Grundzüge

der

constructiven Anordnung und statischen Berechnung

der

Brücken- und Hochbau-Constructionen.

Ein Beitrag

zur

Begründung einer allgemeinen Theorie und Systemkunde der Bauconstructionen.

Von

Dr. Friedrich Heinzerling,

Ingenieur und ordentlichem Professor der Bau- und Ingenieurwissenschaften an der Universität Gießen, vormaligem Sectionsingenieur der Hessischen Ludwigseisenbahngesellschaft.

Separat-Abdruck aus dem Civilingenieur, Band XIV und XVI.

Mit acht lithographirten Tafeln.

Leipzig.

Verlag von Arthur Felix.

1870.

Inhalt.

Spalte

Einleitung 1

Erste Abtheilung.

Die Ueberbauconstructionen der Brücken u. Hochbauten 3

Erster Abschnitt.

Die statischen Gleichgewichtsbedingungen der Ueberbauconstructionen.

A. Erfüllung der allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen.
1. Träger mit n Oeffnungen und n + 1 Stützpunkten . . 3
2. Träger mit einer Oeffnung und zwei Stützpunkten . 6
3. Einseitig überbauter Träger 7

B. Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen im Besonderen.
I. Herstellung des Gleichgewichtes der Träger gegen lothrechtes Fortschreiten 8
II. Herstellung des Gleichgewichtes der Träger gegen waagerechtes Fortschreiten.
1. Herstellung des Gleichgewichtes gegen Zerreißen und Zerdrücken 10
a) Die Systeme mit aufgehobenem Horizontalschub . . 10
b) Die Systeme mit nicht aufgehobenem Horizontalschub 10
c) Die einseitig überbauten Systeme 12
2. Herstellung des Gleichgewichtes der balkenartigen Träger gegen waagrechte Verschiebung im Inneren . . . 18
III. Herstellung des Gleichgewichtes der Träger gegen drehende Bewegung.
1. Bestimmung des Widerstandsmomentes im Allgemeinen 21
2. Bestimmung des, dem größten Angriffsmoment entsprechenden, Widerstandsmomentes 27
3. Bestimmung des kleinsten, hinsichtlich des Materiales zulässigen, Widerstandsmomentes 30

Zweiter Abschnitt.

Die allgemeine Anordnung der Träger mit n + 1 bis zu 2 Stützpunkten oder mit einseitiger Befestigung 32

Erstens. Die geschlossenen Systeme 33

A. Die auf die ganze Trägerlänge geschlossenen Systeme . . 33
I. Die geschlossenen Systeme mit gegebener Hauptform und gegebener Belastung 33
1. Systeme mit constanter Querschnittsform oder mit constanter Höhe 33
2. Systeme mit waagrechter oberer oder unterer und bzw. bogenförmiger unterer oder oberer Begrenzung . . 35
II. Die geschlossenen Systeme mit gegebener Belastung und gesuchter Form 37
1. Träger mit concentrirter Belastung.
a) Mit einseitiger Festhaltung 37
α) Bei constanter Breite des Trägers 37
β) Bei constanter Höhe des Trägers 37
γ) Bei ähnlichen, rechteckigen Querschnitten 37
b) Mit zwei Stützpunkten 38
2. Träger mit vertheilter Belastung 38
a) Mit einseitiger Festhaltung 38
α) Bei constanter Breite des Trägers 38
β) Bei constanter Höhe des Trägers 38
γ) Bei ähnlichen, rechteckigen Querschnitten 39
b) Mit 2 Stützpunkten 39
α) Bei constanter Breite des Trägers 39
β) Bei constanter Höhe des Trägers 39
γ) Bei ähnlichen, rechteckigen Querschnitten des Trägers 39
III. Die geschlossenen Systeme von gegebener Form und gesuchter Belastung 40

B. Die nicht auf die ganze Trägerlänge geschlossenen Systeme 40

Zweitens. Die offengebauten Systeme.

A. Die einfachen offengebauten Systeme.
I. Die offengebauten Systeme mit gegebener Form und gegebener Belastung.
1. Die Träger mit constanter Höhe oder die Parallelträger 41
a) Die Parallelträger mit Stäben nach dem System des rechtwinkligen Dreieckes 44
b) Die Parallelträger mit Stäben nach dem System des gleichschenkligen Dreieckes 44
2. Die Träger mit theilweise constanter, theilweise variabler Höhe 44
3. Die Träger mit gegebener variabler Höhe 44
II. Die offen gebauten Systeme mit gegebener Belastung und gesuchter Form 45
1. Die Träger mit concentrirter Belastung oder die polygonalen Trägersysteme.
a) Die Systeme mit aufgehobenem Horizontalschube . . 45
α) Die versteiften polygonalen Systeme 47
β) Die mehrfachen und versteiften trigonalen Systeme 48
b) Die Systeme mit nicht aufgehobenem Horizontalschube 49
1) Die Systeme mit gezogenen Hauptgliedern . . . 49
2) Die Systeme mit gedrückten Hauptgliedern . . . 49
3) Die Systeme mit gezogenen und gedrückten Hauptgliedern 49
2. Die Träger mit vertheilter Belastung und zwei Stützpunkten, oder die curvenförmigen Systeme . . . 50
a) Die Träger mit gleichförmig vertheilter Belastung.
α) Die Träger mit gleichförmig auf die Projection vertheilter Belastung 50
β) Die Träger mit gleichförmig auf die Länge vertheilter Belastung 52
b) Die Träger mit ungleichförmig vertheilter Belastung.
α) Die Träger mit nach dem Stützpunkte hin proportional zunehmender Belastung 53
β) Die Träger mit gerade abgeglichener Belastung . 54

Spalte

III. Die offengebauten Systeme mit gegebener Form und gesuchter Belastung.
1. Die Träger, welche den Kreis oder einen Theil des Kreises zur Systemform haben.
a) Die Träger mit Halbkreis oder mit vollem Bogen . 57
b) Die Träger mit kreisförmigem Segment- oder Stichbogen 59
c) Die Träger, welche eine aus Kreisstücken zusammengesetzte Systemform haben.
α) Die Träger mit der Form des deutsch-gothischen Spitzbogens 60
β) Die Träger mit der Form des englisch-gothischen Spitzbogens 61
γ) Die Träger mit der Form des aus mehreren Kreissegmenten zusammengesetzten Bogens oder des Korbbogens 61
2. Die Träger, welche die Ellipse zur Systemform haben 62
B. Die aus je zwei offenen Systemen zusammengesetzten Systeme 65
C. Die aus geschlossenen und offenen Systemen zusammengesetzten Systeme 66
1. Die aus geschlossenen und trigonalen Systemen zusammengesetzten Systeme 66
2. Die aus geschlossenen und polygonalen Systemen zusammengesetzten Systeme 66

Zweite Abtheilung.

Die Aufbauconstructionen der Brücken und Hochbauten 67

Erster Abschnitt.

Die statischen Gleichgewichtsbedingungen der Aufbauconstructionen.
A. Erfüllung der allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen. . . 67
B. Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen im Besondern.
I. Herstellung des Gleichgewichtes der Stützen gegen lothrechtes Fortschreiten.
1. Herstellung des Gleichgewichtes gegen Zerdrücken . . 69
II. Herstellung des Gleichgewichtes der Stützen gegen waagrechtes Fortschreiten 69
III. Herstellung des Gleichgewichtes der Stützen gegen Drehung 70
1. Herstellung des Gleichgewichtes mit dem Unterbau verankerter Stützen gegen Drehung.
a) Unter gleichzeitiger Einwirkung horizontaler und vertikaler Kräfte 70
b) Unter alleiniger Einwirkung vertikaler Kräfte . . . 75
1) Die Stütze mit festem unteren und freiem oberen Ende 76
2) Die Stütze mit seitlich unverschieblichen, aber drehbaren Enden 78
3) Die Stütze mit festem unteren und und unverschieblichem, aber drehbarem oberen Ende 78
4) Die Stütze mit festem oberen und festem unteren Ende 79

Zweiter Abschnitt.

Die allgemeine Anordnung der Stützen 79

Erstens. Die geschlossenen Systeme 80
A. Die Stützen mit lothrechter Belastung 80
I. Auf Druck widerstehende Stützen 81
1. Die geschlossenen Stützen mit constanter Querschnittsform 81
2. Die geschlossenen Stützen mit variabler Querschnittsform 82
a) Die Stützen von gleichem Widerstande gegen Druck 82
1) Mit quadratischem Querschnitt 83
2) Mit rechteckigem Querschnitt und einer constanten Seite 84
3) Mit rechteckigem Querschnitt von constantem Seitenverhältniß 83
4) Mit kreisförmigem Querschnitt 83
5) Mit ringförmigem Querschnitt 83
b) Die Stützen mit, den Körpern von gleichem Widerstande gegen Druck angenäherter, Form 84
II. Auf Ausbiegung widerstehende Stützen 85
1. Die auf Ausbiegung widerstehenden Stützen mit constanter Querschnittsform 85
2. Die auf Ausbiegung widerstehenden Stützen mit variabler Querschnittsform 87
a) Die Stützen mit constanter Festigkeit gegen Ausbiegung bei constanter Dicke 88
b) Die Stützen mit constanter Festigkeit gegen Ausbiegung bei constanter Breite 89
c) Die Stützen mit constanter Festigkeit gegen Ausbiegung bei ähnlichen Querschnitten 92
B. Die Stützen mit geneigt wirkender Belastung 94
I. Die einem Erd- oder Wasserdrucke oder beiden zugleich widerstehenden Stützen 94
1. Die Ufer-, Quai- und Futtermauern 95
a) Herstellung des Gleichgewichtes gegen lothrechtes Fortschreiten 95
b) Herstellung des Gleichgewichtes gegen waagrechtes Fortschreiten 96
c) Herstellung des Gleichgewichtes gegen drehende Bewegung 96
2. Die Bohlwerke.
α) Mit unverstrebten Bohlwerkspfählen.
a) Herstellung des Gleichgewichtes gegen lothrechtes Fortschreiten 98
b) Herstellung des Gleichgewichtes gegen waagrechtes Fortschreiten 98
c) Herstellung des Gleichgewichtes gegen drehende Bewegung 98
β) Mit verstrebten Bohlwerkspfählen 102
γ) Mit aufgesetzten Bohlwerkspfählen 103
II. Die einem Seitenschube der Ueberbauconstruction widerstehenden Stützen 103
1. Die Ankerpfeiler 104
a) Die Hängeträger auf Rollenstühlen 104
b) Die Hängeträger auf festen Lagern 104
2. Die Widerlagspfeiler 105
3. Die Zwischenpfeiler 107

Zweitens. Die offengebauten Systeme 108
A. Die offengebauten Systeme mit Kern und Mantel.
1. Gleichgewicht gegen lothrechtes Fortschreiten 108
2. Gleichgewicht gegen waagrechtes Fortschreiten 108
3. Gleichgewicht gegen Drehung 109
B. Die offengebauten Systeme ohne Kern 111

Dritte Abtheilung.

Spalte

Die Unterbauconstructionen der Brücken und Hochbauten 113

Erster Abschnitt.

Die statischen Gleichgewichtsbedingungen der Unterbauconstructionen.

A. Die Erfüllung der allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen . 114
B. Die Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen im Besonderen.
I. Herstellung des Gleichgewichtes der Unterbauconstructionen zur Vermeidung einer normal zur Gründungsbasis fortschreitenden Bewegung.
1. Bei geneigtem Oberdrucke und geneigter Gründungsbasis 116
2. Bei geneigtem oder senkrechtem Oberdrucke und waagrechter Gründungsbasis 117
II. Herstellung des Gleichgewichtes der Unterbauconstructionen zur Vermeidung einer zur Gründungsbasis parallel fortschreitenden Bewegung 118
III. Herstellung des Gleichgewichtes der Unterbauconstructionen zur Vermeidung einer Drehung 118

Zweiter Abschnitt.

Die allgemeine Anordnung der Unterbauconstructionen zur Herstellung des statischen Gleichgewichtes.

I. Anordnung der Unterbauconstruction zur Vermeidung einer seitlichen Verschiebung auf der Gründungsbasis . . 119

Spalte

1. Directe Verhinderung einer Verschiebung auf der Gründungsbasis 119
2. Indirecte Verhinderung einer Verschiebung auf der Gründungsbasis 119

II. Anordnung der Unterbauconstructionen zur Vermeidung einer Drehung 120
III. Anordnung der Unterbauconstructionen zur Vermeidung eines Einsinkens in den Baugrund.
1. Bei festem Obergrunde 120
2. Bei festem Untergrunde 121
3. Bei unfestem Baugrunde 121

Dritter Abschnitt.

Die Ausführung der Unterbauconstructionen. 125

1. Die Gründungen auf Pfahlrost 125
2. Die Gründungen mit Senkbrunnen
a. ohne Anwendung von Luftdruck 126
b. mit Anwendung von Luftdruck 127
3. Die Gründungen mit Senkröhren
a. ohne Anwendung von Luftdruck 129
b) mit Anwendung von verdünnter Luft 129
c) mit Anwendung von verdichteter Luft 130

Vierter Abschnitt.

Die Erhaltung der Unterbauconstructionen 130

Tafeln.

1–4. Die Grundsysteme der Ueberbauconstructionen im Brücken- und Hochbau.
5—6. Die Grundsysteme der Aufbauconstructionen im Brücken- und Hochbau.
7–8. Die Grundsysteme der Unterbauconstructionen im Brücken- und Hochbau.

Druckfehler.

Spalte 4. In Formel (8) lies $\mp$ H statt H.
" 5. In Formel (11) lies $\pm$ H statt $-$ H.
" 5. In Formel (16) sind vor $A_m x$ einige Puncte einzuschalten.
" 6. In Formel (28) lies $\frac{(l-g_1)}{l}$ statt $\frac{(l-g)}{l}$.
" 6. In Formel (32) lies $\mp$ H statt H.
" 6. In Formel (35) lies $\pm$ H statt H.
" 9. Zeile 5 v. u. lies x statt x_1.
" 10. Zeile 14 v. u. lies: und für $x = 0$ in Gleichung (49) $G_x = 0$, daher u. s. w.
" 11. Zeile 18 v. u. lies $A_1 x$ statt A_1.
" 12. In Formel (78) und (80) lies $A_1 x$ statt A_1.
" 13. In Formel (86), (87) und (88) lies $A_1 x$ statt A_1.
" 14. Zeile 4 v. u. streiche: spannungen.
" 17. In Formel (106) lies y^p statt p^p.
" 17. In Formel (107) und (108) lies $A_1 x$ statt A_1.
" 18. In Formel (114) und (116) lies $A_1 x$ statt A_1.
" 19. Zeile 6 v. o. lies wenn statt da.
" 23. Zeile 13 v. u. streiche: daher.
" 23. In Formel (143) lies a_s statt a_z.
" 25. In Formel (152) lies $A_1 x$ statt A_1.
" 25. Zeile 2 v. u. streiche: aus.
" 26. Zeile 1 v. o. streiche: aus.
" 31. Zeile 11 v. u. lies λ_z statt λ
" 35. In Formel (224^a) und (225^a) lies h statt h^2.
" 41. Zeile 16 v. o. lies Parallelträger statt Parabelträger.
" 41. Zeile 8 v. u. lies $y^s + y^p$ statt $y^p + y^p$.
" 42. Zeile 10 v. u. lies Taf. 1. Fig. 18 statt Fig. 32.
" 43. In Formel (262) lies V_x'' statt V_x'.
" 44. Zeile 10 v. o. lies (268) statt (267).
" 44. In Formel (272) lies V_x statt V_x'.
" 45. In Formel (275) lies x_n statt x_{11}.
" 46. Zeile 2 v. o. lies gehn statt geht.
" 46. Zeile 13 v. o. lies $V_m + V_{m+1} + V_n$ statt $V_m + V_{m+1} + V_m$.
" 46. Zeile 20 v. o. lies x_{m-1} statt x.
" 46. In Formel (280) lies $\ldots V_n$ statt $\ldots V_{11}$.
" 46. Zeile 9. v. u. lies $y^p{}_1$ und $y^s{}_1$ statt $y^o{}_1$ und $y^u{}_1$.
" 51. Zeile 14 v. o. lies gegen statt 2c.
" 51. Zeile 8 v. u. lies auch statt nicht.
" 55 u. 56. In Formel (346) und (347) ist die erste Klammer vor dem dritten + zu schließen.
" 58. Zeile 10 u. 11 v. u. lies: Wird aus Gleichung (350) der Werth für $\frac{d^2y}{dx^2}$ u. s. w.
" 59. Im Nenner der Formel (359) lies $g(r-y)^3$ statt $g(r-y)^2$.
" 59. Zeile 7 v. u. lies Stichbogen statt Stützbogen.
" 59. Zeile 2 v. u. lies: Stützpunkt.
" 60. Im Nenner der Formel (366) streiche g.
" 60. Zeile 17 v. u. lies $y = r$ statt $y = f$.
" 61—62. In Formel (368) lies dreimal $r - \frac{(l-l')}{2}$ statt $r - \frac{(l+l')}{2}$.
" 64. Zeile 2 v. u. lies y' statt y.
" 107. Der Wurzelgröße in Formel (625) ist das Glied $-\frac{2m^2l^2}{3}$ hinzuzufügen
" 125. Zeile 32 v. o. lies welchen statt welcher.

Einleitung.

Die zahlreichen Theorieen, welche seit der Gründung wissenschaftlicher Bauschulen durch die aus ihnen hervorgegangenen theoretisch gebildeten Praktiker für die einzelnen Gattungen der Bauconstructionen aufgestellt worden sind, scheiden dieselben wegen der verschiedenen Structur und Widerstandsfähigkeit der anzuwendenden Baustoffe und der dadurch bedingten Verschiedenheit der constructiven Anordnung von vornherein nach dem Baumateriale. Innerhalb der auf diese Weise gesonderten drei Gebiete der Stein-, Eisen- und Holz-Constructionen theilt man die überbauten oder freitragenden Constructionen wieder in Balken- oder Barrenträger, Bogenträger und aufgehängte Träger, welche man häufig von vornherein wieder einer gesonderten Behandlung unterwirft und innerhalb dieser drei Hauptgattungen der Constructionen die Arten derselben meist ohne wissenschaftlichen Eintheilungsgrund, z. B. nach dem Namen der Erfinder oder der Länder, wo sie erfunden worden sind, classificirt und demgemäß wieder, ohne Rücksicht auf deren constructive Verwandtschaft, für jede derselben eine besondere Theorie aufstellt. Die Balkenträger hat man nach der Zahl ihrer Stützpunkte vorzugsweise als continuirliche und nicht-continuirliche behandelt, während doch die meisten Bogen- und aufgehängten Träger über mehrere Oeffnungen ebenfalls ein Continuum bilden.

Auf diesem theoretisch-praktischen Wege ist zwar für die Möglichkeit der Berechnung und Ausführung der einzelnen Constructionsarten hinreichend gesorgt worden, aber bei dieser ausschließlichen Cultivirung der Einzelgebiete der Ueberblick über das Gesammtgebiet und eine diesem entsprechende gemeinsame Herleitung unter sich verwandter Constructionen und deren Theorieen aus den ihnen zu Grunde liegenden statischen Gesetzen mehr oder minder unbeachtet geblieben.

Und doch liegt allen Stein-, Eisen- und Holzconstructionen ein gemeinsames Constructionsprincip zu Grunde, welches von dem Baumaterial unabhängig ist, während erst bei Auswahl des einzelnen Constructionssystems, sowie bei Bestimmung der Abmessungen und Verbindungen der Constructionstheile die Widerstandsfähigkeit des Materiales, mithin die Materialgattung in Betracht kommt.

Kann man nun schon hinsichtlich des zu verwendenden Baumateriales das Constructionsprincip über die Materialgattung stellen, so kann man dies umsomehr bei Behandlung der genannten drei Constructionsgattungen, unter welchen die Bogen- und aufgehängten Träger nur Theile oder eigentlich nur specielle Fälle gewisser Balkenträger sind. Leitet man die Theorie dieser letzteren unter der allgemeinen Annahme von n Feldern oder n + 1 Stützpunkten ab, so ergiebt sich auch der Bogen- und aufgehängte Träger mit n + 1 Stützpunkten als ein specieller Fall jenes continuirlichen Balkenträgers.

Was hier von der theoretischen Behandlung der freitragenden Constructionen gesagt worden ist, gilt hinsichtlich des Constructionsprincips auch von den aufgebauten oder stützenden und den unterbauten oder Grundbau-Constructionen. Auch hier steht das Constructionsprincip zunächst über der Materialgattung und ist erst bei der Detailanordnung die Beschaffenheit des angewendeten Materiales von mehr oder weniger Einfluß.

Der nachfolgenden Abhandlung liegt die Absicht zu Grunde, die allgemeinen Constructionsprincipien der Bauconstructionen, insoweit sie von der Materialgattung, insbesondere von deren Widerstandsfähigkeit unabhängig sind, mit wissenschaftlicher Strenge aus den allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichtes zu entwickeln und hieraus die wichtigsten Anordnungen der einzelnen Constructionssysteme mit Hinweis auf die ihnen beigegebenen systematisch geordneten Tabellen abzuleiten.

Es liegt in der Natur der Sache, daß aus den bekannten statischen Gesetzen neben neuen Gesichtspunkten und Systemen sich auch bekannte constructive Gesetze ergeben werden. Aus diesem Grunde legt der Verfasser ein besonderes Gewicht auf die Behandlungsweise dieses eben so weitschichtigen, als bis jetzt wissenschaftlich ungeordneten Materiales, aus welcher, zum Zweck einer klaren Uebersicht über und Einsicht in das Wesen des baulichen Construirens, wie er hofft, eine auf ausschließlich wissenschaftlichen Grundsätzen beruhende klare und deutliche, geordnete und möglichst vollständige, zusammenhängende und in sich einstimmige: „allgemeine Theorie der Bauconstructionen" sich allmälig entwickeln werde.

Die Mittheilung der, bei Anwendung der folgenden Sätze auf die Berechnung der einzelnen Bauconstructionen selbst erforderlichen, Weiterentwickelung der erhaltenen Formeln, sowie die daraus abgeleitete statisch-numerische Berechnung dieser Constructionen würde über die, durch den Umfang einer Zeitschrift gesteckten, Grenzen hinausführen, ein Grund, welcher auch die Behandlung der Kuppelconstructionen hier ausschloß, jedoch behält sich der Verfasser die Mittheilung einzelner Entwickelungen vor, welche theils an und für sich, theils zur Fortführung der nachfolgenden Theorie von allgemeinerem Interesse sind.

Die Construction der Brücken und Hochbauten zerfällt in diejenige

1. der freitragenden Theile oder des Ueberbaues (Brückenträger, Dächer, Zwischendecken),
2. der steigenden Theile oder des Aufbaues (Stützen, Pfeiler, Joche, Umfangs- und Zwischenwände),
3. der Fundamente oder des Unterbaues (Grundbau).

Erste Abtheilung.

Die Ueberbauconstructionen der Brücken und Hochbauten.

Die Ueberbauconstructionen der Brücken und Hochbauten sind solche mit je 2 oder mehr nebeneinander, oder je 2 übereinander liegenden Stützpunkten, und in diesen Fällen beziehungsweise abgesetzte (discontinuirliche), fortlaufende (continuirliche) und einseitig überbaute Träger.

Der statische Zweck dieser Träger ist die seitliche Uebertragung der freiwirkenden (veränderlichen und ständigen) Belastungen auf ihre Stützpunkte. Um diese Uebertragung zu bewirken, müssen die angreifenden (äußeren) und widerstehenden (inneren) Kräfte dieser Träger vermöge ihrer constructiven Anordnung in's Gleichgewicht gegen

a) lothrecht fortschreitende Bewegung,
b) waagrecht fortschreitende Bewegung,
c) drehende Bewegung

gesetzt werden.

Erster Abschnitt.

Die statischen Gleichgewichtsbedingungen der Ueberbauconstructionen.

A. Erfüllung der allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen.

1. Träger mit n Oeffnungen und n+1 Stützpunkten.

Die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichtes der angreifenden Kräfte sind mit Rücksicht auf die Bezeichnungen der Figur 1, Taf. 1, bzw.:

$$A_1 + A_{11} + \dots A_{n+1} - G_n = 0, \quad \dots\dots \quad (1)$$

$$H - H' = 0, \quad \dots\dots\dots\dots \quad (2)$$

$$A_1 L + A_{11}(L - l_1) + \dots A_n (L - l_1 - l_{11} - \dots l_{n-1}) - G_n g_n = 0. \quad \dots\dots \quad (3)$$

Aus den 2 Gleichungen (1) und (3) lassen sich bei unelastischen Trägern mit Hilfe der statischen Momente, bei elastischen Trägern mit Hilfe der Gleichung der elastischen Linie die n+1 unbekannten Auflagerdrücke, aus Gleichung (2) die (n+2)te unbekannte angreifende Kraft finden, nämlich: aus (1), (2) und (3) bzw.

$$A_{m+1} = G_n - (A_1 + \dots A_m + A_{m+2} + \dots A_{n+1}), \quad (4)$$

$$H' = H, \quad \dots\dots\dots\dots \quad (5)$$

$$A_m = \left(\frac{1}{L - l_1 - \dots l_{m-1}}\right)[G_n g_n - A_1 L - A_{11}(L - l_1) - \dots A_{m-1}(L - l_1 - \dots l_{m-2}) + A_{m+1}(L - l_1 - \dots l_m) + A_n (L - l_1 - \dots l_{n-1})], \quad \dots\dots \quad (6)$$

während die (n+3)te unbekannte angreifende Kraft H vorläufig unbestimmt bleibt.

Die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichtes der angreifenden und widerstehenden Kräfte sind mit Rücksicht auf die Figur 2, Taf. 1, bzw.:

$$A_1 + A_{11} + \dots A_m - G_x - V_x = 0, \quad \dots\dots \quad (7)$$

$$H + H_x{}^p - H_x{}^s = 0, \quad \dots\dots\dots \quad (8)$$

$$A_1 (l_1 + \dots l_{m-1} + x) + A_{11}(l_{11} + \dots l_{m-1} + x) + \dots A_m x - G_x g_x - H_x{}^p . y^p - H_x{}^s . y^s = 0, \quad (9)$$

d. h. 3 Gleichungen, woraus sich die 3 unbekannten widerstehenden Kräfte:

$$V_x = A_1 + A_{11} + \ldots A_m - G_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

$$H_x{}^p = H_x{}^s - H, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

$$H_x{}^s = \frac{1}{y^s + y^p} [A_1 (l_1 + \ldots l_{m-1} + x) + A_{11} (l_{11} + \ldots l_{m-1} + x) + \ldots A_m x + H y^p - G_x g_x] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

ergeben, während auch hier die Horizontalwirkung H unbestimmt, mithin durch eine entsprechende Anordnung der Ueberbauconstruction zu bestimmen bleibt.

Erste Anordnung. Man hebt den Horizontalschub H auf, d. h. man macht

$$H = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

In diesem Falle ergiebt sich aus Gleichung (5) auch

$$H' = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

und aus Gleichung (11):

$$H_x{}^p = H_x{}^s. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Aus Gleichung (14) folgt, daß mit H auch der Horizontalschub H' verschwindet, aus Gleichung (15), daß die Horizontalwiderstände $H_x{}^p$ und $H_x{}^s$ ein Kräftepaar mit dem Hebelsarm $y^s + y^p$ bilden, welches übrigens für verschiedene Abscissen x gleich oder verschieden sein kann. Wegen der Bedingung (13) geht Gleichung (12) über in:

$$H_x{}^s (y^p + y^s) = H_x{}^p (y^p + y^s) = A_1 (l_1 + l_{11} + \ldots l_{m-1} + x) + A_{11} (l_{11} + \ldots l_{m-1} + x) + A_m x - G_x g_x. \quad (16)$$

Zweite Anordnung. Man hebt den oberen Horizontalwiderstand auf, d. h. man macht

$$H_x{}^p = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Alsdann ergiebt sich aus Gleichung (11)

$$H = H_x{}^s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

und aus Gleichung (5)

$$H' = H_x{}^s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Aus den Gleichungen (18) und (19) folgt, daß $H_x{}^s$ für alle Abscissen der Horizontalwirkung H oder H' gleich, mithin durch alle Oeffnungen des Systemes constant ist und mit der Horizontalwirkung H oder H' ein Kräftepaar mit dem Hebelsarm y^s bildet. Wegen der Bedingung (17) geht Gleichung (9) über in

$$H_x{}^s . y^s = A_1 (l_1 + \ldots l_{m-1} + x) + A_{11} (l_{11} + \ldots l_{m-1} + x) + \ldots A_m x - G_x g_x. \quad (20)$$

Dritte Anordnung. Man hebt den unteren Horizontalwiderstand auf, d. h. man macht:

$$H_x{}^s = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Alsdann ergiebt sich aus Gleichung (11)

$$H = H_x{}^p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

und aus Gleichung (5)

$$H' = H_x{}^p. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Aus den Gleichungen (22) und (23) folgt, daß $H_x{}^p$ für alle Abscissen der Horizontalwirkung H oder H' gleich, mithin durch alle Oeffnungen des Systemes constant ist und mit dem Horizontalschub H oder H' ein Kräftepaar mit dem Hebelsarm y^p bildet. Die Bedingung (21) verwandelt die Gleichung (9) in:

$$H_x{}^p . y^p = A_1 (l_1 + \ldots l_{m-1} + x) + A_{11} (l_{11} + \ldots l_{m-1} + x) + \ldots + A_m x - G_x g_x. \quad (24)$$

2. Träger mit einer Oeffnung und zwei Stützpunkten.

Unter den Brückenträgern ist derjenige mit einer Oeffnung und zwei Stützpunkten der relativ wichtigste. Setzt man für den Träger mit n Oeffnungen und n + 1 Stützpunkten:

$$A_1 = A_{11} = \ldots A_{m-1} = A_{m+2} = A_{m+3} = \ldots A_{n+1} = 0,$$
$$n = 1, \quad G_n = G_1, \quad g_n = g_1 \quad \text{und} \quad L = l,$$

so ergeben sich für den Träger mit 1 Oeffnung und 2 Stützpunkten, s. Fig. 3, aus den Formeln (1) bis (3) die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichtes der angreifenden Kräfte:

$$A_1 + A_{11} - G_1 = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

$$H - H_1 = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

$$A_1 l - G_1 g_1 = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

also 3 Gleichungen, woraus sich von den 4 unbekannten angreifenden Kräften nachstehende 3, nämlich

$$A_{11} = G_1 \frac{(l - g)}{l}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

$$H' = H, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

$$A_1 = \frac{G_1 g_1}{l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

unmittelbar ergeben, während die vierte unbekannte angreifende Kraft H vorläufig unbestimmt bleibt.

Weiter folgen aus den Formeln (7) bis (9) die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichtes der angreifenden und widerstehenden Kräfte, s. Fig. 4, Taf. 1:

$$A_1 - G_x - V_x = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

$$H + H_x{}^p - H_x{}^s = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

$$G_x g_x - A_1 x + H_x{}^p y^p + H_x{}^s y^s = 0, \quad . \quad . \quad (33)$$

3 Gleichungen, woraus sich die drei unbekannten widerstehenden Kräfte:

$$V_x = A_1 - G_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

$$H_x{}^p = H_x{}^s - H, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

$$H_x{}^s = \frac{A_1 x + H y^p - G_x g_x}{y^p + y^s} \quad . \quad . \quad (36)$$

ergeben, während auch hier der Horizontalschub H vorläufig unbestimmt bleibt und durch eine der drei allgemein für den Träger mit n Oeffnungen und n + 1 Stützpunkten entwickelten constructiven Anordnungen bestimmt wird. Man erhält für diese 3 Fälle alsdann die nachstehenden Formeln:

Erste Anordnung. Für diese Anordnung ist aus Gleichung (13) und (14):

$$H = H_1 = 0,$$

und aus Gleichung (15):

$$H_x{}^p = H_x{}^s,$$

daher verwandelt sich Gleichung (36) in:

$$H_x{}^s (y^s + y^p) = H_x{}^p (y^p + y^s) = A_1 x - G_x g_x . \quad (37)$$

Zweite Anordnung. Für diese Anordnung ist aus Gleichung (17):

$$H_x{}^p = 0,$$

und aus Gleichung (18) und (19)

$$H = H' = H_x{}^s,$$

daher verwandelt sich Gleichung (33) in:

$$H_x{}^s . y^s = A_1 x - G_x g_x . \quad \ldots \quad (38)$$

Dritte Anordnung. Für diese Anordnung ist aus Gleichung (21):

$$H_x{}^s = 0,$$

und aus Gleichung (22) und (23)

$$H = H' = H_x{}^p,$$

daher verwandelt sich Gleichung (33) in:

$$H_x{}^p . y^p = A_1 x - G_x g_x . \quad \ldots \quad (39)$$

3. Einseitig überbauter Träger.

Die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichtes der angreifenden Kräfte sind mit Rücksicht auf die Bezeichnungen der Figur 5 bzw.:

$$A - G = 0, \quad \ldots \quad (40)$$

$$H + H'' - H' = 0, \quad \ldots \quad (41)$$

$$G g - H' h' - H'' h'' = 0, \quad \ldots \quad (42)$$

drei Gleichungen, woraus wegen $H = 0$, die 3 unbekannten angreifenden Kräfte

$$A = G, \quad \ldots \quad (43)$$

$$H' = H'', \quad \ldots \quad (44)$$

$$H'' = \frac{G g}{h' + h''} \quad \ldots \quad (45)$$

gefunden werden.

Die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichtes der angreifenden und widerstehenden Kräfte sind mit Rücksicht auf die Bezeichnungen der Figur 6 bzw.:

$$G_x + V_x - A = 0, \quad \ldots \quad (46)$$

$$H_x{}^p - H_x{}^s = 0, \quad \ldots \quad (47)$$

$$A x - G_x . g_x - H_x{}^p . y^p - H_x{}^s . y^s = 0, \quad . \quad (48)$$

drei Gleichungen, woraus sich die 3 unbekannten widerstehenden Kräfte:

$$V_x = A - G_x, \quad \ldots \quad (49)$$

$$H_x{}^s = H_x{}^p, \quad \ldots \quad (50)$$

$$H_x{}^p = \frac{A x - G_x . g_x}{y^p + y^s} \quad \ldots \quad (51)$$

ergeben.

Aus den Gleichungen (44) und (50) folgt, daß die angreifenden Kräfte H und H' ein Kräftepaar mit dem Hebelsarm h' + h'', und die widerstehenden Kräfte $H_x{}^s$ und $H_x{}^p$ ein Kräftepaar mit dem Hebelsarm $y^s + y^p$ bilden. Da beide Gleichungen gleichzeitig bestehen, so ergiebt sich durch Subtraction:

$$H' - H_x{}^s = H'' - H_x{}^p, \quad \ldots \quad (52)$$

woraus folgt, daß

$$H_x{}^s = H' \text{ und } H_x{}^p = H'', \quad \ldots \quad (53)$$

daß beide Widerstände mithin zwei Constante bilden, welche den angreifenden Kräften H' und H'' bzw. gleich und entgegengesetzt sind.

B. Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen im Besonderen.

I. Herstellung des Gleichgewichtes der Träger gegen lothrechtes Fortschreiten.

Das durch die Gleichungen (1), (25) und (40) bedingte Gleichgewicht der angreifenden Kräfte der Träger wird constructiv bewirkt, wenn die Summen der lothrechten Auflagergegendrücke den Totalgewichten der Träger gleich, d. h. beziehungsweise

$$A_1 + A_{11} + \ldots A_{n+1} = G_n, \quad \ldots \quad (54)$$

$$A_1 + A_{11} = G_1, \quad \ldots \quad (55)$$

$$A = G, \quad \ldots \quad (56)$$

wenn ferner jeder einzelne Auflagergegendruck dem ihm zufallenden größten Druckantheil der Gesammtbelastungen gewachsen ist. Für den Träger mit n + 1 Stützpunkten sind daher n + 1 Gegendrücke A_1, $A_{11} \ldots A_{n+1}$ herzustellen, deren Größe für jeden besonderen Fall in der, bei Besprechung der Gleichungen (1) und (3) angegebenen, Weise zu bestimmen ist, während für den Träger mit 2 Stützpunkten A_1 und A_{11} sich bzw. aus den Gleichungen (28) und (30) ergeben. Für den einseitig überbauten Träger ist diese Bedingung in Gleichung (56) schon inbegriffen. Die Entwickelung der erforderlichen Auflagergegendrücke ist durch die Anordnung der Aufbauconstructionen zu bewirken.

Wird in Gleichung (10) für den Träger mit n + 1 Stützpunkten

$$A_1 + A_{11} + \ldots A_m = G_x, \quad \ldots \quad (57)$$

so ergiebt sich der kleinste Werth des Verticalwiderstandes

$$V_x = V\lambda_m = 0, \quad \ldots \ldots \quad (58)$$

und die Abscisse

$$x = \lambda_m \quad \ldots \ldots \quad (59)$$

desjenigen lothrechten Schnittes $\alpha\beta$ der mten Oeffnung, welcher das Trägergewicht dieser Oeffnung in eine links auf den mten, s. Fig. 2, und in eine rechts auf den (m + 1)ten Stützpunkt sich übertragende scheidet, in welchem mithin eine Uebertragung weder auf den mten, noch auf den (m + 1)ten stattfindet. Dieser lothrechte, hinsichtlich der Uebertragungsrichtung sich neutral verhaltende Schnitt erscheint daher in dieser Beziehung als neutraler Verticalschnitt.

Wird in Gleichung (10)

$$x = 0$$

und damit der Antheil G_x' von G_x dieser Strecke Null, so ergiebt sich der größte Werth des Verticalwiderstandes zwischen den Abscissen λ_m und 0, nämlich

$$V_x = V_0^{max} = A_1 + A_{11} + \ldots A_m -$$
$$-(G_x - G_x') = A_1 + A_{11} + \ldots A_m - G_x'', \quad (60)$$

wenn kurz

$$G_x - G_x' = G_x'' \quad \ldots \ldots \quad (61)$$

gesetzt wird.

Wird der Auflagerdruck A_m des mten Stützpunktes in diejenigen Druckantheile A_m' und A_m'' zerlegt, welche bzw. von den auf ihn übertragenen Belastungen der (m—1)ten und mten Oeffnung erzeugt werden, so zerfällt wegen

$$A_m = A_m' + A_m'' \quad \ldots \ldots \quad (62)$$

Gleichung (60) in zwei neue Gleichungen, nämlich:

$$A_1 + A_{11} + \ldots A_m' - G_x'' = 0, \quad \ldots \quad (63)$$

und

$$V_0^{max} = A_m''. \quad \ldots \ldots \quad (64)$$

Werden nun die Werthe $A_m' + A_m'' = A_m$ und $G_x' + G_x'' = G_x$ in Gleichung (10) eingeführt, so läßt sich dieselbe auch

$$V_x = A_1 + A_{11} + \ldots A_m' + A_m'' - G_x' - G_x''$$

schreiben, woraus wegen Gleichung (63) folgt:

$$V_x = A_m'' - G_x'. \quad \ldots \ldots \quad (65)$$

Der Verticalwiderstand ist daher gleich dem Gewichte des, zwischen dem neutralen Verticalschnitt und der beliebigen, zwischen λ_m und 0 gelegenen Absciße x_1, befindlichen Trägerstückes.

Wird in Gleichung (34) für den Träger mit 2 Stützpunkten

$$A_1 = G_x, \quad \ldots \ldots \quad (66)$$

so ergiebt sich der kleinste Werth des Verticalwiderstandes:

$$V_x = V\lambda = 0, \quad \ldots \ldots \quad (67)$$

worin

$$x = \lambda \quad \ldots \ldots \quad (68)$$

den Abstand des neutralen Verticalschnittes von dem 1ten Auflager bezeichnet.

Für x = 0, in welchem Falle auch G_x Null wird, ergiebt sich aus Gleichung (34):

$$V_0^{max} = A_1. \quad \ldots \ldots \quad (69)$$

Nach Gleichung (34) ist daher für jede zwischen λ und 0 gelegene Absciße x der Verticalwiderstand gleich dem Gewichte des zwischen dem neutralen Verticalschnitt und dieser Absciße gelegenen Trägerstückes.

Für den einseitig festgehaltenen Träger von der Länge l ergiebt sich aus Gleichung (49) für x = l:

$$V_l = 0, \quad \ldots \ldots \quad (70)$$

und für x = l aus Gleichung (49) und (40) $G_l = G = A$, daher

$$V_0^{max} = A. \quad \ldots \ldots \quad (71)$$

Die Entwickelung der nöthigen Verticalwiderstände V_x gegen die ihnen gleichen und direct entgegengesetzten vertical abscheerenden Kräfte ist dagegen durch die Anordnung der Ueberbauconstruction derart zu bewirken, daß für jeden Verticalschnitt der durch die Gleichungen (10), (34) und (49) gegebene Werth V_x mindestens gleich sei der abscheerenden Kraft, oder daß, wenn f die verticale Querschnittsfläche des Trägers für die Absciße x, v die abscheerende Kraft für die Quadrateinheit des angewendeten Materiales bedeutet:

$$V_x \geqq f.v. \quad \ldots \ldots \quad (72)$$

II. Herstellung des Gleichgewichtes der Träger gegen waagerechtes Fortschreiten.

1. Herstellung des Gleichgewichtes gegen Zerreißen und Zerdrücken.

Das Gleichgewicht der angreifenden Kräfte gegen waagerechtes Fortschreiten ist entweder gegeben durch die Gleichungen (13) und (14) der Systeme mit aufgehobenem Horizontalschub, oder durch die Gleichungen (18) und (19), (22) und (23) der Systeme mit nicht aufgehobenem Horizontalschub, oder endlich durch die Gleichungen (53) der einseitig überbauten Systeme:

a. Die Systeme mit aufgehobenem Horizontalschub üben auf ihre Stützen nur einen lothrechten Druck aus, welcher auf die unter B. I. [s. Gleichung (54) und (55)] angegebene Weise zu beseitigen ist.

b. Die Systeme mit nicht aufgehobenem Horizontalschub üben auf die Endstützen einen Horizontaldruck

H und H′ aus, welcher durch Anordnung dieser Stützen aufzuheben und unter den Aufbauconstructionen zu besprechen ist. Die Horizontaldrücke auf Zwischenstützen der Systeme mit nicht aufgehobenem Horizontalschub und n Oeffnungen sind entweder gleich, wie bei symmetrischer Anordnung und Belastung der Träger, in welchem Falle auf jene Zwischenstützen nur ein lothrechter Druck ausgeübt wird, oder ungleich, wie bei unsymmetrischer Anordnung und Belastung der Träger, in welchem Falle die auf jene Zwischenstützen wirkenden Horizontaldruckdifferenzen durch die Stabilität der Zwischenstützen selbst aufzuheben sind.

Die Richtung der Horizontaldrücke H und H′ ergiebt sich allgemein aus der Gleichung (16), welche auch

$$H_x{}^s(y^s+y^p) = H_x{}^p(y^p+y^s) = \Sigma M_m - G_x\, g_x \qquad (73)$$

geschrieben werden kann, wenn man die Momente der m Auflagerdrücke

$$A_1(l_1+l_{11}+\ldots l_{m-1}+x)+A_{11}(l_{11}+\ldots l_{m-1}+x)$$
$$+\ldots A_m\, x = \Sigma M_m \qquad (73^a)$$

setzt. Das Moment von $H_x{}^s$ oder $H_x{}^p$ wird

$$\text{positiv, wenn } \Sigma M_m > G_x g_x, \quad . \; . \; (74)$$
$$\text{negativ, } \;„\; \Sigma M_m < G_x g_x, \quad . \; . \; (75)$$
$$\text{und Null, } \;„\; \Sigma M_m = G_x g_x. \quad . \; . \; (76)$$

In dem durch Fig. 2, Taf. 1, dargestellten Fall ist ΣM_m ein rechtsdrehendes, $G_x g_x$ ein linksdrehendes Moment, daher dreht, weil das Widerstandsmoment dem Angriffsmoment entgegen drehen muß, das Moment von $H_x{}^s$ oder $H_x{}^p$ im Falle (74) links, im Falle (75) rechts und im Falle (76) weder links noch rechts.

Führt man den Schnitt $\alpha\beta$ durch die erste Oeffnung, so ist $\Sigma M_m = A_1$. In der unmittelbaren Nähe des ersten Stützpunktes gilt wegen der Verschwindens von $G_x g_x$ offenbar die Relation (74), mithin dreht hier das Moment von $H_x{}^s$ oder $H_x{}^p$ links.

In diesem Falle wirkt $H_x{}^p$ an dem Hebelsarm y^p links und $H_x{}^s$ an dem Hebelsarm y^s rechts, eine Wirkungsrichtung, welche sich für $H_x{}^s$ und $H_x{}^p$ nicht ändert, wenn bzw. $H_x{}^p$ und $H_x{}^s$ Null wird. Daher wirkt für $H_x{}^p = 0$ wegen Gleichung (18) H links, d. h. von der Oeffnung weg, für $H_x{}^s = 0$ wegen Gleichung (22) H rechts, d. h. nach der Oeffnung hin. Dasselbe, hier allgemein bewiesen, gilt also auch für den Träger mit einer Oeffnung.

Wegen Gleichung (5) ist alsdann H′ der Richtung nach H entgegengesetzt. Die Systeme mit Horizontalwirkung auf die Stützpunkte sind daher entweder solche, deren Stützpunkte von der Oeffnung weg, d. h. als Anker, wirken (aufgehängte Systeme), oder solche, deren Stützpunkte nach der Oeffnung hin, d. h. als Widerlager wirken (gestützte Systeme), während die Systeme ohne Horizontalwirkung auf die Stützpunkte solche sind, deren Stützpunkte nur lothrecht, d. h. als Auflager wirken (balkenartige Systeme).

Die Größe der horizontalen Ankerkräfte der aufgehängten Systeme ergiebt sich wegen der Relationen (18) und (19), und wenn ΣM_m die frühere Bedeutung hat, aus Gleichung (20):

$$H = \frac{\Sigma M_m - G_x \cdot g_x}{y^s}, \quad . \; . \; . \; (77)$$

eine Gleichung, welche für das aufgehängte System mit einer Oeffnung übergeht in:

$$H = \frac{A_1 - G_x g_x}{y^s}. \quad . \; . \; . \; . \; (78)$$

Die Größe der horizontalen Widerlagskräfte der gestützten Systeme ergiebt sich wegen der Relation (22) und (23) aus Gleichung (24):

$$H = \frac{\Sigma M_m - G_x g_x}{y^p}, \quad . \; . \; . \; . \; (79)$$

eine Gleichung, welche für das gestützte System mit einer Oeffnung übergeht in

$$H = \frac{A_1 - G_x g_x}{y^p}. \quad . \; . \; . \; . \; (80)$$

c. Die einseitig überbauten Systeme

üben auf ihre beiden übereinander liegenden Stützpunkte, wie die Gleichung (44) lehrt, die 2 gleichen und entgegengesetzten Horizontalwirkungen H′ und H″ aus, deren Größe sich aus den Gleichungen (44) und (45) ergiebt, woraus folgt:

$$H'(h'+h'') = H''(h'+h'') = G g. \quad . \; (81)$$

In Fig. 5, Taf. 1, erscheint Gg rechtsdrehend, folglich das Moment der Horizontalwirkungen H′ und H″ linksdrehend, daher das an dem Hebelsarm h_1 thätige H′ horizontal links, d. h. vom freien Raume weg als Anker und das an dem Hebelsarm h_{11} thätige H″ horizontal rechts, d. h. nach dem freien Raume hin als Widerlager wirkend. Die Größe dieser Ankerkräfte und Widerlagskräfte ergiebt sich aus der Gleichung (81):

$$H' = H'' = \frac{G g}{h'+h''}. \quad . \; . \; . \; (82)$$

Die Gleichgewichtsbedingungen der widerstehenden Kräfte der Systeme mit n + 1 Stützpunkten gegen waagrechtes Fortschreiten enthalten die Gleichungen (16), (20) und (24), aus welchen, wenn ΣM_m die frühere Bedeutung hat, bzw. für die balkenartigen, aufgehängten und gestützten Systeme folgt:

$$H_x{}^s = H_x{}^p = \frac{\Sigma M_m - G_x g_x}{y^s + y^p}, \quad . \quad . \quad (83)$$

$$H_x{}^s = \frac{\Sigma M_m - G_x g_x}{y^s}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (84)$$

$$H_x{}^p = \frac{\Sigma M_m - G_x g_x}{y^p}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (85)$$

Die analogen Gleichungen für die Systeme mit 2 nebeneinanderliegenden Stützpunkten sind bzw.:

$$H_x{}^s = H_x{}^p = \frac{A_1 - G_x g_x}{y^s + y^p}, \quad . \quad . \quad . \quad (86)$$

$$H_x{}^s = \frac{A_1 - G_x g_x}{y^s}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (87)$$

$$H_x{}^p = \frac{A_1 - G_x g_x}{y^p}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (88)$$

Die Gleichungen (50) und (51) ergeben die inneren Widerstände des einseitig überbauten Trägers, nämlich:

$$H_x{}^s = H_x{}^p = \frac{A x - G_x . g_x}{y^p + y^s}. \quad . \quad . \quad (89)$$

Aus einem Blick auf die Figuren 2, 4 und 6, Taf. 1, sowie aus den zu Gleichung (73) und (81) gegebenen Erklärungen folgt, daß die in den Gleichungen (83) bis (89) vorkommenden Horizontalwiderstände:

$H_x{}^s$ von dem Stützpunkt weg,

$H_x{}^p$ nach dem Stützpunkt hin

wirken, daher auf die zwischen ihnen und den Stützpunkten befindlichen Systemtheile bzw. einen Zug und einen Druck ausüben.

Hiernach erfahren die Glieder der durch die Gleichungen (83) und (86) dargestellten balkenartigen Systeme, sowie des durch Gleichung (89) gegebenen einseitig festgehaltenen Trägers theils eine Spannung, theils eine Pressung, während die Glieder der durch die Gleichungen (84) und (87) dargestellten aufgehängten Systeme nur eine Spannung, und der durch die Gleichungen (85) und (88) dargestellten gestützten Systeme nur eine Pressung erleiden.

Nach dem Vorstehenden sind die balkenartigen Systeme Systeme mit aufgehobenem Horizontalschub, deren Theile oder Glieder zum Theil gezogen (gespannt), zum Theil gedrückt (gepreßt) sind, d. h. Systeme mit aufgehobenem Horizontalschub und theils gespannten, theils gepreßten Theilen oder Gliedern, ferner sind

die aufgehängten Systeme Systeme mit nicht aufgehobener, gegen die lichte Oeffnung hin ausgeübter Horizontalwirkung auf die Stützpunkte, deren Glieder nur gezogen (gespannt) werden, oder Systeme mit nach der lichten Oeffnung hin gerichteter Horizontalwirkung auf die Stützpunkte und gespannten Gliedern, endlich sind

die gestützten Systeme Systeme mit nicht aufgehobener, von der lichten Oeffnung weg ausgeübter Horizontalwirkung auf die Stützpunkte, deren Glieder nur gedrückt (gepreßt) werden, oder Systeme mit von der lichten Oeffnung weg gekehrter Horizontalwirkung auf die Stützpunkte und gepreßten Gliedern.

Sieht man von anderen, bei der Wahl einer Construction in Betracht kommenden Bestimmungsgründen ab, so hängt es von den Eigenschaften des anzuwendenden Materiales ab, welches dieser Constructionssysteme möglich oder vorzuziehen ist. So eignet sich

das Eisen wegen seiner fast gleichen Widerstandsfähigkeit gegen Zug und Druck, sowie seiner festen und gleichförmigen Structur wegen zur Anwendung auf balkenartige aufgehängte und gestützte Systeme fast gleich gut,

das Holz wegen seiner zwar gleichzeitig vorhandenen Widerstandsfähigkeit gegen Zug und Druck, aber ungleichförmigen, nur theilweise festen Structur zu gewissen balkenartigen und gestützten, aber nicht zu aufgehängten Systemen,

der Stein wegen der geringen Cohäsion seiner Theile, wegen seiner geringen Zugfestigkeit und großen Druckfestigkeit zwar noch für gewisse balkenartige Systeme mit geringen Spannweiten, aber vorzugsweise zu gestützten, dagegen gar nicht zu aufgehängten Systemen.

Das allgemeine Constructionsprincip mit seinen Modificationen steht hiernach über dem Material und die Eigenschaften des letzteren entscheiden nur über die Wahl der einen oder anderen dieser Modificationen.

Die Horizontalwiderstände $H_x{}^s$ und $H_x{}^p$ der balkenartigen Träger erscheinen bzw. als eine Summe von Zugspannungen k^s und Druckspannungen k^p, welche in den entsprechenden Flächenelementen df^s und df^p stattfinden, proportional mit ihren Abständen y^s und y^p von der ihrer Lage nach noch zu bestimmenden Drehaxe wachsen und daher, wenn s und p die Zug- und Druckspannungen spannungen in den äußersten Fasern, a^s und a^p die Abstände der letzteren von der Drehaxe bedeuten:

$$k^s = \frac{s}{a^s} . y^s \ldots (90^a) \text{ und } k^p = \frac{p}{a^p} . y^p \quad (90^b)$$

Durch Summirung erhält man:

$$H_x{}^s = \frac{s}{a^s}\int_{\alpha}^{a^s} y^s . df^s = \frac{s}{a^s} m^s \text{ und } . \quad (91^a)$$

$$H_x{}^p = \frac{p}{a^p}\int_{\beta}^{a^p} y^p . df^p = \frac{p}{a^p} . m^p , \quad . \; . \quad (91^b)$$

worin a^s und α, a^p und β die Grenzen bezeichnen, zwischen denen jene Summen m^s und m^p zu nehmen sind, welche letzteren die statischen Momente bzw. des gezogenen Theiles f^s und des gedrückten Theiles f^p der ganzen Querschnittsfläche f in Bezug auf die Drehungsaxe darstellen.

Innerhalb der Elasticitätsgrenzen der Materialien, welche bei Bauconstructionen nie überschritten werden dürfen, können die constanten Factoren $\frac{s}{a^s}$ und $\frac{p}{a^p}$ jener Summen, welche bzw. die Zugspannung und Druckspannung in der Einheitsentfernung von der Drehaxe bezeichnen, gleich oder

$$\frac{s}{a^s} = \frac{p}{a^p} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (92)$$

gesetzt werden. In diesem Falle folgt wegen der Gleichungen (15) und (50) aus den Gleichungen (91):

$$\int_{\alpha}^{a^s} y^s \, df^s = \int_{\beta}^{a^p} y^p \, df^p . \quad . \; . \; . \; . \quad (93)$$

Die statischen Momente der Flächentheile f^s und f^p sind mithin einander gleich, die Drehaxe geht durch die Schwerlinie der Querschnittsfläche f und bildet die neutrale Axe für Zug und Druck.

Dieser Satz setzt uns in den Stand, die Lage der neutralen Axe eines selbst zusammengesetzten und unregelmäßigen Querschnittes zu finden, sobald uns nur die Inhalte seiner Theilflächen f_1, $f_{11} \ldots f_n$, die bezüglichen Abstände ihrer Schwerpunkte b_1, $b_{11} \ldots b_n$ von einer gemeinschaftlichen, z. B. durch die Basis des Querschnittes gelegten Axe AB, s. Fig. 7, Taf. 1, bekannt sind. Der Abstand der neutralen, von dieser durch die Basis gelegten Axe beträgt alsdann allgemein:

$$a^s = \frac{f_1 b_1 + f_{11} b_{11} + \ldots f_n b_n}{f_1 + f_{11} + \ldots f_n} = \frac{\Sigma fb}{\Sigma f} \quad (94)$$

$$\text{und } a^p = h - a^s , \quad (95)$$

während für symmetrische Querschnitte die Relation

$$a^s = a^p = \frac{h}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (96)$$

stattfindet.

Sind in den Gleichungen (91) und (93) längs des ganzen Trägers die Grenzen

$$\alpha = \beta = 0, \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (97)$$

so ist die Querschnittsfläche eine geschlossene, und die Trägersysteme mit einer geschlossenen Querschnittsfläche oder vollen Wandung geschlossene Trägersysteme, die meist nur eine Wandung und eine undurchbrochene Querschnittsfläche besitzen. Die constructive Anordnung (97) findet jedoch auch dann noch statt, wenn n volle Wandungen, mithin n — 1 Hohlräume zwischen denselben vorhanden sind, in welchem Falle die geschlossenen Systeme mit durchbrochenem Querschnitt entstehen.

Sind die Grenzwerthe in Gleichung (97) nicht Null, mithin die Träger offen gebaut, so entstehen die offenen Systeme. Bezeichnen b^s und b^p die Abstände der Schwerpunkte der Flächentheile f^s und f^p von der neutralen Axe, so sind $f^s b^s$ und $f^p b^p$ die statischen Momente dieser Flächentheile in Bezug zur neutralen Axe und die Gleichungen (91) gehen in die folgenden über:

$$H_x{}^s = \frac{s}{a^s} . f^s b^s \quad . \; . \; . \; . \quad (98^a)$$

$$\text{und } H_x{}^p = \frac{p}{a^p} . f^p b^p , \quad . \; . \; . \; . \quad (98^b)$$

woraus folgt, daß die Horizontalwiderstände der Flächentheile f^s und f^p unter übrigens gleichen Umständen um so größer werden, je größer die Abstände ihrer Schwerpunkte von der neutralen Faser sind, oder je mehr jene Flächentheile concentrirt und von der neutralen Axe entfernt werden.

Wegen der Gleichungen (15) und (50) folgt aus (98):

$$\frac{s}{a^s} f^s \, b^s = \frac{p}{a^p} \, f^p b^p \quad . \; . \; . \; . \quad (99)$$

und hieraus wegen der Relation (92):

$$f^s b^s = f^p b^p , \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (100)$$

d. h. es verhalten sich die Flächentheile f^s und f^p umgekehrt wie die Abstände ihrer Schwerpunkte von der neutralen Axe.

Für den besonderen Fall, wo, wie beim Schmiedeeisen,

$$s = p \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (101)$$

folgt aus Gleichung (92) und wenn mit h die ganze Höhe des Trägers bezeichnet wird, unmittelbar

$$a^s = a^p = \frac{h}{2} , \quad . \; . \; . \; . \quad (102)$$

d. h. daß für diesen Fall die neutrale Axe durch die Mitte des Querschnittes geht. Unter der gemachten Voraussetzung ist alsdann auch

$$f^s = f^p = \frac{f}{2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (103)$$

und wenn mit b der Abstand der Schwerpunkte bezeichnet wird, aus Gleichung (100):

$$b^s = b^p = \frac{b}{2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (104)$$

Durch Gleichsetzung des Werthes (83) mit den Werthen (91) und (98) erhält man die Horizontalwiderstände der balkenartigen Systeme mit n + 1 Stützpunkten, nämlich:

$$\frac{s}{a^s}\int_{\alpha}^{a^s} y^s\, d f^s = \frac{p}{a^p}\int_{\beta}^{a^p} y^p\, d f^p = \frac{\Sigma M_m - G_x g_x}{y^s + y^p} \quad (105)$$

$$\text{und} \quad \frac{s}{a^s} f^s b^s = \frac{p}{a^p} f^p b^p = \frac{\Sigma M_m - G_x g_x}{y^s + p^p}, \quad (106)$$

wobei y^s und y^p die Abstände der Resultanten aller Zug- und Druckspannungen von der neutralen Axe bezeichnen und Gleichung (105) für die geschlossen, Gleichung (106) für die offen gebauten Systeme dieser Gattung gelten kann. Durch Gleichsetzung der Werthe (86) mit den Werthen (91) und (98) erhält man die Horizontalwiderstände der balkenartigen Träger mit 2 Stützpunkten, nämlich:

$$\frac{s}{a^s}\int_{\alpha}^{a^s} y^s\, d f^s = \frac{p}{a^p}\int_{\beta}^{a^p} y^p\, d f^p = \frac{A_1 - G_x g_x}{y^s + y^p} \quad . \quad (107)$$

$$\text{und} \quad \frac{s}{a^s} f^s b^s + \frac{p}{a^p} f^p b^p = \frac{A_1 - G_x g_x}{y^s + y^p}, \quad . \quad (108)$$

wobei y^s und y^p dieselbe Bedeutung haben und die Gleichung (107) für die geschlossenen, die Gleichung (108) für die offenen Systeme dieser Gattung gelten kann.

Für die einseitig festgehaltenen Träger ergeben sich die Horizontalwiderstände durch Gleichsetzung der Werthe (91) und (98) mit dem Werth (89), nämlich:

$$\frac{s}{a^s}\int_{\alpha}^{a^s} y^s\, d f^s = \frac{p}{a^p}\int_{\beta}^{a^p} y^p\, d f^p = \frac{A x - G_x \cdot g_x}{y^p + y^s} \quad (109)$$

$$\text{und} \quad \frac{s}{a^s} f^s b^s = \frac{p}{a^p} f^p b^p = \frac{A x - G_x \cdot g_x}{y^p + y^s}, \quad (110)$$

wobei wieder y^p und y^s die obenangegebene Bedeutung haben und die Gleichungen (109) und (110) bzw. für die geschlossen und offen gebauten Systeme dieser Gattung gelten können.

Für die aufgehängten Trägersysteme gelten die Gleichungen (90^a) und (91^a) oder (98^a).

Für die gestützten Trägersysteme gelten die Gleichungen (90^b) und (91^b), oder (98^b). Beide gehören, da für sie stets die Grenzwerthe

$$\alpha > 0 \text{ und } \beta > 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (111)$$

sind, den offen gebauten Systemen an, ja die Grenzen a^s und α, a^p und β liegen meist so nahe zusammen, daß die Flächen f^s und f^p so niedrig im Vergleich zu den Abständen a^s und b^s, a^p und b^p erscheinen, daß annäherungsweise $a^s = b^s$ und $a^p = b^p$ gesetzt werden kann, wodurch sich die Gleichungen (98) für aufgehängte oder gestützte Systeme mit niedrigen, von der Drehaxe weit abstehenden Querschnittsflächen annäherungsweise auf folgende reduciren:

$$H_x{}^s = s f^s \ldots (112^a) \text{ und } H_x{}^p = p f^p, \quad (112^b)$$

in welchen f^s und f^p stets die durch lothrechte Schnitte erhaltenen Querschnittsflächen bezeichnen. —

Durch Gleichsetzung der Werthe (84) und (87) mit (98^a) ergeben sich für die aufgehängten Systeme mit n + 1 und mit 2 Stützpunkten bzw. die Gleichuugen

$$\frac{s}{a^s} . f^s b^s = \frac{\Sigma M_m - G_x g_x}{y^s} \quad . \quad . \quad (113)$$

$$\text{und} \quad \frac{s}{a^s} . f^s b^s = \frac{A_1 - G_x g_x}{y^s} \quad . \quad . \quad (114)$$

worin y^s den Abstand der Resultante aller Zugspannungen von der Drehaxe bezeichnet.

Durch Gleichsetzung der Werthe (85) und (88) mit (98^b) ergeben sich für die gestützten Systeme mit n + 1 und mit 2 Stützpunkten bzw. die Gleichungen:

$$\frac{p}{a^p} f^p b^p = \frac{\Sigma M_m - G_x g_x}{y^p} \quad . \quad . \quad (115)$$

$$\text{und} \quad \frac{p}{a^p} f^p b^p = \frac{A_1 - G_x g_x}{y^p}, \quad . \quad (116)$$

worin y^p den Abstand der Resultante aller Druckspannungen von der Drehaxe bezeichnet.

2. Herstellung des Gleichgewichtes der balkenartigen Träger gegen waagrechte Verschiebung im Innern.

Nimmt man die Integrale der Gleichungen (91^a) und (91^b) bzw. zwischen den Grenzen a^s und y_s, a^p und y_p, so ergeben sich die Horizontalwiderstände für Zug und Druck innerhalb jener Grenzen:

$$H_x{}^s = \frac{s}{a^s}\int_{y_s}^{a^s} y^s\, d f^s \quad . \quad . \quad . \quad (117^a)$$

$$\text{und} \quad H_x{}^p = \frac{p}{a^p}\int_{y_p}^{a^p} y^p\, d f^p, \quad . \quad . \quad (117^b)$$

und wenn für $\frac{s}{a^s}$ und $\frac{p}{a^p}$ aus Gleichung (142) ihre Werthe eingeführt werden,

$$H_x{}^s = \frac{{}^wM}{t}\int_{y_s}^{a^s} y^s\, d f^s \quad . \quad . \quad . \quad (118^a)$$

$$\text{und } H_x^p = \frac{{}^wM}{t}\int_{y_p}^{a^p} y^p\,df^p. \quad . \quad . \quad (118^b)$$

Bezeichnet man die auf Verschiebung der Fasern wirkende Horizontalkraft für die Längeneinheit mit H_x^v, so ist dieselbe für das Längenelement dx:

$$H_x^{vs}\,dx = dH_x^s \text{ und } H_x^{vp}\,dx = dH_x^p, \qquad (119)$$

mithin, da ${}^wM$ die einzige von x abhängige Function in H_x^s und H_x^p ist,

$$H_x^{vs} = \frac{d\,.\,H_x^s}{dx} = \frac{d\,.\,\frac{{}^wM}{dx}}{t}\int_{y_s}^{a^s} y^s\,df^s\,. \quad (120^a)$$

$$\text{und } H_x^{vp} = \frac{d\,.\,H_x^p}{dx} = \frac{d\,.\,\frac{{}^wM}{dx}}{t}\int_{y_p}^{a^p} y^p\,df^p, \quad (120^b)$$

woraus, wenn für $\frac{d\,.\,{}^wM}{dx}$ aus Gleichung (177) oder (181) sein Werth gesetzt wird, für den gezogenen und gedrückten Theil bzw.:

$$H_x^{vs} = \frac{V_x}{t}\int_{y_s}^{a^s} y^s\,df^s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (121^a)$$

$$\text{und } H_x^{vp} = \frac{V_x}{t}\int_{y_p}^{a^p} y^p\,df^p. \quad . \quad . \quad . \quad (121^b)$$

Die für eine beliebige Abscisse x und in dem beliebigen Abstande y^s oder y^p von der neutralen Faser in dem Brückenträger auf Verschiebung wirkende Horizontalkraft für die Längeneinheit ist daher gleich dem Quotienten aus dem Trägheitsmoment der ganzen Querschnittsfläche in das Product des Verticalwiderstandes mit dem statischen Moment des gezogenen oder gedrückten Theiles zwischen jenen Abständen y_s und y_p und den ihnen entsprechenden äußersten Fasern. —

Die horizontalen Schubkräfte H_x^{vs} und H_x^{vp} erreichen ihr Maximum, wenn sowohl diese Verticalwiderstände die durch die Gleichungen (64) und (69) gegebenen, als auch diese statischen Momente im Sinne der Gleichungen (91) die durch $y_s = \alpha$, $y_p = \beta$ bestimmten Werthe, wobei für geschlossene Systeme die Relation (97) stattfindet, annehmen, oder es ist:

$$H_x^{vs}\max = \frac{V_0^{\max}}{t}\int_{\alpha}^{a^s} y^s\,df^s \quad . \quad . \quad (122^a)$$

$$\text{und } H_x^{vp}\max = \frac{V_0^{\max}}{t}\int_{\beta}^{a^p} y^p\,df^p. \quad . \quad . \quad (122^b)$$

Die horizontalen Schubkräfte erreichen also ihren größten Werth am Auflager und in den der neutralen Axe zunächst gelegenen Theilen, worin sie gleich werden, und welche letztere für die geschlossenen Systeme mit der neutralen Axe zusammenfallen.

Die horizontalen Schubkräfte H_x^{vs} und H_x^{vp} erreichen ihr Minimum, wenn sowohl jene Verticalwiderstände die durch die Gleichungen (58) und (67) gegebenen, als auch jene statischen Momente die durch $y_s = a^s$ und $y_p = a^p$ bestimmten Werthe annehmen, in welchem Falle

$$H_x^{vs}\min = \frac{V^{\min}}{t}.0 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (123^a)$$

$$\text{und } H_x^{vp}\min = \frac{V^{\min}}{t}.0 = 0. \quad . \quad . \quad (123^b)$$

Die horizontalen Schubkräfte erreichen also ihren kleinsten Werth Null im neutralen Verticalschnitt und zugleich in den der neutralen Axe am fernsten gelegenen Theilen.

Werden die Integrale der Gleichungen (121) vollständig, d. h. im Sinne der Gleichungen (91) bzw. zwischen den Grenzen a^s und α, a^p und β genommen, so ergeben sich mit Berücksichtigung der Bezeichnung in den Gleichungen (91) als relativ größte Werthe

$$H_x^{v\alpha} = \frac{V_x}{t}\int_{\alpha}^{a^s} y^s\,df^s = \frac{V_x}{t}.m^s \quad . \quad . \quad (124^a)$$

$$\text{und } H_x^{v\beta} = \frac{V_x}{t}\int_{\beta}^{a^p} y^p\,df^p = \frac{V_x}{t}.m^p \quad . \quad . \quad (124^b)$$

und hieraus wegen Gleichung (157):

$$H_x^{v\alpha} = H_x^{v\beta} = \frac{V_x}{y^s + y^p}, \quad . \quad . \quad (125)$$

eine Gleichung, in welcher für die offen gebauten Systeme die Bedingung (111) und für die geschlossenen Systeme die Bedingung (97) stattfindet.

Aus Relation (125) folgt, daß bei den beiden genannten Systemgattungen für eine beliebige Abscisse x die größte horizontale Schubkraft gleich ist dem Quotienten aus dem Hebelsarm der beiden Resultanten aller Spannungen und Pressungen in den Verticalwiderstand des betrachteten Querschnittes.

Aus den Gleichungen (121) bis (125) ergiebt sich die verschiebende Horizontalkraft für die Längeneinheit, es ist daher, wenn mit δ^s und δ^p die Dicken des Brückenträgers an den durch die Coordinaten x und $y_s = \alpha$, oder $y_p = \beta$ bezeichneten Stellen und mit v die Festigkeit des betreffenden Materiales gegen Verschiebung im horizontalen Sinne bezeichnet wird, mit Rücksicht auf die Gleichungen (122):

$$H_x^{vs}\max \leqq \delta^s v \text{ und } H_x^{vp}\max \leqq \delta^p v, \quad (126$$

Beziehungen, aus welchen sich bzw. die Abmessungen der Dicke

$$\delta^s{}_{max} \geqq \frac{1}{v} . H_x{}^{vs} max \text{ und } \delta^p{}_{max} \geqq \frac{1}{v} . H_x{}^{vp} max \quad (127)$$

ergeben.

III. Herstellung des Gleichgewichtes in den Brückenträgern gegen drehende Bewegung.

1. Bestimmung des Widerstandsmomentes im Allgemeinen.

Nach den Gleichungen (16), (37) und (51) der balkenartigen Träger mit (n+1) Stützpunkten, 2 Stützpunkten und einseitiger Befestigung muß jeder Träger ein Moment der widerstehenden Kräfte oder ein Widerstandsmoment

$$^wM = H_x{}^s (y^s + y^p) = H_x{}^p (y^s + y^p) \quad . \quad (128)$$

entwickeln, welches dem durch dieselben Gleichungen gegebenen Moment der angreifenden Kräfte, oder dem Angriffsmoment ^aM mindestens gleich ist. Jeder Brückenträger erscheint daher für jeden beliebigen Schnitt $\alpha\beta$ als ein Winkelhebel, dessen einer Arm von den angreifenden und dessen anderer Arm von den widerstehenden Kräften ergriffen wird.

Bei dem einseitig festgehaltenen Träger, s. Fig. 6, Taf. 1, wo nur ein Arm von den Angriffskräften ergriffen wird, erscheint derselbe als einfacher Winkelhebel, bei den Trägern mit einer Oeffnung und 2 Stützpunkten, s. Fig. 4, wo zwei links und rechts von $\alpha\beta$ gelegene Arme von den angreifenden Kräften ergriffen werden, als zusammengesetzter und zwar doppelter Winkelhebel, bei den Trägern mit n Oeffnungen und n+1 Stützpunkten, s. Fig. 2, wo für jede der n Oeffnungen zwei links und rechts von $\alpha\beta$ gelegene Arme von den angreifenden Kräften ergriffen werden, als ein zusammengesetzter 2nfacher Winkelhebel.

Die Herstellung des Gleichgewichtes gegen Drehung in den Brückenträgern beruht daher auf einer solchen constructiven Anordnung jenes einfachen oder zusammengesetzten Winkelhebels, daß der Relation

$$^wM \geqq {}^aM \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (129)$$

Genüge geschieht.

Nach den Gleichungen (16), (37) und (51) ist das Angriffsmoment eine Function der angreifenden Kräfte K nach Zahl, Größe und Richtung, sowie ihrer waagrechten Vertheilung, daher allgemein:

$$^aM = f(K, x). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (130)$$

Die angreifenden Kräfte sind theils veränderliche, wie die Verkehrsbelastungen, und diese hinsichtlich ihrer Zahl, Größe und Richtung dem Constructeur gewöhnlich gegeben, theils ständige, wie das eigene Gewicht, daher von der Anordnung der Construction abhängig und behufs Bestimmung des Angriffsmomentes festzustellen.

Das Widerstandsmoment ist eine Function der widerstehenden Horizontalkräfte H nach Zahl, Größe und Richtung, sowie ihrer lothrechten Vertheilung, daher allgemein

$$^wM = \varphi(H, y). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (131)$$

Die widerstehenden Kräfte sind vermöge der Naturbeschaffenheit der angewendeten Baumaterialien ihrer Größe nach gegeben, während deren Zahl, Richtung und Vertheilung von der Anordnung der Construction und deren Abmessungen abhängt.

Da das Angriffsmoment gegeben und von der Abscisse x abhängig ist, das Widerstandsmoment aber dem Angriffsmoment mindestens gleich sein muß, so folgt daraus, daß auch das Widerstandsmoment sich mit der Abscisse x ändern muß. Wird der Brückenträger so angeordnet, daß für jede Abscisse x die Relation:

$$^wM_x = {}^aM_x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (132)$$

stattfindet, so entstehen die Träger von gleichem Widerstand. Wird der Träger dagegen so angeordnet, daß die Relation (132) für nur eine oder für keine Abscisse x stattfindet, so gilt im letztern Fall allgemein die Relation:

$$^wM_x > {}^aM_x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (133)$$

mit deren Zugrundelegung die Träger von ungleichem Widerstand entstehen. Wo nicht besondere Gegengründe vorliegen, erfordert die Oekonomie der Construction die Herstellung von Trägern mit gleichem Widerstand.

Da das Widerstandsmoment eine Function sowohl von dem Horizontalwiderstand H, als auch von dessen Hebelsarm y, also

$$^wM = Hy \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (133^a)$$

ist, so kann der Bedingung (132) in der dreifachen Weise genügt werden, daß entweder $H = H_c$ constant und y variabel, oder H variabel und $y = y_c$ constant, oder H und y variabel, daß mithin

$$\text{entweder } H_c . y = {}^aM_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (134)$$

$$\text{oder } H . y_c = {}^aM_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (135)$$

$$\text{oder } H . y = {}^aM_x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (136)$$

ist. Im ersten Fall ergeben sich Träger von gleichem Widerstand mit constantem Querschnitt und variabler Höhe, im zweiten Fall Träger von gleichem Widerstand mit variablem Querschnitt und constanter Höhe, im dritten Fall Träger von gleichem Widerstand mit variablem Querschnitt und variabler Höhe. Je nachdem die Körper oder Wandungen dieser Systeme im Sinne des vorhergehenden Abschnittes geschlossen oder offen sind, ergeben sich ferner: die geschlossenen und offengebauten Träger von gleichem Widerstand mit constantem Querschnitt und variabler Höhe, mit variablem Querschnitt und constanter Höhe, oder mit variablem Querschnitt und variabler Höhe.

Aus den Gleichungen (16), (37) und (51) ergiebt sich wegen Gleichung (15), und wenn das Angriffsmoment ${}^{a}M$ gesetzt wird, das Widerstandsmoment:

$$
\begin{aligned}
{}^{w}M &= H_x{}^s (y^s + y^p) = H_x{}^p (y^s + y^p) \\
&= H_x{}^s y^s + H_x{}^p y^p = {}^{a}M. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (137)
\end{aligned}
$$

Hierin ist mit Berücksichtigung der Gleichungen (91):

$$
\begin{aligned}
{}^{w}M &= H_x{}^s y^s + H_x{}^p y^p \\
&= \frac{s}{a^s}\int_{\alpha}^{a^s}(y^s)^2 . df^s + \frac{p}{a^p}\int_{\beta}^{a^p}(y^p)^2 . df^p, \quad (138)
\end{aligned}
$$

mithin wegen Gleichung (92):

$$
\begin{aligned}
{}^{w}M &= \frac{s}{a^s}\left[\int_{\alpha}^{a^s}(y^s)^2 . df^s + \int_{\beta}^{a^p} . (y^p)^2 . df^p\right] \\
&= \frac{p}{a^p}\left[\int_{\alpha}^{a^s}(y^s)^2 . df^s + \int_{\beta}^{a^p} . (y^p)^2 . df^p\right] = \quad . \quad (139)
\end{aligned}
$$

und wenn die Trägheitsmomente der gezogenen und gedrückten Flächentheile bzw. t^s und t^p oder

$$\int_{\alpha}^{a^s}(y^s)^2 . df^s = t^s \text{ und } \int_{\beta}^{a^p}(y^p)^2 . df^p = t^p \quad (140)$$

gesetzt werden:

$${}^{w}M = \frac{s}{a^s}(t^s + t^p) = \frac{p}{a^p}(t^s + t^p), \quad . \quad (141)$$

ein Ausdruck, dessen Klammern das Trägheitsmoment t der ganzen Querschnittsfläche, bezogen auf deren neutrale Axe, bezeichnen. Das Widerstandsmoment ist mithin

$${}^{w}M = \frac{s}{a^s} . t = \frac{p}{a^p} . t, \quad . \quad . \quad . \quad (142)$$

d. h. gleich dem Producte aus der Zug- oder Druckspannung in der Einheitsentfernung in das Trägheitsmoment.

Das Trägheitsmoment entsteht daher statt aus der eingeklammerten Summe der Gleichung (139) auch aus dem Integral:

$$t = \int_{-a^p}^{+a_z} y^2 . df, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (143)$$

ein Ausdruck, welcher der Natur des Trägheitsmomentes gemäß auf die Form:

$$t = fd^2 = cfh^2 = cc'bh^3 \quad . \quad . \quad (144)$$

gebracht werden kann, worin $d = \sqrt{c}h$ einen gewissen ($\sqrt{c}$ten) Theil der Höhe h des Querschnittes und $f = c'bh$ einen gewissen (c'ten) Theil des Productes aus der Breite b in die Höhe h des Querschnittes bezeichnet.

Mit Benutzung der Gleichungen (98) geht Gleichung (137) über in:

$${}^{w}M = \frac{s}{a^s} f^s b^s . y^s + \frac{p}{a^p} . f^p . b^p . y^p, \quad (145)$$

und wegen Gleichung (92) in:

$${}^{w}M = \frac{s}{a^s}(f^s b^s y^s + f^p b^p y^p) = \frac{p}{a^p}(f^s b^s y^s + f^p b^p y^p), \ (146)$$

ein Ausdruck, dessen Klammer ebenfalls das Trägheitsmoment t der ganzen Querschnittsfläche, bezogen auf die neutrale Axe, bezeichnet und der mithin mit dem Werth (142) identisch ist.

Aus Gleichung (146) folgt, daß bei gleichen Flächentheilen f^s und f^p das Widerstandsmoment desto größer wird, je größer nicht nur die Abstände b^s und b^p ihrer Schwerpunkte von der neutralen Axe, sondern auch die Hebelsarme y^s und y^p der Resultanten aller Spannungen und Pressungen, bezogen auf dieselbe Axe, sind, d. h. je mehr man jene Flächentheile des Querschnittes concentrirt und von der neutralen Axe entfernt anordnet, ein Resultat, welches mit den Ergebnissen des vorigen Abschnittes in Uebereinstimmung steht.

Entsprechen in der Gleichung (139) die Grenzwerthe α und β der Relation (97), so ergiebt sich das Widerstandsmoment der geschlossenen Systeme, bei welchen der Querschnitt im Sinne des vorhergehenden Abschnittes entweder voll oder durchbrochen sein kann, entsprechen sie dagegen den Relationen (111), so ergiebt sich das Widerstandsmoment der offenen Systeme.

Aus den Gleichungen (137) und (98) folgt:

$${}^{w}M = \frac{s}{a^s} f^s b^s (y^s + y^p) = \frac{p}{a^p} f^p b^p (y^s + y^p), \ (147)$$

und wenn, wie dies bei denjenigen offengebauten Systemen der Fall ist, die im Verhältniß zu ihrer Höhe sehr niedrige Gurtungen haben, der Hebelsarm $y^s + p^p$ der Resultanten aller Zug- und Druckspannungen mit dem Abstand $b^s + b^p = b$ der Gurtungsschwerpunkte beinahe zusammenfällt, annäherungsweise:

$${}^{w}M = \frac{s}{a^s} f^s b^s b = \frac{p}{a^p} f^p b^p . b. \quad . \quad (148)$$

Besteht, wie für Schmiedeeisen, die Relation (101) und die daraus abgeleiteten Relationen (102), (103) und (104), so ergiebt sich:

$${}^{w}M = s . \frac{f}{2} . \frac{b(y^s + y^p)}{h} = p . \frac{f}{2} . \frac{b(y^s + y^p)}{h}, \ (149)$$

und wenn unter der oben gemachten Voraussetzung der Abstand $y^s + y^p$ der Spannungsresultanten mit dem Abstande b der Schwerpunkte der Gurtungsflächen verwechselt werden kann, der Näherungswerth

$${}^{w}M = s . \frac{f}{2} \frac{b^2}{h} = p \frac{f}{2} . \frac{b^2}{h} . \quad . \quad (150)$$

Sind außerdem die Gurtungen für sich so niedrig, daß der Abstand ihrer Schwerpunkte von der Entfernung ihrer äußersten Fasern so wenig abweicht, daß man ohne Nachtheil für die Construction $b = h$ setzen kann, so ergiebt sich als zweiter Näherungswerth:

$$^{w}M = s.\frac{f}{2}.h = p.\frac{f}{2}.h. \quad . \ (150^{a})$$

Die durch die Gleichungen (145), (146) und (147) gegebenen exacten Werthe, sowie die besonderen, durch die Gleichungen (148), (149), (150) und 150 a) gegebenen Näherungswerthe des Widerstandsmomentes gelten für die Träger mit $n+1$ Stützpunkten, wenn für sie nach Gleichung (16) und (73^{a}):

$$^{w}M = \Sigma M_{m} - G_{x} g_{x}, \quad . \ . \ . \ (151)$$

für die Träger mit 2 Stützpunkten, wenn für sie nach Gleichung (37):

$$^{w}M = A_{1} - G_{x} g_{x} \quad . \ . \ . \ . \ (152)$$

und für die einseitig festgehaltenen Träger, wenn für sie nach Gleichung (51)

$$^{w}M = Ax - G_{x}.g_{x} \quad . \ . \ . \ (153)$$

gesetzt wird.

Aus den Gleichungen (138) und (140) ergiebt sich

$$H_{x}{}^{s}.y^{s} = \frac{s}{a^{s}} t^{s} \text{ und } H_{x}{}^{p}.y^{p} = \frac{p}{a^{p}}.t^{p}, \quad (154)$$

mithin, wenn aus den Gleichungen (91) der Werth von $H_{x}{}^{s}$ und $H_{x}{}^{p}$ eingeführt wird:

$$y^{s} = \frac{t^{s}}{m^{s}} \text{ und } y^{p} = \frac{t^{p}}{m^{p}}. \quad . \ . \ . \ (155)$$

Aus den Gleichungen (137) und (142) folgt:

$$^{w}M = H_{x}{}^{s}(y^{s}+y^{p}) = H_{x}{}^{p}(y^{s}+y^{p})$$
$$= \frac{s}{a^{s}} t = \frac{p}{a^{p}} t, \quad . \ (156)$$

mithin, wenn aus den Gleichungen (91) die Werthe von $H_{x}{}^{s}$ und $H_{x}{}^{p}$ eingeführt werden:

$$y^{s} + y^{p} = \frac{t}{m^{s}} = \frac{t}{m^{p}}. \quad . \ . \ . \ (157)$$

Die Gleichungen (155) besagen, daß der Hebelsarm der Resultante aller Zugspannungen, bezogen auf die neutrale Axe, dem Quotienten aus dem statischen Momente in das Trägheitsmoment des gezogenen Flächentheiles, und daß der Hebelsarm der Resultante aller Druckspannungen, bezogen auf die neutrale Axe, dem Quotienten aus dem statischen Momente in das Trägheitsmoment des gedrückten Flächentheiles gleich ist, und Gleichung (157) besagt, daß der Abstand der Angriffspunkte beider Resultanten dem Quotienten entweder aus dem statischen Momente des gezogenen Flächentheiles oder aus dem statischen Momente des gedrückten Flächentheiles in das Trägheitsmoment der gesammten Querschnittsfläche gleichkommt.

Aus den Gleichungen (137) und (145) ergiebt sich

$$H_{x}{}^{s} y^{s} = \frac{s}{a^{s}} f^{s} b^{s} y^{s} \text{ und } H_{x}{}^{p} y^{p} = \frac{p}{a^{p}} f^{p} b^{p} y^{p}, \ (158)$$

und wenn aus den Gleichungen (98) die Werthe von $H_{x}{}^{s}$ und $H_{x}{}^{p}$ eingeführt werden,

$$y^{s} = \frac{f^{s} b^{s} y^{s}}{f^{s} b^{s}} \text{ und } y^{p} = \frac{f^{p} b^{p} y^{p}}{f^{p} b^{p}}. \ . \ (159)$$

Aus den Gleichungen (137) und (146) folgt:

$$H_{x}{}^{s}(y^{s}+y^{p}) = H_{x}{}^{p}(y^{s}+y^{p})$$
$$= \frac{s}{a^{s}}(f^{s}b^{s}y^{s} + f^{p}b^{p}y^{p}) = \frac{p}{a^{p}}(f^{s}b^{s}y^{s} + f^{p}b^{p}y^{p}), (160)$$

daher, wenn aus den Gleichungen (98) die Werthe von $H_{x}{}^{s}$ und $H_{x}{}^{p}$ eingeführt werden:

$$y^{s} + y^{p} = \frac{f^{s}b^{s}y^{s} + f^{p}b^{p}y^{p}}{f^{s}b^{s}} = \frac{f^{s}b^{s}y^{s} + f^{p}b^{p}y^{p}}{f^{p}b^{p}}. \ (161)$$

Die Gleichungen (159) lehren wieder, daß der Hebelsarm der Resultante aller Zug- und Druckspannungen, bezogen auf die neutrale Axe, dem Quotienten aus dem Producte des gezogenen, bzw. gedrückten Flächentheiles mit dem Abstande seines Schwerpunktes von der neutralen Axe (statisches Moment des gezogenen und bzw. gedrückten Flächentheiles) in das Product des gezogenen, bzw. gedrückten Flächentheiles mit dem Abstande seines Schwerpunktes von der neutralen Axe und dem Hebelsarm der Resultante aller Zug-, bzw. Druckspannungen (Trägheitsmoment des gezogenen, resp. gedrückten Flächentheiles) gleich ist. Gleichung (161) besagt ferner, daß der Abstand der Angriffspunkte beider Resultanten in dem Quotienten entweder aus dem Producte des gezogenen Flächentheiles mit dem Abstande seines Schwerpunktes von der neutralen Axe (statisches Moment des gezogenen Flächentheiles), oder aus dem Producte des gedrückten Flächentheiles mit dem Abstande seines Schwerpunktes von der neutralen Axe (statisches Moment des gedrückten Flächentheiles) in die Summe der Producte des gezogenen und gedrückten Flächentheiles mit den ihnen entsprechenden Abständen ihrer Schwerpunkte von der neutralen Axe und Hebelsarmen der Zug- und Druckspannungsresultanten (Trägheitsmoment des ganzen Querschnittes) besteht.

Das Widerstandsmoment der aufgehängten und gestützten Systeme mit n Oeffnungen und $n+1$ Stützpunkten ergiebt sich aus den Gleichungen (20) und (24) mit Berücksichtigung der Bezeichnung in (73^{a}):

$$^{w}M = H_{x}{}^{s}.y^{s} = \Sigma M_{m} - G_{x} g_{x}, \quad . \ (162)$$
$$^{w}M = H_{x}{}^{p}.y^{p} = \Sigma M_{m} - G_{x} g_{x}, \quad . \ (163)$$

woraus, wenn die exacten Werthe (98) für $H_x{}^s$ und $H_x{}^p$ eingeführt werden, folgt:

$$^wM = \frac{s}{a^s} f^s b^s y^s \text{ und } ^wM = \frac{p}{a^p} f^p b^p y^p, \quad (164)$$

und wenn aus den Gleichungen (112) die unter den dort angegebenen Umständen gestatteten Näherungswerthe für $H_x{}^s$ und $H_x{}^p$ gesetzt werden:

$$^wM = s f^s y^s \text{ und } ^wM = p f^p y^p. \quad . \quad (165)$$

Das Widerstandsmoment der aufgehängten und gestützten Systeme mit einer Oeffnung und 2 Stützpunkten ergiebt sich aus den Gleichungen (38) und (39), und den exacten Werthen (98) von $H_x{}^s$ und $H_x{}^p$:

$$^wM = \frac{s}{a^s} f^s b^s y^s = A'x - G_x g_x, \quad . \quad (166)$$

$$^wM = \frac{p}{a^p} f^p b^p y^p = A'x - G_x g_x, \quad . \quad (167)$$

und wenn aus den Gleichungen (112) die unter den daselbst angegebenen Umständen erlaubten Näherungswerthe von $H_x{}^s$ und $H_x{}^p$ gesetzt werden:

$$^wM = s f^s y^s = A'x - G_x g_x, \quad . \quad . \quad (168)$$

$$^wM = p f^p y^p = A'x - G_x g_x. \quad . \quad . \quad (169)$$

Die Hebelsarme y^s oder y^p der Resultanten aller Spannungen oder Pressungen ergeben sich durch Einführung der Werthe (98) für $H_x{}^s$ und $H_x{}^p$ in die Gleichungen (162), (163) und (164) bzw. aus:

$$y^s = \frac{f^s b^s y^s}{f^s b^s} \text{ und } y^p = \frac{f^p b^p y^p}{f^p b^p}, \quad . \quad (170)$$

d. h. aus den Quotienten der statischen Momente in die Trägheitsmomente der bzw. gezogenen und gedrückten Flächen, bezogen auf die durch die Stützpunkte gelegte horizontale Axe.

Läßt man die Annäherungswerthe (112) für $H_x{}^s$ und $H_x{}^p$ gelten, so ergeben sich, wenn zugleich $b^s = y^s$ und $b^p = y^p$ gesetzt werden kann, aus den Gleichungen (162), (163) und (164) die Werthe von:

$$y^s = \frac{f^s b^s}{f^s} \text{ und } y^p = \frac{f^p b^p}{f^p}, \quad . \quad (171)$$

d. h. annäherungsweise gleich den Quotienten der bzw. gezogenen und gedrückten Flächen in die statischen Momente derselben, bezogen auf die durch die Stützpunkte gelegte Axe.

2. Bestimmung des dem größten Angriffsmoment entsprechenden Widerstandsmomentes.

Das größte Widerstandsmoment $^wM_{max}$ ergiebt sich aus dem größten Angriffsmoment durch die Relation

$$^wM_{max} = {}^aM_{max}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (172)$$

Zerlegt man in den Gleichungen (16), (20) und (24) des n + 1 fach unterstützten Trägers das Gewicht G_x in denjenigen Gewichtsantheil G′, welcher den ersten m—1 Oeffnungen zukommt mit dem Abstand g′ seines Schwerpunktes von der mten Stütze, und in einen Gewichtsantheil G_x'', welcher der Abscisse x entspricht und den Abstand g_x'' seines Schwerpunktes von der mten Stütze besitzt, so verwandelt sich, wenn der mte Stützpunkt als Drehpunkt gewählt wird und die übrigen Bezeichnungen der Figur 2 beibehalten werden, das Angriffsmoment dieser Gleichungen in:

$$\begin{aligned} ^wM = {}^aM &= A_1 (l_1 + l_{11} + \dots l_{m-1}) \\ &+ A_{11} (l_{11} + \dots l_{m-1}) + \dots A_{m-1} . l_{m-1} - G'g' \\ &+ G_x'' g_x'' + V_x . x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (173) \end{aligned}$$

woraus sich durch Differentiation nach x ergiebt:

$$\frac{d\,^wM}{dx} = \frac{d\,_aM}{dx} = dG_x''.x + V_x + x\,dV_x. \quad (174)$$

In Folge der gedachten Zerlegung von G_x ergiebt sich aus Gleichung (10):

$$V_x = A_1 + A_{11} + \dots A_m - G' - G_x'', \quad (175)$$

woraus das Differential

$$dV_x = -dG_z'', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (176)$$

durch dessen Einführung in (174):

$$\frac{d\,^wM}{dx} = \frac{d\,^aM}{dx} = dG_x''x + V_x - dG_x''x = V_x. \quad (177)$$

Die erste Ableitung des Widerstandsmomentes oder Angriffsmomentes nach x ist mithin dem Verticalwiderstand für die in Betracht gezogene Abscisse gleich.

Da in Gleichung (177) nach (59) für $x = \lambda_m$ der Verticalwiderstand $V_x = 0$, so findet für diese Abscisse die Relation (172) statt, d. h. es erreicht das Widerstandsmoment und Angriffsmoment im neutralen Verticalschnitt sein Maximum.

Bezieht man alle Momente auf den ersten Stützpunkt, so verwandelt sich das Angriffsmoment der Gleichungen (38) und (39) des 2 fach unterstützten Trägers in

$$^wM = {}^aM = G_x g_x' + V_x . x, \quad . \quad . \quad (178)$$

woraus durch Differentiation nach x:

$$\frac{d\,^wM}{dx} = \frac{d\,^aM}{dx} = dG_x . x + V_x + x\,dV_x. \quad (179)$$

Aus Gleichung (34) ergiebt sich

$$dV_x = -dG_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (180)$$

mithin wie bei dem n + 1 fach unterstützten Träger

$$\frac{d\,^wM}{dx} = \frac{d\,^aM}{dx} = dG_x . x + V_x - dG_x . x = V_x, \quad (181)$$

worin, wenn λ die Bedeutung in Relation (68) hat, für $x = \lambda$ der Verticalwiderstand $V_x = 0$ wird und $_wM$, sowie ^aM sein Maximum erreicht.

Bezieht man alle Momente auf die Befestigungsstelle, so verwandelt sich, wenn g der Abstand des Schwerpunktes von G von der Befestigungsstelle, das Angriffsmoment des einseitig festgehaltenen Trägers, Gleichung (51), in:

$$^{w}M = {}^{a}M = V_x . x + G_x g_x', \quad . \quad . \quad (182)$$

woraus durch Differentiation nach x:

$$\frac{d\,^{w}M}{dx} = \frac{d\,^{a}M}{dx} = V_x + x\,d\,V_x + d\,G_x . x. \quad (183)$$

Aus Gleichung (46) ergiebt sich

$$d\,V_x = -d\,G_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (184)$$

und hieraus:

$$\frac{d\,^{w}M}{dx} = \frac{d\,^{a}M}{dx} = V_x - x\,d\,G_x + x\,d\,G_x = V_x, \quad (185)$$

worin, nach Gleichung (70), für $x = l$, $V_x = 0$, mithin wird für $x = l$:

$$^{w}M_{max} = {}^{a}M_{max} = G g. \quad . \quad . \quad . \quad (186)$$

Stellt der Horizontalwiderstand $H_x{}^s$ oder $H_x{}^p$ der Gleichungen (16), (37) und (51) für die balkenartigen Systeme im Sinne der Relation (134) eine Constante dar, so ergiebt sich für die genannten Gleichungen:

$$\frac{d\,^{w}M}{dx} = H_x{}^s . \frac{d\,(y^s + y^p)}{dx} = H_x{}^p . \frac{d\,(y^s + y^p)}{dx}, \quad (187)$$

mithin wegen Gleichung (177) und (181):

$$H_x{}^s . \frac{d\,(y^s + y^p)}{dx} = H_x{}^p . \frac{d\,(y^s + y^p)}{dx} = V_x, \quad (188)$$

und für Gleichung (185):

$$H_x{}^s . \frac{d\,(y^s + y^p)}{dx} = H_x{}^p . \frac{d\,(y^s + y^p)}{dx} = V_x . \quad (189)$$

Da in den Gleichungen (20) und (24), (38) und (39) $H_x{}^s$ und $H_x{}^p$ Constante bezeichnen, so ergiebt sich für dieselben:

$$\frac{d\,^{w}M}{dx} = H_x{}^s . \frac{d\,y^s}{dx} \text{ und } \frac{d\,^{w}M}{dx} = H_x{}^p . \frac{d\,y^p}{dx}, \quad (190)$$

mithin wegen analoger Folgerungen wie in Gleichung (177) und (181) für die Gleichungen (20) u. (38), (24) u. (39) bzw.:

$$H_x{}^s . \frac{d\,y_s}{dx} = V_x \text{ und } \quad . \quad . \quad . \quad (191^a)$$

$$H_x{}^p . \frac{d\,y_p}{dx} = V_x . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (191^b)$$

Stellt der Hebelsarm $y^s + y^p$ der Horizontalwiderstände $H_x{}^s$ oder $H_x{}^p$ der Gleichungen (16), (37) und (51) für die balkenartigen Systeme im Sinne der Relation (135) eine Constante dar, so ergiebt sich für die genannten Gleichungen:

$$\frac{d\,^{w}M}{dx} = (y^s + y^p)\,\frac{d . H_x{}^s}{dx} = (y^s + y^p)\,\frac{d . H_x{}^p}{dx}, \quad (192)$$

mithin wegen Gleichung (177) und (181):

$$(y^s + y^p) = \frac{d . H_x{}^s}{dx} = (y^s + y^p) . \frac{d H_x{}^p}{dx} = V_x . \quad (193)$$

Die Gleichungen (188) enthalten das Formengesetz der balkenartigen Systeme:

$$\frac{d\,(y^s + y^p)}{dx} = \frac{V_x}{H_x{}^s} = \frac{V_x}{H_x{}^p}, \quad . \quad . \quad (194)$$

woraus sich durch Integration die Gleichung der Systemform ergiebt, nämlich:

$$y^s + y^p = \int \frac{V_x\,dx}{H_x{}^s} = \int \frac{V_x\,dx}{H_x{}^p} . \quad . \quad (195)$$

Die Gleichungen (193) enthalten das Formengesetz der Gurtungen balkenartiger Systeme:

$$\frac{d . H_x{}^s}{dx} = \frac{d . H_x{}^p}{dx} = \frac{V_x}{y^s + y^p}, \quad . \quad (196)$$

woraus sich durch Integration die Gleichung der Gurtungsform ergiebt:

$$H_x{}^s = H_x{}^p = \frac{1}{y^s + y^p} \int V_x\,dx. \quad . \quad (197)$$

Die Gleichungen (191) enthalten das Formengesetz der aufgehängten und gestützten Systeme, nämlich:

$$\frac{d\,y^s}{dx} = \frac{V_x}{H_x{}^s} \; (198^a) \text{ und } \frac{d\,y^p}{dx} = \frac{V_x}{H_x{}^p}, \; (198^b)$$

woraus sich durch Integration die Gleichungen der Systemform ergeben, nämlich:

$$y^s = \frac{1}{H_x{}^s} \int V_x\,dx \quad . \quad . \quad . \quad (199^a)$$

$$\text{und } y^p = \frac{1}{H_x{}^p} \int V_x\,dx. \quad . \quad . \quad . \quad (199^b)$$

3. Bestimmung des kleinsten, hinsichtlich des Materiales zulässigen, Widerstandsmomentes.

In den Gleichungen (142) und (146) bezeichnet allgemein s und p die Zug- und Druckspannung in der bzw. am meisten gezogenen und gedrückten Faser.

Geht man zur Bestimmung des Widerstandsmomentes eines Brückenträgers von bestimmter Materialgattung über, deren Zugfestigkeit an der Elasticitätsgrenze mit z und deren Druckfestigkeit an der Elasticitätsgrenze mit d bezeichnet werde, so erreicht die Spannung s oder die Pressung p die Elasticitätsgrenze, wenn in den Gleichungen (142) und (146)

$$\text{entweder } s = z$$
$$\text{oder } p = d, \text{ mithin}$$

$$^{w}M = \begin{cases} \text{entweder } \dfrac{z\,t}{a_z}, \quad . \quad . \quad . \quad (200^a) \\[2ex] \text{oder } \dfrac{d\,t}{a_p} \quad . \quad . \quad . \quad (200^b) \end{cases}$$

gesetzt wird. Keiner dieser Werthe darf das Widerstandsmoment überschreiten, da dies vielmehr höchstens den kleineren derselben erreichen darf, so ist unter den Alternativwerthen (200) der durch die Grenzfestigkeiten z und d des Materiales und die Abstände a_z und a_p der äußersten

Fasern von der neutralen Faser bedingte kleinere zu wählen. Das kleinste zulässige Widerstandsmoment ergiebt sich daher

$$\text{für } \frac{z}{a_z} < \frac{d}{a_p} \text{ aus } {}^wM^{min} = \frac{z}{a_z}.t, \quad . \quad (201)$$

$$\text{für } \frac{z}{a_z} > \frac{d}{a_p} \text{ aus } {}^wM^{min} = \frac{d}{a_p}.t, \quad . \quad (202)$$

d. h. zwei Ausdrücke, welche für Constructionen, bei welchen nur ein gewisser mter Theil jener Grenzwerthe z und d zu Grunde gelegt werden darf, für die angegebenen Ungleichungen bzw. übergehen in:

$$ {}^wM^{min} = \frac{\frac{z}{m}}{a_z}.t, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (203)$$

$$ {}^wM^{min} = \frac{\frac{d}{m}}{a_d}.t, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (204)$$

Im Durchschnitt kann für den Quadratcentimeter

Schmiedeeisen	$z = 1614$ Kil.,	$d = \quad z = 1614$ Kil.,
Gußeisen	$z = \ 650$ „ ,	$d = 3.z = 1950$ „
Holzmaterial	$z = \ 260$ „ ,	$d = {}^3/_4 z = \ 165$ „

angenommen werden. Bezeichnet E den Elasticitätsmodul

$$\left.\begin{array}{l}\text{und } \lambda_z = \frac{z}{E} \text{ die Verlängerung} \\ \lambda_d = \frac{d}{E} \text{ die Verkürzung}\end{array}\right\} \text{an der Elasticitätsgrenze,}$$

so ist für den Quadratcentimeter

$$\text{Schmiedeeisen } E = 2020000 \text{ Kil., daher } \lambda_z = \frac{1}{1250},$$

$$\text{und } \lambda_d = \lambda_z = \frac{1}{1250},$$

$$\text{Gußeisen } \quad E = 1010000 \text{ Kil., daher } \lambda_z = \frac{1}{1562},$$

$$\text{und } \lambda_d = 3\lambda_z = \frac{1}{523},$$

$$\text{Holzmaterial } E = \ 130000 \text{ Kil., daher } \lambda_z = \frac{1}{500},$$

$$\text{und } \lambda_d = {}^3/_4\lambda = \frac{1}{666},$$

Hieraus ergeben sich für die drei genannten Materialien bzw. die graphischen Darstellungen der Längenveränderungen an der Elasticitätsgrenze, s. Fig. 8, 9 und 10, Tafel 1, worin 0 die Lage der neutralen Axe des Querschnittes bezeichnet und die in den Abmessungen a_z und a_d entwickelten Zug- und Druckspannungen höchstens jene Längenveränderungen bewirken dürfen.

Bei symmetrischen Querschnitten, für welche $a_z = a_d = \frac{h}{2}$, ist ${}^wM =$

$$\text{entweder } z.\frac{2t}{h}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (205^a)$$

$$\text{oder } d.\frac{2t}{h}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (205^b)$$

daher sind für symmetrische Querschnitte schon die Werthe z und d entscheidend und zwar so, daß

$$\text{für } z < d, \ {}^wM^{min} = z.\frac{2t}{h}, \quad . \quad . \quad (206)$$

$$\text{für } z > d, \ {}^wM^{min} = d.\frac{2t}{h}. \quad . \quad . \quad (207)$$

Es wird daher in diesem Falle für Schmiedeeisen die Elasticitätsgrenze für Zug und Druck gleichzeitig erreicht, s. Fig. 11, und gilt sowohl Gleichung (206) als (207), während für Gußeisen zuerst die Elasticitätsgrenze für Zug, s. Fig. 12, für Holz zuerst diejenige für Druck, s. Fig. 13, erreicht wird, demnach für Gußeisen Formel (206), für Holz Formel (207) gilt.

Zweiter Abschnitt.

Die allgemeine Anordnung der Träger mit $n+1$ bis zu 2 Stützpunkten oder mit einseitiger Befestigung.

Werden die durch die Gleichungen (16), (20) und (24), (37), (38) und (39), sowie (51) gegebenen Angriffsmomente dieser Träger allgemein mit ${}^aM$ bezeichnet, so läßt sich deren Anordnung behufs Entwickelung des erforderlichen Widerstandsmomentes unter der Voraussetzung gemeinschaftlich behandeln, daß für ${}^aM$ die ihnen nach Maßgabe jener Gleichungen entsprechenden Angriffsmomente eingeführt werden. Die genannten 8 Trägergattungen können nach Gleichung (97) und (111) entweder geschlossen oder offen gebaute sein. Werden geschlossene Systeme in Verbindung mit offengebauten angewendet, so entstehen die aus geschlossenen und offenen Systemen zusammengesetzten Systeme.

Sowohl die geschlossenen, als offenen Systeme haben für den Zustand des Gleichgewichtes der Relation (132) zu entsprechen, worin das Widerstandsmoment im Sinne der Relation (133^a) als das Product aus einem Horizontalwiderstand in dessen Hebelsarm angesehen werden kann, wovon beide im Sinne der Relationen (134), (135) und (136) als Constante und als Functionen von x, oder als Variable angesehen werden können. In der aus Gleichung (132) und (133^a) combinirten Gleichung

$$Hy = {}^aM_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (208)$$

worin nach den Gleichungen (98) der Horizontalwiderstand H das Product aus einer Spannung $\frac{s}{a}b$ oder $\frac{p}{a}b$ oder allgemein k in eine Fläche f_k ausdrückt, kann diese Fläche f_k wieder als das Product aus einer Breitendimension d in eine Höhendimension h angesehen, mithin $f_k = cdh \ldots (209)$ gesetzt werden, worin c für einen bestimmten Querschnitt eine gewisse constante Größe bezeichnet. Werden diese Werthe, sowie der Werth (130) für das Angriffsmoment eingeführt, so erhält man aus Gleichung (208) allgemein für Zug und Druck:

$$k f_k . y = f(K, x). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (210)$$

In dieser Gleichung erscheinen f_k und y als die Repräsentanten der Form des Systemes, welche dem von x abhängigen, veränderlichen Angriffsmoment zu genügen haben, und entweder beide, oder nur zu je einem variabel sind. Wo der Hebelsarm y, wie in den meisten Fällen, den relativ größten Werth unter ihnen hat, repräsentirt dieser die Hauptform des Systemes, während die Werthe f_k die Einzelform desselben und beide Formen zusammengenommen die Gesammtform des Systemes bedingen.

Bei den Brückenträgern ist nun entweder

1) das Angriffsmoment, d. h. die Größe und Vertheilung der Belastung, sowie die Form gegeben und hierdurch die Abmessungen bedingt (Systeme mit gegebener Hauptform und gegebener Belastung);

2) das Angriffsmoment, d. h. die Größe und Vertheilung der Belastung gegeben und hiernach die Form zu suchen (Systeme mit gegebener Belastung und gesuchter Form);

3) die Form gegeben und das Angriffsmoment, d. h. die Größe und Vertheilung der Belastung zu suchen (Systeme mit gegebener Form und gesuchter Belastung).

Die Bestimmung der Form der n+1fach oder 2fach unterstützten Brückenträger geschieht unter Annahme symmetrischer Belastungen, während die unsymmetrischen (einseitigen) Belastungen besondere später zu berücksichtigende Modificationen, d. h. die Einschaltung von Hilfsgliedern oder gewisse Zusätze in den Abmessungen erfordern.

Erstens. Die geschlossenen Systeme.

(Tafel 3, Fig. 1 bis 48.)

A. Die auf die ganze Trägerlänge geschlossenen Systeme.

I. Die geschlossenen Systeme mit gegebener Hauptform und gegebener Belastung.

1. Systeme mit constanter Querschnittsform oder mit constanter Höhe.

Die Form ist entweder so gegeben, daß die Querschnittsform constant und nur deren Abmessungen zu bestimmen sind. In den Gleichungen (200) ist alsdann t, mithin das Widerstandsmoment constant, daher findet wegen der Veränderlichkeit von ${}^aM$ bei diesen Systemen die Relation (133) und höchstens für den Querschnitt, in welchem ${}^aM$ sein Maximum erreicht, die Relation (132) statt, in welchem Falle man erhält:

$${}^aM_{max} = \begin{cases} \text{entweder } \dfrac{z}{a_z} t, & . \; . \; . \; (211) \\ \text{oder } \dfrac{d}{a_d} t, & . \; . \; . \; (212) \end{cases}$$

woraus, wenn aus Gleichung (144) für t sein Werth gesetzt wird:

$${}^aM^{max} = \begin{cases} \text{entweder } \dfrac{z}{a_z} . c c' b h^3, & . \; (213) \\ \text{oder } \dfrac{d}{a_d} . c c' b h^3, & . \; (214) \end{cases}$$

Da a_z oder a_d einen gewissen Theil der Höhe h, also

$$a_z = c'' h \text{ und } a_d = c_{,,} h \quad . \; . \; (215)$$

gesetzt werden kann, so ergiebt sich

$$b h^2 = \begin{cases} \text{entweder } \dfrac{c''}{c c' z} . {}^aM_{max}, & . \; (216) \\ \text{oder } \dfrac{c_{,,}}{c c' d} . {}^aM_{max}. & . \; (217) \end{cases}$$

Für das Rechteck ist $\dfrac{c''}{c c'} = \dfrac{c_{,,}}{c c'} = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{12}} = 6$,

folglich gehen dafür die Gleichungen (216) und (217) über in:

$$b h^2 = \begin{cases} \text{entweder } \dfrac{6}{z} . {}^aM_{max}, & . \; . \; (216^a) \\ \text{oder } \dfrac{6}{d} . {}^aM_{max}, & . \; . \; (217^a) \end{cases}$$

Wenn $b = \alpha h$ gesetzt wird, so ergeben die Gleichungen (216) und (217):

$$\text{entweder } h = \sqrt[3]{\frac{c''}{\alpha c c' z} . {}^aM_{max}}, \quad . \; (218)$$

$$\text{oder } h = \sqrt[3]{\frac{c_{,,}}{\alpha . c . c' . d} . {}^aM_{max}}, \quad . \; (219)$$

unter welchen Werthen für h der größere zu wählen ist. Zu den Trägern dieser Gattung gehören diejenigen mit constantem rechteckigem, L-, T-, H-, U- und vignolesschienenförmigem Querschnitt rc., s. Tafel 3, Fig. 1 bis 22 und Fig. 25 bis 29 mit durchbrochenem Querschnitt.

Ist die Form des Systemes in der Weise gegeben, daß seine Höhe constant ist und die Abmessungen seiner Querschnittsform unter der Voraussetzung (132) zu bestimmen sind, so ist in Gleichung (144) t variabel und man ermittelt jene Abmessungen für eine genügende Anzahl von Querschnitten so, daß in jedem derselben der Relation:

$${}^aM_x = \begin{cases} \text{entweder } z . \dfrac{c c'}{c''} b h^2, & . \; . \; (220) \\ \text{oder } d . \dfrac{c c'}{c_{,,}} b h^2 & . \; . \; (221) \end{cases}$$

entsprochen wird.

Im Falle die in den Gleichungen (148), (149), (150) oder (150ᵃ) gemachten Voraussetzungen zulässig sind, vereinfacht sich die Bestimmung der Abmessungen der Querschnitte von constanter Höhe und ergiebt sich aus Gleichung (150):

$$^{a}M = \begin{cases} \text{entweder } z \,.\, \frac{f}{2} \,.\, \frac{b^2}{h}, \quad . \quad . \quad (222) \\ \text{oder } d \,.\, \frac{f}{2} \,.\, \frac{b^2}{h}, \quad . \quad . \quad (223) \end{cases}$$

woraus folgt:

$$fb^2 = \begin{cases} \text{entweder } 2 \,.\, \frac{h}{z} \,.\, {}^{a}M, \quad . \quad . \quad (222^a) \\ \text{oder } 2 \,.\, \frac{h}{d} \,.\, {}^{a}M, \quad . \quad . \quad (223^a) \end{cases}$$

und aus Gleichung (150ᵃ):

$$^{a}M = \begin{cases} \text{entweder } z \,.\, \frac{f}{2} \,.\, h, \quad . \quad . \quad . \quad (224) \\ \text{oder } d \,.\, \frac{f}{2} \,.\, h, \quad . \quad . \quad . \quad (225) \end{cases}$$

woraus folgt:

$$f = \begin{cases} \text{entweder } 2 \,.\, \frac{1}{z h^2} \,.\, {}^{a}M, \quad . \quad (224^a) \\ \text{oder } 2 \,.\, \frac{1}{d h^2} \,.\, {}^{a}M, \quad . \quad (225^a) \end{cases}$$

Hinsichtlich der verticalen und waagrechten Scheerkräfte ist den Bedingungen (72) und (127) zu entsprechen. Zu den Trägern dieser Gattung gehören die Blechwandbrücken mit constanter Höhe und variablen Gurtungsstärken.

2. Systeme mit waagrechter oberer oder unterer und bzw. bogenförmiger unterer oder oberer Begrenzung.

Bildet die Form des Systemes, wie dies bei älteren gußeisernen Brückenträgerconstructionen nicht selten der Fall war, und in besonderen Fällen auch heutzutage noch angeordnet wird, diejenige des kreissegmentförmigen Bogenträgers mit waagrechter oberer Begrenzung, s. Tafel 3, Fig. 23, eine Form, welche zwar hinsichtlich des Widerstandes gegen lothrechtes Abscheeren nicht unzweckmäßig, jedoch, hinsichtlich des Gleichgewichtes gegen Drehung, in ihrem neutralen Verticalschnitt, welcher den relativ kleinsten Querschnitt hat, während in ihm das Angriffsmoment sein Maximum erreicht, sehr unvortheilhaft ist. Vortheilhafter in dieser Hinsicht erscheint der in Fig. 24 dargestellte Träger mit waagrechter oberer und kreissegmentförmiger unterer Begrenzung.

Im Allgemeinen gilt für jeden Querschnitt dieser Träger mit veränderlichem Trägheitsmoment t_x und veränderlichen Abständen a_{zx} und a_{dx} der bzw. gespanntesten und gepreßtesten Faser von der neutralen Axe nach den Relationen (200) und (133), welche letztere für den neutralen Verticalschnitt höchstens in die Bedingung (132) übergeht,

$$^{a}M \leqq \begin{cases} \text{entweder } \frac{z}{a_{zx}} \,.\, t_x, \quad . \quad . \quad (226) \\ \text{oder } \frac{d}{a_{dx}} \,.\, t_x, \quad . \quad . \quad (227) \end{cases}$$

und wenn im Sinne der Gleichungen (59) und (68) mit λ die Abscisse des neutralen Verticalschnittes bezeichnet wird,

$$^{a}M_{max} \leqq \begin{cases} \text{entweder } \frac{z}{a_{z\lambda}} \,.\, t_\lambda, \quad . \quad (226^a) \\ \text{oder } \frac{d}{a_{d\lambda}} \,.\, t_\lambda. \quad . \quad (227^a) \end{cases}$$

Da sich bei vollständig gegebener Form für jede Abscisse x, also auch für die Abscisse λ, die Werthe t_x, a_{zx} und a_{dx} entwickeln lassen, so läßt sich die Widerstandsfähigkeit dieser Träger in allen diesen Querschnitten mit den ihnen zukommenden bekannten Angriffsmomenten vergleichen. Ist dagegen die Form dieser Träger nur hinsichtlich ihrer Höhe gegeben, so ergiebt sich, wenn man aus den Gleichungen (144) und (215) für t, a_z und a_d ihre Werthe setzt:

$$^{a}M \leqq \begin{cases} \text{entweder } z \,.\, \frac{c c'}{c''} \,.\, b h^2, \quad . \quad . \quad (228) \\ \text{oder } d \,.\, \frac{c c'}{c_{,,}} \,.\, b h^2, \quad . \quad . \quad (229) \end{cases}$$

woraus sich, da h bekannt ist, für eine hinreichende Anzahl von Querschnitten die variable Breite:

$$b \geqq \begin{cases} \text{entweder } \frac{c''}{c c'} \,.\, \frac{1}{z h^2} \,.\, {}^{a}M, \quad (228^a) \\ \text{oder } \frac{c_{,,}}{c c'} \,.\, \frac{1}{d h^2} \,.\, {}^{a}M \quad . \quad (229^a) \end{cases}$$

ergiebt, von welchen beiden Werthen der größere zu wählen ist.

Aus den Gleichungen (228ᵃ) und (229ᵃ) ersieht man, daß b dem Quadrat der Höhe h umgekehrt proportional und wie unvortheilhaft es daher ist, an der Stelle, wo das Maximum des Angriffsmomentes stattfindet, wie es bei jenem Träger in Fig. 23 geschehen ist, die geringste Höhe anzuordnen.

Ist der Querschnitt durchbrochen, wie in den Figuren 30—32, so gelten für dieselben zwar die Gleichungen (226) bis (229), dieselben zeigen jedoch, da sie fast ausschließlich in Schmiedeeisen ausgeführt wurden, den Nachtheil der Unzugänglichkeit besonders in den engeren Hohlräumen, wodurch die Beaufsichtigung zum Zweck der Unterhaltung erschwert oder unmöglich gemacht und dadurch die Oxydation des Eisens und mit ihr der Ruin des Trägers befördert wird.

II. Die geschlossenen Systeme mit gegebener Belastung und gesuchter Form.

Dieselben sind nach der Relation (132) daher als Träger von gleichem Widerstand zu bestimmen und solche mit $n+1$ Stützpunkten oder mit einseitiger Festhaltung. Die Belastung ist derart gegeben, daß sie entweder localisirt oder vertheilt ist und die Form derart zu suchen, daß entweder die Breite, oder die Höhe constant angenommen wird oder Breite und Höhe in einem gewissen Verhältniß zu einander stehen.

1. Träger mit concentrirter Belastung.

a) mit einseitiger Festhaltung.

Wählt man für diese Träger die rechteckige Querschnittsform, so gilt mit Bezug auf die Gleichungen (216^a) und (217^a) und auf Tafel 1, Fig. 14, und wenn mit z die variable Breite bezeichnet wird, die Gleichung

$$G x = \left\{ \begin{matrix} z \\ d \end{matrix} \right\} \frac{z . y^2}{6} . \quad . \quad . \quad . \quad (230)$$

Wird für $x = l$, $z = b$ und $y = h$, so ergiebt sich

$$G l = \left\{ \begin{matrix} z \\ d \end{matrix} \right\} \frac{b h^2}{6}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (231)$$

woraus die Abmessungen b und h bestimmbar sind, mithin durch Division der gleichzeitig bestehenden Gleichungen (230) und (231):

$$\frac{x}{l} = \frac{z y^2}{b h^2} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (232)$$

α) Bei constanter Breite des Trägers

ist in Gleichung (232) $z = b$ zu setzen, mithin ergiebt sich

$$y^2 = \frac{h^2}{l} x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (233)$$

d. h. als Begrenzungslinie in der Verticalprojection die gemeine Parabel, s. Taf. 3, Fig. 34. —

β) Bei constanter Höhe des Trägers

ist in Gleichung (232) $y = h$ zu setzen, mithin ergiebt sich

$$z = \frac{b}{l} x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (234)$$

d. h. als Begrenzungslinie in der Horizontalprojection die gerade Linie, s. Taf. 3, Fig. 36.

γ) Bei ähnlichen rechteckigen Querschnitten des Trägers

ist in Gleichung (232) $\frac{z}{y} = \frac{b}{h}$ zu setzen, daher folgt:

$$y^3 = \frac{h^3}{l} . x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (235^a)$$

$$\text{und } z^3 = \frac{b^3}{l} . x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (235^b)$$

d. h. als Begrenzungslinie sowohl in der Vertical-, als Horizontalprojection die cubische Parabel, s. Taf. 3, Fig. 38.

b) mit 2 Stützpunkten.

Die beiden Theile AC und BC eines solchen in den Entfernungen l' und l'' bzw. von dem linken und rechten Stützpunkte mit dem concentrirten Gewicht G belasteten Trägers, s. Taf. 1, Fig. 15, befinden sich, wenn man sich diesen Träger im Querschnitt C festgehalten und dann das System umgedreht denkt, in demselben Zustande, wie die unter a betrachteten einseitig festgehaltenen Träger. Die beiden genannten Theile nehmen daher unter den aus α), β) und γ) gemachten Voraussetzungen auch die entsprechenden Linien als Begrenzungen an, wobei in Gleichung (230) und (231)

$$G \frac{l''}{l} \text{ für den Theil AC und } G \frac{l'}{l} \text{ für den Theil BC}$$

statt G, ferner in Gleichung (231) für beide Theile bzw. l' und l'' statt l zu setzen ist, und ergeben sich für den Querschnitt C aus Gleichung (231) die gleichen Abmessungen:

$$b h^2 = \frac{6}{\left\{ \begin{matrix} z \\ d \end{matrix} \right\}} G \frac{l''}{l} . l' = \frac{6}{\left\{ \begin{matrix} z \\ d \end{matrix} \right\}} . \frac{G l'}{l} . l'' . \quad . \quad (236)$$

Siehe die hier betrachteten Träger mit 2 Stützpunkten auf Tafel 3, Fig. 33, 35 und 37.

2. Träger mit vertheilter Belastung.

Nimmt man die Belastung gleichförmig vertheilt und zu v für die laufende Einheit, die Querschnitte als rechteckige an, so ergiebt sich mit Bezug auf die Gleichungen (216^a), (217^a) und Fig. 16, Taf. 1, für den Träger

a) mit einseitiger Festhaltung:

$$\frac{v x^2}{2} = \left\{ \begin{matrix} z \\ d \end{matrix} \right\} \frac{z y^2}{6} . \quad . \quad . \quad . \quad (237)$$

Wird für $x = l$ zugleich $z = b$ und $y = h$, so ergiebt sich

$$\frac{v l^2}{2} = \left\{ \begin{matrix} z \\ d \end{matrix} \right\} . \frac{b h^2}{6}, \quad . \quad . \quad . \quad (238)$$

mithin durch Division der gleichzeitig bestehenden Gleichungen (237) und (238):

$$\frac{x^2}{l^2} = \frac{z y^2}{b h^2} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (239)$$

α) Bei constanter Breite des Trägers

ist in Gleichung (239) $z = b$ zu setzen, mithin erhält man

$$y = \frac{h}{l} x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (240)$$

d. h. als Begrenzungslinie in der Verticalprojection die gerade Linie. S. Tafel 3, Fig. 40.

β) Bei constanter Höhe des Trägers

ist in Gleichung (239) $y = h$ zu setzen, mithin ergiebt sich

$$z = \frac{b}{l} . x^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (241)$$

d. h. als Begrenzungslinie in der Horizontalprojection die gemeine Parabel, deren Ursprung in $x = 0$ liegt und deren Axe auf der Abscissenaxe senkrecht steht. S. Taf. 3, Fig. 42.

γ) Bei ähnlichen rechteckigen Querschnitten des Trägers

ist in Gleichung (239): $\frac{z}{y} = \frac{b}{h}$ zu setzen, folglich erhält man:

$$y^3 = \frac{h^3}{l^2} \cdot x^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (242^a)$$

$$\text{und } z^3 = \frac{b^3}{l^2} \cdot x^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (242^b)$$

d. h. als Begrenzung sowohl in der Vertical-, als Horizontalprojection die durch die Gleichungen (242) bestimmten Curven gleicher Gattung. S. Tafel 3, Fig. 44.

b) mit 2 Stützpunkten,

mit Bezug auf die Gleichungen (216ᵃ), (217ᵃ) und Fig. 17, Tafel 1:

$$\frac{vl}{2}\left(\frac{l}{2} - x\right) - \frac{v\left(\frac{l}{2} - x\right)^2}{2} = \begin{Bmatrix} z \\ d \end{Bmatrix} \frac{zy^2}{6}. \quad (243)$$

Wird für $x = 0$ zugleich $y = h$ und $z = b$, so folgt:

$$\frac{vl^2}{4} - \frac{vl^2}{8} = \frac{vl^2}{8} = \begin{Bmatrix} z \\ d \end{Bmatrix} \frac{bh^2}{6}, \quad (244)$$

mithin durch Division der gleichzeitig bestehenden Gleichungen (243) und (244):

$$\frac{\frac{l^2}{4} - x^2}{\frac{l^2}{4}} = \frac{zy^2}{bh^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (245)$$

α) Bei constanter Breite des Trägers

ist in Gleichung (245) $z = b$ zu setzen, mithin erhält man

$$y^2 = h^2 - 4\frac{h^2}{l^2} \cdot x^2, \quad . \quad . \quad . \quad (246)$$

d. h. als Begrenzungslinie in der Verticalprojection die Ellipse. S. Tafel 3, Fig. 39.

β) Bei constanter Höhe des Trägers

ist in Gleichung (245) $y = h$ zu setzen, mithin erhält man:

$$z = b - 4\frac{b}{l^2} \cdot x^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (247)$$

d. h. als Begrenzungslinie in der Horizontalprojection die gemeine Parabel. S. Tafel 3, Fig. 41.

γ) Bei ähnlichen rechteckigen Querschnitten des Trägers

ist in Gleichung (245) $\frac{z}{y} = \frac{b}{h}$ zu setzen, daher ergeben sich:

$$y^3 = h^3 - 4\frac{b^3}{l^2} x^2 \quad . \quad . \quad . \quad (248^a)$$

$$\text{und } z^3 = b^3 - 4\frac{b^3}{l^2} x^2, \quad . \quad . \quad . \quad (248^b)$$

d. h. als Begrenzungslinien in der Vertical- und Horizontalprojection die durch Gleichung (248ᵃ) und (248ᵇ) gegebenen Curven gleicher Gattung. S. Tafel 3, Fig. 43.

Durch die vorstehenden Gleichungen (230) bis (248) ist dem Gleichgewicht gegen waagrechtes Fortschreiten und gegen Drehung genügt. Um auch der Bedingung des Gleichgewichtes gegen lothrechtes Fortschreiten zu entsprechen, muß für die einseitig festgehaltenen und zweifach unterstützten Träger der Gleichung (72) für den lothrechten Schnitt jeder beliebigen Abscisse x genügt werden. Findet sich der Inhalt der für diese Abscisse untersuchten Querschnittsfläche kleiner als f, so ist der erforderliche Inhalt dieser Querschnittsfläche f besonders herzustellen.

Zunächst ist durch die Gleichungen (34) und (49) der Verticalwiderstand V_x für die einseitig festgehaltenen und 2fach unterstützten Träger bestimmt und für die vorstehend angenommene localisirte und gleichförmig vertheilte Belastung vom ersten Grade. Zwischen den aus (70) und (71) für den einseitig festgehaltenen und aus (67) und (69) für den 2fach unterstützten Träger folgenden bzw. kleinsten und größten Werthen von $V_x = fv$ findet daher eine proportionale Zunahme von V_x und bzw. eine geradlinige Begrenzung von f statt. Für

α) die Träger von constanter Breite

ist in Gleichung (72) $f = y.b$ zu setzen, daher

$$y = \frac{V_x}{b.v}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (249)$$

β) die Träger von constanter Höhe

ist in Gleichung (72) $f = zh$ zu setzen, woraus:

$$z = \frac{V_x}{vh}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (250)$$

γ) die Träger von ähnlichen rechteckigen Querschnitten

ist in Gleichung (72) $f = z.y$, wobei $\frac{z}{y} = \frac{b}{h}$, mithin entweder

$$f = y^2 . \frac{b}{h} \text{ oder } f = z^2 . \frac{h}{b}, \quad . \quad . \quad (251)$$

woraus

$$y = \sqrt{\frac{V_x}{v . \frac{b}{h}}} \text{ und } z = \sqrt{\frac{V_x}{v . \frac{h}{b}}}. \quad (252)$$

III. Die geschlossenen Systeme von gegebener Form und gesuchter Belastung.

Die Systeme mit gegebener Form und gesuchter Belastung gewinnen eigentliche Bedeutung erst bei den offengebauten Systemen.

B. Die nicht auf die ganze Trägerlänge geschlossenen Systeme.

Diese Systeme, deren Wandungen an einigen Stellen der Bedingung (97) und an anderen Stellen der Bedingung

(111) entsprechen, wie die in der Tafel 3, Fig. 45—48 dargestellten Träger, bilden die Vermittler zwischen den geschlossenen und offengebauten Systemen. Wenn wie bei den genannten Trägern Hauptform und Belastung gegeben ist, so haben sie für alle Querschnitte je nach den dabei giltigen Voraussetzungen den durch Gleichung (220) bis (225) festgestellten Bedingungen zu genügen, in welchen der dem jedesmaligen Angriffsmoment entsprechende volle oder unterbrochene Querschnitt zu substituiren ist.

Zweitens. Die offengebauten Systeme.

(Tafel 3 u. 4, Fig. 49 bis 200.)

A. Die einfachen offengebauten Systeme.

I. Die offengebauten Systeme mit gegebener Form und gegebener Belastung.

1. Die Träger mit constanter Höhe oder die Parabelträger.

Gewöhnlich ist die Form als Hauptform gegeben und die Einzelform des Querschnittes zu suchen. Unter den Hauptformen ist wieder die Form mit constanter Höhe oder der Parallelträger die gewöhnlichste, welche den Trägern mit parallelen Gurtungen und veränderlichen Gurtungsstärken entspricht. Die Ermittelung des Widerstandsmomentes kann unter den verschiedenen dort geltenden Voraussetzungen nach Gleichung (147) bis (150ᵃ) geschehen. Wird der exacte Werth von ${}^{w}M$ aus Gleichung (147) in die mit (16) identische Gleichung (73) für die Träger mit $n+1$ Stützpunkten eingeführt, so ergiebt sich:

$$\frac{s}{a^s} f^s b^s (y^s + y^p) = \frac{p}{a^p} f^p b^p (y^s + y^p) = \Sigma M_m - G_x g_x, \quad . \quad . \quad . \quad (253)$$

und man erhält den variablen Quadratinhalt der gespannten und gedrückten Gurtung bzw. aus:

$$f^s = \frac{\Sigma M_m - G_x g_x}{\frac{s}{a^s} \cdot b^s (y^s + y^p)} \quad . \quad . \quad (254^a)$$

$$\text{und } f^p = \frac{\Sigma M_m - G_x g_x}{\frac{p}{a^p} b^p (y^s + y^p)}, \quad . \quad . \quad (254^b)$$

woraus die Einzeldimensionen der Gurtung mit Berücksichtigung der Größen $a^s b^s$ und $y^p + y^p$ zu ermitteln sind. Läßt man für Schmiedeeisen, aus welchem die meisten Brücken dieser Gattung hergestellt werden, die in (101) bis (104) gemachten Voraussetzungen gelten, so erhält man für den Flächeninhalt beider Gurtungen aus Gleichung (150):

$$f = \frac{2h}{s b^2} (\Sigma M_m - G_x g_x) = \frac{2h}{p b^2} (\Sigma M_m - G_x g_x), \quad (255)$$

und wenn, wie in Gleichung (150ᵃ): $b = h$ gesetzt werden kann:

$$f = \frac{2}{sh} (\Sigma M_m - G_x g_x) = \frac{2}{ph} (\Sigma M_m - G_x g_x). \quad (255^a)$$

Für die Träger mit 2 Stützpunkten ist alsdann nur der veränderte Werth des Angriffsmomentes aus Gleichung (37) einzuführen, wodurch aus den Gleichungen (254) und (255) bzw. entsteht:

$$f_s = \frac{A_1 x - G_x g_x}{\frac{s}{a^s} b^s (y^s + y^p)}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (256^a)$$

$$f_p = \frac{A_1 x - G_x g_x}{\frac{p}{a^p} b^p (y^s + y^p)}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (256^b)$$

$$f = \frac{2h}{s . b^2} (A_1 x - G_x g_x) = \frac{2h}{p b^2} (A_1 x - G_x g_x), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (257)$$

und wenn auch $b = h$ gesetzt werden kann:

$$f = \frac{2}{sh} (A_1 x - G_x g_x) = \frac{2}{ph} (A_1 x - G_x g_x). \quad (257^a)$$

Für die einseitig überbauten Träger erhält man nach Gleichung (147) dieselben Formeln (256ᵃ), (256ᵇ), (257) und (257ᵃ), in welche nur der veränderte Auflagerdruck A statt A' einzuführen ist.

Auf diese Weise ist, abgesehen von der nothwendigen Verbindung beider Gurtungen, dem Gleichgewicht gegen waagrechtes Fortschreiten und gegen Drehung genügt und es handelt sich noch um die Uebertragung der verticalen Kräfte V_x, deren Werthe für Träger mit $n+1$ und 2 Stützpunkten und mit einseitiger Festhaltung sich bzw. aus den Gleichungen (14), (34) und (49) ergeben, auf die Stützpunkte.

Für einen im mten Feld zwischen dem neutralen Verticalschnitt (mit der Abscisse λ_m) und dem mten Auflager (mit der Abscisse 0) gelegenen Punkt mit der Abscisse x läßt sich V_x durch je 2 Stäbe übertragen, welche die Spannung S_x und Pressung P_x erfahren und bzw. die Neigungswinkel σ und π mit dem Horizonte bilden. Mit Bezug auf Fig. 32 ergiebt sich für jene Spannung und Pressung:

$$S_x = V_x . \frac{\cos \sigma}{\sin (\pi + \sigma)}, \quad . \quad . \quad . \quad (258)$$

$$P_x = V_x . \frac{\cos \pi}{\sin (\pi + \sigma)}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (259)$$

Beide Spannungen werden zum Minimum für

$$\sin (\pi + \sigma) = 1 \quad \text{oder} \quad \pi + \sigma = 90^0,$$

d. h. wenn sich beide unter einem rechten Winkel kreuzen, in welchem Falle die Gleichungen (258) und (259) bzw. übergehen in:

$$S_x = V_x . \cos \sigma, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (258^a)$$

$$P_x = V_x . \cos \pi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (259^a)$$

Nennt man V_x' und V_x'' die verticalen Seitenkräfte von S_x und P_x, so ist:

$$S_x = \frac{V_x'}{\sin\sigma} \text{ und } P_x = \frac{V_x''}{\sin\pi}, \quad . \quad (260)$$

und wenn Gleichgewicht gegen waagrechtes Fortschreiten für den Punkt M bestehen soll, ferner λ_σ und λ_π bzw. die Längen des gespannten und gepreßten Stabstückes zwischen M und der unteren horizontalen Gurtung bezeichnen:

$$\frac{V_x'}{V_x''} = \frac{\lambda_\pi \cos\pi}{\lambda_\sigma \cos\sigma}, \quad . \quad . \quad . \quad (261)$$

mithin, wenn die Werthe von V_x' und V_x'' in die Gleichungen (260) eingeführt werden:

$$S_x = V_x''. \frac{\lambda_\pi}{\lambda_\sigma} \frac{\cos\pi}{\sin\sigma\cos\sigma} = V_x''. \frac{\lambda_\pi}{\lambda_\sigma} \frac{2\cos\pi}{2\sin\sigma\cos\sigma}$$

$$= V_x'. \frac{\lambda_\pi}{\lambda_\sigma}. \frac{2\cos\pi}{\sin 2\sigma}, \quad (262)$$

$$P_x = V_x'. \frac{\lambda_\sigma}{\lambda_\pi} \frac{\cos\sigma}{\sin\pi\cos\pi} = V_x'. \frac{\lambda_\sigma}{\lambda_\pi} \frac{2\cos\sigma}{2\sin\pi\cos\pi}$$

$$= V_x'. \frac{\lambda_\sigma}{\lambda_\pi}. \frac{2\cos\sigma}{\sin 2\pi}. \quad (263)$$

Aus Gleichung (262) und (263) folgt, daß unter übrigens gleichen Umständen S_x und P_x ein Minimum wird für bzw.:

$$\sin 2\sigma = 1, \; 2\sigma = 90^0 \text{ und } \sigma = 45^0,$$
$$\sin 2\pi = 1, \; 2\pi = 90^0 \text{ und } \pi = 45^0,$$

oder für $\sigma = \pi = 45^0$.

In diesem Fall ist $\cos\sigma = \cos\pi = \sin\sigma = \sin\pi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $V_x' = V_x'' = \frac{V}{2}$ und $\lambda_\pi = \lambda_\sigma$, daher aus den Gleichungen (258^a) und (259^a):

$$S_x = \frac{V_x}{\sqrt{2}} \text{ und } P_x = -\frac{V_x}{\sqrt{2}}, \quad . \quad . \quad (264)$$

Werthe, welche sich, wenn V_x auf m lothrecht übereinanderliegende Kreuzungspunkte M der Stäbe vertheilt wird, verwandeln in:

$$S_x = \frac{V_x}{m\sqrt{2}} \text{ und } P_x = -\frac{V_x}{m\sqrt{2}}. \quad (265)$$

Bezeichnet man mit q_s und q_p den Querschnitt des bzw. gespannten und gedrückten Stabes, so ist, wenn z und d die Bedeutung haben, wie in den Gleichungen (200)

$$S_x = \frac{V_x}{m\sqrt{2}} = z q_s \text{ und } P_x = -\frac{V_x}{m\sqrt{2}} = d q_p \quad (266)$$

zu setzen.

Werden statt der geneigten Zugstäbe lothrechte angenommen, während die Druckstäbe eine Neigung von 45^0 behalten, s. Taf. 1, Fig. 19, so ergiebt sich:

$$S_x = V_x = z q_s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (267)$$

und wegen $\sin\pi = \frac{1}{\sqrt{2}}$:

$$P_x = -V_x \sqrt{2} = d q_p. \quad . \quad . \quad (268)$$

Am vortheilhaftesten erscheint es, die Druckstäbe, wenn sie zugleich auf Zerknicken in Anspruch genommen werden, möglichst kurz, d. h. lothrecht anzuordnen, während die Zugstäbe geneigt sind, s. Taf. 1, Fig. 20. In diesem Falle verwandeln sich die Gleichungen (267) und (268) bzw. in:

$$S_x = V_x \sqrt{2} = z q_s, \quad . \quad . \quad . \quad (269)$$
$$P_x = -V_x = d q_p. \quad . \quad . \quad . \quad (270)$$

Aus den Gleichungen (267) und (269) folgt, daß in den betrachteten Fällen P_x und S_x das Doppelte der durch Gleichung (264) gegebenen Anstrengungen auszuhalten haben.

Erhalten die Stäbe die in Fig. 21, Taf. 1 dargestellte Anordnung, so ist:

$$S_x = \frac{V_x}{\sin\sigma} \text{ und } P_x = -\frac{V_x}{\sin\pi}, \quad . \quad (271)$$

und für $\pi = \sigma = 60^0$, wie bei dem Neville'schen Systeme:

$$S_x = \frac{V_x}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} \text{ und } P_x = -\frac{V_x'}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}. \quad (272)$$

Auf diese Weise entstehen:

a) die Parallelträger mit Stäben nach dem System des rechtwinkligen Dreieckes, s. Taf. 4, Fig. 61 bis 72,

b) die Parallelträger mit Stäben nach dem System des gleichschenkligen Dreieckes, s. Tafel 4, Fig. 19 bis 60.

2. Träger mit theilweise constanter, theilweise variabler Höhe.

Ist die Höhe nicht constant, oder nur theilweise constant (Schwedler's System), diese Höhe aber für alle Abscissen genau gegeben, so sind in den vorentwickelten Gleichungen (256) und (257) für Träger über eine Oeffnung für $a^s b^s (y^s + y^p)$, oder h die jeder Abscisse entsprechenden Werthe dieser Höhe zu berücksichtigen, woraus sich die Querschnittsflächen f^s, f^p und f modificiren. Siehe Tafel 4, Fig. 73 und 74.

3. Die Träger mit gegebener variabler Höhe.

Hierher gehören die Träger mit unterer geradliniger und oberer bogenförmiger Begrenzung, wie sie z. B. bei der im Bau begriffenen Brücke über den Leck bei Kuilenburg und über die Waal bei Bommel angeordnet sind. S. Tafel 4, Fig. 75. Uebrigens gelten für deren constructive Ausbildung die sub 2. gegebenen Andeutungen.

II. Die offen gebauten Systeme mit gegebener Belastung und gesuchter Form.

Dieselben sind, wie die analogen geschlossenen Systeme, nach der Relation (132) daher als Träger von gleichem Widerstand zu bestimmen und entweder solche mit $n+1$ Stützpunkten, oder solche mit einseitiger Festhaltung. Die Belastung ist entweder localisirt oder vertheilt.

1. Die Träger mit concentrirter Belastung oder die polygonalen Trägersysteme.

a) Die Systeme mit aufgehobenem Horizontalschub.

Bildet man mit Bezug auf die Fig. 22, Taf. 1, für die lothrechten Schnitte mit den Abscissen x_m und x_{m-1} die Momentengleichungen, so ergiebt sich, da die Hebelsarme y der Horizontalwiderstände $H_x{}^p = H_x{}^s$ als variabel und diese als constant anzunehmen sind:

$$H_x{}^p y_m = A x_m - V_1(x_m - x_1) - V_2(x_m - x_2) - \dots V_{m-2}(x_m - x_{m-2}) - V_{m-1}(x_m - x_{m-1}), \quad (273)$$

$$H_x{}^p y_{m-1} = A x_{m-1} - V_1(x_{m-1} - x_1) - V_2(x_{m-1} - x_2) - \dots V_{m-2}(x_{m-1} - x_{m-2}). \quad (274)$$

Der Horizontalwiderstand ergiebt sich für die Mitte des Systemes, wofür y_n bekannt oder anzunehmen ist, aus:

$$H_x{}^p = \frac{1}{y_n}[A x_{11} - V_1(x_{11} - x_1) - \dots V_{n-1}(x_n - x_{n-1})]. \quad (275)$$

Mit Hilfe dieses Werthes lassen sich die Werthe y_m, y_{m-1}, welche die Form des Systemes bestimmen, ermitteln.

Durch Subtraction der Gleichungen (273) und (274) erhält man nämlich:

$$H_x{}^p(y_m - y_{m-1}) = A(x_m - x_{m-1}) - V_1(x_m - x_{m-1}) - V_2(x_m - x_{m-1}) - \dots V_{m-2}(x_m - x_{m-1}) - V_{m-1}(x_m - x_{m-1}),$$

daher wegen $A = V_1 + V_2 + \dots V_n$:

$$H_x{}^p(y_m - y_{m-1}) = (V_m + V_{m+1} + \dots V_n)(x_m - x_{m-1}) \quad (276)$$

$$\text{oder} \quad \frac{y_m - y_{m-1}}{x_m - x_{m-1}} = \frac{V_m + V_{m+1} + \dots V_n}{H_x{}^p}, \quad (276^a)$$

eine Gleichung, welche wegen $V_m + V_{m+1} + \dots V_n = V_x$, und da

$$\frac{y_m - y_{m-1}}{x_m - x_{m-1}}$$

die trigonometrische Tangente des Neigungswinkels der beiden Gurtungsstücke zu einander im mten Feld darstellt, das Gesetz in Gleichung (188) vollkommen bestätigt. Bezeichnen y und x die laufenden Coordinaten im m ten Feld, so ergiebt sich:

$$y - y_{m-1} = \frac{y_m - y_{m-1}}{x_m - x_{m-1}}(x - x_{m-1}) = \frac{V_m + V_{m+1} + \dots V_n}{H_x{}^p}(x - x_{m-1}), \quad (277)$$

d. h. die Gleichung zweier gerader Linien, die durch die zwei Punkte (x_{m-1}, y_{m-1}) und (x_m, y_m) geht, welche letztere zu der Abscissenaxe durch die Ordinaten

$$y_{m-1}{}^p + y_{m-1}{}^s = y_{m-1} \text{ und } y_m{}^p + y_m{}^s = y_m, \quad (278)$$

für welche zugleich

$$\frac{y_{m-1}{}^p}{y_{m-1}{}^s} = \frac{y_m{}^p}{y_m{}^s} = \frac{y_n{}^p}{y_n{}^s} \quad . \quad . \quad (278^a)$$

festgelegt sind. Gleichung (277) bezeichnet daher für beliebige Kräfte mit beliebiger Vertheilung die Form des Systemes bis zum nten Angriffspunkte, wobei es gleichgiltig ist, ob dieser letzte zugleich die Mitte des Systemes bildet oder nicht. Im letzteren Falle ergiebt sich die Neigung der Gurtungen im $(n+1)$ten Feld aus Gleichung (276^a), indem man darin $V_m + V_{m+1} + V_m = 0$ setzt, woraus $y_m - y_{m-1} = 0$. In dem $n+1$ten Felde oder Mittelfelde laufen mithin beide Gurtungsstücke parallel, und da alsdann wegen Gleichung (278) auch

$$y_m{}^p - y_{m-1}{}^p + y_m{}^s - y_{m-1}{}^s = 0 \quad . \quad (279)$$

auch horizontal.

Für das erste, dem Auflager zunächst liegende Feld wird $m = 1$ und in Gleichung (277) $x = 0$. In diesem Punkte wird das Angriffsmoment und folglich auch das Widerstandsmoment Null. Da letzteres das Product aus dem constanten Widerstand $H_x{}^p$ in den Hebelsarm y_{m-1}, so kann nur der letztere Null, d. h. es muß $y_{m-1} = 0$ sein. Werden die vorstehenden Werthe für m, x_{m-1} und y_{m-1} eingeführt, so ergiebt sich aus Gleichung (276^a):

$$y = \frac{y_1}{x_1} . x = \frac{V_1 + V_{11} + \dots V_{11}}{H_x{}^p} . x, \quad (280)$$

d. h. die Gleichung zweier Geraden, welche durch den Stützpunkt $(y = x = 0)$ und durch die Punkte $y_1{}^o x_1$ und $y_1{}^u x_1$ gehen, für welche

$$y_1{}^p + y_1{}^s = y_1 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (281)$$

Ist nur eine angreifende Kraft V_1 vorhanden, mithin wieder $m = 1$ und $y_{m-1} = x_{m-1} = 0$, so geht Gleichung (277) über in:

$$y = \frac{y_1}{x_1} x = \frac{V_1}{H_x{}^p} x, \quad . \quad . \quad . \quad (282)$$

d. h. das System wird ebenfalls durch 2 grade Linien begrenzt, welche bzw. durch den Stützpunkt $(y = x = 0)$ und durch die Punkte $y_1{}^o x_1$ und $y_1{}^u x_1$ gehen, für welche die Relation (281) gilt.

Die durch Gleichung (277) gegebenen Systeme erscheinen unter polygonaler Form und sind solche mit indirecter Uebertragung der Lasten. S. Tafel 4, Fig. 76 bis 94. Die durch Gleichung (282) gegebenen Systeme zeigen trigonale Form und sind solche mit directer Uebertragung. S. die Tafel 4, Fig. 95 bis 107.

Wird in Gleichung (276) für $y_m - y_{m-1}$ sein Werth aus Gleichung (278) gesetzt, so ergiebt sich:

$$H_x{}^p\,(y_m{}^p - y_{m-1}{}^p + y_m{}^s - y_{m-1}{}^s) = (V_m + V_{m+1} + \ldots V_n)(x_m - x_{m-1}). \quad . \quad (283)$$

Die Bedingung (14) dieser Systeme ohne Horizontalschub wird nicht alterirt, wenn man den Hebelsarm des Kräftepaares verändert. Setzt man in der Proportion (278ᵃ) successive:

$$\text{a) } y_n{}^p = y_n{}^s = y_n{}^k,\ \text{b) } y_n{}^p = 0,\ \text{c) } y_n{}^s = 0 \text{ und d) } y_n{}^s = -{}'y_n{}^s,$$

worin

$${}'y_n{}^s < y_n{}^p, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (284)$$

so erhält man aus Gleichung (283) die Gleichungen der wichtigsten Varianten der polygonalen Systeme:

$$(V_m + V_{m+1} + \ldots V_n\,(x_m - x_{m-1}) = \begin{cases} H_x{}^p\,2\,(y_m{}^k - y_{m-1}{}^k), & (285)\\ H_x{}^p\,(y_m{}^s - y_{m-1}{}^s), & (286)\\ H_x{}^p\,(y_m{}^p - y_{m-1}{}^p), & (287)\\ H_x{}^p.\,(y_m{}^p - y_{m-1}{}^p - ({}'y_m{}^s - {}'y_{m-1}{}^s), & (288)\end{cases}$$

worin $H_x{}^p = H_x{}^s$ gesetzt werden kann.

Gleichung (285) bezeichnet das zur Abscissenaxe symmetrische System, s. Taf. 1, Fig. 23, Gleichung (286) das System mit gerader oberer Gurtung, s. Fig. 24, Gleichung (287) das System mit gerader unterer Gurtung, s. Taf. 2, Fig. 25, und Gleichung (288) das System des sogenannten sichelförmigen Trägers, s. Fig. 26.

Wird aus (281) der Werth von y_1 in die Gleichung (282) der direct übertragenden oder trigonalen Systeme gesetzt, so erhält man

$$H_x{}^p\,(y_1{}^p + y_1{}^s) = V_1 . x_1, \quad . \quad . \quad (289)$$

und wenn successive die Werthe aus (284) substituirt werden, die Gleichungen der wichtigsten Varianten der trigonalen Systeme:

$$V_1 x_1 = \begin{cases} H_x{}^p . 2 y_1{}^k, & (290)\\ H_x{}^p . y_1{}^s, & (291)\\ H_x{}^p . y_1{}^p, & (292)\\ H_x{}^p\,(y_1{}^p - y_1{}^s), & (293)\end{cases}$$

wobei wieder

Gleichung (290) das zur Abscissenaxe symmetrische System, s. Taf. 2, Fig. 27,

Gleichung (291) das System mit gerader oberer Gurtung, s. Fig. 28,

Gleichung (292) „ „ „ „ unterer Gurtung, s. Fig. 29,

Gleichung (293) das System m. aufwärts geknickter Gurtung, s. Fig. 30, darstellt.

α) Die versteiften polygonalen Systeme.

Die allgemeine Formengleichung (277) der polygonalen Systeme stellt deren Gleichgewichtslinie nur so lange dar, als deren Belastungen V_m, $V_{m+1} \ldots V_n$ nicht geändert werden. Da indeß sowohl bei den Brücken- als Hochbauconstructionen dieser Gattung ein Theil dieser Belastungen veränderlich ist, mithin unsymmetrische Belastungen und Spannungsrichtungen eintreten können, welche nicht mehr mit der Richtung der Systemglieder zusammenfallen, so erfordern dieselben Anordnungen, welche eine Deformation des Systemes verhindern. Jede zur Uebertragung bestimmte, von jener einseitigen Belastung herrührende Kraft, welche mit der Richtung der übertragenden Glieder nicht zusammenfällt, wird aber übertragen, sobald in dem Angriffspunkte jener Kraft ein weiterer Stab als Hilfsüberträger angeordnet wird, welcher jener Kraft die Zerlegung nach zwei Richtungen, mithin deren Uebertragung möglich macht. Nach dieser Anordnung, welche das System vor Formänderung bewahrt oder es versteift, müssen daher in jedem Knotenpunkte des Systemes mindestens je 3 Stäbe zusammentreffen, wovon je einer dem Knotenpunkt jene Kräfte zuführt und je zwei deren Zerlegung und Weiterleitung bewirken. Werden die polygonalen Systeme mit dieser erforderlichen Versteifung versehen, so erscheinen sie als versteifte polygonale Systeme und nehmen die in den Figuren 76 bis 90 und Fig. 94 der Tafel 4 angedeuteten Grundformen an.

β) Die mehrfachen und versteiften trigonalen Systeme.

Die trigonalen Systeme bedürfen, da sie aus je zwei, jene Zerlegung bewirkenden Stäben bestehen, keiner Versteifung, sind vielmehr an sich steif, so lange sie jene eine, in Gleichung (282) mit V_1 bezeichnete Last zu übertragen haben. Sind mehrere, das System angreifende Kräfte V_1, $V_{11} \ldots V_n$ vorhanden, so ist die Anwendung der trigonalen Systeme nur derart möglich, daß man:

1) für jede angreifende Kraft ein besonderes trigonales System anordnet und die so erhaltenen Mehrfachen des trigonalen Systemes zu einem mehrfachen trigonalen Systeme vereinigt, wie deren die Figuren 108 bis 116 der Tafel 4 darstellen;

2) in jedem weiteren Kraftangriffspunkte des trigonalen Systemes je zwei Hilfsüberträger einschaltet, welche die Versteifung dieses trigonalen Systemes in der bei Betrachtung der polygonalen Systeme angegebenen Weise bewirken, wie dies die Fig. 127 bis 151 der Taf. 4 zeigen oder

3) in jedem weiteren Kraftangriffspunkte des trigonalen Systemes wieder ein analoges, nur kleineres trigonales System einschaltet, welches in analoger Weise fungirt und auf verschiedene, in den Figuren 117 bis 126 der Tafel 4 dargestellte Weise angeordnet werden kann.

Die trigonalen Systeme können hiernach ausgebildet werden zu:

α) mehrfachen trigonalen Systemen (Fig. 108 bis 116),

β) versteiften trigonalen Systemen,

$\alpha\alpha$) mit Hilfsüberträgern analoger Neigung oder mit eingeschalteten trigonalen Systemen (Fig. 117 bis 126),

$\beta\beta$) mit Hilfsüberträgern nicht analoger Neigung (Fig. 127 bis 151).

b) Die Systeme mit nicht aufgehobenem Horizontalschube.

Nach den Relationen (17) und (21), wofür auch in der Proportion (278ª) bzw. $y_n^p = 0$ und $y_n^s = 0$ zu setzen, verwandelt sich Gleichung (283) für die aufgehängten Systeme in:

$$H_x^s(y_m^s - y_{m-1}^s) = V_m + V_{m+1} + \ldots V_n)(x_m - x_{m-1}), \quad (294)$$

und für die gestützten Systeme in:

$$H_x^p(y_m^p - y_{m-1}^p) = (V_m + V_{m+1} + \ldots V_n)(x_m - x_{m-1}). \quad (295)$$

Die Gleichungen (294) und (295) dieser Systeme unterscheiden sich von den Gleichungen (286) und (287) der balkenartigen Systeme nur dadurch, daß in diesen letzteren wegen Gleichung (15) H_x^p und H_x^s gleichzeitig, mithin zwei Gurtungen vorhanden sind, wodurch eben der Horizontalschub vernichtet wird. Im Uebrigen erfahren die nicht waagrechten Gurtungen der durch Gleichung (286) und (287) gegebenen balkenartigen Systeme bzw. denselben Zug und Druck, wie die durch Gleichung (294) charakterisirten aufgehängten und die durch Gleichung (295) charakterisirten gestützten Systeme. Wir können daher zusammenfassen:

1) die Systeme mit gezogenen Hauptgliedern
   a) ohne aufgehobenen Horizontalschub (aufgehängte Systeme im engeren Sinne),
   b) mit aufgehobenem Horizontalschub,

2) die Systeme mit gedrückten Hauptgliedern
   a) ohne aufgehobenen Horizontalschub (gestützte Systeme im engeren Sinne),
   b) mit aufgehobenem Horizontalschub.

Die Systeme mit gezogenen und gedrückten Hauptgliedern zugleich üben keinen Seitenschub aus, so lange ihre Gurtungen im Stützpunkt zusammentreffen. Werden dagegen ihre Gliederreihen in den Scheiteln zusammengesetzt, während ihre Enden nicht zusammentreffen, s. Taf. 2, Fig. 31, so erscheinen sie als Combinationen eines aufgehängten und eines gestützten Systemes und üben auf die Widerlager dieselbe Wirkung aus, wie diese Systeme, aus welchen sie zusammengesetzt sind. Wir unterscheiden daher

3) die Systeme mit gezogenen und gedrückten Hauptgliedern
   a) ohne aufgehobenen Horizontalschub (theilweise aufgehängte, theilweise gestützte Systeme),
   b) mit aufgehobenem Horizontalschub.

Die Systeme unter 1) und 2) sind hiernach besondere Fälle der Systeme unter 3) und die Systeme unter 1ª und 2ª sind daher besondere Fälle der Systeme 1ᵇ und 2ᵇ.

Die versteiften Systeme fallen hier selbstverständlich weg, dafür können die mehrfachen trigonalen Systeme hier Anwendung finden.

2. Die Träger mit vertheilter Belastung und 2 Stützpunkten, oder die curvenförmigen Systeme (Taf. 4, Fig. 152—175).

a) Die Träger mit gleichförmig vertheilter Belastung.

α) Die Träger mit gleichförmig auf die Projection vertheilter Belastung (Taf. 4, Fig. 154—164).

In Gleichung (276ª) bezeichnet innerhalb des mten Feldes $y_m - y_{m-1}$ die Zunahme des Hebelsarmes, resp. den Zuwachs der oberen und unteren Ordinate des Polygons für die Abscissen $x_m - x_{m-1}$, $V_m + \ldots V_n$ die auf die Abscisse $x_n - x_m$, oder wenn man den Ursprung in die Mitte verlegt, d. h. $x_n - x_m$ mit x_m vertauscht, auf die Abscisse x_m localisirte, Belastung. Nimmt man nun die Belastung gleichförmig auf die Projection vertheilt an, so rücken die Knotenpunkte unendlich nahe zusammen und man erhält, wenn g jene Belastung für die laufende Einheit bezeichnet, aus Gleichung (276ª):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{gx}{H_x^p}, \quad . \; . \; . \; . \quad (296)$$

worin $H_x^p = H_x^s$ gesetzt werden kann und hieraus durch Integration, wenn man die Integrationsconstante Null setzt, oder den Ursprung in den Scheitel verlegt, wo y und x Null werden, s. Tafel 2, Fig. 32,

$$y = \frac{g}{2H_x^p} \cdot x^2, \quad . \; . \; . \; . \quad (297)$$

d. h. die Gleichung einer gemeinen Parabel. Für den Stützpunkt wird $x = x_n$ und $y = y_n$, daher aus Gleichung (297):

$$y_n = \frac{g}{2H_x^p} \cdot x_n^2, \quad . \; . \; . \; . \quad (298)$$

mithin durch Division der Gleichungen (297) und (298):

$$y = \frac{y_n}{x_n^2} \cdot x^2. \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (299)$$

Die Gleichungen (297) und (298) enthalten das Gesetz für die Längen

$$y_n - y = y_m \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (300)$$

der Hebelsarme, welches auch für die Längen $y_1, y_{11} \ldots y_m$ der Hebelsarme in Taf. 1, Fig. 22 giltig ist, sobald jene

Belastungen V_1, $V_2 \ldots V_m$ einander gleich sind und sich in gleichen Abständen voneinander befinden, in welchem Falle man den polygonalen Parabelträger erhält.

Bezeichnet man die Länge $y_n - y$ der Hebelsarme mit $y_s + y_p$, so erhält man nach Gleichung (297) und mit Bezug auf Tafel 2, Fig. 33:

$$y^s + y^p = \frac{g}{2 H_x{}^p} . x^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (301)$$

und wenn für $x = x_n$, $y^s + y^p = y_n{}^s + y_n{}^p$ wird, auch

$$y_n{}^s + y_n{}^p = \frac{g}{2 H_x{}^p} . x_n{}^2, \quad . \quad . \quad (302)$$

mithin durch Division von Gleichung (301) und (302):

$$y^s + y^p = \frac{(y_n{}^s + y_n{}^p)}{x_n{}^2} x^2. \quad . \quad . \quad (302^a)$$

Wenn man Gleichung (301) schreibt, wie folgt:

$$H_x{}^p (y^s + y^p) = g x . \frac{x}{2}, \quad . \quad . \quad (303)$$

so ergiebt sich, daß sie die Bedingung des Gleichgewichtes ꝛc. Drehung ausdrückt. Dies Gleichgewicht wird nicht gestört, wenn man den Hebelsarm $y^s + p^p$ des Horizontalwiderstandes verändert, woraus sich die Varianten des curvenförmigen Parabelträgers ergeben, wenn man successive die Bedingungen (284) einführt oder setzt:

a) $y^s = y^p = y^k$, b) $y^p = 0$, c) $y^s = 0$ und d) $y^s = -y_1{}^s$, worin

$$y_1{}^s < y^s. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (304)$$

$$\frac{g x^2}{2} = \begin{cases} H_x{}^p . 2 y^k = H_x{}^s . 2 y^k, & . \quad . \quad (305) \\ H_x{}^p . y_s = H_x{}^s . y_s, & . \quad . \quad (306) \\ H_x{}^p . y_p = H_x{}^s . y_p, & . \quad . \quad (307) \\ H_x{}^p (y^p - y_1{}^s) = H_x{}^s (y^p - y_1{}^s). & (308) \end{cases}$$

Gleichung (301) ergiebt sich übrigens auch direct durch Integration der Gleichungen (188) und (189), in welchen vorher $V_x = g x$ zu setzen ist.

Für die Systeme dieser Gattung mit nicht aufgehobenem Horizontalschub erhält man wegen der Bedingung (17) und (21) aus Gleichung (301) für die aufgehängten und gestützten Systeme bzw.:

$$g \frac{x^2}{2} = H_x{}^s . y^s, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (309)$$

$$g \frac{x^2}{2} = H_x{}^p . y^p, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (310)$$

zwei Gleichungen, welche sich übrigens direct durch Integration der Gleichungen (191) ergeben, wenn darin vorher $V_x = g x$ gesetzt worden ist.

Die Gleichungen (309) und (310) unterscheiden sich von den Gleichungen (306) und (307) der balkenartigen Systeme nur dadurch, daß in diesen letzten wegen Gleichung (15) $H_x{}^p$ und $H_x{}^s$ gleichzeitig, mithin stets 2 Gurtungen, vorhanden sind, wodurch eben der Horizontalschub vernichtet wird. Wir können daher die vorstehenden Systeme hinsichtlich der Ansprucknahme ihrer Glieder und ihrer Horizontalwirkung auf die Stützpunkte ebenso eintheilen, wie dies bezüglich der polygonalen Systeme bereits geschehen ist. Eine praktische Bedeutung hat übrigens hauptsächlich das durch Gleichung (309) charakterisirte System der unversteiften Hängebrücken, Tafel 4, Fig. 152, welches wegen der sehr nahezu gleichförmig vertheilten Belastung und der dicht zusammengerückten Hängestangen sehr nahe eine stetige Curve und zwar die gemeine Parabel als Gleichgewichtslinie verlangt.

β) Die Träger mit gleichförmig auf die Länge vertheilter Belastung.

Für das einem Druck ausgesetzte Stäbepolygon aus n Stäben von gleicher Länge λ, gleichem Gewicht g für die laufende Einheit, also gleichem Gewicht $G = \lambda g$ pro Stab ist in die allgemeine Gleichung (277) $V^m = V^{m+1} = \ldots V^n = G (n - m)$ zu setzen, woraus

$$y - y_{m-1} = \frac{G (n-m)}{H_x{}^p} (x - x_{m-1})$$
$$= \frac{g \lambda (n-m)}{H_x{}^p} (x - x_{m-1}), \quad . \quad (311)$$

und wenn für λ sein Werth gesetzt wird,

$$y - y_{m-1} = \frac{(n-m) g \sqrt{(y_m - y_{m-1})^2 + (x_m - x_{m-1})^2}}{H_x{}^p} (x - x_{m-1}). \quad (312)$$

Eine praktische Bedeutung für das Bauwesen erhält dieses Polygon für freitragende, nur durch ihr eigenes Gewicht belastete Gewölbe von constanter Dicke, s. Tafel 4, Fig. 165, in welchem Falle die Längen der Stäbe unendlich klein werden und Gleichung (312) in die folgende übergeht:

$$d y = \frac{(n-m) g \sqrt{d y^2 + d x^2}}{H_x{}^p} . d x$$
$$= \frac{(n-m) g . d s}{H_x{}^p} . d x = \frac{g s_x}{H_x{}^p} . d x, \quad (313)$$

eine Gleichung, welche sich wegen $V_x = g s_x$ nicht direct aus (191^b) ergiebt, und worin ds die Länge eines Bogenelementes, s_x die Länge des Bogens für die beliebige, vom Scheitel als Ursprung an gerechnete, Abscisse x, s. Taf. 2, Fig. 34, bedeutet. Durch Differentiation erhält man daraus:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{g}{H_x{}^p} . d s = \frac{g}{H_x{}^p} . \sqrt{d y^2 + d x^2}$$
$$= \frac{g}{H_x{}^p} \sqrt{1 + \left(\frac{d y}{d x}\right)^2} . d x, \quad . \quad . \quad (314)$$

und wenn man sie auf die Form:

$$\frac{g}{H_x^p}\cdot dx = \frac{\dfrac{d^2y}{dx^2}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}} \quad . \quad . \quad (315)$$

gebracht hat, durch Integration, wobei für $x=0$, $\frac{dy}{dx}=0$, mithin die Constante Null:

$$\frac{g}{H_x^p}\cdot x = \text{log. nat.}\left(\frac{dy}{dx}+\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\right), \quad (316)$$

und wenn man zu den Nummern übergeht, wobei $e = 2{,}7182818$ die Basis des natürlichen Logarithmensystemes bezeichnet:

$$e^{\frac{g}{H_x^p}\cdot x} = \frac{dy}{dx}+\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}. \quad . \quad (317)$$

Quadrirt man diese Gleichung und löst nach dy auf, so ergiebt sich:

$$dy = \frac{1}{2}\left(e^{\frac{g}{H_x^p}\cdot x} - e^{-\frac{g}{H_x^p}\cdot x}\right)dx, \quad . \quad (318)$$

woraus durch abermalige Integration

$$y = \frac{H_x^p}{2g}\left(e^{\frac{g}{H_x^p}\cdot x} + e^{-\frac{g}{H_x^p}\cdot x}\right) + \text{Const.} \quad (319)$$

Da für $x = y = 0$ die Constante $= -\frac{H_x^p}{g}$ wird, so erhält man

$$y = \frac{H_x^p}{2g}\left(e^{\frac{g}{H_x^p}\cdot x} + e^{-\frac{g}{H_x^p}\cdot x} - 2\right), \quad (320)$$

d. h. die Gleichung der gemeinen Kettenlinie als Gewölblinie, woraus sich, wenn für $x = x_n = l/2$, $y = y_n^p = f$ wird, die Gleichung

$$f = \frac{H_x^p}{2g}\left(e^{\frac{g}{H_x^p}\cdot l/2} + e^{-\frac{g}{H_x^p}\cdot l/2} - 2\right), \quad (321)$$

und hieraus der Horizontalwiderstand H_x^p ergiebt.

b) Die Träger mit ungleichförmig vertheilter Belastung.

α) Träger mit nach dem Stützpunkt hin proportional zunehmender Belastung.

Diese Belastungsweise erhält eine baupraktische Bedeutung für flache Kuppeln, deren Flächenprojection nicht viel von dem Inhalt der Kuppelfläche selbst abweicht, s. Tafel 4, Fig. 166.

Aus Gleichung (191ᵇ) ergiebt sich, wenn darin mit Bezug auf Tafel 2, Fig. 35:

$$V_x = g\cdot\frac{x\,.\,ax}{2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (322)$$

worin g das Gewicht für die Quadrateinheit und a die trigonometrische Tangente des Winkels α bezeichnet, gesetzt wird:

$$dy_p = \frac{g\,.\,a}{2\,H_x^p}\cdot x^2\,dx, \quad . \quad . \quad . \quad (323)$$

und hieraus durch Integration wegen Const. $= 0$:

$$y_p = \frac{g\,.\,a}{6\,.\,H_x^p}\cdot x^3, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (324)$$

d. h. die statische Gleichung einer cubischen Parabel.

Wird für $x = \frac{l}{2}$, $y = f$, so erhält man:

$$f = \frac{g\,a}{6\,.\,H_x^p}\,(l/2)^3, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (325)$$

daher $H_x^p = \frac{g\,a}{48}\cdot\frac{l^3}{f}$. . . . . (325^a)

und hieraus, wenn Gleichung (324) und (325) dividirt werden:

$$y_p = \frac{f}{(l/2)^3}\,x^3, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (326)$$

als geometrische Gleichung der cubischen Parabel.

β) Träger mit gerade abgeglichener Belastung (s. Tafel 4, Fig. 167 bis 169).

Die Fahrbahn gewölbter Brücken ist gewöhnlich gerade und in diesem Falle entweder geneigt, oder horizontal abgeglichen. Auch die Neigung ist entweder eine nach dem Scheitel hin steigende oder fallende. Die innere Begrenzungslinie für diese 3 Fälle ergiebt sich aus Gleichung (191) wenn darin mit Bezug auf Tafel 2, Fig. 36:

$$V_x = g\int_0^x (y - ax)\,dx \quad . \quad . \quad . \quad (327)$$

und $y - ax = z$ . . . . . . (328)

gesetzt wird, worin g das Gewicht der cubischen Einheit und a die trigonometrische Tangente des Winkels α bezeichnet, nämlich:

$$H_x^p\cdot\frac{dy}{dx} = g\int_0^x (y - ax)\,dx = g\int_0^x z\,dx. \quad (329)$$

Wird Gleichung (328) zweimal differentiirt, so ergiebt sich zunächst:

$$\frac{dy}{dx} - a = \frac{dz}{dx} = z' \quad . \quad . \quad . \quad (330)$$

und

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2z}{dx^2} = \frac{dz'}{dx} = z''. \quad . \quad . \quad (331)$$

Differentiirt man nun Gleichung (329), so erhält man:

$$H_x^p\cdot\frac{d^2y}{dx^2} = g\,z, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (332)$$

und wegen Gleichung (331) auch

$$H_x p \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = H_x p \cdot \frac{d^2 z}{dx^2} = H_x p \cdot z'' = g z. \quad (333)$$

Durch Division der Gleichung (330) in (331) ergiebt sich

$$\frac{z''}{z'} = \frac{dz'}{dz}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (334)$$

und wenn aus Gleichung (334) für z'' sein Werth eingeführt wird:

$$H_x p \cdot z' dz' = g z dz. \quad . \quad . \quad . \quad (335)$$

Wird diese Gleichung integrirt, so folgt

$$\frac{1}{g} H_x p \cdot \frac{z'^2}{2} = \frac{z^2}{2} + \text{Const.}, \quad . \quad . \quad (336)$$

und wenn die Constante $= \frac{C^2}{2}$ gesetzt und die ganze Gleichung mit 2 multiplicirt wird:

$$\frac{1}{g} H_x p \cdot z'^2 = z^2 + C^2. \quad . \quad . \quad . \quad (337)$$

Wird aus dieser Gleichung die Wurzel gezogen und aus Gleichung (330) für z' sein Werth gesetzt, so entsteht

$$\sqrt{\frac{H_x p}{g}} \cdot \frac{dz}{dx} = \sqrt{z^2 + C^2},$$

mithin:

$$dx = \sqrt{\frac{H_x p}{g}} \cdot \frac{dz}{\sqrt{z^2 + C^2}}, \quad . \quad . \quad (338)$$

dessen Integral:

$$x = \sqrt{\frac{H_x p}{g}} \cdot \log.\text{nat.}\,(z + \sqrt{z^2 + C^2}) + C'. \quad (339)$$

Für $x = 0$ sei $z = z_0 = y_0$, weil im Scheitel die Belastungshöhe der Curvenordinate gleich ist, daher ist für diesen Punkt

$$0 = \sqrt{\frac{H_x p}{g}} \cdot \log.\text{nat.}\,(y_0 + \sqrt{y_0^2 + C^2}) + C', \quad (340)$$

woraus sich die Constante C' und mithin durch deren Einsetzen in Gleichung (339):

$$x = \sqrt{\frac{H_x p}{g}} \cdot \log.\text{nat.}\left(\frac{z + \sqrt{z^2 + C^2}}{y_0 + \sqrt{y_0^2 + C^2}}\right), \quad (341)$$

und wenn man zu den Nummern übergeht:

$$e^{\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} = \frac{z + \sqrt{z^2 + C^2}}{y_0 + \sqrt{y_0^2 + C^2}}. \quad . \quad (342)$$

ergiebt.

Für $x = 0$ ist $\frac{dy}{dx} = 0$ und $z = z_0 = y_0$, folglich aus Gleichung (330) $z' = -a$ und aus Gleichung (337):

$$C^2 = \frac{H_x p}{g} (-a)^2 - y_0^2, \quad . \quad . \quad . \quad (343)$$

daher, wenn dieser Werth der Constanten in Gleichung (342) eingeführt und für z aus Gleichung (328) sein Werth gesetzt wird:

$$e^{\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} = \frac{y - ax + \sqrt{(y - ax)^2 + \frac{H_x p}{g} a^2 - y_0^2}}{y_0 - a\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (344)$$

Wird diese Gleichung quadrirt und nach y aufgelöst, so entspringt:

$$y = ax + \frac{1}{2}\left[\left(y_0 - a\sqrt{\frac{H_x p}{g}}\right) e^{\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} + \left(y_0 + a\sqrt{\frac{H_x p}{g}}\right) e^{-\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}}\right], \quad . \quad . \quad . \quad (345)$$

oder auch:

$$y = ax + \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} + e^{-\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}}\right) + \frac{a\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}{2}\left(e^{\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} - e^{-\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}}\right), \quad . \quad . \quad (346)$$

d. h. die Gleichung der inneren Begrenzungslinie für Gewölbe mit gerade abgeglichener, nach dem Scheitel steigender Belastung (Anaklinoïde). Setzt man in Gleichung (346) a negativ, so erhält man

$$y = -ax + \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} + e^{-\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}}\right) + \frac{a\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}{2}\left(e^{\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} - e^{-\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}}\right), \quad . \quad . \quad (347)$$

d. h. die Gleichung der inneren Begrenzungslinie für Gewölbe mit gerade abgeglichener, nach dem Scheitel fallender Belastung (Kataklinoïde), s. Taf. 2, Fig. 37.

Setzt man in Gleichung (346) a Null, so ergiebt sich:

$$y = \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} + e^{-\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}}\right), \quad . \quad . \quad . \quad (348)$$

d. h. die Gleichung der inneren Begrenzungslinie für Gewölbe mit gerade und horizontal abgeglichener Belastung (Aklinoïde), s. Taf. 2, Fig. 38. Die allgemeine Gleichung der Klinoïden ist hiernach:

$$y = \pm ax + \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} + e^{-\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}}\right) \pm \frac{a\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}{2}\left(e^{\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} - e^{-\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}}\right), \quad . \quad . \quad (349)$$

worin das obere Vorzeichen der Anaklinoïde, das untere Vorzeichen der Kataklinoïde, und das Verschwinden der mit doppeltem Vorzeichen versehenen Glieder der Aklinoïde entspricht. Verlegt man den Ursprung in den Scheitel der Curve, d. h. setzt man y statt $y - y^0$, so ergeben sich aus Gleichung (348) die neuen Ordinaten aus:

$$y = \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} + e^{-\frac{x}{\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} - 2\right), \quad . \quad . \quad . \quad (350)$$

eine Gleichung, welche für $y_0 = \sqrt{\frac{H_x p}{g}}$ in die Gleichung (320) der gemeinen Kettenlinie übergeht.

Für $x = \frac{l}{2}$ sei $y = f$, so geht Gleichung (349) in die folgende über:

$$f = \pm\frac{al}{2} + \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{l}{2\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} + e^{-\frac{l}{2\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}}\right) \pm \frac{a\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}{2}\left(e^{\frac{l}{2\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}} - e^{-\frac{l}{2\sqrt{\frac{H_x p}{g}}}}\right), \quad . \quad (351)$$

woraus sich der Horizontalwiderstand $H_x{}^p$ durch einige Versuche finden läßt. Ist der Horizontalwiderstand bekannt, so ergiebt sich die Querschnittsfläche des Schlußsteines exact aus der Gleichung (98^b) und unter den daselbst gemachten Voraussetzungen annäherungsweise aus Gleichung (112^b).

III. Die offengebauten Systeme mit gegebener Form und gesuchter Belastung.

1. Träger, welche den Kreis oder einen Theil des Kreises zur Systemform haben.

a) Träger mit Halbkreis oder mit vollem Bogen. (Tafel 4, Fig. 170.)

Da diese Träger fast ausschließlich als solche mit gedrückten Hauptgliedern entweder ohne aufgehobenen Horizontalschub wie die kreisförmigen Gewölbe, oder mit aufgehobenem Horizontalschub, wie bei den nach der Halbkreislinie geformten Eisenconstructionen vorkommen, so gelten für dieselben im erstern Falle Gleichung (191^b), im letzteren Falle die Gleichungen (191^a und ^{b}).

Aus Gleichung (191^b) und mit Bezug auf Tafel 2, Fig. 39 erhält man, da

$$V_x = g\int_0^x z\,dx, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (352)$$

worin g das Gewicht der cubischen Einheit bezeichnet, wenn für V_x sein Werth gesetzt wird:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{g\int_0^x z\,dx}{H_x{}^p}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (353)$$

woraus durch Differentiation

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{g}{H_x{}^p}.z. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (354)$$

Werden aus den Gleichungen (353) und (354) die Werthe für $\frac{dy}{dx}$ und $\frac{d^2y}{dx^2}$ in die allgemeine Gleichung des Krümmungshalbmessers

$$\varrho = \frac{\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad . \quad . \quad . \quad (355)$$

eingeführt, so ergiebt sich:

$$\varrho = \frac{\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}{\frac{gz}{H_x{}^p}}. \quad . \quad . \quad . \quad (356)$$

Die Scheitelgleichung des Kreises ist mit Bezug auf Tafel 2, Fig. 39:

$$(r-y)^2 = r^2 - x^2 \text{ oder } r - y = \sqrt{r^2-x^2}, \quad (357)$$

woraus durch Differentiation:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{r-y} = \frac{x}{\sqrt{r^2-x^2}}. \quad . \quad . \quad (358)$$

Wird dieser Werth in Gleichung (356) eingeführt und der constante Krümmungshalbmesser des Kreises $\varrho = r$ gesetzt, so erhält man die allgemeine Gleichung des Belastungsgesetzes kreisförmiger Träger:

$$z = \frac{H_x{}^p r^2}{g\sqrt{(r^2 - x^2)^3}} = \frac{H_x{}^p . r^2}{g\,(r-y)^3}, \quad . \quad (359)$$

oder wenn man die Belastungshöhe z in dem Scheitel, für welchen $x = y = 0$, woraus

$$z_0 = \frac{H_x{}^p}{g.r} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (360)$$

in Gleichung (359) einführt:

$$z = z_0 . \frac{r^3}{\sqrt{(r^2 - x^2)^3}} = z_0 . \frac{r^3}{(r-y)^3} . \quad . \quad (361)$$

Aus Gleichung (360) folgt:

$$H_x{}^p = g . z_0 . r, \quad . \; . \; . \; . \quad (362)$$

d. h. der Horizontalwiderstand eines kreisförmigen Trägers ist constant und gleich dem Gewicht eines Parallelepipedums aus dem angewendeten Material von der Länge des Kreishalbmessers, der Breite der Belastungshöhe im Scheitel und der Dicke 1.

Für $H_x{}^p$ ist aus der Gleichung (98^b) oder annäherungsweise aus der Gleichung (112^b) sein Werth einzusetzen. Erscheint die letztere Annahme, wie in den meisten Fällen, zulässig, so erhält man aus Gleichung (362):

$$p f_p = g . z_0 . r, \quad . \; . \; . \; . \quad (363)$$

woraus sich die Abmessungen des Trägers im Scheitel ermitteln lassen.

Aus den Gleichungen (359) und (361) ergiebt sich für $x = y = r$ die Belastungshöhe $z = \infty$, woraus folgt, daß für den Halbkreis das Belastungsgesetz nie bis zum Stützpunkt erfüllt werden kann, es mithin statisch vortheilhaft erscheint, die Kreislinie als Trägerform nur bis zu dem Punkt x, y anzuwenden, bis zu welchem sich das Belastungsgesetz erfüllen läßt, oder doch bei Anwendung des vollen Halbkreises die Ueberbauconstruction an diesem Punkt als solche abzusetzen und den Rest des Halbkreises als Widerlager zu construiren, wie dies bei dem Bau halbkreisförmiger Gewölbe empirisch bisweilen geschieht.

b. Träger mit kreisförmigem Segmentbogen oder Stützbogen. (Tafel 4, Fig. 171).

Bezeichnet l die Spannweite und f die Pfeilhöhe des Kreissegments, s. Tafel 2, Fig. 40, so gelten die Formeln (359) und (361) für die Absciſſen $x = 0$ bis $x = \frac{l}{2}$ und für die Ordinaten $y = 0$ bis $y = f$. Für die letzteren Grenzen ist alsdann die Belastungshöhe am Sützpunkt aus jenen Formeln bzw.:

$$z = \frac{H_x{}^p . r^2}{g\sqrt{(r^2 - (l/_2)^2)^3}} = \frac{H_x{}^p . r^2}{g\,(r-f)^3} \quad . \quad (364)$$

und

$$z = z_0 . \frac{r^3}{\sqrt{(r^2 - (l/_2)^2)^3}} = z_0 \frac{r^3}{(r-f)^3}, \quad (365)$$

Für den 60gradigen Segmentbogen, für welchen $l = r$ und $f = 0{,}134\,r$, ist:

$$z = \frac{H_x{}^p}{g\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^3} r} = \frac{H_x{}^p}{(0{,}866)^3 g\, r} \quad \text{oder}$$

$$z = \frac{z_0}{g\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^3}} = \frac{z_0}{(0{,}866)^3 g} . \quad . \quad (366)$$

Der Horizontalwiderstand ergiebt sich auch hier aus dem constanten Werth in Gleichung (362).

c. Träger, welche eine aus Kreisstücken zusammengesetzte Systemform haben.

α) Träger mit der Form des deutsch-gothischen Spitzbogens. (Tafel 4, Fig. 172.)

Bezeichnet l die Spannweite, f die Pfeilhöhe des Spitzbogens, s. Tafel 2, Fig. 41, so gelten die Formeln (359) und (361) mit ihren Consequenzen

für die Absciſſen $x = r - \frac{l}{2}$ bis $x = r$ und

für die Ordinaten $y = r - f$ bis $y = f$

unter der Voraussetzung, daß zur Herstellung des Gleichgewichtes in dem Scheitel des Spitzbogens die concentrirte Belastung:

$$2V_x = 2g\int_0^{r-\frac{l}{2}} z\,dx$$

$$= 2H_x{}^p \int_0^{r-\frac{l}{2}} \frac{r^2\,dx}{\sqrt{(r^2-x^2)^3}} = 2g\,z_0 \int_0^{r-\frac{l}{2}} \frac{r^3\,dx}{\sqrt{(r^2-x^2)^3}} \quad (367)$$

ergiebt, welche dem Gewicht zweier, zwischen den Absciſſen $x = r - \frac{l}{2}$ und $x = 0$ gelegener Stücke des Halbkreisbogens entspricht.

Die Belastungshöhe des Spitzbogens im Scheitel ist durch die Formeln (364) und (365) gegeben, wenn darin $r - \frac{l}{2}$ statt $\frac{l}{2}$ und $r - f$ statt f gesetzt wird. Für den über das gleichseitige Dreieck construirten Spitzbogen ist alsdann in die Formeln für den Spitzbogen überall r statt l zu setzen.

Der Horizontalwiderstand ergiebt sich auch hier aus dem constanten Werth (362).

β) Träger mit der Form des englisch-gothischen Spitzbogens. (Tafel 4, Fig. 173.)

Bezeichnet l die Spannweite und f die Pfeilhöhe des Spitzbogens, s. Tafel 2, Fig. 42, l—l′ die Horizontalprojection und f′ die Verticalprojection des gekrümmten Theiles desselben, bezieht man ferner die Coordinatenaxen auf den Scheitel des vervollständigten Kreisbogens, so gelten die Formeln (359) und (361) mit ihren Consequenzen für die Abscissen x der Strecke $\frac{l}{2} - \frac{l'}{2}$ und für die Ordinaten $y = r - f'$ bis $y = r$ wieder unter der Voraussetzung, daß zur Herstellung des Gleichgewichtes im Scheitel des Spitzbogens die concentrirte Last

$$2V_x = 2g\int_0^{r-\frac{(l+l')}{2}} z\,dx = 2H_x^p\int_0^{r-\frac{(l+l')}{2}} \frac{r^2\,dx}{\sqrt{(r^2-x^2)^3}} = 2gz_0\int_0^{r-\frac{(l+l)}{2}} \frac{r^3\,dx}{\sqrt{(r^2-x^2)^3}} \quad \ldots\ldots \quad (368)$$

angebracht wird, während innerhalb der Strecke $\frac{l'}{2}$ keine weitere Belastung hinzutritt und der Horizontalwiderstand den durch Formel (362) gegebenen constanten Werth behält. Die durch die Formeln (368) und (362) gegebenen Kräfte erzeugen alsdann im Scheitel des Spitzbogens eine Resultante, welche längs des geraden Theiles desselben gerade bleibt und im Vereinigungspunkt des geraden und gekrümmten Theiles den letzteren tangirt, mithin den Gleichgewichtszustand nicht alterirt.

γ) Träger mit der Form des aus mehreren Kreissegmenten zusammengesetzten Bogens, oder des Korbbogens. (Tafel 4, Fig. 174.)

Bezeichnet man mit H_x^p den constanten Horizontalwiderstand, mit z_0, z_0', z_0'' die Belastungshöhen in den Scheiteln der mit den Halbmessern r, r′, r″ beschriebenen Kreisbogen, s. Tafel 2, Fig. 43, so ergiebt sich mit Berücksichtigung der Gleichung (360):

$$\frac{H_x^p}{g} = z_0 r = z_0' r' = z_0'' r'', \quad \ldots \quad (369)$$

woraus die Verhältnisse der Belastungshöhen im Scheitel:

$$\frac{z_0}{z_0'} = \frac{r'}{r};\quad \frac{z_0'}{z_0} = \frac{r''}{r'}. \quad \ldots \quad (370)$$

Setzt man $r' = r\alpha$, so ergeben sich aus Gleichung (361) folgende beide Gleichungen für die Belastungshöhen z des ersten und z′ des zweiten Bogenstückes für den ersten Vereinigungspunkt mit den Coordinaten x_1, y_1:

$$z = z_0 \cdot \frac{r^3}{(\sqrt{r^2-x_1^2})^3} = z_0 \cdot \frac{r^3}{(r-y_1)^3}, \quad . \quad 371)$$

$$z' = z_0' \frac{(\alpha r)^3}{(\alpha\sqrt{r^2-x_1^2})^3} = z_0' \cdot \frac{(\alpha r)^3}{(\alpha(r-y_1))^3}, \quad (372)$$

woraus durch Division und wegen Gleichung (370):

$$\frac{z}{z'} = \frac{z_0}{z_0'} = \frac{r'}{r}. \quad \ldots \quad (373)$$

Setzt man $r'' = r'\alpha'$, so ergeben sich analoge Gleichungen wie (371) und (372) und aus diesen

$$\frac{z'}{z''} = \frac{z_0'}{z_0''} = \frac{r''}{r'}, \quad \ldots \quad (374)$$

mithin allgemein für den mten Vereinigungspunkt:

$$\frac{z^{m-1}}{z^m} = \frac{z_0^{m-1}}{z_0^m} = \frac{r^m}{r^{m-1}}. \quad \ldots \quad (375)$$

Aus Gleichung (375) folgt, daß für Korbbogen, deren halbe Spannweite ihre Pfeilhöhe übertrifft (liegende oder unterhöhte Korblinien), für welche also

$$\frac{l}{2} > f, \quad \ldots\ldots \quad (376)$$

mithin auch:

$$r^{m-1} > r^m \quad \ldots\ldots \quad (377)$$

für die beiden Belastungshöhen im mten Vereinigungspunkt die Beziehung besteht:

$$z^m > z^{m-1}. \quad \ldots\ldots \quad (378)$$

Die Belastungscurve bildet mithin in den Vereinigungspunkten der einzelnen Bogen nach den Auflagern hin zunehmende Absätze, $z^m - z^{m-1}$, eine Form, welche der von dem Scheitel nach dem Stützpunkt der Korblinie hin zunehmenden Pressung vollkommen entspricht. Die liegende Korblinie erscheint daher als Systemform für alle diejenigen Gewölbe besonders geeignet, deren Baumaterial von constanter Form (wie der Ziegel) ist und deshalb eine absatzweise Zunahme erfordert.

Aus Gleichung (375) folgt dagegen, daß für Korbbogen, deren halbe Spannweite von ihrer Pfeilhöhe übertroffen wird (stehende oder überhöhte Korblinien), für welche

$$\frac{l}{2} < f, \quad \ldots\ldots \quad (379)$$

daher auch

$$r^{m-1} < r^m \quad \ldots\ldots \quad (380)$$

für die beiden Belastungshöhen im mten Vereinigungspunkt die Beziehung besteht:

$$z^m < z^{m-1}. \quad \ldots\ldots \quad (381)$$

Die Belastungscurve bildet mithin in den Vereinigungspunkten der einzelnen Bogen nach den Widerlagern hin abnehmende Absätze $z_m - z_{m-1}$, eine Form, welche der von dem Scheitel nach dem Stützpunkt der Korblinie hin zunehmenden Pressung nicht entspricht.

Hieraus folgt, daß der liegenden Korblinie ein constructiver Werth zukommt, welche der stehenden Korblinie abzusprechen ist.

Aus Gleichung (375) folgt:

$$z_0^m = z_0^{m-1} \frac{r^{m-1}}{r^m}, \quad . \quad . \quad . \quad (382)$$

d. h. daß sich die Belastungshöhe im Scheitel des mten Bogenstückes aus derjenigen des (m — 1)ten Bogenstückes bestimmen läßt, sobald deren Radien bekannt sind, daß mithin auch die Gleichung besteht:

$$z_0^m = z_0 \frac{r \cdot r' \cdot r'' \ldots r^{m-2} \cdot r^{m-1}}{r' \cdot r'' \cdot r''' \ldots r^{m-1} \cdot r^m} = z_0 \frac{r}{r^m}. \quad (383)$$

Die größte Belastungshöhe im mten Scheitelpunkt ist daher gleich dem Product der Belastungshöhe im Scheitel des Korbbogens mit dem Quotienten aus dem Radius des mten Bogenstückes in den Radius des 1. Bogenstückes, oder kürzer: die Belastungshöhen in den Scheiteln des mten und 1. Bogenstückes verhalten sich umgekehrt wie die ihnen zugehörigen Radien.

Da sich aus Gleichung (361) die zwischen den Vereinigungspunkten liegenden Belastungshöhen ermitteln lassen, sobald die ihnen zukommenden Scheitelbelastungshöhen und die zugehörigen Radien bekannt sind, so verwandelt sich für die Belastungshöhen des mten Bogenstückes Gleichung (361) in:

$$z_m = z_0 \cdot \frac{r}{r_m} \cdot \frac{r_m{}^3}{\sqrt{(r_m{}^2 - x^2)^3}} = z_0 \cdot \frac{r}{r_m} \cdot \frac{r_m{}^3}{(r_m - y)^3}, \quad (384)$$

worin die Coordinaten auf den Scheitel des ergänzt gedachten mten Bogenstückes zu beziehen sind.

Unter den zu Gewölbeformen anzuwendenden Korblinien erfordern diejenigen die geringsten Differenzen der, nach Gleichung (375) von den zugehörigen Radien abhängigen Belastungshöhen in den Uebergangspunkten, welche bei einem gewissen Gesetz (z. B. arithmetischer Progression), wonach die Centriwinkel und Halbmesser ihrer Kreisbogentheile wachsen, ein (z. B. constantes) Minimum der aufeinanderfolgenden Halbmesser zeigen, mithin in diesem Falle Korblinien mit constanter Minimaldifferenz der aufeinanderfolgenden Halbmesser sind.

2. Träger, welche die Ellipse zur Systemform haben. (Tafel 4, Fig. 175.)

Aus der allgemeinen Gleichung (356) ergiebt sich die Belastungshöhe:

$$z = \frac{H_x p}{g} \cdot \frac{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}{\varrho}. \quad . \quad (385)$$

Die Scheitelgleichung der Ellipse heißt mit Bezug auf die Bezeichnungen der Fig. 44, Tafel 2:

$$x = \frac{l}{2f} \sqrt{2fy - y^2}, \quad . \quad . \quad . \quad (386)$$

woraus durch Differentiation:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2f\sqrt{2fy - y^2}}{l\,(f - y)}. \quad . \quad . \quad . \quad (387)$$

Der Krümmungshalbmesser der Ellipse ist

$$\varrho = \frac{\left[\left(\frac{l}{2}\right)^4 + \left(f^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2\right) x^2\right]^{3/2}}{f\left(\frac{l}{2}\right)^4}$$

$$= \frac{\left[\left(\frac{l}{2}\right)^4 + \left(f^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2\right)\left(\frac{l}{2f}\right)^2 (2fy - y^2)\right]^{3/2}}{f\left(\frac{l}{2}\right)^4}. \quad (388)$$

Werden die Werthe $\frac{dy}{dx}$ aus Gleichung (387) und ϱ aus Gleichung (388) in Gleichung (385) eingeführt, so ergiebt sich

$$z = \frac{H_x p}{g} \cdot \frac{f^4}{\left(\frac{l}{2}\right)^2 (f - y)^3}. \quad . \quad . \quad (389)$$

Aus Gleichung (385) erhält man für den Scheitel der Ellipse die Belastungshöhe:

$$z_0 = \frac{H_x p}{g} \cdot \frac{1}{\varrho_0}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (390)$$

und wenn aus Gleichung (388) der Krümmungshalbmesser im Scheitel

$$\varrho_0 = \frac{(l/2)^2}{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (391)$$

eingesetzt wird:

$$z_0 = \frac{H_x p}{g} \cdot \frac{f}{(l/2)^2}. \quad . \quad . \quad . \quad (392)$$

Durch Einführung von z_0 in Gleichung (389) ergiebt sich dann

$$z = z_0 \left(\frac{f}{f - y}\right)^3, \quad . \quad . \quad . \quad (393)$$

eine Gleichung, welche in diejenige (361) des Kreises übergeht, wenn darin $f = r$ gesetzt wird.

Die Scheitelgleichung der Ellipse mit der horizontalen Halbare r ist

$$f - y = \frac{f}{r} \sqrt{r^2 - x^2}. \quad . \quad . \quad . \quad (394)$$

Die Scheitelgleichung des Kreises vom Radius r ist mit Bezug auf Fig. 44, Tafel 2:

$$r - y' = \sqrt{r^2 - x^2}, \quad . \quad . \quad . \quad (395)$$

worin y die Ordinaten des Kreises, mithin für die gleichen Abscissen x durch Division der Gleichungen (394) in (395):

$$\frac{f-y}{r-y'} = \frac{f}{r} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (396)$$

Die Höhen des halben elliptischen Bogens verhalten sich mithin zu den Höhen des ihm umschriebenen oder eingeschriebenen Halbkreisbogens für gleiche Abscissen constant wie die Pfeilhöhen dieser Bogen.

Setzt man daher $f = \alpha r$, so ist auch $f-y = \alpha(r-y')$, mithin auch

$$\frac{f}{f-y} = \frac{\alpha r}{\alpha(r-y')} = \frac{r}{r-y'} \quad . \; (397)$$

$$\text{und } z = z_0 \left(\frac{f}{f-y}\right)^3 = z_0 \left(\frac{r}{r-y'}\right)^3 . \quad . \; (398)$$

Die Belastungshöhe des ellipsenförmigen Systemes stimmt daher für gleiche Abscissen mit der Belastungshöhe eines kreisförmigen Systemes von gleicher Belastungshöhe im Scheitel überein, dessen Radius der waagrechten Halbaxe der Ellipse gleich ist.

Aus Gleichung (393) folgt, daß z mit der Zunahme von y stetig wächst, möge nun das Verhältniß

$$\frac{f}{l/2} > 1 \;\; (399) \;\; \text{oder} \;\; \frac{f}{l/2} < 1, \; . \; (400)$$

d. h. die Ellipse eine überhöhte oder unterhöhte sein. Die Ellipse ist daher als Systemform der Korblinie sowohl bei allen überhöhten, als auch bei solchen Gewölben vorzuziehen, deren Baumaterial nicht in Folge seiner constanten Form (wie der Ziegel) und wegen der nach abwärts wachsenden Pressung im Bogen Absätze verlangt, sondern (wie der Haustein) in beliebigen, stetig zunehmenden Abmessungen geliefert werden kann.

Da für $y = f$ auch hier $z = \infty$ wird, so gelten auch für die Ellipse die bei den kreisförmigen Systemen gemachten Bemerkungen über die Verlegung des Stützpunktes in den Punkt, bis zu welchem man das Belastungsgesetz zu erfüllen im Stande ist.

Für den Horizontalwiderstand erhält man aus (392):

$$H_x{}^p = g z_0 . \frac{(l/2)^2}{f}, \; . \; . \; . \; (401)$$

und wenn für $H_x{}^p$ aus Gleichung (112^b) sein Werth eingesetzt wird:

$$p f^p = g z_0 \frac{(l/2)^2}{f}, \; . \; . \; . \; . \; (402)$$

woraus sich die Abmessungen im Scheitel des elliptischen Systemes ermitteln lassen.

B. Die aus je zwei offenen Systemen zusammengesetzten Systeme. (Tafel 3, Fig. 176 bis 200.)

Entweder zur Unterstützung vermehrter Kraftangriffspunkte oder zur vermehrten Sicherheit der Unterstützung der in einem ersten Systeme bereits vorhandenen Knotenpunkte werden auch wohl je zwei offengebaute Systeme zusammengesetzt. Hierher gehören insbesondere

1) die aus trigonalen und polygonalen Systemen (Taf. 3, Fig. 176 bis 182),
2) die aus trigonalen und Parallelträgersystemen (Taf. 3, Fig. 183 bis 188),
3) die aus polygonalen oder curvenförmigen und Parallelträgersystemen (Tafel 3, Fig. 189 bis 200)

zusammengesetzten Systeme.

Diese zusammengesetzten Systeme können, wie die einfachen Systeme, aus welchen sie bestehen, entweder solche

a) mit gezogenen Hauptgliedern,
b) mit gedrückten Hauptgliedern, oder
c) mit gezogenen und gedrückten Hauptgliedern

sein und hinsichtlich der Lage und Neigung ihrer Belastungstafel wieder solche

α) mit in $\left\{\begin{matrix}\text{der}\\ \text{dem}\end{matrix}\right\}$ System-$\left\{\begin{matrix}\text{Sohle}\\ \text{Scheitel}\end{matrix}\right\}$ liegender,

β) mit in den Stützpunkten liegender

Belastungstafel sein.

Die einfachen Systeme, woraus diese zusammengesetzten Systeme bestehen, für sich allein zu schwach, um die ihnen aufgebürdete Belastung zu übertragen, haben einen gewissen mten Theil dieser Belastung zu übernehmen, sind aber hinsichtlich ihrer constructiven Anordnung und statischen Berechnung nach denselben Grundsätzen zu behandeln, wie die nicht zur Zusammensetzung bestimmten Systeme ihrer Gattung.

C. Die aus geschlossenen und offenen Systemen zusammengesetzten Systeme. (Tafel 3, Fig. 201 bis 215.)

Diese Systemcombinationen werden meist zur ein- oder mehrmaligen Unterstützung der, an und für sich nicht hinreichend tragfähigen, geschlossenen Träger angewendet und sind entweder

1) die aus geschlossenen und trigonalen Systemen (Taf. 3, Fig. 201 bis 209),
2) die aus geschlossenen und polygonalen Systemen (Tafel 3, Fig. 210—215)

zusammengesetzten Systeme.

Die geschlossenen Systeme sind sämmtlich balkenartige, dagegen können die den zweiten Bestandtheil derselben bildenden trigonalen und polyginalen Systeme, wie bei ihrer isolirten Verwendung, solche

a) mit gezogenen Hauptgliedern,
b) mit gedrückten Hauptgliedern,
c) mit gezogenen und gedrückten Hauptgliedern

und nach ihrer Unterstützungsweise entweder solche mit 2 und mehr nebeneinanderliegenden, oder solche mit 2 übereinanderliegenden Stützpunkten (einseitig festgehaltene) Träger sein. —

Hinsichtlich ihrer constructiven Anordnung und statischen Berechnung sind sie bezüglich der ihnen zukommenden Lastantheile nach denselben Grundsätzen zu behandeln, wie die zur selbständigen Verwendung bestimmten Systeme ihrer Gattung.

Zweite Abtheilung.

Die Aufbauconstructionen der Brücken und Hochbauten.

Die Aufbauconstructionen, wie die Endpfeiler (Landpfeiler) und Zwischenpfeiler der Brücken oder die Umfangswände, Zwischenwände und Einzelstützen (Säulen, Pfeiler, Pfosten) der Hochbauten, bilden die Träger der Ueberbauconstructionen und sind entweder abgesetzte (discontinuirliche) oder fortlaufende (continuirliche), jedoch stets solche mit mindestens je zwei nebeneinanderliegenden Stützpunkten.

Der statische Zweck dieser Unterstützungen ist die abwärtsgehende Uebertragung der auf ihnen ruhenden (ständigen und veränderlichen) Belastungen und übrigen auf sie einwirkenden Kräfte auf ihre Stützpunkte, die Unterbauconstructionen. Um diese Uebertragung zu bewirken, müssen die angreifenden (äußeren) und widerstehenden (inneren) Kräfte dieser Stützen in's Gleichgewicht gegen

a) lothrecht fortschreitende Bewegung,

b) waagrecht fortschreitende Bewegung und

c) drehende Bewegung

gesetzt werden.

Erster Abschnitt.

Die statischen Gleichgewichtsbedingungen der Aufbauconstructionen.

A. Erfüllung der allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen.

Die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichtes der angreifenden Kräfte, welche, abgesehen von der hier hinzutretenden Totalbelastung und Reaction der Unterbauconstruction, mit denjenigen des einseitig überbauten Trägers übereinstimmen, sind, wenn p der Hebelsarm von P, mit Rücksicht auf die Bezeichnungen der Fig. 1, Taf. 5 bzw.:

$$A - (P + G_1) + A' - A'' = 0, \quad . \quad . \quad (403)$$

welche, da die Kräfte A′ und A″, wenn keine Drehung stattfindet, Null werden, also von der Totalbelastung $P + G_1$ der Aufbauconstruction und dem Gegendrucke A der Unterbauconstruction unabhängig sind, sich zerlegen läßt in die beiden Gleichungen:

$$A - (G + G_1) = 0 \;(403^a) \text{ und } A' - A'' = 0, \;(403^b)$$

$$H' - H = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (404)$$

$$A'a' + A''a'' - Hh \pm Pp = 0. \quad . \quad . \quad (405)$$

Aus vorstehenden 4 Gleichungen, von welchen (403^b), (404) und für $p = 0$ (405) bzw. den Gleichungen (41), (40) und (42) des einseitig überbauten Trägers analog sind, ergeben sich die 4 unbekannten äußeren Kräfte:

$$A \;= P + G_1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (406)$$

$$A'' = A', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (407)$$

$$H' = H, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (408)$$

$$A' = \frac{Hh \mp Pp}{a' + a''}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (409)$$

unter welchen, wie aus Gleichung (407) folgt, die Kräfte A′ und A″ ein Paar mit dem Hebelsarm $a' + a''$ bilden.

Die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichtes der angreifenden und widerstehenden Kräfte sind mit Rücksicht auf die Fig. 2, Tafel 5, für den beliebigen, im Abstand $l - x$ von der Unterbauconstruction befindlichen Querschnitt

$$A_x - (P + G_x) + A' - A'' - (A_x' - A_x'') = 0; \;(410)$$

eine Gleichung, welche wegen der Unabhängigkeit der Partialbelastung $P + G_x$ und der Partialreaction A_x von den erst bei einer Drehung auftretenden Kräften A′, A″, A_x' und A_x'' und in Folge der Gleichung (407) zerfällt in:

$$A_x - (P + G_x) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (410^a)$$

$$\text{und } A'_x - A''_x = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (410^b)$$

$$\text{ferner } H' - H_x - H_{l-x} = 0 \quad . \quad . \quad (411)$$

$$\text{und } A'a' + A''a'' - (A_x'a_x' + A_x''a_x'') \pm Pp - H_x(l-x) - H_{(l-x)}h_{(l-x)} = 0,$$

oder wegen Relation (407) und (410^b):

$$A'(a' + a'') - A_x'(a_x' + a_x'') \pm Pp - H_x(l-x) - H_{(l-x)} \cdot h_{(l-x)} = 0. \quad (412)$$

Aus vorstehenden 4 Gleichungen ergeben sich die 4 unbekannten widerstehenden Kräfte:

$$A_x \;= P + G_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (413)$$

$$A''_x = A_x', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (414)$$

$$H_x \;= H' - H_{l-x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (415)$$

und

$$A_x' = \frac{A'(a'+a'') \pm Pp - H_x(l-x) - H_{(l-x)} \cdot h_{(l-x)}}{a_x' + a_x''}, \;(416)$$

wovon wegen Relation (414) die Widerstände A_x' und A_x'' ein Kräftepaar mit dem Hebelsarme $a_x' + a_x''$ bilden.

B. Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen im Besonderen.

I. Herstellung des Gleichgewichtes der Stützen gegen lothrechtes Fortschreiten.

1. Herstellung des Gleichgewichtes gegen Zerdrücken.

Das durch die Gleichungen (406) und (413) bedingte Gleichgewicht der Stützen, s. Tafel 5, Fig. 3, gegen lothrechtes Fortschreiten erscheint constructiv bewirkt, wenn der Unterbau den Gegendruck

$$A \geqq P + G_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (417)$$

und jeder Querschnitt der Stütze mindestens den Gegendruck

$$A_x \geqq P + G_x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (418)$$

zu leisten im Stande ist. Bezeichnet man mit q_x jenen Querschnitt im beliebigen Abstande x von dem Kopfe der Stütze, mit k die Widerstandsfähigkeit des angewendeten Materiales für die Quadrateinheit jenes Querschnittes, so ist

$$A_x = k q_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (419)$$

mithin, wenn für A_x aus Gleichung (418) sein Werth gesetzt wird, für den Fall des Gleichgewichtes

$$k = \frac{P + G_x}{q_x}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (420)$$

Wird der Druck A und A_x einer Stütze vertheilt oder die Stütze aus n Theilstützen so zusammengesetzt, daß

$$n a = A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (421)$$

$$n a_x = A_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (422)$$

worin a und a_x die Querschnitte jener Theilstützen darstellen, so verwandeln sich die für die geschlossenen Stützensysteme geltenden Gleichungen (417) und (418) in die Gleichungen

$$a \geqq \frac{P + G_1}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (423)$$

und $$a_x \geqq \frac{P + G_x}{n}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (424)$$

welche nun für die offengebauten Systeme der Stützen gelten.

II. Herstellung des Gleichgewichtes der Stützen gegen waagrechtes Fortschreiten.

Aus Gleichung (408) folgt, daß eine horizontale Verschiebung der Stütze auf dem Unterbau vermieden wird, wenn

$$H' \geqq H, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (425)$$

und aus Gleichung (415), daß sich die einzelnen Schichten der Stütze nicht waagrecht übereinander verschieben können, wenn mit Berücksichtigung der Gleichung (408)

$$H_x \geqq H - H_{l-x}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (426)$$

ein Werth, welcher für $x = 0$ sein Minimum und für $x = l$ sein Maximum erreicht, in welch letzterem Falle $H_{l-x} = 0$, mithin

$$H_x^{max} \geqq H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (427)$$

werden muß.

Bezeichnet man mit q_x wieder die Querschnittsfläche der Stütze für die Abscisse x, mit v den Verschiebungswiderstand auf dieser Fläche für die Quadrateinheit, so muß mithin

$$H_x^{max} \leqq q_x v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (428)$$

sein, wobei das Product $q_x v$ bei gegebenem Verschiebungswiderstande z. B. durch die Reibung der Schichten aufeinander mittelst der entsprechenden Abmessung von q_x, oder bei einer gegebenen Fläche q_x durch die Erzeugung eines die Gleichung (428) erfüllenden Verschiebungswiderstandes, z. B. durch Anwendung von geeigneten Bindestoffen, von rauhen Lagerflächen, Dübeln oder sonstigen Bindemitteln constructiv erzeugt werden kann.

III. Herstellung des Gleichgewichtes der Stützen gegen Drehung.

Die Drehung der Stützen erfolgt unter Einwirkung drehender Kräfte von hinreichender Größe auf verschiedene Weise, je nachdem dieselben mit dem Unterbau verankert sind oder nicht. Im ersten Falle, und wenn die Stützen elastische sind, tritt eine Biegung ein, die wieder verschieden ist, je nachdem sie unter Einwirkung der waagrecht und lothrecht angreifenden Kräfte zugleich oder nur der letzteren erfolgt. Wir unterscheiden daher die Drehung der mit dem Unterbau verankerten Stützen, z. B. aus Holz und Eisen, und der mit demselben nichtverankerten Stützen, z. B. aus Stein, und unter den verankerten Stützen wieder diejenigen, deren Drehung durch waagrecht und lothrecht angreifende Kräfte zugleich oder durch lothrecht wirkende Kräfte allein erfolgt.

1. Herstellung des Gleichgewichtes mit dem Unterbau verankerter Stützen gegen Drehung.

a) Unter gleichzeitiger Einwirkung horizontaler und verticaler Kräfte.

Nach Gleichung (412) hat im Allgemeinen jeder im Abstande l—x von dem Stützpunkte befindliche Querschnitt der Stütze ein Widerstandsmoment

$$^{w}M = A_x' (a_x' + a_x'') \quad . \quad . \quad . \quad (429)$$

zu entwickeln, welches dem Angriffsmoment

$$^{a}M = A'(a' + a'') \pm P p - H_x (l - x) - H_{(l-x)} h_{(l-x)} \quad (430)$$

mindestens gleich sein, oder der Relation:

$$^{w}M \geqq {}^{a}M \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (431)$$

entsprechen muß.

Aus Gleichung (429) und (410^b) folgt, daß:

$$^{w}M = A_x' \left(a_x' + a_x''\right) = A_x'' \left(a_x'' + a_x'\right). \quad (432)$$

Die Verticalwiderstände A_x' und A_x'' erscheinen bzw. als eine Summe von Zugspannungen k_s und Druckspannungen k_p, welche in den entsprechenden Flächenelementen df^s und df^p des Horizontalquerschnittes q_x stattfinden, proportional mit ihren Abständen y^s und y^p von der ihrer Lage nach noch zu bestimmenden Drehaxe wachsen und daher, wenn s und p die Zug- und Druckspannungen in den äußersten Fasern, a^s und a^p die Abstände der letzteren von der Drehaxe bedeuten, durch die Relationen

$$k^s = \frac{s}{a^s} \cdot y^s, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (433)$$

$$\text{und } k^p = \frac{p}{a^p} \cdot y^p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (434)$$

ausgedrückt werden, welche den früher gefundenen Relationen (90^a) und (90^b) analog sind, und aus welchen man durch Summirung, wenn der Verticalwiderstand A_x' gegen Zug mit A_x^s, der Verticalwiderstand A_x'' gegen Druck mit A_x^p bezeichnet wird, erhält:

$$A_x^s = \frac{s}{a_s} \int_{\alpha}^{a_s} y^s \cdot df^s = \frac{s}{a^s} m^s, \quad . \quad (435)$$

$$A_x^p = \frac{p}{a_p} \int_{\beta}^{a_p} y^p \cdot df^p = \frac{p}{a_p} m^p, \quad . \quad (436)$$

Relationen, welche den gleichfalls früher gefundenen Ausdrücken (91^a) und (91^b) vollkommen entsprechen und worin die Werthe α, β, m^s und m^p die dort angegebene Bedeutung haben.

Aus der daselbst gezogenen Schlußfolgerung ergiebt sich, daß auch hier die Drehaxe durch die Schwerlinie der Querschnittsfläche geht und diese mithin die neutrale Axe für Zug und Druck bildet; eine Lage der Drehaxe, welche sich übrigens — im Gegensatze zu derjenigen der Ueberbauconstructionen, die zur verticalen Schwerebene stets ganz oder nahezu normal bleibt — mit der Richtung der seitlich angreifenden Horizontalkräfte ändert, unter welchen z. B. die Windstöße von allen Seiten wirken können. Es folgt hieraus zugleich, daß die Querschnittsflächen von Stützen nicht wie diejenigen der Träger einseitig für Druck oder Zug construirt werden dürfen, sondern da, wo die Horizontalkräfte von allen Seiten auf sie einwirken können, überall gleichzeitig einem Drucke und einem Zuge widerstehen müssen.

Sind in den Gleichungen (435) und (436) im Sinne der Relation (97) die Grenzen

$$\alpha = \beta = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (437)$$

so ist auch die Querschnittsfläche der Stütze eine geschlossene und die Stützensysteme mit einer geschlossenen Querschnittsfläche oder vollen Wandung geschlossene Stützensysteme; eine Eigenschaft, die auch dann noch stattfindet, wenn die Querschnittsfläche im Inneren durchbrochen ist und die Stütze einen geschlossenen Mantel besitzt.

Sind die Grenzwerthe α und β nicht Null, die Stützen mithin offengebaut, so entstehen die offenen Stützensysteme, für welche, wenn f^s, f^p und b^s, b^p die in den Gleichungen (98^a) und (98^b) geltende Bedeutung haben, wieder die Relationen

$$A_x^s = \frac{s}{a_s} f^s b^s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (438^a)$$

$$\text{und } A_x^p = \frac{p}{a_p} f^p b^p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (438^b)$$

bestehen. Hieraus ergiebt sich auch für die Stützen, daß die Verticalwiderstände ihrer Flächentheile f^s und f^p unter übrigens gleichen Umständen um so größer werden, je größer die Abstände ihrer Schwerpunkte von der neutralen Faser sind, oder je mehr jene Flächentheile concentrirt und von der neutralen Axe entfernt werden; ein Umstand, welcher, wenn mit möglichster Oekonomie verfahren werden soll, für die Anwendung von offen gebauten oder geschlossenen Stützen mit durchbrochenem Querschnitte spricht.

Werden die Werthe (435) und (436), (438^a) u. (438^b) in die Gleichung (416) eingeführt, so ergeben sich für jene Verticalwiderstände beziehungsweise die Relationen:

$$\frac{s}{a_s} \int_{\alpha}^{a_s} y_s \, df_s = \frac{p}{a_p} \int_{\beta}^{a_p} y_p \, df_p = \frac{A'(a' + a'') \pm Pp - H_x(l-x) - H_{(l-x)} \cdot h_{(l-x)}}{a_x' + a_x''} \quad . \quad . \quad . \quad (439)$$

$$\text{und } \frac{s}{a_s} f^s b^s = \frac{p}{a_p} f^p b = \frac{A'(a' + a'') \pm Pp - H_x(l-x) - H_{(l-x)} h_{(l-x)}}{a_x' + a_x''}. \quad . \quad . \quad (440)$$

Aus Gleichung (432) ergiebt sich, wenn die Bezeichnungen A_x^s und A_x^p für A_x' und A_x'', a_x^s und a_x^p für a_x' und a_x'' eingeführt werden:

$$^{w}M = A_x^s \left(a_x^s + a_x^p\right) = A_x^p \left(a_x^p + a_x^s\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (441^a)$$

oder, da $A_x{}^s$ und $A_x{}^p$ ein Kräftepaar mit den Hebelsarmen $a_x{}^s$ und $a_x{}^p$ bilden, auch

$$^wM = A_x{}^s a_x{}^s + A_x{}^p a_x{}^p, \quad . \quad . \quad (441^b)$$

und wenn die Werthe für $A_x{}^s$ und $A_x{}^p$ aus den Gleichungen (435) und (436) eingeführt, ferner unter y^s und y^p wie früher die veränderlichen Abstände der Flächenelemente df^s und df^p von der neutralen Axe verstanden werden:

$$^wM = \frac{s}{a_s}\int_{\alpha}^{a_s}(y^s)^2\,df_s + \frac{p}{a_p}\int_{\beta}^{a_p}(y^p)^2\,df_p, \quad (442)$$

eine Gleichung, welche der in (138) gefundenen durchaus analog ist und wegen der dort gezogenen Schlußfolgerung in die folgende

$$^wM = \frac{s}{a_s}\,t = \frac{p}{a_p}.t \quad . \quad . \quad . \quad (443)$$

übergeht, worin t das Trägheitsmoment des ganzen in Betracht kommenden Querschnittes, bezogen auf dessen jeweilige neutrale Axe, bedeutet.

Bezeichnen b^s und b^p die Abstände der Schwerpunkte der Flächentheile f^s und f^p, so sind

$$f^s b^s = m^s \text{ und } f^p b^p = m^p \quad . \quad . \quad (444)$$

die statischen Momente dieser Flächentheile zur neutralen Axe und die Gleichung (442) geht mit Berücksichtigung der Gleichung (92) in die der Gleichung (146) analoge und mit Gleichung (443) identische Relation

$$^wM = \frac{s}{a_s}(f^s b^s a_x{}^s + f^p b^p a_x{}^p) = \frac{p}{a_p}(f^p b^p a_x{}^p + f^s b^s a_x{}^s) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (445)$$

über, aus welcher, wie für die Trägerconstructionen, auch für die Construction der Stützen folgt, daß bei gleichen Flächentheilen f^s und f^p das Widerstandsmoment desto größer wird, je größer nicht nur die Abstände b^s und b^p ihrer Schwerpunkte von der neutralen Axe, sondern auch die Hebelsarme $a_x{}^s$ und $a_x{}^p$ der Resultanten aller Spannungen und Pressungen, bezogen auf dieselbe Axe sind, d. h. je mehr man wieder jene Flächentheile des Querschnittes concentrirt und von der neutralen Axe entfernt anordnet.

Aus den Gleichungen (435), (436), (441^a) und (444) folgt, daß

$$^wM = \frac{s}{a_s}f^s b^s(a_x{}^s + a_x{}^p) = \frac{p}{a_p}f^p b^p(a_x{}^p + a_x{}^s), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (446)$$

d. h. eine der Relation (147) ähnliche Gleichung, aus welcher unter den dort angegebenen Umständen analoge Resultate erhalten werden, wie sie in Gleichung (148), (149), (150) und (150^a) enthalten sind.

Wird aus den Gleichungen (441^a), (441^b), (442), (443) oder (445) der Werth von ^wM und aus Gleichung (430) der Werth von ^aM in Gleichung (431) eingeführt, so ergeben sich daraus alle Beziehungen zwischen den bei der Drehung der Stützen in Betracht kommenden Abmessungen, äußeren und inneren Kräften.

Ist der Querschnitt oder die Basis der Stütze nicht hinreichend, um das dem Angriffsmomente mindestens gleichwerthige Widerstandsmoment zu entwickeln, so werden constructive **Hilfsglieder** zur Ergänzung des Widerstandsmomentes erforderlich. Diese Hilfsglieder erscheinen bei einseitiger Einwirkung der Horizontalkräfte entweder als **Streben**, s. Tafel 5, Fig. 4, oder als **Anker**, s. dieselbe Tafel, Fig. 5, bei zweiseitiger Einwirkung gleichzeitig als Streben und Anker.

Bei der Verstrebung hat man mit Bezug auf die Bezeichnungen der Figur für den Drehpunkt D

$$Hh = {}^aM, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (447)$$

worin $H = H'.\frac{h'}{h}$ zu setzen ist, und

$$Vv = {}^wM, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (448)$$

mithin

$$Hh = V.v, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (449)$$

woraus entweder bei gegebenem Widerstande das Neigungsverhältniß

$$\frac{v}{h} = \frac{H}{V}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (450)$$

oder bei gegebenem Neigungsverhältniß der Widerstand:

$$V = H\frac{h}{v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (451)$$

gefunden wird.

Bezeichnet man den Winkel, welchen die Strebe mit der Stütze einschließt, mit α, s. Tafel 5, Fig. 4 und 5, so ist $h = \sqrt{(h^2+v^2)}.\cos\alpha$ mithin nach dem Früheren

$$H = \frac{H'h'}{\sqrt{(h^2+v^2)}\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (452)$$

und wenn die in der Strebe entwickelte Spannung mit S bezeichnet wird:

$$S = \frac{H}{\sin\alpha} = \frac{H'h'}{\sqrt{h^2+v^2}.\cos\alpha.\sin\alpha} = \frac{2H'h'}{\sqrt{h^2+v^2}.\sin 2\alpha}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (453)$$

ein Werth, welcher für $\sin 2\alpha = 1$ oder $\alpha = 45^0$ ein Minimum wird. Die Verstrebung erhält daher, wenn unter übrigens gleichen Umständen die in der Strecke entwickelte Spannung oder der ihr zu gebende Querschnitt möglichst klein werden soll, im günstigsten Falle das Neigungsverhältniß

$$\frac{h}{v} = 1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (454)$$

Der in der Strebe entwickelte Widerstand beträgt

$$S = V . \frac{\sqrt{h^2 + v^2}}{h} = H . \frac{\sqrt{h^2 + v^2}}{v} . \; . \qquad (455)$$

Wirkt H nach der Seite der Strebe, so erfährt diese eine Druckspannung, $S = pq$, welche der Stützpunkt D durch den gleichen Gegendruck zu vernichten hat, und der Stützpunkt E hat der vertical aufwärts wirkenden Zugkraft

$$V - (P + G_1) = S \frac{h}{\sqrt{h^2 + v^2}} - (P + G_1) = pq . \frac{h}{\sqrt{h^2 + v^2}} - (P + G_1) \; . \; . \; . \; . \qquad (456)$$

zu widerstehen. Wirkt H nach der unverstrebten Seite, so erfährt die Strebe eine Zugspannung $S = sq$, welche der Stützpunkt D durch den gleichen Gegenzug zu vernichten hat, und der Stützpunkt E hat der vertical abwärts wirkenden Druckkraft

$$V + P + G_1 = S \frac{h}{\sqrt{h^2 + v^2}} + P + G_1 = sq \frac{h}{\sqrt{h^2 + v^2}} + P + G_1 \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (457)$$

zu widerstehen.

Wirkt H einmal nach der verstrebten, einmal nach der unverstrebten Seite, so hat die Hilfsconstruction bzw. entweder als Strebe oder als Anker zu wirken, während die bezeichneten Widerstände der Stützpunkte zwar quantitativ dieselben bleiben, aber die Richtungen ihrer Wirkung auszutauschen haben.

Wirkt H successive nach beiden Richtungen und es sollen nur Streben oder Zuganker zur Anwendung kommen, so sind dieselben auf beiden Seiten, d. h. doppelt, wirkt H successive nach allen Richtungen, so sind jene Streben oder Anker nach allen jenen Richtungen, oder wenigstens nach einer genügenden Zahl derselben, doppelt anzubringen, s. Tafel 5, Fig. 6.

Werden statt einer Stütze zwei angewendet, so gelten für jede derselben die angeführten Regeln und würden bei nach zwei Seiten wirkenden Horizontalkräften H jede derselben eine gleichzeitig auf Zug und Druck wirkende Strebe, zwei Streben oder zwei Anker, also beide zusammen vier Streben oder vier Anker erhalten müssen. Werden dieselben aber an dem Kopfe der Streben waagrecht verbunden, so genügen zwei Streben oder zwei Anker für beide, s. Tafel 5, Fig. 7 und Tafel 6, Fig. 25 und 26.

Hieraus ergiebt sich der Vortheil mehrerer einzelner, unter sich verbundener und verstrebter oder verankerter, sogenannter gekuppelter Stützen, und findet dieser Vortheil selbst dann noch, wenn auch in vermindertem Grade, statt, wenn der Fußpunkt der Streben nicht mit dem Fußpunkte der Stützen, sondern mit einem höher gelegenen Punkte derselben verbunden ist.

b) Unter alleiniger Einwirkung verticaler Kräfte.

Elastische Stützen erfahren unter alleiniger Einwirkung lothrechter Kräfte von hinreichender Größe eine Drehung durch Ausbiegung, eine Biegung, als deren letztes Ergebniß ein Zerknicken der Stütze eintritt.

Jene Ausbiegung des Stabes ist verschieden, je nachdem er

1) an dem oberen Ende frei und am unteren Ende fest ist,
2) an dem oberen und unteren Ende zwar gegen seitliche Bewegung, aber nicht gegen Drehung und lothrechte Bewegung fest ist,
3) an dem unteren Ende fest und an dem oberen Ende zwar gegen seitliche Bewegung, aber nicht gegen lothrechte Bewegung und Drehung fest ist,
4) an dem oberen und unteren Ende zwar gegen Drehung fest ist, jedoch so, daß das obere Ende eine lothrechte Bewegung zuläßt.

1. Die Stütze mit festem unteren und freiem oberen Ende.

Tritt der erste Fall ein, so findet für einen beliebigen Punkt M der Axe der Stütze, s. Tafel 5, Fig. 8, im Falle des Gleichgewichtes nach Gleichung (431) die Relation

$$^aM = {}^wM \; . \; . \; . \; . \qquad (458)$$

statt, worin $^aM = Py$ und nach Gleichung (443)

$$^wM = \frac{s}{a_s} . t = \frac{p}{a_p} . t,$$

oder da, wenn wie früher der Elasticitätsmodul des Materiales mit E und der Krümmungshalbmesser der Stabaxe mit ϱ bezeichnet wird,

$$\frac{s}{a_s} = \frac{p}{a_p} = \frac{E}{\varrho} \; . \; . \; . \; . \qquad (459)$$

gesetzt werden kann,

$$\frac{E}{-\varrho} t = Py, \; . \; . \; . \; . \qquad (460)$$

woraus, wenn unter der Voraussetzung nur geringer Ausbiegung der Werth $\varrho = \frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}}$ zugelassen wird:

$$\mathrm{Et}.\frac{d^2y}{dx^2} = -\mathrm{Py}. \quad . \quad . \quad . \quad (461)$$

Setzt man $\frac{dy}{dx} = u$, woraus $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{du}{dx} = \frac{udu}{dy}$ und führt diesen Werth ein, so ergiebt sich

$$\mathrm{Et}.udu = -\mathrm{P}ydy$$

und hieraus durch Integration:

$$\frac{u^2}{2} = -\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}.\frac{y^2}{2} + \mathrm{Const.}$$

Für $u = \frac{dy}{dx} = 0$ wird $y = f$, daher Const. $= \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}.\frac{f^2}{2}$, mithin

$$u^2 = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}(f^2 - y^2),$$

woraus, wenn die Wurzel ausgezogen wird,

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}(f^2 - y^2)}. \quad . \quad . \quad . \quad (462)$$

Man erhält hieraus

$$\frac{dy}{\sqrt{f^2 - y^2}} = dx\sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}}$$

und durch Integration

$$\mathrm{arc}\left(\sin = \frac{y}{f}\right) = x\sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}} \quad . \quad . \quad (463)$$

$$\text{oder } \frac{y}{f} = \sin x\sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}}. \quad . \quad . \quad (464)$$

Für $x = 2l$ wird $y = 0$, daher auch $\sin 2l\sqrt{\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{Et}}} = 0$ und da dieser Fall nur für $2l\sqrt{\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{Et}}} = i\pi$ eintritt, wobei i die Reihe 1, 2, 3 ... der natürlichen Zahlen bezeichnet, so erhält man

$$\mathrm{P} = \frac{i^2\pi^2.\mathrm{Et}}{4l^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (465)$$

Die kleinste Belastung, welche bei der geringsten Ausweichung eine Ausbiegung, bzw. ein Zerknicken, der Stütze herbeiführen kann, erhält man, wenn $i = 1$, in welchem Falle

$$\mathrm{P} = \frac{\pi^2.\mathrm{Et}}{4l^2} = 2{,}467\,\frac{\mathrm{Et}}{l^2}, \quad . \quad . \quad (466)$$

oder wenn P und l gegeben und die Querschnittsabmessungen der Stütze zu bestimmen sind:

$$t = \mathrm{P}.\frac{4l^2}{\pi^2\mathrm{E}} = 0{,}405\,\frac{\mathrm{P}l^2}{\mathrm{E}}. \quad . \quad . \quad (467)$$

2. Die Stütze mit seitlich unverschieblichen, aber drehbaren Enden.

In diesem Falle verhält sich jede Hälfte der Stütze gerade so, wie die ganze Stütze im ersten Falle, es kann also, wenn mit l deren Länge bezeichnet wird, die Ausbiegung, bzw. Zerknickung, erfolgen durch die Last:

$$\mathrm{P} = \frac{\pi^2}{4}.\frac{\mathrm{Et}}{(l/2)^2} = \pi^2.\frac{\mathrm{Et}}{l^2}. \quad . \quad (468)$$

3. Die Stütze mit festem unteren und unverschieblichem, aber drehbarem oberen Ende.

Im dritten Falle, wo die horizontale Kraft H, s. Tafel 5, Fig. 9, erfordert wird, um eine seitliche Ausweichung zu verhindern, ist

$$^a\mathrm{M} = \mathrm{P}y - \mathrm{H}(l - x), \quad . \quad . \quad . \quad (469)$$

das Widerstandsmoment wie in Gleichung (460) zu setzen, woraus sich

$$\frac{\mathrm{E}}{-\varrho}t = -\mathrm{Et}.\frac{d^2y}{dx^2} = \mathrm{P}y - \mathrm{H}(l - x), \quad (470)$$

oder

$$\mathrm{Et}.\frac{d^2y}{dx^2} = -\mathrm{P}y + \mathrm{H}(l - x) \quad . \quad (471)$$

ergiebt. Dieser Differentialgleichung entspricht bekanntlich das Integral

$$\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}y = \mathrm{C}_1\sin x\sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}} + \mathrm{C}_{11}\cos x\sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}} + \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{Et}}(l - x). \quad (472)$$

Da für $x = 0$, $y = 0$, für $x = 0$, $\frac{dy}{dx} = 0$ und für $x = l$, $y = 0$ wird, woraus sich die Bedingung

$$l\sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}} = \mathrm{tg}\,l\sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Et}}} \quad . \quad . \quad . \quad (473)$$

ergiebt, so ist das kleinste Gewicht, welches dieser Bedingung entspricht und die Zerknickung der Stütze herbeiführen kann,

$$\mathrm{P} = 2{,}046\,\pi^2.\frac{\mathrm{Et}}{l^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (474)$$

---

4. Die Stütze mit festem oberen und festem unteren Ende.

Im vierten Falle verhält sich der vierte Theil der Stütze gerade so wie die ganze Stütze im ersten Falle, es kann also, wenn mit l deren Länge bezeichnet wird, die Ausbiegung, bzw. Zerknickung erfolgen durch:

$$P = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{E\,t}{\left(\frac{l}{4}\right)^2} = 4\pi^2 \cdot \frac{E\,t}{l^2}, \quad . \quad (475)$$

woraus wieder

$$t = P \cdot \frac{l^2}{4\pi^2 \cdot E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (476)$$

Es ergeben sich hieraus die Verhältnisse der in den vorbetrachteten vier Fällen erhaltenen Lasten P für Stützen von der gleichen Länge, dem gleichen Querschnitte und demselben Material, nämlich

$$P^{I} : P^{II} : P^{III} : P^{IV} = \frac{\pi^2}{4} : \pi^2 : 2{,}046\,\pi^2 : 4\pi^2$$

$$= 0{,}25 : 1 : 2{,}046 : 4 = 1 : 4 : 8{,}184 : 16, \quad (477)$$

und die Trägheitsmomente ihrer Querschnitte für dieselbe Belastung P

$$t_{I} : t_{II} : t_{III} : t_{IV} = 4 : 1 : \frac{1}{2{,}046} : \frac{1}{4}. \quad (478)$$

Sowohl die Belastungen P als die Trägheitsmomente t der betrachteten vier Stützen unterscheiden sich durch constante Factoren. Bezeichnet man die in den Gleichungen (466), (468), (474) und (475) enthaltenen constanten Factoren $\frac{\pi^2}{4}$, π^2, $2{,}046\,\pi^2$ und $4\pi^2$ allgemein mit m, so ergiebt sich als die größte zuläßige Belastung der betrachteten Stützen allgemein

$$P = m \cdot \frac{E\,t}{l^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (479)$$

und als deren Trägheitsmoment:

$$t = P \cdot \frac{l^2}{m\,E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (480)$$

Zweiter Abschnitt.

Die allgemeine Anordnung der Stützen.

Sind in der Gleichung (437) die Grenzwerthe $\alpha = \beta = 0$, so ergeben sich die geschlossenen oder massiven, sind dieselben > 0, so ergeben sich die offenen oder gegliederten Stützen.

Erstens. Die geschlossenen Systeme.

Die Form und Abmessung der geschlossenen Stützen ist außer von der Widerstandsfähigkeit des Materiales abhängig von der Größe und Richtung der auf sie einwirkenden Kräfte und constructiv verschieden, je nachdem dieselben nur lothrechten, nur waagrechten oder lothrechten und waagrechten Kräften zugleich zu widerstehen haben.

A. Stützen mit lothrechter Belastung.

Die Stützen mit lothrechter Belastung sind der Gefahr einer Ausbiegung, bzw. Zerknickung ausgesetzt, wenn deren Länge ihre kleinste Querschnittsdimension um eine gewisse Grenze überschreitet, während sie innerhalb dieser Grenze nur auf Druck in Anspruch genommen werden. Setzt man, um diese Grenze zu finden, die durch Gleichung (419) gegebene größte zuläßige Belastung $A_x = q_x\,k$ einer nur auf Druck in Anspruch genommenen Säule der durch Gleichung (479) gegebenen Belastung $P = m \cdot \frac{E\,t}{l^2}$, durch welche die Säule der Gefahr einer Ausbiegung oder selbst Zerknickung ausgesetzt wird, gleich, so erhält man

$$k\,q_x = m \cdot \frac{E\,t}{l^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (481)$$

und wenn für t aus Gleichung (144) sein Werth $c\,q_x\,h^2$, worin h dessen kleinste Querschnittsdimension bedeutet, eingeführt und reducirt wird, so ergiebt sich, da k dem Druckwiderstande D des angewendeten Materiales an der Bruchgrenze für die Quadrateinheit des Querschnittes q_x gleichkommt, das gesuchte Verhältniß

$$\frac{l}{h} = \sqrt{c \cdot m}\,\sqrt{\frac{E}{D}}, \quad . \quad . \quad . \quad (482)$$

worin für E der Elasticitätsmodul und für D die Zerdrückungsfestigkeit des angewendeten Materiales zu setzen ist.

Der Werth m hängt von der Befestigungsweise und Länge der Stütze ab und beträgt für die vier oben betrachteten Fälle nach dem Früheren bzw. $\frac{\pi^2}{4}$, π^2, $2{,}046\,\pi^2$ und $4\pi^2$, mithin ist für $\sqrt{m}$ beziehungsweise:

$$\frac{\pi}{2} = 1{,}57, \quad \pi = 3{,}14, \quad \pi\sqrt{2{,}046} = 4{,}49$$

$$\text{und } 2\pi = 6{,}28 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (483)$$

zu setzen. Der Werth c hängt von der Form des Querschnittes ab und beträgt z. B. für das Rechteck und das Quadrat $c = \frac{1}{12}$, für den Kreis und Kreisring $c = \frac{1}{16}$.

Führt man die Zahlenwerthe von E und D in Gleichung (482) ein, so ergiebt sich für:

Holz $\frac{l}{h} = \sqrt{\frac{15000}{50}} \sqrt{c.m} = 17{,}32 \sqrt{cm}$ (484).

Gußeisen $\frac{l}{h} = \sqrt{\frac{125000}{990}} \cdot \sqrt{cm} = 11{,}24 \sqrt{cm}$ (485)

Schmiedeeisen $\frac{l}{h} = \sqrt{\frac{250000}{400}} \cdot \sqrt{cm} = 25{,}00 \sqrt{cm}$. (486)

Würde man zu prüfen haben, ob eine runde, am Fußende befestigte und am Kopfende freie Stütze auf Druck oder Zerknicken zu berechnen sei, so ist

$$\sqrt{cm} = \sqrt{\frac{1}{16} \cdot \frac{\pi^2}{4}} = \frac{\pi}{8}$$

zu setzen, woraus man für die genannten drei Materialien und für jenen ersten Befestigungsfall der Stütze aus

Holz $\frac{l}{h} = 17{,}32 \cdot \frac{\pi}{8} = 6{,}798$, (487)

Gußeisen $\frac{l}{h} = 11{,}24 \cdot \frac{\pi}{8} = 4{,}41$, (488)

Schmiedeeisen $\frac{l}{h} = 25 \cdot \frac{\pi}{8} = 9{,}81$ (489)

erhält. Wird in Gleichung (482) das Verhältniß

$$\frac{l}{h} \gtrless \sqrt{\frac{E}{D}} \cdot \sqrt{c.m}, \quad . \quad . \quad . \quad (490)$$

so ist die Stütze im ersten Falle auf Ausbiegung, bzw. Zerknicken, im letzteren Falle auf Druck zu berechnen. Wir unterscheiden hiernach Stützen, welche einem Drucke und Stützen, welche einer Ausbiegung zu widerstehen haben.

I. Auf Druck widerstehende Stützen.

Damit diese Stützen den Relationen (417) und (418) entsprechen können, beträgt nach Gleichung (420) deren Querschnitt für eine beliebige Ordinate

$$q_x = \frac{P + G_x}{k}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (491)$$

mithin ergiebt sich für die ganze Länge der Stütze, für welche $x = l$ ist, der größte Querschnitt

$$q_l = \frac{P + G_l}{k}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (492)$$

Die Stützen können diesen Bedingungen derart entsprechen, daß ihre Querschnitte für jede Ordinate entweder gleich oder ungleich sind.

1. Die geschlossenen Stützen mit constanter Querschnittsform.

Der Querschnitt dieser Stützen, wovon Fig. 1 u. 17, Tafel 6, ein Beispiel enthält, ergiebt sich aus Gleichung (492), wenn darin

$$G_l = \gamma \cdot q_l \cdot l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (493)$$

gesetzt wird, zu

$$q_l = \frac{P}{k - \gamma l}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (494)$$

Für jeden Querschnitt in dem Abstande x von dem Kopfe der Stütze ergiebt sich

$$q_x > \frac{P}{k - \gamma x}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (495)$$

mithin in diesem Abstande ein Querschnittsüberschuß von

$$P\left(\frac{1}{k - \gamma l} - \frac{1}{k - \gamma x}\right) = P \cdot \frac{\gamma (l - x)}{(k - \gamma l)(k - \gamma x)} \quad (496)$$

und an dem Pfeilerkopfe selbst, für welchen $x = 0$ ist, ein größter von

$$P \cdot \frac{\gamma l}{k (k - \gamma l)}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (497)$$

2. Die geschlossenen Stützen mit variabler Querschnittsform.

Um den durch Gleichung (496) dargestellten Querschnittsüberschuß ganz oder theilweise zu vermeiden, muß die Stütze entweder durchweg oder an mehreren Stellen der Relation (491) genügen. Im ersten Falle erhält man die Stützen von gleichem Widerstande, im letzten Falle die Stützen von theilweise gleichem Widerstande gegen Druck oder Stützen mit, dem Körper von gleichem Widerstande gegen Druck angenäherter, Form.

a) Die Stützen von gleichem Widerstande gegen Druck.

Soll die Form der Stütze diesen constanten Widerstand der Quadrateinheit jeder ihrer Querschnittsflächen entwickeln, so muß auch für den im Abstande $x + dx$ vom Kopfe der Stütze befindlichen Querschnitt $q_x + dq_x$

$$k (q_x + dq_x) = P + G_x + \gamma q_x dx \quad . \quad (498)$$

sein. Wird Zähler und Nenner des rechtsseitigen Bruches durch k dividirt, so ergiebt sich

$$q_x + dq_x = \frac{P + G_x}{k} + \frac{\gamma}{k} q_x dx, \quad . \quad (499)$$

und wenn für $\frac{P + G_x}{k}$ aus Gleichung (491) sein Werth gesetzt und reducirt wird,

$$\frac{dq_x}{q_x} = \frac{\gamma}{k} dx, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (500)$$

woraus durch Integration:

$$\text{log. nat. } q_x + \text{Const.} = \frac{\gamma}{k} x. \quad . \quad . \quad (501)$$

Da für $x = 0$ auch $q_x = q_0$ wird, so ist Const. = log. nat. q_0, mithin wenn dieser Werth in Gleichung (501) eingesetzt wird,

$$\log.\,\text{nat.}\,\frac{q_x}{q_0} = \frac{\gamma}{k}\,x, \quad . \; . \; . \quad (502)$$

und wenn man zu den Nummern übergeht, wobei $e = 2{,}7182818$ die Basis des natürlichen Logarithmensystems bezeichnet, für jeden beliebigen Querschnitt einer Stütze von gleichem Widerstande

$$q_x = q_0 \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}x}, \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (503)$$

ein Werth, welcher in dem obersten Querschnitte, für welchen $x = 0$, in:

$$q_x = q_0, \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (503^a)$$

wie es sein muß, und für den untersten Querschnitt, für welchen $x = l$, übergeht in:

$$q_l = q_0 \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}l} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (503^b)$$

Wird mit y die variable Abmessung des Querschnittes q_x und mit C eine von dessen Form abhängige Constante bezeichnet, so erhält man

$$q_x = C y^2, \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (504)$$

und wenn dieser Werth in Gleichung (503) eingeführt wird, die Gleichung der Begrenzungslinie der Stütze:

$$y = \pm \sqrt{\frac{q_0}{C} \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}x}} \quad . \; . \; . \; . \quad (505)$$

Für $x = 0$ wird $y = \pm \sqrt{\frac{q_0}{C}}$,

„ $x = \infty$ „ $y = \pm \infty$,

„ $x = -\infty$ „ $y = 0$.

Die der Gleichung (505) entsprechende Curve besitzt mithin zwei, zur Axe X symmetrische Aeste, welche für negative Werthe von x die Axe X zur Asymptote haben, für unendlich große positive Werthe von x aber sich in's Unendliche von ihr entfernen.

Für die Praxis sind von besonderem Interesse der quadratische, rechteckige, kreisförmige und ringförmige Querschnitt.

1) Für den quadratischen Querschnitt ist zu setzen:

$$q_x = (2y)^2 = q_0 \,.\, e.^{\frac{\gamma}{k}x}, \quad . \; . \; . \quad (506)$$

woraus:

$$y = \sqrt{\frac{q_0}{4} \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}x}}, \quad . \; . \; . \; . \quad (507)$$

und wenn man zu den gemeinen oder Brigg'schen Logarithmen übergeht:

$$\log y = \frac{1}{2}\left[\log.\frac{q_0}{4} + \frac{\gamma}{k}\,x \log e\right]$$
$$= \frac{1}{2}\left[\log.\frac{q_0}{4} + 0{,}434\,\frac{\gamma}{k}\,x\right].$$

2) Für den rechteckigen Querschnitt mit einer constanten Seite ist zu setzen:

$$q_x = 2y \,.\, c = q_0 \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}x},$$

$$\text{woraus } y = \frac{q_0}{2c} \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}x}, \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (508)$$

und wenn man zu den Brigg'schen Logarithmen übergeht:

$$\log y = \log.\frac{q_0}{2c} + \frac{\gamma}{k}\,x \,.\, \log e = \log.\frac{q_0}{2c} + 0{,}434\,\frac{\gamma}{k}\,x.$$

3) Für den rechteckigen Querschnitt mit dem constanten Seitenverhältniß $\frac{1}{\alpha}$ ist zu setzen:

$$q_x = 2y \,.\, 2\alpha y = 4\alpha y^2 = q_0 \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}x},$$

$$\text{woraus } y = \sqrt{\frac{q_0}{4\alpha} \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}x}}, \quad . \; . \; . \quad (509)$$

und wenn man zu den Brigg'schen Logarithmen übergeht:

$$\log y = \frac{1}{2}\left[\log.\frac{q_0}{4\alpha} + 0{,}434\,\frac{\gamma}{k}\,x\right].$$

4) Für den kreisförmigen Querschnitt ist zu setzen:

$$q_x = \pi y^2 = q_0 \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}x},$$

$$\text{woraus } y = \sqrt{\frac{q_0}{\pi} \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}x}}, \quad . \; . \; . \quad (510)$$

und wenn man zu den Brigg'schen Logarithmen übergeht:

$$\log y = \frac{1}{2}\left[\log.\frac{q_0}{\pi} + 0{,}434\,\frac{\gamma}{k}\,x\right].$$

5) Für den ringförmigen Querschnitt ist zu setzen:

$$q_x = \pi\left[(y+d)^2 - y^2\right] = q_0 \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}x}.$$

Nun ist wegen

$$(y+d)^2 - y^2 = d\,(2y+d) = 2d\left(y + \frac{d}{2}\right) = 2d \,.\, y',$$

worin y' den mittleren Halbmesser bezeichnet,

$$y' = y + \frac{d}{2} = \frac{q_0}{2\pi d} \,.\, e^{\frac{\gamma}{k}x} \quad . \; . \quad (511)$$

und wenn man zu den Brigg'schen Logarithmen übergeht:

$$\log y' = \log.\frac{q_0}{2\pi d} + 0{,}434 \,.\, \frac{\gamma}{k}\,x.$$

Für den kreisförmigen Querschnitt ist in Gleichung (504) $C = \pi$, daher, wenn $q_0 = \frac{\gamma}{k} = 1$ gesetzt wird,

$$y^2 = \frac{e^x}{3{,}14} \text{ und } y = \sqrt{\frac{e^x}{3{,}14}},$$

und für den quadratischen Querschnitt ist $C = 4$, daher

$$y^2 = \frac{e^x}{4} \text{ und } y = \tfrac{1}{2}\sqrt{e^x}.$$

Setzt man x successive —4, —3, —2, —1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, so ergiebt sich die graphische Darstellung der beiden Curven für den kreisförmigen und quadratischen Querschnitt auf Tafel 5, Fig. 10.

Die vorstehend betrachteten Stützen sind solche mit verbreiterter Basis und wenig eingezogener, fast gerader Leitlinie.

b) Die Stützen mit den Körpern von gleichem Widerstande gegen Druck angenäherter Form.

Die Annäherung an die soeben betrachtete Form von gleichem Widerstande kann bei den in der Praxis erforderlichen Stützen unter Beibehaltung der quantitativen Werthe q_0 und q_1 der obersten und untersten Querschnittsfläche für eine angenommene oder anzunehmende Querschnittsform, ohne Gefahr für die Widerstandsfähigkeit des angewendeten Materiales entweder durch die Anwendung einer stetigen geraden oder converen Leitlinie, s. Fig. 2 und 18, Tafel 6, oder durch die Annahme prismatischer oder cylindrischer Absätze, s. Fig. 3 und 19, Tafel 6, bewirkt werden.

Erhalten diese Absätze von oben nach unten successive die Querschnitte q_1, $q_{11} \cdots q_m$ und die zugehörigen Längen l_1, $l_{11} \cdots l_m$, s. Fig. 11, Tafel 5, so ist, wenn die Widerstandsfähigkeit des angewendeten Materiales für die Quadrateinheit der untersten Querschnittsflächen dieser Absätze gleich angenommen wird:

$$k = \frac{P + \gamma q_1 l_1}{q_1} = \frac{P + \gamma q_1 l_1 + \gamma q_{11} l_{11}}{q_{11}} = \ldots \frac{P + \gamma q_1 l_1 + \cdots \gamma q_m l_m}{q_m}, \quad \ldots . \quad (512)$$

woraus:

$$q_1 = \frac{P}{k - l_1 \gamma},\; q_{11} = \frac{P + \gamma q_1 l_1}{k - l_{11}\gamma}, \ldots\ldots q_m = \frac{P + \gamma q_1 l_1 + \cdots q_{(m-1)} l_{(m-1)}}{k - l_m \cdot \gamma}. \quad \ldots . \quad (513)$$

Wird der Werth von q_1 in q_{11}, von q_1 und q_{11} in q_{111} und zuletzt von q_1, $q_{11} \cdots q_{m-1}$ in q_m substituirt, so findet man

$$q_1 = \frac{P}{k - l_1\gamma},\; q_{11} = \frac{Pk}{(k - l_1\gamma)(k - l_{11}\gamma)}, \ldots\ldots q_m = \frac{P k^{(m-1)}}{(k - l_1\gamma)(k - l_{11}\gamma)\ldots(k - l_m\gamma)}. \quad . \quad (514)$$

Sind die Absätze einander gleich, also $l_1 = l_{11} = \ldots l_m$, so ergiebt sich:

$$q_1 = \frac{P}{k - l\gamma};\; q_{11} = \frac{Pk}{(k - l\gamma)^2}; \ldots\ldots q_m = \frac{Pk^{m-1}}{(k - l\gamma)^m}. \quad \ldots\ldots . \quad (515$$

II. Auf Ausbiegung widerstehende Stützen.

Die Stützen können der Ausbiegung in der zwiefachen Weise entsprechen, daß sie einen constanten oder einen variabeln und in letzterem Falle einen solchen Querschnitt erhalten, daß sie in allen Querschnitten gleich leicht brechen oder die größte Spannung in allen ihren Querschnitten constant sei. Im letzteren Falle ergeben sich die Stützen von constanter Festigkeit gegen Ausbiegung, bzw. Zerknicken.

1. Die auf Ausbiegung widerstehenden Stützen mit constanter Querschnittsform.

Von der durch Gleichung (479) gegebenen Belastung $P = m . \frac{Et}{l^2}$ dieser Stützen, welche die Ausbiegung, bzw. Zerknickung erzeugen kann, darf in praxi nur ein durch Erfahrung bestimmter Antheil genommen oder es muß

$$P = \frac{m}{n} . \frac{Et}{l^2} \quad \ldots . \quad (516)$$

gesetzt werden, wobei $\frac{1}{n}$

für Holz $\frac{1}{10}$, für Gußeisen $\frac{1}{8}$, für Schmiedeeisen $\frac{1}{6}$ angenommen werden kann.

Wird der Werth des Elasticitätsmodul eingeführt und der erste Belastungsfall angenommen, für welchen $m = \frac{\pi^2}{4}$ ist, so erhält man das praktische Tragvermögen einer Stütze

$$\text{von Holz} \quad P_1 = \frac{2{,}467 . 120000}{10} . \frac{t}{l^2} = 29600 . \frac{t}{l^2}, \quad \ldots\ldots . \quad (517)$$

$$\text{von Gußeisen} \quad P = \frac{2{,}467 . 1010000}{8} . \frac{t}{l^2} = 308000 . \frac{t}{l^2}, \quad \ldots\ldots . \quad (518)$$

$$\text{von Schmiedeeisen} \quad P = \frac{2{,}467 . 2020000}{6} . \frac{t}{l^2} = 822400 . \frac{t}{l^2}, \quad \ldots\ldots . \quad (519)$$

worin t für jede einzelne Stütze constant ist.

Für Stützen mit rechteckigem, rundem und ringförmigem Querschnitte ist das Trägheitsmoment bzw.:

$t = \frac{b h^3}{12}$, worin b die größere und h die kleinere Seite des Rechtecks,

$t = \frac{\pi^2}{64} . D^4$, worin D den Durchmesser,

$t = \frac{\pi^2}{64} (D_1^4 - d^4)$, worin D_1 den äußeren und d den inneren Durchmesser

bezeichnet, durch dessen Einführung man je eine Querschnittsabmessung der Stütze ermitteln kann.

Vergleicht man unter übrigens gleichen Umständen das Tragvermögen der beiden letzten Stützen, so ist, wenn man mit P_m das Tragvermögen der massiven, mit P_h das Tragvermögen der hohlen Stütze bezeichnet,

$$\frac{P_m}{P_h} = \frac{D^4}{D_1^4 - d^4} \ldots \ldots \quad (520)$$

Sollen überdies die Querschnitte beider Stützen, bzw. deren Gewichte einander gleich sein, so muß

$$\frac{\pi}{4} D^2 = \frac{\pi}{4} (D_1^2 - d^2) \text{ oder } D^2 = D_1^2 - d^2$$

sein, für welchen Fall

$$\frac{P_m}{P_h} = \frac{(D_1^2 - d^2)^2}{D_1^4 - d^4} = \frac{D_1^2 + d^2}{D_1^2 - d^2} \ldots \quad (521)$$

Beträgt die Wandstärke der hohlen Säule $\frac{D_1}{n}$, so ist

$$D_1 = d + \frac{2}{n} D_1, \text{ mithin } D_1 = \frac{n}{n-2} d. \quad (522)$$

Wird dieser Werth quadrirt und eingeführt, so ergiebt sich

$$\frac{P_m}{P_h} = \frac{\left(\frac{n}{n-2}\right)^2 - 1}{\left(\frac{n}{n-2}\right)^2 + 1} = \frac{n-1}{\frac{n^2}{2} - n + 1}$$

$$= \frac{1}{\frac{n^2}{2(n-1)} - 1}, \ldots \ldots \quad (523)$$

ein Verhältniß, welches für $n = 2$ der Einheit, für $n > 2$ einem ächten Bruche gleich wird, mithin zu Gunsten der hohlen Stütze spricht.

2. Die auf Ausbiegung widerstehenden Stützen mit variabler Querschnittsform.

Entsprechen die Stützen der Forderung, daß sie in allen Querschnitten gleich leicht brechen oder die größte Spannung in allen ihren Querschnitten constant ist, so entstehen die Stützen von constanter Festigkeit gegen Ausbiegung, bzw. Zerknicken. Bleibt man bei der am oberen und unteren Ende zwar gegen seitliche Bewegung, aber nicht gegen Drehung festen Stütze stehen, so ist nach Gleichung (443) (459) und (460):

$$P y = \frac{p}{a_p} t, \ldots \ldots \quad (524)$$

woraus

$$y = \frac{p}{P} \cdot \frac{t}{a_p} = \frac{p}{P} \cdot z,$$

wenn darin $\frac{t}{a_p} = z$ gesetzt wird. Durch zweimalige Differentiation ergiebt sich, indem man z als eine Function der Abscisse x ansieht, successive

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{P} \cdot \frac{dz}{dx}$$

$$\text{und } \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{p}{P} \cdot \frac{d^2 z}{dx^2}.$$

Wird aus Gleichung (524) für P sein Werth gesetzt, so erhält man

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y a_p}{t} \cdot \frac{d^2 z}{dx^2},$$

und wenn aus Gleichung (461) für $\frac{d^2 y}{dx^2}$ sein Werth gesetzt wird,

$$-\frac{P}{E} = a_p . \frac{d^2 z}{dx^2},$$

woraus

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{P}{E} \cdot \frac{1}{a_p} \ldots \ldots \quad (525)$$

a) Die Stützen mit constanter Festigkeit gegen Ausbiegung bei constanter Dicke.

Wird die kleinste, in die Biegungsebene fallende Abmessung der Stütze, s. Tafel 5, Fig. 12, constant angenommen und die darauf senkrechte Dimension b gesucht, so ist, wenn in Gleichung (525) der Werth von z eingeführt wird,

$$\frac{d^2 \left(\frac{t}{a_p}\right)}{dx^2} = -\frac{P}{E} \cdot \frac{1}{a_p},$$

mithin, da in diesem Falle a_p constant ist:

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = -\frac{P}{E},$$

woraus

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{P}{E} x + \text{Const.}$$

Für $x = \frac{l}{2}$ ist $\frac{dt}{dx} = 0$, mithin Const. $= \frac{P}{E} \cdot \frac{l}{2}$ und

$$\frac{dt}{dx} = \frac{P}{E}\left(\frac{l}{2} - x\right), \ldots \quad (526)$$

woraus

$$t = \frac{P}{E}\left(\frac{x l - x^2}{2}\right), \ldots \quad (527)$$

weil für $x = 0$ auch $t = 0$ wird, mithin die Constante verschwindet.

Für den mittleren, stärksten Querschnitt ist

$$x = \frac{l}{2} \text{ und } t_{1/2} = \frac{P}{E} \cdot \frac{l^2}{8}, \quad . \quad . \quad (528)$$

und wenn dieser Werth in Gleichung (527) eingeführt wird:

$$t = 4\,\frac{t_{1/2}}{l^2}\,x\,(l - x) = 4\,.\,t_{1/2}\,.\,\frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right). \quad (529)$$

Verhalten sich die Breiten b wie die ihnen entsprechenden Trägheitsmomente t, ist mithin

$$\frac{b}{b_{1/2}} = \frac{t}{t_{1/2}},$$

so ergiebt sich durch Einführung dieses Werthes in Gleichung (529):

$$b = 4\,b_{1/2}\,.\,\frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right), \quad . \quad . \quad . \quad (530)$$

mithin eine parabolische Begrenzungslinie der Stütze.

Ist der Werth $t_{1/2}$ für jenen mittleren Querschnitt bestimmt, so ergiebt sich aus Gleichung (528)

$$P = 8\,.\,\frac{E\,t_{1/2}}{l^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (531)$$

Ist dagegen P und eine Abmessung, z. B. die constante Dicke c des dem Trägheitsmomente $t_{1/2}$ entsprechenden Querschnittes der Stütze gegeben, so läßt sich aus der Gleichung (528) die andere Abmessung $b_{1/2}$ jenes Querschnittes finden. Durch Einführung dieses Werthes in Gleichung (530) ergeben sich dann die übrigen Breiten b.

b) Die Stützen mit constanter Festigkeit gegen Ausbiegung bei constanter Breite.

Wird die senkrecht auf der Ausbiegungsebene stehende Breite b der Stütze, s. Tafel 5, Fig. 13, constant angenommen, so ist, wenn in Gleichung (525) $\frac{1}{a_p}$ als eine Function von $z = \frac{t}{a_p}$ angesehen und diese Differentialgleichung integrirt wird, bekanntlich

$$x = \sqrt{\frac{E}{P}} \int \frac{dz}{\sqrt{C - 2\int \frac{dz}{a_p}}}, \quad . \quad (532)$$

worin C eine später zu bestimmende Constante bezeichnet. Werden auch hier die Querschnitte proportional angenommen, so ist, wenn c und c_1 die variablen Dicken der Stütze an den Enden und in der Mitte bezeichnen,

$$\frac{t}{t_1} = \frac{c^3}{c_1^{\,3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (533)$$

und ferner

$$\frac{a_p}{a'_p} = \frac{c}{c_1}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (534)$$

mithin

$$\frac{1}{a_p} = \frac{c_1}{c\,.\,a_p'}$$

und

$$z = \frac{t}{a_p} = \frac{t_1}{a_p'\,.\,c_1^{\,2}}\,.\,c^2, \quad . \quad . \quad . \quad (535)$$

woraus durch Differentiation:

$$dz = 2\,.\,\frac{t_1}{a_p{}^1\,.\,c_1^{\,2}}\,.\,c\,dc. \quad . \quad . \quad . \quad (536)$$

Werden die Werthe (535) u. (536) in Gleichung (532) eingeführt, so ergiebt sich

$$x = \sqrt{\frac{E}{P}} \int \frac{2\,\frac{t_1}{a_p'\,c_1^{\,2}}\,.\,c\,dc}{\sqrt{C - 4\,\frac{t_1}{a'_p\,c_1^{\,2}}\int dc}} = \int \frac{c\,dc}{\sqrt{\frac{PC}{2E\,\frac{t_1}{a_p'\,c_1^{\,2}}} - \frac{P\,c_1^{\,3}}{E\,t_1}\,c}} = \int \frac{c\,dc}{\sqrt{C_1 - C_{11}\,.\,c}}, \quad . \quad (537)$$

wenn der Kürze halber:

$$\frac{PC}{2E\,\frac{t_1}{a_p'\,.\,c_1^{\,2}}} = C_1 \quad \text{und} \quad \frac{P\,c_1^{\,3}}{E\,t_1} = C_{11} \quad (538)$$

gesetzt wird. Führt man, um Gleichung (537) integriren zu können, den Hilfswerth $\sqrt{C_1 - C_{11}\,c} = y$ ein, woraus sich $c = \frac{C_1 - y^2}{C_{11}}$ und $dc = -\frac{2\,y\,dy}{C_{11}}$ ergiebt, so erhält man durch Einsetzung dieser Werthe

$$x = -\int \frac{\frac{C_1 - y^2}{C_{11}}\,.\,\frac{2\,y\,dy}{C_{11}}}{\sqrt{C_1 - C_{11}\,.\,\frac{C_1 - y^2}{C^{11}}}} = -\frac{2}{C_{11}^{\,2}}\int (C - y^2)\,dy, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (539)$$

woraus durch Integration

$$x = -\frac{2}{C_{11}^{\,2}}\left(C_1 - \frac{y^2}{3}\right)y + C_{111}$$

und wenn der Werth für y eingeführt wird:

$$x = -\frac{2}{3\,C_{11}^{\,2}}(2\,C_1 + C_{11}\,c)\sqrt{C_1 - C_1\,c} + C_{111}. \quad (540).$$

Da das erste Glied dieser Gleichung eine Wurzelgröße als Factor enthält, mithin positiv und negativ werden kann, einem und demselben Werthe von c aber zwei verschiedene, jedoch von der Mitte $\frac{1}{2}$ der Stütze gleichweit abstehende Werthe von x entsprechen müssen, so folgt, daß $C_{111} = \frac{1}{2}$ sein muß. Wird dieser Werth in Gleichung (540) eingeführt, so ergiebt sich, wenn der Factor $2 C_1 + C_{11} c$ unter das Wurzelzeichen gebracht und die Multiplication ausgeführt wird, nach einiger Reduction:

$$x = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{4 C_1^3}{C_{11}^4} - \frac{c^3}{C_{11}} - \frac{3 C_1 c^2}{C_{11}^2}} . \quad (541)$$

Da für $x = 0$ auch $c = 0$ werden muß, so ergiebt sich aus Gleichung (540)

$$\frac{4}{3 C_{11}^2} \sqrt{C_1^3} = \frac{1}{2}$$

und hieraus $$C_1 = \sqrt[3]{\frac{9 l^2 . C_{11}^4}{64}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (542)$$

Werden die Werthe von C_1 und C_{11} aus Gleichung (542) u. (538) in Gleichung (541) eingesetzt, so ergiebt sich:

$$x = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sqrt{4 . \frac{9}{64} l^2 - \frac{c^3}{c_1^3} . \frac{E t_1}{P} - 3 c^2 \sqrt[3]{\frac{9}{64} . \left(\frac{E t_1 l}{P . c_1^3}\right)^2}}$$
$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{64}{9.4} . \frac{c^3}{c_1^3} . \frac{E t_1}{P l_2} - \frac{3}{4} \left(\frac{c}{c_1} \sqrt[3]{\frac{64}{9} . \frac{E t_1}{P l^2}}\right)^2}$$
$$= \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{\left(1 + \frac{c}{c_1} \sqrt[3]{\frac{8 E t_1}{9 P l^2}}\right)^2 \left(1 - \frac{c}{c_1} \sqrt[3]{\frac{64}{9} . \frac{E t_1}{P l^2}}\right)}\right]$$
$$= \frac{1}{2} \left[1 \pm \left(1 + \frac{c}{c_1} \sqrt{\frac{8 E t_1}{9 P l^2}}\right) \sqrt{1 - \frac{c}{c_1} \sqrt{\frac{64 E t_1}{9 P l^2}}}\right] . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (543)$$

Da in dieser Gleichung für $x = \frac{1}{2}$ die Dicke $c = c_1$ werden muß, so ergiebt sich hieraus sofort die Belastung

$$P = \frac{64}{9} . \frac{E t_1}{l^2} , \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (544)$$

mithin, wenn dieser Werth in Gleichung (543) eingeführt wird,

$$x = \frac{1}{2} \left[1 \pm \left(1 + \frac{c}{2 c_1}\right) \sqrt{1 - \frac{c}{c'}}\right] , \quad (545)$$

woraus sich

$$\left(1 + \frac{c}{2 c'}\right)^2 \left(1 - \frac{c}{c_1}\right) = \left(1 - \frac{2 x}{l}\right)^2 \quad (546)$$

und ferner

$$c^3 + 3 c' . c^2 = 16 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right) c_1^3 \quad . \quad (547)$$

ergiebt. Hieraus kann für eine gegebene Länge l und berechnete Dicke c_1 der Stütze in deren Mitte die Dicke c für jeden beliebigen Werth von $x = 0$ bis $x = l$ gefunden werden. Für $x = 0$ und $x = l$ wird $c = 0$ und für $x = \frac{1}{2}$ wird $c = c_1$, wie es sein muß. Die Dicke c_1 ergiebt sich aus Gleichung (544), in welcher $t_1 = \frac{b c_1^3}{12}$ zu setzen ist, woraus alsdann

$$c_1 = {}^3/_4 \sqrt[3]{\frac{4 P l^2}{b E}} \quad . \; . \; . \; . \quad (548)$$

gefunden wird.

c) Die Stützen mit constanter Festigkeit gegen Ausbiegung bei ähnlichen Querschnitten.

In diesem, auf Tafel 5, Fig. 14, dargestellten Falle, von welchem Fig. 4 auf Tafel 6 eine Anwendung zeigt, finden die Relationen

$$\frac{a}{a_1} = \frac{c}{c_1} = \frac{b}{b_1} \quad . \; . \; . \; . \quad (549)$$

und

$$\frac{t}{t_1} = \frac{b c^3}{b_1 c_1^3} = \frac{c^4}{c_1^4} \quad . \; . \; . \quad (550)$$

statt, mithin ergiebt sich:

$$z = \frac{t}{a} = \frac{t_1 c^3}{a_1 c_1^3} \text{ und } d z = \frac{3 t_1}{a_1 c_1^3} c^2 d c . \quad (551)$$

Werden die Werthe (551) in das Integral (532) der Gleichung (525) eingeführt, so erhält man:

$$x = \sqrt{\frac{E}{P}} \int \frac{\frac{3 t_1}{a_1 c_1^3} . c^2 d c}{\sqrt{C - 2 \frac{3 t_1}{a_1^2 c_1^2} \int c d c}} = \int \frac{c^2 d c}{\sqrt{\frac{C P}{E} \left(\frac{a_1 c_1^3}{3 t_1}\right)^2 - \frac{P}{3 E} . \frac{c_1^4}{t_1} . c^2}} = \int \frac{c^2 d c}{\sqrt{C_1 - C_{11} . c^2}} , \quad (552)$$

wenn der Kürze halber $\frac{C P}{E} \left(\frac{a_1 c_1^3}{3 t_1}\right)^2 = C_1$ und $\frac{P . c_1^4}{3 E t_1} = C_{11}$ gesetzt wird. . . . . . (553)

Das Integral dieser Gleichung ist bekanntlich:

$$x = -\frac{c}{2\,C_{11}}\sqrt{C_1 - C_{11}\,c^2} + \frac{C_1}{2\,C_{11}\sqrt{C_{11}}}\,\mathrm{arc}\left(\sin = c\sqrt{\frac{C_{11}}{C_1}}\right) + \mathrm{Const.}, \quad . \quad . \quad . \quad (554)$$

worin, weil für $x = 0$ auch $c = 0$ wird, die Constante verschwindet. Für $x = l$ wird ebenfalls $c = 0$, aber auch $\mathrm{arc}\left(\sin = c\sqrt{\frac{C_{11}}{C_1}}\right) = \pi$, folglich auch

$$C_1 = \frac{2\,l\,C_{11}\sqrt{C_{11}}}{\pi}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (555)$$

Setzt man überdies $c = \sqrt{\frac{C_1}{C_{11}}}$, so wird

$$\mathrm{arc}\,(\sin = 1) = \frac{\pi}{2},$$

mithin, wenn diese drei Werthe in Gleichung (554) eingeführt werden, $x = \frac{l}{2}$, woraus folgt, daß

$$c_1 = \sqrt{\frac{C_1}{C_{11}}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (556)$$

mithin, wenn dieser Werth in Gleichung (554) eingeführt wird,

$$x = \frac{l}{\pi}\left[\mathrm{arc}\left(\sin = \frac{c}{c_1}\right) - \frac{c}{c_1}\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_1^{\,2}}}\right]. \quad (557)$$

Aus dem Werthe (556) entspringt, wenn zugleich der Werth (555) für C_1 und (553) für C_{11} gesetzt wird,

$$c_1^{\,2} = \frac{C_1}{C_{11}} = \frac{2\,l\sqrt{C_{11}}}{\pi} = \frac{2\,l}{\pi}\,c_1^{\,2}\sqrt{\frac{P}{3\,E\,t_1}}$$

woraus sich die Belastung

$$P = \frac{3\,\pi^2\,E\,t_1}{4\,.\,l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (558)$$

ergiebt. Bildet der Querschnitt dieser Stütze ein Quadrat, so ist $t_1 = \frac{c_1^{\,4}}{12}$, woraus

$$c_1 = 2\sqrt[4]{\frac{l^2}{\pi^2}\cdot\frac{P}{E}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (559)$$

folgt. Bildet der Querschnitt dieser Stütze einen Kreis, so ist $t_1 = \frac{\pi}{64}\,c_1^{\,4}$, woraus sich

$$c_1 = 4\,.\sqrt{\frac{l^2\,.\,P}{3\,.\,\pi^3\,.\,E}} \quad . \quad . \quad . \quad (560)$$

ergiebt. Wird dieser Werth von Gleichung (559) oder (560) in Gleichung (557) eingeführt, so läßt sich für eine mit der Last P beschwerte Stütze von der Länge l und mit beziehungsweise quadratischem oder rundem Querschnitte die entsprechende Form finden.

B. Stützen mit geneigt wirkender Belastung.

Hierzu gehören alle Stützen, welche außer ihrem eignen Gewichte und bisweilen einer besonderen lothrechten Belastung dem seitlichen Drucke einer Erd- oder Wassermasse oder beider zugleich, sowie dem Seitenschube einer Ueberbauconstruction, insbesondere demjenigen eines gestützten oder aufgehängten Trägers zu widerstehen haben.

I. Die einem Erd- oder Wasserdrucke oder beiden zugleich widerstehenden Stützen.

Hierher gehören die Ufer- und Quaimauern, sowie die Uferbohlwerke, welche zugleich einen Wasserlauf begrenzen und ein Ufer stützen, und wobei die Quaimauern Ufermauern von der Höhe des Ufers bilden, ferner die Futtermauern, die trocknen oder Landbohlwerke und Bassinmauern: Bauten, deren Stabilität nicht selten durch eine Verankerung oder Verstrebung noch befördert wird.

Bezeichnet P und G_1 beziehungsweise die Belastung und das Gewicht eines der genannten Bauwerke für die laufende Einheit, A den dieser Gesammtlast entsprechenden Gegendruck A des Baugrundes, so stellt Gleichung (406) den Gleichgewichtszustand gegen lothrechtes Fortschreiten dar.

Der in Gleichung (408) enthaltene Werth H setzt sich zusammen aus den waagrechten Componenten H_e und H_w der Resultanten des Erd-, beziehungsweise Wasserdruckes, welche nach entgegengesetzten Richtungen wirken, mithin ist $H = H_e - H_w$ und es besteht Gleichgewicht gegen waagrechtes Fortschreiten, wenn Gleichung (408) übergeht in

$$H' = H_e - H_w. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (561)$$

Bezeichnet H_a die Horizontalwirkung eines Erdankers, M ein später zu entwickelndes Stabilitäts- oder Biegungsmoment für die laufende Einheit, $\frac{h_e}{m}$, $\frac{h_w}{m}$ und h_a bzw. den Hebelsarm von H_e, H_w und H_a, so besteht mit Bezug auf Tafel 5, Fig. 15, Gleichgewicht gegen drehende Bewegung um den Punkt D, wenn

$$H_e\,.\,\frac{h_e}{m} = H_w\,.\,\frac{h_w}{m} + H_a\,.\,h_a + M. \quad (562)$$

Der Erddruck, welcher bekanntlich an dem Hebelsarm $\frac{h_e}{m} = \frac{h_e}{3}$ wirkt, ergiebt sich aus der Gleichung

$$H_e = \frac{h_e^{\,2}}{2}\,.\,\gamma_e\,.\,\mathrm{tg}^2\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)^{*)}, \quad . \quad (563)$$

*) Vergl. die graphische Erläuterung dieser Formel, sowie die Werthe von γ_e und ϱ für die wichtigsten Erdarten in: Heinzerling,

worin h_e die lothrechte Höhe,
γ_e das Gewicht der cubischen Einheit und
ϱ den Reibungswinkel
des hinterfüllten Bodens bezeichnet.

Der Wasserdruck, welcher bekanntlich an dem Hebelsarme $\frac{h_w}{m} = \frac{h_w}{3}$ wirkt, ergiebt sich aus der Gleichung*)

$$H_w = \frac{h_w^2}{2} \cdot \gamma_w, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (564)$$

worin h_w die Druckhöhe und
γ_w das Gewicht der cubischen Einheit des Wassers
bedeutet, während der theoretisch nicht bestimmbare Widerstand H_a des Erdankers durch besonders anzustellende Versuche und das Moment M für die Futter-, Ufer- und Quaimauern aus der Stabilitätstheorie, für die Bohlwerke aus der Biegungstheorie zu bestimmen ist.

1. Die Ufer-, Quai- und Futtermauern, s. Taf. 6, Fig. 9 und Taf. 8, Fig. 3, 11, 12, 13.

a) Herstellung des Gleichgewichtes gegen lothrechtes Fortschreiten.

Wird mit Q die laufende Einheit der belasteten oder tragenden Fläche des Baugrundes, mit w dessen kleinste Widerstandsfähigkeit für jene laufende Einheit bezeichnet, ist mithin

$$A = wQ, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (565)$$

so leistet nach Gleichung (406) der Boden den genügenden Widerstand, wenn

$$wQ = P + G_1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (566)$$

welcher

a) bei durchweg festem Baugrunde ohne künstliche Gründung,
b) bei unfestem Ober- und festem Unter-Grunde durch steinerne Grundpfeiler oder Rostpfähle, s. Tafel 8, Fig. 18 und 23.
c) bei durchweg unfestem Baugrunde entweder durch
   α) Verbesserung desselben, z. B. durch Ersatz mittels Sand und Kies, s. Tafel 8, Fig. 24, Compression mittels Füllpfählen und Steinsäulen, s. Tafel 8, Fig. 25 und 26, Entwässerung von Thon- und Lehmschichten, oder durch
   β) ausgedehnte Verbreiterung der tragenden Fläche, z. B. durch Anwendung eines liegenden Rostes rc., s. Tafel 8, Fig. 27 bis 31, oder durch
   γ) Erzeugung der genügenden Seitenreibung, z. B. durch Senkbrunnen, eingerammte Holzpfähle, Sandpfähle, s. Tafel 8, Fig. 32—34, oder durch
   δ) Tieferlegen der tragenden Fläche bis zum Eintritte des Schwimmens in erweichter Bodenmasse

erzeugt werden kann.

„Die angreifenden und widerstehenden Kräfte der Brücken- und Hochbauconstructionen“. Berlin 1867, S. 22.

*) Den Werth von γ_w s. a. a. O., S. 23.

b) Herstellung des Gleichgewichtes gegen waagrechtes Fortschreiten.

Wird mit μ die Reibung der Mauer auf der tragenden Fläche bezeichnet, so ist, da die Belastung P eine nur zeitweise ist, also nicht immer zur Verhinderung einer Verschiebung beiträgt, im ungünstigsten Falle

$$\mu G_1 = H, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (567)$$

mithin wird von der tragenden Fläche ein genügender Verschiebungswiderstand geleistet, wenn für Ufer- und Futtermauern bzw.

$$\mu G_1 = H_e - H_w, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (568)$$

$$\mu G_1 = H_e, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (569)$$

wobei der Reibungswiderstand nöthigenfalls durch künstliche Unebenheiten der tragenden Fläche, z. B. Verzahnungen, s. Tafel 8, Fig. 14, und hervortretende Grundpfähle, s. Tafel 8, Fig. 8, oder durch die Neigung der tragenden Fläche gegen die Erdhinterfüllung, s. Tafel 8, Fig. 3 und 13 unterstützt werden kann.

c) Herstellung des Gleichgewichtes gegen drehende Bewegung.

Die nur zeitweise Belastung P trägt nur im günstigsten Falle zur Stabilität bei, muß daher auch hier außer Betracht bleiben. Bezeichnet man mit g den Hebelsarm, woran das Gewicht G_1 der Mauer um den Punkt D dreht, ist mithin

$$M = G_1 g, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (570)$$

so wird die Drehung verhindert, wenn mit oder ohne Anwendung des Erdankers beziehungsweise ist:

$$G_1 g = H_e \cdot \frac{h_e}{3} - H_w \frac{h_w}{3} - H_a h_a, \quad (571^a)$$

$$G_1 g = H_e \frac{h_e}{3} - H_w \frac{h_w}{3}. \quad . \quad . \quad . \quad (571^b)$$

Bei Futtermauern, für welche $H_w = 0$, verwandeln sich beide Gleichungen beziehungsweise in:

$$G_1 g = H_e \frac{h_e}{3} - H_a h_a, \quad . \quad . \quad (572^a)$$

$$G_1 g = \frac{H_e h_e}{3}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (572^b)$$

Nimmt man eine Mauer mit senkrechter Hinterwand und dem beliebigen Anlaufe m der Stirnfläche an, so ist, wenn unter γ_{11} das Gewicht der cubischen Einheit des anzuwendenden Mauerwerkes verstanden wird, mit Rücksicht auf die Bezeichnungen der Figur 16 auf Tafel 5:

$$G_1 = \frac{(2x + mh)}{2} . h . \gamma_{11} . \quad . \quad . \quad (573)$$

Ferner ist, wenn die statischen Momente der einzelnen Theile dem statischen Momente des ganzen Mauerquerschnittes in Bezug auf den Drehpunkt D gleichgesetzt werden:

$$\frac{(2x + mh)}{2} h . g = \frac{h . mh}{2} . \frac{2mh}{3} + xh\left(\frac{x}{2} + mh\right),$$

woraus

$$g = \frac{2}{2x + mh}\left(\frac{m^2 h^2}{3} + \frac{x^2}{2} + mxh\right). \quad (574)$$

Werden die Werthe von G_1 und g in Gleichung (571^a) eingeführt, so folgt:

$$h\gamma_{11}\left(\frac{m^2 h^2}{3} + \frac{x^2}{2} + mxh\right) = H_e \frac{h_e}{3} - H_w . \frac{h_w}{3} - H_a h_a,$$

woraus, wenn diese quadratische Gleichung für x aufgelöst wird, die obere Breite der Mauer:

$$x = -mh + \sqrt{\frac{2}{h\gamma_{11}}\left(H_e \frac{h_e}{3} - H_w . \frac{h_w}{3} - H_a h_a\right) + \frac{m^2 h^2}{3}}, \quad . . . . . . \quad (575)$$

und wenn der Erdanker fortgelassen wird:

$$x = -mh + \sqrt{\frac{2}{3h\gamma_{11}}(H_e h_e - H_w h_w) + \frac{m^2 h^2}{3}}. \quad . . . . \quad (576)$$

Soll für den letzteren, gewöhnlicheren Fall die Ufermauer als Quaimauer dienen, d. h. $h_e = h$ werden, so ergiebt sich:

$$x = -mh + \sqrt{\frac{2}{3\gamma_{11}}\left(H_e - H_w \frac{h_w}{h}\right) + \frac{m^2 h^2}{3}}. \quad . . . . \quad (577)$$

Soll für denselben Fall die Stirn der Ufermauer senkrecht, d. h. $m = 0$ werden, so erhält man aus Gleich. (576)

$$x = \sqrt{\frac{2}{3h\gamma_{11}}(H_e h_e - H_w h_w)}. \quad . \quad (578)$$

Soll zugleich $h_e = h$ und $m = 0$ werden, so ist:

$$x = \sqrt{\frac{2}{3\gamma_{11}}\left(H_e - H_w \frac{h_w}{h}\right)}. \quad . \quad (579)$$

Bei den Futtermauern, für welche $H_w = 0$, verwandelt sich Gleichung (576) in:

$$x = -mh + \sqrt{\frac{2}{3h\gamma_{11}} . H_e h_e + \frac{m^2 h^2}{3}}. \quad (580)$$

Soll die Futtermauer bis zu ihrem Kopfe hinterfüllt, d. h. $h_e = h$ werden, so erhält man:

$$x = -mh + \sqrt{\frac{2}{3\gamma_{11}} H_e + \frac{m^2 h^2}{3}}. \quad . \quad (581)$$

Soll die Stirn der Futtermauer senkrecht, oder $m = 0$ werden, so ist

$$x = \sqrt{\frac{2}{3h\gamma_{11}} H_e h_e}. \quad . \quad . \quad . \quad (582)$$

Soll zugleich $h_e = h$ und $m = 0$ werden, so ist

$$x = \sqrt{\frac{2}{3\gamma_{11}} . H_e}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (583)$$

Soll ein Erdanker angewendet werden, so sind aus Gleichung (575) die den Nummern (577) bis (583) analogen Gleichungen leicht abzuleiten.

---

2. Die Bohlwerke.

α) Mit unverstrebten Bohlwerkspfählen, s. Tafel 5, Fig. 17.

a. Herstellung des Gleichgewichtes gegen lothrechtes Fortschreiten.

Der Bedingung (406) ist bei den genannten Bauwerken in praxi um so leichter zu genügen, als das Gewicht G_1 der Bohlwerke verhältnißmäßig gering ist und der Gegendruck A des Baugrundes durch das Einrammen der Bohlwerkspfähle und die auf dieselben einwirkende Seitenreibung des umgebenden Bodens wesentlich gesteigert wird.

b. Herstellung des Gleichgewichtes gegen waagerechtes Fortschreiten.

Auch der Bedingung (561) wird hier um so leichter genügt, als die Bohlwerkspfähle jener Verschiebung durch ihre Abscheerungsfestigkeit einen weiteren bedeutenden Widerstand entgegensetzen.

c. Herstellung des Gleichgewichtes gegen drehende Bewegung.

Bezeichnet man mit

t das Trägheitsmoment,

s die zulässige Spannung, p die zulässige Pressung } für die Quadrateinheit,

a_s den Abstand der gespanntesten, a_p den Abstand der gepreßtesten } Faser von der neutralen Axe des Pfahlquerschnittes, so ist in Gleichung (562)

$$M = \begin{cases} \text{entweder} & \dfrac{s}{a_s} \cdot t \\ \text{oder} & \dfrac{p}{a_p} \cdot t, \end{cases}$$

Alternativwerthe, unter welchen der kleinere zu wählen ist. Da die Bohlwerkspfähle entweder beschlagen, und in diesem Falle rechteckig oder quadratisch, oder unbeschlagen, d. h. rund angewendet werden, für welche Formen $a_s = a_p = a$ wird, ferner für Holzmaterial erfahrungsgemäß*) $p < s$, mithin $\frac{p}{a_p} t < \frac{s}{a_s} t$ ist, so ist zu setzen:

$$M = \frac{p}{a} \cdot t. \quad \ldots \ldots \quad (584)$$

Wenn der Werth (584) in Gleichung (562) eingeführt und mit e die Entfernung der Bohlwerkspfähle von Mitte zu Mitte bezeichnet wird, so ergiebt sich

$$\frac{p}{a} t = e \left(H_e \frac{h_e}{3} - H_w \frac{h_w}{3} - H_a h_a \right). \quad (585)$$

und wenn ein Erdanker nicht zur Anwendung kommt,

$$\frac{p}{a} \cdot t = e \left(H_e \cdot \frac{h_e}{3} - H_w \cdot \frac{h_w}{3} \right). \quad . \quad (586)$$

Bestimmung der Pfahlquerschnitte. Sind die Bohlwerkspfähle

a) rechteckig mit dem für die Biegungsfestigkeit günstigsten Seitenverhältniß $\frac{b}{c} = \frac{5}{7}$, wobei die größte Seite c zur Richtung des Erddruckes parallel läuft, so wird $\frac{t}{a} = \frac{5}{7} \cdot \frac{c^3}{6}$, mithin, wenn dieser Werth in Gleichung (585) eingeführt und in Bezug auf c aufgelöst wird, die größere Seite des Pfahlquerschnittes:

$$c = \sqrt[3]{8{,}4 \cdot \frac{e}{p} \left(H_e \cdot \frac{h_e}{3} - H_w \frac{h_w}{3} - H_a h_a \right)}, \quad (587)$$

woraus die kleinere zu $b = \frac{5}{7} c$ gefunden wird,

b) quadratisch mit der Seite b, so wird: $\frac{t}{a} = \frac{b^3}{6}$, mithin für diesen Fall aus Gleichung (586)

$$b = \sqrt[3]{6 \frac{e}{p} \left(H_e \frac{h_e}{3} - H_w \frac{h_w}{3} - H_a h_a \right)}, \quad (588)$$

c) rund mit dem Durchmesser d, so wird $\frac{t}{a} = \frac{\pi}{32} d^3$, mithin aus Gleichung (585):

$$d = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \frac{e}{p} \left(H_e \frac{h_e}{3} - H_w \cdot \frac{h_w}{3} - H_a h_a \right)}. \quad (589)$$

*) Die Werthe von p und s finden sich a. a. O., S. 56 und 57.

Ist das Bohlwerk ein trocknes, so ist in den Gleichungen (587), (588) und (589) der Wasserdruck $H_w = 0$ zu setzen. Sind keine Ankerpfähle vorhanden, so verwandelt sich:

a) für rechteckige Bohlwerkspfähle Gleichung (587) in:

$$c = \sqrt[3]{2{,}8 \frac{e}{p} (H_e \cdot h_e - H_w h_w)}, \quad . \quad . \quad (590)$$

b) für quadratische Bohlwerkspfähle Gleichung (588) in:

$$b = \sqrt[3]{2 \frac{e}{p} (H_e h_e - H_w h_w)}, \quad . \quad . \quad (591)$$

c) für runde Bohlwerkspfähle Gleichung (589) in:

$$d = \sqrt[3]{3{,}2 \frac{e}{p} (H_e h_e - H_w \cdot h_w)}. \quad . \quad (592)$$

Ist das Bohlwerk ohne Ankerpfähle zugleich ein trocknes, so ist in den Gleichungen (590), (591) und (592) der Wasserdruck $H_w = 0$ zu setzen.

Die Frage, ob unter übrigens gleichen Umständen die rechteckigen, quadratischen oder runden Bohlwerkspfähle mit Bezug auf Holzersparniß die ökonomisch vortheilhafteren sind, beantwortet sich aus einer Vergleichung der zur Herstellung der rechteckigen und quadratischen Bohlwerkspfähle erforderlichen Stammdurchmesser

$$d' = c \sqrt{(5/7)^2 + 1} \text{ und } d'' = b \sqrt{2}$$

mit dem Stammdurchmesser d der runden Bohlwerkspfähle.

Entfernung der Bohlwerkspfähle. Sind Bohlwerkspfähle mit gegebenen Abmessungen zu verwenden, so ergiebt sich aus den Gleichungen (585) und (586) für Bohlwerke mit und ohne Ankerpfähle beziehungsweise die zweckmäßige Entfernung der Bohlwerkspfähle:

$$e = \frac{3\, p \cdot t}{a (H_e h_e - H_w \cdot h_w - 3 H_a h_a)} \quad . \quad (593)$$

und

$$e = \frac{3\, p t}{a (H_e \cdot h_e - H_w \cdot h_w)}, \quad . \quad . \quad (594)$$

zwei Gleichungen, in welchen $\frac{t}{a}$ für rechteckige, quadratische und runde Bohlwerkspfähle wie oben bzw.

$$\frac{5}{7} \frac{c^3}{6}, \quad \frac{b^3}{6} \text{ und } \frac{\pi}{32} d^3$$

zu setzen ist, Werthe, worin alsdann c, b oder d gegebene Größen sind.

Stärke der Futterbohlen. Die waagrechten Futterbohlen der Bohlwerke erleiden einen Erddruck, welcher sich aus der Differenz der Pressung ergiebt, welche der bis zu ihrer unteren und der bis zu ihrer oberen Kante wirkende Erdkeil ausübt. Liegt jene untere Kante in der Tiefe u, s. Tafel 5, Fig. 18, jene obere Kante in der

Tiefe o unter der Oberfläche des Füllgrundes, bezeichnen H_e^u und H_e^o die denselben entsprechenden Erddrucke für die laufende Einheit, so beträgt jene Druckdifferenz von Bohlwerkspfahl zu Bohlwerkspfahl $e\,(H_e^u - H_e^o)$, welche als ein gleichförmig vertheilter Druck auf die Futterbohle wirkt. Da die Futterbohlen an den Bohlwerkspfählen abwechselnd gestoßen, mithin als einerseits festgehaltene, andrerseits frei aufliegende Träger anzusehen sind, so beträgt das Angriffsmoment*) jener Druckdifferenz $\frac{e^2}{8}(H_e^u - H_e^o)$. Das Widerstandsmoment**) der Futterbohle beträgt, wenn mit $B = u - o$ deren Breite und mit δ deren Dicke bezeichnet wird, da die bei Bestimmung des Widerstandsmomentes der Bohlwerkspfähle gemachten Bemerkungen auch hier ihre Geltung behalten, $\frac{p B \delta^2}{6}$. Durch Gleichsetzung jenes Angriffs- und dieses Widerstandsmomentes der Futterbohle ergiebt sich:

$$\frac{e^2}{8}(H_e^u - H_e^o) = \frac{p.B.\delta^2}{6} \quad . \quad . \quad (595)$$

und hieraus die gesuchte Dicke der Futterbohle:

$$\delta = \frac{e}{2}\sqrt{\frac{3(H_e^u - H_e^o)}{p.B}} \quad . \quad . \quad . \quad (596)$$

Werden für H_e^u und H_e^o nach Gleichung (563) ihre Werthe und $u - o = B$ gesetzt, so wird:

$$H_e^u - H_e^o = (u^2 - o^2)\frac{\gamma_1}{2}\,tg^2\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)$$
$$= \frac{(u+o)}{2}\,B\gamma_1\,tg^2\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right) \quad (597)$$

und wenn dieser Ausdruck in Gleichung (596) eingeführt wird,

$$\delta = \frac{e\,tg\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)}{2}\sqrt{\frac{3\,(u+o)\,\gamma_1}{2.p}}, \quad . \quad (598)$$

worin $\frac{u+o}{2}$ die Tiefe der Schwerlinie der Bohle unter dem Erdplanum bedeutet.

Da die Erddrucke H_e^o und H_e^u, mithin auch deren Differenzen $H_e^u - H_e^o$ nach aufwärts abnehmen, so lassen sich, bei gleicher Biegungsfestigkeit, Futterbohlen von abnehmender Stärke anwenden. Sollen dieselben jedoch, wie dies zur Erleichterung der Ausführung in praxi meistens geschieht, eine durchweg gleiche Stärke erhalten, so ist für die Bestimmung von δ offenbar der Druck maaßgebend, welchen die unterste Futterbohle erleidet. Bezeichnet man mit h_u' und h_o' beziehungsweise die Tiefe ihrer Unter- und Oberkante unter dem Planum des Füllgrundes, so ergiebt sich als die für alle übrigen maaßgebende Stärke der untersten Futterbohlen

$$\delta = \frac{e.tg\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)}{2}\sqrt{\frac{3\,(h_u' + h_o')\,\gamma_1}{2p}}, \quad (599)$$

worin, wenn, wie dies nicht selten der Fall ist, das Terrain völlig durchnäßt und erweicht werden kann, $\varrho = 0$ zu setzen ist, woraus sich die größte Stärke der Futterbohlen:

$$\delta_{max} = \frac{e}{2}\sqrt{\frac{3\,(h_u' + h_o')\,\gamma_1}{2p}} \quad . \quad . \quad (600)$$

ergiebt.

β) mit verstrebten Bohlwerkspfählen.

Bei Bohlwerken, welche ein höheres, aufgefülltes gegen ein tiefer liegendes, gewachsenes Terrain zu stützen haben und deshalb durch Ankerpfähle nicht dauerhaft befestigt werden können, wird bei bedeutenderen Höhen mit den eingerammten Bohlwerkspfählen eine Verstrebung verbunden, welche bei Ermangelung des hierzu erforderlichen Raumes in den zu stützenden Erdkörper versteckt und andernfalls vor demselben angebracht wird, s. Tafel 5, Fig. 19 und 20. In beiden Fällen wird längs der Strebe ein Widerstand thätig, welcher von deren Querschnitt und Widerstandsfähigkeit für die Quadrateinheit des angewendeten Holzmateriales abhängt und durch den Erddruck hervorgerufen wird.

Bezeichnet man mit H_a die horizontale und mit V die verticale Componente dieses Widerstandes, welche in Bezug auf Drehpunkt D bzw. an den Hebelsarmen h_a und v wirken, mit $i = \sqrt{h_a^2 + v^2}$ die Länge der Strebe, so verwandelt sich mit Bezug auf Fig. 19 und 20 die Momentengleichung (562) in die folgende:

$$e H_e \cdot \frac{h_e}{3} = H_w h_w + V v + M, \quad . \quad . \quad (601)$$

worin M wieder den durch Gleichung (584) gegebenen Werth annimmt. Nennt man ferner q den Querschnitt der Strebe und versteht unter w die zulässige Anstrengung für dessen Quadrateinheit, so ist $H_a = w q . \frac{v}{i}$ und $V = w q . \frac{h_a}{i}$, mithin, wenn der Werth von i eingeführt wird:

$$e.H_e.\frac{h_e}{3} = 2 w q . \frac{v h_a}{i} + r.\frac{t}{a}, \quad . \quad (602)$$

worin $\frac{t}{a}$, je nachdem die Bohlwerkspfähle rechteckig, quadratisch oder rund, wieder wie oben bzw. $\frac{5c^3}{7.6}$, $\frac{b^3}{6}$ und $\frac{\pi}{32}d^3$ zu setzen ist. Da H_e und h_e bekannt ist, so läßt sich aus Gleichung (602) entweder, wenn der Querschnitt der Bohlwerkspfähle angenommen oder gegeben ist, der Querschnitt q der Streben, oder, wenn dieser gegeben ist, der Querschnitt der Bohlwerkspfähle bestimmen. Im ersteren Falle ergiebt sich:

*) Vergl. die Formel Nr. VII. a. a. O., S. 60.
**) Vergl. die Formel Nr. I. a. a. O., S. 63.

$$q = \frac{i}{2\,w\,v\,h_a}\left(e H_e \frac{h_e}{3} - r.\frac{t}{a}\right), \quad . \quad (603)$$

im letzteren Falle:

$$\frac{t}{a} = \frac{1}{r}\left(e H_e \frac{h_e}{3} - q.\frac{2\,w\,v\,h_a}{i}\right). \quad . \quad (604)$$

Ist die Verstrebungsconstruction, wie in Fig. 19, im erhöhten Erdkörper versteckt, so ist $w = s$ eine **Zugspannung** der Strebe und der Stützpunkt E hat der vertical aufwärts wirkenden Zugkraft

$$V = s q \frac{h_a}{i}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (605)$$

ist die Verstrebungsconstruction, wie in Fig. 20, vor dem erhöhten Erdkörper angebracht, so ist $w = p$ eine **Druckspannung** der Strebe und der Stützpunkt F hat der vertical abwärts wirkenden Druckkraft

$$V = p q \frac{h_a}{i} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (606)$$

zu widerstehen.

Die Stärke der Futterbohlen ist auch hier, je nach den verschiedenen dort angegebenen Umständen, aus den Gleichungen (598), (599) oder (600) zu bestimmen.

γ) mit aufgesetzten Bohlwerkspfählen.

Werden die Bohlwerkspfähle, um sie bei Reparaturen nicht immer ganz herausziehen zu müssen, unter Niedrigwasser abgeschnitten und ein alsdann leichter herauszunehmendes Bohlwerk aufgesetzt, s. Tafel 5, Fig. 21, so läßt sich deren Verbindungsstelle als Drehpunkt ansehen, in Bezug auf welchen nur noch das Moment des Erdankers, des Wasser- und Erddruckes in Betracht kommt, während das Biegungsmoment wegfällt. Man hat daher in Gleichung (562) $M = 0$ zu setzen und erhält mit Bezug auf die Bezeichnungen der Figur:

$$e H_e . \frac{h_e}{3} = e H_w . \frac{h_w}{3} + H_a . h_a, \quad . \quad (607)$$

woraus sich denn der von dem Erdanker zu leistende Widerstand

$$H_a = \frac{e}{3 h_a}(H_e h_e - H_w h_w) \quad . \quad . \quad (608)$$

ergiebt. Die Stärke der Futterbohlen wird unter den jeweiligen Umständen nach Gleichung (598), (599) oder (600) bestimmt.

II. Die einem Seitenschube der Ueberbauconstruction widerstehenden Stützen.

Nach den Gleichungen (13), (18) und (22), sowie (74), (75) und (76) äußern die balkenartigen Träger eine lothrechte, die aufgehängten und gestützten Träger eine horizontale Wirkung auf die Stützpunkte, welche beziehungsweise mit der durch die Gleichungen (77) und (78) gegebenen Größe nach der Oeffnung hin und mit der durch die Gleichungen (79) und (80) gegebenen Größe von der Oeffnung weg gerichtet ist. Dieser Horizontalwirkung haben daher deren Stützen beziehungsweise als **Anker** und als **Widerlager** zu widerstehen. Wir unterscheiden mithin die Ankerpfeiler der aufgehängten und die Widerlagspfeiler der gestützten Systeme der Ueberbauconstructionen.

1. Die Ankerpfeiler.

Die Ankerpfeiler kommen vorzugsweise bei Hängebrücken vor, deren Hängeträger sich als Spann- oder einhüftige Tragketten fortsetzen und in diesem Falle entweder wie in den bei weitem meisten Fällen auf Rollenstühlen liegen oder wie bei sehr geringen Spannweiten auf den Pfeilern befestigt sind.

a. Die Hängeträger auf Rollenstühlen.

Bezeichnet φ den Winkel, welchen die Haupttragkette und φ' den Winkel, welchen die Spannkette oder die Tangente der einhüftigen Tragkette mit dem Horizont einschließt, s. Tafel 5, Fig. 22, $S = \dfrac{H}{\cos\varphi}$ und $S' = \dfrac{H'}{\cos\varphi'}$ bzw. die in denselben entwickelte Spannung, so erfordert das Gleichgewicht gegen waagrechtes Fortschreiten, daß

$$S\cos\varphi = S'\cos\varphi', \quad . \quad . \quad . \quad (609)$$

in welchem Falle der Zug H aufgehoben, mithin die Wirkung der Träger auf einen lothrechten Druck und die Wirkung der Pfeiler auf einen lothrechten Gegendruck zurückgeführt erscheint.

b. Die Hängeträger auf festen Lagern.

Behalten φ, φ', S und S' ihre Bedeutung, so stellt sich für diesen Fall in den Trägern die gleiche Spannung

$$S' = S \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (610)$$

her und der Pfeiler hat dem Horizontalzug

$$H - H' = S(\cos\varphi - \cos\varphi')$$

zu widerstehen. In diesem Falle halbirt die Resultante R der beiden Spannungen S den Winkel $180 - (\varphi + \varphi')$, s. Tafel 5, Fig. 23, nimmt mithin den Werth:

$$R = 2 S \cos\left(\frac{180 - (\varphi + \varphi')}{2}\right)$$

$$= 2 S \sin\frac{(\varphi + \varphi')}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (611)$$

an und schließt mit der Verticalen den Winkel

$$\beta = 90 - \left(\frac{180 - (\varphi + \varphi')}{2} + \varphi\right) = \frac{\varphi' - \varphi}{2} \quad (612)$$

ein, woraus sich der Horizontalschub

$$H - H' = R\sin\beta = 2 S . \sin\frac{(\varphi + \varphi')}{2} . \sin\left(\frac{\varphi' - \varphi}{2}\right) \quad (613)$$

und der Verticaldruck

$$V = R\cos\beta = 2S.\sin\left(\frac{\varphi+\varphi'}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi'-\varphi}{2}\right) \quad (614)$$

des Pfeilers ergiebt. Für

$$\varphi = \varphi' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (615)$$

wird der Horizontalschub:

$$H - H' = 0 \text{ mithin } H = H' \quad . \quad . \quad (616)$$

und der Verticaldruck:

$$V = 2S\sin\frac{(\varphi+\varphi')}{2}, \quad . \quad . \quad . \quad (617)$$

woraus die Zweckmäßigkeit jener Anordnung erhellt. Der Horizontalschub $H-H'$ greift am Pfeilerkopfe, s. Tafel 5, Fig. 24, an und wirkt mithin an dem der Höhe l des Pfeileraufsatzes oder L des Pfeilers entsprechenden Hebelsarm. Es besteht mithin Gleichgewicht gegen Drehung, wenn sowohl

$$\pm(H-H')\,l \leqq (V+G_l)\,b_o', \quad . \quad . \quad (618)$$

als auch

$$\pm(H-H')\,L \leqq (V+G_L)\,b_u', \quad . \quad (619)$$

worin b_o' und b_u' die Hebelsarme von $V+G_l$ und $V+G_L$, bezogen auf die Drehpunkte D_o und D_u bezeichnen, welche bei zur Verticalare symmetrischer Anordnung des Pfeilers in $b_o' = \frac{b_o}{2}$ und $b_u' = \frac{b_u}{2}$ übergehen.

Hat der Pfeiler, wie dies bei Anwendung von Spannketten der Fall ist, zugleich ein Ufer zu begrenzen, so wird der Untersatz überdies einem Erd- und Wasserdrucke ausgesetzt, deren Momente $H_e h_e$ und $H_w h_w$ zu den Angriffsmomenten in Gleichung (619) hinzutreten, woraus sich alsdann

$$H_e h_e - H_w h_w \pm (H-H')\,L \leqq (V+G_L)\,b_u' \quad (620)$$

ergiebt, worin die Werthe H_e, H_w, h_e und h_w aus den Gleichungen (563) und (564) zu bestimmen sind.

2. Die Widerlagspfeiler, s. Tafel 6, Fig. 10, 13 u. 21 und Tafel 8, Fig. 4, 5, 6, 7 u. 10.

kommen sowohl im Brückenbau bei gestützten Brücken aus Stein, Eisen und Holz, als im Hochbau bei gestützten Decken und Dachconstructionen aus Stein, Eisen und Holz vor.

Die Widerlagspfeiler der gestützten Brücken haben entweder nur dem Seitenschube der Construction, oder diesem sammt dem Drucke der Erde und des Wassers zu widerstehen, werden aber, da beide Wirkungen sich theilweise aufheben, bei der Ausführung oder Unterhaltung der Brücke aber für sich allein auftreten können, am sichersten nach dem relativ größten dieser beiden Horizontaldrucke derart bemessen, daß die Widerlagspfeiler einem jeden derselben für sich allein einen genügenden Widerstand entgegenzusetzen vermögen.

In Bezug auf Erd- und Wasserdruck allein fungiren aber die Widerlagspfeiler lediglich als Ufer- oder Futtermauern, wie sie sub B. I. statisch behandelt worden sind. *) In Bezug auf den Seitenschub der Ueberbauconstruction allein lassen sich aber die Widerlagspfeiler und Widerlagsmauern der genannten Brücken- und Hochbauconstructionen aus einem gemeinschaftlichen Gesichtspunkte betrachten.

Die Größe der von der Ueberbauconstruction aus Stein, Eisen oder Holz ausgeübten Seitenschube ergiebt sich bei Vorhandensein mehrerer Oeffnungen aus Gleichung (79), welche bei dem Vorhandensein von nur Einer Oeffnung in Gleichung (80) übergeht. Dieser Seitenschub wirkt in Bezug auf Drehpunkt D, wenn die Bezeichnungen der Tafel 5, Fig. 25 eingeführt werden, an dem Hebelsarm $h'+h$. Bezeichnet nun V die im Abstande v vom Widerlager wirkende Resultante des Gewichtes des auf das Widerlager wirkenden Theiles der Ueberbauconstruction, x den Abstand des Drehpunktes von der Innenkante des Widerlagers, wirkt ferner das eigne Gewicht G_l des Widerlagers an dem Hebelsarme g_l, so besteht Gleichgewicht gegen Drehung, wenn

$$H(h'+h) - V(v+x) - G_l g_l = 0, \quad . \quad (621)$$

woraus, da H, V, $h'+h$, v bekannte und G_l, g_l bei Zugrundelegung einer bestimmten Grundform des Widerlagers in x und l auszudrückende Werthe sind.

Nimmt man das Widerlager rechteckig an und bezeichnet
mit x die constante Breite,
mit γ_m das Gewicht der cubischen Einheit
desselben, so ist, da in diesem Falle genau oder sehr annähernd $g_l = \frac{x}{2}$ angenommen werden kann,

$$G_l = l.x\gamma_m, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (622)$$

$$\text{mithin } G_l g_l = l.\frac{x^2}{2}\gamma_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (623)$$

und wenn dieser Werth in Gleichung (621) eingeführt wird:

$$\gamma_m l.\frac{x^2}{2} + V.x = H(h'+h) - Vv,$$

woraus sich die Stärke:

$$x = -\frac{V}{l\gamma_m} + \sqrt{\frac{2H(h'+h)-2Vv}{l\gamma_m} + \left(\frac{V}{l\gamma_m}\right)^2} \quad (624)$$

des Widerlagers mit rechteckigem Querschnitte ergiebt.

Würde das Widerlager an der Rückseite einen Anlauf mit dem Neigungsverhältniß m erhalten, so wäre nach Gleichung (573) und (574)

*) Vergl. auch: Heinzerling, „Die Pfeilerstärken der gestützten Charnierbrücken.“ Civilingenieur, Bd. XIV, S. 263 ff.

$$G_1 g_1 = l\gamma_m\left(\frac{m^2 l^2}{3} + \frac{x^2}{2} + mxl\right),$$

mithin, wenn dieser Werth in Gleichung (621) eingeführt wird,

$$\gamma_m l.\frac{x^2}{2} + (m\gamma_m l^2 + V)x = H(h' + h) - Vv - \frac{m^2 l^3 \gamma_m}{3},$$

woraus sich die Stärke

$$x = -\frac{m\gamma_m l^2 + V}{l\gamma_m} + \sqrt{\frac{2H(h'+h) - 2Vv}{l\gamma_m} + \left(\frac{m\gamma_m l^2 + V}{l\gamma_m}\right)^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (625)$$

des Widerlagers mit trapezförmigem Querschnitte ergiebt, welche für $m = 0$, wie es sein muß, wieder den durch Gleichung (624) gegebenen Werth annimmt.

Die Zusammenstellung der Widerlagsstärken ausgeführter gewölbter Brücken giebt die Stärke ihrer Widerlager im Mittel zu

$^1/_5$ der Spannweite bei Halbkreisgewölben,
$^1/_4$ der Spannweite bei elliptischen und Korbbogen,
$^1/_3$ bei flachen Segmentbogen.

3. Die Zwischenpfeiler, s. Tafel 6, Fig. 12, 14, 17, 18, 19, 22.

Die Zwischenpfeiler der gestützten Systeme der Brücken- und Hochbauconstructionen haben einer Differenz $H - H'$ der von den beiden, auf ihnen ruhenden Ueberbauconstructionen auf sie ausgeübten Horizontalwirkungen zu widerstehen, in welchem Falle sie als Widerlagspfeiler mit nur relativ geringerer Horizontalreaction zu betrachten und nach den für dieselben aufgestellten Gleichungen 621 bis 624 zu behandeln sind. Bei zu den Zwischenpfeilern symmetrischen und stets symmetrisch belasteten Constructionen findet die Relation

$$H - H' = 0$$

statt und die Zwischenpfeiler sind nur einem Verticaldrucke $P = 2V$ der beiden auf ihnen ruhenden Belastungsantheile jener Ueberbauconstructionen ausgesetzt, mithin ist deren Stärke nach den Gleichungen (420) oder (503) zu bemessen. Gehören die Zwischenpfeiler Strombrücken an, welche dem Stoße schwimmender Körper, z. B. abgehender Eismassen, zu widerstehen haben, so genügt die aus der Verticalbelastung und Widerstandsfähigkeit des Materiales abgeleitete Stärke der Strompfeiler gewöhnlich nicht und nimmt man in Ermangelung theoretischer Anhaltspunkte zu der empirischen Formel

$$d = 0{,}762 + 0{,}147\, l.\sqrt[3]{\frac{L}{l}} \quad . \; . \quad (626)$$

seine Zuflucht, worin

d die Dicke der Strompfeiler,
l die Höhe derselben,
L deren Abstand von Mittel zu Mittel

bezeichnet und alle Abmessungen in Metern auszudrücken sind.

Die Zusammenstellung der Pfeilerstärken ausgeführter gewölbter Brücken giebt im Mittel die Stärke der Strompfeiler zu $^1/_6$ bis $^1/_{10}$ der Spannweite, während man sie auch aus ästhetischen Gründen selten größer als $^1/_6$ und kleiner als $^1/_9$ der Spannweite annimmt.

Zweitens. Die offen gebauten Systeme.

Die gegliederten Stützen, s. Tafel 6, Fig. 27 bis 31, verdanken ihre Entstehung und Anwendung vorzugsweise dem Baue hoher und langer Eisenbahnviaducte, welche über tiefe und ausgedehnte Thalsenkungen führen, in welchen sie außer dem lothrechten oder geneigten Drucke der Ueberbauconstruction den Angriffen des Windes ausgesetzt sind. — Sie haben also sämmtlich der gleichzeitigen Wirkung von Horizontal- und Verticalkräften zu widerstehen und sind daher so zu construiren, daß sie sowohl jene lothrechten Kräfte auf ihre Substructionen übertragen, als auch der durch jene waagrechten Kräfte versuchten Drehung widerstehen. Werden jene Uebertragung und dieser Widerstand gegen Drehung durch voneinander getrennte Theile der Stützen bewirkt, so entstehen die gegliederten Stützen mit Kern und Mantel, werden dieselben dagegen durch dieselben Theile der Stützen bewirkt, so ergeben sich die gegliederten Stützen, welche keinen Kern, sondern nur einen, gleichzeitig auf Druck und Drehung widerstehenden, Mantel besitzen.

A. Die offengebauten Systeme mit Kern und Mantel.

1. Gleichgewicht gegen lothrechtes Fortschreiten.

Die dem Kerne der offengebauten Stützen zufallende Uebertragung der Last auf den Unterbau wird bewirkt, wenn die durch Gleichung (406) und (413) ausgesprochenen Bedingungen erfüllt sind, wobei unter P der jeder Stütze zufallende Antheil an dem Gewichte der Ueberbauconstruction, unter G_1 und G_x das Eigengewicht der Stütze beziehungsweise auf ihre ganze und ihre Länge x zu verstehen ist.

2. Gleichgewicht gegen waagrechtes Fortschreiten.

Die waagrechte Verschiebung einer aus einzelnen Schichten zusammengesetzten Stütze wird verhindert, wenn den Gleichungen (408) und (415) in der im Ersten Abschnitte sub B. II. entwickelten Weise genügt ist. Der Widerstand

H', welcher einer Verschiebung der Stütze auf deren Unterbau entgegenzusetzen ist, muß, falls er wie in den meisten Fällen nicht schon durch die daselbst erzeugte Reibung aufgehoben wird, noch durch eine besondere, z. B. durch die Abscheerungsfestigkeit von Fundamentankern widerstehende, Verbindung verhindert werden. Im ersten Falle muß:

$$\mu (P + G_1) \geqq H', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (627)$$

im letzteren Falle

$$\mu (P + G_1) + q v \geqq H' \quad . \quad . \quad . \quad (628)$$

sein, wenn μ den Reibungscoefficienten des Materiales der Stütze und des Unterbaues, q den Querschnitt und v die Verschiebungsfestigkeit für die Quadrateinheit jener Verbindungsconstruction bezeichnet.

Die Verschiebung in jeder andern Schicht der Stütze wird verhindert, wenn im Sinne der Gleichung (426) entweder

$$\mu (P + G_x) \geqq H_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (629)$$

oder, falls eine Verdübelung mit dem Querschnitte q_1 und der Verschiebungsfestigkeit v_1 vorhanden ist, wenn

$$\mu (P + G_x) + q_1 v_1 \geqq H_x . \quad . \quad . \quad (630)$$

3. Gleichgewicht gegen Drehung.

Nimmt man an, daß die durch das eigne Gewicht des Mantels in ihm erzeugte Druckspannung gegen die Anspruchnahme durch Drehung verschwinde, so ergiebt sich die Anspruchnahme des Mantels an seinem Fuße nach Gleichung (409), wobei die Resultante des Winddruckes H von allen Seiten angreifen, mithin deren Moment positiv und negativ werden kann, aus

$$A' = \pm \frac{Hh \pm Pp}{a' + a''}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (631)$$

woraus, wenn $a' + a''$, P und p, sowie die Höhe l der Stütze gegeben und daraus, sowie aus der Vertheilung des Winddruckes h ermittelt ist, sich A_1 ergiebt. Wird dieser Werth in Gleichung (416) eingeführt, so erhält man aus den oben angeführten Gründen:

$$A_x' = \pm \frac{Hh \pm Pp - H_x (l - x) - H_{(l-x)} . h_{(l-x)}}{a_x' + a_x''} . \quad (632)$$

Aus Gleichung (631) und (632) folgt, daß die Anspruchnahmen A' und A_x' um so kleiner werden, je größer $a' + a''$ und $a_x' + a_x''$ sind und wie vortheilhaft es ist, den Mantel der Stütze möglichst weit zu machen, ferner daß jede Stelle des Mantels sowohl auf Zug als Druck in Anspruch genommen werden kann, mithin in allen ihren Theilen sowohl den einen als den andern dieser Widerstände zu entwickeln hat. Um den positiven Widerstand A' oder A_x' gegen Zug entwickeln zu können, müssen daher die einzelnen Schichten zusammengesetzter Stützen an dem ganzen Umfange, z. B. durch Bänder, Schienen, Schrauben oder Niete fest untereinander verbunden sein, während der negative Widerstand A' oder A_x' auf Druck für sich allein eine solche Verbindung nicht erfordern würde. Die Zahl und Abmessung der Bindestücke jener einzelnen Schichten ist daher lediglich nach jenen positiven Werthen von A_1 und A_x' zu bemessen. Ebenso erfordert der Druck A_1 der Stütze auf den Unterbau für sich keine Verbindung mit demselben, während der in der Stütze entwickelte Zug nur durch eine Verankerung auf den Unterbau übertragen wird, eine Verbindung, welche nur dann unterbleiben kann, wenn das Gewicht der Stütze die nöthige Stabilität gegen Drehung liefert.

Sind die Widerstände A_1 und A_x' gegeben, so lassen sich aus den Gleichungen (631) und (632) die Weiten

$$a' + a'' = \frac{Hh \pm Pp}{A_1} \quad . \quad . \quad . \quad (633)$$

und

$$a_x' + a_x'' = \frac{Hh \pm Pp - H_x (l - x) - H_{(l-x)} h_{(l-x)}}{A_x'} \quad (634)$$

bestimmen.

Sind die Stützen außer ihrem eignen Gewichte und der Belastung ihres Kernes nur einem Winddrucke ausgesetzt und kann der letztere mit gleicher Intensität von allen Seiten wirken, so ist H, H_x und $H_{(l-x)}$ für dasselbe x constant, mithin hierfür auch $a' + a''$ und $a_x' + a_x''$ constant, in welchem Falle aus statischen Gründen ein kreisförmiger Querschnitt des Mantels, s. Tafel 5, Fig. 26, anzunehmen ist.

Sind die Stützen außer den angegebenen Kräften einer, nach einer ganz bestimmten Richtung thätigen, an dem Hebelsarme h_t wirkenden Horizontalwirkung H_t der Träger ausgesetzt, so ergiebt sich, wenn deren Moment in Gleichung (633) eingeführt wird,

$$a' + a'' = \frac{Hh \pm Pp + H_t h_t}{A_1} \quad . \quad . \quad (635)$$

und $a'_x + a_x'' =$

$$\frac{Hh \pm Pp + H_t h_t - H_x (l - x) - H_{(l-x)} h_{(l-x)}}{A_x'}, \quad (636)$$

mithin größere Abstände der Mantelflächen als im ersteren Falle. Da nach Gleichung (635) und (636) die Anspruchnahmen A_1 und A_x' um so kleiner, je größer die Abstände $a' + a''$ und $a_x' + a_x''$ werden, so erscheint in diesem Falle ein rechteckiger Querschnitt des Mantels, s. Tafel 5, Fig. 27, dessen größere Seite in der Richtung der von den Trägern ausgeübten Horizontalwirkung liegt und dessen kleinere, darauf senkrecht stehende Seite gemäß Gleichung (631) und (632) nur nach dem darauf wirkenden Winddrucke bemessen ist, als der zweckmäßigste.

Werden aus Gleichung (443) für die Widerstandsmomente $A'(a'+a'')$ und $A_x'(a_x'+a_x'')$ ihre Werthe gesetzt, so ergiebt sich aus Gleichung (631), wenn der Alternativwerth s oder p gleich k gesetzt wird,

$$\frac{k}{a_k} t_1 = Hh \pm Pp \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (637)$$

und aus Gleichung (632)

$$\frac{k}{a_k'} t_x = Hh \pm Pp - H_x(l-x) - H_{(l-x)} h_{(l-x)} \, . \, (638)$$

Für den ringförmigen Querschnitt ist

$$\frac{t}{a_k} = \frac{\pi}{32} \frac{(d_1{}^4 - d_1{}^4)}{d'}, \quad . \quad . \quad . \quad (639)$$

mithin

$$\frac{d_1{}^4 - d_{11}{}^4}{d_1} = \frac{32}{\pi} \cdot \frac{Hh \pm Pp}{k} \quad . \quad . \quad (640)$$

und

$$\frac{d_{1x}{}^4 - d_{11x}{}^4}{d_{1x}} = \frac{32}{\pi} \cdot \frac{Hh \pm Pp - H_x(l-x) - H_{(l-x)} h_{(l-x)}}{k}, \, (641)$$

worunter jedesmal der kleinere Werth s oder p für k zu wählen ist.

Für den rechteckigen Querschnitt ist

$$\frac{t}{a_k} = \frac{b_1 c_1{}^3 - b_{11} c_{11}{}^3}{6 c_1}, \quad . \quad . \quad . \quad (642)$$

mithin

$$\frac{b_1 c_1{}^3 - b_{11} c_{11}{}^3}{c_1} = 6 \frac{Hh \pm Pp + H_t h_t}{k} \quad (643)$$

und

$$\frac{b_{1x} c_{1x}{}^3 - b_{11x} c_{11x}{}^3}{c_{1x}} =$$

$$6 \cdot \frac{Hh \pm Pp + H_t h_t - H_x(l-x) - H_{(l-x)} h_{(l-x)}}{k}, \, (644)$$

worunter wieder der kleinere Werth für k zu setzen ist. Aus diesen Gleichungen lassen sich die Querschnittsabmessungen der Stützen bestimmen.

Zu der Anspruchnahme $k = s$ oder $k = p$ des Stützenmantels kommt der von seinem eignen Gewichte herrührende Druck hinzu. Wird derselbe mit p_1 für die Quadrateinheit bezeichnet, so beträgt die Gesammtanspruchnahme des Materiales entweder $p + p_1$, oder $s - p_1$, welchen beiden Anspruchnahmen die Quadrateinheit der Mantelfläche zu genügen hat.

B. Die offengebauten Systeme ohne Kern.

Bei diesen Stützensystemen, welche nur aus einem gegliederten Mantel bestehen, hat der letztere gleichzeitig die Uebertragung des Gewichtes der Ueberbauconstruction und seiner selbst auf den Grundbau zu vermitteln und der Drehung durch Horizontalkräfte zu widerstehen. Da diese Stützen in der Längenrichtung der auf ihnen ruhenden Träger anderen Horizontalkräften ausgesetzt werden, als normal zu derselben, wo nur der Winddruck angreift, ferner die Auflagerung der Träger Lagerflächen von der Länge der Trägerbreite und von der durchgehends gleichen Breite der Lager verlangt, so erscheint nach den Gleichungen (635) u. (636) der rechteckige Querschnitt der angemessenste. Da wegen Gleichung (637) und (638) das Angriffsmoment des Winddruckes im Fuße der Stütze sein Maximum erreicht, mithin demselben das größte Widerstandsmoment zu entsprechen hat, was in constructiver Beziehung am einfachsten durch Vergrößerung der Hebelsarme der Widerstände, oder durch Annahme eines größeren Rechteckes am Fuße der Stütze geschieht, so erhält die Stütze die Form einer vierseitigen abgestutzten Pyramide, s. Tafel 5, Fig. 28 und 29, und es vertheilt sich die Last P der Träger auf vier, die Kanten dieser Pyramide bildende, Druckpfosten, welche unter sich durch Horizontalstangen zu verbinden und durch Diagonalstangen zu versteifen sind. Jedem dieser vier Druckpfosten fällt ein gewisser Antheil P_I, P_{II}, P_{III} oder P_{IV} der Gesammtlast P zu, welcher bei voller Belastung der Träger sein Maximum erreicht, mithin $\frac{P_{max}}{4}$ beträgt und, wenn jeder Druckpfosten mit der Lothrechten den Winkel α einschließt, die Pressung

$$S_{max} = \frac{P_{max}}{4 \cos \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (645)$$

in jedem Druckpfosten hervorruft, welche sich bis zu dessen Fuße fortpflanzt und dort durch den Unterbau aufgehoben wird. In jedem Fußpunkte derselben wirken daher außer der Verticalkraft $\frac{P_{max}}{4}$, wenn die Diagonale des untersten Rechteckes mit einer Seite desselben den Winkel β einschließt, die Horizontalkräfte

$$W_1 = \frac{P_{max}}{4} \operatorname{tg} \alpha . \sin \beta, \quad . \quad . \quad . \quad (646)$$

$$W_{11} = \frac{P_{max}}{4} \operatorname{tg} \alpha . \cos \beta, \quad . \quad . \quad . \quad (647)$$

welche bei Stützen mit quadratischem Querschnitte einander gleich werden und den Fußpunkt jedes Druckpfostens in der Richtung der anschließenden Rechtecksseite von dem Fußpunkte der benachbarten Druckpfosten zu entfernen streben, eine Tendenz, welche entweder durch den Unterbau selbst oder durch eine waagrechte Verbindung der Pfostenfüße durch Zugstangen aufzuheben ist.

Am Kopfe des ersten Druckpfostens zerlegt sich der Antheil P_1 von P in die Pressung

$$S_1 = \frac{P_1}{\cos \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (648)$$

des Druckpfostens und in die waagrechten Seitenkräfte

$$w_1 = P_1 \operatorname{tg} \alpha \sin \beta, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (649)$$

$$v_1 = P_1 \operatorname{tg} \alpha \cos \beta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (650)$$

Wird in diesen Gleichungen successive P_{II}, P_{III}, P_{IV} statt P_I gesetzt, so ergeben sich die durch diese Belastungsantheile erzeugten waagrechten Seitenkräfte der übrigen Druckpfosten. Die z. B. dem zweiten Druckpfosten entsprechenden Kräfte sind:

$$S_{11} = \frac{P_{11}}{\cos\alpha}, \quad \ldots\ldots \quad (651)$$

$$w_{11} = P_{11} \operatorname{tg}\alpha \sin\beta, \quad \ldots \quad (652)$$

$$v_{11} = P_{11} \operatorname{tg}\alpha \cos\beta. \quad \ldots \quad (653)$$

Hiervon wirken sich die Kräfte w_1 und w_{11} entgegen und bilden in der Ebene des ersten und zweiten Druckpfostens die Kräftedifferenz:

$$\Delta' w = \pm (w_1 - w_{11}) = \pm \operatorname{tg}\alpha \sin\beta (P_1 - P_{11}), \quad (654)$$

eine Differenz, welche sich auch in jenen, den Kräften $P_{II} P_{III}$, $P_{III} P_{IV}$ und $P_{IV} P_I$ entsprechenden Ebenen der Stütze entwickelt.

Die auf die Stütze einwirkenden Horizontalkräfte sind:

a) die am Kopfe thätige, zum Theil durch den auf den Ueberbau wirkenden Winddruck erzeugte, Seitenwirkung der Träger,

b) der längs der Höhe der Stütze wirkende Winddruck.

Der Horizontaldruck der Träger muß in der Richtung jeder Seite des obersten Rechteckes wirkend und entweder positiv, oder negativ angenommen werden, s. Tafel 5, Fig. 30. Bezeichnet man denselben in der Ebene des ersten und zweiten Druckpfostens mit $\pm W'$, so erhalten wir am Kopfe derselben als größte Kraft:

$$W = \pm W' \pm \Delta w' = \pm (W' + \Delta w'), \quad (655)$$

welcher ähnlich wie ein Auflagerdruck auf das Ende eines in der Mitte festgehaltenen waagrechten Trägers wirkt. Hierzu kommt die horizontale Belastung der betrachteten Stützenwand durch den Wind, s. Tafel 5, Fig. 31, welche in deren Ebene wirken und gleichfalls positiv und negativ werden kann. Die Spannungen der einzelnen Pfostentheile, Horizontal- und Diagonalstangen jeder Wandung der Stütze lassen sich daher finden, wenn man jene Träger überdies mit einer in jedem ihrer Knotenpunkte wirkenden, dem Winddrucke entsprechenden Belastung beschwert denkt. Werden die hierdurch in den Pfosten entwickelten Druck- oder Zugspannungen den oben ermittelten Maximalpressungen hinzugefügt oder von ihnen abgezogen, so ergiebt sich diejenige in denselben entwickelte größte Totalpressung, welche für deren Querschnitt maaßgebend ist.

Dritte Abtheilung.

Die Unterbauconstructionen der Brücken- und Hochbauten.

Die Unterbauconstructionen der Brücken und Hochbauten haben entweder einem lothrechten, oder einem geneigten Drucke zu widerstehen, welcher von den Aufbauconstructionen direct und von den Ueberbauconstructionen indirect auf dieselben ausgeübt wird. Dieser Widerstand kann nur durch den Gegendruck des Baugrundes geleistet werden und wechselt mit der Beschaffenheit des letzteren, welcher entweder fest oder unfest, und im ersteren Falle schon an der Oberfläche oder in geringer Tiefe unter derselben, oder erst in größerer Tiefe fest ist. Die Unterbauconstructionen gestalten sich daher verschieden, je nachdem ein fester Obergrund bis zu etwa 3 Meter Tiefe, ein fester Untergrund bis zu etwa 3 bis 20 Meter Tiefe unter der Oberfläche, oder ein unfester Baugrund vorhanden ist, indem bei zunehmenden Gründungstiefen zugleich der Seitendruck der Erde und die dadurch veranlaßte Reibung des durchsetzten Baugrundes an den Seitenwandungen des Grundbaues eine immer wesentlichere Rolle spielt. Auch die größere oder geringere Schwierigkeit der Gründung bei Vorhandensein von tiefem und reißendem Wasser, fluctuirenden, große Gründungstiefen erfordernden Flußbetten kann auf die Anordnung und Form der Unterbauconstruction Einfluß üben, während das statische Ergebniß jeder Gründungsmethode stets das der statischen Festigkeit und Dauer bleiben muß. Die statische Festigkeit der Grundbauconstructionen erfordert mithin in allen Fällen eine constructive Anordnung, welche die Uebertragung der angreifenden Kräfte der Ueber- und Aufbauconstructionen auf den mehr oder minder widerstandsfähigen Baugrund mit möglichst vortheilhafter Benutzung seiner örtlichen Beschaffenheit bewirkt. Diese Kräfte müssen in's Gleichgewicht gegen:

a) fortschreitende Bewegung in zwei zueinander senkrechten Richtungen und gegen

b) drehende Bewegung

gesetzt werden.

Erster Abschnitt.

Die statischen Gleichgewichtsbedingungen der Unterbauconstructionen.

A. Erfüllung der allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen.

Bezeichnet AB, s. Tafel 7, Fig. 1, die um den Winkel β gegen den Horizont geneigte Berührungsfläche des Fundamentes und des Baugrundes oder die Gründungsbasis, R den Oberdruck oder die um den Winkel α zum Horizont geneigte Resultante der aus dem Gewichte P der Ueberbauconstruction, dem eignen Gewichte G_1 der Aufbauconstruction und dem eignen Gewichte G_u der Unterbauconstruction zusammengesetzten Verticalkraft

$$Q = P + G_1 + G_u, \quad . . . \quad (656)$$

sowie der, aus der Differenz H sämmtlicher Horizontalwirkungen entspringenden Horizontalkraft, W die zur Gründungsbasis normale Widerstandsfähigkeit des Baugrundes, Alles für die laufende Einheit, μ den Reibungscoefficienten zwischen dem Fundamente und dem Baugrunde, so besteht mit Bezug auf die Bezeichnungen der Fig. 1 Gleichgewicht gegen normal und parallel zur Gründungsbasis fortschreitende, sowie gegen drehende Bewegung um den in der Gründungsbasis gelegenen Drehpunkt A, wenn beziehungsweise

$$R \sin(\alpha+\beta) - W = 0; \quad . . . . . \quad (657)$$

$$R \cos(\alpha+\beta) - \mu . R . \sin(\alpha+\beta) = 0; \quad (658)$$

$$R r - \frac{W}{\sin(\alpha+\beta)} . w = 0. \quad . . . . . \quad (659)$$

Wird in Gleichung (657) $R = \frac{Q}{\sin\alpha}$ und in Gleichung (659) für das Moment der Resultante R das Moment ihrer Componenten oder $R r = Q q - H h$ gesetzt, so ergiebt sich aus vorstehenden drei Gleichungen:

$$W = Q \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}, \quad . . . . \quad (660)$$

$$\mu = \operatorname{ctg}(\alpha+\beta), \quad . . . . \quad (661)$$

$$\frac{W}{\sin(\alpha+\beta)} . w = Q q - H h, \quad . . \quad (662)$$

worin, da R im äußersten Falle um den Reibungswinkel ϱ von der zur Gründungsbasis Normalen abweichen soll, höchstens $\alpha+\beta = 90 - \varrho$ oder $\alpha = 90 - (\varrho+\beta)$ werden darf. Für diesen Grenzzustand, s. Tafel 7, Fig. 2, verwandeln sich obige Gleichungen in:

$$W = Q . \frac{\cos\varrho}{\cos(\varrho+\beta)}, \quad . . . \quad (663)$$

$$\mu = \operatorname{tg}\varrho, \quad . . . . \quad (664)$$

$$\frac{W}{\cos\varrho} . w = Q q - H h \quad . . . \quad (665)$$

und, wenn die Richtung von R senkrecht zur Gründungsbasis ist, in welchem Falle $\varrho = 0$ wird,

$$W = \frac{Q}{\cos\beta}, \quad . . . . \quad (666)$$

$$\mu = 0, \quad . . . . \quad (667)$$

$$W . w = Q q - H h. \quad . . . \quad (668)$$

Wird die Gründungsbasis wie auf Tafel 7, Fig. 3 horizontal, mithin $\beta = 0$, so verwandeln sich die Gleichungen (663), (664) und (665) in

$$W = Q, \quad . . . . \quad (669)$$

$$\mu = \operatorname{tg}\varrho, \quad . . . . \quad (670)$$

$$\frac{W}{\cos\varrho} w = Q q - H h \quad . . . \quad (671)$$

und wenn zugleich, s. Tafel 7, Fig. 4, $\varrho = 0$, mithin auch $H = 0$ wird, in welchem Falle R sowohl auf der Gründungsbasis normal, als auch vertical steht,

$$W = Q, \quad . . . . . \quad (672)$$

$$\mu = 0, \quad . . . . . \quad (673)$$

$$W w = Q q. \quad . . . . . . \quad (674)$$

Wird in den Gleichungen (665), (668) und (671)

$$Q q - H h = 0, \quad . . . . \quad (675)$$

so geht die Resultante des Oberdruckes, sowie des Bodendruckes durch den Drehpunkt, es wird $w = 0$, und es findet keine Anspruchnahme des Baugrundes auf Drehung mehr statt.

B. Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen im Besonderen.

I. Herstellung des Gleichgewichtes der Unterbauconstructionen zur Vermeidung einer normal zur Gründungsbasis fortschreitenden Bewegung.

1. Bei geneigtem Oberdrucke und geneigter Gründungsbasis.

Der durch Gleichung (663) gegebene, dem Oberdrucke gleiche und entgegengesetzte Gegendruck W des Baugrundes besteht in dem directen Bodendrucke W′ auf die Gründungsbasis und dem Reibungswiderstande W″, welcher aus dem auf die Seitenwände des Fundamentes ausgeübten Drucke des Baugrundes entspringt. Man erhält mithin:

$$W' + W'' = Q . \frac{\cos\varrho}{\cos(\varrho+\beta)} . \quad . \quad (676)$$

Das Fundament würde sich in Bezug auf den Bodendruck wie ein in eine Flüssigkeit von bestimmtem specifischen Gewichte eingetauchter Körper verhalten, wenn der Boden eine homogene, hinreichend lockere oder durchweichte Masse bildete. In diesem Falle würde, wenn F_1 den Flächeninhalt der Gründungsbasis, F_{11} den Flächeninhalt der vom Boden gepreßten Seitenwandung des Fundamentes, h_1 und h_{11} beziehungsweise den Abstand ihres Schwerpunktes von der Bodenoberfläche, μ_1 den Reibungscoefficienten des Bodens an der Fundamentwand und γ_1 das Gewicht der cubischen Einheit der Bodenmasse bezeichnet, nach bekannten hydrostatischen Gesetzen sein:

$$W' = \gamma_1 F_1 . h_1, \quad . . . . . \quad (677)$$

$$W'' = \gamma_1 . F_{11} . h_{11} . \mu_1, \quad . . . \quad (678)$$

mithin die Beziehung stattfinden:

$$\gamma_1 F_1 h_1 + \gamma_1 F_{11} h_{11} \mu_1 = Q \frac{\cos\varrho}{\cos(\varrho+\beta)} . \quad (679)$$

In den allermeisten Fällen werden indeß diese Voraussetzungen nicht eintreten und der mittlere Widerstand w_1 des Bodens auf die Flächeneinheit der Gründungsbasis, sowie der mittlere Normaldruck w_{11} der umgebenden Bodenmasse auf die Flächeneinheit der Seitenwandung des Fundamentes durch Versuche oder durch Schätzung zu ermitteln sein. In diesem Falle ergiebt sich

$$W' = w_1 F_1, \quad \ldots\ldots \quad (680)$$

$$W'' = w_{11} F_{11} . \mu_1, \quad \ldots\ldots \quad (681)$$

mithin aus Gleichung (676):

$$w_1 F_1 + w_{11} F_{11} \mu_1 = Q . \frac{\cos \varrho}{\cos(\varrho + \beta)} . \quad . . \quad (682)$$

Nach Maaßgabe dieser Gleichung hat

bei festem Obergrunde der directe Gegendruck des Bodens, s. Tafel 7, Fig. 5 und 6,

bei festem Untergrunde der directe Gegendruck und Seitendruck der Basis zugleich, s. Tafel 7, Fig. 7 und 8,

bei unfestem Baugrunde der Seitendruck des Bodens, s. Tafel 7, Fig. 9 und 10,

den Hauptwiderstand gegen ein Einsinken des Bauwerkes in den Baugrund zu entwickeln. Es ergiebt sich mithin für

a) festen Obergrund

$$w_1 F_1 = Q . \frac{\cos \varrho}{\cos(\varrho + \beta)}, \quad \ldots . \quad (683)$$

b) festen Untergrund:

$$w_1 F_1 + w_{11} F_{11} \mu_1 = Q \frac{\cos \varrho}{\cos(\varrho + \beta)}, \quad . \quad (684)$$

c) unfesten Baugrund:

$$w_{11} F_{11} \mu_1 = Q \frac{\cos \varrho}{\cos(\varrho + \beta)} . \quad \ldots . \quad (685)$$

Erfolgt der Oberdruck normal zur Gründungsbasis, wird mithin $\varrho = 0$, so ergiebt sich:

$$w_1 F_1 + w_{11} F_{11} \mu_1 = \frac{Q}{\cos \beta}, \quad . . \quad (686)$$

mithin für a) festen Obergrund

$$w_1 F_1 = \frac{Q}{\cos \beta}, \quad \ldots\ldots \quad (687)$$

b) festen Untergrund

$$w_1 F_1 + w_{11} F_{11} \mu_1 = \frac{Q}{\cos \beta}, \quad . . \quad (688)$$

c) unfesten Baugrund

$$w_{11} F_{11} \mu_1 = \frac{Q}{\cos \beta} . \quad \ldots\ldots \quad (689)$$

2. Bei geneigtem oder senkrechtem Oberdrucke und waagrechter Gründungsbasis.

Wird der durch Gleichung (669) und (672) gegebene Werth von W in seine beiden Bestandtheile (677) und (678) oder (680) u. (681) zerlegt, so ergiebt sich im letzteren Falle

$$w_1 F_1 + w_{11} F_{11} \mu_1 = Q, \quad . . . \quad (690)$$

mithin für:

a) festen Obergrund

$$w_1 F_1 = Q, \quad \ldots\ldots \quad (691)$$

b) festen Untergrund

$$w_1 F_1 + w_{11} F_{11} \mu_1 = Q, \quad . . . \quad (692)$$

c) unfesten Baugrund

$$w_{11} F_{11} \mu_1 = Q . \quad \ldots\ldots \quad (693)$$

II. Herstellung des Gleichgewichtes der Unterbauconstructionen zur Vermeidung einer zur Gründungsbasis parallel fortschreitenden Bewegung.

Die durch Gleichung (664) ausgedrückte Bedingung des statischen Gleichgewichtes gegen Gleiten des Fundamentes auf der Gründungsbasis wird in den gewöhnlichsten Fällen schon durch den zwischen denselben entwickelten Reibungswiderstand erfüllt, in welchem Falle

$$\mu \geqq \operatorname{tg} \varrho . \quad \ldots . \quad (694)$$

Wächst der Winkel ϱ über diese Grenze hinaus, so muß μ auf künstliche Weise, s. Tafel 7, Fig. 11 und 12, z. B. durch staffelförmige Absätze, durch Verzahnungen oder durch hervorstehende Pfähle vermehrt werden, wird derselbe Null, so findet die Relation (673), mithin gar keine Tendenz zum Gleiten auf der Gründungsbasis statt. Um Verschiebungen auf der Gründungsbasis zu vermeiden, wird daher die letztere, falls dies durch andere Rücksichten nicht verhindert wird, am zweckmäßigsten zur Richtung des Oberdruckes normal angeordnet.

III. Herstellung des Gleichgewichtes der Unterbauconstructionen zur Vermeidung einer Drehung.

Um den Baugrund wo möglich nur gleichmäßig zu belasten, wird die Construction am zweckmäßigsten so angeordnet, daß derselbe auf Drehung möglichst wenig oder gar nicht in Anspruch genommen wird. In diesem Falle müssen die Gleichungen (665), (671), (674) in die Relation (675) übergehen, welcher letzteren durch die Anordnung der Construction in der Weise zu entsprechen ist, daß der Bedingung genügt wird:

$$Q q \geqq H h . \quad \ldots . \quad (695)$$

Erscheinen Q und H, wie gewöhnlich, als gegebene Größen, so läßt sich diese Bedingung constructiv herstellen durch

1. die nöthige Vergrößerung $q + \varDelta q$ des Hebelarmes q oder durch die gehörige Verbreiterung der Gründungsbasis, s. Tafel 7, Fig. 13, in welchem Falle Gleichung (695) übergeht in

$$Q (q + \varDelta q) \geqq H h, \quad \ldots . \quad (696)$$

2. die nöthige Verkleinerung $h - \varDelta h$ des Hebelarmes h oder durch eine derselben entsprechende Neigung der Gründungsbasis, s. Tafel 7, Fig. 14, in welchem Falle Gleichung (695) übergeht in

$$Q q \geqq H (h - \varDelta h), \quad . \quad . \quad . \quad (697)$$

3. durch Hinzufügung eines zweiten Momentes $Q_1 q_1$, s. Tafel 7, Fig. 15, oder durch Erfüllung der Gleichung

$$Q q + Q' q' \geqq H h, \quad . \quad . \quad . \quad (698)$$

oder durch combinirte Anwendung dieser drei Fälle. Ein etwaiger Ueberschuß von Qq über Hh, z. B. bei zeitweise kleiner werdenden Horizontalkräften H muß durch das in den Bedingungsgleichungen (665), (671) und (674) enthaltene bezügliche Moment $\frac{W}{\cos \varrho} . w$, und Ww aufgehoben werden.

Zweiter Abschnitt.

Die allgemeine Anordnung der Unterbauconstructionen zur Herstellung des statischen Gleichgewichtes.

I. Anordnung der Unterbauconstruction zur Vermeidung einer seitlichen Verschiebung auf der Gründungsbasis.

1. Directe Verhinderung einer Verschiebung auf der Gründungsbasis.

Ein Gleiten der Unterbauconstruction auf dem Baugrunde wird direct verhindert, wenn die Gründungsbasis normal zum Oberdrucke angeordnet wird. Für diesen Fall, in welchem $\varrho = 0$ wird, findet nach Relation (667) u. (673) keine Tendenz zur Verschiebung, mithin die Nothwendigkeit, derselben einen Reibungswiderstand entgegenzusetzen, nicht statt. Ist, wie im letzteren einfachsten Falle, der Oberdruck senkrecht, so erhält die Gründungsbasis die horizontale Lage, s. Tafel 8, Fig. 1, ist wie im ersteren Falle der Oberdruck geneigt, so erhält die Gründungsbasis die zu dieser Neigung normale, also ebenfalls eine geneigte Lage, s. Tafel 8, Fig. 2 und 3.

2. Indirecte Verhinderung einer Verschiebung auf der Gründungsbasis.

Wird die Gründungsbasis nicht normal zum Oberdrucke, sondern unter einem Winkel $\alpha + \beta$ zu demselben angeordnet, so findet die Relation (664) oder (670) statt und es tritt auch jetzt noch keine Verschiebung des Fundamentes auf der Gründungsbasis ein, so lange

$$\alpha + \beta \geqq 90^0 - \varrho, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (699)$$

worin ϱ wieder den Reibungswinkel des Grundbaues auf dem Baugrunde bezeichnet, s. Tafel 8, Fig. 4. Wird dagegen

$$\alpha + \beta < 90 - \varrho, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (700)$$

so muß jene Reibung durch besondere Vorkehrungen, z. B. durch eine gebrochene Gründungsbasis, Verzahnungen und stufenförmige Absätze bei den Fundamenten gestützter Systeme, s. Tafel 8, Fig. 5, 6 und 7, oder z. B. durch hervortretende Pfähle und Schwellen bei den Fundamenten aufgehängter Systeme, s. Tafel 8, Fig. 8 und 9, derart vermehrt werden, daß den Relationen (664) und (670) mindestens Genüge geschieht.

II. Anordnung der Unterbauconstructionen zur Vermeidung einer Drehung.

Werden die im Ersten Abschnitte sub III. erwähnten drei Anordnungen zur Vermeidung einer Drehung der Unterbauconstruction getroffen, so kann der Gleichung (696) entweder durch vorspringende Fundamentabsätze oder Betonfundamente, s. Tafel 8, Fig. 10 und 17, oder durch hervortretende liegende Roste, s. Tafel 8, Fig. 16, entsprochen werden.

Die durch Gleichung (697) bedingte Verkürzung des Hebelsarmes h wird durch eine angemessene Neigung der Gründungsbasis behufs Hebung des Drehpunktes, s. Tafel 8, Fig. 13, bewirkt.

Die Herstellung des zweiten, in Gleichung (698) enthaltenen Momentes $Q'q'$ kann z. B. bei Gründung von Futtermauern zur Vermeidung ihrer Drehung durch Erdanker auf deren Rückseite, s. Tafel 8, Fig. 11, oder durch Verstrebungen auf deren Vorderseite, s. Tafel 8, Fig. 12, bewirkt werden.

III. Anordnung der Unterbauconstructionen zur Vermeidung eines Einsinkens in den Baugrund.

1. Bei festem Obergrunde.

Ist der Baugrund absolut fest, wie geschlossener Felsen, so wird den Bedingungen (683), (687) und (691) schon genügt, wenn die Fläche F_1 der Gründungsbasis der Querschnittsfläche des Aufbaues, wie auf Tafel 8, Fig. 14, gleichkommt. Ist der Baugrund relativ fest, wie Steingrund, Kies, geschlossener Sand, trockner Thon, trockner Lehm, so wird den genannten Bedingungen zur Vermehrung der Tragfähigkeit des Baugrundes bis zu der nöthigen Sicherheit durch eine Vergrößerung $\varDelta F_1$ der Gründungsbasis über den erforderlichen Querschnitt der Aufbauconstruction hinaus entsprochen, in welchem Falle Gleichung (683), (687) und (691) bzw. übergeht in:

$$w_1 (F_1 + \varDelta F_1) = Q . \frac{\cos \varrho}{\cos (\varrho + \beta)}, \quad . \quad (701)$$

$$w_1 (F_1 + \varDelta F_1) = \frac{Q}{\cos \beta}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (702)$$

$$w_1 (F_1 + \varDelta F_1) = Q . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (703)$$

Diese Verbreiterung der Gründungsbasis kann, wie auf Tafel 8, Fig. 15, 16 und 17, beziehungsweise durch gemauerte Fundamentabsätze, einen vortretenden liegenden Rost oder durch vorspringende Betonlagen bewirkt werden.

2. Bei festem Untergrunde.

In diesem Falle, wo das Fundament einen minder festen Boden bis zu bedeutenderer Tiefe durchsetzt, tritt nach Maßgabe der Gleichungen (684), (688) und (692) zu dem Gegendrucke des Bodens gegen die Gründungsbasis noch die Seitenreibung des umgebenden Bodens an dem Fundamente hinzu. Eine Vermehrung jenes Gegendruckes kann wieder durch Vergrößerung der Gründungsbasis bei gemauerten Erd- oder Grundpfeilern durch Mauerabsätze, s. Tafel 8, Fig. 18, bei Mitchell'schen Schraubenpfählen durch die nöthige Ausdehnung der Spiralflanschen, s. Tafel 8, Fig. 20, bewirkt werden. Um jene Seitenreibung zu erhöhen, läßt sich aber schon von einer Vermehrung des Reibungscoefficienten μ_1 durch Herstellung rauherer Oberflächen an dem Fundamente die Fläche F_{11} um $\varDelta F_{11}$, mithin der auf dieselbe ausgeübte Bodendruck $w_{11} F_{11}$ um $(F_{11} + \varDelta F_{11}) w_{11}$ vergrößern, wie dies durch Anwendung mehrerer Senkbrunnen statt der geschlossenen Pfeiler, s. Tafel 8, Fig. 19, durch Anwendung mehrerer eiserner Senkröhren oder zahlreicher eiserner hohler Rostpfähle, s. Tafel 8, Fig. 21 und 22, oder durch Anwendung von hölzernen Rostpfählen bei Herstellung gewöhnlicher Pfahlroste, s. Tafel 8, Fig. 23, geschieht. Für diesen Fall verwandeln sich die genannten Gleichungen beziehungsweise in

$$w_1(F_1+\varDelta F_1) + w_{11}(F_{11}+\varDelta F_{11})\mu_1 = Q \cdot \frac{\cos\varrho}{\cos(\varrho+\beta)}, \quad (704)$$

$$w_1(F_1+\varDelta F_1) + w_{11}(F_{11}+\varDelta F_{11})\mu_1 = \frac{Q}{\cos\beta}, \quad (705)$$

$$w_1(F_1+\varDelta F_1) + w_{11}(F_{11}+\varDelta F_{11})\mu_1 = Q. \quad . \quad (706)$$

Bei Anwendung eines einem senkrechten Drucke Q ausgesetzten Pfahlrostes mit n Pfählen von der Länge l und dem Durchmesser d würde sich Gleichung (692) in die folgende verwandeln:

$$w_1 . n\pi \frac{d^2}{4} + w_{11} . n\pi d l \mu_1 = Q. \quad . \quad (707)$$

3. Bei unfestem Baugrunde.

Bei unfestem Baugrunde, wie bei nassem Thone, nassem Lehme, Humus, Torf, aufgefülltem Grunde, Bauschutt, Moor u. dgl. kommt es zunächst darauf an, ob derselbe absolut untragfähig oder einer hinreichenden Verbesserung fähig ist. Im ersten Falle, wie bei Torf, Moor u. dgl. läßt sich bisweilen durch Beseitigung des unfesten Bodens und Ersatz durch festen Boden, wie durch Kies, Sand u. dgl., s. Tafel 8, Fig. 24, ein tragfähiger Baugrund herstellen. Im letzteren Falle läßt sich ein unfester Baugrund entweder durch Dichtung oder Compression hinreichend tragfähig machen, indem man in denselben entweder Füllpfähle oder Steinsäulen, s. Tafel 8, Fig. 25 und 26, letztere bis unter den niedrigsten Wasserstand eintreibt oder mehrere Lagen gerollter Steine übereinander so lange festrammt, s. Tafel 8, Fig. 27, bis der Boden die nöthige Widerstandsfähigkeit gewonnen hat. Bisweilen läßt sich die erforderliche Festigkeit des Bodens, z. B. nasse Thon- und Lehmschichten schon durch eine vollständige und dauernde Entwässerung oder bei lose aufgeschütteten Sandschichten durch eine vorsichtige und hinreichende Bewässerung erreichen. Ist die Widerstandsfähigkeit w_1 um $\varDelta w_1$ für die Flächeneinheit gesteigert, so ergiebt sich ein künstlich hergestellter, hinreichend fester Obergrund, für welchen die Gleichungen (683), (688) und (691) übergehen in:

$$(w_1 + \varDelta w_1) F_1 = Q \frac{\cos\varrho}{\cos(\varrho+\beta)}, \quad . \quad (708)$$

$$(w_1 + \varDelta w_1) F_1 = \frac{Q}{\cos\beta}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (709)$$

$$(w_1 + \varDelta w_1) F_1 = Q. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (710)$$

Wo eine Verbesserung des Bodens in der angegebenen Weise nicht statthaft oder nicht beabsichtigt ist, läßt sich die genügende Tragfähigkeit in manchen Fällen durch Herstellung einer Gründungsbasis von bedeutend größerem Flächeninhalte als der Querschnitt der Aufbauconstruction, z. B. durch Herstellung umgekehrter, zwischen die Basis von Pfeilern und Wänden eingespannter Gewölbe, s. Tafel 8, Fig. 28, durch Anwendung von liegenden oder Schwellrosten von genügender Ausdehnung, Fig. 29, sowie durch Sand- oder Steinschüttungen mit hinreichender Ausladung über die Baustelle, wie Fig. 30 und 31, erreichen. Für alle diese Fälle, wo man durch eine bedeutende Vergrößerung der Gründungsbasis eine so große Fläche des unfesten Baugrundes zur Wirkung bringt, daß er dadurch zu einem tragfähigen gemacht wird, gelten daher die für den festen Obergrund aufgestellten Formeln (701), (702) und (703) unter der Voraussetzung relativ größerer Werthe von $\varDelta F_1$. Um die Ausladung $\varDelta F_1$ jener Gründungsbasis zu bestimmen, wenn q_1 das Gewicht der, z. B. einem senkrechten Drucke ausgesetzten Construction für die Quadrateinheit der Fläche F_1 bezeichnet, ergiebt sich aus Gleichung (703), wenn darin $Q = F_1 q_1$ gesetzt wird, zu:

$$\varDelta F_1 = F_1 \left(\frac{q_1}{w_1} - 1\right). \quad . \quad . \quad . \quad (711)$$

Bildet z. B. die Fläche F_1 ein Rechteck von der Länge l und Breite b, und die Ausladung soll die überall gleiche Breite x erhalten, so ergiebt sich:

$$(l+2x)(b+2x) = F_1 + \varDelta F_1 = F_1 \frac{q'}{w_1} \quad (712)$$

und hieraus die Breite des erforderlichen Vorsprunges der Gründungsbasis

$$x = -\frac{b+l}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{F_1 \frac{q'}{w_1} - bl + \frac{(b+l)^2}{4}}. \quad (713)$$

Wenn der unfeste Baugrund weder durch Verbesserung, noch durch selbst beträchtliche Verbreiterung der Gründungsbasis zu einem hinreichend tragfähigen gemacht werden kann, so bleibt man auf eine möglichst große Ausnutzung der zwischen den Wandungen und dem Baugrunde stattfindenden Seitenreibung hingewiesen, welche, abgesehen von einer Vermehrung von μ_1, durch eine möglichste Vergrößerung von F_{11}, z. B. durch Anwendung mehrerer Senkbrunnen, s. Tafel 8, Fig. 32, sowie zahlreicher Rost- oder Sandpfähle, Fig. 33 und 34, bewirkt werden kann, wodurch die Gleichungen (685), (689) und (693) beziehungsweise in die folgenden übergehen:

$$w_{11}(F_{11} + \varDelta F_{11})\mu_1 = Q \frac{\cos\varrho}{\cos(\varrho+\beta)}, \quad (714)$$

$$w_{11}(F_{11} + \varDelta F_{11})\mu_1 = \frac{Q}{\cos\beta}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (715)$$

$$w_{11}(F_{11} + \varDelta F_{11})\mu_1 = Q. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (716)$$

Bezeichnet man, um die zur Erzeugung der nothwendigen Seitenreibung erforderliche Tiefe y der Einsenkung eines einem senkrechten Drucke ausgesetzten prismatischen Pfeilers zu bestimmen, mit $F_{11} + \varDelta F_{11} = F$ die gesammte eingetauchte Oberfläche, mit U den gesammten Umfang, mit γ_{11} das Gewicht der cubischen Einheit des Pfeilers, so wird nach Gleichung (656) zunächst

$$Q = P + G_1 + yF_1\gamma_{11}. \quad . \quad . \quad . \quad (717)$$

Der Erddruck auf die laufende Einheit der Seitenwandung des Pfeilers beträgt nach dem früheren

$$w_{11}\frac{F}{U} = \frac{y^2}{2}\gamma_1 \operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right), \quad . \quad (718)$$

mithin verwandelt sich Gleichung (716), wenn die Werthe (717) und (718) eingeführt werden, in

$$y^2 . \frac{\gamma_1}{2}\operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)U\mu_1 = P + G_1 + yF_1\gamma_{11}, \quad (719)$$

woraus, wenn der Kürze halber $\gamma_1 \operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)\mu_1 = A$ gesetzt wird, die erforderliche Tiefe der Einsenkung

$$y = \frac{F_1\gamma_{11}}{A} + \sqrt{\frac{2(P+G_1)}{A} + \left(\frac{F_1\gamma_{11}}{A}\right)^2} \quad (720)$$

gefunden wird.

Erfordert der Gegendruck $w_1 F_1$ des unfesten Bodens eine Berücksichtigung, so ist dieser Werth der linken Seite der Gleichungen (714), (715) und (716) hinzuzufügen, oder es gelten alsdann die Gleichungen (684), (688) und (692) nur mit verschiedenen numerischen Werthen der aufwärts und seitwärts wirkenden Bodendrucke. Auch hierbei läßt sich die Wirkung des Bodendruckes von unten nach oben durch Vergrößerung der Fläche F_1 verstärken und ergiebt sich dann die durch die Gleichungen (704), (705) und (706) dargestellte combinirte Methode zur künstlichen Erzeugung einer hinreichenden Tragfähigkeit des an und für sich unfesten Baugrundes.

In einer von Wasser vollständig durchweichten Bodenmasse nähert sich die Stabilität der Bauconstruction dem Zustande des Schwimmens. Bleibt man z. B. bei dem durch Gleichung (706) ausgedrückten Gleichgewichte eines einem senkrechten Drucke unterworfenen Pfeilers mit der Querschnittsfläche F_1 stehen, so ist der Druck des Bodens gegen die Gründungsbasis proportional der Druckhöhe der erweichten Bodenmasse, welche der Tiefe y der Einsenkung entspricht, mithin in Gleichung (706)

$$w_1(F_1 + \varDelta F_1) = \gamma_1 y F_1 \quad . \quad . \quad (721)$$

zu setzen. Werden nun noch aus den Gleichungen (717) und (718) die Werthe für Q und $w_{11}(F_{11} + \varDelta F_{11})$ eingeführt, in deren letzterem $\varrho = o$ zu setzen ist, so ergiebt sich:

$$\gamma_1 y F_1 + y^2 . \frac{\gamma_1}{2} . U . \mu_1 = P + G_1 + yF_1\gamma_{11}, \quad (722)$$

woraus die erforderliche Tiefe der Einsenkung

$$y = -\frac{F_1(\gamma_1 - \gamma_{11})}{\gamma_1 U \mu_1} + \sqrt{\frac{2(P+G_1)}{\gamma_1 U \mu_1} + \frac{F_1^2(\gamma_1 - \gamma_{11})^2}{\gamma_1^2 U^2 \mu_1^2}} \quad (723)$$

gefunden wird.

Wird im ungünstigsten Falle die Reibung der durchweichten Masse so gering, daß $\mu_1 = o$ zu setzen ist, so tritt der Zustand des Schwimmens des Bauwerkes in der erweichten Bodenmasse ein und es verwandelt sich Gleichung (722) in

$$yF_1(\gamma_1 - \gamma_{11}) = P + G_1, \quad . \quad . \quad (724)$$

woraus sich die erforderliche Tiefe der Einsenkung

$$y = \frac{P + G_1}{F_1(\gamma_1 - \gamma_{11})} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (725)$$

ergiebt. Hieraus folgt, daß y nur dann einen positiven Werth erhält, oder diese Anordnung überhaupt nur dann ausführbar wird, wenn sich das mittlere Gewicht der cubischen Einheit der Construction unter dasjenige der umgebenden Bodenmasse, z. B. durch Anwendung von Hohlräumen in dem Pfeiler, wie bei Senkbrunnen, Senkröhren u. dgl. hinreichend herabmindern läßt.

Dritter Abschnitt.

Die Ausführung der Unterbauconstructionen.

Bei Ausführung der Unterbauconstructionen zur Herstellung ihrer im zweiten Abschnitte betrachteten statischen Widerstandsfähigkeit bieten die Gründungen auf festem Obergrund im Trocknen und selbst unter Wasser verhältnißmäßig geringe Schwierigkeiten, während diese Schwierigkeiten mit der Zunahme der Gründungstiefen bei festem Untergrunde oder bei unfestem Baugrunde im Trocknen und besonders unter Wasser erheblich wachsen. Dieselben bestehen theils in der Schwierigkeit des Niederbringens der Fundamente bis zu der erforderlichen Tiefe, theils bei einigen Methoden in der Entfernung des Wassers von gewissen Theilen der Baustelle.

Als die hauptsächlichsten, im zweiten Abschnitte betrachteten und auf Tafel 8, Fig. 19, 21, 22, 23, 32 und 33 dargestellten, Methoden der Gründung in größeren Tiefen erscheinen die Gründungen

1) auf Pfahlrost,
2) auf Senkbrunnen
   a) ohne Anwendung von verdichteter Luft,
   b) mit Anwendung von verdichteter Luft;
3) auf Senkröhren
   a) ohne Anwendung von Luftdruck,
   b) mit Anwendung von verdünnter Luft,
   c) mit Anwendung von verdichteter Luft.

1. Die Gründungen auf Pfahlrost.

Jeder der n Pfähle eines Pfahlrostes hat einen Theil $\frac{Q}{n}$ der gesammten Baulast auf den Baugrund zu übertragen. Um schon aus dem Verhalten eines Pfahles beim Einrammen auf dessen Tragfähigkeit nach dem Einrammen schließen zu können, bezeichne r den Widerstand, welcher der Boden dem Eindringen des Pfahles entgegensetzt, M die Masse, V die Geschwindigkeit und k die Fallhöhe des Rammbärs, m die Masse des Rostpfahles und v die Geschwindigkeit, womit derselbe eindringt, t die Zeit, in welcher der Rostpfahl bei einem Schlage die Tiefe i erreicht, so ist, da $r-(M+m)$ die dem Eindringen des Pfahles entgegenwirkende Kraft bezeichnet, wenn die der Tragfähigkeit des Pfahles zu Gute kommende Reibung am Boden, sowie die Elasticität des Pfahles und Rammklotzes unberücksichtigt bleibt:

$$i = vt - \frac{gt^2}{2} \cdot \frac{r-(M+m)}{M+m} \quad . \quad . \quad (726)$$

Hierin ist

$$t = \frac{v}{g} \cdot \frac{M+m}{r-(M+m)} \quad . \quad . \quad . \quad (727)$$

$$\text{und } v = \frac{MV}{M+m}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (728)$$

mithin, wenn diese Werthe in Gleichung (726) eingeführt werden,

$$i = \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{M^2}{(r-M-m)(M+m)} \quad . \quad (729)$$

und da $\frac{V^2}{2g} = h$ ist,

$$i = h \cdot \frac{M^2}{(r-M-m)(M+m)} \quad . \quad . \quad . \quad (730)$$

Wird die Tiefe, bis zu welcher der Pfahl eingedrungen ist, genau beobachtet, so ergiebt sich hieraus dessen Tragfähigkeit

$$r - m = \frac{hM^2}{i(M+m)} + M, \quad . \quad . \quad (731)$$

und wenn man zur nöthigen Sicherheit mit Eytelwein nur den 4ten Theil dieser Last in Rechnung bringt, die Last, welche ein einer Ausbiegung nicht ausgesetzter Pfahl mit Sicherheit zu tragen im Stande ist,

$$r - m = \frac{hM^2}{4i(M+m)} + \frac{M}{4} \quad . \quad . \quad (732)$$

Diese Last bildet den nten Theil der Gesammtlast des Gebäudes, mithin ist

$$r - m = \frac{hM^2}{4i(M+m)} + \frac{M}{4} = \frac{Q}{n}, \quad (733)$$

woraus die je nach der örtlichen Beschaffenheit des Baugrundes erforderliche Anzahl der Pfähle:

$$n = \frac{Q}{r-m} = \frac{Q}{\frac{hM^2}{4i(M+m)} + \frac{M}{4}} \quad . \quad (734)$$

gefunden wird.

2. Die Gründungen mit Senkbrunnen

a) ohne Anwendung von Luftdruck.

Um einen Senkbrunnen von dem äußeren und beziehungsweise inneren Durchmesser D und d, der Tiefe y der Eintauchung, der Gesammthöhe $y + \Delta y$ und dem Gesammtgewichte P versenken zu können, geht die Bedingung (692) in die folgende über:

$$w_1 F_1 + w_{11} F_{11} \mu_1 < P, \quad . \quad . \quad . \quad (735)$$

worin $P = \frac{\pi \gamma_{11}}{4}(D^2 - d^2)(y + \Delta y)$ zu setzen ist. Wird für $w_{11} F_{11}$ nach Gleichung (709) sein Werth und hierin wieder $U = \pi D$ gesetzt, so ergiebt sich:

$$w_1 F_1 + y^2 \cdot \frac{\gamma_1}{2} \operatorname{tg}^2\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right) \pi D \mu_1 < \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)(y + \Delta y)\gamma_{11}. \quad (736)$$

Wird nun durch die Herstellung eines Brunnenkranzes mit schneidenförmigem Rande die untere Fläche F_1 des Brunnens, ferner durch Ausbaggern des Bodens im Inneren des Brunnens mittels Handbaggern, durch Taucher ꝛc. der Widerstand w_1 des Bodens derart reducirt, daß $w_1 F_1 = 0$ gesetzt werden kann, so ergiebt sich für jede Tiefe y der Einsenkung die jedesmalige Höhe der zur Bewirkung einer Einsenkung erforderlichen Aufmauerung des Brunnens über dem Baugrunde:

$$\Delta y = y\left[\frac{2 y \gamma_1 \operatorname{tg}^2\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right) D \mu_1}{\gamma_{11} (D^2 - d^2)} - 1\right]. \quad (737)$$

Hat der Brunnen die ganze Tiefe seiner Einsenkung erreicht, so wird durch Ausbetoniren des Brunnenfußes der lothrechte Widerstand auf

$$w_1 F_1 = w_1 . \pi . \frac{D^2}{4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (738)$$

gesteigert, um ein weiteres Einsinken des Brunnens zu verhindern und ihm so den nöthigen festen Stand zu verschaffen.

b) Mit Anwendung von Luftdruck.

Wo eine Ausbaggerung des Bodens im Inneren des Brunnens wegen zu bedeutender Wassertiefe, wegen zu fester oder zu ungleichartiger Beschaffenheit des Bodens schwierig oder gar nicht ohne Handarbeit im Trocknen, nach vorheriger Beseitigung des Wassers, zu bewirken ist, läßt sich das Wasser durch Anwendung von comprimirter Luft aus der in dem Innern und am unteren Theile des Brunnens angebrachten Arbeitskammer herauspressen, indem das Wasser bei durchlässigem Boden unter dem Rande jener Kammer durch diesen selbst, bei undurchlässigem Boden durch ein besonderes, im Inneren des Brunnens angebrachtes, über dem Spiegel des umgebenden Wassers mündendes Steigerohr entweicht.

Bei durchlässigem Boden hat der im Inneren der Arbeitskammer erzeugte Luftdruck, außer dem Drucke der Atmosphäre, einer Wassersäule von der Tiefe t des umgebenden Wassers vermehrt um die Tiefe y der Eintauchung des unteren Brunnenrandes unter das Flußbett, s. Tafel 7, Fig. 16, das Gleichgewicht zu halten. Wird der Druck der Atmosphäre auf die Quadrateinheit mit a, mit γ das Gewicht der Cubikeinheit Wasser bezeichnet, so beträgt der auf den Boden der Arbeitskammer vom Durchmesser D nothwendig auszuübende Druck

$$P = \frac{\pi D^2}{4}\left(a + (t+y)\gamma\right), \quad . \quad . \quad . \quad (739)$$

worin a dem Drucke einer Wassersäule von durchschnittlich 10,33 Meter Höhe, also dem Werthe $10{,}33\,\gamma$ entspricht. Da der Cubikcentimeter Wasser 1 Gramm wiegt, so beträgt der Druck der Atmosphäre auf den Quadratcentimeter $a = 1{,}033$ Kilogr.

Wird der Druck der äußeren Wassersäule in Theilen dieser Wassersäule ausgedrückt und

$$(t+y)\gamma = n a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (740)$$

gesetzt, so ergiebt sich:

$$P_1 = \frac{\pi D^2}{4} a (1+n), \quad . \quad . \quad . \quad (741)$$

mithin ein Druck

$$p_1 = a(1+n) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (742)$$

auf die Quadrateinheit. Wird eine Luftschleuse von dem Volumen v_1 angewendet, während das Volumen des Luftschachtes sammt der Arbeitskammer v beträgt, so vermindert sich nach dem Oeffnen der Verbindungsklappe jener Druck p_1 im Innern der Arbeitskammer, des Luftschachtes und der Luftschleuse nach dem Mariotte'schen Gesetz auf

$$p_{11} = a + a n . \frac{v}{v+v'} = a\left(1 + n . \frac{v}{v+v'}\right), \quad (743)$$

mithin für den Boden der Arbeitskammer auf

$$P_{11} = \frac{\pi D^2}{4} a \left(1 + n . \frac{v}{v+v'}\right), \quad . \quad (744)$$

woraus folgt, daß es im Interesse der Wasserhaltung vortheilhaft ist, den Innenraum v' der Luftschleuse gegen den Innenraum v des Luftschachtes und der Arbeitskammer relativ möglichst zu vermindern. Den größten Werth erreicht n für die ganze Tiefe y = h der Einsenkung, nämlich

$$n_1 = \frac{(t+h)\gamma}{a} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (745)$$

Bezeichnet δ den Durchmesser der äußeren und inneren Verbindungsklappen der Luftschleuse, so hat die äußere der Maximaldruckdifferenz zwischen der in der Luftschleuse befindlichen inneren und der äußeren Luft

$$\pi_1 = \frac{\pi \delta^2}{4} . a n_1 . \frac{v}{v+v_1} \quad . \quad . \quad . \quad (746)$$

und die innere Verbindungsklappe der Maximaldruckdifferenz zwischen der in der Arbeitskammer und dem Luftschacht befindlichen inneren und der äußeren Luft

$$\pi_{11} = \frac{\pi \delta^2}{4} . a n_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (747)$$

zu widerstehen.

Die nach aufwärts gerichteten Luftdruckdifferenzen n a und $n . \frac{v}{v+v_1}$ wirken auf Hebung des Senkbrunnens und betragen, wenn d_1 den Durchmesser des Verbindungsbodens zwischen dem Luftschachte und der Luftschleuse, s. Tafel 7, Fig. 17, und d_{11} den, gewöhnlich größeren, Durchmesser des oberen Bodens der Luftschleuse bezeichnen, im Ganzen beziehungsweise

$$\pi \frac{d_1^2}{4} . n a = \pi . \frac{d_1^2}{4} (t+y)\gamma \quad . \quad (748)$$

$$\text{und } \pi\frac{d_{11}^2}{4}.na\frac{v}{v+v_1} = \pi\frac{d_{11}^2}{4}(t+y)\gamma\frac{v}{v+v_1}, \quad \ldots \quad (749)$$

wovon der größere maßgebend ist. Wäre dies beispielsweise der erstere, so würde Gleichung (737) sich in die folgende verwandeln:

$$\varDelta y = y\left[\frac{2y\gamma_1\,tg^2\left(45-\frac{\varrho}{2}\right)D\mu_1}{\gamma_{11}(D_2^2-d^2)} + \frac{\pi d_1^2}{4}\gamma - 1\right] + \frac{\pi d_1^2}{4}\gamma t, \quad \ldots \quad (750)$$

mithin die Belastung durch Aufmauerung mindestens um so viel zu vermehren sein, als jener Gegendruck der Luft beträgt.

Bei undurchlässigem Boden oder von derjenigen Tiefe der Eintauchung ab, wo derselbe undurchlässig wird, genügt ein einfaches Auspressen oder Auspumpen des in dem Brunnencylinder befindlichen Wassers.

3. Die Gründungen mit Senkröhren

a) ohne Anwendung von Luftdruck.

Die Theorie dieser Versenkungsmethode entspricht derjenigen der Senkbrunnen. Der in Gleichung (735) enthaltene Werth $w_1 F_1$ wird bei der dünnen Wandung der Röhre und dem schneidenförmigen Rande, in welche dieselbe unten endigt, ohnehin auf ein Minimum reducirt, dagegen wird die durch Gleichung (737) bestimmte, zur Bewirkung einer Einsenkung erforderliche Belastung, wo dieselbe durch Aufsetzen von Röhrentrommeln nicht erreicht wird, durch Auflegung besonderer Gewichte oder durch Belastung mit Wasser zu beschaffen sein.

b) Mit Anwendung von verdünnter Luft.

Bei Versenkung von Röhren mit Anwendung von verdünnter Luft beträgt die Druckdifferenz, welche auf das Niedergehen der Röhre von dem beziehungsweise äußeren und inneren Durchmesser D und d wirkt, wenn m den Grad der Luftverdünnung bezeichnet,

$$P_1 = \pi.\frac{D^2}{4}.a - \pi\frac{d^2}{4}a.m = \frac{\pi}{4}a(D^2 - md^2), \quad (751)$$

und der Druck, welcher bei wasserundurchlässigem Boden auf Hebung desselben wirkt,

$$P_{11} = \frac{\pi d^2}{4}a(1+n-m), \quad \ldots \quad (752)$$

wenn na wieder dem Drucke der äußeren Wassersäule von der Tiefe t entspricht. Bei wasserdurchlässigem Boden gleicht sich vor Verdünnung der Luft im Cylinder zunächst der Wasserstand in und außerhalb der Röhre aus, nach Herstellung einer Luftverdünnung bis zu einem Drucke von ma wirkt auf Hebung des Bodens und Wassers innerhalb der Röhren ein Druck

$$P_{111} = \frac{\pi d^2}{4}.a(1-m). \quad \ldots \quad (753)$$

Da im günstigsten Falle $m = 0$ wird, so können höchstens

$$P_1 = \frac{\pi}{4}aD^2,\quad P_{11} = \frac{\pi}{4}d^2a(1+n)$$

$$\text{und } P_{111} = \frac{\pi d^2}{4}a$$

werden: Werthe, welche die Entwickelung einer größeren Druckdifferenz als die einer Atmosphäre nicht gestatten und deshalb Anfangs behufs Erzielung einer kräftigeren Wirkung die Herstellung von besonderen Reservoirs erforderte, worin die Luft verdünnt und dann plötzlich mit dem Cylinderinneren in Verbindung gesetzt wurde, worauf sofort ein stoßweises Niedergehen des Cylinders und Heben des Bodens im Inneren des Cylinders erfolgte, später aber zum gänzlichen Verlassen dieses Gründungsverfahrens, insbesondere zu Gunsten dessen mit Anwendung von verdichteter Luft, führte.

c) Mit Anwendung von verdichteter Luft.

Das Senkverfahren von Röhren zu Fundamenten entspricht in theoretischer Beziehung vollkommen demjenigen der Senkbrunnen, unterscheidet sich dagegen praktisch von demselben nur dadurch, daß deren Umschließungswand aus Eisen statt aus Mauerwerk besteht und deren Belastung nach den ersten Stadien der Entwickelung, worin Gewichte am Kopfe der Röhre aufgelegt wurden, zwischen dem äußeren Röhrenmantel und den Luft- und Fahrschächten, s. Tafel 7, Fig. 18, angebracht wurde und anfangs durch Wasser, später durch Beton bewirkt ward. Indem hierdurch der Schwerpunkt der Röhre von vornherein möglichst tief zu liegen kam, wurde die Senkrechtführung der Röhren erleichtert, und indem die Röhre sofort mit Beton gefüllt wurde, durch die definitive Ausführung des Röhrenpfeilers zugleich die zu seiner Senkung erforderliche Belastung geliefert.

Vierter Abschnitt.

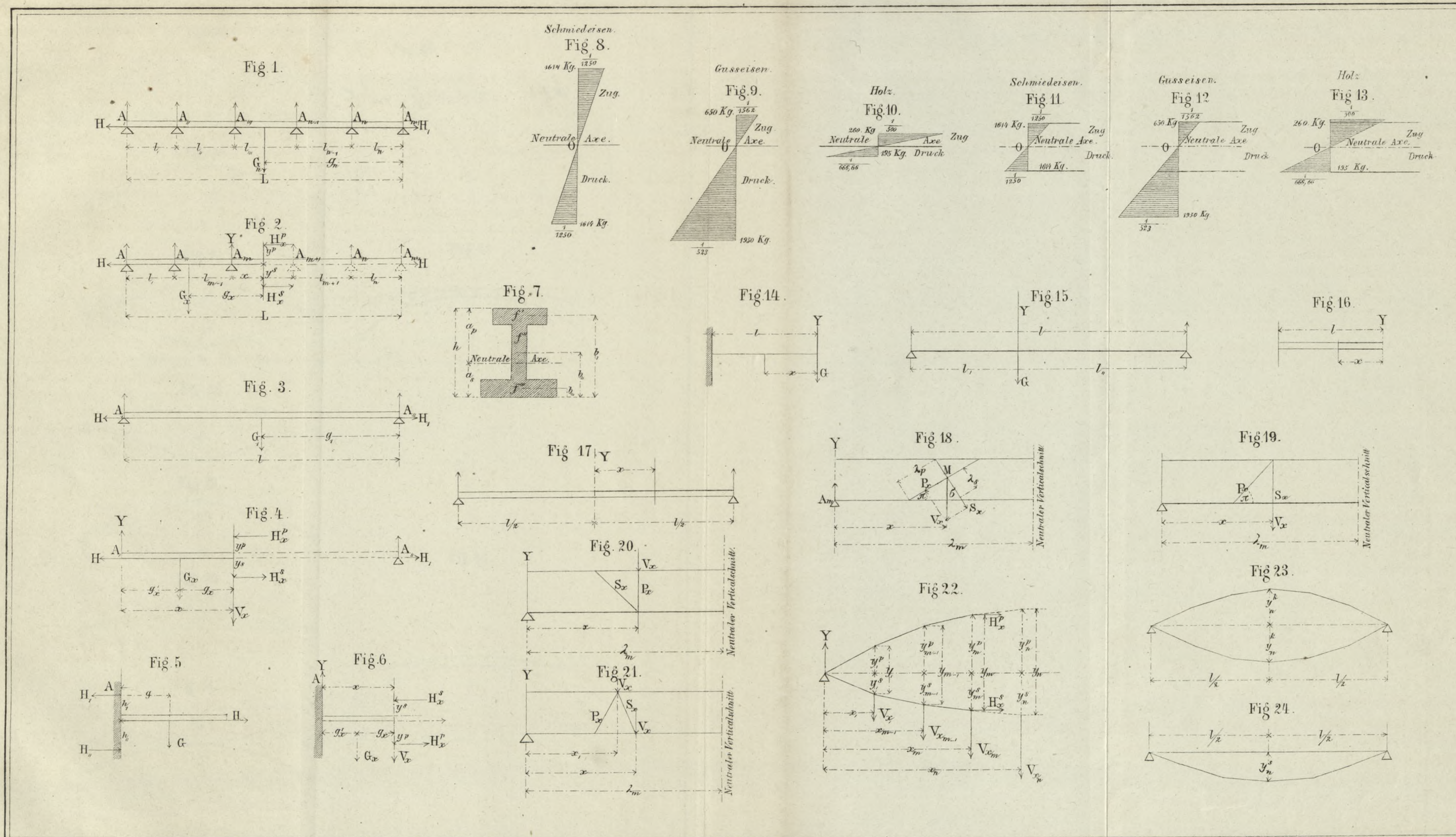
Die Erhaltung der Unterbauconstructionen.

Die Angriffe, welchen die nach den vorentwickelten Grundsätzen den Bedingungen statischer Festigkeit entsprechend hergestellten Unterbauconstructionen besonders in strömendem Wasser ausgesetzt sind, erfordern weitere, theilweise constructive, Anordnungen zur Erhaltung jener Festigkeit oder möglichsten Erhöhung ihrer Dauer. Jene nachtheiligen Einwirkungen sind theils physikalische und erfolgen durch das Wasser im flüssigen und bewegten Zustande oder bei seinem Uebergange aus dem flüssigen in den festen Zustand, theils chemische und arbeiten auf Verwitterung, Fäulniß oder Oxydation durch die gleichzeitige Gegenwart von Wasser und Luft.

Zu den Schutzmitteln gegen jene physikalischen Einwirkungen, insbesondere gegen Unterspülung der Fundamente gehören Steinwürfe, Spundwände aus Holz oder Eisen, in Nothfällen Faschinendeckwerke, Steinpflasterung zwischen Aufbau und Spundwand, sowie vollkommene Sturzbetten zwischen den Fundamenten, s. Tafel 8, Fig. 35, 36, 37, 38, 39 und 40.

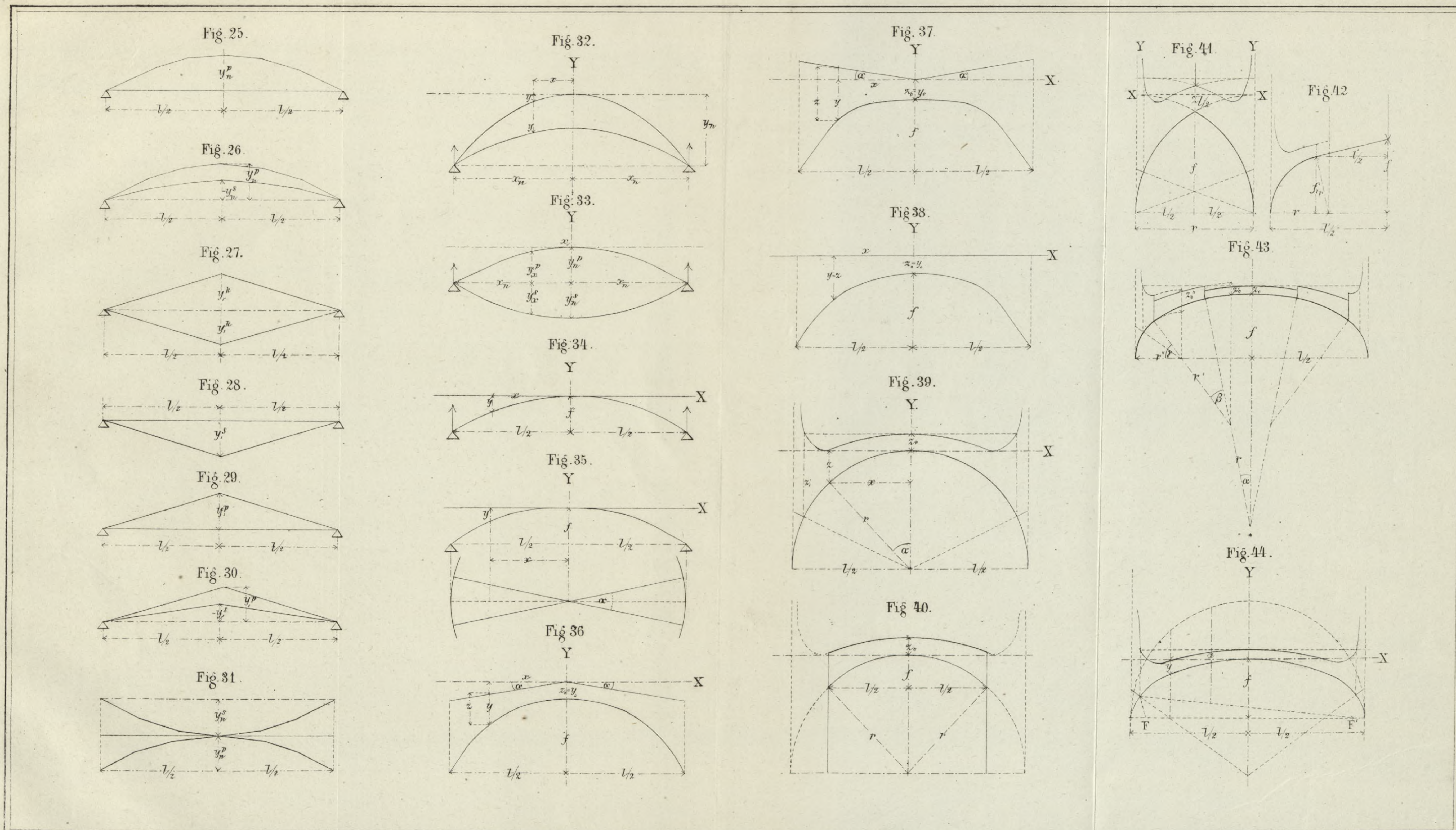
Zu den Schutzmitteln gegen jene chemischen Einflüsse gehören die Anlage der Gründungsbasis in einer Tiefe von mindestens 0,75 Meter unter der Erdoberfläche als derjenigen Grenzregion, bis zu welcher der Frost in den gemäßigten Klimaten nicht mehr eindringt, also eine Zerbröckelung der Bodenbestandtheile nicht mehr veranlaßt, die Verwendung des Holzes zu dessen Schutze gegen Fäulniß nur unter dem niedrigsten Wasserstande zum Zweck des Abschlusses der Luft, sowie die Anstriche und Umhüllungen des Eisens zum Schutze desselben vor Oxydation.

Druck von A. Th. Engelhardt in Leipzig.



Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meißen.



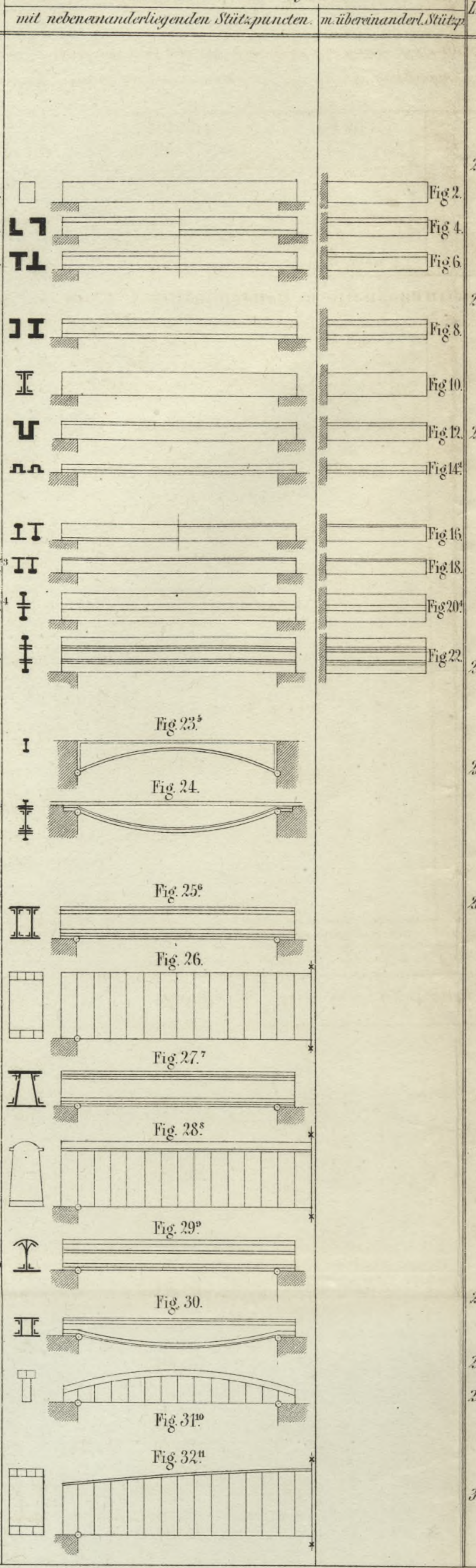
Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meifsen.

Erstens. Die geschlofsenen Systeme.

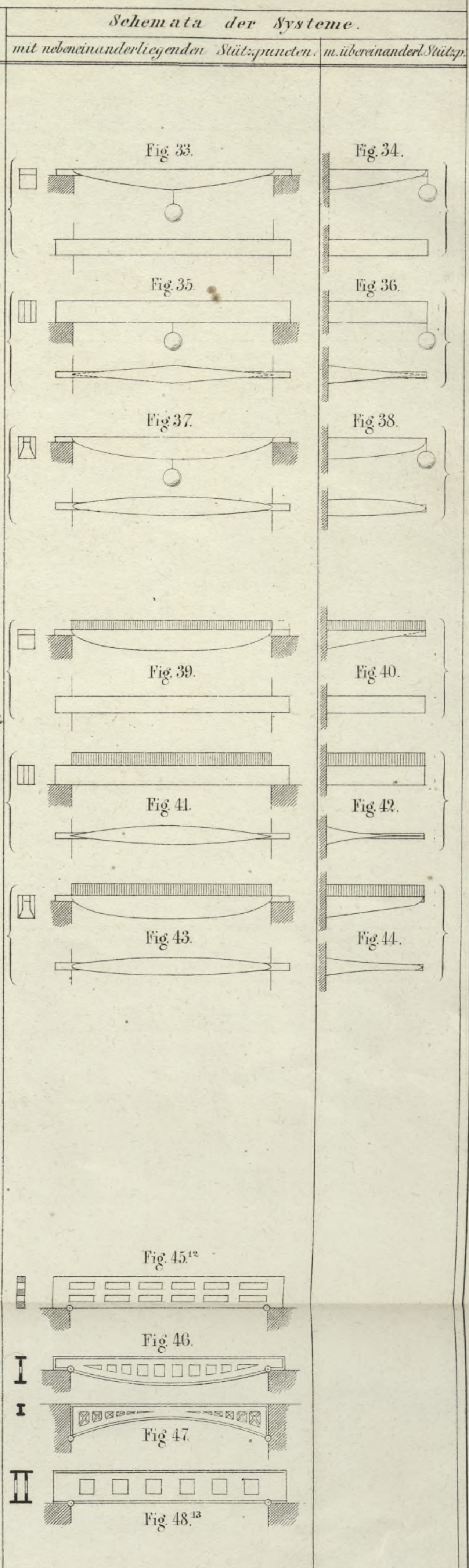
L.Nr.	System Nr.	Bezeichnung der Systeme.
	A.	Die auf die ganze Trägerlänge geschlossenen Systeme.
	I.	Die geschlossenen Systeme mit gegebner Hauptform u. gegebner Belastung.
	1.	Die geschlossenen Systeme mit undurchbrochenem Querschnitt.
		a. Mit gleichem (constantem) Querschnitt.
1.		α. Mit rechteckigem Querschnitt s. Fig. 1 u. 2. Fig. 1.
2.		β. Mit Lförmigem Querschnitt s. Fig. 3 u. 4. Fig. 3.
3.		γ. Mit Tförmigem Querschnitt s. Fig. 5 u. 6. Fig. 5.
		δ. Mit doppelt Tförmigem Querschnitt.
4.		αα. Aus einem Stück gewalzt s. Fig. 7 u. 8. Fig. 7.
5.		ββ. Aus Platten mittelst Nieten zusammengesetzt s. Fig. 9 u. 10. Fig. 9.
		ε. Mit Uförmigem Querschnitt.
6.		αα. Aus einem Stück gegossen s. Fig. 11 u. 12. Fig. 11.[1]
7.		ββ. Aus einem Stück gewalzt s. Fig. 13. Fig. 13.[2]
		ζ. Mit Vignolesschienen-Querschnitt.
8.		αα. Aus einer Vignolesschiene s. Fig. 15. Fig. 15.
9.		ββ. Aus zwei nebeneinanderliegenden Vignolesschienen s. Fig. 17 u. 18. Fig. 17.[3]
10.		γγ. Aus zwei übereinanderliegenden Vignolesschienen s. Fig. 19 u. 20. Fig. 19.[4]
		η. Mit zusammengesetztem Querschnitt.
11.		αα. Aus zwei Vignolesschienen u. einem doppelten T s. Fig. 21 u. 22. Fig. 21.
		b. Die geschlossenen Systeme mit undurchbrochenen ungleichem (variablem) Querschnitt.
12.		α. Mit wagrechter obrer u. concavbogenförmiger untrer Begrenzung s. F. 23.
13.		β. Mit wagrechter obrer u. convexbogenförmiger untrer Begrenzung s. F. 24.
	2.	Die geschlossenen Systeme mit durchbrochenem Querschnitt.
		a. Die geschlossenen Systeme mit durchbrochenem gleichem (const.) Querschn.
		α. Mit durchbrochenem rechteckigem Querschnitt.
14.		αα. Mit einfachem rechteckigem Querschnitt s. Fig. 25.
15.		ββ. Mit zusammengesetztem rechteckigem Querschnitt s. Fig. 26.
		β. Mit trapezförmigem Querschnitt.
16.		αα. Mit ebner Deckplatte s. Fig. 27.
17.		ββ. Mit gebogner Deckplatte s. Fig. 28.
18.		Mit theilweise durchbrochenem doppelt Tförmigen Querschn. s. Fig. 29.
		b. Die geschlossenen Systeme mit durchbrochenem ungleichem (variablem) Querschnitt
		α. Mit durchbrochenem rechteckigem Querschnitt.
		αα. Mit einfachem rechteckigem Querschnitt s. Fig. 30.
		ββ. Mit zusammengesetztem rechteckigem Querschnitt s. Fig. 31 u. 32.

Schemata der Systeme: mit nebeneinanderliegenden Stützpuncten. / m. übereinanderl. Stützp.



L.Nr.	System Nr.	Bezeichnung der Systeme.
	II.	Die geschlossenen Systeme mit gegebner Hauptbelastung und theilweise gegebner, theilweise gesuchter Systemform.
	1.	Träger mit stellenweise wirkender (concentrirter, localisirter) Belastung.
21.		a. Mit gleicher (constanter) Breite s. Fig. 33 u. 34. Bemerkung. Die unteren Begrenzungslinien dieser Träger sind gemeine Parabeln.
22.		b. Mit gleicher (constanter) Höhe s. Fig. 35 u. 36. Bemerkung. Die seitlichen Begrenzungslinien dieser Träger sind grade Linien.
23.		c. Mit ähnlichen rechteckigen Querschnitten s. Fig. 37 u. 38. Bemerkung. Die unteren und seitlichen Begrenzungslinien dieser Träger sind gleichzeitig cubische Parabeln.
	2.	Träger mit gleichförmig vertheilter Belastung.
24.		a. Mit gleicher (constanter) Breite s. Fig. 39 u. 40. Bemerkung. Die untere Begrenzungslinie in Fig. 39 ist eine Ellipse, in Fig. 40 eine grade Linie.
25.		b. Mit gleicher (constanter) Höhe s. Fig. 41 u. 42. Bemerkung. Die seitlichen Begrenzungslinien dieser Träger sind Zweige gemeiner Parabeln.
26.		c. Mit ähnlichen rechteckigen Querschnitten s. Fig. 43 u. 44. Bemerkung. Die unteren u. seitlichen Begrenzungslinien dieser Träger sind Curven vom dritten Grade.
	B.	Die nicht auf die ganze Trägerlänge geschlossenen Systeme oder die theilweise geschlossenen Systeme.
	I.	Die theilweise geschlossenen Systeme mit gegebner Hauptform und gegebner Belastung.
	1.	Mit undurchbrochenem Querschnitt.
		a. Mit gleichem Querschnitt.
27.		α. Mit rechteckigem Querschnitt s. Fig. 45.
		b. Mit ungleichem Querschnitt.
28.		α. Mit doppelt Tförmigem nach der Mitte zunehmendem Querschn. s. F. 46.
29.		β. Mit doppelt Tförmigem nach der Mitte abnehmendem Querschn. s. Fig. 47.
	2.	Mit durchbrochenem Querschnitt.
		a. Mit gleichem Querschnitt.
30.		α. Mit rechteckigem Querschnitt s. Fig. 48.

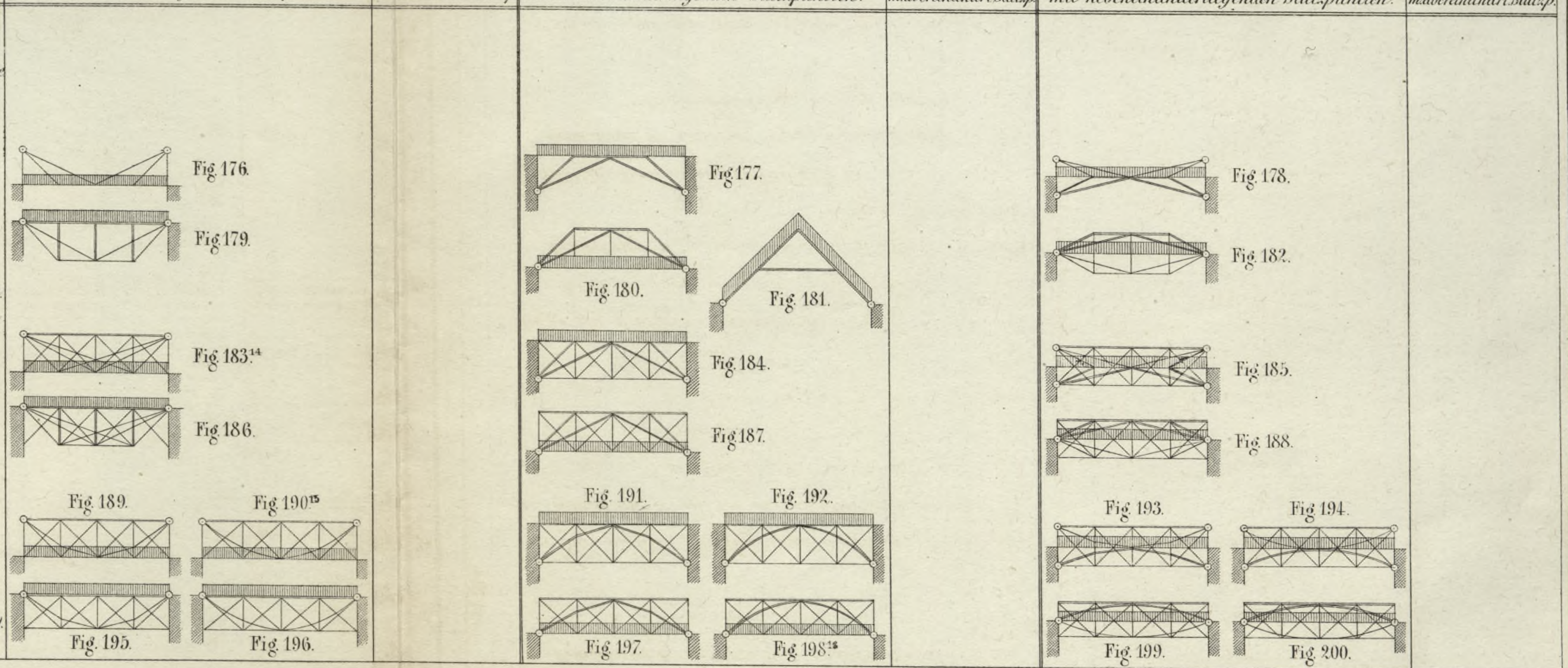
Schemata der Systeme: mit nebeneinanderliegenden Stützpuncten. / m. übereinanderl. Stützp.



Zweitens. Die offengebauten Systeme (Fortsetzung v. Taf. 27_28).

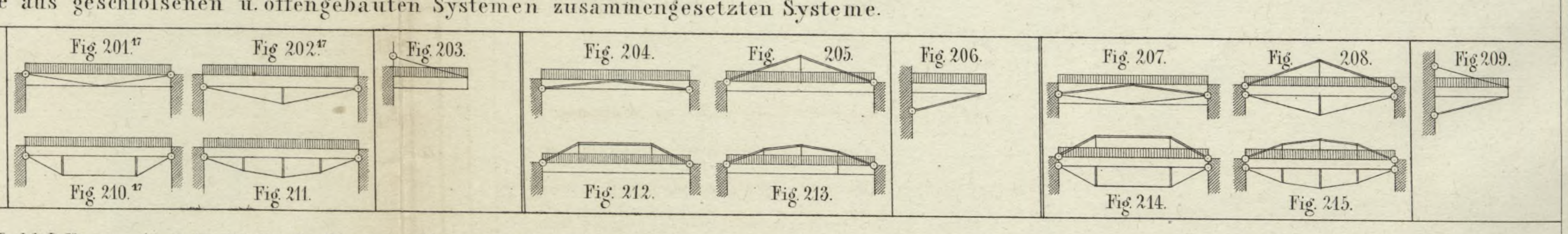
L.Nr.	System Nr.	Bezeichnung der Systeme.
	B.	Die zusammengesetzten offengebauten Systeme.
	I.	Die aus Dreieck-(Trigonal-) und Vieleck-(Polygonal-) Systemen zusammengesetzten Systeme
		Mit wagrechter Belastungstafel
71.		Mit durch die Sohle des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 176_178.
72.		Mit durch den Scheitel des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 176_178.
73.		Mit durch die Stützpuncte des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 179_182.
74.		Mit geneigter Belaslastungstafel s. Fig. 181.
	II.	Die aus Dreieck-(Trigonal-) und Parallelträger-Systemen zusammengesetzten Systeme.
75.		Mit wagrechter durch die Sohle des Systems gelegter Belastungst. s. Figg. 183_185.
76.		Mit wagrechter durch den Scheitel des Systems gelegter Belastungst. s. Figg. 183_185.
77.		Mit wagrechter durch die Stützpuncte des Systems gelegter Belastungst. s. Figg. 186_188.
	III.	Die aus Vieleck-(Polygonal-) oder Bogen-(Curval-) und Parallelträger-Systemen zusammengesetzten Systeme
78.		Mit wagrechter durch die Sohle des Systems gelegter Belastungst. s. Figg. 189_194.
79.		Mit wagrechter durch den Scheitel des Systems gelegter Belastungst. s. Figg. 189_194.
80.		Mit wagrechter durch die Stützpuncte des Systems gelegter Belastungst. s. Figg. 195_200.

Schemata der Systeme mit gezogenen Hauptgliedern (mit nebeneinanderliegenden Stützpuncten. / m. übereinanderl. Stützp.) — Schemata der Systeme mit gedrückten Hauptgliedern (mit nebeneinanderliegenden Stützpuncten. / m. übereinanderl. Stützp.) — Schemata der Systeme mit gezog. u. gedr. Hauptgliedern (mit nebeneinanderliegenden Stützpuncten. / m. übereinanderl. Stützp.)



Drittens. Die aus geschlofsenen u. offengebauten Systemen zusammengesetzten Systeme.

L.Nr.	System Nr.	Bezeichnung der Systeme.
81.	I.	Die aus Dreieck-(Trygonal-) und geschlossenen Systemen zusammengesetzten Systeme s. Figg. 201_209.
82.	II.	Die aus Vieleck-(Polygonal-) und geschlossenen Systemen zusammengesetzten Systeme s. Figg. 210_215.



Anmerkungen: No. 14_17. Anmerkungen. 14. ad Fig. 183. Vergl. Die Brücke über den Potomac bei Harpers-Ferry v. Wendel Bollmann. 15. ad Fig. 190. Vgl. Die Hängfachwerkbrücke über den Niagara zur Verbindung der New-York-Central-Eisenbahn mit der grossen Westbahn in Canada von J. Röbling. 16. ad Fig. 198. Vgl. Die Holzbrücken von Burr (Brücke über den Mill-Creek bei Cincinnati und über den Connecticut bei Bellow-Falls in der Cheshire-Eisenbahn) Thayer und Brown in den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika. 17. ad Figg. 201, 202 und 210 Vgl. Die Träger nach dem System Wiegmann.

Anmerkungen: No. 1_13. Anmerkungen. 1. ad Fig. 11. Vgl. Die Brücke über den Waldprechtsbach in der badischen Eisenbahn. S. Die badische Eisenbahn. Carlsruhe 1844 Taf. X. 2. ad Figg. 13 u. 14. Träger aus Brückschienen (nach Brunel'schem oder Ruppert'schem Querschnitt) 3. ad Figg. 17 u. 18. Träger von Eisenbahndurchlässen der Hessischen Ludwigsbahn. 4. ad Figg. 19 u. 20. Träger der Eisenbahndurchlässe der Hannover'schen Eisenbahnen. 5. ad Fig. 23. Träger von Main-Weser-Bahn-Viaducten aus Gusseisen (jetzt durch schmiedeiserne Träger ersetzt) 6. ad. Fig. 25. Brücke bei Asnières. Vgl. Molinos et Pronnier Taf. XII ff. 7. ad. Fig. 27 Träger von Fairbairn & Stephenson. 8. ad Fig. 128. Vgl. Die Brücke uber den Aire bei Brotherton. 9. ad Fig. 29. Vgl. Die Brücke über den Wye bei Chepstow v. Brunel 10. ad. Fig. 31. Landungsbrücke in Liverpool von Fairbairn. 11. ad Fig. 32. Vgl. Die Tunnelröhrenbrücke über die Meerenge Menai bei Bangor von Stephenson. 12. Vgl. Die österreichischen Träggeländerbrücken. 13. Vgl. Die Brücke über die Schelde zu Gent.

Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meifsen.

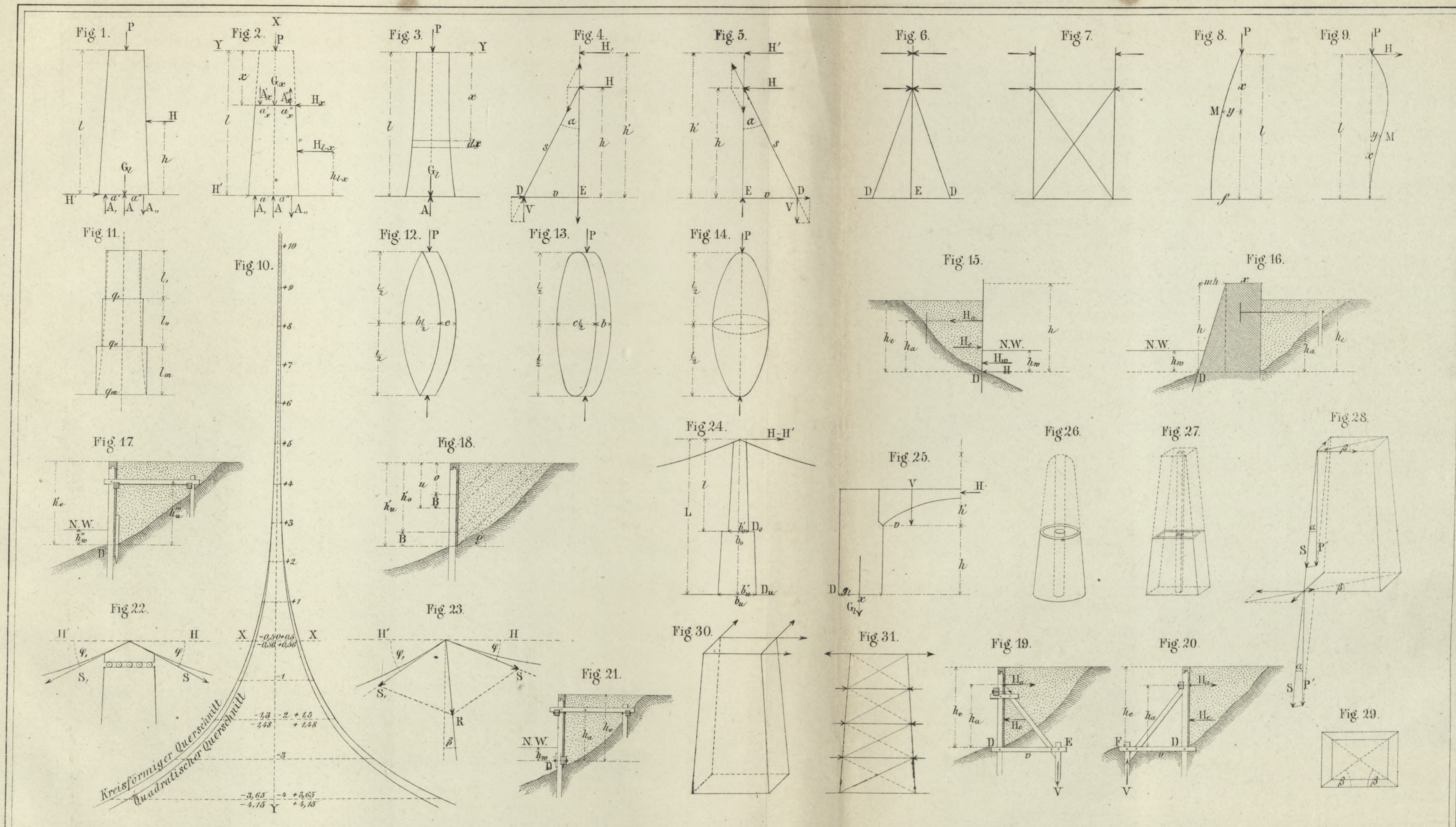
Zweitens. Die offengebauten Systeme.

L.Nr.	System Nr.	Bezeichnung der Systeme.
	A.	Die einfachen offengebauten Systeme.
	I.	Die einfachen offengebauten Systeme mit gegebner Hauptform u. gegebner Belastung.
	1.	Die Träger mit constanter Höhe oder die Parallelträger.
		a. Die Parallelträger mit dem Stabsystem des gleichschenkligen Dreiecks.
31.		Mit durch {die Sohle} des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 49_54.
32.		{den Scheitel}
33.		Mit durch die Stützpuncte des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 55_60.
		b. Die Parallelträger mit dem Stabsystem des rechtwinkligen Dreiecks.
34.		Mit durch {die Sohle} des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 61_66.
35.		{den Scheitel}
36.		Mit durch die Stützpuncte des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 67_72.
37.	2.	Die Träger mit gegebner, theilweise constanter, theilweise variabler Höhe s. Figg. 73 u. 74.
38.	3.	Die Träger mit gegebner, variabler Höhe s. Fig. 75.
	II.	Die einfachen offengebauten Systeme mit gegebner Belastung u. hieraus abgeleiteter Systemform.
	1.	Die Träger mit concentrirten Belastungen u. vieleckiger (polygonaler) Systemf. (Die Vieleck- od. Polygon-Tr.)
		a. Die Vieleck-(Polygonal-) Träger mit mehr als Einem Angriffspunct zwischen je zwei Stützpuncten.
39.		α. Mit mehr als zwei Stützpuncten (Die fortlaufenden (continuirlichen) Vieleck-(Polygon-) Syst.)
		β. Mit zwei Stützpuncten (Die abgesetzten (discontinuirlichen) Vieleck-(Polygonal-) Systeme.
		Mit wagrechter Belastungstafel.
40.		Mit durch {die Sohle / den Scheitel} des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 79_86.
41.		Mit durch die Stützpuncte des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 87_90.
42.		Mit geneigter Belastungstafel s. Figg 91_94.
		b. Die Träg. m. Einem Angriffsp. zwischen je 2 Stützp. u. dreieckiger (trigon.) Systf. (Die Dreieck- od. Trigon. Tr.)
43.		α. Mit mehr als 2 Stützpuncten od. d. fortlaufenden (continuirl.) Dreieck-(Trigon.) Syst.e s. Fig. 95_97.
		β. Mit 2 Stützpuncten oder die abgesetzten (discontinuirlichen) Dreieck-(Trigonal-) Systeme.
		Mit wagrechter Belastungstafel.
44.		Mit durch {die Sohle / den Scheitel} des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 98_103.
45.		Mit durch die Stützpuncte des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 104_106.
46.		Mit geneigter Belastungstafel s. Fig. 107.
		c. Die Dreieck-(Trigonal-) Systeme mit mehr als Einem Angriffspunct.
		α. Die Mehrfachen der Dreieck-(Trigonal-) Systeme (Die mehrf. Dreieck-(Trigonal-) Systeme.
47.		Mit durch {die Sohle / den Scheitel} des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 108_113.
48.		Mit durch die Stützpuncte des Systems gelegter Belastungst. s. Figg. 114_116
		β. Die versteiften Dreieck-(Trigonal-) Systeme.
		αα. Mit eingeschalteten Hülfsträgern analoger Neigung.
		Mit wagrechter Belastungstafel.
49.		Mit durch {die Sohle / den Scheitel} des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 117_122.
50.		Mit durch die Stützpuncte des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 123_125.
51.		Mit geneigter Belastungstafel s. Fig. 126.
		ββ. Mit eingeschalteten Hülfsüberträgern v. verschiedener Neigung.
		Mit wagrechter Belastungstafel.
52.		Mit durch {die Sohle / den Scheitel} des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 127_132.
53		Mit durch die Stützpuncte des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 133_135.
54.		Mit geneigter Belastungstafel.
		γγ. Mit eingeschalteten Hülfsüberträgern v. theils gleicher theils verschiedener Neigung.
		Mit wagrechter Belastungstafel.
55.		Mit durch {die Sohle / den Scheitel} gelegter Belastungstafel s. Figg. 137_144.
56		Mit durch die Stützpuncte des Systems gelegter Belastungstafel s. Figg. 145_151.
57		Mit geneigter Belastungstafel s. Figg. 148a und 149a
	2.	Die Träger mit vertheilten Belastungen u. bogenförmiger (curvaler) Systemf. (Die Bogen- od. Curval-Systeme)
		a. Die Bogen-(Curval-) Träger mit gleichförmig vertheilter Belastung.
		α. Mit gleichförmig auf d. Projection vertheilter Belastg. (Die Parabeltr. od. parabolisch. Bogen-(Curvl.-Tr.)
58.		αα. Mit mehr als 2 Stützpuncten (Die fortlfden (continuirlichen) Parabelträger) s. Fig. 152 u. 153.
59.		ββ. Mit 2 Stützpuncten (Die abgesetzten (discontinuirlichen) Parabelträger) s. Figg. 154_164.
60.		β. Mit gleichförm. auf die Länge vertheilter Belastung (Die Bogen-(Curval-) Träger nach der Kettenlinie s. Fig. 165.
		b. Die Bogen-(Curval-) Träger mit ungleichförmig vertheilter Belastung.
61.		α. Mit nach den Stützpuncten hin proportional zunehmender Belastung (Die Bogen-(Curval-) Träger der cubischen Parabel) s. Fig. 166.
		β. Mit gerad abgeglichner Belastung (Bogen-(Curval-) Träger der Klinoïden) s. Figg. 167_169.
62.		αα. Mit nach dem Scheitel steigender Belastung (Bogen-(Curval-) Träger der Anaklinoïde) s. Fig. 167.
63.		ββ. Mit nach dem Scheitel fallender Belastung (Bogen-(Curval-) Träger der Kataklinoïde) s. Fig. 168.
64.		γγ. Mit wagrecht abgeglichner Belastung (Bogen-(Curval-) Träger der Aklinoïde) s. Fig. 169.
	III.	Die einfachen offengebauten Systeme mit gegebner Form und gesuchter Hauptbelastung.
	1.	Träger mit Theilen eines Kreises als Systemform (Die Kreis-Bogenträger).
65.		a. Träger mit dem Halbkreis oder vollen Bogen (Halbkreisbogenträger) s. Fig. 170.
66.		b. Träger m. d. Kreissegmentbogen od. Stichbogen (Segmentbogenträger od. Stichbogentr.) s. Fig. 171.
		c. Träger mit aus mehreren Kreistheilen (Kreissegmenten) zusammengesetzter Systemform.
67.		α. Mit der Systemf. des deutsch-gothischen Spitzbogens (Deutscher Spitzbogentr.) s. Fig. 172.
68.		β. Mit der Systemf. des englisch-gothischen Spitzbogens (Englischer Spitzbogentr.) s. Fig. 173.
69.		γ. Mit der Systemform der Korblinie (Korbbogenträger) s. Fig. 174.
70.	2.	Träger mit der Ellipse als Systemform (Englischer Bogen-(Curval-) Trager s. Fig. 171.

Schemata der Systeme mit gezogenen Hauptgliedern und nebeneinanderliegenden Stützpuncten. / u. übereinanderl. Stützp. — Schemata der Systeme mit gedrückten Hauptgliedern und nebeneinanderliegenden Stützpuncten. / u. übereinanderl. Stützp. — Schemata der Systeme mit gezog. u. gedr. Hauptgliedern und nebeneinanderliegenden Stützpuncten. / u. übereinanderl. Stützp.

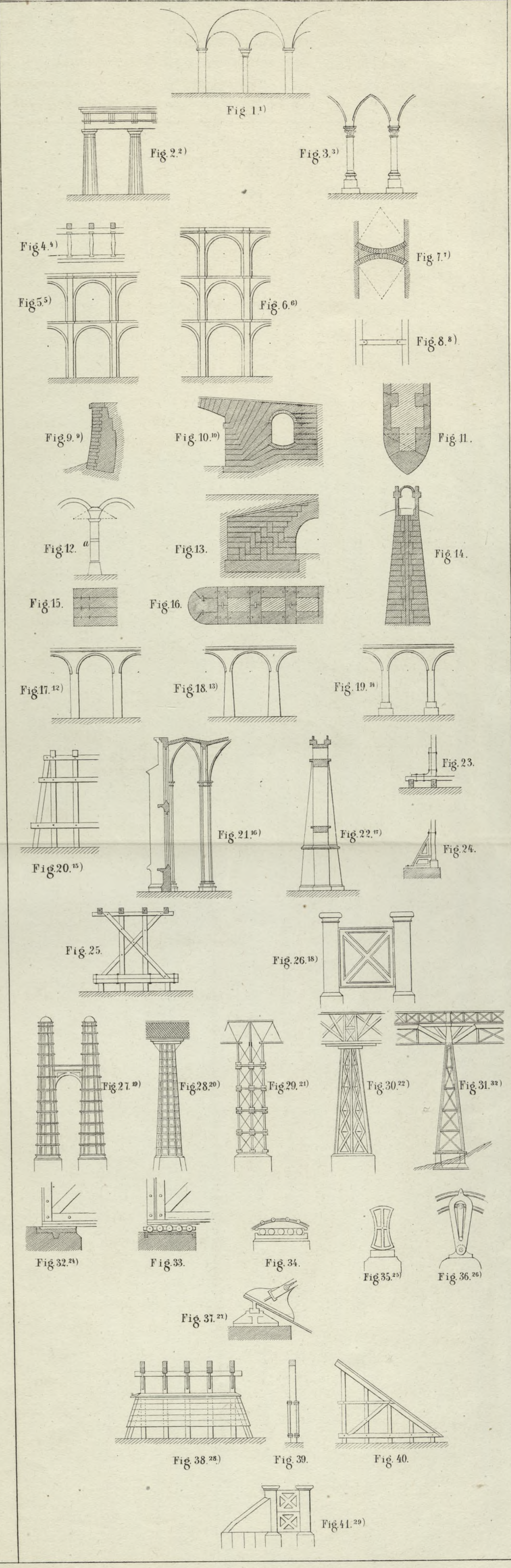
Anmerkungen. 1. ad Fig. 49 Vergl. die Brücke über den Trent bei Newark. 2. ad Fig. 55. Vgl. den Crumlin Viaduct in Süd-Wales. 3. ad Fig. 59 Vgl. die Brücke über die Lahn bei Lahnstein. Hartwich, Erweiterungsbauten d. rhein. Eisenbahn III. Taf. 13. 4. ad Fig. 61 Vgl. die Brücke über den alten Rhein bei Griethausen. A. a. O. III. Taf. 9 u. 10. 5. ad Fig. 65. Brücke über den Flackensee bei Erkner. 6. ad Fig. 74. Vgl. die Brücken nach dem System Schwedler. Brücke über die Weser bei Corvey in der Altenbeken-Holzmindener Eisenbahn Ztschr. f. Bauw. 1867 Taf. 29_32., Fluthbrücke über die Oder bei Stettin und Strassenbrücken der Stadt Breslau. Vgl. Architektenwochenbl. 1867 pag. 250 ff. 7. ad Fig. 75. Vgl. die Brücke über den Leck bei Kuilenburg und über die Waal bei Bommel Vgl. Architektenwochenbl. 1867 pag. 316 ff. 8. ad Fig. 77 Vergl. die gestützte Charnierbrücke über die Spree in der Verbindungsbahn zu Berlin Ztschr. f. Bauw. 1866 pag. 267 ff. 9. ad Fig. 78 Vgl. den Entwurf einer Brücke über den Bosphorus v. Ruppert. Wien 1867. 10. ad Fig. 82. Vgl. die Brücke über den Rhein bei Coblenz Ztschr. f. Bauw. 1864 pag. 47 ff. 11. ad Fig. 88 Vgl. die Brücke über die Themse bei Windsor; über die Orne bei Caën, über die Brahe bei Czersk etc. 12. ad Fig. 89 Vgl. die Brüken nach dem System Pauli z. B. Eisenbahnbrücke über den Rhein bei Mainz, Eisenbahnbrücke über die Isar bei Rosenheim, Linie Rosenheim-Salzburg. 13. ad Fig. 94. Vgl. den Dachstuhl der Centralbahnhofshalle zu Birmingham, od. Bahnhalle zu Amsterdam etc. 14. ad Fig. 114. Vgl. die Fink'schen u. Bollmann'schen Träger, z. B. Brücke über den Wheeling in der Linie Baltimore-Ohio. Vgl. Fink. Baugewerbe. Darmstadt 1865 pag. 99. 15. ad Fig. 149a Vgl. den eisernen Dachstuhl des Exercierhauses der grossen Caserne bei Hannover Vgl. Ritter Elementare Berechng. der Brücken- u. Dachconstructionen Hannov. 1863 pag. 8 ff. 16. ad Fig. 152 Hängebrücke über die Themse in London (Hammersmithbrücke; über die Donau zwischen Ofen u. Pesth, über die Moldau zu Prag etc. 17. ad Fig. 158 Vgl. die Hülfsbrücke beim Bau der Brücke El-Kantara bei Constantine Allg. Bztg. Wien 1866 pag. 197. 18. ad Fig. 162. Vgl. die Brunel'schen Träger z. B. d. Brücke über den Tamar bei Saltash und die Laves'schen Träger z. B. eiserne Strassenbrücken in Bremen. 19. ad Fig. 165. Vgl. die Gurtbogen der Kirche in Bulach. Hübsch. Bauwerke Carsruhe 1838 pag. 52 ff. 20. ad Fig. 166. Vgl. die flachen schmiedeisernen Kuppeln über Gasometer v. Schwedler Ztschr. f. Bauw. 1866. 21. ad Fig. 167 u. 168. Noch neu u. unausgeführt. 22. Auch von Hagen u. Schwedler vorgeschlagen.

Verlag von Arthur Felix in Leipzig.
Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meißen.



Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

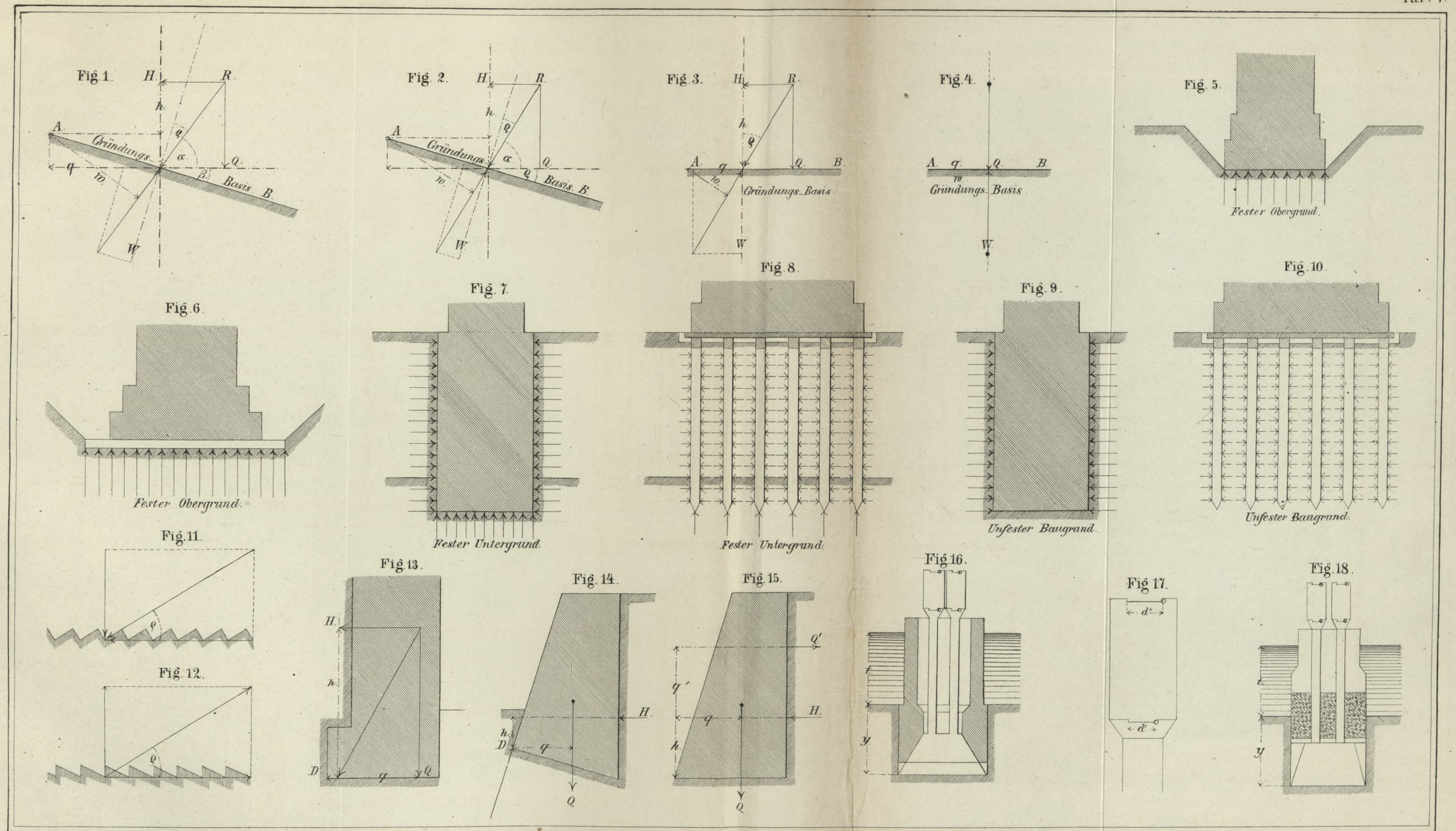
Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meifsen.

L. Nr.	Begleitende Umstände		System Nr.			Bezeichnung der Anordnung der Aufbauconstructionen.	Schemata der Aufbauconstructionen.
	Die Richtung der angreifenden Kräfte (Schwere, Windstoss, Eisstoss, Verkehrsstösse, Centrifugalkraft, Ausdehnung der Ueberbauconstruction durch die Wärme) ist.	senkrecht.				**A. Anordnung der Aufbauconstruction zur Herstellung des statischen Gleichgewichts.**	
						I. Anordnung der Aufbauconstruction zur Vermeidung lothrecht fortschreitender Bewegung.	
						a, Anordnung zur Vermeidung ausschliesslich lothrecht fortschreitender Bewegung durch Zerdrücken.	
1			1			Anwendung druckfesten Materials (Stein, Gusseisen, Schmiedeeisen, Holz.)	
			2			Annahme eines der Festigkeit des Materials entsprechenden Querschnitts.	
2				a		Constanter Maximalquerschnitt Fig. 1.	
				b		Nach unten zunehmender Querschnitt.	
3					α	Allmälig zunehmender Querschnitt. Fig. 2.	
4					β	Absatzweise zunehmender Querschnitt. Fig. 3.	
						b, Anordnung zur Vermeidung lothrecht und gleichzeitig wagrecht fortschreitender Bewegung durch Zerknicken.	
5			1			Anwendung eines Quer- und Längenschnitts von angemessener Form und Abmessung. Fig. 4.	
			2			Verbindung mehrerer Stützen unter sich.	
				a		Durch Gewölbebogen.	
6					α	Einfache Gewölbebogen. Fig. 5.	
7					β	Mehrfache Gewölbebogen. Fig. 6.	
8					γ	Gegengewölbe. Fig. 7.	
9				b		Durch Verankerung. Fig. 8	
		wagrecht oder geneigt.				II. Anordnung der Aufbauconstruction zu Vermeidung wagrecht fortschreitender Bewegung durch seitliche Verschiebung.	
			1			Durch Lage und Form der Fuge.	
10				a		Durch geneigte Fugenflächen. Fig. 9.	
11				b		Durch gebrochene Fugenflächen. Fig. 10. und Fig. 11.	
12			2			Durch angemessenen und hinreichend erhärteten Bindestoff.	
			3			Durch Bindestücke.	
13				a		Steinerne Durchbinder. Fig. 12. bei a.	
14				b		Steinerne Verticalbinder. Fig. 13 und 14.	
15				c		Eiserne Dübel Fig. 15.	
16				d		Eiserne Klammern. Fig. 16.	
17			4			Gewicht und Reibung der Constructionstheile des Aufbaues.	
						III. Anordnung der Aufbauconstruction zu Vermeidung drehender Bewegung.	
			1			Durch Annahme eines dem Drehungsmoment entsprechenden Querschnitts.	
18				a		Constanter Maximalquerschnitt. Fig. 17.	
				b		Nach unten zunehmender Querschnitt.	
19					α	Allmählich zunehmender Querschnitt. Fig. 18.	
20					β	Absatzweise zunehmender Querschnitt. Fig. 19.	
			2			Durch Verstrebung.	
21				a		Holzstreben. Fig. 20.	
22				b		Strebepfeiler. (Contreforts). Fig. 21 und 22.	
23				c		Eiserne Winkel oder Dreiecke. Fig. 23 und 24.	
			3			Durch Verankerung.	
24				a		Mit dem Fundamentsockel durch Bolzen, Steinschrauben, Anker.	
25				b		Mit isolirten Stützpuncten durch Zugstangen, Drähte, Ketten (Sturmanker.)	
			4			Durch Versteifung.	
26				a		Mittelst hölzerner Versteifungskreuze. Fig. 25.	
27				b		Mittelst eiserner Versteifungskreuze. Fig. 26.	
			5			Durch Verbindung einzelner Stützen unter sich.	
28				a		Mittelst Gewölbebogen bei Steinpfeilern. Fig. 5, 6, 17, 18, 19.	
29				b		Mittelst eiserner Querbänder bei eisernen Stützen. Fig. 8 und. 27.	
30			6			Durch Bildung steifer eiserner Röhrenpfeiler. Fig. 27.	
			7			Durch Bildung steifer durchbrochener Pyramiden.	
31				a		Aus gusseisernen Platten. Fig. 28.	
32				b		Aus gusseisernen Röhren und schmiedeisernen Zugstangen. Fig. 29.	
33				c		Aus Holz und schmiedeisernen Zugstangen. Fig. 30.	
34				d		Aus Holz. Fig. 31.	
			8			Durch Isolirung des Aufbaus von dem den Wirkungen der Wärme ausgesetzten Ueberbau.	
35				a		Mittelst Schiebeplatten. Fig. 32.	
36				b		Mittelst Rollenstühlen. Fig. 33 und 34.	
37				c		Mittelst Pendeln. Fig. 35.	
			9			Durch Isolirung des Aufbaus von dem, den Verkehrsstössen oder anderen Erschütterungen ausgesetzten Ueberbau.	
38				a		Mittelst elastischer Zwischenmittel (Holz, Filz, Asphalt.)	
39				b		Mittelst loser Zwischenmittel (Sand, Kies, Schotter.)	
40			10			Durch Reduction der Auflagestelle auf eine stumpfe Schneide oder Halbwalze. Fig. 37.	
	Bei Einwirkung von	Wasserströmung und Eisstoss.				**B. Anordnung der Aufbauconstruction zur Erhöhung ihrer Dauer.**	
						I. Mittel zur Sicherung der Aufbauconstruction gegen physikalische Einwirkungen.	
41			1			Verschaalung oder Holzjoche. Fig. 38.	
42			2			Verankering der Quader in den unteren Schichten der Steinpfeiler.	
43			3			Verschienung der stromaufwärts gekehrten Steinpfeilerseiten.	
44			4			Zertheilung des Eises durch Eisbrecher von Holz oder Eisen Fig. 39, 40 und 41.	
45			5			Umgebung des Aufbaus mit Pfählen bis zur Hochwasserhöhe.	
		Luft und Wasser				II. Mittel zur Sicherung der Aufbauconstruction gegen chemische Einwirkungen.	
46			1			Anstrich der hölzernen und eisernen Aufbauconstructionen.	
47			2			Conservirung des zu dem Aufbau verwendeten Holzes.	
48			3			Anwendung wetterbeständiger Steine für steinerne Aufbauconstructionen.	

Anmerkungen. 1, ad Fig. 1. Z.B. Die Stiftskirche zu Echternach bei Trier. 2, ad. Fig. 2. Z.B. Die Säulenschäfte der Dorischen Tempel. 3, ad Fig. 3. Z.B. Die Säulenschäfte der Romanischen u. Gothischen Pfeiler u. Säulen. 4, ad Fig. 4. Z.B. Gusseiserne Ständer an Brückenjochen. 5, ad Fig. 5. Z.B. Goelviaduct bei Aachen. 6, ad Fig. 6. Z.B. Göltschthalviaduct bei Reichenbach in Sachsen. 7, ad. Fig. 7. Z.B. Verspannung hoher Umfangsmauern in Venedig. 8, ad Fig. 8. Z.B. Säulenanker, Gebälkanker. 9. ad Fig. 9. Z.B. Englische Strandmauern. 10. ad Fig. 10. Z.B. Stainesbrücke ü. d. Themse in London. 11, ad Fig. 12. Z.B. Viaduct in der Main-Weser-Bahn über das Rosenthal bei Friedberg. 12, ad Fig. 17. Z.B. Victoria Viaduct der Durham-Junction-Bahn. 13. ad Fig. 18. Z.B. Viaduct in Bietigheim. 14. ad. Fig. 19. Z.B. Viaduct bei Bielefeld. 15. ad. Fig. 20. Z.B. Bei hölzernen Brückenjochen und Fachwerkswänden 16, ad. Fig. 21. Vgl. u. a. die Strebepfeiler der Elisabeth Kirche zu Marburg. 17, ad Fig. 22. Vgl. u. a. die Pfeiler des Aquaducts von Roquefavour. 18, ad Fig. 26. Vgl. u. a. die Röhrenpfeiler der Eisenbahnbrücke über den Allier bei Moulins. 19, ad. Fig. 27. Z.B. Die Pfeiler der Hängebrücke über die Dordogne bei Cubzac. 20., ad. Fig. 28. Vgl. u. a. die Pfeiler des Viaducts über die Sitter bei St. Gallen. 21., ad. Fig. 29. Pfeiler des Crumlin Viaducts in Süd-Wales. 22, ad. Fig. 30. Z.B. Die Brücke in der Petersburg-Moscau-Bahn über den Msta. 23, ad. Fig. 31. Vrgl. den St. Germans-Viaduct in der Cornish-Bahn (S.W. Humber A record of the progress of modern Engineering London 1868 p. 45) 24, ad. Fig. 32. Z.B. Brücke in der Rheinischen-Bahn über die Nahe bei Bingen. 25., ad Fig. 35. Z.B. Hängebrücke bei Cubzac. 26, ad. Fig. 36. Hängebrücke bei Seraing. 27., ad. Fig. 37. Z.B. Brücken nach dem System Pauli. 28, ad. Fig. 38. Z.B. Die Reichenbachbrücke über die Isar in München. 29, ad. Fig. 41. Vgl. die Brücke über den Niemen bei Kowno.

Verlag v. Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann in Meißen.

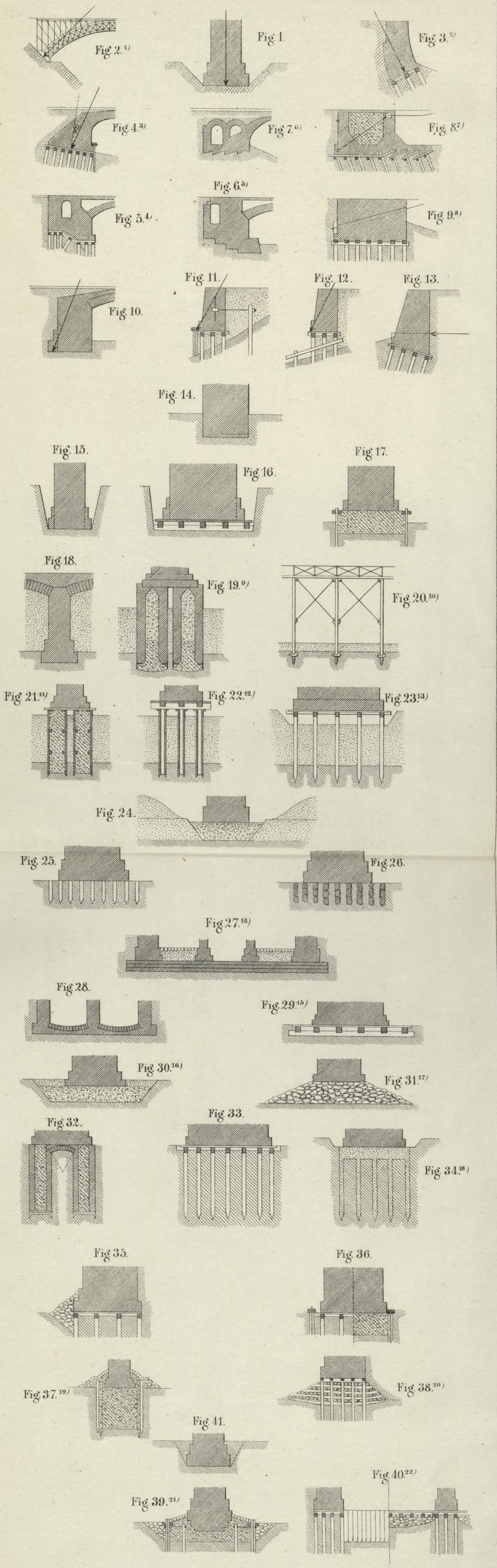


Verlag v. Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann in Meifsen.

L. Nr.	Begleitende Umstände.		System Nr.		Bezeichnung der Anordnung der Grundbauconstructionen.
	Die Zug- oder Druckrichtung in dem Grundbau des Bauwerkes ist:	senkrecht.			**A. Anordnung der Unterbauconstruction zur Herstellung des statischen Gleichgewichts.**
					I. Anordnung der Unterbauconstruction zur Vermeidung wagrecht fortschreitender Bewegung.
					a, Anordnung der Unterbauconstruction zur directen Vermeidung wagrecht fortschreitender Bewegung.
			1.		Die Gründungsbasis ist zur Vermeidung wagrecht fortschreitender Bewegung normal zur Zug- oder Druckrichtung.
1.				a.	Grundbau mit wagrechter Gründungsbasis bei fehlenden Horizontalkräften (Horizontalschuben). Fig. 1.
2.		zur Senkrechten geneigt.		b.	Grundbau mit geneigter, zur Druckrichtung normaler Gründungsbasis. Fig. 2 und 3.
					b, Anordnung der Unterbauconstruction zur indirecten Vermeidung wagrecht fortschreitender Bewegung.
			2.		Die Gründungsbasis ist nicht normal zur Zug- oder Druckrichtung.
3.				a.	Grundbau mit höchstens um den Reibungswinkel von der zur Zug- oder Druckrichtung Normalen abweichenden Gründungsbasis. Fig. 4.
				b.	Grundbau mit gegen Verschiebung durch ihre Form geschützter Gründungsbasis.
4.					α, mit gebrochener Gründungsbasis. Fig. 5.
5.					β, mit stufenförmiger Gründungsbasis. Fig. 6.
6.					γ, mit gezahnter Gründungsbasis. Fig. 7, 8, 9.
					II. Anordnung der Unterbauconstruction zur Vermeidung drehender Bewegung.
7.			1.		Die Gründungsbasis ist zur Vergröſserung des Stabilitätsmoments durch Verlängerung des Hebelsarms der auf Stabilität wirkenden Kräfte verbreitert. Fig. 10.
8.			2.		Die Gründungsbasis ist wegen hinzugetretner Verankerung oder Verstrebung der Aufbauconstruction nicht verbreitert. Fig. 11 u. 12.
9.			3.		Die Gründungsbasis ist zur Verminderung des Umsturzmoments durch Verkürzung des Hebelsarms der auf Umsturz wirkenden Kräfte geneigt. Fig. 13.
	Fester Baugrund (Felsen, Steingrund, Kies, geschloſsener Sand, trockner Thon, trockner Lehm) in erreichbarer Tiefe	Fester Obergrund in einer Tiefe bis zu 3 mtr			III. Anordnung der Unterbauconstruction zur Vermeidung lothrecht fortschreitender Bewegung.
10.			1.		Gründungsbasis ohne Verbreiterung bei absolut festem Baugrund. Fig. 14.
			2.		Gründungsbasis mit mäſsiger Verbreiterung zur Vergröſserung der tragenden Fläche des Baugrundes.
11.				a.	Verbreiterung der Gründungsbasis durch Mauerabsätze. Fig. 15.
12.				b.	Verbreiterung der Gründungsbasis durch liegenden Rost. Fig. 16.
13.				c.	Verbreiterung der Gründungsbasis durch Bétonlage. Fig. 17.
		Fester Untergrund in einer Tiefe von 3 bis 20 mtr			Uebertragung der Baulast durch den unfesten Obergrund auf den festen Untergrund.
14.			1.		Durch steinerne Pfeiler (Erdpfeiler, Grundpfeiler). Fig. 18.
15.			2.		Durch steinerne Röhren (Senkbrunnen) von rundem oder rechteckigem Querschnitt mit eisernem oder hölzernem Schling. Fig. 19.
16.			3.		Durch eiserne eingeschraubte Pfähle (Schraubenpfähle). Fig. 20.
17.			4.		Durch eiserne, ohne oder mit Hülfe von verdünnter oder verdichteter Luft versenkte Röhren (Senkröhren, hohle eiserne Rostpfähle). Fig. 21 u. 22.
18.			5.		Durch hölzerne Pfähle (Pfahlrost). Fig. 23.
	Unfester Baugrund.	(Nasser Thon, nasser Lehm, Humus, Torf, aufgefüllter Grund, Bauschutt, Moor etc).	1.		Verbesserung des Baugrunds durch:
19.				a.	Ersatz des unfesten Baugrunds durch festen Baugrund (Kies, Sand) Fig. 24.
				b.	Dichtung (Compression) des unfesten Baugrunds mittelst:
20.					α, Füllpfählen (unter dem niedrigsten Wasserstand). Fig. 25.
21.					β, Steinsäulen (über und unter dem niedrigsten Wasserstand). Fig. 26.
22.					γ, Steinschichten, in mehren wagrechten Lagen festgerammt (Rollschichten). Fig. 27.
23.				c.	Entwässerung des Baugrunds (z. B. nasser Thon- und Lehmschichten).
24.				d.	Bewässerung des Baugrunds (z. B. lose aufgeschütteten Sandes).
			2.		Ausgedehnte Verbreiterung der Gründungsbasis mittelst:
25.				a.	Umgekehrter, zwischen die Basis von Wänden und Pfeilern eingespannter Gewölbe. Fig. 28.
26.				b.	Schwellrost. Fig. 29.
27.				c.	Sand- oder Steinschüttungen. Fig. 30 u. 31.
			3.		Erzeugung hinlänglicher Seitenreibung durch:
28.				a.	Senkbrunnen. Fig. 32.
29.				b.	Eingerammte Holzpfähle. Fig. 33.
30.				c.	Sandpfähle. Fig. 34.
31.			4.		Tieferlegen der Gründungsbasis des Gebäudes in der weichen Bodenmasse bis zum Eintritt des Schwimmens.
	In Gegenwart von:	Wasser in flüssigem und bewegtem Zustande.			**B. Anordnung der Unterbauconstruction zur Erhöhung ihrer Dauer.**
					I. Mittel zur Sicherung der Unterbauconstruction gegen physikalische Einwirkungen.
32.			1.		Steinwurf zum Schutze gegen Unterspülung des Grundbaues. Fig. 35.
33.			2.		Hölzerne Spundwand zum Schutze gegen Unterspülung des Grundbaues. Fig. 36.
34.			3.		Eiserne Spundwand zum Schutze gegen Unterspülung des Grundbaues. Fig. 37
35.			4.		Faschinendeckwerk zum Schutze gegen Unterspülung des Grundbaues. Fig. 38.
36.			5.		Steinpflaster zwischen Pfeiler und Spundwand. Fig. 39.
37.			6.		Sturzbett zur Befestigung der Fluſssohle an den Pfeilerfundamenten. Fig. 40.
					II. Mittel zur Sicherung der Unterbauconstruction gegen chemische Einwirkungen.
38.		Wasser als Eisbilder, Wasser & Luft.	1.		Tieflegen der Gründungsbasis um mindestens 0,75 m unter die Erdoberfläche zum Schutze gegen Verwitterung. Fig. 41.
39.		Wasser und Luft.	2.		Verwendung des Holzes nur unter dem niedrigsten Wasserstande zum Schutze gegen Fäulniſs.
40.			3.		Schutz des Eisens gegen Oxydation durch gut unterhaltenen Anstrich. [23]
41.			4.		Schutz der Rückhaltketten gegen Oxydation durch wasserdichten Abschluſs der Verankerungsschächte. [24]

Schemata der Grundbauconstructionen.



Anmerkungen. 1, ad Fig. 2. Vergl. u. a. die Cascadebrücke bei Lanesboro auf der New-York-Erie-Bahn. 2, ad Fig. 3. Z. B. Englische Futter- und Quaimauern. 3, ad Fig. 4. Vrgl. u. a. die Landpfeiler der New-London-bridge über die Themse in London. 4, ad Fig. 5. Vergl. u. a. die Stainesbrücke über die Themse. 5, ad Fig. 6. Vergl. u. a. Val Benoit über die Maas. 6, ad Fig. 7. Vergl. u. a. die Maidenhead Brücke in der Great-Western-Bahn bei Maidenhead. 7, ad Fig. 3. Vergl. u. a. die Charing-Cross-Brücke über die Themse in London. 8, ad Fig. 9. Vergl. u. a. die Hammersmithbrücke über die Themse in London. 9, ad Fig. 19. Vergl. u. a. die Fundamente der Brücke über den Jumna in Ostindien. 10, ad Fig. 20. Vergl. u. a. die Brücke am Molo zu Courtown-Wexford. 11, ad Fig. 21. Vergl. u. a. die Brücke über die Theiss bei Szegedin und über den Niemen bei Kowno. 12, ad Fig. 22. Vergl. z. B. den Viaduct auf Anglesea in der Chester-Holyhead-Bahn und die Brücke über den Great-Pee-Dee in den Ver. St. v. Nordamerika. 13, ad Fig. 23 Vergl. u. a. die Brücke über die Seine bei Neuilly. 14, ad Fig. 27. Vergl. u. a. Fundament der Brücke über die Wieseck in der Main-Weser-Bahn bei Giessen. 15, ad Fig. 29. Z. B. Fundament der Seilspinnerei bei Rochefort. 16, ad Fig. 30. Grundbau von Gebäuden in Frankreich u. Surinam. 17, ad Fig. 31. Vergl. u. a. die Gründung des Hafendamms zu Cherbourg. 18, ad Fig. 34. Vergl. u. a. die Gründung im Arsenale zu Bayonne. 19, ad Fig. 37. Vergl. u. a. den Grundbau der Westminster u. Chelsea-Brücke über die Themse in London. 20, ad Fig. 28. Vergl. u. a. den Grundbau unter der ehemaligen Brücke über die Isar bei Freisingen. 21, ad Fig. 39. Vergl. u. a. den Grundbau des Viaducts über das Creusethal in Frankreich. 22, ad Fig. 40. Vergl. das Sturzbett der Brücke über den Allier bei Moulins. 23, Die Eisentheile der Fundamente der Chelseabrücke in London z. B. wurden vorher erwärmt und mit heiſsem Theer überzogen. 24, Die Ankerschächte der Hängbrücke über das Saanethal bei Freiburg wurden ausgemauert, der Panteleimonsbrücke in Petersburg mit Wachs ausgefüllt.

Verlag v. Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meiſsen.