsprechenden Größen $n = 5 \cos \alpha^2$ und $n_1 = 5\ ({}^1/_2 \sin 2\,\alpha)$ abzulesen, nacheinander die Schraube auf diese zwei Ablesungen n und n_1 einzustellen und die sich dabei ergebenden Lattenabschnitte L und L_1 mit 100 zu multiplizieren.

Nun ist aber der Neigungswinkel α jener Winkel, welchen die Visur über den festen Faden mit der Horizontalen bildet und nicht die Visur durch die Mitte zwischen den zwei Fäden, wie beim gewöhnlichen anallatischen Distanzmesser. Aus diesem Grunde müssen daher die Formeln für die Distanz und den Höhenunterschied lauten

$$D = \frac{5 \cos \alpha^2}{n} 100\, L \mp L \sin \alpha \,.\, \cos \alpha$$

$$\text{und } H = \pm \frac{5\,(^1/_2 \sin 2\,\alpha)}{n_1} 100\, L_1 \mp L_1 \sin \alpha^2 + J - h$$

oder

$$D = \left(\frac{5 \cos \alpha^2}{n} \mp \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{100}\right) 100\, L$$

$$\text{und } H = \pm \left(\frac{5\,[^1/_2 \sin 2\,\alpha]}{n_1} \mp \frac{\sin \alpha^2}{100}\right) 100\, L_1 + J - h.$$

Sollen nun die Faktoren in den Klammern gleich 1 werden, damit $D = 100\, L$ und $H = 100\, L_1 + J - h$ wird, so muß

$$n = \frac{5 \cos \alpha^2}{1 \pm \frac{\sin \alpha \,.\, \cos \alpha}{100}} \text{ und } n_1 = \frac{5\,(^1/_2 \sin 2\,\alpha)}{1 \pm \frac{\sin \alpha^2}{100}}$$

Diese Werte müssen also am Vertikalkreise für die verschiedenen Neigungswinkel der Visur über den festen Faden angegeben sein.

Der oben beschriebene Tachymeter hat daher am Vertikalkreise drei Teilungen: eine ist eine gewöhnliche Gradteilung, welche die Neigungswinkel der Visur über den festen Faden mit der Horizontalen angibt. Die zweite, für die Distanzen bestimmte Teilung ist mit D bezeichnet, sie beginnt mit dem Teilstriche 5·00, welcher dem Neigungswinkel $\alpha = 0$ und daher auch $H = 0 + J - h$ entspricht. Die Teilung geht nach beiden Seiten derart, daß die Zahlen kleiner werden als 5·00 und die letzten Teilstriche einem Neigungswinkel von $\pm\, \alpha = 45^0$ entsprechen. Die dritte Teilung, mit $\pm\, H$ bezeichnet, dient für die Höhenunterschiede; sie beginnt mit dem Teilstriche 0·00, der dem Neigungswinkel $\alpha = 0$ entspricht, und geht ebenfalls nach beiden Seiten bis zu dem dem Neigungswinkel $\pm\, \alpha = 45^0$ entsprechenden Teilstriche.

Ist die Visur über den festen Faden genau horizontal und spielt die Doppellibelle am Fernrohre genau ein, so müssen diese drei Teilungen die Ablesungen 0^0, 5·00 und 0·00 geben und die Versicherungslibelle des Höhenkreises muß ebenfalls einspielen.

Hieraus ergibt sich also der schon oben erwähnte Gebrauch des Tachymeters. Die Visur über den festen Faden wird auf den Nullpunkt der Latte eingestellt und nun an den beiden, mit D und $\pm\, H$ bezeichneten Teilungen die Werte n und n_1 abgelesen, worauf die Mikrometerschraube nacheinander auf die Werte n und n_1 eingestellt und die abgelesenen Lattenabschnitte L und L_1 mit 100 multipliziert werden, und es ist $D = 100\, L$ und $H = 100\, L_1 + J - h$. In letzterer Formel ist natürlich J wieder die Instrumentshöhe, h ist stets 0·35 m, nämlich die Entfernung des Nullpunktes der Latte vom Boden.

477. Für die logarithmische und trigonometrische Methode dient der in Fig.. 577 abgebildete logarithmische Universal-Tachymeter nach Patent Tichy und Starke (von Starke und Kammerer in Wien). Dieses Instrument zeigt gegen das in Fig. 576 abgebildete nur wenige Verschiedenheiten. Der Horizontalkreis ist repetierend, die Alhidade mit einer Orientierungsbussole versehen. Das anallatische Fernrohr ist ebenfalls mit einem Okularfilar-Schraubenmikrometer versehen, bei welchem aber der feste Faden, der auf den Nullpunkt der Latte einzustellen ist, sich unten befindet und der bewegliche oben, weil der Nullpunkt der zugehörigen Latte sich oben befindet, daher durch die Umkehrung des Bildes nach unten kommt.

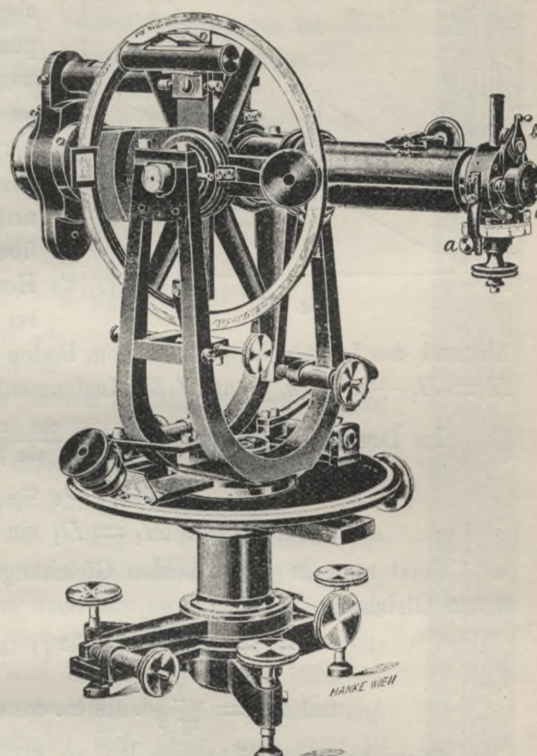


Fig. 577.

Der feste Faden ist genau über den Nullzahn gespannt, der Zahnrechen hat außer dem Nullzahn noch fünf Zähne, und wenn der bewegliche Faden auf den fünften Zahn eingestellt wird, wobei die Trommel die Ablesung Null gibt, ist die Konstante $K = 100$. In dieser Stellung kann die Mikrometerschraube durch die Schraube a festgeklemmt werden, so daß man mit dem festen, der Konstante 100 entsprechenden Fadenabstand auch wie mit einem gewöhnlichen anallatischen Distanzmesser arbeiten kann.

Das Okular kann durch den exzentrischen Hebel b auf- oder abwärts bewegt werden, so daß man es einmal auf den unteren festen und dann auf den oberen beweglichen Faden genau zentrisch einstellen kann.[1])

Neben der Schraubentrommel ist statt eines einfachen Indexstriches ein logarithmischer Bogen c angebracht, von dem noch weiter unten die Rede sein wird.

---

[1]) Dem Instrumente sind zwei orthoskopische Okulare beigegeben, mit welchen das Fernrohr 27 oder 35 malige Vergrößerung gibt.

Angenommen, es sei in Fig. 578 wieder die horizontale Entfernung $AB' = D$ und der Höhenunterschied $BB' = H$ der beiden Punkte A und B zu ermitteln. Co ist die Visur über den festen Faden nach dem oben an der Latte befindlichen Nullpunkt, Cu die Visur über den beweglichen Faden. Der Abstand ou an der Latte sei mit L bezeichnet, der Winkel oCu, den die beiden Visuren miteinander bilden, mit β und der Winkel oCi, den die Visur über den festen Faden mit der Horizontalen bildet, mit α. Ferner sei oi mit H_1 und oB, d. h. der Abstand des Latten-Nullpunktes vom Boden mit h bezeichnet. Es ist dann $H = H_1 + J - h$, wenn J die Instrumentshöhe ist.

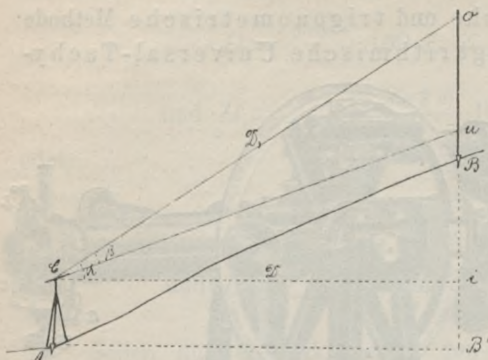


Fig. 578.

Im Dreiecke Cou ist $D_1 = L \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sin \beta}$ und im Dreiecke Coi ist

$$D = D_1 \cos \alpha$$

$$\text{und } H_1 = D_1 \sin \alpha$$

Setzt man in diese beiden Gleichungen den Wert für D_1 nach der ersten Gleichung, so ist

$$D = \frac{L}{\operatorname{tg} \beta} . \cos \alpha^2 (1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)$$

$$\text{und } H_1 = \frac{L}{\operatorname{tg} \beta} . \sin \alpha . \cos \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha . \operatorname{tg} \beta)$$

Diese beiden Gleichungen dienen für die logarithmische und trigonometrische Methode.

Wie schon erwähnt wurde, sind bei den Tachymetern von Tichy und Starke die Okularfilar-Schraubenmikrometer so eingerichtet, daß der feste Faden über den Nullzahn gestellt ist, und wenn der bewegliche Faden auf den fünften Zahn eingestellt wird, so ist die Konstante $K = 100$, wenn man mit festem Fadenabstand wie mit einem gewöhnlichen anallatischen Distanzmesser arbeiten wollte.

Es ist also auf horizontalem Boden $D = 100\, L$, oder wenn $L = 1\, m$ ist, so ist $D = 100\, m$. Bezeichnet man den Winkel, welchen die Visuren über die in diesem festen Abstande befindlichen Fäden bilden, mit β_0, so ist

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{L}{D} = \frac{1}{100}$$

oder da der Winkel klein ist, kann statt der tang. der arc. gesetzt werden, und dann ist

$$\beta_0'' = \frac{206265}{100} = 2062{\cdot}65''.$$

Setzt man nun in die zwei Gleichungen für D und oi für $\operatorname{tg} \beta_0$ den Wert 0·01, so ist

$$D = 100\, L \cos \alpha^2 (1 + 0{\cdot}01 \operatorname{tg} \alpha)$$

$$\text{und} \quad H_1 = 100\, L \sin \alpha \,.\, \cos \alpha (1 + 0{\cdot}01 \operatorname{tg} \alpha).$$

Nach Logarithmierung dieser beiden Gleichungen ist

$$\log D = \log (100\, L) + \log \left[\cos \alpha^2 (1 + 0{\cdot}01 \operatorname{tg} \alpha)\right]$$

$$\log H_1 = \log (100\, L) + \log \left[\sin \alpha \,.\, \cos \alpha (1 + 0{\cdot}01 \operatorname{tg} \alpha)\right]$$

Bezeichnet man die zweiten Glieder dieser beiden Formeln mit A und B, nämlich

$$\log \left[\cos \alpha^2 (1 + 0{\cdot}01 \operatorname{tg} \alpha)\right] = A$$

$$\text{und} \quad \log \left[\sin \alpha \,.\, \cos \alpha (1 + 0{\cdot}01 \operatorname{tg} \alpha)\right] = B, \text{ so ist}$$

$$\log D = \log (100\, L) + A$$

$$\log H_1 = \log (100\, L) + B$$

Die ersten Glieder dieser beiden Gleichungen werden an der logarithmischen Latte abgelesen, die Glieder A und B aber für den gemessenen und am Vertikalkreise des Tachymeters abgelesenen Neigungswinkel α aus Tafeln entnommen.[1])

Fig. 579.

Die logarithmische Latte ist in Fig. 579 abgebildet. Sie hat entweder nur die logarithmische Teilung oder sie besteht, wie in der Abbildung, der Länge nach aus zwei Hälften, welche durch Scharnieren miteinander verbunden sind und zusammengeklappt werden können. Die eine Hälfte enthält die logarithmische Teilung, die andere eine gewöhnliche Zentimeterteilung. Der Nullpunkt der Teilung befindet sich oben, und zwar 2, 2·5 oder 3 m über dem Fußpunkte der Latte, so daß er bei dem umgekehrten Bilde im Fernrohre unten erscheint. Auf den Nullpunkt wird der untere, feste Faden des Mikrometers eingestellt. Als kürzeste tachymetrisch zu bestimmende Distanz ist 10 Meter angenommen. Der dieser Entfernung entsprechende Lattenabschnitt ist 0·1 m, da die Konstante $K = 100$ ist, der hundertfache Lattenabschnitt somit 10 Meter und da $\log 10 = 1$, so ist dieser Punkt mit 1 bezeichnet. Statt der Ziffer 1 ist aber ein weißer Punkt angebracht. Für den Lattenabschnitt $L = 1\ m$ ist der Logarithmus 2, da der hundertfache Lattenabschnitt 100 m und $\log 100 = 2$ ist, daher ist in einer Entfernung von 1 Meter vom Nullpunkte der betreffende Teilungspunkt statt mit der Ziffer 2 mit zwei weißen Punkten bezeichnet und außerdem mit einer Null. Die Zehntel der Teilung zwischen den die Einheiten anzeigenden Punkten sind mit Ziffern 1 bis 9 bezeichnet. Die

[1]) Logarithmisch-tachymetrische Tafeln für den Gebrauch des logarithmischen Tachymeters nach Patent Tichy und Starke von G. Starke. Wien, L. W. Seidel u. Sohn.

Hundertel (zwischen den Zehnteln) durch weiße Dreiecke. Wenn somit die Visur über den unteren festen Faden auf den Nullpunkt der Latte, und der bewegliche Faden auf den fünften Zahn des Mikrometers eingestellt ist, wobei $K = 100$ ist, so kann man das erste Glied der Distanz und Höhenformel, nämlich log $(100\,L)$ an der Latte bis auf zwei Dezimalstellen direkt ablesen. Die dritte und vierte Dezimalstelle dieses Logarithmus wird mit dem bei der Beschreibung des Tachymeters erwähnten, neben der Trommel des Mikrometers angebrachten, logarithmischen Bogen bestimmt.

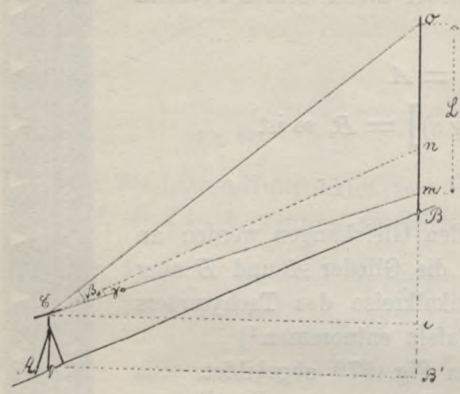


Fig. 580.

Angenommen, die Visur über den festen Faden ist auf den Nullpunkt o der Latte eingestellt, und (Fig. 580) die Visur über den auf den fünften Zahn des Mikrometers gestellten beweglichen Faden trifft den Punkt m an der Latte, so ist nach den früheren Ausführungen der Winkel $o\,C\,m = \beta_0 = 2062{\cdot}65''$. Angenommen ferner, der von der Visur über den beweglichen Faden getroffene Punkt an der Latte falle zufällig genau zusammen mit einem Teilstrich, n sei der vorhergehende Teilstrich (Hundertel) und das Stückchen mn (ein Hundertel) an der Latte sei mit p bezeichnet, om ist der Lattenabschnitt L, so ist

$$\log L - \log (L - p) = 0{\cdot}01$$

$$\text{oder } \log \left(\frac{L}{L-p}\right) = 0{\cdot}01.$$

Da zu dem Logarithmus $0{\cdot}01$ die Zahl $1{\cdot}023293$ gehört, so ist somit

$$\frac{L}{L-p} = 1{\cdot}023293 \text{ und } p = 0{\cdot}0227268\ L$$

daher auch der Winkel $n\,C\,m = \gamma_0 = 0{\cdot}0227268\ \beta_0$.

Da nun $\beta_0 = 2062{\cdot}65''$, so ist

$$\gamma_0 = 0{\cdot}0227628\ \beta_0 = 46{\cdot}95''.$$

Wenn also der bewegliche Faden auf den fünften Zahn gestellt ist und zufällig mit einem Teilstrich an der Latte zusammenfällt, so erscheint das Stückcken der Latte bis zum vorhergehenden Teilstrich (ein Hundertel) unter einem von der Entfernung unabhängigen konstanten Winkel von $46{\cdot}95''$. Ein Zehntel dieses Teiles würde unter dem Winkel $4{\cdot}695''$ erscheinen.

Neben der Trommel des Mikrometers ist nun statt eines einfachen Indexstriches ein Bogen angebracht, auf welchem zehn gleiche Teile aufgetragen sind. Die Entfernung des letzten Teilstriches von dem den Indexstrich vertretenden Nullpunkte ist so groß, daß sie einer Drehung der Trommel um 46·95″ entspricht, folglich entspricht ein Teil des Bogens 4·695″ und gibt somit die dritte Dezimalstelle (Tausendtel) der Lattenteilung; die vierte Dezimalstelle kann noch abgeschätzt werden.

Will man also den Wert log (100 L) auf vier Dezimalstellen ermitteln, so wird der bewegliche Faden auf den fünften Zahn gestellt und die Visur über den festen Faden auf den Nullpunkt der Latte eingestellt. Die Visur über den beweglichen Faden wird nun einen Punkt u an der Latte treffen (Fig. 581), der in der Regel nicht mit einem Teilstriche zusammenfallen, sondern zwischen zwei Teilstriche m und n fallen wird. Man liest nun an der Latte den Lattenabschnitt on bis auf zwei Dezimalen direkt ab, dreht dann die Mikrometerschraube, bis der bewegliche Faden den nächsten Teilstrich n gegen den Nullpunkt zu trifft und liest jetzt am logarithmischen Bogen neben der Trommel des Mikrometers die dritte Dezimalstelle direkt ab und schätzt die vierte.

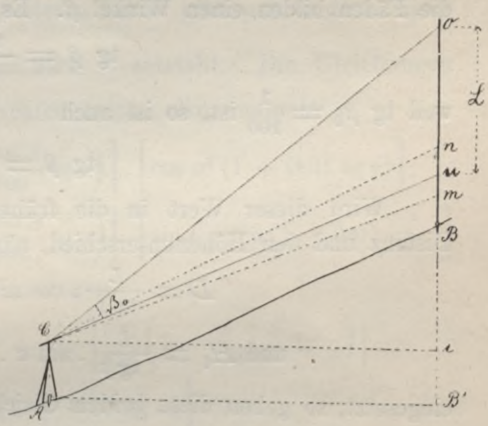


Fig. 581.

Mit dem so auf vier Dezimalen bestimmten log (100 L) und den, wie oben erwähnt, aus den Tafeln entnommenen Werten A und B kann man nun die Distanz und den Höhenunterschied leicht bestimmen. Selbstverständlich ist H_1 positiv, wenn der Neigungswinkel α ein Höhenwinkel, dagegen negativ, wenn α ein Tiefenwinkel ist.

Die mit dieser Methode erreichbare Genauigkeit in der Distanzbestimmung beträgt nach den Untersuchungen des Ingenieur Demarteau 0·027 % oder $\frac{1}{3700}$. Diese Methode übertrifft daher alle anderen tachymetrischen Methoden und kann mit vollem Rechte als Präzisions-Tachymetrie bezeichnet werden.

478. Die in der vorigen Nummer beschriebene logarithmische Methode leidet an dem Nachteile, daß sowohl der Nullpunkt der Latte, auf welchem der feste Faden eingestellt wird, als auch jener Punkt, wo die Visur über den auf den fünften Zahn gestellten beweglichen Faden die Latte trifft, sichtbar sein muß. In bewachsenem Terrain wird aber oft der eine oder andere oder beide Punkte nicht sichtbar sein, wohl aber andere Lattenteile. In diesem Falle kann man die trigonometrische Methode anwenden, welche immer benützbar ist, sobald man nur irgend einen Lattenabschnitt von mehreren Dezimetern Länge sieht.

Wenn der bewegliche Faden auf den fünften Zahn eingestellt ist, so beträgt der Abstand zwischen dem festen und dem beweglichen Faden genau fünf Schraubenganghöhen, diese Zahl sei mit S_0 bezeichnet, also $S_0 = 5$. In diesem Falle ist der Winkel, den die Visuren über die beiden Fäden bilden, $\beta = 2062{\cdot}65''$. Angenommen nun, der bewegliche Faden ist nicht auf den fünften Zahn eingestellt, sondern er befinde sich an einer beliebigen Stelle zwischen dem Nullzahne und dem fünften Zahn, so daß der Abstand der zwei Fäden von einander S Schraubenganghöhen beträgt, wobei irgend ein Lattenabschnitt L zwischen den Fäden erscheint und die Visuren über die Fäden bilden einen Winkel β. Es ist nun

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta_0}{5} . S,$$

weil $\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{1}{100}$ ist, so ist auch

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{S}{500}.$$

Wird dieser Wert in die früher entwickelten Gleichungen für die Distanz und den Höhenunterschied, nämlich

$$D = \frac{L}{\operatorname{tg} \beta} . \cos \alpha^2 \, (1 + \operatorname{tg} \alpha \, . \operatorname{tg} \beta)$$

$$\text{und } H_1 = \frac{L}{\operatorname{tg} \beta} . \sin \alpha \, . \cos \alpha \, (1 + \operatorname{tg} \alpha \, . \operatorname{tg} \beta)$$

eingesetzt, so gehen diese beiden Gleichungen über in

$$D = \frac{5}{S} . \, 100 \, L \cos \alpha^2 \left(1 + \frac{S}{500} \operatorname{tg} \alpha\right)$$

$$\text{und } H_1 = \frac{5}{S} . \, 100 \, L \sin \alpha \, . \cos \alpha \left(1 + \frac{S}{500} \operatorname{tg} \alpha\right).$$

Wenn der Faktor $\left(1 + \frac{S}{500} \operatorname{tg} \alpha\right)$ in zwei Faktoren zerlegt wird, von denen einer $(1 + 0{\cdot}01 \operatorname{tg} \alpha)$ ist, so ist

$$\left(1 + \frac{S}{500} \operatorname{tg} \alpha\right) = (1 + 0{\cdot}01 \operatorname{tg} \alpha \left(1 - \frac{5 - S}{500} \operatorname{tg} \alpha\right).$$

Wird dieser Wert in die unmittelbar vorhergehenden zwei Formeln für D und H_1 eingesetzt, so lauten diese

$$D = 100 \, L \frac{5}{S} \left(1 + \frac{5 - S}{500} \operatorname{tg} \alpha\right) \cos \alpha^2 \, (1 + 0{\cdot}01 \operatorname{tg} \alpha)$$

$$\text{und } H = 100 \, L \frac{5}{S} \left(1 - \frac{5 - S}{500} \operatorname{tg} \alpha\right) \sin \alpha \, . \cos \alpha \, (1 + 0{\cdot}01 \operatorname{tg} \alpha).$$

Um bei der logarithmischen Berechnung dieser Gleichungen keine negativen Logarithmen zu bekommen, müssen die einzelnen Faktoren so dargestellt werden, daß sie stets größer als 1 werden.

Der Faktor $\left(1 - \frac{5 - S}{500} \operatorname{tg} \alpha\right)$ ist bei allen Höhenwinkeln kleiner als 1, er muß daher mit irgend einem Faktor x multipliziert werden, damit das Produkt dieser zwei Faktoren selbst für den kleinsten Wert des obigen Faktors gleich 1 werde. Ist $S = 1$ und $h = 45^0$, so ist dieser kleinste Wert des obigen Faktors, da tg $45^0 = 1$ ist $\left(1 - \frac{4}{500}\right)$, es muß also sein

$$x\left(1 - \frac{4}{500}\right) = 1 \text{ und daher } x = \frac{500}{496}$$

Um aber durch Hinzufügung dieses Faktors den Wert der letzten Gleichungen für die Distanz und den Höhenunterschied nicht zu stören, muß noch ein weiterer Faktor mit dem reziproken Werte des Faktors x, also der Faktor $\frac{496}{500}$ beigefügt werden. Diesen letzteren Faktor gibt man zu dem Faktor $100\ L$, aus welchem dann $\frac{49600}{500} L = 99{\cdot}2\ L$ entsteht. Die Gleichungen für die Distanz und den Höhenunterschied lauten also nunmehr

$$D = (99{\cdot}2\ L)\left(\frac{5}{S}\right)\left[\frac{500}{496}\left(1 - \frac{5-S}{500}\operatorname{tg}\alpha\right)\right].\left[\cos\alpha^2\,(1 + 0{\cdot}01\operatorname{tg}\alpha)\right]$$

und $$H_1 = (99{\cdot}2\ L)\left(\frac{5}{S}\right)\left[\frac{500}{496}\left(1 - \frac{5-S}{500}\operatorname{tg}\alpha\right)\right].\left[\sin\alpha\cos\alpha\,(1 + 0{\cdot}01\operatorname{tg}\alpha)\right]$$

und nach Logarithmierung dieser Gleichungen

$$\log D = \log\,(99{\cdot}2\ L) + \log\left(\frac{5}{S}\right) + \log\left[\frac{500}{496}\left(1 - \frac{5-S}{500}\operatorname{tg}\alpha\right)\right] + \\ + \log\left[\cos\alpha^2\,(1 + 0{\cdot}01\operatorname{tg}\alpha)\right]$$

$$\log H_1 = \log\,(99{\cdot}2\ L) + \log\left(\frac{5}{S}\right) + \log\left[\frac{500}{496}\left(1 - \frac{5-S}{500}\operatorname{tg}\alpha\right)\right] + \\ + \log\left[\sin\alpha\,.\cos\alpha\,(1 + 0{\cdot}01\operatorname{tg}\alpha)\right]$$

Da die einzelnen Glieder dieser Gleichungen in Tabellen gebracht werden können, wird die scheinbar sehr umständliche Rechnung sehr vereinfacht.

Der Vorgang bei dieser Methode ist folgender. Durch Drehung des Fernrohres wird der feste Faden des Schraubenmikrometers auf den Nullpunkt oder irgend einen bezifferten Teilstrich (Dezimeter) der in Zentimeter geteilten Latte eingestellt, so daß irgend ein anderer bezifferter Teilstrich (Dezimeter) der Latte in die Nähe des zunächst noch auf dem fünften Zahn stehenden beweglichen Fadens kommt, welch letzterer durch geringe Drehung der Mikrometerschraube auf diesen Teilstrich gebracht wird. Nun notiert man den zwischen den zwei Fäden erscheinenden Lattenabschnitt, der eine ganze Anzahl von Dezimetern beträgt, ferner notiert man den Abstand der beiden Fäden in Schraubenumdrehungen S, der sich aus der Anzahl der Zähne und der Ablesung an der Trommel ergibt, endlich notiert man die Höhe h des vom festen Faden anvisierten Punktes an der Latte über dem Boden und den Neigungswinkel α. Schließlich wird auch die Instrumentshöhe J gemessen.

Aus den auf Seite 729 erwähnten Tafeln von G. Starke entnimmt man nun mittels des notierten Lattenabschnittes L einen Wert λ, mit dem Fadenabstand S einen Wert σ, ferner mit dem Neigungswinkel α und S einen Wert δ und endlich für die beiden letzten Glieder der zwei Formeln die schon bei der logarithmischen Methode erwähnten Glieder A und B und erhält dann

$$\log D = \lambda + \sigma + \delta + A$$

$$\log H' = \lambda + \sigma + \delta + B$$

und schließlich ist $H = H' + J - h$.[1])

Schiebetachymeter.

479. Es sei in Fig. 582 die horizontale Entfernung $ab' = D$ und der Höhenunterschied $bb' = H$ der beiden Punkte a und b zu bestimmen. In a sei ein Instrument aufgestellt, derart, daß sein Mittelpunkt C, in dem auch die Drehungsachse des Fernrohres liegt, vertikal über dem Punkte a sich befindet; das Fernrohr sei mit parallelen Distanzfäden versehen. Im Punkte b sei eine Latte aufgestellt, nicht vertikal, sondern derart, daß sie senkrecht steht zur Visur Cm über den mittleren Faden des Fadenkreuzes, und daß der Punkt m, wo diese Visur die Latte trifft, vertikal liegt über dem Punkte b. Die Visuren über die zwei äußeren Fäden treffen die Latte in den Punkten o und u, und die Subtraktion der beiden Ablesungen an der Latte ergibt den Lattenabschnitt $o - u = L$. Ist K die große und k die kleine Konstante des Distanzmessers, so ist die schiefe Entfernung $Cm = KL + k$. Außen am Fernrohre sei ein Lineal AA befestigt mit einer beliebigen Teilung, deren Nullpunkt in C sich befindet; dieses Lineal ist parallel zur Visierlinie über den mittleren Faden und wird mit dem Fernrohre, an dem es angeschraubt ist, auf- oder niederbewegt. Ein zweites Lineal BB sei horizontal unterhalb des Fernrohres, also parallel mit der Horizontalen Ci befestigt und enthalte dieselbe Teilung, wie das Lineal AA mit dem Nullpunkte in B. Ein drittes Lineal DE sei vertikal und von links nach rechts verschiebbar angebracht; darauf sei dieselbe Teilung angebracht wie auf den zwei anderen Linealen, der Nullpunkt

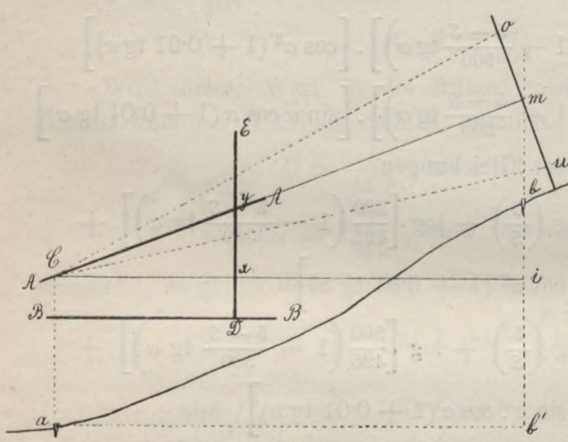


Fig. 582.

[1]) Bei der Entwicklung der logarithmischen und trigonometrischen Methode wurde dem Handbuche der niederen Geodäsie von Hartner-Wastler gefolgt.

befinde sich in der Richtung der Horizontalen Ai, also bei x, und die Teilung geht nach oben und unten. Das Lineal DE sei aber auch in vertikaler Richtung verschiebbar.

Aus dem Dreiecke Cmi folgt:

$$Cm : Cy = Ci : Cx = mi : yx.$$

Bestimmt man den Lattenabschnitt L aus der Differenz der Lattenablesungen $o - u$, dann die schiefe Entfernung $Cm = KL + k$, was, wenn die Konstante $K = 100$ ist, leicht im Kopfe geschehen kann, und verschiebt jetzt das vertikale Lineal DE von links gegen rechts oder umgekehrt, so daß die Anzahl der Teile Cy am Lineale AA, der Anzahl Meter der schiefen Entfernung Cm entspricht, so gibt die Zahl der Teile am Lineale BB nämlich das Stück $BD = Ax$ die horizontale Entfernung D und die Zahl der Teile am Lineale DE, nämlich von x bis y die Höhe mi in Metern. Die horizontale Distanz wird also unmittelbar am Lineale BB abgelesen. Der Höhenunterschied H ergibt sich, wenn J die Instrumentshöhe $Ca = ib'$, und h die Höhe der Visur über den mittleren Faden vom Boden ist, aus der Gleichung $H = mi + J - h$. Wäre $J = h$, so ist $J - h = o$ und daher $H = mi$. Ist $J > h$, so ist die Differenz $J - h$ zu der Ablesung am Lineale DE zu addieren, dagegen ist diese Differenz zu subtrahieren, wenn $J < h$ ist. Da das Lineal DE in vertikaler Richtung verschiebbar ist, so kann man es, d. h. den Nullpunkt der Teilung um eben so viele Teile nach unten oder nach oben verschieben, als $J - h$ Meter, und zwar $+$ oder $-$ beträgt, so daß dann der Höhenunterschied H direkt durch die Ablesung am Lineale DE erhalten wird.

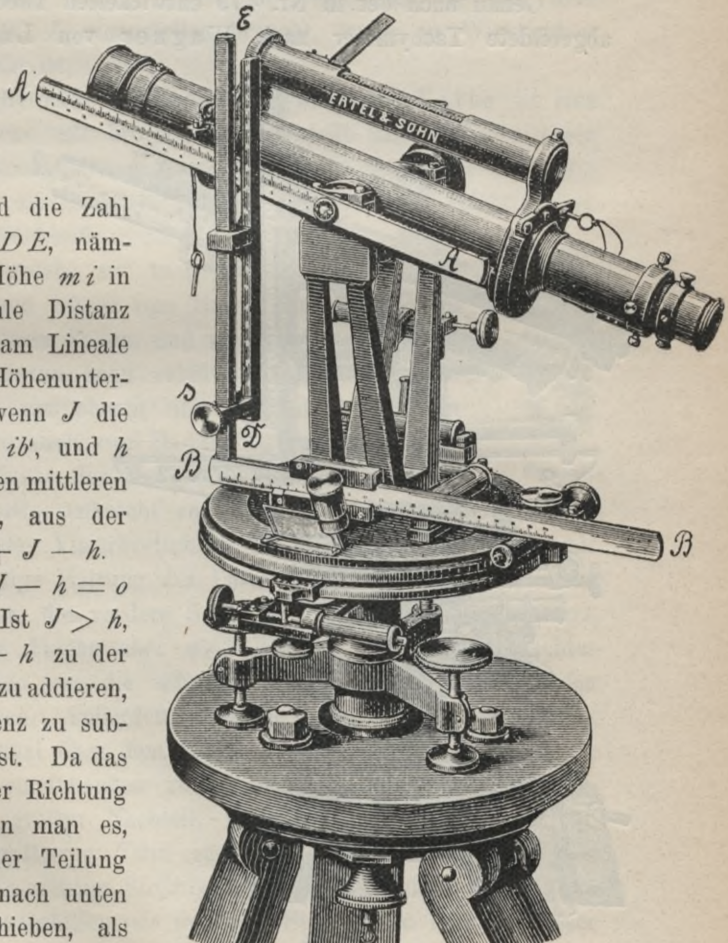


Fig. 583.

480. Nach dem in der vorigen Nummer erläuterten Prinzipe ist der in Fig. 583 abgebildete Tachymeter nach Prof. Kreuter's Konstruktion

von T. Ertel und Sohn in München gebaut. Die Konstruktion ist aus der Abbildung ohneweiters ersichtlich und bedarf keiner näheren Erklärung. Gegen die in der vorigen Nummer angenommene Einrichtung zeigt sich nur die Abweichung, daß das Lineal BB, welches die horizontalen Distanzen gibt, mit dem Lineale DE verbunden und mit diesem verschoben wird. Der Index für die Ablesung liegt vertikal unter der Drehungsachse des Fernrohres. Das Lineal DE gestattet nach Lüftung der Klemmschraube s eine Verschiebung in vertikaler Richtung, um den Nullpunkt um die Größe $J - h$ verstellen und dadurch direkt die Höhenunterschiede der beiden Punkte ablesen zu können.

Genau nach der in Nr. 479 entwickelten Theorie ist der in Fig. 584 abgebildete Tachymeter nach Wagner von Ludwig Tesdorpf in Stuttgart gebaut. Das Lineal DE ist an einem rechtwinkligen Dreieck, dem sogenannten Projektionswinkel angebracht, welch letzterer auf Rollen leicht verschiebbar ist. Das Lineal DE kann mittels der Mikrometerschraube bei E um eine geringe Größe, etwa 15 mm in vertikaler Richtung verschoben werden, um den Nullpunkt um die Differenz $J - h$ verschieben zu können. h ist bei diesem Instrumente stets 1·5 m zu nehmen, und dient hiezu eine eigens eingerichtete Latte. Der Nullpunkt des Nonius für die Ablesung am Lineale DE ist daher um 1·5 m nach unten verschoben. Ist die Instrumentshöhe kleiner als 1·5 m, so muß daher das Lineal DE um die Differenz nach oben gerückt werden. Für die Messung dieser Verschiebung dient ein eigener Nonius. Die drei Lineale sind aus weißem Zelluloid und es sind auch für die Ablesung an den Linealen AA und BB Nonien vor-

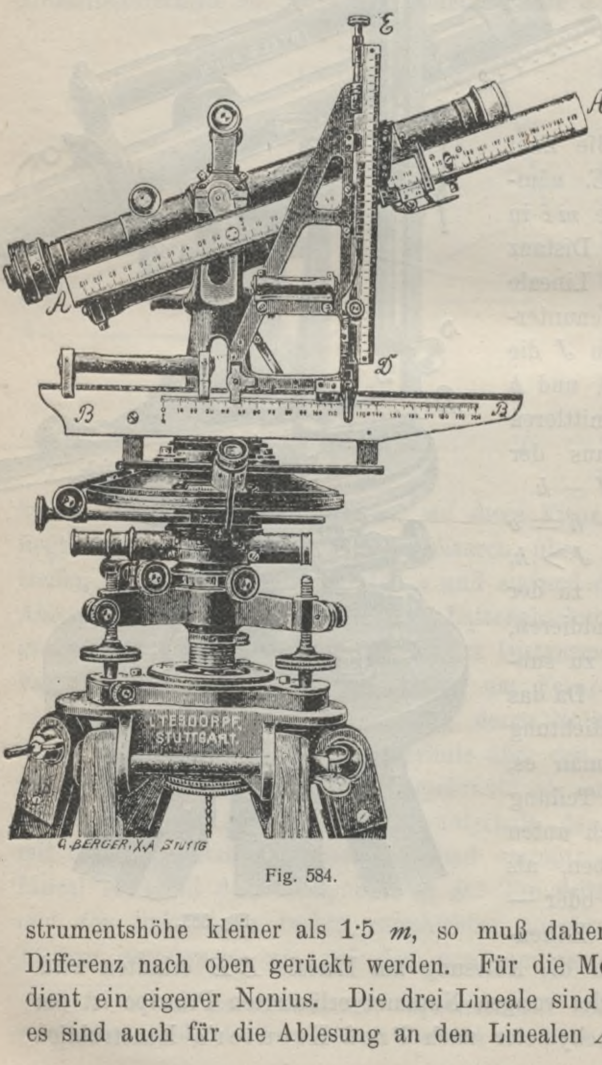


Fig. 584.

handen. Das Lineal DE ist nicht beziffert, sondern man schreibt in jedem Standpunkte selbst mit Bleistift von zehn zu zehn Meter derart die Bezifferung dazu, daß man mit Hilfe der Mikrometerschraube E den Nullpunkt des Nonius für das Lineal DE genau auf die Meereshöhe des Instrument-Standpunktes (bei horizontaler Visur) einstellen kann, worauf man noch die Verschiebung um die Differenz $J - h$ vornimmt, so daß dann die Ablesungen bei den einzelnen Visuren direkt die Meereshöhen der Punkte angeben. Um bei der Bildung des Produktes $KL = 100\ L$ für die schiefe Entfernung nicht erst noch k addieren zu müssen, ist der Nonius für die Einstellung des Projektionswinkels am Lineale AA, um die der kleinen Konstanten k entsprechende Anzahl Teilstriche verschoben, so daß man bloß auf das Produkt 100 L einzustellen braucht, wobei in Wirklichkeit auf 100 $L + k$ eingestellt ist.

Die zu diesem Tachymeter gehörende tachymetrische Latte ist eine 4·5 m lange Latte, welche auf beiden Seiten geteilt ist. Auf der einen Seite hat sie eine Zentimeterteilung, deren Nullpunkt am Fuße der Latte sich befindet und welche als Selbstableselatte zum Nivellieren benützt wird. In Figur 585 ist diese Rückseite sichtbar.

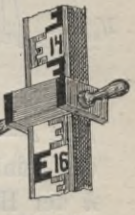


Fig. 585.

Die zweite Seite, welche zur tachymetrischen Aufnahme dient, hat in der Höhe von 1·5 m vom Boden eine Marke zum Anvisieren mit dem mittleren Faden, und von hier aus geht die Teilung nach oben und unten, man erhält also L durch Summierung der Ablesungen am oberen und unteren Faden. An dieser Stelle hat die Latte auch zwei Handhaben und ein Visierbrettchen, über dessen Kante der Meßgehilfe nach dem Instrumente visiert, um die Latte senkrecht zur Visur über den mittleren Faden zu halten. Die Kante des Visierbrettchens ist also genau senkrecht zur Latte gestellt. Die richtige Haltung der Latte kann vom Instrumente aus kontrolliert werden, indem die vordere Seite des Visierbrettchens schwarz, dessen obere und untere Fläche aber weiß lackiert ist. Der Beobachter beim Instrument darf also nur die schwarze Fläche, ohne weiße Streifen ober- oder unterhalb, sehen. Außerdem muß die Latte so gehalten werden, daß die Visiermarke vertikal über dem Pflock liegt.

481. Die in den vorstehenden zwei Nummern behandelten Schiebetachymeter haben den großen Nachteil, daß die Latte nicht vertikal, sondern senkrecht zur mittleren Visur zu halten ist. Es ist nicht nur schwierig, die Latte in die richtige Stellung zu bringen, sondern es ist auch höchst unbequem für den Gehilfen, sie in dieser Stellung zu halten. Dieser Übelstand ist bei dem in neuester Zeit konstruierten Puller-Breithaupt'schen Schnellmesser von F. W. Breithaupt und Sohn in Kassel beseitigt, bei welchem die Latte vertikal gehalten werden kann. Dieses Instrument kann nach Belieben entweder zum sofortigen Auftragen der in jedem Standpunkte aufgenommenen Punkte auf Pauspapier benützt werden,

mittels welchem sie dann in den eigentlichen Plan, in dem die Standpunkte schon konstruiert sind, übertragen werden, oder man notiert nur die Ablesungen, um erst zu Hause den Plan zu konstruieren.

Über die Theorie, Konstruktion, Prüfung und Berichtigung, sowie über den Gebrauch dieses Instrumentes entnehmen wir der von dem mathematisch-mechanischen Institute von F. W. Breithaupt und Sohn in Kassel herausgegebenen Broschüre folgendes.[1])

Die bisher für vertikale Lattenstellung benützten Formeln sind für unmittelbare Bestimmung der Entfernung und Meereshöhe für dieses neue Instrument nicht geeignet; auf Grund der Fig. 586 lassen sich die nachstehenden Formeln entwickeln.

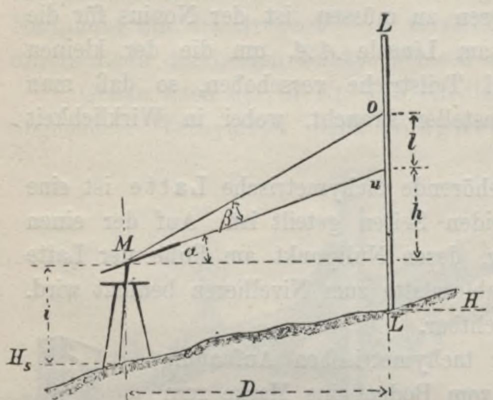


Fig. 586.

In dieser Abbildung stellt M das Instrument, LL die Latte dar, die Richtungen durch den Unter-, bzw. Oberfaden sind mit Mu und Mo bezeichnet, α bedeutet den Höhenwinkel durch den Unterfaden, β den distanzmessenden Winkel, ferner ist l der Unterschied der Lattenablesung, also $l = o - u$, H_s die Meereshöhe des Instrumentenstandpunktes, H diejenige des Punktes L, i die Instrumentenhöhe, D die horizontale Entfernung und h der Höhenunterschied des Punktes M und der Lattenablesung u. Man erhält aus dem Dreieck Muo die Beziehung

$$l : \frac{D}{\cos\alpha} = \sin\beta : \cos(\alpha + \beta) \text{ oder}$$

$$D = \frac{l}{\sin\beta} \cos(\alpha + \beta) \cos\alpha \text{ und}$$

$$h = D \operatorname{tg} \alpha = \frac{l}{\sin\beta} \cos(\alpha + \beta) \sin\alpha.$$

Wird nun der Wert $\frac{1}{\sin\beta}$ mit K bezeichnet und ist noch eine Additionskonstante k zu berücksichtigen, so ergeben sich die Formeln:

$$D = [Kl \cos(\alpha + \beta) + k] \cos\alpha,$$
$$h = [Kl \cos(\alpha + \beta) + k) \sin\alpha \text{ und}$$
$$H = (H_s + i - u) + h.$$

Auf Grund dieser Formeln ist die Einrichtung der Projektionsvorrichtung derart zu treffen, daß letztere die verlangten Größen D und H unmittelbar liefert.

[1]) Der Puller-Breithaupt'sche Schnellmesser, ein Schiebetachymeter für lotrechte Lattenstellung. (D. R. P. 125.355) des mathematisch-mechanischen Instituts von F. W. Breithaupt und Sohn in Kassel. 1902, Selbstverlag.

Fig. 587 gibt zunächst eine Darstellung dieser Vorrichtung in einfachen Linien. Hier bezeichnet MF die Zielrichtung durch den Unterfaden u, MA einen mit dem Fernrohr fest verbundenen Arm, dessen Punkt A auf einer Schiene AB geführt wird, die gegen die Horizontale um den Winkel β geneigt ist. Ferner bedeutet FB einen auf MF senkrecht stehenden beweg-

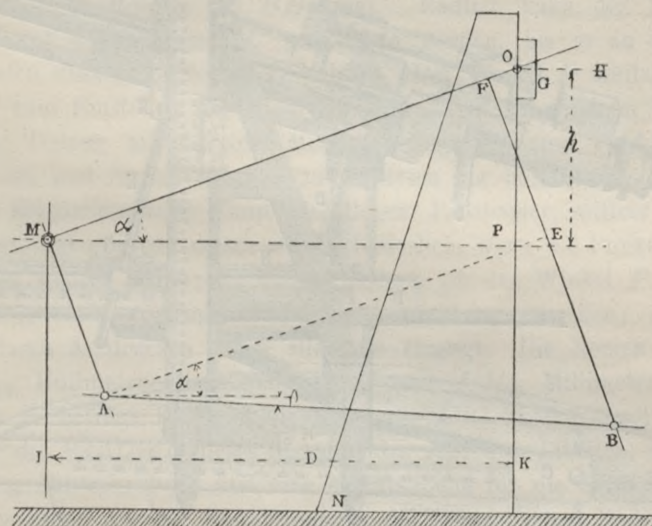


Fig. 587.

lichen Arm, der mit MA stets dieselbe Richtung besitzt, KON einen Winkel mit vertikaler Kante KO und G einen drehbaren Nonius, dessen Drehpunkt O von F um das Maß k entfernt ist.

Macht man $AB = Kl$, so wird $AE = MF = kl \cos(\alpha + \beta)$, folglich

$$MO = Kl \cos(\alpha + \beta) + k \text{ und daher}$$
$$MP = MO \cos \alpha = D \text{ und}$$
$$OP = MO \sin \alpha = h\,.$$

d. h. man erhält die oben entwickelten Formeln für D und h.

Wird nun noch der Horizontalen MP der Wert $(H_s + i - u)$ beigelegt, was durch entsprechende Einstellung der verschiebbar angeordneten Teilung auf den Winkel KON erreicht wird, so findet sich für den Punkt O die Höhe H gemäß der dritten Gleichung.

Aus dieser Entwicklung folgt, daß mit Hilfe der angeordneten Projektionsvorrichtung durch Einstellung des Wertes Kl und unter Benutzung des Winkels KON die verlangten Größen D und H ohneweiters erhalten werden.

Der Schnellmesser (Fig. 588) besteht aus einem Dreifuß, mit dem ein in $^1/_3$ Grade geteilter Horizontalkreis von Magnalium, 42·5 *cm* Durchmesser, fest verbunden ist, ferner einer Säule, deren eines Ende als Umdrehungsachse in dem Dreifuß Aufnahme findet, während das andere Ende das bockförmige Lager für die wagrechte Achse bildet. Die wagrechte

Achse trägt an der einen Seite das Fernrohr, auf der andern den Projektionsapparat. Feinstellungen im horizontalen wie senkrechten Sinne sind vor-

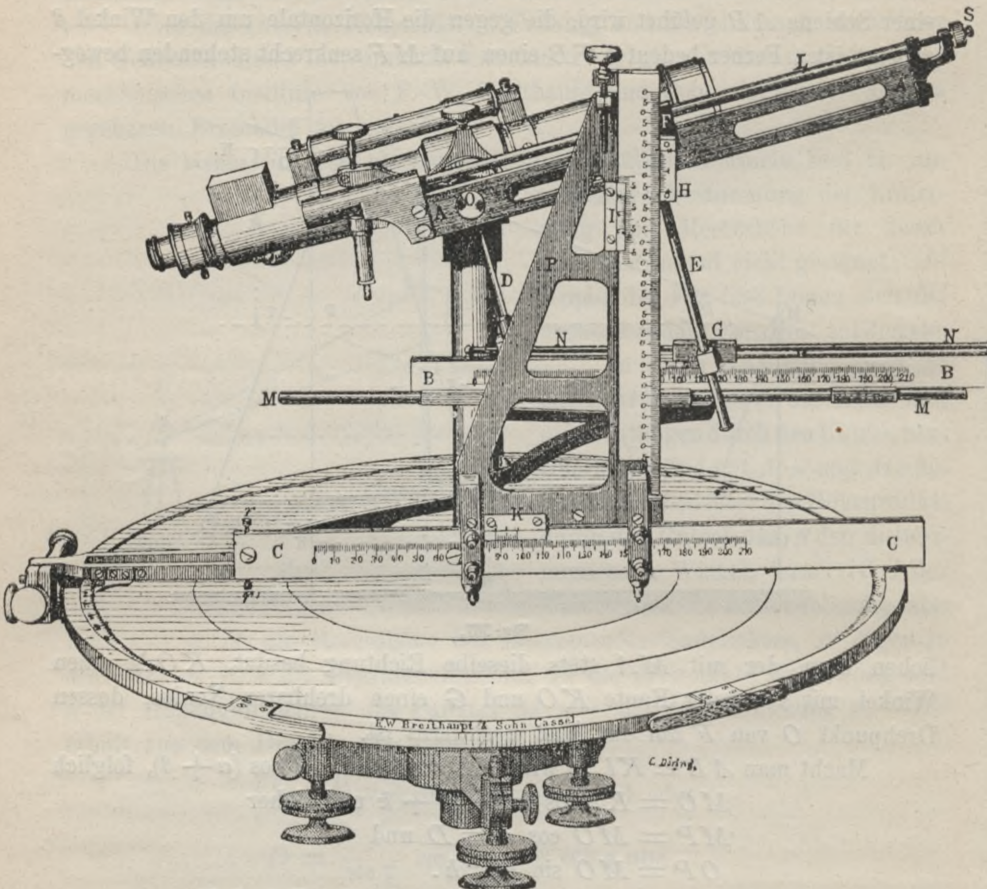


Fig. 588.

handen. Das Fernrohr ist mit Distanzmesser versehen und trägt eine Zylinderlibelle. Zur Ablesung des Horizontalkreises dient ein Index, der am Arm der Feinstellung befestigt ist; die Aufstellung des Schnellmessers erfolgt mittels Stativ in bekannter Form.

Die Projektionsvorrichtung (Fig. 586 und 587) besteht zunächst aus den drei Schienen AA, BB und CC; erstere ist auf der horizontalen Achse des Eernrohres befestigt und mit diesem so verbunden, daß sie den Neigungen des Fernrohres folgt; Schiene BB ist vermittelst dreier durchbohrter Prismen auf einer Stahlstange MM verschiebbar angeordnet und trägt eine Teilung im Maßstab 1 : 1000, von 0 bis 210 Meter, während die Schiene CC fest mit der Säule verbunden ist und ebenfalls eine solche Teilung besitzt. An der Schiene AA bei O befindet sich eine Stahlstange D, auf welcher ein zweifach durchbohrtes Prisma beim Neigen des Fernrohrs hin- und hergeführt wird, welches mittels horizontaler Achse mit BB in Verbindung gebracht wurde. Ferner ist oberhalb AA eine Stahlstange LL angebracht, auf welcher die Stahlstange E mit Hilfe eines Schiebers F eingestellt werden kann; auf E bewegt sich noch der Schieber G, der seinerseits auf einer Stange NN geführt wird und einen Nonius zur Einstellung auf die Teilung bei BB trägt. Endlich kann der Projektionswinkel P auf der Schiene CC verschoben werden, bis er an dem auf F angeordneten drehbaren Nonius H anliegt. Der Winkel P besitzt noch den Nonius I zum Einstellen der Höhe ($H_s + i - u$), zu welchem Zwecke die senkrechte Teilung mittels einer Mikrometerschraube zum Verschieben eingerichtet ist, und einen Nonius K zum Ablesen der horizontalen Entfernung. Auf der Magnaliumplatte kann ein Bogen Pauspapier mittels Ring und Federn befestigt werden; dieses wird erforderlich, wenn die Punkte im Felde aufgetragen werden sollen; zu diesem Behufe ist der Winkel P mit einem seitlich angebrachten Arm mit Punktiervorrichtung versehen; die Punkte werden durch Aufdrücken eines Bleistifts erzeugt. Die Nonien G und K geben $^1/_{10}$ Millimeter, diejenigen bei H und I $^1/_{20}$ Millimeter an. Die Konstante K beträgt 100 und die Konstante k ist zu 0·4 ermittelt.

Für die Prüfung dieses Instrumentes sind drei Libellen, eine Dosenlibelle, eine Fernrohrlibelle und eine Aufsatzlibelle für die Schiene CC vorhanden, während für die Berichtigungen die erforderlichen Richteschrauben vorgesehen sind.

Das berichtigte Instrument soll nachstehenden Bedingungen genügen:

1. Der Magnaliumkreis soll horizontal, bezw. die Drehachse soll vertikal sein,
2. die Oberkante der Schiene CC soll horizontal sein,
3. die Teilungskante des Winkels P soll beim Aufsetzen auf Schiene CC vertikal sein,
4. bei horizontaler Visur durch den Unterfaden u soll die Fernrohrlibelle einspielen,
5. die Schiene AA soll parallel der horizontalen Visur sein,
6. die Nonien H und I sollen für diese Visuren dieselbe Höhe und
7. soll der Nonius K eine um $k = 0·4$ Meter größere Ablesung angeben, als der Nonius G.

Zur Ausführung dieser Prüfungen gibt man zunächst dem Schnellmesser einen festen Stand und geht am zweckmäßigsten in der folgenden Reihenfolge für die Berichtigungen vor.

Zu 1. Man setzt die Dosenlibelle auf die Magnaliumplatte und bringt sie mittels der Stellschrauben des Dreifußes zum Einspielen; dadurch hat man die Drehachse beiläufig vertikal gemacht. Dann stellt man das Fernrohr in die Richtung zweier Stellschrauben SS^1 und bringt die Libellenblase der Fernrohrlibelle mit diesen beiden Stellschrauben zum Einspielen, indem man gleichzeitig die eine rechts und die andere links herumdreht; nun dreht man das Fernrohr um 90^0, so daß es in der Richtung der dritten

Stellschraube S^2 steht und bringt auch mit dieser die Libellenblase zum Einspielen (Fig. 589). Dreht man nun das Fernrohr um 180^0 und spielt auch in dieser Lage die Blase ein, so ist die Stellung der Libellenachse rechtwinkelig zur Drehachse und kann zur genauen Senkrechtstellung in der ersten Lage über SS^1 verwendet werden. Findet man aber einen Ausschlag, so wird die Hälfte dessen durch die Stellschraube S^2, die andere Hälfte durch die Mikrometerschraube der horizontalen Achse beseitigt und dieses Verfahren durch Umdrehen des Fernrohres um 180^0 so lange wiederholt, bis die Blase in beiden Lagen einspielt, worauf man nunmehr auch in der Richtung SS^1 die Blase mit Hilfe dieser Stellschrauben in die Mitte bringt, indem man wiederum die eine rechts, die andere links dreht und die Untersuchung wiederholt.

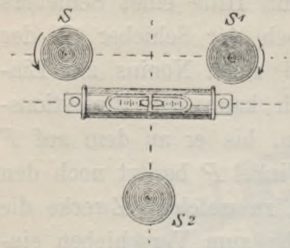


Fig. 589.

Zu 2. Um diese Bedingung zu erfüllen, setzt man die Aufsatzlibelle auf die Schiene CC, bringt erstere mit einer passend gelegenen Stellschraube des Dreifußes zum Einspielen, setzt die Libelle um und schafft die Hälfte des Ausschlages mit der Stellschraube, die andere Hälfte mit der Richteschraube der Libelle fort. Dann stellt man die senkrechte Drehachse mit Hilfe der Fernrohrlibelle wieder vertikal und beseitigt den ganzen Libellenausschlag durch die Richteschrauben rr^1 der Schiene CC, indem man die eine so viel löst, wie man die andere anziehen muß.

Zu 3. Zur Prüfung der Teilungskante des Winkels P setzt man ein genaues Dreieck auf CC und sieht zu, ob dessen Kathete an dem Winkel P vollkommen anliegt.

Zu 4. Um zunächst eine horizontale Visur durch den Unterfaden u zu erhalten, kann man entweder die bekannte Nivellierprobe vornehmen, oder in der Weise vorgehen, daß man das Instrument und eine Nivellierlatte auf je einem festen Punkt aufstellt und die Instrumentenhöhe i^1 und bei einspielender Fernrohrlibelle die Lattenablesung u^1 bestimmt; dann vertauscht man Instrument und Latte und findet in gleicher Weise i^2 und u^2; der Fehler beträgt dann

$$f = \frac{(i^1 + i^2) - (u^1 + u^2)}{2}$$

um welchen die Ablesung u^2 mittels der Mikrometerschraube des Fernrohrs (oder auch der Fadenkreuzschrauben) größer oder kleiner gemacht werden muß, je nachdem f positiv oder negativ ausfällt.

$$\text{Beispiel: Es sei } \begin{array}{rlcrl} i^1 &= 1{\cdot}453 & \quad & u^1 &= 0{\cdot}976 \\ i^2 &= \underline{1{\cdot}387} & & u^2 &= \underline{1{\cdot}782} \\ & \ 2{\cdot}840 & & & \ 2{\cdot}758 \end{array}$$

$$f = \frac{2{\cdot}840 - 2{\cdot}758}{2} = + 0{\cdot}041$$

In der nunmehr berichtigten Fernrohrlage bringt man die Blase der Zylinderlibelle mit ihrer Richteschraube zum Einspielen.

Für diese Prüfung ist die Kenntnis der Instrumentenhöhe i erforderlich; da nun diese ohnehin für jeden Instrumentenstandpunkt bei der Aufnahme selbst nötig ist, so benutzt man am besten ein einfaches Werkzeug in Gestalt eines Meßbändchens (Fig. 590), welches in einer Kapsel mit Lotspitze sich befindet. Die Bezifferung des Bändchens ist so angeordnet, daß man unmittelbar die verlangte Höhe abliest; das Bändchen wird zu diesem Zweck an den Lothaken angehängt und dient gleichzeitig als Senkel.

Fig. 590.

Zu 5. Die horizontale Lage der Schiene AA wird mit Hilfe des Winkels P geprüft, der bei verschiedenen Stellen des Schiebers mit dem Nonius H dieselben Ablesungen ergeben soll. Im anderen Falle hat man der Schiene AA mit den Richteschrauben die erforderliche Lage zu geben.

Zu 6 und 7. Die auf solche Weise erhaltene Ablesung des Nonius H muß mit derjenigen des Nonius I übereinstimmen; trifft dieses nicht zu, so hat man letzteren nach Lösen der Befestigungsschräubchen so zu verschieben, daß obige Bedingung erfüllt ist. In dieser Lage sind die Schräubchen wieder anzuziehen. Stellt man z. B. den Nonius bei G auf 150, so soll der Nonius K die Länge 150·4 auf der Teilung der Schiene CC angeben. Berichtigung erfolgt nötigenfalls wie bei Nonius I.

Man kann sich leicht über den Erfolg dieser Berichtigungen Gewißheit verschaffen, wenn man den Unterfaden u auf möglichst verschiedene Punkte der Latte einstellt, z. B. der Reihe nach auf 0·0, 1·0, 2·0, 3·0, 4·0 und die Längen und Höhen jedesmal ermittelt. Die Ablesungen für die Entfernungen müssen übereinstimmen, während die Höhen und die Einstellungen u von einander abweichen sollen. Diese Prüfung kann zu jeder Zeit vorgenommen werden, wodurch das richtige Arbeiten der Projektions-Vorrichtung gewährleistet wird.

Der Vorgang beim Gebrauche des Schnellmessers ist folgender:

Nachdem man das Instrument über den betreffenden Standpunkt zentrisch in derselben Weise wie jeden Theodolit aufgestellt hat, bestimmt man die Instrumentenhöhe i mit dem in Fig. 590 dargestellten Meßbändchen und berechnet die Höhe $(H_s + i - u)$. H_s bedeutet die Meereshöhe des Instrumentenstandpunktes, u nimmt man zweckmäßig zu 2·000 Meter für jeden aufzunehmenden Punkt an, so daß sich für ein und denselben Standpunkt die Größe $(H_s + i - u) = (H_s + i - 2{\cdot}000)$ nicht ändert.

Die Höhe $(H_s + i - 2{\cdot}000)$ stellt man dann bei Nonius I mit Hilfe der verschiebbaren Teilung des Winkels P ein. Die Zehnerzahlen der Bezifferung dieser Einteilung sind weggelassen, sie werden mit weichem Bleistift jedesmal vorher aufgeschrieben.

Sollte die Einstellung $u = 2{\cdot}000$ Meter ausnahmsweise nicht angängig sein, wenn nämlich diese Stelle der Latte vom Instrument aus verdeckt erscheint, so stellt man auf einen andern vollen Meter, z. B. 3·000 Meter ein und hat dann von der unmittelbar abgelesenen Meereshöhe den Unterschied $3{\cdot}0 - 2{\cdot}0 = 1{\cdot}0$ in Abzug zu bringen.

Für jeden aufzunehmenden Punkt richtet man das Fernrohr auf die Latte, stellt den Unterfaden u (der im Fernrohr oben erscheint) auf 2·000 Meter, liest den Oberfaden o ab und verschiebt den Schieber F, bis der Nonius bei G die Zahl $o - u = o - 2{\cdot}000$ Meter anzeigt, wobei die genaue Einstellung mittels der Mikrometerschraube S erfolgt. Dann wird das Dreieck P bis an den drehbaren Nonius herangeschoben, der Bleistift aufgedrückt und diesem Punkte die an obigem Nonius abzulesende Meereshöhe beigeschrieben.

Nachdem auf diese Weise sämtliche Punkte von diesem Standpunkte aus aufgenommen und auf Pauspapier aufgetragen sind, legt man für das weitere Arbeiten einen neuen Bogen Pauspapier auf und geht für den nächsten Standpunkt in der oben beschriebenen Weise vor.

Fig. 591 stellt einen Bogen Pauspapier mit den von dem Standpunkte P. P. 4 aus bestimmten Detailpunkten dar. Außerdem sind auch die beiden nächsten Standpunkte P. P. 3 und P. P. 5 darauf bestimmt, so daß man mittels dieses Pauspapieres leicht die Detailpunkte in den Plan übertragen kann, in welchem die Standpunkte P. P. 3, P. P. 4 und P. P. 5, welche nach der Umfangsmethode aufgenommen wurden, bereits konstruiert sind.

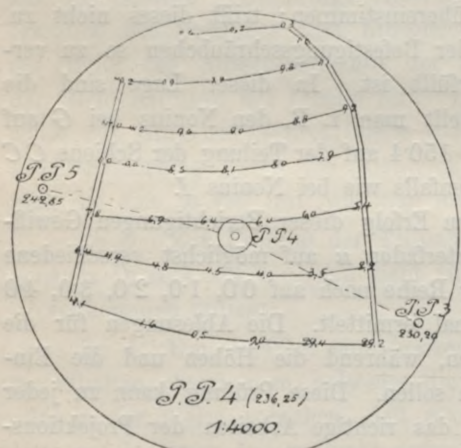


Fig. 591.

Für den Fall, daß das Auftragen der Punkte im Felde auf Pauspapier nicht ratsam sein sollte, z. B. wegen ungünstiger Witterung, können die Geländepunkte auch nach Richtung, Entfernung und Höhe abgelesen werden. Der Arbeitsvorgang ist dann im allgemeinen der oben beschriebene, und hat man außer der Meereshöhe auch noch die Entfernung D an dem Nonius K und den wagerechten Winkel an dem mit dem Alhidadenarm verbundenen Index zu ermitteln und diese Zahlen in ein Feldbuch niederzuschreiben.

Instrument mit Stampfers Meßschraube.

482. In Nr. 102 bis 106 wurden die Stampfer'sche Meßschraube und ihre Verwendung zur optischen Distanzmessung geschildert; ein mit einer solchen Meßschraube versehenes Instrument kann daher auch zu tachy-

metrischen Aufnahmen Anwendung finden. Mit Rücksicht auf die hiezu nötige Messung von Neigungswinkeln ist aber zu diesem Zwecke nur ein Instrument praktisch, welches eine beliebige Bewegung des Fernrohres in vertikaler Ebene gestattet und welches mit einem Höhenkreise versehen ist. Es würde sich also etwa das in Fig. 142 auf Seite 134 abgebildete Universal-Nivellierinstrument eignen.

Wäre in Fig. 592 die horizontale Entfernung $AB' = D$ und der Höhenunterschied $BB' = H$ der beiden Punkte A und B zu bestimmen, so wird nach Nr. 106 das oben genannte Instrument in dem einen Punkte, z. B. A, zentrisch aufgestellt und die Umdrehungsachse der Alhidade genau vertikal gerichtet, in dem zweiten Punkte B wird die mit 2 Zielscheiben in einer bestimmten Entfernung d, z. B. 2 m, versehene Latte vertikal aufgestellt. Die Meßschraube wird in die vom Mechaniker angegebene Stellung gebracht (in der Regel auf die Ablesung 20·000); bei dieser Stellung der Schraube ist bei horizontaler Visur die Ablesung am Höhenkreise Null. Jetzt wird das Fernrohr um seine horizontale Drehungsachse gedreht und die Visur mit der Mikrometerschraube des Höhenkreises auf die Mittelmarke m der Latte gebracht, worauf man am Höhenkreise den Winkel α abliest, den die Visur mit der Horizontalen bildet. Hierauf bringt man bei unveränderter Stellung des Höhenkreises die Visur mittels der Meßschraube nach einander auf die beiden Zielscheiben und macht die Ablesungen o und u an der Skala und Trommel der Schraube. Die Differenz der beiden Ablesungen $o - u$ wird gebildet und es ist, wenn die beiden Konstanten des Instrumentes K und k sind,

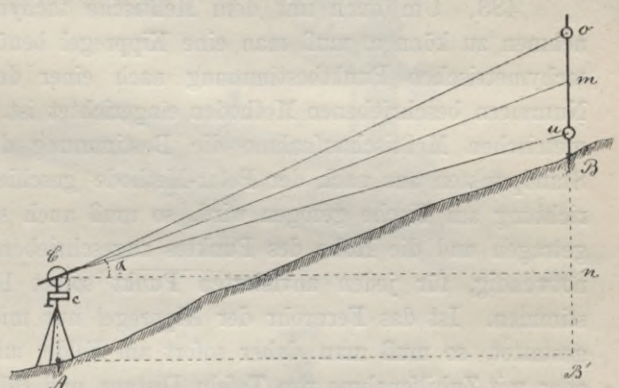


Fig. 592.

$$D = d \frac{K}{o - u} \cos \alpha^2 + k.$$

Die Ermittlung von D aus dieser Formel ist mit den von Stampfer berechneten Tafeln sehr einfach.[1])

Für den Höhenunterschied ist zunächst

$$mn = \pm D \operatorname{tang} \alpha,$$

[1]) Die Tafeln sind enthalten in: „Theoretische und praktische Anleitung zum Nivellieren von S. Stampfer, in zehnter Auflage umgearbeitet von Eduard Doležal. Wien, Carl Gerolds Sohn“, sie werden aber auch von Starke und Kammerer separat geliefert.

welcher Wert unter Benützung von Tangententafeln leicht zu berechnen ist,[1]) woraus sich ergibt

$$H = \pm\, mn + J - h,$$

worin J die Instrumentshöhe und h die Höhe mB an der Latte bedeutet. Das $+$ Zeichen gilt für Höhenwinkel, das — Zeichen für Tiefenwinkel.

Tachymetrische Kippregeln und die tachymetrischen Arbeiten mit dem Meßtisch.

483. Um auch mit dem Meßtische tachymetrische Aufnahmen vornehmen zu können, muß man eine Kippregel benützen, deren Fernrohr zur tachymetrischen Punktbestimmung nach einer der in den vorangehenden Nummern beschriebenen Methoden eingerichtet ist. Da auch bei der tachymetrischen Meßtischaufnahme die Bestimmung der Detailpunkte von den Standpunkten aus nach der Polar-Methode geschieht und hiebei die Visierrichtung am Tische gezogen wird, so muß auch sofort die Entfernung aufgetragen und die Höhe des Punktes zugeschrieben werden. Es ist deshalb notwendig, für jeden anvisierten Punkt sofort Distanz und Höhe zu bestimmen. Ist das Fernrohr der Kippregel nur mit festen Distanzfäden ausgestattet, so muß man daher sofort am Felde mittels des Rechenschiebers oder mit Zuhilfenahme von Tafeln Distanz und Höhenunterschied berechnen, was sehr unbequem ist. Für die tachymetrische Meßtischaufnahme eignen sich daher besser solche Kippregeln, welche nach einer jener tachymetrischen Methoden eingerichtet sind, bei denen man Distanz und Höhe ohne jede Rechnung sofort ablesen kann. Am besten eignet sich somit eine Kippregel, welche für die Tichy'sche Methode oder nach dem Prinzipe der Schiebetachymeter eingerichtet ist. Bezüglich des Gebrauches einer tachymetrischen Kippregel muß noch erwähnt werden, daß diese selbstverständlich immer derart an den am Tische befindlichen Standpunkt gelegt werden muß, daß sich die Drehungsachse des Fernrohres genau über dem Standpunkte befindet.

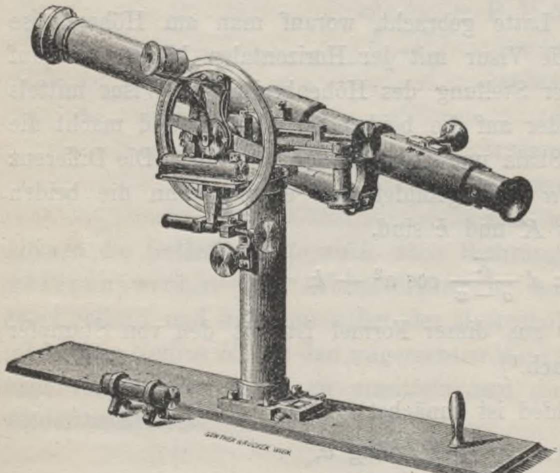


Fig. 593.

In Fig. 593 ist eine tachymetrische Kippregel von Starke und Kammerer mit festen Distanzfäden, welche der Konstante

[1]) Hiezu können z. B. die schon erwähnten Tangenten-Tafeln von J. Pohl, Forstmeister in Budapest, benützt werden.

$K = 100$ entsprechen, dargestellt. Das Fernrohr ist terrestrisch, hat 22 malige Vergrößerung und ist mit einem vollen Vertikalkreise mit Versicherungslibelle versehen. Am Fernrohr ist eine Doppellibelle angebracht.

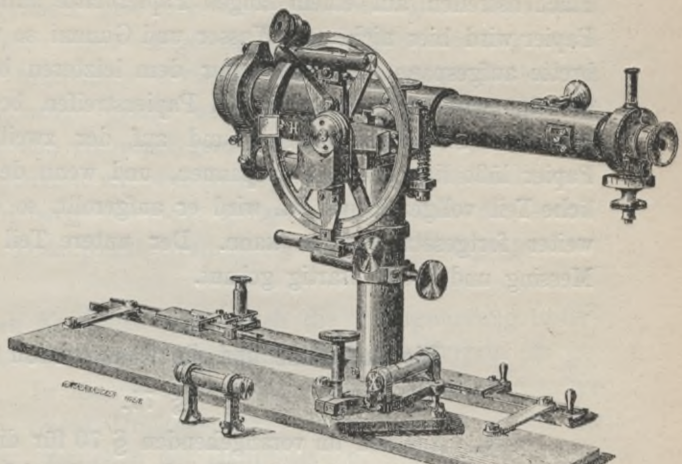


Fig. 594.

Fig. 594 zeigt eine tachymetrische Kippregel nach Patent Tichy und Starke, für die gewöhnliche Tichy'sche Methode eingerichtet. Das anallatische Fernrohr ist deshalb mit einem Okularfilar - Schrauben-Mikrometer ausgerüstet und bei dem Abstand der beiden Fäden von fünf Schraubengängen ist die Konstante $K = 100$. Der mit einer Versicherungslibelle versehene Vertikalkreis ist mit denselben drei Teilungen versehen wie der Theodolit nach Patent Tichy und Starke. Das Auftragen der Distanz geschieht mittels eines geteilten Lineales und Pikiernadel in zwei beliebig vom Besteller anzugebenden Maßstäben.

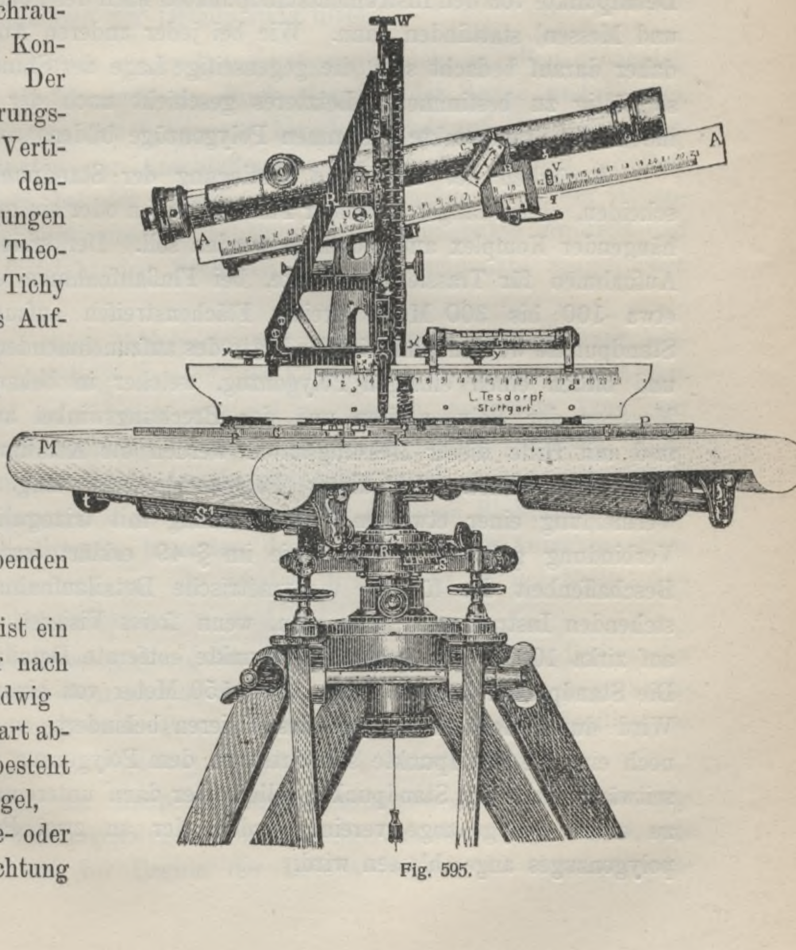


Fig. 595.

In Fig. 595 ist ein Tachygraphometer nach Wagner von Ludwig Tesdorpf in Stuttgart abgebildet. Dieses besteht aus der Kippregel, welche die Schiebe- oder Projektions-Vorrichtung enthält, so wie selbe bei dem Tachymeter nach Wagner beschrieben wurde, und dem Meßtische, der eine eigene Einrichtung besitzt, um beliebig lange Flächenstreifen auf einem langen Papierblatte aufnehmen zu können. Das Papier wird hier nicht mit Wasser und Gummi so wie sonst auf dem Tischbrette aufgespannt, sondern unter dem letzteren befinden sich zwei Rollen, die eine wird mit einem langen Papierstreifen bewickelt, das Papier wird über das Tischbrett gezogen und auf der zweiten Rolle befestigt. Das Papier läßt sich dadurch anspannen, und wenn der auf dem Brette befindliche Teil vollgezeichnet ist, wird er aufgerollt, so daß die Aufnahme wieder weiter fortgesetzt werden kann. Der untere Teil des Meßtisches ist aus Messing und theodolitartig gebaut.

Die Aufnahme und die Konstruktion des Planes.

§ 71.

484. Aus den im vorangehenden § 70 für die verschiedenen Methoden der Tachymetrie entwickelten Theorien ergibt sich, daß die Aufnahme der Detailpunkte von den Instrumentstandpunkten nach der Polarmethode (Visieren und Messen) stattfinden kann. Wie bei jeder anderen Aufnahme muß man daher darauf bedacht sein, die gegenseitige Lage der Standpunkte möglichst sorgfältig zu bestimmen. Letzteres geschieht nach der Umfangsmethode, indem die Standpunkte zusammen Polygonzüge bilden.

Bezüglich der Wahl und Festlegung der Standpunkte ist zu unterscheiden, ob ein langer, schmaler Flächenstreifen oder ein größerer zusammenhängender Komplex aufgenommen werden soll. Der erste Fall tritt ein bei Aufnahmen für Trassierungszwecke, bei Flußaufnahmen u. a., wo nur ein etwa 100 bis 300 Meter breiter Flächenstreifen aufzunehmen ist. Die Standpunkte werden dann in der Mitte des aufzunehmenden Streifens gewählt und bilden einen einzigen Polygonzug, welcher in bekannter Weise durch Messung der Polygonseiten und der Brechungswinkel aufgenommen wird, und mit Hilfe dieser Messungsdaten werden die Koordinaten der Polygonpunkte berechnet. Ist dieser Polygonzug sehr lang, so muß er zur Vermeidung einer etwaigen Verschwenkung mit triangulierten Punkten in Verbindung gebracht werden, wie im § 49 erklärt wurde. Je nach der Beschaffenheit des für die tachymetrische Detailaufnahme zur Verfügung stehenden Instrumentes kann man, wenn freies Visieren möglich ist, noch auf zirka 100 *m* von jedem Standpunkte entfernte Detailpunkte aufnehmen. Die Standpunkte können daher 100—150 Meter von einander entfernt sein. Wird durch Gebüsch od. dgl. das Visieren behindert, so wird es oft nötig, noch einzelne Standpunkte seitwärts von dem Polygonzug zu wählen. Diese seitwärts liegenden Standpunkte sollen aber dann untereinander auch wieder zu einem Polygonzuge vereint werden, der an zwei Punkte des Hauptpolygonzuges angeschlossen wird.

Soll ein großer zusammenhängender Komplex tachymetrisch aufgenommen werden, so wird zunächst ein möglichst dichtes Netz von Detail-Triangulierungspunkten gewählt und trigonometrisch bestimmt. Für jeden dieser Punkte wird auch durch trigonometrische Höhenmessung nach Nr. 459 seine Seehöhe bestimmt. Zwischen den triangulierten Punkten werden dann Hauptpolygonzüge gelegt und an die triangulierten Punkte angeschlossen. Zwischen den Hauptpolygonzügen werden Nebenpolygonzüge gelegt und mit den Endpunkten an zwei Hauptpolygonpunkte angeschlossen. Die Nebenpolygonzüge müssen so dicht gelegt werden, daß die tachymetrische Aufnahme der Detailpunkte vollständig von den Polygonpunkten aus stattfinden kann.

Bei einem kleineren Komplexe kann auch die Triangulierung unterbleiben, wenn man zunächst rings um das aufzunehmende Terrain ein geschlossenes Polygon legt. In diesem werden dann einige Hauptpolygonzüge gelegt, welche stets von einem Umfangspunkte ausgehen und wieder an einen solchen anschließen. Zwischen den Hauptpolygonzügen werden wieder die Nebenpolygonzüge gelegt, deren Eckpunkte als Standpunkte für die tachymetrische Aufnahme der Detailpunkte dienen.

Die Aufnahme aller dieser Polygonzüge geschieht in allen genannten Fällen nach der Umfangsmethode durch Messung der Seiten und Winkel, worauf die Koordinaten der Eckpunkte berechnet und auf die bereits feststehenden Koordinaten der Anschlußpunkte ausgeglichen werden. Selbstverständlich müssen bei der Aufnahme der Polygonzüge auch die Höhenunterschiede, beziehungsweise die Seehöhen der Polygonpunkte ermittelt und auf die bereits feststehenden Seehöhen der Anschlußpunkte ausgeglichen werden.

Hat man nur einen Tachymeter mit festen parallelen Fäden zur Verfügung, so ist es unbedingt geraten, die Längen der Polygonseiten mit dem Stahlbande einmal oder besser zweimal zu messen, außerdem kann zur Kontrolle die Länge auch noch optisch gemessen werden. Ebenso ist es ratsam, die Höhenunterschiede der Polygonpunkte durch geometrisches Nivellieren oder trigonometrisch mit Benützung der mit dem Stahlbande gemessenen Länge zu bestimmen, besonders dann, wenn bei der Aufnahme eines schmalen Flächenstreifens nur ein einziger Polygonzug in der Mitte ohne feste Anschlußpunkte aufgenommen wird.

Hat man jedoch einen eine größere Genauigkeit zulassenden Tachymeter mit einem Okularfilar-Schraubenmikrometer, insbesondere einen l o g a r i t h m i s c h e n Tachymeter nach Patent Tichy und Starke zur Disposition, so werden auch die Polygonzüge nur tachymetrisch aufgenommen.

Die Aufnahme der Hauptpolygonzüge zwischen den Triangulierungspunkten oder des Umfangspolygones und der in demselben liegenden Hauptpolygonzüge geschieht vor Beginn der Detailaufnahme, die Nebenpolygonzüge, ebenso auch der einzige Polygonzug bei einem schmalen Flächenstreifen werden gleichzeitig mit dem Detail aufgenommen.

Bei der Aufnahme selbst geht man in folgender Weise vor. Zunächst ist eine gute Skizze des aufzunehmenden Terrains notwendig. Vielfach wird die Skizze gleichzeitig mit der Aufnahme angefertigt, indem ein Geometer den Lattenträger begleitet und diesem die Punkte anweist, wo er die Latte aufstellen soll, und dabei fertigt er gleichzeitig die Skizze an, während ein zweiter Geometer beim Instrumente bleibt und die Ablesungen macht. Bei dieser Arbeitsführung kann auch das Auspflocken der Detailpunkte entfallen. Ist aber nur ein Geometer mit zwei bis drei Gehilfen tätig, von welch letzteren einer oder zwei als Lattenträger fungieren, dann bleibt nichts anderes übrig, als vorher auszupflocken und zu skizzieren.[1]) Bei einer tachymetrischen Meßtischaufnahme kann das Skizzieren wohl entfallen.

Bei der Aufnahme wird das Instrument zentrisch über dem jeweiligen Standpunkte aufgestellt, die Umdrehungsachse mittels der Alhidadenlibelle vertikal gerichtet und sofort die Instrumentshöhe gemessen. Arbeitet man mit einem Tachymeter, der mit drehbarem Horizontalkreis und mit einer Orientierungsbussole auf der Alhidade versehen ist, so wird dann der Nullpunkt des Nonius I mit dem Nullpunkt des Horizontalkreises zusammengebracht und letzterer gedreht, bis die Nadel der Orientierungsbussole scharf einspielt. In dieser Stellung bleibt dann der Horizontalkreis, wodurch die Ablesungen am Nonius I die Azimuthe der einzelnen Visuren geben.

Nach diesen Vorbereitungen visiert man zunächst nach dem letzten Standpunkte zurück und macht alle Ablesungen, um Distanz und Höhenunterschied, welche schon einmal von dem letzten Standpunkte gegen den jetzigen ermittelt wurden, noch einmal zu bekommen und aus beiden Resultaten das Mittel nehmen zu können. Hierauf geht der Lattenträger in die einzelnen Detailpunkte, soweit sie von dem gegenwärtigen Standpunkte sichere Lattenablesungen gestatten. Ist dies nicht mehr der Fall, so wird ein neuer passender Standpunkt gewählt, durch einen Pflock bezeichnet und hier die Latte aufgestellt, anvisiert und die erforderlichen Ablesungen gemacht. Dann

[1]) Verfasser hat bei den von ihm in der Mitte der achtziger Jahre ausgeführten tachymetrischen Aufnahmen größerer zusammenhängender Komplexe, wobei er allein mit zwei Meßgehilfen arbeitete, von denen einer als Lattenträger fungierte, folgenden Vorgang eingehalten. Das aufzunehmende Terrain wurde partienweise vor der Aufnahme ausgepflockt und skizziert. In einem Tage konnte stets eine Partie ausgepflockt und skizziert werden, welche je nach den Verhältnissen einen oder zwei folgende Tage für die Aufnahme erforderte. Das Auspflocken geschah mittels 30 *cm* langer, numerierter Holzpflöcke, welche nur wenig in den Boden gesteckt wurden und daher weithin sichtbar waren. Der Lattenträger zog dann den Pflock sofort heraus, wenn er die Latte aufstellte, und rief die Nummer aus. Dadurch war stets leicht zu übersehen, wo noch Punkte aufzunehmen und daher neue Standpunkte zu wählen waren. Die Pflöcke wurden gesammelt und immer wieder verwendet. Siehe hierüber auch: „Die Tachymetrie“ von Friedrich Croy, Wien 1893.

begibt man sich in den neuen Standpunkt und visiert wieder zunächst nach dem früheren Standpunkt zurück.

In welcher Weise die Ablesungen zu machen sind, ein Protokoll zu führen ist u. s. w. ergibt sich aus den einzelnen tachymetrischen Methoden. Im folgenden soll die ganze Arbeit für einen gewöhnlichen Fadendistanzmesser mit festen parallelen Fäden etwas näher erläutert werden. Hiezu benützt man ein Protokoll wie auf Seite 752. In jedem Standpunkte wird nach zentrischer Aufstellung des Instrumentes, Horizontalstellung und eventuell Orientierung der Limbusebene sofort die Instrumentshöhe gemessen und in die betreffende Rubrik eingetragen. Hierauf wird das Fernrohr gegen die Latte gerichtet und die Visur derart eingestellt, daß der Vertikalfaden die Mitte der vertikal stehenden Latte und die Visur über den unteren Faden, welche durch die Bildverkehrung oben erscheint, einen Dezimeterstrich an der Latte trifft, worauf am oberen Faden abgelesen wird. Die Ablesungen an den beiden Fäden werden in die Rubrik Fadenablesung eingetragen. Dann erfolgt die Ablesung am Vertikalkreise, nachdem vorher die Versicherungslibelle, falls eine solche vorhanden ist, mit der betreffenden Mikrometerschraube zum Einspielen gebracht wurde. Bei Detailpunkten liest man nur an einem Nonius des Vertikalkreises ab, ist aber der anvisierte Punkt ein Standpunkt, so liest man an beiden Nonien ab und trägt die beiden Ablesungen untereinander in die Rubrik „Neigungswinkel" ein. Hiebei muß man auch darauf achten, ob die Visur einen Höhen- oder Tiefenwinkel bildet, und darnach wird das Zeichen $+$ oder $-$ eingetragen. Zuletzt erfolgt die Ablesung am Horizontalkreise, und zwar bei Detailpunkten nur an einem Nonius, bei Standpunkten aber an beiden Nonien, und es werden die differierenden Minuten und Sekunden des zweiten Nonius unter die erste Ablesung geschrieben. Bei Standpunkten wird hierauf das Fernrohr durchgeschlagen, die Visur über den unteren Faden wieder auf denselben Dezimeterstrich eingestellt wie früher, und alle Ablesungen noch einmal gemacht und unter die früheren eingetragen. Man erhält also zwei Lattenabschnitte L, vier Neigungs- und vier Horizontal-Winkel, aus welchen das Mittel genommen wird. Bei Detailpunkten aber mißt man, wie schon gesagt wurde, diese drei Größen nur einfach. Dann wird ein weiterer Punkt anvisiert.

Die Rechnung wird erst zu Hause durchgeführt und gestaltet sich in folgender Weise. Zunächt ergibt sich aus den zwei Fadenablesungen durch Subtraktion der Lattenabschnitt L und ebenso aus dem Mittel der zwei Fadenablesungen $\frac{o+u}{2} = h$. Dann bildet man die Differenz $J - h$ und trägt sie in die betreffende Rubrik ein. Nun wird mit dem Rechenschieber oder mittels Tafeln die Distanz und das Glied $^1/_2\ KL$ sin $2\ \alpha$ bestimmt. Letzteres wird mit demselben Zeichen versehen, welches der Neigungswinkel hat, dasselbe Zeichen erhält auch das Glied k . sin α, welches aus einer

Station	Anvisierter Punkt	Ablesung am Horizontal-Kreise			Neigungswinkel α				Fadenablesung	Latte (L)	$\frac{o+u}{2}=h$	Instrumentshöhe (J)	Distanz (D)	$^1/_2 KL \sin 2\alpha$ und $k \sin \alpha$		$J-h$		Höhe einzeln (über der Station)		Höhe zusammen (Seehöhe)
		°	'	"	±	°	'	"	Meter					±	Meter	±	Meter	±	Meter	
P. P.$_4$	P. P.$_3$	242	41	20	+	1	10	20	1·395 0·500	0·895	0·948	1·292	89·9	+	1·835 0·010	+	0·344	+	2·189	
			41	40				40												
		62	41	.				20	1·397	0·897										256·785
			41	20				20	0·500											
	85	282	20	.	+	3	59	.	1·750 1·000	0·750	1·375		75·0	+	5·200 0·032	—	0·087	+	5·145	261·930
	86	315	35	.	+	4	33	.	0·635 0·200	0·435	0·418		43·6	+	3·440 0·036	+	0·874	+	4·350	261·135
	87	20	10	.	+	2	31	.	1·265 1·000	0·265	1·133		26·8	+	1·164 0·020	+	0·159	+	1·343	258·128
	88	55	45	.	—	1	22	.	1·507 1·000	0·507	1·254		51·0	—	1·210 0·011	+	0·038	—	1·183	255·602
	89	72	18	.	—	1	28	.	0·445 0·200	0·245	0·322		24·8	—	0·628 0·012	+	0·970	+	0·330	257·115
	90	240	12	.	—	2	4	.	2·080 1·500	0·580	1·790		58·2	—	2·094 0·016	—	0·498	—	2·608	254·177
	91	210	50	.	—	3	46	.	1·833 1·400	0·433	1·617		43·5	—	2·840 0·030	—	0·325	—	3·195	253·590
	.							.												
	.							.												
	.							.												
	.							.												
	P. P.$_5$	95	37	.	—	2	18	.	1·200 0·200	1·000	0·700		100·4	—	4·020 0·018	+	0·592	—	3·446	
			37	20			17	40												
		275	37	40			18	.	1·202	1·002	0·701									253·344
			37	20			18	20	0·200									—	3·441	
P. P.$_5$	P. P.$_4$	275	36	40	+	1	49	20	1·501 0·500	1·001	1·000	1·230	100·4	+	3·192 0·014	+	0·230	+	3·454	
			37	.				40												
			37	20				20	1·501	1·001										253·344
			37	40				40	0·500											

Tabelle entnommen und unter das erste Glied geschrieben wird. Durch algebraische Addition der drei Glieder $^1/_2 KL$ sin $2\,\alpha$, k sin α und $J - h$ ergibt sich der Höhenunterschied „einzeln“, und wenn dieser zur Seehöhe des Standpunktes addiert wird, erhält man die Seehöhe des anvisierten Punktes.

Für die Standpunkte erhält man Distanz und Höhenunterschied zweimal, einmal durch das Hin-, das zweitemal durch das Zurückvisieren, so daß man das Mittel nehmen kann. In dem Protokolle auf Seite 724 z. B. ergibt sich für die Hinvisur von $P. P._4$ nach $P. P._5$ die Distanz mit 100·4 *m*, der Höhenunterschied mit — 3·446 *m*, beim Rückvisieren von $P. P._5$ nach $P. P._4$ die Distanz wieder mit 100·4 *m*, der Höhenunterschied aber mit 3·436 *m*, man nimmt daher für letzteren das Mittel mit — 3·441 *m* und addiert dieses zu der Seehöhe des Punktes $P. P._4$ mit 256·785 *m*, so ergibt sich für den Punkt $P. P._5$ die Seehöhe von 253·344 *m*, mit welcher nun weiter gerechnet wird.

Beginnt man bei einem Punkte mit bestimmter Höhe und führt den Polygonzug wieder zu einem Punkte mit bestimmter Höhe, so soll die durch die fortlaufende Rechnung erhaltene Höhe dieses Punktes mit der bereits feststehenden übereinstimmen. Ebenso soll man bei einem um die aufzunehmende Fläche gelegten Polygone für den Anfangspunkt wieder dieselbe Höhe bekommen, von der man ausgegangen ist. Eine kleine Differenz wird auf die Zwischenpolygonpunkte verteilt. Wiewohl der tachymetrisch bestimmte Höhenunterschied zweier Punkte nur auf mehrere Zentimeter genau sein kann, so gleichen sich die Fehler aus, es zeigen sich daher zwischen zwei Punkten von vorher bestimmter Höhe, oder beim Schlusse eines Umfangspolygones nur geringe, sich auch nur in Zentimetern bewegende Differenzen.[1]) Immerhin ist es ratsam, wenn man nur mit einem gewöhnlichen Fadendistanzmesser arbeitet, die Längen der Seiten der Polygonzüge mit einem Stahlbande zu messen und die Höhen der Standpunkte durch ein Nivellement zu bestimmen, wie bereits einmal gesagt wurde. Wenn dann nachträglich bei der tachymetrischen Detailaufnahme Distanz und Höhenunterschied der Standpunkte noch einmal tachymetrisch bestimmt wird, wie oben geschildert wurde, erhält man das beste Bild von der Genauigkeit, die man bei einer tachymetrischen Arbeit erreichen kann.

Bei Anwendung der logarithmischen Methode von Tichy aber wäre es überflüssig, die Längen mit dem Stahlbande zu messen und zu nivellieren, bei dieser Präzisionsmethode genügt die tachymetrische Bestimmung vollkommen.

485. Bei der Konstruktion des Planes werden zunächst die Eckpunkte der Polygonzüge mittels ihrer Koordinaten, die aus den Längen

[1]) Verfasser hat bei seinen schon früher erwähnten tachymetrischen Arbeiten mit einem gewöhnlichen Fadendistanzmesser bei zahllosen Polygonzügen zwischen durch Nivellement bestimmten Punkten niemals eine größere Differenz als 0·05 *m* erhalten.

der Polygonseiten und den Brechungswinkeln berechnet wurden, in der bekannten Weise mit Zuhilfenahme eines Quadratnetzes aufgetragen (siehe Nr. 207). Bei minder wichtigen Aufnahmen größerer, zusammenhängender Komplexe wird es vielleicht auch oft genügen, wenn nur für die Eckpunkte der Hauptpolygonzüge die Koordinaten gerechnet werden; die unmittelbar zur Detailaufnahme dienenden Nebenpolygonzüge dagegen können dann nur mit dem Transporteur konstruiert werden, allerdings ist hiezu ein Regeltransporteur mit Nonius erforderlich. Die Detailpunkte werden nur mit dem Transporteur aufgetragen und genügt hiezu auch ein Transporteur ohne Nonius.

Wenn man mit einem Tachymeter mit drehbarem Horizontalkreis und Orientierungsbussole gearbeitet hat, so daß die Ablesungen am Horizontalkreis die Azimuthe der einzelnen Visuren sind, so wird durch jeden Standpunkt eine Parallele zu den Seiten des Quadratnetzes für die Auftragung der Polygonpunkte in der Nord-Südrichtung gezogen, und diese Gerade bildet dann die Null-Linie für das Anlegen des Transporteurs.

Hat man jedoch mit einem Tachymeter mit fixem Horizontalkreis ohne Bussole oder mit einem gewöhnlichen Theodolit gearbeitet, so wird in jedem Polygonpunkte die Null-Linie für das Anlegen des Transporteurs in folgender Weise bestimmt. Hätte man z. B. im Punkte P. $P._4$ bei der Visur von P. $P._4$ zurück nach P. $P._3$ am Horizontalkreise $242^0\ 41'$ abgelesen, so stellt man den Nonius des Transporteurs auf diese Ablesung und legt den Transporteur mit dem Lineale, an welchem die Visierrichtungen gezogen werden, an die Richtung P. $P._4$ — P. $P._3$, worauf man bei den Punkten 0 und 180 des Transporteurs zwei Marken macht, welche die Null-Linie bilden; an diese letztere hat man dann immer den Transporteur mit den Marken bei 0 und 180 anzulegen, den Nonius auf die im Protokolle verzeichnete Ablesung am Horizontalkreise zu stellen, und an dem Lineale des Transporteurs die Linie, welche die Visierrichtung darstellt, zu ziehen.

Hat man nur mit einem Bussolen-Instrument ohne Horizontalkreis gearbeitet, also bei jeder Visur nur an der Nadel der Bussole abgelesen, so erfolgt die Konstruktion entweder mit der Auftragsplatte der Bussole wie bei jeder gewöhnlichen Bussolen-Aufnahme, oder besser ist es, ebenfalls mit dem Transporteur zu konstruieren, um nicht immer warten zu müssen, bis sich die Nadel der Bussole beruhigt. Als Null-Linie für das Anlegen des Transporteurs dient dann die Richtung des magnetischen Meridians. Man bestimmt daher diese Richtung auf dem Plane und zieht durch jeden Standpunkt zu dieser Richtung eine Parallele, welch letztere dann die Null-Linie für den Transporteur ist.

Als Transporteur kann man den gewöhnlichen Halb- oder Vollkreis-Transporteur mit Nonius benützen, der in Nr. 202 beschrieben wurde. Für die Detailpunkte genügt aber, wie schon erwähnt wurde, ein gewöhnlicher Transporteur ohne Nonius, sogar aus Kartenpapier.

Um nicht die Entfernungen der Punkte erst mit dem Zirkel auftragen zu müssen, sind solche Transporteure praktischer, welche an der Kante, an der die Visierrichtung zu ziehen ist, mit einem Maßstab versehen sind, so daß die Linie gleich in der erforderlichen Länge gezogen, beziehungsweise in der bestimmten Entfernung sofort ein Punkt markiert werden kann. Ein solcher sehr praktischer Transporteur ist der ebenfalls in Nr. 202 beschriebene Tachymeter-Transporteur nach k. k. Oberbergrat Prof. Lorber.

In neuerer Zeit wurde übrigens eine große Anzahl von Auftragsapparaten für tachymetrische Aufnahmen konstruiert, und es würde viel zu weit führen, alle diese Instrumente hier zu beschreiben. Es möge nur auf einen sehr praktischen Auftragapparat hingewiesen werden, welcher bei Neuhöfer und Sohn in Wien angefertigt wird (Fig. 596). Dieser ist ein

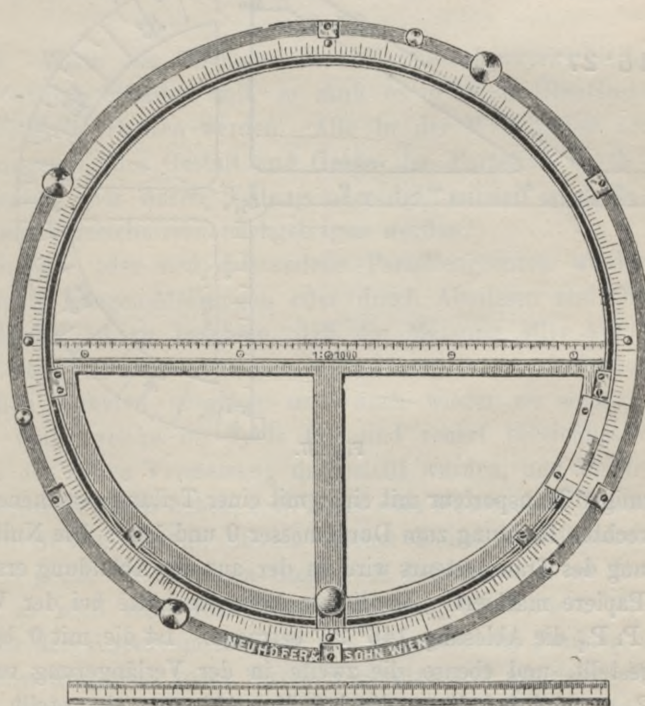


Fig. 596.

Vollkreistransporteur aus Messing mit einem Durchmesser von 38 *cm*, der auf einem eingelegten Argentanstreifen eine kräftige Einteilung in Drittelgrade trägt. In dem Kreise läßt sich eine halbkreisförmige Alhidade herumdrehen, welche mit einem Nonius versehen ist, der eine Minute gibt. Neben dem Nonius ist auch noch ein kräftiger Indexstrich angebracht, der dann benützt wird, wenn bei Detailpunkten ohne Benützung des Nonius durch Schätzung mit einer Genauigkeit von 10 bis 5 Minuten rascher gearbeitet werden soll. Längs des Durchmessers der Alhidade ist eine Teilung im

Verhältnisse von 1 : 1000 angebracht, welche zum direkten Auftragen der Distanzen dient. Diese Teilung befindet sich auf einem abschraubbaren Lineal, welches durch ein anderes mit beliebiger anderer Teilung ersetzt werden kann. Der kreisförmige Rahmen des Instrumentes kann mittels dreier Fixiernadeln am Papiere fixiert werden; dann ist aber noch die Teilung — unabhängig von der Alhidade — verdrehbar und kann somit leicht orientiert werden, worauf sie mittelst einer Klemmschraube festgestellt wird.

Ein anderer, neuerer und praktischer Auftragsapparat, der den Vorzug großer Billigkeit hat, ist der aus Karton gefertigte Puller'sche Strahlenzieher von F. W. Breithaupt und Sohn in Kassel (Fig. 597). Dieser ist ein

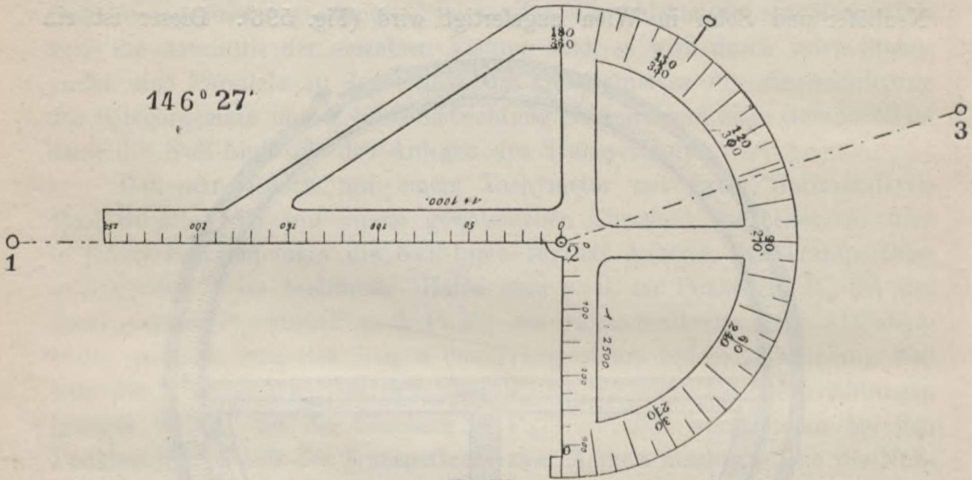


Fig. 597.

halbkreisförmiger Transporteur mit einer mit einer Teilung versehenen Schiene in der senkrechten Richtung zum Durchmesser 0 und 180°. Die Null-Linie für die Einstellung des Transporteurs wird in der aus der Abbildung ersichtlichen Weise am Papiere markiert. In diesem Beispiele hätte bei der Visur vom P. P.$_2$ nach P. P.$_1$ die Ablesung 146° 27′ betragen. Ist die mit 0 bezeichnete Marke hergestellt, und ebenso die zweite in der Verlängerung von 0 über den Punkt 2, so wird bei dieser die jeweilige Ablesung eingestellt und dann an der mit der Teilung versehenen Schiene die Distanz markiert.

Zu jedem aufgetragenen Detailpunkte wird sofort auch seine Höhe geschrieben, worauf die Punkte nach der Skizze miteinander verbunden werden. Zuletzt zeichnet man die Schichtenlinien nach Nr. 444 in einem beliebigen Abstande ein.

Anhang. Die Erhaltung und Fortführung des Vermessungswerkes.
(Evidenzhaltung.)

Nachtragsmessungen und deren Kartierung.

§ 72.

486. Wenn ein fertiggestelltes Vermessungswerk bleibenden Wert für die Zukunft behalten soll, so muß es in steter Übereinstimmung mit der Wirklichkeit erhalten werden. Alle in der Wirklichkeit vorkommenden Veränderungen in der Gestalt und Größe der Parzellen durch Änderungen ihrer Grenzen oder durch Teilung oder dgl. müssen auch in den Plänen und Flächen-Verzeichnissen nachgetragen werden.[1])

Geänderte oder neu entstandene Parzellengrenzen werden am besten durch direkte Längen-Messungen oder durch Abszissen und Ordinaten festgelegt. Hiebei ist zu beachten, daß die Messung aller zur Konstruktion der geänderten oder neu entstandenen Parzellengrenzen erforderlichen Strecken von solchen Punkten ausgehen und auch wieder an solche Punkte anschließen muß, welche im Felde fest und scharf bezeichnet und in dem Plane bei der ersten Vermessung dargestellt wurden, und welche inzwischen keine Änderung erlitten haben, z. B. Haus- oder Mauerecken, Grenzsteine u. dgl. Sobald ein Zweifel besteht, ob ein solcher Punkt, insbesondere ein Grenzstein, noch genau an derselben Stelle sich befindet, wie bei der ersten Vermessung, so muß seine Richtigkeit vorher geprüft werden. Diese Prüfung muß durch drei Streckenmessungen von ganz sicheren Punkten aus erfolgen. Hiezu sollen möglichst kurze Strecken benützt und allzulange Strecken vermieden werden. Dasselbe gilt von allen jenen Punkten, welche zur weiteren Bestimmung des aufzunehmenden Details dienen sollen.

Lassen sich die neu aufzunehmenden Punkte nicht auf eine einzige, zwischen zwei sichere Punkte zu legende Abszissenachse beziehen, so wird zwischen zwei sicheren Punkten ein Polygonzug gelegt, welcher mit Theodolit oder Bussole aufgenommen wird.

---

[1]) Siehe hierüber: „Anleitung für das Verfahren bei Ausführung der Vermessungsarbeiten und bei Durchführung der Veränderungen in den Operaten des Grundsteuerkatasters zum Zwecke der Evidenzhaltung desselben auf Grund des Gesetzes vom 23. Mai 1883, R.-G.-Bl. Nr. 83. (Finanzministerialerlaß vom 28. Juli 1907, Z. 55.166.) Wien 1907. Druck und Verlag der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.“

Bei allen Längenmessungen dürfen selbstverständlich die zulässigen Fehlergrenzen, der betreffenden Aufnahmsmethode entsprechend, nicht überschritten werden. Bei der Festlegung mittelst Abszissen und Ordinaten ist insbesondere hinsichtlich der Länge der Ordinaten und des sonstigen Vorganges alles zu berücksichtigen, was in Nr. 257 über diese Aufnahmsmethode gesagt wurde. Findet die Festlegung einzelner Punkte durch Streckenmessungen von sicheren Punkten aus statt, so ist zu beachten, daß niemals ein Gegenmaß bis zu einem zweiten sicheren Punkte in derselben Richtung der Streckenmessung fehlen darf.

487. Bei der Kartierung, d. h. bei der Konstruktion der Nachtragsmessungen in den ursprünglichen Plan ist es vor allem notwendig, den Papiereingang festzustellen. Jeder Plan zeigt nach einiger Zeit einen Papiereingang, welcher zumeist ein negativer ist, d. h. es sind infolge Eintrocknens des Papieres alle Linien kürzer geworden. Nur ganz ausnahmsweise kann ein positiver Papiereingang, d. h. ein Längerwerden der Linien konstatiert werden, wenn der Plan seinerzeit auf recht trockenem Papiere gezeichnet und dann in einem feuchten Lokale aufbewahrt worden ist.

Der Papiereingang ist niemals an allen Stellen des Papieres ganz gleich, sondern wegen des verschiedenen Eintrocknens des Papieres verschieden. Es soll daher immer der Papiereingang an jener Stelle des Planblattes ermittelt werden, an welcher eine nachträgliche Konstruktion geschehen soll. Man mißt zu diesem Behufe die Entfernung zweier im Felde fest bezeichneter und auf dem Plane dargestellter Punkte und vergleicht diese wirklich gemessene Länge mit der aus dem Plane sich ergebenden Entfernung der beiden Punkte. Die Differenz ist als der Papiereingang an dieser Stelle des Blattes und in der Richtung der gemessenen Linie anzunehmen. Es muß daher diese gemessene Linie in der nächsten Nähe der aufzutragenden Länge liegen, und muß dieselbe Richtung haben wie diese.

Da in Nr. 486 gesagt wurde, daß die Messung für die Konstruktion neu aufzunehmender Punkte immer von einem festen, in der Natur scharf bezeichneten, und in der Mappe dargestellten Punkte ausgehen und wieder an einen solchen anschließen soll, so wird selbstverständlich die ganze Länge zwischen diesen beiden festen Punkten zur Ermittlung des Papiereinganges dienen. Geschieht die Bestimmung der neu aufzunehmenden Punkte mit Abszissen und Ordinaten, so dient die ganze Länge der Abszissenachse, deren Anfangs- und Endpunkt zwei feste Punkte sein müssen, auch zur Feststellung des Papiereinganges für die Abszissen. Für die Ordinaten wird der Papiereingang bestimmt, indem die Entfernung zweier fester Punkte in der Richtung der Ordinaten und in deren möglichster Nähe gemessen wird.

Nur ganz ausnahmsweise, wenn die eben geschilderte Bestimmung des Papiereinganges durch Messung der Entfernung zwischen zwei festen Punkten nicht möglich ist, kann der Papiereingang für die zwei Hauptrichtungen des Blattes aus den Längen der Sektionsseiten ermittelt werden, wie in Nr. 369 beschrieben wurde.

Die Auftragung der zum Zwecke der Konstruktion neuer Punkte gemessenen Längen geschieht dann selbstverständlich mit voller Berücksichtigung des Papiereinganges. Zur Kontrolle muß, wie schon erwähnt wurde, stets ein Gegenmaß von einem zweiten festen Punkte in derselben oder in einer nur wenig abweichenden Richtung vorhanden sein.

In der in der Anmerkung auf Seite 757 erwähnten „Anleitung" ist im § 3 zunächst die Bestimmung enthalten, daß die Doppelmessungen einer Strecke für Nachtragsarbeiten, je nachdem ob die erste Aufnahme eine Meßtisch- oder Theodolitaufnahme war, bis auf die für diese beiden Methoden geltenden Fehlergrenzen übereinstimmen sollen. (Siehe Nr. 92.)

Im weiteren heißt es dann, daß die der Katastralmappe maßstäblich entnommenen Längen mit dem Ergebnisse einer direkten Längenmessung, falls die Katastralmappe aus einer Meßtischaufnahme vor dem Jahre 1905 hervorgegangen ist und die Länge mehr als 150 *m* beträgt, bis auf $^1/_{200}$ der Länge übereinstimmen soll. Bei Meßtischaufnahmen, die nach dem Jahre 1905 gemacht wurden, jedoch bis auf die für Längenmessungen für Meßtischaufnahmen geltende Fehlergrenze, vermehrt um $\frac{M}{5000}$, wobei M den Maßstab der Darstellung bedeutet. Ist die Katastralmappe aus einer Polygonalaufnahme hervorgegangen, so soll die Übereinstimmung bis auf die Fehlergrenze für Längenmessungen für Theodolitaufnahmen, vermehrt um $\frac{M}{7000}$ vorhanden sein.

In dieser Bestimmung ist des bei älteren Plänen stets vorhandenen Papiereinganges nicht gedacht und ist dieser auch gar nicht erwähnt, und doch kann dieser sehr verschieden sein.

Die neu entstandenen Parzellengrenzen sind in den Katastralmappen mit haltbarer roter Farbe (Zinnober) einzutragen, nicht mehr gültige Grenzlinien sind mit kurzen roten Strichen zu durchkreuzen.

Bezüglich der Numerierung der Parzellen enthalten die erwähnten „Andeutungen" die nachstehenden Bestimmungen:

1. Wird eine Grundparzelle in zwei oder mehrere Teile geteilt, so sind die neuen Teile in Bruchform in der Weise zu bezeichnen, daß die Nummer der Stammparzelle den Zähler bildet und der Nenner nach Maßgabe der arithmetischen Reihenfolge mit 1 beginnend bestimmt wird.

   (War z. B. die ursprüngliche Parzelle mit 126 bezeichnet und sind aus dieser Parzelle drei Teile entstanden, so sind diese mit $\frac{126}{1}$, $\frac{126}{2}$, $\frac{126}{3}$ zu bezeichnen.)
2. Der gleiche Fall tritt ein, wenn Bauparzellen geteilt werden.
3. Ein bereits untergeteiltes Grundstück wird bei weiterer Teilung in der Weise bezeichnet, daß die neu entstandenen Teile die ursprüngliche Nummer der Stammparzelle als Zähler und die auf die letzte Unterteilungsnummer nächstfolgenden Nummern als Nenner erhalten.

   (Wurde z. B. in dem oben angeführten Beispiele der Teil $\frac{126}{2}$ abermals in drei Teile geteilt, so behält einer hievon die Nummer $\frac{126}{2}$, die beiden anderen werden mit $\frac{126}{4}$ und $\frac{126}{5}$ bezeichnet.)
4. Wenn von zwei aneinander grenzenden Grundstücken gleicher Kulturgattung infolge Besitzänderung eines derselben vergrößert oder verkleinert wird, bleibt die Numerierung unverändert.

5. Wird eine Grundparzelle im Anstoße mit einer Bauparzelle vergrößert oder verkleinert, so bleibt die Numerierung unverändert. Der gleiche Fall tritt ein, wenn eine Grundparzelle durch Einbeziehung eines Teiles der angrenzenden Grundparzelle infolge eingetretener Kulturänderung vergrößert wird.
6. Wurden aber Teile des Ortsraumes von den Besitzern der angrenzenden Grundstücke in Besitz genommen, bezüglich deren Abtrennung die Genehmigung der kompetenten Verwaltungsbehörde nicht nachgewiesen werden kann, so sind diese als besondere Parzellen zu behandelnden Parzellenabschnitte als eine Unterteilung der Stammparzelle zu bezeichnen.
7. Wenn auf einer Bauarea (Hofraum) ein steuerpflichtiges Grundstück, oder, wenn umgekehrt auf einer Grundparzelle eine Bauparzelle entstanden ist, so wird bezüglich der Numerierung der neu entstandenen Parzellen zu unterscheiden sein, ob

   a) in der bestehenden Katastralmappe die Bau- und Grundparzellen getrennt

   oder

   b) fortlaufend numeriert sind.

   Im Falle *a*) wird die neu entstandene Grund-, beziehungsweise Bauparzelle mit der auf die letzte Grundparzellen-, beziehungsweise Bauparzellennummer folgenden Nummer zu bezeichnen sein.

   Im Falle *b*) erfolgt die Numerierung der neu entstandenen Parzelle nach Maßgabe des unter Punkt 1 angegebenen Verfahrens, d. i. durch Unterteilung der Nummer der Stammparzelle.
8. Bei Änderungen von größerem Umfange oder, wenn ein Zuwachs an Grund- oder Bauparzellen infolge Änderung der Grenzen der Gemeinde eingetreten ist, sind gleichfalls die im vorhergehenden Punkte 7 unter *a*) und *b*) besprochenen Fälle zu unterscheiden. Im Falle *a*) sind die Parzellen mit den auf die letzte Parzellennummer der Gemeinde folgenden Nummern der Grund-, beziehungsweise Bauparzellen zu bezeichnen. Im Falle *b*) jedoch sind sowohl die Grund-, als auch die Bauparzellen mit den auf die letzte Parzellennummer der Gemeinde folgenden Nummern fortlaufend zu numerieren.

488. Bei der Flächenberechnung der neu entstandenen Parzellen ist in der Weise vorzugehen, daß zunächst die Flächen der neuen Parzellen durch zweimalige Berechnung ermittelt werden. Übersteigt der Unterschied zwischen den zwei Berechnungen die zulässige Fehlergrenze nicht, so wird aus beiden Berechnungen das Mittel genommen, wenn beide Berechnungen mittelst abgegriffener Maße oder mittelst des Planimeters vorgenommen wurden. Hat aber die erste Berechnung mittelst Originalmaßen stattgefunden, so dient die zweite Berechnung nur als Kontrolle und es ist das Resultat der ersten Berechnung zu behalten.

Die Flächen der einzelnen neu entstandenen Teile einer Parzelle werden dann summiert, und ihre Summe wird mit der ursprünglichen Fläche der ganzen Parzelle verglichen.

Übersteigt der Unterschied zwischen der Summe der Teile und der ursprünglichen Fläche die zulässige Fehlergrenze nicht (siehe § 55), so ist der Unterschied auf die einzelnen Teile verhältnismäßig aufzuteilen. Selbstverständlich ist hiebei die Wirkung des Papier-Einganges im Auge zu behalten.

Übertragung von Punkten des Planes ins Feld. (Erneuerung von Grenzen.)

§ 73.

489. Bei der Übertragung von Punkten des Planes ins Feld, wie dies insbesondere bei der Erneuerung von Grenzen erforderlich wird, ist zu unterscheiden, nach welcher Methode die Aufnahme erfolgt ist.

Bei einer numerischen Aufnahmsmethode, bei welcher die Konstruktion des Planes aus lauter gemessenen Daten erfolgt, welche in einer Skizze eingetragen wurden, welch letztere aufbewahrt ist, wird die Übertragung von Punkten aus dem Plane ins Feld, die Bestimmung und Erneuerung verwischter Grenzpunkte, keine Schwierigkeiten bereiten und mit aller Schärfe möglich sein. Liegen die zu bestimmenden Punkte auf einer Messungslinie, so hat man nur die Endpunkte dieser Messungslinie (Bindepunkte) am Felde aufzusuchen und die aus den Daten der Skizze entnommenen, seinerzeit bei der Aufnahme gemessenen Längen neuerlich aufzutragen, wobei aber nicht unterlassen werden darf, die ganze Messungslinie neuerdings zu messen, um in dem Gegenmaße eine Kontrolle zu gewinnen.

Wurden die zu bestimmenden Punkte durch Abszissen und Ordinaten festgelegt, so hat man die Endpunkte der Abszissenachse aufzusuchen und dann die aus den Daten der Skizze entnommenen Längen der Abszissen und Ordinaten neuerlich aufzutragen.

Die so bestimmten Punkte müssen in beiden Fällen genau an jener Stelle sich befinden, an der sie bei der Aufnahme waren; es handelt sich hiebei nur um die ganz sichere Feststellung der Endpunkte der Messungslinie, beziehungsweise der Abszissenachse. Sind diese Endpunkte am Felde in irgend einer Weise scharf und sicher bezeichnet, so kann ein Fehler nicht vorkommen. Sind aber die Endpunkte der Messungslinie, beziehungsweise der Abszissenachse am Felde nicht bezeichnet, so müssen zunächst die Polygonpunkte, welche bei der Aufnahme jedenfalls vermarkt wurden, aufgesucht und mit deren Hilfe der notwendige Teil des Messungsliniennetzes neuerdings abgesteckt werden. Sollten auch die Polygonpunkte nicht mehr auffindbar sein, dann freilich kann die Übertragung von Punkten des Planes aufs Feld nur mit Hilfe von aus dem Plane entnommenen Längen in derselben Weise geschehen, wie bei einem rein graphisch hergestellten Plan.

Wurde ein Grenzzug, von welchem einzelne Punkte zu erneuern sind, durch Messung der Längen und Messung der Winkel mit dem Theodolit aufgenommen, und man hat das Protokoll über diese Aufnahme aufbewahrt, so ist die Erneuerung dieses Polygonzuges bei Anwendung der nötigen Vorsicht gleichfalls leicht. Man muß selbstverständlich von zwei sicher bezeichneten und ganz tadellos erhaltenen Punkten ausgehen. In dem letzten dieser Punkte wird der Theodolit aufgestellt und der seinerzeit gemessene (nicht der ausgeglichene) Winkel mit aller Sorgfalt abgesteckt. Nach Auftragung der seinerzeit gemessenen Länge wird der Theodolit wieder in dem so erhaltenen Punkte aufgestellt und abermals der Winkel abgesteckt. Selbstverständlich muß man, um eine Kontrolle zu haben, zuletzt wieder an einen sicher bezeichneten und gut erhaltenen Punkt anschließen. Eine hiebei sich zeigende Differenz darf den zulässigen Fehler für Polygonzuganschlüsse nicht übersteigen und wird auf die einzelnen Punkte verhältnismäßig aufgeteilt.

490. Wenn der Plan, aus welchem Punkte ins Feld zu übertragen sind, aus einer rein graphischen Aufnahme mit dem Meßtische hervorgegangen ist, so müssen alle zur Bestimmung der Punkte am Felde nötigen Längen mit Zirkel und Maßstab aus dem Plane entnommen werden. Es ist daher ohneweiters einzusehen, daß zu dieser Arbeit immer nur die Originalaufnahme verwendet werden darf, niemals eine Kopie.[1])

Weil aus einer graphischen Aufnahme die zur Übertragung von Punkten aus dem Plane aufs Feld nötigen Längen nur mit Zirkel und Maßstab entnommen werden können, muß man stets sich dessen bewußt bleiben, daß die geringste, auf dem Papier noch darstellbare Länge 0·14 *mm* beträgt, welche Länge am Felde nach dem Aufnahmsverhältnisse verschieden ist, und welche z. B. bei dem Katastralmaßstabe 1 : 2880 am Felde 0·40 *m* beträgt. Dieselbe Länge bildet auch ungefähr die Grenze für das Abgreifen mit Zirkel und Maßstab, obwohl sie in diesem Falle bei äußerster Sorgfalt, bei Benützung einer Lupe und eines guten Transversalmaßstabes vielleicht bis auf 0·04 *mm* herabgedrückt werden kann.

Da jeder Plan nach einiger Zeit einen gewissen, an verschiedenen Stellen des Planes verschiedenen Papiereingang aufweist, so ist für das Entnehmen von Längen aus dem Plane dessen genaue Kenntnis unerläßlich. Der Papiereingang ist daher stets womöglich für jede aus dem Plane zu entnehmende Länge selbst zu ermitteln, indem in unmittelbarster Nähe und in derselben Richtung die Länge zwischen zwei am Felde sicher bezeichneten und in der Mappe dargestellten Punkten gemessen und mit der aus der Mappe sich ergebenden Länge verglichen wird. Nur ausnahmsweise, wenn eine solche Ermittlung nicht möglich wäre, kann der Papiereingang aus den Längen der Seiten des Sektionsrechteckes ermittelt werden.

Das Übertragen der Punkte geschieht dann entweder mittelst direkter Längenmessung oder mit Abszissen und Ordinaten. Das erstere geschieht,

---

[1]) Die Katastralmappe, welche die wichtigste, in der Regel sogar die einzig zulässige Grundlage für Grenzerneuerungen bildet, ist ebenfalls aus einer rein graphischen Aufnahme mit dem Meßtisch hervorgegangen. Die Originalaufnahmen stehen aber nur dem Vermessungsbeamten des Katasters, nicht aber anderen Geometern zur Verfügung. Für letztere muß an Stelle der Originalaufnahme eine Kopie treten u. zw. entweder eine Handkopie der Originalaufnahme, oder ein lithographierter Mappenabdruck; beides kann beim Katastralmappenarchiv bestellt werden. Übrigens sind jetzt auch bei der Katastralverwaltung die einstigen Originalaufnahmen (O Mappen) schon fast ganz außer Gebrauch gekommen; an ihre Stelle ist die Evidenzhaltungsmappe (E Mappe) getreten, welche eine auf festem, haltbaren Papier auf trockenem Wege hergestellte Lithographie der Originalaufnahme ist.

wenn nur einzelne Punkte zu übertragen sind, welche in der Geraden liegen zwischen zwei am Felde sicher bezeichneten und in dem Plane dargestellten Punkten. Man mißt dann zunächst die ganze Länge zwischen diesen beiden Punkten, um durch deren Vergleich mit der dem Plane entnommenen Länge den Papiereingang festzustellen. Dann entnimmt man aus dem Plane die Entfernungen von einem dieser Fixpunkte bis zu dem zu übertragenden Punkte und trägt die gefundene Länge nach Zuschlag des auf diese Länge entfallenden Papiereinganges auf. Ebenso verfährt man mit dem Reste der Länge von dem zweiten Fixpunkte zu dem zu bestimmenden Punkte.

Liegt der zu bestimmende Punkt nicht in der Geraden zwischen den zwei Fixpunkten, sondern außerhalb, jedoch in deren Nähe, so müssen zwei weitere Fixpunkte benützt werden, deren Verbindungslinie möglichst senkrecht gegen die erste Gerade liegt, und derart, daß auch der zu bestimmende Punkt möglichst nahe bei dieser Verbindungslinie liegt. Man mißt dann zunächst diese zwei Verbindungslinien zwischen den Fixpunkten und vergleicht die gefundene Länge mit der aus dem Plane entnommenen zur Feststellung des Papiereinganges in beiden Richtungen. Dann entnimmt man dem Plane die Entfernung des zu bestimmenden Punktes von jedem der vier Fixpunkte und trägt die Entfernungen nach Zuschlag des entsprechenden Papiereinganges auf. Eine etwa noch verbleibende Differenz wird verhältnismäßig aufgeteilt.

Liegt ein zu bestimmender Punkt oder mehrere solcher Punkte nicht in der Geraden zwischen zwei Fixpunkten, so kann die Bestimmung dieser Punkte vorteilhaft mit Abszissen und Ordinaten geschehen. Man verbindet dann am Plane die beiden, als Fixpunkte dienenden, am Felde sicher bezeichneten und im Plane dargestellten Punkte durch eine Gerade, fällt auf diese von den zu bestimmenden Punkten senkrechte Ordinaten, und entnimmt nun mit Zirkel und Maßstab die Längen der Abszissen und Ordinaten und auch die ganze Länge zwischen den zwei Fixpunkten. Hierauf wird am Felde diese ganze Länge zuerst gemessen, um den Papiereingang für die Abszissen festzustellen, worauf für die Ordinaten der Papiereingang durch Messung einer in nächster Nähe und in der Richtung der Ordinaten gelegenen Geraden bestimmt wird. Nach Zuschlag des Papiereinganges zu den dem Plane entnommenen Längen werden dann die Abszissen und Ordinaten am Felde aufgetragen.

Wenn ein sehr langer Grenzzug zu erneuern ist, und wenn die Terrainverhältnisse derartige sind, daß die Benützung einer einzigen Abszissenachse unmöglich ist, und wenn sich nicht so viele Fixpunkte, d. h. Punkte, welche in der Natur sicher bezeichnet und am Plane dargestellt sind (z. B. Grenzsteine), entlang des Grenzzuges vorfinden, daß man mehrere Abszissenachsen zwischen diese Fixpunkte legen kann, so muß in folgender Weise vorgegangen werden. Man muß auf jeden Fall zwei Fixpunkte in der nächsten Nähe des Grenzzuges oder in diesem selbst u. zw. an dessen Anfang und Ende ausfindig machen. Zwischen diesen beiden Punkten wird nun am Felde ein Polygonzug gelegt, möglichst nahe der festzustellenden Grenze. Die entsprechend gewählten Polygonpunkte werden durch starke Pflöcke bezeichnet und dann wird der Polygonzug mit dem Theodolit oder dem Bussolen-Instrumente aufgenommen. Hierauf konstruiert man den Polygonzug zunächst nicht direkt im Plan, sondern auf einem separaten Blatte. Die Verbindungs-Gerade zwischen dem Anfangs- und Endpunkte des Polygonzuges ergibt unmittelbar nach der Konstruktion, oder wenn die Länge aus den Koordinaten des Anfangs- und Endpunktes gerechnet wird, die wirkliche Länge dieser Geraden, welche mit der aus dem Plane entnommenen Länge verglichen wird, zur Feststellung des Papier-Einganges. Dies ist aber nur zulässig bei einem sehr gestreckten Polygonzug. Bei scharfen Brechungswinkeln des Polygonzuges muß man den Papier-Eingang nach der Länge, Breite und Diagonale des Blattes aus den Dimensionen des Sektionsrechteckes ermitteln. Hierauf wird der Polygonzug mit Berücksichtigung des für jede Strecke je nach ihrer Richtung und Länge entfallenden Papiereinganges in den Plan zwischen die beiden Fixpunkte konstruiert. Die einzelnen Strecken des Polygonzuges bilden nun Abszissenachsen, auf welche von den zu übertragenden Punkten senkrechte Ordinaten gefällt werden, worauf man mit Zirkel und Maßstab deren Länge aus dem Plane entnimmt. Nach Zuschlag des für jede Abszissenachse geltenden Papier-Einganges werden die Abszissen aufs Feld übertragen, wo man die Endpunkte der Abszissenachsen durch die Pflöcke des Polygonzuges gegeben hat. Auf die errichteten Ordinaten werden deren Längen ebenfalls nach Zuschlag des für deren Richtung geltenden Papiereinganges aufgetragen.

Hat man einen kürzeren oder längeren Grenzzug nach einem aus einer rein graphischen Aufnahme hervorgegangenen Plane, z. B. nach der Katastralmappe, erneuert, so ist es ratsam sich zu überzeugen, ob die abgesteckte Grenze mit einer vielleicht vorhandenen, natürlichen Grenze übereinstimmt und nicht auffallend abweicht, ehe man die Grenzerneuerung als definitiv annimmt.

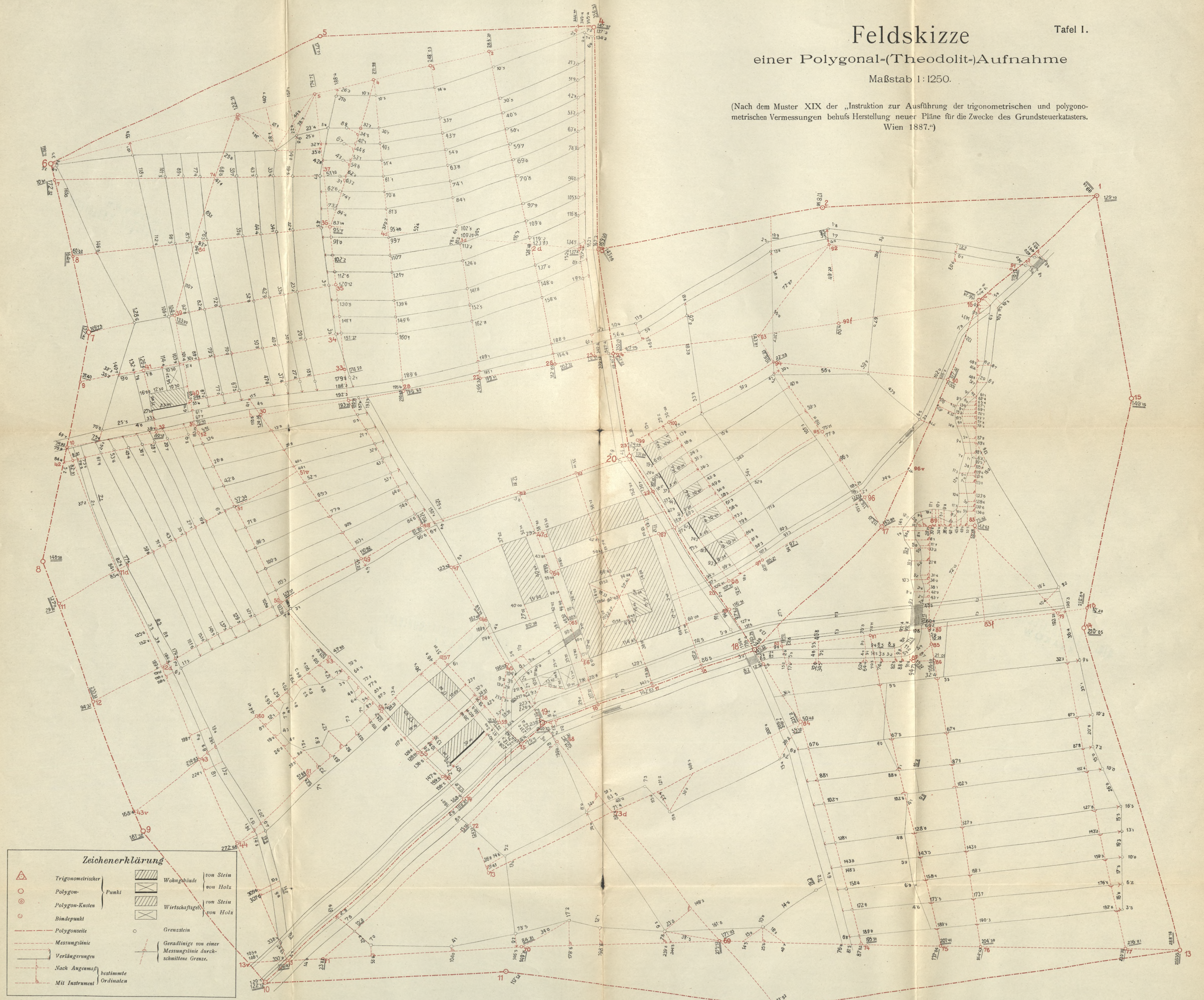
Tafel I.

Feldskizze

einer Polygonal-(Theodolit-)Aufnahme

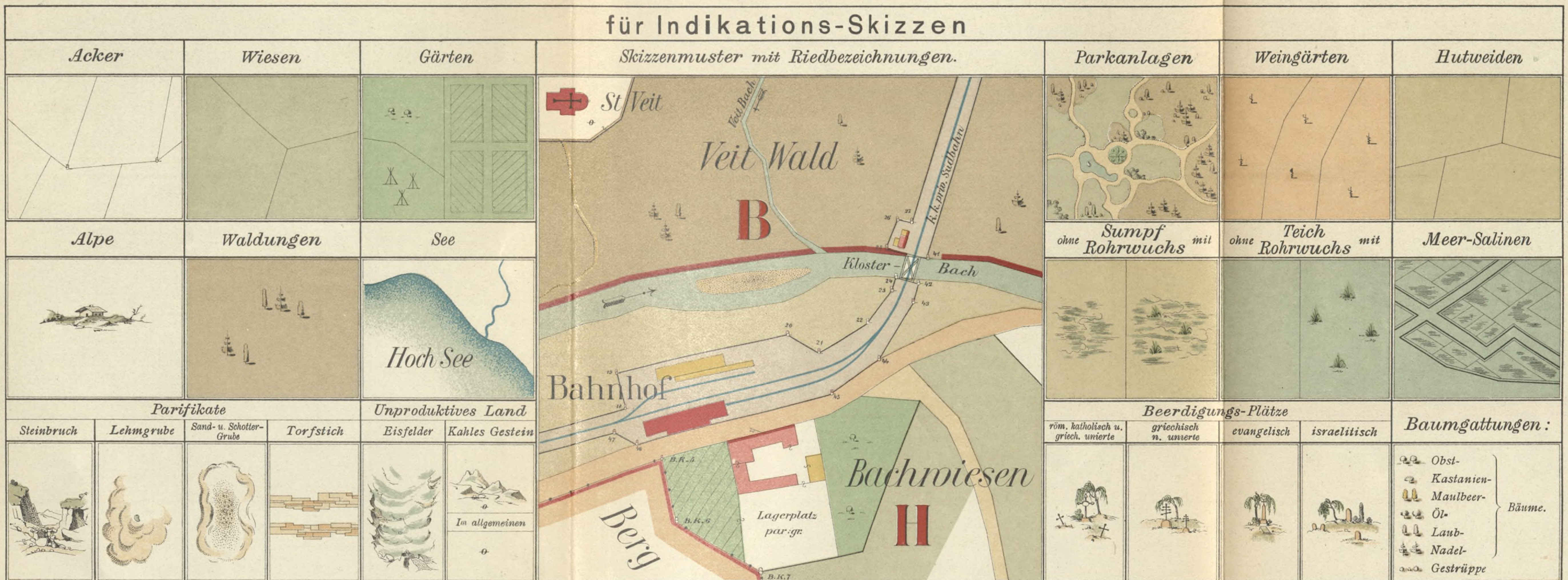
Maßstab 1:1250.

(Nach dem Muster XIX der „Instruktion zur Ausführung der trigonometrischen und polygonometrischen Vermessungen behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuerkatasters. Wien 1887.“)



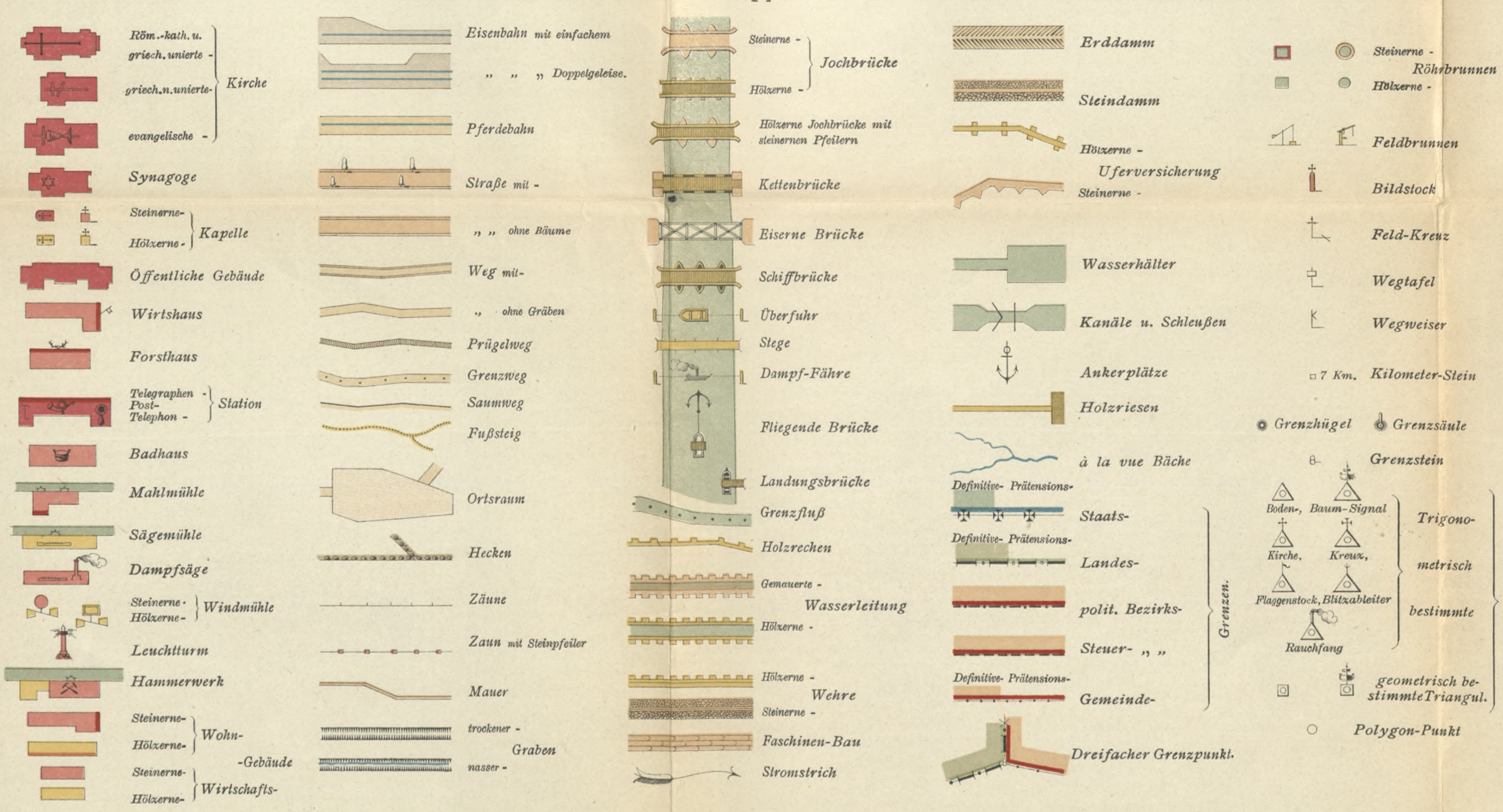
ZEICHENMUSTER

Tafel II.



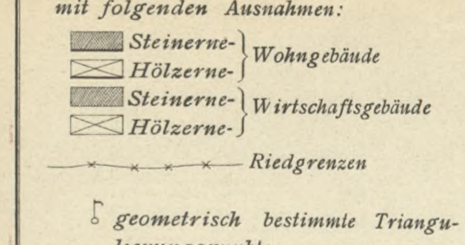
Konventionelle Bezeichnungen

für Mappen, Indikations- und Feldskizzen.



Anmerkung.

1. Die nebenstehenden konventionellen Bezeichnungen gelten:
   a. in kolorierter Ausführung für die Anfertigung der Indikationsskizzen und die Adjustierung der Mappen (in letzteren jedoch ohne Gebäude-Frontstriche);
   b. in schwarzer Ausführung für Feldskizzen mit folgenden Ausnahmen:



2. Kommunikationen, Gewässer und Grenzen können in den Feldskizzen auch mit Farbstift koloriert werden.
3. Die Kulturgattungen sind in den Feldskizzen nach Maßgabe der in der Beilage 6. angegebenen Bezeichnungen darzustellen.

Lith. u. Druck v. Joh. Hänstner, Leipz. i. B.

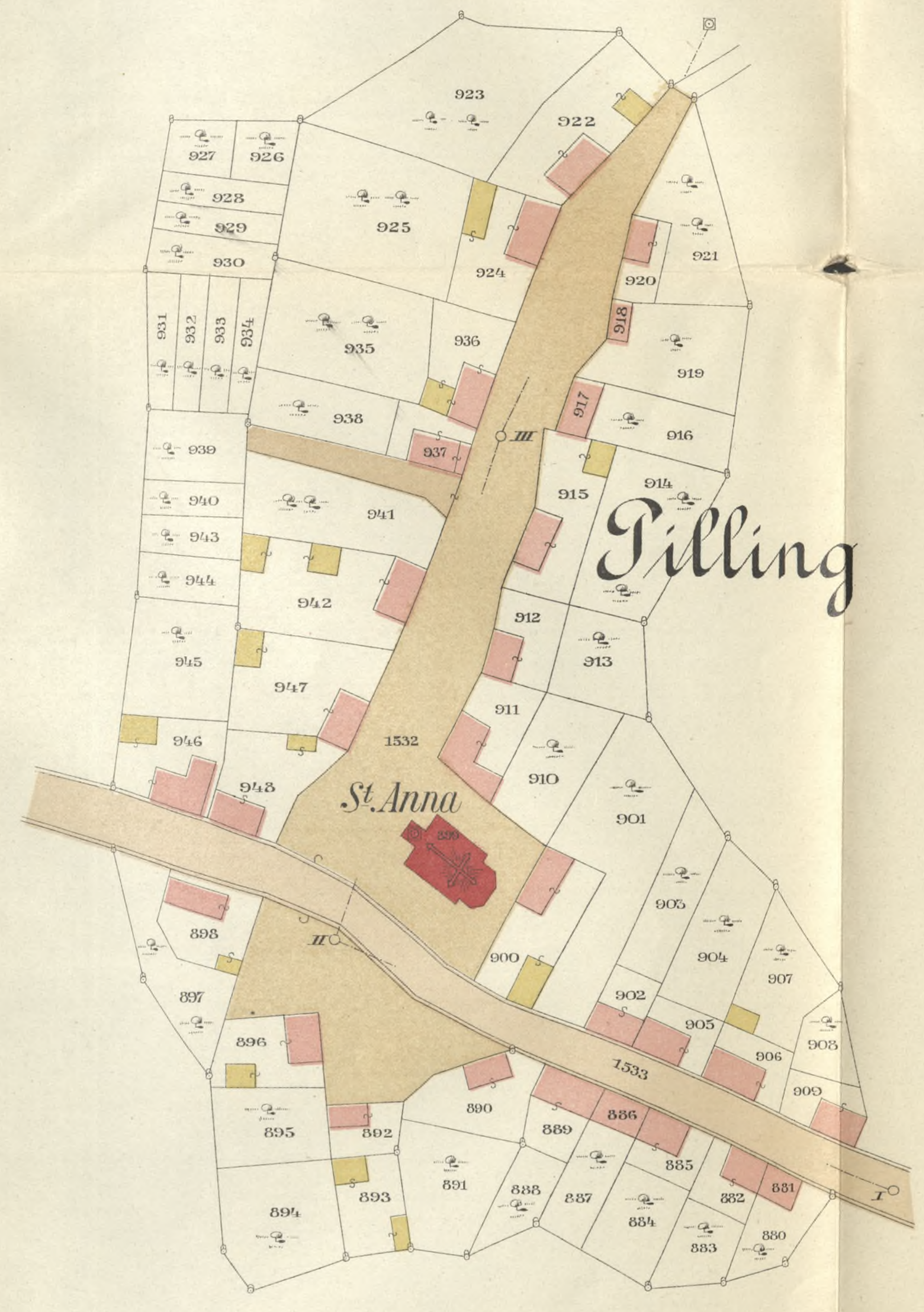
5

M. 1:2500

Entnommen der „Instruktion für Messtischaufnahmen."

Beimappe ad № 5

Karlberg N.O. V. 6. Sekt. 3/3



M. 1:1250

Entnommen der „Instruktion für Messtischaufnahmen".

Lehrbuch
der
N. Geodäsie
von
Fr. Croy
zweite Auflage
1911