

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

L. inw.

2572

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000297297



DER
BAU DER BRÜCKENTRÄGER

mit

besonderer Rücksicht auf

Eisen-Constructions

von

Fr. Laissle und Ad. Schübler,
Ingenieuren.

Zwei Theile in einem Bande.



Das Recht der Uebersetzung in fremde Sprachen wird vorbehalten.

zusamm. sub Litt. D. I. No. 150

Stuttgart.

Verlag von Paul Neff.

1871.

**BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW**



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

112572

Druck von Woerner & Comp. in Stuttgart.

Akc. Nr. 1603/49

Vorrede

zur ersten Auflage.

Das Endziel vorliegender Arbeit ist die genaue Ermittlung der Querschnittsdimensionen der Brückenträger, wie solche in jedem gegebenen Falle festzustellen sind.

Mit Ausschluss der Bogen- und Kettenbrücken fassen wir alle übrigen Brücken-Constructionen unter dem Begriff der Balkenbrücken zusammen; in den Kreis unserer Untersuchungen fallen daher die meisten der in neuester Zeit ausgeführten Eisenbahnbrücken; aber auch zur Beurtheilung der Bogen- und Kettenbrücken, sowie der Bau-Constructionen im Allgemeinen ist ein richtiges Verständniss der Balkenbrücken erste Bedingung.

Die bisher allgemein angewendete Theorie ist schon von Navier in der Hauptsache zusammengestellt; der ungemeine Fortschritt der Technik hat nicht die Unrichtigkeit, wohl aber die Unvollständigkeit der gewöhnlichen Verfahrungsweise gezeigt; es hat sich die Nothwendigkeit ergeben, die Theorie auf breiterer Unterlage aufzubauen.

Unsere Bauliteratur zeigt denn auch ein lebhaftes Bestreben, die Lücken der Wissenschaft auszufüllen; besonders bemerkenswerth scheinen uns zwei gleichzeitig veröffentlichte Aufsätze: »Die Theorie der Brückenbalkensysteme von Fr. Schwedler« (Berliner Zeitschrift für Bauwesen 1851) und »der Bau der hölzernen und eisernen Brücken in England und Nordamerika von K. Culmann« (Förster'sche Bauzeitung 1851. 1852). Diesen beiden Arbeiten sind alljährlich neue Beiträge nachgefolgt und durch die technischen Zeitschriften mitgetheilt worden.

Gleichzeitig sehen wir die ausgezeichnetsten Ingenieure mit dem Bau von grossen eisernen Brücken beschäftigt; wir sehen dieselben Grundsätze, welche kaum erst in die Wissenschaft aufgenommen sind, in überraschender Weise practisch angewendet; wir sehen in Folge dessen eine Material-Ersparniss erzielt, welche dem Baue der eisernen Brücken eine immer allgemeinere Anwendung zuwenden muss.

Die soeben angeführten Bauten sind schon zum Studium und zum richtigen Verständniss der anzuwendenden Grundsätze von höchster Wichtigkeit, sie haben aber hauptsächlich den directen Erfolg gehabt, dass die unbestimmten Begriffe von 4- bis 20facher Sicherheit aus der Praxis verbannt sind und einer genauen Bestimmung der zulässigen Spannung und Pressung Platz gemacht haben, gleichwie auch über die bei Strassen und Eisenbahnbrücken in Rechnung zu ziehenden Belastungen allgemein gültige Normen gewonnen sind.

In Folge dieses glücklichen Zusammentreffens von Theorie und Praxis ist man heute schon im Stande, für den Bau der Brückenträger bestimmte Regeln zu geben. Wir haben hiebei streng den Gang der Wissenschaft beibehalten, aber wir haben es für nicht minder nothwendig erachtet, dass die endgültigen Formeln direct und schnell die gesuchten Dimensionen geben, dass sie angewendet werden können, unabhängig von dem vollständigen Studium vorliegender Arbeit.

Das Material fanden wir grösstentheils fertig vor, es war hauptsächlich unsere Aufgabe, das an verschiedenen Orten Zerstreute zu sammeln und zum Gebrauch bequem darzulegen: nur wenige Lücken haben wir durch neue Untersuchungen ausgefüllt; diese Lösungen, zunächst nur zur Abrundung des Ganzen gegeben, dürften indessen an sich schon die Aufmerksamkeit der Freunde der Wissenschaft verdienen.

Zürich und Stuttgart,
Juli 1857.

Die Verfasser.

Vorrede

zur zweiten Auflage.

In den sechs Jahren, welche seit dem Erscheinen dieses Buches verflossen sind, ist in Anwendung eiserner Brückenträger soviel Neues und Tüchtiges geleistet worden, dass bei der vorliegenden zweiten Auflage eine Umarbeitung und Vervollständigung einzelner Parthien nicht umgangen werden konnte; es gab uns diess erwünschte Veranlassung, zugleich diejenigen Stellen zu verbessern, wo es an Klarheit und Präcision fehlte; hiedurch dürften auch die gegen einzelne Punkte erhobenen Einwendungen ihre Beantwortung finden, indem wir Besseres benützt und Anderes auf das richtige Maass zurückgeführt haben.

Durch diese Umarbeitung sind einige Abtheilungen wesentlich angewachsen. — Im ersten Abschnitt ist unsere Darstellung der nach jeder Richtung innerhalb der festen Körper wirkenden Schubkraft weiter ausgeführt und zum practischen Abschluss gebracht worden. — In der Theorie der relativ rückwirkenden Festigkeit haben wir uns dem heutigen Stande der Wissenschaft anzuschliessen gesucht und dabei durch Auswahl passender Erfahrungs-Coeffizienten die Leichtigkeit der practischen Anwendung gewahrt.

Im zweiten Abschnitt haben wir uns insbesondere bemüht, die Bolzenverbindungen in systematischer und präciser Weise darzustellen. —

Im dritten Abschnitt ist durch Zahlenrechnung und graphische Darstellung nachgewiesen, welche gleichförmige Belastungen als Aequivalent eines Eisenbahn-Trains eingeführt werden dürfen.

Ferner wurde die Senkung der Zwischenstützen continuirlicher Träger berücksichtigt und zu weiteren Untersuchungen über den Einfluss der Continuität benützt.

Im vierten Abschnitte, welcher die Anwendung der Formeln zeigen soll, haben wir es vorgezogen, einzelne Constructionen vollständiger zu behandeln und die gewählten Beispiele in eingehender, dem Bedürfnisse der Praxis entsprechender Weise durchzuführen. Wir behalten uns vor, in einer Fortsetzung auch für die übrigen Anordnungen der Balkenbrücken Berechnungen und Beispiele zu geben, wozu der Umfang dieses Buches nicht ausgereicht hätte.

Stuttgart, den 29. September 1863.

Die Verfasser.

Vorrede

zur dritten Auflage.

Vorliegende Auflage ist ihrem Umfange und wesentlichen Inhalte nach übereinstimmend mit der vorhergegangenen geblieben. Es sind aber sämtliche Nummern genau durchgegangen und in vielen Punkten neu bearbeitet worden; so wurden insbesondere die Belastungen und Eigengewichte als besonderer Paragraph ausgeschieden und vervollständigt; so wurde die Tafel XXIX. dem gegenwärtigen Bedürfnisse angepasst (indem für die meisten in der Praxis üblichen ITräger annähernde Widerstandsmomente gegeben sind) und wurde die Darstellung der gewöhnlichen Blechwandbrücken kürzer und präciser gefasst; hiedurch und durch das nunmehr die einzelnen Nummern aufführende Inhalts-Verzeichniss dürfte die Uebersicht und praktische Brauchbarkeit wesentlich gewonnen haben.

Der zweite Theil, dessen schon in der Vorrede vom September 1863 erwähnt wurde, wird nunmehr binnen Jahresfrist erscheinen und die praktischen Regeln für sämtliche im vorliegenden ersten Theil nicht ausgeführten Balkenbrücken (insbesondere auch Fachwerkbrücken) enthalten.

Stuttgart,
im Februar 1869.

Die Verfasser.

INHALTS-VERZEICHNISS.

Erster Abschnitt.

Die Entwicklung der Fundamentalsätze.

§. 1. Einleitung.

	Seite
1. 2. Eintheilung der Brücken	1

§. 2. Die Entwicklung der Bedingungen des Gleichgewichts mit specieller Anwendung auf Balkenbrücken.

3. Aeussere und innere Kräfte	3
4. Angriffsmoment und Vertikalkraft, Widerstandsmoment und Vertikalwiderstand	5
5—7. Gleichgewichtsbedingungen für Balkenbrücken	7

§. 3. Die Lehre von der Festigkeit stabförmiger Körper.

8. Absolute Festigkeit gegen Zug und Druck	9
9—11. Elasticitätsmodul	10
12. Festigkeit gegen Abscheeren	14
13—17. Relative Festigkeit und Trägheitsmomente	15
18—20. Gestalt der neutralen Faser (elastischen Linie) und Grösse der Biegung	29
21—23. Methode von Clapeyron für continuirliche Träger	32
24—26. Schubkräfte innerhalb belasteter Träger	36

	Seite
27. 28. Beispiele über schiefe Wandspannung von Blechwandträgern . . .	43
29—35. Relativ rückwirkende Festigkeit	45
36. 37. Praktische Formeln für relativ rückwirkende Festigkeit . . .	56

Zweiter Abschnitt.

Erfahrungsergebnisse über die Festigkeit der Baumaterialien.

§. 4. Die Festigkeitscoefficienten.

38. 39. Coefficienten für absolute, rückwirkende und Abscheerungs- Festigkeit	58
40—42. Coefficienten für relativ rückwirkende Festigkeit	62

§. 5. Von der Festigkeit der Verbindungen.

43—49. Bolzen und Stossplatten	65
50—54. Nietverbindungen im Besonderen	73
55. Praktische Regeln für Nietverbindungen	81
56. 57. Knotenpunkte und andere Verbindungen	81

Dritter Abschnitt.

Bestimmung der Vertikalkräfte und Angriffsmomente.

§. 6. Frei aufliegender Träger.

58—61. Entwicklung der Formeln für gleichförmig vertheilte grösste und einseitige Belastung	84
62. Graphische Darstellung der M und B für verschiedene Länge der Ueberlast	90
63. Berechnung der Einwirkung concentrirter Lasten	92

§. 7. Belastungen und Eigengewichte frei aufliegender Träger.

64. Belastungen von Eisenbahnbrücken	94
65. Eigengewicht von Eisenbahnbrücken	99
66. Belastungen von Strassenbrücken	104
67. Eigengewicht von Strassenbrücken	107

§. 8. Continuirliche Träger.

68. 69. Allgemeines über Berechnung continuirlicher Träger	111
70—72. Träger für zwei Oeffnungen	113

	Seite
73—76. Dessgleichen bei Senkung der Zwischenstützen	120
77—80. Träger für drei Oeffnungen	126
81—82. Dessgleichen bei Senkung der Zwischenstützen	134
83. Vortheile und Nachtheile der Continuität	141
84. Balkenträger mit freiliegenden Stützpunkten nach Gerber	142

§. 9. Einfluss der Auflagerbreite und Trägeranzahl.

85, 86. Concentrirter und gleichförmig vertheilter Auflagerdruck	143
87, 88. Einfluss der Anzahl der Hauptträger	146

§. 10. Angriffsmomente kleiner Träger.

89. Kleine Träger im Allgemeinen	148
90. Angriffsmomente und Einbiegungen stabförmiger Körper	149

Vierter Abschnitt.

Entwicklung der praktischen Regeln für Träger mit vollen Wandungen.

§. 11. Homogene Träger.

91. Allgemeine Formel für das Widerstandsmoment homogener Träger	153
92, 93. Schmiedeiserne Träger	154
94. Widerstandsmomente I-förmiger Träger	158
95. Näherungsformeln	160
96. Angriffsmomente und Vertikalkräfte für Locomotivbelastungen	161
97. Träger von Gusseisen	165
98. Träger von Stahl	167
99. Träger von Holz	168

§. 12. Die Blechwandbrücken.

100. Allgemeine Formeln für geradlinig begränzte Blechwandbrücken	168
101. Dessgleichen bei gekrümmten Gurtungen	170
102—105. Abzüge für Nietlöcher und Distanz der Nietbolzen	171
106. Endständer	176
107, 108. Praktische Regeln zur Bestimmung der M und B mit besonderer Rücksicht auf Blechwandbrücken	177

§. 13. Beispiel einer Blechbalkenbrücke von 15 M. Spannweite.

109, 110. Bestimmung der Querschnittdimensionen der Hauptträger	181
111. Querträger und Schwellenträger	185

	Seite
112. Gewichte der einzelnen Brückentheile	187
113. Berechnung der schiefen Wandspannung in Hauptträgern und Fahr- bahnträgern	190

§. 14. Die Eisenbahnbrücke bei Langon.

114. 115. Beschreibung und Berechnung der Dimensionen der Haupt- träger	191
116. 117. Eigengewicht der Brücke	194
118. Absteifung der Mittelwände der Hauptträger	196
119. 120. Ueber die Nieten und deren Herstellung	198
121. Gewicht der einzelnen Brückentheile	201

Anhang.

Vergleichung der Maasse und Gewichte verschiedener Länder	202
---------------------------------------------------------------------	-----

U e b e r s i c h t

der angewendeten Bezeichnungen.

Nachstehend zusammengestellte häufiger vorkommende Zeichen haben in dem Buche durchgehends dieselbe Bedeutung und sind die allgemein gebräuchlichen Buchstaben thunlich beibehalten. Es ist

- P — eine an einem Punkte thätige Kraft von bestimmter Richtung und Intensität.
- E — der Elastizitätsmodul.
- \mathfrak{X} — die in einem gezogenen Körpertheil per Quadrateinheit herrschende Spannung.
- \mathfrak{B} — die in einem gedrückten Körpertheil per Quadrateinheit herrschende Pressung.
- \mathfrak{C} — die per Quadrateinheit herrschende Schubspannung, welche längs einer Fläche durch Scheerkräfte hervorgerufen ist.
- Θ — das Trägheitsmoment einer Querschnittfläche.
- Ω — der Querschnitt der Gurtung eines Trägers.
- H — die ganze Höhe eines Trägers.
- \mathfrak{S} — die Distanz der Mittelpunkte von Zug und Druck in dem Querschnitt eines belasteten Trägers.
- \mathfrak{S}_0 — die Distanz der Schwerpunkte der beiden Gurtungen eines Trägers.
- α (β) — die Entfernung der äussersten gespannten (gepressten) Längenfaser von der neutralen Axe.
- α_0 (β_0) — die Entfernung des gespannten (gepressten) Gurtungs-Schwerpunkts von der neutralen Axe.
- δ — die Dicke der Mittelrippe eines Trägers mit voller Wandfläche.
- l — eine beliebige Trägerlänge oder Spannweite.
- a, b, c . . . — die Spannweiten der aufeinander folgenden Oeffnungen einer Brücke mit continuirlichen Trägern.

- A, B, C . . . — die aufeinander folgenden Auflager einer Brücke mit mehreren Oeffnungen, sowie die Reactionen dieser Auflager.
- p — das Eigengewicht einer Brücke per Längeneinheit, bei Eisenbahnbrücken in der Regel für ein Geleise berechnet.
- k — ebenso die zufällige (variable) Belastung per Längeneinheit.
- q = p + k — die Totalbelastung per Längeneinheit.
- \mathfrak{M} — das Angriffsmoment der äusseren Kräfte (*moment de rupture*).
- ΣXy — das numerisch gleiche Widerstandsmoment des betrachteten Trägerquerschnitts.
- \mathfrak{B} — die in dem Querschnitt wirkende Vertikalkraft (*effort tranchant*).
- ΣY — der numerisch gleiche Vertikal-Widerstand in dem betrachteten Trägerquerschnitt.

Die Zahlencoefficienten der praktischen Formeln beziehen sich auf Meter-Maass und Gewicht, insofern nichts Besonderes bemerkt ist; mittelst der Reductionstabellen des Anhangs lassen sich dieselben leicht auf andere Maasse und Gewichte übertragen. Die theoretischen Formeln sind für jedes Maass und Gewicht gültig.

Erster Abschnitt.

Die Entwicklung der Fundamentalsätze.

§. 1. Einleitung.

1. Die wesentlichen Bestandtheile einer Brücke sind: die Auflager (Widerlager und Pfeiler), die Brückenträger und die Fahrbahn; letztere kann eine für Fuhrwerke und Fussgänger passende Plattform, oder auch eines oder mehrere Schienengeleise enthalten; die Fahrbahn kann unmittelbar auf den Brückenträgern aufliegen, wie z. B. bei Brücken von kleiner Spannweite oder bei steinernen Gewölben, meist ist sie jedoch durch ein System von Querträgern oder Zwischenträgern mit den Brückenträgern verbunden. — Weitere Bestandtheile einer Brücke bilden die Diagonal-Verbindungen (Windkreuze, *Contreventements*), welche nur dann entbehrt werden können, wenn Fahrbahn oder Brückenträger (wie z. B. bei Gewölben) hinreichende Festigkeit gegen Seitenbewegungen haben, und endlich das Brückengeländer, insofern letzteres nicht durch die Brückenträger selbst schon gebildet ist.

Da wir hauptsächlich den Bau der Brückenträger im Auge haben, so sind uns letztere auch für die Classification der Brücken massgebend. — Die Brückenträger, soweit sie nicht homogene, volle Balken sind, zeigen stets ihrer ganzen Länge nach durchlaufende Bänder, welche wir Gurtungen, Tragbänder, Längsbänder nennen. Nach der Gestalt und Wirkungsweise dieser Bänder unterscheiden wir:

1) Bogenbrücken; es ist für jeden Träger ein für sich bestehendes, nach oben convexes Band, der Bogen, vorhanden; dieser ist vermöge seiner Steifigkeit in Ruhe.

2) Ketten- oder Hängebrücken; es ist für jeden Träger nur ein nach oben concaves Band, die Kette, vorhanden; letztere strebt bei jeder Art der Belastung einem stabilen Gleichgewicht zu, und insoferne dieses meist nur durch Aenderungen in der

Gestalt der Kette möglich ist, so entstehen hiedurch Oscillationen und Seitenschwankungen. — Man kann letzteren dadurch begegnen, dass man die Kette in ähnlicher Weise wie den Bogen als steifes Band herstellt, doch gehen hiedurch die hauptsächlichsten Vortheile der Kette verloren, und wird die Theorie der Kettenbrücken stets von der Bogentheorie zu unterscheiden sein.

3) Balkenbrücken; es sind stets für jeden Träger zwei Tragbänder oder Gurtungen vorhanden; dieselben können gerade oder beliebig gekrümmt sein, wesentlich ist, dass beide Gurtungen auf ihre ganze Länge fest mit einander verbunden sind; die Verbindung geschieht durch einzelne Streben oder durch mehr oder weniger dicke volle Wandungen; hiedurch ist bewirkt, dass keine der beiden Gurtungen ohne die andere eine Formänderung annehmen kann, und wird letztere, wenn sie in Folge der Belastung des Trägers eintritt, wie beim homogenen Balken als eine Biegung des ganzen Trägers sich darstellen.

Bogen und Kette üben einen Horizontalschub auf die Widerlager aus, eben weil sie im Allgemeinen nur ein Band haben; es kann jedoch dieser Horizontalschub auch durch ein gerades Band, durch eine Bogensehne aufgenommen werden, ohne dass hiedurch eine Balkenbrücke erhalten wird, da die innige Verbindung zwischen Band und Sehne fehlt; letztere ist nur als eine Hilfsconstruction, als Ersatz für die Stabilität der Widerlager anzusehen. — Es ist denkbar, dass eine Brücke zugleich Bogen- und Kettenbrücke ist; eine solche Brücke hätte den Vortheil, dass die convexen und concaven Bogen ihren Horizontalschub gegenseitig aufnehmen, ohne dass die Wandausfüllungen wie bei der Balkenbrücke nothwendig werden. — Ihre praktische Anwendung ist jedenfalls auf ganz besondere, abnorme Fälle beschränkt.

2. Wir theilen die Abhandlung in einzelne Abschnitte; im ersten Abschnitte werden die Gesetze des Gleichgewichts und der Festigkeitslehre entwickelt, erstere mit vorzugsweiser Berücksichtigung der Balkenbrücken; es ist nicht nur die Anwendung der Balkenbrücken ganz besonders ausgebreitet, sondern es bilden auch die balkenförmigen Träger bei fast allen anderen Bauconstructions wesentliche Zwischenglieder.

Die nächstfolgenden zwei Abschnitte dienen zur Ergänzung einzelner Parthien der im ersten Abschnitt entwickelten Theorie, und zwar werden im zweiten Abschnitt die Erfahrungsergebnisse der Festigkeitslehre (die sogenannten Festigkeitscoefficienten) übersichtlich zusammengestellt, während im dritten Abschnitt für Balkenbrücken die jedem Querschnitt eigenthümlichen Kräftesummen und Kraftmomente für die verschiedenen Anordnungen und verschiedene Spannweiten in eingehender Weise entwickelt werden.

Mit dem vierten Abschnitt beginnt die Aufstellung von praktischen Formeln für einzelne ConstructionsGattungen auf Grundlage der im ersten Abschnitt entwickelten Theorie und mit steter

Benützung der im zweiten und dritten Abschnitt gesammelten Resultate. — Diese praktischen Formeln sind der Art eingerichtet, dass man aus den Hauptabmessungen und Querschnittdimensionen der Brücke die im Material herrschende Spannung oder Pressung möglichst direct erhält, oder aber in ebenso einfacher Weise unter Annahme einer zulässigen Spannung des Materials die Querschnittdimensionen aus den Hauptabmessungen der Brücke bestimmen kann; zu diesen beiden Zwecken sind unsere praktischen Formeln in gleicher Weise dienlich.

§. 2. Entwicklung der Bedingungen des Gleichgewichts mit spezieller Anwendung auf Balkenbrücken.

3. Wenn irgend ein Körper in Ruhe sein soll, so müssen die an ihm thätigen äusseren Kräfte im Gleichgewicht sein.

Im Brückenbau ist die Schwere die hauptsächlichste Kraft, welcher die Constructionen zu widerstehen haben; es ist diess das Eigengewicht der Construction und die zufällige Last; letztere ist für Strassenbrücken durch ein Menschengedränge und grösste Lastwagen, für Eisenbahnbrücken durch das Gewicht einer oder mehrerer Lokomotiven sammt Tender gegeben, wozu bei grösseren Spannweiten belastete Güterwagen hinzukommen. — Andere vertikale Kräfte sind zu gering, als dass sie besonders in Betracht gezogen werden müssten; man kann sie durch eine kleine Vermehrung der zufälligen Last berücksichtigen.

In mehr oder weniger horizontalem Sinne wirkt nun die Kraft der Windstösse; im Vergleich zu der Schwere sind diese Kräfte allerdings unbedeutend, aber insofern ihre Richtung, wie bemerkt, eine ganz verschiedene ist, so erfordern diese Kräfte besondere Anordnungen, welche unter dem Namen Windkreuze

Tabelle I.

Geschwindigkeit des Windes in Metern per Sekunde.	Druck in Kilogrammen per Quadrat-Meter.
3,00 M.	1,047 Kilogr.
5,00 M.	2,908 „
8,00 M.	7,443 „
10,85 M.	13,691 „
14,00 M.	22,790 „
20,00 M.	46,520 „
40,00 M.	186,080 „

(*Contreventements*) bekannt sind. — Während die Dimensionen der Brücke im Allgemeinen durch die vertikalen Kräfte, also hauptsächlich Eigengewicht und zufällige Last, bestimmt sind, so muss die Brücke auch in horizontalem Sinne richtig construirt

sein, d. h. die umgelegte (um einen rechten Winkel gedrehte) Brücke muss wiederum einen richtig construirten Träger von allerdings bedeutend geringerer Tragkraft bilden. — Wenn man in besonderen Fällen die Stärke der Windkreuze berechnen will, so dient hiefür vorstehende Tabelle von Morin.

Den als bekannt vorauszusetzenden angreifenden Kräften steht zur Herstellung des Gleichgewichts gegenüber die Reaction der Auflager; sie ist nach Richtung und Intensität in jedem Augenblicke gerade so wirksam, wie es die Herstellung des Gleichgewichts verlangt.

Dass die Auflagerreaktionen in der so eben angedeuteten Weise ihre Richtung und Intensität wechseln können, ist die Folge unendlich kleiner Formänderungen, welche die Auflager in Folge der wechselnden Belastung erleiden; wir werden in der Folge zeigen, wie diese zunächst unbekanntes Auflagerreaktionen stets aus den angreifenden Kräften bestimmt werden können.

Erst wenn sämtliche äusseren Kräfte bekannt sind, kann zur Bestimmung der sogenannten inneren Kräfte, d. h. der im System stattfindenden Spannungen und Pressungen, geschritten werden.

Die zweite Operation einer jeden statischen Berechnung ist daher: aus den gegebenen äusseren Kräften die an jedem Punkte des Systems thätigen inneren Kräfte, d. h. den per Quadratinheit herrschenden Druck, Zug oder Schub zu bestimmen.

Hiezu dient folgende Betrachtung. Eine Konstruktion, die unter Einwirkung beliebiger äusserer Kräfte im Gleichgewicht ist, werde durch eine beliebige Fläche in zwei Fragmente getheilt; die jedem Fragmente zukommenden äusseren Kräfte werden im Allgemeinen nicht im Gleichgewicht sein; jedes Fragment müsste sich in Bewegung setzen, wenn nicht die an der Trennungsfläche thätigen inneren Kräfte gerade hinreichend wären, den betreffenden äusseren Kräften das Gleichgewicht zu halten. Hiedurch findet man nach den Bedingungen des Gleichgewichts die Resultante der in jedem Querschnitt thätigen inneren Kräfte, welche im Allgemeinen aus einer Kraft und einem Gegenpaar bestehen wird.

Es wird nun allerdings ein beliebig gedachter Körper derartige Formänderungen erleiden, dass es äusserst schwierig erscheinen muss, aus der so gefundenen Resultante die an jedem Theil des Querschnitts herrschenden Kräfte zu bestimmen; anders verhält es sich mit den Baukonstruktionen und mit den Brückenbauten insbesondere; die einzelnen Bestandtheile sind nach dem Bedürfniss angeordnet und durch diese Regelmässigkeit der Anordnung ist die Möglichkeit gegeben, die Gesetze zu finden, nach welchen die Kräfte auf jeden Querschnitt sich vertheilen; — da diese Vertheilung lediglich von den Eigenthümlichkeiten jeder

Konstruktion abhängt, so ist auch das zu beobachtende Verfahren in jedem Falle ein anderes, wie wir in der Folge sehen werden.

4. Die Bedingungen des Gleichgewichts bilden einen integrierenden Theil jeder Untersuchung; denn sie sind stets nothwendig, um die inneren Kräfte aus den bekannten äussern zu bestimmen. Gewöhnlich sind aber auch einzelne der äussern Kräfte (Reaktion der Widerlager etc.) nicht vorweg bekannt, und es dienen in erster Linie wieder die Bedingungsgleichungen des Gleichgewichts zur Bestimmung der unbekanntenen äussern Kräfte.

Die Bedingungen des Gleichgewichts sprechen sich für die äusseren Kräfte folgendermassen aus:

Werden sämtliche an einem Körper thätige Kräfte P nach drei zu einander senkrechten Axen, x , y , z nach dem Parallelogramm der Kräfte in ihre Componenten P_x , P_y , P_z zerlegt, so ist, wenn Gleichgewicht bestehen soll, erstens die algebraische Summe dieser Componenten nach jeder der 3 Axen gleich Null. Es ist somit:

$$\begin{aligned}\Sigma P_x &= 0 \quad . \quad . \quad . \quad 1) \\ \Sigma P_y &= 0 \quad . \quad . \quad . \quad 2) \\ \Sigma P_z &= 0 \quad . \quad . \quad . \quad 3)\end{aligned}$$

Wenn man zweitens in Bezug auf jede der 3 Axen die Momente bildet und bedenkt, dass das Moment der Kraft P in Bezug auf die Axe der z ausgedrückt ist durch die Produkten-Summe

$$yP_x + xP_y,$$

wo x , y , z die Coordinaten des Angriffspunktes der Kraft P bezeichnen, so erfordert das Gleichgewicht, dass die Summe der Momente aller Kräfte bezogen auf jede der 3 Axen gleich Null sei. Es ist somit:

$$\begin{aligned}\Sigma yP_x + \Sigma xP_y &= 0 \quad . \quad . \quad . \quad 4) \\ \Sigma zP_x + \Sigma xP_z &= 0 \quad . \quad . \quad . \quad 5) \\ \Sigma yP_z + \Sigma zP_y &= 0 \quad . \quad . \quad . \quad 6)\end{aligned}$$

Die Axe der y wird im Folgenden immer parallel der Richtung der Schwere angenommen werden, die Axe der x ist somit horizontal und wird in die Längensaxe des Baues gelegt, die meisten Kräfte, die wir zu betrachten haben, sind so parallel der Ebene xy und wir haben daher meist blos die 3 Gleichungen 1) 2-) und 4) anzuwenden.

Uebergend auf die inneren Kräfte, bezeichnen wir mit ΣX und ΣY die Summe der horizontalen, beziehungsweise vertikalen Componenten der in irgend einem Querschnitt thätigen inneren Kräfte; verlegen wir sodann den Coordinaten-Ursprung in den fraglichen Querschnitt selbst, und behalten wir endlich die frühern Bezeichnungen P_x und P_y für die horizontalen und vertikalen Componenten der äusseren Kräfte bei, so sprechen sich die Bedingungen des Gleichgewichts aus:

$$\Sigma X = \Sigma P_x \dots\dots\dots 7)$$

$$\Sigma Y = \Sigma P_y \dots\dots\dots 8)$$

$$\Sigma X_y = \Sigma x P_y + \Sigma y P_x \dots\dots 9)$$

In diesen 3 Gleichungen sind die äusseren Kräfte und ihre Momente den inneren Kräften und ihren Momenten entgegengestellt; die Grösse $[\Sigma x P_y + \Sigma y P_x]$ ist das Moment der äusseren Kräfte in Bezug auf den fraglichen Querschnitt und wird in der Folge Angriffsmoment genannt; ΣP_x ist der Horizontalschub, die Grösse ΣP_y nennen wir Vertikalkraft.

Für Balkenbrücken sind die Reaktionen der Auflager gewöhnlich parallel der Richtung der Schwere angenommen, indem man absieht von den kleinen horizontalen Kräften, welche z. B. in Folge der Temperaturänderung und hiedurch hervorgerufener Reibung entstehen; der Horizontalschub ΣP_x ist dann gleich Null und ebendamit fällt auch das Glied $\Sigma y P_x$ des Angriffsmoments aus, und die Gleichungen 7) bis 9) nehmen folgende einfache Gestalt an:

$$\Sigma X = 0 \dots\dots\dots 10)$$

$$\Sigma Y = \Sigma P_y \dots\dots\dots 11)$$

$$\Sigma X_y = \Sigma x P_y \dots\dots\dots 12)$$

Aus Gleichung 10) folgt, dass für Balkenbrücken ΣX_y ein Gegenpaar ist, dessen Moment nach den Eigenschaften dieser Kräftepaare unabhängig ist, von der Wahl des Koordinatenursprungs; wo immer auch derselbe gewählt wird, so ist für Balkenbrücken ΣX_y und ebendesshalb auch das Angriffsmoment $\Sigma x P_y$ eine für den fraglichen Querschnitt constante Grösse.

Wir nennen ΣX_y das Widerstandsmoment des Querschnitts und ΣY den Vertikalwiderstand; diese beiden Grössen sind, wie wir so eben gesehen haben, für Balkenbrücken dem Angriffsmoment und beziehungsweise der Vertikalkraft numerisch gleich und direkt entgegengesetzt; wir bezeichnen in der Folge mit \mathfrak{M} das Angriffsmoment und mit \mathfrak{B} die Vertikalkraft für den zu betrachtenden Querschnitt einer Balkenbrücke, wonach sich die Gleichungen 10) bis 12) anschreiben:

$$\Sigma X = 0 \dots\dots\dots 10^a)$$

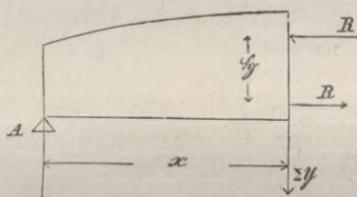
$$\Sigma Y = \mathfrak{B} \dots\dots\dots 11^a)$$

$$\Sigma X_y = \mathfrak{M} \dots\dots\dots 12^a)$$

Von den äusseren Kräften bezeichnen wir die Reaktionen der Auflager immer mit den für dieselben Auflagerpunkte gewählten Buchstaben A, B, C, das Eigengewicht der Brücke per Längeneinheit mit p, sodann in gleicher Weise die zufällige Last mit k und die Gesamtbelastung mit q, je auf die Längeneinheit reduziert; es kann hiebei p, k und q für jeden Querschnitt einen anderen numerischen Werth haben.

5. Hr. W. Schwedler hat in einem Aufsätze über Balkenbrücken in der Zeitschrift für Bauwesen von Erbkam, Jahrgang 1851, das Widerstandmoment ΣXy und den Vertikalwiderstand ΣY in dieser Form eingeführt und hiebei auf eine merkwürdige Relation zwischen diesen beiden Grössen aufmerksam gemacht. — Wir betrachten das eine Ende eines beliebigen Balkens, und nehmen den Coordinatenursprung im Auflagepunkt A an; x sei die

Fig. 1.



Abscisse irgend eines Querschnitts, die Belastung sei beliebig und durch ein Gesetz $q=F(x)$ gegeben, wo q wie schon in N^o. 4. bemerkt, die auf die Längeneinheit reduzierte Belastung im Querschnitt x bezeichnet, so

dass $\int_0^x q \cdot dx$ die zwischen A und x vertheilte Last angibt; die Grössen ΣX , ΣY und ΣXy haben die in N^o. 4. erläuterte Bedeutung, und ebenso bezeichnet A den am Auflagepunkt A wirkenden Auflagerdruck. — Die Bedingungen des Gleichgewichts sind für vorliegende Annahme des Coordinaten-Ursprungs

$$\Sigma X = 0 \dots\dots\dots 13)$$

$$\Sigma Y = A - \int_0^x q \cdot dx \dots\dots\dots 14)$$

$$\Sigma Xy = \int_0^x qx \cdot dx + x\Sigma Y \dots\dots\dots 15)$$

Denken wir uns eine Abscisse a so gewählt, dass $A = \int_0^a qdx$, was ja immer möglich ist, so ist nach Gleichung 14):

$$\Sigma Y = \int_x^a qdx \dots\dots\dots 16)$$

d. h. die Grösse ΣY ist immer gleich dem zwischen a und x vertheilten Gewichte; wir sehen, ΣY nimmt gegen die Auflager hin zu und ist gleich Null für die Abscisse a.

Differentiirt man in 14) und 15) die Grössen ΣY und ΣXy nach x, so erhält man

$$\begin{aligned} d\Sigma Y &= - qdx \\ d\Sigma Xy &= qxdx + \Sigma Y \cdot dx + x d\Sigma Y \end{aligned}$$

woraus folgt:

$$\frac{d\Sigma Xy}{dx} = \Sigma Y \dots\dots\dots 17)$$

$$\frac{dM}{dx} = \mathfrak{B} \dots \dots \dots 18)$$

Wenn man die Angriffsmomente M für genügend viele Querschnitte x als Ordinaten aufträgt, so wird eine Curve gewonnen, deren trigonometrische Tangenten proportional sind den in denselben Querschnitten thätigen Vertikalkräften \mathfrak{B} . — Für $\mathfrak{B} = 0$, welches weil mit $\Sigma Y = 0$ zusammenfallend, aus Gleichung 14), 14^a) oder auch 16) leicht sich bestimmen lässt, hat die Curve der Angriffsmomente eine horizontale Tangente, d. h. der Werth M hat für diesen Punkt ein Maximum oder Minimum erreicht; es ist daher für Balkenbrücken sehr einfach, die grössten Werthe der Angriffsmomente zu bestimmen, ohne dass man zu der umständlichen Methode der Auffindung der Maximalwerthe greifen müsste. — Auch für die Vertikalkräfte \mathfrak{B} denken wir uns eine Curve durch Auftragen hinreichend vieler Werthe \mathfrak{B} gebildet; solche Curven der M und \mathfrak{B} sind z. B. in den graphischen Darstellungen Tafel II. und folgende eingetragen, indem hiebei stets oberhalb der Abscissenaxe die Curve der M , und unterhalb derselben die Curve der \mathfrak{B} sich befindet; — es sind hiebei negative Werthe durch Umklappen auf diejenige Seite der Abscissenaxe gebracht, wo je die positiven Werthe sich befinden, indem es sich in erster Linie stets um den numerischen Werth der Grössen M und \mathfrak{B} handelt.

7. Wenn man sich für die inneren Kräfte eines Querschnitts die Summe der positiven und negativen horizontalen Componenten abgedondert bildet und diese numerisch gleichen Resultanten R und R' der beiderlei horizontalen Kräfte in ihren respektiven Angriffspunkten wirksam denkt, so dass mit \mathfrak{S} der Abstand der beiden Kräftesummen bezeichnet ist, so ist nach der Definition der Gegenpaare

$$M = \Sigma Xy = \mathfrak{S}R = \mathfrak{S}R' \dots \dots \dots 19)$$

Wenn z. B. die sämtlichen horizontalen Kraftcomponenten an irgend einer Stelle eines Trägers je in einem gezogenen und einem gedrückten Bande vereinigt sind, und die Druck- und Zugmittelpunkte in diesen Bändern mit hinreichender Genauigkeit sich vorab bestimmen lassen, so giebt Gleichung 19) die in jedem Band wirkende horizontale Kraft R direkt aus dem Angriffsmoment M , und lässt sich die ganze im Band wirkende Kraft sofort bestimmen durch Dividiren mit dem Cosinus des Neigungswinkels, den das Band an dieser Stelle mit dem Horizont bildet.

§. 3. Die Lehre von der Festigkeit stabförmiger Körper.

8. Die Theorie der absoluten und absolut rückwirkenden Festigkeit beruht auf der Wahrnehmung, dass ein stabförmiger Körper, der nach seiner Längsrichtung gezogen oder gedrückt wird, diesen Druck oder Zug auf seinen Querschnitt gleichförmig vertheilt, so dass stets die Relation stattfindet:

$$P = \mathfrak{A}w = \mathfrak{B}w \dots \dots 20)$$

Die Grösse P bezeichnet die einwirkende Kraft, w den Querschnitt des fraglichen Stabs, \mathfrak{A} die per Quadrateinheit herrschende Spannung, \mathfrak{B} ebenso die per Quadrateinheit herrschende Pressung.

(Wir werden die Ausdrücke „Spannung“ und „Pressung“ stets nur für eine per Quadrateinheit berechnete Kraft gebrauchen.)

Bezeichnen wir mit P_a denjenigen Zug, mit P_b denjenigen Druck, der eine Zerstörung des Stabes (Zerreissen, beziehungsweise Zerdrücken) zur Folge hat, ferner mit \mathfrak{A}_0 und \mathfrak{B}_0 die betreffende Spannung und Pressung pro Quadrateinheit, so ist:

$$\left. \begin{aligned} P_a &= \mathfrak{A}_0 w \dots \dots \dots \\ P_b &= \mathfrak{B}_0 w \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} 21)$$

Es ist Erfahrung, dass \mathfrak{A}_0 und \mathfrak{B}_0 für ein und dasselbe Material nahezu denselben Werth haben. In der Praxis nimmt man einen bestimmten Bruchtheil von \mathfrak{A}_0 und \mathfrak{B}_0 als grösste zulässige Spannung oder Pressung an.

Anmerk. Für diesen sowie die folgenden Fälle sei darauf hingewiesen, dass die praktischen Coefficienten im zweiten Abschnitt zusammengestellt sind.

9. Ein Stab erleidet durch einen nach seiner Länge gerichteten Zug eine Verlängerung, durch einen Druck eine Verkürzung, welche erfahrungsgemäss seiner Länge und der per Quadrateinheit herrschenden Spannung \mathfrak{A} oder Pressung \mathfrak{B} proportional ist. Diese Verlängerung oder Verkürzung ist somit ausgedrückt durch die Formel:

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{\mathfrak{A}}{E} = \frac{\mathfrak{B}}{E} \dots \dots \dots 22)$$

hierin bezeichnet:

l die ursprüngliche Länge des Stabes,

λ die Verlängerung oder Verkürzung,

\mathfrak{A} und \mathfrak{B} wie oben die Spannung oder Pressung (pro Quadrateinheit),

E einen Coefficienten, der von der Natur des Materials abhängig ist und für Druck und Zug verschiedenen Werth haben kann.

Man hat diesem Coefficienten den Namen Elasticitäts-Modul gegeben.

Für diejenigen Spannungen und Pressungen, welche bei Bauconstructionen nicht überschritten werden sollen, ist der Elasticitätsmodulus eine für jedes Material bestimmte constante Grösse und hat innerhalb dieser Grenzen auch für Druck und Zug denselben Werth. Wenn wir nämlich in Gleichung 22) die Spannung \mathfrak{A} oder Pressung \mathfrak{B} in Kilogrammen per Quadratcentimeter angeben und l und λ in demselben, übrigens beliebigen Maassstab, ausdrücken, so ist der Werth von E gleichfalls in Kilogrammen durch folgende Tabelle II. gegeben:

Tabelle II.

Für Holz	E = 100000 Kilogr. pro □Cent.
„ Schmiedeisen . . .	E = 1'800000 „ „ „
„ Gusseisen	E = 900000 „ „ „
„ Stahl, weich . . .	E = 1'800000 „ „ „
„ „ gehärtet . . .	E = 3'000000 „ „ „

Versuche mit weichem Stahl haben theilweise sehr niedrige Elasticitätsmodule und eine sehr rasche Abnahme derselben bei zunehmender Belastung ergeben; die Verschiedenartigkeit des Materials und die geringe Anzahl der Versuche lassen noch keine unbedingt gültigen Angaben zu.

Der Elasticitäts-Modul E stellt eine Spannung dar, welche die Länge eines gezogenen Stabes von 1 □Cent. Querschnitt verdoppeln würde; eine derartige Spannung können aber die Baumaterialien nicht ertragen, vielmehr bewegen sich die Stäbe durch die Verlängerungen und Verkürzungen innerhalb weit geringerer Beträge; nachstehende Tabelle III. zeigt die Formänderungen, welche in Folge der bei Bauten zulässigen Spannungen und Pressungen eintreten, indem die in Tabelle II. aufgestellten Werthe der Elasticitäts-Module zu Grunde gelegt sind.

Tabelle III.

Spannung oder Pressung pro Quadratcentim. in Kilogr.	Ausdehnung oder Verkürzung $\frac{\lambda}{l}$		
	Holz	Schmied- eisen	Gusseisen
100	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{18000}$	$\frac{1}{9000}$
200	—	$\frac{1}{9000}$	$\frac{1}{4500}$
400	—	$\frac{1}{4500}$	$\frac{1}{2250}$
600	—	$\frac{1}{3000}$	$\frac{1}{1500}$
800	—	$\frac{1}{2250}$	$\frac{1}{1125}$
1000	—	$\frac{1}{1800}$	$\frac{1}{900}$
1200	—	$\frac{1}{1500}$	$\frac{1}{750}$
1400	—	$\frac{1}{1286}$	$\frac{1}{643}$
1600	—	$\frac{1}{1125}$	$\frac{1}{562}$

10. Das durch diese Tabelle ausgesprochene Gesetz ist nicht in aller Strenge richtig; es ändert sich nicht nur wesentlich, wenn die Spannungen die in der Praxis üblichen überschreiten, sondern auch innerhalb dieser Grenzen sind die in Tabelle II. gegebenen Elasticitäts-Module nur Mittelwerthe.

Für Schmiedeisen ist nach den Versuchen von Hodgkinson bei Belastungen bis zu 1600 Kilo pro Quadrat-Centimeter
für Zug E = 1'634000,
für Druck E = 1'968000,

somit im Mittel, wie in Tabelle II. angenommen, $E = 1'800000$. — Bei grösseren Belastungen nimmt der Elasticitätsmodul wesentlich ab, so dass er z. B. bei einer Spannung von 2400 Kilo pro Quadrat-Centimeter nur etwa $\frac{1}{3}$ des obigen Mittelwerths von $1'800000$ beträgt: und ähnlich, nur in geringerem Maasse, nimmt der Elasticitäts-Modul für gepresstes Schmiedeeisen ab. Bei diesen grösseren Belastungen und hauptsächlich in der Nähe des Bruchs ist der Elasticitäts-Modul für verschiedene Eisengattungen wesentlich verschieden, so dass für die beim Zug beobachtete Bruchbelastung $\frac{\lambda}{l}$ zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{60}$ schwankt; ersterer Werth gilt für sehr sehniges, letzterer für schlechtes, crystallinisches Schmiedeeisen.

Es zeigt sich ferner, dass bei diesen grösseren Belastungen ein vollständiges Zurückgehen in die frühere Lage nach Wegnahme der Belastung nicht mehr eintritt, sondern eine gewisse bleibende (permanente) Verlängerung oder Verkürzung zurückbleibt; dies findet beim Schmiedeeisen im Allgemeinen in bemerkbarer Weise dann Statt, wenn die Belastung 1600 Kilo pro Quadrat-Centimeter übersteigt; man erhält hiedurch den Begriff der Grenze der Elasticität und haben einzelne Constructeure die zulässige Belastung von der Elasticitätsgrenze abgeleitet; es setzt diess jedoch voraus, dass diese Grenze durch subtile Beobachtung der Formänderungen erhoben sei, und insofern diese Grenze von der Qualität des Materials wesentlich abhängt, im gegebenen Falle neu erhoben werde, was stets erhebliche Schwierigkeiten mit sich bringen dürfte. — Andererseits ist es nicht nur Thatsache, dass die Erscheinungen des Bruchs weit präciser sich darstellen, somit weit leichter zu beobachten sind, sondern es ist auch die Bruchbelastung für die verschiedenen Eisensorten durchaus nicht so unter sich abweichend und schwankend, als die Elasticitätsgrenze.

Aus diesen Gründen scheint uns die zulässige Belastung aus der Bruchbelastung abzuleiten zu sein, wie diess schon im Eingang von N^o. 8 angenommen ist; wir stellen keine besonderen Untersuchungen über die Nähe der Elasticitätsgrenze an, sondern es genügt für unsere Berechnungen zu wissen, dass die zulässigen Spannungen und Pressungen sich noch hinreichend innerhalb der Elasticitätsgrenze bewegen; innerhalb dieser Grenze hat für Schmiedeeisen der Elasticitäts-Modul den für Druck und Zug annähernd gleichen Werth von $1,800000$ Kil.

11. Beim Gusseisen treten ähnliche Erscheinungen ein, nur ist der Elasticitäts-Modul noch mehr verschieden, und zwar wiederum abnehmend mit steigender Belastung. — Eine bestimmte Elasticitätsgrenze lässt sich gar nicht angeben, denn das Gusseisen zeigt fast bei jeder Belastung eine bleibende Formänderung.

Zur nähern Erläuterung dienen nachfolgende Tabellen, welche den Versuchen des Eaton Hodgkinson entnommen sind.

Tabelle IV.

Elasticitätsmodule für Gusseisen beim Zug.

Belastung pro Quadratcentim. in Kilogr.	Verlängerung pro lauf. Meter,		Elasticitätsmodul pro Quadrat- Centimeter.
	total.	permanent.	
Kilo	M.	Mm.	Kilo
73,955	0,000075	0	985567
111,005	0,000114	0,00183	977467
148,142	0,000155	0,00454	956369
220,630	0,000239	0,00891	923100
296,206	0,000326	0,01460	909650
370,282	0,000416	0,02200	889255
444,336	0,000551	0,03100	870385
517,436	0,000611	0,04300	846490
592,450	0,000715	0,05590	828180
666,508	0,000828	0,07030	804407
740,555	0,000946	0,08840	782785
814,619	0,001068	0,10880	762420
886,672	0,001206	0,13390	754117
962,787	0,001392	0,17460	693111
1039,621	0,001548	0,20070	672313

Tabelle IV^a.

Elasticitätsmodule für Gusseisen beim Druck.

Belastung pro Quadratcentim. in Kilogr.	Verkürzung pro lauf. Meter,		Elasticitätsmodul pro Quadrat- Centimeter.
	total.	permanent.	
Kilo	M.	Mm.	Kilo
145,105	0,00015605	0,003914	929278
290,209	0,00032396	0,01882	898608
439,315	0,00049784	0,03331	874407
580,419	0,00065625	0,05371	884580
725,525	0,00082808	0,07053	876147
870,644	0,00100253	0,09053	868443
1015,535	0,0011795	0,11700	861172
1160,840	0,0013606	0,14258	853178
1305,495	0,0015411	0,17085	847426
1451,050	0,0017175	0,20685	844839
1741,256	0,0020786	0,36810	837678
2032,171	0,0024733	0,45810	821648
2326,661	0,0029432	0,50768	788718

Nimmt man die Mittelwerthe dieser Elasticitätsmodule bis zu den Belastungen von 592^k beziehungsweise 1741 Kilo inclusive, so erhält man

für die Ausdehnung:

$$E = 909607^k \text{ pro Quadrat-Centimeter,}$$

für die Zusammendrückung:

$$E = 880476^k$$

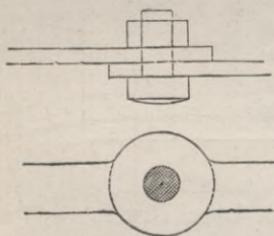
oder im Mittel:

$$E = 895042^k$$

wofür wir oben annähernd 900000^k gesetzt haben.

12. Die Festigkeit gegen Abscheeren wird in Anspruch genommen, wenn zwei Theile eines Körpers längs einer gemeinschaftlichen Ebene nach verschiedenen Richtungen gedrängt werden. Wenn der Körper frei wäre, so würde hiedurch eine Drehung hervorgebracht; ist aber diese Drehung durch andere Kräfte verhindert, so ist längs der gemeinschaftlich gedachten Trennungsfläche

Fig. 3.



für beide Körperfragmente das Bestreben vorhanden, an einander vorbeizugleiten. Als einfachstes Beispiel führen wir einen Bolzen an, der zwei Kettenglieder verbindet, wie solches in Fig. 3 dargestellt ist; der in die Berührungsfläche beider Kettenglieder fallende Bolzenquerschnitt ist auf Abscheeren in Anspruch genommen; auf gleiche Weise sind die Nieten aller Blechverbindungen angegriffen etc.

Denken wir uns allgemein in einem Körper, der von einer Kraft nach beliebiger Richtung angegriffen ist, eine Trennungsfläche, welche einen Winkel mit der Richtung der Kraft bildet und zerlegen wir diese Kraft in zwei Composanten senkrecht und parallel zur gedachten Trennungsfläche, so wirkt die senkrechte Composante auf absolute oder absolut rückwirkende Festigkeit und bringt eine Spannung hervor, welche nach Gleichung 20) zu berechnen ist. — Die parallel der Ebene gerichtete Composante nimmt den Körper auf Abscheeren in Anspruch, sie erzeugt innere Kräfte in dem Körper, welche wir Schubkräfte nennen; dieselben sind gleichförmig über die Trennungsfläche vertheilt, so dass die Relation stattfindet:

$$P = \mathcal{C} w \dots \dots \dots 23)$$

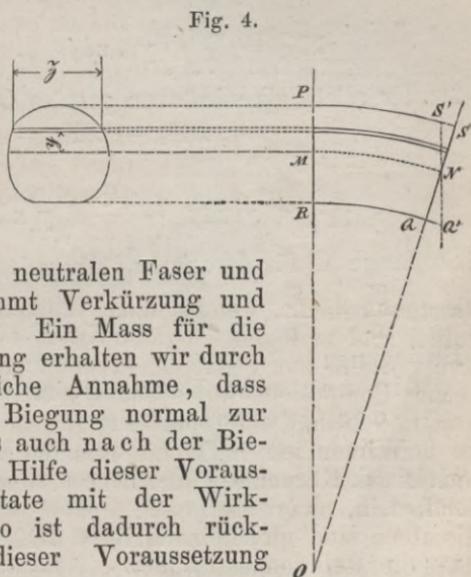
P bedeutet die längs der Trennungsebene wirkende Kraft, w den Querschnitt und \mathcal{C} die per Quadrateinheit wirkende Schubkraft, welcher wir den Namen Schubspannung beilegen wollen. Ist P_c diejenige Kraft, welche die Trennung wirklich hervorbringt, \mathcal{C}_c die dem Bruch entsprechende Schubspannung, so findet die Gleichung statt:

$$P_c = \mathcal{C}_c w \dots \dots \dots 24)$$

Die Festigkeit gegen Abscheeren ist für Schmiedeisen im Allgemeinen gleich der absoluten Festigkeit gegen Zug zu setzen; vorausgesetzt, dass die betrachtete Fläche gleichförmig auf Abscheeren in Anspruch genommen ist, was bei Nieth- oder Schraubenbolzen nicht immer stattfindet; hierüber und über die Reibung an den Bolzen wird unten Näheres angeführt werden.

Die Festigkeit gegen Abscheeren ist übrigens auch verschieden in Folge der Textur der Materialien; so z. B. hat man beobachtet, dass Walzeisen senkrecht zur Richtung der Bahn, d. h. senkrecht zur Längenrichtung, grössere Abscheerungsfestigkeit zeigt, als nach der Längenrichtung selbst. — Beim Holz ist in Folge der Faserbildung die Verschiedenheit eine sehr bedeutende; das Holz spaltet sich parallel der Längenrichtung sehr leicht, während es einem seitlichen Abscheeren mit grosser Zähigkeit widersteht.

13. Die relative Festigkeit eines Stabes wird in Anspruch genommen, wenn eine zu seiner Längenrichtung senkrechte Kraft auf ihn einwirkt. Der Stab erleidet hiedurch eine Biegung, seine concave Seite verkürzt sich, seine convexe Seite verlängert sich, innerhalb des Stabes liegt irgendwo eine Schichte, welche weder verkürzt noch verlängert wird und die „neutrale Faser“ heisst. Zwischen der neutralen Faser und den äussersten Fasern nimmt Verkürzung und Verlängerung allmählig zu. Ein Mass für die Verkürzung und Verlängerung erhalten wir durch die einigermaßen willkürliche Annahme, dass Schnitte, welche vor der Biegung normal zur neutralen Faser sind, diess auch nach der Biegung bleiben. Da die mit Hilfe dieser Voraussetzung gewonnenen Resultate mit der Wirklichkeit übereinstimmen, so ist dadurch rückwärts die Zulässigkeit dieser Voraussetzung bestätigt.



Betrachten wir ein kleines Stück eines gebogenen Balkens, so werden im Längenschnitt (s. Fig. 4) alle vor der Biegung geraden Faserelemente nunmehr kleine Kreisbögen bilden, welche aus einem und demselben Mittelpunkt beschrieben sind. — Linien vor der Biegung normal und parallel werden nun Normallinien auf allen Kreisbögen sein und zwei beliebige gezogene Normale

PR und SQ geben zu erkennen, um wie viel die einzelnen Elemente des zwischen ihnen gelegenen Balkenstücks verkürzt oder verlängert sind; gemäss Gleichung 22) giebt diese Verlängerung oder Verkürzung direkt die im Material herrschende Spannung, beziehungsweise Pressung an. Diese Spannung ist demgemäss proportional dem Abstand y von der neutralen Faser; wenn wir daher mit \mathfrak{A} und \mathfrak{B} die Spannung und Pressung in den äussersten Fasern, mit a und b die Entfernung dieser letztern von der neutralen Faser bezeichnen, so ist der in einem Element vom Querschnitt $z. dy$ herrschende Zug \mathfrak{A}_y oder Druck \mathfrak{B}_y nach Gleichung 20) ausgedrückt durch

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A}_y &= \frac{\mathfrak{A}}{a} y \cdot z dy \dots\dots\dots \\ \mathfrak{B}_y &= \frac{\mathfrak{B}}{b} y \cdot z dy \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} 25)$$

somit ist die Summe sämmtlicher Spannungen und Pressungen:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X_a &= \frac{\mathfrak{A}}{a} \int_0^a y \cdot z dy \dots\dots\dots \\ \Sigma X_b &= \frac{\mathfrak{B}}{b} \int_0^b y \cdot z dy \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} 26)$$

Da für alle Balkenbrücken gemäss Gleichung 10) stets

$$\Sigma X_a - \Sigma X_b = \Sigma X = 0$$

so ist somit:

$$\frac{\mathfrak{A}}{a} \int_0^a y \cdot z dy - \frac{\mathfrak{B}}{b} \int_0^b y \cdot z dy = 0 \dots\dots 27)$$

So lange E für Druck und Zug denselben Werth hat, ist auch

stets $\frac{\mathfrak{A}}{a} = \frac{\mathfrak{B}}{b}$, dieses vorausgesetzt, enthält Gleichung 27) die

Bedingung:

die neutrale Faser geht durch den Schwerpunkt des Querschnittes.

Wir haben in 7. die Summe aller horizontalen Spannungen gleich der Summe aller horizontalen Pressungen mit R bezeichnet, d. h. es ist

$$\Sigma X_a = \Sigma X_b = R$$

Wir können nunmehr für homogene Stäbe einen mathematischen Ausdruck für R geben, indem wir für ΣX_a und ΣX_b die so eben entwickelten Werthe einsetzen, d. h. es ist

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{\mathfrak{A}}{a} \int_0^a y \cdot z dy \dots\dots\dots \\ R &= \frac{\mathfrak{B}}{b} \int_0^b y \cdot z dy \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} 28)$$

Um diesen Ausdruck durch Zahlenwerthe darstellen zu können, muss die neutrale Faser vorab bekannt sein, d. h. es muss der Schwerpunkt des Querschnitts bestimmt worden sein.

Die Kräfte ΣX_a und ΣX_b bilden, wie nun schon mehrfach hervorgehoben, ein Gegenpaar, welches wir das Widerstandsmoment ΣXy des betreffenden Querschnitts genannt haben, und welches dem Angriffsmoment der äusseren Kräfte \mathfrak{M} numerisch gleich ist.

Um für ΣXy einen geordneten übersichtlichen Ausdruck zu erhalten, legen wir den Coordinatenursprung in den Schwerpunkt des Querschnitts und bilden die Summe der Kraftmomente

$$\begin{aligned} \text{für Zug} & \quad \frac{\mathfrak{A}}{a} \int_0^a zy^2 \cdot dy \\ \text{für Druck} & \quad \frac{\mathfrak{B}}{b} \int_0^b zy^2 \cdot dy \end{aligned}$$

wonach sich ergibt:

$$\mathfrak{M} = \Sigma Xy = \frac{\mathfrak{A}}{a} \int_0^a zy^2 \cdot dy + \frac{\mathfrak{B}}{b} \int_0^b zy^2 \cdot dy \quad . \quad . \quad 29)$$

Den Ausdruck $\int zy^2 \cdot dy$ nennt man in der Mechanik das Trägheitsmoment der Fläche zy ; dieser Ausdruck ist lediglich von der Gestalt des Querschnitts abhängig; wenn nun wiederum wie oben $\frac{\mathfrak{A}}{a} = \frac{\mathfrak{B}}{b}$ gesetzt werden darf (d. h. wenn die Elastizitätsmodule für Druck und Zug gleich sind), so können die Trägheitsmomente der gedrückten und der gezogenen Fläche sofort addirt werden und ist das Trägheitsmoment Θ des Querschnitts ausgedrückt durch die Gleichung:

$$\Theta = \int_0^a y^2 \cdot z \cdot dy + \int_0^b y^2 \cdot z \cdot dy \quad . \quad . \quad 30)$$

Es folgt nun aus den Gleichungen 29) und 30):

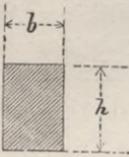
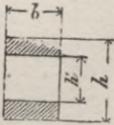
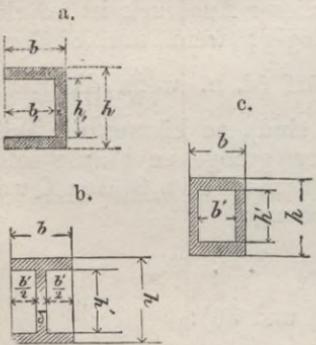
$$\mathfrak{M} = \Sigma Xy = \frac{\mathfrak{A}}{a} \Theta = \frac{\mathfrak{B}}{b} \Theta \quad . \quad . \quad . \quad 31)$$

Indem man die Gleichung 31) mit der Gleichung 19) in N^o. 7. combinirt, und für R seinen Werth aus Gleichung 28) einsetzt, erhält man für die in N^o. 7 definirte Grösse ξ

$$\xi = \frac{\Theta}{\int_0^a yz \cdot dy} = \frac{\Theta}{\int_0^b yz \cdot dy} \quad . \quad . \quad . \quad 32)$$

Die Integrale in Gleichung 32) bedeuten die Momente des gezogenen (beziehungsweise gedrückten) Theils des Querschnitts in Bezug auf die neutrale Faser; da letztere im Schwerpunkt liegt, so erklärt sich die Identität der beiden Momente aus

Tabelle V.

Nr. d. Fig.	Form des Querschnitts.	Trägheitsmoment Θ .	$\frac{\Theta}{a} = \frac{\Theta}{b}$
5		$\frac{1}{12} bh^3$	$\frac{1}{6} bh^2$
6		$\frac{1}{12} (b h^3 - h_1^3)$	$\frac{b (h^3 - h_1^3)}{6 \cdot h}$
7		$\frac{1}{12} (bh^3 - b_1 h_1^3)$ oder $\frac{1}{12} [bh^3 - (b - \delta)h_1^3]$	$\frac{bh^3 - b_1 h_1^3}{6 \cdot h}$ oder $\frac{bh^3 - (b - \delta) h_1^3}{6 \cdot h}$

der Definition des Schwerpunkts; für geradlinig begränzte Querschnittformen ist das Moment des Querschnitts, bezogen auf die neutrale Faser, sehr leicht anzuschreiben, indem nur elementare Rechnungsarten in Anwendung kommen.

14. Das Widerstandsmoment eines Querschnittes ist nach dem Vorhergehenden direct proportional dem Trägheitsmoment, und indem man letzteres für die einzelnen Querschnittformen vorab bestimmt, so sind für diese Querschnitte alle umständlichen Rechnungen abgeschnitten; wir geben daher in Tabelle V. und Folgendem eine Zu-

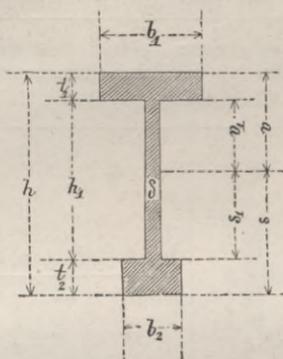
Tabelle V. (Fortsetzung.)

Nr. d. Fig.	Form des Querschnitts.	Trägheitsmoment Θ .	$\frac{\Theta}{a} = \frac{\Theta}{b}$
8		$\frac{b_1 h^3 + (b - b_1) h_1^3}{12}$	$\frac{b_1 h^3 + (b - b_1) h_1^3}{6 \cdot h}$
9		$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^3}{32}$
10		$\frac{\pi}{64} \cdot (D^4 - d^4)$	$\frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 \cdot D}$
11		$\frac{\pi}{64} (\alpha^3 \beta - \alpha_1^3 \beta_1)$	$\frac{\pi (\alpha^3 \beta - \alpha_1^3 \beta_1)}{32 \alpha}$

sammenstellung der häufiger vorkommenden Trägheitsmomente Θ und der zugehörigen Grössen $\frac{\Theta}{a}$ und $\frac{\Theta}{b}$.

In den nachfolgenden Querschnitten Fig. 12 und 13 ist angenommen, dass der obere Theil des Querschnitts gepresst, der untere Theil gezogen sei, wie diess bei einem frei aufliegenden Balken der Fall ist; findet der umgekehrte Fall statt (oder wenn der Querschnitt umgedreht gedacht wird), so würden die Werthe $\frac{\Theta}{a}$ und $\frac{\Theta}{b}$ ihre Werthe vertauschen, während Θ unverändert bleibt.

Fig. 12.



$$s = \frac{b_2 t_2 \cdot \frac{t_2}{2} + h_1 \delta \cdot \frac{h_1 + 2t_2}{2} + b_1 t_1 \frac{t_1 + 2(h_1 + t_2)}{2}}{b_1 t_1 + b_2 t_2 + h_1 \delta}$$

$$\Theta = \frac{1}{3} \left[b_1 v^3 - (b_1 - \delta) v_1^3 + b_2 s^3 - (b_2 - \delta) s_1^3 \right]$$

$$\frac{\Theta}{a} = \frac{\Theta}{s}; \quad \frac{\Theta}{b} = \frac{\Theta}{h - s}$$

Fig. 13 a.

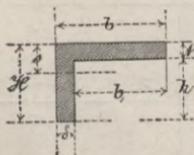


Fig. 13 b.

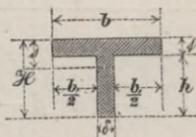
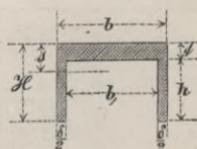


Fig. 13 c.



$$s = \frac{b_1 t^2 + \delta H^2}{2(b_1 t + \delta H)}$$

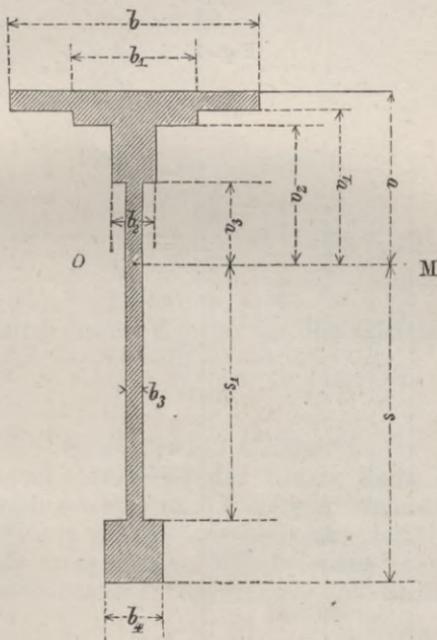
$$\Theta = \frac{1}{3} \left[b_1 \left(s^3 - (s - t)^3 \right) + \delta \left(s^3 + (H - s)^3 \right) \right]$$

$$\frac{\Theta}{b} = \frac{\Theta}{s}; \quad \frac{\Theta}{a} = \frac{\Theta}{H - s}$$

Beispielsweise soll nun das Trägheitsmoment für einen complicirteren Querschnitt bestimmt werden (s. Fig. 14). — Wir nehmen an, der Schwerpunkt des Querschnittes sei bereits gefunden und die Linie OM sei durch diesen Punkt gelegt. Wir finden dann das Träg-

heitsmoment durch Addition der Trägheitsmomente des gedrückten und gezogenen Theils, wie solche durch die Linie OM abgeschieden sind. Wir haben für den obern Theil, indem man von dem Trägheitsmoment $\int_0^v by^2 dy = \frac{1}{3}bv^3$ des Vierecks $b.v$ die Trägheitsmomente der hohlen Räume abzieht,

Fig. 14.



$$\Theta_v = \frac{1}{3} \left(bv^3 - (b - b_1) v_1^3 - (b_1 - b_2) v_2^3 - (b_2 - b_3) v_3^3 \right) \text{ I.}$$

und für den untern Theil

$$\Theta_s = \frac{1}{3} \left(b_4 s^3 - (b_4 - b_3) s_1^3 \right) \text{ . II.}$$

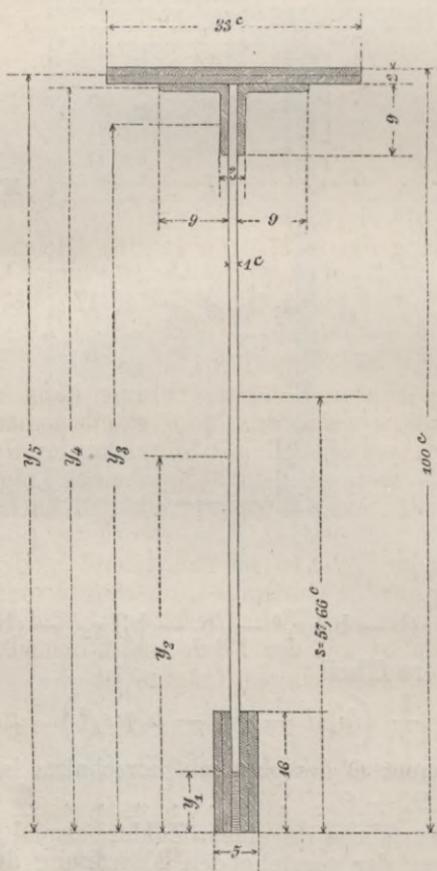
das Trägheitsmoment Θ des ganzen Querschnitts ist aber

$$\Theta = \Theta_v + \Theta_s \text{ III.}$$

Um dieses Verfahren an einem Zahlenbeispiel zu zeigen, sei unter Beibehaltung der vorstehenden Anordnung des Querschnitts die Höhe $H = v + s = 100$ Cent., die Dicke der Mittelrippe $b_3 = 1$ Cent.; das untere Band habe (inclus. Mittelrippe) eine Breite von $b_4 = 5$ Cent. und eine Höhe von 16 Cent.; die obere Gurtung, bestehend aus 2 Winkeln und dem breiten horizontalen Band,

habe 100 Quadrat-Centim. Querschnitt; nämlich zwei Winkel von 9 Cent. Schenkelbreite und 1 Cent. Dicke, gibt je 17, zusammen 34 Quadrat-Centim., während das oberste Band 33 Cent. breit und 2 Cent. dick ist; die untere Gurtung hat dann $\frac{4}{5}$ des Querschnitts der oberen Gurtung. — Diese Maasse sind in nachstehender Figur 15. eingetragen und muss nun zunächst der Schwerpunkt dieser Fläche bestimmt werden. — Zu diesem Behufe sind die Abstände y der einzelnen Abtheilungsschwerpunkte von der untern Kante, dergleichen der Abstand s der Gesamtfläche

Fig. 15.



in der Figur eingetragen. Nach der Definition des Schwerpunktes findet die Relation Statt:

$$s \times (\text{Gesamtmfläche}) = 33. 2. y_5 + 18. 1. y_4 \\ + 8. 2. y_3 + 98. 1. y_2 \\ + 16. 4. y_1$$

woraus, indem man die Flächeninhalte ausrechnet und die Werthe für die einzelnen y einsetzt, folgt:

$$s = \frac{15107}{262} = 57,66 \text{ Cent.},$$

wonach für die einzelnen v und s der Figur 15 folgt:

$$v = 42,33 \text{ C.}$$

$$v_1 = 40,33$$

$$v_2 = 39,33$$

$$v_3 = 31,33$$

$$s = 57,66$$

$$s_1 = 41,66$$

ferner ist

$$b = 33 \text{ C.}$$

$$b_1 = 19$$

$$b_2 = 3$$

$$b_3 = 1$$

$$b_4 = 5$$

und nach Einsetzung dieser Werthe in den Gleichungen I.—III.:

$$\Theta = \frac{1}{3} \left(33. 42,33^3 - 14. 40,33^3 - 16. 39,33^3 - 2. 31,33^3 \right) \\ + 5. 57,66^3 - 4. 41,66^3$$

somit

$$\Theta = 398113 \text{ Centim.}^4$$

15. Für die meisten Fälle der Praxis kann das Trägheitsmoment Θ , beziehungsweise das Widerstandsmoment ΣXy durch ein Näherungsverfahren schnell mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden, wie diess an dem Beispiel eines Trägers mit rechteckigem Gurtungs-Querschnitt entwickelt und nachgewiesen werden soll.

In nachstehender Figur 16 sei mit a_0 und b_0 der Abstand der Schwerpunkte der beiden Gurtungs-Querschnitte vom gemeinsamen Schwerpunkt der Gesamtmfläche bezeichnet; die Bedeutung der übrigen Buchstaben ist aus der Figur selbst ersichtlich.

Das Trägheitsmoment dieses Trägers ist

$$\Theta = \frac{1}{3} \left[b_1 (a^3 - [a - t_1]^3) + b_2 (b^3 - [b - t_2]^3) \right]$$

substituirt man in diesen Gleichungen

$$a_0 = a - \frac{t_1}{2} \qquad b_0 = b - \frac{t_2}{2}$$

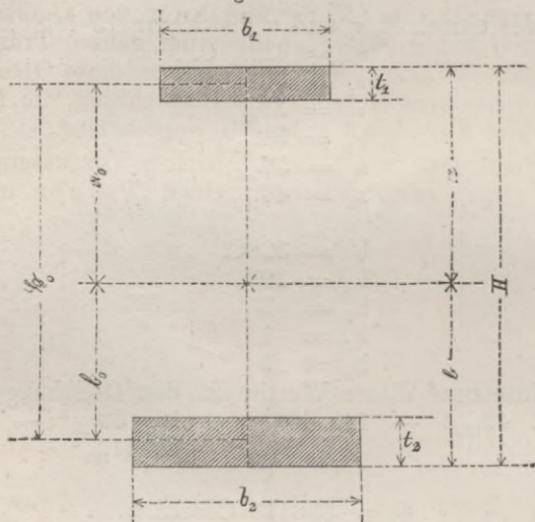
$$\Omega_a = t_1 b_1 \qquad \Omega_b = t_2 b_2$$

so dass Ω_a und Ω_b die Flächeninhalte der beiden Gurtungen bezeichnen, so erhält man

$$\Theta = \frac{1}{3} \left[\Omega_a \left(3a_0^2 + \frac{t_1^2}{4} \right) + \Omega_b \left(3b_0^2 + \frac{t_2^2}{4} \right) \right]$$

Wenn nun die Gurtung verhältnissmässig niedrig ist, im Vergleich zur ganzen Trägerhöhe, so kann man $\frac{t_1^2}{4}$ und $\frac{t_2^2}{4}$ gegenüber von $3a_0^2$ beziehungsweise $3b_0^2$ vernachlässigen und erhält als hinreichend genau

Fig. 16.



$$\Theta = \Omega_a a_0^2 + \Omega_b b_0^2 \dots \dots \dots 33)$$

Berücksichtigt man ferner, dass nach der Definition des Schwerpunkts $\Omega_a a_0 = \Omega_b b_0$ und dass $a_0 + b_0 = \zeta_0$, so ist

$$\Theta = \Omega_a \cdot a_0 \zeta_0 = \Omega_b \cdot b_0 \zeta_0 \dots \dots \dots 34)$$

und für Gurtungen von gleichem Querschnitt

$$\Theta = \frac{1}{2} \Omega \cdot \zeta_0^2 \dots \dots \dots 34^a)$$

Wenn man den Näherungswerth für Θ aus Gleichung 34) in die Gleichung 31) einsetzt, so erhält man

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{M} &= \Sigma Xy = \frac{a_0}{a} \cdot \mathfrak{A} \cdot \Omega_a \cdot \zeta_0 \\ \mathfrak{M} &= \Sigma Xy = \frac{b_0}{b} \cdot \mathfrak{B} \cdot \Omega_b \cdot \zeta_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots 35)$$

wo \mathfrak{A} und \mathfrak{B} die Spannung, beziehungsweise Pressung in den äussersten im Abstände a und b befindlichen Fasern bezeichnen.

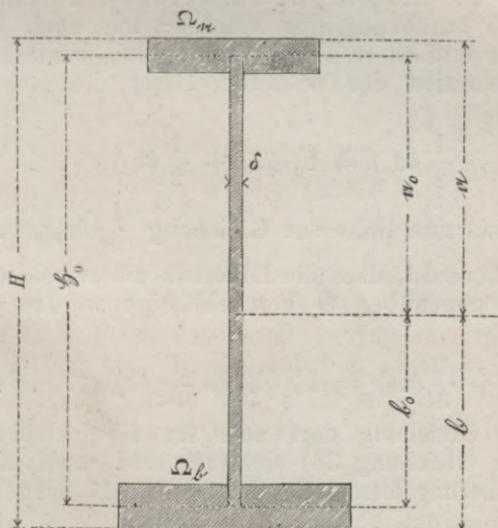
Wir hätten Gleichung 35) auch unmittelbar erhalten, indem wir uns Druck und Zug je im Schwerpunkte der betreffenden Gurtung vereinigt gedacht hätten (vergl. Gleichung 19); indem man sich Rechenschaft darüber gibt, wie nahe der Gurtungsschwer-

punkt im vorliegenden Falle dem Mittelpunkt von Druck und Zug liegt, erhält man eine weitere Anschauung von dem unbedeutenden Einfluss, den die Vernachlässigung der Glieder $\frac{t_1^2}{4}$ und $\frac{t_2^2}{4}$ ausübt.

So oft es gestattet ist, die längs einer Gurtung wirkenden Kräfte im Schwerpunkt derselben sich vereinigt zu denken, so ist auch die Gestalt der Gurtung ohne weiteren Einfluss und gelten die Gleichungen 33) bis 35) für alle Arten von Querschnitten, sobald nur die Gurtungshöhe gegenüber der ganzen Trägerhöhe hinreichend klein ist; selbstverständlich gelten diese Gleichungen unbedingt, wenn durch irgend eine Betrachtung die Mittelpunkte von Druck und Zug direct gefunden worden sind.

16. Wenn man unter sonst gleichen Voraussetzungen, wie in der vorhergehenden Nummer, einen Träger mit voller,

Fig. 17.



dünnen Wand betrachtet, und sich das Trägheitsmoment der beiden Gurtungen nach der Annäherungsformel Gleichung 33) gebildet denkt, so erhält man das Trägheitsmoment des ganzen Querschnitts dadurch, dass man zu den Trägheitsmomenten der Gurtungen die Trägheitsmomente der gedrückten und der gezogenen Mittelrippe addirt; es ist

$$\begin{aligned} \Theta &= \Omega_a a_0^2 + \Omega_b b_0^2 + \frac{1}{3} \delta \cdot a_0^3 + \frac{1}{3} \delta b^3 \Big\} \\ \Theta &= a_0^2 (\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0) + b_0^2 (\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0) \Big\} \quad 36) \end{aligned}$$

Wir denken uns nämlich der Einfachheit halber die Mittelrippe gerade bis zum Gurtungsschwerpunkt reichend, was in der Praxis wenig abweicht; derjenige Theil der Mittelrippe, der über den Gurtungsmittelpunkt etwa hinausreicht, wird, insofern er von Belang ist, zum Gurtungsquerschnitt gerechnet.

Sind die beiden Gurtungen von gleich grossem Querschnitt, so ist $b_0 = a_0 = \frac{\xi_0}{2}$ und

$$\Theta = \frac{\xi_0^2}{2} \left(\Omega + \frac{1}{6} \delta \xi_0 \right) \dots \dots \dots 37)$$

Für Träger, deren Gurtungen gleichen Querschnitt haben, wird also der Einfluss der Mittelrippe auf die Tragfähigkeit dadurch berücksichtigt, dass man jedem Gurtungsquerschnitt $\frac{1}{6}$ des Querschnitts der Mittelrippe hinzufügt und nunmehr das Trägheitsmoment eines offenen Balkens (ohne Mittelrippe) anschreibt. — Bei Trägern mit ungleichen Gurtungen muss auf Gleichung 36) zurückgegriffen werden; um auch letztere Gleichung in eine einfachere Form zu bringen, bemerken wir, dass nach der Definition der neutralen Faser die Relation stattfinden muss:

$$a_0 \left(\Omega_a + \frac{1}{2} \delta a_0 \right) = b_0 \left(\Omega_b + \frac{1}{2} \delta b_0 \right) \dots \dots \text{I.}$$

Indem man nun links der Gleichung $\frac{1}{6} \delta a_0^2$, rechts $\frac{1}{6} \delta b_0^2$ abzieht und bedenkt, dass die Differenz dieser beiden abzuziehenden Werthe gegenüber Θ vernachlässigt werden darf, so erhält man:

$$a_0 \left(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0 \right) = b_0 \left(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0 \right) \dots \dots \text{II.}$$

Letztere Gleichung darf man für die gewöhnlichen Fälle der Praxis in Gleichung 36) einsetzen und erhält als meist ausreichende Näherungsformel für den in Fig. 17 dargestellten Querschnitt:

$$\Theta = \xi_0 a_0 \left(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0 \right) = \xi_0 b_0 \left(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0 \right) \dots \dots \dots 38)$$

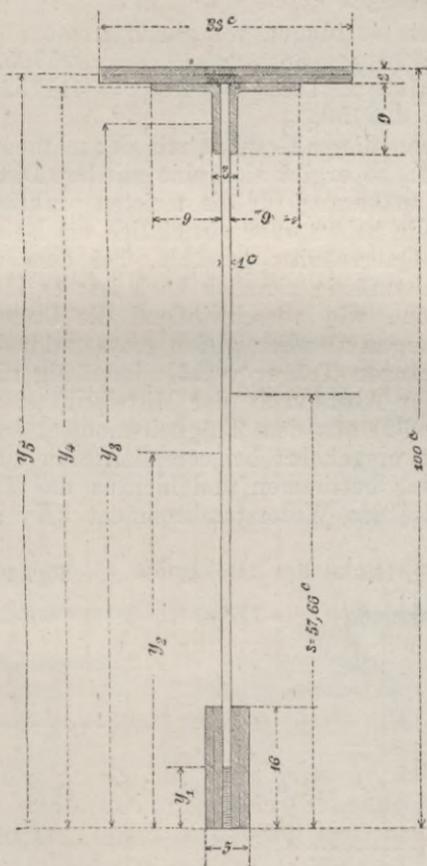
woraus nach Gleichung 29)

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{M} &= \Sigma Xy = \frac{\mathfrak{A}}{a} \xi_0 a_0 \left(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0 \right) = \frac{\mathfrak{A}}{a} \xi_0 b_0 \left(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0 \right) \\ \mathfrak{M} &= \Sigma Xy = \frac{\mathfrak{B}}{b} \xi_0 b_0 \left(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0 \right) = \frac{\mathfrak{B}}{b} \xi_0 a_0 \left(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0 \right) \end{aligned} \right\} 39)$$

Wir zeigen die Anwendung der Formel 38) und zugleich den Grad ihrer Genauigkeit an einem Zahlenbeispiel.

Für den in nachstehender Figur 18 dargestellten Querschnitt sei der Schwerpunkt der Gesamtfläche auf irgend eine Art ge-

Fig. 18.



funden; wir wissen aus der früheren Berechnung in 14., dass er 42,33 Centim. von der obersten Gurtungskante absteht, indem wir hier wie oben zunächst von der etwaigen Verschwächung der Querschnitte durch Nietlöcher etc. absehen. — Den Druckmittelpunkt denken wir uns mit der untern Kante des obren Gurtungsbands zusammenfallend, der Zugmittelpunkt ist im Mittelpunkt des untern Bands anzunehmen; es ist alsdann

$$\begin{aligned} b_0 &= 40,33 \\ a_0 &= 49,66 \\ \xi_0 &= 90,10^\circ \end{aligned}$$

ferner ist

$$\Omega_a + \frac{1}{3} \delta\alpha_0 = 72 + \frac{49,66}{3} = 88,55$$

$$\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0 = 100 + \frac{40,33}{3} = 113,44$$

woraus sich ergibt

$$\Theta = 90 \times 88,55 \times 49,66 = 395765,370$$

$$\text{oder } \Theta = 90 \times 113,44 \times 40,33 = 411753,168$$

$$\text{im Mittel } \Theta = 403759,269$$

Vergleicht man dieses Resultat mit der mathematisch genauen Berechnung in 14., so ergibt sich eine mittlere Differenz von etwa 1 pCt., welche Annäherung für die meisten praktischen Fälle ausreichend ist. — Wir haben aber absichtlich ein Beispiel eines sehr unsymmetrischen Querschnitts gewählt, bei dem zudem die eine Gurtung verhältnissmässig ziemlich hoch ist; es lässt sich hieraus der Schluss ziehen, wie verschwindend die Ungenauigkeit wird, wenn beide Gurtungen ziemlich gleich gross und insbesondere beide gegenüber dem ganzen Träger verhältnissmässig niedrig sind.

17. Wie der Abstand ξ der Mittelpunkte von Druck und Zug in Gleichung 32) aus dem Trägheitsmoment bestimmt worden ist, so kann man umgekehrt bei complicirteren Querschnitten die Grösse ξ graphisch bestimmen und hieraus das Trägheitsmoment Θ , beziehungsweise das Widerstandsmoment ΣXy ableiten.

Fig. 19.

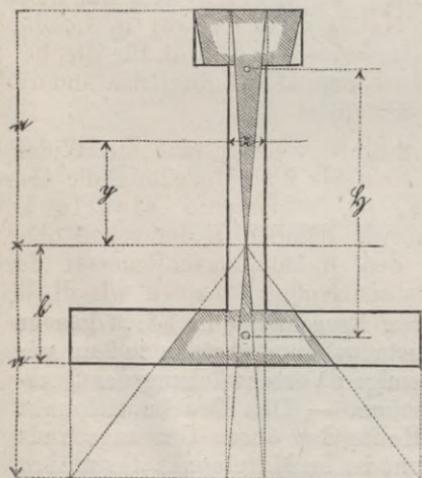
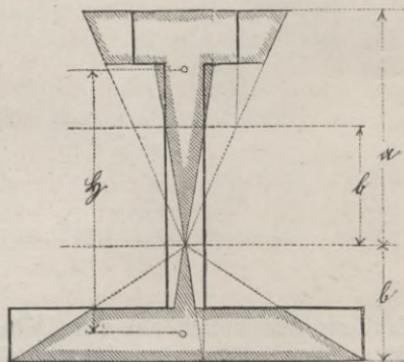


Fig. 19 a.



Um ξ graphisch darzustellen, bestimmt man, wie in Fig. 19 geschehen, für jeden Höhenabstand y den Werth $\frac{zy}{a}$,

welcher nach Gleichung 25) der in den Elementen von der Breite z , im Abstände y von der neutralen Faser wirkende Kraft A_y , beziehungsweise B_y proportional ist, und trägt die so gefundene Grösse als Ordinate parallel der Axe der z auf; indem man ferner die Endpunkte der Ordinaten durch eine gerade oder gekrümmte Linie verbindet, und die zwischenliegende Fläche durch Schraffirung bezeichnet, so stellt jede der beiden schraffirten Figuren eine Fläche dar, welche mit der Spannung beziehungsweise Pressung im obren Band gleichförmig in Anspruch genommen der Kraft R , d. h. der Summe sämtlicher Spannungen, beziehungsweise Pressungen gleich ist; dass beiderlei schraffirte Flächen gleichen Querschnitt haben müssen, folgt aus Nr. 7. — Indem man endlich die Schwerpunkte der schraffirten Flächen bestimmt, so erhält man in deren Abstand ξ den gesuchten Abstand der Mittelpunkte von Druck und Zug und erhält endlich nach Gleichung 19)

$$\Sigma Xy = \xi R$$

wobei ξ und R nach Obigem graphisch bestimmt worden sind.

In gleicher Weise kann ΣXy aus Figur 19^a) berechnet werden, wenn die im untern Band herrschende Pressung oder Spannung als Einheit angenommen wird.

Das Trägheitsmoment Θ bestimmt sich, indem man ΣXy mit der Grösse $\frac{B}{b}$ oder $\frac{A}{a}$ dividirt; die Grösse $\frac{\Theta}{a}$ einfach durch Multiplication einer der schraffirten Flächen mit ξ .

In der graphischen Darstellung, Tafel VIII., sind auf diese Weise für das Schienenprofil der Metropolitan Railway in London die Widerstandsmomente berechnet worden und zwar für die beiden Fälle, dass der Kopf der Schiene einmal auf Zug, das andere mal auf Druck in Anspruch genommen ist.

18. Dieselbe Betrachtung, mittelst welcher man die Widerstandsvermögen berechnet, lehrt auch für jede Belastung die Gestalt der neutralen Faser, die sogenannte elastische Linie, aufzufinden. Bezeichnen wir nämlich in der schon oben erklärten Figur 4 mit $OM = \rho$ den Krümmungshalbmesser der neutralen Faser am fraglichen Balkenelement, nennen wir dl die Länge des Elements, $d\lambda$ die Verlängerung der am meisten gezogenen äusseren Faser, so ist, wie aus der Figur 4 zu ersehen:

$$\rho : a = dl : d\lambda$$

es ist aber nach Gleichung 22) $A = \frac{d\lambda}{dl} E$

und nach Gleichung 31) $\frac{A}{a} = \frac{\Sigma Xy}{\Theta}$

somit ist:

$$\Sigma Xy = \frac{\Theta E}{\rho} \dots \dots \dots 40)$$

drücken wir nun den Krümmungshalbmesser ρ nach Anleitung der analytischen Geometrie durch die Coordinaten der Kurve selbst aus:

$$\rho = \frac{\left(1 + \left[\frac{dy}{dx}\right]^2\right)^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

und bemerken, dass für die kleinen Biegungen, die wir voraussetzen $\left[\frac{dy}{dx}\right]^2$ stets sehr klein gegenüber der Einheit ist, so folgt

aus dieser Gleichung:
$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

und endlich nach Gleichung 40):

$$\frac{d^2y}{dx^2} E\Theta = \Sigma Xy \dots 41)$$

dieses ist die Fundamentalgleichung der elastischen Linie. So oft es möglich ist, den Ausdruck $\frac{\Sigma Xy}{E\Theta}$ zweimal zu integrieren, so oft ist die Gestalt der neutralen Faser gefunden. Die Rechnung wird ziemlich einfach, wenn das Trägheitsmoment Θ auf die ganze Länge des Stabes constant ist.

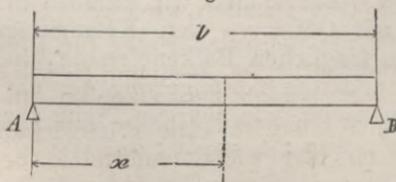
19. Wir wollen die Anwendung der Gleichung an einem einfachen Beispiele zeigen. Ein an beiden Enden frei aufliegender Balken sei auf seine ganze Länge mit q belastet, sein Querschnitt sei durchweg derselbe. Wir legen den Coordinatenursprung in den Punkt A, so ist:

$$A = B = \frac{ql}{2}$$

ferner nach Gleichung 14):

$$\Sigma Y = A - qx = \left(\frac{l}{2} - x\right) q$$

Fig. 20.



und nach Gleichung 15):

$$\Sigma Xy = \frac{qx^2}{2} + x\Sigma Y = \frac{qlx}{2} - \frac{qx^2}{2}$$

und somit nach Gleichung 22):

$$E\Theta \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{qlx}{2} - \frac{qx^2}{2}$$

und durch Integriren:

$$E\theta \frac{dy}{dx} = \frac{q}{2} \left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) + \text{Const.}$$

Die Constante bestimmt sich dadurch, dass für $x = \frac{l}{2}$ der Quotient $\frac{dy}{dx} = 0$ ist, woraus folgt

$$\text{Const.} = -\frac{q}{2} \frac{l^3}{12}$$

Diess substituirt, gibt durch wiederholtes Integriren:

$$E\theta \cdot y = \frac{24}{q} (2lx^3 - l^3x - x^4)$$

wobei die Constante = 0 ist, da für $x = 0$ auch $y = 0$ sein muss. Diess ist für den vorliegenden Fall die Gleichung der elastischen Linie und wir finden die grösste Einsenkung in der Mitte:

$$f = -\frac{5}{384} \frac{ql^4}{E\theta} \dots 42)$$

Hätte man θ proportional ΣXy wachsen lassen, so wäre ein constanter Halbmesser ρ entstanden und zwar

$$\rho = \frac{\theta E}{\Sigma Xy};$$

wenn man daher dem Balken in der Mitte denselben Querschnitt gegeben hätte, wie oben, dagegen denselben nach den Enden hin hätte abnehmen lassen, so wäre

$$\rho = \frac{\theta E \cdot 8}{ql^2}$$

geworden und es wäre somit die Senkung gemäss den Eigenschaften des Kreises gewesen:

$$f_1 = \frac{1}{64} \frac{ql^2}{E\theta} \dots 43)$$

Diese Gleichung 43) gibt eine Senkung f_1 , welche $\frac{6}{5}$ derjenigen Senkung f beträgt, welche durch Gleichung 42) für einen Balken von gleichförmiger Stärke erhalten wird.

20. Die Gestalt der neutralen Faser für Balken, welche auf mehreren Stützpunkten aufliegen, bestimmt sich in ähnlicher Weise wie in Nr. 19., indem man für jede Oeffnung die Gleichung 41) anschreibt und zweimal integrirt. Die Rückwirkungen der Stützpunkte können jedoch hier nicht unmittelbar bestimmt werden, wie bei dem auf 2 Widerlagern aufliegenden Balken, weil die Bedingungen des Gleichgewichts zwischen den äussern Kräften und der Rückwirkung der Auflager sich auf die Gleichungen 2) und 4) reduciren, in welchen nur zwei Grössen unbekannt sein dürfen. Die nachfolgende Betrachtung zeigt, wie diese unbekanntes Auflagedrucke sich durch die Entwicklung der Gleichung der elastischen Linie mit ergeben. Betrachtet man einen Balken mit

n. Oeffnungen und führt als Unbekannte ausser den Auflagerdrücken noch die Winkel der elastischen Linie auf den Stützpunkten und endlich die Constanten bei der Integration ein, so hat man Unbekannte:

Auflagerdrücke	$n + 1$
Tangentenwinkel	$n + 1$
Constante, deren je zwei für jede Oeffnung für die zweimalige Integration nothwendig werden	$2 n$
zusammen Unbekannte	$4 n + 2$

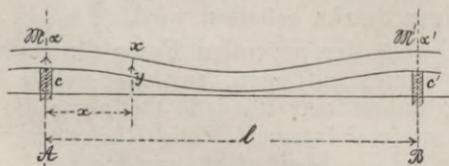
Zu Bestimmung dieser Unbekannten hat man folgende Relationen: die Biegungskurve jeder Oeffnung muss durch die beiden Auflagerpunkte gehen und muss an jedem Stützpunkt den oben eingeführten Winkel mit dem Horizont bilden. Man hat daher für jede Oeffnung 4 Gleichungen und ausserdem die beiden Bedingungen des Gleichgewichts zwischen den äussern Kräften und den Auflagerreaktionen, somit im Ganzen $4 n + 2$ Gleichungen zu Bestimmung der vorhandenen $4 n + 2$ Unbekannten.

Durch die oben angedeutete Methode ist man daher im Stande, für jede beliebige Anzahl von Oeffnungen die Gestalt der neutralen Linie sowohl, als auch die unbekanntenen Auflagerdrücke zu bestimmen.

21. Wegen der vielen zu eliminirenden Unbekannten wird die vorstehend beschriebene Methode sehr zeitraubend und ist der folgenden Methode des Ingenieur Clapeyron, welche auf weit kürzerem Wege zum Ziele führt, der Vorzug zu geben. — Wir entnehmen diese Methode dem Werke: *Molinos et Pronnier, Construction des ponts metalliques*, wobei wir das Verfahren zum Gebrauch für spätere Anwendung verallgemeinern.

Betrachten wir irgend eine der n Spannweiten eines Trägers und bezeichnen wir mit

Fig. 21.



- A und B die Vertikalkräfte zunächst den Stützpunkten,
- l die Spannweite,
- M und M' die Angriffsmomente der äusseren Kräfte auf den Auflagern A und B,
- alpha und alpha' die Tangenten der Winkel der neutralen Linie daselbst mit dem Horizont,

c und c' die Ordinaten der Stützpunkte,
 q die Belastung per Längeneinheit,
 ferner mit

M_x das Angriffsmoment in einem Punkt, dessen Abscissen und Ordinaten x und y bezeichnen, während die Axe der y durch den Auflagerpunkt A geht, so ist:

$$M_x = M + \frac{qx^2}{2} - Ax$$

und indem man diesen Werth von M_x in Gleichung 41) einsetzt:

$$E\theta \frac{d^2y}{dx^2} = M_x = M + \frac{qx^2}{2} - Ax \quad \dots \dots \dots \text{I.}$$

Ausserdem besteht zwischen A , M und M' folgende Relation, wenn man B als Mittelpunkt der Momente annimmt:

$$Al - M + M' - \frac{ql^2}{2} = 0$$

woraus

$$A = \frac{ql}{2} + \frac{M - M'}{l} \quad \dots \dots \dots \text{II.}$$

und durch Substitution in obige Gleichung I.:

$$E\theta \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{qx^2}{2} - \left(\frac{ql}{2} + \frac{M - M'}{l} \right) x + M \quad \dots \dots \dots \text{III.}$$

Wird diese Gleichung integrirt und berücksichtigt, dass für $x = 0$, $\frac{dy}{dx} = \alpha$, so erhält man:

$$\frac{dy}{dx} = \alpha + \frac{qx^3}{6E\theta} - \left(\frac{ql}{2} + \frac{M - M'}{l} \right) \frac{x^2}{2E\theta} + \frac{Mx}{E\theta} \quad \dots \dots \dots \text{IV.}$$

und für $x = l$

$$\alpha' = \alpha - \frac{ql^3}{12E\theta} + (M + M') \frac{1}{2E\theta} \quad \dots \dots \dots \text{V.}$$

Integrirt man Gleichung IV. nochmals, so wird unter Berücksichtigung, dass für $x = 0$, $y = c$

$$y = c + \alpha x + \frac{qx^4}{24E\theta} - \left(\frac{ql}{2} + \frac{M - M'}{l} \right) \frac{x^3}{6E\theta} + \frac{Mx^2}{2E\theta} \quad \dots \dots \dots \text{Va.}$$

und da für $x = l$, $y = c'$ sein muss,

$$c' = c + \alpha l + \frac{ql^4}{24} - \left(\frac{ql}{2} + \frac{M - M'}{l} \right) \frac{l^3}{6E\theta} + \frac{Ml}{2E\theta}$$

woraus man erhält:

$$\alpha = \frac{ql^3}{24E\theta} - \frac{l}{6E\theta} (2M + M') + \frac{c' - c}{l} \quad \dots \dots \dots \text{VI.}$$

und dieser Werth in Gleichung V. eingesetzt:

$$\alpha' = - \frac{ql^3}{24E\theta} + \frac{l}{6E\theta} (M + 2M') + \frac{c' - c}{l} \quad \dots \dots \dots \text{VII.}$$

Letztere beiden Gleichungen enthalten die 4 Unbekannten M , M' , α und α' ; schreibt man ähnliche Gleichungen für jede Oeff-

nung des Trägers an, so erhält man $2n$ Gleichungen. Andererseits beträgt die Anzahl der Unbekannten, wenn man bedenkt, dass für die Endstützen $\mathfrak{M} = 0$ ist und für die Mittelstützen α und \mathfrak{M} für je zwei Oeffnungen gemeinschaftlich sind

$$\begin{array}{l} n - 1 \text{ unbekannte Momente,} \\ n + 1 \text{ Auflagerwinkel,} \end{array}$$

zusammen $2n$ Unbekannte.

Die Elimination der Unbekannten kann sehr vereinfacht werden, wenn man Hilfsgrössen in die Gleichungen VI. und VII. einführt.

Setzt man nämlich:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = \frac{l^3}{24 E \Theta} \chi \qquad \alpha' = \frac{l^3}{24 E \Theta} \psi \\ \mathfrak{M} = \frac{2}{3} \mu l^2 \qquad \mathfrak{M}' = \frac{2}{3} \nu l^2 \\ c' - c = \kappa \frac{l^4}{24 E \Theta} \end{array} \right\} \dots \dots \dots \text{VIII.}$$

so schreiben sich Gleichungen VI. und VII. in folgender Form:

$$\begin{array}{l} \chi = q - 2\mu - \nu + \kappa \\ \psi = -q + \mu + 2\nu + \kappa \end{array}$$

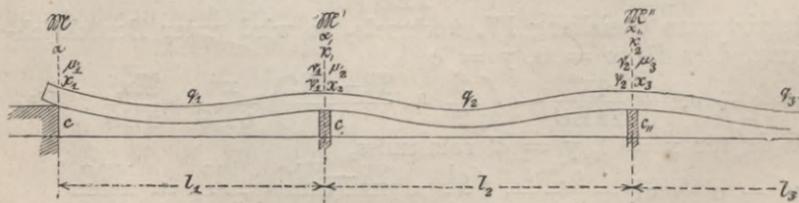
welche sich leicht in folgende abändern:

$$\left. \begin{array}{l} \nu = q - 2\mu - \chi + \kappa \\ \psi = q - 3\mu - 2\chi + 3\kappa \end{array} \right\} \dots \dots \dots \text{IX.}$$

Diese Gleichungen geben die Werthe für \mathfrak{M} und α für eine Spannweite, wenn die entsprechenden Werthe der vorhergehenden bekannt sind, unmittelbar mit Hülfe der Relationen VIII.

22. Durch wiederholte Anwendung der Gleichungen IX. in No. 21. kann man nun für einen beliebig unterstützten Träger von n Oeffnungen die Biegungskurve, die Momente auf den Stützpunkten und die Auflagerdrücke auffinden.

Fig. 22.



Es bezeichnen:

- $l_1 \ l_2 \ l_3 \ \dots \ l_n$ die Grösse der Spannweiten,
- $\mathfrak{M} \ \mathfrak{M}' \ \mathfrak{M}'' \ \dots \ \mathfrak{M}_n$ die Momente auf den Stützpunkten,
- $\alpha \ \alpha' \ \alpha'' \ \dots \ \alpha_n$ die Tangenten der Winkel der elastischen Linie auf den Stützpunkten mit der Horizontalen,
- $q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dots \ q_n$ die Belastung der einzelnen Spannweiten pro Längeneinheit,
- $c \ c' \ c'' \ \dots \ c_n$ die Ordinaten der Stützpunkte.

Führen wir analog Gleichung VIII. die folgenden Hilfsgrößen ein, indem wir setzen:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{l_1^3}{24 E \Theta} \quad \psi_1 = \frac{l_2^3}{24 E \Theta} \chi_2 \\ \alpha_{11} &= \frac{l_2^3}{24 E \Theta} \quad \psi_2 = \frac{l_3^3}{24 E \Theta} \chi_3 \\ \mathfrak{M}_1 &= \frac{2}{8} l_1^2 \nu_1 = \frac{2}{8} l_2^2 \mu_2 \\ \mathfrak{M}_{11} &= \frac{2}{8} l_2^2 \nu_2 = \frac{2}{8} l_3^2 \mu_3 \\ c_1 - c &= x_1 \frac{l_1^4}{24 E \Theta} \\ c_{11} - c &= x_2 \frac{l_2^4}{24 E \Theta} \end{aligned} \right\} \dots X.$$

so schreiben sich die Gleichungen für die verschiedenen Spannweiten folgendermassen:

für die erste Spannweite

$$\left. \begin{aligned} \nu_1 &= q_1 - 2 \mu_1 - \chi_1 + x_1 \\ \psi_1 &= q_1 - 3 \mu_1 - 2 \chi_1 + 3 x_1 \end{aligned} \right\}$$

für die zweite Spannweite

$$\left. \begin{aligned} \nu_2 &= q_2 - 2 \mu_2 - \chi_2 + x_2 \\ \psi_2 &= q_2 - 3 \mu_2 - 2 \chi_2 + 3 x_2 \end{aligned} \right\} \dots 44)$$

für die n^{te} Spannweite

$$\left. \begin{aligned} \nu_n &= q_n - 2 \mu_n - \chi_n + x_n \\ \psi_n &= q_n - 3 \mu_n - 2 \chi_n + 3 x_n \end{aligned} \right\}$$

Auf dem ersten und letzten Stützpunkt ist das Moment der äusseren Kräfte 0, somit noch zu setzen:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_n = 0$$

woraus

$$\mu_1 = \nu_n = 0$$

Die Elimination der Hilfsgrößen hat bei der einfachen Form der Gleichungen keine Schwierigkeit. Eliminirt man nämlich mit Hilfe der Relationen X. das System von Unbekannten $\mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \chi_1 \chi_2 \chi_3 \dots$, so enthalten die Gleichungen (44) nur noch die Unbekannten $\nu_1 \nu_2 \nu_3 \dots \psi_1 \psi_2 \psi_3 \dots$ woraus der Reihe nach die Größen $\nu_1 \nu_2 \nu_3 \dots$ und mit Hilfe der Relationen X. die gesuchten Momente auf den Stützpunkten $\mathfrak{M}_1 \mathfrak{M}_2 \mathfrak{M}_3$ etc. gefunden werden können.

Ist \mathfrak{M} gefunden, so erhält man die Auflagerdrücke auf den Stützpunkten aus Gleichung II. und die Gestalt der neutralen Linie aus Gleichung V^a., womit Alles bekannt ist. Die in einem spätern Abschnitt folgenden Beispiele werden die Anwendbarkeit der oben gegebenen Formeln darthun.

23. Die in N^o. 19—22. enthaltenen Betrachtungen sind unter der Voraussetzung durchgeführt, dass der betrachtete Balken überall denselben Querschnitt habe, was in der Ausführung selten zutreffen wird. — Für den Fall, der in der Praxis wenig-

stens annähernd vorkommt, dass die Querschnitte auf die Länge einer Spannweite konstant, für die auf einander folgenden Spannweiten jedoch verschieden sind, sind die Formeln 44) anwendbar, nur ist in den Relationen X. statt des constanten Θ für jede Spannweite ein besonderes $\Theta_1 \Theta_2 \Theta_3 \dots$ einzuführen.

Wechselt Θ innerhalb der Spannweite, so sind unsere Formeln nicht mehr genau; man wird indess in den meisten Fällen ganz brauchbare Resultate erhalten, wenn man für Θ einen mittleren Werth in die Rechnung einführt.

24. Die in den vorstehenden Nummern **13—23** entwickelte Berechnung des Widerstandsmoments und der Biegung stabförmiger Körper ist durch die Erscheinungen der Praxis hinreichend bestätigt. — Behufs weiterer Entwicklung muss jedoch diese seit Navier allgemein anerkannte Theorie ausgedehnt und theilweise modificirt werden.

Es ist nämlich ein durch Biegung relativ in Anspruch genommener Stab nicht allein in seiner Längenrichtung gepresst und gezogen, sondern es wirken auch nach allen Richtungen abscheerende Kräfte, von denen wir zunächst nur diejenigen zu betrachten haben, welche parallel der Ebene XY wirken.

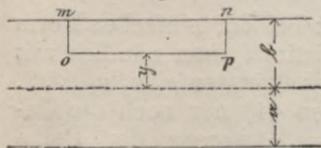
Der Vertikalwiderstand ΣY , welcher durch Gleichung 14) und 14^a) für jeden Querschnitt eines Balkens bestimmt wird, ist beim homogenen Träger nichts Anderes als die Summe der vertikalen Composanten sämtlicher im fraglichen Querschnitt thätigen Schubkräfte.

Betrachten wir ein Stück mnp eines beliebigen Balkens, so sind wir mittelst der vorangegangenen Theorie der relativen Festigkeit im Stande, die in (mo) und (np) thätigen horizontalen Composanten der innern Pressungen oder Spannungen zu finden. Bezeichnen wir mit mo und np die Summe fraglicher Kräfte, so muss, damit Gleichgewicht bestehe, längs op eine Kraft thätig sein:

$$s = (np) - (mo)$$

es ist diess die im fraglichen Horizontalschnitt thätige Schubkraft (s. Nr. **12.**). Von der Existenz dieser Kraft überzeugt man sich leicht, wenn man bedenkt, dass bei einem verzahnten Balken die Zähne eben diese Schubkraft aufnehmen müssen. — In Folge dieser auf Abscheeren wirkenden Kraft tritt eine Verschiebung der Atome im Balken ein und die vor der Biegung normalen Querschnitte sind nach der Biegung schief zur neutralen Faser gerichtet, die einzelnen Schichten sind nicht, wie wir vorausgesetzt, concentrisch. — Diese Abweichung ist so äusserst gering, dass die Spannungen und Pressungen in den Längenfaser keine Aenderung erleiden, — wohl aber fragt es sich, in welcher Weise

Eig. 23.



das Material ausserdem durch besagte Schubkräfte in Anspruch genommen ist.

Behalten wir ganz dieselben Bezeichnungen bei, wie bei Entwicklung der relativen Festigkeit, so erhalten wir als Resultante aller in np thätigen horizontalen Kräfte:

$$(\Sigma X) = \int_y^b \frac{\mathfrak{B}}{b} zy dy$$

und da nach Gleichung 31)

$$\frac{\mathfrak{B}}{b} = \frac{\Sigma Xy}{\Theta}$$

so ist

$$(\Sigma X) = \frac{\Sigma Xy}{\Theta} \int_y^b zy dy$$

Die auf die Länge dx bei p wirkende Schubkraft ist daher nach der am Anfang der Nummer gegebenen Betrachtung (ΣX) — $(\Sigma X)_y = d(\Sigma X)$ und die in op wirkende auf die Längeneinheit bezogene Schubkraft S ist:

$$S = \frac{d(\Sigma X)}{dx} = \frac{d(\Sigma Xy)}{dx} \cdot \frac{1}{\Theta} \int_y^b zy dy$$

woraus mit Benützung von Gleichung 17)

$$S = \frac{\Sigma Y}{\Theta} \int_y^b zy \cdot dy \dots 45)$$

Man sieht leicht, dass die horizontale Schubkraft ihren grössten Werth erhält in der neutralen Faser, für welche $y = 0$ ist.

Für die neutrale Faser lässt sich der Ausdruck für S zur Anschauung bringen. Bezeichnet man nämlich die Resultante aller Pressungen oder Spannungen in einem Balkenquerschnitt mit R , mit \mathfrak{H} die Entfernung ihrer Angriffspunkte (s. Nr. 7.), so ist:

$$\begin{aligned} (\Sigma X) &= R \\ \Sigma Xy &= R\mathfrak{H} \end{aligned}$$

folglich die Schubkraft in der neutralen Faser:

$$S_0 = \frac{dR}{dx} = \frac{1}{\mathfrak{H}} \frac{d(\Sigma Xy)}{dx}$$

und nach Gleichung 17)

$$S_0 = \frac{\Sigma Y}{\mathfrak{H}} \dots 46)$$

wo \mathfrak{H} aus Gleichung 32) beziehungsweise aus N°. 17. gefunden wird.

Es findet sich übrigens die Schubkraft S für jeden Höhenabstand auch aus Gleichung 45) ohne Schwierigkeit; für einen und denselben Querschnitt ist nämlich $\frac{\Sigma Y}{\Theta}$ constant und es

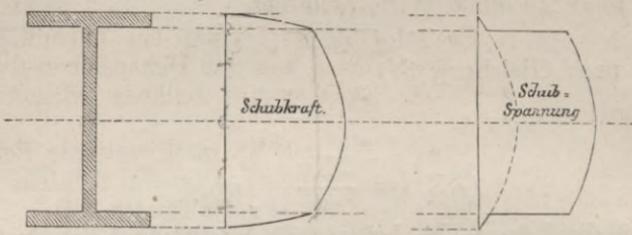
bedeutet das Integral der Gleichung 45) das Moment des zwischen den Ordinaten y und b befindlichen Querschnittsfragments in Beziehung auf die neutrale Axe. — Für die in der Praxis vorkom-

menden Querschnittformen sind diese den verschiedenen Ordinaten y entsprechenden Momente mit Leichtigkeit anzuschreiben, und hieraus findet sich S , weil diesen Momenten direkt proportional,

Fig. 24.

Fig. 25.

Fig. 26.



durch eine einfache Multiplikation oder auch durch Anwendung eines Proportional-Masstabs, nachdem die Schubkraft in der neutralen Faser bestimmt ist. — Trägt man, wie in Fig. 25. geschehen, die so gefundenen Schubkräfte für hinreichend viele y als Ordinaten auf, so erhält man eine Kurve, welche die Zunahme der Schubkraft gegen die neutrale Faser anschaulich macht. — Ist der Querschnitt des Balkens ein Rechteck, so ist die Schubkraft proportional den Ordinaten einer Parabel, deren Scheitel in der neutralen Faser liegt, und deren Axe horizontal ist. — Besteht der Querschnitt aus verschiedenen Rechtecken, so setzt sich die Curve der S aus einzelnen Parabelbögen zusammen, deren Scheitel sämmtlich in der neutralen Faser liegen und deren Axen ebenfalls horizontal sind.

Durch diese Schubkraft ist das Material zunächst auf Abscheeren in Anspruch genommen; die durch die Schubkraft S hervorgerufene Schubspannung \mathcal{S} erhalten wir aus Gleichung 45) und 46) durch Division mit der Breite des Querschnitts an der betrachteten Stelle

$$\mathcal{S} = \frac{S}{z} \dots \dots \dots 47)$$

Wie oben für S angedeutet, so kann auch \mathcal{S} graphisch dargestellt werden; für einen Balken von rechteckigem Querschnitt ist die Curve der \mathcal{S} wie die der S wiederum eine Parabel und für einen aus mehreren Rechtecken zusammengesetzten Querschnitt setzt sich die Curve aus Parabeln zusammen, welche derselben Curve angehören und zwar durch staffelförmige Absätze getrennt sind, aber ihre Scheitel sämmtlich in der neutralen Faser haben (s. Fig. 26.). — Die Schubspannung ist um so grösser, je kleiner z ; die hier angestellten Untersuchungen sind daher hauptsächlich von Wichtigkeit für Balken mit dünnen Mittelrippen.

25. In ähnlicher Weise, wie in horizontalen Schnitten findet nach allen Richtungen im Balken ein Bestreben der Theile, an

einander vorbeizugleiten, statt. Betrachten wir zuerst die Schubkräfte in einem vertikalen Querschnitt, so ist nach dem Früheren ihre Summe = ΣY gegeben. Wäre diese Summe gleichförmig auf den Querschnitt vertheilt, so wäre der Widerstand gegen Abscheeren gefunden. Diess ist im Allgemeinen nicht der Fall, man gelangt aber zu der Vertheilung von ΣY über den Querschnitt durch folgende einfache Betrachtung.

Fig. 27.



Es sei (Fig. 27.) $mnop$ ein unendlich kleines Stück des Balkens von den Dimensionen dx und dy . An diesem Element des Balkens wirken folgende Kräfte:

- 1) längs mo und np zwei vertikale Schubkräfte Vdy (deren Differenz unendlich klein 2ter Ordnung, also zu vernachlässigen ist);
- 2) senkrecht zu mo und np die Spannungen der Fasern direkt entgegengesetzt, ihre Differenz ist unendlich klein 2ter Ordnung;
- 3) längs mn und op zwei horizontale Schubkräfte Sdx (deren Differenz unendlich klein 2ter Ordnung);
- 4) senkrecht zu mn und op vertikale, direkt entgegengesetzte Kräfte, herrührend von der Art der Vertheilung der Last, deren Differenz als unendlich klein 2ter Ordnung zu vernachlässigen ist.

Als Bedingung des Gleichgewichts erhält man daher einfach:

$$S \cdot dx \times dy = Vdy \times dx$$

$$S = V \dots \dots \dots 48)$$

wo S nach Gleichung 45) und 46) gefunden wird. — Folglich ist die im vertikalen Querschnitt, pro Längeneinheit, an einer bestimmten Stelle wirkende Schubkraft, gleich der an derselben Stelle wirkenden horizontalen Schubkraft, letztere gleichfalls auf die Längeneinheit bezogen.

Wir haben schon oben darauf hingewiesen, dass die Summe aller vertikalen Schubkräfte = ΣY sein muss; dieses Resultat muss sich auch ergeben, wenn man sämtliche nach Gleichung 45) und 48) berechnete, im Vertikalschnitt statthabende Schubkräfte addirt. — Integriert man den Ausdruck für Vdy zwischen den Grenzen y und b , so erhält man

$$\begin{aligned} \int_y^b Vdy &= \int_y^b \frac{\Sigma Y}{\Theta} dy \int_y^b zydy \\ &= \frac{\Sigma Y}{\Theta} \int_y^b dy \int_y^b zydy \\ &= \frac{\Sigma Y}{\Theta} \left[y \int_y^b zydy - \int_y^b zy^2 dy \right] \end{aligned}$$

für $y = a$ wird das erste Glied, weil die neutrale Faser durch den Schwerpunkt geht, und das zweite Glied = Θ , sonach:

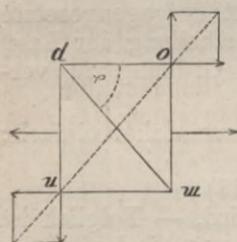
$$\int_a^b V dy = \Sigma Y$$

womit bewiesen.

Wir haben die Schubkräfte in vertikalem und horizontalem Sinn bestimmt durch Gleichung 45) und 48), wir kennen ferner die Vertheilung der Horizontalkräfte im Vertikalschnitt nach Gleichung 25); es bleibt nur noch die Bestimmung der Vertikalkräfte im Horizontalschnitte; die Intensität dieser Kräfte hängt ab von der Vertheilung der Last und es sind diese Kräfte gleich Null, wenn die Last auf den Querschnitt so vertheilt ist, wie die Kraft ΣY nach dem so eben Entwickelten; diesen einfachen günstigsten Fall legen wir der folgenden Entwicklung zu Grunde.

26. Es sind nach dem Bisherigen alle am Umfange von mnp (Fig. 27) thätigen Kräfte bekannt, und man kann nunmehr für jede beliebige Richtung die innerhalb mnp wirkenden inneren Kräfte bestimmen. Wenn mp eine beliebige Fläche bezeichnet (Fig. 28), so wird im Allgemeinen die Resultante der die Fläche angreifenden Kräfte mit dieser Fläche einen endlichen Winkel bilden. Zerlegt man die Resultante parallel und normal zur Fläche, so stellt die Componente parallel zur Fläche eine Schubkraft, die normal gerichtete einen Druck oder Zug vor.

Fig. 28.



Bezeichnet

C die per Längeneinheit wirkende Schubkraft,

D den normal wirkenden Druck oder Zug per Längeneinheit,

\mathfrak{C} und \mathfrak{D} die entsprechenden auf die Quadrateinheit reduzierten Spannungen,

\mathfrak{X} die Spannung oder Pressung in den äussersten Fasern des betrachteten Körperfragments,

y den Abstand des Körper-Elements mnp von der neutralen Faser,

\mathfrak{X}_y die Längenspannung oder Längenpressung in diesem Element,

z die Dicke des Elements mnp nach der Axe der z ,

setzt man ferner

$$mp = ds$$

$$mn = dx$$

$$op = dy$$

so finden folgende Relationen statt:

$$\text{Schubkraft} \quad Cds = Vdz \sin \alpha - Sdx \cos \alpha + \mathfrak{X}_y \cdot z \cdot dy \cdot \cos \alpha$$

$$\text{Druck od. Zug} \quad Dds = Vdy \cos \alpha + Sdx \sin \alpha + \mathfrak{X}_y \cdot z \cdot dy \cdot \sin \alpha$$

hiebei sind S und V durch Gleichung 45) und 48) definirt, \mathfrak{X} gibt die Spannung in der äussersten Längenfaser an, da nun

$$dy = ds \sin \alpha$$

$$dx = ds \cos \alpha$$

so ist nach einigen Reduktionen und indem nach Gleichung 48) $S = V$ ist,

$$C = S \cos 2\alpha + \frac{M_y z}{2} \sin 2\alpha \quad . \quad . \quad 49)$$

$$D = S \sin 2\alpha + \frac{M_y z}{2} (1 - \cos 2\alpha) \quad 50)$$

Will man in diesen beiden Gleichungen statt der Schubkräfte die entsprechenden Schubspannungen in der äussersten Faser einführen, so ist zu setzen:

$$\begin{aligned} C &= z \mathfrak{C} \\ S &= z \mathfrak{S} \end{aligned}$$

und man erhält:

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{S} \cos 2\alpha + \frac{M_y}{2} \sin 2\alpha \quad . \quad . \quad 51)$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{S} \sin 2\alpha + \frac{M_y}{2} (1 - \cos 2\alpha) \quad . \quad 52)$$

Durch die Gleichungen 49) bis 52) ist der allgemeinste Ausdruck für Schub, Druck und Zug an einer beliebigen Stelle eines homogenen Trägers gegeben, wobei die Werthe von S , \mathfrak{S} und M aus den Gleichungen 31), 45) und 47) bestimmt sind.

Um die Maximalwerthe von \mathfrak{C} und \mathfrak{D} zu bestimmen, bleiben wir bei einem und demselben Balkenelement, für welches \mathfrak{S} und M_y constant sind; Maximum oder Minimum für \mathfrak{C} findet statt für

$$\frac{d\mathfrak{C}}{d\alpha} = -2 \mathfrak{S} \sin 2\alpha + M_y \cos 2\alpha = 0$$

woraus folgt: $\text{tang } 2\alpha = \frac{1}{2} \frac{M_y}{\mathfrak{S}}$

und diesen Werth in Gleichung 51) eingeführt, ergibt sich als Maximum für \mathfrak{C} :

$$\mathfrak{C}_{\max} = \sqrt{\mathfrak{S}^2 + \left(\frac{1}{2} M_y\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad 53)$$

Aus den Gleichungen 51) und 53) ergeben sich ferner folgende Resultate. — In der äussersten Faser $y = a$ ist $\mathfrak{S} = 0$, und ist für $\alpha = 45^\circ$, $\mathfrak{C} = \frac{1}{2} M$ zugleich ein Maximum, während für $\alpha = 0$ und 90° $\mathfrak{C} = 0$, also ein Minimum ist.

In der neutralen Faser $y = 0$ ist für

$$\alpha = 90^\circ \quad . \quad . \quad \mathfrak{C} = \mathfrak{S} \text{ und Maximum,}$$

$$\alpha = 0^\circ \quad . \quad . \quad \mathfrak{C} = \mathfrak{S} \text{ und ebenfalls Maximum.}$$

Für Fasern, welche zwischen der äussersten und der neutralen Faser liegen, kann \mathfrak{C} grösser werden als M ; es müsste jedoch in diesem Falle im fraglichen horizontalen Querschnitt \mathfrak{S} wesentlich grösser als $\frac{1}{2} M_y$ und letzteres ziemlich nahe dem in der äussersten Faser herrschenden M sein, was selten zusammentreffen wird.

Wir bestimmen nun ebenso das Maximum oder Minimum von \mathfrak{D} , welches Statt findet für

$$d\mathfrak{D} = 2 \mathfrak{S} \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \mathfrak{M}_y \sin 2\alpha$$

woraus

$$\operatorname{tg} 2\alpha = - \frac{2 \mathfrak{S}}{\mathfrak{M}_y}$$

Diesen Werth in Gleichung 52) eingesetzt, gibt für das Maximum von \mathfrak{D}

$$\mathfrak{D}_{\max} = \frac{\mathfrak{M}_y}{2} \pm \sqrt{\mathfrak{S}^2 + \left(\frac{\mathfrak{M}_y}{2}\right)^2} \dots \dots \dots 55)$$

In der äussersten Faser ist $\mathfrak{S} = 0$, somit

$$\mathfrak{D} = \frac{\mathfrak{M}_y}{2} (1 - \cos 2\alpha)$$

woraus folgt:

$$\alpha = 0 \dots \mathfrak{D} = 0 \text{ und Minimum,}$$

$$\alpha = 90^\circ \dots \mathfrak{D} = \mathfrak{M}_y = \mathfrak{M} \text{ und Maximum.}$$

In der neutralen Faser ist $\mathfrak{M}_y = 0$ und somit

$$\alpha = 45^\circ \dots \mathfrak{D} = \mathfrak{S} \text{ und Maximum.}$$

Für die zwischenliegenden Fasern ist, wie aus Gleichung 55) unmittelbar hervorgeht, \mathfrak{D}_{\max} jedenfalls grösser als \mathfrak{M}_y und \mathfrak{S} , wenn \mathfrak{S} auch einen noch so kleinen aber endlichen Werth hat. Wegen dieser Einwirkung die die Schubspannung \mathfrak{S} auf den Werth \mathfrak{D}_{\max} ausübt, soll die Schubspannung \mathfrak{S}_0 in der neutralen Faser ansehnlich kleiner gewählt werden, als die grösste Spannung \mathfrak{M}_0 (Pressung \mathfrak{B}_0) in den äussersten Längenfäsern; wir werden in der Folge meist setzen

$$\mathfrak{S}_0 \leq 0,6 \mathfrak{M}_0 \leq 0,6 \mathfrak{B}_0 \dots \dots \dots 56)$$

in welcher Gleichung die Grössen \mathfrak{S}_0 , \mathfrak{M}_0 und \mathfrak{B}_0 durch vorstehende Erläuterung bezeichnet sind.

Bei Annahme der durch Gleichung 56) gegebenen Relation wird, wie auch die nachfolgenden Beispiele ausweisen, die in den äussersten Längenfäsern herrschende Spannung oder Pressung in der Regel nicht wesentlich überschritten und zwar hauptsächlich deshalb, weil \mathfrak{M}_y seinen grössten Werth in den äussersten Fasern, \mathfrak{S} dagegen in der neutralen Faser erreicht; es wird jedoch bei continuirlichen Trägern, wo in der Nähe der Auflager Gurtung und Mittelwand gleichzeitig ihre grösste Anstrengung in demselben Querschnitt erleiden, an der Grenze zwischen Gurtung und Mittelwand (wo die Maximalwerthe \mathfrak{M}_0 und \mathfrak{S}_0 noch annähernd vorhanden sind) die schiefe Wandspannung die grösste Längenspannung häufig überschreiten; ebenso kann bei homogenen Trägern, welche durch concentrirte Lasten in Anspruch genommen sind, $\max \mathfrak{B}$ und $\max \mathfrak{M}$ in denselben Querschnitt fallen, so dass auch hier \mathfrak{D}_{\max} (je nach dem Verhältnisse zwischen Gurtungsdicke und Trägerhöhe) grösser als $\max \mathfrak{M}$ werden kann.

Für jedes Element setzt sich aber \mathfrak{D}_{\max} aus \mathfrak{S} und \mathfrak{M}_y nach Gleichung 55) zusammen und sind in nachstehender Tabelle diese Maximalwerthe von \mathfrak{D} für die verschiedenen \mathfrak{S} (horizontale

Schubspannung) und \mathcal{N}_y (Längenspannung in dem betrachteten Körper-Element) zusammengestellt.

Tabelle VI.

$\mathcal{N}_y =$	100	200	300	400	500	600	700	800
$\mathcal{S} = 100$	161,8	241,4	330,2	423,6	519,2	616,2	714,0	812,3
200	256,1	323,6	400,0	482,8	570,1	660,4	753,1	847,2
300	354,1	416,2	485,4	560,6	640,5	724,2	811,0	900,0
400	453,1	512,2	576,9	647,2	721,7	800,0	881,5	965,6
500	552,4	609,9	672,0	738,5	809,0	883,1	960,3	1040,3
600	652,1	708,3	768,3	832,5	900,0	970,8	1044,6	1121,2
700	751,8	807,1	865,9	928,0	993,3	1061,6	1132,6	1206,2
800	851,6	906,2	963,9	1024,4	1088,2	1154,4	1223,2	1294,4

27. Inwieweit die gleichzeitigen Werthe von \mathcal{S} und \mathcal{N}_y in der Praxis einander gegenseitig beeinflussen, soll an einem einfachen Beispiele gezeigt werden. — In der graphischen Darstellung Tafel I. sind die verschiedenen Querschnitte für Brückenträger von 1,5 Meter Höhe angenommen, und zwar ist bei Querschnitt N°. 1 ein continuirlicher Träger vorausgesetzt, wo der Schnitt unmittelbar an einem der Mittelpfeiler genommen ist. — Die Querschnitte N°. 2 und N°. 3 entsprechen dagegen dem frei aufliegenden Träger von 15 Met. Spannweite, der im Abschnitt über Blechwandbrücken eingehend berechnet und auf Tafel VI. dargestellt ist.

Es ist zunächst die horizontale Spannung in den äussersten Fasern, welche von da stetig zur neutralen Faser abnimmt, nach Gleichung 31), sodann die horizontale Schubspannung nach Gleichung 45) und 47) berechnet worden; endlich sind die in schiefer Richtung wirkenden grössten Spannungen (oder Pressungen) nach Gleichung 55) bestimmt und alle diese Grössen in der graphischen Darstellung der Tafel I. nach je demselben Maassstabe aufgetragen, so dass man mit einem Blick die im fraglichen Träger an den

verschiedenen Punkten wirkenden Kräfte je nach ihren numerischen Werthen geordnet überschauen kann. Man ersieht hieraus, dass bei der vorliegenden Querschnittform \mathfrak{D}_{\max} nur beim continuirlichen Träger, Querschnitt N^o. 1, die grösste Längenspannung \mathfrak{A} überschreitet, im Allgemeinen aber immer grösser ist, als die Längenspannung im betreffenden Horizontalschnitt, mit welcher sie in der äussersten Faser identisch wird.

28. In Tafel VII. ist für den Querschnitt der Eisenbahnbrücke von Langon eine graphische Darstellung der horizontalen Schubspannungen und der grössten in schiefer Richtung wirkenden Spannungen (Pressungen) gegeben, es ist vorausgesetzt, dass die grösste Längenspannung in den äussersten Fasern 600 Kil. pro Quadratcent. und die Schubspannung in der neutralen Axe 350 Kil. pro Quadratcent. betrage, und ist die numerische Berechnung der einzelnen Curvenpunkte aus den beiden folgenden Tabellen VII. und VIII. ersichtlich; es sind in diesen Tabellen \mathfrak{A} nach Gleichung 31), \mathfrak{S} nach Gleichung 45) und 47) und \mathfrak{D}_{\max} nach Gleichung 55) berechnet.

Tabelle VII.
Berechnung der horizontalen Schubspannung.

Horizontalschnitt.	Querschnittflächen.	Ordinaten der Schwerpunkte.	Momente der Querschnittflächen.	Momentensumme: $\int_y^b zydy$	Breite des Horizontalschnitts z.	$\left(\frac{\int_y^b zydy}{z}\right)$	Bemerkungen.
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)		(6)
VII.				0	90		0
—	$\left. \begin{array}{l} 90 \times 4,8 \\ + 61,4 \times 1,2 \\ + 90 \times 8,2 \\ + 12 \times 3,4 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 272,6 \\ 269,6 \\ 264,5 \\ 254,0 \end{array} \right\}$	167515	167515	90	21,2	1861,3 7901
—	$21,2 \times 1,2$	269,6	6858				
V				174373	21,2	3,6	8225 38437
—	$9 \times 3,6$	264,5	8570				
IV.				182943	3,6	1,2	50817 152452
—	$100 \times 1,2$	210	25200				
III.				208143	1,2		173452
—	$80 \times 1,2$	120	11520				
II.				219663	1,2		183052
—	$80 \times 1,2$	40	3810				
I.				223503	1,2		186252

Die äusseren Winkel und Vertikalplatten müssen zum Querschnitt des Hauptbandes gerechnet werden.

Colonne (4) ist proportional der horizontalen Schubkraft \mathfrak{S} , Colonne (6) proportional der horizontalen Schubspannung \mathfrak{S} .

Tabelle VIII.

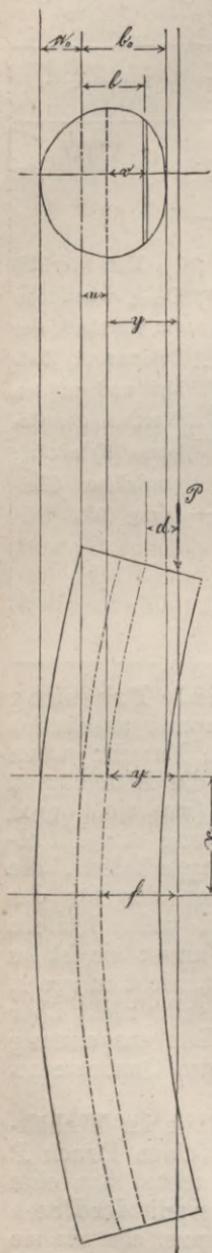
Berechnung des Maximums der Spannung (Pressung) im schrägen Schnitt \mathfrak{D}_{\max} .

Horizontalschnitt.	\mathfrak{A}	\mathfrak{C}		$\sqrt{\left(\frac{\mathfrak{A}}{2}\right)^2 + \mathfrak{C}^2}$		Grösste Spannung oder Pressung \mathfrak{D}_{\max} .		Bemerkungen.
VII.	(1) 600	(2) 0		(3) 300		(4) 600		
VI.	590	15	0	295,5	295	590,5	590	Man erhält \mathfrak{D}_{\max} , wenn man die Werthe \mathfrak{A} der Colonne (1) halbirte und zu den Werthen der Colonne (3) addirt; vergleiche Gleichung (55).
V.	586	90	16	306,5	293,5	600	586,5	
IV.	567	286	96	403	299,6	687	583,6	
III.	350	325		369		544		
II.	175	345		356		444		
I.	0	350		350		350		

Zunächst der Gurtung ist die grösste schiefe Pressung in der Wand 687 Kilogr. per Quadratcent., somit ansehnlich grösser als die Längenspannung in den äussersten Fasern; wenn man also bei grossen Blechwandbrücken die Mittelrippen (Blechwand) nicht übermässig stark machen will (was sich durch den Kostenaufwand verbietet), so ist da wo Gurtung und Mittelrippe gleichzeitig die grösste zulässige Anstrengung erhalten, die Längenspannung der Gurtung entsprechend unter der für das Material zulässigen grössten Spannung zu halten, welche letztere in der Wandung zunächst der Gurtung eintreten muss; sie ist im vorliegenden Falle mit 687 Kilogr. pro Quadratcent. nicht zu gross, hätte man sich aber die Aufgabe gestellt, dass dieselbe nicht über 600 Kilogr. betragen dürfe, so hätte man für die Längenspannung in der äussersten Faser nur etwa 525 Kilogr. pro Quadratcent. nehmen dürfen.

29. Wenn ein prismatischer Stab, dessen Länge im Verhältniss zu seinen Querschnittsdimensionen gross ist, einen Druck P parallel seiner Längenrichtung erleidet, so beobachtet man eine Ausbiegung des Stabes; in Folge dieser Ausbiegung tritt der Bruch frühzeitiger ein, die Bruchbelastung ist eine geringere, als wie sie in Gleichung. 21) für absolut rückwirkende Festigkeit berechnet

Fig. 29.



ist; der längere Stab wird durch die Kraft P in Bezug auf seine relativ rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen.

Wenn die Gestalt der gebogenen Längsaxe und ebenso der Abstand der Kraft P von dieser Axe bekannt sind, so kann Pressung und Spannung an jedem Punkte des Stabes in gleicher Weise berechnet werden, wie wir oben bei der relativen Festigkeit gesehen.

Wir nehmen die Axe der x zusammenfallend mit der Richtung der Kraft P und nehmen ferner an, dass die gebogene Axe symmetrisch zur Axe der x liege, indem wir uns zunächst den Stab an beiden Enden ganz frei denken.

Wir nennen

- d den Abstand des Schwerpunkts der beiden äussersten Querschnitte von der Axe der x ,
- f den Abstand des mittelsten Querschnitts, was zugleich die grösste Abweichung der gebogenen Axe des Stabes von der Kraftrichtung bezeichnet;

ferner sei

- L die Länge des Stabes,
- ω der Querschnitt desselben,
- Θ das Trägheitsmoment des Querschnitts in Bezug auf eine durch seinen Schwerpunkt — und zwar senkrecht zur Biegungsebene — gelegte Axe,
- u der Abstand der neutralen Faser vom Schwerpunkt jedes einzelnen Querschnitts,
- N_0 und B_0 die in den äussersten Fasern herrschende Spannung und Pressung, welche in den Abständen a_0 , beziehungsweise b_0 vorhanden sind.

Denken wir uns nun einen beliebigen Querschnitt dieses Stabes und nennen

- x, y die Coordinaten des Schwerpunkts dieses Querschnitts;

denken wir uns ferner ein beliebiges Element $z db$ dieses Querschnitts senkrecht zur Ebene xy (d. h. parallel der neutralen Schichte) und nennen

- b den Abstand dieses Elements von der neutralen Faser,
- v den Abstand desselben Elements von dem Schwerpunkt des Querschnitts,

so erhalten wir ähnlich wie in N^o. 13. zunächst als den im Element $z \cdot db$ herrschenden Druck

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} b \cdot z \, db$$

und es geben hienach die Bedingungen des Gleichgewichts für den betrachteten Querschnitt:

$$P + \frac{\mathfrak{A}_0}{a_0} \int_0^{a_0} a \cdot z \, da - \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} \int_0^{b_0} bz \cdot db = 0 \dots 57)$$

$$P (y + u) = \frac{\mathfrak{A}_0}{a_0} \int_0^{a_0} a^2 z \, da + \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} \int_0^{b_0} b^2 z \cdot db \dots 58)$$

Berücksichtigt man, dass $\frac{\mathfrak{A}_0}{a_0} = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0}$ gesetzt werden darf und bemerkt, dass

$$\Theta_u = \int_0^{a_0} a^2 z \, da + \int_0^{b_0} b^2 z \, db$$

das Trägheitsmoment des Querschnitts in Bezug auf die neutrale Faser bezeichnet, so folgt aus Gleichung 58) zunächst

$$P (y + u) = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} \cdot \Theta_u \dots \dots \dots 58^a)$$

Bedenkt man ferner, dass zwischen dem Trägheitsmoment Θ_u und dem auf den Schwerpunkt des Querschnitts bezogenen Trägheitsmoment Θ nach bekannten Sätzen der Mechanik die Relation besteht

$$\Theta_u = \Theta + \omega \cdot u^2$$

und bemerkt schliesslich, dass nach der Definition des Schwerpunkts

$$\int_0^{a_0} a \cdot z \cdot da + \int_0^{b_0} b \cdot z \, db = \omega \cdot u,$$

so schreiben sich die Gleichungen 57) und 58) in folgender einfacher Form an:

$$P = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} \cdot u \cdot \omega \dots \dots \dots 59)$$

$$P (y + u) = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} (\Theta + \omega u^2) \dots \dots 60)$$

und erhält man nunmehr aus den Gleichungen 59) und 60) die Relation

$$u = \frac{\Theta}{\omega \cdot y} \dots \dots \dots 61)$$

Da für $x = 0$, $y = f$ wird, so folgt für den mittleren Querschnitt

$$u = \frac{\Theta}{\omega \cdot f} \dots \dots \dots 61^a)$$

d. h. wenn der Abstand der Kraft P von der Schwerpunktaxe bekannt ist, so findet sich aus den bekannten Dimensionen des Stabs.

nach Gleichung 61), beziehungsweise 61^a) die Verrückung u der neutralen Faser.

30. Wird der aus Gleichung 61) gefundene Werth von u in Gleichung 59) eingesetzt, so folgt

$$P_y = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} \cdot \Theta \quad \dots \quad 62)$$

Wenn man den Abstand der am meisten comprimierten Faser vom Schwerpunkt des Querschnitts mit v_0 bezeichnet (entsprechend der obigen Bedeutung von v), so ist

$$b_0 = u + v_0$$

und schreibt sich hienach vorstehende Gleichung 62):

$$P_y = \frac{\mathfrak{B}_0}{u + v_0} \cdot \Theta \quad \dots \quad 62^a)$$

woraus mit Benützung von Gleichung 61) folgt:

$$\mathfrak{B}_0 = P_y \frac{v_0}{\Theta} + \frac{P}{\omega} \quad \dots \quad 63)$$

In gleicher Weise findet man für die Spannung der am meisten ausgedehnten Faser

$$\mathfrak{A}_0 = P_y \cdot \frac{v_0}{\Theta} - \frac{P}{\omega} \quad \dots \quad 63^a)$$

Für den mittleren Querschnitt ist $y = f$ zu setzen. Wird in Gleichung 63^a) \mathfrak{A}_0 negativ, so zeigt diess an, dass im Querschnitt nur Pressung, nirgends Spannung herrscht. Vergleicht man mit Gleichung 63) die Gleichungen 20) und 31), so erkennt man, dass die grösste Pressung \mathfrak{B}_0 im betrachteten Querschnitt sich zusammensetzt aus der Pressung $\frac{P}{\omega}$ in Folge des auf die Quadrateinheit

reduzirten Druckes P und aus derjenigen Pressung, welche durch das Moment derselben am Hebelarme y gleichzeitig auf Biegung wirkenden Kraft P hervorgerufen wird, und zwar ist letztere Pressung so gross wie die grösste Pressung in einem auf relative Festigkeit in Anspruch genommenen Stab von der Länge $4y$, beziehungsweise $4f$, welcher Stab an beiden Enden frei aufliegt und in der Mitte mit P belastet ist.

31. Aus Gleichung 63) könnte die grösste Pressung in einem auf relativ rückwirkende Festigkeit angegriffenen Stabe sofort gefunden werden, sobald der Kraft-Abstand f bekannt wäre; letzterer setzt sich zusammen aus dem Biegungspfeil und aus dem Abstand d , welchen die Kraft schon vor Eintritt der Biegung hatte. — Letzterer Abstand ist aber häufig bekannt und kann dann zur Bestimmung des unbekanntes Abstandes f dienen. — Zu diesem Zweck ist die Gleichung der elastischen Linie zu bestimmen.

Analog der in N^o. 18. entwickelten Anschauung haben wir für die Gestalt der neutralen Axe — deren Radius wir mit ϱ_1 bezeichnen — entsprechend Gleichung 40)

$$\Sigma Xy = Py = \frac{\Theta E}{\varrho_1}$$

und indem wir mit ϱ den Radius der Schwerpunktaxe bezeichnen, wobei $\varrho_1 = \varrho + u$ zu setzen, so ist

$$Py = \frac{\Theta E}{\varrho + u} \dots \dots \dots 64)$$

Setzt man für ϱ den aus der analytischen Geometrie bekannten

Werth $\frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}}$ ein und für u seinen Werth aus Gleichung 61), so

folgt:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{Py}{\Theta \left(E - \frac{P}{\omega} \right)} = \frac{y}{\Theta \left(\frac{E}{P} - \frac{1}{\omega} \right)} \dots \dots 65)$$

Den Ausdruck $\Theta \left(\frac{E}{P} - \frac{1}{\omega} \right)$ setzen wir der Einfachheit halber gleich t , so folgt

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{y}{t} \dots \dots \dots 65^a)$$

Durch Integration dieser Gleichung erhält man

$$y = C \cdot \sin \frac{x}{\sqrt{t}} + C_1 \cos \frac{x}{\sqrt{t}} \dots \dots 66)$$

wobei C und C_1 zwei constante Grössen bezeichnen; zur Auffindung dieser letzteren dient die Betrachtung, dass y für x und $-x$ denselben Werth haben muss, woraus folgt:

$$C = 0, \text{ und indem man } x = \frac{L}{2} \text{ setzt,}$$

$$C_1 = f,$$

und schreibt sich hienach Gleichung 66):

$$\left. \begin{aligned} d &= f \cos \frac{L}{2\sqrt{t}} \\ f &= \frac{d}{\cos \frac{L}{2\sqrt{t}}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 67)$$

Setzt man endlich diesen Werth von f in Gleichung 63) ein, so erhält man

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{P}{\omega} + \frac{Pv_0}{\Theta} \frac{d}{\cos \frac{L}{2\sqrt{t}}} \dots \dots \dots 68)$$

ebenso aus Gleichung 63^a)

$$\mathfrak{X}_0 = -\frac{P}{\omega} + \frac{Pv_0}{\Theta} \frac{d}{\cos \frac{L}{2\sqrt{t}}} \dots 68^a)$$

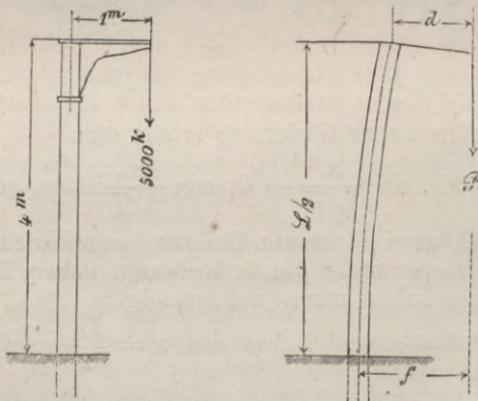
und indem man Gleichung 68) in Beziehung auf P auflöst.

$$P = \mathfrak{X}_0 \omega \frac{1}{1 + \frac{v_0 \omega}{\Theta} \cdot \frac{d}{\cos \frac{L}{2\sqrt{t}}}} \dots 69)$$

Aus letzterer Gleichung kann übrigens P nur durch Probiren gefunden werden, da der Ausdruck $t = \Theta \left(\frac{E}{P} - \frac{1}{\omega} \right)$ die Kraft P gleichfalls enthält.

32. Wir zeigen die Anwendung der Gleichung an einem Beispiele. — Eine gusseiserne volle runde Säule von 4 M. Höhe sei

Fig. 30.



am untern Ende eingespannt und in einer Entfernung von 1 M. von einer Kraft $P = 5000$ K. angegriffen; da diese Säule bei der Biegung am untern Ende eine vertikale Tangente beibehält, so haben wir nur die eine Hälfte des in Fig. 29. dargestellten Stabes vor uns, und ist somit die Höhe l der in Fig. 30 dargestellten Säule bei Anwendung vorstehender Gleichungen 57)–69) gleich $\frac{L}{2}$ zu setzen; es ist somit, indem wir Alles in Centim. und Kilogrammen ausdrücken:

$$L = 2l = 800 \text{ Centim.};$$

ferner sei der Säulendurchmesser $D = 20$ Centim., somit

$$v_0 = \frac{D}{2} = 10 \text{ Centim.}$$

$$\omega = \frac{\pi D^2}{4} = 314 \text{ } \square \text{C.}$$

$$\Theta = \frac{\pi D^4}{64} = 7854$$

$$t = \frac{\Theta E}{P} - \frac{\Theta}{\omega} = 1'413000$$

und folgt somit aus Gleichung 68) unmittelbar

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{5000}{314} + \frac{5000 \cdot 10}{7854} \frac{100}{\cos \frac{100}{2\sqrt{1413000}}}$$

$$\mathfrak{B}_0 = 16 + 677 = 693 \text{ Kilo.}$$

Um die Ausbiegung der Säule zu bestimmen, setzen wir nach Gleichung 67)

$$f = \frac{d}{\cos \frac{L}{2\sqrt{t}}} = \frac{d}{0,94} = 106 \text{ C.,}$$

woraus sich ein Biegunspfeil $f-d$ von 6 Centimetern ergibt. — Wenn nun auch diese Ausbiegung für sich ansehnlich genug ist, so kann sie doch im vorliegenden Falle für annähernde Berechnung der grössten Pressung vernachlässigt werden; denn wenn man in Gleichung 63.) anstatt $f = 106$ Cent. den zum Voraus bekannten Werth $d = 100$ Cent. gesetzt hätte, so hätte man erhalten $\mathfrak{B}_0 = 16 + 639 = 655$ Kilo anstatt dem genauern Werth von 693 K.; bei weniger starken Biegungen wird deshalb diese Annäherung ganz befriedigende Resultate geben.

33. Je grösser der Abstand d ist, d. h. je weiter entfernt die Druckrichtung von der Axe des Stabes ist, desto grösser wird die grösste Pressung bei gegebener Stablänge; anderseits wenn eine bestimmte Pressung nicht überschritten werden soll, so ist der Abstand d desto kleiner zu nehmen, je grösser die Stablänge.

Wir finden, indem wir Gleichung 68) in Beziehung auf d auflösen,

$$d = \left(\mathfrak{B}_0 - \frac{P}{\omega} \right) \frac{\Theta}{P v_0} \cos \frac{L}{2\sqrt{t}} \dots 70)$$

Wenn wir eine Säule von demselben Durchmesser $D = 20$ Centim. wiederum am untern Ende eingespannt und mit einer Last $P = 5000$ Kilo belastet denken, so ist

$$\omega = 314 \text{ } \square \text{Centim.}$$

$$\frac{P}{\omega} = 16 \text{ Kilo per } \square \text{Centim.}$$

Soll \mathfrak{B}_0 nicht grösser sein als 1200 K., so wird $\mathfrak{B}_0 - \frac{P}{\omega} = 1184$;
 ist $\mathfrak{B}_0 - \frac{P}{\omega}$ sechsmal so gross = 7104, so ist auch d sechsmal
 grösser, während $\mathfrak{B}_0 = 7120$ K. beträgt, was nahe der Bruchlast
 entspricht. — Für diese beiden Werthe von \mathfrak{B}_0 haben wir in
 Tabelle IX.

Tabelle IX.

d in Centimetern ausgedrückt:		$l = \frac{L}{2}$ in Metern.
$\mathfrak{B}_0 = 1200$	$\mathfrak{B}_0 = 7120$	
d = 175,3 C.	d = 1052 C.	4
162,6	976	6
145,5	872	8
123,9	743	10
98,9	594	12
71,2	427	14
41,4	248	16
10,5	63	18
0,0	0	18,67

eine Reihe von d für verschiedene Längen berechnet, indem nach
 obigen Angaben in Gleichung 70) weiterhin gesetzt wurde:

$$\Theta = 7854$$

$$v_0 = 10 \text{ C.}$$

$$t = 1'413000,$$

wodurch für $\mathfrak{B}_0 = 1200$ Kilo

$$d = 185,9 \cos \frac{L}{2378}$$

und für $\mathfrak{B}_0 = 7120$ Kilo

$$d = 1115,3 \cos \frac{L}{2378} \text{ erhalten wurde.}$$

Für $\cos \frac{L}{2378} = 0$ oder $\frac{L}{2} = 18,67$ M. wird $d = 0$, und zwar
 für jede Pressung \mathfrak{B}_0 , während für 18 M. die verschiedenen d
 noch ansehnliche Werthe zeigen; es bedeutet diess, dass ein
 am untern Ende eingespannter runder gusseiserner Stab von
 18,67 M. Länge und 20 C. Durchmesser die Belastung von 5000 K.
 nicht mehr ertragen kann, wenn sie auch ganz genau in der Schwer-
 punktaxe wirkt. — Für einen solchen Stab ist also die genannte
 Belastung unter allen Umständen Bruchlast.

Aehnliche Betrachtungen können mittelst Gleichung 68^a) an- gestellt werden, wenn die grösste zulässige Spannung vorge- schrieben ist.

34. Da wir im Vorhergehenden gesehen, dass die einer be- stimmten Bruchlast entsprechende Länge sich sehr scharf markirt, so kann man hievon ausgehen, um die Bruchlast bei gegebener Länge für den günstigsten Fall zu bestimmen, wenn $d = 0$ ist, d. h. wenn die Kraft genau in die Axe des Stabes fällt.

Wenn man aber in den Gleichungen 68) — 70) $d = 0$ setzen will, so erhält man entweder $\mathfrak{B}_0 = \frac{P}{\omega}$, was nur für ganz kurze Stäbe richtig ist, oder es muss ausser d auch noch die Grösse $\cos \frac{L}{2\sqrt{t}} = 0$ sein; woraus folgt

$$\frac{L}{2\sqrt{t}} = \frac{\pi}{2} \dots \dots \dots 71)$$

Diese letztere Gleichung haben wir schon in dem Beispiele der vorhergehenden Nummer erhalten und darf solche als Bedingungs- Gleichung für Auffindung der Bruchlast benutzt werden.

Setzen wir in derselben den Werth $t = \frac{\theta E}{P} - \frac{\theta}{\omega}$ ein, so erhalten wir

$$P = E\omega \frac{1}{\frac{\omega L^2}{\pi^2 \theta} + 1} \dots \dots \dots 72)$$

woraus, wenn man 1 gegen $\frac{\omega L^2}{\pi^2 \theta}$ vernachlässigt, was für längere Stäbe stets zulässig, ist:

$$P = \frac{\pi^2 \theta E}{L^2} \dots \dots \dots 72^a)$$

Letztere Gleichung hat schon Navier als Bruchbelastung für lange Stäbe aufgestellt.

Abgesehen davon, dass diese Gleichung uns keine Pres- sung auffinden lehrt, so hat sie insbesondere den Mangel, dass sie für kürzere Stäbe ganz unbrauchbar wird; denn P darf nie grösser werden, als die Gleichung 21) für absolut rückwirkende Festigkeit ergibt, es ist im Gegentheil in Folge der Biegung P stets kleiner.

Aber selbst für längere Stäbe stimmt Gleichung 72) nicht mit den Erfahrungen und Versuchen überein. Wir benützen als Bei- spiel die Versuche, welche E. Hodgkinson mit vierkantigen schmied- eisernen Stäben von 1 Zoll englisch Seite anstellte, um sie mit den Resultaten der Gleichung 72) zu vergleichen.

Die Betrachtung der Tabelle X. zeigt, dass die Gleichung 72) nicht bloß für ganz kurze, sondern auch für die längeren Stäbe

unrichtige Resultate gibt, welche nur wenn die Längen etwa 30mal grösser als der Durchmesser sind, mehr übereinstimmen. — Auffallend ist, dass die Gleichung 72) für die längeren Stäbe ungünstigere Resultate gibt, als die Versuche; diess rührt wohl daher, dass die Enden der Versuchsstäbe doch nicht so frei sich bewegen konnten, wie in der Gleichung vorausgesetzt ist, indem dieselben mit platten Endflächen versehen waren.

Tabelle X.

Länge des Stabes = L.	$\frac{L}{D}$	Bruchlast in englischen \mathfrak{E}	
		beobachtet.	berechnet.
10 Fuss englisch	120	4245	1280
7,5 Fuss	90	10236	2276
5 Fuss	60	18106	5121
2,5 Fuss	30	26530	20480
1,25 Fuss	15	36162	(81940)
7 $\frac{1}{2}$ Zoll	7,5	50946	(327760)
3 $\frac{3}{4}$ Zoll	3,75	55200	(1'487400)

Anmerkung. Die eingeklammerten Zahlen sind deshalb unbrauchbar, weil die Bruchlast nie grösser werden kann, als diejenige, welche für das vorliegende Material für kurze, absolut rückwirkend angegriffene Stäbe, erhoben worden ist.

35. Wie wir so eben gesehen haben, stimmen die mit so grosser Sorgfalt angestellten Versuche des E. Hodgkinson mit den Resultaten der Gleichung 72) nicht überein, so dass eine ganz allgemeine, rein theoretische Lösung nicht möglich erscheint.

Anderseits hat man es bei den Bauconstructionen im Allgemeinen nicht mit unverhältnissmässig langen Stäben zu thun; bei den beim Bauen üblichen Dimensionen wird vielmehr die seitliche Abweichung der Kraft inner gewisser Grenzen sich bewegen und insolange der Constructeur eine Uebereinstimmung zwischen der Richtung der Kraft und der Längenaxe des gepressten Glieds anstrebt, wird für die Abweichung f der Kraft ein gewisses Gesetz sich geltend machen. — Wie wir aber in N^o. 30. gefunden, so lässt sich die grösste Pressung, und umgekehrt die durch eine gewisse Pressung hervorgerufene Kraft bestimmen, sobald der Abstand f für den Schwerpunkt des mittleren Querschnitts gefunden ist. — Lösen wir Gleichung 63) in Beziehung auf P auf, so erhalten wir durch Wertheinsetzung von $f = \max(y)$

$$P = \mathfrak{B}_0 \omega \frac{1}{1 + \frac{v_0 \omega}{\Theta} f} \dots \dots \dots 73)$$

Die Abweichung f ist der Natur der Sache nach eine unbekannt Grösse, welche nach Beschaffenheit des Materials, nach Gestaltung der Endflächen veränderlich und insbesondere auch von der Solidität der Ausführung abhängig ist. — Letztere Punkte müssen insbesondere in Erwägung gezogen werden, wenn es sich um die Bestimmung der in der Rechnung einzuführenden freien Länge des Stabes handelt; diese Länge hängt wesentlich ab von der Anwendung der Construction, so dass wir z. B. in N^o. 32. diese Länge gleich der doppelten Länge des betrachteten Stabes nehmen mussten.

Diess vorausgesetzt, wird f für ein und dasselbe Material mit zunehmender Länge sich sehr vergrössern, dagegen bei zunehmenden Querschnittsdimensionen abnehmen; diesen Factoren trägt man dadurch Rechnung, dass

$$f = K \cdot \frac{L^2}{v_0} \dots \dots \dots 74)$$

gesetzt wird, wo K ein durch die Erfahrung für jedes Material festzustellender Coefficient ist.

Wenn man diesen Werth von f in Gleichung 73) einsetzt, so erhält man

$$P = \mathfrak{B}_0 \omega \cdot \frac{1}{1 + K \cdot \frac{\omega}{\Theta} L^2} \dots \dots 75)$$

Diese Gleichung hat auch Aehnlichkeit mit der theoretischen Gleichung 72); denn für den Fall, dass $\frac{K\omega L^2}{\Theta}$ sehr gross gegenüber der Einheit ist und somit letztere vernachlässigt werden darf, erhalten wir aus Gleichung 75)

$$P = \frac{\mathfrak{B}_0}{K\omega} \frac{\Theta}{L^2}$$

und nach Gleichung 72)

$$P = \pi^2 E \frac{\Theta}{L^2}$$

und liegt hierin zunächst eine weitere Rechtfertigung, dass wir in Gleichung 74) f proportional L^2 gesetzt haben.

In der Praxis ist aber (wie schon oben angedeutet) L gegenüber $\frac{\Theta}{\omega}$ nicht so gross, dass die Einheit gegenüber $\frac{K\omega L^2}{\Theta}$

vernachlässigt werden dürfte; der Bruch $\frac{1}{1 + \frac{K\omega L^2}{\Theta}}$ gibt an, wel-

cher Theil der absolut mitwirkenden Festigkeit für längere Stäbe zulässig ist; je kleiner L , desto mehr nähert sich dieser Bruch der Einheit, so dass für ganz kurze Stäbe die Gleichung 75) in Gleichung 20), beziehungsweise 21) übergeht. — Θ ist für die Richtung zu berechnen, nach welcher das Ausbiegen voraussichtlich

eintritt; diess geschieht bei einseitiger Belastung in der Richtung der Kraft, während bei einer mit der Axenrichtung zusammenfallenden Kräfteinwirkung die kleinste Querschnittsdimension für die Berechnung von θ maassgebend ist.

36. Um den Coefficienten K in Gleichung 75) für die Bruchbelastung zu bestimmen, liegen hinreichend viele Versuche mit Stäben von verschiedenen Dimensionen und Querschnittformen vor; die aus den Versuchen gefundenen Mittelwerthe sind in nachstehender Tabelle gegeben:

Tabelle XI.

Für Schmiedeeisen	$K = 0,00008$
„ Gusseisen	$K = 0,00025$
„ Holz	$K = 0,00016$

Für weichen Stahl und Bessemer Metall wird man $K = 0,00008$ wie beim Schmiedeeisen setzen dürfen, wobei eine genauere Bestimmung vorbehalten bleibt.

Die dieser Tabelle zu Grunde liegenden Versuche beziehen sich auf Stäbe mit abgeplatteten Enden; für Stäbe mit ganz frei beweglichen abgerundeten Enden wäre K etwa dreimal so gross zu setzen.

Es kann Gleichung 75) durch Einsetzung der vorstehenden Werthe zur Auffindung der Bruchbelastung für jeden auf relativ rückwirkende Festigkeit angegriffenen Stab angewendet werden.

Wenn wir nun von den Bruchbelastungen auf geringere Belastungen übergehen, so hat K nicht mehr denselben Werth und dürfte es überhaupt sehr schwierig und zeitraubend sein, für beliebige Pressungen \mathfrak{B} die zugehörigen K zu bestimmen; die Gleichung 75) kann daher zunächst nur zur Bestimmung der Bruchbelastung dienen, was aber für den vorliegenden Zweck durchaus hinreichend ist.

Wie wir nämlich schon in N^o. 33 gesehen, nimmt die Pressung in der Nähe des Bruches für längere Stäbe rasch zu; die sonst übliche zulässige Pressung kann bei einem Gewichte eintreten, welches von der Bruchbelastung nicht sehr verschieden ist; es ist daher gar nicht erlaubt, solche Stäbe bis zu der sonst zulässigen Pressung zu belasten.

Man wird vielmehr ein richtigeres und für alle Fälle sicheres Resultat erhalten, wenn man einen bestimmten Theil der Bruchbelastung als zulässige Belastung annimmt.

Das hiedurch bedingte Rechnungsverfahren ist nun schliesslich sehr einfach.

Man bestimmt für den betrachteten Stab die Bruchbelastung nach Gleichung 75) und Tabelle XI. und erhält sodann die

zulässige Belastung sofort durch Dividiren mit dem für das fragliche Material und die beabsichtigte Solidität sonst üblichen Sicherheitscoefficienten.

Wenn man die Belastung eines längeren Stabes auf die Quadrateinheit der Querschnittfläche reducirt, so erhält man die mittlere Pressung \mathfrak{B}_m , und ist nach den N^o 36 angenommenen Bezeichnungen und entsprechend den Definitionen von N^o 8.

$$\mathfrak{B}_m = \frac{P}{\omega} \dots \dots \dots 20^a)$$

Diese Gleichung mit Gleichung 75) combinirt, gibt

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \left(1 + K \frac{\omega L^2}{\theta} \right) \dots \dots \dots 76)$$

wo der Werth \mathfrak{B}_m aus obiger Gleichung 20^a) oder allgemeiner aus Gleichung 20) der Nummer 8 zu entnehmen ist, der Coefficient $\left(1 + K \frac{\omega L^2}{\theta} \right)$ aber angibt, um wieviel die relativ rückwirkende Festigkeit gegen die absolut rückwirkende im vorliegenden Falle zurücktritt.

37. Es ist schon früher darauf aufmerksam gemacht worden, dass die in die Formeln 57)–75) einzuführende Stablänge L durch besondere Untersuchung bestimmt werden muss. — Es ist in ähnlicher Weise wie bei continuirlichen Trägern die für einzelne Punkte gegebene Tangentenrichtung für die Gestalt der neutralen Faser maassgebend. — In nachstehenden Figuren ist die in die Formeln einzuführende Stablänge L der wirklichen Stablänge l für einige Anordnungen gegenüber gestellt.

Fig. 32.



Fig. 33.

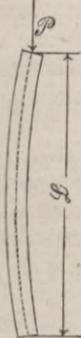


Fig. 34.

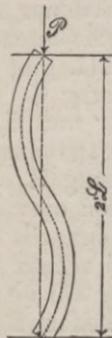
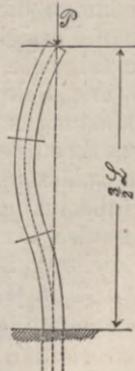


Fig. 35.



Es lassen sich hienach andere Anordnungen beurtheilen und ist nur noch darauf aufmerksam zu machen, dass die Endpunkte nicht bloß als frei oder eingespannt, sondern häufig als theilweise eingespannt zu betrachten sind.

Zweiter Abschnitt.

Erfahrungsergebnisse über die Festigkeit der Baumaterialien.

§. 4. Die Festigkeitscoefficienten.

38. Im vorhergehenden §. 3. sind die Formeln entwickelt, mittelst welcher man die Spannung, Pressung und Schubspannung stabförmiger Körper berechnet. — Indem wir nun im Folgenden die für die einzelnen Materialien zulässige Spannung, Pressung und Schubspannung zusammenstellen, so können nunmehr die Dimensionen stabförmiger homogener Körper für alle vorkommenden Fälle bestimmt werden. — Da aber weiterhin sämtliche Träger aus einzelnen homogenen stabförmigen Körpern bestehen und unsere späteren Untersuchungen stets die auf jedes einzelne Constructionsmitglied treffenden Kräfte zur Anschauung bringen, so finden die zunächst nur für homogene stabförmige Körper gegebenen Festigkeitscoefficienten allgemeine Anwendung.

Die folgende Tafel XII. gibt die zulässige Spannung \mathfrak{A} , Pressung \mathfrak{B} und Schubspannung \mathfrak{C} , dergleichen die entsprechenden Bruchbelastungen \mathfrak{A}_0 , \mathfrak{B}_0 und \mathfrak{C}_0 und zwar in Kilogrammen per Quadratcentimeter ausgedrückt.

Die zulässige Spannung \mathfrak{A} oder Pressung \mathfrak{B} gibt bei gleichförmig (absolut) gezogenen oder gepressten Stäben den Zug, beziehungsweise Druck, den ein Stab auszuhalten vermag, direct nach Gleichung 20). Bei relativ in Anspruch genommenen Stäben ist \mathfrak{A} und \mathfrak{B} in Gleichung 31) einzusetzen und ebenso \mathfrak{B} bei relativ rückwirkend angegriffenen längern Stäben in Gleichung 75);

bei letzteren bezeichnet die Grösse $\frac{\mathfrak{B}}{1 + K \frac{\omega L^2}{\theta}}$ die mittlere Pres-

sung des Stabes. — Die Schubspannung \mathfrak{C} ist durch Gleichung 23) definirt und erscheint insbesondere in den Betrachtungen der N^o. **24** bis **28**.

Tabelle XII.

	Bruchgewicht $\mathcal{U}_0, \mathcal{B}_0$ oder \mathcal{G}_0 .	Zulässige Spannung \mathcal{H} , Pressung \mathcal{B} , Schubspannung \mathcal{G} .	Sicherheitscoefficient.
Absolute Festigkeit gegen Zug.			
Schmiedeeisen, gewöhnliche Qualität	3000	600	5
„ sehr gut gewalzt	3500	700	5
„ bestes Nieteisen	4000	800	5
Eisendraht, 0,5—1 MM. dick	8000	1600	5
„ 1—3 MM. dick	6000	1200	5
„ von grösserem Durchmesser	5000	1000	5
„ in Bündeln (Tae)	3000	600	5
Gussstahl, im Allgemeinen	5—8000	1200	5—6
„ beste Qualität	8000	1600	5
Bessemer Stahl, gute Qualität	5500	1000	5 ^{1/2}
Gusseisen, gute Qualität	1100	220	5
„ beste Qualität	1500	300	5
Eichenholz und Tannenholz, trocken	800	80	10
Absolut rückwirkende Festigkeit.			
Schmiedeeisen, gewöhnliche Qualität	3000	600	5
„ beste Qualität	3500	700	5
Gusseisen, gute Qualität	7200	1200	6
Gussstahl, gewöhnliche Qualität	12000	1500	8
„ beste Qualität	16000	2000	8
Eichenholz und Tannenholz, trocken	600	60	10
Festigkeit gegen Abscheeren.			
Schmiedeeisen, gewöhnliche Qualität	3000	600	5
„ bestes Nieteisen	4000	800	5
Gusseisen, gute Qualität	1100	220	5
Gussstahl, gewöhnliche Qualität	4000	800	5

Für homogene stabförmige Körper dürfen bei Berechnung der relativen Festigkeit im Allgemeinen dieselben Spannungen und Pressungen wie bei der absoluten Festigkeit als zulässig angenommen werden; es muss jedoch aufmerksam gemacht werden, dass bei Versuchen über relative Festigkeit, welche bis zum Bruch fortgesetzt werden, aus Gl. 31 stets ein höherer Werth des Coefficienten \mathcal{H} sich berechnet, als directe Versuche über absolute Festigkeit (nach Gl. 21) ergeben, und zwar nimmt bei vierkantigen Stäben die für den Moment des Bruchs theoretisch berechnete Zugfestigkeit beim Gusseisen bis zum 2^{1/2}fachen, beim Schmiedeeisen oder Stahl bis zum 1^{1/2}fachen zu (wohl in Folge einer Verrückung der neutralen Faser in der Nähe des Bruchs.)

Da bei denjenigen Spannungen, welche bei Bauten nicht überschritten werden sollen, die Elasticitäts-Module constant und

für Druck oder Zug gleich angenommen werden dürfen, so kommt obige Beobachtung bei praktischen Berechnungen nicht in Betracht, sie musste aber insbesondere deshalb erwähnt werden, damit man nicht, wie schon geschehen, aus der relativen Bruchfestigkeit vierkantiger Stäbe einen Schluss auf die absolute Festigkeit des fraglichen Materials machen zu können glaubt.

Die in Tabelle XII. enthaltenen Festigkeitscoefficienten sind Mittelwerthe, da die Güte der einzelnen Materialien im Wesentlichen vom Fabrikationsort abhängt; es ist nicht nur die Wahl des Rohstoffes, sondern insbesondere die Fabrikationsmethode massgebend, und ist letztere manchen Aenderungen unterworfen.

Weiteren Einfluss übt auch die Behandlung des Materials bei der Verarbeitung, indem schroffe Biegungen, insbesondere Auskröpfungen, die Festigkeit des Materials beeinträchtigen. — Beim Gussstahl ist der Grad der Härtung wesentlich und trägt im Allgemeinen gehärteter Stahl mehr als weicher Stahl, freilich auf Kosten der Festigkeit gegen Stösse; eine weitere Beobachtung ist, dass die Bruchfestigkeit von Stahlplatten, welche 5500 K. betrug, auf 3800 K. herabsank, wenn die Nietlöcher (statt gebohrt) durchstanz wurden (Versuche in dem Stahl- und Eisenwerk Bolton le Moors Lancashire). — Bei dem grossen Unterschied der Festigkeits-Coefficienten des Stahls ist Vorsicht anzurathen, wesshalb wir für guten Bessemer Stahl nur 1000 K. per □Cent. zulässige Spannung annehmen, wie auch bei der Bogenbrücke über den Quai d'Orsay in der Pariser Ausstellung geschehen ist. —

Indessen sind für das gewöhnliche Material der Brückenträger, für gewalztes Schmiedeeisen, die beobachteten Bruchgewichte keineswegs sehr verschieden, und werden auch die bei der Berechnung von schmiedeisernen Brücken angewendeten Festigkeits-Coefficienten von den meisten Ingenieuren ziemlich gleichförmig angenommen, nämlich 6—800 K. per □Cent., was in Folgendem näher ausgeführt wird und wobei wesentlich in Betracht kommt, ob die Schwächung durch Nieten etc. vollständig bei der Rechnung berücksichtigt worden ist.

Eine sehr vollständige Zusammenstellung der sämmtlichen Versuche und vieler sonstigen Erfahrungen hat General Morin gegeben; seine Schrift „die Widerstandsfähigkeit der Baumaterialien“ ist in deutscher Uebersetzung in der allgemeinen Bauzeitung von Förster in den Jahren 1853 und 1854 erschienen.

Anmerkung. Der Umstand, dass cristallinisches, grobkörniges Eisen oft annähernd dieselbe Bruchlast zeigt, wie feinkörniges sehniges Eisen, hat neuerdings in England Veranlassung gegeben, die Güte einer Eisensorte nach der Arbeit zu beurtheilen, welche zur Zerreiſung einer Querschnitteinheit nothwendig ist; bezeichnet man nämlich mit λ_0 die Ausdehnung eines Stabs von der Länge l kurz vor Eintritt des Bruchs, mit w den Querschnitt des Stabs, so ist der Zähigkeitsmodul U des Stabs ausgedrückt durch die Gleichung

$$U = \frac{1}{2} \frac{\lambda_0}{l} \cdot Q_0$$

wo λ_0 die auf die Quadrateinheit bezogene Bruchlast bedeutet; aus letzterer und aus der unmittelbar vor dem Bruch beobachteten Verlängerung λ_0 ist der Zähigkeitsmodul U für einige Materialien wie folgt berechnet:

Bezeichnung der Materialien	$\frac{\lambda_0}{l}$	λ_0 in Kilo	U in Kilo u. Dec.
Schmiedeseisen, kristallinisch, schlecht	$\frac{1}{60}$	3150	2625
„ sehr sehnig	$\frac{1}{10}$	3780	18900
Gusseisen, gewöhnl. Qualität . . .	$\frac{1}{600}$	1102	84
Bessemer Schienenstahl, gut . .	$\frac{1}{8}$	5985	37406
Krupp'scher Gussstahl	$\frac{1}{7}$	6694	47812
Stahl, sehr hart	$\frac{1}{60}$	6300	5250

die U geben die Verhältnisszahlen, nach welchen die betreffenden Materialien den Stößen widerstehen, was für Eisenbahnzwecke in vielen Fällen ganz besonders in Betracht kommt.

39. Es ist bis dahin von uns kein Unterschied zwischen ruhiger und bewegter Last gemacht worden. Und wirklich zeigen auch die beobachteten Einsenkungen grosser steifer Brückenconstructions keinen entschiedenen Einfluss der Geschwindigkeit, mit der sich die Belastung über die Brücke bewegt. — Dagegen lässt sich der Einfluss der Bewegung auf diejenigen Theile, welche mit der bewegten Last zunächst in Berührung kommen, nicht wohl bezweifeln und ist es gerathen, diese Theile verhältnissmässig stärker zu construiren.

Die nachtheilige Einwirkung der Bewegung kann sich auch erst mit der Zeit entwickeln und könnten öfter wiederholte starke Probelastungen hierüber genaueren Aufschluss geben; bis dahin muss man in den Sicherheitscoefficienten eine Garantie gegen die allmähliche Verschwächung durch häufige auf einander folgende Stösse und allmähliche Abnahme der Querschnittsdimensionen annehmen.

Hr. Ingenieur Gerber, Vorstand der Brückenbauanstalt von Klett & Cie in Nürnberg, hat in einer Abhandlung über den Bau der Mainzer Rheinbrücke den Vorschlag gemacht, die zulässige Spannung einer schmiedeisernen Brückenconstruktion danach zu bestimmen, dass eine gewisse äusserste Spannungsgrenze (d. h. diejenige Spannung, bei der zuerst eine permanente Verlängerung beobachtet wird) durch die Spannung der unbelasteten Brücke plus dem Dreifachen der durch die variable Last hervorgerufenen Spannung nicht überschritten werde; für gutes Walzeisen, dessen Bruchfestigkeit wir zu 3300 Kilo per □Centim. annehmen dürfen, hat Hr. Gerber diese äusserste Spannungsgrenze (Elasticitätsgrenze) zu 1600 Kilo per □Centim. festgesetzt; es hat dieser Vorschlag die Folge, dass für kleine Brücken verhältnissmässig kleinere Totalspannungen gewonnen werden, als für grosse Brücken, wo der Einfluss der variablen Last geringer ist.

Wenn wir die Belastungen auf die Längeneinheit reduciren und dann

p das Eigengewicht der Brücke,

k die variable Last,

$q = p + k$ die Totallast

nennen, und mit

\mathcal{A}_p die Spannung im unbelasteten Träger,

\mathcal{A}_k die Spannung in Folge der variablen Last,

$\mathcal{A}_q = \mathcal{A}_p + \mathcal{A}_k$ die Totalspannung

bezeichnen, so spricht sich obige Regel durch die Formel aus:

$$\mathcal{A}_p + 3\mathcal{A}_k = 1600 \text{ K.} \quad \dots \quad 77)$$

und haben wir hienach folgende Tabelle XIII. gebildet:

Tabelle XIII.

$\frac{p}{q}$	$\frac{p}{k}$	$\frac{\mathcal{A}_k = 1600}{\frac{p}{k} + 3}$	\mathcal{A}_p	$\frac{\mathcal{A}_q = \mathcal{A}_p + \mathcal{A}_k}{\mathcal{A}_p + \mathcal{A}_k}$
0	0	533	0	533
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	514	57	571
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	505	84	589
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	492	123	615
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	480	160	640
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	457	228	685
$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{3}$	436	291	727
$\frac{1}{2}$	1	400	400	800

Wir können uns mit der Tabelle XIII. insofern wohl einverstanden erklären, als dieselbe ein mit Tabelle XII. übereinstimmendes Resultat gibt; denn für das bei Tabelle XIII. voraus-

gesetzte Eisen wäre die zulässige Spannung $\frac{3300}{5} = 660$ Kilo-

pro □Centim. zu nehmen und es ist gewiss am Platze, bei kleineren Spannweiten verhältnissmässig kleinere, bei grösseren Spannweiten aber grössere zulässige Spannungen anzuwenden, wenn auch die Voraussetzungen, auf welche Gleichung 77) basirt ist, ziemlich willkürlich sind. — Die Maschinenfabrik von Klett & Cie. in Nürnberg, welche erklärt hat, dass sie schmiedeiserne Brücken auf Grundlage der obigen Grundsätze (Formel 77) construirt und übernimmt, befindet sich daher in dieser Beziehung im Einklange mit den Annahmen der meisten Ingenieure und die consequente Durchführung der Formel 77) für die einzelnen Brückentheile kann als ganz zweckmässig bezeichnet werden.

40. Ist die Länge eines gedrückten (gepressten) Constructionsglieds sehr beträchtlich gegenüber seiner kleinsten Querschnitts-

dimension, so ist dessen relativ rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen und muss dessen grösste Pressung \mathfrak{B} nach Formel 76) berechnet werden, wenn die per Quadrateinheit wirkende mittlere Pressung \mathfrak{B}_m als bekannt vorausgesetzt wird. Andererseits, wenn \mathfrak{B}' die für das fragliche Material zulässige absolute Pressung bezeichnet, so ist die mittlere zulässige Pressung \mathfrak{B}'_m durch die Formel ausgedrückt

$$\mathfrak{B}'_m = \frac{\mathfrak{B}'}{1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta}} \dots \dots \dots 76^a)$$

Die Mittelwerthe für \mathfrak{B}' sind in Tabelle XII., die Mittelwerthe für den Coefficienten K in Tabelle XI. gegeben und erhält man endlich durch Berechnung der Trägheitsmomente Θ die nachfolgende Tabelle XIV., in welcher die zulässigen mittleren Pressungen für eine Reihe der häufiger vorkommenden Fälle direct gegeben sind. — Diese zulässige mittlere Pressung \mathfrak{B}'_m ist aber nach vorstehender Definition diejenige Belastung, die einem längeren Stabe per Quadratcentimeter mit Sicherheit zugemuthet werden

darf. — Die Tabelle enthält ausserdem den Bruch $\frac{1}{1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta}}$

und gibt dieser an, welcher Theil der absolut rückwirkenden Festigkeit für längere Stäbe in Rechnung zu ziehen ist.

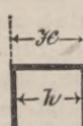
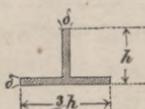
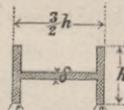
41. Hohle Säulen oder Stäbe mit dünnen Wänden zeigen nach Tafel XIV. eine verhältnissmässig grössere relativ rückwirkende Festigkeit, als volle runde oder viereckige Stäbe, da das Material in Beziehung auf Biegung günstiger vertheilt ist. — Ist jedoch die Wanddicke gegenüber den übrigen Querschnittdimensionen zu gering, so findet beim Bruch ein Einknicken der dünnen Wand Statt; für solche Fälle ist die zulässige Pressung schon für kurze Stäbe entsprechend zu vermindern, und bei längeren Stäben ist die so verminderte zulässige Pressung ausserdem

mit dem Quotienten $\frac{1}{1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta}}$ zu multipliciren.

Diesem Einknicken kann man aber durch zweckmässige Absteifungen entgegenwirken, und zwar können letztere sowohl parallel als senkrecht zur Längenrichtung angebracht sein; so werden z. B. schmiedeiserne Röhren zweckmässig durch einzelne Ringe ausgesteift, welche verhältnissmässig wenig Material erfordern.

Wenn die Absteifung durch Längen-Rippen geschieht, so sind solche in der Regel dem tragenden Querschnitt hinzuzunehmen; man kann die genaue Berechnung des Trägheitsmoments des oft complicirten Querschnitts durch Annahme einer mittleren Wanddicke umgehen.

Tabelle XIV.

Nr.d.Fig.	Verhältnisszahlen $\frac{L}{H}$ oder $\frac{L}{D}$	1	10	20	30	40	50	60	
		1200	857	462	261	162	109	78	
36	Gusseisen, rund voll	1	$\frac{1}{1,4}$	$\frac{1}{2,6}$	$\frac{1}{4,6}$	$\frac{1}{7,4}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{15,4}$	
	 rund hohl $\frac{d}{D} = \frac{5}{6}$	1200	1071	810	580	407	402	227	
		1	$\frac{1}{1,12}$	$\frac{1}{1,48}$	$\frac{1}{2,07}$	$\frac{1}{2,94}$	$\frac{1}{3,97}$	$\frac{1}{5,28}$	
	rund hohl $\frac{d}{D} = \frac{9}{10}$	1200	1081	833	603	435	818	241	
		1	$\frac{1}{1,11}$	$\frac{1}{1,44}$	$\frac{1}{1,99}$	$\frac{1}{2,76}$	$\frac{1}{3,77}$	$\frac{1}{4,98}$	
	37	 kreuzförmig $\frac{H}{\delta} = 10$	1200	755	355	189	114	76	54
1			$\frac{1}{1,59}$	$\frac{1}{3,38}$	$\frac{1}{6,35}$	$\frac{1}{10,5}$	$\frac{1}{15,85}$	$\frac{1}{22,4}$	
38	Schmiedeeisen, voll viereckig	600	550	435	323	237	177	136	
	1	$\frac{1}{1,09}$	$\frac{1}{1,38}$	$\frac{1}{1,86}$	$\frac{1}{2,53}$	$\frac{1}{3,4}$	$\frac{1}{4,4}$		
	rund hohl s. Fig. 36. $\frac{d}{D} = \frac{24}{25}$	600	566	476	380	294	228	179	
		1	$\frac{1}{1,06}$	$\frac{1}{1,26}$	$\frac{1}{1,58}$	$\frac{1}{2,04}$	$\frac{1}{2,63}$	$\frac{1}{3,35}$	
	 quadratisch hohl $\frac{h}{H} = \frac{24}{25}$	600	571	500	417	337	270	218	
		1	$\frac{1}{1,05}$	$\frac{1}{1,20}$	$\frac{1}{1,44}$	$\frac{1}{1,78}$	$\frac{1}{2,22}$	$\frac{1}{2,76}$	
	s. oben Fig. 37. $\frac{H}{\delta} = 10$	600	504	339	220	147	103	76	
		1	$\frac{1}{1,19}$	$\frac{1}{1,77}$	$\frac{1}{2,73}$	$\frac{1}{4,08}$	$\frac{1}{5,81}$	$\frac{1}{7,93}$	
	39	 $\frac{h}{\delta} = 10$	600	545	441	324	238	178	136
			1	$\frac{1}{1,10}$	$\frac{1}{1,38}$	$\frac{1}{1,85}$	$\frac{1}{2,52}$	$\frac{1}{3,37}$	$\frac{1}{4,42}$
40	 $\frac{h}{\delta} = 10$	600	517	368	248	171	122	90	
		1	$\frac{1}{1,16}$	$\frac{1}{1,63}$	$\frac{1}{2,41}$	$\frac{1}{3,51}$	$\frac{1}{4,93}$	$\frac{1}{6,66}$	
Gussstahl, voll viereckig	1500	1367	1087	806	593	470	341		
	1	$\frac{1}{1,09}$	$\frac{1}{1,38}$	$\frac{1}{1,86}$	$\frac{1}{2,53}$	$\frac{1}{3,4}$	$\frac{1}{4,4}$		
Holz, voll viereckig	60	50	34	22	15	10	8		
	1	$\frac{1}{1,2}$	$\frac{1}{1,77}$	$\frac{1}{2,72}$	$\frac{1}{4,07}$	$\frac{1}{5,80}$	$\frac{1}{7,90}$		

42. Sehr ausgedehnte Versuche über die rückwirkende Festigkeit des Gusseisens hat E. Hodgkinson angestellt und veröffentlicht unter dem Titel: *Experimental researches on the strength and other properties of cast iron, with the development of new principles etc. by Eaton Hodgkinson 1846* (im Auszug übersetzt: *Annales des Ponts et Chaussées 1855*).

Für gusseiserne Säulen, welche stumpf aufgestellt und an den Enden befestigt werden, hat Hodgkinson nachstehende Formeln gegeben.

Bezeichnet

L die Säulenlänge in Decimetern,

D den äusseren und

d den inneren Säulendurchmesser in Centimetern,

so ist das in Kilogrammen ausgedrückte Bruchgewicht P_c :
für volle Säulen

$$P_c = 10,38 \frac{D^{3,6}}{L^{1,7}} \dots \dots \dots 77)$$

für hohle Säulen:

$$P_c = 10,41 \frac{D^{3,6} - d^{3,6}}{L^{1,7}} \dots \dots \dots 78)$$

Diese Formeln sind genau, wenn die Länge wenigstens 25mal grösser ist, als der Säulendurchmesser, für kürzere Säulen hat Hodgkinson das nach Gleichung 77) und 78) bestimmte Bruchgewicht P_c combinirt mit der absolut rückwirkenden Festigkeit; bezeichnet nämlich P_b das nach Gleichung 21) für ganz kurze Stäbe gefundene Bruchgewicht, so ist für etwas grössere Längen, welche aber unter dem 25fachen des Durchmesser sich bewegen,

$$\text{Bruchgewicht } P_c' = \frac{P_c P_b}{P_c + \frac{3}{4} P_b} \dots \dots \dots 79)$$

wo P_c nach Gleichung 77) oder 78) bestimmt vorausgesetzt ist.

Diese Formeln 77)—79) stimmen für die beim Brückenbau üblichen Dimensionen mit den Resultaten von Gleichung 75) und Tafel XIV. überein; bei sehr langen Stäben kann eine vollständige Uebereinstimmung nicht erwartet werden, zumal hier der Bruch bei denselben durch Zerreißen der am meisten gezogenen Faser eintreten wird; denn beim Gusseisen ist die Festigkeit gegen Zug nur $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{5}$ der Festigkeit gegen absoluten Druck.

§. 5. Von der Stärke der Verbindungen.

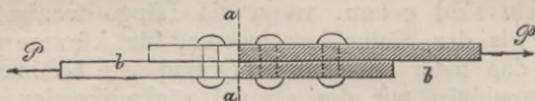
43. Die Festigkeit einer Construction hängt wesentlich ab von der Stärke der einzelnen Verbindungen; wenn ein Bruch durch Zerreißen eines Bolzens oder einer Niete erfolgt, so ist ein Uebermass in der Stärke der zu verbindenden Glieder ohne weiteren Nutzen und ist somit eine genaue Berechnung der einzelnen Dimensionen nur dann von Vortheil, wenn man sich über die Wider-

standskraft der nothwendigen Knotenpunkte und Stösse Rechen-
schaft zu geben weiss.

Eine Verbindung kann entweder durch den geometrischen Zusammenhang der einzelnen Theile gebildet werden, wie diess bei vielen Holzverbindungen Statt findet, meist aber werden einzelne Zwischenstücke, wie Bolzen, Nieten u. dergl. zu Hilfe genommen. — Um berechnen zu können, inwieweit die einzelnen Zwischenglieder und Theile der zu verbindenden Glieder in Anspruch genommen sind, müssen in allen Fällen die Betrachtungen der No. 4. zum Ziele führen, indem man sich durch die fraglichen Glieder geeignete Trennungsflächen gelegt denkt und die Gleichgewichtsbedingungen für die Summe der innern und äussern Kräfte anschreibt. — In den meisten Fällen wird diese Berechnung sehr einfach und handelt es sich in der Hauptsache darum, geeignete Trennungsflächen aufzusuchen.

44. Wir betrachten zunächst den Fall, dass 2 Stäbe nach ihrer Längenrichtung gestossen und durch Bolzen so verbunden sind, dass ein nach der Längenrichtung wirkender Zug durch diese

Fig. 41.



Bolzen vollständig übertragen werden muss, wie diess in beistehender Fig. 41 angedeutet ist.

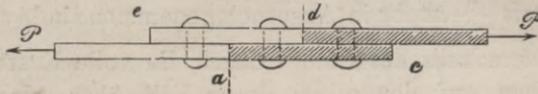
Bei einem Schnitt aa senkrecht zu der zu übertragenden Kraft P wird letztere durch die im Schnitt aa wirkenden absoluten Spannungen aufgenommen, während in einem Schnitt parallel zur Krafrichtung die Uebertragung mittelst der längs der Trennungsfläche bb wirkenden Schubkraft Statt findet, und müssen letztere — wenn man vorläufig von der Reibung absieht — in der Querschnittfläche der auf Abscheeren in Anspruch genommenen Bolzen aufgesucht werden.

Wir machen nun die einigermaassen willkürliche Voraussetzung, dass diese 3 Bolzen, insofern sie gleichen Durchmesser haben, sich gleichförmig in die zu übertragende Kraft theilen; denn unter dieser Annahme sind die Aenderungen in der Spannung der zu verbindenden Stabenden möglichst stetig, und da andererseits sprungweise Spannungsdifferenzen sich von selbst auszugleichen bestrebt sind, so darf rückwärts auf die Zulässigkeit obiger Voraussetzung geschlossen werden.

In beistehender Fig. 42. sei durch die Schraffirung ein Schnitt ad angedeutet; betrachten wir zuerst das Stück ed des oberen Stabes, so muss der in d wirkende Zug im Gleichgewicht sein

mit dem Abscherungswiderstand der 2 am Fragment ed befestigten Bolzen; dieser Widerstand S ist für jeden der drei gleichförmig

Fig. 42.



angegriffenen Bolzen je

$$S = \frac{1}{3} P \quad \dots \quad \text{I.}$$

folglich ist der im obern Stab in d wirkende Zug Z_d durch die Gleichung gegeben

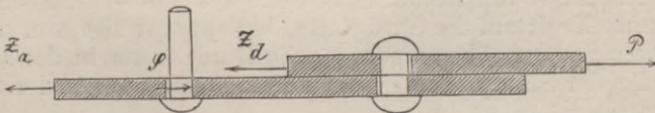
$$Z_d = 2 S = \frac{2}{3} P \quad \dots \quad \text{II.}$$

und ebenso findet man durch Betrachtung des Fragments ac für den Zug Z_a , der im untern Stab in a wirkt,

$$Z_a = 2 S = \frac{2}{3} P \quad \dots \quad \text{III.}$$

Die sämtlichen im Schnitt ad parallel P wirkenden Kräfte Z_a , Z_d und S müssen eine Resultante geben, deren algebraische Summe gleich ist der Kraft P. — Die Widerstandskraft S des mittleren Bolzens wirkt — wie aus der Fig. 43 hervorgeht — den Kräften

Fig. 43.



Z_a und Z_d entgegengesetzt, und ist somit nach den Bedingungen des Gleichgewichts

$$P = Z_a + Z_d - S \quad \dots \quad \text{IV.}$$

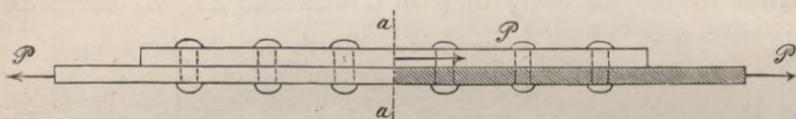
eine Gleichung, deren Richtigkeit durch Wertheinsetzung aus den Gleichungen I.—III. sofort erhellt.

In weiterer Verfolgung dieser Anschäunungen finden wir die schwächsten Stellen der betrachteten Stossverbindung. — Von der linken Seite ausgehend ist der Zug im untersten Stabe zwischen dem 1. und 2. Bolzen $Z_a = \frac{2}{3} P$, zwischen dem 2. und 3. Bolzen $\frac{1}{3} P$, während unmittelbar an dem 1. äussersten Bolzen der durch die Durchbrechung verschwächte Stab den vollen Zug P auszuhalten hat; an jedem andern Punkte ist entweder der Quer-

schnitt des Stabes grösser, oder ist die zu übertragende Kraft geringer; es ist also am ersten äussersten Bolzen die schwache Stelle des betrachteten Stabes. — Der Bruch kann aber auch durch Zerreißen der Bolzen eintreten; es ist zu untersuchen, ob letztere durch die Kraft $\frac{P}{3}$ mehr in Anspruch genommen sind, als der verschwächte Querschnitt des Stabes durch die volle Kraft P .

Wir gehen auf den allgemeineren Fall über, dass, wie in Fig. 44 angedeutet, 2 stumpf gestossene Stäbe durch eine einseitige Stossplatte und beliebig viele Bolzen verbunden sind. Wir

Fig. 44.



ersehen aus der Betrachtung des Schnitts $a\ a$, dass die Stossplatte in der Mitte die zu übertragende Kraft P vollständig aufnehmen muss, und ist diese Kraft P in der Stossplatte auch da noch vorhanden, wo letztere durch die $a\ a$ zunächst liegenden Bolzen verschwächt ist; dort sind also die beiden schwachen Stellen der betrachteten Stossplatte. — Die gestossenen Stäbe haben ihre schwache Stelle unmittelbar an den äussersten Bolzen, die Bolzen selbst werden wieder als gleich stark und gleichförmig angegriffen betrachtet, und haben, soweit sie auf einer Seite des Stosses sich befinden, je die ganze Kraft auf die Stossplatte, beziehungsweise von da auf den zweiten Stab zu übertragen. — Ein Bruch kann in der schwachen Stelle der Stäbe, oder in den Bolzen, oder aber in der Stossplatte eintreten.

Diese dreierlei Möglichkeiten eines Bruches sollen in bestimmte Formeln gebracht werden. Wir denken uns einen Stab, der der Breite nach nur ein Bolzenloch hat, oder was dasselbe ist, wir denken uns breitere Stäbe in so viele Längsstreifen verteilt, als der Breite nach Bolzen vorhanden sind, und bezeichnen für die in Fig. 44., beziehungsweise 41. skizzirten Stossverbindungen mit

b die Breite der zu verbindenden Stäbe oder Blechstreifen,

b' die Breite der Stossplatte (wenn eine solche vorhanden ist), beziehungsweise eines Streifens derselben,

t die Dicke der Stäbe,

t' die Dicke der Stossplatte,

d den Durchmesser der Bolzen,

n die Anzahl der an einem Stab hinter einander befindlichen Bolzen; ferner sei

\mathfrak{A} die grösste Spannung im gestossenen Stabe,
 \mathfrak{A}' die grösste Spannung in der Stossplatte,
 \mathfrak{C} die Schubspannung in den Bolzen, so ist
 für den gestossenen Stab

$$\mathfrak{A} = \frac{P}{(b - d) t} \dots \dots \dots 80)$$

für die Stossplatte

$$\mathfrak{A}' = \frac{P}{(b' - d) t'} \dots \dots \dots 81)$$

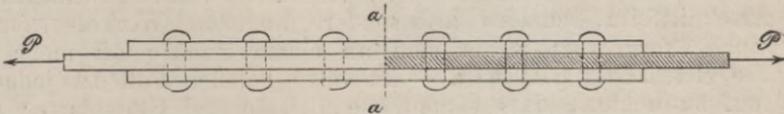
für die Bolzen

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{n} \cdot \frac{P}{\pi d^2} \dots \dots \dots 82)$$

Wo in diesen 3 Gleichungen der Werth von \mathfrak{A} , \mathfrak{A}' oder \mathfrak{C} der zulässigen Spannung oder Schubspannung am nächsten kommt, beziehungsweise dieselbe am meisten überschreitet — da ist die schwache Stelle der betrachteten Stossverbindung. — Selbstverständlich fällt für den in Fig. 41—43. gezeichneten Stoss die Gleichung 81) ganz aus. — Wir werden einen Stoss dann als richtig construirt annehmen dürfen, wenn die Spannung in dem Stab, der Stossplatte und dem Bolzen der zulässigen Spannung gleich nahe steht und wird man mit verhältnissmässig geringem Materialaufwand der Stossplatte und den Bolzen stets eine dem verschwächten Stab mindestens gleichkommende Stärke geben können.

45. Die Gleichungen 80—82) ändern sich, wenn wie in bestehender Fig. 45. beiderseits Stossplatten angebracht sind; in

Fig. 45.



dem durch die Schraffirung angedeuteten Schnitt werden nur Bolzen getroffen, jeder der letzteren ist aber zweimal geschnitten und heissen dieselben daher doppelschnittig. — Bezeichnet

n die Anzahl der zu einer Seite des Stosses ad befindlichen Bolzen,

S die Widerstandskraft eines Bolzens,

P die zu übertragende Kraft,

so ist zu setzen

$$S = \frac{1}{2n} P.$$

Behalten wir im Uebrigen die in der vorstehenden Nummer gewählten Bezeichnungen bei und bedenken, dass die beiden Stoss-

platten sich nunmehr in die Aufnahme der Kraft P gleichmässig theilen, so erhalten wir

$$\mathfrak{A} = \frac{P}{(b-d)t} \dots \dots \dots 83)$$

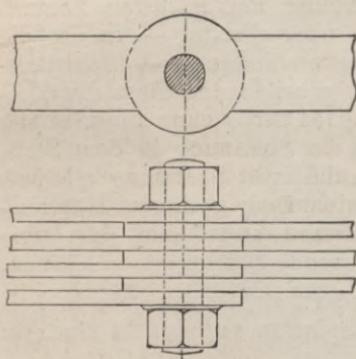
für die grösste Spannung in der Stossplatte

$$\mathfrak{A}' = \frac{1/2 P}{(b'-d)t'} \dots \dots \dots 84)$$

für die Schubspannung in den Bolzen

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{2n} \frac{P}{\frac{\pi}{4} d^2} \dots \dots \dots 85)$$

Fig. 46.



Aus letzterer Gleichung folgt in Vergleichung mit Formel 82), dass ein doppelschnittiger Bolzen zweimal so viel Kraft übertragen kann, als ein ebenso starker einschnittiger Bolzen. — Es gibt aber auch 3-, 4- und mehrschnittige Bolzen, welche ebenfalls verhältnissmässig grössere Kräfte übertragen können. So ist in Fig. 46. eine Verbindung von Kettengliedern dargestellt, wo der sechsschnittige Bolzen mit jedem Schnitte je nur $1/6$ der zu übertragenden Kraft aufzunehmen hat.

46. Die gestossenen Stäbe sind nicht blos von rechtwinkliger Querschnittform, sondern insbesondere kommen Winkel- Γ form Doppel- Γ form vor; ferner sind an einem Punkte oft mehrere Stäbe gleichzeitig gestossen. — In einem solchen Fall ist jedoch darauf zu achten, dass sämmtliche Bolzen und Stossplatten so vertheilt werden, dass sie durch die angreifende Kraft P je gleichförmig in Anspruch genommen sind. Nennen wir unter dieser Voraussetzung

P die zu übertragende Kraft,

w den durch die äussersten Bolzenlöcher verschwächten Querschnitt sämmtlicher an demselben Punkt gestossenen beliebig geformten Stäbe,

w' den Querschnitt sämmtlicher durch die dem Stosse zunächst befindlichen Bolzen verschwächten Stossplatten,

n die Anzahl der zu einer Seite des Stosses befindlichen Bolzenschnitte (wobei also doppelschnittige Bolzen doppelt zu zählen sind),

d den Durchmesser der gleich stark vorausgesetzten Bolzen,

so ist

grösste Spannung in den gestossenen Stäben

$$\mathfrak{A} = \frac{P}{w} \dots \dots \dots 86)$$

grösste Pressung in den Stossplatten

$$\mathfrak{A}' = \frac{P}{w'} \dots \dots \dots 87)$$

Schubspannung in den Bolzen

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{n} \frac{P}{\frac{\pi}{4} d^2} \dots \dots \dots 88)$$

Sind die Bolzen nicht gleich dick, so ist zu Bestimmung von \mathfrak{C} in Gleichung 88) für die Grösse $n \frac{\pi}{4} d^2$ der Gesamt-Querschnitt des zu einer Seite des Stosses befindlichen Bolzenschnitts w_n einzusetzen, wodurch man erhält

$$\mathfrak{C} = \frac{P}{w_n} \dots \dots \dots 88^a)$$

Wenn die Bolzen oder Stossplatten nicht gleichförmig in Anspruch genommen sind, so muss der Gesamt-Querschnitt in einzelne Abtheilungen zerlegt werden und müssen nach Umständen für jedes einzelne Glied die Gleichgewichtsbedingungen entwickelt werden. Häufig wird aber eine wiederholte Anwendung der Gleichungen 86)—88) zum Ziele führen.

47. Wenn ein Constructionsglied aus mehreren neben einander liegenden Stäben zusammengesetzt ist, so werden dieselben im Allgemeinen nicht an derselben Stelle gestossen sein; der Total-Querschnitt wird also durch den Stoss eines der verbundenen Stäbe zunächst nur eine theilweise Verschwächung erleiden; wenn jedoch der betrachtete Stoss richtig construirt ist (siehe den Schluss von N^o 44), so wird die Verschwächung des gestossenen Stabes durch Abzug der Bolzenlöcher vollständig berücksichtigt; dieselben Bolzen werden aber bei den meisten Constructionen auch durch die nicht gestossenen übrigen Stäbe hindurchgehen müssen, und vertheilt sich dann die Verschwächung auf den ganzen Querschnitt.

Ist die Ueberplattung eines Stosses ungenügend, so darf für den gestossenen Stab nur derjenige Querschnitt eingeführt werden, der der Stärke der Ueberplattung — Stossplatten- oder Bolzen-Querschnittsumme — entspricht, während für die übrigen nicht gestossenen Stäbe derjenige Querschnitt berechnet werden muss, welcher durch die dem Stosse zunächst liegenden Bolzen gelegt ist. — Ist gar keine Stossplatte vorhanden, so fällt der gestossene Stab in der Berechnung ganz aus und ist nur der durch die Bolzenlöcher verschwächte Querschnitt der übrigen Stäbe zu rechnen.

Letzterer Fall tritt bei den aus vielen einzelnen Stäben — Flacheisen und Winkeln zusammengesetzten Gurtungen häufig ein, weil die Anbringung der vielen Stossplatten sehr unbequem werden kann; werden jedoch bei zusammengesetzten Stäben Stossplatten angewendet, so darf man bei guten Constructionen annehmen, dass die Stossplatten nach Querschnitt und Bolzenanzahl genügend bemessen sind, und findet die in die Rechnung einzuführende Querschnittfläche des betrachteten zusammengesetzten Constructionsglieds dadurch, dass man von dem Gesamt-Querschnitt sämmtlicher Stäbe die in derselben Ebene befindlichen zahlreichsten Bolzenlöcher abzieht.

48. Bei vorstehenden Betrachtungen war vorausgesetzt, dass die zu verbindenden Stäbe durchweg gleiche Breite und Dicke haben, so dass eine Verschwächung der Stäbe durch die Bolzen nothwendig eintreten musste; diese Verschwächung kann aber dadurch vermieden werden, dass man die Stäbe an den zu verbindenden Enden erbreitet oder verdickt. — Vorstehende Fig. 46. (s. oben) zeigt eine derartige Anordnung, wie sie bei Kettenbrücken üblich ist, und hat man hiebei darauf zu sehen, dass nirgends eine Trennungsfläche möglich ist, welche kleiner als der Stab-Querschnitt wäre.

Anmerkung. Hr. Malberg empfiehlt nach besonders angestellten Versuchen die Metallbreite um das Bolzenloch mindestens $\frac{2}{3}$ der Stabbreite zu nehmen und am Stabende bis auf $\frac{5}{6}$ der Stabbreite zunehmen zu lassen.

49. Wenn die gestossenen Stäbe einem gemeinsamen Druck nach ihrer Längenrichtung zu widerstehen hätten, so würde bei der in Fig. 41—43. dargestellten Anordnung die Uebertragung der Kraft ganz in derselben Weise erfolgen, wie bei gezogenen Stäben; anders verhält es sich, wenn die Stäbe stumpf gestossen und mit Stossplatten verbunden sind; wenn nämlich die Enden genau auf einander passen, so kann die Kraft durch directen Druck ohne Vermittlung der Bolzen übertragen werden. Dieses genaue Anpassen wird aber in Folge von Mängeln in der Ausführung, sodann insbesondere in Folge von Temperaturänderungen nur unvollständig oder häufig gar nicht vorhanden sein; man wird also auch hier eine genügende Bolzenverbindung nicht missen können und wird dieselbe häufig in derselben Weise wie bei gezogenen Stäben anbringen; dies gilt namentlich von solchen Constructionen, wo ein Theil der Glieder abwechselungsweise auf Stoss und Druck in Anspruch genommen ist und wo somit eine beständige Aenderung des geometrischen Zusammenhangs vor sich geht. Wo man aber, wie bei ständig belasteten Säulen, auf einen unmittelbaren Contact der gedrückten Theile mit Sicherheit rechnen kann, da wird man die Verbindungsbolzen möglichst verringern, und eben damit die

Verschwächung des gestossenen Stabes auf ein Minimum zurückführen.

50. Sehr wichtig und von umfassender Anwendung sind im Brückenbau die Nietverbindungen; es sind deshalb auch sehr vollständige Untersuchungen über die Widerstandsfähigkeit derselben vorhanden.

Der Widerstand der Nietbolzen setzt sich aus der Abscheerungsfestigkeit derselben und der zwischen den verbundenen Stäben herrschenden Reibung zusammen; letztere wird bei warmer Nietung durch das bei der Erkaltung eintretende starke Zusammenziehen in sehr hohem Grade hervorgerufen; schon beim Baue der Britanniabrücke wurden directe Versuche über den numerischen Betrag dieser Reibung angestellt, indem man den Bolzen so viel Spielraum liess, dass das Verschieben der verbundenen Platten zunächst nur durch die Reibung verhindert werden konnte. — Man fand 1200—1300 Kilo per □Centimeter des Nietbolzen-Querschnitts als Reibungswiderstand, während die absolute Festigkeit des verwendeten Eisens 3776 Kilo per □Centimeter betrug.

Anderseits hat man gefunden, dass eine gewöhnliche, sorgfältig hergestellte warme Niete per Quadrateinheit incl. Reibung einen Widerstand zeigt, welcher der absoluten Festigkeit des verwendeten Eisens (im obigen Falle 3776 Kilo per □Cent.) gleichsteht; wie viel hievon auf Rechnung der Reibung kommt, ist schwer zu beurtheilen, doch wird anzunehmen sein, dass ein Theil der Reibung schon vor dem Momente des Bruchs überwunden war.

Ohne jedoch näher untersuchen zu müssen, in welcher Weise der Gesamtwiderstand sich aus der Reibung und der Abscheerungsfestigkeit zusammensetzt, genügt für uns die Thatsache, dass sorgfältig hergestellte warme Nietten per Quadrateinheit ihrer Querschnittfläche einen der absoluten Festigkeit gleichkommenden Widerstand gegen Abscheeren (incl. Reibung) zeigen. — Mit Rücksicht auf die in der Ausführung nicht zu vermeidenden Ungenauigkeiten haben einzelne Ingenieure nur $\frac{3}{4}$ oder $\frac{2}{3}$ der absoluten Festigkeit für den Niettenwiderstand angenommen; letzterer Werth erscheint aber bei guter Ausführung offenbar zu gering; wenn man ausserdem bedenkt, dass das Nieteisen gewöhnlich besserer Qualität ist, als das verbundene Walzeisen, so wird für sehr sorgfältige Ausführung*) der per Quadrateinheit berechnete Niettenwiderstand \mathcal{C} der absoluten Festigkeit \mathcal{A} der zu verbindenden Bleche gleich zu setzen sein; im Uebrigen aber muss es jedem

* Anmerkung. Unter sorgfältiger Ausführung verstehen wir, dass die Lächer der einzelnen Blechlagen genau auf einander passen, und die Nietten eine solche Dicke haben, dass sie in Folge des Stauchens das Loch ganz ausfüllen.

Constructeur überlassen sein, das Verhältniss $\frac{C}{\mathcal{N}}$ dem vorliegenden Falle anzupassen; dieses Verhältniss $\frac{C}{\mathcal{N}}$ dürfte zwischen $3/4$ und 1 variiren.

Einige Ingenieure halten die warme Nietung für unzuverlässig, annehmend dass die Nieten nach dem Erkalten trotz des Stauchens die Nietlöcher nicht mehr vollständig ausfüllen, und wenden kalt eingetriebene, genau abgedrehte (theilweise schwach konische) Nietbolzen an, von welchen ein vollkommen dichter Verschluss und ein ganz gleichmässiger Widerstand erwartet wird; anderseits ist aber die Reibung bei kalter Nietung entschieden geringer und wird auch hier die Summe beider Widerstände den Betrag der absoluten Festigkeit (oder theoretischen Abscherungsfestigkeit) nicht übersteigen, und indem auch hier Unvollkommenheiten in der Ausführung nicht zu vermeiden sind, so glauben wir, dass auch bei kalter Nietung im Allgemeinen kein grösserer Nietewiderstand gerechnet werden darf. — Die richtigste Anwendung findet die kalte Nietung wohl da, wo die warme Nietung anderer Umstände halber und insbesondere wegen zu grosser Dicke der zu verbindenden Stücke nur mangelhaft und ungenügend ausgeführt werden kann.

51. Die obigen allgemeinen Formeln 80)—88) finden auch für Nieterverbindungen unbedingte Anwendung und haben nur insoweit eine nähere Präcisirung erfahren, als wir für das Verhältniss $\frac{C}{\mathcal{N}}$ die Grenzen $3/4$ —1 in der vorhergehenden Nummer angegeben haben.

Bei der ungemein grossen Anzahl Nieten, welche bei den von gewalztem Schmiedeeisen hergestellten Constructionen angewendet werden, ist aber ein richtiges Verhältniss zwischen dem Durchmesser der Nieten und ihrer Zahl und Entfernung von grosser Wichtigkeit.

Denken wir uns den sehr einfachen Fall, dass die Nieten, wie in Fig. 47 dargestellt, nach der Längenrichtung der zu verbindenden Platten je direct hinter einander angebracht sind, so kann man sich, wie in den Formeln 80)—85) vorausgesetzt ist, die Platte in einzelne Längestreifen von der Breite b zerlegt denken; bezeichnet nun im Uebrigen

P die von einem Streifen zu übertragende Kraft,

t die Dicke des gestossenen Blechs,

n die Anzahl der hinter einander befindlichen Nieten,

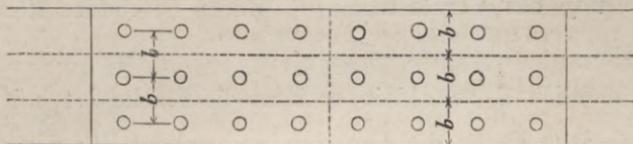
d den Durchmesser der Nieten,

so folgt für einseitige Stossplatten und somit einschnittige Nieten nach Gleichung 80) und 82)

Spannung im gestossenen Stab

$$\mathfrak{A} = \frac{P}{(b-d)t} \dots \dots \dots \text{I.}$$

Fig. 47.



Schubspannung in den Nietbolzen

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{n} \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4}} \dots \dots \dots \text{II.}$$

woraus durch Elimination von P folgt

$$(b-d)t = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}} n \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \dots \dots \dots 89)$$

und gibt diese Gleichung nach d aufgelöst

$$d = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}} \cdot \frac{2}{n\pi} \left\{ -t \pm \sqrt{\frac{n\pi b t}{\left(\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}}\right)} + t^2} \right\} \dots 90)$$

Dieselben Gleichungen 89) und 90) gelten für beiderseitige Stossplatten und somit doppelschnittige Niete, wenn man für n durchweg den Werth 2n einsetzt; somit ist für dieselben

$$(b-d)t = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}} 2n \frac{\pi}{4} d^2 \dots \dots \dots 89^a)$$

woraus

$$d = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}} \cdot \frac{1}{n\pi} \left\{ -t \pm \sqrt{\frac{2n\pi}{\left(\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}}\right)} b t + t^2} \right\} \dots 90^a)$$

Wenn man also ein bestimmtes Verhältniss $\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}}$ annimmt, so kann man nach den Gleichungen 89)–90^a) stets b, d oder t so bemessen, dass die gestossenen Platten und die Nietbolzen gleich in Anspruch genommen sind und ist bei Einhaltung der hiedurch bedingten Verhältnisse die grösste Materialersparniss möglich.

52. Wenn man in Gleichung 89) den Nietendurchmesser als gegeben betrachtet, so wird die Breite b desto grösser, je kleiner die Blechdicke t ist; je grösser aber b bei gegebenem Bolzendurch-

messer ist, desto mehr nähert sich der Bruch $\frac{b-d}{b}$ der Einheit, desto geringer ist die Verschwächung des Blechs. Abgesehen davon, dass die einzelnen Dimensionen durch die verschiedenartigsten Umstände bedingt sein können, ist die unbegrenzte Verringerung des Verhältnisses $\frac{t}{d}$ durch besondere Rücksichten verhindert.

Ist nämlich $\frac{t}{d}$ sehr klein, so kann die Fläche $d \cdot t$, mit welcher der Nietbolzen gegen die Lochwandung anliegt, für den zu übertragenden Druck zu gering sein; Hr. Ingenieur Gerber hat bei directen Versuchen den Widerstand der Fläche dt $2\frac{1}{2}$ mal bis $3\frac{3}{4}$ mal so gross gefunden, als die absolute Festigkeit desselben Materials beträgt; nimmt man den geringeren dieser Werthe an und setzt die Schubfestigkeit (Abscheerungsfestigkeit) der Bolzen gleich der absoluten Festigkeit des fraglichen Materials, so erhält man, vollständige Anstrengung des Bolzens vorausgesetzt:

für einschnittige Niete

$$2,5 dt > \frac{\pi d^2}{4}$$

für doppelschnittige Niete

$$2,5 dt > 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

..... 91)

Nach dieser Regel wäre bei doppelschnittigen Niete die zwischen den beiden Schnitten befindliche Blechdicke wenigstens 0,63 der Nietbolzendicke zu nehmen, es scheint diess aber mehr als ausreichende Blechdicken zu ergeben, wie auch Hr. Gerber nach Obigem theilweise eine höhere Widerstandskraft gefunden hat; jedenfalls ist darauf aufmerksam zu machen, dass bei Nietbolzen, deren Festigkeit nicht vollständig in Anspruch genommen ist, die Blechdicke entsprechend schwächer gehalten werden darf.

Dünnere Blechplatten haben den Vortheil, dass wenn mehrere Blechlagen nebst Stossplatten sich übereinander befinden, die Länge des Nietbolzens nicht zu gross wird; es soll die Länge des Nietbolzens zwischen den Köpfen nicht mehr als 15—18 Centim. betragen; Niete von grösserer Länge zerreißen häufig beim Erkalten und ist zu fürchten, dass eine Beschädigung auch dann eingetreten ist, wenn kein Bruch sichtbar ist; auch zeigt die Erfahrung, dass zu lange Niete sich nicht mehr gehörig stauchen und somit das Nietloch nicht ausfüllen. — Regel ist, den Niete wo möglich unter 10 C. und höchstens 15 C. Länge zwischen den Köpfen zu geben.

53. Wir wollen an dem Beispiele von zwei übereinander liegenden Blechplatten die Anwendung der vorstehenden Regeln

zeigen und zugleich die etwa anzuwendenden Stossverbindungen bezüglich ihrer Festigkeit vergleichen.

Die Bleche seien durch Nietreihen parallel ihrer Längenrichtung verbunden, so dass wir einen Streifen von der Breite der Nietendistanz als Maassstab der Berechnung herausnehmen können. Wir setzen

die Plattendicke $t = 1,5 C.$,

die seitliche Distanz der Nieten (Blechbreite) $b = 15 C.$,

die Zahl der hintereinander befindlichen Nieten $n = 3$,

endlich sei in den Formeln 89)–90^a) $\frac{C}{2l} = 1$.

Fall 1. Die beiden Blechplatten sind, wie in Fig. 48 gezeichnet, an demselben Punkte gestossen. — Die beiderseits ange-

Fig. 48.



brachten Stossplatten müssen je dieselbe Dicke t erhalten, wie die gleich breiten gestossenen Platten; die Nieten sind doppelschnittig, somit findet man als günstigsten Bolzendurchmesser nach Gleichung 90^a), indem die doppelte Plattendicke in die Formel eingesetzt werden muss,

$$d = \frac{2}{6\pi} \left\{ = 3 \pm \sqrt{6 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 15 + 3 \cdot 3} \right\}$$

$$d = 2,79 \text{ Cent.}$$

Die Verschwächung des Stabs beträgt $\frac{d}{b} = \frac{2,79}{15} = \frac{1}{5,37}$ und der in die Rechnung einzuführende verschwächte Querschnitt ist $\frac{b-d}{b} \omega = 0,814 \omega$, wenn der unverschwächte Querschnitt des Stabes mit ω bezeichnet wird.

Fall 2. Von den beiden Blechplatten sei, wie in Fig. 49. dargestellt, nur die eine gestossen und durch eine einseitige

Fig. 49.



Stossplatte von gleicher Dicke t ersetzt. — Die Nieten sind einschnittig und Formel 90) giebt als günstigen Bolzendurchmesser

$$d = \frac{2}{2\pi} \left\{ -1,5 \pm \sqrt{3\pi \cdot 1,5 \cdot 15 + 1,5^2} \right\} \text{ Cent.}$$

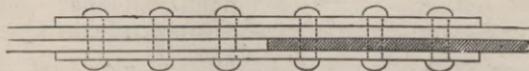
$$d = 2,79 \text{ C.}$$

wie in Fall 1., wie hätte zum Voraus angenommen werden dürfen, da die einschnittigen Niete des 2. Falls die Hälfte der doppelschnittigen Niete des 1. Falls auszuhalten haben. Die Verwächung der gestossenen Platte beträgt wie oben $\frac{1}{5,37}$; da dieselben Bolzen auch das nicht gestossene Blech durchdringen, so ist diese Verwächung für den ganzen Querschnitt der doppelten Blechlage zu nehmen.

Die von der gestossenen Platte ausgehende Kraft P wird aber erfahrungsgemäss nicht vollständig auf die Stossplatte übertragen, sondern ein Theil dieser Kraft geht in die nebenliegende nicht gestossene Platte über. — Directe Versuche beim Bau der Britanniabücke haben ergeben, dass unter bestimmten Verhältnissen die Hälfte der Kraft P in die Stossplatte, die andere Hälfte in die nicht gestossene Platte übergang, welche letztere am Stosse bis zu $\frac{3}{2}$ P auszuhalten hatte. Die Verwächung am Stosse ist deshalb eine wesentlich grössere, als vorhin berechnet wurde, und deutet diess darauf hin, dass man einseitige Stossplatten länger machen muss als beiderseitige, wonach die zahlreicheren Niete einerseits schwächer gehalten werden dürfen, andererseits die Vertheilung der Kraft auf Stossplatten und nicht gestossenes Blech gleichförmiger stattfindet, als in den vorerwähnten Versuchen bei der Britanniabücke.

Fall 3. Wie in Fig. 50. gezeichnet, sei nur ein Blech gestossen, aber mit beiderseitigen Stossplatten versehen. — Die

Fig. 50.



durchlaufende Platte ist durch dieselben Niete verwächt, wie die gestossenen Platten, und hat an jedem Bolzen dieselbe grösste Spannung zu erleiden, welche die gestossenen Platten an den äussersten Bolzen auszuhalten haben. Die Stossplatten und Niete dienen als Ersatz für die eine Plattenlage und haben die beiden Stossplatten je die halbe Dicke der gestossenen Platten. Der günstigste Nietbolzendurchmesser berechnet sich nach Gleichung 90^a) wie folgt:

$$d = \frac{2}{6\pi} \left\{ -1,5 \pm \sqrt{6\pi \cdot 1,5 \cdot 15 + 1,5^2} \right\} \text{ Cent.}$$

$$d = 2,03 \text{ C.}$$

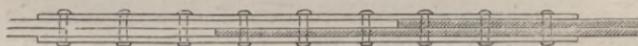
Die Verwächung des Stosses beträgt $\frac{2,03}{15} = \frac{1}{7,39}$ und der in

die Rechnung einzuführende Querschnitt ist $\frac{12,97}{15} = 0,865$ des ungeschwächten Querschnitts ω . — Wir machen hier darauf aufmerksam, dass es keineswegs genügt hätte, den Nietens-Querschnitt halb so gross zu machen, wie in den Fällen 1. und 2.; gerade weil die Verschwächung im Falle 3. geringer ist, als in den beiden ersten Fällen, so müssen auch die Nietens, welche dieselbe Kraft auszuhalten haben, verhältnissmässig stärker sein.

Wenn wir zunächst von dem Fall der einseitigen Stossplatte absehen, so ist der Verbrauch an Stossplatten und Nietengewicht in den Fällen 1 und 3 derselbe. Um hierin zu sparen, hat Stephenson beim Bau der Britanniabücke folgende Anordnung gewählt:

Fall 4. Wie aus Fig. 51. ersichtlich, wechseln die Stösse ab und sind beiderseits Stossplatten angebracht; die Stösse sind

Fig. 51.



sich aber so nahe gerückt, dass eine etwas längere Stossplatte je 2 Stösse überdeckt. — Die Stossplatten erhalten die halbe Blechstärke als Dicke und in einem Schnitt in der Mitte der Stossplatten haben Blechplatten und Stossplatten je $\frac{1}{4}$ der Kraft zu übertragen. — Die Verschwächung des Stosses ist dieselbe wie im Falle 3.; aber es ist gegenüber letzterem Falle nur $\frac{3}{4}$ des Gewichts an Nietens und Stossplatten notwendig, und zudem ist die Doppelblechlage auf eine grössere Länge von Deckplatten frei und zu Befestigung anderer Constructionsglieder geeigneter.

54. Wie aus der vorhergehenden Nummer des Näheren nachgewiesen, sind die Stossplatten, wenn thunlich, beiderseits anzubringen. Diess hat bei Querschnitten, welche aus vielen Stücken zusammengesetzt sind, Schwierigkeiten, zumal für die

Fig. 52.

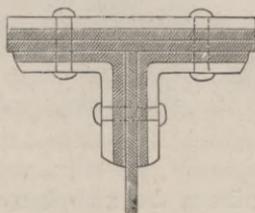
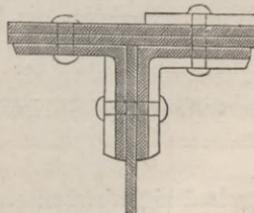


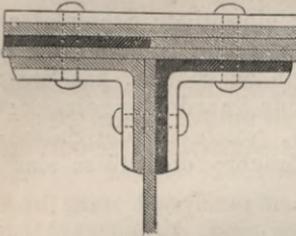
Fig. 53.



Stösse der Winkel; in bestehender Fig. 52. sind die beiderseitigen Stossplatten für den gleichzeitigen Stoss zweier Winkel und

in Fig. 53. für den Stoss eines Winkels eingezeichnet; letztere Anordnung wird ihrer Unregelmässigkeit wegen nicht gerne gewählt werden, während der gleichzeitige Stoss beider Winkel verhältnissmässig stärkere Niete erfordert (wie bei Fall 1. in No. 53.), wenn man nicht die in Fig. 51. gezeichnete Anordnung anwendet; nur selten wird man in der Lage sein, durch Zerlegung einer Kopfblechlage, wie in Fig. 54. angedeutet, beiderseitige Stossplatten in

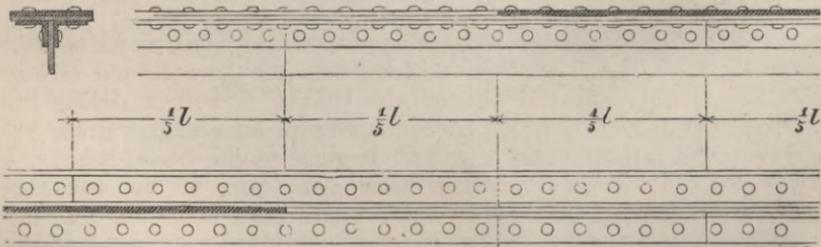
Fig. 54.



symmetrischer Weise anzuwenden und sich zugleich den Vortheil zu wahren, dass die doppelschnittigen Bolzen nur je eine Blechdicke zu ersetzen haben. — Letztere Anordnung zeigt auch schon ein Beispiel von dem Aufeinanderpacken von 6 Blechlagen, was bei stärkeren Blechen besondere Vorsicht in der Ausführung erheischt.

Zur Vereinfachung der Construction lässt man daher in vielen Fällen die Stossplatten ganz weg und lässt die einzelnen Blechlagen einander in der Weise überbinden, dass dieselben einander gegenseitig als Stossplatten dienen; selbstverständlich dürfen aber dann von m neben einander liegenden Stäben nur $m-1$ Stäbe als tragend gerechnet werden, und ist auch von diesen $m-1$ Stäben die Verschwächung durch die Nietlöcher noch in Abzug zu bringen. — Wenn eines der Glieder stärker ist als die andern, so müsste man gerade diesen stärkern Stab vom Gesamt-Querschnitt in Abzug bringen, wenn man nicht die Vorsicht gebraucht, diesen stärkern Stab an seinem Stosse wenigstens theilweise durch eine Stossplatte zu ergänzen. — Wenn man, wie in Fig. 55. angedeutet, mit den

Fig. 55.



Stössen regelmässig abwechselt, so müssen die zwischen 2 Stössen befindlichen Niete gerade ausreichen, einen der gestossenen Stäbe ersetzen; diese Niete sind blos als einschnittige zu rechnen; es hat diess hier weniger Nachtheil, da man meist

Raum genug hat, eine grössere Anzahl schwächerer Niete hinter einander anzubringen. — Ganz ähnlich mussten auch in Fig. 51. die mittleren 3 Niete der Stärke eines der gestossenen Bleche entsprechen, doch genügte im letztern Falle für die doppelschnittigen Niete zusammen die Hälfte des zu ersetzenden Blech-Querschnitts.

55. Wir stellen im Folgenden die für Stösse der Nietverbindungen gewonnenen Sätze übersichtlich zusammen:

- 1) Wenn ein Stoss mit einer Stossplatte bedeckt ist, welche selbst genügend stark und mit hinreichend vielen Niete versehen ist, so bestimmt sich die Verschwächung des Stosses dadurch, dass man in einem Schnitte zunächst dem Stossplattenrande die Nietelöcher vom Gesamt-Querschnitt in Abzug bringt.
- 2) Um zu untersuchen, ob die Stossplatten genügend stark und mit hinreichend vielen Niete versehen sind, dienen
 - für flache Bleche mit einschnittigen Niete: Gleichung 80)–82),
 - für ditto Bleche mit zweischnittigen Niete: Gleichung 83)–85),
 - für beliebige Querschnitte: Gleichung 86)–88).
- 3) Zur Bestimmung der günstigsten Materialanordnung für die Stösse flacher Blechplatten dienen die Gleichungen 89) und 90), beziehungsweise 89^a) und 90^a), und zwar bestimmt sich insbesondere der Nietendurchmesser nach Gleichung 90) und 90^a).
- 4) Wenn keine Stossplatten angewendet werden, so lässt man die einzelnen Stäbe sich gegenseitig überbinden und sind dann von m neben einander liegenden Stäben je nur $m-1$ als wirksam zu rechnen (s. Fig. 55), und zwar sind von den $m-1$ Stäben die in demselben Querschnitt zunächst dem Stosse befindlichen Nietelöcher gleichfalls in Abzug zu bringen.

56. Wenn mehrere Glieder an einem Knotenpunkte vereinigt sind, so ist darauf zu achten, dass die Anzahl und Grösse der Bolzen für jedes Glied nach der Stärke desselben richtig bemessen werden. — Treffen mehrere Bleche an einem Punkte zusammen, so erhalten sie gewöhnlich gemeinsame Stossplatten. — Fig. 56. stellt einen derartigen Stoss dar, wie er bei schmiedeisernen Bogenbrücken angewendet wird; man sieht oft eine ungewöhliche Nietenzahl auf einem Knotenpunkte vereinigt, indem die Gesamtzahl der Nietenschnitte (doppelschnittige Niete doppelt gerechnet) dem durch die Nietelöcher verschwächten Querschnitt sämtlicher am Knotenpunkte sich vereinigenden Glieder mindestens gleich sein muss.

Wenn ein Stab an einem anderen durchlaufenden Glied befestigt ist, wie diess z. B. bei Gitterstäben der Fall ist (s. Fig. 57), so muss die Nietenzahl dem anzuheftenden Stabe entsprechend

Fig. 56.

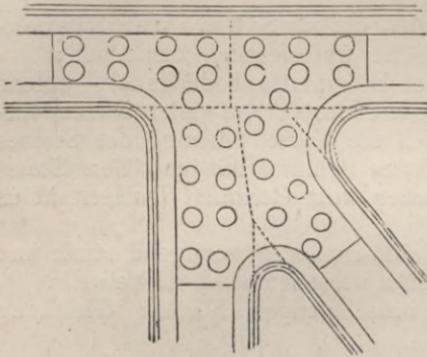
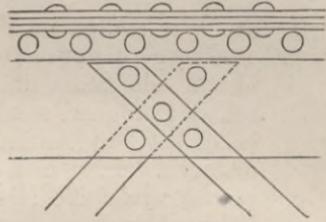
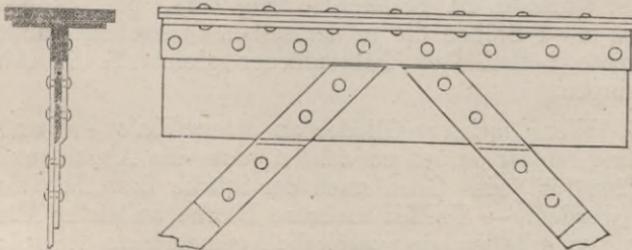


Fig. 57.



sein; sind z. B., wie diess meist der Fall ist, die Nieten nur einschneitig, so muss der Querschnitt der Nieten zusammen mindestens so gross sein, als der durch den oder die Nietbolzen verschwächte Stab, so dass man wo möglich mehrere Nieten hinter einander anbringt; einige Ingenieure haben auch bei Gitterstäben doppelschnittige Niete dadurch hergestellt, dass sie die Wandbleche mit besonderen Beilagen umfassten (s. Fig. 58.).

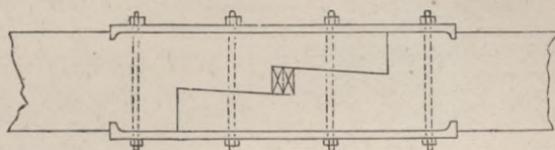
Fig. 58.



57. Stösse von Hölzern, welche auf Zug in Anspruch genommen sind, sind schwierig befriedigend herzustellen; wenn man die Verbindung blos mit Eisenplatten herstellen will, so wird nur ein verhältnissmässig kleiner Theil des Holz-Querschnitts von den Verbindungsbolzen oder der Deckplatte getroffen; man muss dann wohl immer auf die durch die Schraubenbolzen hervorgerufene

Reibung rechnen. Beiliegende Fig. 59. zeigt einen Stoss, wo das Ineinandergreifen des Holzes durch Deckplatten unterstützt wird;

Fig. 59.



es greifen die Ansätze der letzteren in das Holz ein, die schiefen Flächen der Holzenden stemmen sich gleichfalls der Bewegung entgegen und beide Widerstände werden durch die Bolzenreibung unterstützt.

Dritter Abschnitt.

Bestimmung der Vertikalkräfte und der Angriffsmomente.

§. 6. Frei aufliegender Träger.

58. Wenn ein Träger auf zwei Endpunkten frei aufliegt, so werden sämtliche Gewichte nach dem Hebelgesetz auf die beiden Auflager übertragen und können daher die Auflagerdrücke stets mathematisch genau bestimmt werden, sobald das Gesetz der Belastung bekannt ist.

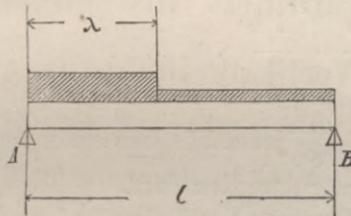
Das Eigengewicht einer Brücke oder eines Trägers dürfen wir auf die ganze Länge gleichmässig vertheilt annehmen, und bezeichnen wir dasselbe, auf die Längeneinheit reducirt, mit p . — Die über eine Brücke sich bewegende zufällige Last kann zwar auf ganz verschiedene Weise auf der Brücke vertheilt oder auch auf einzelnen Punkten derselben concentrirt sein; sobald aber mehrere Lastpunkte vorhanden sind, hauptsächlich aber wenn, wie bei grösseren Eisenbahnbrücken, die Axlasten in gegebenen Entfernungen einander folgen, combiniren sich deren Einwirkungen der Art, dass man einen grösseren oder kleineren Theil der Brücke als gleichmässig belastet annehmen darf, ohne einen merklichen Fehler zu begehen; eine nähere Untersuchung über die Grösse der für concentrirte Gewichte zu substituierenden per Längeneinheit berechneten gleichförmigen Last wird an seinem Orte ange stellt werden.

Diess vorausgesetzt, denken wir uns die Aenderung in der Belastung dadurch dargestellt, dass die per Längeneinheit berechnete Ueberlast k von einem Brückenende zum andern vorschreitet, so dass dieselbe schliesslich die ganze Brückenöffnung bedeckt. — In Folge dieser Annahme ist ein beliebiges Fragment der Brückenslänge, insoweit es ausser dem Eigengewicht noch eine Ueberlast zeigt, mit einem Gewichte von $p + k$ per Längeneinheit behaftet; diess ist zugleich die grösste per Längeneinheit anwachsende Total-

last $q = p + k$, welche auf die ganze Brückenlänge ausgedehnt, die grösste denkbare Belastung der Brücke darstellt. — Wir werden diese Art der Belastung im Allgemeinen den späteren Berechnungen zu Grunde legen und seltener concentrirte Lasten in Anwendung zu bringen haben.

59. Die Annahme der gleichförmigen Vertheilung von Eigengewicht und Ueberlast lässt eine Reihe wichtiger Eigenschaften der balkenförmigen Träger zur Anschauung kommen. — Die Weite einer Brückenöffnung AB sei mit l bezeichnet; ein Stück der

Fig. 60.



Brücke von der Länge λ sei mit $q = p + k$, der Rest blos mit dem Eigengewicht p belastet; da die Länge λ noch ganz willkürlich ist, so sind in diesem Falle alle in Betracht zu ziehenden Belastungen der Brücke inbegriffen. — Wir bestimmen zunächst die Auflagerdrücke A und B. Es ist nach dem Hebelgesetz, nach Gleichung 4) der Gleichgewichtsbedingungen

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{lp}{2} + \lambda k \frac{2l - \lambda}{2l} \\ B &= \frac{lp}{2} + \lambda k \frac{\lambda}{2l} \end{aligned} \right\} \dots \dots 91)$$

Erinnern wir uns nun, dass für einen Querschnitt x bezeichnet:

\mathfrak{B} die algebraische Summe der am Fragment thätigen äusseren Kräfte (die Vertikalkraft),

\mathfrak{M} das Moment derselben äusseren Kräfte in Beziehung auf den fraglichen Querschnitt x ,

so erhalten wir:

für das belastete zunächst A liegende Stück, Coordinatenursprung im Querschnitt x

$$\mathfrak{B} = A - (k + p) x \dots \dots 92)$$

$$\mathfrak{M} = Ax - (k + p) \frac{x^2}{2} \dots \dots 93)$$

für das unbelastete zunächst B gelegene Stück

$$\mathfrak{B} = A - \lambda k - px \dots \dots 94)$$

$$\mathfrak{M} = Ax - \lambda k \left(x - \frac{\lambda}{2} \right) - \frac{px^2}{2} \dots 95)$$

Für die gleichförmig vertheilte Maximallast geben die Gleichungen 91)—93) in folgende Form über:

$$A = B = \frac{ql}{2} \dots \dots \dots 91^a)$$

$$\mathfrak{B} = A - qx \dots \dots \dots 92^a)$$

$$\mathfrak{M} = Ax - \frac{qx^2}{2} \dots \dots \dots 93^a)$$

Letztere Gleichung nach Abscisse $x_1 = \frac{l}{2} - x$ ausgedrückt, gibt,

indem $x = \frac{l}{2} - x_1$ gesetzt wird

$$\mathfrak{M} = \frac{ql^2}{8} - \frac{qx_1^2}{2} \dots \dots \dots 93^b)$$

welch letztere Gleichung deshalb häufig angewendet wird, weil das constante Glied $\frac{ql^2}{8}$ jedenfalls berechnet werden muss, daher als bekannt angenommen werden darf.

Wenn man die einzelnen Vertikalkräfte \mathfrak{B} und Angriffsmomente \mathfrak{M} für hinreichend viele Werthe x aus den Gleichungen 92)—95) berechnet, die so gewonnenen \mathfrak{B} und \mathfrak{M} als Ordinaten der Abscissen x aufträgt, wenn man endlich die Endpunkte dieser Ordinaten durch eine stetige Linie verbindet, so erhält man 2 Kurven, welche für jeden denkbaren Werth von x die entsprechenden \mathfrak{B} und \mathfrak{M} durch Abgreifen mit dem Zirkel geben; die Fig. 62 stellt uns diese Kurven für eine bestimmte Länge λ der Ueberlast dar; die Kurve \mathfrak{B} besteht aus geraden Linien, deren Neigung gegen die Abscissenaxe proportional den Belastungen q und p ist; — die Kurve \mathfrak{M} setzt sich aus Parabelbögen zusammen, deren Axen vertikal stehen und deren Parameter denselben Belastungen q und p umgekehrt proportional sind. Diese Bemerkungen dienen uns, um die Kurven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} aufzutragen, wenn nur einige wenige Werthe nach den Gleichungen 92)—95) berechnet worden sind.

Die Gleichungen 92)—95) geben \mathfrak{B} und \mathfrak{M} nur für einen bestimmten Werth von λ ; um alle möglichen Belastungen zu berücksichtigen, sind die Umhüllungslinien sämtlicher Kurven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} zu bestimmen. — Es ist für jedes x dasjenige λ zu bestimmen, welches den grössten Werth von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} gibt. Um das Maximum von \mathfrak{B} zu bestimmen, setzen wir in Gleichung 94) für A seinen Werth aus Gleichung 91) ein und erhalten:

$$\mathfrak{B} = \frac{lp}{2} - \frac{\lambda^2 k}{2l} - px$$

Für ein und dasselbe x hat dieser Ausdruck einen desto kleineren positiven oder grösseren negativen Werth, je grösser x ist, vorausgesetzt, dass λ nicht grösser ist als x . Würde nun λ über x hinaus zunehmen, so würde \mathfrak{B} nicht mehr durch Gleichung 94),

sondern durch Gleichung 92) bestimmt sein, und aus dieser letztern Gleichung folgt, dass solange $\lambda > x$ stets der positive Werth von \mathfrak{B} im betrachteten Querschnitt grösser, der negative Werth aber kleiner ist, je grösser A , d. h. je grösser λ ist. — Wenn eine per Längeneinheit gleichförmig vertheilte Last k von A nach B vorrückt, so findet an jedem Punkte dann das positive Maximum oder das negative Minimum von \mathfrak{B} statt, wenn $\lambda = x$; hiedurch geht Gleichung 94) in die Form über:

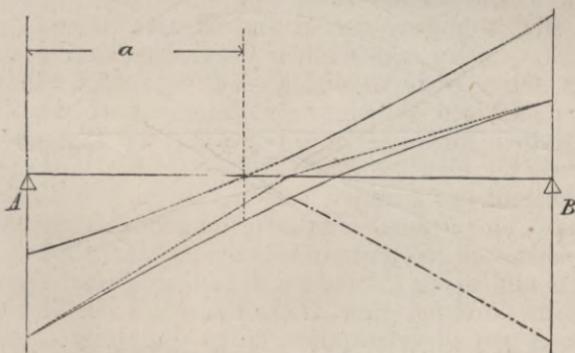
$$\max \mathfrak{B} = \frac{pl}{2} - \frac{kx^2}{2l} - px \dots \dots \dots 96)$$

was die Umhüllungskurve für das Minimum oder Maximum von \mathfrak{B} ist, wenn die Last von A nach B vorrückt; eine zweite symmetrische Kurve

$$\max \mathfrak{B} = \frac{pl}{2} - \frac{k(1-x)^2}{2l} - p(1-x) \dots \dots 96^a)$$

ist ebenso die Umhüllungslinie sämtlicher Maxima oder Minima von \mathfrak{B} , wenn die Last von B nach A sich bewegt. — In Fig. 61 sind diese beiden Kurven eingetragen; je der grössere dieser bei-

Fig. 61.



den Werthe gibt den absolut grössten Werth von \mathfrak{B} ; derselbe ist durch Gleichung 96) gegeben, wenn $x > \frac{1}{2}$, durch Gleichung 96^a),

wenn $x < \frac{1}{2}$.

Wir bemerken in Fig. 61, dass die beiden Kurvenzweige, welche die absolut grössten Werthe von \mathfrak{B} angeben (welche unterhalb der Abscissenaxe mittelst theilweiser Umklappung zusammengestellt sind), nahezu geradlinig sind; es wird also hinreichend sein, wenn ausser den grössten Werthen von A und B

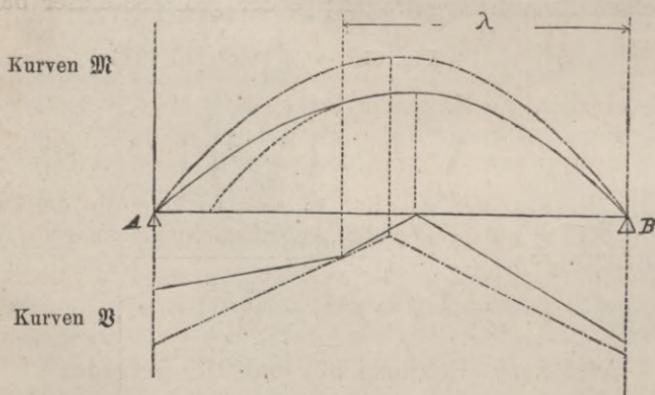
$$A = B = (p + k) \frac{1}{2}$$

auch noch der Werth $\max \mathfrak{B}_m$ für $x = \frac{1}{2}$ bekannt ist; dieser Werth findet sich aber aus Gleichung 96) und 96^a)

$$\max \mathfrak{B}_m = \frac{kl}{8}.$$

Die Umhüllungslineie sämmtlicher Kurven \mathfrak{M} ist diejenige Parabel, welche der gleichförmig vertheilten Maximallast q entspricht. Denn wir ersehen aus Gleichung 91), dass A und B Maxima sind für $\lambda = 1$; somit hat unter allen denkbaren Kurven \mathfrak{M} die der Maximallast entsprechende Parabel gemäss Gleichung 17) die grössten trigonometrischen Tangenten an den Auflagern; eine andere aus verschiedenen Parabelbögen zusammengesetzte Kurve kann daher die genannte Umhüllungslineie nicht überschreiten. — In Fig. 62. sind für eine beliebige Länge der Ueberlast, in der Figur mit λ bezeichnet, die Kurven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} eingetragen und

Fig. 62.



hieraus ersichtlich, wie solche ganz innerhalb der beschriebenen Umhüllungslineien sich befinden.

60. Die Maximalwerthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} , wie solche durch die vorbeschriebenen Umhüllungslineien für jeden Schnitt x erhalten werden, sind nur dann zur Bestimmung der Dimensionen genügend, wenn letztere blos durch \mathfrak{M} oder \mathfrak{B} bestimmt sind; ist dagegen irgend ein Constructionsglied gleichzeitig von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} abhängig, so müssen offenbar auch gleichzeitige Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} in Rechnung gezogen werden.

Die Umhüllungskurve \mathfrak{M} ist, wie in N^o. 59. nachgewiesen, nichts Anderes als die Kurve der gleichförmig vertheilten Maximallast q ; hierfür ist $A = \frac{ql}{2}$ und die einzelnen \mathfrak{B} finden sich nun sehr leicht nach Gleichung 92), d. h. die Kurve \mathfrak{B} besteht

für die Maximallast aus Geraden, welche die Abscissenaxe in der Entfernung $x = \frac{1}{2}$ schneiden.

Die grössten Werthe der Vertikalkraft \mathfrak{B} finden nach N^o. 59. für jeden Abstand x dann statt, wenn die Last bis zum Punkte x vorgerückt ist und sind diese grössten Werthe von \mathfrak{B} durch Gleichung 96), beziehungsweise 96^a) gegeben; da die Last von A oder B hereinrücken kann, so entstehen zwei Umhüllungslinien $\max \mathfrak{B}$, und sind entsprechend auch zwei Kurven \mathfrak{M} vorhanden, welche für jedes $\max \mathfrak{B}$ das zugehörige gleichzeitige Angriffsmoment \mathfrak{M} erkennen lassen.

Die Last gehe von A nach B, und sei bis zum Punkt x vorgerückt, so ist

$$\mathfrak{M} = Ax - (p + k) \frac{x^2}{2}$$

$$A = \frac{pl}{2} + kx \frac{2l - x}{2l}$$

woraus für die eine der beiden gesuchten Kurven folgt

$$\mathfrak{M} = \frac{pl}{2} x + \frac{k-p}{2} x^2 - \frac{k}{2l} x^3 \quad . \quad 97)$$

Diese Kurve erreicht ihr Maximum für

$$x = l \left\{ \frac{k-p}{3k} + \sqrt{\frac{p}{3k} + \left(\frac{k-p}{3k}\right)^2} \right\} \quad . \quad 98)$$

Wenn die Last von B nach A rückt, so sind die der Umhüllungskurve $\max \mathfrak{B}$ entsprechenden Angriffsmomente ausgedrückt durch die Gleichung

$$\mathfrak{M} = \frac{pl}{2} (1-x) + \left(\frac{k-p}{2}\right) (1-x)^2 - \frac{k}{2l} (1-x)^3 \quad . \quad 97^a)$$

Für $x = \frac{1}{2}$ wird nach Gleichung 97) und 97^a) gefunden

$$\mathfrak{M} = \left(\frac{p}{8} + \frac{k}{16}\right) l^2$$

61. In vielen Fällen ist es von Werth, den Punkt x zu kennen, wo \mathfrak{B} gleich Null wird; wenn die Brücke entweder gar nicht, oder auf ihre ganze Länge belastet ist, ist der Punkt $\mathfrak{B} = 0$ in der Brückenmitte; bei einseitiger Belastung rückt dieser Punkt gegen eines der Auflager vor; um zu bestimmen, wie viel sich hiebei $\mathfrak{B} = 0$ aus der Brückenmitte entfernen kann, benützen wir die Fig. 61, wo die äussersten Grenzen für sämtliche \mathfrak{B} durch die beiden Umhüllungslinien $\max \mathfrak{B}$ angegeben sind; befinden sich für ein bestimmtes x beide Werthe $\max \mathfrak{B}$ auf derselben Seite der Abscissenaxe, so kann für dieses x kein Werth von \mathfrak{B} gleich Null werden; dieses kann vielmehr nur dann stattfinden, wenn die beiderlei Werthe von $\max \mathfrak{B}$ zu verschiedenen Seiten der Abscissenaxe liegen, oder aber auch wenn einer derselben

auf der Abscissenaxe selbst sich befindet; es geht hieraus hervor, dass diejenigen Punkte, wo die beiden Umhüllungslinien $\max \mathfrak{B}$ die Abscissenaxe schneiden, zugleich die beiden äussersten Lagen des Punktes $\mathfrak{B} = 0$ sind; bezeichnen wir mit a die Abscisse eines dieser Schnittpunkte, so ist nach Gleichung 96) für $\mathfrak{B} = 0$

$$0 = \frac{pl}{2} - \frac{ka^2}{2l} - pa$$

woraus

$$a = \left\{ -\frac{p}{k} \pm \sqrt{\frac{p}{k} + \left(\frac{p}{k}\right)^2} \right. l \quad 99)$$

Anmerk. Hr. Schwedler findet dieselbe Relation auf einem etwas verschiedenen Wege (Berliner Zeitschrift für Bauwesen 1851); er stellt die Last dar, wie sie von A immer näher gegen die Brückenmitte rückt und dadurch den Punkt $\mathfrak{B} = 0$ immer mehr aus der Mitte gegen sich anzieht; diess geht so lange fort, bis die Last bis zum Punkt $\mathfrak{B} = 0$ vorgeschritten ist; würde nun die Last noch weiter vorrücken, so müsste $\mathfrak{B} = 0$ wiederum zurückweichen und so kommt man zu der Ueberzeugung, dass $\mathfrak{B} = 0$ dann am meisten aus der Mitte gerückt ist, wenn die zunächst A liegende Brückenseite bis zum Punkte $\mathfrak{B} = 0$ mit $p + k$, die andere Seite nur mit dem Eigengewicht p belastet ist. Hiedurch erhält man die beiden Gleichungen

$$A = a(p + k) \dots \dots \dots \text{I.}$$

$$A = k \frac{2l - a}{2l} + \frac{pl}{2} \dots \dots \text{II.}$$

woraus derselbe Werth für a folgt, den wir in Gleichung 99) gegeben haben.

62. Wir zeigen die Resultate der Formeln 91)—99) in einer graphischen Darstellung Tafel II. (am Schlusse des Buches), indem wir 6 verschiedene Verhältnisse $\frac{p}{k} = \frac{\text{Eigengewicht}}{\text{zufällige Last}}$ zu Grunde legen. — In dieser graphischen Darstellung sind die Umhüllungslinien $\max \mathfrak{M}$ und $\max \mathfrak{B}$, sowie die zugehörigen Werthe \mathfrak{B} und \mathfrak{M} enthalten.

Die Umhüllungslinie $\max \mathfrak{M}$ und die gleichzeitigen Werthe von \mathfrak{B} finden sich nach den Gleichungen 92^a) und 93^a); diese Kurven sind für alle Verhältnisse $\frac{p}{k}$ dieselben; die Kurve $\max \mathfrak{M}$ ist eine Parabel, deren Scheitel-Ordinate stets $= 0,125 ql^2$; die zugehörige Kurve \mathfrak{B} besteht aus 2 Geraden, welche in der Mitte der Abscissenaxe sich schneiden und deren Ordinaten an den Endauflagern bestimmt sind durch die Werthe $A = B = 0,5 ql$.

Die Umhüllungslinien $\max \mathfrak{B}$ sind bestimmt durch die Gleichung 96), beziehungsweise 96^a); die gleichzeitigen Werthe von \mathfrak{M} finden sich nach Gleichung 97) und 97^a); der Punkt, wo letztere Kurven ihr Maximum erreichen, ist durch Gleichung 98) gegeben.

Die Kurve $\max \mathfrak{M}$ und die gleichzeitige Kurve \mathfrak{B} kann aus den bekannten Eigenschaften der Parabel und der geraden Linie nach vorstehenden Andeutungen ohne Weiteres aufgezeichnet werden; die Kurve $\max \mathfrak{B}$ und die der gleichzeitigen \mathfrak{M} erforder-

dern für die verschiedenen Verhältnisse $\frac{p}{k}$ eine wiederholte Anwendung der Gleichungen 96)–99), deren Resultate für die fragliche Tafel II. in nachfolgender Tabelle XV. enthalten sind.

In den graphischen Darstellungen der Tafel II. sind die absolut grössten Werthe $\max \mathfrak{M}$ und $\max \mathfrak{B}$ sammt ihren gleichzeitigen Werthen \mathfrak{B} , beziehungsweise \mathfrak{M} eingetragen; jedes einzelne Constructionsglied wird im Allgemeinen entweder für $\max \mathfrak{M}$ oder für $\max \mathfrak{B}$ eine grössere Krafteinwirkung erleiden; es wäre zwar denkbar, dass 2 andere gleichzeitige, aber sonst beliebige Werthe \mathfrak{M} und \mathfrak{B} das fragliche Constructionsglied mehr in Anspruch nehmen; es lässt sich jedoch (wenn die Ueberlast per Längeneinheit gleichförmig vertheilt ist) im speziellen Falle nachweisen, dass diess nicht der Fall ist, und dass somit die gleichförmig vertheilte Maximallast (Kurve $\max \mathfrak{M}$) und die bis zum betrachteten Punkte ausgedehnte einseitige Belastung ($\max \mathfrak{B}$) zur Bestimmung der Dimensionen genügen; in welcher Weise aus zwei gegebenen gleichzeitigen Werthen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} die in irgend einem Constructionsglied wirkende Kraft gefunden wird, wird in den späteren Abschnitten dargelegt werden und dienen hiezu insbesondere die mehrfach erwähnten praktischen Formeln, in welchen stets die Grössen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} wieder erscheinen werden.

Tabelle XV.

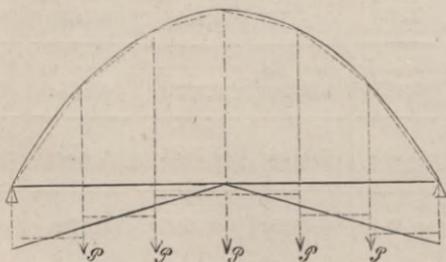
Abscissen.		$\frac{1}{4}l$	$\mathfrak{B} = 0$	$\frac{1}{2}l$		Max \mathfrak{M}		$\frac{3}{4}l$
$\frac{p}{q}$	$\frac{p}{k}$	\mathfrak{M} n. Gl. 97)	Absc. x n. Gl. 99)	$\mathfrak{B} = \frac{kl}{s}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\left(\frac{p}{s} + \frac{k}{16}\right)^2}$	Abs. x n. Gl. 98)	\mathfrak{M} Gl. 97)	\mathfrak{M} Gl. 97)
1	∞	$0,0950 \, q^{12}$	1	0	$0,125 \, q^{12}$	1	$0,1250 \, q^{12}$	$0,0950 \, q^{12}$
$\frac{3}{4}$	3	$0,0761 \, q^{12}$	1	$0,0312 \, q^1$	$0,1094 \, q^{12}$	1	$0,1099 \, q^{12}$	$0,0880 \, q^{12}$
$\frac{2}{3}$	2	0,0703	0,450	0,0416	1,1041	0,550	0,1052	0,0859
$\frac{1}{2}$	1	0,0586	0,414	0,0625	0,0937	0,572	0,0962	0,0820
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0,0469	0,365	0,0830	0,0833	0,608	0,0870	0,0780
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	0,0375	0,302	0,1000	0,0750	0,632	0,0820	0,0750
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	0,0312	0,250	0,1110	0,0694	0,647	0,0784	0,0729

Die Anwendung der graphischen Darstellung Tafel II. geschieht am einfachsten dadurch, dass man die Grössen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} mit dem Zirkel absticht; genauere Resultate erhält man, wenn man dieselben Figuren mit Hülfe der Tabelle XV., beziehungsweise der Gleichungen 97)–99), in einem grösseren Maasstabe aufträgt, wobei die Figuren der Tafel II. gleichsam als Vorlegeblätter dienen. — Endlich aber haben diese graphischen Darstellungen den Zweck, das Verständniss der vorstehenden und der folgenden Entwicklungen zu erleichtern und die Resultate der Formeln und der Rechnungen zur Anschauung zu bringen.

63. Es soll nun der Einfluss concentrirter Lasten untersucht und mit der gleichförmig vertheilten Ueberlast verglichen werden.

Wenn wir einen vorläufig als schwerlos gedachten Träger mit einzelnen an bestimmten Punkten angreifenden Gewichten belastet denken, so ist die Vertikalkraft zwischen den einzelnen Lastpunkten constant, was aus Gleichung 16) zunächst für ΣY und eben damit auch für \mathfrak{B} folgt; wenn so die Kurve \mathfrak{B} aus einzelnen horizontalen Geraden zusammengesetzt ist, so folgt nach Gleichung 18), dass die Kurve \mathfrak{M} ein Polygon ist, dessen Endpunkte durch die einzelnen Lastpunkte gegeben sind. — Wenn die einzelnen concentrirten Lasten P gleich gross und gleichmässig auf die Länge der Brücke vertheilt sind, so muss das Polygon \mathfrak{M} für jede Polygonseite d wenigstens einen Punkt mit einer Parabel gemein haben, welch letztere derselben stetig und gleichmässig vertheilten Belastung $\frac{P}{d}$ entsprechen würde (siehe Fig. 63.) —

Fig. 63.



Je mehr Knotenpunkte das Polygon zeigt, d. h. je näher die Angriffspunkte der Lasten beisammen liegen, desto mehr wird sich das Polygon der genannten Parabel anschliessen. — Diese Verhältnisse bleiben dieselben, wenn das gleichförmig vertheilte Eigengewicht mit in Rechnung gezogen wird, indem die betreffenden Momente sowohl bei dem Polygon als bei der Parabel einfach

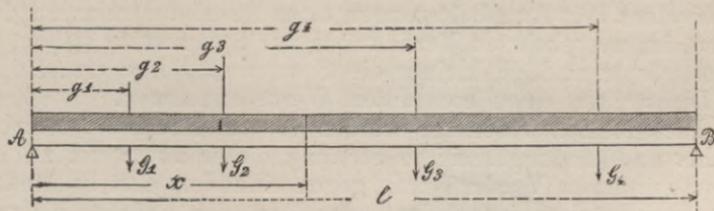
addirt werden, und gehen hiedurch die Polygonseiten in schwach gekrümmte Parabelbögen über.

Die dem Polygon entsprechende Kurve \mathfrak{B} besteht, wie schon bemerkt, aus einzelnen horizontalen Geraden (siehe Fig. 63); bei gleichförmiger Vertheilung der Lasten und Lastpunkte ist die Umhüllungslinie der treppenförmigen Kurve \mathfrak{B} eine Gerade, und entspricht deren Neigung der gleichmässig und stetig vertheilten Totlast; auch hier werden bei vermehrter Zahl der Lastpunkte die staffelförmigen Absätze abnehmen und den umhüllenden Geraden sich nähern; durch Berücksichtigung des Eigengewichts erhalten die einzelnen Staffeln eine Neigung gegen die Abscissenaxe, deren trigonometrische Tangente dem Eigengewicht des Trägers proportional ist.

Wenn die einzelnen Lasten beliebig gross und beliebig vertheilt sind, so werden auch die Umhüllungslinien \mathfrak{M} und \mathfrak{B} beliebige Gestalt annehmen; wenn aber, wie bei einem Eisenbahntrain, die Lasten in bestimmten, nicht zu grossen Zwischenräumen auf einander folgen, so wird das Polygon \mathfrak{M} sich einer stetigen Kurve nähern und zwar der Parabel der gleichförmig vertheilten Maximallast, falls die ganze Brücke mit schweren Fahrzeugen bedeckt ist, die Kurven der grössten einseitigen Belastung dann, wenn die Fahrzeuge nur auf einer Brückenhälfte aufgestellt sind; man wird solche Stellungen der Fahrzeuge aufzusuchen haben, welche das grösste $\max \mathfrak{M}$, beziehungsweise (für einseitige Belastung) die grössten Werthe für $\max \mathfrak{B}$ ergeben.

Um in jedem gegebenen Falle die Berechnung der \mathfrak{M} und \mathfrak{B} für concentrirte Lasten anstellen zu können, werden die folgenden allgemeinen Formeln entwickelt.

Fig. 64.



Eine Brückenöffnung AB sei ausser dem gleichförmig vertheilten Gewicht p noch mit einer Reihe concentrirter Lasten G_1, G_2, G_3, G_4 in den Abständen g_1, g_2, g_3, g_4 behaftet; es müssen auch hier wiederum zunächst die Auflagerdrücke A und B bestimmt werden; die Weite der Brückenöffnung sei mit l bezeichnet, so finden wir durch wiederholte Anwendung des Hebelgesetzes (Gleichung 4)

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{pl}{2} + \frac{(1-g_1)G_1 + (1-g_2)G_2 + (1-g_3)G_3 + (1-g_4)G_4}{1} \\ B &= \frac{pl}{2} + \frac{g_1G_1 + g_2G_2 + g_3G_3 + g_4G_4}{1} \end{aligned} \right\} 100)$$

für einen beliebigen Schnitt x bestimmen sich M und B mit entsprechender Berücksichtigung der Fig. 59. wie folgt:

$$B = A - px - G_1 - G_2 \dots \dots \dots 101)$$

$$M = Ax - \frac{px^2}{2} - G_1(x - g_1) - G_2(x - g_2) \dots \dots \dots 102)$$

Die Werthe M und B , welche aus den Gleichungen 101) und 102) erhalten werden, können nunmehr den aus Gleichung 92)—95) für gleichförmige Lasten erhaltenen Werthen gegenübergestellt und mit denselben bezüglich ihrer numerischen Grösse verglichen werden.

§. 7. Belastungen und Eigengewichte frei aufliegender Träger.

64. Bei Eisenbahnbrücken ist man gewöhnt, falls die Spannweite ansehnlich ist, eine gleichförmig vertheilte Ueberlast in Rechnung zu nehmen; während aber früher 1 ton per laufenden Fuss englisch oder 3333 K. per Meter ausreichend war, so ist in Folge des grösseren Gewichts der Locomotiven und Waggons später (z. B. bei der 1856 erbauten Brücke von Langon) per Meter meist 4000 Kilo angenommen worden, was schon einer sehr ansehnlichen Verkehrslast entspricht.

Wenn man aber dieselbe gleichförmige Ueberlast k auf Brücken kleinerer Spannweiten anwenden wollte, so würde man wesentlich kleinere Angriffsmomente erhalten, als die ungünstigste Stellung einer schweren Locomotive nach Gleichung 100)—102) ergeben würde und aus der weiteren Verfolgung dieser Betrachtung erhellt, dass diejenigen gleichförmigen Ueberlasten k , welche als Aequivalent der Axenbelastungen eines Eisenbahntrains zu dienen haben, im umgekehrten Verhältnisse zur Spannweite stehen, d. h. desto grösser sind, je kleiner die Spannweite, und erst bei grossen Lichtweiten einen constanten Werth annehmen.

Die grössten Güterzüge werden von höchstens 3 Locomotiven geführt und die ungünstigste Stellung dieser ist, wenn zwei derselben mit ihren Vordertheilen gegen einander gestellt sind; bei grösseren Brücken ist alsdann der Rest der Brücke mit vollbelasteten Güterwagen bedeckt anzunehmen.

Um an einem bestimmten Beispiel zu zeigen, mit welchem Grade von Genauigkeit für einen Eisenbahntrain eine gleichförmig vertheilte Ueberlast k substituirt werden darf, ist die Rechnung für das aus Tafel III. ersichtliche Beispiel durchgeführt und durch die graphischen Darstellungen genannter Tafel erläutert. — Die 3 Locomotivaxen haben je 2 M. Distanz und 12 tons Belastung; die Tender je 1,5 M. Axendistanz und je 6 tons Axenbelastung; die hintere Loco-

motivaxe und die vordere Tenderaxe sind 3 M. von einander entfernt; die Puffer ragen 2 M. über die vordern Locomotivaxen und 1,5 M. über die hintern Tenderaxen vor, so dass die ganze Länge für Locomotive sammt Tender 13,5 M. beträgt, was bei einem Gesamtgewicht von 54 tons eine Belastung von 4000 K. per lauf. M. Geleise giebt.

Die Güterwagen werden zu 6 M. Länge von Puffer zu Puffer angenommen; ihre Axen sind je 3 M. entfernt und je mit 9 tons belastet; diese Wagen haben also per laufenden Meter 3000 K. Gewicht.

Wir haben in der graphischen Darstellung Tafel III. die einzelnen \mathfrak{B} und \mathfrak{M} nach Gleichung 101) und 102) für eine Reihe einzelner Spannweiten berechnet und aufgetragen und zwar je für die 2 in Aussicht genommenen Fälle, welche der Maximallast und der grössten einseitigen Belastung entsprechen; in dieselben Figuren sind auch diejenigen Parabeln eingetragen, welche der gleichförmigen und stetigen Belastung der ganzen und halben Brückenöffnung entsprechend die nach Gleichung 102) berechneten Polygonkurven zu ersetzen haben; dergleichen die zugehörigen Geraden \mathfrak{B} . — Beispielsweise ist in der folgenden Tabelle XVI. für die Spannweite von 15 Metern das durch die Gleichungen 100)–102) gewonnene Rechnungsergebnis zusammengestellt.

Tabelle XVI.

Spannweite 15 Meter. Eigengewicht 1075 K. p. M.

Abscissen in Metern:		0	0,5	1,0	2,5	3,5	5,5	5,95	7,5	9,5	11,5	12,5	13,5	15,0
I. Belastung durch das Eigengewicht.	\mathfrak{B}	8,05							0					8,05
	\mathfrak{M}	0			16,8	21,6	28,0		30,2	28,0	21,6	16,8		0
II. Eine Locomotive mit ihrem Mittelrad in der Mitte, an die Vorderseite einer 2. Locomotive gekuppelt.	\mathfrak{B}	37,9		36,8	29,2		20,0		5,85	8,3			24,6	38,2
	\mathfrak{M}	0		30,8	23,2		8,0		6,15	20,3			36,6	0
III. Eine Locomotive mit ihrem Vorderrad bis zur Brückenmitte vorgeückt.	\mathfrak{B}	36,65	36,1			26,9	12,75		1,4					21,45
	\mathfrak{M}	0	30,1			14,9	0,75		13,4					0
IV. Gleichförmig vertheilte Maximallast von 5730 Kilo per Meter.	\mathfrak{B}	43,0							0					43,0
	\mathfrak{M}	0		40,0	90,0		149,5		161,0	149,5		90,0	57,9	0
V. Die Brücke einerseits mit 7235 K. p. M., andererseits mit dem Eigengewicht belastet.	\mathfrak{B}	42,7						0	11,55					19,6
	\mathfrak{M}	0				95,4		128,0	117,0		62,2			0

In dieser Tabelle ist \mathfrak{B} in tons à 1000 Kilo, \mathfrak{M} in tons und Metern ausgedrückt.

Aehnliche Tabellen haben wir für die Spannweite n von 7, 10, 15, 20, 30, 40, 60 und 100 Meter berechnet. Das Resultat der fünf ersteren ist in den graphischen Darstellungen Tafel III. gegeben.

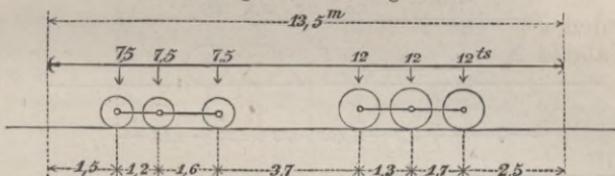
Eine nähere Untersuchung dieser graphischen Darstellungen (Tafel III.) zeigt, dass bei der zu Grunde gelegten Verkehrsbelastung sowohl für die Maximallast, als für die einseitige Belastung eine gleichförmig vertheilte Last q , beziehungsweise q' existirt, welche sehr annähernd dieselben Angriffsmomente \mathfrak{M} oder Vertikalkräfte \mathfrak{B} hervorrufen würde; die diesen Werthen von q und q' entsprechenden Parabeln und Geraden sind nämlich in den graphischen Darstellungen der Tafel III. gleichfalls eingetragen, auf Grund der Berechnungen, welche wie in Tabelle XVI. für jede der oben angeführten 8 Spannweiten von uns durchgeführt worden ist. Die Resultate dieser Berechnungen sind in folgender Tabelle XVII. zusammengestellt.

Tabelle XVII.

Spannweite		7 M.	10 M.	15 M.	20 M.	30 M.	40 M.	60 M.	100 M.
Eigengewicht der Brücke per Meter = p		800 K.	900 K.	1075 K.	1250 K.	1600 K.	1950 K.	2650 K.	4050 K.
Maximalbelastung der ganzen Brücke	gleichförmig vertheilte variable Last = k	6200	5440	4655	4440	4240	4050	3950	3700
	gleichförmig vertheilte Maximallast $q = p + k$	7000	6340	5730	5690	5840	6000	6600	7750
	Verhältniss: $\frac{p}{q}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5,3}$	$\frac{1}{4,5}$	$\frac{1}{3,6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2,5}$	$\frac{1}{1,9}$
Maximalbelastung der einen Brückenhälfte	gleichförmig vertheilte variable Last = k'	8800	7200	6160	5600	5200	5050	4650	3900
	gleichförmig vertheilte Maximallast $q' = p + k'$	9600	8100	7235	6850	6800	7000	7300	7950
	Verhältniss: $\frac{p}{q'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6,7}$	$\frac{1}{5,5}$	$\frac{1}{4,25}$	$\frac{1}{3,6}$	$\frac{1}{2,75}$	$\frac{1}{2}$

Der Radstand von 2 M., welcher der Tabelle XVII. zu Grunde liegt, ist wesentlich grösser als derjenige, welcher neuerdings bei schweren Maschinen in coupirtem Terrain angenommen wird. — Ein sehr geeignetes Beispiel bietet die württembergische Güterzugmaschine, welche daselbst seit etwa 4 Jahren in Anwendung ist und sich in jeder Beziehung sehr gut bewährt hat; die Axendistanzen und Belastungen dieser Maschine sind aus der folgenden Tabelle begedruckten Skizze ersichtlich. Die Tabelle XVII^a. selbst ist auf dieselbe Weise berechnet, wie Tabelle XVII., die Werthe k und k_1 sind aber bei den kleineren Spannweiten wesentlich grösser, als in letztgenannter Tabelle. — Die Eigengewichte der Brücken sind in Tabelle XVII^a. etwas höher gegriffen, während die bei den grössten Spannweiten hinzugerechneten Güterwagen dieselben sind wie in Tafel III. verzeichnet.

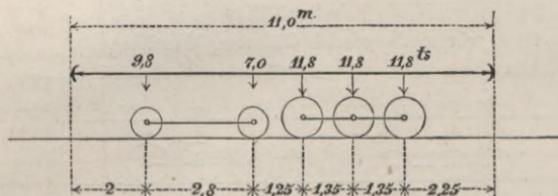
Tabelle XVII^a
württembergische Güterzug-Maschine.



Spannweite		7 M.	10 M.	15 M.	20 M.	30 M.	40 M.	60 M.	100 M.
Eigengewicht der Brücke per Meter = p		1000	1100	1275	1450	1800	2150	2850	4250
Maximalbelastung der ganzen Brücke	gleichförmig vertheilte variable Last = k	7350	5760	4730	4660	4455	4410	4090	3700
	gleichförmig vertheilte Maximallast q = p + k	8350	6860	6110	6050	6255	6560	6850	7950
	Verhältniss: $\frac{p}{q}$	$\frac{1}{8,3}$	$\frac{1}{6,2}$	$\frac{1}{4,7}$	$\frac{1}{4,2}$	$\frac{1}{3,5}$	$\frac{1}{3,0}$	$\frac{1}{2,4}$	$\frac{1}{1,9}$
Maximalbelastung der einen Brückenhälfte	gleichförmig vertheilte variable Last k'	11500	9000	7500	6600	5800	5400	5000	4700
	gleichförmig vertheilte Maximallast q' = p + k'	12500	10100	8775	8050	7600	7550	7850	8950
	Verhältniss: $\frac{p}{q'}$	$\frac{1}{12,5}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5,5}$	$\frac{1}{4,2}$	$\frac{1}{3,5}$	$\frac{1}{2,75}$	$\frac{1}{2,1}$

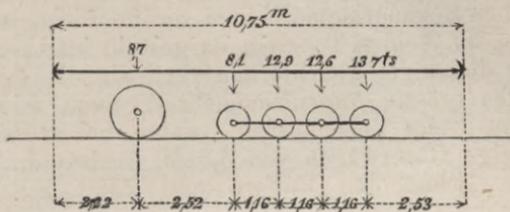
Herr Oberingenieur H. Schmidt bei der österreichischen Staatseisenbahngesellschaft hat in der Förster'schen Bauzeitung die grössten Verkehrsbelastungen für Engerth'sche Tendermaschinen und dergleichen Semmeringmaschinen veröffentlicht, wie solche in den nachfolgenden beiden Tabellen dargestellt sind; es sind nämlich auch hier diejenigen gleichförmig vertheilten Lasten berechnet, welche dasselbe grösste Angriffsmoment ergeben, wie die ungünstigste Stellung dreier Locomotiven, wobei bei grösseren Spannweiten zweiaxige Güterwagen von 3,5 M. Radstand, 7,25 M. Gesamtlänge zwischen den Puffern und 7800 K. Axbelastung weiterhin gerechnet sind.

Tabelle XVIIb
Tendermaschine Engerth.



Spannweite	Grösste zufällige Last k per Meter Geleise	Spannweite	Grösste zufällige Last k per Meter Geleise	Spannweite	Grösste zufällige Last k per Meter Geleise
1	23520	24	5170	90	3430
2	11760	27	5110	100	3250
3	9410	30	5060	110	3100
4	9700	33	4990	120	2970
5	9030	36	4880	130	2850
6	8540	40	4680	140	2740
8	7450	45	4580	150	2650
10	6770	50	4430	160	2570
12	6010	55	4250	170	2490
15	5470	60	4100	180	2420
18	5460	70	3830	190	2360
21	5300	80	3610	200	2310

Tabelle XVIIc.
Semmeringmaschine Engerth.



Spannweite in Met.	Grösste zufällige Last k per Meter Geleise	Spannweite in Met.	Grösste zufällige Last k per Meter Geleise	Spannweite in Met.	Grösste zufällige Last k per Meter Geleise
1	27440	15	6160	45	5000
2	13720	18	6090	50	4830
3	12970	21	5940	60	4380
4	11900	24	5760	70	4110
5	10970	27	5720	80	3870
6	10260	30	5670	90	3660
8	8730	33	5590	100	3470
10	7690	36	5440		
12	6890	40	5230		

Die Tabellen XVII^b. und XVII^c. enthalten nur die Werthe k; es können die Werthe k' dadurch bestimmt werden, dass das Verhältniss $\frac{k}{k'}$ aus den Tabellen XVII. und XVII^a. entnommen wird.

65. Bezüglich des Eigengewichts der Brücken finden wir, dass die in Tabelle XVII^a. angenommenen Gewichte der Relation entsprechen

$$p = 35 l + 750 \dots \dots \dots 103)$$

wo p in Kilogrammen, die Spannweite l in Metern ausgedrückt ist. — Es ist klar, dass die Coefficienten 35 und 750 nur Mittelwerthe sind, und dass der jeweilige genaue Werth von der Constructionart abhängig sein muss; es ist aber durch Vergleichung vieler Brückenconstructions constatirt, dass die Coefficienten für

ein und dieselbe Constructionsweise constante Werthe haben; bezeichnen wir für eine bestimmte Anordnung diese Coefficienten mit C, beziehungsweise F, so ist somit allgemein

$$p = C.l + F \dots\dots\dots 103^a)$$

Der Coefficient F darf als das auf die Längeneinheit reduzierte Gewicht der Fahrbahn (samt Querträger, Schwellenträger) angesehen werden, während C.l das auf die Längeneinheit reduzierte Gewicht der Hauptträger bezeichnet. —

Herr Baurath W. Schwedler hat in einem Referate, welches er für den Verein deutscher Eisenbahnen ausgearbeitet hat, folgende Angaben über das durchschnittliche Eisengewicht einer sehr grossen Anzahl ausgeführter Eisenbahnbrücken gemacht, welche hier nach Metern und Kilogrammen ausgedrückt sind:

für Brücken leichtester Construction von 10—60 Metres Spannweite

$$p' = 375 + 25.l \dots\dots\dots I.$$

für Brücken von 10—100 Metres Spannweite für Ueberschläge

$$p' = 400 + 30.l \dots\dots\dots II.$$

Diese Zahlen begreifen blos die Eisenconstruction ohne Schienen, Schwellen und Bedielung, welcher letztere Theil der Fahrbahn mit 3—400 Kilo per laufenden Meter in Rechnung kommt. Ebendasselbst ist weiterhin für das in die statische Berechnung einzuführende Eigengewicht der Brücken angegeben:

$$p = 800 + 30.l \dots\dots\dots III.$$

was mit obiger Angabe (II.) stimmt, wenn man zu letzterem das Gewicht der Schienen, Schwellen und der Bedielung addirt.

Diese letztere Angabe (III.) giebt für das Eisengewicht p der Brücke bis zu 40 M. Spannweite nahezu dieselben Werthe, welche in unserer Tabelle XVII^a. angenommen sind. — Es ist aber in vorstehender Gleichung III. das constante Fahrbahngewicht deshalb grösser erhalten, weil daselbst zweite Querverbindungen, Windkreuze und Eck-Absteifungen zu dem Fahrbahngewicht gerechnet sind, während wir diese von der Spannweite abhängigen Glieder dem Gewicht der Hauptträgerconstruction beizählen.

Herr Schwedler hat in einer neueren Abhandlung über die Elbbrücke bei Meissen das Eisengewicht letzterer Brücke folgendermassen angegeben:

für die Oeffnungen von 54,6 M. Spannweite

$$p' = 360 + 24.l \dots\dots\dots IV.$$

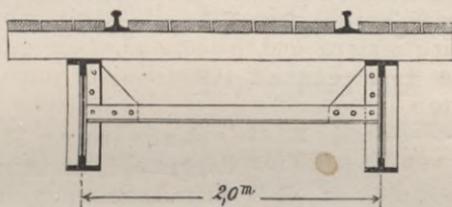
für die Oeffnungen von 21,6 M. Spannweite

$$p' = 200 + 24.l \dots\dots\dots V.$$

Obgleich nun bei dieser Brücke für die zwei verschiedenen Spannweiten nahezu dieselbe Hauptträgerdistanz und ganz ähnliche Fahrbahnconstruction angewendet sind, ist doch das Eisengewicht der Fahrbahn in den Gleichungen IV. und V. sehr verschieden angegeben, was eben darin seinen Grund hat, dass bei der grösseren Spannweite eine obere Querverbindung nothwendig war und

überhaupt die Diagonalen stärker construirt werden mussten; dadurch, dass letztere Theile zum Fahrbahngewicht addirt werden, verliert letzteres die Eigenschaft einer constanten Grösse, wesshalb wir die in Gleichung 103) gegebene Relation, welche ein grösseres Trägergewicht und dagegen ein kleineres Fahrbahngewicht annimmt, vorziehen. — Die Coefficienten F der Gleichung 103^a), d. h. die Gewichte der Fahrbahn sind nachstehend für einzelne Grundtypen gegeben, indem eine möglichst gleichartige Detailanordnung angenommen wurde.

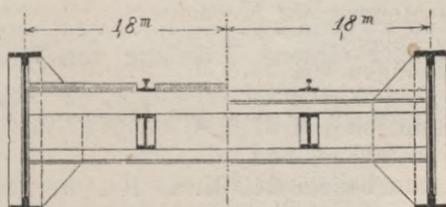
Fig. 66.



Anordnung 1. Wie in beistehender Fig. 66 skizzirt ist, ruhen die beiden Schienenstränge mittelst gewöhnlichen Querschwellen auf den Hauptträgern unmittelbar auf; die Entfernung der Querschwellen betrage 0,9 M. — Das Gewicht der Fahrbahn (ohne die Horizontalverbindungen) beträgt per laufenden Meter:

2 Fahrschienen per laufenden Meter, incl. Befestigungsmitteln je 40 Kilo wiegend	80 Kilo
$\frac{1,0}{0,9}$ Querschwellen je 2,5 M. lang $^{24}_{15}$ C. stark per Stück 67,5 Kilo wiegend	75 "
2,2 Quadratmeter eichene Bedielung von 7 C. Dicke	115 "
Hiezu für Platten, Schrauben etc.	15 "
	<hr/>
	275 Kilo.

Fig. 67.



Anordnung 2. Die in Fig. 67 dargestellte Anordnung ist immer möglich, wenn die Schienenoberkante nicht mehr als 0,75 M. unterhalb der Oberkante der Hauptträger liegt; die Schienen ruhen

mittelst Querschwellen auf besondern Zwischenträgern, sog. Schwellenträgern auf, letztere auf Querträgern, welche in Entfernungen von 1,8 M. gedacht sind; die Fahrbahn (ohne Diagonalverbindungen) wiegt per laufenden Meter:

2 Fahrschienen à 40 Kilo 80 Kilo

$\frac{1,0}{0,9}$ Querschwellen je 2,5 M. lang $^{24}_{15}$ C. stark, je

67 Kilo wiegend 75 "

2,2 Quadratmeter eichene Bedielung von 7 C. Dicke 115 "

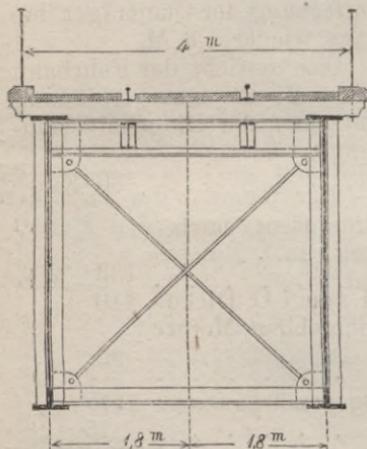
2 Schwellenträger je 45 Kilo per laufenden Meter wiegend 90 "

$\frac{1,0}{1,8}$ Querträger je circa 340 Kilo wiegend 190 "

550 Kilo,

worunter 280 Kilo Eisengewicht.

Fig. 68.



Anordnung 3. Wie in Fig. 68. dargestellt, so kann bei sonst gleicher Anordnung ein Seitengeländer nothwendig werden, wodurch das Gewicht der Fahrbahn sich erhöht; die durch die Höhe der Hauptträger bedingte 2. Querverbindung bleibt bei der folgenden Gewichtberechnung ausser Betracht, da diese Constructionstheile von der Trägerhöhe abhängig und somit veränderlich sind.

Indem im Uebrigen die Entfernung der Querträger mit 1,8 M. beibehalten wird, berechnet sich das Gewicht der Fahrbahn per laufenden Meter:

2 Fahrschienen à 40 Kilo 80 Kilo

$\frac{1,0}{0,9}$ Querschwellen, je 4,5 M. lang, $^{24}_{15}$ C. stark,

je 120 Kilo wiegend 133 "

4,0 Quadratmeter eichene Bedielung von 7 Cent. Dicke 210 "

2 Schwellenträger je 45 Kilo per laufenden Meter wiegend 90 "

$\frac{1,0}{1,8}$ Querträger zu circa 340 K. 192 "

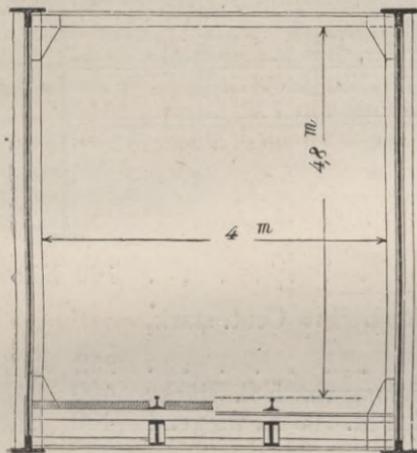
Das Geländer mag per laufenden Meter je 35 Kilo, somit beiderseitig zusammen wiegen 70 "

775 Kilo,

worunter 352 Kilo Eisengewicht.

Anordnung 4. Wenn die Schienenoberkante mehr als 1,2 M. unterhalb der Trägeroberkante liegt, so muss die lichte

Fig. 69.



Weite zwischen den Hauptträgern 4,0 M. betragen; in Fig. 69. ist ein Fall dargestellt, wo die Fahrbahn möglichst tief gelegt ist und wegen der grossen Trägerhöhe oberhalb eine 2. Querverbindung angebracht ist. — Die lichte Entfernung von der Schienenoberkante zur obern Querverbindung soll wenigstens 4,8 M. betragen (diese Maassangaben entsprechen dem Normalprofil des Vereins deutscher Eisenbahnen). — Die Entfernung der Querträger betrage wieder 1,8 M.

Das Gewicht der Fahrbahn (ohne die 2^{te} Querverbindungen und ohne die Diagonalverbindungen) beträgt:

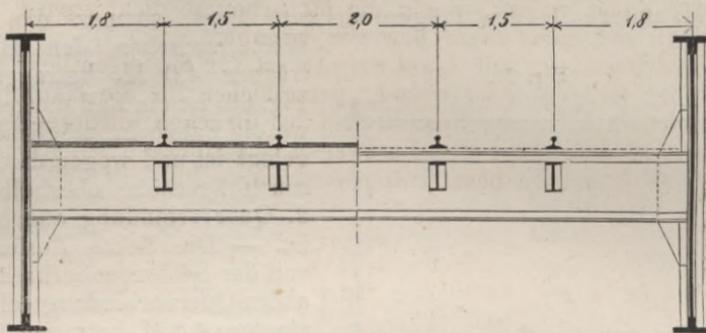
2 Fahrschienen	80 Kilo
$\frac{1,0}{0,9}$ Querschwellen, je 4,5 M. lang, $^{24}_{15}$ Cent. stark,	
je 120 Kilo wiegend	133 "
4,0 Quadratmeter eichene Bedielung von 7 C. Dicke	210 "
2 Schwellenträger je 45 Kilo per laufenden Meter wiegend	90 "
$\frac{1,0}{1,8}$ Querträger, je circa 450 Kilo wiegend . . .	247 "
	760 Kilo,

worunter 337 Kilo Eisengewicht.

Hätte man die Entfernung der Querträger grösser, z. B. gleich 2,7 M. genommen, so hätte sich das Gewicht nicht wesentlich vermehrt; die Schwellenträger wären per laufenden Meter allerdings beinahe noch einmal so schwer geworden, wogegen das Querträgergewicht entsprechend geringer geworden wäre.

Anordnung 5. Es sind 2 Geleise zwischen den 2 Hauptträgern angenommen, wodurch, wie aus Fig. 70. ersichtlich, eine Distanz der Hauptträger gleich 8,6 M. bedingt ist. — Die Entfernung der Querträger betrage 3,6 M., auf welche Weite die Last durch die Schwellenträger übertragen werden muss. Das Gewicht der Fahrbahn berechnet sich per laufenden Meter für 2 Geleise:

Fig. 70.



4 Fahrschienen à 40 Kilo	160 Kilo
$\frac{1,0}{0,9}$ Querschwellen, je 8,5 M. lang, $2\frac{4}{15}$ Cent. stark,	
je 225 Kilo wiegend	252 "
7,6 Quadratmeter eichene Bedielung von 5 C. Stärke	400 "
4 Schwellenträger, per laufenden M. 100 K. wiegend	400 "
$\frac{1,0}{3,6}$ Querträger, je 1830 Kilo wiegend	508 "
	1720 Kilo,

somit per laufenden Meter für ein Geleise 860 Kilo, worunter 454 Kilo Eisengewicht; je nach den bestehenden Verhältnissen kann dieses Gewicht vermindert werden, indem man den Querträgern und Schwellenträgern eine grössere Höhe giebt, wodurch der Gurtungs-Querschnitt derselben verringert wird.

Aus vorstehenden für die Anordnungen 1—4 gegebenen Berechnungen kann der Werth der Grösse F in Gleichung 103) sowohl für Gesamtgewicht als für das Eisengewicht der Fahrbahn entnommen werden; bezeichnen wir ersteres mit F , letzteres mit F_1 , so erhält man das durchschnittliche Gewicht einer eingelegigen Eisenbahnbrücke wie folgt:

$$\begin{aligned} \text{Totalgewicht } p &= 35 l + F \\ \text{Eisengewicht } p_1 &= 35 l + F_1 \end{aligned}$$

66. Die grösste Belastung, welche Strassenbrücken ausser ihrem Eigengewichte auszuhalten haben, besteht theils in einem Menschengedränge, theils in schweren Lastwagen.

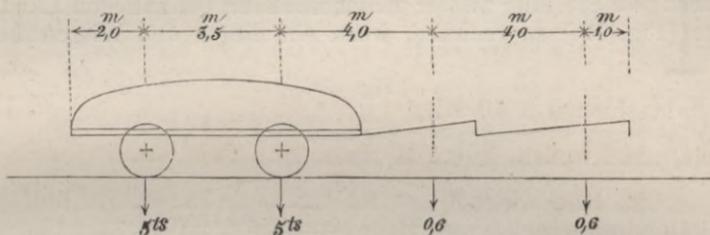
Die Belastung durch Menschengedränge wird zu 360 Kilo per \square M. angenommen; bei Bestimmung der Dimensionen der Hauptträger ist diese Belastung nicht nur für die Fusswege in Rechnung zu ziehen, sondern sie giebt auch für die Fahrbahn der Fuhrwerke dann in der Regel die grösste Ueberlast, wenn die Spannweite gross ist. —

Für die Berechnung der einzelnen Theile der Fusswege, z. B. Consolen, Zwischenträger, Bedielung, soll eine Belastung von

560 K. per Quadratmeter gerechnet werden, indem letztere Belastung dann eintritt, wenn die Menschen so dicht stehen, dass dieselben sich nicht mehr bewegen können.

Die Belastung mit Lastwagen ist für die eigentliche Fahrbahn der Brücke massgebend, dergleichen für die Hauptträger der Brücken kleinerer Spannweite; bei Brücken mittlerer Spannweite wird der hinter den Lastwagen befindliche Theil der Fahrbahn mit Menschen besetzt angenommen.

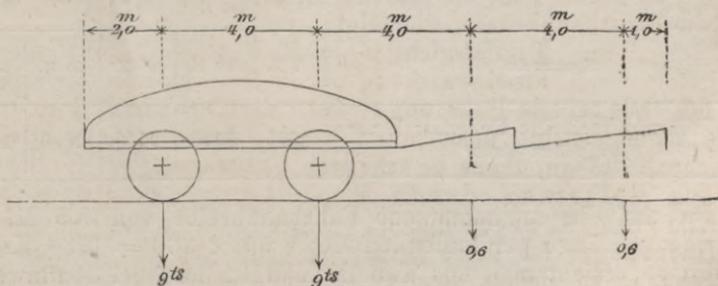
Fig. 71.



In Figur 71. ist für schweres Landfuhrwerk die Vertheilung der Lasten angegeben; es entspricht diess einem Gesamtgewicht eines belasteten Wagens von 200 Centner, während das Gewicht zweier Pferde zu 12 Centner angenommen ist (wobei die Zahl der Pferde von den näheren Umständen abhängig ist).

Bei bedeutenderen Strassen, insbesondere in der Nähe von grösseren Städten, muss ein höheres Wagengewicht gerechnet werden; es können z. B. schwere Maschinen, Geschütze, Dampfkessel transportirt werden; für diese grössten Lasten ist per Axe 9 tons zu rechnen, wie untenstehende Figur 72. des Näheren angibt.

Fig. 72.

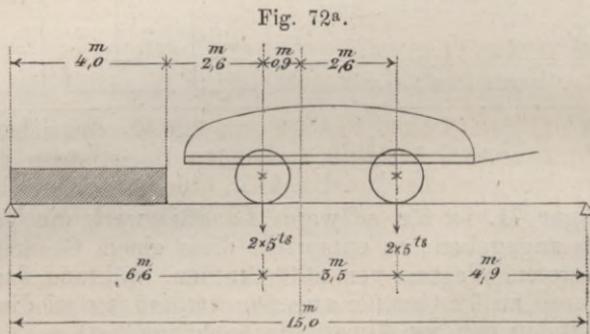


Bei solchen schwersten Wagen braucht die gleichzeitige Passage mehrerer Fuhrwerke nicht in Rechnung genommen zu werden; diese grössten Lasten kommen daher nicht sowohl bei

den Hauptträgern, als vielmehr bei der Construction der Fahrbahn in Betracht. —

Brücken, deren Fahrbahn für die in Fig. 72. skizzirten Lastwagen berechnet ist, können jederzeit für eine Eisenbahn benützt werden, welche mit Pferden oder Locomotiven, deren Axgewicht das der Wagen nicht übersteigt, betrieben wird.

Aus den in jedem speziellen Falle angenommenen Belastungen berechnen sich die grössten Angriffsmomente \mathfrak{M} nach den Gleichungen 100)—102). — Für Strassenbrücken von 5 bis 5,5 M. Fahrbahnbreite ist (zunächst abgesehen von den Fusswegen) die ungünstigste Stellung zweier nebeneinander befindlichen Landfuhrwerke (Fig. 72.) zu rechnen, wozu ein hinter den Wagen befind-



liches Menschengedränge hinzukommt, wie in Fig. 72^a. dargestellt ist; hienach sind in Tabelle XVIII. für die Spannweiten von 7—30 Metres die grössten Angriffsmomente \mathfrak{M} für eine Fahrbahnbreite von 5,5 M. berechnet und zwar ist diejenige per laufenden Meter gleichförmig vertheilte Last k bestimmt, welche dasselbe max \mathfrak{M} hervorrufen würde.

Tabelle XVIII.

Spannweite.	7 M.	10 M.	15 M.	20 M.	30 M.
gleichförmig vertheilte Ueberlast k per laufenden Meter	3215	2910	2470	2080	1854

Da auf die angenommene Fahrbahnbreite von 5,5 M. das Menschengedränge per laufenden Meter $55 \times 360 = 1980$ Kilogr. antrifft, so ersieht man aus Tabelle XVIII., dass bei Spannweiten von über 25 Metres die Belastung mit Menschengedränge für die Hauptträger massgebend ist.

In Tabelle XIX. sind nunmehr diejenigen zufälligen Belastungen zusammengestellt, welche für Strassenbrücken von

7,5 M. Totalbreite (wovon 2 M. für die Fusswege) als grösste Belastung für Berechnung der Hauptträger angenommen werden dürfen:

Tabelle XIX.

Zufällige Belastung für Berechnung der Hauptträger von Strassenbrücken.

Spannweite.	7 M.	10 M.	15 M.	20 M.	über 25 M.
Belastung der 2 M. breiten Fusswege mit Menschengedränge	720	720	720	720	720
Belastung der 5,5 M. breiten Fahrbahn mit 2 Landfuhrwerken, beziehungsweise Menschengedränge.	3215	2910	2470	2080	1980
zus. per laufenden Meter	3935	3630	3190	2800	2700

Wenn die Breite einer Brücke von 7,5 M. abweicht, so kann man die auf die Hauptträger treffenden Belastungen durch einfache Betrachtungen aus Tabelle XIX. ableiten, indem im Allgemeinen die Belastung proportional der Breite der Fahrbahn anzunehmen ist. —

Bei Berechnung der Bestandtheile der Fahrbahn, als Querträger, Zwischenträger sind die in Fig. 71 und 72 skizzirten Lastwagen in Rechnung zu ziehen, je nachdem die Strasse höheren oder niederen Ranges ist; übrigens muss auch hier (wie bei den Hauptträgern) das Eigengewicht der Brücke in Rechnung gezogen werden, welches bei vorhandener Beschotterung sehr bedeutend sein kann.

Bei Berechnung der Bestandtheile der Fusswege (Trottoirs) wird, wie schon angeführt, eine grösste Belastung von 560 K. per Quadratmeter angenommen. —

67. Für Vergleichung der Eigengewichte der Strassenbrücken wird ebenso wie bei den Eisenbahnbrücken das Gewicht der Hauptträger und das der Fahrbahn ausgeschieden, indem in der Gleichung

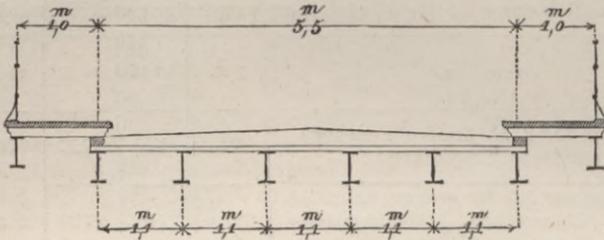
$$p = C.l + F \dots \dots \dots 103^a)$$

l die Spannweite, C.l das Gewicht der Hauptträgerconstruction und F das Gewicht der Fahrbahn per laufenden Meter bezeichnet; es sind hiebei Brücken mit Beschotterung und solche mit einfacher Holzüberlage wesentlich zu unterscheiden; wie aus der folgenden Zusammenstellung einiger Fahrbahngewichte erhellt. —

Anordnung 1. Die Breite der Fahrbahn ist, wie in allen zu vergleichenden Fällen, zu 5,5 M., die der beiden Fusswege zu je 1 M. angenommen; wie aus Fig. 73. ersichtlich, ist bei dieser Anordnung vorausgesetzt, dass die Träger unterhalb der Fahrbahn

und hiebei einander so nahe gestellt sind, dass keine Querträger nothwendig werden.

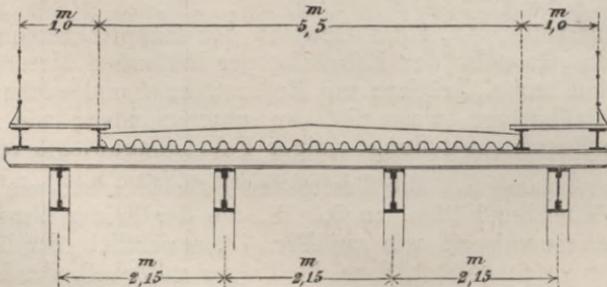
Fig. 73.



Fahrbahn-Gewicht per laufenden Meter.	a) bei Anwendung von 0,2 M. dicker Beschotterung und schwersten Lastwagen.	b) bei Anwendung doppelter eichener Bedielung und schwerer Landfuhrwerke.
Befestigung der Fahrbahn und des Trottoirs . . .	30 K.	30 K.
Geländer	70	70
5,5 □M. Wellenblech von 6 Mm. Dicke	330	—
zus. Eisengewicht:	430 K.	100 K.
Trottoirschwelle von Eichenholz	30	30
Trottoirbelag von 8 C. dickem Eichenholz	120	120
Doppelte eichene Bedielung der Fahrbahn 14 C. dick	—	600
Beschotterung 0,2 M. dick (incl. Kiesabschlusschwelle)	2400	—
total:	2980 K.	850 K.

Anordnung 2. Wenn Höhe genug vorhanden und die Spannweite grösser ist, kann die in Fig. 74. skizzirte Anordnung gewählt werden, welche eine geringere Anzahl von Hauptträgern erfordert.

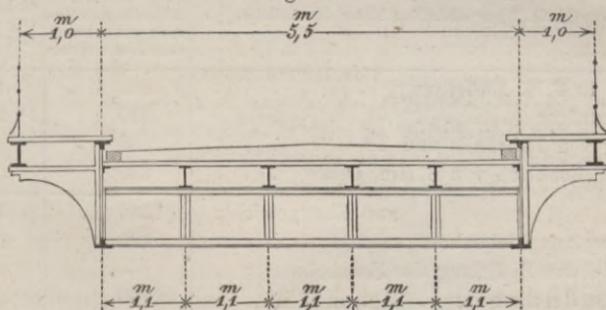
Fig. 74.



Fahrbahn-Gewicht per laufenden Meter.	a) bei Anwendung von 0,2 M. dicker Beschotterung und schwersten Lastwagen.	b) bei Anwendung doppelter eichener Bedienung und schwerer Landfuhrwerke.
Querriegel von I Eisen in Entfernung von 1,1 M.	240 K.	210 K.
4 Trottoirträger	140	140
Geländer	70	70
Befestigung der Fahrbahn	30	30
5,5 □ M. Wellenblech von 6 Mm. Dicke	330	—
zus. Eisengewicht:	810 K.	450 K.
Trottoirbelag von Eichenholz	120	120
Doppelte eichene Bedienung der Fahrbahn	—	600
0,2 M. dicke Beschotterung	2400	—
total:	3750 K.	1170 K.

Anordnung 3. Es ist hier vorausgesetzt, dass die Höhe der beiden Hauptträger nicht über die Trottoirs hinausrage, so dass dieselben zum Auflegen des Fusswegs benützt werden können.

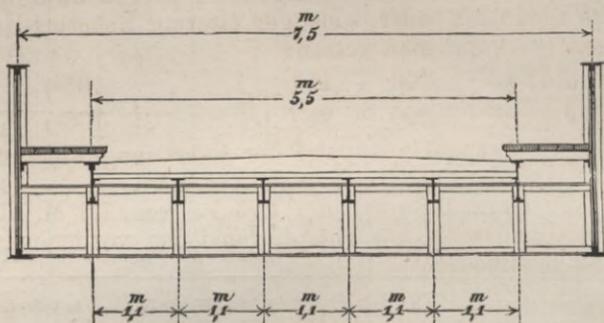
Fig. 75.



Fahrbahn-Gewicht per laufenden Meter.	a) bei Anwendung von 0,2 M. dicker Beschotterung und schwersten Lastwagen.	b) bei Anwendung doppelter eichener Bedienung und schwerer Landfuhrwerke.
Querträger in Entfernungen von 3 M.	300 K.	180 K.
4 Zwischenträger zus.	340	180
Consolen	120	120
Träger auf den Consolen	80	80
Befestigung der Fahrbahn	50	50
Geländer	70	70
5,5 □ M. Wellenblech von 6 Mm.	330	—
zus. Eisengewicht:	1290 K.	680 K.
Trottoirbelag von Eichenholz	120	120
Doppelte eichene Bedienung der Fahrbahn	—	600
0,2 M. dicke Beschotterung derselben	2400	—
total:	3810 K.	1400 K.

Anordnung 4. Wenn die Hauptträger über die Trottoirhöhe hinausragen, ist es zweckmässig, auch die Fusswege zwischen den Hauptträgern anzubringen.

Fig. 76.



Fahrbahn-Gewicht per laufenden Meter der Brücke.	a) bei Anwendung von 0,2 M. dicker Beschotterung und schwersten Lastwagen.	b) bei Anwendung doppelter eichener Bedielung und schwerer Landfuhrwerke.
Querträger in 3 M. Entfernung	660 K.	400 K.
6 Fahrbahnträger	510	270
Befestigung von Fahrbahn und Trottoir	80	80
6,5 □M. Wellenblech von 6 Mm. Dicke	330	—
zus. Eisengewicht:	1580 K.	750 K.
Trottoirbelag von Eichenholz	120	120
Doppelte eichene Bedielung der Fahrbahn	—	600
0,2 M. dicke Beschotterung	2400	—
total:	4100 K.	1470 K.

Nachdem die Fahrbahngewichte und durch Tabelle XIX. auch die grössten zufälligen Belastungen bekannt sind, lässt sich zunächst für Brücken von 7,5 M. Breite die Belastung der Hauptträger entwickeln und mit den in Tabelle XVII. und XVII^a. enthaltenen Belastungen der Eisenbahnbrücken vergleichen, indem man übrigens berücksichtigen muss, dass in den letztgenannten Tabellen auch das Hauptträgergewicht inbegriffen ist.

Auf Grund dieser Betrachtungen kann man den Coefficienten C des Hauptträgergewichts für eiserne Strassenbrücken von 7,5 M., bei Brücken mit Beschotterung auf 42 und bei Brücken mit Holzbelag auf 28 für vorläufige Berechnungen annehmen und bestimmt sich hienach das mittlere Eigengewicht p eiserner Strassenbrücken von 7,5 M. Totalbreite:

a) bei Anwendung von 0,2 M. dicker Beschotterung
 $p = 3600 + 42l \dots\dots\dots 104^a)$

b) bei Anwendung von doppelter eichener Bedielung
 $p = 1300 + 28l \dots\dots\dots 104^b)$

Will man jedoch nur das Eisengewicht p' und zwar exclusive etwaigem Wellenblech oder sonstiger eiserner Schotter-Unterlage überschlagen, so kann man setzen:

ad a) $p' = 900 + 42l \dots\dots\dots 105^a)$

ad b) $p' = 600 + 28l \dots\dots\dots 105^b)$

wobei bezüglich genauerer Angabe der Fahrbahngewichte auf die vorstehenden Anordnungen 1—4 verwiesen wird.

Wenn die Gesamtbreite der Brücke von 7,5 M. abweicht, so ist p (beziehungsweise p') entsprechend den vorliegenden Verhältnissen zu modificiren.

§. 8. Continuirliche Träger.

68. Bei den continuirlichen Trägern sind, wie schon in N^o. 20. erwähnt, die Rückwirkungen der Stützpunkte (Auflagerdrücke) nicht als bekannt anzunehmen, da die Bedingungen des Gleichgewichts nicht mehr unmittelbar zu Auffindung dieser Kräfte ausreichen.

Das Verfahren, mittelst welchem man diese Auflagerdrücke auffindet, ist in N^o. 20. allgemein beschrieben; es ist aber auch in N^o. 21. die Clapeyronsche Methode entwickelt, wo mit Umgehung der doppelten Integration unmittelbar die Angriffsmomente \mathfrak{M} auf den Stützpunkten durch Elimination passend gewählter Hilfsgrößen gewonnen werden.

Wenn die Spannweiten nicht zu gering sind (was bei continuirlichen Trägern ohnedem nicht rathsam ist), so darf wie beim frei aufliegenden Träger, das Eigengewicht und die zufällige Last je auf eine gewisse Länge gleichförmig vertheilt angenommen werden, und zwar nehmen wir je auf die Länge einer Oeffnung gleichförmige Totallast an, der Art aber, dass jede Oeffnung der Reihe nach als belastet oder bloß mit dem Eigengewicht behaftet betrachtet werden kann; es ist diess nicht nur mit Rücksicht auf grössere Einfachheit der Formeln bedingt, — da die Rechnung sonst zu complicirt und fast unausführbar wäre — sondern wir erhalten dadurch auch in Wirklichkeit eine Reihe von Grenzlagen für die Angriffsmomente \mathfrak{M} und Vertikalkräfte \mathfrak{B} , welche die Umhüllungslinien der \mathfrak{M} und \mathfrak{B} darstellen; in den graphischen Darstellungen der Tafeln IV. und V. (am Schlusse des Buchs) sind solche Grenzlagen der Kurven \mathfrak{M} und \mathfrak{B} für 2 und 3 Oeffnungen gezeichnet, und können diese Figuren zunächst zu nachfolgender Betrachtung dienen. — Sowie nämlich bewiesen werden kann, dass die Maximalwerthe der mathematisch genauen Umhüllungslinie mit dem Maximalwerthe der stellvertretenden Kurven übereinstimmen, so

werden auf die übrige Länge nur sehr untergeordnete Abweichungen stattfinden, Abweichungen, welche nur darin ihren Grund haben können, dass die stellvertretende Umhüllungskurve keine stetige Linie ist, sondern aus einzelnen Kurvenzweigen besteht.

Wenn die absolut grössten Werthe \mathfrak{B} und \mathfrak{M} für jeden Querschnitt gefunden sind, so werden wir wie in N^o. 62. die Aufgabe als gelöst ansehen; wir wählen in unseren graphischen Darstellungen von den gleichzeitigen Werthen \mathfrak{B} und \mathfrak{M} stets dasjenige Paar aus, welches für das betreffende Constructionsmitglied die grösste Kraftereinwirkung anzeigt und sind sicher, dass keine andere sonst vorkommende Belastung das fragliche Constructionsmitglied stärker in Anspruch nehmen wird.

Zur vollständigen Entwicklung gehört noch, dass man genau die Grenzen kennt, innerhalb denen die Punkte $\mathfrak{B} = 0$ und $\mathfrak{M} = 0$ in jeder Oeffnung sich bewegen. Es ist diess diejenige Distanz, auf welche \mathfrak{B} und \mathfrak{M} in Folge der Bewegung der Last ihre Vorzeichen ändern.

Die oben beschriebenen Grenzlagen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} geben nun zugleich die Grenzlagen für die Punkte $\mathfrak{B} = 0$ und $\mathfrak{M} = 0$, denn es kann bewiesen werden, dass die grössten und kleinsten Werthe der Auflagerdrücke in den betrachteten Fällen enthalten sind; da die Last gleichmässig vertheilt angenommen ist, so ist damit auch die grösste und kleinste Entfernung der gedachten Nullpunkte gegeben.

69. Aehnlich wie beim frei aufliegenden Träger bezeichnen auch bei den continuirlichen Trägern:

p das Eigengewicht der Brücke,

k die zufällige Last,

$q = p + k$ die Totallast

und zwar je auf die Längeneinheit einer Brückenöffnung berechnet.

Wir haben in N^o. 64. gesehen, dass bei Eisenbahnbrücken den Einflüssen concentrirter Lasten dadurch Rechnung getragen wird, dass man die Werthe k nach der Grösse der Spannweite wechselnd annimmt; wir haben aber ausserdem für die einseitige Belastung je grössere Werthe k' annehmen müssen (vergleiche Tabelle XVII.); letzteres ist bei continuirlichen Trägern nicht nothwendig, denn einmal sind die Werthe k und k' bei grösseren Spannweiten weniger verschieden, und werden wir in der Folge sehen, dass die Continuität der Träger nur bei erheblicher Weite der Oeffnungen angewendet werden soll; sodann vertheilt sich eine concentrirte Last durch den Zusammenhang mehrerer Oeffnungen gleichförmiger auf die Auflager, so dass wir hinreichend grosse Grenzwerte erhalten, wenn wir bei continuirlichen Trägern die Werthe k und q der Tabellen XVII. für sämtliche Belastungsarten gleichförmig anwenden und von den Werthen k' und q' ganz absehen. — Die Werthe k und q sind für die zu betrachtenden grösseren Spannweiten von den wirklichen auf die Brückenlänge

vertheilt und auf die Längeneinheit reducirten Belastungen nicht so sehr verschieden, dass eine bedenkliche Ungenauigkeit zu befürchten wäre.

70. Wir gehen nunmehr zu dem Fall von zwei mit einander verbundenen Oeffnungen über. — Auch hier wird die gleichzeitige Belastung beider Oeffnungen die Träger ganz besonders in Anspruch nehmen; wenn nun aber wiederum eine Oeffnung entlastet wird, so hat diess eine Senkung der noch belasteten Oeffnung zur Folge und letztere wird daher partiell mehr in Anspruch genommen sein, als bei der Belastung der ganzen Brücklänge. Diese Senkung wird solange zunehmen, bis die eine Oeffnung ganz entlastet ist.

Uebereinstimmend mit dieser Betrachtung zeigt denn auch die mathematische Untersuchung, dass bei Belastung der ersten Oeffnung AB und vollständiger Entlastung der Oeffnung BC max \mathfrak{M} für AB seinen grössten, für BC seinen kleinsten Werth hat, und dass gleichzeitig A seinen grössten, C seinen kleinsten Werth erhält, das Umgekehrte findet selbstverständlich statt, wenn AB vollständig entlastet und BC belastet ist. — Am Mittelpfeiler B haben \mathfrak{B} und \mathfrak{M} ihren grössten Werth, wenn beide Oeffnungen gleichzeitig belastet sind. — Den mathematischen Beweis dieses Satzes hat Hr. Bänisch im Jahrgang 1857 der berliner Zeitschrift für Bauwesen geliefert.

Wir legen demgemäss unseren Betrachtungen drei Fälle der Belastung zu Grunde:

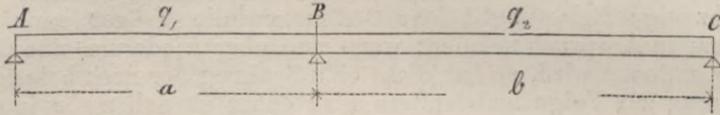
- 1) Vollständige Belastung von AB und BC,
- 2) vollständige Belastung von AB, vollständige Entlastung von BC,
- 3) vollständige Entlastung von AB, vollständige Belastung von BC.

Die für diese drei Fälle gleichzeitig eingezeichneten Kurven \mathfrak{M} und \mathfrak{B} werden nach den in N^o. 68. entwickelten Betrachtungen die Umhüllungslinien sämtlicher möglichen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} sehr annähernd darstellen. — Da aber für jedes einzelne Constructions-glied nur gleichzeitige Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} maassgebend sein können, so werden Angriffsmoment und Vertikalkraft im Allgemeinen nicht gleichzeitig ihre Maximalwerthe haben; diess findet vielmehr blos in der Nähe der Mittelpfeiler statt.

Ein Blick auf die graphischen Darstellungen der Tafel IV. wird das Gesagte deutlicher machen, und wird zu gleicher Zeit klar werden, wie nothwendig es ist, neben der Maximallast auch die grössten einseitigen Belastungen in Betracht zu ziehen. — Es ist diess bei der Britanniabrücke und den grossen preussischen Brücken über die Nogat bei Marienburg und über die Weichsel bei Dirschau allerdings nicht geschehen, und hat bei dem grossen Eigengewicht dieser Brücken weniger Nachtheil gebracht; wenn man aber, gestützt auf diese Vorgänge auch bei kleineren Brücken

blos die Kurven der Maximallast berücksichtigen wollte, so würde man damit einen entschiedenem Fehler begehen.

Fig 77.



71. Wir betrachten den allgemeinen Fall, dass beide Oeffnungen verschiedene Weite haben, es sei $AB = a$, $BC = b$; die Oeffnung AB sei mit q_1 , die Oeffnung BC mit q_2 per Längeneinheit belastet; die sämmtlichen Stützpunkte befinden sich in einer Horizontalebene. — Zur Bestimmung der Angriffsmomente und Vertikalkräfte bedienen wir uns in diesem einfachen Falle des in No. 20. beschriebenen Verfahrens, welches, wie dort bemerkt, die unbekanntem Rückwirkungen der Stützpunkte auffinden lehrt.

Der Coordinatenursprung wird in B angenommen; die Richtung nach A sei die positive, der Werth $E\theta$ sei mit ε bezeichnet und ist angenommen, dass θ und somit auch ε eine constante Grösse sei.

Nach Gleichung 41) erhalten wir für AB:

$$\varepsilon \frac{d^2y}{dx^2} = (a - x)^2 \frac{q_1}{2} - A(a - x) \dots \dots \dots \text{I.}$$

sodann durch einmaliges Integriren:

$$\varepsilon \frac{dy}{dx} = \frac{q_1 a^2 x}{2} + \frac{q_1 x^3}{6} - \frac{q_1 a x^2}{2} - A a x + \frac{A x^2}{2} + \varepsilon t g \varphi \dots \dots \text{II.}$$

wobei φ den Winkel bezeichnet, den die elastische Linie bei B mit dem Horizont bildet; eine zweite Integration ergibt:

$$\varepsilon y = \frac{q_1 a^2 x^2}{4} + \frac{q_1 x^4}{24} - \frac{q_1 a x^3}{6} - \frac{A a x^2}{2} + \frac{A x^3}{6} + \varepsilon t g \varphi \cdot x \dots \dots \text{III.}$$

Die Constante fiel hier aus, weil für $x = 0$ auch $y = 0$ wird.

Ebenso findet man für das Stück BC, wenn B wiederum als Coordinatenursprung angenommen wird:

$$\varepsilon \frac{d^2y}{dx^2} = (b - x)^2 \frac{q_2}{2} - C(b - x) \dots \dots \dots \text{IV.}$$

$$\varepsilon \frac{dy}{dx} = \frac{q_2 b^2 x}{2} + \frac{q_2 x^3}{6} - \frac{q_2 b x^2}{2} - C b x + \frac{C x^2}{2} - \varepsilon t g \varphi \dots \dots \text{V.}$$

$$\varepsilon y = \frac{q_2 b^2 x^2}{4} + \frac{q_2 x^4}{24} - \frac{q_2 b x^3}{6} - \frac{C b x^2}{2} + \frac{C x^3}{6} - \varepsilon t g \varphi \cdot x \dots \dots \text{VI.}$$

Für $x = a$ wird in Gleichung III. $y = 0$, für $x = b$ wird in VI. ebenso $y = 0$.

Setzt man diese Werthe in Gleichung III. und VI. ein und multiplicirt dieselbe mit a , beziehungsweise b , und addirt beide Gleichungen, so eliminirt sich die Unbekannte φ und man erhält:

$$q_1 a^3 + \frac{q_2 b^3}{8} - \frac{A a^2}{3} - \frac{C b^2}{3} = 0 \quad . \quad . \quad 106^a)$$

Zu dieser Gleichung kommen nun noch 2 andere, welche aus den Bedingungen des Gleichgewichts hervorgehen:

$$A + B + C = a q_1 + b q_2 \quad . \quad . \quad . \quad 106^b)$$

$$\frac{q_1 a^2}{2} - A a = \frac{q_2 b^2}{2} - C b \quad . \quad . \quad . \quad 106^c)$$

Diese 3 Gleichungen 106^a)—106^c) sind jederzeit ausreichend, um die 3 Unbekannten A , B und C zu finden.

Für die meisten in der Praxis vorkommenden Fälle vereinfachen sich aber diese Gleichungen, indem die Spannweiten in der Regel gleich gross sind und erhält man für $a = b$

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{b}{16} (7 q_1 - q_2) \\ B &= \frac{b}{16} 10 (q_1 + q_2) \\ C &= \frac{b}{16} (7 q_2 - q_1) \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 107)$$

In diese Formel 107) müssen nun für die 3 oben angeführten Fälle die jeweiligen Belastungen jeder Oeffnung eingeführt werden, um die Auflagerdrücke zu erhalten:

1) für die Maximallast ist zu setzen

$$q_1 = q_2 = (p + k) = q$$

woraus nach Gleichung 107) folgt:

$$A = C = \frac{3}{8} q b$$

$$B = \frac{10}{8} \cdot q b$$

2) für die Belastung von AB folgt

$$q_1 = q \text{ und } q_2 = p$$

woraus

$$A = \frac{1}{16} \left(7 - \frac{p}{q} \right) q b$$

$$C = \frac{1}{16} \left(7 \frac{p}{q} - 1 \right) q b$$

$$B = \frac{10}{16} \left(1 + \frac{p}{q} \right) q b$$

3) für die Belastung von BC folgt

$$q_1 = p \text{ und } q_2 = q$$

woraus

$$A = \frac{1}{16} \left(7 \frac{p}{q} - 1 \right) qb$$

$$C = \frac{1}{16} \left(7 - \frac{p}{q} \right) qb$$

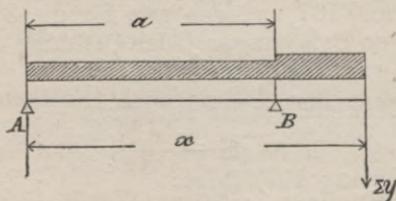
$$B = \frac{10}{16} \left(1 + \frac{p}{q} \right) qb$$

Nachdem auf diese Weise die Auflagerdrücke A, B und C gefunden sind, kann man aus den Gleichungen II. oder V. die Grösse $\sigma g \varphi$ bestimmen und erhält dann in den Gleichungen III. und VI. nach Einsetzung des Werths $\sigma g \varphi$ die Gleichung der elastischen Linie, welche die Einsenkung an jeder Stelle angibt.

72. Wenn die Auflagerdrücke bekannt sind, so findet sich \mathfrak{B} und \mathfrak{M} durch eine einfache Anwendung der Bedingungen des Gleichgewichtes 2) und 4), welche wir für unsern Fall speciell anschreiben.

Wir verlegen den Coordinatenursprung in den Querschnitt x selbst (siehe Fig. 78.), und bezeichnen wieder mit q_1 und q_2 die Belastungen der beiden Oeffnungen:

Fig. 78.



so ist für das Stück AB

$$\mathfrak{B} = A - q_1 x \dots \dots \dots 108)$$

$$\mathfrak{M} = Ax - \frac{q_1 x^2}{2} \dots \dots \dots 109)$$

für das Stück BC, indem man eine Abscisse $x_1 = x - a$ einführt:

$$\mathfrak{B} = A + B - q_1 a - q_2 x_1 \dots \dots \dots 108^a)$$

$$\mathfrak{M} = A (a + x_1) + B x_1 - q_1 a \left(x_1 + \frac{a}{2} \right) - q_2 \frac{x_1^2}{2} \dots \dots \dots 109^a)$$

73. Wenn man in den Gleichungen 108)—109^a) die verschiedenen Werthe q_1 und q_2 und die hiefür nach Gleichung 106) oder 107) berechneten Auflagerdrücke A, B und C einführt, so erhält man für jeden beliebigen Querschnitt x die ihm zugehörigen Werthe

von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} . — Um das Resultat dieser Berechnungen zur Anschauung zu bringen, sind in den graphischen Darstellungen der Tafel IV. für die verschiedenen Belastungen die Werthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} als Ordinaten aufgetragen, wie schon mehrfach erwähnt ist. — Es war aber nicht nöthig, nach den Gleichungen 108)–109^a) eine grössere Reihe von einzelnen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} zu berechnen, da eine nähere Untersuchung der fraglichen Kurven dieselben aus wenigen Punkten construiren lehrt.

Wir bemerken zuerst, dass die Gleichungen 108) und 108^a) gerade Linien darstellen und ist diess eine nothwendige Folge der gewählten gleichförmigen Belastungsart. — Die Neigung dieser Geraden gegen die Abscissenlage ist nur von der Belastung abhängig und zwar sind die trigonometrischen Tangenten den Belastungen q_1 und q_2 direct proportional.

Die Kurven \mathfrak{M} sind wie bei einer Oeffnung, so auch bei continuirlichen Trägern Parabeln mit senkrechter Axenrichtung, deren Parameter den Quotienten $\frac{1}{q_1}$ oder $\frac{1}{q_2}$ direct proportional ist.

Anmerk. Die Gleichung einer Parabel vom Parameter P ist

$$x^2 = 2 Py \text{ (oder } \frac{x^2}{2P} = y)$$

welche durch parallele Verrückung des Coordinatenursprungs übergeht in

$$\frac{x^2}{2P} + \alpha x + \beta = y$$

woraus durch Vergleichung mit den Gleichungen 109) und 109^a) der Parameter P sich unmittelbar gleich $\frac{1}{q_1}$, beziehungsweise $\frac{1}{q_2}$ ergibt.

Wir bemerken ferner, dass nach Gleichung 18)

$$\mathfrak{B} = \frac{d\mathfrak{M}}{dx}$$

Es hat somit \mathfrak{M} seinen grössten Werth für $\mathfrak{B} = 0$, d. h. der Scheitel der Parabel \mathfrak{M} ist durch diejenige Abscisse gegeben, für welche $\mathfrak{B} = 0$ ist.

Diese Eigenschaften der Kurven \mathfrak{M} und \mathfrak{B} erleichtern das Auftragen derselben, wie schon mehrfach erwähnt ist; hier sei nur noch darauf hingewiesen, dass wir im vorliegenden Falle nur mit zweierlei Parabeln zu thun haben, deren Parameter den Werthen $\frac{1}{q}$ und $\frac{1}{p}$ proportional sind.

Gehen wir auf einzelne besondere Punkte über, so ergibt sich zunächst für die Vertikalkraft aus Gleichung 108) und 108^a) Folgendes.

Auf den Stützpunkten A und C ist die Vertikalkraft den Auflagerreaktionen gleich, bei dem Mittelpfeiler hat dieselbe zu

beiden Seiten verschiedene Werthe, und zwar ist für die Oeffnung AB (deren Weite = a)

$$B_a = A - q_1 a$$

für die Oeffnung BC (deren Weite = b)

$$B_b = A + B - q_1 a$$

Da $q_1 a$ grösser als A, so ist B_a negativ, wogegen B_b wieder positiv ist; die Differenz beider oder die Summe ihrer absoluten Werthe ist gleich dem Auflagerdruck B. — Die Punkte x_0 , in denen die Vertikalkraft gleich Null wird, ergeben sich:

für die Spannweite AB nach Gleichung 108)

$$x_0 = \frac{A}{q_1} \dots \dots \dots 110)$$

für die Spannweite BC nach Gleichung 108^a)

$$x_0 = a + \frac{A + B - q_1 a}{q_2} \dots \dots \dots 111)$$

In gleicher Weise geben die Gleichungen 109) und 109^a) die besonderen Werthe des Moments \mathfrak{M} . — Durch vorstehende Gleichungen 110) und 111) sind die Abscissen für max M gegeben. Hierbei ist zu bemerken, dass wir für die Oeffnung AB in Gleichung 109^a) eine Abscisse $x_1 = x - a$ eingeführt haben. Für den Punkt $\mathfrak{S} = 0$ ist alsdann in Gleichung 109^a) für x_1 der aus Gleichung 111) gewonnene Werth $x_0 - a$ einzusetzen, nämlich

$$x_0 - a = \frac{A + B - q_1 a}{q_2}$$

Wenn wir die Maximalwerthe \mathfrak{M} für die Oeffnungen AB und BC mit \mathfrak{M}_a und \mathfrak{M}_b bezeichnen, so finden wir durch Einsetzung der obigen Werthe x_0 (beziehungsweise $x_0 - a$)

für die Oeffnung AB nach Gleichung 109)

$$\max \mathfrak{M}_a = \frac{1}{2} \frac{A^2}{q_1} \dots \dots \dots 112)$$

$$\max \mathfrak{M}_b = Aa - \frac{q_1 a^2}{2} + \frac{(A + B - q_1 a)^2}{2 q_2} = \frac{1}{2} \frac{C^2}{q_2} \dots \dots 113)$$

Die Umformung der letzteren Gleichung kann mit Hülfe der Gleichungen 106^b) und 106^c) leicht bewerkstelligt werden.

Auf den Endauflagern A und C ist selbstverständlich $\mathfrak{M} = 0$; für den Mittelpfeiler erhalten wir aus Gleichung 109) und 109^a) denselben Werth:

$$\mathfrak{M}_B = Aa - \frac{q_1 a^2}{2} \dots \dots \dots 114)$$

welcher Werth jedenfalls negativ ist, da $A < \frac{q_1 a}{2}$.

In den graphischen Darstellungen der Tafel IV. sind wie in Tafel II. die negativen Werthe der Grössen \mathfrak{M} und \mathfrak{S} umgeklappt und sind die absoluten Werthe von \mathfrak{M} oberhalb, die absoluten Werthe von \mathfrak{S} unterhalb der Abscissenaxe aufgetragen.

Tabelle XX. (für 2 Öffnungen).

		Belastung von AB (mit q).						Belastung von BC (mit q).							
$\frac{p}{k}$	$\frac{p}{q}$	A	B	C	Vertikalkraft am Mittel- pfeiler		Abs- cisse	max	M_B	A	B	C	Abs- cisse	max	M_B
		gegen AB.	gegen BC.	gegen AB.	gegen BC.	gegen AB.	gegen BC.	$\mathfrak{B} = 0.$	M_a	am Mittel- pfeiler.	$\mathfrak{B} = 0.$			$\mathfrak{B} = 0.$	
∞	1	0,375	1,25	0,375	0,625	0,625	0,375	0,070	qb^2 0,125	0,375	1,25	0,375	b	qb^2 0,0703	qb^2 0,125
3	$\frac{3}{4}$	0,390	1,094	0,266	0,610	0,484	0,390	0,076	0,110	0,266	1,094	0,390	0,354	0,047	0,110
2	$\frac{2}{3}$	0,395	1,020	0,231	0,605	0,426	0,395	0,078	0,105	0,231	1,020	0,395	0,346	0,040	0,105
1	$\frac{1}{2}$	0,406	0,937	0,156	0,594	0,343	0,406	0,082	0,094	0,156	0,937	0,406	0,312	0,024	0,094
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	0,412	0,875	0,112	0,588	0,287	0,412	0,085	0,087	0,112	0,875	0,412	0,280	0,016	0,087
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0,416	0,833	0,083	0,584	0,249	0,416	0,086	0,083	0,083	0,833	0,416	0,250	0,010	0,083
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	0,425	0,750	0,025	0,575	0,175	0,425	0,090	0,075	0,025	0,750	0,425	0,125	0,0015	0,075

Zur näheren Erläuterung sind die Resultate der Rechnung in vorstehender Tabelle XX. eingetragen, wobei verschiedene Verhältnisse $\frac{p}{q}$ oder $\frac{p}{k}$ zu Grunde gelegt sind.

Die erste Horizontalcolonne entspricht der Maximalbelastung der ganzen Brücke (und wenn $q = p$ gesetzt wird, auch der Belastung durch das Eigengewicht); für jedes Verhältniss $\frac{p}{q}$ und $\frac{p}{k}$ dient sodann die betreffende Horizontalcolonne zur Aufzeichnung der Kurven der einseitigen Belastung.

74. Wir gehen nun zu dem Falle über, dass die 3 Stützpunkte nicht in einer Ebene liegen und wenden wir hiezu die in N^o. **21.** und **22.** entwickelte Methode des Ingenieur Clapeyron an. — Wir nehmen für beide Oeffnungen dieselbe Spannweite b an und setzen ausserdem voraus, dass die Endstützen gleich hoch, der Mittelstützpunkt B aber um die Höhe s gegen die Endstützen tiefer liege.

Wir werden dieses Beispiel benutzen, um die Vortheile, welche durch Senkung der Mittelstützen erreicht werden können, zu beleuchten, andererseits aber auch dazu, um den Einfluss zu untersuchen, den eine nicht beabsichtigte Senkung oder Hebung eines Stützpunkts hervorbringt.

Die Bezeichnungen seien dieselben wie in N^o. **22.** Wenn man berücksichtigt, dass

$$\mu_1 = v_2 = 0$$

(da die Momente auf den Endstützen = 0 sind), ferner dass

$$v_1 = \mu_2 \text{ und } \psi_1 = \chi_2$$

so folgt:

Für die Oeffnung AB nach Gleichung 44)

$$v_1 = q_1 - \chi_1 + x_1 \dots \dots \dots \text{ I.}$$

$$\psi_1 = q_1 - 2\chi_1 + 3x_1 \dots \dots \dots \text{ II.}$$

ferner gemäss Gleichung X. in N^o. **22.**

$$\alpha = \frac{b^3}{24E\Theta} \chi_1 \dots \dots \dots \text{ III.}$$

$$\alpha' = \frac{b^3}{24E\Theta} \psi_1 \dots \dots \dots \text{ IV.}$$

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{2}{8} b^2 v_1 \dots \dots \dots \text{ V.}$$

$$s = x_1 \frac{b^4}{24E\Theta} \dots \dots \dots \text{ VI.}$$

und ebenso für die Oeffnung BC nach Gleichung 44)

$$0 = q_2 - 2v_1 - \psi_1 + x_2 \dots \dots \dots \text{ VII.}$$

$$\psi_2 = q_2 - 3v_1 - 2\psi_1 + 3x_2 \dots \dots \dots \text{ VIII.}$$

und nach Gleichung X. der N^o. 22.

$$\alpha'' = \frac{b^3}{24E\Theta} \psi_2 \dots \dots \dots \text{IX.}$$

$$-c = \alpha_2 \frac{b^4}{24E\Theta} \dots \dots \dots \text{X.}$$

In obigen 10 Gleichungen haben wir 4 Unbekannte α , α'' , \mathfrak{M}_1 , und 6 unbekannte Hilfsgrössen v_1 , χ_1 , ψ_1 , ψ_2 , α_1 , α_2 , woraus jede dieser 10 Grössen gefunden werden kann.

Wir erhalten durch Elimination von χ_1 aus Gleichung I. oder II.

$$2v_1 - \psi_1 = q_1 - \alpha_1 \dots \dots \dots \text{XI.}$$

und durch Elimination von ψ_1 aus Gleichung XI. und VII.

$$v_1 = \frac{q_1 + q_2 + \alpha_2 - \alpha_1}{4} \dots \dots \dots \text{XII.}$$

Berücksichtigt man nun, dass nach Gleichung VI. und X.

$$\alpha_1 = -\alpha_2 \text{ ist,}$$

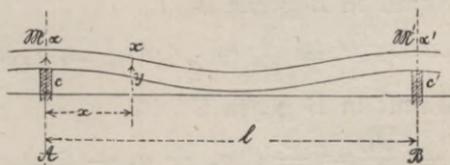
so folgt aus Gleichung XII. und V.

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{b_2}{16} (q_1 + q_2 - 2\alpha_1) \dots \dots \dots 115)$$

worin nach Gleichung VI. $\alpha_1 = \frac{24 \cdot s \cdot E\Theta}{b^4}$ zu nehmen ist; nachdem nunmehr \mathfrak{M}_1 bekannt ist, können die übrigen Unbekannten leicht gefunden werden.

Wenn für irgend eine Oeffnung die Momente \mathfrak{M} über den Pfeilern bekannt sind, so geben die Gleichungen V. bis VI. der Nummer 21. die Gestalt der neutralen Faser und damit die Einlenkung in der Mitte der Oeffnungen.

Fig. 79.



Bezeichnet in beistehender Fig. 79.:

α die Tangente des Winkels der elastischen Linie auf dem Stützpunkt A,

\mathfrak{M} , \mathfrak{M}' die Angriffsmomente über den Pfeilern,

q die Belastung der betrachteten Oeffnung,

c, c' die Höhe der Stützpunkte über der Abscissenaxe,

l die Weite der Oeffnung,

so ist nach oben genannten Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{q_1^3}{24E\theta} - \frac{1}{6E\theta} (2M - M') + \frac{c' - c}{1} \\ y &= c + \alpha x + \frac{qx^4}{24E\theta} - \left(\frac{q_1}{2} + \frac{M - M'}{1} \right) \frac{x^3}{6E\theta} + \frac{Mx^2}{2E\theta} \end{aligned} \right\} \cdot 116)$$

Diese Gleichungen können ganz allgemein zur Berechnung der Einsenkung beliebiger Träger angewendet werden, indem man je nach Umständen die Grössen c , c' , M oder M' gleich Null setzt.

Um nun für jeden einzelnen Querschnitt M und \mathfrak{B} zu bestimmen, müssen die Auflagerdrücke berechnet werden. Zu diesem Zwecke bestimmt man die Vertikalkräfte zunächst den Auflagen nach Gleichung II. der N^o. 21. Es ist für die Oeffnung AB die Vertikalkraft zunächst dem Stützpunkte A

$$A_B = \frac{q_1 b}{2} + \frac{M - M'}{b}$$

und indem wir bemerken, dass $M = 0$ und dass die Vertikalkraft A_B gleich dem dortigen Endauflagerdruck ist, erhalten wir für letzteren

$$A = A_B - \frac{q_1 b}{2} - \frac{M}{b}$$

und durch Wertheinsetzung aus Gleichung 115)

$$A = \frac{b}{16} (7q_1 - q_2 + 2z_1) \dots 117)$$

und ebenso für den Auflagerdruck in C

$$C = \frac{b}{16} (7q_2 - q_1 + 2z_2) \dots 117^a)$$

Zur Bestimmung des Auflagerdrucks B haben wir nach Gleichung II. in N^o. 21.

Vertikalkraft in B gegen A

$$B_A = \frac{q_2 b}{2} + \frac{M_1}{b} = \frac{b}{16} (9q_1 + q_2 - 2z_1)$$

Vertikalkraft in B gegen C

$$B_C = \frac{q_1 b}{2} + \frac{M_2}{b} = \frac{b}{16} (9q_2 + q_1 - 2z_2)$$

somit ist der Auflagerdruck in B

$$B = B_A + B_C = \frac{b}{16} (10q_1 + 10q_2 - 4z_1) \dots 118)$$

Nachdem durch Gleichung 117)–118) die Auflagerdrücke gefunden sind, ergeben sich die einzelnen M und \mathfrak{B} für jeden Querschnitt aus den früheren Gleichungen 108)–109^a) und kann nun wie in N^o. 73. mit Hilfe der Gleichungen 110)–114) eine Tabelle und graphische Darstellung angefertigt werden.

Wenn man in den Gleichungen 117)–118) die Grössen s und somit $\varkappa_1 = 0$ setzt, so müssen die genannten Gleichungen in die Gleichungen 107) übergehen, da dann sämtliche Stützpunkte gleich hoch angenommen sind, d. h. die Senkung des Mittelstützpunktes aufgehoben ist; es kann diess als Probe für die Richtigkeit der Gleichungen 117)–118) betrachtet werden.

75. Den wichtigsten Einfluss übt die Senkung der Mittelstützen auf die Angriffsmomente \mathfrak{M} , welche aus den nunmehr bekannten Auflagerdrücken gefunden werden.

Durch Combination der Gleichungen 117) und 112) beziehungsweise 114) findet man (indem jetzt immer die Weite b beider Oeffnungen gleich gross angenommen wird) unter Beibehaltung der seitherigen Bezeichnungen:

grösstes Angriffsmoment, innerhalb der Oeffnungen

$$\max \mathfrak{M}_b = \frac{b^2}{512 q_1} (7 q_1 - q_2 + 2 \varkappa_1)^2 \dots 119)$$

In dieser Gleichung bezeichnet q_1 die Belastung der Oeffnung AB, q_2 die Belastung der Oeffnung BC; der Werth \varkappa , ist durch Gleichung VI. der N^o. **74.** gegeben.

Angriffsmoment auf dem Mittelpfeiler B

$$\mathfrak{M}_B = \frac{b^2}{16} (q_1 + q_2 - 2 \varkappa) \dots 120)$$

Die Anschauung der Gleichungen 119) und 120) zeigt, dass \mathfrak{M}_b seinen grössten Werth hat

$$\text{für } q_1 = q \quad q_2 = p$$

während \mathfrak{M}_B sein Maximum erreicht

$$\text{für } q_1 = q_2 = q$$

und folgt hieraus:

$$M \max \mathfrak{M}_b = \frac{b^2}{512 q} (7 q - p + 2 \varkappa)^2 \dots 119^a)$$

$$\text{Max } \mathfrak{M}_B = \frac{b^2}{8} (q - \varkappa) \dots 120^a)$$

Man sieht, dass $M \max \mathfrak{M}_b$ zunimmt, je grösser \varkappa , d. h. je grösser die Senkung der Zwischenstützen ist, während $\text{Max } \mathfrak{M}_B$ gleichzeitig abnimmt.

Der Vortheil der Senkung der Zwischenstützen wird nun darin gesucht, dass man solche Werthe der Senkung s , beziehungsweise der Grösse \varkappa , aussucht, wonach die aus Gleichung 119^a) und 120^a) gefundenen Maximalwerthe einander gleich werden; es wird dadurch der kleinste Werth für das absolute Maximum von \mathfrak{M} erhalten. — Indem man nun die Werthe

fluss, sobald der Träger dem Längenprofil der Auflager sich anschliesst.

Selbstverständlich soll der Träger die verlangte Form haben, ehe er durch sein Eigengewicht eingebogen ist; man kann übrigens die durch das Eigengewicht hervorgerufene Biegung berechnen und mit der wirklichen Krümmung vergleichen.

Tabelle XXI. (für 2 Öffnungen).

Spannweite.		7 M.	10	15	20	30	40	60	100
Verhältniss $\frac{P}{q}$		$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5,3}$	$\frac{1}{4,5}$	$\frac{1}{3,6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2,5}$	$\frac{1}{1,9}$
Bei gleicher Höhenlage der Stützpunkte.	max M_b inner den Öffnungen.	qb^2 0,0927	0,0919	0,0906	0,0897	0,0882	0,0868	0,0851	0,0819
	max M auf dem Mittelpfeiler.	qb^2 0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125
Vorteilhafteste Senkung des Mittelstützpunktes.	$\alpha,$	q 0,1792	0,1842	0,1913	0,1965	0,2050	0,2137	0,2239	0,2430
	Gleichzeitiges Max M auf dem Mittelpfeiler und innerhalb der Öffnungen.	qb^2 0,1026	0,1019	0,1011	0,1004	0,0994	0,0983	0,0970	0,0946
	Senkung des Mittelstützpunktes = s.	Cent. 0,340	0,502	0,753	1,087	1,718	2,483	3,848	7,523

Die Berechnung der in den continuirlichen Trägern thätigen Kräfte wird daher durch verhältnissmässig kleine Fehler in der Höhenlage der Stützpunkte wesentlich alterirt und gibt Tabelle XXI. ein Bild von den Aenderungen, die durch kleine Senkungsdifferenzen entstehen können.

Bei kleineren Spannweiten kann daher die Continuität der Träger nur mit grosser Vorsicht und mit Berücksichtigung vorstehend bezeichneter Eventualitäten angewendet werden; da zudem die Vortheile der Continuität hier weit geringer sind (vergl. auch Tabelle XX.) so wird man bei kleineren Weiten meist auf die

Continuität ganz verzichten. — Bei grössern Spannweiten, wo die vortheilhafteste Senkung der Zwischenstützen immer mehrere Centimeter beträgt, wird man bei sorgfältiger Ausführung die beabsichtigte Gestalt der Gurtungen mit hinreichender Sicherheit herstellen können; eine Senkung der Zwischenstützen hätte dann insbesondere den Vortheil, dass man die Trägerstärke gleichmässiger herstellen kann und damit den Voraussetzungen, welche bei Berechnung der elastischen Linie gemacht werden, nachkommt.

Jede Senkung der Zwischenstützen, sei sie nun absichtlich oder durch einen Fehler entstanden, kann insofern sie genau erhoben ist, durch vorstehende Formeln berücksichtigt werden; man berechnet zunächst x_1 nach Gleichung VI. der N^o. 74 und findet dann die Auflagerdrücke und eine Reihe von Angriffsmomenten unmittelbar nach den Gleichungen 117)—120).

Unabsichtliche Differenzen in der Höhenlage können insbesondere auch in der Weise eintreten, dass die Zwischenstützen höher zu liegen kommen, als die Endstützen; das ohnedem grosse Angriffsmoment auf den Zwischenstützen wird dann weiterhin vermehrt. — Es ist diess wie oben bemerkt ein wesentlicher Grund gegen die Continuität der kleineren Brücken, indem bei letzteren der Einfluss eines kleinen Fehlers in der Höhenlage sehr bedeutend wird.

77. Auch bei drei Oeffnungen werden wir als ungünstigste Belastungen wieder diejenigen annehmen dürfen, bei denen immer eine oder mehrere Oeffnungen auf ihre ganze Länge durch die zufällige Last k gleichmässig belastet sind. Wir ziehen deshalb folgende Belastungsarten in den Kreis unserer Betrachtung:

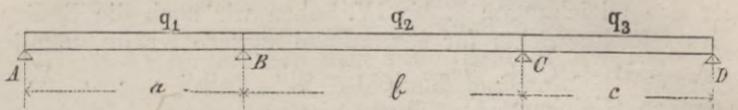
- 1) Belastung sämmtlicher drei Oeffnungen mit der Gesamtlast $q = p + k$.
- 2) Belastung der Mittelöffnung BC, Entlastung der Aussenöffnungen.
- 3) Belastung einer Aussenöffnung.
- 4) Belastung einer Aussenöffnung zugleich mit der Mittelöffnung.
- 5) Belastung beider Aussenöffnungen.

Wir nehmen vorerst an, dass sämmtliche 4 Auflagerpunkte in gleicher Höhe liegen, es seien aber der Allgemeinheit halber die 3 Oeffnungen verschieden weit, so dass $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$ und der Reihe nach mit q_1 , q_2 und q_3 belastet, wie aus nebenstehender Fig. 80. ersichtlich ist.

Indem wir ebenso, wie in N^o. 71. für 2 Oeffnungen geschehen, für jede der 3 Oeffnungen die Gleichung 41) anschreiben und zweimal integriren, und ausserdem die beiden Bedingungen des Gleichgewichts für die äusseren Kräfte anschreiben, so erhalten wir die

Bedingungsgleichungen, welche zur Auffindung der Auflagerdrücke nothwendig sind.

Fig. 80.



1) Stück AB, Coordinatenursprung in B.

$$\varepsilon \frac{d^2y}{dx^2} = Ax - \frac{qx^2}{2}$$

$$\varepsilon \frac{dy}{dx} = \frac{Ax^2}{2} - \frac{q_1x^3}{6} + \text{Const.} = \frac{Ax^2}{2} - \frac{q_1x^3}{6} + \varepsilon \text{tg}\varphi - \frac{Aa^2}{2} + \frac{q_1a^3}{6}$$

wenn φ den Tangenten-Winkel in B bezeichnet. —

$$\varepsilon \cdot y = \frac{Ax^3}{6} - \frac{q_1x^4}{24} + x \left(\varepsilon \text{tg}\varphi - \frac{Aa^2}{2} + \frac{q_1a^3}{6} \right)$$

woraus für $x = a$, $y = 0$ und somit

$$\varepsilon \text{tg}\varphi = \frac{Aa^3}{3} - \frac{q_1a^3}{8} \dots \dots \dots \text{I.}$$

2) Stück BC, Coordinatenursprung in B,

$$\varepsilon \frac{d^2y}{dx^2} = A(a+x) + Bx - q_1a \left(\frac{a}{2} + x \right) - \frac{q_2x^2}{2}$$

$$\varepsilon \frac{dy}{dx} = Aax + \frac{Ax^2}{2} + \frac{Bx^2}{2} - \frac{q_1a^2x}{2} - \frac{q_1ax^2}{2} - \frac{q_2x^3}{6} + \varepsilon \text{tg}\varphi$$

$$\varepsilon \cdot y = Aax^2 + \frac{Ax^3}{6} + \frac{Bx^3}{6} - \frac{q_1a^2x^2}{4} - \frac{q_1ax^3}{6} - \frac{q_2x^4}{24} + \varepsilon \text{tg}\varphi \cdot x.$$

für $x = b$ ist $\frac{dy}{dx} = \text{tg}\varphi_1$ zu setzen, wenn φ_1 den Winkel in C bezeichnet

$$\varepsilon \cdot \text{tg}\varphi_1 = Aab + \frac{Ab^2}{2} + \frac{Bb^2}{2} - \frac{q_1a^2b}{2} - \frac{q_1ab^2}{2} - \frac{q_2b^3}{6} + \varepsilon \text{tg}\varphi \quad \text{II.}$$

ferner ist für $x = b$, $y = 0$ und somit

$$0 = \frac{Aab}{2} + \frac{Ab^2}{6} + \frac{Bb^2}{6} - \frac{q_1a^2b}{4} - \frac{q_1ab^2}{6} - \frac{q_2b^3}{24} + \varepsilon \text{tg}\varphi \quad \text{III.}$$

3) für das Stück CD, Coordinatenursprung in D,

$$\varepsilon \frac{d^2y}{dy^2} = Dx - \frac{q_3x^2}{2}$$

$$\varepsilon \frac{dy}{dx} = Dx^2 - \frac{q_3x^3}{6} - \varepsilon \text{tg}\varphi_1 - \frac{Dc^2}{2} + \frac{q_3c^3}{6}$$

$$\varepsilon \cdot y = \frac{Dx^3}{6} - \frac{q_3x^3}{24} + x \left(\frac{q_3c^3}{6} - \frac{Dc^2}{2} - \varepsilon \text{tg}\varphi_1 \right)$$

hieraus folgt für $x = c$ wie oben $y = 0$ und somit

$$-(\text{etg}\varphi_1) = \frac{Dc^2}{3} - \frac{q_3c^3}{8} \dots \dots \dots \text{IV.}$$

Ausser den Gleichungen I. bis IV. haben wir noch die Bedingungen des Gleichgewichts für sämtliche äussere Kräfte, nämlich

$$A + B + C + D = q_1a + q_2b + q_3c \dots \dots \text{V.}$$

und endlich Gleichung 4)

$$0 = A(a + b) + Bb - Dc$$

$$- q_1a \left(b + \frac{a}{2} \right) - \frac{q_2b^2}{2} + \frac{q_3c^2}{2} \dots \dots \dots \text{VI.}$$

Diese 6 Gleichungen genügen zur Bestimmung unserer 6 Unbekannten A, B, C, D, $\text{etg}\varphi$ und $\text{etg}\varphi_1$. Wir finden

$$A = \frac{q_1(8a^2bc + 6a^2b^2 + 6a^3b + 6a^3c) - q_2b^3(2c + b) + q_3c^3b}{16abc + 16a^2c + 12ab^2 + 16a^2b} \text{123a)}$$

$$B = \frac{6q_1a^2b + 4q_1ab^2 + q_2b^3 + 3q_1a^3 - A(12ab + 4b^2 + 8a^2)}{4b^2} \text{123b)}$$

$$C = q_1a + q_2b + q_3c - (A + B + D) \dots \dots \dots \text{123c)}$$

$$D = \frac{A(a + b) + Bb - q_1a \left(b + \frac{a}{2} \right) - \frac{q_2b^2}{2} + \frac{q_3c^2}{2}}{c} \text{123d)}$$

Für symmetrische Träger und Belastungen, wo $a = c$ und $A = D$, $B = C$ ist, vereinfachen sich diese Formeln folgendermassen:

$$A = \frac{q_1(3a^3 + 6a^2b) - q_2b^3}{8a^2 + 12ab} \dots \dots \dots \text{124a)}$$

$$B = \frac{2aq_1 + bq_2}{2} A \dots \dots \dots \text{124b)}$$

Indem man in den Gleichungen 123) und 124) für die Werthe q_1 , q_2 und q_3 die in den Oeffnungen AB, BC und CD wirkenden Belastungen einsetzt, welche nach der obigen Betrachtung entweder dem Eigengewicht p oder der Gesamtbelastung q entsprechen, so finden sich die Auflagerdrücke für die ungünstigsten Belastungsarten.

Diese Gleichungen 123) und 124) sind aber auch anwendbar, wenn p oder q für die einzelnen Spannweiten verschiedene Werthe hat.

78. Wenn die Auflagerdrücke A, B, C und D nach den Gleichungen 123) oder 124) gefunden sind, so dienen die Gleichungen N^o. 106)–109) zur Bestimmung der Grössen \mathfrak{S} und \mathfrak{M} , indem in diesen Formeln die dritte Oeffnung durch Aenderung des Coordinatensystems dur h die erste Oeffnung ersetzt werden kann.

Ebenso sind die Betrachtungen in N^o. 73. auch hier vollständig zutreffend (indem man immer die 3. Oeffnung als 1. Oeffnung betrachtet); insbesondere gelten die Gleichungen 112)–114), welche zunächst nur für 2 Oeffnungen angeschrieben wurden, durchaus auch für 3 Oeffnungen, nachdem man die aus Gleichung 123) und 124) bestimmten Auflagerdrücke A, B C und D eingesetzt hat. — Das Moment max \mathfrak{M}_a in der Oeffnung AB erhält seinen grössten Werth, wenn beide Aussenöffnungen belastet sind (weil in diesem Falle A seinen grössten Werth hat) und findet man wenn $a = c$ (was im Folgenden durchweg angenommen werden soll) für dieses Maximum

$$\text{Max } \mathfrak{M}_a = \frac{A^2}{2q} = \frac{1}{2p} \left[\frac{qa^2(3a + 6b) - pb^3}{8a^2 + 12ab} \right]^2 \quad 125)$$

Die Abscisse dieses Moments Max \mathfrak{M}_a ist durch Gleichung 110) gegeben.

Das grösste Angriffsmoment innerhalb der Mittelöffnung findet dann Statt, wenn nur letztere belastet und die Aussenöffnungen bloß mit dem Eigengewicht behaftet sind (Fall 2. in N^o. 77.); wenn man die entsprechenden Auflagerdrücke in Gleichung 113) einführt, so erhält man als grösstes Angriffsmoment in der Mittelöffnung (und zwar stets in der Mitte der Oeffnung)

$$\text{Max } \mathfrak{M}_b = \frac{qb^2(2a + b) - 2pa^3}{16a + 24b} \dots \dots \dots 126)$$

Ebenso zeigen die Gleichungen 114), 123^a) und 123^b) dass das Moment über der Mittelstütze dann am grössten ist, wenn die anstossende Aussenöffnung und die Mittelöffnung mit q belastet sind (Fall 4); man erhält als grösstes Angriffsmoment über dem Mittelpfeiler B

$$\text{Max } \mathfrak{M}_B = \frac{q(2a^3b + 2a^4 + 2ab^3 + b^4) - pa^3b}{32ab + 16a^2 + 12b^2} \quad 127)$$

Wir haben im Vorstehenden für die Fälle 2, 4 und 5 der N^o. 77. die grössten Werthe der Momente berechnet (immer unter der Annahme, dass beide Seitenöffnungen gleiche Weite haben) und überzeugt man sich leicht, dass die Fälle 1 und 3 keine grösseren Werthe geben. Für Fall 3 folgt dies direkt aus der Gleichung für den Auflagerdruck A, der um so kleiner wird, je kleiner q_3 . Wir können deshalb diesen Fall, als in den andern enthalten ganz beiseite lassen und bei Herstellung einer graphischen Darstellung uns bloß an die übrigen 4 Fälle halten.

Aber auch von den so entstehenden 4 Kurven gibt Fall 1) nirgends einen Maximalwerth, wie schon daraus geschlossen werden kann, dass hiefür weder in der Mitte der Oeffnung noch über den Pfeilern ein Maximalwerth stattfindet (vergl. Gl. 125)–127).

Die zum Auftragen erforderlichen übrigen Werthe von \mathfrak{M}

können wie schon bemerkt, nach Gleichung 107) und 109) insbesondere aber auch nach Gleichung 112)–114) berechnet werden.

79. Wir haben für ein Beispiel in Beziehung auf das Verhältniss $\frac{a}{b}$ eine Wahl zu treffen. Herr Ing. Mohr hat in einer speziell die continuirlichen Träger behandelnden Ausarbeitung (hannoverische Bauzeitung, Jahrgang 1860) das Verhältniss $\frac{a}{b}$ in der Weise bestimmt, dass das auf dem Zwischenpfeiler wirkende grösste \mathfrak{M} , welches stets das absolute Maximum sämmtlicher \mathfrak{M} ist, seinen kleinsten Werth erhalte; es ergibt sich die Bedingung, dass $a > b$ sein müsste, d. h. die Aussenweiten wären etwa $\frac{10}{9}$ der Mittelweite zu nehmen. Dieses Resultat hat offenbar blos theoretischen Werth und wird man schon aus ästhetischen Rücksichten ein solches Verhältniss nicht wohl annehmen können; auch könnte man durch Senkung der Zwischenstützen das Moment über dem Mittelpfeiler in wirksamerer Weise vermindern, falls hierauf das grösste Gewicht gelegt werden will.

Wir stellen uns die Aufgabe, das Verhältniss $\frac{a}{b}$ so zu richten, dass der Winkel, den die neutrale Axe mit der Horizontalen bildet, auf dem Mittelpfeiler für den Fall der gleichförmig vertheilten Maximalbelastung gleich Null wird.

Es wird hiedurch nicht nur erreicht, dass auch bei einseitigen Belastungen die Tangentenwinkel auf dem Pfeiler möglichst klein werden (somit eine einseitige Pfeilerbelastung thunlich vermieden wird), sondern es scheint uns überhaupt ein constructiver Vortheil darin zu liegen, dass bei der gewählten Anordnung die Vertikalkräfte und Angriffsmomente sich ziemlich symmetrisch um die Zwischenpfeiler gruppieren.

Zur Auffindung des Verhältnisses $\frac{a}{b}$ hat man in Gleichung I) der N^o. 77. $\text{tg}\varphi = 0$ zu setzen, so dass indem $q_1 = q_2 = q_3$

$$0 = \frac{Aa^2}{3} - \frac{qa^3}{8} \dots \dots \dots \text{I)}$$

sodann ist für diese Belastung nach Gleichung 124^a)

$$A = q \frac{(3a^3 + 6a^2b - b^3)}{8a^2 + 12ab} \dots \dots \dots \text{II)}$$

woraus folgt:

$$\frac{b}{a} = \sqrt{1,5} = 1,225 \dots \dots \dots \text{III)}$$

$\frac{a}{b}$ fällt somit zwischen $\frac{4}{5}$ und $\frac{5}{6}$ und nehmen wir für das folgende Beispiel $\frac{a}{b} = \frac{4}{5}$

Nachdem wir für die in N^o. 76. aufgeführten Fälle 1, 2, 4 und 5 die Auflagerdrücke nach den Gleichungen 123) bez. 124) bestimmt hatten, berechneten sich die einzelnen \mathfrak{M} und \mathfrak{S} nach den Gleichungen 106)—109) und 112)—114); und sind die Resultate dieser Rechnung in der folgenden Tabelle XXII. gegeben. Indem wir endlich die \mathfrak{M} und \mathfrak{S} als Ordinate der betreffenden Abscissen auftragen, erhalten wir die graphischen Darstellungen der Tafel V., die am Schlusse des Buches sich findet.

Tabelle XXII. $\frac{a}{b} = \frac{4}{5}$

$\frac{p}{k}$	$\frac{p}{q}$	A	B	max \mathfrak{M} für AB	\mathfrak{M} für B	max \mathfrak{M} für BC	Abscisse $\mathfrak{S} = 0$ für AB für BC	
I. Belastung der Mittelöffnung.								
∞	1	$0,297^{bq}$	$1,003^{bq}$	$0,044^{qb^2}$	$0,0824^{qb^2}$	$0,0430^{qb^2}$	$0,297^b$	$0,5^b$
2	$\frac{2}{3}$	0,175	0,858	0,0229	0,0728	0,0520	0,262	0,5
1	$\frac{1}{2}$	0,114	0,785	0,013	0,0688	0,0566	0,220	0,5
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	0,078	0,742	0,0076	0,0656	0,0594	0,195	0,5
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0,054	0,713	0,00435	0,0635	0,0613	0,162	0,5
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	0,005	0,655	0,00006	0,06	0,0650	0,025	0,5
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	-0,027	0,617	0,0033	0,0578	0,0675	-0,243	0,5

Fortsetzung von Tabelle XXII. $\frac{a}{b} = \frac{4}{5}$

$\frac{p}{k}$	$\frac{p}{q}$	A	B	max \mathfrak{M} für AB	\mathfrak{M} für B	max \mathfrak{M} für BC	Abscisse $\mathfrak{B} = 0$ für AB für BC	
II. Belastung beider Aussenöffnungen.								
∞	1	$0,297^{bq}$	$1,003^{bq}$	$0,0440^{qb^2}$	$0,0824^{qb^2}$	$0,0430^{qb^2}$	$0,297^b$	$0,5^b$
2	$\frac{2}{3}$	0,32	0,814	0,0512	0,0680	0,0191	0,32	0,5
1	$\frac{1}{2}$	0,331	0,719	0,0547	0,0550	0,0073	0,331	0,5
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	0,338	0,662	0,0571	0,0496	0,0000	0,338	0,5
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0,342	0,624	0,0584	0,0464	-0,0045	0,342	0,5
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	0,351	0,549	0,0612	0,0400	-0,0139	0,351	0,5
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	0,357	0,498	0,0637	0,0340	-0,0200	0,357	0,5
III. Belastung der Mittelöffnung und einer Aussenöffnung (AB).								
∞	1	$0,297^{bq}$	$1,003^{bq}$	$0,044^{qb^2}$	$0,0824^{qb^2}$	$0,0430^{qb^2}$	$0,297^b$	$0,5^b$
2	$\frac{2}{3}$	0,2928	1,0238	0,0429	0,0858	0,0482	0,293	0,517
1	$\frac{1}{2}$	0,2906	1,0342	0,0423	0,0875	0,0507	0,291	0,525
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	0,2893	1,0405	0,0418	0,0886	0,0520	0,289	0,53
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0,2883	1,0446	0,0415	0,0893	0,0529	0,288	0,533
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	0,2866	1,0530	0,0412	0,0907	0,0554	0,287	0,54
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	0,2854	1,0586	0,0411	0,0917	0,0562	0,285	0,544

80. Aus den graphischen Darstellungen der Tafel V. ist ersichtlich, wie die in Gleichung 125)–127) berechneten Momente für die Oeffnungen, beziehungsweise Mittelpfeiler die grössten Werthe darstellen. Um die Verhältnisse $\frac{a}{b}$ zu vergleichen, berechnen wir diese 3 Maximalwerthe für verschiedene Anordnungen, indem wir das Verhältniss $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$ zu Grunde legen. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle XXIII. zusammengestellt.

Tabelle XXIII.

Maximalwerthe für 3 Oeffnungen. $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$

Verhältniss $\frac{a}{b} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	1
Mmax \mathfrak{M} in BC	$\frac{qb^2}{0,0595}$	$\frac{qb^2}{0,0613}$	$\frac{qb^2}{0,0612}$	$\frac{qb^2}{0,0610}$	$\frac{qb^2}{0,0606}$	$\frac{qb^2}{0,0593}$	$\frac{qb^2}{0,0584}$
Mmax \mathfrak{M} in B	0,0729	0,0852	0,0893	0,0922	0,0963	0,0991	0,1111
Mmax \mathfrak{M} in AB	0,0146	0,0509	0,0641	0,0584	0,0711	0,0745	0,0937

Um aber diese Werthe richtig mit einander vergleichen zu können, muss man sie auf eine gleiche Gesamtweite L sämtlicher Oeffnungen reduciren. Wir haben $L = 2a + b$, woraus

$$b = \frac{L}{2 \frac{a}{b} + 1}$$

Nimmt man als Maassstab eine gleiche Weite sämtlicher Oeffnungen, so dass $l = \frac{L}{3}$, so ist

$$b = \frac{3l}{2 \frac{a}{b} + 1}$$

und um unsere in Function von b ausgedrückten Werthe nunmehr in Function von l auszudrücken, müssen wir sämtliche Werthe

der Tafel mit $\left(\frac{3}{2 \frac{a}{b} + 1}\right)^2$ multipliciren.

Hiedurch erhält man folgende Zusammenstellung:

Tabelle XXIV. $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$.

$\frac{a}{b}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	1
Mmax \mathfrak{M} in BC	$\frac{ql^2}{0,1338}$	$\frac{ql^2}{0,0883}$	$\frac{ql^2}{0,0814}$	$\frac{ql^2}{0,0769}$	$\frac{ql^2}{0,0721}$	$\frac{ql^2}{0,0679}$	$\frac{ql^2}{0,0584}$
Mmax \mathfrak{M} in B	0,1640	0,1231	0,1188	0,1172	0,1146	0,1134	0,1111
Mmax \mathfrak{M} in AB	0,0328	0,0733	0,0777	0,0808	0,0845	0,0858	0,0937

Aus der letztern Tabelle folgern wir, dass das Verhältniss $\frac{a}{b} = 1$ die günstigsten Momente giebt; dass dagegen die Verhältnisse $\frac{4}{5} - \frac{5}{6}$ die geringsten Differenzen in den Momentenwerthen zeigen. — Im Allgemeinen stehen sich nach dieser Anschauung die einzelnen Verhältnisse bezüglich des Materialverbrauchs ziemlich nahe und werden andere Rücksichten die Wahl der Spannweiten entscheiden; wir haben schon in N^o. 79. entwickelt, warum wir, insolange nicht andere Bedingungen die Eintheilung vorschreiben, das Verhältniss $\frac{a}{b} = \frac{1}{1,225}$ vorziehen.

Zur Beurtheilung der grössten Angriffsmomente bestehender Brücken von beliebiger Spannweite und verschiedenen Verhältnissen der Oeffnungen dient nebenstehende Tabelle XXV., auf welche wir auch bei Beurtheilung des Einflusses der Continuität zurückkommen werden.

81. Wir gehen nun auf den Fall über, dass die Stützpunkte nicht in gleicher Höhe liegen. Wir nehmen an, der Träger sei symmetrisch unterstützt, somit $a = c$, ferner sei die Senkung s der beiden Mittelstützen gleich gross. Wie bei zwei Oeffnungen geschehen, wird die Methode von Clapeyron angewendet. Man hat zunächst für jede Oeffnung die Gleichung 44) und die Hilfsgleichungen X der N^o. 22. anzuschreiben, sodann in soweit zu eliminiren, dass ausser den Momenten \mathfrak{M} nur die Senkung s der Zwischenstützen zurückbleibt; letztere ist in der Hilfsgrösse \varkappa_1 enthalten, wofür obige Gleichung X ergibt:

$$s = c, -c = \varkappa_1 \frac{\alpha^4}{24E\theta} \dots\dots\dots 128)$$

Durch Elimination der übrigen Hilfsgrössen erhält man:
Moment auf dem Auflager B

$$\mathfrak{M}_B = \frac{q_1(2a^3b + 2a^4) + q_2(b^4 + 2ab^3) - q_3a^3b - \varkappa_1(a^3b + 2a^4)}{32ab + 12b^2 + 16a^2} \quad 129)$$

Tabelle XXV,
Werthe von Max M_B für 3 Oeffnungen.

$\frac{a}{b} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	1
$\frac{p}{q} = 1$	qb^2 0,0703	qb^2 0,0789	qb^2 0,0824	qb^2 0,0845	qb^2 0,0879	qb^2 0,0900	qb^2 0,1000
$\frac{3}{4}$	0,0713	0,0813	0,0848	0,0874	0,0911	0,0934	0,1042
$\frac{2}{3}$	0,0716	0,0821	0,0858	0,0882	0,0921	0,0946	0,1055
$\frac{1}{2}$	0,0723	0,0836	0,0875	0,0903	0,0943	0,0968	0,1083
$\frac{2}{5}$	0,0725	0,0846	0,0886	0,0915	0,0956	0,0981	0,1100
$\frac{1}{3}$	0,0729	0,0855	0,0893	0,0922	0,0964	0,0991	0,1111
$\frac{1}{4}$	0,0732	0,0860	0,0902	0,0932	0,0974	0,1002	0,1125
$\frac{1}{5}$	0,0734	0,0865	0,0907	0,0958	0,0981	0,1009	0,1133
$\frac{1}{7}$	0,0737	0,0870	0,0914	0,0945	0,0988	0,1017	0,1143
$\frac{1}{9}$	0,0738	0,0873	0,0917	0,0948	0,0993	0,1021	0,1148

und das Moment auf dem Auflager C

$$M_C = \frac{q_3(2a^3b + 2a^4) + q_2(b^4 + 2ab^3) - q_1a^3b - x_1(a^3b + 2a^4)}{32ab + 12b^2 + 16a^2} \quad (130)$$

Aus Gleichung 129) und 130) finden sich die Auflagerdrücke in A und B nach Gleichung I) und II) der N^o. 21.

$$A = \frac{q_1(14a^3b + 6a^2b^2 + 6a^4) - q_2(b^4 + 2ab^3) + q_3a^3b + x_1(a^3b + 2a^4)}{32a^2b + 12ab^2 + 16a^3} \quad (131)$$

ferner die Vertikalkraft am Pfeiler B links desselben

$$B_a = \frac{q_1(18a^3b^2 + 6a^2b^3 + 10a^4b) + q_2(b^5 + 2ab^4) - q_3a^3b^2 - x_1(a^3b^2 + 2a^4b)}{32a^2b^2 + 12ab^2 + 16a^3b}$$

und die Vertikalkraft am Pfeiler B rechts desselben

$$B_b = \frac{q_1(3a^4b + 2a^5) - q_3(3a^4b + 2a^5) + q_2(16a^2b^3 + 6ab^4 + 8a^3b^2)}{32a^2b^2 + 12ab^3 + 16a^3b}$$

somit der Auflagerdruck $B = B_a + B_b$

$$B = \frac{q_1(2a^5 + 13a^4b + 18a^3b^2 + 6a^2b^3) + q_2(8a^3b^2 + 16a^2b^3 + 8ab^4 + b^5) - q_3(2a^5 + 3a^4b + a^3b^2) - \kappa_1(a^3b^2 + 2a^4b)}{32a^2b^2 + 12ab^3 + 16a^3b} \quad 132)$$

die Auflagerdrücke C und D erhält man, wenn man in den Werthen von A und B das Gewicht q_1 mit q_3 vertauscht.

Anmerk. Zum bessern Verständniss werden im Folgenden die zu obigen Resultaten führenden Gleichungen beigesetzt:

Es ist nach Gleichung 44) für die erste Oeffnung, da $\mathfrak{M} = 0$

$$v_1 = q_1 - \chi_1 + \kappa_1 \quad \text{I.}$$

$$\psi_1 = q_1 - 2\chi_1 + 3\kappa_1 \quad \text{II.}$$

für die zweite Oeffnung, da $c_{11} = c$, somit $\kappa_2 = 0$

$$v_2 = q_2 - 2\mu_2 - \chi_2 \quad \text{III.}$$

$$\psi_2 = q_2 - 3\mu_2 - 2\chi_2 \quad \text{IV.}$$

für die dritte Oeffnung, da $\mathfrak{M}_{111} = 0$

$$0 = q_3 - 2\mu_3 - \chi_3 + \kappa_3 \quad \text{V.}$$

und sodann nach Gleichung X. der No. 22. die Hülfsgleichungen

$$\alpha_1 = \frac{a^3}{24E\Theta} \psi_1 = \frac{b^3}{24E\Theta} \chi^2 \quad \text{VI.}$$

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{2}{3} a^2 v_1 = \frac{2}{3} b^2 \mu_2 \quad \text{VII.}$$

$$s = \kappa_1 \frac{a^4}{24E\Theta} = -\kappa_3 \frac{a^4}{24E\Theta} \quad \text{VIII.}$$

$$\alpha_{11} = \frac{b^3}{24E\Theta} \psi_2 = \frac{a^3}{24E\Theta} \chi_3 \quad \text{IX.}$$

$$\mathfrak{M}'' = \frac{2}{3} b^2 v_2 = \frac{2}{3} a^2 \mu_3 \quad \text{X.}$$

aus welchen Gleichungen die 10 Unbekannten $v_1, \chi_1, \psi_1, v_2, \mu_2, \psi_2, \chi_2, \mu_3, \chi_3$ u. κ_1 gefunden werden können; die zur Auffindung der Momente \mathfrak{M} nicht erforderlichen Gleichungen sind im Obigen schon weggelassen.

Nachdem die Auflagerdrücke gefunden sind, wird die Gestalt der neutralen Faser und damit die Einsenkung in der Mitte der Oeffnungen wie in No. 77. nach Gleichung 116) gefunden, indem Fig. 79) auch hier benützt wird.

Mittelst der Auflagerdrücke werden aber hauptsächlich die sämtlichen \mathfrak{B} und \mathfrak{M} berechnet; es dienen hiezu wieder die Gleichungen 108)—109^a) sowie 112)—114); hienach kann sodann eine graphische Darstellung ähnlich der in Tafel V. gegebenen hergestellt werden, was bei Berechnung eines bestimmten Beispiels nie versäumt werden sollte, da diese graphische Darstellung bei den etwas complicirten Berechnungen als Controlle dient und ein klareres Bild gibt, als bloss Formeln oder die Werthe einzelner Momente.

Aus Gleichung 130) überzeugt man sich, dass gerade wie bei horizontaler Stützlage das Moment \mathfrak{M}_B dann am grössten ist, wenn q_1 und q_2 den grössten Werth q , und q_3 seinen kleinsten Werth p hat und ist für diesen Fall

$$\text{Max } \mathfrak{M}_B = \frac{q(2a^3b + 2a^4 + b^4 + 2ab^3) - pa^3b - x_1(a^3b + 2a^4)}{32ab + 12b^2 + 16a^2} \quad 133)$$

durch die Senkung der Stütze B wird das Moment verringert und geht in den Werth der Gleichung 124) über, wenn $x_1 = 0$ gesetzt wird.

Ganz ebenso wie im Falle der horizontalen Lage sämtlicher Stützen lässt sich nachweisen, dass das grösste Moment in AB dann am grössten ist, wenn beide Aussenöffnungen belastet sind, das Moment in BC dann, wenn nur die Mittelöffnung belastet ist.

Man erhält für diese beiderlei Fälle

Grösstes Angriffsmoment in AB

$$\text{Mmax } \mathfrak{M}_a = \frac{A^2}{2q_1} = \frac{1}{2q} \left[\frac{qa^2(3a + 6b) - pb^3 + x_1a^3}{8a^2 + 12ab} \right]^2 \quad . \quad . \quad 134)$$

Grösstes Moment in BC

$$\text{Mmax } \mathfrak{M}_b = \frac{qb^2(2a + b) - 2pa^3 + 2x_1a^3}{16a + 24b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 135)$$

Diese beiden Maximalmomente nehmen mit der Senkung der Stützpunkte zu und gehen in den Werth der Gleichung 125) und 126) über, wenn man $x_1 = 0$ setzt. Den grössten Vortheil der Senkung der Stützpunkte hat man dann, wenn man das Verhältniss der Spannweiten $a : b$ und die Senkung so wählt, dass die durch die Gleichungen 133)—135) bestimmten 3 Maximalwerthe einander gleich werden. — Herr Ingenieur Mohr hat hiefür die empirische Formel berechnet

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{1,13} + \frac{1}{25} \frac{p}{q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 136)$$

bei Annahme dieses Verhältnisses kann man durch Combination vorstehender Gleichungen 133) und 135) denjenigen Werth der Grösse x_1 finden, für welchen die günstigste Senkung der Mittelstützen eintritt. Diese Senkung selbst findet sich dann nach Gleichung 128).

Wenn ein anderes Verhältniss der Spannweiten besteht, so muss man sich auf diejenige Senkung der Mittelstützen beschränken, durch welche die beiden grössten der 3 Maximalmomente einander gleich werden; ist $\frac{a}{b} > \left(\frac{1}{1,13} + \frac{1}{25} \frac{p}{q} \right)$, so ist $\text{Mmax } \mathfrak{M}_a > \text{Mmax } \mathfrak{M}_b$, und es wird dann durch Combination der Gleichungen 133) und 134) die Bedingungsgleichung für x_1 erhalten:

Max $\mathfrak{M}_B = M_{\max} \mathfrak{M}_a$ oder

$$(2a + b) [qa^2(3a + 6b) - pb^3 + \varkappa_1 a^3]^2 = 8a^2q(2a + 3b) \quad 137)$$

$$[q(2a^3b + 2a^4 + b^4 + 2ab^3) - pa^3b - \varkappa_1(a^3b + 2a^4)]$$

Ist $\frac{a}{b} < \left(\frac{1}{1,13} + \frac{1}{25} \frac{p}{q} \right)$, so ist $M_{\max} \mathfrak{M}_b > M_{\max} \mathfrak{M}_a$

und es wird durch Combination der Gleichungen 133) und 135) die Bedingung erhalten:

Max $\mathfrak{M}_B = M_{\max} \mathfrak{M}_b$ oder

$$\varkappa_1 = \frac{4qa^4 + 4pa^4 + 4qa^3b - 4qa^2b^2 + qb^4}{4(2a^4 + ba^3)} \quad \dots \quad 138)$$

82. In der folgenden Tabelle XXVI. sind für verschiedene Verhältnisse $\frac{a}{b}$ und $\frac{p}{q}$ die Hilfsgrösse \varkappa_1 und das grösste Angriffsmoment \mathfrak{M}_B aus den Gleichungen 133)—138) berechnet.

Eine Vergleichung der Tabellen XXV. und XXVI. ergibt, dass bei der vortheilhaften Senkung der Stützpunkte das Moment auf der Mittelstütze um 10—25 % sich verringert. Aus Tabelle XXVI. ist auch der Werth der Grösse \varkappa_1 zu entnehmen, für welchen je 2 der grössten Momente gleich werden. Die zugehörige Senkung der Mittelstützen erhält man aus der Gleichung 128).

$$\varkappa_1 = s \frac{24E\theta}{a^4}$$

woraus

$$s = \varkappa_1 \frac{a^4}{24E\theta} = \varkappa_1 \frac{b^4}{24E\theta} \left(\frac{a}{b} \right)^4 \quad \dots \quad 139)$$

Als Beispiel wählen wir, wie in N^o. 75. geschehen, einen Träger von der Höhe H, dessen Trägheitsmoment darnach bemessen ist, dass das grösste Angriffsmoment in der äussersten Faser eine Spannung $\mathfrak{A} = 600$ Kilo hervorbringt. Nun ist nach Gleichung 31)

$$\theta = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{A}} \frac{H}{2}$$

und indem wir $H = \frac{1}{10} \frac{2a + b}{3}$, d. h. gleich $\frac{1}{10}$ der mittleren Spannweite der 3 Oeffnungen setzen, erhalten wir nach einigen Reductionen

$$s = \varkappa_1 b^3 \frac{\left(\frac{a}{b} \right)^4}{1200 \mathfrak{M} \left(2 \frac{a}{b} + 1 \right)}$$

Tabelle XXVI.

Grösstes Angriffsmoment M_B bei günstigster Senkung der Auflager einer Brücke von 3 Oeffnungen.

	$\frac{a}{b} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	1
$\frac{p}{q} = 1$	Max $M_B =$	$\frac{qb^2}{q} = 0,0625$	$\frac{qb^2}{q} = 0,0665$	$\frac{qb^2}{q} = 0,0858$				
	$\kappa_1 =$	1,009	0,704	0,707	0,712	0,72	0,62	0,284
$\frac{3}{4}$	Max $M_B =$	0,0639	0,0665	0,0673	0,0676	0,0681	0,0718	0,0907
	$\kappa_1 =$	0,95	0,63	0,63	0,64	0,65	0,57	0,27
$\frac{2}{3}$	$M_B =$	0,0644	0,0681	0,0691	0,0696	0,0706	0,0737	0,0925
	$\kappa_1 =$	0,92	0,60	0,60	0,61	0,61	0,55	0,26
$\frac{1}{2}$	$M_B =$	0,0654	0,0708	0,0722	0,0730	0,0745	0,0771	0,0958
	$\kappa_1 =$	0,875	0,55	0,55	0,56	0,56	0,52	0,25
$\frac{2}{5}$	$M_B =$	0,0660	0,0724	0,0741	0,0751	0,0768	0,0792	0,0980
	$\kappa_1 =$	0,85	0,52	0,52	0,53	0,53	0,50	0,24
$\frac{1}{3}$	$M_B =$	0,0665	0,0735	0,0754	0,0765	0,0785	0,0805	0,0997
	$\kappa_1 =$	0,82	0,50	0,50	0,51	0,51	0,49	0,23
$\frac{1}{4}$	$M_B =$	0,0670	0,0748	0,0771	0,0781	0,0805	0,0824	0,1010
	$\kappa_1 =$	0,80	0,47	0,47	0,48	0,48	0,47	0,23
$\frac{1}{5}$	$M_B =$	0,0672	0,0757	0,0777	0,0793	0,0815	0,0834	0,1018
	$\kappa_1 =$	0,80	0,46	0,46	0,47	0,47	0,46	0,23
$\frac{1}{7}$	$M_B =$	0,0675	0,0767	0,0791	0,0809	0,0829	0,0846	0,1033
	$\kappa_1 =$	0,78	0,44	0,44	0,44	0,45	0,45	0,22
$\frac{1}{9}$	$M_B =$	0,0675	0,0772	0,0797	0,0815	0,0837	0,0854	0,1148
	$\kappa_1 =$	0,78	0,43	0,43	0,43	0,44	0,44	0,22

Umstehende Tabelle XXVII. ist nach dieser Formel berechnet und sind zugleich in derselben diejenigen Spannweiten eingetragen, welche nach N^o. 69. aus Gleichung 103) und Tabelle XVII. sich ableiten. Es werden zwar für verschiedene Verhältnisse $\frac{a}{b}$

die Gewichte der Brücken bei gleicher Weite der Mittelöffnung verschiedene sein, sonach die Verhältnisse $\frac{p}{q}$ nicht immer denselben Spannweiten b entsprechen, doch ist für vorläufige Rechnungen und (durch Interpolation) für die meisten praktischen Fälle die günstigste Senkung genau genug bestimmt.

Tabelle XXVII.
Günstigste Senkung für 3 Oeffnungen.

Weite der Mittelöffnung b .	$\frac{a}{b} =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	1
—	$\frac{p}{q} = 1$	b 0,00042	b 0,00119	b 0,00148	b 0,00171	b 0,00205	b 0,00182	b 0,00092
—	$\frac{3}{4}$	0,00039	0,00100	0,00123	0,00142	0,00169	0,00155	0,00083
175 M.	$\frac{2}{3}$	0,00037 6,53 C.	0,00093 16,27	0,00114 19,93	0,00132 23,09	0,00153 26,77	0,00146 25,32	0,00078 13,65
100	$\frac{1}{2}$	0,00035 3,50 C.	0,00082 8,20	0,00100 10,00	0,00115 11,5	0,00133 13,3	0,00132 13,20	0,00072 7,25
70	$\frac{2}{5}$	0,00033 2,31 C.	0,00076 5,32	0,00092 6,44	0,00106 7,42	0,00123 8,61	0,00123 8,61	0,00068 4,76
45	$\frac{1}{3}$	0,00032 1,44 C.	0,00072 3,24	0,00087 3,91	0,00100 4,50	0,00115 5,17	0,00119 5,45	0,00064 2,88
25	$\frac{1}{4}$	0,00031 0,78 C.	0,00066 1,65	0,00080 2,00	0,00092 2,30	0,00106 2,65	0,00111 2,78	0,00063 1,58
18	$\frac{1}{5}$	0,00031 0,56 C.	0,00064 1,15	0,00078 1,40	0,00089 1,60	0,00102 1,84	0,00108 1,94	0,00063 1,13
12	$\frac{1}{7}$	0,00030 0,36 C.	0,00061 0,73	0,00073 0,87	0,00082 0,98	0,00099 1,19	0,00104 1,25	0,00059 0,71
8	$\frac{1}{9}$	0,00030 0,24 C.	0,00059 0,47	0,00071 0,57	0,00079 0,63	0,00093 0,74	0,00101 0,81	0,00053 0,42

Die Tabellen XXV.—XXVII. geben zugleich wieder ein Bild von dem Einfluss, den eine absichtliche oder fehlerhafte Differenz in der Auflagerhöhe auf die Grösse der Angriffsmomente M ausübt. Es bestimmen sich hiedurch (wie in N^o. 76. für 2 Oeffnungen) gewisse Grenzen, innerhalb welcher die Continuität der Träger zulässig ist. Indem man nämlich für die Grenzen, zwischen denen s in der Ausführung schwanken kann, die Momente M berechnet, erhält man Verhältnisszahlen für die Schwankungen der grössten Längenspannung, und können diese Grenzwerte annähernd aus den Tabellen XXV.—XXVII. abgeleitet werden. Durch Benützung der empirischen Gleichung 136) finden sich in Tabelle XXVI. und XXVII. auch diejenigen Momente, beziehungsweise Senkungen, wofür die 3 Maximalwerthe der Angriffsmomente gleichzeitig (ganz oder nahezu) gleich gross werden und sind die betreffenden Verhältnisse $\frac{a}{b}$ im Allgemeinen vorzuziehen, wenn die Senkung der Stützpunkte angewendet werden will.

83. Die Vortheile der Continuität der Brückenträger sind

- 1) Materialersparniss in den Gurtungen.
- 2) leichtere Aufstellung insbesondere bei grösseren Wasserläufen und tiefen Thalübergängen.

Die Nachtheile sind:

- 1) Unsicherheit in der genauen Ermittlung der Angriffsmomente, indem letztere von der Höhenlage der Stützpunkte sehr abhängig sind.

- 2) Wechsel von Druck und Zug, sowohl in den Gurtungen als in den Wandausfüllungen, namentlich für leichte (kleinere) Brücken.

Der letztere Nachtheil ist je nach der gewählten Constructionsweise mehr oder weniger empfindlich; bei sorgfältiger Ausführung und genügender Stärke der Dimensionen unbedenklich; insbesondere machen wir darauf aufmerksam, dass da, wo Wechsel in Druck und Zug stattfindet, beiderlei Anstrengungen oder wenigstens eine derselben weit geringer sind, als die Querschnittdimensionen es gestatten würden, ein Umstand, der bei der ungünstigen Beurtheilung der continuirlichen Brücken häufig ausser Acht gelassen wurde; auch die Unsicherheit in der Höhenlage der Stützpunkte ist bei grösseren Brücken weniger zu fürchten, und ganz zu vermeiden, oder wenigstens innerhalb enger Grenzen einzuschliessen.

Vortheile bei der Aufstellung bietet der continuirliche Träger nur dann, wenn die Hauptträger sammt den Querverbindungen als Ganzes am Lande aufgestellt und über die Pfeiler geschoben wird. Diese Aufstellungsart wird in Süddeutschland allgemein angewendet (zuerst von Benkiser in Pforzheim); gemäss den Untersuchungen über Senkung der Stützpunkte ist darauf zu sehen, dass durch das Schieben der Brücke keine Aenderungen

in der Gestalt der Gurtungen eintreten, wie überhaupt ausserordentliche Anstrengungen einzelner Theile vermieden werden müssen.

Ob die Materialersparniss — der hauptsächlichste Vortheil der Continuität — im betreffenden Falle von Werth ist, soll noch näher untersucht werden.

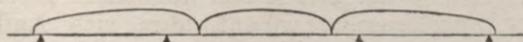
Wenn man die Gurtungen proportional den Angriffsmomenten an Stärke wechseln lässt, so ist aus den graphischen Darstellungen der Tafeln IV. und V. ersichtlich, dass durch die Continuität eine Verringerung der Momente M erzielt werden kann, welche bei 2 Oeffnungen etwa so gross ist wie bei 3 Oeffnungen; es kann hiedurch am Gewicht der Gurtungen 15—20 Prozent erspart werden.

Eine Vergleichung der Tabellen XXV. und XXVI. zeigt ferner, dass bei 3 Oeffnungen bei gegebener Spannweite das Maximalmoment gegenüber dem Werth von $0,125qb^2$, welcher dem grössten Moment des frei aufliegenden Trägers entspricht, bei Anwendung der Senkung der Stützpunkte um 25—45 %, ohne diese Senkung um 10—30 % vermindert wird. Dieselben Prozentansätze gehen aber bis auf 9, beziehungsweise 6 % herab, wenn die mittlere Spannweite wie in Tabelle XXIV. in Rechnung genommen wird. — Bei 2 Oeffnungen kann das grösste Moment ohne Senkung des Zwischenstützpunktes nicht vermindert werden, durch letztere Vorkehrung nach Tabelle XXI. um 24—28 %. — Diese Vergleichung der Maximalwerthe hat aber meist weniger praktischen Werth, da man bei grösseren Brücken die Trägerstärke mit dem Momente abnehmen lässt; bei kleineren Brücken soll aber die Continuität aus mehrfachen Gründen nicht angewendet werden.

84. Hr. Ingenieur H. Gerber hat die (übrigens häufig zu sehr hervorgehobenen) Nachtheile der continuirlichen Brücken dadurch umgangen, dass er Balkenträger mit freiliegenden Stützpunkten anordnete (s. Fig. 81); in der von Hr. Gerber gefällig mitgetheilten Patentbeschreibung ist gesagt:

„Denkt man sich einen zwischen 2 Pfeilern liegenden Balken über diese Pfeiler hinaus um eine bestimmte Grösse verlängert, so kann der Endpunkt jeder Verlängerung auch als Stützpunkt für einen weiteren (freien) Balken dienen, dessen zweites Ende entweder auf einem Pfeiler oder, wie das erste, auf der Verlängerung (dem Stützbalken) einer dritten Oeffnung gestützt ist.

Fig. 81.



„Der an beiden Enden gestützte freie Balken ist in Berechnung und Construction wie ein einfacher Träger zu behandeln,

da er mit dem Stützbalken (oder Pfeiler) nur durch einen Punkt verbunden sein soll, der über seinen Pfeiler verlängerte Balken hat an seinen Enden die Auflagerkräfte der anliegenden freien Balken, welche aus der Belastung ohne Weiteres gegeben sind, und seine eigene Belastung zu tragen, und wirken diesen Kräften nur die zwei Pfeilerreaktionen entgegen, die somit aus den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen ohne jede Beachtung der Biegung vollkommen sicher und einfach bestimmt werden können. — Ebenso sind nun die inneren Spannungen dieses Balkens leicht und mit derselben Sicherheit, wie die des einfachen Balkens zu berechnen.

„Da nach dem eben Entwickelten die Pfeilerreaktionen durchaus nicht von der Biegung, sondern nur von der Grösse und Vertheilung der Last abhängig sind, so kann auch die Senkung eines Pfeilers keinen Einfluss auf die inneren Spannungen der Träger ausüben.

„Aus der Anordnung der Träger mit freitragenden Stützpunkten ergibt sich, dass immer auf eine Oeffnung mit freiem Balken eine solche mit durchlaufendem (steifem) Träger folgen muss.“ —

§. 9. Einfluss der Auflagerbreite und Träger-Anzahl.

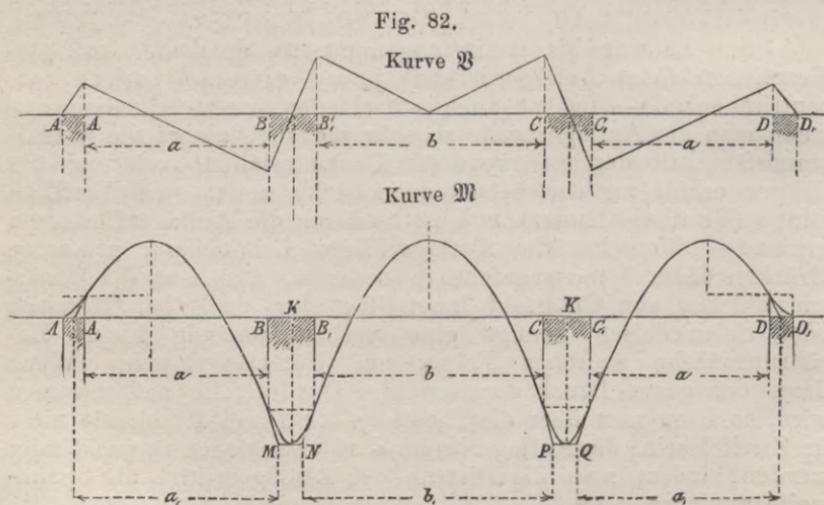
85. Es war bis dahin angenommen, dass die Auflager-Reaktionen (oder Auflagerdrücke) je auf einem Punkte concentrirt seien. — Es ist auch entschieden am zweckmässigsten, wenn man die Auflagerbreite so sehr reduzirt, als es die Widerstandsfähigkeit der angewendeten Baumaterialien gestattet: der Träger erhält an der betreffenden Stelle meist eine Vertikal-Rippe (Vertikal-Ständer) und ist hiedurch die Auflagerfläche gegeben. — Man hat die Auflagerfläche bei einigen grösseren Brücken dadurch ausserordentlich reduzirt, dass man die Berührungsfächen von Gussstahl herstellte; aber auch bei Gusseisen oder Schmiedeisen genügt eine verhältnissmässig kleine Berührungsfäche zwischen Träger und Unterlagsplatten. Wenn dann der ganze Druck durch wenige Quadratzolle aufgenommen wird, so kann man über die Richtung der Druck-Resultante nicht im Zweifel sein; die Auflagerbreite darf entschieden vernachlässigt werden, indem man die Distanz der Auflagermittel als Spannweite annimmt.

Es ist selbstverständlich, dass der Auflagerdruck nicht zu nahe der Mauerkante gelegt werden darf; die in die Berechnung zu ziehende Spannweite ist also immer wesentlich grösser als die Lichtweite der Steinpfeiler. — Wenn aber eine Auflagerplatte gegen den Brückenträger nur einer kleinen Auflagerfläche bedarf, so muss doch letztere gegen die Steinunterlage erbreitert werden; die Platte muss durch passende Rippen verstärkt sein, damit der

auf einem Punkte concentrirte Auflagerdruck auf eine grössere Steinfläche übertragen werden kann; die Unterlagsplatten erhalten dann die Form von Lagerschuhen.

86. Wenn man Auflager anwendet, welche dem Träger eine grössere Berührungsfläche darbieten, so kann es das Bestreben des Constructeurs sein, den Druck auf der breiteren Auflagerfläche möglichst gleichmässig zu vertheilen; diess wird durch entsprechende Anordnung der Endstreben und Endständer geschehen, welche den Vertikaldruck auf die Auflager zu übertragen haben. — Wir nehmen die Aufgabe als möglichst vollständig gelöst an, und denken uns (zunächst für das Verhältniss $\frac{b}{a} = 1,225$) den Auflagerdruck gleichförmig auf dem Auflager vertheilt; alsdann ändert sich die Vertikalkraft auf die Breite des Auflagers gleichförmig und ebenso gehen auch die Kurven der Angriffsmomente \mathfrak{M} stetig in einander über; die Kurve \mathfrak{M} besteht nach diesen Annahmen auch über den Pfeilern aus Parabelbögen.

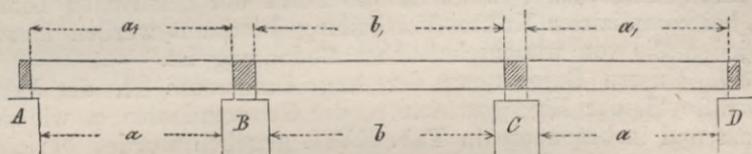
Hiedurch ist die in Fig. 82. gezeichnete allgemeine Gestalt der Kurven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} zunächst für den Fall der gleichförmig vertheilten Maximallast und das Verhältniss $\frac{b}{a} = 1,225$ gerechtfertigt.



Verlängert man in Fig. 82. die der Lichtweite AB entsprechende Parabel, bis sie die Horizontalen AA und MN trifft, so wird hiedurch die Distanz AA, beziehungsweise BK vermöge den Eigenschaften der Parabel, (nahezu) halbirt, und ist also die Distanz $a_1 = a + \frac{AA}{2} = \frac{BB}{2}$.

Um diese stellvertretende Parabel construiren zu können, ist es nothwendig, den Punkt $\mathfrak{B} = 0$ oder die Grösse des Auflagerdrucks bei A zu kennen. Zu diesem Zwecke substituiren wir die in Fig. 83. gezeichnete Anordnung; indem man von den schraffirten Theilen absieht, erhält man einen continuirlichen Träger, dessen Auflager auf einzelne Punkte concentrirt und dessen Spannweiten a_1 , b_1 und a_1 sind. Um die Weite a_1 zu finden, ist zur lichten

Fig. 83.



Entfernung a der Auflagerplatten die halbe Breite der Endauflager-Breite und ein Viertel der mittleren Auflagerbreite zu addiren.

Ändert sich das Verhältniss $\frac{a}{b}$ der Spannweiten, so ist die Vertikalkraft zu beiden Seiten der Mittelpfeiler nicht mehr dieselbe und wenn der Punkt $\mathfrak{B} = 0$ auf die Pfeilermitte treffen soll, so kann die Auflagerreaktion nicht mehr gleichförmig auf die ganze Auflagerbreite vertheilt sein; die Kurve \mathfrak{M} ist deshalb über dem Mittelpfeiler keine Parabel mehr, sondern eine Kurve höherer Ordnung; die Annahme, dass $\mathfrak{B} = 0$ in die Pfeilermitte fällt, in Verbindung mit der weiteren Annahme, dass der Auflagerdruck sich stetig ändert, gestattet, auch hier das durch die Figuren 82. und 83. dargestellte Verfahren anzuwenden, was nun ebenso für die einseitigen Belastungen motivirt werden kann; denn je mehr die Vertikalkraft auf der Seite der belasteten Oeffnung zunimmt, desto grösser wird die Auflagerreaktion auf der betreffenden Pfeilerhälfte sein, so dass der Punkt $\mathfrak{B} = 0$ auch hier der Pfeilermitte nahe bleibt. —

Diese ganze Betrachtung setzt, wie Eingangs bemerkt, voraus, dass der Auflagerdruck vermöge der angenommenen Construction auf einen erheblichen Theil des Trägers vertheilt werden muss und ist selbstverständlich, dass die betrachtete Auflagerbreite im Allgemeinen kleiner ist, als die Dicke der etwa vorhandenen Steinpfeiler. —

Unter der stillschweigenden Voraussetzung, dass die Pfeilerdicke gross genug ist, hat Hr. Ingenieur Mohr den Vorschlag gemacht, auf jedem Zwischenpfeiler zwei unabhängige Auflager anzubringen und die Distanz der beiden auf demselben Pfeiler befindlichen Stützpunkte als eine besondere Spannweite zu behan-

deln, wobei das in N^o. 21. und 22. entwickelte Verfahren von Clapeyron angewendet werden kann.

Wir glauben, dass in der Ausführung diese beiden getrennten Stützpunkte sich meist sehr nahe kommen (da ein entsprechender Abstand von der Pfeilerkante nothwendig ist) und dürften die subtilen Berechnungen durch die nothwendigen Formänderungen (insbesondere Zusammenpressung am vorzugsweise belasteten Stützpunkte) wesentlich alterirt werden. Neuerdings hat Hr. Mohr in der hannövrischen Bauzeitung vom Jahre 1868 ein graphisches Verfahren mitgetheilt, wodurch die Form der elastischen Linie auch bei complizirter Kräfte-Vertheilung bestimmt werden kann, was jedenfalls von wissenschaftlicher Bedeutung ist. —

87. Unsere Berechnung der Angriffsmomente M , der Vertikalkräfte B , der Eigengewichte p , der Gesamtlasten q , wie sie seitdem und insbesondere in Tab. XVII. gegeben wurde, bezieht sich immer auf ein Eisenbahngleise.

Wenn ein Geleise durch 2 Hauptträger aufgenommen wird, so hat jeder der letzteren die Hälfte der für ein Geleise berechneten Gewichte oder Momente aufzunehmen.

Es kann aber auch der Fall vorkommen, dass 3 oder mehr Träger sich in die Last eines Geleises theilen, und zwar nicht immer in gleichförmiger Weise. — Das Eigengewicht der Brücke wird dadurch nicht wesentlich alterirt; es bedarf aber einer besonderen Betrachtung, wie viel von diesem Eigengewicht und wie viel von der zufälligen Last auf jeden Träger fällt.

Häufiger kommt der Fall vor, dass 2 Geleise von denselben Hauptträgern gemeinschaftlich aufgenommen werden.

Wenn nur zwei Hauptträger vorhanden sind, so sind für jeden derselben die für ein Geleise antreffenden Gewichte p , q , B und Angriffsmomente M zu rechnen. Denn immer ist der Fall der gleichzeitigen Belastung beider Geleise ins Auge zu fassen. — Am Eigengewicht p kann zwar durch Verminderung der Trägeranzahl eine Ersparniss realisirt werden, doch hängt diess von der Constructionsweise und der Spannweite ab.

Wenn drei Träger zur Aufnahme von zwei Geleisen dienen, so hat der mittlere etwa die Hälfte der zufälligen Last aufzunehmen und zwar mehr oder weniger, je nach dem Hebelverhältniss, das durch die Anordnung der Querträger gegeben worden ist. — Es ist nicht rathsam, den Querträger als continuirlichen Träger über den mittleren Hauptträger hindurchgehen zu lassen; denn es wird derselbe bei Belastung der einen Brückenseite doch wenig verschieden von einem einfachen Träger wirken (weil das Gegengewicht der Belastung des andern Geleises fehlt), während bei gleichzeitiger Belastung beider Geleise die Aussenträger verhältnissmässig weniger, der Mittelträger mehr als die Hälfte der Last auszuhalten hat. — Man könnte eine solche Tieferlegung des Mittel-Hauptträgers vorschlagen, dass dieser Missstand vermieden

würde; — es ist jedoch zu bedenken, dass hiedurch die Steifigkeit und Unverrückbarkeit der ganzen Construction wesentlich leiden und dass der Nachweis von dem steten Vorhandensein der beabsichtigten Tieferlegung schwer fallen würde.

Vorausgesetzt, dass die Querträger je über zwei Hauptträger frei gespannt sind, so kann die Vertheilung der Last keinen Zweifel lassen, indem wieder beide Geleise gleichzeitig belastet angenommen werden und das Eigengewicht der Träger sich etwa gerade so vertheilt, wie die Verkehrsbelastung.

88. Wenn die zwei Geleise einer Brücke durch 2 oder 3 Hauptträger aufgenommen werden, so wird bei dem am häufigsten vorkommenden Falle der Belastung des einen Geleises eine verschiedene Einbiegung der einzelnen Hauptträger stattfinden.

Es wird diese Senkungsdifferenz bei frei aufliegenden Trägern am grössten sein. — Die Einbiegung f ist für einen mit der Maximallast q behafteten Träger nach Gleichung 42)

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q l^4}{E \Theta} \dots \dots \dots 42)$$

wo l die Spannweite des Trägers bezeichnet. — Es ist aber nach Gleichung 31)

$$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{A}}{\alpha} \Theta \dots \dots \dots \text{I.}$$

ferner ist für den mittleren Querschnitt (wo die grösste Senkung stattfindet)

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{8} q l^2 \dots \dots \dots \text{II.}$$

und

$$\alpha = \frac{H}{2} \dots \dots \dots \text{III.}$$

d. h. gleich der halben Trägerhöhe zu setzen; aus den Gleichungen I.—III. folgt:

$$\Theta = \frac{\mathfrak{M} \cdot H}{2 \cdot \mathfrak{A}} = \frac{q \cdot l^2}{16} \cdot \frac{H}{\mathfrak{A}} \dots \dots \dots \text{IV.}$$

und durch Wertheinsetzung in Gleichung 42)

$$f = \frac{5}{24} \cdot \frac{\mathfrak{A}}{E} \cdot \frac{l^2}{H} \dots \dots \dots 140)$$

Für den Fall der Maximalbelastung darf für schmiedeiserne Brücken $\mathfrak{A} = 600$ K. per □Cent., und $\frac{E}{\mathfrak{A}} = 3000$ angenommen werden; woraus endlich als grösste Einbiegung eines solchen vollständig belasteten freitragenden schmiedeisernen Trägers folgt

$$f = 0,00007 \frac{1}{H} \cdot l \dots \dots \dots 141)$$

Bei einseitiger Belastung hat jeder Träger nur einen Theil dieser Einbiegung zu erleiden; ist er nämlich mit q per Längeneinheit belastet, so ist seine grösste Einsenkung

$$f_1 = \frac{q}{q} 0,00007 \frac{1}{H} . l 142)$$

und indem man f_1 für die einzelnen Träger berechnet, erhält man die gesuchten Senkungsdifferenzen.

Beispiel. Eine Brücke von 40 M. Spannweite habe für 2 Geleise nur 2 Hauptträger; es ist nach Tabelle XVII. das Eigengewicht $p = \frac{1}{3} q$, ferner die zufällige Belastung eines Geleises $k = \frac{2}{3} q$; es vertheile sich letztere bei einseitiger Be-

lastung nach den Verhältnisszahlen $\frac{2}{7}$ und $\frac{5}{7}$, so dass der eine Träger $\frac{2}{7} k = \frac{4}{21} q$; der andere $\frac{5}{7} k = \frac{10}{21} q$ als zufällige Last erhält; die Gesamtbelastung der beiden Träger ist daher

$$\text{für den Träger I. } p + \frac{4}{21} q = \frac{11}{21} q,$$

$$\text{für den Träger II. } p + \frac{10}{21} q = \frac{17}{21} q.$$

Es ist somit nach Gleichung 142), indem man für l seinen Werth 40 M. = 4000 Cent. einsetzt, und das Verhältniss $\frac{1}{H} = 10$ annimmt,

für den Träger I.

$$f_1 = \frac{11}{21} 0,0007 . 4000 \text{ Cent.} = 1,6 \text{ Cent.}$$

für den Träger II.

$$f_1 = \frac{17}{21} 0,0007 . 4000 \text{ Cent.} = 2,475 \text{ Cent.}$$

Die Senkungsdifferenz beider Träger beträgt somit bei einseitiger Belastung in der Mitte 0,875 Cent., was eine ganz unbedeutende Verwindung der Brücke, beziehungsweise Drehung des mittleren Querschnitts voraussetzt.

§. 10. Angriffsmomente kleiner Träger.

89. Man hat es bei kleinen Trägern meist mit concentrirten Lasten zu thun; die Berechnung der Angriffsmomente \mathfrak{M} und Vertikalkräfte \mathfrak{B} geschieht nach Gleichung 100)—102), insolange die Träger an beiden Enden frei aufliegen.

Solche Träger continuirlich herzustellen ist, wie schon mehrfach angeführt, nicht rathsam. — Denn einmal ist der erwartete Vortheil sehr gering, sodann ist in N^o. 75. und 82. nachgewiesen, wie kleine Differenzen in der Höhenlage der Zwischenstützen sehr erhebliche Aenderungen in den Angriffsmomenten verursachen können, so dass der Vortheil der Continuität schliesslich ganz verloren geht und statt dessen lediglich eine Ungewissheit über die wirklich vorhandenen Kräfte eintritt. — Will man z. B. einen solchen Träger als Fachwerk construiren, so kann man beim frei aufliegenden Träger jedem Glied die gerade nothwendige Stärke geben, während beim continuirlichen Träger die in jedem Constructions-glied herrschende Spannung mehr oder weniger unbestimmt ist und deshalb dem Träger theilweise eine übermässige Stärke gegeben werden müsste.

Träger, welche in derselben Längenrichtung liegen, können desshalb an den Enden doch eine Verbindung erhalten; es dient diess nicht nur zur Solidität der ganzen Construction, sondern es hat auf die Tragfähigkeit jedenfalls einen günstigen Einfluss; wenn die Spannung in einem gegebenen Falle genau ermittelt werden soll, so wird man diese Verbindung an den Enden dadurch berücksichtigen, dass man das hiedurch hervorgerufene Widerstandsmoment der Verbindung in die Rechnung einführt; es ist diess im Allgemeinen durch die Stellung und Querschnittfläche der Verbindungsbolzen bestimmt.

Bei Berechnung neuer Brückenträger wird man aber meist von diesen Endverbindungen absehen, zumal die Momente, wenn keine Continuität beabsichtigt ist, nur kleine Werthe haben werden. —

90. Bei kleinen Trägern darf bei der Berechnung der Querschnittdimensionen das Eigengewicht der Träger selbst in der Regel vernachlässigt werden. Wenn man dann blos frei aufliegende Träger annimmt, so wird die ganze Rechnung ausserordentlich einfach und reducirt sich auf eine wiederholte Anwendung des Hebelgesetzes.

Bei den homogenen Trägern sind Beispiele gerechnet und auch für die gewöhnlich vorkommenden Fälle die Angriffsmomente in Zahlenwerthen ausgedrückt und den Widerstandsmomenten der häufiger vorkommenden Querschnittformen gegenüber gestellt.

Um jedoch auch für besondere Fälle die Rechnung zu erleichtern und die Eigenschaften der kleinern Träger vollständiger zur Anschauung zu bringen, sind in folgender Tabelle XXVIII. die Angriffsmomente und Einsenkungen einer Reihe von Träger-Anordnungen zusammengestellt; es sind hiebei die eingespannten Enden durch Schraffirung bezeichnet und erhält man für diese Fälle die Angriffsmomente durch wiederholte Anwendung der in N^o. 19—21. gegebenen Betrachtungen, indem man den Tangentenwinkel der elastischen Linie am eingespannten Ende = 0 setzt. —

Tabelle XXVIII.

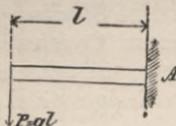
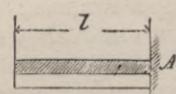
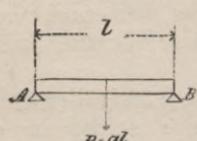
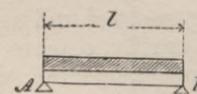
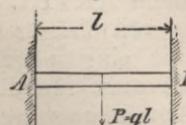
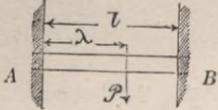
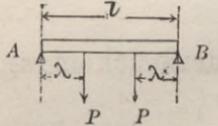
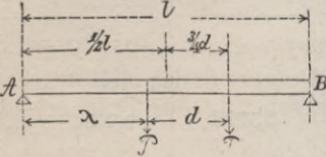
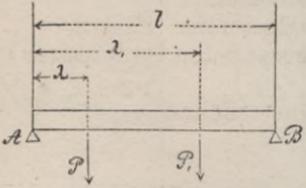
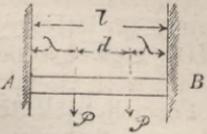
Nro.	Anordnung des Trägers.	Maximalwerthe der Angriffsmomente.		Grösste Einbiegung.	
		Abscisse von A aus gerechnet.	M	Abscisse von A aus gerechnet.	Einbiegung.
1	<p>Fig. 84.</p> 	0	$Pl = ql^2$	l	$\frac{1}{3} \frac{ql^4}{E\Theta}$
2	<p>Fig. 85.</p> 	0	$\frac{ql^2}{2}$	l	$\frac{1}{8} "$
3	<p>Fig. 86.</p> 	$\frac{l}{2}$	$\frac{Pl}{4} = \frac{ql^2}{4}$	$\frac{l}{2}$	$\frac{1}{48} "$
4	<p>Fig. 87.</p> 	$\frac{l}{2}$	$\frac{ql^2}{8}$	$\frac{l}{2}$	$\frac{5}{384} "$
5	<p>Fig. 88.</p> 	$\left. \begin{matrix} 0 \\ \frac{l}{2} \\ l \end{matrix} \right\}$	$\frac{Pl}{8} = \frac{ql^2}{8}$	$\frac{l}{2}$	$\frac{1}{192} "$

Tabelle XXVIII. (Fortsetzung.)

Nro.	Anordnung des Trägers.	Besondere Werthe der Angriffsmomente.		Grösste Einbiegung.	
		Abscisse.	\mathfrak{M}	Abscisse.	Einbiegung.
11	Fig. 94. 	$\text{in A } \left. \begin{array}{l} = 0 \end{array} \right\}$ λ l	$P \frac{\lambda (1-\lambda)^2}{l^2}$ $P \frac{\lambda^2 (1-\lambda)^2}{2l^3}$ $P \frac{\lambda^2 (1-\lambda)}{l^2}$	—	—
12	Fig. 95. 	$\lambda \text{ bis } \left. \begin{array}{l} \lambda + d \end{array} \right\}$	$P \frac{1-d}{2} = P\lambda$	$\frac{l}{2}$	$\frac{\lambda(3l^2-4\lambda^2)}{24l^3} \cdot \frac{P}{E\Theta}$
13	Fig. 96. 	$\left. \begin{array}{l} \lambda = \\ \frac{l}{2} - \frac{d}{4} \end{array} \right\}$	$P \frac{(2l-d)^2}{8l}$	—	—
14	Fig. 97. 	λ λ_1	$P \frac{\lambda}{l} (2l - \lambda - \lambda_1)$ $P \frac{1-\lambda_1}{l} (\lambda + \lambda_1)$	—	—
15	Fig. 98. 	$\text{in A } \left. \begin{array}{l} = 0 \end{array} \right\}$ $\lambda \text{ bis } \left. \begin{array}{l} \lambda + d \end{array} \right\}$	$P\lambda \frac{1-\lambda}{l}$ $P \frac{\lambda^2}{2}$	$\frac{l}{2}$	$\frac{\lambda^2(3l-4\lambda)}{24} \cdot \frac{P}{E\Theta}$

Anmerkung. Fall 13 ist die ungünstigste Stellung der beiden Lastpunkte; es ist \mathfrak{M} nach Umformung = $P \frac{1-d}{2} + P \frac{d^2}{8 \cdot l}$ (vergl. Fall 12).

Vierter Abschnitt.

Entwicklung der praktischen Regeln für Brückenträger mit vollen Wandungen.

§. 11. Homogene Träger.

91. Das Widerstandsmoment eines Trägers mit voller Wandung, also insbesondere eines homogenen Trägers findet sich unter Anwendung der Gleichung 31), durch Berechnung des Trägheitsmoments des fraglichen Trägers.

Bezeichnet für einen beliebigen Querschnitt x:

\mathfrak{M} das Angriffsmoment,

ΣXy das numerisch gleiche Widerstandsmoment,

\mathfrak{A} (\mathfrak{B}), die Spannung (Pressung) in den äussersten Fasern,

a (b) die Entfernung der äussersten gespannten (gepressten) Faser von der neutralen Faser,

Θ das Trägheitsmoment des Träger-Querschnitts,

so ist

$$\mathfrak{M} = \Sigma Xy = \frac{\mathfrak{A}}{a} \Theta = \frac{\mathfrak{B}}{b} \Theta \dots 31)$$

Im vorhergehenden Abschnitte sind die Angriffsmomente \mathfrak{M} für einzelne Fälle berechnet und ist insbesondere für kleinere Träger, Querträger etc. in Tabelle XXVIII. eine besondere Zusammenstellung gegeben. Besondere Fälle sind nach Gleichung 100)—102) (Seite 91.) zu berechnen, welche Formeln sich durch Vernachlässigung des Eigengewichts wesentlich vereinfachen.

Die für jedes Material zulässigen Spannungen und Pressungen sind im 2. Abschnitt verzeichnet, die Berechnung der Trägheitsmomente Θ ist schon im 1. Abschnitte entwickelt; es ist daselbst

in N^o. 14. eine Zusammenstellung der häufiger vorkommenden Trägheitsmomente gegeben, während in N^o. 16. eine Näherungsformel aufgestellt ist, welche in vielen Fällen rascher und hinreichend genau zu demselben Ziele führt.

92. Die schmiedeisernen Träger werden im Brückenbau am häufigsten angewendet und zeigen auch die grösste Ausbildung. — Für gutes Walzeisen darf zwar 700 Kilo als zulässige Spannung berechnet werden, doch wenden wir für kleinere Träger nur 600 Kilo grösste Spannung an; hiernach sind denn auch die folgenden Regeln gebildet worden.

Indem wir die Bezeichnungen beibehalten, die in der vorhergehenden Nummer erläutert sind, so haben wir nach Gleichung 31).

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{M} &= \Sigma Xy = \frac{\mathfrak{A}}{a} \Theta = \frac{\mathfrak{B}}{b} \Theta \\ \mathfrak{A} &= \mathfrak{M} \frac{a}{\Theta} = \mathfrak{B} \frac{a}{b} \\ \mathfrak{B} &= \mathfrak{M} \frac{b}{\Theta} = \mathfrak{A} \frac{b}{a} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 143)$$

Ist alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll \mathfrak{A} oder \mathfrak{B} nicht grösser als 600 genommen werden, es muss aber niedriger gegriffen werden, wenn die schiefe Wandspannung, welche gleichfalls nicht über 600 K. betragen soll, grösser sein sollte, als die grösste Längenspannung (vergl. N^o. 26. und 27.)

Die Mittelrippe trägt zum Werth des Trägheitsmoments nur wenig bei; sie wird deshalb bei schmiedeisernen homogenen Trägern thunlich dünn gehalten; doch ist für ihre Stärke durch die Vertikalkraft \mathfrak{B} ein bestimmtes Minimum gegeben.

Bezeichnet nämlich für einen Vertikalschnitt x

\mathfrak{B} die vom Querschnitt zu übertragende Vertikalkraft,

ΣY den numerisch gleich grossen Vertikalwiderstand,

S_0 die in der neutralen Faser des Trägers an der betrachteten Stelle per Längeneinheit wirkende Schubkraft,

\mathfrak{S}_0 die auf die Quadrateinheit reduzirte Schubspannung ebendasselbst,

\mathfrak{S} die Distanz der Mittelpunkte von Druck und Zug,

δ die Dicke der Mittelrippe,

so ist nach Gleichung 46)

$$S_0 = \frac{\Sigma Y}{\mathfrak{S}} = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{S}} \dots \dots \dots \text{I.}$$

und nach Gleichung 47)

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{S_0}{z} = \frac{S_0}{\delta} \dots \dots \dots \text{II.}$$

und folgt nun aus I. und II. als horizontale Schubspannung in der neutralen Faser

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{\mathfrak{B}}{\delta \xi} \dots \dots \dots 144)$$

Ist alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll \mathfrak{S}_0 nicht grösser als 350 sein, woraus sich die Regel ergibt

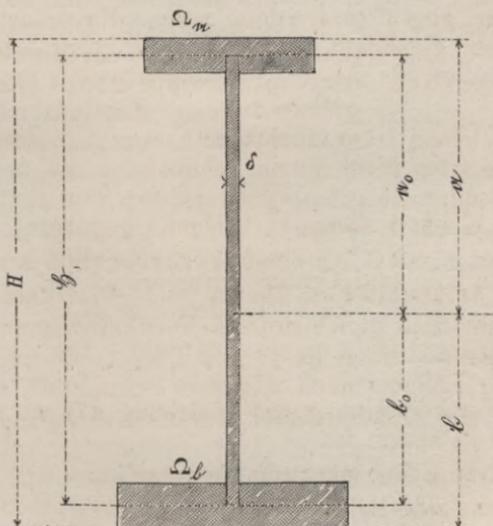
$$\delta > \frac{\mathfrak{B}}{350 \xi} \dots \dots \dots 145)$$

Der genaue Werth von ξ ist durch die Gleichung 32) der N^o. 14. gegeben

$$\xi = \frac{\Theta}{\int_0^b z \cdot y \cdot dy} \dots \dots \dots 32)$$

Das Integral bildet das Moment des gepressten Querschnitts, das sich meist einfach rechnet (übrigens numerisch gleich dem Momente des gespannten Querschnitts ist).

Fig. 99.



In vielen Fällen wird die nachfolgende Annäherung schneller und mit hinreichender Genauigkeit zum Ziele führen; es ist näm-

setzt und berücksichtigt, dass $\int_y^b zy \, dy$ das Moment des oberen Gurtungs-Querschnitt in Bezug auf die neutrale Axe ist, so erhält man

$$\mathfrak{S}_y = \frac{3}{2} \frac{b (H^2 - h^2)}{bH^2 - b_1h^2} \cdot 350 \mathfrak{S} \dots \text{IV.}$$

Setzen wir nunmehr $\frac{h}{H} = \frac{9}{10}$, $\frac{b_1}{b} = \frac{9}{10}$ so folgt daraus nach Gleichung 148) $\mathfrak{S} = 0,84 H$ und durch Wertheinsetzung in Gleichung IV.

$$\mathfrak{S}_y = 245 \text{ Kilo} \dots \text{V.}$$

und aus Gleichung I.

$$\mathfrak{A}_y = \frac{h}{H} 550 \text{ Kilo} = 495 \text{ Kilo} \dots \text{VI.}$$

Indem man nun schliesslich die Werthe \mathfrak{S}_y und \mathfrak{A}_y aus Gleichung V. und VI. in die Gleichung 55) einsetzt, erhält man als grösste schiefe Spannung oder Pressung

$$\mathfrak{D} \max = \frac{495}{2} \pm \sqrt{245^2 + \left(\frac{495}{2}\right)^2} = 602,5 \text{ Kilo} \dots \text{VII.}$$

Hätte man $\mathfrak{A} = 600 \text{ K.}$ genommen, so wäre \mathfrak{A}_y an der betrachteten Stelle (Grenze zwischen Gurtungen und Mittelrippe) = 540 und $\mathfrak{D} \max = 670 \text{ K.}$ geworden, was bei solchen kleinen Trägern, welche den Stössen der Eisenbahn-Fahrzeuge direct ausgesetzt sind, zu hoch geworden wäre; es wird übrigens der Fall, dass \mathfrak{A} und \mathfrak{S}_0 in demselben Querschnitt ihr Maximum erreichen, nur ausnahmsweise vorkommen. —

Die Mittelrippe ist noch weiterhin in Anspruch genommen, wenn die Last oben aufgelegt ist, ohne dass Vertikalrippen angebracht sind; die Mittelrippe ist dann auf eine gewisse Länge einer Vertikalpressung ausgesetzt, welche wie am Schlusse von N^o. 25. bemerkt, bei Berechnung der grössten schiefen Pressung nicht mit in Rechnung genommen wurde; letztere Pressung ist also im Falle der aufgelegten Last etwas grösser als oben nach Gleichung 55) berechnet wurde. —

94. Am häufigsten kommt bei schmiedeisernen homogenen Trägern die doppel τ form vor; in N^o. 14. sind für symmetrische und unsymmetrische Form die Trägheitsmomente Θ berechnet und findet man die Widerstandsmomente, wie mehrfach bemerkt, nach Gleichung 31). Zu weiterer Erleichterung der Rechnung ist nachstehende Tabelle XXIX. hergestellt; die berechneten Widerstandsmomente, welche in Kilogramm-Metern ausgedrückt sind, entsprechen einer grössten Längenspannung von 600 Kilo per \square Cent.; die Reduktion auf andere Spannungen ist mittelst

Tabelle XXIX.
Die Coten der Figuren sind Vielfache der Dicke δ der Mittelrippe.

Gewicht per lauf. Meter.	$\delta =$	$\frac{k}{c}$	$\frac{k}{12,7}$	$\frac{k}{17,25}$	$\frac{k}{22,5}$	$\frac{k}{28,5}$	$\frac{k}{35,2}$	$\frac{k}{42,6}$	$\frac{k}{50,7}$	$\frac{k}{59,5}$	$\frac{o}{69,0}$	$\frac{k}{79,2}$	$\frac{k}{90,1}$	$\frac{k}{101,7}$	$\frac{k}{114,0}$
	8,80		12,7	17,25	22,5	28,5	35,2	42,6	50,7	59,5	69,0	79,2	90,1	101,7	114,0
	$\frac{c}{0,5}$		0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
Fig. 101.	$H = 12,8$ $\Sigma Xy = 249$		15,4	17,9	20,5	23,0	25,6	28,2	30,7	33,1	35,8	38,4	41,0	43,5	46,1
Fig. 102.	$H = 12,1$ $\Sigma Xy = 242$		14,5	16,9	19,4	21,8	24,2	26,6	29,0	31,5	33,9	36,3	38,7	41,1	43,6
Fig. 103.	$H = 11,4$ $\Sigma Xy = 233$		403	639	954	1359	1864	2481	3221	4095	5115	6524	7918	9497	11273
Fig. 104.	$H = 10,7$ $\Sigma Xy = 223$		12,8	15,0	17,1	19,3	21,4	23,5	25,7	27,8	30,0	32,1	34,2	36,4	39,5
			386	613	915	1303	1787	2378	3088	3926	4903	6031	7320	8779	10422

Anmerk. Die Spannung in den äussersten Fasern ist zu 600 Kilogr. per \square Cent. angenommen.
Die Höhe H ist in Centimetern, ΣXy in Kilogramm-Metern ausgedrückt.

Gleichung 31) leicht herzustellen, d. h. die Widerstandsmomente sind den angenommenen Spannungen direkt proportional. — Die Dimensionen der Figuren 101—108. sind Vielfache der Dicke δ der Mittelrippe; die Gurtungsrippe ist durchweg 1,4 mal so dick angenommen als die Mittelrippe; es entspricht diess den durchschnittlichen Verhältnissen der I-Eisen, wie solche gegenwärtig von den Walzwerken angefertigt werden und wird man für die meisten vorkommenden I-Eisen ein annäherndes Profil in der Tabelle auffinden können, wobei Höhe und Gewicht per laufenden Meter vorzugsweise in Betracht zu ziehen sind.

95. Für sämtliche Träger-Querschnitte, welche beiderseits mit Gurtungsrippen versehen sind, sind die Näherungsformeln 38) und 39) gültig.

Bezeichnen ausser den aus Fig. 99. (s. Seite 155) ersichtlichen Dimensionen:

\mathfrak{A} die grösste Spannung in den äussersten Längensfasern,

\mathfrak{B} die grösste Pressung in den entgegengesetzten äussersten Fasern,

\mathfrak{S}_0 die Distanz der Schwerpunkte der Gurtungen (als Mittelpunkte der dortigen Zug- und Druck-Resultanten), sowie

Θ das Trägheitsmoment des Querschnitts,

\mathfrak{M} das Angriffsmoment für den betrachteten Querschnitt, so ist nach N^o. 16.:

$$\Theta = \mathfrak{S}_0 a_0 \left(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0 \right) = \mathfrak{S}_0 b_0 \left(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0 \right) . . . \quad 149)$$

$$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{A}}{a} \mathfrak{S}_0 a_0 \left(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0 \right) = \frac{\mathfrak{A}}{a} \mathfrak{S}_0 a_0 \left(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0 \right) \quad 150)$$

$$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{B}}{b} \mathfrak{S}_0 b_0 \left(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0 \right) = \frac{\mathfrak{B}}{b} \mathfrak{S}_0 b_0 \left(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta a_0 \right)$$

Für symmetrische doppel-T-förmige Querschnitte ist diese Gleichung ganz genau (vergleiche Gleichung 37); nennt man nun

b die Breite der Gurtungsrippe,

t die Höhe derselben,

H die ganze Trägerhöhe,

h die lichte Entfernung der Gurtungen,

$\mathfrak{S}_0 = \frac{H+h}{2}$ die Distanz der Gurtungsschwerpunkte;

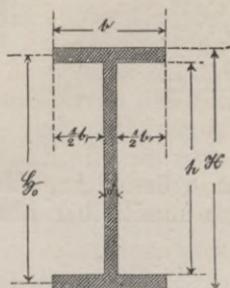
bedenkt man ferner dass:

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B},$$

$$b = a = \frac{1}{2} H,$$

$$b_0 = a_0 = \frac{1}{2} \mathfrak{S}_0,$$

Fig. 109.



so erhält man aus Gleichung 146) und 147)

$$\Theta = \frac{\xi_0^2}{2} \left(bt + \frac{1}{6} \delta \xi_0 \right) \dots 151)$$

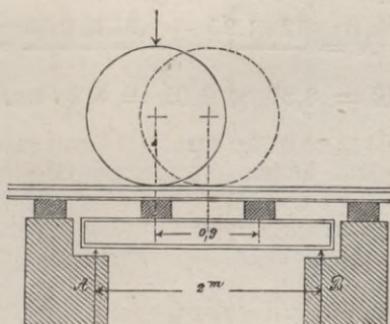
$$\mathfrak{M} = \mathfrak{X} \frac{\xi_0^2}{H} \left(bt + \frac{1}{6} \delta \xi_0 \right) \dots 152)$$

Wenn in vorstehenden Formeln 149) bis 152) Alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt ist, so soll \mathfrak{X} nicht grösser als 600 genommen werden.

96. Die schmiedeisernen homogenen Träger werden hauptsächlich zur Ueberbrückung kleinerer Spannweiten (unter 7 M.) angewendet.

Bei Eisenbahnbrücken sind meist für jeden Schienenstrang je ein Träger, somit für jedes Geleise 2 Träger vorhanden; wir nehmen aber auch hier wieder die Angriffsmomente \mathfrak{M} immer für 1 Geleise. — Wie oben rechnen wir per Radaxe 12 tons Gewicht und nehmen die Distanz zweier Triebaxen = 2 M. an. — Wir wollen hienach die Angriffsmomente \mathfrak{M} für eine Reihe von Trägerpaaren von verschiedener Spannweite berechnen, wobei aber ein wesentlicher Unterschied besteht, ob die Träger unmittelbar oder mittelst Querschwellen belastet werden.

Fig. 110.



Bei 2 M. Spannweite ist für unmittelbares Auflager

$$\max \mathfrak{M} = \frac{12 \cdot 2}{4} = 6 \text{ tm}$$

bei Anwendung von Querschwellen findet das grösste Angriffsmoment dann statt, wenn die Axe gerade auf einer Querschwellen sich befindet; es ist

$$\text{Auflagerdruck } A = \frac{12 \cdot 1,45}{2,00} = 8,7 \text{ ts}$$

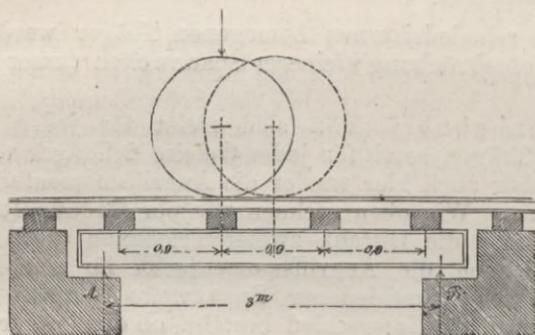
$$\max \mathfrak{M} = 8,7 \times 0,55 = 4,785 \text{ tm}$$

bei 3 M. Spannweite ist für unmittelbares Auflager

$$\max \mathfrak{M} = \frac{12 \cdot 3}{4} = 9 \text{ tm.}$$

bei Anwendung von Querschwellen findet das grösste Angriffsmoment wiederum dann statt, wenn die Radaxe unmittelbar über

Fig. 111.

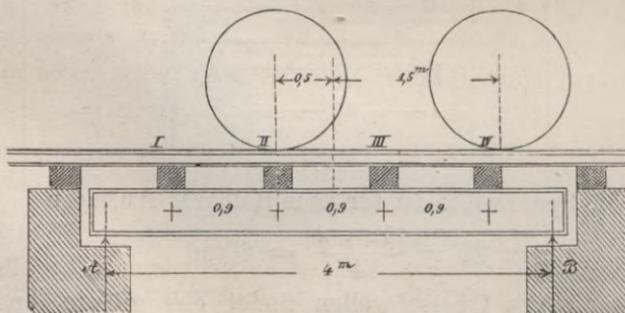


einer Querschwelle steht, hiefür ist (indem die letzte, zunächst B befindliche Querschwelle durch das 2. Locomotivrad gleichfalls eine Belastung erhält)

$$\text{Auflagerdruck } A = \frac{12 \cdot 1,95 + 9,333 \cdot 0,15}{3,0} = 8,266 \text{ ts}$$

$$\max \mathfrak{M} = 8,27 \times 1,05 = 8,68 \text{ tm.}$$

Fig. 112.



Bei 4 M. Spannweite sind 2 Radaxen auf die Brücke zu rechnen; die ungünstigste Stellung derselben ist, wenn das eine

Rad um $\frac{1}{4}$ der Raddistanz d von der Brückenmitte entfernt ist; hiefür ist das Angriffsmoment bei unmittelbarer Auflage nach Fall 13 der Tabelle XXVIII.

$$\max \mathfrak{M} = \frac{P(2l-d)^2}{8l} = \frac{12 \cdot 36}{32} = \frac{27}{2} = 13,5 \text{ tm.}$$

Bei Anwendung von Querschwellen ist bei gleicher Axenstellung die Schwelle II mit 11,33 ts, Schwelle I mit 0,67 ts, die Schwelle IV mit 10 ts belastet anzunehmen, und folgt daraus

Auflagerdruck

$$A = \frac{2,45 \cdot 11,33}{4} + \frac{0,67 \times 3,35}{4} + \frac{0,65 \cdot 10}{4} = 9,125 \text{ ts}$$

$$\max \mathfrak{M} = 9,125 \cdot 1,50 - 0,67 \cdot 0,85 = 13,12 \text{ tm}$$

die Differenz von 0,38 tm ist in den Schienen enthalten, insofern die Radaxen nicht unmittelbar über den Schwellenmitteln sich befinden. Unter den Eingangs angegebenen Voraussetzungen ist nachstehende Tabelle XXX. gerechnet, welche für jede Spannweite das per Geleise antreffende $\max \mathfrak{M}$ in Kilogramm-Metern ergibt. — Die entsprechenden Widerstandsmomente doppel-T-förmiger Träger sind in Tabelle XXIX. enthalten.

Tabelle XXX.

Axbelastung 12 ts.

Axdistanz 2 M.

Spannweite:		1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	3,0
$\max \mathfrak{M}$	mit Querschwellen.	1575	2464	3281	4050	4785	5495	6187	7200	8680
	direkt aufliegend.	3600	4200	4800	5400	6000	6600	7500	8100	9000
Spannweite:		3,3	3,6	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0
$\max \mathfrak{M}$	mit Querschwellen.	10180	11310	13475	16319	20034	23419	28236	33000	38000
	direkt aufliegend.	9900	11267	13500	16333	21000	25500	30000	34500	39000

Die Momente werden wesentlich grösser, wenn bei gleicher Axbelastung die Axendistanz kleiner angenommen wird; in der nachfolgenden Tabelle XXX^a. sind 3 Radaxen von je 12 tons Belastung und je 1,5 M. Distanz berechnet (was etwa der für Tabelle XVII^a. angenommenen Güterzug-Maschine entsprechend ist.)

Tabelle XXX a.

Axbelastung 12 ts.

Axdistanz 1,5 M.

Spannweite :		1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	3,0
max \mathfrak{M}	mit Querschwellen.	1650	2643	3587	4500	5390	6164	7552	8400	10080
	direkt aufliegend.	3600	4200	4800	5400	6000	6600	7500	8666	10125
Spannweite :		3,3	3,6	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7
max \mathfrak{M}	mit Querschwellen	11788	13500	16190	20880	25500	30172	34785	39377	43958
	direkt aufliegend.	11823	14400	18000	22500	27000	31500	36000	40500	45000

Die Momente der Tabellen XXX. und XXX^a. beziehen sich durchweg auf ein Geleise; wenn also wie gewöhnlich zwei Träger per Geleise vorhanden sind, so sind diese Werthe zu halbiren; für die auf einen Träger reduzirten Angriffsmomente der Tabellen XXX. ist dann aus Tabelle XXIX. ein passendes Widerstandsmoment auszusuchen, das dem ersteren numerisch gleich sein soll. Hat ein Träger andere Dimensionen, als sein Angriffsmoment verlangt, so lässt sich mit Hülfe der Tabelle XXIX. die grösste Längenspannung schnell auffinden, indem in der genannten Tabelle eine Längenspannung von 600 Kilo angenommen ist und die Widerstandsmomente der jeweils herrschenden grössten Längenspannung direkt proportional sind.

Die grösste Vertikalkraft findet nicht gleichzeitig Statt, sondern stets dann, wenn das Vorderrad der Lokomotive am Brückenende angelangt ist, während von den übrigen Lokomotivrädern so viele auf der Brücke sich befinden, als die Länge der letzteren gestattet. — Hiernach ist die folgende Tabelle XXXI. für die grössten Werthe der Vertikalkraft \mathfrak{B} berechnet. — Die Axenbelastung der Lokomotive ist wieder 12000 K. und die Axendistanz 2 M.; die Werthe \mathfrak{B} beziehen sich auf ein Geleise, so dass in der Regel auf einen Träger die Hälfte dieser Last zu rechnen ist.

Tabelle XXXI.

Axbelastung 12 ts.

Axdistanz 2 M.

Spannweite:	2,0 ^m	2,2 ^m	2,4 ^m	2,7 ^m	3,0 ^m	3,3 ^m	3,6 ^m
Max \mathfrak{B}	12000	13091	14000	15111	16000	16727	17333
Spannweite:	4,0 ^m	4,5 ^m	5,0 ^m	5,5 ^m	6,0 ^m	6,5 ^m	7,0 ^m
Max \mathfrak{B}	18000	20000	21600	22909	24000	24923	25714

Für alle Weiten unter 2 M. ist Max \mathfrak{B} gleich 12000 k per Geleise zu rechnen. Für den Fall einer Axendistanz von nur 1,5 M., während die Axbelastung 12000 K. beträgt, erhält man folgenden gleichfalls auf ein Geleise bezogenen Werth:

Tabelle XXXI^a.

Axbelastung 12 ts.

Axdistanz 1,5 M.

Spannweite:	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,7	3,0	3,3
max \mathfrak{B}	12750 ^k	14000 ^k	15000 ^k	15810 ^k	16500 ^k	17333 ^k	18000 ^k	19636
Spannweite:	3,6	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0
max \mathfrak{B}	21000	22500	24000	25200	26182	27000	27692	28285

Für 1,5 M. und alle geringeren Weiten ist max $\mathfrak{B} = 12000$ K. per Geleise zu rechnen.

In den Tabellen XXXI. und XXXI^a. ist vorausgesetzt, dass die Träger unmittelbar belastet sind; werden besondere Schwelenträger angewendet, so geht ein Theil der Vertikalkraft durch dieselben direkt auf die Widerlager über; letztere Last muss von den Werthen der Tabelle XXXI. in Abzug gebracht werden.

97. Gusseiserne Träger werden seltener angewendet, da ein Bruch durch Erschütterungen leicht hervorgerufen werden kann und schmiedeiserne Träger sehr billig und in mannigfaltigen Formen hergestellt werden.

Das Gusseisen zeigt die Eigenthümlichkeit, dass der Elastizitätsmodul bei stärkeren Belastungen sich sehr ändert und für Druck und Zug nicht mehr derselbe ist (vergl. Tab. IV. u. V.) Innerhalb den bei Brückenbauten zulässigen Belastungen sind jedoch

beide Elastizitätsmodule nahezu gleich und haben wir als Mittelwerth 900000 K. per □Centim. gesetzt.

Da die absolute Festigkeit des Gusseisens 5—6 mal kleiner ist als seine absolut rückwirkende Festigkeit, so kommt bei homogenen Trägern nur erstere in Betracht und lautet hienach Gleichung 31).

$$M = \frac{M}{a} \theta \dots \dots \dots 31)$$

Ist alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll M gewöhnlich nicht grösser als 200 genommen werden; es gibt jedoch Gusseisen besonders guter Qualität, wo grössere Längen-Spannungen bis zu 250 K. per □Cent. erlaubt sind.

Da die rückwirkende Festigkeit des Gusseisens die absolute Festigkeit so sehr übersteigt, so gibt man häufig den beiden Flantschen verschiedene Querschnitte, indem man die gedrückte Gurtungsrippe viel kleiner herstellt. — Für solche unsymmetrische Querschnitte mit dünnen Mittelrippen hat E. Hodgkinson folgende empirische Formel gegeben:

$$P = C. \frac{ah}{1} \dots \dots \dots 153)$$

hiebei bezeichnet:

l die Länge eines an beiden Enden frei aufliegenden Stabes,

h die Höhe desselben,

a den Querschnitt der gezogenen Flantsche,

P das Gewicht, das in der Mitte des Stabs wirkend den Bruch hervorbringt,

und ist, wenn Alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt ist,

$$C = 4100 \text{ Kilo,}$$

woraus Bruchmoment:

$$M_0 = 1025 \cdot a \cdot h \dots \dots \dots 154)$$

Wenn man von diesem Bruchgewicht wie in Tabelle XII. ein Fünftel als zulässige Last rechnet, so stimmt Gleichung 154^{a)} ziemlich gut mit den Resultaten der Gleichung 31), wie auch bei Vernachlässigung der Mittelrippe die Grösse $\frac{\theta}{a}$ nahezu in den Werth $a \cdot h$ übergeht.

Die Dicke der Mittelrippe bestimmt sich wie beim schmiedeisernen homogenen Träger nach Gleichung 46) und 47) indem für die horizontale Schubspannung in der neutralen Faser ein bestimmtes Maass gesetzt wird.

Bezeichnet

S_0 die Schubspannung in der neutralen Faser,

δ die Dicke der Mittelrippe,

\mathfrak{B} die zu übertragende Vertikalkraft,

\mathfrak{S} die Distanz der Mittelpunkte von Druck und Zug,

so ist nach Gleichung 46) und 47)

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}} \dots \dots \dots 155)$$

Ist alles in Kilogrammen und Centimetern ausgedrückt, so soll bei gewöhnlichem gutem Guss \mathfrak{S}_0 nicht grösser als 150 genommen werden, woraus folgt

$$\delta > \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}} \cdot \frac{1}{150} \dots \dots \dots 156)$$

Es kann bei gleichem Gewicht einem gusseisernen Träger an Last etwa $\frac{1}{3} - \frac{3}{7}$ gegenüber einem schmiedeisernen Träger von gleicher Höhe auferlegt werden.

98. Träger von Gussstahl. Bei dem geringen Preise des Gussstahles (und insbesondere des Bessemer Stahles) hat man bereits angefangen, dieses Material auch bei Brücken-Construktionen anzuwenden. — Da beim Stahl die rückwirkende Festigkeit mehr als noch einmal so gross ist, als die absolute, so hat man zunächst nur letztere ins Auge zu fassen und lautet Gleichung 31) wie beim Gusseisen:

$$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{A}}{\alpha} \cdot \Theta \dots \dots \dots 31)$$

Ist Alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll für Bessemerstahl \mathfrak{A} nicht grösser als 1000 genommen werden, wobei weicher Stahl in Rechnung genommen ist.

Als Beispiel wählen wir die in Tafel VIII. gezeichneten Schienen der London Metropolitan Railway, deren Trägheitsmoment Θ , und zugehöriges $\frac{\Theta}{\alpha}$ nach dem in N^o. 17. angegebenen Verfahren bestimmt wurde, wie das Nähere aus Tafel VIII. ersichtlich ist.

Für eine Belastung, durch welche der Kopf der Schiene auf Zug in Anspruch genommen ist, haben wir gefunden:

$$\mathfrak{M} = 8,715 \mathfrak{A}_0 \dots \dots \dots \text{I.}$$

wo \mathfrak{A}_0 die grösste Längenspannung per Quadratzoll bezeichnet und \mathfrak{M} in englischen Zollen ausgedrückt ist; und in ähnlicher Weise, wenn der Fuss auf Zug in Anspruch genommen ist.

$$\mathfrak{M} = 11,4 \mathfrak{A}_0 \dots \dots \dots \text{II.}$$

Versuche, welche über die erste Belastungsart an gestellt wurden, ergaben bei einer Stützweite von 5 Fuss oder 60 Zoll eng-

lisch eine Bruchlast von 22 tons, woraus $\mathfrak{M} = \frac{22 \cdot 60}{4} = 360$

Zoll tons und $\mathfrak{A}_0 = 38$ tons.

In ähnlicher Weise ergab sich, da der Fuss der Schiene auf Zug in Anspruch genommen wurde, eine Bruchlast von 29,17 tons

und hieraus $\mathcal{N}_0 = 38,4$ tons per Quadratzoll, was 6048 Kil. per Quadratcentimeter entspricht.

Der Bruchcoefficient der absoluten Festigkeit des fraglichen Materials war übrigens zu 35 tons oder 5512 K. per □Centimeter bestimmt worden, wobei zu bemerken, dass weicher Stahl verwendet worden. (Ueber die Zunahme der Festigkeit gegen Zug bei relativer Festigkeit vergleiche S. 59.)

Bei Belastung der Schienen durch Lokomotivaxen von 12 tons Gewicht und unter der Annahme, dass das Material nicht stärker als mit c. 1000 K. per Quadratcentimeter oder 7 tons per Quadratzoll englisch in Anspruch genommen sein soll, ergibt sich als freie Auflagerweite l für obige Schienen:

$$l = \frac{7 \cdot 11,4 \cdot 4}{6} = 53,2 \text{ Zoll oder } 4,4 \text{ Fuss englisch.}$$

Es ist zu bemerken, dass dieses Resultat sich dadurch modificirt, dass die Schienenfüsse zu Aufnahme der Befestigungsschrauben durchbohrt sind, worauf in der Rechnung keine Rücksicht genommen ist.

Anmerk. Die Zahlenangaben sind dem Journal *Engineering*, 1868, entnommen, wo auch das Widerstandsmoment in gleicher Weise berechnet ist.

99. Hölzerne homogene Träger haben meist rechteckige Querschnittform, — wodurch Gleichung 31) sich wesentlich vereinfacht.

Bezeichnet

h die Höhe des Trägers,

b die Breite desselben,

\mathcal{M} das Angriffsmoment,

\mathcal{N} die grösste Längenspannung,

so ist

$$\mathcal{N} = \frac{\mathcal{M}}{\frac{1}{6}bh^2} \dots \dots \dots 157)$$

Ist alles in Kilogrammen und Centimetern ausgedrückt, so soll \mathcal{N} nicht grösser als 70 K. genommen werden. — Es ist diess übrigens ein Mittelwerth, da die Hölzer nach Gattung, Behandlung und Alter verschiedene Festigkeit haben; es ist angenommen, dass $\frac{1}{10}$ der Bruchfestigkeit durch die zulässige Belastung erreicht werde.

100. Die Blechwandbrücken unterscheiden sich von den schmiedeisernen homogenen Trägern hauptsächlich dadurch, dass sie aus einzelnen Theilen — Wandblechen, Kopfblechen, Winkeln etc. — zusammengesetzt sind; in Folge dessen ist ihre Anfertigung bezüglich Grösse und Form beinahe unbeschränkt; sämmtliche

Theile können meist gerade so stark gewählt werden, als ihre Bestimmung es nothwendig macht.

Zur Bestimmung der Stärke der Gurtungen und Wandbleche dienen bei horizontal und geradlinig begränkter Trägerform dieselben Formeln wie für die homogenen Träger.

Bezeichnet für einen Querschnitt x:

\mathfrak{M} das Angriffsmoment der äussern Kräfte,

\mathfrak{B} die Vertikalkraft,

\mathfrak{A} (\mathfrak{B}) die grösste horizontale Längenspannung (Pressung) in den äussersten Fasern,

a (b) den Abstand der äussersten gespannten (gepressten) Längensfasern von der neutralen Schichte,

a_0 (b_0) den Abstand des Schwerpunkts der gezogenen (gepressten) Gurtung von der neutralen Schichte,

ξ_0 die Distanz der beiden Gurtungsschwerpunkte,

ξ die Distanz der Mittelpunkte von Druck und Zug,

Θ das Trägheitsmoment des Querschnitts,

δ die Dicke des Mittelwandbleches,

Ω_a (Ω_b) den Querschnitt der gezogenen (gedrückten) Gurtung,

\mathfrak{E}_0 die Schubspannung in der neutralen Faser,

so ist nach Gleichung 31)

$$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{A}}{a} \Theta = \frac{\mathfrak{B}}{b} \Theta \dots \dots \dots 31)$$

Die Bestimmung des Trägheitsmoments Θ ist bei complicirteren Querschnitten oft sehr zeitraubend; es wird daher mit Vortheil die Näherungsformel aus N^o. 95. angewendet:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{M} &= \frac{\mathfrak{A}}{a} \xi_0 a_0 (\Omega_a + \frac{1}{3} \delta \Omega_a) \\ \mathfrak{M} &= \frac{\mathfrak{B}}{b} \xi_0 b_0 (\Omega_b + \frac{1}{3} \delta \Omega_b) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 150)$$

Gemäss Gleichung 31) darf $\frac{\mathfrak{A}}{a}$ jederzeit durch $\frac{\mathfrak{B}}{b}$ ersetzt werden und umgekehrt; bei ganz oder nahezu symmetrischen Querschnitten ist diese Näherungsformel vollständig genau, und geht in die Gleichung über:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{A} \frac{\xi_0^2}{H} (\Omega_a + \frac{1}{6} \delta \xi_0) \dots \dots \dots 158)$$

welche Gleichung mit Formel 152) identisch ist.

Ist alles in Kilogrammen und Centimetern ausgedrückt, so soll \mathfrak{A} oder \mathfrak{B} nicht grösser als 600 Kilo genommen werden.

Anmerkung. Dies gilt auch, wenn alle Längen und Höhen, und somit auch \mathfrak{M} in Metern (oder überhaupt andern Längenmaassen) ausgedrückt sind, wenn nur die Ausdrücke $(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta \Omega_a)$ und $(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta \Omega_b)$ nach Centimetern berechnet sind.

Zur Bestimmung der Dicke der Mittelrippe hat man nach N^o. 92. Gleichung 144)

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{S}b} \dots \dots \dots 144)$$

wobei wir auf die Bestimmung von \mathfrak{S} in N^o. 92. verweisen.

Ist alles in Kilogrammen und Centimetern ausgedrückt, so soll \mathfrak{S}_0 nicht grösser als 350 genommen werden. Hieraus folgt

$$\delta > \frac{1}{350} \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{S}} \dots \dots \dots 145)$$

101. Bei Trägern mit gebogenen oder überhaupt nicht parallelen Gurtungen müssen obige Formeln einige Modificationen erleiden, indem wir uns einen Querschnitt denken, der auf allen Längenasen normal steht. — Bezeichnen wir mit

- Q' die Kraft in der gezogenen Gurtung,
- Q_y' die vertikale Componente dieser Kraft,
- α' den Winkel, den die gezogene Gurtung mit dem Horizont bildet,
- Ω_a den Querschnitt der gezogenen Gurtung senkrecht zur Gurtungsrichtung,

und ebenso

- Q'' die Kraft in der gedrückten Gurtung,
- Q_y'' die vertikale Componente dieser Kraft,
- α'' den Winkel, den die gedrückte Gurtung mit dem Horizont bildet,
- Ω_b den Querschnitt der gedrückten Gurtung senkrecht zur Gurtungsrichtung,

so ist nach Gleichung 150), indem der Hebelsarm der Zugresultante = $\mathfrak{S}_0 \cos \alpha'$ gesetzt wird:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{A} \frac{a_0}{a} \mathfrak{S}_0 \cos \alpha' (\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0) \dots \dots 159)$$

ferner ist

$$Q' = \Omega_a \cdot \mathfrak{A} \frac{a_0}{a} \dots \dots \dots \text{I.}$$

und folgt aus I. und 159)

$$Q' = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}_0 \cos \alpha'} - \frac{1}{3} \delta a_0 \frac{a_0}{a} \mathfrak{A} \dots \dots \dots \text{II.}$$

$$Q_y' = \sin \alpha' \left\{ \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}_0 \cos \alpha'} - \frac{1}{3} \delta a_0 \frac{a_0}{a} \mathfrak{A} \right\} \dots \dots \dots \text{III.}$$

und ebenso ist (nach Gleichung 150)

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{B} \frac{b_0}{b} \mathfrak{S}_0 \cos \alpha'' (\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0) \dots \dots 159^a)$$

$$Q'' = \Omega_b \mathfrak{B} \frac{b_0}{b} \dots \dots \dots \text{IV.}$$

wonach aus 159^a) und IV. folgt:

$$Q'' = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}_0 \cos \alpha''} - \frac{1}{3} \delta b_0 \frac{b_0}{b} \mathfrak{B} \dots \text{V.}$$

$$Q_{y''} = \sin \alpha'' \left\{ \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}_0 \cos \alpha''} - \frac{1}{3} \delta b_0 \frac{b_0}{b} \mathfrak{B} \right\} \dots \text{VI.}$$

Die bestehende grösste Gurtungsspannung \mathfrak{M} (oder Pressung \mathfrak{B}) wird nach obiger Gleichung 159), beziehungsweise 159^a) berechnet; ist Alles in Kilogrammen und Centimetern ausgedrückt, so soll \mathfrak{M} oder \mathfrak{B} nicht grösser als 700 genommen werden.

Zur Bestimmung der Schubspannung in der Wand müssen die vorstehend entwickelten Gleichungen IV. und VI. zu Hilfe genommen werden.

Da nämlich ein Theil der Vertikalkraft durch die vertikalen Composanten der Gurtungskräfte aufgenommen wird, so ist die durch die Schubkräfte des Vertikalschnittes aufzunehmende Kraft \mathfrak{B}_1 um so viel kleiner, und zwar ist

$$\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B} - Q_{y'} - Q_{y''} \dots \text{VII.}$$

woraus für die horizontale Schubkraft in der neutralen Faser folgt:

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{\mathfrak{B} - Q_{y'} - Q_{y''}}{\mathfrak{S}_0 \delta} \dots \text{160)}$$

won $Q_{y'}$ und $Q_{y''}$ aus obigen Gleichungen III. und IV. zu entnehmen sind.

Ist alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll \mathfrak{E}_0 nicht grösser als 350 sein, wonach

$$\delta > \frac{1}{350} \frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{B} - Q_{y'} - Q_{y''}} \dots \text{161)}$$

Bei Bestimmung der Wanddicke müssen gleichzeitige Werthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} in Rechnung genommen werden, da letztere Grösse für die Werthe Q' und Q'' massgebend ist.

102. Bei den vorstehenden Regeln ist durchaus vorausgesetzt, dass die Abzüge für die Nietlöcher oder ungenügende Stossverbindungen bereits vorgenommen worden sind. — Im Allgemeinen ist hiebei auf die Zusammenstellung in N^o. 55. zu verweisen, wo die Regeln über Nietverbindungen kurz zusammengefasst sind, es lassen sich jedoch einige weitere Betrachtungen anreihen.

Die Nieten, mit denen die einzelnen Theile der Gurtungen verbunden werden, werden schon dieses Zweckes halber meist so nahe zusammengerückt und von solcher Stärke hergestellt, dass an den Stössen kaum eine weitere Verschwächung nothwendig wird. — Dies kann insbesondere noch dadurch erreicht werden, dass die Nieten zunächst dem Stossplattenrande ganz gleich den auf die ganze Länge durchlaufenden Nieten hergestellt werden und erst die innern Nietreihen — welche nicht mehr die ganze

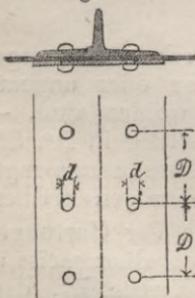
Kraft zu übertragen haben, mit stärkern oder zahlreichern Nietern versehen werden; für die Verschwächung des gestossenen Bleches ist nur die dem Stossplattenrande zunächst befindliche Nietreihe massgebend (siehe N^o. 55.).

Ob ein beliebiger Stoss genügend hergestellt ist, wird nach Anleitung von N^o. 55. untersucht; im Allgemeinen soll Stossplatte oder Niete nicht mehr in Anspruch genommen sein, als das gestossene Blech; ist jedoch letzteres stärker als nothwendig wäre, so genügt für den Stoss die der Widerstandsfähigkeit des Nietbolzenmaterials entsprechende Stärke.

103. Die Stösse der Blechwand erfordern eine besondere Beurtheilung. — Die Stärke der Blechwand, wie sie nach den Formeln 145) und 161) berechnet wird, ist meist geringer, als in der Ausführung rathsam erscheint; mit Rücksicht auf das Einknicken zu dünner Bleche sowie auf die Witterungseinflüsse darf, unter ein gewisses Minimum (das mit der Trägerhöhe wechselt) nicht gegangen werden; im Allgemeinen wird nur bei kleinen oder sehr grossen Brücken die Dicke der Mittelrippe genau nach der Gleichung 145) bemessen werden können; in den meisten Fällen hat also die Wand eine übermässige Stärke gegen Abscheeren. — Es kann aber ganz allgemein der für einen vertikalen Wandstoss nothwendige Nietenabstand unabhängig von der Blechwanddicke berechnet werden. — Es ist hiefür die horizontale Schubkraft in der neutralen Faser maassgebend (nach Gleichung 48) ist in demselben Wandelement horizontale und vertikale Schubkraft per Längeneinheit gleich gross). — Die horizontale Schubkraft in der neutralen Faser ist nach Gleichung 46) per Längeneinheit:

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{\Sigma Y}{\mathfrak{S}} = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{S}} \dots \dots \dots 46)$$

Fig 113.



wo \mathfrak{S} den Abstand der Mittelpunkte von Druck und Zug des ganzen Querschnitts bezeichnet. Diese Kraft nimmt bis zu den Gurtungen hin wenig ab und wird daher auf die ganze Höhe constant angenommen; es muss daher diese Kraft durch die per Längeneinheit angebrachten Wandnieten übertragen werden; diese Niete sind als doppelschnittig zu rechnen, da stets beiderseits Stossplatten (oder Γ Eisen) angebracht sind; bezeichnet

- d den Durchmesser der Nietbolzen,
- \mathfrak{S} die zulässige Schubspannung derselben,
- n die Anzahl der Niete per Längeneinheit,

D die Distanz der Niete, welche $\frac{1}{n}$ der Längeneinheit beträgt, so folgt

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{S}_0 &= \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{S}} = 2n \cdot \frac{d^2\pi}{4} \cdot \mathfrak{C} \\ D &= \mathfrak{C} \frac{2\mathfrak{S}}{\mathfrak{B}} \cdot \frac{d^2\pi}{4} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 162)$$

Ist alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll \mathfrak{C} nicht grösser als 600 genommen werden. (Es ist gestattet \mathfrak{B} und \mathfrak{S} gleichzeitig anstatt in Centimetern in andern Maassen z. B. in Metern auszudrücken.) Hierbei ist jedoch sehr gutes Nieteisen und gute Ausführung vorausgesetzt.

Wird die Stärke der Blechwand durch den Widerstand gegen Abscheeren bedingt, somit nach Formel 145) bestimmt, so ist für die Verschwächung durch die Niete ein Zuschlag in der Blechdicke zu geben, den wir uns durch eine vorläufige Rechnung gemacht denken; diese Rechnung geschieht dadurch, dass man Entfernung, beziehungsweise Durchmesser der Niete nach Gleichung 162) aufsucht. Ist nun die Dicke des Bleches (unter Berücksichtigung der Abzüge der Nietlöcher) nach Gleichung 145) berechnet, so kann hieraus der Abstand der Niete direkt gefunden werden; da nämlich in letzterer Formel 145) die Wanddicke so bemessen ist, dass die Schubspannung im Blech 350 K. beträgt, während für die Niete 600 Kilo pro □Cent. zulässig ist, so ist auf die Distanz D zweier Niete (unter Beibehaltung der obigen Bezeichnungen)

Widerstand eines

$$\text{Nietbolzen} = 2 \cdot 600 \cdot \frac{d^2\pi}{4} \dots \dots \text{I.}$$

Widerstand des zwischen liegenden

$$\text{Wandtheils} = (D - d) \delta \cdot 350 \dots \dots \text{II.}$$

und folgt aus I. und II.

$$D = \frac{\pi d^2 + 1,16 \delta d}{1,16 \delta} \dots \dots \dots 163)$$

Ist z. B. $d = 2\delta$, so folgt $D = 6,3d$, so dass in diesem Falle das Blech um $\frac{1}{6,3}$ verschwächt wird. — Die Gleichungen 162)

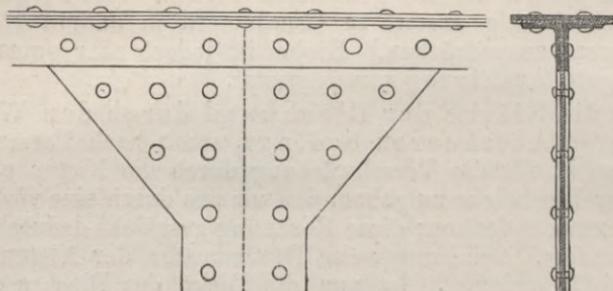
und 163) geben denselben Abstand D, wenn der Nietendurchmesser d beidemale gleich gross ist, vorausgesetzt, dass in letzterem Falle δ nach Gleichung 145) berechnet ist.

In der Nähe der Gurtungen sind vorstehende Betrachtungen nicht mehr zutreffend, indem daselbst die Wand die Längenspannung der Gurtung mitmachen muss und dieselben Niete,

welche nach Vorstehendem die Schubkraft der Wand aufzunehmen haben, ausserdem durch die Längenspannung in Anspruch genommen sind; es sollen deshalb da, wo Gurtung und Wand gleichzeitig vollständig in Anspruch genommen sind, die Stösse der Wandbleche beiderseits doppelte Nietreihen erhalten.

Diese doppelten Nietreihen sind allerdings zunächst nur in der Nähe der Gurtung notwendig; hieraus erklärt sich die in Figur 114 skizzirte, schon mehrfach angewendete Anordnung,

Fig. 114.



welche übrigens in der Ausführung kostspielig wird, falls man nicht etwa bei höheren Blechen die Stossplatten aus mehreren Stücken zusammensetzt. —

104. Die Niete, mittelst welchen die Blechwand mit der Gurtung verbunden ist, haben die daselbst herrschende Schubkraft zu übertragen; diese Schubkraft berechnet sich nach Gleichung 45); die Anwendung dieser Gleichung ist jedoch etwas umständlich; wir haben diese Schubkraft für 2 Beispiele gerechnet (vergl. Tafel I. und VII. und No. 27. und 28.) und gefunden, dass die Schubspannung zunächst der Gurtung, gegenüber der horizontalen Schubspannung S_0 in der neutralen Faser beträgt:

für eine Brücke von 15 M. Spannweite . . . 0,735—0,8 S_0

für eine Brücke von 3 Oeffnungen von 67 M.

mittlerer Spannweite (Langonbrücke) . . . 0,817 S_0

Man wird im Allgemeinen nicht zu weit gehen, wenn man die Schubspannung zunächst der Gurtung $\frac{4}{5}$ der Schubspannung in der neutralen Faser annimmt und demgemäss für die grösste zulässige Entfernung D , der Niete, welche die Wand mit der Gurtung verbinden, $\frac{5}{4}$ derjenigen Entfernung annimmt, welche nach Gleichung 163) für die Nietentfernung der übrigen Wandfläche berechnet wird, woraus folgt:

$$D, = 1,25 \cdot C \cdot \frac{2S}{3} \cdot \frac{d^2\pi}{4} \dots \dots \dots 164)$$

Ist Alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll C nicht grösser als 600 genommen werden.

Dieselben Nieten, welche Gurtung und Wand verbinden, werden aber nach Umständen zur Verbindung der Stösse einzelner Gurtungstheile, insbesondere der Winkel dienen; in diesem Falle haben diese Nieten ausser der zwischen Wand und Gurtung herrschenden Schubkraft auch noch die Längenspannung eines Theils der Gurtung aufzunehmen. — Da man mit Rücksicht auf die Verschwächung der Gurtung keine stärkeren Nieten anwenden darf, so soll man in der Nähe dieser Stösse die Nieten einander näher setzen, als die obige Regel angibt (vergl. Fig. 114) und zwar wird man nach Umständen je eine weitere Niete zwischen

Fig. 115.



den Nieten der sonst durchlaufenden Eintheilung anbringen können.

105. Da die Blechwände einen starken Druck auszuhalten haben, so müssen sie, insofern sie gegenüber ihren Längen- und Breitendimensionen verhältnissmässig geringe Metalldicke haben, durch besondere Absteifungen gegen Einknicken oder Ausbauchen geschützt werden. Es ist dies insbesondere dann nothwendig, wenn die Wanddicke auf das durch die Formel bestimmte Maass beschränkt ist.

In der Regel geschieht die Absteifung der Blechwände durch Vertikalstützen, welche aus Winkeln, Γ Eisen oder Combination verschiedener Blehsorten bestehen. — Bei der Britannia-Brücke wurde die Entfernung der 20—26' hohen Γ förmigen Rippen zu 2' engl. angenommen; bei der Brücke von Langon wurde bei 5,5 M. Wandhöhe die Distanz der Vertikalrippen auf 0,86 M. bemessen; bei geringerer Trägerhöhe darf die Distanz der Vertikalrippen grösser genommen werden und wird die von Gurtungen und Rippen eingeschlossene freie Wandfläche für jede Blechdicke eine bestimmte Zahl Quadrateinheiten messen dürfen.

Bei grösseren Trägern, wo die Distanz der Vertikalrippen kleiner ist, dient es wesentlich zur Materialersparniss, wenn zwischen einzelnen stärkeren Ständern schwächere Rippen verwendet werden; die stärkeren Ständer dienen insbesondere zur Befestigung der Querträger und werden häufig durch die Befestigung der letzteren bedingt; in der Praxis handelt es sich somit oft darum, ob

zwischen den durch die Querträger bestimmten Ständern eine oder mehrere Vertikalrippen nothwendig werden.

Wenn zunächst nur die obere Gurtung eines Trägers belastet ist, so muss die Hälfte der Belastung durch die Wand auf die untere Gurtung übertragen werden, was ein weiterer Grund des Ausbauchens dünner Wände ist. — Zur Uebertragung dieser Kräfte können aber wiederum dieselben Vertikalrippen dienen oder nach Umständen hiezu besonders angeordnet werden; so z. B. bei Querträgern, welche durch die Fahrbahn in bestimmten Punkten belastet werden und dann gerade hier ihre Vertikalrippen erhalten.

106. Besondere Aufmerksamkeit erfordern die Endständer. Dieselben haben die in der Wand nach allen Richtungen thätigen Kräfte aufzunehmen und deren vertikale Composanten auf die Auflager zu übertragen. — Ist nur ein einziger Endständer vorhanden, so hat derselbe die ganze Vertikalkraft, beziehungsweise den Auflagerdruck auszuhalten; hienach ist also sein Querschnitt zu berechnen; (es ist zu erinnern, dass wir im Früheren die Vertikalkräfte stets für ein Geleise berechnet haben, so dass die selben für die Rechnung erst auf einen Träger reducirt werden müssen).

Sind mehrere Endständer vorhanden, so muss man sich vor Allem darüber klar sein, in welcher Weise sich dieselben in die zu übertragende Kraft theilen; es kommt hiebei wesentlich die Formänderung des ganzen Trägers in Betracht und hat in Folge der Biegung der Träger zunächst ein Bestreben auf die Auflagerkante zu drücken; wir haben schon in N^o. **85.** darauf aufmerksam gemacht; dass durch passende Anordnung der Endständer der Druckmittelpunkt von der Auflagerkante abgelenkt werden könne; bei gegebener Vertheilung der Endständer handelt es sich dann darum, die Richtung der Resultante der Auflagerreaction zu bestimmen.

Die Beurtheilung der auf einen Endständer treffenden Belastung wird bei continuirlichen Trägern besonders schwierig; die Einwirkung ist hier eine gegenseitige, indem einestheils die auf jeden der Endständer treffende Kraft durch die Gestalt der elastischen Linie bestimmt ist, andererseits letztere Kurve durch die Anordnung der Endständer beeinflusst ist.

Wo die Endständer ganz fehlen, da hat die Wand auf die Auflagerbreite den ganzen Druck selbst aufzunehmen; wenn dieser Druck zudem ungleich vertheilt ist, z. B. vorzugsweise auf die Kante wirkt, wird leicht ein Ausbiegen der Wand eintreten; bei grösseren Trägern sind daher die Endständer unentbehrlich; ebenso muss eine ungenügende Stärke der Endständer als ein entschiedener Constructionsfehler bezeichnet werden.

Bei den Blechwandbrücken werden die Endständer durch aufgenietete Winkel und Γ -Eisen gebildet, wobei derjenige Theil

der Mittelwand, der direkt über der Auflagerfläche sich befindet, zum Querschnitt des Endständers zu rechnen ist. — Selbstverständlich sind auch hier die nothwendigen Abzüge für die Nietlöcher zu machen.

107. Für die kleineren Spannweiten bis 7 M. sind die Maximalwerthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} in den Tabellen XXX. und XXXI. (Seite 163—165) zusammengestellt (während die Berechnung der \mathfrak{M} und \mathfrak{B} im 3. Abschnitte eingehend behandelt ist).

Für die grösseren Spannweiten ist es von Wichtigkeit, die Werthe \mathfrak{B} und \mathfrak{M} für jeden einzelnen Querschnitt schnell auffinden zu können; es wurden deshalb die gleichförmigen Belastungen q und q' berechnet, welche als Aequivalent eines Eisenbahntrains angenommen werden dürfen; dieselben sind in den Tabellen XVII. zunächst für freiaufliegende Träger zusammengestellt. Die Werthe q' sind bei einseitiger Belastung anzuwenden und dienen zur Auffindung der grössten Vertikalkräfte, welche für jeden Querschnitt in Gleichung 96) gegeben sind; die entsprechenden Angriffsmomente enthält Gleichung 97); meist kommen jedoch bei einseitiger Belastung nur die Werthe \mathfrak{B} in Betracht, von welchem dann nur einige wenige Werthe (hauptsächlich für die Mitte und die Auflager) berechnet werden müssen.

Anmerkung. Bei Bestimmung der in den Tabellen XVII. gegebenen q' wurde die Belastung der einen Brückenhälfte zu Grunde gelegt, während q der der Totalbelastung entspricht; für die zwischenliegenden Belastungen ist die stellvertretende gleichförmig vertheilte Last ein Mittelwerth, der sich je nach der Ausdehnung der Ueberlast dem Werthe q oder q' mehr nähert, übrigens mit Rücksicht auf ungünstige Lastvertheilung stets grösser als q sein muss. —

Für die gleichförmig verbreitete Maximallast berechnen sich die einzelnen \mathfrak{B} und \mathfrak{M} nach Gleichung 92^a) und 93^a); der absolut grösste Werth von \mathfrak{M} tritt bei der Maximallast ein und ist stets gleich $\frac{ql^2}{8}$.

Im Uebrigen geben die graphischen Darstellungen der Tafel II. eine übersichtliche Anschauung der Aenderungen der Werthe \mathfrak{B} und \mathfrak{M} . — Für besondere Fälle dienen die Gleichungen 100) bis 102) in N^o. 63.

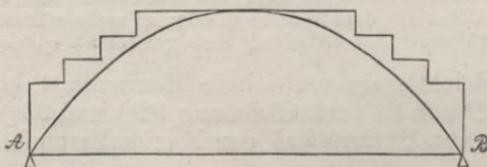
Bei continuirlichen Trägern ist aus Tabelle XVII. beziehungsweise XVII^a. der Werth q einzusetzen, hiernach bestimmen sich die Auflagerdrücke für 2 Oeffnungen nach der Gleichung 106) beziehungsweise 107) und bei Senkung der Stützpunkte nach den Gleichungen 117) und 118); für 3 Oeffnungen nach den Gleichungen 123) und 124) und bei Senkung der Stützpunkte nach Gl. 131) und 132); \mathfrak{B} und \mathfrak{M} finden sich dann nach den Gleichungen 108)—109^a) und sind in N^o. 73. und 78. Regeln zur Berechnung der hauptsächlichsten Werthe gegeben.

Continuirliche Träger sollen nur bei grösseren Spannweiten angewendet werden und ist dann je eine Oeffnung gleichförmig

belastet anzunehmen; das Rechnungsverfahren bleibt für alle Fälle dasselbe, sobald die Belastung per Längeneinheit festgestellt ist.

Wenn die einzelnen Werthe \mathfrak{B} und \mathfrak{M} für sämtliche Querschnitte bekannt sind — zu welchem Zwecke graphische Darstellungen wie in den Tafeln II.—V. hergestellt werden — so werden die Gurtungs-Querschnitte und Blechwanddicken nach den praktischen Formeln 143), 150) und 152), sowie gebogene Gurtungen nach den Formeln 159) und 161) berechnet. — Durch passende Wahl der Gurtungs-Querschnitte kann erreicht werden, dass dasselbe Maximum der Längenspannung auf die ganze Trägerlänge stattfindet; man ändert den Gurtungs-Querschnitt in der Regel dadurch, dass man mehr oder weniger Kopfbleche oder auch der Reihe nach stärkere oder schwächere Winkel oder Kopfbleche anbringt; die Aenderung des Gurtungs-Querschnitts geschieht hierbei staffelförmig, während die Angriffsmomente sich bei gleichförmig vertheilter Ueberlast stetig ändern; eine staffelförmige Darstellung der Werthe der aufeinander folgenden Gurtungs-Querschnitte wird sich bei horizontalen geradlinigen Gurtungen der Parabel der grössten Angriffsmomente möglichst anzuschliessen haben und zwar so, dass die Längenspannung des mittelsten Querschnitts nirgends überschritten wird (vergl. Fig. 116); es ist wünschenswerth, wenn

Fig. 116.



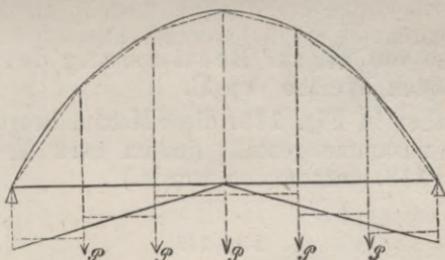
die Längenspannung in den übrigen Querschnitten, zumal gegen die Auflager hin, etwas kleiner wird, weil hier die grösste schiefe Wandspannung — welche die grösste Längenspannung nicht überschreiten soll — durch verhältnissmässig grössere Vertikalkräfte beeinflusst wird.

108. Es ist bis jetzt angenommen, dass die einzelnen \mathfrak{B} und \mathfrak{M} an den Hauptträgern thätig seien, diess ist jedoch nur dann genau, wenn die Lasten unmittelbar auf die Hauptträger aufgelegt sind, meist sind jedoch besondere Querträger zur Aufnahme der Verkehrsbelastung vorhanden, so dass die Hauptträger nur an einzelnen Punkten die zufällige Last aufnehmen; zwischen den Querträgern müssen die Lasten durch Längenträger (Schwellenträger, *Poutrelles*) aufgenommen werden, welche letztere in Folge dessen mit einem Theil des Angriffsmoments behaftet sind; in den Hauptträgern ist dann das Moment um so viel kleiner. Wenn die

Längenträger in den Lastpunkten frei aufliegen, so ist das an diesen Lastpunkten herrschende Angriffsmoment \mathfrak{M} des Hauptträgers dasselbe, wie wenn die Last unmittelbar auf dem Hauptträger aufliegen würde; wenn man die auf den Hauptträger wirkenden Momente graphisch darstellen will, so hat man die den Querträgern entsprechenden Punkte der Curve \mathfrak{M} durch schwachgekrümmte, dem Eigengewicht der Hauptträger entsprechende Paralelbögen zu verbinden, wofür man ohne erheblichen Fehler gerade Linien substituieren kann. Die kleinen Momente \mathfrak{M} , welche zwischen dem so entstandenen Polygon und der Curve \mathfrak{M} sich darstellen, müssen durch das Widerstandsmoment der Längenträger (nach Umständen theilweise durch die Fahrschienen) aufgenommen werden.

Fig. 117 stellt die hieraus resultirende Modification der \mathfrak{M} und

Fig. 117.



\mathfrak{B} für den Fall der Maximallast graphisch dar; \mathfrak{B} bleibt auf die Distanz zwischen 2 Querträgern constant und ist gleich demjenigen \mathfrak{B} , welches für die Mitte des betrachteten Trägerfeldes ohne Berücksichtigung der Querträger bestimmt wurde.

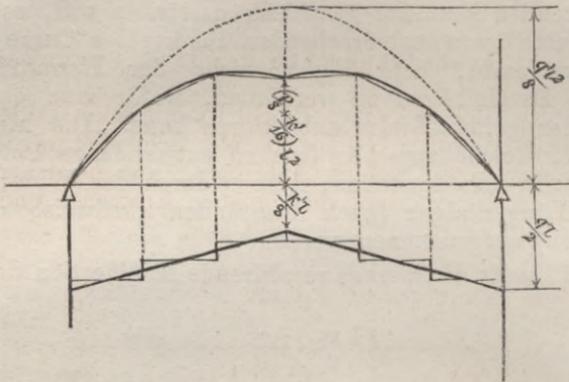
Fig. 118. stellt in ähnlicher Weise den Einfluss der Querträgerbelastung bei der grössten einseitigen Belastung dar, wobei sämtliche max \mathfrak{B} nach Gleichung 96) und 96^a) und je gleichzeitige \mathfrak{M} nach Gleichung 97) und 97^a) bestimmt sind; (zur Construction der Curven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} können übrigens in vielen Fällen die graphischen Darstellungen der Tafel II. dienen, wo 6 verschiedene Verhältnisse $\frac{P}{q}$ zu Grunde gelegt, die einzelnen Ordinaten aber aus Tabelle XV. ersichtlich sind.

Wir machen aufmerksam, dass in Fig. 118. die Grössen q' und k' eingeführt sind, welche der einseitigen Belastung entsprechen (vergl. Tabelle XVII. und XVII^a.) und stets erheblich grösser sind als q und k . — (Zu vergleichen Anmerkung auf Seite 177).

In der Regel handelt es sich aber bei den Blechwandbrücken

nicht um gleichzeitige Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} , sondern es dienen zur Bestimmung der Gurtungsstärke im allgemeinen die

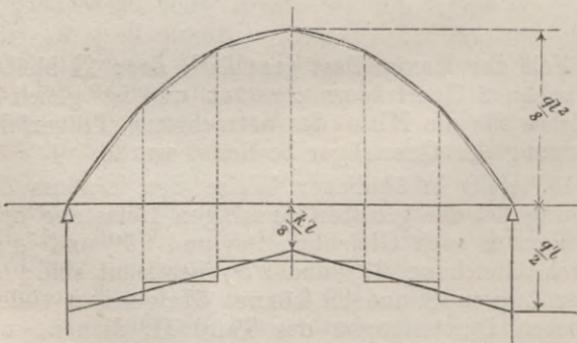
Fig. 118.



grössten Werthe von \mathfrak{M} , zur Bestimmung der Mittelwanddicke die grössten Werthe von \mathfrak{B} .

Es sind daher in Fig. 119. diese Maximalwerthe aus Fig. 117. und Fig. 118. zusammengestellt (indem $\max \mathfrak{M}$ aus Fig. 117., und $\max \mathfrak{B}$ aus 118. entnommen wurde.)

Fig. 119.



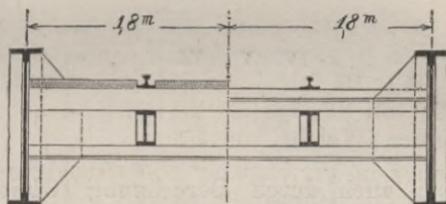
Die polygonförmige Curve \mathfrak{M} und die treppenförmige Curve \mathfrak{B} in Figur 119. geben mittelst Abgreifen mit dem Zirkel direct die in die praktischen Formeln einzusetzenden Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} ; man kann aber auch die Lasten nach dem Hebelgesetz auf die Querträger vertheilen und alsdann nach den Gleichungen 100) bis 102) die \mathfrak{M} und \mathfrak{B} für Maximallast und grösste einseitige Last unmittelbar bestimmen: das Resultat muss dasselbe blei-

ben, wie wenn man die einzelnen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} zuerst für das ganze System berechnet und die auf die Zwischenträger fallenden $\mathfrak{A}\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ nach Anleitung der Figuren 117., 118. und 119. ausgeschieden hätte. —

§. 13. Blechbalkenbrücke von 15 M. Spannweite.

109. Als Beispiel einer Blechbalkenbrücke wählen wir eine Eisenbahnbrücke, deren Geleise mittelst Schwellenträgern auf den Querträgern aufliegt, welche Anordnung aus beistehender Figur 120. ersichtlich ist, während die genauen Ausmaase und Constructionsdetails auf Tafel VI. dargestellt sind.

Fig. 120.



Das Eigengewicht p der Brücke wird zu 1075 K. per Meter angenommen, indem in Gleichung 103) nach Fall 2) der N^o. 65 (Seite 101) die Fahrbahn zu 550 K. sich berechnet; es wurde sodann die gleichförmig getheilte Maximallast $k = 4750$ K., die einseitig wirkende auf einen Theil der Länge gleichmässig vertheilte Last $k' = 6080$ K. angenommen, welche Belastungen der Anwendung schwerer Güterzug-Maschinen entsprechen. — Nach Vorstehendem ist $q = p + k = 5825$ und $q' = p + k' = 7155$ Kilo.

Indem man nun in Fig. 121. oberhalb der Abszissenaxe die Maxima \mathfrak{M} , und unterhalb die Maxima \mathfrak{B} aufträgt, die Eintheilung in 9 Felder anbringt und nach Anleitung von Fig. 119 die entsprechende Modification der Curven \mathfrak{M} und \mathfrak{B} vornimmt, ferner nach vorstehenden Zahlenangaben die Werthe:

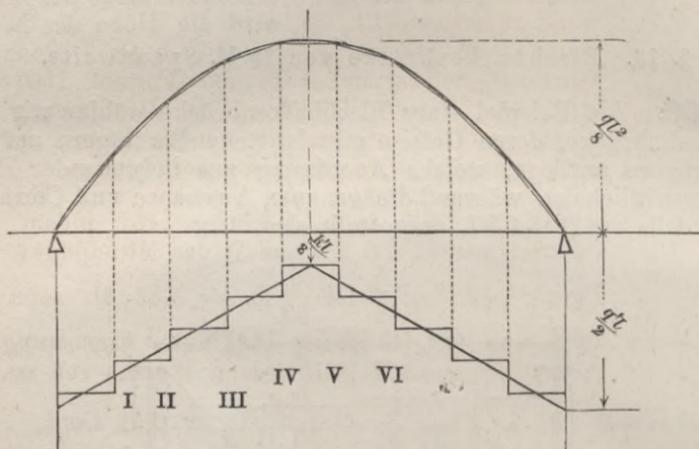
$$\frac{q l^2}{8} = \frac{5825 \cdot 225}{8} = 163828 \text{ KM.}$$

$$\frac{q' l}{2} = \frac{7155 \cdot 15}{2} = 53662,5 \text{ K.}$$

$$\frac{k l}{8} = \frac{6080 \cdot 15}{8} = 11400,0 \text{ K.}$$

ausrechnet, so erhält man aus Fig. 121. auf graphischem Weg nach den bekannten Eigenschaften der Parabel und der geraden

Fig. 121.



Linie, oder aber auch durch Berechnung (Gleichung 92—93^b) nachstehende Tabelle:

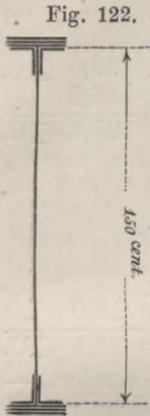
Tabelle XXXII.

Querträger:	0	I.	II.	III.	IV.	V.	
Abscissen:	0	$1\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$	5	$6\frac{2}{3}$	$7\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{3}$
max \mathfrak{M}	0	64700	110000	145600	161800	161800	161800
max \mathfrak{B}	53662,5	44271	34880	25488	16096	11400	16096
in der Mitte des Feldes:		49271	39575	30184	20792	11400	

Die Werthe der Tabelle XXXII. gelten für ein Geleise; sie sind daher, sofern sie auf einen Träger angewendet werden, im vorliegenden Falle sämtlich zu halbiren; die halbirtten Werthe der Tabelle können direct zur Bestimmung der Dimensionen der Hauptträger angewendet werden.

110. Die vorläufig angenommene Querschnittsform des Hauptträgers ist in nebenstehender Figur 122 skizzirt, wonach dieser

Querschnitt aus einer 1,5 M. hohen Mittelwand und zwei Gurtungen besteht, welche letztere in der Mitte der Brücke, wo max \mathfrak{M} stattfindet, aus je 2 Winkeln und 3 Kopfblechen zusammengesetzt ist; da der Schwerpunkt der Gurtung ziemlich genau mit dem betreffenden Ende der Mittelwand zusammenfällt, so wird die Höhe der Mittelwand = H_0 gesetzt, welche Grösse als Distanz der Gurtungs-Schwerpunkte in der Formel (150) auftritt; ehe letztere Gleichung zu Bestimmung der Gurtungsstärke angewendet werden kann, ist die Kenntniss der Mittelwanddicke nothwendig.



Die Bestimmung der Dicke der Mittelwand geschieht nach Gleichung (145), indem man schätzungsweise die Distanz ξ der Mittelpunkte von Druck und Zug gleich $\frac{9}{10} \xi_0 = 1,35$ M. setzt; es folgt nun aus Gleichung (145) unter Einsetzung der in Tabelle XXXII. enthaltenen Werthe von max \mathfrak{S}

im Felde	0—I	$\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{49271}{350 \cdot 135} = 0,52$	Cent.
"	"	$\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{39575}{350 \cdot 135} = 0,40$	"
"	"	$\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{30184}{350 \cdot 135} = 0,32$	"
6	"	$\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{20792}{350 \cdot 135} = 0,22$	"
"	"	$\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{11400}{350 \cdot 135} = 0,12$	"

Mit Rücksicht auf die Verschwächung der Blechwand durch die Nietreihen wird δ in den beiden äusseren Feldern gleich 0,7 C. gesetzt; in den 5 Mittelfeldern wird $\delta = 0,6$ C. angenommen, indem man wegen Witterungs-Einflüssen und Widerstandsfähigkeit gegen Einknicken nicht unter letztere Blechdicke gehen will. —

Der Gurtungsquerschnitt Ω in der Träger-Mitte kann nunmehr nach Gleichung 158 erhalten werden:

$$\Omega = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{A} \frac{\xi_0^2}{H}} - \frac{1}{6} \delta \xi_0 \dots \dots \dots 158)$$

In dieser Gleichung setzen wir die zulässige Spannung $\mathfrak{A} = 650$ ξ_0 wie oben bemerkt = 150; ferner H durch vorläufige Annahme der Kopfblechdicke = 156 C., δ mit Rücksicht auf die Verschwächung durch Nieten = 0,5 C., woraus

$$\Omega = \frac{80900 \cdot 1,56}{650 \cdot 1,5^2} - \frac{0,5 \times 150}{6}$$

$$\Omega = 86,2 - 12,5 = 73,7 \square \text{ Cent.}$$

Um diesen Querschnitt zu erhalten, nehmen wir folgende Dimensionen der Winkel oder Kopfbleche an:

3 Kopfbleche je 22 C. breit	
0,9 C. dick	
je 19,8 □C. zus.	59,4 □C.
2 Winkel je 18,0 □C. „	36,0 „
	zus. 95,4 □C.

hievon gehen ab

2 Kopfblechnieten von 1,8 C. Dicke und 3,7 C. Länge	13,32 □C.
1 Niete durch die Winkel und das Wandblech 1,8 × 2,6	4,86 „
	zus. 18,0 „

bleiben als wirksamer Querschnitt $\Omega = 77,4 \square C.$

während nach obiger Rechnung 75,7 □C. benöthigt werden. — Gegen die Auflager hin werden im Verhältniss der Abnahme von \mathfrak{M} ein oder zwei Kopfblechlagen weggelassen, wobei zur näheren Bestimmung der Länge der Kopfbleche ein graphisches Verfahren angewendet wird, wie solches in Fig. c der Tafel VI. dargestellt ist.

Die Grösse ξ bestimmt sich, nachdem der Gurtungs-Querschnitt bekannt ist, nach der Näherungsformel (148).

für die Mitte der Hauptträger

$$\xi = 150 \frac{12 \cdot 77 + 2 \cdot 0,5 \cdot 150}{12 \cdot 77 + 3 \cdot 0,5 \cdot 150} = 140,1 \text{ Cent.}$$

für die Enden der Hauptträger, wo die Dicke der Mittelwand nach Abzug der Nieten zu 0,6 angenommen werden darf, und der Gurtungs-Querschnitt nach Abzug zweier Kopfblechlagen noch 46 □C. beträgt

$$\xi = 150 \frac{12 \cdot 46 + 2 \cdot 0,6 \cdot 150}{12 \cdot 46 + 3 \cdot 0,6 \cdot 150} = 133,5 \text{ Cent.}$$

während wir oben näherungsweise im Mittel 135 Cent. gesetzt haben. —

Zur Bestimmung der Nieten-Distanz dienen die Formeln (162) und (164); es muss derjenige Querschnitt betrachtet werden, für welchen \mathfrak{B} am grössten ist; für diesen Querschnitt haben wir oben $\xi = 133,5$ C. gefunden. Für die Nieten der Mittelwand und der Gurtung ist ein Durchmesser von 1,8 C. angenommen worden; hienach berechnet sich die Vertikaldistanz der Wandstossniete D nach Gleichung (162) zu 16,25 C., die Horizontaldistanz D' der Gurtungsnieten nach Formel (164) zu 20,3 C. — In der Ausführung sind für letztere Distanz nur 13 C. angenommen, da diese Nieten auch zur Verbindung der Gurtungstheile

unter sich zu dienen haben und insbesondere von den Stößen hiedurch weiterhin in Anspruch genommen sind.

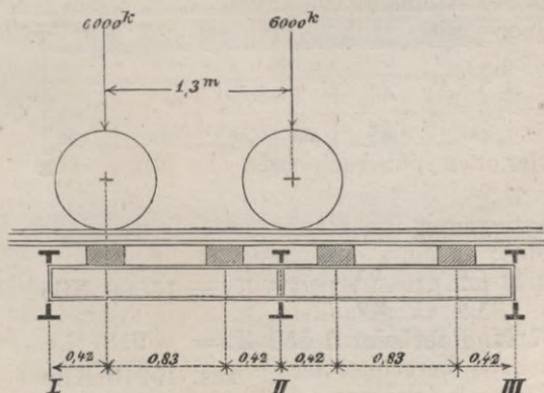
Soweit an den Stößen der Gurtungen beiderseits Stossplatten angenommen sind, vermag eine Niete von 1,8 C. Durchmesser bei 600 Kilo Schubspannung 3060 Kilo Zug oder Druck zu übertragen; die Kopfbleche haben bei 650 Kilo Längenspannung 10764 Kilo auszuhalten; diese Kraft kann somit von 4 doppelschnittigen Nietten übertragen werden, welche je mit 2898 K. in Anspruch genommen sind. — Es ergibt sich hiernach die Stossplattenlänge eines mit beiderseitigen Stossplatten versehenen Stosses = $4 D' = 52$ C.; die Länge einer einseitigen Stossplatte wenigstens $8 D' = 104$ C.

Die einzelnen Stösse der Kopfbleche, Winkel und Wandbleche sind in Fig. c Tafel VI. gleichfalls eingetragen; — wie dort ersichtlich, gehen die Stossplatten je über 2 Stösse (vergl. Fig. 51) und müssen bei doppelschnittigen Nietten wenigstens 78 C., bei einschnittigen Nietten wenigstens 156 C. lang sein. Die Wandstösse sind gemäss N^o. 103. mit doppelten Nietreihen versehen. — Besondere Vertikalstützen sind nicht nothwendig, da die zur Befestigung der Querträger dienenden Vertikalrippen auch für die Absteifung der Hauptträgerwand genügend sind. —

111. Wir haben nun noch die einzelnen Theile der Fahrbahn zu berechnen.

Bei den Schwellenträgern darf das Eigengewicht der Fahrbahn wohl vernachlässigt werden; die grösste Belastung tritt

Fig. 123.



dann ein, wenn ein Lokomotiv-Rad direkt über eine der Querschwellen zu stehen kommt; für diesen Fall ist der Auflagerdruck A am nächstgelegenen Querträger I.

$$A = \frac{1,25}{1,67} \cdot 6000 + \frac{0,42}{1,67} \cdot \frac{0,37}{0,84} \cdot 6000 = 5156 \text{ K.}$$

und das Angriffsmoment am Auflagepunkt der belasteten Querschwellen

$$\mathfrak{M} = A \times 0,42 = 5156 \times 0,42 = 2165 \text{ Km.},$$

wonach wir aus Tabelle XXIX. Seite 158 einen ITräger von 42,6 Kilo Gewicht per laufenden Meter auswählen und zwar finden wir für 25,1 C. Höhe $\Sigma Xy = 2481 \text{ Km.}$ verzeichnet.

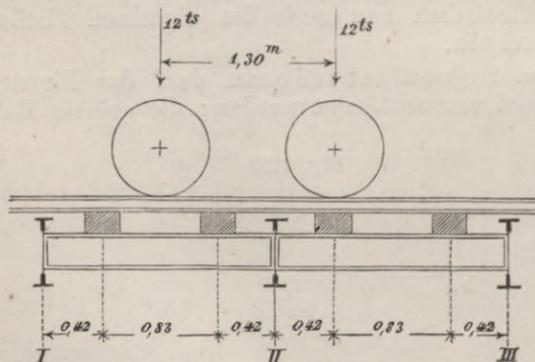
Anmerkung. Wir hätten auch das grösste Angriffsmoment für die Schwellenträger näherungsweise durch Interpolation aus Tabelle XXX^a. erhalten können, und zwar:

$$\max \mathfrak{M} = \frac{1}{2} \frac{2 \cdot 3587 + 1 \cdot 4500}{3} = 1945 \text{ Km.}$$

Dieser Werth ist kleiner als der oben gefundene, weil in Tabelle XXX^a. eine grössere Distanz der Querschwellen und eine grössere Distanz der Locomotivachsen angenommen ist.

Für die Berechnung der Querträger ist als Belastung zu rechnen, indem in Fig. 124 Querträger II als vorzugsweise belastet erscheint:

Fig. 124.



von der Locomotive

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) 12000 \text{ K.} = 15000 \text{ Kilo}$$

$$1,67 \text{ M. Fahrbahn} \text{ à } 550 \text{ K.} = 918 \text{ „}$$

zus. 15918 Kilo

wovon die Hälfte mit rund 8000 K. an jedem der beiden Lastpunkte thätig ist, (siehe Fig. 120 Seite 181); nach Fall 12 der Tabelle XXVIII. ist im vorliegenden Beispiel

$$\max \mathfrak{M} = P\lambda = 8000 \cdot 1,0 = 8000 \text{ KM.}$$

Wir nehmen für den Querträger eine Mittelwand von 50 C. Höhe und 0,7 C. Dicke an; als Gurtung genügen dann 2 Winkel ohne Kopfblech; die Distanz ξ_0 der Gurtungsschwerpunkte wird zu 45 C. angenommen, so ist nach Formel 150), indem $\mathfrak{A} = 600$ gesetzt wird:

$$\Omega = \frac{8000}{600 \cdot \frac{0,2025}{0,50}} - \frac{1}{6} \cdot 0,6 \cdot 45$$

$$\Omega = 32,9 - 4,5 = 28,4 \text{ □Cent.}$$

so dass zwei Winkel von je 17 □C. genügen, welche nach Abzug der Nietlöcher einen nutzbaren Querschnitt von etwa 30 □C. ergeben, wonach die Spannung in den äussersten Fasern

$$600 \frac{28,4}{30} = 564 \text{ K. betragen wird.}$$

112. Nachdem im Vorstehenden die einzelnen Dimensionen der Träger berechnet sind, sollen die Gewichte der einzelnen Brückentheile bestimmt und übersichtlich zusammengestellt werden.

(Die Tabelle folgt auf den nächsten Seiten.)

Tabelle XXXIII.

Nro.	Bezeichnung der Brückentheile.	Im Einzelnen.		Gewicht per lauf. Met. der Brücke.		
		Cubik-Decim.	Kilogr.			
1	Gurtungen.					
	4 Kopfbleche je 15,6 M. lang 22,0 C. breit 0,9 C. dick	} 123,55	} 964	} 241		
	4 dto. je 10,2 M. lang 22,0 C. breit 0,9 C. dick				} 80,78	} 630
	4 dto. je 7,2 M. lang 22,0 C. breit 0,9 C. dick					
	8 Winkel je 15,6 M. lang mit je 18 □Cent. Querschnitt	224,64	1752			
	16 Winkeldeckplatten je 88 C. lang mit je 12 □C. Querschnitt	15,36	120			
	4 Stossplatten der Kopfbleche je 160 C. lang, 22,0 C. breit, 0,9 C. dick	12,67	99		21	
	Nietköpfe (ohne die Niete zwischen Wand und Gurtung) 1940 Stück à 6,0 Cubik-C. zus.	11,84	92			
		. .	4092	262		
2	Mittelwand.					
	4 Wandbleche je 3,63 M. lang 145 C. hoch 0,7 C. dick	} 147,4	} 1150	} 148		
	4 dto. je 4,17 M. lang 145 C. hoch 0,6 C. dick				} 149,1	} 1163
	12 Deckplatten je 1,25 M. lang 40 C. breit 0,5 C. dick	30,0	234			
	16 Futterbleche je 1,25 M. lang 20 C. breit 1,0 C. dick	40,0 ^c	312			
	4 dto. je 1,25 M. lang 20 C. breit 0,5 C. dick	5,0	39	86		
	32 Winkel der Vertikalständer je 143 C. lang mit 14 □C. Querschnitt	64,1	500			
	4 Endständer je 143 C. lang mit je 40 □C. Querschnitt	22,9	179			
	1700 Nietköpfe à 6 Cubik.C.	10,2	80			
	zus.	. .	3657	234		
3	Diagonalverbindungen.					
	10 Stück je 5,2 M. lang 10 C. breit 0,8 C. dick	41,6	325			
	120 Nietköpfe à 6 Cubik-C.	0,7	45			
	zus.	. .	370	24		

Tabelle XXXIII. (Fortsetzung).

Nro.	Bezeichnung der Brückentheile.	Im Einzelnen.		Gewicht per lauf. Met. der Brücke.
		Cubik-Decim.	Kilogr.	
4	Querträger.			
	10 Wandbleche je 2,9 M. lang 50 C. hoch 0,7 C. dick }	101,5	792	
	20 Eckbleche je 143 C. hoch vergl. 23 C. breit 0,7 C. dick }	46,0	359	
	40 Winkel je vergl. 3,5 M. lang mit je 17 □ C. Querschnitt	238,0	1856	
	40 Deckplatten je 20 C. lang 30 C. hoch 0,5 C. dick }	12,0	94	
	1800 Nietköpfe à 6 Cubik-C.	10,8	84	
	zus.	3185	204
5	Schwellenträger.			
	18 Stück T-Eisen je 1 ² / ₃ M. lang per laufenden Meter je 42 K. wiegend	1260,0 ^k	
	72 Stück Eckwinkel je 21 C. hoch mit 40 □ C. Querschnitt	62,0	484	
	20 Verstärkungsbleche je 48 C. hoch 30 C. breit 1 C. dick }	28,8	225	
	600 Nietköpfe à 6 Cubik-C.	3,6	27	
	zus.	1996	127
6	Fahrschienen.			
	15,6 laufende Fuss à 80 Kilo	1248	80,0
7	Querschwellen.			
	18 Stück je 2,5 M. lang, ²⁴ / ₁₆ Cent. stark, je 67 Kilo wiegend	1206	77
8	Eichene Bedielung.			
	2,0 M. breit, 7 Cent. dick, wiegt per laufenden Meter 105 Kilo	1638	105 ^k

Die sub 1—8 aufgeführten Gewichte sind nun gemäss N^o. 66. auf Hauptträger und Fahrbahn zu vertheilen, wonach sich folgende Zusammenstellung ergibt:

Tabelle XXXIV.

Nro.	Bezeichnung der Brückentheile.	Gewicht		Summa	
		in Kilo.	per lauf. Meter.	total.	per lauf. Meter.
	Hauptträger.				
1	Gurtungen	4092	262		
2	Mittelwand	3657	234		
3	Diagonalen	370	24	8119	520
	Fahrbahn.				
4	Querträger	3185	204		
5	Schwellenträger	1996	127		
6	Fahrschienen	1248	80		
7	Querschwellen	1206	77		
8	Bedielung	1638	105	9273	593
	Gesamtwgewicht.			17392	1113
	Hievon beträgt:				
6—8	der Oberbau	4092	262		
1—5	die Schmiedeisencstruction . . .	13300	851		
	Summe wie oben	17392	1113		

In der Berechnung hatten wir das Eigengewicht anstatt 1113 zu 1075 Kilo angenommen, was für die im Träger thätige Spannung nur eine sehr geringe Differenz antrifft. — In Gleichung 103^a) wäre für das vorliegende Beispiel zu setzen

$$C = 33,3 \quad F = 593$$

somit $p = 33,3 \text{ l} + 593 = 1113 \text{ Kilo}$

113. Wir wollen nun noch für die betrachtete Brücke die grösste schiefe Wandspannung berechnen. —

Für den Hauptträger sind auf Tafel VI. Fig. a und b auf Grundlage der Tabelle XXXII. die gleichzeitigen \mathfrak{M} und \mathfrak{S} sowohl für die Maximallast als für die grösste einseitige Belastung graphisch dargestellt (wie dieses in N^o. 108. an Fig. 117 und 118. erläutert ist) und wurde nun für zwei Querschnitte, wo sich der wirkliche Querschnitt dem theoretischen am meisten nähert, die grösste Längenspannung \mathfrak{A}_0 und die Schubspannung \mathfrak{E}_0 in der neutralen Faser für den Fall der einseitigen Belastung nach den in Fig. b verzeichneten \mathfrak{M} und \mathfrak{S} bestimmt; hiernach sind auf Tafel I. die Figuren N^o. 2 und N^o. 3 mit Hülfe des in N^o. 27. beschriebenen Verfahrens hergestellt worden; und ist aus diesen Figuren ersichtlich, dass für die fraglichen Querschnitte \mathfrak{D}_{\max} nir-

gends den Werth der in den äussersten Fasern thätigen Längenspannung \mathfrak{N}_0 erreicht.

Für die Querträger haben wir max \mathfrak{B} von den Lastpunkten bis zu den Auflagern je = 8000 K., δ mit Rücksicht auf die Verschwächung durch Nieten = 0,6 C.; die Grösse \mathfrak{S} bestimmt sich für die Querträger auf Grundlage der oben angenommenen Querschnitt-Dimensionen nach der Formel 32)

$$\mathfrak{S} = \frac{\theta}{\int_0^a z dy} = \frac{38383}{897,7} = 42,8 \text{ Cent.}$$

woraus nunmehr aus Gleichung 144) die Schubspannung in der neutralen Faser

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{8000}{0,6 \times 42,8} = 311 \text{ K.}$$

gefunden wird; diese Schubspannung sinkt am innern Rande der Gurtungswinkel auf 276 K. herunter, während die Längenspannung daselbst auf $\frac{17}{28} \cdot 600 = 408 \text{ K.}$ sich berechnet; hiernach erhalten wir aus Gleichung 55)

$$\max \mathfrak{D} = \frac{408}{2} \pm \sqrt{276^2 + 204^2} = 547$$

Für die Schwellenträger haben wir max \mathfrak{B} von den Schwellen bis zu den Auflagern gleich $\frac{3}{4} 6000 = 4500 \text{ K.}$, woraus nach der aus Tafel VI. ersichtlichen Form der I-Träger nach Gleichung 45) und der nachfolgenden Entwicklung

Schubkraft in der neutralen Faser

$$\mathfrak{S}_0 = 214 \text{ K.}$$

Schubkraft am innern Gurtungsrande

$$\mathfrak{S} = 153 \text{ K.}$$

Indem wir endlich die Längenspannung am innern Gurtungsrand = $600 \frac{21,2}{24} = 530 \text{ K.}$ setzen, erhalten wir schliesslich für letzteren Horizontalschnitt

$$\mathfrak{D}_{\max} = 265 \pm \sqrt{153^2 + 265^2} = 571 \text{ K.}$$

§. 14. Die Eisenbahnbrücke bei Langon.

114. Die Brücke über die Garonne bei Langon wurde für die Eisenbahn von Bordeaux nach Cette erbaut und 1857 dem Betrieb übergeben; hier wurden zuerst im grossen Maassstabe die bei der Britanniabrücke gemachten Erfahrungen von sachkundigen französischen Ingenieuren angewendet, und wenn auch der Einfluss der englischen Röhrenbrücken sich nicht verläugnet, so ist doch

ein Fortschritt und eine selbstständige Beurtheilung deutlich zu erkennen.

Eine eingehende Behandlung des ganzen Baues dieser Brücke ist in dem Werke „*Construction des ponts metalliques par MM. L. Molinos et C. Pronnier, Paris, 1857*“ veröffentlicht worden und legen wir dieselbe der folgenden Darstellung zu Grunde; hienach sind auch auf Tafel VII. am Schlusse des Buches die wichtigeren Haupt-Abmessungen und Detail-Maasse verzeichnet.

Bei der Berechnung der Brücke wurde die Spannweite für die Mittelöffnung zu 74,4 M. angenommen, so dass die Auflagerbreite für die Zwischenpfeiler 3 M. (entsprechend der wirklichen Berührungsfläche) und für die Endpfeiler 1,57 M. betrug; die ganze Länge der Hauptträger ist 211,7 Meter.

Als Eigengewicht wurde für den laufenden Meter eines Geleises 1900 K. gerechnet; als zufällige Last ebenso 4000 K.; da die Brücke für 2 Geleise bloß 2 Hauptträger erhalten hat, so hat jeder Träger die auf 1 Geleise antreffende Last auszuhalten.

Die Hauptträger sind über sämtliche 3 Oeffnungen continuirlich hergestellt; zur Bestimmung der elastischen Linie, der Angriffsmomente \mathfrak{M} und der Auflagerdrücke wurde das Verfahren von Clapeyron angewendet, welches in N°. 21. und 22. entwickelt ist.

Es wurden hiebei der Reihe nach eine oder mehrere Oeffnungen mit der zufälligen Last je auf ihre ganze Länge behaftet gedacht; die hauptsächlichsten Resultate sind in der umstehenden Tabelle XXXV. enthalten.

115. Mittelst der Tabelle XXXVI. lassen sich sämtliche \mathfrak{M} und \mathfrak{B} nach dem Hebelgesetz bestimmen, wie diess auch in N°. 78. entwickelt ist. — Auf Grund dieser Rechnungen wurde eine graphische Darstellung der \mathfrak{M} (*moments de rupture*) und \mathfrak{B} (*efforts tranchants*) für sämtliche 4 Belastungsarten hergestellt.

Durch gleichzeitiges Auftragen der einzelnen Curven bildet sich für die Werthe \mathfrak{B} und \mathfrak{M} je eine Umhüllungslinie, welche die absolut grössten Werthe der Vertikalkräfte und Angriffsmomente enthält. — Für jeden Querschnitt wurde die Wandstärke und der Gurtungs-Querschnitt nach den beschriebenen Maximalwerthen von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} bestimmt.

Wir bezeichnen mit:

- H die ganze Höhe der Construction,
- \mathfrak{D}_0 die Distanz der Gurtungs-Schwerpunkte (zugleich Höhe der Blechwand = 550 C.),
- δ die Blechwanddicke,
- Ω die Gurtungs-Querschnitte,
- \mathfrak{N} die Spannung in den äussersten Fasern,
- Θ das Trägheitsmoment des Querschnitts,
- \mathfrak{C} die Schubspannung gegen Abscheeren.

Tabelle XXXV.

p = 1900 K.
k = 4000 K.

a = 64,08 M.
b = 74,4 M.

Art der Belastung		1. Auf- lager A.	1. Oeff- nung.	2. Auf- lager B.	2. Oeff- nung.	3. Auf- lager C.	3. Oeff- nung.	4. Auf- lager D.
Belastung der Oeffnung AB	Grösstes An- griffsmoment \mathfrak{M}	0	2137,5 tm	1936,5 tm	1079,8 tm	637,3 tm	682,6 tm	0
	Auflager- druck	158,8 ^t	—	307,4 ^t	—	124,0 ^t	—	—
Belastung der Oeffnung BC	Grösstes An- griffsmoment \mathfrak{M}	0	211,4	2084,6	1997,7	2084,6	211,4	—
	Auflager- druck	28,3	—	312,9	—	312,9	—	28,3
Belastung der Oeffnun- gen AB und BC	Grösstes An- griffsmoment \mathfrak{M}	0	1673,5	3108,6	1649,2	1809,5	280,3	—
	Auflager- druck	140,5	—	474,5	—	291,1	—	—
Belastung sämtlicher 3 Oeffnungen	Grösstes An- griffsmoment \mathfrak{M}	—	1777,3	2833,5	1248,9	2833,5	1777,3	—
	Auflager- druck	144,8	—	452,7	—	452,7	—	144,8

Für die Berechnung der Wandstärke nahm man an, dass ein Vertikalschnitt $\delta\mathfrak{S}_0$ die Kraft \mathfrak{B} aufzunehmen habe, wodurch man als vertikale Wandspannung \mathfrak{C} erhielt.

$$\mathfrak{C} = \frac{\mathfrak{B}}{\delta\mathfrak{S}_0} \dots \dots \dots \text{I.}$$

Wir wissen aber aus N^o. 24—28., dass die vertikale Schubspannung sich nicht gleichförmig auf den Querschnitt vertheilt; es ist vielmehr aus Tafel I. oder speciell aus Tafel VII. ersichtlich, dass die verticale Schubspannung gegen die Gurtungen hin abnimmt; — es ist nach Gleichung 144) die Schubspannung in der neutralen Faser

$$\mathfrak{C}_0 = \frac{\mathfrak{B}}{\delta\mathfrak{S}} \dots \dots \dots \text{II.}$$

Die vorstehenden Gleichungen I. und II. unterscheiden sich nur durch den Werth der Grössen ξ_0 und ξ ; letztere Grösse finden wir nach Gleichung 148) über den Zwischenpfeilern = $0,93 \xi_0$. — Es wurde bei Feststellung des Projects unter Vernachlässigung der Nietlöcher eine grösste Schubspannung von 360 Kilo per □C. angenommen und die Blechdicke nach obiger Gleichung I. für jede Abscisse berechnet. Zunächst den Mittelpfeilern wurde die Blechdicke auf 12 Mm. festgesetzt; als geringste Dicke nahm man etwa auf die Hälfte der Länge 7 Mm. an, da diese Stärke mit Rücksicht auf Ausbauchungen und auf Witterungsverhältnisse nicht vermindert werden wollte. — Wir haben in Tafel VII. auf Grund der in N^o. 28. früher gegebenen Berechnung eine graphische Darstellung der Schubspannung und der grössten schiefen Spannung (oder Pressung) gegeben.

Zur Bestimmung des Gurtungs-Querschnitts wurde eine Näherungsformel angewendet:

$$\mathfrak{A} \cdot \left\{ \xi_0 \cdot \Omega + \frac{1}{6} \delta \xi_0^2 \right\} = \mathfrak{M} \quad . \quad . \quad 165)$$

Es war beabsichtigt, dass \mathfrak{A} nicht grösser als 600 Kilo pro □Cent. sein solle und ist auch diese Spannung auf den weitaus grösseren Theil der Länge nicht überschritten; über den Pfeilern ist jedoch — wie auch die graphische Darstellung von Molinos und Pronnier zeigt — die Spannung im Verhältniss von circa $\frac{6}{5}$ grösser.

Wenn man aus Tabelle XXXVI. den Maximalwerth von \mathfrak{M} sowie die einzelnen Dimensionen des Trägers in Gleichung 165) einsetzt, so erhält man ohne Nietenzug

$$\mathfrak{A} = \frac{3108600}{5,5 \cdot 654,4 + \frac{1}{6} 1,2 \cdot 5,5^2 \cdot 100} = 739 \text{ K.}$$

Nach unserer Näherungsformel 158) (die für symmetrische Querschnitte mathematisch genau ist) haben wir, gleichfalls unter Vernachlässigung der Nietlöcher, eine Spannung von 752,8 Kilo erhalten, wonach also im vorliegenden Fall die Formel 165) einen Fehler von etwa $1\frac{1}{2}$ % gibt.

Der Gurtungs-Querschnitt wurde für die einzelnen Abscissen dadurch geändert, dass man ausser den durchlaufenden Winkeln und Bändern je nach der Grösse des Angriffsmoments 1 bis 4 Hauptkopfblechlagen anbrachte, in Folge dessen der Gurtungs-Querschnitt zwischen 312,4 und 654,4 □Cent. variierte.

116. Die Angabe, dass die grösste Längenspannung auf 600 Kilo bestimmt sei, bedarf noch mehrfacher Berichtigungen.

Als Eigengewicht ist in der Berechnung 1900 Kilo ange-

nommen; nach annähernd übereinstimmenden Angaben von Molinos und Pronnier beträgt aber das Eigengewicht:

Hauptträger	726 tons
Windkreuze und Verschiedenes	49 „
	zus. 775 tons
Querträger, Schwellenträger, Andreaskreuze . . .	188 „
	total 963 tons

somit per laufenden Meter eines Geleises 2274 Kilo, und mit Hinzurechnung von Schwellen, Schienen, Bedielung und Kiesdecke ca. 2900 Kilo; die grösste Spannung wäre also im Verhältniss von $\frac{6900}{5900}$ oder ca. 17 % höher zu rechnen.

Ferner ist in der Berechnung des Gurtungs-Querschnitts kein Abzug für die Nietlöcher gemacht worden; dieselben betragen ca. 10 % der ganzen Querschnittfläche und entsprechend ist die Spannung wiederum höher.

Ferner ist die Spannweite nach N°. 85. zu gering gewählt; denn 74,4 M. ist ziemlich genau die lichte Entfernung der Auflagerpunkte für die Mittelöffnung, während der Auflagerdruck auf die ganze Auflagerbreite gleichförmig vertheilt angenommen ist.

Durch diese Correctionen vermehrt sich die oben berechnete grösste Spannung in der Gurtung über den Mittelpfeilern auf etwa 900 Kilo; — die grösste schiefe Wandspannung wäre somit ebendasselbst (indem nach der Berechnung in N°. 28. 14 % zur grössten Längenspannung zu addiren sind) etwa 1025 Kilo per □Centim.

117. Wenn auch bei der Wahl des Spannungscoefficienten von 600 K. per □Cent. auf eine Vernachlässigung der Nietlöcher bereits Rücksicht genommen ist, so ist doch die vorstehend berechnete grösste Spannung nicht beabsichtigt und wären die Gurtungen über den Zwischenpfeilern entsprechend zu verstärken. Auf das Gesamtgewicht hat aber diese Verstärkung weniger Einfluss, indem der weitaus grössere Theil der Brücke eine keineswegs zu hohe Spannung erleidet. — Das in der vorhergehenden Nummer berechnete Eisengewicht von 2274 K. per l. Meter entspricht der Formel

$$p' = 445 + 27.1 \dots \dots \dots I.$$

wobei eine mittlere Stützweite von 68 M. zu Grunde gelegt ist.

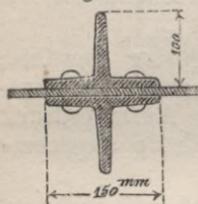
Wenn man das Gewicht der Schienen, Langschwellen und des Bohlenbelags mit 425 K. und das einer Kiesdecke mit 215 K. per Meter Geleise addirt, so erhält man als das in die statische Berechnung einzuführende Eigengewicht

$$p = 1085 + 27.1$$

Die für die damalige Zeit sehr bemerkenswerthe Leichtigkeit der Brücke ist in der Continuität der Hauptträger, in der Anordnung der Fahrbahn, sowie insbesondere darin begründet, dass für 2 Geleise nur 2 Hauptträger angeordnet sind.

Durch die Continuität werden am Gewicht der Gurtungen etwa 20 % erspart; aber mehr noch wird für die Blechwände durch die angeführte Beschränkung der Trägeranzahl gewonnen; denn da die Blechdicke bei vermehrter Trägeranzahl auf den grössern Theil der Länge wenig oder gar nicht vermindert werden dürfte, da ferner die Absteifungen, wenn auch etwas schwächer, doch in ganz ähnlicher Weise für jeden Träger angebracht werden müssten, so würden 4 Träger wenigstens um die Hälfte schwerer als die 2 Hauptträger der Langonbrücke, und ist somit an den Seitenwänden ein Mindergewicht von circa 30 % erzielt.

Fig. 123.



118. Die Blechwände der Hauptträger bestehen aus 86 C. breiten Blechtafeln von 5,5 M. Höhe, welche durch T-förmige Deckplatten an ihren vertikalen Stössen verbunden sind, wie in Fig. 123. skizzirt ist. Die Vertikaldistanz der 18 Mm. starken Niete beträgt 10 C., die Schubspannung \mathfrak{S}_0 in der neutralen Faser, welche oben auf 360 K. mit Vernachlässigung der Niete berechnet ist, beträgt somit nach Abzug der Nietlöcher:

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{100}{82} \cdot 360 = 439 \text{ Kilo} \quad \dots \quad \text{I.}$$

Die Schubspannung \mathfrak{C} der Niete findet sich nach Gleichung 162)

$$\mathfrak{C} = 360 \frac{8,2}{2 \cdot 2,54} = 585 \text{ Kilo} \quad \dots \quad \text{II.}$$

Die Resultate der vorstehenden Gleichungen I. und II. sind ziemlich übereinstimmend mit unsern Regeln; doch ist wie auch bei dem Beispiel in §. 13 die Entfernung und entsprechend die Anstrengung der Niete verhältnissmässig geringer, was insofern nothwendig ist, als die in Fig. 123. skizzirten Rippen nur einfache Nietreihen haben, welche in der Nähe der Gurtungen weit mehr in Anspruch genommen sind. — Wenn z. B. in einem bestimmten Querschnitte die Längenspannung am inneren Gurtungsrande 600 K., die vertikale Schubspannung der Wand ebendaselbst 300 K. betragen würde, so wäre nach Tabelle VI. die grösste schräge Wandspannung 724,2 K., während Durchmesser und Anzahl der Niete dieselben sind, wie in der neutralen Axe, wo die grösste (Schub-) Spannung 439 K. beträgt; wir erhielten somit als Schubspannung in den der Gurtung zunächst befindlichen Niete mit Benützung von obigen Gleichungen I. und II.:

$$C = 724,2 \frac{585}{439} = 964 \text{ Kilo} \dots \dots \dots \text{ III.}$$

In der Nähe der Mittelpfeiler, wo die Längenspannung bis 750 K. beziehungsweise 900 K. steigt, würden die fraglichen Nieten der Vertikalwand ganz ausserordentliche Anstrengung zu erleiden haben; es sind aber daselbst verstärkte Rippen angebracht (vergl. Fig. 124.), welche mit doppelten Nietreihen versehen sind. — Hiedurch sind die betreffenden Niete wesentlich entlastet; die schräge Wandspannung behält aber ihren oben berechneten Maximalwerth bei.

Fig. 124.

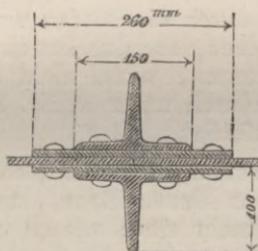
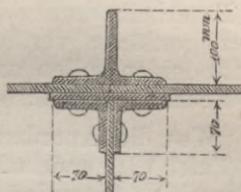


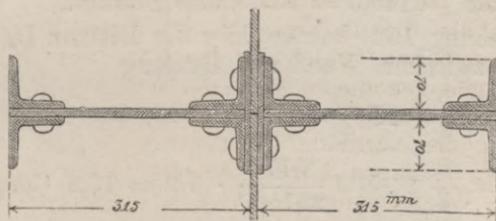
Fig. 125.



Wo die Querträger auf die nach Fig. 123. und 124. construirten Rippen treffen, ist das T Eisen einserseits durch 2 Winkel nebst Deckplatten ersetzt, wie Fig. 125. angibt.

Diese letztere Anordnung ist nur an der Hälfte der Querträger angebracht, indem in Entfernungen von 5,16 M. stärkere Vertikalstände vorhanden sind, welche zugleich zur Aufnahme je des zweiten Querträgers dienen, wie aus der Tafel VII. ersichtlich ist; der Querschnitt dieser Vertikalstände ist in Fig. 126. dargestellt.

Fig. 126.



Derartige stärkere Ständer sind auch auf den Pfeilern als Endstände angebracht, welche da, wo keine Querträger noth-

wendig waren, mittelst sogenannter Andreaskreuze zu einem sehr steifen Querverband benützt sind.

Die Eintheilung der in Fig. 123—126. dargestellten Vertikalrippen ist in der Tafel VII. gegeben. Es ist daselbst ersichtlich, dass auf einen Mittelpfeiler für jeden Träger 3 stärkere Absteifungen treffen, welche mit dem zwischen denselben befindlichen Wandstück den ganzen Pfeilerdruck aufzunehmen haben. — Der grösste Pfeilerdruck beträgt nach Tabelle XXXV. bei Belastung von 2 Oeffnungen 474,4 tons; der Querschnitt der Wandfläche ist (ohne Nietenzug) 360 □Cent., und wird durch besagte 3 Hauptständer auf etwa 900 □Cent. erhöht, so dass die mittlere Pressung annähernd $\frac{474500}{900} = 527$ Kilo beträgt; die wirkliche Pressung ist jedoch in Folge der Verschwächung durch die Nieten wesentlich grösser. Es erhellt daraus insbesondere, dass der Druck auf die ganze Auflagerfläche vertheilt sein muss, wenn nicht einzelne Theile Noth leiden sollen und ist dadurch unser in N^o. 85. entwickeltes Rechnungsverfahren gerechtfertigt.

119. Was die Anordnung der Gurtungen betrifft, so ist dieselbe aus Tafel VII. ersichtlich und nur hinzuzufügen, dass durchweg beiderseitige Stossplatten angebracht sind; dieselben haben so viele Nieten hinter einander erhalten, dass die durchlaufende Eintheilung der Nieten beibehalten werden konnte; es ist diess nicht nur mit Rücksicht auf die Verschwächung durch die Nietlöcher, sondern auch wegen der Einfachheit der Ausführung vortheilhaft. Sämmtliche Gurtungsbänder haben dieselbe Länge von 5,16 M. erhalten, gleich der doppelten Querträgerdistanz.

Die Stärke der Nieten, welche zur Verbindung von Gurtung und Blechwand dienen, wurde aus der Grösse $\frac{d \mathfrak{M}}{dx}$ abgeleitet, indem die Schubspannung dieser Bolzen = 500 K. per □Cent. gesetzt wurde; wir wissen, dass dieser Ausdruck nach Gleichung 18) gleich der Vertikalkraft \mathfrak{B} ist, deren Maximalwerth für einen Träger nach Tabelle XXXV. und Gl. 106) = 64,08 . 9 — A = 64,0 . 5,9 — 140,5 = 237,5 tons beträgt.

Nach Gleichung 162) beträgt hier die Distanz D, der 2,5 C. starken Nieten zwischen Wand und Gurtung

$$D, = \frac{5}{4} \cdot 2 \mathfrak{C} \frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{B}} \cdot \frac{d^2 \pi}{4}.$$

$$D, = \frac{5}{4} \cdot 2 \cdot 500 \frac{511,5}{237500} \cdot 4,9 = 13,2 \text{ Cent.}$$

während in der Ausführung eine Entfernung von 10,7 Cent. gewählt wurde; — beim Project wurden 8 Nieten per Längeneinheit berechnet, was einer Nietendistanz D, = 12,5 Cent. entspricht.

120. Die Anfertigung der Nietten ist vom grössten Einfluss auf die Solidität der Blechwandbrücken sowie auf die Kosten der Zusammensetzung derselben. Sie haben beim Bau der Langonbrücke und in der Beschreibung derselben die verdiente Sorgfalt gefunden.

Die Nietbolzen erhielten einen Durchmesser, der 1 Mm. geringer war, als das Loch, das sie auszufüllen hatten; durch das beim Aushämmern des Nietkopfes hervorgebrachte Stauchen des glühenden Nietbolzens wird das Loch vollständig ausgefüllt und bleibt der Contact erfahrungsgemäss bei tüchtiger Arbeit auch nach dem Erkalten, wie man sich durch Augenschein überzeugen kann, dass dieser Art eingesetzte Nietten, wenn sie durch Los-trennen des Nietkopfes frei werden, das Nietloch vollständig ausfüllen; dass diese Ausfüllung der Löcher durch die Nietten nur dann zu erreichen ist, wenn letztere im Verhältniss zu ihrer Dicke nicht zu lang, ist schon früher erwähnt. — Es muss desshalb der cylindrische Theil der Niete eine grössere Länge erhalten, als die Dicke der zu verbindenden Bleche nachweist, zu Anfertigung des 2. Kopfes ist ausserdem eine Länge gleich dem 1,1fachen des Bolzendurchmessers hinzuzurechnen. — Molinos und Pronnier haben die folgende Tabelle veröffentlicht, wonach unter vorstehenden Voraussetzungen und auf Grund von Versuchen in den Werkstätten von Gouin & Comp. die Länge der Nietbolzen bestimmt worden ist.

Tabelle XXXVI.

Länge der zu verbindenden Bleche in Millimetern.	Nieten von 18 Mm. Durchmesser. 100 Nietköpfe wiegen 4,28 K.		Nieten von 20 Mm. Durchmesser. 100 Nietköpfe wiegen 5,87 K.		Nieten von 22 Mm. Durchmesser. 100 Nietköpfe wiegen 7,76 K.		Nieten von 25 Mm. Durchmesser. 100 Nietköpfe wiegen 11,39 K.	
	Länge d. Cylinders in Mm.	Gewicht von 100 Stück.	Länge des Cylinders.	Gewicht von 100 Stück.	Länge des Cylinders.	Gewicht von 100 Stück.	Länge des Cylinders.	Gewicht von 100 Stück.
15	42	12,04 ^K	45	16,14	45	20,50	51	29,28
18	45	12,64	48	16,87	48	21,39	54	30,16
21	48	13,23	51	17,60	51	22,28	57	31,31
24	51	13,82	54	18,34	54	23,17	60	32,46
27	54	14,42	57	19,07	57	24,06	63	33,61
30	57	15,01	60	19,80	60	24,94	66	34,76
33	60	15,61	63	20,54	63	25,83	69	35,91
36	63	16,19	66	21,27	66	26,72	72	37,05
39	66	16,77	69	22,00	69	27,61	75	38,20
42	72	17,94	72	22,74	72	28,49	78	39,35
45	75	18,53	75	23,47	75	29,38	81	40,50
48	78	19,11	78	24,20	81	30,27	87	42,79
51	81	19,61	81	24,44	84	31,16	90	43,94
54	84	20,28	84	25,67	87	32,05	93	45,09
57	87	20,86	87	26,40	90	32,94	96	46,23
60	90	21,45	90	27,13	93	33,82	99	47,38

121. Wir schliessen die Beschreibung dieser Brücke mit einer Uebersicht des Gewichts der einzelnen Constructionstheile, wo insbesondere die einzelnen Bestandtheile des Hauptträgers nach der Angabe von Molinos und Pronnier ausgeschieden sind.

Tabelle XXXVII.

Bezeichnung der Bestandtheile.	Gewicht für 1 Geleise per lauf. Meter	
	einzel in Kilogr.	im Ganzen.
a) Hauptträger-Construction.		
1) Seitenwand.		
Blechtafeln	350,3	
Vertikalständer	396,3	
Nietenköpfe	30,0	776,6
2) Gurtungen.		
Kopfleche und Winkel	829	
Stossplatten	78	
Nietenköpfe	32	939,0
3) Windkreuze und Verschiedenes.		113,4
	zus.	1829,0
b) Querträger, Schwellenträger, Andreaskreuze.		445,0
totales Eisengewicht		2274,0
hjezu für Schienen, Langschwelen und Dielenbelag		411,0
ferner Kiesdecke		215,0
	totales Eigengewicht per Meter Geleise. 2900,0	

A n h a n g.

Vergleichung der Maasse und Gewichte
verschiedener Länder.

Tabelle XXXVIII.
Fusstabelle.

Englischer Fuss	Preussischer Fuss	Oesterr. Fuss.	Badischer und Schweizer Fuss	Pariser Fuss	Französi- scher Meter
à 12 Zoll.	à 12 Zoll.	à 12 Zoll.	à 10 Zoll.	à 12 Zoll.	à 100 Cent.
1	0,9711	0,9642	1,0160	0,9383	0,3048
1,0297	1	0,9929	1,0462	0,9662	0,3138
1,0371	1,0072	1	1,0537	0,9731	0,3161
0,9843	0,9559	0,9490	1	0,9235	0,3000
1,0658	1,0350	1,0276	1,0828	1	0,3248
3,2809	3,1862	3,1634	3,3333	3,0784	1

Nordamerika wie England,
Russland wie England,
Holland, Belgien wie Frankreich,
Preussen — rheinischer Fuss;

ferner ist:

1 sächsischer Fuss = 0,2832 Meter 1 Meter = 3,5312 Fuss sächsisch
 1 hannover. " = 0,2921 " 1 " = 3,4236 " hannover.
 1 württemb. " = 0,2865 " 1 " = 3,4905 " württemb.
 1 bayrischer " = 0,2919 " 1 " = 3,4258 " bayrisch.

Anmerkung. Der sächsische, hannövrise und bayrische Fuss sind in 12 Zoll eingetheilt.

Tabelle XXXIX.
Gewichtstabelle.

Englisches Pfund	Zollpfund	Kilogramm
= $\frac{1}{2240}$ tons.	= $\frac{1}{100}$ Ctr.	= $\frac{1}{1000}$ tonnes.
1	0,9072	0,4536
1,1023	1	0,5000
2,2046	2,0000	1

Nordamerika wie England,
Belgien, Holland wie Frankreich.

1	altes Pfund	österreichisch	= 0,560	Kil.
1	"	"	preussisch	= 0,4677 "
1	"	"	französisch	= 0,4896 "

Tabelle XL.
Quadratfusstabelle.

Englischer Quadratfuss	Preussischer Quadratfuss.	Oesterr. Quadratfuss.	Badischer oder Schweizer Quadratfuss.	Pariser Quadratfuss.	Quadrat- meter.
1	0,9431	0,9297	1,0322	0,8804	0,0929
1,0603	1	0,9858	1,0945	0,9335	0,0985
1,0756	1,0144	1	1,1103	0,9470	0,0999
0,9688	0,9137	0,9007	1	0,8529	0,0900
1,1359	1,0712	1,0560	1,1724	1	0,1055
10,7643	10,1519	10,0074	11,1111	9,4768	1

1	Quadratfuss	sächsisch	= 0,0802	Quadratmeter
1	"	hannover.	= 0,0853	"
1	"	württemb.	= 0,0821	"
1	"	bayrisch	= 0,0852	"
1	Quadratmeter	= 12,4694	Quadratfuss	sächsisch
1	"	= 11,7207	"	hannover.
1	"	= 12,1837	"	württemb.
1	"	= 11,7364	"	bayrisch.

Tabelle XLI.
Cubikfusstabelle.

Englischer Cubikfuss.	Preussischer Cubikfuss.	Oesterr. Cubikfuss.	Badischer oder Schweizer Cubikfuss.	Pariser Cubikfuss.	Cubikmeter.
1	0,9159	0,8964	1,0487	0,8261	0,0283
1,0918	1	0,9787	1,1450	0,9019	0,0309
1,1156	1,0217	1	1,1699	0,9215	0,0316
0,9535	0,8733	0,8548	1	0,7877	0,0270
1,2106	1,1087	1,0851	1,2695	1	0,0343
35,3166	32,3459	31,6578	37,0370	29,1738	1

1	Cubikfuss	sächsisch	=	0,0227	Cubikmeter
1	"	hannover.	=	0,0249	"
1	"	württemb.	=	0,0235	"
1	"	bayrisch	=	0,0249	"
1	Cubikmeter	=	44,0318	Cubikfuss	sächsisch
1	"	=	40,1263	"	hannover.
1	"	=	42,5275	"	württemb.
1	"	=	40,2066	"	bayrisch.

Tabelle XLII.

Gewicht per Quadrateinheit nach den landesüblichen Maassen.
(Unter Zugrundlegung des Zollgewichts für die deutschen Staaten und Oesterreich.)

Englisch	Preussisch	Oesterreichisch	Badisch	Französisch
Tonne per Quadratzoll.	Pfund per Quadratzoll.	Pfund per Quadratzoll.	Pfund per Quadratzoll.	Kilogramm per Quadratcentim.
1	2154,6	2185,8	2834,9	157,49
0,000464	1	1,014	1,316	0,0731
0,000457	0,986	1	1,297	0,0720
0,000353	0,760	0,771	1	0,0555
0,006349	13,681	13,879	18,000	1

1	Zollpfund pro Quadratzoll	sächsisch	=	0,0898	Kilo pro Quadratcent.
1	"	hannover.	=	0,0845	" " "
1	"	württemb.	=	0,0609	" " "
1	"	bayrisch	=	0,0845	" " "

1 Kilo pro Quadratcent.	= 11,138 Zollpfund pro Quadratzoll	sächsisch
1 " " "	= 11,850 " " "	hannov.
1 " " "	= 16,416 " " "	württ.
1 " " "	= 11,831 " " "	bayrisch

Anmerkung. Bei Berechnungen der per Quadrateinheit wirkenden Kraft findet sich häufig noch älteres preussisches und österreichisches Gewicht.

1 Kilo pro Quadratcent.	= 14,62 Pfd. alt preussisch pro Quadratzoll
1 " " "	= 12,39 " " österreich. " "
1 Pfd. alt preussisch pro Quadratzoll	= 0,0684 Kilo pro Quadratcent.
1 " " österreich. " "	= 0,0807 " " "

Tabelle XLIII.

Gewicht per Längeneinheit nach den landesüblichen Maassen.

(Unter Zugrundlegung des Zollgewichts für die deutschen Staaten und Oesterreich.)

Englisch	Preussisch	Oesterreichisch	Badisch	Französisch
Tonne per laufenden Fuss.	Pfund per laufenden Fuss.	Pfund per laufenden Fuss.	Pfund per laufenden Fuss.	Kilogramm per laufenden Meter.
1	2092,5	2107,6	2000,2	3333,6
0,00048	1	1,0072	0,956	1,593
0,00047	0,993	1	0,949	1,582
0,0005	1,046	1,054	1	1,667
0,0003	0,628	0,632	0,6	1

1 Zollpfund pro lfd. Fuss	sächsisch	= 1,765 Kilo pro lfd. Meter
1 " " "	hannover.	= 1,712 " " "
1 " " "	württemb.	= 1,745 " " "
1 " " "	bayrisch	= 1,713 " " "
1 altes preuss. Pfd. pro lfd. Fuss		= 1,490 " " "
1 " österr. " " "		= 1,772 " " "
1 Kilo pro lfd. Meter	= 0,566 Zollpfund pro lfd. Fuss	sächsisch
1 " " "	= 0,584 " " "	hannover.
1 " " "	= 0,573 " " "	württemb.
1 " " "	= 0,583 " " "	bayrisch
1 " " "	= 0,671 alt preuss. Pfd. pro lfd. Fuss	
1 " " "	= 0,564 " österr. " " "	

Bei Gewichtsberechnungen kann man mittelst Tabelle XLIII. alle Cubikmaasse auf Cubikdecimeter reduciren. Ein Cubikdecimeter Wasser wiegt 1 Kilo, und kann man die so erhaltenen Kilogramme mittelst Tabelle XLI. auf die andern Gewichtseinheiten zurückführen. — Das Gewicht des gleichen Volums Wasser gibt

das wirkliche Gewicht des fraglichen Körpers mittelst folgender Tabelle:

Tabelle XLIV.
Specifiche Gewichte verschiedener Körper.

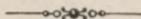
Wasser	1,0
Tannenholz	0,47—0,55
Tanne frisch gefällt bis .	0,9
Eichenholz	0,65—0,80
Gusseisen	7,2
Schmiedeeisen	7,8
Gussstahl	7,9

Zur Bequemlichkeit bei Gewichtsberechnungen dürften noch folgende Angaben von Werth sein:

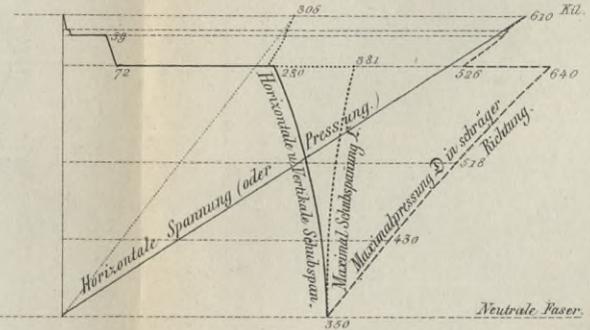
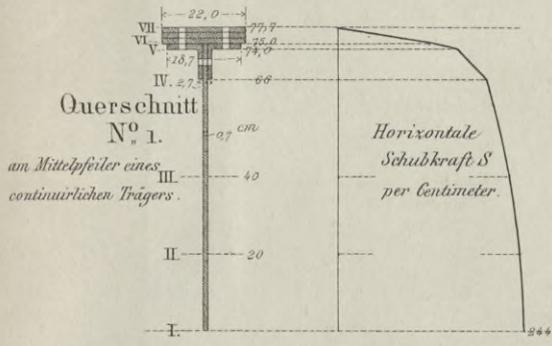
1 Cubikdecimeter Wasser wiegt	1 K. = 1,000 Kilo
1 Cubikzoll engl. „ „	0,0162 K. = 0,0357 Pf. engl.
1 „ preuss. „ „	0,01788 K. = 0,03576 Zollpf.
1 „ österr. „ „	0,01829 K. = 0,03657 „
1 „ badisch „ „	0,027 K. = 0,0540 „
1 „ württ. „ „	0,0235 K. = 0,0468 „
1 „ sächs. „ „	0,0131 K. = 0,0262 „
1 „ hannov. „ „	0,0144 K. = 0,0288 „
1 „ bayrisch „ „	0,0144 K. = 0,0288 „

Druckfehler.

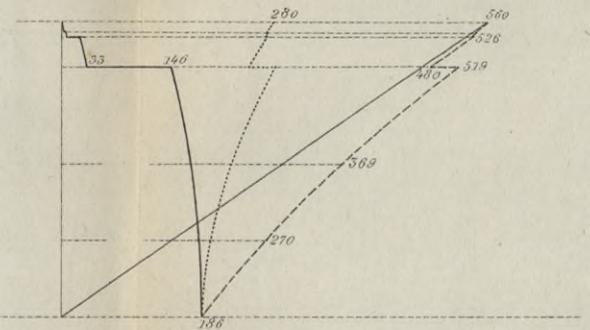
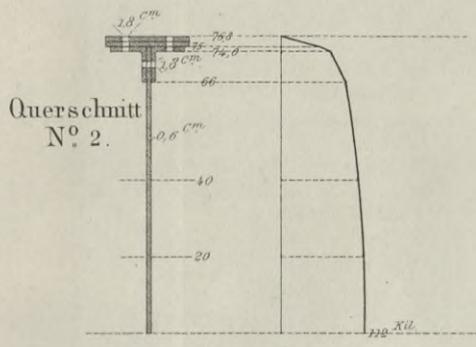
- S. 29 Zeile 2 von oben lies „wirkenden Kraft“ anstatt „wirkende Kraft“.
S. 93 Zeile 21 von oben lies „den Curven“ anstatt „die Curven“.
S. 158 bei den Werthen ΣXy , welche der Figur 105. entsprechen, lies 6291
anstatt 5291.



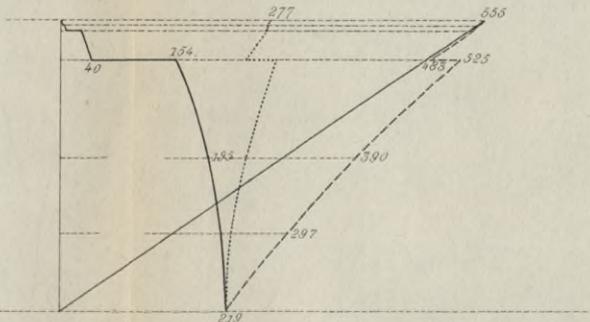
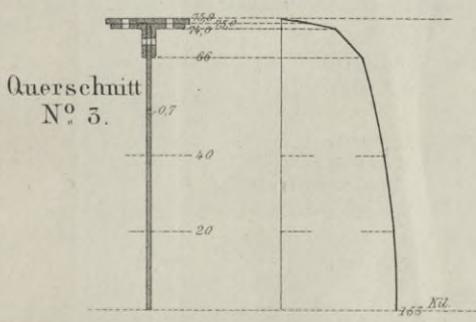
Berechnung der Maximalspannungen u. Pressungen für einen Träger von 1,50 Höhe.



$\Theta = 1045327$ } in centimetern.
 $a = 77,7$
 $\Theta_a = 13455$
 $\mathcal{M} = 610$
 $\int_0^a z y dy = 7614,5$
 $\mathcal{H} = 137,3$ (nach Gl. 32.)
 $S_0 = 245$ (Gl. 46.)
 $S_a = 350$ (Gl. 744.)

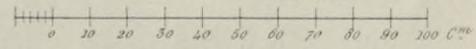


$\mathcal{M} = 30184$ Kil. } nach Tafel VI.
 $\mathcal{M} = 121631$ K.M. } Fig. b.
 $\Theta = 819561$ } in centimetern.
 $a = 76,8$
 $\Theta_a = 10671$
 $\mathcal{M} = 560$ K. (nach Gl. 31.)
 $\int_0^a z y dy = 6066,7$
 $\mathcal{H} = 135,1$ (nach Gl. 32.)
 $S_0 = 111,7$ (Gl. 46.)
 $S_a = 186$ (Gl. 744.)

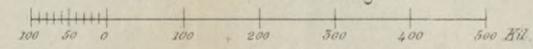


$\mathcal{M} = 39575$ Kil. } nach Tafel VI.
 $\mathcal{M} = 92500$ K.M. } Fig. b.
 $\Theta = 654606$ } in centimetern.
 $a = 75,9$
 $\Theta_a = 8625$
 $\mathcal{M} = 555$ (nach Gl. 31.)
 $\int_0^a z y dy = 5070,8$
 $\mathcal{H} = 129,1$ (nach Gl. 32.)
 $S_0 = 153,3$ (Gl. 46.)
 $S_a = 219$ (Gl. 744.)

Mafsstab der Höhen.

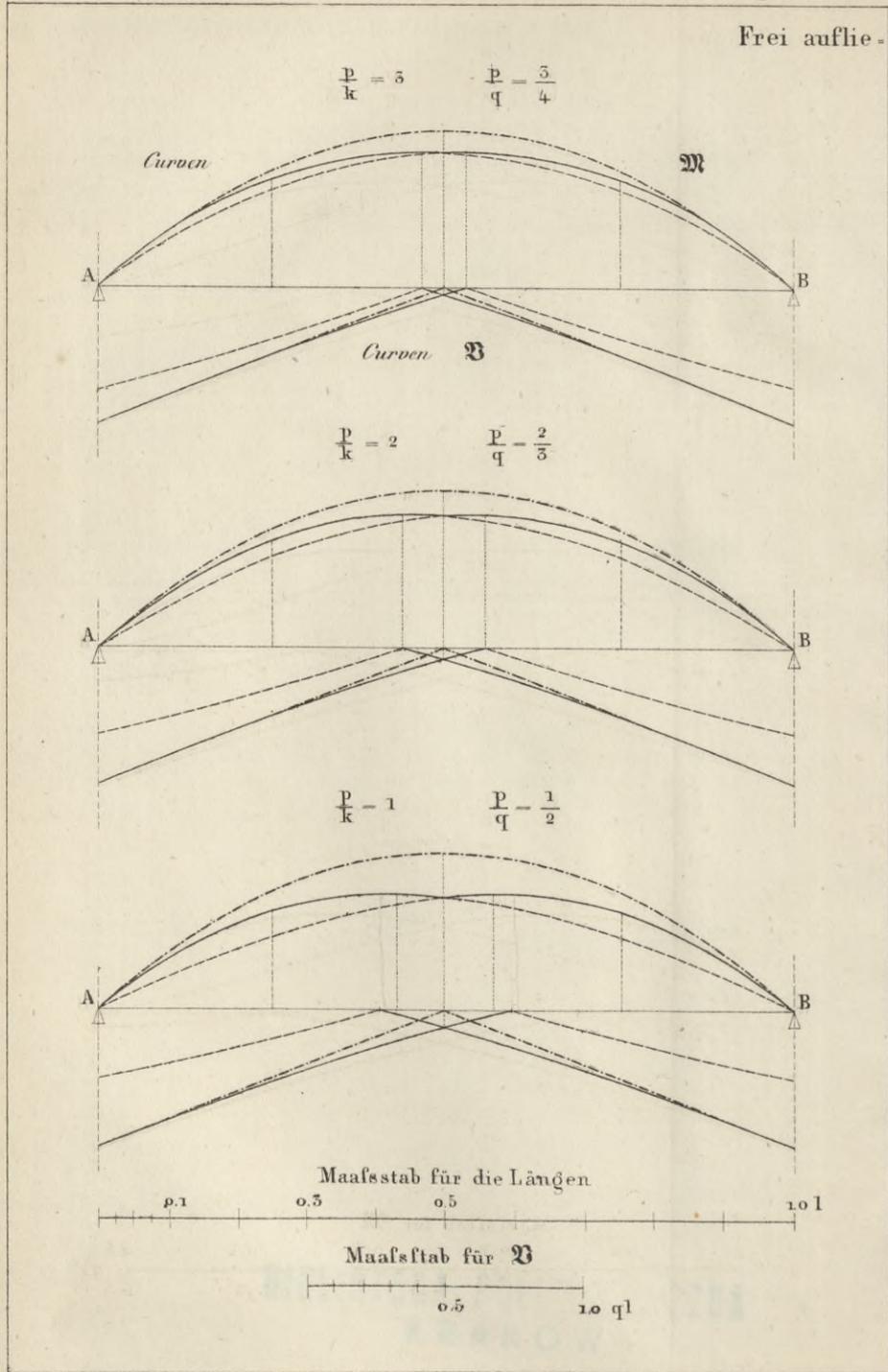


Mafsstab der Belastungen.

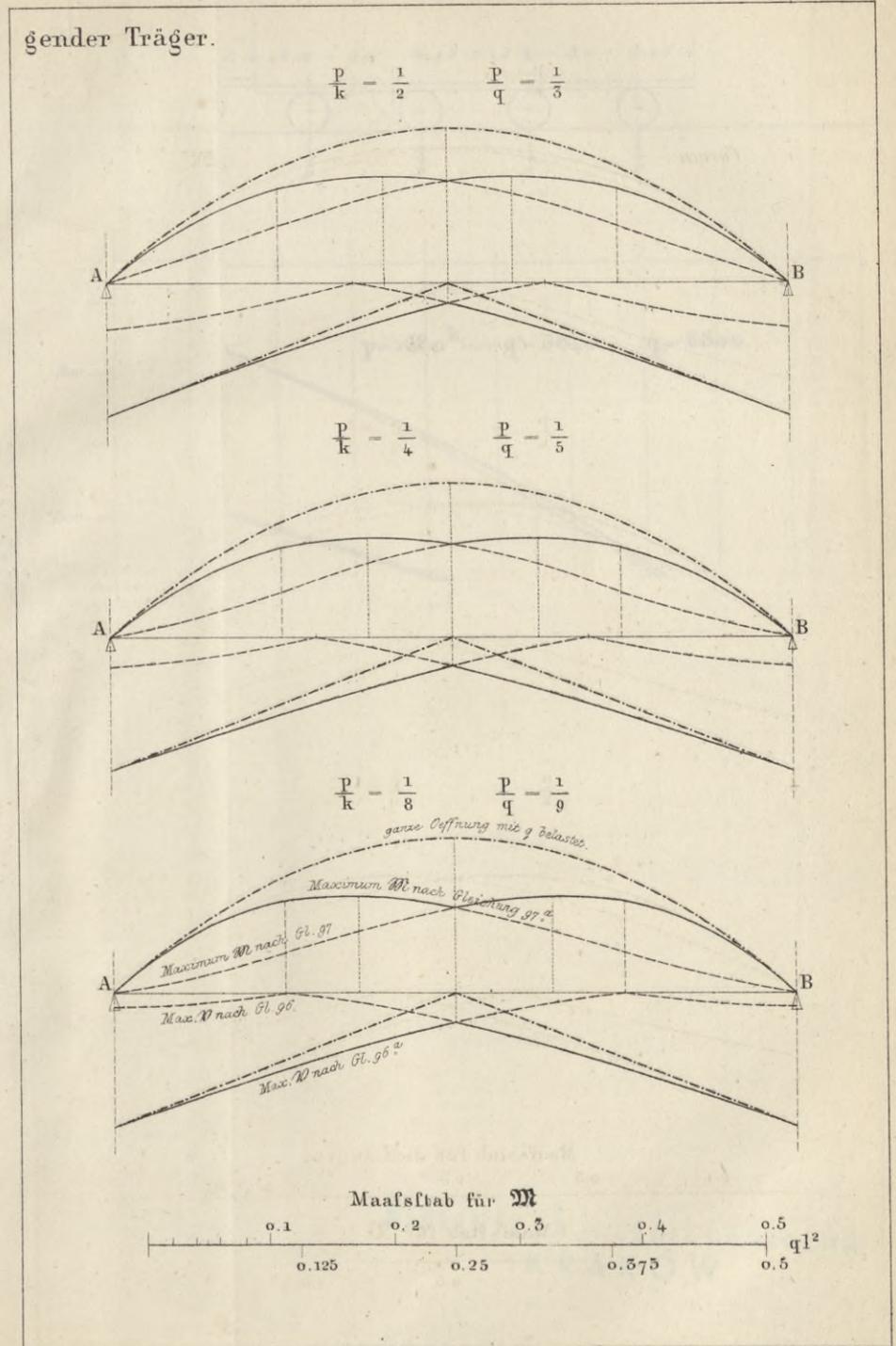


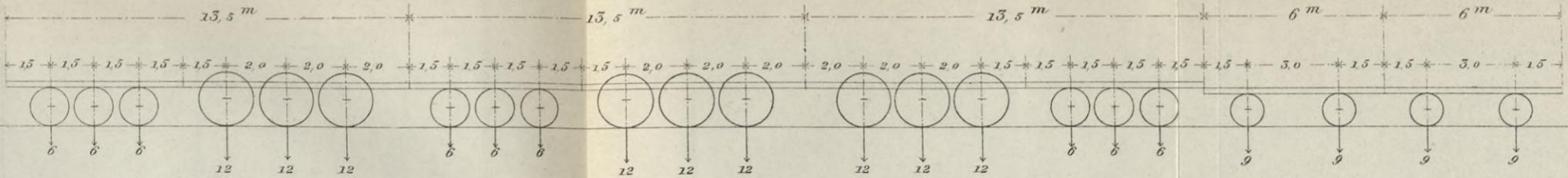
BIBLIOTEKA POLITECHNIKI
KRAKÓW

Frei auflie-



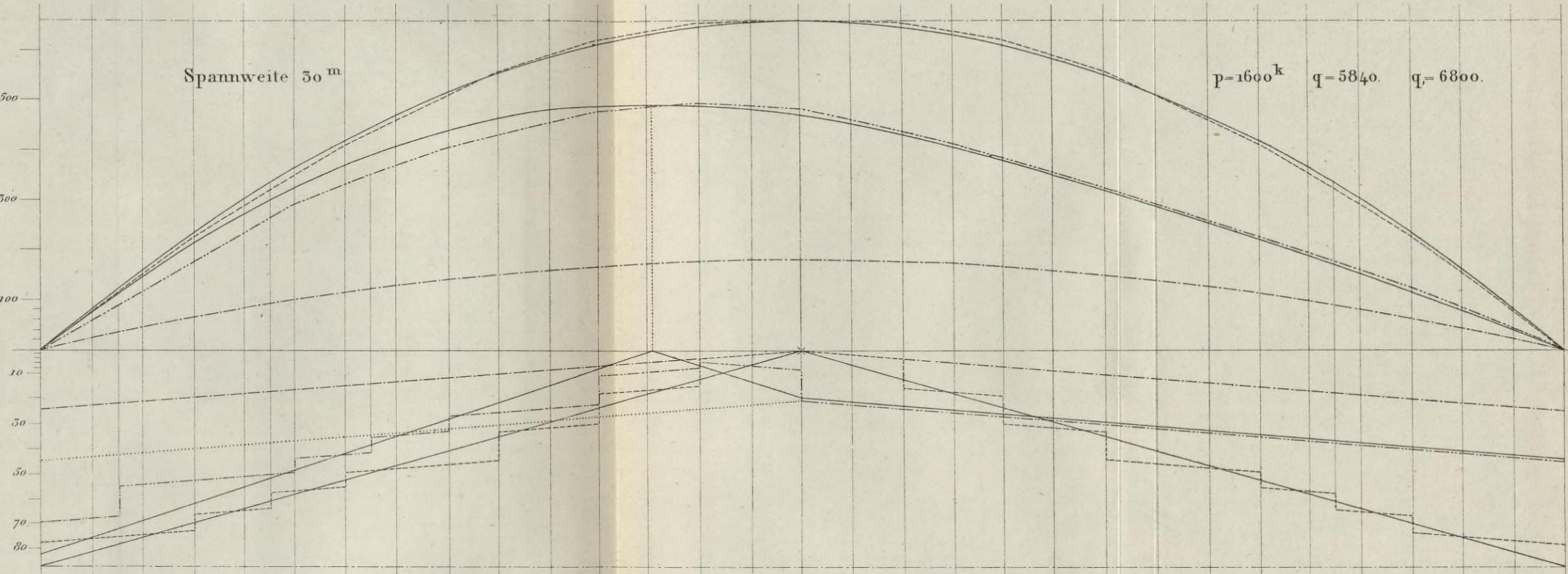
gender Träger.





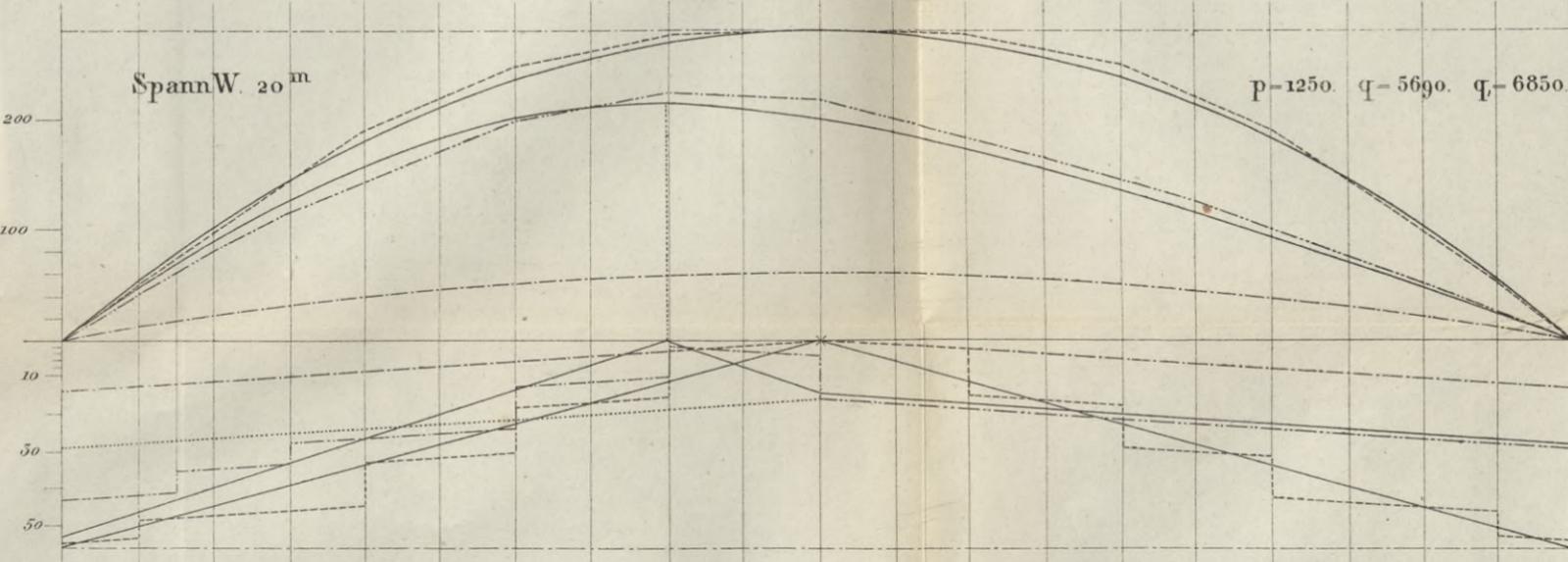
Spannweite 30^m

$p=1600^k$ $q=5840$ $q_1=6800$

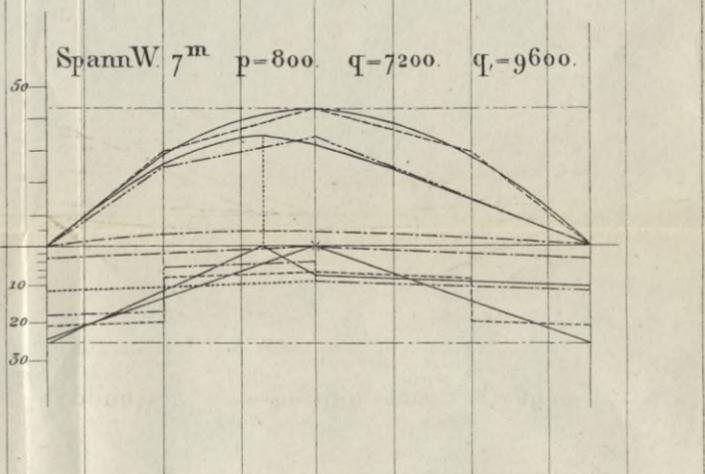


SpannW. 20^m

$p=1250$ $q=5690$ $q_1=6850$

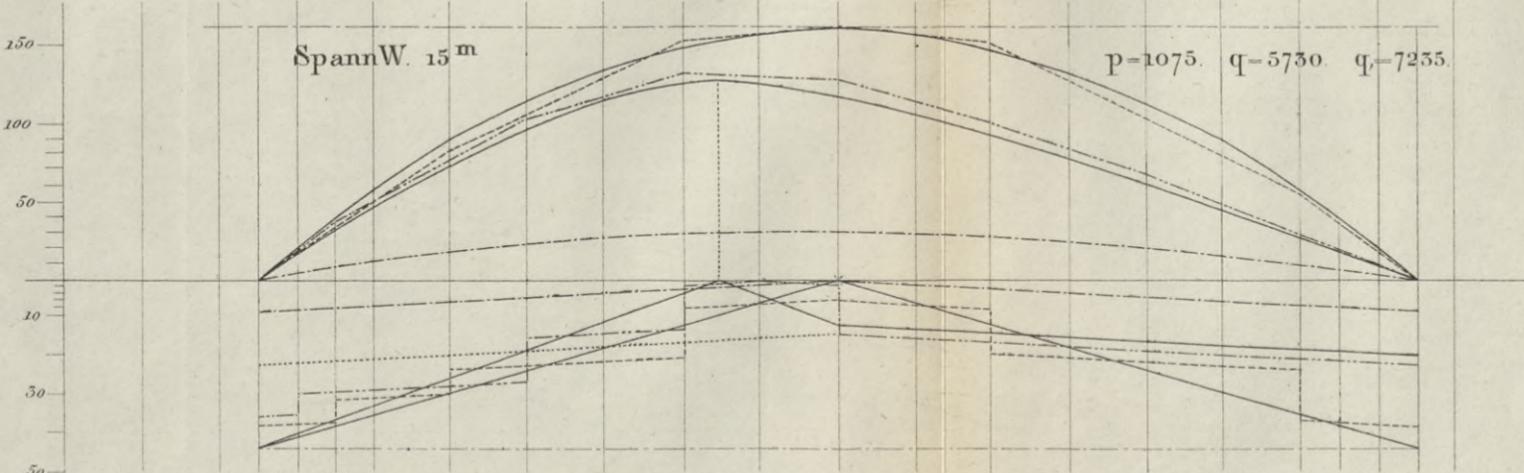


SpannW. 7^m $p=800$ $q=7200$ $q_1=9600$

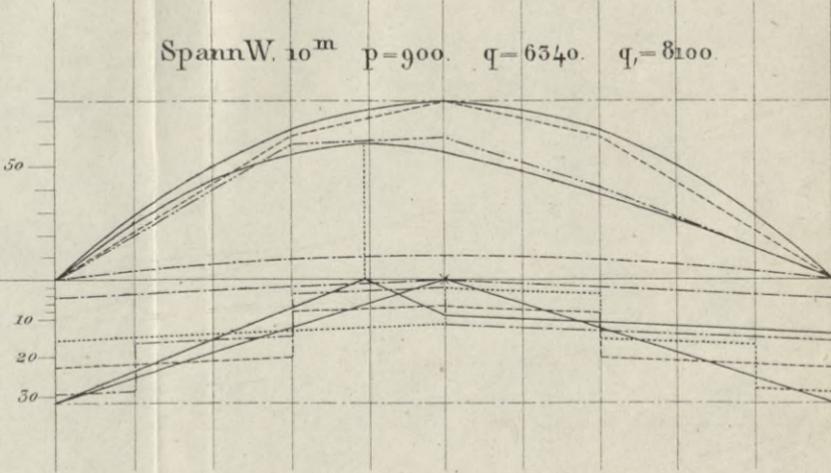


SpannW. 15^m

$p=1075$ $q=5730$ $q_1=7255$

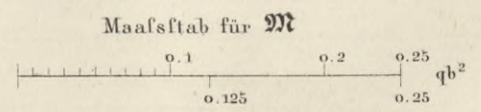
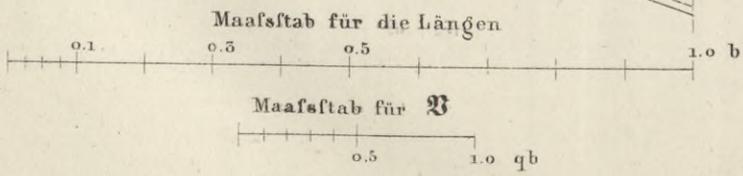
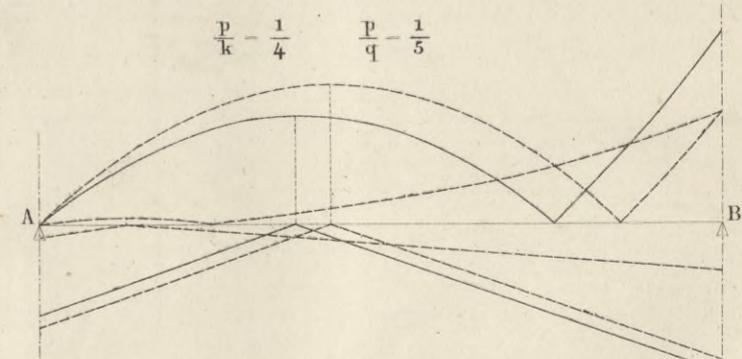
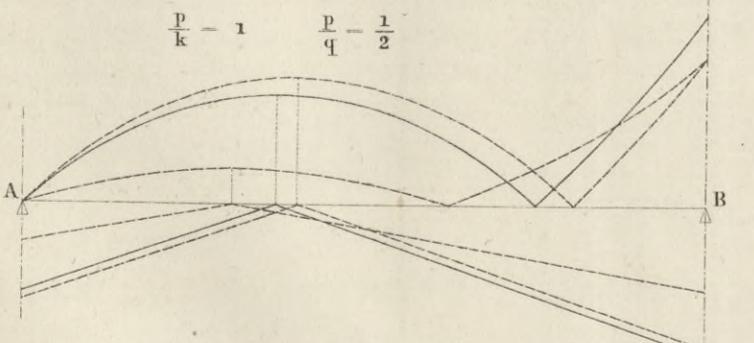
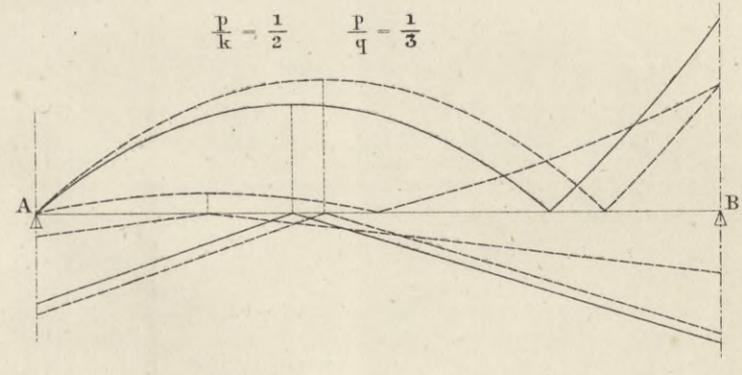
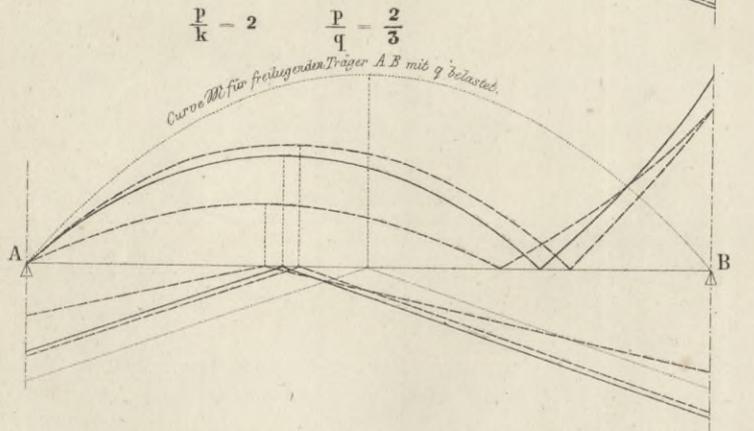
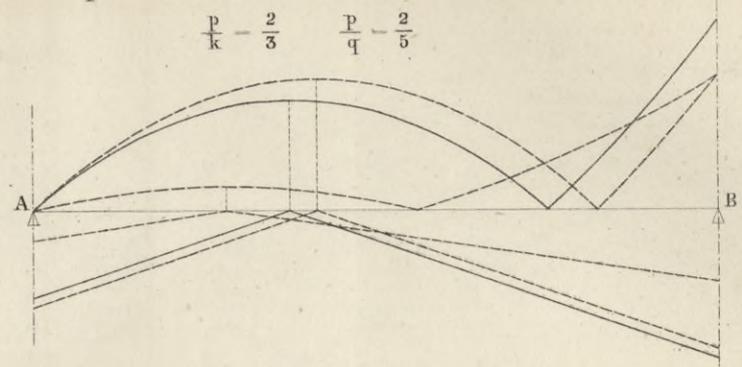
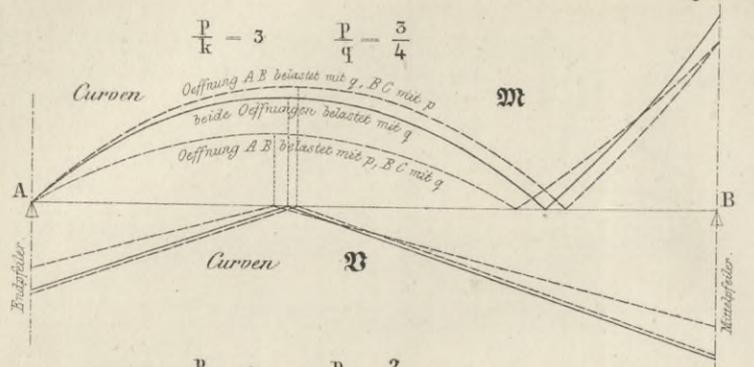


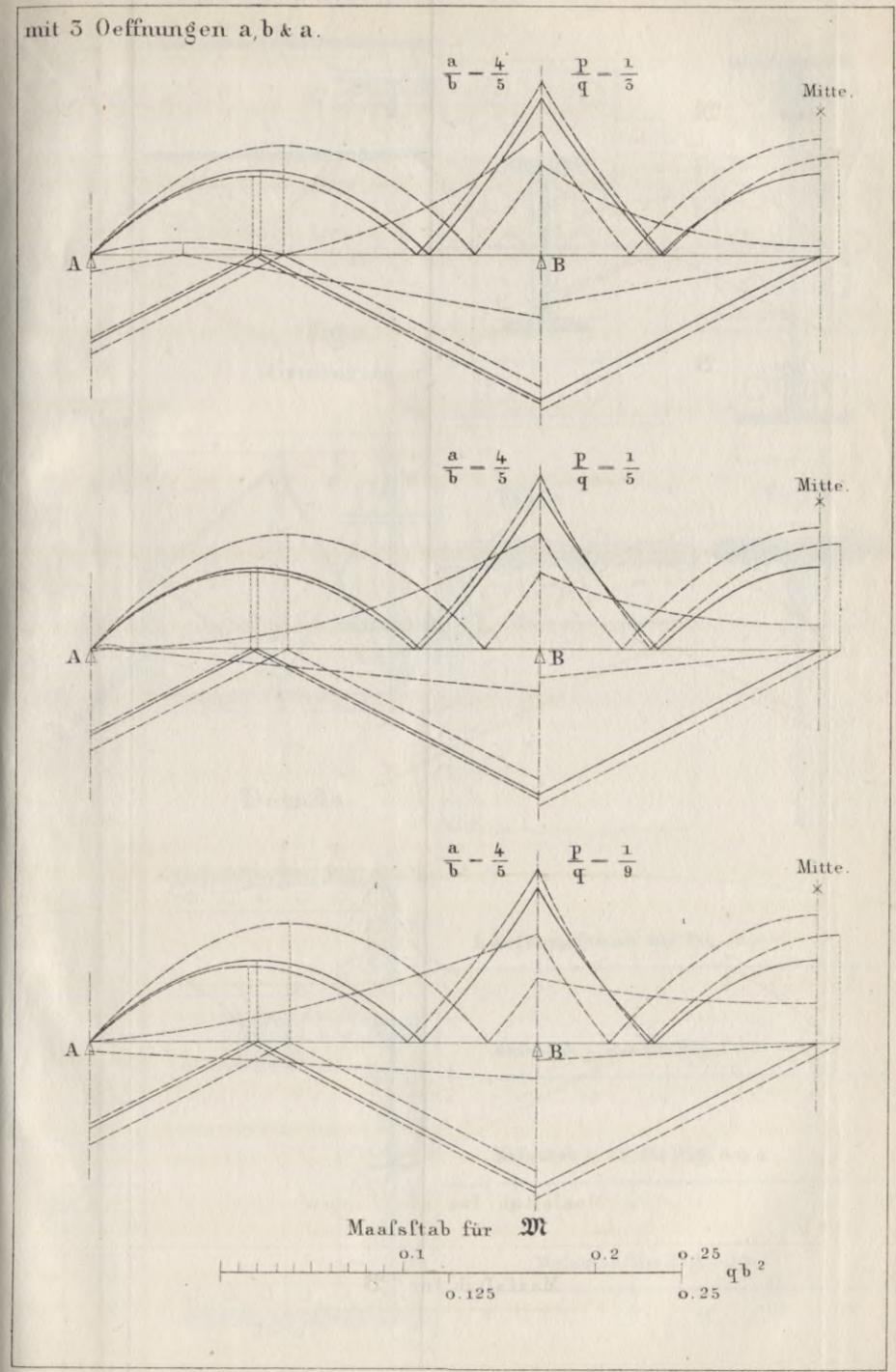
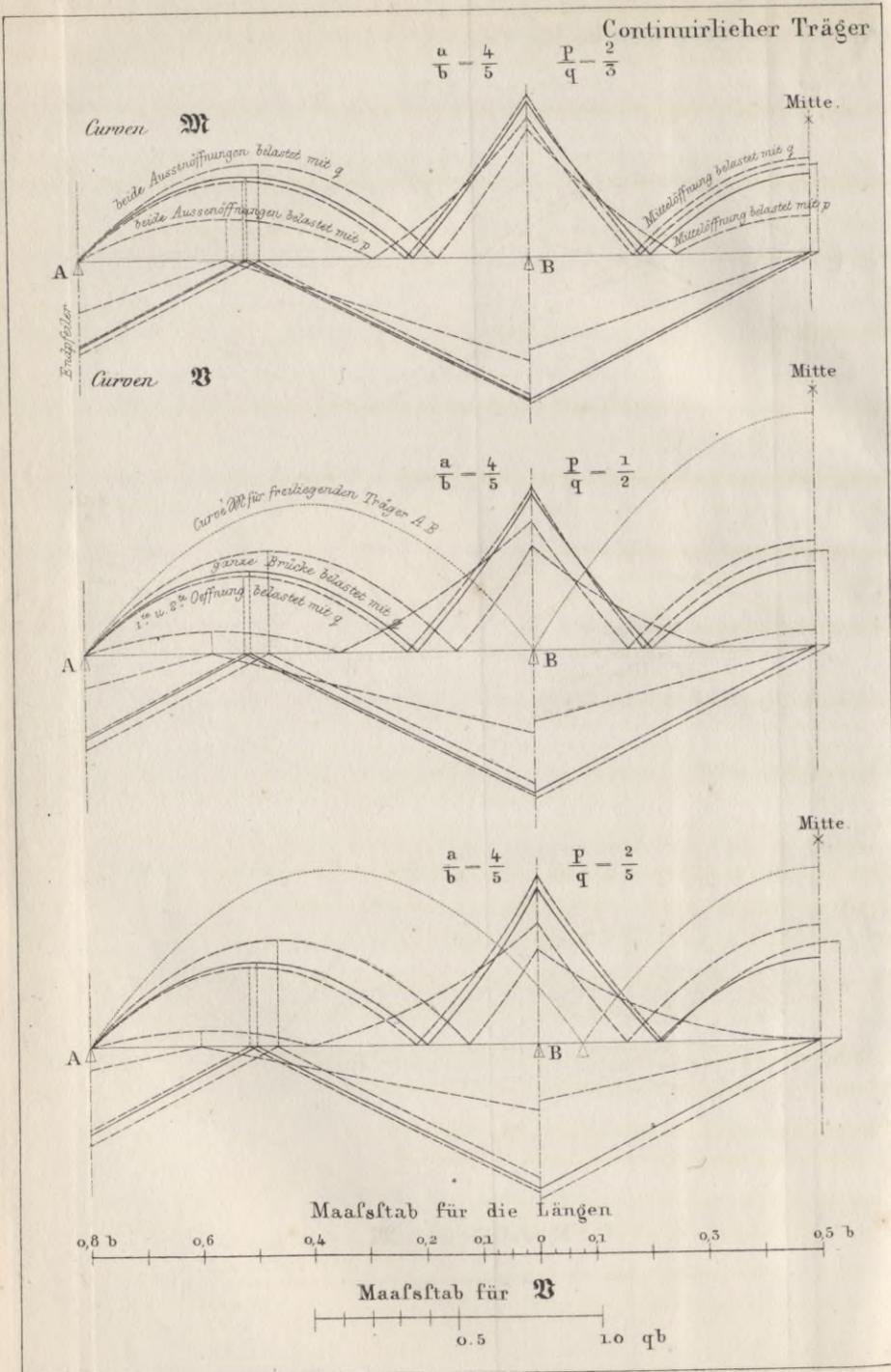
SpannW. 10^m $p=900$ $q=6540$ $q_1=8100$



Continuirlicher Träger mit 2

gleichen Spannweiten AB=BC=b.





Brücke von 15^m Spannweite.

Fig. 1.
Ansicht u. Längenschnitt.

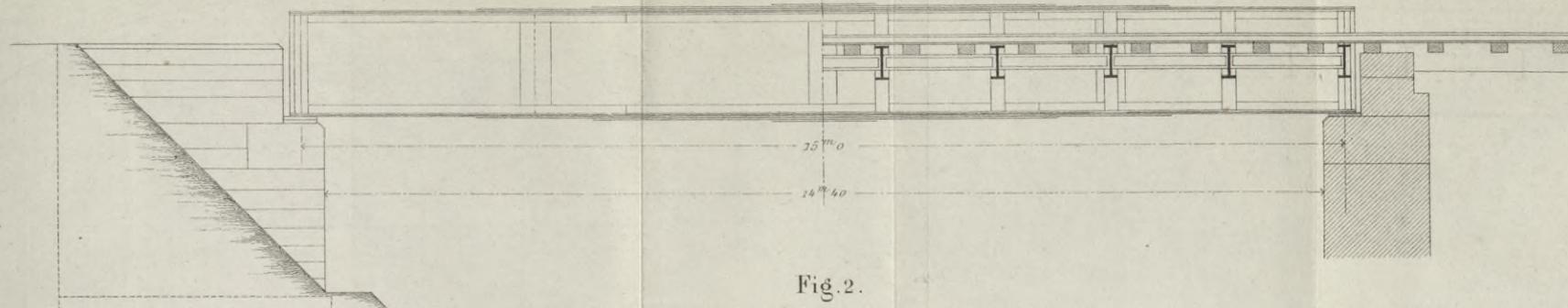
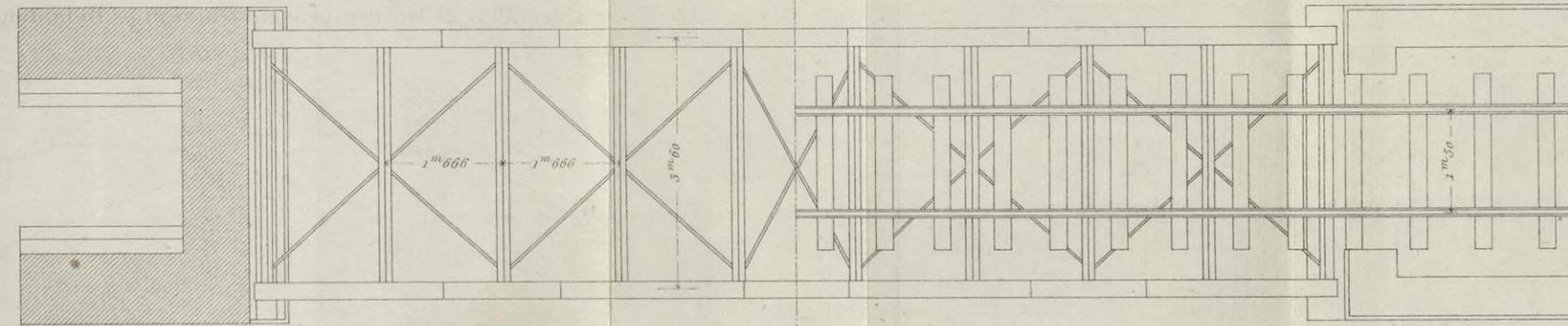


Fig. 2.
Grundriss.



Détails.

Fig. 4.
Längenschnitt.

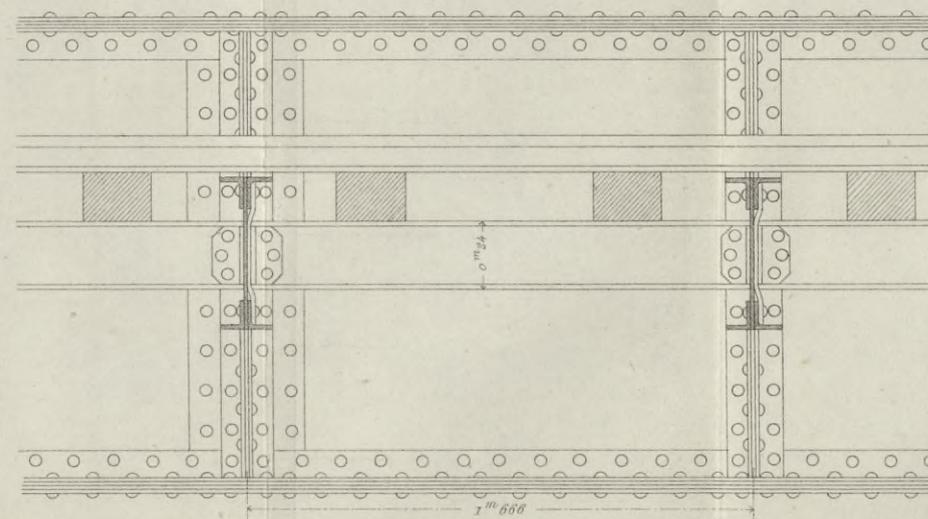


Fig. 3.
Querschnitt.

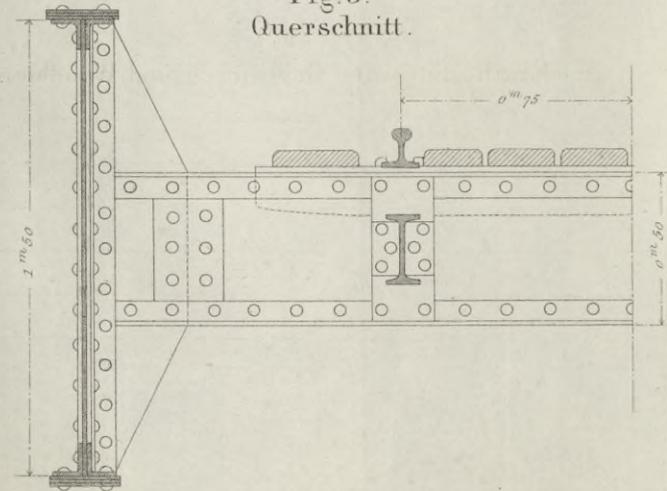


Fig. 5.
Befestigung der Schwellenträger.

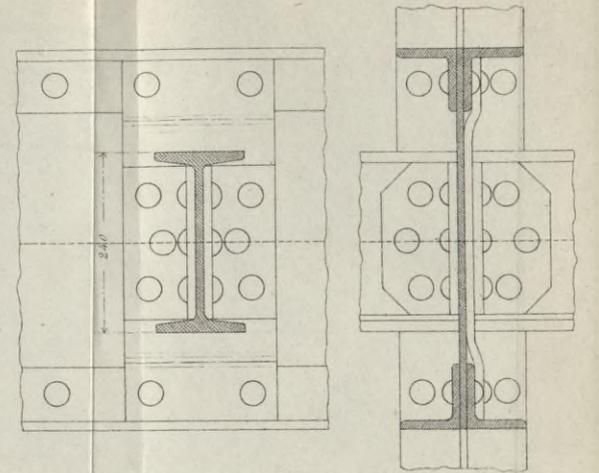


Fig. 6.

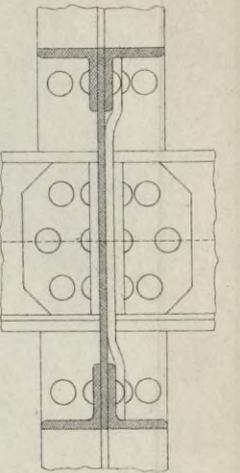


Fig. 7.

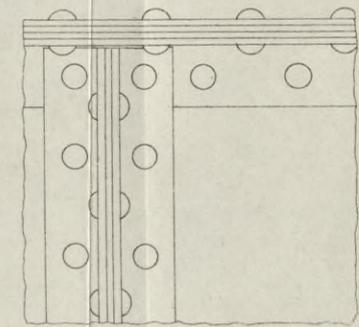


Fig. 8.

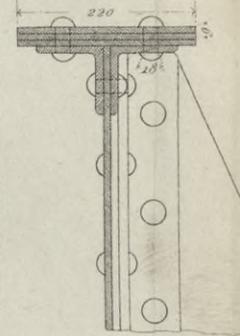


Fig. a.
Curven der M u. Q für die Maximalbelastung $q+p+k=5825$ Kil.

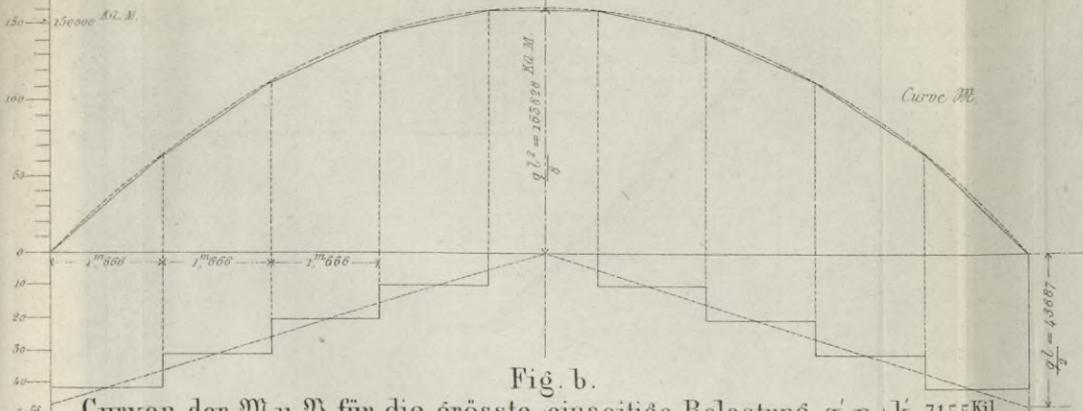


Fig. b.
Curven der M u. Q für die grösste einseitige Belastung $q+p+k=7155$ Kil.

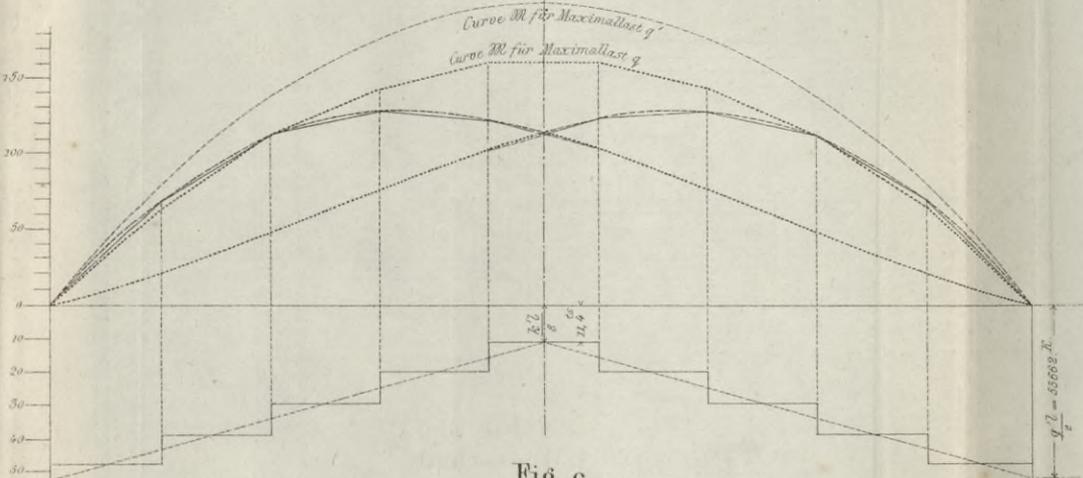
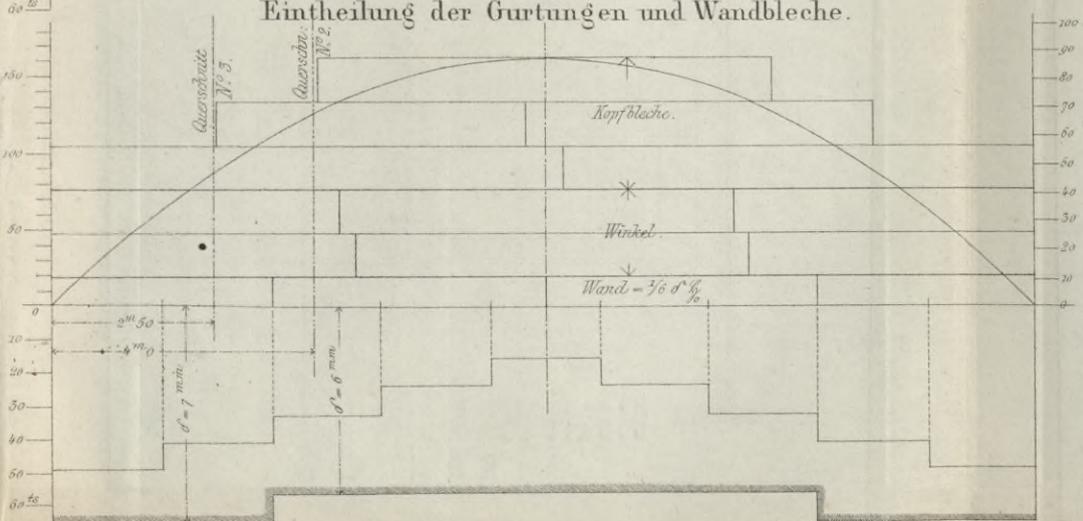
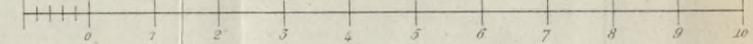


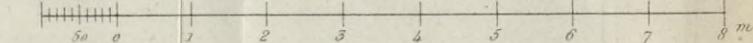
Fig. c.
Eintheilung der Gurtungen und Wandbleche.



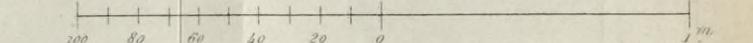
Längenmaßstab für Fig. a-c.



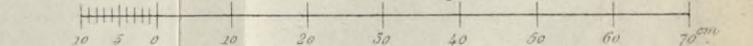
Maßstab 1:100 für Fig. 1 u. 2.



Maßstab 1:25 für Fig. 3 u. 4.



Maßstab für Fig. 5-8.



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Brücke von Langon.

Fig. 1. Halbe Längenansicht, mit der Vertheilung der Gurtungs- und Wandplatten.

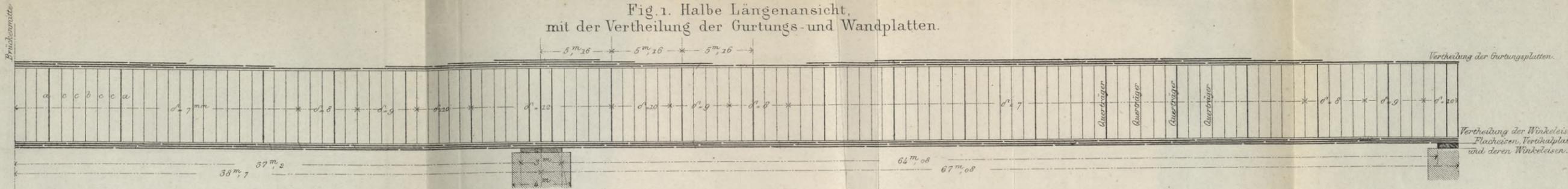


Fig. 2. Disposition der Vertikalversteifungen 1/150.

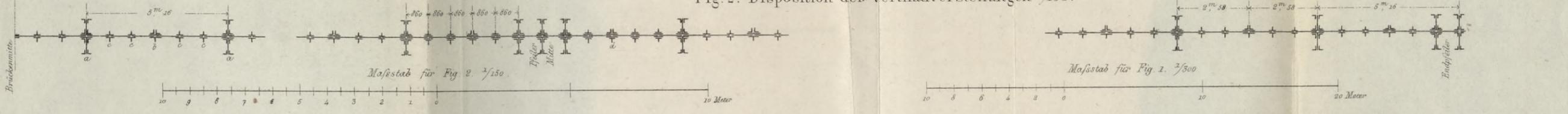


Fig. 3. Querschnitt der Brücke.

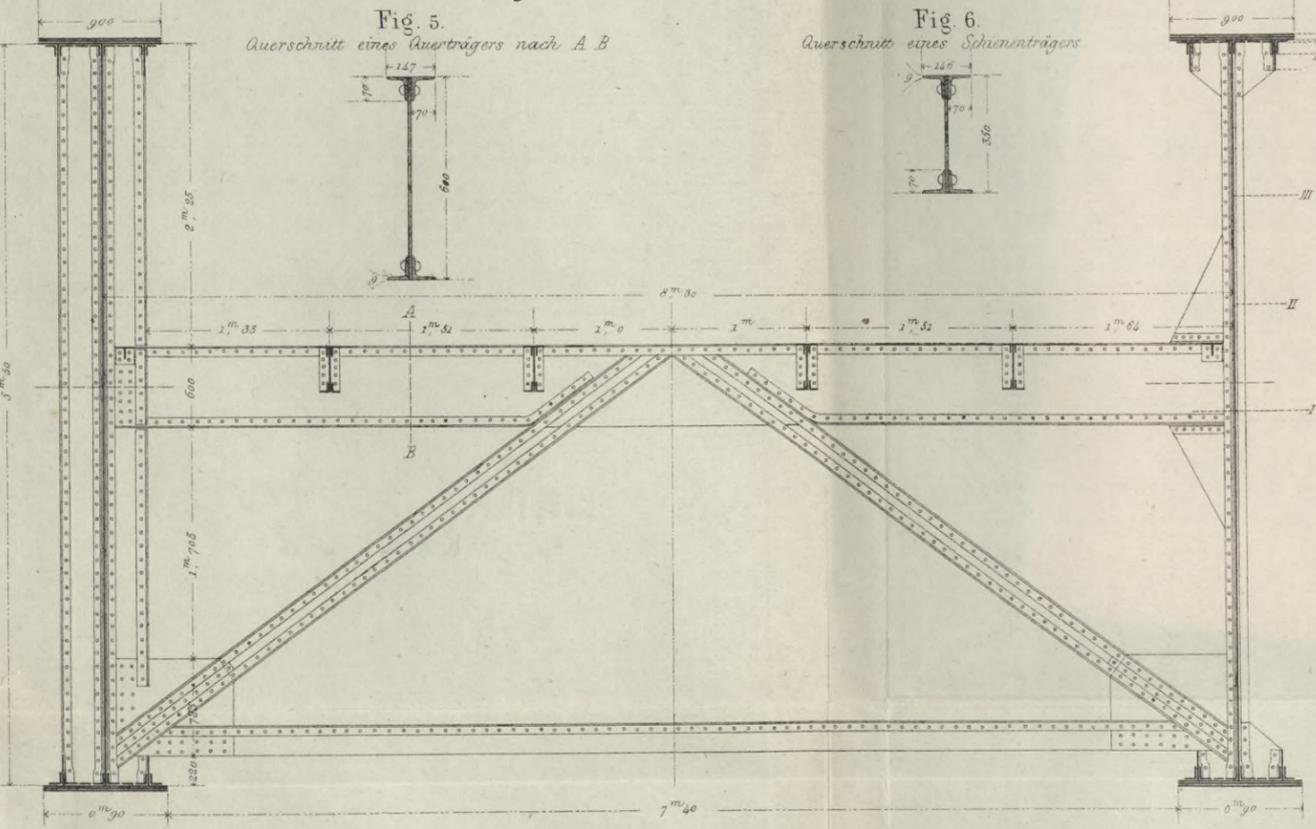


Fig. 4. Graphische Darstellung der Schubkräfte und Wandspannungen.

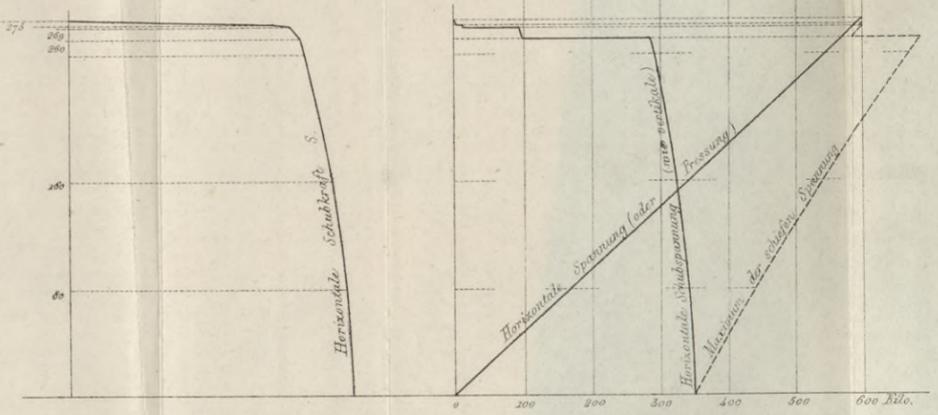


Fig. 11.

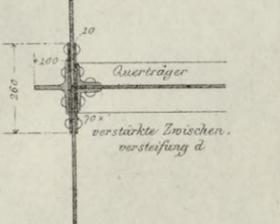


Fig. 11^a.



Fig. 7.

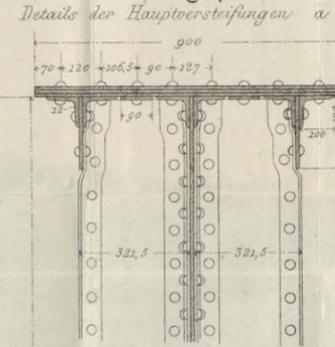


Fig. 10.

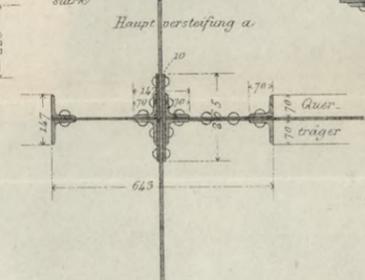


Fig. 8.

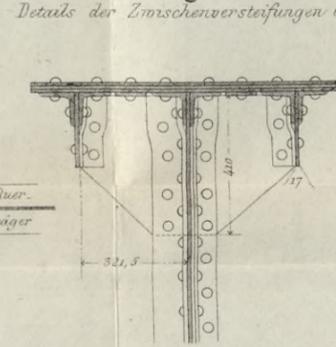


Fig. 12.

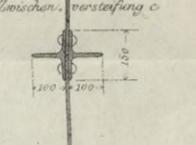
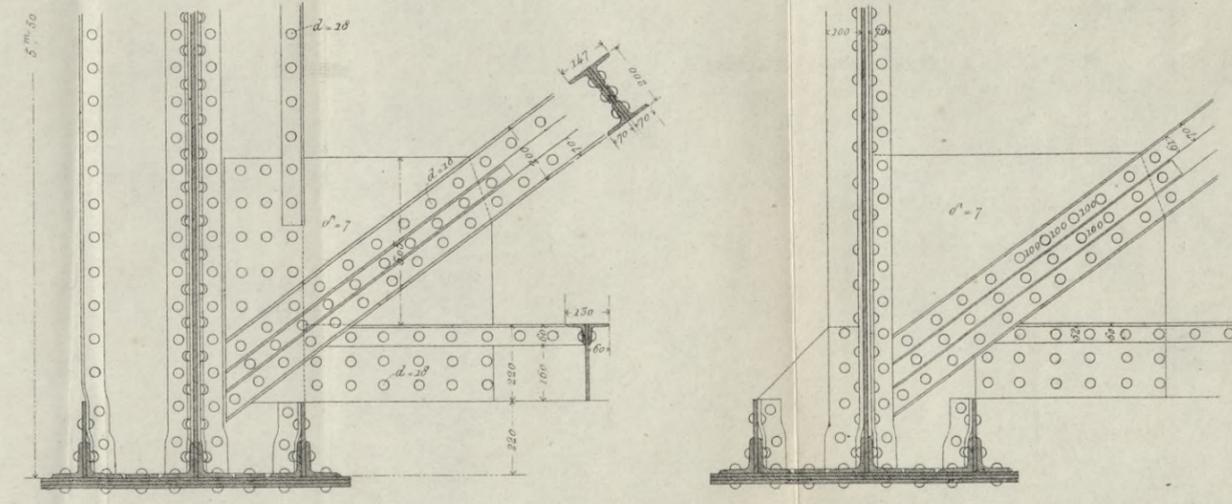
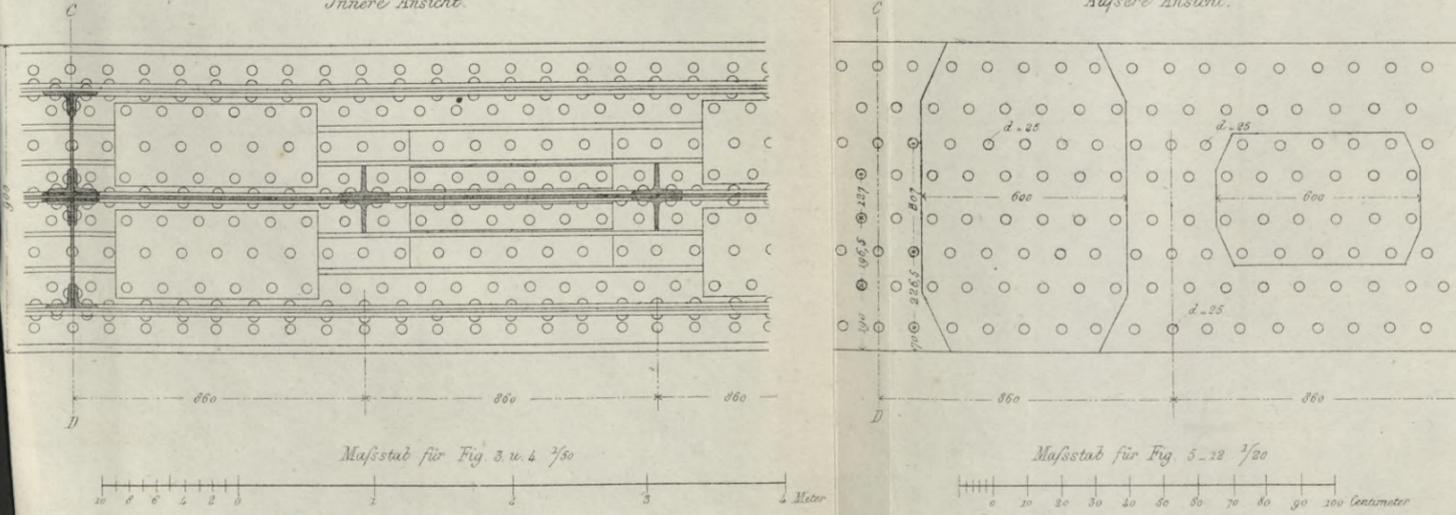


Fig. 9. Anordnung der Stofsplatten in den Gurtungen.

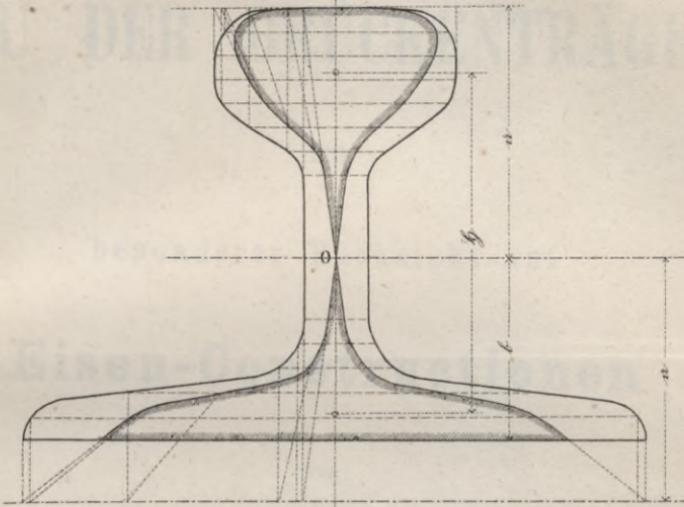


BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Schiene der Metropolitan Railway in London.

Fig. 1.

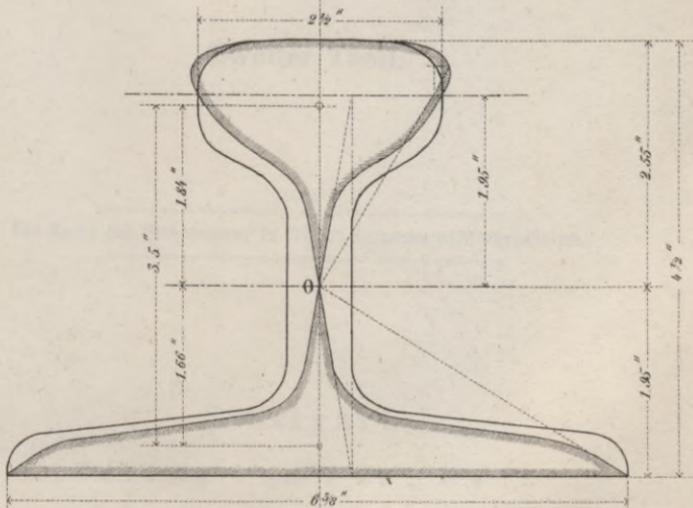
Kopf der Schiene auf Zug in Anspruch genommen.



Inhalt der schraffirten Fläche = 2,49 \square Zoll englisch $\frac{1}{2}$ = 3,5"
 $\frac{\Theta}{a} = 2,49 \times \frac{1}{2} = 8,715$.

Fig. 2.

Fuß der Schiene auf Zug in Anspruch genommen.



Inhalt der schraffirten Fläche = 3,26 \square Zoll englisch.
 $\frac{\Theta}{a} = 3,26 \times \frac{1}{2} = 11,4$.

DER
BAU DER BRÜCKENTRÄGER

mit

besonderer Rücksicht auf

Eisen-Constructionen

von

Fr. Laissle und Ad. Schübler,
Ingenieuren.

Zweiter Theil.

~~~~~  
Das Recht der Uebersetzung in fremde Sprachen wird vorbehalten.  
~~~~~

Stuttgart.

Verlag von Paul Neff.

1871.

wegen besser abgedeutelt behandelt. Die Schlussbetrachtungen weisen auf die im vierten, fünften und sechsten Abschnitte eingeschalteten Beispiele ausgeführter Brücken-Constructionen hin, deren nunmehr eine ansehnliche Zahl der Rechnung unterzogen und bezüglich der Constructionswiese sowie der Details insbesondere auch durch die Holzschnitte und lithographirten Tafeln näher erläutert sind.

Stuttgart, den 8. Sept. 1870.

Die Verfasser.

INHALTS-VERZEICHNISS.

Fünfter Abschnitt.

Entwicklung der practischen Regeln für Fachwerkbrücken.

§. 15. Theorie der Fachwerkbrücken.

	Seite
122. 123. Bezeichnung der einzelnen Fachwerks-Glieder	1
124–128. Allgemeine Formeln über Bestimmung der im Fachwerk herrschenden Angriffs-Momente M_m und Vertikalkräfte Q_m	3
129. 130. Ueber nothwendige Modificationen der gleichförmig vertheilten Ueberlast	11
131. 132. Das einfache symmetrische Fachwerk	14
134. 135. Das einfache unsymmetrische Fachwerk	19
136. 137. Ueber Gegenstreben	23
138. Ueber doppelte Fachwerke	26
139–141. Mehrfache symmetrische und unsymmetrische Fachwerke	27
142. 143. Combinirte Fachwerke	30

§. 16. Fachwerke mit geradlinig horizontalen Gurtungen.

144. Geradlinige Fachwerkträger im Allgemeinen	33
145. Einfach symmetrisches Fachwerk mit geradlinig horizontalen Gurtungen	35
146–148. Fachwerkträger des Crumlin Viadukts	36
149. Trentbrücke bei Newark	43
150. 151. Einfach unsymmetrisches Fachwerk mit geradlinig horizontalen Gurtungen	44

	Seite
152—154. Isarbrücke bei München	47
155. Doppelt symmetrisches Fachwerk mit horizontalen Gurtungen . . .	57
156, 157. Brenzbrücke bei Königsbronn	58
158. Mehrfach unsymmetrisches Fachwerk mit horizontalen Gurtungen	63
159, 160. Donaubrücke bei Ingolstadt	65

§. 17. Die parabolischen Träger.

161, 162. Allgemeine Eigenschaften der parabolischen Träger und Entwicklung der \mathfrak{M} und \mathfrak{B} für grösste Anstrengung des Strebensystems	74
163. Ueber das übliche System der einfach unsymmetrischen Parabelträger	78
164. Brahe-Brücke bei Czersk	80
165. Projekt für die Elbbrücke bei Meissen	83
167. Royal-Albert-Brücke bei Saltash	84

§. 18. Gekrümmte nicht parabolische Träger.

168. Allgemeines über beliebig gekrümmte Träger	86
169—171. Fachwerk-Träger nach dem System Pauli	87
172, 173. Mainbrücke bei Kitzingen	92
174. Rheinbrücke bei Mainz	98
175—178. Fachwerkträger nach dem System Schwedler	100
179—181. Eisenbahnbrücke über den Colomak	106
182—184. Elbbrücke bei Tangermünde	119
185. Elbbrücke bei Meissen	127
186. Brücke über den Leck bei Kuilenburg	129

Sechster Abschnitt.

Die Gitterbrücken.

§. 19. Theorie der Gitterbrücken.

187. Allgemeines über Gitterwände	130
188. Formeln über Gitterträger ohne Vertikalständler	132
189. Formeln über Gitterträger mit Vertikalständlern	134
190. Eintheilung der Gitterbrücken	137

§. 20. Gitterbrücke mit beiderseits gleichen Stäben
ohne Vertikalständer.

	Seite
191. Allgemeine Erläuterungen	138
192. Eipelbrücke bei Szobb	140
193. Gitter mit variabler Maschenweite	143
194. Blaubrücke bei Ehrenstein	144

§. 21. Gitterbrücken mit flachen Stäben und
Vertikalständern.

195. 196. Allgemeine Erläuterungen	156
197. 198. Weichselbrücke bei Dirschau	150
199—202. Rheinbrücke bei Cöln	153

§. 22. Gitterbrücken mit steifen Streben und flachen
Zugbändern.

203. Allgemeine Erläuterungen und Formeln	156
204. 205. Boyne-Brücke bei Drogheda	157
206. Saane-Viadukt bei Freiburg	161
207. Ueber Kreuzungen ausgesteifter Gitterstäbe	162

Siebenter Abschnitt.

Ergänzungen und Schlussbetrachtungen.

§. 23. Ueber Röhrenbrücken.

208. Röhrenbrücken im Allgemeinen	163
209. Brittaniabrücke über die Menaistrasse	164
210. Weitere Röhrenbrücken	167

§. 24. Ueber Hängbrücken.

211. 212. Hängwerke im Allgemeinen	168
213. Hängbrücke bei Chepstow	169

§. 25. Continuirliche Träger über mehrere
Oeffnungen.

- 214.** Tabellen über continuirliche Träger mit 4 und 5 gleich grossen
Oeffnungen 171

§. 26. Schlussbetrachtungen.

- 215.** Ueber Beispiele zur Anwendung der gegebenen Formeln 176
216. Vergleichende Zusammenstellung der Eisen-Gewichte rationell con-
struirter Brücken-Constructionen 177

Anhang.

- Tabelle der trigonometrischen Functionen 184
Druckfehler und Berichtigungen 190
-

Fünfter Abschnitt.

Entwicklung der praktischen Regeln für Fachwerkbrücken.

§. 15. Theorie der Fachwerkbrücken.

122. Die bezeichnende Eigenschaft der Fachwerkträger ist, dass deren Gurtungen durch Streben (Pfoften, Zugbänder, Bolzen,) zu einer Reihe fester Dreiecke verbunden werden, so dass der Fachwerkträger als ein unverrückbares System von Streben und Gurtungsgliedern sich darstellt. — Es ist eine wesentliche Bedingung, dass die einzelnen Glieder des Fachwerks vorzugsweise und möglichst ausschliesslich nur nach ihrer Längsrichtung in Anspruch genommen, d. h. gezogen oder gedrückt sind. — Nennt man

O die Kraft im betrachteten Stück der oberen Gurtung,

U die Kraft dessgleichen in der unteren Gurtung,

Q den Querschnitt des betrachteten Gurtungsstücks,

N die Kraft in einer Strebe,

ω den Querschnitt der betrachteten Strebe,

\mathfrak{A} die Spannung in einem gezogenen Gliede per Quadrat-Einheit,

\mathfrak{B}_m dessgleichen die mittlere Pressung in einem gedrückten Gliede,

so ist nach den Gesetzen der Festigkeitslehre, Gleichung 20)

für die obere Gurtung:

$$\mathfrak{A} \text{ oder } \mathfrak{B}_m = \frac{O}{Q} \quad 166)$$

für die untere Gurtung:

$$\mathfrak{A} \text{ oder } \mathfrak{B}_m = \frac{U}{Q} \quad 167)$$

für eine Strebe:

$$\mathfrak{A} \text{ oder } \mathfrak{B}_m = \frac{N}{\omega} \quad 168)$$

Wenn Streben verschiedener Richtung zu unterscheiden sind, so bezeichnen

V die Kraft in einer vertikalen Strebe (Pfosten, Zuganker, Bolzen),

T die Kraft in einer schiefen Strebe, deren Richtung von der Strebenkraft N abweicht,

wonach Gleichung 168) übergeht in

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{N} \text{ oder } \mathfrak{B}_m &= \frac{T}{\omega} \\ \mathfrak{N} \text{ oder } \mathfrak{B}_m &= \frac{V}{\omega} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 168)$$

Die mittlere Pressung \mathfrak{B}_m ist bei kürzeren Stäben gleich zu setzen der grössten im Stab herrschenden Pressung \mathfrak{B} , bei längeren Stäben wird letztere durch die in §. 3 entwickelte Gleichung 76) gefunden, wonach

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \left(1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta} \right) \dots \dots \dots 169)$$

Es bezeichnet hier L die freie Länge des betrachteten Gurtungs-glieds (zu vergleichen Nr. 37.) Θ das Trägheitsmoment des Querschnitts im Sinne der voraussichtlichen Biegung, und gibt der Aus-druck $\left(1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta} \right)$ an, um wie viel die relativ rückwirkende Festigkeit gegen die absolut rückwinkende Festigkeit zurücktritt; die Coefficienten K sind durch Tabelle XI., die Reihe der zu-lässigen Werthe \mathfrak{B}_m durch Tabelle XIV. gegeben.

123. Die Eintheilung der Fachwerkträger in Dreiecke be-dingt, dass an den Endpunkten der Streben im Allgemeinen wenigstens 2 Streben in den Gurtungen zusammentreffen, wess-halb die Endpunkte sich als Knotenpunkte des Fachwerks darstellen. — Da die Glieder eines Fachwerks nur nach ihrer Längenrichtung in Anspruch genommen werden sollen, so folgt daraus, dass die Belastung der Fachwerkträger streng genommen nur in den Knotenpunkten eintreten soll. Diess geschieht im Allgemeinen durch Vermittlung von Zwischenträgern und mittelst Querträgern, welche in der Regel den vorgenannten Zwischenträgern als Auflager dienen und entweder in den oberen oder unteren Knotenpunkten befestigt oder auch an Vertikal-streben (Ständern, Pfosten) angebracht sind.

Tritt jedoch die Last zwischen zweien Knotenpunkten in die Gurtung ein, so wird die relative Festigkeit der letzteren daselbst in Anspruch genommen und muss die hierdurch hervorgerufene Spannung (beziehungsweise Pressung) zu der im betrachteten Gurtungsstück herrschenden Fachwerkspannung (Pressung) addirt werden; bei Bestimmung dieser letzteren denkt man sich aber die Belastung der Gurtung nach dem Hebelsgesetz (nach Um-

ständen jedoch mit Berücksichtigung vorhandener Continuität) auf die Knotenpunkte vertheilt; es gilt diess insbesondere auch bezüglich des Eigengewichts der einzelnen Constructionsglieder, welches wie eine zwischen den Knotenpunkten eintretende Last wirkt. — Da man das Eigengewicht der Brücke gleichförmig per Längeneinheit vertheilt annimmt, so werden bei gleicher Distanz der Knotenpunkte (gleicher Fachweite) in der Regel sämtliche Knotenpunkte durch das Eigengewicht der Hauptträger gleich belastet sein, während die Fahrbahntafel auf die oberen oder unteren Knotenpunkte oder auch auf beide gleichförmig vertheilt ist. —

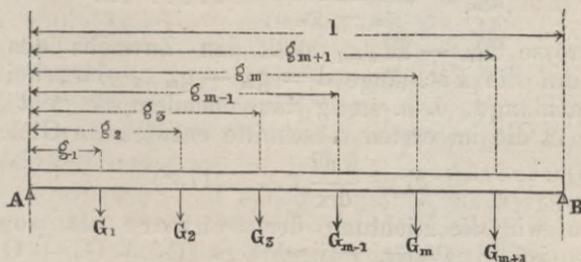
124. Wie in Nr. 4 entwickelt, bezeichnet in einem Trägerfragment, welches wir uns einerseits durch einen Vertikalschnitt x abgegränzt denken

\mathfrak{B} die Vertikalkraft, d. h. die algebraische Summe der vertikalen Componenten der am Fragmente thätigen äusseren Kräfte, numerisch gleich dem Vertikal-Widerstand ΣY im Querschnitt x ,

\mathfrak{M} das Angriffs-Moment, d. h. das Moment der äusseren Kräfte in Beziehung auf den fraglichen Querschnitt x , welches Moment wiederum numerisch gleich ist dem auf irgend einen Punkt des Querschnitts x bezogenen Widerstandsmoment ΣXy der im fraglichen Schnitt x herrschenden inneren Kräfte. —

Da beim Fachwerk die Lasten in einzelnen Punkten, den Knotenpunkten eintreten, so dienen zur Bestimmung der Grössen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} zunächst die Gleichungen 100—102), welche wir neu anschreiben, und zwar mit Auslassung der Glieder mit p (da wir nach dem Vorhergehenden auch das Eigengewicht in den Knotenpunkten vereinigt denken):

Fig. 127.



Bezeichnet

l die Spannweite zwischen 2 Auflagern A und B,
 G_1, G_2, \dots, G_m die in den einzelnen Knotenpunkten wirkenden Gewichte,

g_1, g_2, \dots, g_m die zugehörigen Abscissen der Knotenpunkte von A aus gemessen,

$\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2 \dots \mathfrak{M}_m$ die Angriffsmomente in Bezug auf die Knotenpunkte 1, 2 \dots m,

$\mathfrak{B}_1, \mathfrak{B}_2 \dots \mathfrak{B}_m$ die auf Fachlänge constante Vertikalkraft auf Schnitte links von den Knotenpunkten 1, 2 \dots m bezogen, so ist:

$$170) \left\{ \begin{array}{l} A = \left(1 - \frac{g_1}{l}\right) G_1 + \left(1 - \frac{g_2}{l}\right) G_2 + \left(1 - \frac{g_3}{l}\right) G_3 + \dots \\ B = \frac{g_1}{l} G_1 + \frac{g_2}{l} G_2 + \frac{g_3}{l} G_3 + \dots \end{array} \right.$$

somit die Vertikalkraft im Felde links vom Punkte m

$$\mathfrak{B}_m = A - G_1 - G_2 \dots - G_{m-1} \quad . \quad . \quad 171)$$

und das Angriffsmoment am Knotenpunkt m

$$172) \mathfrak{M}_m = A g_m - G_1 (g_m - g_1) - G_2 (g_m - g_2) - G_{m-1} (g_m - g_{m-1}).$$

Die Gleichungen 171) und 172) können auch auf continuirliche Träger angewendet werden, sobald die Auflagerreactionen bekannt sind (wobei die Spannweiten $AB = a$, $BC = b$ eingeführt werden), und zwar bleiben dieselben für die Oeffnung AB ganz unverändert; für die Oeffnung BC ist die Auflagerreaction B mit ihrem Hebelsarm $(g_m - a)$ einzusetzen, wie folgt:

$$171^a) \mathfrak{B}_m = A - G_1 - G_2 \dots + B \dots - G_{m-1}.$$

$$172^a) \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{M}_m = A g_m - G_1 (g_m - g_1) - G_2 (g_m - g_2) \dots \\ \quad + B (g_m - a) - \dots - G_{m-1} (g_m - g_{m-1}). \end{array} \right.$$

Wenn man nach Gleichung 172 (beziehungsweise 172^a) den Werth \mathfrak{M}_{m-1} bildet und von \mathfrak{M}_m abzieht, so erhält man

$$\mathfrak{M}_m - \mathfrak{M}_{m-1} = \mathfrak{B}_m (g_m - g_{m-1})$$

woraus

$$\mathfrak{B}_m = \frac{\mathfrak{M}_m - \mathfrak{M}_{m-1}}{g_m - g_{m-1}} \dots \dots \dots 173)$$

Die Grösse $\mathfrak{M}_m - \mathfrak{M}_{m-1}$ stellt den Zuwachs des Angriffsmoments auf die Fachlänge $d = g_m - g_{m-1}$ dar; bei unendlich kleiner Fachlänge, d. h. stetig zunehmendem \mathfrak{M} geht Gleichung 173) über in die im ersten Abschnitte entwickelte Gleichung 18):

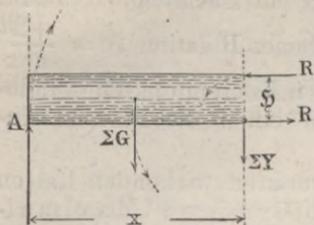
$$\mathfrak{B} = \frac{d \mathfrak{M}}{d x} \dots \dots \dots 173^a)$$

Indem wir die Richtung der Schwere als positiv annehmen, so ist \mathfrak{B} negativ, solange $A > (G_1 + G_2 + G_{m-1})$, und folgt hieraus, dass negative \mathfrak{B} eine der Auflagerreaction gleiche Richtung haben.

\mathfrak{M} hat beim freiaufliegenden Träger stets dasselbe Vorzeichen, welches wir als das positive annehmen, woraus hervorgeht, dass die Drehung, welche der Auflagerreaction entspricht, als positiv angenommen werden muss; bei continuirlichen Trägern wird \mathfrak{M} in der Nähe der Zwischenstützen negativ

und überwiegt auf dem betreffenden Trägerabschnitte das Moment der nach abwärts gerichteten Lasten über das Moment der Auflager-Reactionen. Da ΣY und ΣXy den Grössen \mathfrak{B} , beziehungsweise \mathfrak{M} (zu vergleichen N^o. 4), gleich aber direct entgegengesetzt sind, so folgt aus Vorstehendem, dass negative ΣY der Richtung der Schwere gleichgerichtet sind, und dass die einem positiven ΣXy entsprechende Drehung dem Moment des Auflagerdrucks entgegengesetzt ist. (Vergl. hierüber Fig. 128.)

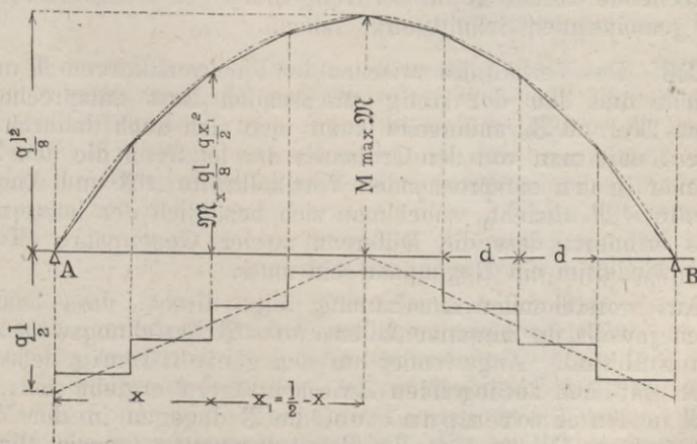
Fig. 128.



Diese Betrachtungen sind entscheidend, wenn es sich darum handelt, ob ein Constructionsmitglied auf Druck oder Zug in Anspruch genommen ist.

125. Wenn man in Fig. 127 die Distanzen sämtlicher Knotenpunkte und ebenso die an denselben wirkenden Gewichte sämtlich je gleich gross annimmt, wenn man sodann die hienach mittelst der Gleichungen 171) und 172) berechneten \mathfrak{B} und \mathfrak{M} als Ordinaten aufträgt, so findet man, dass die sämtlichen für die Knotenpunkte berechneten \mathfrak{M} in einer Parabel von vertikaler Ax-richtung liegen, wie solches in Fig. 129 dargestellt ist, während aus der constanten Zunahme der Vertikalkraft direkt folgt, dass die für die aufeinander folgenden Felder berechneten, als Ordinaten in der Fachmitte aufgetragenen \mathfrak{B} in einer Geraden liegen

Fig. 129.



müssen, welche nach Gleichung 171) in der Mitte der Spannweite durch die Abscissenaxe hindurchgeht.

Wie aus den vorstehenden Erläuterungen und insbesondere aus Gleichung 171) hervorgeht, ist die Vertikalkraft eine zwischen zweier Knotenpunkten constante Grösse, wesshalb die Fachwerkskurve \mathfrak{B} ein treppenförmiges Polygon bildet, wie solches in Fig. 129 gleichfalls dargestellt ist. — Ist aber \mathfrak{B} auf Fachlänge constant, so folgt aus der in Gleichung 173^a) gegebenen Relation $\mathfrak{B} = \frac{d\mathfrak{M}}{dx}$ sofort, dass die Curve \mathfrak{M} zwischen zweien Knotenpunkten gerade-linig sein muss, dass diese Curve somit ein in die Parabel einbeschriebenes Polygon bildet.

Wenn die in den einzelnen Knotenpunkten wirkenden Lasten der auf Fachlänge vertheilten gleichförmigen Maximallast q entsprechen, so ist das Fachwerkpolygon \mathfrak{M} in die Parabel der gleichförmig vertheilten Maximallast einbeschrieben, die einzelnen Punkte der Parabel finden sich, wenn die Scheitelordinate $\frac{q l^2}{8}$ bekannt ist, am bequemsten nach Gleichung 93^b):

$$\mathfrak{M} = \frac{q l^2}{8} - \frac{q x_1^2}{2} \dots \dots \dots 174)$$

wo x_1 den Horizontalabstand des betrachteten Kurvenpunkts von der Trägermitte bezeichnet.

Das in Figur 129 dargestellte Verfahren bleibt dasselbe, wenn auch die Knotenpunkte verschiedene Distanz haben; solange nämlich die Last gleichförmig vertheilt ist, und auf die Knotenpunkte nach dem Hebelgesetz übergeht, müssen sämtliche Eckpunkte in der Parabel der gleichförmigen Maximallast liegen und wird ferner in der Mitte jedes Feldes die der Maximallast entsprechende Gerade \mathfrak{B} mit der treppenförmigen Fachwerkskurve \mathfrak{B} einen gemeinsamen Schnittpunkt haben.

126. Das Verhältniss zwischen den Fachwerkskurven \mathfrak{M} und \mathfrak{B} einerseits und den der stetig wachsenden Last entsprechenden Kurven \mathfrak{M}_x und \mathfrak{B}_x andererseits kann man sich auch dadurch klar machen, dass man von den Ordinaten der letzteren die den Zwischenträgern entsprechenden Vertikalkräfte $\Delta\mathfrak{B}$ und Angriffsmomente $\Delta\mathfrak{M}$ abzieht, wobei man sich bezüglich der letztern des Satzes erinnert, dass die Differenz zweier Gegenpaare (Kräftepaare) wiederum ein Gegenpaar sein muss.

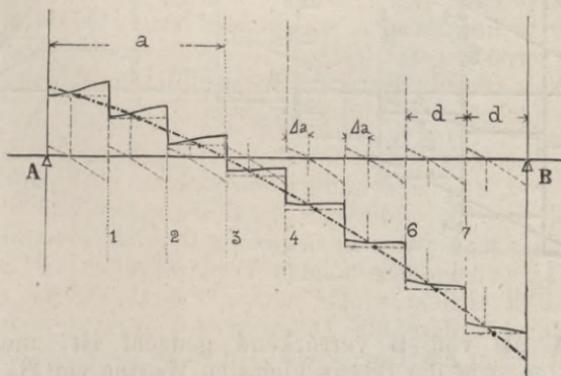
Aus vorstehender Anschauung folgt direct, dass beiderlei Kurven jeweils da zusammenfallen, wo $\Delta\mathfrak{B}$ beziehungsweise $\Delta\mathfrak{M}$ gleich Null sind. Angewendet auf den gleichförmig belasteten Träger mit frei aufliegenden Zwischenträgern ergibt sich, dass die \mathfrak{M} in den Knotenpunkten, die \mathfrak{B} dagegen in der Mitte der einzelnen Felder für die Totalconstruction, sowie für das Fachwerk der Hauptträger identisch sein müssen, wie diess schon in N^o. 125. sich ergeben hat. — Aendert sich die Belastungsart

innerhalb eines Faches, so ist der Punkt $\Delta \mathfrak{B} = 0$, welcher zugleich $\max \Delta \mathfrak{M}$ anzeigt, nach dem Hebelgesetz zu bestimmen.

Wenn ferner die Zwischenträger als continuirliche Balken betrachtet werden müssen, so ist $\Delta \mathfrak{M}$ an den Knotenpunkten nicht Null, sondern hat daselbst einen bestimmten, negativen Werth, und der Schnittpunkt der beiderlei Kurven \mathfrak{M} (d. h. der Punkt $\Delta \mathfrak{M} = 0$) ist durch dieselben Gesetze bestimmt, welche in §. 8 für continuirliche Träger dargestellt sind; ebenso findet sich auch der Punkt $\Delta \mathfrak{B} = 0$, welcher wiederum mit dem Punkte $\max \Delta \mathfrak{M}$ zusammenfällt.

127. Die grössten Werthe der Vertikalkraft finden, wie in N^o. 59 erläutert, bei einseitiger Belastung statt, und zwar beim frei aufliegenden Träger in jedem Abstände x dann, wenn die gleichförmig vertheilte Ueberlast gerade bis zum fraglichen Punkte x vorgerückt ist; zur Bestimmung der Kurve $\max \mathfrak{B}_x$ dienen die Gleichungen 96), zur Bestimmung der gleichzeitigen \mathfrak{M}_x die Gleichungen 97).

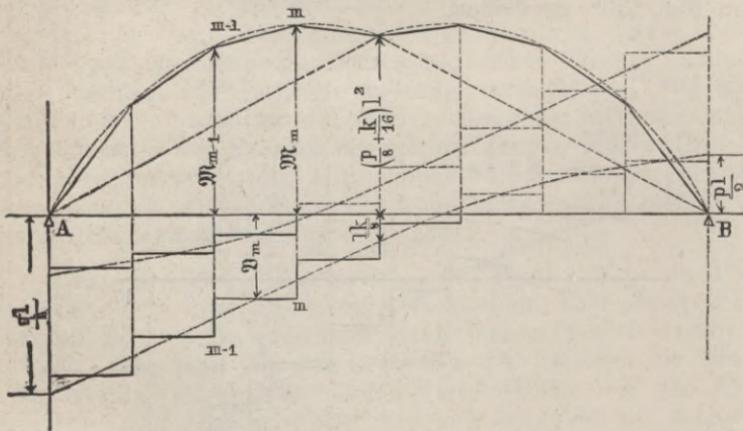
Die Kurve $\max \mathfrak{B}_x$ stellt aber nicht die im Fachwerk wirkenden Vertikalkräfte dar, indem die von den Zwischenträgern aufgenommenen $\Delta \mathfrak{B}$ noch in Abzug zu bringen sind; letzteres geschieht indem wir für jedes Feld die Kurve $\max \Delta \mathfrak{B}$ bilden, wie in Fig. 130^a geschehen.

Fig. 130^a.

Da nämlich in dieser Figur unter Annahme einer von A nach B vorrückenden, gleichförmig vertheilten Last, je für den vordersten Punkt der Ueberlast, sowohl \mathfrak{B}_x als $\Delta \mathfrak{B}$ aufgezeichnet sind, so ist auch für jede Stellung der Ueberlast ein genau bestimmter Werth der Fachwerks-Vertikalkraft \mathfrak{B}_m als Differenz der Grössen \mathfrak{B}_x und $\Delta \mathfrak{B}$ gegeben, und wenn auch dieser Werth \mathfrak{B}_m zunächst für die Spitze der Ueberlast berechnet ist, so ist er nicht minder

für die ganze Fachlänge gültig, indem die Vertikalkraft je auf Fachlänge constant ist. Die treppenförmige Fachwerkcurve, welche in Fig. 130^a dargestellt ist, giebt also eine graphische Darstellung sämtlicher Werthe \mathfrak{B}_m , welche bei stetig vorrückender Last je in dem Fache wirken, inner welchem das vordere Ende der Verkehrslast sich befindet — und giebt eben damit an, bis zu welchem Punkte jeweils die Ueberlast vorgerückt sein muss, um die grösste im betreffenden Fache überhaupt stattfindende Vertikalkraft hervorzurufen.

Wir ersehen aus Fig. 130^a, dass zwischen $\mathfrak{B} = 0$ und dem Auflager B das für die Fachmitte sich ergebende max \mathfrak{B}_x ziemlich annähernd dem grössten im Fachwerke stattfindenden \mathfrak{B}_m entspricht, ebenso wie zwischen A und $\mathfrak{B} = 0$, wo die einzelnen max \mathfrak{B}_x negativ sind, das der Fachmitte entsprechende \mathfrak{B}_x den kleinsten negativen Werth, also wiederum den relativ grössten Werth \mathfrak{B}_m darstellt. — Wir ziehen hieraus den Schluss, dass das je für die Fachmitte gültige max \mathfrak{B}_x die grösste im betreffenden Fache eintretende Fachwerks-Vertikalkraft \mathfrak{B}_m darstellt und gründet sich hierauf das in Fig. 130^b dargestellte Verfahren, wo die Last so-

Fig. 130^b.

wohl von A als von B verrückend gedacht ist, und wo die relativ grössten, wie die relativ kleinsten Werthe von \mathfrak{B}_m durch die treppenförmig geradlinigen Linien angegeben sind, welche zwischen sich alle möglichen Werthe von \mathfrak{B}_m einschliessen.

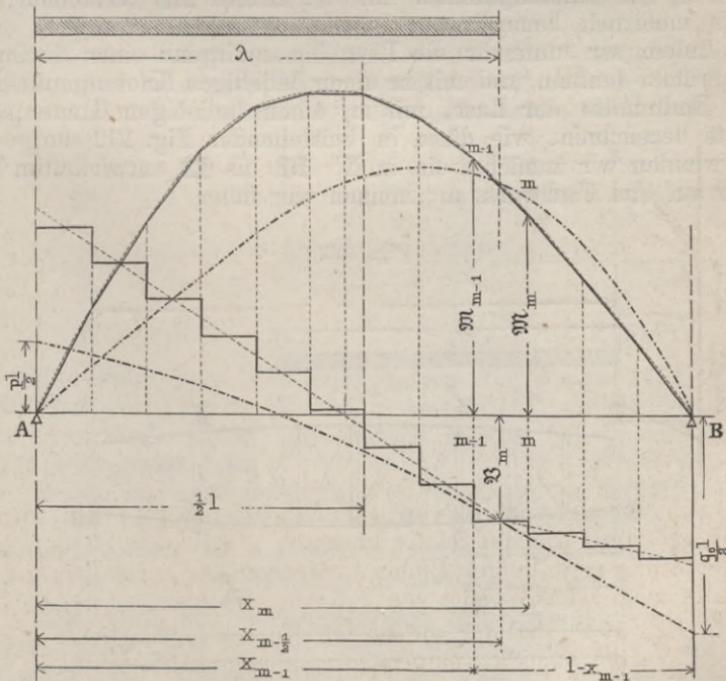
In Fig. 103^b sind für die beiden Kurven \mathfrak{B}_x auch die gleichzeitigen Werthe von \mathfrak{M}_m eingetragen; indem man von diesen graphisch die Werthe $\Delta \mathfrak{M}$ abzieht, erhält man für die Fachmitte je gleichzeitige Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{B}_m . Da hierbei die Last jeweils bis zur betreffenden Fachmitte vorgerückt gedacht ist, so wird,

wenn wir die Fachlänge mit d bezeichnen, \mathfrak{S}_m um den Werth $\frac{k d}{8}$ zu gross erhalten. Diese Differenz fällt weg, wenn man das im halbbelasteten Felde befindliche variable Gewicht im anstossenden belasteten Knotenpunkt concentrirt denkt, was eine übrigens kleine Modification der durch Gleichung 91) gegebenen Auflagerdrücke bedingt.

Fig. 130^b, beziehungsweise das durch diese Figur dargestellte Verfahren kann direkte praktische Anwendung da finden, wo in jedem Fach neben $\max \mathfrak{S}_m$ ein gleichzeitiger (mittlerer) Werth \mathfrak{M} genügend ist, hauptsächlich aber dann, wenn einzelne Dimensionen lediglich von $\max \mathfrak{S}_m$ abhängig sind, welche Maximalwerthe durch Fig. 130^b ziemlich genau dargestellt sind, wie bereits oben erläutert ist.

128. Wenn zur Bestimmung der Querschnittsdimensionen der einzelnen Fachwerksglieder je zwei oder mehrere gleichzeitige Werthe von \mathfrak{M} nothwendig sind, so ist Fig. 130^b nicht mehr direct

Fig. 131.



anwendbar; es entspricht vielmehr jeder Länge der Ueberlast eine aus zwei Parabeln zusammengesetzte Kurve \mathfrak{M}_x , welche mit der

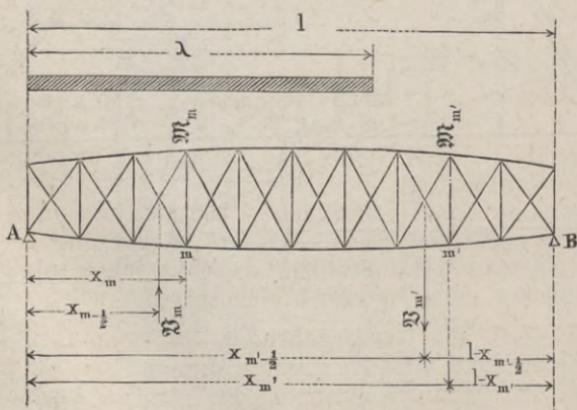
nach Gleichung 97) bestimmten, in Fig. 130^b. dargestellten Kurve \mathfrak{M} nur in dem einen Punkte zusammenfällt, bis zu welchem die Ueberlast vorgerückt ist.

Fig. 131 stellt den Fall dar, wo die Ueberlast k von A bis zur Mitte des Feldes $(m - 1) m$ vorgerückt ist, wo also in der bezeichneten Fachmitte die beiderlei Kurven \mathfrak{M}_x , sowie die beiderlei Kurven \mathfrak{B}_x sich schneiden.

Nach dem in N^o. 125. entwickelten Verfahren sind für die angemessene Länge der Last die Fachwerkskurven eingezeichnet; die Fachwerkskurve \mathfrak{B} fällt mit der gleichzeitigen Kurve \mathfrak{B}_x stets in der Fachmitte zusammen, mit Ausnahme des halb belasteten Faches, woselbst entsprechend der Figur 130^a die dem Fachwerk entsprechende Horizontale um die Grösse $\frac{dk}{8}$ näher gegen die Abscissenaxe zu rücken wäre, falls man nicht — wie in Folgendem geschieht — den Abzug der Grösse $\frac{dk}{8}$ aus den in N^o. 127. angegebenen Gründen unterlässt und somit auch für diese Fachmitte $\angle \mathfrak{B}$ gleich Null setzt. Die Fachwerkskurve \mathfrak{M} fällt an den Knotenpunkten mit der Kurve \mathfrak{M}_x zusammen, wie schon mehrfach bemerkt.

Indem wir nunmehr die Last bis zu irgend einer Fachmitte vorgerückt denken, und mit m einen beliebigen Knotenpunkt links vom Endpunkte der Last, mit m' einen beliebigen Knotenpunkt rechts bezeichnen, wie diess in beistehender Fig. 132 dargestellt ist, wenden wir zunächst die in N^o. 59. bis 62. entwickelten Formeln auf das Fachwerk an; nennen wir daher

Fig. 132.



p das Eigengewicht der Brücke per Geleise- und Längeneinheit,

k ebenso die per Längeneinheit ausgedrückte Ueberlast, $q = p + k$ die Maximallast, so erhalten wir, indem wir im Uebrigen auf die Bezeichnungen bestehender Fig. 132 verweisen, für Bewegung der Last von A nach B:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{p l}{2} + \lambda k \frac{2l - \lambda}{2l} \dots\dots\dots \\ B &= \frac{p l}{2} + \lambda k \frac{\lambda}{2l} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} 175)$$

und ist somit für das zunächst A gelegene belastete Stück:

$$\mathfrak{B}_x = A - (k + p) x \dots\dots\dots 176)$$

$$\mathfrak{M}_x = A x - (k + p) \frac{x^2}{2} \dots\dots\dots 177)$$

und für das zunächst B gelegene unbelastete Stück:

$$\mathfrak{B}_x = B - p (1 - x) \dots\dots\dots 178)$$

$$\mathfrak{M}_x = B (1 - x) - p \frac{(1 - x)^2}{2} \dots\dots\dots 179).$$

Diese Werthe \mathfrak{B}_x und \mathfrak{M}_x fallen in der Fachmitte, beziehungsweise in den Knotenpunkten, mit den Fachwerkwerthen \mathfrak{B} und \mathfrak{M} zusammen (erstere genau dann, wenn man sich, wie oben bemerkt, die im halbbelasteten Felde befindliche variable Last im anstossenden belasteten Knotenpunkte concentrirt denkt) und erhält man für das zunächst A gelegene belastete Stück:

$$\mathfrak{B}_m = A - (k + p) x_{m - 1/2} \dots\dots\dots 176^a)$$

$$\mathfrak{M}_m = A x_m - (k + p) \frac{x_m^2}{2} \dots\dots\dots 177^a)$$

und für das zunächst B gelegene unbelastete Stück:

$$\mathfrak{B}_{m'} = B - p (1 - x_{m' - 1/2}) \dots\dots\dots 178^a)$$

$$\mathfrak{M}_{m'} = B (1 - x_{m'}) - p \frac{(1 - x_{m'})^2}{2} \dots\dots\dots 179^a)$$

Man kann nach den Gleichungen 176^a) und 179^a) sämtliche Fachwerkgrössen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} berechnen, wobei eine gleichförmig vertheilte Last von A nach B zu einer beliebigen Fachmitte vorgerückt gedacht ist.

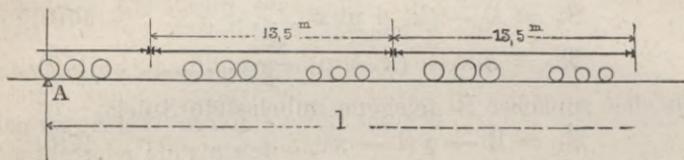
Wenn die Last von B nach A rückt, sind in den Gleichungen 176)–179) beziehungsweise 176^a)–179^a) die Grössen A und B zu vertauschen und ist ausserdem daselbst für x stets der Werth $1 - x$, für $1 - x$ der Werth x einzusetzen.

129. Bei den vorhergehenden Entwicklungen ist zunächst angenommen, dass die Ueberlast k dieselbe sei, ob sie auf einen grössern oder kleinern Theil λ der Brücke vertheilt ist; wir haben indess schon in N^o. 64 für die Belastung der einen Brückenhälfte eine Grösse k^1 eingeführt, deren Werthe in den Tafeln XVII. und XVII^a. den Werthen k gegenübergestellt sind. Diese Ge-

wichte k^1 sind nicht mehr genau, wenn die Länge der Ueberlast die Brückenhälfte überschreitet oder unterhalb derselben bleibt, und wird es daher in vielen Fällen nothwendig, für jede Länge λ der variablen Last die zugehörige Belastung k_λ näher zu bestimmen.

Indem wir die der Tabelle XVII^a. zu Grunde liegende Lokomotive als Beispiel annehmen, ist zunächst für den Fall, dass die ganze Brücke einseitig belastet ist, in Fig. 133 diejenige

Fig. 133.

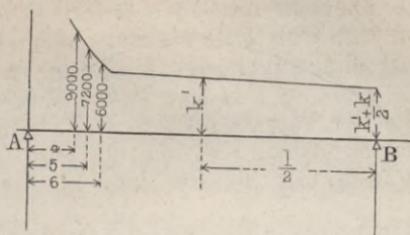


Aufstellung der Lokomotiven dargestellt, für welche der Auflagerdruck bei A und somit auch die Vertikalkraft zunächst diesem Auflager den höchsten Werth erreicht (indem zunächst A sich 6 Triebaxen befinden). Durch wiederholte Anwendung des Hebelgesetzes findet man, dass hiebei für alle Spannweiten der von der variablen Last herrührende Auflagerdruck A_k ziemlich genau durch den Werth $\frac{k + k^1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ ausgedrückt ist, wenn k und k^1 dem

gewählten Beispiele entsprechend aus Tabelle XVII^a entnommen werden; der Werth k_λ hat somit für die Endauflager, d. h. für den Fall, dass die ganze Brücke nach Figur 133 belastet ist, den Werth $\frac{k + k^1}{2}$ und dürfen wir annehmen, dass k vom Endauf-

lager bis zur Brückenmitte und von da auch weiterhin gleichförmig zunimmt, während beim Beginn der Bewegung (d. h. wenn nur die Spitze des Eisenbahnzuges sich auf der Brücke befindet) für die Aenderung der Grösse k_λ sich ein anderes Gesetz geltend macht, welches letztere durch folgende einfache Betrachtung sich ergibt. — Wenn man sich das Gewicht der Locomotive, deren Gesamttrastand 3^m beträgt, auf die ersten 4, 5 und 6 Meter der Brücke gleichförmig vertheilt denkt, so zeigt eine einfache Rechnung, dass diese gleichförmige Last bei jeder beliebigen Spannweite (nahezu) dieselben Auflagerdrücke und mit geringer Modification auch dieselben Momente ergibt, wie wenn man jeweils die 3 Akgewichte an den zugehörigen Hebelsarmen gerechnet hätte; die stellvertretende Belastung k_λ ist also bei einer Länge der Ueberlast von 4, 5 und 6 Meter durch die Werthe $\frac{36000}{4}$, $\frac{36000}{5}$ und $\frac{36000}{6}$ ausgedrückt, und man kann nunmehr die

Fig. 134.



im Vorstehenden gewonnenen Resultate durch die nachstehende Figur 134 zur Anschauung bringen.

Bei kleineren Spannweiten fällt die geradlinige Fortsetzung des rechten Kurvenzweigs höher aus als die Werthe 6000, 7200 oder auch 9000 Kilo; man hat alsdann diese ersteren Werthe zu nehmen und zwar insoweit als sie grösser ausfallen als die constanten linksseitigen Werthe.

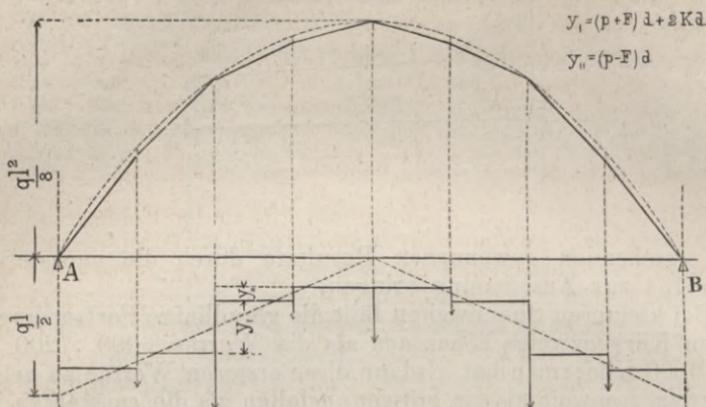
Die Güterlocomotive, welche der Figur 134, sowie der Tabelle XVII^a zu Grunde liegt, kann für die Brücken gewöhnlicher Hauptbahnen als ganz geeignete Normalbelastung angenommen werden; hat man jedoch für eine bestimmte Bahn oder eine bestimmte Brücke eine andere Locomotive zu Grunde gelegt, so müssen k und k' je nach dem gegebenen Falle gerechnet werden, die Figur 134 bleibt aber insofern gültig, als bei Anwendung von besondern Tendern k_2 am Auflager B stets $= \frac{k + k'}{2}$ gesetzt

werden darf, während die constanten Grössen auf der linken Seite der Fig. 134 sehr rasch nach vorstehender Anleitung hergestellt werden können. — Letzteres ist auch bei Tenderlocomotiven gültig, doch darf bei diesen in Rücksicht auf die starke Belastung sämtlicher Räder $k' = k$ gesetzt werden.

130. Bei den Entwicklungen der Nummern **125—128** ist zunächst zwischen belasteten und unbelasteten Knotenpunkten zu unterscheiden, wobei erstere durch die Ausdehnung λ der Ueberlast bezeichnet sind; es können jedoch auch innerhalb der Länge λ unbelastete Knotenpunkte sich befinden, nämlich insbesondere in dem Falle, wenn nur die oberen oder nur die unteren Knotenpunkte belastet sind; unbelastete Knotenpunkte können daher auch bei gleichförmiger Belastung der ganzen Brücke vorhanden sein; stets jedoch sind die als unbelastet aufgeführten Knotenpunkte wenigstens mit dem auf sie treffenden Eigengewicht behaftet.

Figur 135 stellt ein einfaches derartiges Beispiel dar; die sogenannten unbelasteten Knotenpunkte haben nur das auf die Fachlänge d antreffende Hauptträgergewicht $(p - F) d$ zu tragen (F bedeutet Gewicht der Fahrbahn, welches stets von den belasteten Knotenpunkten getragen wird), während die belasteten

Fig. 135.

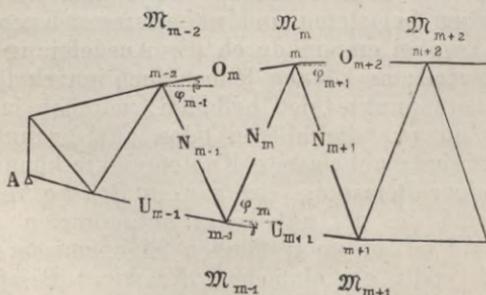


Knotenpunkte ausser dem auf sie treffenden Eigengewichte $(p + F) d$ auch noch das variable Gewicht aufzunehmen haben.

131. Uebergehend zu der Darstellung der einfachen Fachwerke nennen wir einfach symmetrische Systeme solche, deren sämtliche Streben schiefe Richtung haben; symmetrisch deshalb, weil ebensoviele nach links als nach rechts gerichtete Streben vorhanden sind, welche auch ziemlich gleiche Neigungswinkel zur Hälfte von entgegengesetztem Vorzeichen haben. (s. Fig. 136.)

Indem wir voraussetzen, dass für die jeweils stattfindende Belastungsart eines Fachwerkträgers das Polygon \mathcal{M} und die treppenförmige Kurve \mathcal{B} auf irgend eine Weise bestimmt worden seien — z. B. nach den Gleichungen 170)–172) oder nach den Gleichungen 176)–179) — so denken wir uns die einzelnen Knotenpunkte

Fig. 136.



eines einfachen symmetrischen Fachwerks von A nach B vorschreitend numerirt, wie solches in Fig. 136 gleichfalls ersichtlich; wir nennen:

$M'_{m-1}, M'_m, M'_{m+1} \dots$ die Angriffsmomente in den Punkten $m-1, m, m+1 \dots$ und zwar bezogen auf einen Hauptträger;

Anmerk. Die auf die Längeneinheit bezogenen Belastungen p, k und q , dergleichen die Grössen M und B werden in der Regel zunächst für ein Geleise berechnet, müssen aber bei Berechnung der Fachwerkkräfte auf einen Hauptträger reduziert werden, und werden letztere reduzierte Werthe mit M' und B' bezeichnet; in der Regel sind hiebei die Werthe M und B zu halbiren, doch finden sehr häufig auch andere Vertheilungen der Verkehrslast statt.

$B'_{m-1}, B'_m, B'_{m+1} \dots$ die Vertikalkräfte in den Feldern unmittelbar links von den Knotenpunkten $m-1, m, m+1 \dots$ und zwar ebenfalls bezogen auf einen Hauptträger;

$O_m, O_{m+2} \dots$ die Kräfte in der obern Gurtung und zwar in den Gliedern unmittelbar links von den Knotenpunkten $m, m+2 \dots$;

$\beta_m, \beta_{m+2} \dots$ die zugehörigen Winkel der obern Gurtung mit dem Horizont;

$U_{m-1}, U_{m+1} \dots$ die Kräfte in der untern Gurtung und zwar in Gliedern unmittelbar links von den Knotenpunkten $m-1, m+1 \dots$;

$\gamma_{m-1}, \gamma_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel der untern Gurtung; ferner:

$N_m, N_{m+1} \dots$ die Kräfte in den Streben unmittelbar links von den Knotenpunkten $m, m+1 \dots$;

$\varphi_m, \varphi_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel der Streben mit dem Horizont;

endlich:

$S_m, S_{m+1} \dots$ die Vertikaldistanz der Gurtungsschwerpunkte an den Knotenpunkten $m, m+1 \dots$.

Betrachten wir eine Strebe N_m (die einzelnen Fachwerkglieder können stets mit denselben Bezeichnungen aufgeführt werden wie die Kräfte in fraglichen Gliedern) und denken uns zwei Vertikalschnitte unmittelbar links, beziehungsweise rechts von den Endpunkten m und $m-1$ der betrachteten Strebe gelegt, so erhalten wir:

für den Schnitt unmittelbar links vom Knotenpunkt m

$$U_{m+1} \cos \gamma = \frac{M'_m}{S_m} \dots \dots \dots 180)$$

Anmerk. Wo die Winkel denselben Index haben, wie die zugehörigen, nebenstehenden Kräfte, bleibt der Index bei ersteren in der Regel weg.

für den Schnitt unmittelbar rechts vom Knotenpunkt $m-1$

$$O_m \cos \beta = \frac{M'_{m-1}}{S_{m-1}} \dots \dots \dots 181)$$

Da die Gurtungs- und Strebenkräfte zwischen zweien Knotenpunkten constant sind, so giebt jeder der beiden vorgenannten Vertikalschnitte die Relation:

$$N_m \cos \varphi + U_{m+1} \cos \beta - O_m \cos \gamma = 0,$$

woraus nach Wertheinsetzung aus den Gleichungen 180) und 181)

$$N_m \cos \varphi = \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} - \frac{\mathfrak{M}'_{m-1}}{\mathfrak{S}_{m-1}} \dots \dots 182)$$

Die Gleichungen 180)–182) genügen zur Bestimmung sämtlicher Kräfte im einfachen symmetrischen Fachwerkträger; als weitere und oft einfachere Gleichung zu Bestimmung der Strebenkräfte dient, dass die algebraische Summe der vertikalen Componenten sämtlicher durch denselben Vertikalschnitt getroffenen Kräfte gleich der Vertikalkraft \mathfrak{B} sein muss:

$$\mathfrak{B}'_m = U_{m+1} \sin \gamma + O_m \sin \beta \pm N_m \sin \varphi$$

woraus durch Wertheinsetzung aus den Gleichungen 180) und 181)

$$\pm N \sin \varphi = \mathfrak{B}'_m + \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} \operatorname{tg} \gamma_{m+1} + \frac{\mathfrak{M}'_{m-1}}{\mathfrak{S}_{m-1}} \operatorname{tg} \beta_m \dots \dots 183)$$

In vielen Fällen, insbesondere wenn die Fachweite im Verhältniss zur Spannweite geringer ist, kann man die Gleichung 183)

durch Einführung eines mittleren Werthes $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}}$ in folgende einfachere Form bringen:

$$\pm N_m \sin \varphi = \mathfrak{B}'_m - \frac{\mathfrak{M}'_{m-1/2}}{\mathfrak{S}'_{m-1/2}} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma) \dots \dots 184)$$

wo $\mathfrak{M}'_{m-1/2}$ und $\mathfrak{S}'_{m-1/2}$ auf N^0 . 128. in der Mitte des Faches $(m-1)$ m genommen sind.

132. Ob eine Strebe gedrückt oder gezogen ist, kann aus den Gleichungen 182) und 183) stets mit Hilfe der Betrachtungen am Schlusse der N^0 . 124. bestimmt werden; wir kommen jedoch schneller zum Ziel durch die nachfolgenden besondern Regeln.

Indem wir zunächst einen frei aufliegenden Träger betrachten, so überzeugt man sich leicht, dass die obere Gurtung stets gedrückt, die untere Gurtung stets gezogen ist, wie sich auch schon aus der allgemeinen Gestalt eines solchen Trägers in Folge der durch Belastung hervorgerufenen Biegung ergibt.

Zur Untersuchung der Strebenkräfte denken wir uns für sämtliche Knotenpunkte die Werthe $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}}$ gebildet und zwar soll im Punkte m die Grösse $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}}$ ein Maximum erreichen und von da ab nach rechts und nach links abnehmen (vergl. Fig. 137).

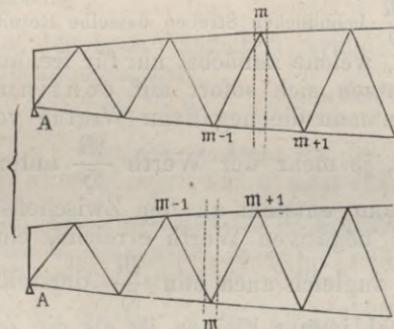
Ein Schnitt links vom Punkte $m = \max \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}}$ zeigt bei Betrachtung des linkseitigen Trägerfragments:

wenn Punkt m in der obern Gurtung ist, dass weil nach der Voraussetzung $U_{m+1} \cos \gamma > O_m \cos \beta$, die Strebe N_m nothwendig in demselben Sinne, wie das Gurtungsstück O_m wirken, somit gedrückt sein muss;

wenn Punkt m in der untern Gurtung ist, $O_{m+1} > O_m$ und nunmehr N_m nothwendig in demselben Sinne, wie die untere Gurtung wirken, also auf Zug in Anspruch genommen sein muss.

Durch dieselbe Betrachtung findet man unter Annahme eines Schnitts rechts von m , bei Betrachtung des rechtseitigen Trägerfragments, dass die Strebe N_{m+1} gedrückt oder gezogen sein muss,

Fig. 137.



wenn der Punkt $m = \max \frac{M}{S}$ in der obern, beziehungsweise in der untern Gurtung sich befindet.

Da nach diesen Betrachtungen die Streben links und rechts vom Punkte $m = \max \frac{M}{S}$, obgleich verschieden gerichtet, doch in gleichem Sinne in Anspruch genommen sind, so schliessen wir hieraus, dass am Punkte $\max \frac{M}{S}$ Wechsel von Druck und Zug in gleichgerichteten Streben stattfindet.

Durch eine ganz gleiche Betrachtung ergibt sich aber, dass auch am Punkte $\min \frac{M}{S}$ Wechsel von Druck und Zug in gleichnamigen Streben stattfindet, und indem wir nunmehr den ganzen Träger in einzelne Fragmente theilen, welche theils durch die Endauflager, theils durch die Punkte $\max \frac{M}{S}$ und $\min \frac{M}{S}$ begrenzt sind, können wir die nachfolgenden allgemeinen Regeln zunächst für freiaufliegende Träger aufstellen:

- 1) an den Punkten $\max \frac{M}{S}$ und $\min \frac{M}{S}$ ändern gleichge-

richtete Streben ihr Vorzeichen, d. h. es tritt daselbst Wechsel von Druck und Zug in gleichgerichteten Streben ein;

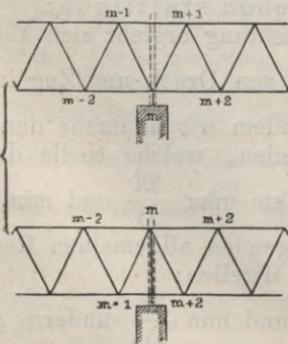
2) jede Strebe ist gezogen, deren Fussende dem Punkte $\max \frac{M}{S}$ näher liegt, als das Kopfende; jede Strebe ist gedrückt, deren Kopfende dem Punkte $\max \frac{M}{S}$ näher liegt als das Fussende;

3) jede Strebe ist gedrückt (beziehungsweise gezogen) deren Kopfende dem Punkte $\min \frac{M}{S}$ entfernter (beziehungsweise näher) liegt als das Fussende.

Anmerk. Die Sätze 2) und 3) geben selbstverständlich für die zwischen $\max \frac{M}{S}$ und $\min \frac{M}{S}$ befindlichen Streben dasselbe Resultat.

Diese Regeln, welche zunächst nur für frei aufliegende Träger gegeben sind, lassen sich sofort auf continuirliche Träger übertragen, sofern man die negativen Werthe von M als um so kleiner betrachtet, je mehr der Werth $\frac{M}{S}$ unter die Null herabsteigt; denn alsdann entsteht an den Zwischenstützpunkten, wo M einen grössten negativen Werth erreicht, ein Werth $\min M$, der in der Regel zugleich auch $\min \frac{M}{S}$ darstellt (weil die Zunahme von S wohl immer kleiner ist als die Zunahme von M), während wir schon oben darauf hingedeutet haben, dass daselbst die untere Gurtung gedrückt, die obere Gurtung gezogen ist; zwei Schnitte links und rechts von $\min \frac{M}{S}$ (zunächst oder am Zwischenstützpunkt gelegen) ergeben, dass beide getroffenen Streben gedrückt sind, wenn das negative O_m absolut grösser als U_{m-1} und U_{m+1} ist, dagegen gezogen sein müssen, wenn $U_m > O_m$ und $> O_{m+1}$ ist (s. Fig. 138).

Fig. 138.



Der obige Satz 3) passt also auch bei continuirlichen Trägern und muss nun auch Satz 2) für die Punkte $\max \frac{M}{S}$ richtig bleiben; alle drei oben angeführten Sätze gelten also unverändert auch für continuirliche Träger, sobald man die numerisch grössten negativen Werthe als Minima ansieht.

134. Das einfache unsymmetrische System, dessen Streben theilweise vertikal sind, hat stets für zwei in derselben Vertikalen befindliche Knotenpunkte dasselbe \mathfrak{M} ; ebenso finden die Aenderungen der Kurven \mathfrak{B} stets an den durch je zwei Knotenpunkte gehenden Vertikalen statt und bleiben dieselben, ob die oberen oder unteren Knotenpunkte belastet sind. Es ist daher beim einfachen, unsymmetrischen System zweckmässig, die zwei denselben Vertikalen angehörigen Knotenpunkte je mit denselben Buchstaben $m, m + 1 \dots$ zu bezeichnen, indem diess nicht nur für die Formeln wesentlich vereinfachend ist, sondern auch der durch die Aenderungen von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} gegebenen Facheinheit entspricht.

Entsprechend den beim einfachen, symmetrischen Fachwerkgebrauchten Bezeichnungen sind:

$\mathfrak{M}'_m, \mathfrak{M}'_{m+1} \dots$ die Angriffsmomente in den Knotenpunkten $m, m + 1 \dots$ (beziehungsweise an den betreffenden Vertikalen) und zwar bezogen auf einen Hauptträger;

$\mathfrak{B}'_m, \mathfrak{B}'_{m+1} \dots$ die Vertikalkräfte in den Feldern unmittelbar links von den Vertikalen $m, m + 1 \dots$ gleichfalls bezogen auf einen Hauptträger;

$O_m, O_{m+1} \dots$ die Kräfte in der obern Gurtung unmittelbar links von den Knotenpunkten $m, m + 1 \dots$;

$\beta_m, \beta_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel gegen den Horizont;

$U_m, U_{m+1} \dots$ die Kräfte in der untern Gurtung unmittelbar links von den Vertikalen $m, m + 1 \dots$;

$\gamma_m, \gamma_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel gegen den Horizont;

$N_m, N_{m+1} \dots$ die Kräfte in die schiefen Streben unmittelbar links von den Vertikalen $m, m + 1 \dots$;

$\varphi_m, \varphi_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel gegen den Horizont;

$V_m, V_{m+1} \dots$ die Kräfte in den Vertikalen $m, m + 1 \dots$;

$\mathfrak{S}_m, \mathfrak{S}_{m+1} \dots$ die Vertikaldistanz der Gurtungsschwerpunkte an den Knotenpunkten $m, m + 1 \dots$.

Da wo in demselben Träger schiefe Streben verschiedener Richtung vorkommen, bezeichnen:

$T_m, T_{m+1} \dots$ die Kräfte in den schiefen Streben in der den N entgegengesetzten Richtung;

$\psi_m, \psi_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel gegen den Horizont.

Betrachten wir nun in den Fig. 139 und 140 zwei Schnitte unmittelbar links und unmittelbar rechts von den Knotenpunk-

ten m und denken wir uns Drehung um denjenigen Knotenpunkt m , in welchem je eine von demselben Vertikalschnitt getroffene Strebe ihren Endpunkt findet, so folgt.

Fig. 139.

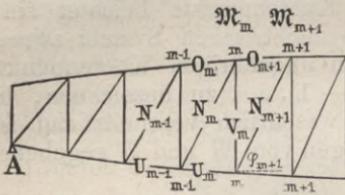
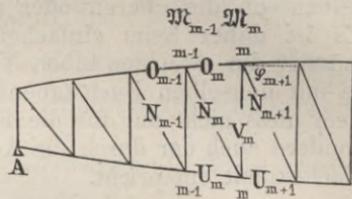


Fig. 140.



nach Fig. 139 :

$$O_{m+1} \cos \beta = U_m \cos \gamma = \frac{M_m}{S_m} \dots \dots \dots 185)$$

nach Fig. 140 :

$$O_m \cos \beta = U_{m+1} \cos \gamma = \frac{M_m}{S_m} \dots \dots \dots 186)$$

Wir bemerken bei Einsicht der Figuren 139 und 140, dass diejenigen zwei Gurtungskräfte, welche in derselben Gleichung erscheinen (indem deren horizontale Composanten gleichwerthig sind) durch gerade Linien parallel der Strebenrichtung getroffen werden, was zum bessern Verständniss der Gleichungen 185) und 186) dienen kann.

Wenn man nach Massgabe der Gleichungen 186) und 187) auch die Werthe $\frac{M_{m-1}}{S_{m-1}}$ und hienach die Grössen O_{m-1} und U_{m-1} bestimmt — wenn man sodann für irgend einen Vertikalschnitt durch die Strebe N_m die Summe der horizontalen Composanten anschreibt:

nämlich nach Fig. 139 :

$$N_m \cos \varphi = U_m \cos \gamma - O_m \cos \beta. \dots \dots \dots I.$$

und nach Fig. 140 :

$$N_m \cos \varphi = O_m \cos \beta - U_m \cos \gamma. \dots \dots \dots II.$$

só folgt aus den Gleichungen I. und II. nach Wertheinsetzung aus den Gleichungen 186), beziehungsweise 187) je derselbe Werth :

$$N_m \cos \varphi = \frac{M'_m}{S_m} - \frac{M'_{m-1}}{S_{m-1}} \dots \dots \dots 188)$$

Die Gleichung 188) kann ganz allgemein zur Bestimmung der Strebenkraft unsymmetrischer einfacher Systeme gelten ; die Bedeutung des Vorzeichens wird in folgender Weise entschieden :

Die Strebe N_m ist gedrückt, wenn die horizontale Componente $\frac{M}{S}$ der gezogenen Gurtung grösser ist, als die gedrückte Gurtung, gezogen, wenn umgekehrt die horizontale Componente der gedrückten Gurtung grösser ist. — Da zu verschiedenen Seiten des Punkts $\max \frac{M}{S}$ die Differenz der Gurtungscomponenten verschiedenes Vorzeichen hat, so müssen am genannten Punkte gleichgerichtete Streben ihr Vorzeichen ändern und findet dieser Wechsel von Druck und Zug aus demselben Grunde auch am Punkte $\min \frac{M}{S}$ statt und ist — wenn man wieder zunächst einen frei aufliegenden Träger ins Auge fasst, jede Strebe gezogen, deren Fussende dem Punkte $\max \frac{M}{S}$ näher oder vom Punkte $\min \frac{M}{S}$ entfernter als das Kopfende ist; jede Strebe ist gedrückt, deren Fussende dem Punkte $\min \frac{M}{S}$ näher oder vom Punkte $\max \frac{M}{S}$ entfernter ist, als das Kopfende — und finden wir in weiterer Verfolgung dieser Betrachtung, dass die in N^0 . 134. für symmetrische Systeme aufgestellten drei Sätze auch für unsymmetrische Systeme sowohl beim frei aufliegenden, als auch beim continuirlichen Träger gleichfalls vollständige Geltung haben.

Die Gleichungen 186)–188) genügen zwar zur Bestimmung der Kräfte in den Gurtungen und schiefen Streben, doch wird die Strebenkraft häufig rascher durch Bestimmung ihrer vertikalen Componenten gefunden. — Ein Schnitt links von den Knotenpunkten m ergibt:

$$\mathfrak{B}'_m = O_m \sin \beta - U_m \sin \gamma \pm N_m \sin \varphi,$$

woraus nach Fig. 139:

$$N_m \sin \varphi = - \mathfrak{B}'_m - \frac{M'_m}{S_m} \operatorname{tg} \gamma - \frac{M'_{m-1}}{S_{m-1}} \operatorname{tg} \beta_m \dots \dots \dots 189)$$

und nach Fig. 140:

$$N_m \sin \varphi = \mathfrak{B}'_m + \frac{M'_m}{S_m} \operatorname{tg} \beta_m + \frac{M'_{m-1}}{S_{m-1}} \operatorname{tg} \gamma_m \dots \dots \dots 190)$$

positive N Zug bedeuten und \mathfrak{B}' zunächst A negativ ist.

In vielen Fällen, insbesondere bei grösserer Anzahl von Fachwerksfeldern genügt es, einen mittlern Werth $\frac{M}{S}$ einzuführen und erhält man alsdann als Näherungsformel:

$$N_m \sin \varphi = - \mathfrak{B}'_m - \frac{M'_{m-1/2}}{S_{m-1/2}} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma) \dots \dots \dots 191)$$

wo $M'_{m-1/2}$ und $S_{m-1/2}$ in der Mitte zwischen m und $m-1$ genommen sind.

135. Bei Bestimmung der Kräfte in den vertikalen Streben kommt wesentlich in Betracht, wie die daselbst eintretende Belastung sich auf die obern oder die untern Knotenpunkte vertheilt; denn an jedem Knotenpunkte muss Gleichgewicht zwischen den daselbst angreifenden Kräften herrschen und da die Kräfte in den Gurtungen und schiefen Streben nach N^o. **134** bereits bekannt sind, so bedingt jede Aenderung im gegenseitigen Belastungsverhältniss der obern und untern Knotenpunkte eine Aenderung im Werthe der Kräfte V in den vertikalen Streben oder Ständern.

Zur Bestimmung der Kraft V_m denken wir uns die Vertikale m m durch einen schiefen Schnitt ungefähr parallel der Rich-

Fig. 141.

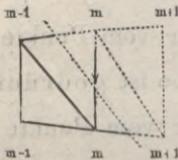
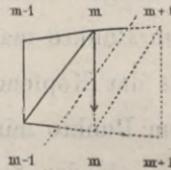


Fig. 142.



tung der schiefen Streben geschnitten (vergl. Fig. 141 und Fig. 142) und nennen ferner:

P'_o die im obern Knotenpunkt,

P'_u die im untern Knotenpunkt eintretende Belastung.

Nach Fig. 141 ist die Summe der vertikalen Componenten der links vom fraglichen Schnitt wirkenden äussern Kräfte ausgedrückt durch den Werth $\mathfrak{S}'_m + P'_o$, indem der Coordinatenursprung in A und die Richtung der Schwere als die positive angenommen ist (so dass \mathfrak{S} zunächst A negativ ist) und folgt hieraus nach Wertheinsetzung aus Gleichung 185) sofort:

$$\mathfrak{S}'_m + P'_o = - \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} (\text{tg } \beta_{m+1} + \text{tg } \gamma_m) + V_m$$

$$V_m = \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} (\text{tg } \beta_{m+1} + \text{tg } \gamma_m) + \mathfrak{S}'_m + P'_o \dots 192)$$

Ebenso folgt aus Fig. 142 nach Wertheinsetzung aus Gleichung 186):

$$V_m = - \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} (\text{tg } \beta_m + \text{tg } \gamma_{m+1}) - \mathfrak{S}'_m - P'_u \dots 193)$$

Zu bemerken ist hiebei noch, dass

$$\mathfrak{S}'_m + P'_o = \mathfrak{S}'_{m+1} - P'_u \text{ und}$$

$$\mathfrak{S}'_m + P'_u = \mathfrak{S}'_{m+1} - P'_o \text{ gesetzt werden darf.}$$

An denjenigen Vertikalen, wo $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}}$ seinen grössten oder kleinsten Werth erreicht, findet keiner der beiden in den Fig. 141 und 142

gezeichneten Fälle statt, vielmehr wechselt hier die Richtung der gezogenen, beziehungsweise der gedrückten Streben (zu vergleichen die vorhergehende Nummer und die Regeln der Nummer 132).

Fig. 142a.

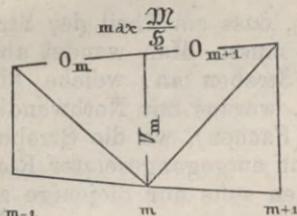
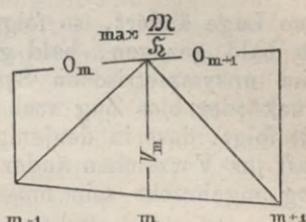


Fig. 142b.



Sind die Diagonalen sämtlich gezogen, so ist ihr Fusspunkt gegen $\max \frac{M}{\Sigma}$ gerichtet, es treten also in letzterer Vertikalen die Diagonalen beiderseits im untern Knotenpunkt ein, während der obere Knotenpunkt gar keine Strebenkräfte aufnimmt; es ist deshalb sehr leicht, an letzterem Punkte das Gleichgewicht der Kräfte anzuschreiben und erhalten wir hieraus:

$$V_m = P'_o \pm \frac{M'_m}{\Sigma_m} (t g \beta_m - t g \beta_{m+1}) \quad \dots \quad 194)$$

Das Vorzeichen auf der rechten Seite dieser Gleichung richtet sich nach der Neigung der Gurtungswinkel, welche rechts von der Brückenmitte anderes Vorzeichen haben, als links.

Sind die Diagonalen sämtlich gedrückt, so sind ihre oberen Endpunkte gegen $\max \frac{M}{\Sigma}$ gerichtet und ist also in letzterer Vertikalen der untere Knotenpunkt frei von schiefen Strebenkräften; es ist daher, wenn man sich Gleichgewicht um letztern Punkt denkt:

$$V_m = P'_u \pm \frac{M'_m}{\Sigma_m} (t g \gamma_m - t g \gamma_{m+1}) \quad \dots \quad 194^a)$$

In den Gleichungen 192)–194^a) bedeuten positive V Druck, negative V Zug, vorausgesetzt dass sämtliche Vorzeichen richtig angewendet und die Richtung der Schwere stets als die positive angenommen ist. — Insbesondere sind aber die Vorzeichen der trigonometrischen Grössen zu beachten und ändern dieselben bei frei aufliegenden Trägern in der Regel jenseits der Brückenmitte ihr Vorzeichen (insofern die Träger meist symmetrisch gegen die Brückenmitte construiert sind).

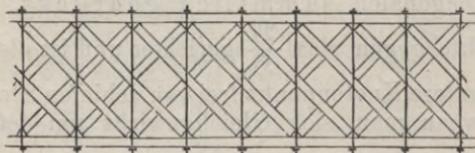
136. Wir haben beim unsymmetrischen Sytem (ebenso wie beim symmetrischen) die allgemeine Regel gefunden, dass eine schiefe

Strebe dann gezogen ist, wenn ihr Fussende der Vertikalen $\max \frac{M}{S}$ näher ist, als ihr Kopfende.

Da nun in Folge von Aenderungen in der Belastung $\max \frac{M}{S}$ seine Lage ändert, so folgt nothwendig, dass ein Theil der Streben bald gezogen, bald gedrückt sein muss. Man wendet aber beim unsymmetrischen System häufig Streben an, welche blos Druck oder blos Zug aushalten können, woraus mit Nothwendigkeit folgt, dass in denjenigen Feldern (Fachen), wo die Strebenkraft ihr Vorzeichen ändert, Streben von entgegengesetzter Richtung angebracht sein müssen, von denen stets nur diejenige zur Wirkung kommt, deren Kopf- oder Fussende dem Punkte $\max \frac{M}{S}$ näher ist — je nachdem diese Streben blos Druck oder blos Zug aushalten können.

Eine blos auf Zug construirte Strebe kommt in der Regel dadurch ausser Wirkung, dass sie sich in Folge des beginnenden Drucks ausbiegt, wiewohl auch eine solche Verbindung gedacht werden kann, welche beim Aufhören des Zugs gleichfalls aufgehoben wird; bei gedrückten Streben, welche ohne Bolzenverbindung stumpf aufgesetzt sind, hört die Verbindung und ebendamit die Strebenkraft auf, sobald die Strebe einem Zug unterworfen werden soll, z. B. bei dem Howe'schen System, welches in Fig. 143 skizzirt ist.

Fig. 143.



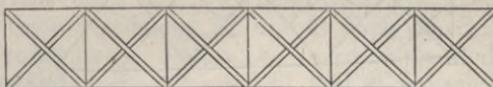
Diejenigen Streben, welche hauptsächlich in Folge der einseitigen Belastung zur Wirkung kommen, nennt man Gegenstreben; bei solchen gekrümmten Trägern, deren Diagonalstreben bei gleichförmiger Belastung ganz oder nahezu ausser Wirkung sind, werden daher alle Streben zugleich als Gegenstreben wirken, während bei allen andern Systemen als Hauptstreben diejenigen Streben betrachtet werden, welche bei gleichförmiger Belastung des Trägers in Wirksamkeit sind.

137. Bei vorstehender Betrachtung ist zunächst Umgang genommen von derjenigen Spannung oder Pressung, welche im Fachwerk vor Beginn der Belastung bereits vorhanden war.

Wenn nämlich die Gegenstreben bei Aenderungen der Belastung sofort anstatt der Hauptstreben zur Wirkung kommen

sollen, so ist nicht wohl zu umgehen, dass eine ursprüngliche in allen Streben wirkende Spannung (Pressung) schon vor der Belastung vorhanden ist, sind z. B. — jede Belastung hinweggedacht — alle Diagonalen nach bestehender Figur 144 gleichförmig gedrückt

Fig. 144.



(indem die gedrückten Glieder durch Doppellinien dargestellt sind), so müssen nothwendig alle Vertikalen und ebenso beide Gurtungen gleichförmig gezogen sein; andererseits wenn alle Diagonalen gleichförmig gezogen sind (s. Fig. 144^a), so müssen alle Vertikalen gleichförmig gedrückt sein.

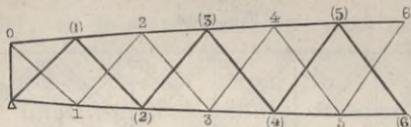
Fig. 144^a.

Wird nun ein solcher Träger zunächst wenig belastet, so bleiben die Haupt- und Gegenstreben sämtlich gedrückt, beziehungsweise gezogen; bei zunehmender Belastung können Haupt- und Gegenstreben allmählich ausser Wirkung kommen, und zwar wird vollständige Entlastung einer Strebe insbesondere dann stattfinden, wenn die entgegengesetzt gerichtete Strebe desselben Faches ihre grösste Anstrengung erleidet und schliessen wir hieraus, dass — so lange die ursprüngliche Spannung und die Pressung keine übermässige war, die Dimensionen der Hauptstreben berechnet werden dürfen, wie wenn im fraglichen Fache bei der betrachteten ungünstigsten Belastung gar keine Gegenstreben vorhanden gewesen wären.

Bezüglich der Querschnittsdimensionen der Gegenstreben unterscheiden wir zunächst gerade und gekrümmte Träger. — Bei letzteren können Hauptstreben und Gegenstreben so zu sagen in einander übergehen (wie diess in N^o. 136. erläutert ist) und werden meist sämtliche Diagonalen nach der grössten Anstrengung, die sie in Folge der Belastung erleiden können, berechnet werden müssen. — Bei geradlinig begränzten Trägern sind die Gegenstreben häufig auf einem erheblichen Theil der Länge bei jeder Art Belastung ausser Wirkung (wie diess z. B. bei der Howe'schen Holzconstruktion der Fall ist); die Dimensionen der Gegenstreben richten sich dann nach der ursprünglichen Pressung, die man im System anzubringen für zweckmässig erachtet hatte oder die auch unbeachteter Weise eintreten kann.

138. Ein doppeltes Fachwerk entsteht, wenn jede Hauptstrebe der einen Richtung sich mit einer Hauptstrebe der andern Richtung kreuzt. Die Figur 145 stellt ein doppeltes

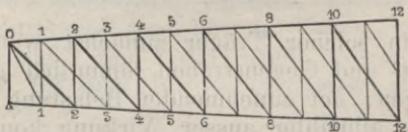
Fig. 145.



symmetrisches Fachwerk dar, wo die Streben des einen Systems durch stärkere Linien bezeichnet sind; dem einen System gehören die Knotenpunkte 1, 2, 3, 4, 5, dem andern die Knotenpunkte (1), (2), (3), (4)

In ähnlicher Weise stellt Fig. 146 ein doppeltes unsymmetrisches Fachwerk dar, wo die Knotenpunkte des einen Systems mit den ungeraden Ziffern 1, 3, 5 die des andern Systems mit den geraden Ziffern 2, 4, 6 bezeichnet sind.

Fig. 146.



Die Berechnung kann nun ganz wie beim einfachen Fachwerk geschehen, indem man die sämtlichen Lasten auf die Knotenpunkte vertheilt und hieraus für jedes der beiden Systeme besondere \mathfrak{S} und \mathfrak{M} bildet. Sind z. B. die obern Knotenpunkte belastet, so haben wir im obigen symmetrischen Fachwerk für das eine System die Knotenpunkte (1), (3), (5), für das andere System die Punkte 2, 4, 6 als Lastpunkte zu betrachten und hienach die Figuren 129—131 zu construiren, beziehungsweise die Formeln 170)—172) oder 176—179) anzusetzen.

Es sind nach dem Vorstehenden im Allgemeinen die denselben Abstand x entsprechenden \mathfrak{M}_x für die beiderlei Systeme verschieden, nur wenn die obern und untern Knotenpunkte gleich belastet sind, hat beim doppelten symmetrischen Fachwerk (Fig. 145) \mathfrak{M}_x für beide Systeme denselben Werth und haben in Folge dessen die Strebenkräfte desselben Faches gleiche horizontale Componenten.

Die Zerlegung eines doppelten Fachwerks in zwei getrennte Systeme ist in der angegebenen Weise bei Berechnung von grösseren Fachwerkbrücken schon mehrfach in Anwendung gekommen, so z. B. bei der bekannten, nach Schwedler'schem System erbauten

Weserbrücke bei Höxter und bei der ganz ähnlich construirten Elbbrücke bei Tangermünde.

Dieselbe Berechnungsweise kann nun auch bei mehrfachen Systemen angewendet werden; wir geben jedoch im Folgenden ein etwas vereinfachtes Verfahren an, welches letztere in gleicher Weise auch für doppelte Systeme angewendet werden kann.

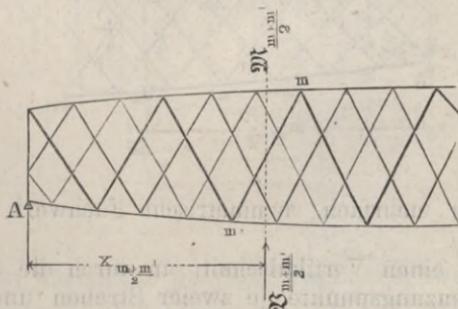
139. Wenn man im mehrfachen Systeme für jedes der einzelnen Systeme besondere \mathfrak{M} und \mathfrak{B} nach den in N^o. 138 angegebenen Grundsätzen bildet, so wird man finden, dass für denselben Abstand x die Werthe \mathfrak{M} und \mathfrak{B} der einzelnen Systeme verhältnissmässig wenig von einander abweichen und zwar um so weniger, je höher die Nummernzahl des Systems ist. Wir dürfen daher beim n -fachen System für jedes der n Systeme

$$(\mathfrak{M}_x) = \frac{1}{n} \mathfrak{M}_x$$

$$(\mathfrak{B}_x) = \frac{1}{n} \mathfrak{B}_x$$

annehmen, wo \mathfrak{M}_x und \mathfrak{B}_x die Angriffsmomente des ganzen Systems, die eingeklammerten Grössen diejenigen eines einzelnen Systems bezeichnen.

Fig. 146a.



Hieraus findet man nun sofort für eine schiefe Strebe N_m , deren Endpunkte mit den Buchstaben m und m' bezeichnet sind (s. Fig. 146^a), nach den Gleichungen 182) und 188) (somit sowohl für symmetrische als unsymmetrische Systeme):

$$N_m \cos \varphi = \frac{1}{n} \left(\frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} - \frac{\mathfrak{M}'_{m'}}{\mathfrak{S}'_{m'}} \right). \quad \dots \quad 195)$$

und ebenso aus den Gleichungen 184) und 191):

$$N_m \sin \varphi = \frac{1}{n} \left\{ \mathfrak{B}'_{\frac{1}{2}(m+m')} - \frac{\mathfrak{M}'_{\frac{1}{2}(m+m')}}{\mathfrak{S}'_{\frac{1}{2}(m+m')}} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma) \right\} \quad \dots \quad 196)$$

wobei der Index $\frac{1}{2}(m+m')$ sich auf die Mitte der betrachteten

Strebe bezieht, für welchen Punkt die Vertikalkraft des ganzen Systems mit $\mathfrak{B}'_{1/2(m+m')}$ bezeichnet ist.

Bei unsymmetrischen mehrfachen Systemen sind die Formeln für die vertikalen Streben (Ständer, Pfosten) besonders zu entwickeln und hat man nach Analogie die Gleichungen 192) und 193) nach Fig. 139:

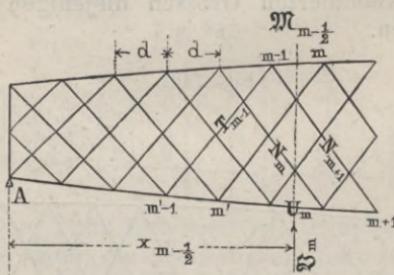
$$V_m = \frac{1}{n} \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} (\operatorname{tg} \beta_{m+1} + \operatorname{tg} \gamma_m) + \frac{1}{n} \mathfrak{B}'_{1/2(m+m')} + P'_o \quad . \quad . \quad 197)$$

wo \mathfrak{B}_m die Vertikalkraft unmittelbar links vom Punkt m bezeichnet und nach Fig. 140:

$$V_m = - \frac{1}{n} \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} (\operatorname{tg} \beta_m + \operatorname{tg} \gamma_{m+1}) - \frac{1}{n} \mathfrak{B}'_{1/2(m+m')} - P'_u \quad 197^a)$$

140. Nachdem die Strebenkräfte bekannt sind, werden die Gurtungskräfte für die verschiedenen Constructionssysteme in nachfolgender Weise bestimmt:

Fig. 147.



A) für das mehrfach symmetrische Fachwerk mit gerader Nummerzahl.

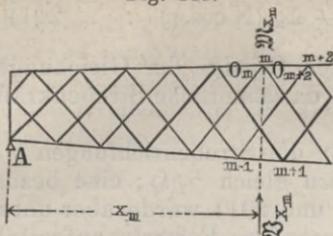
Man bringt einen Vertikalschnitt an durch die über einander befindlichen Kreuzungspunkte je zweier Streben und unmittelbar links vom Punkt m , so dass die Abszisse des fraglichen Schnittpunkts mit $x_{m-1/2}$ bezeichnet ist; wir sehen nun ab von der verhältnissmäßig kleinen Differenz der von demselben Schnitt getroffenen Strebenkräfte und erhalten durch besagte Vernachlässigung der Differenz der horizontalen Componenten der Strebenkräfte:

$$O_m \cos \beta = U_m \cos \gamma = \frac{\mathfrak{M}'_{m-1/2}}{\mathfrak{S}'_{m-1/2}} \quad . \quad . \quad . \quad 198)$$

wobei O_m und U_m wie seither die Gurtungskräfte unmittelbar links vom Knotenpunkt m bezeichnen.

B) für das mehrfach symmetrische Fachwerk mit ungerader Nummerzahl (vergl. Fig. 148).

Fig. 148.



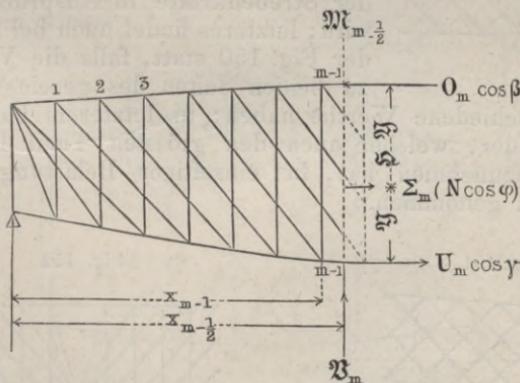
Man bringt einen Vertikalschnitt durch einen obern oder untern Knotenpunkt an, welcher Schnitt zugleich den Knotenpunkt zweier anderen Streben (ganz oder nahezu) schneidet; indem man auch hier wieder von der Differenz der horizontalen Componenten der sich kreuzenden Streben absieht und den Drehungspunkt an dem durch den fraglichen Schnitt getroffenen Knotenpunkt der obern, beziehungsweise untern Gurtung anbringt, so erhält man:

dem durch den fraglichen Schnitt getroffenen Knotenpunkt der obern, beziehungsweise untern Gurtung anbringt, so erhält man:

$$O_m \cos \beta \text{ oder } U_m \cos \gamma = \frac{M'_m}{S_m} \dots \dots \dots 199)$$

wobei man die Schnitte der Reihe nach und abwechslungsweise an den obern und untern Knotenpunkten anbringt.

Fig. 149.



C) für das mehrfache unsymmetrische Fachwerk:

Man bringt einen Schnitt in der Mitte des Faches $(m - 1)m$ und denkt sich, da nach N^o. 140. alle Strebenkräfte bekannt sind, die Resultante der horizontalen Componenten sämtlicher durch fraglichen Schnitt getroffenen Streben gebildet, welche Summe mit $\Sigma_m (N \cos \varphi)$ bezeichnet werden soll; der Vertikalabstand dieser Resultante vom untern Gurtungsschwerpunkt wird mit \mathcal{Y} bezeichnet, so dass $S - \mathcal{Y}$ den Abstand vom obern Gurtungsschwerpunkt angebt.

Hiernach erhält man:

$$O_m \cos \beta = \frac{M'_{m-1/2}}{S_{m-1/2}} \pm \frac{\mathcal{Y}}{S_{m-1/2}} \Sigma_m (N \cos \varphi) \dots \dots \dots 200)$$

und:

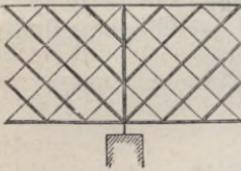
$$U_m \cos \gamma = \frac{M'_{m-1/2}}{\xi_{m-1/2}} + \frac{\xi_{m-1/2} - \eta}{\xi_{m-1/2}} \sum m_1 (N \cos \varphi) \quad . . \quad 201)$$

Ueber das Vorzeichen des zweiten Gliedes der Gleichungen 200) und 201) kann kein Zweifel sein, da sämtliche Strebenkräfte als bekannt vorausgesetzt sind.

Mit Ausnahme der Endfelder, wo die Strebenrichtungen wesentlich verschieden sind, ist η nahezu gleich $\frac{1}{2} \xi$; eine bezügliche Vereinfachung der Formeln 200) und 201) wurde aber unterlassen, weil sonst für die Endfelder besondere Formeln aufgestellt werden müssten.

141. In den Fig. 147 und 148 sind die Streben in den Endfeldern parallel denen der andern Felder gezeichnet, was zur Folge hat, dass einzelne der das Fachwerk bildenden Systeme an den Enden unvollständig sind und dass z. B. bei Fig. 148

Fig. 150.



die relative Festigkeit der Endständer durch die Differenz der horizontalen Componenten der Strebenkräfte in Anspruch genommen wird; letzteres findet auch bei nebenstehender Fig. 150 statt, falls die Vertikalkräfte zu beiden Seiten des gezeichneten Mittelpfeilers verschiedene Werthe haben; in letzterem Falle ist daher der Endständer, welcher auch den grössten Theil der Auflagerreaction aufzunehmen hat, bei einseitiger Belastung sehr stark in Anspruch genommen.

Fig. 151.

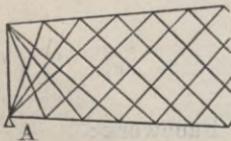
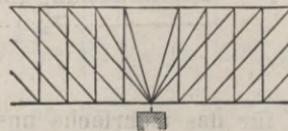


Fig. 152.



Man kann die Endständer wesentlich entlasten und insbesondere deren relative Inanspruchnahme vermeiden, indem man die in Fig. 151 skizzirte Anordnung anwendet, wie solches bei den unsymmetrischen Trägern in Fig. 149 gleichfalls angenommen ist.

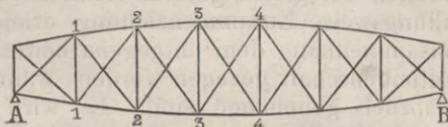
Während in Fig. 151 der Endständer die Hälfte des Auflagerdrucks zu übertragen hat, ist in Fig. 152 eine Anordnung gezeichnet, wo im Falle blos die untern Knotenpunkte belastet werden, ein Endständer gar nicht nothwendig ist.

142. Combinirte Fachwerke nennen wir solche, welche wie die unsymmetrischen Fachwerke mit Vertikalen versehen sind, dabei aber doch in jedem Felde Hauptdiagonalen verschiedener Richtung haben; man kann eine solche Construction als ein dop-

pertes, unsymmetrisches Fachwerk ansehen, wo die beiden Systeme verschieden gerichtete Diagonalen zeigen, wie solches in Fig. 153 und 154 dargestellt ist.

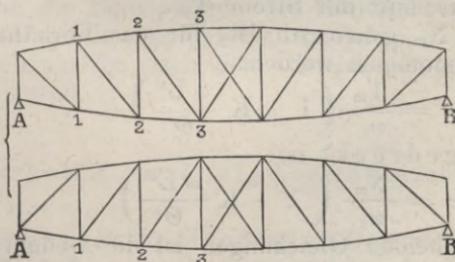
Es entsteht hiebei sofort die Ungewissheit, wieviel jedes der beiden Systeme von der Belastung aufzunehmen hat, da sämtliche Knotenpunkte beiden Systemen gemeinsam sind.

Fig. 153.



Die Aufgabe wird dadurch am vollständigsten gelöst, dass man mit Berücksichtigung sämtlicher Querschnittdimensionen die Formänderung des ganzen Fachwerks genau verfolgt und hieraus bestimmt, welchen Bruchtheil der Gesamtlast jedes der beiden Systeme aufzunehmen hat, eine Aufgabe, welche meist sehr schwierig sein wird.

Fig. 154.



Zum Voraus lässt sich übrigens abnehmen, dass wenn beide Gurtungen gleiche Form und Belastung haben und wenn die beiderlei Streben gleich stark und insbesondere gegen Druck zweckmässig construirt sind — dass alsdann die in demselben Felde befindlichen Streben auch gleich grosse Kräfte zu übertragen haben, wodurch dann allerdings sich ergibt, dass die Vertikalen gar keine Kraft zu übertragen hätten, sie wären also in diesem Falle jedenfalls leicht zu halten.

In weiterer Verfolgung dieser Betrachtung ergibt sich, dass eine übermässige Stärke der Vertikalen auf die gleichmässige Wirkung der beiden Strebensysteme ungünstig wirkt, indem die der Formänderung der ganzen Träger sich widersetzenen Vertikalen einen Theil der Fachwerkkräfte aufnehmen. — In viel höherem Grade kommen aber die Vertikalen zur Wirkung, wenn die beiderlei Streben verschiedene Stärke haben.

Wir haben nämlich schon oben bei den Gegenstreben erwähnt, dass dünne, unausgestreifte Gegenstreben nahezu ausser Wirkung kommen, sobald sie einem Druck widerstehen sollen; die Kraft, welche von den schwachen Gegenstreben nicht aufgenommen werden kann, geht sofort in die gegen Druck construirten Vertikalen über, während die Gegenstrebe nur soviel Druck behält, als sie ohne Biegung aufnehmen kann. — Aehnlich verhält es sich nun, wenn in combinirten Fachwerken die Streben verschiedene Stärke haben. Die Streben müssten bei gleich grossen Kräften verschiedene Ausdehnung, beziehungsweise Zusammenziehung erleiden und da der geometrische Zusammenhang dem entgegenarbeitet, so müssen die Vertikalen in Mitleidenschaft gezogen werden, während die Streben ungleich in Anspruch genommen sind. Es wird nun theilweise auf die Stärke der Vertikalen ankommen, wieviel dieselben von der Strebenkraft aufnehmen; angenommen jedoch, dass die Vertikalen weder zu schwach, noch auch übermässig stark seien, so wird man das Verhältniss, nach welchem die beiderlei Streben wirken, nach der Widerstandsfähigkeit dieser letzteren bemessen können; bezeichnet nämlich:

N_m und T_m die Kräfte in den beiden Streben desselben Feldes links vom Knotenpunkt m ,

ω_u den Querschnitt der Strebe N_m ,

ω_t den Querschnitt der Strebe T_m .

so darf, falls N_m gezogen ist, für das Verhältniss der Kräfte N und T angenommen werden:

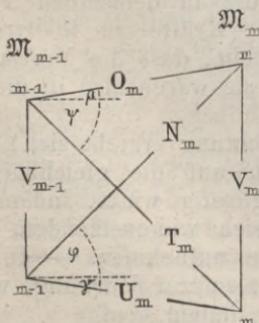
$$\frac{N_m}{\omega_u} = \frac{T_m}{\omega_t} \left(1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta} \right) \dots 202)$$

und falls N_m gedrückt ist:

$$\frac{T_m}{\omega_t} = \frac{N_m}{\omega_u} \left(1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta} \right) \dots 203)$$

In diesen beiden Gleichungen ist die Bedeutung der eingeklammerten Grösse aus N^o. 36. und der dortigen Gleichung 76) zu entnehmen; letztere Gleichung ist in N^o. 122. als Gleichung 169) recapitulirt.

Fig. 155.



143. Bei Aufstellung der Formeln für die combinirten Fachwerke wenden wir dieselben Bezeichnungen an, welche in N^o. 135. für die unsymmetrischen Fachwerke gewählt wurden, wie durch die Fig. 155 näher erläutert ist.

Indem wir nun einen Schnitt unmittelbar links von der Vertikale m anbringen und Drehung um den unteren und sodann um den oberen Knotenpunkt m annehmen, erhalten wir:

$$O_m \cos \beta + N_m \cos \varphi = \frac{\mathfrak{M}'_m}{\xi_m} \dots \dots \dots 204)$$

$$U_m \cos \gamma + T_m \cos \psi = \frac{\mathfrak{M}'_m}{\xi_m} \dots \dots \dots 205)$$

und indem sodann ein Schnitt unmittelbar rechts von der Vertikalen ($m-1$) angebracht und Drehung um den untern Knotenpunkt ($m-1$) angenommen wird:

$$O_m \cos \beta + T_m \cos \varphi = \frac{\mathfrak{M}'_{m-1}}{\xi_{m-1}} \dots \dots \dots 206)$$

In den Gleichungen 204)–206) sind 4 Unbekannte O , U , T und N und können letztere aus genannten 3 Gleichungen nur dann bestimmt werden, wenn über das gegenseitige Verhältniss dieser Grössen, z. B. zweier derselben, eine weitere Bedingungsgleichung gegeben ist.

Eine solche 4. Gleichung ist durch die in N^0 143. angeschriebene Gleichung 202), beziehungsweise 203) gegeben, welche Gleichungen wesentlich genauer sind, wenn die Vertikalen weder zu schwach, noch übermässig stark sind — noch besser, wenn sie genau die ihnen zukommende Stärke besitzen.

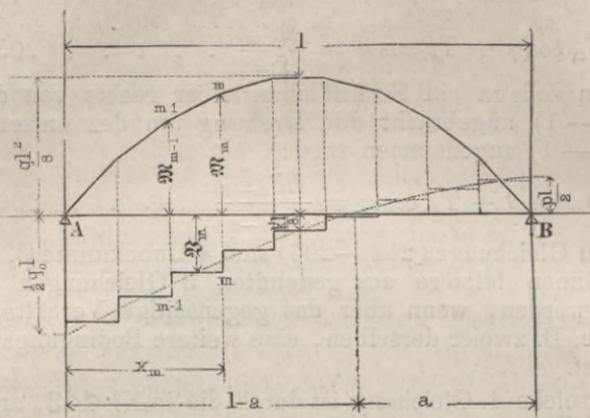
Man findet aber die von den Vertikalen aufzunehmende Kraft, wenn man die Bedingungen des Gleichgewichtes um einen der beiden Knotenpunkte anschreibt, nachdem vorher die Gurtungs- und Strebenkräfte nach den Gleichungen 202)–206) bestimmt worden waren.

§. 16. Fachwerke mit geradlinig horizontalen Gurtungen.

144. Bei geraden horizontalen Gurtungen vereinfachen sich die Formeln, indem die Gurtungswinkel gleich Null werden, wonach insbesondere in den Gleichungen 183), 184), 189) bis 193), sowie 195)–197) die Glieder mit \mathfrak{M} ausfallen, und die Strebenkräfte nur noch von der Vertikalkraft \mathfrak{B} abhängig sind; man wird daher bei horizontalen Gurtungen die vorgenannten Gleichungen vorzugsweise zur Bestimmung der Strebenkräfte anwenden, wonach für letztere die Kurve $\max \mathfrak{B}$, beziehungsweise $\min \mathfrak{B}$, massgebend sein wird.

Die Gurtungskräfte sind beim einfachen System, sowie beim mehrfachen symmetrischen System nur vom Werthe $\max \mathfrak{M}$ abhängig (vergl. die Gl. 180, 181, 185, 186, 198, und 199) und ist daher die umstehende Fig. 156, in welcher die Maximalwerthe \mathfrak{M}_m und \mathfrak{B}_m verzeichnet sind, bei den geradlinigen Trägern für die vorgenannten Systeme ausreichend und besonders geeignet, diejenigen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} zu bestimmen, welche zur Entwicklung der grössten Gurtungs- und Strebenkräfte nothwendig sind.

Fig. 156.



(Eine Modification der Fig. 156 tritt bei ungleicher Belastung der untern und obern Knotenpunkte ein, wofern nicht die ganze Belastung auf den Knotenpunkten der einen Gurtung concentrirt gedacht werden kann; diese Modification ist in N^o. 130. behandelt und in Fig. 135 dargestellt).

Beim mehrfachen unsymmetrischen System ist die grösste Gurtungskraft auch von B abhängig, so dass gleichzeitige Werthe von M und B in Betracht gezogen werden müssen; da jedoch bei den Gurtungskräften stets die über die ganze Spannweite gleichförmig vertheilte Maximallast massgebend ist, so lassen sich hiefür die gleichzeitigen B stets sehr einfach bestimmen (zu vergleichen Fig. 129).

In Figur 156 ist die Kurve der max M entsprechend der Fig. 129, und werden die einzelnen M nach Gleichung 174) erhalten, woselbst $x_1 = \frac{l}{2} - x_m$ zu setzen ist. — Für die Kurve der max B sind in Fig. 156 drei Werthe eingetragen ($q_0 = p + k_0$ ist in N^o. 129. erläutert) und für einen vierten Werth $B = 0$ findet sich die Abscisse $l - a$ nach Gleichung 99). — Diese vier Werthe B genügen zur Construction der Kurve max B .

In N^o. 133. (symmetrisches System) sowohl wie in N^o. 134. (unsymmetrisches System) ist nachgewiesen, dass gleichgerichtete Streben ihr Vorzeichen am Punkte max $\frac{M}{S}$ ändern; bei horizontalen Gurtungen, somit constanter Höhe S , findet diese Aenderung im Punkte max M oder was dasselbe ist, im Punkte $B = 0$ statt, welcher Punkt in Folge der Veränderung der Last seine Stellung wechselt; die äusserste, d. h. die von der Trägermitte entfernteste

Lage des Punktes $\mathfrak{B} = 0$ ist, wie soeben erwähnt, durch Gleichung 99) bestimmt; bezeichnet nämlich a die Abscisse der äussersten, zunächst dem Auflager A gelegenen Stellung des Punktes $\max \mathfrak{M}$ und $\mathfrak{B} = 0$, so ist:

$$a = 1 \left\{ -\frac{P}{k} \pm \sqrt{\frac{P}{k} + \left(\frac{P}{k}\right)^2} \right\} \dots 207)$$

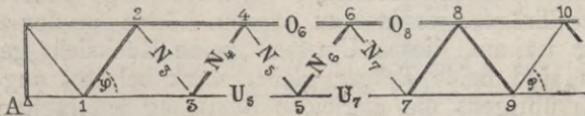
Für Eisenbahnbrücken können die Verhältnisse $\frac{P}{k}$ aus den Tabellen XVII. entnommen werden, indem hiebei die für einseitige Belastung gegebenen Werthe k^1 annähernd gültig sind; genauer werden die Werthe k mit Hülfe der Fig. 134 erhalten. — Für Strassenbrücken findet man die Verhältnisse $\frac{P}{k}$ aus den Angaben der Nummern 66. und 67.

Zwischen den Auflagern und den soeben bestimmten Grenzpunkten a ist bei geradlinigen Trägern jede Strebe bloss auf Zug oder bloss auf Druck in Anspruch genommen; zwischen der Mitte und den genannten Punkten a findet in jeder Strebe in Folge Bewegung der Last Wechsel von Druck und Zug statt, sofern nicht Gegenstreben angebracht sind (vergl. N^o. 137.).

Im Vorstehenden sind zunächst frei aufliegende Träger ins Auge gefasst; bei continuirlichen Trägern werden für mehrere besondere Belastungsarten graphische Darstellungen hergestellt, wie solche in Tafel IV. und V. ersichtlich sind und sind in letzteren für jedes \mathfrak{M} stets die gleichzeitigen \mathfrak{B} eingetragen, auch sind die äussersten Lagen der Punkte $\mathfrak{B} = 0$ daselbst ersichtlich.

145. Das einfache symmetrische System mit horizontalen Gurtungen ist in England bekannt unter dem Namen der „Warrenträger“.

Fig. 157.



Unter Beibehaltung der in N^o. 133. angenommenen Bezeichnungen erhalten wir aus den Gleichungen 180) bis 183) für geradlinige Träger folgende einfache Formeln:

a) für die Gurtungen:

$$O_m \text{ oder } U_m = \frac{\mathfrak{M}'_{m-1}}{\Omega} \dots 208)$$

und indem Ω den Querschnitt der betrachteten Gurtungen bezeichnet:

$$\text{mittlere Pressung } \mathfrak{B}_m = \frac{O_m}{\Omega} \dots 209)$$

$$\text{Spannung } \mathfrak{A} = \frac{U_m}{\Omega} \dots \dots \dots 210)$$

Anmerk. Es ist im Vorstehenden ein frei aufliegender Träger vorausgesetzt, wo die obere Gurtung immer gedrückt ist; bei continuirlichen Trägern kann durch Gleichung 209) eine Spannung, durch Gleichung 210) eine Pressung bezeichnet sein.

b) für die Streben:

$$N_m \sin \varphi = \mathfrak{B}_m \dots \dots \dots 211)$$

und indem ω den Querschnitt der betrachteten Strebe bezeichnet

$$\left. \begin{array}{l} \text{mittlere Pressung } \mathfrak{B}_m \\ \text{oder Spannung } \mathfrak{A}_m \end{array} \right\} = \frac{N_m}{\omega} \dots \dots \dots 212)$$

Die grösste Pressung \mathfrak{B} findet sich aus der mittleren Pressung \mathfrak{B}_m durch Multiplication mit dem Coefficienten $\left(1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta}\right)$ wo L die freie Länge des gepressten Gliedes, ω den Querschnitt desselben und Θ das Trägheitsmoment dieses Querschnitts bezeichnet (siehe Gleichung 169).

146. Die bekannteste unter den Brücken nach Warren's System ist der Crumlinviaduct; derselbe ist in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen, Jahrgang 1858, von Herrn Baurath Malberg beschrieben, welcher Mittheilung die nachstehenden Angaben entnommen sind.

Der Crumlinviaduct liegt in der Newport-Abergavenny-Herford-Eisenbahn bei Crumlin nahe bei Newport (South Wales) und wurde im Jahre 1853 nach den Plänen der Ingenieure Lidell und Gordon begonnen. — Der Viaduct hat 10 Oeffnungen, welche bei einer Pfeilerdistanz von 150 Fuss englisch eine Spannweite von $147\frac{3}{4}$ Fuss oder 45 Metres erhalten haben; die Pfeiler, welche sehr verschiedene Höhen zeigen, bestehen aus gusseisernen Säulen, welche durch schmiedeiserne Stangen und gussteiserne Rahmen verspannt sind; es ist diess aus Tafel IX, wo eine der Oeffnungen dargestellt ist, näher ersichtlich; es ist hier die Geleiseaxe nicht im Mittel der betreffenden zwei Träger angebracht, so dass der äussere Träger weniger zu tragen hätte; in der folgenden Berechnung ist auf diesen Umstand keine Rücksicht genommen, sondern es sind beide Träger gleich stark belastet angenommen (wobei sich übrigens die ungleiche Belastung jederzeit nach dem Hebelverhältniss nachträglich berücksichtigen lässt).

Fig. 158.

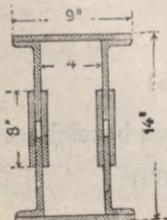
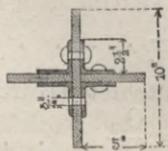
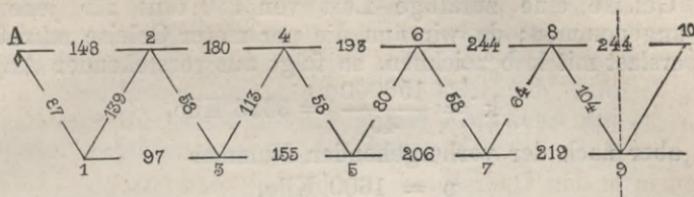


Fig. 159.



Die obere gedrückte Gurtung hat einen kastenförmigen Querschnitt erhalten, wie nebenstehende Figur 158 zeigt; die untere Gurtung und die gezogenen Streben sind flache Bänder, während die gedrückten Streben einen kreuzförmigen Querschnitt erhalten haben (siehe Figur 159).

Fig. 160.



Die Querschnittsdimensionen der Gurtungen und Streben sind nach den Angaben des Herrn Malberg, aber in Quadratcentimeter übertragen, in der folgenden Figur 160 verzeichnet; hiebei ist zu bemerken, dass bei den Flacheisen kein Abzug für Nietlöcher nothwendig war, weil der Querschnitt an den Knotenpunkten durch Deckplatten verstärkt ist; die der Brückenmitte zunächst gelegenen Streben haben einen verhältnissmässig stärkeren Querschnitt erhalten, bei welchem indessen Abzüge nothwendig sein dürften.

147. Wir haben in N^o. 65. für das Eigengewicht einer schmiedeisernen Brücke in Gleichung 103^a) die Gleichung aufgestellt:

$$p = C l + F \dots \dots \dots 213)$$

wo F das Gewicht der Fahrbahn (per meter) und zwar inclusive Schienen, Schotter und Bedielung, C dagegen einen der betreffenden Hauptträgerconstruction eigenthümlichen Coefficienten bezeichnet; wenn wir dagegen im Folgenden das blosse Eisengewicht, exclusive Oberbau und Bedielung, bezeichnen wollen, wenden wir hiefür die Relation an:

$$p' = C l + F' \dots \dots \dots 214)$$

Der Coefficient C ist für beide Gleichungen derselbe, da für dieselbe Brücke — ganz eiserne Hauptträger vorausgesetzt — p und p' sich nur durch das Gewicht der Fahrbahn unterscheiden (zu vergleichen der Schluss von N^o. 65.).

Wir haben für den Crumlinviaduct keine Angaben über das Gesamteisengewicht p'; dagegen ist für jede Öffnung das Gewicht zweier zu demselben Geleise gehörigen Hauptträger zu 50 tons, das Gewicht der zugehörigen Fahrbahn zu 21 tons angegeben; hieraus folgt:

$$F = \frac{21000}{45} = 466 \text{ oder rund } = 480 \text{ Kilo,}$$

ferner:

$$p - F = C.l = \frac{50000}{45} = 1111 \text{ Kilo oder rund } 1120 \text{ Kilo,}$$

woraus

$$C = \frac{1120}{45} = 24,9$$

und

$$p = 24,9 l + 480 = 1600^k$$

148. Bei der Berechnung des Crumlinviaducts wurde für jedes Geleise eine zufällige Last von 150 tons für jede Oeffnung angenommen; da wir nun die per meter Geleise antreffende Verkehrslast mit k bezeichnen, so folgt aus vorstehender Angabe:

$$k = \frac{150000}{45} = 3333 \text{ Kilo,}$$

es ist aber nach der vorhergehenden Nummer

$$p = 1600 \text{ Kilo,}$$

somit

$$q = p + k = 4933 \text{ Kilo}$$

$$\text{oder rund} = 5000 \text{ Kilo;}$$

ferner folgt aus Vergleichung mit den Tabellen XVII und XVII^a für $l = 45$ Meter:

$$k^1 = \frac{5}{4} k = \text{rund } 4200 \text{ Kilo,}$$

woraus

$$q^1 = p + k^1 = 5800 \text{ Kilo}$$

$$q_0 = \frac{q + q^1}{2} = \frac{5800 + 5000}{2} = 5400 \text{ Kilo}$$

und hieraus folgt endlich:

für das grösste Angriffsmoment in der Trägermitte:

$$\text{I. Max } \mathfrak{M} = \frac{ql^2}{8} = 5000 \frac{45^2}{8} = 1265,6 \text{ KM.}$$

für die grösste Vertikalkraft in der Trägermitte:

$$\text{II. Max } \mathfrak{B}_0 = \frac{k^1 l}{8} = \frac{4200 \cdot 45}{8} = 23,6 \text{ tons,}$$

für die grösste Vertikalkraft an den Auflagern:

$$\text{III. Max } \mathfrak{B} = \frac{q + q^1}{2} \frac{l}{2} = \frac{5400 \cdot 45}{2} = 121,5 \text{ tons,}$$

für die kleinste Vertikalkraft an den Auflagern:

$$\text{IV. min } \mathfrak{B}_1 = \dots \dots \dots \frac{pl}{2} = 36,0 \text{ tons,}$$

für die äusserste Lage des Punktes $\mathfrak{B} = 0$ nach Gleichung 207):

$$\text{V. } \left\{ \begin{array}{l} a = l \left\{ \frac{1600}{4200} \pm \sqrt{\frac{1600}{4200} + \left(\frac{1600}{4200} \right)^2} \right\} = 15,5 \text{ m} \\ 1 - a = 29,5 \text{ m} \end{array} \right.$$

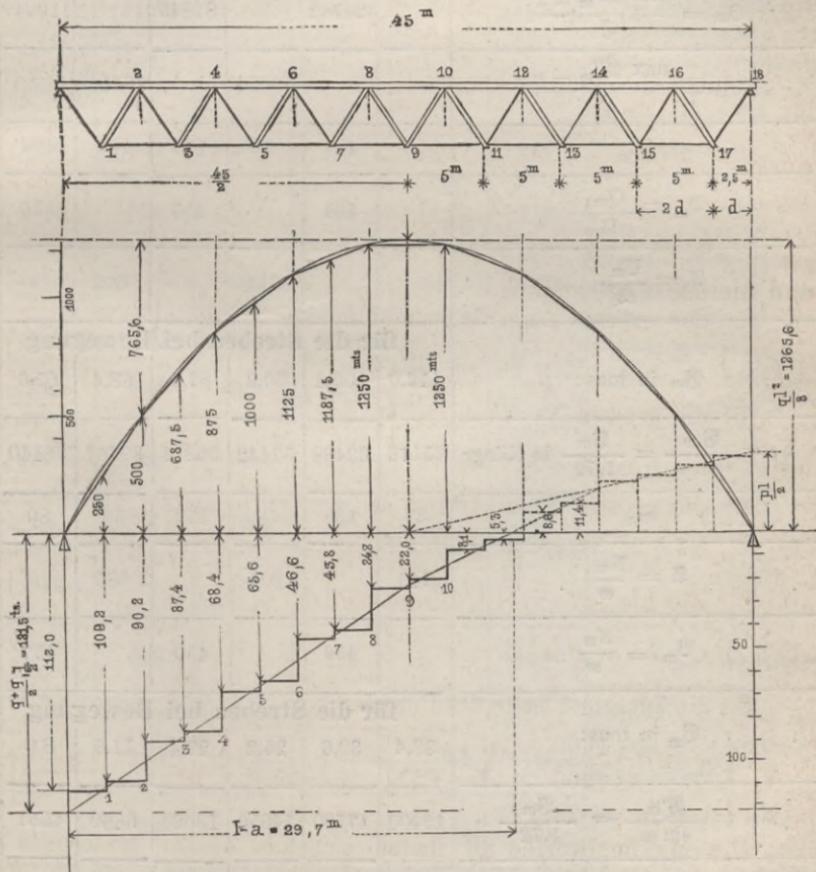
Die Maximalwerthe \mathfrak{M} finden sich aus obiger Gleichung I. mittelst der Gleichung 174), welche hier wiederholt angeschrieben wird:

$$\max \mathfrak{M}_x = \frac{ql^2}{8} - \frac{qx_1^2}{2} \quad \dots \quad 174)$$

wo \mathfrak{M}_x das Angriffsmoment im Abstand x von Auflager A, x_1 aber den Abstand desselben Angriffsmoments von der Trägermitte bezeichnet.

Die Maximalwerthe von \mathfrak{B} werden graphisch bestimmt, indem die 4 unter II — V aufgeführten Werthe zur Herstellung der betreffenden graphischen Darstellung hinreichen, wie aus der folgenden Fig. 161 näher ersichtlich ist. — Zu bemerken ist hiebei, dass nur die obern Knotenpunkte durch die Fahrbahn belastet werden, wesshalb mit Rücksicht auf die grosse Fachweite das in N^o. 130. erläuterte Verfahren angewendet wurde.

Fig. 161.



Das auf die untern Knotenpunkte vertheilte halbe Gewicht zweier Hauptträger ist auf 5 M. Länge = $5 \cdot \frac{1120}{2} = 2800$ Kilo; um diese letztere Grösse ändert sich \mathfrak{B} an den untern Knotenpunkten und wurde je die Hälfte von dem betreffenden Punkte der Kurve max \mathfrak{B} aufwärts und je die Hälfte abwärts aufgetragen.

Tabelle

$p = 1600^k, k = 3400^k, q = p + k = 5000^k,$

Index m =	1	2	3	4	5	6
	für die					
$\max \mathfrak{M}_m = \frac{ql^2}{8} - \frac{qx^2}{2}$	mts 250	mts 250	687,5	875	1000	1125
$O_m = \frac{\max \mathfrak{M}'_m - 1}{\delta}$		29762		81845		119048
$U_m = \frac{\max \mathfrak{M}'_m - 1}{\delta}$			59524		104166	
Ω_m		148	97	180	155	193
$\mathfrak{B}_m = \frac{O_m}{\Omega}$		201		455		616
$\mathfrak{X} = \frac{U_m}{\Omega}$			614		672	
	für die Streben bei Bewegung					
\mathfrak{B}_m in tons:	112,0	109,2	90,2	87,4	68,4	65,6
$N_m = \frac{\mathfrak{B}'_m}{\sin \varphi} = \frac{\mathfrak{B}_m}{1,72}$ in Kilogr.	65116	63488	52442	50814	39767	38140
ω_m	87	139	58	112	58	80
$\mathfrak{X} = \frac{N_m}{\omega}$	748		904		685	
$\mathfrak{B}_m = \frac{N_m}{\omega}$		456		450		477
	für die Streben bei Bewegung					
\mathfrak{B}_m in tons:	33,4	30,6	25,2	22,4	11,8	8,0
$N_m = \frac{\mathfrak{B}'_m}{\sin \varphi} = \frac{\mathfrak{B}_m}{1,72}$	19400	17790	14650	13023	6860	4651
ω_m	87	139	58	112	58	80
$\mathfrak{X} = \frac{N_m}{\omega}$	223		252		118	
$\mathfrak{B}_m = \frac{N_m}{\omega}$		128		116		58

XLV.

$k^1 = 4200^k, q^1 = 5800^k, l = 45,0^m \delta = 4,2^m$

7	8	9	10	11	12	Anmerkungen.	
Gurtungen:							
1187,5	1250	1250	1250	1187,5	1125	Zur Bestimmung der Spannungen und Pressungen der Streben genügt es, die Last nur von einer Richtung, z. B. von B gegen A, vorgerückt zu denken, indem der Träger symmetrisch gegen die Mitte angelegt ist; es ist hier auch die Bewegung von A nach B verzeichnet, damit die in denselben Streben wirkenden, mit der Richtung der Last-Bewegung wechselnden Kräfte zur Anschauung kommen.	
	141369		148801		141369		
133929		148801		148801			
206	244	219	244	219	244		
	579		610		579		
650		680		680			
der Last von B nach A:							
46,6	43,8	24,8	22,0	5,0	2,2		
27693	25465	14430	12790	2907	1279		
58	64	104	104	64	58		
477		138		45			
	398		123		22*)		
der Last von A nach B:							
- 2,2	- 5,0	- 22,0	- 24,0	- 43,8	- 46,6		
- 1279	- 2907	- 12790	- 14430	- 25465	- 27693		
58	64	104	104	64	58		
	45		138		477		
22		123		398			

*) Das Band N₁₂ ist zwar nur auf Zug konstruiert; doch genügend steif, weil der fragliche Druck verhältnismässig gering ist.

Die in Fig. 161 eingetragenen Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} bedürfen nun keiner weiteren Erläuterung; es müssen aber diese Werthe bei der Reduction auf einen einzelnen Hauptträger sämmtlich halbiert werden, indem man die halbirten Werthe mit \mathfrak{M}' , beziehungsweise \mathfrak{B}' bezeichnet; das ganze Rechnungsverfahren ist in vorstehender Tabelle XLV. zusammengestellt, wobei zu bemerken, dass die Werthe für die einzelnen Querschnitte aus Fig. 160 direct entnommen werden konnten.

Die Spannungen \mathfrak{A} sind grösser als die mittlern Pressungen \mathfrak{B}_m ; man findet aber aus letztern die grössten Pressungen nach Gleichung 169) oder annähernd aus Tabelle XIV; für die obern Gurtungen ist nämlich $L = 5$ Meter, $H = 0,23$ Meter, somit $\frac{L}{\mathfrak{H}} = \frac{500}{23} = 22$, so dass $\mathfrak{B} = 1,25 \mathfrak{B}_m$ angenommen werden darf (für $\frac{L}{H} = 20$ findet man in der Tabelle für kastenförmigen Querschnitt $\mathfrak{B}_m = \frac{\mathfrak{B}}{1,2}$); für die gedrückten kreuzförmigen Streben haben wir $L = \frac{4,2}{0,68} = 4,9$ Meter, $H = 0,25$ Meter, somit $\frac{L}{H} = \frac{490}{25} = 17,6$, wonach $\mathfrak{B} = 1,30 \mathfrak{B}_m$ anzunehmen ist.

Es wären also die Werthe \mathfrak{B}_m für die Gurtungen mit 1,25, für die Streben mit 1,30 zu multiplizieren, um die grössten im betreffenden Querschnitt herrschenden Pressungen zu erhalten.

148. Bei dem Crumlinviaduct ist für die Verbindung der einzelnen Fachwerksglieder eine eigenthümliche aus Tafel IX. ersichtliche Construction angewendet, indem durch die mit Deckplatten verstärkten Enden der einzelnen Glieder grosse Bolzen gesteckt sind, welche ähnlich wie bei den Kettenbrücken die einzelnen Kräfte zu übertragen haben, aber weil die Abscheerung eine mehrfache ist, mit einem Querschnitt von 64 Quadratcentimetern ($3\frac{1}{2}$ “ englisch im Durchmesser) genügend stark sind. — Die Verstärkungsplatten an den Enden der einzelnen Fachwerksglieder haben dieselbe Bestimmung, wie die Enderbreitungen an den Gliedern einer Kettenbrücke, indem die durch den Querbolzen hervorgebrachte Verschwächung dadurch ausgeglichen werden soll.

Nach neuern Mittheilungen hat sich die fragliche Anordnung bei dem Crumlinviaduct nicht bewährt; da die erwähnten starken Bolzen lose geworden waren, so mussten die Strebenenden durch aufgenietete Platten verstärkt werden. Die hannöversische Bauzeitung, welche diese Mittheilung macht (Jahrgang 1868, S. 344) bemerkt hiezu, dass die einzelnen Hauptbolzen zu grosse lokale Drücke auszuhalten hatten, was durch die erwähnte Verstärkung

der Enden corrigirt ist. — (Vgl. N^o. 52. über das Verhältniss des Bolzendurchmessers zur Plattendicke.)

Es scheint aber beim Crumlinviaduct noch der weitere Missstand obgewaltet zu haben, dass die Querabsteifung, nur aus einer hölzernen Plattform bestehend, ganz ungenügend war, wesshalb nunmehr eiserne Querträger von 12" Höhe und 28 Fuss Länge und dazwischen eben solche Längsträger angewendet sind; ferner wurde statt der hölzernen Bebohlung eine Bedeckung aus schmiedeisernen, zusammengesetzten Platten gemacht, und die seitliche Steifigkeit wiederum erheblich vermehrt. — In Folge der angewendeten Verstärkungen werden bei schweren Zügen nur noch $\frac{3}{8}$ Zoll Durchbiegung beobachtet, anstatt $1\frac{1}{2}$ Zoll, welche früher gemessen worden waren.

149. Nahezu gleichzeitig mit dem Crumlinviaduct ist die Trentbrücke bei Newark erbaut worden, welche von Herrn Lohse im Jahrgang 1857 der berliner Zeitschrift beschrieben ist.

Diese Brücke ist schief, hat nur eine einzige Spannweite von 240 Fuss englisch (75,15 M.) und hat für 2 Geleise 4 Träger erhalten, von denen je 2 eine für sich abgesonderte Brücke bilden; die Fahrbahn befindet sich unterhalb und die Höhe der Träger gestattete, oberhalb eine zweite Querverbindung anzubringen, wie aus der folgenden Skizze ersichtlich ist.

Fig. 162.

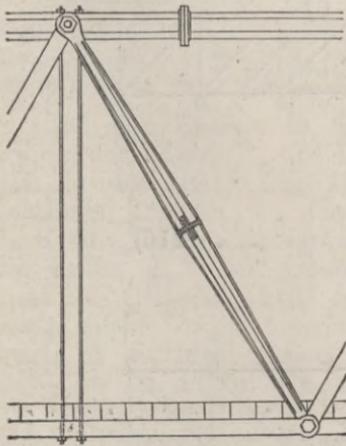
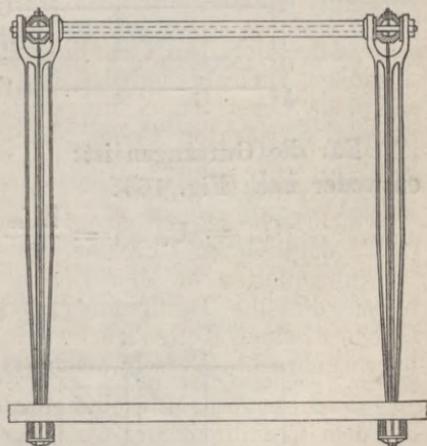


Fig. 162 a.



Sämmtliche gedrückte Theile sind von Gusseisen, sämmtliche gezogene Theile von Schmiedeisen; die obere Gurtung besteht aus einer gusseisernen Röhre, die am Endauflager 13" Durchmesser und $1\frac{1}{2}$ " Metalldicke hat und gegen die Mitte hin auf

18'' Durchmesser zunimmt; die einzelnen Stücke sind an den Enden genau abgedreht, behobelt und mittelst Flantschen zusammengebolt. — Die untere Gurtung besteht aus schmiedeisernen Flachstäben von 7—8 Zoll Breite und $\frac{5}{8}$ — $\frac{3}{4}$ Zoll Höhe, deren Anzahl gegen die Mitte hin zunimmt.

Die Fahrbahn hat keine Querträger erhalten, sondern es sind starke, eichene Bohlen unmittelbar auf der untern Gurtung aufgelegt; es ist jedoch unten und oben ausserdem ein vollständiger Horizontalverband angebracht, indem an jedem Knotenpunkt nach der Quere gusseiserne Röhren mit innen liegenden schmiedeisernen Stangen und ausserdem in jedem Felde horizontale schmiedeisernen Diagonalen angebracht sind.

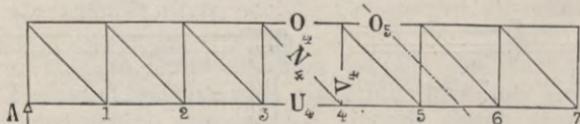
Das Eisengewicht der Brücke soll für ein Geleise 295 tons, für jeden Träger 122,5 tons betragen; wenn man die ganze Trägerlänge zu 79 M. rechnet und die Gewichte der festen Portale (gusseiserne Ständer mit gusseisernen Bögen) in Abzug bringt, so erhält man für das Eisengewicht nach Massgabe der Gleichung 214)

$$p' = 500 + 40 \cdot l$$

wo l die Spannweite = 73,15 m. bezeichnet.

150. Beim einfachen unsymmetrischen System mit horizontalen Gurtungen gehen bei constantem ξ die Formeln 185) bis 195) in folgende einfache Form über :

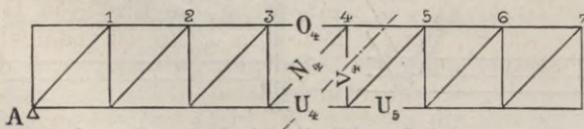
Fig. 163.



Für die Gurtungen ist:
entweder nach Fig. 163:

$$O_m = U_{m+1} = \frac{M'_m}{\xi} \dots \dots \dots 216)$$

Fig. 164.



oder nach Fig. 164 :

$$O_{m+1} = U_m = \frac{M'_m}{\xi} \dots \dots \dots 217)$$

für die schiefen Streben ist für Fig. 163 und Fig. 164 gleichmässig:

$$N_m = \frac{1}{\sin \varphi} \mathfrak{B}'_m \dots \dots \dots 218)$$

endlich für die Vertikalständer, wenn P'_o die im obern, P'_u die im untern Knotenpunkt eintretende Last bezeichnet: entweder nach Fig. 163)

$$V_m = -\mathfrak{B}'_m - P'_u = -\mathfrak{B}'_{m+1} + P'_o \dots \dots 219)$$

oder nach Fig. 164)

$$V_m = \mathfrak{B}'_m + P'_o = \mathfrak{B}'_{m+1} - P'_u \dots \dots 220)$$

Die Spannungen und die Pressungen in den Gurtungen und in den Streben findet man, wenn die betreffenden Querschnitte bekannt sind, nach den Gleichungen 166)–168); bei ansehnlicher Länge der gepressten Glieder ist zur Bestimmung des Verhältnisses $\frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}}$ die Gleichung 169) beizuziehen.

In einer Strebe herrscht Zug, wenn ihr Fussende näher beim Punkte $\mathfrak{B} = 0$ ist, Druck wenn ihr Kopfende näher bei genanntem Punkte ist (vergl. N^o. 135.). Die Abscisse a , welche die von der Trägermitte entfernteste Lage des Punktes $\mathfrak{B} = 0$ angiebt, findet sich nach Gleichung 207); zwischen den Abscissen a und $l - a$ sind die Hauptstreben in Folge Bewegung der Last abwechselnd auf Zug und Druck in Anspruch genommen, beziehungsweise sind auf diese Länge Gegenstreben nothwendig.

151. Wie in N^o. 144. erläutert, sind beim geraden einfachen Fachwerk die Gurtungskräfte nur von \mathfrak{M} , die Kräfte in den schiefen Streben nur von \mathfrak{B} abhängig und sind die grössten Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} in Fig. 156 zusammengestellt.

Bei den Kräften in den Vertikalen kommt wesentlich die Grösse der Lasten P_o und P_u in Betracht; doch ist kein Zweifel, dass in den durch Fig. 163 dargestellten Fällen bei oberhalb belasteten Trägern, wo sämmtliche P_u nur kleine Werthe zeigen, die Kräfte V_m dann den grössten Druck auszuhalten haben, wenn die Kräfte \mathfrak{B}_m ihren grössten negativen Werth erreichen, wie diess aus Gleichung 219) deutlich hervorgeht. — Anders ist es, wenn solche Träger unterhalb belastet sind, indem es sich dann fragt, ob V_m nicht grösser wird, wenn die Last von B nur bis $m + \frac{1}{2}$ vorgerückt ist; in letzterem Falle ist nämlich, wenn wir der Einfachheit halber $P_o = \text{Null}$, $k_{m+1} = k_{m-1} = k$ setzen, und die Fachweite = d annehmen:

$$V_m = -\max \mathfrak{B}'_{m+1} + P_o$$

$$V_m = \frac{kl}{8} + \left(\frac{1}{2} - x_{m+\frac{1}{2}} \right) \left(p + \frac{3}{4} k \right) \dots \dots \dots \text{I.}$$

während bei der von B bis $m - \frac{1}{2}$ vorgerückten Last

$$V_m = - \max \mathfrak{B}'_m - P_u$$

$$V_m = \frac{kl}{8} + \left(\frac{1}{2} - x_{m+1/2} + d \right) \left(p + \frac{3}{4} k \right) - (p+k)d. \quad \text{II.}$$

Der Werth von V_m ist nun nach Gleichung II. kleiner als nach Gleichung I. um die Grösse:

$$(p+k)d - (p + \frac{3}{4} k) d = \frac{1}{4} k d \quad \text{III.}$$

Die durch Gleichung III. angegebene Differenz wäre ganz dieselbe gewesen, wenn irgend ein Theil des Eigengewichts im obern Knotenpunkte angebracht gedacht werden kann, da die Summe $P_u + P_o$ dennoch denselben Werth $(k+p)d$ gehabt hätte.

In dem durch Fig. 164 dargestellten Falle findet die Differenz in umgekehrtem Sinne statt, d. h. V_m hat bei unterhalb belastetem Träger ganz entschieden seinen grössten Werth, wenn die Last von B bis $x_{m+1/2}$ vorgerückt ist (vergl. Gleichung 220); dagegen findet bei oberhalb belasteten Trägern wieder die durch obige Gleichung III. dargestellte Differenz zu Gunsten der nur bis $m + \frac{1}{2}$ vorgerückten Last statt.

Bei dem geringen Betrage der durch obige Gleichung III. dargestellten Differenz $\frac{kd}{4}$ würde in den betreffenden Fällen die Stärke der Vertikalständer V_m wenig alterirt, wenn man die Last von B bis $m - \frac{1}{2}$ anstatt nur bis $m + \frac{1}{2}$ vorgerückt angenommen hätte; anders ist es bei Trägern mit gekrümmten Gurtungen, wo die Zunahme von \mathfrak{B} theilweise durch die Gurtungen aufgenommen wird, wo also die Entlastung durch P_u beziehungsweise P_o in erhöhtem Masse wirkt; die bezügliche Regel, welche nach obiger Entwicklung auch für gerade Träger gültig, bei gekrümmten Trägern aber besonders wichtig ist, lautet: bei allen unsymmetrischen Fachwerken findet die grösste Kraft in den Vertikalständern statt:

- a) Bei Anwendung von gezogenen schiefen Streben und gedrückten Vertikalstäben;
 - bei oben aufliegender Fahrbahn für die von B bis $m - \frac{1}{2}$ vorgerückte Last;
 - bei unten aufliegender Fahrbahn für die von B bis $m + \frac{1}{2}$ vorgerückte Last;
- b) bei Anwendung von gedrückten Streben und gezogenen Vertikalstäben;
 - bei oben aufliegender Fahrbahn für die von B bis $m + \frac{1}{2}$ vorgerückte Verkehrslast;
 - bei unten aufliegender Fahrbahn für die von B bis $m - \frac{1}{2}$ vorgerückte Last.

Rückt die Last von A nach B ein, so findet in allen vorstehend aufgeführten Fällen je das umgekehrte Verhältniss statt d. h. es muss für $m + \frac{1}{2}$ gesetzt werden $m - \frac{1}{2}$, für $m - \frac{1}{2}$ aber $m + \frac{1}{2}$.

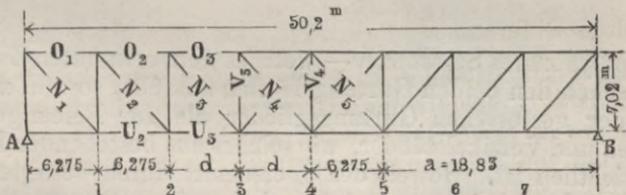
152. Eine Fachwerkbrücke nach vorstehend beschriebenem System wurde von der k. bayrischen Eisenbahnverwaltung über die Isar bei München hergestellt.

Die Brücke hat 2 Mittelpfeiler und 3 Oeffnungen erhalten, deren jede für sich durch frei aufliegende Träger von je 50,2 M. Spannweite überbrückt wird.

Die Eisenconstruction dieser Brücke war der Maschinenfabrik von Klett und Comp. in Nürnberg übertragen, deren Ingenieur Herrn Gerber wir die gefällige Mittheilung der Werkzeichnungen verdanken. Ansicht und Grundriss eines Trägers nebst einigen Details sind in Tafel X. wiedergegeben.

Die Hauptträger dieser Brücke, deren zwei für jedes Geleise dienen, haben eine geometrische Gurtungsdistanz (Höhe) von 7,02 M. und eine Fachweite von 6,275 M. erhalten; die ganze Länge jedes Hauptträgers ist somit in 8 Felder getheilt; die Fahrbahn ist unmittelbar über der untern Gurtung angebracht, so dass oberhalb eine zweite Querverspannung hergestellt werden konnte.

Fig. 165.



Die Gurtungen bestehen je aus 2 Theilen, welche durch einen Zwischenraum von 28 Mm. getrennt sind; in Fig. 166 ist links

Fig. 166.

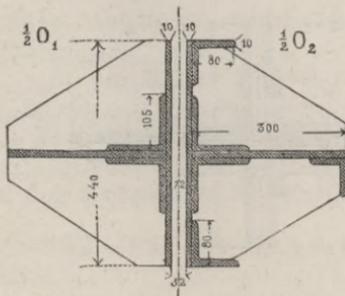
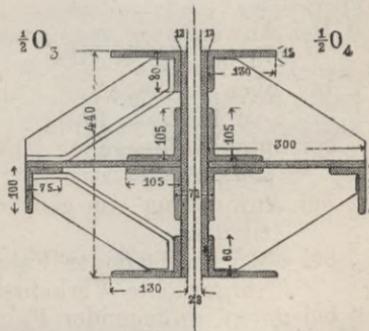


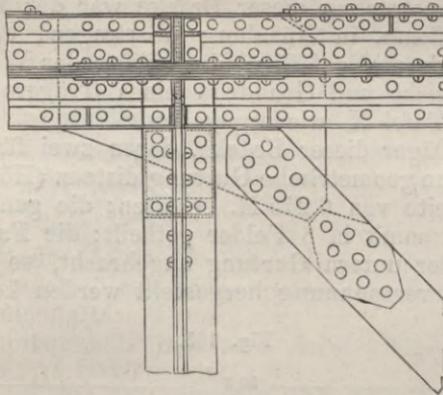
Fig. 167.



die halbe obere Gurtung des ersten Feldes, rechts die des zweiten Feldes dargestellt (wobei zu bemerken, dass in Fig. 166 und 169 anstatt 32^{mm} als Zwischenraum gleichfalls 28^{mm} einzusetzen ist); ebenso zeigt Fig. 167 die Gurtungen des dritten und des vierten

Feldes und ist aus diesen Figuren ersichtlich, wie die Verstärkung der Gurtungen gegen die Mitte durch Hinzufügung weiterer Winkel oder Platten erzielt wird; die Mehrzahl der Winkel und Platten ist je am Knotenpunkte selbst gestossen und dient nun ein 28 Mm.

Fig. 168.



starkes, polygonales Stossblech — welches den erwähnten Zwischenraum zwischen den beiden Gurtungshälften ausfüllt, sowohl zur Verbindung der gestossenen Gurtungsglieder als zur Befestigung der Diagonalen und Vertikalständer, wie solches aus bestehender Fig. 168 näher ersichtlich ist. Soweit der Querschnitt durch besagtes polygonales Stossblech nicht ersetzt ist, sind weitere Stossplatten hinzugefügt.

Fig. 169.

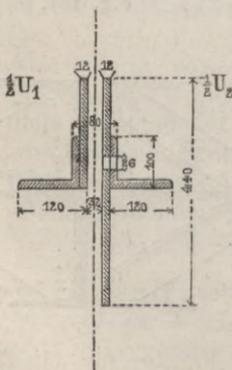
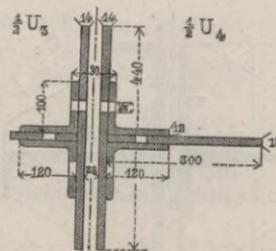


Fig. 170.

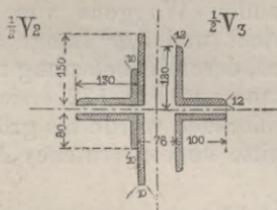


Die untere Gurtung ist in ähnlicher Weise construiert, mit dem Unterschied jedoch, dass diese Gurtung, weil durchaus auf Zug in Anspruch genommen, verhältnissmässig stärkere Flacheisen und weniger Winkel erhalten hat; die Figuren 169 und 170 stellen

die untern Gurtungen für die Felder (1) bis (4) dar, indem in jeder Figur wieder zwei verschiedene Gurtungshälften erscheinen. Die untere Gurtung hat, wie auch die obere, im allgemeinen eine Höhe von 44 Cent. erhalten; im ersten Felde ist dieselbe jedoch nur halb so hoch, und ist damit schon in der äussern Ansicht angezeigt, dass die untere Gurtung im ersten Felde gar keine Fachwerkskräfte aufzunehmen hat, sondern nur zur gegenseitigen Fixirung des ersten untern Knotenpunkts und des Endständers, sowie ebendamit zur Consolidirung der Fahrbahn dient.

Die schiefen Streben oder Diagonalen bestehen aus Flacheisen von 26—50 Cent. Breite, 28—30 Mm. Dicke, welche in den beiden Endfeldern durch aufgenietete weitere Flacheisen verstärkt sind; in Fig. 168 ist die Verbindung der Diagonalen mit den Gurtungen und Vertikalen ersichtlich.

Fig. 171.



Die Vertikalständer bestehen je aus 4 Winkeln, welche gegen die Auflager hin an Stärke zunehmen, und ausserdem an den Knotenpunkten (1) und (2) mit Flacheisen verstärkt sind, wie solches bestehende Fig. 171 angiebt.

Die Endständer bestehen je aus 12 Winkeln und 2 hinzugefügten Flacheisen und ist deren Stärke danach bemessen, dass nicht nur die vertikale Resultante der anstossenden Strebenkraft auf die Auflager übertragen, sondern auch alle seitlichen Kräfte, insbesondere die vom Winddruck in der obern Horizontalverspannung hervorgerufenen, durch die relative Festigkeit der Endständer aufgenommen werden können.

Die Fahrbahntafel zeigt Schwellenträger von 6,275 M. Länge, welche als Blechwandträger construiert sind, aufliegend auf Querträgern, welche aus einem einfachen Fachwerk bestehen und an den Vertikalständern der Hauptträger befestigt sind. Man ersieht hieraus, dass das Gewicht der Fahrbahntafel, beziehungsweise die Verkehrslast in keiner Weise die relative Festigkeit der Fachwerksglieder in Anspruch nimmt, dass vielmehr sämtliche Lasten in den Knotenpunkten eintreten.

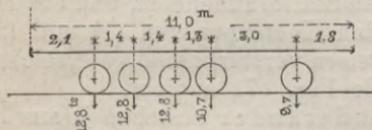
152. Für die Berechnung der Hauptträger dienen folgende Gewichtsangaben:

Das Eigengewicht der Brücke beträgt für ein Geleise per laufenden Meter:

zwei Hauptträger, zusammen	1786 Kilo
Verspannung	114 „
	<hr/>
	1900 Kilo

		Uebertrag	1900 Kilo
Plattform:			
	Querträger . . .	200	
	Schwellenträger .	434	
	Diverse	34	
		668	"
Geländer		66	"
	zus. Eisengewicht p' =	2634	Kilo
ferner Querschwellen 272 Kilo			
	Saumschwellen	40	"
	Diehlenbelag	160	"
	Schienen	74	"
	zus. Oberbau p'' =	546	"
	total $p = p' + p'' =$	3180	Kilo

Fig. 172.



des durch die variable Last in der Trägermitte hervorgerufenen Angriffsmoment

$$\max \mathfrak{M}_k = 1711,2 \text{ Mtons}$$

berechnet, woraus sich als gleichförmige stellvertretende Ueberlast $k = 5440 \text{ k}$ per Meter und Geleise ergibt.

Es folgt aus Vorstehendem, dass als Gesamtlast

$$q = p + k = 3180 + 5440 = 8620 \text{ k}$$

per Meter und Geleise angenommen werden darf.

Bei der beschriebenen Belastungsweise mit aufeinanderfolgenden Tenderlocomotiven darf auch bei einseitiger Belastung das per Meter wirkende Gewicht der gleichförmig vertheilten Last q gleichgesetzt werden, und folgt hieraus:

$$k^1 = k = 5440 \text{ Kilo}$$

$$q_0 = q = 8620 \text{ "}$$

und ist endlich

$$\frac{p}{k^1} = \frac{p}{k} = \frac{3180}{5440} = 0,585$$

Aus vorstehenden Gewichts- und Belastungsangaben folgt für jeden der beiden Hauptträger:

Grösstes Angriffsmoment in der Trägermitte:

$$\text{I. } \max \mathfrak{M}' = \frac{1}{2} \cdot \frac{q l^2}{8} = \frac{8620 \cdot 50;2^2}{2 \cdot 8} = 1357,85 \text{ Mtons.}$$

Grösste Vertikalkraft am Auflager:

$$\text{II. } \max \mathfrak{B}' = \frac{1}{2} \frac{ql}{2} = \frac{8620 \times 50,2}{2 \times 2} = 108,18 \text{ ts.}$$

Grösste Vertikalkraft in der Trägermitte:

$$\text{III. } \max \mathfrak{B}'_{1/2} = \frac{1}{2} \frac{kl}{8} = \frac{5440 \times 50,2}{2 \times 2} = 17,0 \text{ ts.}$$

Grösste Vertikalkraft in Folge des Eigengewichts:

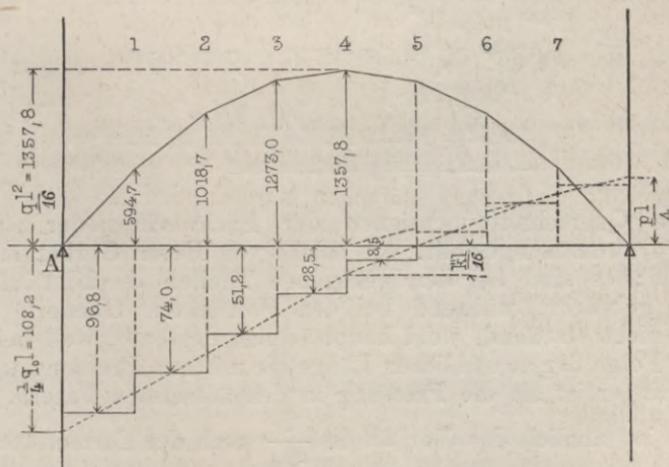
$$\text{IV. } \min \mathfrak{B}'_1 = \frac{1}{2} \frac{ql}{2} = \frac{3180 \cdot 50,2}{4} = 39,9 \text{ ts.}$$

Grösste Annäherung des Punktes $\mathfrak{B} = 0$ an das Auflager A nach Gleichung 207):

$$\text{V. } \left\{ \begin{array}{l} a = \left\{ -0,585 \pm \sqrt{0,585 + (0,585)^2} \right\} 50,2 = 18,925 \text{ m} \\ 1 - a = 31,375 \text{ m} \end{array} \right.$$

Indem man nun nach Anleitung von Fig. 156 für den vorliegenden Fall die nachfolgende Fig. 173 konstruiert hat, so er-

Fig. 173.



hielt man nach den bekannten Eigenschaften der Geraden und der Parabel (welche letztere nach Gleichung 174) berechnet wurde) nachstehende Tabelle, welche sämtliche zur Bestimmung der Fachwerksdimensionen notwendigen Angriffsmomente \mathfrak{M}' und Vertikalkräfte \mathfrak{B}' enthält:

$K = 0,0001$) die in der folgenden Tabelle XLVII. enthaltenen Werthe ergeben.

Nachdem nunmehr alle Elemente der Berechnung entwickelt sind, werden zunächst die Fachwerkskräfte O , U , N und V nach den Gleichungen 216—220) unter Einführung der durch Tabelle XLVI. gegebenen Werthe \mathfrak{M}' und \mathfrak{B}' bestimmt, und erhält man schliesslich die in jedem Glied herrschende grösste Spannung \mathfrak{M} oder Pressung \mathfrak{B} mittelst der Gleichungen 166—168, wobei die Verhältnisse $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$ aus Tabelle XLVII. entnommen werden.

Tabelle XLVII.

Gurtungsglieder	O_1	O_2	O_4	O_4
$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$	1,54	1,34	1,26	1,24
Pfosten	V_1	V_2	V_3	V_4
$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$	1,56	1,80	2,0	2,6

Das ganze Verfahren ist in nachstehender Tabelle XLVIII. enthalten.

Wir ersehen aus dieser Tabelle, dass die grössten Spannungen und Pressungen in den Gurtungen, sowie in den Diagonalen (schiefen Streben) der Spannung von 600 Kilo per \square Cent. sehr nahe kommen; bei den Vertikalständern finden grössere Differenzen statt, wohl deshalb, weil bei der Ausführung zu Grunde gelegten Berechnung nicht die gleichmässigen Lasten, sondern die Gewichte der einzelnen Locomotiven und Tenderaxen in Berechnung gekommen sind.

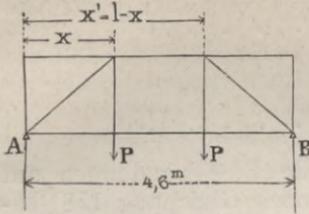
153. Die Querträger zeigen ein Fachwerk, dessen Endfelder durch volle Blechwandungen gebildet und durch aufgenietete diagonale Winkeleisen verstärkt sind; die untere Gurtung dieser Querträger besteht aus vier Winkeleisen, welche zugleich ein rückwirkendes Element für die untere Windverstrebung bilden; ihr Querschnitt beträgt nach Abzug der Nietlöcher 70 \square Cent.; die obere Gurtung besteht aus zwei Winkeln und einem Flacheisen und hält ohne Nietenabzug 74 \square Cent.

Tabelle XLVIII.

$$p = 3180^k, \quad k = 5440, \quad l = 50,2, \quad \delta = 7,02_m, \quad \sin \varphi = 0,745$$

Index $n_i =$	1	2	3	4	5
$\max M'_m$	594,7 mts	1018,7	1273,0	1357,8	1273,0
$O_m = \frac{M'_m}{\delta}$	84,86 ts	145,52	181,86	193,98	181,86
Ω in \square Cent.	228	314	375	397	375
$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$	1,54	1,30	1,26	1,24	1,26
$\mathfrak{B} = \frac{O_m}{\Omega} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$	573 k	602	611	606	611
$U_m = \frac{M'_{m-1}}{\delta}$		84,86 ts	145,32	181,86	145,52
Ω in \square Cent.		144	245	303	245
$\mathfrak{U} = \frac{U_m}{\Omega}$		589	594	600	594
\mathfrak{B}'_m	96,8 ts	74,0	51,2	28,5	8,0
$N_m = \mathfrak{B}'_m \frac{1}{\sin \varphi}$	130,0 ts	99,36	68,64	38,2	10,74
ω_m in \square Cent.	215	160	111	66	29
$\mathfrak{U} = \frac{N_m}{\omega}$	605 k	620	616	579	370
$\max V_m = \max \mathfrak{B}'_{m+1} + P'_o$	$\begin{array}{r} 74,0 \\ + 3,0 \\ \hline 77,0 \text{ ts} \end{array}$	$\begin{array}{r} 51,2 \\ + 3,0 \\ \hline 54,2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 28,5 \\ + 3,0 \\ \hline 31,5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8,0 \\ + 3,0 \\ \hline 11,0 \end{array}$	
ω_m in \square Cent.	182	140	100	80	
$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$	1,56	1,80	2,00	2,60	
$\mathfrak{B} = \max V_m \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$	660 k	697	630	378	

Fig. 175.



Für die Berechnung der Querträger hat man zunächst die Last P zu bestimmen, welche an jedem der beiden Lastpunkte (Vertikalstützen) wirkend gedacht ist; diese Last P setzt sich aus dem Eigengewicht P, und der Verkehrs- last P,, zusammen.

Das Eigengewicht beträgt per laufenden Meter:

Querträger	200
Schwellenträger	434
Oberbau	546

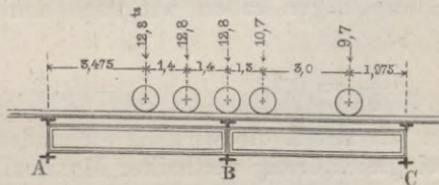
zus. 1180 Kilo.

somit ist bei 6,275 M. Querträger Distanz :

$$2 \cdot P, = 1180 \cdot 6,275 = 7404^k \text{ und } P, = 3702^k.$$

Die Verkehrs- last P,, ist durch die ungünstigste Stellung einer Locomotive bestimmt, wie solches durch Fig. 176 dargestellt ist;

Fig. 176.



nach dem Hebelgesetz ist der Druck auf den mittleren der ge-
zeichneten drei Querträger:

$$B = 12,8 \frac{3,475 + 4,875}{6,275} + 12,8 + 10,7 \frac{4,975}{6,275} + 9,7 \frac{1,975}{6,275} = 41,4 \text{ tons,}$$

woraus $P,, = \frac{B}{2} = 20,7$ tons und schliesslich

$$P = P, + P,, = 3,7 + 20,7 = 24,4 \text{ tons sich ergibt.}$$

Durch Anwendung des Hebelgesetzes, speziell der Gleichun-
gen 170)–173) erhält man:

$$M_1 = M_2 = P \cdot x = 24,4 \times 1,55 = 37,82 \text{ tons}$$

und hieraus nach Gleichung 216):

$$U_2 = O_1 = O_2 = \frac{M_1}{\delta} = \frac{37820}{1,37} = 27600 \text{ Kilo,}$$

woraus endlich für die obere Gurtung:

$$\mathfrak{B}_m = \frac{27600}{74} = 373 \text{ Kilo} \quad \text{ I.}$$

und für die untere Gurtung:

$$\mathfrak{X} = \frac{27600}{70} = 394 \text{ Kilo} \quad \text{ II.}$$

Die Schwellenträger haben volle Blechwandungen auf ihre ganze Länge erhalten und werden nach Gleichung 158) berechnet, nachdem max \mathfrak{M} wiederum durch die grösste Verkehrsbelastung bestimmt worden ist; das Verfahren ist in N^o. 110. eingehend dargestellt.

154. Die Berechnungsweise, welche von den Ingenieuren der k. bayr. Staatsbahn im vorliegenden Falle angewendet wurde, ist dieselbe, welche in der Zeitschrift des bayrischen Architekten- und Ingenieurvereins bei der Beschreibung der Ingolstadter Donaubrücke veröffentlicht wurde. (Jahrgang 1869.) Es wird nämlich eine ideelle Spannung von 1200 Kilo per □Centimeter zu Grunde gelegt, welche Spannung durch das 1,2fache Eigengewicht und die 2^{1/2} bis 3^{1/2}fache Verkehrslast hervorgebracht würde; im vorliegenden Falle wurde die Verkehrslast bei den Hauptträgern 2^{1/2}fach, bei der Fahrbahn 3^{1/2}fach gerechnet.

Für die Hauptträger haben wir nach den obigen Gewichtangaben:

$$\frac{p}{q} = 0,37 \qquad \frac{k}{q} = 0,63 ,$$

somit ist, wenn wir mit \mathfrak{X} die wirklich vorhandene Totalspannung bezeichnen, bei gleichförmig vertheilter Maximallast:

$$\begin{array}{ll} \text{die Spannung in Folge des Eigengewichts} & \mathfrak{X}_p = 0,37 \mathfrak{X}, \\ \text{„ „ „ „ der Verkehrslast} & \mathfrak{X}_k = 0,63 \mathfrak{X}. \end{array}$$

Als ideelle Summe der in obiger Weise vergrösserten Gurtungsspannungen \mathfrak{X}_p und \mathfrak{X}_k ergibt sich:

$$1,2 \cdot (0,37 \mathfrak{X}) + 2,5 (0,63 \mathfrak{X}) = 1200 \text{ Kilo} ,$$

woraus als wirklich vorhandene Spannung folgt:

$$\mathfrak{X} = \frac{1200}{2,0} = 600 \text{ Kilo} ,$$

welche Spannung hienach für die Gurtungen — deren grösste Anstrengung bei gleichförmig vertheilter Maximallast stattfindet — in Aussicht genommen ist.

Unsere Berechnungsweise hat uns, wie aus Tabelle XLVIII. ersichtlich, für die Gurtungen und Diagonalen sehr annähernd die beabsichtigte Spannung von 600 Kilogramm gegeben, während bei den Vertikalen eine etwas grössere Differenz sich zeigt; der Umstand, dass wir im Allgemeinen stärkere Spannungen erhalten haben,

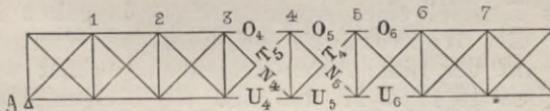
beweist, dass unser Verfahren die ungünstigsten einseitigen Belastungen gebührend berücksichtigt.

155. Das doppelte symmetrische System mit horizontalen Gurtungen wird meist in der Weise angewendet, dass die gleichnummerigen (in denselben Vertikalen befindlichen) Knotenpunkte mittelst leichter Vertikalständer verbunden sind, welche letztere nur zur gleichmässigen Vertheilung der Last auf die beiden Gurtungen dienen; nach N^o. **142.** trifft diese Voraussetzung bei entsprechend geringer Stärke der Vertikalen zu, wenn die in demselben Fache befindlichen, gezogenen und gedrückten Streben annähernd gleiche Widerstandsfähigkeit haben (wobei der gedrückte

Querschnitt im Verhältniss $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$ grösser anzunehmen ist).

Anmerk. Wenn die gedrückten Streben übermässig stark construirt würden, oder aber umgekehrt wegen Mangels an Steifigkeit sich ausbiegen würden, so wäre die betreffende Construction als combinirtes System zu betrachten, und zwar um so mehr, wenn die Vertikalständer vermöge zu übermässiger Querschnittsdimensionen die Vertheilung der Strebenkräfte beeinflussten.

Fig. 177.



Indem wir die in N^o. **135.** angenommenen Bezeichnungen beibehalten, erhalten wir durch Vereinfachung der in N^o. **140.** gegebenen Formeln:

a) für die Gurtungen:

$$O_m = U_m = \frac{M'_{m-1/2}}{\xi} \dots \dots \dots 221)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{B}_m \text{ (oder } \mathfrak{A}) &= \frac{O_m}{\Omega} \\ \mathfrak{A} \text{ (oder } \mathfrak{B}_m) &= \frac{U_m}{\Omega} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 222)$$

und zwar ist beim frei aufliegenden Träger, wie mehrfach erwähnt, die untere Gurtung stets gezogen, die obere Gurtung stets gedrückt.

b) Für die Streben nach Gleichung 195):

$$\left. \begin{aligned} N_m &= \mathfrak{B}'_m \frac{1}{\sin \varphi} \\ T_m &= \mathfrak{B}'_m \frac{1}{\sin \psi} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 223)$$

wo in Folge der Gleichheit der Winkel φ und ψ die Werthe N_m und T_m identisch sind. — Indem wir nun annehmen, dass mit N diejenigen Streben bezeichnet sind, deren Kopfende gegen das linke Auflager A gerichtet sind und sodann nur dasjenige Trägerstück betrachten, welches zwischen A und dem Punkte $\mathfrak{B} = 0$ sich befindet, so ist:

$$\mathfrak{M} = \frac{N_m}{\omega} = \frac{1}{\omega} \frac{\mathfrak{B}'_m}{\sin \varphi} \quad \dots \dots \dots 224)$$

$$\mathfrak{B}_m = \frac{T_m}{\omega} = \frac{1}{\omega} \frac{\mathfrak{B}'_m}{\sin \psi} \quad \dots \dots \dots 225)$$

Zur Bestimmung der zunächst beim Auflager A befindlichen äussersten Lage des Punktes $\mathfrak{B} = 0$ müssen wir uns die Last von B gegen A bis zum genannten Punkte vorgerückt denken, welcher Punkt durch Gleichung 99), beziehungsweise 207) gegeben ist. — Damit jedoch das Fach, inner welches der genannte Punkt $\mathfrak{B} = 0$ fällt, auch wirklich gezogene N und gedrückte T enthält, ist nothwendig, dass der zunächst rechts (gegen B) gelegene Knotenpunkt ein grösseres \mathfrak{M} zeige, als der zunächst links gelegene (vergl. die Regeln in N^0 . 134.).

156. Als Beispiel eines symmetrischen doppelten Fachwerks wählen wir die Brenzbrücke bei Königsbronn, welche im Jahre 1864 auf der Linie Aalen-Heidenheim erbaut wurde. Die Spannweite beträgt 19,25 M. und sind die übrigen Abmessungen für die Construction der Brücke auf Tafel XI. gegeben.

Hienach bestehen die beiden Gurtungen aus je zwei Winkeleisen und aus zwei Flacheisen von $8\frac{1}{2}$ Zoll württembergisch. (24,3 Cent.) Breite und 4 Zoll (11,4 Cent.) Dicke; in denjenigen Fachen, in welchen Stösse der Flacheisen vorkommen, ist je eines der Flacheisen (welches als Stossplatte dient), in Abzug zu bringen (zu vergl. N^0 . 54. und 55.); die Winkeleisen haben an den Stössen besondere Stossplatten erhalten.

Die Gurtungswinkel umfassen polygonale Futterbleche, welche zu Befestigung der Streben und Vertikalen dienen.

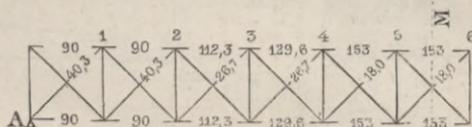
Die Diagonalstreben haben durchaus \perp förmigen Querschnitt, indem etwa die Hälfte der gezogenen Stäbe bei einseitiger Belastung auch auf Druck in Anspruch genommen werden kann; in den Endfeldern sind die \perp Eisen durch aufgenietete Flacheisen verstärkt; letztere sind insoweit gekröpft (d. h. aus der Vertikalebene gerückt), dass die Befestigung der Streben an die genannten Futterbleche mittelst doppelschnittiger Niete geschehen konnte; der letztere Zweck ist bei den übrigen Diagonalen mittelst kurzer Beilagen erreicht.

Die Vertikalständer bestehen aus leichten doppelten Winkeleisen, welche zur Aufnahme der Fahrbahn dienen und das Ge-

wicht der letztern auf beide Gurtungen gleichmässig vertheilen sollen.

Die Fahrbahntafel konnte sehr leicht werden, da die Querdistanz der Hauptträger nur 9' (oder 2,57 M.), der Längenabstand der Querträger nur 6,1' (oder 1,74 M.) beträgt.

Fig. 178.



Die Fig. 178 giebt für sämtliche Fachwerksglieder diejenigen Querschnittsdimensionen an, welche in die Rechnung einzuführen sind, und zwar angegeben in □Centimetern.

157. Die Verkehrsbelastung kann für die vorstehend beschriebene Brücke direct nach den in Tab. XVII^a. gegebenen Angaben bestimmt werden, indem bei den Brücken der württembergischen Staatsbahn die in genannter Tabelle angenommene Güterlokomotive massgebend ist.

Bei einer Spannweite von 19,25^m finden wir aus Tab. XVII^a

$$p = 1450 \text{ k} \qquad k = 4660 \text{ k}$$

$$q = 6110 \text{ k} \qquad k^1 = 6600 \text{ k}$$

$$\frac{k + k^1}{2} = 5630 \text{ k}$$

$$q_0 = p + \frac{k + k^1}{2} = 7080 \text{ k,}$$

woraus die hauptsächlichsten Grössen wie folgt bestimmt werden:
Grösstes Angriffsmoment in der Trägermitte:

$$M \text{ max } \mathfrak{M} = \frac{q l^2}{8} = 282,6 \text{ mts.} \quad \dots \quad \text{I.}$$

Grösste Vertikalkraft am Auflager:

$$M \text{ max } \mathfrak{B} = \frac{q_0 l}{2} = 68,14 \text{ tons} \quad \dots \quad \text{II.}$$

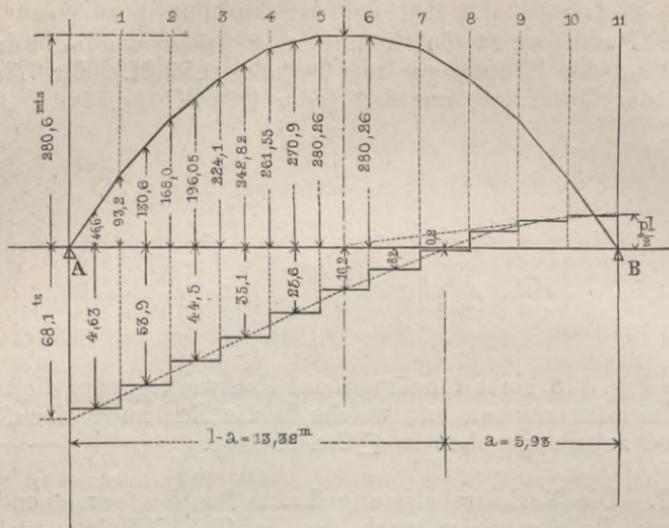
Grösste Vertikalkraft in der Trägermitte:

$$\text{max } \mathfrak{B}_{1/2} = \frac{k^1 l}{8} = 16,156 \text{ tons} \quad \dots \quad \text{III.}$$

Kleinste Vertikalkraft am Auflager:

$$\text{min } \mathfrak{B}_1 = \frac{p l}{2} = 13,95 \text{ tons} \quad \dots \quad \text{IV.}$$

Fig. 179.



Aeusserste Lage des Punktes $\mathfrak{B} = 0$ nach Gleichung 207:

$$a = l \left\{ 0,22 \pm \sqrt{0,22 + 0,22^2} \right\} = 5,93\text{m} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{V.} \\ \text{I.} \end{array} \right.$$

$$l - a = 13,32\text{m}$$

Mittelst vorstehend berechneter Grössen ist die Figur 179) nach Anleitung des in N^o. 144. gegebenen Verfahrens construiert worden und erhalten wir aus genannter Figur 179 nachstehende Werthe:

a) für die grössten Angriffsmomente \mathfrak{M} mit Hilfe von Gleichung 215):

\mathfrak{M}_1	\mathfrak{M}_2	\mathfrak{M}_3	\mathfrak{M}_4	\mathfrak{M}_5	\mathfrak{M}_6
93,2 ^{mts}	168,0	224,1	261,55	280,3	280,3
$\mathfrak{M}_{1/2}$	$\mathfrak{M}_{3/2}$	$\mathfrak{M}_{5/2}$	$\mathfrak{M}_{7/2}$	$\mathfrak{M}_{9/2}$	$\mathfrak{M}_{11/2}$
46,6 ^{mts}	130,6	196,05	242,8	270,9	28,3

b) für die grössten Vertikalkräfte:

\mathfrak{B}_1	\mathfrak{B}_2	\mathfrak{B}_3	\mathfrak{B}_4	\mathfrak{B}_5	\mathfrak{B}_6
63,4 ^{ts}	53,9	44,5	35,1	25,6	16,2.

Vorstehende Werthe in Verbindung mit den Gleichungen 221) — 225) und der Fig. 178, welche letztere die Querschnitt-dimensionen der einzelnen Fachwerksglieder enthält, geben uns in Tabelle XLIX. die grössten Spannungen, beziehungsweise Pres-sungen in den Gurtungen, sowie in den Streben.

Die Gurtungs-Spannungen und Pressungen sind in dieser Tabelle ziemlich niedrig, indem bei der der Ausführung zu Grunde gelegten Rechnung etwas ungünstigere Axendistanzen für die damals noch nicht genau festgestellte Güterlokomotive angenommen worden waren.

Tabelle XLIX.

$$l = 19.25^m \quad \zeta = 1,8^m \quad \sin \varphi = 0,745$$

Index m =	1	2	3	4	5	6
Angriffsmoment $\mathfrak{M}'_{m-1/2}$	23,3 mts	65,3	98,02	121,40	135,45	140,15
$O_m = U_m = \frac{\mathfrak{M}'_{m-1/2}}{\zeta}$	12,94 ts	36,28	54,46	67,45	75,25	77,85
Gurtungsquerschnitt Ω in \square Cent.	90,0	90,0	112,3	129,6	153,0	153,0
\mathfrak{H} od. $\mathfrak{B}_m = \frac{\zeta_m}{\Omega}$ od. $\frac{U_m}{\Omega}$	144	403	482	523	492	509
Vertikalkraft \mathfrak{B}'_m	31,7 ts	26,95	22,25	17,55	12,80	8,05
$N_m = T_m = \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{B}'_m}{\sin \varphi}$	22,42 ts	19,06	15,73	12,41	9,05	5,69
Strebenquerschnitt ω in \square Cent.	40,3	40,3	26,7	26,7	18,0	18,0
\mathfrak{H} oder $\mathfrak{B}_m = \frac{N_m}{\omega}$	556	472	589	465	503	316

Die Querträger sind zwar in der Mitte durch eine Querabsteifung gefasst (vergl. Tafel XI.), doch hat letztere keinen Einfluss auf das grösste Angriffsmoment, welches bei den gegebenen Hebelverhältnissen jedenfalls an den Lastpunkten der Querträger stattfindet und nach Fig. 95 (Fall 12 der Tabelle XXVIII.) durch die Gleichung

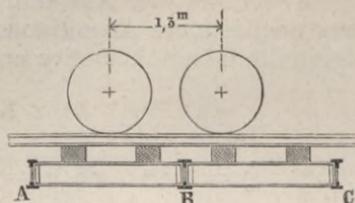
$$\max \mathfrak{M} = P \lambda$$

gegeben ist, wo P das in jedem der Lastpunkte eintretende Gewicht, λ den Abstand der Lastpunkte von den Auflagern bezeichnet.

Die grösste Verkehrsbelastung P_1 beträgt nach umstehender Skizze (Fig. 180) für jeden Lastpunkt:

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) 6000 = 7500 \text{ Kilo,}$$

Fig. 180.



so dass P mit Berücksichtigung des Eigengewichts gleich 7800 K. gesetzt werden darf. — λ findet sich aus Tafel XI. gleich 0,5 m und erhält man hienach:

$$\max \mathfrak{M} = P \lambda = 0,5 \times 7800 = 3800 \text{ KM.}$$

Nach Gleichung 158) ist grösste Gurtungsspannung:

$$\mathfrak{A} = \frac{\max \mathfrak{M}}{\frac{\mathfrak{S}_0^2}{H} (\Omega + \frac{1}{6} \delta \mathfrak{S}_0)}$$

es ist aber:

$$\mathfrak{S}_0 = 26 \text{ Cent.} \quad \frac{\mathfrak{S}_0}{H} = \frac{26}{29} \quad \Omega = 26,0 \text{ Cent.}, \quad \delta = 1 \text{ Cent.},$$

woraus schliesslich:

$$\mathfrak{A} = \frac{3800}{0,91 \times 0,26 \times (26 + 4,33)} = 535 \text{ Kilo}$$

folgt.

Die grösste Belastung der Schwellenträger ist in Fig. 181 dargestellt und erhält man nach dem Hebelgesetz:

$$A = (\frac{3}{4} + \frac{1}{8}) 6000 = 5250 \text{ K.},$$

woraus das Angriffsmoment \mathfrak{M}' an den zunächst A befindlichen Querschnitten gleich $5250 \times 0,43 = 2257,3 \text{ KM.}$ sich ergibt. — Wenn die Spannung nicht über 500 K. betragen soll, so müssen wir in Tabelle XXIX., welche für 600 K. Spannung berechnet ist, ein Angriffsmoment von mindestens $\frac{6}{5} \cdot 2257 = 2708 \text{ KM.}$ Widerstandsmoment aufsuchen, wobei uns noch die Höhe der Schwellenträger mit 26 Cent. gegeben ist. — Die grösste Annäherung wird bei dem in Fig. 104 gezeichneten Querschnitt erreicht, woselbst bei einem Trägergewicht von 50,7 K. per Meter und einer Trägerhöhe von 25,7 C. ein Widerstandsmoment von 3088 KM. verzeichnet ist. — Der in der Ausführung gewählte Querschnitt hat ein dieser Berechnung entsprechendes Gewicht erhalten.

158. Die Eisenconstruktion hat in der Ausführung folgende Gewichte ergeben:

Hauptträger	15270 K	
Hiezu Windkreuze und Absteifung der schiefen Enden	565 K	
		15835 K
Fahrbahn:		
Querträger	3162 K	
Schwellenträger:		
von I Eisen	1910 K	
Blechträger an den Enden	600 K	
Schrauben zur Befestigung der Fahrbahn	253 K	
		5925 K
	Total	21760 K

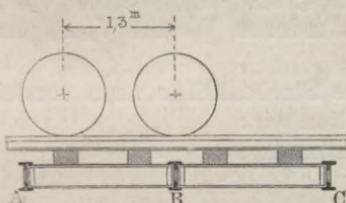
Es ist hienach das Eisengewicht per Meter bei 19,25 m Spannweite:

$$p_i = 42,7 \text{ l} + 308 = 1130 \text{ Kilo} \dots \text{ I.}$$

Für den Oberbau ist entsprechend der Tabelle XXXVI. per Meter 262 K. hinzuzufügen, woraus

$$p = 42,7 \text{ l} + 570 = 1392 \text{ Kilo} \dots \text{ II.}$$

Fig. 181.



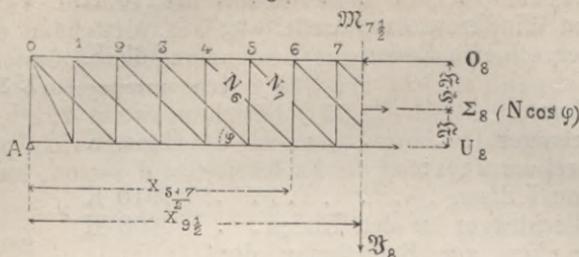
sich ergibt, was mit der obigen Gewichtsannahme gut stimmt, obgleich die Hauptträger, wie schon oben erläutert, etwas stark konstruiert sind.

158. Das mehrfache unsymmetrische System mit horizontalen Gurtungen wird bei Eisenconstructions meist in der Weise angewendet, dass die Diagonalstreben nur auf Zug in Anspruch genommen, also zunächst den Auflagern mit ihren Kopfenden gegen letztere gerichtet sind, wie in Fig. 182 dargestellt ist; die Vertikalen sind hiebei vorzugsweise auf Druck in Anspruch genommen.

Wenn wir die in N^o. **135.** aufgeführten Bezeichnungen beibehalten, so erhalten wir beim n-fachen System nach Anleitung von N^o. **139.** und **140.**:

a) für eine schiefe Strebe, deren beiden Endpunkte mit m und m' bezeichnet sind, nach Gleichung 196):

Fig 182.



$$N_m = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{\sin \varphi} \cdot \mathfrak{B}'_{\frac{1}{2}(m+m')} \dots \dots \dots 226)$$

b) für die Vertikalständer nach Gleichung 197^a):

$$V_m = \frac{1}{n} \cdot \mathfrak{B}'_{\frac{1}{2}(m+m')} - P_{u'm} \dots \dots \dots 227)$$

Nach N^o. 151. erleidet übrigens im Falle der von B bis zur Mitte von $(m + m')$ vorgerückten Last nicht V_m , sondern $V_{m'}$ die grösstmögliche Anstrengung; für diese Vertikale ist alsdann

$$V_m = \frac{1}{n} \mathfrak{B}'_{\frac{1}{2}(m+m')} + P'_{0m'} \dots \dots \dots 227^a)$$

Bei constantem k sind die Werthe $V_{m'}$ grösser als die nach Gleichung 227) gefundenen Werthe V_{m-2} um die Grösse $\frac{1}{4} k d$ (vergl. N^o. 151).

Sind sämtliche Strebenkräfte nach vorstehenden Gleichungen bestimmt, so erhalten wir:

c) für die Gurtungen:

$$O_m = \frac{\mathfrak{M}'_{m-\frac{1}{2}}}{\mathfrak{S}} + \frac{\mathfrak{U}}{\mathfrak{S}} \cdot \Sigma_m (N \cos \varphi) \dots \dots 228)$$

$$U_m = \frac{\mathfrak{M}'_{m-\frac{1}{2}}}{\mathfrak{S}} - \frac{\mathfrak{S} - \mathfrak{U}}{\mathfrak{S}} \Sigma_m (N \cos \varphi) \dots \dots 229)$$

In den Gleichungen 226)–229) ist das in Fig. 182 dargestellte linkseitige freie Ende eines freiliegenden oder continuirlichen Trägers vorausgesetzt; in abweichendem Falle sind die betreffenden Vorzeichen zu berücksichtigen.

Die Gurtungen erleiden ihre grösste Anstrengung, wenn \mathfrak{M} seinen grössten Werth erreicht; es folgt aber aus den Gleichungen 228) und 229), dass man bei Berechnung der Gurtungskräfte die gleichzeitigen Strebenkräfte kennen muss, d. h. es müssen zu diesem Zwecke die Strebenkräfte für den Fall der gleichförmig vertheilten Maximallast berechnet werden.

Für die Streben tritt max \mathfrak{B} dann ein, wenn die Last von B je zur Mitte der betrachteten Strebe vorgerückt ist, in welchem Falle die Vertikalkraft durch max $\mathfrak{B}'_{\frac{1}{2}(m+m')}$ dargestellt ist; wenn z. B. eine Strebe vom Knotenpunkte (7) bis zum Knotenpunkte

(10) reicht, so ist für diese Strebe die grösste Vertikalkraft durch $\max \mathfrak{B}_{\frac{1}{2}} (7+10)$ dargestellt. — Wie vorstehend entwickelt, dient dieselbe Vertikalkraft zur Bestimmung der grössten Kraft in den Vertikalen m und m' , was durch unmittelbare Einsetzung dieser Grösse in Gleichung 227) beziehungsweise 227^a) geschieht.

Die Grösse P_u ist hiebei, wenn wir das Eigengewicht $p = Cl + F$ (siehe Gleichung 213) und die Fachweite $= d$ setzen, ausgedrückt durch:

$$P_u = \left\{ k_m + \frac{Cl}{2} + F \right\} d \dots 230)$$

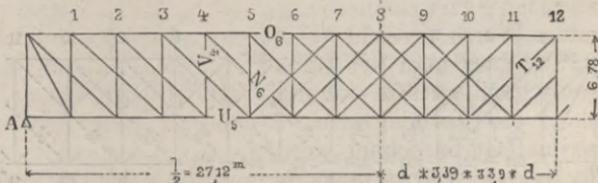
und wird P'_u durch Reduction auf einen Hauptträger hieraus erhalten; bei variabler Fachweite bezeichnet d den mittlern Werth der links und rechts stattfindenden Fachweiten.

159. Als Beispiel eines mehrfachen unsymmetrischen Systems mit horizontalen Trägern wählen wir die Eisenbahnbrücke über die Donau bei Ingolstadt, welche in der Zeitschrift des bayrischen Architekten- und Ingenieurvereins, Jahrgang 1869, veröffentlicht ist.

Diese Brücke hat 3 Oeffnungen von je $52,54^m$ Lichtweite, welche mit freiaufliegenden Trägern von $54,24^m$ Stützweite überspannt sind; Tafel XII. stellt eine dieser Oeffnungen dar; wir ersehen hieraus, dass die theoretische Trägerhöhe, d. h. die Distanz der Gurtungsschwerpunkte $6,78^m$ beträgt, welche Höhe die Anbringung einer zweiten obern Querverbindung gestattete, da die Fahrbahn mit Rücksicht auf das Hochwasser unterhalb angebracht ist.

Die einzelnen Fachwerksglieder sind ganz ähnlich construiert, wie bei der oben beschriebenen Münchner Isarbrücke, wesshalb wir bezüglich der Details der Gurtungen und Vertikalständer auf die Figuren 166, 167 und 169—171, soweit nicht Abweichungen aus Tafel XII. sich ergeben, verweisen. — Die beiden Brücken sind auch insofern zur Vergleichung geeignet, als dieselben nahezu dieselbe Spannweite haben und beide von Klett & Comp. in Nürnberg zur Anfertigung übernommen und unter Direction des Herrn H. Gerber ausgeführt wurden.

Fig. 183.



Der wesentliche Unterschied beider Brücken besteht darin, dass bei der Donaubrücke ein doppeltes System angewendet wurde (s. Fig. 183), welches die Distanz der Knotenpunkte auf die Hälfte

reduzirt; diese Reduction wirkt beim Hauptträger günstig bezüglich der rückwirkenden Festigkeit der obern Gurtung, ungünstig bezüglich des Gewichts der Vertikalständer, welche letzteren beim doppelten System ohne Beeinträchtigung der relativen Festigkeit nicht halb so stark sein können, als beim einfachen.

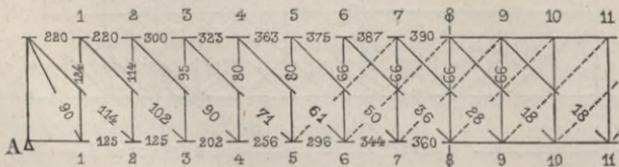
Aehnlich verhält es sich beim Gewichte der Fahrbahn; während nämlich die Schwellenträger beim doppelten System der Donaubrücke entschieden leichter sind, als die 6,275 m langen Schwellenträger der Isarbrücke, so ist anderseits dort das Gewicht der Querträger desshalb grösser, weil die Anzahl der Querträger doppelt, das Gewicht des einzelnen Querträgers aber nicht in demselben Verhältnisse geringer ist.

Eine Vergleichung des Gewichts dieser Brücken ist von um so grösserem Interesse, als beide Brücken in jeder Beziehung sorgfältigst construirt und ganz geeignet sind, der Anwendung der unsymmetrischen Systeme weitere Ausdehnung zu verschaffen. Hiebei können wir jedoch nicht umhin, auf einen wesentlichen Unterschied zwischen dem symmetrischen und unsymmetrischen System aufmerksam zu machen.

Vergleichen wir nämlich das doppelte symmetrische System, Fig. 177 und Gleichungen 221)–225), mit dem doppelten unsymmetrischen System, Fig. 128 und Gleichungen 226)–229), so finden wir, dass bei gleicher Spannweite, gleicher Trägerhöhe und übereinstimmenden Strebenwinkeln die Zahl und Länge sämtlicher schiefen Streben, sowie die in denselben wirkenden Kräfte in beiden Fällen dieselben sind, wie auch die Formeln 223) und 226) (letztere für $n = 2$) dieselbe Stärke der Streben angeben; man erspart also beim symmetrischen System, entsprechende Steifigkeit der Streben gegen Druck vorausgesetzt, den grössten Theil des Gewichts der Vertikalständer, welche letztere bei diesem System bloß zur Uebertragung des halben Fahrbahngewichts dienen, beziehungsweise durch eine demselben Zwecke dienende Verstärkung der schiefen Streben ersetzt sein können.

Es kommt nun lediglich auf die näheren Verhältnisse an, ob dieser entschiedene Vortheil der symmetrischen Systeme nicht etwa durch andere Umstände ganz oder theilweise aufgehoben oder ob

Fig. 184.



er nach Umständen vollständig erhalten werden kann; keinesfalls kann aber a priori dem unsymmetrischen System ein unbedingter, theoretischer Vortheil zugeschrieben werden.

160. Uebergehend zur Berechnung der Ingolstadter Donaubrücke stellen wir zunächst in Fig. 184 die Querschnittsdimensionen sämtlicher Fachwerksglieder zusammen, wie dieselben in der Mittheilung der Zeitschrift des bayrischen Architekten- und Ingenieurvereins gegeben sind.

Ebendasselbst finden wir das Eigengewicht der Brücke zu 3440 K., die variable Last zu 4840 K. per Meter und Geleise angegeben, woraus $q = p + k = 8280$ K. sich ergibt; wir setzen $k_1 = k$ und $q_1 = q$, indem dieselbe Belastungsweise wie in N^o. 152. angenommen wurde. — Aus vorstehenden Gewichtsangaben folgt:

Grösstes Angriffsmoment in der Trägermitte:

$$M \max \mathfrak{M} = \frac{q l^2}{8} = \frac{8280}{8} 54,24^2 = 3040,5 \text{ mts.} \dots \text{ I.}$$

Grösste Vertikalkraft am Auflager:

$$\max \mathfrak{B}_1 = \frac{q l}{2} = 8280 \frac{54,24}{2} = 224,4 \text{ tons} \dots \text{ II.}$$

Grösste Vertikalkraft in der Trägermitte:

$$\max \mathfrak{B}_{1/2} = \frac{k l}{8} = 4840 \cdot \frac{54,24}{8} = 32,8 \text{ tons} \dots \text{ III.}$$

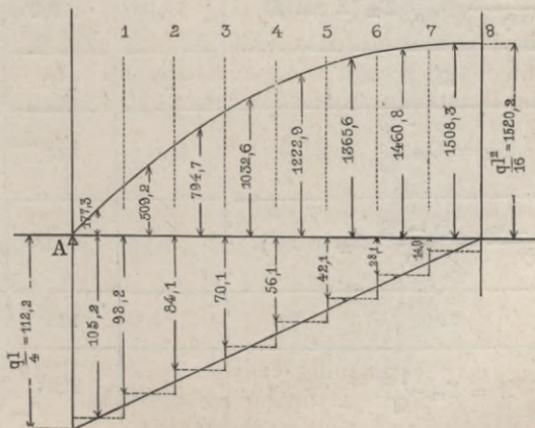
Kleinste Vertikalkraft am Auflager:

$$\min \mathfrak{B}_1 = \frac{p l}{2} = \frac{3440 \cdot 54,24}{2} = 9,32 \text{ tons} \dots \text{ IV.}$$

Aeusserste Lage des Punkts $\mathfrak{B} = 0$:

$$\left. \begin{aligned} a &= 54,24 \left\{ \frac{3440}{7850} \pm \sqrt{0,711 + 0,711^2} \right\} = 21,31 \text{ m} \\ l - a &= 54,24 - 21,31 = 32,93 \text{ m} \end{aligned} \right\} \dots \text{ V.}$$

Fig. 185.



Tabelle

$$q = 8280^k \quad l = 54,24^m$$

Index m =	1	2	3
$\max \mathfrak{B}'_{1/2(m+m')}$	105,2 ^{ts}	98,2	84,1
$\sin \varphi$	0,899	0,707	0,707
$N_m = \frac{1}{2} \mathfrak{B}'_{1/2(m+m')} \frac{1}{\sin \varphi}$	58,5 ^{ts}	69,4	59,5
$\cos \varphi$	0,448	0,707	0,707
$N_m \cos \varphi$	26,3 ^{ts}	49,1	42,05
$\Sigma_m (N \cos \varphi)$	$\frac{26,3}{49,1}$ 75,4	$\frac{49,1}{42,05}$ 91,15	$\frac{42,05}{35,05}$ 77,10
\mathfrak{D}	4,50 ^m	3,27	3,25
$\mathfrak{D} - \mathfrak{D}$	2,28 ^m	3,51	3,53
$\mathfrak{M}'_{m-1/2}$	177,3 ^{mts}	509,2	794,7
$O_m = \frac{\mathfrak{M}'_{m-1/2}}{\mathfrak{D}} + \frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{D}} \Sigma_m (N \cos \varphi)$	76,1 ^{ts}	119,0	154,2
Ω	220	220	300
$\mathfrak{B}_m = O_m \frac{1}{\Omega}$	386 ^k	541	514
$U_m = \frac{\mathfrak{M}'_{m-1/2}}{\mathfrak{D}} - \frac{\mathfrak{D} - \mathfrak{D}}{\mathfrak{D}} \Sigma_m (\cos \varphi)$		27,9 ^{ts}	27,1
Ω		125	125
$\mathfrak{H} = U_m \frac{1}{\Omega}$		223 ^k	616

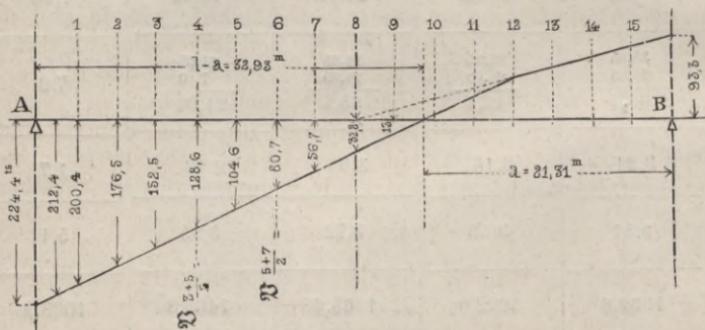
$$L. \quad \mathfrak{S} = 6,78^m$$

4	5	6	7	8
70,1	56,1	42,1	28,1	14,0
0,707	0,707	0,707	0,707	0,707
49,6	39,7	29,8	19,9	9,9
0,707	0,707	0,707	0,707	0,707
35,05	28,05	21,05	14,05	7,00
$\frac{35,05}{28,05}$ 63,1	$\frac{28,05}{21,05}$ 49,1	$\frac{21,05}{14,05}$ 35,1	$\frac{14,05}{7,0}$ 21,05	7,0
3,21	3,15	3,06	2,83	1,7
3,57	3,63	3,72	3,95	5,1
1032,6	1222,9	1365,6	1460,8	1508,3
182,2	203,1	217,2	224,2	224,2
323	363	375	387	390
564	560	579	579	574
119,0	154,0	182,1	203,2	220,7
202	256	296	364	360
589	602	612	591	613

Zur Bestimmung der grössten Gurtungskräfte hat man für jede Fachmitte \mathfrak{M} für die gleichförmig vertheilte Maximallast zu bestimmen, was am bequemsten nach Gleichung 174) geschieht; man bedarf aber nach den Gleichungen 228) und 229) zur Bestimmung der Gurtungskräfte auch die gleichzeitigen Strebenkräfte, welche durch die bei gleichförmiger Maximallast stattfindenden Vertikalkräfte bestimmt werden. Es sind daher in Figur 185 (s. Seite 67) für sämtliche Fachmitten die einzelnen $\max \mathfrak{M}$ und für sämtliche Strebenmitten die gleichzeitigen \mathfrak{B} eingetragen.

Das ganze weitere Rechnungsverfahren ist in Tabelle L. dargestellt, woselbst zunächst die Werthe \mathfrak{M} und \mathfrak{B} aus Figur 185 eingesetzt und sodann die einzelnen Gurtungskräfte nach den Gleichungen 228) und 229) bestimmt sind; indem man sodann die Gurtungsquerschnitte aus Fig. 184 entnommen, erhält man schliesslich die grössten Spannungen und Pressungen mittelst Anwendung der Gleichungen 166) und 167).

Fig. 186.



Zu Bestimmung der Strebenkräfte sind die grössten Vertikalkräfte \mathfrak{B} nothwendig, welche unter Zugrundelegung der oben sub II. — V. aufgeführten hauptsächlichsten Werthe in beistehender Figur 186 verzeichnet sind, Bewegung der Last von B nach A vorausgesetzt. — Es ist hiebei angenommen, dass $\max \mathfrak{B}$ vom Auflager A bis zur Mitte und von da bis zur Abscisse $l - a$ (der äussersten Lage des Punkts $\mathfrak{B} = 0$) je gleichförmig abnimmt, so dass die zwischenliegenden Punkte durch eine einfache arithmetische Proportion sich ergeben. — Für jede Strebe ist nach N^o. 139. das der betreffenden Strebenmitte entsprechende $\max \mathfrak{B}_x$ massgebend und indem wir mit m und m' die beiden Endpunkte der Strebe N_m bezeichnen, so ist für diese letztere die grösste Vertikalkraft durch den Ausdruck $\max \mathfrak{B}_{\frac{1}{2}(m+m')}$ bestimmt (indem die Abscisse der Strebenmitte das arithmetische Mittel aus den Abscissen der beiden Endpunkte ist); die nähere Bestimmung der Strebenkraft geschieht nach Gleichung 226).

Dieselbe Vertikalkraft dient auch mittelst Gleichung 227) zur Bestimmung der Kräfte in den Vertikalen V_m und V_m' , wie des Näheren aus den Gleichungen 227) und 227^a) ersichtlich. — Wegen Bestimmung der Kräfte P_o und P_u ist hier zu bemerken, dass das Eisengewicht der Brücke für die Hauptträger sammt Verspannungen per laufenden Meter 2224^k, für die Fahrbahntafel 685^k beträgt; für den Oberbau und Bedielung ist somit 431^k per Meter gerechnet.

Es sind nun in Tabelle LI. hienach die Kräfte in den schiefen Streben und Vertikalen zusammengestellt und die bezüglichen Querschnitte nach Massgabe von Fig. 184 beigelegt; hieraus ergeben sich durch eine einfache Division die Spannungen \mathfrak{A} und mittleren Pressungen \mathfrak{B}_m . — In den Vertikalen (9) und (10) herrscht bei Belastung bis (8) beziehungsweise (9) Zug, weil $P'u_m$ grösser als die Vertikalkraft \mathfrak{B}'_m ist; weiterhin aber, das heisst in den Vertikalen 11 — 15 herrscht wieder Druck, indem jenseits der Abscisse 1—a die Strebenrichtung sich ändert und negative V nunmehr Druck bedeuten.

Wir entnehmen den Tabellen L. und LI., dass die grösste Spannung \mathfrak{A} in den schiefen Streben sowohl, wie in den untern Gurtungen je durchschnittlich 600 K. beträgt, während die obere gedrückte Gurtung mit 570 K., die Vertikalständer in den äussern Fachen mit 350 Kilo in Anspruch genommen sind. Es ist letzteres ganz in Uebereinstimmung mit den Bemerkungen in N^o. 159., woselbst aufmerksam gemacht ist, dass die kleinere Entfernung der Knotenpunkte (gegenüber dem einfachen System) bei den obern Gurtungen vortheilhaft sei (weil das Verhältniss $\frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}}$ nur wenig von der Einheit abweicht), während die Vertikalständer in Bezug auf relative Festigkeit ungünstiger sich verhalten und bei ihrer grösseren Anzahl um so mehr Material erfordern.

Wie schon in N^o. 159. angedeutet, sind die Münchner Isarbrücke und die Ingolstadter Donaubrücke per Längeneinheit ziemlich gleich schwer geworden, und zwar ist letztere etwa in dem Maasse schwerer, als die Spannweite grösser ist.

Bei Berechnung der Brücke wurde nach der in N^o. 154. dargelegten Weise eine ideelle Maximalspannung von 1200 K. zu Grunde gelegt (indem bei den Hauptträgern das Eigengewicht 1,2mal, die variable Last 2,5mal gerechnet wurde); nach der Beschreibung in der Zeitschrift des bayrischen Architekten- und Ingenieurvereins soll die grösste Spannung bei einfach variabler Last 613 Kilo pro □Cent. betragen, was mit den Resultaten unserer Tabelle L. vollständig übereinstimmt.

Tabelle

$l = 54,24 \quad p = Cl + F = 41 \cdot l + 1216 = 3440^k$

Index m oder m' =	1	2	3	4
$\max \mathfrak{B}_{\frac{1}{2}(m+m')}$ Nach Fig. 185.	212,4 ^{ts}	200,4	176,5	152,5
$\sin \varphi_m$	0,899	0,707	0,707	0,707
$N_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sin \varphi_m} \mathfrak{B}'_{\frac{1}{2}(m+m')}$ Nach Gleichung 226).	59,05 ^{ts}	70,85	62,40	53,93
ω_m in \square Cent.	90	114	102	90
$\mathfrak{U} = N_m \frac{1}{\omega}$	656	622	611	599
$Pu_m = \left(k + \frac{Cl}{2} + F\right) d$ Nach Gleichung 230).	18105 ^k	24300	24300	24300
$V_m = \frac{1}{2} \mathfrak{B}'_{\frac{1}{2}(m+m')} - P'_{um}$ Nach Gleichung 227).	$\frac{53100}{-9050}$ 44050	$\frac{50200}{-12150}$ 38050	$\frac{83125}{-12150}$ 31975	$\frac{38125}{-12150}$ 25975
$P_{0m'} = \frac{Cl}{2} d$	2827	3770	3770	3770
$V_{m'} = \frac{1}{2} \mathfrak{B}'_{\frac{1}{2}(m+m')} + P'_{0m'}$	$\frac{44125}{1413}$ 45532	$\frac{38125}{1885}$ 40010	$\frac{32100}{1885}$ 33985	$\frac{26150}{1885}$ 28035
$\omega_{m'}$	124	114	95	80
$\mathfrak{B}_m = V_{m'} \frac{1}{\omega}$	367	351	358	350

LI.

$k = 4840^k \quad q = p + k = 8280^k \quad d = 3,39^m$

5	6	7	8	9	10	Bemerkungen.
128,4	104,6	80,7	56,7	32,8	13,0	Die Werthe $V_{m'}$ sind durchweg grösser als die Werthe V_m , welche in dieser Tabelle für dieselbe Belastung, nämlich für eine von B bis $\frac{1}{2}(m+m')$ sich erstreckende Ueberlast berechnet sind.
0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	
45,40	37,0	28,5	20,05	16,60	4,60	
71	61	50	36	28	18	Die Werthe $V_{m'}$ sind grösser als die Werthe V_m um die Grösse $\frac{1}{2} (\frac{1}{4} k d)$, wie in No. 151. erläutert.
639	606	571	557	414	255	
24300	24300	24300	24300	24300	24300	
$\frac{32100}{-17150}$ 19950	$\frac{26150}{-12150}$ 14000	$\frac{20175}{-12150}$ 8025	$\frac{14175}{-12150}$ 2025	$\frac{8200}{-12150}$ -3940	$\frac{3250}{-12150}$ -8890	
3770	3770	3770	3770	3770	3770	
$\frac{20175}{1885}$ 22060	$\frac{14175}{1885}$ 16060	$\frac{8200}{1885}$ 10085	$\frac{3250}{1885}$ 5135	$\frac{1400}{1885}$ 3285	$\frac{6110}{1885}$ 8995	
80	66	66	66	66	66	
276	242	152	78	-	-	

§. 17. Die parabolischen Träger.

161. Wenn man sich bei Bestimmung der Gurtungsform die Bedingung stellt, dass im Falle der gleichförmig vertheilten Maximallast die Kräfte in den schiefen Streben gleich Null sein sollen, so dass die vertikalen Componenten der Gurtungskräfte die ganze Vertikalkraft aufnehmen müssen, so folgt aus den Gleichungen 182) beziehungsweise 188):

$$\frac{M_{m+1}}{\xi_{m+1}} = \frac{M_m}{\xi_m} = \frac{M_{m-1}}{\xi_{m-1}} \dots \frac{M_x}{\xi_x} = R \dots 231)$$

wo M_x das Angriffsmoment und ξ_x die Distanz der Gurtungsschwerpunkte im Abstände x bezeichnen, während R eine constante Grösse, d. h. die auf die ganze Trägerlänge constante horizontale Componente der Gurtungskraft darstellt.

Es folgt aus dem Vorhergehenden unmittelbar, dass parabolische Träger stets frei aufliegende Träger sind, deren M und ξ in N^o. 59.—63. entwickelt wurden. Wenn wir für M_x seinen Werth aus Gleichung 93^a, beziehungsweise 91^a einsetzen, ergibt sich durch Wertheinsetzung in Gleichung 230):

$$R = \frac{1}{\xi_x} \cdot \frac{q x}{2} (1 - x) \dots 232)$$

wo q die Totalbelastung pro Längeneinheit und l die Spannweite (Stützweite) bezeichnet.

Nennen wir ferner f die Distanz der Gurtungsschwerpunkte in der Trägermitte, so folgt aus Gleichung 231) für $x = \frac{1}{2} l$:

$$R = \frac{q l^2}{8 f} \dots 232^a)$$

und hieraus für eine beliebige Abscisse x :

$$\xi_x = 4 f \frac{x(1-x)}{l^2} \dots 233)$$

Anmerk. Da bei Fachwerken die Gurtungen zwischen den Knotenpunkten gerade sind, so ist bei ungerader Facheintheilung f nicht unmittelbar gegeben; bezeichnen wir alsdann mit f_1 die Gurtungsdistanz im Abstand $\frac{d}{2}$ von der Trägermitte, so ist:

$$\frac{q l^2}{4 f} = q \frac{l^2 - d^2}{4 f_1}$$

und ist letzterer Werth in den Gleichungen 232^a) und 233) einzusetzen.

Trägt man die einzelnen Werthe ξ_x als Ordinaten der Abscissen x auf, so erhält man als Kurve der ξ_x eine Parabel und werden daher Träger, deren aufeinanderfolgende Gurtungsdistanzen durch Gleichung 233) gegeben sind, parabolische Träger genannt.

Durch die Formeln 231)—233) ist die Gestalt der Gurtungen noch nicht vollständig gegeben; man kann nämlich stets eine der

beiden Gurtungen noch ganz willkürlich wählen, muss aber dann die andere Gurtung entsprechend der Gleichung 233) nehmen; ist eine der Gurtungen eine Gerade oder eine Parabel von senkrechter Axrichtung, so muss nothwendigerweise auch die andere Gurtung eine Parabel (oder nach Umständen eine Gerade) sein.

Die parabolischen Träger haben in der Regel eine, manchmal auch beide Gurtungen nach Form einer Parabel gekrümmt.

Die Kräfte in den Gurtungen sind im Falle der gleichförmigen Maximallast am grössten; für diesen Fall ist bei parabolischen Trägern, wie schon bemerkt, die horizontale Composante sämtlicher Gurtungskräfte constant und durch die in Gleichung 232) bestimmte Grösse R gegeben; es folgt hieraus, indem mit R' und \mathfrak{M}' die auf einen Hauptträger reduzirten R und \mathfrak{M} bezeichnet werden:

Grösste Kraft in der obern Gurtung:

$$\max O_m = \frac{R^1}{\cos \beta_m} = \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}_x} \cdot \frac{1}{\cos \beta_m} \dots \dots \dots 234)$$

Grösster Druck in der obern Gurtung:

$$\mathfrak{B}_m = \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{R'}{\cos \beta_m} \dots \dots \dots 235)$$

Ferner grösste Kraft in der untern Gurtung:

$$\max U_m = \frac{R^1}{\cos \gamma_m} = \frac{1}{\cos \gamma_m} \cdot \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}_x} \dots \dots \dots 236)$$

Grösste Spannung in der untern Gurtung:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{R'}{\cos \gamma_m} \dots \dots \dots 237)$$

Die Gurtungswinkel β und γ nehmen bei gekrümmten Gurtungen gegen die Auflager hin an Werth zu und finden zunächst den letzteren die grössten Gurtungskräfte statt; ist beim parabolischen Träger eine der Gurtungen gerade, so bleibt in derselben die Gurtungskraft im Falle der gleichmässig vertheilten Belastung auf die ganze Trägerlänge constant.

162. Die vorstehend bestimmten Gurtungskräfte sind ganz unabhängig von der Wahl des Streben-systems; die Strebenkräfte, welche nur bei einseitiger Belastung in Wirkung kommen, werden beim einfach symmetrischen System nach Gleichung 182), beim einfach unsymmetrischen System nach Gleichung 188), beim mehrfachen System nach Gleichung 194) bestimmt; die Vertikalstände unsymmetrischer Systeme nach den Gleichungen 192)—194*), beziehungsweise 197) und 197*). — Für jede Art der Belastung können hienach die Strebenkräfte durch Anwendung der bezüglichen allgemeinen Formeln gefunden werden.

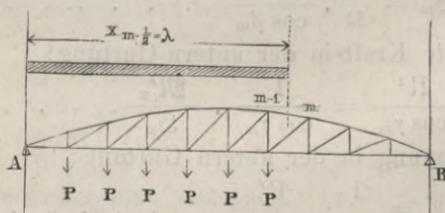
Um hiebei nicht eine sozusagen unbeschränkte Anzahl von Belastungsarten in Rechnung nehmen zu müssen, wird man in

möglichst allgemeiner Weise diejenige Stellung der Ueberlast bestimmen müssen, für welche die Strebenkraft ihren grössten Werth erreicht, und ist denn auch wiederholt bewiesen worden, dass die schiefen Streben (Diagonalen) parabolischer Träger dann am meisten in Anspruch genommen sind, wenn vom Auflager bis zu der betrachteten Strebe sämtliche Knotenpunkte mit der Maximallast, die übrigen Knotenpunkte (beginnend mit dem jenseitigen Endpunkt der betrachteten Strebe) nur mit dem Eigengewicht behaftet sind; in diesem Falle findet in dem durch die betrachtete Strebe gegebenen Felde die grösste Vertikalkraft statt.

Ueber diejenige Belastung, welche die Vertikalständer am meisten in Anspruch nimmt, sind in N^o. 151. die bezüglichen Regeln gegeben.

Es ist in Fig. 187 diejenige Belastung dargestellt, durch welche die Diagonalstreben, sowie die links, beziehungsweise rechts befindlichen Vertikalständer am meisten in Anspruch genommen

Fig. 187.



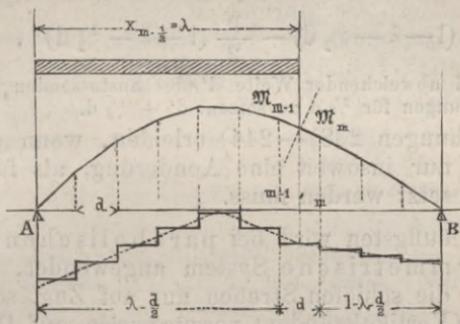
werden; eine gleichförmig vertheilte Last erfüllt diese Bedingung dann genau, wenn sie bis zur Mitte der betrachteten Strebe vorge-rückt ist, während das im halbelasteten Felde befindliche variable Gewicht im letzten der belasteten Knotenpunkte concentrirt ge-dacht wird. — Letztere Voraussetzung ist aber überhaupt noth-wendig, wenn Fig. 130^b und Fig. 137, sowie die Gleichungen 176^a) und 178^a) ganz correct sein sollen, wie schon in N^o. 127. erläu-tert ist.

Da zur Bestimmung der Strebenkräfte gekrümmter Träger gemäss den oben citirten Gleichungen je mehrere gleichzeitige Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} nothwendig sind, so ist sehr wichtig, dass für die der grössten Strebenkraft entsprechende Stellung der va-riablen Last die betreffenden gleichzeitigen Werthe \mathfrak{M} und \mathfrak{B} sich schnell auffinden lassen. — Es geschieht diess, wie in N^o. 128. mittelst der Gleichungen 175) und 176^a)—179^a), wobei zum bes-sern Verständniss und zur näheren Erläuterung der angewendeten Bezeichnungen in umstehender Fig. 188 die der fraglichen Be-lastung entsprechenden Kurven \mathfrak{M} und \mathfrak{B} gezeichnet sind. — In-dem wir $x_{m-1/2} = \lambda$ setzen und die Fachweite d einführen, so

nehmen die Gleichungen 175) und 176^a)—179^a) folgende bestimmte Gestalt an:

Man erhält für Bewegung der Last von A bis zur Mitte des Faches (m - 1) m:

Fig. 188.



$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{pl}{2} + \lambda k \frac{2l - \lambda}{2l} \\ B &= \frac{pl}{2} + \lambda k \frac{\lambda}{2l} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 238)$$

Grösste Vertikalkraft nach Gleichung 176):

$$\max \mathfrak{B}_m = A - q\lambda \dots \dots \dots 239)$$

Anmerk. Wie in N^o. 127. angegeben, giebt Gleichung 239) die grösste Vertikalkraft im Fachwerk nur dann genau an, wenn man sich die im halbbelasteten Felde wirkende Last im letzten der belasteten Knotenpunkte concentrirt denkt, was eine Modification in den Auflagerdrücken zur Folge hat, indem die Gleichungen 238) in folgende Form übergehen:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{pl}{2} + \lambda k \frac{U - \lambda}{2l} + \frac{d^2 k}{8l} \\ B &= \frac{pl}{2} + \lambda k \frac{\lambda}{U} - \frac{d^2 k}{8l} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 238^a)$$

Die gegenüber Gleichung 238) stattfindende Differenz ist für die Vertikalkräfte von verhältnissmässig kleinem Betrage, setzt sich aber auf die ganze Brückenlänge fort, so dass in der Brückenmitte $\max \mathfrak{B}_m$ nicht mehr $\frac{kl}{8}$, sondern $\frac{kl}{8} \times \left(1 - \frac{d^2}{l^2}\right)$ beträgt; die Momente \mathfrak{M} werden durch diese Correction beim Einrücken der Belastung in die ersten Brückenfelder wesentlich beeinflusst, was bei zunehmender Länge nur in geringem Maasse der Fall ist.

Die Angriffsmomente, welche gleichzeitig mit $\max \mathfrak{B}_m$ stattfinden, werden nach den Gleichungen 176^a) und 179^a) bestimmt:

$$\mathfrak{M}_m = A (\lambda - \frac{1}{2} d) = \frac{q}{2} (\lambda - \frac{1}{2} d)^2 \dots \dots \dots 240)$$

$$\mathfrak{M}_{m-1} = B (l - \lambda - \frac{1}{2} d) - \frac{P}{2} (l - \lambda - \frac{1}{2} d)^2 \dots \dots \dots 241)$$

Ebenso können auch die gleichzeitigen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} für andere Fache bestimmt werden, indem wir beispielsweise, gleiche Fachweite vorausgesetzt, erhalten:

$$\mathfrak{B}_{m-1} = A - q (\lambda - d) \dots \dots \dots 242)$$

$$\mathfrak{M}_{m-2} = A (\lambda - \frac{3}{2} d) - \frac{q}{2} (\lambda - \frac{3}{2} d)^2 \dots \dots 243)$$

$$\mathfrak{M}_{m+1} = B (1 - \lambda - \frac{3}{2} d) - \frac{P}{2} (1 - \lambda - \frac{3}{2} d)^2 \dots \dots 244)$$

Anmerk. Bei abweichender Weite d' des anstossenden Faches wäre in vorstehenden Gleichungen für $\frac{3}{2} d$ zu setzen: $d' + \frac{1}{2} d$.

Diese Gleichungen (238)–(244) erleiden, wenn die Last von B nach A geht, nur insoweit eine Aenderung, als für A stets B, für B stets A gesetzt werden muss.

163. Am häufigsten wird bei parabolischen Trägern das einfache unsymmetrische System angewendet, und zwar in der Weise, dass die schiefen Streben nur auf Zug, somit die vertikalen Streben (Vertikalständer) vorzugsweise auf Druck in Anspruch genommen sind; die Diagonalen sind hiebei in allen Fächern mit Ausnahme der dreieckigen Endfelder, doppelt vorhanden, wobei in Folge wechselnder Belastung die eine oder die andere dieser beiden Diagonalen in Wirkung ist.

Für dieses System sind die Gurtungskräfte in ganz allgemeiner Weise durch Gleichung 185) oder 186) bestimmt; indem hiebei die Fusspunkte der gezogenen Diagonalen stets gegen die Vertikale $\max \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}}$ gerichtet sein müssen, ist stets leicht zu erheben, welche der beiden genannten Gleichungen anzuwenden ist.

Bei rein parabolischen Trägern ist für den Fall der gleichförmigen Maximalbelastung $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}}$ für alle Vertikalen constant, und werden ebendamt die beiden Gleichungen 185) und 186) identisch; hieraus folgt, wie schon oben als gemeinsame Eigenschaft sämmtlicher Parabelträger entwickelt wurde, durch Wertheinsetzung aus Gleichung 230) und 232)

$$O_m \cos \beta = U_m \cos \gamma = R' \dots \dots \dots 245)$$

Die Kräfte in den schiefen Streben (Diagonalen), welche bei parabolischen Trägern, wie bemerkt, nur bei einseitiger Belastung auftreten, sind beim einfachen System stets durch die Gleichung ausgedrückt:

$$N_m \cos \varphi = \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} - \frac{\mathfrak{M}'_{m-1}}{\mathfrak{S}_{m-1}} \dots \dots \dots 246)$$

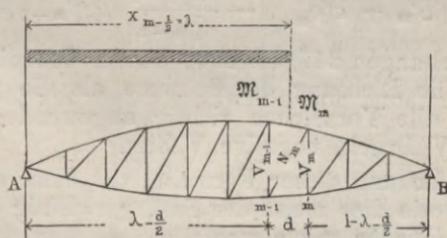
wobei jedoch noch eine nähere Bestimmung erforderlich ist, welche der beiden im Fache $(m - 1)m$ befindlichen Streben bei der betrachteten Belastung in Wirkung ist; diese Bestimmung ist gegeben durch die Regel, wonach der Fusspunkt jeder gezogenen

Strebe gegen die Vertikale $\max \frac{M}{S}$, somit in jedem Felde gegen den grösseren der beiden Werthe $\frac{M}{S}$ gerichtet ist.

Bei den parabolischen Trägern findet (wie man sich durch eine einfache Rechnung überzeugen kann) bei stetig vorschreitender gleichförmiger Belastung $\max \frac{M}{S}$ stets im belasteten Theile statt und — was für die Bestimmung der Kräfte in den Vertikalen von Wichtigkeit ist — auch nicht im letzten der belasteten Punkte, sondern stets näher dem betrachteten Auflager.

Der Fusspunkt derjenigen Strebe N_m , bis zu welcher die Last vorgerückt ist, befindet sich daher (weil bei dem betrachteten System die Diagonalstreben stets auf Zug in Anspruch genommen sind), stets auf derjenigen Seite, von welcher die Last eingerückt ist, wie solches in Figur 189 dargestellt ist.

Fig. 189.



Zur Bestimmung der Kräfte in den Vertikalen ist vorherige Kenntniss der Strebenrichtung nothwendig und zwar für beide angrenzende Felder; nach vorstehenden Erläuterungen ist nun der Punkt $\max \frac{M}{S}$ stets im belasteten Theil der Brücke und soweit von der Spitze der Ueberlast entfernt, dass nicht nur im Fache $(m - 1) m$, bis zu welchem die Last vorgerückt ist, sondern auch im vorhergehenden Fache die Fusspunkte der (gezogenen) Streben gegen die belastete Seite gerichtet sind, was in gleicher Weise für alle Felder im unbelasteten Theile der Brücke gilt; es ist daher bei den Vertikalen m und $(m - 1)$ stets Gleichung 192) oder 193) anzuwenden, und zwar erstere stets, wenn die Last von A, letztere wenn sie von B einrückt.

Wenn wir das Feld $(m - 1) m$, in dessen Mitte die Last vorgerückt ist, und die beiden, dieses Feld begrenzenden Vertikalen V_{m-1} und V_m ins Auge fassen, so ist nach den Erläuterungen in N^o 151. bei oben aufliegender Fahrbahn stets die letzte der belasteten Vertikalen, bei unten aufliegender Fahrbahn stets

die erste der unbelasteten Vertikalen je mit ihrer Maximalanstrengung behaftet, und kann man daher für unsymmetrische Systeme mit gezogenen Diagonalen zur Berechnung der Kräfte in den Vertikalen folgende Regeln geben:

1) Bei oben aufliegender Fahrbahn findet statt,

a) wenn die Last von A bis $m - \frac{1}{2}$ gerückt ist:

$$\max V_{m-1} = \mathfrak{B}'_m - P'_{u_{m-1}} + \frac{\mathfrak{M}'_{m-1}}{\mathfrak{S}_{m-1}} (\operatorname{tg} \beta_m + \operatorname{tg} \gamma_{m-1}) \quad 247)$$

b) wenn die Last von B bis $m - \frac{1}{2}$ gerückt ist:

$$\max V_m = -\mathfrak{B}'_m - P_{u_m} - \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \gamma_{m+1}) \quad 248)$$

2) Bei unterhalb angebrachter Last findet statt,

a) wenn die Last von Last von A bis $m - \frac{1}{2}$ gerückt ist.

$$\max V_m = \mathfrak{B}'_m + P'_{o_m} + \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} (\operatorname{tg} \beta_{m-1} - \operatorname{tg} \gamma_m) \quad 249)$$

b) wenn die Last von B bis $m - \frac{1}{2}$ gerückt ist:

$$\max V_{m-1} = -\mathfrak{B}'_m + P'_{o_{m-1}} - \frac{\mathfrak{M}'_{m-1}}{\mathfrak{S}_{m-1}} (\operatorname{tg} \beta_{m-1} + \operatorname{tg} \gamma_m) \quad 250)$$

In den Gleichungen 247) bis 250) ist der Coordinatenursprung in A und die Richtung der Schwere als die positive angenommen; wenn alle Vorzeichen richtig angewendet werden, bedeuten positive V Druck, negative V Zug.

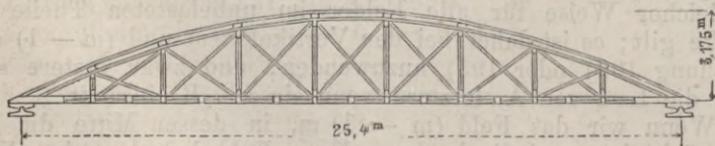
Eine Vereinfachung dieser Formeln tritt dann ein, wenn die untere Gurtung, wie dies meist der Fall, geradlinig horizontal ist, wo alsdann die Glieder mit γ wegfallen. — Man kann übrigens in diesen Fällen (wenn die untere Gurtung horizontal ist) V auch nach der Gleichung bestimmen:

$$V_m \text{ oder } V_{m-1} = N_m \sin \varphi - P'_u \quad 251)$$

wo stets die am Fusspunkt der Strebe N_n befindliche Vertikale gemeint ist, deren unterer Knotenpunkt mit P'_u belastet ist.

164. Eine der ersten Anwendungen parabolischer Träger in Deutschland zeigt die Brahebrücke bei Czerk, an der Thorn-

Fig. 190.



Bromberger Bahn, deren Eisenconstruction von Herrn J. W. Schwedler projectirt und in der „Zeitschrift für Bauwesen von Erbkam, Jahrgang 1861“, veröffentlicht wurde.

Die Brücke ist für ein einziges Geleise construirt und hat 81' preussisch oder 25,4_m Spannweite (Stützweite), welche in 9 Fache von je 2,82^m Weite abgetheilt ist. Das Eigengewicht beträgt per laufenden Fuss 1000 alte Pfund oder 1490 Kilo per Meter und zwar ist annähernd $p = 750 + 26,3 l$, wo $F = 750 k$. das Gewicht der Fahrbahn per Meter bedeutet; die grösste variable Last k wurde zu 3000 Pfund per laufenden Fuss oder 4470 Kilo per Meter gerechnet, welche Last auch für die einseitige Belastung beibehalten wurde. Die grösste Spannung wurde zu 10000 alte Pfund per □" oder 684 Kilo per Quadratcentimeter angenommen.

Die Berechnung der Gurtungsstärke geschah entsprechend unsern Formeln 234, beziehungsweise 236, indem in letzterer Gleichung durchaus $\cos \gamma = 1$ zu setzen ist; es wurde auch in der obern Gurtung ein gleichmässiger Querschnitt beibehalten, indem in der Trägermitte die Gurtungskraft nur circa 10 % geringer ist; es wurden in der obern Gurtung 118 Quadratcentimeter, in der untern Gurtung 108 Quadratcentimeter nutzbarer Querschnitt angenommen (wobei die Nietlöcher in Abzug gebracht sind).

Für Berechnung der Diagonalen hat Herr Schwedler eine sehr einfache Formel entwickelt, welche unter Beibehaltung der von uns gewählten Bezeichnungen sich ausspricht:

$$\max N_m = \frac{1}{\cos \varphi} \cdot \frac{kdl}{8f} \dots \dots 252)$$

welche Gleichung auch richtig sein muss, wenn ein mit der Länge der Ueberlast wechselndes k genommen wird; da im vorliegenden Falle $f = \frac{1}{8} l$ war, so vereinfachte obige Gleichung sich weiterhin:

$$\max N_m = \frac{1}{\cos \varphi} \cdot kd \dots \dots 252^a)$$

Nach den Gleichungen 252) beziehungsweise 252^a) nimmt unter der Voraussetzung eines constanten k die Kraft in den Diagonalen von dem Ende gegen die Mitte, wo $\frac{1}{\cos \varphi}$ seinen grössten Werth hat, stetig zu, und zwar beim vorliegenden Beispiel im Verhältnisse von 1,09 bis zu 1,5.— Wenn man jedoch mit Rücksicht auf einseitige Belastung k_m ähnlich der in Figur 134 gegebenen Darstellung wechselnd annimmt, so sind von A ausgehend die mit ihrem Fusspunkte gegen A gerichteten Streben zwischen A und der Brückenmitte ziemlich gleich angegriffen, am Beginn der Bewegung sogar noch grösser als in der Mitte; in der zweiten Brückenhälfte nimmt die Anstrengung der Diagonalen stetig bis zum Auflager B ab.

In der Ausführung wurden alle Diagonalen gleich stark gehalten, was den Eigenschaften des Parabelträgers nach Vorstehendem ziemlich entsprechend ist.

Bei der Berechnung der Vertikalen ist die obige Gleichung 251) angewendet worden. Es ist hiebei für P_n kein Abzug gemacht worden, was insoweit begründet ist, als die Querträger nicht in den Knotenpunkten selbst, sondern etwas oberhalb befestigt sind; es ist hier wie in allen Fällen, wo die Last zwischen den Knotenpunkten eintritt, die Kraft in den Vertikalen eine verschiedene, d. h. es sind die Vertikalen unterhalb der Fahrbahnbefestigung mehr in Anspruch genommen als oberhalb. Da hier das stärker gepresste Stück sehr kurz ist, so darf für dasselbe $\mathfrak{B}_m = \mathfrak{B}$ angenommen werden, während für das längere Stück $\mathfrak{B}_m = \left(1 + K \frac{\omega L^2}{\theta}\right) \mathfrak{B}$ zu setzen wäre; es soll aber noch bemerkt werden, dass nach N^o. 151. die Kraft im oberen Theile der Vertikalen dann am grössten ist, wenn die Last bis zur Mitte des unmittelbar vorhergehenden Feldes vorgerückt ist, so dass also die erste der unbelasteten Vertikalen jeweils ihre Maximalanstrengung zu erleiden hat. (Gl. 249) und 250) zu vergleichen.)

165. Ueber die Befestigung der schiefen Streben sagt Herr Schwedler:

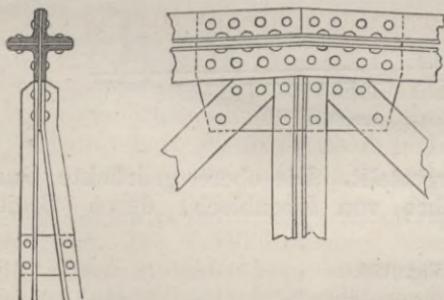
„Die Spannung der Diagonalen ändert sich bei der Passage eines Zuges bis auf Null, so dass immer abwechselnd die eine oder andere Diagonale ohne Spannung ist. Die dieser Spannungsänderung entsprechende elastische Längenänderung der Diagonalen beträgt, mit Rücksicht auf ihren wirklichen Querschnitt $\frac{1}{6000}$ der Länge oder $\frac{1}{3}$ Linie (0,7^{mm}); die dem entsprechende Verschiebung des Vierecks bewirkt eine relative Hebung oder Senkung der Hauptverbindungsbolzen des Systems von circa 1 Linie (2^{mm}), wobei vorausgesetzt ist, dass die Diagonalen bei leerer oder ganz belasteter Brücke wenigstens die Spannung Null haben. Eine vorherige Einspannung der Diagonalen kann jene Bewegung nicht mindern, sondern nur die Maximalspannung erhöhen. Sind indessen die Diagonalen nicht so straff eingesetzt, dass sie bei der geringsten Formänderung des Systems in Spannung gerathen, so wird jene relative Bewegung um so viel vermehrt als nöthig ist, um die Spannung anfangen zu lassen. Da die grössere Maximalspannung weniger schädlich ist, als die grössere Beweglichkeit des Systems, so ist vorgezogen, die Nietlöcher bei einer Anspannung der Stäbe von 5—10 Centner nachzubohren und mit Nieten zu versehen.“

Zu dieser Darstellung ist hinzuzufügen, dass die Verbindung der Gurtungen mit den Diagonalen und Streben je mittelst eines 2 Zoll (52^{mm}) starken Bolzen geschah, so dass ein genauer geometrischer Zusammenhang besonders wichtig war. Uebrigens ist die Maximalanstrengung der Diagonalen im Falle vollständiger Entlastung der

Gegenstreben lediglich durch den Werth $\left(\frac{M_m}{S_m} - \frac{M_{m-1}}{S_{m-1}} \right) \frac{1}{\cos \varphi}$ gegeben; eine grössere Maximalanstrengung der Hauptdiagonalen könnte nur dann stattfinden, wenn auch in der Gegenstrebe noch eine Kraft wirkte, d. h. wenn die ursprüngliche Anspannung des Systems so gross war, dass sämtliche Diagonalen stets gespannt bleiben. (Zu vergl. N^o 137.)

166. Herr J. W. Schwedler hat in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen, Jahrgang 1868, den Entwurf einer Parabelbrücke publizirt, welche für die kleinen Oeffnungen der Elbbrücke bei Meissen bestimmt war, aber an einem andern Orte zur Ausführung kam; die Spannweite beträgt 69' preussisch oder 21,6^m, welche Weite in 6 Fache von 9' (2,82^m) und 2 Endfelder von 7,5' (2,35^m) abgetheilt ist.

Fig. 192.



Die Gurtungen, deren Querschnitt in beistehender Figur 192 skizzirt ist, bestehen je aus 4 Winkeleisen von je 4 Zoll (104^{mm}) Schenkellänge und $\frac{1}{2}$ Zoll (13^{mm}) Stärke und sind nach einem Polygon gebogen; ihre Verbindung mit den Vertikalen u. Diagonalstreben ist gleichfalls aus Figur 192 ersichtlich. Die Stossplatten in den Knotenpunkten, sowohl horizontale als vertikale, sind

$\frac{1}{2}$ Zoll oder 13^{mm} stark, an den Knotenpunkten sind je zwei einander diagonal gegenüberstehende Winkeleisen gestossen, während die beiden andern durchgehen; hiedurch ist ermöglicht, dass der volle Querschnitt der Winkeleisen durch möglichst gleichmässig in Anspruch genommene Futterbleche (welche theilweise auch zur Befestigung der Diagonalen dienen) ersetzt werden konnte.

Das Eisengewicht dieser Brücke ist auf circa 390 Centner oder 19500 Kilo veranschlagt, wovon circa 140 Centner oder 7000 Kilo auf die Fahrbahn kommen; bei einer Spannweite von 21,6^m beträgt daher das per laufenden Meter ausgedrückte Eisengewicht

$$p' = 325 + 271 = 900 \text{ Kilo.}$$

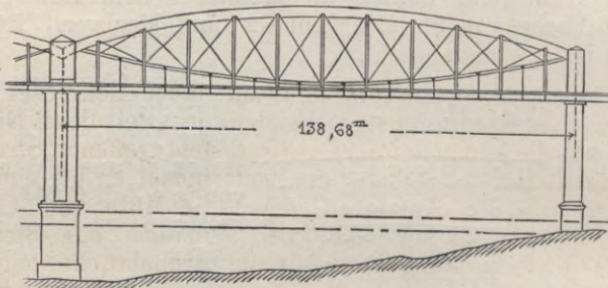
Hiebei soll die grösste Spannung jedenfalls unter 10000 Pfund per Quadratzoll sein, was circa 700 Kilo per Quadratcentimeter ergibt. Die variable Last wurde zu 3400 Pfund per Fuss oder 5440 Kilo per Meter gerechnet.

Bei vorstehenden Angaben über Eigengewicht und Belastung ist vorausgesetzt, dass die Gewichtsangaben in der „Zeitschrift für

Bauwesen“ sich auf Zollfund beziehen; sollten alte Pfunde gemeint sein, so müssten sämtliche nach Kilogrammen angegebenen Gewichtsangaben im Verhältniss von 0,92 kleiner gesetzt werden.

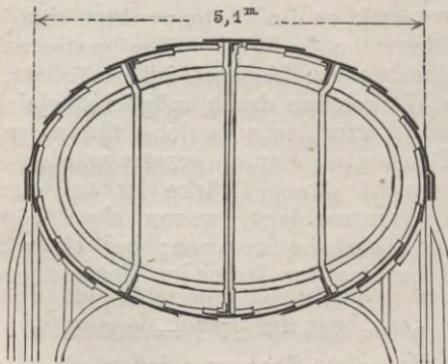
167. Die Royal-Albertbrücke bei Saltash hat zwei grosse Oeffnungen, welche mit Parabelträgern von 455' englisch oder 138,68^m Spannweite überbrückt sind; diese Brücke ist durch Isambard Kingdom Brunel (den Sohn des Erbauers des Themsekanals) in den Jahren 1856 — 1858 projectirt und angefertigt worden; einer der Hauptträger ist in beistehender Figur 193

Fig. 193



in seiner Längenansicht dargestellt. Die obere gedrückte Gurtingung besteht aus einer Röhre von Eisenblech, deren Breite

Fig. 194.



5,1^m und deren Höhe 3,66^m beträgt. Die Röhre, deren Querschnitt in Fig. 194 dargestellt ist, besteht aus 24 über einander geplatteten Flacheisen, welche durch 6 Längsrippen von 356^{mm} Höhe und 13^{mm} Dicke verstärkt sind; letztere dienen insbesondere zur Aussteifung der Röhre und sind hierin durch besondere Ausstei-

fungsringe von etwa 50 Cent. Höhe unterstützt, welche letztere in Längenabständen von je 6,1^m angebracht sind. Die Röhre geht an den Enden behufs besseren Aufliegens in viereckige Form über.

Die untern Bänder bestehen für jedes Geleise aus 4 Ketten, deren je zwei über einander angebracht und durch Vertikalanker verbunden sind (vergl. Fig. 193). Diese Ketten haben je 14 Glieder von 17,8^{mm} Breite und 25,4^{mm} Dicke, abwechselnd mit je 15 Gliedern von derselben Breite und 24,8^{mm} Dicke; jedes Kettenglied ist 6,096^m lang, welche Länge zugleich den Abstand der Aufhängepunkte der Kette angiebt. Die Vertikalständer des Fachwerks sind in der doppelten Distanz von 12,192^m angebracht, und bestehen je aus zwei Flacheisen und 10 Winkeleisen von zusammen 173 □Centimeter Querschnitt; es sind diese Vertikalständer zu beiden Seiten des Geleises und somit auf jeder Seite der obern Röhre angebracht.

Die Diagonalstreben sind auf jeder Seite des Geleises und zwar je als Kreuzstreben vorhanden; je zwei dieser Diagonalen haben somit die ganze auf ein Fachwerksfeld treffende Strebenkraft aufzunehmen; ihr Querschnitt wechselt, indem er bei einer Breite von 178^{mm} von den Auflagern gegen die Mitte von 45 bis zu 55 Quadratcentimeter zunimmt. Die Zunahme der Strebenkraft gegen die Mitte entspricht der für die Brahebrücke entwickelten Gleichung 252), für den Fall, dass die variable Belastung k für jede Länge der Ueberlast constant angenommen wird.

Die Fahrbahn zeigt Blechträger von 2,54^m Höhe, welche theils an den Vertikalständern befestigt, theils an den zwischenliegenden Kettenträgern aufgehängt sind; die Weite, welche diese Blechträger zu überspannen haben, beträgt somit 12,2^m. Zwischen diesen Fahrbahnträgern liegen Querträger von 356^{mm} Höhe, welche eine Bedielung und über derselben eine Beschotterung zur Aufnahme des Bahnoberbaues betragen.

Das Eisengewicht der Brücke beträgt nach annähernd übereinstimmenden Angaben 912 tons, wovon 156 tons auf die Fahrbahn, 756 tons auf die Hauptträger kommen; hienach beträgt das Eisengewicht per laufenden Meter

$$p' = 39,3 \text{ l} + 1125 = 6575 \text{ Kilo.}$$

Bei einer Belastung von 1 ton per laufenden Fuss englisch oder 3333 Kilo per Meter soll der Druck in der Röhre 660 Kilo per Quadratcentimeter betragen.

§. 18. Gekrümmte, nicht parabolische Träger.

163. Die Formeln für Träger, welche weder geradlinig horizontal, noch parabolisch sind, haben wir in den N^o. **131.**—**143.** in der allgemeinsten Weise entwickelt und sind, je nachdem ein einfaches oder mehrfaches, ein symmetrisches oder unsymmetrisches System gewählt ist, die betreffenden Gleichungen aus vorgenannten Nummern zu entnehmen.

Die speciellen Gesetze, welche für geradlinige und parabolische Träger aufgestellt wurden, können jedoch auch für die übrigen, zwischen beiden stehenden Trägerformen angewendet werden, insoweit diese Gesetze den geraden und den parabolischen Trägern gemeinsam sind.

Als ein solches gemeinsames Gesetz haben wir gefunden, dass bei frei aufliegenden Trägern die Streben in jedem Fache dann am meisten in Anspruch genommen sind, wenn die Last bis zur Mitte des betreffenden Feldes vorgerückt ist, in welchem Falle die Vertikalkraft ihren grössten positiven oder kleinsten negativen Werth erreicht (die Richtung der Schwere als die positive angenommen). — Wir verweisen hiebei auf die N^o. **144.** für gerade Träger und auf die N^o. **162.** für Parabelträger.

Zur Bestimmung der Strebenkräfte beliebig (auch nicht parabolisch) gekrümmter Träger dienen daher diejenigen \mathfrak{M} und \mathfrak{S} , welche in N^o. **162.** für parabolische Träger entwickelt und durch die Gleichungen 238)—244) ausgedrückt sind.

Man kann nach diesen Gleichungen (insbesondere Gleichung 242) — 244) für jede (zu irgend einer Fachmitte fortgesetzte) Belastung sämtliche gleichzeitige Strebenkräfte bestimmen, was bei mehrfachen unsymmetrischen Systemen von Werth sein kann; in der Regel werden aber nur die Gleichungen 238) — 241) nothwendig, indem es sich meist nur um die zum betrachteten Fache vorgerückte Belastung handelt.

Bezüglich der grössten Anstrengung der vertikalen Streben (Vertikalständer) unsymmetrischer Systeme sind in N^o. **151.** Regeln gegeben, welche nach den dortigen Erläuterungen für gerade und beliebig gekrümmte Träger ebenfalls gleichmässig gültig sind.

In solchen Fällen, wo die Gurtungen nicht stark gekrümmt sind, kann man sich häufig zu Bestimmung der Strebenkräfte der einfacheren Gleichungen N^o. 184), 191) oder 195) bedienen, in welchem Falle sämtliche \mathfrak{M} und \mathfrak{S} aus Fig. 130^b entnommen werden können.

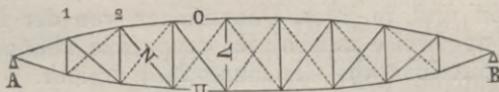
Insbesondere aber auch bei schwach gekrümmten continuirlichen Trägern wird man die Strebenkräfte nach den genannten Gleichungen 184), 191) oder 195) berechnen und hat man in diesen Fällen nur darauf zu achten, dass man stets diejenige Belastungsweise in

Rechnung nimmt, welche die grösste Vertikalkraft ergiebt (zu vergleichen die graphischen Darstellungen auf den Tafeln IV. und V.), sodann aber auch den mit $\max \mathfrak{B}$ gleichzeitigen Werth \mathfrak{M} in die betreffende Gleichung einsetzt.

169. Den Parabelträgern sehr nahe steht das System Pauli. Die Gestalt der nach diesem System gebauten Träger ist gegeben durch die Bedingung, dass bei gleichförmig vertheilter Maximalbelastung beide Gurtungen und zwar je auf ihre ganze Länge gleichen Druck, beziehungsweise Zug auszuhalten haben.

Das Pauli'sche System wird als einfaches unsymmetrisches System mit gezogenen, aus Flacheisen bestehenden Diagonalen construiert, und indem wir die in N^o. **134.** zusammengestellten Bezeichnungen beibehalten, erhalten wir unter vorläufiger Annahme der in Fig. 195 dargestellten Anstrengung der Diagonalen für die

Fig. 195.



zunächst A befindliche Trägerhälfte nach der obigen Definition des Pauli'schen Trägers:

$$O_m = \frac{1}{\cos \beta_m} \frac{\mathfrak{M}_m}{\mathfrak{S}_m} = O_{m-1} = \frac{1}{\cos \beta_{m-1}} \frac{\mathfrak{M}_{m-1}}{\mathfrak{S}_{m-1}} = \text{Constans} \quad 253)$$

$$U_m = \frac{1}{\cos \gamma_m} \frac{\mathfrak{M}_{m-1}}{\mathfrak{S}_{m-1}} = U_{m+1} = \frac{1}{\cos \gamma_{m+1}} \frac{\mathfrak{M}_m}{\mathfrak{S}_m} = \text{Constans} \quad 254)$$

Wenn alle O einander gleich sein sollen, so müssen auch alle U denselben Werth haben; was nur dann möglich ist, wenn z. B. $\cos \beta = \cos \gamma_{m+1}$, $\cos \beta_{m-1} = \cos \gamma_m$ wäre; man sucht nun dieser Bestimmung dadurch zu genügen, dass man für O_m und U_m einen mittleren Werth einführt:

$$\left. \begin{aligned} O_m &= \frac{1}{\cos \beta_m} \frac{\mathfrak{M}_{m-1/2}}{\mathfrak{S}_{m-1/2}} = \text{Constans} \\ U_m &= \frac{1}{\cos \gamma_m} \frac{\mathfrak{M}_{m-1/2}}{\mathfrak{S}_{m-1/2}} = \text{Constans} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 255)$$

Diese Gleichung wäre ganz dieselbe geworden, wenn man in Fig. 195 die punktirten Streben als wirkend gedacht und entsprechend die Indices der O und U geändert hätte. — Aus Gleichung 255) folgt unmittelbar die Gleichheit der Winkel β_m und γ_m , dem gemäss der Pauli'sche Träger stets symmetrisch gekrümmte Gurtungen erhält.

Die Construction der Gurtungslinie geschieht in der Weise, dass die Constante der Gleichung 255) für die Trägermitte be-

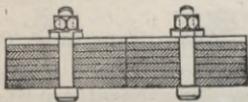
stimmt und nunmehr mit der Berechnung der Winkel vom Auflager an begonnen wird. — In der Regel erhalten die Pauli'schen Träger eine Höhe von $\frac{1}{7}$ der Spannweite.

Wir berechnen diese Träger genau nach denselben Regeln, welche in N^o. 163. für Parabelträger gewöhnlicher Construction angeschrieben sind, indem die verhältnissmässig kleine Abweichung in der Form der Gurtungen auf die dort aufgeführten Sätze keinen modifizirenden Einfluss übt. — Die einzelnen **M** und **B** werden (wie schon in N^o. 168. für derartige Fälle bemerkt ist) nach den in N^o. 162. gegebenen Regeln bestimmt und werden wir eine Anwendung des durch besagte Nummern 162. und 163. gegebenen Verfahrens bei der im Folgenden näher beschriebenen Kitzinger Mainbrücke geben.

Die Construction der Pauli'schen Träger bleibt dieselbe, ob die Fahrbahn oberhalb, unterhalb oder zwischen beiden Gurtungen angebracht ist; die Höhenlage der Fahrbahn zeigt ihren Einfluss nur an den Vertikalständen, welche je nach den Umständen verlängert werden und in ihren Dimensionen von der Belastung der obern (beziehungsweise untern) Knotenpunkte abhängig sind, wie diess sich unmittelbar aus Gleichung 246) ergibt.

171. Ueber die bei den Pauli'schen Trägern angewendete Constructionsweise sagt Herr Gerber in einer von Klett & C^{ie} in Nürnberg im Jahre 1859 veröffentlichten Broschüre:

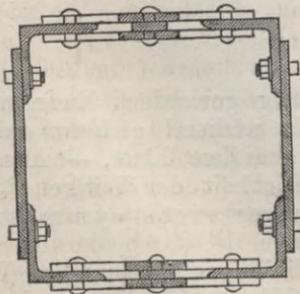
Fig. 196.



„Der Spannbogen (Fig. 196) besteht aus auf einander liegenden Flacheisen, die durch conische Bolzen mit einander verbunden sind und deren abwechselnde Stösse je nach der Grösse des Querschnitts entweder durch ein durchlaufendes Flacheisen oder

durch eigene Stossplatten gebunden sind. — Für grosse Querschnitte legt man zwei solche Flacheisenbänder neben einander, um auf Zug nur Eisen zu verwenden, das nur im Ganzen erhitzt worden

Fig. 197.



war, gut geschweisst und gewalzt ist, und um die Bolzen nicht zu lang machen zu müssen.

„Der Druckbogen (Figur 197) ist bei allen grösseren Objecten in kastenförmigem Querschnitt angeordnet, dessen Dimensionen unter Berücksichtigung der Weite der Felder bestimmt und bei dem die Massen möglichst in die Ecke gelegt werden.

Anmerk. Neuerdings werden offene, leichter auszuführende Querschnitte angewendet, z. B. Doppel-Tform, wie bei der Mainzer Rheinbrücke.

„Die Verbindung der beiden Bögen an den Enden geschieht durch den sogenannten Bogenschuh (Fig. 198 und 199), welcher entweder aus Gusseisen oder gewöhnlicher aus Schmiedeisen construiert ist, und sowohl genügende Fläche für die vollständige Befestigung der Gurtungen als auch genug Stärke besitzt, um der Tendenz zum Abscheeren über dem Stützpunkt zu widerstehen.

Fig. 198.

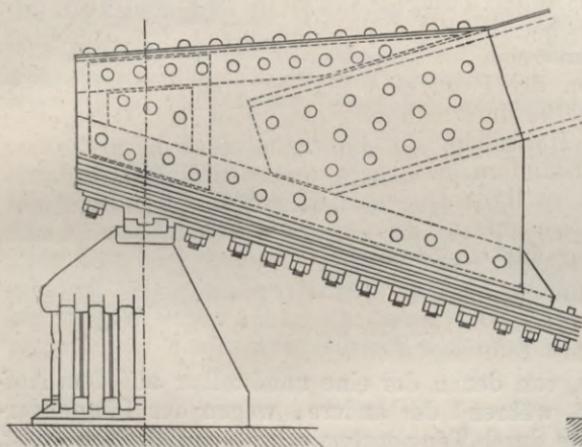
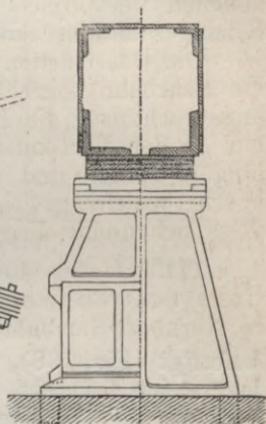


Fig. 199.



„Die vertikalen Pfosten sind aus Winkeleisen in Kreuz- oder doppelt Tform gebildet und oben der in ihnen wirkenden Spannung gemäss mit Bolzen an den Druckbogen befestigt, unten auf dem Spannbogen L aufstehend, dass keine Seitenbewegung möglich ist. (Fig. 200 und 201.) — In diese Pfosten sind die Träger der Fahrbahntafel angebracht und müssen sie daher je nach der Lage der Fahrbahn über den Druckbogen hinaus oder unter den Spannbogen hinabgehen, wodurch ihr verschiedener Querschnitt bedingt ist (zu vergleichen Schluss von N^o. 169).

„Die Diagonalen bestehen aus Flacheisen, die an ihren Enden an Bleche verbolzt sind, welche in entsprechender Verbindung mit den Gurtungen und Pfosten stehen (Fig. 200).

„Die ganze Trägerconstruktion liegt an jedem Ende mittelst einer ebenen auf einer cylindrischen Stahlfläche von grossem Radius (Fig. 198), welche Anordnung zum Zweck hat, die elastische Biegung des Trägers möglich zu machen, ohne einseitigen starken Druck auf die Stützflächen hervorzurufen. Eine Längen- oder Querverschiebung dieser beiden Flächen ist durch die auf beiden Seiten befindlichen Vorsprünge, die wie Zähne in einander greifen, verhindert. — Die untern Stützplatten sind auf gusseiserne Stühle

Fig. 200.

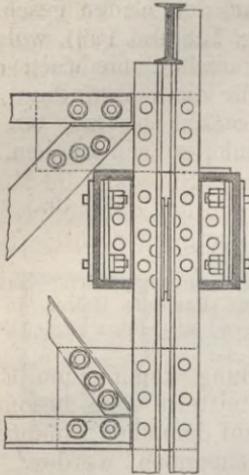
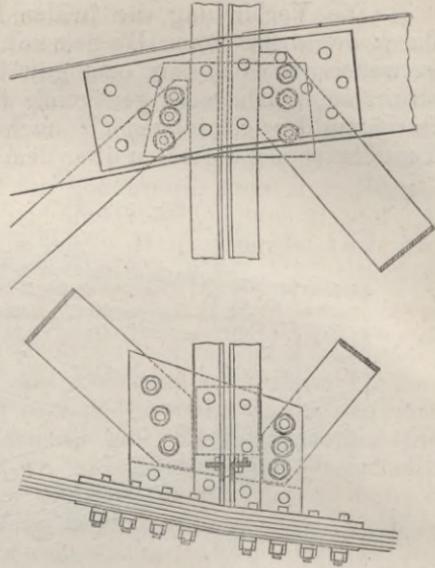


Fig. 201.



befestigt (Fig. 198), von denen der eine unmittelbar auf dem Auflagersteine feststeht, während der andere, wegen der Längenveränderung der Brücke durch Temperaturwechsel, auf Stelzen steht, deren auf beiden Seiten angegossene Zähne zwischen entsprechende Zähne am Rollstuhl und an der Bodenplatte eingreifen, um den Parallellismus zu erhalten. — Die Cylinderflächen der Stelzen sind gedreht und wälzen sich auf abgehobelten ebenen Flächen. — Es wird die Höhe der Stelzen so gewählt, dass die Maximalneigung derselben bei den Extremen der Temperatur eine bestimmte, nahezu gleiche Grösse für die verschiedenen Lichtweiten wird.“

Anmerk. Die Stahlplatte zwischen Lagerstuhl und Bogenschuh wird neuerdings mit der an letzterem befestigten zweiten Stahlplatte mittelst eines Metallorns verbunden, so dass die zahnartigen Vorsprünge wegfallen. — Die Stelzen werden durch schmiedeiserne Rollen ersetzt. — Diese neueren Anordnungen sind auch auf den Tafeln X. und XII. ersichtlich.

Herr Gerber sagt weiterhin:

„Alle Hauptverbindungen geschehen durch konische Bolzen, welche auf dem Konus $\frac{1}{100}$ gedreht, mit wenig stärkerem Kopfe, mit Mutter und Unterlagscheibe versehen sind; die cylindrisch gebohrten Löcher werden mit konischen Reibahlen ausgerieben, bis der Bolzen auf eine gewisse, durch Erfahrung bestimmte Weite hineinpasst, dann dieser durch einige Hammerschläge eingetrieben und zugleich die Mutter scharf angezogen, um das Eisen fest zu-

sammenzupressen. — Dadurch wird das Eisen um das Loch herum etwas comprimirt und der Bolzen füllt es vollkommen aus. — Die Unterlagscheiben sind verhältnissmässig stark, damit kein Schraubengewinde im Eisen sich befindet, sondern letzteres ganz mit dem gedrehten Bolzenschaft ausgefüllt ist. — Nachdem die Muttern so fest als möglich angezogen sind, werden sie verstemmt, damit sie durch die Erschütterungen nicht möglicherweise losgehen können, wozu übrigens das Bestreben kaum vorhanden ist, da in Folge der beschriebenen Anordnung der Bolzen kein Stoss auf die Mutter geschehen kann. Diese konischen Bolzen wurden zum ersten Male bei der Isarbrücke zu Heselohé zur Anwendung gebracht.

Anmerk. In der Eisenbauanstalt bei Mainz wird gegenwärtig vorzugsweise warme Nietung angewendet; vorbeschriebene konische Bolzen in der Regel nur da, wo die warme Nietung nicht befriedigend ausgeführt werden kann.

„Von den verschiedenen zur Anwendung kommenden Eisen werden die Elasticitätsverhältnisse für Zug mittelst einer besonders hiezu construirten Maschine ermittelt und auf derselben sämtliche Flachisen, die auf Zug in Anspruch genommen werden, mit 1200 Kilo per □Cent. gereckt unter Prellung durch Hammerschläge. — Es werden dadurch schlecht geschweisste Stellen sichtbar und die Eisen innerhalb dieser Belastung elastischer, d. h. ihre permanente Verlängerung durch spätere Belastung Null.

„Zum Schutze des Eisens gegen die Einflüsse der Atmosphären wird dasselbe durch Beizen und Scheuern von dem daran haftenden Hammerschlag und Rost gereinigt und dann in siedendes Oel gebracht, so dass durch die grosse Sitzhitze des Oels jede Spur von Feuchtigkeit entfernt und eine fest haftende Firnissschichte auf dem Eisen gebildet wird. Durch diese Operation wird der Uebelstand vermieden, der beim gewöhnlichen Verfahren entsteht, dass der unter dem Anstreich befindliche Rost schnell weiter greift, diesen hebt und daher fortwährende Reparaturen nöthig macht.

„Alle Diagonalen werden beim Montiren durch eigenthümliche Vorrichtungen um $\frac{1}{6000}$ ihrer Länge gespannt, damit möglicherweise noch vorhandene kleine Biegungen verschwinden und die Diagonalen bei dem Anfange der Biegung des Trägers sofort in Wirksamkeit treten.

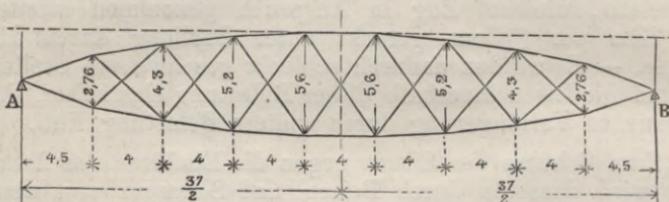
„Die Aufstellung der Pauli'schen Träger hat auf einem Gerüste zu geschehen, und wird man gewöhnlich dieses in die zu überbrückende Oeffnung setzen und die Träger am Platze montiren. Wo die Herstellung eines derartigen Gerüsts unthunlich ist, kann man die Träger an geeigneten Orten fertig zusammensetzen, zwischen die Pfeiler flössen und dann aufziehen, nach Art der grossen Brücken in England.“

172. Im Jahre 1864 wurden auf der von Nürnberg nach Würzburg führenden Eisenbahn mehrere Brücken nach Pauli's System ausgeführt, wobei die Stützweite der Träger je 37 Meter betrug; die bedeutendste ist die Mainbrücke bei Kitzingen, welche 5 solcher Oeffnungen erhielt.

In Tafel XIII. ist ein Träger dieser Brücke dargestellt; die Zeichnungen hiezu sind, wie die nachfolgenden Notizen, einem autographirten Hefte entnommen, welches Herr Ingenieur Gerber uns gefälligst mitgetheilt hat.

Wir ersehen aus Tafel XIII., dass die Fahrbahn oberhalb angebracht ist; Querträger von einfacher Fachwerksconstruction sind je an den Knotenpunkten des Systems in Entfernungen von 4,0^m an den Vertikalständern angebracht; die Querträger nehmen Schwellenträger von Blechbalken auf, welche letztere zur unmittelbaren Aufnahme des Bahnoberbaues dienen.

Fig. 203.



Die Hauptabmessungen der Hauptträger sind aus bestehender Fig. 203 ersichtlich. — Die obere Gurtungen bestehen aus zwei \square Eisen von je 62,25 \square Cent. Querschnitt (siehe die Fig. 200 und 201), sowie aus einem Flacheisen (Kopfblech) von 340^{mm} Breite und 8^{mm} Dicke; diese Gurtungen haben somit einen Querschnitt von 151,7 \square Cent., wobei keine Nietlöcher abgezogen sind. — An den Knotenpunkten sind sämtliche Gurtungsglieder gestossen, insbesondere sind die Kopfbleche daselbst unterbrochen (wodurch der Durchgang der Vertikalständer ermöglicht wird) und wird die Verbindung sämtlicher Glieder durch ein System von Stossplatten hergestellt.

Die unteren Gurtungen bestehen je aus einer 4fachen Lage von Flacheisen von 280^{mm} Breite und 13^{mm} Dicke, welche nach Abzug von einem Nietloch von 20^{mm} Breite und 52^{mm} Höhe einen Gesamtquerschnitt von 125,2 \square Cent. repräsentiren.

Die Diagonalen bestehen aus Flacheisen, welche sämtlich 12^{mm} dick sind und in der Breite zwischen 120^{mm} und 180^{mm} variiren; wenn man nämlich diejenigen Streben betrachtet, deren Fussenden gegen A, deren Kopfenden gegen B gerichtet sind, so nehmen dieselben von A nach B an Breite stetig zu; diese Breiten

sind nämlich im 2. bis 8. Felde der Reihe nach 12, 12, 14, 16, 18, 18, 18 Centimeter.

Die Vertikalen bestehen aus je 4 Winkeln von je 80^{mm} Schenkelbreite und 9^{mm} Dicke, somit von je 13,5 und zusammen 54 □Cent. Querschnitt. — Diese Winkel sind mit der obern Gurtung mittelst Zwischengliedern von Winkel- und Flacheisen verbunden, während sie auf der untern Gurtung mittelst eines genau eingesetzten kurzen Stehblechs aufgesetzt sind; letzteres wird von zwei polygonalen Blechen umfasst, welche zur Befestigung der Diagonalen dienen, beziehungsweise letztere umfassen.

173. Das Eisengewicht p' setzt sich für jede Oeffnung folgendermassen zusammen:

Tabelle LII.

Bezeichnung der Brückenbestandtheile.	Walzeisen.	Bolzen, Niethen und Schrauben	Summe des Schmiedeisens.
1. Tragrippen (Hauptträger) . . .	28,60 ^{ts}	1,46 ^{ts}	30,06 ^{ts}
2. Verspannungen	2,00	0,10	2,10
3. Fahrbahntafel	9,02	0,54	9,56
4. Trottoir mit Geländer	1,96	0,09	2,05
Summa	41,58	2,19	43,77

Wenn man die Posten (1.) und (2.) als Gewicht der Hauptträger, die Posten (3.) und (4.) als Gewicht der Fahrbahntafel annimmt, so erhält man bei einer Länge der Brücke von 37 Meter als Eisengewicht per laufenden Meter und Geleise:

$$p' = 23,5 \times 1 + 314 = 1180 \text{ Kilo} \quad \text{ I.}$$

woraus $C = 23,5$ und $F' = 314$.

Für die statische Berechnung ist noch das Gewicht des Oberbaus hinzuzurechnen, nämlich per Meter:

$$\begin{array}{r} \text{Holz und Schienen} \quad \quad 520 \text{ Kilo,} \\ \text{Kiesdecke} \quad \quad 1000 \quad \text{,,} \end{array}$$

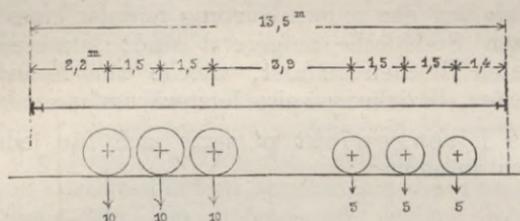
$$\text{zus. } p'' = 1520 \text{ Kilo.}$$

woraus sich als Gesamtteigengewicht ergibt:

$$p = p' + p'' = 23,5 \cdot 1 + 1834 = 2700 \text{ Kilo} \quad \text{ II.}$$

Als Verkehrslast wurden 3 Locomotiven angenommen, deren Raddistanzen und Gewichte in Fig. 204 dargestellt sind; hienach wurde das Angriffsmoment zu 649,6 Mtons berechnet, woraus die stellvertretende variable Last:

Fig. 204.



$$k = \frac{649,6 \times 8^{15}}{37^2} = 3800 \text{ Kilo per Meter} \dots \text{III.}$$

bestimmt wird.

Aus Gleichung II. und III. folgt:

$$q = p + k = 6500 \text{ Kilo} \dots \text{IV.}$$

Ferner erhalten für die Belastung der einen Brückenhälfte als stellvertretende gleichförmige Belastung nach Analogie der Tabelle XVII^a:

$$k' = \frac{5}{4} k = 4750 \text{ Kilo} \dots \text{V.}$$

Die grösste Spannung, beziehungsweise grösste Pressung in den Gurtungen findet im Falle der gleichförmig vertheilten Maximallast statt und ist nach der Definition der Pauli'schen Träger in allen Fachen dieselbe; man bestimmt dieselbe daher am besten für das Mittelfach, und ist daselbst:

$$\max \mathfrak{M}_{4\frac{1}{2}} = \frac{q l^2}{8} = 6500 \cdot \frac{37^2}{8} = 1112,3 \text{ Mts.}$$

$$\mathfrak{S}_{4\frac{1}{2}} = 5,6 \text{ M.}$$

somit nach Gleichung 255), indem das Moment auf beide Hauptträger zur Hälfte sich vertheilt:

$$U_{4\frac{1}{2}} = O_{4\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{1112300}{5,6} = 98296 \text{ Kilo}$$

und die grösste mittlere Pressung in der obern Gurtung:

$$\mathfrak{B}_m = \frac{99286}{151,7} = 654 \text{ Kilo,}$$

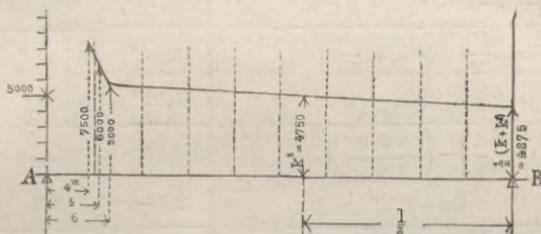
die grösste Spannung in der untern Gurtung:

$$\mathfrak{A} = \frac{99286}{132,2} = 734 \text{ Kilo.}$$

Bei Berechnung der schiefen Streben und Vertikalständer ist die grösste Vertikalkraft maassgebend; letztere findet

bei einseitiger Belastung und zwar dann statt, wenn die Last bis zur Mitte des betreffenden Feldes vorgerückt ist; die Grösse k variiert mit der Länge der variablen Last, wie solches in Fig. 134 dargestellt ist; hienach ist für den vorliegenden Fall die Fig. 205 construiert, wo für jede Länge der Ueberlast das zugehörige k sich mit dem Zirkel abnehmen oder nach arithmetischer Proportion berechnen lässt.

Fig. 205.



Das in den N^o. 162. und 163. angegebene Rechenverfahren ist in der nachstehenden Tab. LIII. übersichtlich dargestellt.

Nachdem nämlich die einzelnen k nach Anleitung von Fig. 205 für jedes Fach angeschrieben sind, werden die M_{m-1} und M_m für jedes Fach nach Gleichung 240) und 241) bestimmt, woraus sich sodann nach Gleichung 244) die betreffende Strebenkraft und nach Gleichung 245) die Spannung \mathfrak{A} ergibt.

Zur Bestimmung der Kraft in den Vertikalständern werden die Grössen $\max \mathfrak{S}_m$ nach Gleichung 239) angeschrieben und da die zugehörigen M_{m-1} nach Vorstehendem schon bekannt sind, lassen sich die einzelnen V_{m-1} nach Gleichung 246) bestimmen. In dieser Gleichung ist P_u aus Tabelle LII. zu berechnen; indem das Eigengewicht der Hauptträger 32,16 Tons, somit per laufenden Meter 869 Kilo beträgt, so ist die für die Vertikale ($m - 1$) berechnete Belastung des untern Knotenpunkts:

für die beiden äussersten Knotenpunkte:

$$P'_u = \frac{1}{2} 4,25 \cdot 869 \text{ Kilo} = 1846 \text{ Kilo,}$$

für die zwischenliegenden Knotenpunkte:

$$P'_u = \frac{1}{2} 4,0 \cdot 869 = 1738 \text{ Kilo.}$$

Die trigonometrischen Functionen der Gurtungs- und Strebenwinkel lassen sich aus Fig. 203 direct berechnen, ebenso die Grössen \mathfrak{S}_m und \mathfrak{S}_{m-1} .

Wir ersehen aus Tabelle LIII., dass die einzelnen N von A nach B stetig zunehmen, wie auch in der Ausführung die Strebenquerschnitte von 12,0 □ Cent. allmählig bis 19,2 □ Cent. ansteigen; da bei Feststellung der Dimensionen für jede Strebe je die un-

Tabelle
p = 2700 Kilo $\frac{1}{2}$ p l = 50,0 ts.

Index m =	1	2	3
Belastung von A bis m + 1/2, somit $\lambda =$	6,5 ^m	10,5	14,5
Variable Last per Meter: $k\lambda =$	5100 ^k	5000	4860
A + B = $\lambda k\lambda + pl$	133,15 ^{ts}	152,50	170,47
B = $\frac{pl}{2} + \lambda k \frac{\lambda}{21}$	52,63 [*])	57,17 [*])	63,80
A = $k\lambda + pl - B$	80,52 [*])	95,33 [*])	106,67
$M_{m-1} = A \left(\lambda - \frac{d}{2} \right) - \left(\frac{p+k}{2} \right) \left(\lambda - \frac{d}{2} \right)^2$	283,35 ^{mts.}	532,76	742,75
δ_{m-1}	2,76 ^m	4,3	5,2
$\frac{M_{m-1}}{\delta_{m-1}}$	102662 ^k	123753	142836
$M_m = B \left(1 - \lambda - \frac{d}{2} \right) - \frac{p}{2} \left(1 - \lambda - \frac{d}{2} \right)^2$	403,53 ^{mts.}	590,33	734,56
δ_m	4,3 ^m	5,2	5,6
$\frac{M_m}{\delta_m}$	93845 ^k	113520	131171
$\frac{M_{m-1}}{\delta_{m-1}} - \frac{M_m}{\delta_m}$	8817 ^k	10233	11665
$\cos \varphi$	0,750	0,646	0,594
$N_m = \left(\frac{M'_{m-1}}{\delta_{m-1}} - \frac{M'_m}{\delta_m} \right) \frac{1}{\cos \varphi}$	5878 ^k	7920	9802
ω in □Centim.	12,0	12,0	14,4
$\mathcal{N} = \frac{N_m}{\omega}$	490 ^k	660	680
$\mathcal{B}_m = A - \lambda(k + p)$	-29,54 ^{ts.}	-14,20	+ 2,95
$tg \beta_m$	0,1925	0,1125	0,0500
$tg \gamma_{m-1}$	0,3966	0,1127	0,1125
$P_{u_{m-1}}$	1,85 ^{ts.}	1,74	1,74
$V_{m-1} = \mathcal{B}'_{m-1} - (tg \beta + tg \gamma_{m+1}) \frac{M'_{m-1}}{\delta_{m-1}} - P'_{u_{m-1}}$	9812 ^k	10818	12210
ω in □Centim.	54,0	54,0	54,0
\mathcal{B}_m	182 ^k	200	226

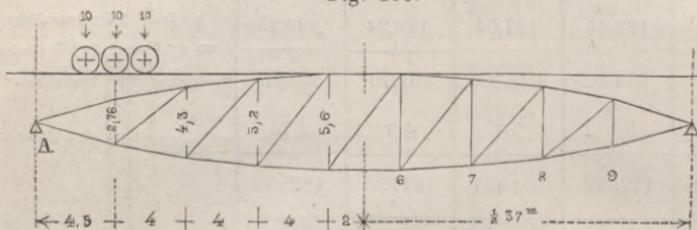
LIII. Mainbrücke bei Kitzingen.
Fachweite d = 4^m, in den Endfeldern 4,5^m.

4	5	6	7	8	Bemerkungen.
18,5	22,5	26,5	30,5	34,75	\mathcal{M} und \mathcal{B} sind für ein Geleise berechnet, müssen daher bei der Anwendung auf einen Hauptträger halbirt werden, welche halbirt Werthe mit \mathcal{M}' und \mathcal{B}' bezeichnet werden.
4750	4640	4530	4420	4300	
187,87	204,40	220,04	234,81	249,42	
71,97	81,74	93,00	105,57	120,17	
115,90	122,66	127,04	129,24	129,25	
893,27	972,22	942,08	791,70	503,75	
5,6	5,6	5,2	4,3	2,76	
159512	173632	181165	184120	182500	
819,97	812,92	692,97	447,73		
5,6	5,2	4,3	2,76		
146423	156331	161155	162221		*) Die Auflagerdrücke für $\lambda = 6,5^m$ und $10,5^m$ sind nach Gleichung 238 ^a berechnet.
13087	17300	20010	21900		
0,580	0,595	0,646	0,750		
11292	14537	15480	14540		
16,8	19,2	19,2	19,2		
670	757	806	757		
+ 21,92	+ 42,49	+ 64,55	+ 87,92	+ 114,1	
0,00	- 0,050	- 0,1125	- 0,1925	- 0,3066	
0,050	0,00	- 0,050	- 0,1125	- 0,1935	
1,74	1,74	1,74	1,74	1,85	
14077	16034	16685	15010	10532	
54,0	54,0	54,0	54,0	54,0	
261	297	309	278	195	

günstigste Stellung der Locomotiven aufgesucht und die Gurtungskräfte nach den betreffenden concentrirten Lasten genau berechnet wurden, so dürften die Resultate der Tabelle LIII. als Beweis dienen, dass unser Verfahren trotz seiner allgemeineren Ausdrucksweise den Einfluss der concentrirten Lasten genugsam berücksichtigt.

Wir wollen letzteres durch eine direkte Rechnung für die dem Auflager A nächstgelegene Strebe N_2 nachweisen. Letztere wird nämlich am meisten in Anspruch genommen, wenn die Locomotive mit ihrem Mittelrad gerade über der Vertikalen (1) angekommen ist, wie solches in Fig. 206 dargestellt ist; für diese Belastungsweise ist:

Fig. 206.



$$A = \frac{p l}{2} + \frac{32,5}{37,0} 30000 = 76351 \text{ Kilo}$$

$$M_1 = A \cdot 4,5 - \frac{p}{2} \cdot 4,5^2 - 1,5 \cdot 10000 = 301242 \text{ KM.}$$

$$M_2 = A \cdot 8,5 - \frac{p}{2} \cdot 8,5^2 - 4,0 \cdot 30000 = 431446 \text{ KM.},$$

woraus:

$$\frac{M_1}{S_1} - \frac{M_2}{S_2} = \frac{301242}{2,76} - \frac{431446}{4,3} = 8809 \text{ Kilogr.},$$

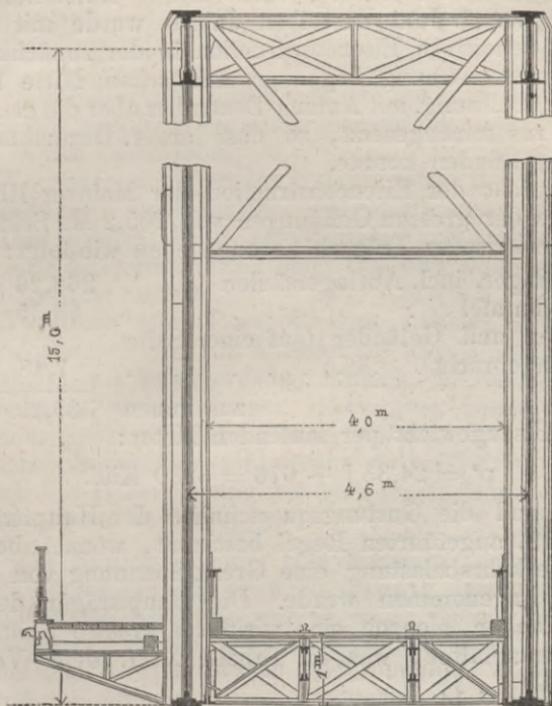
während wir in Columnne (1) der Tabelle LIII. hierfür 8817 gefunden haben; die genaue Uebereinstimmung ist Zufall; doch ist ein annäherndes Resultat durch Bestimmung der Auflagerdrücke nach Gleichung 238^a) bedingt.

174. Die bedeutendste der nach Pauli'schem System erbauten Brücken ist die Rheinbrücke bei Mainz, worüber die Maschinenfabrik von Klett & Comp. in Nürnberg, welche mit Projectirung und Ausführung der Eisenconstruction betraut war, im Jahre 1861 eine besondere Veröffentlichung hat erscheinen lassen.

Die Brücke geht in schiefer Richtung über den Rhein der Art, dass die 4 grossen Oeffnungen normal zum Fluss 90 M., nach der Brückenaxe 101,29 M. lichte Weite haben; an die 4 grossen Oeffnungen schliessen sich 28 Fluthöffnungen von zusammen 551 M. Lichtweite an.

Für die 4 grossen Hauptöffnungen war massgebend, dass die Unterkante der Eisenconstruction 14,0 Meter über dem Nullpunkt des Pegels sich befinden musste, so dass die Schiffe beim höchsten schiffbaren Wasserstand mit umgelegten Masten die Brücke passieren können; aus diesem Grunde musste die Fahrbahntafel möglichst tief gelegt und deren Constructionshöhe auf 1 Meter beschränkt werden, wie aus beistehender Querschnittsskizze ersichtlich ist (Fig. 207).

Fig. 207.



Die Fachweite der Mainzer Rheinbrücke beträgt 8 Meter, welche Weite durch besondere $1\frac{3}{4}$ Meter hohe Längenträger überspannt wurde; letztere sind ganz geeignet für die unter der Fahrbahntafel angebrachte Horizontalverstrebung und nehmen ferner in der Mitte jedes Faches je einen Querträger auf, während andere Querträger an den Vertikalständern selbst befestigt sind. Hienach beträgt die Distanz der Querträger 4,0 Meter und befinden sich zwischen letztern Schwellenträger von gewöhnlichen Blechbalken eingeschoben. — Bei der beschriebenen Anordnung war nahezu die ganze Constructionshöhe der Fahrbahntafel (1,0 Meter) für die Querträger disponibel, welche demgemäss als Fachwerke construirt werden konnten.

Die für Gurtungen und Vertikalständer angewendete allgemeine Anordnung ist aus Fig. 207 ersichtlich; sämtliche Details sind entsprechend den in N^o. 170. aufgeführten Grundsätzen.

Im Mai 1860 wurde mit dem Bau der Werkstätten begonnen (welche seitdem als „Eisenbuananstalt Gustavsburg bei Mainz“ in Thätigkeit geblieben sind) und waren sämtliche Eisentheile bereits angearbeitet, als im März 1862 mit dem Aufstellen der 4 Hauptträger begonnen werden konnte. — In Entfernungen von 25 M. wurden Joche eingerammt und darüber besondere schmiedeiserne Hilfsträger behufs Herstellung eines festen Aufstellungsgerüstes angebracht; am 7. Juni desselben Jahres wurde mit dem Aufbringen der definitiven Eisenconstruction in der zunächst Gustavsburg gelegenen Oeffnung begonnen und schon Mitte September war diese (4.) Oeffnung, mit Anfang Dezember aber die ganze Brücke vollständig zusammengesetzt, so dass am 4. Dezember die erste Probefahrt stattfinden konnte.

Das Gewicht der Eisenconstruction der Mainzer Rheinbrücke wird für eine der grossen Oeffnungen von 105,2 M. Stützweite bei 15,0 M. geometrischer Trägerhöhe angegeben wie folgt:

Hauptträger, incl. Auflagersäulen . . .	268,26 tons,
Fahrbahntafel	63,55 „
Consolen und Geländer (auf einer Seite angebracht)	7,48 „
	zusammen 339,29 tons,

woraus das Eisengewicht per laufenden Meter:

$$p' = 24,33 l + 676 = 3230 \text{ Kilo.}$$

Hiebei sind die Gurtungsquerschnitte der Hauptträger nach der in N^o. 39. angeführten Regel bestimmt, wonach bei dreifach gedachter Verkehrsbelastung eine Grenz-Spannung von 1600 Kilo per □Cent. angenommen wurde. Die Hauptträger der grossen Oeffnungen haben hienach eine wirkliche grösste Spannung von 820 Kilo auszuhalten, was in Tabelle XIII. dem Verhältnisse

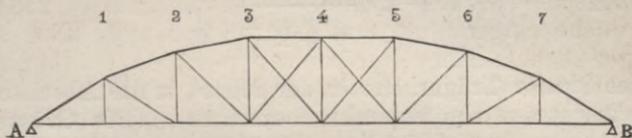
$$\frac{p}{k} = \frac{3340}{2930} = 1,14 \text{ entspricht.}$$

175. Während parabolische Träger (wie die denselben nahestehenden Pauli'schen Träger) in sämtlichen Feldern Gegenstreben erfordern, sind letztere bei geradlinig begränzten Trägern nur in der Mitte, zwischen den Abscissen a und $(1 - a)$ nothwendig.

Letzteren Vortheil auch bei gekrümmter Gurtungsform zu erhalten, bezweckt das System Schwedler, dessen Aufriss in nachstehender Figur 208 skizzirt ist und welches gleichfalls den unsymmetrischen Systemen angehört; bei diesen Trägern wird die Gestalt der Gurtungen in der Weise bestimmt, dass in sämtlichen Feldern (mit Ausnahme der Mittelfelder) die Strebenkraft für $\min \mathfrak{B}$ gerade gleich Null wird, so dass also in diesem Momente im be-

trachteten Felde weder Haupt- noch Gegenstrebe wirkt, während bei allen anderen Belastungen die Kraft in der Hauptstrebe einen positiven Werth hat; es kommen somit die Gegenstreben gar nicht zur Wirkung und können (mit Ausnahme der Mittelfelder) ganz weggelassen werden.

Fig. 208.



Herr Schwedler hat die Vortheile der vorbeschriebenen Anordnung in der Berliner deutschen Bauzeitung, Jahrgang 1867, in folgender Weise beschrieben:

„Im Vergleich zum geraden Balken haben die Diagonalen bedeutend geringere Querschnitte, die Vertikalen sind nach den Auflagern hin weniger hoch, also leichter und stabiler, die Endsäulen an den Auflagern fallen ganz fort und stellt sich somit ein geringeres Gewicht heraus.

„Im Vergleich zum Parabelbalken nehmen die Gurtungen nach den Auflagern hin im Querschnitt ab, anstatt zu, jedoch nicht so stark, als beim geraden Balken, so dass die Variation des Querschnitts mittelst langer Eisensorten bequem hergestellt werden kann. — Der Winkel, unter welchem die Gurtungen am Auflager zusammentreffen, ist grösser als beim Parabelbalken und es lässt sich die Ueberführung der gedrückten Gurtung in die gezogene desshalb leicht bewirken.“

176. Zur Bestimmung der Gurtungsform denkt man sich die Träger in einzelne einfache Systeme zerlegt, deren \mathfrak{M} und \mathfrak{B} auf irgend eine Weise bestimmt worden sind; da das Schwedler'sche System unsymmetrisch ist, gerade untere Gurtungen und gezogene Diagonalstreben hat, da ferner diese letzteren nach der vorhergehenden Nummer nur in einer Richtung angebracht sind und hiebei in ähnlicher Weise wie beim geraden Träger wirken, so werden die Kräfte in den Diagonalen für die linkseitige Trägerhälfte nach Figur 140 und Gleichung 190) bestimmt und erhalten wir hienach:

$$N \sin \varphi = \mathfrak{B}' - \frac{\mathfrak{M}'_m}{\xi_m} t g \beta_m \dots \dots \dots 256)$$

Soll nun diese Strebenkraft für $\min \mathfrak{B}_m$ gleich Null sein, so muss sein:

$$\min \mathfrak{B}_m = \frac{\mathfrak{M}_m}{\xi_m} t g \beta_m \dots \dots \dots 257)$$

wo $\min \mathfrak{B}_m$ und \mathfrak{M}_m gleichzeitige Werthe bedeuten. — Indem man nun für irgend einen Knotenpunkt die Trägerhöhe ξ_m vorläufig

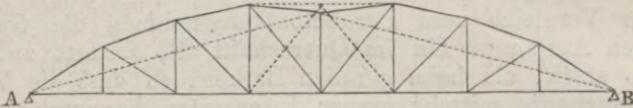
annimmt, kann man die gegenseitige Lage der übrigen Knotenpunkte nach Gleichung 257) bestimmen und erhält damit für diejenige Seite, von welcher die Last eingerückt gedacht ist, direct die Form der obern Gurtung. Herr Schwedler giebt hiefür die Gleichung:

$$\zeta_x = \frac{4fx}{l^2} (1-x) \frac{p + \frac{k}{2}}{p + k\frac{x}{l}} \quad \dots \quad 258)$$

wo f eine ideelle Trägerhöhe in der Mitte, x die Abscisse des jeweils betrachteten Knotenpunkts bezeichnet. (Die Grössen ζ_x , l , p und k haben die sonst in diesem Buche angewendete Bedeutung.)

Den Coordinatenursprung in A vorausgesetzt, ist die Gleichung 258) nur zwischen A und der Brückenmitte gültig; die andere Trägerhälfte wird symmetrisch gegen die Mitte angeordnet, wie solches Fig. 209 angiebt. — In der Ausführung wird in den

Fig. 209.



mittlern Feldern die obere Gurtung, welche daselbst einen einspringenden Winkel bilden würde, horizontal abgegrenzt, wodurch in den hienach modifizirten Mittelfeldern Gegenstreben nothwendig werden, welche in Fig. 209 durch punktirte Linien angegeben sind.

In N^o. 47 des Jahrgangs 1868 der deutschen Bauzeitung hat Herr E. Grütefien darauf aufmerksam gemacht, dass die nach Gleichung 258) bestimmte Gurtungsform, welche die unterste Grenzlage für die obern Knotenpunkte angiebt, eine für jede Länge der Verkehrslast constante, gleichförmig vertheilte Belastung voraussetzt, wie solche in Wirklichkeit nicht besteht; eine genaue Berücksichtigung der durch eine bestimmte Locomotivbelastung hervorgerufenen Momente zeigt, dass die Grenzlage für die obern Knotenpunkte höher anzunehmen ist, wie auch Herr Schwedler selbst neuerdings abweichende Formen schon aus ästhetischen Gründen angewendet hat.

Eine richtigere Grenzlinie werden wir mit Hilfe der Gleichung 257) dann erhalten, wenn wir bei Bestimmung der $\min \mathfrak{B}_m$ und zugehörigen \mathfrak{M}_m ein variables, der Länge λ der Ueberlast jeweils entsprechendes k_λ annehmen, wie solches durch Figur 134 des Nähern angegeben ist.

177. Indem wir nunmehr die praktischen Formeln für ein einfaches Schwedler'sches System anschreiben, so ist bei Be-

rechnung der Gurtungsstärke die gleichförmig vertheilte Maximallast in Betracht zu ziehen, welche per laufenden Meter und Geleise mit $q = p + k$ bezeichnet wird; unter Beibehaltung der in N^o. 134. erläuterten Bezeichnungen erhalten wir nach den Gleichungen 175)—179^a) für diesen Fall:

$$A = \frac{q l}{2} \dots \dots \dots 259)$$

$$M_m = A x_m - \frac{q x_m^2}{2} \dots \dots 260)$$

$$B_m = A - q x_{m-1/2} \dots \dots 261)$$

worauf für die Gurtungskräfte sich nach den Gleichungen 185) bis 186) ergibt:

$$O_m \cos \beta_m = U_{m+1} = \frac{M'_m}{S_m} \dots \dots \dots 262)$$

$$U_m = O_{m-1} \cos \beta_{m-1} = \frac{M'_{m-1}}{S_{m-1}} \dots \dots 263)$$

und zwar ist für die obere Gurtung:

$$B_m = \frac{O_m}{\Omega} \dots \dots \dots 264)$$

$$B = \left(1 + K \frac{\Omega L^2}{\Theta} \right) \frac{O_m}{\Omega} \dots \dots 265)$$

und endlich für die untere Gurtung:

$$A = \frac{U_m}{\Omega} \dots \dots \dots 266)$$

Die Kräfte in den Streben und Vertikalen haben zwar im vorliegenden Falle der gleichförmig vertheilten Maximallast keine Maximalwerthe, doch kann es von Interesse sein, dieselben zu kennen; und erhalten wir nach der Gleichung 189) für die linksseitige, zunächst dem Auflager A gelegene Brückenhälfte:

$$N_m \cos \varphi = \left(\frac{M'_m}{S_m} - \frac{M'_{m-1}}{S_{m-1}} \right) \dots \dots 267)$$

$$N_m \sin \varphi = B'_m - \frac{M'_m}{S_m} \operatorname{tg} \beta_m \dots \dots 267^a)$$

und indem wir Gleichgewicht um den untern Knotenpunkt m anschreiben:

$$V_m = N_m \sin \varphi - P'_u \dots \dots \dots 268)$$

Indem wir das Eigengewicht $p = Cl + F$ setzen (s. Gleichung 213) so erhalten wir:

$$P_u = \left(k + \frac{Cl}{2} + F \right) d \dots \dots 269)$$

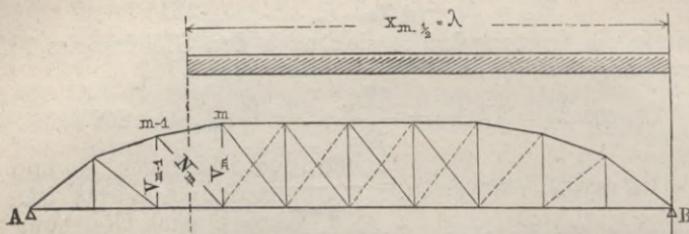
wo d die mittlere Fachweite der beiden links und rechts von m befindlichen Felder bezeichnet.

Für den mittleren Vertikalständer, der unterhalb von zwei verschieden gerichteten Diagonalkräften angegriffen ist, erhalten wir mittelst Gleichgewichts um den obern Knotenpunkt nach Gleichung 194):

$$\begin{aligned} V_{1/2} &= P'_0 \\ P_0 &= \frac{1}{2} C l \cdot d \left\{ \dots \dots \dots 269^a) \end{aligned}$$

wo P'_0 meist gleich $\frac{1}{2} P_0$ zu setzen ist.

Fig. 210.



Uebergehend auf die Bestimmung der grössten Kräfte in den Diagonalstreben und Vertikalständern haben wir die grösste einseitige Belastung ins Auge zu fassen und zwar ist für Bewegung der Last vom rechtseitigen Auflager B bis zur Mitte des betrachteten Feldes entsprechend den für Parabelträger entwickelten Gleichungen 238)–241):

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{pl}{2} + \lambda k \frac{\lambda}{2l} \\ B &= \frac{pl}{2} + \lambda k \frac{2l-\lambda}{2l} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 271)$$

$$S_m = A - (k + p) \lambda \dots \dots \dots 272)$$

ferner gleichzeitige Angriffsmomente:

$$M_{m-1} = A \left(1 - \lambda - \frac{d}{2}\right) - \frac{p}{2} \left(1 - \lambda - \frac{d}{2}\right)^2 \dots \dots 273)$$

$$M_m = B \left(\lambda - \frac{d}{2}\right) - \frac{q}{2} \left(\lambda - \frac{d}{2}\right)^2 \dots \dots \dots 274)$$

Es folgt hieraus für die Diagonalstreben nach Gleichung 188):

$$N_m \cos \varphi = \frac{M'_m}{S_m} - \frac{M'_{m-1}}{S_{m-1}} \dots \dots \dots 275)$$

$$N = \frac{N_m}{\omega} \dots \dots \dots 276)$$

Der Fusspunkt der Strebe N_m ist für die betrachtete Brückenhälfte gegen B gerichtet, weil die entgegengesetzten Diagonalen

(mit Ausnahme der Mittelfelder) ganz fehlen; man erhält demgemäss für die Vertikale V_m mittelst Gleichgewichts um den untern Knotenpunkt m :

$$V_m = N_m \sin \varphi - P'_{u_m} \dots \dots \dots 277)$$

Diess ist jedoch nicht die stärkste Anstrengung dieser Vertikalen, welche vielmehr — bei unterhalb angebrachter Fahrbahn — nach der Darstellung in N^o. 151. dann stattfindet, wenn die Last von B bis zur Mitte der Diagonale $m + 1$ vorgerückt ist; hienach erleidet bei der in Figur 210 dargestellten Belastung die Vertikale V_{m-1} ihre grösste Anstrengung und wir erhalten:

$$\begin{aligned} V_{m-1} &= - \frac{M'_{m-1}}{\xi_{m-1}} \operatorname{tg} \beta_{m-1} - \mathfrak{B}'_{m-1} - P'_{o_{m-1}} \dots \dots \dots 278) \\ &= - \frac{M'_{m-1}}{\xi_{m-1}} \operatorname{tg} \beta_{m-1} - \mathfrak{B}'_m + P'_{o_{m-1}} \end{aligned}$$

in welcher Gleichung \mathfrak{B}'_m zwischen dem Auflager A und der Abscisse $l - a$ (Gleichung 207 zu vergleichen) negativ ist.

Gegen das Auflager B hin wird $N_m \cos \varphi$ nach Gleichung 275) negativ, was bedeutet, dass anstatt den Streben N die entgegengesetzt gerichteten Streben T zur Wirkung kommen; für diese Felder ist daher nach Gleichung 192):

$$V_m = \frac{M'_m}{\xi_m} \operatorname{tg} \beta_{m+1} + \mathfrak{B}'_m + P'_{o_m} \dots \dots \dots 279)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{m-1} &= \frac{M'_{m-1}}{\xi_{m-1}} \operatorname{tg} \beta + \mathfrak{B}'_{m-1} + P'_{o_{m-1}} \\ &= \frac{M'_{m-1}}{\xi_{m-1}} + \mathfrak{B}'_m - P'_{u_{m-1}} \end{aligned} \right\} \dots \dots 280)$$

An den Vertikalen $\max \frac{M}{\xi}$, wo die gezogenen Diagonalstreben ihre Richtung ändern, wird entsprechend der Figur 142^a Gleichgewicht um den obern Knotenpunkt angeschrieben und nach Gleichung 194) erhalten:

$$V_m = P'_o + \frac{M'_m}{\xi_m} (\operatorname{tg} \beta_m - \operatorname{tg} \beta_{m+1}) \dots \dots 281)$$

indem bei der vorausgesetzten Bewegung der Last von B gegen A der Punkt $\max \frac{M}{\xi}$ stets auf der rechten Brückenhälfte liegt.

In den vorstehenden Gleichungen 271)–281) ist die Last stets von B bis zur Mitte des Feldes ($m - 1$) vorgerückt gedacht, wobei die im halbbelasteten Felde befindliche variable Belastung in der Vertikale m concentrirt angenommen wird; hienach ist in allen vorgenannten Gleichungen:

$$P_{u_{m-1}} = P_{o_m} = P_{o_{m-1}} = \frac{1}{2} Cl. d \dots \dots \dots 282)$$

$$P_{u_m} = (k + \frac{1}{2} Cl + F) d \dots \dots \dots 283)$$

indem in beiden Gleichungen d die mittlere Weite der beiden an der betrachteten Vertikale anstossenden Felder bezeichnet.

178. Die Formeln 259)–283) sind, wie auch die für Parabelträger angewendeten Gleichungen auf die allgemeinen Formeln 175)–179^a), sowie 185)–194^a) gegründet, indem in beiden Fällen ein einfaches, unsymmetrisches System mit gezogenen Diagonalstreben vorausgesetzt ist.

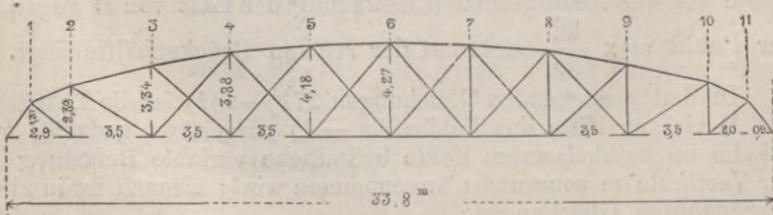
Beiderlei Gleichungen müssen für die Streben gekrümmter Träger mit unterhalb liegender Fahrbahn dasselbe Resultat geben, wenn man berücksichtigt, dass in den Gleichungen 238)–252) die Last von A nach B, in den Gleichungen 271)–283) aber von B nach A rückend gedacht ist.

Bei mancher Ähnlichkeit der parabolischen Träger mit denen des Schwedler'schen Systems, und bei vielfacher Uebereinstimmung der zur Berechnung dienenden Formeln ist als Hauptunterschied hervorzuheben, dass diejenigen Diagonalstreben, welche beim Schwedler'schen System ganz fehlen, bei den Parabelträgern gerade am meisten in Anspruch genommen sind.

Herr J. W. Schwedler hat nach seinem System schon eine grössere Anzahl Brücken projectirt, von denen mehrere in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen von Erbkam eingehend beschrieben sind; hierunter sind auch die Strassenbrücken über die Oder in Breslau; diese unterscheiden sich von den Eisenbahnbrücken insbesondere dadurch, dass in Folge des grossen Eigengewichts der Strassenfahrbahn nur ein einziges Feld mit Kreuzstreben nothwendig wird, die Gurtungskurve selbst aber nahezu einem Kreisbogen entspricht; in Folge dessen haben diese Brücken ein wesentlich gefälligeres Aussehen, als die nach Gleichung 258) construirten Eisenbahnbrücken.

179. Eine etwas abweichende Trägerform zeigt die Brücke über den Colomak, welche von F. Laissle für die Charkow-Kremenschug-Bahn projectirt wurde und wobei die Berechnung nach vorstehenden Formeln 259)–283) geschehen ist.

Fig. 211.



Diese Brücke, deren Details den erwähnten Schwedler'schen Brücken nachgebildet sind, hat eine Spannweite von 33,8^m erhalten, welche Länge in 10 Felder getheilt ist (s. Figur 211). —

Colomak-Brücke. Tabelle
 $p = 1870^k$ $k = 4564^k$ $q = 6434^k$

Index m =	1	2
x_m	0,91 ^m	2,9
δ_m	1,37 ^m	2,39
$M_m = Ax_m - \frac{q}{2} x_m^2$ Nach Gleichung 260).	90,46 ^{mts*}	288,3
$\frac{M_m}{\delta_m}$	66,03 ^{ts}	120,6
$U_m = \frac{M'_{m-1}}{\delta_{m-1}} = \frac{1}{2} \frac{M_{m-1}}{\delta_{m-1}}$ Nach Gleichung 263).		33,01 ^{ts}
Ω_m in Quadratcentimetern		114
$\mathfrak{A} = \frac{U_m}{\Omega_m}$ in Kilo		289
$\frac{1}{\cos \beta}$	1,696	1,135
$O_m = \frac{M'_m}{\delta_m} \frac{1}{\cos \beta}$ Nach Gleichung 262).	55,98 ^{ts}	68,44
Ω_m in Quadratcentimetern	125	125
$\mathfrak{B}_m = \frac{O_m}{\Omega_m}$ in Kilo	448	547
$N_m \cos \varphi = \frac{M'_m}{\delta_m} - \frac{M'_{m-1}}{\delta_{m-1}}$ Nach Gleichung 267).		27280 ^k
$\cos \varphi$		0,822
$t g \varphi$		0,690
N_m		33190 ^k
$N_m \sin \varphi = \left(\frac{M'_m}{\delta_m} - \frac{M'_{m-1}}{\delta_{m-1}} \right) t g \varphi$		18820
$P'_u = \frac{1}{2} d \left(q - \frac{Cl}{2} \right)$ Nach Gleichung 230).		9360
$V_m = N_m \sin \varphi - P'_u$ Nach Gleichung 268).		9460

LIV. Berechnung der Gurtungen.
 $l = 33,8^m$ $A = q \frac{l}{2} = 108,735^ts.$

3	4	5	6	Bemerkungen.
6,4	9,9	13,4	16,9	
3,34	3,88	4,18	4,22	
564,1	761,2	879,4	918,8	*) $M_1 = \frac{0,91}{2,90} M_2.$
168,9	196,2	210,4	215,2*)	*) Da $\frac{M}{\delta}$ seinen grössten Werth in der Trägermitte hat, so sind im vorliegenden Falle der gleichförmigen Maximalbelastung die Fusspunkte sämtlicher gezogenen Diagonalen gegen die Brückenmitte gerichtet.
60,30	84,45	98,10	105,20	
114	148	148	157	
529	570	663	670	
1,036	1,012	1,004	1,00	
87,49	99,28	105,62	107,60	
148	148	157	157	
591	632	673	685	
24150	13650	7100	2400	
0,826	0,724	0,670	0,666	
0,683	0,690	1,109	1,194	
29240	18850	10600	3600	
16090	13020	7870	2865	
10245	10245	10245	10245	
5845	2775	- 2375	- 4515*)	*) $V_6 = 2 N_6 \sin \varphi - P'_u.$

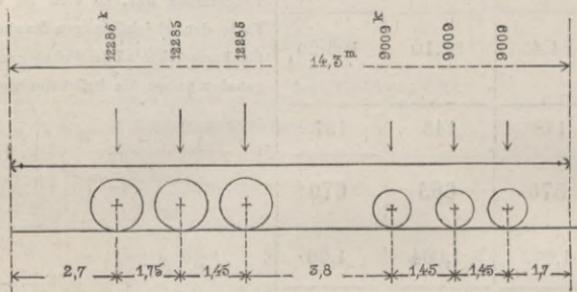
$$p' = 34,31 + 460 = 1620,$$

je per laufenden Meter der eingleisigen Brücke.

Anmerk. Das Project hat in der Ausführung eine Aenderung erfahren, indem als lichte Weite zwischen den Hauptträgern 16' englisch oder 4,877m vorgeschrieben wurden.

Bezüglich der Verkehrslast wurde angenommen, dass die Brücke mit Locomotiven, wie solche in Fig. 213 skizzirt sind, befahren werde, so dass im Falle der Maximalbelastung drei solche Maschinen in Rechnung kommen; für diesen Fall wurde ermittelt, dass eine gleichförmig vertheilte Last $k = 4564$ Kilo dasselbe max \mathfrak{M} in der Brückenmitte hervorrufen würde.

Fig. 213.



180. Nachdem im Vorstehenden Eigengewicht und Verkehrslast bestimmt und die Dimensionen der Eisenconstruction durch Tafel XIV. und Figur 213 gegeben sind, so kann nunmehr die im Material herrschende Spannung und Pressung nach den Gleichungen (259)—(283) bestimmt werden.

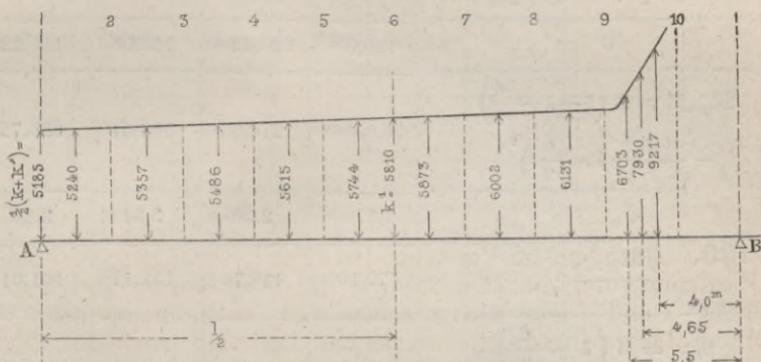
Die Gurtungen haben ihre grösste Anstrengung im Falle gleichförmig vertheilter Maximallast auszuhalten und sind die betreffenden Spannungen und mittleren Pressungen nach den Gleichungen (259)—(266) bestimmt und in der vorstehenden Tabelle LIV. zusammengestellt worden. — Es sind in dieser Tabelle aber auch die der Maximallast entsprechenden Strebenkräfte N und V eingetragen, wozu die Gleichungen (267)—(269) gedient haben.

Die grösste Anstrengung der Diagonalstreben und Vertikalständer findet bei einseitiger Belastung statt, für welche ein mit der Länge der variablen Last wechselnder Werth k in Rechnung zu nehmen ist. — Die in Figur 213 skizzirte Locomotive hat besondern Tender und überhaupt ähnliche Verhältnisse wie die der Tabelle XVII^a. zu Grunde gelegte Güterlocomotive, es darf desshalb das der Belastung der halben Brücke entsprechende k^1 nach Maassgabe genannter Tabelle und demgemäss bei 33,8^m Spannweite

$$k^1 = 1,275 k = 1,275 \cdot 4560 = 5810 \text{ Kilo}$$

genommen werden. — Indem wir nunmehr das in Figur 134 dargestellte Verfahren auf den vorliegenden Fall anwenden, so erhalten wir für die Abscissen $\lambda = 4^m, 4,65^m$ und $5,5^m$ die zugehörigen $k_\lambda = \frac{36882}{4,0}, \frac{36882}{4,65}$ und $\frac{36882}{5,5}$, ferner für die unsymmetrische Belastung der ganzen Brücke $k_0 = \frac{k + k'}{2} = 5185$ Kilo und ergeben sich schliesslich die in Figur 214 dargestellten Werthe k_λ für die je bis zur Fachmitte vorgerückte Belastung. Diese Werthe k_λ in den Gleichungen 271) — 274) eingesetzt, erhalten wir die Angriffsmomente \mathfrak{M} und Vertikalkräfte \mathfrak{B} in einer Weise, welche der Belastung mit den in Fig. 213 skizzirten Locomotiven möglichst vollständig entspricht.

Fig. 214.



Nachdem hienach die einzelnen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} bestimmt sind, erhalten wir die Kräfte in den Diagonalstreben nach Gleichung 275), die Kräfte in den Vertikalständern nach den Gleichungen 277) bis 283) und sind in den Tabellen LV. und LVI. diese Strebenkräfte und deren Entwicklung zusammengestellt.

Die Formeln 277) — 283) geben für eine bis zur Fachmitte $(m - 1)$ vorgerückte Ueberlast die in den Vertikalständern wirkenden Kräfte V_{m-1} und V_m zu beiden Seiten des betrachteten Faches; nach den Erläuterungen der N^o. 151. geben im vorliegenden Falle — wo die Fahrbahn an den untern Knotenpunkten befestigt ist — die Kräfte V_{m-1} die grösste Anstrengung der betreffenden Vertikalständer, wie diess insbesondere auch aus nachfolgender Tabelle LVI. ersichtlich ist. — (Es ist hiebei mit jedem V_{m-1} das in der vorhergehenden Vertikalcolumnne befindliche V_m zu vergleichen.)

Die Werthe V_m sind in genannter Tabelle theilweise negativ, wonach die betreffenden Vertikalen bei der betrachteten Belastung

Colomak-Brücke.

$p = 1870^k$ $l = 33,8^m$

Tabelle

Index m =	2	3	4	5
k_m	2,9 ^m	6,40	9,90	13,40
$\lambda = 1 - x_m - \frac{d}{2} =$	32,35 ^m	29,15	25,65	22,15
k_λ nach Fig. 114. $q = k_m + p =$	5240 ^k 7110 ^k	5357 7227	5486 7356	5615 7485
$A + B = pl + \lambda k_\lambda$	232,72 ^{ts}	219,36 ^{ts}	203,92	187,58
$A = \frac{pl}{2} + \lambda k_\lambda \frac{\lambda}{2l}$	112,72 ^{ts}	98,94	84,86	72,36
B	120,0 ^{ts}	120,42 ^{ts}	119,06	115,22
$M_{m-1} = A \left(1 - \lambda - \frac{d}{2}\right) - \frac{p}{2} \left(1 - \lambda - \frac{d}{2}\right)^2$	96,05 ^{mts} *)	276,06	504,91	626,72
ϕ_{m-1}	1,37 ^{mts}	2,39	3,34	3,88
$\frac{M_{m-1}}{\phi_{m-1}}$	70,1 ^{ts}	116,76	151,17	161,01
$M_m = B \left(\lambda - \frac{d}{2}\right) - \frac{q}{2} \left(\lambda - \frac{d}{2}\right)^2$	313,65 ^{mts}	586,80	744,58	792,99
ϕ_m	2,39 ^m	3,34	3,88	4,18
$\frac{M_m}{\phi_m}$	131,23 ^{ts}	175,67	191,90	189,71
$N_m \cos \varphi = \frac{1}{2} \left(\frac{M_m}{\phi_m} - \frac{M_{m-1}}{\phi_{m-1}} \right)$	30565 ^k	29465	20377	14350
$\cos \varphi$	0,822	0,826	0,724	0,670
N_m	37184 ^k	35680	28145	21434
ω_m in □Centim.	68	68	40	40
$\mathfrak{N} = \frac{N_m}{\omega_m}$	547 ^k	524	703	536

LV.

$pl = 63,2^ts$.

Berechnung der Diagonalstreben.

6	7	8	9	10	11	Bemerkungen.
16,90	20,40	23,90	27,45	30,90	32,9	
18,65	15,15	11,65	8,15	4,65	4,65 *)	*) $\lambda_{11} = \lambda_{10}$, weil Punkt (11) kein Lastpunkt ist. —
5744 7614	5873 7743	6002 7872	6131 8001	7930 8800		
170,33	152,17	133,13	113,17	100,08		
61,16	51,54	43,65	37,63	34,14		
109,17	100,63	89,48	75,54	65,94		
651,62	586,00	501,18	365,26	233,475		*) $M_1 = \frac{0,915}{2,900} M_2$, weil Punkt (1) nicht belastet.
4,18	4,27	4,18	3,88	3,34		
155,89	137,47	119,90	94,14	69,90		
757,71	653,29	499,78	319,63	150,02	73,63 *)	*) $M_{11} = \frac{0,915}{2,9} M_{10}$.
4,27	4,18	3,88	3,34	2,39	1,37	
177,45	156,29	128,81	95,70	64,02	53,74	
10783	9412	4453	780	-2940 *)	-8077 *)	*) Negatives $N_m \cos \varphi$ bedeutet Zug in den Streben T_{10} und T_{11} .
0,667	0,634	0,667	0,670	(0,826)	(0,822)	
16170	14845	6676	1165	(-3560) *)	(-9960) *)	
28	20	20	10	(68)	(68)	
577	742	334	116	(72)	(146)	

Colomak-Brücke. Tabelle
 $p = Cl + F = 1160 + 710 \text{ Kilo,}$

Index m =	2	3	4	5
x_m	2,9 ^m	6,4	9,9	13,4
$\lambda = l - x_m + \frac{d}{2}$	32,35 ^m	29,15	25,65	22,15
k_λ	5240 ^k	5357	5486	5616
$q = p + k$	7110 ^k	7227	7356	7485
B nach Tabelle LV.	120,00 ^{ts.}	120,42	119,06	115,22
$\mathfrak{B}_m = \lambda (p + k) - B$	110,0 ^{ts.}	90,24	69,62	50,57
$P'_{um} = \frac{1}{2} (k + \frac{1}{2} Cl + F) d$	10448 ^{k *}	11630	11808	12082
$P'_{um-1} = \frac{1}{2} (F + \frac{1}{2} Cl) d$		2064 [*]	2257	2257
$P'_{om} = \frac{1}{2} Cl d$	9,28 ^k	1015	1015	1015
$\frac{M'_{m-1}}{\mathfrak{D}_{m-1}}$ nach Tabelle LV.	70,11 ^{ts.}	116,76	151,17	161,01
$tg \gamma_{m-1}$		0,514	0,271	0,154
$\frac{M'_{m-1}}{\mathfrak{D}_{m-1}} tg \beta_{m-1}$		30,02 ^{ts.}	20,48	12,40
$V_{m-1} = -\mathfrak{B}'_m + P'_{om} - \frac{M'_{m-1}}{\mathfrak{D}_{m-1}} tg \beta_{m-1}$		16115	15345	13900
ω_{m-1}		50	50	40
\mathfrak{B}_m		322	307	322
$N_m \cos \varphi$ nach Tabelle LV.	30565 ^k	29465	20377	14350
$tg \varphi$	0,69	0,683	0,954	1,109
$N_m \sin \varphi = N_m \cos \varphi tg \varphi$	21090 ^k	20124	19440	15914
$V_m = N_m \sin \varphi - P'_{um}$	10642 ^k	8494	7632	3882

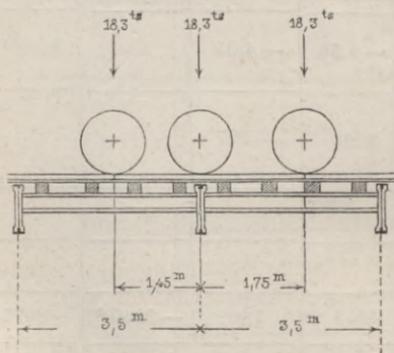
LVI. Berechnung der Vertikalständer.
 $l = 33,80^m, \quad \text{Fachweite } x_{m+1} - x_m = d.$

6	7	8	9	10	11	Bemerkungen.
16,9	20,4	21,9	27,4	28,9	30,9	$\lambda_{11} = \lambda_{10}$, weil Punkt (11) nicht belastet ist.
18,65	15,15	11,65	8,15	4,65	4,65	
5744	5873	6002	6131	7930		
7614	7743	7872	8001	800		
109,17	100,63	89,48	75,54	65,94		
32,83	16,63	2,23	-10,34	-20,37		
12310	12533	12761	12985	14752 [*]		
2257	2257	2257	2257	2257		
1015	1015	1015	1015	928		
155,89	137,47	119,90	94,14	69,90		
0,086	0,026	-0,026	-0,086	-0,154		*) Für die äussersten Vertikalständer ist als mittlere Fachweite $\frac{1}{2} (3,5 + 2,9)$ zu setzen.
6,70	1,78	-1,56	-4,05			
10730	7550	3690	-107			
40	40					
268	189					
10783	9412	4453	780	-2940 [*]	-8077 [*]	
1,194	1,22	1,194	1,109	0,683 [*]	0,69 [*]	
12875	11483	5317	865	1828 [*]	5573 [*]	
565	-1150	-7444	-2240 ^{**}	-9179 ^{**}		

auf Zug in Anspruch genommen sind. — Die Zugkräfte erreichen ihre grössten Werthe für V_m und zwar wird der Zug desto grösser sein, je kleiner die Strebenkraft und je grösser die unmittelbar angehängte Belastung P_n ist; erhebliche Zugkräfte finden demgemäss nur an belasteten Knotenpunkten statt und namentlich beim Eintritt der variablen Last, bei welcher die untern Knotenpunkte (10) und (8) besonders kleine Diagonalenkräfte aufzunehmen haben; solche kleine Strebenkräfte finden bei gleichmässig vertheilter Maximallast in der Brückenmitte statt, wesshalb in Tabelle LIV. der Werth V_6 einen nicht ganz unbedeutenden Zug darstellt. (Dieser Zug beträgt circa 112 Kilogr. per Quadratcentimeter, während derselbe Vertikalständer nach Tabelle LVI. einen grössten Druck von 189 Kilogr. auszuhalten hat.)

Anmerk. Die vorliegende Brücke über den Colomak konnte nach denselben Formeln berechnet werden, wie die Kitzinger Mainbrücke (s. N^o. 172.), doch ist das Rechnungsverfahren, abgesehen davon, dass bei der Colomakbrücke die untere Gurtung geradlinig, die Rechnung somit etwas vereinfacht ist, auch in andern Punkten verschieden. Bei Brücken, welche den parabolischen Trägern nahe stehen, sind die zunächst dem Auflager befindlichen Diagonalstreben bei dem Eintritt der Ueberlast am meisten in Anspruch genommen, wesshalb bei der Berechnung Bewegung der Last von A nach B angenommen ist; wenn die Brückenträger, wie bei der Colomakbrücke, dem Schwedler'schen System nachgebildet sind, so sind die Diagonalstreben beim Eintritt der Ueberlast wenig in Anspruch genommen (theoretisch soll die Strebenkraft hier Null sein); die grössten Strebenkräfte finden wie beim geraden Träger dann statt, wenn mehr als die Hälfte der Brücke belastet ist, wesshalb hier Bewegung der Last von B nach A zu Grunde gelegt ist. — Ein weiterer Unterschied in beiderlei Berechnungen ist dadurch bedingt, dass die Kitzinger Mainbrücke oberhalb, die Colomakbrücke unterhalb belastet ist.

Fig. 215.

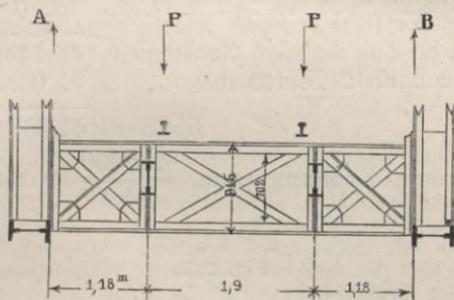


181. Die Querträger werden am meisten in Anspruch genommen bei der in Figur 215 skizzirten Stellung der Locomotive; es giebt sich als Locomotivbelastung des Querträgers II:

$$12300 \left(1 + \frac{2,05}{3,50} + \frac{1,75}{3,50} \right) = 25600 \text{ Kilo.}$$

Hiezu das Eigengewicht der Fahrbahn mit 710 Kilo per Meter, somit auf 3,5 ^m Länge . .	2485 „
Zusammen	28085 Kilo.

Fig. 216.



Diese Querträgerbelastung ist auf die beiden Lastpunkte gleichmässig zu vertheilen, wie obenstehende Figur 216 zeigt.

Hienach beträgt der Auflagerdruck A 14040 Kilo, somit:

$$\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = 14040 \times 1,18 = 16567 \text{ KM.}$$

Dieses Moment ist auf die ganze Länge des mittleren Faches gleich und misst der widerstehende Querschnitt der beiden Winkel nach Abzug der Niete 40 □Centim., wonach die im Material herrschende Spannung nach Gleichung 35)

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{M} &= \frac{b_0}{b} \mathfrak{B} \cdot \Omega \cdot \xi_0 \\ \mathfrak{M} &= \frac{a_0}{a} \mathfrak{X} \cdot \Omega \cdot \xi_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 284)$$

gefunden wird. — Indem wir in dieser Gleichung die Distanz ξ_0 der Gurtungsschwerpunkte = 0,85^m und $\frac{b_0}{b} = \frac{a_0}{a} = 1$ setzen (indem gleichmässige Spannung des ganzen Gurtungsquerschnitts angenommen wird), so erhalten wir:

$$\mathfrak{X} = \mathfrak{B} = \frac{16567}{40 \cdot 0,85} = 487 \text{ Kilo.}$$

Die in den Lastpunkten wirkende Kraft P = Auflagerdruck A = 14040^k muss mittelst zweier gedrückten Strebenwinkel und eines gezogenen Strebenbandes auf die Auflager (d. h. zur Vertikalen des Hauptträgers) übertragen werden; nennen wir N die

Summe der in den vorgenannten Streben wirkenden Kräfte, welche denselben Winkel φ mit dem Horizont bilden, so ist somit:

$$\Sigma N \sin \varphi = A = 14040 \text{ Kilo,}$$

$$\Sigma N = \frac{14040}{0,65} = 23000 \text{ Kilo,}$$

welche Kraft durch folgenden Querschnitt aufgenommen wird:

2 Winkel à 16,77, zusammen 33,54 □Cent.

1 Spannstrebe 12,90 „

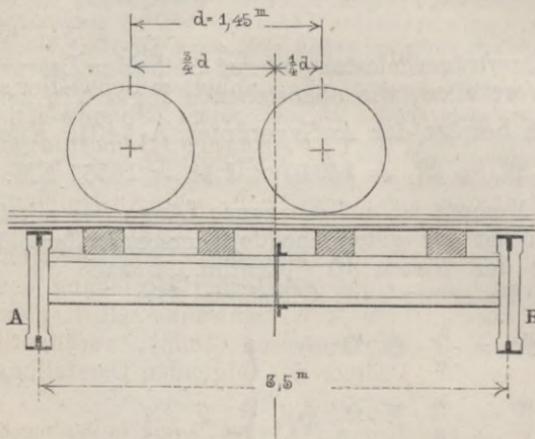
Zusammen 46,44 □Cent.

Hievon ab 2 Nieten mit . . . 5,0 „

Bleiben 41,44 □Cent.,

wonach eine grösste Spannung von $\frac{230000}{41,4} = 555$ Kilo vorhanden ist.

Fig. 217.



Die Schwellenträger werden durch die in Figur 217 dargestellte Stellung der Locomotive am meisten in Anspruch genommen; der Auflagerdruck B wird gefunden:

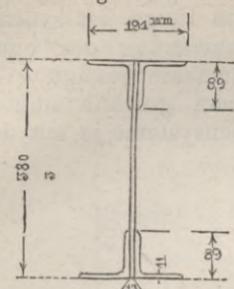
$$B = \frac{211 + 0,66}{3,50} \cdot 12300 = 9734^k,$$

woraus das Moment an der Querschwellen III. sich ergibt:

$$M_3 = 9734 \times 1,39 = 12530 \text{ KM.}$$

Dieses Moment vertheilt sich auf zwei Schwellenträger, deren jeder somit ein grösstes Angriffsmoment von 6265 KM. auszuhalten hat.

Fig. 218.



Die Querschnittsdimensionen der Schwelenträger sind in beistehender Figur 218 verzeichnet und findet sich nunmehr die grösste Spannung in der Gurtung, indem man in Gleichung 150) $b_0 = a_0 = \frac{\delta_0}{2}$, $b = a = H$ setzt, wonach:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{A} \frac{\delta_0^2}{H} (\Omega + \frac{1}{6} \delta \delta_0) \quad \dots \quad 150)$$

In dieser Gleichung ist:

$\Omega = 2 \cdot 18,5$	= 37,0 □Cent.
Hievon ab 1 Niete	7,0 "
	30,0 □Cent.
Hiezu $\frac{1}{6} \delta \delta_0 = \frac{1}{6} (1,3 \times 3,3)$	7,1 "
Zusammen	37,1 □Cent.

$$\frac{\delta_0^2}{H} = 0,309^m, \text{ somit:}$$

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{M} \cdot \frac{1}{0,309} \cdot \frac{1}{37,1} = \frac{6265}{11,46} = 547 \text{ Kilo.}$$

182. Zwei Brücken nach gedoppeltem Schwedler'schen System sind die Weserbrücke bei Höxter (Spannweite 58,25^m) und die Elbbrücke bei Tangermünde (Hämerten) an der Berlin-Lehrte-Eisenbahn (Spannweite 65,9^m).

Erstere Brücke war in der Pariser Ausstellung vom Jahre 1867 durch Modell und Zeichnungen dargestellt und ist auch in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen (1867) veröffentlicht.

Die zweite dieser in mehrfacher Beziehung sehr ähnlichen Brücken ist durch Herrn J. W. Schwedler selbst, gleichfalls in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen (1868), veröffentlicht worden und soll als neueres Project der folgenden Darstellung zu Grunde gelegt werden.

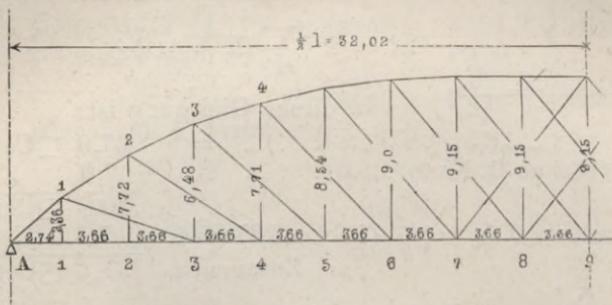
Anmerk. In den Figuren 219 — 222, sowie in der zugehörigen Berechnung sind in Folge einer Verwechslung des englischen mit dem preussischen Maasse durchweg die Längenangaben entsprechend zu niedrig; Tabelle LVII. bleibt aber richtig, ebenso die daran geknüpfte Betrachtung, weil in dem Ausdrucke der Gurtungskräfte q in demselben Maasse zu gross ist, als die Längenangaben zu klein sind, die übrigen Maasse sich aber in Nenner und Zähler ausgleichen.

Die allgemeine Anordnung der Brückenconstruction sowie einzelne Details sind auf Tafel XV. gegeben und ist hiezu zu bemerken, dass die Brücke für zwei Geleise bloss zwei Hauptträger erhalten hat und dass mit Ausnahme der Pfosten (1), (2), (16) und (17) an sämtlichen Knotenpunkten obere Querverbindungen angebracht werden konnten; letztere fehlen nur an den Enden je auf circa 10 Meter Länge.

Die Längenmaasse der einzelnen Fachwerkglieder sind aus der folgenden Figur 219 ersichtlich, indem in Folge der symmetrischen Anlage des Hauptträgers die Aufzeichnung der einen Brückenhälfte zur Darstellung dieser Längenmaasse genügt.

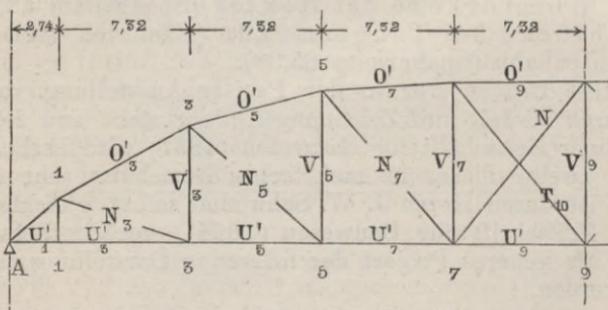
Die Berechnung dieser doppelten Systeme geschah nun in der Weise, dass man jedes der beiden Strebensysteme je mit den

Fig. 219.



betreffenden Lasten versehen abgesondert denkt, wobei die Gurtungen beiden Systemen gemeinsam sind, daher die obere polygonale Gurtung durch eine stetige Kurve ersetzt gedacht wird.

Fig. 220.

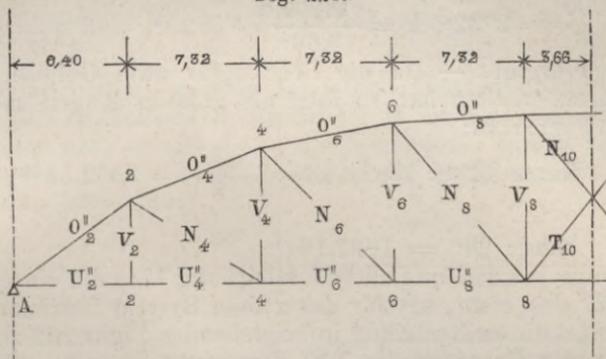


Die Figuren 220 und 221 stellen die beiderlei Systeme dar, welche wir als erstes, beziehungsweise zweites System bezeichnen; ersteres enthält die ungeraden, letzteres die geraden Knotenpunkte.

Jedes dieser beiden Systeme wird nun für sich wie ein einfaches System gerechnet und können wir für jedes dieser Systeme unsere Formeln (259) — (283) anwenden, sobald wir die Lasten je über einen Theil des Brückensystems gleichförmig vertheilt annehmen dürfen. — Diese Annahme giebt nun im ersten System bei Belastung der linken Seite für den Knotenpunkt (1) eine geringere Ueberlast, im vorliegenden Falle nur etwa $\frac{2}{3}$ der Belastung der anstossenden Knotenpunkte, während bei Vereinigung beider Systeme dieser Knotenpunkt nahezu die volle Belastung

der andern Punkte (hier wegen geringerer Endfelderlänge nur $\frac{7}{8}$ dieser Belastung) aufzunehmen hat; die bezügliche Differenz ist deshalb von geringerem Belange, weil die in den Endfeldern wirkenden Gewichte auf die Grösse der Angriffsmomente weniger Einfluss üben. (Uebrigens findet eine ähnliche Ungenauigkeit, nur

Fig. 221.



in umgekehrtem Sinne, dann statt, wenn man sämtliche Knotenpunkte trotz der geringeren Länge der Endfelder gleich belastet annimmt.)

Wir werden die Gurtungskräfte des ersten Systems mit $O' U'$, die des zweiten mit $O'' U''$ bezeichnen. Bei den Strebenkräften (in den Diagonalen sowohl als in den Vertikalen) ist eine solche Unterscheidung nicht nothwendig, da jede Strebe nur einem der beiden Systeme angehört.

Dagegen sind für die Angriffsmomente und Vertikalkräfte gleichfalls neue Bezeichnungen einzuführen. Hier haben wir die auf einen Träger bezogenen Werthe mit M' und B' bezeichnet; werden letztere Grössen noch einmal und zwar auf jedes der einzelnen Systeme reduziert, so bezeichnen wir die auf ein einzelnes System eines Trägers bezogenen Grössen mit $M'' B''$, so dass z. B. B''_5 nach Figur 220, B''_6 nach Figur 221 bestimmt wird, während für den ganzen Träger des doppelten Systems $B'_5 = (B''_5 + B''_6)$ wäre. — M''_m ist beim doppelten System $= \frac{1}{2} M'_m$, beim dreifachen System $= \frac{1}{3} M'_m$.

183. Die Berechnung der vorliegenden Elbbrücke (siehe Tafel XV.) geschieht nach Vorstehendem in der Weise, dass für jedes der in Figur 220, beziehungsweise Figur 221, skizzirten Systeme die Fachwerkkräfte besonders gerechnet werden, wobei wir jedes der beiden Systeme mit der Hälfte sowohl des Eigengewichts als der variablen Last behaftet denken.

Das Verfahren bleibt im Uebrigen ganz dasselbe, wie solches in den Nummern **179.** — **181.** für die Colomakbrücke entwickelt

wurde und soll im Folgenden nur ausgeführt werden, in welcher Weise die Gurtungskräfte der beiden Systeme sich zusammensetzen.

Herr Schwedler hat bei seiner Berechnung an jedem Knotenpunkte 200 Centner Eigengewicht und 280 Centner Verkehrsbelastung angenommen, so dass bei Anwendung von Metermaass $p = \frac{10000}{3,66} = 2732^k$, $k = \frac{14000}{3,66} = 3825^k$, und $q = p + k = 6557^k$ sich ergibt. — Da die Brücke für zwei Geleise nur zwei Hauptträger erhalten hat, so folgt als grösstes Angriffsmoment in der Trägerrmitte:

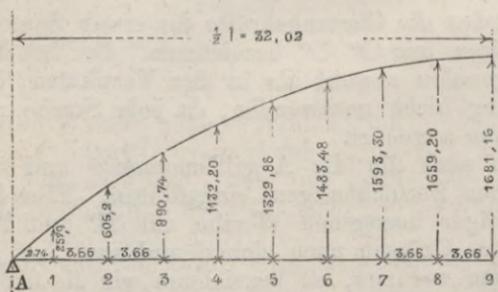
$$M_{\max} \mathfrak{M}' = M_{\max} \mathfrak{M} = \frac{q l^2}{8} = 3362,33 \text{ mts.}$$

woraus:

$$M_{\max} \mathfrak{M}'' = 1681,16 \text{ mts.}$$

Hieraus werden nun mittelst Gleichung 174) die einzelnen \mathfrak{M}'' sowohl für das erste, als für das zweite System bestimmt und ist das Resultat dieser Rechnung in beistehender Figur 222 zusammengestellt, worin die ungeraden \mathfrak{M}'' dem ersten Systeme, die geraden dem zweiten Systeme angehören.

Fig. 222.



Beim System Schwedler findet im Falle der gleichförmig vertheilten Maximallast $\max \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{S}}$ in der Brückenmitte statt, somit ist (weil die Diagonalen auf Zug construirt sind) für die linkseitige Brückenhälfte Figur 140 massgebend, wonach wir zur Bestimmung der Gurtungskräfte aus N^o. 134. entnehmen:

$$O_m \cos \beta = U_{m+2} \cos \gamma = \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{S}_m} \dots \dots \dots 186)$$

woraus wir für den vorliegenden Fall erhalten:

$$\left. \begin{aligned} O'_m \cos \beta &= U'_{m+2} = \frac{\mathfrak{M}''_m}{\mathfrak{S}_m} \\ O''_{m-2} \cos \beta &= U''_m = \frac{\mathfrak{M}''_{m-2}}{\mathfrak{S}_{m-2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 285)$$

Tabelle

Elbbrücke bei Tangermünde.

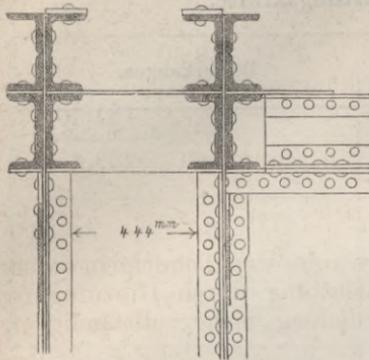
Index m =	1	2	3	4
Erstes System :				
M''_m	257,88 ^{ts}		890,74	
δ_m	2,36 ^m		6,48	
$U' = \frac{M''_m}{\delta_m}$	116,89 ^{ts}		137,36	
$\cos \beta_m$	0,758		0,901	
$O'_m = \frac{M''_m}{\delta_m} \cdot \frac{1}{\cos \beta}$	154,21 ^{ts}		152,45	
$U'_m = \frac{M''_{m-2}}{\delta_{m-2}}$	116,89 ^{ts} *)		116,89	
Zweites System :				
M''_m		605,20 ^{ts}		1132,20
δ_m		4,72 ^m		7,71
$U''_m = \frac{M''_m}{\delta_m}$		128,22 ^{ts}		146,85
$\cos \beta_m$		0,840		0,947
$O''_m = \frac{M''_m}{\delta_m} \cdot \frac{1}{\cos \beta}$		152,64		155,07
$U''_m = \frac{M''_{m-2}}{\delta_{m-2}}$		128,22 ^{*)}		128,22
Beide Systeme zusammen :				
oder $O_m = O'_m + O''_{m+1}$ $= O''_m + O'_{m+1}$	306,85 ^{ts}	305,09	307,52	314,79
oder $U_m = U'_m + U''_{m+1}$ $= U''_m + U'_{m+1}$	245,11 ^{ts}	254,11	245,11	265,58

LVII.

Berechnung der Gurtungskräfte.

5	6	7	8	9	Bemerkungen.
1329,88		1593,3		1681,16	
8,54		9,15		9,15	
155,73		174,13		183,72	
0,975		1,0		1,00	
159,72		174,13		183,72	
137,36		155,73		174,13	*) $U_1 = U_3$.
	1483,49		1659,20		
	9,0		9,15		
	164,83		181,33		
	0,992		1,00		
	166,06		181,33		
	146,85		164,83		*) $U_2 = U_4$.
325,78	340,19	355,46	365,05	365,05 ^{*)}	*) $O''_{10} = O''_8$.
284,21	302,58	320,56	338,96	355,48 ^{*)}	*) $U''_{10} = O''_8$.

Fig. 224.



Deckwinkel durch die zwischen den Schenkeln liegenden Platten von $\frac{1}{2}$ Zoll (12,5mm) Stärke stattfinden kann. Die vertikalen Stossplatten dienen in ihrer Verlängerung zugleich zum Anschluss der Vertikalen und Diagonalen.

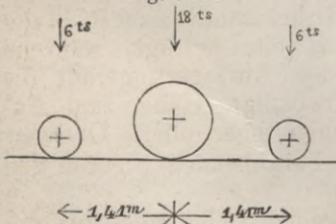
„An den Eckpunkten sind beide Gurtungshälften durch horizontale Blechplatten verbunden, ausserdem verbinden zwischen denselben vertikale Vergitterungen die Winkeleisen jeder Gruppe, horizontale Vergitterungen die Winkeleisen beider Gruppen.

„Die Vertikalen werden gleichmässig aus je 4 Winkeleisen von 4 Zoll (101mm) Seite, $\frac{1}{2}$ Zoll (12,5mm) Stärke construiert, welche in Verbindung mit der zwischen liegenden Blechplatte von $\frac{3}{8}$ Zoll (11mm) Stärke zugleich die Aussteifung der obren Gurtung bewirken.“

Bei der Berechnung der Querträger, welche als Blechwandträger construiert und in 4 Punkten durch die Schwellenträger belastet werden, wurde als Maximallast eine dreiaxige Locomotive von 12 Fuss (3,66m) Radstand und 260 Centner oder 13 Tons Achsenbelastung angenommen.

Eigenthümlich ist die Construction der Schwellenträger (zu vergleichen Tafel XV.), welche ein einfaches symmetrisches Fachwerk bilden und wobei sämmtliche Streben, welche alle auf Druck, beziehungsweise Druck und Zug in Anspruch genommen sind, aus Flacheisen hergestellt sind; es ist diess in Folge der geringen freien Länge wohl zulässig, doch ist zu bemerken, dass in der Mitte der Schwellenträger eine Querabsteifung mit vertikalen Winkeleisen angebracht wurde.

Fig. 225.



Bei der Berechnung der Schwellenträger wurde eine andere Locomotive zu Grunde gelegt, welche bei geringerem Totalgewicht eine mit 360 Centner belastete Triebaxe und nur 9 Fuss (2,82m) Radstand hat (s. Fig. 225).

Das Gewicht der zweigeleisigen Brücke beträgt für eine Oeffnung von 65,90m Stützweite (s. Anmerkung in N^o. 182):

Fahrbahntafel	58,1 ^{ts} .
Hauptträger:	
Gurtungen	115,20
Streben	38,30
Obere Querverbindung und Wirkungen	17,70
	181,30
Zusammen	239,4

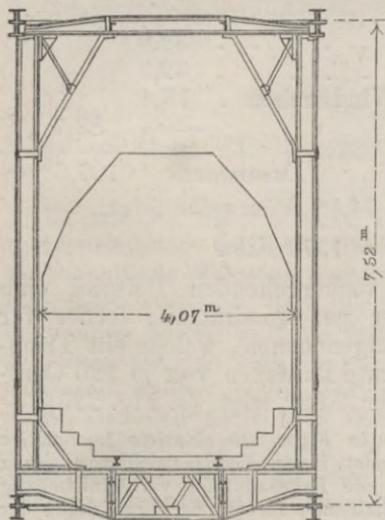
woraus per Meter und Geleise:

$$p' = 20,91 + 440 = 1817^k$$

In der statischen Berechnung wurde das Totaleigengewicht $p = 2660^k$ angenommen, welche Belastung durch Hinzufügung des Gewichts von Oberbau und Bedielung nicht vollständig erreicht werden wird.

Als Maximalspannung wurden 100 Centner per Quadrat Zoll oder 731 Kilo per Quadratcentimeter in den Gurtungen angenommen.

Fig. 226.



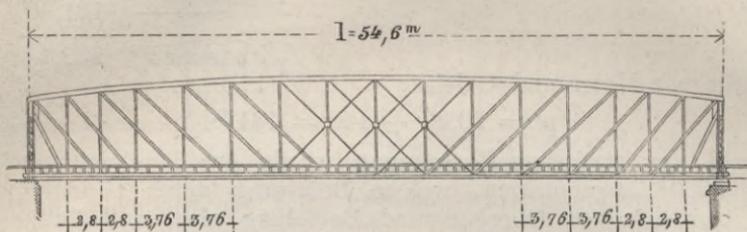
185. Die Elbbrücke bei Meissen hat neben einer Reihe kleinerer Oeffnungen drei grössere von je 21,6^m Spannweite, deren Eisenconstruktion von Herrn J. W. Schwedler projectirt und in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen von Erbkam, Jahrgang 1868, veröffentlicht worden ist. — Jede dieser Oeffnungen ist für sich mit zwei freiliegenden Trägern überspannt, deren obere Gurtungen sanft gekrümmt sind, der Art, dass die Constructionshöhe in der Brückenmitte nahezu $\frac{1}{7}$ der Spannweite beträgt, während an den Auflagern gerade die nothwendige Höhe zum Anbringen einer obern Querver-

bindung verblieben ist, wie diess in beistehenden Figuren 226 und 227 dargestellt ist.

Die vorliegende Construction bildet einen Uebergang vom geraden Träger zum gekrümmten; die Wirkungsweise der Streben ist jedoch übereinstimmend mit der bei geraden Trägern stattfindenden und wird daher eine solche Brücke ganz ähnlich dem doppelten unsymmetrischen System behandelt, dessen Berechnungsweise in den N^o. 159. und 160. für die Ingolstadter Donaubrücke entwickelt wurde, mit dem Unterschiede jedoch, dass anstatt der Gleich-

chungen 226) — 230) mit Rücksicht auf die Krümmung der obern Gurtung die Gleichungen 195) — 197^a), 200) und 201) angewendet werden.

Fig. 227.



Als Verkehrsbelastung wurden 2600 Pfund per laufenden Fuss oder 4142 Kilo per Meter, als Eigengewicht 1400 Pfund per laufenden Fuss oder 2230 Kilo per Meter angenommen; das berechnete Eisengewicht beträgt:

Fahrbahn	18,9 ^{ts} .
Hauptträger:	
Gurtungen	39,0
Streben	32,9
Obere Querverbindung und Windstreben	16,4
	88,7 „
Zusammen	107,6 ^{ts} .

woraus per Meter und Geleise bei 54,6^m Stützweite folgt:

$$p' = 29,71 + 346 = 1970 \text{ Kilo.}$$

Hiebei wurde wie bei dem vorhergehenden Beispiel eine Maximalbelastung von 100 Centner per Quadrat Zoll, ferner für die Fahrbahntafel eine Locomotive angenommen, welche ein Triebaxengewicht von 360 Centner und zwei Laufaxen von je 120 Centner bei einem Radstand von 9' oder 2,82^m zeigt (s. Fig. 225).

Anmerk. Herr Schwedler hat die in Figur 225 skizzirte Locomotive mehrfach bei seinen Berechnungen angewendet, indem diese Gewichtsvertheilung bei mässiger Belastung der Hauptträger die Fahrbahntafel verhältnissmässig stark in Anspruch nimmt. — Hiedurch erhält man für die der Einwirkung der Locomotive zunächst ausgesetzten Theile ein gewisses Uebermaass an Stärke, welches sonst durch Reduction der zulässigen Maximalspannung erreicht wird. (Zu vergleichen auch N^o. 39. und N^o. 154.)

Die Elbbrücke bei Meissen zeigt die Eigenthümlichkeit, dass die Fachweite nicht durchaus constant ist, sondern in den drei Endfeldern jeder Brückenhälfte nur $\frac{3}{4}$ der normalen Fachweite beträgt; hiedurch ist eine günstigere (steilere) Stellung der Endstreben erreicht, während die Ansicht der Brücke sich sehr gefällig darstellt; die Schwellenträger sind in den kürzeren Fachen entsprechend leichter construirt.

186. Eine der vorstehend beschriebenen ähnliche Construction ist in Holland in sehr grossem Maassstab angewendet worden für die Brücke über den Leck bei Kuilenburg.

Fig. 228.



Die Brücke hat eine Spannweite von 150^m, eine grösste Höhe von 20^m und hiebei, wie Figur 228 zeigt, ein dreifaches, unsymmetrisches Fachwerk erhalten.

Als Metallgewicht der zweigeleisigen Brücke sind vorgesehen:

Fahrbahntafel 107,0^{ts.}

Hauptträger:

Gurtungen 1178,0

Streben, d. h. Diagonalen und Vertikalen 570,0

Obere Querverbindungen und Wind-

kreuze 245,0

1993,0^{ts.}

Zusammen 2100,0^{ts.}

woraus per Meter oder Geleise bei 150^m Stützweite folgt:

$$p' = 43,21 + 357 = 7000 \text{ Kilo.}$$

Es ist bei dieser Brücke für die Fahrbahntafel und für die Windverstrebung fast ausschliesslich Gussstahl, für die Hauptträger durchaus Walzeisen angewendet; wir haben schon in N^o. 38. aufmerksam gemacht, dass die Anwendung des Gussstahls gegenwärtig noch grosse Vorsicht erfordere; es scheint auch, dass man aus diesem Grunde den Gussstahl für die Hauptconstruction nicht verwenden wollte; wenn man jedoch den Gussstahl bei solchen grossen Brücken namentlich deshalb anwenden will, um die Construction leichter zu machen, so wird dieser Zweck durch das hier beobachtete Verfahren nur sehr unvollständig erreicht, indem die Fahrbahn und die Windverstrebung nur einen geringen Theil des Totalgewichtes ausmachen.

Sechster Abschnitt.

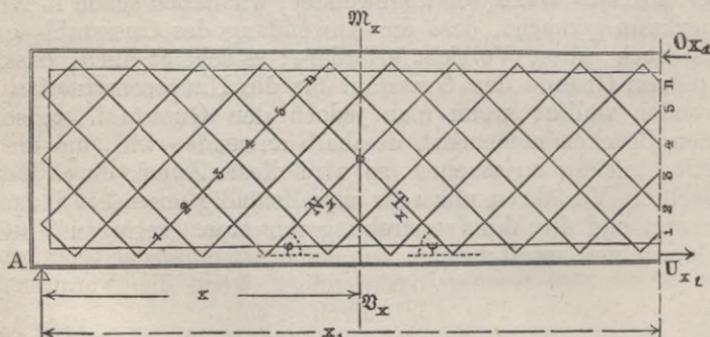
Die Gitterbrücken.

§. 19. Theorie der Gitterbrücken.

187. Die Gitterträger könnten den mehrfach symmetrischen Fachwerken zugezählt werden und würden auch die dort gegebenen Regeln in manchen Fällen sich anwenden lassen; es zeigen jedoch die Gitterbrücken mehrere Eigenthümlichkeiten, welche einestheils eine Vereinfachung, anderntheils eine weitere Ausbildung der Fachwerktheorie erheischen.

Indem nämlich bei den Gitterträgern die schiefen Streben, welche hier Gitterstäbe genannt werden, sich mit den meist gleichartig construirten Streben der entgegengesetzten Richtung stets mehrfach kreuzen (s. Figur 229), entstehen die Maschen

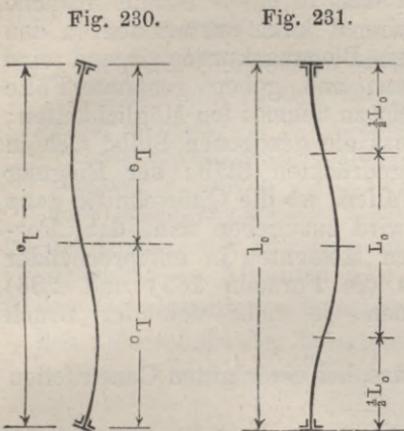
Fig. 229.



des Gitterwerks, welche netzartig an einander gereiht gleich einer vollen Wand wirken.

Indem nun die einzelnen Stäbe, welche je für sich nicht steif genug wären, um einen erheblichen Strebendruck aufnehmen zu können, durch ihre gegenseitige Verbindung sich unterstützen, so wird eine Ausbiegung der Stäbe meist nur unter entsprechender

Krümmung der ganzen Wand stattfinden können. — Die Figuren 230 und 231 stellen dar, in welcher Weise die Krümmung einer ganzen Wand gedacht werden kann; wenn man mit l_0 deren ganze Höhe, mit L_0 die einer einfachen Biegung entsprechende freie Höhe bezeichnet, so ist in den durch genannte Figuren dargestellten Fällen $l_0 = 2L_0$ zu setzen; die Länge der Gitterstäbe, welche eine entsprechende Biegung erleiden, ist in Folge der schiefen Lage derselben eine grössere und soll durch $l = 2L$ bezeichnet werden, wonach also $L = \frac{1}{2} l$ die in Formel 169) einzuführende freie Länge des Stabs bedeutet, wie durch die folgende Gleichung erläutert ist:



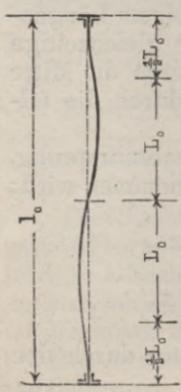
ganzen Wand gedacht werden kann; wenn man mit l_0 deren ganze Höhe, mit L_0 die einer einfachen Biegung entsprechende freie Höhe bezeichnet, so ist in den durch genannte Figuren dargestellten Fällen $l_0 = 2L_0$ zu setzen; die Länge der Gitterstäbe, welche eine entsprechende Biegung erleiden, ist in Folge der schiefen Lage derselben eine grössere und soll durch $l = 2L$ bezeichnet werden, wonach also $L = \frac{1}{2} l$ die in Formel 169) einzuführende freie Länge des Stabs bedeutet, wie durch die folgende Gleichung erläutert ist:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \left(1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta} \right) = B_m \left(1 + K \frac{\omega l^2}{4 \Theta} \right) \quad . . \quad 285)$$

Anmerk. Es ist angenommen, dass das Trägheitsmoment senkrecht zur Wandfläche berechnet wird, indem in der Ebene der Gitterwand die einzelnen Stäbe, welche an den Kreuzungspunkten sich gegenseitig stützen, meist steif genug sind; die Biegung in der Ebene der Gitterwand wird in §. 22 besprochen.

Wenn ein Gitterwerk durch besondere Vertikalständer ausgesteift ist, deren Abstand mit d_0 bezeichnet sei, so ist anstatt der ganzen Stablänge l die Grösse $\frac{1}{\cos \varphi} d_0$ einzusetzen, wobei φ den Winkel des Gitterstabs mit dem Horizont bezeichnet.

Fig. 232.



Bei hohen Wänden, welche oberhalb und unterhalb sehr kräftig verspannt sind, so dass die Tangenten der Biegungskurve zunächst den Gurtungen vertikal bleiben, kann die Krümmung des ganzen Gitters nach Figur 232) gedacht werden, wonach $L_0 = \frac{1}{3} l_0$ gesetzt werden dürfte; es ist jedoch, wie bemerkt, eine sehr tüchtige Verspannung nothwendig, wenn die Voraussetzung der Fig. 232 zutreffen soll.

In denjenigen Fällen, wo die gezogenen Gitterstäbe dieselbe Querschnittform haben, wie die gedrückten, werden diese ersteren gleichfalls einer seitlichen Biegung entgegenwirken, wonach wir in vorstehender Gleichung 285) das der Biegung widerstehende Trägheitsmoment Θ verdoppeln dürfen; für diese Fälle ist daher

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \left(1 + K \frac{\omega L^2}{2\theta} \right) = \mathfrak{B}_m \left(1 + K \frac{\omega l^2}{8\theta} \right) \quad . \quad . \quad 286)$$

Es lässt sich nicht verkennen, dass in dieser Formel manche Willkürlichkeiten sich befinden; einmal kann anstatt den in den Figuren 230 und 231 dargestellten Biegungskurven irgend eine anderweitige Krümmung stattfinden, und geben genannte Fälle nur die Mittelwerthe der in Rücksicht zu nehmenden Möglichkeiten; sodann ist nicht nachgewiesen, dass die gezogenen Stäbe sich in ganz gleichem Maasse wie die gedrückten Stäbe der Biegung widersetzen, selbst in denjenigen Fällen, wo die Querschnitte ganz gleichwerthig sind. — Anderseits wird zuzugeben sein, dass Formel 286) den in Frage kommenden Momenten in entsprechender Weise Rechnung trägt, und dass die Formeln 285) und 286) wesentlich an Genauigkeit gewinnen, je mehr sich der Bruch

$\frac{1}{1 + K \frac{\omega l^2}{8\theta}}$ der Einheit nähert, was bei einer guten Construction angestrebt werden muss.

Anmerkung. Bei dem wesentlichen Unterschiede, welcher zwischen Gleichung 286) und 169) stattfindet, ergibt sich, dass bei mehrfachen Fachwerken, deren Streben an den Kreuzungspunkten fest verbunden sind, eine Modification der Gleichung 169) nothwendig werden kann; zunächst wird man als freie Länge L nur einen bestimmten Theil der Strebenlänge z. B. $\frac{3}{4}$ oder $\frac{2}{3}$ annehmen (was übrigens bei Gleichung 169) durch den Ausdruck „freie Länge“ bereits vorausgesetzt ist); ausserdem wirken aber bei solchen Constructionen, wo auch die gezogenen Streben steif construirt sind, diese letzteren gleichfalls der Biegung der gedrückten Streben entgegen, sofern sie mit letzteren an den Kreuzungspunkten verbunden sind.

188. Bei Anwendung der Formeln über mehrfach symmetrische Fachwerke darf man beim Gitterwerk mit Rücksicht auf die geringere Distanz der Knotenpunkte einen stetigen Wechsel der Gurtungskräfte annehmen (während derselbe beim Fachwerk an den Knotenpunkten sprungweise geschieht); man kann also den Vertikalschnitt, mittelst dessen man nach Anleitung von N^o. 140. die Gurtungskräfte bestimmt, in ganz beliebigen Längenabstand legen und denken wir, in Rücksicht auf die gleichzeitige Bestimmung der Gitterstabkräfte, den Schnitt x je durch die Mitte einer Strebe N_x gelegt; wir nennen, wie theilweise durch die folgende Fig. 233 erläutert ist:

M_x das Angriffsmoment im Abstände x vom Coordinatenursprung, welcher im Allgemeinen im Auflager A angenommen wird;

\mathfrak{B}_x die Vertikalkraft im Abstände x ,

O_x die Kraft in der obern Gurtung im Abstände x ,

β_x den zugehörigen Winkel gegen den Horizont,

U_x die Kraft in der untern Gurtung im Abstände x ,

γ_x den zugehörigen Winkel gegen den Horizont,

N_x die Kraft in demjenigen Gitterstabe, dessen Mitte durch den Vertikalschnitt x getroffen wird,

φ_x den zugehörigen Neigungswinkel,

$\Sigma_x N \sin \varphi$ die Summe der vertikalen Componenten sämtlicher durch den Schnitt x getroffenen, mit dem Gitterstab N_x gleichgerichteten Streben,

$\Sigma_x T \sin \psi$ die Summe der vertikalen Componenten der durch den Schnitt x getroffenen entgegengesetzten gerichteten Stäbe.

Ferner nennen wir n die Anzahl der durch denselben Vertikalschnitt x getroffenen Gitterstäbe, oder auch die Zahl der Fragmente, in welche ein Stab durch die Kreuzungen mit Stäben der entgegengesetzten Richtung abgetheilt wird:

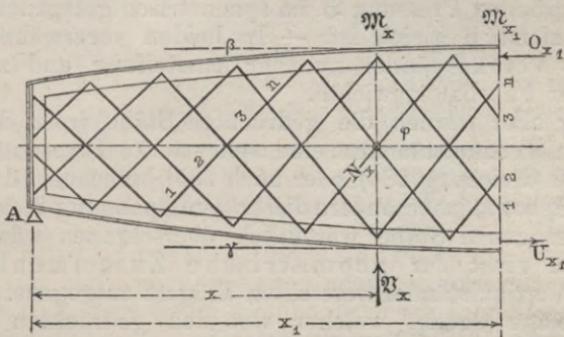
\mathfrak{S}_x die Distanz der Gurtungsschwerpunkte oder geometrische Trägerhöhe im Abstände x ,

Ω den Querschnitt der belasteten Gurtung,

ω den Querschnitt des belasteten Gitterstabs.

Unter Annahme vorstehender Bezeichnungen erhalten wir:

Fig. 233.



Für die Gurtungen eines Gitterwerks von beliebiger Gurtungsform nach Gleichung 198) und 199) :

$$O_x \cos \beta = U_x \cos \gamma = \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}_x} \dots 287)$$

Für die Gitterstäbe nach Gleichung 196) :

$$N_x \sin \varphi = \frac{1}{n} \left(\mathfrak{B}'_x - \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}_x} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma) \right) \dots 288)$$

Die Spannungen und Pressungen werden durch die Gleichungen 166)–168), sowie 285) beziehungsweise 286) gefunden, wobei letztere Gleichung dann in Anwendung kommt, wenn die entgegengesetzt gerichteten Stäbe von gleicher Querschnittsform sind. Die Gleichungen 287) und 288) vereinfachen sich wesentlich, wenn die Gurtungen, wie diess bei Gitterbrücken meist der Fall ist, geradlinig sind; für diesen Fall erhalten wir:

Für die Gurtungen:

$$O_x = U_x = \frac{M'_x}{S_x} \dots \dots \dots 289)$$

Für die Gitterstäbe:

$$N_x \sin \varphi = \frac{1}{n} B'_x \dots \dots \dots 290)$$

189. Zur Aussteifung der Gitterwände werden, ähnlich wie bei Trägern mit vollen Wandungen, sehr häufig Vertikalständer nothwendig, welche das Ausbauchen der Gitterwände verhindern sollen; es ist schon oben bei Gleichung 285) bemerkt, dass durch diese Vertikalständer die freie Länge der Stäbe wesentlich reduziert werden kann, so dass, wenn anders die Distanz der Vertikalständer und die Dicke der Gitterstäbe entsprechend gewählt wird, der Bruch $\frac{B}{B_m}$ sich der Einheit ziemlich nähern kann; oder aber könnten die gedrückten Stäbe eine etwas grössere Stärke erhalten, so dass wenigstens der Zug \mathcal{A} im gezogenen Stab der grössten Pressung B im symmetrisch gelegenen gedrückten Stabe ziemlich gleich ist. — In beiden vorerwähnten Fällen dienen die Vertikalständer nur zur Aussteifung und zur Uebertragung der Fahrbahngewichte.

Häufig aber werden die gedrückten Stäbe trotz der Hinzufügung von Vertikalständern eine sehr starke Pressung erleiden, welche nach Gleichung 286) oder nach 285) berechnet, die mittlere Pressung B , sowie insbesondere die grösste Spannung \mathcal{A} der entsprechenden gezogenen Stäbe wesentlich überschreiten würde, wenn sich diesem nicht der geometrische Zusammenhang des durch die Vertikalständer versteiften Trägers entgegenstellen würden; derjenige Druck, welcher von den gedrückten Stäben in Folge der Biegung derselben nicht aufgenommen werden kann, geht in die Vertikalständer über und wir haben ein combinirtes System vor uns, welches in den Nummern **142.** und **143.** behandelt ist.

Bei combinirten Gittersystemen findet die Vereinfachung statt, dass wir die Gurtungskräfte wie bei allen Gitterwerken nach vorstehender Gleich. 287) bestimmen, während wir für die Gitterstäbe nach Analogie der Gleich. 184) durch Summirung der Kräftecomposanten unter Anwendung der obigen Bezeichnungen erhalten:

$$\Sigma_x N \sin \varphi + \Sigma_x T \sin \psi = B'_x - \frac{M'_x}{S_x} (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \gamma) \dots 191)$$

Ueber das gegenseitige Verhältniss der Kräfte N und T sind die Gleichungen 202) und 203) maassgebend; nennen wir $\Sigma \omega_n$ die Summe der Querschnitte der im Schnitt x befindlichen gezogenen Gitterstäbe, $\Sigma \omega_i$ dergleichen die Summe der gedrückten Stäbe, so ist nach Gleichung 202) unter Anwendung von Gleichung 286):

$$\frac{\Sigma_x N}{\Sigma \omega_n} = \frac{\Sigma_x T}{\Sigma \omega_t} \left(1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta} \right) \dots \dots \dots 292)$$

Indem wir bemerken, dass bei Gitterwerken die symmetrisch gelegenen Gitterstäbe verschiedener Richtung (ganz oder nahezu) gleiche Neigungswinkel haben, so erhalten wir aus Gleichung 292).

$$\Sigma_x N \sin \varphi = \Sigma_x T \sin \psi \left(1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta} \right) \frac{\Sigma \omega_n}{\Sigma \omega_t} \dots 293)$$

wonach sowohl $\Sigma_x N \sin \varphi$ als $\Sigma_x T \sin \psi$ aus Gleichung 291) bestimmt werden können.

Der Gleichung 202) und ebenso den Gleichungen 292) und 293) liegt die Voraussetzung zu Grund, dass die Spannung \mathfrak{A} der gezogenen Stäbe gleich der grössten Pressung \mathfrak{B} in den gepressten Stäben sei; man findet daher, die Spannung $\mathfrak{A} =$ Pressung \mathfrak{B} , indem man den Querschnitt der gepressten Stäbe durch den Werth $\left(1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta} \right)$ dividirt und die Kräftesumme $\Sigma_x N + \Sigma_x T$ auf den reduzirten Querschnitt

$$\Sigma \omega_n + \Sigma \omega_t \left(\frac{1}{1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta}} \right)$$

gleichförmig vertheilt denkt. — Die so gefundene Spannung giebt für die Gesamtheit der vom Schnitt x getroffenen Stäbe nur einen Mittelwerth, sie giebt aber den möglichst genauen Werth für denjenigen Stab, dessen Mitte durch den Schnitt x getroffen wird; hienach ist:

$$N_x : \omega_n = \left\{ \Sigma_x N + \Sigma_x T \right\} : \left\{ \Sigma \omega_n + \Sigma \omega_t \frac{1}{1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta}} \right\} \dots 294)$$

Die Combination der Gleichungen 291) und 294) giebt schliess-

lich, indem wir für $1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta}$ seinen Werth $\frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}}$ einsetzen:

$$N_x \sin \varphi = \frac{\omega_n}{\Sigma \omega_n + \Sigma \omega_t \left(\frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}} \right)} \left\{ \mathfrak{B}'_x - \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}_x} (\text{tg } \beta + \text{tg } \gamma) \right\} \dots 295)$$

Wenn die gedrückten Stäbe in einem durch den Coefficienten c ausgedrückten Verhältnisse stärker sind als die gezogenen Stäbe, im Uebrigen aber ein Wechsel der Stäbe gegen das Auflager hin nur in stetiger Weise geschehend angenommen ist, so haben wir

$$\Sigma \omega_n + \Sigma \omega_t \left(\frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}} \right) = \frac{n \omega_n}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}} \dots 296)$$

und folgt nunmehr aus Gleichung 295)

$$N_x \sin \varphi = \frac{1}{n} \left(\mathfrak{B}'_x - \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}_x} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma) \right) \frac{2 \mathfrak{B}}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \quad 297)$$

Nach den angegebenen Voraussetzungen muss je ein gezogener und ein gedrückter Stab (welche sich annähernd im Abstand x kreuzen), zusammen die Kraft $\frac{2}{n} \cdot \mathfrak{B}'_x$ aufnehmen; wir haben daher für die gedrückten Stäbe:

$$T_x \sin \psi = \frac{1}{n} \left(\mathfrak{B}'_x - \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}_x} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \beta) \right) \frac{2 c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \quad 297)$$

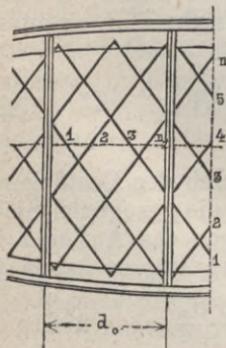
Anmerk. In den Gleichungen 292)–297) bedeutet N Zug, T Druck; falls nun die Gitterstäbe N gedrückt, die Gitterstäbe T gezogen wären, so müssten in den Gleichungen 292)–297) die Grössen N und φ mit den Grössen T und ψ gegenseitig vertauscht werden.

Dadurch, dass die gezogenen Stäbe mehr Strebenkraft aufnehmen als die gedrückten Stäbe, werden die Gurtungskräfte modifiziert und zwar wird die gedrückte Gurtung stärker, die gezogene Gurtung weniger in Anspruch genommen, indem die Distanz der horizontalen Componenten der Strebenkräfte $\Sigma N \cos \varphi - \Sigma T \cos \psi$ durch die Differenz der Gurtungskräfte (beziehungsweise der horizontalen Componenten derselben) aufgenommen werden muss. — Diese Modification der Gurtungskräfte ist jedoch nicht sehr bedeutend, so lange die Grösse $\frac{c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}}$ nicht zu sehr von der Einheit abweicht.

Anderseits muss die Differenz der vertikalen Componenten der Strebenkräfte durch die Vertikalständer aufgenommen werden, indem wir uns jedes combinirte System aus 2 un-symmetrischen Systemen von entgegengesetzter Strebenrichtung zusammengesetzt denken können.

Nennen wir

Fig. 234.



V_x die Kraft in einem Vertikalständer zunächst dem Schnitte x ,

d_0 die Distanz zweier Vertikalständer,

n die Zahl der durch den Vertikalschnitt x getroffenen Gitterstärke,

n' die Zahl durch einen Horizontalschnitt zwischen 2 Vertikalständern, d. h. auf die Länge d_0 getroffenen Gitterstäbe,

so ist, wenn wir uns einen Schnitt x unmittelbar am betrachteten Vertikalständer angebracht denken, welcher Schnitt zugleich den mittleren Abstand (Abscisse) der Gitterstabmittel bezeichnet:

$$\left. \begin{aligned} V_x &= \frac{n'}{n} (N_x \sin \varphi - T_x \sin \varphi) \\ V_x &= \frac{n'}{n} \left(\mathfrak{B}'_x - \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}_x} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma) \right) \frac{\mathfrak{B} - c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \end{aligned} \right\} \dots 298)$$

Das Verhältniss $\frac{n'}{n}$ wird im Allgemeinen durch das Verhältniss $d_0 : \mathfrak{S}$ ausgedrückt sein. — Bei den Vertikalständern ist zu Bestimmung des Verhältnisses $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$ Gleichung 169) anzuwenden; es ist hiebei die freie Länge L meist gleich der Trägerhöhe zu setzen, indem die Vertikalen zwar an den Enden theilweise eingespannt sind, dagegen aber von den Gitterstäben seitliche, auf Biegung wirkende Kräfte empfangen.

Die Gleichungen 296)–298) ebenso, wie die für alle Gitterwerke gültige Gleichung 287) vereinfachen sich für geradlinig horizontal begränzte Träger mit Vertikalständern wie folgt:

$$O_x = U_x = \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}} \dots \dots \dots 299)$$

$$N_x \sin \varphi = \frac{2}{n} \mathfrak{B}'_x \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \dots \dots 300)$$

$$T_x \sin \varphi = \frac{2}{n} \mathfrak{B}'_x \frac{c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \dots \dots 301)$$

$$V_x = \frac{n'}{n} \mathfrak{B}'_x \frac{\mathfrak{B} - c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \dots \dots 302)$$

Hiebei ist das Verhältniss $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$ durch Gleichung 286) gegeben, in welcher Gleichung $l = d_0 : \cos \varphi$ zu setzen ist. — Es ist die nach Gleichung 300) gefundene Gitterstabspannung \mathfrak{A} gleich der nach Gleichung 301) erhaltenen grössten Gitterstabpressung \mathfrak{B} , vorausgesetzt, dass die Vertikalständern stark genug sind, um die nach Gleichung 302) berechnete Kraft V aufnehmen zu können, ohne selbst eine höhere als die besagte Pressung $\mathfrak{B} = \mathfrak{A}$ zu erleiden.

190. Die Gitterbrücken theilen wir in folgende Klassen ein:

- 1) Gitterbrücken mit beiderseits gleichartigen Streben, ohne Anwendung von Vertikalständern.

Diese Brücken erhalten meist steife Gitterstäbe, aus T- oder Winkeleisen oder auch aus anderweitig geformtem Façon-Eisen bestehend.

- 2) Gitterbrücken mit flachen Stäben unter Anwendung von Vertikalständern.

Die Berechnung hat nach den in N^o. **189.** gegebenen Regeln zu geschehen.

3) Gitterbrücken mit steifen Streben und flachen Zugbändern.

Diese Brücken bilden den Uebergang zu den Fachwerken und unterscheiden sich von letztern hauptsächlich dadurch, dass bei erstern ein stetiger Wechsel der Gurtungskraft (Gleichung 287) angenommen wird; zur Bestimmung der freien Länge der Gitterstäbe wird Gleichung 285) angewendet (welche, wie oben bemerkt, nach Umständen auch für Fachwerke gültig ist).

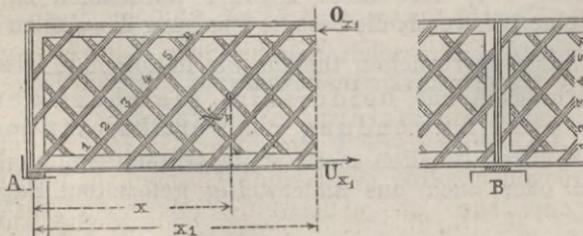
Man wird wohl alle irgend angewendeten Gitterwerke in eine dieser drei Klassen einreihen können. — Bei der dritten Klasse ist kein Unterschied gemacht, ob Vertikalständer angewendet werden oder nicht, weil angenommen wird, dass bei den steifen Streben (gedrückten Gitterstäben) das Verhältniss $\frac{c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}}$ sich der Einheit nähert, in welchem Falle die Vertikalständer keinen Theil an der Strebenkraft nehmen; wenn ausnahmsweise die gedrückten Stäbe nicht genug Steifigkeit besitzen, so müssten die Regeln der Nummer 189. auch hier angewendet werden, was im Allgemeinen bei dieser Klasse nicht nothwendig ist.

§. 20. Gitterbrücken mit beiderseits gleichen Stäben ohne Vertikalständer.

190. Bei allen Gitterbrücken ohne Vertikalständer dürfen die Regeln der Nummer 188. angewendet werden; wenn sodann, wie bei der vorliegenden Klasse von Gitterwerken, die beiderseitigen Stäbe gleichartig construirt sind, so darf fernerhin die freie Länge der Gitterstäbe nach Gleichung 286) bestimmt werden.

Die Berechnung geschieht im Uebrigen nach den Gleichungen 287) und 288), welche bei geradlinig begränzten Gitterwerken (s. Figur 235) in die sehr einfachen Gleichungen 289) und 290) übergehen.

Fig. 235.



Die Tragkraft dieser Gitterwände ist im Allgemeinen durch die Stärke, beziehungsweise Steifigkeit der gedrückten Gitterstäbe bedingt; man hat also namentlich darauf zu achten, dass das Ver-

hältniss $\frac{\omega}{\theta}$ für den Gitterstabquerschnitt ein möglichst günstiges wird. Die T-Form dürfte dieser Bedingung im Allgemeinen am Besten entsprechen. — Günstig ist es bei diesen Brücken, wenn die Fahrbahn unterhalb angebracht werden kann, indem dann die Hälfte des Fahrbahngewichts (inclusive Verkehrsbelastung) durch das Gitterwerk auf die obere Gurtung übertragen werden muss, wodurch die gedrückten Stäbe etwas entlastet werden, die meist weniger angestregten gezogenen Stäbe aber einen Zuschlag an Spannung erhalten. — Bei dem innigen Zusammenhang, welcher die sämtlichen Glieder des Gitterwerks verbindet, darf man annehmen, dass das an irgend einem Punkte eintretende Fahrbahngewicht sich auf eine grössere Länge vertheilt, so dass die auf eine Länge λ gleichförmig vertheilt gedachte Ueberlast die sämtlichen auf dieser Längenerstreckung befindlichen Gitterstäbe in gleicher Weise in Anspruch nimmt.

Die von einem Vertikalschnitt x getroffenen Gitterstäbe, welche beim geraden Träger zusammen die Kraft \mathfrak{B}_x aufnehmen müssen, haben daher von der Fahrbahnbelastung die Hälfte des auf die Länge $\mathfrak{S} \cdot \cotang \varphi$ antreffenden Fahrbahngewichts zu übertragen, d. h. wenn die Stäbe unter 45° geneigt sind, bei Anwendung von zwei Hauptträgern miteinander für jedes Gitter ein Gewicht $= \frac{1}{4} \mathfrak{S} \cdot (k + F)$ zu übertragen. Wenn nun letzterer Werth einen erheblichen Theil der Vertikalkraft \mathfrak{B}'_x antrifft, so werden die gedrückten Stäbe um soviel entlastet, die gezogenen umsomehr in Anspruch genommen. Der Vortheil der unterhalb angebrachten Fahrbahn macht sich also insbesondere gegen die Brückenmitte geltend, wo die Werthe \mathfrak{B}'_x kleiner sind, und wird also hier eine verhältnissmässig geringere Steifigkeit genügen.

Der umgekehrte Fall findet statt, wenn die Fahrbahn oben aufgelegt ist; in solchen Fällen muss man insbesondere besorgt sein, dass die Gitterstäbe auch in der Mitte noch die nöthige Steifigkeit besitzen.

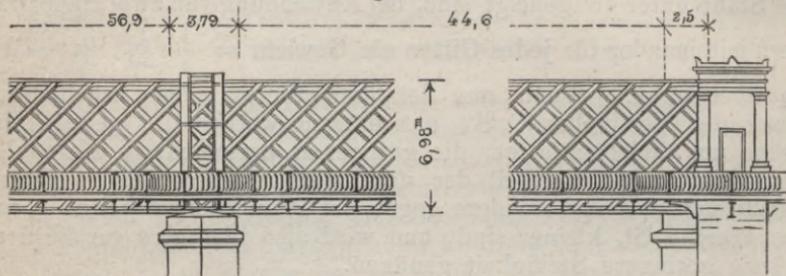
Vorstehende Betrachtungen können bei Austheilung der verschiedenen Gitterstab-Profile, welche gegen die Auflager hin an Stärke zunehmen, zweckmässige Anwendung finden.

191. Es existiren einige Brücken, bei welchen flache Stäbe ohne Vertikalständer angewendet wurden, so z. B. eine der ältesten Gitterbrücken, die im Jahre 1845 erbaute Eisenbahnbrücke über den Royal-Canal bei Dublin, welche sehr bedenkliche Ausbiegungen zeigen soll, wie sich auch die ausserordentlich starke Anstrengung solcher Gitter leicht nachweisen lässt. Man wendet daher in solchen Fällen, wo man die Vertikalständer ausfallen lassen will, durchaus flache Stäbe nicht mehr an; der Fortschritt in der Fabrikation

des Walzeisens gestattet Winkel- oder T-Eisen oder auch anderweitig façonnirte Eisen anzuwenden, welche einen starken Widerstand gegen seitliches Ausbiegen leisten; Brücken dieser Art, fast ausschliesslich unsere erste Klasse der Gitterbrücken bildend, können in Bezug auf Leichtigkeit mit Brücken fast jeder anderen ConstructionsGattung concurriren; sie können auch billig per Centner hergestellt werden, wenn die meist einfache Constructionsweise nicht durch zu hohen Preis des Façon-Eisens vertheuert wird; starke Stäbe von zudem grosser Länge, welche im Handel nicht leicht zu beschaffen sind, wird man daher vortheilhaft aus mehreren Stücken, insbesondere aus Flach- und Winkeleisen zusammensetzen können.

191. Eine der ersten und bedeutendsten Anwendungen von Gitterbrücken mit steifen Stäben und ohne Vertikalständer zeigen die Brücken über die Eipel und die Gran, welche in den Jahren 1857—1859 unter Direction des Herrn v. Ruppert erbaut wurden und worüber in der Sammlung von eisernen Brückenconstructions von L. v. Klein, Stuttgart 1860, sehr vollständige Zeichnungen veröffentlicht wurden.

Fig. 236.



Die Eipelbrücke bei Szobb hat, wie aus beistehender Figur 236 hervorgeht, folgende Längenabmessungen:

2 äussere Oeffnungen à 44,60 ^m =	89,20 ^m
1 Mittelöffnung	56,90 ^m
2 Zwischenpfeiler à 3,79 ^m	7,58 ^m

zusammen zwischen den Ortpfeilern 153,68^m

während die Länge der Eisenconstruktion 158,68^m beträgt.

Die Auflagerplatten nehmen beinahe die ganze Breite der Zwischenpfeiler ein, indem sie, wie bei den Ortpfeilern, um je $\frac{1}{2}$ Fuss = 0,16^m gegen die Mauerkante zurückstehen; wir haben zu der effektiven Lichtweite von 57,22^m, beziehungsweise 44,92^m, gemäss der in N^o. 86. gegebenen Regel noch je die halbe Auflagerbreite mit 1,73^m hinzuzunehmen und erhalten als Stützweite für die Mittelöffnung $b = 58,95^m$, für die Aussenöffnungen $a = 46,65^m$, so dass das Verhältniss $a : b$ nahezu gleich 4 : 5 sich ergibt. Das Eisengewicht ist zu

8 Zollcentner per laufenden Fuss österreichisch oder 1266 Kilo per Meter und Geleise angegeben, was in der Ausführung sich etwas höher gestellt hat; mit Rücksicht hierauf und mit Hinzurechnung des Gewichts des Oberbaus nebst Bedielung wird man das Totalgewicht $p = 1900$ Kilo per Meter und Geleise rechnen müssen. — Als zufällige Belastung werden 24 Zollcentner per laufenden Fuss, somit $k = 3800^k$ per Meter und Geleise angegeben; wir haben somit in

Tabelle XXII. $\frac{p}{k} = \frac{1900}{3800} = \frac{1}{2}$ und $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$ zu setzen, für

welchen Werth die Auflagerdrücke und hauptsächlichsten Angriffsmomente in genannter Tabelle XXII. bereits berechnet und in Tafel V. graphisch dargestellt sind. Aus letzterer Darstellung ersehen wir, dass die grössten Vertikalkräfte rechts vom Auflager B bei Belastung der beiden ersten Oeffnungen stattfindet; wir haben von der Summe der Auflagerdrücke $A + B$ die Belastung der ersten Oeffnung abzuziehen (unter Anwendung von Gleichung 108^a) und erhalten als die gesuchte grösste Vertikalkraft rechts vom Auflager B aus Tabelle XXII.:

$$\begin{aligned} \max \mathfrak{B} &= (0,2883 + 1,0046) q b - a q \\ &= 5700 [(1,333 \times 58,95) - 44,42] \text{ Kilo} \\ &= 190,84 \text{ tons.} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots \text{ I.}$$

In ähnlicher Weise können sämtliche \mathfrak{M} und \mathfrak{B} aus Tabelle XXII. entnommen werden, wobei nach vorheriger Bestimmung der Auflagerdrücke die Gleichungen (108) und (109) angewendet werden.

192. Die Eigenthümlichkeit der Eipelbrücke und der ihr nachgebildeten Objecte besteht insbesondere in der Ω förmigen Gestaltung der Gitterstäbe, wie zu ersehen aus der nachfolgenden Figur 237, wo die Hälfte eines der stärksten Stäbe dargestellt ist. Abgesehen von der grösseren oder geringeren Schwierigkeit des Walzens entscheidet für die Zweckmässigkeit eines steifen Gitterstab-Profiles die Grösse des Trägheitsmoments Θ , verglichen mit der Querschnittfläche des fraglichen Stabes, wie diess aus den Gleichungen (169), (285) und (286) hervorgeht.

Wir wollen bei der Berechnung der stärkeren Stäbe der Eipelbrücke den in Figur 232 dargestellten Fall annehmen, welcher eine möglichst gute Abstufung in der Höhe der obern wie der untern Gurtung voraussetzt; hienach dürfen wir in Gleichung (286) für L den Werth $\frac{1}{3}l$ einsetzen und erhalten:

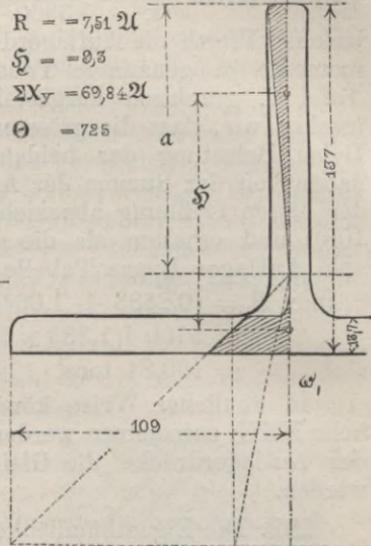
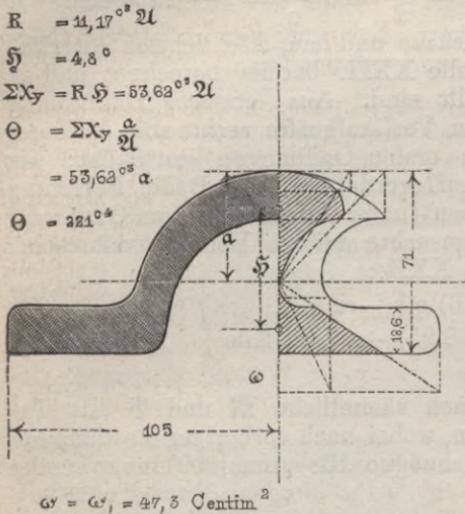
$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \left(1 + K \frac{\omega l^2}{18 \cdot \Theta} \right) \dots \text{ II.}$$

Von den in dieser Gleichung befindlichen Grössen ist $l = 20'$ = 6,32^m, $\omega = 47,3$ Quadratcentimeter, K nach Tabelle XI. = 0,00008 zu setzen; das Trägheitsmoment Θ haben wir nach der in N^o. 17. entwickelten Methode graphisch bestimmt und gleich

221^o gefunden. — Die Figur 237 giebt eine Skizze der letztern in grösserem Maassstabe ausgeführte Construction, und sind die angewendeten Bezeichnungen wie das Verfahren selbst in der angeführten N^o. 17. näher erklärt.

Fig. 237.

Fig. 238.



Durch Einsetzung der vorgenannten Werthe erhalten wir aus Gleichung II.):

$$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} = 1 + 0,38 = 1,38 \dots \text{III.}$$

Die mittlere Pressung der Gitterstäbe wird erhalten, indem wir in Gleichung 290) $n = 8$ setzen; behufs Bestimmung der grössten, rechts vom Auflager B stattfindenden Strebenkraft ist in obiger Gleichung I.) $\max \mathfrak{B}' = \max \mathfrak{B} = 190,83$ tons und sin $\varphi = 0,707$ zu setzen, und erhalten wir hienach:

$$\max N = 33717 \text{ Kilo} \dots \text{IV.}$$

$$\mathfrak{B}_m = \frac{N}{\omega} = \frac{33717}{47,3} = 713 \text{ Kilo} \dots \text{V.}$$

Durch Wertheinsetzung aus obiger Gleichung III. ergibt sich schliesslich:

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} 713 = 984^k \dots \text{VI.}$$

Wir haben also trotz der Annahme der durch Figur 232 dargestellten Biegungslinie einen ziemlich hohen Werth für die grösste Pressung erhalten; es spricht diess keineswegs gegen die Anwendung steifer Gitterstäbe; wir haben nämlich für einen Tförmigen Stab von derselben Querschnittfläche unter Anwendung desselben Verfahrens ein Trägheitsmoment von 725^e erhalten, wie solches aus Figur 238 ersichtlich ist; hienach ist für diesen Tförmigen Stab $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} = 1 + 0,38 \cdot \frac{221}{725} = 1,116$ und würde also $\mathfrak{B} = 1,116 \times 713 = 796^k$ gefunden worden sein, was als ein durchaus befriedigendes Resultat bezeichnet werden kann.

Anmerk. Die in Figur 238 gezeichnete T-Form hat für die angewendete Höhe eine etwas schwache Eisendicke, wesshalb das Resultat etwas günstiger ist, als bei den gegenwärtig üblichen T-Eisen erhalten würde; wir haben den Querschnitt der Figur 238 entsprechend der Figur 39 in Tabelle XIV. gewählt, welche Figur allerdings ziemlich schlanke Verhältnisse giebt; wir bemerken hiezu, dass die Burbacher Hütte jetzt schon T-Eisen walzt, welche an Höhe und Breite der Figur 238 nahe stehen, dabei aber eine grössere Dicke zeigen.

Bei dem günstigen Resultat, welches wir für T-Eisen erhalten haben, könnte man annehmen, dass vorstehende Gleichung II.) eine zu günstige Voraussetzung enthalte; hiegegen spricht aber, dass die Gitterstäbe der Eipelbrücke in Wirklichkeit eine viel grössere Pressung erhalten haben, als obige Gleichung VI.) angiebt.

Es befinden sich nämlich auf den Zwischenpfeilern, wie aus Figur 236 ersichtlich, gusseiserne Absteifungen, welche oberhalb durch einen schmiedeisernen Träger verbunden, das Gitterwerk rahmenartig umfassen und gegen Umkanten wie gegen Verwinden schützen; im Gitterwerk selbst aber sind Vertikalständer, wie solche in Figur 235 über den Zwischenpfeilern gezeichnet sind, nicht angebracht und es musste daher bei der Probelastung, welche den obigen Angaben entsprechend war, etwa 6 Gitterstäbe die gesammte Pfeilerreaction je für ein Gitter aufnehmen; man findet leicht, dass die Pressung auch bei Annahme der obigen Gleichung II.) an der Grenze des Zulässigen angelangt war, wenn man auch die gusseisernen Bügel, welche nachträglich gegen Ausbiegen angebracht wurden, mit in Rücksicht nimmt.

Bei neuen Projecten wird man übrigens vorsichtig in Anwendung der durch Figur 232 dargestellten Biegungskurve sein, und im Zweifelfalle sich eher der Figur 231 zuneigen, nach Umständen das Mittel zwischen beiden Fällen nehmen.

193. Gleichzeitig mit der Eipelbrücke wurde auf der Elisabeth Westbahn unter Leitung des Herrn Hornbostl eine Reihe von Gitterbrücken erbaut, welche beiderseits Stäbe von T-Eisen erhielten; sie zeigen die Eigenthümlichkeit, dass die Aenderungen in der Stärke der Gitterwand nicht durch Modification des

Gitterstab-Querschnitts, sondern durch allmähliche Aenderung der Maschenweite unter Anwendung eines gleichmässigen Gitterstab-Profiles bewirkt ist. Die Ausführung ist dadurch bezüglich Beschaffung des Materials wesentlich erleichtert, doch lässt sich diese Construction nur dann mit Vortheil anwenden, wenn die Fahrbahn oben aufgelegt ist, und in Folge dessen die Aenderungen in der Maschenweite keinen störenden Einfluss auf die Distanz der Querträger üben können. — Berechnet werden diese Brücken ganz wie die anderen Brücken dieser Klasse, indem lediglich die Nummerzahl n mit der Entfernung vom Auflager wechselt.

194. Als Beispiel einer Gitterbrücke mit steifen Stäben von bescheidenen Dimensionen nehmen wir die Brücke über den Blaucanal bei Ehrenstein an der württembergischen Donaubahn, deren Construction in Tafel XVI. dargestellt ist.

Die Brücke ist schief und haben die Träger eine Länge von $19,8^m$, eine Stützweite von $19,4^m$. Das Gitterwerk bildet ein dreifaches System von steifen T förmigen Stäben; die Maschenweite ist $1,076^m$, die Distanz der Querträger doppelt so gross und beträgt somit $2,152^m$; zwischen den Querträgern, welche als Blechbalken construirt sind, befinden sich Schwellenträger von Doppel-T-Eisen, der Art angebracht, dass die Unterkante der Fahrschienen $2,4$ Fuss oder $0,63^m$ über der Unterkante der Hauptträgergurtung sich befindet. — Der Querträger hat eine Höhe von $0,54^m$, welche Höhe genügend ist, um eine besondere Eckabsteifung überflüssig zu machen; es zeigte auch die Brückenprobe nur eine ganz unbedeutende Seitenschwankung der Gitterwand, welche letztere oberhalb auf $1,44^m$ frei und auf diese Höhe nur durch die Gitterstäbe selbst ausgesteift ist. — Die Gewichte der Eisenconstruction sind entsprechend den in Tafel XVI. eingeschriebenen Dimensionen folgende:

Hauptträger:

Gurtungen nebst Endständern	9200	
Gitterstäbe	4200	
		13400
Windkreuze		220
Querträger		7300
Schwellenträger		2640
		23660 ^k

Das Eisengewicht beträgt somit für eine Länge $l = 19,4^m$ per laufenden Meter:

$$p' = 36,0 l + 500 = 1200 \text{ Kilo.}$$

194. Bei Berechnung dieser Brücke war, wie soeben bemerkt, die der Tabelle XVII^a. zu Grunde liegende Verkehrs-

3 Gurtungsbleche von je 200 ^{mm} Länge, 10 ^{mm} Dicke,	60,0 □Cent.
2 Gurtungswinkel von je 90 ^{mm} Schenkellänge und 11,5 ^{mm} Dicke,	38,7 „
1 Stehblech 286 ^{mm} lang, 11 ^{mm} dick,	31,5 „
	130,7 „

Hievon gehen ab:

2 Nieten durch die Kopfbleche 2 × 2,0 × 4,1 =	16,4 „
	bleiben 113,8 „

wonach eine grösste Gurtungsspannung $\mathfrak{A} = 656^k$ stattfindet.

Wir erhalten für die grösste Kraft in den Gitterstäben nach Gleichung 290):

$$N \sin \varphi = \frac{1}{n} \mathfrak{B}' \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots V.$$

$$N = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{0,707} \cdot 33220 = 15662 \text{ Kilo.}$$

Es beträgt aber der Querschnitt ω der stärkern Stäbe 31 □Centim., wonach:

$$\mathfrak{B}_m = \frac{N}{\omega} = 502^k \dots VI.$$

sich ergibt; die freie Länge eines Stabes beträgt 1,4^m, die Höhe des Querschnitts 0,1^m, somit ist in Tabelle XIV. das Verhältniss $\frac{L}{H} = 14$ und hienach $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} = 1,2$ zu setzen; die grösse Pressung betrage hienach 602^k. (Die in Gleichung 286) angenommene Verdopplung des Trägheitsmoments kann bei der geringen Zahl der auf einen Stab treffenden Knotenkunkte nicht in Anwendung kommen.)

Bei Berechnung der grössten Gitterstab-Spannung sind noch zwei Nietlöcher in Abzug zu bringen, wodurch der Querschnitt auf 25 □Cent. reduziert wird; die Gitterstabspannung berechnet sich hieraus mittelst Gleichung V. auf:

$$\mathfrak{A} = \frac{N}{\omega} = \frac{15662}{25} = 627^k \dots VII.$$

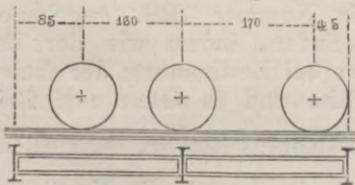
Die Pressungen und Spannungen der Gitterstäbe erleiden noch eine Modification durch die Uebertragung der Fahrbahnbelastungen auf die Gurtungen. Diese Belastung beträgt auf doppelte Maschenweite 2,15 (k' + F), wo wir k' = 6050, F = 500 + 300 = 800^k zu setzen haben; auf jedes Gitter treffen hienach 7364^k, wovon die

Hälfte durch je 4 Gitterstäbe aufgenommen werden muss; ein Gitterstab empfängt somit 921^k , welches Gewicht die im Stabe herrschende Kraft um $921 \cdot \frac{1}{\sin \varphi} = 1300^k$ vermehrt, beziehungsweise vermindert; Verminderung der Strebenkraft findet nämlich für die gedrückten, Vermehrung für die gezogenen Stäbe statt; durch letztere wird in Gleichung V. die Grösse N' auf 16962^k und entsprechend die durch Gleichung VII. gegebene Gitterstabspannung am Auflager erhöht. Einen etwas grösseren Einfluss übt diese Modification der Strebenkraft in der Mitte der Brücke; hier folgt aus Gleichung 290) durch Einsetzung des in obiger Gleichung III. gegebenen Werthes \mathfrak{B} :

$$\left. \begin{aligned} N \sin \varphi &= \frac{1}{n} \mathfrak{B}' = \frac{1}{3} \cdot 7335^k \\ N &= 3458^k \end{aligned} \right\} \dots \text{VIII.}$$

wozu nun wieder obige 1300^k , welche von der Uebertragung der Fahrbahnbelastung herrühren, zu addiren sind; der Gitterstab-Querschnitt beträgt in der Mitte 24 □Cent. und nach Abzug von zwei Nietlöchern 19,6 □Cent., woraus als grösste Spannung in der Trägermitte $\frac{3458 + 1300}{19,6} = 243^k$ sich ergibt. Die gedrückten Stäbe sind in der Brückenmitte sehr wenig in Anspruch genommen, da hier der Werth 1300^k in Abzug zu bringen ist.

Fig. 240.



Für die Querträger giebt die in Figur 240 dargestellte Stellung der Locomotive die grösste Belastung an; der in dieser Figur dargestellte mittlere Querträger erhält als Verkehrsbelastung:

$$12000 \left(1 + \frac{85 + 45}{215} \right) = 19265^k$$

wovon an jedem Lastpunkte je $P_1 = 9632^k$ wirkt; hiezu kommt noch vom Gewichte der Fahrbahn $P_{,,} = 300 \cdot 2,15 = 630^k$, so dass $P = P_1 + P_{,,} = 10262$ sich ergibt; das an den Lastpunkten thätige Angriffsmoment \mathfrak{M} ist nach Tabelle XXVIII., Figur 95, ausgedrückt durch:

$$\mathfrak{M} = P \lambda = 10262 \times 1,43 = 14675 \text{ KM.} \dots \text{IX.}$$

Dieses Moment in Gleichung 158) eingesetzt giebt als grösste Gurtungsspannung der Querträger:

$$\mathfrak{H} = 14675 \frac{H}{\delta_0^2} \frac{1}{(\Omega + \frac{1}{6} \delta \delta_0)} \dots \text{X.}$$

In dieser Gleichung ist nach Tafel XVI. einzusetzen $H = 53,6^{\circ}$, $\zeta_0 = 49^{\circ}$, $\delta = 0,9$, während sich der Gurtungsquerschnitt ω zusammensetzt:

1 Kopfblech $20,0 \times 1,0 =$	20,00	□Cent.
2 Winkel von je $9,0^{\circ}$ Schenkellänge und 1,15 $^{\circ}$ Dicke	38,70	„
	58,7	□Cent.
Hievon ab 2 Nieten	7,3	„
	51,5	□Cent.
Bleiben		

Vorstehende Werthe in Gleichung X. eingesetzt, erhalten wir als grösste Gurtungsspannung $\mathfrak{A} = 558^k$.

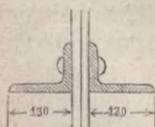
§. 21. Gitterbrücken mit flachen Stäben und Vertikalständern.

196. Ehe man grossmaschige Gitterbrücken mit steifen Streben construirte, hat man die Aussteifung der bis dahin durchaus von Flacheisen hergestellten Gitterbrücken mittelst Vertikalständern bewirkt, welche letztere häufig zugleich zur Anbringung der Fahrbahnträger dienen. Da wo die Distanz der Vertikalständer wesentlich kleiner ist, als die Gitterhöhe, werden sämtliche gedrückte Stäbe von den genannten Vertikalen ziemlich gleichförmig beeinflusst und die in Nummer **189.** gegebenen Regeln können directe Anwendung finden, indem wie dort bemerkt die Distanz d_0 der Vertikalen bei Bestimmung der freien Länge der Gitterstäbe massgebend ist und in Gleichung 206)

$l = d_0 \frac{1}{\cos \varphi}$ gesetzt wird. Es geht hieraus hervor, dass es für

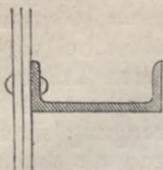
Aussteifung der Gitterstäbe günstiger ist, wenn die Vertikalen einander näher gerückt werden, wodurch sich nicht nur die freie Länge der Gitterstäbe vermindert, sondern auch die Uebertragung eines Theils der Strebenkraft auf die Vertikalen gleichmässiger geschieht. — Damit die Vertikalständer nicht zu viel Material in Anspruch nehmen ist erforderlich, dass ihr Querschnitt senkrecht zur Gitterwand möglichst hoch wird; die nebenstehend skizzirte Anordnung, wo die angewendeten Winkeleisen mit den schmälern Schenkeln an die Wand befestigt, durch ihre beiden längeren Schenkel eine ansehnliche Querschnittshöhe h darstellen, entspricht dem Zweck der Absteifung ungleich weniger als der in gegenüberstehender Figur 242 dargestellte Querschnitt, welcher bei gleichem Gewichte ein wesentlich grösseres Widerstandsmoment gegen Ausbiegung der Wand giebt auch für

Fig. 241.



entspricht dem Zweck der Absteifung ungleich weniger als der in gegenüberstehender Figur 242 dargestellte Querschnitt, welcher bei gleichem Gewichte ein wesentlich grösseres Widerstandsmoment gegen Ausbiegung der Wand giebt auch für

Fig. 242. Befestigung der Querträger eine grössere Fläche darbietet.



In den meisten Fällen wurden die hier besprochenen Gitterbrücken mit geradlinig horizontalen Gurtungen hergestellt; es können also — bei zweckmässiger Anbringung der Vertikalständer — in der Regel die Formeln 299)–302) Anwendung finden; hiebei ist in Formel 302), wie schon

erwähnt, zu Bestimmung des Verhältnisses $\mathfrak{B} : \mathfrak{B}_m$ Gleichung 169) in den Formeln 300) und 301) aber Gleichung 286) in Anwendung zu bringen. In beiden Fällen kann, da die Gitterstäbe vierkantig vorausgesetzt sind, Tabelle XIV. bequeme Anwendung finden.

Anmerk. Wenn Tabelle XIV. für Gleichung 286) dienen soll, so ist $1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta}$ in $1 + K \frac{\omega \frac{1}{2} l^2}{2 \Theta}$ zu übertragen, und muss sodann der aus Tabelle XIV. gefundene Werth $\mathfrak{B}_m : \mathfrak{B}$ behufs Verdopplung des Trägheitsmoments eine Correction erfahren; z. B. $\frac{1}{1,86} = \frac{1}{1 + 0,86}$ giebt durch Verdopplung des Trägheitsmoments $\frac{1}{1 + 0,43} = \frac{1}{1,43}$.

Wenn man für einen gezogenen Stab den Werth N_x nach Gleichung 300) und für den symmetrisch gelegenen gedrückten Stab den Werth T_x nach Gleichung 301) bestimmt, so geben die Gleichungen:

$$\mathfrak{A} = \frac{N_x}{\omega} \dots \dots \dots 303)$$

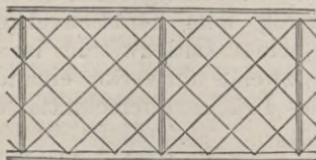
und:

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} \cdot \frac{T_x}{\omega} \dots \dots \dots 304)$$

für \mathfrak{A} , beziehungsweise \mathfrak{B} , je denselben Werth, weil in Folge der Mitwirkung der Vertikalständer eine gleichmässige grösste Anstrengung für die beiderseitigen Gitterstäbe angenommen worden ist.

197. Das vorstehend beschriebene Verfahren erfährt eine Abänderung, wenn die Distanz der Vertikalständer und der Gitterhöhe ziemlich gleichstehend ist oder aber dieselbe noch übertrifft.

Fig. 243.



In solchen Fällen können, wie aus beistehender Figur 243 ersichtlich, diejenigen Stäbe, welche beispielsweise die Diagonale des von Gurtungen und Vertikalen eingeschlossenen Vierecks bilden (oder diesen Diagonalen zunächst gelegen sind), sofern sie gedrückt sind, weniger

Strebenkraft aufnehmen, als die übrigen Stäbe; dem entsprechend wird die entgegengesetzte gezogene Diagonale um so viel mehr in Anspruch genommen sein; man könnte für jedes einzelne Gittersta bspaar das Verhältniss $\mathfrak{B} : \mathfrak{B}_m$ besonders entwickeln und es würde

der Grad der Anstrengung des Gitterwerks eben durch diejenigen Diagonalen bestimmt sein, welche den grössten Zug = grössten Druck aufnehmen müssen; hiezu kommt aber noch, dass bei vorhandenen Vertikalständern die Formänderung des ganzen Trägers dahin wirken wird, dass die gezogenen Diagonalen ganz besonders in Anspruch genommen sind, und dass somit die Anstrengung einer gezogenen Diagonale eine wesentlich höhere sein wird, als nach Gleichung 300) berechnet würde. — Solche Systeme befinden sich daher in sehr ungünstigen Verhältnissen und werden kaum mehr angewendet.

Durch Hinzufügung von Vertikalen zwischen den Hauptständern würden die Umstände wesentlich geändert; man hat aber solche Gitterwerke häufig auf anderweitigem Wege zu verbessern gesucht, indem man die gedrückten Diagonalstäbe aus T-Eisen construirte. Man erreicht damit den doppelten Zweck, einmal ein weiteres rückwirkendes Element in die Gitterwerke hineinzubringen und sodann die gezogenen Diagonalstäbe kräftig zu entlasten, wie sich diess durch Anwendung der Gleichungen 300) und 301) des Näheren ergibt.

Solche Systeme können in constructiver Hinsicht gute Dienste leisten, die Berechnung wird aber complizirt, weil man für jedes Gitterstabpaar die Gleichung 301) besonders anschreiben und für Gleichung 302) einen mittlern Werth $B : B_m$ bestimmen muss.

198. Die Weichselbrücke bei Dirschau ist die bedeutendste und zugleich die am weitesten gespannte Gitterbrücke, wie aus folgenden Abmessungen hervorgeht:

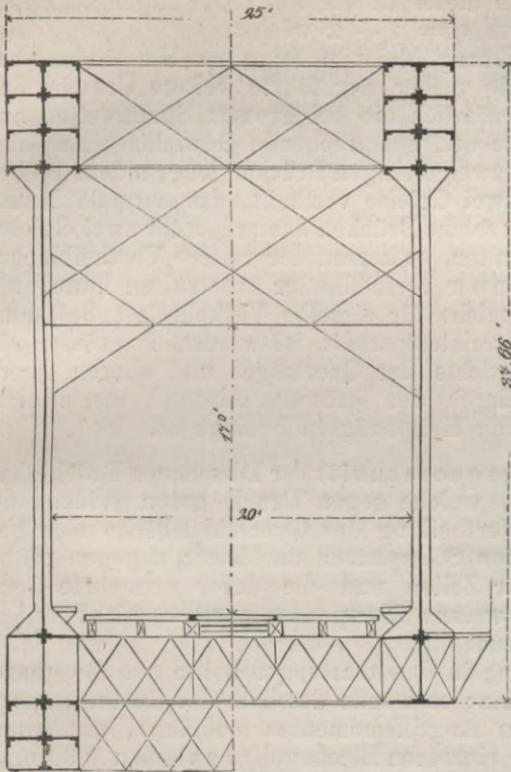
6 Oeffnungen	à	121,1 m	=	726,60m
5 Zwischenpfeiler	à	9,73m	=	48,65m
2 Endpfeiler	à	31,0 m	=	62,00m
				837,25m

Von den 6 Oeffnungen sind je 2 zusammen gekuppelt, so dass sozusagen drei getrennte Brücken an einander gereiht sind.

Die Gitter zeigen Flachstäbe von gleichem Querschnitt gegen Zug und Druck, sowie Vertikalständer in Entfernungen von je 6 Fuss; es können also die in N^o. **195.** gegebenen Regeln angewendet werden. — Die Brücke ist für ein einziges Eisenbahngleise construirte, dient aber gleichzeitig dem Strassenverkehr (siehe Figur 244); der Abstand der beiden Gitterwände ist so gewählt, dass bei freiem Bahngleise zwei Fuhrwerke einander ausweichen können; die Lichtweite des Brückenquerschnitts beträgt 6,27m.

Unter vorbeschriebenen Verhältnissen ist die Verkehrslast der Belastung eines Eisenbahngleises entsprechend und wurde das variable Gewicht auf 2128 alte Pfund per laufenden Fuss oder 3170 Kilo per Meter bestimmt; bei dieser Annahme soll die grösste Anspannung 10000 alte Pfund per □Zoll oder 684 Kilo per

Fig. 244.



□ Centimeter betragen; hiebei wurde nur die gleichförmig vertheilte Maximallast berücksichtigt, welche übrigens auch (zunächst dem Zwischenpfeiler) das grösste Angriffsmoment und die grösste Vertikalkraft hervorruft, wie aus Tafel IV. ersichtlich. Das Eigengewicht wird zu 6160 Pfund per laufenden Fuss oder 9180 Kilo per Meter angegeben, (so dass $p : q = 3 : 4$); es ist dieses Gewicht wesentlich grösser als wir nach Gleichung 103) für 121^m Spannweite erhalten würden, obgleich continuirliche Brücken stets etwas leichter sein sollten. Die grössere Schwere fällt nur zum Theil dem gewählten Constructionssystem zur Last, ist

vielmehr überwiegend durch andere Umstände veranlasst.

Einmal ist die Breite der Brücke und demgemäss das Gewicht der Fahrbahntafel mit Rücksicht auf die Landfuhrwerke grösser, als für ein Eisenbahngleise erforderlich wäre, wobei übrigens zu bemerken, dass diese grössere Breite bei der grossen Spannweite beinahe unerlässlich ist; entsprechend werden (wie überhaupt bei weitgespannten eingeleisigen Brücken) auch die Verspannungen und Windstreben verhältnissmässig schwer ausfallen.

Ein zweiter Umstand bezieht sich auf eine bei grösseren Spannweiten nothwendige Correction der Gleichung 103). Diese Formel setzt theoretisch betrachtet voraus, dass das per Längeneinheit antreffende Totalgewicht ($p + k$) ziemlich constant sei, wie diess auch nach den Tafeln XVII. und XVII^a. zwischen 10 und 60^m Spannweite der Fall ist; bei grösserer Spannweite bleibt sich die variable Last ziemlich constant (nimmt wenigstens sehr mässig ab), während das Eigengewicht, zunächst nach Formel 103) berechnet, rasch zunimmt; es ist daher für die grössere Spannweite in

Gleichung 103) der Coefficient C zu vergrössern und zwar umsomehr als mit Zunahme dieses Coefficienten das Eigengewicht p und ebendamit der Werth $q = p + k$ wächst.

Die letztere Betrachtung bleibt unter allen Umständen bestehen, dagegen fällt die vorher angeführte weitere Ursache der Gewichtsvermehrung — nämlich die bei grossen Spannweiten unerlässliche grössere Breite und entsprechende Gewichtsvermehrung der Querverspannung bei zweigeleisigen Brücken weg, indem das betreffende Gewicht, auf zwei Geleise vertheilt, das normale Maass nicht überschreitet; wenn solche Brücken ausserdem für zwei Geleise nur zwei Hauptträger erhalten, so kommt der weitere Vortheil hinzu, dass man zwei Träger immer vortheilhafter construiren kann, als drei oder vier Träger, welche für dieselbe Verkehrslast bestimmt sind; die bezügliche Materialersparniss ist wesentlich grösser als die Vermehrung des Gewichts der Querträger und oberen Querverbindungen, welche durch den grössern Abstand von zweien für zwei Geleise dienenden Hauptträgern bedingt ist.

199. Der Gurtungsquerschnitt der Dirschauer Brücke hat die Zellenform erhalten, welche gegen Druck guten Widerstand leistet und durch die Vertheilung der Querschnittfläche sich bequem der Anbringung von Stossplatten darbietet; dagegen erfordert die Aussteifung der Zellen und die durch vermehrte Constructionshöhe bedingte weitere Verspannung einen nicht unbedeutenden Materialaufwand.

Die grösste Spannung in den Gurtungen sollte auf die ganze Brückenlänge constant sein; es wurde desshalb der Gurtungsquerschnitt entsprechend den Angriffsmomenten modifizirt, und zwar wechselte die Breite der einzelnen Blechstreifen zwischen 0,39 und 1,41 Metern, die Dicke derselben zwischen 20 und 16^{mm}. Ueber den Zwischenpfeilern ist eine weitere Verstärkung der Gurtung angebracht worden; wir sehen nämlich aus den graphischen Darstellungen der Tafel IV., dass das Angriffsmoment M daselbst sehr rapid zunimmt; es sind deshalb an dieser Stelle weitere Zellen hinzugefügt, wodurch zugleich die Höhe des Gitters um 4 Fuss oder 1,26^m vermehrt ist; die Distanz der Gurtungsschwerpunkte beträgt in Folge dieser Erhöhung der untern Gurtung zunächst den Zwischenpfeilern 10,90^m, auf der übrigen Länge 10,28^m.

Die Vertikalständer, deren Querschnitt aus Figur 241 ersichtlich ist, sind in Entfernungen von 6 Fuss angebracht, so dass als Länge l der Gitterstäbe $d: \cos 45^\circ = 8\frac{1}{2}$ Fuss = 2,67^m in die Rechnung einzuführen ist. — Die Gitterstäbe selbst wechseln nach der Grösse der Vertikalkraft zwischen 131^{mm} auf 36^{mm} und 80^{mm} auf 73^{mm}; die diagonale Maschenweite beträgt 2' oder 0,628^m; durch jeden Vertikalschnitt werden 32 Gitterstäbe getroffen; am Zwischenauflager, wo nach Tabelle XX.

$\mathfrak{B} = 0,625 q b = 0,625 (3170 + 9180) 121,1 = 934,75$ tons,

somit $\mathfrak{B}' = 467,37$ tons zu setzen ist, finden wir durch Anwendung der Gleichung 300):

$$N_x \sin \varphi = \frac{2}{32} \cdot 467370 \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B} + \mathfrak{B}_m} \dots \dots \dots \text{I.}$$

Es ist aber nach Gleichung 286):

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \left(1 + 0,00008 \frac{\omega l^2}{8 \Theta} \right) \dots \dots \dots \text{II.}$$

In dieser Gleichung ist zu setzen (zunächst ohne Berücksichtigung des Nietenzugs):

$$\omega = 13,1 \times 2,6 = 34 \text{ Centim.,}$$

$$l = d : \cos \varphi = 267 \text{ Centim.,}$$

$$\Theta = \frac{1}{12} b h^3 = 19,187 \text{ c}^4,$$

somit:

$$\mathfrak{B} = 2,264 \mathfrak{B}_m \dots \dots \dots \text{III.}$$

Aus den vorstehenden Gleichungen I. und III. folgt:

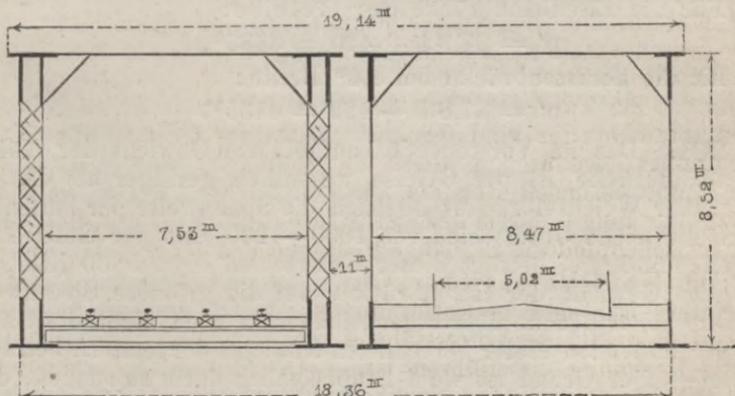
$$N_x = 30045 \text{ Kilo} \dots \dots \dots \text{IV.}$$

und:

$$\mathfrak{A} = \frac{N_x}{\omega} = \frac{30045}{34} = 884 \text{ Kilo} \dots \dots \dots \text{V.}$$

Diese Spannung wird durch den notwendigen Nietenzug noch erhöht. Die grösste Pressung \mathfrak{B} dürfen wir nach den am Schlusse von N^o. 189. gegebenen Erläuterungen gleich gross annehmen.

Fig. 245.



200. Kurze Zeit nach der Dirschauer Weichselbrücke wurde die Rheinbrücke in Köln nach demselben System erbaut und 1860 dem Betrieb übergeben. Dieselbe hat 4 Oeffnungen von je 98,22m Lichtweite, von welchen je 2 durch einen gekuppelten

Träger überbrückt sind; hiebei ist neben der zweigeleisigen Eisenbahnbrücke eine Strassenbrücke von 8,47^m Lichtweite auf dieselben Steinpfeiler aufgesetzt, wie diess aus vorstehender Figur 245 des Nähern ersichtlich ist.

Eine eingehende Beschreibung dieser Brücke ist in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen, Jahrgang 1863, veröffentlicht worden. Dasselbst wird das Eisengewicht der ganzen Brücke folgendermassen angegeben:

Tabelle LVII.

N ^o .	Gegenstand.	Eisenbahnbrücke.		Strassenbrücke.	
		Kilogr.	Kilogr.	Kilogr.	Kilogr.
1.	Die Querträger	344257		174493	
2.	Die oberen Querverbindungen	86238		86460	
3.	Die horizontalen Gitterstäbe .	41516		44852	
4.	Gurtungen	1269744		719027	
5.	Gitterstäbe der Hauptträger .	684784		383939	
6.	Vertikalständer derselben . .	342246		307212	
			2768787		1715983

Die ganze Länge der hiezu gehörigen Brückenconstruction beträgt 415^m, wesshalb wir bei einer Spannweite von 98,12^m erhalten:

Für die Eisenbahnbrücke per Geleise:

$$p' = 27,9 \text{ l} + 420 = 3336^k,$$

für die Strassenbrücke bei 8,4^m Breite:

$$p' = 37,8 \text{ l} + 422 = 4135^k.$$

201. Das im Vorstehenden aufgeführte Gewicht der Kölner Eisenbahnbrücke ist per Geleise wesentlich geringer als das der Dirschauer Weichselbrücke; obgleich die Spannweite per laufenden Meter nur einen Unterschied von 1000—1200 Kilo per Geleise bedingen sollte, so beträgt dieser Unterschied circa 5800 Kilo, so dass das Gewicht der Rheinbrücke, auf die grössere Spannweite der Dirschauer Brücke übertragen, immerhin noch nicht die Hälfte des per laufenden Meter berechneten Gewichts der letztern betragen würde. — Der Grund ist wohl hauptsächlich darin zu suchen, dass eine zweigeleisige Brücke weitaus günstiger zu construiren ist, sowie dass einige für die Dirschauer besonders ungünstige Umstände hier wegfielen.

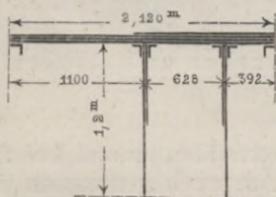
Die diagonale Weite der Maschen wurde grösser (0,785^m) angenommen, die gedrückten Gitterstäbe wurden etwas stärker

und insbesondere dicker angenommen, als die gezogenen in demselben Längeabstand befindlichen Stäbe. — Die Distanz der Vertikalen, welche bei der Dirschauer Brücke 1,88^m beträgt, ist hier nur 1,57^m und wurde zunächst den Auflagern auf 0,785^m reduziert; die Gitterstäbe der Rheinbrücke befinden sich daher unter wesentlich günstigeren Bedingungen als die in N^o. 198. der Rechnung unterzogenen Gitterstäbe der Weichselbrücke.

Eine wesentliche Neuerung bei der Rheinbrücke ist die Anordnung eines Doppelgitters, welches die Anbringung von kräftigen Vertikalständern mit verhältnissmässig geringem Materialaufwand gestattete; diese Ständer bestehen nämlich selbst wieder aus einem Gitterwerk, welches zwischen die beiden gekuppelten Gitterwände eingesetzt ist; man hat diesen Doppelgittern den Vorwurf gemacht, dass das erste Gitter einen grössern Theil der Vertikalkraft aufnehmen müsse; insofern jedoch die Strebenkraft aus der Distanz der Gurtungskräfte entsteht (zu vergleichen Gleichung 173), so müsste zuerst nachgewiesen werden, dass die

Gurtungen ungleich gespannt sind; bei der Kölner Brücke werden übrigens die innern Gitter zunächst den Zwischenpfeilern dennoch verhältnissmässig mehr in Anspruch genommen sein, weil daselbst die Gurtungen unsymmetrisch angeordnet sind (Figur 246) und in Folge dessen die innern Gurtungen einen grössern Theil an der Differenz der Gurtungskräfte aufnehmen müssen.

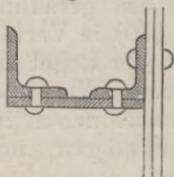
Fig. 246.



Zum Gewicht der Fahrbahntafel, welches oben per Geleise zu 420 Kilo angegeben wurde, ist zu bemerken, dass die Schienenträger, weil von Holz, hiebei nicht inbegriffen sind.

202. Die Strassenbrücke ist wesentlich leichter construirt, als die Eisenbahnbrücke, wie auch das Gewicht für 8,47^m Breite ziemlich niedrig ist. — Insbesondere sind die Querträger sehr leicht und sind in der Mittheilung der Berliner Zeitschrift die Durchbiegungen derselben in Folge des Strassenverkehrs zu 2¹/₂—4^{mm} angegeben; diese Einbiegung der Querträger pflanzt sich nun nothwendig auf die Gitterwände fort und veranlasst eine hin- und

Fig. 247.



herschwingende Bewegung, welche insbesondere beim Passiren von Fuhrwerken deutlich wahrnehmbar ist; die Berliner Zeitschrift sagt hierüber: „Von der ruhig daneben liegenden Eisenbahnbrücke aus konnten diese Bewegungen genau gemessen werden, und wurde ermittelt, dass dieselben für die unmittelbar mit den Querträgern vernieteten Vertikalversteifungen stärkerer Construction (siehe Figur 247) stets

fast genau gleich der Biegung des Querträgers waren, während die zwischen je zwei Querträgern angebrachten einfachen Winkel-eisen etwa eine doppelt so grosse Biegung erlitten; letztere wurde selbst bis zu $4\frac{1}{2}$ Linien (oder 10 mm) gemessen.“

Die Entfernung der Querträger beträgt nämlich 10 Fuss oder $3,138\text{ m}$, und nur an diesen Punkten sind die in Figur 247 dargestellten Vertikalständer angebracht; zwischen diesen befinden sich in der Mitte einfache Winkel, welche zur Steifigkeit der $8,52\text{ m}$ hohen Gitterwände wenig beitragen können.

Auch bei der Strassenbrücke ist die Fahrbahntafel mit Ausnahme der Querträger ganz von Holz (woher auch das geringe Eisengewicht der Fahrbahn sich erklärt); auf den 182 mm hohen kiefernen Balken ruht zunächst ein 52 mm starker Unterbelag von kreosotirten kiefernen Bohlen, sodann ein Oberbelag von 65 mm starken Bohlen, welche letztere anfänglich nur $1\frac{1}{2}$ —2 Jahre ausdauerten; doch wird bemerkt, dass später angewendete Buchenbohlen im Jahre 1862 nach $1\frac{1}{2}$ jähriger Benutzung noch ganz gut erhalten waren.

§. 22. Gitterbrücken mit steifen Streben und flachen Zugbändern.

203. Da ein grosser Theil der Gitterstäbe, zumal bei frei aufliegenden Trägern, nur auf Zug in Anspruch genommen ist, so wendet man vielfach für diese Stäbe das billigere und gegen Zug besonders zweckmässige Flacheisen an und giebt nur den gedrückten Stäben eine entsprechende Steifigkeit gegen Ausbiegungen; diese Brücken bilden den Uebergang zu den mehrfachen symmetrischen Fachwerken und können auch nach den dort entwickelten Formeln berechnet werden, sobald man die freie Länge L kennt, welche in Formel 169) behufs Bestimmung der relativ rückwirkenden Festigkeit dieser Stäbe einzusetzen ist.

Werden diese Brücken als Gitterbrücken behandelt — was für die Rechnung einfacher und bezüglich der Querschnittdimensionen hinreichend genau ist — so darf anstatt Gleichung 169) die bestimmtere Gleichung 285) benützt werden; im Uebrigen werden die in N^o. **188.** gegebenen Regeln und insbesondere die Gleichungen 187) — 190) angewendet; da diese Brücken meist geradlinig begrenzt sind, werden die Gleichungen 189) und 190) in Verbindung mit den Gleichungen 166)—168) und 285) in der Regel zur Bestimmung der Querschnittdimensionen ausreichen. — Wir haben unter Annahme der in N^o. **188.** gegebenen Bezeichnungen für geradlinig horizontal begrenzte Gitterträger mit steifen Streben und flachen Zugbändern:

Spannung in irgend einem gezogenen Gurtungsquerschnitt Ω_x :

$$\mathfrak{N} = \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}_x} \cdot \frac{1}{\Omega_x} \dots \dots \dots 305)$$

Pressung in irgend einem gedrückten Gurtungsquerschnitt Ω_x :

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m = \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}_x} \cdot \frac{1}{\Omega_x} \dots \dots \dots 306)$$

Indem wir $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m$ setzen, ist vorausgesetzt, dass die Entfernung der Knotenpunkte des Systems nicht so gross ist, dass desshalb die relativ rückwirkende Festigkeit der Gurtung in Frage kommt, in welchem letzterem Falle die Brücke besser als Fachwerkbrücke zu behandeln wäre.

Spannung in irgend einem gezogenen Gitterstab N_x (oder T_x), dessen Mitte durch die Abscisse x bezeichnet ist:

$$\mathfrak{N} = \frac{1}{n} \cdot \mathfrak{B}'_x \cdot \frac{1}{\sin \varphi} \cdot \frac{1}{\omega} \dots \dots 307)$$

Grösste Pressung in irgend einem gedrückten Gitterstab T_x (beziehungsweise N_x), dessen Mitte durch die Abscisse x bezeichnet ist:

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{n} \cdot \mathfrak{B}'_x \cdot \frac{1}{\sin \varphi} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \left(1 + K \frac{\omega l^2}{4 \Theta} \right) \dots 308)$$

in welcher Gleichung l die ganze Länge des Stabs zwischen den Gurtungs-Mittellinien bezeichnet.

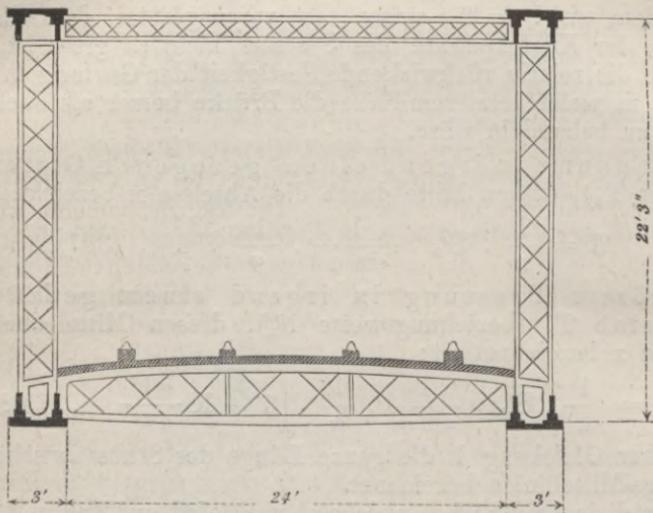
Für diejenigen Stäbe, welche abwechselnd auf Zug und Druck in Anspruch genommen sind, ist in der Regel Gleichung 308) massgebend; jedenfalls sollen solche Stäbe, auch wenn sie gegen Zug einen grösseren Querschnitt als gegen Druck erfordern, als steife Stäbe construirt werden. — Wenn daher, wie bei continuirlichen Brücken geringerer oder mittlerer Spannweite ein grösserer Theil der Stäbe abwechselungsweise auf Zug und Druck in Anspruch genommen wird, so empfiehlt es sich häufig, Träger mit durchaus steifen Stäben, welche in §. 20 behandelt sind, anzuwenden, indem letztere noch den Vortheil liefern, dass die Steifigkeit der gezogenen Stäbe die rückwirkende Festigkeit der gedrückten Stäbe unterstützt. — Andererseits haben Brücken mit besonders geformten gedrückten Stäben den Vortheil, dass letztere, sofern sie ansehnliche Stärke verlangen, aus mehreren Stücken zusammengesetzt und demnach durchweg aus billigen Eisensorten hergestellt werden können.

204. Ein ausgezeichnetes Beispiel dieser Klasse von Gitterbrücken bietet die bei Drogheda (an der irischen Ostküste) über den Boyne-Fluss gebaute und schon im Jahre 1855 eröffnete Eisenbahnbrücke; sie zeichnet sich durch zweckmässige Materialverwendung, grosse Leichtigkeit und die eigenthümliche Aus-

steifung der gedrückten Gitterstäbe aus. — Die nachfolgenden Notizen sind einem Aufsätze des Herrn Lohse im Jahrgange 1857 der Berliner Zeitschrift für Bauwesen entnommen, woselbst als Erbauer der Brücke Sir John Macneill und Mr. James Barton genannt sind.

Die Brücke hat für zwei Eisenbahngleise nur zwei Hauptträger erhalten, wie aus beistehender Figur 248 ersichtlich ist;

Fig. 248.



hiebei zeigt aber jeder Hauptträger eine doppelte Gitterwand und ist die Aussteifung der gedrückten Stäbe dadurch erzielt, dass von letzteren je zwei gegenüberliegende Stäbe mittelst Winkelleisen und leichterem Gitterwerk zu einer steifen Strebe verbunden sind; da (abgesehen von den Endständern auf den Auflagern) gar keine Vertikalständer angebracht sind, so kann die Spannung in den gezogenen Stäben genau nach Gleichung 307) berechnet werden.

Die vorliegende Brücke hat Träger erhalten, welche drei Oeffnungen continuirlich überspannen; die Spannweiten sind:

Mittelöffnung von Mitte zu Mitte der Pfeiler:

$$267' \text{ englisch} = 81,38^m$$

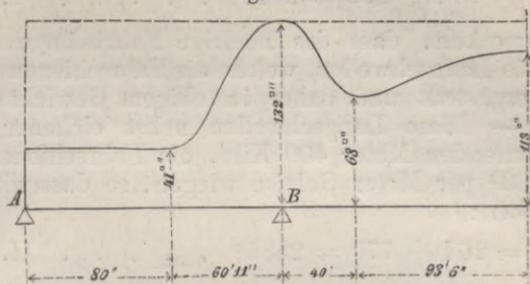
$$2 \text{ Aussen-Oeffnungen je } 140' 11'', \text{ zus. } 289' 10'' = 85,90^m$$

$$\text{Zusammen } 167,28^m$$

Auf den Pfeilern liegen die Gitter je mittelst eines einzigen Endständers von $0,915^m$ Breite und gleicher Länge auf. — Bei Anwendung der Theorie der elastischen Linie war unter diesen Umständen keinerlei Zweifel über die in die Rechnung einzuführende Spannweite und wurden die Gurtungsquerschnitte den hie-

nach berechneten Angriffsmomenten entsprechend gewählt, wie solches durch Figur 249 näher erläutert ist. — Die Aenderungen

Fig. 249.



in den Querschnitten konnten ziemlich stetig wechselnd angenommen werden, da die Kopfbleche sehr dünn bis zu 6^{mm} und selbst 5^{mm} Dicke herab gewählt wurden. — Die Angriffsmomente werden, wie wiederholt erklärt, nach den Gleichungen 109) bestimmt, nachdem die Auflagerdrücke für den vorliegenden Fall und die angenommenen Belastungsweisen nach den Gleichungen 124) berechnet worden sind. (Einige der Werthe \mathfrak{M} sind wenigstens an-

nähernd in Tabelle XXIV. für $a : b = \frac{1}{2}$ gegeben.) Die Er-

bauer der Brücke haben dieselben Belastungsweisen angenommen, welche in N^o. 78. besprochen und in Tafel V. graphisch dargestellt sind; es wurde aber auch durch Losschlagen von Nieten und Beobachtung der betreffenden Stossfugen constatirt, dass die Wendepunkte der elastischen Linie (für welche $\mathfrak{M} = 0$ ist) auch wirklich an den berechneten Punkten sich befinden; es wird anzunehmen sein, dass bei der Berechnung der elastischen Linie auf die ganze Länge einer Spannweite ein constantes Trägheitsmoment in die Rechnung eingeführt wurde, was trotz des Wechsels im Gurtungsquerschnitt nach obigen, an der ausgeführten Brücke angestellten Versuchen keine irgend erhebliche Aenderung in der Lage der Wendepunkte der elastischen Linie bewirkt hat.

Das Eigengewicht der Mittelöffnung wird zu 1,446 Tons per laufenden Fuss oder 9820^k per Meter, somit zu 2410^k per Meter und Geleise angegeben; hievon betragen:

die Gurtungen	1340 Kilo,
das Gitterwerk	517 „
die Auflagerständer	155 „
obere Querverbindungen	42 „
Windkreuze	68 „

2122
288

Zusammen 2410^k

oder 266^{mm} Breite haben, ein sehr günstiges Verhältniss $\frac{B}{B_m}$ sich herausstellt; die schwächeren Stäbe, welche übrigens (zumal in Rücksicht auf die unterhalb angebrachte Fahrbahn) per □ Zoll verhältnissmässig weniger in Anspruch genommen sind, geben ziemlich das Grenzverhältniss, welches zwischen Maschenweite und Gitterstabbreite noch zulässig ist; hienach soll also die Distanz der Gitterstabbkreuzungen (die längs den Gitterstäben gemessene Maschenweite) höchstens das 18fache der Gitterstabbreite, im Allgemeinen aber bloss das 10 — 12fache betragen. — Diese Regel dürfte auch auf steife Gitterstäbe, wie solche z. B. in Figuren 237 und 238 dargestellt sind, Anwendung finden, und sehen wir auch bei den ausgeführten Brücken die Breite der T- und Ω -Eisen in entsprechendem Verhältnisse zur Maschenweite stehen. Flache Gitterstäbe befinden sich unter etwas abweichenden Verhältnissen, indem dieselben in der Ebene der Gitterwand verhältnissmässig grösseren Widerstand leisten; doch mögen hier andere Umstände wieder nachtheilig wirken, so dass man auch hier die Breite der Stäbe nicht wohl unter $\frac{1}{12}$ des Abstandes der Kreuzungspunkte annimmt. (Wie mehrfach erwähnt, werden Gitterbrücken mit durchaus flachen Stäben neuerdings selten angewendet.)

206. Ein weiteres Beispiel einer Gitterbrücke mit steifen gedrückten Stäben zeigt der Viadukt über die Saane bei Freiburg, wo neben den flachen Zugbändern gedrückte Stäbe von -Form angewendet sind; die beiden Rippen der letzteren sind indessen nur je 70^{mm} hoch, so dass die Steifigkeit der sonst üblichen T-Eisen nicht erreicht wird; es sind auch in Entfernungen von $5,58^{\text{m}}$, beziehungsweise (gegen die Auflager) $4,18^{\text{m}}$, besondere Vertikalabsteifungen hinzugefügt. — Die Brücke, welche im Jahrgang 1863 der Berliner Zeitschrift für Bauwesen beschrieben ist, hat noch die Eigenthümlichkeit, dass die Hauptträger über sieben Oeffnungen continuirlich hinweggehen; die fünf Mittelöffnungen haben je $38,8^{\text{m}}$, die beiden Aussenöffnungen je $44,92^{\text{m}}$ Länge, so dass ein zusammenhängendes Gitter von $353,84^{\text{m}}$ Länge gebildet ist; die Continuität der Träger wurde nicht nur zum Hinüberschieben derselben, sondern insbesondere auch zur Aufstellung der eisernen Zwischenpfeiler benützt, wobei indess das Gitter durch besondere Spannketten armirt war. Die Anfertigung und Aufstellung des gesammten Eisenwerks geschah durch die Herren Schneider & C^{ie} in Creusot, welche mit dem bekannten Hüttenwerke eine grosse Maschinenfabrik verbunden haben.

207. Da wo sich ausgesteifte Gitterstäbe kreuzen, sind in der Regel einzelne derselben gestossen, wodurch Stossplatten nothwendig werden; die Anbringung der letztern ist aber dadurch wesentlich erleichtert, dass an den betreffenden Stellen die Strebenkräfte verhältnissmässig klein sind.

Wenn beim vorliegenden Systeme die Vertikalständer fehlen (wie diess in der Regel der Fall ist), so dürfen die abwechselungsweise auf Zug und Druck in Anspruch genommenen Gitterstäbe keineswegs als Flacheisen construirt werden, da letztere auch verhältnissmässig kleine Drücke nicht aushalten können, sobald die freie Länge irgend erheblich ist. — Gitterstäbe, welche abwechselungsweise auf Druck und Zug in Anspruch genommen sind, fehlen aber bei keinem Gitterwerk und insbesondere sind es die mittleren Stäbe, welche bei einseitiger Belastung auch Druck auszuhalten haben; sodann aber ist (zumal bei geradlinigen Gurtungen) die in §. 20 erwähnte Modification der Strebenkräfte (in Folge deren bei untenliegender Fahrbahn die Strebendrucke vermindert werden) stets wesentlich geringer als der nach Gleichung 288) berechnete, in den Gitterstäben wirkende Druck; die zeitweise Pressung der mittleren Streben bleibt desshalb eine mathematische Nothwendigkeit.

Wenn daher in einzelnen Fällen von der Aussteifung der mittleren Gitterstäbe Umgang genommen wurde, so sind die möglichen Stellungen der Ueberlast nicht entsprechend berücksichtigt; wenn diese Mängel in der Ausführung weniger zu Tage getreten sind, so kann der Grund nur darin liegen, dass die relative Festigkeit der Gurtungen hier eingetreten ist und dass vermöge derselben andere Stäbe in erhöhtem Maasse zur Wirkung kamen.

Siebenter Abschnitt.

Ergänzungen und Schlussbetrachtungen.

§. 23. Ueber Röhrenbrücken.

208. Die Röhrenbrücken verhalten sich bezüglich ihrer Seitenwände wie andere Balkenbrücken und können die Seitenwände aus Fachwerk, Gitterwerk oder vollen Blechtafeln bestehen. Die Eigenthümlichkeit der Röhrenbrücken ist, dass die Gurtungen zweier (meist für ein Geleise bestimmten) Seitenwandungen zu einem Ganzen verbunden die vollständige Breite der Brücke einnehmen. Die Gurtungen bilden unterhalb den Boden, oberhalb die Decke der Röhre.

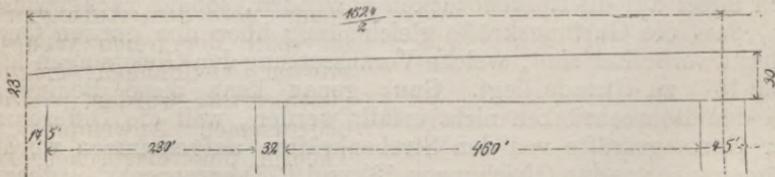
Die Formeln, welche in den vorhergehenden Abschnitten für Berechnung der Gurtungs- und Strebenkräfte gegeben sind, lassen sich direct auf die Röhrenbrücken anwenden, sobald nachgewiesen ist, dass die Gurtungskräfte gleichmässig über den ganzen Querschnitt verbreitet sind, welche Voraussetzung den Gleichungen 166) und 167) zu Grunde liegt. Ganz genau kann diese Bedingung bei den Röhrenbrücken nicht erfüllt werden, weil die Differenzen der Gurtungskräfte von den Strebenkräften aufgenommen werden müssen (wie aus den Gleichungen 18) und 173) hervorgeht), während die Strebenkräfte nur ausserhalb, d. h. zu beiden Seiten der breiten Gurtungsbänder wirken; die Gurtungen müssen also ausser den Längenspannungen auch noch Schubspannungen aufnehmen, veranlasst dadurch, dass die Differenzen der Gurtungskräfte zunächst an den Seitenwänden entstehen und mittelst der Scheerfestigkeit der Gurtungsbänder gegen die Mitte der letztern übertragen werden; diese mittleren Parthien werden daher immer etwas weniger in Anspruch genommen sein, als die den Seitenwänden zunächst gelegenen Gurtungstheile, wobei noch zu bemerken, dass die Gurtungen der

Röhrenbrücken in Folge ihrer grossen Breite stets aus einer Reihe von einzelnen Blechstreifen bestehen.

Um die Ungleichheit der Gurtungsspannungen auf ein unschädliches Minimum zurückzuführen, wird der seitliche Zusammenhang der einzelnen Gurtungsstreifen durch besondere Constructionslieder unterstützt; es sind diess die Querrippen, welche vermöge ihrer in horizontalem Sinne vorhandenen relativen Festigkeit der gegenseitigen Verschiebung der einzelnen Gurtungsstreifen entgegenarbeiten. — Diese Querrippen dienen unterhalb zugleich als Querträger zur Aufnahme der Fahrbahn, oberhalb wie unterhalb geben sie zugleich rückwirkende Elemente für die Windverspannung, welche letztere durch die Gurtung selbst gebildet wird. — Insofern die Querrippen die Strebenkräfte auf die ganze Gurtungsbreite gleichmässig zu vertheilen haben, sind sie zunächst den Auflagern wesentlich mehr in Anspruch genommen, als gegen die Mitte der Brückenöffnungen; sie sollen also hier stärker, beziehungsweise zahlreicher angebracht werden.

209. Die Britanniabrücke, welche mittelst Uebersetzung der Menastrasse die Ueberfahrt zwischen England und Irland abkürzt, ist die erste und in mancher Hinsicht bedeutendste Röhrenbrücke; sie war bis vor Kurzem auch die am weitesten gespannte Balkenbrücke, ist aber in dieser Beziehung nunmehr durch die in Figur 228 dargestellte Brücke über den Leck übertroffen. — Die Britanniabrücke, welche unter Oberleitung von Robert Stephenson erbaut wurde, hat vier Oeffnungen, wovon die beiden grösseren je 460' englisch (140^m), die beiden kleineren je 230' (70^m) Spannweite haben, wie aus Figur 249 des Näheren ersichtlich.

Fig. 249.

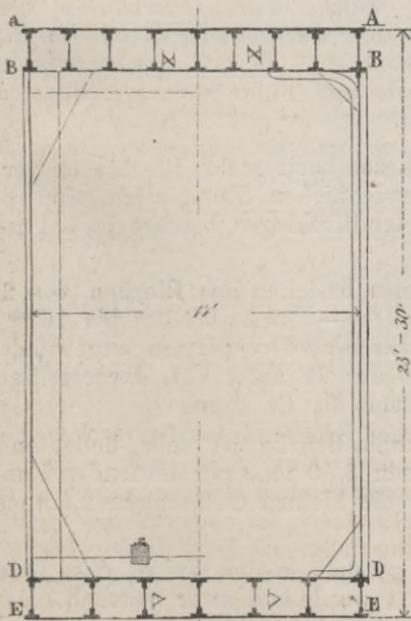


Die grosse Bedeutung, welche die Erbauung der Britanniabrücke für die Anwendung eiserner Brückenconstructions gehabt hat, liegt hauptsächlich darin, dass hier zum erstenmale das Schmiedeeisen in grossem Maasstabe auch für die gepressten Trägertheile in Anwendung gekommen ist; die grosse Spannweite machte es insbesondere nothwendig, das Verhältniss zwischen Tragkraft und Eigengewicht genau zu untersuchen, was Veranlassung zu den äusserst wichtigen Versuchen von W. Fairbairn und E. Hodgkinson gab, welche Versuche sich insbesondere auch auf

die Festigkeit der Materialien (Schmied- und Gusseisen) bezogen. Eine genaue Beschreibung dieser Brücke und ihrer Baugeschichte verdanken wir dem mit der Ausführung betrauten E. Clark; das reich ausgestattete Werk desselben hat den Titel: „*The Britannia and Conway tubular bridges by Edwin Clark published under the supervision of Robert Stephenson.*“

Die Lage der Brücke war gegeben durch den sogenannten Britanniafels, welcher breit genug ist, um einen kräftigen Mittelpfeiler aufnehmen zu können. Das erste Project Stephenson's zeigt zwei Bögen von 350' Spannweite; die Admiralität verlangte aber ein liches Viereck von 460' Weite und 105' Höhe, wodurch die Bogenbrücke wegfiel. Man glaubte zu einer Kette greifen zu müssen und beabsichtigte, die Röhre als Aussteifung der Fahrbahn anzuwenden, indem die Aufhängung in anderer Weise als bei den gewöhnlichen Kettenbrücken gedacht war. — Dieses vorläufige Project der Britannia-Brücke betrachtete Stephenson als unbedingt richtig, falls eine noch grössere Weite zu überspannen wäre; man fand aber durch die schon erwähnten Versuche, dass eine Weite von 460' englisch mit einer schmiedeisernen Röhre, d. h. mit einem geraden Balken ohne Hilfe einer Kette überspannt werden kann und setzte hienach die in Figur 249 ersichtlichen Hauptabmessungen fest, indem die Röhre als ein über sämtliche

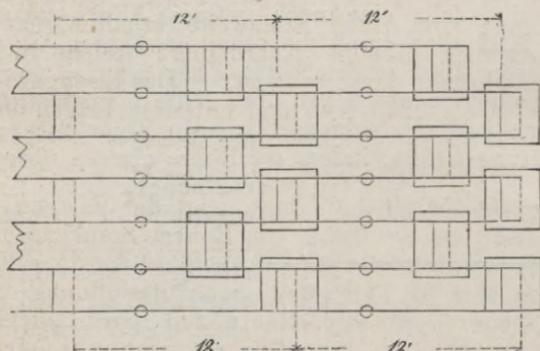
Fig. 250.



Oeffnungen fortlaufendes Ganzes construiert, die Continuität über dem Mittelpfeiler aber nicht vollständig hergestellt wurde; die elastische Linie ist daselbst gebrochen, der Winkel, unter welchem beide Kurventheile zusammentreffen, wurde danach bemessen, dass die grössten Angriffsmomente über dem Auflager und innerhalb der freien Weite den grossen Oeffnungen möglichst gleichwerthig wurden. — Dieser bedeutsamen Anwendung der Theorie der elastischen Linie giengen directe Versuche voraus, welche an 36' langen, 1'' dicken hölzernen Stäben angestellt und später durch Messungen an der fertigen Röhre bestätigt wurden. (Zu vergleichen N^o. 203., wo ähnliche Versuche bei der Drogheda - Boyne - Brücke erwähnt sind.)

Weitere Untersuchungen constatirten, dass die Röhre bei der Biegung sich wirklich wie ein homogener Balken verhalte. — Ferner wurde empirisch an Metallröhren bestimmt, in welcher Anzahl und Stärke die Aussteifungen der Röhrenwände anzuwenden seien. — Nach manchen missglückten Versuchen mit runden und elliptischen Röhren wurde der in Figur 250 dargestellte Querschnitt festgestellt. Die Decke, welche vorzugsweise gedrückt ist, hat mehr Zellen erhalten als der Boden, bei welchem letzterem man insbesondere auf consequente und vollständige Anbringung der Stossplatten zu sehen hatte; eine eigenthümliche Anordnung der Stösse der doppelten Blechlagen des Röhrenbodens ist schon früher in Figur 51 dargestellt worden, und ist dieselbe durch beistehende Figur 251 näher erörtert; die in dieser Figur angegebenen kleinen Ringe stellen die Stösse der vertikalen Zellenwände

Fig. 251.



dar, welche zwischen den Stössen der horizontalen Blechlagen vertheilt sind; die in Figur 251 ersichtlichen Stossplatten sind 3' (0,915^m) lang, das Uebergreifen der Blechlagen beträgt je 1 Fuss (0,305^m).

Die Seitenwände der Röhre bestehen aus Blechen von 2' (0,61^m) Breite und einer Dicke von $\frac{8}{16}$ — $\frac{10}{16}$ Zoll (13^{mm} bis 16^{mm}) Dicke. An den Stössen sind \perp -Eisen als Deckplatten angewandt, wie diess in ähnlicher Weise bei der in Tafel VII. dargestellten Brücke von Langon ersichtlich ist.

Das Eigengewicht der Brittonia-Brücke ist sehr bedeutend und beträgt für die grossen Röhren 3,30 tons per laufenden Fuss oder 11270 Kilo per Meter, für die kleinen Oeffnungen 2,6 tons oder 8670^m per Meter.

Die Aufstellung der Röhren geschah in der Weise, dass jede Oeffnung für sich zusammengesetzt wurde und zwar geschah diess bei den kleinen Oeffnungen auf einem festen Gerüste an Ort und

Stelle, bei den beiden grossen Oeffnungen aber auf besondern Werkplätzen; die fertigen grossen Röhren wurden sodann zwischen die Pfeiler geflösst und mittelst hydraulischen Pressen gehoben; die Verbindung der einzelnen Röhren geschah unter genauer Beobachtung und Berücksichtigung der Winkel der elastischen Linie, und wurde die Continuität, wie schon erwähnt, über dem Mittelpfeiler nur theilweise hergestellt. Auf diese Weise wurde ein übermässig grosses Angriffsmoment über diesem mittelsten Pfeiler vermieden und hatten die grossen Röhren ihre grösste Anstrengung während des Hebens auszuhalten; bei dem grossen Eigengewicht beträgt nämlich das Angriffsmoment in der Mitte der frei aufliegenden unbelasteten Röhre wesentlich mehr als das grösste Angriffsmoment, welches die belastete Brücke nach Verbindung der 4 Röhren auszuhalten hat.

210. Gleichzeitig mit der Britanniabrücke wurde die Röhrenbrücke von Conway erbaut (1844—1848), welche eine einzige Oeffnung von 125^m Stützweite erhalten hat; dieselbe zeigt auch ziemlich dieselbe Anordnung, welche in Figur 250 für die Britanniabrücke dargestellt ist. — Das Eisengewicht beträgt per laufenden Meter 9270 Kilo und entfallen hievon 58% auf die Blechplatten, 27% auf Winkel- und T-Eisen, 10% auf Deckplatten, 5% auf Nietenköpfe.

Eine ganz absonderliche Länge zeigt die Victoriabrücke bei Montreal, welche 1852 von Robert Stephenson projectirt und gleichfalls als Röhrenbrücke ausgeführt wurde; dieselbe hat 24 Oeffnungen von je 73,8^m und eine Mittelöffnung von 100,6^m Lichtweite; letztere grössere Röhre soll per laufenden Meter 6000^k wiegen. — Es sind diese Röhren nicht continuirlich, wesshalb auch der nur auf Zug in Anspruch genommene Boden mit Blechplatten ohne Längsrippen hergestellt wurde; bei der Decke ist die Zellenform für die grosse Mittelöffnung beibehalten, für die kleineren Röhren aber durch Rippen von T-Eisen ersetzt.

Eine Röhre mit Gitterwänden zeigt die Nogatbrücke bei Marienburg, welche gleichzeitig mit der Dirschauer Wechselbrücke (s. N^o. 198.) erbaut wurde, aber aus fortificatorischen Gründen eine möglichst geringe Höhe erhalten musste. — Boden und Decke dieser Brücke bestehen aus einer einzigen Blechlage, welche durch  förmige Längsrippen verstärkt und ausgesteift ist.

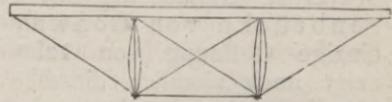
§. 24. Ueber Hängwerke.

211. Hängwerke und sogenannte armirte Balken können nach den Regeln für Fachwerkbrücken behandelt werden; doch macht es die geringe Anzahl und verhältnissmässige Grösse der Fache nothwendig, dass die einzelnen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} nach den Regeln, welche in N^o. **124.** für den Fall der concentrirten Belastungen aufgestellt sind, und zwar nach den Gleichungen 170) — 173) berechnet werden. — Die in den Figuren 252 und 253 angegebenen Kreuzstreben können bei gleichförmiger Belastung ganz ausser Thätigkeit sein, sie sind aber durchaus nothwendig, sobald

Fig. 252.



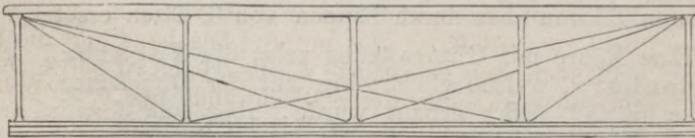
Fig. 253.



eine einseitige Belastung eintritt. — Die Hängwerke und armirten Balken, deren einfachste Formen in den obenstehenden Figuren skizzirt sind, gehören in die Klasse der einfachen unsymmetrischen Fachwerke, deren Gurtungs- und Strebenkräfte nach den Gleichungen 186) — 191) berechnet werden können, sobald die einzelnen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} nach den vorgenannten Gleichungen 170) — 173) bestimmt worden sind.

212. Armirte Balken, d. h. Hängwerke, welche oberhalb durch ein gerades Längsband (Streckbalken) begrenzt sind, kann

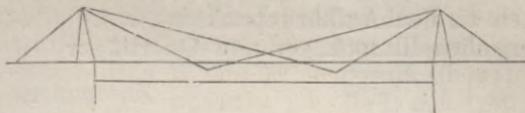
Fig. 254.



man ohne Kreuzstreben construiren, wenn man für jede Hängsäule ein besonderes gezogenes Längsband anwendet, wie solches durch Figur 254 dargestellt ist; alsdann aber geht die wesentlichste Eigenthümlichkeit der Balkenbrücken verloren und wir haben eine Ketten- oder Hängbrücke vor uns; denken wir uns nämlich den obern Streckbaum durch Spann- oder Ankerketten ersetzt, so kommen auch die Hängsäulen in Wegfall und erhalten wir die in Figur 255 skizzirte Anordnung, für welche die Gleichungen 185) bis 191) nicht mehr anwendbar sind; die Berechnung geschieht, indem man die Punkte, an welchen die Fahrbahn aufgehängt ist,

als feste Punkte, d. h. als Auflager betrachtet und die nach §. 8 bestimmten Auflagerdrücke nach den gegebenen Kettenrichtungen zerlegt. — Die Berechnung der Auflagerdrücke complizirt sich bei

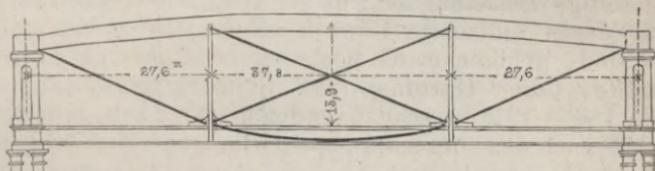
Fig. 255.



Anwendung von continuirlichen Fahrbanträgern durch die in Folge der Belastung eintretende Senkung der Stützpunkte, wofür die Regeln gleichfalls in §. 9 gegeben sind.

213. Ein Beispiel eines Hängwerkes von grösseren Dimensionen bietet die bekannte Brücke über den Wye bei Chepstow, deren Hauptöffnung in Figur 256 skizzirt ist. Diese Brücke ist von J. K. Brunel unmittelbar nach der Brittaniabrücke

Fig. 256.



und zwar ebenfalls ganz aus Schmiedeisen construirt worden. Wie bei der Brücke von Saltash, welche derselbe Brunel einige Jahre später erbaut hat, so besteht auch hier der gedrückte obere Streckbaum aus einer Röhre von (15^{mm} dickem) Kesselblech, wie solches aus der nachstehenden Figur 257 näher ersichtlich ist; die Röhren haben 2,75^m Durchmesser und sind in Entfernungen von 8^m durch starke Ringe ausgesteift. — Das untere Längsband und die Kreuzstreben sind als Ketten construirt; die Fahrbahn ist getragen durch Blechträger von 2,3^m Höhe, deren Blechwände nur 6^{mm} dick sind. Brunel hat über das Gewicht der Brücke folgende Notizen gegeben (s. Clark, Seite 103):

Es wiegt für ein Geleise:

Röhre sammt Stossplatten	127, 5 tons,
Hiezu Bügel über den Pfeilern	7,75 "
Seitenplatten etc. zum Befestigen der Ketten	15,00 "
Dessgleichen für die Diagonalketten	2,25 "
Versteifungsringe in Abständen von 8 Meter	4,25 "
Nietenköpfe etc.	4,75 "

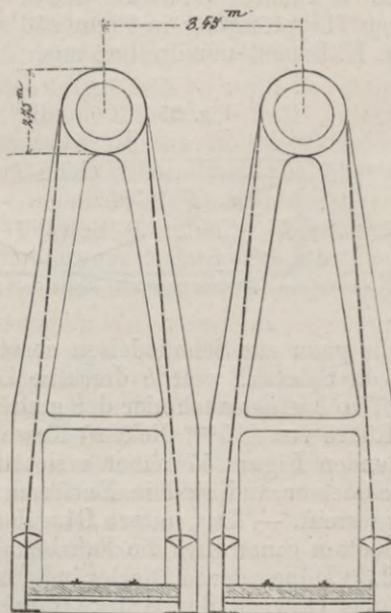
Zusammen 161, 5 tons.

	Uebertrag	161,5 tons.
Ferner:		
Hauptbalken sammt Bolzen	105,0	"
Diagonalketten	23,0	"
Vertikalständer	18,5	"
Sättel, Rollen an den Aufhängepunkten	22,0	"
Fahrbahn, nämlich Hauptträger und Querträger	130,0	"
	Zusammen	460,0 tons.

Das Eisengewicht beträgt somit per Meter und Geleise bei 93^m Spannweite:

$$p' = 381 + 1400 = 4934 \text{ Kilo.}$$

Fig. 257.



Das bedeutende Gewicht der Fahrbahn ist durch die grosse Fachweite bedingt; im Uebrigen ist das Gewicht ziemlich entsprechend dem Gewichte der Saltashbrücke, wie solches in N^o. 167. angegeben ist.

§. 25. Continuirliche Träger über mehrere Oeffnungen.

214. Brücken mit mehreren Oeffnungen erhalten neuerdings vielfach frei aufliegende Träger, wie dies die bei den Fachwerkbrücken gegebenen Beispiele zeigen. — Andererseits werden von den französischen Ingenieuren *continuirliche* Brücken immer noch mit Vorliebe angewendet und zwar wird häufig eine grössere Zahl von Oeffnungen durch einen zusammenhängenden Träger überbrückt, wie diess das Beispiel der Saanebrücke bei Freiburg zeigt (N^o. **205.**). — Die französischen Schriften über Balkenbrücken geben daher stets auch eingehende Berechnungen der elastischen Linie unter weiterer Ausbildung des in N^o. **21.** und **22.** beschriebenen Verfahrens von Clapeyron.

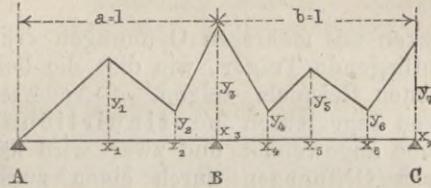
In den „*Annales des Ponts et Chaussées*, Jahrgang 1866“ hat M. Renaudot für eine Reihe von Fällen die hauptsächlichsten Werthe der Angriffsmomente \mathfrak{M} und Vertikalkräfte \mathfrak{B} entwickelt, und wollen wir diejenigen Resultate, welche sich auf vier und fünf gleich grosse Oeffnungen beziehen, in den Tabellen LIX. bis LXI. wiedergeben, theils als Beispiel der dortigen Behandlungsweise, theils der practischen Anwendung wegen, welche bei Gitter- oder Blechwandbrücken sich sehr bequem darbietet.

Bei 4 Oeffnungen lassen sich durch geeignete Betrachtungen auch die äussersten Lagen der Punkte $\mathfrak{B} = 0$ aus den Resultaten der Tabelle LIX. entnehmen; bei 5 Oeffnungen ist diess nicht mehr thunlich. Wo die nachstehenden Tafeln LIX. bis LXI. nicht ausreichen (insbesondere bei abweichender Weite der Aussenöffnungen) kann man jederzeit das in den Nummern **21.** und **22.** angegebene Verfahren von Clapeyron anwenden, welches entsprechend den in den Nummern **74.**, sodann **81.** und **82.** behandelten Fällen auch bei Senkung der Zwischenstützen sich allgemein benutzen lässt.

Tabelle

Continuirliche Träger mit

Fig. 258.

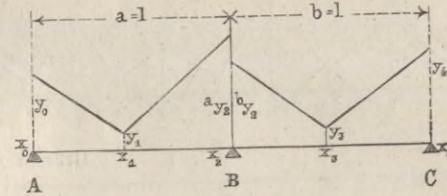


Grösste Angriffsmomente \mathfrak{M} .									
$\frac{k}{p}$	$\frac{x_1}{l}$	$\frac{y_1}{pl^2}$	$x_2=0,7861 \quad x_3=1 \quad x_4=0,2681$			$\frac{x_5}{l}$	$\frac{y_5}{pl^2}$	$x_6=0,8041 \quad x_7=1$	
			$\frac{y_2}{pl^2}$	$\frac{y_3}{pl^2}$	$\frac{y_4}{pl^2}$			$\frac{y_6}{pl^2}$	$\frac{y_7}{pl^2}$
0,00	0,393	0,0772	0,0000	0,1071	0,0000	0,563	0,0364	0,0000	0,0714
1,00	0,420	0,1761	0,0421	0,2277	0,0491	0,527	0,1168	0,0402	0,1786
1,25	0,423	0,2009	0,0526	0,2578	0,0614	0,526	0,1369	0,0502	0,2054
1,50	0,425	0,2258	0,0631	0,2879	0,0737	0,526	0,1570	0,0603	0,2321
1,75	0,427	0,2506	0,0737	0,3181	0,0859	0,524	0,1772	0,0703	0,2580
2,00	0,429	0,2755	0,0842	0,3482	0,0982	0,524	0,1973	0,0804	0,2875
2,50	0,431	0,3253	0,1052	0,4085	0,1228	0,523	0,2375	0,1004	0,3393
3,00	0,433	0,2750	0,1263	0,4688	0,1473	0,522	0,2778	0,1205	0,3929
4,00	0,436	0,4746	0,1684	0,5893	0,1964	0,521	0,3583	0,1607	0,5000
5,00	0,438	0,5722	0,2105	0,7098	0,2455	0,521	0,4388	0,2009	0,6071

LIX.

4 gleich grossen Spannweiten.

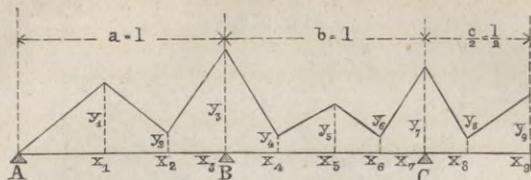
Fig. 259.



Grösste Vertikalkräfte \mathfrak{B} und Auflagerreactionen A, B, C.							
$x_0=0,000$	$x_1=0,3931$	$x_2=1$	$x_3=0,000$	$x_4=0,5361$	$x_5=1$	$\frac{B}{pl}$	$\frac{C}{pl}$
$\frac{y_0}{pl} = \frac{A}{pl}$	$\frac{y_1}{pl}$	$\frac{ay_2}{pl}$	$\frac{by_2}{pl}$	$\frac{y_3}{pl}$	$\frac{y_4}{pl}$		
0,3929	0,0000	0,6071	0,5357	0,0000	0,4643	1,1429	0,9286
0,8393	0,0536	1,2277	1,1384	0,0670	1,0357	2,3661	2,0741
0,9509	0,0670	1,3828	1,2891	0,0837	1,1786	2,6716	2,3571
1,0625	0,0804	1,5379	1,4397	0,1004	1,3214	2,9777	2,6429
1,1741	0,0937	1,6931	1,5904	0,1172	1,4643	3,2835	2,9286
1,2857	0,1071	1,8482	1,7411	0,1339	1,6071	3,5893	3,2143
1,5089	0,1339	2,1586	2,0424	0,1647	1,8929	4,2009	3,7857
1,7321	0,1607	2,4688	2,3438	0,2009	2,1786	4,8125	4,3571
2,1786	0,2143	3,0893	2,9464	0,2679	2,7500	6,0357	5,5000
2,6250	0,2679	3,7098	3,5491	0,3349	3,3214	7,2589	6,6429

Tabellen
Continuirliche Träger mit

Fig. 260.



LX. Grösste Angriffsmomente

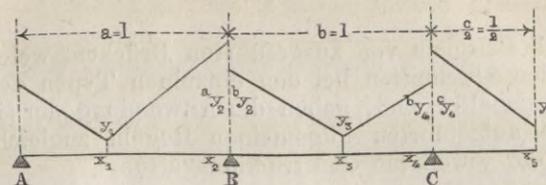
$\frac{k}{p}$	$\frac{x_1}{l}$	$\frac{y_1}{p l^2}$	$x_2 = 0,7891$	$x_3 = 1$	$x_4 = 0,2681$
			$\frac{y_2}{p l^2}$	$\frac{y_3}{p l^2}$	$\frac{y_4}{p l^2}$
0,00	0,395	0,0779	0,0000	0,1053	0,0000
1,00	0,421	0,1773	0,0416	0,2249	0,0491
1,25	0,424	0,2022	0,0519	0,2548	0,0614
1,50	0,426	0,2272	0,0623	0,2847	0,0737
1,75	0,428	0,2522	0,0727	0,3146	0,0859
2,00	0,430	0,2771	0,0831	0,3445	0,0982
2,50	0,432	0,3271	0,1039	0,4043	0,1228
3,00	0,434	0,3771	0,1247	0,4641	0,1473
4,00	0,437	0,4771	0,1662	0,5837	0,1964
5,00	0,439	0,5771	0,2078	0,7033	0,2455

LXI. Grösste Angriffsmomente

$\frac{k}{p}$	$x_0 = 0,000$	$x_1 = 0,3951$	$x_2 = 1$	$x_3 = 0,000$	$x_4 = 0,5261$
	$\frac{y_0}{p l} = \frac{A}{p l}$	$\frac{y_1}{p l}$	$\frac{a y_2}{p l}$	$\frac{b y_3}{p l}$	$\frac{y_4}{p l}$
0,00	0,3947	0,0000	0,6053	0,5263	0,0000
1,00	0,8421	0,0526	1,2240	1,1244	0,0718
1,25	0,9539	0,0658	1,3798	1,2739	0,0897
1,50	1,0658	0,0789	1,5347	1,4234	0,1077
1,75	1,1776	0,0921	1,6896	1,5730	0,1256
2,00	1,2895	0,1053	1,8445	1,7225	0,1435
2,50	1,5132	0,1316	2,1543	2,0215	0,1794
3,00	1,7368	0,1579	2,4641	2,3206	0,2153
4,00	2,1842	0,2105	3,0837	2,9187	0,2871
5,00	2,6316	0,2632	3,7033	3,5167	0,3589

LX. und LXI.
5 gleich grossen Spannweiten.

Fig. 261.



M. Figur 260.

$\frac{x_6}{l}$	$\frac{y_6}{p l^2}$	$x_0 = 0,7841$	$x_7 = 1$	$x_8 = 0,1971$	$x_9 = \frac{1}{2}$
		$\frac{y_6}{p l^2}$	$\frac{y_7}{p l^2}$	$\frac{y_8}{p l^2}$	$\frac{y_9}{p l^2}$
0,526	0,0333	0,000	0,0789	0,0000	0,0461
0,520	0,1122	0,0423	0,1902	0,0397	0,1316
0,519	0,1320	0,0529	0,2180	0,0496	0,1530
0,518	0,1517	0,0635	0,2458	0,0595	0,1743
0,518	0,1715	0,0740	0,2736	0,0694	0,1957
0,518	0,1913	0,0846	0,3014	0,0793	0,2171
0,517	0,2308	0,1058	0,3571	0,0992	0,2599
0,516	0,2703	0,1269	0,4127	0,1190	0,3026
0,516	0,3756	0,1693	0,5239	0,1587	0,3882
0,515	0,4810	0,2119	0,6253	0,1983	0,4737

B und Auflagerreactionen A, B, C. Fig. 261.

$x_4 = 1$	$x_4 = 0$	$x_5 = \frac{1}{2}$	B	C
$\frac{b y_4}{p l}$	$\frac{c y_4}{p l}$	$\frac{y_5}{p l}$	$\frac{B}{p l}$	$\frac{C}{p l}$
0,4737	0,5000	0,0000	0,1316	0,9737
1,0502	1,0909	0,0909	2,3493	2,1411
1,1944	1,2386	0,1136	2,6537	2,4330
1,3385	1,3864	0,1364	2,9581	2,7249
1,4827	1,5341	0,1591	3,2626	3,0167
1,6268	1,6818	0,1818	3,5670	3,3086
1,9151	1,9773	0,2273	4,1758	3,8923
2,2033	2,2727	0,2727	4,7847	4,4761
2,7799	2,8636	0,3636	6,0024	5,6435
3,3565	3,4545	0,4545	7,2201	6,8110

§. 26. Schlussbetrachtungen.

215. Die Beispiele von ausgeführten Brücken, welche in den vorhergehenden Abschnitten bei den einzelnen Typen der Balkenbrücken eingeschaltet sind, geben die Anwendung der im 2. und 3. Abschnitte aufgeführten allgemeinen Regeln zugleich mit der Behandlung der jeweiligen ConstructionsGattung.

Continuirliche Träger sind behandelt in den Beispielen der Brücke von Langon N^o. **114.**, Eipelbrücke N^o. **191.**, Weichselbrücke bei Dirschau N^o. **192.**, Boynebrücke von Drogheda N^o. **203.** und Britanniabrücke N^o. **208.**

Diese Beispiele zeigen sämmtlich Blechwand- oder Gitterbrücken, während die Fachwerkbrücken meist frei aufliegend constructirt sind; es ist jedoch kein Hinderniss, letztere ebenfalls continuirlich herzustellen.

Freiaufliegende, geradlinig horizontal begrenzte Träger bieten die einfachste Form der Balkenbrücken dar; ausser der in N^o. **109.** — **113.** behandelten Blechbalkenbrücke sind insbesondere im fünften Abschnitte in §. 16 eine Reihe von geraden Fachwerken beschrieben und durch die lithographirten Tafeln IX. bis XII. näher erläutert.

Freiaufliegende Träger mit gekrümmten Gurtungen werden sehr häufig als einfache unsymmetrische Systeme behandelt, ob sie nun parabolisch sind (§. 17) oder eine hievon abweichende Form zeigen (§. 18). Zwei vollständig berechnete Beispiele: die Mainbrücke bei Kitzingen N^o. **172.** und **173.**, und die Colomakbrücke, N^o. **179.** und **180.** zeigen die Anwendung der für beliebige Gurtungsform passenden Regeln; die Anmerkung am Schlusse von N^o. **180.** zeigt den Unterschied zwischen diesen beiden Beispielen und kann je nach dem vorliegenden Falle das eine oder andere Verfahren angewendet werden.

Doppelte unsymmetrische Fachwerke zeigen die Donaubrücke bei Ingolstadt, N^o. **159.** und **160.**, sowie die Elbbrücke bei Tangermünde, N^o. **182.** und **183.** Die hier angewendeten Rechnungsmethoden lassen sich in ganz gleicher Weise auch auf dreifache Systeme anwenden.

Querträger von Eisenbahnbrücken sind berechnet in Nummern **110.**, **153.**, **157.** und **181.**, und zwar zeigt letzteres Beispiel einen Fachwerkträger, die Beispiele in N^o. **110.** und **157.** Blechbalkenträger, während der in N^o. **153.** beschriebene Querträger bezüglich der Gurtung als Fachwerkträger, bezüglich der Wandverstrebung als eine Combination von Blechwand und Fachwerk zu betrachten ist.

Schwellenträger werden meist als homogene I-förmige Träger angeordnet, für deren Berechnung Tabelle XXIX. mit Vortheil angewendet werden kann, nachdem die einzelnen Angriffsmomente \mathfrak{M} (welchen die ΣXy numerisch gleich sind) entweder aus den Tabellen XXX. oder nach Maassgabe der Figuren 123, 181 oder 217 bestimmt worden sind.

216. Ueber die in die statische Berechnung einzuführenden Eigengewichte der Eisenbahnbrücken sind in Tab. XVII^a. Angaben gegeben, welche einer grössten Gurtungsspannung von 700 Kilo per Quadratcentimeter entsprechen. Die im Vorstehenden gegebenen Beispiele von ausgeführten Brücken sollen nun hiemit verglichen werden und zwar sind solche Constructionen ausgewählt worden, bei welchen die einzelnen Querschnittdimensionen entsprechend den in Aussicht genommenen Kräfteinwirkungen angeordnet sind. Es findet jedoch auch bei diesen rationell construirten Brücken insofern noch eine Verschiedenheit statt, als bei der Berechnung theils abweichende Verkehrslasten, theils verschiedene Maximalspannungen angewendet wurden. In Tabelle LXII. sind daher neben den wirklich vorhandenen — per Meter und Geleise angegebenen — Eisengewichten p' auch stets die zugehörigen variablen (Verkehrs-) Belastungen, sowie die angenommenen Gurtungsspannungen verzeichnet.

Bei den betrachteten Brückenconstructions war überall das Bestreben, das Material in allen Theilen der Hauptträger mit gleicher Maximalspannung (Pressung) anzustrengen, welche Spannung in der Tabelle als grösste Gurtungsspannung angegeben ist; selbstverständlich ist mit Rücksicht auf thunliche Einfachheit der Construction eine geringere Anstrengung einzelner Theile unvermeidlich, übrigens bei einzelnen der Beispiele mehr als bei andern vorhanden. Die Fahrbahn — Querträger und Schwellenträger in sich begreifend — wird meist auf eine niedrigere Maximalbelastung berechnet, weil diese Brückentheile von den Stössen der Eisenbahnfahrzeuge mehr in Anspruch genommen sind; diese verhältnissmässig geringere Anstrengung der Fahrbahntheile findet bei den meisten in Frage kommenden Brücken in ziemlich ähnlicher Weise statt.

Es ist nach diesen Erläuterungen anzunehmen, dass eine Brücke direct in demselben Maasse schwerer wird, je niedriger die grösste Gurtungsspannung \mathfrak{A} bemessen ist; anderseits wird eine Brücke schwerer, je grösser das Eigengewicht und die Verkehrslast bei der statischen Berechnung angenommen werden.

Um daher die Gewichte der betrachteten Brücken richtig vergleichen zu können, muss in erster Linie das Eisengewicht auf dieselbe grösste Spannung reduzirt werden, für welche wir $\mathfrak{A} = 700$ angenommen und hienach die modifizirten Gewichte p_0' berechnet haben.

Tabelle

	Bezeichnung der Brücken.	Spannweite.	Variable Belastung $\frac{k}{k}$ per lauf. Meter.	Hierbei grösste Spannung in den Gurtungen.	Eigengewicht per Meter und Geleise.
1.	Blechbalkenbrücke von 15 ^m Spannweite nach §. 12. Eingeleisig, frei aufliegend.	15,0 ^m	4750	650	33,31 + 330 = 850
2.	Brenzbrücke bei Königsbronn. Eingeleisig, frei aufliegend, Fachwerk.	19,25 ^m	4660	530	42,71 + 308 = 1130
3.	Blau-Canalbrücke bei Ehrenstein. Eingeleisig, frei aufliegend, Gitterträger.	19,40 ^m	4660	660	36,01 + 500 = 1200
4.	Project der kleineren Oeffnungen der Elbbrücke bei Meissen. Eingeleisig, frei aufliegend, parabolisches Fachwerk.	21,6 ^m	5440	700	27,01 + 325 = 900
5.	Brahebrücke bei Czersk. Eingeleisig, frei aufliegend, parabolisches Fachwerk.	25,4 ^m	4470	684	26,31 + 338 = 1078
6.	Brücke über den Colomak. Eingeleisig, frei aufliegend, Fachwerk.	33,8 ^m	4564	670	34,31 + 460 = 1620
7.	Mainbrücke bei Kitzingen. Eingeleisig, frei aufliegend, System Pauli.	37,0 ^m	3800	734	23,51 + 314 = 1130
8.	Isarbrücke bei München Eingeleisig, frei aufliegend, Fachwerk.	50,2 ^m	5440	600	37,31 + 668 = 2634
9.	Donaubrücke bei Ingolstadt. Eingeleisig, frei aufliegend, Fachwerk.	54,24 ^m	4840	600	41,01 + 685 = 2908

LXII.

$p' + k$	$\frac{p'_0}{p'}$ = reduziert auf $\mathcal{L} = 700$.	k_a nach Tab. XVII ^a .	$q_a = p'_0$ + k_a	p'_a = Eigen- gewicht p'_0 reduziert im Verhältnisse $q_a : (p' + k)$	$k_a + p'_a$
5600	31,01 + 306 = 770	4750	5520	30,51 + 300 = 757	5507
5790	32,31 + 233 = 855	4660	5515	31,01 + 218 = 815	5475
5860	34,01 + 470 = 1130	4660	5790	33,41 + 464 = 1112	5772
6340	27,01 + 325 = 900	4600	5500	23,61 + 284 = 794	5394
5548	25,71 + 330 = 982	4550	5532	25,71 + 330 = 982	5532
6184	32,81 + 440 = 1550	4440	5990	31,71 + 428 = 1500	5940
4980	24,81 + 330 = 1240	4420	5660	27,81 + 376 = 1405	5825
8074	32,41 + 630 = 2260	4230	6490	25,91 + 504 = 1805	6035
7064	35,11 + 587 = 2490	4200	6104	30,01 + 500 = 2137	6337

Tabelle

	Bezeichnung der Brücken.	Spannweite.	Variable Belastung k per lauf. Meter.	Hierbei grösste Spannung in den Gurtungen.	Eigengewicht per Meter und Geleise.
10.	Elbbrücke bei Meissen. Eingleisig, frei aufliegend, Fachwerk.	54,6m	4142	731	29,71 + 346 = 1970
11.	Elbbrücke bei Tangermünde. Zweigeleisig, frei aufliegend, System Schwedler.	65,9m	3725	731	20,91 + 440 = 1817
12.	Brücke bei Langon. Zweigeleisig, continuirlich, Blechwandbrücke.	68,0m *)	4000	700	27,01 + 445 = 2274
13.	Boynebrücke bei Drogheda. Zweigeleisig, continuirlich, Gitterträger.	81,4m **)	3333	700	26,01 + 290 = 2407
14.	Rheinbrücke bei Cöln. Zweigeleisig, continuirlich, Gitterträger.	98,22	2550	731	27,91 + 420 = 3336
15.	Rheinbrücke bei Mainz. Eingleisig, frei aufliegend, System Pauli.	105,2	2930	820	24,331 + 676 = 3230
16.	Royal-Albertbrücke bei Saltash Eingleisig, frei aufliegend, parabolisches Fachwerk.	138,68	3334	700	39,31 + 1125 = 6575

*) Mittlere Weite der 3 Oeffnungen, deren Durchschnittsgewicht angegeben ist.

**) Mittlere Oeffnung, auf welche allein die Gewichtsangabe sich bezieht.

LXII. (Schluss.)

$p' + k$	$p_0' =$ p' reduziert auf $\mathcal{H} = 700.$	k_a nach Tab. XVII ^a .	$q_a = p_0'$ + $k_a.$	$p_a' =$ Eigen- gewicht p_0' reduziert im Verhältnisse $q_a : (p' + k)$	$k_a + p_a'$
6100	31,01 + 360 = 2054	4200	6254	31,81 + 370 = 2116	6316
5542	21,81 + 460 = 1896	4000	5896	23,21 + 490 = 2020	5916
6274	27,01 + 445 = 2274	7000	6274	27,01 + 445 = 2274	6274
5740	26,01 + 290 = 2407	3850	6257	28,31 + 316 = 2620	6470
5886	29,11 + 438 = 3483	3700	7183	35,51 + 534 = 4020	7720
6160	28,51 + 792 = 3780	3650	7430	34,21 + 952 = 4550	8200
9909	39,31 + 1125 = 6575	3334	9909	39,31 + 1125 = 6575	9909

In zweiter Linie ist eine und dieselbe Verkehrsbelastung zu Grunde zu legen, wesshalb wir für jede Spannweite die in Tabelle XVII^a. angegebene variable Last k bei jeder Brücke beigesetzt und mit k_a bezeichnet haben.

Die Summe der je nach denselben Grundsätzen berechneten Gewichte p_0' , beziehungsweise k_a , ist nun in Vergleichung zu bringen mit den in den vorderen Columnen angegebenen, bei der Projectirung der Brücken zu Grunde gelegten Werthe p' ,

beziehungsweise k , und ist anzunehmen, dass eine nach Tabelle XVII^a. und für eine Spannung $\mathfrak{A} = 700$ berechnete Brücke gleicher Construction und Spannweite im Verhältnisse $(p_0' + k_a) : (p' + k)$ schwerer ausfallen müsste, als die unter andern (aus der Tabelle ersichtlichen) Bedingungen projectirten Bauwerke in Wirklichkeit zeigen.

Die nach dem Verhältnisse $(p_0' + k_a) : (p' + k)$ modifizirten ideellen Eisengewichte sind in der Tabelle LXII. unter der Bezeichnung p'_a gegeben und ist schliesslich in der letzten Columnne die Summe der Werthe p'_a und k_a gezogen, welche Totalbelastungen q_a einer gleichartigen Behandlung sämmtlicher Projecte entsprechen.

Diese letzte Columnne der Werthe q_a zeigt die eigenthümliche Erscheinung, dass die einzelnen Werthe, soweit die Spannweiten zwischen 30^m und 80^m sich bewegen, nahezu constant sind, so verschiedenartig die angewandten Constructionen sind; es ist diess in Uebereinstimmung damit, dass die in der vorletzten Columnne verzeichneten Werthe p'_a ziemlich stetig mit der Grösse der Spannweiten wachsen, während die nach Tabelle XVII^a. berechneten Werthe k_a entsprechend abnehmen.

Dass die Eigengewichte p' bei Spannweiten über 80^m wesentlich rascher zunehmen, als die Verkehrslast k abnimmt, ist schon oben in N^o. 198. erläutert.

Als eine weitere Thatsache zeigt sich, dass die zweigeleisigen Brücken verhältnissmässig leichter sind, als die eingleisigen; es ist diess auch theilweise die Ursache, warum die Kölner Rheinbrücke sich nach unserer Vergleichung fast ebenso leicht darstellt, als die Mainzer Rheinbrücke, welche besonders sorgfältig construiert ist; — allerdings konnte bei unserer Vergleichung eine immerhin vorhandene stärkere Anstrengung einzelner Constructionsglieder, welche bei einzelnen Brücken in höherem Maassstabe als bei andern vorhanden ist, nicht in Betracht gezogen werden, so dass der Werth der einzelnen Constructionssysteme nicht unbedingt nach vorstehend aufgeführten Gewichten beurtheilt werden darf; wir werden aus der vorstehenden Tabelle vielmehr schliessen dürfen, dass sämmtliche Systeme, sofern sie rationell angewendet werden, für dieselbe Spannweite ziemlich übereinstimmende Eisengewichte ergeben, unterschieden hauptsächlich durch den Grad der Sorgfalt, welcher bei der Projectirung angewendet wurde.

A n h a n g.

Tabelle der trigonometrischen Functionen.

Aus den Bauzeichnungen lässt sich jederzeit tangens oder cotangens der betreffenden Winkel bestimmen; die Tabelle dient alsdann zur Bestimmung der übrigen trigonometrischen Functionen.

Grad.	Min.	sin.	cosin.	tang.	cotang.		
0	0	0,00000	1,00000	0,00000	∞	0	90
	10	0,00291	0,99999	0,00291	343,77371	50	
	20	0,00582	0,99998	0,00582	171,88540	40	
	30	0,00873	0,99996	0,00873	114,58865	30	
	40	0,01164	0,99993	0,01164	85,93979	20	
1	0	0,01554	0,99989	0,01455	68,75009	10	89
	10	0,01745	0,99985	0,01746	57,28996	0	
	20	0,02036	0,99979	0,02036	49,10388	50	
	30	0,02327	0,99973	0,02328	42,96408	40	
	40	0,02618	0,99966	0,02619	38,18846	30	
2	0	0,02908	0,99958	0,02910	34,36777	20	88
	10	0,03199	0,99949	0,03201	31,24158	10	
	20	0,03490	0,99939	0,03492	28,63625	0	
	30	0,03781	0,99929	0,03783	26,43160	50	
	40	0,04071	0,99917	0,04075	24,54176	40	
3	0	0,04362	0,99905	0,04366	22,90377	30	87
	10	0,04653	0,99892	0,04658	21,47040	20	
	20	0,04943	0,99878	0,04949	20,20555	10	
	30	0,05234	0,99863	0,05241	19,08114	0	
	40	0,05524	0,99847	0,05533	18,07498	50	
	0	0,05814	0,99831	0,05824	17,16934	40	
	10	0,06105	0,99813	0,06116	16,34985	30	
	20	0,06395	0,99795	0,06408	15,60478	20	
	30	0,06685	0,99776	0,06700	14,92442	10	
	49	0,06395	0,99795	0,06408	15,60478	20	
50	0,06685	0,99776	0,06700	14,92442	10		
		cosin.	sin.	cotang.	tang.	Min.	Grad.

Grad.	Min.	sin.	cosin.	tang.	cotang.		
4	0	0,06976	0,99756	0,06993	14,30067	0	86
	10	0,07266	0,99736	0,07285	13,72674	50	
	20	0,07556	0,99714	0,07578	13,19688	40	
	30	0,07846	0,99692	0,07870	12,70620	30	
	40	0,08136	0,99668	0,08163	12,25051	20	
5	0	0,08716	0,99619	0,08749	11,43005	0	85
	10	0,09005	0,99594	0,09042	11,05943	50	
	20	0,09295	0,99567	0,09335	10,71191	40	
	30	0,09585	0,99540	0,09629	10,38540	30	
	40	0,09874	0,99511	0,09923	10,07803	20	
6	0	0,10164	0,99482	0,10216	9,78817	10	84
	10	0,10453	0,99452	0,10510	9,51436	0	
	20	0,10742	0,99421	0,10805	9,25530	50	
	30	0,11031	0,99390	0,11099	9,00983	40	
	40	0,11320	0,99357	0,11393	8,77681	30	
7	0	0,11609	0,99324	0,11688	8,55555	20	83
	10	0,11898	0,99290	0,11983	8,34496	10	
	20	0,12187	0,99255	0,12278	8,14435	0	
	30	0,12476	0,99219	0,12574	7,95302	50	
	40	0,12764	0,99182	0,12869	7,77035	40	
8	0	0,13053	0,99144	0,13165	7,59575	30	82
	10	0,13341	0,99106	0,13461	7,42871	20	
	20	0,13629	0,99067	0,13758	7,26873	10	
	30	0,13916	0,99027	0,14054	7,11537	0	
	40	0,14205	0,98986	0,14351	6,96823	50	
9	0	0,14493	0,98944	0,14648	6,82694	40	81
	10	0,14781	0,98902	0,14945	6,69116	30	
	20	0,15069	0,98858	0,15243	6,56055	20	
	30	0,15356	0,98814	0,15540	6,43484	10	
	40	0,15643	0,98769	0,15838	6,31375	0	
10	0	0,15931	0,98723	0,16137	6,19703	50	80
	10	0,16218	0,98676	0,16434	6,08444	40	
	20	0,16505	0,98629	0,16734	5,97576	30	
	30	0,16792	0,98580	0,17033	5,87080	20	
	40	0,17078	0,98531	0,17333	5,76128	10	
	0	0,17365	0,98481	0,17633	5,67128	0	
	10	0,17651	0,98430	0,17933	5,57638	50	
	20	0,17937	0,98378	0,18233	5,48451	40	
	30	0,18224	0,98325	0,18534	5,39552	30	
	40	0,18509	0,98272	0,18835	5,30928	20	
	50	0,18795	0,98218	0,19136	5,22566	10	
		cosin.	sin.	cotang.	tang.	Min.	Grad.

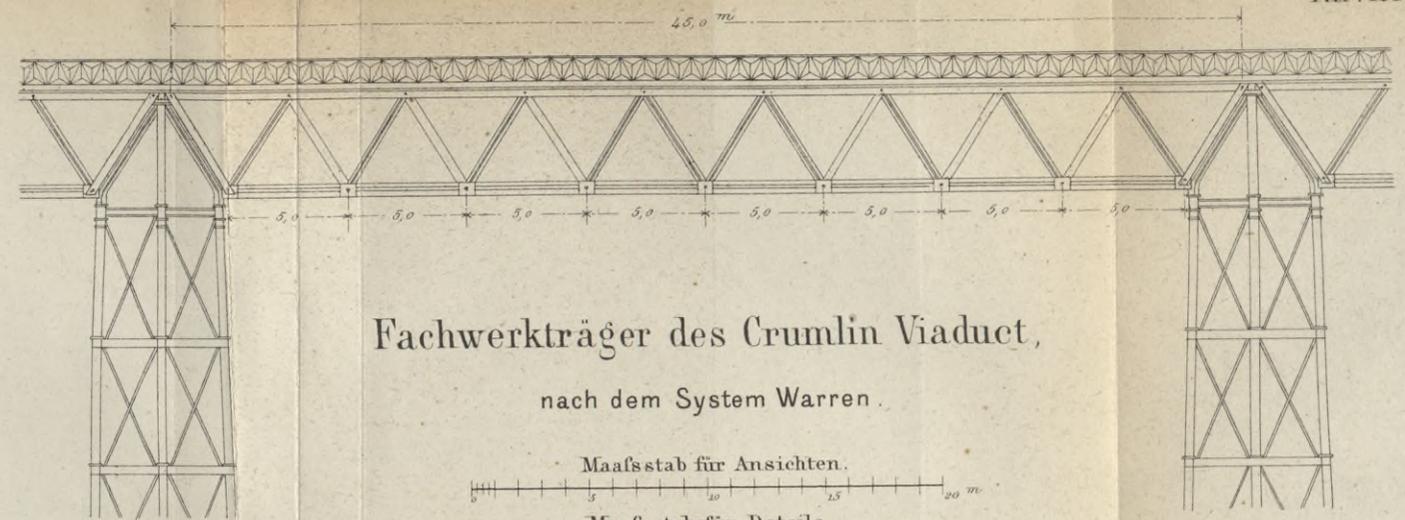
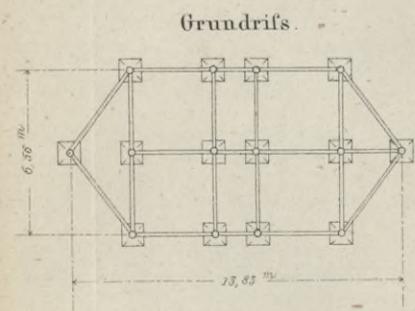
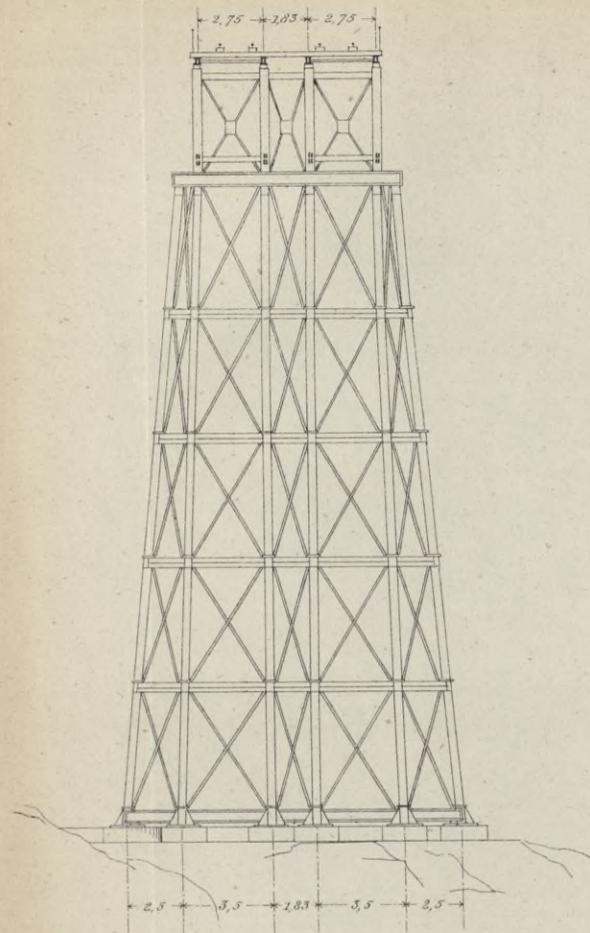
Grad.	Min.	sin.	cosin.	tang.	cotang.		
39	0	0,62932	0,77715	0,80978	1,23490	0	51
	10	0,63158	0,77531	0,81461	1,22758	50	
	20	0,63383	0,77347	0,81946	1,22031	40	
	30	0,63608	0,77162	0,82434	1,21310	30	
	40	0,63832	0,76977	0,82923	1,20593	20	
	50	0,64056	0,76791	0,83415	1,19882	10	
40	0	0,64279	0,76604	0,83910	1,19175	0	50
	10	0,64501	0,76417	0,84407	1,18474	50	
	20	0,64723	0,76229	0,84906	1,17777	40	
	30	0,64945	0,76041	0,85408	1,17085	30	
	40	0,65196	0,75851	0,85912	1,16398	20	
	50	0,65386	0,75661	0,86419	1,15715	10	
41	0	0,65606	0,75471	0,86929	1,15037	0	49
	10	0,65825	0,75280	0,87441	1,14363	50	
	20	0,66044	0,75088	0,87955	1,13694	40	
	30	0,66262	0,74896	0,88473	1,13029	30	
	40	0,66480	0,74703	0,88992	1,12366	20	
	50	0,66697	0,74509	0,89515	1,11713	10	
42	0	0,66913	0,74314	0,90040	1,11061	0	48
	10	0,67129	0,74120	0,90569	1,10414	50	
	20	0,67344	0,73924	0,91099	1,09770	40	
	30	0,67559	0,73728	0,91633	1,09131	30	
	40	0,67773	0,73531	0,92170	1,08496	20	
	50	0,67987	0,73333	0,92709	1,07864	10	
43	0	0,68200	0,73135	0,93252	1,07237	0	47
	10	0,68412	0,72937	0,93797	1,06613	50	
	20	0,68624	0,72737	0,94345	1,05994	40	
	30	0,68835	0,72537	0,94896	1,05378	30	
	40	0,69046	0,72337	0,95451	1,04766	20	
	50	0,69256	0,72136	0,96008	1,04158	10	
44	0	0,69466	0,71934	0,96569	1,03553	0	46
	10	0,69675	0,71732	0,97133	1,02952	50	
	20	0,69883	0,71529	0,97700	1,02355	40	
	30	0,70091	0,71325	0,98270	1,01761	30	
	40	0,70298	0,71121	0,98843	1,01170	20	
	50	0,70505	0,70916	0,99420	1,00583	10	
45	0	0,70711	0,70711	1,00000	1,00000	0	45
		cosin.	sin.	cotang.	tang.	Min.	Grad.

Druckfehler und Berichtigungen des ersten Theils.

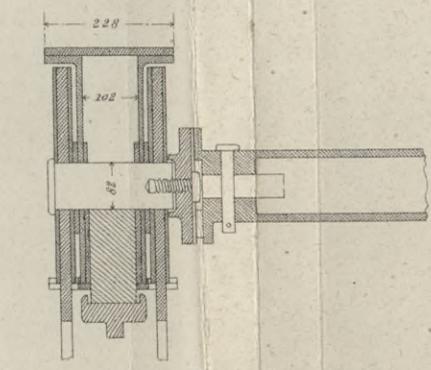
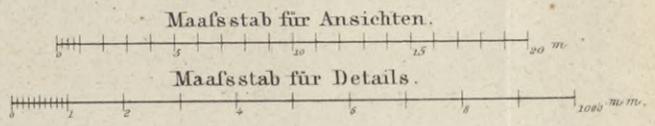
Seite 31, Zeile 7 von oben	lies $\frac{q}{24}$	anstatt	$\frac{24}{q}$
" 31, " 16 " unten	" $q l^4$	"	" $q l^2$.
" 33, " 7 " " "	" $M l^2$	"	" $M C$
" 32, " 7 " " "	" $\frac{q l^4}{24 E \Theta}$	"	" $\frac{q l^4}{24}$
" 40, " 6 " " "	" $d y$	"	" $d z$.
" 40, " 8 " " "	" $n p$	"	" $o p$.
" 42, " 1 " oben	" \mathfrak{A}_y	"	" $\frac{1}{2} \mathfrak{A}_y$.
" 42, " 1 " " "	" $\frac{d \mathfrak{D}}{d \alpha}$	"	" $d \mathfrak{D}$.
" 65, " 14 " " "	" Tonnen	"	" Kilogrammen.
" 72, " 7 " " "	" Zug	"	" Stoss.
" 100, in Gleichung IV.	" 720	"	" 360.
" 100, " " V.	" 400	"	" 200.
" 101 in Figur 66	sollte als Trägerdistanz nur 1,66m angegeben sein.		
" 106, Zeile 12 von oben	lies Figur 71 anstatt Figur 72.		
" 128 in Gleichung 124 ^b	ist vor A das Zeichen — anzubringen.		
" 128, Zeile 4 von unten	lies 108—109 anstatt 106—109.		
" 127 in Gleichung I.	lies $\frac{A a^2}{3}$	anstatt	$\frac{A a^3}{3}$.
" 127, Zeile 3 von oben	lies Coordinatenursprung in A anstatt in B.		
" 144, letzte Zeile	lies $a_1 = a + \frac{A A_1}{2} + \frac{B B_1}{2}$.		
" 152 in Figur 97	lies anstatt P_1 gleichfalls; P.		
" 152 bei Fall 15	lies $P \frac{\lambda}{2}$	anstatt	$P \frac{\lambda^2}{2}$.
" 158 bei Figur 101	lies 3446	anstatt	3466.
" 158 " " 101	" 4381	"	4281.
" 158 " " 102	" 4250	"	4150.
" 159 " " 105	" 2941	"	3141.
" 169, Zeile 5 von unten	lies 700 anstatt 600.		
" 171 in Gleichung 161)	ist anstatt $\frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{B} - Q_y' - Q_y''}$	zu setzen	$\frac{\mathfrak{B} - Q_y' - Q_y''}{\mathfrak{S}}$
" 179, Zeile 8 von oben	lies Parabelbögen anstatt Parallelbögen.		
" 183, " 7 " " "	lies \mathfrak{S}_0 anstatt H_0 .		
" 189, " 10 " unten	per laufenden Meter anstatt per laufenden Fuss.		
" 191, " 13 und 15 von unten	lies Schubspannung anstatt Schubkraft.		
" 191, " 9 von unten	ist einzusetzen: nach Gleichung 55).		
" 194, " 18 " "	lies XXXV. anstatt XXXVI.		
" 198, " 10 " "	lies 64,08 . q	"	64,08 . 9.
In Tafel II., letzte Figur,	lies \mathfrak{M} nach Gleichung 97) anstatt Maximum \mathfrak{M} nach Gleichung 97).		

Druckfehler und Berichtigungen des zweiten Theils.

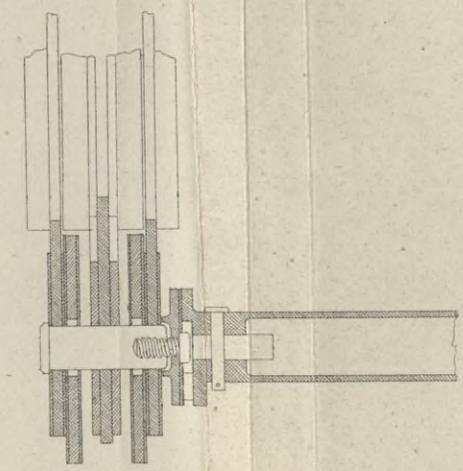
- Seite 5 in Fig. 129 lies $M_x = \frac{q l^2}{8} - \frac{q x^2}{2}$ (anstatt $= \frac{q l}{8} - \frac{q x_1^2}{2}$)
- „ 8, Zeile 5 von unten lies Figur 130^b anstatt 103^b.
- „ 19, „ 12 „ oben „ Facheintheilung anstatt Facheinheit.
- „ 20 sind die Gleichungen 185) und 186) mit 186), beziehungsweise 187) zu bezeichnen; in denselben Gleichungen ist anstatt M zu setzen M' .
- „ 25, Zeile 4 von oben lies beistehender anstatt bestehender.
- „ 27, Zeile 12 von oben lies Nummerzahl anstatt Nummernzahl.
- „ 32, Zeile 22 und 28 von unten lies ω_n anstatt ω_u .
- „ 41 in der Vertikalcolumnne (2) lies 500 anstatt 250.
- „ 51, Zeile 4 von oben lies $\max B'_{1/2} = \frac{1}{2} \frac{kl}{8} = \frac{5440 \times 50,2}{2 \cdot 8}$
- „ 60 in Figur 179 ist statt 4,63 zu setzen: 63,4.
- „ 60, Zeile 9 von unten lies 280,3 anstatt 28,3.
- „ 64 in Figur 182 lies $x_{71/2}$ anstatt $x_{91/2}$.
- „ 66, Zeile 22 von oben lies Figur 182 anstatt 128.
- „ 74, „ 17 „ „ „ 231) anstatt 230.
- „ 74, „ 22 „ „ „ 232) „ 231.
- „ 77 in Gleichung 238) ist zwei Mal anstatt U zu setzen: 2 l.
- „ 77 „ „ 240) lies $-\frac{q}{2} (\lambda - \frac{1}{2} d)^2$ anstatt =
- „ 77 „ „ 240) „ M_{m-1} anstatt M_m .
- „ 77 „ „ 241) „ M_m „ M_{m-1} .
- „ 78, Zeile 9 und folgende lies: Die Gleichungen 238) — 241) erleiden, wenn die Last von B nach A geht, nur insoweit eine Aenderung, als für A stets B, für B stets A gesetzt, ferner M_m und M_{m-1} und ebenso B_m und B_{m-1} gegeneinander vertauscht werden müssen.
- „ 80 in Gleichung 248) lies $(t g \beta_m + t g_{m+1})$.
- „ 80 „ „ 249) „ $(t g \beta_{m-1} + t g \gamma)$.
- „ 127, Zeile 26 von unten lies 54,6 anstatt 21,6.
- „ 136, „ 9 „ „ „ Gitterstäbe anstatt Gitterstärke.
- „ 140, „ 13 „ oben „ **192** anstatt **191**. (Die Nummer **192** auf Seite 141 ist alsdann mit **192^a** zu bezeichnen oder ist als Fortsetzung von N^o. **192** zu betrachten.)
- „ 144, Zeile 2 von unten ist die Nummer **194** zu streichen.
- „ 154 lies Tabelle LVIII. anstatt LVII.
- In Tafel XV. lies $\frac{1}{2} l = 32,95^m$ anstatt 32,45^m.



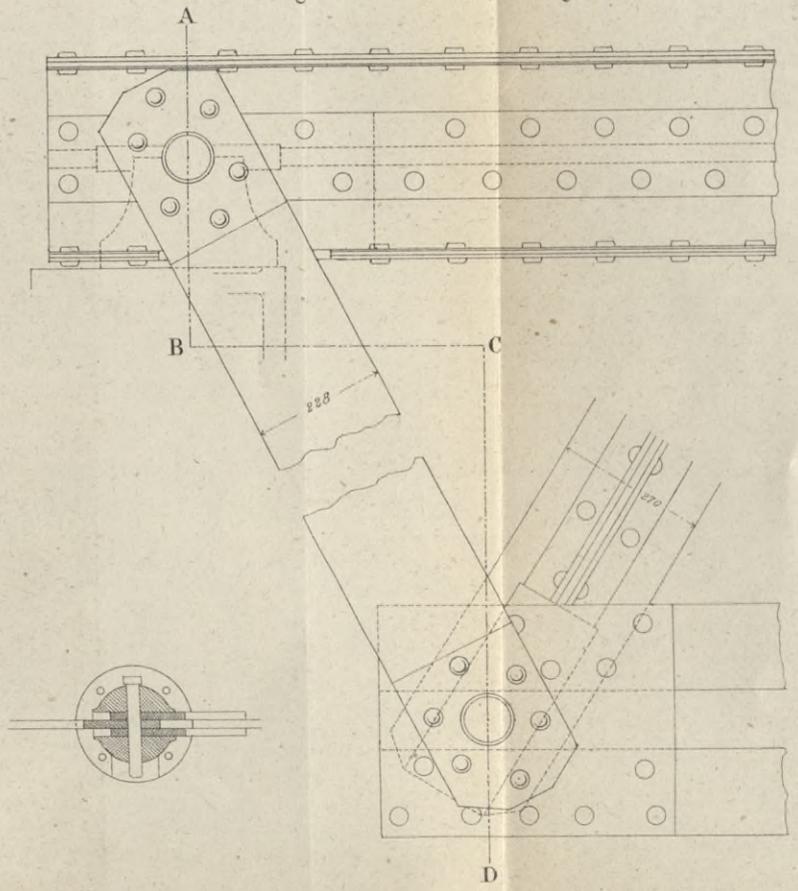
Fachwerkträger des Crumlin Viaduct,
nach dem System Warren.

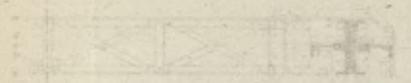


Schnitt ABCD



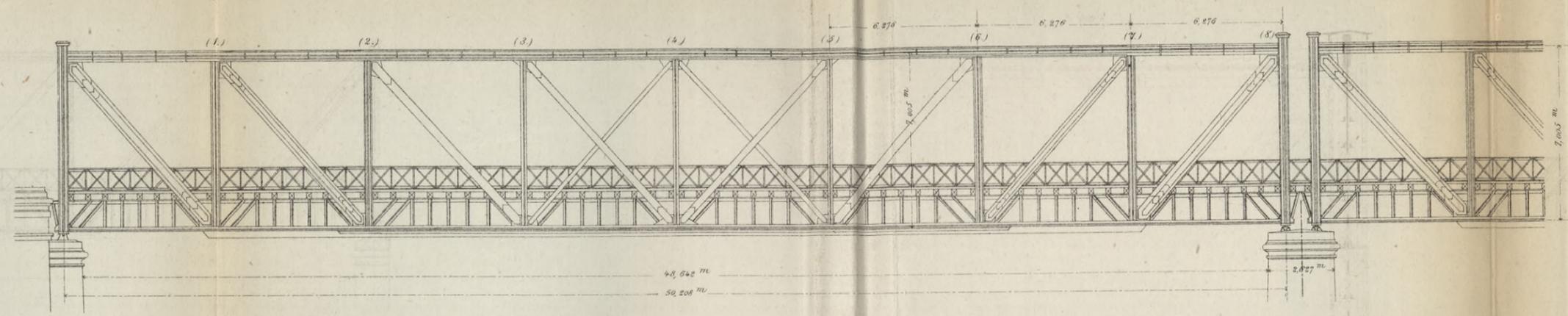
Längen-Ansicht am Auflager.



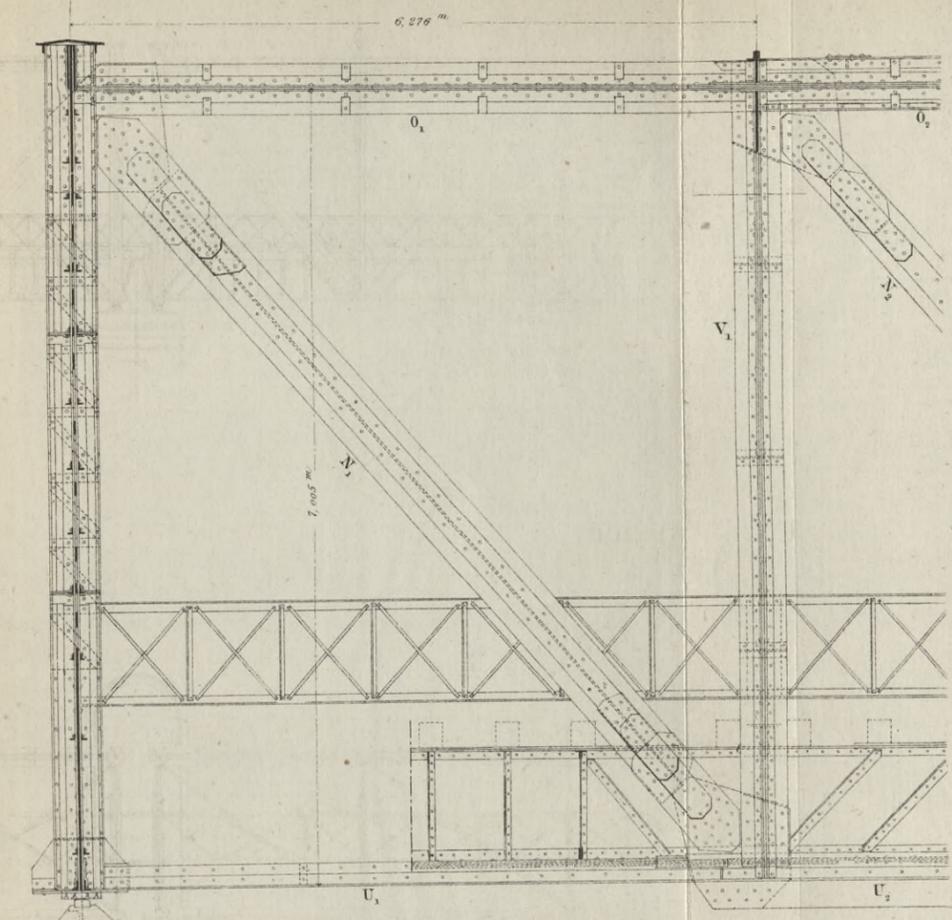
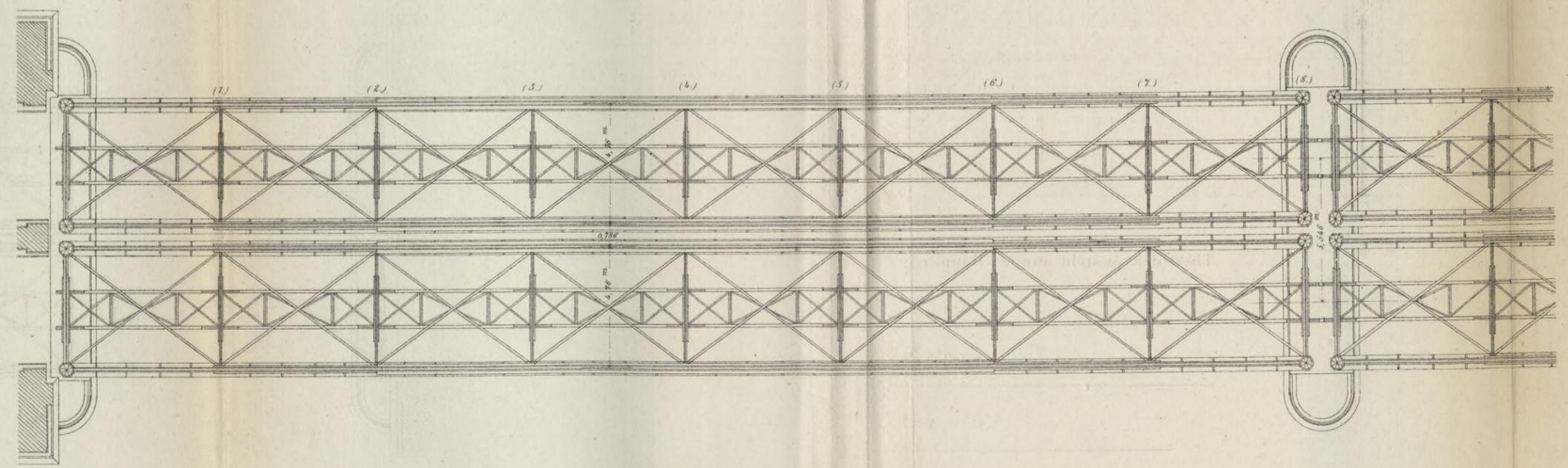


Faint text below the drawing, possibly a title or description.

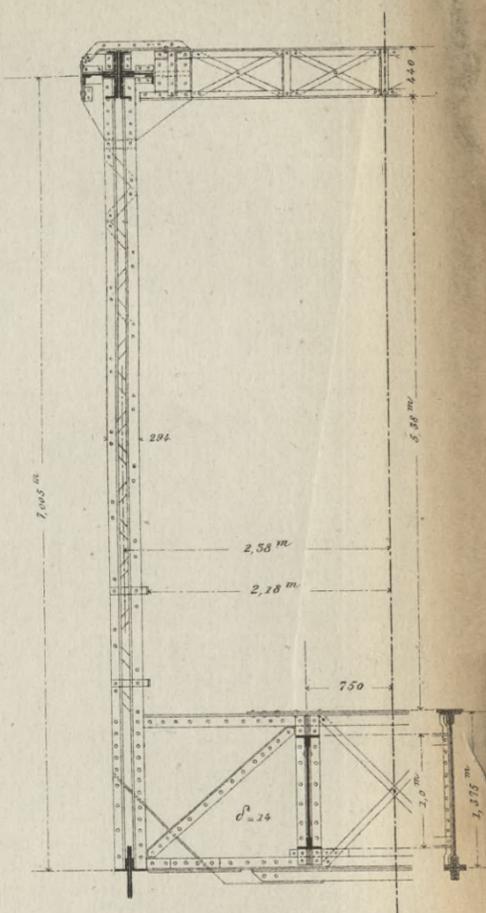
BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW



Eisenbahn-Brücke über die Jsar bei München.

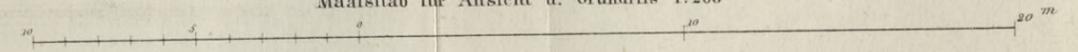


Teil der Ansicht eines Hauptträgers.

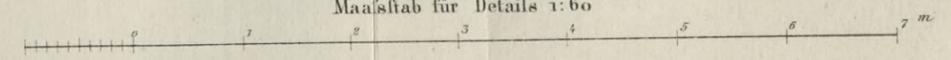


Hälfte des Querdurchschnitts.

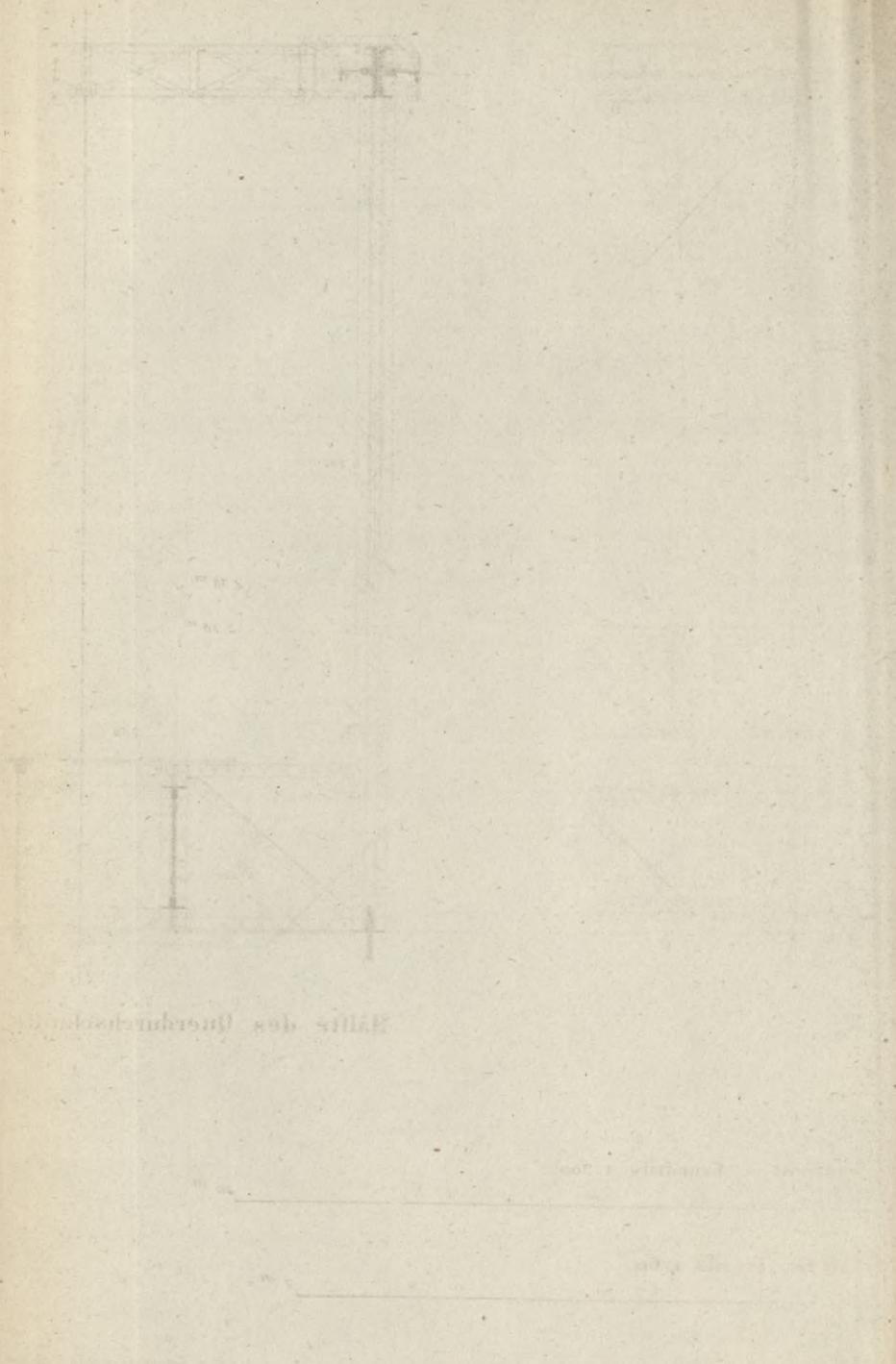
Maassstab für Ansicht u. Grundriss 1:200

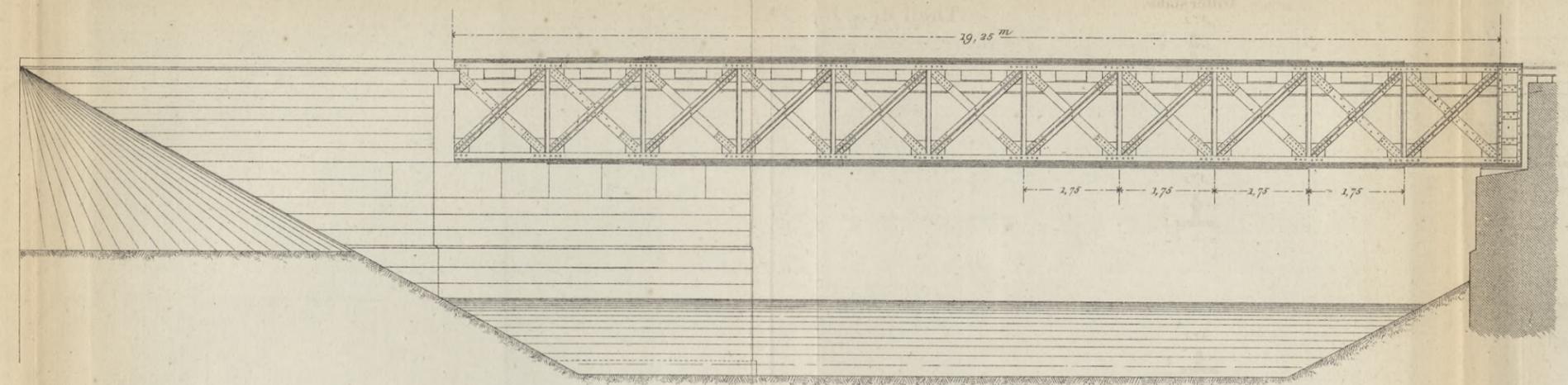


Maassstab für Details 1:60

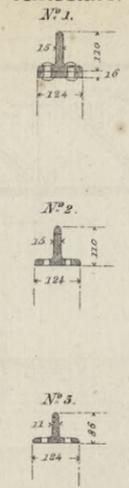


BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

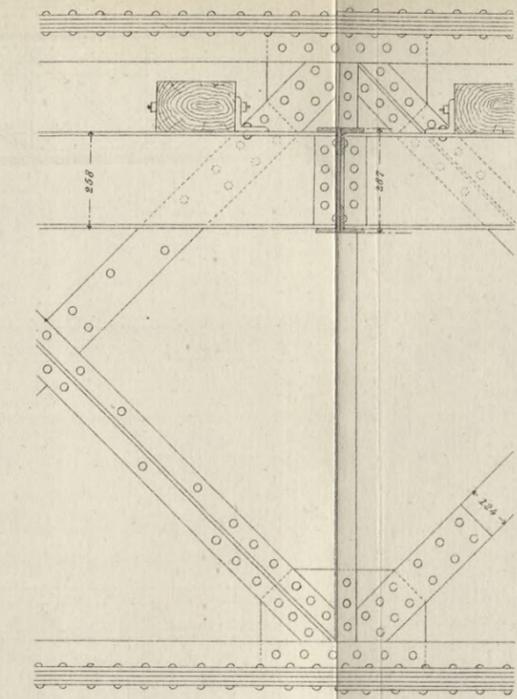




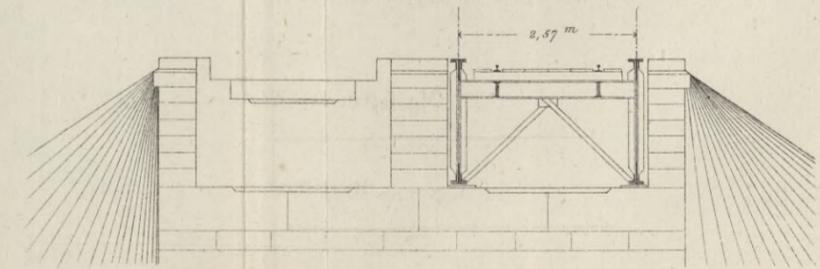
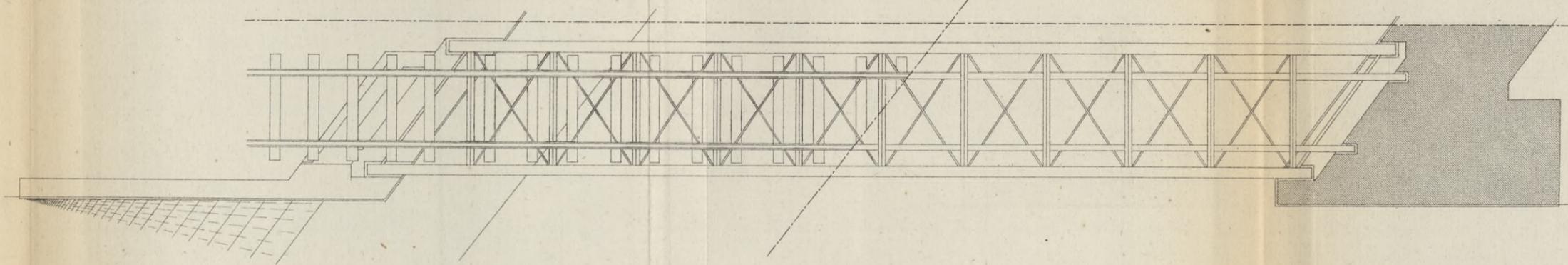
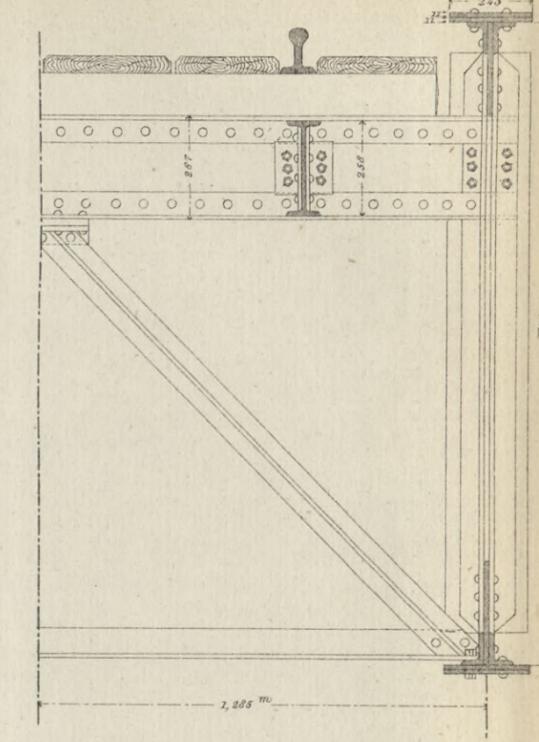
Gitterstäbe.



Theil des Längenschnitts.

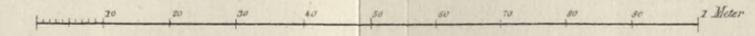


Hälfte des Querdurchschnitts.

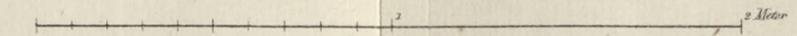


Eisenbahn-Brücke über die Brenz bei Königsbronn.

Maafstab für Ansicht u. Grundrifs.



Maafstab für Details.



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Fig. 1. Ansicht der Brücke.

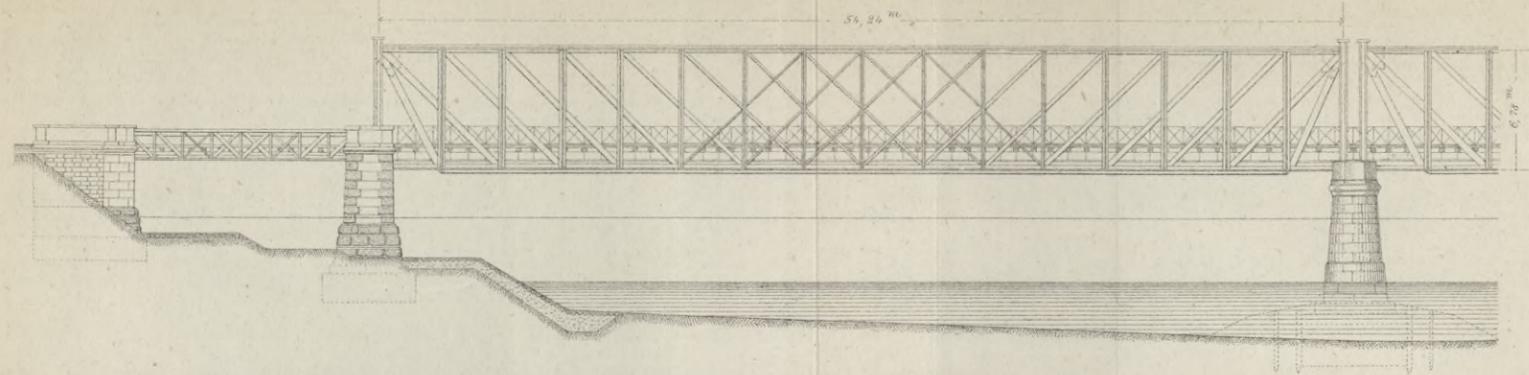


Fig. 2. Grundriss.

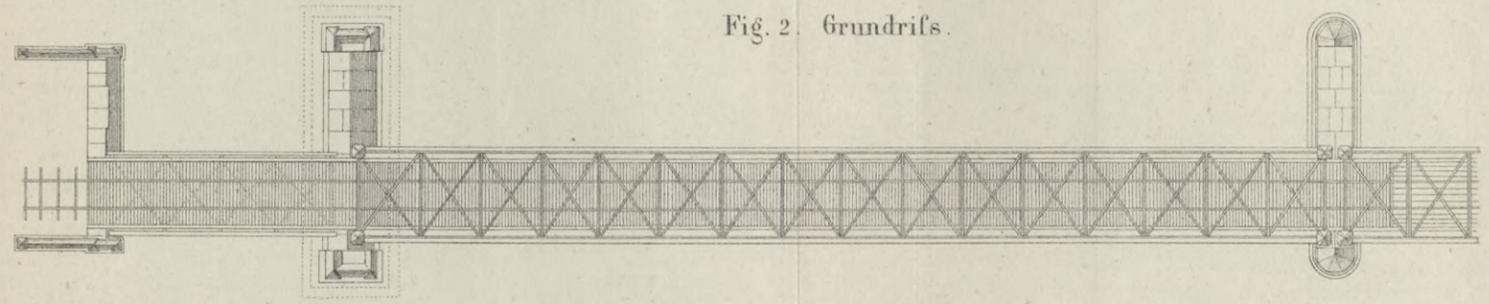


Fig. 3. Ansicht des Träger-Endes.

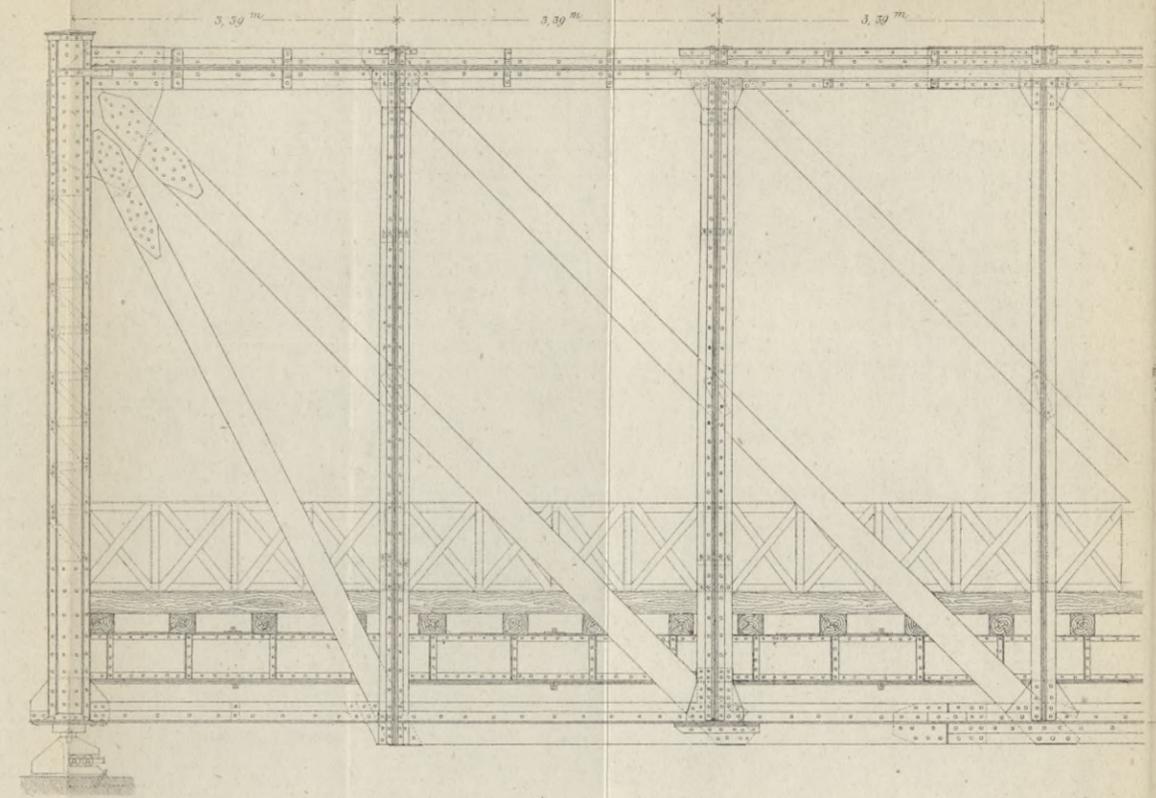


Fig. 4. Grundriss.

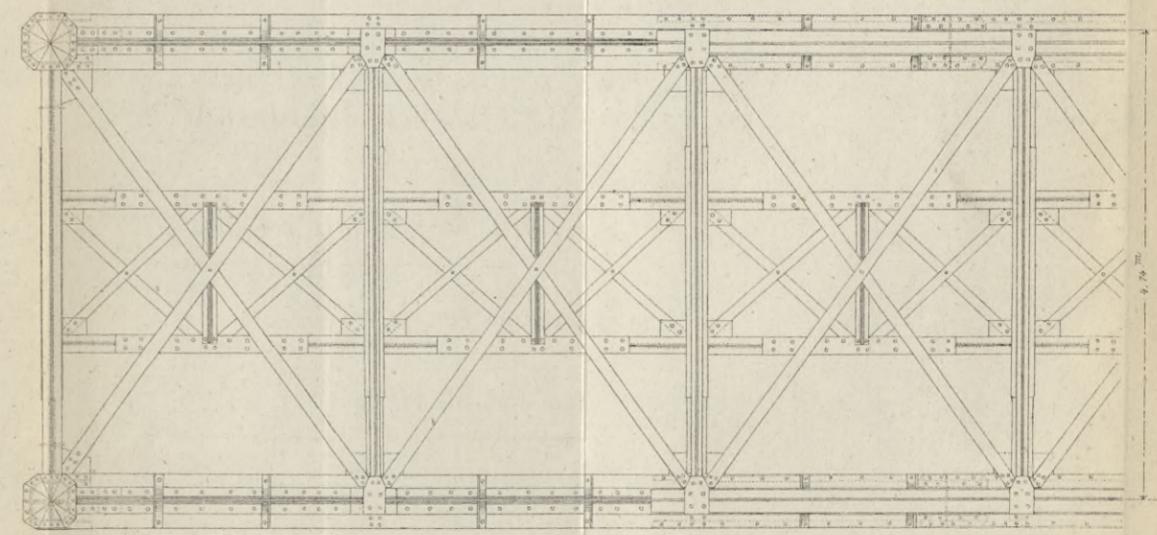
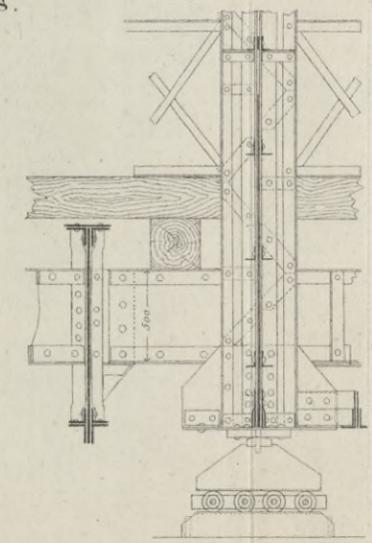
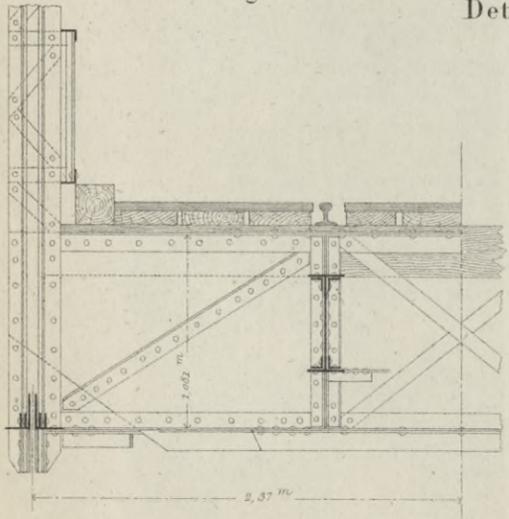


Fig. 5.

Details.

Fig. 6.



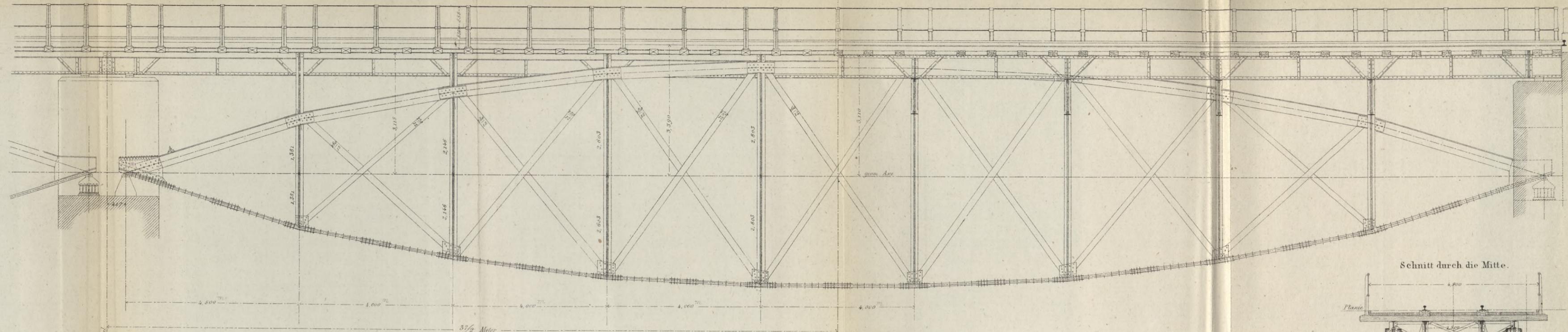
Donau-Brücke bei Ingolstadt.

Maafstab für Fig. 1. u. 2. 1: 400

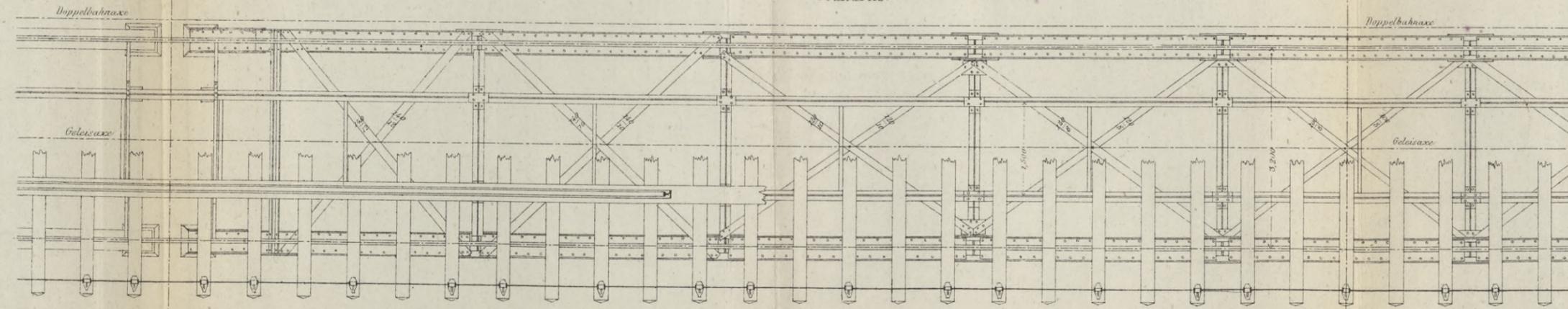
Maafstab für Fig. 3. u. 4. 1: 75

Maafstab für Fig. 5. u. 6. 1: 40

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW



Grundriss

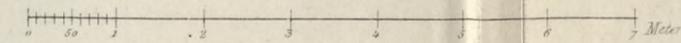


EISENBAHNBRÜCKE ÜBER DEN MAIN

bei Kitzingen.

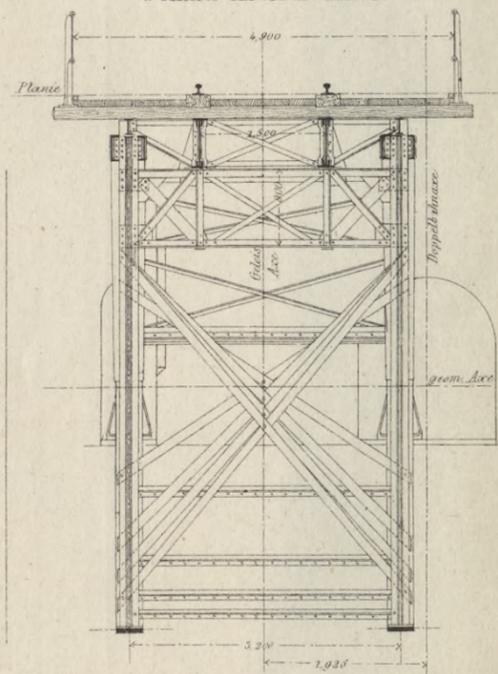
nach dem System Pauli.

Mafsstab 1:75.



Lith. v. Friedr. Schuppert, Mainz.

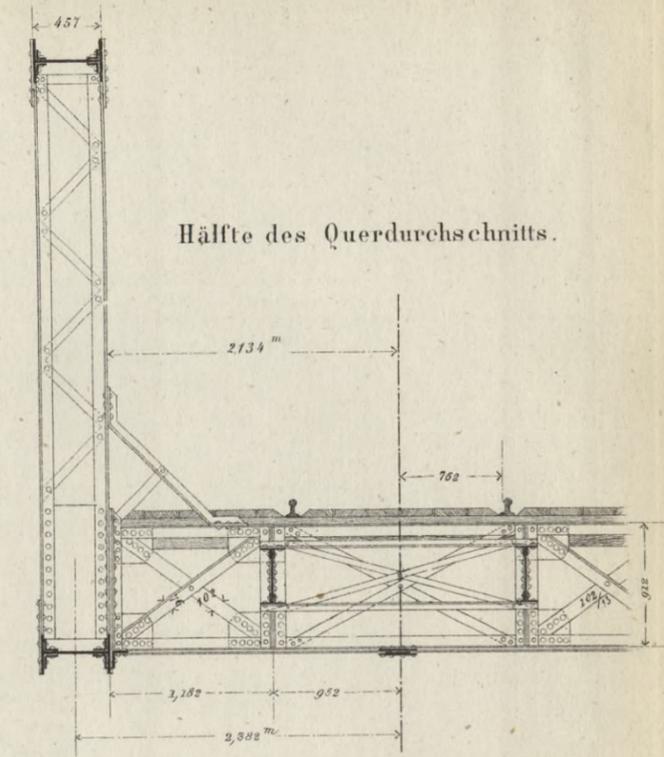
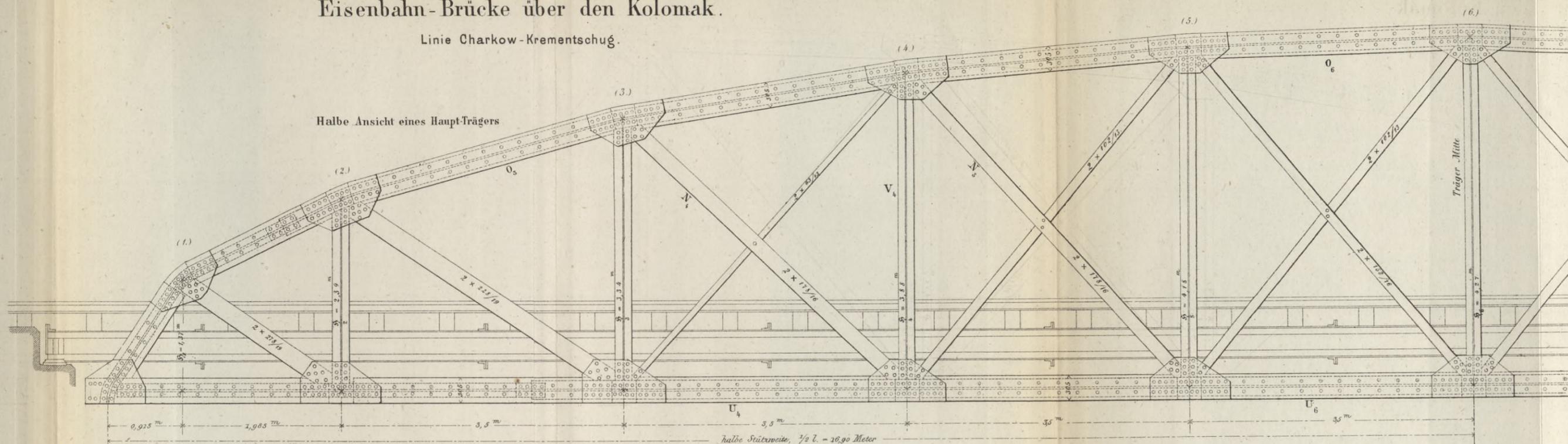
Schnitt durch die Mitte



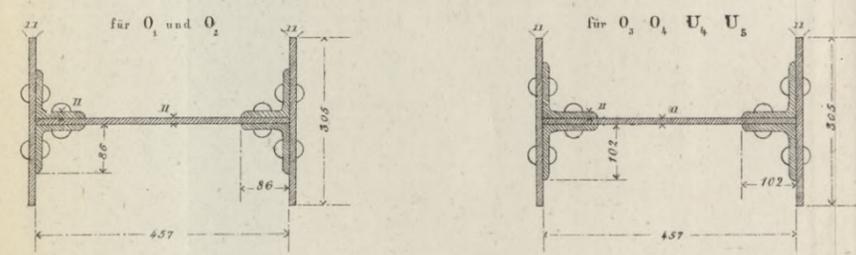
BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Eisenbahn-Brücke über den Kolomak.

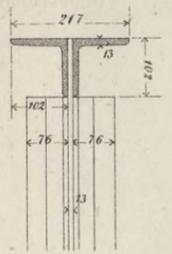
Linie Charkow-Kremenschug.



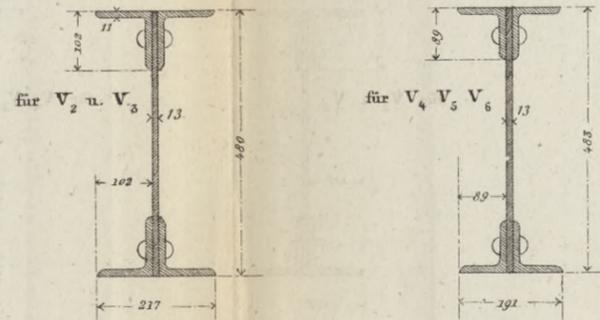
Gurtungs-Querschnitte.



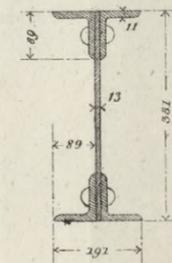
Querschnitt der Querträger Gurtung.



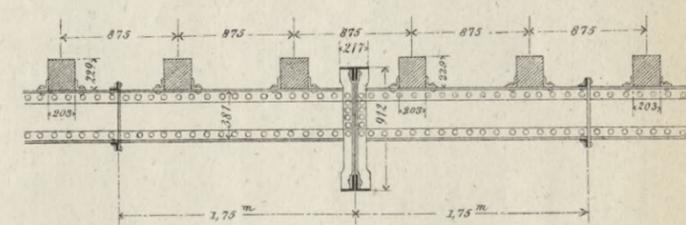
Querschnitt der Verticalen.



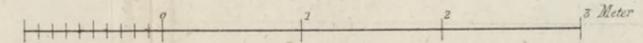
Querschnitt der Schwellenträger.



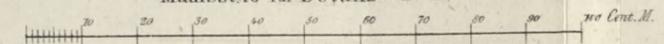
Ansicht der Schwellenträger



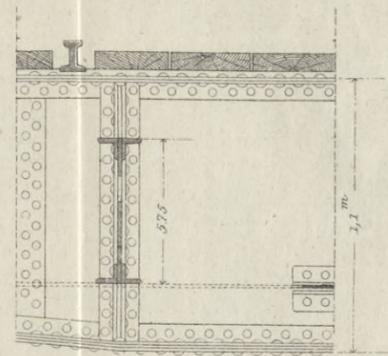
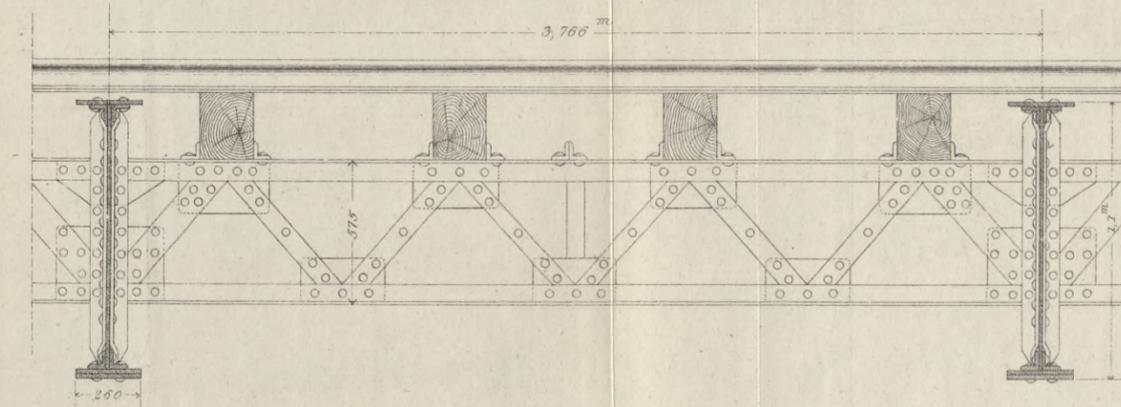
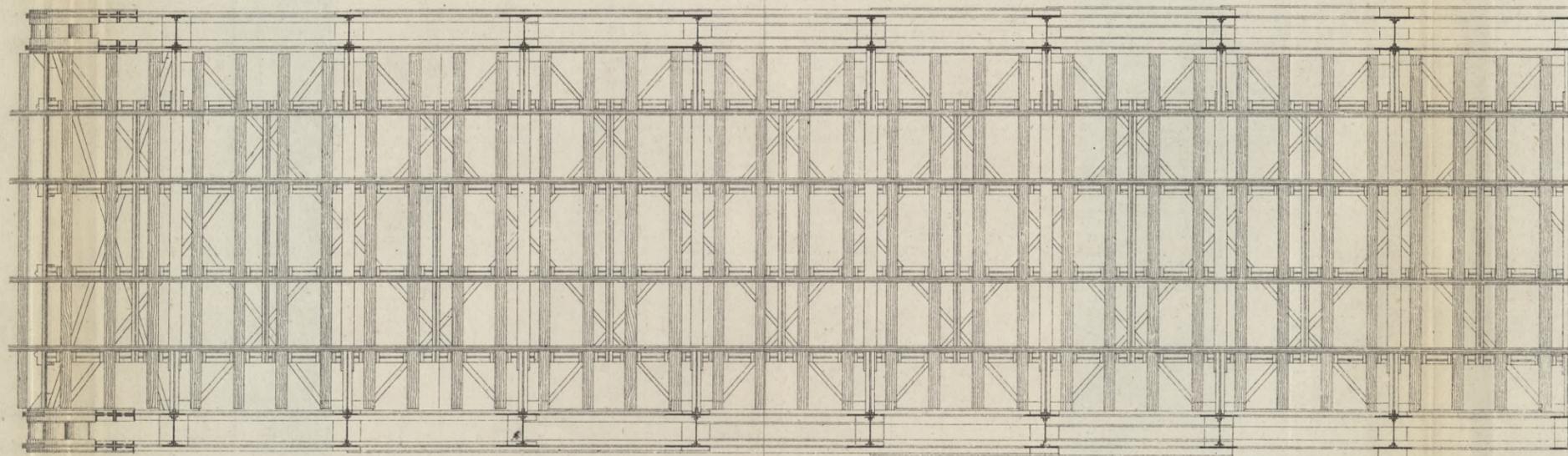
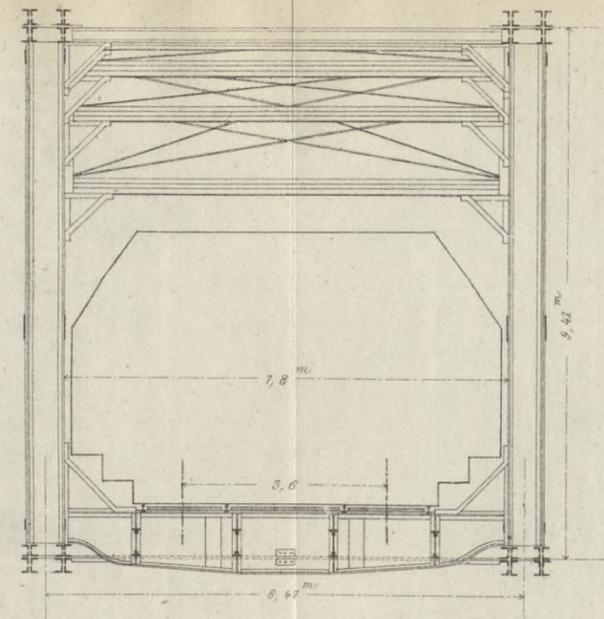
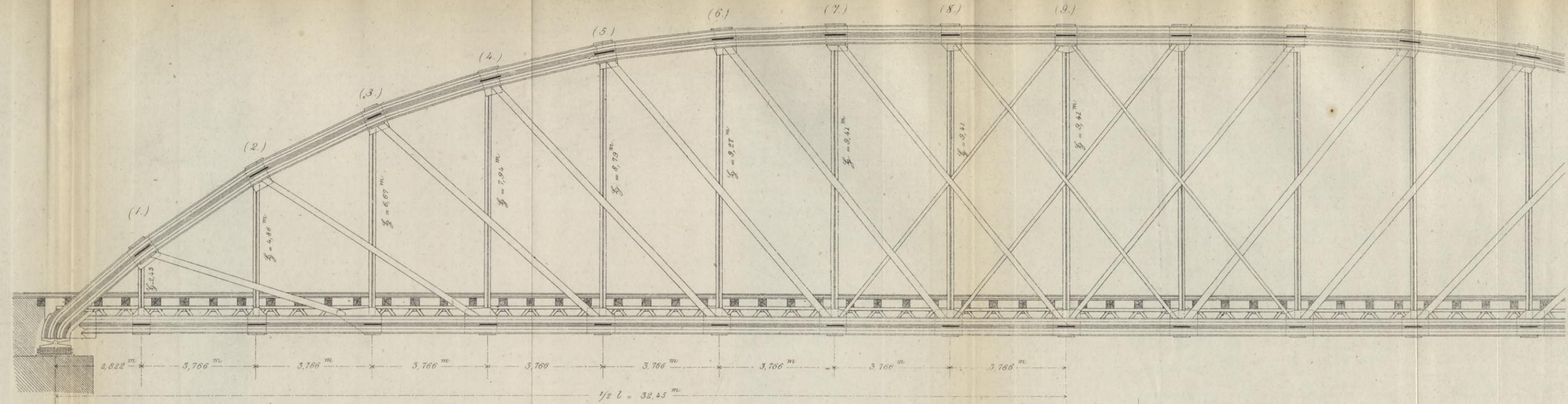
Maafsstab für Ansicht und Durchchnitt 1: 48



Maafsstab für Details 1: 12

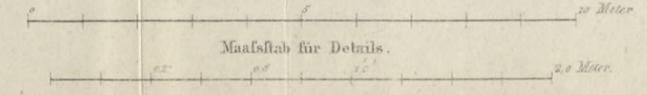


BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW



Elb Brücke bei Tangermünde.
System Schwedler.

Maassstab für Ansicht u. Grundriss 1:120.



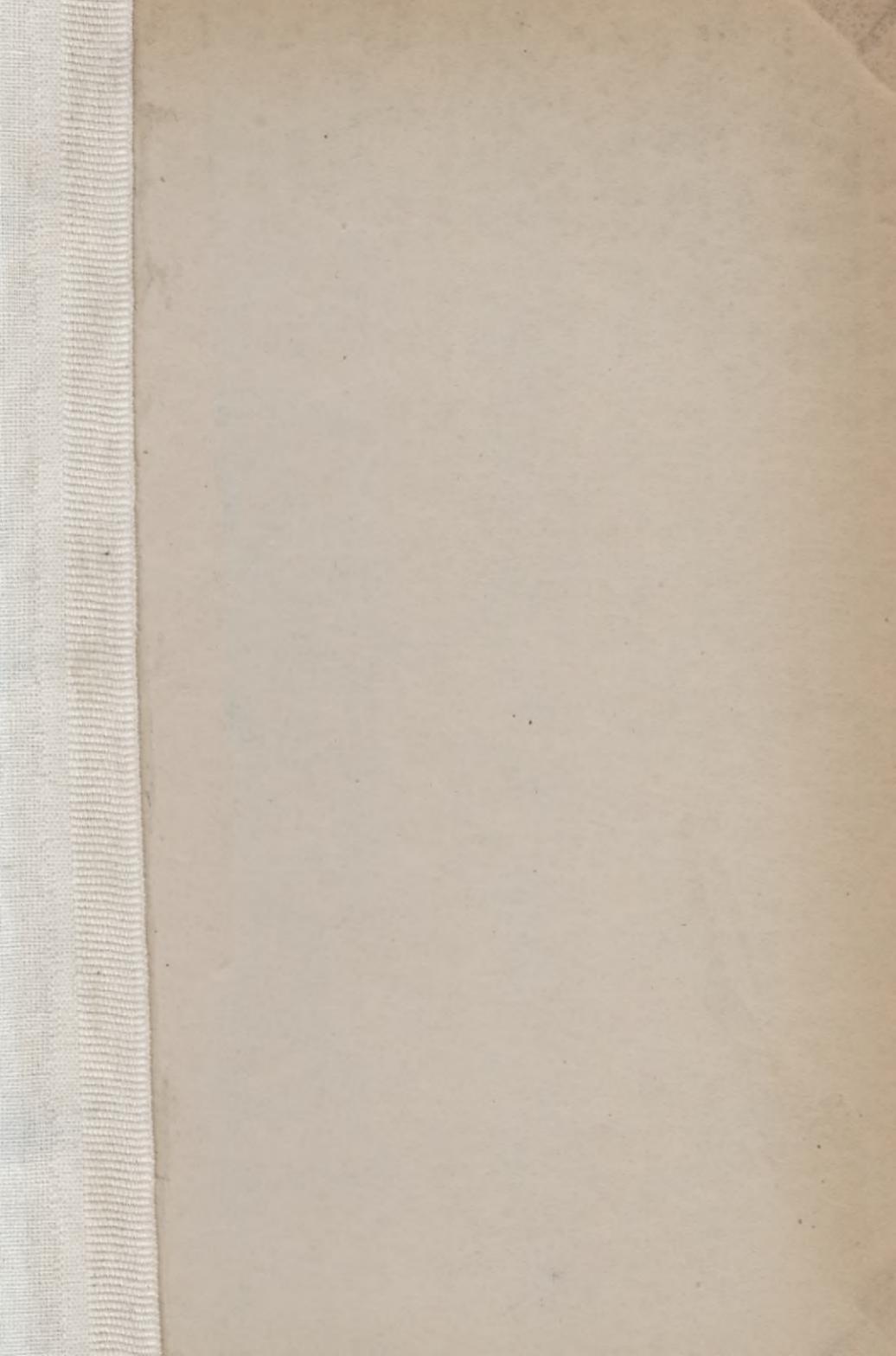
BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

S. 61

de - 2

8-96



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000297297