i/l

BEITRAG ZUR THEORIE

DER

GÜNSTIGSTEN TRÄGERHÖHE DES PARALLELTRÄGERS

VON

INGENIEUR F. GEBAUER

INGENIEUR-ADJUNKT DER K. K. PRIV. ÖSTERR. NORDWESTBAHN IN WIEN.

WIEN 1906.

KOMMISSIONSVERLAG VON FRANZ DEUTICKE.

DRUCK VON R. SPIES & Co.

SONDER-ABDRUCK AUS DER ZEITSCHRIFT DES »ÖSTERR. INGENIEUR- UND ARCHITEKTEN-VEREINES« 1906.

Einleitung.

In Anbetracht des Umstandes, daß an die Ingenieurbauwerke vom Standpunkte des Verkehres und der Sicherheit immer größere Anforderungen gestellt werden, und in Anbetracht der hohen Kosten, welche diese Bauten überhaupt erfordern, wird die Lösung der Frage immer dringender, mit einem Minimalaufwande an Baukosten irgendeiner vorliegenden Aufgabe gerecht zu werden.

Auch im Brückenbau ist diese Frage von großem Interesse und hat der Verfasser im folgenden versucht, diese Frage für eine der einfachsten und meist angewendeten Trägerformen auf theoretischem Wege zu lösen.

Eine allgemeine Lösung dieser Aufgabe mit genauer Berücksichtigung aller Umstände wäre jedoch sehr schwierig; um also doch eine Übersicht zu bekommen, ist es nötig, zuerst möglichst einfache Bedingungen zu stellen und aus den so erhaltenen Resultaten Schlüsse auf allgemeinere Fälle zu ziehen.

Die in unserer Literatur hierüber bereits enthaltenen Betrachtungen sind spärlich genug, und es darf also auch nicht verwundern, daß sie in der Praxis entweder ganz unbeachtet bleiben oder gar falsch angewendet werden. Die für den Parallelträger fast stets in Anwendung kommende Regel lautet $h = \frac{1}{10} l$, gleichgültig, ob die Fahrbahn oben oder unten und die Spannweite groß oder klein ist. Nebst dieser findet man wohl auch noch die von Winkler abgeleitete Regel in Anwendung: Die günstigste Neigung der Diagonalen beträgt 45^0. Jedoch auch die allgemeine Anwendung dieses Satzes ist unrichtig. Die diesbezüglichen von Winkler aufgestellten Sätze lauten (Winkler, „Vorträge über Brückenbau“, II. Heft, 1. Lieferung 1874, Seite 81 und 82):

1. „Weder die Trägerhöhe h noch die Teilungszahl n ist auf das Volumen des Gitterwerkes von Einfluß.“

(Hiebei versteht Winkler unter „Gitterwerk“ die Ausfachungsstäbe und unter der Teilungszahl n die Anzahl der zu einem System zusammengelegten einfachen Stabsysteme.)

2. „Das Gitterwerk beansprucht also möglichst wenig Material, wenn beide Lagen der Gitterstäbe unter 45^0 geneigt sind.“ (Netzwerk.)

3. „Für das Fachwerk (der eine Strebenwinkel $= 0$) ist die günstigste Neigung der Streben (der zweiten Stablage) gegen die Vertikale $\alpha = 54^0\,44'\,8''$.“

Zunächst muß auf den auffallenden Widerspruch des Satzes 1. mit den beiden folgenden Sätzen hingewiesen werden, welche sich gegenseitig ausschließen. Der Satz 1. in obiger Form ausgesprochen, ist falsch.

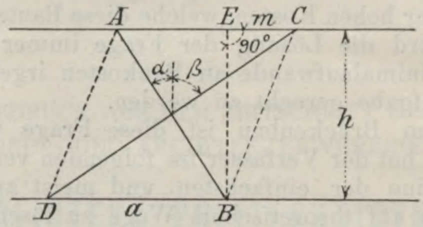

Abb. 1.

Die Formel, aus welcher Winkler diesen Satz ableitet, ist: $V = \dfrac{Q\,(\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta)}{K\,(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)}$ und die zugehörige Zeichnung Abb. 1.

Nun erscheint in dieser Aufschreibung für das Volumen der Ausfachung V allerdings nicht die Trägerhöhe h als solche, sondern nur die Querkraft Q, eine Konstante K und die beiden Winkel α und β; jedoch darf nicht übersehen werden, daß sowohl die Sekante als auch die Tangente dieser beiden Winkel Funktionen der Trägerhöhe h sind, da doch angenommen werden muß, daß die Feldweite $B\,D$ des Trägers für diese Untersuchung eine gegebene unveränderliche Größe ist. In Wirklichkeit ist das Volumen des Gitterwerkes von der Trägerhöhe sehr bedeutend abhängig, wovon man sich durch eine Umformung obiger Formel leicht überzeugt. Setzen wir $B\,D = a$ und $C\,E = m$, so erhalten wir $V = \dfrac{Q\,(h^2 + a^2 + m^2)}{K\,a\,h}$. Aber auch die Teilungszahl n ist auf das Volumen des Gitterwerkes von Einfluß, da aus konstruktiven Gründen der Gesamtquerschnitt eines Stabes im Verhältnis zum nutzbaren Querschnitte desselben umso größer ist, je kleiner die Stabkraft wird.

Ferner sind sowohl die Teilungszahl als auch die Belastungen und die Konstruktionskoeffizienten für die Bestimmung der günstigsten Strebenneigung von Einfluß. Vor allem ist aber darauf hinzuweisen, daß man ein Fachwerk nie so dimensionieren wird, daß nur ein Teil desselben (z. B. nur die Ausfachung) ein Minimum an Material erfordert.

Die vorliegende Arbeit soll nun ein neuer Beitrag sein zur theoretischen Bestimmung des Eigengewichtes und der günstigsten Trägerhöhe des Parallelträgers. Vor allem sei darauf hingewiesen, daß $\frac{1}{10}$ im allgemeinen ein zu kleines Pfeilverhältnis für den Parallelträger ist.

Zunächst sei noch ein kurzer Überblick über die in unserer Literatur bereits enthaltenen Angaben über die Berechnung der günstigsten Trägerhöhe hier angeführt:

Die erste Angabe in der deutschen Literatur findet sich in

Winkler, „Vorträge über Brückenbau“, II. Heft, 2. Lieferung 1875, Seite 183, und lautet:

„Die zweckmäßigste Höhe für Parallelträger ergibt sich mit $h = 0{\cdot}500\, l$“.

Dieses Resultat wird jedoch von Winkler selbst als unbrauchbar verworfen. Im Jahre 1878 findet sich in der „Zeitschrift für Bauwesen“, Seite 203 und f., bereits eine ausführliche Untersuchung von

Engesser, in welcher auch auf die Dimensionierung der Druckstäbe besonders Rücksicht genommen wird. Unter Voraussetzung ähnlicher Querschnitte und mit Benützung der Schwarz-Rankinschen Formel wird für die Querschnittsfläche gedrückter Stäbe folgende Näherungsformel abgeleitet:

$f = \frac{S}{\sigma} + c\, l^2$, wobei l die Länge des Stabes, S die Stabkraft, σ die zulässige Inanspruchnahme des Materiales auf Druck und c eine Konstante bedeutet, welche von der Befestigung des Stabes (freie Knicklänge), dem Querschnitte und dem Materiale desselben abhängig ist. Der Materialaufwand der einzelnen Stabgattungen wird mit Hilfe einer Formel für die „mittlere Stabkraft“ (durchschnittliche Stabkraft) bestimmt; letztere wird jedoch ohne Rücksicht auf die Anzahl der Felder berechnet, ein Vorgang, der später auch von Winkler und Häseler eingehalten wird. Obzwar man sagt, daß die hiedurch begangenen Fehler sich teilweise aufheben und durch den Konstruktionskoeffizienten ausgeglichen werden, ist dies doch nur ein Näherungsvorgang, welcher sich vermeiden läßt. Ein Nachteil der Ableitungen Engessers ist noch die Annahme eines für alle Stabgattungen gleichen Konstruktionskoeffizienten, welcher als Funktion des Gesamtgewichtes der Brücke angenommen wird. Ferner wird auf die Querverstrebung der Brücke keine Rücksicht genommen, wohl aber der Windverband berücksichtigt. Als Resultat ergibt sich die günstigste Trägerhöhe für $l = 10$ bis $100\,m$ mit $h = \frac{1}{6}$ **bis** $\frac{1}{10}\,l$, und zwar der größere Wert für kleine, der kleinere Wert für große Spannweiten.

Im Jahre 1879 ist auch in

Winkler, „Vorträge über Brückenbau“, IV. Heft, 4. Lieferung 1879, Seite 389 bis 399, schon eine genauere Bestimmung des Eigengewichtes und der günstigsten Trägerhöhe angegeben nebst einer Tabelle mit den Werten von $\frac{h}{l}$ für Spannweiten von 10 bis $100\,m$. Danach ergibt sich $h : l = \frac{1}{4}$ **bis** $\frac{1}{6}$, also für kleine Spannweiten eine ziemlich große Trägerhöhe. Winkler gibt als Schlußformel für das Eigengewicht an $g = \dfrac{A + B\,h + \dfrac{C}{h}}{A_1 - B_1\,h + \dfrac{C_1}{h}}$, leider ohne für die einzelnen Koeffizienten besondere Werte von allgemeiner Gültigkeit zu nennen. Gesagt wird nur, daß stets $A_1 \doteq 1$, $B_1 \doteq 0$ und $C_1 \doteq 0$ sind. Winkler sagt jedoch selbst: „Auf die erhaltenen Zahlen legen wir keinen besonderen Wert, weil die Annahmen, auf denen sie beruhen, noch zu unsicher sind. Man ersieht aber doch aus ihnen die folgenden Gesetze:

1. Der zweckmäßigste Wert von $\frac{h}{l}$ nimmt mit zunehmender Spannweite etwas ab; nur wenn letztere eine gewisse Grenze überschreitet, nimmt $\frac{h}{l}$ wieder ein wenig zu. Indes läßt sich bei Spannweiten über etwa 40 Meter $\frac{h}{l}$ konstant annehmen.

2. Bei zweigeleisigen Brücken ist die zweckmäßigste Höhe um 14 bis 24% größer als bei eingeleisigen. Überhaupt wächst die Trägerhöhe, wenn die von einem Träger aufzunehmende Last wächst.

3. Die Höhen in der Mitte bei verschiedenen Systemen werden umso größer, je größer das Volumen der Gurte bei gleicher Höhe in der Mitte ist, oder je größer die Koeffizienten A_0 A_1 sind.“

Am Schlusse dieser Betrachtungen finden wir auch den Hinweis auf die Untersuchungen des englischen Ingenieurs

Baker („Long and short span railway bridges“, London 1873) mit einer kurzen Angabe des Rechnungsvorganges und einigen Resultaten, welche der Vollständigkeit halber hier wiederholt seien.

Winkler sagt hierüber:

„Baker macht die allerdings sehr gewagte Annahme, daß das Volumen des Gitterwerkes, einschließlich gewisser Teile der Querkonstruktion, der Höhe proportional ist. Da er außerdem das Volumen der Gurte der Höhe umgekehrt proportional annimmt, so muß das Minimum der Materialmenge eintreten, wenn das Volumen des Gitterwerkes gleich dem der Gurte gemacht wird. Baker erhält speziell für $l = 90$ und $200\,m$ Spannweite die folgenden Werte für $\frac{h}{l}$: Blechträger 0·11, 0·12; einfache Parallel-Gitterträger: 0·15, 0·13; Parabelträger: 0·18, 0·20.“

Die letzten Untersuchungen erschienen im Jahre 1900 in

Häseler, „Der Brückenbau“, 1. Teil, 4. Lieferung, 1. Hälfte, § 99. Es wird hier die günstigste Trägerhöhe mit Bezug auf das Minimalvolumen der Tragwände allein, also ohne Rücksicht auf das Volumen der Horizontal- und Querversteifungen bestimmt; das Volumen der Tragwände wird aus Integralen berechnet, und die Felderzahl wird erst im Endresultate in die Rechnung einbezogen. Für die einzelnen Stabgattungen werden, wie dies auch bei Winkler schon der Fall ist, verschiedene Konstruktionskoeffizienten benützt. Im Resultate zeigt sich, daß bei zunehmender Felderzahl die günstigste Trägerhöhe rasch abnimmt, d. h. daß die Trägerhöhe, bezw. das Eigengewicht wesentlich von der Felderzahl abhängig ist.

Die folgende Arbeit hat nun den Zweck, bei der Bestimmung der günstigsten Trägerhöhe des Parallelträgers die Felderzahl gleich von Anfang an zu berücksichtigen und, soweit dies tunlich ist, auch das Gewicht der Horizontal- und Querversteifungen mit in Rechnung zu ziehen. Es werden die Träger mit „Fahrbahn oben“ und „Fahrbahn unten“ getrennt behandelt. Die Untersuchungen werden hier bloß für die gewöhnlich angewendeten Arten des Parallelträgers auf zwei Stützen angegeben. Andere Fälle können analog behandelt werden.

Der Konstruktionskoeffizient.

Eine wichtige Rolle bei allen diesen Untersuchungen spielt der Konstruktionskoeffizient, d. h. jene Zahl, mit der man das theoretisch nötige Gewicht eines Konstruktionsteiles multiplizieren muß, um das tatsächliche Gewicht desselben zu bekommen.

Engesser („Zeitschrift für Bauwesen“ 1878, S. 208) setzt in seinen Ableitungen für diesen Koeffizienten, welcher dort (wie bereits früher erwähnt) für die Brücke als Ganzes angewendet wird:

$k = 1{\cdot}353 + \frac{150}{g_0}$, wenn g_0 das theoretische Gewicht der Brücke in kg/m ist.

Seefehlner („Deutsche Bauzeitung“ 1878, S. 438) entwickelt aus einer Reihe von praktisch ausgeführten Beispielen den Konstruktionskoeffizienten als Funktion der Totalbelastung q und der Spannweite l, setzt also $k = k_1 - k_2\,l - k_3\,q$; für $l > 20\,m$ wird $k_3 = 0$, und man hätte also $k = k_1 - k_2\,l$. Jedoch auch die Konstanten k_1 und k_2 haben bei Seefehlner keine allgemeine Gültigkeit; sie ändern ihren Wert mit der Spannweite und können, da sie aus besonderen Beispielen abgeleitet sind, nur wieder für ähnliche Fälle angewendet werden. Eine allgemeine Darstellung des Konstruktionskoeffizienten läßt sich nur durch eine Funktion des theoretisch notwendigen Gewichtes geben, also in einer Form, wie sie Engesser und später auch Winkler („Vorträge über Brückenbau“, IV. Heft 1879, Seite 375 bis 377) angewendet haben: $k = k_1 + \frac{k_2}{g_0}$.

Wie später vom Verfasser gezeigt wird, ist für die Bestimmung der günstigsten Höhe eines Fachwerkes nicht so sehr der Konstruktionskoeffizient als solcher, als vielmehr das gegenseitige Verhältnis der Konstruktionskoeffizienten der einzelnen Stabarten maßgebend. Ist aber für eine bestimmte Trägerform die allgemeine Querschnittsform der verschiedenen Stabarten (Gurtungen, Diagonalstäbe, Vertikalstäbe, Windstreben) gegeben, so ist dadurch auch das gegenseitige Verhältnis der

Konstruktionskoeffizienten dieser Stabarten zueinander auf enge Grenzen beschränkt. Es ist also $k = K\eta$, wobei η eine Verhältniszahl und K ein Konstruktionsfaktor ist, welcher von der Größe der Stabkräfte und der Ausnützung der Stabquerschnitte abhängt.

Ist für die einzelnen Stabarten eines Fachwerkes das durchschnittliche gegenseitige Verhältnis der Konstruktionskoeffizienten bekannt, so kann man den Konstruktionsfaktor K auf folgende Weise bestimmen: Bedeutet allgemein P die Stabkraft, λ die Stablänge, σ, bezw. σ_1 die zulässige Inanspruchnahme, s das spezifische Gewicht des Stabmateriales und l die Spannweite der Brücke, so erhalten wir für das wirkliche Eigengewicht des Fachwerkes — Fahrbahnkonstruktion ausgeschlossen — per m Länge den Ausdruck $g = K \cdot \frac{s}{\sigma l} \Sigma P \lambda \eta$.

Hiebei ist für den Windverband infolge der größeren zulässigen Inanspruchnahme σ_1 eine Reduktion der Stabkräfte P auf die normale Inanspruchnahme σ erforderlich, indem an Stelle von P zu setzen ist $P' = P \cdot \frac{\sigma}{\sigma_1}$.

Das theoretische Eigengewicht des Fachwerkes wäre

$$g_0 = \frac{s}{\sigma l} \Sigma P \lambda.$$

Nach Engesser ist nun der Konstruktionskoeffizient für das gesamte Fachwerk $k = k_1 + \frac{k_2}{g_0}$.

Da aber $g = k g_0$, erhalten wir

$$K \cdot \frac{s}{\sigma l} \Sigma P \lambda \eta = k_1 \frac{s}{\sigma l} \Sigma P \lambda + k_2$$

und

$$K = \frac{1}{\Sigma P \lambda \eta} \left(k_1 \Sigma P \lambda + k_2 \cdot \frac{\sigma l}{s} \right).$$

Für die Konstanten k_1 und k_2 können wir die von Engesser angegebenen Werte benützen: $k_1 = 1\cdot353$, $k_2 = 150$. Über die Verhältniszahlen η kann man sich an ähnlichen bereits ausgeführten Konstruktionen Aufklärung verschaffen. Bezeichnet man mit k_u, k_o, k_d, k_v, k_w den Konstruktionskoeffizienten für Untergurt, Obergurt, Diagonalen, Vertikalstäbe und Windstreben, so wurden an ausgeführten Eisenbahn- und Straßenbrücken folgende Verhältnisse gefunden:

Bei einfachem oder mehrfachem Ständerfachwerk mit steif ausgebildeten Zugdiagonalen

$$k_u : k_o : k_d : k_v : k_w = 1 : 1{\cdot}10 : 1{\cdot}15 : 1{\cdot}20 : 3$$
$$\text{bis} = 1 : 1{\cdot}15 : 1{\cdot}20 : 1{\cdot}50 : 5.$$

Bei Ständerfachwerk mit gekreuzten Diagonalen:

$$k_u : k_o : k_d : k_v : k_w = 1 : 1{\cdot}10 : 1{\cdot}15 : 1{\cdot}50 : 3$$
$$\text{bis} = 1 : 1{\cdot}15 : 1{\cdot}20 : 3{\cdot}00 : 5.$$

Um einen beiläufigen Begriff von der Größe K zu geben, seien hier einige Werte angeführt, welche aus einer Tabelle Winklers („Vorträge über Brückenbau", II. Heft, 2. Auflage 1875, S. 236) für den Konstruktionskoeffizienten der Gurte gerechnet wurden. In jener Tabelle ist der durchschnittliche Konstruktionskoeffizient für beide Gurte zusammen angegeben, das ist also der Wert $\frac{k_u + k_o}{2} = k_g$.

Nach obigem ist durchschnittlich $k_u = K = \frac{1}{1{\cdot}12} k_o$, folglich

$$K = \frac{1}{1{\cdot}06} k_g.$$

Hieraus ergibt sich folgende Tabelle:

Spannweite l in Metern	10	20	30	40	50	75	100	120,
Konstruktionsfaktor K	1·93	1·65	1·49	1·41	1·37	1·31	1·29	1·27.

Selbstverständlich sind die in dieser Tabelle angegebenen K nur Durchschnittszahlen. In Wirklichkeit ist auch durch die Gleichung von Engesser der Konstruktionskoeffizient eines Fachwerkes als Ganzes nicht allgemein bestimmt. In je mehr Teile man ein Fachwerk zerlegt, desto größer wird der Konstruktionskoeffizient für jeden einzelnen Teil, infolgedessen auch für das ganze Fachwerk.

Winkler hat diesen Gedanken in folgender Weise richtig zum Ausdrucke gebracht (Vergl.: Winkler, „Vorträge über Brückenbau", IV. Heft 1879, S. 377): Bezeichnet g_1 und g_2 das theoretische Gewicht der Gurte, bezw. des Gitterwerkes für diejenige Breite der Brücke, für welche das Gewicht bestimmt werden soll, m die Anzahl der auf diese Breite entfallenden Träger und n die Anzahl der zu einem Fachwerke vereinigten Systeme, so ist der Konstruktionskoeffizient für die Gurte

$$k' = k_1' + \frac{k_2' \, m}{g_1}$$

und für die Ausfachungsstäbe

$$k'' = k_1'' + \frac{k_2'' \, m \, n}{g_2}.$$

Für die Konstanten k_1 und k_2 gibt W i n k l e r verschiedene Werte an, je nach der Art des Trägers und der Ausfachung desselben.

* * *

Gehen wir nun über zur Berechnung der

Grundformeln

für die theoretisch günstigste Trägerhöhe.

Bezeichnet $2\,g_0$ das gesamte Eigengewicht des Fachwerkes (Tragwände, Wind- und Querverband, also Fahrbahnkonstruktion ausgenommen), h die Trägerhöhe und a die Feldweite, so läßt sich, wie im folgenden gezeigt wird, das Eigengewicht immer durch die Formel ausdrücken:

$$2\,g_0 = \frac{A\,\frac{a^2}{h} + B\,h + C}{D - E\,\frac{a^2}{h} - F\,h} = \frac{Z}{N} \quad . \; . \; . \; 1),$$

wobei die Koeffizienten A bis F abhängig sind von der Konstruktionsart des Trägers, der Felderzahl, dem Gewichte der Fahrbahnkonstruktion und der Verkehrslast und von der Lage der Fahrbahn.

Um jene Trägerhöhe zu finden, für welche das Gesamtgewicht des Fahrwerkes den kleinsten Wert ergibt (günstigste Trägerhöhe), hat man die erste Ableitung des obigen Ausdruckes nach h gleich Null zu setzen, das ist

$$\frac{\partial\,(2\,g_0)}{\partial\,h} = \frac{Z'\,N - Z\,N'}{N^2} = 0 \text{ oder } Z'\,N = Z\,N';$$

hiebei ist

$$Z = A\,\frac{a^2}{h} + B\,h + C;\quad Z' = -\,A\,\frac{a^2}{h^2} + B;$$

$$N = D - E\,\frac{a^2}{h} - F\,h;\quad N' = E\,\frac{a^2}{h^2} - F;$$

die Einsetzung dieser Werte in obigen Ausdruck gibt folgende quadratische Gleichung für h:

$$h^2 - 2\,a^2\,\frac{B\,E - A\,F}{B\,D + C\,F}\,h = a^2\,\frac{A\,D + C\,E}{B\,D + C\,F}$$

und die Auflösung derselben

$$h = a\sqrt{\left(\frac{B\,E - A\,F}{B\,D + C\,F}\right)^2 a^2 + \frac{A\,D + C\,E}{B\,D + C\,F}} + a^2\,\frac{B\,E - A\,F}{B\,D + C\,F} \quad 2).$$

Wie man sich aus den späteren Berechnungen überzeugen kann, ist der Wert von D so groß, daß man den Ausdruck $\dfrac{BE - AF}{BD + CF}$ vernachlässigen kann.

Es ist sodann
$$h = a\sqrt{\frac{AD + CE}{BD + CF}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3).$$

Wird hierin $C = 0$, so ist
$$h = a\sqrt{\frac{A}{B}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4).$$

Berechnung der Koeffizienten *A* bis *F*.

Bezeichnungen:

$l =$ Spannweite, $a =$ Feldweite, $2\,n =$ Felderzahl,
$h =$ Trägerhöhe,
$2\,g_0 =$ Eigengewicht ausschließlich Fahrbahnkonstruktion,
$f =$ Gewicht der Fahrbahnkonstruktion,
$g = 2\,g_0 + f =$ gesamtes Eigengewicht,
$p_1 =$ Belastungsgleichwert für die Gurte,
$p_2 =$ Belastungsgleichwert für die Ausfachung,
$q_{1,2} = 2\,g_0 + f + p_{1,2} =$ Gesamtlast
$\sigma =$ zulässige Beanspruchung, $s =$ spezifisches Gewicht, des Eisens; $\dfrac{s}{\sigma} = \alpha$,
$k = K\,\eta =$ Konstruktionskoeffizient.

I. Einfaches Ständerfachwerk.

a) Fahrbahn unten.

Für die Bestimmung der Stabkräfte kann näherungsweise angenommen werden, das Eigengewicht des Trägers (ausschließlich Fahrbahnkonstruktion) übertrage sich zu gleichen Teilen auf den Obergurt und Untergurt (Abb. 2).

1. Gewicht des Obergurtes.

Die Stabkraft des Obergurtes im $m$ten Felde ist
$$O_m = \frac{M_m}{h} = \frac{1}{2\,h}\,q_1\,x_m\,(l - x_m) = \frac{1}{2\,h}\,q_1\,m\,(2\,n - m)\,a^2,$$

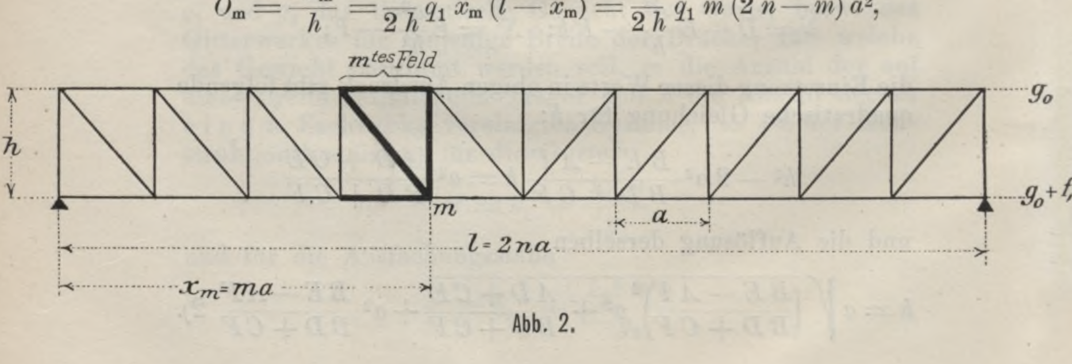

Abb. 2.

und wenn k_0 der Konstruktionskoeffizient ist, beträgt das Gewicht des Stabes bei der zulässigen Beanspruchung σ und dem spezifischen Gewicht s des Materiales

$$G_0 = k_0 \frac{O_m a}{\sigma} s = \frac{k_0 \alpha a^3}{2h} q_1 m (2n - m).$$

Für den halben Träger erhalten wir also

$$\sum_1^n G_0 = \frac{\alpha k_0}{2} \cdot \frac{a^3}{h} q_1 \sum_1^n m (2n - m),$$

$$\sum_1^n m (2n - m) = \sum_1^n 2nm - \sum_1^n m^2 = 2n \sum_1^n m - \sum_1^n m^2 =$$

$$= 2n \frac{n(n+1)}{2} - \frac{n(n+1)(2n+1}{3!} = \frac{n}{6}(n+1)(4n-1),$$

daher

$$\sum_1^n G_0 = \alpha k_0 \frac{a^3}{h} \cdot q_1 \cdot \frac{n}{12}(n+1)(4n-1) = \alpha \boldsymbol{k_0} \frac{\boldsymbol{a^3}}{\boldsymbol{h}} \boldsymbol{q_1 M},$$

wobei

$$M = \frac{n}{12}(n+1)(4n-1).$$

2. Gewicht des Untergurtes.

Die Stabkraft des Untergurtes im $m$ten Felde ist:

$$U_m = \frac{M_{m-1}}{h} = \frac{1}{2h} q_1 (m-1)(2n - m + 1) a^2.$$

Das Gewicht des Stabes ist sodann

$$G_u = \frac{\alpha . k_u}{2} \cdot \frac{a^3}{h} \cdot q_1 (m-1)(2n - m + 1).$$

Für den halben Träger ergibt sich das Gewicht des Untergurtes mit

$$\sum_1^n G_u = \frac{\alpha k_u}{2} \cdot \frac{a^3}{h} q_1 \sum_1^n (m-1)(2n - m + 1),$$

$$\sum_1^n (m-1)(2n-m+1) = 2n \sum_1^n (m-1) - \sum_1^n (m-1)^2 =$$

$$= 2n \sum_1^{n-1} m - \sum_1^{n-1} m^2 = 2n \frac{(n-1)n}{2} - \frac{(n-1)n(2n-1)}{3!} =$$

$$= \frac{(n-1)n(4n+1)}{6},$$

$$\Sigma \boldsymbol{G_u} = \alpha \boldsymbol{k_u} \cdot \frac{\boldsymbol{a^3}}{\boldsymbol{h}} \boldsymbol{q_1 N},$$

wobei

$$N = \frac{1}{12} n (n-1)(4n+1).$$

3. Gewicht der Diagonalen.

Die Stabkraft der Diagonale im *m*ten Felde ist

$$D_m = D_g + \max D_p = \frac{d}{h}(Q_g + \max Q_p),$$

wobei

$$Q_g = \frac{1}{2} g (l - 2 x_m + a) = \frac{1}{2} g a (2n - 2m + 1),$$

$$\max Q_p = \frac{1}{2} p_2 \frac{(l - x_m)^2}{l - a} = \frac{1}{2} p_2 a \frac{4n^2 - 4nm + m^2}{2n - 1}.$$

Das Gewicht einer Diagonale beträgt somit

$$G_d = \alpha k_d \frac{d^2}{h}(Q_g + \max Q_p),$$

und für den halben Träger wird

$$\sum_1^n G_d = \alpha k_d \frac{d^2}{h}\left(\sum_1^n Q_g + \sum_1^n \max Q_p\right),$$

wobei

$$\sum_1^n Q_g = \frac{1}{2} g a \left[\sum_1^n (2n + 1) - 2 \sum_1^n m\right] = \frac{1}{2} g a n^2,$$

$$\sum_1^n \max Q_p = \frac{p_2 a}{2(2n - 1)}\left[4 n^3 - 4 n \sum_1^n m + \sum_1^n m^2\right] =$$

$$= \frac{1}{12} p_2 a (7n - 1) n.$$

Setzt man

$$Q = \frac{1}{2} n^2; \quad P = \frac{1}{12} n (7n - 1); \quad d^2 = a^2 + h^2,$$

so ist

$$\sum_1^n \boldsymbol{G_d} = \alpha \boldsymbol{k_d} \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{h}} (\boldsymbol{a^2 + h^2})(\boldsymbol{Q \cdot g + P p^2}).$$

4. Gewicht der Vertikalstäbe.

Wir müssen hier unterscheiden: Endvertikale V_0; Mittelvertikale V_n und Zwischenvertikale V_m. Bleibende Last und Verkehrslast seien hier getrennt behandelt.

α) Bleibende Last.

Stabkräfte:

$$V_0 = \frac{1}{2} g l - \frac{1}{2} a (g_0 + f); \quad V_m = g \cdot a (n - m) - \frac{1}{2} f a;$$

$$V_n = g_0 a;$$

die Summe der infolge der bleibenden Last der Brücke aufzunehmenden Vertikalkräfte beträgt also für die halbe Brücke

$$V_g = V_0 + \sum_1^{n-1} V_m + \frac{1}{2} V_n = g_0 \, . \, a \, . \, n\,(n+1) + \frac{1}{2} a\, f\, n^2 =$$
$$= 2\, g_0\, a\, R + f\, a\, Q,$$

wobei
$$R = \frac{1}{2} n\,(n+1).$$

β) *Verkehrslast.*

Stabkräfte:

$$\max V_0' = \frac{1}{2} p_2\, a\,(2\,n - 1);$$
$$\max V_m' = \frac{1}{2} p_2\, a\, \frac{(2\,n - m - 1)^2}{2\,n - 1};$$
$$V_n' = 0;$$

die Summe der infolge der Verkehrslast aufzunehmenden Vertikalkräfte beträgt also für die halbe Brücke

$$V_p = \max V_0' + \sum_1^{n-1} \max V_m' + \frac{1}{2} V_n' = \frac{1}{12} p_2 \, . \, a \times$$
$$\times\, n\,(7\,n - 1) = p_2 \, . \, a \, . \, P.$$

Daher ist
$$V_g + V_p = (2\, g_0\, R + f \, . \, Q + p_2\, P) \, . \, a.$$

Das Gewicht sämtlicher Vertikalstäbe beträgt daher für die halbe Brücke:

$$\boldsymbol{\Sigma\, G_v = \alpha\, k_v\, h\, a\, (2\, g_0\, R + f\, Q + p_2\, P).}$$

5. Gewicht des Windverbandes.

Wir nehmen an, der Windverband besteht aus gekreuzten steifen Windstreben. Die Beanspruchung derselben erfolgt durch Winddruck (w) und sonstige horizontal wirkende Kräfte (wie z. B. bei Eisenbahnbrücken durch Seitenschwankungen und Fliehkraft), welche wir durch eine gleichmäßig verteilte Ersatzlast (w_1) berücksichtigen wollen. Es läßt sich somit die ständige Last, bezw. Verkehrslast für die Längeneinheit der Brücke ausdrücken durch $g' = c\, h\, w$; $p = c_1\, h_1\, w + w_1$; c und c_1 sind hiebei jene Zahlen, mit welchen die Fläche $h \, . \, 1$, bezw. $h_1 \, . \, 1$ multipliziert werden muß, um die vom Winde getroffene Fläche der Brücke, bezw. der Verkehrslast für 1 m Länge zu erhalten.

Die Vertikalstäbe des Windverbandes, welche nur eine halbe Knotenlast des Winddruckes aufzunehmen haben, bilden gleichzeitig die horizontalen Riegel der Querverbände, sie werden daher erst dort in Rechnung gezogen.

Die Gewichtsberechnung für den Windverband erfolgt ebenso wie jene für die Diagonalen der Hauptträger, nur mit Berücksichtigung des Umstandes, daß jede einzelne Diagonale nur die Hälfte der Querkraft aufzunehmen hat. Ist die Breite der Brücke b, die zulässige Inanspruchnahme des Materiales für den Windverband σ_1 und $\frac{s}{\sigma_1} = \alpha_1$, so ist das Gewicht des Windverbandes für die halbe Brücke (analog Punkt 3).

$$\Sigma\, G_w = \alpha_1\, k_w \frac{a}{b}\, (a^2 + b^2)\, (g' \,.\, Q + p' \,.\, P),$$

$$\boldsymbol{\Sigma\, G_w = \alpha_1\, k_w \frac{a}{b}\, (a^2 + b^2)\, (c \,.\, h \,.\, w \,.\, Q + p'\, P).}$$

Auch für zwei getrennte Windverbände gilt dieselbe Formel, gleichgültig, in welcher Weise sich die horizontalen Kräfte verteilen, nur wird sich der Konstruktionskoeffizient k_w etwas erhöhen. Sind bei einem doppelten Windverbande auch Querriegel vorhanden, so wird sich das Gewicht des Windverbandes noch um ein Glied vermehren, welches von der Trägerhöhe jedoch nahezu unabhängig ist.

6. Gewicht des Querverbandes.

Ein Querverband ist bei Fahrbahn unten erst ausführbar, wenn die Trägerhöhe $h \geqq h_0$, wobei unter h_0 die Summe aus der für die Fahrbahn gegebenen Konstruktionshöhe und der darüber frei zu haltenden Höhe zu verstehen ist.

Eine genaue Berechnung der Querverbände für den vorliegenden Zweck hätte wenig Wert, weil die Dimensionierung selten auf Grund solcher Berechnungen erfolgt.

Das Gewicht derselben ist auch sehr von der Art der Konstruktion abhängig. Um den Einfluß des Querverbandes auf die günstigste Trägerhöhe zu erkennen, genügen folgende Annahmen:

Die Querverbände bestehen erstens aus horizontalen und zweitens aus geneigten, bezw. vertikalen Stäben und den zugehörigen Anschlußknotenblechen. Demnach zerfällt auch das Gewicht derselben in einen von der Tragwandentfernung und einen von der Querverbandhöhe abhängigen Teil. Ist also die Summe der Querschnittsflächen der horizontalen Stäbe des Querverbandes φ_1, die Trägerentfernung b, die Trägerhöhe h, die Querverbandhöhe $h - h_0$ und φ_2 jene vermittelnde Fläche, welche mit der Länge $h - h_0$ multipliziert dasselbe Volumen ergibt, wie die geneigten und vertikalen Stäbe des Querverbandes zusammen besitzen, so ist das Gewicht eines Querrahmens $G_q = [\varphi_1\, b + \varphi_2\, (h - h_0)] \times s$, und für die halbe Brücke ist

$$\Sigma\, G_q = \left(n + \frac{1}{2}\right) [\varphi_1 b + \varphi_2 (h - h_0)]\, s.$$

Will man auch das größere Gewicht der Endquerverbände berücksichtigen, so hat man für φ_1 und φ_2 entsprechende Mittelwerte zu nehmen. φ_2 ist allerdings auch abhängig von der Neigung der Stäbe, jedoch wurde diese hier nicht berücksichtigt, weil sie in jedem besonderen Falle keiner großen Veränderlichkeit unterworfen ist. Wenn die Querschnittsflächen der einzelnen Stäbe gegeben sind, stellt sich die Rechnung, wie folgt:

z. B. für das einfache Andreaskreuz (Abb. 3) erhält man:

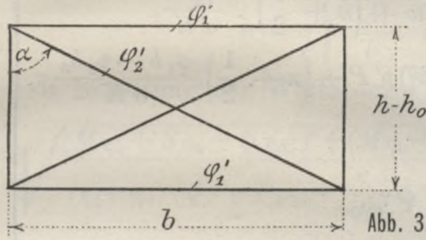

Abb. 3.

$$\varphi_1 = 2\,\varphi_1',$$

$$\varphi_2 = 2\,\frac{\varphi_2'}{\cos\alpha},$$

für das doppelte Andreaskreuz (Abb. 4):

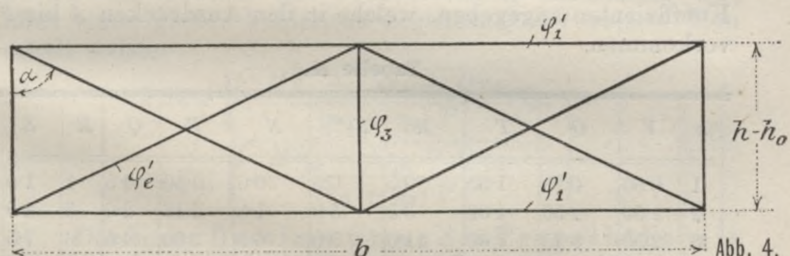

Abb. 4.

$$\varphi_1 = 2\,\varphi_1',$$

$$\varphi_2 = 4\,\frac{\varphi_2'}{\cos\alpha} + \varphi_3.$$

Bei den ausgeführten Brückenbauten schwanken die Werte in folgenden Grenzen:

$$\varphi_1 = 20 \text{ bis } 100\, cm^2; \quad \varphi_2 = 40 \text{ bis } 300\, cm^3.$$

Übrigens kann man sich diese Größen für jedes spezielle Beispiel mit Hilfe einer kleinen Querschnittskizze der Brücke und Annahme der entsprechenden Stabquerschnitte genügend genau bestimmen.

Gesamtgewicht des Fachwerkes.

Bezeichnen wir mit G das Gesamtgewicht des Fachwerkes, so ist

$$G = 2\,n\,a\,.\,2\,g_0 = 2\,(\Sigma\,G_o + \Sigma\,G_u + \Sigma\,G_d + \Sigma\,G_v + \Sigma\,G_w + \\ + \Sigma\,G_2),$$

und durch Einsetzung der oben abgeleiteten Werte und Auflösung nach g_0, bezw. h erhält man die vorne angegebenen Grundformeln mit folgenden zugehörigen Koeffizientenwerten:

$$\left.\begin{aligned}
A &= (M\,\eta_o + N\,\eta_u + Q\,\eta_d)\,f + (M\,\eta_o + N\,\eta_u)\,p_1 + \\
&\quad + P\,\eta_d\,p_2, \\
B &= (\eta_d + \eta_v)\,(Q\,f + P\,p_2) + \frac{\sigma}{\sigma_1}\,\eta_w \cdot \frac{1}{b}\,(a^2 + \\
&\quad + b^2)\,c\,Q\,w + \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\varphi_2\,\sigma}{a\,K}, \\
C &= \frac{\sigma}{\sigma_1}\,\eta_w\,\frac{1}{b}\,(a^2 + b^2)\,p'\,P + \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\varphi_1\,b - \varphi_2\,h_0}{a\,K}\,\sigma, \\
D &= \frac{n\,\sigma}{K\,s}, \\
E &= M\,\eta_o + N\,\eta_u + Q\,\eta_d, \\
F &= Q\,\eta_d + R\,\eta_v.
\end{aligned}\right\}\ \mathrm{I}\,a).$$

Im folgenden ist eine Tabelle mit den Werten der Koeffizienten angegeben, welche in den Ausdrücken A bis F vorkommen.

Tabelle A.

n	V	O	T	M	N_1*)	N	P	Q	R	S
1	0·50	0·25	1·50	0·5	0·5	0·0	0·50	0·5	1	1·5
2	1·50	2·50	4·00	3·5	3·0	1·5	2·16	2·0	3	4·0
3	2·50	8·75	7·60	11·0	9·0	6·5	5·00	4·5	6	7·5
4	3·50	21·00	12·36	25·0	20·5	17·0	9·00	8·0	10	12·0
5	4·50	41·25	18·28	47·5	39·5	35·0	14·16	12·5	15	17·5
6	5·50	71·50	25·36	80·5	68·0	62·5	20·50	18·0	21	24·0
7	6·50	113·75	33·62	126·0	108·0	101·5	28·00	24·5	28	31·5
8	7·50	170·00	43·03	186·0	161·5	154·0	36·66	32·0	36	40·0
9	8·50	242·25	53·62	262·5	230·5	222·0	46·50	40·5	45	49·5
10	9·50	332·50	65·37	357·5	317·0	307·5	57·50	50·0	55	60·0
11	10·50	442·75	78·29	473·0	423·0	412·5	69·66	60·5	66	71·5
12	11·50	575·00	92·37	611·0	550·5	539·0	83·00	72·0	78	84·0
13	12·50	731·25	107·62	773·5	701·5	689·0	97·50	84·5	91	97·5
14	13·50	913·50	124·04	962·5	878·0	864·5	113·16	98·0	105	112·0
15	14·50	1123·75	141·62	1180·00	1082·0	1067·5	130·00	112·5	120	127·5

*) N_1 ist jener Wert von N, welcher sich ergibt, wenn man annimmt, daß der erste Untergurtstab (theoretisch unbeansprucht), ebenso stark ausgeführt wird als der nächstfolgende.

Einiges über die Proportionalität der Fachwerke.

Gehen wir nun näher ein auf die Betrachtung der vereinfachten Formel 3:

$$h = a \sqrt{\frac{AD + CE}{BD + CF}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3).$$

Setzen wir in dieser Formel $C = 0$, was stets dann der Fall ist, wenn auf die Brücke keine horizontalen Seitenkräfte als Verkehrslast wirken und kein oberer Querverband vorhanden ist ($p' = 0$ und $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$), so erhalten wir für die günstigste Trägerhöhe den Ausdruck

$$h = a \sqrt{\frac{A}{B}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

oder mit Benützung der Werte der Formelgruppe Ia)

$$h = a \sqrt{\frac{(M\eta_o + N\eta_n + Q\,\eta_d)f + (M\eta_o + N\eta_u)p_1 + P\,\eta_d \cdot p_2}{(\eta_d + \eta_o)\,(Qf + Pp_2) + \frac{\sigma}{\sigma_1}\,\eta_w\,\frac{1}{b}\,(a^2 + b^2)\,c\,Q\,w}} \quad 5).$$

Nehmen wir an $p_1 = p_2$, und vernachlässigen wir zunächst das Gewicht des Windverbandes, so können wir, ohne einen großen Fehler, zu begehen, $Q = P$ setzen. Man erhält sodann

$$\left.\begin{aligned} h &= a \sqrt{\frac{M\eta_o + N\eta_u + Q\,\eta_d}{(\eta_d + \eta_v)\,P}} = \\ &= \frac{l}{2\,n} \sqrt{\frac{M\eta_o + N\eta_u + Q\,\eta_d}{(\eta_d + \eta_v)\,P}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad 6).$$

Das heißt: Bestimmt man die Trägerhöhe mit Rücksicht auf das kleinste Gewicht der vertikalen Tragwände, so ist dieselbe (mit den oben angegebenen Vernachlässigungen) unabhängig von der Belastung des Trägers und nur abhängig von den Verhältniszahlen der einzelnen Stabarten und von der Felderzahl.

In Formel 6) spricht sich also eine gewisse Proportionalität aller Fachwerke mit derselben Felderzahl aus, welche sagt:

Für alle Fachwerke mit derselben Anzahl Felder und demselben gegenseitigen Verhältnis der Konstruktionskoeffizienten der einzelnen Stabarten ist das günstigste Pfeilverhältnis $\left(\frac{h}{l}\right)$ dasselbe.

Dieses Gesetz gilt unter den oben gemachten Voraussetzungen auch für alle folgenden Trägerarten.

Zahlenbeispiele: für die Werte

$$1.\ \begin{cases} \eta_u = 1{\cdot}00 & \eta_d = 1{\cdot}15 \\ \eta_o = 1{\cdot}10 & \eta_v = 1{\cdot}20 \end{cases}$$

$$2.\ \begin{cases} \eta_u = 1{\cdot}00 & \eta_d = 1{\cdot}20 \\ \eta_o = 1{\cdot}15 & \eta_v = 1{\cdot}50 \end{cases}$$

$$3.\ \begin{cases} \eta_u = 1{\cdot}00 & \eta_d = 1{\cdot}20 \\ \eta_o = 1{\cdot}10 & \eta_v = 2{\cdot}00 \end{cases}$$

nimmt $h:a$, bezw. $h:l$ folgende Werte an:

Beispiel	*n*	1	2	3	4	5	6
1	$h:a$	0·98	1·24	1·44	1·61	1·76	1·90
	$h:l$	0·49	0·31	0·24	0·20	0·18	0·16
2	$h:a$	0·94	1.18	1·36	1·53	1·67	1·80
	$h:l$	0·47	0·30	0·23	0·19	0·17	0·15
3	$h:a$	0·85	1·07	1·24	1·39	1·52	1·63
	$h:l$	0·42	0·27	0·21	0·17	0·15	0·14

Hieraus ist ersichtlich:

1. Die günstigste Trägerhöhe ist umso kleiner, je größer die Anzahl der Felder ist.

2. Daß man verhältnismäßig sehr große Trägerhöhen erhält, sobald man auf das Gewicht des Wind- und Querverbandes keine Rücksicht nimmt.

Einfluß des Wind- und Querverbandes auf die günstigste Trägerhöhe.

Wind- und Querverband wirken auf die günstigste Trägerhöhe vermindernd ein.

1. Einfluß des Windverbandes.

Um ein beiläufiges Urteil über den Einfluß des Windverbandes zu erhalten, machen wir folgende Annahmen:

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = 1;\ c = 0{\cdot}56^{*});\ w = 0{\cdot}27\ t/m^2;\ \eta_w = 3{\cdot}00.$$

*) Der Wert c ändert sich mit dem Verhältnis der offenen Maschenfläche F_0 zur Gesamtumrißfläche des Trägers F. Ist $F_0 : F = \mu$, die volle Fläche des Trägers $F_V = (1 - \mu)\,F$, sind beide Tragwände gleich, und ist der für den Winddruck noch mit in Rechnung zu setzende Teil der zweiten Tragwand $\nu\,F_V$, so ist die gesamte vom Wind getroffene Fläche $F_W = (1 + \nu)\,(1 - \mu)\,F$. Vernachlässigen wir für diese Betrachtung den Unterschied zwischen theoretischer und praktischer Trägerhöhe, so ist also $c = (1 + \nu)\,(1 - \mu)$. Den in der neuen Brückenverordnung angegebenen Werten $\mu = 0{\cdot}4,\ 0{\cdot}6,\ 0{\cdot}8$; $\nu = 0{\cdot}2,\ 0{\cdot}4,\ 1{\cdot}0$ entsprechen die Werte $c = 0{\cdot}72,\ 0{\cdot}56,\ 0{\cdot}40$.

Es wird dann in Gleichung 5)

$$\frac{\sigma}{\sigma_1}\,\eta_w\,\frac{1}{b}\,(a^2+b^2)\,c\,Q\,w = 0{\cdot}0567\,\frac{l^2}{b} + \delta\,b.$$

Für δ gilt folgende Tabelle:

n	1	2	3	4	5	6	7	
δ	0·2268	0·9072	2·0412	3·6288	5·6700	8·1648	11·1132	
n	8	9	10	11	12	13	14	15
δ	14·5152	18·3708	22·6800	27·4428	32·6592	38·3292	44·4528	51·0300

7	8	9	10	11	12	13	14	15
2·03	2·16	2·27	2·38	2·49	2·59	2·69	2·78	2·87
0·15	0·14	0·13	0·12	0·11	0·11	0·10	0·10	0·096
1·97	2·04	2·15	2·25	2·35	2·45	2·54	2·62	2·71
0·14	0·13	0·12	0·11	0·11	0·10	0·098	0·094	0·090
1·75	1·90	1·95	2·04	2·18	2·22	2·30	2·38	2·46
0·125	0·12	0·11	0·10	0·10	0·093	0·089	0·085	0·082

2. Einfluß des Querverbandes.

In Gleichung 3) kann der Ausdruck C wegen seines geringen Einflusses immer vernachlässigt werden, es ist also nur der von den vertikal und schräg stehenden Stäben des Querverbandes herrührende Teil des Gewichtes (siehe Formelgruppe Ia), das heißt, die Fläche φ_2 in Betracht zu ziehen. Der Einfluß des Querverbandes ist enthalten in dem Ausdruck B und wird angegeben durch das Glied $\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{\varphi_2\,\sigma}{a\,K}$. Derselbe ist also umso größer, je größer die Anzahl der Felder, je größer die mittlere Querschnittsfläche φ_2, je größer die zulässige Inanspruchnahme des Hauptträgers und je kleiner der Konstruktionsfaktor K ist.

Um den Einfluß zahlengemäß zu zeigen, diene folgendes Beispiel: $l = 50\,m$; $n = 7$; $a = 3{\cdot}57\,m$; $b = 4{\cdot}80\,m$; $f = 0{\cdot}92\,t/m$; $p_1 = 6{\cdot}838\,t/m$; $p_2 = 7{\cdot}432\,t/m$; $w = 0{\cdot}27\,t/m^2$; $\sigma = 890\,kg/cm^2$; $\sigma_1 = 1200\,kg/cm^2$; $c = 0{\cdot}56$; $\varphi_2 = 60\,cm^2$; $K = 1{\cdot}37$; $\eta_u = 1{\cdot}00$; $\eta_o = 1{\cdot}10$; $\eta_d = 1{\cdot}15$; $\eta_v = 1{\cdot}20$; $\eta_w = 4{\cdot}00$.

Nach Formel 6) wäre laut voranstehender Tabelle die günstigste Trägerhöhe

$$h = 0{\cdot}15\,l = 7{\cdot}50\,m.$$

Nach Formel 4) jedoch ohne Berücksichtigung des Quer- und Windverbandes erhalten wir:

$$h = \frac{l}{14} \sqrt{\frac{2122}{542}} = 0{\cdot}141\, l = 7{\cdot}05\, m.$$

Berücksichtigt man auch Wind- und Querverband, so lautet die Formel nach Einsetzung obiger Werte:

$$h = \frac{l}{14} \sqrt{\frac{2122}{542 + 81{\cdot}5 + 81{\cdot}8}} = 0{\cdot}124\, l = 6{\cdot}20\, m.$$

Für $\varphi_2 = 100$, bezw. 200 cm^2 wird $h = 0{\cdot}119\, l = 5{\cdot}95\, m$, bezw. $h = 0{\cdot}110\, l = 5{\cdot}50\, m$.

Hiedurch ist nachgewiesen, daß bei der Bestimmung der günstigsten Trägerhöhe eines Fachwerkes der Quer- und Windverband ausschlaggebend ist und daher berücksichtigt werden muß. In dem vorliegenden Beispiele vermindert sich dadurch die Trägerhöhe um 12% bis 22%.

Vergleichen wir dieses Beispiel mit einem ähnlichen Beispiel Häselers (Der Brückenbau, I. Teil, 4. Lieferung, I. Hälfte, Seite 459), so ergibt sich dort für $2\,n = 14$ der Wert $h = 0{\cdot}112\, l$, trotzdem in jener Berechnung auf Wind- und Querverband keine Rücksicht genommen wurde. Der Grund hiefür liegt aber darin, daß Häseler für die Vertikalstäbe einen übermäßig großen Konstruktionskoeffizienten annimmt ($k_v = 3{\cdot}0$; oder für $K = 1{\cdot}37$, $\eta_v = 2{\cdot}19$). Ein so großer Wert kann wohl für kleine Spannweiten oder für die Vertikalstäbe eines Ständerfachwerkes mit durchwegs gekreuzten (auf Zug und Druck zugleich wirkenden) Diagonalen angewendet werden, entspricht aber bei einem so großen Fachwerk nicht den tatsächlichen Verhältnissen.

Um Werte zu erhalten, welche sich unmittelbar miteinander vergleichen lassen, wurden für das obige Beispiel die günstigsten Pfeilverhältnisse ($h{:}l$) sowohl nach den hier abgeleiteten Formeln als auch nach der Formel von Häseler berechnet und in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Hiebei wurde allerdings die nicht ganz zutreffende Annahme gemacht, daß das Eigengewicht des Fachwerkes, bezw. der Fahrbahnkonstruktion konstant, also von der Anzahl der Felder unabhängig sei. Da diese Annahme aber in allen Formeln zugleich gemacht wurde, ist das Vergleichen der Resultate für eine und dieselbe Felderzahl vollständig einwandfrei. Die Formel von Häseler lautet mit Benützung der sonst hier angewendeten Bezeichnungen

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{{}^2/_3 (k_o + k_u) \dfrac{g + p_1}{g + 1{\cdot}2\, p_2} \cdot n + k_d}{k_d + k_v}} =$$

$$= \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{{}^2/_3 (\eta_o + \eta_u) \dfrac{g + p_1}{g + 1{\cdot}2\, p_2}\, n + \eta_d}{\eta_d + \eta_v}}.$$

Mit genauer Berücksichtigung der Felderteilung ergeben sich folgende Formeln:

$$a)\quad \frac{h}{l} = \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{M\eta_o + N\eta_u + Q\,\eta_d}{(\eta_d + \eta_v)\,P}},$$

$$b)\quad \frac{h}{l} = \frac{1}{2\,n} \sqrt{\frac{(M\eta_o + N\eta_u + Q\eta_d) f + (M\eta_o + N\eta_u) p_1 + P\eta_d \cdot p_2}{(\eta_d + \eta_v)\,(Qf + P\,p_2)}}$$

und

$$c)\quad \frac{h}{l} =$$

$$= \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{(M\eta_o + N\eta_u + Q\,\eta_d) \cdot f + (M\,\eta_o + N\,\eta_u)\,p_1 + P\,\eta_d \cdot p_2}{(\eta_d + \eta_v)\,(Qf + Pp_2) + \dfrac{\sigma}{\sigma_1}\eta_w \dfrac{1}{b}(a^2 + b^2)\,c\,Q\,w + \left(n + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\varphi_2\,\sigma}{a\,K}}}$$

Das günstigste Pfeilverhältnis $\frac{h}{l}$ des Parallelträgers mit einfachem Ständerfachwerk ist demnach mit Einsetzung der früher angegebenen Zahlenwerte

bei einer Felderzahl	$2n = 6$	8	10	12	14
nach Häseler*)	0·241	0·203	0·178	0·160	0·147
„ Formel *a*)	0·237	0·199	0·177	0·157	0·144
„ „ *b*)	0·234	0·196	0·172	0·155	0·141
„ „ *c*)	0·185	0·163	0·146	0·133	0·124

*) Das gesamte Eigengewicht wurde in dieser Formel angenommen mit $g = 2{\cdot}5\ t/m$. p_1 und p_2 sind die Belastungsgleichwerte für die Gurtungen und die Ausfachungsstäbe entsprechend der neuen Brückenverordnung vom 28. August 1904.

Setzen wir die Werte der Formel *c*) gleich 1, so ergeben sich folgende Verhältnisse:

$2n$	6	8	10	12	14
Häseler	1·30	1·25	1·22	1·20	1·19
Formel *a*) . .	1·28	1·22	1·21	1·18	1·16
„ *b*) . .	1·27	1·20	1·18	1·17	1·14
„ *c*) . .	1·00	1·00	1·00	1·00	1·00

Hieraus ersieht man:

1. daß durch die Berücksichtigung des Wind- und Querverbandes die günstigste Trägerhöhe um 14 bis 27% vermindert wird [vergleiche *b*) und *c*)];

2. daß der Fehler, welcher durch die Näherungsrechnung von Häseler (ohne Berücksichtigung des Wind- und Querverbandes) begangen wird, gegenüber der genauen Rechnung [nach Formel *b*)] rund 4% beträgt, und zwar sind die Werte Häselers um diesen Betrag zu groß;

3. die Näherungsformel *a*) gibt um höchstens 2% größere Werte an als die genaue Formel *b*);

4. die günstigste Trägerhöhe ist im Minimum (für $2n = 14$) etwa $^1/_8$ der Spannweite.

Günstigste Neigung der Streben.

Es ist dies jene Neigung, bei welcher der Materialaufwand der Ausfachungsstäbe ein Minimum wird. Dieselbe ist, aus den bereits in der Einleitung angegebenen Gründen, im allgemeinen nicht von praktischem Wert. Nur der Vollständigkeit halber und zum Beweise der vorne (Seite 5) aufgestellten Behauptungen sei dieselbe hier angeführt.

Wir erhalten:

$$\sum_1^n G_d + \Sigma G_v = \alpha k_d \frac{a}{h}(a^2 + h^2)(Q g + P p_2) +$$
$$+ \alpha k_v h a (2 R g_o + Q f + P p_2)$$

und hieraus die Bestimmungsgleichung:

$$\eta_d \left(-\frac{a^2}{h^2} + 1\right)(Q g + P p_2) + \eta_v (2 R g_o + Q f + P p_2) = 0$$

oder $$\frac{a}{h} = \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{1 + \frac{\eta_v}{\eta_d} \frac{2 R g_o + Q f + P p_2}{Q g + P p_2}}.$$

Für das früher angeführte Beispiel ($l = 50\ m$) würden wir erhalten $\frac{a}{h} = 1{\cdot}44$ oder $\alpha = 55^0\ 14'$, nahezu konstant für die dort angeführten Werte von n.

Nach Häseler ergibt sich dieser Winkel etwas kleiner

$$\frac{a}{h} = \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{1 + \frac{k_v}{k_d}} = 1{\cdot}428, \text{ und } \alpha = 55^0\ 0'.$$

I. *b*) Fahrbahn oben.

Die Berechnung der günstigsten Trägerhöhe erfolgt in gleicher Weise wie bei Fahrbahn unten, und können die Resultate von dort zum Teil benützt werden. Es ergibt sich das Gewicht der einzelnen Teile für die halbe Brücke, wie folgt; für Gurte und Diagonalen gelten die Formeln von früher:

1. Obergurt $\sum\limits_{1}^{n} G_o = \alpha\, k_o \; \frac{a^3}{h}\, q_1\, M;$
2. Untergurt $\sum\limits_{1}^{n} G_u = \alpha\, k_u \; \frac{a^3}{h}\, q_1\, N;$
3. Diagonalen $\sum\limits_{1}^{n} G_d = \alpha\, k_d \,.\, \frac{a}{h}\,(a^2 + h^2)\,(Q\, g + P\, p_2);$
4. Vertikalstäbe.

Die Beanspruchung der Vertikalstäbe ist bei Fahrbahn oben abweichend von früher, und ist daher die Gewichtsberechnung neu aufzustellen; am besten erfolgt dies wieder getrennt für Endständer, Zwischenvertikale und Mittelvertikale. Die Stabkräfte infolge der bleibenden Last der Brücke sind bei Annahme der in Abb. 5 skizzierten Lastverteilung:

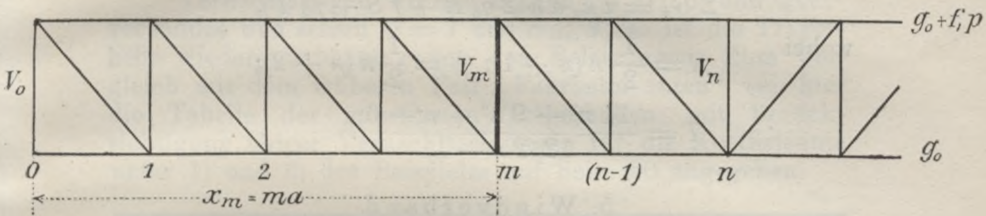

Abb. 5.

$$V_0 = \frac{1}{2}\, g\, l - g_0\, a = g_0\, a\,(2\, n - \frac{1}{2}) + f\, n\, a;$$

$$V_m = \frac{1}{2}\, g\,(l - 2\, x_m) + f\,\frac{a}{2} = 2\, g_0\,(n - m)\, a +$$

$$+ f\left(n - m + \frac{1}{2}\right) a; \quad V_n = (g_0 + f)\, a;$$

$$\sum_{1}^{n-1} V_m = g_0\, a\, n\,(n-1) + f\, a\,\frac{1}{2}\,(n^2 - 1).$$

Die Summe aller Stabkräfte infolge der bleibenden Last beträgt für die halbe Brücke:

$$\Sigma\, V_g = V_0 + \sum_{1}^{n-1} V_m + \frac{1}{2}\, V_n = g_0\, a\, n\,(n+1) + f\, a\,\frac{n}{2}(n+2).$$

Die Stabkräfte infolge der Verkehrslasten sind gegeben durch folgende Gleichungen:

$$\max\, V_0 = \frac{1}{2}\, p_2\, l = p_2\, a\, n;$$

$$\max V_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}\, p_2 \,\frac{(l-x)^2}{l-a} = \frac{1}{2}\, p_2\, a\, \frac{(2\,n-m)^2}{2\,n-1};$$

$$\max V_{\mathrm{n}} = p_2\, a; \quad \sum_1^{n-1} \max V_{\mathrm{n}} = \frac{1}{12}\, p_2\, a\, \frac{n\,(n-1)\,(14\,n-1)}{2\,n-1}.$$

Die Summe aller größten Stabkräfte infolge Verkehrslast beträgt für die halbe Brücke:

$$\Sigma\, V_{\mathrm{p}} = \max V_0 + \sum_1^{n-1} \max V_{\mathrm{m}} + \frac{1}{2} \max V_{\mathrm{n}} =$$

$$= p_2\, a\, \frac{14\,n^3 + 9\,n^2 + n - 6}{12\,(2\,n-1)}.$$

Das Gewicht der Vertikalstäbe beträgt daher

$$\Sigma\, G_{\mathrm{v}} = \alpha\, k_{\mathrm{v}}\, a\, h\, (2\, g_0\, R + f\, S + p_2\, T),$$

wobei

$$R = \frac{1}{2}\, n\,(n+1); \quad S = \frac{1}{2}\, n\,(n+2);$$

$$T = \frac{14\,n^3 + 9\,n^2 + n - 6}{12\,(2\,n-1)}.$$

5. Windverband.

Nach der Ableitung für den Fall Ia (Punkt 5) beträgt das Gewicht desselben für die halbe Brücke:

$$\Sigma\, G_{\mathrm{w}} = \alpha_1\, k_{\mathrm{w}} \cdot \frac{a}{b}\, (a^2 + b^2)\, (c\, h\, w\, Q + p' \cdot P)$$

6. Querverband.

Für das Gewicht des Querverbandes können wir ebenfalls die für den Fall Ia) gemachten Angaben benützen, wobei die Bedeutung von h_0 sinngemäß abzuändern ist. Wir erhalten die halbe Brücke

$$\Sigma\, G_{\mathrm{q}} = \left(n + \frac{1}{2}\right) [\varphi_1\, b + \varphi_2\, (h - h_0)]\, s.$$

Gesamtgewicht des Fachwerkes.

Es ist:

$$G = 2\, g_0 \,.\, 2\, n\, a = 2\, (\Sigma\, G_0 + \Sigma\, G_{\mathrm{n}} + \Sigma\, G_{\mathrm{d}} + \Sigma\, G_{\mathrm{v}} +$$

$$+ \Sigma\, G_{\mathrm{w}} + \Sigma\, G_{\mathrm{q}}).$$

Mit Benützung der oben abgeleiteten Werte für $\Sigma\, G$ ergeben sich aus dieser Gleichung wieder die Grundformeln 1) bis 4) mit folgenden zugehörigen Werten von A bis F.

$$\left.\begin{aligned}
A &= (M\eta_o + N\eta_u)(f + p_1) + \eta_d(fQ + p_2P),\\
B &= \eta_d(fQ + p_2P) + \eta_v(fS + p_2T) + \frac{\sigma}{\sigma_1}\eta_w\frac{a^2+b^2}{b}\\
&\qquad cQw + \frac{n + {}^1/_2}{Ka}\varphi_2\sigma,\\
C &= \frac{\sigma}{\sigma_1}\eta_w\frac{a^2+b^2}{b}p'\,P + \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\varphi_1 b - \varphi_2 h_0}{aK},\\
D &= \frac{n\sigma}{sK},\\
E &= M\eta_o + N\eta_u + Q\eta_d,\\
F &= Q\eta_d + R\eta_v.
\end{aligned}\right\}\ \mathrm{I}\,b).$$

Die Werte der Koeffizienten von M bis T sind in der vorn angegebenen Tabelle A enthalten.

Vernachlässigen wir den Einfluß des Wind- und Querverbandes und setzen $Q = T$ und $S = T$, so ist die Trägerhöhe wieder unabhängig von den Belastungen. Zum Vergleich mit dem früheren Fall „Fahrbahn unten" sei hier die Tabelle der günstigsten Trägerhöhen mit Berücksichtigung obiger Vernachlässigungen für die Koeffizienten unter 1) und 3) des Beispieles auf Seite 20 angegeben.

	n	1	2	3	4	5	6	7	8
ad 1) . .	$h:l$	0·34	0·26	0·21	0·18	0·16	0·15	0·14	0·13
ad 3) . .	$h:l$	0·28	0·22	0·18	0·16	0·14	0·13	0·12	0·11
	n	9	10	11	12	13	14	15	
ad 1) . .	$h:l$	0·12	0·115	0·110	0·105	0·100	0·097	0·093	
ad 3) . .	$h:l$	0·10	0·098	0·094	0·090	0·086	0·083	0·080	

Für Parallelträger mit Fahrbahn oben ist also die günstigste Trägerhöhe schon nach dieser groben Näherungsrechnung kleiner als für solche mit Fahrbahn unten. Berücksichtigt man noch den Umstand, daß die Querrahmen bei Fahrbahn oben immer vorhanden sind und insbesondere bei kleinen Spannweiten eine starke Verminderung der günstigsten Trägerhöhe zur Folge haben, so folgt daraus, daß diese beiden Träger wesentlich verschiedene günstigste Trägerhöhen besitzen.

Für das auf Seite 21 angeführte Beispiel ist für „*Fahrbahn oben*" das günstigste Pfeilverhältnis in folgender Tabelle zusammengestellt.

$2n$	6	8	10	12	14
$h:l$	0·171	0·153	0·138	0·127	0·119

Somit ist unter sonst gleichen Verhältnissen die günstigste Trägerhöhe um 4 bis 8% kleiner als bei Fahrbahn unten. (Vergl. die Werte der Formel c auf Seite 23.)

Günstigste Neigung der Streben.

Hiefür ergibt sich analog der früheren Betrachtung bei „Fahrbahn unten"

$$\frac{a}{h} = \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{1 + \frac{\eta_v}{\eta_d} \cdot \frac{2 g_0 R + f S + p_2 T}{f Q + p_2 P}}.$$

Für das obige Beispiel erhält man bei $n = 7 \ldots \operatorname{tg} \alpha = 1{\cdot}501$, und $\alpha = 56^0 20'$ der günstigste Strebenwinkel ist also bei Fahrbahn oben etwas größer als bei Fahrbahn unten.

II. Das Ständerfachwerk mit gekreuzten Diagonalen.

Man kann hier, wie es auch in der Praxis gewöhnlich der Fall ist, der Berechnung des Fachwerkes die Zerlegung desselben in zwei einfache Systeme zugrunde legen. Der Kürze halber seien hier nur die Endresultate ohne Zwischenrechnung angegeben.

a) **Fahrbahn unten.** (Abb. 6.)

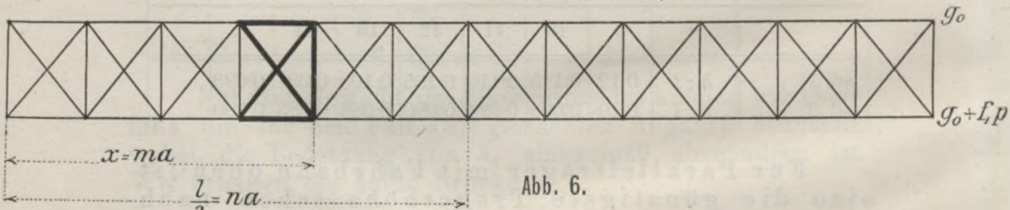

Abb. 6.

Für die halbe Brücke erhalten wir folgende Gewichte der einzelnen Bestandteile.

1. Obergurt $\Sigma\, G_o = \alpha\, k_o\, q_1 \frac{a^3}{h}\, O,$

$$\text{wobei } O = \frac{1}{12}\, n\, (4\, n^2 - 1).$$

2. Untergurt $\Sigma\, G_u = \alpha\, k_u\, q_1 \frac{a^3}{h}\, O.$ Die Gurtkräfte sind hiebei entsprechend der Zerlegung des Systems in zwei

einfache Systeme als arithmetische Mittelwerte der Gurtkräfte der einfachen Systeme berechnet.

3. Hauptdiagonalen $\Sigma G_z = \alpha\, k_z \dfrac{a}{2h}(a^2 + h^2)(g\,Q + + p_2\,P)$, wobei Q und P die bereits früher angegebenen Werte haben.

4. Gegendiagonalen $\Sigma G_d = \alpha\, k_d \dfrac{a}{2h}(a^2 + h^2)(g\,Q + + p_2\,P)$.

5. Vertikalstäbe $\Sigma G_v = \alpha\, k_v\, h\, a\,[V(f + p_2) + n\,g_0]$,

$$\text{wobei } V = n - \frac{1}{2};$$

für Eisenbahnbrücken hat man

$$\Sigma G_v = \alpha\, k_v\, h\, a\left[n\,g_0 + V\left(f + \frac{1}{2}p_2 + \frac{D_{max}}{2a}\right)\right],$$

wobei D_{max} der größte Stützendruck eines Querträgers ist.

6. Windverband $\Sigma G_w = \alpha_1\, k_w \dfrac{a}{b}(a^2 + b^2)(c\,h\,w\,Q + + p'\,P)$.

7. Querverband $\Sigma G_q = \left(n + \dfrac{1}{2}\right)[\varphi_1\, b + \varphi_2\,(h - h_0)]s$.

Gesamtgewicht des Fachwerkes.

Aus der Summe der Posten 1 bis 7 ergibt sich das Gesamtgewicht des Fachwerkes:

$$G = 2\,g_0 \times 2\,n\,a = 2\,(\Sigma G_o + \Sigma G_u + \Sigma G_z + \Sigma G_d + \\ + \Sigma G_v + \Sigma G_w + \Sigma G_q).$$

Hieraus ergeben sich wie früher für das Eigengewicht und für die günstigste Trägerhöhe die Grundgleichungen 1) bis 4) mit folgenden Werten von A bis F:

$$\left.\begin{aligned} A &= (\eta_o + \eta_u)\,O\,(f + p_1) + \frac{1}{2}(\eta_z + \eta_d)(f\,Q + p_2\,P), \\ B^{*)} &= \frac{1}{2}(\eta_z + \eta_d)(f\,Q + p_2\,P) + \eta_v\,V\,(f + p_2) + \\ &\quad + \frac{\sigma}{\sigma_1}\,\eta_w\,\frac{a^2 + b^2}{b}\,c\,Q\,w + \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\varphi_2}{K\,a}\,\sigma, \end{aligned}\right\}\text{II}a).$$

*) Für Eisenbahnbrücken lautet das zweite Glied des Ausdruckes für B, wenn D_{max} der größte auf einen Querträger entfallende Stützendruck ist: $\eta_v\,V\left(f + \dfrac{1}{2}p_2 + \dfrac{D_{max}}{2a}\right)$.

$$\left.\begin{aligned}
C &= \frac{\sigma}{\sigma_1}\eta_w \frac{a^2+b^2}{b} p' P + \left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{\varphi_1 b - \varphi_2 h_0}{a K}\sigma, \\
D &= \frac{n\sigma}{K s}, \\
E &= (\eta_o + \eta_u) O + \frac{1}{2}(\eta_z + \eta_d) Q, \\
F &= \frac{1}{2}(\eta_z + \eta_d) Q + \frac{1}{2} n \eta_v,
\end{aligned}\right\} \text{II}a).$$

Um leichter den Vergleich mit den beiden zuerst betrachteten Fällen ziehen zu können, vernachlässigen wir wieder den Einfluß des Wind- und Querverbandes und setzen $Q = P$; es ergibt sich dann, wenn $\eta_u = 1{\cdot}00$; $\eta_o = 1{\cdot}10$; $\eta_d = 1{\cdot}15$, $\eta_v = 1{\cdot}50$ die folgende Tabelle der günstigsten Trägerhöhen,

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$h : a$	0·91	1·28	1·59	1·87	2·12	2·34	2·54	2·73
$h : l$	0·455	0·320	0·265	0·234	0·212	0·195	0·181	0·171
n	9	10	11	12	13	14	15	
$h : a$	2·92	3·08	3·25	3·40	3·56	3·70	3·82	
$h : l$	0·162	0·154	0·148	0·144	0·137	0·132	0·127	

Diese Tabelle zeigt, mit den entsprechenden vorne angegebenen (S. 20 u. 27) verglichen, daß für Parallelträger mit gekreuzten Diagonalen die günstigste Trägerhöhe bedeutend größer ist als für das einfache Ständerfachwerk. Dies ist dadurch erklärlich, daß die Vertikalstäbe trotz des größeren Konstruktionskoeffizienten viel weniger Materialaufwand erfordern. Es wird daher der Parallelträger mit gekreuzten steifen Diagonalen leichter als jener mit einfachen (nur auf Zug oder nur auf Druck wirkenden) Diagonalen, natürlich vorausgesetzt, daß bei den Vertikalstäben keine übermäßige Verschwendung von Material stattfindet.

Beispiel:

Es sei hier derselbe Träger von 50 *m* Spannweite untersucht wie früher (S. 21), nur muß η_v entsprechend größer angenommen werden, etwa $\eta_v = 2{\cdot}00$; ferner sei $\eta_z = \eta_d$. Man erhält: für $n = 6$ und 7, $D_{max} = 47{\cdot}7$, bezw. 42·3 *t* und $\frac{h}{l} = 0{\cdot}145$, bezw. 0·138 (gegenüber $\frac{h}{l} = 0{\cdot}133$, 0·124).

Günstigste Neigung der Streben.

Dieselbe ist gegeben durch die Gleichung:

$$\frac{a}{h} = \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{1 + \frac{2\,\eta_v}{\eta_z + \eta_d} \cdot \frac{V(f + p_2) + n g_0}{Q g + P p_2}},$$

bezw.

$$\frac{a}{h} = \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{1 + \frac{2\,\eta_v}{\eta_z + \eta_d} \cdot \frac{V\left(f + \frac{1}{2} p_2 + \frac{D_{max}}{2\,a}\right) + n\,g_0}{Q g + P p_2}}.$$

Für obiges Beispiel ist $\operatorname{tg} \alpha = 1{\cdot}503$, bezw. $1{\cdot}452$ und $\alpha = 56^0\,23'$, bezw. $55^0\,27'$. Es ist also die günstigste Neigung der Streben für das Fachwerk mit gekreuzten Diagonalen nicht wesentlich abweichend von der des einfachen Ständerfachwerkes.

II *b*) Fahrbahn oben.

Die Gewichte der Gurte und Diagonalen sind dieselben wie bei II*a*.

Für die Vertikalstäbe erhalten wir:

$$\Sigma\, G_v = \varkappa\, k_v\, h\, n\, a\, (g_0 + f + p_2).$$

Für Wind- und Querverband gelten die sinngemäß angewendeten Formeln von II*a*).

Für die allgemein gültigen Grundformeln erhalten wir somit auch dieselben Werte von A bis F, nur tritt an Stelle von V der Wert n. Es unterscheiden sich daher unter sonst gleichen Voraussetzungen die günstigsten Trägerhöhen für „Fahrbahn unten" und „Fahrbahn oben" nur sehr wenig von einander. Erst die Berücksichtigung des Querverbandes bewirkt größere Unterschiede.

III. Das doppelte Ständerfachwerk.

***a*) Fahrbahn unten.** (Abb. 7.)

Durch Zerlegung in zwei einfache Ständerfachwerke ergibt sich folgende Näherungsrechnung:

1. Obergurt.

Die Gurtkraft des m^{ten} Feldes ist $O_m = \frac{M_m + M_{m+1}}{2\,h}$;

ferner ist:

$$\sum_1^n O_m = \frac{1}{2\,h} \sum_1^n (M_m + M_{m+1}),$$

$$M_m = \frac{1}{2}\, q_1\, a^2\, m\, (2\,n - m),$$

$$\sum_1^n M_m = \frac{1}{2} q_1 a^2 \frac{1}{6} n (n+1)(4n-1),$$

$$M_{m+1} = \frac{1}{2} q_1 a^2 (m+1)(2n-m-1),$$

$$\sum_1^n M_{m+1} = \frac{1}{2} q_1 a^2 \left[\frac{1}{6}(n+1)(n+2)(4n-3) - (2n-1)\right],$$

$$\sum_1^n (M_m + M_{m+1}) = \frac{1}{2} q_1 a^2 \cdot \frac{1}{6} n (8n^2 + 12n - 14),$$

$$\sum_1^n O_m = \frac{q_1 a^2}{h} \cdot \frac{1}{24} n (8n^2 + 12n - 14) = \frac{q_1 a^2}{h} \mathfrak{M}, \text{ wobei}$$

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{24} n (8n^2 + 12n - 14).$$

Das Gewicht des Obergurtes für die halbe Brücke beträgt daher:

$$\sum_1^n G_0 = \alpha\, k_0 \frac{a^3}{h} q_1 \mathfrak{M}.$$

2. Untergurt.

Die Gurtkraft des m^{ten} Feldes ist $U_m = \dfrac{M_{m-2} + M_{m-1}}{2h}$.

Ferner ist:

$$\sum_1^n U_m = \frac{1}{2h} \sum_1^n (M_{m-2} + M_{m-1}),$$

$$M_{m-2} = \frac{1}{2} q_1 a^2 (m-2)(2n-m+2),$$

$$\sum_1^n M_{m-2} = \frac{1}{2} q_1 a^2 \frac{1}{6} (n-1)(n-2)(4n+3),$$

$$M_{m-1} = \frac{1}{2} q_1 a^2 (m-1)(2n-m+1),$$

$$\sum_1^n M_{m-1} = \frac{1}{2} q_1 a^2 \frac{1}{6} n (n-1)(4n+1),$$

$$\sum_1^n (M_{m-2} + M_{m-1}) = \frac{1}{12} q_1 a^2 (n-1)(8n^2 - 4n - 6),$$

$$\sum_1^n U_m = \frac{q_1 a^2}{h} \frac{1}{24} (n-1)(8n^2 - 4n - 6) = \frac{q_1 a^2}{h} \mathfrak{N}, \text{ wobei}$$

$$\mathfrak{N} = \frac{1}{24} (n-1)(8n^2 - 4n - 6).$$

Das Gewicht des Untergurtes für die halbe Brücke beträgt daher:

$$\sum_1^n G_u = \alpha\, k_u \frac{a^3}{h} q_1 \mathfrak{N}.$$

3. Diagonalen:

a) Beanspruchung infolge der ständigen Last:

Für die Diagonale durch den m_{ten} Knotenpunkt des Untergurtes gilt die Querkraft

$$Q_{mg} = \frac{1}{4} g (l - 2\, x_{m-1}) = \frac{1}{2} g (n - m + 1)\, a,$$

daher ist

$$\sum_1^{n+1} Q_{mg} = \frac{1}{2} g\, a [n (n+1) - \sum_1^n m] = \frac{1}{4} g\, a\, n (n+1) = g\, a\, \mathfrak{Q},$$

$$\text{wobei } \mathfrak{Q} = \frac{1}{4} n (n+1).$$

b) Beanspruchung infolge Verkehrslast.

Es ist:

$$\max Q_{mp} = \frac{1}{4} p_2 \frac{(l - x_{m-1})^2}{l} = \frac{p_2\, a}{8\, n} (2\, n - m + 1)^2,$$

$$\sum_1^{n+1} \max Q_{mp} = \frac{1}{48} p_2\, a [(n+1)(14\, n + 1)] = p_2\, a\, \mathfrak{P},$$

$$\text{wobei } \mathfrak{P} = \frac{1}{48} (n+1)(14 n + 1).$$

c) Gesamtinanspruchnahme.

Die Summe aller Querkräfte ist nach vorigem für die halbe Brücke

$$\Sigma\, Q = \sum_1^{n+1} Q_{mg} + \sum_1^{n+1} \max Q_{mp} = a\, (g\, \mathfrak{Q} + p_2\, \mathfrak{P}), \quad \text{und ihr}$$

entspricht eine Stabkraft $D = \Sigma\, Q \sec \alpha = \Sigma\, Q \frac{\sqrt{4\, a^2 + h^2}}{h}$. *)

Das Gewicht der Diagonalen für die halbe Brücke ist demnach

$$\Sigma\, G_d = \alpha\, k_d \,.\, \frac{4\, a^2 + h^2}{h} a\, (g\, \mathfrak{Q} + p_2\, \mathfrak{P}).\text{*)}$$

---

*) Es ist hiebei zur Vereinfachung der Rechnung für die erste Diagonale derselbe Neigungswinkel und dieselbe Stablänge angenommen wie für die übrigen Diagonalen.

4. Vertikalstäbe.

Wir führen einen Schnitt parallel zur zweiten Stablage und bestimmen die größte Querkraft; für den m^{ten} Vertikalstab erhalten wir:

a) infolge der ständigen Last:

$$Q_g = \frac{a}{2}\,[ng - mg_o - (m+1)f],$$

$$\sum_{o}^{n-1} Q_g = \frac{1}{2}\left[n^2 g - g_o \sum_{1}^{n-1} m - f \sum_{1}^{n} m\right] a,$$

$$\sum_{o}^{n-1} Q_g = \frac{1}{4}\,an(3n+1)g_o + \frac{a}{4}\,n(n-1)f = 2\,\mathfrak{R}\,a g_o + \mathfrak{S}\,af,$$

$$\text{wobei } \mathfrak{R} = \frac{1}{8}\,n(3n+1) \text{ und } \mathfrak{S} = \frac{1}{4}\,n(n-1);$$

b) infolge der Verkehrslast:

$$\max Q_p = \frac{1}{4}\,p_2 \frac{(l - x_{m+1})^2}{l} = \frac{p_2 a}{8n}\,(2n - m - 1)^2 =$$

$$= \frac{p_2 a}{8n}\,[(2n-1)^2 - 2(2n-1)m + m^2],$$

$$\sum_{o}^{n-1} \max Q_p = \frac{p_2 a}{48}\,n\,(2n-1)(7n-1) = \mathfrak{T}\,a p_2, \quad \text{wobei}$$

$$\mathfrak{T} = \frac{1}{48}\,(2n-1)(7n-1).$$

Es ist somit:

$$\Sigma\, G_v = \alpha k_v h a (2\,\mathfrak{R}\, g_o + \mathfrak{S} f + \mathfrak{T} p_2.$$

5. Windverband.

a) Besteht derselbe aus einem System von gekreuzten Diagonalen, welche über je ein Feld reichen, so erhalten wir das Gewicht desselben nach der früheren Formel

$$\Sigma\, G_w = \alpha_1 k_w \frac{a}{b}\,(a^2 + b^2)(c h Q \,.\, w + p' P).$$

b) Nehmen wir an, derselbe besteht aus gekreuzten Streben, welche über je zwei Felder reichen, so beträgt die gesamte Anzahl der Felder des Windverbandes nur n, und das Gewicht des Windverbandes für die halbe Brücke ist analog den früheren Formeln

$$\Sigma\, G_w = \alpha_1 k_w \frac{2a}{b}\,(4a^2 + b^2)(c h Q' w + p' P').$$

Diese Formel gilt auch für den Halbstrebenverband (K förmiger Verband).

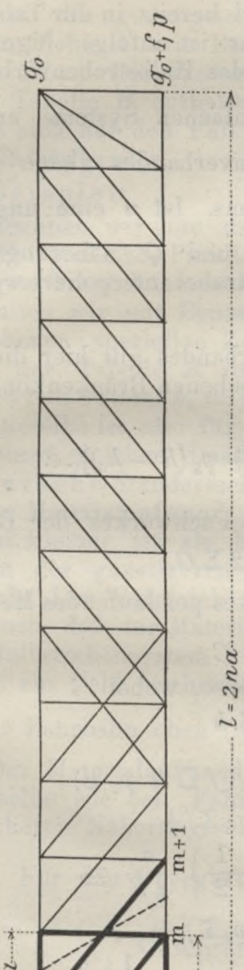

Abb. 7.

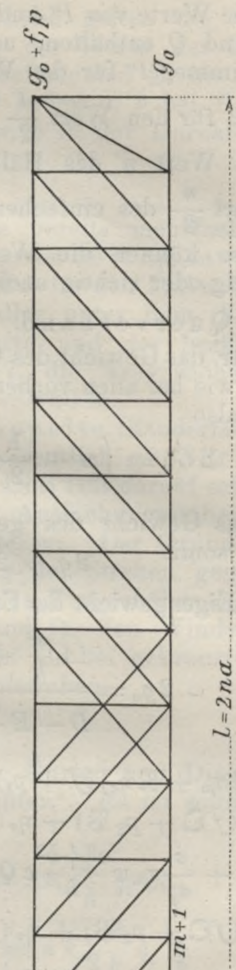

Abb. 8.

Die Werte von P' und Q' sind bereits in der Tabelle A für P und Q enthalten, und zwar ist infolge obiger Annahme immer P' für den Wert n des Halbstrebenverbandes gleich P für den Wert $\frac{n}{2}$ des einfachen Systems und Q' für den Wert n des Halbstrebenverbandes gleich Q für den Wert $\frac{n}{2}$ des einfachen Systems. Ist n eine ungerade Zahl, so können die Werte P' und Q' näherungsweise geradlinig oder richtig nach der Parabel interpoliert werden.

6. Querverband.

Für das Gewicht des Querverbandes gilt hier dieselbe Formel wie bei allen vorher besprochenen Brückenkonstruktionen, also

$$\Sigma G_q = \left(n + \frac{1}{2}\right)[\varphi_1 b + \varphi_2 (h - h_o)] \cdot s.$$

Das Gewicht des gesamten Fachwerkes der Brücke beträgt somit

$$2 g_o \times 2 n a = 2 \Sigma G,$$

und das Eigengewicht des Fachwerkes per laufendes Meter ist

$$2 g_o = \frac{A \frac{a^2}{h} + B h + C}{D - E \frac{a^2}{h} - F . h}, \text{ wobei}$$

$$\left.\begin{aligned}
A &= (\mathfrak{M}\,\eta_o + \mathfrak{N}\,\eta_u)(f + p_1) + 4\,\eta_d\,(f\,\mathfrak{Q} + p_2\,\mathfrak{P}) \\
B_a &= \eta_d\,(f\,\mathfrak{Q} + p_2\,\mathfrak{P}) + \eta_v\,(f\,\mathfrak{S} + p_2\,\mathfrak{T}) + \\
&\quad + \frac{\sigma}{\sigma_1}\eta_w w \frac{a^2 + b^2}{b} c\,Q + \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\sigma}{a\,K}\,\varphi_2, \\
B_b &= \eta_d\,(f\,\mathfrak{Q} + p_2\,\mathfrak{P}) + \eta_v\,(f\,\mathfrak{S} + p_2\,\mathfrak{T}) + \\
&\quad + \frac{\sigma}{\sigma_1}\eta_w w \frac{2}{b}(4\,a^2 + b^2)\,c\,Q' + \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\sigma}{a\,K}\varphi_2, \\
C_a &= \frac{\sigma}{\sigma_1}\eta_w w \frac{a^2 + b^2}{b} p'\,P + \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\sigma}{aK}(\varphi_1 b - \varphi_2 h_o), \\
C_b &= \frac{\sigma}{\sigma_1}\eta_w w \frac{2}{b}(4a^2 + b^2)\,p'\,P' + \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\sigma}{a\,K}\,(\varphi_1 b - \varphi_2 h_o), \\
D &= \frac{n\,\sigma}{K\,s}, \\
E &= \mathfrak{M}\,\eta_d + \mathfrak{N}\,\eta_u + 4\,\eta_d\,\mathfrak{Q}, \\
F &= \mathfrak{Q}\,\eta_d + \mathfrak{N}\,\eta_v.
\end{aligned}\right\} \text{III}a)$$

Für die günstigste Trägerhöhe gelten die Grundformeln 2) bis 4) mit Benützung der Werte der Formelgruppe III a.) Die Werte der Koeffizienten $\mathfrak{M}$ bis $\mathfrak{T}$ sind in der Tabelle B enthalten. Der Index a, b bei B und C bezieht sich auf den Fall a, bezw. b in der Durchführung des Windverbandes.

Beispiel:

Rechnen wir für das vorne bereits mehrfach angeführte Beispiel eines Parallelträgers von 50 m Spannweite die günstigste Trägerhöhe nach Formel 4) für den Fall a, bezw. b, so erhalten wir mit Benützung aller unter dem Fall I a) angegebenen speziellen Zahlenwerte und der bezüglichen Werte der Tabelle B für $n = 7$, die Trägerhöhe $h_a = 0{\cdot}168\, l = 8{\cdot}40\, m$, $h_b = 0{\cdot}170\, l = 8{\cdot}50\, m$.

Dieselbe ist also für das doppelte Ständerfachwerk unter sonst gleichen Umständen wesentlich größer als für das einfache Ständerfachwerk. Dies läßt darauf schließen, daß der Materialaufwand in den Ausfachungsstäben beim ersteren kleiner ist als bei letzterem. Der Grund hiefür liegt in der günstigeren Neigung der Streben gegen die Vertikale. Der Vergleich der beiden Trägerhöhen h_a und h_b zeigt auch, daß der Materialaufwand für den Windverband beim Halbstrebensystem kleiner ist als bei gekreuzten, nur über je ein Feld reichenden Windstreben.

b) Fahrbahn oben (Abb. 8).

Der Materialaufwand für die Gurten und Diagonalen ist derselbe wie bei „Fahrbahn unten“. Es ist somit nach der früheren Näherungsrechnung

1. Für den Obergurt $\sum\limits_1^n G_0 = \varkappa\, k_0 \dfrac{a^3}{h} q_1 \mathfrak{M}$.

2. „ „ Untergurt $\sum\limits_1^n G_u = \varkappa\, k_u \dfrac{a^3}{h} q_1 \mathfrak{N}$.

3. „ die Diagonalen $\Sigma\, G_d = \varkappa\, k_d \dfrac{a}{h} (4\, a^2 + h^2)\, (g \mathfrak{O} + p_2 \mathfrak{P})$.

4. Vertikalstäbe:

Für den m^{ten} Vertikalstab ist die Querkraft

$$Q_g = \frac{a}{2}\, [n\, g - m\, g_0 - (m-1) f],$$

daher

$$\sum_0^{n-1} Q_g = \frac{a}{2} \left[n^2 g - g_0 \sum_1^{n-1} m - f \sum_1^{n-2} m \right] = 2\, a\, g_0\, \mathfrak{N}' - a\, f\, \mathfrak{S}',$$

wobei

$$\mathfrak{N}' = \frac{1}{8}\, n\,(3\,n + 1) \text{ und } \mathfrak{S}' = \frac{1}{4}\,(n^2 + 3\,n - 2).$$

Tabelle B.

n	$\mathfrak{M}$	$\mathfrak{N}$	$\mathfrak{P}$	$\mathfrak{Q}$	P'	Q'
2	3·50	0·75	1·813	1·5	0·5000	0 500
3	11·75	4 50	3·583	3·0	1·1875	1·125
4	27·00	13·25	5·938	5·0	2·1666	2·000
5	51·25	29·00	8·675	7·5	3·4375	3·125
6	86·50	53·75	12·396	10·5	5·0000	4·500
7	134·75	89·50	16·500	14·0	6·8375	6·125
8	198·00	138·25	21·188	18·0	9·0000	8·000
9	278·25	202·00	26·468	22·5	11·4375	10·125
10	377·50	282·75	32·313	27·5	14·1666	12·500
11	497·75	382·50	38·750	33·0	17·1875	15·125
12	641·00	503·25	45·771	39·0	20·5000	18·000
13	809·25	647·00	53·375	45·5	24·1042	21·125
14	1004·50	815·75	61·563	52·5	28·0000	24·500
15	1228·75	1011·50	70·333	60·0	32·1875	28·125
n	$\mathfrak{N} = \mathfrak{N}'$	$\mathfrak{S}$	$\mathfrak{T}$	$\mathfrak{S}'$	$\mathfrak{T}'$	
2	1·75	0·5	0·8125	2·0	2·5625	
3	3·75	1·5	2·0833	4·0	4·5833	
4	6·50	3 0	3·9375	6·5	7·1875	
5	10·00	5·0	6·3750	9·5	10·3750	
6	14·25	7·5	9·3958	13·0	14·1458	
7	19·25	10·5	13·0000	17·0	18·5000	
8	25·00	14·0	17·1875	21·5	23·4375	
9	31·50	18·0	21·9583	26·5	28·9583	
10	38·75	22·5	27·3125	32·0	35·0625	
11	46·75	27·5	33·2500	38·0	41·7500	
12	55·50	33·0	39·7708	44·5	49·0208	
13	65·00	39·0	46·8750	51·5	56·8750	
14	75·25	45·5	54·5625	59·0	65·3125	
15	86·25	52·5	62·8333	67·0	74·3333	

Ferner ist infolge der Verkehrslast für den m^{ten} Vertikalstab:

$$\max Q_{\mathrm{p}} = \frac{1}{4}\, p_2\, \frac{(l - x_{\mathrm{m}-1})^2}{l} = \frac{p_2\, a}{8\, n}\,(2\,n - m + 1)^2 =$$

$$= \frac{p_2\, a}{8\, n}\,[(2\,n + 1)^2 - 2\,(2\,n + 1)\,m + m^2],$$

daher

$$\sum_0^{n-1} \max Q_p = \frac{p_2 a}{8n} \left[n (2n+1)^2 - 2 (2n+1) \sum_1^{n-1} m + \right.$$

$$\left. + \sum_1^{n-1} m^2 \right] = \frac{p_2 a}{48} (14 n^2 + 27 n + 13) = p_2 a \mathfrak{T}',$$

wobei

$$\mathfrak{T}' = \frac{1}{48} (14 n^2 + 27 n + 13).$$

Somit ist

$$\Sigma G_v = \varkappa k_v h a (2 g_0 \mathfrak{R}' + f \mathfrak{S}' + p_2 \mathfrak{T}').$$

5. Wind- und Querverband.

Die früheren Formeln für das Gewicht des Wind- und Querverbandes haben hier sinngemäße Anwendung zu finden. In den folgenden Formeln ist ein K-förmiger Windverband angenommen worden.

Für die günstigste Trägerhöhe gelten die Formeln 1) bis 4) mit folgenden Werten von A bis F.

$$\left.\begin{aligned} A &= (\mathfrak{M} \eta_0 + \mathfrak{N} \eta_u)(f + p_1) + 4 \eta_d (\mathfrak{Q} f + p_2 \mathfrak{P}), \\ B &= \eta_d (f \mathfrak{Q} + p_2 \mathfrak{P}) + \eta_v (f \mathfrak{S}' + p_2 \mathfrak{T}') + \frac{\sigma}{\sigma_1} \eta_w w \frac{2}{b} \\ &\qquad (4 a^2 + b^2) c Q' + \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\sigma}{a K} \varphi_2, \\ C &= \frac{\sigma}{\sigma_1} \eta_w w \frac{2}{b} (4 a^2 + b^2) p' P' + \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\sigma}{a K} \\ &\qquad \cdot (\varphi_1 b - \varphi_2 h_0), \\ D &= \frac{n \sigma}{s K}, \\ E &= \mathfrak{M} \eta_0 + \mathfrak{N} \eta_u + 4 \eta_d \mathfrak{Q}, \\ F &= \mathfrak{Q} \eta_d + \mathfrak{R}' \eta_v. \end{aligned}\right\} \text{III}\,b).$$

Nach diesen Formeln ergibt sich die günstigste Trägerhöhe des doppelten Fachwerkes größer als jene des einfachen Fachwerkes. Die Erklärung dafür ist dieselbe wie im Falle III *a*).

Günstigster Strebenwinkel.

Für den günstigsten Strebenwinkel ergibt sich nach der dem Falle I analogen Ableitung der Ausdruck

a) bei Fahrbahn unten

$$\frac{2a}{h} = \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{1 + \frac{\eta_v}{\eta_d} \cdot \frac{2 g_0 \mathfrak{R} + f \mathfrak{S} + p_2 \mathfrak{T}}{\mathfrak{Q} g + \mathfrak{P} p_2}};$$

b) bei Fahrbahn oben

$$\frac{2a}{h} = \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{1 + \frac{\eta_v}{\eta_d} \cdot \frac{2 g_0 \mathfrak{R}' + f \mathfrak{S}' + p_2 \mathfrak{T}'}{\mathfrak{Q} g + \mathfrak{P} p_2}}.$$

Der günstigste Strebenwinkel des doppelten Fachwerkes ist nahezu gleich dem des einfachen Ständerfachwerkes (das ist etwa 56°).

Schlußbemerkungen.

Überblicken wir die voranstehenden Untersuchungen, so lassen sich auf Grund derselben folgende allgemeine Grundsätze aussprechen.

1. Über die Trägerhöhe.

Bei Bestimmung der günstigsten Trägerhöhe ist sowohl der Windverband als auch der Querverband zu berücksichtigen.

Insolange kein Querverband (bestehend aus Querriegeln und Andreaskreuzen) vorhanden ist, ist die günstigste Trägerhöhe bedeutend größer als im entgegengesetzten Falle. Dieselbe liegt dann zwischen $^1/_6$ und $^1/_8$ der Spannweite; jedoch schon der Umstand, daß der Windverband einerseits einen deutlichen Einfluß auf die günstigste Trägerhöhe ausübt, während derselbe andererseits doch einen untergeordneteren Anteil des gesamten Eigengewichtes bildet, läßt darauf schließen, daß selbst größere Abweichungen von derselben keine bedeutende Vermehrung des Gesamtgewichtes zur Folge haben können. Dies ist auch aus dem Verlauf der Kurve für das Eigengewicht ersichtlich.

Trägt man nämlich die Trägerhöhen als Abszissen und die Eigengewichte des Fachwerkes als Ordinaten eines rechtwinkeligen Koordinatensystems auf, so ergibt sich für jede Teilungszahl n eine gewisse Kurve, deren Verlauf an dem folgenden Beispiel gezeigt werden soll.

Wir wählen einen Parallelträger mit gekreuzten Diagonalen und Fahrbahn unten für eine Eisenbahnbrücke von 40 m Spannweite. Ferner sei: $2n = 10$; $a = 4{\cdot}00\, m$; $b = 4{\cdot}70\, m$; $f = 0{\cdot}95\, t/m$; $p_1 = 7{\cdot}293\, t/m$; $p_2 = 7{\cdot}987\, t/m$; $\frac{D_{\max}}{2a} = \frac{46{\cdot}4}{8} = 5{\cdot}8\, t/m$; $w = 0{\cdot}17\, t/m^2$; $\eta_u = 1{\cdot}0$; $\eta_o = 1{\cdot}1$; $\eta_z = \eta_d = 1{\cdot}2$; $\eta_v = 1{\cdot}5$; $\eta_w = 3{\cdot}5$; $K = 1{\cdot}41$; $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$; $c = 0{\cdot}1$; $c_1 = 1$; $h_1 = 3{\cdot}0\, m$; $\sigma = 880\, kg/cm^2$; $\sigma_1 = 1200\, kg/cm^2$; $s = 7{\cdot}85\, t/m^3$.

Wir erhalten dann mit Benützung der Formelgruppe II *a)*.

$$A = 2{\cdot}1\,(0{\cdot}95 + 7{\cdot}293)\,O + 1{\cdot}2\,(0{\cdot}95\,Q + 7{\cdot}987\,P),$$

$$B = 1{\cdot}2\,(0{\cdot}95\,Q + 7{\cdot}987\,P) + \left(0{\cdot}95 + \frac{7{\cdot}987}{2} + 5{\cdot}8\right) 1{\cdot}5\,V +$$

$$+ \frac{880}{1200}\,3{\cdot}5\,\frac{4^2 + 4{\cdot}7^2}{4{\cdot}7} \times 0{\cdot}10 \times 0{\cdot}17\,Q,$$

$$C = \frac{880}{1200} \cdot 3{\cdot}5 \cdot \frac{4^2 + 4{\cdot}7^2}{4{\cdot}7} \,.\, 3{\cdot}0 \,.\, 0{\cdot}17\,P,$$

$$D = \frac{5 \,.\, 8800}{1{\cdot}41 \,.\, 7{\cdot}85},$$

$$E = 2{\cdot}1\,O + 1{\cdot}2\,Q,$$

$$F = 1{\cdot}2\,Q + \frac{1}{2} \,.\, 5 \,.\, 1{\cdot}5.$$

Setzt man für O, P, Q und V die für $n = 5$ angegebenen Werte der Tabelle A, nämlich $O = 41{\cdot}25$; $P = 14{\cdot}16$; $Q = 12{\cdot}5$; $V = 4{\cdot}5$, so erhält man

$$A = 864;\; B = 227;\; C = 150;\; D = 3975;\; E = 101{\cdot}6;\; F = 18{\cdot}75.$$

Es lautet sonach die Formel für das Eigengewicht dieses Trägers

$$2\,g_0 = \frac{864\,\dfrac{16}{h} + 227\,h + 150}{3975 - 101{\cdot}6\,\dfrac{16}{h} - 18{\cdot}75\,h} =$$

$$= \frac{\dfrac{13824}{h} + 227\,h + 150}{3975 - \dfrac{162{\cdot}56}{h} - 18{\cdot}75\,h}.$$

Hieraus ergeben sich folgende Werte des Eigengewichtes für die angegebenen Trägerhöhen:

h	1 m	2 m	3 m	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	11 m	12 m	13 m
$2\,g_0\;t/m$	3·74	1·95	1·41	1·17	1·05	0·995	0·973	0·970	0·985	1·01	1·04	1·08	1·12

bezw. die in Abb. 9 gegebene graphische Darstellung desselben.

Der tiefste Punkt der Eigengewichtslinie liegt für dieses Beispiel etwa bei $h = \frac{1}{6}\,l$, allgemein aber umso näher bei $h = {}^1/_{10}\, l$, je größer die Anzahl der Felder des Fachwerkes ist.

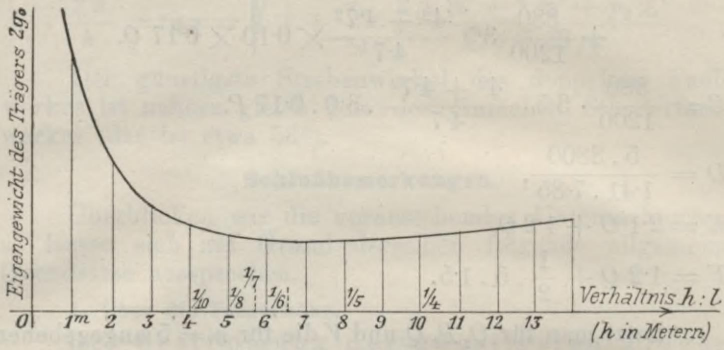

Abb. 9.

Die Abbildung zeigt, daß das Gewicht des Trägerfachwerkes etwa von ${}^1/_8$ bis ${}^1/_4$ der Spannweite nahezu konstant ist.

Dies gilt allerdings unter der Annahme, daß die Verhältniszahlen γ_i sich hiebei nicht ändern. In Wirklichkeit wird bei sehr großen Trägerhöhen der Konstruktionskoeffizient der Ausfachungsstäbe größer, und infolge dessen nimmt das Eigengewicht des Trägers zu. Innerhalb geringer Grenzen (etwa ${}^1/_{10}$ bis ${}^1/_7$) kann derselbe jedoch als konstant angesehen werden, so daß auch innerhalb derselben die günstigste Trägerhöhe zu liegen kommt; jedenfalls ist dieselbe aber größer als 0·10 l.

Ferner zeigt die Eigengewichtslinie deutlich, daß eine zu kleine Trägerhöhe immer eine größere Gewichtsüberschreitung gegenüber dem Minimalgewicht zur Folge hat, als eine zu große Trägerhöhe. Der Vorteil, der dadurch häufig erreicht werden kann, ist der, daß an Stelle einer „offenen Brücke" eine „geschlossene Brücke" tritt.

Bei großen Spannweiten und verhältnismäßig kleiner Vertikalbelastung kann bei „Fahrbahn unten" zwar der Fall eintreten, daß infolge der zu großen Trägerhöhe die Gurtquerschnitte auf Grund der Hauptspannungen so klein werden, daß durch die Zusatzkräfte infolge Winddruck und allenfalls zu berücksichtigender Seitenschwankungen der Fahrzeuge eine Überschreitung der hiefür zulässigen Inanspruchnahme stattfindet, bezw. eine Verstärkung des Querschnittes nötig wird. Diese spielt jedoch schon wegen der für die Summe aus Haupt- und Zusatzkräften größeren zulässigen Inanspruchnahme des Materiales eine untergeordnete Rolle. Der Nachteil einer zu großen Trägerhöhe für die Standsicherheit einer Brücke mit „Fahrbahn oben" kann einfach durch entsprechende Verkürzung der Endständer behoben werden.

Die hier ausgesprochenen Sätze gelten nicht nur für das hier angeführte spezielle Beispiel, sondern ganz allgemein. Die Grundform der Kurve ist für alle Trägerarten immer dieselbe.

2. Über das Eigengewicht als Funktion der Felderzahl.

Trägt man als Abszissen die halbe Anzahl der Feldweiten und als Ordinaten die zugehörigen Eigengewichte auf, so ergibt sich bei Annahme einer konstanten Trägerhöhe und unter der Voraussetzung, daß die Konstruktionskoeffizienten und das Fahrbahngewicht ebenfalls konstant, also von der Felderzahl unabhängig seien, die in Abb. 10 dargestellte Kurve; dieselbe fällt von $n = 1$ ausgehend zuerst ein wenig und steigt dann nahezu nach einer Geraden.

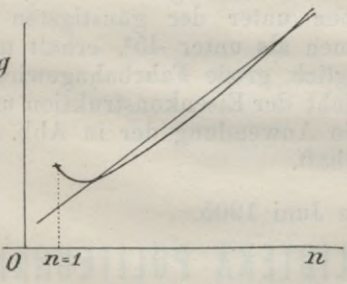

Abb. 10.

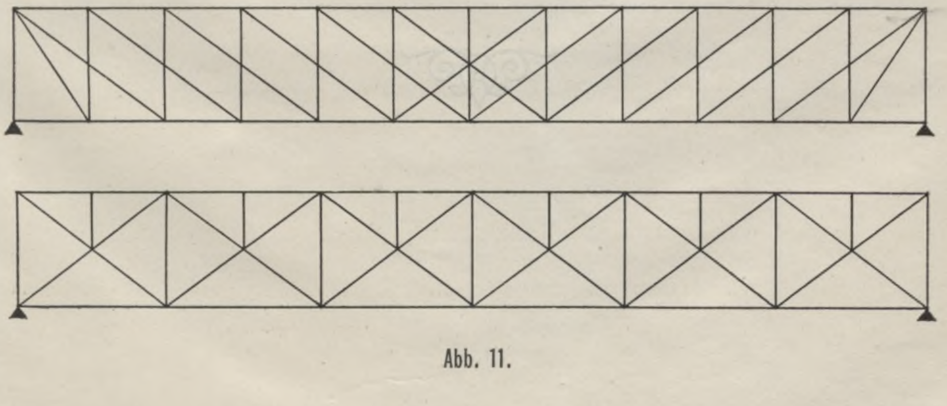

Abb. 11.

Die Bestimmung der günstigsten Felderzahl erfolgt am besten versuchsweise: Man berechnet für die in Betracht kommenden Teilungszahlen *n* das Fahrbahngewicht und hierauf nach der Grundformel 1) für eine bestimmte Trägerhöhe das Eigengewicht des Fachwerkes. Bildet man ferner die Summe aus dem Gewicht der Eisenkonstruktion für die Fahrbahn und dem Eigengewicht des Fachwerkes, so tritt das Minimum des Gesamtgewichtes der Eisenkonstruktion stets deutlich hervor.

3. Über die günstigste Neigung der Streben.

Die günstigste Neigung der Streben gegen die Vertikale ist, mit Ausnahme des „Netzwerkes", bei allen anderen Ausfachungsarten des Parallelträgers durchschnittlich 56°. Nur beim Netzwerk, worunter jene Ausfachung verstanden wird, welche keine vertikalen Ausfachungsstäbe besitzt, beträgt dieselbe 45°. Die praktische Einhaltung des günstigsten Neigungswinkels hat aber nur dann einen Wert, wenn dabei gleichzeitig die günstigste Trägerhöhe eingehalten werden kann. Letztere ist stets in erster Linie zu berücksichtigen. Da, abgesehen vom Netzwerk, die Streben unter der günstigsten Neigung flacher zu liegen kommen als unter 45°, erhält man meist große Feldlängen, folglich große Fahrbahngewichte, welche auf das Gesamtgewicht der Eisenkonstruktion ungünstig wirken. Es ist daher die Anwendung der in Abb. 11 dargestellten Systeme vorteilhaft.

Wien, im Juni 1905.