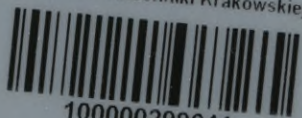




24  
30

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000299641

x  
230



*J*

STATIK  
DER  
HOCHBAUCONSTRUCTIONEN.

ERSTER THEIL:  
STEINCONSTRUCTIONEN.

VON  
DR. WILHELM WITTMANN,  
PRIVATDOCENT AN DER KÖNIGL. TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN MÜNCHEN.

Mit 7 Kupfertafeln und 51 Holzschnitten.

*2te Ausgabe stark mit in Druck*

*F. Nr. 19 031*

BERLIN.

VERLAG VON ERNST & KORN  
(Gropius'sche Buch- und Kunsthandlung).

90 Wilhelmstrasse  
nächst dem Architektenhause.

1879.

*VIII B. 2*





II 7891

Akc. Nr. 244/52

## Vorwort.

---

Vorliegende Arbeit, welcher in zwei weiteren Lieferungen die Lehre von der Statik der Holz- und Eisenconstructions folgen wird, entstand auf Wunsch der Verlagshandlung und zu dem Zweck, einem bei Letzterer demnächst erscheinendem Werke über Constructions des Hochbaues zur Ergänzung zu dienen. Es sollten in gedrängter Form die für die statisch richtige Anordnung von Hochbauconstructions wichtigsten Anhaltspuncte gegeben werden, so dass das Buch dem ausführenden Architekten und Ingenieur als Hilfsmittel zur Orientirung in schwierigen Fällen und dem Anfänger zum Gebrauch bei Privatstudien dienen könne. Mit Rücksicht auf die vom Praktiker zumeist erhobene Forderung leichter Anwendbarkeit der von der Theorie gebotenen Hilfsmittel befreissigte sich der Verfasser grösstmöglicher Kürze und wählte bei Behandlung des gegebenen Stoffes bald die Methode der analytischen Entwicklung bald die der graphischen Statik, je nachdem die eine oder die andere leichter zum Ziel führte.

Wenn es dadurch möglich gewesen ist, einzelne Probleme in einfacherer Weise als bisher zu lösen, so sind doch manche Fragen unbeantwortet geblieben und es kann nicht geleugnet werden, dass die Mechanik der Steinconstructions des Hochbaues zur Zeit bei Weitem noch nicht im Stande ist, allen Anforderungen zu entsprechen. Um hier zu besserer Erkenntniss zu gelangen, bedarf es des Zusammengehens von Theorie und Praxis und einer weiteren Verbreitung der bisher gebräuchlichen theoretischen Anschauungen in den Kreisen der Letzteren. Sollte diese Arbeit, wenn auch nur in beschränkter Weise, hierzu beitragen, so wird ihr Zweck erfüllt sein.

---





# Inhalt.

I. Abschnitt.		Seite
<b>Statik der einfachen Mauern</b>		<b>1</b>
§ 1.	Allgemeine Gleichgewichtsbedingungen . . . . .	1
§ 2.	Festigkeit der Steinmaterialien . . . . .	5
§ 3.	Specielle Fälle . . . . .	12
	A. Mauern unter Einwirkung verticaler äusserer Kräfte . . . . .	12
	B. Mauern unter Einwirkung verticaler und horizontaler äusserer Kräfte . . . . .	13
§ 4.	Freistehende unbelastete Mauern und Umfassungsmauern . . . . .	15
§ 5.	Stützmauern . . . . .	17
	A. Erddruck bei unbelasteter ebener Terrainoberfläche . . . . .	17
	B. Erddruck bei belasteter ebener Terrainoberfläche . . . . .	25
	C. Erddruck bei gebrochener ebener Terrainoberfläche . . . . .	26
	D. Erddruck bei ebener Terrainoberfläche, welche unter dem Winkel der natürlichen Böschung gegen den Horizont geneigt ist . . . . .	28
	E. Erddruck auf ebene Mauerflächen, welche kleinere Neigungswinkel als gewöhnliche Stützmauern mit dem Horizont einschliessen . . . . .	29
	a) die Mauerfläche ist gegen den Horizont unter dem Winkel $2\varphi - \gamma$ geneigt . . . . .	29
	b) die Mauerfläche schliesst mit dem Horizont den Winkel der natürlichen Böschung ein . . . . .	30
	c) die Mauerfläche bildet einen kleineren als den Böschungswinkel mit dem Horizont . . . . .	31
	d) die Mauerfläche ist horizontal . . . . .	32
	F. Erddruck auf einzelne Theile der ebenen Wandfläche einer Stützmauer . . . . .	32
	G. Angriffsort der Resultirenden des Erddrucks auf eine ebene Wandfläche . . . . .	34
	a) die unbelastete ebene Terrainfläche schliesst sich unmittelbar an die Oberkante der hinteren Wandfläche an . . . . .	34
	b) die Terrainoberfläche ist belastet oder überhöht . . . . .	37
	H. Stabilität der Stützmauern . . . . .	37
II. Abschnitt.		
<b>Statik der Gewölbe</b>		<b>41</b>
§ 1.	Theorie der Mitteldrucklinie . . . . .	41
§ 2.	Schlusssteinhöhe und Bogenstärke . . . . .	43
§ 3.	Belastung eines Gewölbes von gegebener Mitteldrucklinie . . . . .	45
	A. Kreisförmige Drucklinie . . . . .	46
	B. Spitzbogenförmige Drucklinie . . . . .	49
	C. Elliptische Drucklinie . . . . .	51

	Seite
§ 4. Form und Stärke eines Gewölbes von gegebener Belastung . . . . .	53
A. Die oben horizontal begrenzte Belastung besteht aus einem dem Wölbmauerwerk homogenen Material . . . . .	53
B. Die Belastung besteht aus Mauerwerk, Erdauffüllung und Verkehrslast . . . . .	55
§ 5. Stabilitätsbestimmung eines Gewölbes von gegebener Bogenform und Belastung . . . . .	58
§ 6. Stützlinie eines Gewölbes . . . . .	61
§ 7. Bestimmung der Widerlager- und Pfeilerstärke . . . . .	61
§ 8. Stabilitätsbestimmung eines Gewölbes mit Berücksichtigung des Seitenschubes einer lockeren Bogenüberfüllung . . . . .	65
§ 9. Das Kreuzgewölbe . . . . .	69
A. Kreuzgewölbe mit zu den Kappenaxen parallelen Lagerfugen . . . . .	69
B. Kreuzgewölbe nach dem schwalbenschwanzförmigen Verband . . . . .	70
§ 10. Das Kuppelgewölbe . . . . .	72

### III. Abschnitt.

#### Druck der Gewölbe auf die Lehrgerüste . . . . . 77

§ 1. Druck der Wölbsteine auf das Lehrgerüst für beliebige Stadien des Gewölbeaufbaues . . . . .	77
§ 2. Maximalpressungen des Gewölbes auf bestimmte Theile des Lehrgerüstes . . . . .	83

# Erster Abschnitt.

## Statik der einfachen Mauern.

### § 1.

#### Allgemeine Gleichgewichtsbedingungen.

Eine Mauer  $ABCD$  (Fig. 1) sei durch äussere Kräfte beansprucht. Um zu untersuchen, ob dieselbe in allen Theilen den erforderlichen Grad von Stabilität besitzt, fasse man eine beliebige Fugenebene  $EF$  ins Auge, bestimme die Resultirende  $R$  der auf das Mauerstück  $BCEF$  einschliesslich des Eigengewichtes desselben wirkenden äusseren Kräfte, denke ferner die Wirksamkeit des unterhalb der betrachteten Fuge befindlichen Mauerwerks durch an der Fugenfläche angebrachte (innere) Kräfte ersetzt und sehe zu, ob an dem so erhaltenen System von Kräften die angreifenden im Gleichgewichte sich befinden mit den widerstehenden Kräften.

Die Letzteren bestehen :

- a) in der rückwirkenden Festigkeit des Mauerwerks, d. i. in dem Widerstand, welchen dasselbe einer angestrebten Zusammenpressung beziehungsweise Zerdrückung entgegensetzt;
- b) in der Adhäsion des Bindemittels der Fuge  $EF$ ;
- c) in der längs dieser Fuge stattfindenden Reibung.

Während die gegen Pressung widerstehenden Kräfte normal zur Fugenfläche gerichtet sind, haben Adhäsion und Reibungswiderstand eine zur genannten Fuge parallele Richtung. Berücksichtigt man nun, dass fast ausschliesslich bei Steinconstructions wegen der Regelmässigkeit in der Anordnung derselben alle Kräfte symmetrisch zu einer Ebene vertheilt erscheinen, so dienen zur Beurtheilung der im vorliegenden Falle gegebenen Verhältnisse die Gleichgewichtsbedingungen für Kräfte in einer Ebene, und bezeichnen :

$\Sigma(Y)$  und  $\Sigma(X)$  die Summen der Projectionen sämmtlicher inneren Kräfte auf die beiden Axen eines rechtwinkligen Coordinatensystems, dessen Axe  $X$  mit dem Schnitt von Fugen- und Kräftesymmetrieebene zusammenfällt,

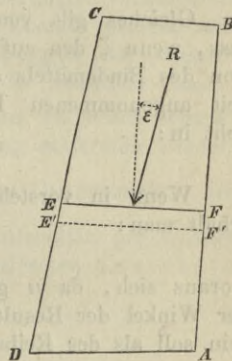


Fig. 1.

$\Sigma(Yx)$  die Summe der Momente sämmtlicher inneren Kräfte bezüglich eines in der Axe  $X$  beliebig angenommenen Drehpunctes,  
 $x_0$  den Abstand des Schnittpunctes der Resultirenden  $R$  mit der Fugenebene von demselben Drehpunct,  
 $\varepsilon$  den Winkel der Resultirenden mit der Normalen zur Fuge,  
 so finden die Gleichungen statt:

$$R \cos \varepsilon = \Sigma(Y) \dots \dots \dots (1)$$

$$R \sin \varepsilon = \Sigma(X) \dots \dots \dots (2)$$

$$x_0 R \cos \varepsilon = \Sigma(Yx) \dots \dots \dots (3).$$

Aus Gleichungen (1) und (3) geht hervor, dass die Summe der gegen Pressung widerstehenden inneren Kräfte gleich und entgegengesetzt sein muss der zur Fuge normal gerichteten Componente der Resultirenden  $R$ , und dass, wenn Letztere die Fugenfläche in ihrem Schwerpunct schneidet, die Vertheilung der Druckspannungen über der genannten Fläche eine gleichmässige ist. Bezeichnet in diesem Falle  $\beta_0$  die Druckfestigkeit des Mauerwerks per Flächeneinheit und  $F$  den Flächeninhalt der Fuge, so ist

$$\Sigma(Y) = F \cdot \beta_0.$$

Mit Rücksicht auf den von allen für die Dauer hergestellten Bauwerken geforderten Grad von Sicherheit wird indessen der Berechnung der Querschnittsdimensionen nicht das ganze erfahrungsmässige Widerstandsvermögen des Materials, sondern nur ein gewisser Bruchtheil (in der Regel  $\frac{1}{10}$  bis  $\frac{1}{20}$  der Bruchbelastung) als zulässige Beanspruchung zu Grunde gelegt. Bezeichnet demnach  $\beta$  den unter Berücksichtigung dieses nothwendigen Sicherheitsgrades fixirten Coefficient der rückwirkenden Festigkeit per Quadrateinheit, so geht Gleichung (1) über in

$$R \cos \varepsilon = F \beta \dots \dots \dots (4).$$

Gleiches gilt von den inneren Kräften der Adhäsion und Reibung, so dass, wenn  $\zeta$  den auf ebensolche Weise festgestellten Coefficienten der Adhäsion des Bindemittels an den Steinen und  $\mu$  den meist mit doppelter Sicherheit angenommenen Reibungscoefficienten bezeichnen, Gleichung (2) übergeht in:

$$R \sin \varepsilon = F \zeta + \mu R \cos \varepsilon \dots \dots \dots (5).$$

Wenn in vorstehendem Ausdruck die Adhäsion vernachlässigt wird, so erhält man:

$$\tan \varepsilon = \mu \dots \dots \dots (6),$$

woraus sich, da  $\mu$  gleich der Tangente des Reibungswinkels, ergibt, dass der Winkel der Resultirenden mit der Normalen zur Fuge gleich oder kleiner sein soll als der Reibungswinkel des Materials.

Würde bei gleichmässiger Druckvertheilung eine Verkürzung des Steinprismas, dessen obere Begrenzung  $EF$  bildet, eintreten, so würde diese in der Art stattfinden, dass die Fugenfläche  $E'F'$  nach eingetretener Verkürzung ihrer früheren Lage parallel bleiben oder mit anderen Worten sich um eine unendlich ferne gelegene neutrale Axe drehen würde.

Entfernt sich aber der Angriffspunct der Resultirenden  $R$  vom Schwerpunct der Fugenfläche, so ist Dies gleichbedeutend mit einer ungleichen Vertheilung der auf Letztere wirkenden Pressungen und im Falle einer Verkürzung des gedrückten Steinprismas würde die Fuge eine zu ihrer anfänglichen

Stellung geneigte Lage annehmen, d. h. die neutrale Axe würde in endliche Entfernung rücken.

Die äusserste zulässige Grenze nun für die Annäherung der neutralen Axe an den Querschnitt ist diejenige Lage derselben, bei welcher sie mit einer der Begrenzungskanten der Fuge zusammenfällt, denn würde sie diese Kanten überschreiten und in die Fugenfläche selbst eintreten, so würden an dem betreffenden Fugenende die Druckspannungen in Zugspannungen übergehen und die Stabilität des Mauerwerks wäre wegen geringer Zugfestigkeit des Steinmaterials und des Mörtels gefährdet.

Wird also angenommen, die neutrale Axe falle beispielsweise mit der Begrenzungskante  $EE$  (Fig. 2 und 2a) zusammen, so wird hieraus die Grenze

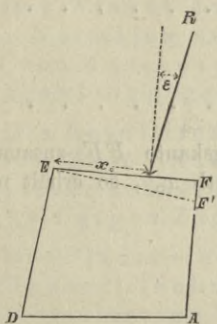


Fig. 2.

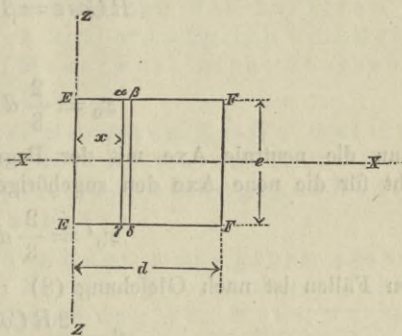


Fig. 2a.

zu bestimmen sein, bis zu welcher sich der Angriffspunct von  $R$  der Kante  $FF$  nähern darf. Die Thatsache, dass (geringe Formveränderungen vorausgesetzt) die Fugenflächen auch bei ungleich vertheilter Belastung Ebenen bleiben, rechtfertigt die allgemein übliche Hypothese, dass die Pressungen der einzelnen Flächenelemente proportional seien den Abständen von der neutralen Faser.

Bezeichnet desswegen  $\beta_x$  die Gesamtpressung eines unendlich schmalen zur Axe  $ZZ$  Fig. 2a parallelen und um  $x$  von derselben entfernten Flächenstreifens  $\alpha\beta\gamma\delta$ , mithin  $\frac{\beta_x}{z dx}$  die in diesem Streifen per Quadrateinheit herrschende Pressung, bezeichnet ferner  $\beta$  die Pressungsintensität per Quadrateinheit in dem um die Länge  $d$  von der neutralen Axe entfernten äussersten Flächenstreifen, so besteht die Proportion:

$$\beta : \frac{\beta_x}{z dx} = d : x$$

oder

$$\beta_x = \frac{\beta}{d} z x dx,$$

daher

$$R \cos \varepsilon = \frac{\beta}{d} \int_0^d z x dx$$

und

$$x_0 R \cos \varepsilon = \frac{\beta}{d} \int_0^d z x^2 dx,$$

folglich

$$x_0 = \frac{\int_0^d z x^2 dx}{\int_0^d z x dx} \dots \dots \dots (7).$$

Bei Steinconstructions hat man es zumeist mit rechteckförmigen Querschnitten zu thun. Für diese aber ist, wenn  $d$  die Breite und  $e$  die Länge bezeichnen,

$$R \cos \varepsilon = \beta \frac{de}{2} \dots \dots \dots (8)$$

und

$$x_0 = \frac{2}{3} d \dots \dots \dots (9).$$

Lässt man die neutrale Axe mit der Begrenzungskante  $FF$  zusammenfallen und sucht für die neue Axe den zugehörigen Werth  $x_0'$ , so erhält man

$$x_0' = \frac{2}{3} d.$$

In beiden Fällen ist nach Gleichung (8)

$$\beta = \frac{2R \cos \varepsilon}{F} \dots \dots \dots (10),$$

während bei gleichmässiger Druckvertheilung nach Gleichung (4)

$$\beta = \frac{R \cos \varepsilon}{F}.$$

Daraus geht hervor, dass wenn der Angriffspunct der Resultirenden die oben bezeichneten Grenzlagen einnimmt, die Druckspannung in den am meisten beanspruchten Flächenelementen doppelt so gross ist als im Falle des Zusammenstreffens dieses Angriffspunctes mit dem Schwerpunct der Fläche, und da diese

Druckspannung unter keinen Umständen die grösstzulässige Beanspruchung überschreiten soll, so ergibt sich die Nothwendigkeit, eine nur halb so grosse Kraft  $R$  wirken zu lassen als bei gleichmässiger Vertheilung des Druckes über der Fuge.

Wenn sich der Angriffspunct von  $R$  zwischen den erwähnten Grenzlagen, d. h. die neutrale Axe in endlicher Entfernung vom Querschnitt und parallel beispielsweise zur Seite  $e$  desselben befindet, so ist mit Bezugnahme auf Fig. 3

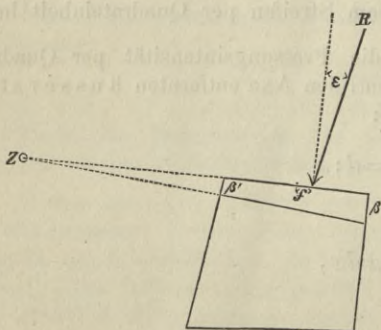


Fig. 3.

$$\frac{\beta + \beta'}{2} \cdot F = R \cos \varepsilon.$$

Da nun die Entfernung  $f$  des in Rede stehenden Angriffspunctes vom Schwerpunct des Querschnittes gleich ist:

$$f = \frac{d}{6} \frac{\beta - \beta'}{\beta + \beta'}$$

so erhält man, wenn aus vorstehenden Gleichungen  $\beta'$  eliminirt wird, die Pressung der äussersten Flächenelemente

$$\beta = \frac{R \cos \varepsilon}{F} \left\{ 1 + \frac{6f}{d} \right\} \dots \dots \dots (11),$$

aus welcher Gleichung bei bekanntem  $f$  die Werthe  $F$  oder  $R$  den obigen Bedingungen gemäss berechnet werden können.

Die im Vorstehenden gewonnenen Resultate können in folgende Sätze zusammengefasst werden:

1) Der Winkel der Resultirenden der äusseren Kräfte mit der Normalen zur Fuge soll womöglich den Reibungswinkel von Mauerwerk auf Mauerwerk nicht überschreiten. (Gleichgewicht gegen Gleiten.)

2) Die Resultirende der äusseren Kräfte muss die betrachtete Fuge innerhalb des mittleren Drittheils der Mauerstärke schneiden. (Gleichgewicht gegen Kanten und Sicherheit gegen Zugspannungen.)

3) Der Flächeninhalt der Fuge muss gross genug sein, um der Inangriffnahme auf Pressung zu genügen, ohne dass die grösstzulässige Beanspruchung des Mauerwerks überschritten wird. Je nachdem der Angriffspunct der Resultirenden im Schwerpunct der Fugenfläche oder an den Grenzen des mittleren Drittheiles der Mauerstärke oder zwischen diesen Grenzen sich befindet, berechnen sich  $R$  beziehungsweise  $F$  aus den Gleichungen (4), (10) oder (11).

## § 2.

### Festigkeit der Steinmaterialien.

In nachstehenden Tabellen sind eine Anzahl von Versuchsergebnissen über die Festigkeit verschiedener Steinmaterialien zusammengestellt, welche zumeist Professor Bauschingers Mittheilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der polytechnischen Schule in München entnommen sind. \*)

## Zugfestigkeit der Steinmaterialien.

Gesteinsart.	Kilogr. per qcm	
	Zugfestigkeit senkrecht zum Lager (Zerreissungsgewicht).	Festigkeitscoefficient (zulässige Spannung bei 20facher Sicherheit).
Granit, schwarzweisser, von Hauzenberg, Niederbayern . . . . .	44,5	2
desgl., gelblich, ziemlich feinkörnig, von Fürstenstein, Niederbayern . . . . .	22	1
desgl., grobkörnig, St. Gotthard, Schweiz . . . . .	32	2
Grünstein von Ottendorf, Oberfranken . . . . .	50	2
Muschelkalk von Randersacker, Unterfranken . . . . .	27	1
Dolomit aus dem fränkischen Jura . . . . .	20	1
Sandstein, weisser von Coburg . . . . .	4	0,2
Grünsandstein von Kelheim, Niederbayern . . . . .	12	0,6
Maschinenziegel, sehr hart gebrannt, aus Ziegeleien bei München	5—12	0,2—0,6
Klinker (Trottoirstein) von A.-Wenz in München . . . . .	20	1
Perlmooser Portlandcement		
{ reiner Cement . . . . .	10	0,5
{ nach 60tägiger Erhärtung. 1 Theil Cement und 1 Theil Sand . . . . .	14	0,7
{ 1 Theil Cement und 2 Theile Sand . . . . .	13	0,6
{ 1 Theil Cement und 3 Theile Sand . . . . .	14	0,7
{ 1 Theil Cement und 4 Theile Sand . . . . .	10,5	0,5

## Druckfestigkeit der Steinmaterialien.

Gesteinsart.	Kilogr. per qcm	
	Druckfestigkeit senkrecht zum Lager (Zerdrückungsgewicht).	Festigkeitscoefficient (zulässige Pressung bei 20facher Sicherheit).
Granit, gelber, sehr weicher von Selb, Oberfranken . . . . .	545	27
desgl., grauer, grobkörniger von Selb, Oberfranken . . . . .	800	40
desgl., schwarzweisser von Reuth, Fichtelgebirge . . . . .	910	45
desgl., hellfarbig, feinkörnig von Luisenburg, Fichtelgebirge . . . . .	1090	54
desgl., hellfarbig, grobkörnig von Weissenstadt, Fichtelgebirge . . . . .	1430	71
desgl., gelblich, grobkörnig von Wunsiedl, Fichtelgebirge . . . . .	1070	53
desgl., schwarzweisser von Hauzenberg, Niederbayern . . . . .	1020	51
desgl., gelblich, feinkörnig von Fürstenstein, Niederbayern . . . . .	850—1000	42—50
desgl., grobkörnig, St. Gotthard, Schweiz . . . . .	800	40
Diorit von Pfeffelbach, Rheinpfalz . . . . .	1190	59
desgl. von Rammelsbach, Rheinpfalz . . . . .	1430	71
desgl. von Rosenberg, Rheinpfalz . . . . .	1280	64



Gesteinsart.	Kilogr. per qcm	
	Druckfestigkeit senkrecht zum Lager (Zerdrückungsgewicht).	Festigkeitscoefficient (zulässige Pressung bei 20 facher Sicherheit).
Diorit von Steinberg, Rheinpfalz . . . . .	1650	82
Grünstein von Ottendorf, Oberfranken . . . . .	1500	75
Trachyt von Sohndorf bei Giessen . . . . .	575	29
Glimmerschiefer von St. Gotthard, Schweiz . . . . .	1040	52
Urkalk, weisser Marmor von Schlanders, Tyrol . . . . .	900	45
Muschelkalk (Schaumkalk) von Münnerstadt, Unterfranken . . . . .	571	28
desgl. von Randersacker, Unterfranken . . . . .	440	22
desgl., sehr dicht und hart von Kronach, Oberfranken . . . . .	1600	80
desgl. vom Tuniberg, Elsass . . . . .	750	37
Leithakalk von Fischau-Wöllersdorf bei Wien . . . . .	770	38
Jurakalk, rother von Tegernsee, Oberbayern . . . . .	975	49
desgl. aus dem fränkischen Jura, von Pappenheim . . . . .	1100	55
Marmor, Untersberger, Oberbayern . . . . .	906	45
Kieselkalkstein der Nummulitenschichten (Rosenheimer Marmor), Oberbayern . . . . .	745	37
Dolomit von Pappenheim aus dem fränkischen Jura . . . . .	1300	65
desgl. von Hersbruck aus dem fränkischen Jura . . . . .	880	44
desgl. von Abbach aus dem fränkischen Jura . . . . .	1000	50
desgl. hellgrau und dicht von Oed zwischen Hartmannshof und Etzelwang . . . . .	1300	65
Blasendolomit, löcherig und porös, vom Distelwald bei Bergen Grauwacke, schwarzgrau, grobkörnig von Ludwigstadt, Oberfranken . . . . .	306—370	15—18
Buntsandstein, grau, grobkörnig von Kronach, Oberfranken . . . . .	1450	72
desgl., roth, feinkörnig, sehr quarzreich, Findling, aus den Waldungen des Saalthales, Unterfranken . . . . .	340	17
desgl., roth, feinkörnig von Bettingen bei Wertheim . . . . .	1355	68
desgl., dunkelroth, feinkörnig von Durlach, Baden . . . . .	780	39
desgl., weiss, feinkörnig von Heigenbrücken bei Aschaffenburg . . . . .	840	42
desgl., roth, quarzreich, ziemlich grobkörnig von Lindenberg, Rheinpfalz . . . . .	280	14
desgl., roth, von Anweiler, Rheinpfalz . . . . .	560	28
desgl., gelb, grobkörnig von Trebgast, Oberfranken . . . . .	460	23
desgl., gelb, grobkörnig von Trebgast, Oberfranken . . . . .	263	13
Keupersandstein (unterer bunter Keuper) von Sulz, Württemberg . . . . .	606	30
desgl. (unterer bunter Keuper) von Heilbronn, Württemberg . . . . .	440	22
desgl. (unterer bunter Keuper) von Lichtenau, Mittelfranken . . . . .	180	9
Bau- oder Semionoten-Sandstein, oberer bunter Keuper von Eltmann, Unterfranken . . . . .	460	23
Burgsandstein, hellroth, oberer bunter Keuper von Nürnberg . . . . .	210	10
Bausandstein, im oberen Keuper oder rhätischen Stockwerk, gelb, grobkörnig von Bamberg . . . . .	190	9
desgl., weiss, feinkörnig von Coburg . . . . .	316	16
Grünsandstein von gelber Farbe, feinkörnig von Regensburg . . . . .	385	19

Gesteinsart.	Kilogr. per qcm	
	Druckfestigkeit senkrecht zum Lager (Zerdrückungsgewicht).	Festigkeitscoefficient (zulässige Pressung bei 20facher Sicherheit).
Grünsandstein, weiss, feinkörnig von Schwandorf, Oberpfalz . . . . .	270	13
desgl., grünlich, feinkörnig von Kelheim, Niederbayern . . . . .	310	15
desgl., blassgrün, feinkörnig von Abbach, Niederbayern . . . . .	350	17
Molassesandstein, blau, feinkörnig von Murnau, Oberbayern . . . . .	900	45
desgl., blau, feinkörnig, Allgäu, Kreis Schwaben . . . . .	510	25
desgl., blau, feinkörnig, Schweiz . . . . .	640	32
Kalktuff, ziemlich dicht und schwer, von Darching, Oberbayern	480	24
desgl., löcherig von Huglfing bei Weilheim, Oberbayern . . . . .	132	7
desgl., löcherig und leicht von Polling bei Weilheim, Oberbayern	81	4
Gewöhnlicher Mauerziegel aus der Fabrik Wienerberg bei Wien	187	9
Mauerziegel ebendaher, mit der Hertel'schen Maschine erzeugt	230	11
Gewöhnliche Mauerziegel verschiedener Ziegeleien in der Umgebung von Wien . . . . .	100—200	5—10
desgl. von Coburg . . . . .	130—200	6—10
desgl. von Augsburg . . . . .	160	8
Hohle Mauerziegel aus der Fabrik Wienerberg mittels der Hertelschen Maschine erzeugt:		
a) mit 3 Hohlräumen in der Längsrichtung des Steines vom Querschnitt $2,5 \times 3,0$ cm; die Rippen zwischen den Hohlräumen, sowie die äusseren ungefähr gleich stark; Format: $6,5 \times 13,2 \times 29,0$ cm; . . . . .	42—50	2,1—2,5
b) mit 4 Hohlräumen in der Breitenrichtung des Steines von je $3,0 \times 4,0$ cm Querschnitt; sämtliche Zwischen- und Aussenrippen ungefähr gleich stark; Format: $7,0 \times 15,7 \times 24,5$ cm; . . . . .	46	2
c) mit 16 in zwei Reihen geordneten Hohlräumen, welche der Breite nach gehen und je $1,7 \times 1,8$ cm Querschnitt haben; die Zwischen- und Aussenrippen gleich stark; Format: $6,5 \times 14,5 \times 23,5$ cm . . . . .	50	2
Klinker (Trottoirstein) von A. Wenz in München . . . . .	650—720	32—36
Perlmooser Portland-Cement		
nach 60tägiger Erhärtung		
reiner Cement . . . . .	234	12
1 Theil Cement und 1 Theil Sand . . . . .	227	11
1 Theil Cement und 2 Theile Sand . . . . .	193	10
1 Theil Cement und 3 Theile Sand . . . . .	173	9
1 Theil Cement und 4 Theile Sand . . . . .	161	8
Luftmörtel, gut erhärtet . . . . .	36—80	1,8—4,0
Gewöhnliches Ziegelmauerwerk, verbunden durch Mörtel von 1 Theil Perlmooser Portland-Cement und 3 Theilen feinem Isarsand, nach 90tägiger Erhärtung . . . . .	95	5
desgl. mit Mörtel von 1 Theil Perlmooser hydraulischem Kalk und 3 Theilen feinem Isarsand . . . . .	61	3
desgl. mit gewöhnl. Luftmörtel von 1 Theil Kalk und 3 Theilen Sand	51	2,5

Nachstehende Tabelle gibt nach Rondelet die Belastungen, welche die als am kühnsten bekannten Säulen und Pfeiler zu tragen haben.

Die Belastung beträgt:

bei den Säulen der Kirche Aller-Heiligen zu Angers	circa	46	Kilo	per	qcm
„ „ Pfeilern im Dom des Invalidenhauses zu Paris	„	31	„	„	„
„ „ Pfeilern des Pantheon zu Paris	„	30	„	„	„
„ „ Pfeilern des Thurmes der Kirche zu St. Méry	„	30	„	„	„
„ „ Säulen in der Kirche St. Paul bei Rom	„	20	„	„	„
„ „ Pfeilern des Domes St. Paul in London	„	20	„	„	„
„ „ Pfeilern des Domes St. Peter in Rom	„	17	„	„	„

Schubfestigkeit der Steinmaterialien.

Gesteinsart.	Richtung der Schubkraft gegen das Lager.	Kilogr. per qcm	
		Schubfestigkeit (Abschreckungskraft).	Festigkeitscoefficient (zulässige Beanspruchung bei 10 facher Sicherheit).
Granit, gelblich, grobkörnig von Wundsiedl, Fichtelgebirge . . . . .	I zum Lager	67	6,7
	II zum Lager	100	10
desgl., schwarzweisser von Hauzenberg, Niederbayern . . . . .	I	127 u. 93	12,7 u. 9,3
	II	109 u. 90	10,9 u. 9
desgl., gelblich, feinkörnig von Fürstenstein, Niederbayern . . . . .	I	82 u. 100	8,2 u. 10
	II	60 u. 75	6,0 u. 7,5
Diorit, Rheinpfalz . . . . .	I	40	4
	II	60	6
Grünstein von Ottendorf in Oberfranken . . . . .	I	80	8
	II	90	9
Muschelkalk von Kronach, Oberfranken . . . . .	I	59	5,9
	II	47	4,7
desgl. vom Tuniberg, Elsass . . . . .	I	57	5,7
	II	29,5	2,9
Leithakalk von Fischau-Wöllersdorf bei Wien . . . . .	I	58	5,8
	II	44	4,4
Dolomit von Pappenheim (fränkischer Jura) . . . . .	I	70	7
	II	—	—
desgl. von Hersbruck (fränkischer Jura) . . . . .	—	80	8
desgl. von Abbach (fränkischer Jura) . . . . .	I	60	6
	II	82	8,2
Grauwacke von Ludwigstadt, Oberfranken . . . . .	—	102	10,2
Buntsandstein, grau, grobkörnig von Kronach, Oberfranken . . . . .	I	21	2,1
	II	13	1,3
desgl., roth, Findling aus dem Saalthal, Unterfranken	—	100	10
desgl., roth von Anweiler, Rheinpfalz . . . . .	I	26	2,6
	II	36	3,6

Gesteinsart.	Richtung der Schubkraft gegen das Lager.	Kilogr. per qcm	
		Schubfestigkeit (Abschreckungskraft).	Festigkeitscoefficient (zulässige Beanspruchung bei 10 facher Sicherheit).
Keupersandstein, unterer bunter Keuper, roth, feinkörnig von Sulz, Württemberg . . . . .	I zum Lager 75		7,5
	II zum Lager 52		5,2
Bausandstein im oberen Keuper oder rhätischen Stockwerk von Bamberg . . . . .	I	15 u. 24	1,5 u. 2,4
	II	16	1,6
desgl., weiss, feinkörnig von Coburg . . . . .	I	13	1,3
	II		
Grünsandstein, grünlich, feinkörnig von Kelheim, Niederbayern . . . . .	I	32	3,2
	II	17	1,7
desgl., blaugrün, feinkörnig von Abbach, Niederbayern	I	29	2,9
	II	20	2,0
Molassesandstein, blau, feinkörnig, Allgäu . . . . .	I	43	4,3
	II	20 u. 44	2 u. 4,4
Kalktuff, löcherig von Huglfing bei Weilheim, Oberbayern . . . . .	I	36	3,6
	II	33	3,3
Maschinenziegel aus der Münchener Actienziegelei, sehr hart gebrannt . . . . .	—	56—66	5,6—6,6
desgl. ebendaher, sehr weich, mit deutlich sichtbarer Faserstructur . . . . .		längs der Faser- richtung 10 quer durch die Fasern 16,5	1 1,6
		27	2,7
desgl. aus der Fabrik von Gued in Speier . . . . .			
gewöhnliche Mauerziegel aus verschiedenen Ziegeleien der Umgegend von Augsburg . . . . .		17	1,7
Klinker, Trottoirstein von A. Wenz in München . . . . .		37,5—40	3,7—4
Perlmooser Portland-Cement			
nach 60tägiger Erhärtung	{ reiner Cement . . . . . 1 Theil Cement und 1 Theil Sand . . . . . 1 Theil Cement und 2 Theile Sand . . . . . 1 Theil Cement und 3 Theile Sand . . . . . 1 Theil Cement und 4 Theile Sand . . . . .		1,8
			2,8
			2,6
			2,5
			2,2

Adhäsion der Bindemittel an den Steinen.

Bezeichnung der Materialien.	Kilogramm per qcm			
	Adhäsion		Adhäsionscoefficient bei 10 facher Sicherheit	
	für Schub	für Zug	für Schub	für Zug
Ziegelsteine, verbunden mit Cementmörtel nach ca. 30tägiger Erhärtung bei einem Mischungsverhältniss von				
1 Theil Cement und 1 Theil Sand .	4,0	4,6	0,4	0,46
1 Theil Cement und 2 Theile Sand	5,0	1,3	0,5	0,13
1 Theil Cement und 3 Theile Sand	4,1	2,0	0,41	0,20
Ziegelsteine, verbunden mit Luftmörtel .	0,5	—	0,05	—

Reibungscoefficienten der Steinmaterialien.

Nach Versuchen von Boistard beträgt der Reibungswinkel  $\varphi$  für harten Kalkstein mit rauh bearbeiteten Oberflächen auf demselben Materiale  $37^{\circ} 58'$ , daher  $\mu = \text{tang } \varphi = 0,78$ .

Nach Rondelet ist für feinkörnigen Kalkstein bei guter Bearbeitung  $\varphi = 30^{\circ}$ , daher  $\mu = 0,577$ .

Nach Perronet fangen die Gewölbesteine auf den Fugenflächen zu gleiten an, wenn die Steigung derselben gegen den Horizont 39 bis  $40^{\circ}$  beträgt, daher  $\mu = 0,81$  bis  $0,84$ .

Nach Morin und Remin ist:

- für Oolith auf Oolith, trocken . . .  $\varphi = 36^{\circ} 10'$  und  $\mu = 0,74$
- für Muschelkalk auf Oolith, trocken  $\varphi = 36^{\circ} 42'$  und  $\mu = 0,75$
- für Ziegelstein auf Oolith, trocken  $\varphi = 33^{\circ} 50'$  und  $\mu = 0,67$
- für Oolith auf Oolith mit einer Zwischenlage von Mörtel, bestehend aus 3 Theilen feinem Sand und 1 Theil hydraulischem Kalk nach 10 bis 15 Minuten Berührung . . . . .  $\varphi = 36^{\circ} 30'$  und  $\mu = 0,74$
- für harten Kalkstein auf dergl. . .  $\varphi = 35^{\circ} 0'$  und  $\mu = 0,7$
- für gewöhnlichen Ziegelstein auf hartem Kalkstein, gut behauen . .  $\varphi = 33^{\circ} 50'$  und  $\mu = 0,67$
- für gutbearbeiteten Granit auf rauhem Granit . . . . .  $\varphi = 33^{\circ} 26'$  und  $\mu = 0,66$
- für desgl. mit frischem Mörtel . . .  $\varphi = 26^{\circ} 7'$  und  $\mu = 0,49$ .

Die Versuche von Bukowsky sind in nachstehender Tabelle verzeichnet:

Bezeichnung des Steines und Bearbeitung der Lagerflächen.	Reibungswinkel bei nachstehender Beschaffenheit der Lagerflächen.			Reibungswinkel für Mauerwerk im	
	Die Steine waren trocken.	Die Steine wurden ruhig in Mörtel gelegt.	Die Steine wurden in Mörtel gelöst und durch einige Handmenschlinge angefrickt.	Minimum.	Maximum.
Platten von weichem Sandstein von Zehrowitz in Böhmen, rein bearbeitet . . . . .	26°30'	31°10'	57°20'	31°	57°
Platten von mittelhartem Sandstein von Zehrowitz in Böhmen, rauh bearbeitet . . . . .	39°20'	32°40'	43°50'	32°	43°
Feiner Sandstein von Nehvizd in Böhmen, rein bearbeitet . . . . .	34°0'	32°40'	43°20'	32°	43°
Granit von Lonnowitz in Böhmen und harter Sandstein von Zehrowitz, gekrönelt . . . . .	34°0'	26°30'	39°20'	26°	39°
Platten von hartem rothen Marmor von Sliwenetz in Böhmen, gekrönelt . . . . .	35°30'	26°30'	28°10'	26°	28°
desgl. rein geschliffen . . . . .	36°50'	26°30'	26°30'	26°	26°

§ 3.

Specielle Fälle.

A. Eine freistehende Mauer (Fig. 4) von der Höhe  $h$  und dem Gewichte  $g$  der Cubikeinheit, deren rechteckförmiger Horizontalschnitt die Breite  $d$  und die zur Zeichnungsebene senkrechte Länge  $e=1$  hat, ist durch eine in der verticalen Axe  $MM$  der Mauer wirkende Kraft  $P$  beansprucht.

Da für jeden beliebig angenommenen Querschnitt die Resultirende der äusseren Kräfte vertical gerichtet ist, so wird man, um die Möglichkeit des Gleitens einzelner Theile des Mauerkörpers über den Fugen auszuschliessen, die Lagerfugen als Horizontalebene anordnen.

Die grösste Beanspruchung durch äussere Kräfte erleidet offenbar die unterste Lagerfuge  $AD$ , deren Fläche  $F_h$  sich aus der Gleichung bestimmt:

$$F_h \cdot \beta = dhg + P,$$

woraus

$$d = \frac{P}{\beta - hg} \dots \dots (12).$$

Erhält die Mauer durchaus die constante Breite  $d$ , so nehmen selbstverständlich für jede folgende Schichte vom Fundamente an aufwärts gerechnet die Druckbeanspruchungen per Flächeneinheit ab.

Soll Dies nicht der Fall sein, sollen für jede Lagerfuge die Pressungen per Quadrateinheit gleich gross, nämlich gleich der grösstzulässigen sein, so müssen die Querschnitte in verschiedenen Höhen ver-

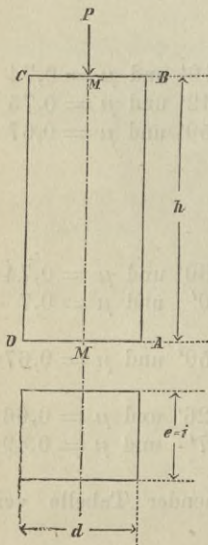


Fig. 4.

schiedene Grösse erhalten und das Gesetz der Veränderlichkeit derselben wird auf folgende Weise bestimmt:

Die Fläche  $F_x$  irgend eines in der Entfernung  $x$  (Fig. 5) von der oberen Begrenzung genommenen Horizontalschnittes ist gegeben durch:

$$F_x = \frac{P}{\beta} + \frac{g}{\beta} \int_0^x F_x dx.$$

Durch Differentiation und nachfolgende Integration erhält man:

$$\text{Log}_n \frac{F_x}{F_0} = \frac{g}{\beta} x$$

oder 
$$F_x = F_0 \cdot k^{\frac{g}{\beta} x},$$

wobei  $k$  die Basis des natürlichen Logarithmensystems und  $F_0$  die Querschnittsfläche der oberen Mauerbegrenzung bezeichnen.

Da  $F_0 \cdot \beta = P,$

so ist 
$$F_x = \frac{P}{\beta} \cdot k^{\frac{g}{\beta} x} \dots \dots (13).$$

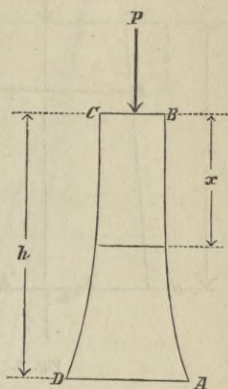


Fig. 5.

Ist  $F_0$  bestimmt und sollen alle Horizontalschnitte ähnliche Figuren geben, so findet man eine homologe Seite  $d_x$  zu der für den oberen Schnitt berechneten  $d_0$  aus der Gleichung

$$d_x = d_0 \sqrt{\frac{F_x}{F_0}} \dots \dots (14),$$

haben aber alle Querschnitte die constante Länge = 1, so ergibt sich, da

$$k^m = 1 + m + \frac{m^2}{1 \cdot 2} + \frac{m^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots,$$

die Mauerdicke für jeden Werth von  $x$  aus der Gleichung:

$$d_x = \frac{P}{\beta} \left\{ 1 + \frac{g}{\beta} x + \frac{g^2 x^2}{2 \beta^2} + \dots \right\} \dots \dots (15).$$

B. Eine freistehende Mauer von der Höhe  $h$  (Fig. 6) und dem Gewichte  $g$  der Cubikeinheit ist durch eine in ihrer Schweraxe wirkende Kraft  $P$  und eine in der Entfernung  $a$  von der Oberfläche angreifende Kraft  $H$  beansprucht.

Die Letztere sucht eine Abscheerung des Steinmaterials oder auch eine Trennung der zwischen den horizontal angenommenen Fugen befindlichen Mörtelbänder zu bewerkstelligen.

Da die Schubfestigkeit des Steinmaterials im Allgemeinen die Adhäsion des Bindemittels übertrifft, so wird die Gefahr der Trennung an den Fugen grösser sein als im übrigen Mauerkörper und es genügt bezüglich des Widerstandes der Mauer gegen horizontale Verschiebung die Fugenflächen allein in den Bereich der Untersuchung zu ziehen.

Bezeichnet  $F_b$  die Fläche der zunächst unterhalb der Kraft  $H$  gelegenen Lagerfuge  $EF$  und  $Q_b$  das Gewicht des über derselben befindlichen Mauerkörpers, so muss die Gleichung erfüllt werden:

$$F_b \zeta + \mu(P + Q_b) = H,$$

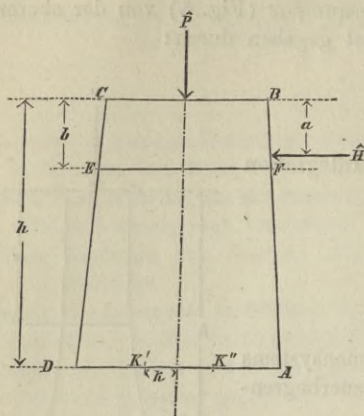


Fig. 6.

und weil für alle tiefer liegenden Schichten der Widerstand gegen Verschiebung wächst, so ist, wenn vorstehender Gleichung Genüge geleistet wird, die Stabilität auch des gesammten übrigen Mauerwerks gegen Angriffsnahme in dem erwähnten Sinne gesichert.

Wenn  $F_b$  und  $Q_b$  als Functionen der unbekanntnen Mauerstärke  $EF$  ausgedrückt werden, lässt diese sich bestimmen. Für Mauern, deren zur Zeichnungsebene senkrechte Länge = 1 und deren constante Stärke  $d$  beträgt, ergibt sich, wenn mit  $b$  der Abstand der Fuge  $EF$  von der Oberfläche bezeichnet wird,

$$d = \frac{H - \mu P}{\zeta + \mu g b} \quad . \quad . \quad (16).$$

Ausser dem Widerstand gegen Abscheerung muss ferner für jede Lagerfuge genügende Sicherheit gegen die Möglichkeit auftretender Zugspannungen sowie gegen Umkanten vorhanden sein. Es darf zu diesem Ende die Resultirende des gesammten Mauergewichtes  $Q$  und der Kraft  $H$  die unterste Lagerfuge  $AD$  nicht ausserhalb der Punkte  $K'$  und  $K''$  schneiden, durch welche diese Fuge in drei gleiche Theile getheilt wird. Für den als Momentenpunct gewählten Punkt  $K'$  findet daher, wenn  $k$  dessen Abstand von der Schwerlinie der Mauer bezeichnet, die Gleichung statt:

$$H(h - a) - (P + Q)k = 0,$$

aus welcher die untere Breite der Mauer bei  $AD$  bestimmt werden kann.

Der einer constanten Mauerdicke entsprechende Werth von  $d$  berechnet sich der in Rede stehenden Bedingung gemäss aus der Gleichung:

$$d^2 + \frac{P}{hg} d = 6 \frac{H}{hg} (h - a) \quad . \quad . \quad . \quad (17).$$

Ausser den durch Vorstehendes für die Bestimmung der Mauerstärke gegebenen Anhaltspuncten ist schliesslich noch zu berücksichtigen, dass jede Lagerfläche genügende Sicherheit gegen Pressung gewähre. So besteht für die Fläche  $F_0$  der oberen Begrenzung die Bedingungsgleichung:

$$F_0 \beta = P,$$

während der Flächeninhalt  $F_h$  der Fundamentfläche, wenn beispielsweise die Resultirende dieselbe an der äussersten zulässigen Grenze in  $K'$  schneidet, aus der Gleichung

$$F_h \beta = 2(P + Q)$$

oder

$$d = \frac{2P}{\beta - 2hg}$$

berechnet wird.



Auf graphischem Wege erhält man leicht die den angenommenen Lagerfugen  $E_1F_1$ ,  $E_2F_2$ ,  $E_3F_3$  und  $AD$  (Fig. 7) zugehörigen Resultirenden der äusseren Kräfte, wenn man in einem besonderen Kräftepolygon (Fig. 7a)  $O0$

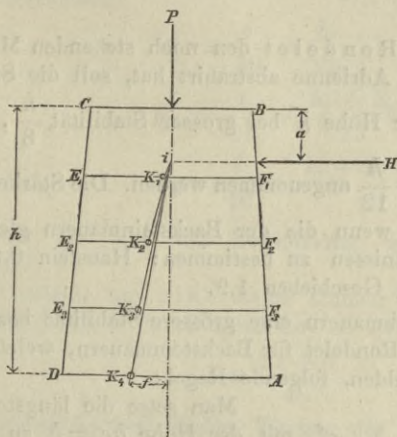


Fig. 7.

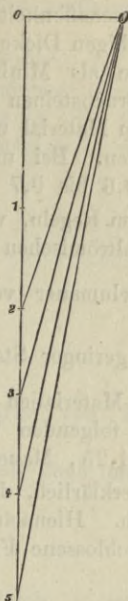


Fig. 7a.

nach Grösse und Richtung gleich  $H$  macht und auf einer durch  $0$  gelegten Verticalen der Reihe nach  $01$  gleich  $P$ ,  $12$  gleich dem Gewichte des Mauerkörpers  $BCF_1E_1$ ,  $23$  gleich dem Gewichte von  $E_1F_1F_2E_2$  u. s. f.; endlich  $45$  gleich dem Gewichte von  $E_3F_3AD$  aufträgt.

Die Strahlen  $O2, O3 \dots O5$  geben die gesuchten Resultirenden; ihrer wirklichen Lage nach erhält man dieselben in den durch den Schnittpunct  $i$  von  $H$  und der Schwerlinie der Mauer zu den einzelnen Strahlen gezogenen Parallelen.

Die Verbindungslinie der Punkte  $K_1, K_2 \dots K_4$ , in welchen die aufeinander folgenden Fugen von den auf sie wirkenden Mittelkräften geschnitten werden, wird die Stützlinie der Mauer genannt.

#### § 4.

#### Freistehende unbelastete Mauern und Umfassungsmauern.

Bei Mauern, welche, abgesehen vom Eigengewicht, keiner oder nur verhältnissmässig geringer Inangriffnahme durch äussere Kräfte ausgesetzt sind, ergeben sich meist die auf Grund der rein statischen Gleichgewichtsbedingungen berechneten Dimensionen geringer als es mit Rücksicht auf andere Verhältnisse für die Anwendung rathsam ist. In solchen Fällen bestimmt man die Mauerstärke entweder nach Maassgabe practischer Ausführungsgründe oder mittels

empirischer durch die Erfahrung an ausgeführten Constructionen bewährter Regeln.

So ist für das Minimum der Stärke einer Mauer, soll anders die Herstellung eines regelmässigen Verbandes möglich sein, vor Allem maassgebend die Form und Beschaffenheit des Materials. Während Mauern aus Hausteinen fast in jeder beliebigen Dicke ausgeführt werden können, wird sich bei Backsteinen die Steinbreite als Minimum der Mauerstärke herausstellen. Mauerwerk aus lagerhaften Bruchsteinen kann nicht leicht unter 0,4 m Stärke und nur bei besonders gutem Material und sorgfältiger Arbeit in einer Stärke von 0,3 m hergestellt werden. Bei unregelmässigen Geschiebesteinen beträgt die geringste Mauerdicke 0,6 bis 0,7 m.

Nach den Regeln, welche *Rondelet* den noch stehenden Mauern in den Ruinen der altrömischen Stadt *Adrienne* abstrahirt hat, soll die Stärke  $d$  einer guten Backsteinmauer von der Höhe  $h$  bei grosser Stabilität  $\frac{h}{8}$ , bei mittlerer  $\frac{h}{10}$  und bei geringer Stabilität  $\frac{h}{12}$  angenommen werden. Die Stärken von Mauern aus anderen Materialien sind, wenn die der Backsteinmauern gleich 1 gesetzt wird, nach folgenden Verhältnissen zu bestimmen: Haustein 0,8, lagerhafte Bruchsteine 1,25, Mauern aus Geschieben 1,9.

Es ist erklärlich, dass Eckmauern eine grössere Stabilität besitzen als einfache Mauern. Hienach gibt *Rondelet* für Backsteinmauern, welche im Grundriss eine geschlossene Figur bilden, folgende Regel:

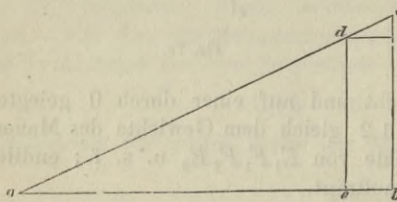


Fig. 8.

Man setze die längste Seite  $ab = l$  mit der Höhe  $bc = h$  zu einem rechtwinkligen Dreieck (Fig. 8) zusammen, theile die Höhe  $bc$  in 8, 10 oder 12 gleiche Theile, jenachdem man der Mauer eine grössere oder geringere Stabilität geben will, trage einen solchen Theil  $cd$  von  $c$  aus auf  $ca$  auf, ziehe  $de$  parallel zu  $bc$ , so bestimmt  $be$  die gesuchte Stärke  $d$  der Mauer:

$$d = \frac{hl}{\sqrt{l^2 + h^2}}.$$

Für Mauern aus Hausteinen, Bruchsteinen oder Geschieben ist die Stärke nach den angegebenen Verhältnissen zu modifizieren.

Für kreisrunde Mauern ist nach *Rondelet* der vierte Theil des Durchmesser des äusseren Kreises mit der Höhe in gleicher Weise zusammzusetzen und die Mauerstärke wie vorstehend für gebrochene geschlossene Mauern zu bestimmen.

Was die Stärke der Umfassungsmauern von bewohnten Räumen anlangt, so ist dieselbe unter Anderem von dem Schutze abhängig, den solche Mauern gegen atmosphärische Einfüsse und Temperaturveränderungen gewähren sollen. In dieser Beziehung gilt als Regel, dass Umfassungsmauern aus Backsteinen wenigstens 1 Stein, besser  $1\frac{1}{2}$  Stein stark auszuführen sind. Ist dabei das Gebäude mehrstöckig, so gelten diese Dimensionen natürlich für die oberste Etage und man vermehrt für jede der tiefer gelegenen die Mauerstärke um  $\frac{1}{2}$  Stein. Sind indessen die einzelnen Stockwerke nicht über 3,5 bis 4 m

hoch und beabsichtigt man nicht Etagenbalkenlagen auf die Mauerabsätze zu legen, so kann man die vorhin angegebene Mauerstärke auch für zwei aufeinander folgende Stockwerke beibehalten und erst beim dritten  $\frac{1}{2}$  Steinstärke zugeben.

Scheidemauern, wenn sie nicht besondere Lasten aufzunehmen haben, in welchem Falle ihre Dimensionen nach Gleichung (12) zu bestimmen sind, gibt man durch mehrere Stockwerke 1 Steinstärke.

Nach Redtenbacher bestimmen sich die Stärken der Frontauern für Wohn- und Fabriksgebäude, wenn  $t$  die zur Frontmauer senkrechte Tiefe des Gebäudes,  $h_1, h_2, h_3$  die Höhen der Stockwerke in der Richtung von oben nach unten gezählt und  $d_1, d_2, d_3$  die Mauerstärken in den einzelnen Stockwerken bezeichnen:

$$d_1 = \frac{t}{40} + \frac{h_1}{25}$$

$$d_2 = \frac{t}{40} + \frac{h_1 + h_2}{25}$$

$$d_3 = \frac{t}{40} + \frac{h_1 + h_2 + h_3}{25}.$$

Rondelet gibt für die Bestimmung der Stärke von Frontauern folgende Regeln:

Hat das Gebäude nur eine Reihe Zimmer der Tiefe nach und bezeichnet  $t$  die Gebäudetiefe und  $h$  die Etagenhöhe, so ist:

$$d = \frac{2t + h}{48}.$$

Hat aber das Gebäude zwei Reihen Zimmer der Tiefe nach, so ist

$$d = \frac{t + h}{48},$$

wenn  $d$  die Mauerstärke des obersten Geschosses bezeichnet.

§ 5.

Stützmauern.

Mauern, welche zur Unterstützung und zum seitlichen Abschluss von Erdmassen dienen, werden Stützmauern genannt. Die richtige Anordnung und Dimensionirung derselben setzt eine hinreichende Kenntniss der Pressungen voraus, welche durch den Erdkörper auf die Mauer ausgeübt werden. Es sollen deshalb im Folgenden zunächst diese Pressungen bestimmt werden. Dass hiebei ausschliesslich die Methoden der graphischen Darstellung Anwendung fanden, möge durch die grössere Einfachheit derselben und mit Rücksicht auf den hier überhaupt erreichbaren Grad der Genauigkeit seine Erklärung finden.

A. Erddruck bei unbelasteter ebener Terrainoberfläche.

Wenn sich ein Körper vom Gewichte  $Q$  auf einer schiefen Ebene befindet, welche den Winkel  $\alpha$  mit dem Horizont einschliesst, so ist die Kraft  $S$ , mit welcher der Körper unter Berücksichtigung der stattfindenden Reibung abwärts zu gleiten sucht, durch die Gleichung gegeben:

$$S = Q(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \quad . \quad . \quad . \quad (18),$$

denn die Reibung, unabhängig von der Grösse der gleitenden Fläche, ist proportional dem auf die schiefe Ebene wirksamen Normaldruck.

Jener Neigungswinkel  $\alpha'$  der schiefen Ebene, bei welchem die Reibung ein Gleiten des Körpers gerade verhindert, wird der Reibungswinkel genannt, und da in diesem Falle  $S$  im vorstehenden Ausdrücke gleich 0 wird, so ergibt sich

$$\mu = \tan \alpha',$$

d. h. die trigonometrische Tangente des Reibungswinkels ist gleich dem Reibungscoefficienten  $\mu$ .

Ähnliche Verhältnisse wie beim Gleiten fester Körper auf schiefer Ebene treten auf, wenn Theile einer lockeren Erdmasse auf einer geneigten Unterlage sich befinden, welche ebenfalls aus Erdmaterial gebildet ist. Wenn eine solche Erdmasse von verschwindend kleiner Cohäsion auf einer ebenen und festen Unterlage aufgeschüttet wird, so bleibt der dadurch entstehende Körper nur dann im Gleichgewicht, wenn seine obere Begrenzung mit der Horizontalen einen Winkel bildet, bei welchem es die Reibung gerade verhindert, dass die auf der Oberfläche befindlichen Massentheilchen abrutschen. Dieser Winkel, der Reibungswinkel von Erde auf Erde, wird hier auch der natürliche Böschungswinkel genannt.

Befindet sich über der natürlichen Böschungfläche  $AN$  (Fig. 9) ein weiterer Erdkörper  $ABN$ , so wird derselbe, die Cohäsion der Erde als nicht

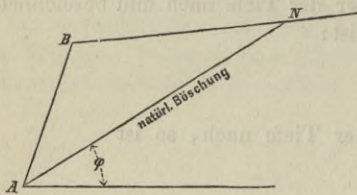


Fig. 9.

wirksam vorausgesetzt, abrutschen und die Trennungsfäche (Bruchfläche) wird hier die der natürlichen Böschung sein. Denkt man sich nun, um das Erdprisma  $ABN$  vor dem Abgleiten zu bewahren, eine Stützmauer  $AB$  angelegt (Fig. 10), so wird in Folge des Widerstandes, den die Letztere der Bewegung des Erdkörpers entgegensetzt, die Bruchfläche nicht mehr mit der Ebene der natürlichen Böschung zusammenfallen,

sondern eine andere vorläufig noch unbekannte Lage und Form annehmen. Diese Bruchfläche und die grösste Beanspruchung, welche die Stützmauer durch das abstürzende Erdprisma erleidet, zu bestimmen, ist die nächste Aufgabe, zu deren Lösung folgende Voraussetzungen gemacht werden:

- 1) Die Bruchfläche sei eine Ebene.

Da Dies in Wirklichkeit nicht der Fall ist, die Bruchfläche vielmehr im Allgemeinen als gekrümmte Fläche auftritt, so können die auf Grund in Rede stehender Hypothese gewonnenen Resultate nur als Näherungswerthe betrachtet werden.

- 2) Die Erdmasse besitze keine Cohäsion.

Cohäsion und Reibung gelangen innerhalb einer Erdmasse nicht gleichzeitig zur vollen Wirksamkeit, vielmehr tritt die letztere erst dann in Activität, wenn die erstere ganz oder zum grössten Theil aufgehoben ist. Da es nun vor Allem darauf ankommt, der ungünstigsten Beanspruchung einer Stützmauer Rechnung zu tragen und diese bei frisch aufgeschüttetem oder gänzlich durchfeuchtetem Erdreich stattfindet, in welchen Fällen die Cohäsion verschwindend klein wird, so erscheint obige Annahme nicht ungerechtfertigt.

Eine Stützmauer, deren hinteren Begrenzungswand  $AB$  (Fig. 10) mit der Verticalen den Winkel  $\beta$  einschliesst, diene zum seitlichen Abschluss einer Erdmasse, welche nach oben durch eine ebene unter dem Winkel  $\gamma$  gegen den Horizont geneigte Terrainfläche begrenzt ist.  $AN$  sei die Ebene der natür-

lichen Böschung, welche mit der Horizontalen den Reibungswinkel  $\varphi_1$  der Erdmasse einschliesst,  $\varphi_2$  sei der Reibungswinkel von Erde auf Mauerwerk. Gesetzt  $AC_1$  wäre die Bruchfläche, so wäre der abrutschende Erdkörper

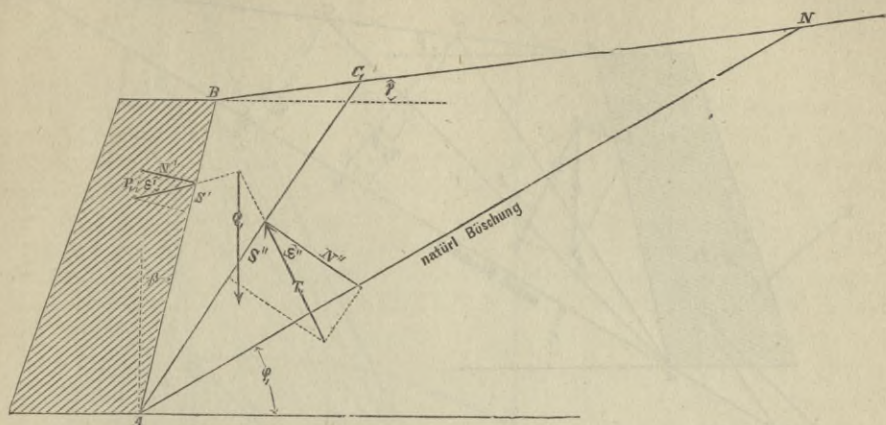


Fig. 10.

durch ein Prisma gegeben von der Grundfläche  $ABC_1$  und einer senkrechten Länge, welche jetzt und in der Folge gleich der Längeneinheit angenommen werden soll. Auf diesen Erdkörper, welcher als ein zwischen den Gleitebenen  $AB$  und  $AC_1$  befindlicher Keil betrachtet werden kann, wirken drei Kräfte, nämlich das bekannte Gewicht  $Q_1$  des Erdprismas und die von den beiden Gleitebenen geleisteten Widerstände  $P_1$  und  $T_1$ , und jeder der Letzteren kann als die Resultirende aus der normalen Reaction  $N'$  beziehungsweise  $N''$  der Gleitebene und dem längs derselben wirksamen Reibungswiderstand  $S'$  beziehungsweise  $S''$  betrachtet werden.

Bezeichnen nun  $\varepsilon'$  und  $\varepsilon''$  die Winkel, welche  $P_1$  und  $T_1$  mit den Normalen zu den betreffenden Gleitebenen einschliessen, so ist

$$P_1 = \frac{N'}{\cos \varepsilon'} \quad \text{und} \quad T_1 = \frac{N''}{\cos \varepsilon''}.$$

Da aber gleichzeitig

$$P_1 = \sqrt{N'^2 + S'^2} \quad \text{und} \quad T_1 = \sqrt{N''^2 + S''^2}$$

oder

$$P_1 = N' \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_2} \quad \text{und} \quad T_1 = N'' \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_1}$$

oder

$$P_1 = \frac{N'}{\cos \varphi_2} \quad \text{und} \quad T_1 = \frac{N''}{\cos \varphi_1},$$

so ist auch

$$\varepsilon' = \varphi_2 \quad \text{und} \quad \varepsilon'' = \varphi_1,$$

d. h. die Widerstände der beiden Gleitebenen  $AB$  und  $AC_1$  müssen mit den Normalen zu diesen Ebenen die Reibungswinkel  $\varphi_2$  und  $\varphi_1$  einschliessen\*).

\*) Es wird hier die der älteren Theorie des Erddrucks entsprechende Annahme gemacht, dass im Augenblicke des Nachgebens der Mauer, sei es durch Umkanten oder durch Verschieben, ein Gleiten der Erde längs der Wand eintrete.

Man erhält desswegen die bei angenommener Bruchfläche  $AC_1$  (Fig. 11) auf Stützmauer und Bruchfläche ausgeübten Drücke, wenn man  $Q_1$  in zwei Compo-

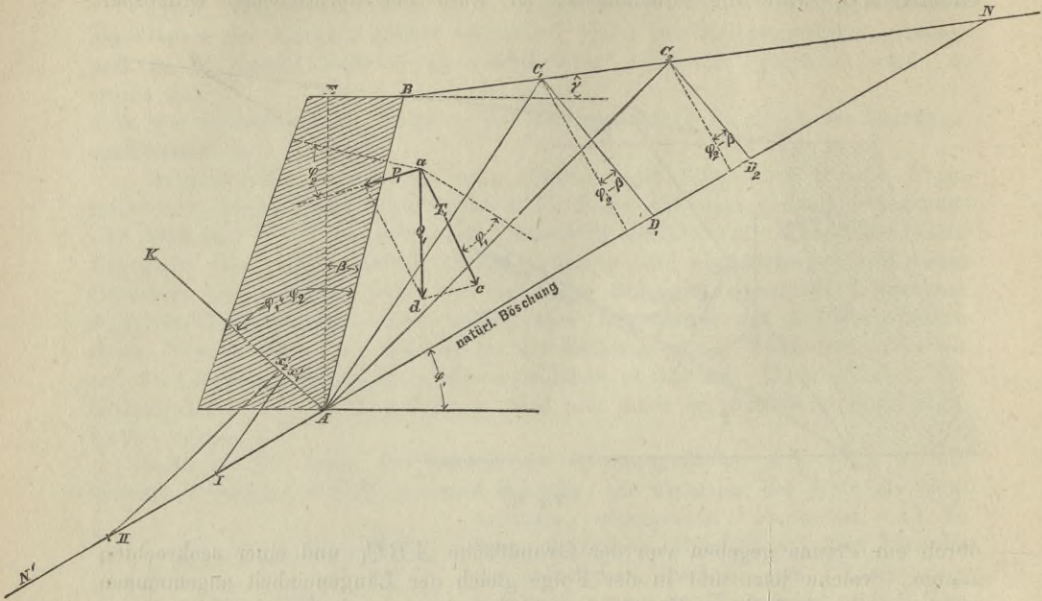


Fig. 11.

nenten zerlegt, welche mit den Normalen zu  $AC_1$  bzw.  $AB$  die Winkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  einschliessen. Das Kräftedreieck  $01x_1$  (Fig. 11a), in welchem  $01$  nach Grösse und Richtung gleich  $Q_1$  aufgetragen ist, ergibt diese Kräfte  $T_1$  und  $P_1$  als Längen  $x_11$  und  $0x_1$  ebenfalls der Grösse und Richtung nach. Zugleich erkennt man, dass, wenn vom Schnitt  $C_1$  der angenommenen Bruchfläche mit dem Terrain eine Linie  $C_1D_1$  gezogen wird, welche mit der Senkrechten zur Ebene der natürlichen Böschung den Winkel  $\varphi_2 - \beta$  einschliesst, Dreieck  $cad$  also auch Dreieck  $01x_1$  ähnlich ist dem Dreieck  $AC_1D_1$ , denn Winkel  $adc = 90^\circ - (\varphi_2 - \beta) = AD_1C_1$  und Winkel  $cad = 90^\circ - \varphi_1 - EAC_1 = C_1AD_1$ .

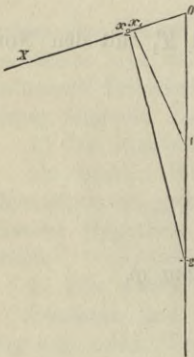


Fig. 11a.

Einer weiteren angenommenen Bruchfläche  $AC_2$  mit dem Gewichte  $02$  des Bruchprismas entsprechen die Längen  $0x_2$  und  $x_22$  im Kräftepolygon als Drücke auf Stützmauer und Bruchfläche und auch hier ist Dreieck  $02x_2$  ähnlich dem Dreieck  $AC_2D_2$ .

Fährt man in gleicher Weise fort, indem man eine grosse Anzahl weiterer Bruchflächen annimmt und die denselben entsprechenden Werthe von  $T$  und  $P$  bestimmt, von welchen die Letzteren alle auf der Geraden  $0x$  des Kräftepolygons abgeschnitten werden, so wird man in dem grössten der so sich ergebenden Werthe  $0x_1, 0x_2$  u. s. f. das Maximum des auf die Stützmauer gerichteten Erddruckes erhalten, welchem die wirkliche Bruchfläche entspricht. Dabei bringt man einfacher das Kräftepolygon in eine solche Lage, bei welcher

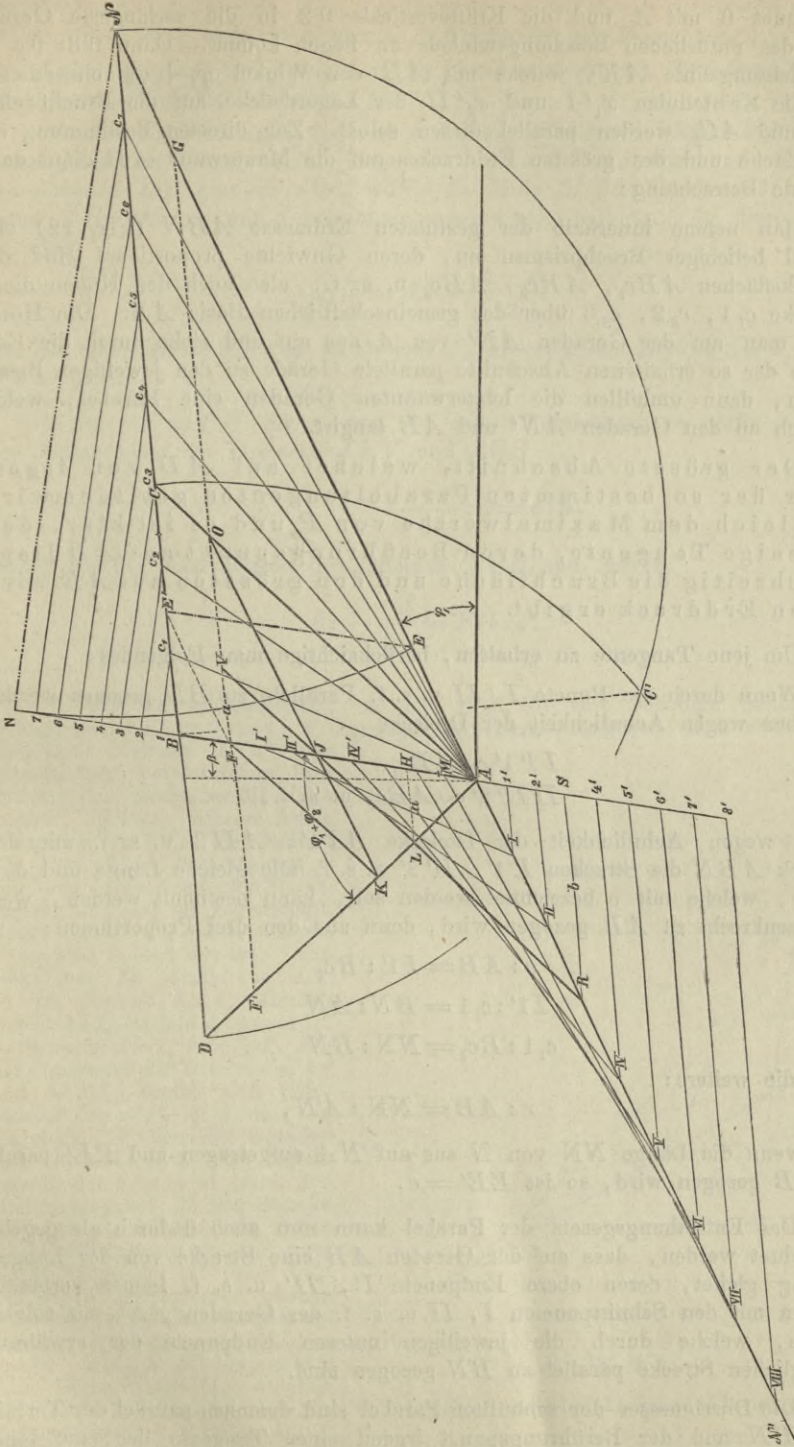


Fig. 12.

der Punct 0 mit  $A$  und die Kräfteverticale 02 in die verlängerte Gerade  $AN'$  des natürlichen Böschungswinkels zu liegen kommt. Dann fällt  $0x$  in die Richtungslinie  $AK$ , welche mit  $AB$  den Winkel  $\varphi_1 + \varphi_2$  einschliesst, und die Kräftelinien  $x_1'I$  und  $x_2'II$  der Lagerdrücke auf die Bruchflächen  $AC_1$  und  $AC_2$  werden parallel diesen selbst. Zur directen Bestimmung der Bruchfläche und des grössten Erddruckes auf die Mauerwand  $AB$  dient dann folgende Betrachtung:

Man nehme innerhalb der gestützten Erdmasse  $ABN$  (Fig. 12) eine Anzahl beliebiger Bruchprismen an, deren Gewichte proportional sind den Dreiecksflächen  $ABc_1$ ,  $ABc_2$ ,  $ABc_3$  u. s. f., also auch den Höhen dieser Dreiecke  $c_1 1$ ,  $c_2 2$ ,  $c_3 3$  über der gemeinschaftlichen Basis  $AB$ . Die Höhen trage man auf der Geraden  $AN'$  von  $A$  aus auf und ziehe durch die Endpunkte der so erhaltenen Abschnitte parallele Gerade zu den jeweiligen Bruchflächen, dann umhüllen die letzterwähnten Geraden eine Parabel, welche zugleich an den Geraden  $AN'$  und  $AB$  tangirt.

Der grösste Abschnitt, welcher auf  $AD$  von irgend einer der so bestimmten Parabeltangente gebildet wird, ist gleich dem Maximalwerthe von  $P$  und es ist klar, dass diejenige Tangente, deren Berührungspunct auf  $AD$  liegt, gleichzeitig die Bruchfläche und den grössten auf  $AB$  wirkenden Erddruck ergibt.

Um jene Tangente zu erhalten, berücksichtige man Folgendes:

Wenn durch die Puncte  $I$ ,  $II$  u. s. f. Parallele zu  $BN$  gezogen werden, so haben wegen Aehnlichkeit der Dreiecke

$$\begin{aligned} II'1' &\sim ABc_1 \\ III'2' &\sim ABc_2 \text{ u. s. f.}, \end{aligned}$$

ferner wegen Aehnlichkeit der Dreiecke  $AI1'$ ,  $AII'2'$  u. s. f. mit dem Dreieck  $ABN$  die Strecken  $I'1'$ ,  $II'2'$  u. s. f. alle gleiche Länge und diese Länge, welche mit  $e$  bezeichnet werden soll, kann bestimmt werden, wenn  $NN$  senkrecht zu  $AB$  gezogen wird, denn aus den drei Proportionen:

$$\begin{aligned} e:AB &= I'1':Bc_1 \\ I'1':c_1 1 &= BN:AN \\ c_1 1:Bc_1 &= NN:BN \end{aligned}$$

folgt die weitere:

$$e:AB = NN:AN,$$

und wenn die Länge  $NN$  von  $N$  aus auf  $NA$  aufgetragen und  $EE'$  parallel zu  $AB$  gezogen wird, so ist  $EE' = e$ .

Das Entstehungsgesetz der Parabel kann nun auch dadurch als gegeben betrachtet werden, dass auf der Geraden  $AB$  eine Strecke von der Länge  $e$  entlang gleitet, deren obere Endpunkte  $I'$ ,  $II'$  u. s. f. immer verbunden werden mit den Schnittpuncten  $I$ ,  $II$  u. s. f. der Geraden  $AN'$  mit solchen Linien, welche durch die jeweiligen unteren Endpunkte der erwähnten beweglichen Strecke parallel zu  $BN$  gezogen sind.

Die Durchmesser der umhüllten Parabel sind demnach parallel der Terrainlinie  $BN$  und der Berührungspunct irgend einer Tangente liegt auf jenem



Durchmesser, der von der Mitte der zugehörigen Strecke  $e$  ebensoweit entfernt ist als diese Mitte vom Schnittpunct  $A$  der äussersten Tangenten.\*)

Daher berührt die Gerade  $AB$  die Parabel in dem um die Länge  $AF=e$  von  $A$  entfernten Durchmesser  $FG$ .

Gesetzt nun den Fall,  $RV$  wäre diejenige Tangente, deren Berührungspunct  $L$  in der Geraden  $AD$  liegt, so würde  $SJ=e$  sein und wenn der Durchmesser  $LH$  gezogen wird, würde die Mitte  $M$  der Strecke  $SJ$  den Abstand  $AH$ , welcher mit  $d$  bezeichnet werden soll, halbiren. In diesem Falle ist auch

$$HJ = AS = \frac{e-d}{2}$$

und da auch  $HJ=JF$ , so ist Dreieck  $JLH$  congruent Dreieck  $JFV$ , daher  $FV=LH$ .

Wird  $FV=LH$  mit  $a$  und  $RS$  mit  $b$  bezeichnet, so ergibt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke  $JFV$  und  $JRS$

$$\frac{e-d}{2} : a = e : b,$$

ferner aus der Aehnlichkeit der Dreiecke  $ASR$  und  $AFG$

$$b : \frac{e-d}{2} = \overline{FG} : e.$$

\*) Um das nachzuweisen, sei  $I'1'$  (Fig. 13) eine beliebige Stellung der beweglichen Strecke  $e$  und  $II'$  die zugehörige Parabeltangente. Man zeichnet nun diejenige Stellung  $I_0'1_0'$  der Strecke  $e$ , bei welcher ihre Mitte mit  $A$  zusammenfällt. Die dieser Stellung entsprechende Tangente ist  $I_0I_0'$ , sie berührt die Parabel im Schnittpunct  $m$  mit dem durch  $A$  gelegten Durchmesser und hat die Eigenschaft, dass durch sie alle übrigen Tangenten halbirt werden. Denn zieht man  $Ik$  parallel zu  $AB$ , so ist Dreieck  $I_0AI_0'$  ähnlich Dreieck  $kII_0$ , und da  $I_0'A = A1_0'$ , so ist auch  $kI = I_0'1' = I_0'I'$ . Aus der Congruenz der Dreiecke  $m'kI$  und  $m'I'I_0'$  ergibt sich jetzt, dass  $m'I = m'I'$ , d. h. dass die Tangente  $II'$  von der Geraden  $I_0I_0'$  halbirt wird. Ein Durchmesser durch  $m'$  wird durch den Halbirungspunct  $M$  der Strecke  $I'1'$  gehen und da die durch die Berührungspuncte der zwei Parabeltangenten  $II'$  und  $I_0I_0'$  gezogenen Durchmesser gleiche Abstände von dem Tangentenschnitt  $m'$  besitzen müssen, so ergibt sich im Schnittpunct  $g$  eines Durchmessers  $Gg$ , welchen man erhält, wenn man  $GM$  gleich  $MA$  macht, mit der Tangente  $II'$  der gesuchte Berührungspunct derselben.

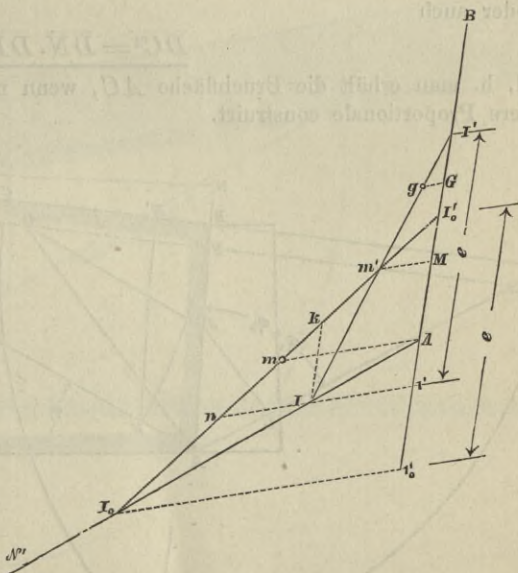


Fig. 13.

Durch Multiplication vorstehender Gleichungen erhält man:

$$b^2 = a \cdot \overline{FG} . . . . . (19).$$

Denkt man sich also durch *A* eine Parallele *AC* zu der vorläufig noch unbekanntem Tangente *RV* gezogen, so dass *F'O = b = RS* wird, so muss *FO* die mittlere Proportionale zwischen *FV* und *FG* sein.

Wegen Aehnlichkeit der Dreiecke *FJV* und *FAO* besteht jetzt die weitere Proportion:

$$\overline{FJ} : \overline{FA} = a : b,$$

desshalb nach Gleichung (19)

$$FJ : FA = FO : FG.$$

Daher ist die Verbindungslinie *JO* der Punkte *J* und *O* parallel zu *AG*, demnach Dreieck *F'KO* ähnlich Dreieck *F'AG*, also

$$\overline{F'G} : \overline{F'O} = \overline{AG} : \overline{KO} . . . . . (20).$$

Da *LJ = JV*, so ist auch *KF* parallel *AO*, daher Dreieck *KFO* ähnlich Dreieck *OAG*. Hieraus folgt, dass

$$\overline{OG} : \overline{FO} = \overline{AG} : \overline{KO},$$

daher nach Gleichung (20) auch

$$F'G : F'O = OG : FO$$

oder

$$\frac{\overline{F'G}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{F'G} - \overline{F'O}}{\overline{F'O} - \overline{F'F}},$$

mithin

$$\overline{F'O}^2 = \overline{F'G} \cdot \overline{F'F}$$

oder auch

$$\overline{DC}^2 = \overline{DN} \cdot \overline{DB} . . . . . (21),$$

d. h. man erhält die Bruchfläche *AC*, wenn man zu *DN* und *DB* die mittlere Proportionale construirt.

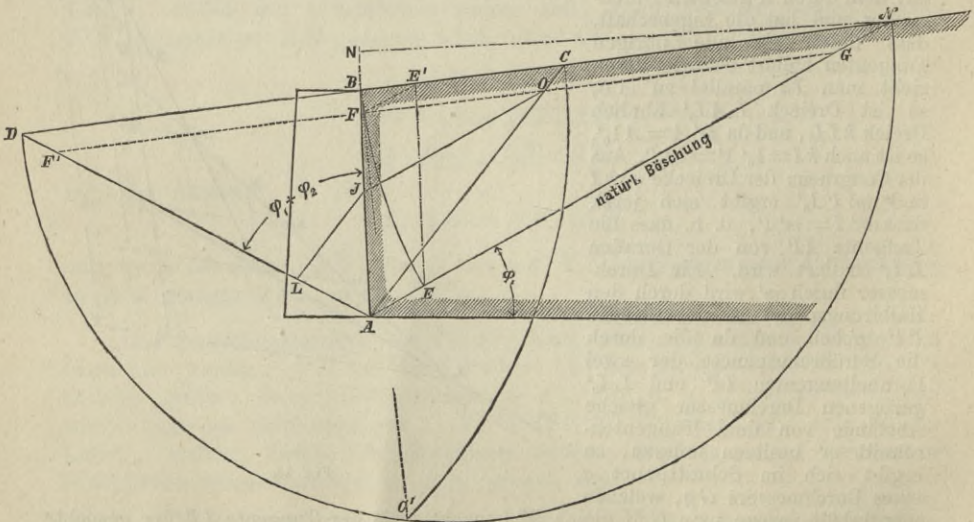


Fig. 14.

Nun kann die in  $AD$  die Parabel berührende Tangente gezeichnet werden und es ergibt sich das folgende Verfahren zur Bestimmung des gegen die Wandfläche  $AB$  gerichteten Erddruckes:

1) Man zieht (Fig. 14) die Linie  $AN$  des natürlichen Böschungswinkels und die Gerade  $AD$ , welche mit  $AB$  den Winkel  $\varphi_1 + \varphi_2$  einschliesst.

2) Man construirt zu  $DB$  und  $DN$  die mittlere Proportionale, indem man über  $DN$  einen Halbkreis zeichnet, in  $B$  die Senkrechte  $BC'$  zu  $DN$  errichtet und  $DC'$  gleich  $DC$  macht.

3) Man errichtet  $NN$  senkrecht zu  $AB$ , trägt  $NN$  von  $N$  aus auf  $NA$  auf, macht  $E'E$  parallel zu  $AB$  und  $AF$  gleich  $E'E$  durch Ziehen der Parallelen  $E'F$  zu  $AN$ .

Wird sodann durch  $F$  eine Parallele  $F'G$  zu  $DN$  gezogen und durch den Schnittpunkt  $O$  von  $F'G$  und  $AC$  eine weitere Parallele  $OJ$  zu  $AN$  gelegt, endlich die Gerade  $JL$  parallel  $AC$  gemacht, so schneidet letztere Gerade auf  $AD$  ein Stück  $AL$  ab, welches mit der halben Wandlänge  $AB$ , ferner mit der Tiefe = 1 und dem Gewichte der Cubikeinheit Erdmaterial multiplicirt den auf die Wandfläche  $AB$  resultirenden Erddruck gibt.

### B. Erddruck bei belasteter ebener Terrainoberfläche.

Wenn die ebene Oberfläche einer Erdmasse eine gleichmässig vertheilte Last aufzunehmen hat, welche per Quadrateinheit der Horizontalprojection  $q$

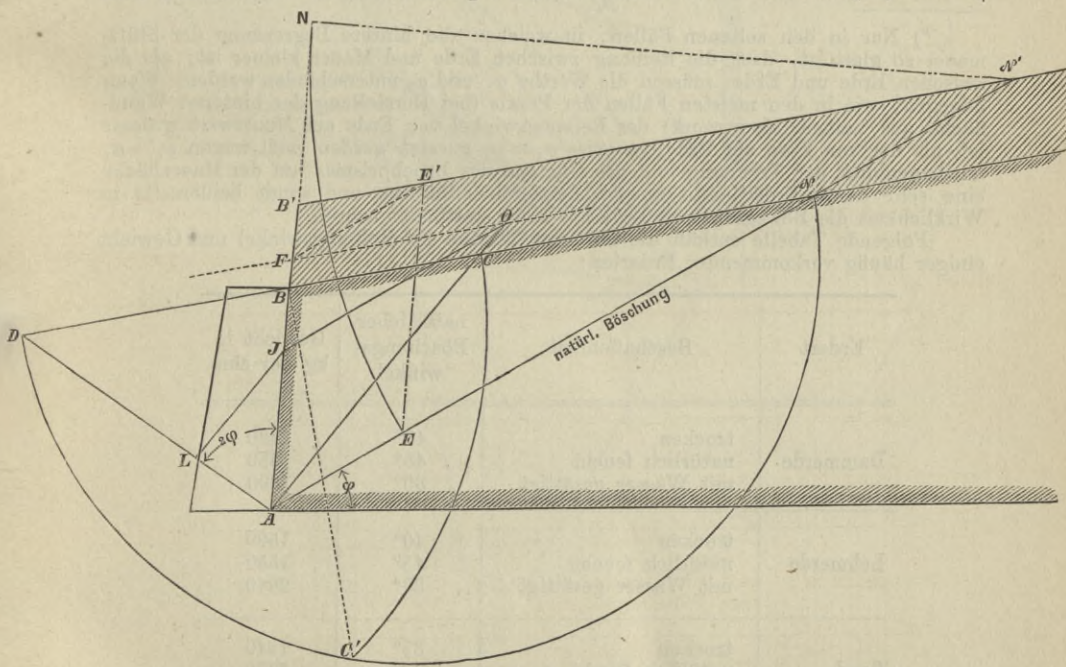


Fig. 15.

beträgt, so kann man sich diese Belastung durch ein Material ersetzt denken, dessen specifisches Gewicht dem der Erdmasse gleich ist. Die Höhe  $h$ , welche diese Belastungsfläche haben muss, berechnet sich aus der Gleichung

$$h = \frac{q}{g},$$

wobei  $g'$  das Gewicht der Cubikeinheit Erde bezeichnet.

In Fig. 15 stelle  $BB'N'N$  die so reducirte Belastung vor, dann kann  $AB'N'$  als unterstützter Erdkörper angesehen werden, dessen Seitendruck auf die Wandfläche  $AB$  nach der im Vorigen angegebenen Methode leicht zu bestimmen ist. Wenn für diesen wie für die folgenden Fälle angenommen wird, dass der Reibungswinkel  $\varphi_1$  von Erde auf Erde dem Reibungswinkel  $\varphi_2$  von Erde auf Mauerwerk gleich\*) und gleich  $\varphi$  sei, so zieht man die Gerade  $AD$ , welche mit  $AB$  den Winkel  $2\varphi$  einschliesst und construirt zu  $DN$  und  $DB$  die mittlere Proportionale  $DC$ . Hierauf wird  $NN$  senkrecht zu  $AB$  errichtet,  $N'N$  auf  $N'A$  aufgetragen,  $E'E$  parallel  $AB$  gezogen,  $AF$  gleich  $E'E$  gemacht und durch  $F$  eine Parallele zu  $BN$  gelegt. Wird durch den Schnittpunct  $O$  dieser Letzteren mit  $AO$  die Parallele  $OJ$  zu  $AN$  und durch  $J$  die Parallele  $JL$  zu  $AC$  gelegt, so schneidet Letztere auf  $AD$  das Stück  $AL$  ab, welches auf die Basis  $\frac{1}{2}AB'$  reducirt die Resultante des auf die Wandfläche gerichteten Erddruckes ergibt.

### C. Erddruck bei gebrochener ebener Terrainfläche.

Das Terrain sei im Profil durch die gebrochene Linie  $BD'N$  (Fig. 16) begrenzt. Um diesen Fall auf den vorigen zurückzuführen, ziehe man die

\*) Nur in den seltenen Fällen, in welchen die hintere Begrenzung der Stützmauer so glatt ist, dass die Reibung zwischen Erde und Mauer kleiner ist, als die zwischen Erde und Erde, müssen die Werthe  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  unterschieden werden. Wenn dagegen, wie in den meisten Fällen der Praxis (bei Herstellung der hinteren Wandfläche aus rauhem Mauerwerk) der Reibungswinkel von Erde auf Mauerwerk grösser ist, als der von Erde auf Erde, so muss  $\varphi_1 = \varphi_2$  gesetzt werden, weil wegen  $\varphi_2 > \varphi_1$  im Augenblick der Trennung und des Gleitens des Bruchprismas auf der Mauerfläche eine sehr dünne Erdschicht an der Letzteren adhären und somit beiderseits in Wirklichkeit die Bewegung von Erde auf Erde stattfinden würde.

Folgende Tabelle enthält die mittleren Werthe für Reibungswinkel und Gewicht einiger häufig vorkommender Erdarten:

Erdart	Beschaffenheit	natürlicher Böschungswinkel	Gewicht in kg per cbm
Dammerde	trocken	40°	1420
	natürlich feucht	45°	1580
	mit Wasser gesättigt	30°	1800
Lehmerde	trocken	40°	1500
	natürlich feucht	45°	1550
	mit Wasser gesättigt	30°	2040
Sand	trocken	35°	1640
	natürlich feucht	40°	1770
	mit Wasser gesättigt	30°	2000
Gerölle	eckig	38°	1700
	rundlich	30°	1700

Gerade  $AD'$  und verwandle das Dreieck  $ABD'$  in das an Fläche gleiche Dreieck  $AB'D'$ , dessen Seite  $B'D'$  mit der verlängerten Geraden  $D'N$  zu-

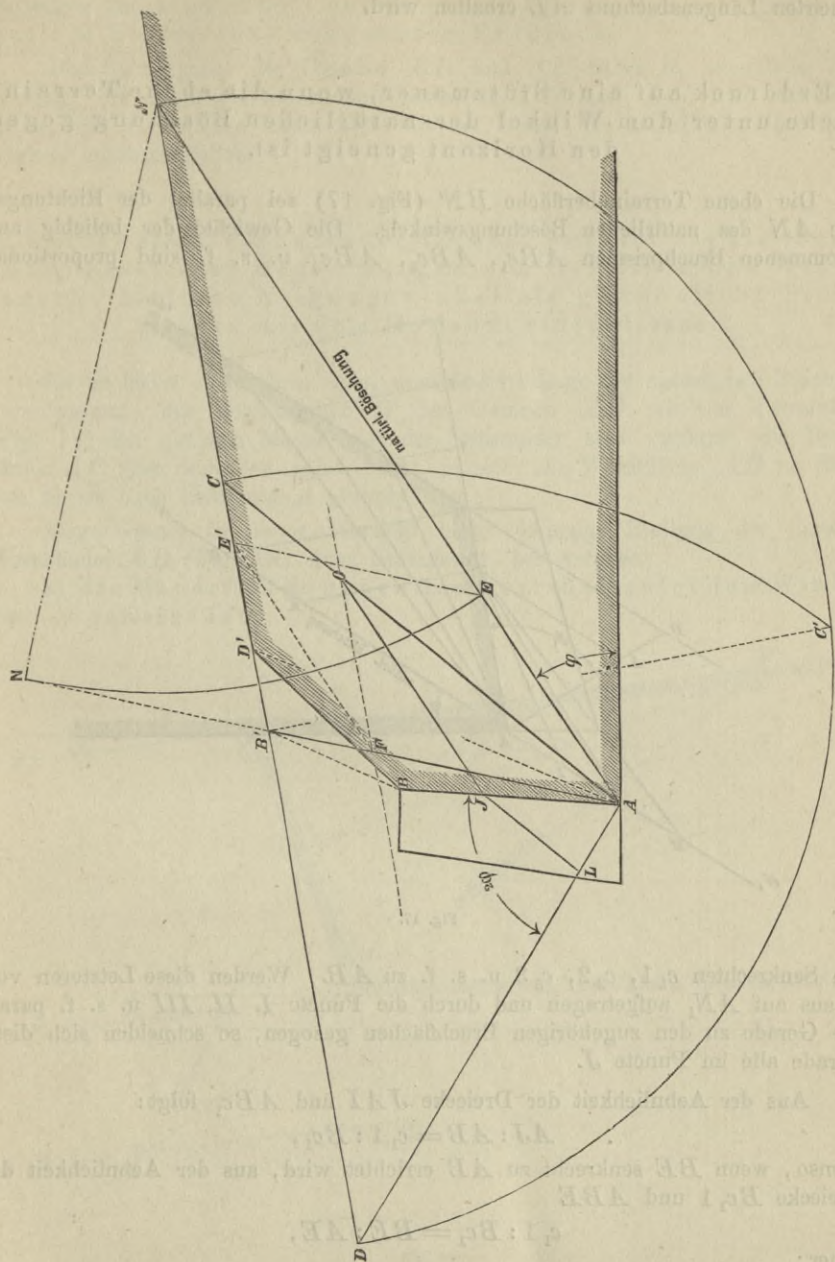


Fig. 16.

sammenfällt. Dadurch wird der Erdkörper  $ABD'N$  durch den gleich grossen  $AB'N$  ersetzt, dessen Seitendruck gegen die Wandfläche  $AB$  unter

Anwendung des gleichen Verfahrens wie oben in dem auf die Basis  $\frac{1}{2} AB'$  reducirten Längenabschnitt  $AL$  erhalten wird.

D. Erddruck auf eine Stützmauer, wenn die ebene Terrainfläche unter dem Winkel der natürlichen Böschung gegen den Horizont geneigt ist.

Die ebene Terrainoberfläche  $BN'$  (Fig. 17) sei parallel der Richtungslinie  $AN$  des natürlichen Böschungswinkels. Die Gewichte der beliebig angenommenen Bruchprismen  $ABC_1$ ,  $ABC_2$ ,  $ABC_3$  u. s. f. sind proportional

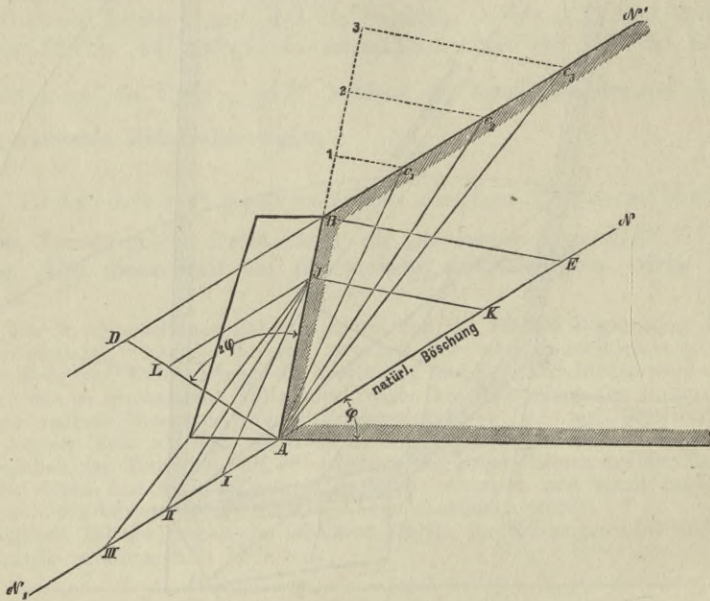


Fig. 17.

den Senkrechten  $c_1 1$ ,  $c_2 2$ ,  $c_3 3$  u. s. f. zu  $AB$ . Werden diese Letzteren von  $A$  aus auf  $AN_1$  aufgetragen und durch die Punkte  $I$ ,  $II$ ,  $III$  u. s. f. parallele Gerade zu den zugehörigen Bruchflächen gezogen, so schneiden sich diese Gerade alle im Punkte  $J$ .

Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke  $JAI$  und  $ABC_1$  folgt:

$$AJ:AB = c_1 1 : Bc_1,$$

ebenso, wenn  $BE$  senkrecht zu  $AB$  errichtet wird, aus der Aehnlichkeit der Dreiecke  $Bc_1 1$  und  $ABE$

$$c_1 1 : Bc_1 = BE : AE,$$

daher:

$$AJ:AB = BE:AE.$$

Man erhält demnach die Länge  $AJ$ , wenn man  $AK$  gleich  $BE$  macht und durch  $K$  eine Parallele  $KJ$  zu  $BE$  zieht.

Der grösste Abschnitt auf der mit  $AB$  den Winkel  $2\varphi$  bildenden Geraden  $AD$  wird offenbar durch eine von  $J$  aus zu  $AN$  gezogene Parallele entstehen und man erhält somit in der Länge  $AL$  den grössten auf die Stützmauer ausgeübten Erddruck.

Der Schnittpunkt der Geraden  $BD$  und  $AN$  rückt in unendliche Entfernung, die mittlere Proportionale zwischen  $DB$  und  $DN$  wird unendlich gross, die Bruchfläche muss also mit der Ebene des natürlichen Böschungswinkels zusammenfallen.

E. Erddruck auf ebene Mauerflächen, welche, wie die oberen und rückseitigen Begrenzungen von Gewölben und Widerlagern, kleinere Neigungswinkel als gewöhnliche Stützmauern mit dem Horizont einschliessen.

Es ist leicht einzusehen, dass, unveränderte Lage der natürlichen Böschung vorausgesetzt, der Schnittpunkt  $D$  der Geraden  $AD$  mit der Terrainlinie (Fig. 14) im gleichen Masse von der Stützmauer sich entfernt, die Bruchfläche  $AC$  aber derselben näher rückt, je mehr die Wandfläche  $AB$  im Sinne von rechts nach links um  $A$  gedreht wird.

Eine Grenze in dieser Hinsicht bildet diejenige Stellung der hinteren Wandfläche  $AB$  (Fig. 18) einer Stützmauer, bei welcher

a) die Mauerfläche gegen den Horizont unter dem Winkel  $2\varphi - \gamma$  geneigt ist.

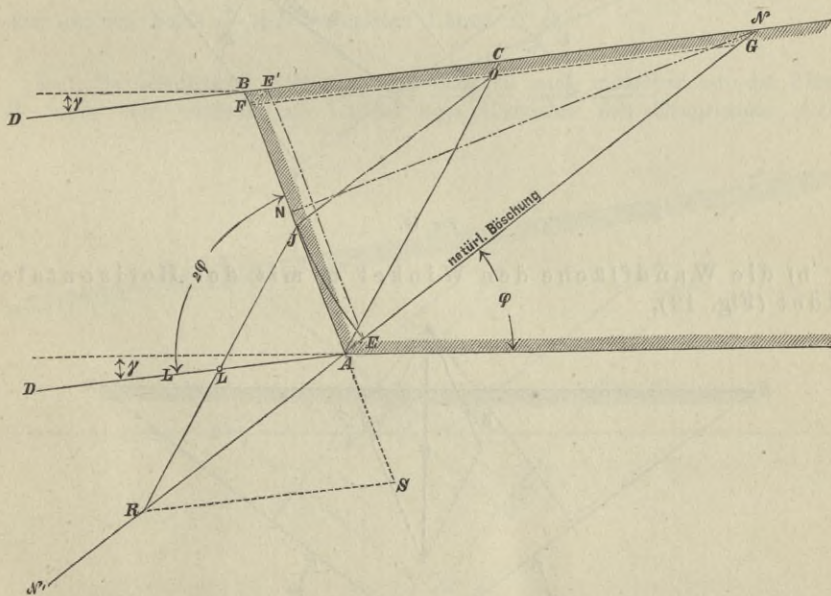


Fig. 18.

In diesem Falle wird die Gerade  $AD$  (Fig. 18) parallel zu  $BN$  und da der Schnittpunkt  $D$  in unendliche Entfernung fällt, so ist die Ermittlung der Bruchfläche aus der mittleren Proportionalen zwischen  $DN$  und  $DB$  in der

bisherigen Weise nicht möglich. Auf Grund des auf S. 22 entwickelten Verfahrens kann dieselbe jedoch auch hier leicht bestimmt werden, wenn man bedenkt, dass unter den gegebenen Verhältnissen die Gerade  $AD$ , auf welcher das Maximum des auf  $AB$  wirksamen Erddruckes abgeschnitten wird, ein Parabeldurchmesser ist und durch den Schnitt  $A$  der Tangenten  $AB$  und  $AN$  geht. Ist deshalb  $RJ$  diejenige Parabeltangente, deren Berührungspunkt  $L$  auf  $AD$  liegt, so muss auch  $AJ$  gleich  $AS$  gleich  $JF$  sein. Da nun der Schnitt  $O$  der Bruchfläche mit der wie früher zu bestimmenden Geraden  $FG$  in einer durch  $J$  zu  $AN$  gezogenen Parallelen liegt, so muss  $FO$  gleich  $OG$  oder  $BC$  gleich  $CN$  sein, d. h. die Bruchfläche halbiert die zwischen Stützmauer und natürlicher Böschung gelegene Terrainstrecke.

Der auf die Stützmauer gerichtete Erddruck ergibt sich, nachdem die Bruchfläche bekannt ist, wie oben.

Wird die Wandfläche im Sinne von rechts nach links weiter gedreht, so nähert sich die Bruchfläche wieder der Ebene des natürlichen Böschungswinkels und wenn

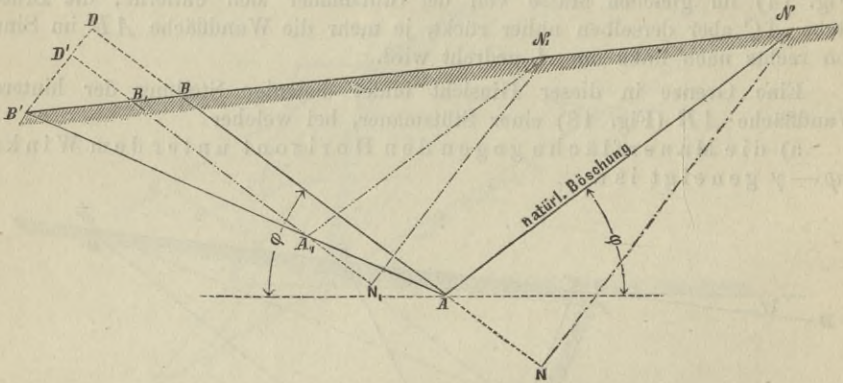


Fig. 19.

b) die Wandfläche den Winkel  $\varphi$  mit der Horizontalen bildet (Fig. 19),

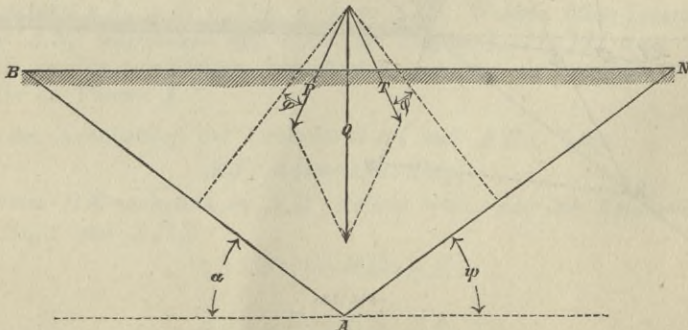


Fig. 20.

so fällt die Gerade  $AD$  mit  $AN$  und die Bruchfläche mit der Ebene der natürlichen Böschung zusammen, das Maximum des auftretenden Erddruckes



aber wird dem Gewichte des Erdprismas  $BAN$  (Fig. 19) gleich und die Richtungslinie desselben ist die Verticale.

Auch auf anderem Wege lässt sich dies leicht beweisen; denn bezeichnen (Fig. 20)  $AB$  die Wand- und  $AN$  die Bruchfläche, von welchen die erstere mit dem Horizont den Winkel  $\alpha$ , die letztere den Winkel  $\psi$  einschliesse, so erhält man, wenn  $\varphi$  der Reibungswinkel ist, den Erddruck auf  $AB$

$$P = \frac{Q \sin(\psi - \varphi)}{\sin(\alpha - \psi - 2\varphi)},$$

woraus sich, wenn  $\alpha = \varphi$  gesetzt wird,

$$P = Q$$

ergibt.

c) Die Wandfläche  $AB'$  (Fig. 19) bildet einen kleineren als den Reibungswinkel der Erdmasse mit dem Horizont.

In diesem Falle wird im Augenblick des Nachgebens der Wandfläche längs  $AB'$  kein Gleiten der Erdmasse möglich sein, vielmehr wird sich, sobald eine Bewegung des Erdkörpers auftritt, innerhalb desselben eine Gleitfläche  $AB$  bilden, welche gegen den Horizont unter dem Reibungswinkel der Erdmasse geneigt ist. Jenes Erdprisma nun  $ABB'$ , welches von der Wandfläche und der erwähnten Gleitfläche eingeschlossen ist, wird beim Nachgeben des Mauerkörpers nicht abrutschen, sondern durch sein Gewicht in verticalem Sinne die Wandfläche beanspruchen. Dieses Gewicht ergibt sich (Fig. 19) in der auf die Basis  $\frac{1}{2} AB$  reducirten Länge  $B'D$ .

Auf die Gleitfläche  $AB$  aber und dadurch auch mittelbar auf die Fläche  $AB'$  wirkt der verticale an Grösse dem Gewichte des Erdprismas  $ABN$

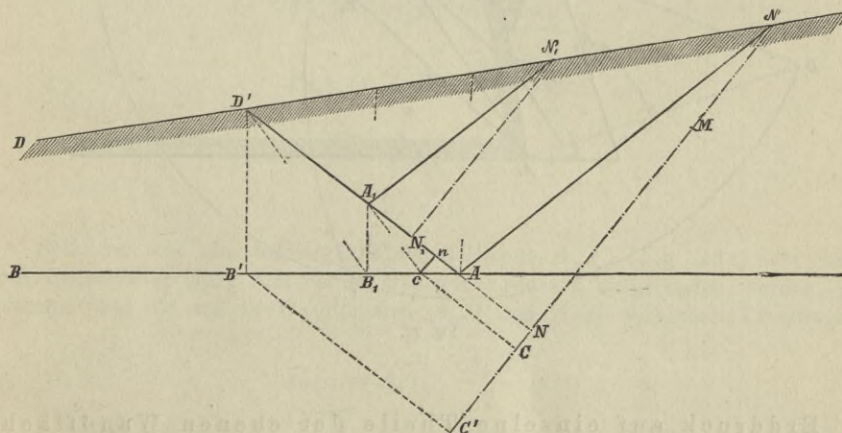


Fig. 21.

gleiche Lagerdruck, welcher auf die Basis  $\frac{1}{2} AB$  reducirt durch die Länge  $NN$  ausgedrückt ist. Vereinigt man nun die beiden erhaltenen Kräfte zu

ihrer Resultirenden, indem man sie summirt, so erhält man nach Grösse und Richtung den auf die Wandfläche  $AB'$  thätigen hier verticalen Erddruck

$$R = (\overline{B'D} + \overline{NN}) \cdot \frac{\overline{AB}}{2} g'.$$

Analog ergibt sich

d) der Erddruck auf eine horizontale Wandfläche  $AB$  (Fig. 21). Im Augenblick des Nachgebens der Wand wird sich die Gleitfläche  $AD'$  bilden, welche mit dem Horizont den Winkel der natürlichen Böschung einschliesst, und der Erddruck auf den Mauertheil  $AB'$  ist nach dem Vorstehenden gleich der Summe der Gewichte der Erdprismen  $AB'D'$  und  $AD'N$ , gleich der auf die Basis  $\frac{1}{2}AD'$  reducirten Länge  $C'N$ :

$$R = \overline{C'N} \cdot \frac{\overline{AD'}}{2} \cdot g'.$$

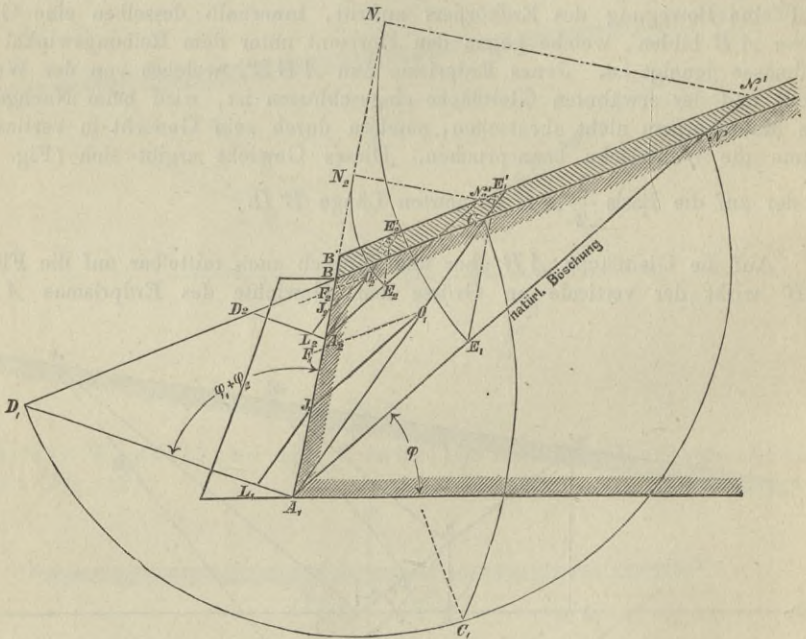


Fig. 22.

#### F. Erddruck auf einzelne Theile der ebenen Wandfläche einer Stützmauer.

$A_1B$  (Fig. 22) sei die hintere Wandfläche einer Stützmauer, welche zum Abschluss eines belasteten Erdkörpers dient. Die Resultirende des gesammten auf  $A_1B$  wirkenden Erddruckes wird wie oben der Grösse nach in dem

Längenabschnitt  $A_1L_1$  gefunden. Die Wiederholung des gleichen Verfahrens liefert den gegen den Theil  $A_2B$  der Wandfläche gerichteten Seitendruck  $A_2L_2$  der Erdmasse. Da, wie sich aus der Construction ergibt,

$$\overline{N_1'N_1} : \overline{N'N_2} = \overline{A_1B'} : \overline{A_2B'},$$

ferner

$$\overline{N_1'N_1} : \overline{N'N_2} = \overline{E_1E_1'} : \overline{E_2E_2'},$$

oder

$$\overline{N_1'N_1} : \overline{N'N_2} = \overline{A_1F_1} : \overline{A_2F_2},$$

so ist

$$\overline{A_1B'} : \overline{A_2B'} = \overline{A_1F_1} : \overline{A_2F_2}$$

oder

$$\overline{A_1B'} : \overline{A_2B'} = \overline{A_1J_1} : \overline{A_2J_2} = \overline{A_1L_1} : \overline{A_2L_2},$$

d. h. die Punkte  $L_1, L_2$  und  $B'$  liegen in einer Geraden.

Hat man also die Resultirende  $A_1L_1$  des gesammten auf die Mauer  $A_1B$  thätigen Erddruckes bestimmt, so sind dadurch auch die auf beliebige andere Wandtheile  $A_2B, A_3B$  u. s. f. (Fig. 22 a) ausgeübten Pressungen gegeben. Man erhält sie, immer reducirt auf Doppelbasen gleich den Längen der betreffenden Wandtheile, in den Abschnitten, welche von den Geraden  $A_1B'$  und  $L_1B'$  auf den durch die unteren Endpunkte der in Rede stehenden Wandstücke zu  $A_1L_1$  gezogenen Parallelen gebildet werden. So ist:

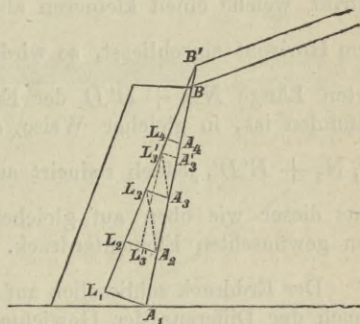


Fig. 22 a.

$$P_{A_1B} = \overline{A_1L_1} \cdot \frac{\overline{A_1B'}}{2} \cdot g'$$

$$P_{A_2B} = \overline{A_2L_2} \cdot \frac{\overline{A_2B'}}{2} \cdot g'$$

$$P_{A_3B} = \overline{A_3L_3} \cdot \frac{\overline{A_3B'}}{2} \cdot g'$$

u. s. f.

Soll der auf ein beliebiges Flächenelement  $A_2A_3$  (Fig. 22 a) der hinteren Begrenzung einer Stützmauer treffende Erddruck aufgefunden werden, so bestimmt man die auf die Wandflächen  $A_2B$  und  $A_3B$  wirksamen Pressungen

$$P_{A_2B} = \overline{A_2L_2} \cdot \frac{\overline{A_2B'}}{2} g'$$

$$P_{A_3B} = \overline{A_3L_3} \cdot \frac{\overline{A_3B'}}{2} g'$$

und die Differenz beider gibt die gesuchte Beanspruchung des fraglichen Mauertheils. Um diese Differenz graphisch darzustellen, reducirt man eine der beiden Längen auf den Kräftemassstab der anderen, z. B.  $A_3L_3$  auf die Basis

$\frac{1}{2} A_2 B'$ . Man verbindet zu diesem Ende die Punkte  $A_2$  und  $L_3$  durch eine Gerade  $A_2 L_3$  und zieht zu dieser durch  $A_3$  eine Parallele  $A_3 L_3'$ . Eine weitere Parallele  $L_3' A_3'$  durch  $L_3'$  zu  $A_1 L_1$  liefert, da  $L_3' A_3' = L_3 A_3 \cdot \frac{A_3 B'}{A_2 B'}$ , den auf die Basis  $\frac{1}{2} A_2 B'$  reducirten Erddruck der Fläche  $A_3 B'$ . Die Differenz der Längen  $L_2 A_2$  und  $L_3' A_3'$ , also der Längenabschnitt  $L_3'' L_2$  ist gleich der auf das Wandelement  $A_2 A_3$  wirksamen Pressung:

$$P_{A_2 A_3} = \frac{\overline{L_2 L_3''} \cdot \overline{A_2 B'}}{2} \cdot g'.$$

Was den Erddruck auf den Theil  $AA_1$  (Fig. 19) einer Wandfläche  $AB'$  betrifft, welche einen kleineren als den Winkel der natürlichen Böschung mit dem Horizont einschliesst, so wird, nachdem in der auf die Basis  $\frac{1}{2} AB$  reducirten Länge  $NN + B'D$  der Erddruck auf die gesammte Wandfläche  $AB'$  gefunden ist, in gleicher Weise der auf  $A_1 B'$  resultirende Druck als Länge  $N_1 N_1 + B'D'$ , jedoch reducirt auf die Basis  $\frac{1}{2} A_1 B_1$  bestimmt. Die Differenz dieser wie oben auf gleichen Maassstab zu bringenden Kraftlängen gibt den gewünschten Elementardruck.

Der Erddruck schliesslich auf ein horizontales Wandflächenelement  $AB_1$  ist gleich der Differenz der Gewichte der Erdprismen  $AD'N$  und  $A_1 D' N_1$ , vermehrt durch das Gewicht des Erdprismas  $AA_1 B_1$ . Das Letztere ergibt sich in der auf die Basis  $\frac{1}{2} AD'$  reducirten Länge  $nc = NC$ . Im gleichen Kräftemaassstab repräsentirt  $NN$  das Gewicht des Erdprismas  $AD'N$ . Wird nun auch das Gewicht des Erdprismas  $A_1 D' N_1$  auf denselben Maassstab reducirt und von  $N$  aus auf  $NN$  gleich  $NM$  aufgetragen, so erhält man in  $MC$  den auf  $A_1 B_1$  stattfindenden Erddruck

$$P_{A B_1} = \frac{CM \cdot AD'}{2} g'.$$

### G. Angriffsort der Resultirenden des Erddruckes auf eine ebene Wand.

a) Die unbelastete ebene Terrainfläche  $BN$  (Fig. 23) schliesst sich unmittelbar an die Oberkante  $B$  der hinteren Wandfläche der Stützmauer an.

Man stellt zunächst die Resultirende  $A_0 L_0$  des auf  $A_0 B$  wirksamen Erddruckes der Grösse nach dar, bestimmt die auf die einzelnen Wandstücke  $A_1 B$ ,  $A_2 B$  u. s. f. thätigen Erddrücke  $A_1 L_1$ ,  $A_2 L_2$  u. s. f. und reducirt nach S. 33 alle diese Drücke auf die gemeinschaftliche Doppelbasis  $A_0 B$ .

Da nach dem Vorhergehenden irgend eine der so reducirten Längen, z. B.  $A_x L_x'$  ausgedrückt ist durch:

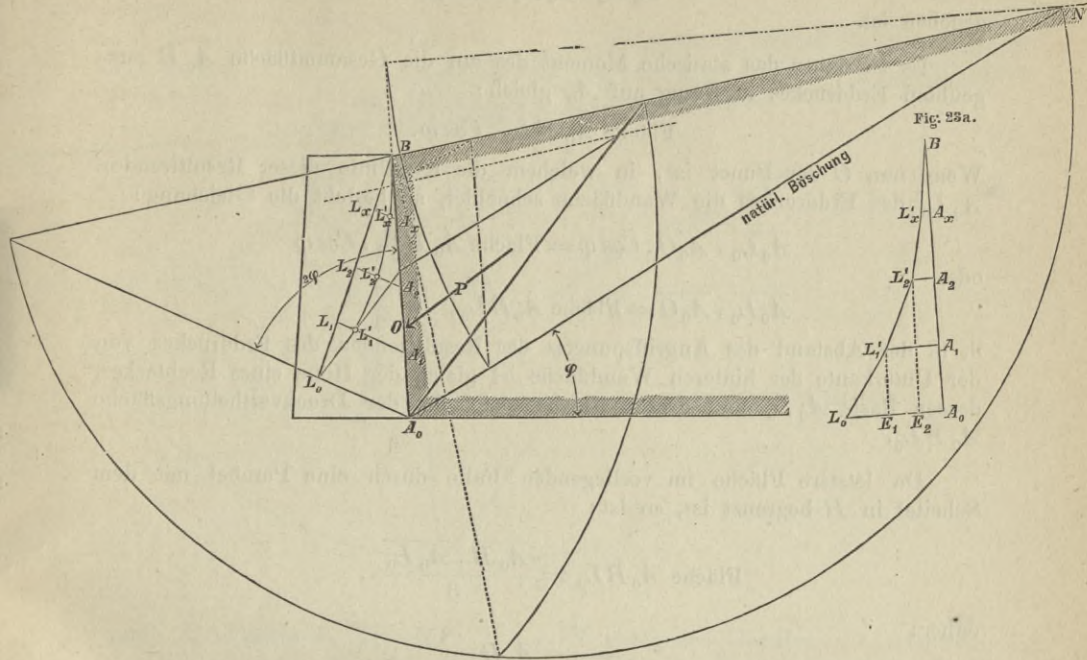


Fig. 23 u. 23a.

$$\overline{A_x L_x'} = \overline{A_x L_x} \frac{\overline{A_x B}}{\overline{A_0 B}},$$

da aber auch

$$\overline{A_x L_x} = \overline{A_x B} \cdot \frac{\overline{A_0 L_0}}{\overline{A_0 B}},$$

so ist

$$\overline{A_x L_x'} = \frac{\overline{A_0 L_0}}{\overline{A_0 B^2}} \cdot \overline{A_x B^2},$$

d. h. der Erddruck auf eine beliebige Fläche  $A_x B$  ist proportional dem Quadrate dieser Fläche und trägt man die reducirten Drücke  $A_0 L_0$ ,  $A_1 L_1'$ ,  $A_2 L_2'$  u. s. f. als Ordinaten senkrecht zur Wandfläche  $A_0 B$  auf (Fig. 23a), so liegen die Endpunkte dieser Ordinaten in einer Parabel, die ihren Scheitel in  $B$  hat.

Der auf irgend einen unendlich schmal gedachten Flächenstreifen  $A_1 A_2$  wirkende Erddruck ist gleich der Differenz der Ordinaten  $A_1 L_1'$  und  $A_2 L_2'$ , gleich dem Längenabschnitt  $E_1 E_2$  (Fig. 23a). Um das statische Moment dieses Druckes in Bezug auf  $A_0$  zu erhalten, berücksichtigt man, dass die Richtung des Erddruckes mit der Normalen zur Wandfläche den Reibungswinkel bildet, dass also auch die von  $A_0$  auf die Kraftlinie des Erddruckes gefällte Senkrechte mit der Wandfläche den gleichen Winkel einschliesst, somit

das Moment des auf das Flächenelement  $A_1A_2$  wirksamen Erddruckes durch den Ausdruck

$$\overline{E_1 E_2} \cdot \overline{A_0 A_1} \cdot \text{Cos } \varphi$$

gegeben ist.

Es ist daher das statische Moment des auf die Gesamtfäche  $A_0B$  ausgeübten Erddruckes in Bezug auf  $A_0$  gleich:

$$\text{Fläche } A_0BL_0 \cdot \text{Cos } \varphi.$$

Wenn nun  $O$  der Punkt ist, in welchem die Kraftlinie dieser Resultirenden  $A_0L_0$  des Erddruckes die Wandfläche schneidet, so besteht die Gleichung:

$$\overline{A_0L_0} \cdot \overline{A_0O} \cdot \text{Cos } \varphi = \text{Fläche } A_0BL_0 \cdot \text{Cos } \varphi$$

oder

$$\overline{A_0L_0} \cdot \overline{A_0O} = \text{Fläche } A_0BL_0,$$

d. h. der Abstand des Angriffspunctes der Resultirenden des Erddruckes von der Unterkante der hinteren Wandfläche ist gleich der Höhe eines Rechteckes, dessen Basis  $A_0L_0$  und dessen Fläche gleich ist der Druckvertheilungsfläche  $A_0BL_0$ .

Da letztere Fläche im vorliegenden Falle durch eine Parabel mit dem Scheitel in  $B$  begrenzt ist, so ist:

$$\text{Fläche } A_0BL_0 = \frac{\overline{A_0B} \cdot \overline{A_0L_0}}{3},$$

daher:

$$\overline{A_0O} = \frac{A_0B}{3},$$

d. h. wenn die ebene und unbelastete Terrainfläche sich unmittelbar an die Stützmauer anschliesst, so liegt der Angriffspunct der Resultirenden des Erddruckes um ein Drittel der Länge der hinteren Wandfläche von dem Fusspunct der Letzteren entfernt.

b) Angriffsort der Resultirenden des Erddruckes bei belasteter oder überhöhter Erdmasse.

Die Mauer  $A_0BCD$  (Fig. 24) diene zur Unterstützung des belasteten Erdkörpers  $A_0BN_1$ . Man bestimmt für eine Anzahl beliebiger hier gleichweit von einander entfernten Höhenpuncte  $A_0, A_1, A_2$  u. s. f. die Erddrücke  $A_0L_0, A_1L_1, A_2L_2$  u. s. f. auf die oberhalb derselben befindlichen Wandflächen und reducirt dieselben auf die gemeinschaftliche Basis  $A_0B$ .

In Fig. 24a wurden die reducirten Drücke  $A_0L_0, A_1L_1', A_2L_2'$  u. s. f. besonders aufgetragen. Die Differenz je zweier aufeinanderfolgender reducirter Längen ist offenbar gleich dem Erddruck auf das zwischenliegende Wandstück, also  $\overline{5L_0} = P_{A_0A_1}$ ,  $\overline{45} = P_{A_1A_2}$ ,  $\overline{34} = P_{A_2A_3}$  . . . .  $\overline{01} = P_{A_5B}$ .

Sind die Puncte  $A_0, A_1, A_2$  . . . nicht zu weit von einander entfernt, so können die auf die einzelnen Wandelemente gerichteten Drücke je in der Mitte derselben wirkend angenommen werden und es stellen demnach die

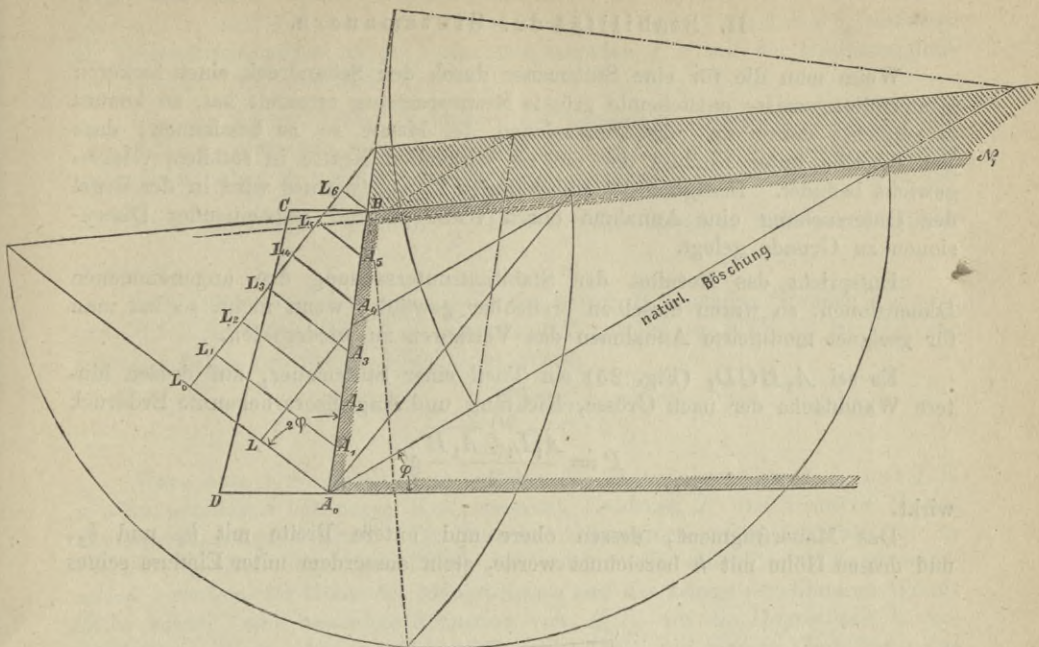


Fig. 24.

durch die Punkte *I, II, III..... VI* gezogenen Geraden die selbstverständlich um  $2\varphi$  von rechts nach links zu drehenden Kräftelinien der in Rede stehenden Partialdrücke vor. Indem man nun für einen beliebig angenommenen

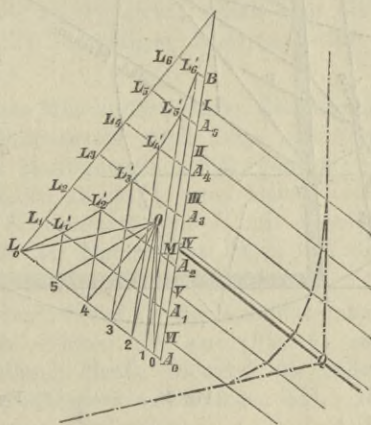


Fig. 24a.

Pol *O* das Kräftepolygon  $OO123...L_0$  und das zugehörige Seilpolygon zeichnet, erhält man im Schnitt *Q* der äussersten Seilpolygonseiten einen Punkt der Resultirenden, deren Richtungslinie die hintere Wandfläche  $A_0B$  der Stützmauer im Angriffspunkt *M* der Mittelkraft des Erddruckes schneidet.

## H. Stabilität der Stützmauern.

Wenn man die für eine Stützmauer durch den Seitendruck einer lockeren Hinterfüllungsmasse entstehende grösste Beanspruchung ermittelt hat, so kommt es zunächst darauf an, die Dimensionen der Mauer so zu bestimmen, dass sich dieselbe unter Einfluss der auf sie wirkenden Kräfte in stabilem Gleichgewicht befindet. Bezüglich des unbekanntenen Eigengewichtes wird in der Regel der Untersuchung eine Annahme durch Wahl passend erscheinender Dimensionen zu Grunde gelegt.

Entspricht das Resultat der Stabilitätsuntersuchung den angenommenen Dimensionen, so waren dieselben brauchbar gewählt; wenn nicht, so hat man für geeignet modificirte Annahmen das Verfahren zu wiederholen.

Es sei  $A_1BCD_1$  (Fig. 25) ein Theil einer Stützmauer, auf dessen hintere Wandfläche der nach Grösse, Richtung und Angriffsort bekannte Erddruck

$$P = \frac{A_1L_1 \cdot A_1B}{2} g'$$

wirkt.

Das Mauerfragment, dessen obere und untere Breite mit  $b_1$  und  $b_2$ , und dessen Höhe mit  $h$  bezeichnet werde, steht ausserdem unter Einfluss seines

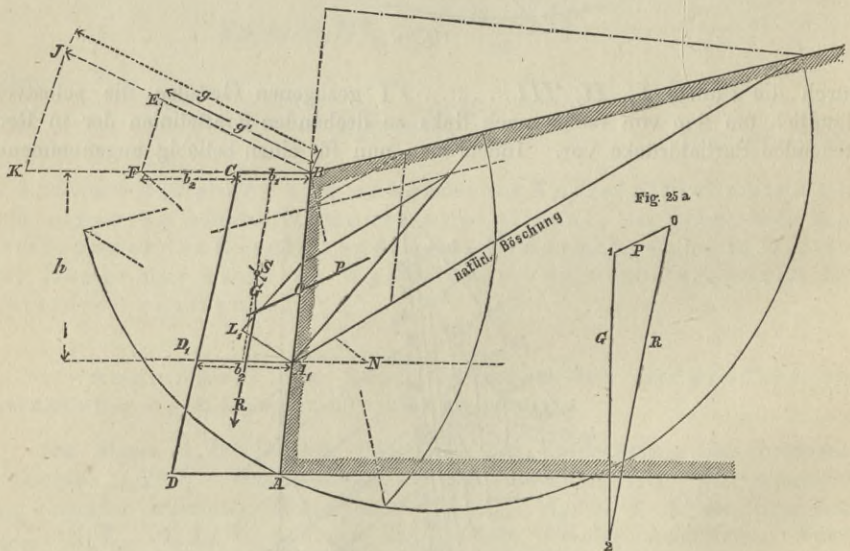


Fig. 25.

Fig. 25 a.

Gewichtes  $G$ , welches, wenn  $g$  das Gewicht der Cubikeinheit Mauerwerk, gegeben ist durch:

$$G = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h \cdot g.$$

Ihrer Lage nach wirkt letztere Kraft in der Verticalen, welche durch den Schwerpunkt  $S$  des Trapezes  $A_1BCD_1$  gelegt ist. Diesen erhält man,



wenn man auf der verlängerten Geraden  $A_1D_1$  von  $A$  aus rechts den Längenabschnitt  $b_1$  und auf der verlängerten Linie  $BC$  von  $C$  aus links  $b_2$  aufträgt, als Durchschnittspunct der so bestimmten Geraden  $FN$  mit der Halbierungslinie der Strecken  $AD$  und  $BC$ .

Um die beiden Kräfte  $P$  und  $G$  als Längen im gleichen Kräftemassstab zu erhalten, verwandelt man das Mauerprisma  $ABCD$  in ein gleich schweres und gleich hohes Erdprisma, dessen Basis demnach in demselben Verhältniss an Grösse die Länge  $\frac{BF}{2} = \frac{b_1 + b_2}{2}$  übertreffen wird, in welchem  $g$  grösser ist als  $g'$ .

Man trägt daher auf einer beliebigen durch  $B$  gehenden Geraden  $BJ = g$  und  $BE = g'$  auf, zieht  $EF$ , sodann  $JK$  parallel zu  $EF$ , so ist  $BK$  die gesuchte Basis und für  $G$  besteht der Werth

$$G = \frac{\overline{KB} \cdot h}{2} \cdot g'.$$

Wäre nun  $A_1B$  gleich  $h$ , so würden die Längenabschnitte  $A_1L_1$  und  $BK$  in dem nämlichen bekannten Kräftemassstab Erddruck  $P$  und Gewicht  $G$  des Mauerprismas repräsentiren. Da Dies im Allgemeinen nicht der Fall ist, so hat man in allen denjenigen Fällen, in welchen ein erheblicher Längenunterschied zwischen der Höhe des Mauerprismas und der Länge der hinteren Wandfläche besteht, eine besondere Reduction von  $A_1L_1$  auf die Doppelbasis  $h$  vorzunehmen. Wenn aber, wie im vorliegenden Fall, die hintere Wandfläche der Stützmauer nur eine geringe Abweichung von der Verticalen besitzt, so kann genau genug  $A_1B$  gleich  $h$  gesetzt und angenommen werden, die Längen  $A_1L_1$  und  $BK$  seien den Werthen von  $P$  und  $G$  proportional. Indem man sodann im Kräfedreieck (Fig. 25 a)  $P = \overline{A_1L_1} = 01$  und  $G = \overline{BK} = 12$  zu ihrer Mittelkraft  $02$  vereinigt und durch den Schnitt der Kraftlinien von  $P$  und  $G$  (Fig. 25) eine Parallele zu  $02$  zieht, erhält man die Resultirende  $R$  der auf das Mauerfragment  $ABCD$  thätigen äusseren Kräfte nach Grösse, Richtung und Lage.

Soll das betrachtete Mauerprisma unter Einwirkung der in Rede stehenden Resultirenden keine Veränderung nach Lage und Form erleiden, so müssen die oben entwickelten Bedingungen erfüllt werden: Der Winkel der Resultirenden mit der Normalen zu  $A_1D_1$  muss kleiner sein als der Reibungswinkel des Mauerwerks, der Schnittpunct von  $R$  mit derselben Fuge muss innerhalb des mittleren Dritttheils der Mauerstärke liegen und die Pressung pro Quadrat-einheit darf die grösstzulässige nicht überschreiten.

Als Beispiel wurden in Taf. 1 die Stabilitätsuntersuchungen zweier Stützmauern beigelegt, von welchen die eine (Fig. 1) zum Abschluss einer unbelasteten Terrinauffüllung dient, während die andere (Fig. 2) den Seitendruck eines belasteten Erdkörpers aufzunehmen hat. Beide Stützmauern wurden durch die angenommenen Fugenebenen  $A_1D_1$ ,  $A_2D_2$ ,  $A_3D_3$  und  $A_4D_4$  (Fig. 1 und 2) in fünf gleiche Theile getheilt und wie oben die Resultirenden  $R_1, R_2 \dots R_5$  der äusseren Kräfte der Reihe nach für die Mauerfragmente  $A_1BCD_1, A_2BCD_2 \dots A_5BCD_5$  bestimmt. Die Gewichte dieser Mauerstücke sind ausgedrückt durch die Längen  $BK_1 = 01'$ ,  $BK_2 = 02' \dots BK_5 = 05'$ , die auf dieselben resultirenden Erddrücke durch die Längen  $A_1L_1 = 01$ ,  $A_2L_2 = 02 \dots A_5L_5 = 05$  (Fig. 1 und 1a, Fig. 2, 2a

und 2b). Die Kraftlinien  $P_1, P_2 \dots P_5$  der Erddrücke auf die Mauerfragmente  $A_1BCD_1, A_2BCD_2 \dots A_5BCD_5$  erhält man in Geraden, welche mit den Normalen zu den hinteren Wandflächen der Stützmauern den Reibungswinkel  $\varphi$  bilden; die Schnittpunkte  $O_1, O_2 \dots O_5$  derselben mit  $A_5B$  liegen bei dem in Fig. 1 behandelten Falle je in  $\frac{1}{3}$  der Höhe der genannten Mauerfragmente, für die belastete Stützmauer dagegen sind sie mit Hülfe eines besonderen Kräfte- und Seilpolygons (Fig. 2a) zu bestimmen, zu welchem Zweck eine vorherige Reduction der in Rede stehenden Kräfte auf gleichen Massstab erforderlich ist. In beiden Fällen ergeben sich jetzt, nachdem Gewichte und Erddrücke für die aufeinanderfolgenden Mauertheile nach Grösse, Richtung und Angriffsort bestimmt sind, die Resultirenden  $R_1, R_2 \dots R_5$  ebenfalls nach Grösse und Richtung als Längen  $11', 22' \dots 55'$  (Fig. 1a und Fig. 2b), ihrer wirklichen Lage nach aber in den Geraden  $1I, 2II \dots 5V$  (Fig. 1 und 2). Die Verbindungslinien der Schnittpunkte  $I, II \dots V$  der Letzteren mit den zugehörigen Lagerfugen sind die Stützlilien der beiden Mauern.

# Zweiter Abschnitt.

## Statik der Gewölbe.

### § 1.

#### Theorie der Mitteldrucklinie.

Ein Cylindergewölbe mit horizontaler Axe und der zur Stirnebene senkrechten Länge = 1 sei durch verticale, symmetrisch zum Gewölbescheitel vertheilte Lasten beansprucht. Man denke dieselben durch eine dem Gewölbemauerwerk homogene, oben nach  $mnm'$  (Fig. 26) begrenzte Masse ersetzt, so dass die gesammte Belastung des Gewölbes einschliesslich des Eigengewichtes durch die von Leibungslinie  $ada'$  und von der Linie  $mnm'$  eingeschlossene Fläche, Belastungsfläche genannt, dargestellt ist.

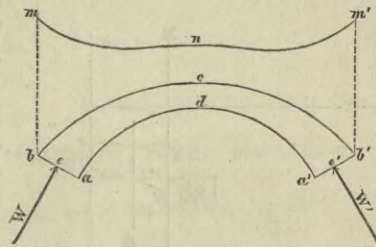


Fig. 26.

Man entferne nun die beiden Widerlager des Gewölbes und denke, nachdem man den Gleichgewichtszustand durch die an den Kämpferfugen  $ab$  und  $a'b'$  wirksamen Widerlagerreactionen  $W$  und  $W'$  hergestellt, den Bogen in der Mitte lothrecht durchschnitten, die rechts von der Schnittebene gelegene Gewölbehälfte weggenommen, deren Wirksamkeit aber durch eine an der Schnittfläche angebrachte Kraft  $H$  (Fig. 27) ersetzt.

Dabei sind die Schnittpunkte  $e$  und  $i$  der beiden Resultirenden  $W$  und  $H$  mit den zugehörigen Fugenflächen vorläufig noch unbestimmt. Soll das System von ebenen an der Gewölbehälfte  $abcd$  wirkenden Kräften sich im Gleichgewichte befinden, so müssen die Bedingungsgleichungen erfüllt werden:

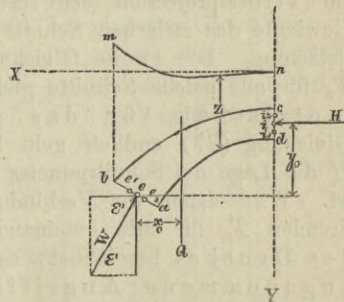


Fig. 27.

$$\begin{aligned}
 W \sin \epsilon' &= Q \quad \dots \dots \dots (22) \\
 W \cos \epsilon' &= H \quad \dots \dots \dots (23) \\
 H \cdot y_0 &= Q x_0 \quad \dots \dots \dots (24),
 \end{aligned}$$

wobei  $\epsilon'$  den Winkel von  $W$  mit der Horizontalen,  $Q$  das Gewicht des halben Gewölbes sammt Belastung, ferner  $y_0$  und  $x_0$  die Hebelarme der Kräfte  $H$  und  $Q$  bezüglich des als Drehpunct angenommenen Schnittpunctes  $e$  von Widerlagerreaction und Kämpferfuge bezeichnen.

Man erkennt, dass, weil bei symmetrischer Belastung des Gewölbes die Kräfte  $Q$  und  $W \sin \epsilon'$  ein Gegenpaar bilden, auch  $H$  gleich und entgegengesetzt der Horizontalprojection der Widerlagerreaction ist, mithin der resultirende Gewölbedruck im Scheitel als horizontale Kraft (*Horizontalschub*) auftritt. Der Werth dieses Horizontalschubes ist nach Gl. (24) abhängig von der Lage der Punkte  $e$  und  $i$ . Derselbe wird mit Rücksicht auf die für letztere festgesetzten Grenzen sein Maximum erreichen, wenn der Angriffsort der Widerlagerreaction (kurzweg Drehpunct des Gewölbes genannt) mit der Grenze  $e_1$  des oberen Drittels der Kämpferfuge zusammenfällt und  $H$  die Scheitelfuge an der Grenze  $i_1$  des unteren Drittels der Länge derselben schneidet. Dagegen wird der Horizontalschub seinen kleinsten Werth erhalten, wenn der Drehpunct an der unteren Grenze  $e_2$  und der Angriffspunct von  $H$  an der oberen Grenze  $i_2$  der mittleren Drittheile der zugehörigen Fugen sich befinden. —

Man denke nun von der betrachteten Gewölbehälfte durch die verticale Schnittebene  $MN$  (Fig. 28) ein weiteres Fragment  $m'a'dn$  getrennt und durch

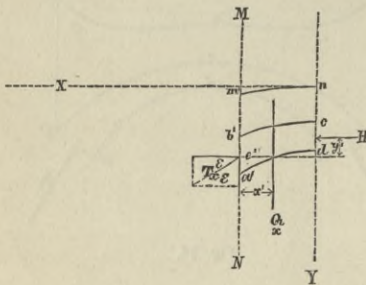


Fig. 28.

Anbringen der Resultirenden  $T_x$  in's freie Gleichgewicht gebracht. Bezeichnet dann  $\epsilon$  den Neigungswinkel von  $T_x$  gegen den Horizont,  $Q_x$  das Gewicht des Gewölbe-fragmentes incl. Belastung, ferner  $y'$  und  $x'$  die Hebelarme von  $H$  und  $Q_x$  bezüglich des Schnittpunctes  $e'$  von  $T_x$  mit  $a'b'$ , so bestehen die Gleichgewichtsbedingungen:

$$T_x \sin \epsilon = Q_x \quad . \quad . \quad (25)$$

$$T_x \cos \epsilon = H \quad . \quad . \quad (26)$$

$$H y' = Q_x x' \quad . \quad (27).$$

Aus der ersten dieser Gleichungen ist ersichtlich, dass für jeden lothrechten Schnitt die Verticalprojection des resultirenden Gewölbedruckes  $T_x$  gleich ist dem Gewichte des zwischen Schnitt und Scheitel befindlichen Gewölbetheiles sammt Belastung. Die zweite Gleichung zeigt, dass die Horizontalcomponenten von  $T_x$  für alle solche Schnitte gleich und gleich  $H$  sind, mithin der Horizontalschub für das ganze Gewölbe constant ist. Aus Gleichung (27) endlich geht hervor, dass für einen bestimmten Werth von  $H$  die Lage des Schnittpunctes  $e'$  von  $T_x$  mit  $a'b'$  eine vollständig bestimmte ist. Wird daher die Verbindungslinie der Angriffspuncte sämmtlicher Resultirenden  $T_x$  für alle aufeinander folgende Verticalschnitte als *Mittellinie* des Druckes bezeichnet, so ergibt sich daraus der Satz: Für je zwei angenommene Angriffspuncte  $e$  und  $i$  von Widerlagerreaction und Horizontalschub oder für einen und denselben Werth des Letzteren ist nur eine *Mitteldrucklinie* möglich.

Durch Division der Gleichungen (25) und (26) erhält man die Gleichung der *Mitteldrucklinie*

$$\operatorname{tang} \varepsilon = \frac{Q_x}{H} \dots \dots \dots (28).$$

Wenn  $z$  für jeden beliebigen Verticalschnitt die lothrechte Höhe der Belastungsfläche und  $g$  das der Quadrateinheit der letzteren entsprechende Gewicht bezeichnet, so nimmt dieselbe, bezogen auf ein rechtwinkliges Axensystem, dessen  $Y$ -Axe mit der Scheitelverticalen zusammenfällt (Fig. 27), die Form an:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{H} g \int_0^x z dx \dots \dots \dots (29),$$

woraus man durch Differentiation erhält:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = g \frac{z}{H} \dots \dots \dots (30).$$

Diese Gleichung enthält ganz allgemein das Gesetz der Abhängigkeit der Mitteldrucklinie von der Belastung\*). Aus ihr kann für jeden gegebenen Fall der zwischen Belastung und Form der Drucklinie bestehende Zusammenhang entwickelt werden. Will man diesen Zusammenhang durch den Krümmungsradius  $r$  der Mitteldrucklinie zur Darstellung bringen, so hat man in den bekannten Ausdruck

$$r = \frac{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

den aus Gleichung (30) für  $\frac{d^2y}{dx^2}$  sich ergebenden Werth einzuführen und erhält, wenn gleichzeitig  $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tang} \varepsilon$  gesetzt wird,

$$r = H \cdot \frac{\sec^3 \varepsilon}{g z} \dots \dots \dots (31).$$

Hiebei bezeichnet selbstverständlich  $\varepsilon$  zugleich auch den Winkel, den der Krümmungsradius mit der Verticalen bildet.

Setzt man  $\varepsilon = 0$  und nennt man die Belastungshöhe im Scheitel  $z_0$ , den Krümmungsradius daselbst aber  $r_0$ , so ergibt sich die einfache Gleichung:

$$H = g r_0 z_0 \dots \dots \dots (32),$$

d. h. der Horizontalschub ist proportional dem Producte aus Krümmungsradius und Belastungshöhe im Scheitel.

## § 2.

### Schlusssteinhöhe und Bogenstärke.

Bezeichnen:

- $h$  die Höhe des Schlusssteines, d. i. die Bogenstärke im Scheitel,
- $\beta$  die grösstzulässige Pressung des Wölbsteinmaterials pro Flächeneinheit,
- $g$  das Gewicht der Cubikeinheit dieses Materials,

\*) S. Schwedler, zur Theorie der Gewölbe, Zeitschr. f. Bauwesen 1859.

$z_0$  die Belastungshöhe im Scheitel,

$r_0$  den Krümmungsradius der Mitteldrucklinie im Scheitel,

$r$  den Krümmungsradius der inneren Wölblinie im Scheitel,

so bestehen die Gleichungen:

a) bei gleichmässiger Druckvertheilung im Gewölbe, wenn  $H$  die Scheitelverticale in der halben Höhe des Schlusssteines schneidet:

$$H = h\beta,$$

oder nach Gleichung (32)

$$h = \frac{g r_0 z_0}{\beta} \dots \dots \dots (33)$$

und wenn die nicht streng richtige Annahme gemacht wird, dass die Mitteldrucklinie im Scheitel der Leibungslinie concentrisch sei, so dass  $r_0 = r + \frac{h}{2}$

$$h = \frac{2 g r z_0}{2\beta - g z_0} \dots \dots \dots (34);$$

b) bei ungünstigst zulässiger Druckvertheilung, wenn  $H$  die Scheitelfuge beispielsweise an der unteren Grenze des mittleren Dritttheils der Schlusssteinhöhe schneidet, so dass  $r_0 = r + \frac{h}{3}$

$$h = \frac{2 g r_0 z_0}{\beta} \dots \dots \dots (33')$$

oder

$$h = \frac{6 g r z_0}{3\beta - 2 g z_0} \dots \dots \dots (34').$$

Die Gleichungen (34) und (34'), deren man sich für die Bestimmung der Schlusssteinhöhe zweckmässig bedient, wenn die Belastung des Gewölbes in darüber befindlichem Mauerwerk besteht, in welchem Falle  $z_0$  die Constructionsdicke, d. i. den Abstand der Oberfläche der Uebermauerung vom Scheitel der inneren Wölblinie vorstellt, bedürfen einer Umformung, wenn die Belastung zusammengesetzt ist aus Erdauffüllung vom Gewichte  $g'$  der Cubikeinheit und aus einer zufälligen Last  $w$  per Quadrateinheit. Dann ist, wenn mit  $d$  die als bekannt vorausgesetzte Constructionsdicke im Scheitel bezeichnet wird, an die Stelle von  $z_0 g$  der obigen Gleichungen der Ausdruck  $g h + g' (d - h) + w$  zu setzen und Gleichung (33) geht über in:

$$h\beta = (g h + g' (d - h) + w) \left( r + \frac{h}{2} \right),$$

oder:

$$h^2 (g - g') + h \left[ 2r (g - g') + g' d + w - 2\beta \right] + 2r (g' d + w) = 0,$$

Gleichung (33') aber in:

$$h\beta = 2 (g h + g' (d - h) + w) \left( r + \frac{h}{3} \right),$$

oder:

$$h^2 (g - g') + h \left[ 3r (g - g') + g' d + w - \frac{3}{2} \beta \right] + 3r (g' d + w) = 0 \dots (35'),$$

aus welchen Gleichungen die Schlusssteinhöhen den angenommenen Verhältnissen entsprechend berechnet werden können.

Setzt man näherungsweise  $g = g'$ , so erhält man nach Gleichung (35)

$$h = \frac{2r(gd + w)}{2\beta - (gd + w)}$$

und nach Gleichung (35')

$$h = \frac{6r(gd + w)}{3\beta - 2(gd + w)},$$

und die hiebei gemachte Vernachlässigung kann theilweise wieder dadurch ausgeglichen werden, dass man  $g_0 = \frac{g + g'}{2}$  einführt und somit setzt:

$$h = \frac{2r(g_0 d + w)}{2\beta - (g_0 d + w)} \dots \dots \dots (36)^*$$

beziehungsweise

$$h = \frac{6r(g_0 d + w)}{3\beta - 2(g_0 d + w)} \dots \dots \dots (36').$$

Was die Bestimmung der Wölbstärke zwischen Scheitel und Widerlager anlangt, so ist nach Gleichung (26) der Tangentialdruck  $T_x$  für irgend ein den Neigungswinkel  $\epsilon$  mit dem Horizont einschliessendes Element der Mitteldrucklinie

$$T_x = \frac{H}{\cos \epsilon}.$$

Bezeichnet nun  $h'$  die Länge einer an derselben Stelle befindlichen normal zur Drucklinie angeordneten Lagerfuge, so ist

$$T_x = h' \beta,$$

und weil

$$H = h \beta,$$

so ergibt sich

$$h' \cos \epsilon = h \dots \dots \dots (37),$$

d. h. die Verticalprojectionen sämtlicher normal zur Drucklinie angeordneten Lagerfugen eines Gewölbes von gleicher Widerstandsfähigkeit sollen gleich der Schlusssteinhöhe sein.

Häufig und besonders wenn ein Bogen weder Füllmaterial noch sonstige Belastung aufzunehmen hat ( $z_0 = h$ ), wird die Gewölbstärke in der Weise bestimmt, dass man zuerst für passend erscheinende Dimensionen von Schlusssteinhöhe und übriger Bogenstärke, Drucklinie und Horizontalschub nach dem weiter unten in § 5 gezeigten Verfahren ermittelt und sich auf Grund der dadurch gewonnenen Resultate von der Zulässigkeit der gemachten Annahmen überzeugt.

### § 3.

#### Belastung eines Gewölbes von gegebener Mitteldrucklinie.

Ein Gewölbe besitzt um so grössere Stabilität, je gleichmässiger sich für alle Lagerfugen die Druckvertheilung gestaltet. Desswegen wird als möglichst

\*) Siehe Bauernfeind's Vorlegeblätter zur Brückenbaukunde.

vollkommene Construction diejenige zu bezeichnen sein, bei welcher Mittellinie des Drucks und Bogenmittellinie zusammenfallen.

Ogleich sich nun die Beantwortung der Frage, welche Lage die Mitteldrucklinie eines Gewölbes nach erfolgter Ausrüstung wirklich einnimmt, der bestimmten Beantwortung entzieht, so unterliegt es doch keinem Zweifel, dass eine gleichmässige Druckvertheilung nur in jenem gewölbten Bogen auftreten kann, in welchem die hiezu nothwendigen statischen Bedingungen gegeben sind. Es soll desswegen zunächst an einigen Beispielen gezeigt werden, wie die einer gegebenen Mitteldrucklinie (diese steht als Bogenmittellinie in gewisser bekannter Beziehung zur inneren Wölblinie) zugehörige Belastung zu bestimmen ist.

### A. Kreisförmige Drucklinie.

Wenn  $r_0$  den constanten Halbmesser der Mitteldrucklinie bezeichnet, so ergibt sich nach Gleichung (31)

$$z = \frac{H \sec^3 \varepsilon}{g r_0}$$

und nach Einführung des aus Gleichung (32) resultirenden Werthes für  $H$

$$z = z_0 \sec^3 \varepsilon \dots \dots \dots (38)$$

oder

$$z = z_0 \frac{r_0^3}{\sqrt{(r_0^2 - x^2)^3}} \dots \dots \dots (39)$$

Aus welcher letzterer Gleichung bei bekannter Scheitelbelastung die jeder angenommenen Entfernung  $x$  vom Scheitel entsprechende Belastungshöhe berechnet werden kann. Bei halbkreisförmigem Gewölbe wird für  $\varepsilon = 90^\circ$  oder  $x = r_0$  der Werth von  $z$  unendlich gross, woraus hervorgeht, dass diejenige Belastung, welche die Mitteldrucklinie zu einem vollen Halbkreis gestalten würde, in Wirklichkeit nicht hergestellt werden kann. Es erscheint somit vortheilhaft, die kreisförmigen Gewölbe nur bis zu demjenigen Werthe von  $x$  fortzusetzen, für den sich das in Rede stehende Belastungsgesetz erfüllen lässt, die übrigen Gewölbetheile aber als zum Widerlager gehörig zu betrachten und dementsprechend auszuführen.

### Graphische Lösung.

Man denke die zwischen Kämpfer und Scheitel der gegebenen Mitteldrucklinie  $ei$  (Fig. 29) befindliche Belastungsfläche durch gleichweit von einander entfernte Lothlinien  $IP$ ,  $IIIP$  . . .  $VI VP$  in Lamellen oder Streifen von gleicher Breite  $b$  getheilt, in deren Mittel- oder Schwerlinien die von ihnen repräsentirten Belastungen als concentrirt wirkend betrachtet werden können. Nachdem man sodann auf Grund der gegebenen Belastungshöhe  $z_0 = in$  im Scheitel und entsprechend dem durch die Lamelleneintheilung festgesetzten Kräftemassstab den Horizontalschub

$$H = \frac{g \cdot z_0 \cdot r_0}{b}$$

berechnet, trägt man denselben als Länge  $O0$  im Kräftepolygon (Fig. 29a) auf und zieht durch  $O$  parallele Strahlen zu solchen Geraden, welche in den Schnittpunkten  $I$ ,  $II$ ,  $III$  u. s. f. der Lamellengrenzen mit der Drucklinie an



letzterer tangiren. Die genannten Strahlen schneiden auf der durch 0 gelegten Verticalen die Stücke 01, 12, 23 u. s. f. ab, welche, da für jeden der Punkte I, II, III u. s. f. die Bedingung  $\text{tang } \varepsilon = \frac{Q_x}{H}$  erfüllt wird, den Gewichten der einzelnen Lamellen proportional sind. Trägt man die erhaltenen Abschnitte von den Punkten  $h_1, h_2, h_3$  u. s. f. an den betreffenden Schwerlinien auf, so ergibt sich die der gegebenen Drucklinie und Scheitelbelastung zugehörige Belastungsfläche.

Einfacher gestaltet sich das Verfahren, wenn man, statt das Kräftepolygon Fig. 29a besonders zu zeichnen, dasselbe mit Fig. 29 in der Weise verbindet, dass man den Horizontalschub  $00$  von  $c$  aus gleich  $ca$  aufträgt und durch  $a$

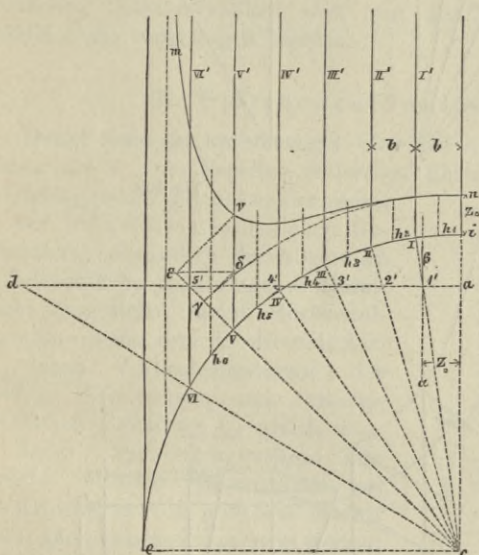


Fig. 29.

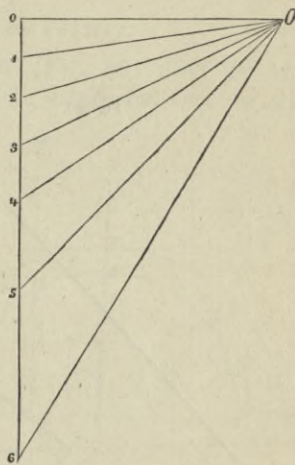


Fig. 29 a.

die Horizontale  $ad$  zieht. Die Längenabschnitte  $a1', 1'2', 2'3'$  u. s. f. sind dann, wie leicht einzusehen, gleich den Lamellengewichten. Da  $a1'$  gleich  $in$ , so kann die anfänglich auf rechnerischem Wege vorgenommene Bestimmung des Horizontalschubes leicht dadurch controlirt werden, dass man den Schnittpunkt  $1'$  einer zur Scheitelverticalen parallelen und um die Länge  $ni$  von derselben abstehenden Geraden  $\alpha\beta$  mit  $cI$  bestimmt und durch  $1'$  die Horizontale  $ad$  zieht, dann ist  $ac = H$ .

Eine andere Methode der Bestimmung der Belastungsfläche bei gegebener Scheitelbelastung liefert die geometrische Uebersetzung der Gleich. (39): Man beschreibt mit dem Radius  $r_0 + z_0$  einen der Mitteldrucklinie concentrischen Kreis und zieht, um die einer beliebigen Verticalen  $VV'$  (Fig. 29) entsprechende Belastungshöhe zu bestimmen,  $\gamma\delta$  senkrecht zu  $V\gamma$ ,  $\delta\varepsilon$  senkrecht zu  $\delta V$  und  $\varepsilon\nu$  senkrecht zu  $\varepsilon V$ , so ist  $V\nu$  die gesuchte Höhe der Belastungsfläche.

Wenn statt der Belastungshöhe im Scheitel die gesammte Belastung  $Q$  des Bogens vom Scheitel bis zum Kämpfer bekannt ist und gesucht diejenige

Art der Vertheilung der Last, welche einer gegebenen Mitteldrucklinie  $ci$  (Fig. 30) entspricht, so trägt man  $Q$  als Länge  $06$  an der Verticalen des

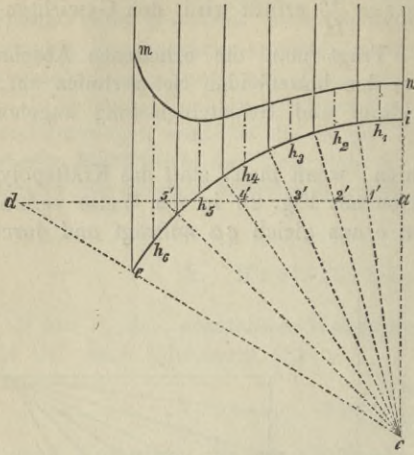


Fig. 30.

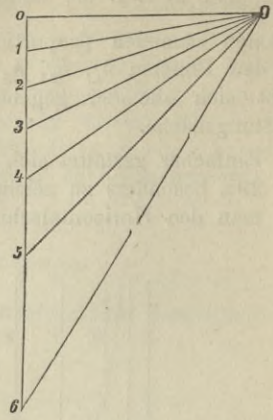


Fig. 30a.

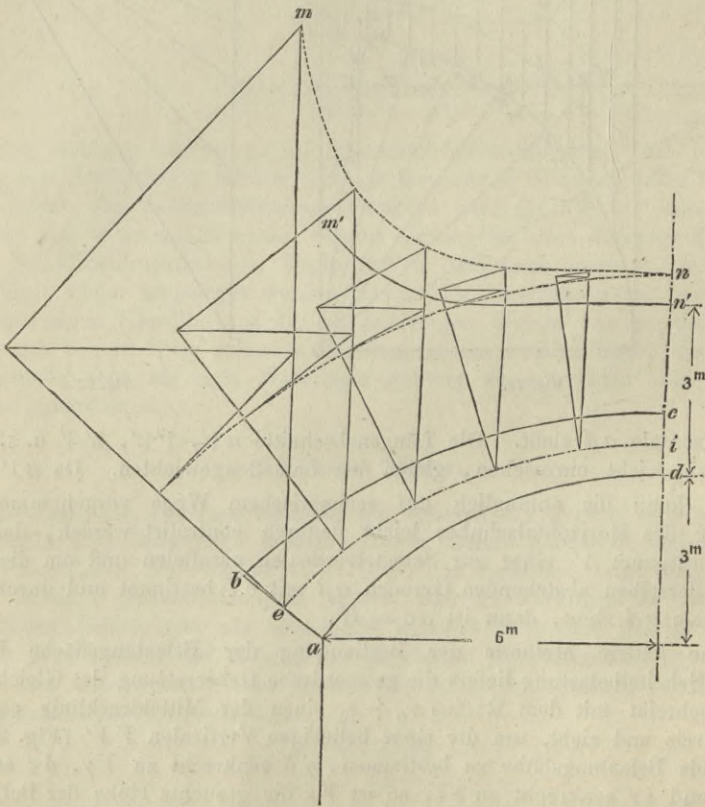


Fig. 31.

Kräftepolygons (Fig. 30a) auf, zieht durch 6 eine Parallele  $6O$  zur Tangente an der Drucklinie im Kämpferpunkte  $e$  und erhält dadurch den Horizontal-

schub  $H = 00$ , nach dessen Ermittlung die Bestimmung der Belastungsfläche ganz nach oben vorgenommen wird.

Beispiel: Für einen Bogen, dessen innere kreissegmentförmige Wölblinie 12 m Spannweite und 3 m Pfeilhöhe erhalten soll, und dessen auf Mauerwerk reducirte Belastungshöhe im Scheitel 3 m beträgt (Fig. 31), ist diejenige Art der Lastvertheilung zu bestimmen, welche ein Zusammenfallen der Drucklinie mit der Bogenmittellinie zur Folge haben wird.

Man bestimmt nach Gleichungen (34) und (37) die Wölbstärke im Scheitel und Kämpfer und zeichnet die Bogenmittellinie  $ei$ . Sodann trägt man die gegebene Belastungshöhe im Scheitel von  $i$  aus gleich  $in$  auf und bestimmt die zugehörige Belastungsfläche  $inme$ . Die obere Begrenzung  $n'm'$  der wirklichen Belastungsfläche ergibt sich dann, wenn die an jeder Stelle gefundenen Belastungshöhen statt von der Bogenmittellinie von der inneren Wölblinie aus aufgetragen werden.

### B. Spitzbogenförmige Drucklinie.

Denkt man ein kreisförmiges Gewölbe  $abcb'a'$  (Fig. 32) nach der lothrechten um  $x$  vom Scheitel entfernten Ebene  $MN$  durchschnitten, so wird das Gleichgewicht des links oder rechts von der Schnittebene befindlichen Gewölbetheils bekanntlich durch eine an der Schnittfläche anzubringende Resultirende hergestellt, deren Horizontalprojection gleich dem Horizontalschub und deren Verticalcomponente der zwischen Schnittebene und Scheitelbefindlichen Belastung  $Q_x$  gleich ist.

Jedes Spitzbogengewölbe nun  $abmb''a''$ , dessen Leibungslinie aus zwei Kreisbögen von gleichem Radius besteht, kann entstanden gedacht werden durch Zusammensetzung zweier zu  $MN$  symmetrischer Gewölbeabschnitte  $abmk$

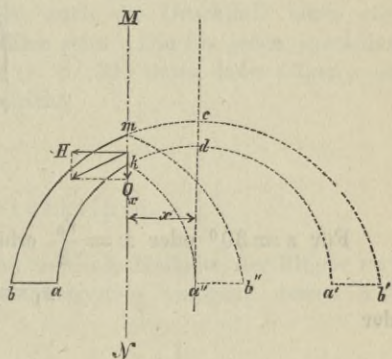


Fig. 32.

und  $a''b''mk$ , und es ist klar, dass zur Herstellung einer Drucklinie, welche Bogenmittellinie ist, im Scheitel des Spitzbogens eine concentrirte Belastung  $2Q_x$  nothwendig wird.

Bezeichnet daher  $l$  die Spannweite einer spitzbogenförmigen Mitteldrucklinie (Fig. 33) und  $r_0$  den Radius der beiden Kreise  $ei$  und  $e'i'$ , welcher hier gleich  $l$  angenommen worden ist, so gelten die Gleichungen (38) und (39) der Belastungslinie offenbar nur für das zwischen Kämpfer  $e$  und Scheitel  $i'$  des Spitzbogens befindliche Bogenstück des vollen Kreises, oder, da Dreieck  $ei'e'$  ein gleichseitiges ist, zwischen den Grenzen  $\varepsilon = 30^\circ$  bis  $\varepsilon = 90^\circ$ , beziehungsweise  $x = \frac{r_0}{2}$  bis  $x = r_0$ , bei gleichzeitiger Voraussetzung, dass im Scheitel des Spitzbogens eine concentrirte Kraft

$$2Q_x = 2g \int_0^{\frac{r_0}{2}} z dx = 2gz_0 \int_0^{\frac{r_0}{2}} \frac{r_0^3}{\sqrt{(r_0^2 - x^2)^3}} dx$$

wirke.

Wenn die Höhe  $z_1$  der stetigen Belastung im Scheitel  $i'$  gegeben ist, so lässt sich hieraus die dem voll gedachten Bogen zukommende Scheitelbelastungshöhe  $z_0$  berechnen.

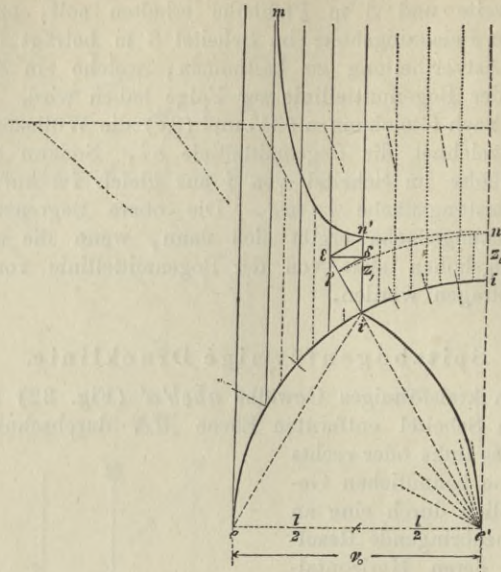


Fig. 33.

Für  $\epsilon = 30^\circ$  oder  $x = \frac{r_0}{2}$  erhält man nämlich

$$z_1 = z_0 \sec^3 30^\circ$$

oder

$$z_1 = z_0 \cdot \frac{8}{\sqrt{27}},$$

also

$$z_0 = 0,65 z_1 \quad \dots \quad (40),$$

woraus sich der Horizontalschub

$$H = 0,65 g r_0 z_1 \quad \dots \quad (41)$$

und die zwischen den erwähnten Grenzen gültigen Gleichungen

$$z = 0,65 z_1 \sec^3 \epsilon_1 \quad \dots \quad (42)$$

oder

$$z = 0,65 z_1 \frac{r_0^3}{\sqrt{(r_0^2 - x^2)^3}} \quad \dots \quad (43)$$

ergeben, mittels derer die einer gegebenen spitzbogenförmigen Drucklinie zugehörige Belastungsfläche bestimmt werden kann.

### Graphische Lösung.

Bei gegebener Belastungshöhe  $z_1 = i'n'$  (Fig. 32) ziehe man  $n'\epsilon$  senkrecht zu  $e'i'$ , ferner  $\epsilon\delta$  senkrecht zu  $n'i'$  und  $\delta\gamma$  senkrecht zu  $i'\epsilon$ , so ist  $i'\gamma$  gleich der Belastungshöhe  $z_0$  im Scheitel, welche dem zum vollen Halb-

kreis ergänzten Bogenstück entspricht. Mit der so gefundenen Länge  $z_0$  construirt man nach dem sub A) gezeigten Verfahren die Belastungslinie  $nn'm$  und erhält in der Fläche  $e'i'n'm$  die Belastung des Spitzbogengewölbes, in der doppelten Fläche  $i'n'ni$  aber die im Scheitel des Letzteren anzubringende concentrirte Kraft.

Auch beim Spitzbogen lässt sich, weil für  $\varepsilon = 90^\circ$   $z = \infty$  wird, die Bedingung nicht erfüllen, dass die Drucklinie innerhalb der Grenzen von  $d = 30^\circ$  bis  $d = 90^\circ$  mit der Mittellinie des Bogens zusammenfalle. Man wird daher zweckmässig den Bogen als solchen nur bis zu jener Stelle ausführen, für welche sich das Belastungsgesetz noch realisiren lässt, den übrigen Theil desselben aber zum Widerlager rechnen.

Da nach dem Vorstehenden die Bildung einer spitzbogenförmigen Drucklinie durch das Auftreten einer concentrirten Last im Scheitel bedingt ist, so ist die Anwendung des Spitzbogens nur dann als statisch gerechtfertigt zu betrachten, wenn concentrirte Scheitelbelastungen vorhanden sind, wie z. B. bei Gewölben, welche zur unmittelbaren Unterstützung von Balkenlagen, Mauerpfeilern etc. dienen.

Häufig wird diese Bogenform gewählt bei nicht concentrirter, sondern stetig vertheilter Belastung. Dann wird auch die Drucklinie einen stetigen Verlauf nehmen und nicht Bogenmittellinie sein. Die für jeden speciellen Fall vorzunehmende Stabilitätsuntersuchung (s. S. 59) muss dann zeigen, ob die gewählte Bogenform der Belastung entspricht.

### C. Elliptische Drucklinie.

Bezeichnen  $a$  und  $b$  die horizontale und verticale Halbaxe der Ellipse und wird dieselbe auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem bezogen, dessen An-

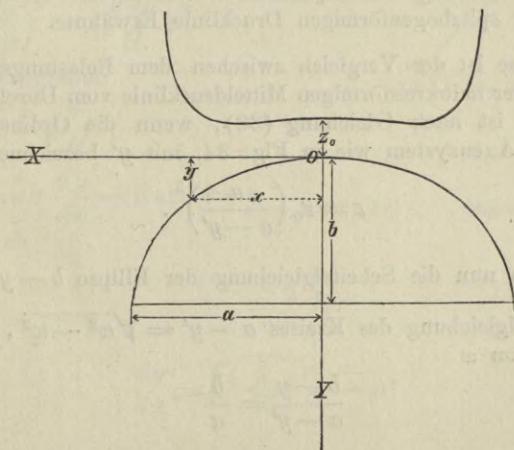


Fig. 34.

fangspunct mit dem Scheitel der Ellipse zusammenfällt (Fig. 34), so ist die Gleichung der elliptischen Drucklinie gegeben durch

$$b - y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2},$$

daher

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{ab}{(a^2 - x^2) \sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Wird dieser Werth in die allgemeine Gleichung (30) eingeführt, so gilt für den vorliegenden Fall das Belastungsgesetz:

$$z = \frac{abH}{g(a^2 - x^2) \sqrt{a^2 - x^2}}$$

oder

$$z = \frac{b^4 H}{g a^2 (b - y)^3} \dots \dots \dots (44),$$

mithin für den Scheitel, für welchen  $y = 0$  wird,

$$z_0 = \frac{bH}{g a^2},$$

woraus sich für den Horizontalschub der Ausdruck

$$H = \frac{a^2 z_0 g}{b} \dots \dots \dots (45)$$

ergibt.

Setzt man vorstehenden Werth in Gleichung (44) ein, so erhält man als einfachste Gleichung der Belastungcurve für die elliptische Drucklinie:

$$z = z_0 \left( \frac{b}{b - y} \right)^3 \dots \dots \dots (46).$$

Aus vorstehender Gleichung sowie aus Gleichung (44) erhält man für den Bogenanfang  $y = b$  die Belastungshöhe  $z = \infty$ , und es gilt deshalb auch bezüglich der Ausführung des elliptischen Gewölbes das bereits bei der kreisförmigen und der spitzbogenförmigen Drucklinie Erwähnte.

Von Interesse ist der Vergleich zwischen dem Belastungsgesetz der elliptischen mit dem der halbkreisförmigen Mitteldrucklinie vom Durchmesser gleich  $a$ . Für die Letztere ist nach Gleichung (38), wenn die Ordinaten des Kreises, bezogen auf ein Axensystem wie in Fig. 34, mit  $y'$  bezeichnet werden:

$$z = z_0 \left( \frac{a}{a - y'} \right)^3.$$

Dividirt man nun die Scheitelgleichung der Ellipse  $b - y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$

durch die Scheitelgleichung des Kreises  $a - y' = \sqrt{a^2 - x^2}$ , so wird für gleiche Werthe von  $x$

$$\frac{b - y}{a - y'} = \frac{b}{a}$$

oder

$$\frac{b}{b - y} = \frac{a}{a - y'}.$$

Für letzteren Werth gestaltet sich die Gleichung (46) um in:

$$z = z_0 \left( \frac{b}{b-y} \right)^3 = z_0 \left( \frac{a}{a-y'} \right)^3$$

und man erkennt, dass die Belastungshöhen der elliptischen und der kreisförmigen Drucklinie für gleiche Abscissen und bei gleicher Belastungshöhe im Scheitel dann übereinstimmen, wenn der Durchmesser des Kreises der horizontalen Ellipsenaxe gleich ist.

Es kann daher leicht die Belastungsfläche der elliptischen Drucklinie unter Zugrundelegung derjenigen des Kreises rechnerisch wie durch Zeichnung gefunden werden.

§ 4.

Form und Stärke eines Gewölbes von gegebener Belastung.

A. Die Belastung ist oben horizontal abgeglichen und besteht aus einem dem Gewölbemauerwerk an spezifischem Gewichte gleichen Material\*).

Wenn die halbe Spannweite  $s$ , Pfeilhöhe  $f$  und Belastungshöhe  $y_0$  der Drucklinie im Scheitel gegeben sind, so gilt für jeden Punkt  $e'$  derselben und mit Rücksicht auf die in Fig. 35 bezeichnete Lage des Axensystems die Gleichung:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = g \frac{y}{H}$$

Um diese Gleichung integrieren zu können, multiplicire man sie mit  $dy$

$$dy \frac{d^2y}{dx^2} = g \frac{y dy}{H}$$

und bringe letztere Gleichung auf die Form:

$$\frac{1}{2} d \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = g \frac{y dy}{H},$$

woraus durch Integration

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = g \frac{y^2}{H} + C.$$

Da für  $x = 0$   $\frac{dy}{dx} = 0$  und  $y = y_0$

ist, so ergibt sich

$$C = -g \frac{y_0^2}{H}$$

und

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{g}{H} \sqrt{y^2 - y_0^2}} \dots \dots \dots (47)$$

oder

$$dx = \sqrt{\frac{H}{g}} \frac{dy}{\sqrt{y^2 - y_0^2}}$$

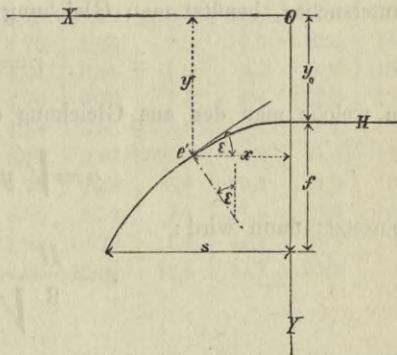


Fig. 35.

\* ) Siehe Schwedler, zur Theorie der Gewölbe, Zeitschrift für Bauwesen 1859.

Aus dieser Gleichung erhält man durch nochmalige Integration :

$$x = \sqrt{\frac{H}{g}} \log_{\text{nat}} (y + \sqrt{y^2 - y_0^2}) + C$$

und da

$$y = y_0 \text{ für } x = 0,$$

so ist

$$C = - \log_{\text{nat}} y_0 \sqrt{\frac{H}{g}},$$

daher

$$x = \sqrt{\frac{H}{g}} \log_{\text{nat}} \frac{y + \sqrt{y^2 - y_0^2}}{y_0} \dots \dots \dots (48).$$

Mittels vorstehender Gleichung kann die einer horizontalen Belastungs-  
 masse entsprechende Mitteldrucklinie gefunden werden, wenn zuvor  $H$  bestimmt  
 ist; der Horizontalschub aber ergibt sich durch Einführung der gegebenen  
 Coordinaten  $y_0 + f$  und  $s$  des Bogenanfanges  $e$  in Gleichung (48):

$$s = \sqrt{\frac{H}{g}} \log_{\text{nat}} \frac{y_0 + f + \sqrt{f^2 + 2fy_0}}{y_0} \dots \dots \dots (49)$$

und hat man dann die Mitteldrucklinie durch Abscissen und Ordinaten dar-  
 gestellt, so bestimmt sich hienach die Form und mit Rücksicht auf die Gleichungen

$$h = \frac{H}{\beta} \text{ und } h' = \frac{h}{\cos \varepsilon} \text{ auch die Stärke des Bogens.}$$

Um die Krümmungsverhältnisse einer solchen Mitteldrucklinie näher zu  
 untersuchen, benützt man Gleichung (31)

$$r = \frac{H \sec^3 \varepsilon}{g y},$$

in welche man den aus Gleichung (47) sich ergebenden Werth

$$y = \sqrt{y_0^2 + \frac{H}{g} \tan^2 \varepsilon}$$

einsetzt; dann wird:

$$r = \frac{H}{g} \frac{\sec^3 \varepsilon}{\sqrt{y_0^2 + \frac{H}{g} \tan^2 \varepsilon}}.$$

Für  $\varepsilon = 0$  ergibt sich der Krümmungsradius im Scheitel:

$$r_0 = \frac{H}{g y_0}$$

und wenn das constante Verhältniss  $\frac{r_0}{y_0}$  mit  $\delta$  bezeichnet wird

$$H = y_0^2 \delta g,$$

daher für diesen Werth von  $H$

$$r = y_0 \frac{\delta \sec^3 \varepsilon}{\sqrt{1 + \delta \tan^2 \varepsilon}} \dots \dots \dots (50).$$

Da nach vorstehender Gleichung  $r$  direct proportional der Belastungs-  
 höhe  $y_0$  im Scheitel ist, so werden alle Curven, für welche  $\delta$  sich gleich bleibt,



ähnlich sein. Man wird deswegen bei der Veranschaulichung der Curvenformen, welche unter verschiedenen Verhältnissen durch Gleichung (50) gegeben sind, die Constante  $y_0$  als Maasseinheit annehmen und nur die durch die Verschiedenheit in den Werthen von  $\delta$  hervorgerufenen Veränderungen untersuchen. Diesem Zweck dient die nachfolgende Tabelle, welche für eine Reihe angenommener Werthe  $\frac{r_0}{y_0}$  die Krümmungsradien der zugehörigen Drucklinien für je 5 zu 5 Grad ergibt. In lothrechten Columnen unter einander stehen die zu einer Mitteldrucklinie gehörigen Radien, deren oberster, wie leicht einzusehen, gleich  $\delta$  ist. Man erkennt, dass innerhalb der Grenzen  $\varepsilon=0$  und  $\varepsilon=40^\circ$  die Zahlenwerthe der einzelnen verticalen Rubriken wenig von einander verschieden sind, und dass namentlich für  $\delta=0,1$  bis  $\delta=8$  so geringe Differenzen in den aufeinander folgenden Stadien je einer Drucklinie auftreten, dass man die zugehörigen Curven innerhalb der bezeichneten Grenzen als Kreisbögen construiren kann.

Krümmungsradien von Mitteldrucklinien mit horizontal abgeglicherer homogener Belastung.

$\delta = \frac{r_0}{y_0}$	0,1	0,5	1	3	5	8	10	15	20	25
	Krümmungsradius $r$									
$\varepsilon = 0$	0,1	0,50	1,00	3,00	5,00	8,00	10,0	15,0	20,0	25,0
$\varepsilon = 5^\circ$	0,1	0,51	1,01	3,01	4,96	7,84	9,7	14,3	18,7	23,2
$\varepsilon = 10^\circ$	0,1	0,52	1,03	3,02	4,89	7,51	9,1	13,1	16,6	19,8
$\varepsilon = 15^\circ$	0,11	0,55	1,07	3,04	4,78	7,10	8,5	11,6	14,4	16,7
$\varepsilon = 20^\circ$	0,12	0,58	1,14	3,06	4,70	6,68	7,9	10,5	12,6	14,6
$\varepsilon = 25^\circ$	0,13	0,64	1,22	3,13	4,64	6,48	7,5	9,7	11,6	13,4
$\varepsilon = 30^\circ$	0,15	0,71	1,34	3,27	4,70	6,42	7,4	9,4	11,1	12,5
$\varepsilon = 35^\circ$	0,18	0,82	1,41	3,47	4,84	6,55	7,5	9,4	11,1	12,6
$\varepsilon = 40^\circ$	0,21	0,96	1,69	3,75	5,19	6,87	7,8	9,8	11,4	12,8
$\varepsilon = 45^\circ$	0,27	1,15	1,99	4,22	5,70	7,48	8,9	10,5	12,2	13,8
$\varepsilon = 50^\circ$	0,35	1,43	2,40	4,89	6,56	8,55	9,3	11,9	13,8	15,5
$\varepsilon = 55^\circ$	0,48	1,85	3,00	5,90	7,85	10,00	11,4	14,1	16,2	18,4
$\varepsilon = 60^\circ$	0,70	2,53	4,00	7,60	10,00	12,80	14,4	17,7	20,5	23,1

## B. Die Belastung besteht aus Mauerwerk, Erdauffüllung und Verkehrslast.

Soll hier bei gegebener Spannweite und Pfeilhöhe der inneren Wölblinie die Form und Stärke des Bogens von gleichem Widerstand bestimmt werden, so wird die Anwendung der Methode der analytischen Entwicklung zu complicirteren Formeln führen als sie für den häufigen Gebrauch wünschenswerth sind. Man bedient sich deshalb einfacher des nachstehenden graphischen Verfahrens, welches, obgleich nur durch Näherung zum Ziele führend, doch nicht im Missverhältniss steht mit der bei Gewölben überhaupt noch erreichbaren Grenze der Genauigkeit.

Die halbe Spannweite  $aC = 6$  m, die Pfeilhöhe  $Cd = 4$  m und die Constructionsdicke  $dk = 4,5$  m seien (Fig. 5 Taf. 2) im Maassstab 1:100 auf-

getragen. Das Gewicht  $g$  des Cubikmeters Wölbsteinmauerwerk sei 2400 kg, das des Füllmaterials  $g' = 1600$  kg, die zufällige Belastung  $w$  betrage per Quadratmeter 800 kg und die grösstzulässige Beanspruchung  $\beta$  des Wölbmauerwerks sei auf 6,5 kg per qcm festgesetzt.

Man denke die zufällige Belastung durch eine aufgebrauchte Schichte Füllmaterial  $g'k'k$  ersetzt, deren Höhe  $kk'$  sich aus der Gleichung

$$\overline{kk'} = \frac{w}{g'}$$

berechnet.

Sodann bestimme man die Schlusssteinhöhe  $h$  nach Gleichung (36), in welche man für den Krümmungsradius  $r$  der Leibungslinie im Scheitel vorläufig den einer kreisbogenförmigen Wölblinie entsprechenden Werth  $r = 6,5$  m setzt. Man erhält annähernd

$$h = \frac{2 \cdot 6,5 (2000 \cdot 4,5 + 800)}{2 \cdot 65000 - (2000 \cdot 4,5 + 800)} = 1 \text{ m}$$

und trägt die gewonnene Länge in Fig. 1  $h = c'd$  auf.

Wird die sich jetzt in der Scheitelverticalen ergebende Höhe  $c'k' = 3,5$  m des Füllmaterials reducirt auf die einer gleichschweren aber aus Mauerwerk bestehenden Füllmasse entsprechende Höhe  $c'n = \overline{c'k'} \cdot \frac{g'}{g} = 2,666$  m, so berechnet sich, unter der Voraussetzung, dass die Mitteldrucklinie die Bogenstärke im Scheitel halbire und concentrisch sei der inneren Wölblinie daselbst, der Horizontalschub, weil  $r_0 = 7,0$  m und  $z_0 = 3,666$  m nach Gleichung (32), approximativ wie folgt:

$$\begin{aligned} H &= 7 \cdot 3,666 \cdot g \\ &= 25,662 \text{ g} . \end{aligned}$$

Man denke nun den zwischen Scheitel und Kämpferverticalen befindlichen Gewölbetheil sammt Belastung durch lothrechte, normal zur Stirne befindliche Ebenen  $a_1a_1'$ ,  $a_2a_2'$ ,  $a_3a_3'$  u. s. f. in eine Anzahl Prismen von gleicher Breite  $b$  getheilt, deren Gewichte  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  u. s. f. in den Schwerlinien derselben concentrirt wirkend angenommen werden können. Das Gewicht eines jeden dieser Prismen wird proportional sein dessen mittlerer Höhe, wenn zuvor die Homogenität hergestellt, d. h. der aus Füllmaterial bestehende Prismenthail in ein gleichschweres Steinprisma verwandelt sein wird.

Der Kräftemaassstab für die Darstellung der Werthe  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  u. s. f. möge durch die Annahme festgesetzt werden, dass die Gewichte der einzelnen Prismen repräsentirt seien durch die vierten Theile ihrer mittleren Höhen. Bezeichnet demnach  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  u. s. f. den vierten Theil der Höhe des ersten, zweiten, dritten Prismas u. s. f., so bestehen bei vorausgesetzter zur Zeichnungsebene senkrechten Länge des Gewölbes = 1 die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 4 l_1 b g \\ Q_2 &= 4 l_2 b g \\ Q_3 &= 4 l_3 b g \end{aligned}$$

Die im nämlichen Kräftemaassstab den Horizontalschub darstellende Länge  $O'O$  (Fig. 6) ergibt sich dann aus der Gleichung 32

$$O'O = \frac{r_0 z_0}{4b} ,$$

oder, da  $b$  im vorliegenden Falle gleich 1 m,

$$O'0 = 6,4155 \text{ m.}$$

Der Horizontalschub vereinigt sich nun mit dem Gewichte  $Q_1 = 01 = \frac{\overline{dn}}{4}$  des ersten Prismas zu einer Resultirenden  $O'1$ , welche nach Grösse und Richtung aus dem Kräftepolygon, ihrer wirklichen Lage nach aber in der durch  $I$  zu  $O'1$  gezogenen Parallelen  $III$  (Fig. 5) erhalten wird.

Eine durch Schnittpunct  $II$  der in Rede stehenden Kraftlinie mit der Schwerlinie des zweiten Prismas gehende Lagerfuge wird normal zu  $III$  und der Grösse nach so anzuordnen sein, dass ihre Verticalprojection gleich der Schlusssteinhöhe  $h$  ist.

Man mache daher im Kräftepolygon (Fig. 6)  $O'\alpha = h$ , ziehe durch  $\alpha$  die Lothrechte  $\alpha\zeta$  und erhält in dem durch Letztere auf dem Strahl  $O'1$  gebildeten Abschnitt  $O'\beta$  die Länge der in Rede stehenden Lagerfuge  $\beta'\beta''$ .

Im Puncte  $II$  der Schwerlinie des zweiten Prismas vereinigt sich nun die Resultirende  $O'1$  mit  $Q_2$ . Dieses ist gleich dem Gewichte eines Mauerprismas von der mittleren Höhe  $II'II''$  und demjenigen eines Erdprismas von der mittleren Höhe  $II''2'$ . Letztere wird unter Benützung der Fig. 7, in welcher  $\overline{DF} : \overline{DE} = g' : g$ , in die einem gleichschweren Steinprisma entsprechende mittlere Höhe  $II''2''$  verwandelt, sodann mittels Fig. 8, in welcher  $GM : GL = 1 : 4$ , die Länge  $II'2''$  auf den oben angenommenen Kräftemaassstab reducirt. Nachdem auf solche Weise  $Q_2$  bestimmt und als Längenabschnitt 12 auf der Kräfteverticalen (Fig. 1a) aufgetragen ist, ergibt sich  $O'2$  als die von der Schwerlinie des zweiten Prismas ausgehende Resultirende, welche die Mittellinie des dritten in  $III$  schneidet.

Richtung und Grösse der Lagerfuge  $\gamma'\gamma''$  bestimmt sich wie vorhin und ebenso, nachdem Dies geschehen, das Gewicht 23 des dritten Prismas. Dieses wird mit der vorhergehenden Resultirenden zu der weiteren  $O'3$  vereinigt und die Fortsetzung des gleichen Verfahrens liefert ein Gewölbe von der Leibungslinie  $d\alpha'\beta'\gamma'\delta'\epsilon'\nu'a'$ , dessen Mitteldrucklinie die Kämpferverticale in dem Puncte  $e'$  schneidet.

Die erhaltene Bogenform, welche den gestellten Bedingungen noch nicht entspricht, dient zunächst zur genaueren Bestimmung von Horizontalschub und Schlusssteinhöhe.

Eine Verticale nämlich durch den Schnittpunct  $t$  der äussersten Seiten des Seilpolygons  $i'III III'IV V VI$  ist zugleich Schwerlinie des halben Gewölbes, dessen Gewicht  $Q$  sammt Belastung durch 06 (Fig. 6) gegeben ist. Da nach Gleichung (24)

$$H : Q = x_0 : y_0,$$

so braucht nur  $0v = y_0$  und  $0u = x_0$  (Fig. 6) aufgetragen und durch 6 eine Parallele  $6O$  zu  $vu$  gezogen zu werden, um  $H = 0O$  zu ergeben. Hiebei berücksichtige man bezüglich der Bestimmung des Hebelarmes  $y_0$ , dass die Mitteldrucklinie des zu bestimmenden Gewölbebogens die Kämpferverticale in einem Puncte  $e$  schneiden wird, dessen Entfernung von  $a$  approximativ der Länge  $e'a'$  gleich sein wird und wähle den so sich ergebenden Punct  $e$  als neuen Drehpunct.

Nachdem man nun noch die dem rectificirten Horizontalschub  $00$  entsprechende Schlusssteinhöhe  $0y'$  (Fig. 6) bestimmt und dieselbe (Fig. 5) gleich  $dc$  aufgetragen, wiederholt man das eben beschriebene Verfahren für

die geänderten Werthe  $H$  und  $h$  und das leicht zu beurtheilende Ergebniss der Construction wird erkennen lassen, ob die jetzt resultirende Drucklinie und Bogenform den gestellten Bedingungen genau genug entsprechen oder ein zweites in gleicher Weise auszuführendes Correctionsverfahren erforderlich ist.

## § 5.

## Stabilitätsuntersuchung eines Gewölbes von gegebener Bogenform und Belastung.

Im Vorgehenden wurde gezeigt, wie die einem gegebenen Gewölbe zugehörige Belastung oder umgekehrt die einer bekannten Belastung entsprechende Bogenform zu ermitteln ist. Es kommt aber auch häufig vor, dass einerseits Rücksichten gewisser Art die Wahl einer bestimmten Gewölbeform erfordern, ohne dass andererseits eine bestimmte vorhandene Belastung vermieden oder geändert werden kann. Man ordnet dann in der Regel die Stärke des Gewölbes nach dem Beispiel ähnlicher ausgeführter und bewährter Constructionen an und prüft die Zweckmässigkeit der Annahme durch Ausführung der Stabilitätsuntersuchung des projectirten Gewölbes.

Da durch Gleichung (37) das Gesetz der Zunahme der Bogenstärke vom Scheitel gegen das Widerlager gegeben ist, so hat man, um die Gewölbestärke zu bestimmen, nur die Schlusssteinhöhe  $h$  anzunehmen. Zur vorläufigen und approximativen Bestimmung derselben werden entweder die Gleichungen (34) und (36), oder empirische Formeln benützt, wie solche in grosser Zahl von verschiedenen Baumeistern durch Vergleichung von ausgeführten Gewölben erhalten und aufgestellt worden sind. So ist:

nach Lesguiller

$$h = 0,2 \sqrt{s} + 0,1 \text{ m,}$$

wenn  $s$  die Spannweite in Metern bezeichnet;

nach Rondelet für halbkreisförmige und elliptische Gewölbe

$$h = 0,0416 s + 0,3248 \text{ bis}$$

$$h = 0,0208 s + 0,1624 \text{ m;}$$

nach Gauthey für Gewölbe von 3 bis 16 m Spannweite

$$h = 0,0208 s + 0,406 \text{ m;}$$

nach Fontenay für stark belastete Gewölbe mit einem grössten Krümmungsradius  $r$  von höchstens 12 m

$$h = 0,7 r + 0,32 \text{ m.}$$

Nach Rankine soll

$$\text{für Kreisbogengewölbe } h = 0,346 \sqrt{r}$$

und

$$\text{für gedrückte Korbbögen } h = 0,412 \sqrt{r}$$

genommen werden, wenn  $r$  den Krümmungshalbmesser im Scheitel der Wöblinie in Metern bezeichnet.

Was nach Festsetzung der Bogenstärke die Prüfung des Gewölbes auf seine Stabilität anlangt, so wird dieselbe am einfachsten auf graphischem Wege und zwar in folgender Weise vorgenommen:

Es sei (Fig. 1 Taf. 2)  $ab'cd$  das gegebene nach oben durch eine abgeschrägte Uebermauerung begrenzte Gewölbe. Dasselbe sei durch eine Erd-

auffüllung vom Gewichte des Cubikmeters  $g' = 1600$  kg und durch eine Verkehrslast  $w$ , welche per Quadratmeter horizontaler Oberfläche 600 kg beträgt, beansprucht. Das Gewicht des Cubikmeters Wölbsteinmauerwerk sei 2400 k. Man ersetze zunächst die Verkehrslast durch eine aufgebrauchte Schichte Füllmaterial  $k k' g' g$ , deren Höhe sich wie oben bestimmt, und denke durch lothrechte, normal zur Gewölbstirne befindliche Ebenen das halbe Gewölbe vom Scheitel bis zu der durch die untere Grenze  $a$  der Kämpferfuge gelegten Verticalen in eine Anzahl Prismen von gleicher Breite  $b$  getheilt. Sodann verwandle man mit Hilfe der Fig. 3, in welcher  $DF:DE = g':g$ , die aus Erde bestehenden Prismentheile in gleichschwere Steinprismen, wodurch sich die Linie  $nm$  als obere Begrenzung der auf Steinmaterial reducirten Gesamtbelastung ergibt. Die Flächen  $dm a_1'' a_1$ ,  $a_1 a_1'' a_2'' a_2$ ,  $a_2 a_2'' a_3'' a_3$  u. s. f. sind jetzt offenbar proportional den Gewichten  $Q_1, Q_2, Q_3$  u. s. f. der zugehörigen Prismen, und wenn die Breite  $b$  der einzelnen Streifen so gering angenommen wird, dass dieselben als Trapeze angesehen werden können, so sind auch ihre mittleren Höhen  $l_1, l_2, l_3$  u. s. f. den Prismengewichten proportional. Daher trage man an einer Verticalen (Fig. 2) diese Höhen, oder zur Vermeidung zu grosser Längen aliquote (hier die fünften) Theile derselben zu einem Kräftezuge 0 1 2 3 . . . 9 zusammen, so dass bei angenommener Tiefe des Gewölbes  $= 1$

$$Q_1 = 5.01.b.g$$

$$Q_2 = 5.12.b.g$$

$$— — — —$$

$$— — — —$$

$$— — — —$$

$$Q_9 = 5.89.b.g,$$

und wenn mit  $Q$  das Gewicht des halben Gewölbes  $dm a_3'' a d$  bezeichnet wird

$$Q = 5.09.b.g.$$

Um Letzteres auch seinem Angriffsort nach zu erhalten, zeichnet man für einen beliebigen Pol  $O'$ , der am Besten auf einer den Kräftezug in seinem Anfangspunct senkrecht schneidenden Geraden angenommen wird, Kräftepolygon der Kräfte  $Q_1$  bis  $Q_9$  und construirt das demselben zugehörige Seilpolygon  $OP II III \dots IX'$ . Nachdem man den Schnittpunct  $t$  der äussersten Seilpolygonseiten bestimmt, ergibt sich der den angenommenen Angriffspuncten  $e$  und  $i$  von Widerlagerreaction und Horizontalschub entsprechende Werth von  $H$  als Länge  $O0$ , wenn im Kräftepolygon (Fig. 2a)  $0v = y_0$  und  $0u = x_0$  aufgetragen und durch 9 die Parallele  $9O$  zu  $vu$  gezogen wird:

$$H = 5.00.b.g.$$

Wird der jetzt erhaltene Punct  $O$  als Pol für ein neues Kräftepolygon mit der Poldistanz gleich dem Horizontalschub gewählt, so repräsentiren die Strahlen  $O1, O2$  u. s. f. bis  $O9$  die von den Mittellinien der einzelnen Lamellen ausgehenden resultirenden Gewölbbedrücke, das hiezu gehörige Seilpolygon  $i III \dots VIII e$  aber die Mitteldrucklinie.

Wenn statt der Punkte  $e$  und  $i$  andere Angriffsorte für Horizontalschub und Widerlagerreaction gewählt worden wären, so würde man einen abweichenden Werth für  $H$  und eine andere Mitteldrucklinie erhalten haben. Entsprechen mehrere solche Drucklinien den bekannten Bedingungen des Gleichgewichtes,

so ist die Stabilität des Gewölbes in mehrfacher Beziehung als gesichert zu betrachten, jedoch entzieht sich die Lage der wirklich auftretenden Mitteldrucklinie der Beurtheilung. Wenn aber von allen möglichen Drucklinien nur eine einzige so verläuft, dass sie das mittlere Drittel der Bogenstärke nicht verlässt, so wird Dies die wirkliche Drucklinie sein und auch in diesem Falle kann das Gewölbe als hinreichend stabil erachtet werden.

Die günstigste Lage der Drucklinie ist offenbar jene, bei welcher sie mit der Bogenmittellinie zusammenfällt, weil dann die Pressungen über alle Fugenflächen sich gleichmässig vertheilen. Man wird daher bei der Stabilitätsuntersuchung eines Gewölbes zunächst diejenige Drucklinie bestimmen, welche den in der Mitte der Wölbstärke von Scheitel und Kämpferfuge angenommenen Drehpunkten entspricht. Nimmt dabei die erhaltene Drucklinie den gewünschten Verlauf, so ist damit zwar noch nicht die Nothwendigkeit, aber doch die Möglichkeit erwiesen, dass die wirkliche Drucklinie eine gleiche Lage beibehalte, denn letztere Möglichkeit ist nur denkbar, wenn die dazu erforderlichen statischen Bedingungen vorhanden sind.

Für die wirkliche Druckvertheilung ist vor Allem von Belang die für die Consolidirung des Gewölbes wichtigste Zeit nach dem Ausrüsten und sie ist abhängig von einer Reihe von zum Theil unberechenbaren Umständen, wie von der Art der Bearbeitung der Wölbsteine, der Sorgfalt, die auf das Versetzen derselben verwendet worden ist, von der Anzahl und Stärke der Mörtelbänder, der Zusammenpressbarkeit des Mörtels und von der mehr oder weniger guten Construction des Lehrgerüsts.

Man hat indessen schon Mittel angewendet, um die Resultirende der Gewölbepressungen im Scheitel und am Kämpfer auf die Fugenmitten zu beschränken, indem man entweder die Wölbsteine hier abrundete und dadurch die Berührung auf die Mitte der Fuge beschränkte, oder indem man das Gewölbe an den erwähnten Stellen mit Stahlplatten armirte und so eine Art von Gelenken construirte, mit Hülfe deren die Drucklinie gezwungen wurde, die geforderte Lage einzunehmen. Durch diesen constructiven Kunstgriff, dessen häufigere Anwendung im Interesse einer rationellen Construction wünschenswerth ist, verschwindet die oben erwähnte Unsicherheit in der Beurtheilung der Stabilität eines Gewölbes und weil die dann stattfindende Druckvertheilung in allen Theilen des Gewölbes eine möglichst gleichförmige ist, kann dasselbe auch mit dem denkbar geringsten Materialaufwand hergestellt werden.

Es liegt in der Natur der Sache, dass stetig vertheilten Belastungen auch stetig verlaufende Drucklinien, plötzlichen Aenderungen aber im Belastungs-

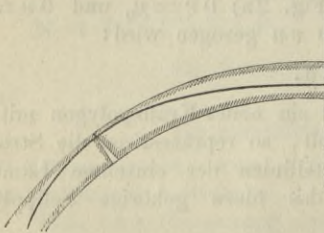


Fig. 36.

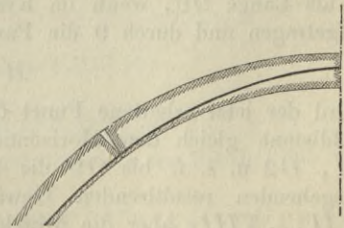


Fig. 37.

gesetz oder concentrirten Kräften Brechungspuncte der Drucklinie entsprechen. Ein Spitzbogen mit symmetrisch zum Scheitel vertheilter stetiger Belastung

wird daher immer eine Drucklinie mit horizontaler Scheiteltangente haben, welche nie Bogenmittellinie sein kann, denn nach § 3B kann nur eine Einzelast im Scheitel eine spitzbogenförmige Drucklinie zur Folge haben. Fig. 2 und 2a Bl. 3 zeigen die Stabilitätsbestimmung eines spitzbogenförmigen Gewölbes.

Lässt sich bei der Stabilitätsuntersuchung eines Gewölbes keine Drucklinie finden, welche den gestellten Bedingungen entspricht und rückt die günstigste derselben an einzelnen Stellen der äusseren oder inneren Bogenbegrenzung nahe (Fig. 36 und 37), so ist ein Drehen um die der Drucklinie nächste Kante zu befürchten, welche Gefahr je nach Umständen entweder durch Vermehrung oder Verringerung der Belastung oder durch Verstärkung des Gewölbes oder endlich durch Aenderung der Bogenform vermieden werden kann.

## § 6.

### Stützlinie eines Gewölbes.

Nach der auf S. 15 gegebenen Definition gilt als Stützlinie eines Mauerkörpers die Verbindungslinie derjenigen Punkte, in welchen sämmtliche auf einander folgende Lagerfugen von den auf dieselben wirkenden Resultirenden der äusseren Kräfte geschnitten werden.

In den vorhergehenden Untersuchungen wurde auf die Anordnung der Lagerfugen des Gewölbes keine Rücksicht genommen, vielmehr eine beliebige Eintheilung in verticale Lamellen der Bestimmung der Drucklinie zu Grunde gelegt. Daher ist Letztere genau genommen nicht Stützlinie des Gewölbes, jedoch kann sie zur Bestimmung der eigentlichen Stützlinie in folgender Weise benützt werden:

Es sei  $\beta\delta$  (Taf. 2 Fig. 1) eine beliebige gegebene Lagerfuge. Um die Mittelkraft der auf dieselbe wirkenden äusseren Kräfte zu erhalten, sucht man die ihr vorangehende Lamelle  $a_2 a_2'' a_3'' a_3$  auf, von deren Mittellinie eine nach Grösse und Richtung durch den Strahl  $O3$  des Kräftepolygons, ihrer Lage nach aber durch das Element  $III IV$  der Drucklinie gegebene Resultirende ausgeht. Diese schneidet die Schwerlinie der Lamelle  $a_3 a_3'' \gamma\delta\beta$  im Punkte  $\varepsilon$ , und wird sie hier mit dem Gewichte derselben zu einer neuen Mittelkraft vereinigt, so ist letztere die Gesamresultante der auf die Lagerfuge  $\beta\delta$  thätigen äusseren Kräfte. Man trägt daher auf der verlängerten Seilpolygonseite  $III IV$  von  $\varepsilon$  aus die Länge  $O3 = \varepsilon\nu$  an, zieht durch  $\nu$  eine Verticale, auf welcher man in dem für die Darstellung des Kräftepolygons gewählten Kräftemaassstab  $\nu\mu$  gleich dem Gewichte der Lamelle  $a_3 a_3'' \gamma\delta\beta$  macht, so ist  $\mu\varepsilon$  die gesuchte Resultirende, deren Schnitt  $\eta$  mit  $\beta\delta$  einen Punkt der Stützlinie ergibt.

## § 7.

### Bestimmung der Widerlager- und Pfeilerstärken.

#### A) Widerlager.

Die Widerlager eines Gewölbes, welche demselben feste und unverrückbare Stützpunkte bieten sollen, müssen stark genug sein, um weder Verschiebung noch Umkantung noch in irgend welchen Theilen Zerdrückung zu erleiden.

Der vom Gewölbe auf das Widerlager ausgeübte Druck  $W$  (Fig. 38) zerlegt sich in eine horizontale Componente, den Horizontalschub  $H$ , und eine Vertikalkraft  $Q$  gleich dem Gewichte des halben Gewölbes.

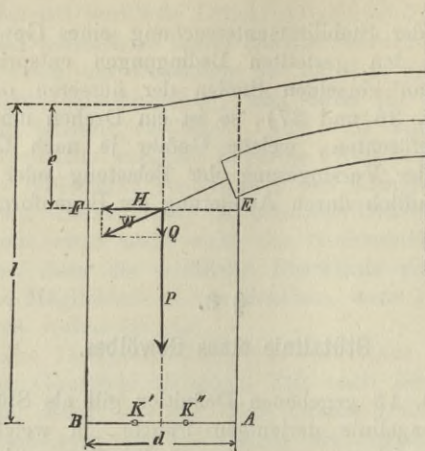


Fig. 38.

Es liegen hienach die Verhältnisse des auf S. 14 behandelten Falles vor und müssen bei Bestimmung der Widerlagerstärke  $d$  folgende Bedingungengleichungen berücksichtigt werden:

a) Damit eine Verschiebung an der in dieser Beziehung gefährlichsten Stelle unmittelbar unterhalb der Kämpferfuge vermieden werde

$$d = \frac{H - \mu Q}{\zeta + \mu \cdot e \cdot g}.$$

b) Damit ein Umkippen nicht eintrete, vielmehr der aus dem Gewölbedruck  $W$  und dem Gewichte  $P$  der gesamten Widerlagsmauer resultierende Druck sich über die ganze Fläche  $AB$  vertheile

$$d^2 + \frac{Q}{lg} d = 6 \frac{H}{lg} (l - e).$$

c) Damit genügende Sicherheit gegen Zerdrücken an der in dieser Hinsicht am meisten beanspruchten Fundamentfläche vorhanden sei

$$d = \frac{2Q}{\beta - 2lg}.$$

Der grösste von den dreien aus vorstehenden Gleichungen sich ergebende Werth von  $d$  ist der Bestimmung der Stärke des Widerlagers zu Grunde zu legen.

Häufig werden zur Vergrößerung des Widerstandes gegen Verschieben entweder die Lagerfugen des Widerlagers geneigt angeordnet (Fig. 39), so dass sie mit den Normalen zu den auf sie wirkenden Drücken Winkel einschliessen, die kleiner sind als der Minimalwerth des Reibungswinkels oder es



werden vertical gestellte Steine (Fig. 40) angewendet, deren Schubfestigkeit einer Trennung in horizontalem Sinne entgegen wirkt.

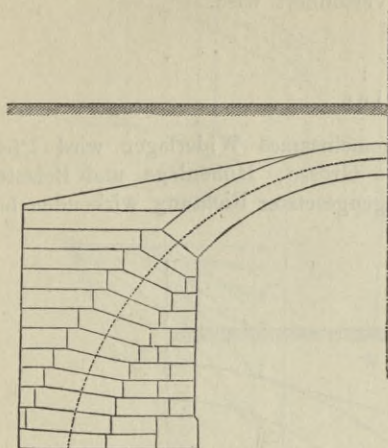


Fig. 39.

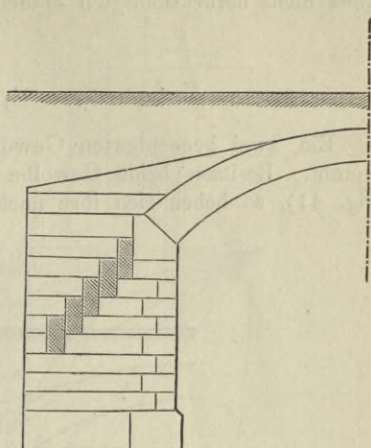


Fig. 40.

Den besten Aufschluss über die Stabilität des Widerlagers gibt die Construction der Drucklinie desselben, welche entweder nach dem auf S. 15 gezeigten Verfahren oder im Anschluss an die Stabilitätsuntersuchung des Gewölbes auf folgende Weise ausgeführt wird:

Man setze die angefangene Theilung in Streifen von der Breite  $b$  (Fig. 1 Taf. 2) auch für das Widerlager fort und bestimme den Schnittpunct  $IX$  der von der letzten Gewölbemelle ausgehenden Resultirenden mit der Schwerlinie der angrenzenden Widerlagerlamelle  $a_3 a_9''$ . Auf den weiteren Verlauf der Drucklinie ist nun vorzugsweise das Gewicht des oberhalb des Punctes  $IX$  befindlichen Lamellentheiles von Einfluss und indem man dieses Gewicht, welches in bekannter Weise auf den gewählten Kräftemaassstab zu reduciren ist, als Länge 89 im Kräftepolygon aufträgt, erhält man im Strahl  $O9$  und in einer hiezu gezogenen Parallelen  $IXX$  die von  $IX$  ausgehende Resultirende nach Grösse, Richtung und Lage. Das gleiche Verfahren wird für die folgenden Lamellen bis zum Schnitt der Drucklinie mit dem Fundament in Anwendung gebracht. Ist  $e_1$  dieser Schnittpunct und  $O12$  der daselbst resultirende Druck, so bestimmt sich die rückseitige Begrenzung des Widerlagers gemäss der Bedingung, dass zur Aufnahme der hier stattfindenden Pressung noch genügend Mauerfläche vorhanden sein müsse. Wenn daher  $O\alpha$  (Fig. 2a) die dem Horizontalschub mit Rücksicht auf die zulässige Beanspruchung des Mauerwerks entsprechende Wölbstärke im Scheitel ist, so erhält man, weil

$$O0 : O\alpha = O12 : O\zeta$$

stattfinden muss, in dem Abschnitt  $O\zeta$  die Länge einer in  $e_1$  normal zur Drucklinie gedachten Fuge, oder in der Strecke  $O\zeta_1 = e_1 f$  die normal zur Drucklinie gemessene Entfernung der Widerlagergrenze von  $e_1$ . Bei vorstehender Art der Behandlung braucht an der Forderung, dass  $e_1$  innerhalb des mittleren

Dritttheiles der Fundamentstärke  $ww'$  liege, nicht unbedingt festgehalten zu werden, da das Auftreten von Zugspannungen zwischen  $w'$  und  $e_1$  schon durch das Gewicht des unterhalb der Drucklinie befindlichen und bei Construction derselben nicht berücksichtigten Mauertheils verhindert wird.

### B) Pfeiler.

Ein zwei benachbarten Gewölben gemeinsames Widerlager wird Pfeiler genannt. Besitzen beide Gewölbe gleiche Grösse, Höhenlage und Belastung (Fig. 41), so heben sich ihre nach entgegengesetzter Richtung wirkenden hori-

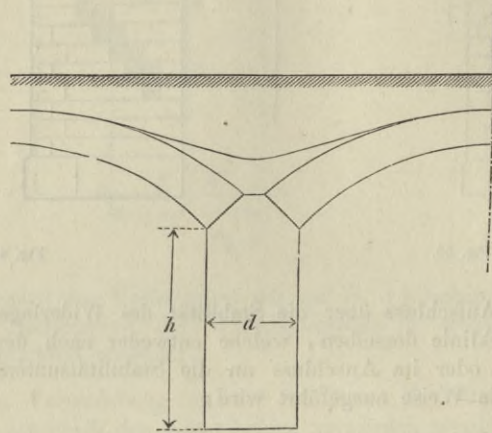


Fig. 41.

zontalen Schubkräfte gegenseitig auf und es hat der Pfeiler nur dem lothrechten Druck des Gewichtes zweier Gewölbehälften und seiner Eigenlast zu widerstehen.

Bezeichnet daher  $d$  die untere Stärke des Pfeilers,  $h$  dessen Höhe und  $Q$  das Gewicht eines halben Gewölbes sammt Belastung, so ist nach Gleichung (12)

$$d = \frac{2Q}{\beta - hg}.$$

Ausserdem muss die Pfeilerstärke zum Mindesten gleich der Summe der Horizontalprojektionen der beiden Kämpferfugen sein, damit die Kämpfersteine die für ihr Auflager erforderliche Unterstüztungsfläche erhalten.

Sind die Gewölbe verschieden gross und verschieden hoch angelegt (Fig. 42), so wird die Stabilität des ihnen gemeinsamen Pfeilers zweckmässig mit Hülfe der Drucklinien beider Gewölbe und deren Fortsetzungen im Pfeiler geprüft. Die Letzteren schneiden sich im vorliegenden Fall im Punkte  $r$  und die hier zusammentreffenden Gewölbedrücke  $O8$  und  $O'7'$  vereinigen sich zur Resultirenden  $R = O'8'$ . Zur Beurtheilung des Gleichgewichtszustandes der Construction sind damit alle Anhaltspunkte gegeben. In Fig. 1, 1a, 1b und 1c (Taf. 3) ist die Stabilitätsbestimmung einer ähnlichen Gewölbecombination dargestellt.

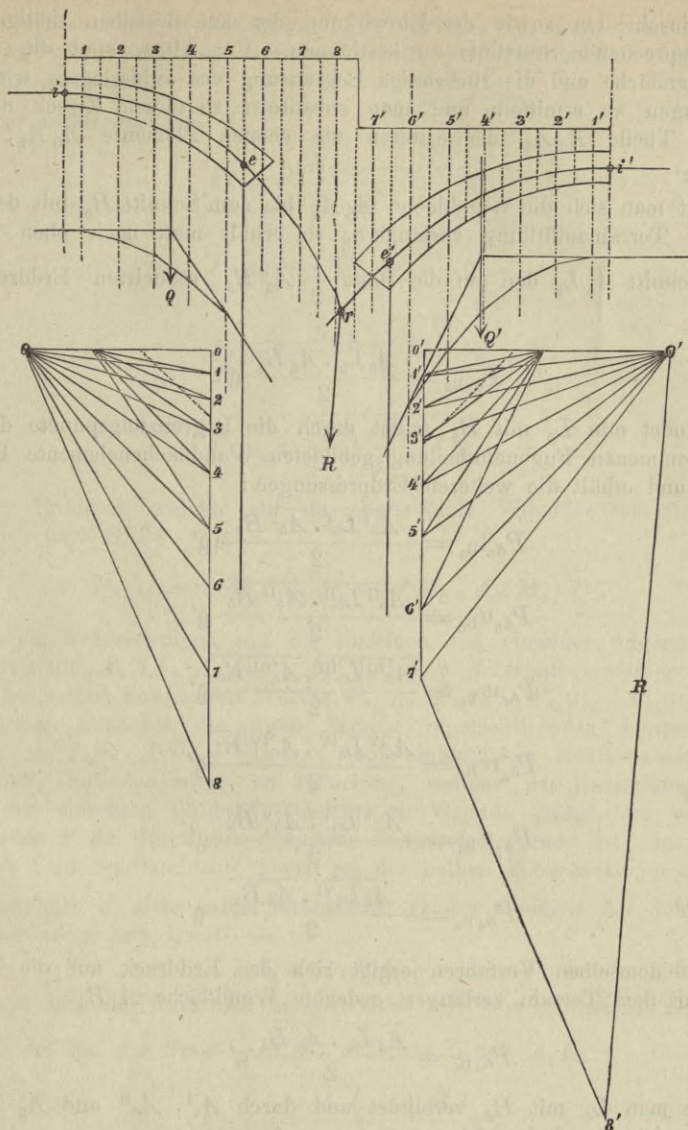


Fig. 42.

§ 8.

Stabilitätsbestimmung eines Gewölbes mit Berücksichtigung des Seitenschubes einer lockeren Bogenbelastung.

Ein Gewölbe von in Fig. 1 Taf. 4 gegebenen Dimensionen sei durch eine oben horizontal begrenzte Hinterfüllung aus lockerem Erdmaterial vom natürlichen Böschungswinkel  $= 30^\circ$  belastet. Das Gewicht  $q'$  des Cubikmeters Erde betrage 1600 kg, das des Cubikmeters Mauerwerk sei  $q = 2400$  kg. Um die Stabilität des Gewölbes zu prüfen, hat man die dem Eigengewichte der ein-

zelen Steinschichten sowie der Einwirkung der auf dieselben thätigen Erd-  
drücke entsprechende Stützlinie zu bestimmen. Vor Allem sind die auf die  
obere Bogenfläche und die rückseitige Begrenzung des Widerlagers wirksamen  
Erdpressungen zu ermitteln und man substituirt zu diesem Zweck dem ge-  
krümmten Theile  $A_0 A_3$  der ersteren die ebenen Elemente  $A_0 A_1$ ,  $A_1 A_2$   
und  $A_2 A_3$ .

Denkt man sich die Wandfläche  $A_5 A_4$  bis zum Schnitt  $B_5$  mit der Ober-  
fläche der Terrainauffüllung verlängert, so erhält man nach oben in dem  
Längenabschnitt  $A_5 L_5$  den auf die Basis  $\frac{1}{2} A_5 B_5$  reducirten Erddruck auf  
 $A_5 B_5$ :

$$P_{A_5 B_5} = \frac{\overline{A_5 L_5} \cdot \overline{A_5 B_5}}{2} g'$$

Man verbindet nun  $L_5$  mit  $B_5$ , zieht durch die Begrenzungspuncte der nach  
der angenommenen Fugeneintheilung gebildeten Wandflächenelemente Parallele  
zu  $A_5 L_5$  und erhält die weiteren Erdpressungen:

$$P_{A_5^I B_5} = \frac{\overline{A_5^I L_5^I} \cdot \overline{A_5^I B_5}}{2} g'$$

$$P_{A_5^{II} B_5} = \frac{\overline{A_5^{II} L_5^{II}} \cdot \overline{A_5^{II} B_5}}{2} g'$$

$$P_{A_5^{III} B_5} = \frac{\overline{A_5^{III} L_5^{III}} \cdot \overline{A_5^{III} B_5}}{2} g'$$

$$P_{A_5^{IV} B_5} = \frac{\overline{A_5^{IV} L_5^{IV}} \cdot \overline{A_5^{IV} B_5}}{2} g'$$

$$P_{A_5^V B_5} = \frac{\overline{A_5^V L_5^V} \cdot \overline{A_5^V B_5}}{2} g'$$

$$P_{A_4 B_5} = \frac{\overline{A_4 L_5^{VI}} \cdot \overline{A_4 B_5}}{2} g'$$

Nach demselben Verfahren ergibt sich der Erddruck auf die bis zum  
Schnitt mit dem Terrain verlängert gedachte Wandfläche  $A_4 B_4$

$$P_{A_4 B_4} = \frac{\overline{A_4 L_4} \cdot \overline{A_4 B_4}}{2} g'$$

und wenn man  $L_4$  mit  $B_4$  verbindet und durch  $A_4^I$ ,  $A_4^{II}$  und  $A_3$  Parallele  
zu  $A_4 L_4$  zieht, so findet sich:

$$P_{A_4^I B_4} = \frac{\overline{A_4^I L_4^I} \cdot \overline{A_4^I B_4}}{2} g'$$

$$P_{A_4^{II} B_4} = \frac{\overline{A_4^{II} L_4^{II}} \cdot \overline{A_4^{II} B_4}}{2} g'$$

$$P_{A_3 B_4} = \frac{\overline{A_3 L_4^{III}} \cdot \overline{A_3 B_4}}{2} g'$$

Die Wandflächenelemente  $A_2 A_3$  und  $A_1 A_2$ , deren Richtungslinien die  
obere Begrenzung des Erdkörpers in  $B_3$  und  $B_2$  schneiden, schliessen mit dem  
Horizont einen kleineren als den natürlichen Böschungswinkel ein. Die Resul-

tirenden der auf die Wandflächen  $A_3B_3$  und  $A_2B_3$ , ferner auf  $A_2B_2$  und  $A_1B_2$  treffenden Erddrücke werden deshalb nach dem auf S. 31 angegebenen Verfahren bestimmt.

Man erhält aus Fig. 1:

$$P_{A_3B_3} = \frac{\overline{N_3 q_3} \cdot \overline{A_3 N_3}}{2} \cdot g'$$

$$P_{A_2B_3} = \frac{\overline{N_2 q_2} \cdot \overline{A_2 N_2}}{2} \cdot g'$$

$$P_{A_2B_2} = \frac{\overline{N_2 q_2'} \cdot \overline{A_2 N_2}}{2} \cdot g'$$

und

$$P_{A_1B_2} = \frac{\overline{N_1 q_1} \cdot \overline{A_1 N_1}}{2} \cdot g'.$$

Der Erddruck endlich auf das horizontale Wandflächenelement  $A_0A_1$  ergibt sich nach S. 34

$$P_{A_0A_1} = (\overline{a M_0} \cdot \overline{A_0 M_0} - a' M_0 \cdot A_0' M_0) \frac{g'}{2}.$$

Da die Erddrücke auf die einzelnen auf einander folgenden Wandflächenelemente  $A_5A_5^I$ ,  $A_5^I A_5^{II}$ ,  $A_5^{II} A_5^{III}$  u. s. f. erhalten werden als Differenzen der soeben bestimmten Werthe  $P_{A_5B_5}$ ,  $P_{A_5^I B_5}$ ,  $P_{A_5^{II} B_5}$ ,  $P_{A_5^{III} B_5}$  u. s. f., so hat man zunächst die diese Werthe repräsentirenden Längen  $A_5L_5$ ,  $A_5^I L_5^I$ ,  $A_5^{II} L_5^{II}$ ,  $A_5^{III} L_5^{III}$  u. s. f. auf einheitlichen Kräftemaassstab, hier zweckmässig auf denjenigen zu reduciren, welcher der Darstellung der Gewichte der einzelnen Wölbsteinschichten zu Grunde gelegt und welcher im vorliegenden Falle durch die Annahme festgesetzt worden ist, dass das Gewicht der Schlusssteinschichte gleich sei der halben Wölbstärke im Scheitel\*).

Bezeichnet  $d$  diese halbe Wölbstärke,  $Q$  das Gewicht des Schlusssteines und  $b$  dessen mittlere Breite, so ist

$$Q = d \cdot 2 \cdot b \cdot g.$$

Wenn nun der Erddruck beispielsweise auf eine Fläche  $A_x B_x$  gegeben ist durch die auf die Basis  $\frac{1}{2} A_x B_x$  reducirte Länge  $A_x L_x$ :

$$P_{A_x B_x} = \frac{\overline{A_x L_x} \cdot \overline{A_x B_x}}{2} g',$$

so muss, damit  $P_{A_x B_x}$  in dem nämlichen Maassstab ausgedrückt werde, in welchem  $d$  das Gewicht des Schlusssteines liefert, diese Kraft reducirt werden auf eine Basis  $A_x^I B_x^I$ , welche aus der Gleichsetzung der in beiden vorstehenden Ausdrücken erscheinenden Factoren von  $d$  und  $A_x L_x$  sich ergibt.

\*) Der Einfachheit der Construction wegen wurde in Fig. 1 Taf. 4 die mittlere Stärke sämtlicher Steinschichten gleich gross, gleich  $b$  angenommen, so dass, dem angenommenen Kräftemaassstab entsprechend, ihre halben mittleren Längen (bei der halben Schlusssteinschichte der vierte Theil der mittleren Länge) proportional den Gewichten sind. Erhalten die Steinschichten verschiedene Stärken, so ist die Fläche einer jeden besonders auf die gegebene Basis zu reduciren.

Man erhält

$$A_x^I B_x^I = 4b \frac{g}{g'},$$

daher im gegebenen Falle

$$A_x^I B_x^I = 6b.$$

Nach vorgenommener, einfach auszuführender (siehe S. 33) Reduction sämtlicher im Vorigen bestimmten Erddrücke auf die Basis  $6b$  ergeben sich die Grössen der Pressungen auf die Wandflächen  $A_5 A_5^I$ ,  $A_5^I A_5^{II}$  u. s. f. bis  $A_5^V A_4$  als (stark gezogene) Längenabschnitte  $VI_5$ ,  $V^I I_5^I$  u. s. f. bis  $V^V I_5^V$ ; der Richtung nach bilden dieselben mit der Normalen zu  $A_5 A_4$  den Reibungswinkel von Erde auf Erde. Die Erddrücke auf  $A_4 A_4^I$ ,  $A_4^I A_4^{II}$  und  $A_4^{II} A_3$  werden erhalten in den Längenabschnitten  $IVI_4$ ,  $IV^I I_4^I$ ,  $IV^{II} I_4^{II}$  der Grösse nach; ihre Richtungen bilden mit der Normalen zu  $A_4 A_3$  den Reibungswinkel. Der Erddruck auf  $A_2 A_3$ , seiner Richtung nach vertical wirkend, wird als Längenabschnitt  $n_3^I m_3^I$  aus Fig. 1 b, ebenso der Erddruck auf  $A_2 A_1$  als Länge  $n_2 m_2^I$  aus Fig. 1 b gefunden, der Erddruck endlich auf  $A_1 A_0$ , ebenfalls in verticaler Richtung wirkend, ist gleich dem Längenabschnitt  $n_0 n_1$  (Fig. 1). Sämtliche auf die angeführten Wandelemente thätigen Drücke können genau genug je in der Mitte derselben angreifend angenommen werden.

Nachdem so die Erddrücke auf sämtliche Steinschichten, sowie die Gewichte der Letzteren nach Grösse, Richtung und Angriffsort gefunden sind, hat man, um zur Construction der Stützlinie überzugehen, vor Allem die resultirende Fugenpressung im Scheitel des Gewölbes zu bestimmen, welche bei horizontaler Terrainbegrenzung, also symmetrischer Vertheilung sämtlicher äusserer Kräfte bezüglich der Scheitelverticalen als Horizontalkraft (Horizontalschub) auftritt. Zu diesem Zweck betrachte man zuerst den den eigentlichen Tragbogen bildenden Theil des Gewölbes für sich und trage die auf die Steinschichten 1 bis 5 wirkenden äusseren Kräfte  $Q_1, P_1, Q_2, P_2 \dots Q_5, P_5$  der Reihe nach zu einem besonderen Kräftezug  $0 1 1' 2 2' \dots 5 5'$  (Fig. 1 a) zusammen. (Der Maassstab des Kräftepolygons wurde in Fig. 1 a gegenüber dem oben festgesetzten um die Hälfte verkleinert.) Sodann zeichne man für einen beliebigen, hier auf einer den Kräftezug in dessen Anfangspunct schneidenden Horizontalen, angenommenen Pol  $O'$ , Kräftepolygon  $O' 0 1 1' 2 2' \dots 5 5' O'$  und Seilpolygon  $O I I' II II' \dots V V'$  (Fig. 1), so ergibt sich im Durchschnittspunct  $i$  der äussersten Seilpolygonseiten ein Punct der Kraftlinie der Resultirenden der an dem halben Tragbogen wirkenden äusseren Kräfte, welche Resultirende nach Grösse und Richtung als Gerade  $0 5'$  des Kräftepolygons (Fig. 1 a) gefunden wird.

Wenn nun die vorläufige Annahme gemacht wird, dass der Angriffspunct  $v$  des Horizontalschubes sich in der Mitte der Gewölbestärke am Scheitel befinde, und dass die Widerlagerreaction die Kämpferfuge  $A_4^I a_4'$  ebenfalls in dem Halbirungspuncte  $w$  ihrer Länge schneide, so muss, wenn  $vv'$  und  $ww'$  die Hebelarme der Kräfte  $H$  und  $R$  bezüglich des Drehpunctes  $w$  bezeichnen, die Gleichgewichtsbedingung

$$H \cdot \overline{vv'} = R \cdot \overline{ww'}$$

oder

$$H : R = ww' : vv'$$

erfüllt werden. Stellt man die letztere Proportion geometrisch dar, indem man auf der Geraden  $0 5'$  des Kräftepolygons  $0 r$  gleich  $vv'$ , ferner auf der Horizontalen  $0 r'$  gleich  $ww'$  aufträgt und zur Verbindungslinie  $rr'$  durch  $5'$

eine Parallele zieht, so schneidet Letztere auf der Horizontalen des Kräftepolygons den den angenommenen Drehpunkten entsprechenden Horizontalschub  $0\ 0$  ab und das Seilpolygon  $v\ 1\ 1'\ 2\ 2'\ \dots\ 5\ 5'$ , welches jetzt unter Zugrundlegung des neuen Poles  $O$  construirt werden kann, ist zugleich Mittel-druck- oder Stützzlinie des Gewölbes.

Verläuft dieselbe nicht innerhalb der Grenzen des mittleren Dritttheiles der Stärke des Gewölbebogens, so ist für beliebig veränderte, selbstverständlich zwischen denselben Grenzen zu wählende Drehpunkte das Verfahren zu wiederholen und wenn von Allen auch nur eine so erhaltene Stützzlinie den Gleichgewichtsbedingungen entspricht, so ist die Stabilität des Gewölbes als gesichert zu betrachten.

Anschliessend an die jetzt bestimmte Widerlagerreaction des Tragbogens wird in gleicher Weise die in Fig. 1 durch umringte Punkte characterisirte Stützzlinie für die übrigen Theile des Gewölbes bestimmt.

## § 9.

### Das Kreuzgewölbe.

Für die Stabilitätsbestimmung der Kreuzgewölbe sind dieselben Gesichtspunkte maassgebend, welche der Behandlung der Tonnengewölbe zu Grunde gelegt wurden. Je nach der Anordnung der Lagerfugen, welche entweder den Axen der sich durchdringenden Cylinder parallel laufen oder den Gratbögen parallel (nach dem sog. schwalbenschwanzförmigen Verband) angelegt werden, ist die Kräftevertheilung in den Kreuzgewölben eine verschiedene und sollen deswegen im Nachstehenden die beiden erwähnten Herstellungsmethoden, von welchen die Letztere die häufiger vorkommende ist, getrennt betrachtet werden.

#### A. Kreuzgewölbe mit zu den Kappenaxen parallelen Lagerfugen.

Die Kappen verspannen sich hier in normaler Richtung zu ihren Axen und denkt man dieselben durch lothrechte, senkrecht zu den Kappenaxen gestellte und gleichweit (um die Länge  $d$ ) von einander entfernte Ebenen  $A_1 B_1, A_2 B_2 \dots A_5 B_5, A_1 C_1, A_2 C_2 \dots A_5 C_5$  u. s. f. (Fig. 2 Taf. 5) in Gewölbestreifen getheilt, welche mit ihren Bogenanfängen auf den Gratabögen als Widerlagern aufrufen, so muss, soll das ganze Gewölbe stabil sein, jeder dieser Gewölbestreifen unabhängig von den übrigen im Gleichgewichte sich befinden.

Man überzeugt sich nun von der Stabilität sämmtlicher in Fig. 2 angenommenen Gewölbestreifen, wenn man die Untersuchung für denjenigen  $A_5 B_5 B_4 A_4$  durchführt, welcher sich zunächst an den Stirnbogen anschliesst. (Im Aufriss gegeben durch Fig. 1.) Theilt man nämlich denselben durch gleichweit (um die Länge  $b$ ) von einander entfernte Verticalebenen  $a_0 a_0', a_1 a_1', a_2 a_2'$  u. s. f. in ebensoviel Lamellen, als die Kappen in Gewölbestreifen zerlegt wurden, und bestimmt man mit Hülfe des Kräftepolygons (Fig. 3) in bekannter Weise Horizontalschub  $H$  und Mitteldrucklinie  $OIII \dots IV\ V\ VI$  dieses Bogens, so erhält man in den jeweiligen Scheitel und Gratabögen befindlichen Theilen dieser Mitteldrucklinie zugleich auch die Drucklinien der übrigen Gewölbestreifen, und in den Geraden  $O1, O2 \dots O5$  des Kräfte-

polygons die auf den Grat in den Puncten  $I_0, II_0 \dots V_0$  ausgeübten Widerlagerdrücke.

Im vorliegenden Falle wurde die Annahme gemacht, dass die halben Höhen der auf Steinmaterial reducirten Lamellen  $a_0 a_0'' a_1'' a_1, a_1 a_1'' a_2'' a_2$  u. s. f. den diesen Lamellen zugehörigen Gewichten proportional seien. Bei dem gewählten Längenmaassstab  $1 \text{ cm} = 1 \text{ m}$  und bei dem Gewichte des Wölbsteinmauerwerks  $g = 2400 \text{ kg}$  ergibt sich desshalb der Kräftemaassstab der Fig. 3

$$1 \text{ cm} = 2. d. b. g = 4800 \text{ kg}$$

oder

$$1 \text{ mm} = 480 \text{ kg}.$$

Die jetzt der Grösse nach bekannten Widerlagerdrücke, welche von den Gewölbestreifen der Kappe  $A_5 DB_5$  in den Puncten  $I_0, II_0 \dots V_0$  auf den Grat ausgeübt werden, vereinigen sich mit den gleich grossen Drücken, welche seitens der Gewölbebögen  $A_1 DC_1, A_1 C_1 C_2 A_2$  u. s. f. der Kappe  $A_5 DC_5$  in denselben Puncten auf den Grat wirken, zu Resultirenden, deren jede zusammengesetzt ist aus einer verticalen Componente gleich dem Gewichte der beiden zugehörigen halben Gewölbebögen und einer horizontalen Componente  $O O_0$ , die als Hypotenuse des rechtwinkligen und gleichschenkligen Dreiecks  $O O w$  mit Katheten gleich dem Horizontalschub erhalten wird.

Die Längen  $O 1_0, O 2_0 \dots O 5_0$  (Fig. 3) repräsentiren somit nach Grösse und Richtung die den Grat beanspruchenden Einzelkräfte und die Kraftlinien derselben ergeben sich in den Geraden  $\alpha_1 I_0, \alpha_2 II_0$  u. s. f. der Fig. 4. Man setzt nun diese Kräfte zu einem besonderen Kräftezug  $g g_1 g_2 \dots g_5$  (Fig. 5) zusammen (der Kraftmaassstab wurde hiebei gegenüber demjenigen der Fig. 3 um die Hälfte verkleinert), und zeichnet für einen beliebigen Pol  $Q$  Kräfte- und Seilpolygon. Dadurch ergibt sich die Resultirende  $R$  der den Grat beanspruchenden äusseren Kräfte als Gerade  $g g_5$ , ihrer wirklichen Lage nach aber in der durch  $J$  (Fig. 4) zu  $g g_5$  gezogenen Parallelen.

Zur Bestimmung des den angenommenen Angriffspuncten  $e$  und  $i$  entsprechenden Horizontalschubes  $H_0$  des Grates im Scheitel dient mit Rücksicht auf die in Fig. 4 gewählte Bezeichnung die Gleichung:

$$H_0 y_0 = R. r_0$$

und wenn  $g w$  in Fig. 5 gleich  $y_0$  und  $g v$  gleich  $r_0$  aufgetragen, ferner durch  $g_5$  die Parallele  $g_5 g_0$  zu  $w v$  gezogen wird, so ist  $g g_0 = H_0$ .

Werden die Strahlen  $g_0 g_1, g_0 g_2$  u. s. f. gezogen, so stellen dieselben die resultirenden äusseren Kräfte für die Schnitte  $I_0, II_0$  u. s. f. des Grates vor und das zugehörige Seilpolygon  $i I_0 II_0 \dots V_0 e$  dessen Mitteldrucklinie.

Die in bekannter Weise vorzunehmende Fortsetzung derselben im Pfeiler liefert die nöthigen Anhaltspuncte für die Beurtheilung der Stabilität desselben und es wurde für diese letztere Untersuchung der Kraftmaassstab des Theiles  $g_0 g_5' g_8'$  der Fig. 5 zur Verhütung des Hinausfallens der Zeichnung über die Tafel um das Dreifache verkleinert.

## B. Kreuzgewölbe mit schwalbenschwanzförmigem Verband.

Die Grate werden hier als selbständige Bögen ausgeführt und die Lagerfugen der einzelnen Kappen-Wölbschichten parallel den Graten angeordnet.

Will man die Kappen durch Ebenen in von einander unabhängige Gewölbestreifen zerlegen, so müssen die Theilebenen normal zu den Gratabögen



sich befinden. Wir ersetzen diese Ebenen der Einfachheit wegen und ohne einen grossen Fehler zu begehen durch Lothebenen, deren Spuren  $b_1 b_1'$ ,  $b_2 b_2'$  etc. (Fig. 2 Taf. 6) senkrecht stehen zu den Horizontalprojectionen der Grate.

Die Gewölbestreifen  $a_0 a_1 b_1$ ,  $a_1 b_1 b_2 a_2$  u. s. f. bis  $a_4 b_4 b_5 a_5$  der Kappenhälfte  $a_5 b_5 a_0$  stützen sich einerseits auf den Gratbogen, und begegnen andererseits im Scheitel den correspondirenden Bögen der zweiten Kappenhälfte. Den Gewölbestreifen  $a_5 b_5 b_6 a_6$ ,  $a_6 b_6 b_7 a_7$  etc. dagegen, welche als halbe Spitzbögen auftreten, dienen theils Grat- theils Stirnbogen als Widerlager. Man erhält die Mitteldrucklinien sämmtlicher genannter Gewölbestreifen und deren Stützenreactionen, wenn man die Stabilitätsuntersuchung für den bis zum Scheitel der Kappe verlängert gedachten Gewölbebogen  $a_9 b_9 \beta_{10} a_{10}$  (Fig. 2) durchführt. Diese Darstellung zeigt Fig. 3, in welcher die Breite  $b = 0,65$  m der einzelnen Lamellen gleich derjenigen der Gewölbestreifen gemacht wurde. Im Kräftepolygon (Fig. 3a) wurden die Lamellenhöhen proportional den Lamellengewichten angenommen, so dass  $1 \text{ mm} = 101,4 \text{ kg}$  den Kräftemaassstab dieser Figur gibt.

In Fig. 3 repräsentiren der Reihe nach die zwischen Scheitel und den Verticalen *I*, *II* bis *V* befindlichen Theile der Mitteldrucklinie die Drucklinien der Gewölbestreifen  $a_0 a_1 b_1$ ,  $a_1 b_1 b_2 a_2$  bis  $a_4 b_4 b_5 a_5$ ; die Strahlen *O1*, *O2* bis *O5* (Fig. 3a) stellen deren Widerlagerdrücke vor und *O0* den für alle gleich grossen Horizontalanschub. Die Drucklinien der weiteren (spitzbogenförmigen) Bögen  $a_5 b_5 b_6 a_6$ ,  $a_6 b_6 b_7 a_7$  bis  $a_9 b_9 a_{10}$  ergeben sich in den auf Fig. 3 besonders bezeichneten Theilen der Mitteldrucklinie und ihre Stützenreactionen als zugehörige Strahlen des Kräftepolygons (Fig. 3a). Demnach sind die Längen *O1*, *O3*, *O5*, *O7* und *O9* die Drücke dieser Gewölbestreifen gegen den Stirnbogen, dagegen die Längen *O6*, *O7*, *O8*, *O9* und *O10* die auf den Gratbogen ausgeübten Pressungen.

Letztere vereinigen sich mit den gleich grossen und symmetrisch entgegengesetzten Auflagerdrücken der correspondirenden Gewölbestreifen der Kappe  $a_0' b_5' a_{10}'$  zu lothrechten Resultirenden, so dass die an jeder Stelle auf den Gratbogen übermittelte Belastung in dem Gewichte der beiden hier zusammenstossenden Gewölbestreifen besteht. Dabei ist selbstverständlich für denjenigen Theil des Gratbogens  $a_5 a_5' a_{10}' a_{10}$ , für welchen die Kappenelemente Spitzbögen sind, die jeweilige Belastung gleich dem Gewichte der beiden bis zum Kappenscheitel verlängert gedachten Gewölbestreifen.

Man setzt jetzt die so bestimmten in den Punkten *I*, *II* bis *X* auf den Gratbogen wirkenden Lasten zu einem Kräftezug (Fig. 4a) zusammen und berücksichtigt dabei auch das Eigengewicht des Grates, welches auf die Schwerlinien der in Fig. 4 eingezeichneten Lamellen vertheilt gedacht wird. Dann ergibt sich auf Grund des in bekannter Weise zu bestimmenden Horizontalanschubes des Gratbogens dessen Drucklinie (Fig. 4) und die Fortsetzung derselben im Pfeiler. Im vorliegenden Falle wurde der Kräftemaassstab der Fig. 4a gegenüber demjenigen der Fig. 3a um das Vierfache verkleinert.

Der Stirnbogen, welchem hier die Function eines Widerlagers zukommt, hat einer horizontalen concentrirten Kraft im Scheitel gleich der fünffachen Länge *OS* (Fig. 3a) und den in den Punkten *VI*, *VII*, *VIII*, *IX'* und *X'* auftretenden Stützenreactionen *O1*, *O3*, *O5*, *O7* und *O9* (Fig. 3a) mit der nöthigen Sicherheit gegen Umkantung und Verschiebung Widerstand zu leisten. Schliesst sich aber an den Stirnbogen ein weiteres Kreuzgewölbe von gleichen Dimensionen an, so wird den genannten Kräften durch die gleichen und entgegengesetzten des zweiten Gewölbes das Gleichgewicht gehalten.

Aus der Vergleichung der beiden behandelten Fälle geht hervor, dass beim Kreuzgewölbe der sog. schwalbenschwanzförmige Verband gegenüber der zuerst erwähnten Herstellungsweise den Vorzug besitzt, dass durch die Kappen auf den Grat nur verticale Lasten übertragen werden, in Folge dessen ein constanter Horizontalschub und bei sonst gleichen Verhältnissen geringerer Gewölbeschub entsteht. Die Nachteile der Ausführung des schwalbenschwanzförmigen Verbandes bestehen in dem Auftreten von Pressungen gegen die Wölbstirnen, welche bei Lagerfugen parallel den Kappenaxen vermieden werden.

## § 10.

## Das Kuppelgewölbe.

Das Kuppelgewölbe unterscheidet sich von den bisher behandelten Gewölbeformen dadurch, dass es nicht in Elemente zerlegt werden kann, deren Stabilität von dem Zusammenhang mit den angrenzenden Gewölbetheilen unabhängig ist.

Würde beispielsweise der von den Meridianen  $ACA'$  und  $BCB'$  begrenzte Theil einer geschlossenen Kuppel (Fig. 43) aus der Verbindung mit dem übrigen

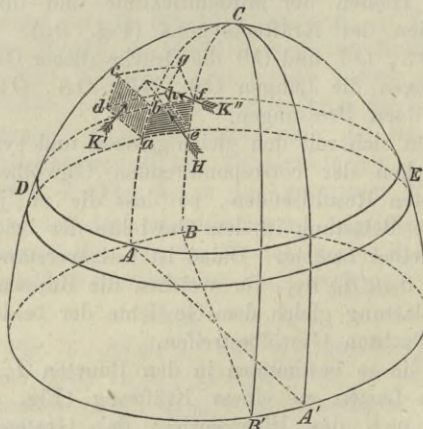


Fig. 43.

Gewölbe herausgenommen und als selbständiger Bogen betrachtet, so müsste unter dem Einfluss von verticaler und symmetrischer Belastung im Scheitel  $C$  ein Horizontalschub von bestimmter Grösse auftreten. Da nun die Fläche der Scheitelfuge auf eine Linie, also auf Null, sich reducirt, so ist für den Bogen als solcher der Gleichgewichtszustand unmöglich. Dasselbe gilt für ähnliche Gewölbeausschnitte oben offener Kuppeln und es geht daraus hervor, dass jeder durch Meridianebenen begrenzte Gewölbetheil  $ABCB'A'$  nur durch die gleichzeitigen Reactionen der angrenzenden Gewölbetheile im Gleichgewicht erhalten werden kann.

Um diese Reactionen zu bestimmen, betrachte man von dem erwähnten Gewölbeausschnitt ein beliebiges Stück  $abcdefgh$ , welches zugleich der ringförmigen auf conischer Basis befindlichen Horizontalschichte  $DE$  angehört.

Dieser „Stein“ steht zunächst unter Einwirkung seines Eigengewichtes und derjenigen Pressung, welche von dem oberhalb befindlichen Theile der Meridionalschichte auf ihn ausgeübt wird.

Würde die Resultirende  $R$  aus beiden die untere Lagerfläche des Steines noch innerhalb ihres Centralkernes schneiden und einen kleineren Winkel als den Reibungswinkel  $\varphi$  des Mauerwerks mit der Normalen zu derselben bilden, so würde der Stein im Gleichgewichte sein, es würde keine Einwirkung auf die benachbarten Steine der Horizontalschichte auftreten, von dieser Seite also auch keine Reaction und in dem horizontalen Gewölbering keine Spannung entstehen.

Überschreitet nun der Winkel von  $R$  mit der Normalen zur Lagerfuge den Reibungswinkel  $\varphi$  oder rückt der Angriffspunct dieser Kraft über den Centrkern der Lagerfläche hinaus, so wird der Stein zu gleiten beziehungsweise zu kanten anfangen und so lange auf die beiden angrenzenden Steine der horizontalen Gewölbeschichte einwirken, bis durch die Reactionen  $K'$  und  $K''$  der Letzteren derjenige Zustand, bei welchem gerade noch Gleichgewicht möglich ist, wieder hergestellt ist. Die Kräfte  $K'$  und  $K''$  lassen sich durch eine resultirende Horizontalkraft  $H$  ersetzen, wirksam in der durch den Schwerpunct des Steines gelegten Meridianebene. Der Werth von  $H$  wird den genannten Bedingungen gemäss bestimmt: Schneidet  $R$  die Lagerfläche ausserhalb des Centralkernes, so ergibt sich  $H$  aus der Forderung, dass die Resultirende  $T$  aus  $R$  und  $H$  die Grenze des letzteren noch treffe und keinen grösseren Winkel als  $\varphi$  mit der Normalen zur Lagerfläche einschliesse. Befindet sich aber der Angriffspunct von  $R$  schon innerhalb des Centralkernes, so hat  $H$  der letztgenannten Bedingung allein zu entsprechen. Im ersteren Falle haben die angrenzenden Wölbsteine gegen Umkanten oder auch gegen Umkanten und Gleiten Widerstand zu leisten, im letzteren wird der Reibungswiderstand allein in Thätigkeit gesetzt. Immer wird der kleinste zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichtes nothwendige Werth von  $H$  diesen Zustand auch wirklich herstellen.

Um beispielsweise die Stabilität eines oben offenen Kuppelgewölbes (Fig. 1 Taf. 7) zu prüfen, betrachte man den von den Meridianebenen  $AC$  und  $BC$  (Fig. 2) begrenzten Gewölbeausschnitt. Dieser wird durch die Lagerflächen der ringförmigen Wölbschichten in eine Anzahl Bogenstücke (Steine)  $a_1 b_1 b_0 a_0$ ,  $a_2 b_2 b_1 a_1 \dots a_{13} b_{13} b_{12} a_{12}$  getheilt, deren Gewichte als Längen  $01$ ,  $12 \dots \dots 12$   $13$  auf der Verticalen des Kräftepolygons (Fig. 3) aufgetragen werden.

Im vorliegenden Falle wurde die mittlere Stärke  $b$  aller Schichten gleich gross angenommen, so dass die Gewichte sämtlicher Steine ihren mittleren Längen proportional wären, wenn nicht die Tiefe verschieden wäre. Um diese Gewichte auf gleichen Kräftemaassstab zu bringen, wurden (Fig. 2) sämtliche Steinlängen auf die mittlere Tiefe  $.99'$  des neunten Steines, welche gleich der Längeneinheit, gleich  $1$  m ist, reducirt. Man trägt auf der Linie  $99''$  die Steinlängen  $\alpha_1 \beta_1$ ,  $\alpha_2 \beta_2$  u. s. f. als Längen  $9I$ ,  $9II$  bis  $9XIII$  auf, verbindet die Punkte  $I$ ,  $II \dots$  bis  $XIII$  mit  $C$  und erhält (weil für irgend einen Stein, z. B. den siebenten die Proportion  $77'' : 9VII = C7 : C9 = 77' : 99'$  besteht) in den Abschnitten  $11''$ ,  $22'' \dots B13''$  die gesuchten reducirten Steinlängen.

Da  $b = 0,6$  m, so ergibt sich der Kräftemaassstab der Fig. 3 bei dem Gewichte des Gewölbemauerwerks  $g = 2400$  kg,  $1$  mm  $= 72$  kg.

Der oberste Stein  $a_1 b_1 b_0 a_0$  steht unter Einfluss seines in der Schwerlinie wirkenden Gewichtes  $0\ 1$ ; damit der Stein im Gleichgewicht bleibe, muss diesem Gewichte eine Horizontalkraft  $H_1$  sich so vereinigen, dass die Resultirende  $T_1$  aus beiden die Fuge  $a_1 b_1$  an der unteren Grenze  $e_1$  ihres mittleren Drittheiles schneide und mit der Normalen zu  $a_1 b_1$  den Winkel  $\varphi$  bilde. Man zieht also durch  $e_1$  (Fig. 1) und durch 1 (Fig. 3) Parallele zur Richtungslinie  $M_1 N_1$  und erhält dadurch Kraftlinie  $e_1 t_1$  und Grösse  $\overline{O_1 1}$  von  $T_1$ , ebenso die Grösse  $O_1 0$  von  $H_1$ . Der Angriffsort von  $H_1$  ergibt sich in der durch den Schnittpunct  $i_1$  von  $e_1 t_1$  und der Schwerlinie des Steines gelegten Horizontalen.

Für die Lage des Punctes  $i_1$  existirt übrigens eine gewisse Beschränkung; denn da die Reactionen  $K'$  und  $K''$  selbstverständlich nicht über den Central kern der Stossflächen hinausreten sollen, so kann mit hinreichender Genauigkeit als äusserste zulässige Grenze für die Lage ihrer Resultirenden  $H$  eine Horizontale gelten, welche durch die obere Grenze des mittleren Drittheiles der Halbirungslinie  $\alpha_1 \beta_1$  des Steines gelegt ist. Würde  $i_1$  über diese Horizontale hinausfallen, so würde sich die Kraftlinie  $T_1$  als Verbindungslinie des Punctes  $e_1$  und der oberen Begrenzung des mittleren Drittheils von  $\alpha_1 \beta_1$  ergeben und dies wäre ein Zeichen, dass der Widerstand gegen Kanten in Thätigkeit getreten, bevor die volle Reibung absorhirt war.

Was die zweite Steinschicht anlangt, so wirkt auf sie der Lagerdruck der vorhergehenden und ihr Gewicht  $\overline{1\ 2}$ . Die Resultirende  $R_2$  aus beiden ergibt sich nach Grösse und Richtung gleich  $O_1 2$  (Fig. 3), ihrer wirklichen Lage nach in der durch  $t_1$  zu  $O_1 2$  gezogenen Parallelen  $t_1 v_2$ . Die Resultirende  $T_2$  aus  $R_2$  und  $H_2$  muss  $a_2 b_2$  unter den mehrfach erwähnten durch die Forderungen des Gleichgewichts bedingten Verhältnissen schneiden. Der kleinste Werth von  $H_2$ , der diesen Forderungen entspricht, wird der wirklich auftretenden Grösse dieser Kraft entsprechen. Es ist derjenige Werth  $H_2 = O_1 O_2$ , bei welchem  $T_2$  die Lagerfuge  $a_2 b_2$  an der unteren Grenze  $e_2$  und die Kraftlinie  $H_2$  die Mittellinie  $\alpha_2 \beta_2$  an der oberen Grenze  $i_2$  ihres mittleren Drittheils schneiden. Wenn man daher durch  $i_2$  die Horizontale  $i_2 v_2$  zieht und den dadurch erhaltenen Schnittpunct  $v_2$  von  $H_2$  und  $R_2$  mit  $e_2$  verbindet, so ist  $v_2 e_2$  Kraftlinie und die Parallele  $O_2 2$  hiezu im Kräftepolygon Grösse des Lagerdruckes  $T_2$  auf  $a_2 b_2$ .

Für den dritten Stein wird  $R_3 = O_2 3$ , wirksam in  $t_2 v_3$ , ferner  $H_3 = O_3 O_2$  mit der Kraftlinie  $i_3 v_3$ , endlich  $T_3 = O_3 3$ , wirkend in  $v_3 e_3$ . Das gleiche Verfahren wird für die folgenden Steinschichten fortgesetzt.

Dabei zeigt sich, dass der Winkel, welchen für alle Schichten die Kräfte  $T$  und  $R$  mit einander bilden, also auch die Werthe von  $H$  vom Scheitel gegen das Widerlager stetig abnehmen.

Beim neunten Stein, dessen untere Lagerfuge von  $T_8$  in  $e_9$  getroffen wird, fallen  $R_9$  und  $T_9$  zusammen und es wird für diesen Stein wie für die folgenden  $H$  gleich 0, d. h. in den ringförmigen Gewölbeschichten treten keine horizontale Verspannungen mehr auf. Der Verlauf der Stützlilie ist also von hier ab von den Letzteren unabhängig und die schliessliche Widerlagerreaction des betrachteten Bogenstückes wird nach Grösse und Richtung als Länge  $O_8 13$  (Fig. 3), ihrer wirklichen Lage nach aber in der Geraden  $t_{12} t_{13}$  (Fig. 1) gefunden.

In der Regel werden oben offene Kuppelgewölbe durch sogenannte Laternen überbaut, wodurch für die oberste der ringförmigen Schichten eine

besondere Belastung hinzukommt. Es ist dabei für den Constructeur von Wichtigkeit, die Grenze zu kennen, welche letztere nicht überschreiten darf ohne das Gleichgewicht zu gefährden. Diese Grenze ist aber abhängig von der Widerstandsfähigkeit des Steinmaterials gegen Zerdrückung und kommen hier zunächst die auf Pressung beanspruchten Stoss- und Lagerfugen der obersten Schichte in Betracht.

Beispielsweise beträgt der Flächeninhalt der Lagerfläche des Steines  $a_1 b_1 b_0 a_0$  (Fig. 1)  $70 \times 25 = 1750$  qcm. Wenn nun die grösstzulässige Angriffnahme auf Zerdrückung zu 5 kg per qcm festgesetzt ist, so darf die Gesamtbeanspruchung genannter Fläche für den Fall, dass  $T_1$  dieselbe in ihrem Schwerpunkt schneidet, den Werth von 8750 kg, für den hier vorliegenden Fall aber, dass  $T_1$  die Fläche an der Grenze ihres Centralkernes trifft, den Betrag von 4375 kg nicht überschreiten. S. S. 4.

Man trägt nun letzteren Werth im gewählten Kräftemaassstab von 1 aus auf der Geraden  $1 O_1$  des Kräftepolygons auf, so dass  $1 p = 4375$  kg, zieht durch  $p$  die Horizontale  $p 0'$  und erhält in dem Längenabschnitt  $0'0$  die Maximalbelastung durch die Laterne, welche der betrachtete Sector des Kuppelgewölbes ausser seinem Eigengewichte aufzunehmen vermag.

Fig. 4 stellt ein Kuppelgewölbe vor, dessen oberer Theil aus zwei getrennten Gewölbeschalen, einer inneren und einer äusseren (Schutzkuppel) besteht. Beide haben oben ringförmige Oeffnungen, welche mit einer Laterne überbaut sind. Das gesammte Gewicht der letzteren im Betrage von 320  $t$  vertheile sich zur Hälfte auf das äussere, zur Hälfte auf das innere Gewölbe, so dass auf die in Fig. 4 und 5 betrachteten Gewölbeausschnitte beider Kuppeln eine Belastung der obersten Schichte von je 4  $t$  kommt. Was den Kräftemaassstab anlangt, so wurden die Gewichte der einzelnen Steine durch ihre halben Längen ausgedrückt und diese Längen (Fig. 4) sämmtlich auf die mittlere Tiefe  $nn' = 2$  des betrachteten Stückes der cylindrischen Umfassungsmauer reducirt. Sonach  $1 \text{ mm} = 576$  kg. Mit Hülfe der beiden Kräftepolygone (Fig. 6 und 7), von welchen das erstere dem äusseren, das letztere dem inneren Gewölbe zugehört, wurde sonach wie oben die Stützlinie beider Kuppeln construirt und die erhaltenen Widerlagerreactionen  $T' = O_1 \overline{29}$  und  $T'' = O_1 \overline{23}_1$  zu ihrer Resultirenden  $R = O_1 \beta$  (Fig. 7) vereinigt, zu welchem letzterem Zwecke eine weitere Verkleinerung des Kräftemaassstabes auf  $\frac{1}{3}$  der früheren Grösse vorgenommen wurde. Durch die Vereinigung von  $R$  mit den Gewichten der Steinschichten des Widerlagers wurde die Stützlinie des Letzteren erhalten.

Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text is mirrored and difficult to decipher.

## Dritter Abschnitt.

### Druck der Gewölbe auf die Lehrgerüste.

Zur Herstellung der Gewölbe dienen besondere Arten von Gerüsten, welche den Zweck haben, den im Aufbau begriffenen Bogentheilen zur Unterstützung zu dienen, bis deren Schlusssteine eingefügt sind und sie sich selbst tragen können. Solche Gerüste werden Lehrgerüste genannt. Die richtige und zweckmässige Anordnung derselben setzt eine genaue Kenntniss der Pressungen voraus, welche die einzelnen Wölbsteinschichten auf ihre Unterlagen ausüben. Diese Pressungen werden auf folgende Weise bestimmt.

#### § 1.

Druck der Wölbsteine auf die Lehrgerüste für beliebige Stadien des Gewölbeaufbaues.

Alle diejenigen Steine eines nicht geschlossenen Gewölbes, deren untere Lagerflächen einen kleineren Winkel mit dem Horizont einschliessen als den Reibungswinkel von Mauerwerk auf Mauerwerk, werden keinen Druck auf das Lehrgerüste ausüben. Die erste Wölbsteinschichte über dem Reibungswinkel

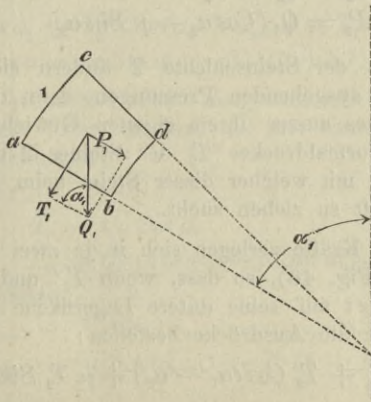


Fig. 44.

wird schon auf das Lehrgerüste drücken und bezeichnet  $\alpha_1$  den Winkel, welchen die untere Lagerfuge des Steines 1 (Fig. 44) mit der Verticalen bildet,  $Q_1$  das

Gewicht dieses Steines,  $T_1$  dessen Normaldruck auf die Fuge  $ab$ ,  $P_1$  die Pressung auf das Lehrgerüst,  $\mu$  die Tangente des Reibungswinkels für Mauerwerk, so werden die Relationen stattfinden:

$$T_1 = Q_1 \sin \alpha_1 \dots \dots \dots (A)$$

und

$$P_1 = Q_1 (\cos \alpha_1 - \mu \sin \alpha_1) \dots \dots (a).$$

Hiebei wurde, gleichwie im Folgenden, die Adhäsion des zwischen den Lagerfugen befindlichen Mörtels vernachlässigt.

Kommt nun zu der ersten Wölbsteinschichte eine zweite hinzu (zweites Stadium des Gewölbeaufbaues), so erhält man, wenn die Bezeichnung analog der vorigen gewählt wird, für den Normaldruck  $T_2$  des Steines 2 auf seine

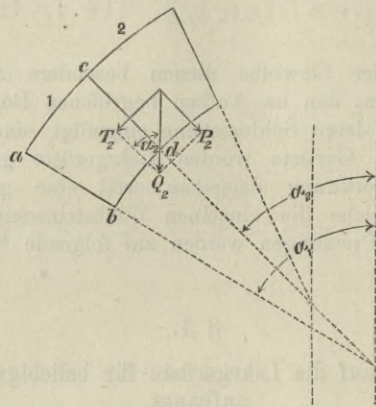


Fig. 45.

untere Lagerfläche  $cd$  (Fig. 45) und für dessen Pressung auf das Lehrgerüste die Werthe:

$$T_2 = Q_2 \sin \alpha_2 \dots \dots \dots (B)$$

$$P_2 = Q_2 (\cos \alpha_2 - \mu \sin \alpha_2) \dots \dots (b).$$

Unter dem Einfluss der Steinschichte 2 ändern sich aber die von der vorhergehenden Schichte ausgehenden Pressungen, denn diese steht im zweiten Stadium des Gewölbebaues ausser ihrem eigenen Gewichte  $Q_1$  unter der weiteren Einwirkung des Normaldruckes  $T_2$  des Steines 2 auf sein unteres Lager und der Reibung  $\mu T_2$ , mit welcher dieser Stein beim Abgleiten auf  $cd$  den Stein 1 in Mitleidenschaft zu ziehen sucht.

Die drei genannten Kräfte zerlegen sich in je zwei zu  $ab$  senkrechte und parallele Componenten (Fig. 46), so dass, wenn  $T_1'$  und  $P_1'$  die Drücke sind, welche der Stein 1 jetzt auf seine untere Lagerfläche und das Lehrgerüste ausübt, für diese Werthe die Ausdrücke bestehen:

$$T_1' = Q_1 \sin \alpha_1 + T_2 \cos (\alpha_1 - \alpha_2) + \mu T_2 \sin (\alpha_1 - \alpha_2) \dots (A')$$

und

$$P_1' = Q_1 \cos \alpha_1 - T_2 \sin (\alpha_1 - \alpha_2) + \mu T_2 \cos (\alpha_1 - \alpha_2) - \mu T_1'$$

oder, wenn für  $T_1'$  der Werth aus der vorhergehenden Gleichung eingesetzt wird:

$$P_1' = Q_1 (\cos \alpha_1 - \mu \sin \alpha_1) - T_2 (1 + \mu^2) \sin (\alpha_1 - \alpha_2) \dots (a').$$



Ist der Gewölbebau um eine weitere, dritte Steinschicht vorgeschritten, so gelten für die normalen Pressungen der Schichte 3 auf ihr Lager und auf das Lehrgerüste die Werthe:

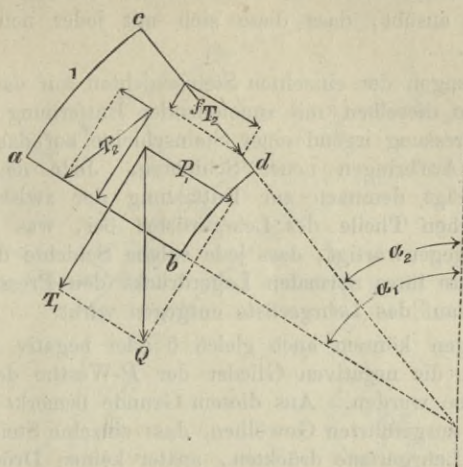


Fig. 46.

$$T_3 = Q_3 \sin \alpha_3 \dots \dots \dots (C)$$

und

$$P_3 = Q_3 (\cos \alpha_3 - \mu \sin \alpha_3) \dots \dots \dots (c)$$

und ähnlich wie oben erhält man die diesem Stadium entsprechenden Drücke der vorhergegangenen Steinschichten auf ihre Unterlagen und auf das Lehrgerüst durch die Gleichungen:

für die Schichte 2:

$$T_2' = Q_2 \sin \alpha_2 + T_3 \cos (\alpha_2 - \alpha_3) + \mu T_3 \sin (\alpha_2 - \alpha_3) \dots (B')$$

$$P_2' = Q_2 (\cos \alpha_2 - \mu \sin \alpha_2) - T_3 (1 + \mu^2) \sin (\alpha_2 - \alpha_3) \dots (b')$$

und für die Schichte 1:

$$T_1'' = Q_1 \sin \alpha_1 + T_2' \cos (\alpha_1 - \alpha_2) + \mu T_2' \sin (\alpha_1 - \alpha_2) \dots (A'')$$

$$P_1'' = Q_1 (\cos \alpha_1 - \mu \sin \alpha_1) - T_2' (1 + \mu^2) \sin (\alpha_1 - \alpha_2) \dots (a'')$$

In dieser Weise fortfahrend erhält man schliesslich, wenn  $n$  Steinschichten versetzt sind, die Drücke jeder einzelnen auf ihre Unterlage und auf das Lehrgerüst durch die Gleichungen:

für die  $n^{\text{te}}$  Schichte:

$$T_n = Q_n \sin \alpha_n$$

$$P_n = Q_n (\cos \alpha_n - \mu \sin \alpha_n),$$

für die  $n - 1^{\text{te}}$  Schichte:

$$T_{n-1}' = Q_{n-1} \sin \alpha_{n-1} + T_n \cos (\alpha_{n-1} - \alpha_n) + \mu T_n \sin (\alpha_{n-1} - \alpha_n)$$

$$P_{n-1}' = Q_{n-1} (\cos \alpha_{n-1} - \mu \sin \alpha_{n-1}) - T_n (1 + \mu^2) \sin (\alpha_{n-1} - \alpha_n)$$

für die  $n - 2^{\text{te}}$  Schichte:

$$T_{n-2}'' = Q_{n-2} \sin \alpha_{n-2} + T_{n-1}' \cos (\alpha_{n-2} - \alpha_{n-1}) + \mu T_{n-1}' \sin (\alpha_{n-2} - \alpha_{n-1})$$

$$P_{n-2}'' = Q_{n-2} (\cos \alpha_{n-2} - \mu \sin \alpha_{n-2}) - T_{n-1}' (1 + \mu^2) \sin (\alpha_{n-2} - \alpha_{n-1})$$

(51)

u. s. f.

Die Drücke der Steine auf ihre unteren Lagerflächen nehmen, wie aus vorstehenden Gleichungen ersichtlich ist, mit zunehmender Entfernung vom Widerlager ab, dagegen zeigt die Vergleichung der Normaldrücke, welche eine bestimmte Steinschichte in verschiedenen Stadien des Gewölbebaues auf ihre Lagerfläche ausübt, dass diese sich mit jeder neu hinzukommenden Schichte vergrössern.

Was die Pressungen der einzelnen Steinschichten auf das Lehrgerüste anlangt, so wachsen dieselben mit zunehmender Entfernung vom Widerlager; dagegen wird die Pressung irgend einer Steinschichte auf das Lehrgerüste verringert durch das Aufbringen neuer Schichten. Jede neu hinzukommende Wölbsteinschichte trägt demnach zur Entlastung der zwischen ihr und dem Widerlager befindlichen Theile des Lehrgerüsts bei, was leicht einleuchtet, wenn man sich vergegenwärtigt, dass jede solche Schichte durch die aufwärts gerichtete Componente ihres normalen Lagerdrucks den Pressungen der vorhergehenden Schichten auf das Lehrgerüste entgegen wirkt.

Diese Pressungen können auch gleich 0 oder negativ werden, wenn in den Gleichungen 51 die negativen Glieder der  $P$ -Werthe den positiven gleich oder grösser als diese werden. Aus diesem Grunde bemerkt man zuweilen bei grösseren und rasch ausgeführten Gewölben, dass einzelne Steinschichten, welche anfänglich auf das Lehrgerüste drückten, später keinen Druck mehr auf dasselbe ausüben, ja das leise Bestreben zeigen (durch Lockerwerden der Schalhälzer bemerkbar) sich vom Lehrgerüst zu entfernen.

Das Maximum der Pressung, welche auf irgend einen Punkt des Lehrgerüsts ausgeübt werden kann, findet somit dann statt, wenn die an dieser Stelle befindliche Wölbsteinschichte im fortschreitenden Versetzen der Steine gerade die oberste ist. Dieses Maximum ist ausgedrückt durch die Gleichung:

$$P_n = Q_n (\cos \alpha_n - \mu \sin \alpha_n). \quad (52).$$

### Graphische Lösung.

Man denke sich ein Gewölbe (Fig. 47) in einem beliebigen Stadium des Aufbaues begriffen. Die Gewichte der einzelnen Steinschichten seien an der Verticalen 06 des Kräftepolygons (Fig. 47a) an einander gereiht. Um den Druck der hier obersten Schichte 1 auf das Lehrgerüste zu bestimmen, zerlegt man das Gewicht  $Q_1 = 01$  derselben in zwei Componenten  $0I$  und  $I1$ , von welchen die eine parallel ist der unteren Lagerfuge  $a_1 b_1$ , und die andere mit der Normalen zu  $a_1 b_1$  den Reibungswinkel  $\varphi$  des Mauerwerks einschliesst. Dann ist  $0I$  nach Grösse und Richtung gleich dem Druck  $P_1$  auf das Lehrgerüste,  $I1$  aber der unter Einfluss der stattfindenden Reibung auf  $a_1 b_1$  ausgeübte Lagerdruck  $= \frac{T_1}{\cos \varphi}$ .

Auf die zweite Schichte wirkt ihr eigenes Gewicht  $Q_2 = 12$  und der Lagerdruck  $I1$  der vorhergehenden. Die Mittelkraft aus beiden erhält man in der Diagonale  $I2$  des Kräftepolygons. Wäre nun das Gewölbe geschlossen, so würde der Druck dieser Steinschichte auf das Lehrgerüste gleich 0 und die Gerade  $I2$  zugleich nach Grösse und Richtung dem Drucke gleich sein, welcher auf die untere Lagerfläche des zweiten Steines ausgeübt wird. Da das Gewölbe nicht geschlossen ist, so wird der Druck des in Rede stehenden Steins auf das Lehrgerüst eine bestimmte Grösse haben, er wird seiner Rich-

tung nach parallel zu  $a_2 b_2$  sein und durch den Schwerpunkt des Steines gehen. Desswegen wird auch das Kräftepolygon der an dem Steine wirkenden Kräfte

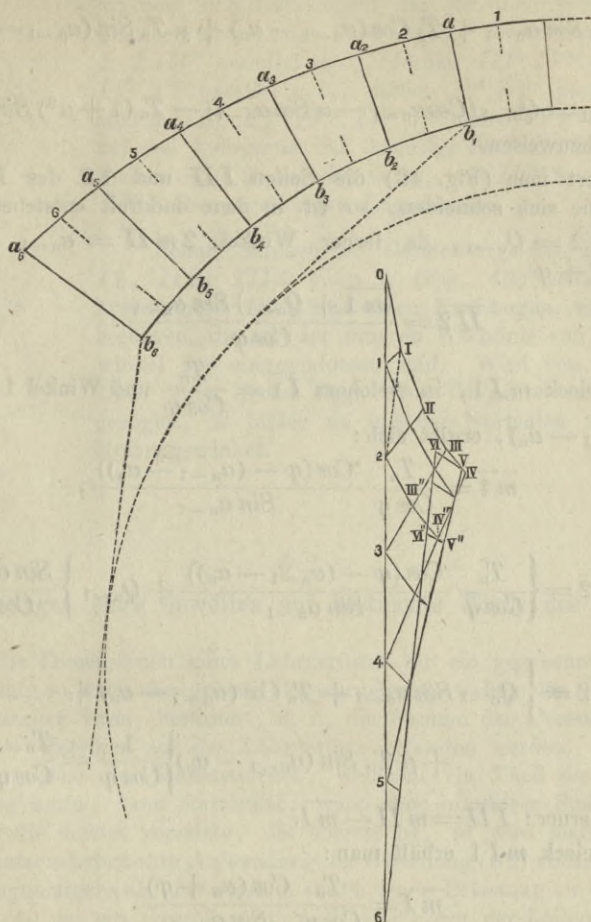


Fig. 47 und 47a.

kein Dreieck, sondern ein Viereck  $I12II$  sein, in welchem  $II2$  den Lagerdruck und  $III$  den Druck auf das Lehrgerüst repräsentirt. Da die Richtung  $III$  bekannt ist, so wäre das Kräftepolygon bestimmt, wenn auch die Richtung  $II2$  bekannt wäre. Diese aber erhält man in einer zur Normalen zu  $a_2 b_2$  um den Reibungswinkel geneigten Geraden und wenn zu dieser Richtungsline durch 2 im Kräftepolygon eine Parallele gezogen wird, so ergeben sich in den dadurch bestimmten Abschnitten  $III$  und  $II2$  die Drücke der zweiten Steinschichte auf ihr unteres Lager und auf das Lehrgerüst.

Die fortgesetzte Anwendung des gleichen Verfahrens auf die übrigen Steinschichten liefert auch für diese die genannten Grössen und zwar in der nämlichen Weise auf graphischem Wege, wie Gleichungen (51) dieselben durch Rechnung ergeben, denn dass mit Rücksicht auf die oben gewählte Bezeichnungsweise

$$\overline{II2} = \frac{T_{n-1}}{\text{Cos } \varphi} = \left\{ Q_{n-1} \text{Sin } \alpha_{n-1} + T_n \text{Cos } (\alpha_{n-1} - \alpha_n) + \mu T_n \text{Sin } (\alpha_{n-1} - \alpha_n) \right\} \frac{1}{\text{Cos } \varphi}$$

und

$$\overline{III} = P_{n-1} = Q_{n-1} (\text{Cos } \alpha_{n-1} - \mu \text{Sin } \alpha_{n-1}) - T_n (1 + \mu^2) \text{Sin } (\alpha_{n-1} - \alpha_n)$$

ist leicht nachzuweisen.

Verlängert man (Fig. 48) die Seiten  $\overline{III}$  und  $12$  des Kräftevierecks  $I12II$  bis sie sich schneiden, so ist in dem dadurch entstehenden Dreieck  $mII2$ , da  $\overline{12} = Q_{n-1}$ , da ferner Winkel  $2mII = \alpha_{n-1}$  und Winkel  $2II m = 90^\circ + \varphi$

$$\overline{II2} = \frac{(\overline{m1} + Q_{n-1}) \text{Sin } \alpha_{n-1}}{\text{Cos } \varphi}.$$

Aus Dreieck  $mI1$ , in welchem  $\overline{I1} = \frac{T_n}{\text{Cos } \varphi}$  und Winkel  $1Im = 90^\circ + \varphi - (\alpha_{n-1} - \alpha_n)$ , ergibt sich:

$$\overline{m1} = \frac{T_n}{\text{Cos } \varphi} \frac{\text{Cos } (\varphi - (\alpha_{n-1} - \alpha_n))}{\text{Sin } \alpha_{n-1}},$$

daher:

$$\overline{II2} = \left\{ \frac{T_n}{\text{Cos } \varphi} \frac{\text{Cos } (\varphi - (\alpha_{n-1} - \alpha_n))}{\text{Sin } \alpha_{n-1}} + Q_{n-1} \right\} \frac{\text{Sin } \alpha_{n-1}}{\text{Cos } \varphi}$$

oder:

$$\overline{II2} = \left\{ Q_{n-1} \text{Sin } \alpha_{n-1} + T_n \text{Cos } (\alpha_{n-1} - \alpha_n) + \mu T_n \text{Sin } (\alpha_{n-1} - \alpha_n) \right\} \frac{1}{\text{Cos } \varphi} = \frac{T_{n-1}}{\text{Cos } \varphi}.$$

Es ist ferner:  $\overline{III} = \overline{mII} - \overline{mI}$ .

Aus Dreieck  $mI1$  erhält man:

$$\overline{mI} = \frac{T_n}{\text{Cos } \varphi} \frac{\text{Cos } (\alpha_n + \varphi)}{\text{Sin } \alpha_{n-1}}.$$

Aus Dreieck  $mII2$  ergibt sich, da Winkel  $m2II = 90^\circ - (\alpha_{n-1} + \varphi)$

$$\overline{mII} = \frac{\overline{m2} \text{Cos } (\alpha_{n-1} + \varphi)}{\text{Cos } \varphi}$$

oder:

$$\overline{mII} = \left\{ \frac{T_n}{\text{Cos } \varphi} \frac{\text{Cos } (\varphi - (\alpha_{n-1} - \alpha_n))}{\text{Sin } \alpha_{n-1}} + Q_{n-1} \right\} \frac{\text{Cos } (\alpha_{n-1} + \varphi)}{\text{Cos } \varphi},$$

daher:

$$\overline{III} = \left\{ \frac{T_n}{\text{Cos } \varphi} \frac{\text{Cos } (\varphi - (\alpha_{n-1} - \alpha_n))}{\text{Sin } \alpha_{n-1}} + Q_{n-1} \right\} \frac{\text{Cos } (\alpha_{n-1} + \varphi)}{\text{Cos } \varphi} - \frac{T_n \text{Cos } (\alpha_n + \varphi)}{\text{Cos } \varphi \text{Sin } (\alpha_{n-1})},$$

woraus durch Reduction hervorgeht:

$$\overline{III} = Q_{n-1} (\text{Cos } \alpha_{n-1} - \mu \text{Sin } \alpha_{n-1}) - T_n (1 + \mu^2) \text{Sin } (\alpha_{n-1} - \alpha_n) = P_{n-1}.$$

Hat man (Fig. 47a) die einem beliebigen Stadium des Gewölbebaues entsprechenden Pressungen der Steinschichten auf das Lehrgerüst bestimmt, so ergeben sich auch leicht die jedem vorhergehenden Stadium entsprechenden Pressungen. Zieht man z. B. durch 2 2 III'' parallel  $a_3 b_3$ , ferner III'' IV'' parallel  $a_4 b_4$ , IV'' V'' parallel  $a_5 b_5$ , endlich V'' VI'' parallel  $a_6 b_6$ , so sind 2 III'', III'' IV'', IV'' V'' und V'' VI'' die Pressungen auf das Lehrgerüst für dasjenige Stadium, in welchem die Steinschichte 3 die oberste ist, und III'' 3, IV'' 4, V'' 5, VI'' 6 die zugehörigen Lagerdrücke.

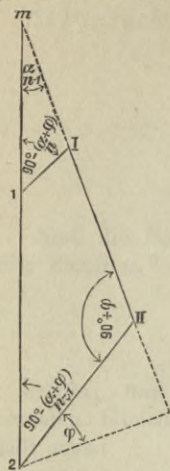


Fig. 48.

Behufs einfacherer Darstellung der Richtungslinien I1, II2, III3 u. s. f. (Fig. 48) zeichnet man bei kreisförmiger Wöblinie einen Kreisbogen, welchen Sehnen berühren, die auf der inneren Wöblinie von einem Centriwinkel  $2\varphi$  eingeschlossen sind. Wird von dem unteren Ende einer jeden Fuge eine Tangente an diesen Kreis gezogen, so bildet sie mit der Normalen zur Fuge den Reibungswinkel.

### § 2.

#### Maximalpressungen eines Gewölbes auf bestimmte Theile des Lehrgerüsts.

Wenn die Dimensionen eines Lehrgerüsts für ein gegebenes Gewölbe zu berechnen sind, so muss die grösste Beanspruchung, welche für einzelne Theile desselben entstehen kann, bestimmt, d. h. die Summe der Pressungen je einer Anzahl von Wölbsteinen auf das Lehrgerüste gefunden werden.

Da nach oben der Maximaldruck, welchem ein Theil des Lehrgerüsts ausgesetzt sein kann, dann stattfindet, wenn die an dieser Stelle befindliche Wölbsteinschicht die zuletzt versetzte, die oberste ist, so wird man die fragliche Summirung unter wiederholter Anwendung der Gleichung (52) vornehmen und dadurch eine ungünstigere als die wirklich stattfindende Belastung zu Grunde legen.

In Fig. 49 sei ein Gewölbe von beliebiger Form der Leibung dargestellt, welches vom Scheitel gegen das Widerlager so verstärkt ist, dass die Verticalprojectionen sämmtlicher Steinfugen gleich der Schlusssteinhöhe  $h$  sind. Das Gewicht der Cubikeinheit des Wölbsteinmaterials sei  $q$ ,  $e$  die Entfernung der Lehrbögen von einander. Um unter der erwähnten Voraussetzung den Druck des Gewölbstückes  $cdfe$ , dessen Begrenzungsfugen  $cd$  und  $ef$  um die Bogenlängen  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  vom Scheitel des Gewölbes abstehen, auf das Lehrgerüste zu erhalten, denke man sich ein Gewölbeelement  $lmno$  von der unendlich kleinen mittleren Breite  $su$ , dessen Begrenzungsfugen den ebenfalls unendlich kleinen Bogentheil  $d\alpha$  einschliessen.

Wenn  $r$  der Krümmungsradius der Leibungslinie für den Ort des bezeichneten Gewölbeelementes ist, so ist dessen Gewicht:

$$dQ = q \cdot e \cdot \overline{no} \cdot \overline{su}$$

oder, da

$$\overline{no} = \frac{h}{\cos \alpha}$$

und

$$\overline{su} = \left( r + \frac{h}{2 \cos \alpha} \right) d\alpha$$

$$dQ = q \cdot e \cdot \frac{h}{\cos \alpha} \left( r + \frac{h}{2 \cos \alpha} \right) d\alpha$$

und dessen grösster Druck auf das Lehrgerüste:

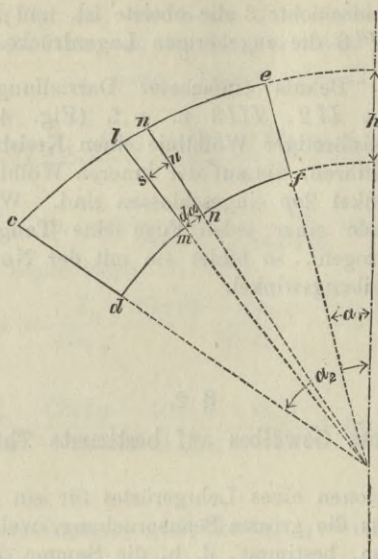


Fig. 49.

$$dP = q \cdot e \cdot \frac{h}{\cos \alpha} \left( r + \frac{h}{2 \cos \alpha} \right) (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) d\alpha$$

oder:

$$dP = q \cdot e \cdot h \cdot \left( r - r \mu \tan \alpha + \frac{h}{2 \cos \alpha} - \frac{\mu h \tan \alpha}{2 \cos \alpha} \right) d\alpha.$$

So lange die Fugen einer Anzahl von Gewölbeelementen nicht zu sehr divergieren, um annähernd als parallel zu gelten, können die Drücke dieser Elemente summiert werden und man erhält den Druck  $\Sigma(P)$  des Gewölbestückes  $cdef$  auf das Lehrgerüst wie folgt:

$$\Sigma(P) = qeh \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left( r - r \mu \tan \alpha + \frac{h}{2 \cos \alpha} - \frac{\mu h \tan \alpha}{2 \cos \alpha} \right) d\alpha. \quad (53)$$

Hat das Gewölbestück  $cdef$  einen Kreisbogen zur inneren Leibungslinie so ergibt sich:

$$\Sigma(P) = qeh \left\{ r\alpha + r\mu \log_n \cos \alpha + \frac{h}{2} \log_n \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) - \frac{\mu h}{2 \cos \alpha} \right\}$$

oder

$$\Sigma(P) = qeh \left\{ r \left[ \alpha_2 - \alpha_1 - \mu \log_n \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \right] + \right. \\ \left. + \frac{h}{2} \left[ \log_n \frac{\tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha_2}{2} \right)}{\tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha_1}{2} \right)} - \mu \left( \frac{1}{\cos \alpha_2} - \frac{1}{\cos \alpha_1} \right) \right] \right\}.$$

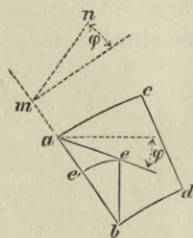
Sind die Bogenlängen  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  in Graden angegeben und beziehungsweise durch  $a_1^0$  und  $a_2^0$  ausgedrückt, so ist

$$\alpha_1 = a_1^0 \frac{\pi}{180} \quad \text{und} \quad \alpha_2 = a_2^0 \frac{\pi}{180}$$

zu setzen, und wenn gleichzeitig die Neper'schen Logarithmen der vorstehenden Gleichung umgewandelt werden in solche von der Basis 10, so erhält man:

$$\Sigma(P) = qeh \left\{ r \left[ \frac{\pi}{180} (a_2 - a_1) - 2,3026 \mu \log \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \right] + \right. \\ \left. + \frac{h}{2} \left[ 2,3026 \log \frac{\tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha_2}{2} \right)}{\tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha_1}{2} \right)} - \mu \left( \frac{1}{\cos \alpha_2} - \frac{1}{\cos \alpha_1} \right) \right] \right\},$$

woraus sich der Druck eines beliebigen kreisförmigen Bogenstückes auf das Lehrgerüste berechnen lässt.



Auf einfacherem Wege führt das graphische Verfahren zum Ziel. Bei gleicher mittlerer Breite der Steine kann annähernd das Gewicht derselben proportional den Längen ihrer unteren Lagerfugen angenommen werden. Man erhält nun die grösste Pressung irgend eines Steines  $abcd$  (Fig. 50) nach oben in der Länge  $AE$  des Kräftedreiecks (Fig. 50 a), wenn  $BA = ab$  gemacht und  $BE$  parallel  $ab$ , ferner  $AE$  parallel der Richtungslinie  $mn$  gezogen wird, welche mit der Normalen zu  $ab$  den Reibungswinkel bildet.

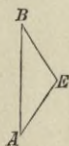


Fig. 50 und 50 a.

Die Construction des erwähnten Kräftedreiecks wird nun vereinfacht, wenn man durch  $a$  (Fig. 50) eine Linie zieht, welche mit der Horizontalen den Reibungswinkel einschliesst und diese bis zum Schnittpunkt  $e$  mit einer durch  $b$  gezogenen Verticalen verlängert. Dann ist Dreieck  $abe$  congruent dem Dreieck  $ABE$  und  $be = AE$  ergibt den Druck auf das Lehrgerüste. Um diesen seiner wirklichen Lage nach zu erhalten, trägt man  $eb$  von  $b$  aus auf  $ba$  auf, so dass  $be' = be$ , und indem man das gleiche Verfahren für alle Steinschichten durchführt und die oberen Endpunkte der so erhaltenen Abschnitte durch eine stetige

Linie (Fig. 51) verbindet, erhält man in der schraffirten Fläche die maximale Belastung des Lehrgerütes.

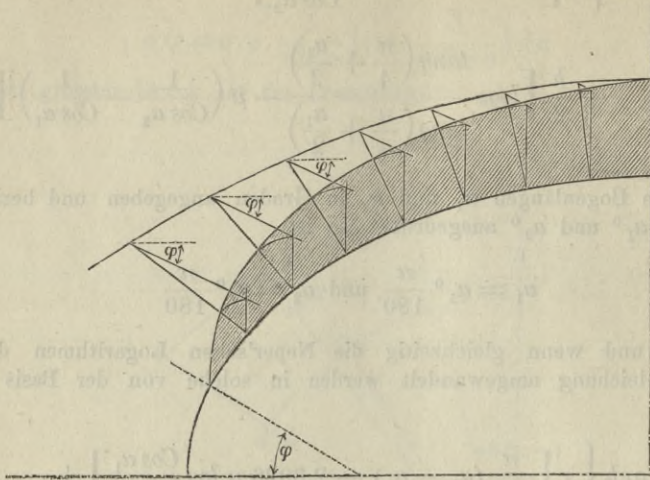


Fig. 51.

Es kann diese Bestimmung auch unabhängig von der wirklichen Steineintheilung durchgeführt werden und das Verfahren lässt sich ebenso leicht auf kreisbogenförmige Gewölbe wie für Gewölbe von variablem Krümmungshalbmesser anwenden.



## Literatur.

---

- Scheffler, Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken. Braunschweig 1857.
- Schwedler, zur Theorie der Gewölbe. Zeitschrift für Bauwesen. Berlin 1859.
- Culmann, graphische Statik. Zürich 1866.
- Heinzerling, analytisch-graphische Construction der Brückengewölbe. Zeitschrift für Bauwesen. Berlin 1872.
- Theorie und Anordnung der Lehrgerüste gewölbter Brücken. Zeitschrift für Bauwesen. Berlin 1874.
- Frauenholz, Bauconstructionslehre für Ingenieure. München 1875.
- v. Ott, Vorträge über Baumechanik. Prag 1877.
- Navier, Mechanik der Baukunst, bearbeitet von Westphal und Föppl. Hannover 1879.
- Wittmann, geometrische Erddrucktheorie. Zeitschrift für Baukunde. München 1878.
- zur Theorie der Gewölbe. Zeitschrift für Bauwesen. Berlin 1879.
-

Literatur

Schiffner, Theorie der Gewölbe, Fortsetzung und zweites Heftchen. Braun-  
schweig 1857.

Schweitzer, die Theorie der Gewölbe. Zeitschrift für Bauwesen. Berlin  
1858.

Catmann, graphische Statik. Zürich 1868.

Heinrich, analytisch-graphische Konstruktion der Kuppelgewölbe. Zei-  
tschrift für Bauwesen. Berlin 1872.

Theorie und Anordnung der Kuppelgewölbe. Zeitschrift  
für Bauwesen. Berlin 1874.

Praktische Konstruktionslehre für Ingenieure. München 1878.

Druck von Oskar Bonde in Altenburg.

Ol. Jochen, über die  
Naver, Mechanik der Balken, besteht von Weisheit und Kraft. Braunschweig  
1879.

Wittmann, geometrische Kuppeltheorie. Zeitschrift für Bauwesen. München  
1878.

— die Theorie der Gewölbe. Zeitschrift für Bauwesen. Berlin 1879.

Fig. 1

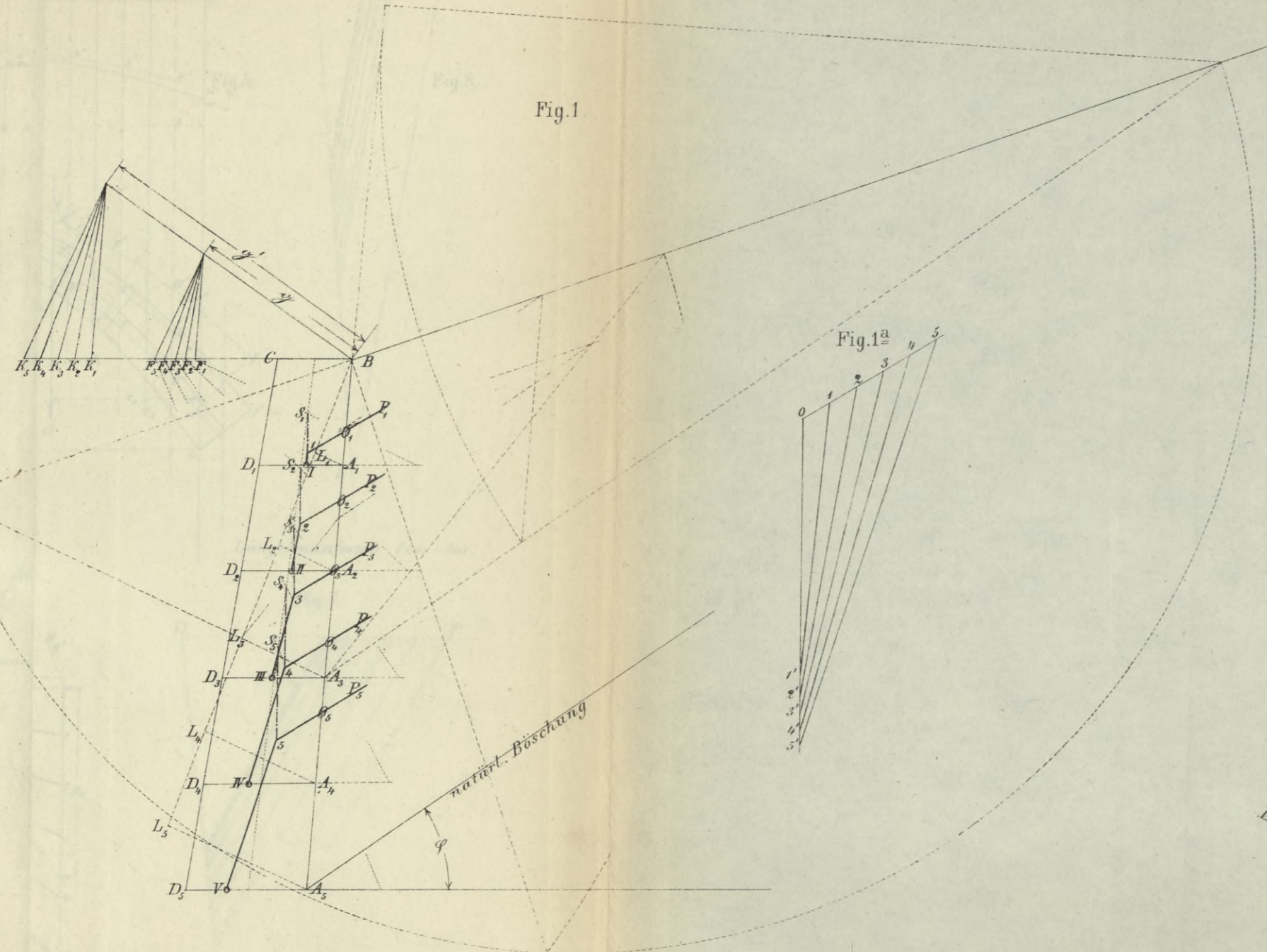


Fig. 2<sup>a</sup>

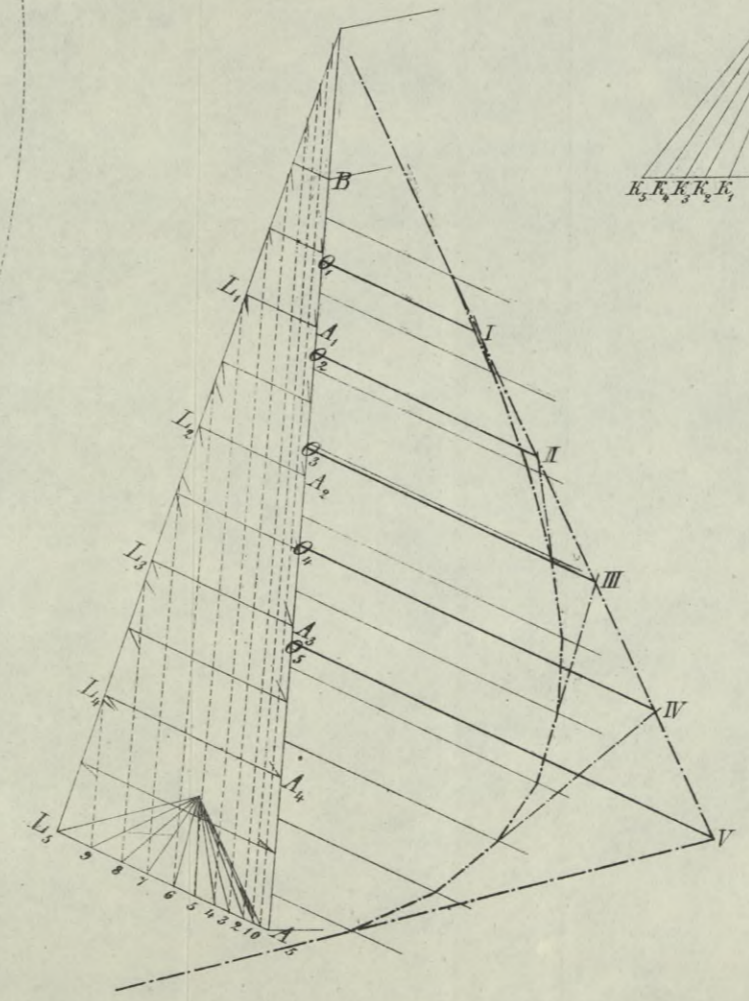


Fig. 2.

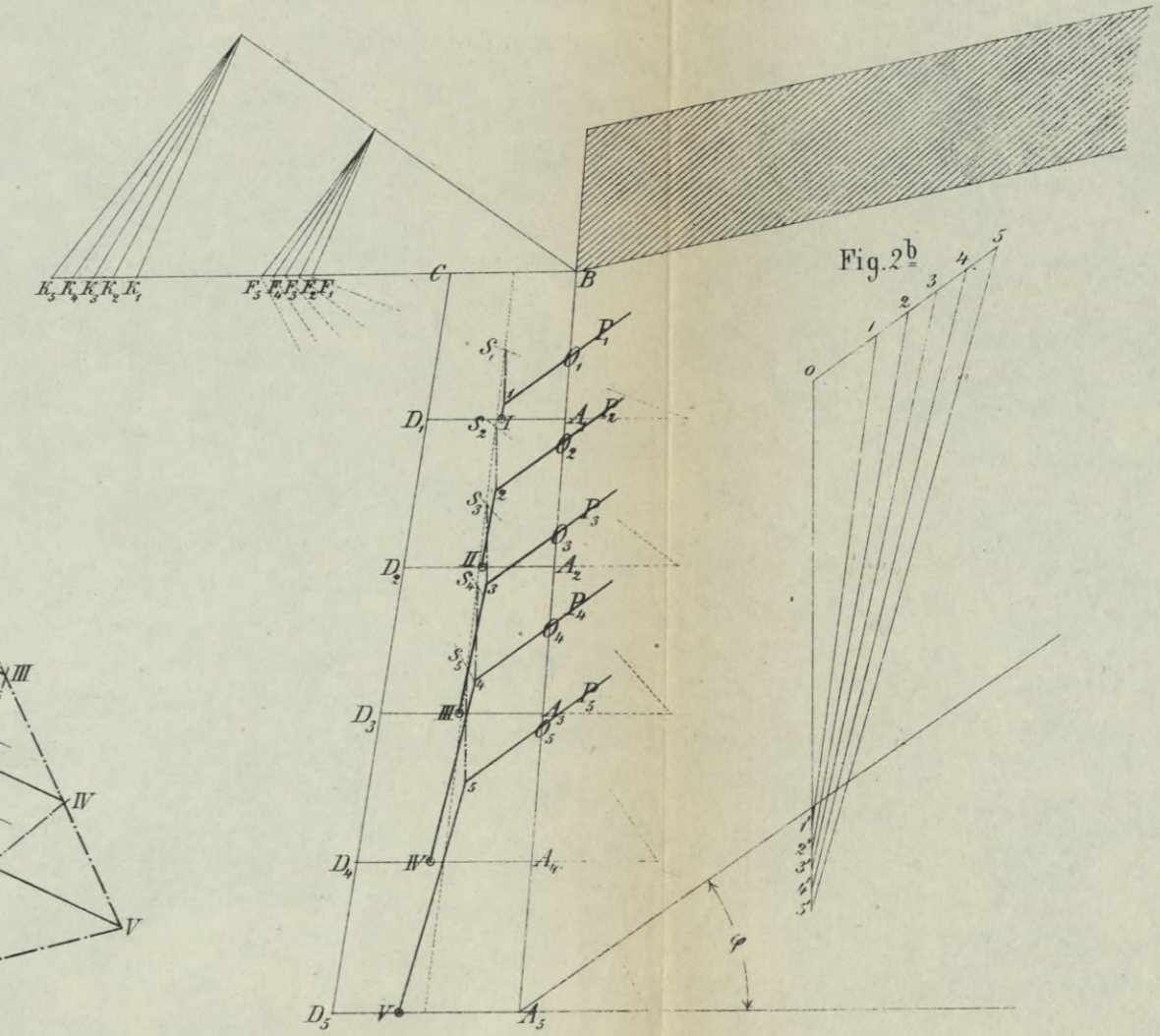
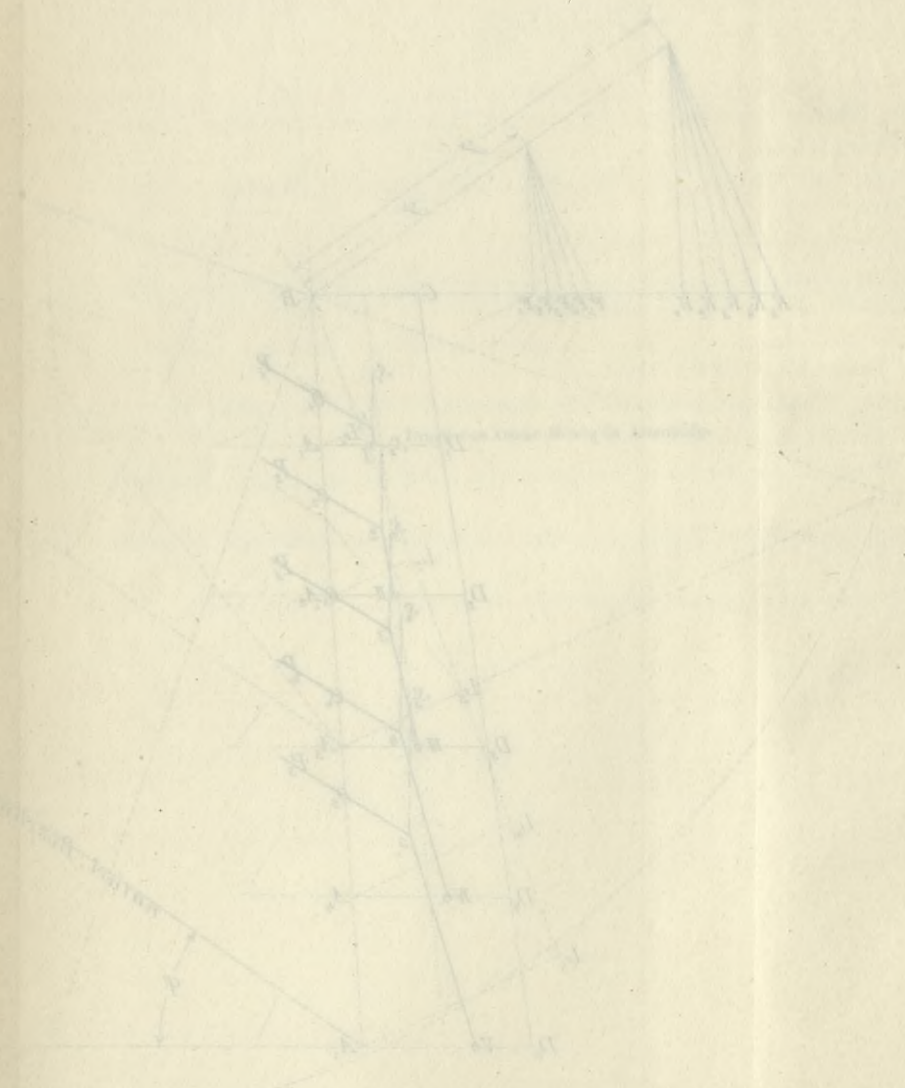
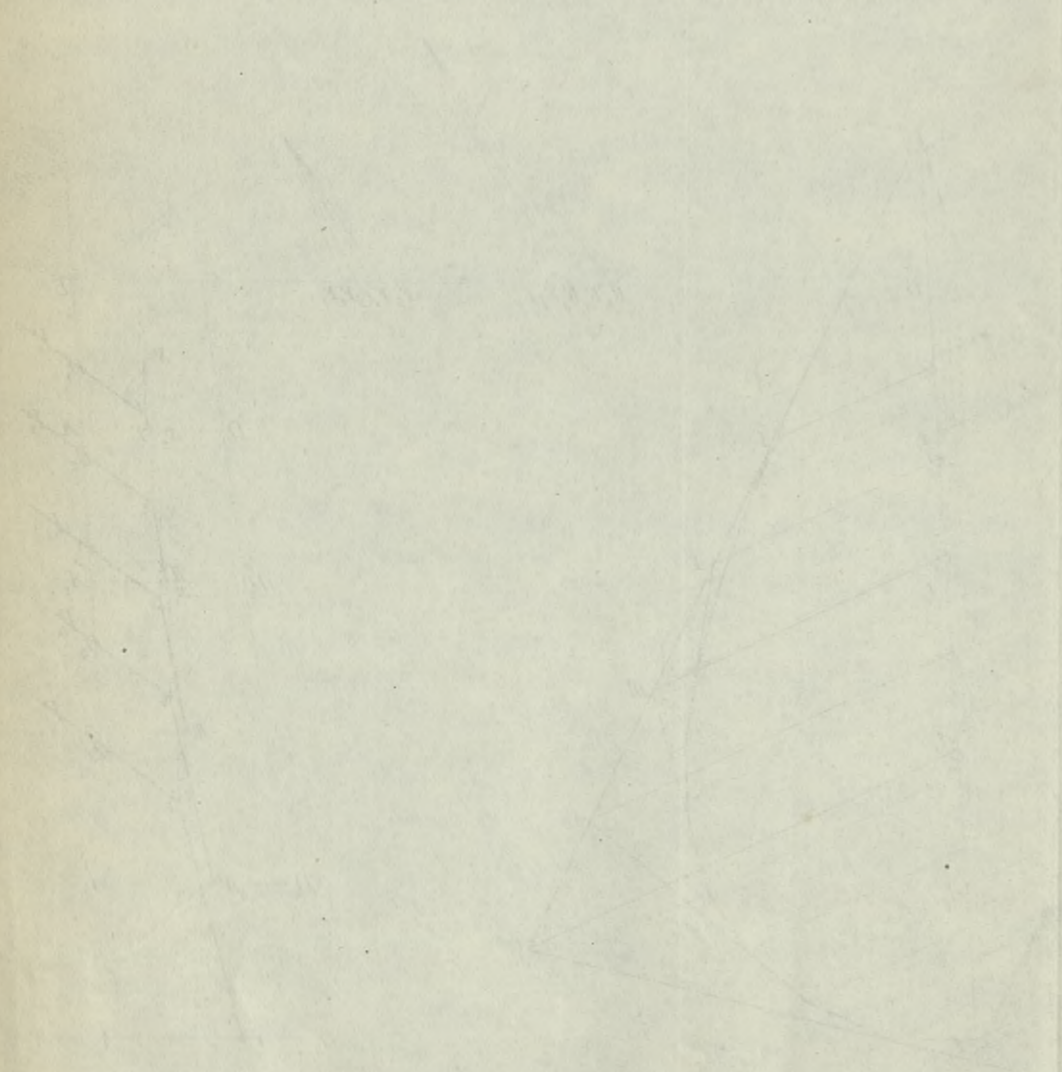


Fig. 1

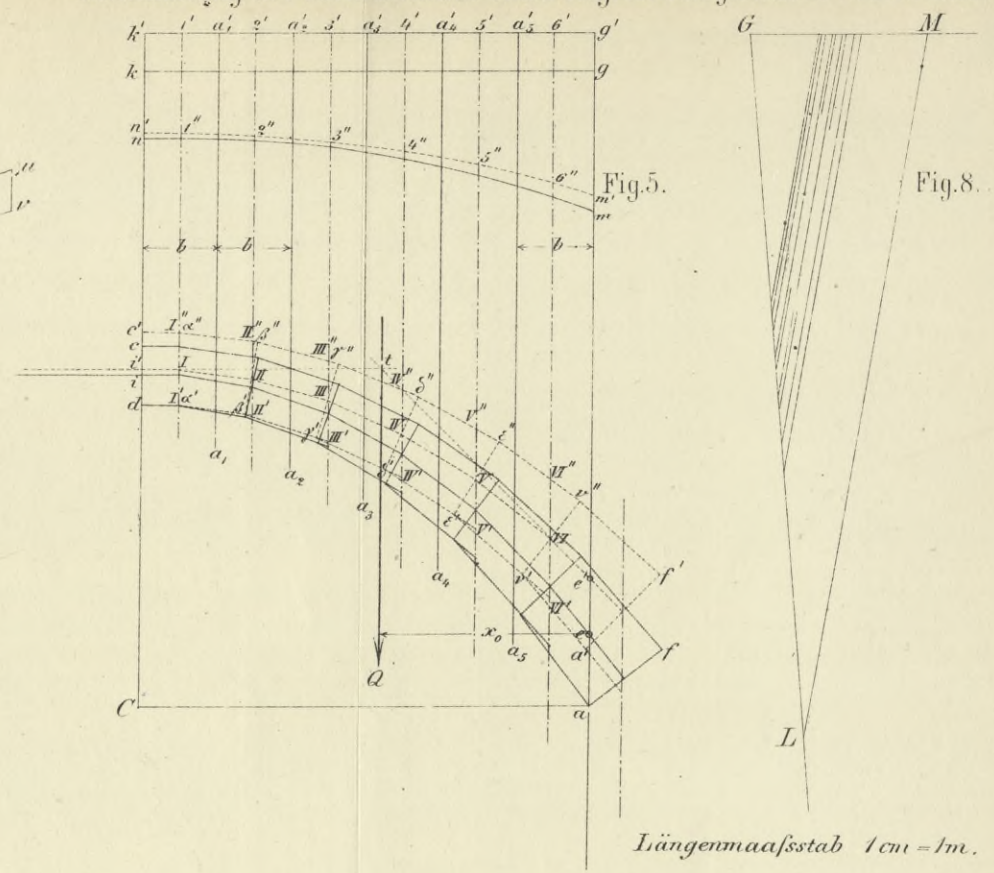
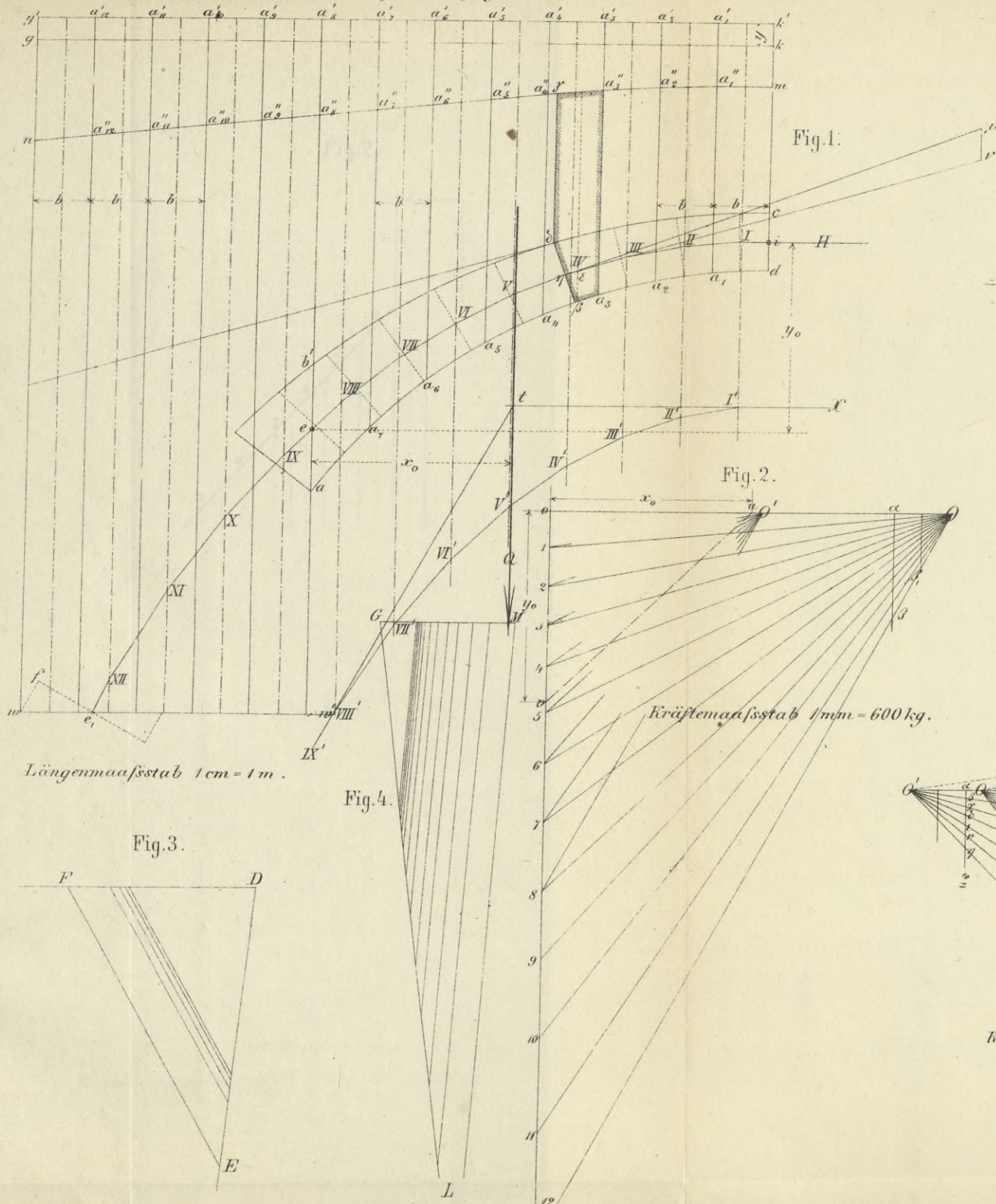
Fig. 2

Fig. 3



Stabilitätsuntersuchung eines gegebenen Gewölbes.

Bestimmung der Form u. Stärke eines Bogens von gleichem Widerstande



Längenmaßstab 1cm = 1m.

Längenmaßstab 1cm = 1m.

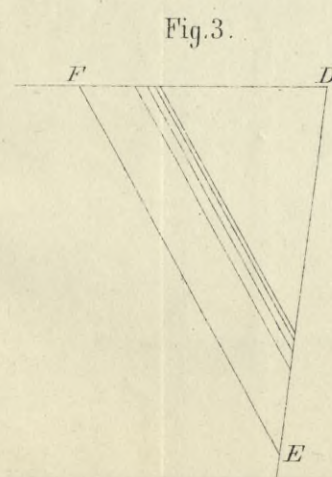


Fig. 3.

Fig. 4.

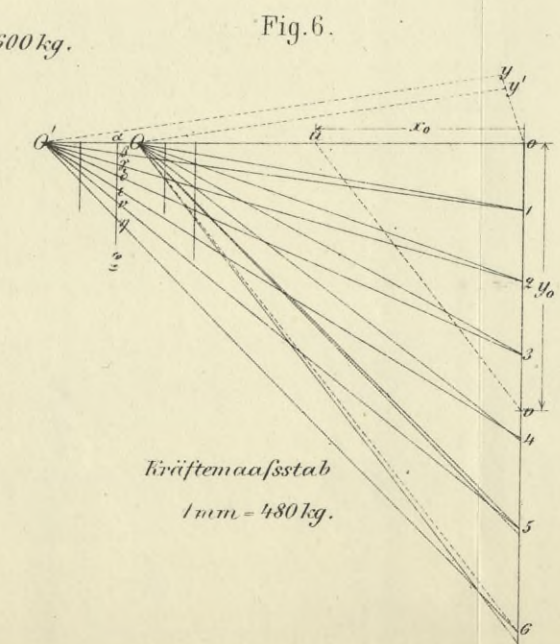


Fig. 6.

Kräftemaßstab  
1mm = 480kg.

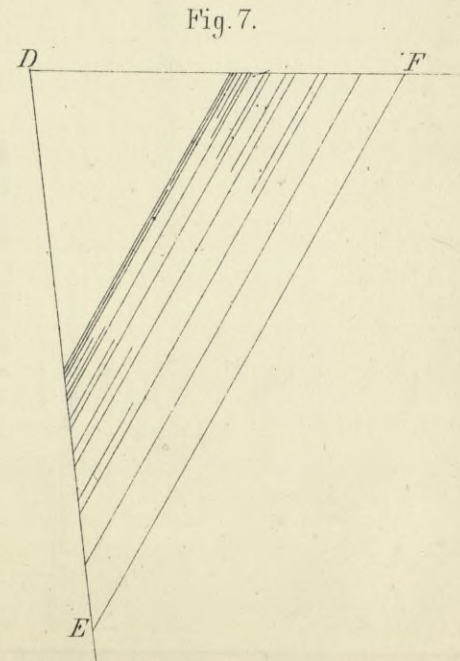


Fig. 7.

Fig. 8.



Fig. 1

Fig. 2

# Stabilitätsbestimmung der Tonnengewölbe.

Fig. 1.

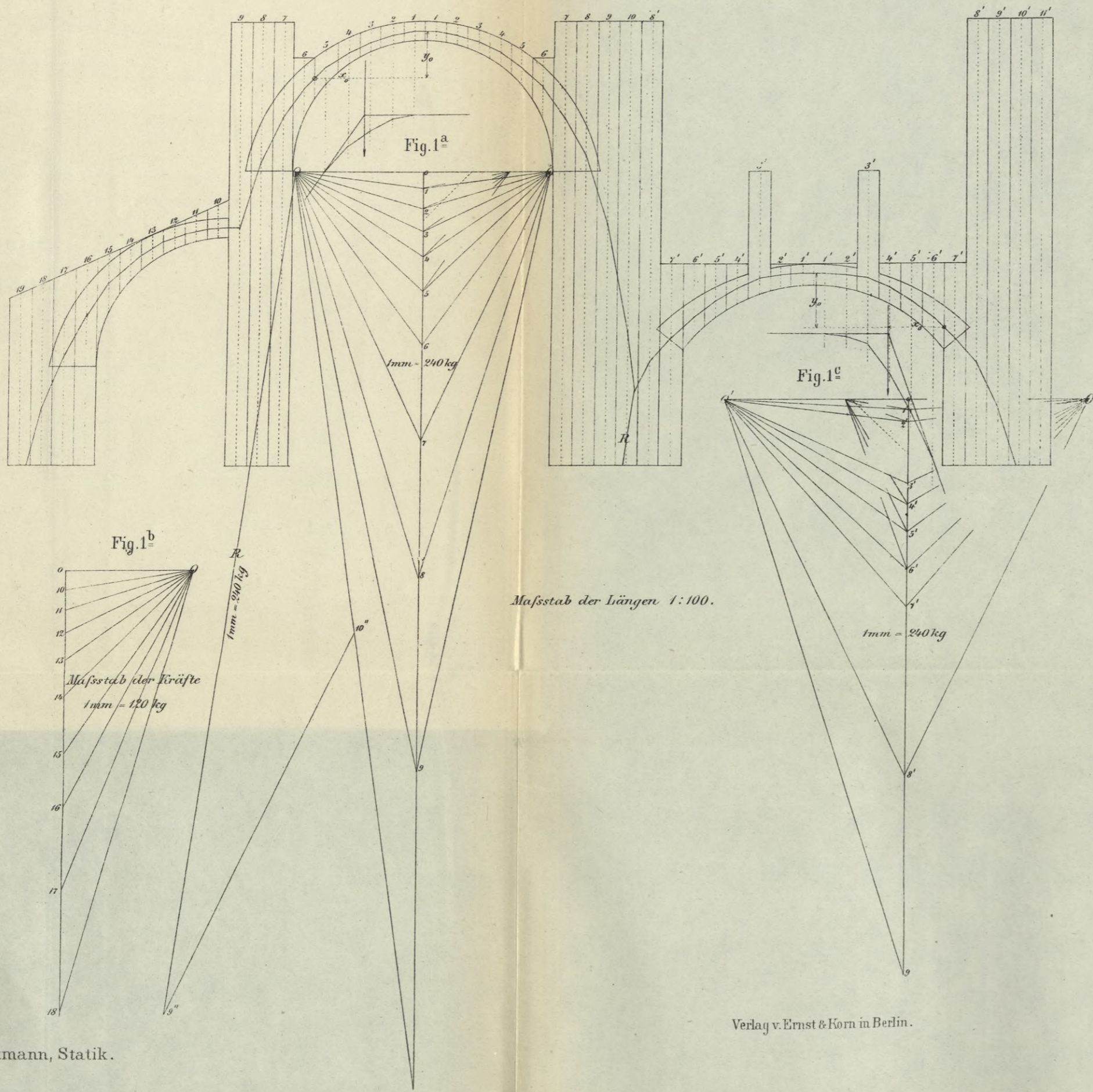
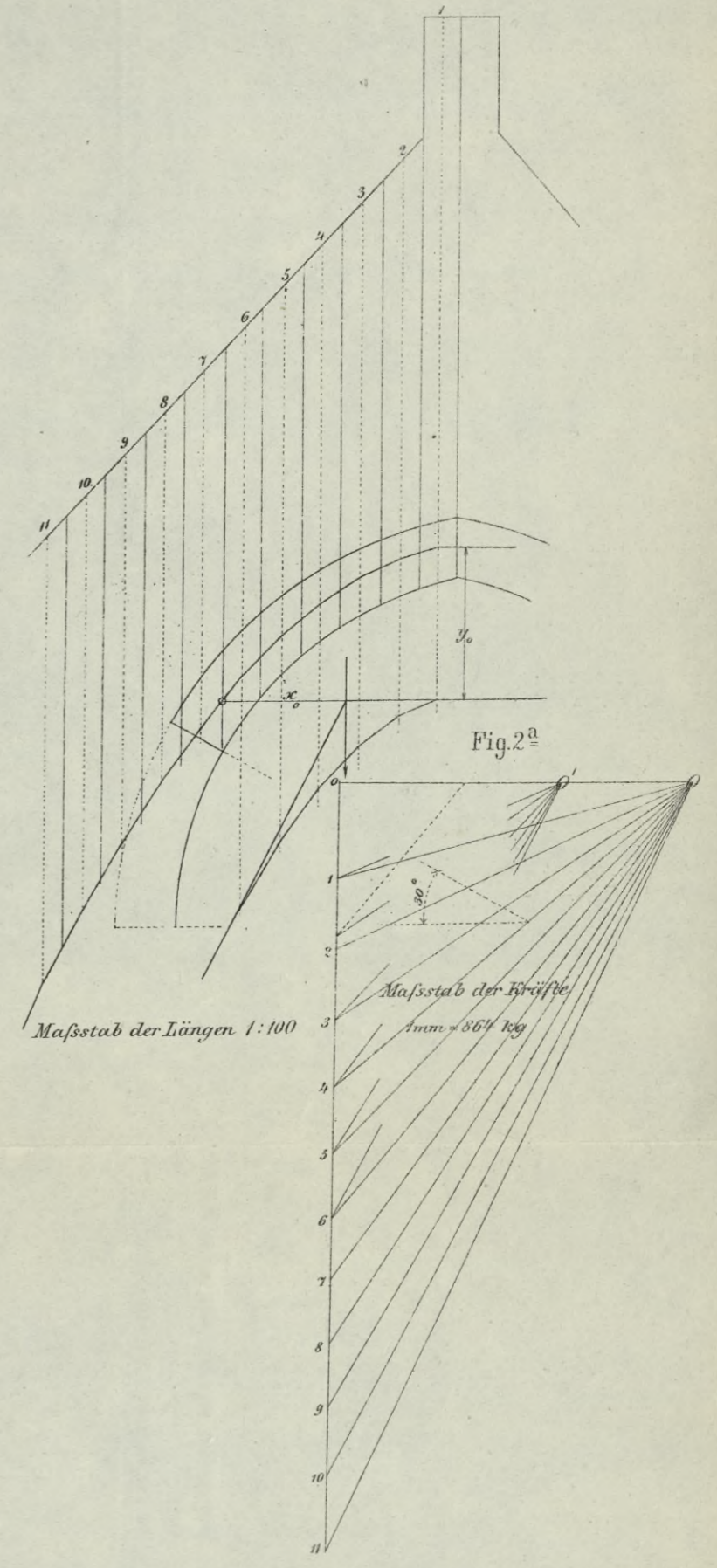
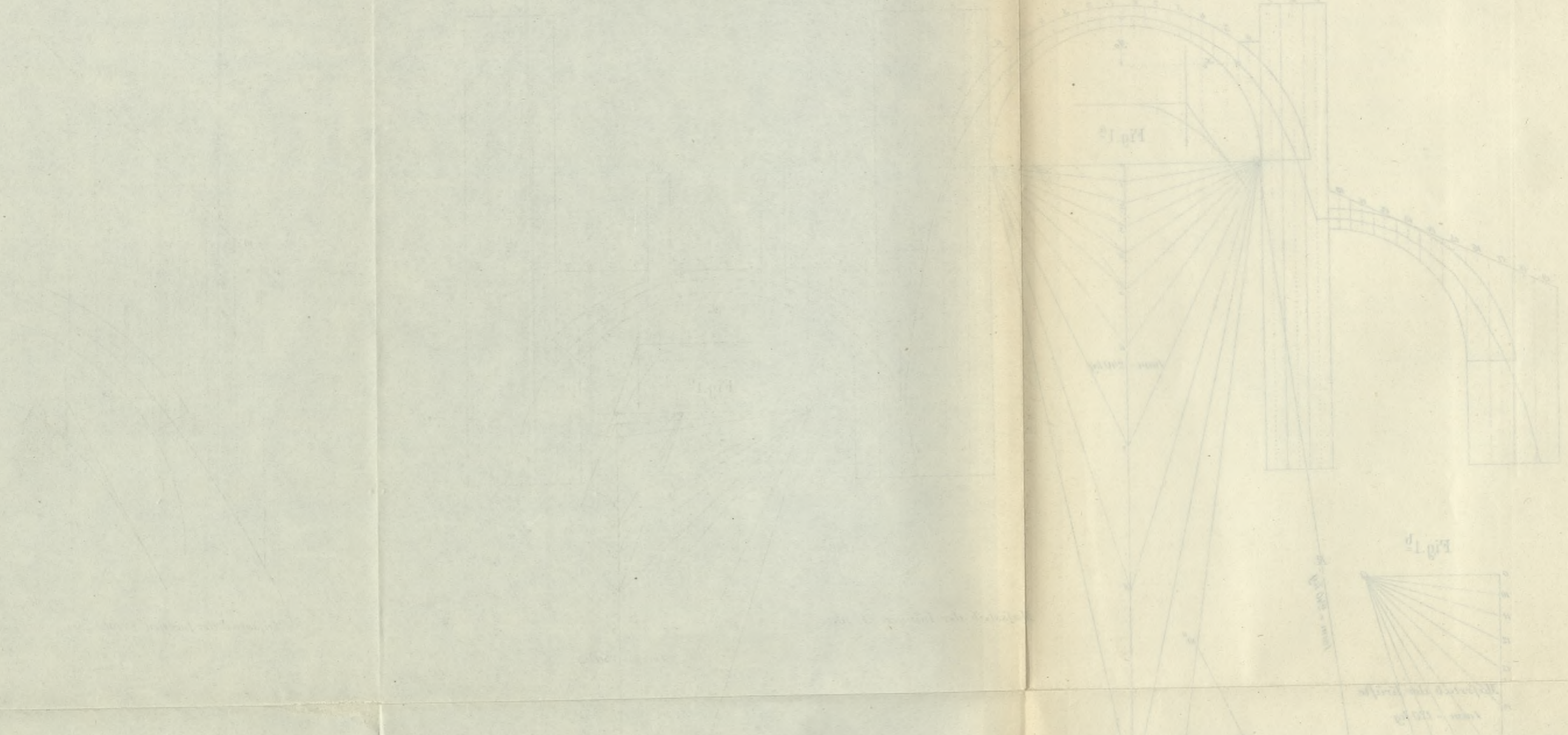


Fig. 2.



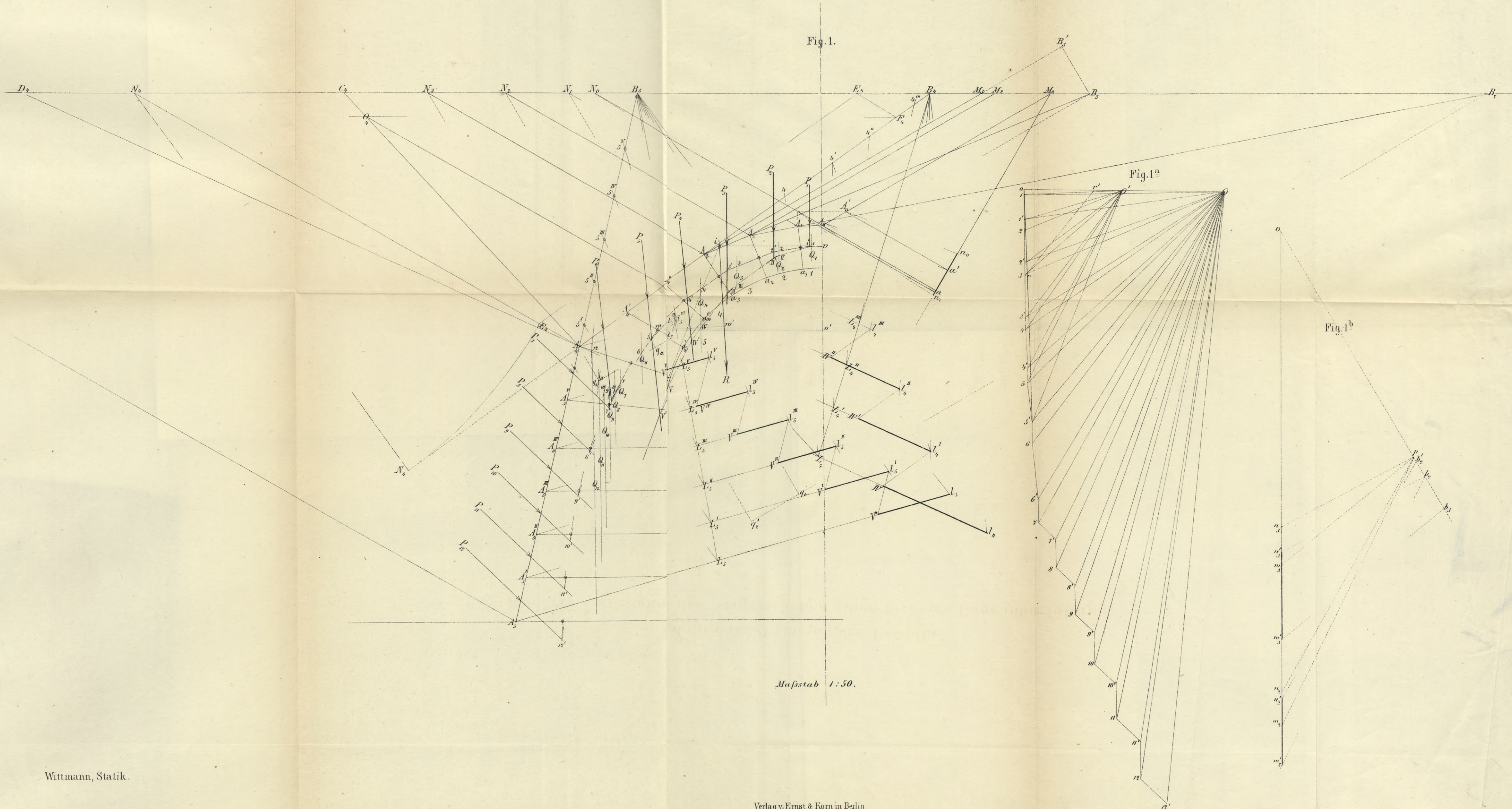
Stabilitätsbestimmung der Tonnengewölbe.

Fig. 1





Stabilitätsbestimmung der Gewölbe  
mit Berücksichtigung des Seitenschubes einer lockeren Bogenüberfüllung.



mit Berücksichtigung des Seitenabstandes einer lockeren Fugenbestimmung  
Stahlhärtebestimmung der Gewölbe

1891

1891

1891

1891

Wilmann, Seite

# Kreuzgewölbe mit zu den Kappenachsen parallelen Lagerfugen.

Fig. 1.

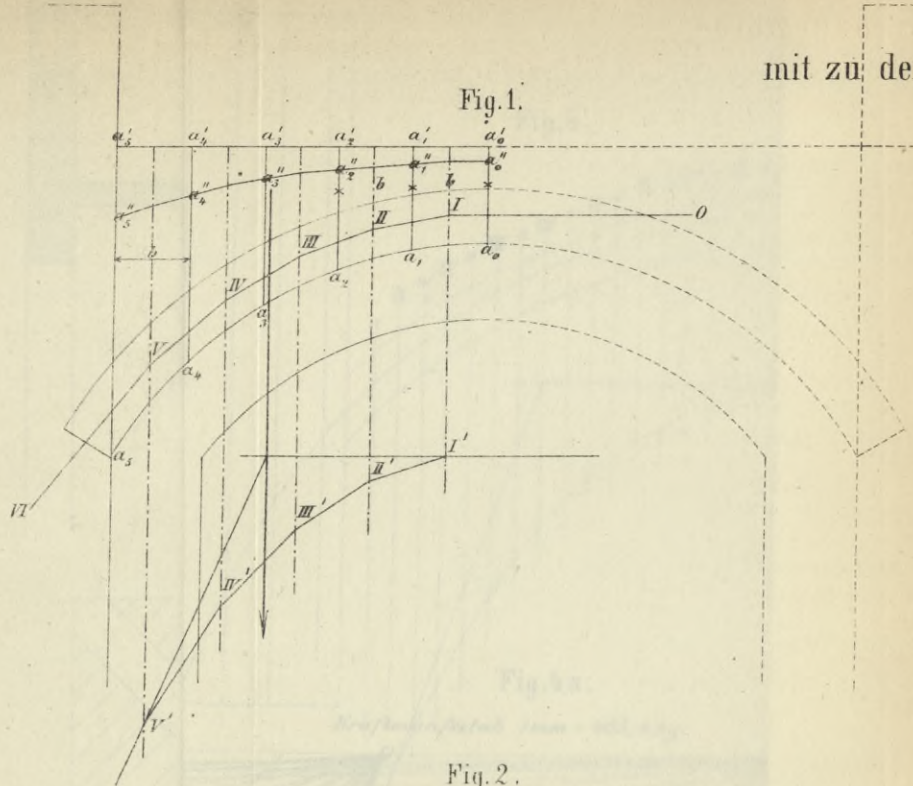


Fig. 2.

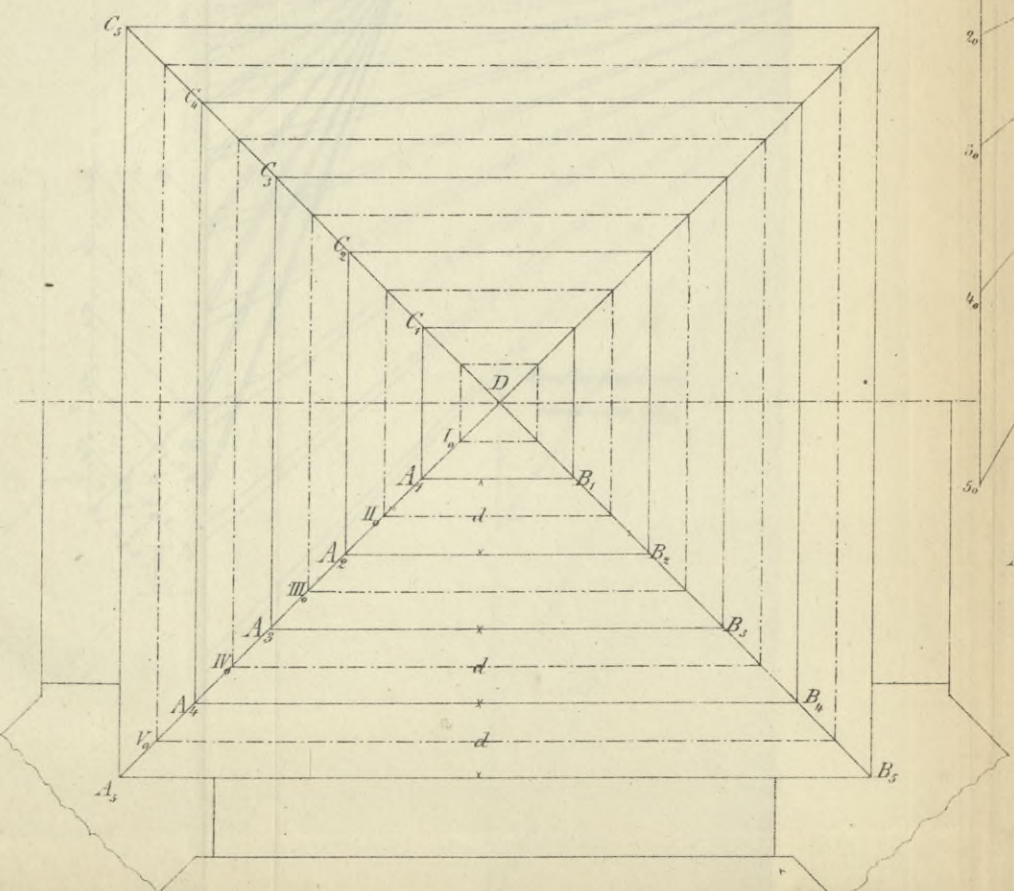


Fig. 3.

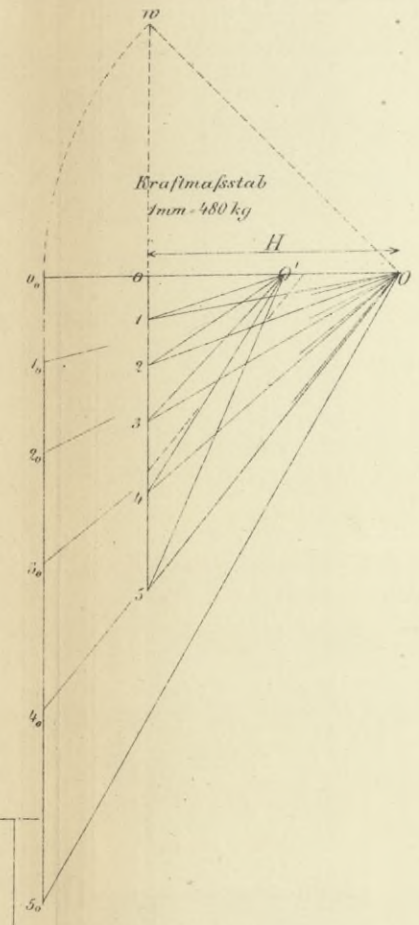


Fig. 4.

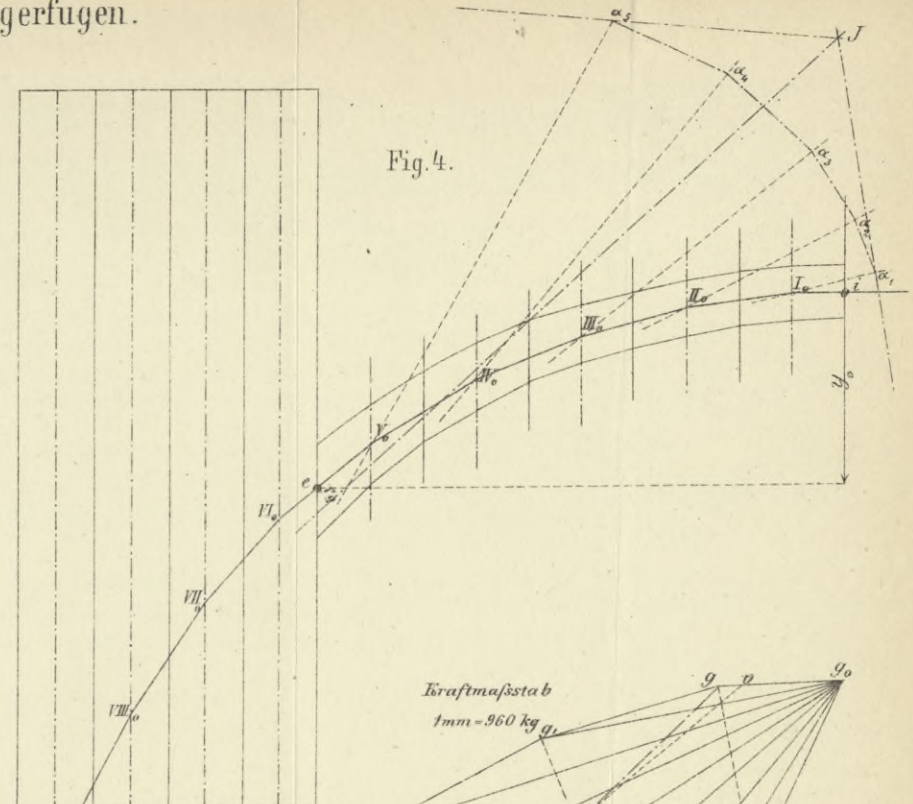
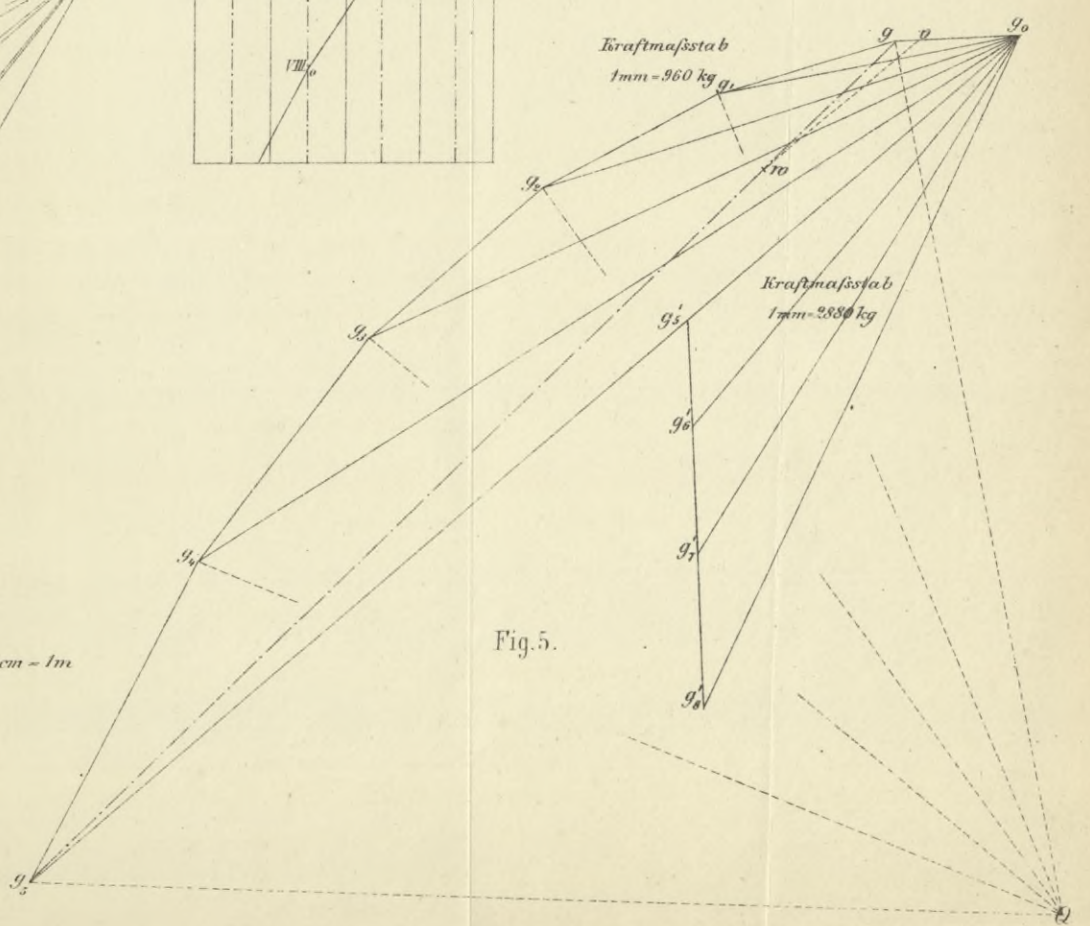


Fig. 5.





# Kreuzgewölbe mit schwalbenschwanzförmigem Verband.

Fig. 1.

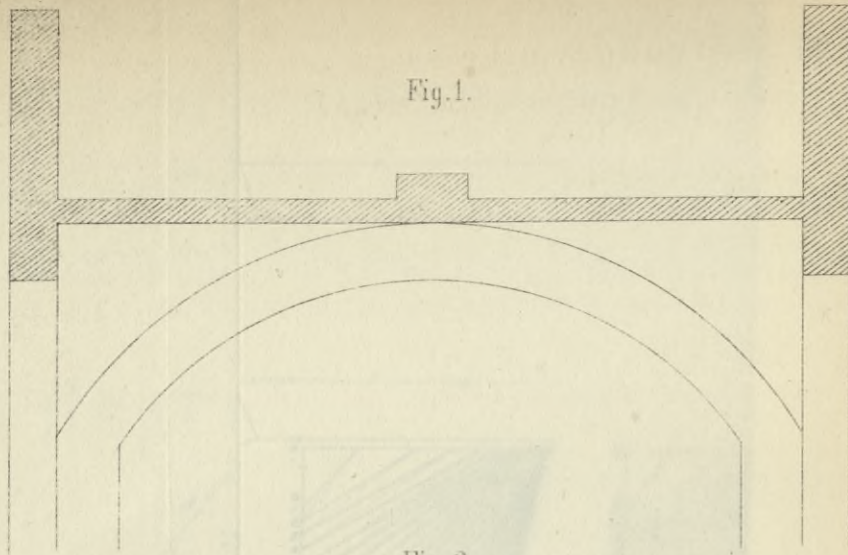


Fig. 2.

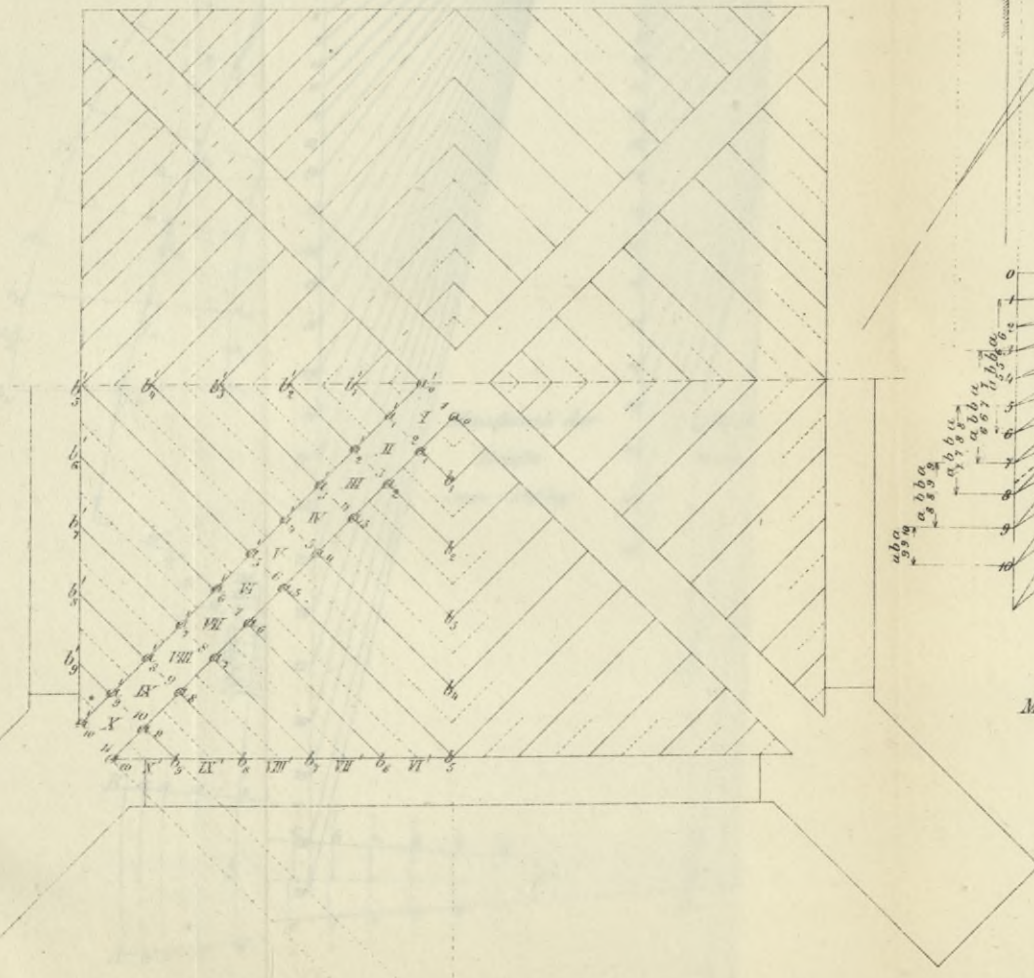


Fig. 3.

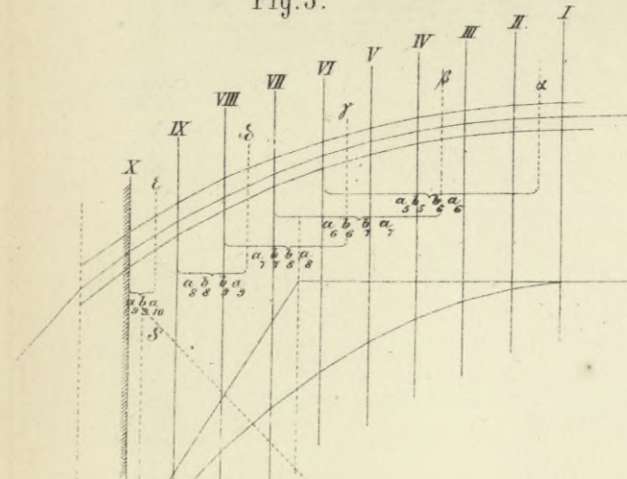


Fig. 3 a.

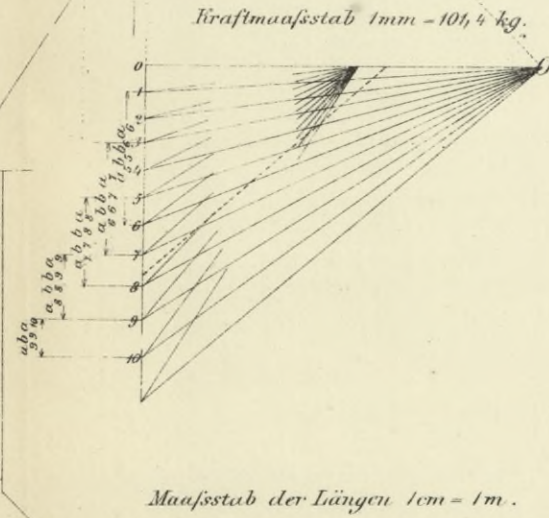


Fig. 4.

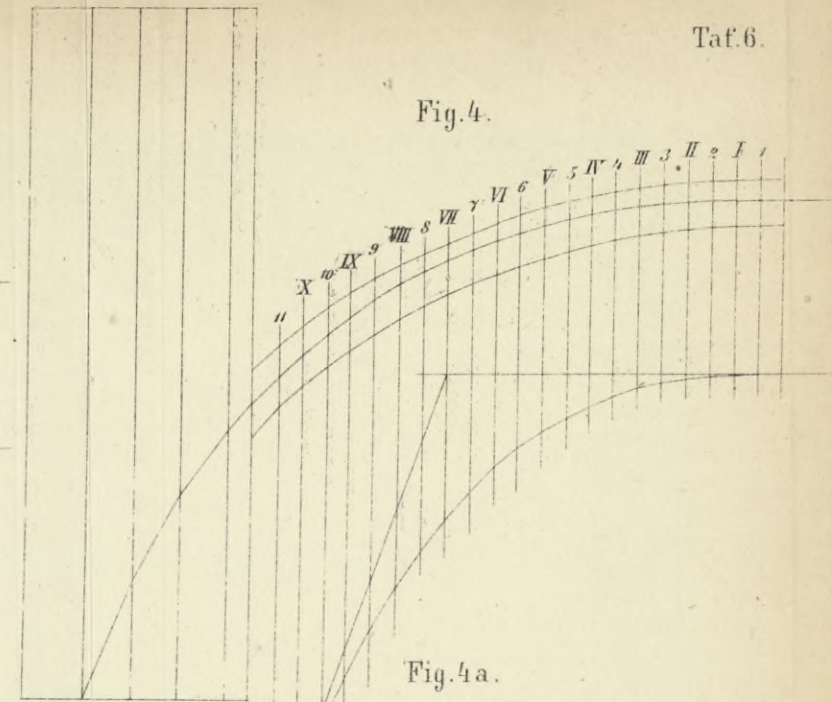
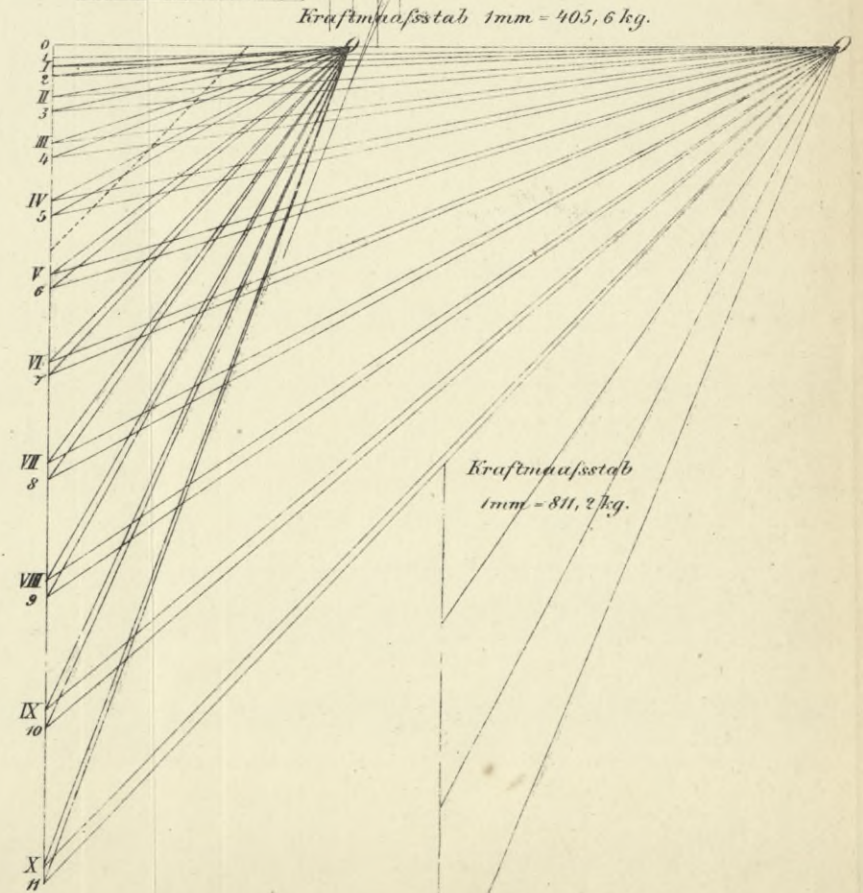
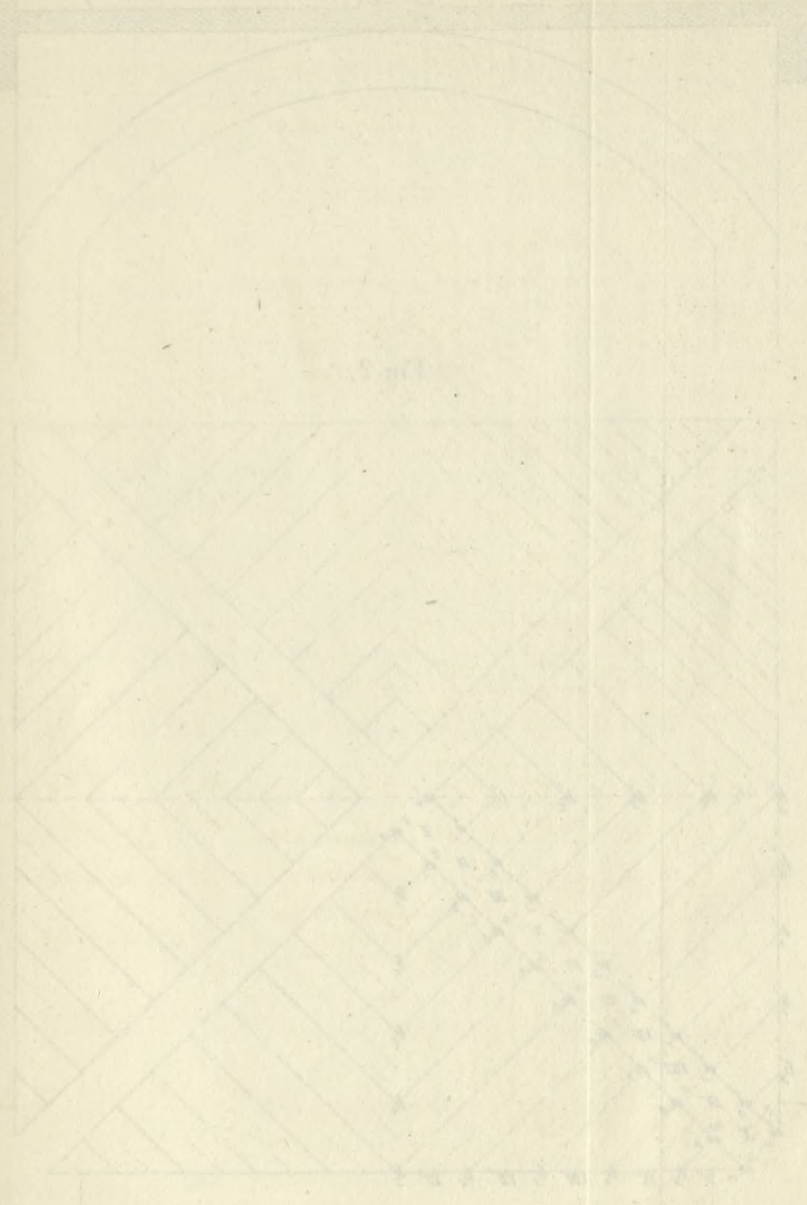
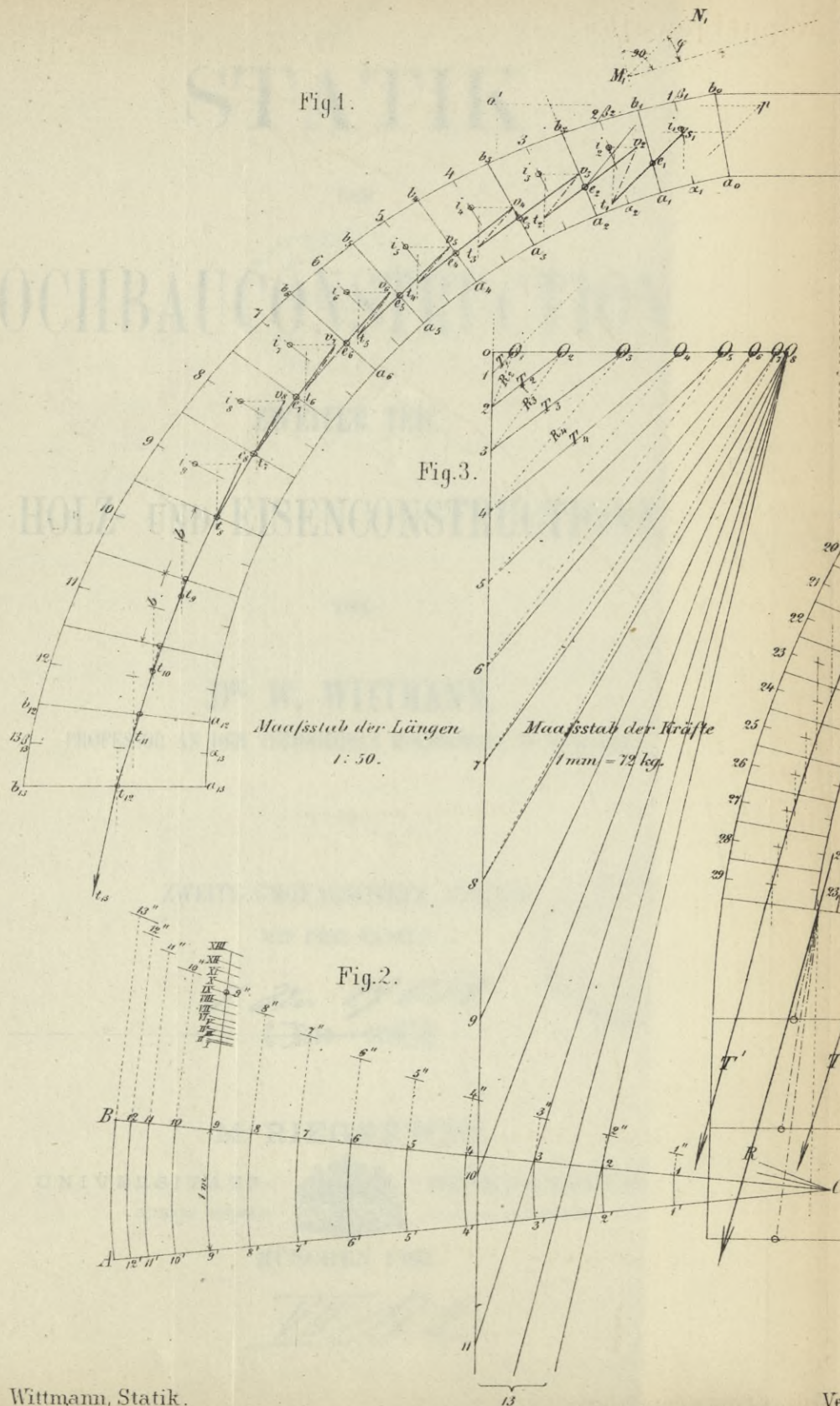


Fig. 4 a.



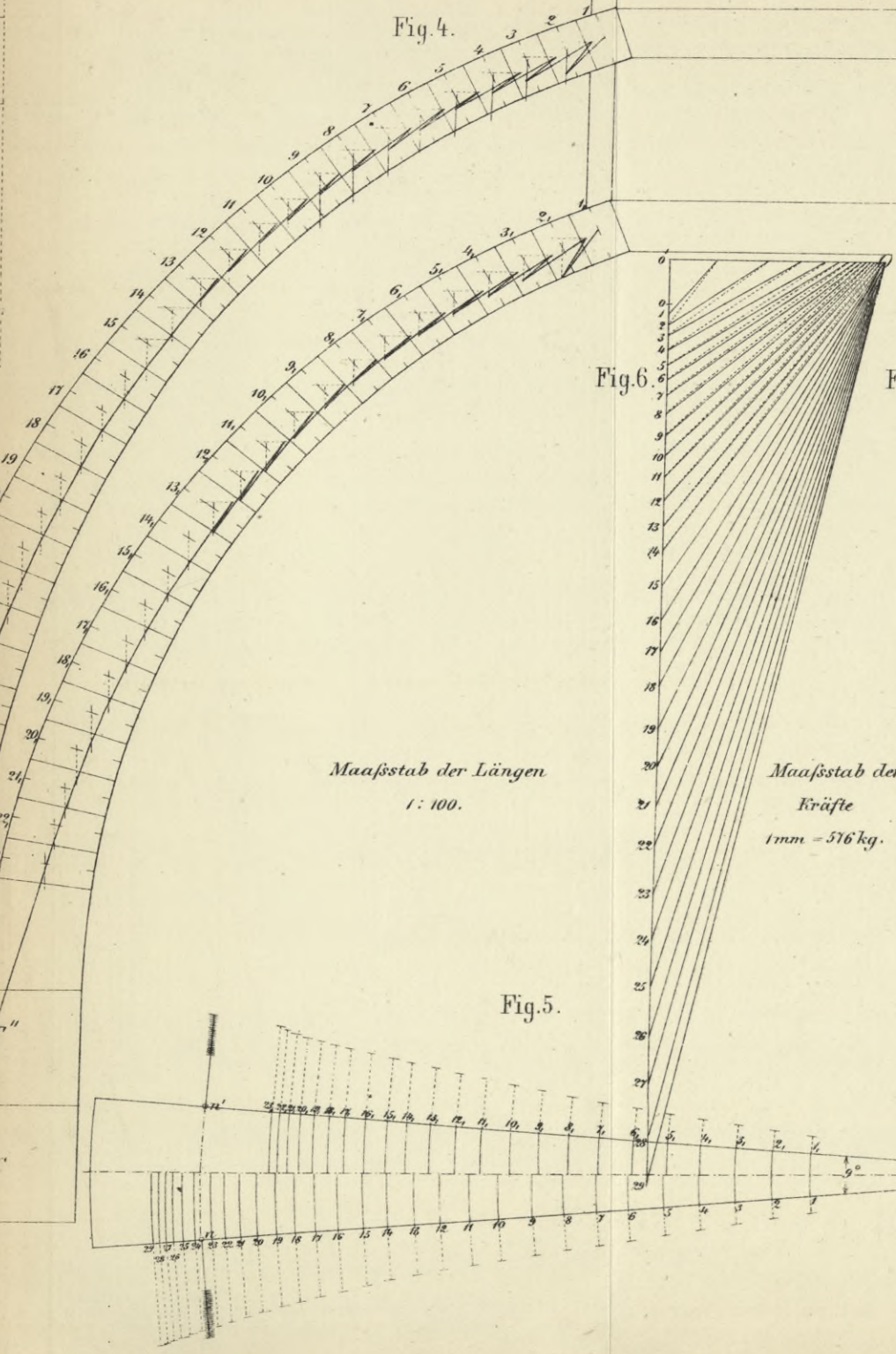
Faint, illegible text at the top of the page, possibly bleed-through from the reverse side.





Maafsstab der Längen  
1: 50.

Maafsstab der Kräfte  
1 mm = 72 kg.



Maafsstab der Längen  
1: 100.

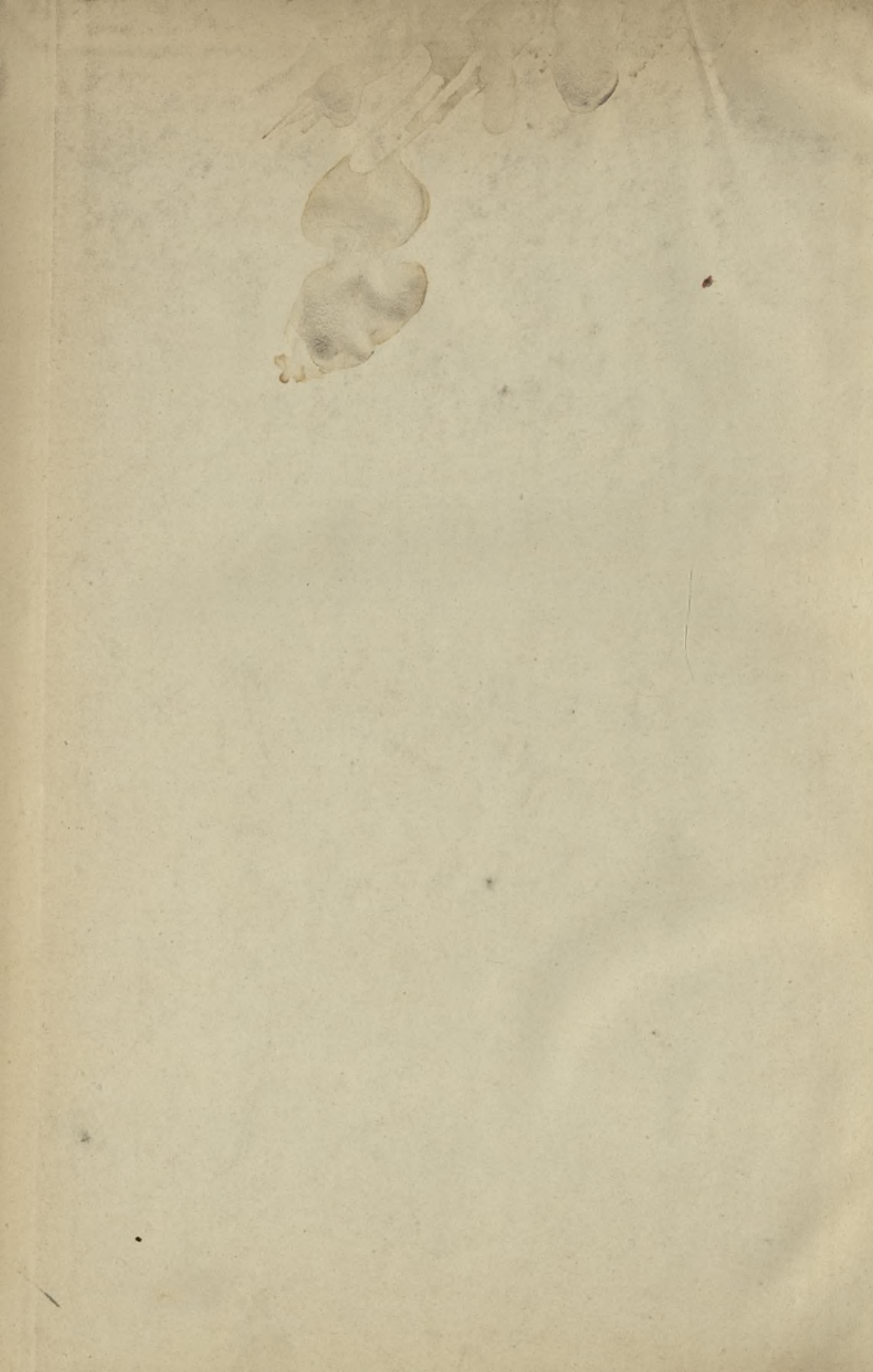
Maafsstab der Kräfte  
1 mm = 576 kg.

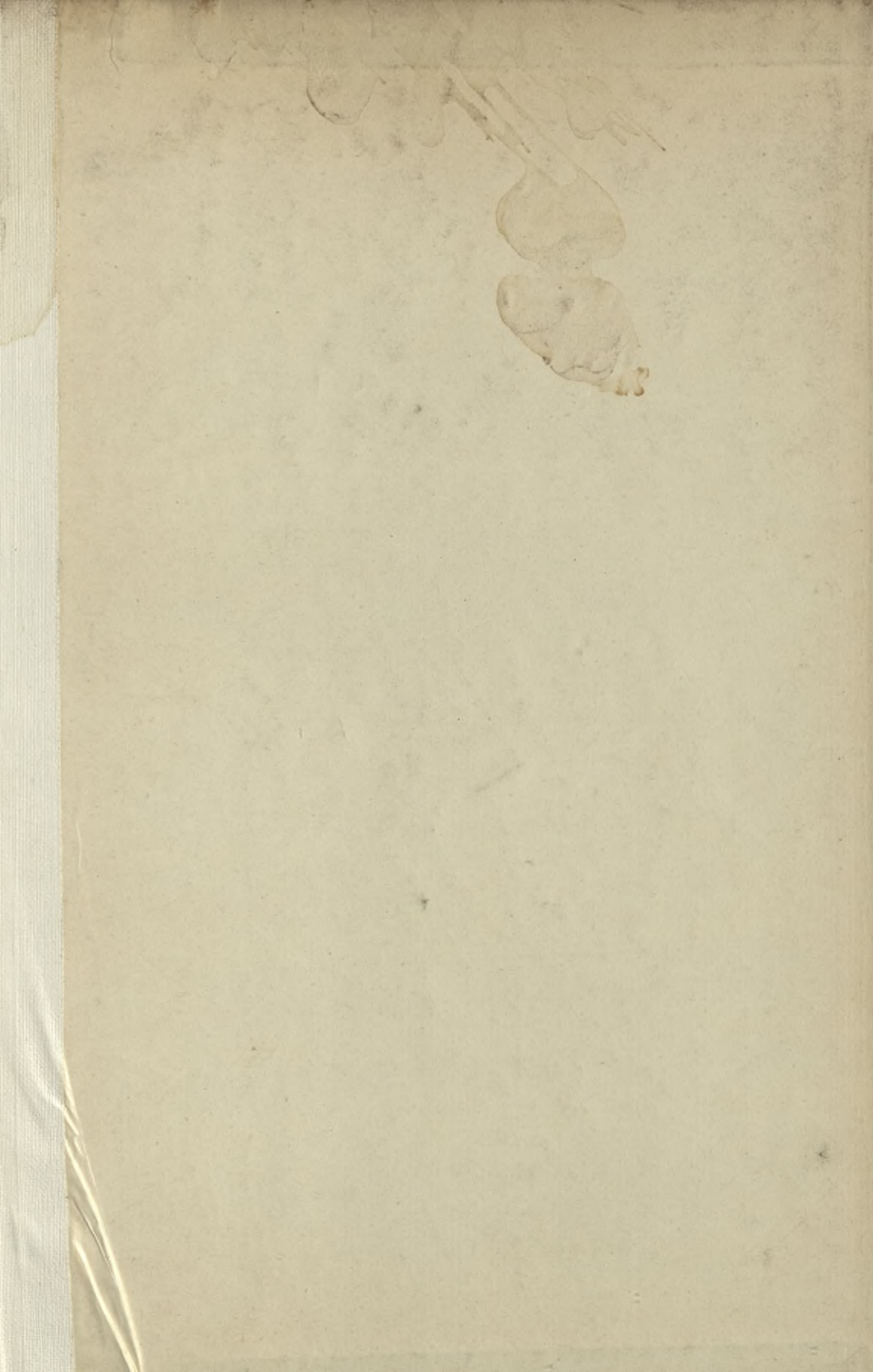
M. d. Kräfte  
1 mm = 728 kg.











Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-352611

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000313477

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000299641

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



7891

L. inv.