



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000299732



GRUNDZÜGE

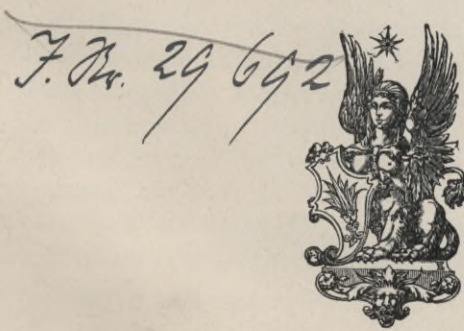
FÜR DIE STATISCHE BERECHNUNG
DER
BETON- UND EISENBETONBAUTEN

VON

Dr.-Ing. **M. KOENEN**
BERLIN

VIERTE NEUBEARBEITETE UND ERWEITERTE AUFLAGE

MIT 23 TEXTABBILDUNGEN



BERLIN 1912

VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN.

5190
85



|| 32264

Alle Rechte vorbehalten.

Akc. Nr. 5120 / 51

Vorwort zur vierten Auflage.

Die erste Auflage des vorliegenden Heftes verdankte ihr Entstehen meiner Anregung im Vorstand des Deutschen Betonvereins zu einer solchen Abhandlung für den Katalog seiner Düsseldorfer Ausstellung 1902. Die für den Eisenbeton mitgeteilte Berechnungsweise, welche auch von der preußischen Regierung den „Ministeriellen Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten“ vom Jahre 1904 zugrunde gelegt worden ist, erschien zuerst im Jahre 1897 in einer für einen bestimmten Leserkreis vom Verfasser herausgegebenen Druckschrift „Wissenschaftliche Begründung der Koenenschen Voutenplatte“.

Obwohl in den beiden ersten Auflagen davon Abstand genommen war, fertige Dimensionierungsformeln aufzustellen — da es für jeden Ingenieur ein leichtes sei, aus den allgemeinen Grundformeln diejenigen für den besonderen Fall abzuleiten, die Darbietung solcher aber nur die Zahl Unberufener zu mehren geeignet sei — hat sich doch als zweckmäßig herausgestellt, den nach dieser Richtung geäußerten Wünschen umsomehr entgegenzukommen, als die Sachlage durch die heutigen scharfen baupolizeilichen Vorschriften geändert ist. Die Berechnungen sind deshalb bis zu den für die Bestimmung der Abmessungen unmittelbar verwertbaren Formeln durchgeführt. Hierdurch und durch mehrere andere Zusätze, u. a. eine einfachere Berechnungsweise exzentrisch beanspruchter Eisenbetonkörper, die Berechnung der querbewehrten (umschnürten) achsial gedrückten Eisenbetonkörper und der Betonkörper mit vorgespannten Eisenlagen, hat zwar der Umfang zugenommen, dementsprechend aber auch die Verwendbarkeit des Werkchens für statische Berechnungen von Eisenbetonbauten gewonnen.

Berlin, im Juli 1911.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Reiner Betonbau	I
1. Einleitung	I
2. Druck	1
a) Zentrischer Druck	1
b) Exzentrischer Druck	4
3. Biegung	5
a) Genaue Berechnungsweise	5
b) Angenähertes Verfahren	9
4. Abscherung	10
a) Unmittelbares Abscheren	10
b) Abscheren bei Biegung	11
II. Eisenbetonbau	12
1. Einleitung	12
2. Druck	12
a) Zentrischer Druck	12
b) Exzentrischer Druck	14
3. Zug	15
4. Biegung	15
5. Abscherung	19
a) Unmittelbares Abscheren	19
b) Abscheren bei Biegung	20
6. Biegung der Plattenbalken	21
7. Biegung mit Achsialdruck (ohne Knickgefahr — Gewölbe)	24
Einfachere Ermittlung der Eisenquerschnitte für stabförmige Eisenbetonkörper mit Biegungs- und Achsial-Druck oder Zugbeanspruchung (rahmenförmige Gebilde)	25
8. Achsialdruck mit Knickgefahr	27
9. Querbewehrung und Umschnürung achsial gedrückter Eisen- betonkörper	29
a) Unmittelbar wirkende Querbewehrung oder Umschnürung Beispiel 1	30 35
b) Mittelbare Querbewehrung	35
Beispiel 2	39
10. Berechnung der Eisenbetonkörper mit vorgespannten Eisen- einlagen	40
a) Achsial gedrückte Stützen (ohne Knickgefahr)	40
b) Achsial gezogene Eisenbetonstäbe	41
c) Auf Biegung beanspruchte Eisenbetonstäbe mit vor- gespannten Zugeiseninlagen	41

I. Reiner Betonbau.

1. Einleitung.

Bis in die neueste Zeit wurden Pfeiler, Gewölbe usw. aus Beton nach denselben Grundregeln berechnet, wie solche für gewöhnliches Ziegelmauerwerk seit längerer Zeit allgemein üblich sind. Bekanntlich werden bei diesem die Stärkeabmessungen so bestimmt, daß die Bruchfestigkeit ohne Mitwirkung etwa entstehender Zugspannungen, vielmehr lediglich durch Ausnutzung des sicher vorhandenen Druckwiderstandes gewährleistet ist. Für Kalkmörtelmauerwerk mag diese Berechnungsweise nach wie vor ihre alleinige Berechtigung haben. Für Zementmörtelmauerwerk jedoch, besonders aber für Zementbeton mit verhältnismäßig hoher Zugfestigkeit dürfen die entstehenden Zugspannungen für die Beurteilung der Bruchsicherheit mit in Betracht gezogen werden, und in besonderen später zu erörternden Fällen ist es nötig, die Größe derselben zu ermitteln. Selbstverständlich hängt die Festigkeit des Betons von der Beschaffenheit und dem Mischungsverhältnis der ihn zusammensetzenden Bestandteile sowie deren Verarbeitung ab. Das Nähere hierüber findet man ausführlich in den Leitsätzen für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Bauten aus Stampfbeton.¹⁾ Allgemein schwankt hiernach die Druckfestigkeit zwischen 40 und 400 kg/qcm, die Zugfestigkeit zwischen 4 und 40 kg/qcm.

2. Druck.

a) Zentrischer Druck.

Bezeichnet P die Mittelkraft der auf den Querschnitt eines (stabförmigen) Betonkörpers mit der Querschnittsfläche F wirkenden, gleichmäßig verteilten Druckkräfte, σ die in demselben erzeugte Druckspannung für die Flächeneinheit, so wird

$$\sigma = \frac{P}{F} \dots \dots \dots 1)$$

¹⁾ „Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Bauten aus Stampfbeton“. Erschienen im Verlage von Wilh. Ernst & Sohn, Berlin. Koenen, Grundzüge. Vierte Auflage. 1

Hierbei fällt der Angriffspunkt der Mittelkraft P mit dem Schwerpunkt des Querschnitts zusammen, weshalb ein solcher Druck auch „zentrisch“ oder „achsial“ genannt wird.¹⁾

Ist die zulässige Druckbeanspruchung k kg/qcm, so findet man für die gegebene Druckkraft P kg den Querschnitt

$$F = \frac{P}{k} \text{ in qcm} \dots \dots \dots 1a)$$

Die Ermittlung der Spannungen bzw. des Querschnittes nach den in der Fußnote erwähnten amtlichen Bestimmungen ist nicht

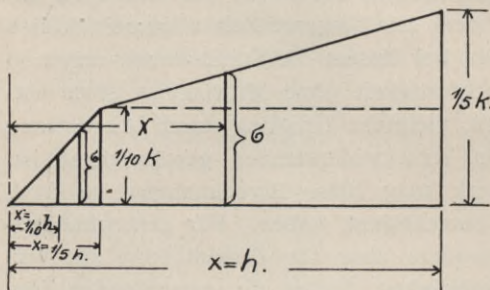


Abb. 1.

ganz einfach, und wird sogar umständlich, wenn das Eigengewicht berücksichtigt werden muß. Abb. 1 stellt das Wachsen der zulässigen Beanspruchungen als Ordinaten graphisch dar, wobei die unbekannt

Seitenlängen als Abszissen eingeführt sind.

Hieraus ergibt sich für $\frac{x}{h}$ zwischen $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{5}$

$$\sigma = k \cdot \frac{x}{2h} \dots \dots \dots 2)$$

wobei k die Bruchfestigkeit des Betons bedeutet. Bei quadratischem Querschnitt ergibt sich ohne Rücksicht auf das Eigengewicht des Körpers

1) Die ministeriellen Bestimmungen vom 8. Dezember 1910 über Stampfbetonstützen lauten:

Bei der baupolizeilichen Prüfung und Abnahme der auf Druck beanspruchten Bauteile aus Stampfbeton ist nach folgenden Grundsätzen zu verfahren:

Die größte Druckbeanspruchung des Stampfbetons für ruhende Last darf $\frac{1}{5}$ seiner Druckfestigkeit nach 28 tägiger Erhärtung nicht überschreiten. Bei Stützen und Pfeilern ist diese Beanspruchung mit zunehmendem Verhältnis von Höhe (Länge) zur kleinsten Dicke abzumindern und höchstens zu nehmen für das Verhältnis 1 : 1 zu $\frac{1}{5}$, für das Verhältnis 5 : 1 zu $\frac{1}{10}$, für das Verhältnis 10 : 1 zu $\frac{1}{20}$ der Druckfestigkeit. Zwischenwerte sind geradlinig einzuschalten. Zugspannungen im Beton sind bei Berechnung der größten Kantenpressung unberücksichtigt zu lassen.

$$x^2 \cdot \frac{kx}{2h} = P \quad \text{oder} \quad x = \sqrt[3]{\frac{2Ph}{k}} \quad \dots \quad 2a)$$

Liegt dagegen $\frac{x}{h}$ zwischen $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{1}$, ergibt sich nach der Skizze

$$\sigma = \frac{1}{10} k + \frac{1}{10} k \frac{x - \frac{1}{5} h}{h - \frac{1}{5} h} = \frac{1}{40} k \left(3 + 5 \frac{x}{h} \right) \quad 3)$$

und die Seitenlänge x bei quadratischem Querschnitt aus

$$x^2 \frac{k}{40} \left(3 + 5 \frac{x}{h} \right) = P \quad \text{oder} \quad x^3 + \frac{3}{5} h x^2 = \frac{P8h}{k} \quad 3a)$$

Hieraus läßt sich x am schnellsten durch Probieren finden.

Der Körper erleidet unter der Einwirkung solcher Druckkräfte eine elastische Zusammenpressung. Für einen Stab, dessen Länge gleich der Längeneinheit ist, beträgt diese — „spezifische“ Zusammenpressung genannt —

$$\varepsilon = \alpha \cdot \sigma^m \quad \dots \quad 4)$$

oder in der ebenfalls gebräuchlichen Form

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma^m \quad \dots \quad 4a)$$

in welchen Ausdrücken $\alpha = \frac{1}{E}$ und m von der Art des Materials (hier von der Zusammensetzung und Verarbeitung des Betons) abhängig sind. α kann als Zusammenpressung der Längeneinheit unter der Spannungseinheit aufgefaßt werden; E ist unter dem Namen „Elastizitätsmodul“ bekannt. Da m für Beton, nach den Versuchen von Bach, zwischen 1,10 und 1,20 wechselt, also stets größer als 1 ist, so wachsen die elastischen Längenänderungen bei Beton nicht proportional mit den Spannungen wie bei Schmiedeeisen, sondern etwas schneller als letztere.

Im folgenden sind die von C. Bach¹⁾ für eine Reihe von Betonarten gefundenen Mittelwerte für $\alpha = \frac{1}{E}$ und m , welche innerhalb der für die Praxis in Betracht kommenden Spannungsgrenzen Gültigkeit besitzen, zusammengestellt:

¹⁾ Vergl. C. Bach, Elastizität und Festigkeit, IV. Aufl., 1902.

Körper aus reinem Zement.

$$\frac{1}{E} = \alpha = \frac{1}{250000}; m = 1,09$$

Zementmörtel.

$$1 \text{ Zement, } 1\frac{1}{2} \text{ Donausand: } \frac{1}{E} = \alpha = \frac{1}{356000}; m = 1,11$$

$$1 \text{ „ } 3 \text{ „ } \frac{1}{E} = \alpha = \frac{1}{315000}; m = 1,15$$

$$1 \text{ „ } 4\frac{1}{2} \text{ „ } \frac{1}{E} = \alpha = \frac{1}{230000}; m = 1,17$$

Körper aus Beton.

$$1 \text{ Zement, } 2\frac{1}{2} \text{ Donausand, } 5 \text{ Donaukies } \frac{1}{E} = \alpha = \frac{1}{298000}; m = 1,145$$

$$1 \text{ „ } 2\frac{1}{2} \text{ Egginger Sand, } 5 \text{ Kalksteinschotter } \frac{1}{E} = \alpha = \frac{1}{457000}; m = 1,157$$

$$1 \text{ „ } 5 \text{ Donausand, } 6 \text{ Donaukies } \frac{1}{E} = \alpha = \frac{1}{280000}; m = 1,137$$

$$1 \text{ „ } 3 \text{ „ } 6 \text{ Kalksteinschotter } \frac{1}{E} = \alpha = \frac{1}{380000}; m = 1,161$$

$$1 \text{ „ } 5 \text{ „ } 10 \text{ Donaukies } \frac{1}{E} = \alpha = \frac{1}{217000}; m = 1,157$$

$$1 \text{ „ } 5 \text{ Egginger Sand, } 10 \text{ Kalksteinschotter } \frac{1}{E} = \alpha = \frac{1}{367000}; m = 1,207$$

b) Exzentrischer Druck.

Fällt der Mittelpunkt des Druckes nicht mit dem Schwerpunkt des Querschnitts zusammen, so entsteht neben dem gleichmäßig verteilt gedachten Schwerpunktdruck noch ein Moment mit Biegungswirkung, d. h. mit Druck- und Zugspannungen, welche vom Schwerpunkte ab in gleichgespannten parallelen, zur Biegungsebene meist senkrechten Querschnittsschichten in gleichem Verhältnis wie deren Abstand vom Schwerpunkte zunehmen, also auf der Druckseite vermehrte, auf der entgegengesetzten Seite verminderte Druckspannung zur Folge haben. Ein zwischen zwei Brettchen gefaßtes, exzentrisch gedrücktes Stück Gummi veranschaulicht den dann vorliegenden Spannungszustand, indem es auf der Druckseite (in der Nähe der Druckmittelpunkt) mehr zusammengepreßt erscheint als auf der anderen.

Bezeichnet e den Abstand des Druckmittelpunktes vom Schwerpunkt in einer Hauptachse, W das Widerstandsmoment des Querschnitts gegen die zur Verbindungslinie der gedachten beiden Punkte senkrechte Hauptachse, so wird unter der Voraussetzung, daß der Abstand e eine gewisse Grenze (den sogenannten Zentral-

kern des Querschnitts) nicht überschreitet, in dem am stärksten gedrückten Punkte am Rande die Druckspannung

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{Pe}{W} \quad \dots \quad 5)$$

und in dem am wenigsten gedrückten Punkte am entgegengesetzten Rande

$$\sigma = \frac{P}{F} - \frac{Pe}{W} \quad \dots \quad 6)$$

diese wird, wie ersichtlich, = 0, wenn $\frac{Pe}{W} = \frac{P}{F}$ oder $e = \frac{W}{F}$, woraus sich die Lage der Kerngrenze bestimmen läßt.

Liegt der Druckmittelpunkt außerhalb dieser Kerngrenze, die beispielsweise für rechteckige Mauer- oder Gewölbequerschnitte, die rechtwinklig zu einer Seite auf Biegung beansprucht werden, nur das mittlere Drittel umfaßt, so entstehen am jenseitigen Rande Zugspannungen, die bei Zementbeton unter Beobachtung der gebotenen Sicherheit mit in Ansatz gebracht werden dürfen, die aber durchaus berücksichtigt werden müssen, wenn es sich um die Dichtigkeit des Betons in gezogenen Schichten handelt; denn zu große Zugspannungen würden Risse zur Folge haben, die dem Wasser usw. den Eintritt gestatten.

Außer bei achsial oder innerhalb des Zentralkerns exzentrisch gedrückten Mauern oder Pfeilern treten reine Druckspannungen noch in der Form von Tangentialspannungen auf, welche in einfach oder doppelt gekrümmten Behälterwandungen durch äußeren Wasser-, Erddruck u. dgl. erzeugt werden, oder bei Gewölben, welche beständig gleiche oder doch annähernd gleiche Last tragen und nach der Gleichgewichtskurve geformt sind.

Dasselbe gilt von reinen Zugspannungen, welche infolge von Normaldrücken auf die konkave Seite gekrümmter Umfassungswände von Behältern od. dgl. entstehen. Die Verteilung solcher Tangential-Druck- oder Zugspannungen über die Wandstärke läßt sich unter Anwendung der Bachschen Versuche über das elastische Verhalten von Betonkörpern auf die Lamésche Theorie ermitteln, deren Entwicklung hier zu weit führen dürfte.

3. Biegung.

a) Genaue Berechnungsweise.

Ein auf Biegung beanspruchter stab- oder plattenförmiger Betonkörper sei an irgend einem Querschnitt angegriffen durch

ein Biegemoment von der Größe M . Die durch dasselbe hervorgerufene elastische Formänderung zeigt sich, wie bei allen elastischen Körpern, teils als Zusammenpressung, teils als Dehnung der durch je zwei benachbarte Querschnitte begrenzten Körperscheiben (Abb. 2 u. 3), und zwar ist an den äußeren

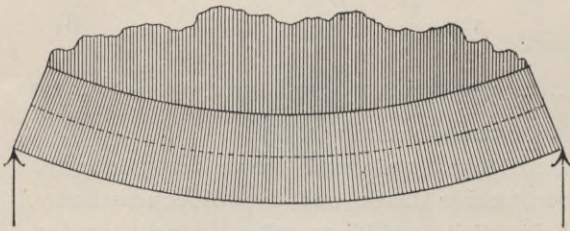


Abb. 2.

Rändern jeder Scheibe die Zusammenpressung oder Dehnung am größten; nach dem Inneren der Scheibe hin nehmen die Längenänderungen ab, um an einer gewissen Stelle durch Null ineinander überzugehen. Diese Stelle

nennt man ihres neutralen Verhaltens wegen die „neutrale Schicht“ oder Nulllinie. Da aber durch Beobachtung festgestellt ist, daß nach der Formänderung die Querschnitte noch eben

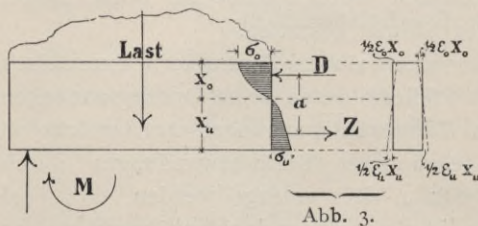


Abb. 3.

und rechtwinklig zur alsdann gebogenen Mittelachse des Stabes (oder Platte) bleiben, wie Abb. 2 andeutet, so ist die in Abb. 3 dargestellte Seitenansicht (bezw. der

Schnitt) einer Scheibe aus dem Rechteck in das durch punktierte Linien angedeutete Trapez übergegangen.

Die Spannungen, als Ursache der so gekennzeichneten Längenänderungen, sind natürlich auf der zusammengepreßten Seite Druck- und auf der gedehnten Seite Zugspannungen. Sie sind parallel zur Stabachse gerichtet und haben nach dem in Gl. 4 angegebenen Formänderungsgesetze einen genau feststellbaren, etwa wie in Abb. 3 durch wagerechte Strichelung angedeuteten Verlauf.

Die Summen D und Z der so dargestellten Druck- und Zugspannungen müssen, falls auf das abgetrennt gedachte Stab- oder Plattenstück weitere zur Stabachse parallele Kräfte nicht wirken,

zum Gleichgewicht gegen Bewegung in der Stabachsenrichtung einander gleich sein, also

$$D = Z \dots \dots \dots 7)$$

Ferner ergeben die Mittelkräfte D und Z bei dem Abstand a (Hebelarm a) ein Kräftepaar Da oder Za , welches als das Moment der inneren widerstehenden Spannungen, d. i. als Widerstandsmoment dem Angriffsmoment M gleich sein muß, wenn keine weitere als die bereits durch die Biegung hervorbrachte Drehung des abgetrennt zu denkenden Stab- oder Plattenstücks eintreten soll; also

$$M = Da = Za \dots \dots \dots 8)$$

Für die weitere Behandlung dieser Aufgabe sei ein wagerecht gelagerter Stab oder Platte von rechteckigem Querschnitt mit Höhe h und Breite b ins Auge gefaßt, welche nur von lotrecht gerichteten Kräften (Lasten und Auflagerdrücken) angegriffen und durch einen beliebigen Querschnitt in zwei Stücke abgetrennt sei, von denen eines in Abb. 3 dargestellt sein möge. Es sind nun in der Hauptsache die am oberen und unteren Rande des Querschnitts auftretenden größten, aber noch unbekanntem Druck- und Zugspannungen σ_o und σ_u rechnermäßig festzustellen. Zu diesem Zwecke führen wir außer diesen beiden Unbekannten noch die Hilfsunbekannten x_o und x_u als die unbekanntem Abstände der neutralen Schicht vom oberen bzw. unteren Rande sowie die Größen ε_o und ε_u als die gleichfalls unbekanntem spezifischen Längenänderungen im beiderseitigen Abstand 1 von der neutralen Schicht ein; die entsprechenden Längenänderungen am Rande besitzen danach die unbekanntem Werte $\varepsilon_o x_o$ und $\varepsilon_u x_u$.

Zur Auffindung der so gekennzeichneten sechs Unbekannten gehören bekanntlich ebensoviel Gleichungen, die sich folgendermaßen aufstellen lassen:

1. eine rein geometrische,

$$x_o + x_u = h \dots \dots \dots 9)$$

2. eine gleichfalls geometrische, aus der Formänderung abgeleitete,

$$\varepsilon_o = \varepsilon_u$$

3. und 4. zwei aus der Beziehung zwischen Spannung und Längenänderung abgeleitete Gleichungen (vergl. Gl. 4, S. 3),

$$\sigma_o^m = \frac{1}{\alpha} \varepsilon_o x_o; \quad \sigma_u^m = \frac{1}{\alpha_1} \varepsilon_u x_u.$$

In letzterer Gleichung haben α_1 und m_1 eine ähnliche Bedeutung in bezug auf Dehnung und Zugspannung wie früher α und m in bezug auf Zusammenpressung und Druckspannung.

Die 5. und 6. Gleichung sind durch die oben erörterten beiden Gleichgewichtsbedingungen gegeben, deren Kräfte D und Z und deren Moment noch näher zu berechnen sind.

Hierzu bezeichne σ die Spannung an irgend einem Punkte des Querschnitts und des zu demselben gehörigen Flächenteilchens dF mit dem Abstand x von der neutralen Schicht, dann ist zunächst auf der Druckseite

$$\sigma^m = \frac{1}{\alpha} \varepsilon_0 x$$

und demnach mit Benutzung der dritten Gleichung

$$\frac{\sigma^m}{\sigma_0^m} = \frac{x}{x_0}$$

Es verhalten sich also bei Beton die Spannungen in der m ten Potenz wie die Abstände von der neutralen Schicht. Bei Körpern, für welche $m=1$, wie z. B. Schmiedeeisen und Stahl, ergibt diese Formel das bekannte der Navierschen Biegungstheorie zugrunde liegende Proportionalitätsgesetz. Aus obiger Gleichung folgt

$$\sigma = \sigma_0 \sqrt[m]{\frac{x}{x_0}}$$

und demnach

$$D = \int_{x=0}^{x=x_0} \sigma dF = \frac{\sigma_0}{\sqrt[m]{x_0}} \int_{x=0}^{x=x_0} dF \cdot \sqrt[m]{x}$$

Ebenso wird

$$Z = \frac{\sigma_u}{\sqrt[m_1]{x_u}} \int_{x=0}^{x=x_u} dF \sqrt[m_1]{x}$$

Mit $dF = b dx$ geht die Gleichung $D = Z$ über in

$$\frac{\sigma_0 b}{\sqrt[m]{x_0}} \int_0^{x_0} x^m dx = \frac{\sigma_u b}{\sqrt[m_1]{x_u}} \int_0^{x_u} x^{m_1} dx \quad \text{oder}$$

$$\frac{\sigma_0}{\sqrt[m]{x_0}} \frac{m}{m+1} \sqrt[m]{x_0^{(m+1)}} = \frac{\sigma_u}{\sqrt[m_1]{x_u}} \frac{m_1}{m_1+1} \sqrt[m_1]{x_u^{(m_1+1)}}$$

oder endlich

$$\frac{m}{m+1} \sigma_0 x_0 = \frac{m_1}{m_1+1} \sigma_u x_u \dots \dots 10)$$

Das Moment der Spannung σdF , bezogen auf die neutrale Schicht, also mit dem Hebelarm x , ist gleich σdFx , demnach das ganze Widerstandsmoment auf Druck- und Zugseite

$$= \frac{\sigma_o b}{\sqrt{x_o}} \int_0^{x_o} x^{\left(\frac{1}{m}+1\right)} dx + \frac{\sigma_u b}{\sqrt{x_u}} \int_0^{x_u} x^{\left(\frac{1}{m_1}+1\right)} dx;$$

also lautet die letzte Gleichung, die Momentgleichung:

$$M = \frac{\sigma_o b}{\sqrt{x_o}} \cdot \frac{m}{1+2m} \sqrt{x_o^{1+2m}} + \frac{\sigma_u b}{\sqrt{x_u}} \cdot \frac{m_1}{1+2m_1} \sqrt{x_u^{1+2m_1}}$$

oder

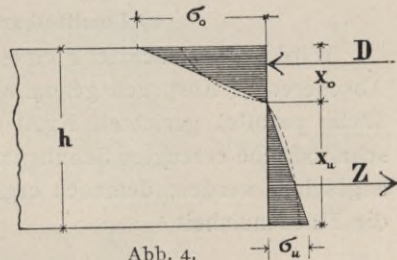
$$M = \frac{m}{1+2m} \sigma_o b x_o^2 + \frac{m_1}{1+2m_1} \sigma_u b x_u^2 \quad \dots \quad 11)$$

(Bemerkung. Für Körper, bei welchen $\alpha_1 = \alpha$ und die Formänderung der Spannung proportional ist, z. B. bei Schmiedeeisen und Stahl, wird $m = m_1 = 1$; die Spannung $\sigma_o = \sigma_u$; $x_o = x_u = \frac{h}{2}$, und es liefert Gl. 11 Übereinstimmung mit der bekannten Momentgleichung $M = \sigma_o \cdot \frac{bh^2}{6}$.)

Aus den so entwickelten Gleichungen lassen sich nun die für uns besonders wichtigen Unbekannten σ_o , σ_u , x_o und x_u ermitteln.

b) Angenähertes Verfahren.

Setzt man $m = m_1 = 1$, so ist dies gleichbedeutend mit der Annahme einer den Abständen von der neutralen Schicht proportional verlaufenen Spannungsverteilung (Abb. 4). Da die Inhalte der Spannungsdreiecke nichtsdestoweniger den unter a) betrachteten Werten D und Z annähernd gleich sein müssen, so ergeben sich, wie ohne weiteres aus dem Vergleich der durch punktierte Linien begrenzte Spannungsfiguren mit den geradlinig begrenzten hervorgeht, die Randspannungen (als Höhen dieser Dreiecke) etwas



zu groß. Man hat also bei der Anwendung des nachstehend entwickelten angenäherten Verfahrens eine entsprechend höhere Sicherheit.

Das Verhältnis der Formänderungskoeffizienten von Zug zu Druck, also $\frac{\alpha_1}{\alpha}$ werde mit μ bezeichnet; dasselbe ist mit der Zusammensetzung und Verarbeitung des Betons veränderlich. Für die vier Unbekannten σ_o , σ_u , x_o und x_u ergeben sich dann ohne weiteres die vier Gleichungen:

$$\begin{aligned} 1) \quad x_u + x_o &= h; & 2) \quad \frac{\sigma_o}{\sigma_u} &= \mu \frac{x_o}{x_u} \\ 3) \quad \frac{\sigma_o x_o}{2} &= \frac{\sigma_u x_u}{2}; & 4) \quad \frac{\sigma_o x_o}{2} \cdot \frac{2}{3} h b &= M. \end{aligned}$$

Hieraus folgt ohne weiteres:

$$\sigma_o = \frac{3M}{bh^2} (1 + \sqrt{\mu}) \quad \dots \quad 12)$$

$$\sigma_u = \frac{3M}{bh^2} \left(1 + \sqrt{\frac{1}{\mu}}\right) \quad \dots \quad 13)$$

Nach den neuesten Versuchen von Bach¹⁾ kann μ zu 1,13 bis 1,46, also im Mittel zu 1,25 angenommen werden, und es ergibt sich somit

$$\sigma_o = \frac{3M}{bh^2} (1 + 1,1) = \frac{6,6M}{bh} = 1,1 \frac{M}{bh^2}$$

und die Zugspannung

$$\sigma_u = \frac{5,7M}{bh^2} = 0,95 \frac{M}{bh^2}.$$

4. Abscherung.

a) Unmittelbares Abscheren.

Wird der Querschnitt F eines Betonkörpers auf unmittelbares Abscheren in Anspruch genommen durch eine zur Querschnittsfläche parallel gerichtete Kraft Q , so können die in der Querschnittsfläche erzeugten Schubspannungen als gleichmäßig verteilt angesehen werden; demnach ergibt sich die Schubspannung für die Flächeneinheit

$$\tau = \frac{Q}{F} \quad \dots \quad 14)$$

oder bei gegebenen τ und Q ergibt sich der Querschnitt

$$F = \frac{Q}{\tau} \quad \dots \quad 14a)$$

¹⁾ Der Portlandzement und seine Anwendungen im Bauwesen, Seite 202.

b) Abscheren bei Biegung.

Die größte Beanspruchung auf Abscheren bei Biegung tritt ein in der neutralen Schicht, und zwar in dem Querschnitt, für welchen die Transversalkraft (Querkraft oder Schubkraft) am größten wird. Bei der Auflagerung an beiden Enden (Balken auf zwei Stützen) wird die Transversalkraft stets unmittelbar neben dem größten Auflagerdruck A (Abb. 5) am größten und diesem gleich sein. Hat letzterer den Wert A , so besteht für die Endscheibe am Auflager die Momentengleichung (Abb. 5)

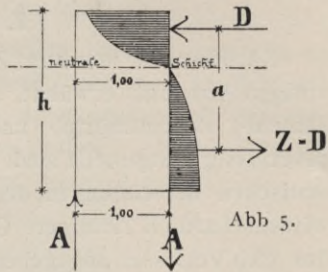


Abb. 5.

$$D a = A \cdot 1,$$

woraus

$$D = \frac{A \cdot 1}{a}.$$

Da aber a nach dem angenäherten Verfahren $= \frac{2}{3} h$ ist, so wird

$$D = \frac{3}{2} \cdot \frac{A \cdot 1}{h},$$

und bei der Breite b des Querschnitts in der am stärksten auf Abscheren beanspruchten neutralen Schicht, wie aus Abb. 5 ersichtlich, die Schubspannung

$$\tau = \frac{D}{1,00 \cdot b} = \frac{3}{2} \frac{A \cdot 1}{h \cdot b \cdot 1} = \frac{3}{2} \frac{A}{b h} \quad \dots \quad 15)$$

Mit jeder wagerechten Schubspannung τ ist eine lotrechte τ' verbunden, welche wegen des Gleichgewichts des von ihnen angegriffenen Körperelementchens (Abb. 6) gegen Drehen, also wegen Gleichung $\tau' \cdot 1 = \tau \cdot 1$ einander gleich sein müssen, also

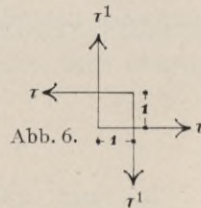


Abb. 6.

$$\tau' = \tau = \frac{3}{2} \frac{A}{b h} \quad \dots \quad 15a)$$

II. Eisenbetonbau.

1. Einleitung.

Nachdem in neuester Zeit durch C. Bach, wie bereits im vorigen Abschnitt erwähnt, die für die Formänderung gedrückter Zement-, Zementmörtel- und Betonkörper bestehenden Gesetze zuverlässig festgestellt sind, kann man dazu übergehen, auch die statischen Berechnungen der Eisenbetonkonstruktionen auf eine wissenschaftlich richtigere Grundlage zu stellen. Bisher genügte das vom Verfasser angegebene und im Jahrgang 1886 des Zentralblatts der Bauverwaltung, Seite 462 sowie in der 1887 erschienenen sogen. Monier-Broschüre von ihm mitgeteilte Verfahren, welches durch das nachstehend entwickelte insofern ergänzt wird, als eben die Bachschen Formänderungsgesetze für Beton in Verbindung mit denen des Eisens und deren Einfluß auf das Rechnungsergebnis Berücksichtigung finden konnten. Wir halten auch hier an dem damals ausgesprochenen Grundsatz fest, wonach dem Beton nur Druck- und keine Zugspannungen zugemutet werden sollten, und der Eisenquerschnitt so reichlich gewählt werden müsse, daß er allein zur Aufnahme der Zugspannungen genügt. Wenn ein solches Verfahren auch einen geringen Mehraufwand an Material mit sich bringt, so gewährt es dafür eine erhöhte und einwandfreiere Sicherheit der Konstruktion sowie erhebliche Vereinfachung der statischen Berechnungen, beides Umstände, deren Beobachtung auch von den die Entwürfe und Berechnungen prüfenden Behörden gewünscht oder gar vorgeschrieben wird.

2. Druck.

a) Zentrischer Druck.

In einen stabförmigen Betonkörper mit dem Betonquerschnitt F_b seien Eisenstäbe mit Gesamtquerschnitt F_e parallel zu seiner Längsrichtung gleichmäßig verteilt eingebettet. Dieser Körper werde nach Richtung seiner Länge einem über seinen Querschnitt gleichmäßig verteilten Druck P ausgesetzt. Die Querschnittsabmessungen des Körpers seien jedoch im Verhältnis zu seiner Länge so groß, daß ein Einknicken desselben nicht zu

befürchten ist, vielmehr nur eine über den Querschnitt gleichmäßig verteilte Zusammendrückung eintritt, die also sowohl für den Betonkörper als auch für die Eiseneinlagen gleich groß ist. Aus dem letzteren Umstande läßt sich dann mit Hilfe der Formänderungsgesetze für Beton und Eisen ohne weiteres feststellen, mit welchen Anteilen beide Körperteile an der Druckübertragung tätig sind. Bezeichnet man ähnlich wie α für Beton, mit β die durch die Spannungseinheit erzeugte spezifische Längenänderung des Eisens, mit σ_b die Beanspruchung des Betons, mit σ_e diejenige des Eisens, so wird demnach (vergl. Gl. 4) die Zusammenpressung

$$\sigma_b^m \alpha = \sigma_e \beta$$

oder mit $m = 1$ (vergl. Seite 9)

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = \frac{\beta}{\alpha} \dots \dots \dots 16)$$

oder unter Einführung der Elastizitätsmoduln (vergl. Seite 3)

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = \frac{E_b}{E_e} \dots \dots \dots 16a)$$

Das Verhältnis der Spannungen ist also unabhängig von der Größe der Querschnitte; dieselben verhalten sich umgekehrt wie die spezifischen Längenänderungen unter der Spannungseinheit und direkt wie die Elastizitätsmoduln der beiden Materialien; m. a. W., je nachgiebiger oder zusammenpreßbarer das eine Material ist im Vergleich zum anderen, um so geringer ist auch die in ihm erzeugte Spannung im Vergleich zu derjenigen des steiferen Materials.

Die auf die Querschnitte F_b und F_e entfallenden Druckanteile betragen $\sigma_b \cdot F_b$ bezw. $\sigma_e \cdot F_e$; für sie ergibt sich nach obigen Gleichungen das Verhältnis:

$$\frac{\sigma_b \cdot F_b}{\sigma_e \cdot F_e} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{F_b}{F_e} = \frac{E_b}{E_e} \cdot \frac{F_b}{F_e}$$

Die Anteile verhalten sich also direkt wie die Querschnitte und umgekehrt wie die spezifischen Zusammenpressungen unter der Spannungseinheit bezw. direkt wie die Elastizitätsmoduln; m. a. W., der nachgiebigere Körper weicht dem Druck leichter aus, erleidet also auch einen geringeren spezifischen Druck, während der straffere Körper, hier das Eisen, der gleichen

Zusammenpressung einen größeren elastischen Widerstand entgegensetzt.

Mit Summe $\sigma_b \cdot F_b + \sigma_e \cdot F_e = P$ u. Gl. 16) berechnen sich dann leicht die Spannungen selbst, womit dann auch die Anteile $\sigma_b \cdot F_b$ und $\sigma_e \cdot F_e$ bekannt sind, und zwar wird, indem man $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{E_e}{E_b} = n$ setzt:

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + n F_e}; \quad \sigma_e = \frac{P}{F_e + \frac{1}{n} \cdot F_b} \quad \dots \quad 17)$$

Für die Ermittlung der Beanspruchung des Betonquerschnitts ist also der Eisenquerschnitt mit dem n -fachen Betrage in Rechnung zu ziehen, während für die Feststellung der Eisenbeanspruchung der Beton nur mit $\frac{1}{n}$ seines Querschnitts in Ansatz zu bringen ist, wenn beide Querschnittsanteile auf einerlei Material reduziert werden. Nach den neuen ministeriellen Bestimmungen ist $n = 15$ anzunehmen; hierbei ist $E_e = 2\,250\,000$ kg/qcm und $E_b = 150\,000$ kg/qcm gesetzt.

Wenn z. B. der Eisenquerschnitt zu 1 vH. vom Betonquerschnitt festgesetzt wird, ergibt sich

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + 15 \cdot 0,01 F_b} = \frac{P}{1,15 F_b}$$

und somit

$$F_b = \frac{P}{1,15 \sigma_b} \quad \dots \quad 17a)$$

$$F_e = \frac{P}{115 \sigma_b} \quad \dots \quad 17b)$$

Bei $F_e = 2$ vH. von F_b ergibt sich

$$F_b = \frac{P}{1,30 \sigma_b} \quad \text{und} \quad F_e = \frac{P}{65 \sigma_b}$$

b) Exzentrischer Druck.

Bei exzentrischem Druck entsteht neben dem Achsialdruck P das Biegemoment P_e . Ersterer verteilt sich nach den unter a) erörterten Gesetzen mit den in obigen Gl. 17) ermittelten Spannungen. Hierzu sind nun die durch das Biegemoment P_e erzeugten Zug- und Druckspannungen hinzuzufügen (vergl. unter 4 und 8).

3. Zug.

Da auf die Mitarbeit des Betons bei der Aufnahme von Zugspannungen verzichtet werden soll, so wird unter Voraussetzung eines unter 2 gekennzeichneten, nun aber von der Zugkraft P ergriffenen Eisenbetonkörpers die Zugbeanspruchung des Eisens

$$\sigma_e = \frac{P}{F_e}$$

und hieraus

$$F_e = \frac{P}{\sigma_e}$$

4. Biegung.

Für die Beurteilungen der Biegungsspannungen gelten die bekannten unter I3 erörterten Gesetze. Wir haben nur noch die Wirkung der Eiseneinlagen hinzuzufügen und diejenige der Betonzugspannungen als nicht vorhanden anzusehen. Sowohl auf der Zugseite des Querschnitts als auch auf der Druckseite seien Eisenstäbe parallel zur Stabachse eingelegt. Ihre Querschnitte F_e bzw. F_e^1 seien im Verhältnis zur Stab- oder Plattendicke h nur von geringer Höhe, so daß man die in ihnen auftretenden Zug- und Druckspannungen als gleichmäßig verteilt ansehen kann. Bezeichnet man letztere für die Flächeneinheit mit σ_e

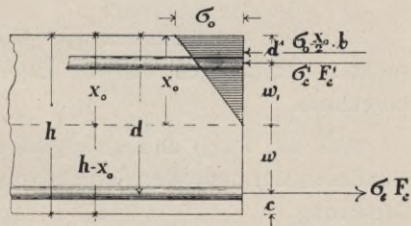


Abb. 7.

und σ_e^1 , so beträgt die Gesamtzug- und Druckspannung des Eisens $\sigma_e \cdot F_e$ bzw. $\sigma_e^1 \cdot F_e^1$, welche gegen die neutrale Schicht mit den Hebelarmen w und w^1 (Abb. 7) und den Widerstandsmomenten $\sigma_e \cdot F_e \cdot w$ bzw. $\sigma_e^1 \cdot F_e^1 \cdot w^1$, beide in demselben Sinne drehend, zur Wirkung kommen.

Wenn hier von vornherein die vereinfachte linear veränderliche Druckverteilung im gedrückten Betonquerschnitt zugrunde gelegt wird, vergl. I3b, S. 9, welche nach den früheren Erörterungen umsomehr zulässig erscheint, als die damit berechneten Spannungen sich etwas zu groß ergeben, so wird das Gesamt-

widerstandsmoment des Querschnitts unter Festhaltung der in 13, Abb. 4 u. 7, gewählten Bezeichnungen

$$= \frac{\sigma_o x_o}{2} \cdot b \cdot \frac{2}{3} x_o + \sigma_e^1 \cdot F_e^1 \cdot w^1 + \sigma_e \cdot F_e \cdot w,$$

welches gleich ist dem Angriffsmoment M ; oder

$$1) \quad M = \frac{\sigma_o x_o^2}{3} b + \sigma_e^1 \cdot F_e^1 (x_o - d^1) + \sigma_e \cdot F_e (d - x_o),$$

wenn mit d bzw. d^1 die bekannten Abstände des Schwerpunktes der Eisenquerschnitte von der Oberkante des Gesamtquerschnitts bezeichnet werden (vergl. Abb. 7).

Zur Auffindung der vier Unbekannten σ_o , σ_e , σ_e^1 u. x_o bedarf es also noch dreier Gleichungen; als solche sind vorhanden: eine Gleichgewichtsbedingung

$$2) \quad \sigma_e \cdot F_e = \frac{\sigma_o \cdot x_o}{2} \cdot b + \sigma_e^1 \cdot F_e^1$$

und zwei aus der Formänderung abgeleitete Beziehungen, insofern sich verhält

$$3) \quad \frac{\sigma_e}{\sigma_e^1} = \frac{d - x_o}{x_o - d^1}; \quad 4) \quad \frac{\sigma_e}{\sigma_o} = n \cdot \frac{d - x_o}{x_o}.$$

Aus den vorstehenden vier Gleichungen lassen sich die gesuchten Spannungen und die Lage der neutralen Schicht leicht berechnen.

Aus Gl. 2), 3) und 4) ergibt sich zur Bestimmung des Abstandes x_o der neutralen Schicht vom oberen Rand die quadratische Gleichung

$$x_o^2 + 2 \frac{n}{b} \cdot (F_e + F_e^1) \cdot x_o - 2 \frac{n}{b} \cdot (d \cdot F_e + d^1 \cdot F_e^1) = 0 \quad 18)$$

Ist x_o bekannt, so folgt die Druckspannung im Beton

$$\sigma_o = \frac{6 M \cdot x_o}{b \cdot x_o^2 \cdot (3 \cdot d - x_o) + 6 \cdot F_e^1 n \cdot (x_o - d^1) \cdot (d - d^1)} \quad 19)$$

die Zugspannung der unteren Eiseneinlage

$$\sigma_e = \sigma_o \frac{(d - x_o) \cdot n}{x_o} \quad \dots \quad 20)$$

ferner die Druckspannung der oberen Eiseneinlage

$$\sigma_e^1 = \sigma_o \cdot \frac{(x_o - d^1) \cdot n}{x_o} \quad \dots \quad 21)$$

Aus der Gl. 2) in der Form

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_o} = \frac{b x_o}{2 F_e}$$

ist außerdem zu entnehmen, daß bei gleichem Verhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_o}$ die neutrale Schicht umso tiefer rückt, je größer für dieselbe Breite b der Eisenquerschnitt F_e ist.

Eine wesentliche Vereinfachung der Rechnung ergibt sich dadurch, daß man aus den zulässigen Spannungen die erforderliche Nutzhöhe d der Platte und den erforderlichen Eisenquerschnitt F_e ermittelt. Man spart hierdurch das zeitraubende Probieren (bei vorheriger Annahme der Plattendicke und des Querschnitts der Eiseneinlagen), ob die auszurechnenden Spannungen noch unter den zulässigen Grenzen sind.

Setzt man z. B. nach den ministeriellen Bestimmungen $\sigma_o = 40$ kg/qcm, $\sigma_e = 1000$ kg/qcm und $n = 15$, so ergibt sich aus Gl. 3)

$$\frac{1000}{40} = \frac{d - x_o}{x_o} \cdot 15; \text{ hieraus } x_o = 0,375 d.$$

Mit diesem Wert erhält man dann aus Gl. 2)

$$1000 \cdot F_e = \frac{40 \cdot 0,375 d}{2} \cdot b, \text{ also } F_e = \frac{1}{133} \cdot b \cdot d \quad 25)$$

und schließlich aus Gl. 1)

$$M = 40 \cdot \frac{b}{3} (0,375 d)^2 + 1000 \frac{b d}{133} (d - 0,375 d),$$

woraus

$$d = 0,39 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} \dots \dots \dots 26)$$

folgt.

Zuerst ist d nach Gl. 26) zu ermitteln, dann F_e nach Gl. 25).

Selbstverständlich lassen sich ähnliche Formeln auf dieselbe Weise für irgendwelche anderen Werte von σ_o und σ_e ableiten.

Da bei solchen Bauten, die der Witterung, der Nässe, den Rauchgasen u. dgl. Einflüssen ausgesetzt sind, auch oft die Betonzugspannungen nachgewiesen werden müssen, soll hier kurz die Formel für σ_{b_z} ermittelt werden, und zwar für den Fall, daß der Querschnitt nur Eiseneinlage auf der Zugseite erhält.

Hierbei wird zwecks einfacherer Rechnung und brauchbarer Formel vorausgesetzt, daß die Druck- und Zugelastizitätskoeffizienten des Betons gleich sind, wobei sich, wie unter I 3 nachgewiesen, nur ein unbedeutender Unterschied ergibt.

Die Bestimmungsgleichungen sind

$$1) \quad M = \sigma_o \frac{b x_o^2}{3} + \sigma_{b_z} \frac{b (h - x_o)^2}{3} + \sigma_e F_e (d - x)$$

$$2) \quad \sigma_e F_e + \sigma_{b_z} \frac{h - x_o}{2} b = \frac{\sigma_o x_o}{2} b$$

$$3) \quad \frac{\sigma_e}{\sigma_o} = \frac{d - x_o}{x_o} n$$

$$4) \quad \frac{\sigma_{b_z}}{\sigma_o} = \frac{h - x_o}{x_o}$$

Hieraus ergibt sich

$$x_o = \frac{\frac{b h^2}{2} + n F_e (d - x_o)}{b h + n F_e} \quad \dots \quad 27)$$

$$\sigma_o = \frac{3 M x_o}{b x_o^3 + b (h - x_o)^3 + 3 n F_e (d - x_o)^2} \quad \dots \quad 28)$$

und

$$\sigma_{b_z} = \sigma_o \frac{h - x_o}{x_o} \quad \dots \quad 29)$$

5. Abscherung.

a) Unmittelbares Abscheren.

Wird der Querschnitt eines Eisenbetonkörpers mit dem Betonquerschnitt F_b und dem Eisenquerschnitt F_e auf unmittelbares Abscheren in Anspruch genommen durch eine zur Querschnittsfläche parallel gerichtete Kraft Q , so können die in jedem der beiden Materialien erzeugten Schubspannungen als über deren Querschnitte gleichmäßig verteilt angesehen werden. Das Verhältnis der Schubspannungen zueinander richtet sich ähnlich wie bei der Verteilung der Druckspannungen nach dem Verhältnis des elastischen Widerstandes der beiden Materialien gegen elastische Verschiebung. Ist letztere für den Beton n mal so groß wie für Eisen, so wird die Schubbeanspruchung des Betons

$$\tau_b = \frac{Q}{F_b + n F_e} \dots \dots \dots 30)$$

und diejenige des Eisens

$$\tau_c = \frac{Q}{F_e + \frac{1}{n} F_b} \dots \dots \dots 31)$$

b) Abscheren bei Biegung.

Bei Biegung kann das Abscheren entweder in der neutralen Schicht des Betonkörpers oder längs der Oberfläche der Eiseneinlagen erfolgen. In beiden Fällen tritt es dort zuerst ein, wo die Transversalkraft am größten, also dicht neben den Auflagern.

Die Berechnung unterscheidet sich im wesentlichen nicht von derjenigen unter I4b für die Abscherung einfacher Betonkörper ohne Eiseneinlagen. Dort war (vergl. Abb. 5) am Auflager

$$D \cdot a = A \cdot 1,00 \text{ (vergl. Abb. 8).}$$

Für a tritt hier ein der mit x_0 bekannte Wert $d - \frac{x_0}{3}$, woraus

$$D = \frac{A \cdot 1,00}{d - \frac{x_0}{3}}$$

Demnach wird bei der Breite b des Querschnitts in der am stärksten auf Abscheren beanspruchten neutralen Schicht, wie aus Abb. 8 ersichtlich, die Schubspannung

$$\tau = \frac{D}{1,00 \cdot b} = \frac{A \cdot 1}{\left(d - \frac{x_0}{3}\right) b \cdot 1} = \frac{3A}{(3d - x_0)b} \quad 32)$$

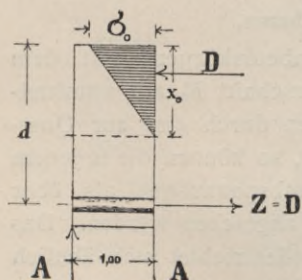


Abb. 8.

Die mit τ verbundene, lotrecht gerichtete, also auch im Querschnitt des Stabes oder der Platte tätige Schubspannung τ^1 ergibt sich ebenso wie unter I4, und zwar ist

$$\tau^1 = \tau.$$

Die längs der Oberfläche der Eisenstäbe erzeugte Schub- bzw. Adhäsionsspannung, auch Gleitwiderstand genannt, erhält man durch

Division der auf die Breite b und Länge 1 (Abb. 8) entfallenden Eisenstaboberfläche in die Zugkraft Z , welche des Gleichgewichts wegen $= D$ ist.

Bezeichnet man mit τ_u die gesuchte Schubspannung für die Flächeneinheit der Eisenstaboberfläche und mit U den gesamten Umfang der Querschnitte der Eisenstäbe, so wird (vergl. Abb. 8)

$$U \cdot 1,00 \cdot \tau_u = Z = D$$

oder

$$\tau_u = \frac{3A}{(3d - x_0)U} = \frac{b\tau}{U} \dots \dots \dots 33)$$

Sobald im Beton die Schubspannung τ den nach den neuen ministeriellen Bestimmungen zulässigen Wert von 4,5 kg/qcm überschreitet, wird es nötig, einen Teil der Eiseneinlagen, soweit dieselben nicht für die Übertragung des Biegemomentes erforderlich sind, durch Abbiegen unter etwa 45° von der Zug- in die Druckzone überzuführen oder andere gleichartig verlaufende Eisenstäbe hinzuzufügen und sämtlich durch genügende Verlängerung innerhalb der Druckzone und Umbiegen der Enden gut zu verankern, indem alsdann die Übertragung der Scherkräfte durch die schräg aufwärts gerichteten Zugkräfte der abgelenkten Eiseneinlagen unterstützt wird.

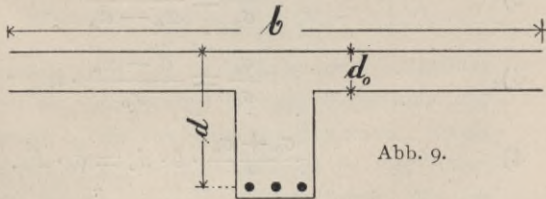
6. Biegung der Plattenbalken.

Unter Plattenbalken (Abb. 9) sei eine durch eine Eisenbetonrippe verstärkte Platte verstanden, welche demzufolge ganz oder annähernd T-förmigen Querschnitt besitzt.

In der Regel liegt die Verstärkungsrippe auf der Biegunz- zugseite, und die unter 4 für den rechteckigen Querschnitt entwickelten Formeln sind auch

hier gültig, vorausgesetzt, daß die Entfernung x_0 nicht größer als die Plattendicke d_0

sich ergibt, also die neutrale Schicht nicht außerhalb der Plattendicke fällt. Im Grenzfall ist $x_0 =$ der Plattendicke d_0 , und es wird



$$\sigma_o = \frac{2M}{bd_0\left(d - \frac{d_0}{3}\right)}; \quad \sigma_e = \frac{M}{F_e\left(d - \frac{d_0}{3}\right)} \quad 34) \text{ u. } 35)$$

welche Formeln auch unmittelbar aus Abb. 10 zu entnehmen sind, da $\sigma_o \frac{b d_o}{2}$ und $\sigma_e \cdot F_e$ die gesamte Druck- bzw. Zugspannung

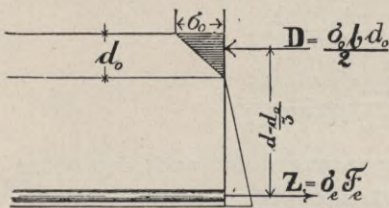


Abb. 10.

und $d - \frac{d_o}{3}$ den zugehörigen Hebelarm darstellen.

Der dritte mögliche Fall ist derjenige, daß die neutrale Schicht in den Steg fällt (Abb. 11).

Das Angriffsmoment ist ähnlich wie bei der unter 4, Seite 16 untersuchten Platte

$$1) \quad M = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} \cdot b \cdot d_o \cdot y + \sigma_e \cdot F_e \cdot (d - x_o)$$

mit den in Abb. 11 angegebenen Bezeichnungen.

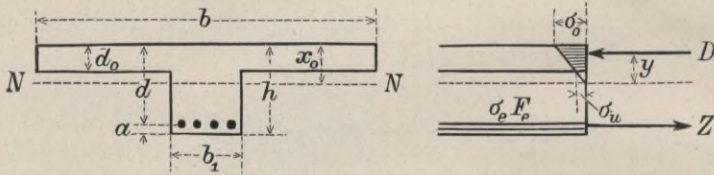


Abb. 11.

Zur Berechnung der drei Unbekannten σ_o , σ_u und σ_e lassen sich die drei Bedingungsgleichungen aufstellen

$$2) \quad \frac{\sigma_o}{\sigma_u} = \frac{x_o}{x_o - d_o}$$

$$3) \quad \frac{\sigma_e}{\sigma_o} = \frac{d - x_o}{x_o} \cdot n$$

$$4) \quad \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} \cdot b \cdot d_o = \sigma_e \cdot F_e,$$

während sich der unbekannte Abstand y (Abb. 11) aus der Gleichung für den Schwerpunktabstand des Drucktrapezes vom oberen Rande

$$5) \quad x_o - y = \frac{d_o}{3} \cdot \frac{\sigma_o + 2 \sigma_u}{\sigma_o + \sigma_u}$$

bestimmen läßt.

Aus den Gl. 2), 3) und 4) erhält man den Abstand der neutralen Achse

$$x_0 = \frac{n \cdot F_e \cdot d + \frac{b \cdot d_o^2}{2}}{n \cdot F_e + b \cdot d_o} \quad \dots \quad 36)$$

und durch Einsetzen von σ_o aus Gl. 2) in Gl. 5)

$$y = x_0 - \frac{d_o}{2} + \frac{d_o^2}{6 \cdot (2 \cdot x_0 - d_o)} \quad \dots \quad 37)$$

und schließlich aus Gl. 1) und 4) die Zugspannung im Eisen

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e \cdot (d - x_0 + y)} \quad \dots \quad 38)$$

hierauf aus Gl. 3) die Druckspannung im Beton

$$\sigma_o = \sigma_e \cdot \frac{x_0}{n \cdot (d - x_0)} \quad \dots \quad 39)$$

Auch in diesem Falle lassen sich die Gl. 25) und 26) zur vorläufigen Ermittlung der Balkenhöhe d und des erforderlichen Eisenquerschnitts F_e mit genügender Annäherung verwenden, um das langwierige Probieren, wenn d und F_e vorher angenommen werden, zu umgehen.

Die bei der Biegung entstehenden Schubspannungen werden hierbei innerhalb der Rippe besonders groß, weil sie nur mit ihrer geringen Breite zur Wirkung kommt.

Mit Beibehaltung der bisher gewählten Bezeichnungen, denen nur noch b_1 als Breite der Rippe hinzugefügt sei (vergl. Abb. 11), wird entsprechend den Gl. 32) und 33)

$$\tau = \frac{3A}{(3d - x_0)b_1} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{3A}{(3d - x_0)U} = \frac{b_1 \tau}{U}.$$

Da nun b_1 im Vergleich zu A um so kleiner wird, je größer die Gurtbreite b gewählt ist, so genügt für die Aufnahme der Schubspannungen die Breite b_1 , die zunächst von der Form, Größe und Anzahl der erforderlichen Eisenstäbe abhängt, in der Regel nicht. Es wird deshalb in den meisten Fällen nötig, die auf Seite 21 angegebene Abbiegung eines Teils der Eiseneinlagen, die nicht für die Aufnahme der Biegemomente erforderlich sind, von der Stelle ab vorzunehmen, wo die Schubspannung innerhalb der Rippe ihren größten zulässigen Wert erreicht; gegebenenfalls sind für diese Zwecke noch besondere Schrägstäbe mit genügend langen wagerechten Anschlußenden hinzuzufügen.

Wird der zulässige Wert mit τ^1 (nach den ministeriellen Bestimmungen = 4,5 kg/qcm) bezeichnet und ergab sich $\tau > \tau^1$, so muß an der bezeichnenden Stelle die größte Querkraft $= \frac{A \cdot \tau^1}{\tau}$ sein.

Aus dieser Bedingung folgt der Abstand ξ der fraglichen Stelle vom Balkenende (Auflagermitte). Ist z. B. der Balken mit q kg/m belastet, so ist

$$\xi = \frac{A - V}{q}.$$

Die Größe des Querschnitts der unter 45° aufzubiegenden Stäbe ist aus der Zugkraft Z zu bestimmen, die von ihnen aufzunehmen ist. Diese beträgt

$$Z = \frac{(\tau - \tau^1) \xi \cdot b_1}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{0,71}{2} \cdot (\tau - \tau^1) \xi \cdot b_1.$$

Sind n Stäbe von je f_e^1 Querschnitt aufgebogen, so ist die Zugbeanspruchung jedes Stabes

$$\sigma_z = \frac{Z}{n \cdot f_e^1}.$$

7. Biegung mit Achsialdruck (ohne Knickgefahr).

(Gewölbe, rahnenförmige Gebilde.)

Erfolgt bei ungleichförmiger, z. B. einseitiger Anordnung der Eiseneinlage (Abb. 12) die Zusammenpressung dennoch gleichmäßig, so fällt der Druckmittelpunkt m des Achsialdruckes P nicht etwa mit dem Schwerpunkt s des Betonquerschnitts (wofür bei verhältnismäßig geringem Eisenquerschnitt auch der Schwerpunkt des Gesamtquerschnitts gesetzt werden kann) zusammen, vielmehr ist derselbe dem steiferen Eisenquerschnitt zugekehrt um ein Maß e ,

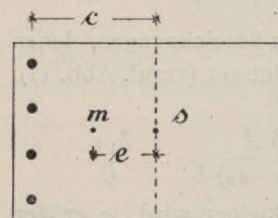


Abb. 12.

welches sich aus der Momentengleichung in bezug auf irgend eine, etwa durch Punkt s gelegte Achse ergibt, wonach

$$P \cdot e = \sigma_e \cdot F_e \cdot c.$$

Nach Einsetzung des Wertes für σ_e aus Gl. 17) wird

$$e = \frac{c}{1 + \frac{1}{n} v},$$

wobei das Verhältnis $\frac{F_b}{F_e}$ mit v bezeichnet ist.

Ein Achsialdruck P mit Druckmittelpunkt s erzeugt demnach neben der gleichmäßigen Zusammenpressung noch eine Biegung durch das Moment Pe , welches somit einem bereits vorhandenen Biegemomente hinzuzufügen ist. Bei Berechnung der Spannungen in Gewölben ist also der auf die Gewölbemittelachse bezogene Hebelarm des Tangentialdruckes um die Größe e zu vermehren.

Für die allgemeine Lösung der Aufgabe sind den unter 4, Seite 16 u. 17 ermittelten Biegungsspannungen, welchen aber bei ungleichförmiger Eisenverteilung ein um das Nebenmoment Pe entsprechend abzuänderndes Biegemoment zugrunde zu legen ist, die unter 2, Seite 14 berechneten Achsialdruckspannungen hinzuzufügen. Man erhält dann bei Festhaltung der bisherigen Bezeichnungen als Gesamtdruckspannung des Betons

$$\sigma_b = \frac{2(M + P)}{b \cdot x_o \left(d - \frac{1}{3} x_o\right)} + \frac{P}{F_b + nF_e} \quad \dots \quad 40)$$

und als Zugspannung des Eisens

$$\sigma_e = \frac{M + P_e}{F_e \left(d - \frac{1}{3} x_o\right)} - \frac{P}{F_e + \frac{1}{n} F_b} \quad \dots \quad 41)$$

Befindet sich auf der Biegungsdruckseite ebenfalls eine Eisen-einlage F_e^1 , so sind die Biegungsspannungen nach 4, Seite 16 aber gleichfalls unter Berücksichtigung des ähnlich wie oben zu ermittelnden Nebenmoments Pe festzustellen, sie seien σ_b^1 bzw. σ_e^1 ; alsdann werden die Gesamtspannungen

$$\sigma_b = \sigma_b^1 + \frac{P}{F_b + n(F_e + F_e^1)} \quad \dots \quad 42)$$

$$\sigma_e = \sigma_e^1 - \frac{P}{(F_e + F_e^1) + \frac{1}{n} F_b} \quad \dots \quad 43)$$

Einfachere Ermittlung der Eisenquerschnitte für stabförmige Eisenbetonkörper mit Biegungs- und Achsialdruck oder Zugbeanspruchung.¹⁾

Das in der Abb. 13 angedeutete, von den Querschnitten I und II begrenzte Balken- oder Rahmenstück stehe unter Ein-

¹⁾ Vergl. auch die Aufsätze von Wuczowski und Verfasser in „Beton u. Eisen“, Jahrgang 1911, Heft IX u. XV.

wirkung beliebiger, links vom Querschnitt II angreifender Kräfte, deren Mittelkraft R sei mit den zum Querschnitt II parallel und senkrecht gerichteten Seitenkräften N und Q . An dem zu untersuchenden Querschnitt II muß diesen Kräften Gleichgewicht gehalten werden durch die inneren Spannkraften, und zwar:

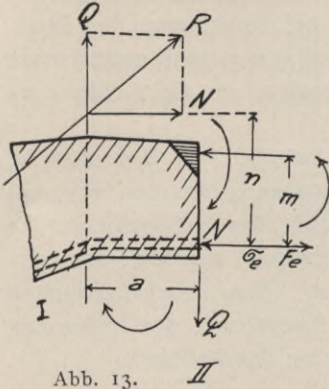


Abb. 13.

1. durch die entgegengesetzt gerichtete Querkraft Q ;
2. durch die entgegengesetzt gerichtete Normaldruckkraft N , deren Angriffspunkt beliebig gewählt werden kann, für die vorvorliegende Berechnung

zweckmäßig im Schwerpunkt des Eisenquerschnitts;¹⁾

3. durch das den Kräftepaaren von N und Q mit dem Angriffsmoment $Nn + Qa$ entgegengesetzt wirkende Widerstandsmoment der inneren Normalzug- und Druckspannkraften des Querschnitts II oder $Nn + Qa = \sigma_e F_e \cdot m$.

Abgesehen von den durch die Querkraft Q erzeugten Schubspannungen erzeugt die Normalkraft N , welche sich über den Eisenquerschnitt gleichmäßig verteilt, in diesem die Druckspannung $\frac{N}{F_e}$, um welche somit die aus dem Biegemoment $Nn + Qa$ zu berechnende Zugspannung σ_e vermindert wird, so daß die Gesamtspannung im Eisen $\sigma_e - \frac{N}{F_e}$ ist. Ist aber N umgekehrt, so daß für den Querschnitt eine Normalzugkraft N entsteht, so wird auch $\frac{N}{F_e}$ Zugspannung und demgemäß die aus dem Biegemoment $Qa - Nn$ zu berechnende Zugspannung um den Betrag $\frac{N}{F_e}$ vermehrt.

Für die Zulässigkeit der Annahme, daß sich N allein über den Eisenquerschnitt verteile, kann allerdings ein strenger Beweis nicht erbracht werden, da nicht festzustellen ist, ob und

¹⁾ Ähnlich der vereinfachten Spannungsermittlung mit Hilfe von Kernmomenten.

inwieweit der Beton in Mitleidenschaft gezogen wird. So lange N eine Zugkraft ist, braucht man hierüber kein Bedenken zu haben, da ja ohnehin den Zugeiseneinlagen die sämtlichen in der Zugzone des Betons auftretenden Zugspannungen von jeher zugewiesen werden. Wenn aber N Druckkraft ist, fragt es sich doch, ob man die unter Umständen bedeutende Zugentlastung von σ_e um den vollen Druckspannungsbetrag $\frac{N}{F_e}$ so ohne weiteres vornehmen darf. Für die Zugkraft N scheint also die gemachte Annahme ebenso ungünstig wie für die Druckkraft N günstig, vielleicht zu günstig. Da aber in der Spannung σ_e auch die auf den Beton entfallenden Zugspannungen rechnerisch enthalten sind, wird man nun auch umgekehrt die von N auf den Beton entfallenden Druckspannungen ihr zugute rechnen dürfen.

Die Berechnung der Betondruckspannung muß natürlich in der üblichen Weise unter Zugrundelegung der Exzentrizität von N , bezogen auf den Schwerpunkt des Querschnitts, erfolgen, wobei ja neben dem Biegemoment auch die sich über den Betonquerschnitt gleichmäßig verteilende Achsialkraft N zu berücksichtigen ist.

8. Achsialdruck mit Knickgefahr (Stützen).

Die bekannte Eulersche Formel über Knickfestigkeit für gleichartigen Baustoff lautet:

$$P = \frac{r}{s} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{J\pi^2}{l^2}.$$

Hierin bezeichnet l die Länge des achsial gedrückten Stabes, J das kleinste Querschnittsträgheitsmoment, s die Sicherheitsziffer, r eine von der Befestigungsart der Stabenden abhängige Zahl und α wie bisher die spezifische elastische Formänderung unter der Spannungseinheit

Für den nach seiner Längsrichtung mit unverrückbaren Eisenstäben verstärkten Betonstab beziehe sich α auf Beton, β mit derselben Bedeutung auf Eisen; J_b und J_e seien die Anteile der kleinsten Trägheitsmomente des Beton- bzw. Eisenquerschnitts, deren Schwerpunkte als zusammenfallend vorausgesetzt werden.

Da man bei einem in sich fest verbundenen Körper, wie der hier vorliegende Verbundkörper mit unverrückbaren Eisenstäben — die Unverrückbarkeit der Eisenstäbe muß durch zuverlässige,

in nicht zu großen Abständen angeordnete Querverbindungen gewährleistet sein —, den Gesamtknickwiderstand als die Summe der Teilknickwiderstände annehmen kann, so wird

$$P = \frac{r}{s} \frac{\pi^2}{l^2} \left(\frac{J_b}{\alpha} + \frac{J_e}{\beta} \right) = \frac{r}{s} \frac{\pi^2}{l^2 \beta} \left(J_e + \frac{1}{n} J_b \right),$$

wenn, wie früher, das Verhältnis $\frac{\alpha}{\beta}$ mit n bezeichnet wird.

In der Regel wird J_b mit der Form oder der zulässigen Dicke der Stütze gegeben oder anzunehmen sein; es ergibt sich dann

$$J_e = \frac{s}{r} \frac{Pl^2}{\pi^2} \cdot \beta - \frac{1}{n} J_b \quad 44)$$

Bei 10facher Sicherheit und für $n = 15$ ergibt sich:

$$J_e = \frac{10}{r} \frac{Pl^2}{2} - \frac{1}{15} J_b \quad 45)$$

oder

$$P = \frac{1}{5} r \frac{J_e + \frac{1}{15} J_b}{l^2},$$

wobei P in Tonnen und l in m, J_e und J_b jedoch in cm auszu- drücken sind.

Unter der Voraussetzung, daß die Stabenden in ihrer Achse fest geführt sind, eine Bedingung, welche bei Bauten wohl stets erfüllt ist, tritt für r , je nachdem beide Enden des Stabes frei beweglich oder fest eingespannt gehalten werden, die Zahl 1 bzw. 4 ein.

Für den ersten, meist vorkommenden Fall wird bei 10facher Sicherheit

$$J_e + \frac{1}{15} J_b = 5 Pl^2 \quad 46)$$

im Falle beiderseitiger Einspannung wird

$$J_e + \frac{1}{15} J_b = \frac{5}{4} Pl^2 \quad 47)$$

im Falle einseitiger Einspannung wird

$$J_e + \frac{1}{15} J_b = \frac{5}{2} Pl^2 \quad 48)$$

Endlich ist für den Fall, daß das eine Ende eingespannt, das andere ganz frei ist

$$J_e + \frac{1}{15} J_b = 20 Pl^2 \quad 49)$$

Auf das Ähnliche in der Form dieser Ausdrücke mit den in 2, Seite 14 entwickelten einfachen Druckspannungsgleichungen sei hingewiesen; während dort die einfachen Flächeninhalte F_e und $\frac{1}{n} F_b$ auftreten, sind es hier die Trägheitsmomente der Querschnitte. Auch ist das Verhältnis der Werte ähnlich demjenigen der entsprechenden Beziehungen für gleichartigen Baustoff.

9. Querbewehrung und Umschnürung achsial gedrückter Eisenbetonkörper.¹⁾

Bei der Ausgestaltung stabförmiger, in der Längsrichtung gedrückter Eisenbetonkörper zu Säulen, Druckstreben usw. kann aus Gründen der Raum- und Kostenersparnis, Leichtigkeit, Schönheit u. dergl. die Frage aufgeworfen werden, ob eine Querverstärkung von Nutzen ist. Auch die Druckversuche mit Eisenbetonkörpern von C. Bach (Berlin 1905) lassen keinen Zweifel darüber, daß die quer zur Druckrichtung angeordneten sogen. Bügel in Eisenbetonsäulen die Tragfähigkeit derselben erhöhen.

Schon im Jahre 1892 habe ich auf die Querverstärkung (auch Ringbewehrung oder Umschnürung) und deren Bedeutung für die Tragfähigkeit gedrückter Betonkörper aufmerksam gemacht, die auch in verschiedenen Staaten patentiert wurde. In meinen Patentschriften aus dieser Zeit (z. B. Schweizer Patent Nr. 4881) ist näher erörtert, wie man in Betonsäulen die Querdehnungen des Betons durch entsprechend eingelegte Querstäbe oder Ringe vermindern und so im Beton in der Querrichtung Druckspannungen erzeugen kann, die eine Verringerung seiner Beanspruchung zur Folge haben.²⁾

Bis jetzt wurde indes, soviel bekannt, der wissenschaftlichen Feststellung des Einflusses der Querverstärkung von keiner Seite nähergetreten. Ich selbst habe bei meinen Bauausführungen nur in ganz vereinzelt Fällen von Querversteifungen zu dem genannten Zwecke Gebrauch gemacht, weil ich auf Grund einfacher

¹⁾ Vergl. Aufsatz des Verfassers im Zentralblatt der Bauverwaltung 1907, Nr. 16.

²⁾ Die geschichtliche Seite der Sache bedarf der Erwähnung, weil der französische Ingenieur Considère im Jahre 1904 auf die Spiralumschnürung ein deutsches Reichspatent erhielt, das dem Verfasser im Jahre 1892 für die allgemeine Anordnung der Querverstärkung durch gerade Eisenstäbe oder umgelegte Ringe versagt blieb.

Anschauungen und überschläglicher Berechnungen gefunden habe, daß der Einfluß derselben auf die Tragfähigkeit nicht allzu hoch angeschlagen werden darf. Zur Erhöhung des Widerstandes gegen seitliches Ausbiegen oder Einknicken trägt die Querverstärkung natürlich nicht bei.

In bezug auf die Anordnung der Quereisenlage kann man unterscheiden zwischen unmittelbar und mittelbar wirkender Querverstärkung, je nachdem der Querdehnung durch umgelegte Eisenringe oder durch Vermittlung des Gleitwiderstandes quergelegter Eisenstäbe entgegengewirkt wird. Man wird erkennen, daß in beiden Fällen mit theoretisch gleichem Materialaufwand die gleiche Wirkung erzielt wird.

a) Unmittelbar wirkende Querbewehrung oder Umschnürung.

Wir behandeln zunächst die unmittelbar wirkende Querverstärkung und wählen zum Gegenstand näherer Betrachtung eine zentrisch gedrückte Betonsäule mit kreisförmigem Querschnitt, die mit umgelegten Eisenringen oder -spiralen (Umschnürung) versehen sei. Der gesamte auf dem Querschnitt lastende Druck sei P , der auf die Querschnittseinheit entfallende Druck p ; bei der Größe F des Querschnitts mit Halbmesser r ist dann

$$p = \frac{P}{F} = \frac{P}{r^2\pi} \dots \dots \dots 50)$$

wobei r , also auch F , nach der Höhe der Säule veränderlich sein kann.

Wir betrachten nun die Formänderung und den Gleichgewichtszustand einer von zwei Säulenquerschnitten begrenzten Scheibe mit der Höhe a , die am Rande durch einen dicht anliegenden Eisenring von gleicher Höhe a eingeschlossen sei. Die Folge der gleichmäßig verteilten Drücke p ist nun zunächst eine Zusammenpressung der Scheibe in der Druckrichtung von p , sodann aber eine seitliche, konzentrisch geartete Ausdehnung der Scheibe, indem die einzelnen Ringe, in welche die Scheibe zerlegt gedacht werden kann, sich nach dem Rande hin gleichmäßig erweitern. Diese Erweiterung würde ohne Druckspannung erfolgen, wenn die Bewegung nicht durch den mehr oder weniger großen Widerstand des umgelegten Ringes aufgehalten würde. Da letzterer aber aus wesentlich steiferem Material besteht, welches der Dehnung n mal so großen Widerstand entgegensetzt

als der Beton, so erleidet die Innenfläche des Ringes seitens des gegen ihn andrückenden Betons einen radial nach außen gerichteten Druck. Gleich große, nach dem Mittelpunkt gerichtete Druckkräfte gibt der Eisenring auf die Randfläche der Betonscheibe zurück, in welcher sie durch alle Parallelzylinderflächen hindurch in gleicher Größe radial fortgepflanzt werden.

Da bei der beschriebenen Formänderung alle Punkte eines Halbmessers auf demselben Halbmesser, auch die aufeinander folgenden Parallelkreise kreisförmig bleiben, so folgt, daß sowohl in den sich berührenden Ring- als in den Radialflächen Verschiebungen der einzelnen Flächenteilchen gegeneinander nicht eintreten. In ihnen sind somit Schubspannungen nicht vorhanden; auf sie wirken also nur Normalspannungen, die dann bekanntlich Hauptnormalspannungen genannt werden und an irgend einem Punkte für die Flächeneinheit mit A bzw. B bezeichnet werden mögen. Die zu der radial gerichteten Hauptspannung A senkrecht gerichtete und mit ihr gleichzeitig wirkende Ringspannung B (Abb. 14) ergibt sich ebenfalls als Druckspannung und, wie leicht zu beweisen, an Größe gleich A .

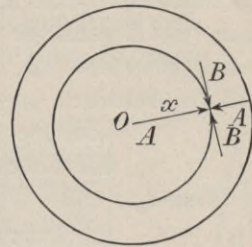


Abb. 14.

Zum Beweise hierfür betrachten wir den Gleichgewichtszustand eines Körperteilchens der Säule an irgend einer Stelle

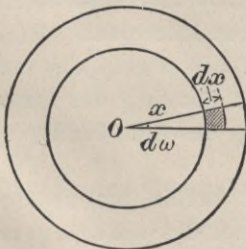


Abb. 15.

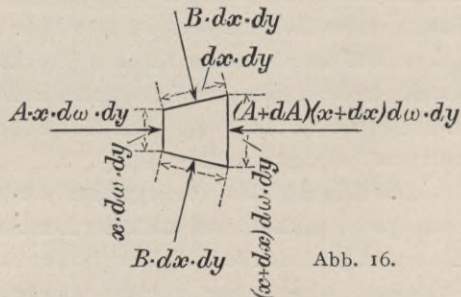


Abb. 16.

in den Abständen y vom Säulenfuße und x vom Mittelpunkt O (Abb. 15) des Säulenquerschnitts, welches im Grundriß von zwei unendlich benachbarten, den Zentriwinkel $d\omega$ bildenden Halbmessern und zwei aufeinander folgenden Parallelkreisen im Ab-

stande dx begrenzt ist und einer Scheibe mit der Dicke dy angehört. Auf dieses Körperteilchen (Abb. 16) mit den senkrechten Seitenflächen

$$x d\omega dy \text{ und } dx dy \text{ sowie } (x + dx) d\omega dy$$

wirken dann in der Ebene des Querschnitts, und zwar in Richtung des Halbmessers die Radialspannungen

$$(A + dA) \cdot (x + dx) d\omega \cdot dy - A \cdot x d\omega \cdot dy$$

und senkrecht dazu die Ringspannungen $B dx dy$, die den Winkel $d\omega$ miteinander bilden und deren in die Richtung des Halbmessers fallende Mittelkraft R aus Krafteck Abb. 17 abgelesen werden kann, als Bogenlänge mit Halbmesser $B dx dy$ um Mittelpunkt C mit Zentriwinkel $d\omega$, so daß $R = B dx \cdot dy \cdot d\omega$. Bedenkt man, daß der Ausdruck $(A + dA)(x + dx) - A \cdot x$ das reine Differential von Ax bedeutet, so besteht zum Gleichgewicht des Teilchens in radialer Richtung die Bedingung

$$B dx dy \cdot d\omega = d\omega \cdot dy \cdot d(Ax) \quad (51)$$

Durch Weghebung von $d\omega \cdot dy$ und Integration erhält man mit Rücksicht darauf, daß B infolge der Gleichheit der spezifischen Längenänderungen in allen Parallelkreisen sowohl in diesen als auch nach x unveränderlich ist,

$$Bx = A \cdot x$$

Abb. 17.

oder

$$A = B \dots \dots \dots (52)$$

Bei den durch die ganze Scheibe gleichbleibenden Spannungsgrößen A und B ist auch die ihnen entsprechende Dehnung der Längeneinheit überall gleich groß. Ist letztere an irgend einem Punkte eines Halbmessers im Abstände x vom Mittelpunkt gleich ϵ_b , so hat die Dehnung für die Strecke dx den Wert $\epsilon_b dx$; am Rande erreicht somit die Gesamtdehnung in Richtung des Halbmessers die Größe $r \cdot \epsilon_b$. Die Vergrößerung des Scheibendurchmessers beträgt somit $2 r \epsilon_b$.

Die Lösung der vorliegenden Aufgabe beruht nun in der Hauptsache darauf, daß auch der Durchmesser des umgelegten Eisenringes dieselbe Vergrößerung wie der Rand der Scheibe, also eine gleich große Dehnung ϵ_e , auf die Längeneinheit bezogen, erleiden muß. Durch Gleichsetzung der beiden Dehnungswerte läßt sich dann die Zugspannung des Ringes und die durch seinen Widerstand hervorbrachte Radial- und Ringspannung in der von ihm einge-

schlossenen Betonscheibe herleiten. Der Umfang des Ringes $2r\pi$ beträgt nach der Dehnung $2r\pi + \varepsilon_e 2r\pi = 2(r + r\varepsilon_e)\pi$. Die Vergrößerung des Ringdurchmessers, die hiernach $2r\varepsilon_e$ beträgt, muß nach obiger Erörterung dem dort entwickelten Werte $2r\varepsilon_b$ gleich sein, woraus folgt:

$$\varepsilon_e = \varepsilon_b \quad \dots \quad (53)$$

Die Ermittlung der Größe von A oder B gestaltet sich nun sehr einfach, wenn man den Gleichgewichtszustand einer durch einen Durchmesser schnitt abgetrennten Halbscheibe ins Auge faßt (Abb 18). Auf sie wirken die senkrecht zur Schnittfläche nach innen gerichteten Druckkräfte $B 2ra$, welche den entgegengesetzt gerichteten Zugkräften R des Ringes gleich sein müssen, also

$$2R = B 2ra,$$

woraus

$$B = \frac{R}{ra} \quad \dots \quad (54)$$

Da $A = B$, so ist auch

$$A = \frac{R}{ra} \quad \dots \quad (55)$$

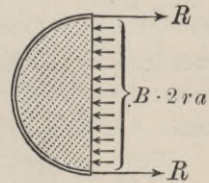


Abb. 18.

Hat der Querschnitt des Ringes die Größe F_e und ist σ_e seine Zugspannung für die Flächeneinheit, E_e der Zugelastizitätsmodul des Eisens, E_b derjenige des Betons, so wird auch

$$Bra = \sigma_e \cdot F_e$$

und

$$\sigma_e = \frac{Bra}{F_e} \quad \dots \quad (56)$$

ferner ist für den Eisenring die Einheitsdehnung

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_e}{E_e} \quad \dots \quad (57)$$

Bezeichnet m den Querdehnungskoeffizienten, so ist bekanntlich

$$\varepsilon_b = \frac{1}{E_b} \left(-B + \frac{p + A}{m} \right) \quad \dots \quad (58)$$

da aber $\varepsilon_e = \varepsilon_b$, so folgt hieraus, wenn das Verhältnis $E_e : E_b$ gleich n gesetzt wird,

$$B = A = \frac{p}{(m - 1) + \frac{mra}{nF_e}} \quad \dots \quad (59)$$

$\frac{2 F_e}{2 r a}$ kann gedeutet werden als derjenige Eisenquerschnitt, der auf die Flächeneinheit eines achsialen Säulenschnitts entfällt; wird derselbe mit f_e bezeichnet, so wird

$$B = A = \frac{p \cdot n f_e}{m + (m - 1) n f_e} \quad \dots \quad 60)$$

Wie bereits in der Einleitung angedeutet, verringern die Hauptspannungen A und B nun ihrerseits die durch die Hauptspannung p in der Hauptdruckrichtung hervorgerufene Zusammenpressung und dementsprechend auch die Beanspruchung des Säulenquerschnitts, die bei der Möglichkeit der freien seitlichen Dehnung des Körpers einfach den Wert $p = \frac{P}{F}$ haben würde, bei der durch Querverstärkung oder Umschnürung eingeengten Querdehnung aber um so geringer ist, je unnachgiebiger die Querstäbe oder die umgelegten Ringe sind, je größer also f_e und somit A und B sind.

Wenn für isotrope Körper, als welcher Beton angesehen werden muß, $m = 4$ angenommen wird, so folgt

$$B = A = \frac{p n f_e}{4 + 3 n f_e} \quad \dots \quad 61)$$

Nun ist bekanntlich die Zugbeanspruchung in der Richtung von B , durch welche schließlich der Bruch erfolgt,

$$\sigma_B = \frac{p + A}{m} - B.$$

Nach Einsetzen der Werte für B , A und m wird

$$\sigma_B = \sigma_A = \frac{p}{4 + 3 n f_e} \quad \dots \quad 62)$$

und mit Hilfe von Gl. 56)

$$\sigma_e = \frac{n p}{4 + 3 n f_e} \quad \dots \quad 63)$$

endlich ist, weil bekanntlich

$$\sigma_p = p - \frac{A + B}{m},$$

$$\sigma_p = p \left(1 - \frac{n f_e}{6 n f_e + 8} \right) = p \left(1 - \frac{1}{6 + \frac{8}{n f_e}} \right) \quad 64)$$

Das zweite Glied in der Klammer von vorstehender Gleichung zeigt an, um welchen Bruchteil die Druckspannung p durch die

Querverstärkung oder Umschnürung verringert wird und daß dieser höchstens $\frac{1}{6}$ von p betragen kann. Der Wert für n soll später aus den Ergebnissen der Bachschen Druckversuche abgeleitet werden.

Beispiel 1.

Eine zylindrische Säule mit Querschnitt nach Abb. 19 von 30 cm Ringdurchmesser sei durch quergelegte 10 mm starke Ringe mit 4 cm Teilung (entsprechend einer Umschnürung durch eine gleich starke Spirale mit 4 cm Ganghöhe) und nach der Länge durch acht Rundeseisen von 16 mm Durchmesser verstärkt. Auf ihr laste ein zentrischer Druck von 200 t ohne Knickgefahr. Wie groß sind die Quer- und Längsbeanspruchungen im Beton und die Spannungen in den Längsstäben, Ringen oder Spiralen?



Abb. 19.

Zunächst ist die Betonpressung

$$1) \quad p = \frac{200000}{\frac{\pi \cdot 30^2}{4} + (15 - 1) 8 \cdot 1,6^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 215 \text{ kg/qcm}$$

(worin $n = 15$) und die Druckspannung der Längseisen

$$2) \quad \sigma_e = 15p = 15 \cdot 215 = 3225 \text{ kg/qcm.}$$

Da

$$f_e = \frac{2 \cdot 1,00^2 \cdot \frac{\pi}{4}}{4,0 \cdot 30} = 0,013,$$

so wird die Querzugspannung des Betons bei $n = 37$ (siehe unten)

$$3) \quad \sigma_A = \sigma_B = \frac{215}{4 + 3 \cdot 37 \cdot 0,013} = 39 \text{ kg/qcm}$$

und die Zugbeanspruchung der Ringe bzw. Spirale

$$4) \quad \sigma_e = 37 \cdot 39 = 1443 \text{ kg/qcm.}$$

Die Druckbeanspruchung des Betons

$$5) \quad \sigma_p = 215 \left(1 - \frac{37 \cdot 0,013}{6 \cdot 37 \cdot 0,013 + 8} \right) = \text{rd. } 206 \text{ kg/qcm.}$$

b) Mittelbare Querbewehrung.

Gegenstand der Untersuchung, die nach den vorangegangenen Erörterungen jetzt sehr kurz gefaßt werden kann, sei eine Säule mit quadratischem Querschnitt und acht Längseiseneinlagen, die

durch je sechs Bügel in der üblichen Weise verbunden sind (Abb. 20).

Der auf die Flächeneinheit eines achsialen Säulenschnitts entfallende Querschnitt je drei zueinander paralleler Bügel sei f_e ; b die Seitenlänge des Säulenschnitts.

P sei der auf der Säule lastende Gesamtdruck, p der auf die Flächeneinheit des Betonquerschnitts entfallende Druck.

Die hier in Betracht kommenden Hauptunbekannten sind nun:

1. σ_b die Druckbeanspruchung des Betons,
2. σ_e die Zugbeanspruchung der Bügel.

Als Hilfsunbekannte dienen:

3. A die Hauptquerspannung in der Richtung der einen und
4. B desgl. in der Richtung der anderen Symmetrieachse parallel zu den Seiten,
5. ε_b die Querdehnung des Betons nach diesen Richtungen, bezogen auf die Längeneinheit,
6. ε_e die Dehnung des Eisens der Bügel, desgl.

Zur Auffindung der so gekennzeichneten sechs Unbekannten bedarf es also auch sechs Gleichungen, die, der früheren Entwicklung entsprechend, teils aus der Formänderung, teils aus den Bedingungen des Gleichgewichts abgeleitet werden können.

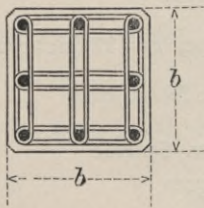


Abb. 20.

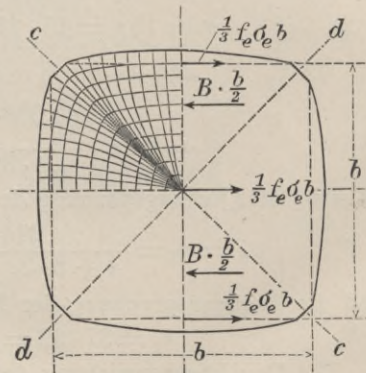


Abb. 21.

Die Formänderung muß, wie in Abb. 21 angedeutet, in der Weise erfolgen, daß eine Ausbauchung der Seiten eintritt, indem das Material da, wo es angehäuft ist, in der Nähe der Diagonalen am stärksten festgehalten wird. Aus ihr wie aus den eingezeichneten Spannungslinien ist zu entnehmen, daß in den Längsschnitten durch die Säulenmitte, welche Symmetrieachsen entsprechen,

Schubspannungen nicht auftreten, daß in diesen also nur Hauptnormalspannungen tätig sind, die demnach auf die Diagonalfächen cc und dd wie auf die zu den Seiten parallel gerichteten Schnittflächen bb senkrecht wirken. Auch ist ersichtlich, daß hier die Gleichung zwischen den Hauptspannungen $A=B$ in aller Strenge nur für den Mittelpunkt Gültigkeit hat, hingegen für alle übrigen Punkte des Betonquerschnitts nur angenähert richtig sein kann. Dasselbe gilt auch für die Beziehung zwischen ε_b und ε_e . Demgemäß sind auch die nachstehend aufgestellten Gleichungen nur angenähert richtig.

- 1) $\varepsilon_b = \varepsilon_e$
- 2) $A = B$
- 3) $\sigma_b = p - \frac{A+B}{m}$
- 4) $\varepsilon_b = \frac{1}{E} \left(\frac{p+B}{m} - A \right)$
- 5) $\sigma_e = E_e \cdot \varepsilon_e$
- 6) $B \cdot b = f_e \sigma_e b$ (vgl. Abb. 20)

Aus ihnen ergibt sich wie früher

$$7) \quad A = B = \frac{pnf_e}{m + (m-1)nf_e}$$

mit $m=4$ wird

$$A = B = \frac{pnf}{4 + 3nf_e} \quad \dots \quad 65)$$

$$\sigma_B = \sigma_A = \frac{p}{4 + 3nf_e} \quad \dots \quad 66)$$

$$\sigma_e = \frac{np}{4 + 3nf_e} \quad \dots \quad 67)$$

$$\sigma_p = p \left(1 - \frac{n \cdot f_e}{6 \cdot nf_e + 8} \right) \quad \dots \quad 68)$$

Zur Ermittlung von n können die „Druckversuche von Eisenbetonkörpern“ von C. Bach (Berlin 1905) benutzt werden. Wie aus dem Vergleich der dort mitgeteilten Dehnungsdiagramme hervorgeht, tritt die Wirkung der Querbewehrung erst in Erscheinung, wenn der Spannungszustand der Säule dicht vor dem Bruch erreicht ist, wobei der Zugelastizitätsmodul des Betons schon ganz erheblich zurückgegangen ist.

Zwar besitzen die Bachschen Versuchskörper keine Mittel-, sondern nur Randbügel, entsprechend den vier Längseisen in den

Ecken, infolge dessen die Querdehnung mit einer größeren Ausbauchung der Seiten verbunden, also eine gleichmäßige Verteilung der A - und B -Spannungen noch weniger vorhanden ist. Immerhin geben dieselben einen vorläufigen Anhalt, und muß die genauere Bestimmung der Zahl n späteren Versuchen anheimgegeben werden.

Die Druckkörper von 90 cm Länge, quadratischem Querschnitt mit 25 cm Seitenlänge zeigten bei 250 mm Bügelabstand eine durchschnittliche Druckfestigkeit von 168 kg/qcm, bei 125 mm Bügelabstand eine durchschnittliche Druckfestigkeit von 177 kg/qcm, bei 62,5 mm Bügelabstand eine solche von 205 kg/qcm. Da die drei Körperreihen sonst genau gleiche Längsverstärkung von vier Stück 15 mm Stäben in den Ecken besitzen, auch der Querschnitt der 7 mm starken Bügelschleifen mit $2 \cdot 0,385$ qcm bei allen gleich groß ist, so kann der Festigkeitszuwachs nur eine Folge der vermehrten Bügelanzahl sein. Im ersten Falle entfällt auf 1 qcm der Achsialschnittfläche $\frac{4 \cdot 0,385}{25 \cdot 25} = 0,0025$ qcm, im zweiten doppelt so viel = 0,005 qcm und im dritten Falle 0,01 qcm Bügeleisenquerschnitt.

Nach Gl. 66) ergibt sich somit für den Festigkeitszuwachs von 9 kg die Gleichung

$$\frac{168}{4 + 3n \cdot 0,0025} = \frac{177}{4 + 3n \cdot 0,005}$$

woraus $n = 39$.

Aus dem Festigkeitszuwachs von 28 kg/qcm folgt:

$$\frac{177}{4 + 3n \cdot 0,005} = \frac{205}{4 + 3n \cdot 0,01}$$

woraus $n = \text{rd. } 30$.

Aus dem Festigkeitszuwachs von 37 kg folgt:

$$\frac{168}{4 + 3n \cdot 0,0025} = \frac{205}{4 + 3n \cdot 0,01}$$

woraus $n = \text{rd. } 42$.

Als wahrscheinlich richtigste Zahl kann nun wohl das arithmetische Mittel, also

$$n = \frac{39 + 30 + 32}{3} = 37$$

angesehen werden, welche Zahl einem Zugelastizitätsmodul des Betons von 60000 kg/qcm entspricht.

Diese Zahl erscheint niedrig, bedenkt man aber, daß die Hauptwirkung der Querverstärkung erst nahe vor dem Bruch zur Geltung kommen kann, so mag wohl der Zugelastizitätsmodul des Betons auf rd. 60 000 richtig sein.

Mit $n = 37$ wird in den oben beschriebenen Bachschen drei Versuchskörpern nach Gl. 66) die Bruchspannung

$$\sigma_B = \frac{168}{4 + 3 \cdot 37 \cdot 0,0025} = \text{rd. } 39 \text{ kg/qcm Zug,}$$

$$\text{bzw. } \sigma_B = \frac{177}{4 + 3 \cdot 0,005 \cdot 37} = 39 \text{ kg/qcm Zug,}$$

$$\text{bzw. } \sigma_B = \frac{205}{4 + 3 \cdot 37 \cdot 0,01} = 40 \text{ kg/qcm Zug.}$$

Wie vorauszusehen, müssen die Bruchzahlen nahezu übereinstimmen, da je eben unter Voraussetzung der gleichen Betonzugfestigkeit aller drei Körper der Mittelwert n festgestellt wurde.

Auch findet man nach Gl. 67) die größte Zugspannung in den Bügeleisen n mal so groß oder $37 \cdot 39 = 1443$ bzw. $37 \cdot 40 = 1480$ kg/qcm, also sehr nahe der Elastizitätsgrenze, wie auch nicht anders zu erwarten war.

Beispiel 2.

Eine vierkantige Säule mit einem Geviertquerschnitt von 30 cm Seite nach Abb. 20, einer Längsverstärkung, bestehend aus vier Eckstäben von 16 mm und vier Mittelstäben von 10 mm Durchmesser, sei in der Querrichtung durch je drei Doppelbügel von 7 mm Stärke mit 4 cm Teilung parallel zu den Querschnittseiten versehen. Auf ihr ruhe ohne Knickgefahr eine Last von 200 t. Wie groß sind die Beanspruchungen im Beton und in den Längs- und Quereisenstäben?

Zunächst ist die Betonpressung

$$1) \quad p = \frac{200\,000}{30^2 + (15 - 1) \left(4 \cdot 1,6^2 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{4 \cdot 1,0^2 \pi}{4} \right)} = 190 \text{ kg/qcm}$$

(worin $n = 15$), und die Druckspannung der Längseisen

$$2) \quad \sigma_e = 15 \cdot 190 = 2850 \text{ kg/qcm.}$$

Da

$$f_e = \frac{3 \cdot 2 \cdot 0,7^2 \cdot \frac{\pi}{4}}{4,0 \cdot 30} = \text{rd. } 0,02,$$

so wird die Querkzugspannung des Betons

$$3) \quad \sigma_A = \sigma_B = \frac{190}{4 + 3 \cdot 37,0,02} = 30,5 \text{ kg/qcm}$$

und die Zugbeanspruchung der Bügel

$$4) \quad \sigma_e = 37 \cdot 30,5 = 1129 \text{ kg/qcm},$$

die Druckbeanspruchung des Betons

$$5) \quad \sigma_p = 190 \cdot \left(1 - \frac{37 \cdot 0,02}{6 \cdot 37,0,02 + 8} \right) = \text{rd. } 179 \text{ kg/qcm}.$$

10. Berechnung der Eisenbetonkörper mit vorgespannten Eiseneinlagen.

a) Achsial gedrückte Stützen (ohne Knickgefahr).

Das bis zu einem gewissen Grade tragfähige Eisengerippe einer Stütze mit dem Eisenquerschnitte F_e der lotrechten Tragstäbe (Formeisen) sei durch sein Eigengewicht und das des frischen, noch nicht erhärteten Betons der Stütze und der zunächst darauf ruhenden frischen Eisenbetondecke nebst der beim Bau stets vorhandenen Baulast (etwa 200 kg/qm) einer Vorspannung auf Druck unterworfen, welche bei der nach vorstehenden, den Bestimmungen der Berliner Baupolizei entsprechenden Annahmen, zu ermittelnden Belastung P_1 die Anfangsvorspannung

$$\sigma_e^1 = \frac{P_1}{F_e}$$

erzeugt. Nach vollständiger Erhärtung aller in Frage kommenden Stockwerkdecken betrage die auf eine Stütze entfallende größte Gesamtlast (einschließlich der vorgeschriebenen Nutzlasten) P . Für die Berechnung der Betonbeanspruchung wird dann wie früher (vergl. Gl. 17)

$$\sigma_b = \frac{P - P_1}{F_b + n F_e} \quad \dots \quad 69)$$

Bei der Ermittlung der Eisenbeanspruchung ist jedoch die Vorpannung σ_e^1 zu berücksichtigen, um welche die aus dem Verbundkörper herrührende Druckspannung σ_e^2 zu vermehren ist, und zwar ist nach Gl. 17)

$$\sigma_e^2 = \frac{P - P_1}{F_e + \frac{1}{n} F_b};$$

mithin ist die Gesamteisenbeanspruchung

$$\sigma_e = \sigma_e^1 + \sigma_e^2 = \frac{P_1}{F_e} + \frac{P - P_1}{F_e + \frac{1}{n} F_b} \dots \dots \dots 70)$$

In gleicher Weise sind ähnliche Aufgaben leicht zu lösen.

b) Achsial gezogene Eisenbetonstäbe.

Die Eisenstäbe eines Eisenbetonhängestabes der an Bogen aufgehängten Fahrbahn einer fertigen, ausgeschalteten und mehr oder weniger belasteten Brücke seien gezogen mit der Zugkraft P_1 , die in den noch nicht umbetonierten Eisenstäben mit dem Gesamtquerschnitt F_e die Anfangsvorspannung

$$\sigma_e^1 = \frac{P_1}{F_e}$$

erzeugt. Nach vollständig erhärteter Ausbetonierung der Hängestäbe betrage die ungünstigste auf einen Hängestab entfallende Gesamtbelastung P . Die Betonzugbeanspruchung wird alsdann wie früher

$$\sigma_b = \frac{P - P_1}{F_b + n F_e} \dots \dots \dots 71)$$

die zusätzliche Eisenzugspannung

$$\sigma_e^2 = \frac{P - P_1}{F_e + \frac{1}{n} F_b},$$

mithin ist die Gesamteisenbeanspruchung

$$\sigma_e + \sigma_e^1 + \sigma_e^2 = \frac{P_1}{F_e} + \frac{P - P_1}{F_e + \frac{1}{n} F_b} \dots \dots \dots 72)$$

In gleicher Weise sind ähnliche Aufgaben leicht zu lösen.

c) Auf Biegung beanspruchte Eisenbetonstäbe mit vorgespannten Zugeiseneinlagen.¹⁾

Ein Eisenbetonbalken mit Rechteck- oder T-förmigem Querschnitt besitze einfache Bewehrung mittels nahe der Unterkante angeordneter Rundeisenstäbe, die mit Hilfe von Schrauben²⁾ oder

¹⁾ Vergl. Aufsatz des Verfassers im Zentralblatt der Bauverwaltung 1907, Seite 520.

²⁾ Vergl. Mitteilungen über Forschungsarbeiten, herausgegeben vom Verein deutscher Ingenieure, Heft 90 u. 91. Bach u. Graf: Versuche mit Eisenbetonbalken. Dritter Teil 1910, Seite 61 bis 84.

hydraulischen Pressen oder auf andere Weise in Anfangszugspannung versetzt seien.

Nach Erhärtung des eingebrachten Betons werden die Eisenstäbe sich selbst überlassen; sie bewirken dann, in dem Bestreben sich zusammenzuziehen, vermöge des Gleitwiderstandes in dem sie umgebenden Betonuntergurt, Anfangsdruckspannungen und wegen ihrer exzentrischen Lage im Balkanquerschnitt neben dem achsrechten Druck auch ein Moment mit Aufbiegung oder Krümmung des Balkens nach oben, welche der durch die spätere Belastung hervorgerufenen Krümmung nach unten in günstiger Weise entgegenwirkt. Beides, sowohl die gleichmäßig verteilten

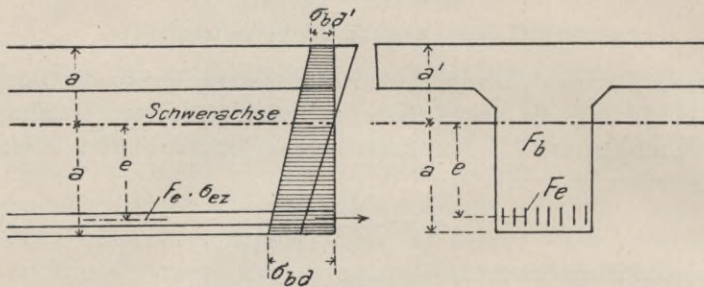


Abb. 22.

achsrechten Druck- als die Biegungsspannungen, haben eine elastische Nachgiebigkeit des Betons zur Folge, womit gleichzeitig aber eine entsprechende Entlastung oder ein Nachlassen der anfänglichen Anspannung der Eiseneinlagen verbunden ist. Es möge bedeuten (vergl. Abb. 22)

F_b den Inhalt des Querschnitts des Eisenbetonbalkens,

F_e desgl. seiner Eiseneinlagen,

J_b das Trägheitsmoment des Querschnitts,

σ_{e_z} die Anfangszugspannung der Eiseneinlagen nach Wegnahme der Spannvorrichtung und wieder eingetretenem Ruhezustande,

$\sigma_{b_z}^1$ die ursprüngliche Zugspannung der Eiseneinlagen unter Einwirkung der Spannvorrichtung,

σ_{b_d} die im Beton erzeugte Anfangsdruckspannung in der äußersten Schicht auf der Zugseite,

$\sigma_{b_d}^1$ desgl. auf der Druckseite,

a und a^1 die Abstände der untersten und obersten Betonschicht von der wagerechten Schwerpunktschwerachse des Querschnitts,

e den Abstand der Mittellinie der Eiseneinlagen von derselben Achse.

Der Gesamtzug der Eiseneinlagen beträgt dann $F_e \cdot \sigma_{e_z}$; der durch die zurückstrebenden Eiseneinlagen durch Vermittlung des Haftwiderstandes im Beton hervorgebrachte achsrechte Druck beträgt dann ebenfalls $F_e \cdot \sigma_{e_z}$ und das gleichzeitig wirkende Biegemoment $F_e \cdot \sigma_{e_z} \cdot e$; daher ist die in der untersten Betonschicht erzeugte Anfangsdruckspannung

$$\sigma_{b_d} = \frac{a \cdot F_e \cdot \sigma_{e_z} \cdot e}{J_b} + \frac{F_e \cdot \sigma_{e_z}}{F_b} \quad \dots \quad 73)$$

Zur Erzielung einer gegebenen oder angenommenen Anfangsdruckspannung σ_{b_d} wird hieraus die erforderliche Anfangszugspannung des Eisens

$$\sigma_{e_z} = \sigma_{b_d} \frac{J_b \cdot F_b}{a e F_e \cdot F_b + F_e \cdot J_b} \quad \dots \quad 73a)$$

Die ursprüngliche Zugspannung des Eisens $\sigma_{e_z}^1$, womit die für die Spannvorrichtung erforderliche Zugkraft zu berechnen ist, muß nun etwas größer sein als σ_{e_z} , und zwar um den Spannungswert, welcher der Zusammenpressung des Betons entspricht; letztere ist

$$\frac{\sigma_{b_d} \cdot \frac{e}{a}}{E_{b_d}},$$

wenn E_{b_d} den Druckelastizitätsmodul des Betons bezeichnet; nennt man noch E_{e_z} den Zugelastizitätsmodul für Eisen, so wird die erforderliche ursprüngliche Anfangszugspannung des Eisens

$$\sigma_{e_z}^1 = \sigma_{e_z} + \frac{E_{e_z}}{E_{b_d}} \cdot \sigma_{b_d} \cdot \frac{e}{a}$$

oder, nach Einsetzung des obigen Wertes für σ_{e_z} und des Wertes für $\frac{E_{e_z}}{E_{b_d}}$, der nach den Vorschriften 15 beträgt

$$\sigma_{e_z}^1 = \sigma_{b_d} \left(\frac{F_b J_b}{a e F_e \cdot F_b + F_e \cdot J_b} + 15 \frac{e}{a} \right) \quad \dots \quad 74)$$

Hieraus folgt die Größe der auf die gesamte Eiseneinlage des Balkens entfallenden, von der Spannvorrichtung zu leistenden Zugkraft

$$Z = \sigma_{bd} \left(\frac{F_b \cdot J_b}{a e F_b + J_b} + 15 \cdot F_e \frac{e}{a} \right) \quad (75)$$

Die Anfangsspannung in der obersten Betonschicht ergibt sich ähnlich wie σ_{bd} (durch Gl. 73), und zwar ist

$$\sigma_{bd}^1 = - \frac{a \cdot F_e \cdot \sigma_{e_z} \cdot e}{J_b} + \frac{F_e \cdot \sigma_{e_z}}{F_b} \quad (76)$$

Der die Erzeugung der Betondruckspannungen vermittelnde Haftwiderstand τ zwischen Eisen und Beton folgt aus der Länge l des Balkens und seiner Eiseneinlagen und dem Umfang U des Querschnitts der letzteren, und zwar ist die Haftspannung

$$\tau = \frac{F_e \cdot \sigma_{e_z}}{U \cdot \frac{l}{2}} \quad (77)$$

Beispiel. Bei nebenstehendem Eisenbetonbalkenquerschnitt betrage die rechnungsmäßige Betonzugspannung der untersten Betonschicht 40 kg/qcm; diese soll auf 20 kg/qcm gebracht werden; σ_{bd} soll demnach $40 - 20 = 20$ kg/qcm betragen. Nach den gewählten Abmessungen beträgt (Abb. 23):

$$F_b = \text{rd. } 1,15 \cdot 0,25 + 0,75 \cdot 0,50 = 0,6625 \text{ qm}$$

$$F_e = \text{rd. } 69 \text{ qcm.}$$

$$J_b = \frac{0,50 \cdot 0,60^3}{3} + \frac{1,15 \cdot 0,40^3}{3} - \frac{0,65 \cdot 0,15^3}{3} = 0,0598 \text{ m}^4$$

Balkenlänge $l = 10,0$ m.

Es wird zunächst nach Gl. 73 a) die erforderliche Zugspannung der Eiseneinlagen in der Ruhelage

$$\sigma_e = 20 \cdot \frac{5\,980\,000 \cdot 6\,625}{60 \cdot 55 \cdot 69 \cdot 6625 + 69 \cdot 5\,980\,000} = \text{rd. } 412 \text{ kg/qcm,}$$

demnach ist die ursprüngliche, durch die Spannvorrichtung herorzubringende Zugspannung

$$\sigma_{e_z}^1 = 412 + 15 \cdot 20 \cdot \frac{55}{60} = 687 \text{ kg/qcm.}$$

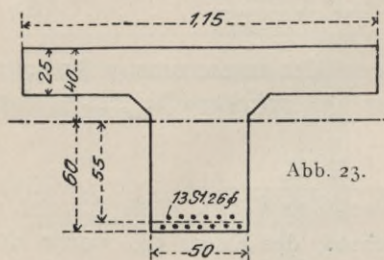


Abb. 23.

Also beträgt die gesamte, von der Spannvorrichtung auszuübende Zugkraft

$$Z = 687 \cdot 69 = 47\,403 \text{ kg.}$$

Für die Wasserdruckpressen von 20 cm Kolbendurchmesser, deren je zwei auf einen Balken entfallen, ergibt sich somit ein Druck von

$$\frac{47\,403}{2 \cdot \pi \cdot \frac{20^2}{4}} = 755 \text{ Atm.}$$

Die in der Oberkante des Querschnitts erzeugte Druckspannung des Betons ist

$$\sigma_{bd}^1 = - \frac{40 \cdot 69 \cdot 412 \cdot 55}{5\,980\,000} + \frac{69 \cdot 412}{6625} = - 6,2 \text{ kg/qcm}$$

(also Zugspannung).

Die Haftspannung ist

$$\tau = \frac{69 \cdot 412}{13 \cdot 2,6 \cdot \pi \cdot 500} = 0,54 \text{ kg/qcm.}$$



In gleicher Weise sind ähnliche Aufgaben leicht zu lösen.



Verlag von **Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W66**
 Wilhelmstraße 90.

Handbuch für Eisenbetonbau.

Unter Mitwirkung hervorragender Fachmänner herausgegeben
 von Dr. Ingenieur **F. von Emperger**, k. k. Oberbaurat,
 Regierungsrat im k. k. Patentamt in Wien.

 **Zweite neubearbeitete Auflage.** 

*Sämtliche Bände der zweiten Auflage weisen ein sorgfältig
 bearbeitetes Sachverzeichnis auf.*

I. Band: Entwicklungsgeschichte und Theorie.

Die Grundzüge der geschichtlichen Entwicklung des Eisenbetons.
 Bearbeitet von **M. Foerster**, Professor a. d. Königl. Sächsischen
 Technischen Hochschule zu Dresden.

**Druckfestigkeit des reinen, bewehrten und umschnürten Betons.
 Versuche mit Säulen und ihre Berechnung.** Bearbeitet von
Dr. Max. R. von Thullie, k. k. Hofrat, Professor a. d. Technischen
 Hochschule in Lemberg.

Versuche mit Balken aus Eisenbeton. Bearbeitet von **O. Graf**,
 Ingenieur in Zuffenhausen-Stuttgart.

Theorie des Eisenbeton-Balkens. Bearbeitet von Dr. Ing. **Ph. Völker**
 und Dipl.-Ing. **E. Richter**, i. Fa. Grün u. Bilfinger A.-G., Tiefbau-
 unternehmung in Mannheim.

Versuche mit Gewölben. Bearbeitet von Dr. Ing. **A. Kleinlogel**
 in Darmstadt.

Theorie des Gewölbes und des Eisenbetongewölbes im besonderen.
 Bearbeitet von **J. Melan**, k. k. Hofrat, Professor a. d. Technischen
 Hochschule in Prag.

Die erste Auflage ist vergriffen.

Zweite neubearbeitete Auflage erscheint Sommer 1912.

Preis geheftet etwa 18 Mk., gebunden etwa 21 Mk.

II. Band: Der Baustoff und seine Bearbeitung. 2. Auflage.

Baustoffe. Bearbeitet von **K. Memmler**, Dipl.-Ing. u. **H. Burchartz**,
 Ing., ständige Mitarbeiter am Kgl. Materialprüfungsamt in Groß-
 Lichterfelde-West. — **Betonmischmaschinen.** Bearbeitet von
H. Albrecht, Ingenieur in Berlin. — **Transportvorrichtungen.**
 — **Vorrichten und Verlegen des Eisens.** — **Betonierungs-
 regeln.** — Bearbeitet von **R. Janesch**, beh. aut. Bauingenieur in
 Wien. — **Schalung im Hochbau.** — **Schalung bei Balkenbrücken.**
 Bearbeitet von **O. Rappold**, Regierungsbaumeister in Stuttgart. —
Schalung bei Bogen. Bearbeitet von Dr. techn. **A. Nowak**,
 Professor an der Deutschen Technischen Hochschule in Prag.

Mit 597 Textabbildungen. 1911.

Preis geheftet 14 Mk., gebunden 16,50 Mk.

Handbuch für Eisenarbeiten

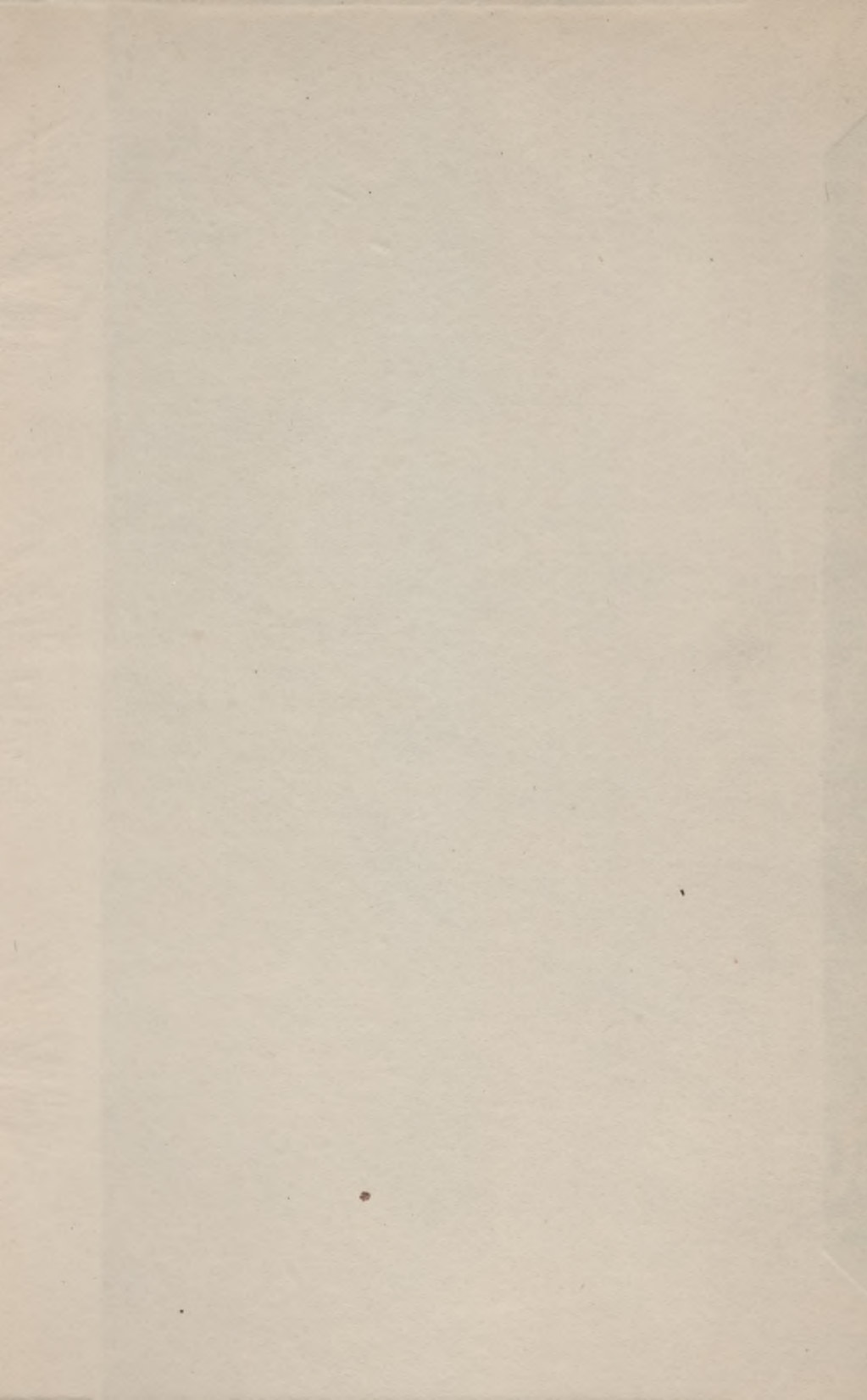
III. Technische Anforderungen an Eisenarbeiten

1. Eisenarbeiten im allgemeinen

Die Eisenarbeiten sind so zu beschaffen, dass sie den Anforderungen an Festigkeit, Dauerhaftigkeit und Wirtschaftlichkeit entsprechen. Die Ausführung der Eisenarbeiten ist so zu gestalten, dass die Herstellungskosten möglichst gering gehalten werden können. Die Eisenarbeiten sind so zu beschaffen, dass sie den Anforderungen an Festigkeit, Dauerhaftigkeit und Wirtschaftlichkeit entsprechen. Die Ausführung der Eisenarbeiten ist so zu gestalten, dass die Herstellungskosten möglichst gering gehalten werden können. Die Eisenarbeiten sind so zu beschaffen, dass sie den Anforderungen an Festigkeit, Dauerhaftigkeit und Wirtschaftlichkeit entsprechen. Die Ausführung der Eisenarbeiten ist so zu gestalten, dass die Herstellungskosten möglichst gering gehalten werden können.

II. Eisenarbeiten im besonderen

Die Eisenarbeiten sind so zu beschaffen, dass sie den Anforderungen an Festigkeit, Dauerhaftigkeit und Wirtschaftlichkeit entsprechen. Die Ausführung der Eisenarbeiten ist so zu gestalten, dass die Herstellungskosten möglichst gering gehalten werden können. Die Eisenarbeiten sind so zu beschaffen, dass sie den Anforderungen an Festigkeit, Dauerhaftigkeit und Wirtschaftlichkeit entsprechen. Die Ausführung der Eisenarbeiten ist so zu gestalten, dass die Herstellungskosten möglichst gering gehalten werden können.



WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



32264

L. inw.

Kdn., Czapskich 4 — 678. 1. XII. 52. 10.000

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000299732