Vereinfachte Formeln

für die

statische Berechnung

von

Eisenbeton

unter Zugrundelegung des diesbezüglichen Ministerial-Erlasses vom 24. Mai 1907.

Mit Beispielen und Tabellen.

Herausgegeben von

Fritz Thomas

Architekt und Bauingenieur

in **Dortmund.**

Halle a. S.

Beton-Zeitung, Verlagsgesellschaft m. b. H.

1907.

Vereinfachte Formeln

für die

statische Berechnung

von

Eisenbeton

unter Zugrundelegung des diesbezüglichen Ministerial-Erlasses vom 24. Mai 1907.

Mit Beispielen und Tabellen.

Herausgegeben von

Fritz Thomas

Architekt und Bauingenieur

in **Dortmund.**

Halle a. S.

Beton-Zeitung, Verlagsgesellschaft m. b. H.

1907.

Vorbemerkungen.

In diesem Hefte sind Formeln zur statischen Berechnung von

Deckenplatten, Balken und Säulen

aus Eisenbeton nach dem preussischen Ministerial-Erlass vom 24. Mai 1907, betreffend die Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten, zusammengestellt. Die Formeln sind so vereinfacht, dass sie auch der Bautechniker, der nicht Betonspezialist ist, sofort für die Praxis verwerten kann.

Da sich die meisten Eisenbetonkonstruktionen in Deckenplatten, Balken und Säulen zerlegen lassen, so sind in diesem Hefte nur diese drei Grundformen behandelt.

Die Berechnungen der **Deckenplatten** sind dadurch vereinfacht, dass anstatt der erforderlichen Druckverteilungsstäbe, Streckmetall über den Rundeisen verlegt ist, welches auch noch einen Teil der Zugkraft aufnimmt. Das Verlegen des Streckmetalls erfordert keine besondere Sorgfalt und braucht die Verteilung der Eisen nicht erst auf der Schalung aufgezeichnet zu werden.

Bei der Berechnung der **Plattenbalken** wird nicht, wie bei den Deckenplatten, die Höhe rechnerisch ermittelt, sondern muss angenommen werden. Es sei bemerkt, dass bei Betonbalken der Eisenquerschnitt verringert werden kann, wenn die Höhe h vergrössert wird. In der Tabelle Seite 24 sind einige Momente von Plattenbalken und zwar Nr. 1–20 mit grosser Höhe und geringer Eiseneinlage, und in No. 21—40 Balken mit geringer Höhe und grossem Eisenquerschnitt zusammengestellt, um nach der Ausrechnung des Momentes die ungefähren Dimensionen bestimmen zu können. Die Höhe ist meist durch architektonische Forderungen beschränkt. Die Breite b_1 wird $^1/_2$—$^1/_3$ der Höhe angenommen und zwar soll der Betonquerschnitt, welcher symetrisch um die Schwerachsen der Eiseneinlage liegt, mindestens 15 mal so gross sein als der

Eisenquerschnitt. Dies wird in den Baseler Normen sogar amtlich vorgeschrieben. Ist z. B. a die Entfernung von Unterkante Balken bis zur wagerechten Schwerlinie der Eiseneinlage, so ist der für die Eisenumhüllung in Betracht kommende Betonquerschnitt 2a hoch bei der Breite b_1.

Es ist mithin

$$2a \cdot b_1 = (1 + 15) \cdot f_e \text{ oder}$$

$$a = \frac{16 \cdot f_e}{2 \cdot b_1} = \frac{8 \cdot f_e}{b_1}$$

Da a in der Regel mit 5 cm angenommen wird, so muss am Schlusse der Balkenberechnung untersucht werden, ob a mit 5 cm gross genug angenommen ist oder nicht. Im letzteren Falle muss noch ein Stück hinzu gerechnet werden.

Bei der **Säulenberechnung** muss beachtet werden, dass der Beton nur mit $^1/_{10}$ seiner Bruchlast beansprucht werden darf, im Gegensatz zu den auf Biegung beanspruchten Bauteilen, als Deckenplatten und Balken, welche mit $^1/_8$ der Bruchlast beansprucht werden können.

1. Bedeutung der in den Berechnungen benutzten Größen.

Das Gewicht des Betons einschließlich der Eiseneinlagen ist zu 2400 kg für das Kubikmeter anzunehmen, sofern nicht ein anderes Gewicht nachgewiesen wird.

l = Spannweite in m. Bei frei aufliegenden Platten ist die Freilänge zuzüglich der Deckenstärke, bei durchgehenden Platten die Entfernung zwischen den Mitten der Stützen als Spann- oder Stützweite in die Berechnung einzufügen.

b = die Breite in m. Bei Deckenplatten wird für die Berechnung $b = 1$ m angenommen und für diesen Meterstreifen die Spannungen ermittelt.

h = die Stärke der Deckenplatte in cm.

a = die Entfernung des Schwerpunktes der Eiseneinlagen von der Unterkante der Deckenplatte in cm.

$h\text{-}a$ = die Entfernung des Schwerpunktes der Eiseneinlagen von der Oberkante der Deckenplatte in cm.

x = die Entfernung der Nullinie (neutrale Faser) von der Oberkante der Platte in cm.

g = das Eigengewicht für 1 qm in kg.

p = die Nutzlast für 1 qm in kg.

$q = g + p$ = die Gesamtlast in kg für 1 qm.

P = die Gesamtlast des zu berechnenden Meterstreifens bei der Länge der Spannweite in kg $= q \cdot l$.

σ_e = die mittlere Eisenzugspannung für 1 qcm/kg. Dieselbe sowie die Druckspannung des Eisens soll den Betrag von 1000 kg/qcm nicht übersteigen. In Stützen ist bei der Berechnung der Eiseneinlage auf Knicken fünffache Sicherheit nachzuweisen.

σ_b = die größte Betondruckspannung für 1 qcm/kg. Diese beträgt bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen (Balken, Platten etc.) ein Sechstel und in Stützen ein Zehntel seiner Bruchfestigkeit.

f_e = der Eisenquerschnitt in qcm.

Z = die in dem zu berechnenden Meterstreifen auftretende Zugspannung in kg, für welche Eisen eingelegt werden muß. Dieselbe ist $f_e \cdot \sigma_e$

D = die entsprechende Druckspannung gegenüber Z in kg. D = Z.

F_b = der nutzbare Betonquerschnitt in qcm. Derselbe ist bei Deckenplatten, wenn b 100 cm = 100 . (h - a) und bei Säulen = der ganzen Betonquerschnittgröße.

M = das Moment (sogenanntes Biegungsmoment) in cm/kg.

n = das Verhältnis der Elastizitätsmasse des Eisens und des Betons. Dasselbe wird mit 15 in Rechnung gestellt.

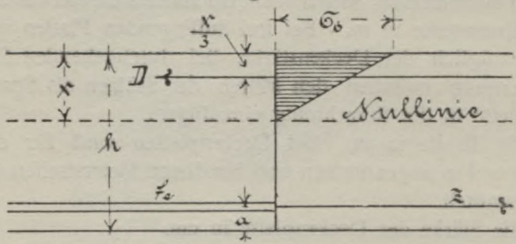
$\left.\begin{array}{r}\sigma_o\\ \sigma_u\\ y\\ d\end{array}\right\}$ siehe Figur in der Plattenbalkentabelle.

Weitere Bezeichnungen sind direkt aus den beigedruckten Figuren zu ersehen.

2. Berechnung der Deckenplatten.

Die Deckenplatten werden in 1 m breite Streifen zerlegt gedacht und dann die Berechnung für einen solchen Meterstreifen durchgeführt.

Fig: 1



Legt man die zugelassene Zugbeanspruchung für Eisen mit 1000 kg/qcm zu Grunde, so ergeben sich nach den Formeln des Ministerialerlasses vom 24. Mai 1907 für h-a, f_e und Z bei einer Betonbeanspruchung von 40 kg/qm für Eisen-Betonplatten folgende Werte:

Formel 1 $\quad h - a = 0{,}039 \cdot \sqrt{M}$

Formel 2 $\quad f_e = 0{,}0293 \cdot \sqrt{M}$

Formel 3 $\quad Z = (h - a) \cdot 750$

Formel 4 $\quad X = 0{,}375\ (h - a)$

In den nun folgenden Formeln und Berechnungen soll hier stets neben der zulässigen Eisenzugbeanspruchung von

$$\sigma_e = 1\,000 \text{ kg/qcm}$$

mit einer Betonbeanspruchung von

$$\sigma_b = 40 \text{ kg/qcm}$$

gerechnet werden.

Es erfordert diese Betondruckbeanspruchung einen Beton mit der Bruchfestigkeit von $40 \cdot 6 = 240$ kg/qcm und einem ungefähren Mischungsverhältnis von

1 Teil Portlandzement und $4^1/_2 - 5$ Teilen Sandkies, das ist auf 1 cbm Sandkies $5^1/_2 - 6^1/_2$ Sack Zement.

Biegungsmomente M.

Die Biegungsmomente M sind je nach der Belastungsart verschieden groß und in folgender Tabelle zusammengestellt.

Bei der Untersuchung dieser Fälle handelt es sich immer darum, auf Grund der Belastung und der Auflagerung bezw. Einspannung die Lage des gefährlichen Querschnittes und die Größe des daselbst auftretenden Biegungsmomentes M zu ermitteln, um darnach den Balken- bezw. Plattenquerschnitt und die Eiseneinlage bemessen zu können.

In den Zeichnungen der Belastungsfälle sind die Momente für viele Vertikalschnitte berechnet und auf eine Parallele zur Trägerachse aufgetragen. Dann sind die Endpunkte der Senkrechten verbunden und heißt diese Verbindungslinie die

Momentenlinie.

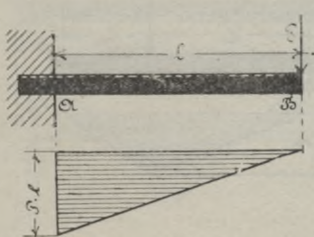
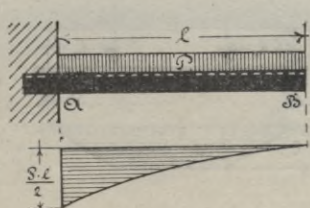
Die von der Momentenlinie und der Parallelen zur Trägerachse begrenzte Fläche heißt die

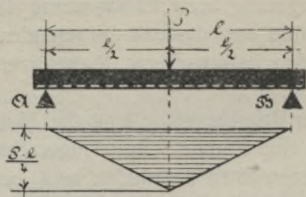
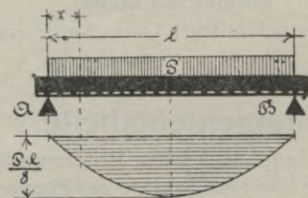
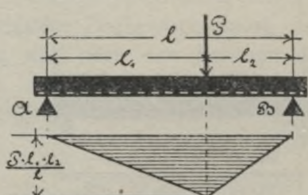
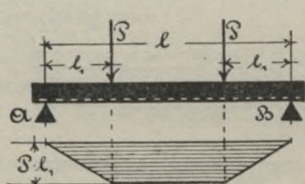
Momentenfläche,

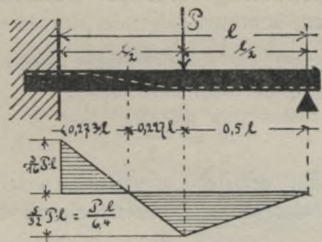
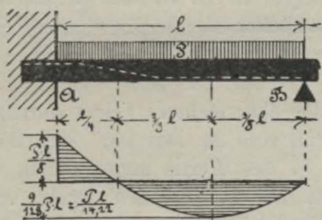
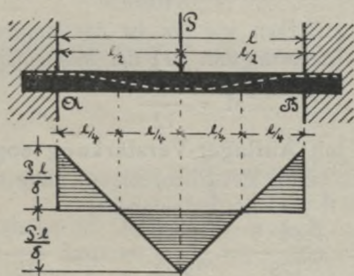
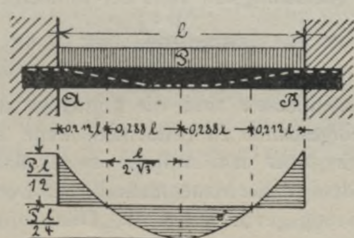
und läßt dieselbe sofort die gefährlichen Querschnitte ersehen und die Momente für jede Stelle abgreifen.

Momententabelle.

Die Biegungsmomente der hauptsächlichsten Belastungsfälle. (Die einpunktierten Linien bezeichnen die Stelle der Metalleinlage bei Eisenbetonbalken und Platten).

	Lfd. No.	Art der Belastung.	Biegungsmoment M.
Formel 5	1		$P \cdot l$
Formel 6	2		$\frac{P \cdot l}{2}$

	Lfd. No.	Art der Belastung.	Biegungsmoment M.
Formel 7	3		$\frac{P \cdot l}{4}$
Formel 8 **Formel 9**	4		I) $\frac{P \cdot l}{8}$ II) $= \frac{P\,x}{2} = \frac{P}{1} \text{ x } \frac{x}{2}$
Formel 10	5		$\frac{P \cdot l_1 \cdot l_2}{l}$
Formel 11	6		$P \cdot l_1$

	Lfd. No.	Art der Belastung	Biegungsmoment M.
Formel 12 Formel 13	7		I) $\frac{3 \cdot P \cdot l}{16}$ II) $\frac{5 \cdot P \cdot l}{32}$
Formel 14 Formel 15	8		I) $\frac{P \cdot l}{8}$ II) $\frac{9 \cdot P \cdot l}{128}$
Formel 16	9		$\frac{P \cdot l}{8}$
Formel 17 Formel 18	10		I) $\frac{P \cdot l}{12}$ II) $\frac{P \cdot l}{24}$

Momente verschiedener Decken.

Für Decken mit **gleichmäßig verteilter Belastung,** wie sie fast ausnahmslos hergestellt werden, kommen folgende Momente in Betracht:

für Balkondecken, die aus der Mauer hervorragen, ist das Moment (Belastungsfall 2 der Momententabelle)

Formel 19
$$M = \frac{P \cdot l}{2}$$

für Decken mit gerader Unterfläche, welche lose auf 2 Stützen aufliegen, ist das Moment (Belastungsfall 4 der Momententabelle)

Formel 20
$$M = \frac{P \cdot l}{8}$$

für Decken mit **gerader Unterfläche,** welche auf mehr als 2 Stützen aufliegen, ist das Moment der Endfelder (Belastungsfall 8 I der Momententabelle)

Formel 21
$$M = \frac{P \cdot l}{8}$$

für Decken die über mehrere Felder durchgehen, darf nach dem Ministerial-Erlaß vom 24. Mai 1907 das Biegungsmoment in der Feldmitte zu $^4/_5$ des Wertes angenommen werden, der bei einer auf 2 Stützen frei aufliegenden Decke vorhanden sein würde. Mithin darf für die Endfelder nach Formel 21 auch gesetzt werden

Formel 22
$$M = \frac{P \cdot l}{10}$$

für dieselben Decken wie vor ist das Moment an den Enden der Mittelfelder (Belastungsfall 10 I der Momententabelle)

Formel 23
$$M = \frac{P \cdot l}{12}$$

für Decken mit **Auflager-Verstärkung sog. Vouten** (siehe besondere Berechnung derselben) ist das Moment der Endfelder (Belastungfall 8 II der Momententabelle)

Formel 24
$$M = \frac{P \cdot l \cdot 9}{128} = \frac{P \cdot l}{14{,}22} = \text{rund } \frac{P \cdot l}{15}$$

für dieselben Decken wie vor ist das Moment in der Mitte der Mittelfelder (Belastungsfall 10 II der Momententabelle)

Formel 25
$$M = \frac{P \cdot l}{24}$$

Bei Voutendecken sind die Endfelder auch dann an beiden Seiten als eingespannt zu betrachten, wenn an der Seite, wo die Decke aufhört, über dem Auflager soviel Mauerwerk oder andere Lasten auf dem in der Mauer befindlichen Deckenstück ruhen, daß die Einspannung gewährleistet ist. Dies trifft bei den Fußbodendecken der Dachgeschosse, wenn dieselben auch Tempelwände haben, niemals zu, weshalb hier Vorsicht geboten ist.

Da bei der Deckenberechnung nur stets ein Meterstreifen in Betracht kommt, so kann anstatt P auch $q \cdot l$ gesetzt werden.

Darum kann für Formel 1, welche heißt, $h - a = 0{,}039\sqrt{M}$ auch gesetzt werden: (wenn z. B. das $M = \frac{P \cdot l}{8}$ ist)

$$h - a = 0{,}039 \sqrt{\frac{q \cdot l \cdot l \cdot 100}{8}}$$

wobei l in m und q in kg eingesetzt werden muß.

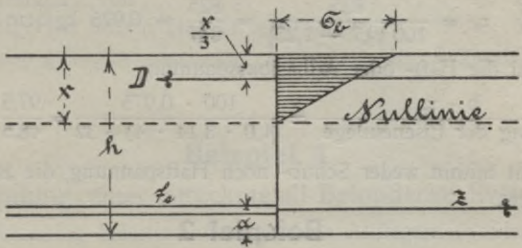


Fig. 1.

Beispiel 1

Berechnung einer Streckmetall-Betondecke, System I.

Gleichmäßig belastet mit gerader Unterfläche, lose auf 2 Stützen liegend Nach Formel 20.

Freitragende Länge l		=	3,00	m
Nutzlast pr. qm	p	=	250	kg
Eigenlast „ „	g	=	300	„
Gesamtlast pr. qm	q	=	550	„

$h—a = 0{,}039 \cdot \sqrt{M} = 0{,}039 \cdot \sqrt{\frac{q \cdot l \cdot l \cdot 100}{8}} = 9{,}7$ cm

h = die Gesamthöhe der Decke = h—a + 2 rund = 12 „

Z = die auftretende Zugkraft = (h—a) · 750 . . = 7270 kg

Zur Aufnahme dieser Zugkraft wird eingelegt:

1) Streckmetall No. 15 mit einer Zugfestigkeit . . . = 3110 „

2) Darunter, und zwar für jeden Meterstreifen 4 Stück Rundeisen von 10 mm Durchmesser und einer Zugfestigkeit von . . . . = 3780 „

Die Einlage hat mithin eine Gesamtfestigkeit . . . = 6890 „

Ist also genügend stark zur Aufnahme der Zugkraft.

(Die Zugfestigkeit ist der zulässige Teil der Bruchfestigkeit.)

Um die auftretende Schub- und Haftspannung am Auflager zu untersuchen, ist zunächst die Schub- oder Querkraft V zu ermitteln. (Siehe auch Artikel Adhäsions- und Schubspannungen in Balken)

$$V = \frac{P}{2} = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{550 \cdot 3{,}00}{2} = 825 \text{ kg}$$

die Schubspannung ist dann

$$\tau_0 = \frac{V}{b\left(h - a - \frac{x}{3}\right)}$$

nach Formel 4 ist x = 0,375 (h — a) mithin ist hier

$$\frac{x}{3} = \frac{0{,}375 \cdot 9{,}7}{3} = 1{,}23 \text{ cm} \quad \text{also}$$

$$\tau_0 = \frac{825}{100\,(9{,}7 - 1{,}23)} = \frac{825}{847} = 0{,}975 \text{ kg/qcm}$$

dann ist die Haft- oder Adhäsionsspannung

$$\tau_1 = \frac{b \cdot \tau_0}{\text{Umfang der Eiseneinlage}} = \frac{100 \cdot 0{,}975}{(1{,}0 \cdot 3{,}14 \cdot 4) + 32} = \frac{97{,}5}{48{,}5} = 2{,}00 \text{ kg/qcm.}$$

Es erreicht mithin weder Schub- noch Haftspannung die zulässigen Werte von 4,5 kg/qcm.

Beispiel 2

Berechnung einer Streckmetall-Betondecke System I.

Gleichmäßig belastet mit gerader Unterfläche.
Endfeld einer über mehrere Felder durchgehenden Platte.
Nach Formel 22.

Freitragende Länge 1		=	3,00	m
Nutzlast pr. qm	p	=	250	kg
Eigenlast „ „	g	=	300	„
Gesamtlast pr. qm	q	=	550	„

$$h - a = 0{,}039 \cdot \sqrt{M} = 0{,}039 \cdot \sqrt{\frac{q \cdot 1 \cdot 1 \cdot 100}{10}} = 8{,}68 \text{ cm}$$

h = die Gesamthöhe der Decke = h—a + 2 rund	=	11	„
Z = die auftretende Zugkraft = (h – a) · 750 . .	=	6520	kg
Zur Aufnahme dieser Zugkraft wird eingelegt:			
1) Streckmetall No. 15 mit einer Zugfestigkeit . . .	=	3110	„
2) Darunter, und zwar für jeden Meterstreifen 4 Stück Rundeisen von 10 mm Durchmesser und einer Zugfestigkeit von	=	3780	„
Die Einlage hat mithin eine Gesamtfestigkeit . . .	=	6890	„

Ist also genügend stark zur Aufnahme der Zugkraft.

Beispiel 3

Berechnung einer Streckmetall-Betondecke System I.

Gleichmäßig belastet mit gerader Unterfläche.
Mittelfeld einer über mehrere Felder durchgehenden Platte.
Nach Formel 23.

Freitragende Länge 1		=	3,00	m
Nutzlast pr. qm	p	=	250	kg
Eigenlast „ „	g	=	300	„
Gesamtlast pr. qm	q	=	550	„

$$h - a = 0{,}039 \cdot \sqrt{M} = 0{,}039 \cdot \sqrt{\frac{q \cdot 1 \cdot 1 \cdot 100}{12}} = 7{,}9 \text{ cm}$$

h = die Gesamthöhe der Decke = h—a + 2 rund = 10 „

Z = die auftretende Zugkraft = (h – a) · 750 . . = 5930 kg

Zur Aufnahme dieser Zugkraft wird eingelegt:

1) Streckmetall No. 15 mit einer Zugfestigkeit . . . = 3110 „

2) Darunter, und zwar für jeden Meterstreifen 3 Stück Rundeisen von 10 mm Durchmesser und einer Zugfestigkeit von . . . . = 2835 „

Die Einlage hat mithin eine Gesamtfestigkeit . . . = 5945 „

Ist also genügend stark zur Aufnahme der Zugkraft.

Beispiel 4

Berechnung einer Streckmetall-Betondecke System I.

Gleichmäßig belastet mit verstärkten Auflagern (Vouten).

Endfeld einer durchgehenden Platte, welche mit den Trägerbalken zusammenhängt

Nach Formel 24.

Freitragende Länge 1		=	4,00 m
Nutzlast pr. qm	p	=	250 kg
Eigenlast „ „	g	=	350 „
Gesamtlast pr. qm	q	=	600 „

$$h - a = 0{,}039 \cdot \sqrt{M} = 0{,}039 \cdot \sqrt{\frac{q \cdot 1 \cdot 1 \cdot 100}{14{,}22}} = 10{,}10 \text{ cm}$$

h = die Gesamthöhe der Decke = h—a + 2 rund = 12 „

Z = die auftretende Zugkraft = (h — a) · 750 . . = 7600 kg

Zur Aufnahme dieser Zugkraft wird eingelegt:

1) Streckmetall Nr. 15 mit einer Zugfestigkeit . . . = 3110 kg

2) Darunter, und zwar für jeden Meterstreifen 5 Stck. Rundeisen von 10 mm Durchmesser und einer Zugfestigkeit von . . . . = 4725 kg

Die Einlage hat mithin eine Gesamtfestigkeit . . . = 7835 „

Ist also genügend stark zur Aufnahme der Zugkraft.

Beispiel 5

Berechnung einer Streckmetall-Betondecke System I.

Gleichmäßig belastet mit verstärkten Auflagen (Vouten).

Mittelfeld einer durchgehenden Platte, welche mit den Trägerbalken zusammenhängt.

Nach Formel 25.

Freitragende Länge 1		=	4,00 m
Nutzlast pr. qm	p	=	250 kg
Eigenlast „ „	g	=	300 „
Gesamtlast pr. qm	q	=	550 „

$h - a = 0{,}039 \cdot \sqrt{M} = 0{,}039 \cdot \sqrt{\frac{q \cdot l \cdot l \cdot 100}{24}} = 7{,}45$ cm

h = die Gesamthöhe der Decke = h—a + 2 rund = 9,5 „

Z = die auftretende Zugkraft = (h — a) · 750 . . = 5600 kg

Zur Aufnahme dieser Zugkraft wird eingelegt:

1) Streckmetall No. 15 mit einer Zugfestigkeit . . . = 3110 kg

2) Darunter, und zwar für jeden Meterstreifen 3 Stck. Rundeisen von 10 mm Durchmesser und einer Zugfestigkeit von . . . . = 2835 „

Die Einlage hat mithin eine Gesamtfestigkeit . . . = 5945 „

Ist also genügend stark zur Aufnahme der Zugkraft.

Erläuterungen zur Deckenstärken-Tabelle.

In der Deckenstärkentabelle sind die Deckenstärken h - a für fünf Belastungsfälle und für verschiedene Stützweiten und Gesamtbelastungen angegeben.

Die Zugkraft Z wird in der Weise ermittelt, daß man die in der Tabelle angegebene Höhe h - a mit der Zahl 750 multipliziert. (Dies gilt jedoch — wie schon angegeben — nur bei einer Eisenzugbeanspruchung von 1000kg/qcm und einer Betondruckbeanspruchung von 40 kg/qcm.) Für die so gefundene Zugkraft wird dann der erforderliche Eisenquerschnitt gewählt.

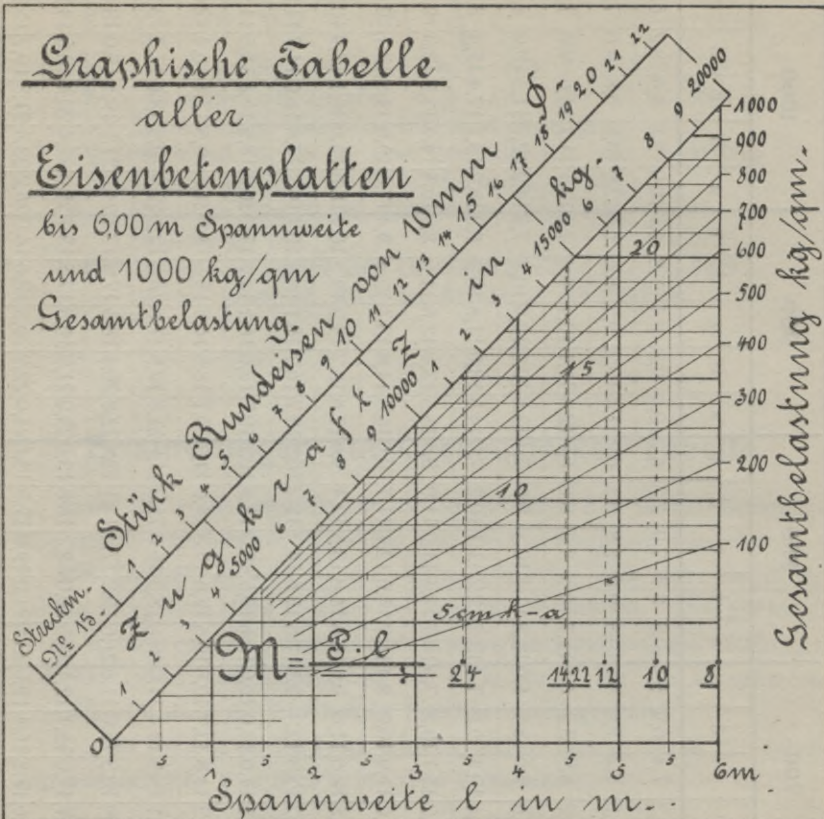
Um die Höhe h der Decke zu erhalten, addiert man zu der in der Tabelle angegebenen Höhe h - a noch a mit rund 2 cm hinzu.

Bei dem Belastungsfall	ist das Moment
a	. . . . $\frac{q \cdot l \cdot l \cdot 100}{8}$
b	. . . . $\frac{q \cdot l \cdot l \cdot 100}{10}$
c	. . . . $\frac{q \cdot l \cdot l \cdot 100}{12}$
d	. . . . $\frac{q \cdot l \cdot l \cdot 100}{14{,}22}$
e	. . . . $\frac{q \cdot l \cdot l \cdot 100}{24}$

Deckenstärken-Tabelle

h — a in cm. $Z = (h - a) \cdot 750$.

Gesamtlast q	500					600					700					800					900					1000				
Belastungsfall / Freitragende Länge l in Meter	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e,	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e
2,50	7,7	6,9	6,3	5,8	45	8,5	7,6	6,9	6,4	4,9	9,2	8,2	7,4	6,9	5,3	9,8	8,7	7,9	7,3	5,7	10,4	9,3	8,4	7,8	6,0	10,9	9,8	8,9	8,2	6,3
2,75	8,5	7,6	6,9	6,4	4,9	9,3	8,9	7,5	7,0	5,4	10,0	9,0	8,2	7,5	5,8	10,8	9,6	8,8	8,1	6,2	11,4	10,2	9,3	8,6	6,6	12,0	10,8	9,8	9,0	7,0
3,00	9,3	8,3	7,5	7,0	5,3	10,2	9,2	8,3	7,6	5,9	11,0	9,8	8,9	8,2	6,3	11,7	10,5	9,5	8,8	6,8	12,4	11,1	10,1	9,3	7,2	13,1	11,7	10,6	9,8	7,6
3,25	10,0	9,0	8,2	7,5	5,8	11,0	9,9	9,0	8,3	6,4	12,0	10,6	9,6	8,9	6,9	12,8	11,4	10,3	9,5	7,4	13,5	12,2	10,9	10,1	7,8	14,2	12,7	11,5	10,6	8,2
3,50	10,8	9,7	8,8	8,1	6,2	11,8	10,6	9,6	8,9	6,8	12,8	11,4	10,4	9,6	7,4	13,7	12,2	11,1	10,2	7,9	14,5	13,0	11,8	10,8	8,3	15,3	13,7	12,4	11,4	8,8
3,75	11,6	10,4	9,4	8,7	6,7	12,7	11,3	10,3	9,5	7,3	13,7	12,2	11,1	10,2	7,9	14,7	13,1	11,9	11,0	8,5	15,5	13,9	12,6	11,6	8,9	16,4	14,6	13,3	12,3	9,4
4,00	12,4	11,0	10,0	9,3	7,1	13,5	12,1	11,0	10,1	7,8	14,6	13,0	11,9	10,9	8,4	15,7	14,0	12,7	11,7	9,0	16,6	14,8	13,4	12,4	9,4	17,5	15,6	14,2	13,1	10,0
4,25	13,2	11,7	10,7	9,8	7,6	14,4	12,8	11,7	10,8	8,3	15,5	13,8	12,6	11,6	9,0	16,6	14,8	13,5	12,4	9,6	17,6	15,7	14,3	13,2	10,1	18,6	16,6	15,1	13,9	10,7
4,50	13,9	12,4	11,3	10,4	8,0	15,2	13,6	12,4	11,4	8,8	16,5	14,7	13,3	12,3	9.5	17,6	15,6	14,3	13,2	10,2	18,7	16,7	15,1	13,9	10,7	19,7	17,6	16,0	14,7	11,3
4,75	14,7	13,2	11,9	11,0	8,4	16,2	14,7	13,0	12,0	9,3	17,4	15,5	14,0	13,0	10,0	18,6	16,5	15,0	13,9	10,7	19,7	17,6	16,1	14,7	11,3	20,8	18,5	16,8	15,5	11,9
5,00	15,4	13,8	12,5	11,5	8,9	16,9	15,1	13,7	12,7	9,8	18,3	16,3	14,8	13,7	10,5	19,6	17,5	15,8	14,6	11,3	20,7	18,5	16,8	15,5	11,9	21,8	19,5	17,8	16,4	12,6
5,25	16,2	14,5	13,2	12,2	9,3	17,7	15,8	14,4	13.3	10,2	19,2	17,1	15,5	14,4	11,0	20,6	18,3	16,6	15,3	11,8	21,8	19,5	17,6	16,3	12,5	22,9	20,5	18,6	17,2	13,2
5,50	17,0	15,2	13,8	12,7	9,8	18,6	16,6	15,1	13,9	10,7	20,1	17,9	16,3	15,0	11,6	21,6	19,2	17,4	16,1	12,4	22,8	20,4	18,5	17,0	13,1	24,0	21,5	19,5	18,0	13,8
5,75	17,8	15,9	14,4	13,3	10,2	19,5	17,4	15,8	14,6	11,2	21,0	18,7	17,0	15,7	12,1	22,5	20,0	18,2	16,8	13,0	23,8	21,3	19,3	17,8	13,7	25,0	22,4	20,4	18,8	14,5
6,00	18,5	16,6	15,0	1,38	10,7	20,3	18,2	16,5	15,2	11,7	22,0	19,6	17,8	16,4	12,6	23,5	21,0	19,0	17,5	13,6	24,9	22,2	20,2	18,6	14,3	26,2	23,4	21,3	19,7	15,1



Erläuterung

zum Gebrauch der graphischen Tabelle aller Eisenbetonplatten bis zu 6,0 m Spannweite und 1000 kg/qm Gesamtbelastung.

Die Deckenplatten die ein Moment von $M = \frac{P \cdot l}{8}$ haben, werden in ihrer Stärke und Armierung in der Weise ermittelt, daß man von dem betreffenden Punkte der unten wagerechtliegenden **Spannweitenlinie** senkrecht nach oben zieht und von dem betreffenden Punkte der rechtsliegenden senkrechten **Gesamtbelastungsskala** eine Linie nach dem linksliegenden Nullpunkte. Der Schnittpunkt dieser beiden gezogenen Linien ist der gesuchte Punkt und sei in dieser Erläuterung mit **A** bezeichnet. Die Lage des Punktes A über der Grundlinie gibt sofort die Deckenstärke h—a in cm an. Die Höhen sind in der Mitte der wagerechten Linien mit 5, 10, 15, 20 u. s. w. bezeichnet.

Zieht man z. B. von dem Spannweitenpunkte **4 m** nach oben und von dem Gesamtbelastungspunkt 500 kg nach dem Nullpunkte zu, so treffen sich diese beiden Linien auf der wagerechten Deckenstärkenlinie **12,5 cm.** Die Decke würde also in diesem Falle h—a = 12,5 cm stark. a ist die Entfernung von Mitte Eiseneinlage bis Unterkante Decke und beträgt gewöhnlich 2 cm. Diese 2 cm müssen bei der Ausführung zugegeben werden.

Die Zugkraft Z ergibt sich in der Weise, daß man auf der ermittelten Höhenlinie wagerecht nach links bis an die schrägliegende Skala der Zugkräfte geht. Bleiben wir hier bei der vorhin ermittelten Höhenlinie 12,5 cm, so endet diese nach links an der Stelle der Zugkraftskala, wo **9300 kg** verzeichnet steht. Die auftretende Zugkraft würde also in der als Beispiel angenommenen Decke 9300 kg betragen. Für diese Zugkraft muß die entsprechende Einlage gemacht werden. Da wir für gewöhnliche Decken meist Streckmetall No. 15 nehmen und darunter Rundeisenstäbe von 10 mm Ø legen, so ist eine Skala dieser Einlage maßstäblich seiner Zugfestigkeit gleichlaufend mit der Skala Z der Zugkräfte und zwar über dieser gezeichnet.

Will man also für eine bestimmte Zugkraft die betreffende Einlage wissen, so geht man von dem betreffenden Punkte der Zugskala rechtwinklig bis an die Einlageskala und liest direkt die Anzahl der einzulegenden Rundeisen ab.

In dem angenommenen Beispiel beträgt die Zugkraft 9300 kg. Gehen wir von diesem Punkte aus, so ergibt sich eine Einlage von Streckmetall No. 15 und rund 9 Stück Rundeisen von 10 mm Ø.

Die so beschriebene Ermittelung der Deckenhöhe, Zugkraft und Einlage gilt, wie oben schon gesagt, für Deckenplatten mit einem $M = \frac{P \cdot l}{8}$.

Mit Benutzung der punktierten senkrechten Linien lassen sich aus derselben Tabelle die Dimensionen von Deckenplatten bestimmen, die ein

$$M = \frac{P \cdot l}{10} \text{ oder } \frac{P \cdot l}{12} \text{ oder } \frac{P \cdot l}{14{,}22} \text{ oder } \frac{P \cdot l}{24}$$

haben. Nehmen wir Decken mit $\frac{P \cdot l}{24}$ an, so kommt die punktierte senkrechte Linie, an welcher unten die Zahl 24 steht in Betracht. Es wird nun weiter nichts gemacht, als die rechtsstehende Gesamtbelastungsskala auf die Verjüngung der Linie 24, die durch die nach dem Nullpunkte laufenden Linien angezeigt ist, zu reduzieren, und darauf in derselben Weise, wie vorher beschrieben, zu verfahren.

Z. B. ist bei einer Decken-Gesamtbelastung q/qm von **800 kg** von dem Punkte 800 der rechtsstehenden Gesamtbelastungsskala auf dem schrägen Strich in der Richtung nach dem Nullpunkte zu fahren, und zwar bis man die punktierte senkrechte Linie 24 trifft.

Von diesem Treffpunkte geht man wieder nach rechts bis an die Gesamtbelastungsskala, dort trifft man in diesem Falle den Punkt **270** kg.

Nun verfährt man von diesem so gefundenen Punkte **270** in derselben Weise, als wenn man es mit $M = \frac{P \cdot l}{8}$ zu tun hätte, also in der Weise wie vorher beschrieben ist, um die Höhe, Zugkraft und Einlage zu ermitteln

Mit $M = \frac{P \cdot l}{10}$ oder $\frac{P \cdot l}{12}$ oder $\frac{P \cdot l}{14{,}22}$ wird entsprechend verfahren.

Die Tabelle ist aufgestellt unter Zugrundelegung des Ministerial-Erlasses vom 24. Mai 1907 betr. Eisenbeton, einer Betonbeanspruchung von 40 kg/qcm und einer Eisenbeanspruchung von 1000 kg/qcm.

Beschreibung und Konstruktion der Voute bezw. der Auflageverstärkung.

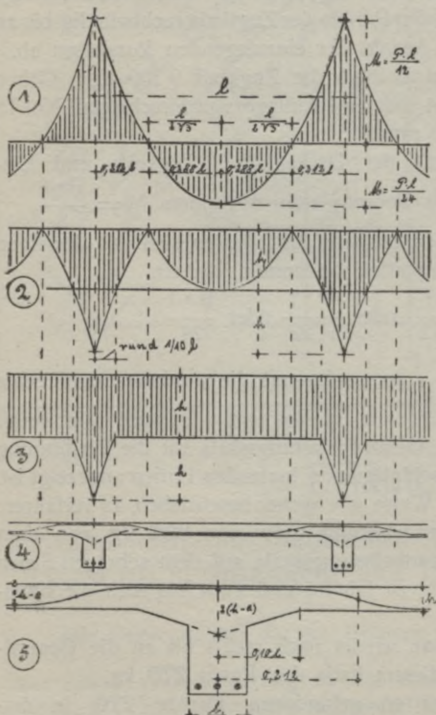
Die Mittelfelder einer voutenverstärkten Decke werden als an den Enden eingespannt betrachtet. Siehe Belastungsfall 10 der Momententabelle. Das Moment einer solchen Decke des Mittelfeldes ist in der Mitte

$$M = \frac{P \cdot l}{24} = \frac{q \cdot l \cdot l \cdot 100}{24}$$

und an den Enden

$$M = \frac{P \cdot l}{12} = \frac{q \cdot l \cdot l \cdot 100}{12}$$

dies Moment ist also an den Auflagern doppelt so groß als in der Mitte.



In der nebenstehenden Zeichnung ist bei 1 die Momentlinie über einer Horizontalen graphisch aufgetragen.

Die unter der Horizontalen liegende Momentenfläche ist positiv, während sich über der horizontalen die negative Momentenflächen befinden.

Das Moment ist an den Punkten die 0,212 l vom Auflager liegen = 0. Es sind das die Durchgangspunkte der Momentenlinie durch die Horizontale. An diesen Momenten - Null - Punkten muß auch die eiserne Betoneinlage, die in der Mitte der Decke an der Unterfläche liegt, nach oben verspringen, und zwar liegt an diesem Punkte die Einlage in der Mitte der Deckenstärke wie bei 4 zu ersehen ist. (Siehe auch Beschreibung über Verspringen der Einlage).

Bei 2 sind die negativen Momentenflächen um die Horizontale nach unten geklappt. Eine zweite horizontale Linie, welche die positive Momentenlinie tangiert, schließt mit der oberen horizontalen einen Balken mit einem Moment von $\frac{P \cdot l}{24}$ ein. Diese untere Horizontale schneidet dann die nach unten geklappten Momentenflächen an Punkten, die rund 1/10 l von Mitte Auflager entfernt liegen. An diesen Stellen fängt also das Moment nach dem Auflager zu an größer zu werden, weshalb dort auch die Decke anfangen muß, stärker zu werden, wie schematisch in 3 dargestellt ist.

In der Mitte des Auflagers ist das Moment $\frac{P \cdot l}{12}$ also doppelt so groß, als das Moment in der Mitte der Decke. Es muß deshalb dort die Deckenplatte auch doppelt so widerstandsfähig sein, als in der Plattenmitte. Diese doppelte Stärke wird ohne Vermehrung der Eiseneinlage dadurch erreicht, daß man die Betonplatte in der Mitte des Auflagers doppelt so dick anlegt als in der Plattenmitte.

Ist also für die Plattenmitte bei einem Moment von $\frac{P \cdot l}{24}$ eine nutzbare Plattenstärke von h—a erforderlich, so muß die Plattenstärke in der Mitte des Auflagers, wo das Moment $\frac{P \cdot l}{12}$ ist $= 2 \cdot (h—a)$ sein.

Die beiden so gefundenen Punkte, nämlich den in der Mitte des Auflagers 2 Deckenstärken von Oberfläche Deckenplatte und den an der Platte Unterfläche 1/10 l von der Auflagermitte liegenden, werden durch eine Linie verbunden, wie bei 4 und 5. Diese so gezogene Linie bildet die eigentliche Grenze der Auflagerverstärkung oder der Voute. Sollen die Uebergangsecken gerundet werden, so müssen diese Rundungen selbstverständlich unter dieser konstruierten Grenzlinie liegen.

In der Darstellung 4 und 5 ist die Mitte des Auflagers über einem Plattenbalken gedacht, jedoch kann das Auflager ebensogut eine Mauer oder ein Profileisen sein.

Verspringen der Einlage.

Da die Eiseneinlage, die in der Platte auftretenden Zugkräfte aufnehmen soll, so muß dieselbe auch an den Stellen liegen, wo die Zugkräfte auftreten, und zwar am vorteilhaftesten dort, wo die größten Zugkräfte auftreten, also in den am meistgezogenen Fasern.

In der Momententabelle ist die Eiseneinlage einpunktiert. Aus den Zeichnungen ist auch zu ersehen, daß dort, wo die Momentenlinie die Gerade **nicht** schneidet, die Einlage an einer Seite des Balkens liegt und daß bei den Fällen, wo die Momentenlinie die Gerade schneidet, die Einlage auf die andere Seite des Balkens verspringt. Siehe auch Beschreibung der Voute. Der Übergangspunkt fällt mit dem Schnittpunkte der Momentenlinie zusammen, d. h. an dem Schnittpunkte der Momentenlinie mit der Geraden muß die Eiseneinlage in der Mitte der Betonplatte liegen, oder an dem Schnittpunkte muß die Beton- und Eisenmasse symetrisch verteilt sein.

Fig. 1

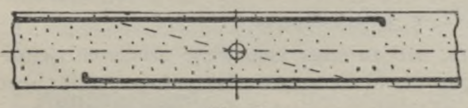


Fig. 2

Fig. 1 zeigt die ungeteilte Einlage verspringend, während in Fig. 2 die Einlage geteilt ist.

Betonplatten mit sich kreuzender Eiseneinlage.

Betonplatten, die an allen vier Seiten aufliegen, können nach beiden Richtungen hin armiert werden. Die Zugrichtungen kreuzen sich dann. Wenn die Platte eine quadratische Form hat, so wird die Gesamtlast halbiert und mit dieser halben Gesamtlast die Platte nach der bekannten, früher beschriebenen Weise so berechnet, als wenn es eine zweiseitig aufliegende Platte wäre, die in Meterstreifen zerlegt gedacht ist. Die sich aus dieser einfachen Berechnung ergebende Plattenstärke und der Eisenquerschnitt, gelten also für die eine Richtung. Für die andere Richtung muß dieselbe Berechnung durchgeführt werden. Die Resultate müssen bei dieser quadratischen Platte dieselben werden. Mithin muß sich dieselbe Höhe h und derselbe Eisenquerschnitt f_e für beide Richtungen ergeben. Da aber der Beton nach beiden Richtungen gleichzeitig Druck aufnehmen kann, so bleibt die einmal ausgerechnete Plattenhöhe h bestehen und nur der Eisenquerschnitt muß sowohl nach der einen Richtung f_e sein wie auch nach der anderen Richtung.

Hat die mit einer sich kreuzenden Eiseneinlage versehene Platte eine rechteckige Form, z. B. 4 m Breite und 6 m Länge, so wird die Gesamtbelastung im umgekehrten Verhältnis zu den Seiten geteilt und die Berechnung so durchgeführt, als wenn es zweiseitig aufliegende Platten wären. Beträgt die Gesamtbelastung z B. hier 1000 kg/qm, so ist für die Berechnung der Längsrichtung von 6 m eine Last von $\frac{4}{10}$ kg und für die Breitenrichtung von 4 m eine Last von $\frac{6}{10}$ kg der Gesamtbelastung anzunehmen. Hierbei ist dann die größte, aus den beiden Berechnungen ermittelte Plattenstärke h maßgebend, während der Einlagequerschnitt f_e nach den verschiedenen Resultaten verschieden wird.

Nach dem Ministerialerlaß vom 24. Mai 1907 ist auch folgende Berechnungsart von vierseitig, lose aufliegenden Platten mit sich kreuzender Eiseneinlage zulässig.

$$M = \frac{q \cdot l \cdot l \cdot 100}{12}$$

wobei für l die kleinste Seitenlänge + Deckenstärke angenommen wird.

Es sei z. B. eine Platte 3 . 4 m groß und die Gesamtbelastung q = 600 kg/qm.

$$\text{Dann ist } M = \frac{600 \cdot 3{,}1 \cdot 3{,}1 \cdot 100}{12} = 48050 \text{ kg/cm}$$

und nach Formel 1

$$h - a = 0{,}039 \cdot \sqrt{48050} = 8{,}54 \text{ cm}$$

ferner nach Formel 2

$$f_e = 0{,}0293 \cdot \sqrt{48050} = 6{,}42 \text{ qcm.}$$

Diese Einlage ist in der 3 m-Richtung erforderlich. Für die 4 m-Richtung ist eine geringere Eiseneinlage zu nehmen, und zwar steht dieser Eisenquerschnitt zu dem oben berechneten im umgekehrten Verhältnis wie die Seitenlängen der Platten zu einander, hier beträgt der Eisenquerschnitt in der 4-m Richtung also

$$\frac{3}{4} \cdot 6{,}42 = 4{,}82 \text{ qcm.}$$

Aus den Beispielen geht hervor, daß zu einer kreuzweise armierten Betonplatte bei denselben Voraussetzungen die Plattenstärke zwar geringer, dafür aber mehr Eisenquerschnitt erforderlich wird, als zu einer einfach armierten Platte.

Bei der Berechnung von sich kreuzenden Betonbalken kann entsprechend verfahren werden.

3. Berechnung der Plattenbalken mit einfacher Eiseneinlage.

Bei Plattenbalken kann die Nullinie entweder

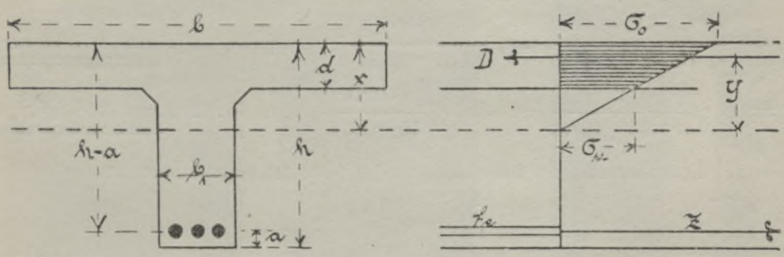
1. im Plattenquerschnitt oder
2. in der Plattenunterkante oder
3. im Steg des Balkens liegen.

Die Lage der Nullinie wird nach Formel 6 berechnet. Ebenso können y und die Spannungen nach den Formeln 7, 8 und 9 ermittelt werden.

In nachfolgendem Beispiel ist jedoch eine Annäherungsberechnung gegeben, die in der Praxis allgemein gebräuchlich ist. Diese Annäherungsberechnung gibt den Eisenquerschnitt f_e genau an und es ist nur dann für die Betondruckspannung die untenstehende genaue Berechnung durchzuführen, wenn die Betondruckspannung σ_b in der Annäherungberechnung 40 kg/qcm überschreitet.

In dem zuerst folgenden Beispiel ist dies absichtlich getan, um einmal die genaue Berechnung durchzuführen.

Fig. 2



Beispiel 1.

Berechnung eines Plattenbalkens.

Spannweite ohne Auflagerzuschlag	l	=	450 cm
„ mit „	l_1	=	480 cm
Plattenbreite b = höchstens $\frac{1}{3}$ l	b	=	100 cm
Belastung $P = b \cdot l \cdot q = 4{,}5 \cdot 1{,}2 \cdot 1000 +$ Eigenlast rund		=	10 000 kg
Moment $M = \frac{P \cdot l_1}{8} = \frac{10\,000 \cdot 480}{8}$		=	600 000 kgcm
Deckenstärke d =	d	=	9 cm
Angenommen: Höhe des Plattenbalkens h	h	=	40 cm

1. Annäherungsberechnung

$$f_e = \frac{M}{(h-a-\frac{d}{2})\ 1000} = \frac{600\,000}{30 \cdot 1000} = \underline{20 \text{ qcm}}$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot M}{(h-a-\frac{d}{2}) \cdot b \cdot d} = \frac{2 \cdot 600\,000}{30 \cdot 100 \cdot 9} = \underline{44{,}4 \text{ kg/qcm}}$$

Für die Einlage ist erforderlich
Rundeisen:

Stück	Durchmesser mm	f_e qcm
4	25	19,60
1	8	0,50
	f_e zus. qcm:	20,10

2. Genaue Berechnung der Spannungen (s. Ministerial-Erlaß v. 16. 4. 1904).

$$x = \frac{(h-a)\, n \cdot f_e + \frac{b \cdot d^2}{2}}{b \cdot d + n\, f_e} = \frac{35 \cdot 15 \cdot 20{,}10 + 4500}{810 + 15 \cdot 20{,}10} = \frac{15\,050}{1110} = \underline{13{,}6 \text{ cm}}$$

$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2\,x - d)} = 9{,}1 + \frac{81}{6 \cdot 16{,}2} = 9{,}1 + 0{,}84 = \underline{9{,}94 \text{ cm}}$$

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\,(h - a - x + y)} = \frac{600\,000}{20{,}10 \cdot 31{,}34} \;\ldots\ldots\ldots = \underline{\underline{970 \text{ kg/qcm}}}$$

$$\sigma_0 = \sigma_e \cdot \frac{x}{n \cdot (h - a - x)} = 970 \cdot \frac{10{,}53}{15 \cdot 21{,}4} \;\ldots\ldots = \underline{\underline{32{,}8 \text{ kg/qcm}}}$$

Die Spannungen bleiben somit in den zulässigen Grenzen.

Beispiel 2.

Berechnung eines Plattenbalkens.

Spannweite ohne Auflagerzuschlag . . . . l = 600 cm

" mit " . . . . l_1 = 625 cm

Plattenbreite b = höchstens $\frac{1}{3}$ l . . . . b = 200 cm

Belastung $P = b \cdot l \cdot q = 2{,}82 \cdot 6 \cdot 800$ + Balkeneigenlast $6 \cdot 150$ . . . . = 14 450 kg

Moment $M = \frac{P \cdot l_1}{8} = \frac{14\,450 \cdot 625}{8}$ . . . . = 1130000 kg/qcm

Deckenstärke d = ... d = 10 cm

Angenommen: Höhe des Plattenbalkens h . . . . h = 40 cm

1. Annäherungsberechnung

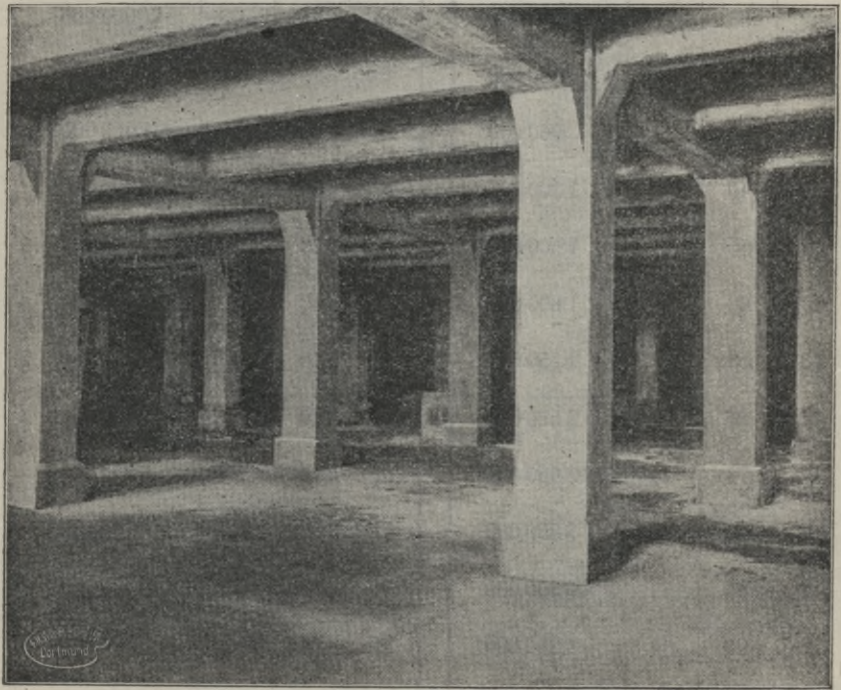
$$f_e = \frac{M}{(h - a - \frac{d}{2})\, 1000} = \frac{1\,130\,000}{30 \cdot 1000} = \underline{37{,}7 \text{ qcm}}$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot M}{(h - a - \frac{d}{2}) \cdot b \cdot d} = \frac{2 \cdot 1\,130\,000}{30 \cdot 200 \cdot 10} = \underline{38 \text{ kg/qcm}}$$

Für die Einlage ist erforderlich
Rundeisen:

Stück	Durchmesser mm	f_e qcm
8	25	39,30
	f_e zus. qcm:	39,30

Die genaue Berechnung der Spannungen braucht hier nicht durchgeführt zu werden, weil σ_b unter 40 bleibt.



Einige Momente der Plattenbalken.

Geringer Eisenquerschnitt				Großer Eisenquerschnitt			
No.	h cm	f_e qcm	Moment	No.	h cm	f_e qcm	Moment
1	20	12	120 000	21	20	24	230 000
2	25	15	250 000	22	25	30	450 000
3	30	18	360 000	23	30	36	720 000
4	35	21	530 000	24	35	42	1 000 000
5	40	24	720 000	25	40	48	1 420 000
6	45	27	960 000	26	45	54	1 900 000
7	50	30	1 200 000	27	50	60	2 400 000
8	55	33	1 500 000	28	55	66	2 950 000
9	60	36	1 800 000	29	60	72	3 600 000
10	65	39	2 150 000	30	65	78	4 250 000
11	70	42	2 520 000	31	70	84	5 000 000
12	75	45	2 950 000	32	75	90	5 850 000
13	80	48	3 350 000	33	80	96	6 700 000
14	85	52	3 850 000	34	85	102	7 650 000
15	90	54	4 350 000	35	90	108	8 600 000
16	95	57	4 900 000	36	95	114	9 700 000
17	100	60	5 400 000	37	100	120	10 800 000
18	110	66	6 600 000	38	110	126	13 200 000
19	120	72	7 900 000	39	120	144	15 800 000
20	130	78	9 350 000	40	130	150	18 700 000

Adhäsions- und Schubspannungen in Balken.

(Ministerialerlaß und Betonvereinsleitsätze).

1. **Die Querkraft** erreicht am Aufleger den größten Wert V

$V = \frac{P}{2}$ oder $\frac{q \cdot l}{2}$ worin: q gesamte Balkenlast pro lfd. Meter.

2. **Die Schubspannung** im Beton ist τ_0

$\tau_0 = \frac{V}{b_1 (h - a - x + y)}$ oder rund $\tau_0 = \frac{V}{b_1 \cdot (h - 10)}$ worin: b_1 untere Balkenbreite in cm und $(h - a - x + y)$ die Entfernung der Zug- und Druckmittelpunkte = ziemlich genau $(h - 10)$ in cm.

3. **Die Adhäsionsspannung** — auch Haftspannung genannt — am Aufleger (die größte)

$$\text{ist} = \tau_1 = \frac{b_1 \cdot \tau_0}{\text{Umfang der Eiseneinlage in cm}} = \frac{b_1 \cdot \tau_0}{s \cdot \pi \cdot d_e}$$

worin: s = Stück der Rundeisen die am Aufleger **unten** im Balkon liegen, also die aufgebogenen Rundeisen zählen **nicht** mit

d_e = Durchm. eines Rundeisens in cm.

Entwickelung der Formel. $\tau_0 = \frac{q \cdot l}{2 \cdot b_1 (h - a - x + y)}$

$$\tau_1 = \frac{q \cdot l}{s \cdot \pi \cdot d_e \cdot 2 \cdot (h - a - x + y)}$$

oder für $(h - a - x + y) = (h - 10)$ gesetzt und für $q \cdot l = P$, so ist die Adhäsionsspannung am Aufleger.

$$\boxed{\tau_1 = \frac{P}{s \cdot \pi \cdot d_e \cdot 2 \cdot (h - 10)}}$$

(darf nicht höher sein als 4,5 kg/qcm).

Das Aufbiegen der Einlageeisen.

Um den Schubkräften im Balken entgegenzuwirken, werden einige Einlageeisen — ungefähr ²/₃ der Gesamtzahl — nach oben abgeleitet. In der Figur sind von den 5 Stück Einlageeisen 3 Stück, und zwar die Eisen No. 3, 4 und 5, nach oben aufgebogen. Der Abbiegungswinkel beträgt 45° und muß die untere Ecke gerundet werden, weil durch Versuche festgestellt ist, daß bei scharfem Übergang an dieser Stelle der Beton zerdrückt wird.

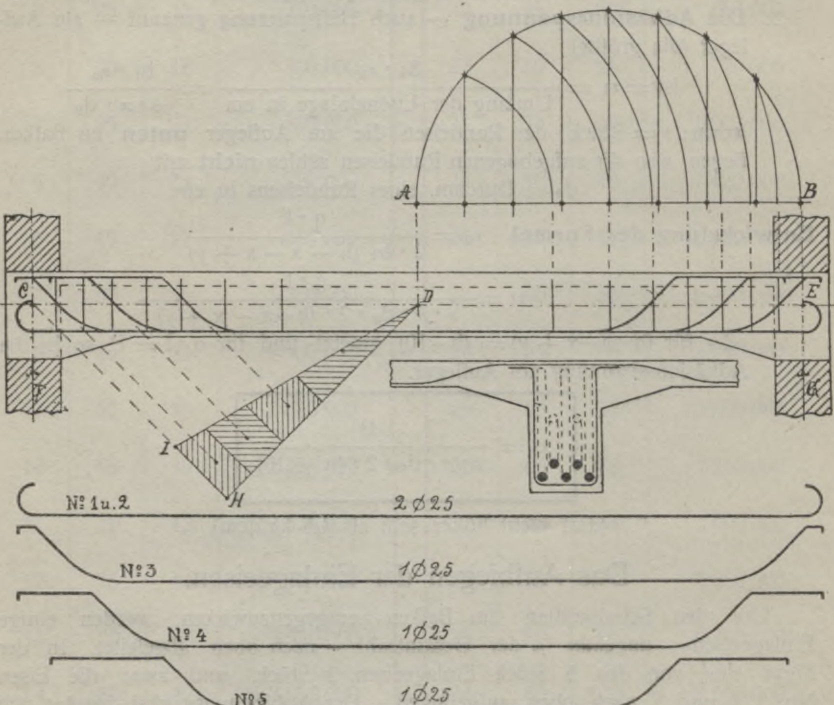
Eingeteilt wird die Aufbiegung indem von der Auflagermitte C und ebenso von der Balkenmitte D je eine Linie unter 45° so gezogen wird, sodaß sich diese beiden Linien im Punkte H schneiden.

Es wird dann aus einem beliebigen Punkte J nach D gezogen und so ein Dreieck von der Höhe H D konstruiert.

Denkt man sich die Schubkräfte am Balkenende gleich H J groß, so nehmen diese nach der Balkenmitte hin in der Form des Dreiecks ab, bis sie bei D gleich Null sind.

Die Eisenaufbiegung muß mithin dem Schubkraftdiagramm hier dem Dreieck J H D entsprechen. Deshalb wird das Dreieck in gleichgroße Flächen geteilt und von den Schwerpunkten dieser Flächen unter 45° nach oben gezogen. An den so gefundenen Stellen müssen dann die Eisen aufgebogen werden. Sollen 3 Eisen aufgebogen werden, so teilt man das Dreieck in 4 gleichgroße Teile und läßt den oberen Teil unberücksichtigt, weil hier die Schubspannungen noch so gering sind, daß sie vom Beton aufgenommen werden.

Die beiden Einlageeisen 1 und 2 haben bei der Durchbiegung des Balkens an den Enden großen Adhäsionsspannungen entgegenzuwirken. Um diese zu vermindern, ist das Eisenende weit umzubiegen, damit viel Beton gefaßt wird. Auch müssen hier die scharfen Ecken vermieden werden, weil dort sonst der Beton zerdrückt wird. Deshalb ist das aufgebogene Stück bogenförmig zu gestalten..



Bügel in Betonbalken.

Die Anzahl der einzulegenden Bügel in einen Balken ist wie folgt zu berechnen.

Bedeutet:

Z die Anzahl der Bügel in einer Balken**hälfte**

P die Gesamtlast des ganzen Balkens

f_b den Querschnitt des Bügelrundeisens 2 mal, weil das Eisen den Balken 2 mal von oben nach unten durchzieht.

So ist:

2 $$Z = \frac{1}{(h - 10)} \cdot \frac{P/8 - [\,b_1\,(h - a)]}{800 \cdot f_b}$$ 2

Die Einteilung der Bügel.

Ist die Anzahl der Bügel nach der vorher beschriebenen Weise ermittelt, so sind dieselben so zu verteilen, daß sie in der Balkenmitte weit voneinander liegen und nach den Balkenenden näher zusammengerückt werden. Die Schubkräfte, welche im Balkenmittel gleich Null sind, nehmen nach den Balkenenden hin zu, weshalb hier auch die meisten Bügel liegen müssen. Eine gebräuchliche Einteilung ist in vorstehender Figur dargestellt. Es wird über der Balkenhälfte ein Halbkreis errichtet. Der Durchmesser A—B wird darauf in soviel gleiche Teile geteilt, als die Anzahl Bügel plus 1 ergibt. Hier sind 7 Bügel erforderlich, folglich ist der Durchmesser in 8 gleiche Teile eingeteilt. Durch diese Teilpunkte werden Senkrechte gezogen, die den Halbkreisbogen schneiden. Aus diesen Schnittpunkten werden dann Kreisbögen mit dem Mittelpunkt A nach der Durchmesserlinie A – B und von dort senkrecht nach dem Balken gezogen. An den so ermittelten Stellen sind dann die Bügel zu verlegen.

Diese Einteilung bleibt im Verhältnis der Längen bei allen Balken dieselbe. Es ist deshalb zu empfehlen, für den Zeichentisch einmal eine genaue Einteilung von vielen Bügeln auf eine gewisse Länge zu konstruieren. Dieser Maßstab kann dann später für jede Bügeleinteilung verwendet werden.

Hat der konstruierte Maßstab z. B. 20 Einteilungen, so werden für eine Balkenhälfte, für die nur 6 Bügel ausgerechnet sind, die Teile von Balkenmitte bis zur Auflagermitte in bekannter Weise verhältnismäßig aufgetragen und so die Stellen, wo die Bügel liegen müssen, sofort bezeichnet.

Die Einteilung des Rechenschiebers gibt auch die Entfernungen der Bügel sofort an.

5. Berechnung von Balken mit rechteckigem Querschnitt.

Balken mit rechteckigem Querschnitte und einseitiger Einlage.

Diese Balken werden am einfachsten wie Deckenstreifen berechnet. Um die gegebenen Formeln für die Deckenberechnung anwenden zu können, wird ein rechteckiger Balken mit einseitiger Einlage auf 1 m verbreitert gedacht und als Deckenstreifen behandelt. Selbstverständlich muß dann auch die Belastung der Verbreiterung entsprechend erhöht werden. So z. B. muß ein rechteckiger Balken von 25 cm Breite und einer Gesamtbelastung von 200 kg, der auf 1 m verbreitert gedacht ist, also hier um das Vierfache, auch mit der vierfachen Gesamtlast, hier also $200 \cdot 4 = 800$ kg belastet gedacht werden. Die sich aus der Berechnung ergebende Höhe bleibt bestehen und der 25 cm breite Balken erhält dann $^{25}|_{100}$ oder $^{1}|_{4}$ Teil der für den Meterstreifen ausgerechneten zugaufnehmenden Eisen.

Platten und Balken von rechteckigem Querschnitt mit doppelter Einlage

f_{ed} = obere Einlage

f_{ez} = untere Einlage

$$X = -n \cdot \frac{f_{ez} + f_{ed}}{b} + \sqrt{\frac{n^2 (f_{ez} + f_{ed})^2}{b^2} + \frac{2\,n}{b}\left[(h-a)\,f_{ez} + a \cdot f_{ed}\right]}$$

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot M \cdot x}{b \cdot x^2 \left[3 \cdot (h - a - x)\right] + 6\,f_{ed} \cdot n\,(x - a)\,(h - 2\,a)}$$

$$\sigma_{ed} = \frac{\sigma_b\,(x - a)\,n}{x}\;;\quad \sigma_{ez} = \frac{\sigma_b \cdot (h - a - x) \cdot n}{x}$$

Platten und Balken von rechteckigem Querschnitt mit doppelter an beiden Seiten gleichgroßer Einlage.

Dann ist

$$X = -n \cdot \frac{2\,f_e}{b} + \sqrt{\frac{900 \cdot f_e^{\,2}}{b^2} + \frac{2\,n}{b} \cdot f_e \cdot h}$$

σ_b, σ_{ed} und σ_{ez} werden nach den obenstehenden Formeln bestimmt.

6. Berechnung der Plattenbalken mit doppelter Eiseneinlage.

Die Nullinie soll, wie das gewöhnlich in der Praxis der Fall ist, im Steg liegen.

f_{ed} soll den Querschnitt der oberen auf Druck beanspruchten Eisen bezeichnen

σ_{ed} die Spannung darin

f_{ez} den Querschnitt der unteren auf Zug beanspruchten Eisen und

σ_{ez} die Spannung darin

sonst gelten die bereits gegebenen Bezeichnungen.

Dann ist:

$$X = \frac{2\,n\,(f_{ez} \cdot h - a + f_{ed} \cdot a) + d^2 \cdot b}{2\,\left[n\,(f_{ez} + f_{ed}) + b \cdot d\right]}$$

$$\sigma_{ez} = \frac{M}{(h - a - x + y) \cdot f_{ez}}$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{ez} \cdot x}{n\,(h - a - x)}$$

$$\sigma_{ed} = \frac{\sigma_{ez}\,(x - a)}{h - a - x}$$

7. Berechnung der Säulen.

Bei Säulen bezw. Stützen darf nach dem Ministerial-Erlaß vom 24. Mai 1907 der Beton mit nicht mehr als ein Zehntel seiner Bruchfestigkeit beansprucht werden. Bei Berechnung der Eisen auf Zerknicken ist fünffache Sicherheit nachzuweisen.

Die Berechnung der Stützen bezw. Säulen auf Knicken soll erfolgen, wenn ihre Höhe mehr als das Achtzehnfache der kleinsten Querschnittsabmessung beträgt. Querverbände, welche geeignet sind, die eingelegten Eisenstäbe unveränderlich gegeneinander festzuhalten, sind in Abständen von höchstens dem dreißigfachen Betrage des Eisenstabdurchmessers anzubringen.

Zur Berechnung der Stützen auf Knicken ist die Eulersche Formel anzuwenden. Wenn also bei Säulen ein Beton von 1 : 5 mit einer Bruchfestigkeit von 200 kg/qcm verwendet wird, so darf der Beton mit $\frac{200}{10} = 20$ kg/qcm beansprucht werden und da das Elastizitätsmaß des Eisens zu dem Fünfzehnfachen von dem des Betons angenommen werden muß, so darf das Eisen mit $20 \cdot 15 = 300$ kg/qcm belastet werden.

In der Säulenberechnung ist mit l_1 der Abstand der Querverbände zwischen den senkrechten Eisenstäben bezeichnet. Bei der Berechnung von l_1 wird das Stück des Eisenstabes, das zwischen 2 Querverbänden liegt, als freistehende, also als nicht im Beton eingebettete Säule betrachtet, unter Berücksichtigung der ihr zufallenden Belastung.

Wenn der Querschnitt der Betonsäule nicht quadratisch ist, so wird bei der Berechnung auf Knicken selbstverständlich die kleine Seitenlänge in Betracht gezogen.

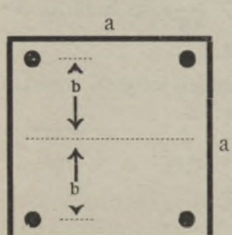
Beispiel 1.

Berechnung einer Säule.

Der quadratische Querschnitt hat eine Seitenlänge . . . a =	55 cm
Die Eiseneinlage besteht aus 4 Stück Rundeisen mit einem Durchmesser von je	40 mm
Diese Eisen haben einen Gesamtquerschnitt von f_e . . =	50,3 qcm
Die Säule wird belastet mit P = 2 Etagendecken 54 900 kg + Dachlast 9680 kg + Säuleneigenlast durch 2 Etagen 7200 . . . . = rund	72 000 kg

1. Berechnung der Druckspannungen im Beton und Eisen.

$$P = \sigma_b\,(a \cdot a + 15 \cdot f_e)\,;\quad \sigma_b = \frac{P}{a^2 + 15 \cdot f_e} = \frac{72\,000}{3757} = \underline{19{,}1 \text{ kg/qcm}}$$



$$\sigma_e = 15 \cdot \sigma_b = 15 \cdot 19{,}1 = \underline{287 \text{ kg/qcm}}$$

2. Berechnung der Säule auf Zerknicken.

$$l = 5 \text{ m (Höhe)};\quad P = \frac{\pi^2 \cdot 140\,000 \cdot J}{10 \cdot l^2}$$

$$J = \frac{a^4}{12} + 15 \cdot f_e \cdot b^2 = \frac{55^4}{12} + 15 \cdot 19{,}1 \cdot 20^2 = 760\,000 + 114\,500 = \underline{874\,500 \text{ cm}^4}$$

In Anbetracht des Zerknickens darf die Säule belastet werden mit

$$P = \frac{\pi^2 \cdot 140\,000 \cdot J}{10 \cdot l \cdot l} = \frac{10 \cdot 140\,000 \cdot 874\,500}{10 \cdot 500 \cdot 500} \;.\;.\;.\;.\;. = \underline{490\,000 \text{ kg}}$$

3. Berechnung der zulässigen Knicklänge l_1 der Eisenstäbe.

$\frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{5 \cdot l_1^2} = F \cdot \sigma_e$; σ_e ist nach obenstehender Berechnung . $\underline{= 287 \text{ kg/qcm}}$

Da bei Rundeisen $F = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ und $J = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$ ist, so ist $\frac{J}{F} = \frac{d^2}{16}$

Demnach ist die zulässige Knicklänge

$$_1 = d \cdot \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot J}{5 \cdot 16 \cdot \sigma_e}} \text{ oder } l_1 = 40 \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 2\,100\,000}{80 \cdot 287}} \underline{= 120 \text{ cm}}$$

Nach dem Ministerial-Erlaß braucht eine Säule nicht auf Zerknicken berechnet zu werden, wenn a grösser als die Höhe geteilt durch 18 ist.

Die Knicklänge der Eisenstäbe wird in der Praxis nicht berechnet, sondern dieselbe wird nach Erfahrungssätzen so groß genommen, wie die kleinste Seitenlänge. Hier also 55 cm.

Beispiel 2.

Berechnung einer Säule.

Der quadratische Querschnitt hat eine Seitenlänge . . . . . a = 25 cm

Die Eiseneinlage besteht aus 4 Stück Rundeisen mit einem Durchmesser von je . . . . 16 mm

Diese Eisen haben einen Gesamtquerschnitt von f_e . . . . . = 8,04 qcm

Die Säule wird belastet mit P . . . . = rund 13 000 kg

1. Berechnung der Druckspannungen im Beton und Eisen.

$$P = \sigma_b \, (a \cdot a + 15 \cdot f_e) ; \; \sigma_b = \frac{P}{a^2 + 15 \cdot f_e} = \frac{13\,000}{625 + 120{,}6} \underline{= 17{,}5 \text{ kg/qcm}}$$

$$\sigma_e = 15 \cdot \sigma_b = 15 \cdot 17{,}5 \quad \underline{= 262{,}5 \text{ kg/qcm}}$$

Die Säule hat eine Höhe H von 4,25 m. Weil a 7 $\frac{H}{18}$, so braucht die Berechnung auf Zerknicken nicht durchgeführt zu werden.

Die Eisenstäbe sollen alle 25 cm mit Quereisen verbunden werden, weshalb auch die Berechnung der Knicklänge l_1 nicht erforderlich ist.

Flächeninhalte f_e von Rundeisen in qcm.

	Stück	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Durchmesser in mm	5	0,19	0,39	0,59	0,78	0,98	1,18	1,37	1,57	1,76	1,96
	6	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,55	2,83
	7	0,38	0,77	1,16	1,54	1,93	2,31	2,70	3,08	3,47	3,85
	8	0,50	1,01	1,51	2,01	2,52	3,02	3,52	4,02	4,53	5,03
	9	0,63	1,27	1,91	2,54	3,18	3,82	4,45	5,09	5,72	6,36
	10	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,06	7,85
	12	1,13	2,26	3,39	4,52	4,65	6,78	7,91	9,04	10,2	11,3
	16	2,01	4,02	6,03	8,04	10,00	12,0	14,1	16,1	18,1	20,1
	20	3,14	6,30	9,40	12,7	15,7	18,8	22,0	25,0	28,3	31,4
	25	4,91	9,80	14,7	19,6	24,5	29,4	34,4	39,3	44,0	49,0
	30	7,07	14,0	21,2	28,3	35,3	42,4	49,5	56,5	63,6	70,7
	35	9,62	19,3	29,0	28,5	48,3	58,0	67,5	77,0	87,0	96,2
	40	12,6	25,0	37,7	50,8	62,8	75,4	88,0	100	113	127

Tabelle über Normal- und breitflanschige I Träger.

I Deutsche Normal-Profilträger				I Breitflanschige Träger (System Grey, Differdinger Hütte)			
Nr. und Höhe in cm	Flanschbreite cm	Gewicht p. lfd. m kg	Widerstandsmoment cm^3	Nr. und Höhe in cm	Flanschbreite cm	Gewicht p. lfd. m kg	Widerstandsmoment cm^3
8	4,2	5,9	19,6	18 B	18	47	390
9	4,6	7,1	26,2	21 B	20	55,3	517
10	5,0	8,3	34,4	22 B	22	64,8	671
11	5,4	9,6	43,8	24 B	24	76	855
12	5,8	11,1	55,1	25 B	25	82,5	965
13	6,2	12,6	67,8	26 B	26	90,7	1104
14	6,6	14,3	82,7	27 B	27	96,7	1224
15	7,0	16,0	99,0	28 B	28	103,4	1361
16	7,4	17,9	118,1	29 B	29	110,8	1508
17	7,8	19,8	139	30 B	30	119,4	1680
18	8,2	21,9	162	32 B	„	126,2	1882
19	8,6	23,9	187	34 B	„	131,4	2073
20	9,0	26,2	216	36 B	„	142,5	2360
21	9,4	28,5	246	38 B	„	150,1	2605
22	9,8	31,0	281	40 B	„	159,8	2892
23	10,2	33,5	317	42½ B	„	167,9	3212
24	10,6	36,2	357	45 B	„	180	3595
26	11,3	41,9	446	47½ B	„	190	3992
28	11,9	47,9	547	50 B	„	205,5	4451
30	12,5	54,1	659	55 B	„	226,1	5308
32	13,1	61,0	789	60 B	„	236	5977
34	13,7	68,0	931	65 B	„	246,9	6690
36	14,3	76,1	1098	75 B	„	263,4	8068
38	14,9	83,9	1274	Kleine breitflanschige Träger der Gewerkschaft Deutscher Kaiser, Hamborn			
40	15,5	92,3	1472				
42½	16,3	103,7	1754	7,6	7,6	13,8	39,7—42,6
45	17,0	115,2	2054	10,2	7,6	15,6	58,3—63,5
47½	17,8	127,6	2396	12,7	11,4	30,0	141—154
50	18,5	140,5	2770	15,2	12,7	38,5	221—240
55	20,0	166,0	3602	17,8	10,2	30,9	178—209

Dimensions- und Zugfestigkeitstabelle über Streckmetall.

Nr.	Maschenweite (e—f) mm	Steg- Breite mm	Steg- Stärke mm	Gewicht p. qm ohne Garantie ca. kg	für einen Meterstreifen: z bei 1300 kg/qcm Beanspr. kg	f_e Querschnitt qcm	z bei 1000 kg/qcm Beanspr. kg	u Umfang der Stege cm	Wird vorzugsweise verwendet für
14	150	4½	3	1,45	2340	1,80	1800	20,0	Einlage in Beton, Kunststeinen, Cementplatten etc.
12	150	6	3	2,04	3110	2,40	2400	24,0	
13	150	6	4½	3,12	4550	3,60	3600	28,0	
15	75	3	3	2,17	3110	2,35	2350	32,0	
16	75	3	2	1,25	2080	1,60	1600	26,6	
9	75	4½	3	3,15	4660	3,60	3600	40,0	
8	75	6	3	4,34	6240	4,80	4800	48,0	
11	75	4½	4½	5,00	7000	5,40	5400	47,6	
10	75	6	4½	6,25	9350	7,20	7200	56,0	
17	75	8	5	9,00	13700	10,6	10600	69,0	
24	40	3	3	4,07	5850	Gitter und Einfriedigungen, Belag für Laufstege, Laufbühnen etc. Einlage in Kunststeinen, Treppenstufen etc.			
24a	40	3	2	2,50	3900				
25	40	6	4½	10,00	17600				
18	40	4½	4½	8,25	13200				
21	40	4½	3	6,38	8750				
22	40	8	4½	13,00	23400				
23	40	6	3	7,60	11700				
5	40	2½	1⅕	1,26	1950	Leichte Gitter, Schutzvorrichtungen, Volièren			
6	40	3	1½	2,04	2930				
26	20	5	1½	5,20	9700				
3	20	2½	1	1,76	3250				
27	20	4	1⅕	4,20	6200				
4	20	2½	1½	3,00	4850	Rabitzarbeiten, Versteifung von Stuck und Putz, Herstellung von leichten Wänden und Decken			
3a	20	2	0,6	0,90	1560				
4a	20	2½	2	3,75	6500				
20	20	3	3	7,60	11700	Wurfsiebe, Einsätze für Heizkörper, Einlage in starken Wänden			
7	20	7	3	14,00	27400				
2	10	2½	1⅕	3,94	7800				
28	10	3	2	6,50	15600	Herstellung von Decken und Wänden, Verkleidung von Trägern und Säulen.			
1 Verputzblech	10	2½	0,6	1,60	3900				
1a	6	2½	0,6	2,25	6500				
1b	6	2½	1	4,00	10800				

Streckmetall wird in Deutschland erzeugt von der Firma **Schüchtermann & Kremer,** Maschinenfabrik in **Dortmund.**

Inhaltsverzeichnis.

Beton-Zeitung

Illustriertes Fachblatt

für die

Beton-, Kunststein- und Zement-Industrie

Jährlich 26 Nummern
Jeden 2ten Donnerstag 1 Heft

Verlag: **Beton - Zeitung**
Verlagsgesellschaft m. b. H.
Halle a. S. ▫ Blücherstraße 7

Abonnementspreis: Vierteljährlich in Deutschland und Österreich-Ungarn: 2,75 Mark (ohne Bestellgeld). Bei Zusendung unter Kreuzband 3,35 Mark. Ausland 3,75 Mark.

Beton-Zeitung

Illustriertes Fachblatt

für die

... Kunststein- und Zement-Industrie

Verlag: Beton-Zeitung