



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300685









DIE NEUE  
**BRÜCKENVERORDNUNG**

DES  
**OESTERREICHISCHEN K. K. HANDELS-MINISTERIUMS**

VOM 15. SEPTEMBER 1887, R.-G.-B. 109

UND IHRE TECHNISCHE BEGRÜNDUNG.

MIT ERLÄUTERUNGEN UND HILFSTABELLEN ZUR PRAKTISCHEN ANWENDUNG VERSEHEN

VON DEM REFERENTEN

**MAX EDLEN VON LEBER**

K. K. INSPECTOR IM BRÜCKENBAU-BUREAU DER K. K. GENERAL-INSPECTION  
DER OESTERR. EISENBAHNEN.

*17354*

I. BAND

MIT ANLEITUNGEN FÜR CONSTRUCTEURE, RECHNUNGSBEISPIELEN  
SOWIE VIELEN HOLZSCHNITTEN UND TAFELN.



*VIII A*

WIEN, 1888.

WILHELM BRAUMÜLLER

K. K. HOF- UND UNIVERSITÄTS-BUCHHÄNDLER.

*566*

*X*  
*2.370*



~~III 17936~~



III-307173

ALLE RECHTE VORBEHALTEN.

BRK-224/2018  
DRUCK VON WILHELM KOHLER, WIEN, VI. MOLLARDGASSE 41.

Akc. Nr. 5201/51

## VORWORT DES VERFASSERS.

Schon seit dem Jahre 1873 ist im Brückenbau-Bureau der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen die Unzulänglichkeit der österreichischen Brückenverordnung vom 30. August 1870 gegenüber der notorisch schwerer gewordenen Fahrbetriebsmittel actenmässig behandelt worden und hatte der Verfasser schon damals Gelegenheit, eingehendere Studien über die auf den Brückenconstructions wirklich erzeugten grössten Biegemomente und Scherkräfte vorzunehmen. Von dieser Zeit her datirt auch ein erster Entwurf einer allfälligen verbesserten Belastungsscala für die Momente, welche auf Grundlage einer theoretisch genaueren Ausrechnung aller Maximalmomente entstanden war, wie solche durch einen aus drei vierachsigen Semmering-Locomotiven sammt Tendern und Wagen gebildeten Zug erzeugt werden können. Diese Studien und Vorschläge, woran sich successive alle Herren Referenten des damaligen Brückenbau-Bureaus theiligt haben, konnten jedoch nicht gleich zur entsprechenden Verwerthung gelangen.

Im Jahre 1880 dagegen war dem Verfasser bei der Veröffentlichung seines Werkes »Das Eisenbahnwesen in Frankreich«, welches unter Berücksichtigung der französischen Brückenbauvorschrift vom Jahre 1877 und auf Grundlage der bei der grossen Pariser Weltausstellung vom Jahre 1878 vollbrachten Fachstudien entstanden war, die günstige Gelegenheit geboten, auch seine verbesserte Rechnungsmethode zur Bestimmung der grössten Momente und Scherkräfte bekannt zu geben, beziehungsweise um durch entsprechende Anwendung auf die schwersten in Oesterreich und Frankreich verkehrenden Betriebsmittel und Züge numerisch und graphisch zu veranschaulichen, dass in beiden Ländern die behördlichen Vorschriften in ganz unzulässiger Weise überschritten werden und dass bei jeder zukünftigen Belastungsvorschrift auch zwei Belastungsscalen für Momente und Scherkräfte gegeben werden müssten.

Bei Verfassung der russischen Vorschrift vom 5. Jänner 1884 hat man nicht allein diesen Andeutungen Rechnung getragen, sondern auch die beiden massgebenden Belastungszüge\*) ganz in derselben Weise zusammengestellt, wie dies auch im »Eisenbahnwesen« vom Jahre 1880 geschehen war. In der erwähnten interessanten russischen Vorschrift werden aber ausserdem noch eine dritte Belastungsscala und eine Reihe von Interpolationen für alle Brückenmaschen zu dem Zwecke eingeführt, dass die Belastungsäquivalenz für die Momente und Scherkräfte auch je nach der Lage der betrachteten Brückenmasche richtig gestellt werde. Durch diese Verschärfungen ist aber die gedachte Vorschrift mit einer für die Praxis höchst nachtheiligen Complication belastet worden\*\*).

Wir haben in den Belastungsvorschriften des § 3 der österreichischen Verordnung vom 15. September 1887 nur zwei Belastungsscalen aufgenommen und hierbei, wie ich es nachweise, nicht allein eine grosse Einfachheit, sondern auch sogar mehr Genauigkeit erzielt, als dies in allen früheren ähnlichen Vorschriften wirklich gelungen ist. Auch bei der Festsetzung der grössten zulässigen Inanspruchnahmen des Materiales (§ 4) wurde die thunlichste Einfachheit angestrebt. Die Vortheile der eben in solcher Form festgesetzten allgemeinen Normen sind durch die Möglichkeit gekennzeichnet, alle zukünftigen Festigkeitsberechnungen auf ein Minimum zu reduciren und haben hauptsächlich zu der gegenwärtigen Publication Veranlassung gegeben, welche die praktische Anwendbarkeit der neuen Vorschriften zu veranschaulichen bestimmt ist. Von den

\*) „Gurtbelastungszug“ und „Strebenbelastungszug“ von mir genannt und in dem Aufsatze XIV bis XVIII des I. Bandes detaillirt beschrieben.

\*\*\*) Man vgl. für diese mehr historischen Erinnerungen die viel detaillirteren meritorischen Ausführungen sub Nr. XIV und XXVI: 4 des I. Bandes.

diesfalls angeschlossenen Hilfstabellen des II. Bandes sind jedoch nur die Belastungstabellen I bis V von der neuen Verordnung unmittelbar abhängig; alle anderen Tabellen, Formeln und Schablonen, welche der Verfasser zum grösseren Theile bereits seit dem Jahre 1873 ausgerechnet und verworther hat, können auch ganz allgemein und unabhängig von den speciellen Vorschriften der Verordnung benützt werden\*).

Der im Jahre 1885 im Brückenbau-Bureau der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen verfasste Verordnungsentwurf wurde vorerst unter Betheiligung der hierzu berufenen Fachreferenten beider technischen Abtheilungen der General-Inspection revidirt und entsprechend amendirt, sodann einverständlich mit den Herren sachverständigen Vertretern der k. k. General-Direction der österreichischen Staatsbahnen einer neuerlichen meritorischen Prüfung unterzogen, welche die Verschärfung mit sich brachte, dass auch der Verkehr eines aus zwei vierachsigen Arlberg-Locomotiven sammt Tendern und Wagen gebildeten Zuges auf allen neuen Brücken der Hauptbahnen zulässig sein solle. Der dementsprechend amendirte Entwurf\*\*) wurde sodann einer grösseren fachmännischen Enquête unterzogen, zu welcher das k. k. Ministerium des Innern, die k. k. General-Direction der österreichischen Staatsbahnen und die grösseren Bahnverwaltungen technische Vertreter entsendet haben und zu welcher ausserdem noch ex officio die ständigen Mitglieder der Ministerial-Expertise, die competenten Professoren der k. k. technischen Hochschule in Wien etc. geladen waren.

Die solcherweise ausser den Fachreferenten der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen zur Theilnahme an der Enquête einberufenen Sachverständigen waren (in alphabetischer Ordnung) die Herren:

1. Ast Wilhelm, Baudirector der k. k. pr. Kaiser Ferd.-Nordbahn;
2. Atzinger Franz, Directionsrath bei der k. k. General-Direction der österr. Staatsbahnen;
3. Buberl Johann, Oberingenieur der k. k. pr. Oesterr. Nordwestbahn;
4. Grimburg Rudolf, Grimus Ritter von, k. k. Professor a. D., k. k. Hofrath etc.;
5. Haunold Ernst, Oberingenieur der Galizischen Carl Ludwig-Bahn;
6. Hübner Julius, Oberingenieur der Galizischen Carl Ludwig-Bahn;
7. Huss Ludwig, Oberinspector der k. k. General-Direction der österr. Staatsbahnen;
8. Iszkowski Romuald, k. k. Baurath im k. k. Ministerium des Innern;
9. Karner Emerich, Oberingenieur der k. k. pr. Kaiser Ferd.-Nordbahn;
10. Kessler Franz, Oberingenieur der pr. österr.-ungar. Staatseisenbahn-Gesellschaft;
11. Krippner Victor, Oberingenieur der k. k. pr. Südbahn;
12. Perner Franz, Inspector der k. k. General-Direction der österr. Staatsbahnen;
13. Rebhann†) Georg, Ritter v. Aspernbruck, k. k. Professor an der techn. Hochschule in Wien;
14. Ržiha Franz, Ritter von, k. k. Professor an der technischen Hochschule in Wien;
15. Thommen Achilles, k. k. Oberbaurath und k. Rath;
16. Wostry Franz, Inspector der pr. österr.-ungar. Staatseisenbahn-Gesellschaft.

Die Enquête-Mitglieder haben in den vielen einschlägigen Sitzungen ihre Aufgabe sehr ernst aufgefasst, den ganzen Entwurf bis in die kleinsten Details geprüft und, wenn nöthig, amendirt. Obwohl hierbei die wichtigsten Vorschriften der §§ 3 und 4 (Belastung††) und Inanspruchnahme) in der Hauptsache schliesslich unverändert geblieben sind, so kamen doch für deren praktische Anwendung eine Reihe von sehr wesentlichen Verbesserungen zu Stande, welche insbesondere die Art der Anwendung der neuen Vorschriften, sowie die Prüfung der Eisenmaterialien etc. betrafen. In letzterer Beziehung wurden zu einer Specialsitzung auch hervorragende Sachverständige im Berg- und Hüttenfache zugezogen, und zwar die Herren:

\*) Die im Anschluss zu den Hilfstabellen noch auszuführenden Rechnungsoperationen können ausnahmslos mit der für die Praxis genügenden Genauigkeit mittelst eines drei- oder höchstens vierstelligen logarithmischen Rechenschiebers durchgeführt werden. Die üblichen 25 cm langen dreistelligen Schieber sind den meisten Technikern bekannt; die so vortheilhafte Benützung dieser Instrumente hat auch den Verfasser dazu veranlasst, einen sehr portativen vierstelligen Schieber construiren zu lassen, welcher bis jetzt wegen Mangel an Zeit nur in einigen Probe-Exemplaren ausgeführt wurde und die minime Form einer flachen Büchse von 7 cm Durchmesser besitzt. Eine sehr vertrauenswürdige Schweizer Firma wird die Ausführung zu mässigen Preisen besorgen, sobald die noch erforderlichen Detailstudien vorgenommen werden können.

\*\*) Die definitiv gebliebenen Scalen a und b des § 3 habe ich damals einverständlich mit Herrn Inspector Franz Perner als Vertreter der k. k. General-Direction der österr. Staatsbahnen gänzlich richtig gestellt.

†) Herr Professor v. Rebhann konnte wegen eines schmerzlichen Familienereignisses an den Enquêtesitzungen nicht theilnehmen; hat sich aber nachträglich mündlich mir gegenüber mit den gefassten Beschlüssen einverstanden erklärt.

††) Bei sehr grossen Stützweiten genau die von mir im Jahre 1880 auf Tafel V des „Eisenbahnwesens“ vorgeschlagenen Grenzlinien, bei kleineren Stützweiten die dem sog. Arlbergzuge entsprechenden Werthe.

1. Brenner Wilhelm, in Vertretung der Brückenbauanstalt der Witkowitz Bergbau- und Eisenhütten-Gesellschaft;
2. Gödicke Eduard, Oberingenieur der Oesterr.-Alpinen Montangesellschaft;
3. Jenny Carl, k. k. Bergrath und k. k. Professor an der technischen Hochschule in Wien;
4. Krisch Carl, in Vertretung der Brückenbauanstalt der erzherzogl. Industrialverwaltung in Teschen;
5. Prašil Franz, in Vertretung der Prager Eisenindustrie-Gesellschaft.

Die im § 4 aufgenommenen Grenzen für die Zulassung des Eisenmaterials\*) zum Brückenbaue sind in derart liberaler Weise gehalten, dass dieselben kein noch annehmbares österreichisches Eisen ausschliessen können; diese Vorschriften stellen eben nur den Standpunkt der staatlichen Aufsicht vor, und man wollte es den Bahnverwaltungen im Uebrigen anheimgestellt lassen, sich durch viel präcisere und detaillirtere Bestimmungen in ihren Bedingnissheften gegenüber den Lieferanten entsprechend sicherzustellen, da diesfalls dann auch auf die unterschiedlichen Bezugsorte noch besonders Rücksicht genommen werden kann.

Der ganze Verordnungsentwurf war bereits im Beginne des Jahres 1886 bezüglich aller einschlägigen technischen Vorschriften einverständlich festgestellt worden und hatten sich diesfalls sämtliche Herren Mitglieder der Enquête bei den vielen Sitzungen und Erhebungen mit einem Fleisse und einer Ausdauer betheiligigt, welche das allseits gehegte hohe Interesse für den behandelten Gegenstand gebührend kennzeichnen. Das Einvernehmen war nach der letzten Sitzung ein derart vollständiges, dass die betheiligten Vertreter der grossen Bahnverwaltungen sich bei der Verabschiedung auch schon gegenseitig versprochen, bereits von diesem Tage an, also noch vor der endgiltigen Finalisirung des Entwurfes unserer neuen Verordnung, alle ihre Brückenprojecte in Gemässheit der vereinbarten neuen Grundsätze ausarbeiten zu lassen. Ja noch mehr — und es gereicht mir wohl zur Ehre, dies hier ausdrücklich hervorheben zu dürfen — diese hochgeschätzten Herren Fachcollegen, mit welchen wir in Ausübung des Dienstes seit vielen Jahren in Verbindung stehen, haben mich bei der gegenwärtigen Publication thatkräftig unterstützt, und zwar theils durch Ueberprüfung der einzelnen mehr neuartigen Aufsätze, in welche ich solcherweise mehrfache Verbesserungen einführen konnte, theils durch Mitwirkung bei der Ausrechnung von vielen numerischen Tabellen des II. Bandes, wofür ich nur die Formularien, sowie die im Vorhinein ermittelten Controlwerthe und sog. successiven Differenzen persönlich bestimmt habe. Ich erfülle daher hier nur eine angenehme Pflicht, indem ich für diese mir zu Theil gewordene Unterstützung meinem warm empfundenen Danke Ausdruck gebe\*\*).

In rein sachlicher Beziehung kommt noch hervorzuheben, dass der, wie bereits erörtert, ausgearbeitete Entwurf die Eisenbahnbrücken als Hauptsache, die Strassenbrücken und Gehstege dagegen sozusagen nur nebenbei behandelte. Bei näherer Prüfung der Verordnung wird man jedoch sofort erkennen, dass auch für die zuletzt gedachten Eisenbahnüberbrückungen und Zufahrtsstrassenbrücken die aufgenommenen Vorschreibungen ebenso vollständige sind. Es bleibt demnach zu hoffen, dass die dort normirten Belastungsstufen und Grenzwerte für die zulässige Inanspruchnahme des Materiales, auch in weiteren Kreisen immer mehr zur Geltung gelangen werden, da doch auch die für derlei Constructionen mehrfach competenten autonomen Strassenbehörden und Concurrenzen alle Ursache haben dürften, sich den unter der Mitwirkung des hohen k. k. Ministeriums des Innern geschaffenen Normen anzuschliessen.

In rein formeller Beziehung standen der endgiltigen Finalisirung des Entwurfes noch sehr wesentliche Schwierigkeiten entgegen, welche hauptsächlich die dabei aufgeworfenen Kompetenzfragen, insbesondere die Wahrung des Wirkungskreises aller verschiedenen in Betracht kommenden Eisenbahn- und sonstigen Behörden, betrafen. Endlich musste auch noch sowohl in meritorischer als auch in formeller Beziehung die Zustimmung des hohen k. und k. Reichskriegsministeriums erzielt werden.

Den hierzu berufenen Departements des hohen k. k. Handelsministeriums blieb es anheim gestellt, für alle diese schwierigen Fragen die entsprechende Lösung zu finden und hierbei doch auch gleichzeitig, unter Wahrung aller festgesetzten technischen Normen, den Text des ganzen Entwurfes in juridisch-administrativer Beziehung gänzlich richtig zu stellen.

\*) Nämlich des sog. Schweisseisens, weil für die Verwendung des Flusseisens zum Brückenbaue dormalen in Oesterreich noch keine auf genügend sichere Erfahrungen basirte Normen festgesetzt werden konnten.

\*\*\*) Auch für die sub XLIII bis XLVII sowie LIX gegebenen Rechnungsbeispiele hätte ich gerne je eine Brücke eines jeden dieser Herren Fachgenossen zugezogen, wenn nicht die durchaus nothwendige methodische Reihenfolge der Berechnungen und Constructionssysteme, sowie die Bedingung eines Baues nach den neuen Vorschriften mir unvermeidliche Einschränkungen auferlegt hätten.

# Inhalt des I. Bandes

Vorwort des Verfassers, Inhaltsverzeichniss Seite III bis IX.

## A. Originaltext der Verordnung des k. k. Handels-Ministeriums vom 15. September 1887, R.-G.-Bl. 109.

	Seite
<b>A. Neu zu erbauende Eisenbahnbrücken</b>	1
§ 1. Projectsvorlage. § 2. Räumliche Anordnung der Brücken (giltiges Lichtraumprofil)	1
§ 3. Belastung (Scala a und Scala b, Winddruck etc., eventuell giltige Belastungszüge)	2
§ 4. Inanspruchnahme. § 5. Sicherheitsvorkehrungen (Sicherheitslangschwelen, Geländer)	4
§ 6. Ausnahmefälle. § 7. Ueberwachung des Baues	5
§ 8. Einleitung der commissionellen Prüfung und Erprobung (Eingaben u. Rechnungsbehalte)	5
§ 9. Durchführung der Belastungsproben. § 10. Protokoll (Benutzungsfähigkeit)	6
§ 11. Periodische Untersuchungen (Fixmarken)	6
§ 12. Verkehrsbeschränkungen (giltig für die im § 3 zu 100, 80, 60% normirten 3 Stufen)	7
<b>B. Neu zu erbauende Bahnüberbrückungen und Zufahrtsstrassenbrücken</b>	7
§ 13. Vorbemerkung zur Anwendung der nachstehenden Vorschriften	7
§ 14. Vorlagen. § 15. Belastung (1. Classe, 2. Classe, 3. Classe)	7
§ 16. Inanspruchnahme. § 17. Prüfung, Erprobung und Verkehrsbeschränkung	8
<b>C. Bestehende Brücken (Verzeichniss, Revision etc.)</b>	
§ 18. a) Eisenbahnbrücken, b) Bahnüberbrückungen und Zufahrtsstrassenbrücken	9
c) Untersuchung durch die General-Inspection	9
<b>D. Formelle Erfordernisse bezüglich der Eingaben, Vorlagen und Protokolle</b>	9
§ 19. (Format, Papier oder Leinwand, Schreib- und Zeichenmaterial)	9
<b>E. Schlussbestimmungen</b>	10
§ 20. (Competenzvorschriften.) § 21. (Aufgehobene Vorschriften)	10

## B. Technische Erklärung und Begründung der wichtigsten Vorschriften der neuen Verordnung.

<b>a) Einheitliche Nomenclatur für Brückenconstructions</b>	11
I. Einleitung. II. Grundlagen für die Durchführung der Berechnungen	11
III. Grundlagen einer richtigen Nomenclatur (Momente und Scherkräfte)	12
IV. Zusammenstellung von üblichen Ausdrücken, welche einer weiteren Erläuterung nicht bedürfen sollten	12
V. Haupttheile der Brückenconstructions (Haupt-, Quer- und Längsträger)	12
VI. Brückenconstructions mit obenliegender Bahn (insbesondere mit versenkter Bahn)	14
VII. Brückenconstructions mit untenliegender Bahn (insbesondere mit zwischenliegender Bahn	16
VIII. Höhenbegriffe (verfügbare Constructionshöhe und theoretische Trägerhöhe in Blech- und Fachwerkträgern)	17
IX. Bezeichnung der sog. Balkenträger mit voller Wand (und geraden Parallelgurten) nach ihrer Form und Beschaffenheit	19
X. Bezeichnung der sog. Balkenträger mit Verstrebung als Fach- und Netzwerkträger, insbesondere Gitterwerkträger	20
XI. Die üblichen Fachwerkträger (mit geradem und krummem Gurt)	21
XII. Die Gitterträger (mit und ohne Verticalsteifen)	23
XIII. Präcisirung des Begriffes der Gitterwerkträger (vergleichende Berechnungen)	24
<b>b) Belastungsvorschriften der §§ 3 und 15 der Verordnung</b>	27
XIV. Einleitung (1. Bisherige Vorschriften, 2. Beste Form von Belastungsvorschriften)	27
XV. Definition der äquivalenten gleichförmig vertheilten Belastungen für alle Brückentheile	32
XVI. Deckung der Biegemomente (Theorie und Formeln)	33
1. Die Momenten-Polygonumhüllung ist bei der Brückenmitte zu decken	33
2. Das Maximum in der Brückenmitte (Beispiel zweier Achsen)	34
3. Die „mittlere Kraft“ eines relativ kurzen Zuges	35
4. Die „mittleren Kräfte“ eines relativ langen Zuges, Bewegung derselben mit dem Zuge	37
5. Die Umhüllungscurven der Momente oder der Werthe von $p$ für die Brückenmitte	38
6. Die Umhüllungscurven der Werthe $p$ für seitliche Querschnitte	40
XVII. Deckung der verticalen Scherkräfte (Theorie und Formeln)	41
1. Die beiden massgebenden Belastungszüge	41
2. Die Scherkraft-Polygonumhüllung ist nächst dem Auflager zu decken	42
3. Formel der äquivalenten Last für den Auflagerdruck und diesfällige Umhüllungscurven	43
4. Formel der äquivalenten Last für die Scherkraft in einem beliebigen Querschnitte. Princip der Vorschreibung nach der belasteten Länge	44
XVIII. Die für die österreichische Brückenverordnung massgebenden schwersten Eisenbahnzüge und die bezügliche Einwirkung auf die Brücken	45
XIX. Äquivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten nächst der Trägermitte (Normalbelastungszug)	47

	Seite
XX. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten nächst dem $\frac{1}{6}$ der Stützweite (Normalbelastungszug) . . . . .	52
XXI. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Streben in allen Maschen (Normalbelastungszug) . . . . .	53
XXII. Vergleichende Bewerthung der äquivalenten gleichförmigen Belastungen zur Berechnung der Streben nächst dem Auflager und in anderen Brückentheilen . . . . .	58
XXIII. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten und Streben auf Hauptbahnen für den sog. Arlbergzug (Locomotiven mit 4 Achsen zu 14 t) . . . . .	59
XXIV. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten und Streben auf Localbahnen mit 20%iger Ermässigung (Locomotiven mit 3 Achsen zu 12 t) . . . . .	63
XXV. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten und Streben auf Localbahnen mit 40%iger Ermässigung (Locomotiven mit 3 Achsen zu 8.5 t) . . . . .	67
ad XIX bis XXV. Erläuterungen über die vorangehend citirten Rechnungsausweise . . . . .	71
XXVI. Die graphische Darstellung der sämtlichen äquivalenten Lasten zur Begründung der Belastungsscalen S. 70—71 und	
1. Allgemeine Bemerkungen für Haupt- und Localbahnen . . . . .	72
2. Die Scalen a und b für Hauptbahnen (Linien zu 100%) . . . . .	73
3. Die percentuale Vorschreibung für Localbahnen (Linien zu 80%, 60%) . . . . .	74
4. Genauigkeit und Einfachheit unserer Lastenvorschreibung gegenüber den älteren ähnlichen Vorschriften . . . . .	74
XXVII. Belastungsvorschrift für die Quer- und Längsträger . . . . .	76
1. Formel der Querträgerbelastung (Theorie der Vorschrift für Mittel- und Endquerträger) . . . . .	76
2. Graphikon S. 76—77 (und Beschreibung, auch auf Tab. IV des II. Bandes) . . . . .	77
3. Belastung der Längsträger und Bahnbestandtheile . . . . .	78
XXVIII. Beanspruchung durch Dilatationen, Wind und dynamische Wirkungen . . . . .	79
1. Dilatationen, 2. Wirkung des Windes (Formeln und Graphikon, auch auf Tab. VII, II. Bd.) . . . . .	79
3. Die sog. dynamischen Wirkungen (Formeln und Resultate für den praktischen Bedarf) . . . . .	83
XXIX. Belastungsvorschriften für Bahnüberbrückungen und Zufahrtsstrassenbrücken . . . . .	87
1. Allgemeines über die drei Belastungsklassen . . . . .	87
2. Belastungsalternativen a und b (Belastungsschema pro Geleise, Gültigkeitsgrenzen) . . . . .	89
<b>c) Vorschriften der §§ 4, 6 und 16 der Verordnung (Inanspruchnahme) . . . . .</b>	<b>90</b>
XXX. Einleitung (Material, Mehr- und Secundärspannungen etc.) . . . . .	90
XXXI. Das Material, seine Zubereitung, seine Qualität und seine Beanspruchung (Nomenclatur) . . . . .	91
XXXII. Die Mehrspannungen wegen der ungleichmässig vertheilten Einwirkungen . . . . .	93
1. Verschiedenartige Secundärspannungen . . . . .	93
2. Niet- und Nietlochleibungen, 3. Nicht mitwirkende Querschnitttheile . . . . .	94
4. Knickfestigkeit (Theorie, alte und neue Formeln, Versuche des Hrn. Prof. Bauschinger) . . . . .	94
5. Stablänge und Trägheitsmomente für Knickung in Gurten und Streben . . . . .	101
XXXIII. Die bisherigen Methoden zur Bemessung der Querschnitte . . . . .	105
1. Die Erfahrungsscalen (meistens nach der Stützweite) . . . . .	105
2. Die auf die sog. Wöhler'schen Versuche angeblich basirten Formeln der zulässigen Inanspruchnahme . . . . .	107
XXXIV. Standpunkt der Verordnung vom 15. September 1887 . . . . .	108
1. Vergleich mit der deutschen Rechnungsart unter Bezugnahme auf die Bauschinger'schen Experimente . . . . .	108
2. Die Grenzwerte des § 4, sowie des § 6, lit. b u. des § 16 d. Verordnung v. 15. Sept. 1887 . . . . .	112
3. Relative Sicherheit in den berechneten Brückenconstructions . . . . .	113
<b>d) Verkehrsbeschränkungen, Vorschriften der §§ 12 und 18 der Verordnung . . . . .</b>	<b>114</b>
XXXV. Verkehrsbeschränkungen für die nach der neuen Verordnung erbauten Brücken . . . . .	114
1. Allgemeine Prohibitiv-Vorschriften (Achsendruck, Anzahl der Locomotiven etc.) . . . . .	114
2. Kategorisirung der Betriebsmittel und Schema der zulässigen Belastungszüge . . . . .	115
XXXVI. Verkehrsbeschränkungen für die bereits früher gebauten Brücken, welche den Bestimmungen der neuen Verordnung nicht entsprechen . . . . .	117
1. Einleitung, 2. Brücken, welche der 1870er Verordnung genau entsprechen . . . . .	117
3. Brücken, welche der 1870er Verordnung nicht entsprechen . . . . .	121
4. Vorgang bei Prüfung und Verstärkung der alten Brücken, Specialscalen einer Linie . . . . .	122
5. Wahrung der Freizügigkeit auf Hauptbahnen . . . . .	123

## C. Anleitungen zur Anwendung der neuen Verordnung für die Berechnung von Brückenconstructions.

<b>a) Gewalzte Caliber und vollwandige genietete Träger . . . . .</b>	<b>124</b>
XXXVII. Gewalzte Caliber und Träger . . . . .	124
1. Einleitung (Berechnung nach der Biegungslehre und Dehnungslehre getrennt oder combinirt) . . . . .	124
2. Die Functionen $\Omega m J$ im Allgemeinen (Abscissensegmente, Ordinaten-segmente, Simpson'sche Formel) . . . . .	125
3. Analytische Bestimmung der Functionen $\Omega m J$ (Methode der Trapeze und Parabel-segmente, der Kreissegmente) . . . . .	126
4. Graphisch-mechanische Bestimmung der Functionen $\Omega m J$ , Amsler's Integrator . . . . .	130

5. Rechnungsmässige Bestimmung der Functionen $\Omega$ $m$ $J$ in den üblichsten Brückenprojecten (rechteckige Profile) . . . . .	133
6. Behandlung der Winkeleisen (empfehlenswerthe ungleichschenkelige Caliber) . . . . .	134
<b>XXXVIII. Vollwandige Haupt-, Quer- und Längsträger</b> . . . . .	140
1. Prüfung der vollwandigen Träger im Allgemeinen (Biegungsfestigkeit, Schubfestigkeit, Nietdistanz, Einsenkung) . . . . .	140
2. Behandlung der Haupt-, Quer- und Längsträger mittelst der Tabellen . . . . .	145
3. Grundsätze für vortheilhafte Normalien von Blechbrücken . . . . .	146
<b>b) Fach- und Gitterwerkträger im Allgemeinen und deren Berechnung</b> . . . . .	146
<b>XXXIX. Anwendung von Fach- und Gitterwerkträgern für Eisenbahnbrücken (vortheilhafte Constructionen je nach der Stützweite)</b> . . . . .	146
<b>XL. Berechnung der frei aufliegenden Gitterwerkträger und Fachwerkträger</b> . . . . .	149
1. Theoretische Annahmen und Grundsätze für die Berechnungen . . . . .	149
2. Berechnung der frei aufliegenden Gitterwerkträger . . . . .	151
3. Berechnung der frei aufliegenden Träger mit geraden Gurten und zweifachem Zugdiagonalen-Fachwerke . . . . .	152
4. Berechnung der frei aufliegenden Träger mit zwei symmetrisch gerichteten Fachwerken, mit krummem Obergurte und untenliegender Bahn . . . . .	153
5. Berechnung der frei aufliegenden Träger mit zweifachem Zugdiagonalen-Fachwerke, mit krummem Obergurte und untenliegender Bahn . . . . .	158
<b>XLI. Bemerkungen über continuirliche Gitter- und Fachwerkbrücken im Allgemeinen</b> . . . . .	159
<b>XLII. Berechnung der Windstreben und Einfluss des Windes auf die Gurten</b> . . . . .	161
<b>c) Rechnungsbeispiele für frei aufliegende Constructionen</b> . . . . .	164
<b>XLIII. Blechbrücke mit untenliegender Bahn und 9·72 m Stützweite</b> . . . . .	165
<b>XLIV. Brücke im zweifachen Gitterwerke mit Verticalsteyfen, mit geraden Gurten und untenliegender Bahn, mit 31·02 m Stützweite</b> . . . . .	166
<b>XLV. Brücke mit zweifachem Zugdiagonalen-Fachwerke, mit geraden Gurten und untenliegender Bahn, mit 56·56 m Stützweite</b> . . . . .	167
<b>XLVI. Brücke mit zwei symmetrisch gerichteten Fachwerken, mit gemeinschaftlichen Verticalständern, mit krummem Obergurte und untenliegender Bahn, mit 41·40 m Stützweite</b> . . . . .	168
<b>XLVII. Brücke mit zweifachem Zugdiagonalen-Fachwerke, mit krummem Obergurte und untenliegender Bahn, mit 53·28 m Stützweite</b> . . . . .	171
<b>d) Berechnung der Constructionen mit continuirlichen Trägern</b> . . . . .	175
<b>XLVIII. Einleitung (Grundsätze für die Behandlung continuirlicher Träger)</b> . . . . .	175
<b>XLIX. Allgemeine Formeln des gebogenen Trägers, Biegemomente und verticale Scherkräfte in einem beliebigen Querschnitte eines continuirlichen Trägers bei ganz beliebiger Belastung</b> . . . . .	177
1. Biegemoment und Scherkraft ( $M_x$ und $V_x$ nach $\square_x$ und $\nabla_x$ ) . . . . .	177
2. Stützenreactionen (nur mehr bezüglich der Pfeiler betrachtet) . . . . .	179
<b>L. Die Grundformeln der continuirlichen Träger (auch für Träger mit nur 2 Stützen giltig)</b> . . . . .	179
1. Stützen-Tangenten bei beliebiger Belastung einiger Felder . . . . .	179
2. Clapeyron'sche Gleichung der 3 Momente bei beliebiger Belastung einiger Felder (allgemeine erweiterte Formel für concentrirte Lasten oder vertheilte Belastung) . . . . .	180
<b>LI. Stützenmomente <math>M_1</math> <math>M_2</math> . . . <math>M_{n-1}</math>, welche durch eine beliebige Belastung eines einzigen Feldes <math>k</math> im sonst last- und gewichtfreien Träger entstehen</b> . . . . .	181
<b>LII. Bemerkungen zur Berechnung der <math>\alpha</math> und <math>\beta</math> (Fall wo <math>\alpha_0</math> und <math>\beta_0</math> nicht = 0 sind)</b> . . . . .	183
<b>LIII. Grundsätze zur Berechnung der continuirlichen Träger</b> . . . . .	184
1. Allgemeine Formeln (für eine ganz beliebige Belastung) . . . . .	185
2. Vereinfachte allgemeine Formeln (Belastung auf nur einem Felde), Tabellen der Werthe $\square_x$ $\nabla_x$ $T$ $T'$ , der Werthe $M M'$ und $(V_a)_p$ . . . . .	185
<b>LIV. Erläuterung des Rechnungsverfahrens durch allgemeine Behandlung eines Beispielles</b> . . . . .	188
<b>LV. Theorie der gefährlichsten Belastungen für die Gurten</b> . . . . .	192
1. Die zwei festen Inflexionspunkte im Mittelfelde, wofür $\xi = 1: (1 + \mu) \dots \xi' = 1: (1 + \nu)$ . . . . .	192
2. Wirkung der Belastung am Felde selbst, Bestimmung der Nullpunkte . . . . .	193
3. Bestimmung des Grenzpunktes (Berechnung von $a$ nach $x_0$ ) . . . . .	195
4. Die gefährlichsten Gurtbelastungen im Mittelfelde (Belastungs-Schema 1 und 2) . . . . .	196
5. Graphikon der dargestellten Maximal- und Minimalmomente im Mittelfelde . . . . .	198
6. Die gefährlichste Gurtbelastung in einem Endfelde . . . . .	200
<b>LVI. Theorie der gefährlichsten Belastungen für die Streben im Mittelfelde und im Endfelde</b> . . . . .	203
<b>LVII. Praktischer Vorgang zur raschen Aufstellung des üblichen Graphikons der Momente und Scherkräfte in dem gesammten continuirlichen Träger</b> . . . . .	205
<b>LVIII. Anleitung zur praktischen Benützung meiner Formeln-Zusammenstellungen und der zugehörigen numerischen Tabellen, welche sich im II. Bande dieses Werkes befinden</b> . . . . .	208
1. . . . . Allgemeine Formeln für continuirliche Träger mit 2 Feldern . . . . .	210
2. . . . . Allgemeine Formeln für continuirliche Träger mit 3 Feldern . . . . .	211
3. . . . . Allgemeine Formeln für continuirliche Träger mit 4 Feldern . . . . .	212
4. . . . . Allgemeine Formeln für continuirliche Träger mit 5 Feldern . . . . .	214
<b>LIX. Beispiel einer nach der neuen Verordnung vom 15. September 1887 gerechneten continuirlichen Brücke über 5 Felder mit Stützweiten 27·9 + 36·2 + 36·2 + 36·2 + 27·9 m</b> . . . . .	216
Graphikon der Biegemomente und Scherkräfte . . . . .	220/221
<b>LX. Buchstaben-Index für das ganze Werk</b> . . . . .	221

## Inhalt des II. Bandes.

Anleitung zur Benützung der Tabellen des II. Bandes Seite III bis XVI.

### D. Hilfstabellen für Brücken im Allgemeinen.

<b>a) Tabellen zum Vergleiche der Vorschriften der Verordnungen vom Jahre 1870 und vom Jahre 1887.</b>	
Tab. I. Vergleich bezüglich der Gurten. Tab. II. Vergleich bezüglich der Streben, für alle 3 Stufen (100, 80 und 60%). Diese Tabellen enthalten auch eine übersichtliche Zusammenstellung der neuen Verordnungsscalen von Meter zu Meter der Stützweite . . . . .	1
<b>b) Belastungstabellen nach § 3 der Verordnung.</b>	
Tab. III. Querträgerbelastung für alle speciellen Constructionseintheilungen (Centimeter) zu verwenden, und auch für die Längsträger oder kleineren Hauptträger benützbar (mit Zuschlägen für bleibende Last) . . . . .	3
Tab. IV. Graphikon der Querträgerbelastung, sowohl für die Verordnungsscalen und Locomotiven als auch für 12 andere der üblichsten Locomotivtypen . . . . .	4/5
Tab. V. Hauptträgerbelastung nach § 3, d. i. Scala a und b der Verordnung für alle Stützweiten (Decimeter) mit den bezüglichen Biegungs- und Drehungsmomenten zur Berechnung der Gurten und Streben, sowie mit den erforderlichen Zuschlägen für bleibende Last . . . . .	5
Tab. VI. Coëfficienten-Tabelle und Schablone zur Berechnung der Biegungsmomente (meist auch der Gurtspannungen) auf seitlichen Trägerquerschnitten, mittelst der ähnlichen Werthe für die Brückenmitte . . . . .	21
Tab. VII. Graphikon zur sofortigen Ablesung der vom Winde herrührenden Scherkräfte und Windstrebenspannungen nach § 3 lit. f der Verordnung . . . . .	22/23
<b>c) Tabellen für die Vernietungen.</b>	
Tab. VIII. Zur Prüfung der Vernietung auf Abscherung bei Inanspruchnahme zu 600 Kg per Quadrat-Centimeter . . . . .	23
Tab. IX. Zur Prüfung der Vernietung bezüglich der Nietlochleibung bei Inanspruchnahme zu 1400 Kg per Quadrat-Centimeter . . . . .	24
<b>d) Tabellen der sog. statischen Functionen und der Trägheitsmomente für die Berechnung des Widerstandes auf Biegung.</b>	
Tab. X. Querschnittsfläche, statisches Moment, Schwerpunkt, Trägheitsmoment . . . etc. für die üblichsten gewalzten Caliber. (Vgl. auch Seite 135 des I. Bandes) . . . . .	25
*Tab. XI. Trägheitsmomente für Stehbleche allein, mit den üblichsten Höhen (Centimeter) und Dicken (Millimeter) . . . . .	28
*Tab. XII. Trägheitsmomente eines aus 4 Winkeln allein (der 40 üblichsten Caliber) gebildeten Querschnittes für alle vorkommenden Höhen (Stehblechhöhen in Centimetern) . . . . .	32
*Tab. XIII. Trägheitsmomente für Gurtblechpaare allein, per Centimeter Breite, für die üblichsten Höhen (Stehblechhöhen in Centimetern) und Gurtblechdicken (Millimeter) — auch für die Bestimmung der Nietabzüge verwendbar . . . . .	52

### E. Hilfstabellen für continuirliche Brücken.

<b>a) Allgemeine Schablonen.</b>	
Tab. XIV. Zusammenstellung jener Formeln und Ausdrücke, welche in der Theorie der frei aufliegenden Träger vorkommen und für die continuirlichen Träger wieder verwendet werden . . . . .	64
Tab. XV. Allgemeine Belastungsschablone für continuirliche Träger, mit ganz specieller Nummerirung der zum Graphikon gehörigen Curventheile . . . . .	65
<b>b) Specielle Formularien, Schablonen und Tabellen für eine bestimmte Anzahl Felder.</b>	
Tab. XVI. Formeln-Zusammenstellung für Brücken mit 2 Feldern . . . . .	66
Tab. XVII. Formeln-Zusammenstellung für Brücken mit 3 Feldern . . . . .	67
Tab. XVIII. Formeln-Zusammenstellung für Brücken mit 4 Feldern . . . . .	68
Tab. XIX. Formeln-Zusammenstellung für Brücken mit 5 Feldern . . . . .	70
Tab. XX.—XLV. — Zusammen 26 Coëfficienten-Tabellen (zu je 100 Werthen), mittelst welcher man für alle Brücken mit 2, 3 und 4 Feldern (bei beliebigem Verhältnisse des Uferfeldes zu den Mittelfeldern) sofort mittelst Wiederverwendung der für frei aufliegende Träger aufgestellten Tab. V alle Stützenmomente und Scherbeiträge nach Scala b leicht erhalten kann . . . . .	72

\* Diese Tabellen wurden bereits in den Jahren 1873 bis 1875 von dem Verfasser aufgestellt und seither im Amte benützt. Deren zweckmässige Einrichtung ist den meisten Fachcollegen bereits bekannt. Das Trägheitsmoment eines beliebigen Querschnittes ergibt sich damit aus der Summe der Trägheitsmomente seiner Theile, nämlich des Stehbleches der 4 Winkel und der Gurtbleche. Es genügt demnach die Addirung dreier aus den Tab. XI, XII und XIII herrührender Werthe.

### Berichtigungen im II. Bande.

Seite 1 und 2 ist im Tabellenkopf zu lesen $(p' : p) \times i$ anstatt . . . . .	$p' : p \times i$
Seite 2 ist für 3 m Stützweite in Colonne 4 zu lesen 13'760 t anstatt . . . . .	14'760 t
Seite 25 ist für $(140 \times 100) : 17$ zu lesen Trägheitsmoment = 1232'76956 anstatt . . . . .	1252'76956
Seite 37 fehlen bei $(70 \times 70) : 11$ für $H = 70$ , $\Delta_1 = 1878.7$ . . . . .	für $H = 120$ , $\Delta_1 = 3297.7$
Seite 66 ist im dritten Werthe $M_1$ zu lesen $\left(\theta - \frac{1}{2}\right)^2$ anstatt . . . . .	$\left(\theta - \frac{1}{2}\right)_2$
Seite 71 ist in der speciellen ersten Formel $(V)_p$ zu lesen $\frac{pb^3}{2l_1}$ anstatt . . . . .	$\frac{pb^3}{2l_2}$

# A. Originaltext

der

## Verordnung des k. k. Handels-Ministeriums vom 15. September 1887

betreffend die Sicherheitsrücksichten, welche bei Eisenbahnbrücken, Bahnüberbrückungen und Zufahrtsstrassenbrücken zu beobachten sind.

(R.-G.-Bl. Nr. 109.)

Auf Grund der Bestimmungen der Eisenbahn-Betriebsordnung vom 16. November 1851, R.-G.-Bl. Nr. 1 ex 1852, wird Folgendes verordnet:

### A. Neu zu erbauende Eisenbahnbrücken.

#### § 1. Projectsvorlage.

Die Bauentwürfe für neu herzustellende Eisenbahnbrücken sind noch vor Beginn der Herstellung dem Handelsministerium zur Genehmigung vorzulegen.

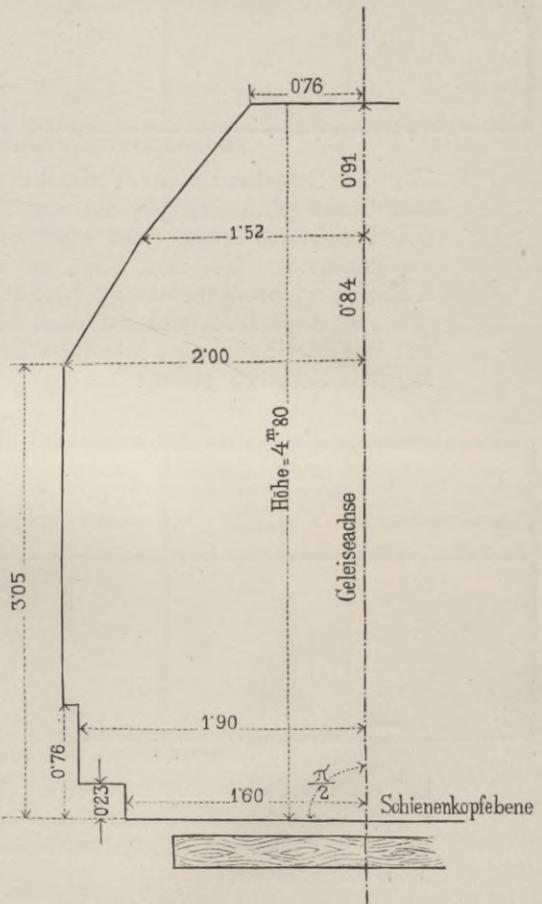
Diese Vorlage hat zu enthalten:

- Eine Situationsskizze der generellen Brückenanlage im Massstabe von 1 : 1000, sowie die Uebersichts- und Detailzeichnungen der Pfeileranlage im Massstabe von 1 : 100, ferner die schematische Materialvertheilung, die Uebersichts- und Detailzeichnungen der Tragconstruction, letztere im Massstabe von 1 : 10 (für etwa beigegebene Detailübersichtszeichnungen auch 1 : 15 oder 1 : 20) mit Angabe der für die Tragfähigkeit massgebenden Dimensionen und des Materiales der Constructionstheile.
- Den Nachweis des Eigengewichtes (bleibende Last).
- Die theoretische Begründung der Dimensionen der Constructionstheile und bei Local- und Schleppbahnen ausserdem ein den schwersten Fahrbetriebsmitteln entsprechendes Belastungsschema.
- Für Brücken von mehr als 20 m Stützweite, sowie bei aussergewöhnlichen Systemen oder Constructionsverhältnissen die Berechnung der unter der zufälligen Belastung entstehenden grössten charakteristischen elastischen Formänderungen der Construction.

#### § 2. Räumliche Anordnung der Brücken.

Das Brückenplanum muss bei oben liegender, beziehungsweise versenkter Bahn derart breit angeordnet sein, dass an jeder Brückenstelle zwischen der Geleiseachse und dem nächsten Geländerstabe oder äusseren Dielungsrande eine Entfernung von mindestens 2·15 m vorhanden ist.

Die gleiche lichte Entfernung muss auch bei unten-, beziehungsweise zwischenliegender Bahn zwischen der Geleiseachse und den Gurtungen, sowie den Diagonalstreben, und zwar bis auf 2 m Höhe oberhalb der Dielung vorhanden sein.



Für Verticalständer und verticale Absteifungen ist eine geringere Entfernung zulässig; für diese, sowie für alle hier nicht besprochenen Constructionstheile überhaupt, ist jedoch mindestens das nebenstehende Lichtraumprofil einzuhalten.

§ 3. Belastung.

Die der Berechnung zugrunde zu legende Belastung setzt sich aus dem Eigengewichte der Construction (bleibende Last) und der durch die Fahrbetriebsmittel erzeugten zufälligen Last (Verkehrslast) zusammen.

Ausserdem müssen auch die Einflüsse des Winddruckes, und wenn es das Constructionssystem bedingt, auch jene der Temperaturveränderungen u. s. w. entsprechend berücksichtigt werden.

Für die Berechnungen hat Folgendes zu gelten:

- a) Die der Berechnung der Gurtungen zugrunde zu legende und auf das ganze Brückenfeld auszudehnende zufällige Belastung ist bei den üblichen frei aufliegenden Constructionen für jedes Geleise pro laufendes Meter gleich vertheilt, je nach der von Mitte zu Mitte der Auflager zu rechnenden Stützweite in folgender Weise festgesetzt:

Scala a.

Stützweite in Metern	Zufällige Last in Tonnen	Stützweite in Metern	Zufällige Last in Tonnen	Stützweite in Metern	Zufällige Last in Tonnen
1·0	30	5	11·5	40	5·6
1·5	20	10	8·5	80	4·4
2·0	15	15	7·0	120	3·8
2·5	13·5	20	6·5	160	3·4

Für dazwischenfallende Stützweiten ist geradlinig zu interpoliren.

- b) Für die Berechnung der Verstrebungen in den Hauptträgern der bezeichneten Constructionen sind dagegen die der zufälligen Belastung entsprechenden grössten Abscherungskräfte in der einen oder anderen Richtung für jeden Brückenquerschnitt derart zu bestimmen, dass man eine nur von diesem Querschnitte bis zu dem bezüglichen Auflager reichende Belastung zuzieht.

Für diese Belastung hat dann ohne Rücksicht auf die Stützweite der Brücke und nur nach der Länge des belasteten Brückentheiles pro laufendes Meter Geleise gerechnet, folgende Scala zu gelten:

Scala b.

Länge des belasteten Brückentheiles in Metern	Zufällige Last per Meter der belasteten Brückenlänge in Tonnen	Länge des belasteten Brückentheiles in Metern	Zufällige Last per Meter der belasteten Brückenlänge in Tonnen	Länge des belasteten Brückentheiles in Metern	Zufällige Last per Meter der belasteten Brückenlänge in Tonnen
1·0	30	5	14·0	40	6·2
1·5	25	10	10·0	80	4·8
2·0	20	15	8·5	120	4·0
2·5	18	20	7·6	160	3·5

Für dazwischenfallende Längen ist geradlinig zu interpoliren.

- c) Bei continuirlichen Constructionen sind der Berechnung der Gurtungen die den Stützweiten der belasteten Brückenfelder nach Scala a) zufallenden Belastungen zugrunde zu legen und jene Belastungscombinationen zu berücksichtigen, welche die maximalen Momente ergeben.

Für die Berechnung der Verstrebung dieser Constructionen sind dagegen innerhalb der betrachteten Oeffnung die Belastungen nach Scala b), für die gleichzeitig aber auch auf den anderen Brückenfeldern anzunehmenden Belastungscombinationen nur die Belastungen nach Scala a) in Rechnung zu bringen.

d) Für andere als die in lit. a, b und c betrachteten Constructionen (Hängewerke, Sprengwerke, Bogenbrücken, Balanceträger etc.) sind, insoferne nicht die einfache Anwendung der Scalen **a** und **b** zulässig sein sollte, die anzunehmenden Belastungszüge derart zu wählen, dass dieselben bei den üblichen frei aufliegenden Trägern annähernd den für letztere gegebenen Belastungen entsprechen und haben hiefür folgende Annahmen zu gelten:

Als Verkehrslast ist ein ideeller, mit drei vierachsigen Locomotiven zu je 3·6 m Gesamttrastand und 9·5 m Gesamtlänge sammt deren dreiachsigen Schlepptendern zu je 3 m Gesamttrastand und 6·1 m Gesamtlänge, sowie den noch erforderlichen zweiachsigen Lastwagen zu je 3 m Radstand und 7 m Gesamtlänge zusammengestellter Zug in Betracht zu ziehen, für welchen principiell der Achsendruck bei der Locomotive 13 t, bei dem Tender 10 t und bei dem Lastwagen 8 t beträgt.

Die Einwirkungen dieses Zuges sind jedoch bei kleinen Stützweiten mit Rücksicht auf vorkommende Achsendrücke zu 14 t entsprechend zu erhöhen, dagegen für sehr grosse Stützweiten wegen der Wahrscheinlichkeit zu ermässigen, dass nicht alle Achsenbelastungen und Stände in der ungünstigsten Weise beschaffen sein dürften.

e) Behufs Berechnung eines Zwischenquerträgers ist als Verkehrslast die Hälfte der nach Scala **a** resultirenden Gesamtbelastung einer Brücke anzunehmen, als deren Stützweite die Entfernung von dem nächsten linksseitig gelegenen bis zu dem nächsten rechtsseitig gelegenen Querträger zu gelten hat.

Endquerträger sind je nach ihrer constructiven Anordnung fallweise zu berechnen und ist hierbei im Sinne der vorangehenden Regel der eine fehlende Nachbarquerträger durch eine entsprechend entfernte theoretische Auflagestelle des Geleises zu ersetzen.

Schwellenträger sind wie auf den Querträgern gestützte Hauptträger zu behandeln.

f) Die Wirkung des Windes ist unter Annahme eines Seitendruckes von 270 kg per m<sup>2</sup> auf die unbelastete und von 170 kg auf die durch einen Zug belastete Brücke zu ermitteln, beziehungsweise mit dem nachtheiligeren dieser beiden Einfüsse in Rechnung zu ziehen, wie folgt:

1. Bei der unbelasteten Brücke ist die eine der beiden Tragwände mit ihrer factisch exponirten Fläche, die zweite hingegen mit ihrer auf gleiche Weise zu messenden, jedoch nach der weiter unten folgenden Scala zu reducirenden Fläche in Rechnung zu bringen.

2. Bei der belasteten Brücke ist der Zug als ein 2·5 m hohes, 0·5 m über den Schienen befindliches fortschreitendes volles Rechteck zu behandeln. Als Angriffsfläche ist hierbei die Fläche des Zuges und der ausserhalb des Zugumrisses befindlichen Theile der einen Tragwand, sowie die scalamässig reducirte Fläche dieser Theile in der zweiten Tragwand in Rechnung zu bringen.

g) Für Constructionssysteme, bei welchen infolge der Temperaturveränderungen Mehrspannungen eintreten (Bogenbrücken, continuirliche Träger auf hohen eisernen Jochen etc.), sind diese selbstverständlich zu berücksichtigen.

Ausserdem sind auch noch etwaige dynamische Wirkungen nach Massgabe der Tracenverhältnisse und der anzuwendenden Geschwindigkeiten in Rechnung zu ziehen.

Bei Constructionen, welche den Stössen der Fahrzeuge ohne Vermittlung eines elastischen Zwischentheiles direct ausgesetzt sind, muss übrigens eine um 10 Procent vergrösserte Einwirkung der zufälligen Belastung in Rechnung gebracht werden.

h) Für solche normalspurige Local- und Schleppbahnen, auf welchen die schweren vierachsigen Locomotiven nicht verkehren, sind die in lit. a und b normirten Belastungen entsprechend zu ermässigen, und zwar:

1. Um 20 Procent für solche Bahnen, deren Brücken nicht nachtheiliger beansprucht werden als durch dreiachsige Locomotiven mit 12 t Achsendruck, 1·2 m Achsenentfernung und 7·7 m Gesamtlänge sammt deren dreiachsigen Schlepptendern mit 25 t Gesamtlast und 6·3 m Gesamtlänge.

**Scala**

für die Reduction der exponirten Fläche auf der zweiten Tragwand.

Verhältniss der offenen Maschen-Flächen zur Gesamtumrissfläche in der ersten Tragwand	Reductionsverhältniss für die exponirte Fläche der zweiten Tragwand
bei 0·40	0·2
„ 0·60	0·4
„ 0·80	1·0

Bei dazwischenfallenden Werthen ist geradlinig zu interpoliren.

Bei dazwischenfallenden Werthen ist geradlinig zu interpoliren. sowie die scalamässig reducirte Fläche dieser Theile in der zweiten Tragwand in Rechnung zu bringen.

2. Um 40 Procent für solche Bahnen, deren Brücken nicht nachtheiliger beansprucht werden als durch dreiachsige Tenderlocomotiven mit 8·5t Achsendruck, 1·1m Achsenentfernung und 7·2m Gesamtlänge.

#### § 4. Inanspruchnahme.

Unter Zugrundelegung der im § 3 lit. a, b, c, d, e, g, h bestimmten Belastungen und Einflüsse, sowie der Eigenlast der Construction darf die rechnermässige Maximal-Inanspruchnahme des Materiales pro  $cm^2$  der nutzbaren Querschnittsfläche (das ist nach Abzug der Nietlöcher, sowie der nicht mitwirkenden Theile des vollen Querschnittes) folgende Grenzen nicht überschreiten:

- a) Bei Schweisseisen (Schmiedeeisen) für Zug, Druck und Abscherung:
1. unter 40·0m Stützweite 700 kg nebst 2kg Zuschlag für jedes Meter Stützweite;
  2. von 40·0m Stützweite aufwärts, und zwar:
 

für 40·0m . . . . .	780 kg
" 80·0m . . . . .	840 kg
" 120·0m . . . . .	880 kg
" 160·0m und darüber . . . . .	900 kg

wobei für die dazwischenfallenden Stützweiten geradlinig zu interpoliren und für die Quer- und Längsträger jener Werth zu nehmen ist, welcher der Stützweite dieser Träger zufällt;

3. zur Berechnung der Nieten auf Abscherung in nur einer Richtung 600 kg, beziehungsweise in mehreren Richtungen 500 kg, wobei noch zu beachten ist, dass die Projection der Nietlochleibung mit nicht mehr als 1400 kg pro  $cm^2$  beansprucht werden darf;

4. für die Berechnung des Widerstandes gegen Abscherung in der Walzrichtung 500 kg;

5. das Schweisseisen (Schmiedeeisen) muss bei 3600 kg Bruchfestigkeit und darüber mindestens 12 Procent Dehnung in der Walzrichtung haben.

Bei einer geringeren Bruchfestigkeit muss eine verhältnissmässig grössere Dehnung, welche bei der noch gestatteten niedersten Bruchgrenze von 3300 kg mindestens 20 Procent zu betragen hat, vorhanden sein.

Die Dehnung ist an einem Probestabe von 5  $cm^2$  Querschnitt bei 20 cm Markentfernung zu messen. Ist die Verwendung eines Probestabes mit einem anderen als dem zuvor angegebenen Querschnitte nicht zu vermeiden, so ist mit Bezug auf den vorgeschriebenen Normalstab die Markentfernung derart zu bestimmen, dass sich die Quadrate der Markentfernungen wie die Querschnittsflächen verhalten.

- b) Bei Gusseisen, welches Material keinen Hauptbestandtheil der freitragenden Construction bilden darf, sind die eingangs bezeichneten Grenzen mit 700 kg auf Druck, 200 kg auf einfachen Zug und 300 kg auf Zug im Falle der Biegung und
- c) bei Holz mit 80 kg auf Zug und Druck in der Fasernrichtung festgesetzt.
- d) Bei allen auf Pressung in Anspruch genommenen Constructionstheilen ist auf den erforderlichen Widerstand gegen Einknickung Bedacht zu nehmen.
- e) Die Maximal-Inanspruchnahme, welche aus den in § 3 lit. f normirten Einwirkungen des Windes mit Zuziehung der vorgeschprochenen Inanspruchnahmen je nach den betrachteten Constructionstheilen resultirt, darf folgende Grenzen nicht überschreiten:

ad § 4 lit. a	Zahl 1 und 2 . . . . .	1000 kg
" § 4 lit. a	" 3 . . . . .	700 kg
" § 4 lit. a	" 4 . . . . .	600 kg
" § 4 lit. c	. . . . .	90 kg

#### § 5. Sicherheitsvorkehrungen.

- a) Bei Brücken oder Viaducten mit mehr als 20m Gesamtlänge, zwischen den Schotterabschlusschwellen der Endöffnungen gemessen, muss den gefahrdrohenden Folgen einer etwaigen Entgleisung durch besondere Vorkehrungen entgegengewirkt werden.

Die üblichen Sicherheitslangschwellen (respective Sicherheitsschienen) sollen die Fahrschienen nicht um mehr als 3 cm überragen und sind innerhalb des Geleises derart anzulegen, dass zwischen denselben und den Fahrschienen je eine 16 cm breite Hohlrinne verbleibt, in welche der Radkranz frei einfallen kann.

Die Sicherheitslangschwellen müssen auf den Schotterabschlusschwellen der Endöffnungen frei aufliegen und über die ganze dazwischenliegende Objectlänge durchlaufen.

- b) Den Einflüssen der Temperaturveränderungen ist mittelst beweglicher Auflager Rechnung zu tragen; auch muss für das Dilatationsspiel des Oberbaues vorgesorgt werden.
- c) Geländer sind bei allen Brücken anzubringen, welche von der äussersten Weichenspitze einer mit Distanzsignalen versehenen Station, Haltestelle oder Abzweigstelle nicht mehr als 800 *m* oder aber von der Mitte einer Haltestelle, in welcher Zugskreuzungen nicht stattfinden und welche mit Distanzsignalen nicht versehen ist, nicht mehr als 200 *m* entfernt liegen.

Bei Localbahnen wird obige Entfernung ermässigt, und zwar für Stationen mit Distanzsignalen bis auf 100 *m* über diese Signale, für Stationen ohne Distanzsignale bis auf 400 *m* über die äusserste Weichenspitze und für Haltestellen ohne Zugskreuzung bis auf 100 *m* von deren Mitte hinausgemessen.

Bei Objecten mit mehr als 20 *m* Länge, zwischen den Schotterabschlusschwellen gemessen, sind ausnahmslos Geländer anzubringen und wo Parallelfügel vorkommen, auch über diese letzteren zu verlängern.

#### § 6. Ausnahmefälle.

- a) Für Linien, auf welchen aussergewöhnlich schwere Fahrbetriebsmittel verkehren sollen, für Dampftramwaylinien, für normalspurige Bahnen ohne Locomotivbetrieb, für Bahnen abnormaler Spurweite, sowie bei Verwendung von Baumaterialien aussergewöhnlicher Qualität und überhaupt in Ausnahmefällen können alle vorangehenden Vorschriften von Fall zu Fall entsprechend geändert werden.
- b) Für Materialien, wie Stein, Ziegel, Blei etc., welche in § 4 nicht angeführt erscheinen, sowie für jene Constructionstheile (Consolen, Säulen etc.), welche zu den Haupt-, Quer- und Längsträgern nicht gehören, unterliegen die bezüglichlichen, möglichst auf Erfahrungen zu basirenden Annahmen einer speciellen Genehmigung.

#### § 7. Ueberwachung des Baues.

Um von der vorschriftsmässigen Ausführung der Brücken sich zu überzeugen, wird die Staatsverwaltung nach eigenem Ermessen den Bau überwachen, eventuell auch Festigkeitsproben mit den in Verwendung kommenden Materialsorten auf Kosten der Eisenbahnverwaltung anstellen lassen.

#### § 8. Einleitung der commissionellen Prüfung und Erprobung.

- a) Der Uebergabe neu hergestellter Brücken an den Bahnverkehr hat eine commissionelle Prüfung und Erprobung voranzugehen. Hiezu wird von Seite der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen ein Delegirter als Commissionsleiter entsendet.

Die Bahnverwaltung hat um Vornahme dieser Amtshandlung unter Bezeichnung der zu prüfenden Objecte, sowie unter Angabe der bezüglichlichen Genehmigungserlässe schriftlich einzuschreiten und zu derselben folgende Behelfe beizubringen:

1. Die schematische Skizze der zur Verwendung gelangenden Belastungszüge, welche thunlichst dieselben Momentenwirkungen hervorrufen sollen, wie die im § 3 (eventuell § 6) normirten Belastungen.

Diese Züge müssen für jedes Geleise je nach den vorkommenden Stützweiten bis 15·0 *m*, bis 25·0 *m* oder über 25·0 *m* mindestens aus einer, zwei oder drei vollständig ausgerüsteten Locomotiven der schwersten Gattung, welche auf der betreffenden Bahn zu verkehren bestimmt sind, sowie aus den zur Deckung der grössten Feldlänge noch erforderlichen, auf volle Tragfähigkeit beladenen Wagen gebildet werden.

2. Den rechnungsmässigen Nachweis der mit dem Probezuge auf den einzelnen Stützweiten gegenüber der vorgeschriebenen Belastung erzielten Procentual-Belastungen, sowie den Ausweis der für den Probezug berechneten grössten elastischen Formveränderungen.

- b) Zur Prüfung und Erprobung hat die Bahnverwaltung einen sachverständigen Vertreter zu delegiren, welcher die genehmigten Originalbaupläne und die bezüglichlichen Genehmigungserlässe beizubringen hat.

Die Bahnverwaltung hat ferner für die Beistellung der Belastungszüge, der entsprechenden Messvorrichtungen, sowie für die Anbringung der im § 11 besprochenen Fixmarken vorzusorgen.

### § 9. Durchführung der Belastungsproben.

- a) Die Erprobung eines jeden Brückenfeldes hat sowohl mit ruhender, als auch mit rollender Last zu geschehen.

Sind mehrere Brücken mit gleicher Construction und gleicher, weniger als 10·0 *m* betragender Stützweite zu prüfen, so ist es gestattet, die Erprobung nicht auf alle diese Brücken auszudehnen, wenn nach Ausspruch des Vertreters der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen die bereits gewonnenen Resultate hinlänglich entscheidend erscheinen.

- b) Zur Erprobung mit ruhender Last sind die im § 8 lit. *a* besprochenen Belastungszüge successive in jene Stellungen zu bringen, bei welchen die Constructionen am nachtheiligsten beeinflusst werden und in jeder dieser Stellungen so lange zu belassen, bis eine weitere Formveränderung nicht mehr wahrnehmbar ist.

Bei den freiaufliegenden üblichen Constructionen genügt es, die successive über die halbe und ganze Stützweite belastete Brücke zu beobachten.

Bei grösseren Bogenconstructionen sind ausserdem noch jene zwei Belastungsfälle durchzuführen, bei welchen successive die Scheitelstrecke allein und dann bei unbelastetem Scheitel die beiden Seitenstrecken gleichzeitig belastet werden.

Bei continuirlichen Trägern sind für jedes Geleise zwei Belastungszüge erforderlich, mit welchen gleichzeitig zwei Brückenfelder belastet werden können.

Zur Erprobung eines Pfeilers und der über demselben liegenden Trägertheile müssen die anstossenden Felder auf ihre ganze Länge gleichzeitig belastet werden.

Zur Erprobung der Trägermitte eines Feldes muss die Belastung successive auf die halbe und ganze Länge desselben, gleichzeitig aber auch auf die ganze Länge des grösseren nächsten, beziehungsweise zweitnächsten Feldes erstreckt werden.

- c) Zur Erprobung mit rollender Last ist vorerst auf jedem Geleise mit dem Probezuge, welcher nach der im § 8 lit. *a* Z. 1 enthaltenen Anordnung zusammenzustellen, jedoch höchstens mit zwei Locomotiven auszurüsten ist, eine Fahrt mit der Geschwindigkeit von circa 20 *km* per Stunde vorzunehmen.

Hierauf ist auf jedem Geleise mit demselben Zuge eine Schnellfahrt mit der Geschwindigkeit von rund 40–50 *km* per Stunde vorzunehmen; diese Schnellfahrten können in späterer Zeit vorgenommen werden, falls die Mauerwerksanlage oder die Oberbauanschlüsse noch nicht gehörig consolidirt sind.

- d) Bei zwei- oder mehrgeleisigen Brücken mit gemeinschaftlicher Tragconstruction soll die in den vorangehenden Absätzen bestimmte Probelastung jedenfalls auf allen Geleisen gleichzeitig, eventuell aber auch vorerst auf jedem Geleise abgesondert vorgenommen werden.
- e) Bei Local- und Schlepfbahnen kann die Schnellfahrt (lit. *c*, Abs. 2) entfallen.

### § 10. Protokoll.

Ueber das Ergebniss der commissionellen Prüfung und Erprobung ist ein Protokoll aufzunehmen, welchem die im § 8 lit. *a* besprochenen Behelfe anzuschliessen sind.

Dieses Protokoll hat insbesondere einen Ausweis der gemessenen bleibenden und elastischen Formveränderungen, sowie die Ablesungen an den Fixmarken (§ 11) zu enthalten und soll auch constatiren, inwieweit die Ausführung mit den genehmigten Bauplänen im Einklange steht.

Schliesslich hat auch der Vertreter der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen die bedingte oder unbedingte Benützungsfähigkeit der geprüften Brücken protokollarisch auszusprechen, oder aber die Benützung bis auf höhere Verfügung zu untersagen.

### § 11. Periodische Untersuchungen.

- a) Die Bahnverwaltungen haben — ganz abgesehen von der ihnen obliegenden permanenten Ueberwachung — mindestens alle 6 Jahre periodische Untersuchungen und Erprobungen der Brücken im Sinne der Bestimmungen des § 9 lit. *b* und *d* vorzunehmen.

Hiebei ist es gestattet, zur Ermittlung der elastischen Einbiegung bei continuirlichen Constructionen die Belastung auf das jeweilig in Betracht gezogene Feld zu beschränken, und bei Constructionen jeder Art bis inclusive 25 *m* Stützweite die verkehrenden Züge als zufällige Last zu benützen.

b) Die gemachten Wahrnehmungen und die Proberesultate sind für jede Brücke gesondert zur Einsichtnahme der Aufsichtsbehörde in Evidenz zu halten.

Um diese Untersuchungen zu erleichtern, müssen bei allen Brücken mit mehr als 20 m Stützweite bereits vor der ersten Erprobung permanente Fixmarken an den Feldmitten und über den Stützpunkten jeder Tragwand angebracht werden, welche es gestatten, die im Laufe der Jahre etwa eingetretenen bleibenden Formveränderungen zu constatiren.

c) Die der Prüfung und Erprobung unterzogenen Objecte sind, insofern hiebei eine Verminderung der Tragfähigkeit constatirt wurde, sofort — sonst aber nur am Schlusse eines jeden Jahres unter Angabe der erhobenen Anstände, der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen bekanntzugeben.

## § 12. Verkehrsbeschränkung.

Die Brücken dürfen nicht ohne Zustimmung der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen mit Fahrbetriebsmitteln befahren werden, welche dieselben nachtheiliger beeinflussen, als die der Festigkeitsberechnung zu Grunde gelegenen und in dem § 3 (eventuell § 6) besprochenen Belastungen, oder aber welche gegen die räumlichen Anordnungen des § 2 verstossen.

### *B. Neu zu erbauende Bahnüberbrückungen und Zufahrtstrassenbrücken.*

## § 13. Vorbemerkung zur Anwendung der nachstehenden Vorschriften.

Bei der Prüfung und Genehmigung der Projecte für neu anzulegende Bahnüberbrückungen und für solche Zufahrtstrassenbrücken, deren Herstellung von den Eisenbahnunternehmungen auf ihre Kosten bewirkt wird, dann in Betreff der Prüfung, Erprobung und Benützung der gedachten Objecte, wird das Handelsministerium nach folgenden Vorschriften (§§ 14—17) vorgehen, welche auch bei den einschlägigen Amtshandlungen der General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen in Anwendung zu bringen sind.

## § 14. Vorlagen.

Bezüglich der Projectsvorlagen gelten die in den §§ 1 und 19 für Eisenbahnbrücken festgestellten Bestimmungen.

## § 15. Belastung.

Den Festigkeitsberechnungen sind im Allgemeinen, ausser der permanenten Eigenlast der Construction, zweierlei Alternativen von zufälligen Belastungen zu Grunde zu legen, und zwar:

a) Die grösstmögliche Wagenansammlung auf dem Fahrbahnplanum und eine gleichzeitige Menschenansammlung auf dem Gehwegplanum sowie auf dem übrig gebliebenen Theile des Fahrbahnplanums.

b) Eine Menschenansammlung sowohl auf dem Gehweg- als auch auf dem Fahrbahnplanum.

Von diesen beiden Belastungsarten ist in jedem einzelnen Falle und für jeden einzelnen Constructionstheil die nachtheiligere zu berücksichtigen.

Behufs Systemisirung der jeweils anzunehmenden Menschenlast per  $m^2$ , beziehungsweise des schwersten Lastwagens werden sämmtliche Strassenbrücken in 3 Classen eingetheilt, für welche, wenn nicht ausnahmsweise besondere Anordnungen getroffen werden, nachstehende Belastungsnormen zu gelten haben.

### 1. Classe.

1. Eine Menschenlast von 460  $kg$  per  $m^2$ .

2. Ein vierrädriger Lastwagen zu 12  $t$  Gesamtgewicht bei 7·8  $m$  Länge (ohne Deichsel), 2·5  $m$  Breite, 3·8  $m$  Radstand, 1·6  $m$  Geleiseweite, mit einer Bespannung von 4 Pferden im Gesamtgewichte von 3  $t$  auf 7·2  $m$  Länge.

### 2. Classe.

1. Eine Menschenlast von 400  $kg$  per  $m^2$ .

2. Ein vierrädriger Lastwagen zu 6  $t$  Gesamtgewicht bei 5·4  $m$  Länge (ohne Deichsel), 2·4  $m$  Breite, 2·8  $m$  Radstand, 1·5  $m$  Geleiseweite, mit einer Bespannung von 2 Pferden im Gesamtgewichte von 1·5  $t$  auf 3·6  $m$  Länge.

### 3. Classe.

1. Eine Menschenlast von 340 *kg* per *m*<sup>2</sup>.

2. Ein vierrädriger Lastwagen zu 3 *t* Gesamtgewicht bei 4·8 *m* Länge (ohne Deichsel) 2·3 *m* Breite, 2·4 *m* Radstand, 1·4 *m* Geleiseweite, mit einer Bespannung von 2 Pferden im Gesamtgewichte von 1 *t* auf 3·2 *m* Länge.

Die Einreihung einer zu erbauenden Strassenbrücke in eine der vorstehend definirten Classen hat, sofern eine politische Begehung oder sonstige commissionelle Erhebung stattfindet, bei dieser zu geschehen, wobei auch über etwaige in Ausnahmefällen gestellte Mehrforderungen zu verhandeln ist.

c) Die Einflüsse des Windes sind in der in § 3 lit. *f* normirten Weise zu berücksichtigen und ist hierbei die eventuelle Menschen- oder Wagenansammlung als ein fortschreitendes 2 *m* hohes volles Rechteck zu behandeln.

d) Ferner sind auch die Einflüsse der Temperaturveränderungen, insofern es das Constructionssystem bedingt, in Rechnung zu bringen, oder aber durch die im § 5 lit. *b* vorgeschriebenen Vorkehrungen zu berücksichtigen.

### § 16. Inanspruchnahme.

Unter Zugrundelegung der im § 15 lit. *a*, *b* und *d* besprochenen Belastungen und Einflüsse, sowie der Eigenlast der Construction, darf die rechnungsmässige Maximal-Inanspruchnahme des Materials per *cm*<sup>2</sup> der nutzbaren Querschnittsfläche (das ist nach Abzug der Nietlöcher sowie der nichtmitwirkenden Theile des vollen Querschnittes) folgende Grenzen nicht überschreiten:

a) Für Schweisseisen (Schmiedeeisen) wie in § 4 lit. *a* Z. 5 normirt gilt: 750 *kg* nebst 2 *kg* Zuschlag für jedes Meter Stützweite bis höchstens zusammen 900 *kg*, wobei Querträger, Längsträger und Zwischenglieder ebenfalls nach deren Stützweite zu behandeln sind.

b) Für Gusseisen gelten bezüglich der zulässigen Inanspruchnahme die in § 4 lit. *b* festgesetzten Grenzen.

c) Ferner haben die im § 4 lit. *a* Z. 3 und 4, lit. *c*, *d* und *e* (eventuell § 6 lit. *b*) bezüglich der Eisenbahnbrücken getroffenen Bestimmungen auch für die Strassenbrücken zu gelten.

### § 17. Prüfung, Erprobung und Verkehrsbeschränkung.

a) Die fertiggestellten Bahnüberbrückungen und Zufahrtstrassenbrücken sind vor ihrer Benützung jedenfalls einer commissionellen Prüfung in Bezug auf die ordentliche Ausführung und auf die Einhaltung der genehmigten Baupläne zu unterziehen.

Hiefür ist unter Beibringung der erforderlichen Behelfe bei der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen einzuschreiten und wird diese Behörde, unbeschadet der von den sonst etwa competenten Behörden und Organen zu stellenden weitergehenden Forderungen, von Fall zu Fall entscheiden, ob nebst der vorerwähnten Prüfung auch eine Probelastung stattzufinden hat.

b) Die fertiggestellten Brücken müssen auch fernerhin mindestens alle sechs Jahre periodisch geprüft, eventuell erprobt werden und ist hiefür in der in § 11 lit. *b* und *c* dieser Verordnung angedeuteten Weise vorzugehen.

c) Die Befahrung der Brücken mit Fuhrwerken, welche dieselben nachtheiliger beeinflussen, als die den Festigkeitsberechnungen zu Grunde gelegene Belastung, ist zu untersagen.

Damit es Jedermann ermöglicht werde, die grösste zulässige Belastung auf einfachste Weise kennen zu lernen, soll diese Belastung bei jeder Brücke auf einer Tafel ersichtlich gemacht werden.

### C. Bestehende Brücken.

#### § 18.

##### a) Eisenbahnbrücken.

1. Ueber alle bestehenden Eisenbahnbrücken ist eine nach Bahnlinien geordnete, entsprechend rubricirte Zusammenstellung zu verfassen, welche zum Mindesten über Stationirung, Baujahr, Anzahl der Geleise, Stützweite, Winkel zwischen Objectsachse und Bahnachse, Constructionssystem, Lage der Bahn (oben, unten) Gattung und Bezugsquelle des Materials, grösste derzeit zu erleidende Belastung und hieraus resultirende Inanspruchnahme des Materials etc., sowie über erfolgte Genehmigung der Bauprojecte Aufschluss gibt.

Diese Zusammenstellung ist von jeder Bahnverwaltung binnen drei Monaten vom Tage der Kundmachung dieser Verordnung der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen vorzulegen. Diese Behörde hat sodann auf Grund der bei Prüfung dieser Vorlagen gemachten Wahrnehmungen, eventuell nach Einholung weiterer Aufklärungen und Behelfe, mit thunlichster Beschleunigung die im Interesse der Sicherheit des Verkehrs etwa erforderlichen Massnahmen entweder im eigenen Wirkungskreise zu treffen oder erforderlichen Falles bei dem Handelsministerium in Antrag zu bringen.

2. Die Bahnverwaltungen haben ferner unabhängig von den vorerwähnten Erhebungen und Vorlagen, soweit dies noch nicht geschehen sein sollte, ihre sämtlichen Brücken unter Zugrundelegung der für jedes Geleise aus je zwei der schwersten Locomotiven der betreffenden Bahnlinie und der schwersten Lastwagen gebildeten Züge, im Uebrigen aber ganz im Sinne des in § 11 dieser Verordnung gekennzeichneten Vorganges rechnermässig zu prüfen und zu erproben und die Resultate in Evidenz zu halten. Die ersten Erhebungen haben sofort nach dem Tage der Kundmachung dieser Verordnung zu beginnen.

Bei ungünstigem Ergebnisse der Probelastung oder im Falle einer durch die Festigkeitsberechnung constatirten Ueberschreitung der nachstehend normirten Maximal-Inanspruchnahme des Materiales per  $cm^2$  der nutzbaren Querschnittsfläche hat die Bahnverwaltung hierüber ungesäumt der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen unter Stellung geeigneter Vorschläge Mittheilung zu machen.

Diese Grenzen sind:

1. Für Schweisseisen (Schmiedeeisen) auf Zug, Pressung oder Abscherung . . . 950 kg
2. Für die Nieten auf Abscherung . . . . . 750 kg
3. Für Holz auf Zug und Druck in der Faserrichtung . . . . . 80 kg

Für die Maximal-Inanspruchnahme, welche aus den in § 3 lit. *f* normirten Einwirkungen des Windes mit Zuziehung der vorbesprochenen Inanspruchnahme je nach den betrachteten Constructionstheilen resultirt, werden diese Grenzen:

- ad 1 auf 1050 kg
- „ 2 „ 800 kg
- „ 3 „ 90 kg

erweitert.

#### b) Bahnüberbrückungen und Zufahrtstrassenbrücken.

Bezüglich der Bahnüberbrückungen und Zufahrtstrassenbrücken (§ 13) ist gleichfalls von den Bahnverwaltungen die im Vorstehenden unter lit. *a* Z. 1 vorgeschriebene Zusammenstellung in der daselbst angeordneten Weise vorzulegen und hat dieselbe insbesondere über die Disposition und Breite der Fahrbahn, beziehungsweise der Gehwege die erforderlichen Angaben zu enthalten.

In dem Vorlageberichte sind gleichzeitig die für die betreffenden Objecte competenten Strassenverwaltungs- und Aufsichtsbehörden namhaft zu machen.

Die Bahnverwaltungen haben unabhängig von dieser Anordnung in geeigneter Weise sich von der Tragfähigkeit der Brücken gegenüber der factischen Belastung Ueberzeugung zu verschaffen und sind verpflichtet, sich an die competenten Strassenverwaltungs- und Aufsichtsbehörden zu wenden, damit auch hier die im § 17 lit. *b* und *c* vorgeschriebenen Vorsichtsmassregeln zur Geltung kommen.

#### c) Untersuchung durch die General-Inspection.

Der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen bleibt es vorbehalten, die sub *a* erwähnten Eisenbahnbrücken und innerhalb ihrer Competenz (§ 13) auch die sub *b* angeführten Eisenbahnüberbrückungen und Zufahrtstrassenbrücken jeder Art nach Bedarf und eigenem Ermessen im Sinne der vorangehenden Vorschriften der behördlichen Prüfung und Erprobung zu unterziehen.

### D. Formelle Erfordernisse bezüglich der Eingaben, Vorlagen und Protokolle.

#### § 19.

- a) Alle im Sinne der §§ 1, 14, respective 6, 12, 17 lit. *a*, *b*, *c* und 18 lit. *a*, *b* dieser Verordnung einzureichenden Eingaben, sowie die im Sinne der §§ 8 und 10 vorzulegenden Behelfe oder aufzunehmenden Protokolle sind im Formate von  $21 \times 34 cm$  zu halten.

- b) Die als Beilagen dienenden Pläne und Berechnungen sind im oben erwähnten Formate gefaltet, beziehungsweise geheftet und in zweifacher Ausfertigung einzureichen und muss zum Mindesten das zum speciellen späteren Amtsgebrauche bestimmte Original-exemplar auf solchem Papier oder Leinwandmaterialie und mit solchen Zeichen-, Schreib- oder Vervielfältigungsmaterialien angefertigt sein, dass für dessen dauerhaften Bestand die nöthige Sicherheit geboten erscheint.
- c) Nach erfolgter Genehmigung der im Sinne der §§ 1, 14, eventuell 6, 12, 17 lit. a, b, c und 18 lit. a, b vorgelegten Behelfe, sowie nach entsprechend durchgeführter Amtshandlung im Sinne der §§ 8, 9 und 10, 17 lit. a, 18 lit. c, werden die entsprechend unterfertigten Duplicatsexemplare den Einsendern, beziehungsweise den Vertretern der Bahnverwaltung eingehändigt.

### *E. Schlussbestimmungen.*

#### § 20.

Die Bestimmungen der gegenwärtigen Verordnung haben in Bezug auf die den Privat-Eisenbahnverwaltungen unterstehenden Eisenbahnen ohne jede Einschränkung, in Bezug auf die der k. k. General-Direction der österreichischen Staatsbahnen unterstehenden Bahnlinien aber mit den folgenden Einschränkungen Anwendung zu finden:

- a) Insoweit in Gemässheit des mit der Verordnung des Handelsministers vom 23. Juni 1884, R.-G.-Bl. Nr. 103, kundgemachten, Allerhöchst genehmigten Statutes über die Organisation der Staats-Eisenbahnverwaltung in den im Reichsrathe vertretenen Königreichen und Ländern oder kraft besonderer Ermächtigung des Handelsministers zur Genehmigung der Projecte für die Neuanlage, die Erweiterung oder die Reconstruction der betreffenden Bahnlinien überhaupt die k. k. General-Direction der österreichischen Staatsbahnen berufen erscheint, obliegt dieser Behörde auch die Genehmigung der Projecte für die Neuanlage oder den Umbau von Eisenbahnbrücken, Bahnüberbrückungen und Eisenbahn-Zufahrtstrassenbrücken und hat demnach die im § 1, resp. § 14 und eventuell § 6 vorgeschriebene Vorlage zu entfallen.
- b) In einem solchen Falle (lit. a) werden die im Sinne der §§ 8, 9, 10 und 17<sup>a</sup> vorzunehmenden Amtshandlungen ebenfalls durch die k. k. General-Direction der österreichischen Staatsbahnen eingeleitet; es ist jedoch die k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen unter Uebermittlung eines Exemplares der durch die gegenwärtige Verordnung vorgeschriebenen Behelfe rechtzeitig einzuladen, und hat bei den commissionellen Verhandlungen der Vertreter dieser Aufsichtsbehörde mit dem in den vorcitirten Paragraphen beschriebenen Wirkungskreise zu interveniren.
- c) Wenn die k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen auf Grund der ihr in Abschrift mitzutheilenden in den §§ 11 und 18 vorgesehenen Zusammenstellungen im Interesse der Betriebssicherheit eine Verfügung für nothwendig erachtet, so hat sie dieselbe sofort bei der k. k. General-Direction der österreichischen Staatsbahnen in Antrag zu bringen, gleichzeitig aber auch dem Handelsministerium hierüber die Anzeige zu erstatten.

#### § 21.

Die gegenwärtige Verordnung tritt mit dem Tage ihrer Kundmachung in Wirksamkeit. Mit diesem Zeitpunkte treten die Verordnung des Handelsministeriums vom 30. August 1870, R.-G.-Bl. Nr. 114, sowie die Anordnungen im § 21, Absatz 3 und 4 der Verordnung des Handelsministeriums vom 25. Jänner 1879, R.-G.-Bl. Nr. 19, ausser Kraft.

Bacquehem m. p.

## B. Technische Erklärung und Begründung der wichtigsten Vorschriften der neuen Verordnung.

### a) Einheitliche Nomenclatur für Brückenconstruktionen.

#### I. Einleitung.

Die für Eisenbahnbrücken, Strassenbrücken und Gehstege gewöhnlich in Verwendung kommenden Eisenconstruktionen werden nun bereits seit mehr als drei Decennien nur nach einer im theoretischen Wege\*) sehr sorgfältig vorgenommenen Calibrirung sämtlicher Bestandtheile zur Ausführung gebracht.

Die bezüglichlichen Berechnungen, selbst in ihrer gegenwärtigen grössten Vollkommenheit, können uns jedoch bekanntlich nur näherungsweise einen gewissen Einblick in jene Verhältnisse der eintretenden inneren Spannungen gewähren, welche für die Calibrirung sämtlicher Constructionstheile eigentlich massgebend wären. In den meisten Fällen sind uns die gedachten wirklichen Spannungsverhältnisse nur sehr wenig bekannt, aber die durchgeführten Berechnungen lassen uns mit einer gewissen Sicherheit für jedes Constructionsmitglied eine obere Grenze der unter den ungünstigsten Umständen eintretenden Spannungen bestimmen, was in praktischer Beziehung auch genügt.

Die vorgedachten sogen. »statischen Berechnungen« für Brückenträger oder deren Bestandtheile basiren nun in allen üblichsten Fällen entweder auf die Annahmen zur sogen. Biegungstheorie oder aber auf jene zur Theorie der gegliederten Träger.

Im ersteren Falle assimilirt man den wirklichen Träger einem compacten, als Fasernbündel gestalteten prismatischen Körper, wie ihn die Anwendbarkeit der Dehnungslehre und Biegungslehre erfordert; im letzteren Falle assimilirt man den wirklichen Träger einem theoretischen gegliederten Träger, also einem fictiven, aus zusammengesetzten Dreiecken gebildeten Tragwerke, woselbst die Stäbe die Glieder nur mehr als gewichtlose, ausschliesslich in ihrer Längsrichtung gespannte Axiallinien vorkommen und sämtliche Gewichte und Lasten in den Vereinigungspunkten oder sogen. Knoten concentrirt gedacht werden, welche dann auch folgerichtig als Gelenke oder Drehpunkte zu betrachten sind.

#### II. Grundlagen für die Durchführung der Berechnungen.

Die Berechnungen im Sinne der sogen. Biegungstheorie sind die älteren und wurden auf die zuerst ausgeführten Brückenträger mit vollen Wandungen oder äquivalenten, sehr engmaschigen Verstrebungen in Anwendung gebracht. In der Behandlung dieser Berechnungen, sowie in der dabei geführten technischen Sprache, herrscht bereits zwischen fast allen Ingenieuren eine solche Einigkeit, dass weitere Aufklärungen oder Vereinbarungen wegen der zu gebrauchenden einheitlichen Bezeichnungen kaum erforderlich sind.

Die Berechnungen im Sinne der Theorie der gegliederten Träger dagegen, welche ihre Entstehung dem neueren Bestreben der Brückeningenieure, möglichst weitmaschige Construktionen\*\*) zur Ausführung zu bringen, verdanken, haben eine grosse Zahl Benennungen ins Leben gerufen, welche von den Ingenieuren oft in sehr verschiedener Weise aufgefasst und gehandhabt werden und die Vereinbarung einer passenden einheitlichen Nomenclatur für die bezüglichlichen Rechnungswerthe und einschlägigen Dimensionen sowohl, als auch für die Construktionen selbst und deren wichtigsten Bestandtheile als wohl erwünscht erscheinen lassen.

Vor Allem kommt zu betonen, dass im Sinne der Theorie der gegliederten Träger nur ein einfaches, aus Dreiecken zusammengesetztes Tragsystem (also ein Träger mit einem ein-

\*) Bei den ersten grösseren Brückenbauten in England

Conwaybridge . . . . . 1847 bis 1848 mit 122 m,  
Britanniabridge . . . . . 1847 „ 1850 „ 140 m

waren solche Berechnungen noch derart unbekannt, dass die Calibrirung nur empirisch, mittelst auf kleinen Modellen vorgenommener Biegungsversuche, bewerkstelligt werden konnte.

\*\*) Auch diese sind in England vor den hier gedachten Berechnungen entstanden, und zwar:

1850 bis 1852 Brücke bei Chepstow mit 90 m,  
1854 „ 1858 „ „ Saltash „ 139 m,

beide mit einer bedeutenden relativen Gewichtsersparniss gegenüber der vorcirtirten vollwandigen Construktionen.

zigen Strebensystem) als ein, strenge genommen, statisch bestimmtes Tragsystem berechnet werden kann, wozu dann auch die reine Statik (Parallelogramm der Kräfte auf den Knoten) vollkommen ausreicht.

Ein gegliederter Träger mit mehreren Strebensystemen ist selbst unter der theoretischen Voraussetzung genauer Knoten und Glieder (im Sinne der gegebenen Definitionen) kein statisch bestimmtes System mehr und erfordert zu seiner rechnungsmässigen Dimensionirung neuerliche Annahmen.

Man hilft sich bekanntlich über diese Schwierigkeit hinweg, indem man einen solchen combinirten Träger aus so vielen einzelnen Systemträgern (Tragsystemen, Gliedersystemen) zusammengesetzt sich denkt, als Strebensysteme vorhanden sind, und ferner annimmt, dass alle diese ideellen Systemträger die gesammten bleibenden und beweglichen Lasten zu gleichen Theilen übernehmen.\*)

Die Berechnung des combinirten Trägers ist solchermassen immer wieder auf diejenige eines einfachen gegliederten Trägers zurückgeführt, wofür dann, wie bereits erörtert, die reine Statik genügt.

Man muss sich also füglich darüber ganz klar sein, dass, währenddem einerseits die Brückenberechnungen im Sinne der Biegungstheorie auf allen zur Dehnungslehre und Biegungslehre gehörigen Hypothesen über die physische Beschaffenheit der soliden prismatischen Körper etc. basiren, andererseits die Brückenberechnungen im Sinne der gegliederten Träger blos auf der eben geschilderten Fiction der Glieder und Knoten, auf der ferneren Annahme der Zerlegung in Systemträger, sowie endlich auf der Anwendung der blossen Statik beruhen.

### III. Grundlagen einer richtigen Nomenclatur.

Die hier schärfer präcisirten verschiedenen Begriffe und Annahmen werden in der Praxis oft verwechselt; man ist auch öfters gezwungen, sie zu combiniren.\*\*) In allen verschiedenen vorkommenden Fällen aber ist es für die Sicherheit der mittelst solcher rechnungsmässigen Speculationen und Deductionen aufgestellten Querschnitte von grosser Wichtigkeit, dass man sich stets die hierbei gemachten ursprünglichen Annahmen gegenwärtig halte. Dies hat auch meistens die Brückenbauingenieure zur Wahl ihrer Constructionssysteme geführt und man kann wohl mit einigem Rechte behaupten, dass die meisten ausgeführten Constructionen, sowohl durch ihre äussere Gestalt als auch durch die Dimensionen der Bestandtheile, gewissermassen die theoretischen Grundlagen darstellen, welche für die leitenden Ingenieure bei der bezüglichen Projectsverfassung massgebend waren.

Aus diesen und allen vorerörterten Gründen muss auch eine zweckmässige Nomenclatur für die unterschiedlichen ausgeführten Brückenconstructionen und deren Bestandtheile, vorwiegend auf die massgebenden theoretischen Grundlagen derselben, bezogen werden und man wird beispielweise, wenn von einem zweifachen Fach- oder Gitterwerkträger die Rede ist, weit weniger die äussere Gestalt der Construction selbst, als die beiden fictiven Systemträger vor Augen behalten, welche zu der einschlägigen Dimensionirung in Betracht gezogen wurden.

Diese Grundsätze finden auch in der vorgeschlagenen nachfolgenden Nomenclatur gebührende Berücksichtigung und dies auch in der Eintheilung der Bestandtheile (Hauptträger, Querträger etc.), wofür ebenfalls die theoretische Rolle dieser Theile den Ausschlag gibt. Nur in den ausschliesslich von räumlichen Begriffen abhängigen Benennungen (oben oder unten liegende Bahn etc.) wurde von statischen Umständen abgesehen.

Zum Schlusse sei hier noch bemerkt, dass die für Brückeningenieure so geläufige und bequeme Zusammenziehung sämmtlicher auf einen Brückenquerschnitt einwirkender äusserer Kräfte in ein Biegemoment und eine Scherkraft, welche beide zusammen als Ersatz des einen abgetrennt gedachten Brückentheiles angehängt gedacht werden können, hier durchwegs (also auch bei den gegliederten Trägern) beibehalten wurde, denn diese sehr einfachen Begriffe führen bei allen Brückenberechnungen der einen oder anderen Art auf die einfachste Weise zur angestrebten Calibrirung.

\*) Diese sonst ganz praktische Auffassung ist nur eine willkürliche Annahme. Ein combinirter Träger mit zweifacher Verstrebung, z. B. deren hiernach gedachte beiden Systemträger je  $\frac{1}{2}$  der Lasten zu übernehmen hätten, könnte ebensogut in zwei ähnliche Systemträger zerlegt werden, wovon der eine  $\frac{2}{5}$  und der andere  $\frac{3}{5}$  der Gesammlasten tragen würde und der auf solche Weise calibrirte combinirte Träger wäre oft kaum schlechter als der erstgedachte.

\*\*) Ein z. B. im weitmässigen Träger, nach der Methode der Glieder und Knoten berechnetes Obergurtglied, hat oft ausser der hieraus resultirenden Spannung in der Längsrichtung noch die directe Einbiegung, welche von den darauf liegenden Lasten herrührt, zu erleiden. Uebrigens muss schliesslich bei der Begrenzung der inneren Spannungen jedenfalls immer zur Dehnungs- und Biegungslehre zurückgegriffen werden.

IV, Zusammenstellung von üblichen Ausdrücken, welche einer weiteren Erläuterung nicht bedürfen sollten.

Einheitliche Bezeichnungen.	Uebliche, ziemlich gleichbedeutende Bezeichnungen.
1. Hauptträger . . .	Brückenträger, Tragwand.
2. Querträger . . .	Querbalken.
3. Längsträger . . .	Schwellenträger, Geleiseträger, Bahnträger, Fahrbahnträger.
4. Bahn . . . . .	Fahrbahntafel, Fahrbahn.
5. Einzellast . . . .	Concentrirte Last, concentrirte Kraft.
6. Gleichförmige Last .	Gleichförmig vertheilte Belastung, continuirlich gleichvertheilte Last.
7. Knotenlast . . . .	Knotenbelastung, concentrirte Knotenbelastung, resultirende Knotenlast.
8. Bleibende Last . .	Permanente Last, Eigenlast, ständige Belastung.
9. Bewegliche Last . .	Zufällige Belastung, Verkehrslast.
10. Aequivalente Last für die Scherkräfte . . .	Belastungsgleichwerth für die Streben.
11. Aequivalente Last für die Momente . . . .	Belastungsgleichwerth für die Gurten.
12. Menschenlast . . .	Last für Menschenansammlung, für Menschengedränge.
13. Wagenlast . . . .	Aequivalente gleichförmige Last für Wagen.
14. Raddruck . . . . .	Radbelastung, halber Achsendruck.
15. Auflagerdruck . .	Stützendruck.
16. Biegemoment . . .	Angriffsmoment, Moment der äusseren Kräfte.
17. Scherkraft . . . .	Transversalkraft, Verticalkraft, Querkraft.
18. Schubkraft . . . .	Abscherung in der Walz- beziehungsweise Fasernrichtung.
19. Trägheitsmodul . .	Quotient des Trägheitsmomentes, durch die Entfernung der gespanntesten Faser zur neutralen Achse.
20. Trägheitsradius . .	Entfernung jener Fasern (von der neutralen Achse), in welche die ganze Querschnittsfläche concentrirt gedacht werden kann.
21. Stützweite . . . .	Theoretische Feldweite, zwischen den Resultanten der Auflagerreactionen gemessen.

V. Haupttheile der Brückenconstructions.

Man unterscheidet in einer Brückenconstruction hauptsächlich: die Hauptträger, die Querträger, die Längsträger, die Bahnbestandtheile und die Windstreben.

1. Die Hauptträger (bei grösseren Dimensionen auch Haupttragwände, maitresses-poutres, main girders) sind diejenigen Brückenträger, welche sowohl ihr eigenes Gewicht als auch die übrigen bleibenden und verkehrenden Lasten auf die Pfeiler zu übertragen haben.\*)

Diese wichtigsten Träger der Brücken, welche in den verschiedensten Formen und Constructionssystemen vorkommen, lassen auch vorzugsweise die Einführung einer einheitlichen Nomenclatur als sehr wünschenswerth erscheinen. Man unterscheidet vor Allem:

- a) die selbstständigen Constructions oder Balkenträger, welche die Pfeiler nur in verticaler Richtung beanspruchen, worunter die verbreitetsten frei aufliegenden Träger, die üblichen continuirlichen Träger, die sog. Balanceträger etc. gehören;
- b) die nicht selbstständigen sog. Hängewerke und Sprengwerke, welche nur vermöge der Mitwirkung des grossen Gewichtes und der Stabilität der Pfeiler tragfähig sind, also die Pfeiler auch in horizontaler Richtung in Anspruch nehmen, worunter die derzeit ziemlich verlassenen Kettenbrücken und die wohl modernen Bogenbrücken zu zählen sind.

Für alle vorgedachten Tragconstructions ist noch in allen Ländern und Sprachen eine Unterscheidung üblich zwischen:

- α) den für kleinere Stützweiten üblichen Trägern mit voller Wand, den sog. Walzträgern, Blechträgern, Blechbögen (poutrelles laminées poutres à âme pleine, arcs en tôle, rolled beams, plate girders webarches) und
- β) den für grössere Stützweiten üblichen Trägern mit einer Verstrebung, den sog. Fachwerk- und Netzwerkträgern oder Bögen (poutres en treillis arcs en treillis, lattice girders lattice arches).

\*) Hiernach sind die sogen. Geländerträger, Dielenträger etc. ebenfalls Hauptträger.

Die gegenwärtig im Eisenbahnbaue vorkommenden Tragconstructions gehören fast durchgehends entweder zu den sub *a* citirten frei aufliegenden Trägern und continuirlichen Trägern oder zu den sub *b* citirten Bogenbrücken. Es ist demnach möglich, alle diese Constructions im Falle  $\alpha$  nach der Disposition ihrer vollen Wandungen und Gurten, im Falle  $\beta$  nach der Disposition ihrer Verstrebungen mit nur wenigen Worten näher zu kennzeichnen.

Nachdem diese Nomenclatur aber auch auf andere Trägergattungen, als jene der Hauptträger, Anwendung finden kann, so wird dieselbe später folgen.

2. Die Querträger (*poutres-transversales, tranverse girders*) sind diejenigen Brückenträger, welche ihre Eigenlast, sowie die Gesammtheit der übrigen, nicht unmittelbar auf den Hauptträgern ruhenden Lasten auf diese letzteren Träger zu übertragen haben, beziehungsweise welche diefalls gewöhnlich die Hauptträger verbinden und die dazwischen vorkommenden bleibenden und verkehrenden Lasten aufnehmen.

Werden die Querträger als auf den bezüglichen Stütz- oder Anknüpfungspunkten ruhende secundäre Hauptträger betrachtet, so unterliegen dieselben ebenfalls annähernd den sub 1 gegebenen Unterscheidungen, obwohl diese letzteren hier fast nie ganz scharf zutreffend erscheinen.

Man nennt Querverbindungen solche Querträger, welche ausser ihrer Eigenlast nur das relativ geringe Gewicht einiger anderer Constructionstheile, eventuell auch einen relativ geringen Theil der Verkehrslasten, nicht aber die der Bahn anhaftenden Hauptverkehrslasten zu tragen haben, welche also eigentlich mehr Verbindungsglieder als Träger sind.

Man unterscheidet bei grösseren Brückenconstructions obere und untere Querverbindungen.

Man nennt Querversteifungen solche Querverbindungen, welche vermöge ihrer relativ grossen Constructionshöhe beziehungsweise vermöge ihrer eigenen Steifigkeit (*Andreaskreuz*) einer allfälligen Deformirung des Brückenquerschnittes vorbeugen.

3. Die Längsträger (*longerons, sleeper girders*) sind jene Brückenträger, welche sowohl ihre Eigenlast als auch alle anderen bleibenden und verkehrenden Lasten, welche nicht unmittelbar auf den Hauptträgern oder Querträgern zu ruhen kommen, auf diese letzteren übertragen.

Da gewöhnlich die Stützweiten der Längsträger höchstens 5—6 *m* beträgt, so werden dieselben fast immer als Walzträger oder Blechträger construirt.

Die Längsträger sind, theoretisch genommen, als secundäre, von Querträger zu Querträger reichende Hauptträger zu betrachten und werden auch als solche berechnet. Deswegen ist auch die Anwendung der Ausdrücke: Querverbindung oder Querversteifung für die dort angebrachten bezüglichen Zwischenconstructions üblich.

4. Die Bahnbestandtheile sind bei Eisenbahnbrücken alle Theile des Oberbaues und der Bedielung, bei Strassenbrücken und Gehstegen alle kleineren Bestandtheile, welche das Bahnplanum zu bilden und auf die vorgedachten Haupt-, Quer- und Längsträger zu stützen haben. \*)

5. Die Windstreben sind jene gewöhnlich horizontal (oder annähernd horizontal) zwischen den Hauptträgern (bei grösseren Längsträgern auch zwischen diesen letzteren) eingespannten Diagonalstreben, welche im Vereine mit den Querträgern oder Querverbindungen gegen eine horizontale Ausbiegung der ganzen Brückenconstruction Widerstand leisten.

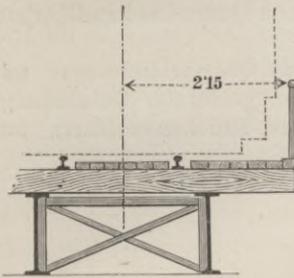
## VI. Brückenconstructions mit obenliegender Bahn.

1. Man nennt Brückenconstructions mit obenliegender Bahn (*ponts à voie en dessus*) solche Constructions, bei welchen das Bahnplanum oberhalb der Hauptträger-Obergurten zu liegen kommt, oder von diesen letzteren in derart geringem Masse überragt wird, dass die hierdurch gebildeten, leicht übersteigbaren Stufen im Brückenplanum keine von der Maximalbreite des vorgeschriebenen Lichtraumprofils bezw. der massgebenden Fahrzeuge abhängige grössere Entfernung der Hauptträger bedingen, wenn auch dieselbe aus statischen oder constructiven Gründen trotzdem gegeben erscheint. Hierbei ist für Eisenbahnen das Bahnplanum durch die Lage des Schienenfusses (*Schwellenhöhe, Nivellette*) präcisiert und gewöhnlich auch nahezu mit dem Dielungsplanum identisch.

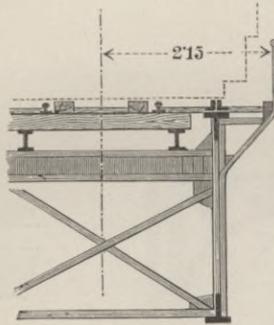
\*) In der deutschen Literatur findet man oft das Wort „Fahrbahn“ als einen Collectivbegriff für die hier specificirten Begriffe 2, 3, 4, welche doch für den Constructeur immer gesondert in Betracht zu ziehen kommen. Die Ausdrücke *Bahn, Bahnbestandtheile* scheinen mir unter den vielen gebräuchlichen am besten zu entsprechen und passen sowohl für Eisenbahnbrücken als auch für Strassenbrücken und Gehstege.

Beispiele:

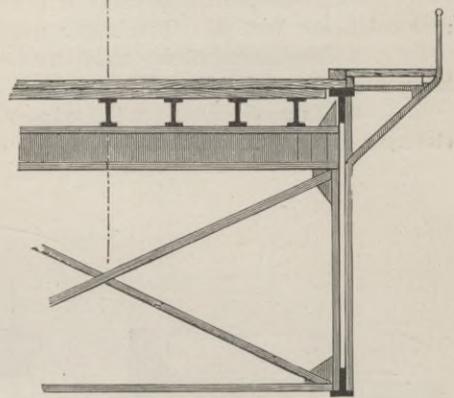
1. Eisenbahnbrücke mit obenliegender Bahn und Oberbau mit tragenden Querschwellen auf den Hauptträgern.
2. Eisenbahnbrücke mit obenliegender Bahn und hölzernem Querschwellenoberbau auf eisernen Längs- und Querträgern, sowie mit seitlicher hölzerner Dielung auf eisernen Consolen.
3. Strassenbrücke mit obenliegender Bahn aus tragenden Brückstreuholzern.
4. Strassenbrücke mit obenliegender Bahn aus doppeltem Belage von Brückstreuholzern auf eisernen Längs- und Querträgern und mit erhöhten Seitenpfaden auf eisernen Consolen.



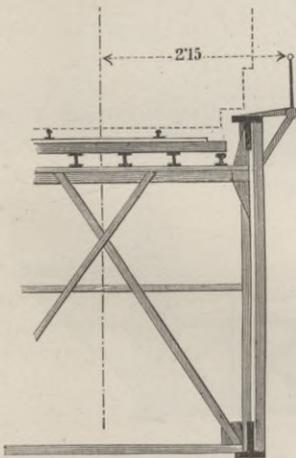
Beispiel 1.



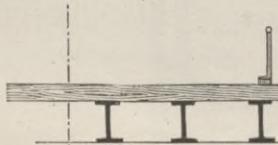
Beispiel 2.



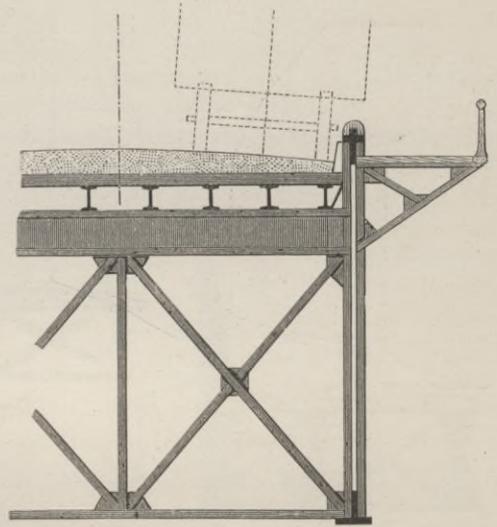
Beispiel 4.



Beispiel 5.



Beispiel 3.



Beispiel 6.

2. Man nennt insbesondere Constructionen mit versenkter Bahn jene speciellen Constructionen mit obenliegender Bahn, bei welchen die Bahnbestandtheile zwischen den Hauptträgern derart versenkt sind, dass die Hauptträger-Obergurten das Bahnplanum tangiren oder in geringem Masse überragen. Hierzu gehören ausser den bereits sub 1 (2 und 4) citirten Constructionen noch besser folgende

Beispiele:

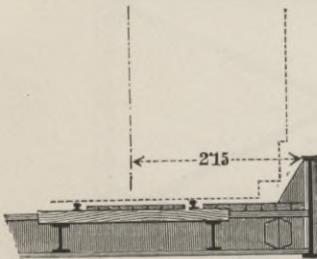
5. Eisenbahnbrücke mit obenliegender versenkter Bahn, mit Holzschwellen- und Zorèisen-Oberbau auf eisernen Längs- und Querträgern, sowie mit erhöhten Seitenpfaden auf eisernen Consolen.
6. Strassenbrücke mit obenliegender versenkter Schotterbahn mit Zorèisen auf eisernen Längs- und Querträgern, sowie mit abgegrenzten äusseren Seitenpfaden auf eisernen Consolen.

### VII. Brückenconstruktionen mit untenliegender Bahn.

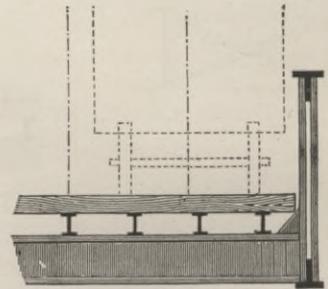
1. Man nennt Brückenconstruktionen mit untenliegender Bahn (ponts à voie en dessous) solche Construktionen, bei welchen das Bahnplanum zwischen den Hauptträgern in einem solchen Masse unterhalb der Obergurten versenkt erscheint, dass hierdurch jedenfalls eine grössere Entfernung der Hauptträger durch die Maximalbreite des vorgeschriebenen Lichtraumprofils bezw. der breitesten Fahrzeuge bedungen wird, wenn auch dieselbe aus blossen statischen und constructiven Rücksichten nicht erforderlich wäre.

#### Beispiele:

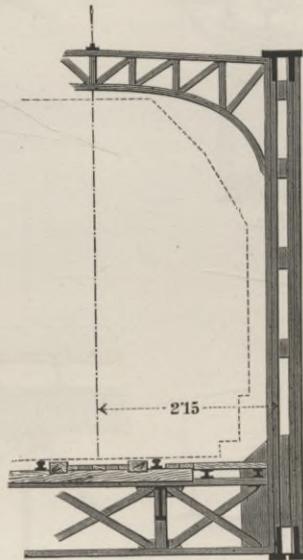
1. Eisenbahnbrücke mit untenliegender Bahn, mit hölzernem Querschwellen-Oberbau und seitlicher, auf die Querträger gestützter Pfostendielung.
2. Eisenbahnbrücke mit untenliegender Bahn und oberen Querverbindungen, mit hölzernem Querschwellen-Oberbau und seitlicher, auf eisernen Walzträger gestützter Holzdielung.
3. Strassenbrücke mit einer unterliegenden Bahn aus Brückstreuholzern auf eisernen Längs- und Querträgern.



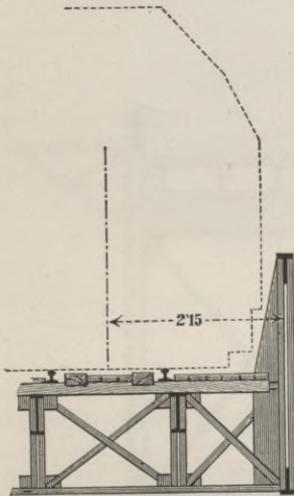
Beispiel 1.



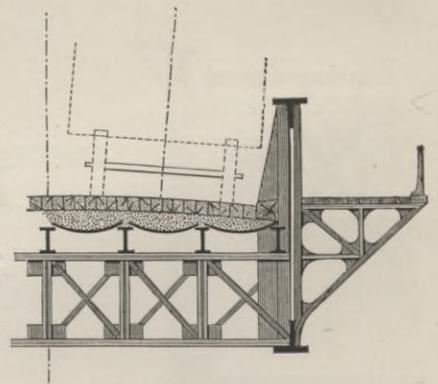
Beispiel 3.



Beispiel 2.



Beispiel 4.



Beispiel 5.

2. Man nennt insbesondere Brückenconstruktionen mit zwischenliegender Bahn (auch mit Zwischenbahn) solche specielle Construktionen mit untenliegender Bahn, bei welchen das Bahnplanum noch hinreichend hoch über den Hauptträger-Untergurten zu liegen kommt, um sofort erkennen zu lassen, dass der gedachte Höhenunterschied weit mehr aus räumlichen Rücksichten oder zur Erzielung einer entsprechenden unteren Querversteifung, als wegen der absoluten Widerstandsfähigkeit der Quer- und Längsträgerconstruktionen gegen Einbiegung, so gross genommen wurde.

Hierzu gehören ausser der bereits sub 1 (2) citirten Construktionen noch besser folgende

#### Beispiele:

4. Eisenbahnbrücke mit zwischenliegender Bahn, sowie mit tragenden hölzernen Querschwellen auf den eisernen Längsträgern.
5. Strassenbrücke mit zwischenliegender, durch Steinpflaster, Schotterbett und Hängebleche gebildeter Bahn auf eisernen Längsträgern, sowie mit äusseren Holzpfosten-Seitenpfaden auf eisernen Consolen.

VIII. Höhenbegriffe.

1. Die vorbesprochenen Bezeichnungen für Brückenconstructionen mit oben- oder untenliegender Bahn sind vorwiegend von der räumlichen Anordnung der Construction abgeleitet und die statischen Verhältnisse der bezüglichen tragenden Constructionstheile, die man mit derlei Benennungen oft zu verknüpfen versucht hat, werden hier nur als Consequenzen der gedachten räumlichen Anordnung in Betracht gezogen.

Es ist bekannt, dass Constructionen mit untenliegender Bahn in der Regel nur dort zur Anwendung gelangen, wo die räumlichen Verhältnisse die vortheilhafteren Typen mit obenliegender Bahn nicht zulassen, oder aber nur mit ungenügend hohen Hauptträgern ausführbar liessen. Massgebend ist hierfür vorwiegend Folgendes.

2. Man nennt verfügbare Constructionshöhe den Höhenunterschied zwischen dem Bahnplanum (Nivelette Schwellenhöhe) und der Unterkante der tiefsten Theile der Brückenconstruction.

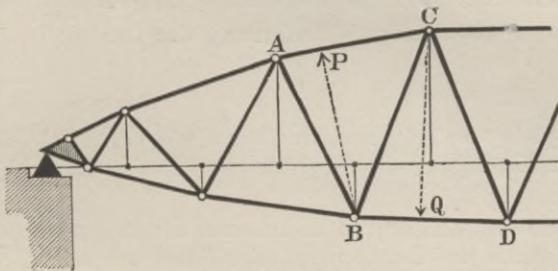
Diese sehr wichtige Höhendimension ist für die Wahl einer der sub VI und VII besprochenen Typen hauptsächlich massgebend, sie muss zur Vermeidung von ganz aussergewöhnlich niederen Trägern, selbst bei untenliegender Bahn, doch jedenfalls mehr als 50 cm betragen, sobald die Brückenstützweite mehr als 10 m beträgt und kann auch bei kleineren Stützweiten kaum unter  $\frac{1}{30}$  dieser Weiten, beziehungsweise nicht unter 20 cm, gebracht werden.

3. Man nennt theoretische Trägerhöhe die Entfernung jener ideellen Kräfteresultanten des Trägers, in welchen die durch das Biegemoment verursachten Zug- und Druckspannungen concentrirt gedacht werden können. Diese theoretische Höhe hat namentlich für alle sog. selbstständigen Constructionen (V), das ist Balkenträger, eine grosse Wichtigkeit, u. zw. :

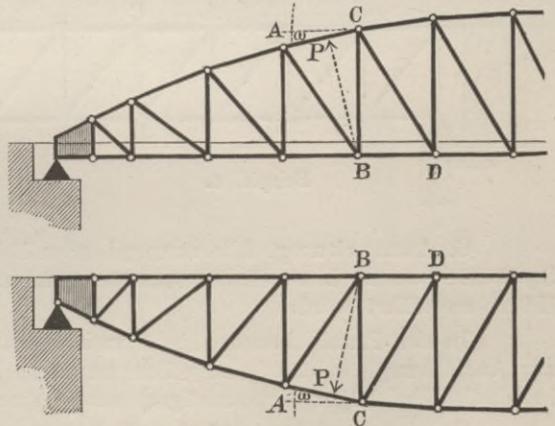
4. Bei Trägern mit einer vollen Blechwand oder einer dieselbe ersetzenden, sehr engmaschigen Verstrebung ergibt sich die theoretische Trägerhöhe aus der allgemeinen Biegetheorie beziehungsweise durch die Bestimmung der neutralen Achse des Querschnittes und Summirung der darauf bezogenen sog. theoretischen Pendellängen der beiden Querschnittstheile. Die auf solche Weise erhaltene theoretische Trägerhöhe findet bei der Bestimmung der Blechwandstärke gegen Abscherung in der Walzrichtung ihre praktische Verwendung, da sie bekanntlich einen Verhältnissfactor in dem algebraischen Werthe der gedachten Grösse bildet.

Bei den jetzt üblichen Tragwänden mit weitmaschigen Verstreibungen dagegen, welche bekanntlich als gegliederte Axialsysteme berechnet werden, ergibt sich für einen beliebigen Gurtknoten die theoretische Trägerhöhe als die Entfernung dieses Knotens zu der im Dreiecke gegenüberliegenden Axiallinie des anderen Gurtes.

5. Die soeben gegebene, selbstverständlich nur für die allein statisch bestimmten einfachen Systeme (aus blossen Dreiecken gebildeten Träger) giltige Definition ist eine ganz allgemeine und der Quotient des für den betrachteten Knoten berechneten Biegemomentes durch die bezügliche theoretische Höhe gibt in allen Fällen die Spannung des bezüglichen gegenüberliegenden Gurtgliedes:



Beispiel 1.



Beispiel 2.

Beispiele:

1. Höhe bei dem Knoten B = BP
- Höhe bei dem Knoten C = CQ
- Spannung (AC) = Mom. (B) : BP
- Spannung (BD) = Mom. (C) : CQ

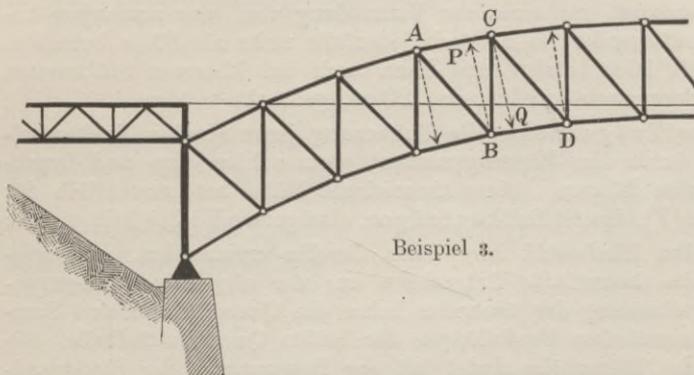
2. Höhe bei dem Knoten B = BP . . . Höhe bei dem Knoten C = CB
- Spanng.(AC) =  $\frac{\text{Mom. (B)}}{\text{BP}}$  =  $\frac{\text{Mom. (C)}}{\text{CB} \cdot \cos \omega}$  . . . Spanng.(BD) =  $\frac{\text{Mom. (C)}}{\text{CB}}$
- wo  $\omega$  den Winkel des Gurtgliedes AC mit dem Horizonte bedeutet.

Man hat sich daran gewöhnt, bei derartigen Constructionen mit einem geraden und einem krummen Gurte, bei welchen je zwei nacheinander folgende Knoten B und C des Systemes in ein und derselben Verticalen sich befinden, nur die eigentlich auf den Knoten (C) des krummen Gurtes bezogenen Werthe:

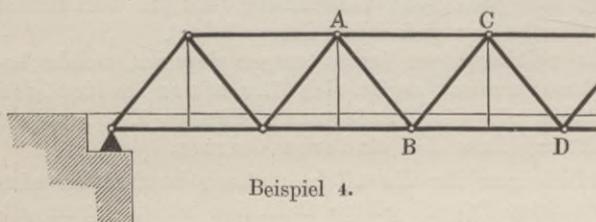
$$\begin{aligned} \text{Mom. (C)} &= \text{Mom. (B)} \\ \text{Höhe (C)} &= \text{CB} \end{aligned}$$

in Betracht zu ziehen. Man nimmt dann auch gemeiniglich die Höhe CB des Ständers für die theoretische Trägerhöhe an, ohne zu unterscheiden, ob diese Höhe für den einen oder anderen der Knoten C, B zu gelten hat. Die durch die letzte Formel berechnete Spannung (BD) ist gleichzeitig auch die horizontale Componente der Spannung (AC).... etc.

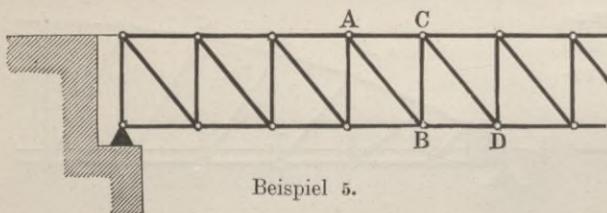
Diese Annahmen und Benennungen, sowie das bezügliche vereinfachte Rechnungsverfahren sind nicht mehr zulässig, sobald in den obigen Trägern die betrachteten Knoten B und C nicht mehr in einer Verticalen sind und kommt dann die allgemeine Definition zur Geltung.



3. Formeln wie sub. 1. Die Knoten beider Gurten liegen auf zwei parallelen Curven. Die theoretischen Höhen bei den successiven Knoten haben dann nahezu (d. i. bis auf die aus den Theilbögen und Sehnen resultirenden geringen Abweichungen) einen constanten Werth, welcher der Entfernung der parallelen Gurtecurven gleichkommt.



4. Formeln wie sub 1 — Parallele gerade Gurten. Die theoretische Trägerhöhe ist die constante Entfernung der Gurten.



5. Formeln wie sub 2 — Parallele gerade Gurten und übereinander liegende Knoten. Die theoretische Trägerhöhe ist die constante Entfernung der Gurten.

6. Anmerkung. Alle vorangehenden Beispiele von Trägerconstructions mit »einfachen Systemen« sind hier selbstverständlich nur zur Klarlegung des Begriffes der theoretischen Höhe angeführt worden.

In der Praxis kommen jetzt meistens nur mehr Träger mit mehrfachen Strebensystemen zur Ausführung, welche bekanntlich nur zum Zwecke der Berechnung aller Constructionstheile in ideale Theilträger (Systemträger) mit je einem einfachen Strebensysteme zertrennt werden.

Für jeden solchen einfachen Systemträger sind die vorerörterten Betrachtungen anwendbar und führen unmittelbar zur Bestimmung der Gurtspannungen.

Man erhält dann auch die Spannung einer beliebigen Strebe durch die Bedingung, dass auf einem durch diese Strebe geführten Querschnitte die begegneten drei Spannungen (wovon die beiden Gurtspannungen bereits durch die vorerwähnte Methode bestimmbar sind) mit ihren Projectionen auf die Verticalen, die sog. verticale Scherkraft, im Gleichgewichte halten.

Im Falle der Träger des Beispiels 2 lässt sich auch diese allgemeine Regel noch vereinfachen.

7. Anmerkung. Ausser der vorbesprochenen Wichtigkeit der theoretischen Trägerhöhe für die statische Berechnung kommt noch deren Erscheinen (in zweifacher Potenz) in dem Werthe des für einen betrachteten Trägerquerschnitt berechneten Trägheitsmomentes zu erwähnen, wodurch die Haupteigenschaft der gedachten Dimension zum Ausdrucke gelangt, nämlich die Widerstandsfähigkeit des Trägers gegen Einbiegung zu begründen.

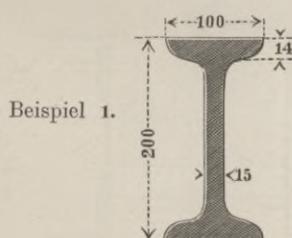
*IX. Bezeichnung der sog. Balkenträger mit voller Wand (und geraden Parallelgurten) nach ihrer Form und Beschaffenheit.*

1. Die sog. Walzträger (gewalzten Träger und Profile) werden gewöhnlich, je nach der Form ihres Profils, als »Doppel-T-Träger, U-Eisenträger... etc.« bezeichnet.

Man unterscheidet in diesen Trägern die beiden Gurten (Köpfe) und den Steg, der sie verbindet, obwohl selbstverständlich diese Theile nicht deutlich abgegrenzt sind.

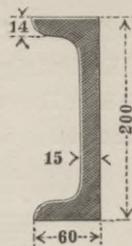
2. Die für die Calibrirung in mm übliche Schreibweise zeigen nachfolgende

Beispiele:



Beispiel 1.

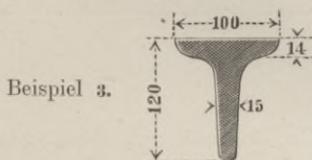
1. Doppel-T-Träger  $\frac{200}{15} \times \frac{100}{14}$



Beispiel 2.

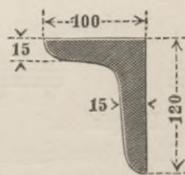
2. U-Eisenträger . . .  $\frac{200}{15} \times \frac{60}{14}$

Dieselbe Schreibart, bei welcher unter jeder Hauptdimension die bezügliche mittlere Dicke des gedachten Profiltheiles vorkommt, ist auch für die Walzeisen kleineren Calibers üblich, welche nur mehr als Trägerbestandtheile, Streben oder Verbindungsglieder im Brückenbaue vorkommen:



Beispiel 3.

3. T-Eisen . . .  $\frac{120}{15} \times \frac{100}{14}$



Beispiel 4.

4. Winkeleisen . . .  $\frac{120}{15} \times \frac{100}{15}$

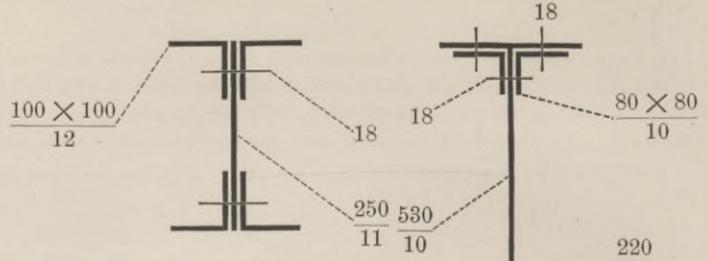
3. Die sog. Blechträger (auch Vollwandträger, genietete Träger) werden aus vollen Blechwandungen und darauf angenieteten Winkeleisen, U-Eisen, T-Eisen oder Blechen (Gurtblechen, Kopf- oder Fusslamellen) zusammengesetzt.

Man unterscheidet gewöhnlich in solchen Trägern hauptsächlich ein Stehblech und die darauf angenieteten beiden Gurten. Es kommen jedoch bei gewissen Systemen auch mehr als ein Stehblech und mehr als zwei Gurten vor.

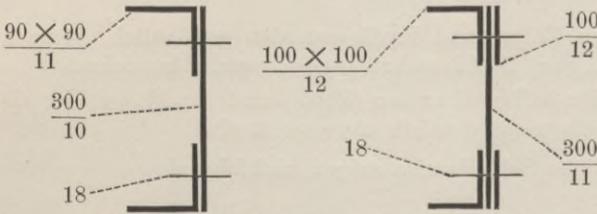
4. Die für die Dimensionirung der Blechträger übliche Schreibweise basirt auf die vorbesprochene Calibrirung der Bestandtheile, aus welchen das Trägerprofil zusammengesetzt ist, und dienen hierfür folgende Beispiele:

Beispiele:

1. Gewöhnliche Doppel-T-Blechträger mit und ohne Kopfblechen und mit symmetrischem Querschnitte.



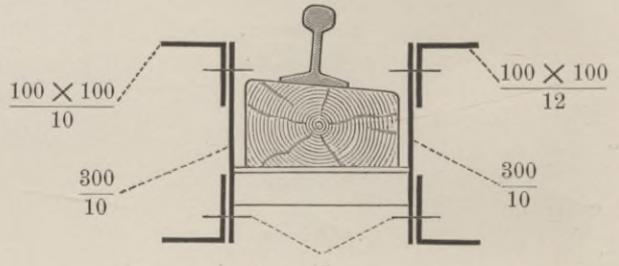
Beispiel 1.



Beispiel 2.

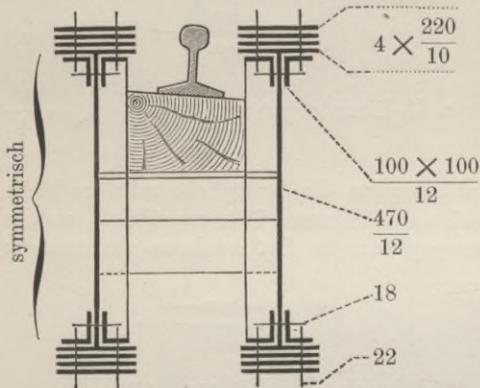
2. U-Profilträger mit und ohne Kopfschienen und mit symmetrischem Querschnitte.

3. U-Profil-Zwillingsträger (oft irrig genannt Kastenträger\*) mit hölzerner Langschwelle und mit symmetrischem Querschnitte.



Beispiel 3.

4. Doppel-T-Profil-Zwillingsträger mit hölzerner Langschwelle und symmetrischem Querschnitte (nur für relativ sehr kleine Constructionshöhen üblich).



Beispiel 4.

5. Man bezeichnet gewöhnlich mit Blechbrücken alle Brücken mit derartigen vollwandigen Balkenträgern ohne Unterschied. Die sog. Blechbrücken sind beim Eisenbahnbaue gegenwärtig nur bis höchstens 15 m Stützweite (richtiger bis circa 1:20 m Stehblechhöhe) gebräuchlich. Für grössere Stützweiten werden Träger mit Verstrebung angewendet.

X. Bezeichnung der sog. Balkenträger mit Verstrebung als Fach- und Netzwerkträger, insbesondere Gitterwerkträger.

1. Man nennt Fachwerk das einfache Streben-system in einem aus lauter Dreiecken zusammengesetzten Träger, in welchem die sog. Knoten als Gelenke betrachtet werden.

In einem solcherweise gebildeten einfachen Fachwerkträger, in welchem (bei gegebener Belastung) sämtliche äussere Kräfte in den Knoten concentrirt, demnach auch sämtliche innere Spannungen in den Axiallinien der Glieder entwickelt und statisch bestimmbar ge-

\*) Dieser in Oesterreich mehrfach gebrauchte Ausdruck wäre nur dann sprachlich berechtigt, wenn vermöge einer durchlaufenden Fusslamelle ein wirkliches Kastenprofil gebildet wäre, was jedoch in der Praxis gemieden wird.

dacht werden, unterscheidet man hauptsächlich das Fachwerk und die Gurtglieder (man vergl. alle sub VIII 4 angeführten Beispiele).

Ein wirklicher, wohl mit einfacher Verstrebung, jedoch mit steifen Knoten ausgeführter Brückenträger kann gewissermassen einem einfachen Fachwerkträger gleichgestellt und hiernach berechnet werden.

Es ist einleuchtend, dass die hierbei nicht berücksichtigte Steifheit der Knoten dem wirklich ausgeführten Träger eine erhöhte Widerstandsfähigkeit gegen Einbiegung verleihen wird.

2. Ein mit zwei, drei . . . Streben systemen gebauter Träger kann gewissermassen in zwei, drei . . . ideale einfache Fachwerkträger (Systemträger) zerlegt gedacht werden, wovon ein jeder einzelne  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{3}$  . . . der Gesamtbelastung aufnimmt, so zwar, dass bei ideeller Zusammensetzung derselben dann gewöhnlich die Gurtgliederspannungen sich summiren, dagegen die Fachwerkgliederspannungen entweder gesondert verbleiben, oder aber sich zum Theile combiniren.

Man sagt auch, dass ein solcher Träger im zwei-, drei- . . . fachen Fachwerke gebaut, beziehungsweise berechnet ist.

3. Ein Träger, welcher bereits fünf, sechs, sieben . . ., also derart viele Streben systeme enthält, dass die ideale Zerlegung in einfache Fachwerkträger, beziehungsweise die Annahme von Gelenkknoten nicht mehr recht zulässig erscheinen und die gedachte engmaschige Verstrebung nur als Ersatz einer vollen Wand gelten kann, wird ein Netzwerkträger genannt und auch von mehrfachen Ingenieuren als solcher entsprechend berechnet (Trägheitsmoment des mit beiden Gurten gebildeten Trägerquerschnittes).

### XI. Die üblichen Fachwerkträger.

1. In der gegenwärtigen Praxis des Brückenbaues werden fast ausschliesslich solche Träger ausgeführt, bei welchen entweder ein oder beide Gurten geradlinig sind. Für diese in der weitaus grössten Mehrzahl befindlichen Brücken gelten dann nachstehende Bezeichnungen:

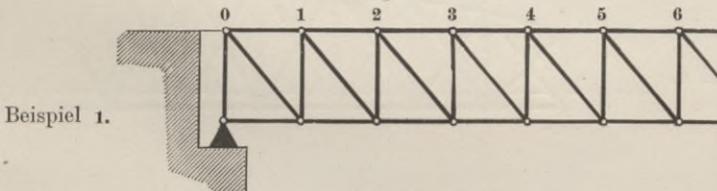
Man nennt *Verticale*, *Verticalständer* oder *Ständer* diejenigen Streben eines Fachwerkes, welche eine verticale Richtung besitzen, demnach senkrecht auf dem geraden Gurte stehen.

Man nennt *Diagonale* (*Diagonalstreben*) diejenigen Streben des Fachwerkes, welche in geneigter Richtung auf dem geraden Gurte zu liegen kommen.

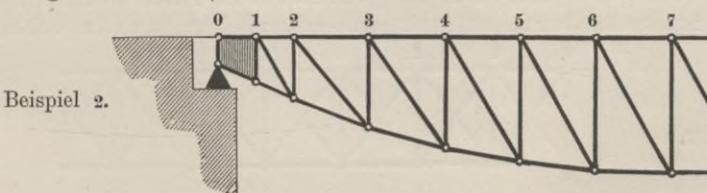
Man nennt *Verticalsteifen* solche Ständer in combinirten Fachwerken oder in Netzwerken, welche keinen eigentlichen Bestandtheil der Verstrebung bilden, daher ohne Unterbrechung der unterschiedlichen Streben systeme des Trägers eigentlich entfallen könnten, jedoch als Verbindungsglieder und zur Versteifung der Tragwand gegen Ausbauchung entsprechend mitwirken.

2. Aus den vorangehenden Erörterungen ergeben sich für die Trägertypen mit mindestens einem geraden Gurte die durch nachstehende Beispiele (frei aufliegender Träger) gekennzeichneten Benennungen.

Beispiele:



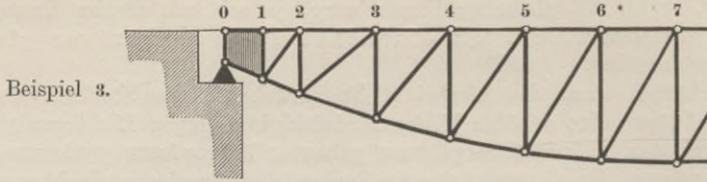
1. Träger mit einfachem Zugdiagonalen-Fachwerke mit geraden Parallelgurten und obenliegender Bahn.\*)



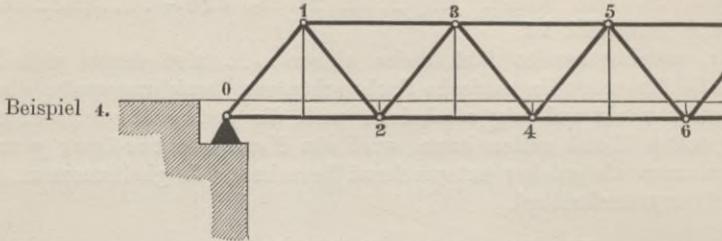
2. Träger mit einfachem Zugdiagonalen-Fachwerke, mit krummem Untergrute und obenliegender Bahn.\*)

\*) Diese Constructionen (1, 2, 3, 5) werden auch collectiv mit dem wohl passenden Ausdrucke „*unsymmetrische Fachwerke*“ bezeichnet.

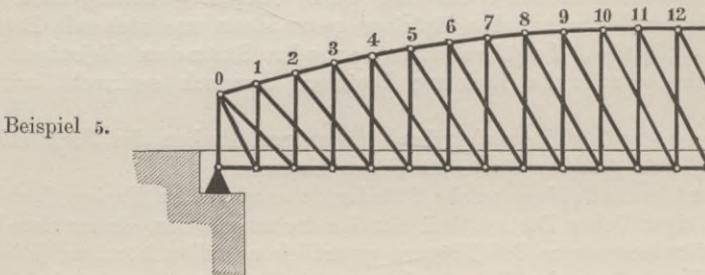
3. Träger mit einfachem Druckdiagonalen-Fachwerke, mit krummem Unter-  
gurte und obenliegender Bahn. \*)



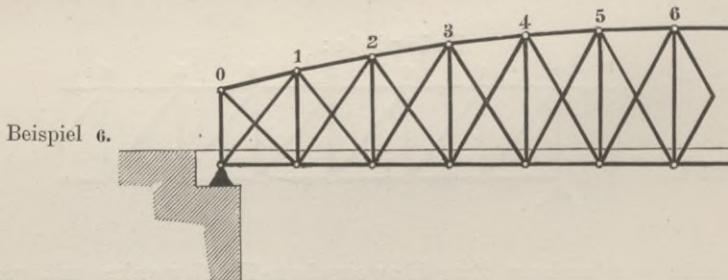
4. Träger mit einfachem (Zug- und Druck-) Diagonalen-Fachwerke und  
Verticalsteifen in den Maschenmitten zur Stützung der untenliegenden Bahn, sowie mit geraden  
Parallelgurten.



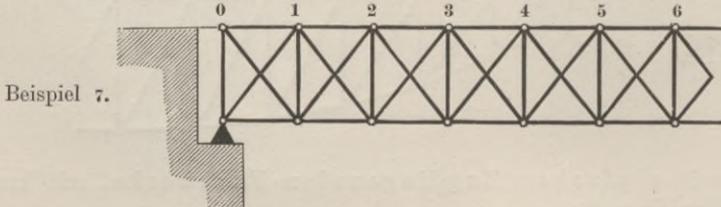
5. Träger mit zwei gleichgerichteten Zugdiagonalen-Fachwerken, mit  
krummem Obergurte und mit untenliegender Bahn. \*)



6. Träger mit zwei symmetrisch gerichteten Fachwerken, mit gemein-  
schaftlichen Verticalständern, sowie mit krummem Obergurte und mit untenliegender Bahn.



7. Träger mit zwei symmetrisch gerichteten Fachwerken, mit gemein-  
schaftlichen Verticalständern, sowie mit geraden Parallelgurten und mit obenliegender Bahn.



\*) Diese Constructionen (1, 2, 3, 5) werden auch collectiv mit dem wohl passenden Ausdrucke „un-  
symmetrische Fachwerke“ bezeichnet.

3. Die zweifachen Fachwerke der drei zuletzt angeführten Beispiele (5, 6, 7) sind im modernen Brückenbaue mit Recht die beliebtesten Typen geworden, wogegen Träger mit einfachen Fachwerken nur selten zur Ausführung gelangen, daher meistens mehr als rechnungsmässige Systemträger in Betracht kommen.

Das »zweifache Zugdiagonalen-Fachwerk«<sup>\*)</sup> (5) und das »zweifache symmetrische Fachwerk mit Verticalständern« (6, 7), welche, wie soeben erwähnt, gegenwärtig am häufigsten zur Ausführung kommen, sind durch ganz präzise Merkmale sowohl in ihrer äusseren Beschaffenheit als auch in ihren statischen Eigenschaften gekennzeichnet, durch welche dieselben sich von einander principiell unterscheiden.

Ohne hier in diese mehr zur Theorie der statischen Berechnung solcher Fachwerkträger gehörigen Einzelheiten einzugehen, kann doch hervorgehoben werden, dass bei den zuletzt erwähnten zweifachen symmetrischen Fachwerken die sonst üblichen sog. »Gegenstreben«<sup>\*\*)</sup> entfallen, dass in den gemeinschaftlichen Ständern die von beiden einzelnen Fachwerken herührenden Zug- und Druckspannungen sich nahezu gegenseitig aufheben und dass aus diesem und anderen Gründen im Allgemeinen die ganze statische Berechnung eine etwas einfachere ist.

### XII. Die Gitterträger.

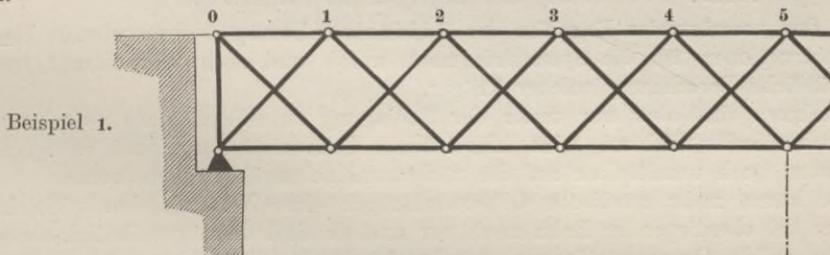
1. Man nennt insbesondere zwei-, vier-, sechs- . . . fache Gitterwerkträger jene Träger mit geraden Parallelgurten und mit einem mehrfachen Fachwerke, welches aus der Combination von zwei, vier, sechs . . . symmetrisch gerichteten »einfachen Diagonalen-Fachwerken« entsteht. (Man vergl. XI, 2, 4.)

Die sog. Gitterwerkträger besitzen hiernach keine effectiven rechnungsmässigen Verticalständern, sondern im Bedarfsfalle nur sog. »Verticalsteifen«, welche gewissermassen eine blossen Mehrversteifung der Tragwand darstellen und zur Anknüpfung der Querträger dienen.

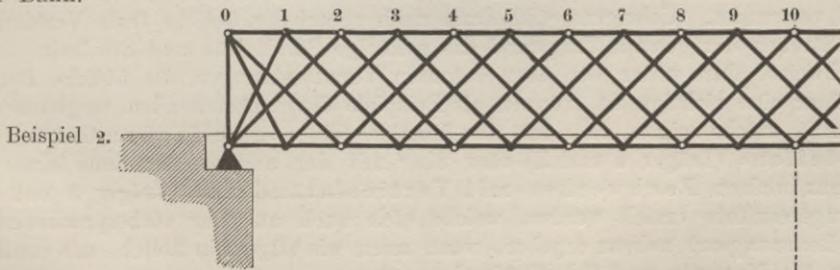
2. Die Gitterträger zeichnen sich durch ihre einfache symmetrische Anordnung der Constructionstheile und durch ihre steifen Strebenwände aus; sie werden für Constructionen mit obenliegender Bahn vortheilhaft verwendet und erscheinen auch vorzugsweise für hohe Viaducte geeignet, bei welchen eine Montirung mittelst Verschiebung angezeigt ist.

#### Beispiele:

1. Träger mit zweifachem Gitterwerke ohne Verticalsteifen mit obenliegender Bahn.



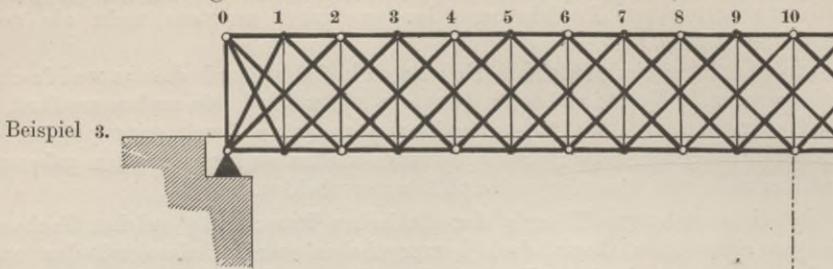
2. Träger mit vierfachem Gitterwerke ohne Verticalsteifen mit untenliegender Bahn.



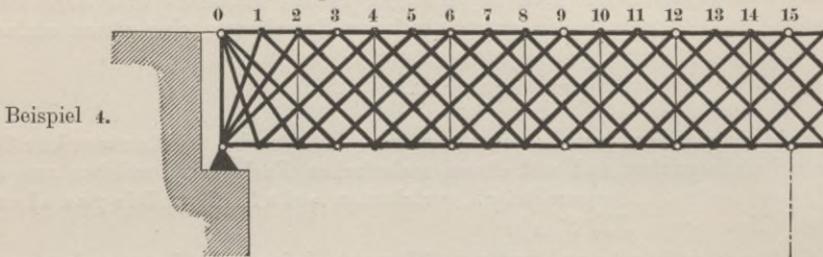
\*) Ein zweifaches Druckdiagonalen-Fachwerk wurde bisher hierzulande nicht ausgeführt.

\*\*\*) Dieser Begriff entsteht aus dem Usus, die bezüglichen Diagonalen aus Flacheisen zu calibriren, welche nur gegen Zug Widerstand leisten.

3. Träger mit vierfachem Gitterwerke, mit Verticalsteifen auf jedem Knoten und mit untenliegender Bahn.



4. Träger mit sechsfachem Gitterwerke, mit Verticalsteifen auf jedem zweiten Knoten und mit obenliegender Bahn.



3. Die sog. zwei-, vier- . . . fachen Gitterträger werden gewöhnlich auf höchst einfache Weise berechnet. Bezüglich der Gurten kommt das sub VIII, 4 erörterte Princip der theoretischen Trägerhöhe vortheilhaft zur Anwendung und die Betrachtung eines vielfachen Diagonalen-Fachwerkes führt zu dem Schlusse, dass für ein beliebiges Gurtglied ein arithmetisches Mittel der in den anliegenden (2, 4 . . .) Knoten berechneten Biegemomente in Betracht zu ziehen käme, welches sehr gut durch das für die Mitte des Gurtgliedes berechnete Biegemoment ersetzt werden kann.

Bezüglich der Streben wird in allen Fällen das für die sog. Netzwerkträger übliche Verfahren in Anwendung gebracht, wonach die in einem Verticalschnitte vorherrschende Scherkraft durch alle begegneten Streben zu gleichen Theilen aufgenommen gedacht wird.

### XIII. Präcisirung des Begriffes der Gitterträger.

Die nach den vorerörterten Begriffen der Gitterwerkträger massgebende Haupteigenschaft dieser Constructionen ist die Symmetrie nach unten und oben und hierauf basirt auch die vorerwähnte übliche Berechnung solcher Träger.

Diese Annahmen sind aber nur unter der Bedingung zutreffend, dass zwischen Obergurt und Untergurt in verticaler Richtung eine hinreichende Solidarität hergestellt werde, damit die Gewichte und Lasten auch unmittelbar auf die nächsten Knoten übertragen werden.

Man baut kaum mehr zweifache Gitterwerkträger ohne Verticalsteifen. Solche Träger kommen höchstens bei obenliegender Bahn noch vor und es sind dann gewöhnlich zwischen den Hauptträgern sehr solide Querversteifungen angebracht (Andreaskreuze), welche immerhin die entsprechende Vertheilung der Gewichte und Lasten zwischen Obergurt und Untergurt bewirken.

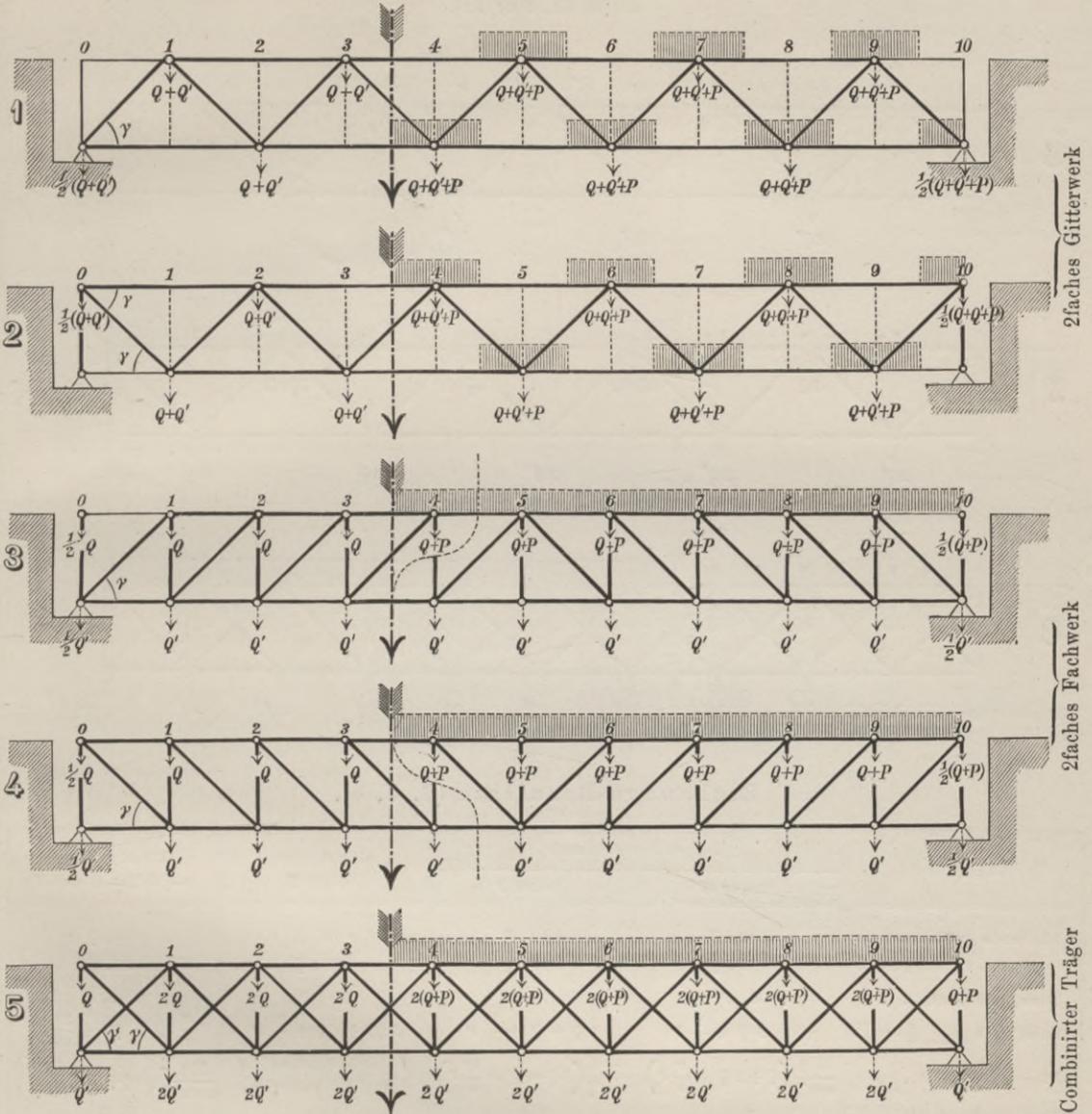
Bei vier- und sechsfachen Gitterwerkträgern werden meistens auch Verticalsteifen in entsprechender Zahl verwendet. Uebrigens gibt dann auch schon die übliche feste Verbindung der sich kreuzenden Streben der ganzen Tragwand die gehörige Solidarität und Steifheit.

Zum Nachweise, dass unter den eben betonten Voraussetzungen die übliche Berechnung der Gitterwerkträger eine richtige ist, können als Beispiele die nachstehenden vergleichenden Berechnungen dienen\*), welche zeigen, dass mit der Annahme eines »zweifachen Gitterwerkes mit Verticalsteifen« (Träger 1 und 2) oder aber mit der anderen Annahme eines »zweifachen symmetrischen Fachwerkes mit Verticalständern« (Träger 3 und 4) ganz dieselben Rechnungsergebnisse erzielt werden, welche sich auch aus der vorbesprochenen vereinfachten üblichen Rechnungsart nahezu ergeben, wenn man, wie allgemein üblich, mit continuirlich vertheilten Lasten die Momente und Scherkräfte bewerthet.

\*) Darin bezeichnen: 20  $Q$  die am Obergurte haftende, bleibende Last pro Geleise,  
20  $Q'$  die am Untergurte haftende, bleibende Last pro Geleise,  
20  $P$  die bewegliche Last pro Geleise für die ganze Stützweite.

### Vergleichende Berechnung

für ein 2faches Gitterwerk mit Verticalsteifen und ein 2faches symmetrisches Fachwerk mit Verticalständern.

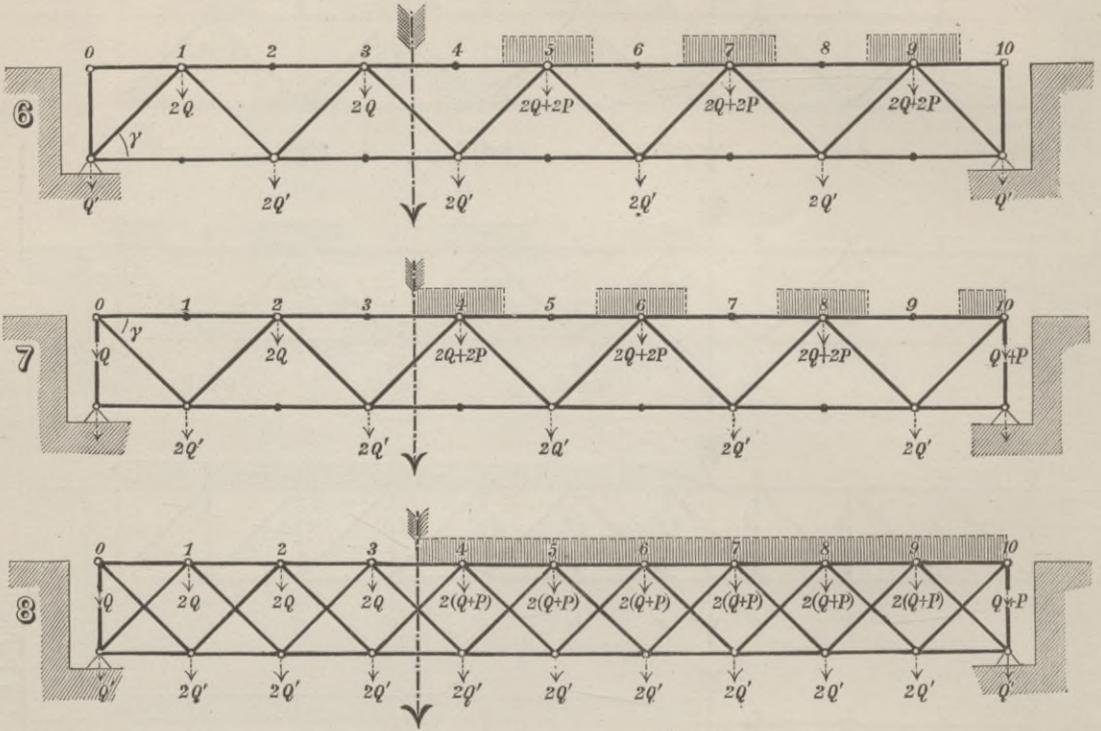


Rechnungs-Resultate (1, 2, 3, 4, 5).

Functionen	2faches Gitterwerk		2faches symmetrisches Fachwerk		Combinirter Träger 5
	Träger 1	Träger 2	Träger 3	Träger 4	
Bleibende Last	$\left\{ \begin{array}{l} 10 \cdot q \\ 10 \cdot q' \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 10 \cdot q \\ 10 \cdot q' \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 10 \cdot q \\ 10 \cdot q' \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 10 \cdot q \\ 10 \cdot q' \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 20 \cdot q \\ 20 \cdot q' \end{array} \right.$
Bewegliche Last . . .	$6\frac{1}{2} P$	$6\frac{1}{2} P$	$6\frac{1}{2} P$	$6\frac{1}{2} P$	$13 P$
Scherkraft (3...4) = $\varphi'$	$+\frac{3}{2}(q+q') + \frac{21}{10}P$	$+\frac{3}{2}(q+q') + \frac{21}{10}P$	$+\frac{3}{2}(q+q') + \frac{21}{10}P$	$+\frac{3}{2}(q+q') + \frac{21}{10}P$	$3(q+q') + \frac{21}{5}P$
Diagonale (3...4) . . .	$+\frac{3}{2\sin\gamma}[q+q'+\frac{7}{5}P]$	$-\frac{3}{2\sin\gamma}[q+q'+\frac{7}{5}P]$	$-\frac{3}{2\sin\gamma}[q+q'+\frac{7}{5}P]$	$+\frac{3}{2\sin\gamma}[q+q'+\frac{7}{5}P]$	$-\frac{1}{2\sin\gamma} + \varphi'$
Ständer (4) . . . . .	$-(q+P)$	$+q'$	$+\frac{1}{2}(q+3q'+\frac{11}{5}P)$	$-\frac{1}{2}(3q+q'+\frac{21}{5}P)$	$-(P+q-q')$
Gurtglied (3...4) . . .	Mom(4) : Höhe	Mom(3) : Höhe	Mom(3) : Höhe	Mom(4) : Höhe	$\frac{1}{2} \frac{\text{Mom(3)} + \text{Mom(4)}}{\text{Höhe}}$

### Vergleichende Berechnung

für ein 2faches Gitterwerk ohne Verticalsteifen, mittelst Zerlegung in 2 Diagonalen-Fachwerke und in üblicher Art.



Rechnungs-Resultate (6, 7, 8).

Functionen	Diagonalen-Fachwerk		Combinirter Träger 8	Mittelwerthe aus Träger 6 und 7
	Träger 6	Träger 7		
Bleibende Last $\left\{ \begin{array}{l} \text{Obergurt} \\ \text{Untergurt} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 10 \cdot Q \\ 10 \cdot Q' \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 10 \cdot Q \\ 10 \cdot Q' \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 20 \cdot Q \\ 20 \cdot Q' \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 10 \cdot Q \\ 10 \cdot Q' \end{array} \right.$
Bewegliche Last . . .	6 · P	7 · P	13 · P	6½ · P
Scherkraft (3...4) = $Q''$	$Q + 2Q' + \frac{9}{5}P$	$2Q + Q' + \frac{12}{5}P$	$3(Q + Q') + \frac{21}{5}P$	$\frac{3}{2}(Q + Q') + \frac{21}{10}P$
Diagonale (3...4) . . .	$\frac{+1}{\sin \gamma} \left( Q + 2Q' + \frac{9}{5}P \right)$	$\frac{-1}{\sin \gamma} \left( 2Q + Q' + \frac{12}{5}P \right)$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Wie daneben} \\ \text{ungleich calibrirt} \end{array} \right.$	$\frac{+1}{2 \sin \gamma} \left[ 3(Q + Q') + \frac{21}{5}P \right]$
Verticale Steife (4) . . .	... Null ...	... Null ...	... Null ...	... Null ...
Gurtglied (3...4) . . .	Mom(4) : Höhe	Mom(3) : Höhe	$\frac{1}{2} \frac{\text{Mom}(3) + \text{Mom}(4)}{\text{Höhe}}$	wie daneben

Vergleich mit der Berechnung in üblicher Art.

Die obige Zerlegung in 2 Diagonalen-Fachwerke führt, wie man sieht, dazu, dass die Druckdiagonalen stärker zu calibriren wären als die Zugdiagonalen. Der Mittelwerth in einer Masche (3...4) wäre genau der früher unter Beigabe von Verticalsteifen gefundene Werth. Hieraus ergeht noch deutlicher, dass etwaige Verticalsteifen nur die Vertheilung der Lasten zwischen die oberen und unteren Knoten zu besorgen haben. Die allgemein übliche Berechnung mit continuirlich vertheilten Lasten gäbe für eine Diagonale (3...4) einen nur wenig grösseren Werth. Derselbe schreibt sich mit obigen Bezeichnungen

$$\text{Diagonale Spannung} = \frac{+1}{2 \sin \gamma} \left[ 3(Q + Q') + \left( \frac{21}{5} + \frac{1}{40} \right) P \right]$$

Der combinirte Träger (5) erhält bei der einen oder anderen Rechnungsart immer eine Calibrirung, welche dessen Symmetrie von oben nach unten kennzeichnet.

Würde man dagegen die Verticalsteifen gänzlich auslassen, beziehungsweise ein zweifaches Gitterwerk ohne Verticalsteifen in Betracht ziehen (Träger 6, 7, 8), so bliebe die Vertheilung der Spannungen nur in den Gurten dieselbe wie früher und in der Verstrebung kämen die Druckdiagonalen etwas stärker zu calibriren als die bezüglichlichen Zugdiagonalen, wobei jedoch der Mittelwerth in jeder Masche (3, 4) auch noch derselbe wie früher wäre.

Hierdurch wird es wohl ganz klar, dass die Verticalsteifen durchaus nicht zur eigentlichen Verstrebung eines zweifachen Gitterwerkes gehören, sondern nur die Mission der Lastenvertheilung von oben nach unten (oder umgekehrt) zu erfüllen haben und auch demgemäss zu calibriren ( $P + Q - Q'$ ) sind.

Was für das zweifache Gitterwerk erörtert wurde, lässt sich sofort auch auf die vier- und sechs- . . . fachen Gitterwerke ausdehnen, welche aus zwei-, drei . . . etc. zweifachen Gitterwerken zusammengesetzt gedacht werden können.

## b) Belastungsvorschriften des § 3 der Verordnung.

### XIV. Einleitung.

#### 1. Ueber die bisherigen Vorschriften.

Wenn es sich darum handelt, eine Belastungsvorschrift für Eisenbahnbrücken aufzustellen, so wird man sich vor Allem fragen müssen, für welche schwersten Fahrbetriebsmittel der verschiedensten Gattungen, beziehungsweise für welche damit gebildeten Zugscombinationen die Vorschrift noch genügen soll. Ist die Vorschrift dann dementsprechend erlassen und werden die Brückenconstruktionen auch genau darnach berechnet, so ergibt sich die weitere Nothwendigkeit, in der Zulassung schwerer Fahrbetriebsmittel auch jene Einschränkungen eintreten zu lassen, welche durch die ursprünglichen Annahmen bedungen erscheinen, damit die benützten Brücken nicht eine unvorhergesehene übermässige Anstrengung zu erleiden haben.

In den bisher erlassenen Vorschriften erscheint leider dieser zweifache Standpunkt nicht immer gewahrt, und aus der Geschichte des Brückenbaues in allen Ländern und Staaten ist die Thatsache zu constatiren, dass sowohl die Staatsverwaltungen als auch die administrativen Oberleitungen der grossen Bahnverwaltungen zu den nach und nach eingeführten Verbesserungen und Verschärfungen weit mehr durch die eingetretenen Unglücksfälle als durch die Logik der Wissenschaft geführt oder richtiger gedrängt worden sind.

In England waren derlei Fragen seit den gegen 1847 bis 1850 durch Stephenson und Brunnel ausgeführten grossen Brückenbauten ganz und gar der Umsicht und Verantwortlichkeit der massgebenden Ingenieure überlassen. Erst nach dem Taybridge-Einsturze wurde im Juli 1881 vom »Board-of-trade« eine etwas detaillirtere Vorschrift erlassen, welche für den Eisenbahnbau und Betrieb im Allgemeinen gewisse principielle Normen aufstellt\*) und insbesondere für Brückenconstruktionen zum Mindesten einige ziffermässig präcisirte Grundsätze festsetzt, ohne jedoch irgendwelche bestimmte Belastungsvorschrift zu enthalten.

Am »Continepte«, um mit den Engländern zu reden, hat man schon viel früher das Bedürfniss empfunden, die Belastungsannahmen für Brückenberechnungen näher vorzuschreiben. Leider war aber hierbei das sonst sehr löbliche Bestreben nach Kürze und Einfachheit zu sehr im Vordergrund. Die zur Zeit der Berathungen im Betriebe gestandenen schwersten Locomotiven wurden einfach nach deren Gewicht pro Meter der Gesamtlänge abgeschätzt und die resultirenden Belastungseinheiten, für gleichförmig vertheilte Belastungen, als untere Grenzen vorgeschrieben.

\*) Die bezügliche Abtheilung ist betitelt: „Memorandum of important requirements“, der Schluss lautet: „Board of Trade (Railway Dept.) July 1881. Henry G. Calcraft“. Man findet z. B.:

§ 17. Die eine gusseiserne Brücke zum Bruche bringende Last muss nicht weniger als die dreifache bleibende Last, vermehrt mit der sechsfachen beweglichen Last, betragen. Bei Brücken aus Eisen und Stahl soll die durch bleibende und bewegliche Lasten erzeugte Inanspruchnahme des Materiales nicht grösser sein als 787 kg per  $cm^2$  im Falle des Eisens, und 1024 kg per  $cm^2$  im Falle des Stahles.

§ 18. Die schwersten auf Eisenbahnen üblichen Locomotiven sind als bewegliche Last in Rechnung zu ziehen.

§ 19. Grössere Construktionen sind auch auf einen Winddruck von 273 kg per  $m^2$  zu berechnen.

Diese liberalen, sehr allgemein gehaltenen Vorschriften enthalten wenigstens nichts Unrichtiges und wären für englische Verhältnisse entsprechend, wenn man nicht wüsste, wie oberflächlich dort bei Brückenberechnungen mehrfach vorgegangen worden ist.

Noch im Winter 1882 wurde mir im Baubureau einer grossen Bahn zu London auf meine Bedenken gegen Wiederverwendung eines alten Projectes mit vollwandigen Trägern und untenliegender Bahn — für einen neuen hohen Viaduct mit circa 20 m weiten Oeffnungen — kurz geantwortet: „We have no time for such Studies as You have it on the continent.“

Auf diese Weise entstanden in Frankreich die Circulare des Ministeriums für öffentliche Bauten, ddo. 26. Februar 1858 und 15. Juni 1869, von welchen\*) man nur sagen kann, dass glücklicherweise die massgebenden französischen Eisenbahn-Ingenieure sich für kleine Stützweiten durchaus nicht an die bezüglichlichen Minimalgrenzen gehalten haben.

Die nach dem Einsturze einer Schiffkornbrücke bei Czernowitz (1868) angeregte und am 30. August 1870 publicirte österreichische Brückenverordnung bekundet insoferne einen wesentlichen Fortschritt in der Aufstellung solcher Belastungsvorschriften, als dabei doch der Momentenwirkung der Locomotiven bei kleinen Stützweiten Rechnung getragen erscheint und diese Verordnung auch noch heute für die bis 15 m Stützweite üblichen sogenannten (vollwandigen) Blechbrücken fast genügen würde\*\*).

Das französische Circulare vom 9. Juli 1877, Nr. 15, welches die noch heute in Frankreich gültigen Belastungsvorschriften enthält, schreibt ebenfalls nur eine auf die Momentenwirkungen berechnete Belastungsscala vor\*\*\*), welche für Züge mit einer vierachsigen Locomotive sammt Tender im Gewichte von 72 Tonnen oder aber mit 2 dreiachsigen Locomotiven sammt deren Tendern im beiläufigen Gewichte von je 60 Tonnen entspricht. Man findet in meinem »Eisenbahnwesen in Frankreich« (Wien 1880, Seite 81 bis 99) eine getreue deutsche Ueber-

\*) Diese Circulare sind für Brücken bis 15 m Stützweite ganz unbrauchbar. Zur Belastungsprobe wurde vorgeschrieben:

1. Eine ruhende Last von 5000 kg per m Geleise für Stützweiten bis inclusive 20 m, und von 4000 kg per m für grössere Stützweiten, welche Belastung 8 Stunden (!) zu belassen ist.

2. Eine rollende Last mit mindestens 2 Locomotiven zu je 60 Tonnen (sammt Tender) und einer zur Deckung der ganzen Stützweite genügenden Anzahl Wagen mit je 12 Tonnen Ladung, wobei die Zugsgeschwindigkeit 20 bis 35 km per Stunde zu betragen hat.

\*\*) Die Betrachtung der äquivalenten Lasten für die Scherkräfte wurde damals noch nicht zugezogen. Man vergleiche die sonst vorzüglichen „Beiträge zum Brückenbaue“ Heinrich Schmidt's (1866, 1867 und 1869 in separater Ausgabe — Wien, R. v. Förster) — sowie den Verordnungsentwurf, welcher am 8. Mai 1869 den Mitgliedern des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereines zur Berathung vorgelegen ist und dessen Belastungsvorschrift ich unter Abrundungen (in Meter und Tonnen) im Nachstehenden den Verordnungsangaben gegenüber stellen will:

(4)

Stützweite	Belastung		Stützweite	Belastung		Stützweite	Belastung	
	nach d. Entw. des I.- u. A.-V.	nach d. Vdg. v. 30 : 8. 1870		nach d. Entw. des I.- u. A.-V.	nach d. Vdg. v. 30 : 8. 1870		nach d. Entw. des I.- u. A.-V.	nach d. Vdg. v. 30 : 8. 1870
<i>m</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>m</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>m</i>	<i>t</i>	<i>t</i>
1·0	26·0	26·0*	5	11·0	10·0	30	5·4	4·0
1·5	17·3	17·5	10	7·7	8·3	40	5·0	4·0
2·0	13·5	15·0	15	6·2	6·7	50	4·6	4·0
2·5	11·0	14·2	20	5·8	5·0	60	4·3	4·0

\* Durch die Bedingung der Radachse zu 13 Tonnen, auf 26 Tonnen erhöht.

Ein Vergleich mit den Angaben der Scala a unserer neuen Verordnung vom 15. September 1887 oder noch vielmehr mit den nach Anweis XIX äquivalenten Lasten für die Momentenwirkung des sogenannten Normalbelastungszuges lässt es nur lebhaft bedauern, dass im Jahre 1869 nicht die Scala des vorcitirten Entwurfes, welcher für zwei Semmering-Locomotiven zu je 56 Tonnen und Lastwagen zu je 15·6 Tonnen ganz richtig war, auch zur Verordnung angenommen wurde; man hätte damit viele Brücken mit Stützweiten zu 20 bis 60 m viel richtiger dimensionirt.

\*\*\*) Diese Scala lässt sich mit jener unserer Verordnung vom 30. August 1870 unter Abrundungen, wie folgt, vergleichen (ist auch mit einziger Ausnahme des Werthes für 10 m durch Scala a der Verordnung vom 15. September 1887, Stufe 80% gedeckt, wie aus Tab. I des II. Bandes ersichtlich ist):

(5)

Stützweite	Belastung		Stützweite	Belastung		Stützweite	Belastung	
	nach d. französ. Circul. 1877	nach d. Vdg. v. 30 : 8. 1870		nach d. französ. Circul. 1877	nach d. Vdg. v. 30 : 8. 1870		nach d. französ. Circul. 1877	nach d. Vdg. v. 30 : 8. 1870
<i>m</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>m</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>m</i>	<i>t</i>	<i>t</i>
1·0	24·0*	26·0	5	9·8	10·0	30	4·3	4·0
1·5	16·0*	17·5	10	7·3	8·3	40	4·1	4·0
2·0	12·0	15·0	15	5·7	6·7	50	3·9	4·0
2·5	11·0	14·2	20	4·9	5·0	60	3·7	4·0

\* Nach dem Achsdrucke von 12 Tonnen ergänzt.

Beide Vorschriften sind, wie auf Tafel V und Seite 94, 97 meines »Eisenbahnwesens« ausgewiesen, namentlich für Brücken von 20 bis 60 m Stützweite ganz ungenügend.

setzung, sowie eine meritorische Besprechung der auch für Strassenbrücken aufgestellten interessanten französischen Vorschrift. Ich liefere dort den Nachweis, dass diese, sowie alle vorangehenden Belastungsvorschriften gegenüber der im Betriebe befindlichen vierachsigen Locomotiven immer noch nicht ausreicht, und mache dort auf Grundlage einer theoretisch präzisen Berechnung den Vorschlag, dass in künftigen einschlägigen Verordnungen zwei Belastungsscalen vorgeschrieben werden mögen, wovon die eine für die Momente (Gurten), die andere für die Scherkräfte (Streben) gelten soll\*).

In dem französischen Circulare vom Jahre 1877 kommt aber gegenüber der vorerwähnten, wohl gerechtfertigten Bedenken immerhin eine wichtige Neuerung zu begrüssen; durch die sub A, Artikel V aufgenommene Prohibitivclausel nämlich wird angeordnet, dass Locomotiven, welche sammt Tender mehr als 72 Tonnen wiegen, nur auf specielle Erlaubniss des Ministers für öffentliche Bauten zum Verkehre zugelassen werden dürfen, und hierdurch erscheint zum ersten Male (wenn auch in ungenügender Form) jene Ergänzungsvorschrift eingeführt, ohne welche jede Belastungsvorschrift wieder werthlos werden kann.

Das im russischen Ministerial-Journale für öffentliche Wege ddo. 10. Februar 1884 Nr. 2 (officieller Theil) publicirte »Circulare vom 5. (17.) Jänner 1884, Nr. 60, für die Inspectoren, Eisenbahndirectionen und Directoren über die technischen Bedingungen zur Projectirung des Ueberbaues von Eisenbahnbrücken« enthält die vollkommenste Belastungsvorschrift unter allen bis dahin erschienenen solchen Normativverfügungen. Es werden dortselbst scalamässig für alle Stützweiten die äquivalenten Lasten sowohl für die Momente, als auch für die Scherkräfte vorgeschrieben, und dies ebensowohl für die Brückentheile nächst dem Auflager, als für jene nächst der Feldmitte, mit der zugefügten Weisung, zwischen den bezüglichen Scalen für die zwischenliegenden Brückentheile entsprechend zu interpoliren\*\*). Ausserdem

\*) Mein damaliger Vorschlag liesse sich unter Abrundungen nach den Tabellen auf Seite 94 und 97 des „Eisenbahnwesens“ durch folgende Scalen präcisiren (in Tonnen pro Meter Geleise):

(6)

Stützweite	Belastung für die										
	Momente a	Scherkräfte b									
<i>m</i>	<i>t</i>	<i>t</i>									
1·0	27·6	27·6	5	10·7	13·3	30	5·5	6·6	80	4·3	4·6
1·5	18·4	20·6	10	8·0	9·0	40	5·3	6·1	100	4·0	4·2
2·0	13·5	18·0	15	6·3	8·0	50	5·1	5·6	120	3·8	4·0
2·5	12·5	16·0	20	6·0	7·3	60	4·9	5·2	160	3·4	3·5

Die neue österreichische Verordnung vom 15. September 1887 hat diese Zahlen bei sehr grossen Stützweiten ohne Aenderungen, bei kleineren Stützweiten mit der Verschärfung angenommen, dass auch noch ein Zug mit zwei Arlberg-Locomotiven (4 Achsen zu 14 *t*) berücksichtigt und ferner auch der Momentenwirkung auf seitliche Querschnitte theilweise Rechnung getragen wurde.

Dass übrigens zur Berücksichtigung der entstehenden Scherkräfte verschärfte Belastungsannahmen erforderlich sind, war schon vor 1870 im Allgemeinen bekannt.

\*\*) Die Russen haben die aus 3 vierachsigen Locomotiven sammt deren Tendern und den erforderlichen Wagen gebildeten Belastungszüge genau in der von mir (S. 95 meines „Eisenbahnwesens“) beschriebenen und mit den Ausdrücken „Gurtbelastungszug“ und „Strebenbelastungszug“ definirten Zusammenstellungen in Rechnung gezogen. Sie haben es jedoch offenbar unterlassen, den „Gurtbelastungszug“ bei mittelgrossen Stützweiten auch für die Streben zuzuziehen. Für die Momente und Scherkräfte innerhalb 2 *m* nächst dem Auflager gilt eine gemeinschaftliche Scala. Man hätte mit Abrundungen in Tonnen und Meter beiäufig (per Geleise):

(7)

Stützweite	Belastung a b														
	zu $M_x$	zu $M_x$	zu $V_x$		zu $M_x$	zu $M_x$	zu $V_x$		zu $M_x$	zu $M_x$	zu $V_x$		zu $M_x$	zu $M_x$	zu $V_x$
	bei $x = \frac{l}{2}$	u. $V_x$ bei $x < 2m$	bei $x = \frac{l}{2}$		bei $x = \frac{l}{2}$	u. $V_x$ bei $x < 2m$	bei $x = \frac{l}{2}$		bei $x = \frac{l}{2}$	u. $V_x$ bei $x < 2m$	bei $x = \frac{l}{2}$		u. $V_x$ bei $x < 2m$	bei $x = \frac{l}{2}$	bei $x = \frac{l}{2}$
<i>m</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>t</i>												
1·0	30·0*	30·0*	60·0*	5	12·0	14·5	18·6	30	5·5	6·3	7·3	80	4·6	4·8	5·8
1·5	20·0*	22·5*	40·0*	10	7·5	8·5	12·4	40	5·3	5·9	6·6	100	4·3	4·5	5·6
2·0	15·0	20·0	30·0	15	6·0	7·3	9·8	50	5·2	5·6	6·3	120	4·0	4·2	5·4
2·5	13·7	18·7	26·7	20	5·6	6·8	8·4	60	5·0	5·3	6·1	160	3·7	3·8	4·9

\* Ergänztes nach Art. II für 15 Tonnen Achsendruck und 1·32 *m* Achsenstand für  $M_x$  in der Brückenmitte, dann für  $V_x$  nächst dem Auflager und in der Brückenmitte.

ist dann auch noch selbstverständlich für solche Stützweiten, welche zwischen die in den Scalen angeführten Weiten fallen, die bei allen früher erwähnten Vorschriften übliche Interpolation zu vollziehen. Die auf diese Weise eingeführte relative Complication in den behördlichen Anordnungen\*) lässt den wissenschaftlichen Werth derselben gegenüber der doch nothwendigen praktischen Verwendbarkeit wieder verschwinden, da der praktische Constructeur es mehrfach vorziehen dürfte, sofort den in der russischen Vorschrift auch skizzirten äquivalenten Belastungszug\*\*) unmittelbar in Rechnung zu ziehen, eher als sich in die vorgedeuteten Interpolationen einzulassen.

## 2. Ueber die beste Form von Belastungsvorschriften.

Bei Aufstellung der Belastungsvorschriften für die neue österreichische Brückenverordnung hat man sich zur Aufgabe gestellt, die grösstmögliche theoretische Genauigkeit der neuen Vorschriften mit deren leichten praktischen Verwendbarkeit zu vereinen.

Man war vor Allem darauf bedacht, dass die in Rechnung zu bringenden Belastungen entweder durch Angabe eines nach Achsendrücken und Ständen schematisch dargestellten sogenannten »Normalbelastungszuges« (auch der bezüglichen Locomotiven, Tender und Wagen in unbestimmter Reihenfolge) oder aber durch Angabe entsprechender, gleichförmig vertheilter Lasten für alle massgebenden Fälle, vorgeschrieben werden können.

Das erstere System erscheint wohl für weniger erfahrene Praktiker ausserordentlich verlockend: eine einzige schematische Skizze des betrachteten sogenannten »Normalbelastungszuges« oder der bezüglichen Locomotiven, Tender und Wagen wird diesfalls für alle Brücken und deren Bestandtheile als massgebend vorgeschrieben und die ganze Vorschrift ist bereits zur anscheinlichen allgemeinen Befriedigung vollendet.

Bei näherer Prüfung der einschlägigen Verhältnisse wird man aber sehr bald zur Ueberzeugung gelangen, dass eine derartige Vorschreibung nur die Bequemlichkeit des Gesetzgebers kennzeichnen würde, welcher es vorzieht, der schwierigen Untersuchung auszuweichen, anstatt sich in deren meritorische Austragung einzulassen.

Die angestrebte Belastungsvorschrift soll doch vor Allem für die sämtlichen gegenwärtig im österreichischen Eisenbahnbetriebe stehenden Fahrbetriebsmittel unter den üblichen Zugcombinationen genügen, und dieser ganze Zugverkehr kann unmöglich durch einen einzigen »Normalbelastungszug« oder durch eine »Normallocomotive« sammt Tender und Wagen dargestellt werden, wenn auch im letzteren Falle eigentlich mehrere »Normalzüge« gedeutet erscheinen. Man wäre dabei in jedem concreten Falle, wo zu prüfen ist, ob ein beantragter Zug auf einer gegebenen Linie zulässig ist oder nicht, immer darauf angewiesen, zu untersuchen, ob der beantragte Zug alle auf der Linie vorkommenden Brücken der unterschiedlichsten Stützweiten in allen deren einzelnen Bestandtheilen nachtheiliger beansprucht, als dies beim Normalzug der Fall wäre.

Ist dann die Zulässigkeit erwiesen für eine Stützweite, so ist sie es nicht für eine andere, ist dieselbe erwiesen für die Gurten einer Brücke, so ist sie es nicht für die Streben, ja sogar — um mit den Russen zu reden — ist der Zug äquivalent mit dem Normalzuge für ein Gurt- oder Strebenglied einer Construction, so ist er es schon nicht mehr für die nächsten ähnlichen Glieder.

Bei allen diesen Prüfungen und Vergleichen aber müsste man immer wieder von vorne damit beginnen, dass vorerst für jeden Constructionstheil einer jeden Brücke die unvortheilhafteste Stellung des Normalzuges sowohl, als auch des zu vergleichenden wirklichen Zuges gesucht werden . . . etc.

Alle diese sich aufthürmenden Schwierigkeiten und Bedenken, deren relative Wichtigkeit durch die vorbesprochene allfällige Form einer Belastungsvorschrift auch nicht im Entferntesten zum Ausdruck gelangt, wohl aber die gänzliche Unmöglichkeit erblicken lässt, in dieser Sache eine Art wissenschaftliche Genauigkeit zu verfolgen (wie derlei oft besprochen wird), waren auch

\*) Die zwei ersten, auf S. 29 citirten Scaln stellen beiläufig a und b der neuen österr. Verordnung vor; die dritte ist eigentlich überzählig, wie später nachgewiesen. Im Uebrigen muss ich ausdrücklich betonen, dass die hier, sowie sub (6), (5), (4) citirten Scaln nicht als eine ziffermässig getreue Wiedergabe aller in den Originalien angeführten Punkte gelten können, sondern als mit unserem Abscissen-eingange aufgestellte Polygonlinien aufzufassen sind, welche die graphisch aufgetragenen bezüglichen Gesetze so gut als möglich darstellen, so dass ein Vergleich mit unseren österreichischen Vorschriften leicht möglich ist.

\*\*) Der Gesamt-Achsenstand einer Locomotive =  $3 \times 132 m = 396 m$ , die Gesamtlänge =  $958 m$ . Der Achsendruck ist bis  $l = 64 m \dots 15 t$ , bis  $l = 854 m \dots 1375 t$ , bei  $l > 854 m \dots 125 t$ . Tenderlänge =  $658 m$ , Tendergewicht =  $3 \times 1067 t = 3201 t$ , Wagenlänge =  $752 m$ , Wangengewicht =  $164 t$ . —

bei Verfassung der österreichischen Verordnung vom 15. September 1887, sowie in allen vorbesprochenen ähnlichen Fällen dafür entscheidend, dass die angestrebte Belastungsvorschrift in dem Systeme der äquivalenten gleichmässigen Belastungen aufzustellen sei, und zu diesem Zwecke auch ein für allemale in eine gründliche Untersuchung der durch den Zugverkehr in allen Fällen erzeugten Biegemomente und Scherkräfte eingegangen werden müsse.

Die Conception der äquivalenten gleichförmigen Last führt zur einfachsten Bewerthung aller beweglichen Lasten. Sind die Einwirkungen zweier Züge auf einen Constructionstheil zu vergleichen, so genügt es, die äquivalenten gleichförmigen Lasten gegenüberzustellen, um ein für Jedermann klares Bild zu erzielen, woraus auch das percentuale Mass einer allfälligen Ueberschreitung ersichtlich ist.

### 3. Allgemeines über die österreichische Belastungsvorschrift.

Auf Grundlage der später erörterten umfangreichen diesfälligen Nachforschungen\*) ist es gelungen, die österreichische Belastungsvorschrift unter der Form von nur zwei sehr einfachen Lastenscalen aufzustellen, und ich werde den Nachweis liefern, dass wir dabei noch genauer vorgegangen sind, als die eminenten Verfasser der russischen Vorschrift.

Der diesfalls vorerst zugezogene Normalbelastungszug bestand aus drei vierachsigen Locomotiven sammt deren Tendern und Wagen, wie dies sub § 3, lit. *d* gedeutet wird. Die diesem Zuge entsprechenden, sehr genau ermittelten Belastungsscalen\*\*) wurden dann nach Massgabe der bei kleineren oder grösseren Stützweiten noch zu erfüllenden anderwärtigen Bedingungen verschoben (was eben nur bei diesem Systeme der Vorschreibung leicht thunlich ist) und man gelangte hierbei durch die Beiziehung der unterschiedlichen Brückenquerschnitte nicht allein zu einer wesentlichen Verbesserung der Scala *a* für die Gurten, sondern auch zu der ganz neuartigen Vorschreibung der Scala *b* für die Streben auf Grundlage der belasteten Längen.

Für die Localbahnen wurde vorerst auch mit den ganz ähnlich gebildeten, jedoch entsprechend leichter genommenen Belastungszügen dieser Bahnlinien in derselben Weise vorgegangen, wie für die Hauptbahnen. Die sämtlichen gefundenen Resultate wurden dann zusammengezogen in Vergleich gebracht und es ergab sich hieraus die in der Verordnung angenommene allgemeine Ordnung der Belastungsscalen.

Wie aus meinen Erläuterungen zum § 12 der Verordnung zu entnehmen ist, sind unsere definitiven Scalen *a* und *b* des § 3 eigentlich als möglichst einfach präcisirte\*\*\*) Umhüllungs-polygone aufzufassen, innerhalb welchen die von allen anerkannt zulässigen Zügen des Eisenbahnbetriebes resultirenden Curven der Momente und Scherkräfte so ziemlich gedeckt erscheinen, so dass die diesfälligen Ueberschreitungen gewöhnlich höchstens 3 bis 6%, bei unwahrscheinlichem Zusammentreffen der allerungünstigsten Annahmen höchstens 10% betragen.

Es sind für Haupt- und Localbahnen sub XXXV (Band I) mehr als 40 Züge in Betracht gezogen worden, und durch die vielen vergleichenden Berechnungen hat man die Ueberzeugung gewonnen, dass die vorgedachte Toleranz nicht mehr vermindert werden kann, wollte man nicht in zweckloser Weise den Bahnverkehr empfindlich beeinträchtigen, oder aber die Brücken übermässig vertheuern. Die schärferen Berechnungen sind sub XIX bis XXVI ausgewiesen.

Unter Einhaltung der soeben besprochenen Toleranzgrenzen aber war es uns möglich, die Berechnung der Localbahnbrücken (mittelst der ermässigten Percentsätze von 80% und 60%), sowie die Berechnung der Quer- und Längsträger aller Brücken überhaupt, in das Geltungsgebiet der nur für Hauptbahnen und Hauptträger aufgestellten beiden Scaln *a* und *b* mit einzubeziehen, und hierdurch ist in unsere Verordnung abermals eine sehr wesentliche Vereinfachung eingeführt worden.

Ich werde später die zur vorgedeuteten Dreitheilung der Bahnlinien massgebenden Betrachtungen, sowie alle vorbesprochenen, mehr neuartigen Berechnungsmethoden des Näheren erörtern, muss aber hier nun die einschlägige Methode zur Bestimmung der massgebenden äquivalenten Lasten nebst unseren diesfälligen numerischen Berechnungen vorausschicken.

\*) Die Herren Anhänger einer Vorschreibung von sogenannten „Normalbelastungszügen“ werden wohl zugeben, dass die diesfalls dann vorzunehmenden Vergleiche für jeden einzelnen beantragten Zug unmöglich mit einer so weitgehenden Untersuchung aller massgebenden Fälle durchgeführt werden könnten.

\*\*) Selbstverständlich als gleichwerthige Polygone und nicht als erhobene Originalcurven, welche letztere weniger handsam wären.

\*\*\*) Die angeführten Punkte besitzen abgerundete Coordinaten und die verbindenden Geraden geben vermöge ihrer einfachen Steigungsverhältnisse sehr leichte Interpolationen, bei welchen keine periodischen Decimalbrüche erscheinen dürfen. — In gleicher Weise habe ich übrigens auch in dieser Einleitung die älteren Vorschriften ziffermässig citirt.

## XV. Definition der äquivalenten gleichförmig vertheilten Belastungen.

### 1. Aequivalenz für einen Brückentheil.

Wenn in einer Brückenconstruction irgend ein Bestandtheil des Tragwerkes mit Rücksicht auf einen bestimmten Belastungszug zu dimensioniren ist, so muss von allen möglichen Stellungen des Zuges diejenige in Betracht gezogen werden, welche in dem zu bestimmenden Brückentheile die absolut grösste Spannung hervorruft. Man nennt dann äquivalente gleichförmige Last eine solche Belastung, welche annähernd dieselben Theile des Brückenplanums gleichförmig bedeckt wie der Zug, und in dem zu calibrirenden Constructionstheile dieselbe vorgedachte grösste Spannung hervorruft.

Nachdem man ebensowohl die Ausdehnung der gedachten gleichförmig vertheilten Belastung, als auch die Lasteinheit variiren lassen kann, so könnten streng genommen in jedem einzelnen Falle mehrere äquivalente gleichförmige Lasten der obigen Definition entsprechen. Dies ist aber in Wirklichkeit nicht der Fall, denn man ist überein gekommen, die gleichförmige Last im Allgemeinen nur auf jene Theile des Brückenplanums auszudehnen, wo dieselbe noch activ einwirkt, d. i. additionelle Spannungsbeiträge in dem zu dimensionirenden Brückentheile hervorruft. Hierdurch ist für jedes Tragwerk und jeden einzelnen zu bestimmenden Theil desselben gewissermassen die zu belastende Theilfläche des ganzen Brückenplanums je nach dem gewählten Constructionssysteme zum Voraus bestimmt und die früher gegebene Definition nur mehr auf die Belastungseinheit anwendbar.

Man weiss zum Beispiele, dass zur Dimensionirung der Gurten in einer üblichen frei aufliegenden Blechbrücke (mit voller Wand) die äquivalente gleichförmige Last jedenfalls immer über die ganze Brückenlänge zu denken ist, dass für eine ähnliche Bogenbrücke dagegen, je nach dem betrachteten Gurttheile, nur eine oder zwei Theilstrecken der Brückenlänge als belastet zu nehmen sind etc.\*).

Ganz ähnlich verhält es sich bei Calibrirung der vollen Wandungen solcher Brücken (der einen oder anderen Gattung), beziehungsweise bei Bestimmung der allfälligen engmaschigen Netzwerke, welche dieselben ersetzen, da auch hier der als belastet anzunehmende Brückentheil immer bekannt ist.

Aber auch in dem Falle unserer modernen weitmaschigen Fach- und Gitterwerkbrücken, welche bekanntlich nach der Theorie der gegliederten Tragwerke, also unter der Annahme berechnet werden, dass sämtliche bleibende und bewegliche Lasten in den Knoten concentrirt einwirken, lässt sich die Conception der äquivalenten gleichförmig vertheilten Last immer noch genau präcisiren, indem auf jeden Knoten die von Maschenmitte zu Maschenmitte einwirkende gleichförmige Last übertragen gedacht wird und es bezüglich der Ausdehnung dieser letzteren dann für jedes zu calibrirende Constructionsglied wohl zum Voraus bestimmt ist, welche Knoten als belastet anzunehmen sind, beziehungsweise innerhalb welcher Maschenmitten die ganze Brückenstützweite als belastet betrachtet werden muss.

Wenn also bei der Calibrirung irgend eines Theiles einer betrachteten Brückenconstruction gegenüber der Einwirkungen eines gegebenen Belastungszuges von der diesfalls anzunehmenden äquivalenten gleichförmigen Last die Rede ist, so muss, nach den vorangehenden Erörterungen, immer in Bedacht behalten werden, dass bezüglich der Ausdehnung der gesuchten Last nur das Constructionssystem und die einschlägige Theorie — bezüglich der Belastungseinheit dagegen nur der zu ersetzende Belastungszug massgebend sind.

Diese im Laufe meiner Publication mit  $p$  bezeichnete Belastungseinheit (pro Meter Geleise) wird auch im gewöhnlichen technischen Verkehre meistens mit dem Begriffe der »äquivalenten Last« selbst identificirt oder verwechselt, dies umsomehr, als bei den üblichsten sogenannten frei aufliegenden oder continuirlichen Balkenträgern die jeweilige Ausdehnung der Belastungen durch altbekannte einfache Regeln normirt wird, welche jede weitere Nachforschung a priori ausschliessen.

Man unterscheidet für solche Brückentheile, welche ebensowohl auf Zug als auch auf Druck in Anspruch genommen werden können, eine äquivalente gleichförmige Last für Zug und eine solche für Druck. Diese beiden Belastungen sind in allen Fällen complementäre Belastungen, beziehungsweise sie bedecken, in ihrer Gesamtheit genommen, genau die ganze Brückenlänge. Die beiderseitigen bezüglichlichen Belastungseinheiten besitzen jedoch nicht congruente Werthe.

\*) Man vergleiche die Theorie des Herrn Albaret auf S. 114 bis 126 meines „Eisenbahnwesen in Frankreich“. —

## 2. Aequivalenz für Momente und Scherkräfte.

Wir haben uns in der Praxis der Brückenberechnungen daran gewöhnt, alle auf einen betrachteten Brückenquerschnitt einwirkenden äusseren Kräfte (inclusive Auflagerreaction) in ein das Angriffsmoment (Bieugungsmoment) darstellendes Kräftepaar und eine Scherkraft (Transversalkraft) zu subsumiren, welche Kräfte dann an den Querschnitt angehängt gedacht werden, um den einen abgetrennt gedachten Brückentheil zu ersetzen.

Bei den üblichen sogenannten Balkenträgern\*) sind die Momente für die Gurten, die Scherkräfte für die Streben hauptsächlich massgebend. Man hat sich in diesem Falle die sogenannte äquivalente gleichförmige Last für einen Gurttheil oder eine Strebe mit der ähnlichen Belastung für das bezügliche massgebende Bieugungsmoment, beziehungsweise für die massgebende Scherkraft, gewissermassen identificirt und man sagt einfach: äquivalente gleichförmige Last für das Bieugungsmoment, beziehungsweise für die Scherkraft, weil bei den einschlägigen Untersuchungen vorwiegend immer diese beiden letzterwähnten Begriffe in Betracht kommen.

Die äquivalenten gleichförmigen Lasten für Momente und Scherkräfte besitzen für jedes speciell betrachtete Gurtglied, beziehungsweise für jede betrachtete Strebe je einen speciellen Werth; nach dem bisherigen Usus wurde jedoch die ganze Gurtung mit derjenigen gleichförmigen Last (auf der ganzen Stützweite), welche dasselbe Maximalmoment in der Brückenmitte ergibt — die ganze Verstrebung mit derjenigen Last (bis zum jeweiligen Schnitte), welche die grösste Scherkraft am Auflager ergibt, gerechnet\*\*).

Ich werde im Nachstehenden zeigen, wie wir in unserer neuen Verordnung die Aequivalenz für die Momente so viel als möglich, die Aequivalenz für die Streben aber theoretisch ganz genau berücksichtigt haben, nur kommt hier zu bemerken, dass alle bisherigen und nachfolgenden Berechnungen zur Ermittlung jener äquivalenten gleichmässigen Belastungen, welche einen gegebenen Belastungszug ersetzen können\*\*\*), nur für Brückenträger gültig sind, welche an beiden Enden frei aufliegen. Für continuirliche Balkenträger, sprengwerkartige Bogenträger, Hängewerke etc. dürften sonach streng genommen die gefundenen Resultate keine Anwendung finden. Vom rein praktischen Standpunkte aus jedoch kann man mit Beruhigung die berechneten Lasten auch für die meisten solchen mehr aussergewöhnlichen Constructionen annehmen. Für die üblicheren continuirlichen Brückenträger ist sogar mehrfach der rechnungsmässige Nachweis geführt worden, dass die gedachten Annahmen ganz zulässig sind, und dies umso mehr, als diese Träger bekanntlich fast nie die Belastungscombinationen zu erleiden haben, welche bei deren Berechnung nach der einschlägigen Theorie (C. d.) zugezogen werden müssen. Aus diesen Gründen konnten die gedachten sehr widerstandsfähigen Brücken auch in das unmittelbare Geltungsgebiet der Scalen a und b mit einbezogen werden.

Die nun folgende Theorie der äquivalenten gleichförmigen Belastungen†), welche zur Deckung der Bieugungsmomente und Scherkräfte in den üblichsten frei aufliegenden Trägern massgebend sind, wird zeigen, in welcher Weise den vom praktischen Constructeur diesfalls gestellten Anforderungen mit hinreichender Genauigkeit entsprochen werden kann.

### XVI. Deckung der Bieugungsmomente†).

#### 1. Die Momenten-Polygon-Umhüllung ist bei der Brückenmitte zu decken.

Um mit einem Belastungszuge die möglichst nachtheiligsten Einbiegungen in einer Brückenconstruction hervorzurufen, muss man im Allgemeinen die schwersten Radachsen nächst der Brückenmitte concentriren. Befinden sich in dem Zuge (wie sub XIV, 3 gedeutet) 3 Locomotiven

\*) Bei den Balkenträgern haben die Scherkräfte immer eine verticale Richtung. Bei den Bogenträgern dagegen besitzen dieselben für jeden Querschnitt eine besondere Richtung, so dass eine Zersetzung in je eine Normal- und Transversalcomponente bekanntlich erforderlich ist, welche nach dem Querschnitte orientirt werden.

\*\*) Für die Gurten ist dies fast ausnahmslos der Fall. Für die Streben dagegen wurde mehrfach ein wirklicher Belastungszug zugezogen und hiermit die Bestimmung der Strebenspannungen (meistens graphisch) theoretisch richtiger durchgeführt.

\*\*\*) Man vgl. hierüber:

1. Annales des P. et Ch. Nr. 3 ex 1877 (Januar). Deuxième Note sur les calculs de Stabilité des poutres longitudinales . . . par C. H. Kleitz 13 Mai 1876. (Die erste Note vom 15. October 1855 wurde nur autographirt). Der Verfasser behandelt nur die Momente und gelangt zu Schlussanträgen, welche leider seine sehr sorgfältige und lehrreiche Arbeit gar nicht verwerthen.

2. Zeitschr. des öst. L- u. Arch-V., Heft II ex 1870, S. 29. Dr. E. Winkler — enthält nur theoretische, nicht immer ganz fehlerfreie Ableitungen (auch durch die neueren Publ. des eminenten Prof. überholt).

3. Beiträge zum Brückenbaue . . . v. Heinrich Schmidt (bereits genannt).

†) Wörtlich aus meinem „Eisenbahnwesen in Frankreich“ entnommen (Seite 87 bis 91).

samt deren Tendern, so sind dieselben nächst der Zugmitte nebeneinandergestellt und derart orientirt zu denken, dass zwei Locomotiven Brust an Brust gekuppelt, dann die dritte Locomotive einerseits und die Lastwagen beiderseits nachfolgend angereiht erscheinen.

Wenn für alle möglichen Stellungen des Belastungszuges auf einer Brücke gegebener Stützweite die bezüglichen Werthe der in den einzelnen Querschnitten entstehenden Biegemomente graphisch aufgetragen gedacht werden, so entsteht bekanntlich für jede Zugstellung ein Polygon der Momente, welches an seinen beiden Enden, d. i. über den Stützpunkten, in 0 ausläuft.

Der Umhüllungsomriss aller dieser Polygone sollte nun eigentlich durch die der gesuchten deckenden gleichförmigen Belastung, entsprechende Momentenparabel, gänzlich umhüllt werden.

Wer sich jedoch mit derartigen Nachforschungen befasst hat, wird bemerkt haben, dass namentlich bei Stützweiten bis 30 m, der Umriss der Polygone nächst den Stützpunkten stärker gekrümmt, dagegen in der Brückenmitte mehr abgeflacht erscheint, also eine den Korbbögen mehr ähnliche Form besitzt.

Die der gleichförmigen Belastung correspondirende Momentenparabel andererseits besitzt eine in ganz entgegengesetzter Art vertheilte Krümmung; nächst den Stützpunkten steigt sie mehr geradlinig empor und zeigt in der Mitte einen mehr spitzgekrümmten Scheitel.

Wenn nun eine genügend grosse gleichförmige Belastung in Betracht gezogen werden sollte, damit die bezügliche Parabel die Polygon-Umrisse auch nächst den Stützpunkten gänzlich umhülle, so würde man durch diese übertriebene Annahme, dem Obgesagten gemäss, einen weit über die Polygone emporragenden Parabelscheitel, in der Brückenmitte erhalten, was gänzlich unannehmbar wäre.

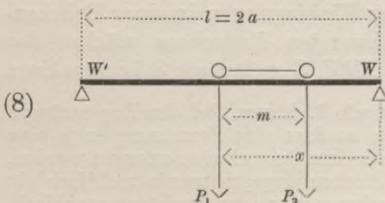
Man gelangt auf diese Weise zu dem von den Ingenieuren schon lange beobachteten Grundsatz, dass die Polygon-Umrisse mittelst der Parabel in der Brückenmitte, und nicht nächst den Stützpunkten, zu umhüllen sind, und zwar das letztere umso weniger, als die dann angenommene Parabel die Polygon-Umrisse nur in ganz unbedeutendem Masse nächst den Stützen verkürzt, wo bekanntlich die Trägergurtungen schon aus constructiven Rücksichten ohnehin übermässig stark gehalten werden.

Die zur Berechnung der Angriffsmomente gesuchte, dem Zuge äquivalente, gleichförmig vertheilte Last per laufenden Meter, ist also diejenige, welche in der Nähe der Brückenmitte dasselbe grösste Angriffsmoment erzeugt, wie der Belastungszug. Hierbei wird für den in Rede stehenden Vergleich auf jedem Querschnitte die für denselben ungünstigste Zugstellung und dann unter allen Querschnitten derjenige in Betracht gezogen gedacht, welcher das absolut grösste Maximum ergibt.

## 2. Das Maximum in der Brückenmitte.

Das Maximum maximum der Angriffsmomente für eine gegebene Stützweite und einen gegebenen Belastungszug findet nicht genau in der Brückenmitte statt, sondern auf einem Querschnitte, welcher von der Brückenmitte gewöhnlich sehr wenig entfernt ist\*), und zwar verhältnissmässig umso weniger, als die Stützweite eine grössere ist und daher die zwischen den einzelnen Radachsen bestehenden Entfernungen weniger in Betracht kommen.

\*) Dieses wird am besten durch folgendes einfache Beispiel einer Locomotive mit nur zwei Achsen  $P_1, P_2$  und einem Radstande  $= m$ , auf der Stützweite  $l = 2a$  bewiesen. Man hat nach der Figur, für den Schnitt von  $P_1$ :



$$\text{Biegemoment} = \frac{l-x}{l} [x(P_1 + P_2) - mP_2]$$

Dieses Moment im Schnitte, wo  $P_1$  steht, ist ein Maximum für diesen Schnitt, mit Bezug auf alle möglichen Locomotiv-Stellungen, insoferne  $P_1 > P_2$ . Das Maximum maximum ergibt sich mit

$$x = a + \frac{1}{2} m \frac{P_2}{P_1 + P_2} \quad \text{und Mom. max.} = \frac{1}{2} \frac{P_1 + P_2}{a} \left[ a - \frac{1}{2} m \frac{P_2}{P_1 + P_2} \right]^2$$

Dieses Maximum maximum differirt von dem mit  $x = a$  erhaltenen Momente um nur  $= \frac{1}{8a} \frac{m^2 P_2^2}{P_1 + P_2}$ . Im äussersten Falle, wo  $P_2 = P_1$   $m = a$ , beträgt daher diese Differenz nur  $\frac{1}{16} a P_1$ , also nur  $\frac{1}{8}$  des dann mit  $\frac{1}{3} P_1$  für die Mitte berechneten Momentes. Man vergleiche übrigens hierüber die später folgenden Ausführungen, durch welche die Auffindung des Maximum maximum im Allgemeinen ermöglicht — und gleichzeitig bewiesen wird, dass dasselbe sehr nahe von der Brückenmitte stattfinden muss. Das hier gegebene Beispiel ist hierfür am allerungünstigsten gewählt.

Berücksichtigt man nun auch, dass zur Berechnung der Trägergurtungen ausser des Momenten-Polygon-Umrisses der zufälligen Belastungen auch noch die Momentenparabel des Eigengewichtes in Rechnung zu ziehen kommt und hierdurch das Maximum maximum der Gesamtbelastung noch näher zur Brückenmitte gerückt wird, so muss es wohl einleuchten, dass vom rein praktischen Standpunkte aus, das besonders bei grösseren Stützweiten nur äusserst mühsam zu findende Maximum maximum der zufälligen Belastungen mit ganz hinreichender Genauigkeit durch das bezügliche Maximum in der Brückenmitte ersetzt werden kann.

### 3. Die »mittlere Kraft« eines relativ kurzen Zuges.

Von diesem Standpunkte aus betrachtet, wird die Nachforschung der äquivalenten gleichförmigen Last für die Momente eine sehr wesentlich einfachere; es bliebe aber immerhin noch eine ganz bedeutende Arbeit, für jede einzelne Stützweite alle möglichen Stellungen des Belastungszuges zu je einer Berechnung des Angriffsmomentes in der Brückenmitte zuzuziehen, um dann aus allen diesen Berechnungen das für die betrachtete Stützweite hieraus entspringende Maximum, beziehungsweise den Werth  $p$  der correspondirenden gleichförmigen Belastung per Meter zu entnehmen. Die auf solche Weise für alle Stützweiten zu findende Curve der Werthe  $p$  wäre dann auch nur durch einzelne Punkte, daher nicht recht continuirlich bestimmt.

Allen diesen Schwierigkeiten weicht man durch Anwendung der hier nachstehend erörterten Berechnungsmethode aus, welche ich bereits im Jahre 1873 zum Zwecke der Verfassung der amtlichen Brückenprobe-Protokolle für neu zu eröffnende Eisenbahnlilien mit Erfolg eingeführt habe\*).

Betrachten wir vorerst einen Belastungszug auf einer gegebenen Stützweite, welche die Zuglänge wesentlich übertrifft, so dass bei Verschiebungen des Zuges nicht sofort einzelne Radachsen über die Stützpunkte kommen.

Bezeichnet man mit

$$(9) \left\{ \begin{array}{l} l = 2a \dots \dots \dots \text{die gegebene Stützweite,} \\ P_1 P_2 P_3 \dots P_n \dots \text{die einzelnen auf der Brücke stehenden Lasten,} \\ a_1 a_2 a_3 \dots a_n \dots \text{deren Entfernungen zur Brückenmitte, ohne Rücksicht darauf, ob} \\ \quad \quad \quad \text{dieselben nach rechts oder nach links gemessen sind,} \\ b_1 b_2 b_3 \dots b_n \dots \text{deren Entfernungen zu dem je nächsten Stützpunkte (auf dieselbe} \\ \quad \quad \quad \text{Art gemessen),} \end{array} \right.$$

so findet man für die gleichförmige Last per Meter  $= p$ , welche in der Brückenmitte dasselbe Angriffsmoment erzeugt, wie der Belastungszug:

$$(10) \quad p = \frac{P_1 + P_2 + \dots + P_n}{a} - \frac{a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + a_n P_n}{a^2}$$

$$(11) \quad p = \frac{b_1 P_1 + b_2 P_2 + \dots + b_n P_n}{a^2},$$

welche beiden Formeln etwas einfacher geschrieben:

$$(12) \quad p = \frac{\sum P_n}{a} - \frac{\sum a_n P_n}{a^2} \quad p = \frac{\sum b_n P_n}{a^2}$$

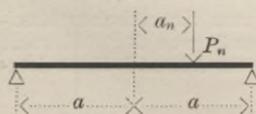
zu den Berechnungen zu benützen sind\*\*).

Der Werth von  $p$  wird bei jener Zugstellung ein Maximum, für welche  $\sum a_n P_n$  ein Minimum ist. Die Aufsuchung jener Zugstellung auf der Brücke oder umgekehrt der Stellung, welche dann der Mittelpunkt der Brücke im Zuge behalten soll, reducirt sich also auf Folgendes:

Für eine Anzahl der Lage und Grösse nach in einer Ebene gegebener paralleler Kräfte  $P_1 P_2 P_3 \dots P_n$  wird ein derart gelegener Punkt gesucht, dass

\*) Diese Berechnungen setzen voraus, dass die einzelnen Radachsen direct auf die Hauptträger einwirken; die durch den Querschwellen-Oberbau, sowie durch die üblichen eisernen Quer- und Längsträger herbeigeführte Lastenvertheilung, bleibt also unberücksichtigt, was in der Praxis wohl zulässig ist. Die bekannten Eigenschaften der Resultanten einer Anzahl paralleler Kräfte (d. i. Componenten) wären hierfür vollkommen beweisführend, wenn (wie in der Praxis üblich ist) diesfalls die Continuität der Schiene oberhalb der Querschwellen, sowie der Längsträger oberhalb der Querträger, vernachlässigt werden.

\*\*\*) Diese Formeln verificiren sich für eine einzige Last unmittelbar, denn:



$$\text{Biegemoment} = \frac{a - a_n}{2a} \cdot P_n \times a = \frac{b}{2a} \cdot P_n \times a = \frac{1}{2} p a^2$$

und für mehrere Kräfte erhält man die Gesamtwirkung durch Summierung der Einzelwirkungen.

die darauf bezogene Summe der absoluten Werthe der Momente sämtlicher Kräfte, also  $\Sigma a_n P_n$ , ein absolutes Minimum sei.

Es ist vor Allem leicht zu sehen, dass der gesuchte Punkt innerhalb der Kräfte liegen muss, denn wenn ausserhalb derselben ein beliebiger Punkt  $X$  gewählt wird, so ist für jeden zwischen diesem und den Kräften liegenden anderen Punkt  $X_1$  die Summe  $\Sigma a_n P_n$  offenbar noch kleiner als für  $X$ , da alle Distanzen  $a_n$  kleiner sind.

Sei folglich  $X$  ein beliebiger, zwischen den Kräften liegender Punkt, es soll gesucht werden, auf welche Seite man diesen Punkt verschieben muss, damit die darauf bezogene Summe  $\Sigma a_n P_n$  noch kleiner werde. Bezeichnen  $\Sigma a'_n P'_n$  den rechtseitigen,  $\Sigma a''_n P''_n$  den linkseitigen Theil der Summe, so ist

$$(13) \dots \dots \dots (\Sigma a_n P_n) = \Sigma a'_n P'_n + \Sigma a''_n P''_n.$$

Nimmt man nun einen neuen Punkt  $X_1$  in der sehr kleinen Entfernung  $x$  zum Beispiel auf der rechten Seite von  $X$ , so ist die darauf bezogene Summe der Momente:

$$(14) \dots (\Sigma a_n P_n)_1 = \Sigma (a'_n - x) P'_n + \Sigma (a''_n + x) P''_n = \Sigma (a_n P_n) - x [\Sigma P'_n - \Sigma P''_n].$$

Hiernach wird die nach rechts von  $X$  nach  $X_1$  erfolgte Verschiebung eine Verminderung oder eine Vergrösserung der Summe der Momente hervorgerufen haben, je nachdem

$$(15) \dots \dots \dots \Sigma P'_n \gtrless \Sigma P''_n. \text{ Hieraus folgt:}$$

Wenn ein zwischen den Kräften  $\Sigma_1 P_2 \dots P_n$  liegender Punkt  $X$  und die darauf bezogene Summe  $\Sigma a_n P_n$  betrachtet werden, so ist die Verminderung von  $\Sigma a_n P_n$  dadurch zu erzielen, dass man den Punkt  $X$  auf jene Seite verschiebt, wo sich die grössere Hälfte der Gesamtsumme aller Kräfte befindet.

Wenn der Punkt  $X$  nach diesem Grundsatz immer weiter verschoben wird, muss er schliesslich auf einer der Kräfte liegen bleiben, und zwar auf jener  $P_m$ , welche deren Gesamtsumme in zwei beiderseits liegende (bei grösseren Stützweiten ungefähr gleiche) Theile derart zertheilt, dass, wenn  $X_1$  auf den beiden anliegenden Kräfte-Intervallen gedacht wird, die grössere Hälfte immer auf Seite von  $P_m$  bleibt.

Diese Kraft wird hier nachstehend mit dem Ausdrucke „mittlere Kraft“ bezeichnet und ist zur Erzielung des Maximums von  $q$  auf die Brückenmitte zu stellen\*).

Der Begriff der mittleren Kraft ist ein einfacher und klarer. Wenn alle auf der Brücke stehenden Lasten in ihrer Reihenfolge auf eine gerade Linie End an End graphisch aufgetragen werden, so wird die auf solche Weise erhaltene Gesammtlänge ihren Mittelpunkt auf der die »mittlere Kraft« darstellenden Länge haben. Die bisherigen Erörterungen haben folgenden Grundsatz bewiesen:

\*) Wenn anstatt der Brückenmitte ein beliebiger anderer Querschnitt gegeben wäre, welcher die Stützweite  $l$  in die rechts und links liegenden ungleichen Längen  $a'$  und  $a''$  zertheilt, so wäre zur Erzielung des Maximums von  $q$  auf diesem Schnitte hierauf die „verhältnissmässig mittlere Kraft“, d. i. jene Kraft  $P_m$  zu stellen, welche die Gesamtsumme der Kräfte ungefähr in Verhältnisse  $a' : a''$  und derart zertheilt, dass für den sehr nahe gedachten Punkt  $X_1$  der verhältnissmässig grössere Theil immer auf Seite von  $P_m$  verbleibt; die Anwendung der obigen Beweisführung mit den schon benützten Bezeichnungen ergibt diesfalls:

$$(16) \dots \dots \dots \text{Biegemoment} = \frac{a' a''}{2a} \Sigma P_n - \frac{1}{2a} [a'' \Sigma a'_n P'_n + a' \Sigma a''_n P''_n] = M$$

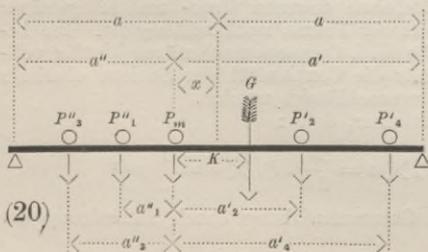
$$(17) \dots \dots \dots p = \frac{\Sigma P_n}{a} - \frac{1}{a} \left[ \frac{\Sigma a'_n P'_n}{a'} + \frac{\Sigma a''_n P''_n}{a''} \right]$$

Das Maximum von  $q$  erfordert das Minimum des in der Klammer befindlichen Factors. Die sehr kleine Verschiebung des Ursprunges  $X$  der Momente auf den rechts liegenden Punkt  $X_1$  ergibt für den auf  $X_1$  bezogenen Factor:

$$(18) \dots \left( \frac{\Sigma a'_n P'_n}{a'} + \frac{\Sigma a''_n P''_n}{a''} \right)_1 = \left( \frac{\Sigma a'_n P'_n}{a'} + \frac{\Sigma a''_n P''_n}{a''} \right) - x \left( \frac{\Sigma P'_n}{a'} - \frac{\Sigma P''_n}{a''} \right)$$

und verursacht demnach eine Verminderung oder eine Vergrösserung des fraglichen Factors, je nachdem

$$(19) \dots \dots \dots \frac{\Sigma P'_n}{a'} \gtrless \frac{\Sigma P''_n}{a''}$$



(20)

woraus dann auf dieselbe Weise der Begriff der „verhältnissmässig mittleren Kraft“ entspringt, welche zur Erzielung des Maximums von  $q$  auf den gegebenen Brücken-Querschnitt zu stellen ist.

Diese Betrachtungen führen auch zum theoretischen Maximum maximum. Sei  $G$  der Schwerpunkt von  $\Sigma P_n$ ,  $K$  seine Entfernung zur Kraft  $P_m$  und endlich  $x$  der Abstand dieser letzteren zur Brückenmitte. Man hat:

1<sup>o</sup>. Wenn die Brücke beträchtlich länger ist als der Belastungszug, so dass bei den in Betracht gezogenen Verschiebungen  $\Sigma P_n$  constant bleibt, so ist zur Erzielung des Maximums von  $q$  die „mittlere Kraft“ auf die Brückenmitte zu stellen\*).

2<sup>o</sup>. Wenn, wie z. B. bei symmetrischen Belastungen nicht eine „mittlere Kraft“, sondern nur ein „mittleres Kräfte-Intervall“ existirt, so kann ein beliebiger Punkt desselben auf die Brückenmitte gestellt werden, indem dann innerhalb des hierdurch gewährten Spielraumes  $q$  immer den grössten Werth behält.

#### 4. Die mittleren Kräfte eines relativ langen Zuges.

Gewöhnlich ist der Belastungszug fast immer länger als die gegebene Stützweite, so dass diese letztere nur mit einem Theile des Zuges bedeckt, d. i. belastet wird.

Will man nun eine entsprechende Verschiebung vornehmen, um die »mittlere Kraft« (oder das mittlere Kräfte-Intervall) der auf der Brücke stehenden Radachsen zu der Brückenmitte zu bringen, so wird es häufig vorkommen, dass auf einer Seite des Brückenfeldes einzelne Radachsen aus der Stützweite verschwinden und hingegen auf der anderen Seite wieder solche zuwachsen; dann ändert sich auch die Summe  $\Sigma P_n$  sowohl als auch die Lage der mittleren Kraft des auf der Brücke stehenden Zugtheiles. Bei einer jeden solchen Aenderung jedoch wird die neu entstehende mittlere Kraft immer nur (mit Bezug auf die Verschiebungsrichtung) hinter die frühere versetzt werden können, so dass trotz dieser Sprünge die Verschiebung immer in derselben Richtung bei continuirlich wachsendem  $p$  fortgesetzt werden kann, bis die weiter oben gefundenen Bedingungen erfüllt und ein Maximum von  $p$  erreicht worden ist\*\*).

Wird nun die Verschiebung des Zuges (beziehungsweise auch der jeweiligen mittleren Kraft über die Brückenmitte hinaus) immer in derselben Weise fortgesetzt, so wird  $p$  wieder continuirlich abnehmen, und zwar dem Obgesagten gemäss trotz den sprungweisen Aenderungen von  $\Sigma P_n$ , bis die jeweilige mittlere Kraft bei einer dieser Aenderungen (Verschwinden oder Zuwachsen einzelner Achsen) mit ihrem Sprunge nach rückwärts wieder hinter die Brückenmitte zu fallen kommt.

In diesem Augenblicke hat  $p$  ein Minimum erreicht und wird bei noch weiter fortgesetzter Verschiebung in der schon beschriebenen Weise wieder continuirlich wachsen u. s. w.

Man kann sich nun leicht vorstellen, wie  $p$  variiren muss, wenn eine gegebene Brücke von einem beliebig lang gedachten Belastungszuge gänzlich überfahren wird.

Bei Erscheinen der ersten Radachse auf der Brücke wächst  $p$  von Null aufwärts, indem die mittlere Kraft sich mit derselben der Brückenmitte nähert. Durch das Erscheinen der weiteren Achsen erleidet die jeweilige mittlere Kraft je einen Sprung nach rückwärts, wird aber

$$(21) \quad \dots \dots a' = a + x \quad a'' = a - x \quad \Sigma a'_n P'_n - \Sigma a''_n P''_n = K \Sigma P_n$$

Die Einführung dieser Werthe in (16) gibt nach Reduction:

$$(22) \quad M = \frac{a^2 + Kx - x^2}{2a} \Sigma P_n - \frac{1}{2} \left[ \Sigma a'_n P'_n + \Sigma a''_n P''_n \right] \quad \text{und} \quad \frac{dM}{dx} = \frac{1}{a} \left( \frac{K}{2} - x \right) \Sigma P_n$$

Das mit Aufstellung der *verhältnissmässig mittleren Kraft*  $P_m$  auf den gegebenen Querschnitt erzielte Maximum wird also ein Maximum maximorum sein, wenn dann gleichzeitig  $x = K : 2$  oder mit den Worten, wenn der Schwerpunkt  $G$  aller Kräfte und die Kraft  $P_m$  von der Brückenmitte beiderseits gleich entfernt stehen. Wenn also nach der im Texte gegebenen Methode das Maximum in der Brückenmitte gefunden worden ist, so genügt gewöhnlich eine sehr kleine Verschiebung, um das Maximum maximorum zu erzielen, weil ja nach der Beschaffenheit der Züge  $G$  und  $P_m$  immer sehr wenig von einander entfernt sein können.

\*) Für einen die Stützweite  $l$  in zwei ungleiche Längen  $a'$  und  $a''$  theilenden beliebigen Querschnitt würde man die dorthin zu stellende *verhältnissmässig mittlere Kraft* auf eine ähnliche Weise dadurch finden, dass der die erhaltene Gesamtlänge der End an End gebrachten Kräfte, im Verhältnisse  $a' : a''$  theilende Punkt auf die gesuchte Kraftlänge fallen muss. Wenn bei dieser letzteren — oder aber bei der im Texte angegebenen Construction der gefundene Theilungspunkt nicht auf eine Kraftlänge, sondern genau auf den Trennungspunkt zweier Kräfte fällt, so ist das bezügliche Kräfte-Intervall an Stelle der gesuchten Kraft zu nehmen und ein beliebiger Punkt desselben auf den Brückenquerschnitt zu stellen.

Wenn auf der gedachten Brücke continuirlich vertheilte Lasten aufgetragen wären, so hätte man an Stelle der *mittleren Kraft*, beziehungsweise der *verhältnissmässig mittleren Kraft* jene Theilungslinie zu betrachten, welche die ganze Last in *gleiche* oder *verhältnissmässige Theile* trennt.

\*\*) Das Verschwinden oder Neuerscheinen einer Achse  $P_n$  verursacht eine sprungweise Aenderung von  $\Sigma P_n$  und von der Lage der *mittleren Kraft*; dagegen variirt  $p$  dabei continuirlich, weil der in  $p$  von  $P_n$  herrührende Theil, nämlich:  $\frac{P_n}{a} - \frac{a_n P_n}{a^2}$  gleich Null wird oder ist, im Augenblicke wo er verschwindet oder erscheint. Nur der nach den Verschiebungs-Abscissen genommen gedachte Differential-Quotient von  $p$  würde eine sprungweise Veränderung  $= \mp P_n : a^2$  zu erleiden haben.

allmählich durch die Bewegung immer näher zur Brückenmitte gebracht, bis sie dieselbe erreicht hat und ein Maximum von  $p$  eingetreten ist. Nun nimmt  $p$  allmählich wieder ab; mit den schwersten Locomotiv-Achsen hat auch die jeweilige mittlere Kraft die Brückenmitte passirt, und trotz ihren Sprüngen nach rückwärts wird sie durch die Bewegung immer weiter davon entfernt, bis die schweren Locomotiv-Achsen endlich die Brücke wieder verlassen.

Wenn nun aber am anderen Brückenende wieder neue schwere Achsen erscheinen (z. B. eine andere Locomotive), so wird die jeweilige mittlere Kraft durch das Verschwinden oder Erscheinen der Achsen, d. i. durch einen der bezüglichen Sprünge nach rückwärts, wieder plötzlich hinter die Brückenmitte verlegt\*) und  $p$  hat ein Minimum erreicht. Indem dann durch die Bewegung die neuen schweren Lasten auf die Brücke gelangen und mit ihnen die jeweilige mittlere Kraft sich wieder der Brückenmitte nähert, wächst  $p$  von Neuem u. s. w.

Wenn also der Belastungszug eine hinreichende Länge besitzt, so kann  $p$  auf diese Weise durch eine Reihe von Maxima und Minima wandern, um dann schliesslich wieder auf Null zu fallen, wenn der Zug die Brücke endlich gänzlich verlässt, beziehungsweise wenn die jeweilige mittlere Kraft zum letzten Male die Brückenmitte passirt hat und dann mit der letzten Radachse am vorderen Stützpunkte verschwindet\*\*).

Das Problem der grössten äquivalenten gleichförmigen Last  $p$  per Meter für die Momentenwirkung eines Belastungszuges auf einer gegebenen Stützweite reducirt sich also auf Folgendes:

1<sup>o</sup> Ermittlung jener Radachsen des Zuges, welche für die betrachtete Stützweite eine mittlere Kraft sein können.

2<sup>o</sup> Ausrechnung der Werthe  $p$ , welche durch Aufstellung einer jeden dieser Achsen auf der Brückenmitte erreicht werden und Auswahl der grössten dieser Werthe\*\*\*).

Für das letztere dienen die Formeln (10) und (11); für das erstere habe ich im Jahre 1880†) ein sehr einfaches graphisches Verfahren angedeutet, womit man die gesuchten Achsen gewissermassen mit dem Massstabe abgreifen kann, und zwar selbst bei den complicirtesten Zügen. Nachdem indessen bei den meisten im Eisenbahnbetriebe üblichen Zügen, sowie bei den hier in Rechnung gezogenen typischen Zügen immer nur sehr wenige Radachsen (3 bis 4) in Betracht kommen, bei den später folgenden Rechnungsausweisen die Achsenstände und -drücke auch immer abgerundet erscheinen, so habe ich es vorgezogen, bei allen diesfälligen Berechnungen eine Art numerisches Verfahren zu benützen, bei welchem eine jede der immer zum Voraus leicht erkennbaren Achsen nur insolange zur Geltung gebracht wird, als sie eben „mittlere Kraft“ ist.

### 5. Die Umhüllungscurven der Momente oder der Werthe von $p$ für die Brückenmitte.

Da es sich nicht um die Berechnung einzelner Werthe von  $p$ , sondern um die Aufstellung einer Curve der Maxima von  $p$  für alle Stützweiten handelt, so bleibt es am praktischsten, für eine jede der (3 bis 4) Radachsen, welche »mittlere Kraft« sein können, das Schema aller Werthe  $\Sigma P_n$  und  $\Sigma a_n P_n$ , welche sich bei wachsender Stützweite ergeben, wenn die betrachtete Achse auf der Brückenmitte stehen bleibt, im Vorhinein auszurechnen ††). Mit Hilfe dieser Tabelle von Werthen und der Formel (12):

$$(23) \dots \dots \dots p = \frac{\Sigma P_n}{a} - \frac{\Sigma a_n P_n}{a^2} = \frac{1}{a} \left[ \Sigma P_n - \frac{\Sigma a_n P_n}{a} \right]$$

\*) Der Fall, dass die *mittlere Kraft* plötzlich von dem vorderen — zu dem hinteren Stützpunkte, also um die ganze Länge der Stützweite zurückspringt, tritt ein, wenn eine zweiachsige Locomotive über eine kleine, dem Radstande gleiche Brückenstützweite zu fahren kommt.

\*\*) Das oben Gesagte schliesst den Fall nicht aus, dass an Stelle der *mittleren Kraft* auch ein mittleres *Kräfte-Intervall* gegen die Brückenmitte verschoben werde oder dieselbe, bei dann constantem grössten  $p$ , zu passiren habe. Auch ein Zurückspringen dieses Intervalles ist denkbar (z. B. ein Achtkuppler mit 4 je 1.2 m von einander entfernten Achsen à 12 Tonnen, welcher über eine Brücke mit 2.40 m Stützweite fährt). Die *Kräfte-Intervalle* kommen manchmal auch nur mit einem Theile ihrer Länge in effective Wirkung etc.

\*\*\*) Die ganze vorangehende Schilderung der Veränderungen von  $p$ , beziehungsweise von der auf die Brückenmitte zu bringenden *mittleren Kraft*, lässt sich wohl leicht auf den Fall eines gegebenen anderen beliebigen Brückenquerschnittes und der dorthin zu bringenden *verhältnissmässig mittleren Kraft* ausdehnen und würde man hierbei dieselben Verschiebungen nach vorwärts und Sprünge nach rückwärts constatiren; auch käme hierbei der Fall eines *verhältnissmässig mittleren Kräfte-Intervalles* ebenfalls in Betracht zu ziehen.

†) Seite 91 meines „Eisenbahnwesens“.

††) Geschieht durch successive Addirungen, hauptsächlich.

kann dann  $p$  für eine beliebige Stützweite  $l = 2a$ , sofort mittelst zweier Divisionen erhalten werden, indem man diejenigen Werthe der  $\Sigma$  benützt, welche in dem Schema dem unmittelbar nächsten Werthe:

$$(24) \quad \dots \dots \dots a_n \overset{=}{<} a \dots \dots \dots \text{correspondiren.}$$

Man erhält auf diese Weise eine continuirliche Curve der Werthe  $p$  (für alle Stützweiten), welche der Annahme entspricht, dass die betrachtete Radachse immer auf der Brückenmitte bleibt.

Die construirte Curve hat ihre Bruchpunkte bei den schematischen Abscissen  $a = a_n$ , für welche das jeweilige Gesetz sich ändert, weil jedesmal dortselbst eine neue Radachse auf die Brücke gelangt.

Die zwischen den Bruchpunkten liegenden Curventheile haben meistens eine nach oben gerichtete Krümmung und man erhält die bezüglichen Tangenten durch die innerhalb zweier Bruchpunkte gedachte Differentiation:

$$(25) \quad \dots \quad \frac{dp}{dl} = \left[ -\frac{\Sigma P_n}{a^2} + 2 \frac{\Sigma a_n P_n}{a^3} \right] \frac{da}{dl} = -\frac{1}{a^2} \left[ \frac{1}{2} \Sigma P_n - \frac{\Sigma a_n P_n}{a} \right]$$

Man wird hiernach die soeben betrachtete Curve der Werthe  $p$ , welche der Aufstellung einer Locomotivachse auf der Brückenmitte entspricht, so genau und vollständig construiren können, als man will.

Selbstverständlich ist aber diese Curve, beziehungsweise das bezügliche Schema der  $\Sigma$  nur insoweit zu verlängern, als die auf der Brückenmitte stehende Achse noch mittlere Kraft bleibt.

Zur besseren Illustration des zu dieser Unterscheidung in allen Berechnungen benützten Verfahrens, will ich als specielles Beispiel hier wieder den bereits im Jahre 1880 besprochenen sogenannten Semmeringzug\*) behandeln, welcher vermöge seiner Achsenstände diesfalls besser verwendbar ist, als die zu einfach gestalteten später in Betracht gezogenen typischen Züge, welche die Belastungsscalen der neuen Verordnung zu begründen haben.

Das numerische Schema der Achsenstände und -drücke des sogenannten Semmeringzuges für die Achse  $C$  auf der Brückenmitte stellt sich wie folgt (Meter und Tonnen):

(26)

<b>Locomotive</b>				<b>Tender</b>				<b>Locomotive</b>				<b>Locomotive</b>				<b>Tender</b>			
13·0	12·5	12·5	7·5	7·5	7·5	7·5	12·5	13·0	12·5	12·5	12·5	12·5	13·0	12·5	12·5	7·5	7·5	7·5	
<1·18	<1·20	<4·70	<1·30	<1·70	<4·60	<1·18	<1·18	<1·20	<5·46	<1·20	<1·18	<1·18	<4·60	<1·70	<1·30	<1·30	<1·70	<1·30	
$a'_n =$	14·66	9·96	8·66	6·96	2·36	1·18	0	1·20	6·66	7·86	9·04	10·22	14·82	70·5	=	$a''_n$	=	$a''_n$	
$\Sigma P'_n =$	60·5	48·0	40·5	33·0	25·5	13·0	0	12·5	25·0	37·5	50·5	63·0	70·5	=	$\Sigma P''_n$	=	$\Sigma P''_n$		
$l_n =$	29·32	20·44	13·32	2·40	4·72	2·40	13·32	20·44	29·32	20·44	29·32	20·44	29·32	20·44	29·32	20·44	29·32		

Die dritte Zeile enthält die auf die Brückenmitte bezogenen Entfernungen  $a'_n, a''_n$  der einzelnen beiderseitigen Radachsen und in der vierten Zeile befinden sich die bezüglichen Summen  $\Sigma P'_n, \Sigma P''_n$  der rechtsseits und linksseits von der Brückenmitte befindlichen Achsendrücke (ausschliesslich der Achse  $C = 12·5$ ). Diese Zahlen gestatten sofort zu erkennen, ob für eine gegebene beliebige Stützweite die Achse  $C$  »mittlere Kraft« ist oder nicht.

Für die Stützweite  $l = 2a = 12m$  z. B. sind  $\Sigma P''_n = 25·5 > \Sigma P'_n = 12·5$ , und selbst die Zuschlagung der Achse  $C = 12·5$  nach rechts vermag die Ungleichheit nicht aufzuheben; die Achse  $C$  ist demnach für  $l = 2a = 12m$  nicht »mittlere Kraft«.

Für  $l = 2a = 20m$ , dagegen sind:  $\Sigma P''_n = 48·0 < \Sigma P'_n = 50·5$  und die Zuschlagung der Achse  $C$  nach links kehrt die Ungleichheit um; demnach ist die Achse  $C$  für  $l = 2a = 20m$  offenbar »mittlere Kraft«.

Lässt man nun die Stützweite von Null aufwärts continuirlich wachsen, so erkennt man durch Anwendung der obigen Methode auf jede neu zuwachsende Radachse, innerhalb welcher Stützweiten die Achse  $C$  überhaupt »mittlere Kraft« ist, und man findet, dass dies hier von  $l = 0$  bis  $l = 2·36m$ , von  $l = 2·40m$  bis  $l = 4·72m$ , von  $l = 13·32m$  bis  $l = 20·44m$ , von  $l = 29·32$  bis . . . etc., wirklich der Fall ist. Diese Resultate sind in den

\*) Derselbe, für welchen (Seite 91 meines „Eisenbahnwesens“) bereits die Anwendung des graphischen Verfahrens vorgetragen wurde.

letzten Zeilen schematisch dargestellt und wurde hierbei zur leichteren Uebersicht auf jener Seite, wo das ideelle Auflager einer Grenzweite zwischen die Achsen fällt, die bezügliche Stützweite  $l$  in stehender Schrift eingetragen (26).

In den später angeführten Rechnungsausweisen zur Begründung der Scala  $a$  wurde am Kopfe einer jeden Tabelle nur der numerische Theil der schematischen Darstellung (26) eingetragen\*) und die Bezeichnung der Strecken, innerhalb welcher die jeweils auf der Brückenmitte stehende Achse »mittlere Kraft« bleibt, in einer besonderen Colonne noch einfacher ersichtlich gemacht.

Es ist einleuchtend, dass für eine auf die Brückenmitte gestellte Achse nur solche Werthe von  $p$  auszurechnen sind, welche in dem vorbesprochenen diesfälligen Schema der  $\Sigma P_n$  und  $\Sigma a_n P_n$  innerhalb einer Strecke zu liegen kommen, woselbst »mittlere Kraft« angegeben erscheint, da für die anderen Strecken sicherlich ein anderes Schema massgebend ist, beziehungsweise eine andere Achse auf die Brückenmitte gestellt werden muss.

Indem man successive eine jede der jeweils massgebenden (3 bis 4) Locomotivachsen auf die Brückenmitte stellt und in der vorbesprochenen Weise die diesfälligen Maximalwerthe von  $p$  berechnet, beziehungsweise die bezüglichen Curventheile graphisch aufträgt, so erhält man schliesslich eine Gesamtumhüllung der Maximalwerthe von  $p$ , in welcher der äusserste Riss die gesuchten Maxima maximorum (für die Brückenmitte) darstellt, welche für jede gegebene Stützweite insbesondere, entweder graphisch oder numerisch bestimmt werden können.

### 6. Die Umhüllungscurven der Werthe $p$ für seitliche Querschnitte.

Es ist sehr leicht, die soeben für die Brückenmitte entwickelte Berechnungsmethode auch auf einen beliebigen seitlichen Querschnitt auszudehnen.

Wenn ein solcher Querschnitt die Brückenstützweite  $l = 2a$  in zwei ungleiche Theile  $a'$  (rechts) und  $a''$  (links) zertheilt, so ist nach (17)

$$(27) \quad \dots \quad p = \frac{1}{a} \left[ \Sigma P_n - \left( \frac{\Sigma a'_n P'_n}{a'} + \frac{\Sigma a''_n P''_n}{a''} \right) \right]$$

Betrachtet man nun z. B. in allen Brücken bei wachsender Stützweite immer jene seitlichen Querschnitte, welche die ganze Stützweite nach einem constanten Verhältniss zertheilen, so dass

$$(28) \quad \dots \quad a' = \frac{1}{m} a'' \quad \text{wo } m = \text{Constante}$$

so wird die obige Formel unter Einführung der Constanten  $m$ :

$$(29) \quad \dots \quad p = \frac{1}{a} \left[ \Sigma P_n - \frac{m+1}{2m} \frac{1}{a} (m \Sigma a'_n P'_n + \Sigma a''_n P''_n) \right]$$

und wenn wie früher angenommen wird, dass ein und dieselbe Radachse auf dem betrachteten Brückenquerschnitte stehen bleibt und die Stützweite auf beiden Seiten gleichzeitig [hier jedoch im Verhältnisse (28)] fortwährend wächst, so kann die diesfalls entstehende Curve\*\*) der Werthe  $p$  auch mittelst eines zum Voraus für alle neu zuwachsenden Achsen auszurechnenden Schemas der Functionen  $\Sigma P_n$  und  $(m \Sigma a'_n P'_n + \Sigma a''_n P''_n)$  fast ebenso leicht bestimmt werden\*\*\*), wie dies früher für die Brückenmitte (wo  $m = 1$ ) geschildert wurde.

Man wird dann hier noch zu ermitteln haben, innerhalb welcher Theilstrecken der Curve, beziehungsweise des Schemas, die am Querschnitte stehende Radachse eine »verhältnissmässig mittlere Kraft« bleibt, was ebenfalls durch das sub (26) angeführte numerische Verfahren bewerkstelligt werden kann, indem auf der rechten Seite nunmehr die Werthe  $m a'_n$  und  $m \Sigma P'_n$  (anstatt wie früher  $a'_n$  und  $\Sigma P'_n$ ) angemerkt und bei den dann zu beurtheilenden Ungleichheiten die am Querschnitte stehende Radachse  $C$  nach rechts mit dem Coefficienten  $m$ , nach links mit dem Coefficienten 1 zugeschlagen wird.

Nachdem in der Praxis bei den vorkommenden Material-Vertheilungsplänen für die Gurten nächst dem Auflager immer ein wesentlicher Ueberschuss an Gurtstärke vor-

\*) Da man die bezüglichen Werthe auch zur Berechnung der  $\Sigma P_n$  und  $\Sigma a_n P_n$  jedenfalls benützen kann.

\*\*) Mit  $l$  als Abscisse und  $p$  als Ordinate, erhalten.

\*\*\*) Man hat diesfalls auch für die Tangenten:

$$(30) \quad \frac{dp}{dl} = -\frac{1}{a^2} \left[ \frac{1}{2} \Sigma P_n - \left( \frac{\Sigma a'_n P'_n}{a'} + \frac{\Sigma a''_n P''_n}{a''} \right) \right] = -\frac{1}{a^2} \left[ \frac{1}{2} \Sigma P_n - \frac{m+1}{2m} \frac{1}{a} (m \Sigma a'_n P'_n + \Sigma a''_n P''_n) \right]$$

wo dieselben im Texte besprochenen Functionen vorkommen.

handen ist und auch sein muss, weil der Gurt unmöglich in Null auslaufen kann, wie es die Theorie gestatten würde, so muss es einleuchten, dass die Frage der äquivalenten Lasten für die Momente auf seitlichen Querschnitten erst für eine gewisse verhältnissmässige Entfernung vom Auflager, eine praktische Bedeutung gewinnen kann. Andererseits liegt es offenbar im Interesse der gedachten Untersuchungen, dass die bezüglichlichen seitlichen Querschnitte so entfernt von der Brückenmitte genommen werden, als dies praktisch zulässig ist, damit die bezüglichlichen Differenzen um so greller zum Vorscheine kommen.

Die Betrachtung der üblichsten 9- bis 11maschigen Fach- und Gitterwerke, sowie der Umstand, dass dortselbst die erste (eventuell auch die beiden ersten) Gurtmasche nächst dem Auflager jedenfalls ausser Discussion steht, hat uns dazu geführt, jene seitlichen Querschnitte zu untersuchen, welche sich am  $\frac{1}{6}$  der Stützweite befinden und für welche demnach  $m = 5$ . Die bezüglichliche Formel von  $p$  schreibt sich dann (29)

$$(31) \dots \dots \dots p = \frac{1}{a} \left[ \Sigma P_n - \frac{6}{10} \frac{1}{a} (5 \Sigma a'_n P'_n + \Sigma a''_n P''_n) \right]$$

Indem man solcherweise successive für eine jede der massgebenden (3 bis 4) Locomotivachsen die Theilcurven von  $p$  in jenen Strecken bestimmt, wo die am Querschnitte stehende jeweils befrachtete Achse »verhältnissmässig mittlere Kraft« ist, erhält man die Gesammtumhüllung der Maximalwerthe von  $p$ , in welcher der äusserste Riss die gesuchten Maxima maximorum (für den  $\frac{1}{6}$  Schnitt) darstellt.

Die mit vielen ganz verschiedenen Belastungszügen durchgeführten Berechnungen ergaben einige interessante Resultate, und zwar:

1. Die für seitliche Querschnitte berechneten äquivalenten gleichförmigen Belastungen (gegenüber einem gewissen Belastungszuge) sind im Allgemeinen immer etwas grösser, als die ähnlichen für die Brückenmitte gefundenen Belastungen.

Bei Stützweiten unter  $5 m$  wird die Bewerthung der Belastungen für seitliche Schnitte wegen der üblichen Dimensionirung der Träger gegenstandslos, und bei Stützweiten über  $50 m$  können derlei Nachforschungen ebenfalls entfallen, weil dieselben nur circa 1%ige Differenzen zu Tage fördern.

2. Eine gewisse Bedeutung erreichen die vorgedachten Ueberschreitungen nur bei jenen ziemlich eng begrenzten Stützweiten, bei welchen gewöhnlich die vollwandigen Blechträger aufhören und die Fach- und Gitterwerkträger beginnen, und zwar:

Bei den untersuchten, am  $\frac{1}{6}$  der Stützweite liegenden Querschnitten übersteigt die Ueberschreitung 6%: nur von  $12 m$  bis  $30 m$  bei den Hauptbahnen, nur von  $10 m$  bis  $25 m$  bei den Localbahnen mit 20% Ermässigung und nur von  $8 m$  bis  $20 m$  bei den Localbahnen mit 40% Ermässigung.

Die in allen 3 Fällen innerhalb der erwähnten Grenzen vorgefundenen grössten Ueberschreitungen betragen circa 18% und kommen bei 17, beziehungsweise 13 und  $11 m$  Stützweite vor. Wir haben diesen Anomalien thunlichst Rechnung getragen.

## XVII. Deckung der verticalen Scherkräfte.

### 1. Die beiden massgebenden Belastungszüge.

Eingangs der vorangehenden Nachforschungen wurde betont, dass man zur Erzielung der grössten Momentenwirkungen auf den Brücken den Belastungszug unter thunlichster Concentrirung der schwersten Radachsen gegen die Brückenmitte aufzustellen hat.

Bei der gegenwärtig nothwendigen Aufstellung des Belastungszuges zur Erzielung der grössten verticalen Scherkräfte im Allgemeinen, ist es hingegen nothwendig, die schwersten Radachsen so viel als möglich gegen ein Zugende zu concentriren und dann den Zug über die Brücke derart zu verschieben, dass das schwere Zugende nur bis zu dem betrachteten Brückenquerschnitte gelange, in welchem die grösste Scherkraft gesucht wird. Die Richtigkeit dieses Grundsatzes ist für die üblichen frei aufliegenden Träger, auf welche die nachfolgenden Berechnungen bezogen sind, schon wegen der Definition der Scherkräfte eine ganz evidente und für allfällige anderwärtige, weniger gewöhnliche Träger (continuirliche Träger, Bogenträger) ist es a priori nahe liegend, dass der Belastungszug zum Mindesten in gleicher Weise zusammengestellt werden muss.

Bei der bereits früher angenommenen gleichzeitigen Anwesenheit dreier Locomotiven sammt deren Tendern bezeichne ich mit »Gurtbelastungszug« jene vorwiegend für die Biegemomente (bezw. Gurten) bereits früher benützte Zugzusammenstellung, bei welcher die

drei Locomotiven in der Zugmitte und zwei derselben Brust an Brust gekuppelt sind, dagegen mit »Strebenbelastungszug« jene ganz verschiedene, vorwiegend für die Scherkräfte (bezw. Streben) massgebende Zugzusammenstellung, bei welcher alle drei Locomotiven am vorderen Zuge und nach vorn orientirt sich befinden\*).

Bei allen mir bekannten bisherigen Berechnungen, gleichviel ob dieselben numerisch oder graphisch durchgeführt wurden, waren die Ingenieure der Ansicht, dass der sogenannte »Strebenbelastungszug« zur Berechnung der Streben allein massgebend ist\*\*) und dass hierbei selbstverständlich die vordere Locomotivachse beiläufig auf den betrachteten Querschnitt gestellt werden muss, für welchen man die Scherkraft bewerthen will. Man erhält jedoch für mittelgrosse Stützweiten, wie dies aus den später folgenden Ausweisen zu entnehmen ist, noch um circa 6% grössere äquivalente Lasten  $p$  mit dem sogenannten »Gurtbelastungszuge«, indem man den vorderen (rechtsseitigen) Theil des Zuges einschliesslich des ersten Tenders abgekuppelt denkt und den restirenden Theil des Zuges als Belastungszug verwendet\*\*\*). Hierbei ist dann selbstverständlich die Hinterachse der ersten (rechtsseitigen) Locomotive als vorderste Achse des Zuges auf den betrachteten Brückenquerschnitt zu stellen.

Wir haben die vorerwähnte Verschärfung bei allen einschlägigen Berechnungen berücksichtigt und immer die Alternative der beiden Belastungszüge beibehalten.

## 2. Die Scherkraft-Polygon-Umhüllung ist nächst dem Auflager zu decken.

Man hat nun ferner bei den bisherigen numerisch durchgeführten Berechnungen †) für alle Streben einer Brücke gewöhnlich ein und dieselbe äquivalente Belastung in Rechnung gebracht, und ist dieses Verfahren bis zum Erscheinen unserer Verordnung vom 15. September 1887 derart eingebürgert gewesen, dass ich hier die bezügliche Ermittlung dieser Belastung vorerst wohl nicht umgehen kann:

Wir nehmen an, dass wir den einen oder anderen der beiden vorbesprochenen Belastungszüge für jeden betrachteten einzelnen Querschnitt derart aufstellen, dass die vorderste rechtsseitige Radachse nächst dem Querschnitte steht und der rechtsseitige Brückentheil demnach unbelastet bleibt, wodurch bekanntlich die grösste Scherkraft hervorgerufen wird.

Wird nun die auf diese Weise für alle Querschnitte einer gegebenen Brücke unter Zuziehung beider Belastungszüge ermittelte grösste Scherkraft  $p'$  graphisch aufgetragen ††), so erhält man einen Umhüllungsriss, welcher am linksseitigen Auflager von Null ausläuft, mit nach oben gekrümmter Richtung aufsteigt und am rechtsseitigen Auflager den grössten Scherkraftwerth aufweist.

Dieser Umriss, welcher die grössten Scherkräfte auf allen Brückenquerschnitten darstellt, soll nun durch die bekannte Parabel gedeckt werden, welche †††) jenen vom linken Auflager bis zu jedem einzelnen Querschnitte reichenden gleichförmigen Belastungen  $p'$  (per Meter Geleise) entspricht und welche ihren nach unten gerichteten Scheitel am linken Auflager hat. Man wird aber bei derartigen Nachforschungen meistens gefunden haben, dass die mit den Zügen erhaltene Linie der Maximal-Scherkräfte am linken Auflager mehr geradlinig aufsteigt, dagegen nächst dem rechten Auflager sich stärker nach aufwärts krümmt.

Die durch die gleichmässigen Belastungen  $p'$  per Meter erhaltene Parabel besitzt eine geradezu in entgegengesetzter Weise vertheilte Krümmung; sie ist am Scheitel nächst dem linken Auflager am stärksten gekrümmt und steigt nächst dem Auflager mehr geradlinig auf.

Wenn nun die Belastungseinheit  $p'$  genügend gross genommen werden sollte, damit die bezügliche Parabel die Linie der Maximal-Scherkräfte auch nächst dem linken Auflager oder auch nur nächst der Brückenmitte vollkommen umhüllen könne, so würde man mittelst solcher übertriebener Annahmen am rechten Auflager einen weit über die Linie der Scherkräfte emporragenden Parabelschenkel erhalten, was zur Berechnung der dortigen Hauptstreben ganz unannehmbar wäre.

\*) Wie bereits im Jahre 1880 S. 95 meines „Eisenbahnwesens“, woselbst auch zum ersten Male die Nothwendigkeit betont wird, den sogenannten „Gurtbelastungszug“ zur Berechnung der Streben ebenfalls zuzuziehen.

\*\*) Dies wird im Texte der früher besprochenen russischen Vorschrift vom Jahre 1884 sogar ausdrücklich gesagt.

\*\*\*) Für die nächst dem Auflager befindlichen Streben ist nicht einmal die Hypothese der Abkupplung nothwendig, weil dann der sonst abzutrennende Zugstheil ohnehin oberhalb des Landpfeilers und des Bahndammes zu stehen kommt.

†) Bei den graphischen Berechnungen (Seilpolygon) ist dies nicht der Fall.

††) Mit  $p'$  als Ordinate und der Abscisse des Querschnittes als Curven-Abscisse.

†††) Nämlich die Parabel  $y = \frac{p'}{2l} x^2$ , wo  $x$  vom linksseitigen Auflager an gerechnet wird.

Man gelangt durch diese Betrachtungen zu dem Grundsatz, dass die Linie der Maximal-Scherkräfte vorwiegend nächst dem rechten Auflager, also in ihrem höchsten Theile, mittelst des Parabelschenkels der gleichförmigen Belastungen  $p'$  per Meter zu decken ist, und zwar umso mehr, als der Parabelscheitel gar keine Bedeutung hat, weil die sogenannten Gegenstreben fast nie bis dorthin reichen\*), und als aber auch nächst der Brückenmitte die Caliber der Hauptstreben gewöhnlich schon aus constructiven Rücksichten übermässig stark gehalten werden und demnach die bezüglichen (in unserer Verordnung übrigens beseitigten) Differenzen wenig praktische Bedeutung besitzen.

Die zur Berechnung der Scherkräfte gesuchte äquivalente gleichförmige Last  $p'$  per Meter kann demnach annähernd im Sinne der bisherigen Gepflogenheit derart berechnet werden, dass sie denselben rechtseitigen Auflagerdruck erzeuge, wie der auf die ungünstigste Weise aufgestellte Gurt- oder Strebenbelastungszug.

### 3. Formel der äquivalenten Last für den Auflagerdruck und diesfällige Umhüllungscurven.

Bezeichnet man wie früher mit

$$(32) \quad \left\{ \begin{array}{l} p' \dots \dots \dots \text{die gesuchte äquivalente Last per Meter,} \\ l \dots \dots \dots \text{die Stützweite,} \\ P_1, P_2 \dots \dots P_n \dots \dots \text{die auf der Brücke befindlichen Lasten,} \\ l_1, l_2 \dots \dots l_n \dots \dots \text{deren Entfernungen zum betrachteten rechten Auflager,} \end{array} \right.$$

so findet man im gewöhnlichen Wege\*\*):

$$(33) \quad p' = \frac{2}{l} \left( \sum P_n - \frac{\sum l_n P_n}{l} \right)$$

Diese Formel hat einige Aehnlichkeit mit denjenigen, welche zur Berechnung der Momente aufgestellt wurden.

Denkt man sich, dass die Vorderachse ein und desselben Belastungszuges am rechtseitigen Auflager stehen bleibt und dass die Stützweite  $l$  gleichzeitig continuirlich wächst, so werden die Functionen  $\sum P_n$  und  $\sum l_n P_n$  nur eine bestimmte Anzahl Werthe erreichen, da dieselben nur dann eine Aenderung erfahren, wenn bei zunehmender Stützweite eine neue Radachse auf die Brücke gelangt; man kann also diese zum Voraus berechneten Werthe\*\*\*) in einem Schema zusammenstellen, welches dann gestattet, für eine ganz beliebige Stützweite  $l$  den nach Formel (33) entsprechenden Werth von  $p'$  mittelst nur zweier Divisionen sofort zu bestimmen, indem man dort jene Werthe  $\sum$  des Schemas einsetzt, welche der unmittelbar kleineren Weite  $l_n \leq l$  correspondiren.

Es entsteht solcher Weise die Curve der Werthe  $p'$  nach wachsender Stützweite  $l$ , welche ihre Bruchpunkte an den durch die schematischen Abscissen  $l_n$  gegebenen Stellen und zwischen je zwei solchen Bruchpunkten meistens eine nach oben gekehrte Krümmung besitzt.

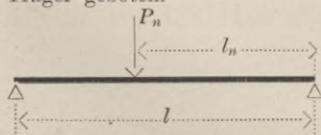
Die innerhalb eines jeden solchen Curventheiles gedachte Tangente erhält man durch Differentiation des Werthes (33) von  $p'$ , und zwar:

$$(35) \quad \frac{dp'}{dl} = - \frac{2}{l^2} \left( \sum P_n - 2 \frac{\sum l_n P_n}{l} \right)$$

Man wird also für den betrachteten Belastungszug die Curve der Werthe  $p'$  bei wachsendem  $l$  mit aller denkbaren Genauigkeit construiren können.

Durch Vereinigung der mit dem Gurtbelastungszuge und dem Strebenbelastungszuge erhaltenen Curven erhält man eine Gesamtumhüllungscurve der Werthe  $p'$ , deren äusserster Riss die gesuchten Maximalwerthe  $p'$  bedeutet, welche den grössten Auflagerdrücken correspondiren und mittelst des vorbesprochenen jeweils gültigen Schemas der  $\sum$  auch numerisch ausgerechnet werden können. Unsere sämtlichen Rechnungsausweise für die Scherkräfte sind nach dieser Methode aufgestellt worden, welche, wie wir jetzt sehen werden, auch auf die anderen Brückenquerschnitte Anwendung findet.

\*) Eine einzige Ausnahme wäre durch den vollständig parabelförmig gebauten Bow-String-Träger geboten.

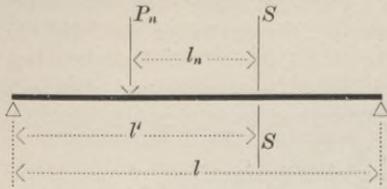


\*\*) Man hat nämlich für die verticale Scherkraft am rechten Auflager:

$$(34) \quad V_l = \sum \frac{l - l_n}{l} P_n = \frac{1}{2} p' l$$

\*\*\*) Wie für die Momente vorwiegend mittelst Addirungen.

4. Formel der äquivalenten Last für die Scherkraft in einem beliebigen Querschnitte. Princip der Vorschreibung nach der belasteten Länge.



Wir betrachten nun einen beliebigen Brückenquerschnitt  $SS$ , für welchen (33) derselbe bereits früher benützte Belastungszug in entsprechender Stellung ist, damit im Querschnitte die grösste Scherkraft hervorgerufen werde — wonach also der rechteitige Brückentheil unbelastet ist. Wir bezeichnen mit:

- (36)  $\left\{ \begin{array}{l} p' \dots\dots\dots \text{die gesuchte äquivalente Last per Meter;} \\ l \dots\dots\dots \text{die Brückenstützweite;} \\ l' \dots\dots\dots \text{den links von } SS \text{ liegenden Theil dieser Weite } l; \\ P_1, P_2 \dots P_n \dots\dots \text{die einzelnen (links von dem Schnitte) befindlichen Lasten;} \\ l_1, l_2 \dots l_n \dots\dots \text{die bezüglichen einzelnen Entfernungen zum Schnitte;} \\ V_V \dots\dots\dots \text{die verticale Scherkraft im Schnitte.} \end{array} \right.$

Man findet dann im gewöhnlichen Wege:

$$V_V = \sum \frac{l' - l_n}{l} P_n = \frac{1}{2} \frac{p' l'^2}{l}$$

Bei dem aus diesem Vergleiche resultirenden Werthe von  $p'$ , und zwar:

(37)  $\dots\dots\dots p' = \frac{2}{l'} \left( \sum P_n - \frac{\sum l_n P_n}{l'} \right)$

ist der beiderseitige Nenner  $l$  verschwunden, und die neue, von  $l$  ganz unabhängige Formel zur Berechnung von  $p'$  für den Zwischenschnitt  $SS$ , unterscheidet sich von der früher für das Auflager gefundenen ähnlichen Formel (33) nur dadurch, dass hier  $l'$  anstatt  $l$  eingeführt erscheint. Die Formel (33) ist demnach nur ein specieller Fall der Formel (39), wo  $l' = l$  wird, und man erkennt nach dieser letzteren im Allgemeinen, dass  $p'$  nur von der belasteten Länge  $l'$  abhängig ist\*), wodurch auch die in unsere Verordnung eingeführte ganz neuartige Vorschreibung der Lasten  $p'$  in der Scala  $b$  nach den belasteten Längen ihre volle technische Begründung erhält\*\*).

Umgekehrt kann man auch sagen, dass der einem beliebigen Zwischenquerschnitte in der Entfernung  $l'$  vom linksseitigen Auflager entsprechende Werth von  $p'$  derselbe ist, welcher für den Auflagerdruck in einer Brücke von der Stützweite  $l'$  berechnet werden kann. Es genügt demnach auch, die Scala  $b$  mit der einzigen bisher üblichen Betrachtung des Auflagerdruckes auszurechnen und sie dann nach dem neuen Principe der belasteten Längen gelten zu lassen.

Für die Bestimmung der Scherkräfte in jeder einzelnen Brücke nach der Formel:

$$V_V = \frac{1}{l} \cdot \frac{p' l'^2}{2} = \frac{p'}{2l} \cdot l'^2$$

hat aber das neue Rechnungsverfahren auch unstreitig den Vortheil der grösseren Einfachheit, da man die zum Voraus ein für alle Male tabellarisch ausgewiesenen Werthe  $\frac{1}{2} p' l'^2$  für alle Längen  $l'$  (in allen Brücken) nur mehr durch die jeweilige Stützweite  $l$  zu dividiren haben wird.

\*) Die Formel gibt z. B. für die nächst der Mitte einer 40 m weiten Brücke oder nächst dem Auflager einer 20 m weiten Brücke gesuchte Last  $p'$  ein und denselben Werth.

\*\*\*) Nachdem unsere neue Vorschrift bereits vollends aufgestellt war, wurden wir während der Expertiseberathung auf einen Artikel des Centralblattes für Bauverwaltung ddo. 4. April 1885, Nr. 14, aufmerksam gemacht, welcher von Laissle und Schübler herrührt und darauf hinweist, dass Herr Oberbaurath Schäffer in der „Deutschen Bauzeitung“, Jahrg. 1876, S. 245, auf die obige Relation aufmerksam gemacht hat. In Wirklichkeit ist die gedachte Relation schon seit viel längerer Zeit bekannt, denn sie fand in der zur Bestimmung der Scherkräfte üblichen Seilpolygon-Construction bereits vor 1870 auf der Wiener Technik beliebte Anwendung. Dass aber die Benützbarkeit ein und desselben Seilpolygons, unter Reduction im umgekehrten Verhältnisse der Stützweiten, mit dem Principe der „belasteten Länge“ identisch ist, bleibt sofort erkennbar. Man hat nämlich zwischen den Scherkräften  $V$  und  $V_1$  für die Stützweiten  $l, l_1$  nach dem Seilpolygone:

$$V \cdot l = V_1 \cdot l_1$$

Sind  $P, P_1$  die Resultanten der sogenannten äquivalenten Belastungen in beiden Fällen, so hat man andererseits unmittelbar für die belastete Länge  $l'$ :

$$V = \frac{P l'}{2l} \text{ und } V_1 = \frac{P_1 l'}{2l_1}, \quad \text{woraus demnach} \quad P = P_1, \quad \frac{P}{l'} = \frac{P_1}{l'} = p'$$

Dieses Princip ist also nicht neu. Entschieden neu dagegen ist dessen Erscheinen als behördliche Vorschrift in der jetzigen Form.

*XVIII. Die für die österreichische Brückenverordnung massgebenden schwersten Eisenbahnzüge und die bezügliche Einwirkung auf die Brücken.*

Es kommt im Eisenbahnbetriebe häufig vor, dass ein Zug mit zwei geheizten Locomotiven bespannt wird. Bei Gebirgsbahnen, woselbst bekanntlich die schwersten Lastzugslocomotiven verwendet werden, ist es sogar Usus, die zwei Locomotiven (beide von der schwersten Gattung) hintereinander zu kuppeln.

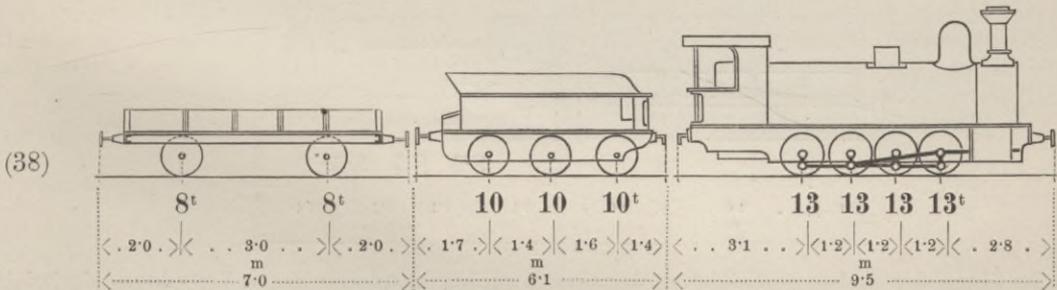
Auch bei Thalbahnen ist dieses System der Zugförderung üblich; es werden dort aber gewöhnlich viel weniger schwere Locomotiven verwendet.

Es muss demnach bei Berechnung von Eisenbahnbrücken unter allen Umständen auf Züge mit zwei hintereinander gekuppelten Locomotiven, als im Betriebe übliche Belastungszüge, Rücksicht genommen werden. Die Ingenieure für Betrieb und Zugförderung erklären aber auch anderseits in bestimmtester Weise, dass die Annahme von Zügen, welche mit drei geheizten Locomotiven bespannt wären, mit Rücksicht auf den currenten Betrieb nicht erforderlich ist.

Nur ausnahmsweise kann es vorkommen, dass nebst der zwei geheizten Locomotiven eine kalte mitgezogen wird, oder dass ein zweifach bespannter Zug stecken geblieben ist und von einer dritten Locomotive abgelöst werden muss. In solchen Fällen wird dann das Zusammentreffen dreier Locomotiven zur Thatsache.

Aus diesen Gründen sind schon seit vielen Jahren die Brückeningenieure in Oesterreich und Deutschland daran gewöhnt, ein Zusammentreffen dreier Locomotiven auf einer Brücke als den ungünstigsten Fall der Belastung zu betrachten, welcher noch in die Festigkeitsberechnungen mit einzubeziehen ist.

Die schwersten, d. i. vom Standpunkte der Brückenbeanspruchung nachtheiligsten Locomotiven, sind unstreitig die vierachsigen Lastzugslocomotiven, und dies sowohl wegen der grossen Achsendrücke, als auch ebensosehr wegen der kleinen Radstände. Es musste demnach vorerst als massgebender Normalbelastungszug ein mit drei solchen Locomotiven und den entsprechenden Tendern und Wagen gebildeter Zug in Betracht kommen, und man entschied sich diesfalls für jene nachstehend schematisch angedeuteten Typen von Locomotiven, Tendern und Lastwagen, welche schon seit einiger Zeit in Oesterreich als massgebend betrachtet wurden, weil sie, wie wir sagen (in ihrer Einwirkung auf die Brücken), alle ähnlichen Typen des Betriebes gewissermassen decken\*) und auch meistens zur Berechnung der Quer- und Längsträger zugezogen wurden.



Die von diesem Belastungszuge hervorgerufenen Momente und Scherkräfte sind in den später folgenden Rechnungsausweisen XIX, XX, XXI, XXII nach meiner sub XVI und XVII vorangehend erklärten Methode sehr detaillirt berechnet, und hatte man beschlossen, dieselben im Principe für alle Hauptbahnen ohne Unterschied gelten zu lassen.

Nun wurde aber die Forderung gestellt, es solle auch noch der sogenannte Arlbergbahnzug über alle Hauptlinien anstandslos verkehren können, vorausgesetzt, dass diesfalls nie mehr als zwei Locomotiven nebeneinander kommen.

Die Bedeutung dieser Forderung ist aus dem Rechnungsausweise XXIII zu entnehmen, in welchem die Arlberglocomotive mit 4 Achsen zu je 14t und den Achsenständen der obigen (38) Normallocomotive angenommen und im Uebrigen dieselben Tender und Wagen wie im Normalzuge zugezogen erscheinen. Man wird diesfalls bemerken, dass der sogenannte Arlbergzug bis 40m Stützweite etwas mehr, über 40m Stützweite wesentlich weniger einwirkt als der Normalbelastungszug, und wir werden später sehen, dass diesen Umständen gebührend Rechnung getragen wurde.

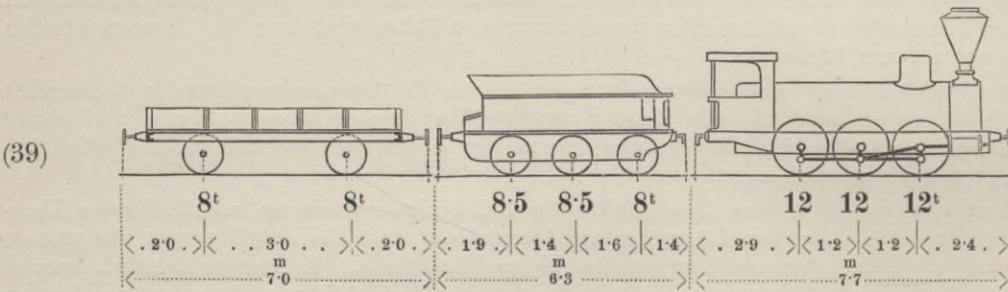
\*) Mit einziger Ausnahme der in letzter Zeit gebauten Locomotiven für Gebirgsbahnen.

Die solcherweise für alle Hauptbahnen ohne Unterschied gemachten Annahmen begründen aber für die Mehrzahl der neu gebauten oder entsprechend verstärkten österreichischen Eisenbahnbrücken der Zukunft (insbesondere bei grossen Stützweiten) eine sehr grosse Betriebssicherheit, wenn man berücksichtigt, dass die vierachsigen Gebirgsmaschinen denn doch nur ein schwaches Contingent im gesammten österreichischen Locomotivparke bilden\*), da bekanntlich, namentlich bei den grossen Thalbahnen, hauptsächlich nur dreiachsige Locomotiven verwendet werden.

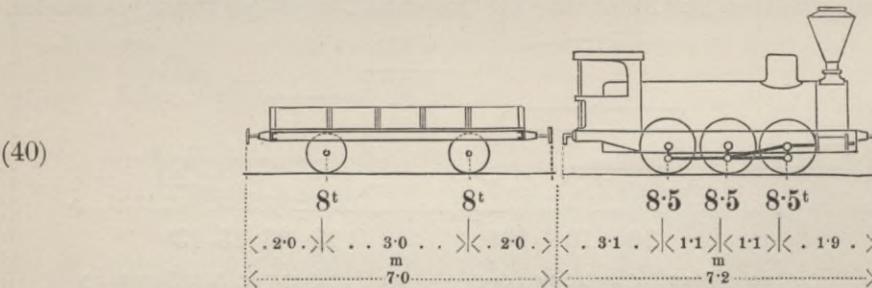
Diese Betrachtungen haben auch die Nothwendigkeit erkennen lassen, für sämtliche Local- und Schleppbahnen — insoferne dieselben keinen strategischen Rücksichten unterliegen oder vermöge ihrer Tracenverhältnisse schwere Locomotiven bedingen — wesentlich mildere Annahmen gelten zu lassen.

Bei derlei Bahnen kommt hauptsächlich zu unterscheiden, ob dieselben von der Hauptbahn aus, in welche sie einmünden (mit den dort üblichen mittelschweren Maschinen) oder aber mittelst ganz eigener leichter Localbahnlocomotiven betrieben werden.

Für den ersteren Fall kann als Normallocomotive jene mit 3 Achsen zu je 12 t mit den diesfalls vorkommenden kleinsten Achsenständen und mit einem Schlepptender im Gesamtgewichte von 25 t gelten.



Für den letzteren Fall kommen kleine Tenderlocomotiven in Betracht, deren Achsendruck nur 8.5t, d. i. kaum mehr als der grösste Wagen-Achsendruck, betragen soll, da bei diesen Linien gewöhnlich ein möglichst billiger schwacher Oberbau angestrebt wird. Die diesfalls zugezogene theoretische Type deckt die Einwirkungen aller bisher üblichen solchen kleinen Maschinen.



Im Sinne der soeben geschilderten Annahmen wurden in unserer neuen Verordnung dreierlei Gattungen Eisenbahnlinien nach deren Belastungsfähigkeit normirt, für welche der grösste Achsendruck von 14 beziehungsweise 12 und 8.5t, sowie die vorbesprochenen Normalbelastungszüge zulässig sind und, wie später gezeigt werden wird, auch mit Recht die Belastungsscalen a und b mit 100%, beziehungsweise 80% und 60% vorgeschrieben wurden.

Diese Eintheilung steht auch mit den seit einiger Zeit sowohl in Oesterreich als in den Nachbarstaaten angestrebten einheitlichen Schientypen im vollen Einklange, wie dies auch logischerweise sein muss, da bekanntlich in den gesammten Baukosten einer Bahn der Oberbau eine wichtige Rolle spielt und im Principe nur der Eisenbahn-Lastwagen auf allen Haupt- und Localbahnen ohne Unterschied ungehindert verkehren soll. Ich lasse nun die Rechnungsausweise der Reihe nach folgen:

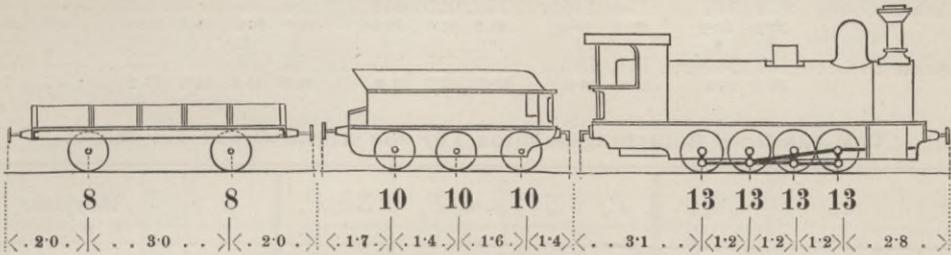
\*) Nach der officiellen österreichisch-ungarischen Eisenbahnstatistik vom Jahre 1885 hätte man rund:

	Locom. m. Tend.	Tenderlocom.	Zusammen	in %
Lastzugslocomotiven mit 4 gekuppelten Achsen . . . . .	488	27	215	11.6
Diverse Locomotiven mit 3 und 2 gekuppelten Achsen . . . . .	3256	632	3888	87.6
Eil- und Personenzugslocomotiven ohne gekuppelte Achsen . . . . .	7	28	35	0.8
Zusammen . . . . .	3751	687	4438	100.0

XIX. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten  
nächst der Trägermitte

für die Beanspruchung der Brücken durch drei vierachsige Locomotiven mit Achsendrücken zu je 13 Tonnen,  
für welche die Scalen mit 100%<sub>0</sub> zu gelten haben.

(Normalbelastungszug.)



Zu Scala 2:

Lasten für die Gurten nächst der Trägermitte.

Brücken- Stütz- weite <i>l</i>	Belastung pro Geleise				Brücken- Stütz- weite <i>l</i>	Belastung pro Geleise			
	nach Verordnung mit 100% der Scala <i>a</i> <i>p</i>	durch den Zug				nach Verordnung mit 100% der Scala <i>a</i> <i>p</i>	durch den Zug		
		mit der Achse	In Tonnen pr. Meter <i>p</i>	In Procen- ten von <i>p</i> %			mit der Achse	In Tonnen pr. Meter <i>p</i>	In Procen- ten von <i>p</i> %
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
m	t		t		m	t		t	
1	30'000	<b>C</b>	26'000	87	15	7'000	<b>B</b>	6'180	88
2	15'000	"	13'000	87	20	6'500	<b>D</b>	5'836	90
3	13'100	"	12'133	93	25	6'275	<b>C</b>	5'839	93
4	12'300	"	11'700	95	30	6'050	"	5'583	92
5	11'500	"	10'816	94	35	5'825	<b>B</b>	5'551	95
6	10'900	"	10'400	95	40	5'600	"	5'555	99
7	10'300	"	9'763	94	45	5'450	"	5'480	101
8	9'700	"	9'100	94	50	5'300	"	5'416	102
9	9'160	"	8'474	93	55	5'150	"	5'333	104
10	8'500	"	7'904	93	60	5'000	"	5'229	105
11	8'200	"	7'392	90	65	4'850	"	5'125	106
12	7'900	<b>B</b>	7'016	89	70	4'700	"	5'017	107
13	7'600	"	6'713	88	75	4'550	"	4'911	108
14	7'300	"	6'420	88	80	4'400	"	4'812	109
15	7'000	"	6'180	88	85	4'325	"	4'716	109
16	6'900	"	5'994	87	90	4'250	"	4'623	109
17	6'800	"	5'898	87	95	4'175	"	4'540	109
18	6'700	<b>C</b>	5'842	87	100	4'105	"	4'458	109
19	6'600	"	5'829	88	105	4'025	"	4'382	109
20	6'500	<b>D</b>	5'836	90	110	3'950	"	4'312	109
21	6'455	<b>C</b>	5'845	91	115	3'875	"	4'243	110
22	6'410	"	5'880	92	120	3'800	"	4'181	110
23	6'365	"	5'886	92	125	3'750	"	4'122	110
24	6'320	"	5'856	93	130	3'700	"	4'064	110
25	6'275	"	5'839	93	135	3'650	"	4'012	110
26	6'230	"	5'796	93	140	3'600	"	3'962	110
27	6'185	"	5'742	93	145	3'550	"	3'914	110
28	6'140	"	5'680	93	150	3'500	"	3'869	111
29	6'095	"	5'620	92	155	3'450	"	3'827	111
30	6'050	"	5'583	92	160	3'400	"	3'786	111

NB. Die detaillirte Berechnung ist auf Seite 48 und 49.

XIX. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten nächst der Trägermitte.

	Wagen		Wagen		Wagen		Tender			Locomotive				Tender		
	8	8	8	8	8	8	10	10	10	13	13	13	13	10	10	10
	3.0	4.0	3.0	4.0	3.0	3.7	1.4	1.6	4.5	1.2	1.2	1.2	4.5	1.4	1.6	4.5
Für die Achse D:	183	175	167	159	151	141	131	121	108	95	82	69	59	49		
	40.4	37.4	33.4	30.4	26.7	25.3	23.7	19.2	18.0	16.8	15.6	11.1	9.7	8.1		
Für die Achse C:	170	162	154	146	138	128	118	108	95	82	69	56	46	36		
	39.2	36.2	32.2	29.2	25.5	24.1	22.5	18.0	16.8	15.6	14.4	9.9	8.5	6.9		
Für die Achse B:	157	149	141	133	125	115	105	95	82	69	56	43	33	23		
	38.0	35.0	31.0	28.0	24.3	22.9	21.3	16.8	15.6	14.4	13.2	8.7	7.3	5.7		

Vollständiges Belastungsschema für die Achse C auf der Mitte.

$l_n = 2a_n$	$a_n$	$a_n^2$	$P_n$	$\Sigma P_n$	$a_n P_n$	$\Sigma a_n P_n$	$p$	Maxi- mum	Beispiele	In % von p	
m	rechts links	m	m <sup>2</sup>	t	t	mt	mt	t	m	t	%
0.0		0	0.00	13	13	0.0	0	$+\infty$	3 .. 12.133	93	
2.4	r l	1.2	1.44	26	39	31.2	31.2	10.833	4 .. 11.700	95	
4.8	l	2.4	5.76	13	52	31.2	62.4	10.833	5 .. 10.816	94	
13.6	r	6.8	46.24	13	65	88.4	150.8	6.298	6 .. 10.400	95	
13.8	l	6.9	47.61	10	75	69.0	219.8	6.253	7 .. 9.100	94	
16.0	r	8.0	64.00	13	88	104.0	323.8	5.941	8 .. 8.474	93	
17.0	l	8.5	72.25	10	98	85.0	408.8	5.871	9 .. 7.904	93	
18.4	r	9.2	84.64	13	111	119.6	528.4	5.822	10 .. 6.093	87	
19.8	l	9.9	98.01	10	121	99.0	627.4	5.821	15 .. 5.842	88	
20.8	r	10.4	108.16	13	134	135.2	762.6	5.834	18 .. 5.829	92	
28.8	l	14.4	207.36	13	147	187.2	949.8	5.628	19 .. 5.826	92	
29.8	r	14.9	222.01	10	157	149.0	1098.8	5.588	20 .. 5.880	93	
31.2	l	15.6	243.36	13	170	202.8	1301.6	5.549	22 .. 5.856	93	
33.0	r	16.5	272.25	10	180	165.0	1466.6	5.522	24 .. 5.839	93	
33.6	l	16.8	282.24	13	193	218.4	1685.0	5.518	25 .. 5.583	92	
35.8	r	17.9	320.41	10	203	279.0	1864.0	5.523	30 .. 5.541	93	
36.0	l	18.0	324.00	13	216	234.0	2098.0	5.525	32 .. 5.522	93	
43.2	r	21.6	466.56	8	224	172.8	2270.8	5.503	34 .. 5.522	99	
45.0	l	22.5	506.25	10	234	225.0	2495.8	5.470	35 .. 5.527		
48.2	r	24.1	580.81	10	244	241.0	2736.8		38 .. 5.557		
49.2	l	24.6	605.16	8	252	196.8	2933.6		40 .. 5.555		
51.0	r	25.5	650.25	10	262	255.0	3188.6		50 .. 5.386		
57.2	l	28.6	817.96	8	270	228.8	3417.4		60 .. 5.210		
58.4	r	29.2	852.64	8	278	233.6	3651.0		70 .. 4.999		
63.2	l	31.6	998.56	8	286	252.8	3903.8		80 .. 4.801		
64.4	r	32.2	1036.84	8	294	257.6	4161.4		90 .. 4.615		
71.2	l	35.6	1267.36	8	302	284.8	4446.2		100 .. 4.450		
72.4	r	36.2	1310.44	8	310	289.6	4735.8		110 .. 4.306		
77.2	l	38.6	1489.96	8	318	308.8	5044.6		120 .. 4.175		
78.4	r	39.2	1536.64	8	326	313.6	5358.2				
85.2	l	42.6	1814.76	8	334	340.8	5699.0				
86.4	r	43.2	1866.24	8	342	345.6	6044.6				
91.2	l	45.6	2079.36	8	350	364.8	6409.4				
92.4	r	46.2	2134.44	8	358	369.6	6779.0				
99.2	l	49.6	2460.16	8	366	396.8	7175.8				
100.4	r	50.2	2520.04	8	374	401.6	7577.4				
105.2	l	52.6	2766.76	8	382	420.8	7998.2				
106.4	r	53.2	2830.24	8	390	425.6	8423.8				
113.2	l	56.6	3203.56	8	398	452.8	8876.6				
114.4	r	57.2	3271.84	8	406	457.6	9334.2				
119.2	l	59.6	3552.16	8	414	476.8	9811.0				
120.4	r	60.2	3624.04	8	422	481.6	10292.6				
127.2	l	63.6	4044.96	8	430	508.8	10801.4				
128.4	r	64.2	4121.64	8	438	513.6	11315.0				
133.2	l	66.6	4435.56	8	446	532.8	11847.8				
134.4	r	67.2	4515.84	8	454	537.6	12385.4				

NB. Die Zusammenstellung der Maxima von p ist auf Seite 47.

XIX. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten nächst der Trägermitte.

	Locomotive				Locomotive				Tender			Wagen		Wagen		Wagen	
	13	13	13	13	13	13	13	13	10	10	10	8	8	8	8	8	8
	1.20	1.20	1.20	5.60	1.2	1.2	1.2	4.5	1.6	1.4	3.7	3.0	4.0	3.0	4.0	3.0	
Für die Achse D:	39	26	13	0	13	26	39	52	62	72	82	90	98	106	114	122	130
	3.6	2.4	1.2	0	5.6	6.8	8.0	9.2	13.7	15.3	16.7	20.4	23.4	27.4	30.4	34.4	37.4
Für die Achse C:	26	13	0	1.2	26	39	52	65	75	85	95	103	111	119	127	135	143
	2.4	1.2	0	1.2	6.8	8.0	9.2	10.4	14.9	16.5	17.9	21.6	24.6	28.6	31.6	35.6	38.6
Für die Achse B:	13	0	1.2	2.4	39	52	65	78	88	98	108	116	124	132	140	148	156
	1.2	0	1.2	2.4	8.0	9.2	10.4	11.6	16.1	17.7	19.1	22.8	25.8	29.8	32.8	36.8	39.8

Schema für die Achse B auf der Mitte.

$l$	$a_n$	$a_n^2$	$P_n$	$\Sigma P_n$	$a_n P_n$	$\Sigma a_n P_n$	$p$	Maxi- mum	Beispiele	In % von p	
m	rechts links	m	m <sup>2</sup>	t	t	mt	mt	t	m	t	%
11.4	l	5.7	32.49	10	62	57.0	119.4	7.202	12 .. 7.016	89	
14.6	l	7.3	53.29	10	72	73.0	192.4	6.253	13 .. 6.713	88	
16.0	r	8.0	64.00	13	85	104.0	296.4	5.994	14 .. 6.420	88	
17.4	l	8.7	75.69	10	95	87.0	383.4	5.854	15 .. 6.180	88	
18.4	r	9.2	84.64	13	108	119.6	503.0	5.796	17 .. 5.898	87	
20.8	r	10.4	108.16	13	121	135.2	638.2	5.734	18 .. 5.823		
23.2	r	11.6	134.56	13	134	150.8	789.0	5.688	20 .. 5.770		
26.4	l	13.2	174.24	13	147	171.6	960.6		25 .. 5.670		
28.8	l	14.4	207.36	13	160	187.2	1147.8		30 .. 5.566		
31.2	l	15.6	243.36	13	173	202.8	1350.6		32 .. 5.537		
32.2	r	16.1	259.21	10	183	161.0	1511.6	5.535	34 .. 5.543	94	
33.6	l	16.8	282.24	13	196	218.4	1730.0	5.537	35 .. 5.551	95	
35.4	r	17.7	313.29	10	206	177.0	1907.0	5.552	36 .. 5.558	96	
38.2	r	19.1	364.81	10	216	191.0	2098.0	5.558	38 .. 5.560	98	
42.6	l	21.3	453.69	10	226	213.0	2311.0	5.517	40 .. 5.555	99	
45.6	r	22.8	519.84	8	234	182.4	2493.4	5.467	45 .. 5.480	101	
45.8	l	22.9	524.41	10	244	229.0	2722.4	5.464	50 .. 5.416	102	
48.6	l	24.3	590.49	10	254	243.0	2965.4	5.431	55 .. 5.333	104	
51.6	r	25.8	665.64	8	262	206.4	3171.8	5.390	60 .. 5.229	105	
56.0	l	28.0	784.00	8	270	224.0	3395.8	5.311	65 .. 5.125	106	
59.6	r	29.8	888.04	8	278	238.4	3634.2	5.237	70 .. 5.029	108	
62.0	l	31.0	961.00	8	286	248.0	3882.2	5.186	75 .. 4.911	108	
65.6	r	32.8	1075.84	8	294	262.4	4144.6	5.111	80 .. 4.812	109	
70.0	l	35.0	1225.00	8	302	280.0	4424.6	5.017	85 .. 4.716	109	
73.6	r	36.8	1354.24	8	310	294.4	4719.0	4.939	90 .. 4.615		
76.0	l	38.0	1444.00	8	318	304.0	5023.0	4.890	95 .. 4.540	109	
79.6	r	39.8	1584.04	8	326	318.4	5341.4	4.819	100 .. 4.458	109	
84.0	l	42.0	1764.00	8	334	336.0	5677.4	4.807	105 .. 4.382	109	
87.6	r	43.8	1918.44	8	342	350.4	6027.8	4.666	110 .. 4.312	109	
90.0	l	45.0	2025.00	8	350	360.0	6387.8	4.623	115 .. 4.243	110	
93.6	r	46.8	2190.24	8	358	374.4	6762.2	4.562	120 .. 4.181	1	

XX. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten (1/6 Schnitt).

Table with columns for Wagen (8, 8), Tender (10, 10, 10), Locomotive (13, 13, 13), and Tender (10, 10, 10). Rows show axle load calculations for F, G, and H.

Schema für die Achse G auf dem (1/6) Querschnitte.

Main table for axle G with columns: l, a\_n, 5a\_n, a, P\_n, Sigma P\_n, a\_n P\_n, Sigma a\_n P\_n, 6(Sigma a\_n P\_n) / (5 Sigma a\_n P\_n), p, Max. m, and Beispiele (Last pr. m, > um, %).

\* Mit der Achse B am (1/6) Querschnitte sogar 6\*023. (Vgl. die Zusammenstellung auf Seite 52.)

XX. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten (1/6 Schnitt).

Table with columns for Locomotive (13, 13, 13, 13), Locomotive (13, 13, 13, 13), Tender (10, 10, 10), and Wagen (8, 8, 8, 8, 8, 8). Rows show axle load calculations for A, B, C, D, E, F, G, H.

Schema für die Achsen D, H, F auf dem 1/6 Querschnitte.

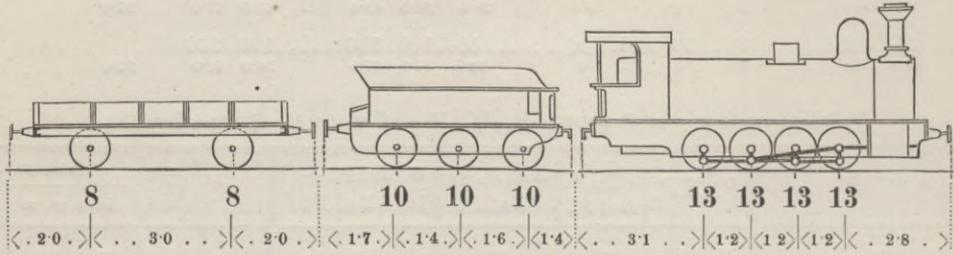
Main table for axles D, H, F with columns: l, a\_n, 5a\_n, a, P\_n, Sigma P\_n, a\_n P\_n, Sigma a\_n P\_n, 6(Sigma a\_n P\_n) / (5 Sigma a\_n P\_n), p, Max. m, and Beispiele (Last pr. m, > um, %).

NB. Die Zusammenstellung der Resultate ist auf Seite 52.

*XX. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten  
nächst dem Sechstel der Stützweite*

für die Beanspruchung der Brücken durch drei vierachsige Locomotiven mit Achsendrücken zu je 13 Tonnen,  
für welche die Scalen mit 100% zu gelten haben.

(Normalbelastungszug.)



Zu Scala 2/3:

**Lasten für die Gurten nächst dem (1/6) Querschnitte.**

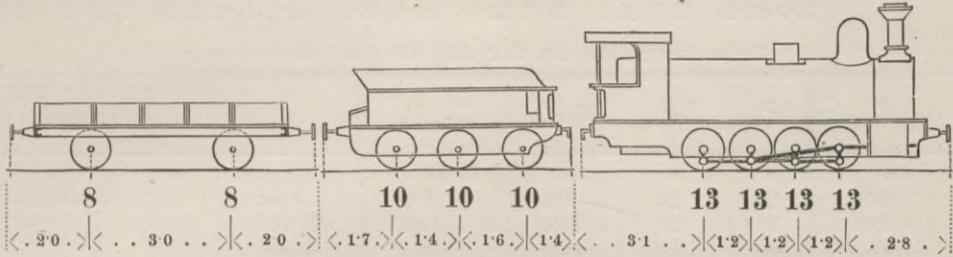
Brücken- Stütz- weite <i>l</i>	Belastung pro Geleise					Brücken- Stütz- weite <i>l</i>	Belastung pro Geleise				
	nach Verordnung mit 100% der Scala <i>a</i> <i>p</i>	durch den Zug					nach Verordnung mit 100% der Scala <i>a</i> <i>p</i>	durch den Zug			
		mit der Achse	In Tonnen pr. Meter <i>p''</i>	Ueberschuss				mit der Achse	In Tonnen pr. Meter <i>p''</i>	Ueberschuss	
			über <i>p</i> in %	über <i>p</i> in %			über <i>p</i> in %	über <i>p</i> in %			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
<i>m</i>	<i>t</i>		<i>t</i>			<i>m</i>	<i>t</i>		<i>t</i>		
1	30'000	<b>D</b>	26'000	-13'3	+ 0'0	15	7'000	<b>G</b>	7'101	+ 1'4	+14'9
2	15'000	"	16'644	+11'0	+27'6	20	6'500	"	6'628	+ 2'0	+13'6
3	13'100	"	13'519	+ 3'2	+11'4	25	6'275	"	6'253	- 0'2	+ 7'1
4	12'300	"	12'480	+ 1'5	+ 6'7	30	6'050	<b>F</b>	5'906	- 2'4	+ 5'8
5	11'500	"	11'814	+ 2'7	+ 9'2	35	5'825	"	5'833	+ 0'1	+ 5'0
6	10'900	"	11'093	+ 1'8	+ 6'7	40	5'600	"	5'689	+ 1'3	+ 2'4
7	10'300	"	10'273	- 0'3	+ 5'2	45	5'450	"	5'599	+ 2'7	+ 2'2
8	9'700	"	9'490	- 2'2	+ 4'3	50	5'300	<b>G</b>	5'501	+ 3'8	+ 1'5
9	9'160	"	8'782	- 4'1	+ 3'6	55	5'150	"	5'401	+ 4'9	+ 1'3
10	8'500	"	8'210	- 3'4	+ 3'9	60	5'000	"	5'297	+ 5'9	+ 1'3
11	8'200	"	7'810	- 4'8	+ 5'7	65	4'850	"	5'179	+ 6'8	+ 1'1
12	7'900	"	7'473	- 5'4	+ 6'5	70	4'700	"	5'061	+ 7'7	+ 0'9
13	7'600	"	7'220	- 5'0	+ 7'6	75	4'550	"	4'933	+ 8'4	+ 0'4
14	7'300	<b>G</b>	7'090	- 2'9	+10'4	80	4'400	"	4'843	+10'1	+ 0'6
15	7'000	"	7'101	+ 1'4	+14'9	85	4'325	"	4'745	+ 9'7	+ 0'6
16	6'900	"	7'052	+ 2'2	+17'6	90	4'250	"	4'649	+ 9'4	+ 0'6
17	6'800	"	6'967	+ 2'5	+18'1	95	4'175	"	4'562	+ 9'3	+ 0'5
18	6'700	"	6'857	+ 2'3	+17'4	100	4'105	"	4'480	+ 9'1	+ 0'5
19	6'600	"	6'731	+ 2'0	+15'5	105	4'025	"	4'403	+ 9'4	+ 0'5
20	6'500	"	6'628	+ 2'0	+13'6	110	3'950	"	4'330	+ 9'7	+ 0'4
21	6'455	"	6'528	+ 1'1	+11'7	115	3'875	"	4'258	+ 9'9	+ 0'4
22	6'410	"	6'452	+ 0'7	+ 9'7	120	3'800	"	4'195	+10'4	+ 0'3
23	6'365	"	6'374	+ 0'1	+ 8'3	125	3'750	"	4'134	+10'2	+ 0'3
24	6'320	"	6'305	- 0'2	+ 7'7	130	3'700	"	4'076	+10'1	+ 0'3
25	6'275	"	6'253	- 0'2	+ 7'1	135	3'650	"	.....	.....	.....
26	6'230	"	6'178	- 0'8	+ 6'6	140	3'600	"	.....	.....	.....
27	6'185	"	6'096	- 1'4	+ 6'2	145	3'550	"	.....	.....	.....
28	6'140	<b>B</b>	6'023	- 1'9	+ 6'0	150	3'500	"	.....	.....	.....
29	6'095	<b>G</b>	5'943	- 2'5	+ 5'8	155	3'450	"	nahezu gleich mit <i>p</i>	↘	nahezu gleich Null
30	6'050	<b>F</b>	5'906	- 2'4	+ 5'8	160	3'400	"	+11'4		

**NB.** Die detaillirte Berechnung befindet sich auf Seite 50, 51.

*XXI. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Streben  
in allen Maschen*

für die Beanspruchung der Brücken durch drei vierachsige Locomotiven mit Achsendrücken zu je 13 Tonnen,  
für welche die **Scalen mit 100%** zu gelten haben.

(Normalbelastungszug).



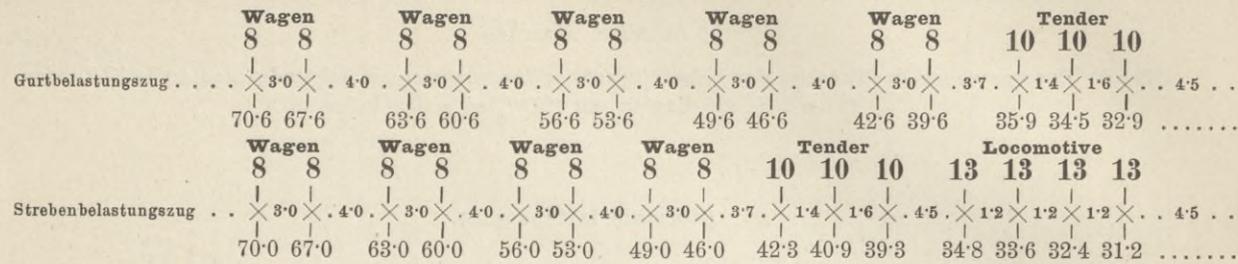
Zu Scala **b**:

**Belastungen für die Streben.**

Belastete Länge <i>l'</i>	Belastung pro Geleise				Belastete Länge <i>l'</i>	Belastung pro Geleise			
	nach Verordnung mit 100% der Scala <b>b</b> <i>p'</i>	durch den Zug				nach Verordnung mit 100% der Scala <b>b</b> <i>p'</i>	durch den Zug		
		Streben- oder Gurten- Belast- Zug	In Tonnen pr. Meter <i>p'</i>	In Procenten von <i>p'</i> %			Streben- oder Gurten- Belast- Zug	In Tonnen pr. Meter <i>p'</i>	In Procenten von <i>p'</i> %
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
m	t	Str.-Zug	t		m	t	Grt.-Zug	t	
1	30·000	"	26·000	87	15	8·500	"	7·951	93
2	20·000	"	18·200	91	20	7·600	"	7·262	95
3	17·200	"	15·600	91	25	7·250	"	6·790	94
4	15·600	"	14·300	92	30	6·900	"	6·592	96
5	14·000	"	13·312	95	35	6·550	"	6·404	98
6	13·200	"	12·133	92	40	6·200	"	6·246	101
7	12·400	"	11·037	89	45	6·025	"	6·060	101
8	11·600	"	10·075	87	50	5·850	Str.-Zug	5·884	101
9	10·800	"	9·467	87	55	5·675	"	5·739	101
10	10·000	"	8·968	90	60	5·500	"	5·590	102
11	9·700	"	8·602	89	65	5·325	"	5·453	102
12	9·400	"	8·353	89	70	5·150	"	5·307	103
13	9·100	Grt.-Zug	8·123	89	75	4·975	"	5·177	104
14	8·800	"	8·065	92	80	4·800	"	5·055	105
15	8·500	"	7·951	93	85	4·700	"	4·928	105
16	8·320	"	7·800	94	90	4·600	"	4·832	105
17	8·140	"	7·623	94	95	4·500	"	4·732	105
18	7·960	"	7·490	94	100	4·400	"	4·640	105
19	7·780	"	7·360	95	105	4·300	"	4·552	106
20	7·600	"	7·262	95	110	4·200	"	4·471	106
21	7·530	"	7·185	95	115	4·100	"	4·395	107
22	7·460	"	7·097	95	120	4·000	"	4·324	108
23	7·390	"	7·000	95	125	3·937	"	4·257	108
24	7·320	"	6·894	94	130	3·875	"	4·194	108
25	7·250	"	6·790	94	135	3·812	"	4·136	109
26	7·180	"	6·713	94	140	3·750	"	4·080	109
27	7·110	"	6·664	94	145	3·687	"	4·029	109
28	7·040	"	6·631	94	150	3·625	"	3·979	110
29	6·970	"	6·612	95	155	3·562	"	3·932	110
30	6·900	"	6·592	96	160	3·500	"	3·887	111

**NB.** Die detaillirte Berechnung befindet sich auf Seite 54, 55.

XXI. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Streben.



Belastungsschema für den Gurtbelastungszug.

$l_n$	$l_n^2$	$P_n$	$\Sigma P_n$	$l_n P_n$	$\Sigma l_n P_n$	$p'$	Beispiele	in % von $p'$
m	m <sup>2</sup>	t	t	mt	mt	t	m t	%
0	0.00	13	13	0.0	0.0	$+\infty$	2. . . . . 18.200	91
1.2	1.44	13	26	15.6	15.6	21.667	3. . . . . 15.600	91
2.4	5.76	13	39	31.2	46.8	16.250	4. . . . . 14.300	92
3.6	12.96	13	52	46.8	93.6	14.444	5. . . . . 13.312	95
4.8	23.04	13	65	63.6	158.4	12.222	6. . . . . 12.133	92
6.0	36.00	13	78	81.0	210.6	10.500	7. . . . . 11.037	89
7.2	51.84	13	91	99.6	271.2	9.093	8. . . . . 10.075	87
8.4	70.56	13	104	119.6	348.4	8.558	9. . . . . 9.467	87
9.6	92.16	13	117	139.2	431.4	8.270	10. . . . . 8.736	
10.8	116.64	13	130	158.4	520.4	8.125	11. . . . . 8.234	
12.0	144.00	13	143	176.4	615.6	8.125	12. . . . . 8.123	89
13.2	174.24	13	156	194.4	717.6	8.125	13. . . . . 8.065	92
14.4	207.36	13	169	212.4	826.4	8.125	14. . . . . 7.951	93
15.6	243.36	13	182	230.4	942.0	8.125	15. . . . . 7.800	94
16.8	282.24	13	195	248.4	1064.4	8.125	16. . . . . 7.490	94
18.0	324.00	13	208	266.4	1193.6	8.125	17. . . . . 7.262	95
19.2	368.64	13	221	284.4	1329.6	8.125	18. . . . . 7.097	95
20.4	415.96	13	234	302.4	1472.4	8.125	19. . . . . 6.894	94
21.6	465.84	13	247	320.4	1622.4	8.125	20. . . . . 6.790	94
22.8	518.24	13	260	338.4	1779.6	8.125	21. . . . . 6.664	94
24.0	573.12	13	273	356.4	1943.6	8.125	22. . . . . 6.631	94
25.2	630.48	13	286	374.4	2114.4	8.125	23. . . . . 6.592	96
26.4	699.36	13	299	392.4	2291.6	8.125	24. . . . . 6.404	98
27.6	769.68	13	312	410.4	2475.6	8.125	25. . . . . 6.246	101
28.8	841.44	13	325	428.4	2666.4	8.125	26. . . . . 6.060	101
30.0	914.64	13	338	446.4	2864.0	8.125	27. . . . . 5.861	
31.2	989.28	13	351	464.4	3068.4	8.125	28. . . . . 5.491	
32.4	1065.36	13	364	482.4	3279.6	8.125	29. . . . . 5.172	
33.6	1142.88	13	377	500.4	3497.6	8.125	30. . . . . 4.902	
34.8	1221.84	13	390	518.4	3722.4	8.125	31. . . . . 4.680	109
36.0	1302.24	13	403	536.4	3954.0	8.125	32. . . . . 4.429	109
37.2	1384.08	13	416	554.4	4192.4	8.125	33. . . . . 4.199	110
38.4	1467.36	13	429	572.4	4437.6	8.125	34. . . . . 3.932	110
39.6	1552.08	13	442	590.4	4689.6	8.125	35. . . . . 3.887	111
40.8	1648.24	13	455	608.4	4948.4	8.125	36. . . . . 3.805	
42.0	1745.84	13	468	626.4	5214.0	8.125	37. . . . . 3.731	
43.2	1844.88	13	481	644.4	5486.4	8.125	38. . . . . 3.601	
44.4	1945.28	13	494	662.4	5765.6	8.125		
45.6	2047.04	13	507	680.4	6051.6	8.125		
46.8	2150.16	13	520	698.4	6344.4	8.125		
48.0	2254.64	13	533	716.4	6644.0	8.125		
49.2	2360.48	13	546	734.4	6950.4	8.125		
50.4	2567.68	13	559	752.4	7263.6	8.125		
51.6	2676.24	13	572	770.4	7583.6	8.125		
52.8	2786.16	13	585	788.4	7910.4	8.125		
54.0	2897.44	13	598	806.4	8244.0	8.125		
55.2	3010.08	13	611	824.4	8584.4	8.125		
56.4	3124.08	13	624	842.4	8931.6	8.125		
57.6	3239.44	13	637	860.4	9285.6	8.125		
58.8	3356.16	13	650	878.4	9646.4	8.125		
60.0	3474.24	13	663	896.4	10014.0	8.125		
61.2	3593.68	13	676	914.4	10388.4	8.125		
62.4	3714.48	13	689	932.4	10769.6	8.125		
63.6	3836.64	13	702	950.4	11157.6	8.125		
64.8	3960.16	13	715	968.4	11552.4	8.125		
66.0	4085.04	13	728	986.4	11954.0	8.125		
67.2	4211.28	13	741	1004.4	12362.4	8.125		
68.4	4338.88	13	754	1022.4	12777.6	8.125		
69.6	4467.84	13	767	1040.4	13199.6	8.125		
70.8	4598.16	13	780	1058.4	13628.0	8.125		
72.0	4729.84	13	793	1076.4	14063.6	8.125		
73.2	4862.88	13	806	1094.4	14506.4	8.125		
74.4	4997.28	13	819	1112.4	14956.4	8.125		
75.6	5133.04	13	832	1130.4	15413.6	8.125		
76.8	5270.16	13	845	1148.4	15878.0	8.125		
78.0	5408.64	13	858	1166.4	16349.6	8.125		
79.2	5548.48	13	871	1184.4	16828.4	8.125		
80.4	5689.68	13	884	1202.4	17314.4	8.125		
81.6	5832.24	13	897	1220.4	17807.6	8.125		
82.8	5976.16	13	910	1238.4	18308.0	8.125		
84.0	6121.44	13	923	1256.4	18815.6	8.125		
85.2	6268.08	13	936	1274.4	19330.4	8.125		
86.4	6416.08	13	949	1292.4	19852.4	8.125		
87.6	6565.44	13	962	1310.4	20381.6	8.125		
88.8	6716.16	13	975	1328.4	20918.0	8.125		
90.0	6868.24	13	988	1346.4	21461.6	8.125		
91.2	7021.68	13	1001	1364.4	22012.4	8.125		
92.4	7176.48	13	1014	1382.4	22570.4	8.125		
93.6	7332.64	13	1027	1400.4	23135.6	8.125		
94.8	7490.16	13	1040	1418.4	23708.0	8.125		
96.0	7649.04	13	1053	1436.4	24287.6	8.125		
97.2	7809.28	13	1066	1454.4	24874.4	8.125		
98.4	7970.88	13	1079	1472.4	25468.4	8.125		
99.6	8133.84	13	1092	1490.4	26069.6	8.125		
100.8	8298.16	13	1105	1508.4	26678.0	8.125		
102.0	8463.84	13	1118	1526.4	27293.6	8.125		
103.2	8630.88	13	1131	1544.4	27916.4	8.125		
104.4	8799.28	13	1144	1562.4	28546.4	8.125		
105.6	8969.04	13	1157	1580.4	29183.6	8.125		
106.8	9140.16	13	1170	1598.4	29828.0	8.125		
108.0	9312.64	13	1183	1616.4	30479.6	8.125		
109.2	9486.48	13	1196	1634.4	31138.4	8.125		
110.4	9661.68	13	1209	1652.4	31804.4	8.125		
111.6	9838.24	13	1222	1670.4	32477.6	8.125		
112.8	10016.16	13	1235	1688.4	33158.0	8.125		
114.0	10195.44	13	1248	1706.4	33845.6	8.125		
115.2	10376.08	13	1261	1724.4	34539.6	8.125		
116.4	10558.08	13	1274	1742.4	35240.0	8.125		
117.6	10741.44	13	1287	1760.4	35947.6	8.125		
118.8	10926.16	13	1300	1778.4	36661.6	8.125		
120.0	11112.24	13	1313	1796.4	37382.0	8.125		
121.2	11299.68	13	1326	1814.4	38109.6	8.125		
122.4	11488.48	13	1339	1832.4	38843.6	8.125		
123.6	11678.64	13	1352	1850.4	39584.0	8.125		
124.8	11870.16	13	1365	1868.4	40331.6	8.125		
126.0	12063.04	13	1378	1886.4	41085.6	8.125		
127.2	12257.28	13	1391	1904.4	41846.0	8.125		
128.4	12452.88	13	1404	1922.4	42612.4	8.125		
129.6	12649.84	13	1417	1940.4	43384.8	8.125		
130.8	12848.16	13	1430	1958.4	44163.2	8.125		
132.0	13047.84	13	1443	1976.4	44947.6	8.125		
133.2	13248.88	13	1456	1994.4	45738.0	8.125		
134.4	13450.28	13	1469	2012.4	46534.4	8.125		
135.6	13653.04	13	1482	2030.4	47336.8	8.125		
136.8	13857.16	13	1495	2048.4	48145.2	8.125		
138.0	14062.64	13	1508	2066.4	48959.6	8.125		
139.2	14269.48	13	1521	2084.4	49779.6	8.125		
140.4	14477.68	13	1534	2102.4	50605.2	8.125		
141.6	14687.24	13	1547	2120.4	51436.4	8.125		
142.8	14898.16	13	1560	2138.4	52273.2	8.125		
144.0	15110.44	13	1573	2156.4	53115.6	8.125		
145.2	15324.08	13	1586	2174.4	53963.6	8.125		
146.4	15539.08	13	1599	2192.4	54817.2	8.125		
147.6	15755.44	13	1612	2210.4	55676.4	8.125		
148.8	15973.16	13	1625	2228.4	56541.2	8.125		
150.0	16192.24	13	1638	2246.4	57411.6	8.125		
151.2	16412.68	13	1651	2264.4	58287.6	8.125		
152.4	16634.48	13	1664	2282.4	59169.2	8.125		
153.6	16857.64	13	1677	2300.4	60056.4	8.125		
154.8	17082.16	13	1690	2318.4	60949.2	8.125		
156.0	17308.04	13	1703	2336.4	61847.6	8.125		
157.2	17535.28	13	1716	2354.4	62751.6	8.125		
158.4	17763.88	13	1729	2372.4	63661.2	8.125		
159.6	17993.84	13	1742	2390.4	64576.4	8.125		
160.8	18225.16	13	1755	2408.4	65497.2	8.125		
162.0	18457.84	13	1768	2426.4	66423.6	8.125		
163.2	18691.88	13	1781	2444.4	67355.6	8.125		
164.4	18927.28	13	1794	2462.4	68293.2	8.125		

XXII. Vergleichende Bewertung der äquivalenten gleichförmigen

Stützweite <i>l</i>	$l' = 0.87 l$			$l' = 0.83 l$			$l' = 0.79 l$			$l' = 0.75 l$		
	$l'$	$p'_v$	$\frac{p'_v - p'_i}{p'_i}$									
m	m	t	%	m	t	%	m	t	%	m	t	%
10	8.70	9.639	7.5	8.30	9.871	10.1	7.90	10.165	13.4	7.50	10.539	17.5
11	9.57	9.144	6.3	9.13	9.392	9.2	8.69	9.645	12.1	8.25	9.900	15.1
12	10.44	8.809	5.5	9.96	8.982	7.5	9.48	9.194	10.1	9.00	9.467	13.3
13	11.31	8.518	4.8	10.79	8.680	6.8	10.27	8.871	9.2	9.75	9.053	11.4
14	12.18	8.307	3.0	11.62	8.446	4.7	11.06	8.579	6.4	10.50	8.787	9.0
15	13.05	8.129	2.2	12.45	8.236	3.6	11.85	8.390	5.5	11.25	8.532	7.3
16	13.92	8.072	3.5	13.28	8.114	4.0	12.64	8.186	4.9	12.00	8.353	7.1
17	14.79	7.978	4.6	14.11	8.055	5.7	13.43	8.107	6.3	12.75	8.156	7.0
18	15.66	7.854	4.9	14.94	7.958	6.1	14.22	8.044	7.4	13.50	8.103	8.2
20	17.40	7.564	4.1	16.60	7.699	6.0	15.80	7.832	7.9	15.00	7.951	9.5
22	19.14	7.347	3.5	18.26	7.456	5.1	17.38	7.566	6.6	16.50	7.715	8.7
24	20.88	7.190	4.3	19.92	7.271	5.5	18.96	7.363	6.8	18.00	7.490	8.7
26	22.62	7.035	4.8	21.58	7.134	6.3	20.54	7.214	7.5	19.50	7.313	8.9
28	24.36	6.854	3.3	23.24	6.975	5.2	22.12	7.085	6.8	21.00	7.185	8.3
30	26.10	6.709	1.8	24.90	6.798	3.1	23.70	6.926	5.1	22.50	7.049	6.9
35	30.45	6.579	2.7	29.05	6.611	3.2	27.65	6.642	3.7	26.25	6.702	4.6
40	34.80	6.409	2.6	33.20	6.468	3.5	31.60	6.537	4.7	30.00	6.592	5.5
45	39.15	6.276	2.6	37.35	6.338	4.6	35.55	6.386	5.4	33.75	6.448	6.4
50	43.50	6.117	3.9	41.50	6.192	5.2	39.50	6.262	6.4	37.50	6.333	7.6
55	47.85	5.946	3.8	45.65	6.033	4.9	43.45	6.119	6.6	41.25	6.202	8.0
60	52.20	5.821	4.1	49.80	5.889	5.3	47.40	5.963	6.7	45.00	6.060	8.4

NB. Die Zusammenstellung der

Belastungen zur Berechnung der Streben in diversen Brückentheilen. XXII.

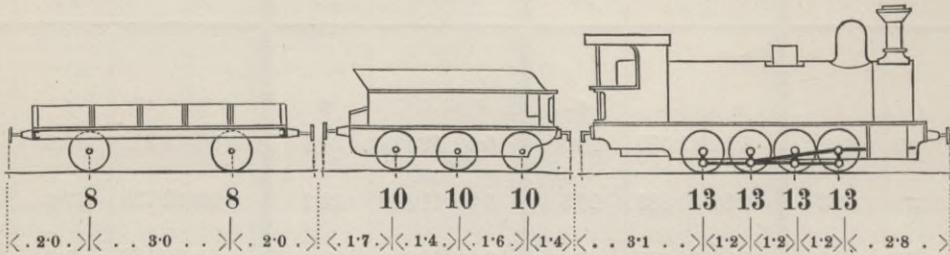
$l' = 0.70 l$			$l' = 0.65 l$			$l' = 0.60 l$			$l' = 0.50 l$			Stützweite <i>l</i>
$l'$	$p'_v$	$\frac{p'_v - p'_i}{p'_i}$										
m	t	%	m	t	%	m	t	%	m	t	%	m
7.00	11.037	23.1	6.50	11.569	29.0	6.00	12.133	35.3	5.00	13.312	48.6	10
7.70	10.349	20.3	7.15	10.883	26.5	6.60	11.460	33.2	5.50	12.720	47.9	11
8.40	9.813	17.5	7.80	10.257	22.8	7.20	10.833	29.6	6.00	12.133	45.2	12
9.10	9.409	15.8	8.45	9.784	20.4	7.80	10.257	26.2	6.50	11.569	42.4	13
9.80	9.036	12.1	9.10	9.409	16.7	8.40	9.813	21.8	7.00	11.037	37.0	14
10.50	8.787	10.5	9.75	9.053	13.9	9.00	9.467	19.1	7.50	10.539	32.6	15
11.20	8.543	9.5	10.40	8.824	13.1	9.60	9.129	17.0	8.00	10.075	29.2	16
11.90	8.378	9.9	11.05	8.583	13.6	10.20	8.896	16.7	8.50	9.755	28.0	17
12.60	8.196	9.4	11.70	8.427	12.5	10.80	8.676	15.8	9.00	9.467	26.4	18
14.00	8.065	11.1	13.00	8.123	11.9	12.00	8.353	15.0	10.00	8.968	23.5	20
15.40	7.893	11.2	14.30	8.036	13.2	13.20	8.117	14.4	11.00	8.602	21.2	22
16.80	7.664	11.2	15.60	7.866	14.3	14.40	8.025	16.4	12.00	8.353	21.2	24
18.20	7.464	11.2	16.90	7.647	13.9	15.60	7.866	17.2	13.00	8.123	21.0	26
19.60	7.303	10.2	18.20	7.464	12.6	16.80	7.664	15.6	14.00	8.065	21.6	28
21.00	7.185	9.0	19.50	7.313	10.9	18.00	7.490	13.6	15.00	7.951	20.6	30
24.50	6.838	6.8	22.75	7.025	9.7	21.00	7.185	12.2	17.50	7.552	18.0	35
28.00	6.631	6.2	26.00	6.713	7.5	24.00	6.894	10.4	20.00	7.262	16.3	40
31.50	6.541	7.9	29.25	6.608	9.0	27.00	6.664	10.0	22.50	7.049	16.4	45
35.00	6.404	8.8	32.50	6.497	10.4	30.00	6.592	12.0	25.00	6.790	15.4	50
38.50	6.300	9.8	35.75	6.379	11.1	33.00	6.474	12.8	27.50	6.646	15.8	55
42.00	6.173	10.4	39.00	6.282	12.4	36.00	6.372	14.0	30.00	6.592	17.9	60

Resultate ist auf Seite 58.

XXII. Vergleichende Bewerthung der äquivalenten gleichförmigen Belastungen zur Berechnung der Streben nächst dem Auflager und in den anderen Theilen der Brücken

bei deren Beanspruchung durch drei vierachsige Locomotiven mit Achsendrücken zu je 13 Tonnen, für welche die Scalen mit 100% zu gelten haben.

(Normalbelastungszug.)



Zu Scala b:

Ueberschuss der Lasten  $p'_v$  für die mittleren Maschen, gegenüber den Lasten  $p'_l$  für das Auflager, in % der Letzteren.

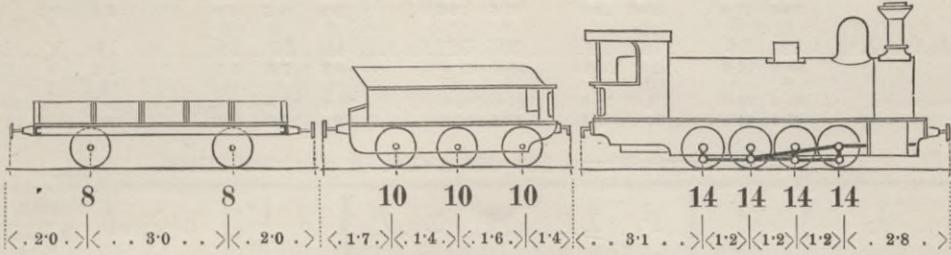
Stützweite $l$	Werthe $(p'_v - p'_l) : p'_l$ für $l' : l =$				Stützweite $l$	Werthe $(p_v - p_l) : p_l$ für $l' : l =$			
	0.79	0.75	0.70	0.65		0.79	0.75	0.70	0.65
m	%	%	%	%	m	%	%	%	%
10	13.4	17.5	23.1	29.0	35	3.7	4.6	6.8	9.7
11	12.1	15.1	20.3	26.5	40	4.7	5.5	6.2	7.5
12	10.1	13.3	17.5	22.8	45	5.4	6.4	7.9	9.0
13	9.2	11.4	15.8	20.4	50	6.4	7.6	8.8	10.4
14	6.4	9.0	12.1	16.7	55	6.6	8.0	9.8	11.1
15	5.5	7.3	10.5	13.9	60	6.7	8.4	10.4	12.4
16	4.9	7.1	9.5	13.1	65	7.1	8.5	10.8	13.0
17	6.3	7.0	9.9	13.6	70	8.0	9.5	11.6	13.6
18	7.4	8.2	9.4	12.5	75	8.6	10.2	12.1	14.2
20	7.9	9.5	11.1	11.9	80	8.8	10.6	12.9	15.2
22	6.6	8.7	11.2	13.2	90	9.3	11.3	13.9	16.7
24	6.8	8.7	11.2	14.3	100	9.5	11.6	14.3	17.5
26	7.5	8.9	11.2	13.9	120	9.5	11.7	14.7	18.0
28	6.8	8.3	10.2	12.6	140	9.4	11.5	14.6	17.9
30	5.1	6.9	9.0	10.9	160	9.1	11.4	14.2	17.5

NB. Der detaillirte Ausweis befindet sich auf Seite 56, 57.

**XXIII. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten und Streben**

für die Beanspruchung der Brücken durch zwei vierachsige Locomotiven mit Achsendrücken zu je 14 Tonnen, für welche die Scalen mit 100% zu gelten haben.

(Arlbergzug.)



Zu Scala a: Für die Gurten.

Zu Scala b: Für die Streben.

Brücken-Stützweite <i>l</i>	Belastung pro Geleise					Belastete Länge <i>l</i>	Belastung pro Geleise			
	nach Verordnung mit 100% der Scala a <i>p</i>	durch den Zug					nach Verordnung mit 100% der Scala b <i>p'</i>	durch den Zug		
		auf Brückenmitte		Eventuell am (1/6) Schnitt				In Tonnen pr. Meter <i>p'</i>	In Procenten von <i>p'</i> %	
		In Tonnen pr. Meter <i>p</i>	In Procenten von <i>p</i> %	In Tonnen pr. Meter <i>p''</i>	In Procenten von <i>p</i> %					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	
m	t	t	%	t	%	m	t	t	%	
1	30-000	28-000	93	28-000	93	1	30-000	28-000	93	
2	15-000	14-000	93	17-920	119	2	20-000	19-600	95	
3	13-100	13-067	100	14-187	108	3	17-200	16-800	98	
4	12-300	12-600	102	13-440	109	4	15-600	15-400	99	
5	11-500	11-648	101	12-723	110	5	14-000	14-336	102	
6	10-900	11-200	103	11-947	109	6	13-200	13-067	99	
7	10-300	10-514	102	11-063	107	7	12-400	11-886	96	
8	9-700	9-800	101	10-022	103	8	11-600	10-850	94	
9	9-160	9-126	100	9-458	103	9	10-800	10-178	94	
10	8-500	8-512	100	8-837	104	10	10-000	9-624	96	
11	8-200	7-960	97	8-394	102	11	9-700	9-210	95	
12	7-900	7-550	96	8-020	102	12	9-400	8-985	96	
13	7-600	7-214	95	7-733	102	13	9-100	8-748	96	
14	7-300	6-894	94	7-632	104	14	8-800	8-686	99	
15	7-000	6-553	94	7-644	109	15	8-500	8-562	101	
16	6-900	6-384	93	7-593	110	16	8-320	8-400	101	
17	6-800	6-306	93	7-501	110	17	8-140	8-216	101	
18	6-700	6-267	93	7-382	110	18	7-960	8-063	101	
19	6-600	6-247	95	7-246	110	19	7-780	7-918	102	
20	6-500	6-268	96	7-134	110	20	7-600	7-806	103	
25	6-275	6-228	99	6-704	107	25	7-250	7-284	100	
30	6-050	5-957	101	6-281	104	30	6-900	6-778	98	
35	5-825	5-780	99	5-905	101	35	6-550	6-446	98	
40	5-600	5-595	100	5-620	100	40	6-200	6-136	99	
45	5-450	5-393	99	5-375	99	45	6-025	5-858	97	
50	5-300	5-208	98	5-203	98	50	5-850	5-609	96	
55	5-150	5-032	98	5-033	98	55	5-675	5-358	95	
60	5-000	4-872	97	4-873	97	60	5-500	5-188	94	
65	4-850	4-731	98	4-720	98	65	5-325	5-011	94	
70	4-700	4-598	98	4-590	98	70	5-150	4-856	94	

NB. Die detaillirte Berechnung ist auf Seite 60, 61, 62.

XXIII. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten nächst der Trägermitte.

Table with columns for Wagen (8, 8), Tender (10, 10, 10), and Locomotive (14, 14, 14, 14). Rows show load values for axes D, C, B and belt load (Gurtbelastungszug) and truss load (Strebenbelastungszug).

Zu Scala a: Belastungsschema für die Achse B auf der Mitte.

Table with columns: l=2a, a\_n, a\_n^2, P\_n, ΣP\_n, a\_n P\_n, Σa\_n P\_n, p, Max. m, Beispiele, In % der Last (d. Norm. Zuges, der Scala a). Includes sub-tables for Achse C and Achse D.

NB. Die Zusammenstellung der Resultate ist auf Seite 59.

XXIII. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Streben.

Table with columns for Locomotive (14, 14, 14, 14), Tender (10, 10, 10), and Wagen (8, 8). Rows show load values for axes E, F, G, H and belt load (Gurtbelastungszug) and truss load (Strebenbelastungszug).

Zu Scala b: Belastungsschema für den „Strebenbelastungszug“.

Table with columns: l\_n, l\_n^2, P\_n, ΣP\_n, l\_n P\_n, Σl\_n P\_n, p', Beispiele, In % der Last (d. Norm. Zuges, der Scala b). Includes sub-tables for Gurtbelastungszug and Strebenbelastungszug.

NB. Die Zusammenstellung der Resultate ist auf Seite 59.

*XXIII. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten (1/6 Schnitt).*

Wagen		Tender			Locomotive				Locomotive				Tender				
8	8	10	10	10	14	14	14	14	14	14	14	14	14	10	10	10	
					A	B	C	D	E F G H								
4.0	3.0	3.7	1.4	1.6	4.5	1.2	1.2	1.2	5.6	1.2	1.2	1.2	1.2	4.5	1.6	1.4	3.7
88	80	72	62	52	42	28	14	0	70	140	210						
17.8	14.8	11.1	9.7	8.1	3.6	2.4	1.2	0	28.0	34.0	40.0						
130	122	114	104	94	84	70	56	42	28	14	0	70	120	170	220		
25.8	22.8	19.1	17.7	16.1	11.6	10.4	9.2	8.0	2.4	1.2	0	6.0	28.5	36.5	43.5		
144	136	128	118	108	98	84	70	56	42	28	14	0	50	100	150		
27.0	24.0	20.3	18.9	17.3	12.8	11.6	10.4	9.2	3.6	2.4	1.2	0	22.5	30.5	37.5		

Zu Scala 2/3:

**Beanspruchung der seitlichen Querschnitte.**

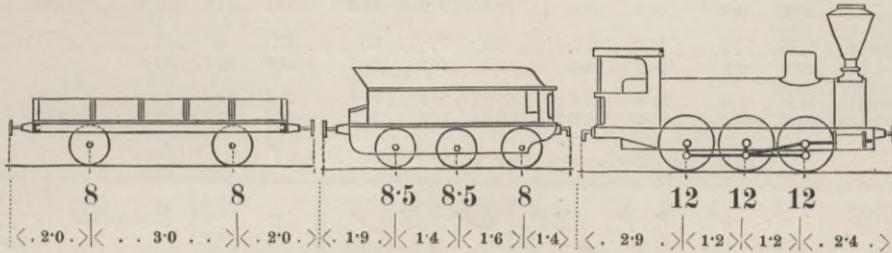
l	a''	5 a'	a_n	P_n	Σ P_n	a'' P_n oder 5 a' P_n'	Σ a'' P_n + 5 Σ a' P_n'	6 (Σ a'' P_n + 5 Σ a' P_n')	P''	Maxi- mum	Beispiele				
											Last pr. m	> um			
<b>Schema für die Achse D auf dem (1/6) Querschnitte.</b>															
m	m	m	m	t	t	mt	mt	mt	t		m	t	%		
0:00	0:0		0:00	14	14	0:0	0:0	0:00	+∞						
1:44	1:2		0:72	14	28	16:8	16:8	10:08	19:444		4	13:440	+ 6.7		
2:88	2:4		1:44	14	42	33:6	50:4	30:24	14:583		5	12:723	+ 9.2		
4:32	3:6		2:16	14	56	50:4	100:8	60:48	12:963		6	11:947	+ 6.7		
9:72	8:1		4:86	10	66	81:0	181:8	109:08	8:962		7	11:063	+ 5.2		
11:64	9:7		5:82	10	76	97:0	278:8	167:28	8:120		8	10:022	+ 2.3		
13:32	11:1		6:66	10	86	111:0	389:8	233:88	7:640		9	9:458	+ 3.6		
17:76	14:8		8:88	8	94	118:4	508:2	304:92	6:719		10	8:837	+ 3.8		
											11	8:294	+ 5.4		
											12	8:020	+ 6.2		
											13	7:793	+ 7.2		
											14	7:513			
											16	7:096			
<b>Schema für die Achse H auf dem (1/6) Querschnitte.</b>															
11:04	9:2		5:52	14	70	128:8	229:6	137:76	8:160		12	7:840			
12:48	10:4		6:24	14	84	145:6	375:2	225:12	7:680		13	7:595			
13:92	11:6		6:96	14	98	162:4	537:6	322:56	7:422		14	7:417			
15:36	12:8		7:68	14	112	179:2	716:8	430:08	7:292		16	7:280			
<b>Schema für die Achse G auf dem (1/6) Querschnitte.</b>															
11:04	9:2		5:52	14	84	375:2	225:12	225:12	7:829		12	7:747			
12:48	10:4		6:24	14	98	145:6	520:8	312:48	7:680		13	7:681			
13:92	11:6		6:96	14	112	162:6	683:4	410:04	7:627		14	7:632	+ 10.7		
19:32	16:1		9:66	10	122	161:0	844:4	506:64	7:200		16	7:593	+ 18.9		
21:24	17:7		10:62	10	132	177:0	1021:4	612:84	6:996		18	7:382	+ 17.8		
22:92	19:1		11:46	10	142	191:0	1212:4	727:44	6:852		20	7:134	+ 13.8		
27:36	22:8		13:68	8	150	182:4	1394:8	836:88	6:493		22	6:935	+ 10.4		
30:96	25:8		15:48	8	158	206:4	1601:2	960:72	6:198		24	6:782	+ 8.3		
34:20		28:5	17:10	10	168	285:0	1886:2	1131:72	5:954		26	6:619	+ 7.1		
35:76	29:8		17:88	8	176	238:4	2124:6	1274:76	5:856		28	6:445	+ 6.2		
39:36	32:8		19:68	8	184	262:4	2387:0	1432:20	5:652		30	6:281	+ 5.4		
43:80		36:5	21:90	10	194	365:0	2752:0	1651:20	5:416		32	6:122	+ 4.0		
44:16	36:8		22:08	8	202	294:4	3046:4	1827:84	5:400		35	5:905	+ 2.2		
47:76	39:8		23:88	8	210	318:4	3364:8	2018:88	5:254		38	5:732			
52:20		43:5	26:10	10	220	435:0	3799:8	2279:88			40	5:620	+ 0.4		
											42	5:514			
											45	5:367			
											46	5:327			
											48	5:245			
											50	5:170			
<b>Schema für die Achse H auf dem (1/6) Querschnitte.</b>															
36:60		30:5	18:30	10	178	305:0	2219:8	1331:88			38	5:688			
37:20	31:0		18:60	8	186	248	2467:8	1480:68			40	5:598			
40:80	34:0		20:40	8	194	272	2739:8	1643:88	5:560		42	5:510			
45:00		37:5	22:50	10	204	375	3114:8	1868:88	5:375		46	5:339			
45:60	38:0		22:80	8	212	304	3418:8	2051:28	5:352		48	5:272			
49:20	41:0		24:60	8	220	328	3746:8	2248:08	5:228		50	5:203	0.0		
54:00	45:0		27:00	8	228	360	4106:8	2464:08	5:065		55	5:033	0.0		
57:60	48:0		28:80	8	236	384	4490:8	2694:48	4:946		60	4:873	0.0		
62:40	52:0		31:20	8	244	416	4906:8	2944:08	4:785		65	4:720	0.0		
66:00	55:0		33:00	8	252	440	5346:8	3208:08	4:783						
67:20		56:0	33:60	8	260	448	5794:8	3476:88	4:658						
70:80	59:0		35:40	8	268	472	6266:8	3760:08	4:570		70	4:590	0.0		

**NB.** Die Zusammenstellung der Resultate ist auf Seite 59.

**XXIV. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten und Streben**

für die Beanspruchung der Localbahnbrücken durch drei Locomotiven, für welche eine **Ermässigung von 20%** normirt wurde.

**(Localbahnzug 80%)**



**Zu Scala a: Für die Gurten.**

**Zu Scala b: Für die Streben.**

Brücken-Stützweite <i>l</i>	Belastung pro Geleise					Belastete Länge <i>l'</i>	Belastung pro Geleise			
	nach Verordnung mit 80% der Scala a	durch den Zug					nach Verordnung mit 80% der Scala b	durch den Zug		
		auf der Brückenmitte		Eventuellam (1/6) Schnitt				In Tonnen pr. Meter <i>p'</i>	In Procenten von <i>p'</i> <i>%</i>	
		In Tonnen pr. Meter <i>p</i>	In Procenten von <i>p</i> <i>%</i>	In Tonnen pr. Meter <i>p''</i>	In Procenten von <i>p''</i> <i>%</i>					
<i>‰</i> <i>p</i>	<i>p</i>	<i>%</i>	<i>p''</i>	<i>%</i>	<i>‰</i> <i>p'</i>	<i>p'</i>	<i>%</i>	<i>%</i>		
1	24'000	24'000	80	24'000	80	1	24'000	24'000	80	
2	12'000	12'000	80	15'360	102	2	16'000	16'800	84	
3	10'000	11'200	85	12'480	95	3	14'760	14'400	84	
4	9'840	10'800	88	11'520	93	4	12'480	12'600	81	
5	9'200	9'792	85	10'253	89	5	11'200	10'944	78	
6	8'720	8'800	81	9'120	84	6	10'560	9'600	73	
7	8'240	7'935	77	8'170	79	7	9'920	8'620	70	
8	7'760	7'200	74	7'380	76	8	9'280	7'975	69	
9	7'280	6'578	72	6'910	76	9	8'640	7'644	71	
10	6'800	6'048	71	6'490	76	10	8'000	7'488	75	
11	6'560	5'593	68	6'339	77	11	7'760	7'378	76	
12	6'320	5'311	67	6'240	79	12	7'520	7'200	77	
13	6'080	5'188	68	6'169	81	13	7'280	6'987	77	
14	5'840	5'094	70	6'054	83	14	7'040	6'766	77	
15	5'600	5'105	73	5'913	84	15	6'800	6'606	78	
16	5'520	5'112	74	5'807	84	16	6'656	6'464	78	
17	5'440	5'106	77	5'698	84	17	6'512	6'345	78	
18	5'360	5'101	76	5'620	84	18	6'368	6'258	79	
19	5'280	5'068	77	5'542	84	19	6'224	6'154	79	
20	5'200	5'054	78	5'487	84	20	6'080	6'040	79	
25	5'020	4'830	77	5'102	81	25	5'800	5'716	79	
30	4'840	4'684	78	4'959	82	30	5'520	5'494	80	
35	4'660	4'704	81	4'811	83	35	5'240	5'317	81	
40	4'480	4'605	82	4'712	84	40	4'960	5'130	83	
45	4'360	4'533	83	4'608	84	45	4'820	4'940	82	
50	4'240	4'459	84	4'515	85	50	4'680	4'768	82	
55	4'120	4'362	85	4'421	86	55	4'540	4'643	82	
60	4'000	4'275	85	4'319	86	60	4'400	4'524	82	
65	3'880	4'187	86	4'224	87	65	4'260	4'411	83	
70	3'760	4'101	87	4'131	88	70	4'120	4'307	84	

**NB.** Die detaillirte Berechnung befindet sich auf Seite 64, 65, 66.

XXIV. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten nächst der Trägermitte.

Table with columns for Wagen (8, 8, 8, 8), Tender (8.5, 8.5, 8.0), Locomotive (12, 12, 12), and Tender (8.5, 8.5, 8.0). Rows show axle loads for C, B, and A, and belt loadings.

Zu Scala a: Belastungsschema für die Achse B auf der Mitte.

Main table for axle B loading with columns for l\_n, a\_n, a\_n^2, P\_n, Sigma P\_n, a\_n P\_n, Sigma a\_n P\_n, p, and examples. Includes sub-schemas for axes C and A.

NB. Die Zusammenstellung der Resultate ist auf Seite 63.

XXIV. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Streben.

Table with columns for Locomotive (12, 12, 12), Tender (8.0, 8.5, 8.5), and Wagen (8, 8, 8, 8, 8, 8). Rows show axle loads and belt loadings.

Zu Scala b: Belastungsschema für den Strebenbelastungszug.

Main table for truss loading with columns for l\_n, l\_n^2, P\_n, Sigma P\_n, l\_n P\_n, Sigma l\_n P\_n, p', and examples. Includes sub-schemas for belt loadings.

NB. Die Zusammenstellung der Maxima von p' ist auf Seite 63.

*XXIV. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten (1/6 Schnitt).*

Tender			Locomotive			Tender			Locomotive			Locomotive			Tender			
8·5	8·0		12	12	12	8·5	8·5	8·0	12	12	12	12	12	12	8·0	8·5	8·5	8
1·6			1·2			1·4			1·2			1·2			1·6			
×			×			×			×			×			×			
113·5	105	...	97	85	73	49	40	32	24	12	0	60	120	...	160	202·5	245	
27·1	25·5		21·2	20·0	18·8	9·7	8·3	6·7	2·4	1·2	0	0	6·0	12	33·5	41·5	48·5	
125·5	117	...	109	97	85	73	64	56	48	36	24	12	60	...	100	142·5	185	
28·3	26·7		22·4	21·2	20·0	15·7	14·3	12·7	8·4	7·2	6·0	1·2	0	6·0	27·5	35·5	42·5	
137·5	129	...	121	109	97	85	76·5	68	60	48	36	24	12	0	40	82·5	125	
29·5	27·9		23·6	22·4	21·2	16·9	15·5	13·9	9·6	8·4	7·2	2·4	1·2	0	21·5	29·5	36·5	

Zu Scala ②:

**Beanspruchung der seitlichen Querschnitte.**

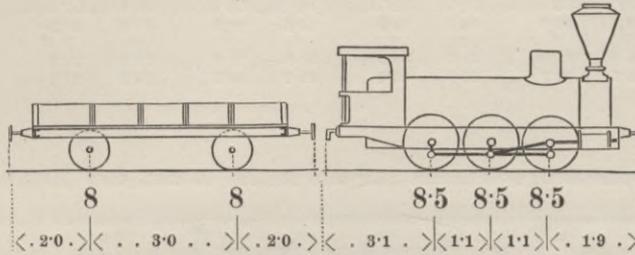
l	a <sup>u</sup>	5a <sup>u</sup>	a	P <sub>n</sub>	ΣP <sub>n</sub>	a <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup> oder 5a <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup>	Σa <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup> + 5Σa <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup>	6(Σa <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup> +) 10(5Σa <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup> )	p <sup>u</sup>	Maxi- mum	Beispiele		
											Last pr. m	> um %	
<b>Schema für die Achse C auf dem (1/6) Querschnitte.</b>													
m	m	m	t	t	mt	mt	mt	mt	t		m	t	%
0·00	0·0	0·00	12	12	0·00	0·00	0·00	0·00	+∞		3	12·480	+ 11·4
1·44	1·2	0·72	12	24	14·40	14·40	8·64	16·667			4	11·520	+ 6·7
2·88	2·4	1·44	12	36	28·80	43·20	25·92	12·500			5	10·252	+ 4·7
8·04	6·7	4·02	8	44	53·60	96·80	58·08	7·351			6	9·120	+ 3·6
9·96	8·3	4·98	8·5	52·5	70·55	167·35	100·41	6·493			7	8·170	+ 3·0
11·64	9·7	5·82	8·5	61	82·45	249·80	149·88	6·056			8	7·380	+ 2·5
16·80	14·0	8·40	12	73	168·00	417·80	250·68	5·139			9	6·910	+ 5·0
<b>Schema für die Achse F auf dem (1/6) Querschnitte.</b>													
8·64	7·2	4·32	12	48	86·4	129·6	77·76	6·944			9	6·827	
10·08	8·4	5·04	12	60	100·8	230·4	138·24	6·462			10	6·490	+ 7·5
11·52	9·6	5·76	12	72	115·2	345·6	207·36	6·250			11	6·339	+ 13·5
16·68	13·9	8·34	8	80	111·2	456·8	274·08	5·652			12	6·240	+ 17·4
<b>Schema für die Achse E auf dem (1/6) Querschnitte.</b>													
8·64	7·2	4·32	12	60	86·4	244·8	146·88	6·019			12	6·054	+ 18·8
10·08	8·4	5·04	12	72	100·8	345·6	207·36	6·123			14	6·240	+ 17·4
15·24	12·7	7·62	8	80	101·6	447·2	268·32	5·878			16	6·054	+ 18·8
17·16	14·3	8·58	8·5	88·5	121·55	568·75	341·25	5·679			18	5·807	+ 13·6
18·84	15·7	9·42	8·5	97·0	133·45	702·20	421·32	5·549			20	5·620	+ 10·4
24·00	20·0	12·00	12	109	240·00	942·20	565·32	5·157			22	5·487	+ 8·6
25·44	21·2	12·72	12	121	254·4	1196·6	717·96	5·075			24	5·336	+ 7·2
26·88	22·4	13·44	12	133	268·8	1465·4	879·24	5·028			26	5·060	+ 5·9
32·04	26·7	16·02	8	141	213·6	1679·0	1007·40	4·876			28	5·014	+ 6·8
33·00		27·5	8	149	220·0	1899·0	1139·40	4·845			30	4·959	+ 5·9
33·96	28·3	16·98	8·5	157·5	240·55	2139·55	1283·73	4·823			32	4·878	+ 3·8
35·64	29·7	17·82	8·5	166·0	252·45	2392·00	1435·20	4·796			34	4·822	
40·32	33·6	20·16	8	174	268·8	2660·80	1596·48	4·703			35	4·811	+ 2·2
42·60		35·5	8·5	182·5	301·75	2962·55	1777·53	4·650			40	4·712	+ 2·3
43·92	36·6	21·96	8	190·5	292·8	3255·35	1953·21	4·625			45	4·608	+ 1·7
48·72	40·6	24·36	8	198·5	324·8	3580·15	2148·09	4·529			50	4·503	
51·00		42·5	8·5	207	361·25	3941·40	2364·84				55	4·414	
52·32	43·6	26·16	8	215	348·8	4290·2	2574·12				60	4·319	+ 1·0
57·12	47·6	28·56	8	223	380·8	4671·0	2802·60	4·372			65	4·224	+ 0·9
60·72	50·6	30·36	8	231	404·8	5075·8	3045·48	4·305			70	4·131	+ 0·7
65·52	54·6	32·76	8	239	436·8	5512·6	3307·56	4·213					
69·12	57·6	34·56	8	247	460·8	5973·4	3584·04	4·146					
73·92	61·6	36·96	8	255	492·8	6466·2	3879·72	4·059					
74·40		62·0	8	263	496·0	6962·2	4177·32						
<b>Schema für die Achse D auf dem (1/6) Querschnitte.</b>													
32·52	27·1	16·26	8·5	149·5	230·35	1912·95	1147·77	4·853			75	4·043	
34·20	28·5	17·10	8·5	158	242·25	2155·2	1293·12	4·818			32	4·869	
38·88	32·4	19·44	8	166	259·2	2414·4	1448·64				34	4·823	+ 2·8
<b>Schema für die Achse F auf dem (1/6) Querschnitte.</b>													
45·36	37·8	22·68	8	199	302·4	3589·0	2153·40	4·588			35	4·806	
50·16	41·8	25·08	8	207	334·4	3923·4	2354·04	4·511			40	4·678	
53·76	44·8	26·88	8	215	358·4	4281·8	2569·08	4·443			45	4·594	+ 1·3
58·56	48·8	29·28	8	223	390·4	4672·2	2803·32	4·346			50	4·515	+ 1·3
											55	4·421	+ 1·3
											60	4·318	

NB. Die Zusammenstellung der Maxima von p<sup>u</sup> ist auf Seite 63.

*XXV. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten und Streben*

für die Beanspruchung der Brücken durch drei Localbahnlocomotiven, für welche eine **Ermässigung von 40%** normirt wurde.

(Localbahnzug 60%)



Zu Scala **a**: Für die Gurten.

Zu Scala **b**: Für die Streben.

Brücken-Stützweite <i>l</i>	Belastung pro Geleise					Belastete Länge <i>l'</i>	Belastung pro Geleise			
	nach Verordnung mit 60% der Scala <b>a</b>	durch den Zug					nach Verordnung mit 60% der Scala <b>b</b>	durch den Zug		
		auf Brückenmitte		Eventuell am (1/6) Schnitt				In Tonnen pr. Meter <i>p'</i>	In Procenten von <i>p'</i>	
		In Tonnen pr. Meter <i>p</i>	In Procenten von <i>p</i>	In Tonnen pr. Meter <i>p''</i>	In Procenten von <i>p</i>					
<i>l</i>	<i>l</i> <i>p</i>	<i>p</i>	%	<i>p''</i>	%	<i>l'</i>	<i>l'</i> <i>p'</i>	<i>p'</i>	%	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	
m	t	t	%	t	%	m	t	t	%	
1	18'000	17'000	57	17'000	57	1	18'000	17'000	57	
2	9'000	8'500	57	11'390	76	2	12'000	12'325	62	
3	7'860	8'689	66	9'520	73	3	10'320	10'766	62	
4	7'380	8'075	66	8'542	69	4	9'360	9'244	60	
5	6'900	7'208	63	7'507	65	5	8'400	7'956	57	
6	6'540	6'422	59	6'630	61	6	7'920	6'942	53	
7	6'180	5'759	56	5'912	57	7	7'440	6'488	52	
8	5'820	5'206	54	5'536	57	8	6'960	6'270	53	
9	5'460	4'743	52	5'314	58	9	6'480	6'170	55	
10	5'100	4'420	52	5'182	61	10	6'000	6'018	60	
11	4'920	4'355	53	5'125	62	11	5'820	5'816	60	
12	4'740	4'250	54	5'015	63	12	5'640	5'596	60	
13	4'560	4'225	56	4'877	64	13	5'460	5'372	59	
14	4'380	4'163	57	4'725	65	14	5'280	5'220	59	
15	4'200	4'125	59	4'606	66	15	5'100	5'130	60	
16	4'140	4'091	59	4'524	66	16	4'992	5'080	61	
17	4'080	4'082	60	4'478	66	17	4'884	5'029	62	
18	4'020	4'114	62	4'458	67	18	4'776	4'958	62	
19	3'960	4'116	61	4'425	67	19	4'668	4'874	63	
20	3'900	4'097	63	4'376	67	20	4'560	4'782	63	
25	3'765	3'861	62	4'069	65	25	4'350	4'438	61	
30	3'630	3'679	61	3'786	63	30	4'140	4'154	60	
35	3'495	3'546	61	3'605	62	35	3'930	3'938	60	
40	3'360	3'409	61	3'463	62	40	3'720	3'768	61	
45	3'270	3'306	61	3'367	62	45	3'615	3'624	60	
50	3'180	3'229	61	3'262	62	50	3'510	3'506	60	
55	3'090	3'148	61	3'176	62	55	3'405	3'407	60	
60	3'000	3'086	62	3'116	62	60	3'300	3'324	60	
65	2'910	3'035	63	3'062	63	65	3'195	3'251	61	
70	2'820	2'985	64	3'011	64	70	3'090	3'187	62	

**NB.** Die Detailberechnung ist auf Seite 68, 69, 70.

XXV. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten.

	Wagen		Wagen		Wagen		Wagen		Locomotive		
	8	8	8	8	8	8	8	8	8.5	8.5	8.5
	3.0	4.0	3.0	4.0	3.0	4.0	3.0	4.0	1.1	1.1	5.0
Für die Achse B:	98	90	82	74	66	58	50	42	34	25.5	17
	37.4	34.4	30.4	27.4	23.4	20.4	16.4	13.4	8.3	7.2	6.1
Für die Achse C:	106.5	98.5	90.5	82.5	74.5	66.5	58.5	50.5	42.5	34	25.5
	38.5	35.5	31.5	28.5	24.5	21.5	17.5	14.5	9.4	8.3	7.2
Gurtbelastungszug:	44.5	41.5	37.5	34.5	30.5	27.5	23.5	20.5	15.4	14.3	13.2
Strebenbelastungszug:	45.7	42.7	38.7	35.7	31.7	28.7	24.7	21.7	16.6	15.5	14.4

Zu Scala a: Belastungs-Schema für die Achse B auf der Mitte.

l=2a	a <sub>n</sub>	a <sub>n</sub> <sup>2</sup>	P <sub>n</sub>	Σ P <sub>n</sub>	a <sub>n</sub> P <sub>n</sub>	Σ a <sub>n</sub> P <sub>n</sub>	p	Maxi- mum	Beispiele	In % der Last		
										d. Norm. Zuges	der Scala a	
m	rechts links	m	m <sup>2</sup>	t	t	mt	mt	t	m	t	%	%
0.0		0.0	0.00	8.5	8.5	0.00	0.00	+∞	3 .. 8.689		72	66
2.2	r l	1.1	1.21	17.0	25.5	18.70	18.70	7.727	4 .. 8.075		69	66
9.8	r	4.9	24.01	8.5	34.0	41.65	60.35	4.425	5 .. 7.208		67	63
12.0	r	6.0	36.00	8.5	42.5	51.00	111.35	3.990	6 .. 6.422		62	59
12.2	l	6.1	37.21	8.5	51.0	51.85	163.20	3.975	8 .. 5.206		57	54
14.2	r	7.1	50.41	8.5	59.5	60.35	223.55	3.946	10 .. 4.386			
14.4	l	7.2	51.84	8.5	68.0	61.20	284.75	3.952	14 .. 3.955			
16.6	l	8.3	68.89	8.5	76.5	70.55	355.30	4.059	16 .. 4.051			
24.4	r	12.2	148.84	8.0	84.5	97.60	452.9	3.883	18 .. 4.114	71	62	
26.8	l	13.4	179.56	8.0	92.5	107.20	560.1	3.784	20 .. 4.097	70	63	
30.4	r	15.2	231.04	8.0	100.5	121.60	681.7	3.661	25 .. 3.861	66	62	
32.8	l	16.4	268.96	8.0	108.5	131.20	812.9	3.593	30 .. 3.679	66	61	
38.4	r	19.2	368.64	8.0	116.5	153.6	966.5	3.446	35 .. 3.546	64	61	
40.8	l	20.4	416.16	8.0	124.5	163.2	1129.7	3.388	40 .. 3.409	62	61	
44.4	r	22.2	492.84	8.0	132.5	177.6	1307.3	3.316	45 .. 3.306	60	61	
46.8	l	23.4	547.56	8.0	140.5	187.2	1494.5	3.275	50 .. 3.229	60	61	
52.4	r	26.2	686.44	8.0	148.5	209.6	1704.1	3.185	55 .. 3.148	59	61	
54.8	l	27.4	750.76	8.0	156.5	219.2	1923.3	3.150	60 .. 3.086	59	62	
58.4	r	29.2	852.64	8.0	164.5	233.6	2156.9	3.104	65 .. 3.035	59	63	
60.8	l	30.4	924.16	8.0	172.5	243.2	2400.1	3.077	70 .. 2.985	59	64	
66.4	r	33.2	1102.24	8.0	180.5	265.6	2665.7	3.018	80 .. 2.909	60	66	
68.8	l	34.4	1183.36	8.0	188.5	275.2	2940.9	2.994	90 .. 2.843	61	67	
72.4	r	36.2	1310.44	8.0	196.5	289.6	3230.5	2.963	100 .. 2.791	62	68	
74.8	l	37.4	1398.76	8.0	204.5	299.2	3529.7	2.944				
80.4	r	40.2	1606.04	8.0	212.5	321.6	3851.3	2.903				
82.8	l	41.4	1713.96	8.0	220.5	331.2	4182.5					
86.4	r	43.2	1866.24	8.0	228.5	345.6	4528.1					
88.8	l	44.4	1971.36	8.0	236.5	355.2	4883.3					
94.4	r	47.2	2227.84	8.0	244.5	377.6	5260.9					
96.8	l	48.4	2342.56	8.0	252.5	387.2	5648.1					
100.4	r	50.2	2520.04	8.0	260.5	401.6	6049.7					

Schema für die Achse C auf der Mitte.

2.2	l	1.1	1.21	8.5	17.0	9.35	9.35		4 .. 6.162			
4.4	l	2.2	4.84	8.5	25.5	18.70	28.05		6 .. 5.383			
7.6	r	3.8	14.44	8.5	34.0	32.30	60.35	4.768	8 .. 4.728			
9.8	r	4.9	24.01	8.5	42.5	41.65	102.00	4.425	10 .. 4.420	56	52	
12.0	r	6.0	36.00	8.5	51.0	51.00	153.00	4.250	14 .. 4.163	65	57	
14.4	l	7.2	51.84	8.5	59.5	61.20	214.20	4.132	16 .. 4.091	68	59	
16.6	l	8.3	68.89	8.5	68.0	70.55	284.75	4.074	18 .. 4.040			
18.8	l	9.4	88.36	8.5	76.5	79.90	364.65	4.012	20 .. 3.910			
22.2	r	11.1	123.21	8.5	85.0	94.35	459.00					

NB. Die Zusammenstellung der Maxima von p ist auf Seite 67.

XXV. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Streben.

	Locomotive			Locomotive			Wagen		Wagen		Wagen	
	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8	8	8	8	8	8
	A	B	C	D	E	F						
	5.0	1.1	1.1	3.8	1.1	1.1	5.1	3.0	4.0	3.0	4.0	3.0
	8.5	8.5	8.5	17	25.5	34	42	50	58	66	74	82
	1.1	0	1.1	4.9	6.0	7.1	12.2	15.2	19.2	22.2	26.2	29.2
	17	8.5	8.5	8.5	17	25.5	33.5	41.5	49.5	57.5	65.5	73.5
	2.2	1.1	0	3.8	4.9	6.0	11.1	14.1	18.1	21.1	25.1	28.1
	8.2	7.1	6.0	2.2	1.1	0	mit der Achse F am rechtsseitigen Auflager.					
	9.4	8.3	7.2	2.2	etc.	wie oben für die Achse C, als Fortsetzung zum Auflager.						

Zu Scala b: Belastungs-Schema für den „Gurtbelastungszug“.

l <sub>n</sub>	l <sub>n</sub> <sup>2</sup>	P <sub>n</sub>	Σ P <sub>n</sub>	l <sub>n</sub> P <sub>n</sub>	Σ l <sub>n</sub> P <sub>n</sub>	p'	Beispiele	In % der Last		
								d. Norm. Zuges	der Scala b	
m	m <sup>2</sup>	t	t	mt	mt	t	m	t	%	%
0.0	0.00	8.5	8.5	0.00	0.00	+∞	2 .. 12.325		68	62
1.1	1.21	8.5	17.0	9.35	9.35	15.456	3 .. 10.766		69	62
2.2	4.84	8.5	25.5	18.70	28.05	11.585	4 .. 9.244		66	60
6.0	36.00	8.5	34.0	51.00	79.05	6.942	5 .. 7.956		60	57
7.1	50.41	8.5	42.5	60.35	139.40	6.441	8 .. 6.270		62	53
8.2	67.24	8.5	51.0	69.70	209.10	6.219	10 .. 6.018		67	60
13.2	174.24	8.5	59.5	112.20	321.30	5.326	12 .. 5.596		67	60
14.3	204.49	8.5	68.0	121.55	442.85	5.179	14 .. 5.220		65	59
15.4	237.16	8.5	76.5	130.90	573.75	5.097	16 .. 5.080		65	61
20.5	420.25	8.0	84.5	164.00	737.75	4.733	18 .. 4.958		66	62
23.5	552.25	8.0	92.5	188.00	925.75	4.520	20 .. 4.782		66	63
27.5	756.25	8.0	100.5	220.00	1145.75	4.279	25 .. 4.438		65	61
30.5	930.25	8.0	108.5	244.00	1389.75	4.127	30 .. 4.154		63	60
34.5	1190.25	8.0	116.5	276.00	1665.75	3.954	35 .. 3.938		62	60
37.5	1406.25	8.0	124.5	300.00	1965.75	3.844	40 .. 3.768		60	61
41.5	1722.25	8.0	132.5	332.00	2297.75	3.717	45 .. 3.624		60	60
44.5	1980.25	8.0	140.5	356.00	2653.75	3.634	50 .. 3.506		60	60
48.5	2352.25	8.0	148.5	388.00	3041.75	3.537	55 .. 3.407		59	60
51.5	2652.25	8.0	156.5	412.00	3453.75	3.473	60 .. 3.324		60	60
55.5	3080.25	8.0	164.5	444.00	3897.75	3.396	65 .. 3.251		61	61
58.5	3422.25	8.0	172.5	468.00	4365.75	3.346	70 .. 3.187		60	62
62.5	3906.25	8.0	180.5	500.00	4865.75	3.285	80 .. 3.083		61	64
65.5	4290.25	8.0	188.5	524.00	5389.75	3.243	90 .. 3.000		62	65
69.5	4830.25	8.0	196.5	556.00	5945.75	3.193	100 .. 2.933		63	67
72.5	5256.25	8.0	204.5	580.00	6525.75	3.158				
76.5	5852.25	8.0	212.5	612.00	7137.75	3.116				
79.5	6320.25	8.0	220.5	636.00	7773.75	3.087				
83.5	6972.25	8.0	228.5	668.00	8441.75					
86.5	7482.25	8.0	236.5	692.00	9133.75					
90.5	8190.25	8.0	244.5	724.00	9857.75					
93.5	8742.25	8.0	252.5	748.00	10605.75					
97.5	9506.25	8.0	260.5	780.00	11385.75					
100.5	10100.25	8.0	268.5	804.00	12189.75					

Schema für den „Strebenbelastungszug“.

38.7	1497.69	8.0	124.5	309.60	2084.55		40 .. 3.619			
42.7	1823.29	8.0	132							

*XXV. Aequivalente gleichförmige Belastungen zur Berechnung der Gurten (1/6 Schnitt).*

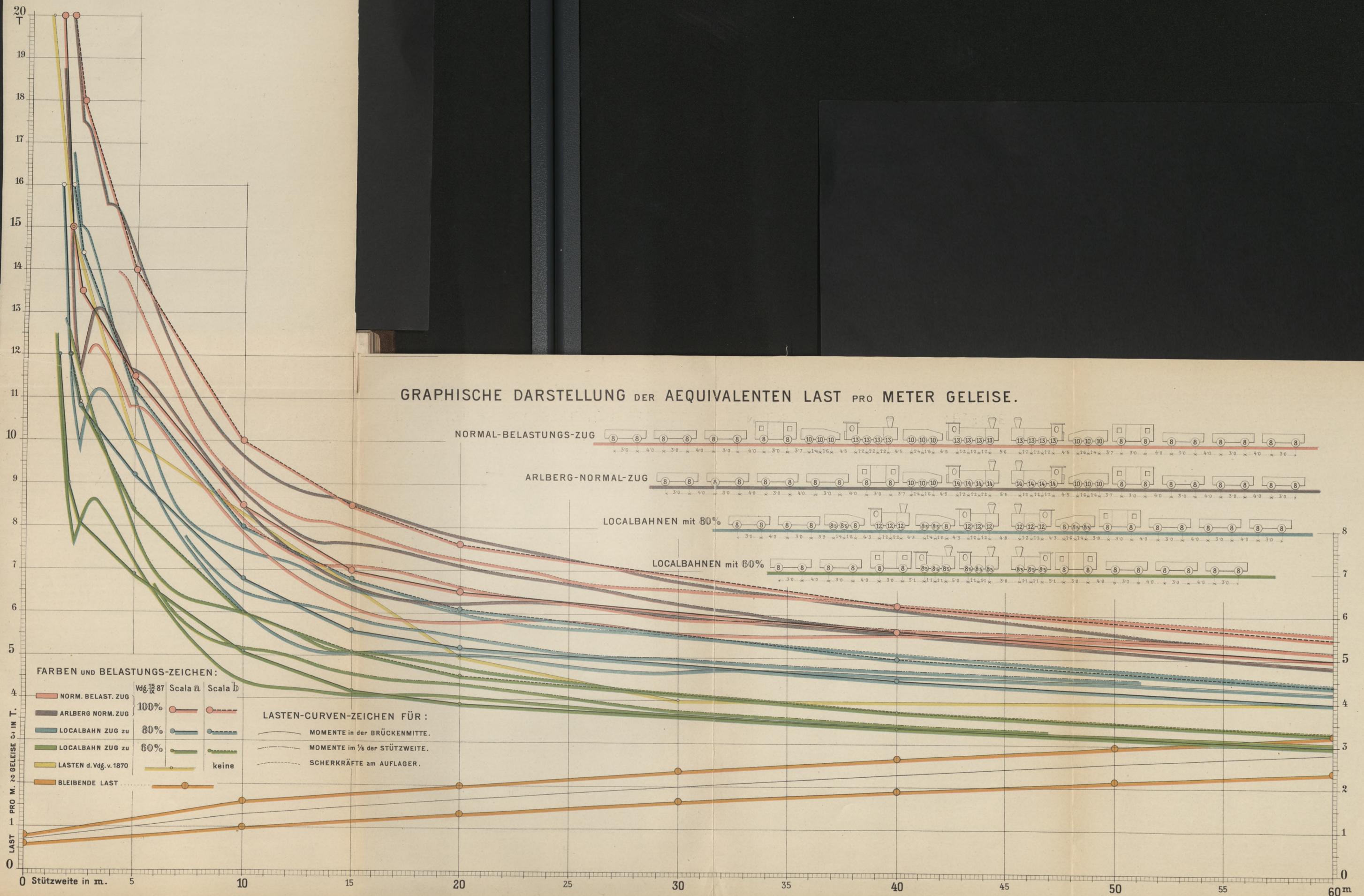
<b>Wagen</b>		<b>Wagen</b>		<b>Locomotive</b>			<b>Locomotive</b>			<b>Locomotive</b>			<b>Wagen</b>	
8	8	8	8	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8	8
X 3.0 X	4.0	X 3.0 X	5.1	X 1.1 X	X 1.1 X	5.0	X 1.1 X	X 1.1 X	3.8	X 1.1 X	X 1.1 X	5.1	X 3.0 X	4.0
100	92	84	76	68	59.5	51.0	42.5	34	25.5	17	8.5	0	40	80
30.5	27.5	23.5	20.5	15.4	14.3	13.2	8.2	7.1	6.0	2.2	1.1	0	25.5	40.5
111.5	83.5	75.5	67.5	59.5	51.0	42.5	34.0	25.5	17	8.5	0	42.5	82.5	122.5
29.4	26.4	22.4	19.4	14.3	13.2	12.1	7.1	6.0	4.9	1.1	0	5.5	31.0	46.0

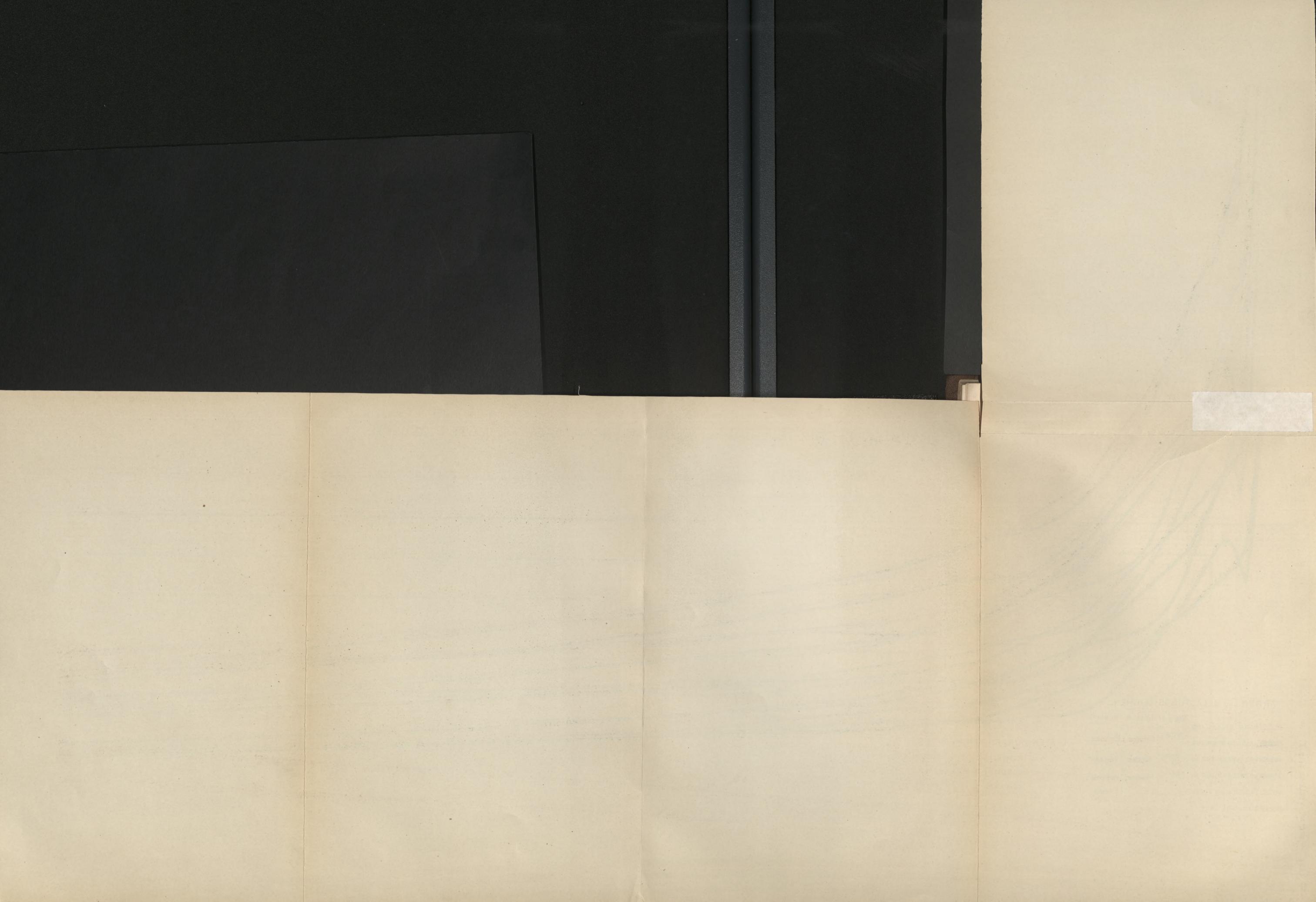
Zu Scala 2:

**Beanspruchung der seitlichen Querschnitte.**

l	a <sub>n</sub> <sup>u</sup>	5a <sub>n</sub> <sup>u</sup>	a	P <sub>n</sub>	ΣP <sub>n</sub>	a <sub>n</sub> <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup> oder 5a <sub>n</sub> <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup>	Σa <sub>n</sub> <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup> + 5 Σa <sub>n</sub> <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup>	6 (Σa <sub>n</sub> <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup> + 5 Σa <sub>n</sub> <sup>u</sup> P <sub>n</sub> <sup>u</sup> )	p <sup>u</sup>	Maxi- mum	Beispiele		
											Last pr. m	> um	
<b>Schema für die Achse F auf dem (1/6) Querschnitte.</b>													
m	m	m	m	t	t	mt	mt	mt	t		m	t	%
0.00	0.0		0.00	8.5	8.5	0.00	0.00	0.00	+∞		3	9.520	+ 9.1
1.32	1.1		0.66	8.5	17.0	9.35	9.35	5.61	12.880		4	8.542	+ 5.8
2.64	2.2		1.32	8.5	25.5	18.70	28.05	16.83	9.659		5	7.507	+ 4.1
7.20	6.0		3.60	8.5	34.0	51.00	79.05	47.43	5.785		6	6.630	+ 3.2
8.52	7.1		4.26	8.5	42.5	60.35	139.40	83.64	5.369		7	5.912	+ 2.7
9.84	8.2		4.92	8.5	51.0	69.70	209.10	125.46	5.183		8	5.536	+ 6.3
15.84	13.2		7.92	8.5	59.5	112.20	321.30	192.78	4.439		9	5.314	+ 12.0
17.16	14.3		8.58	8.5	68.0	121.55	442.85	265.71	4.316		10	5.182	+ 17.2
											12	5.015	+ 18.0
											14	4.725	+ 13.5
											16	4.425	
<b>Schema für die Achse E auf dem (1/6) Querschnitte.</b>													
0.00	0.0		0.00	8.5	8.5	0.00	0.00	0.00			4	7.097	
1.32	1.1		0.66	8.5	17.0	9.35	9.35	5.61			5	5.902	
5.88	4.9		2.94	8.5	25.0	41.65	51.00	30.60			6	4.933	
6.60		5.5	3.30	8.5	34.0	46.75	97.75	58.65			7	4.926	
7.20	6.0		3.60	8.5	42.5	51.00	148.75	89.25			8	5.047	
8.52	7.1		4.26	8.5	51.0	60.35	209.10	125.46	5.059		9	5.138	
14.52	12.1		7.26	8.5	59.5	102.85	311.95	187.17	4.644		10	5.182	+ 17.2
15.84	13.2		7.92	8.5	68.0	112.20	424.15	254.49	4.529		12	5.015	+ 18.0
17.16	14.3		8.58	8.5	76.5	121.55	545.70	327.42	4.468		14	4.725	+ 13.5
23.28	19.4		11.64	8.0	84.5	155.20	700.90	420.54	4.156		15	4.606	+ 11.7
26.88	22.4		13.44	8.0	92.5	179.20	880.10	528.06	3.959		16	4.524	+ 10.6
31.68	26.4		15.84	8.0	100.5	211.20	1091.30	654.78	3.735		18	4.458	+ 8.4
35.28	29.4		17.64	8.0	108.5	235.20	1326.50	795.90	3.593		20	4.376	+ 6.8
37.20		31.0	18.60	8.0	116.5	248.00	1574.50	944.70	3.533		25	4.069	+ 5.4
40.08	33.4		20.04	8.0	124.5	267.20	1841.70	1105.02	3.461		30	3.786	+ 2.9
43.68	36.4		21.84	8.0	132.5	291.20	2132.90	1279.74	3.384		35	3.605	+ 1.7
48.48	40.4		24.24	8.0	140.5	323.20	2456.10	1473.66	3.288		40	3.463	+ 1.6
52.08	43.4		26.04	8.0	148.5	347.20	2803.30	1681.98	3.222		45	3.367	+ 1.8
55.20		46.0	27.60	8.0	156.5	368.00	3171.30	1902.78	3.172		50	3.262	+ 1.0
56.88	47.4		28.44	8.0	164.5	379.20	3550.50	2130.30	3.150		55	3.176	+ 0.9
60.48	50.4		30.24	8.0	172.5	403.20	3953.70	2372.22	3.110		60	3.116	+ 1.0
65.28	54.4		32.64	8.0	180.5	435.20	4388.90	2633.34	3.058		65	3.062	
68.88	57.4		34.44	8.0	188.5	459.20	4848.10	2908.86	3.021		70	3.011	+ 0.9
73.68	61.4		36.84	8.0	196.5	491.20	5339.30	3203.58	2.973		80	2.919	+ 0.3
77.28	64.4		38.64	8.0	204.5	515.20	5854.50	3512.70	2.940		90	2.854	+ 0.4
79.20		66.0	39.60	8.0	212.5	528.00	6382.50	3829.50	2.924		98	2.810	
82.08	68.4		41.04	8.0	220.5	547.20	6929.70	4157.82			100	2.801	+ 0.4
85.68	71.4		42.84	8.0	228.5	571.20	7500.90	4500.54					
90.48	75.4		45.24	8.0	236.5	603.20	8104.10	4862.46					
94.08	78.4		47.04	8.0	244.5	627.20	8731.30	5238.78					
97.20		81.0	48.60	8.0	252.5	648.00	9379.30	5627.58					
98.88	82.4		49.44	8.0	260.5	659.20	10038.50	6023.10					
102.48	85.4		51.24	8.0	268.5	683.20	10721.70	6433.02					

**NB.** Die Zusammenstellung der Maxima von p<sup>u</sup> ist auf Seite 67.





*XIX bis XXV. Erläuterungen über die Rechnungsausweise.*

In allen sieben Rechnungsausweisen findet man auf dem bezüglichen Titelblatte die jeweils massgebenden Vehikel des Belastungszuges angedeutet und die hauptsächlichlichen Rechnungsergebnisse übersichtlich zusammengestellt.

Die in Anwendung gebrachte Rechnungsmethode wurde bereits sub *XVI* und *XVII* eingehend erörtert, und kommt bezüglich der Momente nur beizufügen, dass in jedem Schema die Strecken, innerhalb welcher die am Querschnitte stehende Achse »mittlere Kraft« oder »verhältnissmässig mittlere Kraft« ist, beziehungsweise wo die berechnete gleichförmige äquivalente Last ein Maximum ist, in der mit »Maximum« betitelten Colonne graphisch (Schraffirung) ersichtlich gemacht sind.

Für jedes Schema wurden sowohl die Bruchpunkte der Curven, als auch eine genügende Anzahl (auf abgerundete Stützweiten bezogene) Beispiele ausgerechnet, und es bezeichnen im Allgemeinen:

- (41)  $\left\{ \begin{array}{l} l \dots\dots \text{die Brückenstützweite;} \\ l' \dots\dots \text{die belastete Theillänge von } l; \\ p \dots\dots \text{die äquivalente gleichförmige Last pro Meter Geleise für die Momente nächst der Trägermitte;} \\ p' \dots\dots \text{die äquivalente gleichförmige Last pro Meter Geleise für die Scherkräfte nächst dem Auflager;} \\ p'' \dots\dots \text{die äquivalente gleichförmige Last pro Meter Geleise für die Momente nächst dem } \frac{1}{6} \text{ der Stützweite;} \\ p, p' \dots \text{die durch die Scalen } a \text{ und } b \text{ gegebenen Werthe von } p \text{ und } p'. \end{array} \right.$

Die in den mit »Beispiele« betitelten Rubriken erscheinenden Eintragungen wurden thunlichst auf jene schematischen Theilstrecken bezogen, wo überhaupt ein »Maximum« stattfindet, und im Allgemeinen mit fetter Schrift dort gedruckt, wo dieselben als massgebende Maxima maximorum zu gelten haben.

Eine ähnliche Unterscheidung wurde auch in den mit  $p, p', p''$  betitelten Rubriken thunlichst beobachtet, woselbst sich die für die Bruchpunkte gültigen Werthe befinden und wo die stehende Schrift alle Eintragungen umfasst, welche zur Aufzeichnung der Curven noch erforderlich erscheinen\*). Die übrigens ferner noch eingeführten Unterscheidungen mittelst verschiedener Schriftsätze sind nur zur Erleichterung der Ablesungen bestimmt und bedürfen wohl keiner besonderen Erklärung.

Ich muss nun schliesslich noch hervorheben, dass für den sogenannten Normalbelastungszug der Hauptbahnen die vier sehr detaillirten Ausweise *XIX, XX, XXI* und *XXII*, dagegen für die drei anderen Belastungszüge nur die Cumulativ-Ausweise *XXIII, XXIV, XXV* ausgerechnet wurden, weil die bei dem ersterwähnten Normalzuge gemachten Erfahrungen sich (wie sub *XVI* und *XVII* erörtert) bei den anderen Zügen so ziemlich wiederholen\*\*).

\*) Eine weitere schärfere Unterscheidung wie bei den „Beispielen“ wäre hier bei diesen unrunder Stützweiten wohl ohne Interesse, wollte man sich nicht auch mit der theoretischen Ermittlung der Schnittpunkte der einzelnen schematischen Curven befassen.

\*\*) Die betrachteten Achsendrücke (der Stufen 100, 80, 60%) in den Ausweisen kommen auch für den Oberbau in Betracht. Man unterscheidet beiläufig nach den wesentlichsten Merkmalen der verschiedenen Bahnlirien:

<p>Hauptbahnen mit 100%<sub>0</sub>. Achsdruck bis 14 t.</p>	}	<p>1. Rang: Grosse Verkehr, grosse Geschwindigkeit, grosse Steigungen . . . . . etc. Schienen im ungefähren Gewichte . . . . . 35·4 kg pro Meter</p> <p>2. Rang: Mittlgrosser Verkehr, mässige Geschwindigkeit, mittlere Steigungen . . . . . etc. Schienen im ungefähren Gewichte . . . . . 31·7 kg pro Meter</p>
<p>Localbahnen mit 80%<sub>0</sub>. Achsdruck bis 12 t.</p>	}	<p>3. Rang: (Betrieb mit Hauptbahnlocomotiven) Mässiger Verkehr, geringe Geschwindigkeit, mittlere Steigungen . . . . . etc. Schienen im ungefähren Gewichte . . . . . 26·0 kg pro Meter</p>
<p>Localbahnen mit 60%<sub>0</sub>. Achsdruck bis 8·5 t und 9 t.</p>	}	<p>4. Rang: (Betrieb mit selbstständigen Locomotiven) Geringer Verkehr, geringe Geschwindigkeit, geringe Steigungen . . . . . etc. Schienen im ungefähren Gewichte . . . . . 23·0 kg pro Meter</p>

XXVI. Die graphische Darstellung der sämtlichen äquivalenten Lasten zur Begründung der beiden Belastungsscalen.

1. Allgemeine Bemerkungen für Haupt- und Localbahnen.

Die in den vorangehenden Ausweisen ermittelten Werthe der Belastungseinheiten  $p$ ,  $p'$ ,  $p''$  sind zum Zwecke einer leichteren vergleichenden Beurtheilung in der anruhenden graphischen Darstellung vereint aufgetragen, und zwar:

$$(42) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} p \dots \dots \dots \text{mittelst voll ausgezogener Linie;} \\ p' \dots \dots \dots \text{mittelst punktirter Linie;} \\ p'' \dots \dots \dots \text{mittelst strichpunktirter Linie.} \end{array} \right.$$

Die unsere Belastungsscalen darstellenden Polygone sind in derselben Darstellung durch dicke, voll ausgezogene, beziehungsweise punktirte Linien, sowie durch kleine, um die Knotenpunkte gezogene Kreise ersichtlich gemacht.

Zur Unterscheidung der mit 100%, beziehungsweise 80% und 60% der Scalen  $a$  und  $b$  zu behandelnden Belastungsstufen sind dieselben mit drei verschiedenen Farben gekennzeichnet (roth-violett, blau und grün).

Endlich wurde auch noch die der bestandenen Verordnung vom 30. August 1870 entsprechende Polygonlinie eingezeichnet (gelb).

Innerhalb einer jeden Belastungsstufe zeigen die drei für  $p$ ,  $p'$ ,  $p''$  aufgetragenen Curven so ziemlich ähnliche Formen. Man bemerkt, dass im Allgemeinen  $p' > p'' > p$ ; dass währenddem jedoch  $p' - p$  (wie dies in der Natur der dargestellten Grössen a priori begründet erscheinen mag) bei allen Stützweiten immer wesentliche, nicht zu vernachlässigende Differenzen kennzeichnet — hingegen  $p'' - p$  nur innerhalb ziemlich eng begrenzter Stützweiten solche Werthe erreicht, welche eine wirkliche praktische Bedeutung besitzen, so zwar, dass Differenzen, bei welchen  $(p'' - p) : p > 6\%$ , nur:

$$(43) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \text{zwischen } 12m \text{ und } 30m \text{ in der Stufe zu } 100\% \\ \text{» } 10m \text{ » } 25m \text{ » » » » } 80\% \\ \text{» } 8m \text{ » } 20m \text{ » » » » } 60\% \end{array} \right.$$

vorkommen und die bei circa 17m beziehungsweise 13m und 11m erreichte Maximalüberschreitung von rund 18% so ziemlich diejenigen Brückenöffnungen trifft, für welche man bereits aufhört, vollwandige Blechträger zu bauen, und anfängt, Fach- und Gitterwerkträger zu verwenden\*), bei welchen demnach erfahrungsgemäss die seitlichen Gurtquerschnitte wegen entsprechender Anknüpfung der Streben immer übermässig stark gehalten werden.

Diese Betrachtungen mussten zunächst zur richtigen Erkenntniss führen, dass die Berücksichtigung der Lasten  $p''$  für die seitlichen Gurtschnitte höchstens eine locale Verschiebung der vorzuschreibenden Lastenscala, keinesfalls aber eine ganz specielle neue Lastenscala erforderlich macht.

Man beschloss demnach auch im Principe, dass zur theilweisen Berücksichtigung der seitlichen Gurtquerschnitte, die mittelst der Momente in der Trägermitte erhaltene Lastenscala um circa 8% nächst der gefährdeten Strecke verlaufend, erhöht werden solle.

Hierdurch konnte der altübliche Usus, eine einzige Lastenscala für alle Gurtquerschnitte vorzuschreiben, beibehalten werden und die aus der Betrachtung der seitlichen Querschnitte entspringenden Differenzen reduciren sich darauf, dass für die kleineren Fach- und Gitterwerkbrücken die Gurten nächst der Trägermitte um höchstens 8% stärker, — nächst den Auflagern dagegen um höchstens 10% schwächer wären, als es die genaue Theorie des Belastungszuges einerseits und die genaue Einhaltung des parabolischen Gesetzes zur Abstufung der Gurten andererseits bedingen würden.

Nun ist aber den Praktikern bekannt, dass bei derlei Brückenconstructions gewöhnlich die Verwendung relativ hoher Stehbleche sehr empfehlenswerth und die Abstufung der seitlichen Gurtschnitte nur in begrenztem Masse möglich erscheint, dass demnach die vorgeschilderten Differenzen meistens schon aus constructiven Rücksichten gewissermassen von selbst gebildet oder gedeckt werden dürften.

Was nun die Lasten  $p'$  für die Scherkräfte anbelangt, so wurde bereits sub XVII 4. eingehend erörtert, dass mittelst der Vorschreibung einer einzigen Lastenscala nach den belasteten Längen die Einwirkungen der beiden massgebenden Züge einer Belastungsstufe (Gurt- oder Strebenbelastungszug) vollkommen genau dargestellt werden können.

\*) Die für die Localbahnen (Stufen 80 und 60%) citirten Werthe werden übrigens, wie später erörtert, durch die Einführung der Percentualbelastung wesentlich verschoben.

Die für eine jede der drei Belastungsstufen zu erlassende Vorschrift konnte hiernach mittelst nur zweier Belastungsscalen mit vollständig genügender Genauigkeit präcisirt werden.

## 2. Die Scalen a und b für Hauptbahnen (100%).

Wie bereits erwähnt, ist für die Hauptbahnen bis zur Stützweite von 40 m der im Ausweise XXIII behandelte sogenannte Arlbergzug (violett) ausschlaggebend. Die am Titelblatte des citirten Ausweises befindliche Zusammenstellung der bezüglichen Lasten  $p$ ,  $p'$  und  $p''$  zeigt, dass die gegenüber der scalamässigen Lasten  $p$  und  $p'$  entstehenden Differenzen auf ein Minimum reducirt werden.

Insolange nur eine oder zwei Radachsen in Betracht kommen (also bis circa 2.7 m Stützweite), wurde mit Bezug auf eine allfällige unrichtige Spannung der Tragfedern noch ein möglicher Achsendruck von 15 t berücksichtigt. Für grössere Stützweiten war der im Ausweise XXIII skizzirte Arlbergzug durchaus massgebend.

Die Rubriken (3) und (4) für  $p$  zeigen, dass die Scala a bis circa 10 m Stützweite den Zug so genau als möglich darstellt\*). Von 10 bis 30 m ist die absichtlich bewirkte Erhöhung der Scala bemerkbar, welche durch die Betrachtung der seitlichen Gurtquerschnitte bedungen ist; für grössere Stützweiten deckt die Scala immer vollkommen die Wirkungen des Belastungszuges. Die Rubriken (5) und (6) für  $p''$  anderseits zeigen, dass die allfällige grösste Ueberschreitung der Scala nur für Stützweiten von 15 bis 20 m möglicherweise 10% betragen kann und dass für Stützweiten über 40 m die Einwirkungen des Zuges überhaupt durch die Scala immer gedeckt bleiben\*\*). Nachdem nun anderseits auch die Rubriken (9) und (10) keine erheblichen Ueberschreitungen der Scala b ausweisen, so ist klargestellt, dass der sogenannte Arlbergzug durch die beiden Belastungsscalen (innerhalb der schon früher besprochenen Toleranzgrenzen) ganz hinreichend gedeckt wird.

Betrachten wir nun den in den Ausweisen XIX, XX, XXI, XXII detaillirt behandelten Normalbelastungszug. Man wird finden, dass die bezüglichen Einwirkungen auf die Brücken bis 40 m Stützweite durch diejenigen des vorbesprochenen sogenannten Arlbergzuges überholt werden, dass ferner die Werthe  $p$  und  $p''$  für die Momente bis circa 60 m, der Werth  $p'$  für die Scherkräfte aber sogar bis circa 80 m Stützweite, durch die Belastungsscalen derart gedeckt sind, dass die Ueberschreitungen weniger als 5% betragen.

Für grössere Stützweiten erscheinen die Scalen durch die ausgerechneten Einwirkungen des Normalbelastungszuges noch etwas mehr überschritten, da man denn doch der Unwahrscheinlichkeit Rechnung tragen musste, dass bei derart langen Zügen alle Achsendrücke und Stände durchaus in der denkbar ungünstigsten Weise beschaffen sein sollten und dass gerade beim Passiren solcher Züge dann auch noch die sub § 3 lit. f der Verordnung vorgesehenen Windstürme eintreffen müssten, deren Inbetrachtziehung bekanntlich bei den gedachten grossen Stützweiten zu einer wesentlichen Verstärkung der Hauptconstructionstheile führt.

Die entsprechende Ermässigung der Belastungsscalen wurde derart bewerkstelligt, dass man die Lastenlinien bei den grossen Stützweiten 80, 120, 160 m entsprechend herunterschob\*\*\*) (bei 120 m Weite um circa 9%) und dieselben dann mit den unverändert belassenen Punkten für 40 m verlaufend in Verbindung brachte, für welche Punkte alle Einwirkungen der vorbesprochenen Belastungszüge (Arlbergzug und Normalzug) mit den Scalen ziemlich genau übereinstimmen.

Unsere Belastungsscalen decken demnach, wie man sieht, die Belastungszüge für Hauptbahnen innerhalb der schon früher erörterten Toleranzgrenzen, welche durch praktische Rücksichten vorgeedeutet waren und die Ueberschreitungen können selbst bei dem unwahrscheinlichen Zusammentreffen aller ungünstigsten Umstände 10% nie übersteigen.

\*) Differenzen von 2 und 3% haben selbstverständlich keinen praktischen Werth.

\*\*\*) Für kleine Stützweiten bis 4, 5 m ist die gedachte Abstufung der Gurten nur in beschränktem Masse üblich; bei kleinen Weiten bis 2 m wäre es aber auch schwer möglich, die aus den Radständen resultirenden Anomalien auf andere Weise als mittelst des üblichen constanten Querschnittes zu decken.

\*\*\*\*) Die Lasten beider Scalen für die grössten Stützweiten sind ganz genau diejenigen, welche ich im Jahre 1880 (Seite 94 und 97 meines „Eisenbahnwesens“) ausgerechnet hatte; die Scalen decken demnach noch vollständig den österreichischen sogenannten Semmeringzug, sowie den französischen Zug der Comp. du Midi, und es ist wenig wahrscheinlich, dass noch schwerere Züge demnächst unsere grossen Brücken befahren werden. Man vgl. die Tabelle (6) auf Seite 29.

### 3. Die procentuale Vorschreibung für die Localbahnen (80 und 60%).

Bei Wiederholung der vorerörterten rechnungsmässigen Untersuchungen für die Belastungszüge, welche zum Betriebe der Localbahnen gedacht wurden, gelangte man zu ähnlichen Resultaten, wie bei den Hauptbahnen (was bereits sub 1 bezüglich der drei Belastungswerthe  $p$ ,  $p'$ ,  $p''$  besprochen wurde).

Die Zusammenstellung der gefundenen Werthe führte zu der Ueberzeugung, dass man die Einwirkungen der betrachteten Localbahn-Belastungszüge mit ganz hinreichender Genauigkeit mittelst einer Percentualvorschreibung decken könne.

Bei den diesfälligen Vergleichen war sogar vorerst die Deckung eine fast übermässige; man hatte nämlich zuerst die Locomotiven derart in Rechnung gebracht, wie sie am häufigsten vorkommen:

36 t und 3.0 m	Gesamt-Achsenstand	. . . . .	Stufe	80%
24 t > 2.3 m	>	>	>	60%

Nachdem die Percentualvorschreibung einmal beschlossen war, wurde unter den wirklich vorkommenden ähnlichen Locomotiven eine noch sorgfältigere Auswahl getroffen, damit die bezüglichen gebildeten Belastungszüge mit der Percentualvorschreibung thunlichst im Einklang stehen, beziehungsweise die Belastungsvorschrift auch so gut als möglich ausnützen.

Die in der Verordnung gedeuteten Gesamt-Achsenstände von 2.4 m für Locomotiven zu 36 t und 2.2 m, für solche zu 25.5 t können bereits als äusserst selten vorkommende Grenzen gelten. Bei den in den Ausweisen XXIV und XXV durchgeführten Berechnungen habe ich aber auch noch die im Texte der Verordnung nicht ausdrücklich citirten Längendimensionen in der denkbar ungünstigsten Weise eingetheilt, so dass die damit ausgemittelten Einwirkungen auf die Brücken als wenig wahrscheinliche Maximalwirkungen gelten müssen.

Unter diesen Umständen bleibt es einleuchtend, dass insbesondere die für Brücken mit circa 4 m Stützweite in den Ausweisen erscheinende 10%ige Ueberschreitung durch  $p$  in Wirklichkeit fast gar nie vorkommen wird. Bezüglich der Werthe  $p$ ,  $p'$  bei grossen Stützweiten oder der Ueberschreitungen durch  $p''$  bei den kleineren Fach- und Gitterwerkbrücken gelten so ziemlich die bereits für die Hauptbahnen vorgebrachten Bemerkungen.

Für  $p''$  kommen übrigens nicht mehr die bei 13 und 11 m Stützweite constatirten grössten Ueberschreitungen gegenüber von  $p$  in Betracht, weil durch die Percentualvorschreibung ganz andere Verhältnisse künstlich eingeführt wurden und nunmehr der Vergleich von  $p''$  mit  $\frac{8}{10} p$  oder  $\frac{6}{10} p$  allein massgebend bleiben muss.

Die diesfälligen Rubriken (6) der Ausweise XXIV und XXV zeigen aber, dass die bezügliche Maximalüberschreitung nunmehr ähnlich wie für die Hauptbahnen bei den Stützweiten von 17 bis 20 m vorkommen, also ebenfalls die kleineren Fach- und Gitterwerkbrücken betreffen, wo bekanntlich eine ganz scharfe Abstufung der Gurten kaum möglich ist.

### 4. Genauigkeit und Einfachheit unserer Lastenvorschreibung gegenüber den älteren ähnlichen Vorschriften.

Von den in der Einleitung erwähnten, bereits früher erlassenen Belastungsvorschriften enthalten:

(44)	{	die österreichische vom Jahre 1870 . . . . .	4	} verschiedene vorgeschriebene Belastungseinheiten.
		> französische > > 1877 . . . . .	33	
		> russische > > 1884*) . . . . .	72	

Man konnte sonach mit einer begründeten Aengstlichkeit die Frage aufwerfen, wie viele solche Belastungswerthe denn in unsere neue österreichische Verordnung aufgenommen werden müssten, wenn dieselbe noch mehr den wirklichen Belastungs-Anforderungen angepasst werden wollte, als dies bereits in der zuletzt erschienenen und eigentlich allein vergleichsfähigen russischen Vorschrift erzielt wurde? Nun, wir sind mit nur zwei Belastungsscalen, welche zusammen 24 Belastungswerthe enthalten, vollständig ausgekommen und haben dabei für alle Haupt- und Localbahnen (mittelst der drei Belastungsstufen zu 100, 80 und 60%), genügend vorgesorgt. Wir vermeiden die in der russischen Vorschrift anbefohlenen Interpolationen für alle zwischen Auflager und Brückenmitte liegenden Brückentheile\*\*), und wir bieten nicht allein dem

\*) Man vergleiche den von Herrn Prof. Bebelubsky in Nr. 8 der Rigaer Industrie-Zeitung vom Jahre 1885 herausgegebenen Aufsatz, welcher eine fast wortgetreue deutsche Uebersetzung dieser interessanten Vorschrift enthält. Diesem Aufsatz ist auch eine graphische Darstellung beigegeben.

\*\*) Vermöge dieser Interpolationen hätte man nicht allein die drei vorgeschriebenen Scalen, sondern vielmehr ebensoviele derartige Scalen zu benützen, als die betrachtete Brückenhälfte Constructions-maschen besitzt.

praktischen Constructeur ein thunlichst einfaches Verfahren zur Durchführung aller Berechnungen, sondern wir bleiben auch dabei — wie ich es nun nachweisen werde — der angestrebten Wahrheit und Genauigkeit wohl noch näher, als dies den eminenten Verfassern der interessanten russischen Vorschrift wirklich gelungen ist.

Vor Allem kommt hervorzuheben, dass die höchst lobenswerthen Bestrebungen unserer russischen Fachcollegen in den zwischen Auflager und Brückenmitte gelegenen Brückentheilen richtige Belastungs-Aequivalente gelten zu lassen, vorwiegend auf die Bestimmung der Scherkräfte bezogen werden müssen, für welche das frühere sub XVII 2. 3. geschilderte Verfahren die grellsten Differenzen entstehen lässt. Zur Illustration dieser Thatsache wurde der Ausweis XXII für den Normalbelastungszug der Hauptbahnen detaillirt aufgestellt, in welchem die Verhältnisse (45) . . . . .  $l':l = 0.87, 0.83, 0.79, 0.75, 0.70, 0.65, 0.50$

den üblichsten Mascheneintheilungen thunlichst entsprechen, und zwar\*)

12maschiger Träger	{	$\frac{21}{24}$	$\frac{19}{24}$	$\frac{17}{24}$	$\frac{15}{24}$	$\frac{13}{24}$
		0.875	0.792	0.708	0.633	0.542
10maschiger Träger	{	$\frac{17}{20}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{11}{20}$	
		0.850	0.750	0.650	0.550	

Man erkennt nun, dass die im Ausweise ermittelte percentuale Ueberschreitung  $(p'_l - p'_l) : p'_l$ , sobald man sich vom Auflager einer Brücke gegen deren Mitte zu bewegt, rasch zunimmt, bei  $l':l = 0.70$  bereits die oft besprochene äusserste Toleranzgrenze von 10% meistens überschreitet und in der Brückenmitte Werthe erreicht, deren wirkliche Unzulässigkeit schon lange die Constructeure zu schärferen Berechnungen gezwungen hätte, wenn eben nicht dortselbst aus anderen Gründen fast immer eine übermässige Dimensionirung üblich wäre.

Währenddem wir nun diesen ganz evidenten Uebelstand durch die neuartige Vorschrift unserer Scala **b** nach den belasteten Längen vollständig behoben haben, erscheint derselbe in der russischen Vorschrift durch die Beigabe der dritten Belastungsscala (für  $p'$  in der Brückenmitte) und die anbefohlenen diesfälligen (7) Interpolationen nach den Constructionsaschen wohl nur näherungsweise beseitigt, wie dies durch einzelne Beispiele ersichtlich wird. Man findet u. A. im Ausweise für  $l':l = 0.70$ :

(46)	{	bei 16 m Weite richtig 9.5%, aber interpolirt 15.2%
		> 17 m > > 9.9%, > > 15.4%
		> 18 m > > 9.4%, > > 13.2%
		. . . . . u. s. w. . . . .

Diese noch verbleibenden Differenzen von circa 5% (Mehrvorschrift) wären nun wohl, praktisch genommen, gegenstandslos zu nennen, aber die obigen Betrachtungen zeigen immerhin, dass die Aufstellung der Scala für  $p'$  in der Brückenmitte, sowie die damit verbundenen complicirten Interpolationen viel besser entfallen können und dass wir in dieser Beziehung mit unserer Scala **b** noch mehr Genauigkeit und ungleich mehr Einfachheit vereint haben.

Betrachten wir nun die Lasten für die Momente, für welche die aus dem älteren Rechnungsvorgehen (XVI, 1 bis 5) entspringenden Differenzen wohl weniger Wichtigkeit besitzen. Die auf der graphischen Darstellung, dem sogenannten Normalbelastungszuge (roth) entsprechenden Lastencurven  $p, p', p''$ , geben ein übersichtliches Bild der relativen Werthe, welche diese drei Grössen bei allen Stützweiten darstellen, und führen zur Ueberzeugung, dass die Werthe  $p''$  weit besser mit den stammverwandten Werthen  $p$ , als mit den grundsätzlich verschiedenen Werthen  $p'$  assimilirt werden können. Darin liegt aber der principielle Unterschied zwischen den hier vergleichsweise besprochenen beiden Vorschriften.

Währenddem das russische Circulare vom Jahre 1884 für alle Fälle  $p''$  durch die wesentlich höheren Werthe  $p'$  ersetzt, begnügen wir uns hierfür, die Werthe  $p$  der Scala **a** zu nehmen, nachdem jedoch diese letztere bekanntlich in der Strecke von 12 bis 30 m Stützweite etwas erhöht wurde.

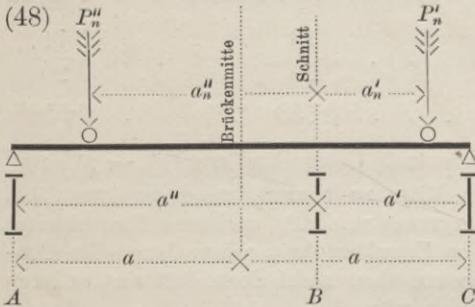
\*) Bei der gewöhnlichen Annahme einer bis zu den Maschenmitten reichenden Belastung.

Ein Vergleich, der aus den Ausweisen XIX, XX und XXI berechneten percentualen Abweichungen  $+(p' - p'') : p''$  und  $-(p'' - p) : p''$ , welche\*) für die beiden soeben besprochenen Darstellungsarten von  $p''$  in Betracht kommen, zeigt, dass auch hier unsere viel einfachere Auffassung der Wahrheit und Genauigkeit am nächsten bleibt.

XXVII. Belastungsvorschrift für die Quer- und Längsträger.

1. Formel der Querträgerbelastung.

Die im § 3 lit. e der neuen Brücken-Verordnung gegebene Belastungsvorschrift zur Berechnung der Quer- und Längsträger benützt nur die für die Hauptträger aufgestellten Belastungscalas und bedeutet demnach eine principielle Neuerung gegenüber dem bisher üblichen Rechenverfahren, bei welchem immer die Zuziehung irgend einer Normalmaschine nothwendig war. Die nun vorgeschriebene viel einfachere Berechnungsart lässt sich sehr leicht theoretisch begründen, insoferne bezüglich der Vertheilung der Lasten in der Längenrichtung die bisher üblichen Annahmen beibehalten werden, wonach man die Längsträger als auf den Querträgern frei aufliegend denkt.



Wir betrachten drei beliebig espacirte Querträger A, B, C und wollen die auf B entfallende Belastung erhalten; wir bezeichnen mit:

- $a' \dots a'' \dots$  die Entfernungen BC, BA,
- $2a \dots$  die Entfernung AC,
- $P_n' \dots P_n'' \dots$  die rechts und links von B wirkenden Lasten,
- $a_n' \dots a_n'' \dots$  deren absolute Entfernungen zu B.

Die nach den üblichen Regeln für die Behandlung der Resultanten und Componenten in einem Systeme paralleler Kräfte, aus den beiden Intervallen BC und BA herrührenden und auf den Träger B entfallenden

Theillasten, summiren sich zu dem Werthe:

$$(49) \quad \mathcal{P} = \sum P_n' \frac{a' - a_n'}{a'} + \sum P_n'' \frac{a'' - a_n''}{a''} = \sum P_n - \left( \frac{\sum a_n' P_n'}{a'} + \frac{\sum a_n'' P_n''}{a''} \right)$$

Wir betrachten nun im Sinne der in der Verordnung vorgeschriebenen Regel jene ideale Brücke, welche die Entfernung  $2a$  der Träger A, C als Stützweite hätte und den in dieser Brücke seitlich von der Mitte liegenden Querschnitt B, sowie endlich die für diesen Querschnitt bezüglich des Biegemomentes mit den vorbesprochenen sämtlichen Lasten:  $\dots P_n' \dots P_n'' \dots$  äquivalente gleichförmige Last  $p$  pro Meter Geleise, wofür die sub XVI aufgestellte Formel (27) zu gelten hat. Man findet hiernach für die Hälfte der Gesamtbelastung jener idealen Brücke durch die factisch einwirkenden Lasten:

$$(50) \quad \dots \dots \dots pa = \sum P_n - \left( \frac{\sum a_n' P_n'}{a'} + \frac{\sum a_n'' P_n''}{a''} \right) = \mathcal{P}$$

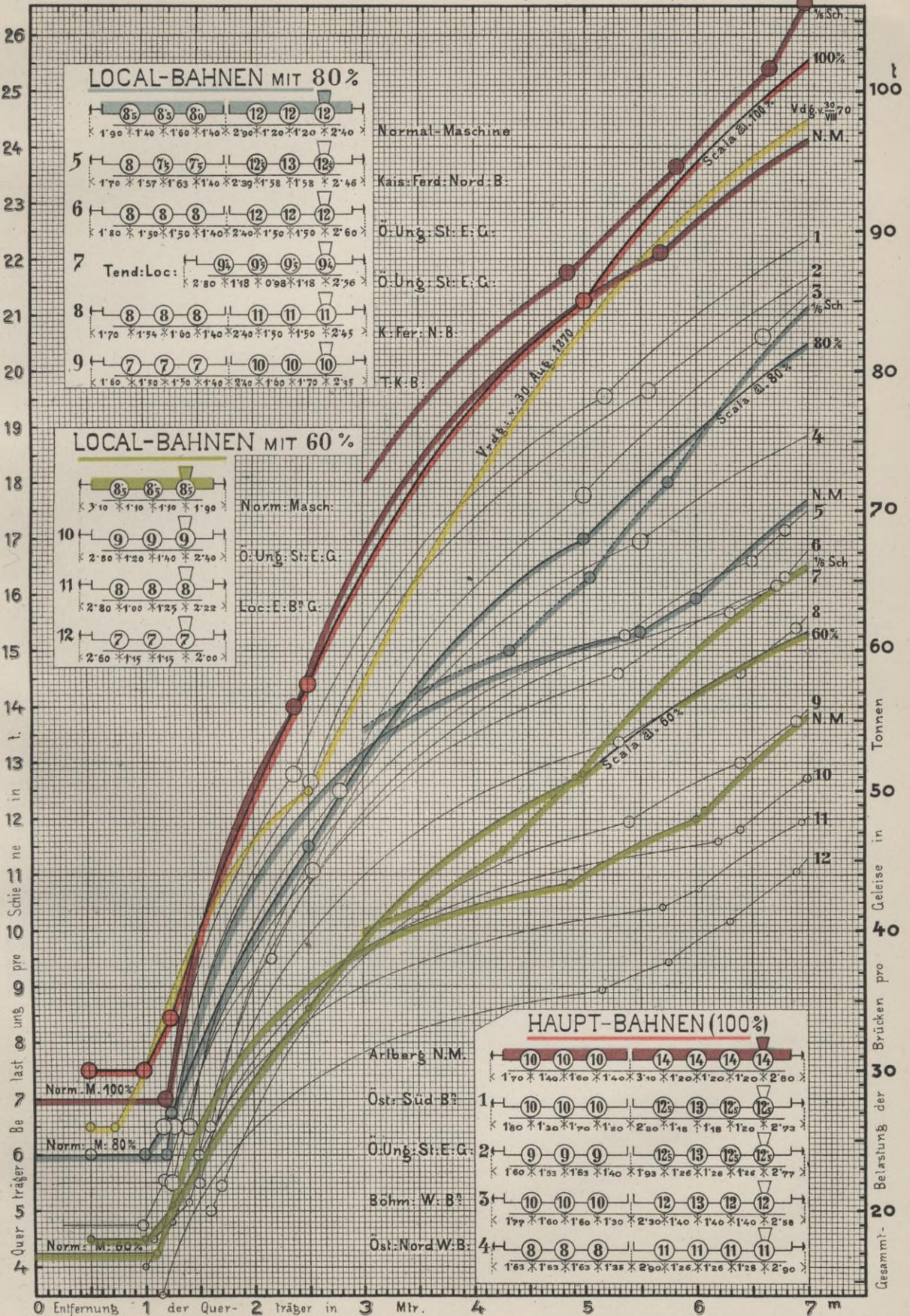
\*) Man findet genau nach den mit dem Normalbelastungszuge ermittelten Zahlen (auf  $p''$  in % bezogen):

(47)

Stützweite	$+(p' - p'') : p''$	$-(p'' - p) : p''$	Stützweite	$+(p' - p'') : p''$	$-(p'' - p) : p''$
<i>m</i>			<i>m</i>		
10	+ 9.2%	- 3.7%	20	+ 9.6%	- 11.9%
11	+ 9.2%	- 5.3%	25	+ 8.6%	- 6.6%
12	+ 11.8%	- 6.1%	30	+ 11.6%	- 5.4%
13	+ 12.5%	- 7.0%	40	+ 9.8%	- 2.4%
14	+ 13.7%	- 9.5%	50	+ 6.4%	- 1.5%
15	+ 11.9%	- 13.0%	60	+ 5.5%	- 1.3%
16	+ 10.6%	- 15.0%	80	+ 4.4%	- 0.6%
18	+ 9.2%	- 14.8%	100	+ 3.6%	- 0.5%

Hiernach wäre die österreichische Auffassung, nur zwischen 15 und 20 *m* beiläufig, im Nachtheile. Dort ist aber die Scala *a* verbessert worden.

Brücken 1 Stütz-2weite 3 in 4 m. 5 6 7 8 9 10 11 12 13 m





Hierdurch ist bewiesen, dass die im Sinne der Vorschrift des § 3 lit. *e* aus der Scala *a* für die Stützweite  $2a$  entnommene Last  $(p)_a$  vollkommen genau  $\mathcal{P}:a$  darstellt, insoferne man annimmt, dass die Scala *a* die äquivalenten Lasten sowohl in den seitlichen als auch in den mittleren Brückenquerschnitten darstellt, wofür eben diese Scala, so viel als nur immer möglich war, aufgestellt und verbessert worden ist. Die hier bei der Berechnung der Querträger allenfalls möglichen Differenzen gegenüber einer Berechnung mit concentrirten Achsenbelastungen sind also ganz in denselben Grenzen gehalten, welche auch für die Berechnung der Hauptträger zu gelten haben und in den vorangehenden Aufsätzen sehr eingehend bewerthet wurden.

Im Falle eines Endquerträgers ist im Sinne der Vorschrift »der eine fehlende Nachbarquerträger durch eine entsprechend entfernte theoretische Auflagestelle des Geleises zu ersetzen«. Hiernach ist die gedachte Entfernung zum Mindesten mit circa  $1m$  für ein Querschwellen-Intervall zu nehmen, im Falle von Endconsolen aber auch noch um deren doppelte Länge (d. i. die sogenannte theoretische Stützweite derselben) zu vergrößern.

Bei schiefen Brücken mit auf die Widerlager unmittelbar gestützten Längsträgern kommen die Stützweiten dieser letzteren . . . u. s. w. in Betracht.

## 2. Graphikon und Lastentabelle.

Eine übersichtliche Darstellung der Querträgerbelastung findet man in dem hier beigegebenen Graphikon (auch Tab. IV im II. Bande dieses Werkes), in welchem genau dieselben Farben und Bezeichnungen eingeführt wurden, wie in der sub XXVI besprochenen graphischen Darstellung.

Dieses Graphikon der Querträgerbelastung gibt für die sämtlichen einskizzirten 15 Locomotiven die Belastung pro Schiene (also der halben Querträgerbelastung) nach der mittleren Querträgerentfernung (bis incl.  $7m$ ), und haben diesfalls die linkseitige und die untere Scala zu gelten. Für die mit Nr. 1 bis 12 numerirten Locomotiven wurden nur gleich espacirte Zwischenquerträger in Betracht gezogen; für die mit N. M. bezeichneten sogenannten Normal-Maschinen dagegen wurde ausserdem auch der Fall zweier im Verhältnisse  $1:5$  stehender Querträger-Intervalle zugezogen und mit strichpunktirten Linien angedeutet\*). Sämmtliche Linien wurden in Gemässheit der Formel (50) aufgetragen und bestehen demnach aus Hyperbellbögen und Bruchpunkten, wobei letztere mit jenen Weiten correspondiren, für welche (bei wachsender Querträgerentfernung) die  $\Sigma$  sich ändern, deren Werthe übrigens ganz dieselben in den Ausweisen XIX bis XXV bereits berücksichtigten sind und hier einfach zur Wiederverwendung gelangen. (Man vgl. die Formeln (12) und (31) für die Momente.)

Diese Aufklärungen, sowie das durch die Gleichung (50) gekennzeichnete Abhängigkeitsverhältniss zwischen Querträgerbelastung und Hauptträgerbelastung führen zu dem Schlusse, dass die hier besprochene graphische Darstellung von jener sub XXVI besprochenen im Principe nur dadurch differirt, dass hier die Gesamtbelastung, — dort die Belastung per Meter Geleise aufgetragen erscheint.

Dieser weiteren Verwerthung des jetzigen Graphikons\*\*) ist durch die Beigabe der rechtseitigen und der oberen Scala Rechnung getragen worden und kann somit die Ablesung der äquivalenten Gesamtbelastung einer Brücke bis incl.  $14m$  Stützweite für eine beliebige der 15 Locomotiven oder auch für die Verordnungsscala sofort erfolgen.

Das Graphikon kann aber auch noch dazu dienen, eine gegebene Locomotive bezüglich ihrer Belastungsfähigkeit näherungsweise zu beurtheilen, indem man diejenige der 15 schematisch angeführten Locomotiven in Vergleich zieht, welche die ähnlichsten Achsendrücke und Stände aufweist und wird der gedachte Vergleich in den meisten Fällen auch ein zutreffender sein, weil die im Graphikon angeführten Typen den thatsächlich existirenden Maschinen thunlichst angepasst wurden.

\*) Die hierbei noch zugezogene kleinste „mittlere Entfernung“ ist  $3m$ , weil eine diesfällige Querträgerentfernung von  $1m$  als ein Minimum angesehen wird.

\*\*) In dem Verordnungsentwurfe hatte man noch bis zum Schlusse der Enquête-Sitzungen für die alleinige Berechnung der Querträgerbelastung die Vorschreibung dreier Normalmaschinen (100, 80, 60% Stufen) beibehalten müssen, da trotz der diesfalls von den Herren Enquête-Mitgliedern wiederholt angestrebten Einbeziehung der Belastungsscalen eine passende Vorschrift nicht gefunden wurde.

Erst die nachträgliche Aufstellung des Graphikons liess mich den im Texte erörterten Connex erblicken; ich beilegte mich, hiervon die Herren Amts- und Fachcollegen zu verständigen, und die solcherweise in die Verordnung noch eingeführte Neuerung involvirt wohl zweifellos gegenüber der bisherigen Rechnungsart eine sehr wesentliche Vereinfachung.

Uebrigens kommt zu betonen, dass diese hier betrachtete Belastungsfähigkeit sich nur auf Brücken bis höchstens 14 m Stützweite (die sogenannten Blechbrücken) bezieht, da für grössere Brücken ganze Züge in Rechnung gebracht werden müssen — eine Frage, die man sub XXXV mit Bezug auf den § 12 der Verordnung gründlicher behandelt finden wird.

Betrachten wir nun endlich die im Graphikon dick aufgetragenen und mit »Scala a« bezeichneten drei Linien (100, 80, 60%), welche eigentlich die Hauptvortheile der neuen Rechnungsart kennzeichnen, da dieselben (beziehungsweise die alleinige Scala a) eine für alle möglichen Querträgereintheilungen gültige, graphische Tafel bildet, mittelst welcher stets die gesuchte Belastung nach der »mittleren Entfernung« zum Voraus bestimmt ist. Diese graphische Tafel kann aber auch vortheilhaft durch eine numerische ersetzt werden, und findet man eine solche im II. Bande sub Tab. III für alle Centimeter der mittleren Entfernung ganz ausgerechnet (für Hauptbahnen 100%) und mit den bezüglichen Zuschlägen für bleibende Last ergänzt, wobei diese letztere nach bereits gebauten Constructionen mit hölzernen Querschwellen und Dielen in erfahrungsmässig genügender Höhe beigegeben wurde\*). Vermöge dieser Tab. III entfällt jede weitere Berechnung der Lastenvertheilung und können die angeführten Lasten auch für die Localbahnen nach dem Verhältnisse 80% oder 60% einfach reducirt werden\*\*).

Zum Schlusse kommt hier noch zu betonen, dass die vorbesprochene Belastung selbstverständlich von den Querträgern an jener Stelle und in jener Weise angenommen wird, wie dies durch das Constructionssystem bedungen wird (Brücken im Bogen, vielfache Längsträger . . . etc.), ohne dass hierdurch die vorangehende Regel alterirt erscheint.

Das Gleiche gilt auch für die Art der Anknüpfung der Querträger an die Hauptträger, und wird nur diesfalls erwähnt, dass nach blossem Usus bei den Brückentechnikern die Querträger meistens als freiaufliegend berechnet werden.

### 3. Belastung der Längsträger und der Bahnbestandtheile.

Die Längsträger (Schwellenträger, Geleiseträger) sind nach § 3 lit. e der Verordnung »wie auf den Querträgern gestützte Hauptträger zu behandeln«. Hiernach können diese Träger, welche thatsächlich kleine von Querträger zu Querträger reichende Brücken bilden, mit allen für die Hauptträger aufgestellten Rechnungsbehelfen dimensionirt werden und hat sich diesfalls nur der Usus bei den Brücken-Ingenieuren eingebürgert, die Längsträger als frei aufliegend zu berechnen\*\*\*), so dass hierzu die Tab. V im II. Bande dieses Werkes verwendbar ist.

Nach dem vorangehend erörterten Connexe zwischen Haupt- und Querträgerbelastung sind aber auch für die Längsträger das bezügliche Graphikon sowie die numerische Tabelle (IV und III im II. Bande) verwendbar. Bei Benützung der Tab. III dient die halbe Stützweite als Eingang, und können näherungsweise auch die angeführten Zuschläge für bleibende Last verwendet werden †).

Das Product der in der Tab. III nebeneinander befindlichen Zahlen gibt diesfalls das Biegemoment in der Brückenmitte ( $\frac{1}{2}$  Stützweite  $\times$   $\frac{1}{4}$  Belastung) pro Geleise.

Was nun die Bahnbestandtheile (Schienen, Schwellen und Dielen) anbelangt, so werden dieselben in der Verordnung mit keiner näher präcisirten Vorschrift bedacht.

Die Schienen werden gegenwärtig aus Stahl (Bessemer-Thomas und Martin-Siemens Flusseisen . . . etc.) angefertigt und die bezügliche Maximal-Inanspruchnahme des Materials gegenüber des grössten Achsendruckes ist nicht den im § 4 präcisirten Grenzen unterworfen, wird vielmehr nach mehr empirischen Regeln geordnet ††). Für die Schwellen dagegen, insoferne dieselben durch die Raddrücke als Träger beansprucht werden, gilt die im § 4 normirte Grenze von 80 kg per cm<sup>2</sup>.

Bezüglich der Bedielung endlich kommt zu berücksichtigen, dass dieselbe wohl ausschliesslich dem Bahnpersonale (ausnahmsweise Bahnpublicum) bestimmt ist, dass aber dieselbe auch mehrfach

\*) Dieser Zuschlag wurde geradlinig nach der Formel  $200 \text{ kg} + 400 \text{ kg} \times l^m$  (wo  $l$  die Entfernung in  $m$ ) ausgerechnet.

\*\*) Es empfiehlt sich jedoch, hierbei die Zuschläge für bleibende Last nach dem Verhältnisse 90% oder 70% zu reduciren. Die in der Tab. III eingesetzten Werthe sind übrigens als concentrirte, an der üblichen Stelle der Längsträgeranknüpfung angehängte Kräfte verstanden.

\*\*\*) Diese Rechnungsart ist mit Rücksicht auf die fast immer angenommenen unveränderlichen Querschnitte bei diesen Trägern wohl gerechtfertigt, da selbst die allfällige Zuziehung der Theorie continuirlicher Träger keine wesentliche Erleichterung diesfalls begründen könnte.

†) Dieselben repräsentiren zwischen 3 und 5.5 m Entfernung circa 8.1% bis 8.5% der beweglichen Last, wogegen nach Tab. V richtiger 6.7 bis 9.2 resultirt.

††) Man vgl. die im Zusammenhange mit den drei Belastungsstufen 100, 80 und 60 angeführte Eintheilung der Schienentypen auf Seite 71.

zur Deponirung von Oberbaumaterialien benützt wird, dass es sich demnach empfiehlt, auf eine Belastung von mindestens  $340 \text{ kg per } m^2$  und eine Maximal-Inanspruchnahme von  $80 \text{ kg per } cm^2$  Rücksicht zu nehmen.

## XXVIII. Beanspruchung durch Dilatationen, Wind und dynamische Wirkungen.

### 1. Dilatationen.

Die im § 3 lit. *g* vorgeschriebene Berücksichtigung der Temperaturveränderungen, für welche im Allgemeinen näher präcisirte Angaben schwer zu geben sind, ist für österreichische Verhältnisse doch derart aufzufassen, dass die gedachten Veränderungen auf einen Spielraum von mindestens 50 Grad Réaumur berechnet werden sollen.

Bei den üblichen frei aufliegenden Trägern auf gemauerten Pfeilern wird es sich hierbei gewöhnlich hauptsächlich um die zweckmässige Anordnung der beweglichen und unbeweglichen Auflager handeln, welche letztere im Falle von Gefällen vorzugsweise am thalseitigen Pfeiler anzubringen sind. Rollenlager werden gegenwärtig jedenfalls bei Stützweiten von mehr als 40 *m*, meistens aber auch schon bei kleineren Weiten angewendet.

Bei continuirlichen Constructionen, welche thunlichst nur in der Horizontalen anzulegen sind, ist behufs Theilung der Dilatationen das unbewegliche Auflager auf einem Mittelpfeiler anzubringen und nächst den Landpfeilern für die bei den Oberbauanschlüssen concentrisch auftretenden Dilatationen vorzusorgen. Die Erfahrung hat indessen diesfalls gezeigt, dass mindestens bis 40 *m* Dilatationslänge eigene Oberbau-Dilatationsapparate entbehrlich sind, da die Schienen sich diesfalls etwas verschieben können\*).

Mehrspannungen in Folge der Dilatationen spielen bei den eisernen Bogenbrücken eine höchst wichtige Rolle\*\*). Bei continuirlichen Trägern auf sehr hohen eisernen Pfeilern kommen die bezüglichen Auflagerbewegungen zu berücksichtigen.

### 2. Wirkung des Windes.

Die Beanspruchung der Brückenconstructionen durch Windstürme muss wohl zweifellos als eine hervorragend dynamische erkannt werden, und die rechnungsmässige Assimilirung der Windstöße mit einer ideellen statischen gleichmässig vertheilten Belastung wird wohl von den Brücken-Ingenieuren nur der Bequemlichkeit wegen und in Ermangelung einer richtigeren Rechnung angewendet.

Ueber den hierbei anzunehmenden Winddruck per  $m^2$  der exponirten Fläche war man noch vor relativ kurzer Zeit wenig einig, und zwar umsomehr, als an den meisten bezüglichen Beobachtungsstellen die Gepflogenheit vorherrschte, den Winddruck von den gemessenen Geschwindigkeiten rechnungsmässig zu deduciren\*\*\*).

Nach der furchtbaren Taybridge-Katastrophe, bei welcher am 28. December 1879 ein ganzer Eisenbahnzug spurlos verschwunden war, veranlasste die englische Regierung sehr sorgfältige Erhebungen und Studien über die Wirkung der Windstürme, wobei principiell nur directe Messungen zur Anwendung kamen. Sämmtliche Erhebungsergebnisse, insbesondere die von den automatischen Mess-Apparaten herrührenden Diagramme der grössten Stürme wurden sodann von dem »Board of trade« veröffentlicht†).

Dieser Publication ist ein Gutachten der Herren John Hawkshaw, W. G. Armstrong, W. H. Barlow, G. G. Stokes, W. Yolland beigegeben, welche in England als ganz bedeutende Fachleute gelten. Das Gutachten schliesst mit der Aufstellung bestimmter Regeln für die Berücksichtigung des Winddruckes bei zukünftigen Festigkeitsberechnungen von Brückenconstructionen, und wird hierbei grundsätzlich ein Winddruck von  $273.4 \text{ kg pro } m^2$  (d. i. mit englischem Masse  $56 \text{ lb.}$  für einen engl. Quadratfuss) in Betracht gezogen.

\*) Bei Verwendung eigener Oberbaudilatations-Apparate dilatiren die Schienen genau wie die eiserne Unterlage ohne jede Verschiebung, demnach sind dann die sogenannten Dilatationsstöße entbehrlich.

\*\*\*) Diese Brücken, welche in Oesterreich leider sehr wenig in Anwendung stehen, unterliegen bei sehr grossen Stützweiten fast ebensowohl den Einflüssen der Temperatur und des Windes, als den verticalen Belastungen. Man vgl. diesfalls meinen Aufsatz über den Douro-Viaduct S. 152 bis 154 meines „Eisenbahnwesens in Frankreich“, Wien 1880.

\*\*\*\*) Die üblichen Geschwindigkeitsmesser vermögen nicht die spontanen Winddruckveränderungen anzugeben. Die factisch exponirte Fläche der englischen Apparate für directe Messung beträgt 2 und 4 Fuss<sup>2</sup>.

†) Report of the committee appointed to consider the question of Wind pressure on railway structures. London 1881. G. Edw. Eyre and W. Spottiswoode. Die englischen Diagramme lassen erkennen, dass die Wirkung des Windes stossweise erfolgt, so dass der Maximaldruck nur einen Augenblick dauert, daher nur durch directe Messungen zu erfahren ist.



Im Falle einer oben liegenden Bahn wird der Zug durch das 2.5 m hohe Rechteck  $MSS'B'$  dargestellt werden können, dessen volle Fläche jener des vorbesprochenen Rechteckes  $CBB'C'$  einfach beizufügen sein wird.

Im Falle einer untenliegenden (oder zwischenliegenden) Bahn dagegen wird der Zug mit einem Theile der Tragwandbestandtheile gedeckt und ist dann ausser dem rechteckigen Zugprofile nur die Fläche der überragenden Theile der einen Tragwand, sowie die scala-mässig reducirte gleiche Fläche der zweiten Tragwand in Rechnung zu bringen. Man kann diese Vorschrift in der Figur dadurch schematisch darstellen, dass man das Zugsrechteck  $MSS'B'$  vorerst in eine Lage  $TRR'T'$  versenkt denkt, so dass mit dem Rechtecke  $MTT'B'$  genau die Fläche der deckenden Theile der einen Tragwand dargestellt wird; wir bezeichnen mit  $w = MT$  die rechnungsmässig zu bestimmende Höhe dieses letzteren Rechteckes, wonach das in der zweiten Tragwand abzuziehende correspondirende Rechteck  $LKK'A'$  die Höhe  $LK = \theta w$  besitzen wird.

Um jedoch diesen letztgedachten Abzug am bequemsten zu berücksichtigen, wird man das 2.5 m hohe Zugsrechteck von seiner letzten Lage  $TRR'T'$  noch um die weitere Höhe  $RN = LK = \theta w$  versenken und dann folglich nur mehr den verbleibenden Streifen  $MNN'B'$  gleichzeitig mit dem dann abzugfreien vollen Rechtecke  $CBB'C'$  in Rechnung bringen. Diese Fläche ist offenbar ganz dieselbe als die Summe des 2.5 m hohen Zugsrechteckes und der Figuren  $ABMTT'A'$ ,  $CALKK'C'$ , welche Summe dem Wortlaute der Verordnung unmittelbar entsprechen würde.

Die anscheinend complicirte Berechnung des Winddruckes auf eine belastete Brücke (nach § 3 lit. f 2 der Verordnung) reducirt sich, wie man sieht, auf die rechnungsmässige Bestimmung der Grössen  $W$  und  $w$  und des Coëfficienten  $\theta$  für die zweite Tragwand\*), wonach dann (wie bei der verticalen Belastung) nur mehr:

(52) 1. eine bleibende horizontale Last von  $170 \text{ kg} \times \mathcal{W} = 170 \text{ kg} \times W(1 + \theta)$  per Meter, welche sich auf die ganze Stützweite erstreckt,

(53) 2. eine bewegliche horizontale Last von  $170 \text{ kg} \times w = 170 \text{ kg} [2.5 \text{ m} - w(1 + \theta)]$  per Meter, welche sich auf den durch den Zug belasteten Theil der Stützweite erstreckt, in die Festigkeitsberechnungen einzuführen sind.

Der in der Verordnung noch vorgesehene Alternativfall eines Sturmes von  $270 \text{ kg per m}^2$  bei unbelasteter Brücke kann mit Rücksicht auf unsere modernen weitmaschigen Tragwände nur bei sehr grossen Stützweiten den Ausschlag geben. Die durch diesen Winddruck hervorgerufenen Spannungen lassen sich übrigens unmittelbar von denjenigen ableiten, welche (52) nach der vorangehenden Rechnung mittelst der Grösse  $\mathcal{W}$  erhalten werden, indem man einfach im Verhältnisse von  $270 : 170$  vergrössert.

Diese Betrachtungen und die fernere Erwägung, dass bei Brücken mit weniger als  $20 \text{ m}$  Stützweite die Windstreben schon aus rein constructiven Rücksichten immer übermässig stark gewählt werden, auch in den Gurten eine Verstärkung aus Anlass des Winddruckes nicht rechnungsmässig nothwendig (§ 3 lit. f und § 4 lit. e) erscheint, haben mich zur Aufstellung der graphischen Tafel (im Bande II sub Tab. VII) veranlasst, welche dazu dient, die Festigkeit der frei aufliegenden Brücken von  $20$  bis  $80 \text{ m}$  Stützweite auf den Winddruck von  $170 \text{ kg per m}^2$  rasch zu prüfen und welche mit den beiden Grössen  $\mathcal{W}$  und  $w$  als Eingang ebensowohl für Eisenbahnbrücken als auch für Strassenbrücken\*\*) zu benützen ist.

Die hier beigeheftete Tafel besteht aus zwei von einander unabhängigen graphischen Darstellungen, welche ich vorläufig der grösseren Klarheit wegen nur für die grösste zugezogene Stützweite von  $80 \text{ m}$  erläutern werde.

Die rechtseitige Figur betrifft den sub (52) besprochenen Winddruck von  $\mathcal{W} \times 170 \text{ kg}$  pro Meter Stützweite, sie enthält die darstellenden Geraden der erzeugten horizontalen Scherkraft für die auf diesen Geraden eingeschriebenen Werthe  $\mathcal{W} = 1, 2, 3 \dots 7 \text{ m}$ , correspondirend mit der rechtseitigen Scala der Scherkräfte in Tonnen. Eine jede solche Gerade hat ihren Nullpunkt in der Brückenmitte (linkseits ausserhalb der Tafel)

\*) Die sogenannten „offenen Maschenflächen“ sind die Differenz zwischen der „Gesamtmassfläche“ und der Fläche  $W. l$ . Diese Bestimmung von  $\theta$  ist also eigentlich mit der Bestimmung von  $W$  gleichbedeutend. Unsere Darstellung setzt übrigens voraus, dass die factisch exponirte Fläche einer Tragwand durch ein Rechteck dargestellt werden kann, was bei Tragwänden mit krummem Gurt nur näherungsweise zutrifft.

\*\*) Bei Strassenbrücken ist jedoch nach § 15 lit. c der Verordnung bei der sub (53) erörterten Bestimmung von  $w$  die Höhe  $2 \text{ m}$  anstatt  $2.5 \text{ m}$  für die bewegliche Last einzuführen.

und ihren höchsten Punkt am rechtseitigen Auflager, wo sie auch den horizontalen Auflagerdruck darstellt; die am unteren Rande eingeschriebenen Abscissenlängen in Metern sind demnach auch als von der Brückenmitte an gerechnet zu verstehen. Die Ablesung der Scherkraft für eine bestimmte Gerade und in einem bestimmten Querschnitte kann leicht erfolgen, weil die *mm*-Rastrirung mit der rechtseitigen Scala der Scherkräfte im Einklange steht.

Wollte man dieselbe Tafel für einen Winddruck zu 270 *kg* anstatt 170 *kg* per *m*<sup>2</sup> benutzen, so wäre in dieselbe einfach mit dem Werthe  $\frac{270}{170}$  einzugehen und die oberen Geraden 5, 6 und 7 sind auch nur in dieser Voraussicht\*) noch aufgenommen, dass eben die Tafel für einen grösseren Winddruck als 170 *kg* per *m*<sup>2</sup> verwendbar sei.

Die linkseitige Figur der Tafel betrifft den sub (53) besprochenen Winddruck  $w \times 170 \text{ kg}$  per Meter Stützweite für den speciellen Eisenbahnzug; sie enthält die darstellenden Parabeln der erzeugten bezüglichen horizontalen Scherkraft für die auf diesen Parabeln eingeschriebenen Werthe  $w = 1, 2, 3, 4 \dots 9, 10 \text{ m}$ , correspondirend mit der am oberen Rande befindlichen Scala der Scherkräfte in Tonnen. Eine jede solche Parabel hat ihren Scheitel an dem einen durch die linkseitige untere Ecke der Tafel dargestellten Auflager und ihre höchste Ordinate oberhalb des anderen, durch die obere Ecke der Tafel dargestellten Auflagers, woselbst sie auch den bezüglichen horizontalen Auflagerdruck darstellt. Die am linkseitigen Rande der Tafel angebrachte Abscissen-Scala ist hiernach eingetheilt.

Die Ablesung der Scherkraft für eine bestimmte Parabel und in einem bestimmten Querschnitte kann hier ebenfalls leicht erfolgen, weil die *mm*-Rastrirung der Tafel mit der oberen Scala der Scherkräfte im Einklange steht\*\*). Man wird bemerken, dass diese Scala nur bis 20 *t* und die Parabeln dortselbst nur bis  $w = 3 \text{ m}$  reichen (weil immer  $w < 2.5 \text{ m}$ ), dass dagegen in den unteren Theilen des betrachteten Graphikons auch noch die Parabeln  $w = 4, 5, 6, \dots 9, 10 \text{ m}$  theilweise erscheinen. Die Erklärung hierfür ergibt sich aus der nun folgenden Zuziehung von Brücken mit unterschiedlichen, zwischen 20 und 80 *m* begriffenen Stützweiten.

Wir haben nämlich bisher nur besprochen, auf welche Weise die graphische Tafel für die beiden Wirkungen  $\frac{W}{l}$  und  $w$  des Windes (auf Brücke und Eisenbahnzug) die zu addirenden beiden Theile der gesammten Scherkraft für Brücken mit 80 *m* Stützweite angibt. Für eine Brücke mit der zwischen 20 und 80 *m* begriffenen Stützweite *l*<sup>m</sup> ist in das rechtseitige Graphikon immer noch einfach mit  $\frac{W}{l}$ , dagegen in das linkseitige Graphikon mit  $w \times (80^m : l^m)$  und nicht einfach mit  $w$  einzugehen, so wie dies aus der Theorie der frei aufliegenden Träger resultirt\*\*\*). Die im Graphikon wegen dieser immer nothwendigen Vergrößerung des Einganges noch aufgenommenen Parabeln  $w = 4, 5 \dots 9, 10 \text{ m}$  sind darin jedoch nur mit jener Theillänge eingezeichnet, welche im ungünstigsten Falle noch benützt werden könnte. Man wird somit für jede gegebene Brücke und für die nächst den Auflagern anzubringenden Windstreben immer die Gerade und die Parabel der Tafel finden, welche die zu addirenden Theil-Scherkräfte darstellen.

Will man aber auf der graphischen Tafel nicht die Scherkräfte, sondern die Streben-  
spannungen selbst ablesen, so genügt hierfür die entsprechende Uebersetzung des beider-  
seitigen Einganges auf die Anzahl der Strebensysteme und den bezüglichen Winkel . . . etc. †)

Zum Schlusse sei hier noch bezüglich der continuirlichen Träger bemerkt, dass für dieselben ebenfalls die sub (52) (53) erläuterte Betrachtung einer bleibenden und einer beweglichen horizontalen Belastung anwendbar bleibt. Die bezüglichen Berechnungen können nach den in diesem Werke sub **d** gegebenen Formeln und Tabellen durchgeführt werden und ist diesfalls insbesondere für  $\frac{W}{l}$  der in allen Formularen der Stützenmomente vorgesehene Fall der gleichförmigen Belastung aller Felder anwendbar. Zu diesen Wirkungen der sogenannten bleibenden

\*) Bezeichnet man mit *H* die mittlere Höhe des Tragwandumrisses, mit  $\theta_0$  das Verhältniss der offenen Maschenflächen zur Gesamtumrissfläche, so sind mit den früheren Bezeichnungen:

$$(54) \quad W = H (1 - \theta_0) \qquad \frac{W}{l} = H (1 - \theta_0) (1 + \theta)$$

Hiernach wäre nach der Verordnungs-Scala für  $\theta_0 = 0.4, 0.6, 0.8$  der Werth  $\frac{W}{l} : H = 0.72, 0.56, 0.40$ , demnach  $\frac{W}{l}$  gewöhnlich  $<$  als 6 *m*.

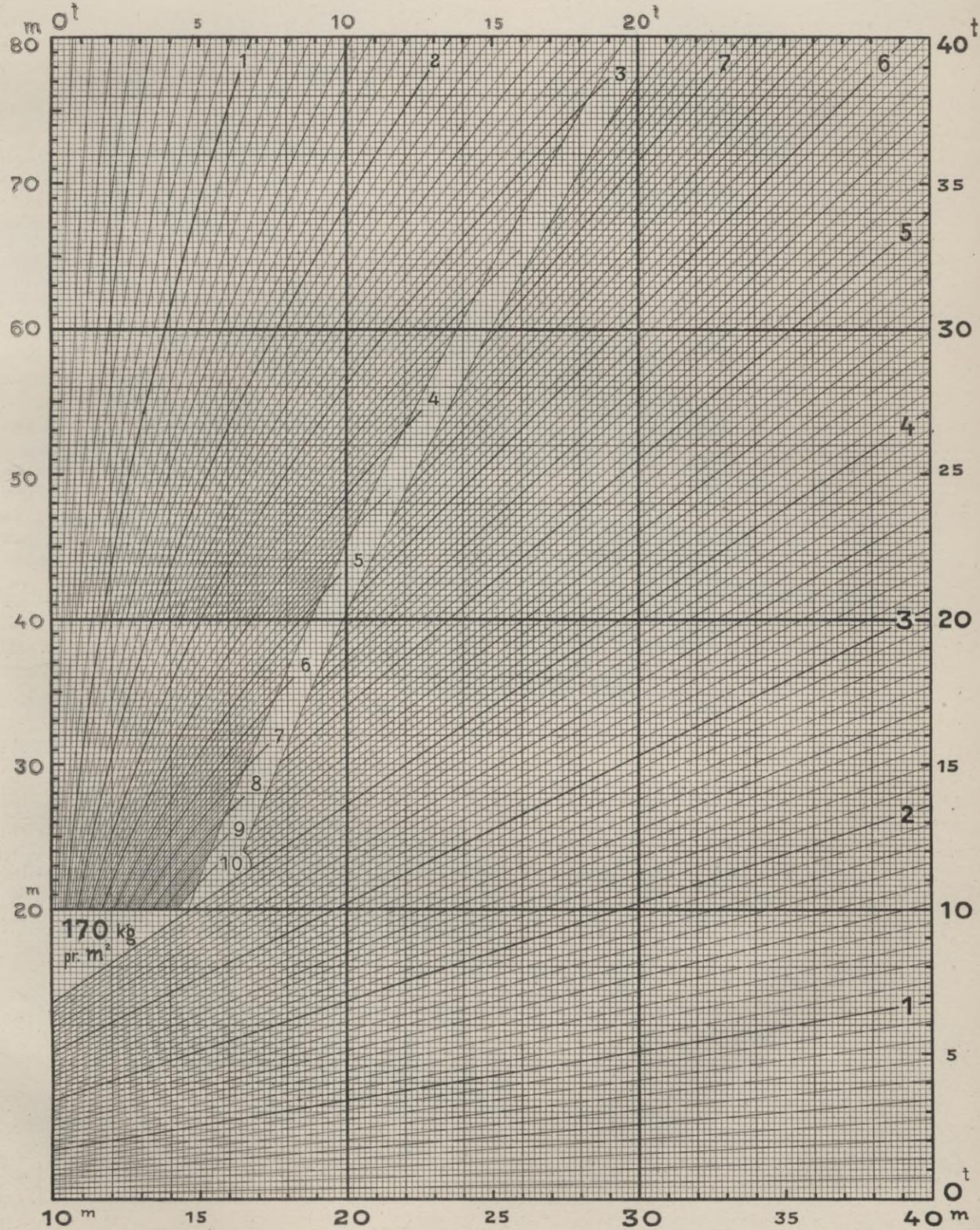
\*\*\*) Diese Scala ist sogar genau dieselbe, welche auch am rechtseitigen Rande der Tafel für die bereits besprochenen Scherkräfte des Druckes  $\frac{W}{l}$  angebracht ist.

\*\*\*\*) Man vgl. übrigens meine Beweisführung sub XVII, 4, Anmerkung Seite 44, welche die verticale Wirkung eines Eisenbahnzuges betrifft und ebensogut auf den hier durch ein fortschreitendes Rechteck dargestellten Zug anwendbar bleibt.

†) Für eine Brücke mit 80 *m* Stützweite und zweifachem Windstrebensysteme im Winkel 45° mit den Gurten wäre der Eingang:  $\frac{W}{l} : 2 \sin 45^\circ$  und  $w : 2 \sin 45^\circ$ . — Für eine Brücke mit 40 *m* Stützweite und ähnlicher Windverstrebung wäre der Eingang  $\frac{W}{l} : 2 \sin 45^\circ$  und  $w : \sin 45^\circ$ .

# Graphische Tafel

zur sofortigen Ablesung der dem Winde entsprechenden Scherkräfte sowie auch der bezüglichen Windstrebenspannungen.





Last (Winddruck  $w$ ) kommen dann jene der sogenannten beweglichen Last (Winddruck  $w$ ), mittelst Betrachtung der Combinationen gänzlich belasteter Felder, beziehungsweise des zu behandelnden nur theilweise belasteten Feldes, hinzuzufügen.

In vielen Fällen wird man sich durch annähernde Vergleiche mit den verticalen Belastungen die Arbeit sehr wesentlich erleichtern können.

### 3. Die sogenannten dynamischen Wirkungen.

In § 3 lit. *g* der Verordnung wird gesagt:

»Ausserdem sind auch noch etwaige dynamische Wirkungen nach Massgabe der Tracenverhältnisse und der anzuwendenden Geschwindigkeiten in Rechnung zu ziehen. Bei Constructions-theilen, welche den Stössen der Fahrzeuge ohne Vermittlung eines elastischen Zwischentheiles direct ausgesetzt sind, muss übrigens eine um 10% vergrösserte Einwirkung der zufälligen Belastung in Rechnung gebracht werden.«

Diese letztere allein präcisirte Verschärfung ist hauptsächlich gegen die directe Auflagerung der Schienen auf eiserne Längsträger, gegen sogenannte Doppelschienensträger . . . etc. gerichtet, kann auch eventuell noch gewisse Querträgerconstructions treffen. Im Uebrigen aber konnte bezüglich der höchst complicirten dynamischen Erscheinungen nur eine allgemeine, hauptsächlich auf die grossen Geschwindigkeiten zielende Andeutung, aufgenommen werden.

Die wichtigsten dynamischen Erscheinungen, für welche die österreichischen Ingenieure in gewissen Fällen Mehrspannungen in Rücksicht nehmen, sind folgende:

1. Die Seitenschwankungen der Construction im scharfen Bogen vermöge der Centrifugalkraft.
2. Das sogenannte Schlängeln der Locomotive auf langen Geraden.
3. Die verticalen Schwankungen der Construction bei Schnellfahrten.
4. Die Rückwirkung der Bremsen auf die Construction insbesondere bei Gefällsbrüchen.

Zur Erläuterung dieser unterschiedlichen Einfüsse kommt zu erinnern, dass in Oesterreich auf allen Hauptbahnen die grösste zulässige Geschwindigkeit für Personenzüge mit 80 *km* per Stunde, für Lastzüge mit 40 *km* per Stunde begrenzt wurde\*), und dass bei Localbahnen auf eigenem Unterbaue für alle Züge gewöhnlich eine Maximalgeschwindigkeit zwischen 20 und 25 *km* per Stunde concessionsmässig als obere Grenze fixirt wird. Nur bei den auf Hauptbahnen unternommenen Locomotiv-Probefahrten darf die Geschwindigkeit etwas mehr als 80 *km* per Stunde erreichen; sie übersteigt aber in der Regel nicht 90 *km* per Stunde.

Bezüglich der Tracenverhältnisse andererseits kommt zu erwähnen, dass bei der Concessionirung von Hauptbahnen gewöhnlich ein Minimalradius von 250 *m* und eine Maximalsteigung von 25‰ vorgeschrieben\*\*) werden und dass bei normalspurigen Localbahnen der Minimalradius gewöhnlich nicht unter 150 *m* (ausnahmsweise 120 und 100 *m*) genommen erscheint.

Es ist nun aber einleuchtend, dass im Eisenbahnbetriebe die grössten Geschwindigkeiten auf jenen Strecken sich entwickeln, welche günstigere Tracenverhältnisse aufweisen und kann z. B. wohl angenommen werden, dass die Maximalgeschwindigkeit von 80 *km* per Stunde nur in Bögen mit mindestens 300 *m* Radius denkbar ist, dass demnach für Bögen mit 250, 200, 150 *m* Radius geringere Geschwindigkeiten zugezogen werden müssen. Dieser Grundsatz wurde auch bei der nachfolgenden Erläuterung der einzelnen vorerwähnten dynamischen Wirkungen berücksichtigt.

Ad 1. Die Seitenschwankungen der Construction im scharfen Bogen, vermöge der durch den Zug ausgeübten Centrifugalkraft, bilden in Wirklichkeit eine höchst complicirte dynamische Erscheinung.

Denken wir uns vorerst, dass die unbelastete Brücke durch einen Windstoss oder irgend welche ähnliche momentane Einwirkung mittelst seitlicher Einbiegung aus der normalen Form gebracht wurde, so entstehen vermöge der Elasticität der ganzen Construction eine Reihe von horizontalen Schwingungen, und je nach deren Umfang unterschiedliche Mehrspannungen in den Constructionsmitgliedern.

\*) Man vgl. die mit Verordnung des k. k. Handelsministeriums vom 18. October 1876, Z. 30084, eingeführten einheitlichen „Grundzüge der Vorschriften für den Verkehrsdienst auf Eisenbahnen“ Art. 20, S. 24.

Die mit Verordnung vom 1. August 1883, Z. 24932, eingeführten ähnlichen Grundzüge für Localbahnen enthalten sub Art. 20 nur die Grenze von 15 *km* per Stunde für die geschobenen Züge.

\*\*) Man ist ausnahmsweise bei der Arlbergbahn bis 31·4‰, bei der Bahn Klostergrab-Moldau sogar auf 37·2‰ gegangen.

Ein ziemlich ähnliches dynamisches Bild von horizontalen Schwingungen ergibt sich für den Fall, wo der seitliche Druck nach der ersten Einwirkung als weiter fortwirkend betrachtet wird, oder aber für den Fall, wo ausserdem der Angriffspunkt dieses Druckes längs der Brücke verschoben wird. Die horizontalen Schwingungen werden sich hier wie im ersteren Falle entwickeln. Der Unterschied ist nur, dass hier die elastische Construction beiderseits von einer gewissen seitlich deformirten Lage oscillirt, welche für uns eigentlich hauptsächlich massgebend ist, denn die Praxis der Schnellfahrten bei Brückenproben hat schon lange bewiesen, dass der Umfang der gedachten eigentlichen Oscillationen relativ klein ist gegenüber der seitlichen Einbiegung, welche während der ganzen Dauer der Befahrung wahrnehmbar bleibt.

Diese Betrachtungen führen auch zu einer sehr einfachen praktischen Lösung dieses sonst höchst complicirten Problems. Wir denken uns einen über die (eingleisige) Brücke fahrenden unendlich langen Zug im Gewichte  $p$  per Meter, mit der Geschwindigkeit  $v$  in Meter per Secunde; wir nehmen an, dass die seitlich eingebogene Brücke in einem dynamischen Gleichgewichte steht, indem die durch alle Zugelemente ausgeübte Centrifugalkraft einfach die Biegung aufrechterhält; wir betrachten endlich (der Einfachheit wegen) alle diese Elementarkräfte als parallele Kräfte und assimiliren auch diesfalls das mit der Brücke deformirte Geleise mit seiner ursprünglichen Form eines Kreises vom Radius  $r$ . Man findet dann:

(55)

Radius in Meter $r$	Geschwindigkeit		Fallhöhe in Meter $\frac{v^2}{2g}$	Centrifugalkraft für $p = 1$ $\frac{v^2}{2g} \times \frac{2}{r}$	Anmerkungen
	in Kilometer pro Stunde	in Meter pro Secunde $v$			
$m$	$km$	$m$	$m$		
325	90	25·00	31·86	0·1961	Locomotivproben
300	80	22·22	25·17	0·1678	
250	60	16·67	14·16	0·1132	Eilzüge und Personenzüge
200	40	11·11	6·29	0·0629	
150	20	5·56	1·57	0·0210	Localbahnzüge

Die hiernach anzunehmende Centrifugalkraft per Meter variirt je nach der Geschwindigkeit von  $0\cdot20 \times p$  bis  $0\cdot02 \times p$ . Hierbei ist an Stelle von  $p$  die dem Zuge äquivalente gleichförmige Last per Meter zu setzen; diese Last wird aber nur in dem seltensten Falle (Arlbergbahn . . . etc.) mit einer der scalamässigen Lasten des § 3 unserer Verordnung übereinstimmen, weil hier nur die auf den bezüglichen Bahnlagen wirklich schnellfahrenden Züge (oder Maschinen) in Betracht kommen, welche fast immer bedeutend leichter sind, als die den Belastungsscalen zu Grunde gelegten Lastzüge.

Ad 2. Das sogenannte Schlängeln der Locomotive, welches in langen Geraden sich entwickelt und das Geleise ziemlich heftigen Seitenstössen aussetzt, hat schon vielfach die Ingenieure beschäftigt, ohne dass indessen die ziffermässige Bewerthung der gedachten Stösse — welche die Einen als 1:10 des Locomotivgewichtes, die Anderen als eine Function des Kolbenhubes . . . u. s. w. ableiten — in irgend einer recht stichhältigen Weise zu Stande gebracht worden wäre. Sicher ist nur, dass diese dynamische Erscheinung vorzugsweise bei grossen Geschwindigkeiten eintritt und wieder aufhört, sobald der Zug in den Bogen gelangt, daher niemals mit der vorbesprochenen Centrifugalkraft zu addiren ist.

Indem ich in dieser Sache nur dem österreichischen Usus Rechnung trage, schlage ich vor, diesfalls einen Seitendruck von 5, 4 oder 3  $t$  als Einzelkraft in Rechnung zu bringen, je nachdem es sich um Locomotiven handelt, welche die Belastungsstufen 100%, 80% oder 60% so ziemlich bedingen, dies aber auch nur in der Voraussetzung, dass die Geschwindigkeit mindestens 40  $km$  per Stunde betragen wird.

Ad 3. Die verticalen Schwankungen der Brückenconstructions während der Schnellfahrten bilden eine dynamische Erscheinung, welche eine gewisse Aehnlichkeit mit jener, welche bereits ad 1 besprochen wurden, bekundet; nur erscheint hier die oscillirende elastische Construction gleichzeitig mit einer bleibenden und mit einer beweglichen Belastung behaftet; ferner hat es allen Anschein, dass diese Oscillationen, weil in verticaler Richtung vollzogen, weit nachtheiliger sein können, als die vorbesprochenen Seitenschwankungen.

Diese Befürchtung hat auch die Brücken-Ingenieure bereits zur Zeit der Britannia-bridge dazu bewogen, diesem Gegenstande die sorgfältigsten theoretischen und experimentalen Nachforschungen zu widmen\*). Die von Stokes, Phillips, Fairbairn . . . . unternommenen Nachforschungen wurden von Prof. Bresse im Jahre 1859 einem neuerlichen sorgfältigen Studium unterzogen, wobei sich ihm auch die Gelegenheit bot, in den Berechnungen des Herrn Phillips einige durch die seitherigen Fortschritte in der Anwendung der Biegungslehre bedingene Verbesserungen einzuführen und diese Nachforschungen mit einem sehr einfachen Beispiele des dynamischen Gleichgewichtes für den bereits ad 1 betrachteten unendlich langen Zug zu ergänzen\*\*). Es ist hier selbstverständlich nur möglich, die bezüglichen Hauptresultate zu citiren, und zwar:

Wir denken uns vorerst den ganzen Eisenbahnzug in eine Einzellast  $P$  concentrirt und bezeichnen mit:

(56)

<p><math>l</math> . . . . . die Stützweite der Brücke,  <math>q</math> . . . . . die bleibende Last pro Längeneinheit,  <math>J</math> . . . . . das Trägheitsmoment der Construction,  <math>E</math> . . . . . den Elasticitätsmodul des Eisens,</p>	$\left\{ \begin{array}{l} g \text{ . . . . . die Beschleunigung der Schwerkraft,} \\ v \text{ . . . . . die Geschwindigkeit des Zuges,} \\ U^2 \text{ . . . . . den Hilfswerth } U^2 = \frac{Pl}{EJ} \cdot \frac{v^2}{2g} \end{array} \right.$
--	--

Man findet dann\*\*\*) für das grösste Bieugungsmoment in der bei der Schnellfahrt oscillirenden Brückenconstruction, und zwar:

(57) für eine frei aufliegende Construction in der Mitte  $\mathcal{M}_{\max} = \frac{ql^2}{8} \left(1 + \frac{1}{2} U^2\right) + \frac{Pl}{4} \left(1 + \frac{2}{3} U^2\right)$

(58) für eine eingespannte Construction, beim Auflager  $\mathcal{M}_{\max} = \frac{ql^2}{12} \left(1 + \frac{1}{8} U^2\right) + \frac{Pl}{8} \left(1 + \frac{1}{4} U^2\right)$

Diese Formeln, deren annähernde Richtigkeit nur kleine Werthe  $U$  zulässt, gehen für  $U=0$  oder  $v=0$  in die gewöhnlichen statischen Formeln über. Die zweite, in der Praxis wohl nie anwendbare Formel lässt immerhin mit Sicherheit darauf schliessen, dass bei den hier nicht untersuchten continuirlichen Constructionen der Einfluss der Schwingungen ein ungleich geringerer sein muss, als bei den frei aufliegenden Constructionen.

Wir denken uns nun ferner im Sinne des von Herrn Bresse betrachteten dynamischen Gleichgewichtes einen unendlich langen Zug im Gewichte von  $p$  per Längeneinheit, welcher die frei aufliegende eingebogene Brücke mit der Geschwindigkeit  $v$  passirt und dortselbst einen Pfeil  $f$  in Permanenz aufrecht erhält (also ohne Oscillationen). Man findet dann mit den früheren Bezeichnungen für das grösste Bieugungsmoment in der Brückenmitte:

(59) . . . . .  $\mathcal{M}_{\max} = \frac{l^2}{8} (p + q) \left[1 + 16 \cdot \frac{p}{p + q} \cdot \frac{f}{l^2} \cdot \frac{v^2}{2g}\right]$

Diese Formel, welche für  $v=0$  in die übliche statische Formel übergeht, enthält im letzten den die dynamische Mehrwirkung darstellenden Factor, den Pfeil  $f$ . Für  $f=0$  würde diese Mehrwirkung verschwinden und man könnte dieses Resultat immerhin praktisch erreichen, wenn bei der Montirung der ganzen Construction eine entsprechende Sprengung gegeben wäre. Für den Fall aber, wo der Oberbau bei Abwesenheit der Lasten  $p$  und  $q$  geradlinig gestaltet †), somit der Pfeil bloß durch die Lasten  $p$  und  $q$  gebildet wäre, berechnet Herr Bresse diesen Pfeil als

\*) Man vgl. hierüber: Die Resultate der gegen 1847 in England vorgenommenen Versuche:

1. Stokes: Transactions of the Cambridge philosophical Society 1849, wovon ein Auszug in den „Annales des Ponts et Chaussées 1851“.

2. H. Phillips: Annales des Mines, tome VII 1855, dann Comptes rendus de l'Académie des sciences 3 dec. 1866\*, über die bei experimentalen Versuchen im Kleinen zu beobachtenden Aehnlichkeitsverhältnisse.

3. G. H. Love: Memoire sur la résistance du fer et de la fonte (Paris 1852), Seite 75. — Eine Kritik über die englischen Experimente.

4. Fairbairn's Versuche: Civil engin. and archit. Journal 1860.

\*\*) Cours de mécanique appliquée professé à l'Ecole des P. et Ch. Paris 1859. — Seite 353 bis 361. — Die in diesem Werke befindlichen Berechnungen und Formeln sind übrigens nicht ganz selbstständig aufgestellt und bedingen für den Leser auch die Beischaffung der älteren Phillips'schen Berechnung.

\*\*\*) Der Hilfswerth  $U$  wurde von mir zur Vereinfachung der Formeln und zum besseren Vergleiche dieser letzteren mit den später citirten Resultaten hier eingeführt.

†) Ein Fall, der praktisch genommen wohl beim Baue nie zutreffen wird, da man auf den Brücken den Oberbau geradlinig legt, somit mindestens die der bleibenden Last  $q$  entsprechende Einbiegung beseitigt, — beziehungsweise ein Fall, der nur dann vorkommen kann, wenn durch spätere bleibende Setzungen ein grösserer Pfeil sich gebildet hat.

Function der Grössen  $p, q, v$ , welche denselben verursachen, durch Integrirung der für die deformirte Construction geschriebenen Differentialgleichung, welche durch das betrachtete dynamische Gleichgewicht bedungen wird. Die Substitution des gedachten Werthes von  $f$  in die Gleichung (59) führt zu den sehr einfachen Formeln

$$(60) \quad \mathcal{M}_{\max} = \frac{l^2}{8} (p + q) \left[ \frac{1}{\cos U'} - 1 \right] \frac{2}{U'^2} \quad \text{wö} \quad U'^2 = \frac{l^2 p}{2 E J} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

An diese Formel des Biegemomentes, welche leider das Mass der dynamischen Wirkung nicht deutlich übersehen lässt, knüpfen die französischen Professoren (nach Bresse) durch Einführung übertriebener Werthe von  $U'$ , sehr unrichtige Folgerungen. Ich bemerke diesfalls, dass  $U'$  nichts Anderes ist, als der schon früher (56) von mir betrachtete Hilfwert  $U$ , insoferne man  $P = \frac{1}{2} pl$  annimmt, wie dies die beiderseits betonte Aequivalenz mit der Zugsbelastung nothwendigerweise bedingt, — dass ferner dieser Werth  $U'$  oder  $U$  immer nur sehr kleine Werthe annimmt (wie nachfolgend bewiesen) und dass somit unter Benützung von

$$(61) \quad \frac{1}{\cos U} = 1 + \frac{1}{2} U^2 + \frac{5}{24} U^4 + \frac{61}{721} U^6 + \dots$$

die Formel des Biegemomentes (60) sich viel übersichtlicher schreibt\*):

$$(62) \quad \mathcal{M}_{\max} = \frac{l^2}{8} (p + q) \left[ 1 + \frac{5}{12} U^2 \right]$$

Der Vergleich dieser Formel mit jenen, welche sub (56) (57) unter der Hypothese der Schwingungen aufgestellt wurden, zeigt, dass die dynamischen Einwirkungen des Zuges mit und ohne Schwingungen sich beiläufig wie  $\frac{3}{8} : \frac{5}{12}$  oder wie 8 : 5 verhalten würden\*\*). Um nun aber darüber Klarheit zu erhalten, ob die einen und anderen gedachten (57) (62) Einwirkungen für uns Praktiker von wesentlichem Belange sind, habe ich für die grösste mögliche Geschwindigkeit von 90 km per Stunde, beziehungsweise für rund  $v^2 : 2g = 32 m = 3200 cm$ , für  $E = 2,000.000 kg$  per  $cm^2$ , und für Brücken von verschiedenen Stützweiten (so wie dieselben nach der neuen Verordnungs wirklich gebaut werden) die nachstehende Berechnung aufgestellt:

(63)

Rechnungswerte	$l = 10 m$	$l = 20 m$	$l = 30 m$	$l = 40 m$
Last pro $m$ (Scala a) . . . . .	8500 <sup>kg</sup>	6500 <sup>kg</sup>	6050 <sup>kg</sup>	5600 <sup>kg</sup>
Last $P$ in der Mitte . . . . .	42500 <sup>kg</sup>	65000 <sup>kg</sup>	90770 <sup>kg</sup>	112000 <sup>kg</sup>
Biegemoment in der Mitte $f$ bewegl. Last (Tab. V des II. Bandes) \ bleibende Last .	106250 <sup>kgm</sup> 16256	325000 <sup>kgm</sup> 83850	680625 <sup>kgm</sup> 224605	1120000 <sup>kgm</sup> 454720
Gesamtmoment . . . . .	122506	408850	905230	1574720
Zulässige Inanspruchnahme (Tab. I) . . . . .	720 <sup>kgcm</sup>	740 <sup>kgcm</sup>	760 <sup>kgcm</sup>	780 <sup>kgcm</sup>
Trägerhöhe . . . . .	100 <sup>cm</sup>	200 <sup>cm</sup>	300 <sup>cm</sup>	400 <sup>cm</sup>
Hiernach nothwendiges Trägheitsmoment $J$ . .	850737 <sup>cm</sup>	5525000 <sup>cm</sup>	17866383 <sup>cm</sup>	40377436 <sup>cm</sup>
Werth . . . . . $\frac{Pl}{E}$ . . . . .	21.25 <sup>kgcm</sup>	65.00 <sup>kgcm</sup>	136.15 <sup>kgcm</sup>	224.00 <sup>kgcm</sup>
Werth . . . . . $\frac{Pl}{E} \cdot \frac{v^2}{2g}$ . . . . .	68000 <sup>kgcm</sup>	208000 <sup>kgcm</sup>	435680 <sup>kgcm</sup>	716800 <sup>kgcm</sup>
$U^2 = \frac{Pl}{EJ} \cdot \frac{v^2}{2g}$ . . . . .	0.07993	0.03765	0.02439	0.01775

\* ) Unter Beseitigung der höheren Potenzen von  $U^2$ . — Herr Bresse nimmt an  $U = \frac{\pi}{4} = 0.7854$ ,  $U^2 = 0.6168$ , wogegen, wie wir sehen werden,  $U^2$  nicht den Werth 0.1 erreichen kann.  
 \*\* ) Ein Verhältniss, was wohl allen Praktikern als wesentlich übertrieben erscheinen wird.

Diese Berechnung lässt erkennen, dass trotz der zugezogenen grossen Lasten  $P$ , und abnormen Geschwindigkeit von  $90 \text{ km}$  per Stunde, der Hilfswerth  $U^2$  nur bei kleinen Stützweiten wie  $10 \text{ m}$  eine beachtenswerthe Grösse erreicht, dann aber auch im ungünstigsten Falle der Formel (57) nur zu einer dynamischen Mehrwirkung führt, welche weniger als  $5\%$  beträgt.

Aus allen vorangehenden Untersuchungen ergibt sich der wohl beruhigende Schluss, dass für die gewöhnlichen Verhältnisse des Bahnbetriebes die so sehr gefürchteten verticalen Schwingungen der Constructionen einfach vernachlässigt werden können, beziehungsweise zu jenen unberechenbaren dynamischen Einwirkungen gehören, welche wir im § 4 der Verordnung durch die Scala der zulässigen Inanspruchnahme allgemein berücksichtigt haben\*).

Ad 4. Die Rückwirkung der Bremsen auf die Brückenconstructionen ist in vielen Fällen eine ziemlich bedeutende, insbesondere wenn unmittelbar vor den Landpfeilern Gefällsbrüche vorkommen.

Betrachten wir z. B. den ungünstigen Fall einer circa  $30$  bis  $40 \text{ m}$  weiten Brücke, welche durch einen mit zwei vierachsigen Arlbergmaschinen im Gesamtgewichte von  $192 \text{ t}$  (incl. Tender) bespannten schweren Lastzug befahren wird, und nehmen wir an, dass durch Anwendung des Gegendampfes und durch gleichzeitiges Anziehen der Tenderbremsen sämtliche  $14$  Räderpaare zum Schleifen gebracht werden. Es entsteht eine auf die Brücke in der Zugsrichtung wirkende Reibungskraft, welche zwischen  $0.1$  und  $0.2$  der Belastung, also circa  $0.15 \times 192 = 28.8 \text{ t}$  betragen wird. Diese Kraft genügt, um im Falle eines unmittelbar am Obergurte liegenden Geleises dortselbst wesentliche Mehrspannungen zu provociren, diesfalls auch in den Diagonalstreben gewisse Spannungswechsel zu verursachen, — im Falle einer auf Quer- und Längsträgern ruhenden Bahn in diesen letzteren Constructionstheilen störende Secundärspannungen hervorzurufen.

Die vorgedachten Wirkungen werden übrigens durch den Reibungswiderstand in den Schienenbefestigungen, sowie durch die vermittelnden hölzernen Quer- oder Langschwellen des Oberbaues sehr wesentlich abgeschwächt.

Eine höchst nachtheilige Verschärfung dagegen ergibt sich durch allfällige Gefällsbrüche oberhalb oder unmittelbar an den Brückenconstructionen, und wäre es in dieser Beziehung wohl wünschenswerth, dass derlei Gefällsbrüche nur in einer Entfernung von mindestens  $15$  bis  $20 \text{ m}$  von den Landpfeilern angebracht werden.

### XXIX. Belastungsvorschriften für Bahnüberbrückungen und Zufahrtsstrassenbrücken (§ 15 der Verordnung).

#### 1. Allgemeines über die drei Belastungsklassen.

Die in die Verordnung aufgenommenen 3 Classen für die rechnungsmässige Belastung entsprechen den speciellen österreichischen Verhältnissen. Die Fuhrwerke der 1. Classe werden hauptsächlich für die ärarischen Strassen und die wichtigeren sogenannten Landesstrassen zur Geltung kommen. Die Fuhrwerke der 2. Classe dürften für die grosse Mehrzahl der Bahnüberbrückungen genügen; auf den ziemlich zahlreichen Brücken für blosser Gemeinde- oder Wirthschaftswegen kommen jedoch derartige, eine wohlgepflegte Strasse erfordernde schwere Fuhrwerke nicht vor und wäre es wohl nicht gerechtfertigt, dortselbst dieselben strengen Vorschriften gelten zu lassen. Die Fuhrwerke der 3. Classe bedeuten in diesem Falle die richtige Begrenzung.

Die soeben gedachten classenmässigen Fuhrwerke im Gesamtgewichte von  $12^{**})$  beziehungsweise  $6$  und  $3 \text{ t}$  mit den bezüglichen Achsenständen und sonstigen Dimensionen bilden, wie wir sehen werden, die wichtigste Belastungsnorm für die statische Berechnung der üblichen, eine minder grosse Stützweite besitzenden Ueberfahrtsbrücken, da die im § 15 lit. *b* vorgesehene Alternativbelastung nur bei grösseren Stützweiten zur Geltung kommen kann. Man wird bemerken, dass die normirten Wagenbreiten von  $2.5$ ,  $2.4$ ,  $2.3 \text{ m}$ , sowie die normirten Geleisebreiten von  $1.6$ ,  $1.5$ ,  $1.4 \text{ m}$  für die drei Classen, eigentlich nur insoweit einer geringen Reduction nach den

\*) Eine Ansicht, welche mit den bei Brückenproben gemachten Wahrnehmungen vollständig im Einklange steht, da die bei Schnellfahrten gemessenen grössten Einbiegungen die mit demselben Belastungszuge gemessenen sogenannten statischen Einbiegungen nur sehr wenig übersteigen.

\*\*\*) Für Wien und Umgebung wird der vierspännige Kohlenwagen meistens mit  $14 \text{ t}$  angenommen. Die bei der Enquête beteiligten Vertreter der K. Ferd.-Nordbahn haben sich jedoch über das Maximalgewicht der vom Nordbahnhofe abfahrenden vierspännigen Kohlenwagen schwerster Gattung eingehend erkundigt und hierbei constatirt, dass die Grenze von  $12 \text{ t}$  nie überschritten wird. Die Lastengrenzen mit  $12$ ,  $6$  und  $3 \text{ t}$  wurden auch seither in Deutschland mehrfach angenommen. Dieselben sind nach altem österreichischen Usus derart aufzufassen, dass jeder Raddruck mit  $1:4$  der Gesamtlast, also mit  $3$ ,  $1.5$  und  $0.75 \text{ t}$  begrenzt ist.

Classen unterzogen wurden, als man eine solche wegen der minder starken Constructionstheile und Radfelgen begründet annehmen kann.

Was nun die bezüglich der Menschenansammlung aufgenommenen classenmässigen Ansätze von 460 beziehungsweise 400 und 340 *kg* auf den  $m^2$  anbelangt, welche hauptsächlich für die Alternativbelastung lit. *b* des § 15 von Wichtigkeit sind, — so kommt zu bemerken, dass die Last von 460 *kg* per  $m^2$ , ein derart compactes Menschengedränge involvirt, dass sich die Gedrängten absolut nicht mehr bewegen können, demnach diese Last jedenfalls als ein diesfälliges Maximum betrachtet werden kann\*).

Es lag nun die nicht unwichtige Frage vor, ob das gedachte Maximum auf die Brücken aller drei Classen ohne Unterschied in Anwendung zu bringen sei, da für alle diese Constructionen ein allfälliges Menschengedränge wohl in ganz gleicher Weise möglich bleibt, oder aber ob nicht der gewissermassen classenmässig abnehmenden Wahrscheinlichkeit Rechnung zu tragen käme, welcher das wirkliche Zustandekommen eines solchen Gedränges zweifellos unterliegt.

Man hat sich bekanntlich für die letztere Anschauung entschieden und hierbei betont, dass z. B. auf den Feldwegbrücken der 3. Classe ein Menschengedränge zu 460 *kg* per  $m^2$  als ein ebenso seltenes Ereigniss, als ein noch selteneres vielleicht zu betrachten ist, als das eventuelle Eintreffen eines Windsturmes zu 170 oder 270 *kg* per  $m^2$ , für welchen die Verordnung sub § 4 lit. *e* eine erhöhte Inanspruchnahme bis 1000 *kg* per  $cm^2$  zulässt. Die vergrösserte Inanspruchnahme in dem hier betrachteten Falle des seltenen Menschengedränges würde aber auch nur  $750 \times 460 : 340 = 1014$  *kg* für die kleinen Brücken betragen, und für grössere Brücken wird ohnehin die 3. Classe kaum zur Geltung kommen\*\*). In jedem einzelnen Falle bleibt es den massgebenden Behörden überhaupt vorbehalten, nach Massgabe des localen Befundes die jeweils gültigen classenmässigen Ansätze zu bezeichnen\*\*\*).

## 2. Die Belastungs-Alternativen *a* und *b*.

Die Frage, welche von den beiden Belastungs-Alternativen lit. *a* oder lit. *b* die nachtheiligere sein kann, lässt sich im Allgemeinen derart erläutern, dass ein Zweifel bezüglich deren Wahl nur in seltenen Fällen noch bestehen wird.

Vorerst kommt zu erinnern, dass für die Berechnung der Bahnbestandtheile, der Querträger und der Längsträger nur die Alternative *a* zu benützen ist, weil, wie allen Praktikern schon lange bekannt ist, hier der concentrirte Raddruck oder Achsendruck den Ausschlag gibt. Eine Ausnahme ist nur für die Quer- und Längsträger bei den Brücken der 3. Classe möglich, insoferne die Längsträger mehr als rund 2 *m* oder 4 *m* Stützweite besitzen, wie dies aus der nun folgenden Untersuchung der Alternativen zur Berechnung der Hauptträger zu entnehmen ist †).

Um nun in dieser bei Strassenbrücken höchst complexen Frage der Hauptträgerbelastung nach lit. *a* oder lit. *b* einigen Ueberblick zu gewinnen, betrachten wir vorerst solche specielle eingleisige Brücken mit nur zwei Hauptträgern, bei welchen mittelst der Trottoirsäume oder specieller Spurschienen die Fuhrwerke gleich weit von den Hauptträgern gehalten werden, so dass ein jeder dieser letzteren die halbe Belastung zu ertragen hat. Der unter diesen vereinfachten Verhältnissen vorzunehmende Vergleich kann dann mittelst der bereits für Eisenbahnbrücken benützten Rechnungsart (12), (31) und (50) durchgeführt werden. Man berechnet die bezüglich der Momentenwirkung der Fuhrwerke sogenannte äquivalente Last *p* per Meter Geleise für alle Stützweiten, und vergleicht dieselbe mit der auf die classenmässige Wagenbreite : 2·5, oder 2·4 und 2·3 *m* reducirten vorgeschriebenen Menschenlast per Meter Geleise, das ist 1150 oder 960 und 782 *kg* per Meter.

Die gedachte in der nachstehenden Tabelle für alle drei Classen durchgeführte Berechnung dient auch als Belastungsschema.

\*) Hiernach ist die in Deutschland mehrfach vorgeschriebene Belastung von 560 *kg* per  $m^2$ , für Gehpfade auf Consolen, als eine fictive, rein rechnungsmässige Last zu betrachten, welche nur bezeugt, dass derartige Consolen aus constructiven Rücksichten immer eine gewisse Mehrstärke erhalten sollen.

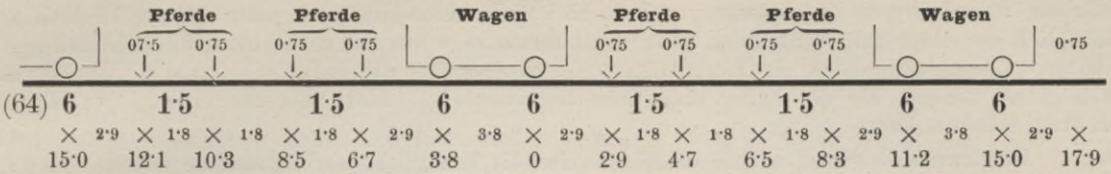
\*\*) Die Inanspruchnahme wäre dann im Maximum 1220 *kg*, man kann aber füglich wohl behaupten, dass dieselbe nie eintreffen wird, weil überhaupt das Gedränge zu 460 *kg* über das ganze Planum bei grossen Brücken nie vorkommt.

\*\*\*) Für die über Bahnhöfe zu erbauenden Gehstegé empfiehlt sich eine strengere Belastungsannahme.

†) Man findet nämlich auf dem Belastungsschema per Wagengeleise, dass Hauptträger mit mehr als 3·84 *m* Stützweite bereits der Alternative *b* unterliegen können. Dies implicirt die gleiche Möglichkeit für die Querträger bei einer mittleren Entfernung von 1·92 *m* (vgl. XXVII 1).

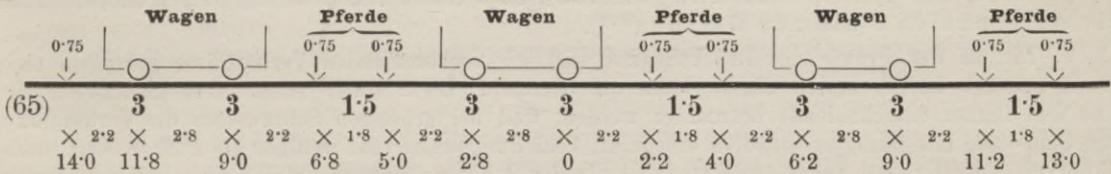
Belastungs-Schema für ein Wagengeleise.

*Erste Classe.*



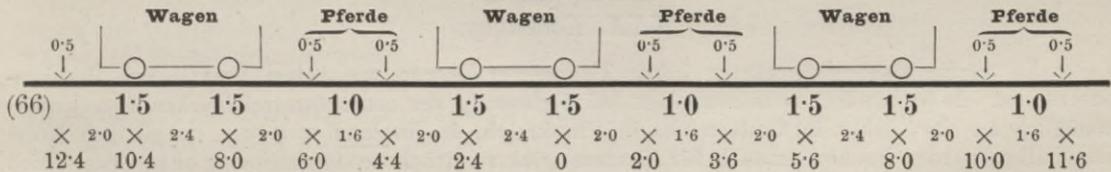
$l_n$	$a_n$	$P_n$	$\Sigma P_n$	$a_n P_n$	$\Sigma a_n P_n$	$p$	Anmerkungen
$m$	$m$	$t$	$t$	$tm$	$tm$	$t$	Für diese Stützweiten kommt ausschliesslich die Alternative <i>a</i> zur Geltung  Für $p = 1.150 t$ ist $l = 19.68 m$  Für die kaum denkbaren Brücken mit weniger als $1.09 m$ Hauptträger-Entfernung trifft die Alternative <i>b</i> niemals zu
0.0	0.0	6.00	6.00	0.000	0.000	$\infty$	
5.8	2.9	0.75	6.75	2.175	2.175	2.069	
7.6	3.8	6.00	12.75	22.800	24.975	1.628	
9.4	4.7	0.75	13.50	3.525	28.500	1.580	
13.0	6.5	0.75	14.25	4.875	33.375	1.402	
13.4	6.7	0.75	15.00	5.025	38.400	1.383	
16.6	8.3	0.75	15.75	6.225	44.625	1.249	
17.0	8.5	0.75	16.50	6.375	51.000	1.235	
20.6	10.3	0.75	17.25	7.725	58.725	1.121	
22.4	11.2	6.00	23.25	67.200	125.925	1.072	
24.2	12.1	0.75	24.00	9.075	135.000	1.061	
30.0	15.0	12.00	36.00	180.000	315.000	1.000	
35.8	17.9	0.75	36.75	13.425	328.425	1.028	
37.6	18.8	6.00	42.75	112.800	441.225	1.026	
39.4	19.7	0.75	43.50	14.775	456.000	1.033	
43.0	21.5	0.75	44.25	16.125	472.125	1.037	
43.4	21.7	0.75	45.00	16.275	488.400	1.037	

*Zweite Classe.*



$l_n$	$a_n$	$P_n$	$\Sigma P_n$	$a_n P_n$	$\Sigma a_n P_n$	$p$	Anmerkungen
$m$	$m$	$t$	$t$	$tm$	$tm$	$t$	Für diese Stützweiten kommt ausschliesslich die Alternative <i>a</i> zur Geltung  Für $p = 0.960 t$ ist $l = 10.39 m$  Bei weniger als $1.04 m$ Hauptträger-Entfernung trifft die Alternative <i>b</i> nie zu
0.0	0.0	3.00	3.00	0.00	0.00	$\infty$	
4.4	2.2	0.75	3.75	1.65	1.65	1.364	
5.6	2.8	3.00	6.75	8.40	10.05	1.129	
8.0	4.0	0.75	7.50	3.00	13.05	1.059	
10.0	5.0	0.75	8.25	3.75	16.80	0.978	
12.4	6.2	3.00	11.25	18.60	35.40	0.894	
13.6	6.8	0.75	12.00	5.10	40.50	0.889	
18.0	9.0	6.00	18.00	54.00	94.50	0.833	
22.4	11.2	0.75	18.75	8.40	102.90	0.854	

*Dritte Classe.*



$l_n$	$a_n$	$P_n$	$\Sigma P_n$	$a_n P_n$	$\Sigma a_n P_n$	$p$	Anmerkungen
$m$	$m$	$t$	$t$	$tm$	$tm$	$t$	Für $p = 0.782 t$ ist $l = 3.84 m$  Bei weniger als $0.78 m$ Hauptträger-Entfernung wäre die Alternative <i>b</i> noch ausgeschlossen
0.0	0.0	1.5	1.5	0.00	0.00	$\infty$	
4.0	2.0	0.5	2.0	1.00	1.00	0.750	
4.8	2.4	1.5	3.5	3.60	4.60	0.660	
7.2	3.6	0.5	4.0	1.80	6.40	0.617	
8.8	4.4	0.5	4.5	2.20	8.60	0.578	
11.2	5.6	1.5	6.0	8.40	17.00	0.529	
12.0	6.0	0.5	6.5	3.00	20.00	0.531	

Die Berechnung zeigt, dass die Alternative *a* bis zu einer Stützweite\*), welche in der 1. Classe 19·68 *m*, in der 2. Classe 10·39 *m* und in der dritten Classe 3·84 *m* beträgt, jedenfalls die nachtheiligere ist. Es muss auch hierbei einleuchten, dass bei jeder anderen Disposition bezüglich der Hauptträger und der Bahn die Alternative *a* nur um so sicherer die nachtheiligere bleiben würde, weil dabei ein Hauptträger nie weniger als die halbe tabellarische Wagenlast, wohl aber weniger als die halbe bezügliche Menschenlast (1150, 960 oder 782 *kg* per Meter) zu tragen haben kann.

Der Zweifel beginnt, sobald die Stützweite die bezügliche vorbesprochene Grenze (19·68, 10·39 und 3·84 *m* je nach der Classe) übersteigt, weil viele Constructeure zur Vermeidung der Quer- und Längsträger lieber eine grössere Anzahl Hauptträger projectiren, welche die Bahn unmittelbar tragen, weil anderseits auch über die classenmässige Wagenbreite hinaus ein gewisser Spielraum gegeben wird . . . u. s. w. In allen diesen Fällen oder aber auch im Falle zweier Hauptträger und einer Quer- und Längsträger-Construction für mehrere Wagengeleise ergibt sich die Wagenbelastung per Meter Hauptträger immer noch mittelst des vorher ausgerechneten Belastungsschemas, indem man einen gewissen constanten Coëfficienten einführt, welcher den Reductionsverhältnissen in der Querrichtung entspricht. Die gedachten reducirten Wagenlasten per Meter Hauptträger sind dann mit der ebenfalls in entsprechender Weise (meistens mit einem anderen Coëfficienten) reducirten Menschenlast per Meter in Vergleich zu bringen.

Man wird nun bemerken, dass die dem Belastungsschema zu Grunde gelegten Annahmen ohne Aenderung der Resultate des Vergleiches durch andere, den Constructionen ohne Quer- und Längsträger angepasste Annahmen ersetzt werden können, wonach die Hauptträger-Entfernung in der 1. Classe 1·25 *m*, in der 2. Classe 1·20 *m* und in der 3. Classe 1·15 *m* betragen würde\*\*). Eine weitere Herabminderung der Hauptträger-Entfernung unterhalb der citirten Grenze lässt die Alternative *a* noch mehr überwiegend erscheinen und, wie in der Tabelle angemerkt ist, für solche Brücken, deren Hauptträger-Entfernung nicht mehr als 1·09 *m*, beziehungsweise 1·04 *m* und 0·782 *m* betragen würde, käme die Alternative *b* nie zur Geltung\*\*\*).

Die in der Praxis des Brückenbaues wirklich vorkommenden Verhältnisse gestalten sich etwas anders: In der ersten Classe kann die Grenze 19·68 *m* (oder rund 20 *m*) Stützweite als eine fast immer entscheidende betrachtet werden, weil bei grösseren Stützweiten die Verwendung von Quer- und Längsträgern geboten erscheint, beziehungsweise eine weniger als 1·25 *m* betragende Hauptträger-Entfernung kaum annehmbar ist. In der 2. Classe dagegen bleibt zwischen der Grenze von 10·39 *m* (oder rund 10 *m*) und einer oberen Grenze von circa 15 *m* Stützweite die Concurrenz beider Belastungs-Alternativen eine offenkundige. In der 3. Classe endlich kommt die gefundene Grenze von 3·84 *m* (oder rund 4 *m*) fast nie zur Geltung, weil bei derlei kleinen und leichten Brücken die Hauptträger gewöhnlich auf 1·0 *m* bis 0·8 *m* Entfernung zu liegen kommen und die Bahnbestandtheile unmittelbar tragen, und weil hierdurch zwischen rund 4·5 *m* und 10 *m* Stützweite die beiden Belastungs-Alternativen in mögliche Concurrenz gebracht werden.

Man wird eben in jedem einzelnen Falle mittelst der tabellarischen Werthe immer sofort ermitteln können, welche der beiden Alternativen die nachtheiligere ist.

### e) Vorschriften der §§ 4, 6 und 16 der Verordnung (Inanspruchnahme).

#### XXX. Einleitung.

Es dürfte wohl gegenwärtig jedem Theoretiker ebenso wie jedem praktischen Brücken-constructeur als begründet erscheinen, dass bei Verfassung der neuen österreichischen Vorschriften unmöglich an der bisher in Oesterreich, in Frankreich, in England u. s. w. . . . gültigen Norm festgehalten werden konnte, wonach für Eisenmaterial zu Brückenconstructionen ohne Unterschied

\*) Die Grenzweiten ergeben sich aus den bereits für Eisenbahnen begründeten, für die tabellarischen Intervalle zu schreibenden Gleichungen

$$(67) \dots \dots \dots p = \frac{\sum P_n}{a} - \frac{\sum a_n P_n}{a^2} \quad l = 2a$$

Man findet je zwei positive Wurzeln *a*, wovon die grössere gültig ist.

\*\*\*) Das ist die Hälfte der classenmässigen Wagenbreite.

\*\*\*\*) Die tabellarischen Werthe *p* in einer jeden der drei Classen erscheinen Anfangs abnehmend bei wachsender Stützweite, dies jedoch nur bis zu einem gewissen Minimum, auf welches die im Texte citirten Breiten berechnet sind. Für noch grössere Stützweiten bleibt *p* nur mehr wenig veränderlich.

nur ein und dieselbe feste Maximalgrenze als zulässige Inanspruchnahme pro Flächeneinheit festgesetzt wurde\*).

Seit mehr als zwei Decennien sind die gediegensten Brückeningenieure darüber vollständig einig, dass für Brückenconstructions nur Eisensorten zugelassen werden können, welche gewissen Uebernahmsbedingungen entsprechen, und dass anderseits bei Verwendung von sonst gleich gutem Materiale die zulässige Maximal-Inanspruchnahme des Eisens für Constructions mit grossen Stützweiten wesentlich höher gehalten werden kann als für Constructions mit kleinen Stützweiten, welche durch die dynamische Einwirkung der beweglichen Lasten, sowie durch die bei der Eisenfabrikation fast unvermeidlichen Differenzen in der Festigkeit des Materiales am nachtheiligsten beeinflusst werden.

Nur über die Art und Weise, wie im Sinne dieses praktisch-richtigen Grundsatzes die wirkliche Dimensionirung der Brückentheile vorgenommen werden soll, herrscht noch einige Uneinigkeit zwischen den Ingenieuren, wozu insbesondere die in letzter Zeit entwickelten neuen Theorien wesentlich beigetragen haben.

Die wichtigsten Einflüsse, welche bei der Dimensionirung der Brückenbestandtheile in Betracht kommen, sind beiläufig folgende:

1. Die Qualität des Materiales;
2. die Zubereitung im Hinblick auf die vorgeschriebene Art der Beanspruchung;
3. die Mehrspannungen wegen den ungleichmässig vertheilten Einwirkungen;
4. die oftmalige Wiederholung der Inanspruchnahmen;
5. der Spannungswechsel (Zug und Druck) oder überhaupt der Spielraum, innerhalb welchem die Spannungen variiren;
6. der Sicherheitsgrad der vollzogenen Festigkeitsberechnungen\*\*).

Ich werde später auf die allfällige Berücksichtigung dieser verschiedenen Einflüsse näher zu sprechen kommen, muss aber im Allgemeinen jetzt schon hervorheben, dass hauptsächlich nur die drei ersteren in den Vorschreibungen des § 4 der neuen Verordnung in Rücksicht gezogen werden konnten.

Man ist hierbei von der Ansicht ausgegangen, dass die rechnungsmässige Inanspruchnahme des Eisens bei den kleinsten Brücken oder in den ungünstigsten Fällen nicht mehr als 700 *kg*, bei den grössten Trägern oder in den günstigsten Fällen nicht mehr als 900 *kg* auf Zug und Druck per *cm*<sup>2</sup> betragen darf. Hierbei ist aber auch überhaupt nur das sog. Schweisseisen (Schmiedeeisen) in Betracht gezogen, nachdem derzeit die in Oesterreich mit dem sog. Flusseisen gemachten Erfahrungen bei Brückenbauten noch keinen ganz sicheren Anhaltspunkt für die allgemeine Verwendbarkeit dieses Materiales, beziehungsweise für die Erlassung einschlägiger Vorschriften, geliefert haben.

Für Gusseisen, Holz und andere Baumaterialien, welche kaum mehr berufen sein dürften, in den freitragenden Constructions eine wichtige Rolle zu spielen, wurden nur höchst einfache Vorschriften aufgenommen.

### XXXI. Das Material, seine Zubereitung, seine Qualität und seine Beanspruchung.

#### 1. Die verschiedenartigen Eisenmaterialien.

Seit dem successiven Verschwinden der alten Herdfrisch-Oefen stand den Brückentechnikern hauptsächlich jenes Eisenmaterial zur Verfügung, welches in den Puddel-Oefen erzeugt, durch die Dampfhammer- und Walzwerke weiter bearbeitet und Schmiedeeisen (in neuerer Zeit Schweisseisen) genannt wird.

Die vor mehr als zwei Decennien erfolgte Einführung der Bessemer-Retorten brachte ein neues billiges Stahlmaterial auf den Markt, welches zum mindesten in seinen weichsten Sorten dem sog. Schmiedeeisen ziemlich ähnlich ist und für den Brückenbau geeignet schien. Die aus solchem Materiale aber bis zur Gegenwart wirklich ausgeführten Brücken stellen nur einen minimalen Theil der Gesammtheit aller ausgeführten eisernen Brückenconstructions dar, obwohl das

\*) In Oesterreich Verordnung vom 30. August 1870, R.-G.-Bl. Nr. 114, welche kürzlich durch die neue Verordnung vom 15. September 1887, R.-G.-Bl. Nr. 109, ersetzt wurde.

In Frankreich das Circulare vom 9. Juli 1877, Nr. 15, des Ministeriums für öffentliche Bauten, welches noch in Kraft steht.

In England das „Memorandum“ des Board of trade (Railway Dept.) vom Juli 1881. (Man vgl. **b** XIV meines Berichtes zu § 3 der Verordnung.)

\*\*\*) Man hat hier mehrfach auch die speciellen dynamischen Wirkungen, wie schwingende Bewegung, Centrifugalkraft, Seitenschwankungen, Stösse . . . etc., besprochen, doch gehören diese Betrachtungen zu dem § 3 der Verordnung (Belastung) und werden dort berücksichtigt.

Bessemermaterial sich gleichzeitig für andere Erzeugnisse, wie Schienen, Radachsen, Radkränze u. s. w., vollständig eingebürgert hat.

Die Bedenken, welche der weiteren Verwendung dieses Materiales für Brückenconstruktionen hauptsächlich entgegenstehen, betreffen die Unsicherheit in der Erzeugung einer gleichförmigen Qualität, die Empfindlichkeit gegen Stösse, sowie gegen die geringsten bei der Anarbeitung und Montirung möglichen Unregelmässigkeiten (Einklinkung, Lochung, Vernietung etc.); dieselben haben sich in der letzten Zeit wohl bedeutend vermindert, da auf dem Gebiete der Eisenindustrie unleugbare Fortschritte erzielt wurden. Das sog. Bessemer-Thomas-Chilchrist-Verfahren (thunlichst entkohltes, entphosphortes und gereinigtes Bessemermaterial), sowie das sog. Martin-Siemens-Verfahren (thunlichste Entkohlung und Reinigung eines aus flüssigem Guss-eisen und darin eingeschmolzenen Schmiedeeisentheilen bestehenden Bades) liefern uns derart weiche homogene und dehbare Materialsorten, dass dieselben (circa 45 kg per mm<sup>2</sup> Bruchgrenze und 45% Contraction) alle Eigenschaften des Schmiedeeisens aufweisen und berechnete Hoffnungen für die Zukunft des Brückenbaues entstehen lassen.

In den Jahren 1879 bis 1881 wurden in Oesterreich thatsächlich mehrere Brückenconstruktionen aus weichem Bessemermaterial ausgeführt (circa 45 kg per mm<sup>2</sup> Bruchgrenze). Die damals von den Eisenbahntechnikern beliebte Formel war:

$$\text{Bruchgrenze} + \text{Contraction} \geq 90.$$

Dieses Material wurde und wird auch noch jetzt mit »Flusseisen« bezeichnet, wogegen seither das ältere sog. Schmiedeeisen nunmehr zur Unterscheidung »Schweisseisen« genannt wird.

Die österreichischen Brücken aus sog. Flusseisen sind auf Grundlage sehr präzise verfasster Bedingnisshäfte geliefert worden. Die liefernden Eisenwerke haben dabei verhältnissmässig viel ausgeschiedenes Material zurücknehmen müssen und man ist hauptsächlich wegen den verschärften Lieferungsbedingungen wieder längere Zeit auf die fast ausschliessliche Verwendung von Schweisseisen zurückgekommen.

Unter diesen Umständen war es auch bei Verfassung der neuen österreichischen Brückenverordnung noch nicht thunlich, eigene Vorschriften für Flusseisen aufzustellen\*).

## 2. Das Schweisseisen insbesondere.

Was nun das in Betracht kommende altbewährte sog. Schweisseisen (Schmiedeeisen) anbelangt, so einigte man sich dahin, dass die in die Verordnung aufzunehmenden Haupteigenschaften dieses Materiales durch Festsetzung der Bruchgrenze und der Dehnung (für die Zerreiung in der Walzrichtung) präcisirt werden sollten. Die im § 4 lit. a, 5 gegebenen Grenzen sind unter besonderer Rücksichtnahme (Bruchgrenze 3600 bis 3300 kg per cm<sup>2</sup>) auf unser weiches, gutes, sog. steirisches Eisen festgesetzt worden und der für die Messung normirte Probestab (5 cm<sup>2</sup> und 20 cm Markentfernung) steht mit den in den meisten Eisenwerken Mitteleuropas üblichen Einrichtungen im Einklange\*\*).

Für härtere Eisensorten dürfte die vorgeschriebene Dehnung (12 bis 20%) als Hauptbedingung gelten. Uebrigens sind selbstverständlich die aufgenommenen Grenzen\*\*\*) als ein Minimum der zu erfüllenden Bedingungen zu betrachten und bleibt es den einzelnen Bahnver-

\*) Aus dem Dec.-Hefte ex 1886 der Ann. des P. et Ch., S. 727, entnehme ich die in Band V von Bresson's „Encyclopédie chimique“ citirte (auch in der Gen.-Versammlg. v. 1. u. 2. Aug. 1878 in Hamburg von dem Vereine deutscher Eisenbahnverwaltungen angenommene), von der anlässlich der Weltausstellung in Philadelphia ernannten Commission aufgestellte internationale Classification der Eisenbahnmaterialien in 4 Kategorien:

1. Schweisseisen, weld-iron, fer soudé, wälljern, erzeugt durch Schweissung weissglühender Massen mittelst Paquetirung oder anderer Verfahren, und kaum härtungsfähig;
2. Schweisstahl, weld-steel, acier soudé, wällstal, erzeugt wie sub 1, jedoch härtungsfähig;
3. Flusseisen, ingot-iron, fer fondu, götjern, erzeugt im flüssigen Zustande und kaum härtungsfähig;
4. Flusstahl, ingot-steel, acier fondu, götstal, erzeugt im flüssigen Zustande und härtungsfähig.

Ausser dieser wohl logischen Eintheilung bedürfte es aber noch vieler Commentare, um ein Material zu präcisiren. Man vgl. hierüber die Zeitung des Vereins deutscher Eisenbahnverwaltungen Nr. 62 dto. 12. Aug. 1878, S. 851 u. 858.

\*\*) Die für Flacheisen (welche im Brückenbaue als Probestücke fast ausschliesslich vorkommen) fixirten 5 cm<sup>2</sup> und 20 cm Länge entsprechen auch beiläufig dem Rundstabe der Maschinentechner mit 2.5 cm Durchmesser und 20 cm Länge; es ist also im Allgemeinen als Markentfernung der achtmalige Durchmesser zu nehmen.

\*\*\*) Dieselben wurden bei der Plenarversammlung der Enquête vom 17. Decbr. 1885 unter Zuziehung von Sachverständigen im Berg- und Hüttenfache festgesetzt, welche als Vertreter der technischen Hochschule in Wien, der Erzherzoglichen Eisenwerke in Teschen, der Oesterr.-Alpinen Montangesellschaft, der Prager Eisenindustrie-Gesellschaft und der Witkowitz Bergbau- und Eisenhütten-Gesellschaft erschienen waren.

waltungen vorbehalten, sich in der üblichen Weise durch detaillirtere Bedingnisshäfte (Festigkeit in der Querrichtung, auf Verbiegung, Hämmerung u. s. w.), je nach der Provenienz und Gattung der Eisensorten, gegenüber den Lieferanten entsprechend sicherzustellen.

In dieser Richtung hin wäre es auch unthunlich, feste Bestimmungen für alle möglichen Fälle aufzustellen.

Die meisten Walzcaliber werden nur in der Längenrichtung gestreckt und gewalzt, gewisse Bleche aber müssen in beide Hauptrichtungen gewalzt werden u. s. w. Diese Eigenheiten üben offenbar auch einen wesentlichen Einfluss auf die Widerstandsfähigkeit der erzeugten Eisenbestandtheile gegen die vorerwähnten Erprobungen aus.

### XXXII. Die Mehrspannungen wegen der ungleichmässig vertheilten Einwirkungen.

#### 1. Verschiedenartige Secundärspannungen.

Die Einwirkung der äusseren Kräfte auf einen betrachteten Träger oder Stab wird immer durch ein Biegemoment oder eine concentrirte Kraft oder durch beide zusammen rechnungsmässig dargestellt.

Die Brückeningenieure haben sich daran gewöhnt, die ungleichmässige Vertheilung der inneren Spannungen eigentlich nur bezüglich der Biegung genau zu berücksichtigen, und wird hierbei mit fast peinlicher Genauigkeit dafür gesorgt, dass für die gespannteste Faser des gebogenen Stabes oder Trägers die vorgeschriebene grösste Inanspruchnahme des Materiales nicht überschritten werde.

In fast allen anderen Fällen aber, wo es sich um eine in der Fasernrichtung wirkende Kraft oder senkrecht auf die Fasern concentrirte Abscherung etc. handelt, begnügt man sich damit, eine gewisse Durchschnitts-Inanspruchnahme (Quotient der Kraft durch die Querschnittsfläche) zu berechnen, obwohl seit mehr als zwei Decennien die Theorie der ungleichmässigen Vertheilung je nach der Lage des Angriffspunktes im Querschnitte (neutrale Achse, centraler Kern\*) etc.) u. s. w. sich genügend ausgebildet hat, um in vielen Fällen praktische Anwendung zu finden.

Diese Betrachtungen, welche sich hauptsächlich auf die modernen Fachwerkbrücken und deren Berechnung als gegliederte Systeme beziehen, sowie viele andere ähnliche Bemerkungen, welche die locale Einbiegung der Gurten, dann die starren Anknüpfungen der Streben an die Gurten, der Streben unter einander, der Querträger an die Hauptträger, der Längsträger an die Querträger u. s. w. betreffen, lassen erkennen, dass in zahlreichen Constructionstheilen ziemlich wichtige sog. Secundärspannungen oder Mehrspannungen entstehen müssen, welche aber unmöglich alle in einer behördlichen Vorschrift zum Voraus benannt und berücksichtigt werden können.

Es ist Sache der projectirenden Ingenieure und Constructeure, die gedachten Einflüsse fallweise nach Thunlichkeit zu berücksichtigen und hilft man sich in der Praxis meistens durch gewisse, mehr nach constructiven Grundsätzen gewählte Verstärkungen und Versteifungen in den gefährdeten Theilen, ohne diesfalls in zu weitführende Berechnungen über die Spannungseintheilung einzugehen.

Diejenigen speciellen Einflüsse, welche von den österreichischen Ingenieure noch rechnungsmässig behandelt werden, betreffen: die Vernietungen (Nieten und Nietlochleibungen), die Löcher oder nicht mitwirkenden vollen Querschnittstheile, die Einknickung der gedrückten Theile, die locale Einbiegung der Gurten durch die darauf unmittelbar wirkenden Lasten\*\*), die Mehrspannungen in den äussersten Gurtfasern bei Fachwerkträgern\*\*\*) (mit factisch steifen Knoten) gegenüber der mittelst der sog. theoretischen Trägerhöhe erhaltenen Durchschnittsspannung u. s. w.

In dem Texte der Verordnung konnten nur die hier zuerst erwähnten Einflüsse besprochen werden, über welche nun einige Erläuterungen folgen:

\*) Diese aus der höheren Mechanik (Trägheitsellipsoid, Trägheitsellipse, Percussionscentrum etc.) abgeleiteten Deductionen zeigen, dass im Allgemeinen der zur gesuchten neutralen Achse parallele Durchmesser der Trägheitsellipse mit der vom Schwerpunkte (Centrum) zum Angriffspunkte gezogenen Geraden conjugirt sein muss und dass ferner die neutrale Achse insolange ausserhalb des Querschnittes zu liegen kommt, als der Angriffspunkt im Querschnitte innerhalb des sog. centralen Kernes sich befindet.

\*\*) Man addirt gewöhnlich die grösste Fasernspannung für locale Einbiegung mit der für die Einbiegung des ganzen Trägers erhaltenen Durchschnittsspannung.

\*\*\*) Man vergrössert gewöhnlich die gefundene Durchschnittsspannung im Verhältnisse der wirklichen Trägerhöhe zur theoretischen Trägerhöhe.

## 2. Nieten und Nietlochleibungen.

Die im § 4, lit. a, 3 normirte Maximal-Inanspruchnahme der Nieten von  $600 \text{ kg per cm}^2$  auf Abscherung ist so aufzufassen, dass dieselbe die rechnungsmässige Durchschnittsspannung (Quotient der Gesamtspannung durch die Summe der Nietquerschnitte) begrenzen soll. Dasselbe gilt für die weiterhin normirte Maximal-Inanspruchnahme von  $500 \text{ kg per cm}^2$  bei Vernietungen, welche in mehreren Richtungen auf Abscherung beansprucht werden.

Diese Grenzen wurden mit Rücksicht auf das vorzügliche österreichische Nieteisen relativ hoch bemessen; es muss demnach den Constructeuren wohl empfohlen werden, in den Vernietungen einen gewissen Ueberschuss nicht zu scheuen und dies insbesondere bei jenen Verbindungen, welche ganz unregelmässige Niettheilungen aufweisen\*). Meine Tabelle VIII im II. Bande gibt in jedem einzelnen Falle (ohne jede Rechnung) die erforderliche Anzahl der Nieten zur Einhaltung der Grenze von  $600 \text{ kg per cm}^2$ . Für die strengere Grenze von  $500 \text{ kg per cm}^2$  genügt  $\frac{1}{5}$  Zuschlag.

Was nun die ferner noch im § 4, lit. a, 3 fixirte Grenze von  $1400 \text{ kg per cm}^2$  für die Beanspruchung der Projection der Nietlochleibung (ebenfalls Durchschnittsspannung) anbelangt, so ist dieselbe bei der üblichen warmen Vernietung lediglich als ein Rechnungswerth zu betrachten\*\*), welcher mit der nur wenig höher liegenden Elasticitätsgrenze des Eisens in keinem unmittelbaren Zusammenhange steht.

Die Prüfung einer Vernietung bezüglich der Nietlochleibung im vorbesprochenen Sinne lässt sich mit meiner Tabelle IX im II. Bande (für Nieten von  $20 \text{ mm}$  Durchmesser und alle Blechstärken berechnet) sehr leicht bewerkstelligen, weil der Widerstand im directen Verhältnisse des Nietdurchmessers variirt.

## 3. Nicht mitwirkende Querschnittstheile.

Nietlöcher, Einkerbungen und locale Querschnittsverminderungen im Allgemeinen werden schon seit Decennien in Oesterreich bei der Dimensionirung der einzelnen Glieder und Stäbe immer vom Querschnittsprofile in Abzug gebracht und zwar gleichviel, ob es sich um eine Zug- oder Druckspannung handelt. Man geht hierbei von der Ansicht aus, dass bei den gedrückten Theilen\*\*\*) auf das satte Aufliegen sämmtlicher Nieten nicht mit Sicherheit gerechnet werden kann, und dass bei langen dünnen Stäben oft eine einzige lockere Niete genügt, um den Querschnitt empfindlich zu schwächen.

Weit weniger klar vorgezeichnet ist die Grösse des Abzuges, welcher bezüglich der nicht (oder wenig) mitwirkenden vollen Querschnittstheile vorzunehmen ist und bleibt die Grenze der Mitwirkung so ziemlich von der Umsicht der projectirenden Ingenieure und der amtierenden Behörden abhängig. Der bisherige Usus hat es mit sich gebracht, dass bei einseitig angenieteten, auf Zug beanspruchten Winkeleisen  $\frac{1}{3}$  bis  $\frac{2}{3}$  der freien Flantsche, bei Endständern mit Portalen die nicht in das axiale Tragsystem kommenden Theile, bei Blechträgern mit aufgenieteter Fahrschiene diese letztere u. s. w. als nicht mitwirkend betrachtet werden.

## 4. Knickfestigkeit.

Für die nach § 4, lit. d der Verordnung zu berücksichtigende, sehr wichtige Knickfestigkeit war eine präcisere Vorschrift nicht rathsam, weil die Benützung der bisher üblichen mehr empirischen Formeln, wie allgemein bekannt ist, keine vollständig verlässlichen Resultate liefert, aber immerhin in die Constructionen eine nicht zu unterschätzende Sicherheit einführt.

Wir bezeichnen mit:

$\Omega, J$  . . . . . die Querschnittsfläche und das Trägheitsmoment des Stabes.

$r = \sqrt{J : \Omega}$  . . den Trägheitsradius des Stabes.

$h$  . . . . . die Entfernung der gespanntesten Faser von der neutralen Achse.

$L$  . . . . . die Länge des an beiden Enden eingespannt gedachten Stabes.

$i, i_0$  . . . . . die grösste Inanspruchnahme des Materiales pro Flächeneinheit mit und ohne Einknickung.

\*) Unsymmetrische Niettheilungen bei relativ breiten Zugbändern u. s. w. Man rechnet in Oesterreich auch Druckstreben mit angestemmtten Enden auf volle Vernietung.

\*\*) Hauptsächlich gegen zu schwache Gurt-Stehbleche eingeführt; bei solchen Vernietungen, welche aus sehr vielen Einzelnieten bestehen, ist es oft rathsam, einige abseits angebrachte Niete als blosse Verbindungs-nieten zu betrachten, welche auf Abscherung nicht mitwirken.

\*\*\*) In Frankreich wird bis heute noch von Abzügen für die Nietlöcher gänzlich abgesehen und begnügt man sich mit der durch die übliche Maximal-Inanspruchnahme von  $600 \text{ kg pr. cm}^2$  gewährten Sicherheit.

In Sachsen wird im Nachhange zu den im Jahre 1886 von dem „Verbande deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine“ aufgestellten sog. „Normalbedingungen“ vorgeschrieben, den gedachten Abzug in den gezogenen Theilen in vollem Masse, in den gedrückten Theilen nur zur Hälfte vorzunehmen.

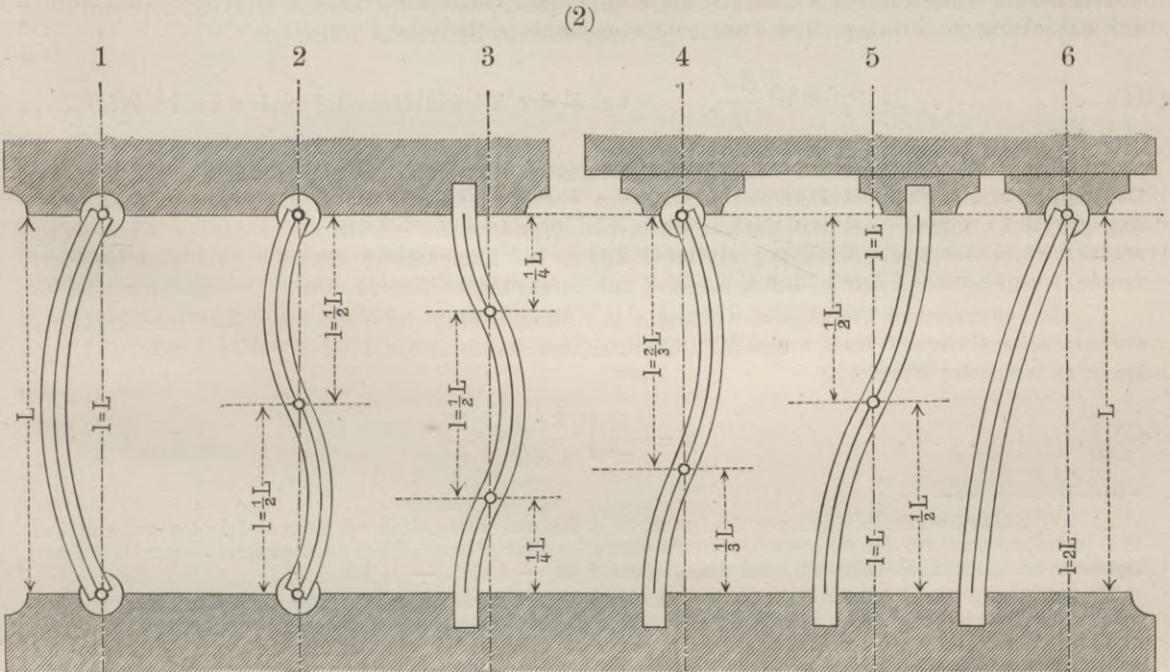
Die vorgedachte, in Oesterreich, in Deutschland und in der Schweiz etc. für Schmied-eisen üblichste Formel schreibt sich dann für an beiden Enden eingespannte Stäbe:

$$(1) \dots \dots \dots \frac{i}{i_0} = 1 + 0.00008 \frac{L^3}{J:\Omega} = 1 + 0.00008 \left(\frac{L}{r}\right)^2$$

Diese Formel ist nun vorerst in theoretischer Beziehung nicht gerechtfertigt, weil es sich hier um eine elastische Deformation durch Combination von Druck und Biegung handelt und das zweite die Biegung betreffende Glied der Formel nur den sog. Trägheitsradius des Querschnittes berücksichtigt, also von der weiteren Form des Querschnittes (symmetrisch oder un-symmetrisch), beziehungsweise von der relativen Lage der neutralen Achse und der gespanntesten Faser vollständig abstrahirt.

Die citirte Formel (1) ist aber auch in rein empirischer Beziehung nicht vollständig gerechtfertigt, denn sie steht mit den thatsächlichen Beobachtungen nicht im Einklange. Die in dieser Beziehung massgebenden grossartigen Experimente, welche von Eaton Hodgkinson\*) gegen 1846 vorgenommen wurden, geben uns die Verhältnisse, nach welchen die Widerstandsfähigkeit der Säulen abnimmt, wenn bei gleichem Material und Querschnitte die Länge immer grösser genommen wird, und es erscheint logisch, von einer empirischen Formel in der Art von (1) zu verlangen, dass sie dieselben Verhältnisse zum Mindesten für die erprobten Versuchsstäbe darstellen könne, da doch für alle Stablängen die gespanntesten Fasern demselben Sicherheitsgrade (gegenüber der Bruchgrenze) unterworfen bleiben müssen, wie dies bei den ganz kurzen, nicht knickfähigen Stäben betrachtet und mit behördlich fixirter Maximal-Inanspruchnahme des Materials geregelt wird. Die Formel (1) gibt aber diesfalls bei kleinen Längen zu geringe, bei grösseren Längen bedeutend übertriebene Verhältnisswerthe.

Die bekannten Formeln des Eaton Hodgkinson (mit den Exponenten 1.7 und 3.6 für lange Säulen) wären nun zu wenig handsam, um für eine praktische Formel der Knickfestigkeit



\*) Dieselben sind für Gusseisen in dem Werke: „Experimental researches on the Strength and other proprieties of east iron, with the developpement of a new principle etc. by Eaton Hodgkinson F. R. S. — London J. Weale 59 High Holborn 1846“ sehr detaillirt und vereint publicirt worden. Für Schmiedeisen wurden sie in den Berichten der Commission (S. 149 u. A.) sowie in einem Privatwerke des Ed. Clark u. s. w. veröffentlicht.

In Frankreich ist die Uebersetzung: „Recherches experimentales sur la résistance et les diverses propriétés de la fonte etc. par E. Pirel, Ing. des P. et Ch., Paris, V. Dalmont 1857“ mit Umrechnung nach metrischen Massen für das Gusseisen erschienen. Für Schmiedeisen, Holz etc. gelten die nach Hodgkinson erschienenen Publicationen von Love, Rondelet, Morin etc.

verwerthet werden zu können. Die in Frankreich bereits eingebürgerten, von dem Civil-Ingenieur G. H. Love herrührenden Formeln\*) dagegen, welche die von Hodgkinson gefundenen Resultate mit ganz gleicher Genauigkeit, aber in viel einfacherer Weise darstellen, scheinen mir hierzu vorzüglich geeignet, weil sie mit unseren jetzigen, der Dehnungs- und Bieungslehre entnommenen Anschauungen sehr leicht in Einklang gebracht werden können. Hierzu können in der für derlei Fragen üblichen Weise die Gesetze aus der Theorie — die Coëfficienten aus den experimentalen Beobachtungen — entnommen werden.

Die für Brückentechniker geläufigsten Einknickungsfälle sind in dem vorstehenden Schema (2) zusammengestellt, welches sechs theoretische Säulen umfasst.

Diese Darstellung wird dadurch verständlich, dass man sich die gebogenen mittleren Fasern verlängert und (der Theorie entsprechend) längs der strich-punktirten Achsen in gleichen Windungen fortlaufend denkt. Die Länge einer Windung, d. i. die sog. »freie Länge«, erscheint in allen Fällen mit  $l$ , — dagegen die factische Stablänge mit  $L$  bezeichnet. Ein Vergleich der verschiedenen freien Längen in den betrachteten 6 Fällen zeigt, dass man dabei zur Benützung einer ähnlich wie (1) aufgestellten Formel an Stelle der darin vorkommenden Länge  $L$

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{im Falle} \quad \dots\dots\dots 1 \dots 2 \dots 3 \dots 4 \dots 5 \dots 6 \\ \text{die Grösse} \quad \dots\dots\dots 2L \dots L \dots L \dots \frac{4}{3}L \dots 2L \dots 4L \end{array} \right.$$

als rechnermässige Länge einsetzen müsste\*\*). Hiermit erscheint aber auch diese soeben besprochene Complication der Knickungsfrage wohl ausgeschieden und wir haben uns nur mehr um die Aufstellung einer Formel zu kümmern, welche auf einen beliebigen (1 oder 3) der betrachteten Fälle angepasst ist, da man in allen vorkommenden anderen Fällen an Stelle der wirklichen Stablänge die massgebende rechnermässige Stablänge einsetzen wird.

Für den Fall 1 wurde bereits von Euler, Navier u. A. auf theoretischem Wege eine wohlbekannte Formel für die kleinste Kraft aufgestellt, welche im Stande sein sollte, einen Stab zur Einknickung zu bringen, und zwar (die sogenannte Eulerische Formel):

$$(4) \quad \dots\dots\dots P_{\varepsilon} = \pi^2 \frac{EJ}{l^2} \dots \text{wo } E \text{ der Elasticitätsmodul und } \pi = 3.14159 \dots$$

Diese Werthe stimmen aber erwiesenermassen durchaus nicht mit den Resultaten der Beobachtungen, sie sind bei grossen Stablängen etwas zu klein\*\*\*) und bei geringen Stablängen dagegen viel zu gross — dies derart, dass die gänzliche Zerdrückung des Stabes schon lange erwirkt wäre, bevor die Knickung eintreten könnte†). Man müsste demnach (wie dies mehrfach versucht wurde) der Theorie durch Beigabe von Erfahrungscoefficienten und Constanten aushelfen.

Bei genauerem Verfolge der Theorie der Einknickung im Falle, wo die Druckkraft die vorbesprochene Grenze bereits um  $\Delta P_{\varepsilon}$  überschritten hat und ein Pfeil  $f$  gebildet erscheint, gelangt man zu der Formel††)

$$(5) \quad \dots\dots\dots f = \frac{1}{\pi^2} \sqrt{\frac{8 \Delta P_{\varepsilon}}{E\Omega}} \cdot \frac{l^2}{r}$$

\*) „Mémoire sur la résistance du fer et de la fonte et l'emploi de ces métaux dans les constructions, basé principalement sur les recherches expérimentales les plus récentes faites en Angleterre — par G. H. Love, ingénieur civil, Paris, V. Dalmont, quai des Augustins 49 — 1852<sup>e</sup>. — 1. Bd. in 8.

\*\*\*) Die in den 3 letzten Fällen zur theoretischen Darstellung der Windungen nothwendigerweise angenommene Verschiebung des oberen Stabendes soll nicht verhindern, diese Knickungen mit jenen in Vergleich zu bringen, welche im Brückenbau wirklich vorkommen. Der Fall 2 z. B. wird häufig für Streben in Betracht gezogen.

\*\*\*\*) Nach Prof. Bauschinger's Versuchen vom Jahre 1887 würde dann  $P_{\varepsilon}$  nahezu für die Zerknickungsfestigkeit passen.

†) Hier muss auch auf eine bereits versuchte, wohl irriige Interpretation des § 4, lit. d, der Verordnung gewiesen werden, wonach sich blos nach Formel (4) die Ueberzeugung zu verschaffen wäre, dass die Einknickung nicht möglich ist.

††) L. Bresse: Cours de mécanique appliquée . . . etc. Seite 213. Paris, Mallet Bachelier 1859. — Man hat auf der Figur (Seite 97, Anmerkung):

$$EJ \frac{dt}{ds} = P. y \qquad EJ \frac{d^2t}{ds^2} = P \frac{dy}{ds} = - P \sin t$$

Wir können in Gemässheit der vorstehenden Erörterungen dieser Formel keinen absoluten Werth beilegen und wollen dieselbe für die folgenden Ableitungen nur bezüglich des Umstandes verwerthen, dass für alle ähnlich gespannten (mit gleichem  $\Delta P_\varepsilon : \Omega$ ) Stäbe die Pfeile nach dem Factor  $l^2 : r$  variiren sollen.

Betrachten wir nun einen in seiner Längsrichtung gedrückten Stab, in welchem bereits in der mittleren Faser ein Pfeil  $f$  vermöge der Einknickung gebildet erscheint. Die diesfalls einwirkende Kraft  $P$  erzeugt in der gespanntesten Faser eine durch Längendruck und Biegung combinirte Inanspruchnahme, deren Ausdruck nach den bekannten Regeln der Dehnungs- und Biegelohre sich wie folgt darstellt:

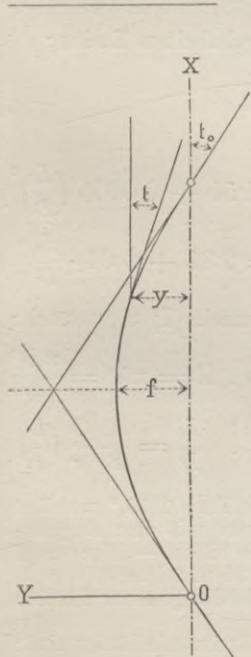
$$(6) \dots \dots \dots i = \frac{P}{\Omega} + \frac{f \cdot P}{J : h} = \frac{P}{\Omega} \left( 1 + fh \frac{\Omega}{J} \right) = i_o \left( 1 + \frac{fh}{r^2} \right)$$

Diese Formel lässt in dem gesuchten Verhältnisse  $i : i_o$  den erzeugten Pfeil  $f$  erscheinen, von welchem wir nur wissen, dass derselbe selbst bei den längsten von Hodgkinson zerdrückten Säulen immer einen relativ kleinen Werth annahm und nie den Säulenradius erreichte\*). Es erscheint demnach begründet, nach der Formel (5) den Verhältnissfactor  $l^2 : r$  für  $f$  einzuführen\*\*). Die gesuchte Formel für das Verhältniss  $i : i_o$  schreibt sich dann unter Zuziehung zweier zu bestimmender numerischer Coëfficienten  $A_o$  und  $A_1$ :

$$(7) \dots \dots \dots i : i_o = A_o + A_1 \frac{h}{r} \left( \frac{L}{r} \right)^2$$

wobei aber auch schon an Stelle der freien Länge  $l$  die wirkliche Stablänge  $L$  erscheint, weil wir (2) (3) bereits gesehen haben, dass es zur Berücksichtigung eines jeden einzelnen Einknickungsfalles nur der Beigabe eines zum Voraus bestimmten sehr einfachen weiteren Coëfficienten bedarf.

Die aufgestellte Formel setzt nun aber (wegen der Annahme des gebildeten Pfeiles) offenbar voraus, dass es sich um relativ lange Stäbe handelt, bei welchen eine wirkliche messbare Einbiegung vorkommt.



wo die als Veränderliche fungirende Bogenlänge  $s$  auf der neutralen Faser gemessen wird, und  $t$  den Winkel der Tangente mit der Kraftrichtung OX bezeichnet. Die Integration zwischen  $-t_o$  und  $+t_o$  gibt:

$$EJ \left( \frac{dt}{ds} \right)^2 = 2P (\cos t - \cos t_o) \qquad \frac{dt}{\sqrt{2(\cos t - \cos t_o)}} = ds \sqrt{\frac{P}{EJ}}$$

Die neuerliche Integration zwischen  $-t_o$  und  $+t_o$ , mittelst Reihenentwicklung, Verwechslung von  $\sin \frac{1}{2} t_o$  und  $\frac{1}{2} t_o \dots$  etc. ergibt

$$\pi \left[ 1 + \frac{t_o^2}{16} + \frac{9t_o^4}{128} + \dots \right] = l \sqrt{\frac{P}{EJ}} \qquad P = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \left[ 1 + \frac{t_o^2}{8} + \dots \right]$$

woraus die Euler'sche Formel für  $P_\varepsilon$ , und wenn  $P - P_\varepsilon$  sehr klein, hiernach:

$$t_o^2 = 16 \left[ \frac{l}{\pi} \sqrt{\frac{P}{EJ}} - 1 \right] = \frac{16l}{\pi \sqrt{EJ}} (\sqrt{P} - \sqrt{P_\varepsilon}) = \frac{8l}{\pi \sqrt{EJ}} \frac{dP_\varepsilon}{\sqrt{P_\varepsilon}} = \frac{8l^2}{\pi^2 EJ} dP_\varepsilon$$

Zur Bewerthung von  $t_o^2$  anderseits mittelst des Pfeiles  $f$  eliminiert man  $\frac{dt}{ds}$  zwischen

$$EJ \frac{dt}{ds} = Pf \dots \dots \text{ und } \dots \dots EJ \left( \frac{dt}{ds} \right)^2 = 2P (1 - \cos t_o)$$

wonach unter Verwechslung von  $P$  und  $P_\varepsilon$  was hier offenbar zulässig ist:

$$\frac{P_\varepsilon f^2}{EJ} = 2 (1 - \cos t_o) = t_o^2 \left( 1 - \frac{t_o^2}{12} + \frac{t_o^4}{360} - \dots \right) \text{ nahezu } = t_o^2 = \frac{\pi^2 f^2}{l^2}$$

Der Vergleich beider Werthe  $t_o^2$  führt sofort zur Formel (5) mit  $\Delta P_\varepsilon$  anstatt  $dP_\varepsilon$ .

\*) S. 51 des vorcirtirten Werkes von Love.

\*\*) Diese Rechnung wäre theoretisch zum Mindesten in allen Fällen richtig, wo es sich um den Vergleich von Stäben aus gleichem Materiale und mit gleichem  $\Delta P_\varepsilon$  pro Flächeneinheit handelt und wo die Querschnittsform und die Stablänge in beliebiger Weise variiren. Die anderen Einknickungsformeln, welche  $h$  nicht enthalten, befriedigen nicht einmal diese Anforderungen.

Bei relativ kurzen Stäben findet eine eigentliche sichtbare Einknickung gar nicht statt und es kommt hier vielmehr eine Art ungleicher Vertheilung der inneren Spannungen zu berücksichtigen, wie diese theoretisch für den Fall untersucht wird, wo die in der Längsrichtung des Stabes einwirkende Resultante der äusseren Kräfte in einem betrachteten Stabquerschnitte seitlich vom Schwerpunkte eintrifft. Die Deformation der Fasern kann in diesem Falle ebenfalls aus einem Längendrucke und einer localen Biegung zusammengesetzt gedacht werden, welche letztere sich um eine durch den Schwerpunkt ziehende Achse effectuirt, und es combiniren sich die beiden Einzeldeformationen zu einer localen Biegung um eine ausserhalb des Querschnittes gelegene Achse, welche auch die sog. neutrale Achse für die Vertheilung der inneren Spannungen bildet.

Der weitere Verfolg der gedachten Theorie führt für die Inanspruchnahme  $i$  einer betrachteten Faser zu der wohl bekannten Formel:

$$(8) \dots \dots \dots i = \frac{P}{\Omega} \left( 1 + \frac{h h_1}{r^2} \right) \quad \text{in welcher}$$

$h \dots \dots$  die Entfernung der Faser, und  $h_1 \dots \dots$  die Entfernung des Angriffspunktes von der durch den Schwerpunkt ziehenden, vorbesprochenen Biegungsachse\*) bedeuten.

Die hier erscheinende Entfernung  $h_1$  des Angriffspunktes kennzeichnet gewissermassen das Mass der excentrischen Krafteinwirkung, welche die ungleiche Spannungsvertheilung hervorruft und in den meisten Fällen für uns unbekannt bleibt. Wir können jedoch annehmen, dass die bezügliche Unsicherheit für  $h_1$  im Verhältnisse der Stablänge wächst, wenn wir uns die an den Stabenden aufgenommenen Kräfte resultanten und den dazwischen befindlichen, obwohl kaum biegungsfähigen, doch in seiner neutralen Achse nicht ganz geradlinigen Stab vergegenwärtigen. Unter diesem praktischen Gesichtspunkte\*\*) und unter Zuziehung zweier numerisch zu bestimmender Coëfficienten  $B_0$  und  $B_1$  schreibt sich dann die gesuchte Formel (8)

$$(9) \dots \dots \dots i : i_0 = B_0 + B_1 \frac{h}{r} \left( \frac{L}{r} \right)$$

Zur Ermittlung der in die Formeln (7) und (9) einzuführenden Coëfficienten dienen uns nun die Formeln von Love für schmiedeiserne kreisrunde Säulen:

Wir bezeichnen mit

- $L \dots \dots$  die Länge
  - $D \dots \dots$  den Durchmesser
  - $R \dots \dots$  den Widerstand mit Knickung
  - $R_0 \dots \dots$  den Widerstand ohne Knickung
- } der Hodgkinson'schen Säulen mit flach abgehobelten Enden;  
 } gegen gänzliche Zerdrückung.

Die Formeln\*\*\*) schreiben sich dann

$$(10) \dots \dots \text{ bei } 30 < \frac{L}{D} < 180 \dots \dots \dots R_0 : R = 1.55 + 0.0005 \left( \frac{L}{D} \right)^2$$

$$(11) \dots \dots \text{ bei } 5 < \frac{L}{D} < 30 \dots \dots \dots R_0 : R = 0.85 + 0.04 \cdot \frac{L}{D}$$

Der Vergleich mit den für den kreisförmigen Querschnitt angewendeten Formeln (7) (9), wonach:

$$(12) \dots \dots h = \frac{1}{2} D, \dots \dots \dots J = \frac{\pi h^4}{4}, \dots \dots \dots \Omega = \pi h^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$(13) \dots \dots r = \frac{h}{2} = \frac{D}{4}, \dots \dots \dots \left( \frac{L}{D} \right)^2 = \frac{1}{32} \frac{h}{r} \left( \frac{L}{r} \right)^2, \dots \dots \dots \frac{L}{D} = \frac{1}{8} \frac{h}{r} \left( \frac{L}{r} \right)$$

\*) S. 39 des vorcitirten Werkes von L. Bresse: „Cours de mécanique appliquée, Paris 1859,“ woselbst auch gezeigt wird, dass diese Biegungsachse und die Gerade, welche den Schwerpunkt mit dem Angriffspunkte verbindet, zwei conjugirte Durchmesser in der Trägheitsellipse des Querschnittes bilden. — Man vergl. auch: D. Wittmann, „Statik der Hochbauconstructionen“, 3. Theil, München 1884, S. 24 u. folgende.

\*\*) Wie dies die Versuchssäulen und die Formeln von Love schon vor der Aufstellung dieser Theorie gezeigt haben.

\*\*\*) S. 37 des vorcitirten Werkes von Love. Die ähnlichen Formeln für gusseiserne kreisrunde Säulen sind:

$$\text{bei } 30 < \frac{L}{D} < 120 \dots \dots R_0 : R = 1.45 + 0.00337 \left( \frac{L}{D} \right)^2$$

$$\text{bei } 5 < \frac{L}{D} < 30 \dots \dots R_0 : R = 0.68 + 0.10000 \frac{L}{D}$$

Die Love'schen Formeln sind übrigens in den gebräuchlichsten französischen Handbüchern zu finden, worunter u. A.: J. Claudel: Formules, tables et renseignements usuels, aide-mémoire des ingénieurs. Paris. Dunod. Das von Hodgkinson gegebene Verhältniss:  $L^3 : D^3$  wird (für grössere  $L$ ) nur wenig benützt.

ergibt sofort die beiden gesuchten Formeln, insoferne man, wie früher besprochen, das Verhältniss  $i:i_0$  nach jenem  $R:R_0$  richtet. Man findet solcherweise rund:

$$(14) \quad \dots \quad i:i_0 = 1.6 + 0.000016 \frac{h}{r} \left(\frac{L}{r}\right)^2 = 1.6 + 0.000016 \frac{hL^2}{(J:\Omega)^{3/2}}$$

$$(15) \quad \dots \quad i:i_0 = 0.8 + 0.005 \frac{h}{r} \left(\frac{L}{r}\right) = 0.8 + 0.005 \frac{hL}{J:\Omega}$$

Um nun besser beurtheilen zu können, ob und wann die eine oder andere dieser Formeln für die im Brückenbaue vorkommenden Stäbe convenirt, müssen wir vor Allem die Love'schen Formeln (10) und (11) in Vergleich ziehen, welche hier nur verallgemeinert wurden.

Die Gerade (11) schneidet die Parabel (10) in den beiden Punkten, für welche:

$$(16) \quad \dots \quad \frac{L}{D} = 40 \pm \sqrt{200} = \begin{cases} = 25.8578 \dots \text{ und } \dots i:i_0 = 1.8843 \\ = 54.1421 \dots \text{ und } \dots i:i_0 = 3.0157 \end{cases}$$

Die letzteren Werthe werden im Brückenbaue kaum erreicht, richtiger gesagt, sollen daselbst nicht erreicht werden, wenn zweckmässig gebaut wird. Man kann sich ferner davon rechnermässig überzeugen, dass für  $25 < L:D < 55$  die Ordinaten der Geraden (11) jene der Parabel um weniger als 4% überragen. Man kann demnach den Praktikern wohl empfehlen, sich für alle Fälle nur der verallgemeinerten, höchst einfachen und bequemen Formel (15) zu bedienen.

Zur besseren Erläuterung der relativen Bedeutung der drei Formeln (1), (14), (15) kann übrigens deren vergleichende Anwendung auf ein beispielsweise betrachtetes  $\perp$ -Eisen  $100 \times 77 : 11$  dienen, welches nahezu gleiche Trägheitsmomente in beiden Hauptrichtungen besitzt. Man hat diesfalls

$$(17) \quad \begin{cases} \dots \perp \dots \Omega = 18.26, \quad J = 92.34, \quad h = 5.62, \quad r^2 = 5.057, \quad r = 2.25 \\ \dots \vdash \dots \Omega = 18.26, \quad J = 92.40, \quad h = 5.00, \quad r^2 = 5.060, \quad r = 2.25 \end{cases}$$

Länge $L$	$1 + 0.00008 \left(\frac{L}{r}\right)^2$	$1.6 + 0.000016 \cdot \frac{h}{r} \left(\frac{L}{r}\right)^2$		$0.8 + 0.005 \cdot \frac{hL}{r^2}$	
	Lage . $\perp$ . und $\vdash$	Lage . . $\perp$	Lage . . $\vdash$	Lage . . $\perp$	Lage . . $\vdash$
cm					
50	1.039	—	—	1.078	1.047
75	1.089	—	—	1.217	1.170
100	1.158	—	—	1.356	1.294
150	1.356	—	—	1.633	1.541
200	1.632	1.916	1.881	1.911	1.788
300	2.423	2.312	2.232	2.467	2.282
400	3.530	2.865	2.725	3.022	2.776
500	4.952	3.577	3.357	3.578	3.270

Dieser Vergleich ergibt ganz dasselbe Resultat, welches man auch bei Erprobung der bisher üblichen Formel (1) auf kreisrunde Säulen findet. Die diesfalls von (1) auf diesen speciellen Fall abgeleitete Formel wäre:

$$i:i_0 = 1 + 0.00128 \left(\frac{L}{D}\right)^2$$

Dieselbe gibt bis circa  $L:D > 25$  wesentlich zu kleine, bei  $L:D > 25$  aber wesentlich zu grosse Werthe\*) gegenüber den von Hodgkinson gefundenen Resultaten oder den dieselben darstellenden Formeln von Love, welche wir sub (14), (15) nur entsprechend verallgemeinert haben.

\*) Man vergl. auch die auf S. 46, 47 des vorcirtirten Werkes von Love tabellarisch zusammengestellten quadratischen Versuchssäulen Hodgkinson's aus zusammengienieteten Eisenblechen. Man vergleiche ferner die auf S. 54 des Werkes Fr. Laissle & A. Schübler: Der Bau der Brückenträger, Stuttgart, Paul Neff, 1869, befindliche Zusammenstellung von eisernen Versuchssäulen Hodgkinson's und die angeschlossenen Versuchsergebnisse, welche weit mehr die Love'schen Formeln als die von den Verfassern dort bevorzugte Formel (1) bestätigen. In der neueren, 4. Auflage (1874) dieses vortheilhaft bekannten Werkes wird übrigens seltsamerweise  $1 + 0.0001 \left(\frac{L}{r}\right)^2$  für Stäbe mit freien Enden gegeben. Man hätte hiernach anstatt (1)  $\dots 1 + 0.000025 \left(\frac{L}{r}\right)^2$  für eingespannte Stäbe eine Formel, welche auch in den mir vorliegenden Normalien der amerikanischen „Delaware Bridge Company“ angeführt erscheint, aber nach den vorangehenden Erörterungen für alle Längen  $L$  ganz ungenügende Werthe gibt, wie dies auch der Vergleich auf Seite 100 beweist.

In neuerer Zeit sind von Herrn Professor J. Bauschinger in München mit den gegenwärtig zur Verfügung stehenden gewalzten Stäben aus Schweisseisen Versuche über Knickfestigkeit unternommen worden\*). Man hat dabei sehr sorgfältig die durch successive Kraftansätze hervorgerufenen Biegungspfeile sowie die schliessliche Zerdrückungs- oder Zerknickungsbelastung  $P$  erhoben, auch für jede Materialsorte die ursprüngliche Zerdrückungsfestigkeit auf kurze Länge:  $P_0$  gemessen. Herr Bauschinger gelangt zu der Ueberzeugung, dass der genaue Verlauf der Pfeilbildung wegen der grossen Unsicherheit in der Materialbildung und der grossen Schwierigkeit, die an beiden Stabenden einwirkenden Druckkräfte in die wirkliche neutrale Achse des Stabes zu bringen, zu keinerlei bestimmten Gesetzen für die Bemessung der Knickfähigkeit führen kann\*\*), er hebt überhaupt die in der ganzen Frage der Knickfestigkeit noch vorherrschende Ungewissheit hervor und zeigt, dass eigentlich keine der bisherigen Näherungsformeln die von ihm gefundenen Werthe  $P$  in gebührender Weise darzustellen vermag.

Ich habe die von Herrn Bauschinger auf rein empirischem Wege gemessenen Grössen, nämlich (mit unseren bisherigen Bezeichnungen):  $\Omega$ ,  $R_0$ ,  $P_0 = \Omega R_0$ ,  $J$ ,  $h$  und  $P$  in der Weise zusammengestellt, wie dieselben für unsere üblichen Berechnungen\*\*\*) verwerthet werden können.

Die dann darauf bezogene probeweise Anwendung der bereits sub (17) verglichenen drei Einknickungsformeln führt zu folgenden Resultaten:

(18)

Bezeichnung der Versuchsstäbe mit cm und kg	Länge			Gemesene Werthe $P$	Verhältniss: ( $P_0 : P$ ) nach:			
	mit spitzen Enden	mit flachen Enden	zur Formel $L$		Mes- sung	Formel	Formel	Formel
						$1 + 0.00008 \left(\frac{L}{r}\right)^2$	$1.6 + 0.000016 \frac{h}{r} \left(\frac{L}{r}\right)^2$	$0.8 + 0.005 \frac{hL}{r^2}$
<b>1.</b> (lab. 2692 a) H... 9.89 × 4.80 $J = 18.68$ $\Omega = 12.30$ $r^2 = 1.519$ $R_0 = 4900$ $h = 2.40$	Für kurze Stäbe ..	60.3	1.00	—	—	—	—	
	—	42.0	42.0	40.5	1.49	—	1.13	
	—	82.9	82.9	35.0	1.72	—	1.46	
	—	137.5	137.5	28.5	2.11	1.99	1.89	
<b>2.</b> (lab. 2696 a) T... 11.77 × 7.91 $J = 66.80$ $\Omega = 19.10$ $r^2 = 3.497$ $R_0 = 5200$ $h = 5.84$	Für kurze Stäbe ..	99.3	1.00	—	—	—	—	
	—	107.4	107.4	55.5	1.79	1.26	1.77	
	—	149.5	149.5	52.0	1.91	1.51	1.92	
	—	221.8	221.8	47.0	2.11	2.13	2.30	
<b>3.</b> (lab. 2695 a) L... 7.70 × 5.28 $J = 26.91$ $\Omega = 16.45$ $r^2 = 1.635$ $R_0 = 5350$ $h = 3.32$	Für kurze Stäbe ..	88.0	1.00	—	—	—	—	
	63.4	—	126.8	42.0	2.09	1.79	2.01	
	97.9	—	195.8	40.0	2.20	2.87	2.57	
	155.2	—	310.4	30.0	2.93	5.72	4.04	
<b>4.</b> (lab. 2690 a) H... 12.40 × 7.20 $J = 37.99$ $\Omega = 18.30$ $r^2 = 2.076$ $R_0 = 4500$ $h = 3.60$	Für kurze Stäbe ..	82.4	1.00	—	—	—	—	
	89.0	—	178.0	61.0	1.35	2.22	2.21	
	151.0	—	302.0	30.2	2.72	4.51	3.36	
	223.0	—	446.0	17.2	4.78	8.32	5.25	
<b>5.</b> (lab. 2694 a) L... 14.48 × 6.08 $J = 41.20$ $\Omega = 21.50$ $r^2 = 1.916$ $R_0 = 3900$ $h = 4.19$	Für kurze Stäbe ..	83.9	1.00	—	—	—	—	
	—	160.0	160.0	46.0	1.82	2.07	2.25	
	93.4	—	186.8	40.0	2.10	2.46	2.48	
	—	314.5	314.5	29.5	2.84	5.12	4.10	
	243.5	—	487.0	17.7	4.74	10.49	7.60	
	328.5	—	657.0	9.7	8.65	19.40	12.51	

\*) Mittheilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der k. techn. Hochschule in München. 15. Heft. Th. Ackermann. 1887. Mit Zeichnungen über die behandelten Profile.

\*\*) Nach einer gelegentlich der zur Formel (5) beigegebenen Anmerkungen aufgestellten sehr einfachen Näherungsformel hätte man zwischen dem Pfeil  $f$  und der Neigung  $t_0$  am freien Stabende  $\pi f = l t_0$ .

\*\*\*) Es sind nämlich darin doch nur solche Reductionsverhältnisse  $R_0 : R$  oder  $i : i_0$  annehmbar, welche den Werth 3.0 kaum übersteigen, demnach nicht allzu grosse Stablängen betreffen. Die Experimente beziehen sich aber leider meistens auf höhere Werthe  $R_0 : R$  oder  $P_0 : P$ , welche uns weniger interessiren.

†) Nach den von Bauschinger unmittelbar vorher und nachher angeführten auch vom Eisenwerke „Phönix“ gelieferten Eisensorten: lab. 2695 a und 2697 a eingesetzt, da alle drei Probestäbe auch gleiche Elasticitätsgrenzen aufweisen.

Man wird erkennen, dass auch hier die beiden verallgemeinerten Love'schen Formeln, in welchen die Grösse  $h$  berücksichtigt erscheint, am besten conveniren, insbesondere bei unsymmetrischen Querschnitten eine erhöhte Sicherheit gewähren\*). Man dürfte nach der vorstehenden Tabelle den Thatsachen am meisten sich nähern, indem man bis circa  $P_o : P = 1.90$  die geradlinige und für höhere Werthe die parabolische Function verwendet. Indessen ist unstreitig für die Praxis eine möglichst einfache Rechnungsart wünschenswerth und die letzten sowie die früheren Vergleiche (17) zeigen, dass bis circa  $P_o : P = 4.0$  die geradlinige Function sehr gut noch verwendet werden kann, sogar zwischen 2.0 und 3.0, also für die im Brückenfache vorkommenden grössten Reductionsverhältnisse eine mit Rücksicht auf die früher betonte grosse Unsicherheit in der Knickungsfrage, welche zur Vorsicht mahnt, wohl nicht unangenehme geringe Mehrsicherheit bietet\*\*). Ich schliesse demnach, indem ich den Brückentechnikern für schweisseiserne Stäbe die Formel

$$(19) \dots \dots \dots i : i_o = 0.8 + 0.005 \frac{hL}{r^2} = 0.8 + 0.005 \frac{\Omega L}{J : h}$$

zur Benützung an Stelle der bisherigen Formel (1) empfehle. Wie diese letztere, passt die neue Formel für eingespannte Stäbe. Für beide Formeln ist das Schema (2) zu benützen.

5. Stablänge und Trägheitsmomente für die Einknickung der Gurten und Streben.

Gleichviel, ob die bisher übliche Formel (1) oder die verbesserte Formel (19) zur Anwendung gelangt, wird es sich in jedem einzelnen Falle immer darum handeln, die richtige Stablänge oder vielmehr die richtige, in die Formel zu setzende rechnungsmässige Länge  $L$  sowie das richtige Trägheitsmoment  $J$  zu wählen, und da in dieser Beziehung sehr divergirende Anschauungen vorgebracht wurden, so dürften hier wohl einige Aufklärungen am Platze sein, welche die Praxis selbst vorgeudeutet hat:

1. Bei gedrückten Obergurtheilen ist als Stablänge die Entfernung zweier durch obere Querverbindungen mit steifen Windstreben festgehaltener Knotenpunkte anzusehen und als rechnungsmässige Länge  $L$  einzuführen. In ähnlicher Weise sind jene gedrückten Gurten zu behandeln, deren Knoten wohl durch obere Windstreben und Querverbindungen nicht gehalten, aber immerhin durch Verticalständer mit abgesteiften Diaphragmen, durch steife Diagonalstreben etc. hinreichend befestigt erscheinen\*\*\*). Es empfiehlt sich, in solchen Fällen eine den Constructionsverhältnissen angemessene (etwa nach Nr. 4, 1 oder 6 des Schemas 2) grössere rechnungsmässige Länge in die Formel einzuführen†).

2. Bei verticalen oder diagonalen fest angenieteten Druckstreben im einfachen Fachwerke ist die Länge von Gurt zu Gurt als rechnungsmässige Länge  $L$  einzuführen.

3. Bei Druckstreben im zweifachen Fachwerke mit fest vernieteten Gurtanknüpfungen und Niet- oder Bolzenverbindung an der Kreuzungsstelle ist die zwischen Gurt und Kreuzungsstelle begriffene Strebenlänge als Stablänge anzunehmen und die bezügliche rech-

\*) Die verallgemeinerten ähnlichen Formeln für Gusseisen wären rund:

$$(20) \dots \dots \dots \begin{cases} \text{bei grösseren Längen} \dots \dots i : i_o = 1.5 + 0.000105 \frac{h}{r} \left(\frac{L}{r}\right)^2 \\ \text{bei kleineren Längen} \dots \dots i : i_o = 0.7 + 0.012500 \frac{h}{r} \left(\frac{L}{r}\right) \end{cases}$$

\*\*\*) Was wir in der Praxis anstreben, das ist die Begrenzung der im Querschnitte vorkommenden grössten Fasernspannung. Diese Forderung scheint mir aber, für unsymmetrische Profile insbesondere, durch die blosse Berücksichtigung des Verhältnisses  $P_o : P$  nicht hinreichend befriedigt, weil bei der Zerdrückung des Stabes die gespannteste Faser wohl nicht den Ausschlag gibt.

\*\*\*\*) Die Einknickung des Obergurtes hat bereits mehrfache Brückeneinstürze verursacht. Man vergl. hierüber die in Nr. 4 und 51 der Wochenschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines enthaltenen Notizen über die in der Schweiz wegen Nichtberücksichtigung der Knickfestigkeit beklagten Einstürze und zwar im August 1883 bei der Töss-Strassenbrücke zwischen Rykon und Zell (ohne obere Querverbindungen) und im November 1884 der Haag-Salez-Strassenbrücke (mit oberen Querverbindungen).

†) Zum Beispiel kommt zu bemerken, dass die geraden Gurten bei Parallelträgern, bei welchen die Spannungen von Knoten zu Knoten seitlich rasch abnehmen, wohl relativ stabiler gestaltet sind als die krummen Gurten der sog. Parabelträger, bei welchen die Gurtspannungen bis in die seitlichsten Theile nahezu gleich intensiv durchwirken. Desgleichen sind Träger im zweifachen Gitterwerke mit steifen Diagonalen und Verticalen weit günstiger gestaltet als Träger im einfachen Fachwerke mit Diagonalen aus Flacheisen. Diese Erfahrungen wurden insbesondere bei den Gehstegen der Elisabeth-Westbahn und der Kaiser Ferdinands-Nordbahn constatirt.

nungsmässige Länge  $L$  hiernach je nach der Strebenconstruction und der Richtung der Einknickung in Gemässheit des Schemas (2) zu bestimmen (in den meisten Fällen nach der Säule 4).

4. Bei drei-, vier- oder mehrfachen Fachwerken mit vernieteten Gurtanknüpfungen und Niet- oder Bolzenverbindungen an den Kreuzungsstellen ist die zwischen zwei benachbarten Kreuzungen begriffene Strebenlänge als Stablänge anzusehen und kommt hierbei, je nach der Strebenconstruction und der Richtung der Einknickung, das Schema (2) zu berücksichtigen\*) (in den meisten Fällen nach der Säule 1).

5. Für die Windstreben ist nach denselben Grundsätzen wie für die Tragwandstreben vorzugehen, hierbei jedoch auf zwischenliegende Anknüpfungen zu achten.

Nach diesen Andeutungen ist die in Betracht kommende Stablänge in allen Fällen die Entfernung der zunächst liegenden beiden festen Punkte des betrachteten Stabtheiles und zur Wahl der in die Formel einzuführenden rechnermässigen Länge  $L$  nach Schema (2) kommen sowohl die Art der Befestigung wie auch die Richtung der gedachten allfälligen Einknickung in Erwägung.

Die bezüglichen Verbindungen (Vernietung, Bolzen, Stehbolzen) sind sehr häufig in einer Richtung als Einspannung, in einer anderen dagegen als Drehgelenke zu betrachten, so dass die eine mögliche Einknickung die wahrscheinlichste bezüglich der Länge, die andere aber die wahrscheinlichste bezüglich des betreffenden Trägheitsmomentes sein kann.

In den meisten Fällen sind diese wahrscheinlichen Richtungen einer möglichen Einknickung durch die Construction selbst gewissermassen zum Voraus gedeutet und nur in dem Falle von relativ langen Stäben mit solchen Endbefestigungen, welche in alle Richtungen hin eine gleich steife Verbindung darstellen, hat man sich mit dem schon lange bekannten Probleme einer Aufsuchung des Minimal-Trägheitsmomentes im Stabquerschnitte zu befassen, welches gegenwärtig wieder von einigen Brücken-Ingenieuren mehr in Betracht gezogen wird.

Wenn man bekanntlich auf jede durch den Schwerpunkt des Querschnittes ziehende Achse das bezügliche Trägheitsmoment  $J$  berechnet und die Länge  $l : \sqrt{J}$  vom Schwerpunkte an als Radius-vector aufträgt, so bilden die Endpunkte die sog. Trägheitsellipse, deren grosser Durchmesser demnach dem gesuchten Minimum von  $J$  correspondirt. Wir bezeichnen mit

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} J_{\min}, J_{\max} \dots \text{das kleinste und das grösste aller Trägheitsmomente;} \\ \omega \dots \dots \dots \text{den spitzen Winkel einer beliebigen anderen Achse mit dem grossen} \\ \text{Halbmesser der Trägheitsellipse, von } -\pi:2 \text{ bis } +\pi:2 \text{ gerechnet.} \end{array} \right.$$

Das bekannte Gesetz der Trägheitsellipse gibt für das auf die beliebige vorgedachte Achse bezogene Moment  $J_\omega$  die ganz allgemeine Formel:

$$(22) \quad \dots \dots \dots \cos^2 \omega \cdot J_{\min} + \sin^2 \omega \cdot J_{\max} = J_\omega$$

Man kann somit, wenn einmal  $J_{\min}$  und  $J_{\max}$  bekannt sind, sehr leicht jedes andere Trägheitsmoment bestimmen und diese Rechnungsart ist auch auf die meisten in der Praxis vorkommenden gewalzten Caliber, oder die damit gebildeten complexen Querschnitte anwendbar, weil in allen diesen gedachten Fällen doch mindestens eine Symmetrieachse vorhanden ist, somit die Richtung der beiden Hauptachsen für  $J_{\min}$  und  $J_{\max}$  zum Voraus bekannt sind.

Für den in den diversen Handbüchern nicht vorgesehenen Fall eines ganz unsymmetrischen Profiles (ungleichschenklige Winkel) muss die Lage des Hauptachsenpaares vorerst bestimmt werden und schlage ich hierfür folgende Methode vor, durch welche alle gesuchten Grössen leicht und gleichzeitig zu erhalten sind:

Ich berechne die Momente  $J_1, J_2, J_3$  für drei Achsen, welche mit der unbekanntenen Achse von  $J_{\min}$  die Winkel  $\omega, \omega + \pi:4, \omega + \pi:2$  bilden, wo  $\omega$  wohl unbekannt, aber a priori als spitzer Winkel gestaltet werden kann, weil man für die Achse von  $J_1$  immer eine Linie wählen wird, welche das gegebene Profil doch annähernd in seiner grösseren Länge durchzieht\*\*).

\*) Der bei engmaschigeren Trägern mit dünnen Strebenalibern mehrfach beklagten Deformation der ganzen Strebenwand kann oft nicht allein durch blosser Verstärkung der Strebenaliber, sondern vielmehr auch durch Beigabe gut versteifter Verticalständer am wirksamsten vorgebeugt werden (Donaubrücke bei Tulln).

In dem Verwaltungsbereiche der k. sächsischen Staatsbahnen hat sich bereits der praktisch wichtige Grundsatz eingebürgert, die Constructionstheile aus Flacheisen durchaus zu meiden.

\*\*) Den durch die drei Achsen von  $J_1, J_2, J_3$  eingenommenen Quadranten wird man in der gegebenen Figur selbstverständlich derart orientiren, dass die Momente am leichtesten berechnet werden können (ungleichschenklige Winkel).

Man hat nun nach (22) durch successives Einsetzen der Winkel  $\omega$ , und  $(\omega + \frac{\pi}{2})$

$$(23) \dots J_1 = \cos^2 \omega \cdot J_{\min} + \sin^2 \omega \cdot J_{\max}$$

$$(24) \dots J_3 = \sin^2 \omega \cdot J_{\min} + \cos^2 \omega \cdot J_{\max}$$

$$(25) \dots J_1 + J_3 = J_{\min} + J_{\max}$$

Dieselbe Gleichung (22) führt mittelst der bekannten Transformationen:

$$(26) \dots \cos^2 \left( \omega + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2} (1 - \sin 2\omega) \quad \sin^2 \left( \omega + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2} (1 + \sin 2\omega)$$

zu der Formel für  $J_3$

$$(27) \dots J_3 = \frac{J_{\min} + J_{\max}}{2} - \frac{\sin 2\omega}{2} (J_{\max} - J_{\min})$$

Die Berechnung der drei Unbekannten,  $\omega$ ,  $J_{\min}$ ,  $J_{\max}$ , mittelst dieser und der früheren Gleichungen erfolgt nun relativ leicht, indem man durchwegs den Winkel  $2\omega$  einführt; man hat

$$(28) \dots \cos^2 \omega = \frac{1 + \cos 2\omega}{2} \quad \sin^2 \omega = \frac{1 - \cos 2\omega}{2}$$

und man findet nach Substitution und Reduction

$$(29) \dots \sin 2\omega (J_{\max} - J_{\min}) = 2J_3 - J_1 - J_3$$

$$(30) \dots \cos 2\omega (J_{\max} - J_{\min}) = J_3 - J_1$$

Diese Gleichungen im Vereine von (25) geben unmittelbar die drei Unbekannten\*):

$$(31) \dots \operatorname{tg} 2\omega = 2 \frac{J_3 - \frac{1}{2}(J_1 + J_3)}{J_3 - J_1}$$

$$(32) \dots J_{\min} = \frac{1}{2}(J_1 + J_3) - \frac{J_3 - \frac{1}{2}(J_1 + J_3)}{\sin 2\omega} = \frac{1}{2}(J_1 + J_3) - \frac{J_3 - J_1}{2 \cos 2\omega}$$

$$(33) \dots J_{\max} = \frac{1}{2}(J_1 + J_3) + \frac{J_3 - \frac{1}{2}(J_1 + J_3)}{\sin 2\omega} = \frac{1}{2}(J_1 + J_3) + \frac{J_3 - J_1}{2 \cos 2\omega}$$

Diese für alle Fälle anwendbaren Formeln geben in dem speciellen Falle, wo eine Symmetrieachse vorhanden ist, wo also  $J_1 = J_3$  genommen werden kann, die sehr einfachen Relationen:

$$(34) \dots J_1 = J_3 = \frac{1}{2}(J_{\min} + J_{\max}) = J$$

$$(35) \dots \omega = \frac{\pi}{4} \quad J_{\max} = J_2 \quad J_{\min} = 2J - J_2$$

Diese letzteren Formeln sind insbesondere für die gleichschenkligen Winkeleisen sehr bequem und wurden für die Aufstellung der bezüglichen Werthe in Tab. X: 3 des II. Bandes verwendet\*\*). Diese Tabelle enthält aber die vergleichende Berechnung der verschiedenen Trägheitsmomente auch nur für gleichschenklige Winkel, weil, wie man aus der mittelst der allgemeinen Formeln (31), (32), (33), beispielsweise für die Winkel  $80 \times 120:10$  und  $100 \times 100:10$

\*) Da laut Annahme  $J_3 > J_1$ , so wird  $\omega$  nur dann  $< \omega$ , wenn  $J_3 < \frac{1}{2}(J_1 + J_3)$ . In diesem Falle bleiben aber demnach auch in den Formeln (32), (33) die Vorzeichen der Brüche unverändert. Man vgl. auch die sub XXXVII gegebene Berechnung von  $(J_3 - J_1)$  und  $(J_3 + J_1)$ .

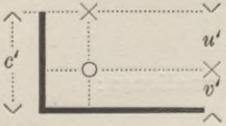
\*\*) Die Werthe  $J$  in der Richtung einer Flantsche sind in Tab. X: 1 sehr genau, zu anderen Zwecken bereits berechnet worden und man erhält  $J_{\max}$  durch die sehr einfache Formel

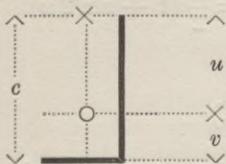
$$(36) \dots J_{\max} = \frac{1}{12} [c^4 - (c - \delta)^4] \dots \text{wo } c \text{ die Flantsche, } \delta \text{ deren Dicke.}$$

Die Formel (35) im Texte gibt dann sofort  $J_{\min}$ . Die Formel (36) ist übrigens nur ein specieller Fall der weiter folgenden Formel (40).

durchgeführten nachstehenden Berechnung, ersehen kann, hier die ungleichschenkligen Winkel unvortheilhafter sind als die gleich schweren gleichschenkligen Caliber.

Für den Winkel  $80 \times 120 : 10$  findet man vorerst durch die übliche Berechnung nach der Richtung beider Flantschen\*):

(37)  
$$\left. \begin{array}{l} u' \dots \dots \dots u' = 6.026316 \\ v' \dots \dots \dots v' = 1.973684 \end{array} \right\} \dots \dots J_1 = 100.3202 \dots \dots \Omega = 19^{cm^2}$$

(38)  
$$\left. \begin{array}{l} u \dots \dots \dots u = 8.026316 \\ v \dots \dots \dots v = 3.973684 \end{array} \right\} \dots \dots J_3 = 278.3202 \dots \dots \Omega = 19^{cm^2}$$

Mit diesen und den weiteren Bezeichnungen

(39) 
$$u + v = c = 12^{cm} \quad u' + v' = c' = 8^{cm} \quad \text{Dicke} = \delta = 1^{cm}$$

findet man für das Trägheitsmoment  $J_2$ , welches hier auf eine gegenüber beider Flantschen g gleicheneigte Achse zu beziehen ist, die für alle ungleichschenklige Winkel anwendbare Formel\*\*):

(40) 
$$J_2 = \frac{1}{24} [c^4 + c'^4 - (c - \delta)^4 - (c' - \delta)^4] - \frac{1}{2} \Omega (v - v')^2$$

Man erhält hiermit  $\dots J_2 = 286.5833 \text{ cm}^4$ .

Die dann weiter mittelst der allgemeinen Formeln (31), (32), (33) erhaltenen Resultate sind:

(41) 
$$\omega = + 23^\circ 46' 12.14'', \quad J_{\min} = 57.4826, \quad J_{\max} = 321.1578$$

Um die bezüglichen Trägheitsmodule zu bestimmen, muss man vorerst die in beiden Fällen massgebende Entfernung  $h$  der gespanntesten Faser von der neutralen Achse berechnen; dieselbe ergibt sich auf der Figur\*\*\*)) aus den Formeln

(42) 
$$\text{für } J_{\min} \dots \dots \dots (h)_{\min} = u' \cos \omega - (v - \delta) \sin \omega = 4.31651$$

(43) 
$$\text{für } J_{\max} \dots \dots \dots (h)_{\max} = u \cos \omega + v' \sin \omega = 8.14775$$

Die gesuchten Trägheitsmodule sind demnach

(44) 
$$\left(\frac{J}{h}\right)_{\min} = 13.317 \quad \left(\frac{J}{h}\right)_{\max} = 39.417$$

Diesen und den Werthen (41) gegenüber sind die für den gleichschenkligen Winkel  $100 \times 100 : 10$  sich ergebenden ähnlichen Grössen in Vergleich zu bringen und zwar †):

(45) 
$$\omega = 45^\circ 0' 0'' \quad J_{\min} = 73.42533 \quad J_{\max} = 286.5833$$

(46) 
$$\left(\frac{J}{h}\right)_{\min} = 18.092 \quad \left(\frac{J}{h}\right)_{\max} = 40.520$$

\*) Aus Tab. X : 1, 2 des II. Bandes zu entnehmen. Man vgl. auch über die Berechnung von  $u$  und  $J$  mein vereinfachtes Verfahren sub XXXVII.

\*\*) Dieselbe resultirt aus der combinirten Anwendung der Formel  $J = c^4 : 24$  für das Moment eines Dreieckes auf dessen Basis bezogen, wofern diese letztere mit beiden Schenkeln  $c$  den Winkel  $\pi : 4$  bildet ( $45^\circ$ ). Man vgl. übrigens die später sub XXXVII des I. Bandes gegebenen Entwicklungen über Winkeleisen.

\*\*\*)) Die gedachte Faser liegt hier in beiden Fällen am Ende einer Winkelflantsche, wogegen dieselbe beim Winkel  $100 \times 100 : 10$  sich für  $J_{\min}$  an der rechtwinkligen Mittelspitze befindet.

†) Man findet in Tab. X : 1 des II. Bandes (auch leicht durch directe Rechnung):

(47) 
$$u = 7.131579 \quad v = 2.868421 \quad J = 180.00433$$

Die Werthe  $J_{\max}$  und  $J_{\min}$  berechnen sich nach (36), (35) und man hat ferner

(48) 
$$(h)_{\max} = c : \sqrt{2} = 7.0711 \dots \dots (h)_{\min} = v : \sqrt{2} = 4.0566 \dots \dots$$

Die für andere Gattungen ungleichschenkliger und gleichschenkliger Winkel durchgeführten rechnungsmässigen Vergleiche geben ganz ähnliche Resultate und zeigen, dass im Allgemeinen der gleichschenklige Winkel als gedrückter Einzelcaliber den Vorzug verdient.

Es empfiehlt sich demnach, die ungleichschenkligen Winkeleisen nur als Bestandtheile combinirter Profile zu verwenden und diesem Standpunkte entsprechend wurden auch die Tabellen X : 1, 2, 3 im II. Bande eingerichtet, wovon vorzugsweise die erstere für die Gurten, die beiden letzteren für die Streben benützt werden können.

Ich mache zum Schlusse noch darauf aufmerksam, dass, wie man sich mittelst der in Tab. X : 3 ausgewiesenen Werthe davon leicht überzeugen kann, für alle gleichschenkligen Winkel das  $(J:h)_{\min}$  sehr nahezu\*) = 7:10 des gewöhnlichen, nach einer Flantsche berechneten  $(J:h)$  ist und dass die Benützung dieses Näherungscoefficienten für alle die Einknickung betreffenden Berechnungen angesichts der in dieser Sache noch vorherrschenden Unsicherheit wohl gerechtfertigt erscheinen dürfte, da solcherweise die Herren Constructeure einer überflüssigen Mehrrechnung ausweichen können.

### XXXIII. Die bisherigen Methoden zur Bemessung der Querschnitte. Wiederholung und Wechsel der Spannungen.

#### 1. Die Erfahrungs-Scalen.

Wir abstrahiren nunmehr von den bereits untersuchten, das Material und die Secundär- und Mehrspannungen betreffenden Einflüssen und stellen uns die Frage, auf welche zweckmässigste Art man im Allgemeinen die Bemessung der Querschnitte in allen Theilen einer Fachwerkconstruction von den berechneten Durchschnittsspannungen dieser Theile ableiten kann.

Wie in der Einleitung bereits betont, hat die Praxis des Brückenbaues schon lange diese Frage dahin beantwortet, dass bei kleinen Brücken, bei Quer- und Längsträgern, überhaupt bei allen solchen eisernen Trägern und Constructionstheilen, wo sich relativ geringe Eisenmassen den fast unmittelbaren Einwirkungen des Bahnbetriebes ausgesetzt finden, die grösste Vorsicht geboten erscheint, dass hingegen bei den massigen Hauptträgern grosser Brücken die zulässige Maximal-Inanspruchnahme des Materiales etwas höher gewählt werden kann. Die gediegensten Brückenconstructeure haben sich in Verfolgung dieser Grundsätze gewisse Erfahrungsscalen oder Formeln aufgestellt, welche je nach der Stützweite, je nach dem Verhältnisse der beweglichen Last zur bleibenden Last u. s. w. in allen einzelnen Fällen die von ihnen als noch zulässige Maximal-Inanspruchnahme des Materiales betrachtete Grenze vordedeutet\*\*). Diese Schablonen, Formeln u. s. w. hatten bis zu den Jahren 1865—1870 einen rein empirischen Charakter beibehalten und wurden nur als eine Art praktische Verbesserung betrachtet, welche vielfach den behördlich acceptirten oder sogar vorgeschriebenen festen Maximalgrenzen gegenüberstand.

Die in den Jahren 1859—1870 von dem k. preuss. Maschinenmeister A. Wöhler durchgeführten, sehr umfangreichen Versuche\*\*\*) über den Einfluss wiederholter Inanspruchnahme des Materiales (sog. Dauerversuche), sowie die weiterhin von Spangenberg (Prof. an der Gew.-Akad. in Berlin) in derselben Richtung fortgesetzten ähnlichen Versuche, welche die Angaben Wöhler's bestätigten, brachten die Frage der Querschnittsbemessung auf ganz neue Wege.

\*) Die Formel zur unmittelbaren Berechnung des  $J_{\min}$  solcher Winkel ist

$$(49) \dots \dots \dots J_{\min} = \frac{7}{12} [c^4 - (c - \delta)^4] - u \cdot [c^3 - (c - \delta)^3] \quad \text{oder aber}$$

$$(50) \dots \dots \dots J_{\min} = \frac{7}{12} [c^4 - (c - \delta)^4] - \frac{1}{2} [c^3 - (c - \delta)^3]^2 : [c^2 - (c - \delta)^2]$$

Bezeichnet man mit  $C_4, C_3, C_2$  die hier in den [ ] vorkommenden Functionen von  $c$  und  $\delta$ , welche auch zur Berechnung:

$$(51) \dots \dots \dots \Omega = C_2 \quad u = \frac{1}{2} \frac{C_3}{\Omega} \quad J = \frac{1}{3} C_4 - u^2 \Omega$$

benützt werden, so kann man umgekehrt  $C_4, C_3, C_2$  mittelst  $J, \Omega$  und  $u$  ausdrücken und die Substitution . . . . . etc. gibt dann:

$$(52) \dots \dots \dots J_{\max} = \frac{1}{4} (J + u^2 \Omega) \quad J_{\min} = \frac{1}{4} (7J - u^2 \Omega) \quad \left(\frac{J}{h}\right)_{\min} : \left(\frac{J}{u}\right) = \frac{1}{\sqrt{32}} \frac{u}{v} \left(7 - \frac{u^2 \Omega}{J}\right)$$

Man entnimmt aus einer Tabelle (X : 1) der ganz auf gewöhnliche Weise behandelten Winkeleisen, dass dieser Ausdruck immer nahe von  $\frac{7}{10}$  bleibt.

\*\*) Man vgl. den umfangreichen Aufsatz des Prof. Dr. E. Winkler im Monatshefte III u. IV ex 1877 der Zeitschrift des öst. Ing.- u. Arch.-Vereines.

\*\*\*) A. Wöhler. Ueber die Festigkeitsversuche mit Eisen und Stahl, Erbkam's Zeitschrift f. Bauwesen 1870, S. 74. — Spangenberg's Aufs. 1874, S. 474, — 1875, S. 77.

Die nur hauptsächlich über die allfälligen Veränderungen in der Bruchfestigkeit vorgenommenen sog. Dauerversuche hatten zu gewissen Regeln und Gesetzen für die unterschiedlichen beobachteten Bruchgrenzen geführt und man beeilte sich, dieselben in mathematische Formen zu kleiden.

Auf Grundlage dieser für den Bruch (oder sehr nahe von demselben) aufgestellten Relationen wurden dann ganze Theorien über das Verhalten des Materiales bei den üblichen, weit unter der Elasticitätsgrenze gehaltenen Spannungen aufgebaut und für die bei diesen ganz anderen Verhältnissen vorzunehmende Querschnittsbemessung die verschiedenartigsten, mehr oder weniger complicirten algebraischen Formeln in Vorschlag gebracht.

Sowie gegen 1847—1857 nach Bekanntwerden der Hodgkinson'schen Biegungsversuche fast jeder Theoretiker seine Sammlung der vortheilhaftesten unsymmetrischen Querschnitte für gusseiserne Träger auf Grundlage der erhobenen Bruchgrenzen aufzustellen bemüht war, so konnte es gegen 1870—1880 auch fast kein Rechenkünstler unterlassen, seine specielle Verwerthung der Wöhler'schen Bruchgrenzen für die Querschnittsbemessung algebraisch und graphisch vor die technische Welt zu bringen. Der Irrthum war damals und jetzt ein ganz ähnlicher. Alle Begriffe unserer Festigkeitslehre basiren eben auf der Annahme schwacher Spannungen, bei welchen die Elasticität\*) des Materiales aufrecht erhalten bleibt. Wir halten uns in vielen Fällen an einen Vergleich mit den Bruchgrenzen unter sonst ähnlichen Belastungsverhältnissen, um gewissermassen den Sicherheitsgrad zu beziffern, welchen die zugelassene Maximal-Inanspruchnahme des Materiales gegenüber dem Bruche bietet, aber wir müssen uns stets vergegenwärtigen, dass dieser Vergleich ein sehr einseitiger, ein oft sehr zweifelhaft logischer ist, weil das Material in beiden Fällen einer ganz verschiedenen Moleculargruppirung unterliegt, so dass es keineswegs gerechtfertigt bleiben kann, von den nächst dem Bruche beobachteten Erscheinungen bei Inanspruchnahmen, welche in der Praxis nie vorkommen dürfen, ganze Theorien und Formeln zur Querschnittsbemessung zu deduciren, welche in die Festigkeitslehre eingreifen, also jene zulässigen schwachen Spannungen (700—900 *kg per cm<sup>2</sup>*) betreffen, bei welchen die Elasticität noch gewahrt bleibt.

Man ist gegen Mitte des Jahrhunderts verhältnissmässig rasch zu gusseisernen Trägern mit symmetrischen Querschnitten zurückgekommen\*\*), man ist in ganz ähnlicher Weise gegenwärtig nach allerdings anderthalb Decennien fruchtloser Erörterungen und Discussionen über die entstandenen neuen Theorien wieder im besten Begriffe zu den einfachen Regeln der Elasticitätslehre zurückzukehren\*\*\*), welche man mit den eingangs erwähnten Erfahrungsregeln innerhalb der dem Constructeur zur Verfügung stehenden relativ engen Grenzen sehr gut in Einklang bringen kann.

Die vorerwähnten neuen Theorien und Formeln, nach welchen die zulässige Maximal-Inanspruchnahme des Materiales in allen Fällen von dem Spielraume abhängig gemacht werden will, innerhalb welchem die Spannungen im betrachteten Constructionstheile variiren, hatten sich übrigens in die Aemter des österr. k. k. Handelsministeriums nie Eingang verschafft, woselbst man die vorgeschlagene Rechnungsart mit den Begriffen der Elasticitätslehre nicht recht vereinbar gefunden hatte. Zur Zeit der Enquêteberathungen im Jahre 1885 und der Nachtragsberathungen im Jahre 1886, welche der Publication unserer neuen Brückenverordnung vorangegangen sind, waren die Resultate der neuesten Forschungen des Herrn Prof. Bauschinger in München über die Elasticitätsgrenze†) bereits in ihren wichtigsten Theilen bekannt; es lag daher gar kein Grund vor, um noch weiterhin die vorbesprochene irrige Rechnungsmethode in die Discussion mit einzubeziehen.

Nachdem jedoch die unter den Namen Wöhler, Gerber, Launhard u. s. w. bekannten bezüglichlichen Formeln in Deutschland grosse Verbreitung und zuletzt eine ziemlich einheitliche Fassung erhalten haben, sogar seit dem Jahre 1886 im Nachhange zu den von dem Verbande

\*) Nach unserem altherkömmlichen Begriffe nämlich und nicht nach der später besprochenen Definition Bauschinger's oder anderer Forscher.

\*\*) Man vgl. S. 62—74 des vorcit. Werkes v. Love, ferner S. 79—111 der vorcit. Pirel'schen Uebersetzung des Werkes v. Hodgkinson die über die unsymmetrischen Querschnitte erwähnten Studien, dann S. 23 des vorcit. Werkes v. Bresse den im J. 1859 bereits angenommenen Standpunkt für die symmetrischen Querschnitte, welche dadurch gerechtfertigt sind, dass man für Druck und Zug sehr nahezu denselben Elasticitätsmodul annehmen kann.

\*\*\*) Man vgl. u. A. den Aufsatz der Herren Laissle & Schübler im Centralbl. f. Bauverwaltung vom 4. April 1885, Nr. 14.

†) Mittheilungen aus dem technisch-mechanischen Laboratorium der k. technischen Hochschule in München von Prof. J. Bauschinger, 13. Heft.

deutscher Ingenieur- und Architekten-Vereine einheitlich aufgestellten sog. Normalbedingungen\*) noch mehrfach angenommen wurden, so erscheint es hier wohl am Platze, diese Rechnungsart, zum mindesten für die weniger Eingeweihten, kurz zu citiren.

2. Die auf die sog. Wöhler'schen Versuche angeblich basirten Formeln der zulässigen Inanspruchnahme.

Die hier folgende Ableitung stellt in Kürze beiläufig die Begriffe und den Ideengang vor, wie dieselben von den Anhängern dieser Theorien befürwortet erscheinen, wofür ihnen selbstverständlich auch jede Verantwortung überlassen wird\*\*).

- (53)  $\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{J} \dots \text{Tragfestigkeit ist die Festigkeit des Materiales auf Bruch bei nur einmaliger Beanspruchung (also die bisher bürg. betrachtete Bruchgrenze);} \\ \mathcal{U} \dots \text{Ursprungsfestigkeit ist die Festigkeit gegen Bruch bei einer unendlich grossen Anzahl Beanspruchungen, welche zwischen 0 und } \mathcal{U} \text{ variiren (stimmt beiläufig mit der bisher bürg. betrachteten Elasticitätsgrenze);} \\ \mathcal{J} \dots \text{Schwingungsfestigkeit ist die wie } \mathcal{U} \text{ gedachte Festigkeit, wenn die Beanspruchungen zwischen } + \mathcal{J} \dots \text{(Zug) und } - \mathcal{J} \dots \text{(Druck) alternirend variiren. Diese Grösse soll, wie man behauptet, nur beiläufig die Hälfte von } \mathcal{U} \text{ betragen***).} \end{array} \right.$

- (54)  $\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{A} \dots \text{Arbeitsfestigkeit ist die ähnliche Grenze zu } \mathcal{U} \text{ im Falle gleichgerichteter, zwischen } \mathcal{C} \text{ und } \mathcal{A} \text{ variirender Beanspruchungen;} \\ + \mathcal{A}' \dots - \mathcal{A}'' \\ + \mathcal{A}'' \dots - \mathcal{A}' \end{array} \right\} \text{Arbeitsfestigkeiten für Wechselspannungen}$

- (55)  $\mathcal{D} \dots \text{Spielraum der Beanspruchungen ist die algebraische Differenz zwischen der grössten und kleinsten Beanspruchung, also im Falle von gleichgerichteten Spannungen } \mathcal{D} = \mathcal{A} - \mathcal{C}, \text{ im Falle von Wechselspannungen } \mathcal{D} = \mathcal{A}' + \mathcal{A}''.$

Unter Beziehung der obigen Begriffe und Bezeichnungen hat man nun vorerst für solche Stäbe, welche entweder nur gezogen oder nur gedrückt werden:

$$\mathcal{A} = \mathcal{C} + \mathcal{D} \qquad \mathcal{D} = \mathcal{A} - \mathcal{C}$$

dann insbesondere:

(56)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{für } \mathcal{C} = 0 \\ \text{für } \mathcal{D} = 0 \end{array} \right. \qquad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{A} = \mathcal{U} = \mathcal{D} \\ \mathcal{A} = \mathcal{C} = \mathcal{J} \dagger \end{array} \right.$

Die sog. Arbeitsfestigkeit  $\mathcal{A}$  ist offenbar eine Function der unteren Grenze  $\mathcal{C}$ , welche den obigen Bedingungen (?) entsprechen muss und es wird für dieselbe (ohne genaue Begründung) die unter den Namen von Launhardt u. s. w. bekannte Relation

(57)  $\dots \mathcal{A} = \frac{\mathcal{J} - \mathcal{U}}{\mathcal{J} - \mathcal{A}} (\mathcal{A} - \mathcal{C}) \dots \mathcal{A} = \frac{\mathcal{U}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mathcal{U}}{2}\right)^2 + \mathcal{C} (\mathcal{J} - \mathcal{U})}$

gegeben, welche angeblich die von Wöhler gefundenen Resultate am besten darstellt ††).

\*) Man vgl. die sog. „Normalbedingungen für die Lieferung von Eisenconstructions für Brücken- und Hochbau“, aufgestellt vom Verbands deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine etc. 1886. Dieselben präcisiren die Bruchfestigkeit, Dehnung etc. des zu liefernden Eisenmateriales, berühren aber nicht die zulässige Belastung und Inanspruchnahme.

\*\*) Die sog. Wöhler'schen Gesetze, welche die Abnahme der Bruchfestigkeit bei steigender Zahl der Beanspruchungen oder bei einer unendlich grossen Anzahl derselben je nach deren Maximal- und Minimalgrenzen (algebraisch verstanden) betreffen, glaube ich wohl nicht erinnern zu müssen. Dieselben sollten damals vorwiegend die Radachsen und Radkränze betreffen. (Vgl. auch Bauschinger's „Mittheilungen“, 1887. XV.)

\*\*\*) Man vgl. J. Weyrauch, „Festigkeit und Dimensionenberechnung“, Leipzig, Teubner 1876 in 8. — eine für die neuen Theorien ganz eingenommene Schrift.

†) Letztere Betrachtung ist wohl a priori unzulässig, weil ja  $\mathcal{A}$  vermöge der Definitionen selbst einen nach  $\infty$  vielen Beanspruchungen noch nicht zerstörten Stab betrifft, also unmöglich mit dem die nur einmalige Beanspruchung voraussetzenden Begriffe  $\mathcal{J}$  identificirt werden kann.

††) Nach Gerber hätte man für die mittlere Spannung  $\frac{1}{2} (\mathcal{C} + \mathcal{A})$  die Formeln

(62)  $\dots \left(\mathcal{C} + \frac{1}{2} \mathcal{D}\right)^2 + \mathcal{H} \mathcal{D} = \mathcal{J}^2 \qquad \mathcal{C} + \frac{1}{2} \mathcal{D} = -\mathcal{H} + \sqrt{\mathcal{J}^2 + \mathcal{H} (\mathcal{H} + 2 \mathcal{C})}$

wo  $\mathcal{C} \dots$  die positive oder negative untere Grenze bezeichnet und  $\mathcal{H} \dots$  durch den speciellen Fall  $\mathcal{C} = 0$  bei gleichgerichteten Grenzen, bzw.  $\mathcal{C} = -\frac{1}{2} \mathcal{D} \dots$  bei Wechselspannungen, mittelst  $\mathcal{U}$  oder  $\mathcal{J}$  sowie  $\mathcal{J}$ , nach (56) oder (61) bestimmt wird.

Diese Relation in ihrer ersten, entsprechend reducirten Form ist auch nichts anderes als die oft citirte Formel:

$$(58) \quad \dots \quad \mathcal{A} = \mathcal{U} \left( 1 + \frac{\mathcal{J} - \mathcal{U}}{\mathcal{U}} \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{A}} \right) = \mathcal{U} \left( 1 + \frac{\mathcal{J} - \mathcal{U}}{\mathcal{U}} \frac{S_{\min}}{S_{\max}} \right)$$

nach welcher man auch die zulässige Inanspruchnahme variiren lassen will, Formel, in welcher man  $(\mathcal{J} - \mathcal{U}) : \mathcal{U} = 1 : 2$  aus gewissen (?) Gründen einsetzt und in welcher das Verhältniss zwischen Minimal- und Maximalspannung  $= S_{\min} : S_{\max}$  einen algebraisch positiven Bruch darstellt.

Betrachtet man nun anderseits solche Stäbe, welche alternativ gezogen und gedrückt werden, so schreibt sich für dieselben

$$\mathcal{D} = \mathcal{A}' + \mathcal{A}'' \qquad \mathcal{A}' = \mathcal{D} - \mathcal{A}''$$

und man hat auch insbesondere:

$$(59) \quad \dots \quad \text{für } \mathcal{A}' = \mathcal{A}'' = \mathcal{J} \qquad \mathcal{D} = 2\mathcal{J}$$

Wird im Allgemeinen  $\mathcal{A}'$  als eine Function von  $\mathcal{A}''$  betrachtet, so muss die zwischen diesen Grössen existirende Relation derart sein, dass:

$$(60) \quad \dots \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für } \mathcal{A}'' = 0 \qquad \mathcal{A}' = \mathcal{U} = \mathcal{D} \\ \text{für } \mathcal{A}'' = \mathcal{J} \qquad \mathcal{A}' = \mathcal{J} = \frac{1}{2} \mathcal{D} \end{array} \right\} \text{ wo } \mathcal{D} \text{ veränderlich sein kann.}$$

Diesen Bedingungen entspricht die (ohne genaue Begründung) ebenfalls gegebene Formel\*):

$$(61) \quad \mathcal{A}' = \frac{\mathcal{U} - \mathcal{J}}{2\mathcal{U} - (\mathcal{J} + \mathcal{A}')} (\mathcal{A}' + \mathcal{A}'') \dots \mathcal{A}' = \frac{\mathcal{U}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mathcal{U}}{2}\right)^2 - \mathcal{A}'' (\mathcal{U} - \mathcal{J})}$$

Diese Relation in ihrer ersten, entsprechend reducirten Form ist auch nichts anderes als die oft citirte Formel:

$$(63)^* \quad \dots \quad \mathcal{A}' = \mathcal{U} \left( 1 - \frac{\mathcal{U} - \mathcal{J}}{\mathcal{U}} \frac{\mathcal{A}''}{\mathcal{A}'} \right) = \mathcal{U} \left( 1 - \frac{\mathcal{U} - \mathcal{J}}{\mathcal{U}} \frac{S_{\min}}{S_{\max}} \right)$$

nach welcher man auch die zulässige Inanspruchnahme im Falle von Wechsellspannungen variiren lassen will, Formel, in welcher man aus speciellen (?) Gründen  $(\mathcal{U} - \mathcal{J}) : \mathcal{U} = 1 : 2$  einsetzt und in welcher der Bruch  $S_{\min} : S_{\max}$  einen algebraisch positiven Werth darstellt.

Mit diesen und den bereits für die Formel (59) gedeuteten vereinfachten Annahmen, ferner indem man beiderseits an Stelle der Beanspruchungen nächst dem Bruche jene schwachen Spannungen einsetzt (?), welche wir in den Constructionen noch zulassen können und für Schweisseisen  $700 \text{ kg per cm}^2$  als niederste Grenze einführt, erhält man dann die aus (59), (63) resultirende alleinige Formel der Inanspruchnahme\*\*):

$$(64) \quad \dots \quad i = 700 \text{ kg} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{S_{\min}}{S_{\max}} \right)$$

in welcher die Grenzspannungen  $S_{\min}$  und  $S_{\max}$  nunmehr mit ihren Vorzeichen (positiv für Zug, negativ für Druck) zu setzen sind.

#### XXXIV. Standpunkt der Verordnung vom 15. September 1887, Sicherheit der Festigkeitsberechnungen.

##### 1. Vergleich mit der deutschen Rechnungsart unter Bezugnahme auf die Bauschinger'schen Experimente.

Betrachtet man die soeben citirte Formel (64) für Brücken aus Schweisseisen als eine rein empirische Formel für Constructeure, so kann man mit Beruhigung sagen, dass die damit gebauten Eisenbahnbrücken genügend stark — in manchen Theilen sogar übermässig stark dimensionirt sein werden. Zu diesen letzteren gehören insbesondere die nächst der Feldmitte befindlichen Streben, die nächst der Wendepunkte (Graphikon) der continuirlichen Träger befindlichen Gurttheile und überhaupt jene Theile, in welchen Wechsellspannungen eintreten.

\*) Siehe die Bemerkung (62) auf Seite 107.

\*\*) Das Einführen von  $(\mathcal{J} - \mathcal{U}) : \mathcal{U} = 1 : 2$  und  $(\mathcal{U} - \mathcal{J}) : \mathcal{U} = 1 : 2$  involvirt die Annahmen

$$(65) \quad \dots \quad \mathcal{U} = \frac{2}{3} \mathcal{J} \dots \text{ und } \mathcal{J} = \frac{2}{3} \mathcal{U}$$

Würde man die von den Anhängern dieser Theorie als richtiger bezeichneten Werthe  $\mathcal{U} = \frac{1}{2} \mathcal{J}$  und  $\mathcal{J} = \frac{1}{2} \mathcal{U}$  einführen, so müsste in der Formel (64) anstatt des Coëfficienten  $\frac{1}{2}$  der Coëfficient 1 erscheinen. Die Verfechter der Formel müssen also deren rein empirischen Charakter wohl zugeben, wollten sie nicht annehmen lassen, dass sie nur den halben Muth gefunden haben, ihre Anschauungen zum Ausdruck zu bringen.

Betrachten wir vorerst die üblichen frei aufliegenden Träger. Wie aus der Tab. V des II. Bandes zu entnehmen ist, kann das Verhältniss zwischen bleibender und beweglicher Last für alle Stützweiten  $l$  (von  $40m$  aufwärts) sehr nahezu durch  $l : 100$  dargestellt werden. Für alle Gurttheile hat man somit auch nahezu  $S_{\min} : S_{\max} = l : (l + 100)$  und ergibt sich hieraus unmittelbar ein sehr leichter Vergleich zwischen den nach Vorschriften des § 4, lit. a, 1 und 2 unserer Verordnung vom 15. September 1887 und nach der Formel (64) berechneten zulässigen Inanspruchnahme der Gurten für diverse Stützweiten; man findet solcherweise:

$$(66) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Stützweite} \dots l = 0 \dots 40^m \dots 80^m \dots 120^m \dots 160^m \\ \text{nach Verordnung} \quad i = 700^{kg} \dots 780^{kg} \dots 840^{kg} \dots 880^{kg} \dots 900^{kg} \\ \text{nach (64)} \dots i = 700^{kg} \dots 800^{kg} \dots 855^{kg} \dots 891^{kg} \dots 915^{kg} \end{array} \right.$$

Die Differenzen, welche aus beiden Rechnungsarten hier resultiren, sind, wie man sieht, von gar keinem Belange.

Ganz anders verhält es sich bezüglich der Streben, und der diesfällige Unterschied wird am grellsten dadurch gekennzeichnet, dass bei jenen nächst der Trägermitte befindlichen Streben, bei welchen der Spannungswechsel ein vollständiger sein kann, bei welchen demnach  $S_{\min} : S_{\max} = -1$  die zulässige Inanspruchnahme nach der Formel (64) immer nur  $350^{kg}$  (dies sowohl bei  $20$  als bei  $160m$  Stützweite!) sein dürfte, wogegen unsere Verordnung diesfalls immer noch die vorcitrte Scala (66) gelten lässt, weil in dieser Frage hauptsächlich das Verhältniss zwischen der beweglichen und der bleibenden Last in Betracht kommt und von diesem Standpunkte aus alle Theile einer Haupttragwand als Bestandtheile eines soliden Ganzen in gleicher Weise behandelt werden sollen.

Ganz dasselbe wie für die soeben betrachteten Streben der frei aufliegenden Träger gilt auch für die ähnlichen Streben sowie jene Gurttheile der continuirlichen Träger, bei welchen sich die Wendepunkte im Graphikon der Biegemomente befinden. Die genaue Anwendung der Formel (64), wonach für diese bekanntlich niedrigsten Momente in den bezüglichen Gurttheilen nur die Inanspruchnahme von  $350^{kg}$  per  $cm^2$  zuzulassen wäre, würde dazu führen, dass dortselbst nicht allein keine Abschwächung der Gurten, sondern in vielen Fällen sogar eine specielle Verstärkung eingeführt werden müsste; desgleichen dürfte man auch in der ganzen mittleren Strecke der Felder, wo bekanntlich gewöhnlich die negativen Momente dominiren, aber auch sehr starke positive Momente eintreten können, nur sehr schwache Inanspruchnahmen zulassen, was sonach wiederum eine beträchtliche Verstärkung dieser Theile mit sich führen müsste.

Die solcherweise herbeigeführte Dimensionirung der continuirlichen Träger würde nicht allein eine gegen jede bisherige Praxis verstossende horrende Complication mit sich führen, sondern auch einen derartigen Materialaufwand bedingen, dass hierdurch die Anwendung dieser in Theorie und Praxis bestbewährten Constructionen als gänzlich auszuschliessen erscheinen müsste\*), wenn nicht eben umgekehrt durch alle diese Deductionen vielmehr die Unhaltbarkeit der vielbesprochenen Formel (64) deutlich genug erwiesen wäre.

Der durch die Formel vertretene irrige Grundsatz, dass die zulässige Inanspruchnahme in allen Fällen ohne Unterschied blos von dem Verhältniss der Minimalspannung zur Maximalspannung abhängig gemacht werden solle, und um so grösser zu nehmen sei, als der bezügliche Spielraum kleiner ist, wird durch die übliche Praxis in den Constructionen durch die gewöhnlichsten Regeln zur Wahrung der Elasticität in den Metallen sowie noch vielmehr durch die im Jahre 1886 bekannt gewordenen Versuche des Herrn Professors Bauschinger über die Elasticitätsgrenze in Eisen- und Stahlmaterialien geradezu negirt: Der vollwandige Brückenträger, welcher nur beim Passiren der Züge mit  $700^{kg}$  per  $cm^2$  und die übrige Zeit mit kaum  $1 : 10$  dieser Spannung beansprucht wird, muss zweifellos seine Tragfähigkeit besser bewahren\*\*) als der ähnliche Hochbauträger, welcher beständig die grösste Spannung zu erleiden hat, und jeder Uhrmacher oder Mechaniker wird es bezeugen, dass die Elasticität einer Feder weit besser aufrecht erhalten wird, wenn man diese letztere zeitweilig ablaufen oder abspielen lässt, als wenn man darin die grösste Spannung beständig aufrecht erhält.

Mit diesen selbst allen Nichttechnikern leicht zugänglichen Grundsätzen steht aber die deutsche Formel (64) im Widerspruche, da dieselbe in den soeben gedachten, sowie in allen ähnlichen Fällen geradezu das Gegentheil des Richtigen vorschreiben würde. Diese und ähnliche Betrachtungen finden aber auch ihren wissenschaftlich begründeten Ausdruck in dem Ergebnisse

\*) Die vorerwähnten deutschen sog. „Normalbedingungen“ lassen die continuirlichen Träger wohlweislich noch fortbestehen und schreiben hierfür gewisse Normen vor (man vgl. dortselbst § 9, B. 1).

\*\*) Wobei selbstverständlich von allfälligen, zu diesem Vergleiche gar nicht gehörigen dynamischen Wirkungen abgesehen wird.

der vorerwähnten, von Herrn Professor Bauschinger vorgenommenen Experimente und lasse ich hier einige der für uns wichtigsten, gefundenen Gesetze über die Elasticitätsgrenze in Schweisseisen und Flusseisen folgen, wie dieselben auf Grundlage der Versuchsergebnisse formulirt werden\*).

Herr Prof. Bauschinger erörtert vorerst, dass die sog. Elasticitätsgrenze im alt-üblichen Sinne, wonach innerhalb der gedachten Grenze die Deformationen nach der Entlastung wieder vollständig verschwinden sollen, eigentlich nicht präcisirt erscheint, wenn durch sehr feine Messinstrumente die bleibenden Formveränderungen noch constatirt werden können; er definirt sonach die Elasticitätsgrenze als Proportionalitätsgrenze (*ut tensio sic vis*)\*\*).

Die innerhalb der Proportionalitätsgrenze constatirten äusserst geringen bleibenden Formveränderungen werden nach Ueberschreitung derselben sehr wesentlich grösser mit zunehmender Geschwindigkeit gegenüber den Belastungen, bis eine zweite bemerkenswerthe, jedoch nicht sehr scharf präcisirte Grenze erreicht wird, welche Herr Bauschinger die Streckgrenze oder Quetschgrenze nennt und bei welcher die Deformationen urplötzlich ungleich rascher anwachsen, so dass im Diagramme dortselbst die aufgezeichnete Curve den bekannten scharfen Bug aufweist.

Einen Stab dehnen (drücken) heisst, denselben bis zu einer oberhalb der Elasticitätsgrenze und unterhalb der Streckgrenze (Quetschgrenze) liegenden Spannung beanspruchen; denselben strecken (quetschen) heisst, die Beanspruchung bis etwas oberhalb der Streck(Quetsch)grenze erhöhen.

Herr Bauschinger weist nach, dass durch Dehnen und Strecken sowie durch rasche Temperaturveränderungen die obgenannten Grenzen sehr wesentliche Verschiebungen erleiden; er untersucht ferner den Einfluss, welchen die sog. Dauerversuche nach Wöhler'schem Muster auf die gedachten Grenzen haben können und gelangt zu folgenden hier wörtlich citirten Gesetzen\*\*\*) für Schweisseisen und Flusseisen:

»1. Wenn bei wiederholten Anstrengungen auf Zug†), deren untere Grenze Null ist, die obere Grenze in der Nähe der ursprünglichen Elasticitätsgrenze liegt, so wird auch durch 5 bis 16 millionenmalige Wiederholung dieser Anstrengungen der Bruch nicht erreicht.††)

»2. Die Zugfestigkeit zeigt sich durch millionenmal wiederholte Anstrengungen nicht vermindert, eher erhöht, wenn das Probestück nach jenen Anstrengungen mit ruhender Belastung abgerissen wird.

»3. Oftmal, millionenmal wiederholte Anstrengungen des Eisens und Stahls bringen keine Aenderung der Structur hervor.

»4. Durch oftmal wiederholte Anstrengungen zwischen Null und einer oberen Spannung in der Nähe oder auch mehr oder weniger über der ursprünglichen Elasticitätsgrenze gelegen, wird diese gehoben und zwar bis über, manchmal weit über die obere Grenze der Anstrengungen hinaus und um so höher, je grösser die Anzahl der Anstrengungen ist, ohne jedoch eine gewisse Höhe überschreiten zu können.

»5. Wiederholte Anstrengungen (Schwingungen) zwischen Null und einer oberen Grenze, welche die ursprüngliche Elasticitätsgrenze noch über ihre obere Spannung hinaus zu heben vermögen, führen den Bruch nicht herbei; wenn aber ihre obere Grenze so hoch liegt, dass die Elasticitätsgrenze nicht mehr darüber hinaus gehoben werden kann, so muss der Bruch nach einer beschränkten Anzahl solcher Anstrengungen erfolgen.

\*) Mittheilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der k. techn. Hochschule in München von J. Bauschinger. 13. Heft. München. Th. Ackermann. 1886. In Gross-4<sup>o</sup>.

Man vergl. auch den französischen Aufsatz im December-Hefte 1887 sowie im December-Hefte 1886 der „Ann. des P. et Ch.“ vom Jahre 1887.

\*\*) Diese Definition implicirt einen wesentlich verschiedenen Begriff gegenüber der von uns Constructeuren gewünschten Wahrung der Elasticität. Uns wäre es gleichgiltig, ob die Dehnung nach einer geraden oder anderen Linie sich graphisch darstellen lässt, wenn dieselbe nur nach der Entlastung wieder verschwinden würde. Wenn Herr Bauschinger somit die Erhöhung der Proportionalitätsgrenze durch Dehnen und Strecken später nachweist, so ist dies für uns keineswegs mit dem Begriffe einer Verbesserung des Materials ganz identisch.

\*\*\*) Die hier angenommene Rangordnung entspricht mehr unseren Bedürfnissen und Wünschen als jene der Original-Publication, welche eine wesentlich verschiedene ist und der dort verfolgten Darstellung angepasst wurde.

†) In allen nachfolgenden Sätzen sowie hier gilt Alles für die Zugfestigkeit Gesagte ebensogut auch für die Druckfestigkeit.

††) Hieran knüpft sich jedoch die Bedingung, dass man ein vollkommen fehlerfreies Material erprobe. Die geringsten Fehler, „namentlich bei den homogenen Materialien“ (Flusseisen und Flussstahl) veranlassen den Bruch bei Anstrengungen, die wenig unter oder über der Elasticitätsgrenze liegen. Schweisseisen dagegen scheint für kleine Oberflächenfehler fast unempfindlich zu sein. Für dieses Material darf also der ausgesprochene Satz unbedenklich angewendet werden.

»6. Die Grenzen  $\mathcal{J}$  der Schwingungen zwischen gleich grossen Zug- und Druckspannungen dürfen die „natürliche Elasticitätsgrenze“ nicht überschreiten, wenn das Material eine unbegrenzte Anzahl solcher Schwingungen soll ertragen können.«

Dieser letztere Satz wurde von Herrn Bauschinger nicht wie die vorangehenden auf Grundlage directer Messungen, sondern vielmehr nach einer sehr genauen Prüfung der von Wöhler gefundenen Resultate auf die sog. Gerber'sche Gleichung mittelst dieser letzteren und der von Null aufwärts gefundenen eigenen Resultate rechnungsmässig begründet\*) und ist, wie er sagt, vorerst »mit Vorsicht aufzunehmen«. Das, was Herr Prof. Bauschinger hierbei „natürliche Elasticitätsgrenze“ nennt, stimmt, wie er zeigt, eigentlich factisch mit der früher definirten »Schwingungsfestigkeit«  $\mathcal{J}$  ziffermässig überein, wird aber nach seiner Definition erst durch folgende von ihm gefundene Gesetze verständlich (wörtlich):

»7. Durch allmählig anwachsende, zwischen Zug und Druck wechselnde Spannungen kann die Elasticitätsgrenze für entgegengesetzte Beanspruchung erst dann erniedrigt werden, wenn jene Spannungen die ursprüngliche Elasticitätsgrenze überschreiten.

»8. Durch Belasten auf Zug oder Druck über die Elasticitätsgrenze hinaus wird die Elasticitätsgrenze für Druck oder beziehungsweise Zug bedeutend erniedrigt, umso mehr, je höher jene Belastungen über der betreffenden Elasticitätsgrenze liegen, und werfen schon verhältnissmässig geringe Ueberschreitungen der Elasticitätsgrenze für eine Belastungsart die Elasticitätsgrenze für die Belastung im entgegengesetzten Sinne bis auf Null herab. Wenn eine so erniedrigte Elasticitätsgrenze durch Belasten im gleichen Sinne wieder gehoben wurde und dann überschritten wird, so fällt sofort die Elasticitätsgrenze für die Belastung im entgegengesetzten Sinne wieder auf Null oder fast auf Null herab.

»9. Wenn die Elasticitätsgrenze für Zug oder Druck durch vorausgegangene Belastung auf Druck beziehungsweise Zug, die über der ursprünglichen Elasticitätsgrenze lag, erniedrigt worden ist, so kann sie durch allmählig anwachsende, zwischen Zug und Druck wechselnde Belastungen wieder gehoben werden, aber nur bis zu einer Grenze, die beträchtlich unter der ursprünglichen Elasticitätsgrenze liegt.«

Die hier angedeutete Manipulation (beziehungsweise die damit erzielte Grenze) dient eben als Definition für die „natürliche Elasticitätsgrenze“; hiernach wäre aber dieser Begriff mit demjenigen eines bereits übermässig angestregten Materiales verknüpft, was wohl für praktische Constructeure nicht recht annehmbar erscheint.

Alle vorangehend citirten Gesetze des Herrn Prof. Bauschinger, mit Ausnahme von 6, beweisen aber, dass man in allen möglichen Fällen Anstrengungen bis zur Elasticitätsgrenze zulassen kann, und der Satz 6 wird durch 7 in demselben Sinne entsprechend erweitert. Die in den Constructionen zugelassenen Spannungen übersteigen aber in keinem Falle die unter dem Begriffe  $\mathcal{J}$  gekennzeichnete Grösse, und es liegt daher nahe, dass innerhalb dieser Grenzen auch millionenmalige Wechselspannungen auf das Eisenmaterial ohne Einfluss bleiben.

\*) Vorerst wird die bereits (62) citirte Gerber'sche Gleichung

$$(67) \dots \dots \dots \left( \mathcal{C} + \frac{1}{2} \mathcal{D} \right)^2 + k \mathcal{D} = \mathcal{J}^2$$

auf drei Versuchsmaterialien Wöhler's (zu je vier Experimenten), nämlich eiserne Phönixachsen, Krupp'sche Gussstahlachsen und Gussfederstahl, mittelst der Methode der kleinsten Quadrate angepasst und die Uebereinstimmung der Gleichungen mit den directen Abmessungen Wöhler's constatirt. Aus der nun verificirten Gleichung ergibt sich:

$$(68) \dots \dots \dots \text{für } \mathcal{C} = 0 \quad \frac{1}{4} \mathcal{U}^2 + \mathcal{K} \mathcal{U} = \mathcal{J}^2 \quad \mathcal{K} = \frac{\mathcal{J}^2 - \frac{1}{4} \mathcal{U}^2}{\mathcal{U}}$$

$$(69) \dots \dots \dots \text{für } \mathcal{C} = -\frac{\mathcal{D}}{2} \quad 2 \mathcal{K} \mathcal{D} = \mathcal{J}^2 \quad \mathcal{J} = \frac{\mathcal{J}^2}{2 \mathcal{K}} = \frac{\frac{1}{2} \mathcal{U}}{1 - \left( \frac{1}{2} \frac{\mathcal{U}}{\mathcal{J}} \right)^2}$$

Mit der letzteren Formel hat Herr Bauschinger aus seinen durchwegs zwischen 0 und  $\mathcal{U}$  vorgenommenen Dauerversuchen die Werthe  $\mathcal{J}$  deducirt. Die Formel würde übrigens auch beweisen, dass  $\mathcal{J}$  immer etwas grösser als  $\frac{1}{2} \mathcal{U}$  sein muss (vergl. 53). Man hätte:

1. Schweisseisen-Blech . . . . .	$\mathcal{J} = 3480 \text{ kg}$	$\mathcal{U} = 2000 \text{ kg}$	$\mathcal{J} = 1090 \text{ kg}$	} per $\text{cm}^2$
2. Schweisseisen-Flachstab: 80 : 10 . . . . .	" = 4050	" = 2200	" = 1190	
3. Schweisseisen-Flachstab: 40 : 10 . . . . .	" = 4020	" = 2400	" = 1320	
4. Flusseisen-Blech . . . . .	" = 4360	" = 2400	" = 1300	
5. Thomasstahl-Achse . . . . .	" = 6120	" = 3000	" = 1600	

Was nun endlich die höchst interessanten Experimente über das sog. Strecken des Materials anbelangt, so betreffen dieselben solche Ueberanstrengungen, welche wir durchaus meiden müssen, und beweisen uns nur, dass auch ein übermässig beanspruchter Stab sich im entlasteten Zustande nach geraumer Zeit wieder erholt, dass daher die nur zeitweilige Anstrengung weit weniger nachtheilig als die permanente Anstrengung erscheinen muss, und zwar:

»10. Die Elasticitätsgrenze wird durch das »Strecken« herabgeworfen, oft bis auf Null, »so dass die Probestücke, wenn sie unmittelbar nach dem Strecken und Entlasten wieder gemessen werden, gar keine oder eine bedeutend niedrigere Elasticitätsgrenze haben. In der Zeit »der Ruhe aber, die nach der auf das Strecken vorgenommenen Entlastung verstreicht, hebt sich »auch die Elasticitätsgrenze wieder, erreicht nach mehreren Tagen die Belastung, mit welcher »gestreckt wurde, und wird nach genügend langer Zeit, sicher nach mehreren Jahren, selbst »über diese Belastung hinaus gehoben.«\*)

Zum Schlusse empfehle ich den Constructeuren noch folgenden höchst interessanten Bauschinger'schen Satz bezüglich der Temperaturveränderungen:

»11. Rasches Abkühlen nach dem Erwärmen erniedrigt die Elasticitätsgrenze und die »Streckgrenze, besonders die erstere, weit energischer als langsames Abkühlen; rasches Abkühlen »wirft die Elasticitätsgrenze meist schon bei einer Erwärmung auf  $500^{\circ}$ , sicher aber beim Kirsch- »rothglühen auf Null oder nahezu auf Null herab, und zwar sowohl bei Schweiss- und Fluss- »eisen als auch beim Bessemerstahl, während langsame Abkühlung eine so tiefe Senkung der »Elasticitätsgrenze selbst nach Kirschrothhitze nicht hervorbringen kann.«

Wir hatten bisher geglaubt, dass mittelst der Härtung dem Materiale eine erhöhte Elasticität beigegeben wird!

## 2. Die Grenzwerte des § 4 sowie des § 6, lit. b, und des § 16 der Verordnung vom 15. September 1887.

Es ergibt sich aus den vorangehenden Erörterungen, dass bei Aufstellung der im § 4, lit. a, 1 und 2, der Verordnung enthaltenen Scala zur Begrenzung der zulässigen Inanspruchnahme des Eisens in Brückenconstructions hauptsächlich nur die Grundlagen unserer Elasticitätslehre und die von den beweglichen und unbeweglichen Massen abgeleiteten Erfahrungsregeln massgebend waren.

Man war sich von vorneherein darüber klar, dass an Stelle der bisherigen festen Grenze von  $800 \text{ kg per cm}^2$  (Verordnung vom 30. August 1870) eine variable Grenze bestimmt werden solle, welche bei den kleinsten Brücken nicht mehr als  $700 \text{ kg}$ , bei den grössten nicht mehr als  $900 \text{ kg}$  betragen solle, da es selbst unter Zuziehung aller vom praktischen oder theoretischen Standpunkte aus irgendwie wichtigen Rücksichten nicht gut rathsam erschien, die Ueberschreitung dieser Grenzen zu gestatten.

Die gedachten Grenzen sind übrigens, wie aus dem sub (66) citirten Vergleiche zu entnehmen ist, so liberal gehalten, dass es den andersgesinnten Theoretikern und Constructeuren unbenommen bleiben soll, die Querschnittsbemessung auch nach ihren speciellen Erfahrungsregeln vorzunehmen, wenn sie den bezüglichen Mehraufwand an Eisenmaterial für gerechtfertigt erachten.

Die Zahlen (66) beweisen auch, dass unsere Grenzwerte beiläufig durch eine geradlinige Function von dem Verhältnisse der beweglichen Last zur Gesamtlast dargestellt werden können. Man hat sich in dem Texte der Verordnung nur der grösseren Klarheit und Einfachheit wegen an die Stützweite als Kennzeichen gehalten und die angeführten Zahlen unter entsprechender Abrundung auf die bereits auch in den Belastungscalen des § 3 vorkommenden Stützweiten angepasst.

Die solcher Weise vorgeschriebene und der Einfachheit wegen auch auf Quer- und Längsträger ausgedehnte Begrenzung (§ 4, lit. a, 1 und 2) kann durch eine Polygonlinie graphisch dargestellt werden, deren Seiten successive die Steigungen: 2,  $1\frac{1}{2}$ , 1 und  $\frac{1}{2} \text{ kg per Meter}$  besitzen und bei den bezüglichen Interpolationen für zwischenliegende Stützweiten keine periodischen Decimalbrüche entstehen lassen\*\*), eine Linie, welche so ziemlich als eine Umhüllung der meisten

\*) Nämlich die definirte Proportionalitätsgrenze; — wir Praktiker können daher, wie bereits hervorgehoben, hieraus nicht auf eine Verbesserung des Materials für unsere Zwecke schliessen, und zwar umso weniger, als dieses Material seine Elasticität auf die entgegengesetzte Festigkeit, wie sub 8 und 9 gezeigt, nahezu verloren hat und eine solche für Wechsellastungen nur allmähig und nur bis zur sog. „natürlichen Elasticitätsgrenze“  $\mathcal{I}$  wieder gewinnen kann.

\*\*) Mit den Stützweiten als Abscissen und den Inanspruchnahmen als Ordinaten. Die alte Grenze von  $800 \text{ kg pro cm}^2$  wird bei  $53\frac{1}{3} \text{ m}$  erreicht.

ähnlichen empirischen Erfahrungsscalen betrachtet werden kann\*), demnach für eine behördliche Vorschrift geeignet ist.

Bezüglich der im § 4, lit. a, sub 3, 4 und 5 noch vorgeschriebenen Grenzen wurden bereits in den vorangehenden Aufsätzen XXXII und XXXI die wichtigsten Aufklärungen gegeben und kommt hier nur noch beizufügen, dass die für die Abscherung in der Walzrichtung vorgeschriebene Grenze von  $500\text{ kg per cm}^2$  als ein der bezüglichen minderen Bruchfestigkeit des Materials angepasster Rechnungswerth zu betrachten ist, welcher für die Bestimmung der Blechwandstärke bei relativ niedrigen Blechträgern und in ähnlichen Fällen . . . . ., nicht aber bei Berechnung der aus derselben Theorie abgeleiteten sog. Nietdistanz in diesen Trägern anzuwenden ist, da im letzteren Falle die für die Nieten fixirte Grenze von  $600\text{ kg per cm}^2$  zu gelten hat. (Im Falle von Wechsellspannungen, wie solche in den Gurten der continuirlichen Träger vorkommen, nur  $500\text{ kg per cm}^2$  nach § 4, lit. a, 3.)

Bezüglich der in § 4, lit. b und c für Gusseisen und Holz normirten festen Grenzen kommt in Betracht zu ziehen, dass diese Materialien im österreichischen Brückenbau nur mehr eine untergeordnete Rolle zu spielen haben werden. Es dürfen nämlich für Eisenbahnbrücken gusseiserne Träger gar nicht, — hölzerne Träger aber nur für kleine Stützweiten zur Ausführung gelangen. Die eingesetzten Grenzwerte entsprechen dem bisherigen Usus.

Bezüglich der in § 4, lit. d, und § 6, lit. b, gegebenen Andeutungen, welche den Widerstand gegen Einknickung und die Verwendung von Baumaterialien, wie Stein, Ziegel, Blei u. s. w., oder von Constructionstheilen, wie Consolen, Säulen u. s. w., betreffen, wurde im Allgemeinen nur beabsichtigt, eine derartige rechnungsmässig begründete Ausstattung der vorzulegenden Projecte herbeizuführen, dass die behördliche Genehmigung sofort erteilt werden könne. In ersterer Beziehung wird auf die sub XXXII, 4 vorangehend gegebenen Erläuterungen gewiesen, in letzterer Beziehung wird nur bemerkt, dass für die Baumaterialien im Allgemeinen das auf die Bruchgrenze zu beziehende übliche Sicherheitsverhältniss massgebend erscheint, und dass für eiserne Consolen, Säulen etc. und andere, nicht zu den Haupt-, Quer- und Längsträgern gehörige Constructionstheile gewöhnlich eine Maximal-Inanspruchnahme unterhalb  $700\text{ kg per cm}^2$  (oft weit darunter) in Betracht zu ziehen kommt, weil diese Theile aus constructiven Rücksichten meistens stärker gehalten werden müssen, als es die blosse Festigkeitsberechnung bedingen würde.

Die im § 4, lit. e, zugelassenen erhöhten Grenzen bei Zuziehung des Winddruckes basiren auf der Betrachtung, dass die bezüglichen, im § 3, lit. f, vorgesehenen Windstürme, insbesondere wenn dieselben als gleichzeitig mit der Zugbelastung einwirkend gedacht werden, wohl unter die sehr seltenen Ereignisse eingereicht werden können, und dass es zweckmässiger ist, in einem solchen Falle etwas stärkere, immer noch unter der Elasticitätsgrenze gehaltene Spannungen zuzulassen, als unter diesem Vorwande die Brücken für alle Zeiten übermässig zu dimensioniren.

Was nun endlich die im § 16 enthaltene Begrenzung der Maximal-Inanspruchnahme für Bahnüberbrückungen und Zufahrtsstrassenbrücken anbelangt, so wurde dieselbe im Allgemeinen den vorbesprochenen Vorschriften für Eisenbahnbrücken angepasst und es erscheint hierbei nur sub lit. a eine bis zur Stützweite von  $75\text{ m}$  reichende Formel ( $750\text{ kg} + 2\text{ kg per m}$ ) eingeführt, welche eine Milderung und zugleich Vereinfachung gegenüber der im § 4, lit. a, 1 und 2 vorgeschriebenen Scala darstellt. Diese Aenderung wird dadurch begründet, dass bei den hier betrachteten Brücken im Allgemeinen das Verhältniss der beweglichen Last zur Gesamtlast ein wesentlich günstigeres ist als bei den Eisenbahnbrücken, und ferner die Stützweite nur sehr selten grössere Werthe erreicht, bei welchen aber dann auch anstandslos bis zur Maximalgrenze von  $900\text{ kg per cm}^2$  gegriffen werden kann, weil die bezügliche rechnungsmässige Maximalbelastung fast nie eintritt.

### 3. Relative Sicherheit in den berechneten Brückenconstructionen.

Durch die gegenwärtig eingeführte, sehr sorgfältige rechnungsmässige Dimensionirung der Eisenconstructionen wird im Allgemeinen in dieselben eine sehr wesentlich erhöhte Sicherheit gegenüber den Anforderungen des Bahnbetriebes eingeführt und doch ist die factisch vorhandene Sicherheit eine sehr verschiedene, je nachdem die auf der betreffenden Bahnlinie verkehrenden

\*) Die u. A. in dem bereits citirten Aufsätze (Monatsheft III und IV ex 1877 der Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins) angeführten Scalen würden nur zum geringsten Theile und bei mehr als  $120\text{ m}$  Stützweite unsere Grenzen überschreiten. Die in diesem Aufsätze enthaltenen weitgehenden theoretischen Ausführungen sind übrigens seither durch die Macht der Thatsachen überholt worden.

Züge in Grösse und Form die angenommene rechnermässige Maximalbelastung mehr oder weniger darstellen.

Was die Grösse der Belastung anbelangt, so ist dieselbe hauptsächlich von den verkehrenden Betriebsmitteln abhängig; was aber die Form, d. i. Vertheilung der Belastung betrifft, so steht dieselbe in einem gewissen Zusammenhange mit den für die Brücken gewählten Constructionssystemen.

Eine eingeleisige Construction mit den üblichsten frei aufliegenden Tragwänden erleidet bei Passiren eines jeden schweren Zuges in allen ihren Theilen die vorgesehenen grössten Inanspruchnahmen.

Bei eingelegigen Bogenbrücken können die gewöhnlich verkehrenden Züge nur in den nächst den Widerlagern befindlichen Constructionstheilen die rechnermässigen Maximalspannungen hervorufen; bezüglich der Scheitelstrecke tritt die ungünstigste Belastung nur dann ein, wenn entweder der Scheitel allein oder die beiden seitlichen Strecken allein belastet werden, was eine Trennung des Zuges bedingt, daher wohl nur seltener vorkommen kann.

Bei eingelegigen Brücken mit continuirlichen Trägern dagegen treten die vorgesehenen Maximal-Inanspruchnahmen in den meisten Constructionstheilen fast gar nie ein; man hätte sogar wohl oft nicht wenig Mühe, um die rechnermässigen Belastungscombinationen mit den zur Verfügung stehenden Betriebsmitteln vollständig aufzubringen, und es ist einleuchtend, dass derlei wohl mögliche Annahmen durch den currenten Betrieb kaum jemals verwirklicht werden dürften, sobald es sich um Brücken mit grösseren Stützweiten handelt.

Im Falle von zweigelegigen Brücken der unterschiedlichsten Systeme aber, welche nur zwei Haupttragwände besitzen, wird die Wahrscheinlichkeit, dass die grösste Beanspruchung eintreten könne, noch in dem Masse vermindert, als eine Zugskreuzung auf der Brücke eine mehr oder weniger seltene Ausnahme ist.

Man wird hiernach erkennen, dass insbesondere zweigeleisige Brücken mit nur zwei continuirlich gebauten Haupttragwänden eine ganz ungleich grössere Sicherheit bieten, als Brücken mit anderen Constructionssystemen, — eine Sicherheit, welche auch dadurch noch wesentlich vermehrt wird, dass in Folge der Continuirlichkeit das Verhältniss zwischen beweglicher Last und bleibender Last sehr wesentlich vermindert erscheint.

#### **d) Verkehrsbeschränkungen. Vorschriften der §§ 12 und 18 der Verordnung.**

##### *XXXV. Verkehrsbeschränkung für die nach der neuen Verordnung erbauten Brücken.*

###### **1. Allgemeine Prohibitiv-Vorschriften.**

Nachdem man in den räumlichen Anordnungen des § 2 und in den Belastungsvorschriften des § 3 der neuen Verordnung alle bestehenden Fahrbetriebsmittel in der weitgehendsten Weise berücksichtigt hat, und sohin alle von nun an erbauten Brücken dementsprechend construirt werden sollen, so müssen auch umgekehrt die neu anzuschaffenden Betriebsmittel und die damit gebildeten Züge innerhalb jener Grenzen gehalten bleiben, welche einverständlich festgesetzt worden sind und für die Bedürfnisse des Eisenbahnbetriebes auch vollkommen genügen. Ich werde mich hier darauf beschränken, den § 12 der Verordnung, rücksichtlich der nach § 3 vorgeschriebenen Belastungsgrenzen zu erläutern\*), und glaube diesfalls den Betriebstechnikern am besten zu dienen, indem ich zeige, welche Vehikel und Combinationen derselben alle noch anstandslos auf den Bahnen circuliren können, und indem ich die gedachten Züge in solcher Anzahl und Beschaffenheit citire, dass diese Beispiele die meisten im Betriebe vorkommenden Fälle umfassen.

Es wurde nämlich sub *XIV* bis *XXVII* eingehend klargestellt, inwieweit die im § 3 der Verordnung mittelst der Belastungsscalen *a* und *b* gekennzeichneten Grenzen durch die in diesem § 3 sub lit. *d* für die Hauptbahnen (100%) und sub lit. *h* für die Localbahnen (80% und 60%) angedeuteten Fahrbetriebsmittel und damit gebildeten Züge gewissermassen dargestellt werden können.

Die gedachten Belastungszüge können aber immerhin nur als charakteristische Beispiele für die auf den drei Gattungen von Bahnen (100, 80, 60%) möglicherweise vorkommenden schwersten Belastungen betrachtet werden, und Niemand könnte wohl alle möglichen

\*) In räumlicher Beziehung wäre wohl gegenüber der so einfachen Vorschrift nur zu betonen, dass die Betriebsmittel vermöge der Verordnung des k. k. Handelsministeriums vom 1. Februar 1887, Z. 2840, den strengeren Vorschriften unterworfen bleiben, welche sich aus den Vereinbarungen des Vereines deutscher Eisenbahnverwaltungen ddo. 19. und 20. Mai 1882 in Graz und 28. und 30. Juli 1886 in Salzburg ergeben haben.

Combinationen von Achsendrücken und Ständen voraussehen, welche alle noch innerhalb der geschaffenen scalamässigen Belastungsgrenzen im Bahnbetriebe vorkommen könnten. Aus diesen Gründen kann auch die im § 12 gedeutete Verkehrsbeschränkung zu keinen allgemeinen Prohibitivregeln für den Constructeur führen, welche den Fortschritten im Locomotivenbaue hinderlich wären, und kommen in dieser Beziehung nur folgende beiden grundsätzlichen Begrenzungen zu erinnern, mit welchen sich die Herren Betriebstechniker auch vollkommen einverstanden erklärt haben:

1. Zum currenten Bahnbetriebe sind in der Regel nicht mehr als zwei Locomotiven nebeneinander zu kuppeln; aber auch bei Zusammenschieben zweier Züge oder bei Locomotiventransporten ist darauf zu achten, dass nie mehr als drei nebeneinander befindliche Locomotiven auf die Brücken gelangen.

2. Der einzelne Achsendruck darf nie mehr als  $14 t$  bei den Hauptbahnen ( $100\%$ ),  $12 t$  bei den Localbahnen mit  $20\%$ iger Ermässigung ( $80\%$  Last), und  $8.5 t$ , höchstens ausnahmsweise  $9 t$ , bei den Localbahnen mit  $40\%$ iger Ermässigung ( $60\%$  Last) betragen\*).

## 2. Kategorisirung der Betriebsmittel und Schema der Belastungszüge.

In allem Uebrigen bleibt für jeden einzelnen Fall die einschlägige Rechnung (vgl. XIX bis XXV) dafür massgebend, ob ein beantragter Zug zulässig ist oder nicht. Will man aber derlei zeitraubende Berechnungen thunlichst vermeiden und auf die einfachste Weise eine Art Belastungsschablone aufstellen, welche es gestattet, in den meisten Fällen sofort zu erkennen, dass ein gegebener Belastungszug auf einer gegebenen Linie ( $100$ ,  $80$  oder  $60\%$ ) noch zulässig ist, so finde ich hierfür eine ziemlich einfache Methode, welche das im Allgemeinen höchst complicirte Problem gewissermassen stufenartig zertheilt, so dass die innerhalb einer jeden Stufe allenfalls noch verbleibende Unsicherheit in sehr enge Grenzen gedrängt wird und in der Praxis meistens zu vernachlässigen ist. Diese Methode besteht in der Kategorisirung der Fahrbetriebsmittel nach deren Belastungsfähigkeit einerseits und in einer möglichst reichhaltigen Zusammenstellung von Zugscombinationen andererseits, welche mit den kategorisirten Typen gebildet werden können und den im Betriebe möglichen Zugsbildungen angepasst erscheinen, wie dies hier in der nachstehenden Tabelle ersichtlich gemacht wird.

Meine Kategorisirung begreift sechs Stufen  $L_1, L_2, \dots, L_6$  für die Locomotiven, fünf Stufen  $T_1, T_2, \dots, T_5$  für die Tender und drei Stufen  $W_1, W_2, W_3$  für die Wagen\*\*). Als Massstab zur Einreihung eines gegebenen Vehikels in eine der bezüglichen Kategorien dient in der Hauptsache die Zahlenscala der letzten Rubrik, welche dem altherkömmlichen Begriffe des Gewichtes pro Meter Geleise (Quotient des Gesamtgewichtes durch die Gesamtlänge zwischen Puffern gemessen) entspricht. Für die Tender und Wagen (insoferne dieselben nicht etwa nachtheiliger einwirken als die Locomotiven selbst) ist auch die gedachte alleinige Betrachtung des Gewichtes pro Meter zur Kategorisirung genügend.

Für die Locomotiven dagegen ist es, namentlich mit Rücksicht auf kleinere Brücken, nothwendig, zu untersuchen, ob nicht die in den beiden vorletzten Rubriken 5 und 6 enthaltenen kategoriemässigen Quotienten überschritten erscheinen\*\*\*), was übrigens fast gar nie vorkommen dürfte, da die eingeschriebenen Grenzen den kleinsten diesfalls vorkommenden Radständen entsprechen, wie dies aus den in der ersten Rubrik einskizzirten Beispielen ersehen werden kann.

Diese Beispiele von schwersten Fahrbetriebsmitteln sind dem gegenwärtigen Stande des in Oesterreich vorkommenden Lastzugsverkehrs, sowie den in der Brückenverordnung zugezogenen Belastungszügen angepasst. Dieselben dürften aber auch für den allgemeinen mitteleuropäischen Verkehr so ziemlich conveniren; nur verbleibt noch zwischen  $L_5$  und  $L_6$  eine offenbare Lücke, zu deren Ausfüllung die vorhandenen Betriebsmittel bisher keinen Anlass bieten. Die Personen- und Eilzugslocomotiven wurden in die Kategorisirung principiell nicht einbezogen, weil dieselben fast auf allen Bahnen weniger nachtheilig einwirken als die daselbst verkehrenden Lastzugsmaschinen.

\*) Der Achsendruck erscheint sub § 15 und 105 in den technischen Vereinbarungen des Vereins deutscher Eisenbahnen ddo. Constanz 26. bis 28. Juni 1876, sowie ddo. Graz 19. bis 20. Mai 1882 und ddo. Salzburg 28. bis 30. Juli 1886 (nicht obligatorisch) mit  $14 t$  begrenzt. Die Scalen des § 3 unserer Verordnung berücksichtigen noch  $15 t$  für ganz kleine Weiten, wovon  $80\%$  und  $60\%$  sohin  $12$  und  $9 t$  betragen.

\*\*\*) Diese Wagen-Kategorisirung ist nur für die gewöhnlichen Lastwagen verstanden. Personenzüge sind gewöhnlich leichter (pro Meter). Für schwere Specialwagen, wie Petroleumwagen, Kanonenwagen . . . etc. muss in jedem einzelnen Falle noch eine Prüfung vorgenommen werden, insoferne diese Wagen nicht ohnehin eingereicht erscheinen.

\*\*\*\*) Im Falle der Ueberschreitung müsste entweder die gegebene Locomotive in die höhere Kategorie eingereicht, oder wenn mit dieser Näherung die Zulässigkeit der untersuchten Zugsbelastung nicht erwiesen erscheint, zu einer rechnermässigen Prüfung auf die wirklich vorkommenden Stützweiten gegriffen werden.

(1) . . . Kategorisierung der Fahrbetriebsmittel nach deren Belastungsfähigkeit.

Bezeichnung der Fahrbetriebsmittel		Achsen		Quotient des Gesamtgewichtes (in Tonnen) durch die			
Beispiele		Kategorie	grösste Zahl	grösster Druck	Summe der an einer Mittelachse angrenzenden Achsenstände in m	Entfernung der Endachsen in m	Gesamtlänge zwischen den Puffern gemessen in m
Locomotiven		L <sub>1</sub>	4	t	< 23·3	< 15·6	< 5·9
		L <sub>2</sub>	4	14	< 21·7	< 14·4	< 5·5
		L <sub>3</sub>	3	14	< 17·5	< 17·5	< 5·1
		L <sub>4</sub>	3	12	< 15·0	< 15·0	< 4·7
		L <sub>5</sub>	4	12	< 17·3	< 11·2	< 4·3
		L <sub>6</sub>	3	8·5	< 11·6	< 11·6	< 3·5
Tender		T <sub>1</sub>	3	12	—	beiläufig $\left\{ \begin{array}{l} 10\cdot0 \\ 10\cdot0 \\ 8\cdot5 \\ 8\cdot5 \\ 7\cdot5 \end{array} \right.$	< 4·9
		T <sub>2</sub>	2	14	—		< 4·5
		T <sub>3</sub>	3	8·5	—		< 4·0
		T <sub>4</sub>	2	12	—		< 4·0
		T <sub>5</sub>	2	8·5	—		< 3·5
Wagen		W <sub>1</sub>	2	12	—	—	< 3·3
		W <sub>2</sub>	2	12	—	—	< 2·8
		W <sub>3</sub>	2	8·5	—	—	< 2·3

(2) . . . . . Schema der wichtigsten zulässigen Zugcombinationen.

Post	Hauptbahnen (100%)	Post	Localbahnen mit 80%
1	3 × (L <sub>2</sub> + T <sub>1</sub> ) . . . . . + beliebig × W <sub>3</sub>	21	3 × (L <sub>4</sub> + T <sub>3</sub> ) . . . . . + beliebig × W <sub>3</sub>
2	3 × (L <sub>2</sub> + T <sub>2</sub> ) . . . . . + " × W <sub>3</sub>	22	3 × (L <sub>4</sub> + T <sub>4</sub> ) . . . . . + " × W <sub>3</sub>
3	2 × (L <sub>1</sub> + T <sub>1</sub> ) . . . . . + " × W <sub>3</sub>	23	2 × (L <sub>4</sub> + T <sub>3</sub> ) . . . . . + " × W <sub>3</sub>
4	2 × (L <sub>1</sub> + T <sub>2</sub> ) . . . . . + " × W <sub>3</sub>	24	2 × (L <sub>4</sub> + T <sub>4</sub> ) . . . . . + " × W <sub>2</sub>
5	2 × (L <sub>2</sub> + T <sub>1</sub> ) . . . . . + " × W <sub>2</sub>	25	2 × (L <sub>4</sub> + T <sub>4</sub> ) . . . . . + " × W <sub>2</sub>
6	2 × (L <sub>2</sub> + T <sub>2</sub> ) . . . . . + beliebig × W <sub>2</sub>	26	2 × (Tend. L <sub>4</sub> ) . . . . . + beliebig × W <sub>2</sub>
7	2 × (Tend. L <sub>1</sub> ) . . . . . + " × W <sub>1</sub>	27	1 × (Tend. L <sub>4</sub> ) + 1 × (L <sub>4</sub> + T <sub>1</sub> ) + " × W <sub>3</sub>
8	2 × (Tend. L <sub>2</sub> ) . . . . . + " × W <sub>1</sub>	28	1 × (Tend. L <sub>4</sub> ) + 1 × (L <sub>4</sub> + T <sub>2</sub> ) + " × W <sub>2</sub>
9	3 × (L <sub>3</sub> + T <sub>1</sub> ) . . . . . + " × W <sub>3</sub>	29	1 × (Tend. L <sub>4</sub> ) + 1 × (L <sub>4</sub> + T <sub>4</sub> ) + " × W <sub>2</sub>
10	3 × (L <sub>3</sub> + T <sub>2</sub> ) . . . . . + " × W <sub>3</sub>	30	1 × (L <sub>4</sub> + T <sub>1</sub> ) . . . . . + " × W <sub>2</sub>
11	3 × (L <sub>3</sub> + T <sub>3</sub> ) . . . . . + beliebig × W <sub>2</sub>	31	1 × (Tend. L <sub>4</sub> ) . . . . . + beliebig × W <sub>1</sub>
12	2 × (L <sub>3</sub> + T <sub>1</sub> ) . . . . . + " × W <sub>1</sub>	32	3 × (L <sub>5</sub> + T <sub>3</sub> ) . . . . . + " × W <sub>3</sub>
13	2 × (L <sub>3</sub> + T <sub>2</sub> ) . . . . . + " × W <sub>1</sub>	33	3 × (Tend. L <sub>5</sub> ) . . . . . + " × W <sub>2</sub>
14	3 × (L <sub>4</sub> + T <sub>1</sub> ) . . . . . + " × W <sub>2</sub>	34	2 × (L <sub>5</sub> + T <sub>3</sub> ) . . . . . + " × W <sub>2</sub>
15	3 × (L <sub>4</sub> + T <sub>2</sub> ) . . . . . + " × W <sub>2</sub>	35	2 × (L <sub>5</sub> + T <sub>4</sub> ) . . . . . + " × W <sub>2</sub>
		36	1 × (Tend. L <sub>5</sub> ) . . . . . + " × W <sub>1</sub>
		Post	Localbahnen mit 60%
16	3 × (L <sub>4</sub> + T <sub>3</sub> ) . . . . . + beliebig × W <sub>1</sub>	37	3 × (Tend. L <sub>6</sub> ) . . . . . + beliebig × W <sub>3</sub>
17	3 × (L <sub>4</sub> + T <sub>4</sub> ) . . . . . + " × W <sub>1</sub>	38	2 × (L <sub>6</sub> + T <sub>5</sub> ) . . . . . + " × W <sub>3</sub>
18	2 × (L <sub>4</sub> + T <sub>1</sub> ) . . . . . + " × W <sub>1</sub>	39	1 × (Tend. L <sub>6</sub> ) + 1 × (L <sub>6</sub> + T <sub>5</sub> ) + " × W <sub>3</sub>
19	3 × (L <sub>5</sub> + T <sub>1</sub> ) . . . . . + " × W <sub>2</sub>	40	1 × (L <sub>6</sub> + T <sub>5</sub> ) . . . . . + " × W <sub>3</sub>
20	3 × (L <sub>5</sub> + T <sub>3</sub> ) . . . . . + " × W <sub>1</sub>		

Kommt nun die Zulässigkeit eines gegebenen Belastungszuges zu beurtheilen, so wird man vorerst die einzelnen Locomotiven, Tender und Wagen in die Kategorien einreihen, und die Zulässigkeit des Zuges ergibt sich dann meistens sofort aus dem blossen Vergleiche mit den im Schema der Zugcombinationen enthaltenen Angaben, worunter man immer sehr leicht diejenigen finden wird, welche den Zug decken.

Es dürfte übrigens hier am Platze sein, zu bemerken, dass die Aufstellung und allfällige Erweiterung des Schemas nicht die zur Aufstellung der Verordnungsscalen verwendeten und sub XIV bis XXVII detaillirt erläuterten Berechnungen und Untersuchungen erfordert, weil ja hier doch nur eine Art Näherungsberechnung zur Constatirung der vorhandenen meistens übermässigen Sicherheit bezweckt wird. Man begnügt sich in diesem Falle mit der blossen Untersuchung der Momentenwirkung. Für grössere Stützweiten wird hierbei ein und dieselbe Radachse auf der Brückenmitte belassen und die beiderseits von den Locomotiven und Tendern noch aufgestellte Wagenlast mit einer nach der Verordnung allenfalls noch zulässigen gleichförmig vertheilten Belastung assimilirt; man findet dann leicht für diese letztere Last:  $p_w$  pro Meter als Unbekannte die allgemeine Formel:

$$(3) \dots \dots \dots p_w = \frac{4 M_a + 2 \sum a_n P_n - l \sum P_n}{(l'_w)^2 + (l''_w)^2}$$

hierin bezeichnen:

$l$  ..... die jeweilige Stützweite;

$M_a$  ..... das nach der Scala a der Verordnung vom 15. September 1887 berechnete Biegemoment in der Brückenmitte, wie in Tab. V des II. Bandes zu finden;

$l'_w \dots l''_w$  ..... die rechtsseits und linksseits der die Brückenmitte besetzenden Locomotiven und Tender auf der Stützweite noch verbleibenden Wagenzuglängen;

$\sum a_n P_n \dots \sum P_n$  .. die aus den früheren Berechnungen bekannten und hier auf die mit Locomotiven und Tendern besetzte Länge ( $l - l'_w - l''_w$ ) bezogenen Summen.

Die Werthe  $\Sigma$  bleiben bei einem über den Locomotiven- und Tenderzug reichenden, wachsenden  $l$  unverändert, die Werthe  $M_a$  sind zum Voraus tabellarisch ausgewiesen\*), so dass die Lasten  $p_w$  sehr leicht berechnet werden können. Man findet, dass dieselben gewöhnlich bei wachsendem  $l$  abnehmen. Die im Schema zusammengestellten Zugcombinationen sind unter Berücksichtigung der schon anlässlich der Belastungsvorschriften gekennzeichneten Toleranzgrenzen angenommen worden. Man wird bei Ueberblickung dieser Züge zur Ueberzeugung gelangen, dass unsere Belastungsscalen die Erfordernisse des gegenwärtigen Bahnbetriebes in der ausgiebigsten Weise berücksichtigen, dass sogar die 80%ige Belastung den weitaus grössten Theil des Betriebes auf Thalbahnen deckt, aber auch als ein Minimum für alle solche Linien betrachtet werden muss, welche einen durchgehenden Hauptverkehr zu bewältigen haben.

XXXVI. Verkehrsbeschränkungen für die bereits früher gebauten Brücken, welche den Bestimmungen der neuen Verordnung nicht entsprechen (§ 18 der Verordnung).

1. Einleitung.

Die vor dem 15. September 1887 in Oesterreich gebauten Brückenconstructions\*\*) können der Hauptsache nach in zwei Gattungen getheilt werden, wovon die erstere alle jene Constructions betrifft, welche genau nach den Bestimmungen der Verordnung vom 30. August 1870 gebaut wurden, die letztere alle anderen theils schwächer, theils stärker gehaltenen Brücken umfasst, von welchen man in vielen Fällen fast bis zur Gegenwart kaum genau wusste, was für Eisenbahnzüge oder Belastungen dieselben noch anstandslos zu ertragen vermögen.

2. Brücken, welche der 1870er Verordnung genau entsprechen.

Für die erstgedachten Brücken ist es annähernd möglich, durch einen tabellarischen Vergleich zwischen den älteren und neueren österreichischen Vorschriften (1870 und 1887) die Tragfähigkeit im Sinne der sub XXXV vorgehend versuchten Eintheilung zu beurtheilen.

\*) Bei den Localbahnen zu ermässiger Belastung auch selbstverständlich nur mit 80% beziehungsweise 60% der tabellarischen Werthe einzuführen.

\*\*) Zu diesen könnte man auch eine Anzahl Brücken zählen, welche genau nach der zur Bauzeit noch nicht erschienenen Verordnung, beziehungsweise nach dem bezüglichen Entwurfe gebaut wurden und hier selbstverständlich nicht besprochen werden.

(4) . . . . . *Verglichene Inanspruchnahme der Gurten*

für die nach der neuen Verordnung vom 13. September 1887 gebauten Brücken  
bei Belastung nach Verordnung vom 30. August 1870.

Stützweite	Verordng. v. Jahre 1870 Last p'	Neue Verordnung				Verglichene Inanspruchnahme $i' = (p' : p) \times i$				Stützweite	Verordng. v. Jahre 1870 Last p'	Neue Verordnung				Verglichene Inanspruchnahme $i' = (p' : p) \times i$						
		Last p nach Scala a				Inanspruchnahme pr. cm <sup>2</sup> i	100%	80%	60%			100%	80%	60%	Last p nach Scala a				Inanspruchnahme pr. cm <sup>2</sup> i	100%	80%	60%
		100%	80%	60%	Kg										100%	80%	60%	Kg				
m	t	t	t	t	Kg	Kg	Kg	Kg	m	t	t	t	t	Kg	Kg	Kg	Kg					
1	26-000	30-000	24-000	18-000	702	608	760	1014	50	4-000	5-300	4-240	3-180	795	600	750	1000					
1-5	17-500	20-000	16-000	12-000	703	615	769	1025	52		5-240	4-192	3-144	798	609	761	1015					
2-0	15-000	15-000	12-000	9-000	704	704	880	1173	54		5-180	4-144	3-108	801	619	773	1031					
2-5	14-167	13-500	10-800	8-100	705	740	925	1233	56		5-120	4-096	3-072	804	628	785	1047					
3	13-333	13-100	10-480	7-860	706	719	898	1198	58	4-000	5-060	4-048	3-036	807	638	797	1063					
4	11-667	12-300	9-840	7-380	708	672	839	1052	60		5-000	4-000	3-000	810	648	810	1080					
5	10-000	11-500	9-200	6-900	710	617	772	1029	2		4-940	3-952	2-964	813	658	824	1098					
6	9-667	10-900	8-720	6-540	712	631	789	1052	4		4-880	3-904	2-928	816	669	837	1115					
7	9-333	10-300	8-240	6-180	714	647	809	1078	6		4-820	3-856	2-892	819	680	850	1133					
8	9-000	9-700	7-760	5-820	716	664	830	1107	8		4-760	3-808	2-856	822	691	864	1152					
9	8-667	9-160	7-280	5-460	718	679	849	1132	8	4-000	4-700	3-760	2-820	825	702	878	1170					
10	8-333	8-500	6-800	5-100	720	706	882	1176	2		4-640	3-712	2-784	828	714	893	1190					
11	8-000	8-200	6-560	4-920	722	704	880	1174	4		4-580	3-664	2-748	831	726	908	1220					
12	7-667	7-900	6-320	4-740	724	703	878	1171	6		4-520	3-616	2-712	834	738	925	1230					
13	7-333	7-600	6-080	4-560	726	701	876	1168	8		4-460	3-568	2-676	837	751	938	1251					
14	7-000	7-300	5-840	4-380	728	698	873	1163	80	4-000	4-400	3-520	2-640	840	764	955	1273					
15	6-667	7-000	5-600	4-200	730	695	869	1159	2		4-370	3-496	2-622	842	771	963	1284					
16	6-333	6-900	5-520	4-140	732	672	840	1120	4		4-340	3-472	2-604	844	778	972	1296					
17	6-000	6-800	5-440	4-080	734	648	810	1079	6		4-310	3-448	2-586	846	786	982	1309					
18	5-667	6-700	5-360	4-020	736	623	778	1037	8		4-280	3-424	2-568	848	793	990	1321					
19	5-333	6-600	5-280	3-960	738	596	745	994	8	4-000	4-250	3-400	2-550	850	800	1000	1333					
20	5-000	6-500	5-200	3-900	740	569	712	949	2		4-220	3-376	2-532	852	808	1010	1346					
21	4-900	6-455	5-164	3-873	742	563	704	939	4		4-190	3-352	2-514	854	813	1016	1356					
22	4-800	6-410	5-128	3-846	744	557	696	929	6		4-160	3-328	2-496	856	824	1030	1373					
23	4-700	6-365	5-092	3-819	746	551	689	918	8		4-130	3-304	2-478	858	831	1037	1384					
24	4-600	6-320	5-056	3-792	748	544	681	907	100	4-000	4-100	3-280	2-460	860	839	1049	1398					
25	4-500	6-275	5-020	3-765	750	538	672	896	2		4-070	3-256	2-442	862	847	1059	1412					
26	4-400	6-230	4-984	3-738	752	531	664	885	4		4-040	3-232	2-424	864	855	1069	1428					
27	4-300	6-185	4-948	3-711	754	524	655	874	6		4-010	3-208	2-406	866	864	1080	1440					
28	4-200	6-140	4-912	3-684	756	517	646	862	8		3-980	3-184	2-388	868	872	1090	1454					
29	4-100	6-095	4-876	3-657	758	510	637	850	110	4-000	3-950	3-160	2-370	870	880	1100	1467					
30	4-000	6-050	4-840	3-630	760	502	628	837	2		3-920	3-136	2-352	872	890	1112	1483					
31	4-000	6-005	4-804	3-603	762	508	634	846	4		3-890	3-112	2-334	874	899	1123	1496					
32	4-000	5-960	4-768	3-576	764	513	641	855	6		3-860	3-088	2-316	876	908	1135	1513					
33	4-000	5-915	4-732	3-549	766	518	647	863	8		3-830	3-064	2-298	878	915	1143	1524					
34	4-000	5-870	4-696	3-522	768	523	654	872	120	4-000	3-800	3-040	2-280	880	926	1158	1544					
35	4-000	5-825	4-660	3-495	770	529	661	881	2		3-780	3-024	2-268	881	932	1165	1554					
36	4-000	5-780	4-624	3-468	772	534	668	890	4		3-760	3-008	2-256	882	938	1173	1564					
37	4-000	5-735	4-588	3-441	774	540	675	900	6		3-740	2-992	2-244	883	944	1180	1574					
38	4-000	5-690	4-552	3-414	776	546	682	911	8		3-720	2-976	2-232	884	950	1188	1584					
39	4-000	5-645	4-416	3-387	778	550	704	918	130	4-000	3-700	2-960	2-220	885	957	1196	1595					
40	4-000	5-600	4-480	3-360	780	557	696	929	2		3-680	2-944	2-208	886	963	1204	1605					
41	4-000	5-570	4-456	3-342	781	559	700	938	4		3-660	2-928	2-196	887	969	1212	1616					
42	4-000	5-540	4-432	3-324	783	566	707	946	6		3-640	2-912	2-184	888	976	1220	1627					
43	4-000	5-510	4-408	3-306	784	569	712	950	8		3-620	2-896	2-172	889	982	1228	1637					
44	4-000	5-480	4-384	3-288	786	574	717	957	140	4-000	3-600	2-880	2-160	890	989	1236	1648					
45	4-000	5-450	4-360	3-270	787	578	722	963	145		3-550	2-840	2-130	892	1005	1256	1675					
46	4-000	5-420	4-336	3-252	789	583	729	971	150		3-500	2-800	2-100	895	1023	1278	1705					
47	4-000	5-390	4-312	3-234	790	587	734	983	150		3-500	2-800	2-100	895	1023	1278	1705					
48	4-000	5-360	4-288	3-216	792	591	739	985	150		3-500	2-800	2-100	895	1023	1278	1705					
49	4-000	5-330	4-264	3-198	793	595	744	993	160	4-000	3-400	2-720	2-040	900	1060	1324	1765					



Die zu diesem Zwecke hier vorangestellten beiden Tabellen der sog. verglichenen Inanspruchnahme sowohl bezüglich der Gurten als auch der Streben gestatten es, eine beliebige dieser älteren Brücken je nach ihrer Stützweite zwischen die drei Belastungsstufen der neuen Verordnung gewissermassen einzureihen. Die beiden Tabellen zum Vergleiche der relativen Strenge beider österreichischer Verordnungen berücksichtigen sowohl die vorgeschriebene Belastung als auch die zugelassene Maximal-Inanspruchnahme des Materiales pro  $cm^2$  der nutzbaren Querschnittsfläche, worüber im Jahre 1870 nur die feste Grenze von 800  $kg$ , hingegen im Jahre 1887 eine nach der Stützweite abnehmende Scala von Grenzen festgesetzt wurden.

Die Tabellen enthalten sowohl diese Scala, als auch die für Gurten und Streben vorgeschriebenen Belastungsscalen, mit Unterscheidung der in der neuen Verordnung aufgenommenen drei Belastungsstufen (100%, 80%, 60%). Um auf einfachste Weise den Vergleich zwischen beiden Verordnungen zu bewerkstelligen, muss man sich derartige Brücken vorbehalten, welche genau nach den Bestimmungen der neuen Verordnung gebaut wären, wie solche für die drei Belastungsstufen (100%, 80% und 60%) vorgeschrieben sind. Wir nehmen diesfalls zur Vereinfachung noch an, dass die bleibende Last pro Meter beiläufig im Verhältnisse der zu ertragenden beweglichen Belastung variirt\*), dass demnach in den vorgedachten Brücken die Inanspruchnahme ( $i$ ) den Gesamtlasten ( $p + q$ ),  $0.8 \times (p + q)$  und  $0.6(p + q)$  entspricht, wo  $p$  die bewegliche und  $q$  die bleibende Last pro Meter für Hauptbahnen darstellen.

Wir denken uns nun die drei gedachten Gattungen Brücken mit einer anderen von ganz gleicher Stützweite in Vergleich gebracht, welche immer noch mit der Inanspruchnahme ( $i$ ), jedoch mit der Belastung ( $p'$ ) der 1870er Verordnung, beziehungsweise mit der Gesamtlast ( $p' + q'$ ) pro Meter gebaut wäre, wobei wir annehmen, dass auch

$$(6) \dots \dots \dots p' : p = q' : q = (p' + q') : (p + q)$$

Das Verhältniss für die Vorschriften zwischen dieser letzteren Brücke und den drei vorangehenden kann dann durch die Werthe:

$$(7) \dots \dots \frac{p' + q'}{p + q} = \frac{p'}{p} \quad \text{beziehungsweise} \quad \frac{p'}{0.8 \cdot p} \quad \text{und} \quad \frac{p'}{0.6 \cdot p}$$

ausgedrückt werden; und für eine Brücke, welche nicht nach der Inanspruchnahme ( $i$ ), sondern nach jener von 800  $kg$  pro  $cm^2$ , also vollständig genau nach den Vorschriften der alten Verordnung ausgeführt wäre, ergibt sich für den Vergleich:

$$(8) \dots \dots \frac{p'}{p} \times \frac{i}{800} \quad \text{beziehungsweise} \quad \frac{p'}{0.8 \cdot p} \frac{i}{800} \quad \text{und} \quad \frac{p'}{0.6 \cdot p} \frac{i}{800}$$

Wenn wir demnach zur Vereinfachung ( $p$ ) die einer beliebigen Stufe der neuen Verordnung zugehörige Belastung nennen, so steht die in den Tabellen ausgewiesene sogenannte verglichene Inanspruchnahme  $i' = (p' : p) \times i$  zu der früheren Inanspruchnahme von 800  $kg$  pro  $cm^2$  genau in dem gesuchten Verhältnisse zwischen den alten und neuen Vorschriften. Man kann mit anderen Worten auch noch sagen: die nach der alten Verordnung vom Jahre 1870 construirten Brücken lassen sich bezüglich der Gurten und Streben beiläufig in jener Weise zwischen die drei Belastungsstufen der neuen Verordnung vom 15. September 1887 einreihen, wie sich die Zahl 800 zwischen die Zahlen  $i'$  in der bezüglichen Tabelle (100%, 80% und 60%) für Gurten oder Streben einstellt.

Man erkennt beispielsweise, dass die alten Vorschriften eine Stufe der Schärfe bedeuten, welche bezüglich der Gurten von 2—17  $m$  Stützweite\*\*) zwischen den 100% und 80%, von 18—58  $m$  Stützweite zwischen den 80% und 60%, von 60—88  $m$  Stützweite zwischen den 100% und 80%, endlich von 90—160  $m$  Stützweite wesentlich oberhalb der 100% der neuen Verordnung zu liegen käme. Ein ähnlicher für die Streben angestellter Vergleich gibt wesentlich ungünstigere Resultate, was auch schon a priori angenommen werden musste, da bekanntlich die 1870er Verordnung noch keine specielle Belastungsvorschrift für die Streben enthielt\*\*\*). Man erkennt insbesondere, dass zwischen 22 und 36  $m$  Stützweite die 1870er Ver-

\*) Dies ist bekanntlich nur näherungsweise richtig, da die bleibende Last etwas weniger als im Verhältnisse der beweglichen Last abnimmt.

\*\*) Für alle seit 1870 erbauten Blechbrücken bis circa 15  $m$  Stützweite dürfte hiernach im Allgemeinen kein erster Anlass zu einer Reconstruction vorliegen.

\*\*\*) Dasselbe gilt auch noch für spätere Vorschriften, wie z. B. die französische vom Jahre 1877, und habe ich selbst erst im Jahre 1880 (man vergleiche mein „Eisenbahnwesen in Frankreich“, S. 98) einen diesfälligen Vorschlag veröffentlicht.



terisch für dieselben eine ordentliche rechnungsmässige Prüfung und fachmännische Untersuchung, bei welcher nach unseren jetzigen richtigeren technischen Begriffen vorgegangen werden muss.

Handelt es sich dagegen um solche Constructionen, welche nach dem Jahre 1870 von einigen Bahnverwaltungen in der richtigen Erkenntniss ihrer diesfalls massgebenden schweren Belastungszüge weitaus stärker construiert wurden, als es die 1870er Verordnung vorschrieb, so kann immerhin ein blosser rechnungsmässiger Vergleich zwischen den vorgeschriebenen und wirklich benützten Belastungsannahmen (etwa nach Art der Tab. IV im II. Bande) zu annähernd richtigen Schlüssen führen.

#### 4. Vorgang bei Prüfung und Verstärkung der alten Bestände.

Die vorangehend gedeuteten Vergleiche und Abschätzungen können in vielen Fällen über die Zulässigkeit der Befahrung älterer Brücken durch die im Betriebe vorkommenden Züge annähernd Aufschluss geben; im Sinne unserer neuen Vorschriften können dieselben aber eigentlich nur zur Kennzeichnung jener Brücken verwerthet werden, welche der Untersuchung, Verstärkung oder Reconstruction am meisten bedürftig erscheinen. Nach § 18 der Verordnung vom 15. September 1887 haben die Bahnverwaltungen »ihre sämtlichen Brücken unter Zugrundelegung der für jedes Geleise aus je zwei der schwersten Locomotiven der betreffenden Bahnlinie und der schwersten Lastwagen gebildeten Züge, im Uebrigen aber ganz im Sinne des in § 11 dieser Verordnung (Neubauten) gekennzeichneten Vorganges rechnungsmässig zu prüfen und zu erproben und die Resultate in Evidenz zu halten«. Dies bedingt die ordentliche und periodische Prüfung und Unterhaltung der Brücken ohne Ausnahme, und wurden bekanntlich seither zu diesem Zwecke im Einvernehmen mit den grossen Bahnverwaltungen\*) die mit dem Circularerlasse der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen, Z. 14.146, vom 19. November 1887 (Handelsministerial-Verordnungsblatt Nr. 3 ex 1888) vertheilten einheitlichen Formulareien aufgestellt, welche auch für die über die alten Bestände nach § 18a und b einzusendenden ersten Berichte zu benützen sind.

Die rechnungsmässige Prüfung und die praktische Verwerthung der bezüglichlichen Resultate für die Verstärkungs- oder Reconstructionsarbeiten sind bereits seit einem Jahre im Zuge und man kann nach den bereits gemachten Erfahrungen hierfür beiläufig folgenden Vorgang empfehlen:

Vor Allem ist für die massgebenden schwersten Belastungszüge der Linie je ein Belastungsschema für Gurten und Streben nach dem sub XVI und XVII, dann XIX bis XXV erläuterten Verfahren aufzustellen, und mit den graphisch aufgetragenen Hauptresultaten für alle Züge und vorkommenden Stützweiten erhält man zwei Unrisse (Umhüllungen), welche zur Vereinfachung durch Polygonlinien (mit dem auch in der Verordnung angenommenen Abscisseneingang) ersetzt werden können. Man erhält solcher Weise zwei specielle für die betrachtete Linie giltigen Scalen a und b (an Stelle der im § 3 der Verordnung normirten Scalen), welchen die Brücken nach § 18 der Verordnung derart entsprechen müssen, dass hierbei jedenfalls die dort normirten äussersten Inanspruchnahmen des Materiales nicht überschritten werden, wobei im Uebrigen die Festigkeitsberechnungen nach der mit der neuen Verordnung eingeführten verbesserten Rechnungsart durchzuführen sind\*\*).

Gleichzeitig mit diesen Bureauarbeiten ist die Aufnahme der Brückenconstructions an Ort und Stelle zu besorgen, welche nur durch einen Brückentechniker entsprechend vollzogen werden kann. Die hierbei zu sammelnden Dimensionen und Daten sind beiläufig in der sub XLIII und XLIV gekennzeichneten Vollständigkeit zusammenzustellen, wobei aber ausserdem insbesondere auf die Vernietungen, Stossdeckungen, Anschlüsse . . . etc., sowie auf allenfalls wahrnehmbare Gebrechen und Mängel besonders Rücksicht zu nehmen ist. Bei Prüfung der solcherweise erhobenen Brückendimensionen und Caliber gegenüber den vorangehend besprochenen diesfalls giltigen speciellen Belastungsscalen lässt sich in vielen Fällen eine sehr werthvolle Vereinfachung einführen, indem man die Brücken nicht auf die Specialscalen, sondern auf die Verordnungsscalen (100 oder 80%) prüft, insoferne die hier massgebenden Züge durch die im § 3

\*) Bei der bezüglichlichen Sitzung am 21. October 1887 waren sowohl die k. k. Staatsbahnen als auch folgende Privatbahnen vertreten: die Galiz. Carl Ludwig-Bahn, die Kaiser Ferdinands-Nordbahn, die Oesterr. Nordwestbahn, die Oesterr.-ungar. Staatseisenbahn-Gesellschaft, die Südbahn, die Böhm. Nordbahn, die Böhm. Westbahn, die Buschtährader Bahn, die Kaschau-Oderberger Bahn, die Lemberg-Czernowitz-Jassy-Bahn, die Mähr.-schles. Centralbahn und die Ungar. Westbahn.

\*\*) Dies gilt insbesondere für die continuirlichen Träger, für welche es ebenso mühevoll als zwecklos wäre, die Berechnungen auf Grundlage der wirklichen Belastungszüge mittelst centrirter Lasten durchzuführen.

lit. *d* und *h* der Verordnung geduteten Belastungszüge so ziemlich gedeckt erscheinen, was schon aus dem blossen Graphikon der Belastungsscalen entnommen werden kann. Der Vortheil dieser etwas geänderten rechnungsmässigen Prüfung besteht nicht allein in der Möglichkeit, diefalls viele zum Voraus berechnete Hilfstabellen verwerthen zu können, sondern auch in der für die meisten Brücken dann hiermit constatirten bestimmten Thatsache, dass dieselben der Stufe 100% oder 80% der neuen Verordnung entsprechen, und man wird füglich nur in dem Falle eines Zweifels oder erhobenen Anstandes die Specialscalen zuzuziehen haben\*).

Ist einmal eine Brücke verstärkungsbedürftig befunden worden, so kommen hauptsächlich zwei principiell verschiedene Fälle in Betracht. Ist die Verstärkungsarbeit eine relativ geringfügige, welche auf Grund der Specialscalen beschlossen wurde, so kann nach der milderen Auffassung des § 18 der Verordnung vorgegangen werden (950 *kg* pro *cm*<sup>2</sup>), und kommt in diesem Falle die verstärkte Construction immerhin nur als eine Art Provisorium oder Nothbehelf zu betrachten, deren Bestand mit einer durch die Specialscalen gekennzeichneten speciellen Verkehrsbeschränkung verknüpft ist und nur eine beschränkte Dauer haben soll. Handelt es sich dagegen um eine durchgreifende Reconstruction auf lange Dauer, so muss nach den verschärften Bestimmungen der §§ 3 und 4 der Verordnung (für Neubauten) vorgegangen werden, wonach aber auch dann ein ordentliches Definitivum geschaffen erscheint.

### 5. Wahrung der Freizügigkeit auf Hauptbahnen.

Durch die milden Bestimmungen des § 18 unserer neuen Brückenverordnung wird nur für den auf jeder einzelnen Bahnlinie stattfindenden Verkehr nothdürftig vorgesorgt, und die Frage der allgemeinen Freizügigkeit auf allen Hauptbahnen bleibt hierbei unberührt. Man wird gegenwärtig gegenüber dem bereits bestehenden grossen Eisenbahnnetze wohl nicht daran denken können, zu begehren, dass in kürzester Zeit sämtliche Brückenconstructions derart verstärkt oder reconstruirt werden, dass sie der 100%igen Belastung der neuen Verordnung entsprechen. Noch bei Weitem unthunlicher wäre es, dem sporadisch von einigen Maschinen-Technikern gestellten Begehren zu willfahren, man solle die Brücken stark genug gestalten, damit sie darüber fahren können mit was immer sie wollen, wie auf dem currenten Damme. Mit derlei Anforderungen hat es schon mit blosser Rücksichtnahme auf den Oberbau und dessen Auflagerung sein Bewenden. Der in dieser Sache zu wählende empfehlenswerthe Mittelweg erscheint durch die langjährigen Erfahrungen im Eisenbahnbetriebe von selbst vorgedeutet.

Die 100%ige Belastungsstufe der Verordnung und die damit gedeckten schweren vierachsigen Locomotiven stellen das Maximum der Beanspruchung vor, welche die Brücken selbst auf Gebirgsbahnen zu erleiden haben können. Die 80% Belastungsstufe (welche nur für sogen. Localbahnen zu gelten haben soll) dagegen deckt den gewöhnlichen Betrieb auf Thalbahnen, insoweit derselbe nur mit den üblichen dreiachsigen Lastzugslocomotiven\*\*) geführt wird, welche den weitaus grösseren Theil des österreichischen Locomotivparkes bilden. Es ergibt sich hieraus, dass, wenn die Bahnverwaltungen auch bei jenen sub 4 vorangehend besprochenen Brückenprüfungen und Verstärkungsarbeiten, bei welchen die milderen Bestimmungen des § 18 zur Anwendung kommen, auch noch im wohlgemeinten Interesse einer gewissen Freizügigkeit die Stufe 80% der §§ 3 und 4 der Verordnung als ein jedenfalls einzuhaltendes Minimum gelten lassen, hierdurch in kürzester Zeit eine nicht zu unterschätzende Mehrsicherheit im allgemeinen Eisenbahnbetriebe erzielt sein wird, welche auch in militärischer Beziehung sehr wünschenswerth erscheint. Die auf diese engeren Grenzen zielenden Vorschläge, welche dann in Bälde eine Kategorisirung aller Hauptlinien nach den Belastungsstufen von 100 und 80% möglich machen würden, scheinen mir am meisten geeignet, der in dieser Frage noch bestehenden Ungewissheit ein Ende zu bereiten, ohne dass hierbei die Bahnverwaltungen irgend welchen Anlass hätten, sich über zwecklose Auslagen zu beklagen, weil eben die in's Auge gefassten Minimalgrenzen selbst dem currenten Civilverkehre entsprechen.

Man stelle sich diesfalls vor, dass im Falle des thatsächlichen Bedarfes einer weitgehenden Freizügigkeit, Eisenbahnkarten zur Verfügung stehen, auf welchen alle Hauptlinien mittelst Farben nach den Stufen von 100 und 80% kategorisirt erscheinen, so wird es sehr leicht sein, mittelst

\*) Dieser Vorgang wurde bereits durch einige Bahnverwaltungen mit Vortheil eingehalten.

\*\*) Allfällige vierachsige Eilzugslocomotiven belasten bekanntlich wegen ihrer grossen Achsenstände weniger als die hier gedachten dreiachsigen Maschinen.

des sub XXXV citirten Schemas der kategorisirten Betriebsmittel und der zulässigen Zugcombinationen sofort über die Zulässigkeit von beantragten Zügen zu entscheiden. Sollten aber auch hierbei Verstösse vorkommen, so würde das Schlimmste, was die Brückenconstruktionen treffen könnte, darin bestehen, dass die im § 4 der Verordnung normirte grösste Inanspruchnahme des Eisenmaterials von 700—900 kg pro  $cm^2$  nunmehr ansahnungsweise um weniger als 25%, also auf weniger als 875—1125 kg pro  $cm^2$  erhöht\*) wäre. Dies dürfte wohl in solchen Fällen nicht als ernstliches Hinderniss betrachtet werden.

## C. Anleitungen zur Anwendung der neuen Verordnung für die Berechnung von Brückenconstruktionen.

### a) Gewalzte Caliber und vollwandige genietete Träger.

#### XXXVII. Gewalzte Caliber und Träger.

##### 1. Einleitung.

Alle hier gedachten Festigkeitsberechnungen basiren auf der Betrachtung der soliden prismatischen Körper als Fasernbüschel, so wie dieselben in der jetzt allgemein angewendeten Dehnungs- und Biegungslehre angenommen werden.

Die Wirkungen aller äusseren Kräfte auf einen betrachteten Querschnitt eines solchen Körpers werden bekanntlich durch ein Biegungsmoment und eine Scherkraft dargestellt gedacht, welche beide zusammen den am Querschnitte abgetrennt gedachten einen Theil des Körpers gewissermassen zu ersetzen vermögen, beziehungsweise welche die inneren Spannungen des dann restirenden Körpertheiles im Gleichgewichte halten. Wir gruppiren die hier zuletzt gedachten aus der Elasticität des Materiales resultirenden Widerstände in ein Widerstandsmoment und in einen Widerstand auf Scherung, und zur Versinnlichung des statischen Gleichgewichtes am betrachteten Querschnitte denken wir uns dieselben dem Biegungsmomente und der Scherkraft der äusseren Kräfte gegenüber gestellt.

Was nun vorerst die Biegung anbelangt, welche in unseren Festigkeitsberechnungen die wichtigste Rolle spielt, so kommt dieselbe fast immer nur im Falle der sogen. ebenen Deformation (der »mittleren Faser«) zu untersuchen, wo bei symmetrischem Querschnittsprofile die neutrale Achse (hier auch Biegungsachse) senkrecht zur Ebene des Biegungsmomentes zu liegen kommt. Im allgemeineren Falle eines ganz beliebigen Querschnittsprofiles bestimmt man bekanntlich die neutrale Achse (auch Biegungsachse), indem man in der Trägheitsellipse\*\*) des Querschnittes den conjugirten Durchmesser zu jener Richtung sucht, welche darin die Ebene des Biegungsmomentes einnimmt; es entsteht dann mehrfach die sogenannte nicht ebene Deformation.

Ist im soeben gedachten Falle die Biegung mit einer gleichzeitigen Dehnung oder Zusammendrückung in der Fasernrichtung verbunden\*\*\*), so verschiebt sich die neutrale Achse (nicht Biegungsachse) abseits von dem Schwerpunkte, jedoch in paralleler Richtung, währenddem die Biegungsachse in ihrer früher besprochenen Lage verbleibt. Der geometrische Ort des Angriffspunktes am Schnitte von jener in der Fasernrichtung wirkenden Kräfte resultante, welche die gedachte combinirte Deformation derart hervorruft, dass die bezügliche neutrale Achse das Querschnittsprofil tangirt, bildet den Umriss des sogen. centralen Kernes. Umgekehrt ergeht hieraus, dass eine jede innerhalb des centralen Kernes wirkende Kräfte resultante nur gleichgerichtete innere Spannungen im ganzen Querschnitte hervorruft.

Abgesehen von den vorbesprochenen deformirenden Wirkungen, kommt im Brückenbaue auch noch die sogen. Schubkraft zu berücksichtigen, welche die Verschiebung in der Fasern- oder Walzrichtung bewirkt und insbesondere für die Dimensionirung des Steges gewalzter Träger oder des Stehbleches genieteter Träger von Wichtigkeit sein kann, auch zu einer Bestimmung der Nietdistanz für die Anknüpfung der Gurtecaliber an das Stehblech solcher Träger führt.

\*) Gewöhnlich, d. i. für alle Brücken unter 54 m Stützweite, nicht über 1000 kg pro  $cm^2$ , welche man bisher für Strassenbrücken-Hauptträger oft in currenter Weise zugelassen hatte.

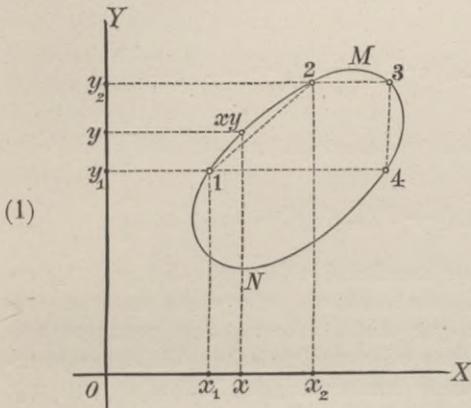
\*\*) Diese Ellipse entsteht bekanntlich, indem man auf jede durch den Schwerpunkt des Schnittes gezogene Biegungsachse den Radius vector =  $1 : \sqrt{J}$  anträgt, wo  $J$  das auf die jeweils gedachte Achse bezogene Trägheitsmoment bedeutet.

\*\*\*) Man vgl. meine sub XXXVII. 4. des I. Bandes über die Knickfestigkeit gegebenen Aufklärungen.

Alle diese Begriffe und die einschlägigen Theorien, welche bereits seit drei Decennien an den technischen Hochschulen vorgetragen\*) und von den Ingenieuren verwerthet werden, konnten bei Verfassung der österreichischen Brückenverordnung als bereits allgemein angenommene Rechnungsmethoden gelten, auf welche man anstandslos die Vorschriften beziehen kann. Ich werde mich auch hier darauf beschränken, einige Verbesserungen in diesen Berechnungen vorzubringen, welche sich auf den wirklichen Bedarf im Brückenbaue beziehen und noch nicht bekannt oder mindestens in der hier gegebenen Form nicht gebräuchlich sein dürften.

2. Die Functionen  $\Omega$ ,  $m$ ,  $J$  im Allgemeinen.

Die Functionen eines Querschnittes, welche für die im Brückenbaue zu betrachtenden Deformationen hauptsächlich zu bestimmen kommen, sind die Querschnittsfläche  $\Omega$ , das statische Moment  $m$  und das Trägheitsmoment  $J$ , wovon die beiden ersteren zur Ermittlung des Schwerpunktes und der neutralen Achse in dem Querschnitte, das letztere zur Berechnung der Inanspruchnahme des Materiales in den gespanntesten Fasern verwendet werden.



Betrachten wir im Allgemeinen den Querschnittsumriss als eine ganz beliebige geschlossene Curve, deren Gleichung in einem gewöhnlichen Coordinatensysteme  $F(x, y) = 0$  wäre, wobei als Abscissenachse diejenige Gerade gewählt wird, auf welche die Functionen  $m$  und  $J$  bezogen werden sollen. Die gesuchten drei Functionen  $\Omega$ ,  $m$ ,  $J$  können dann mittelst Integration auf zweierlei Art erhalten werden, je nachdem man nach den  $y$  oder nach den  $x$  integrirt, oder mit anderen Worten, je nachdem man sich den gegebenen Querschnitt aus Abscissensegmenten oder aus Ordinatensegmenten gebildet denkt. Für den Theilbogen 1 . . 2 zum Beispiele hat man für das Abscissensegment 1 . . 2, welches zwischen den Abscissen der Punkte 1 und 2 begriffen ist:

$$(2) \quad \Omega = \int_1^2 x dy \qquad m = \int_1^2 xy dy \qquad J = \int_1^2 xy^2 dy$$

und für das Ordinatensegment 1 . . 2 desgleichen, welches zwischen den Ordinaten von 1 und 2 liegt:

$$(3) \quad \Omega = \int_1^2 y dx \qquad m = \frac{1}{2} \int_1^2 y^2 dx \qquad J = \frac{1}{3} \int_1^2 y^3 dx$$

Denkt man sich bei der einen oder der anderen Rechnungsart den Punkt 1 als unbeweglichen Ursprung, den Punkt 2 dagegen als derart beweglich, dass derselbe vom Punkte 1 ausläuft und die ganze geschlossene Curve bis zu seiner Rückkehr nach 1 beschreibt, so werden die mittelst der Integrale berechneten Werthe  $\Omega$ ,  $m$  und  $J$  offenbar die für den geschlossenen Querschnittsumriss gesuchten Functionen darstellen.

Alle in der Praxis gewöhnlich durchgeführten Berechnungen von  $m$  und  $J$  werden fast ausschliesslich mittelst der Ordinatensegmente bewerkstelligt, gleichviel, ob dieselben durch ein graphisches Verfahren oder auf analytisch-numerischem Wege begründet erscheinen. Es ist auch thatsächlich viel einfacher und leichter,  $y^2$  und  $y^3$  für die Formeln (3) als  $xy$  und  $xy^2$  für die Formeln (2) darzustellen oder zu berechnen, da man sich im letzteren Falle der zum Voraus berechneten Tafeln bedienen kann\*\*).

Die Erzielung einer entsprechenden numerischen Annäherung ohne Zuziehung irgend einer graphischen Reduction oder irgend einer mechanischen Vorrichtung geschieht immer noch am

\*) Man vgl. u. A. Louis Bresse (1859) Cours de mécanique appliquée professé à l'école imp. des Ponts et Chaussées, première partie Résistance des matériaux . . . etc. (Seite 4—66). — Paris, Mallet Bachelier. Die noch etwas älteren Publicationen Navier's enthalten dieselben Grundsätze. — Die zahlreichen neueren deutschen und französischen Publicationen enthalten über diesen Gegenstand alle wünschenswerthen Beispiele und Ableitungen.

\*\*\*) Man vgl. auch J. Claudel, Tables des carrés et des cubes des nombres entiers de 1 à 10.000 . . . etc. Paris, Dunod 1871 in Klein-8°. Beim selben Verleger findet man auch in ganz gleicher Ausstattung: A. Jacquet, Tables relatives à l'extraction des racines renfermant 1° les racines carrées des nombres entiers successifs de 1 à 10.000 avec 21, 12 et 10 figures, 2° les racines cubiques des nombres entiers successifs de 1 à 1000 . . . etc.

Man vgl. auch Dr. Jakob Philipp Kulik: Tafeln der Quadrat- und Kubikzahlen aller natürlichen Zahlen bis hunderttausend. Leipzig 1848. (Leider ganz vergriffen und schwer zu erhalten.)

besten durch Anwendung der sogen. Simpson'schen Methode. Man zeichnet den zu behandelnden Umriss im vergrößerten Massstabe auf, um darin die Ordinate (eventuell Abscissen) um so präciser abgreifen zu können. Man zertheilt das zu behandelnde Ordinatensegment innerhalb der gegebenen Curvenstrecke beziehungsweise innerhalb der diesfalls gedachten Curve des zu integrierenden Differentialquotienten, welchen ich  $z$  nenne, in  $2n$  Theile, welche durch die  $2n + 1$  Ordinaten  $z_0, z_1, z_2 \dots z_{2n}$  begrenzt sind und von einander um  $\Delta x$  abstehen, und man hat dann:

$$(4) \quad \int_0^{2n} z dx = \frac{\Delta x}{3} [z_0 + z_{2n} + 4(z_1 + z_3 + \dots z_{2n-1}) + 2(z_2 + z_4 + \dots z_{2n-2})]$$

Diese Formel nimmt bekanntlich an, dass die Curve, welche  $z$  als Function von  $x$  darstellt, innerhalb der Intervalle  $z_0 z_2, z_2 z_4, \dots z_{2n-2} z_{2n}$  durch je einen Parabelbogen mit einer nach den  $z$  gerichteten Achse ersetzt werden kann, bedingt demnach auch, dass im gegebenen gezeichneten Umriss innerhalb der bezüglichen Intervalle keine Bruchpunkte vorkommen, worauf bei Anwendung der Formel besonders zu achten ist. Für die nach (3) zu berechnenden Functionen hätte man insbesondere\*):

$$(5) \quad [\Omega]_0^{2n} = \frac{\Delta x}{3} [y_0 + y_{2n} + 4(y_1 + y_3 + \dots y_{2n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots y_{2n-2})]$$

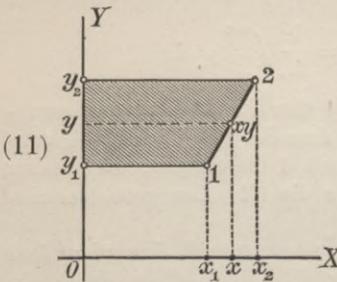
$$(6) \quad [m]_0^{2n} = \frac{\Delta x}{6} [y_0^2 + y_{2n}^2 + 4(y_1^2 + y_3^2 + \dots y_{2n-1}^2) + 2(y_2^2 + y_4^2 + \dots y_{2n-2}^2)]$$

$$(7) \quad [J]_0^{2n} = \frac{\Delta x}{9} [x_0^3 + y_{2n}^3 + 4(y_1^3 + y_3^3 + \dots y_{2n-1}^3) + 2(y_2^3 + y_4^3 + \dots y_{2n-2}^3)]$$

Die auf solche Weise geführte Rechnung gibt immer Resultate, welche für den praktischen Bedarf genügen, und wenn man nur selten z. B. eine Eisenbahnschiene oder einen anderen einzelnen Eisenstab zu behandeln hat, so dürfte es sich gar nicht lohnen, eine genauere rein analytische Berechnung oder aber ein rascheres graphisches oder mechanisches Verfahren anzustreben. Ich will dessenungeachtet hier auch noch diese anderweitigen Methoden insoweit besprechen, als sie eine wirkliche praktische Verwendung thatsächlich finden können.

### 3. Analytische Bestimmung der Functionen $\Omega$ , $m$ und $J$ .

Die Fälle, wo die Functionen  $\Omega$ ,  $m$  und  $J$  auf relativ einfache Art mittelst algebraischer Formeln ausgedrückt werden können, sind jene, wo der Querschnittsumriss durch eine gerade Linie, durch einen Parabelbogen mit horizontaler Achse oder mit beliebiger Achse und horizontaler Abgrenzung, sowie auch mit einem beliebigen Kreisbogen definit wird. In allen diesen Fällen scheint mir die Betrachtung der Abscissensegmente den Vorzug zu verdienen und sind die nachfolgenden Formeln darauf basirt.



Betrachten wir zunächst ein Abscissensegment, welches (11) rechts durch die Gerade 1.2 begrenzt wird. Bezeichnet man mit  $x_1, y_1$  und  $x_2, y_2$  die Coordinaten der beiden Punkte 1 und 2, so findet man für die gesuchten Functionen folgende Werthe:

$$(12) \quad [\Omega]_1^2 = \frac{1}{2} (x_2 + x_1) (y_2 - y_1) \quad Z = \frac{1}{12} (x_2 - x_1) (y_2 - y_1)^2$$

$$(13) \quad [m]_1^2 = \frac{1}{2} \Omega (y_2 + y_1) + Z \quad [J]_1^2 = \frac{1}{6} (x_2 + x_1) (y_2^3 - y_1^3) + Z (y_2 + y_1)$$

\* Die ganz ähnlichen Formeln für ein allenfalls betrachtetes Abscissensegment nach (2) gestalten sich etwas schwerfälliger für die Momente  $m$  und  $J$  wie folgt:

$$(8) \quad [\Omega]_0^{2n} = \frac{\Delta y}{3} [x_0 + x_{2n} + 4(x_1 + x_3 + \dots x_{2n-1}) + 2(x_2 + x_4 + \dots x_{2n-2})]$$

$$(9) \quad [m]_0^{2n} = \frac{\Delta y}{3} [x_0 y_0 + x_{2n} y_{2n} + 4(x_1 y_1 + x_3 y_3 + \dots x_{2n-1} y_{2n-1}) + 2(x_2 y_2 + x_4 y_4 + \dots x_{2n-2} y_{2n-2})]$$

$$(10) \quad [J]_0^{2n} = \frac{\Delta y}{3} [x_0 y_0^2 + x_{2n} y_{2n}^2 + 4(x_1 y_1^2 + x_3 y_3^2 + \dots x_{2n-1} y_{2n-1}^2) + 2(x_2 y_2^2 + x_4 y_4^2 + \dots x_{2n-2} y_{2n-2}^2)]$$

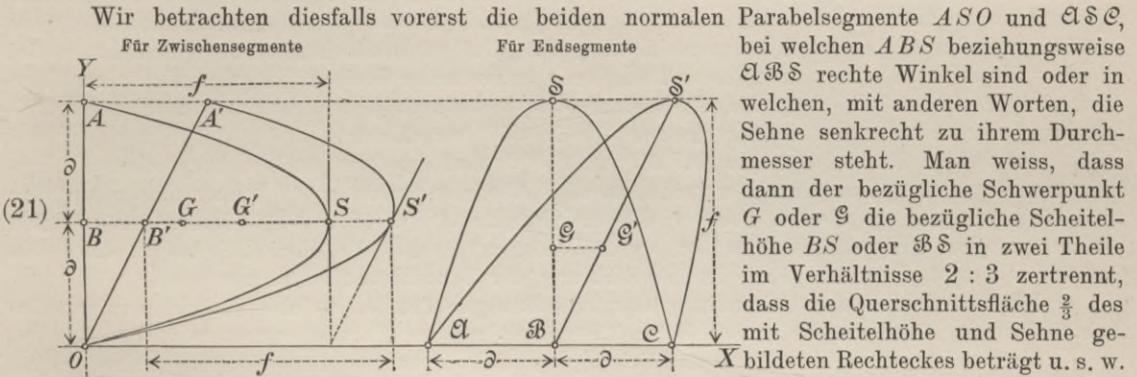
Diese Formeln werden jedoch gar nicht verwendet.

Diese relativ leicht aufzustellenden\*) Formeln geben unter der Form des Hilfswerthes  $Z$  jene Correcturen, welche die Neigung der Geraden gegen  $OY$  mit sich bringt, und gehen für  $x_2 = x_1$  oder  $Z = 0$  in die gewöhnlichen Formeln des rechteckigen Abscissensegmentes (Abscissenstreifens) über.

Ist ein gegebenes Querschnittsprofil mehr polygonartig gebildet, so wird man dasselbe zur Anwendung der obigen Formeln in eine Anzahl trapezförmige Abscissensegmente zerlegen, und die auf solche Weise geführte Rechnung ist dann entschieden genauer und bequemer als eine allfällige Anwendung der Simpson'schen Formeln (5), (6), (7), welche unbedingt die Zerlegung in eine relativ grosse Anzahl Elementarstreifen (Ordinatenstreifen) nothwendig machen.

Enthält das Profil aber auch einige curvenartig begrenzte Theile, so kann man, wie ich es jetzt zeigen werde, die mit den Trapezen erhaltenen Rechnungsergebnisse sehr leicht und genau ergänzen, indem man die ausserhalb oder innerhalb des benützten polygonförmigen Umrisses noch verbleibenden Curvensegmente durch Parabelsegmente ersetzt, welche, so viel es die Graphik beurtheilen lässt, dieselben mit hinreichender Genauigkeit decken.

Ein Zwischensegment des Querschnittsumrisses in der Art wie 1, 2, 3, 4 in der Fig. (1) erhält linksits und rechtsits je ein Parabelsegment mit horizontaler Parabelachse und beliebig geneigter Sehne; ein Endsegment in der Art von 2. M. 3 oder 1. N. 4 dagegen wird durch ein Parabelsegment mit horizontaler Sehne und mit beliebig orientirter Parabelachse gebildet. In beiden Fällen lassen sich die Functionen  $\Omega$ ,  $m$ ,  $J$  solcher Parabelsegmente mittelst der bezüglichen Coordinatenabstände ausserordentlich einfach ausdrücken, wie dies aus der nachstehenden Figur (21) zu entnehmen ist.



\*) Die Gleichung des Profiles 1. 2 ist mit den üblichen Coordinaten und unter Einbeziehung eines beliebigen Ursprunges  $x_0, y_0$  der Geraden 1. 2

$$(14) \dots \frac{y-y_0}{y_2-y_1} = \frac{x-x_0}{x_2-x_1} \quad \text{oder} \quad x = x_0 - y_0 \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1} + \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1} y, \text{ somit}$$

$$(15) \cdot [m]_1^2 = \int_1^2 xy \, dy = \int_1^2 \left[ y \left( x_0 - y_0 \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1} \right) + y^2 \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1} \right] dy = \left[ \frac{y^2}{2} \left( x_0 - y_0 \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1} \right) + \frac{y^3}{3} \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1} \right]_1^2$$

Nimmt man als Ursprung  $x_0 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$  und  $y_0 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)$ , so ist

$$(16) \cdot [m]_1^2 = \frac{1}{2} (y_2^2 - y_1^2) \left[ \frac{1}{2} (x_1 + x_2) - \frac{1}{2} (y_1 + y_2) \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1} \right] + \frac{1}{3} (y_2^3 - y_1^3) \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1}, \text{ sonach}$$

$$(17) \cdot [m]_1^2 = \frac{1}{4} (y_2 - y_1) (y_2 + y_1) (x_2 + x_1) + \frac{1}{12} (x_2 - x_1) \left[ 4(y_2^2 + y_2 y_1 + y_1^2) - 3(y_2 + y_1)^2 \right]$$

und nach Reduction die im Texte citirte Formel (13). Man hat ferner auf ganz ähnliche Weise:

$$(18) \cdot [J]_1^2 = \int_1^2 xy^2 \, dy = \left[ \frac{y^3}{3} \left( \frac{x_2+x_1}{2} - \frac{y_2+y_1}{2} \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1} \right) + \frac{y^4}{4} \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1} \right]_1^2$$

$$(19) \cdot [J]_1^2 = \frac{1}{6} (x_2 + x_1) (y_2^3 - y_1^3) - \frac{1}{6} (y_2 - y_1) (y_2^3 - y_1^3) \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1} + \frac{1}{4} (y_2^4 - y_1^4) \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1}$$

$$(20) \cdot [J]_1^2 = \frac{1}{6} (x_2 + x_1) (y_2^3 - y_1^3) + \frac{1}{12} (x_2 - x_1) (y_2 + y_1) \left[ 3(y_2^2 + y_1^2) - 2(y_2^2 + y_2 y_1 + y_1^2) \right]$$

und nach weiterer Reduction des letzten Gliedes die im Texte citirte Formel (13).

Bezeichnet man mit:

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} J_0 \mathfrak{J}_0 \dots \text{ die auf den Schwerpunkt bezogenen Hauptträgheitsmomente,} \\ f \dots \dots \text{ die Scheitelhöhe } BS \text{ oder } \mathfrak{B}\mathfrak{S}, \\ 2\vartheta \dots \dots \text{ die Sehnenlänge } 2 \times AB \text{ oder } 2 \times \mathfrak{A}\mathfrak{B}, \end{array} \right.$$

so schreiben sich die bekannten vorgedachten Werthe

$$(23) \quad \Omega = \frac{4}{3} f \vartheta \quad J_0 = \frac{1}{5} \Omega \vartheta^2 \quad \mathfrak{J}_0 = \frac{12}{175} \Omega f^2$$

Hiernach hätte man für die auf eine beliebig hohe andere Achse, von welcher die parallele Achse  $O X$  der Figur um  $y$  absteht, bezogenen statischen Momente  $m$ ,  $\mathfrak{M}$  und Trägheitsmomente  $J$ ,  $\mathfrak{J}$  die auf die linkseitige und rechtseitige Figur bezogenen Werthe:

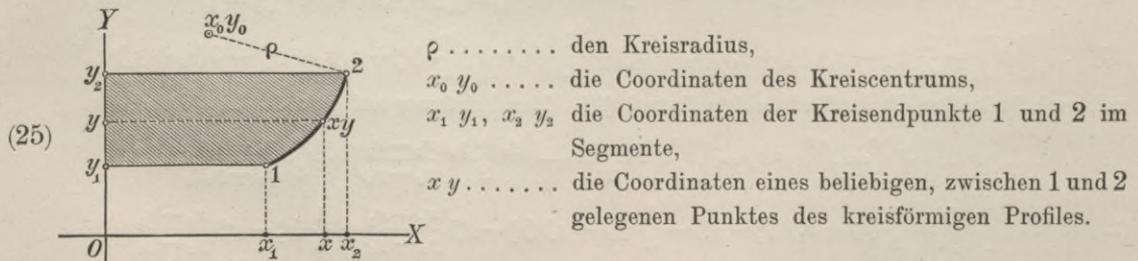
$$(24) \quad \left\{ \begin{array}{l} m = \Omega (y + \vartheta) \quad \mathfrak{M} = \Omega (y + \frac{2}{5} f) \\ J = \Omega \left[ (y + \vartheta)^2 + \frac{\vartheta^2}{5} \right] \quad \mathfrak{J} = \Omega \left[ (y + \frac{2}{5} f)^2 + \frac{12}{175} f^2 \right] \end{array} \right.$$

Die Figur (21) zeigt nun, inwieferne diese Formeln auch für den allgemeineren Fall anwendbar bleiben, welcher gewöhnlich bei Anwendung der sub Fig. (1) besprochenen Methode der Abscissensegmente in Betracht kommt. Wir denken uns in der linkseitigen Fig. (21) die Sehne  $OBA$  in  $OB'A'$ , den Punkt  $S$  in  $S'$  verschoben; die durch die drei Punkte  $OS'A'$  ziehende Parabel wird  $B'S' = BS = f$  als Durchmesser in Länge und Richtung annehmen, und das Parabelsegment  $OS'A'$  kann gewissermassen als dadurch gebildet gedacht werden, dass man das normale Segment  $OSA$  in unendlich viele horizontale Streifen zersetzt und dann alle diese Streifen nach Massgabe der Sehnenverschiebung  $OA$ ,  $OA'$  ebenfalls horizontal verschiebt, wobei offenbar die sub (23) (24) bewertheten Functionen unverändert bleiben. In ganz ähnlicher Weise lässt sich die Parabel  $\mathfrak{A}\mathfrak{S}\mathfrak{C}$  in die allgemeinere  $\mathfrak{A}\mathfrak{S}'\mathfrak{C}$  dadurch deformiren, dass man unter Beibehaltung der Sehne  $\mathfrak{A}\mathfrak{C}$  den Durchmesser  $\mathfrak{B}\mathfrak{S}$  in  $\mathfrak{B}\mathfrak{S}'$  verschiebt.

Die beiden Parabelsegmente  $OS'A'$  und  $\mathfrak{A}\mathfrak{S}'\mathfrak{C}$  sind in ihrer soeben besprochenen allgemeineren Form bei jedem einzelnen vorkommenden Abscissensegmente (1) immer anwendbar, da nach Massgabe des gegebenen Profiles die drei Punkte  $A'S'O$  oder  $\mathfrak{A}\mathfrak{S}'\mathfrak{C}$  immer vorgedeutet, beziehungsweise entsprechend gewählt werden können\*), und die Fig. (21) zeigt, dass die Grössen  $\vartheta$  und  $f$  für alle Fälle in der Richtung der Coordinaten zu messen sind.

Ich komme nun zur Behandlung der kreisförmigen Profile, welche zu viel weniger einfachen Formeln führt als die soeben betrachtete Annahme von Parabelsegmenten.

Man weiss, dass bereits die Aufsuchung des Schwerpunktes eines Kreissegmentes, sowie der auf die bezüglichen Hauptachsen berechneten Trägheitsmomente zu keinen sehr einfachen algebraischen Ausdrücken führt. Die Complication wird natürlich eine noch wesentlich grössere, wenn die eben gedachten Functionen auf eine in der Ebene beliebig orientirte und entfernte Achse bezogen werden sollen. In den Jahren 1872—1873, wo ich Gelegenheit hatte, derlei Berechnungen machen zu müssen, fand ich es diesfalls am vortheilhaftesten, mir eigene Formeln im Wege der gewöhnlichen Integration auszurechnen, welche aber auch dann nicht blos das wirkliche Kreissegment, sondern das vollständige mit einem kreisförmigen Profile begrenzte Abscissensegment betreffen. Meine Formeln sind jedoch (wie fast alle für Kreise berechneten Formeln) nur insolange praktisch gut verwendbar, als der Kreisradius nicht gar zu gross wird, widrigenfalls man sogar mit einer Approximativannahme von Parabelsegmenten besser zum Ziele gelangen kann. Ich bezeichne mit:



\*) Im Falle der Endsegmente kann sogar der Punkt  $S'$  ad libitum derart auf dem gegebenen Profile gewählt werden, dass die Parabel am vollkommensten die Profilecurve ersetzen könne. Am Zwischensegmente ist eine ähnliche Wahl mit einer kleinen Verschiebung des Punktes  $S'$  längs des Durchmessers  $SS'$  gleichbedeutend.

Die Gleichung des Kreises ist dann:

$$(26) \quad \dots (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - \rho^2 = 0 \quad x = x_0 \pm \sqrt{\rho^2 - (y - y_0)^2}$$

In dem Werthe von  $x$  ist  $+$  oder  $-$  zu nehmen, je nachdem das Kreissegment ein convexes oder ein concaves ist. Setzt man nun:

$$(27) \quad \dots Z = \int [\rho^2 - (y - y_0)^2]^{\frac{1}{2}} dy \quad Z' = \int y [\rho^2 - (y - y_0)^2]^{\frac{1}{2}} dy \quad Z'' = \int y^2 [\rho^2 - (y - y_0)^2] dy$$

so sind die gesuchten drei Functionen:

$$(28) \quad \dots [\Omega]_1^2 = [x_0 y \pm Z]_1^2 \quad [m]_1^2 = [x_0 \frac{y^2}{2} \pm Z']_1^2 \quad [J]_1^2 = [x_0 \frac{y^3}{3} \pm Z'']_1^2$$

Die Berechnung der Integrale  $Z$ ,  $Z'$  und  $Z''$  lässt sich im Wege der sog. theilweisen Integration leicht bewerkstelligen und man findet nach successiven Reductionen\*) mittelst des Hilfswerthes:

$$(29) \quad \dots \pm Z = \mathfrak{S} = \frac{1}{2} (x - x_0) (y - y_0) \pm \frac{1}{2} \rho^2 \cdot \text{arc. sin.} \frac{y - y_0}{\rho} \dots \text{die Formeln:}$$

$$(30) \quad \dots [\Omega]_1^2 = [x_0 y + \mathfrak{S}]_1^2 \quad [m]_1^2 = [\frac{x_0 y^2}{2} - \frac{(x - x_0)^2}{3} + y_0 \mathfrak{S}]_1^2$$

$$(31) \quad \dots [J]_1^2 = [\frac{1}{3} x_0 y^3 - \frac{5y_0 + 3y}{12} (x - x_0)^2 + (y_0^2 + \frac{\rho^2}{4}) \mathfrak{S}]_1^2$$

wo in  $\mathfrak{S}$  das Vorzeichen  $+$  oder  $-$  zu gelten hat, je nachdem das Segment ein convexes oder ein concaves ist und dann für den arc. sin immer ein zwischen  $-\frac{1}{2}\pi$  und  $+\frac{1}{2}\pi$  begriffener Bogen genommen werden kann. Die Formeln sind wie die sog. bestimmten Integrale zu verstehen; man muss sonach die gedeuteten Werthe successive für den Punkt 1 und den Punkt 2 berechnen und dann die Differenz der Resultate nehmen. Diese Rechnungsmethode bleibt also trotz allen Vereinfachungen immer noch recht beschwerlich und dürfte wohl ausschliesslich für den Fall reservirt werden, wo man principiell jede Graphik ausschliesst.

\*) Wir setzen zur Vereinfachung:

$$(32) \quad \dots y - y_0 = Y \quad dY = dy \quad Z = \int (\rho^2 - Y^2)^{\frac{1}{2}} dY$$

Man findet dann mit der sog. theilweisen Integration bei einer wohlbekanntenen Umformung:

$$(33) \quad \dots Z = \int \frac{\rho^2 \frac{1}{\rho}}{\sqrt{1 - (\frac{Y}{\rho})^2}} dY - \int \frac{Y^2}{\sqrt{\rho^2 - Y^2}} dY = \rho^2 \text{arc. sin.} \frac{Y}{\rho} + Y \sqrt{\rho^2 - Y^2} - Z$$

woraus der im Texte angeführte Werth von  $\mathfrak{S} = \pm Z$ , wenn man anstatt  $\pm \sqrt{\rho^2 - Y^2}$  den immer äquivalenten Werth  $(x - x_0)$  einsetzt, wonach der Werth (29) für alle Fälle als  $\pm Z$  giltig ist. Ferner ist

$$(34) \quad \dots Z' = \int (y_0 + Y) (\rho^2 - Y^2)^{\frac{1}{2}} dY = y_0 Z + \int Y (\rho^2 - Y^2)^{\frac{1}{2}} dY = y_0 Z - \frac{1}{3} (\rho^2 - Y^2)^{\frac{3}{2}}$$

Endlich hat man auch für das dritte Integral  $Z''$  in ähnlicher Weise wie sub (34) soeben:

$$(35) \quad \dots Z'' = \int (y_0 + Y)^2 (\rho^2 - Y^2)^{\frac{1}{2}} dY = y_0^2 Z - \frac{2}{3} y_0 (\rho^2 - Y^2)^{\frac{3}{2}} + \int Y^2 (\rho^2 - Y^2)^{\frac{1}{2}} dY$$

Das letzte Integral ergibt sich aus den beiden durch theilweise Integration erhaltenen Gleichungen

$$(36) \quad \dots \int Y^2 (\rho^2 - Y^2)^{\frac{1}{2}} dY = -\frac{1}{3} Y (\rho^2 - Y^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3} \int (\rho^2 - Y^2)^{\frac{3}{2}} dY$$

$$(37) \quad \dots \int (\rho^2 - Y^2)^{\frac{3}{2}} dY = \int (\rho^2 - Y^2) (\rho^2 - Y^2)^{\frac{1}{2}} dY = \rho^2 Z - \int Y^2 (\rho^2 - Y^2)^{\frac{1}{2}} dY$$

Die Substitution des hieraus berechneten Integrales in den Werth (35) von  $Z''$  führt zu der Formel

$$(38) \quad \dots Z'' = (y_0^2 + \frac{\rho^2}{4}) Z - \frac{5y_0 + 3y}{12} (\rho^2 - Y^2)^{\frac{3}{2}}$$

Mit den soeben berechneten Werthen von  $Z$ ,  $Z'$ ,  $Z''$  erhält man dann (28) die Formeln des Textes nach Einführung der für  $Z$  bereits erwähnten Vereinfachung  $\pm \sqrt{\rho^2 - Y^2} = x - x_0 \dots$  etc.

#### 4. Graphisch-mechanische Bestimmung der Functionen $\Omega$ , $m$ und $J$ .

Seit beiläufig einem halben Jahrhunderte haben die Ingenieure sehr gute Planimeter zur Verfügung, welche es gestatten, nach Umfahrung eines geschlossenen Umrisses mittelst eines Stiftes den bezüglichen Flächeninhalt einfach abzulesen. Die besten Planimeter sind jene nach Wetli's und Amsler's System, der erstere vorzugsweise zum Kanzleigebräuche wegen seiner grossen Genauigkeit und seiner sehr bequemen Benützung, der letztere vorwiegend als ausserordentlich einfaches portatives und billiges Instrument, welches man ausserdem sehr leicht rectificiren und innerhalb gewisser Grenzen sogar auf einen beliebigen Massstab stellen kann. Der Gebrauch der Planimeter in der technischen Welt ist eigentlich erst seit der Einführung des Amsler'schen Systems mehr populär geworden, da ein diesfälliges Instrument schweizerischer Construction fast wie ein gewöhnliches Reisszeug in der Tasche getragen werden kann und auch kaum mehr kostet\*). Wir haben im Brückenbaubureau Planimeter nach beiden Systemen verwendet, wie dieselben von Starke in Wien erzeugt werden (der Amsler'sche mit einem Positionsgewichte) und konnten uns davon überzeugen, dass auch ohne eine gar zu peinliche Genauigkeit bei der Umfahrung der gezeichneten Umrisse die gesuchten Flächeninhalte mit einem relativen Fehler von 1:500 bis 1:1000 leicht erhalten werden können.

Herr Prof. Amsler hat nun bereits in seiner Broschüre vom Jahre 1856 ein Instrument gezeichnet und beschrieben\*), welches nach einer einzigen Umfahrung eines gegebenen Umrisses gleichzeitig den Flächeninhalt, das statische Moment und das Trägheitsmoment (die beiden letzteren auf eine beliebige Achse bezogen) angibt. Im Jahre 1867 war bei der grossen Pariser Weltausstellung ein derartig ausgeführtes Instrument mit drei Zahnrädern und drei Laufrollen zu sehen, was mir indessen noch nicht ganz praktisch eingerichtet vorkam. Bereits im Jahre 1870 dagegen war ein solcher »Integrator«, wie ihn Herr Prof. Amsler nennt, mit verbesserter Construction auf der Wiener Technik in Verwendung und das diesfällige Referat des Herrn Prof. Dr. E. Winkler (im I. Hefte der Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Vereines, S. 25), welches auch eine Zeichnung und Beschreibung enthält, lässt erkennen, dass die damalige Construction mit der auch noch jetzt beibehaltenen Einrichtung nahezu übereinstimmt, wonach das Gewicht eines Theiles des Instrumentes durch eine Art Wagebalken auf die beiden Laufrollen der Momente, und hiervon fast unabhängig das Gewicht der Tracirstange auf die Laufrolle der Flächen übertragen werden, so dass alle drei Rollen immer gegen das Papier entsprechend gepresst bleiben. Eine Beschreibung nebst Gebrauchsanweisung des »Integrators« in seinen neuesten Formen findet man mit den entsprechenden Zeichnungen in der Broschüre\*\*): »Instruction pour l'emploi de l'intégrateur Amsler par A. Amsler (ein Sohn des genialen Professors), Schaffhouse, imprimerie Brodtmann, 1886«. (Eine mir mitgetheilte theoretische Ergänzung soll demnächst erscheinen.)

Der Integrator hat, wie mir Herr Prof. Amsler schreibt, gegenwärtig in der technischen Abtheilung der englischen Marine nach Vorgang des Herrn Mac Farlane Gray eine fast ausschliessende Verwendung gefunden; Herr Prof. Bauschinger benützt ihn zu den Berechnungen für seine Versuchsstäbe (vgl. XV. Heft seiner Mittheilungen aus dem . . . etc.) . . . u. s. w. Für unsere Festigkeitsberechnungen im Brückenfache dürften wir viel weniger in die Lage kommen,

\*) Das Hauptverdienst um die Erfindung der Planimeter gebührt, wie Herr Prof. Amsler bescheiden schreibt, dem Ingenieur Oppikofer aus Untereppikon, welcher zuerst (vgl. „Bulletin de la société d'encouragement“ vom Jahre 1841, Dingler's polyt. Journal, Bd. 86) das Princip des theils gleitenden, theils rollenden Laufrädchens verwertete. Der Wetli'sche Planimeter differirt vom Oppikofer'schen nur dadurch, dass der Kegel durch eine horizontale Scheibe ersetzt wird.

Wie im Texte erwähnt, war aber dann die Amsler'sche Erfindung bahnbrechend. Man vgl. die Broschüre: „Ueber die mechanische Bestimmung des Flächeninhaltes, der statischen Momente und der Trägheitsmomente ebener Figuren, insbesondere über einen neuen Planimeter von Jacob Amsler. Schaffhausen. Beck & Sohn 1856“, welche Broschüre eine selbst nach den heutigen Begriffen immer noch sehr werthvolle Behandlung der Planimeter im Allgemeinen enthält. Man findet S. 71 die damaligen Preise: Oppikofer 425 Fres. in Paris, Wetli 450 Fres. in Wien, Amsler in Zürich 50 Fres. Diese Zahlen beleuchten die Verhältnisse.

\*\*) Integrateur Nr. 1, übliche Construction; zweirädriger Karren mit Schiene, mit drei Zahnrädern, drei Laufrollen und einer Tracirstange, kostet 360 Fres. und erfordert nur eine Umfahrung.

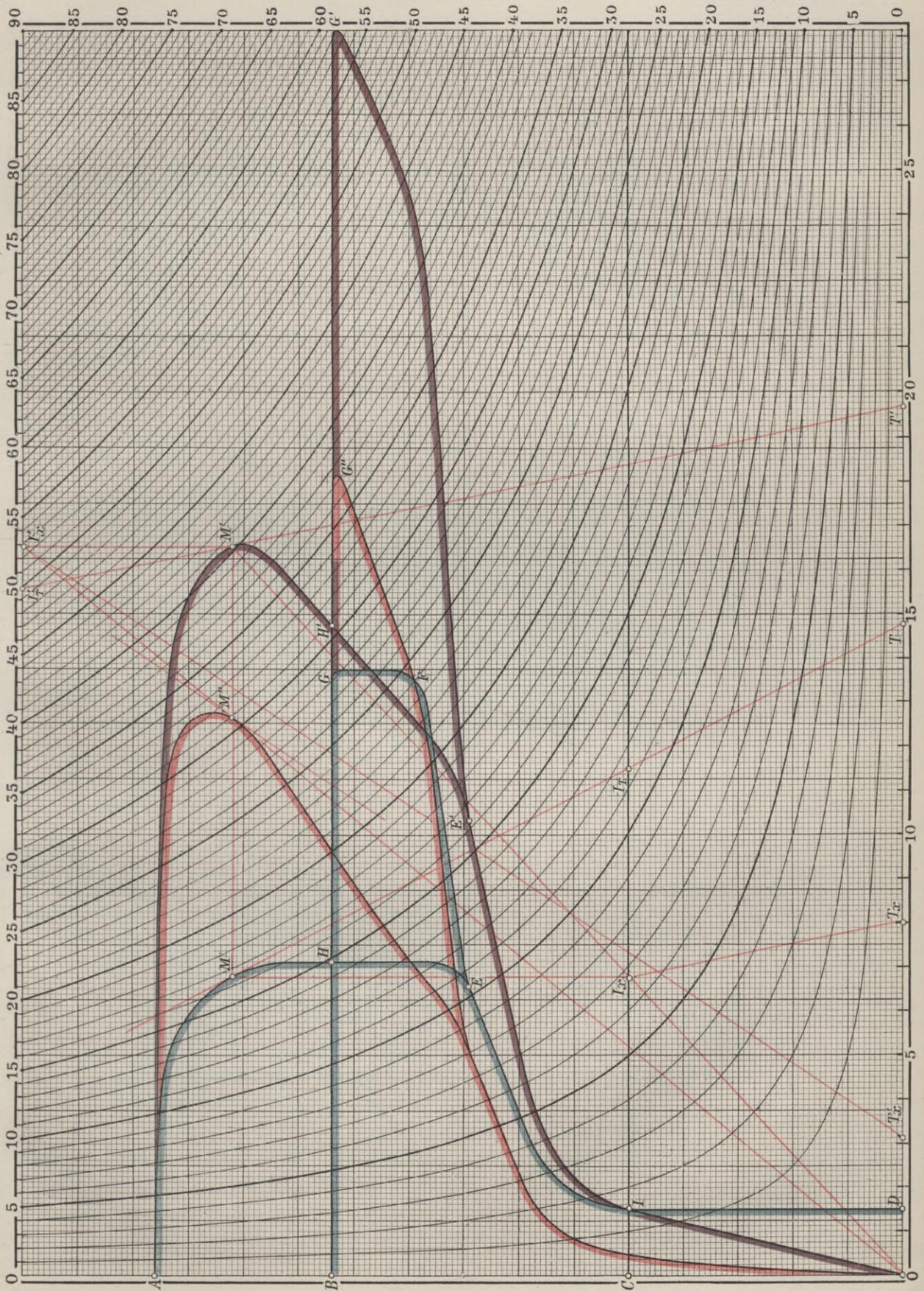
Integrateur Nr. 2. Zweirädriger Karren mit Schiene, mit abtrennbarem, aus zwei Tracirstangen, zwei Zahnrädern und einer einzigen Laufrolle bestehendem Systeme, welches abwechselnd auf die Functionen  $\Omega$ ,  $m$ ,  $J$  gerichtet werden kann, kostet 220 Fres. und erfordert drei Umfahrungen.

Integrateur Nr. 3. Zweirädriger Karren mit Schiene, mit zwei Zahnrädern und zwei Laufrollen für  $\Omega$  und  $m$  (und nicht  $J$ ), kostet 220 Fres. und erfordert eine einzige Umfahrung.

Integrateur Nr. 4. Grosses Instrument wie Nr. 1, welches jedoch auf Figuren von  $1.20 \times 0.60$  Ausdehnung operiren kann, bei welchem ausserdem die drei Laufrollen auf eine Scheibe gepresst werden, deren drehende Bewegung (im Verhältnisse der  $dx$ ) die entwickelten Bögen vergrössert; kostet 750 Fres. Dieses Instrument vereint in sich alle auf diesem Gebiete erfundenen Verbesserungen.

Alle obigen Instrumente beruhen auf dem Principe der Ordinatensegmente.

(39).....Darstellung der Functionen  $\Omega$ ,  $m$ ,  $J$  durch Flächenmasse.





dieses interessante Instrument zu benützen, weil wir wohl nur für kleinere, stark abgerundete oder abnormale Profile, wie jene der Eisenbahnschienen der Zorzès-Eisen . . . u. s. w., die genauere Berechnung durchzuführen pflegen und uns für alle üblicheren Querschnitte wie  $\Gamma$ ,  $\square$ ,  $\perp$ ,  $\llcorner$  . . . mit der bekannten, aus der Annahme rechteckiger Formen resultirenden Approximation begnügen.

Als mir im Jahre 1872 der Auftrag zu Theil wurde, alle in Oesterreich und Deutschland existirenden Schienenprofile (circa 80 an der Zahl) vergleichsweise auszurechnen, befand ich mich demnach in einer Lage, in welche wohl viele Fachcollegen unter ähnlichen Umständen gelangen könnten, ich verfügte über keinen sogen. »Integrator«, dagegen über eine Anzahl sehr guter Flächen-Planimeter nach Wetli's und Amsler's System, und es standen mir ganz tüchtige junge Techniker zur Seite. Ich kam nun auf den Gedanken, die Profile beiläufig nach Art der Fig. (21) und derart zu deformiren, dass dann der Flächeninhalt der deformirten Umrissse die gesuchten Functionen  $m$  und  $J$  bewerthet. Diese Berechnungsart findet man auf der beigefügten Tafel Fig. (39) für eine Eisenbahnschiene mit 120 mm Höhe, 110 mm Fussbreite, 57 mm Kopfbreite und 12 mm Stegdicke dargestellt, welche jetzt in Oesterreich als Type für minder befahrene Hauptlinien gelten kann.

Die Grundlage bildet der auf Millimeterpapier ein für alle Male herzustellende, mit den Hyperbeln

$$(40) \quad . . . . . xy = 1 \quad xy = 2 \quad xy = 3 \quad . . . . . \text{u. s. w.}$$

als Niveaucurven rastrirte Faulenzer\*), welcher (sowie das Schienenprofil selbst) mit der Einheit von 2 cm construirrt ist und auch vermöge der Millimeter-Rastrirung, wenn mit Pauspapier belegt, zur genauen Aufzeichnung des zu behandelnden Profiles dienen kann. Die Hyperbelrastrirung ist ausserordentlich leicht herzustellen, weil die Curven jede Abscisse sowohl als auch jede Ordinate in gleichen Abständen schneiden, und weil von der Millimeter-Rastrirung allein schon genügend viele Punkte gegeben werden, um die Hyperbeln auszuziehen. Man hat diesfalls z. B. das Schema (in mm):

$$(41) \quad \begin{array}{c} x = \left\{ \begin{array}{l} y = \\ \Delta y = \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \Delta x = \\ \end{array} \right. \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 20 & 25 & 32 & 40 & 50 & 80 & 100 & 125 & 160 & 180 & 200 & 225 \\ \hline 20 & 16 & \frac{25}{2} & 10 & 8 & 5 & 4 & \frac{16}{5} & \frac{5}{2} & \frac{20}{9} & 2 & \frac{16}{9} \\ \hline \end{array} \left\{ \begin{array}{l} = \Delta x \\ = y \end{array} \right. = \Delta y \\ \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} = x \end{array}$$

Nach Markirung aller dieser Punkte\*\*) in beiden Richtungen der Coordinaten vermöge der Millimeter-Rastrirung (wobei nur die Theilungen  $\frac{2}{9}$  und  $\frac{1}{9}$  mittelst Papierstreifens nachzutragen sind) kann man bequem die Curven ausziehen.

Betrachten wir nun das blau aufgetragene Schienenprofil, für welches die Ordinatenachse  $OA$  als verticale Symmetrieachse und die Abscissenachse  $OD$  als horizontale Verlaschungs-Symmetrieachse zu gelten haben, so dass die über  $OD$  umgeschlagen gedachte Fusshälfte des Profiles auf  $OBGFED$  zu liegen kommt und mit der Kopfhälfte  $OAMEID$  den gemeinschaftlichen Querschnittstheil  $OBHEID$  und den gemeinschaftlichen Profiltheil  $EID$  besitzt.

Diese Disposition bietet einige Vortheile, welche man auch in allen ähnlichen Fällen nicht verabsäumen muss zu verwerthen. Das statische Moment z. B. für das Gesamtprofil (Fuss und Kopf) ergibt sich (auf die Achse  $OD$  bezogen) einfach aus der Differenz der für die Theile  $AMHB$  und  $HGFE$  gefundenen statischen Momente, so dass die Ermittlung der ähnlichen Function für den gemeinschaftlichen Querschnittstheil  $OBHEID$  entfällt . . . u. s. w.

Um nun den zur Ermittlung der statischen Momente erforderlichen violetten Umriss zu erhalten, deformirt man einen beliebigen Punkt  $M$  mit den Coordinaten  $x, y$  derart in einen Punkt  $M'$  mit den Coordinaten  $x', y'$ , dass (2)

$$(42) \quad . . . \quad C' x' = x y \quad \text{und} \quad m = \int x y \, dy = C' \int x' \, dy$$

wo  $C'$  eine Constante ist, welche offenbar nur von dem Massstabe abhängt, in welchem man die neuen Abscissen  $x'$  aufträgt. Dieser Massstab ist auf der Figur nach der am unteren Rande der Tafel befindlichen Scala mit 8 mm pro Einheit angenommen.

\*) Es empfiehlt sich eine sorgfältige Wahl des Millimeterpapieres und die Aufklebung desselben in mindestens zwei Exemplaren auf Metall- oder Glasplatten, wovon ein Exemplar die Hyperbelrastrirung erhält, das andere ganz identische zur Aufzeichnung der Profile nach dem zweifachen Massstabe (1 cm = 2 cm) und auf Pauspapier oder Pausleinwand zu dienen hat.

\*\*) Die übereinander stehenden Zahlen geben 400 als Product.

Es ist hiernach klar, dass alle Punkte, welche auf der Geraden  $y = C'$  zu liegen kommen, nicht deformirt werden (weil dort immer  $x' = x$ ), dass ferner auf der Figur die Höhe dieser Geraden in  $mm$  durch (42) wie folgt bestimmt\*) ist:

$$C' \times 8^{mm} = 400^{mm} \qquad C' = 50^{mm}$$

Diese Gerade  $CI$  nenne ich die Deformationsbasis. Man wird nun leicht erkennen, dass durch die Deformation die Abscissen der einzelnen Punkte  $M$  vergrößert oder verkleinert werden, je nachdem diese Punkte sich oberhalb oder unterhalb der Basis befinden. Das ganze deformirte violette Profil erhält man am raschesten, indem man als einzelne Punkte  $M$  jene Punkte des Schienenprofils in Betracht zieht, welche sich auf den Hyperbeln befinden und für welche die untere Scala (ohne jede Interpolation) sofort die correspondirenden Punkte  $M'$  gibt\*\*). Man erhält solcherweise bereits mehr Punkte als man braucht, so dass weitere Zwischenconstructions kaum vorkommen. Ich will dessenungeachtet hier noch zeigen, wie man die Deformation auch ohne die Hyperbeln mittelst einer sehr einfachen Construction bewerkstelligen kann, welche auch zur Ermittlung der Tangente an der deformirten Curve führt.

Wird der beliebige Punkt  $M$  des Schienenprofils betrachtet, so ergibt sich der correspondirende Punkt  $M'$  des deformirten Profils, indem man  $M$  in  $I_x$  auf die Basis projicirt und die Gerade  $OI_x$  bis zu ihrer Begegnung mit der Horizontalen von  $M$  verlängert, denn diese Construction ist nur der graphische Ausdruck der mit (42) äquivalenten Relation  $x' : x = y : C'$ . Ueber die solcherweise erhaltene deformirte Curve der Punkte  $M'$  lässt sich übrigens im Allgemeinen Folgendes bemerken:

1. Es transformirt sich immer durch die Deformation eine beliebige Curve:

$$(43) \quad F(x, y) = 0 \qquad \text{in jene andere} \qquad F\left(\frac{C' x'}{y}, y\right) = 0$$

mit einem gewöhnlich höheren Grade, welcher jedoch immerhin die Summe der früher vorkommenden höchsten Exponenten von  $x$  und  $y$  nicht übersteigen kann.

2. Eine beliebige Gerade, als welche auch die Tangente am betrachteten Punkte  $M$  mit den Coordinaten  $x_1, y_1$  gewählt werden kann, und deren Gleichung im Coordinatensysteme:

$$(44) \quad \frac{y - y_1}{x - x_1} = \left(\frac{dy}{dx}\right)_1 = \text{tg } \varphi^{***}) \qquad \text{oder} \qquad y = (y_1 - x_1 \text{tg } \varphi) + x \text{tg } \varphi$$

ist, transformirt sich in die Parabel:

$$(45) \quad y^2 - y(y_1 - x_1 \text{tg } \varphi) = x' C' \text{tg } \varphi \qquad \text{mit} \qquad \frac{dy}{dx'} = \frac{C' \text{tg } \varphi}{2y - y_1 + x_1 \text{tg } \varphi}$$

welche eine horizontale Achse besitzt, durch den Ursprung  $O$  zieht, dann sowohl die Basis  $CI_T$  als auch die Ordinatenachse  $OY$  in denselben Punkten schneidet, wie die Tangente  $MI_T$  selbst, endlich aber auch offenbar im Punkte  $M'$  eine gemeinschaftliche Tangente mit dem deformirten Profile besitzt. Man könnte diese letztere auch hiernach construiren, da die gedachte Parabel vollständig bekannt ist. Man erhält aber mit (46) unmittelbar eine viel einfachere Construction, weil dortselbst:

$$(46) \quad \text{für Punkt } M' \text{ der Parabel } y = y_1 \qquad \left(\frac{dy}{dx'}\right)_{M'} = \frac{C'}{x_1 + y_1 \cot \varphi}$$

Man trägt hiernach die Abscisse  $x_1$  des Punktes  $M$  von dem Schnittpunkte  $T$  der dortigen Tangente mit  $OX$  nach rückwärts auf, so dass  $TT_x = -x_1$ , und die Gerade  $I_x T_x$  gibt die gesuchte Richtung der Tangente  $M'T'$  zum deformirten Profile. Uebrigens lässt sich auch die Formel (46) unmittelbar rechnungsmässig verwerthen.

3. Die eine beliebige deformirte Gerade darstellende Parabel hat ihren Scheitel nach rechts oder links gekehrt, je nachdem  $\varphi \gtrless \frac{1}{2} \pi$  ist. Für  $\varphi = \frac{1}{2} \pi$ , also für eine Verticale  $x = x_1$

\*) Die Einheit der Zeichnung (40) sowohl für die Schiene als auch für die Hyperbeln wurde mit 20  $mm$  angenommen, so dass die Hyperbel  $xy = 1$  mit  $mm$  eigentlich  $xy = 400$  zu schreiben wäre.

\*\*) Mit Hilfe eines oberhalb  $MM'$  zu legenden horizontalen Papierstreifens kann die Markirung der Punkte  $M'$  mittelst blosser Verschiebung des Streifens erfolgen.

\*\*\*) Wo hier  $\varphi$  der Winkel  $MTX$  im üblichen Sinne und  $\left(\frac{dy}{dx}\right)_1$  in der ursprünglichen Curve genommen gedacht sind, im Uebrigen aber die Gleichung (44) als diejenige einer ganz beliebigen, durch den Punkt  $x_1, y_1$  ziehenden Geraden mit der Neigung  $\varphi$  betrachtet werden könnte.

geht die Parabel zur Geraden  $x_1 y = C' x'$  über, welche den Ursprung  $O$  mit dem auf der Basis erhaltenen Schnittpunkte  $I_x$  verbindet. Für  $\varphi = 0$  endlich ist die gedachte Horizontale ihre eigene deformirte Linie. Diese Bemerkungen sind beim Ausziehen des deformirten Profils gebührend zu verwerthen.

Alles, was nun bisher für das deformirte violette Profil gesagt wurde, welches die statischen Momente in Flächenmass bewerthet, lässt sich so ziemlich für das noch ferner bezüglich der Trägheitsmomente gesuchte ähnliche Profil wiederholen. Man deformirt das violette Profil mittelst desselben Hyperbelfaulenzers oder mittelst einer geometrischen Construction, wie solche bereits für das blaue Schienenprofil gezeigt wurde, und man erhält das für die Trägheitsmomente gesuchte hier roth eingezeichnete neue Profil. Bezeichnet man mit  $x''$  die neue Abscisse, so hat man (42) diesfalls:

$$(47) \quad \dots \quad C'' x'' = x' y \quad J = \int x y^2 dy = C' \int x' y dy = C' C'' \int x'' dy$$

Der für die Abscissen  $x''$  hier gewählte Massstab ist 2.5 mm pro Einheit; die Höhe der neuen Basis ergibt sich demnach mit  $C'' = 400 : 2.5 = 160$  mm.

Diese Basis und der neue Abscissen-Massstab fallen somit genau auf die am oberen Rande der Tafel befindliche Scala der Hyperbeln; diese Disposition\*) kann auch fast immer mit Vortheil benützt werden, weil dabei die neu deformirten Profile sicherlich noch innerhalb der Rastrirung zu liegen kommen und weil gewöhnlich für die erste Deformation (violett) ohnehin der grösstmögliche Abscissen-Massstab gewählt wird ( $G'$  innerhalb der Zeichnung).

Zur Finalisirung der hier beispielsweise erörterten graphischen Berechnung des eingezeichneten Schienenprofils (blau) kommt noch zu erwähnen, dass die planimetrirten Flächen, welche ich mit  $\Omega_p, \Omega'_p, \Omega''_p$  bezeichne, folgende Werthe in  $cm^2$  besitzen:

	blau $\Omega_p =$	violett**) $\Omega'_p =$	roth $\Omega''_p =$
(48) . . . . . Kopftheil . . . . .	+ 43.555	+ 39.332	+ 49.038
. . . . . Fusstheil . . . . .	+ 37.424	— 19.969	+ 31.376
Zusammen . . . . .	+ 80.979	+ 19.363	+ 80.414

Berücksichtigt man die für  $y, x, x'$  und  $x''$  gewählten Massstäbe einerseits und den Umstand andererseits, dass nur eine Hälfte der Schiene überhaupt behandelt wurde, so findet man für die auf das ganze Schienenprofil bezogenen Functionen:

$$\Omega = \frac{1}{2} \Omega_p = 40.489 \quad m = \frac{10}{8} \Omega'_p = 24.204 \quad J = 10 \Omega''_p = 804.14$$

und man deducirt hieraus rechnungsmässig auf die gewöhnliche Weise:

Schwerpunkthöhe oberhalb $O X$ . . . . .	$\frac{m}{\Omega} = 0.59779$
Trägheitsmoment auf der neutralen Achse . . . . .	$J_0 = J - 0.59779 m = 790. cm^4$

Wir haben seinerzeit durch diese Methode unsere 80 Schienenprofile relativ leicht (bei getheilter Arbeit) ausgerechnet und dann behufs Controle eines derselben mittelst der sub (12), (13), (29), (30), (31) citirten Formeln auf rein analytischem Wege behandelt\*\*\*).

### 5. Rechnungsmässige Bestimmung der Functionen $\Omega, m, J$ in den üblichsten Brückenprojecten.

Die im Brückenbaue verwendeten Eisensorten bestehen aus Flacheisen und Blechen und aus den üblichen  $\text{I} \text{C} \perp \text{L}$  Calibern, wovon gegenwärtig hauptsächlich die letzteren in Betracht kommen. Man hat sich schon lange stillschweigend darüber geeinigt, dass es für alle im Brückenbaue vorkommenden Festigkeitsberechnungen genügt, alle die vorgedachten Eisenprofile so zu

\*) Man wird bemerkt haben, dass bei allen ähnlichen Deformationen der Hyperbelfaulenzers immer derselbe bleibt, ohne Rücksicht auf die Abscissen-Massstäbe, welche letztere jedoch jeweils die Lage der Basis bestimmen.

\*\*) Wenn hier nach den früheren Erläuterungen nur die Flächen  $AM' H' B$  und  $H' G' E' H'$  planimetrirt werden.

\*\*\*) Man hatte damals zwei Faulenzers construirt, um vom Profile der Schiene nach Belieben auf jenes des statischen Momentes und jenes des Trägheitsmomentes übergehen zu können (G. I. Z. 6342 : 2632 ex 1872). Noch vortheilhafter wäre eine Vervielfältigung des Faulenzers nach Art des Millimeterpapieres, wonach jedes Profil sein eigenes rastrirtes Blatt wie im Buche bekäme.

behandeln, als wären sie rechtwinklig abgegrenzt oder mit anderen Worten: als wären sie aus lauter geometrischen Rechtecken zusammengesetzt.

Man vernachlässigt demnach Abrundungen oder Abschrägungen in den Profilen und führt die mittleren Steg- oder Flantschen-Dicken derart in die Rechnungen ein, dass zum Mindesten die Querschnitte  $\Omega$  unverändert bleiben; die Erfahrung hat gezeigt, dass dann auch die Functionen  $m$  und  $J$  mit ganz hinreichender Genauigkeit bestimmt werden. Die nach diesen Grundsätzen geführte Berechnung ist dann im Wesentlichsten nichts anderes als die Anwendung der sub (3) erörterten Methode der Ordinatensegmente unter Annahme eines durch rechtwinklige Abstufungen begrenzten Profiles. Ich werde später bei Besprechung der sogen. Blechbrücken zeigen, wie die aus einzelnen Calibern zusammengesetzten Trägerquerschnitte sehr einfach mittelst der für diese Caliber bestimmten Functionen  $\Omega$ ,  $m$  und  $J$  behandelt werden können. Die hierbei immer wieder vorkommenden Bestandtheile, welche auch allein etwas beschwerlichere Rechnungen veranlassen, sind die Winkeleisen, für welche ich hier einige wünschenswerthe Vereinfachungen beantragen werde:

### 6. Behandlung und Wahl der Winkeleisen.

Bekanntlich sind die gleichschenkeligen Winkeleisen bei Weitem die gebräuchlichsten und man könnte fast auch sagen die billigsten, weil sie von den Erzeugern gewissermassen am Lager gehalten werden können. Die in ganz Mitteleuropa beliebtesten Typen für Brückenbau sind mit der üblichen Cotirung in  $mm$ :

$$(49) \quad 60 \times 60 : 8, \quad 70 \times 70 : 9, \quad 80 \times 80 : 10, \quad 90 \times 90 : 11, \quad 100 \times 100 : 12.$$

Diese in allen Werken beliebten Caliber sind fast überall (mit noch etwas Auswahl bezüglich der Dicke) billig zu haben\*), Ueberhaupt hat sich seit der allgemeineren Verbreitung des metrischen Masses die Mehrzahl der Ingenieure für Flantschenlängen in ganzen  $cm$  und Dicken in ganzen  $mm$  geeinigt, und nur bei den kleineren Calibern findet man es noch angemessen, auch Flantschen-Abstufungen in halben  $cm$  zuzuziehen. Grössere Flantschenlängen als  $100 mm$  kommen sehr selten vor. ( $110$  und  $120 mm$ .)

Bezüglich der namentlich für die Gurten von relativ niederen Trägern für die Streben . . etc. sehr vortheilhaften ungleichschenkeligen Winkeleisen ist man leider bis jetzt weder an den Erzeugungsstellen noch an den Bestellungsstellen zu einer namhaften Einigung gelangt. Der österreichische Ingenieur- und Architekten-Verein hatte seit 1880 diese schwierige Frage einer fachmännischen Behandlung zugeführt\*\*), ohne dass indessen bis zur Gegenwart das jetzt damit betraute Comité, welches selbstverständlich auch noch ganz andere Interessen als jene der Brückeningenieure zu berücksichtigen hat, zu einer alle Interessenten befriedigenden Lösung gelangt wäre. Für den Brückenbau aber insbesondere wäre es von Wichtigkeit, dass man sich nun doch endlich für eine möglichst geringe Anzahl Typen einigen könne, welche dann auch um so leichter von den Erzeugern geliefert werden könnten, und dies veranlasst auch den Verfasser, diesfalls mit einem zum Mindesten auf langjährige Erfahrungen über wirklich einlangende Projecte und ausgeführte Brücken gegründeten präzisen Vorschläge hervortreten.

Die vorgeschlagenen Typen wären mit der üblichen Cotirung in  $mm$ :

	Nr. 1	Nr. 2, 3	Nr. 4 . . . 6	Nr. 7 . . . 9	Nr. 10 . . . 13	Nr. 14 . . . 18	Nr. 19 . . . 24
(50)	$50 \times 75$	$55 \times 80$	$60 \times 90$	$70 \times 100$	$80 \times 120$	$90 \times 130$	$100 \times 140$
	$\frac{8}{8}$	$\frac{8}{8.9}$	$\frac{8.9.10}{8.9.10}$	$\frac{9.10.11}{9.10.11}$	$\frac{10.11.12.13}{10.11.12.13}$	$\frac{11.12.13.14.15}{11.12.13.14.15}$	$\frac{12.13.14.15.16.17}{12.13.14.15.16.17}$
	$D = 25$		$D = 30$		$D = 40$		

Zu Gunsten dieser Caliber, welche man in einer Tabelle auf Seite 135 mit allen darauf Bezug habenden Functionen zusammengestellt findet, kommt Folgendes zu erwähnen:

1. Die sieben Flantschencombinationen theilen sich in drei Partien mit je einer constanten Flantschendifferenz:  $D = 25, 30, 40 mm$ , wodurch eine möglichst leichte Verlaschung innerhalb einer jeden Partie gesichert bleibt (was namentlich für die letzte Partie von grosser Wichtigkeit ist).

\*) Man vgl. u. A.: „N. Riche, Tables des moments de rupture“, Paris, Dunod, 1869. Eine höchst bequeme Sammlung von Widerstandsmomenten aller Grössen bei mit diesen Winkeln gebildeten Querschnitten und bei Inanspruchnahme des Eisens zu  $600 kg$  pro  $cm^2$ .

\*\*) Man vgl. die im 1. Hefte 1882 der Zeitschr. des österr. Ingen.- u. Archit.-Vereines publicirten sogen. Normalprofile.

(51) . . . *Vorteilhafte Caliber ungleichschenkeliger Winkel zum Brückenbaue.*

Nr.	Einzelne Winkelcaliber			Für die Lage . . . . L				Für die Lage . . . . J			
	Bezeichnung	Querschnitts-Fläche	Gewicht pro Meter	Schwerpunkts-höhe vom		Trägheits-		Schwerpunkts-höhe vom		Trägheits-	
				Fusse	Kopfe	Moment	Modul	Fusse	Kopfe	Moment	Modul
	mm	cm <sup>2</sup>	Kg	cm	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>
1	50 × 75 : 8	9·36	7·3	1·30	3·70	18·72	5·06	2·55	4·95	52·48	10·60
2	55 × 80 : 8	10·16	7·9	1·42	4·08	25·17	6·17	2·67	5·33	65·03	12·20
3	55 × 80 : 9	11·34	8·9	1·45	4·05	27·66	6·83	2·70	5·30	71·81	13·56
4	60 × 90 : 8	11·36	8·9	1·50	4·50	33·49	7·44	3·00	6·00	93·14	15·52
5	60 × 90 : 9	12·69	9·9	1·54	4·46	36·86	8·27	3·04	5·96	103·04	17·27
6	60 × 90 : 10	14·00	10·9	1·57	4·43	40·10	9·06	3·07	5·93	112·60	18·99
7	70 × 100 : 9	14·49	11·3	1·78	5·22	59·40	11·37	3·28	6·72	145·97	21·71
8	70 × 100 : 10	16·00	12·5	1·81	5·19	64·77	12·49	3·31	6·69	159·77	23·89
9	70 × 100 : 11	17·49	13·6	1·85	5·15	69·94	13·58	3·35	6·65	173·17	26·04
10	80 × 120 : 10	19·00	14·8	1·97	6·03	100·32	16·63	3·97	8·03	278·32	34·67
11	80 × 120 : 11	20·79	16·2	2·01	5·99	108·59	18·13	4·01	7·99	302·31	37·84
12	80 × 120 : 12	22·56	17·6	2·05	5·95	116·51	19·58	4·05	7·95	325·66	40·95
13	80 × 120 : 13	24·31	19·0	2·08	5·92	124·21	20·99	4·08	7·92	348·41	44·01
14	90 × 130 : 11	22·99	17·9	2·25	6·75	156·10	23·13	4·25	8·75	393·64	44·99
15	90 × 130 : 12	24·96	19·5	2·29	6·71	167·79	25·00	4·29	8·71	424·46	48·72
16	90 × 130 : 13	26·91	21·0	2·32	6·68	179·14	26·84	4·32	8·68	454·56	52·39
17	90 × 130 : 14	28·84	22·5	2·36	6·64	190·16	28·64	4·36	8·64	483·95	56·02
18	90 × 130 : 15	30·75	24·0	2·40	6·60	200·86	30·42	4·40	8·60	512·62	59·58
19	100 × 140 : 12	27·36	21·3	2·53	7·47	232·27	31·09	4·53	9·47	541·26	57·16
20	100 × 140 : 13	29·51	23·0	2·57	7·43	248·23	33·42	4·57	9·43	580·13	61·50
21	100 × 140 : 14	31·64	24·7	2·60	7·40	263·87	35·66	4·60	9·40	618·12	65·78
22	100 × 140 : 15	33·75	26·3	2·64	7·36	279·04	37·91	4·64	9·36	655·29	70·00
23	100 × 140 : 16	35·84	27·9	2·67	7·33	293·81	40·11	4·67	9·33	691·63	74·17
24	100 × 140 : 17	37·91	29·6	2·71	7·29	308·19	42·28	4·71	9·29	727·18	78·29

Nr.	Bezeichnung	Winkel ω	Lage: Minimum . . . √				Lage: Maximum . . . >			
	mm	Grade (2 π : 360)	cm	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>
1	50 × 75 : 8	23° 27' 5"	2·20	2·70	10·90	4·03	3·81	5·06	60·30	11·92
2	55 × 80 : 8	24° 49' 18"	2·41	2·92	14·33	4·89	4·14	5·43	75·87	13·96
3	55 × 80 : 9	24° 39' 6"	2·45	2·92	15·89	5·44	4·15	5·42	83·58	15·42
4	60 × 90 : 8	23° 41' 48"	2·58	3·24	19·26	5·95	4·55	6·10	107·38	17·61
5	60 × 90 : 9	23° 32' 45"	2·62	3·24	21·35	6·68	4·57	6·08	118·55	19·45
6	60 × 90 : 10	23° 23' 19"	2·66	3·24	23·41	7·22	4·58	6·07	129·28	21·31
7	70 × 100 : 9	25° 43' 20"	3·02	3·68	33·24	9·04	5·22	6·83	172·13	25·21
8	70 × 100 : 10	25° 35' 47"	3·07	3·68	36·48	9·91	5·23	6·81	188·07	27·60
9	70 × 100 : 11	25° 27' 36"	3·11	3·68	39·67	10·77	5·24	6·80	203·44	29·92
10	80 × 120 : 10	23° 46' 12"	3·41	4·32	57·48	13·32	6·07	8·15	321·16	39·42
11	80 × 120 : 11	23° 39' 31"	3·45	4·32	62·58	14·49	6·08	8·12	348·32	42·87
12	80 × 120 : 12	23° 32' 46"	3·49	4·32	67·48	15·62	6·09	8·11	374·68	46·10
13	80 × 120 : 13	23° 25' 41"	3·53	4·32	72·38	16·75	6·10	8·09	400·24	49·46
14	90 × 130 : 11	25° 18' 44"	3·85	4·75	87·66	18·44	6·73	8·87	462·08	52·09
15	90 × 130 : 12	25° 13' 0"	3·90	4·76	94·65	19·90	6·74	8·86	497·61	56·18
16	90 × 130 : 13	25° 7' 3"	3·94	4·76	101·56	21·33	6·75	8·84	532·14	60·18
17	90 × 130 : 14	25° 0' 50"	3·98	4·77	108·39	22·75	6·76	8·83	565·72	64·09
18	90 × 130 : 15	24° 54' 37"	4·03	4·77	115·14	24·14	6·77	8·81	598·34	67·90
19	100 × 140 : 12	26° 39' 53"	4·29	5·18	128·07	24·72	7·40	9·60	645·46	67·25
20	100 × 140 : 13	26° 34' 45"	4·34	5·19	137·48	26·51	7·41	9·59	690·93	72·08
21	100 × 140 : 14	26° 29' 35"	4·38	5·19	146·77	28·26	7·42	9·57	735·22	76·81
22	100 × 140 : 15	26° 24' 15"	4·43	5·20	155·94	30·00	7·43	9·56	778·37	81·44
23	100 × 140 : 16	26° 18' 44"	4·46	5·20	165·04	31·72	7·44	9·54	820·40	85·96
24	100 × 140 : 17	26° 13' 5"	4·51	5·21	174·05	33·41	7·45	9·53	861·32	90·37

2. Die in früheren Jahren angestrebte geometrische Aehnlichkeit der successiven Caliber oder doch mindestens das constante Flantschenverhältniss ist wohl nicht genau vorhanden, aber wie aus den Werthen der Tabelle auf Seite 135 entnommen werden kann, immerhin so weit befriedigt, dass die ausgerechneten Functionen regelmässig ansteigende Scalen bilden. Eine stricte Durchführung des Aehnlichkeits-Principes wäre aber praktisch genommen auch gar nicht zu empfehlen, weil hier die auf die Verlaschung und Vernietung Bezug habenden Rücksichten massgebend bleiben müssen.

3. Von den sieben angeführten Flantschencombinationen wurden  $50 \times 75$ ,  $60 \times 90$  und  $80 \times 120$  bereits im Jahre 1882 vom österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereine als Normalprofile publicirt, und die seitherige Praxis hat ihnen (wohl aus den vorerwähnten Gründen) die Winkeleisen mit  $55 \times 80$ ,  $70 \times 100$  und  $90 \times 130$  ergänzend beigefügt, welche sich in zahllosen Projecten und sogar Normalien (nach der neuen Verordnung) bereits eingebürgert haben. Die Winkel  $100 \times 140$  endlich sind schon lange in Mitteleuropa beliebte Typen für Blechträger mit grösserer Stützweite und gedrückter Höhe und passen diesfalls sehr gut zu den 30 cm breiten Gurtlamellen. Aus diesem Grunde wurden für dieselben auch im II. Bande die speciellen Hilfstabellen XII: 35 bis 40 ausgerechnet.

Die vorgeschlagenen sieben Flantschencombinationen dürften demnach für den gewöhnlichen Brückenbau conveniren und genügen\*); es wäre auch wohl wünschenswerth, dass mindestens die Caliber der wichtigsten letzten Partie:  $80 \times 120$ ,  $90 \times 130$  und  $100 \times 140$  von den österreichischen Walzwerken in currenter Weise bezogen werden können, wobei man sich bezüglich der Dicke mittelst der üblichen Verstellung der Walzen wird helfen können, insoferne hierbei nur die beiden Schenkel gleicheneigt auf die Walzenachse orientirt sind, so dass auf eine beiderseits gleiche Dicke gerechnet werden kann.

Im Nachstehenden will ich nun noch auf eine vereinfachte Rechnungsart aufmerksam machen, mit welcher die in der Tabelle (Seite 135) aufgenommenen Functionen (18 an der Zahl für jeden Winkel) bestimmt wurden. Wir bezeichnen mit:

$c, c'$  ..... die äusseren Flantschenlängen;  
 $\delta$  ..... die Flantschendicke;  
 $c_i, c'_i$  ..... die inneren um  $\delta$  verminderten Flantschenlängen;  
 $D = c - c'$  ..... die Flantschendifferenz;  
 $u, u'$  ..... die grossen Schwerpunkthöhen des Winkels;  
 $v, v'$  ..... die kleinen Schwerpunkthöhen des Winkels;  
 $\Omega$  ..... die Querschnittsfläche;  
 $J_1, J_2, J_3$  ..... die Trägheitsmomente, auf jene durch den Schwerpunkt gezogenen Achsen berechnet, welche mit der Richtung der grossen Flantsche die Winkel  $0, \frac{1}{4} \pi$  und  $\frac{1}{2} \pi$  bilden;  
 $J_{\min}, J_{\max}$  ..... die auf die Hauptachsen der Trägheitsellipse berechneten Trägheitsmomente (Minimum und Maximum);  
 $\omega$  ..... den spitzen Winkel, welchen mit der Richtung der grossen Achse der gedachten Ellipse die grosse Winkelflantsche bildet.

Die in der Tabelle (Seite 135) vorkommenden Schwerpunkthöhen und Trägheitsmomente ergeben sich dann mittelst eines Hilfswerthes  $\eta$  durch die vereinfachten Formeln:

$$(53) \quad \Omega = \delta (c + c' - \delta) = c c' - c_i c'_i \qquad \eta = \frac{c c'}{2(c + c' - \delta)} - \frac{\delta}{2} = \frac{c_i c'_i}{2(c + c' - \delta)}$$

$$(54) \quad u = \frac{c}{2} + \eta \qquad u' = \frac{c'}{2} + \eta \qquad v = \frac{c}{2} - \eta \qquad v' = \frac{c'}{2} - \eta$$

\*) Die Tab. X: 2 und 3 im II. Bande ist noch liberaler gehalten und wurden aus den sub XXXII, 4, 5 erörterten Gründen darin auch nur die auf die Flantschen bezogenen Functionen aufgenommen.

$$(55) \quad J_2 = \frac{\Omega}{24} [D^2 + 2(c'c' + c_i c'_i)] \quad \frac{1}{2}(J_3 + J_1) = 4J_2 - \Omega \left( \frac{D^2}{8} + u u' \right) \quad \frac{1}{2}(J_3 - J_1) = \frac{D\Omega}{12} (u + u')$$

$$(56) \quad \operatorname{tg} 2\omega = \frac{J_2 - \frac{1}{2}(J_3 + J_1)}{\frac{1}{2}(J_3 - J_1)} \quad J_{\max} = \frac{1}{2}(J_3 + J_1) + \frac{\frac{1}{2}(J_3 - J_1)}{\cos 2\omega} \quad J_{\min} = \frac{1}{2}(J_3 + J_1) - \frac{\frac{1}{2}(J_3 - J_1)}{\cos 2\omega}$$

und bezüglich der Trägheitsmodule, welche sich auf die Trägheitsmomente  $J_{\min}$  und  $J_{\max}$ , also auf die Hauptachsen der Trägheitsellipse beziehen, ergeben sich die bezüglichen Schwerpunkts-  
höhen in jener Rangordnung, wie sie in der Tabelle (unterer Theil) eingehalten ist, mittelst der  
nachstehenden Ausdrücke\*):

$$(57) \quad [v \sin \omega + v' \cos \omega], \quad [u' \cos \omega - (v - \delta) \sin \omega], \quad [u' \sin \omega + v \cos \omega], \quad [u \cos \omega + v' \sin \omega]$$

Man erhält durch diese Methode die für jedes Winkeleisen gesuchten 18 Functionen durch  
eine Art Cumulativrechnung, welche ich hier beispielsweise in allem Detail für den Winkel  
 $60 \times 90 : 8$  folgen lasse (bei Verwendung der üblichen siebenstelligen Logarithmen):

(58) . . . Beispielsweise Cumulativrechnung für den Winkel  $60 \times 90 : 8$ .

<p>Fläche und Schwerpunkts- höhen</p> <p><math>\Omega = 0.8 \times 14.2 = 11.36 \dots 1.0553783</math>  <math>\eta = 27/14.2 - 0.4 = 1.501411</math>  <math>\left. \begin{aligned} u &amp;= 6.00141 \dots 0.7782533 \\ u' &amp;= 4.50141 \dots 0.6533486 \end{aligned} \right\}</math>  <math>u u' = 27.0148 \dots 1.4316019</math></p> <p><math>v = 2.99859 \dots 0.4769172</math>  <math>v - \delta = 2.19859 \dots 0.3421442</math>  <math>v' = 1.49859 \dots 0.1756829</math></p> <p align="center"><math>\log \sin \omega = \bar{1}.6041121</math></p> <p><math>u' \sin \omega = 1.8091 \dots 0.2574607</math>  <math>v \sin \omega = 1.2051 \dots 0.0810293</math>  <math>(v - \delta) \sin \omega = 0.8836 \dots \bar{1}.9462563</math>  <math>v' \sin \omega = 0.6023 \dots \bar{1}.7797950</math></p> <p align="center"><math>\log \cos \omega = \bar{1}.9617466</math></p> <p><math>u \cos \omega = 5.4954 \dots 0.7399999</math>  <math>u' \cos \omega = 4.1219 \dots 0.6150952</math>  <math>v \cos \omega = 2.7453 \dots 0.4386638</math>  <math>v' \cos \omega = 1.3722 \dots 0.1374295</math></p>	<p>Moment <math>J_2</math></p> <p><math>2(c'c' + c_i c'_i) = 2(54 + 42.64) = 193.28</math></p> <p><math>\Omega = 202.28 \dots 2.3059529</math>  <math>\dots \dots \dots 1.0553783</math>  <math>\dots \dots \dots + 3.9613312</math>  <math>24 \dots \dots - 1.3802112</math>  <math>J_2 = 95.7459 \dots 1.9811200</math></p> <p>Momente <math>\frac{1}{2}(J_3 + J_1)</math> und <math>\frac{1}{2}(J_3 - J_1)</math></p> <p><math>\frac{1}{8}D^2 + u u' = 28.1393 \dots 1.4493211</math>  <math>\Omega = 319.668 \dots 2.5046994</math>  <math>- 319.668 \dots \dots \dots</math>  <math>+ 4J_2 = +382.984</math></p> <p><math>\frac{1}{2}(J_3 + J_1) = 63.316</math></p> <p><math>\frac{1}{2}D = 0.25000 \dots \bar{1}.3979400</math>  <math>u + u' = 10.50282 \dots 1.0213058</math>  <math>\Omega = 1.0553783</math></p> <p><math>\frac{1}{2}(J_3 - J_1) = 29.828 \dots 1.4746241</math></p>	<p>Winkel <math>\omega</math> für Maximum Minimum</p> <p><math>J_2 = 95.746</math>  <math>\frac{1}{2}(J_3 + J_1) = 63.316</math>  <math>\dots \dots \dots 32.430 \dots 1.5109469</math>  <math>\frac{1}{2}(J_3 - J_1) = 29.828 \dots 1.4746241</math>  <math>2\omega = 47^\circ 23' 36'' \dots 0.0363228</math>  <math>\omega = 23^\circ 41' 48''</math>  <math>\cos 2\omega \dots \dots \bar{1}.8305650</math></p> <p><math>+ \frac{J_3 - J_1}{2 \cos 2\omega} = +44.061 \dots 1.6440591</math></p> <p>Momente <math>J_1 \quad J_3 \quad J_{\max} \quad J_{\min}</math></p> <p><math>J_1 = 33.488 \dots 1.5248892</math>  <math>u' \dots \dots \dots 0.6533486</math>  <math>\left. \begin{aligned} \text{Mod.} &amp;= 7.4394 \dots 0.8715406 \\ J_3 &amp;= 93.144 \dots 1.9691549 \\ u &amp;\dots \dots \dots 0.7782533 \end{aligned} \right\}</math>  <math>\left. \begin{aligned} \text{Mod.} &amp;= 15.520 \dots 1.1909016 \\ J_{\min} &amp;= 19.255 \dots 1.2845435 \\ &amp;3.2383 \dots 0.5103171 \end{aligned} \right\}</math>  <math>\left. \begin{aligned} \text{Mod.} &amp;= 5.9460 \dots 0.7742264 \\ J_{\max} &amp;= 107.377 \dots 2.0309113 \\ &amp;6.0977 \dots 0.7851661 \end{aligned} \right\}</math>  <math>\left. \begin{aligned} \text{Mod.} &amp;= 17.609 \dots 1.2457452 \end{aligned} \right\}</math></p>
--	---	--

Diese Berechnung ist, wie man sieht, immerhin trotz allen Vereinfachungen noch etwas  
umständlich und hier für die vorgeschlagenen 24 Winkeltypen nur der Vollständigkeit wegen  
durchgeführt worden. Die benützten Formeln lassen sich in nachstehender Weise begründen:

Man hat auf der Fig. (52) unmittelbar

$$(59) \quad \dots \dots \dots D = c - c' = c_i - c'_i \quad \delta = c - c_i = c' - c'_i$$

$$(60) \quad \dots \dots \dots D + \delta = c - c'_i \quad D - \delta = c_i - c'$$

$$(61) \quad \dots \dots \dots \Omega = \delta(c + c'_i) = \delta(c' + c_i) = \delta(c + c' - \delta) = c c' - c_i c'_i$$

$$(62) \quad \dots \dots \dots c' c_i - c c'_i = D \delta \quad c' c_i + c c'_i = c c' + c_i c'_i - \delta^2$$

welche Transformationen und Werthe mehrfach zur Verwendung kommen werden. Die gewöhn-  
liche Rechnungsart gilt nun:

$$(63) \quad \dots \dots \dots u = \frac{1}{2\Omega} (c' c^2 - c'_i c_i^2) \quad u' = \frac{1}{2\Omega} (c c'^2 - c_i c'_i^2)$$

\*) Unmittelbar auf der Figur begründet, daher auch nicht weiter erläutert.

$$(64) \quad u - u' = \frac{1}{2\Omega} [c c' (c - c') - c_i c'_i (c_i - c'_i)] = \frac{D}{2\Omega} (c c' - c_i c'_i) = \frac{D}{2} = \frac{c - c'}{2}$$

$$(65) \quad u + u' = \frac{1}{2\Omega} [c c' (c + c') - c_i c'_i (c_i + c'_i)] = \frac{c + c'}{2\Omega} (c c' - c_i c'_i) + \frac{\delta c_i c'_i}{\Omega} = \frac{c + c'}{2} + \frac{\delta c_i c'_i}{\Omega}$$

woraus die sub (53), (54) angeführten Formeln sofort resultiren. Man findet in ähnlicher Weise:

$$(66) \quad \dots J_1 = \frac{1}{3} [c c'^3 - c_i c'_i{}^3] - \Omega u^2 \qquad J_3 = \frac{1}{3} [c' c^3 - c'_i c_i{}^3] - \Omega u^2$$

$$(67) \quad \dots J_3 - J_1 = \frac{1}{3} [c c' (c^3 - c'^3) - c_i c'_i (c_i^3 - c'_i{}^3)] - \Omega (u^2 - u'^2)$$

$$(68) \quad \dots J_3 + J_1 = \frac{1}{3} [c c' (c^3 + c'^3) - c_i c'_i (c_i^3 + c'_i{}^3)] - \Omega (u^2 + u'^2)$$

Indem man in (67) den Factor  $(c - c') = (c_i - c'_i) = 2(u - u') = D$  ausscheidet und den in [ ] verbleibenden Werth mittelst  $(u + u')$  nach (65) ausdrückt, ferner in (68) die Transformationen:

$$(69) \quad \dots c^3 + c'^3 = D^3 + 2 c c' \qquad c_i^3 + c'_i{}^3 = D^3 + 2 c_i c'_i \qquad u^2 + u'^2 = \frac{D^2}{4} + 2 u u'$$

eingührt, erhält man nach Reduction:

$$(70) \quad \dots J_3 - J_1 = \frac{D\Omega}{6} (u + u') \qquad J_3 + J_1 = \Omega \left[ \frac{D^2}{12} + \frac{2}{3} (c c' + c_i c'_i) - 2 u u' \right]$$

Der letztere Werth kann noch durch Einführung von  $J_2$  etwas verbessert werden, insoferne  $J_2$  überhaupt auch berechnet werden muss. Man gelangt zur Bewerthung dieser Grösse am leichtesten, indem man eine andere Gattung von Hilfswerthen in Betracht zieht, welche dann aber auch die Formeln (70) mit sich bringen. Wir setzen:

$$(71) \quad \dots \begin{cases} C_2 = c^2 - c_i^2 & C_3 = c^3 - c_i^3 & C_4 = c^4 - c_i^4 \\ C'_2 = c'^2 - c'_i{}^2 & C'_3 = c'^3 - c'_i{}^3 & C'_4 = c'^4 - c'_i{}^4 \end{cases}$$

Diese hier übereinander stehenden Ausdrücke, welche in den meisten einschlägigen Formeln erscheinen, besitzen je eine Summe und Differenz von bemerkenswerther Form, wie dies mittelst der sub (59) bis (62) citirten Relationen leicht gezeigt werden kann. Man hat vorerst:

$$(72) \quad \begin{cases} C_2 = \delta (c + c_i) & C_2 + C'_2 = \delta (c + c' + c_i + c'_i) = 2 \Omega & C_2 = \Omega + \delta D \\ C_2 = \delta (c' + c'_i) & C_2 - C'_2 = \delta (c - c' + c_i - c'_i) = 2 D \delta & C'_2 = \Omega - \delta D \end{cases}$$

Man hat ferner für die dritten Potenzen (65)

$$(73) \quad \begin{cases} C_3 + C'_3 = (c^3 + c_i^3) - (c_i^3 + c'_i{}^3) = (c + c') (D^2 + c c') - (c_i + c'_i) (D^2 + c_i c'_i) = \\ C_3 + C'_3 = 2 \delta D^2 + (c + c') c c' - (c_i + c'_i) c_i c'_i = 2 \delta D^2 + 2 \Omega (u + u') \end{cases}$$

oder aber auch nach (65) beziehungsweise (72)

$$(74) \quad \dots C_3 + C'_3 = 2 \delta D^2 + \Omega (c + c') + 2 \delta (c c' - \Omega) = \Omega (c + c' - 2 \delta) + 2 \delta (D^2 + c c')$$

$$(75) \quad \dots C_3 - C'_3 = (c^3 - c_i^3) - (c_i^3 - c'_i{}^3) = D (C_2 + C'_2 + \Omega) = 3 D \Omega$$

Man hat endlich für die vierten Potenzen

$$(76) \quad \dots \begin{cases} C_4 + C'_4 = (c^4 + c_i^4) - (c_i^4 + c'_i{}^4) = \\ = (c + c' - \delta) [(D + \delta) (c^3 + c_i^3) - (D - \delta) (c'^3 + c'_i{}^3)] = \\ = (c + c' - \delta) [D (c^3 + c_i^3 - c'^3 - c'_i{}^3) + \delta (c^3 + c'^3 + c_i^3 + c'_i{}^3)] \end{cases}$$

und bei Benützung sehr einfacher Transformationen

$$(77) \quad \dots c^2 - c_i^2 = \delta (c + c_i) \qquad c'^2 - c'_i{}^2 = \delta (c' + c'_i) \qquad c^2 + c'^2 = D^2 + 2 c c' \qquad c_i^2 + c'_i{}^2 = D^2 + 2 c_i c'_i$$

$$(78) \quad \dots C_4 + C'_4 = 2 \Omega [2 D^2 + c c' + c_i c'_i]$$

Die correspondirende Differenz ergibt sich wie folgt:

$$(79) \quad \begin{cases} C_4 - C'_4 = c^4 - c_i^4 - c'^4 + c_i'^4 = (c^2 + c'^2)(c^2 - c'^2) - (c_i^2 + c_i'^2)(c_i^2 - c_i'^2) = \\ = D [(c + c') (c^2 + c'^2) - (c_i + c'_i) (c_i^2 + c_i'^2)] = D [(C_3 + C'_3 + c c' (c + c') - c_i c'_i (c_i + c'_i)] \end{cases}$$

und in Gemässheit von (73) und (65)

$$(80) \quad C_4 - C'_4 = 2 D [2 \Omega (u + u') + \delta D^2] = 2 D [(c + c' - 2 \delta) \Omega + \delta (D^2 + 2 c c')]$$

Mittelst der solcher Weise aufgestellten Werthe (72), (73), (75), (78), (80) lassen sich alle einschlägigen Formeln leicht aufstellen, welche wir zum Theile bereits auf andere Art gefunden haben, zum Theile noch ableiten wollen. Man hat zum Beispiele (63)\*:

$$(81) \quad u = \frac{1}{2 \Omega} [(c - D) c^2 - (c_i - D) c_i^2] = \frac{1}{2 \Omega} [C_3 - D C_2]$$

$$(82) \quad u' = \frac{1}{2 \Omega} [(c' + D) c'^2 - (c'_i + D) c_i'^2] = \frac{1}{2 \Omega} [C'_3 + D C'_2]$$

und hiermit unmittelbar die bereits gefundenen Werthe:

$$(83) \quad u - u' = \frac{C_3 - C'_3 - 2 \Omega D}{2 \Omega} = \frac{D}{2} \quad u + u' = \frac{C_3 + C'_3 - 2 D^2 \delta}{2 \Omega} = \frac{c + c'}{2} + \delta \frac{c c' - \Omega}{\Omega}$$

Man hat in ziemlich ähnlicher Weise für die Trägheitsmomente  $J_1$  und  $J_3$  nach (66)

$$(84) \quad J_1 = \frac{1}{3} [(c' + D) c'^3 - (c'_i + D) c_i'^3] - \Omega u'^2 = \frac{1}{3} [C'_4 + D C'_3] - \Omega u'^2$$

$$(85) \quad J_3 = \frac{1}{3} [(c - D) c^3 - (c_i - D) c_i^3] - \Omega u^2 = \frac{1}{3} [C_4 - D C_3] - \Omega u^2$$

und hiermit unmittelbar die bereits gefundenen Werthe

$$(86) \quad J_3 - J_1 = \frac{1}{3} (C_4 - C'_4) - \frac{D}{3} (C_3 + C'_3) - \frac{1}{2} D \Omega (u + u') = \frac{1}{6} D \Omega (u + u')$$

$$(87) \quad J_3 + J_1 = \frac{1}{3} (C_4 + C'_4) - \frac{D}{3} (C_3 - C'_3) - \Omega (u^2 + u'^2) = \Omega \left[ \frac{D^2}{12} + \frac{2}{3} (c c' + c_i c'_i) - 2 u u' \right]$$

Was nun den Werth von  $J_2$  betrifft, so wurde derselbe bereits sub XXXII (40) in seiner gewöhnlichsten Form citirt, wie derselbe aus der einfachen Betrachtung gleichschenkliger rechtwinkliger Dreiecke resultirt und man hat hiernach\*\*)

$$(88) \quad J_2 = \frac{1}{24} [(c^4 + c'^4 - c_i^4 - c_i'^4) - \frac{\Omega}{2} (v - v')^2] = \frac{1}{24} [C_4 + C'_4] - \frac{\Omega D^2}{8} = \frac{\Omega}{24} [D^2 + 2 (c c' + c_i c'_i)]$$

Die Combination dieses sehr einfachen Werthes mit der Formel (87) führt unmittelbar zu den eingangs (55) citirten Formeln.

Was nun endlich die sich anreihenden Formeln (56) anbelangt, so wurden dieselben bereits sub XXXII (31), (32), (33) ganz allgemein für einen beliebigen Querschnitt aufgestellt und kommen dieselben hier nur zur entsprechenden Anwendung. Ich muss aber hier wiederholt hervorheben, dass die ungleichschenkeligen Winkel als Einzelcaliber weit unvortheilhafter gegen Einknickung sind als die gleichwerthigen gleichschenkeligen Winkel, und dass ich als Praktiker die Tab. X : 3 im Bande II hiernach eingerichtet habe. Die ganze vorangehende Berechnung bezüglich der Functionen  $\omega$ ,  $J_{\min}$ ,  $J_{\max}$  . . . u. s. w. dient also hauptsächlich zum Beweise, dass man sie fast gar nie brauchen wird. Die Tabelle der von mir vorgeschlagenen ungleichschenkeligen Winkeleisen (Seite 135) ist daher nur in ihrer oberen Hälfte von praktischer Bedeutung und die untere Hälfte dient mehr als theoretische Ergänzung. Ein Vergleich der unteren und oberen Resultate führt diesfalls zur Constatirung von nahezu constanten Verhältnissen; insbesondere beträgt der Minimalwerth des Trägheitsmoduls sehr nahezu 0·8 des (oberen) in der Flantschenrichtung berechneten Moduls.

\* Die Benützung dieser Formeln würde gegenüber der üblichen Berechnungsart (63) bereits eine gewisse Vereinfachung mit sich bringen.

\*\* Man könnte  $J_2$  ebenso wie  $J_1$ ,  $J_3$  und  $u$   $u'$  auch nach (81), (82), (84), (85), (88) mittelst der Hilferwerthe  $C_3$   $C'_3$   $C_4$   $C'_4$   $C_3$   $C'_3$   $C_4$  numerisch bestimmen, da letztere leicht erhältlich sind.

### XXXVIII. Vollwandige Haupt-, Quer- und Längsträger.

#### 1. Prüfung der vollwandigen Träger im Allgemeinen.

Die im österreichischen Brückenbaue vorkommenden vollwandigen Haupt-, Quer- und Längsträger bestehen meistens nur aus Blechen und Winkeleisen, welche mit Nietten von 18 bis 24 mm Durchmesser verbunden sind. Die  $\perp$  Eisen kommen darin nur selten vor und werden sowie die  $\sim$  Eisen viel eher bei Strassenbrücken unter den sogen. Bahnbestandtheilen zu treffen sein. Die für vollwandige Träger übliche rechnungsmässige Prüfung erstreckt sich auf:

1. die Widerstandsfähigkeit auf Biegung (Untersuchung in der gespanntesten Faser);
2. die Widerstandsfähigkeit gegen Schubkraft in der Walz- oder Fasernrichtung, insbesondere im Stege oder Stehbleche (Untersuchung nächst den Auflagern);
3. die Entfernung der Nietten (Niettdistanz), welche die Gurten mit dem Stehbleche verbinden (Untersuchung nächst den Auflagern);
4. die Berechnung der voraussichtlichen elastischen Formveränderung in Folge der Belastung (Untersuchung meistens nächst der Mitte der Stützweite).

Ich werde diese bereits sehr bekannten verschiedenen Berechnungen hier nur flüchtig in Erinnerung bringen.

ad 1. Bei der Prüfung des Widerstandes gegen Einbiegung ergibt sich die gesuchte Maximal-Inanspruchnahme des Materiales in der gespanntesten (oder gedrücktesten) Faser eines Querschnittes, indem man das mittelst der äusseren Kräfte berechnete bezügliche Biegemoment (Angriffsmoment) durch den Trägheitsmodul des Querschnittes dividirt.

Ueber die Bewerthung des Trägheitsmoduls (Quotient des Trägheitsmomentes durch die Entfernung der gespanntesten Faser zur neutralen Achse) wurden vorangehend sub XXXVII alle wünschenswerthen Erläuterungen in Erinnerung gebracht. Die Bewerthung der diesfalls erforderlichen Trägheitsmomente bei genieteten Trägern, welche mit dem üblichen Winkeleisenalibler gebildet sind, geschieht am besten mittelst der im II. Bande dieses Werkes enthaltenen Tab. XI, XII und XIII\*). Bezüglich der Biegemomente andererseits können die sub b des I. Bandes citirten Formeln (10), (11), (12), (17), (22), (50) im Vereine mit jenen der Tab. XIV des II. Bandes benützt werden, insoferne es sich um frei aufliegende Träger handelt. Für diese oder ähnliche Träger mit eingespannten (eingemauerten) oder mit consolenartig verlängerten und belasteten Enden findet man eine sehr reichhaltige Formelsammlung in dem bekannten Werke Heinrich Schmidt's\*\*), woselbst immer der allgemeinste Fall der verlängerten Enden behandelt wird\*\*\*). Minder reichhaltige Zusammenstellungen sind seither in den meisten Fachschriften erschienen; es empfiehlt sich, dieselben nur für Formeln zu benützen, deren Richtigkeit man bereits constatirt hat†).

\*) Man vgl. das in der Einleitung des II. Bandes, Seite IX gegebene Beispiel. Bei unsymmetrischen Querschnitten, welche einen symmetrischen mittleren Theil enthalten, empfehle ich, die Functionen  $m$  und  $J$  vorerst auf die bezügliche Theil-Symmetrieachse zu beziehen, nach dem sub XXXVII: 4 für ein Schienenprofil eingehaltenen ähnlichen Vorgang. Man wird solcherweise mittelst der Tab. X: 1 des II. Bandes sehr rasch die neutrale Achse des Schnittes finden.

Für die üblichen symmetrischen Querschnitte existiren auch ältere tabellarische Werke, mittelst welcher fast augenblicklich ein beiläufig entsprechendes Profil als erste Näherung gefunden werden kann, welches man dann rechnungsmässig berichtigt, und zwar:

N. Riche, „Tables de moments de rupture“, Paris, Dunod, 1869, in 8°; gibt die mit 600 kg pro  $cm^2$  berechneten Widerstandsmomente von Trägern bis 5 m Höhe (für welche jedoch nur die Winkeleisen 60 : 8, 70 : 9, 80 : 10, 90 : 11, 100 : 12 in Betracht gezogen sind), sowie die Gewichte aller dieser Träger pro Meter. — das Ganze systemmässig geordnet.

Henry Forest, „Recueil pratique de moments d'inertie“, Paris, Dejeu & Cie. 1887, in 8°, gibt eine Sammlung der bei der französischen Nordbahn wirklich ausgeführten Blechträgerprofile bis 3.50 m Höhe, nach deren Trägheitsmoduln geordnet. Beide Publicationen abstrahiren von den bei uns üblichen Nietabzügen; in der letzteren sind auch die seitlichen Querschnitte bedacht.

\*\*) Heiner Schmidt (zuletzt General-Inspector der priv. österr.-ungar. Staatseisenbahn-Gesellschaft): „Beiträge zum Brückenbaue für angehende Ingenieure“. (Für einfeldrige Träger noch heute ein vorzügliches Hilfsbuch.) — Separat-Abdr. der allg. Bauzeitung ex 1866, 1867, 1868, Wien, Waldheim, 1869.

\*\*\*) Der Fall der Einspannung deducirt sich hieraus, indem man die Consolenlänge zu  $+\infty$ , deren Belastung zu Null übergehen lässt. Uebrigens sind alle diese und ähnliche Fälle, sowie auch jener der gewöhnlichen frei aufliegenden Träger in meiner allgemeinen Theorie der continüirlichen Träger sub XLIX bis LVI des I. Bandes mitinbegriffen, wenn dortselbst  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ,  $M_0$  und  $M_n$  als nicht = 0 angenommen werden, wie dies in einer Anmerkung zu LII geschieht.

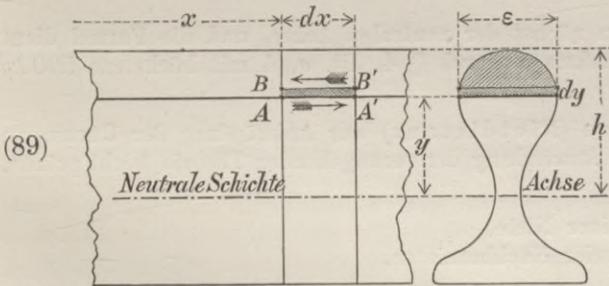
†) Ich citire u. A. in dem sonst gediegenen Werke J. Weyrauch: „Allgemeine Theorie und Berechnung der continüirlichen und einfachen Träger“, Leipzig, Teubner, 1873, die auf Seite 86 befindlichen Formeln, welche für Stützenreactionen bei  $o$  und  $l$  sowohl für eine, als auch für mehrere concentrirte Lasten (dritte und vierte Zeile unter den Figuren) ganz unrichtig eingesetzt sind.

ad 2. Die sogen. Schubfestigkeit oder der Widerstand des Steges oder Stehbleches gegen eine Verschiebung der Fasern in der Längenrichtung ist gegenwärtig der technischen Welt ebenso geläufig als die übliche Dehnungs- und Biegungslehre, und doch erscheint es mir nicht ganz überflüssig, über diese verschiedenen Begriffe einige Aufklärungen folgen zu lassen.

Die Dehnungslehre abstrahirt von der Cohäsion der Fasern untereinander, so dass alle Fasern des prismatischen Büschels einzeln deformirt und gespannt gedacht werden. Die Biegungslehre zieht die Cohäsion der Fasern untereinander nur als Ursache der bestimmten Annahme in Betracht, dass diese einzelnen Fasern sich nach dem Gesetze der conservirten ebenen Querschnitte deformiren müssen, im Uebrigen aber nur kraft ihrer elastischen Dehnung Widerstand leisten, und dass dieselben demnach wie bei der Dehnungslehre cohäsionsfrei gespannt sind.

Die Schublehre endlich ist als eine Art Variante der Biegungslehre anzusehen, bei welcher wie bei der Biegung ebenfalls eine nach dem Gesetze der conservirten ebenen Querschnitte stattfindende Deformation in Betracht gezogen, sonst aber angenommen wird, dass die einzelnen Fasern nur vermöge der elastischen Cohäsion gegen Verschiebung Widerstand leisten und demnach keine Festigkeit im Sinne der Dehnungslehre entwickeln. Die sogen. Schubfestigkeit hat demnach in letzterer Beziehung mit der Scherfestigkeit und der Torsionsfestigkeit einige Verwandtschaft\*).

Man muss sich über alle diese verschiedenartigen Annahmen zur Darstellung der inneren Kräfte des Materiales vollständig klar sein, wenn man dieselben in den Festigkeitsberechnungen einzeln oder combinirt verwerthet\*\*). Betrachten wir diesfalls den in Fig. (89) mit Seitenansicht und Querschnitt dargestellten Stab, in welchem die Schubfestigkeit längs der Abtrennungsebene  $AA'$  untersucht werden soll, wobei wir der Deutlichkeit wegen annehmen wollen, dass der Stab wie ein Träger von oben nach unten eingebogen wird und dass sich die Ebene  $AA'$



oberhalb der neutralen Schichte, also in den gedrückten Trägertheilen befindet, dass ausserdem in dem in der Entfernung  $x$  vom linkseitigen Auflager (oder einem beliebigen anderen Ursprunge) gedachten Schichtenelement  $ABB'A'$  mit der Länge  $dx$  und der Höhe  $dy$  die Druckspannung von  $A$  nach  $A'$  zunimmt, dass demnach die Druckdifferenz ausschliesslich durch den Ueberschuss des Schubes von  $A$  nach  $A'$  über jenen von  $B'$  nach  $B$  aufgenommen wird.

Wir bezeichnen nun im Sinne der voran definirten Combination der Biegung und der zu untersuchenden Schubfestigkeit mit:

- $\epsilon$  . . . . . die Breite der Schichte  $AA'$  senkrecht auf die Fasern (im Schnitte) gemessen;
- $y$  . . . . . deren Höhe oberhalb der neutralen Achse im betrachteten Querschnitte;
- $J_x$  . . . . . das Trägheitsmoment des ganzen Stab-Querschnittes in  $A$ ;
- $M_x$  . . . . . das Biegemoment,
- $V_x$  . . . . . die verticale Scherkraft, } welche in  $A$  von den äusseren Kräften herrühren;
- $i$  . . . . . die Inanspruchnahme des Materiales pro Flächeneinheit auf Druck in  $A$ , welche im Sinne der reinen Biegungslehre resultiren würde;
- $\diamond$  . . . . . die Inanspruchnahme des Materiales pro Flächeneinheit auf Schub in  $A$  im Sinne der Schublehre, welche gewissermassen die vorerwähnte ( $i$ ) hier ersetzt;
- $m_y$  . . . . . das im Querschnitte auf die neutrale Achse bezogene statische Moment des oberhalb der Schubebene  $AA'$  gelegenen Querschnittstheiles (schraffirt).

\*) Die Schubfestigkeit entstand als theoretische Lehre in Folge der in Russland durch den Herrn Obersten Jurafskij verwendeten, aus übereinandergesetzten Brettern gebildeten Trägern. (Annales des P. et Ch. 1856.) Diese Constructions dürften jetzt nicht mehr zur Anwendung kommen.

\*\*) Man hat bisher theoretisch die Dehnungslehre und die Biegungslehre miteinander verbunden, um in einem excentrisch beanspruchten Stabe eine Repartition der Einzelspannungen darzustellen (neutrale Achse, centraler Kern). Für den centrisch belasteten Stab wird nach der Dehnungslehre die gleichmässige Repartition angenommen, was bekanntlich den Thatsachen widerspricht. Eine diesfällige Combination der Dehnungslehre und der Schublehre (Umgehung der Nietlöcher) bleibt immerhin denkbar, dürfte aber bis jetzt nicht versucht worden sein.

Das gesondert gedachte Schichtenelement  $ABB'A'$  besitzt den Querschnitt  $\varepsilon \cdot dy$ , welcher in Folge der Biegung in  $A'B'$  etwas mehr (von  $A'$  nach  $A$ ) als in  $AB$  (von  $A$  nach  $A'$ ) gedrückt wird. Die nach links gerichtete Druckdifferenz  $\varepsilon dy \times \left(\frac{di}{dx} dx\right)$  soll nun ausschliesslich durch den Ueberschuss des Schubes von  $A$  nach  $A'$  über jenen von  $B'$  nach  $B$ , also  $\frac{d(\varepsilon dx \times \delta)}{dy} dy$  aufgenommen werden\*) man hat demnach unter Berücksichtigung der Vorzeichen (Abnahme von  $\varepsilon$  bei wachsendem  $y$ ) und unter Entfernung der beiderseitigen Factoren  $dx dy$  die Gleichung:

$$(90) \quad \varepsilon \left(\frac{di}{dx}\right) = -\frac{d(\varepsilon \delta)}{dy} \quad \varepsilon \delta = -\int_0^y \varepsilon \left(\frac{di}{dx}\right) dy + X$$

wo  $X$  eine von  $y$  unabhängige Grösse (Constante), welche nur mehr  $x$  enthalten kann, und  $i$  einen aus der Biegungslehre entnommenen Begriff bedeuten, welcher sich aus der Belastung und der Querschnittsform ergibt. Wir nehmen diesfalls an, dass der Querschnitt zum Mindesten auf einer kurzen Länge  $\Delta x$  nächst  $A$  unveränderlich ist; man hat dann:

$$(91) \quad i = \frac{M_x}{J_x : y} \quad \frac{di}{dx} = \frac{V_x}{J_x : y} \quad \varepsilon \delta = -\frac{V_x}{J_x} \int_0^y \varepsilon y dy + X$$

Das hier erscheinende Integral ist nichts Anderes, als das nach der Methode der Abscissen-segmente bewerthete (2) statische Moment des zwischen  $A$  und der neutralen Achse befindlichen Querschnittstheiles (auf die letztere bezogen), und die sogen. Constante  $X$  erhält man durch die Bedingung, dass für die oberste Faser  $y = h$  und  $\varepsilon \delta = 0$ , woraus die bekannte Formel

$$(92) \quad \varepsilon \delta = \frac{V_x}{J_x} \left[ \int_0^h \varepsilon y dy - \int_0^y \varepsilon y dy \right] = \frac{m_y}{J_x} V_x$$

Der Schub  $\varepsilon \delta$  ist hiernach Maximum nächst der neutralen Achse, und die Formel dient zur Berechnung von  $\varepsilon$ , da die Inanspruchnahme  $\delta$  durch § 4, lit. a, 4 mit höchstens 500 kg pro  $cm^2$  begrenzt ist.

ad 3. Die Entfernung der Niete (Nietdistanz) zur Anknüpfung der Gurten an das Stehblech lässt sich unter unmittelbarer Anwendung der vorangehenden Theorie leicht prüfen. Wir bezeichnen diesfalls noch mit:

- $\sigma$  . . . . den Querschnitt einer Niete,
- $d$  . . . . die Entfernung zweier Nachbarniete.

Wir betrachten die üblichen, aus einem Stehbleche, vier Winkeleisen und beliebigen Gurt-lamellen gebildeten Träger und die durch Winkeleisen und Stehblech eingesetzten (doppelschnittigen) Niete, um deren Prüfung es sich handelt. Die Schubfläche pro Längeneinheit von  $x$  ist in diesem Falle  $2\sigma : d$  anstatt  $\varepsilon$ , und man hat (92):

$$(93) \quad \varepsilon = \frac{2\sigma}{d} \quad \frac{2\sigma}{d} \delta = \frac{m_y}{J_x} V_x \quad d = \frac{2J_x}{m_y} \frac{\sigma \delta}{V_x}$$

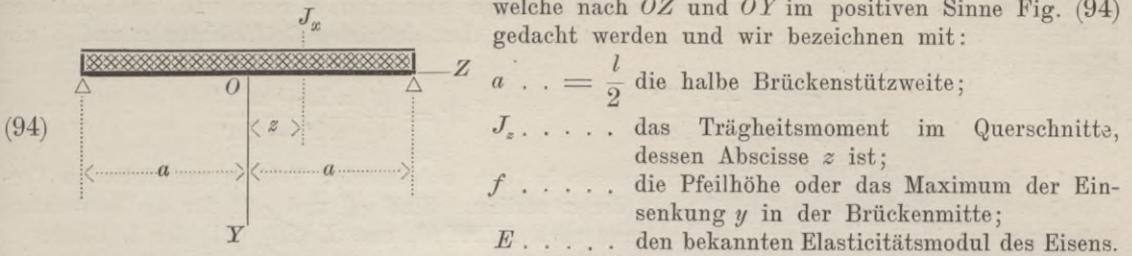
Bezüglich dieser Formel kommt zu betonen, dass hier  $\delta$  sich nicht mehr auf einen eigent-lichen Schub, sondern auf eine Abscherung der Nietschäfte bezieht, demnach laut § 4, lit. a, 3 mit gewöhnlich 600 kg pro  $cm^2$  (ausnahmsweise 500 kg) begrenzt ist, und dass man diesfalls die bereits für alle Nietdurchmesser ausgerechneten Werthe  $2\sigma \delta$  in der Tab. VIII des II. Bandes findet.

ad 4. Die voraussichtliche elastische Deformation einer gegebenen Con-struction unter gegebener Belastung hat mehrfach zu sehr umfangreichen und com-plicirten Abhandlungen Anlass gegeben, welche ganz ausserhalb des Rahmens dieser Publication zu liegen kommen. Ich möchte hier diesfalls nur betonen, dass für den praktischen Ingenieur gewöhnlich die einfachsten Rechnungsarten am besten zum Ziele führen; dies insbesondere für die üblichen frei aufliegenden Träger bei totaler Belastung (ohne Rücksicht auf das Detail der Construction), für welche die beiden altbekannten Formeln eine sehr gute Näherung geben\*\*).

\*) Wo  $\varepsilon$  eine Function von  $y$  darstellt.

\*\*\*) Die in letzter Zeit versuchten, sehr sinnreichen graphischen und analytischen Rechnungsmethoden, welche die Deformation aller Constructionstheile zuziehen, möchte ich für die Praxis weniger empfehlen.

Wir nehmen diesfalls den Mittelpunkt  $O$  der Stützweite als Ursprung der Coordinaten, welche nach  $OZ$  und  $OY$  im positiven Sinne Fig. (94) gedacht werden und wir bezeichnen mit:



Man hat dann für die allgemeine Gleichung der Biegung in der sogenannten mittleren Faser

$$E J_z \frac{d^2 y}{dz^2} = -pa(a-z) + p(a-z) \frac{a-z}{2} = -\frac{1}{2} p(a^2 - z^2)$$

und es kommen nun zwei Alternativ-Auffassungen in Betracht, je nachdem man  $J_z$  als für die ganze Stützweite  $l$  unveränderlich, oder aber, als genau nach dem parabolischen Gesetze der Biegemomente von  $z=0$  bis  $z=a$  abnehmend annimmt; also je nachdem

(95)  $J_z = J = \text{const.}$  oder aber  $J_z = J_m \left(1 - \frac{z^2}{a^2}\right) = J_m \frac{a^2 - z^2}{a^2}$

(96)  $\frac{dy}{dz} = \frac{p}{2EJ} \left(\frac{z^3}{3} - a^2 z\right)$   $\dots \dots \dots \frac{dy}{dz} = -\frac{1}{2} \frac{pa^2}{EJ_m} z$

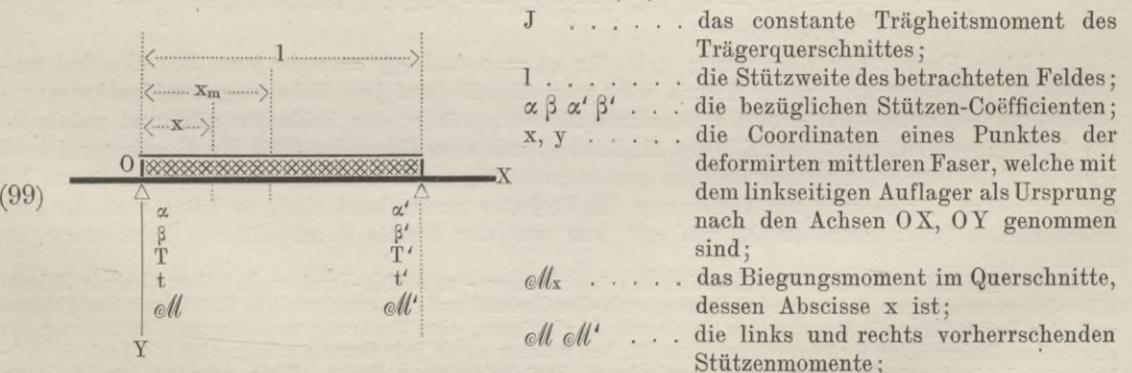
(97)  $y = \frac{p}{24 \cdot EJ} (a^2 - z^2)(5a^2 - z^2)$   $\dots \dots \dots y = \frac{1}{4} \frac{pa^2}{EJ_m} (a^2 - z^2)$

(98)  $f = \frac{5}{384} \frac{pl^4}{EJ} = \frac{1}{76 \cdot 8} \frac{pl^4}{EJ}$   $\dots \dots \dots f = \frac{1}{64} \frac{pl^4}{EJ_m}$

Die wirkliche Einsenkung wird sich offenbar zwischen diesen beiden Werthen befinden, und es ist naheliegend, dass man mit einem mittelwerthigen Coefficienten von circa rund  $\frac{1}{70}$  in den meisten Fällen gut auskommen wird; indessen lässt sich dieser Coefficient auch noch für jede Gattung von Constructionen etwas erfahrungsmässig verbessern\*).

Im Falle von Brücken mit continuirlichen Trägern kann die Einsenkung in einem betrachteten Querschnitte eines Feldes bei gegebener Belastungscombination nur mittelst einer wesentlich schwierigeren Berechnung ermittelt werden, wofür beiläufig folgender Vorgang einzuhalten ist.

Vor Allem wird man in Gemässheit der später folgenden Theorie der continuirlichen Träger die der betrachteten (übrigens ganz beliebigen) Belastung entsprechenden Stützenmomente zu bestimmen haben. Wir bezeichnen diesfalls mit (99):



$t, t' \dots \dots$  die bezüglichen Stützentangenten;  
 $T, T' \dots \dots$  die bezüglichen Belastungsfunctiōnen  $+6EJt$  und  $-6EJt'$  wie in Tab. XIV. des II. Bandes ausgewiesen.

\*) Bei der priv. österr.-ungar. Staatseisenbahn-Gesellschaft z. B. ist es Usus, für die dort construirten zweifachen Fachwerke die Einsenkung der ersten Formel (98) um 20% zu vergrössern. Man nimmt fast immer  $E = 2,000,000$  mit  $kg$  und  $cm$ .

Man hat dann  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{M}'$  mittelst der algebraischen Addirung jener bezüglichlichen Momente, welche aus den successiven einzelnen Feldbelastungen resultiren würden und nach LI des I. Bandes für das hier betrachtete Feld mittelst der dort definirten Coëfficienten  $\alpha$  und  $\beta$  wie folgt ausgedrückt werden

$$(100) \quad M = \frac{\alpha \beta T + \beta' T'}{1 \quad \alpha \beta' - \beta \alpha'} \quad M' = \frac{\beta' \alpha T + \alpha' T'}{1 \quad \alpha \beta' - \beta \alpha'}$$

wobei bekanntlich die übrigen Stützenmomente in den unbelasteten Feldern rechts im Verhältnisse der  $\beta$ , links im Verhältnisse der  $\alpha$  variiren. Sind  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{M}'$  für die betrachtete Belastungscombination bestimmt, so hat man nach XLIX (6) und L (20), (21) des I. Bandes

$$(101) \quad \mathcal{M}_x = \frac{(1-x)\mathcal{M} + x\mathcal{M}'}{1} + \mathbb{M}_x \quad \text{mit} \quad \mathbb{M}_x = \Sigma_0^x P(x-a) - \frac{x}{1} \Sigma_0^1 P(1-a)$$

$$(102) \quad t = \frac{1}{6EJ} \left( \frac{T}{1} - 2\mathcal{M} - \mathcal{M}' \right) \quad t' = -\frac{1}{6EJ} \left( \frac{T'}{1} - 2\mathcal{M}' - \mathcal{M} \right)$$

woselbst die Werthe  $\mathbb{M}_x$ , T und T' für die üblichsten Belastungsarten aus der Tab. XIV des II. Bandes zu entnehmen sind. Wir wollen diesfalls zur Vereinfachung nun annehmen, dass eine gleichförmige Belastung von p pro Meter die ganze Stützweite bedeckt, wonach

$$(103) \quad \mathbb{M}_x = -\frac{1}{2} p x (1-x) \quad T = T' = \frac{1}{4} p l^3$$

Die Gleichung der gebogenen mittleren Faser ist:

$$(104) \quad EJ \frac{d^2y}{dx^2} = \mathcal{M}_x = \mathcal{M} - \frac{p}{2} \left[ 1 - 2 \frac{\mathcal{M}' - \mathcal{M}}{pl} \right] x + \frac{1}{2} p x^2$$

$$(105) \quad EJ \frac{dy}{dx} = EJt + \mathcal{M}_x - \frac{p}{4} \left[ 1 - 2 \frac{\mathcal{M}' - \mathcal{M}}{pl} \right] x^2 + \frac{1}{6} p x^3$$

$$(106) \quad EJy = EJtx + \frac{\mathcal{M}}{2} x^2 - \frac{p}{12} \left[ 1 - 2 \frac{\mathcal{M}' - \mathcal{M}}{pl} \right] x^3 + \frac{1}{24} p x^4$$

Die Berechnung der Abscisse x, für welche y Maximum ist, würde nach (105) die Lösung einer Gleichung dritten Grades bedingen. Man begnügt sich aber in der Praxis mit dem sehr naheliegenden Punkte, für welchen  $\mathcal{M}_x$  Minimum ist oder für welchen nach (104) die mittlere Faser am meisten gekrümmt ist; nach Einführung der bezüglichlichen Abscisse  $x_m$  in den Werth von y unter gleichzeitiger Substitution des Werthes von t nach (102), (103) erhält man:

$$(107) \quad EJy_m = \frac{1}{6} \left( \frac{pl^3}{4} - 2\mathcal{M} - \mathcal{M}' \right) x_m + \frac{\mathcal{M}}{2} x_m^2 - \frac{p}{8} x_m^4 \quad \text{mit} \quad x_m = \frac{1}{2} + \frac{\mathcal{M} - \mathcal{M}'}{pl}$$

Diese Formel der Einsenkung geht für  $\mathcal{M} = 0$  und  $\mathcal{M}' = 0$  in jene (98) des frei aufliegenden Trägers über. In der Praxis wird man dieselbe auf jene Belastungscombination anzuwenden haben, welche die grössten negativen Momente nächst der Feldmitte gibt und welche in der Belastungsschablone (Tab. XV des II. Bandes) mit dem Graphikontheil Nr. 6 gekennzeichnet wird\*). Wenn hierbei dieselben Belastungsannahmen zugezogen werden könnten, welche auch bei der statischen Berechnung zur Verfassung des Projectes massgebend sind, so hätte man die hier erforderlichen Stützenmomente  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{M}'$  nur aus der bereits durchgeführten Berechnung zu

\*) Im Hefte IV 1886 der Zeitschr. des österr. Ingen.- u. Archit.-Vereines hat Herr Casimir Zaleski (Ober-Inspector der priv. österr.-ungar. Staatseisenb.-Gesellschaft) auf eine continuirliche Brücke mit drei Feldern und eine frei aufliegende Construction, beide mit Blechträgern, eine Rechnungsmethode zur Bestimmung der elastischen Deformation in Anwendung gebracht, bei welcher sogar jede Gurtabstufung, also die Veränderlichkeit von  $J_x$  in Gemässheit der Materialvertheilung, Berücksichtigung findet. Diese sehr mühevollen Untersuchung liefert den Beweis, dass man mit den im Texte angeführten Näherungsmethoden eine für die Praxis genügende Genauigkeit erzielen kann.

Für Fachwerke hat Herr Regierungsrath Wilhelm Bukowsky, Professor an der böhmischen technischen Hochschule in Prag, in dem I. Hefte 1880 der „Mith. des Archit.- u. Ingen.-Vereines in Böhmen“ ein höchst interessantes graphisches Verfahren vorgeschlagen, bei welchem die Deformation auf Grundlage der elastischen Deformationen sämtlicher Constructionstheile gewissermassen in natura aufgetragen werden kann. Auch diese Untersuchung kann zur Controle der im Texte gegebenen praktischen Formeln dienen.

entnehmen. Leider aber trifft diese Voraussetzung fast nie zu, weil die Berechnung der Einsenkungen gewöhnlich im Sinne des § 8, lit. a, 2 der Verordnung gelegentlich der Probebelastung vorzunehmen ist, bei welcher nur der in höchstens zwei Theile zu trennende Probezug in Betracht kommt. Man wird jedoch diese Umstände bei den vorangehend besprochenen algebraischen Addirungen zur Ermittlung von  $M$  und  $M'$  berücksichtigen und hierbei auch eine gewisse procentuale Reduction nach Massgabe der Feldbelastungen eintreten lassen, welche letztere als gleichförmig vertheilte Lasten einzuführen sind\*).

2. Behandlung der Haupt-, Quer- und Längsträger mittelst der Tabellen des II. Bandes.

Wir verweisen hier im Allgemeinen auf das sub *XLIII* gegebene Beispiel einer Blechbrücke mit untenliegender Bahn und 9.72 m Stützweite, wofür angenommen wurde, dass die bleibende Last rund 16% der beweglichen Last beträgt\*\*). Man kann sich rechnermässig davon überzeugen, dass zum Mindesten bei allen üblichen Blechbrücken (also bis circa 14 m Weite) eine solche Benützung von Percentualzuschlägen (Tab. V des II. Bandes) in Anbetracht der in der Praxis angestrebten Genauigkeit genügt. Für die Längsträger wurde hiernach ein 4.5%iger Zuschlag, und für die Querträger jener Zuschlag in Rechnung gebracht, welcher sich in Tab. III des II. Bandes angemerkt befindet und als eine an Stelle der Längsträger-Anknüpfung hängende Last zu verstehen ist. Im Uebrigen sind die Belastungsfunktionen  $M_a$ ,  $V_b$ ,  $P_a$  . . . etc. genau aus den Tab. V und III entnommen\*\*\*).

Für die nun zunächst in Betracht kommende Widerstandsfähigkeit gegen Einbiegung sind die Trägheitsmomente  $J$  mittelst der Tab. XI, XII und XIII wie folgt berechnet:

(108)

Hauptträger		Querträger	Längsträger	
1 Stehblech $\frac{900}{10}$ . . . . .	60750	1 Stehblech $\frac{500}{10}$ . . . . .	1 Stehblech $\frac{320}{10}$ . . . . .	2731
4 Winkel $\frac{100 \times 100}{12}$ . . . . .	160475	4 Winkel $\frac{100 \times 100}{14}$ . . . . .	4 Winkel $\frac{70 \times 70}{8}$ . . . . .	8421
Gurtbleche $\frac{220}{26}$ . . . . .	245303	voll . . . . .	voll . . . . .	11152
voll . . . . .	466528	Nietabzug . . . . .	Nietabzug . . . . .	1527
Nietabzug †) . . . . .	63527			
$J = 403001$		$J = 56062$	$J = 9625$	

Hierbei betrifft der Nietabzug bei dem Hauptträger die Verbindung der Winkel- und Gurtlamellen, bei den Quer- und Längsträgern die Verbindung der Winkel- mit dem Stehbleche; derselbe wird mittelst der Tab. XIII bewerthet, wobei man im letzteren Falle  $H = 36.6$  cm und  $H = 22.2$  cm als Eingang zu benützen hat. Für die sub *XLIII* noch für den Hauptträger angegebene Berechnung der Nietdistanz und der elastischen Einsenkung werden die vorangehend gefundenen Rechnungsergebnisse entsprechend verwertet, und zwar:

$J_A$  . . . . . Trägheitsmoment des vollen Profils am Auflager = 60.750 + 160.475,

$J_{\text{voll}}$  . . . . . Trägheitsmoment des vollen Profils in der Mitte = 466.528.

Die in den von (93) und (92) entnommenen Formeln noch erscheinenden statischen Momente  $m_A$  und  $m'_A$  für die Berechnung der Nietdistanz und der Stehblechdicke beziehen sich auf den Hauptträgerquerschnitt nächst dem Auflager und umfassen bei  $m_A$  den einen Gurt (st. Winkel), bei  $m'_A$  die eine Hälfte des Gesamtquerschnittes. Diese statischen Momente können mit Hilfe der Tab. X : 1 des II. Bandes bequem berechnet werden (man vgl. die bezügliche Einleitung Seite VI).

\*) Man berechnet dieselben für jedes abgetrennt gedachte Feld derart, dass die Momentenwirkung derjenigen des Zuges gleichkomme, wie sub *XVI* erläutert wurde.

\*\*) Nach Tab. V des II. Bandes hätte man für 9.72 m Stützweite beiläufig 15% der Last von  $Scala a$ ; 16% stimmt besser mit der Berechnung der Kaiser Ferdinands-Nordbahn-Gesellschaft, aus deren neuen Normalien dieses Beispiel beiläufig entnommen ist. Uebrigens sollte streng genommen der bezügliche Percentualzuschlag nur für die Momente benützt werden. Bei abnormalen oder im scharfen Bogen liegenden Brücken ist auch der excentrischen Lage des Geleises Rechnung zu tragen. Die bisherigen Erfahrungen haben wohl den diesfalls bestehenden Usus, den auf die Trägerlänge berechneten sogen. Sinus versus durch die Brückenachse in zwei gleiche Theile zu zertrennen, eher bestätigt, da alle anderen (angeblich theoretisch motivirten) Eintheilungen sich als unpraktisch erwiesen haben.

\*\*\*)  $V_b$  als Quotient (= 482969 : 9.72 = rund 49690 kg) des tabellarischen Drehungsmomentes durch die Stützweite.

†) Für die Höhe 87.6 cm . . . 4731.6 und für die Höhe 90 cm . . . 11150.1, also zusammen 15881.7 pro cm Nietlochbreite. Man könnte den zweiten Theil ebensogut bereits bei den Gurtlamellen in Abzug bringen, indem man nur deren Nettobreite mit dem tabellarischen Werth multiplicirt.

### 3. Grundsätze für vortheilhafte Normalien von Blechbrücken.

1. Die Normalien der meisten Bahnverwaltungen für Eisenconstructions mit vollen Wandungen erstrecken sich auf Stützweiten bis höchstens 12 m (ausnahmsweise 15 m). Die Trägerhöhe beträgt  $\frac{1}{8}$  bis  $\frac{1}{12}$  der Stützweite, wobei vorzugsweise  $\frac{1}{8}$  für die kleinsten und  $\frac{1}{12}$  für die grössten Weiten zu nehmen ist. Diese Höhe wird übrigens im letzteren Falle durch die gewöhnlich mit nur höchstens 1.2 m (ausnahmsweise 1.4 m) Breite leicht erhältlichen Wandleche begrenzt, mit welchen man bei dem Verhältnisse  $\frac{1}{12}$  (ausnahmsweise  $\frac{1}{10}$ ) bis circa 15 m Stützweite auskommen kann.

2. Dort, wo die nothwendige Höhe zur Verfügung steht, ist für alle Stützweiten die Construction mit obenliegender Bahn die vortheilhafteste. Der Oberbau wird in holzreichen Ländern mittelst tragender Querschwellen, in holzärmeren Ländern mittelst auf den Hauptträgern ruhender Langschwellen gebildet, in welchem letzterem Falle dann die Bedielung auf die zwischen den Hauptträgern befindlichen Querverbindungen, auf die ausserhalb derselben befindlichen eisernen Consolen, sowie auf die Pfeilerquader selbst gestützt wird.

3. Eiserne Träger sind nur für mehr als 2 m Stützweite üblich, da man sich für kleinere Weiten vortheilhaft hölzerner Balken bedient, welche gewissermassen bereits fast zum Oberbaue gehören.

4. Dort, wo die zulässige Constructionshöhe beschränkt ist, sind für Stützweiten bis höchstens 6 m die sogen. Zwillingsträger mit  $\square$  Profilen und hölzernen Langschwellen die ökonomisch vortheilhaftesten und können dabei die Dielen auf die Querverbindungen, die äusseren Consolen und die Pfeilerquader gestützt werden.

5. Bei beschränkter Constructionshöhe und Stützweiten von circa 5 bis 8 m sind die sogen. Constructionen mit versenkter Bahn anzuwenden und ist die Bedielung ausserhalb der Hauptträger auf eiserne Consolen zu stützen. Man kann hierdurch noch bei 8 m Stützweite eine zwischen Schienenkopf und Unterkante gemessene Höhe von weniger als 0.7 m einhalten.

6. Für Stützweiten von 8—12 m (eventuell 15 m) sind dreierlei Normalconstructions in Betracht zu ziehen, nämlich für den Fall, als die verfügbare Constructionshöhe damit eingehalten werden kann, die bereits sub 2 und 5 besprochenen, und im entgegengesetzten Falle die sogen. Constructionen mit untenliegender Bahn\*). Der Oberbau und die Bedielung ruhen dann auf einem Systeme von Quer- und Längsträgern. Diese Constructionen, welche leider in Folge der für die Brückenanlage massgebenden Anforderungen sehr häufig angewendet werden müssen, sind vermöge der langen und schweren Querträger immer relativ kostspieliger als die früher besprochenen; dieselben gestatten es aber, die zwischen Schienenkopf und Unterkante gemessene Höhe unter 0.7 m zu halten\*\*).

7. Specielle eiserne Geländerträger sind im Allgemeinen vom ökonomischen Standpunkte aus eher zu meiden, da es gewöhnlich billiger zu stehen kommt, eigene eiserne Consolen und die Pfeilerquader als Stützen zu verwerthen. Bei mehrgeleisigen Objecten, im Bereiche der Bahnhöfe . . . etc., wo nicht selten seitliche Perrons auszuführen kommen, werden derlei Träger indessen immer noch angewendet und empfiehlt es sich, dieselben immerhin auf eine Last von mindestens 340 kg pro m<sup>2</sup> zu berechnen, wenn auch dies nicht verlangt wurde.

#### b) Fach- und Gitterwerkträger im Allgemeinen.

##### XXXIX. Anwendung von Fach- und Gitterwerkträgern für Eisenbahnbrücken.

1. Von 15 bis circa 35 m Stützweite empfehlen sich Constructionen mit geraden Gurten, mit zwei- und vierfachem Gitterwerke. Die meistens aus Flacheisen gebildeten Zugstreben und die aus Winkeleisen zusammengesetzten Druckstreben sind möglichst direct auf die Stehbleche der sogen. einfachen Gurte (T-Profil) zu befestigen, da die sogen. Knotenbleche erfahrungsgemäss nicht ökonomisch vortheilhaft erscheinen. Die Verwendung von doppelschnittigen Nietten, beziehungsweise von symmetrischen Gurtanknüpfungen ist thunlichst anzustreben. Die ökonomisch vortheilhaftesten Constructionen sind jene mit obenliegender Bahn und mit tragenden Querschwellen, bei welchen die Hauptträger circa 1.5—2.5 m von einander entfernt liegen und mittelst

\*) Man vgl. die sub a VI und VII des I. Bandes erläuterten Begriffe für die hier angewendete technische Nomenclatur, insbesondere für die oben- und untenliegende Bahn.

\*\*) Man ist bei der österr. Nordwestbahn bis 0.54 m gegangen, wobei allerdings das Gewicht wesentlich vergrössert erscheint. Solche Constructionen sind thunlichst zu meiden.

Querversteifungen verbunden sind. In holzarmen Gegenden werden Langschwellen verwendet und die Geländer auf eiserne Consolen befestigt. Bei einer beschränkten zulässigen Constructionshöhe werden Constructions mit versenkter Bahn oder mit untenliegender Bahn angewendet, welche letztere immer beträchtlich schwerer sind als jene mit obenliegender Bahn\*).

2. Von 35 bis circa 45 m Stützweite empfehlen sich immer noch am besten Constructions mit geraden und einfachen Gurten, dann mit zwei- oder vierfachem Gitterwerke oder aber mit zweifachem Zugdiagonalenfachwerke. In Frankreich wurde für derlei Stützweiten mit Vorliebe das sechsfache Gitterwerk angewendet, bei welchem die Zugstreben aus Flacheisen, die Druckstreben aus  $\square$ Eisen gebildet sind und einseitig angenietet werden. In der Anordnung der Constructionstheile in den Haupttragwänden empfehlen sich aber auch hier die bereits früher betonten Grundsätze zur Beachtung, nämlich: directe und möglichst symmetrische Anknüpfung der Streben an die Gurtstehbleche, Vermeidung der Knotenbleche, thunlichste Meidung der Füllstücke . . . etc., wobei jedoch nicht jene höchst nützlichen rechteckigen Einlagen gemeint sind, welche seit einem Decennium die Anknüpfung der Druckdiagonalen und Ständer sehr wesentlich verbessert haben\*\*).

Nur bezüglich der Hauptträger-Entfernung erfordert die Stabilität der hier gedachten Brückenconstructions eine Erweiterung, welche selbst für Brücken mit obenliegender Bahn bereits die Einführung von Querträgern bedingt, so dass dann meistens eine sogen. versenkte Bahn entsteht, welche Disposition keine sehr wesentlich grösseren Baukosten verursacht, aber die späteren Bahnerhaltungsarbeiten beträchtlich erleichtert. Diese Constructions lassen sich auch durch Querversteifungen sehr gut stabilisiren und sind immer noch erheblich leichter als die bezüglichen ähnlichen Constructions mit untenliegender Bahn, welche sowohl in den langen Querträgern als auch in den (mit Rücksicht auf die nach oben freien Tragwände) nothwendigen Diaphragma-Versteifungen der Ständer einen gewissen Mehraufwand an Eisenmaterial aufweisen. Die gedachte Gewichts-differenz verschwindet jedoch bei wachsender Stützweite.

3. Für Stützweiten von 45 bis circa 55 m unterliegen die Brücken mit untenliegender Bahn einer gewissen constructiven Schwierigkeit, weil dieselben mit Rücksicht auf das 4·8 m hohe Eisenbahn-Lichttraumprofil immer entweder eine übermässige Höhe zur Erzielung einer oberen Verbindung oder aber eine relativ zu niedere Höhe wegen Versteifung der dann offen gehaltenen Construction erhalten müssen. Um dieser Schwierigkeit auszuweichen, bringt man mehrfach Constructions mit krummem Obergurt (Bow-string-Träger) zur Ausführung, bei welchen dann die fragliche obere Verbindung nur auf einer nächst der Brückenmitte gelegenen gewissen Länge bewerkstelligt wird. Diese krummgurtigen Träger werden mit zweifachem Zugdiagonalen-Fachwerke, oder auch in neuerer Zeit vorzugsweise mit zwei symmetrisch gerichteten Fachwerken und gemeinschaftlichen Verticalständern, ausgeführt. Für die innerhalb der betrachteten Stützweiten zu bauenden Constructions mit obenliegender Bahn gilt das sub 2 Gesagte.

4. Für Stützweiten von 55 bis circa 80 m ist es bezüglich des Materialbedarfes wenig verschieden, ob in der Construction eine oben- oder untenliegende Bahn angeordnet wird; die erstere Disposition bleibt unter sonst gleichen Umständen und insolange dieselbe mit Rücksicht auf die verfügbare Constructionshöhe zulässig erscheint, wohl immer vorzuziehen — die letztere Disposition aber kommt in der Praxis am häufigsten vor. In beiden Fällen ist die ganze Construction zwischen den Obergurten sowohl als auch zwischen den Untergurten fest zu verbinden und zu versteifen.

Bei zweigeleisiger Bahn ist es vortheilhaft, nur eine einzige Eisenconstruction mit zwei Haupttragwänden und langen Querträgern eher als zwei getrennte Eisenconstructions zu bauen. Dann muss aber auch eine Construction mit Doppelgurt (Kastengurt oben) angeordnet werden. Für eingeleisige Brücken concurrirt der einfache Gurt mit dem Doppelgurt, doch glaube ich, dass dort, wo man über stärkere Winkeleisen-caliber verfügt, die erstere Disposition ökonomische Vortheile bietet.

\*) Die relativ leichten Constructions im einfachen Zugdiagonalen-fachwerke, wie solche für diese und noch grössere Weiten gebaut wurden, haben sich durchaus nicht bewährt und werden jetzt von den grossen Bahngesellschaften principiell gemieden. Die bei der im Km 60<sup>\*/</sup><sub>0</sub> der Prag-Duxer Bahn nächst Kralowic liegenden Brücke entdeckten Gebrechen, der im Jahre 1886 erfolgte Einsturz der Itterbrücke bei Hopfgarten und noch viele andere Thatsachen bekräftigen diesen von der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen schon lange gegenüber den Constructeuren ausgesprochenen Grundsatz.

\*\*\*) Die Anknüpfungsstelle der Streben an die Gurten bildet bei unseren modernen weitmaschigen Constructions die wunde Stelle, für welche hauptsächlich unsere Festigkeitsberechnungen nicht ausreichen. Es bilden sich dort zweifellos wichtige secundäre Biegemomente, welche sehr wesentliche Mehrspannungen verursachen. Bei vier- und sechsfachen Systemen erscheint dieser Uebelstand wesentlich gemildert.

Bezüglich der Form der Haupttragwände endlich concurriren für alle diese Brücken der Träger mit geraden Gurten, mit vier- und sechsfachem Gitterwerke oder zweifachem Zugdiagonalen-Fachwerke und der Träger mit krummen Obergurten und zweifachem Zugdiagonalen-Fachwerke; doch glaube ich, dass bis circa 70 m Stützweite die geraden Träger, insbesondere wenn dieselben continuirlich über mehrere Oeffnungen gebaut werden können, noch sehr wesentliche ökonomische Vortheile bieten, auch vom Standpunkte einer leichteren Bahnerhaltung den Vorzug verdienen, endlich aber auch überdies jedem Unparteiischen einen angenehmeren Anblick gewähren müssen\*).

5. Für Stützweiten von 80—120 m scheinen sich, bei vorausgesetzter untenliegender Bahn, die Träger mit krummem Obergurt und mit zwei- oder dreifachem Zugdiagonalen-Fachwerke bestens zu empfehlen. Bei derlei grossen Stützweiten ist es üblich, den Obergurt in Kastenform (⌋⌋) und den Untergurt in Doppelstrangform (⊥ ⊥) zu gestalten. Diese namentlich in Holland und Deutschland sehr beliebten Träger verdienen kaum mehr den Namen der ursprünglichen Bow-string-Träger, bei welchen der Obergurtbogen (bow) unmittelbar durch die Untergurtsehne (string) gespannt gedacht war. Die gegenwärtig beliebten Typen weisen noch so hohe Endständer auf, dass dortselbst die obere Verbindung der Tragwände möglich ist; dieselben sind als eine Art Mittelding zwischen dem geraden Träger und dem Bow-string-Träger zu betrachten und scheinen den Grundsatz zu vertreten\*\*), dass es bei diesen grossen Weiten zur Vergrösserung des Widerstandsmomentes nächst der Trägermitte vortheilhafter ist, den Obergurt zu heben, als beide Gurten entsprechend zu verstärken.

Die besonders bezüglich der Gurtstehbleche durch die krumme Form des Gurtes sonst verursachten Schwierigkeiten kommen hier viel weniger in Betracht, weil ja die zwischen je zwei Knotenpunkten liegenden Stehbleche ohnehin annähernd die bei den Gewerkschaften üblichen Walzlängen (4—6 m) besitzen, daher von einem Ausschneiden dieser Bleche in polygonaler Gurtform nicht mehr die Rede sein kann. Im Uebrigen haben diese Constructionen viel mehr Aehnlichkeit mit den geraden Trägern als mit den jetzt gar nicht mehr üblichen eigentlichen parabolischen Bow-string-Trägern, deren Haupteigenschaften (Gurten mit constantem Querschnitte, Druckständer mit ganz gleichem Querschnitte und fast gleichartigen Vernietungen auf der ganzen Brückenlänge\*\*\*) . . . u. s. w.) sie gar nicht mehr besitzen.

6. Für Stützweiten von 120—160 m sind die bisher gesammelten Erfahrungen auf eine derart geringe Anzahl Objecte basirt †), dass eine allgemeine Bezeichnung der nach den

\*) Dieser Ansicht wird auch in Frankreich beigeppflichtet, wo bis jetzt nur gerade Träger bei diesen Stützweiten vorzugsweise ausgeführt werden. In Holland scheint in früheren Jahren eine etwas höhere Grenze massgebend gewesen zu sein, welche sodann bis auf circa 65 m wieder gesunken ist. Man vergleiche die sehr detaillirte Zusammenstellung: „Les travaux publics dans le royaume des Pays-Bas“ par L. C. van Kerkwyk. La Haye 1878.

\*\*) Träger mit krummem Gurte oder allenfalls krummgurtiger Träger bezeichnet am besten dieses System in seiner Allgemeinheit. Der krumme Gurt kann parabelförmig, kreisförmig, elliptisch oder wie immer profilirt sein, dies ändert nur unwesentlich die Widerstandsfähigkeit, und die Festigkeitsberechnung bleibt, wie man sehen wird, in allen diesen Fällen immer dieselbe. Deshalb erscheinen auch die oft benützten Ausdrücke Parabelträger, Halbparabelträger . . . etc. als wenig passende Benennungen.

\*\*\*) Bei den vollständigen Parabelträgern erstrecken sich auch die sogen. Gegenstreben über die ganze Stützweite, so dass die äusserlich als zweifaches Fachwerk aussehende Verstrebung eigentlich nur ein einfaches Fachwerk bildet. Man findet auch für alle diese Diagonalen nahezu gleichartige Spannungen.

†) Die bekanntesten dieser Constructionen, welche zu sehr verschiedenen Zeiten und nach sehr verschiedenen Grundsätzen ausgeführt erscheinen, sind nachstehend bezeichnet (mit den Eisengewichten pro m):

Post	Bezeichnung der Brückenconstruktionen	Stützweite	Bauzeit	Gewicht pro m Geleise	Anmerkungen über das Constructionssystem
1	Hauptöffnung des Garabit-Viaductes der Linie Marvejols-Neussargues . . . . .	m 165	1882—85	kg 7300?	Sichelbogen mit oberem contin. Träger im 2fachen Gitterwerke (System Eiffel) über 122 m tiefe Schlucht
2	Hauptöffnung des Douro-Viaductes bei Porto	160	1876—77	6000	dto. (vgl. S. 141 bis 156 meines Eisenbahnwesens)
3	Hudsonriver-Bücke bei Poughkeepsie . . . . .	160	1876—79	7630?	Gerade Träger mit 2fachem Zugdiagonalen-Fachwerke (System Linville) nach d. Pariser Ausstellg. v. J. 1878
4	Ohio-Brücke bei Cincinnati . . . . .	158.5	1876—77	7540	dto. (wie oben nach Prof. Croizette-Desnoyers)
5	Mississippi-Brücke bei St. Louis . . . . .	158.5	1871—74	5600	Bogenträger aus Chromstahl, auch mit hölzerner Strassenbahn (Portef. de l'Ecole des Ponts et Ch.)
6	Leck-Brücke bei Kuilenburg . . . . .	154.5	1863—68	6941	Krummer Obergurt u. 3fach. Zugdiagonalen-Fachwerke
7	Britannia-Bridge . . . . .	143.5	1847—50	11270	Vollwandige Röhre (Stephenson)
8	Saltash-Viaduct . . . . .	138.7	1856—58	6575	Röhren Bow-String mit 2 symmetr. gericht. Fachwerken
9	Wahal-Brücke bei Nimegen . . . . .	130.3	1878—79	4552	Krummer Obergurt u. 2fach. Zugdiagonalen-Fachwerke
10	Conway-Bridge . . . . .	125	1844—48	9270	Vollwandige Röhre (Stephenson)
11	Wahal-Brücke bei Bommel . . . . .	124	1863—69	6188	Krummer Obergurt m. 2fach. Zugdiagonalen-Fachwerke
12	Weichsel-Brücke bei Dirschau . . . . .	121.1	1854—56	9180	Engmaschiges Gitterwerk aus Flacheisen

Die Construction einer grossen Oeffnung der gegenwärtig im Baue begriffenen Brücke über den Firth of Forth in Schottland mit 518 m Stützweite wird für beide Geleise 16.260 Tonnen, also 15.6 t pro m Geleise, wiegen. Man vgl. den Aufsatz des H. Gärtner in Nr. 48 der Wochenschrift des öst. Ing.- u. Arch.-V. ex 1887, dann „Bridging the Firth of Forth“ by B. Baker, London, Bedford press. 1887, mit vielen Abbildungen.

jetzigen Begriffen vortheilhaftesten Constructionen wohl nicht thunlich erscheint; es ist jedoch klar, dass die zuletzt gebauten Constructionen ganz ungleich leichter gehalten wurden, als die vor beiläufig vier Decennien erbauten vollwandigen Röhrenbrücken.

7. Die vorstehenden Andeutungen beziehen sich selbstverständlich auf die üblichsten Brücken auf Thalbahnen. Dort, wo eine zu überbrückende tiefe Gebirgsschlucht feste Felsenlehnen bietet, ist die eiserne Bogenbrücke von selbst angezeigt. Das Gleiche gilt für Ueberbrückungen im Bereiche grosser Städte, wo die ästhetischen Rücksichten in den Vordergrund treten. Diese Constructionen sind leider hierzulande in manchen Fällen nicht zur Anwendung gekommen, wo dieselben eine ganz bedeutende Ersparniss an Baukosten herbeigeführt hätten. Wir besitzen in Oesterreich dennoch zwei sehr bemerkenswerthe Beispiele von versteiften Bogenbrücken (mit versteiften Zwickeln), nämlich die Brücke der Wiener Verbindungsbahn über den Donau canal mit 69·6 m Stützweite, und die Strassenbrücke über die Noce auf der Strasse von Cles nach Dermullo (Südtirol) mit 60 m Stützweite über eine 138 m tiefe Felsenschlucht\*).

8. Für die im Bogen liegenden Brücken von allen Stützweiten empfiehlt es sich nach altherkömmlichem Usus, die Constructionssachse derart zu placiren, dass dieselbe den auf die Trägerlänge berechneten Bogenpfeil\*\*) oder sogen. Sinus versus in zwei gleiche Theile zerrennt, da hierdurch zum Mindesten den räumlichen Verhältnissen und insbesondere den Anforderungen des § 2 der Brückenverordnung am besten entsprochen werden kann. Was diesfalls die oft angestrebte gleichartige Vertheilung der Momentenwirkung auf beide Tragwände der eingelegigen Bahn anbelangt, so haben die hierfür in Vorschlag gebrachten abweichenden Formeln und Regeln im Allgemeinen durchaus keine praktisch wahrnehmbaren Vortheile mit sich gebracht, und dürfte die gesuchte Vertheilung der Momentenwirkung überhaupt durch gar keine allgemeine Formel erzielt werden können, da hierfür viele ebenso veränderliche, wie unbekannt Grössen berücksichtigt werden müssten\*\*\*).

## XL. Berechnung der frei aufliegenden Gitterwerkträger, sowie der frei aufliegenden Fachwerkträger.

### 1. Theoretische Annahmen und Grundsätze für die Berechnungen.

Unsere Festigkeitsberechnungen sind bekanntlich immer nur als eine Art Prüfung der Constructionen zu betrachten, welche a posteriori vorgenommen wird. Erscheint hierbei das Project als ungenügend, so ist ein neues, besseres zu verfassen; die neuerliche Prüfung muss dann auf Grundlage des nunmehr vergrösserten Eigengewichtes erfolgen . . . u. s. w., bis man ein genügend verbessertes Project besitzt, welches die darauf bezogene rechnungsmässige Prüfung bestätigt, oder aber die zum Voraus gemachten Annahmen nur wenig berichtigt.

Dieses hier gedachte Verfahren bei der Projectsverfassung, welches bei Ausnahmsobjecten (Britannia-Bridge, Mississippibrücke bei St. Louis, Douro-Viaduct bei Porto, Firth of Forth-Brücke . . .) gar nicht zu vermeiden ist und dann eine Arbeit der successiven Versuche und Näherungsprojecte mit sich bringt, lässt sich bei den üblichen Gitter- und Fachwerkbrücken derart vereinfachen, dass man von den vorerwähnten Versuchsrechnungen fast gar nichts mehr

\*) Die im Jahre 1884 von der priv. österr. Staatseisenbahn-Gesellschaft für die Verbindungsbahn erbaute Bogenbrücke besitzt eine Pfeilhöhe von 6·327 m, sonach bei 69·6 m Stützweite ein Wölbungsverhältniss von 1 : 10·9; dieselbe hat 2 Geleise auf 4 Bogenträger gestützt und wiegt pro Meter Träger circa 1500 kg inclusive Oberbau. — Die im Jahre 1888 von der Maschinenfabrik der Oesterreichisch-Alpinen Montangesellschaft in Graz erbaute Strassenbrücke über die Noce besitzt einen Pfeil von 10 m, sonach bei 60 m Stützweite ein Wölbungsverhältniss von 1 : 6; die mit einem 15 cm dicken Bohlenbelage gebildete 6 m breite Bahn wird durch 2 Bogenträger getragen und die ganze Brücke wiegt pro Meter Träger circa 900 kg inclusive Bahn. — Beide Brücken sind mittelst eines Fachwerkes versteift und besitzen Kämpfergelenke.

\*\*) Bezeichnet man mit  $f$  die Pfeillänge, mit  $s$  die Bogenlänge, mit  $l$  die Trägerlänge, mit  $\rho$  den Bogenradius, so findet man die Formeln:

$$(1) \cdot f = \frac{l^2}{8\rho} \left[ 1 + \frac{1}{16} \left( \frac{l}{\rho} \right)^2 + \frac{1}{128} \left( \frac{l}{\rho} \right)^4 + \frac{5}{4096} \left( \frac{l}{\rho} \right)^6 \dots \right] = \frac{s^2}{8\rho} \left[ 1 - \frac{1}{48} \left( \frac{s}{\rho} \right)^2 + \frac{1}{5760} \left( \frac{s}{\rho} \right)^4 - \frac{1}{1290240} \left( \frac{s}{\rho} \right)^6 \dots \right]$$

$$(2) \cdot \cdot s = l \left[ 1 + \frac{1}{24} \left( \frac{l}{\rho} \right)^2 + \frac{3}{640} \left( \frac{l}{\rho} \right)^4 + \frac{1}{7168} \left( \frac{l}{\rho} \right)^6 \dots \right] \quad l = s \left[ 1 - \frac{1}{24} \left( \frac{s}{\rho} \right)^2 + \frac{1}{1920} \left( \frac{s}{\rho} \right)^4 - \frac{1}{322560} \left( \frac{s}{\rho} \right)^6 \dots \right]$$

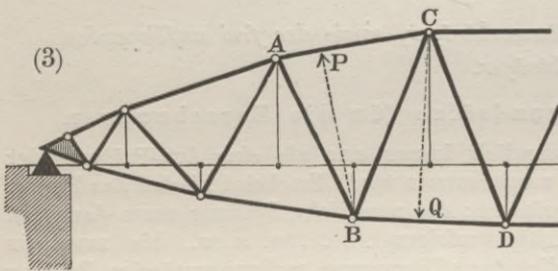
In der Praxis genügt gewöhnlich die Bewerthung von  $f$  durch  $l^2 : 8\rho$  oder  $s^2 : 8\rho$ , weil die weiteren Reihenglieder zu vernachlässigen sind.

\*\*\*) Die Zugs- und Lasteneintheilung in der Längenrichtung, die Zugsgeschwindigkeit, welche das Mass der Ueberhöhung des äusseren Schienenstranges bedingt, sonach die Verschiebung des Schwerpunktes der Vehikel nach der inneren Seite des Bogens, anderseits aber auch die Fliehkraft nach der äusseren Seite mit sich bringt, — dann die Schwerpunkthöhe oberhalb der Schienen . . . etc.

zu bemerken bekommt und die meisten Constructeure sich bereits in den (theoretisch unrichtigen) Usus eingelebt haben, diese Constructionen auf Grundlage eines gegebenen Constructionsschemas einfach rechnungsmässig zu dimensioniren, so dass gleich nach der ersten Berechnung das definitive Project mit einer für die Praxis hinreichenden Genauigkeit verfasst werden kann.

Wir besitzen nämlich gegenwärtig bereits eine überaus grosse Anzahl von ausgeführten Eisenbahnbrücken der unterschiedlichsten Systeme und Stützweiten, deren wohlbekannte Eigengewichte als Anhaltspunkte dienen\*). Man kann hiermit in jedem einzelnen Falle das Eigengewicht einer zu projectirenden Construction mit einer für die Festigkeitsberechnung ganz hinreichenden Genauigkeit zum Voraus schätzen, und zwar um so sicherer, als jeder Constructeur diesfalls noch seine eigenen Erfahrungen verwerthet. Nachdem anderseits auch die in die Berechnungen einzuführenden beweglichen Lasten durch die Brückenverordnung vollständig normirt sind, so reducirt sich thatsächlich gegenwärtig die Projectsverfassung für Eisenbahnbrücken auf eine Art rechnungsmässige Dimensionirung sämtlicher Constructionstheile in Gemässheit des jeweils durch Axiallinien bestimmten Tragwerkes.

In der sub a erläuterten technischen Nomenclatur für Brückenconstructionen habe ich sub II, VIII, XI und XII bereits eingehend den bei unseren Festigkeitsberechnungen eingehaltenen Standpunkt beleuchtet, wonach diese Berechnungen entweder die Biegungs- und Dehnungslehre für prismatische Fasernbüschel oder aber die Theorie der gegliederten Träger, d. i. der sogen. einfachen Fachwerke, verwerthen. In beiden Fällen werden zur Darstellung der Einwirkung aller äusseren Kräfte auf einen betrachteten Querschnitt ausschliesslich die Begriffe des Biegemomentes und der verticalen Scherkraft zugezogen. Für die Berechnung eines ganz beliebigen einfachen Fachwerkes, Fig. (3), mit zwei ganz beliebig geformten Gurten und ganz beliebig geneigten Streben gelten dann immer folgende, bereits sub VIII näher begründete allgemeine Regeln:



1. Die theoretische Höhe\*\*) eines Trägers an der Stelle eines Gurtknotens ist die senkrechte Entfernung dieses Knotens zu der im Dreiecke gegenüberliegenden Axiallinie des anderen Gurtes.

2. Die Spannung eines beliebigen Gurtgliedes ergibt sich als Quotient des Biegemomentes für den gegenüberliegenden Gurtknoten durch die bezügliche theoretische Höhe.

3. Die Spannung einer beliebigen Strebe BC ergibt sich aus der Bedingung, dass auf einem durch diese Strebe geführten Trennungsschnitte die Spannungen der begegneten drei Constructionsglieder (wovon die beiden Gurtspannungen AC und BD bereits durch die vorerwähnte Methode bestimmbar sind) mit ihren Projectionen auf die Verticale, die sogen. verticale Scherkraft, im Gleichgewichte halten.

Diese sehr einfachen Regeln sind für alle Fälle anwendbar und jedenfalls viel bequemer als alle oft sehr complicirten Rechenmethoden, welche für die gegliederten Träger mehrfach vorgeschlagen wurden. Nur bezüglich der Strebenspannungen lassen sich je nach den Constructionssystemen wesentliche Vereinfachungen verwerthen\*\*\*). Bezüglich der bei Gitter- und Fachwerkträgern nachzuprüfenden anderen Dimensionen und Grössen, wie die Nietdistanz für Gurtanknüpfungen, die Stehblechdicken mit Rücksicht auf die Nietlochleibungen, die Vernietungen überhaupt, die Knickfestigkeit der gedrückten Stäbe, die secundären Spannungen im Allgemeinen... endlich auch die zu berechnenden elastischen Formveränderungen, wird auf die bereits für die Blechträger sub XXXVIII gegebenen Erläuterungen und Formeln, sowie auf die einschlägigen Aufsätze XXVIII bis XXXIV des I. Bandes und die Hilfstabellen des II. Bandes gewiesen.

\*) Man vgl. in meinem „Eisenbahnwesen in Frankreich, Wien 1880“ die auf S. 62—70 gegebene detaillirte Zusammenstellung von 165 Brückenconstructionen mit Stützweiten von 25—160 m, sowie die bezügliche graphische Darstellung auf Tafel V desselben Werkes. Ich habe die bezüglichen Grenzlinien der Eigengewichte unter Zuziehung des Oberbaues mit Bezug auf die neuen Verordnungslasten verbessert und hier in Tab. V des II. Bandes numerisch citirt (inclusive der den Oberbau treffenden Lasten).

\*\*) In dem Fachwerke der Figur ist die theoretische Höhe für den Knoten B gleich BP, für den Knoten C gleich CQ... u. s. w.

\*\*\* In den später folgenden Rechnungsbeispielen XLIII bis XLVII wird der Grundsatz vertreten, dass sämtliche Brückenberechnungen unter blosser Anwendung der Hilfstabellen des II. Bandes mit einem vierstelligen Rechenschieber durchgeführt werden können.

## 2. Berechnung der frei aufliegenden Gitterwerkträger.

Die üblichste Berechnung dieser Constructionen wurde bereits sub *XI* und *XII* anlässlich der Definition des Gitterwerkes angedeutet. Es gibt wohl heute noch Ingenieure, welche die zwei- und vierfachen Gitterwerkträger wie die älteren engmaschigeren Netzwerkträger berechnen, beziehungsweise welche die Prüfung der beiden Gurten durch die Berechnung des auf deren Gesamtquerschnitt bezogenen Trägheitsmoduls vornehmen. Die Mehrzahl der Brückentechniker aber rechnet nach dem Principe der gegliederten Träger, beziehungsweise nach dem Principe der theoretischen Höhe, womit sich die ganze Festigkeitsberechnung ausserordentlich einfach gestaltet, u. zwar:

1. Die Spannung eines beliebigen Gurtgliedes ergibt sich als Quotient des für die bezügliche Maschenmitte berechneten Bieugungsmomentes durch die theoretische Trägerhöhe.
2. Die Spannung einer Strebe in einer beliebigen Masche des 2, 4, 6 . . . fachen Gitterwerkes ergibt sich, indem man  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$  . . . der auf die Maschenmitte (Scala **b**) berechneten verticalen Scherkraft auf die Strebenrichtung übersetzt.
3. Als Spannung in einer Verticalsteife des zweifachen Gitterwerkes ist die halbe bewegliche Knotenlast pro Träger, vermehrt mit der halben Differenz zwischen den unteren und oberen bleibenden Lasten, anzunehmen\*).

Das sub *XLIV* gegebene Beispiel einer Brücke im zweifachen Gitterwerke mit Verticalsteifen und untenliegender Bahn wurde nach diesen Grundsätzen und unter Verwerthung der Hilfstabellen des II. Bandes behandelt. Das dort sub 1 ersichtliche Schema des Gitterwerkes und der Windverstrebung enthält auf der unteren Seite alle Andeutungen über die Caliber der Streben, und auf der oberen Seite die Streben Spannungen in Tonnen. Bezüglich der Gurten erscheinen die in jeder Masche vorhandenen Gurtbleche angedeutet, so dass hiermit und mit den in dem Brückenquerschnitte angegebenen Gurtprofilen in der Brückenmitte eigentlich die ganze Materialvertheilung gekennzeichnet erscheint.

Die Gurtspannungen sind sub 2 nach der Spannung in der Trägermitte mittelst der in der Tab. VI des II. Bandes ausgewiesenen Coëfficienten berechnet. Als hierbei einzuführende theoretische Höhe sollte eigentlich die Entfernung der Gurtschwerpunkte nächst der Trägermitte zu gelten haben. Es ist Usus (unter Abrundung), bei den hier benützten Gurtformen als theoretische Höhe die Entfernung der Stehblech-Nietreihen zu nehmen (hier 2.8 m anstatt 2.798 m), welche Entfernung immer sehr nahezu mit jener der Schwerpunkte stimmt\*\*). Bezüglich der Streben des Gitterwerkes sind sub 3 die verticalen Scherkräfte  $V_q$  und  $V_p$ , welche der bleibenden Last  $q = 2210 \text{ kg}$  und der beweglichen Last  $p$  (nach Scala **b**) pro  $m$  Geleise entsprechen, getrennt ausgerechnet. Die Zahlen  $V_q$  nehmen im Verhältnisse der Entfernungen der Maschenmitten zur Brückenmitte, also hier in arithmetischer Reihe, ab; die constante Differenz ist die bleibende Knotenlast  $2.21 \times 2.82 = 6.2322 \text{ t}$ . Die Scherkräfte  $V_p$  andererseits ergeben sich als Quotiente der in der Tab. V für die belasteten Längen ausgewiesenen sogen. Drehungsmomente  $\frac{1}{2}pb^2$  durch die Stützweite 31.08 m. Die in der Rubrik **5**) ersichtliche Gesamt-Scherkraft  $V_{p+q} = V_p + V_q$  pro  $m$  Geleise führt unmittelbar zur Strebenkraft ( $V_{p+q}$ ):  $4 \sin \gamma$ , wo  $\gamma$  die Neigung der Streben auf dem Horizonte bedeutet.

Bezüglich der Verticalsteifen gibt die früher erwähnte Regel\*\*\*) eine Gesamtspannung  $\frac{1}{2}(4.255^t \times 2.82^m + 1.328^t) = 6.663^t$ . Diese Constructionstheile bestehen in der citirten Brücke aus zwei Winkelleisen  $70 \times 70 : 8$ , sind also hier wie in den meisten ähnlichen Fällen ganz übermässig stark dimensionirt und tragen sehr wesentlich zur Versteifung des ganzen Trägers bei. Hier kommt aber zu erwähnen, dass die Verticalständer auch vom Standpunkte der localen unmittelbaren Beanspruchung durch die Querträgerlast genügend sein müssen, welche dieselben in Empfang nehmen, und dass eine solche Last vermöge des Ständers ebenso sehr auf den unteren Knoten drückt als sie am oberen Knoten hängt. Das Ständerprofil müsste daher für die Hälfte der in der Tab. III des II. Bandes beiläufig angeführten Belastung, d. i. hier . . .  $\frac{1}{2}(15,674 + 1,328) = 8.50 \text{ t}$  genügen. Dieser Rechnungsart kann allerdings die Einwendung gemacht werden, dass sie überhaupt nur bei untenliegender Bahn denkbar zulässig ist, dass dann aber auch meistens wegen der Diaphragma-Steifen . . . etc. der untere Ständertheil allein weitaus genügt, um die ganze Querträgerlast aufzunehmen.

\*) Das ist sehr nahezu die Hälfte der bleibenden Knotenlast, welche aus Quer- und Längsträgern, Oberbau und Bedielung resultirt und näherungsweise durch die Zuschläge in der Tab. III des II. Bandes dargestellt werden kann, weil das Hauptträgergewicht nach oben und unten gleich vertheilt ist.

\*\*\*) Man vergrössert dann oft auch noch zur Controle die Inanspruchnahme im Verhältnisse der Höhen; das wäre hier  $760 \times (3.0 : 2.8) = 815 \text{ kg}$  als Spannung der äussersten Fasern.

\*\*\*\*) Wenn für die bewegliche Knotenlast die aus Tab. V nach der belasteten Länge 15.5 m gewählte grösste Last von 8.510 t pro  $m$  Geleise oder 4.255 t pro  $m$  Träger (Scala **b**) zugezogen wird.

Was endlich die Windverstrebung anbelangt, so sind die angeführten Grössen  $W = 1.75 m$ ,  $w = 0.75 m$ , beziehungsweise  $\varphi = 2.10$  und  $w = 1.60 m$  nach der sub *XXVIII*, 2 erörterten Rechnungsart massgebend, und können die citirten Scherkräfte leicht berechnet, für die erste Masche ( $4.53 t$  und  $2.10 t$ ) auch auf der graphischen Tafel: Tab. VII des II. Bandes abgelesen werden. Die angeführten Windstreben sind hier, wie man sieht, noch ganz übermässig stark gegenüber den theoretischen Anforderungen. Auch die Untersuchung der Gurten mit Rücksicht auf den Winddruck führt zu keiner Abänderung dieser Constructionstheile, wie dies bei grossen Stützweiten, bei eingelegiger Bahn und wenig entfernten Haupttragwänden vorzukommen pflegt.

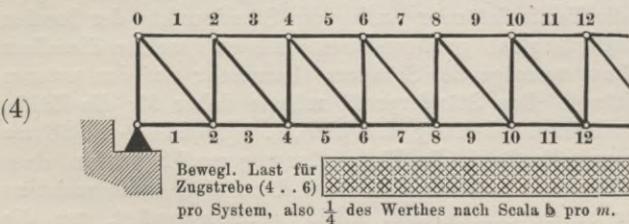
3. Berechnung der frei aufliegenden Träger mit geraden Gurten und zweifachem Zugdiagonalenfachwerke.

Die charakteristischen Merkmale der hier gedachten Constructionen betreffen die Unsymmetrie der Gurten und die in relativ geringer Entfernung befindlichen Gurtknoten. Nachdem gewöhnlich an jedem Verticalständer ein Querträger befestigt wird, so ist es erklärlich, dass die hier gedachten zweifachen Fachwerke nur bei mehr als  $40 m$  Stützweite gebräuchlich sind, bei welchen Weiten die vorbesprochenen zweifachen Gitterwerke bereits übermässig schwere Längsträger bedingen.

Die üblichen Festigkeitsberechnungen werden jetzt wohl ausschliesslich nach der Theorie der gegliederten Träger durchgeführt. Man denkt sich den wirklichen complexen Träger in zwei idelle Systemträger zersetzt, wovon jeder ein einfaches Zugdiagonalen-Fachwerk besitzt und auch hiernach getrennt auf die Hälfte der gesammten Belastungen berechnet wird. Die gefundenen Einzelspannungen werden dann durch ideellé Zusammenfügung der beiden Systemträger combinirt, wobei die Gurtspannungen sich summiren, die Strebenspannungen dagegen getrennt verbleiben.

Dieses Verfahren wird auf dem sub *XLV* gegebenen Rechnungsbeispiele für eine Brücke mit  $56.56 m$  Stützweite leichter verständlich und man findet auf der dort sub 1 gegebenen schematischen Darstellung einer Tragwand die sämtlichen gefundenen Spannungen der Constructionstheile zusammengestellt. Die bezüglichen sub 2, 3 und 4 ausgewiesenen Berechnungen sind ausschliesslich auf Grundlage der beiden vorbesprochenen einzelnen Systemträger im einfachen Fachwerke durchgeführt und nur bezüglich der Gurten lassen sich die beiden ideell getrennten Rechnungen in eine einzige fortlaufende Tabelle sehr bequem vereinigen, in welcher die Spannungen pro System wie früher mittelst der in der Tab. VI des II. Bandes ausgewiesenen Coëfficienten bestimmt werden. Man erkennt in diesen Zusammenstellungen die bekannte Correspondenz zwischen den Spannungen in beiden Gurten\*). Die ganze Berechnung kennzeichnet eine sehr einfache Anwendung der sub 1 gegebenen allgemeinen Regel zur Berechnung der Spannungen in Fachwerkträgern, welche sich, wie wir nun sehen werden, hier auch für die Streben vortrefflich bewähren.

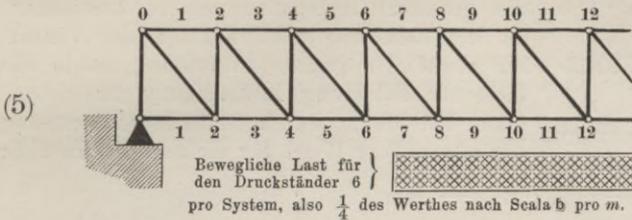
Wir betrachten z. B. den Systemträger der geraden Knoten (mit 0, 2, 4, 6, 8, . . . punktirt in dem Schema) und insbesondere die Zugstrebe (4. . 6) und den Ständer 6. Wir denken uns bekanntlich sämtliche bleibende und bewegliche Lasten in die Knoten concentrirt, wie dies bereits sub *XI* und *XII* für die Gitterträger dargestellt wurde. Diese Annahme lässt sich mit der für die Bequemlichkeit der Berechnungen üblichen Betrachtung von continuirlich vertheilten Lasten immer gut in Einklang bringen, indem man sich die Wirkungssphäre eines jeden Knotens zur Lastenaufnahme von Mitte zu Mitte der anliegenden Maschenlängen des Systems ausgedehnt denkt. Will man z. B. die grösste Spannung in der Zugstrebe (4. . 6) bewerthen, so wird angenommen, dass die bewegliche Last nach Scala *b* sich vom rechtseitigen Auflager bis zum Knoten 5 als Mitte der Systemmasche (4. . 6) erstreckt, dass ferner der untere Knoten 6 die Belastung auf (5. . 7), der Knoten 8 jene auf (7. . 9) . . . u. s. w. ganz und gar in sich concentriren, dass endlich auch die



bleibende Last sich in ähnlicher Weise auf alle Knoten des Systems vertheilt, wobei allerdings noch für jeden Ständer eine Vertheilung der gesammten bleibenden Maschenlast auf den

\*) Hiernach wird thatsächlich längs eines verticalen Schnittes der Untergurt bedeutend schwächer als der Obergurt construirt, dies umsomehr, als dieser letztere auch noch wegen der Knickfestigkeit zu verstärken kommt. Dies erscheint viel weniger gerechtfertigt, wenn man sich an Stelle der Gelenke versteifte Knoten vorhält und die ganze Tragwand wie eine Art Blechträger mit ausgeschnittenem Stehbleche betrachtet. Es dürfte demnach immer gerathen bleiben, sich im Untergurte etwas geringere Inanspruchnahmen vorzuzeichnen.

unteren und oberen Knoten erübrigt. Zur Vereinfachung wurde in letzterer Beziehung hier angenommen, dass von der auf jeden Ständer entfallenden bleibenden Last von  $5.656 t$  ungefähr  $\frac{1}{3}$ , also  $1.88 t$ , auf den oberen Knoten und die restirenden  $\frac{2}{3}$  auf den unteren Knoten, woselbst sich die Bahn befindet, entfallen\*). Diese partielle im oberen Knoten ruhende Last von  $1.88 t$  kommt übrigens nur bei der Berechnung der Verticalständer auf Druck als Mehrspannung in Betracht. Will man



z. B. nun die grösste Druckspannung in dem Ständer 6 hervorgerufen haben, so wird angenommen, dass die bewegliche Last nach Scala b sich von dem rechteitigen Auflager bis zu dem Knoten 7 als Mitte der Systemmasche (6 . . 8) erstreckt, dass der untere Knoten 8 die Belastung auf (7 . . 9) in sich concentrirt . . . etc.

Im Uebrigen geschieht die Berechnung der Zugstrebe (4 . . 6) nach der Belastung auf Fig. (4) oder der Druckstrebe 6 nach der Belastung auf Fig. (5) genau unter Anwendung der sub Fig. (3) gegebenen allgemeinen Regel für beliebige Fachwerke, indem man diesfalls den Trennungsschnitt im ersteren Falle vertical durch die Systemmasche (4 . . 6), im letzteren Falle nahezu vertical durch den Ständer 6 und derart führt, dass der obere Knoten rechts, der untere Knoten links abgetrennt werden und diesfalls noch bemerkt, dass in beiden Fällen die Projicirung auf die Verticale wegen der hier gewählten Trägerform keine Gurtcomponenten in Rechnung bringt. Man erkennt auf solche Weise, dass die Zugstrebe (4 . . 6) mit ihrer verticalen Componente die zwischen den Knoten 4 . . 6 nach (4) vorherrschende verticale Scherkraft und dagegen der Ständer 6 in eigener Richtung die zwischen den Knoten 6 . . 7 nach (5) vorherrschende verticale Scherkraft zu bewältigen hat, wobei im letzteren Falle noch die schon früher besprochene bleibende obere Knotenlast des Ständers 6 mit  $1.88 t$  hinzuzurechnen kommt.

Zum Schlusse kommt noch zu bemerken, dass in dem sub XLV gegebenen Rechnungsbeispiele die Diagonalen vom linkseitigen Auflager aus nach rechts bis über die Brückenmitte hinaus und insolange fort berechnet erscheinen, als für dieselben noch eine Zugspannung gefunden werden kann, wonach man dann auch bereits die sogen. Gegenstreben und die Brückenstrecke, auf welcher dieselben vorkommen können, bereits bestimmt hat. In letzterer Beziehung muss man anerkennen, dass die hier besprochenen Fachwerkconstructions gegenüber den üblichen Gitterwerkträgern wesentlich im Nachtheile sind, da bei den letzteren alle nächst der Brückenmitte vorkommenden Diagonalen steif construirt werden, was die Tragwand nicht allein einfacher, sondern auch viel widerstandsfähiger gestaltet.

#### 4. Berechnung der frei aufliegenden Träger mit zwei symmetrisch gerichteten Fachwerken, mit gemeinschaftlichen Verticalständern, sowie mit krummem Obergurte und mit untenliegender Bahn.

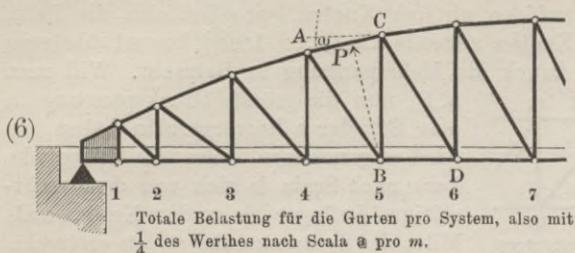
Die hier gedachten in neuerer Zeit wieder beliebten krummgurtigen Träger zeichnen sich gegenüber den ähnlich gestalteten Constructions mit zweifachem Zugdiagonalen-Fachwerke gewissermassen durch dieselben Merkmale aus, welche bereits für die vorangehend sub 2 und 3 behandelten geraden Parallelträger hervorgehoben wurden. Dieselben sind für Stützweiten von circa  $35-55 m$  gut anwendbar und zeigen sich ausserordentlich widerstandsfähig, insoferne die Obergurten zum Mindesten auf der Hälfte ihrer Länge verbunden werden können.

Bezüglich der Berechnung jedoch ist hier das für die sub 2 behandelten Gitterträger benützte vereinfachte Verfahren wohl nicht zulässig, wonach der Träger als solides Ganzes (ähnlich wie ein Netzwerkträger) zu behandeln käme\*\*), sondern man ist bemüssigt, den Träger in seine beiden einzelnen Fachwerke beziehungsweise Systemträger zu zerlegen und diese letzteren einzeln zu berechnen. Diese bezüglichlichen Berechnungen geben für das Druckdiagonalen-Fachwerk

\*) Eine genauere Rechnung könnte darauf basiren, dass hier, wo die beiden Tragwände oben und unten fest miteinander verbunden sind, die Differenz zwischen den oberen und unteren bleibenden Knotenlasten nur durch die Quer- und Längsträger sammt Oberbau und Bedielung dargestellt ist, dass hiernach nach Tab. III des II. Bandes diese Differenz circa  $1816 kg$  betragen muss. Der obere Knoten würde hiernach  $\frac{1}{2}(5.656 t - 1.816 t) = 1.92 t$  als bleibende Last erhalten, was so ziemlich mit der im Texte erwähnten Annahme stimmt.

\*\*) Eine solche Berechnung, bei welcher die Momente und Scherkräfte, wie für den Gitterträger, auf die Maschenmitten bezogen und dann unter selbstverständlicher Berücksichtigung der Neigungen in den Gurttheilen und Streben weiter verwerthet werden, wurde wohl bereits angewendet, führt jedoch zu nicht unwesentlichen Differenzen.

beiläufig symmetrisch gestaltete Resultate zu jenen, welche man für das Zugdiagonalen-Fachwerk erhält, weshalb es hier wohl genügt, die Behandlung dieses letzteren Fachwerkes zu erläutern.

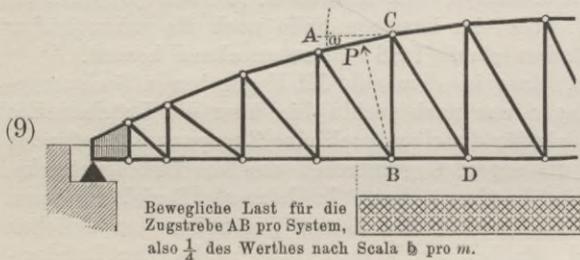


Wir betrachten z. B. den Ständer 5 auf der Fig. (6), die anliegenden Gurttheile AC und BD und die Zugstrebe AB. Um zunächst die grössten Gurtspannungen zu bestimmen, ist die Belastung nach Scala a der Verordnung auf der ganzen Stützweite, sowie die bleibende Belastung in Rechnung zu ziehen. Man hat dann durch einfache Anwendung der allgemeinen Regel für einfache Fachwerke:

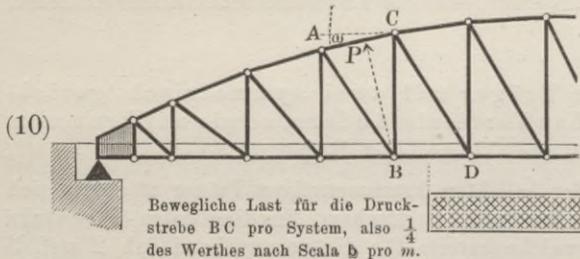
(7) . . . . . Spannung BD =  $\frac{\text{Moment}_{(C)} : BC}{\text{Moment}_{(B)} : BC}$

(8) . . . . . Spannung AC =  $\frac{\text{Moment}_{(B)}}{BP} = \frac{\text{Moment}_{(B)}}{BC \cdot \cos \omega} = \frac{\text{Spannung BD}}{\cos \omega}$

Man erkennt demnach, dass auch hier die bei den ähnlichen geraden Trägern constatirte Correspondenz zwischen Ober- und Untergurt-Spannungen benützt werden kann und dass hierbei nur die Neigung  $\omega$  eines jeden Obergurtgliedes auf dem Horizonte zu berücksichtigen kommt. Auch für die Streben ist hier die allgemeine Regel gut anwendbar und hat man hierbei für die grösste Spannung der Zugstrebe AB die Belastung der Fig. (9), für die grösste Druckspannung im Ständer BC die Belastung der Fig. (10) in Betracht zu ziehen\*).



wäre der Trennungsschnitt vertical durch die Masche AC zu führen, und die Projicirung der begegneten drei Spannungen auf die Verticale zeigt, dass hier die verticale Componente der Strebe AB und die verticale Componente des Gurttheiles AC zusammen die in der Masche AC vorherrschende verticale Scherkraft aufnehmen, wonach dahin der geneigte Gurt die Strebe entlastet. Im Falle des Ständers BC dagegen wäre der Trennungsschnitt durch denselben und die Gurttheile AC und BD derart zu führen, dass der obere Knoten C rechts, der untere Knoten B links abgetrennt werden; man erkennt dann, dass auch hier die verticale Gurtcomponente AC den Ständer entlastet, nur ist diesfalls die Gurtspannung eine etwas andere als früher, weil anstatt der Belastung (9) nunmehr die Belastung (10) in Betracht kommt\*\*).



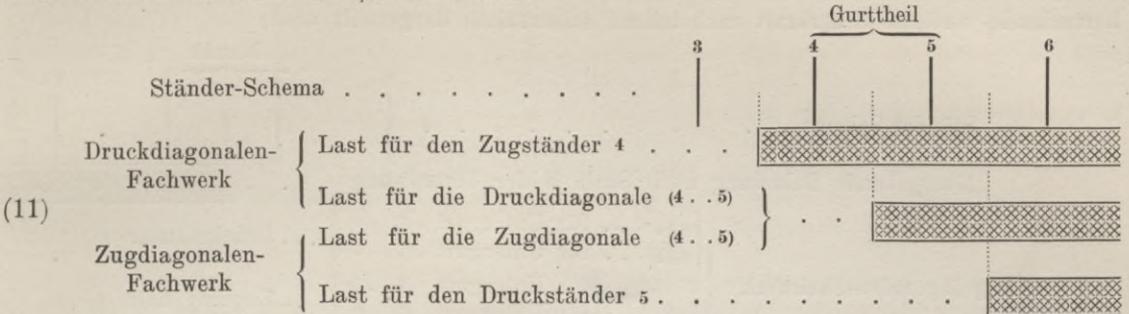
diesen unterschiedlichen Belastungen haben übrigens selbstverständlich die bereits anlässlich der geraden Fachwerkträger gegebenen Erläuterungen über die Vertheilung der bleibenden und beweglichen Lasten in die Knoten ebenfalls zu gelten.

Die vorangehenden Ausführungen lassen erkennen, dass man zur Berechnung der Streben in einem krummgurtigen Träger mit Zugdiagonalen-Fachwerk eigentlich (ausser den Gurtspannungen bei totaler Belastung nach Scala a) noch zwei Gattungen Gurtspannungen nach den durch Fig. (9) und (10) dargestellten Belastungen zu berechnen hat. Dasselbe gilt für das symmetrisch gerichtete Zugdiagonalen-Fachwerk, nur kommt diesfalls zu bemerken, dass die für das andere Fachwerk bereits berechneten Gurtspannungen bezüglich der Diagonalen hier wieder

\*) Ich werde später zeigen, dass entgegen der usuellen Rechnungsart, welche hier berücksichtigt erscheint, man eigentlich nicht berechtigt ist, diese Druckspannung in die Rechnung einzuführen, und eine mindere nehmen muss, insofern es sich um die Cumulirung der beiden Systemträger behufs Dimensionirung der Ständer handelt.

\*\*) Im Druckdiagonalen-Fachwerke erhält man die grösste Zugspannung im selben Ständer BC, indem man den unteren Knoten B als noch belastet annimmt, also mit der Belastung (9), und ist dann der Trennungsschnitt durch den Ständer derart zu führen, dass der obere Knoten C links, der untere Knoten B rechts abgetrennt werden; hier entlastet der rechtseitige Obergurttheil den Ständer.

verwendet werden können. Man hätte demnach für einen jeden Gurttheil im Ganzen dreierlei Spannungen für partielle Belastungen zu berechnen, wie ich dies beispielsweise für den Gurttheil (4..5) nachstehend schematisch darstelle:



Diese Gurtspannungen wären im Zugdiagonalen-Fachwerke mittelst der Momente am Ständer 5, im Druckdiagonalen-Fachwerke dagegen mittelst der Momente am Ständer 4 zu berechnen. Man hat nun seit einiger Zeit in diesen Berechnungen eine sehr wesentliche Vereinfachung eingeführt, kraft welcher man nur mehr die Momente, nicht aber die bezüglichen Gurtspannungen zu bestimmen hat; dieselbe beruht auf der sehr einfachen Betrachtung des Gleichgewichtes, welches (bei ein und derselben Belastung) stets an einem Untergurtnoten zwischen den dort concurrirenden Spannungen und angehängten Lasten vorherrschen muss.

Betrachten wir diesfalls wieder das theilweise belastete Zugdiagonalen-Fachwerk nach Fig. (9) oder (10) und den Knoten B, an welchem ausser den daselbst einlangenden 4 Constructionstheilen auch noch die local anhaftende Knotenlast einwirkt, welche letztere im Falle (9) aus der bleibenden und beweglichen Last, im Falle (10) dagegen nur aus der bleibenden Last resultirt. Das betrachtete Gleichgewicht des Knotens B bedingt, dass die horizontale Componente der Zugstreben­spannung in AB die Differenz der in B anhaftenden beiderseitigen Untergurttglied­spannungen aufhebe, welche beide mittelst der Quotienten der Biegun­gs­momente an den Ständern C und A durch die bezüglichen Höhen bestimmt sind. Man wird demnach die horizontale Componente der Spannung AB, somit diese Spannung selbst, sehr leicht bestimmen können. Das Gleichgewicht des Knotens B bedingt aber auch, dass die verticale Componente der Zugstreben­spannung AB die Ständerspannung und die in B hängende Knotenlast aufhebe, wonach auch die Ständerspannung leicht bestimmt werden kann. Bezeichnet man mit

$$(12) \begin{cases} \mathcal{M} \mathcal{M}' \dots & \text{die in A und C vorherrschenden Biegun­gs­momente bei entsprechender Belastung;} \\ H \ H' \dots & \text{die bezüglichen schematischen Ständerhöhen in A und C;} \\ \mathcal{P} \dots & \text{die in B hängende locale Knotenlast;} \\ \gamma \dots & \text{die Neigung von AB auf dem Horizonte,} \end{cases}$$

so ergibt sich aus den vorbesprochenen Betrachtungen über das Gleichgewicht in B:

$$(13) \text{ Spannung AB} = \frac{1}{\cos \gamma} \left( \frac{\mathcal{M}'}{H'} - \frac{\mathcal{M}}{H} \right) \quad \text{Spannung BC} = \text{tg } \gamma \left( \frac{\mathcal{M}'}{H'} - \frac{\mathcal{M}}{H} \right) - \mathcal{P}$$

und man erkennt, dass die gesuchten Streben­spannungen nur die Ermittlung der Momente  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{M}'$  bedingen.

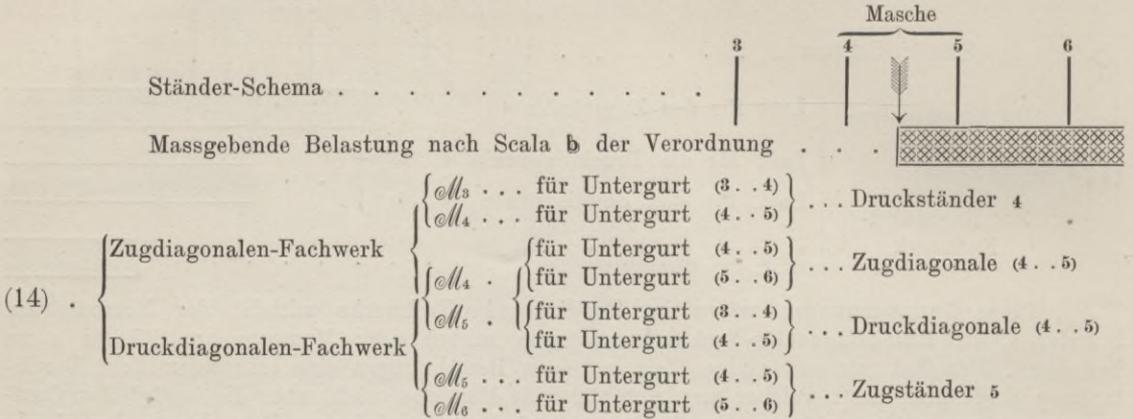
Um diese Momente in bequemer Weise zu bestimmen, trennt man die Wirkungen der bleibenden und beweglichen Lasten. Die Momente für bleibende Belastung sind für alle Fälle Verhältnisswerthe zu den bereits für die Gurten berechneten Momenten bei totaler Belastung nach Fig. (6). Die Momente für die partielle bewegliche Belastung ergeben sich aus dem Producte der jeweiligen Entfernung des betrachteten Knotens zum linkseitigen Auflager, durch den dortselbst vorherrschenden Auflagerdruck, welcher letzterer wiederum nichts Anderes ist, als die nach Scala b der Verordnung berechnete verticale Scherkraft\*).

Man wird somit vor Allem mittelst der in Tab. V des II. Bandes ausgewiesenen sogen. Drehungsmomente die verticalen Scherkräfte für die Belastung nach Scala b in jeder Brücken-

\*) Eine Ausnahme zu dieser allgemeinen Regel ergibt sich für die Berechnung der Zugständerspannung in dem Druckdiagonalen-Fachwerke, bei welcher in dem grösseren Momente noch das sogen. Knotenmoment in Abzug zu bringen ist, wie dies in dem sub XLVI gegebenen Rechnungsbeispiele berücksichtigt wird. Man hätte beispielsweise in Fig. (14) für den Zugständer 5 das Moment:

$$\mathcal{M}_5 = V_{(4..5)} \times \text{Hebelsarm}_{(0..5)} - \text{Knotenlast}_{(5)} \times \text{Maschenlänge}_{(5..6)}$$

masche bestimmen und eine jede solche Scherkraft für alle darauf bezughabende Momente verwerthen, wobei man erkennt, dass diesfalls immer je 4 Momente und hiermit 4 Strebenspannungen berechnet werden können, wie dies beispielsweise für die in der Brückenmasche (4..5) vorherrschende verticale Scherkraft nachstehend schematisch dargestellt wird:



Hiernach ist ersichtlich, dass man mit der bis zur Mitte der Masche (4..5) reichenden Belastung beziehungsweise mit den diesfälligen Momenten  $\mathcal{M}_3, \mathcal{M}_4, \mathcal{M}_5$  und  $\mathcal{M}_6$  die Spannungen der beiden Diagonalen dieser Masche und zwei partielle Spannungen (Systemspannungen) in den anliegenden Ständern 4 und 5 bestimmen kann. Da hierbei aber, in Gemässheit der sub (13) erläuterten Rechnungsmethode, vorerst nur die horizontalen Componenten der Diagonalstrebenspannungen berechnet werden, und diese Componenten für die beiden Diagonalen einer Masche gleichwerthig erscheinen, so reducirt sich das obige Verfahren thatsächlich auf die Bestimmung dreier horizontaler Spannungen, welche aus den Differenzen der Quotienten  $\mathcal{M} : H$  für die vier Ständer 3, 4, 5, 6 resultiren.

Bezüglich der Verticalständer, welche gemeinschaftliche Glieder der hier berechneten beiden einzelnen Systemträger bilden, muss ich aber nun hervorheben, dass der bisher übliche Vorgang, wonach ein jeder Systemträger an und für sich auf die ungünstigsten Spannungen in allen seinen Theilen gerechnet wird, hier bei der dann gedachten Cumulirung der einzelnen Ständerspannungen wohl nicht gerechtfertigt ist. Die hier in jedem Ständer mit Bezug auf die untenliegende Bahn resultirende Zugspannung entsteht als Differenz zwischen der Zugspannung im Druckdiagonalen-Fachwerke und der Druckspannung im Zugdiagonalen-Fachwerke, und wenn diese letztere kleiner bestimmt wird, so muss die resultirende Ständerspannung grösser bewerthet werden. Dies soll nun thatsächlich auch eintreffen, wenn man berücksichtigt, dass im combinirten wirklichen Träger der Belastungszug nur eine wirkliche belastete Länge einnehmen kann, welche füglich dann auch in beiden einzelnen Systemträgern in Rechnung gebracht werden muss. Es ist nur logisch, hierfür diejenige Länge einzuführen, welche für die ausschlaggebende Zugspannung das Maximum gibt, welche zugleich im Druckdiagonalen-Fachwerke ohnehin angenommen wurde, und kommt demnach nur im Zugdiagonalen-Fachwerke eine diesfällige Berichtigung einzuführen, wonach bei Berechnung der Ständer auch noch der untere Ständerknoten als belastet angenommen wird. Diese Verbesserung gibt zu keiner neuerlichen Rechnungscomplication Anlass, weil dann die für den Ständer erforderliche horizontale Diagonalencomponente als bereits für die Zugdiagonale selbst berechnet erscheint; man wird sich also bei den neuerlichen Annahmen sogar die früher nothwendig gewesene Componenten-Bestimmung ersparen können.

In dem sub XLVI gegebenen Rechnungsbeispiele, über welches nun noch einige kurze Aufklärungen folgen, habe ich beide Berechnungsarten für die Ständer nebeneinander gestellt, um die darauf bezughabenden Differenzen zu kennzeichnen (welche nicht unbedeutend erscheinen). Man findet sub 1 die schematische Darstellung einer Tragwand, in welcher sowohl die Dimensionen und Neigungen (auf dem Horizonte) der einzelnen Constructionsglieder, als auch die für dieselben ausgerechneten grössten Spannungen eingetragen sind. Die bezüglichen Dimensionirungs- und Belastungsverhältnisse sind in den Ausweisen 2 und 3 noch näher begründet.

In allen weiteren Rechnungsausweisen 4—9 über die Berechnung der Spannungen in allen Constructionsgliedern wird wohl immer die Rechnung für die getrennt gedachten beiden System-

träger durchgeführt und die Zahlen sind nur zur grösseren Einfachheit und Bequemlichkeit in fortlaufenden Tabellen zusammengestellt. Man findet sub 4 die Berechnung der horizontalen Gurtspannungen unter Benützung der Tab. VI des II. Bandes, sub 5 die Bewertung der Inanspruchnahme in allen Gurttheilen.

Der Ausweis 6 enthält die Berechnung der verticalen Scherkräfte für bewegliche Last mittelst der sogen. Drehungsmomente nach Scala **b** der Verordnung, welche durch Tab. V des II. Bandes gegeben werden. (Die Scherkräfte für bleibende Last sind nicht nothwendig und werden durch die sub 4 bereits ermittelten Biegemomente für bleibende Last ersetzt.) Der Ausweis 6 enthält auf der rechten Seite hinsichtlich der Knotenwirkung noch zweierlei Zahlen, welche unmittelbar von den Lasten der Scala **b** der Verordnung und der Maschenlänge abgeleitet sind und für die späteren Ausweise 7 und 9 zur Berechnung der Ständerspannungen nöthig sind.

In dem Ausweise 7 sind die bereits sub 6 bestimmten Scherkräfte  $V_p$  zur Berechnung der wichtigen horizontalen Componenten der Diagonalen-Spannungen verwerthet, wie dies sub (12) erläutert wurde. Die in der Rubrik (5) enthaltenen Werthe  $\mathcal{M}_p$  sind die Producte der Scherkräfte  $V_p$  durch die bezüglichen Hebelsarme (4), wobei jedoch für die mit \* markirten Momente das jeweilige aus dem Ausweise 6 entnommene Knotenmoment abgezogen wurde. Die in der Rubrik (6) enthaltenen Momente  $\mathcal{M}_q$  sind unmittelbar aus der Rubrik (3) des Ausweises 4 entnommen und unterliegen (sowie die Ständerhöhen) einer oftmaligen Wiederholung; die schliesslich massgebenden Momente  $\mathcal{M}_{p+q}$  der Rubrik (7) ergeben sich aus der Summe der Werthe  $\mathcal{M}_p$  und  $\mathcal{M}_q$ , und die in der Rubrik (9) befindlichen bezüglichen Quotiente dieser Gesamtmomente durch die Ständerhöhen führen unmittelbar zu den gesuchten horizontalen Componenten  $S \cos \gamma$  der Rubrik (10), wo  $S$  die Spannung der bezüglichen Diagonale (des einen oder anderen Fachwerkes) und  $\gamma$  deren Neigung auf dem Horizonte bedeuten. Man findet in den beiden letzten Rubriken (11) und (12) genau angegeben, für welche Strebenspannung und innerhalb welcher Masche eine jede gefundene Componente zu verwenden ist, wobei für die Verticalständer der Zug mit +, der Druck mit — angedeutet ist.

In dem Ausweise 8 sind die vorbesprochenen Componenten  $S \cos \gamma$  unmittelbar zur Berechnung der Diagonalen-Spannungen  $S$  verwerthet, wobei die im Ausweise 2 befindlichen Werthe von  $\cos \gamma$  zur Verwendung gelangen.

In dem Ausweise 9 endlich findet man die Verwerthung der Componenten  $S \cos \gamma$  des Ausweises 7 zur Berechnung der Zug- und Druckspannungen in den Ständern und der resultirenden Differenz (Zug), wobei bezüglich des Zugdiagonalen-Fachwerkes sowohl die übliche Rechnungsart, als auch die von mir beantragte richtigere Rechnungsart (mit belasteten unteren Knoten) angewendet wird. Die horizontalen Componenten der Rubrik (3) sind im Ausweise 7 mit »Vertic. (—)« bezeichnet; jene der Rubrik (6) dagegen sind im Ausweise 7 mit »Diagon.« angemerkt, weil dieselben ebenfalls im Ausweise 8 für die Diagonalen verwendet werden. Wenn man sich demnach an die letztere richtigere Rechnungsart für die Ständer halten will, so kann der Ausweis 7 um alle die Angabe »Vertic. (—)« betreffenden Zahlenwerthe vereinfacht werden. Die Ständerspannungen der Rubriken (5), (8) sind mittelst der aus dem Ausweise 2 entnommenen Werthe von  $\tan \gamma$  und dadurch erhalten, dass von den Werthen  $S \cos \gamma \cdot \tan \gamma$  der Rubriken (4) und (7) im ersteren Falle die bleibende Knotenlast allein, im letzteren Falle die bleibende und die bewegliche Knotenlast zusammen in Abzug kommen. Bei den Ständerspannungen der Rubrik (12) dagegen findet eine diesfällige Addirung statt. Die in den Rubriken (13) und (14) nebeneinander gestellten resultirenden Ständerspannungen zeigen, dass die Berichtigung in den Belastungsannahmen nicht unwesentliche Mehrspannungen mit sich bringt.

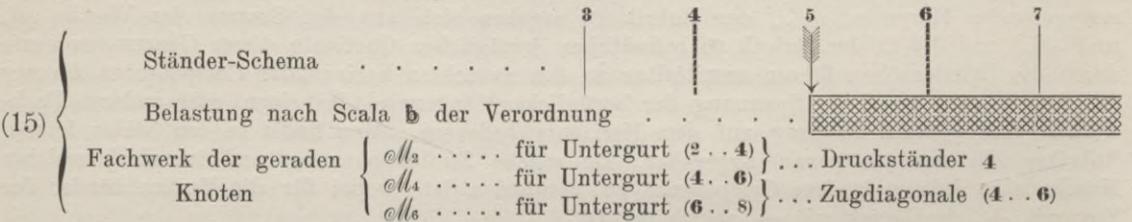
In der Praxis werden übrigens die Ständer bei derlei Constructionen fast immer übermässig dimensionirt und man begnügt sich gewöhnlich damit, deren allfällige grösste Spannung mittelst des bei den Gitterwerkträgern üblichen Verfahrens abzuschätzen. Im gegenwärtigen Falle gäbe diese Schätzung nach den Knotenlasten der Ausweise 3 und 6 die Spannung:  $7.25 + 0.67 = 7.92 t$ , also einen zwischen den Zahlen des Ausweises 9 gelegenen Werth. Nach der bezüglichen Schätzung mit Rücksicht auf die locale Beanspruchung durch die aufzunehmende Querträgerlast, wie dieselbe auch für die Gitterträger besprochen wurde, hätte man hier nach Tab. III des II. Bandes die noch etwas grössere Spannung  $\frac{1}{2} (17.871 + 1.580) = 9.72 t$ . Würde man diesfalls auf eine weitere diesfällige Berechnung verzichten, so könnte von der ganzen vorangehend erläuterten Berechnung beiläufig die Hälfte entfallen\*).

\*) Nämlich der ganze Ausweis 9, alle im Ausweise 7 nur die mit »Vertic.« bezeichneten Werthe treffenden Zahlen, endlich auch im Ausweise 6 die beiden letzten Rubriken.

5. Berechnung der frei aufliegenden Träger mit zweifachem Zugdiagonalen-Fachwerke, sowie mit krummem Obergurte und untenliegender Bahn.

Die hier gedachten Constructions haben in der letzten Zeit für grössere Stützweiten vielfache Anwendung gefunden; dieselben stehen bezüglich der Vertheilung der Spannungen in einer gewissen Stammverwandtschaft mit den sub 3 behandelten ähnlichen geraden Trägern, obwohl hier wegen dem krummen Gurte selbstverständlich eine sehr wesentliche Complication in den Berechnungen eintreten muss und auch der ganze Mechanismus dieser Berechnungen ein grundsätzlich verschiedener ist.

Der gegebene combinirte Träger wird auch hier in seine beiden einzelnen Systemträger zerlegt gedacht, und ein jeder solcher einfacher Fachwerkträger unterliegt dann dem sub 4 in Fig. (6), (9) und (10) bereits erörterten Rechnungsverfahren für das einfache Zugdiagonalen-Fachwerk, wobei hier insbesondere die dort sub (13) aufgestellten verbesserten Formeln zur Bestimmung der Diagonalen- und Ständerspannungen mittelst der alleinigen Momente wesentliche Vortheile bieten\*). Bei der factischen Durchführung der Berechnung ist es bequem, die beiden Fachwerke in ganz getrennten Tabellen zu behandeln und hierbei, wie bereits für die vorangehend behandelten Brücken besprochen, die für eine jede verticale Scherkraft zu berechnenden Momente zu sammeln. Man hat diesfalls beispielsweise für die Masche (4..6) des Systems der geraden Knoten nachstehend dargestelltes Schema:



Hiernach ist ersichtlich, dass man mit der bis zur Mitte einer Systemmasche (4..6) reichenden Belastung die drei Momente  $\mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_4, \mathfrak{M}_6$  und hiermit die Spannungen in dem links der Masche befindlichen Ständer 4 und in der Diagonale der Masche (4..6) zu berechnen haben wird, wobei ein jedes Moment (für die bewegliche Last) sich wie früher aus dem Producte der in der Masche (4..6) vorherrschenden verticalen Scherkraft durch die Entfernung des bezüglichen Knotens zum linkseitigen Auflager ergibt.

Das sub XLVII gegebene Rechnungsbeispiel ist ganz im Sinne der obigen Ausführungen behandelt\*\*). Man findet dort sub 1 die schematische Darstellung der einen Tragwand, in welcher sowohl die Dimensionen und Neigungen (auf dem Horizonte) der einzelnen Constructionslieder, als auch die für dieselben ermittelten grössten rechnungsmässigen Spannungen eingeschrieben sind. Die bezüglichen Dimensionirungs- und Belastungsverhältnisse sind in den Ausweisen 2 und 3 näher begründet.

In den weiteren Rechnungsausweisen 4—11 wurden grundsätzlich die beiden einzelnen Systemträger als getrennt berechnet gedacht, und nur in den beiden ersteren Ausweisen 4 und 5 sind die bezüglichen Zahlenwerthe für die Gurten in fortlaufenden Tabellen zusammengestellt. Die beiden Fachwerke sind in den Ausweisen 6, 7, 8, beziehungsweise 9, 10, 11 ganz abgetrennt behandelt.

Die im Ausweise 4 enthaltene Berechnung der horizontalen Gurtspannungen benützt die in Tab. VI des II. Bandes gegebenen Coëfficienten für die Momente (für bleibende und totale Belastung) und lässt hier wieder die bereits für die ähnlichen geraden Fachwerkträger constatarzte Correspondenz zwischen den Ober- und Untergurtspannungen erkennen. Die im Ausweise 5 befindlichen Inanspruchnahmen in allen Gurttheilen sind hiermit — und bezüglich des Obergurtes unter Zuziehung der im Ausweise 2 befindlichen Werthe  $\cos \omega$  berechnet.

\*) Bei der früher üblichen Berechnung der verticalen Gurtcomponenten in den einzelnen Systemträgern war man gezwungen, noch die Neigungen der Gurttheile in diesen ideellen Trägern zu berechnen, da diesfalls die ideellen Glieder 0..1, 1..3, 3..5..... oder 0..2, 2..4, 4..6.... in Betracht kommen. Diese Mehrrechnung kann nunmehr entfallen.

\*\*\*) Diese auf der Galiz. Carl Ludwigbahn ausgeführte Brücke, deren gekrümmte Obergurten mehr an die elliptische Form erinnern, ist nach einer zuerst von der priv. österr.-ungar. Staatseisenbahn-Gesellschaft für die Donauarm-Brücke nächst Stadlau gewählten Type projectirt worden. Man findet bei diesen Trägern den Vortheil, dass die Zugstreben sowohl als auch die Druckstreben nächst den Auflagern nur wenig verschiedene Spannungen besitzen.

Bezüglich der Streben endlich wird auf die vorangehend und bereits sub Fig. (9), (10), (13) und (15) gegebenen Erläuterungen mit dem weiteren Bemerkten gewiesen, dass auch hier wie für die ähnlichen geraden Träger die Diagonalen vom linkseitigen Auflager angefangen nach rechts bis über die Brückenmitte hinaus und insolange berechnet erscheinen, als für dieselben noch positive Zugspannungen gefunden werden können, wonach man dann auch bereits die sogen. Gegenstreben und die Brückenstrecke, auf welcher dieselben vorkommen können, bestimmt hat.

Zum Schlusse muss noch bezüglich der hier behandelten Brückenconstructions auf einen wichtigen Umstand aufmerksam gemacht werden. Man pflegt gegenwärtig die Krümmung des Obergurtes innerhalb mässiger Grenzen zu halten, so dass die Tragwand nächst der Endständer immer noch eine hinlängliche Höhe für die Zulassung von oberen Querverbindungen aufweist. Es ist nun übrigens, wie aus dem sub *XLVII* gegebenen Rechnungsbeispiele ersehen werden kann, für die Durchführung der Berechnungen ganz gleichgiltig, nach welchem genauen Gesetze der krumme Obergurt gestaltet ist. Vor einigen Jahren war man jedoch der Ansicht, dass derlei krumme Gurten parabelförmig gestaltet sein sollen, und es wurden mehrfache diesfällige Brücken mit relativ niederen Endständern gebaut. Man kann dann bei solchen Trägern rechnungsmässig finden, dass, wenn das Verhältniss des Endständers zum Mittelständer unterhalb eine gewisse Grenze sinkt, die vorangeführte übliche Berechnung der Ständer auf Druck bei theilweiser Belastung, nicht für diese Constructionstheile die grösstmöglichen Spannungen ermittelt, denn man findet unter der Annahme einer totalen Belastung auf der ganzen Stützweite für die nächst der Brückenmitte befindlichen Ständer Spannungen auf Zug, welche wesentlich grösser\*) sind. In einem solchen Falle ist theoretisch genommen nächst der Brückenmitte die Bahn mittelst sämtlicher Vertical- und Diagonalstreben an dem Obergurte gewissermassen wie an einem Gewölbe angehängt und der Spannungswechsel in den Ständern erfolgt erst beiderseits in einer gewissen Entfernung von der Brückenmitte. Man wird sich diesen Zustand der aufgehängten Bahn (bei totaler Belastung) noch etwas klarer vorstellen können, wenn ich erwähne, dass, im Falle die Endständer auf Null zusammenschumpfen, also im Falle des theoretisch ganz genauen parabolischen Bow-string-Trägers, der gedachte Zustand sich über die ganze Stützweite erstreckt, dass dann aber auch alle Diagonalen-Spannungen zu Null schwinden und die ganze Last an den Ständern allein zu hängen kommt; es ist dies das ideelle theoretische Bild der umgekehrten Kettenbrücke. Derartige Constructionsverhältnisse werden jetzt gemieden.

### *XXI. Bemerkungen über continuirliche Gitter- und Fachwerkträger im Allgemeinen.*

Die Berechnung der continuirlichen Brücken nach den Bestimmungen unserer neuen Verordnung vom 15. September 1887 wird später sub *d* dieses I. Bandes sehr detaillirt behandelt, woselbst man sub *XLIX* bis *LVI* die vollständige verbesserte und vereinfachte Theorie dieser Träger und sub *LIX* ein detaillirtes Rechnungsbeispiel für eine unlängst ausgeführte solche Brücke findet, welche ein zweifaches Gitterwerk mit Verticalsteifen besitzt, über 5 Felder continuirlich gebaut ist und den neuen Vorschriften vollständig entspricht. Der Endzweck dieser rechnungsmässigen Deductionen ist die möglichst rasche Aufstellung des üblichen Graphikons der grössten Bieugungsmomente und verticalen Scherkräfte in allen Theilen der Construction\*\*).

Ich will nun hier hervorheben, dass mittelst der Momente und Scherkräfte die Constructionsglieder in einem continuirlichen Träger ganz auf dieselbe Weise dimensionirt werden können, wie dies für die frei aufliegenden Träger der Fall ist, dass insbesondere auch hier für eine gegebene combinirte Trägerconstruction die Zerlegung in die einzelnen einfachen Fachwerkträger oder Systemträger gedacht werden kann, und dass dann auf einen jeden solchen Träger die vorangehend sub *XL*, 1, Fig. (3) aufgestellten allgemeinen Regeln zur Berechnung der Gurt- und Strebenspannungen unmittelbar anwendbar sind.

Wir sind nun aber bis jetzt bei den continuirlichen Brücken auf die sub *XL*, 2 und 3 besprochenen Constructions mit geraden Gurten, sowie mit Gitterwerk oder Zugdiagonalen-

\*) Ich citire hierfür als ein mir aus der ämtlichen Praxis bekanntes Beispiel die im Jahre 1880 erbaute Winterhafenbrücke nächst Kaiser-Ebersdorf bei Wien. Diese eingleisige Construction besitzt bei 90 m Stützweite eine Mittelständerhöhe = 13.125 m und eine Endständerhöhe = 3 m.

\*\*) Das gegebene Rechnungsverfahren gestattet es wohl ebensogut, die Momente und Scherkräfte auszurechnen und in tabellarischen Ausweisen zu verwerthen, wie dies sub *XLIV* bis *XLVII* für die frei aufliegenden Träger gezeigt wird. Man begnügt sich aber gewöhnlich für die Zwischenpunkte mit dem Graphikon, welches ausserordentlich leicht ausgezogen werden kann und wofür die Formulareien und meistens auch die numerischen Tabellen des II. Bandes sammt der zugehörigen Gebrauchsanweisung eigentlich genügen.

Fachwerk angewiesen und kann somit die Verwerthung der Momente und Scherkräfte einfach in der dort angegebenen Weise erfolgen\*). Die Dimensionirung der Gurt- und Strebenglieder mittelst des Graphikons der Momente und Scherkräfte ergibt sich hiernach als derart unmittelbare rechnungsmässige Deduction, dass es fast allgemein üblich ist, die bezügliche Materialvertheilung auf dem Graphikon selbst aufzuzeichnen.

Was nun das für continuirliche Brücken zu wählende Constructionssystem anbelangt, so ist es Thatsache, dass sowohl Gitterwerke als auch Zugdiagonalen-Fachwerke ausgeführt wurden, dass aber die ersteren in der überwiegenden Mehrzahl der Brücken vorkommen und auch besser zu empfehlen sind. Es ist dies wegen der bereits wiederholt betonten Haupteigenschaften der Gitterwerkträger (Symmetrie nach oben und unten, grosse Steifigkeit der Strebenwand . . . etc.) leicht erklärlich\*\*).

Die wirklichen praktischen Vortheile, welche die Anwendung continuirlicher Brückenträger mit sich bringt, bestehen in einer nicht sehr wesentlichen Materialersparniss und in einer sehr bedeutenden Vergrößerung der Stabilität und Widerstandsfähigkeit gegenüber der Beanspruchung durch den gewöhnlichen Betrieb, bei welchem die der Festigkeitsberechnung zu Grunde gelegten Belastungscombinationen fast gar nie vorkommen. Diese Vortheile werden insbesondere bei grösseren Stützweiten bemerkbar. Bei sehr hohen Viaducten oder bei Brücken über gewaltige Ströme bietet das Princip der continuirlichen Träger auch die Möglichkeit einer Montirung durch Verschiebung auf Rollen, wodurch bei einem relativ geringen Mehraufwand an Eisenmaterial wesentliche Ersparnisse an Einrüstungs- und Montirungskosten erzielt werden können. Diesen Vortheilen stehen allerdings einige Schwierigkeiten und eventuell Nachtheile gegenüber, welche zur Vorsicht mahnen.

Vor Allem müssen die Pfeiler gut fundirt und sorgfältig aufgemauert, auch schon hinlänglich lange vollendet sein, damit die zu erwartenden Setzungen in der Textur des Mauerwerkes noch vor der definitiven Auflagerung der Eisenconstruction bereits zur Ruhe gekommen sind. Bei aussergewöhnlich hohen Pfeilern hilft man sich bekanntlich dadurch aus, dass man den grössten Theil derselben als starre eiserne Joche gestaltet. Für alle Fälle muss auf die Stabilität sämmtlicher Auflager vom Augenblicke an gerechnet werden können, da dieselben die continuirliche Eisenconstruction in Empfang nehmen, weil spätere Richtigstellungen mit wesentlichen Schwierigkeiten und Kosten verbunden sind\*\*\*).

Bei kleineren Stützweiten kann es vorkommen, dass die Construction an den Trägerenden oberhalb der Landpfeiler durch die bewegliche Belastung auf den Mittelfeldern gehoben wird, und ist man dann gezwungen, oberhalb der gedachten Auflager pendelartige Verankerungen anzubringen, was immer eine missliche Complication mit sich bringt. Die gedachte Schwierigkeit, worüber die Rechnung Aufschluss gibt, kann in manchen Fällen dadurch beseitigt werden (circa 20—30 m Stützweite), dass man die Feldereitheilung etwas ändert, beziehungsweise hierbei die Uferfelder etwas vergrössert.

Es bleibt hiernach Sache der leitenden Ingenieure, in jedem concreten Falle über die Zweckmässigkeit der Anwendung getrennter oder continuirlich gebauter Constructionen zu urtheilen; man kann bei diesen letzteren etwas an Material in den Gurten ersparen und eine sehr wesentlich erhöhte Betriebssicherheit erzielen, wie dies die bisherigen Erfahrungen bei überbürdeten derartigen Brücken, insbesondere auch deren fast staunenswerthe Widerstandsfähigkeit bei den in Folge von Elementar-Ereignissen vorgekommenen Zerstörungen überzeugend beweisen.

\*) Dass continuirliche Brücken mit krummgeraden Trägern überhaupt denkbar und ausführbar sind, kann füglich nicht absolut negirt werden; nur müssten diesfalls die Momente und Scherkräfte nach einem besonderen Verfahren berechnet werden. Mit diesen einmal bestimmten Belastungsfunctoren aber wären dann offenbar auch die vorerwähnten allgemeinen Regeln der Fig. (3) anwendbar. Ein gewisses Bild für eine derartige Conception liefert ein vom verstorbenen Baudirector Carl v. Ruppert entworfenes Project einer Bosphorusbrücke mit 3 Oeffnungen zu 514.2 + 651.7 + 514.2 Wiener Fuss, d. i. 162.45 + 205.99 + 162.45 Meter Stützweiten, welches in der Broschüre: „Neues System für Eisenbrücken grosser Spannweiten, Wien 1867“, veröffentlicht wurde und manche technische Unzukömmlichkeiten enthält — übrigens auch durchaus nicht nach der Theorie der continuirlichen Träger (wie dies oft betont wurde), sondern nach einer gewissen Theorie für die Ausnützung des Pfeilerwiderstandes auf Biegung gedacht war.

\*\*) Man hat vor mehr als einem Decennium sogar einige continuirliche Brücken im einfachen Zugdiagonalen-Fachwerke ausgeführt; dieses Constructionssystem, welches sich seinerzeit als frei aufliegendes Tragwerk nicht bewährt hat, konnte selbstverständlich den Anforderungen der continuirlichen Tragwerke noch viel weniger entsprechen und musste auch die gedachten Brücken seither umgebaut werden.

\*\*\*) Mit den in neuerer Zeit von den Eisengewerkschaften und Brückenbau-Unternehmern für den Zweck der Brückeneinschiebungen geschaffenen Hilfsmitteln und mechanischen Einrichtungen sind die gedachten Schwierigkeiten wohl wesentlich vermindert. Mit den gewöhnlichen hydraulischen Hebevorrichtungen kann man z. B. sehr leicht ohne Störung des Betriebes Constructionen bis 50 m und mehr Stützweite um einige Centimeter heben und mit eisernen Unterlagen versehen.

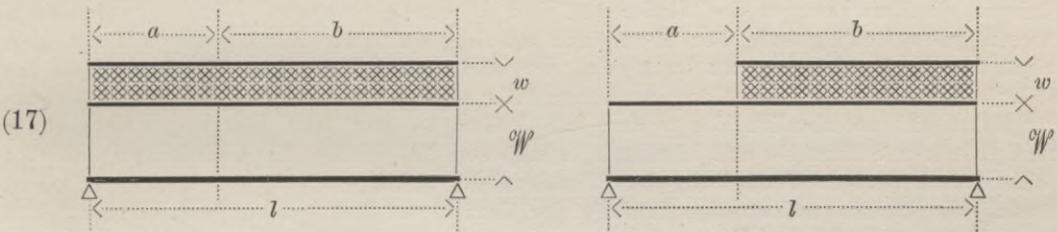
*XLII. Berechnung der Windstreben und Einfluss des Windes auf die Gurten.*

Anlässlich der sub *XXVIII*, 2 gegebenen Erläuterungen über die Vorschriften des § 3, lit. *f* unserer Verordnung bezüglich des Winddruckes wurde bereits auch gezeigt, in welcher einfachsten Weise man die vorgeschriebenen Annahmen rechnermässig verwerthen kann, indem man den horizontal einwirkenden Winddruck ganz in derselben Weise behandelt, wie die vertical einwirkenden Lasten. Hiernach wären für alle Fälle in Rechnung zu ziehen:

1. eine auf die ganze Stützweite sich erstreckende Angriffsfläche von  $\frac{p}{2}$  pro *m* (für bleibende Last), welche die blosse Tragconstruction betrifft;
2. eine von einem Auflager bis zu dem betrachteten Brückenquerschnitt reichende fortschreitende Angriffsfläche von *w* pro *m* (bewegliche Last), welche den Ueberschuss der Angriffsfläche pro *m* in der mit einem Zuge belasteten Brücke gegenüber der vorbesprochenen Fläche in der nicht belasteten Brücke darstellt. Bezeichnet man sonach mit:

$$(16) \left\{ \begin{array}{l} l \dots \dots \text{die Brückenstützweite,} \\ a \ b \dots \dots \text{die Entfernung eines betrachteten Querschnittes zu den Auflagern,} \\ p \dots \dots \text{den Winddruck pro } m^2 \text{ in } kg, \text{ welcher } 170 \text{ } kg \text{ bei belasteter Brücke oder } 270 \text{ } kg \\ \text{bei unbelasteter Brücke (also bei } w = 0 \text{) sein kann,} \end{array} \right.$$

so findet man für das massgebende Moment bei totaler Belastung, sowie für die massgebende horizontale Scherkraft bei partieller Belastung:



$$(18) \quad \text{Moment}_{(a)} = \frac{p}{2} a b (\frac{p}{2} + w) \quad \text{Scherkraft}_{(a)} = \frac{p}{2} \left[ \frac{p}{2} (b - a) + w \frac{b^2}{l} \right]$$

Diese Formeln sind auf die Alternative, wo  $p = 270 \text{ } kg$  und  $w = 0$ , oder aber auf die andere Alternative, wo  $p = 170 \text{ } kg$  und  $0 < w < 2.5 \text{ } m$  je nach Ergebniss der Rechnung, vergleichsweise anzuwenden, wobei man sich auch der im Bande II befindlichen graphischen Tafel Tab. VII bedienen kann. Die bisherigen Vorlagen gestatten diesfalls bereits einige beobachtete Erfahrungsergebnisse in Erwähnung zu bringen.

1. Die Alternative der  $270 \text{ } kg$  pro  $m^2$  kommt gewöhnlich nur bei sehr grossen Stützweiten zur theilweisen Anwendung und für alle kleineren Stützweiten kommt ausschliesslich die Alternative der  $170 \text{ } kg$  pro  $m^2$  (bei belasteter Brücke) zu verwenden, wie man sich dessen leicht auf der graphischen Tafel überzeugen kann. Bei  $80 \text{ } m$  Stützweite z. B. muss  $\frac{p}{2}$  mehr als  $4.3 \text{ } m^2$  betragen, damit man für die Scherkraft nächst dem Auflager und für die Momente mittelst der  $270 \text{ } kg$  die grössere Einwirkung bekomme; aber für die Windstreben nächst der Trägermitte ist dann immerhin noch die Alternative der  $170 \text{ } kg$  zu verwenden\*).

2. Für Brücken mit Stützweiten bis höchstens  $25 \text{ } m$  hat die Frage des Winddruckes eine ganz untergeordnete Bedeutung; man kann sich bei derlei Constructions, gleichviel ob dieselben eine oben- oder untenliegende Bahn besitzen, den Winddruck zu  $170 \text{ } kg$  pro  $m^2$  angebracht denken wie man will, und man wird durch alle diesfälligen rechnermässigen Deductionen sich nur davon überzeugen, dass die ohnehin aus constructiven Rücksichten entsprechend beigegebenen Windstreben für die Vorschriften genügen. Hierbei empfiehlt es sich aus ebenfalls praktischen Rücksichten, Windstreben aus Flacheisen durchaus zu meiden und selbst die steifen Streben im Falle

\*) Man hat auf der graphischen Tafel für den horizontalen Auflagerdruck vermöge des Winddruckes bei  $170 \text{ } kg \dots 29.2 + 17.0 = 46.2 \text{ } t$  und bei  $270 \text{ } kg \dots 29.2 \times (270 : 170) = 46.4 \text{ } t$ . Diese Rechnung setzt voraus, dass  $w = 2.5 \text{ } m$  ist, was nur bei obenliegender Bahn zutrifft. Bei den Brücken mit untenliegender Bahn zu  $80 \text{ } m$  Stützweite dürften also mehrfach beide Alternativen zur Anwendung kommen.

einer untenliegenden Bahn nicht allein untereinander, sondern auch so viel als thunlich mit dem Gerippe der Quer- und Längsträger steif zu verbinden.

3. Wenn auch bei grösseren Stützweiten die rechnungsmässige Dimensionirung der Windstreben anfängt einen Ausschlag zu geben, so wird man immerhin finden, dass bei Brücken mit weniger als ungefähr 45 m Stützweite eine Verstärkung der Gurten aus Anlass des Winddruckes nicht nothwendig ist, weil der Spielraum zwischen der scalamässigen Inanspruchnahme des § 4. lit. a (700 bis 900 kg) für Verticallasten und der im selben § 4 sub lit. e normirten äussersten Grenze (von 1000 kg) für die Miteinbeziehung des Winddruckes nicht überschritten wird. Diese Constructionen sind gewöhnlich immer ausserordentlich steif. Im Falle einer obenliegenden Bahn beträgt die horizontale Entfernung der äussersten Gurtfasern immerhin circa 3 m, also mindestens 1:15 der Stützweite; dann ist aber auch der ganze Brückenkörper durch die Querversteifungen (Andreas-kreuze), durch die oberen und unteren Windverstreben . . . u. s. w. zu einem soliden Ganzen gestaltet, dessen Gesamtwiderstand gegen seitliche Einbiegung vollkommen genügt. Im Falle einer untenliegenden Bahn\*) beträgt die horizontale Entfernung der äussersten Gurtfasern mehr als 1:10 der Stützweite, so dass die alleinige untere Windverstrebung im Vereine mit dem ohnehin sehr steifen Gerippe der Quer- und Längsträger eine noch übermässige Widerstandsfähigkeit besitzt.

4. Bei Stützweiten von 45—55 m ist bekanntlich für Brücken mit untenliegender Bahn die obere Querverbindung und Windverstrebung eine fragliche, wie dies bereits sub XXXIX betont wurde. Es empfiehlt sich gewöhnlich unter diesen Verhältnissen, die Einwirkungen des Windes auf die alleinige untere Windverstrebung, und wenn dies bezüglich der Momente nöthig ist, auch auf die alleinigen Untergurten in Rechnung zu bringen, was nicht verhindert, dass die einen Theil der oberen Gurten verbindende Verstrebung auch sorgfältig versteift werde. Für Brücken mit obenliegender Bahn gilt so ziemlich das vorher sub 3 Gesagte, nur tritt hier wegen der bereits gedachten grösseren Stützweite und hierdurch bedungenen Trägerhöhe die nachstehend erörterte Frage einer zweckmässigen Vertheilung der Winddruck-Einwirkungen zwischen unten und oben, welche auch die bereits nothwendige Prüfung der Gurten auf Mehrspannung durch den Wind beeinflusst, immer mehr in den Vordergrund.

5. Bei Stützweiten von 55—80 m ist bereits die Frage von Wichtigkeit, in welcher Weise die Einwirkungen des Windes durch die verschiedenen Constructionstheile aufgenommen werden können, und zwar sowohl bezüglich der oberen und unteren Gurten, als auch bezüglich der sämmtlichen horizontalen und verticalen Streben.

Wir nehmen diesfalls an, dass sowohl die obere als auch die untere Windverstrebung bis zu den Auflagern reichen und im Vereine mit den Gurten starre, beiläufig\*\*) horizontale Tragwände bilden, dass ferner an der Auflagestelle oberhalb der Pfeiler die ganze Eisenconstruction durch einen starren Rahmen, also durch ein undeformirbares Portal, vermöge der Schwere und der Auflagerreactionen vollständig festgehalten wird\*\*\*). Wir nehmen endlich auch noch an, dass auf der ganzen Länge der Stützweite eine genügende Anzahl ähnlicher versteifter Profile oder Rahmen angebracht sind.

Diese Bedingungen, welche leider bei den bereits ausgeführten Brücken nicht immer vollständig erfüllt erscheinen, sind für die entsprechende Mitwirkung der ganzen Construction gegen den Winddruck unerlässlich†). Die Brückenconstruction ist aber bei den obigen Annahmen im Falle der obenliegenden Bahn als ein starrer solider Körper, im Falle der untenliegenden Bahn als eine starre Röhre zu betrachten, welche beide oberhalb der Pfeiler gegen horizontale Verschiebung oder verticale Torsion fest eingespannt sind, so zum Beispiele:

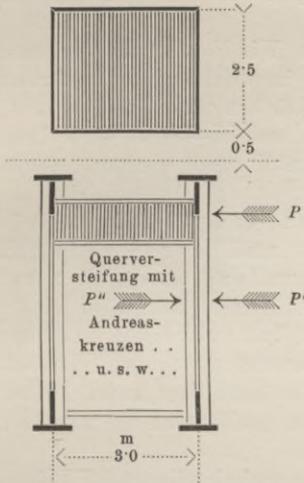
\*) Mit der üblichen nach oben offenen Construction.

\*\*) Es ist beispielsweise für die Widerstandsfähigkeit der Brücke gegen seitliche Einbiegung ziemlich gleichgiltig, ob die Gurten geradlinig gestaltet oder in verticaler Ebene etwas gekrümmt sind, da diesfalls hauptsächlich die Entfernung der beiden Tragwände in horizontaler Richtung massgebend bleibt.

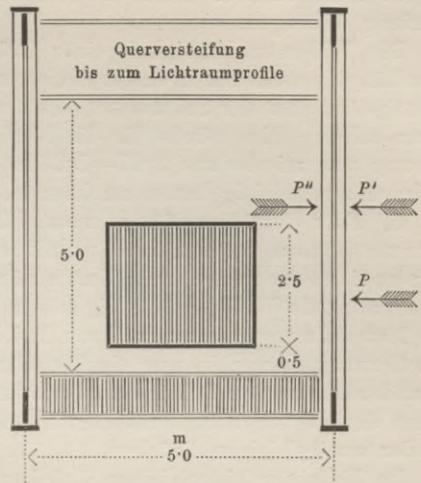
\*\*\*) Im Falle der obenliegenden Bahn durch entsprechende Querversteifungen (Andreas-kreuze), im Falle der untenliegenden Bahn durch massive Versteifungen in den Portalecken.

†) Im gegentheiligen Falle wird sich diejenige horizontale Wand, welche nicht unmittelbar durch die Auflager gehalten wird, im Ganzen bewegen, wobei sämmtliche Querprofile deformirt werden müssen und jede stichhältige Vertheilungsberechnung so ziemlich aufhört.

(19) bei obenliegender Bahn



(20) bei untenliegender Bahn



Wir denken uns in dem einen oder anderen Falle ein durch den bezüglichen Querschnitt (19) oder (20) gekennzeichnetes Längenelement der Brückenconstruction und die Resultante  $P$  der darauf seitlich einwirkenden Winddruckkräfte; durch die horizontale Schwerpunktsachse des Profiles legen wir dann die beiden üblichen gleichen und entgegengesetzt gerichteten Kräfte  $P'$  und  $P''$  so, dass bei  $P = P' = P''$  die Gesamtheit dieser drei Kräfte an Stelle der alleinigen Kraft  $P$  betrachtet werden kann. Die solcherweise dargestellte Wirkung des Windes theilt sich in zwei andere, nämlich die nahezu in der Mitte der beiden Gurten wirkende Kraft  $P'$ , welche die horizontalen Biegemomente und Scherkräfte im üblichen Sinne mit sich bringt, und das Kräftepaar  $P \dots P''$ , welches eine verticale Torsion des Brückenquerschnittes bewirkt, gleichzeitig oberhalb der Pfeiler für einen algebraischen Theil in dem dortigen Drehungsmoment (Umkippmoment) heranzuziehen kommt.

Hieraus ist ersichtlich, dass bezüglich der horizontalen Biegemomente und Scherkräfte die beiden horizontalen Wände in gleicher Weise betheiligt werden sollten, dass bezüglich der Torsion alle vier Wände mitzuwirken hätten, und dass endlich bezüglich des Drehungsmoments oberhalb eines Pfeilers nicht allein das Moment der dortigen aus den Einzelkräften  $P'$  sich ergebenden horizontalen Scherkraft, sondern auch das aus den Einzel-Kräftepaaren  $P \dots P''$  resultierende Torsionsmoment in Rechnung zu ziehen ist\*).

In der Praxis kann man sich nun leicht davon überzeugen, dass die zuletzt erwähnten Torsionsmomente und Drehungsmomente oberhalb der Pfeiler weiter kaum in Betracht kommen, weil die Mehrspannungen der Streben in Folge der Torsion (worunter hauptsächlich die von der Torsionsachse entferntesten Windstreben gemeint sind) nur äusserst geringe Werthe besitzen\*\*) und weil im Uebrigen bei einer jeden nur annähernd richtig projectirten Brücke ein Umwerfen durch den Wind ganz ausgeschlossen ist. Man hat demnach hier gewöhnlich nur die horizontalen Biegemomente und Scherkräfte zu berücksichtigen, und in dieser Beziehung ist es schon lange Usus, sich nicht an die vorangehend motivirte gleiche Vertheilung nach oben und unten zu halten, sondern diejenige horizontale Wand am meisten zu betheiligen, wo sich die Bahn befindet, weil dieselbe die den Zug treffenden Windstösse, sowie die dynamischen Einwirkungen des Betriebes unmittelbar zu erleiden hat.

Man wird diese Bedenken gebührend berücksichtigen, indem man die Vertheilung im Verhältnisse  $(\frac{1}{2} \mathcal{W} + w) : (\frac{1}{2} \mathcal{W})$  vornimmt, oder aber bei mehr zwischenliegender Bahn für den

\*) Hier nur zur Klarstellung der geschilderten Lastenvertheilung vorgebracht, denn wenn es sich einmal ausnahmsweise darum handeln würde, über die Möglichkeit einer Umkipfung oder nur Bewegung der Construction auf den Pfeilern zu urtheilen, wäre es viel einfacher, unmittelbar das statische Moment sämtlicher Winddruckkräfte, auf den Drehpunkt bezogen, zu berechnen.

\*\*) Als ein drastisches Beispiel für die Richtigkeit dieser Behauptung kann ich den bekannten grossen Douro-Bogen bei Porto citiren, welcher bei 160 m Stützweite und 47.4 m Scheitelhöhe eine eingeleisige obenliegende Bahn besitzt, daher einer jedenfalls bedeutend grösseren Torsion unterliegen muss als unsere üblichen Brücken, aber trotzdem in den Tragwandstreben nur 172 kg und in den Windstreben nur 100 kg pro  $cm^2$  als diesfällige Mehrspannungen aufweist. Man vgl. die statische Berechnung des Douro-Bogens in meinem „Eisenbahnwesen in Frankreich“, S. 150. Die Torsion ist in der Brückenmitte gleich Null und wächst von hier aus bis zu einem jeden Auflager, woselbst sie den grössten Werth erreicht.

Theil  $w$  doch mindestens die Entfernungen des Geleises zu beiden Gurten in Rechnung bringt. Uebrigens muss offenbar auch das fest vernietete Gerippe der Quer- und Längsträger sehr zur Versteifung beitragen.

Die Widerstandsfähigkeit einer Brückenconstruction gegen Winddruck und Seitenschwankungen hängt gewöhnlich in erster Linie von dem Verhältnisse ab, in welchem die Entfernung der Haupttragwände zu der Stützweite steht, welches bei grösseren Brücken nicht weniger als 1:15 betragen sollte. Dies würde für die hier gedachten Stützweiten von 55—80  $m$  eine Tragwandentfernung von mindestens 3·67—5·33  $m$  bedingen und auf den Vortheil deuten, solche Constructions zweigeleisig bauen zu können.

6. Für Stützweiten von 80—120  $m$  erscheinen eingeleisige Brückenconstructions vom Standpunkte des Winddruckes und der Stabilität des Querprofiles bereits mit Unzukömmlichkeiten verbunden, da dieselben entweder eine ungenügende Widerstandsfähigkeit in horizontaler Richtung besitzen, oder aber eine relativ grosse Materialmenge beanspruchen. Bei 120  $m$  Stützweite z. B. hat man selbst bei 6  $m$  Tragwandentfernung immerhin nur ein Verhältniss  $6 : 120 = 1 : 20$  erreicht, wogegen man bei 8·6  $m$  Tragwandentfernung und bei dem Verhältnisse 1:14 zwei Geleise installieren kann. Diese Verhältnisse deuten bei noch grösseren Stützweiten natürlich um so greller auf die relativen Vortheile der zweigeleisigen Brücken.

Im Falle der eingeleisigen Brücken bei obenliegender oder zwischenliegender Bahn haben die Constructeure denn auch zu dem Auskunftsmittel gegriffen, die beiden Haupttragwände nicht mehr ganz vertical zu stellen, um wenigstens auf der unteren Seite mehr Breite zu erzielen.

### c) Rechnungsbeispiele für frei aufliegende Constructionen.

Die nachstehend angeführten Rechnungsbeispiele *XLIII* bis *XLVII* betreffen diejenigen Brückenconstructions, welche gegenwärtig am häufigsten zur Ausführung gelangen; dieselben erscheinen hier in einer tabellarischen Form gegeben, bei welcher nicht allein der ganze Mechanismus der Rechnung zum Ausdrucke gebracht, sondern auch eine entsprechende Uebersicht gewonnen werden kann, welche letztere allfällige Vergleiche sehr wesentlich erleichtert.

Bei der Blechbrücke *XLIII* sind die Haupt-, Quer- und Längsträger im Detail behandelt und mit Zeichnungen erläutert, welche so ziemlich zur endgiltigen Vergebung des Baues an eine Brückenbau-Unternehmung genügen würden. Bei der Gitterbrücke *XLIV* erscheint eine mit Rechnungsresultaten und Skizzen gebildete Zusammenstellung gegeben, welche so ziemlich genügen würde, um von der Unternehmung das zur Bauvergebung nöthige Project verfassen zu lassen, wobei diesfalls auch für die Windverstrebung die im Sinne der neuen Vorschriften vorzunehmende Controlrechnung angeführt wird.

Für die Fachwerkbrücken *XLV*, *XLVI* und *XLVII* dagegen wird nur mehr die Berechnung der Haupttragwände mit Bezug auf die verticalen beweglichen und bleibenden Lasten behandelt, dies jedoch in derselben bereits besprochenen detaillirten Weise, welche den ganzen vereinfachten Vorgang bei derlei Rechnungen zum Ausdrucke bringt. In allen gegebenen Beispielen wird eine Verstärkung der Gurten mit Rücksicht auf den Winddruck nicht angeführt, weil dieselbe hier nicht erforderlich ist.

Für alle weiteren Einzelheiten in diesen ausgewiesenen Rechnungen enthalten die Aufsätze *XXXVIII* bis *XLIII* alle wünschenswerthen Aufklärungen, und findet man dort insbesondere auch eine Anleitung zur Berücksichtigung des Winddruckes bei Constructionen mit grossen Stützweiten.

Ein Vergleich aller Rechnungsbeispiele lässt unzweifelhaft die wachsende Complication erkennen, welcher man begegnet, je nachdem man sich mehr und mehr von der Urform des geraden Balkenträgers mit symmetrischer Construction entfernt. Die sämmtlichen für Gitterwerk- und Fachwerkträger angeführten, auf der Annahme gegliederter Systeme basirenden Berechnungen bringen mit sich einen gewissen Ueberschuss an Sicherheit, insofern als alle Knoten in Wirklichkeit nicht als Charniere, sondern als wohlversteifte Verbindungen construirt werden; es bleibt demnach zweifellos, dass die in der Stabrichtung gedachten Durchschnittsspannungen hier übermässig bewerthet werden. Dagegen entstehen wegen der soeben gedachten steifen Verbindungen oft relativ bedeutende secundäre Biegemomente, welche in fast jedem Constructionstheile eine ungleichmässige Vertheilung der elementären Spannungen herbeiführen. Von den diesfälligen sub *XXXII* eingehend erörterten Secundärspannungen sind hier nur diejenigen berücksichtigt, welche von der Knickfähigkeit herrühren, und kommen die nun folgenden Berechnungen durch einschlägige weitere Prüfungen zu ergänzen.



**XLIV. Brumovka-Brücke, Km 40<sup>5</sup>/<sub>6</sub>, der Linie U. Brod-Landesgrenze. Stützweite = 31<sup>m</sup>.02.**

Hauptträger im zweifachen Gitterwerke mit Verticalsteifen und untenliegender Bahn.

**Berechnung der Inanspruchnahme in den Streben.**

Masche	Bleibende Last V <sub>q</sub> (2) t	Bewegliche Last		Zusammen V <sub>p+q</sub> (5) t	V <sub>p+q</sub> (6) t	Zugstreben		Druckstreben			
		$\frac{1}{2}pb^2$ (3) t.m	V <sub>p</sub> (4) t			Ω (7) cm <sup>2</sup>	i (8) Kg	Ω (9) cm <sup>2</sup>	i <sub>0</sub> (10) Kg	Knickung (11)	i (12) Kg
0..1	31.161	3036.8	97.90	129.06	45.79	61.44	745	70.08	653	1.12	732
1..2	24.929	2556.7	82.42	107.35	38.09	51.84	735	59.20	643	1.12	720
2..3	18.697	2103.5	67.81	86.51	30.69	42.24	727	51.20	600	1.16	695
3..4	12.465	1681.8	54.22	66.68	23.66	32.64	725	41.60	569	1.16	660
4..5	6.233	1327.3	42.79	49.02	17.39	25.68	677	29.60	588	1.24	729
5..6	0.000	1011.3	32.60	32.60	11.57	15.04	769	20.80	556	1.30	723

**Berechnung der Inanspruchnahme in den Gurten.**

Masche	Gurtkraft pro Träger		Untergürt		Obergürt			
	Formel	Spannung	Ω (4) cm <sup>2</sup>	i (5) Kg	Ω (6) cm <sup>2</sup>	i <sub>0</sub> (7) Kg	Knickung (8)	i (9) Kg
5..6	$\frac{1}{8}(4107 \times 31.02) : 2.80 =$	176.4	234.4	752	252.8	698	1.09	760
4..5	$176.425 \times 0.9669 =$	170.6	234.4	728	252.8	675	1.09	736
3..4	$— \times 0.8678 =$	153.1	203.8	751	228.3	671	1.10	738
2..3	$— \times 0.7025 =$	123.9	173.2	716	191.6	647	1.11	718
1..2	$— \times 0.4711 =$	83.1	112.0	742	154.9	536	1.13	606
0..1	$— \times 0.1736 =$	30.6	81.4	376	118.2	259	1.18	305

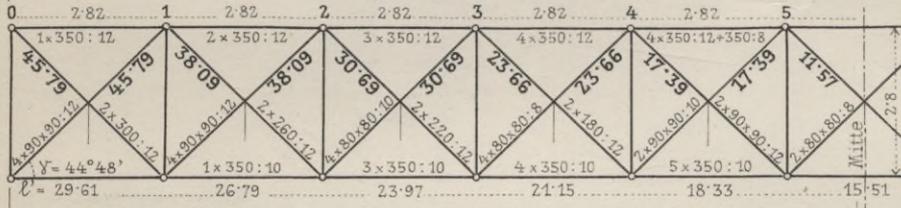
Last pro m Geleise:

Bleibend... 2210 kg.

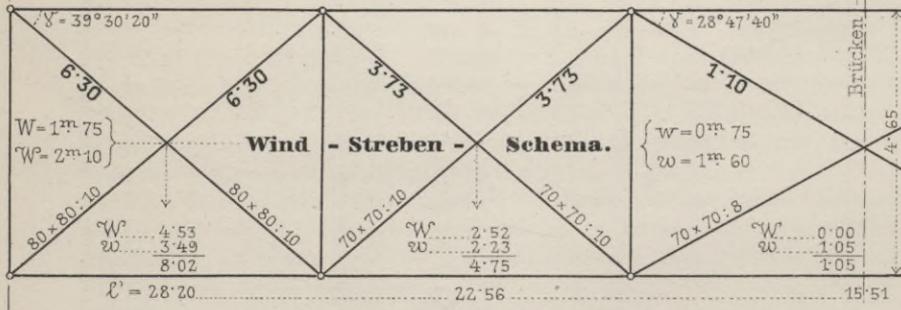
Scala a... 6004 „

8214 „

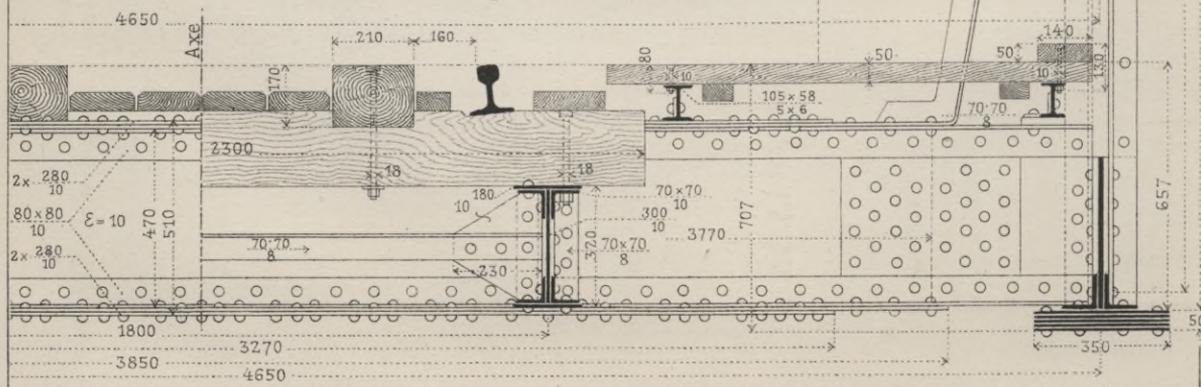
**Gitterwerk-Schema.**



**Wind - Streben - Schema.**

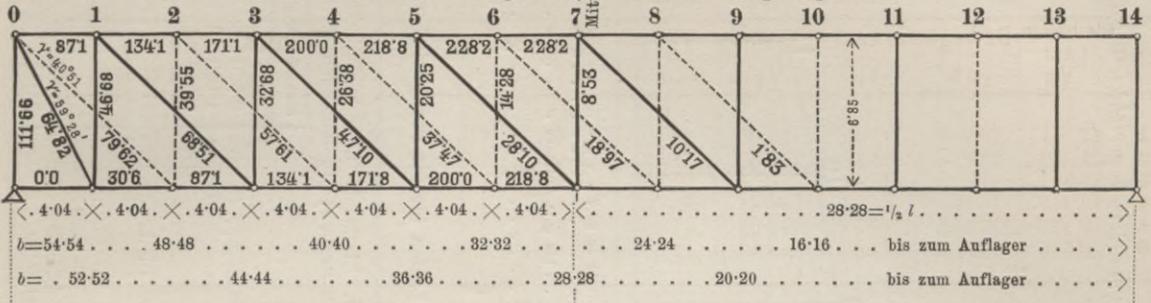


**Brücken-Querschnitt.**



XLV. Marchbrücke in Kilometer 8.09 der Linie Kojetein-Bielitz. (Stützweite = 56.56) mit zweifachem Zugdiagonalen-Fachwerke, geraden Gurten und untenliegender Bahn.

1. Schematische Darstellung einer der beiden Haupttragwände.



Lasten pro m Geleise: bleibend . . . 2.797 t, beweglich nach Scala a . . . 5.103 t, zusammen . . . 7.900 t

2. Beanspruchung der Gurten in dem aus beiden Systemen gebildeten wirklichen Träger.

Gurtspannung pro Träger				Untergurt			Obergurt				
Spannungswert		pro System $S_{p+q}$	für beide Systeme zusammen	in der Masche	Querschnitt $\Omega$	Inanspruchnahme pro $cm^2$	in der Masche	Querschnitt $\Omega$	Inanspruchnahme pr. $cm^2$		
Knoten	Formel nach den Längen								ohne Knickg. $\sigma_0$	Knick-Coefficient	mit Knickg. $\sigma$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
7	$(S)_7 = \frac{7.9 \times 56.56^2}{32 \times 6.85} =$	115.3	228.2	—	—	—	5...7	314.2	726	1.07	777
6	$(S)_7 \times 0.97959$	112.9	218.8	6...7	293.2	747	4...5	"	697	"	746
5	" $\times 0.91837$	105.9	200.0	5...6	257.2	778	3...4	272.2	735	"	786
4	" $\times 0.81633$	94.12	171.8	4...5	221.2	777	2...3	"	631	"	675
3	" $\times 0.67347$	77.65	134.1	3...4	169.2	793	1...2	229.2	585	1.08	632
2	" $\times 0.48980$	56.47	87.1	2...3	139.2	626	0...1	169.2	515	1.09	561
1	" $\times 0.26531$	30.59	30.6	1...2	139.2	220	—	—	—	—	—
0	" $\times 0.00000$	0.00									

3. Beanspruchung der Streben im System-Träger der ungeraden Knoten.

Verticale Scherkraft pro Geleise					Zugstreben				Druckstreben					
in der Masche	für bleibende Last $V_q$	nach Scala b		Zusammen $V_{p+q}$	in der Masche	Spannung $\frac{V_{p+q}}{4 \sin \gamma}$	Querschnitt $\Omega$	Inanspruchnahme pro $cm^2$	am Knoten	Spannung $\frac{V_{p+q}}{4} + 1.85$	Querschnitt $\Omega$	Inanspruchnahme pr. $cm^2$		
		$\frac{1}{2} pb^2$	$V_p = \frac{pb^2}{2l}$									ohne Knickg. $\sigma_0$	Knick-Coefficient	mit Knickg. $\sigma$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
0..1	+73.45	8469.6	149.8	223.3	0..1	64.82	86.4	751	0	57.70	$\frac{1}{2} 280$	$\frac{111660}{280}$	1.24	495
1..3	+56.50	6937.2	122.7	179.2	1..3	68.51	94.4	726	1	46.68	90.2	518	1.21	627
3..5	+33.90	5048.3	89.3	123.2	3..5	47.10	64.0	736	3	32.68	68.0	481	1.39	669
5..7	+11.30	3519.0	62.2	73.5	5..7	28.10	40.0	703	5	20.25	52.0	390	1.58	616
7..9	-11.30	2145.5	37.9	26.6	7..9	10.17	40.0	254	7	8.53	35.8	238	1.74	414

4. Beanspruchung der Streben im System-Träger der geraden Knoten.

Verticale Scherkraft pro Geleise					Zugstreben				Druckstreben					
in der Masche	für bleibende Last $V_q$	nach Scala b		Zusammen $V_{p+q}$	in der Masche	Spannung $\frac{V_{p+q}}{4 \sin \gamma}$	Querschnitt $\Omega$	Inanspruchnahme pro $cm^2$	am Knoten	Spannung $\frac{V_{p+q}}{4} + 1.85$	Querschnitt $\Omega$	Inanspruchnahme pr. $cm^2$		
		$\frac{1}{2} pb^2$	$V_p = \frac{pb^2}{2l}$									ohne Knickg. $\sigma_0$	Knick-Coefficient	mit Knickg. $\sigma$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
0..2	+67.80	7946.5	140.5	208.3	0..2	79.62	102.4	777	0	53.96	$\frac{1}{2} 280$	$\frac{111660}{280}$	1.24	495
2..4	+45.20	5968.8	105.5	150.7	2..4	57.61	78.4	735	2	39.55	76.0	520	1.21	629
4..6	+22.60	4266.8	75.4	98.0	4..6	37.47	52.0	721	4	26.38	60.0	440	1.47	647
6..8	+ 0.00	2807.3	49.6	49.6	6..8	18.97	32.0	593	6	14.28	44.0	325	1.72	559
8.10	-22.60	1547.7	27.4	4.8	8.10	1.83	32.0	57	—	—	—	—	—	—



XLVI. (Fortsetzung).

Beanspruchung der Gurten des aus beiden System-Trägern zusammengesetzten wirklichen Trägers durch die bleibenden und beweglichen Lasten (Scala a).

4. Horizontale Spannungen in den Gurten des zusammengesetzten wirklichen Trägers.

Momentenwerth nach dem Längenverhältnisse		Biegemoment pro System		Schematische Ständerhöhe	Horizontale Gurtspannung			Anmerkungen
Knoten	M =	Bleibende Last = q 0.58 t pr. mt	Totale Last = p + q 1.97 t pr. mt		pro System Mom (p+q) Höhe	für beide Systeme zusammen	für die Gurten in der Masche	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	ad (2), (3), (4): $(M_6)_q = \frac{0.58}{8} \frac{41.4^2}{41.4} = 124.3 \text{ mt}$ $(M_6)_{p+q} = \frac{1.97}{8} \frac{41.4^2}{41.4} = 422.1 \text{ mt}$ berechnen sich direct (auch mit Tab. V ungefähr). Alle anderen Momente ergeben sich dann mittelst der sub (2) citirten Coefficienten der Schablone (Tabelle VI). ad (6), (7): Die sub (6) berechneten Spannungen sind jene der System-Träger und werden sub (7) summiert.
6	$M_6 \times 1.00000$	124.3	422.1	6.22	67.86	134.91	5...6	
5	$\text{„} \times 0.97222$	120.8	410.3	6.12	67.05	131.51	4...5	
4	$\text{„} \times 0.88889$	110.5	375.2	5.82	64.46	123.96	3...4	
3	$\text{„} \times 0.75000$	93.20	316.6	5.32	59.50	110.25	2...3	
2	$\text{„} \times 0.55555$	69.04	234.5	4.62	50.75	85.42	1...2	
1	$\text{„} \times 0.30556$	37.97	129.0	3.72	34.67	34.67	0...1	
0	$\text{„} \times 0.00000$	0.00	0.0	2.62	0.00			

5. Inanspruchnahme des Eisens in allen Gurtheilen des zusammengesetzten wirklichen Trägers

im Untergurte				im Obergurte							
Masche	Spannung	Querschnitt	Inanspruchn. pro cm <sup>2</sup>	Masche	cos ω	Spannung		Querschnitt	Inanspruchnahme pro cm <sup>2</sup>		
						horizontal	im Gurte		ohne Knickung	Knick-Coëfficient	mit Knickung
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
	t	cm	kg			t	t	cm	kg		kg
5...6	134.91	174.3	774	5...6	0.9996	134.91	135.0	196.6	686	1.10	755
4...5	131.51	174.3	754	4...5	0.9962	131.51	132.0	196.6	671	1.10	738
3...4	123.96	174.3	711	3...4	0.9896	123.96	125.3	196.6	637	1.10	701
2...3	110.25	143.1	771	2...3	0.9800	110.25	112.5	166.2	677	1.12	758
1...2	85.42	111.9	764	1...2	0.9676	85.42	88.28	133.4	662	1.15	761
0...1	34.67	75.68	458	0...1	0.9527	34.67	36.39	78.8	462	1.55	716

Beanspruchung der Streben.

6. Verticale Scherkräfte für die blosse bewegliche Last pro System (1/4 der Scala b) in jedem einzelnen Fachwerke, d. i. Systemträger.

Belastung pro Geleise nach Scala b			Drehungsmomente	Scherkräfte pro System		Knotenwirkung pro System		Anmerkungen
bis zur Mitte der Masche	auf der Länge b =	pro m (p) <sub>b</sub> =		in der Masche	$V_p = \frac{1}{4} \frac{pb^2}{2}$	Knotenlast $3.45 \times \frac{p}{4}$	Moment $3.45 \times \frac{p}{4}$	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	ad (3), (4): Diese Werthe sind nach Tabelle V des II. B. unmittelbar pro Geleise gegeben und in (6), (7), (8) pro System, verwerthet. ad (7): Diese Knotenlasten gemäss Scala b sind zur Bestimmung der Ständerspannungen nöthig. ad (8) und (7): Diese Knotenmomente kommen bei den mit * markirten Momenten für die bewegliche Last nach Scala b in Abzug zu bringen.
0...1	39.67	6.2238	4896.5	0...1	29.57	5.368	18.52	
1...2	36.22	6.4646	4240.3	1...2	25.61	5.576	19.24	
2...3	32.77	6.7061	3600.7	2...3	21.74	5.784	19.96	
3...4	29.32	6.9476	2986.3	3...4	18.03	5.992	20.67	
4...5	25.87	7.1891	2405.6	4...5	14.53	6.201	21.39	
5...6	22.42	7.4306	1867.5	5...6	11.28	6.409	22.11	
6...7	18.97	7.7854	1400.8	6...7	8.459	6.715	23.17	
7...8	15.52	8.4064	1012.4	7...8	6.113	7.250	25.01	
8...9	12.07	9.3790	683.2	8...9	4.126	—	—	

**XLVI. (Fortsetzung).**

*Beanspruchung der Zug- und Druckstreben in beiden einzelnen Systemen.*

**7. Horizontale Componenten der Diagonalstreben-Spannungen.**

Scherkräfte für bewegliche Last		M o m e n t e					Ständerhöhe <i>H</i>	S p a n n u n g e n				
		für die bewegliche Last			für die bleibende Last $M_q =$	Zusammen $M_{(p+q)}$		im Gurte $\frac{M_{(p+q)}}{H}$	Horizontale Streben-Componente			
		bis Mitte von	$V_p$	Knoten					Hebelsarm	$M_p =$	$M_{(p+q)}$	$S \cos \gamma$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	
(0. . 1)	29·57 ×	{	1	3·45	102·01	37·97	139·98	3·72	37·63	= 37·63	Diagon. . .	0. . 1
			2	6·90	185·6 *	69·04	254·6	4·62	55·11	. . 17·48	Vertic. . (+)	1. . 2
(1. . 2)	25·61 ×	{	1	3·45	88·34	37·97	126·31	3·72	33·96	= 33·96	Vertic. . (-)	0. . 1
			2	6·90	176·7	69·04	245·7	4·62	53·18	. . 19·22	Diagon. . .	1. . 2
			3	10·35	245·9 *	93·20	339·1	5·32	63·74	. . 10·56	Vertic. . (+)	2. . 3
(2. . 3)	21·74 ×	{	1	3·45	75·02	37·97	112·99	3·72	30·37	. . 17·03	Vertic. . (-)	1. . 2
			2	6·90	150·0	69·04	219·0	4·62	47·40	. . 12·41	Diagon. . .	2. . 3
			3	10·35	225·0	93·20	318·2	5·32	59·81	. . 7·29	Vertic. . (+)	3. . 4
(3. . 4)	18·03 ×	{	2	6·90	124·4	69·04	193·4	4·62	41·86	. . 10·75	Vertic. . (-)	2. . 3
			3	10·35	186·7	93·20	279·9	5·32	52·61	. . 9·14	Diagon. . .	3. . 4
			4	13·80	248·9	110·5	359·4	5·82	61·75	. . 5·42	Vertic. . (+)	4. . 5
(4. . 5)	14·53 ×	{	3	10·35	150·4	93·20	243·6	5·32	45·78	. . 7·66	Vertic. . (-)	3. . 4
			4	13·80	200·5	110·5	311·0	5·82	53·44	. . 7·24	Diagon. . .	4. . 5
			5	17·25	250·6	120·8	371·4	6·12	60·68	. . 4·22	Vertic. . (+)	5. . 6
			6	20·70	279·4 *	124·3	403·7	6·22	64·90			
(5. . 6)	11·28 ×	{	4	13·80	155·6	110·5	266·1	5·82	45·72	. . 5·80	Vertic. . (-)	4. . 5
			5	17·25	194·4	120·8	315·3	6·12	51·52	. . 5·99	Diagon. . .	5. . 6
			6	20·70	233·4	124·3	357·7	6·22	57·51	. . 3·13	Vertic. . (+)	6. . 7
			7	24·15	250·3 *	120·8	371·1	6·12	60·64			
(6. . 7)	8·459 ×	{	5	17·25	145·9	120·8	266·7	6·12	43·58	. . 4·56	Vertic. . (-)	5. . 6
			6	20·70	175·1	124·3	299·4	6·22	48·14	. . 4·98	Diagon. . .	6. . 7
			7	24·15	204·3	120·8	325·1	6·12	53·12			
(7. . 8)	6·113 ×	{	6	20·70	126·6	124·3	250·9	6·22	40·34	. . 3·52	Vertic. . (-)	6. . 7
			7	24·15	147·6	120·8	268·4	6·12	43·86	. . 4·11	Diagon. . .	7. . 8
			8	27·60	168·7	110·5	279·2	5·82	47·97			
(8. . 9)	4·126 ×	{	8	27·60	113·9	110·5	224·4	5·82	38·56	. . 3·04	Diagon. . .	8. . 9
			9	31·05	128·1	93·2	221·3	5·32	41·60			

\* Unter Abzug des Knotenmomentes  $\frac{1}{4} p \times (3·45)^2$ .

**8. Diagonalstreben-Spannungen und Inanspruchnahmen.**

Horizontale Spannung		Diagonale Zugstreben				Diagonale Druckstreben					
in Masche	$S \cos \gamma$	$\cos \gamma$	Streben-Spannung <i>S</i>	Quer-schnitt	Inanspruch-nahme pro cm <sup>2</sup>	$\cos \gamma$	Streben-Spannung <i>S</i>	Quer-schnitt	Inanspruchnahme pro cm <sup>2</sup>		
									ohne Knickung	Knick-Coëf-ficient	mit Knickung
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
	t		t	cm	kg		t	cm	kg		kg
0. . 1	37·63	0·7963	47·26	60·5	781	0·6801	55·33	90·2	613	1·28	785
1. . 2	19·22	0·6801	28·26	37·2	760	0·5983	32·12	60·0	535	1·41	755
2. . 3	12·41	0·5983	20·74	30·0	691	0·5442	22·80	52·0	438	1·62	710
3. . 4	9·14	0·5442	16·80	30·0	560	0·5100	17·92	47·0	381	1·76	671
4. . 5	7·24	0·5100	14·20	30·0	473	0·4912	14·74	44·0	335	2·02	676
5. . 6	5·99	0·4912	12·20	30·0	407	0·4851	12·35	44·0	281	2·10	589
6. . 7	4·98	0·4851	10·27	—	—	0·4912	10·14	—	—	—	—

**9. Vergleichende Berechnung der resultierenden Ständerspannungen.**

Knoten	Zugdiagonalen-Fachwerk						Druckdiagonalen-Fachwerk				Ständer		
	tg $\gamma$	1) bei üblicher Belastung			2) mit unterer Knotenlast			tg $\gamma$	Horiz. Com-ponente	Verticallspannung		Resultate	
		Horiz. Com-ponente	Verticallspannung	Ständer	Horiz. Com-ponente	Verticallspannung	Ständer			Ständer	mit 1)	mit 2)	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
0	—	Endständer	. . .	-40·91	t	t	t	—	t	t	t	Aufl.-Dr.	= 88·43
1	0·7594	33·96	25·79	-24·46	37·63	28·57	-21·87	1·339	17·48	23·41	+30·11	+ 5·65	+ 8·24
2	1·0782	17·03	18·36	-17·03	19·22	20·72	-13·81	1·542	10·56	16·23	+23·19	+ 6·16	+ 9·38
3	1·339	10·75	14·39	-13·06	12·41	16·60	-9·48	1·637	7·29	13·30	+19·42	+ 6·36	+ 9·94
4	1·542	7·66	11·81	-10·48	9·14	14·09	-6·76	1·774	5·42	9·61	+16·93	+ 6·45	+10·17
5	1·687	5·80	9·78	-8·45	7·24	12·21	-4·68	1·803	4·22	7·61	+15·14	+ 6·69	+10·46
6	1·774	4·56	8·09	-6·76	5·99	10·63	-2·89	1·774	3·13	5·55	+13·29	+ 6·53	+10·40



**XLVII. (Fortsetzung).**

*Beanspruchung der Gurten des aus beiden Systemen zusammengesetzten wirklichen Trägers durch die bleibenden und beweglichen Lasten (Scala a).*

**4. Horizontale Spannungen in den Gurten pro Träger.**

Knoten	Momentenwerth nach dem Längenverhältnisse $M =$	Biegemoment pro System		Schematische Ständerhöhe	Horizontale Gurtespannung				Anmerkungen
		Eigenlast $= q$ 0·715 t pr. m	Totale Last $= p + q$ 2·015 t pr. m		pro System	Für beide Systeme zusammen	giltig für die Masche im		
					Mom ( $p+q$ ) Höhe		Unter- gurte	Ober- gurte	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
10	$M_{10} \times 1.00000$	mt 253·7	mt 715·0	m 7·40	t 96·62	t 192·31	—	9..10 8..9	ad (2), (3), (4): Die Momente:
9	" 0·98765	250·6	706·2	7·38	95·69	188·80	9..10	7..8	$(M_{10})_q = \frac{0·715}{8} \cdot \frac{53·28^2}{8} = 253·7$
8	" 0·95062	241·2	679·7	7·30	93·11	181·75	8..9	6..7	$(M_{10})_{p+q} = \frac{2·015}{8} \cdot \frac{53·28^2}{8} = 715·0$
7	" 0·88889	225·5	635·6	7·17	88·64	170·72	7..8	5..6	berechnen sich direct (auch mit Tab. V des II. Bandes annähernd).
6	" 0·80247	203·6	573·8	6·99	82·08	155·64	6..7	4..5	Alle anderen Momente ergeben sich dann mittelst der sub (2) citirten Coëfficienten der Schablone (Tab. VI).
5	" 0·69136	175·4	494·3	6·72	73·56	136·41	5..6	3..4	ad (6), (7):
4	" 0·55556	141·0	397·2	6·32	62·85	112·58	4..5	2..3	Die sub (6) berechneten Spannungen sind offenbar jene, welche in den beiden Systemträgern vorkommen und werden sub (7) summirt.
3	" 0·39506	100·23	282·5	5·68	49·73	81·93	3..4	1..2	
2	" 0·20988	53·24	150·1	4·66	32·20	52·37	2..3	0..1	
1	" 0·10802	27·41	77·23	3·83	20·17	20·17	1..2	—	
0	" 0·00000	0·00	0·00	2·35	0·00				

**5. Inanspruchnahme des Eisens in allen Gurttheilen**

im Untergurte				im Obergurte							
Masche	Spannung	Querschnitt	Inanspruchn. pr. cm <sup>2</sup>	Masche	cos $\omega$	Spannung		Querschnitt	Inanspruchnahme pro cm <sup>2</sup>		
						horizontal	im Gurte		ohne Knickung	Knick-Coëfficient	mit Knickung
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
	t	cm <sup>2</sup>	kg			t	t	cm <sup>2</sup>	kg		kg
9..10	188·80	267·5	706	9..10 8..9	1·0000 0·9996	192·31	192·3 192·4	299·2	643	1·12	720
8..9	181·75	"	679	7..8	0·9990	188·80	189·0	"	631	"	706
7..8	170·72	"	638	6..7	0·9982	181·75	182·1	"	608	"	681
6..7	155·64	234·0	665	5..6	0·9959	170·72	171·4	259·4	661	"	740
5..6	136·41	200·5	680	4..5	0·9910	155·64	157·0	"	605	"	678
4..5	112·58	"	562	3..4	0·9774	136·41	139·5	219·6	635	"	711
3..4	81·93	167·0	491	2..3	0·9454	112·58	119·1	"	542	1·13	612
2..3	52·37	127·2	412	1..2	0·8722	81·93	93·9	179·8	523	1·13	591
1..2	20·17	"	158	0..1	0·7071	52·37	74·1	"	413	1·05	434





## d) Berechnung der Constructionen mit continuirlichen Trägern.

### XLVIII. Einleitung.

Die continuirlichen Träger, welche vor zwei Decennien ausserordentlich beliebt waren, kommen wohl gegenwärtig gegenüber von anderen Constructionssystemen etwas weniger häufig zur Ausführung, obwohl man durchaus nicht behaupten könnte, dass die Richtigkeit der an die Continuirlichkeit geknüpften theoretischen und praktischen Voraussetzungen durch die gemachten Erfahrungen nicht bestätigt worden sei. Die in dieser Beziehung gemachten Wahrnehmungen haben im Gegentheile nur zur weiteren Vervollkommnung und gleichzeitigen Vereinfachung der Theorie dieser Constructionen geführt, so dass die gegenwärtig ausgeführten Träger dieses Systems, namentlich bezüglich der Verstreben, eine wesentlich grössere Sicherheit bieten als die ähnlichen älteren Constructionen.

Wenn also gegenwärtig das Princip der Continuirlichkeit etwas weniger häufig zur praktischen Verwerthung gelangt, so sind die hierfür massgebenden Gründe nicht im Constructionssysteme, sondern vielmehr in den generellen Verhältnissen zu suchen, welche bei jedem speciellen Brückenbaue den Ausschlag geben\*).

Die neue Verordnung schreibt für die continuirlichen Träger dieselben Belastungsscalen vor wie für die frei aufliegenden Träger.

Die Richtigkeit der bezüglichen Vorschriften basirt auf einer Reihe rechnungsmässiger Erfahrungen, sowie auf der Erwägung, dass im continuirlichen Träger die Momentenwirkungen sich über die Stützen continuirlich fortpflanzen, wogegen die abscherenden Wirkungen dortselbst zum grössten Theile durch die Stützenreactionen behoben werden.

Die eng verwandtschaftlichen Beziehungen, welche übrigens zwischen dem continuirlichen und dem frei aufliegenden Träger bestehen, wonach der letztere nur als ein specieller Fall des ersteren zu betrachten ist, können am besten dadurch beleuchtet werden, dass man alle für die Berechnung der continuirlichen Träger erforderlichen Formeln und Functionen auf jene Ausdrücke und Werthe bezieht, welche bei der Theorie der frei aufliegenden Träger vorkommen und welche allen Brückeningenieuren am geläufigsten sind.

In diesem Sinne wurde denn auch zur Berechnung der continuirlichen Träger nach den Bestimmungen der neuen Brückenverordnung die hier nachfolgende kurze Anleitung verfasst, deren Beigabe wohl als gerechtfertigt erscheinen dürfte, da alle diesfälligen bisherigen Abhandlungen auf Belastungsannahmen basiren, welche als nicht mehr genügend bezeichnet werden müssen und namentlich zur Berechnung der Streben am wenigsten conveniren.

Meine Darstellung, welche nur jene theoretischen Ausführungen zusammenzieht, welche dem praktischen Brückeningenieur unentbehrlich sind, nähert sich am meisten den in Paris und Wien zuerst erschienenen diesfälligen Arbeiten\*\*), verwerthet aber auch alle in dieser Theorie seither erzielten Fortschritte.

\*) Oft stehen keine zweifellos festen Stützpunkte zur Verfügung; in vielen Fällen wieder ist ein gleichzeitiger Gerüstbau in allen Oeffnungen unzulässig, oder aber eine Längenschiebung bedenklich. Endlich kommen gegenwärtig mehr Umbauten als Neubauten vor . . . etc.

\*\*) Als Erfinder der Theorie der continuirlichen Träger muss Herr Clapeyron, französ. Ingenieur der Minen, Mitglied der französ. Akademie der Wissenschaften . . . etc. bezeichnet werden, zu dessen Schülern sich auch der Verfasser zur Ehre rechnet, zählen zu dürfen. Die Theorie der continuirlichen Träger kam zu einer relativen Einfachheit, als Herr Clapeyron nach und nach die Anzahl der Unbekannten des Problems zu vermindern wusste und schliesslich im Jahre 1857 in einem der Akademie vorgelegten Memoire nur mehr die Stützmomente als Unbekannte beibehielt. Diese glückliche Verbesserung, zu welcher ihm allerdings der Civilingenieur Bertot die erste Anregung gab, war die Quelle aller späteren Fortschritte (Annales des Ponts et Chaussées 1860, 2. Sem., p. 405). Man vgl. die späteren Werke: Louis Bresse, Prof. der Ecole des Ponts et Chaussées, Cours de Mécanique appliquée, 3<sup>me</sup> partie, Paris, Gauthiers-Villars 1865. — Heinrich Schmidt, Oberingenieur der k. k. priv. Staatseisenbahn-Gesellschaft: Beiträge zum Brückenbau, Separatabdruck aus der Allg. Bauzeitung 1866, 1867, 1868, vereint erschienen Wien 1869, eine ausserordentlich fleissig verfasste Zusammenstellung von Formeln. — Dr. E. Winkler, Theorie der äusseren Kräfte gerader Träger, Wien 1870, woselbst zuerst die theilweise Felderbelastung näher behandelt wird . . . etc. — sowie viele neuere Arbeiten. Bei allen seither und insbesondere auch jetzt durch die neue österreichische Verordnung vom 15. September 1887 eingeführten Verbesserungen bleibt man indessen wohl noch darauf angewiesen, die zur sogen. Clapeyron'schen Gleichung der drei Momente erforderlichen Integrationen unter der Annahme eines constanten Trägerquerschnittes vorzunehmen, so dass die auf Grundlage der Berechnungen dann eingeführten Querschnittsabstufungen nur als eine weitere Annäherung gelten können, für welche eine neuerliche Controlrechnung erforderlich wäre. Die diesfalls angestellten höchst mühevollen Untersuchungen haben indessen bewiesen, dass die betreffende Unsicherheit gewisse noch annehmbare Grenzen nicht überschreitet. Bereits im Jahre 1866 (Ann. des P. et Ch.) berechnet Herr Albaret, dass man durch Gurtabstufungen mindestens 28% des Eisengewichtes erspare und dass die Unsicherheit weniger als 17% betragen müsse. Im Jahre 1873 aber findet Herr J. Weyrauch (Allg. Theorie u. Berechnung der continuirl. u. einf. Träger, S. 140) durch eine mit peinlicher Sorgfalt durchgeführte Controlrechnung, dass die bezügliche Unsicherheit in den Gurten höchstens 6 $\frac{1}{2}$ %, in den Streben höchstens 2% beträgt.

Auch rücksichtlich der gewählten Bezeichnungen wurde die thunlichste Aufrechterhaltung des bereits Existirenden mit der strengen Ordnung der Buchstaben und Zeichen zu vereinen gesucht, wobei sowohl auf deutsche als auch auf französische Werke Rücksicht genommen wurde.

Die nur von der Feldereinteilung abhängigen Hilferwerthe sind alle mit griechischen Buchstaben, dagegen die auf die Belastung Bezug habenden Grössen mit lateinischen Buchstaben bezeichnet. (Man vgl. übrigens den Buchstaben-Index.)

Nur rücksichtlich der Durchführung der Rechnungen unterscheidet sich meine Anleitung zur Behandlung continuirlicher Träger grundsätzlich von allen ähnlichen Arbeiten und diese Divergenz steht in unmittelbarem Zusammenhange mit den Vorschriften der neuen Verordnung. Der hier empfohlene Vorgang ist beiläufig folgender:

1. Es soll im Allgemeinen auf die Verwendung jener ausserordentlich complicirten Formeln oder zum Voraus berechneten Tabellen und Schablonen verzichtet werden, welche ganzen Belastungscombinationen entsprechen oder sogar die bereits ganz fertiggestellten äussersten Umhüllungslinien der dargestellten grössten Momente und Scherkräfte unmittelbar geben, weil die hierbei seinerzeit gemachten Annahmen nicht mehr zutreffend sind.

2. Es sollen dagegen vor Allem die Stützenmomente des ganzen Trägers successive für die totale Belastung je eines einzigen Feldes in der sonst last- und gewichtfrei gedachten Construction bestimmt und sämmtliche Resultate in einem Schema vereint werden, aus welchem dann die einer beliebigen Combination total belasteter Felder entsprechenden complexen Momente durch eine einfache algebraische Addirung sofort erhalten werden. Es entsteht solcherweise das ergänzte Schema der Stützenmomente für die zufällige Belastung (nach Scala **a** der Verordnung), welches man durch Beifügung der auf gleiche Art für die permanente Last erhaltenen\*) Momente zu einem allgemeinen Schema der Stützenmomente umwandelt\*\*).

3. Das eben besprochene Schema, für dessen fast sofortige Aufstellung ich durch geeignete Coëfficienten-Tabellen vorgesorgt habe, gestattet es, mittelst der üblichen parabolischen Curvenlineale das bekannte Graphikon der Momente für die Materialvertheilung in den Gurten unmittelbar auszuziehen, und ist hierfür eine weitere Zuziehung partieller Belastungen nicht nothwendig.

Das gedachte Schema gestattet es aber auch, das Graphikon der verticalen Scherkräfte auf bequeme Weise aufzustellen, indem hierfür nur mehr die rechnungsmässige Zuziehung der partiellen Belastung im jeweils betrachteten Felde (nach Scala **b** der Verordnung) erforderlich ist.

Das eben geschilderte Verfahren, welches den neuen Vorschriften vollständig angepasst ist, erfordert im Falle der Benützung meiner Coëfficienten-Tabellen nur sehr wenige Rechnungsoperationen zur Bestimmung der Stützenmomente, und benützt eigentlich die Graphik nur zur Darstellung gefundener Resultate. Die Coëfficienten-Tabellen wurden für alle Verhältnisse  $\theta$  des Endfeldes zum Mittelfelde von 0.500, 0.505 . . . . bis 0.995, 1.000 ausgerechnet, dürften also für alle in der Praxis gewöhnlich vorkommenden Fälle genügen.

Schliesslich muss noch bezüglich der eben besprochenen Aufstellung des Graphikons der Momente oder aber der Verticalkräfte auf den Umstand gewiesen werden, dass die hier ausgezogenen Curven bereits die permanenten und zufälligen Lasten cumulativ berücksichtigen, wogegen alle früher benützten, für bestimmte Felderverhältnisse aufgestellten Tabellen oder Schablonen die Resultate der beiden Einwirkungen immer nur abgesondert geben, so dass eine nachträgliche graphische Cumulirung erforderlich ist.

Zum besseren Verständnisse der nun nachfolgenden Abhandlung, welche, wie bereits erörtert wurde, die früher nur zu theoretischen Zwecken zugezogene Betrachtung eines allein belasteten Feldes in dem sonst last- und gewichtfreien Träger\*\*\*) nunmehr als Haupt-Rechnungsmittel verwerthet, habe ich sämmtliche dabei in Betracht kommenden und später am gehörigen Orte noch näher definirten Bezeichnungen in der nachstehenden Zusammenstellung vereint, welche man sich jedesmal vor Augen zu halten haben wird, wenn von dieser gedachten Belastung die Rede ist oder aber, wenn auch nur die ganze Reihenfolge der Felder und Stützen in Betracht kommt und deshalb eine entsprechende Numerirung angenommen werden muss.

\*) Es ist nämlich die frühere Annahme einer gleichen Belastungseinheit pro  $m$  für alle Felder ebenso unzulässig für die permanente Last wie für die zufällige Last, und ist diese Berichtigung wohl wichtiger als gewisse Verschärfungen in der Theorie, die besser entfallen können.

\*\*) Im Ganzen sind, wie später nachgewiesen wird, genau zweimal so viel Combinationen als Felder zuzuziehen.

\*\*\*) Die Stützpunkte müssen bekanntlich dabei nicht mehr bloß als solche, vielmehr als wirkliche Fixpunkte angenommen werden, welche weder nach unten noch nach oben weichen können.

(1)

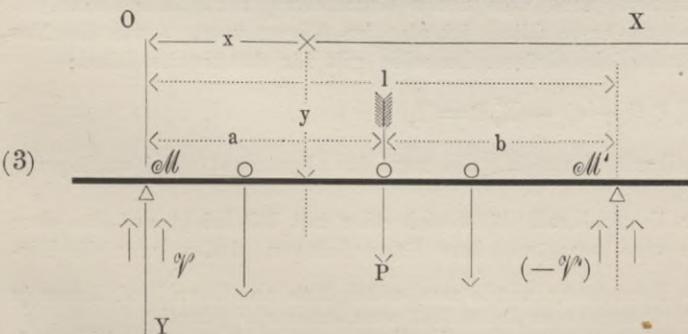
Felder:	1	2	...	k-1	k	k+1	...	n-1	n			
Längen:	× · l <sub>1</sub> · ×	· l <sub>2</sub> · ×	· ..... · ×	· l <sub>k-1</sub> · ×	· l <sub>k</sub> = 1 · ×	· l <sub>k+1</sub> · ×	· ..... · ×	· l <sub>n-1</sub> · ×	· l <sub>n</sub> · ×			
Träger:	△	△	△	△	△	△	△	△	△			
Stützen:	0	1	2	.....	k-2	k-1	k	k+1	.....	n-2	n-1	n
Coëffic. α:	α <sub>0</sub> =0	α <sub>1</sub> =1	α <sub>2</sub>	.....	α <sub>k-2}</sub>	α <sub>k-1</sub> =α	α' = α <sub>k</sub>	α <sub>k+1</sub>	.....	α <sub>n-2}</sub>	α <sub>n-1}</sub>	α <sub>n</sub> } ideell
Verhältnisse =	∞	sonst immer > + 2	.....	.....	.....	- α' / α = μ	.....	.....	.....	.....	.....	.....
Coëffic. β:	ideell } β <sub>n</sub>	β <sub>n-1}</sub>	β <sub>n-2}</sub>	.....	β <sub>n-k+2}</sub>	β <sub>n-k+1</sub> =β	β' = β <sub>n-k}</sub>	β <sub>k}</sub>	.....	β <sub>2}</sub>	β <sub>1</sub> =1	β <sub>0</sub> =0
Verhältnisse:	.....	.....	.....	.....	.....	- β / β' = ν	.....	.....	.....	.....	.....	= ∞
Belastungs- Functionen:	}	.....	.....	.....	.....	T <sub>k</sub> =T	T' = T' <sub>k</sub>	.....	.....	.....	.....	.....
Stützen- Momente }	M <sub>0</sub> =0	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	.....	M <sub>k-2}</sub>	M <sub>n-1</sub> =M	M' = M <sub>k</sub>	M <sub>k+1}</sub>	.....	M <sub>n-2}</sub>	M <sub>n-1}</sub>	M <sub>n</sub>
Stützen- Setzung }	y <sub>0</sub>	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	.....	y <sub>k-2}</sub>	y <sub>k-1</sub> =y	y' = y <sub>k</sub>	y <sub>k+1}</sub>	.....	y <sub>n-2}</sub>	y <sub>n-1}</sub>	y <sub>n</sub>
Stützen- Reactionen }	R <sub>0</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	.....	R <sub>k-2}</sub>	R <sub>k-1</sub> =R	R' = R <sub>k</sub>	R <sub>k+1}</sub>	.....	R <sub>n-2}</sub>	R <sub>n-1}</sub>	R <sub>n</sub>

*XLIX. Allgemeine Formeln des gebogenen Trägers für die Biegemomente und Scherkräfte in einem beliebigen Querschnitte eines kontinuierlichen Trägers bei ganz beliebiger Belastung.*

**1. Biegemoment und Scherkraft.**

Wir nehmen principiell an, dass die positiven Momente nach  $\curvearrowright$  biegen, die positiven Scherkräfte nach  $\equiv$  scheren und bezeichnen mit:

- (2)  $\left\{ \begin{array}{l} J \dots \text{das constante Trägheitsmoment des Trägerquerschnittes;} \\ E \dots \text{den Elasticitätsmodul des Trägermaterials;} \\ l \dots \text{die Länge des betrachteten Brückenfeldes (das ist die Feld-Stützweite);} \\ P \dots \text{eine beliebige, auf das Feld wirkende concentrirte oder auch differentielle Kraft;} \\ a \ b \dots \text{deren Entfernungen zu dem linkseitigen und dem rechtseitigen Stützpunkte;} \\ M \ M' \dots \text{die beiden Stützenmomente linkseits und rechtseits des betrachteten Feldes;} \\ M_x \dots \text{das Moment im Querschnitte, dessen Abscisse } x \text{ ist;} \\ \mathcal{V} \ \mathcal{V}' \dots \text{die im Felde nächst den Stützen vorherrschenden Verticalkräfte mit ihren Vorzeichen;} \\ \mathcal{V}_x \dots \text{die Verticalkraft im Schnitte, dessen Abscisse } x \text{ ist;} \\ x, y \dots \text{die Coordinaten des der neutralen Faser (oder elastischen Linie) zugehörigen Punktes des betrachteten Schnittes mit den in nachstehender Figur (3) angenommenen Achsen } OX \text{ und } OY, \text{ wobei also die Ordinaten von oben nach unten aufgetragen, gedacht sind.} \end{array} \right.$



Das hier in beliebiger Lage und bei beliebiger Belastung des ganzen Trägers betrachtete Brückenfeld unterliegt an seinen beiden Enden den Momenten  $M \ M'$  und den Scherkräften  $\mathcal{V} \ \mathcal{V}'$ , sowie im Uebrigen den unmittelbar ertragenen Kräften und Lasten; die Berechnung kann hier nach allein, und abgesehen von allen

anderen Trägerfeldern und dort anhaftenden Belastungen, vorgenommen werden.

Wird demnach mit dem üblichen Zeichen  $\Sigma$  eine auf die diversen im Felde zur Geltung kommenden Kräfte und Lasten bezogene Summirung verstanden, so hat man auf der Figur:

$$(4) \dots \dots \begin{cases} \mathcal{M}_x = \mathcal{M} - \mathcal{V} \cdot x + \Sigma_0^x P(x - a), \dots \text{sonach für } x = 1 \text{ am rechten Ende} \\ \mathcal{M}' = \mathcal{M} - \mathcal{V} \cdot 1 + \Sigma_0^1 P(1 - a), \dots \text{woraus der Werth von } \mathcal{V}: \end{cases}$$

$$(5) \dots \dots \mathcal{V} = \frac{\mathcal{M} - \mathcal{M}'}{1} + \frac{1}{1} \Sigma_0^1 P(1 - a) \quad \text{und durch Substitution in (4):}$$

$$(6) \dots \dots \begin{cases} \mathcal{M}_x = \mathcal{M} + \frac{\mathcal{M}' - \mathcal{M}}{1} x + \Sigma_0^x P(x - a) - \frac{x}{1} \Sigma_0^1 P(1 - a) & \text{oder auch} \\ \mathcal{M}_x = \frac{(1-x)\mathcal{M} + x\mathcal{M}'}{1} + \left[ \Sigma_0^x P(x - a) - \frac{x}{1} \Sigma_0^1 P(1 - a) \right] \end{cases}$$

Diese sehr allgemeine Formel bedeutet, dass  $\mathcal{M}_x$  aus zwei Theilen besteht, wovon der erste aus der geradlinigen Interpolation zwischen  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{M}'$  für die Abscisse  $x$  entsteht, der zweite hingegen jenes Moment:

$$\Sigma_0^x P(x - a) - \frac{x}{1} \Sigma_0^1 P(1 - a) = \mathcal{M}_x$$

darstellt, welches man im betrachteten Querschnitte erhalten würde, wenn das Brückenfeld abgetrennt (frei aufliegend) wäre\*).

Nachdem die neue Verordnung für die Berechnung der Gurten nur die Belastung ganzer Felder vorschreibt, so werden bei veränderlichem  $x$ ,  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{M}'$  unverändert bleiben. Das erste Glied wird demnach durch die Ordinate einer Geraden, das zweite dagegen durch jene einer Parabel dargestellt, und man erhält hiernach für  $\mathcal{M}_x$  eine Parabel mit gleichem Parameter und gleich orientirter Symmetrieachse.

Ich werde später zur Rechtfertigung dieser Rechnungsart, also nur zu theoretischen Zwecken, auch solche Belastungen zuziehen, welche mit  $x$  veränderlich sind; dies aber nur, um zu zeigen, dass deren Berücksichtigung überflüssig ist, und habe daher vorläufig keinen Grund, in eine weitere Zergliederung der Formel von  $\mathcal{M}_x$  einzugehen.

Betrachten wir nun die Scherkräfte im selben Brückenfelde. Man hat im Allgemeinen:

$$\mathcal{V}_x = \mathcal{V} - \Sigma_0^x P$$

Die Substitution des sub (3) gefundenen Werthes  $\mathcal{V}$  ergibt:

$$(7) \dots \dots \mathcal{V}_x = \frac{\mathcal{M} - \mathcal{M}'}{1} + \left[ \frac{1}{1} \Sigma_0^1 P(1 - a) - \Sigma_0^x P \right]$$

Wenn hiernach nur solche Belastungen zugezogen wären (wie es bei Entstehung der continuirlichen Träger üblich gewesen), welche sich mit  $x$  nicht ändern, so würde der einfache Vergleich der Formeln (5) und (6) zu der früher oft citirten Relation:

$$(8) \dots \dots \mathcal{V}_x = - \frac{d \mathcal{M}_x}{dx}$$

führen\*\*), welche jedoch hier zur Berechnung der Streben durchaus keine Giltigkeit hat, weil die neue Verordnung diesfalls Belastungen vorschreibt, welche für jeden Brückenquerschnitt sowohl in der Ausdehnung als auch in der Einheit (nach dem neuen Grundsätze) veränderlich sind.

Das in der Formel (6) erscheinende erste Glied ist also im Allgemeinen, sowie die Momente  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{M}'$  selbst, eine mit  $x$  veränderliche Grösse. Dasselbe gilt für das zweite Glied:

$$\frac{1}{1} \Sigma_0^1 P(1 - a) - \Sigma_0^x P = \mathcal{V}_x$$

welches die uns wohlbekannte Verticalkraft darstellt, die man im abgetrennt (frei aufliegend) gedachten Felde erhalten würde.

Die allgemeine Formel (7) der Verticalkraft lässt sich aber mit Rücksicht auf die eben besprochenen Belastungsvorschriften in eine verständlichere Form bringen, indem man die Mo-

\*) Diese hier vorwiegend benützte Betrachtung wurde zum ersten Male von Herrn Prof. Bresse in seinen Vorträgen an der Ecole des Ponts et Chaussées im Jahre 1861 zum Ausdrucke gebracht.

\*\*) Dieselbe wird später für das Graphikon der von einer Einzellast erzeugten Momente und Verticalkräfte zur Geltung kommen.

mente  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{M}'$  in je zwei Theilmomente zergliedert, so dass die ersteren  $\mathcal{M}_0$  und  $\mathcal{M}'_0$  der unveränderlich bleibenden Belastung, d. i. der gesammten permanenten Last und der unter Ausschluss des betrachteten Feldes gedachten Belastungscombination, die letzteren  $M$  und  $M'$  dagegen der blossen veränderlichen Feldbelastung entsprechen. Man hat dann hiernach:

$$(9) \quad \mathcal{M} = \mathcal{M}_0 + M \quad \mathcal{M}' = \mathcal{M}'_0 + M'$$

$$(10) \quad \mathcal{V}_x = \frac{\mathcal{M}_0 - \mathcal{M}'_0}{1} + \frac{M - M'}{1} + \mathcal{V}_x$$

In dieser Formel ist jetzt das erste Glied eine wirkliche Constante, das zweite dagegen eine nur von der variablen Feldbelastung abhängige Grösse, das dritte endlich die uns wohlbekannte Verticalkraft des frei aufliegend gedachten Feldes für sämmtliche darauf haftende Kräfte und Lasten (permanente und zufällige Last).

Ausser den Momenten und Verticalkräften sind für den continuirlichen Träger keine anderen Grössen zur vollständigen Bestimmung der äusseren Kräfte nothwendig.

### 2. Stützenreactionen.

Die früher als Rechnungsmittel eingeführten sogen. Stützenreactionen  $\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_n$  kommen in der jetzigen Theorie nicht mehr in Betracht und werden höchstens, insoferne sie zur Berechnung der Auflager oder Pfeiler erforderlich sind, von den dortselbst massgebenden Verticalkräften deducirt. Hierzu genügt die Bemerkung, dass jeder Mittelpfeiler die nächst dem Auflager auf beiden anruhenden Feldern vorherrschenden Verticalkräfte, jeder Landpfeiler die nächst dem Endständer vorherrschende Verticalkraft des Uferfeldes aufzunehmen hat.

Mit Rücksicht auf das für die Verticalkräfte angenommene Vorzeichen ergibt sich hiernach:

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ auf einem Mittelpfeiler} \quad \mathcal{R}_k = \mathcal{V}_{k+1} - \mathcal{V}'_k \\ 2. \text{ auf einem Landpfeiler} \quad \mathcal{R}_0 = \mathcal{V}_0 \quad \text{oder} \quad \mathcal{R}_n = -\mathcal{V}'_n \end{array} \right.$$

Hierbei werden die Stützenreactionen  $\mathcal{R}$  als die entgegengesetzten Kräfte der sogen. Auflagerdrücke betrachtet, so dass der ganze Träger durch die Gesammtheit der Lasten und Gewichte einerseits, sowie der Stützenreactionen andererseits im Gleichgewichte gehalten gedacht wird.

In der Praxis sind die Reactionen  $\mathcal{R}_k, \mathcal{R}_0$  und  $\mathcal{R}_n$ , mit Rücksicht auf die permanente Eigenlast, fast immer als positive, nach aufwärts gerichtete Kräfte zu betrachten.

In der Theorie der blossen Belastung eines einzigen Feldes in dem sonst last- und gewichtfreien Träger kommen aber auch negative, nach abwärts gerichtete Stützenreactionen vor, welche gewissermassen theoretische Verankerungen des Trägers darstellen\*).

Aber, wie bereits erwähnt, sind alle diese die Stützenreactionen treffenden Betrachtungen für die Berechnung der continuirlichen Träger nach der jetzt üblichen Methode so ziemlich entbehrlich und es ist aus allem Obgesagten (sowohl für  $\mathcal{M}_x$  als für  $\mathcal{V}_x$ ) zu entnehmen, dass zu dieser Berechnung vorwiegend die Ermittlung der Stützenmomente für eine beliebige Combination total belasteter Felder, oder aber für eine beliebige Belastung eines einzigen Feldes von Wichtigkeit ist.

### L. Die Grundformeln der continuirlichen Träger.

#### 1. Stützen-Tangenten bei beliebiger Belastung einiger Felder.

Ich bezeichne im Coordinaten-Systeme (3) mit  $y_A, y'_A, \dots$  die Setzungen der Stützen, unter  $O X, t, t' \dots$  die Tangenten der Winkel, welche die Elemente der elastischen Linie nächst der Stützen mit  $O X$  bilden; man hat nach der allgemeinen Biegungslehre:

$$EJ \frac{d^2y}{dx^2} = \mathcal{M}_x \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{EJ} \int_0^x \mathcal{M}_x dx + \text{const.} \quad t = 0 + \text{const.}$$

und hiernach die auf die linksseitige Stütze bezogene allgemeine Formel:

$$(12) \quad \frac{dy}{dx} = t + \frac{1}{EJ} \int_0^x \mathcal{M}_x dx \quad \text{man hat ferner nach (4)}$$

\*) In der Praxis sind  $(-\mathcal{V}'_k)$  und  $(-\mathcal{V}'_n)$  positive Werthe für jene Belastungen, welche in Betracht kommen. Für die Belastung eines einzelnen Feldes sind  $R_0, R_1, R_2, \dots, R_n$  die Reactionen.

$$\int_0^x \mathcal{M}_x dx = \mathcal{M} \cdot x + \frac{1}{2} \Sigma_0^x P (x - a)^2 - \frac{x^2}{2} \mathcal{Q}' \quad \text{somit durch Substitution:}$$

$$(13) \quad \dots \dots \frac{dy}{dx} = t + \frac{1}{2EJ} \left[ 2 \mathcal{M} \cdot x + \Sigma_0^x P (x - a)^2 - \mathcal{Q}' x^2 \right]$$

und durch abermalige Integration (wenn  $y_A$  die linkseitige Auflagersetzung bezeichnet):

$$(14) \quad \dots \dots y = tx + \frac{1}{2EJ} \left[ \mathcal{M} \cdot x^2 + \frac{1}{3} \Sigma_0^x P (x - a)^3 - \frac{1}{3} \mathcal{Q}' x^3 \right] + y_A$$

somit für  $x = l$  (wenn  $y'_A$  die rechtseitige Auflagersetzung bezeichnet):

$$y'_A = tl + \frac{1}{6EJ} \left[ 3 \mathcal{M} \cdot l^2 + \Sigma_0^l P (l - a)^3 - \mathcal{Q}' l^3 \right] + y_A$$

daher für die Tangente  $t$ :

$$(15) \quad \dots \dots t = \frac{y'_A - y_A}{l} - \frac{1}{6EJ} \left[ 3 \mathcal{M} \cdot l + \frac{1}{l} \Sigma_0^l P (l - a)^3 - \mathcal{Q}' l^2 \right]$$

Hiernach ergeben sich nach Einsetzung des Werthes (5) von  $\mathcal{Q}'$  und Reduction — beziehungsweise nach Aufstellung der ganz symmetrischen Relation für  $t'$  oder aber Berechnung dieses letzteren Werthes mittelst  $t$  durch (13) — die beiden Fundamental-Gleichungen:

$$(16) \quad \dots \dots t = \frac{y'_A - y_A}{l} - \frac{1}{6EJ} \left[ 2 \mathcal{M} \cdot l + \mathcal{M}' \cdot l - \frac{1}{l} \Sigma_0^l P a (l - a) (2l - a) \right]$$

$$(17) \quad \dots \dots t' = \frac{y'_A - y_A}{l} + \frac{1}{6EJ} \left[ 2 \mathcal{M}' \cdot l + \mathcal{M} \cdot l - \frac{1}{l} \Sigma_0^l P a (l - a) \cdot (l + a) \right]$$

Diese wichtigen Gleichungen dienen zur Aufstellung sämtlicher auf continuirliche und frei aufliegende Träger mit ganzer oder nur theilweiser Einspannung bezug habenden Gleichungen. Dieselben schreiben sich symmetrischer bei Einführung der Entfernungen  $b$  zur rechtseitigen Stütze, sowie der Hilfwerte:

$$(18) \quad \dots \dots T = \frac{1}{l} \Sigma_0^l P a (l - a) (2l - a) = \frac{1}{l} \Sigma_0^l P \cdot a \cdot b \cdot (l + b)$$

$$(19) \quad \dots \dots T' = \frac{1}{l} \Sigma_0^l P a (l - a) (l + a) = \frac{1}{l} \Sigma_0^l P \cdot a \cdot b \cdot (l + a)$$

welche nur von der Belastung des betrachteten Feldes abhängige Functionen, die im frei aufliegend gedachten Felde berechneten Producte  $+ 6EJ \times t$  und  $- 6EJ \times t'$  darstellen\*):

$$(20) \quad \dots \dots t = \frac{y'_A - y_A}{l} - \frac{1}{6EJ} \left[ 2 \mathcal{M} \cdot l + \mathcal{M}' \cdot l - T \right]$$

$$(21) \quad \dots \dots t' = \frac{y'_A - y_A}{l} + \frac{1}{6EJ} \left[ 2 \mathcal{M}' \cdot l + \mathcal{M} \cdot l - T' \right]$$

## 2. Clapeyron'sche Gleichung der drei Momente bei beliebiger Belastung einiger Felder.

Diese Gleichung entsteht, indem man für die Mittelstütze  $k$  zweier anliegender Felder  $l_k$  und  $l_{k+1}$  berücksichtigt, dass das  $t'$  von  $l_k$  gleich dem  $t$  von  $l_{k+1}$  ist; man hat nach (20) (21):

$$(22) \quad \dots \dots + t'_k = \frac{y_k - y_{k-1}}{l_k} + \frac{1}{6EJ} \left[ 2 \mathcal{M}_k + \mathcal{M}_{k-1} - T'_k \cdot \frac{1}{l_k} \right]$$

$$(23) \quad \dots \dots - t_{k+1} = \frac{y_k - y_{k+1}}{l_{k+1}} + \frac{1}{6EJ} \left[ 2 \mathcal{M}_k + \mathcal{M}_{k+1} - T_{k+1} \cdot \frac{1}{l_{k+1}} \right]$$

Die Summirung ergibt nach Reduction die erweiterte Clapeyron'sche Gleichung:

$$(24) \quad \dots \quad 6EJ \left[ \frac{y_{k+1}}{l_{k+1}} - \left( \frac{1}{l_k} + \frac{1}{l_{k+1}} \right) y_k + \frac{y_{k-1}}{l_k} \right] = l_k \mathcal{M}_{k-1} + 2 (l_k + l_{k+1}) \mathcal{M}_k + l_{k+1} \mathcal{M}_{k+1} - T'_k - T_{k+1}$$

\*) Wo die gedachten Tangenten  $t, t'$  mit jenen Vorzeichen genommen sind, welche dem Coordinatensysteme (3) entsprechen, wo also gewöhnlich:  $t > 0$  und  $t' < 0$ , wobei die Gleichungen (20) (21) auch für alle Fälle eines Trägers mit nur 2 Stützen angewendet werden können. (Eingespannter Träger . . . etc.)

Das ist die sogenannte Gleichung der 3 Momente zweier anliegender Felder. Da man gewöhnlich annimmt, dass auf den Stützen keine Setzungen  $y$  stattgefunden haben, so schreibt sich diese Gleichung einfacher:

$$(25) \quad \dots \dots \dots I_k \mathcal{M}_{k-1} + 2(I_k + I_{k+1}) \mathcal{M}_k + I_{k+1} \mathcal{M}_{k+1} = T'_k + T_{k+1}$$

LI. Stützenmomente  $M_1 M_2 \dots M_k \dots M_{n-1}$ , welche durch eine beliebige Belastung eines einzigen Feldes  $k$  im sonst last- und gewichtfreien Träger entstehen.

Man schreibt die Gleichung (25) für alle Felderpaare:

$$(26) \quad \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} (M_0^*) I_1 + 2 M_1 \cdot (I_1 + I_2) + M_2 \cdot I_2 = 0 \\ M_1 \cdot I_2 + 2 M_2 \cdot (I_2 + I_3) + M_3 \cdot I_3 = 0 \\ M_2 \cdot I_3 + 2 M_3 \cdot (I_3 + I_4) + M_4 \cdot I_4 = 0 \\ \dots \dots \dots \\ M_{k-3} I_{k-2} + 2 M_{k-2} (I_{k-2} + I_{k-1}) + M_{k-1} I_{k-1} = 0 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{Das sind } (k - 2) \\ \text{linearische Gleichungen} \\ \text{mit den } k - 1 \text{ Unbe-} \\ \text{kannten: } M_1 M_2 \dots M_{k-1} \end{array} \right.$$

$$(27) \quad \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} M_{k-2} I_{k-1} + 2 M_{k-1} (I_{k-1} + I_k) + M_k \cdot I_k = T'_k \\ M_{k-1} I_k + 2 M_k (I_k + I_{k+1}) + M_{k+1} I_{k+1} = T'_{k+1} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{Die zwei Hauptgleichungen} \\ \text{für das belastete Feld} \end{array} \right.$$

$$(28) \quad \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} M_k I_{k+1} + 2 M_{k+1} (I_{k+1} + I_{k+2}) + M_{k+2} I_{k+2} = 0 \\ \dots \dots \dots \\ M_{n-3} I_{n-2} + 2 M_{n-2} (I_{n-2} + I_{n-1}) + M_{n-1} I_{n-1} = 0 \\ M_{n-2} I_{n-1} + 2 M_{n-1} (I_{n-1} + I_n) + M_n^* I_n = 0 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{Das sind } (n - 1 - k) \\ \text{linearische Gleichungen} \\ \text{mit den } (n - k) \text{ Unbe-} \\ \text{kannten: } M_k M_{k+1} \dots M_{n-1} \end{array} \right.$$

Das System dieser  $n - 1$  linearischen Gleichungen mit den  $n - 1$  Unbekannten  $M_1, M_2, \dots, M_{n-1}$  ermöglicht es im Allgemeinen, diese letzteren zu berechnen; die specielle Form der Gleichungen aber gestattet es, die gedachte Berechnung in einer höchst einfachen und bequemen Weise zu vollziehen:

1. Mit dem Syteme (26) berechnet man die Verhältnisse\*\*):

$$(29) \quad \dots \alpha_0 = \frac{M_0}{M_1} = 0 \quad \alpha_1 = \frac{M_1}{M_1} = 1 \quad \alpha_2 = \frac{M_2}{M_1} \quad \alpha_3 = \frac{M_3}{M_1} \dots \dots \alpha_{k-1} = \frac{M_{k-1}}{M_1}$$

der  $(k - 2)$  Unbekannten  $M_2, M_3 \dots M_{k-1}$  zu  $M_1$  und sind die diesfälligen  $(k - 2)$  Gleichungen:

$$(30) \quad \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \alpha_0 \cdot I_1 + 2 \alpha_1 \cdot (I_1 + I_2) + \alpha_2 \cdot I_2 = 0 \\ \alpha_1 \cdot I_2 + 2 \alpha_2 \cdot (I_2 + I_3) + \alpha_3 \cdot I_3 = 0 \\ \alpha_2 \cdot I_3 + 2 \alpha_3 \cdot (I_3 + I_4) + \alpha_4 \cdot I_4 = 0 \\ \dots \dots \dots \\ \alpha_{k-3} I_{k-2} + 2 \alpha_{k-2} (I_{k-2} + I_{k-1}) + \alpha_{k-1} I_{k-1} = 0 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{Das sind } (k - 2) \text{ Glei-} \\ \text{chungen mit den } (k - 2) \\ \text{Unbekannten } \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_{k-1}, \\ \text{deren Werthe nur von den} \\ \text{Felderlängen abhängen.} \end{array} \right.$$

2. Desgleichen berechnet man mit dem Systeme (28) die Verhältnisse\*\*):

$$(31) \quad \beta_0 = \frac{M_n}{M_{n-1}} = 0 \quad \beta_1 = \frac{M_{n-1}}{M_{n-1}} = 1 \quad \beta_2 = \frac{M_{n-2}}{M_{n-1}} \quad \beta_3 = \frac{M_{n-3}}{M_{n-1}} \dots \dots \beta_{n-k} = \frac{M_k}{M_{n-1}}$$

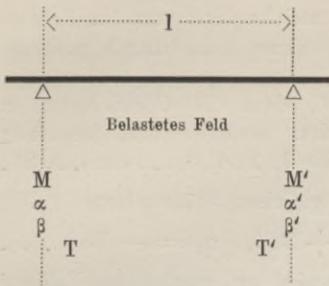
der  $(n - 1 - k)$  Unbekannten  $M_k, M_{k+1} \dots M_{n-2}$  zu  $M_{n-1}$  und sind die diesfälligen  $(n - 1 - k)$  Gleichungen:

$$(32) \quad \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \beta_0 \cdot I_n + 2 \beta_1 \cdot (I_n + I_{n-1}) + \beta_2 \cdot I_{n-1} = 0 \\ \beta_1 \cdot I_{n-1} + 2 \beta_2 \cdot (I_{n-1} + I_{n-2}) + \beta_3 \cdot I_{n-2} = 0 \\ \beta_2 \cdot I_{n-2} + 2 \beta_3 \cdot (I_{n-2} + I_{n-3}) + \beta_4 \cdot I_{n-3} = 0 \\ \dots \dots \dots \\ \beta_{n-2-k} I_{k+2} + 2 \beta_{n-1-k} (I_{k+2} + I_{k+1}) + \beta_{n-k} I_{k+1} = 0 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{Das sind } (n - 1 - k) \text{ Glei-} \\ \text{chungen m. den } (n - 1 - k) \\ \text{Unbekannten } \beta_2 \beta_3 \dots \beta_{n-k}, \\ \text{deren Werthe nur von den} \\ \text{Felderlängen abhängen.} \end{array} \right.$$

\*) Die figurirenden Momente:  $M_0$  und  $M_n$  sind hier  $= 0$  und verschwinden sonach aus den Gleichungen. Im Falle von eingespannten Enden, von über die Endstützen verlängerten Trägern  $\dots$  überhaupt wenn  $M_0$  und  $M_n \geq 0$ , müssen noch 2 Gleichungen hinzu kommen.

\*\*) Diese nur von den Längenverhältnissen abhängigen Hilfswerthe sind hiernach Verhältnisswerthe zu den Stützenmomenten der unbelasteten Felder, und werden auch später zur Berechnung verwendet.





Bezeichnen  $l$  die Länge des belasteten Feldes,  $M \alpha \beta T \dots$  die der linkseitigen Stütze und  $M' \alpha' \beta' T' \dots$  die mit der rechtseitigen Stütze correspondirenden Functionen, so hat man (41) in etwas einfacherer und verständlicherer Schreibart:

$$(42) \quad M_1 = \frac{1}{l} \frac{\beta T + \beta' T'}{\alpha \beta' - \beta \alpha'} \quad M_{n-1} = \frac{1}{l} \frac{\alpha T + \alpha' T'}{\alpha \beta' - \beta \alpha'}$$

und für die Stützen des betrachteten Feldes selbst (29), (31):

$$(43) \quad M = \frac{\alpha}{l} \frac{\beta T + \beta' T'}{\alpha \beta' - \beta \alpha'} \quad M' = \frac{\beta'}{l} \frac{\alpha T + \alpha' T'}{\alpha \beta' - \beta \alpha'}$$

Die vorangehenden Formeln (42), (43) gelten für alle Stützenmomente und alle Fälle, wo ein beliebiges Mittelfeld in beliebiger Weise belastet wird.

Für den speciellen Fall wo ein Endfeld belastet wird, verschwindet eine der beiden Gleichungen (27) und eines der beiden Systeme (26) oder (28), beziehungsweise eine der beiden Gleichungen (40) und nach einem der beiden Systeme (36) oder (37) findet man mit den früheren Bezeichnungen:

1. Für das belastete erste Feld

$$(44) \quad M_1 = -\frac{\beta_{n-1}}{l_1} \frac{T'_1}{\beta_n} \quad M_2 = -\frac{\beta_{n-2}}{l_1} \frac{T'_1}{\beta_n} \quad \dots \quad M_{n-1} = -\frac{1}{l_1} \frac{T'_1}{\beta_n}$$

2. Für das belastete letzte Feld

$$(45) \quad M_1 = -\frac{1}{l_n} \frac{T_n}{\alpha_n} \quad M_2 = -\frac{\alpha_2}{l_n} \frac{T_n}{\alpha_n} \quad \dots \quad M_{n-1} = -\frac{\alpha_{n-1}}{l_n} \frac{T_n}{\alpha_n}$$

Diese Resultate werden auch durch die für Mittelfelder gefundenen Formeln (43), wenn darin  $\alpha_1$  und  $\beta_1 = 1$ , sowie  $M_0, \alpha_0$  und  $M_n, \beta_n = 0$  gehalten werden, richtig gegeben; nur muss bemerkt werden, dass die hier benützten Hilfswerthe  $\alpha_n$  und  $\beta_n$ , welche sub (36) und (37) eingeführt wurden, nun ideelle Ergänzungswerthe und nicht wie die anderen  $\alpha$  und  $\beta$ , Verhältnisse von Stützenmomenten darstellen\*).

### LII. Bemerkungen zur Berechnung der $\alpha$ und $\beta$ .

Diese Hilfswerthe berechnen sich nach den Gleichungen (36) und (37) wie folgt:

$$(46) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \alpha_1 = + 1 & \beta_1 = + 1 \\ \alpha_2 = -\frac{l_1}{l_2} \alpha_0 - 2\left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right) \alpha_1 & \beta_2 = -\frac{l_n}{l_{n-1}} \beta_0 - 2\left(1 + \frac{l_n}{l_{n-1}}\right) \beta_1 \\ \alpha_3 = -\frac{l_2}{l_3} \alpha_1 - 2\left(1 + \frac{l_2}{l_3}\right) \alpha_2 & \beta_3 = -\frac{l_{n-1}}{l_{n-2}} \beta_1 - 2\left(1 + \frac{l_{n-1}}{l_{n-2}}\right) \beta_2 \\ \alpha_4 = -\frac{l_3}{l_4} \alpha_2 - 2\left(1 + \frac{l_3}{l_4}\right) \alpha_3 & \beta_4 = -\frac{l_{n-2}}{l_{n-3}} \beta_2 - 2\left(1 + \frac{l_{n-2}}{l_{n-3}}\right) \beta_3 \\ \dots & \dots \\ \alpha_{n-1} = -\frac{l_{n-2}}{l_{n-1}} \alpha_{n-3} - 2\left(1 + \frac{l_{n-2}}{l_{n-1}}\right) \alpha_{n-2} & \beta_{n-1} = -\frac{l_3}{l_2} \beta_{n-3} - 2\left(1 + \frac{l_3}{l_2}\right) \beta_{n-2} \\ \alpha_n = -\frac{l_{n-1}}{l_n} \alpha_{n-2} - 2\left(1 + \frac{l_{n-1}}{l_n}\right) \alpha_{n-1} & \beta_n = -\frac{l_2}{l_1} \beta_{n-2} - 2\left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right) \beta_{n-1} \end{array} \right.$$

Hierin hat, wie früher für die nur der Vollständigkeit wegen eingeführten Ergänzungswerthe  $\alpha_0$  und  $\beta_0 = 0$ , sowie  $\alpha_1$  und  $\beta_1 = 1$  zu gelten. Die durch die eben angeführten Formeln

\*) Eben zur Klarstellung aller dieser Verhältnisse wurde die ursprüngliche natürliche Ableitung (30), (32) der Verhältnisswerthe  $\alpha$  und  $\beta$  hier beibehalten. Man könnte diese Werthe wohl sofort mit den Systemen (36) und (37) einführen und weiter verwerthen; eine solche Darstellung wäre weniger geeignet.

erhaltenen Werthe von den  $\alpha$  und  $\beta$  sind also numerische Zahlen\*), welche blos von den Felderlängen abhängen, und zum Voraus, ohne Rücksicht auf irgend welche Belastungshypothese, berechnet werden können.

Eine flüchtige Untersuchung der Formeln (46) zeigt sofort, dass die Coëfficienten  $\alpha$  (sowie auch  $\beta$ ) für die successiven Stützen abwechselnde Vorzeichen besitzen und jedenfalls numerisch rascher zunehmen, als die Glieder der geometrischen Reihe 1, 2, 4, 8 . . . etc. . . . 2<sup>n</sup>.

Man hat zum Beispiel für  $l_1 = l_2 = l_3 \dots$  also bei ganz gleichen Stützweiten

$$(51) \quad \alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = -4, \quad \alpha_3 = +15, \quad \alpha_4 = -56, \quad \alpha_5 = +209, \quad \alpha_6 = -780 \dots$$

Man findet auch noch für  $2l_1 = l_2 = l_3 \dots$  also bei bereits zu ungleichen Feldern

$$(52) \quad \alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = -3, \quad \alpha_3 = +11, \quad \alpha_4 = -41, \quad \alpha_5 = +153, \quad \alpha_6 = -571 \dots$$

Die in der Praxis vorkommenden Fälle von continuirlichen Trägern sind fast immer zwischen die beiden obigen Hypothesen einzureihen\*\*).

Die obigen Betrachtungen zeigen auch umgekehrt nach (29), (31), wie rasch die beiderseits des belasteten Feldes durch die Continuirllichkeit erzeugten und mit abwechselnden Vorzeichen behafteten Stützen-Momente abnehmen\*\*\*), wenn die betrachteten Stützen immer entfernter gedacht werden. Die später für die Theorie der gefährlichsten Belastungen bezüglich der Gurten der sub LV angeführten Fig. (72), (116) geben diesem theoretischen Bilde mehr Ausdruck.

### LIII. Grundsätze zur Berechnung der continuirlichen Träger.

#### 1. Allgemeine Formeln.

Wir haben sub XLVIII und XLIX bereits gesehen, dass sowohl für die Bieugungsmomente als auch für die abscherenden Kräfte in einem continuirlichen Träger (ausser den für die Berechnungen im frei aufliegenden Träger nöthigen Rechnungsoperationen) hauptsächlich nur die Bestimmung der Stützenmomente erforderlich ist.

Die vorangehende Theorie zeigt nun, dass diese Bestimmung eine ausserordentlich leichte ist, wenn im continuirlichen Träger nur ein einzelnes Feld als belastet und die übrigen Felder als last- und gewichtfrei gedacht werden, wobei die betrachtete Feldbelastung eine ganz beliebige ist, also ebensogut aus beliebig vertheilten Einzellasten als auch aus beliebig aufgetragenen continuirlichen Belastungen gebildet werden kann und im letzteren Falle die mit  $\Sigma$  bezeichneten Summen sich zu Integralen gestalten, wie dies am besten durch die später folgenden Beispiele erläutert wird. Ich bezeichne nun immer mit  $\mathbb{M}_x$  und  $\mathbb{V}_x$  das Angriffsmoment und die Verticalkraft im betrachteten, jedoch abgetrennt (frei aufliegend) gedachten Brückenfelde†) und im Quer-

\*) Im Falle wo  $M_0$  und  $M_n$  daher auch  $\alpha_0$  und  $\beta_0$  nicht = 0 wären, erhält man durch die Gleichungen (46) für die  $\alpha$  und  $\beta$  zwei Systeme linearischer Functionen von  $\alpha_0$  beziehungsweise  $\beta_0$ , so dass im Allgemeinen:

$$(47) \quad \dots \dots \dots \alpha_k = A_k + \mathcal{A}_k \alpha_0 \qquad \beta_k = B_k + \mathfrak{B}_k \beta_0$$

wobei die A gleich den bei  $\alpha_0 = 0$  berechneten  $\alpha$  — die B gleich den bei  $\beta_0 = 0$  berechneten  $\beta$  und die  $\mathcal{A}$  und  $\mathfrak{B}$  gleichfalls numerische Werthe sind, welche nur von den Felderlängen abhängen. Die beiden Gleichungen (40) schreiben sich dann (29), (31) bei Wiedereinführung der Stützenmomente:

$$(48) \quad \dots \dots \dots - A_k \cdot M_1 + B_{n-k} \cdot M_{n-1} - \mathcal{A}_k \cdot M_0 + \mathfrak{B}_{n-k} \cdot M_n = \frac{T_k}{I_k}$$

$$(49) \quad \dots \dots \dots + A_{k-1} M_1 - B_{n-k+1} M_{n-1} + \mathcal{A}_{k-1} M_0 - \mathfrak{B}_{n-k+1} M_n = \frac{T'_k}{I_k}$$

und gestatten es mit den 2 noch weiter — je nach den Umständen, zwischen den obigen 4 Momenten existirenden Relationen, diese Unbekannten zu bestimmen.

1. Beispiel. Der Träger ist über die Stützen 0, n verlängert und dortselbst beschwert (Balance-Träger)  $M_0$  und  $M_n$  sind dann sofort bekannt und die 2 obigen Gleichungen geben  $M_1$  und  $M_{n-1}$ .

2. Beispiel. Der Träger ist an beiden Stützen 0, n eingespannt. Die beiden noch nöthigen Gleichungen ergeben sich aus (20) und (21), wenn man schreibt dass  $t_1 = 0$   $t'_n = 0$ . Man hat

$$(50) \quad \dots \dots \dots 2 M_0 + M_1 - \frac{T_1}{I_1} = 0 \qquad M_{n-1} + 2 M_n - \frac{T'_n}{I_n} = 0$$

worin  $T_1$  und  $T'_n$  für den Fall eines belasteten Endfeldes einen der Werthe (18) oder (19) besitzen, aber für den Fall eines belasteten Mittelfeldes immer = 0 sind.

\*\*) Hiernach wird auf den bezüglichen  $\alpha$  oder  $\beta$  mehr als eine Verdreifachung zu constatiren sein.

\*\*\*) Weil nämlich die  $\alpha$  und  $\beta$  nach ihrer Definition (29), (31) selbst nichts als Verhältnisswerthe zu den gedachten Stützenmomenten der unbelasteten Felder sind. Dasselbe gilt bei dieser Belastung nach (8) für die erzeugten bezüglichen Stützenreactionen  $R_0, R_1, R_2 \dots R_n$ .

†) Wie man diese Grössen nach der neuen Verordnung am einfachsten in allen einzelnen Fällen, sowie für alle Belastungsarten und Querschnitte erhält, wurde bereits sub XXXVIII erörtert.

schnitte, dessen Abscisse  $x$  ist, ferner mit  $(\mathbb{M}_x)_p$  und  $(\mathbb{M}_x)_q$  beziehungsweise  $(\mathbb{V}_x)_p$  und  $(\mathbb{V}_x)_q$  die Theile von  $\mathbb{M}_x$  und  $\mathbb{V}_x$ , welche der beweglichen Last  $p$  beziehungsweise der bleibenden Last  $q$  entsprechen, so dass:

$$(53) \quad \mathbb{M}_x = (\mathbb{M}_x)_p + (\mathbb{M}_x)_q \qquad \mathbb{V}_x = (\mathbb{V}_x)_p + (\mathbb{V}_x)_q$$

Die früher sub (6) und (10) citirten Fundamentalgleichungen des continuirlichen Trägers schreiben sich dann:

$$(54) \quad \mathcal{M}_x = \frac{(1-x)\mathcal{M}_0 - x\mathcal{M}'_0}{1} + (\mathbb{M}_x)_q + \left[ \frac{(1-x)M + xM'}{1} + (\mathbb{M}_x)_p \right]^*$$

$$(55) \quad \mathcal{V}'_x = \frac{\mathcal{M}_0 - \mathcal{M}'_0}{1} + (\mathbb{V}_x)_q + \left[ \frac{M - M'}{1} + (\mathbb{V}_x)_p \right]^*$$

### 2. Vereinfachte allgemeine Formeln.

Zur Berechnung der in diesen Formeln erscheinenden Stützenmomente für jeden complexen Belastungsfall genügen eigentlich die in entsprechender Zahl aufgestellten Fundamentalgleichungen (20), (21) und (25).

Eine bedeutend leichtere und einfachere Berechnung ergibt sich jedoch aus der sub (LI) und (LII) gegebenen Theorie und den zugehörigen, in der nachfolgenden Zusammenstellung vereinten üblichsten Werthen von  $\mathbb{M}_x$ ,  $\mathbb{V}_x$ ,  $T$ ,  $T'$ , welche man sub (56) auf Seite 186 findet.

Zur Einführung dieser Grössen in die Formeln (54) und (55) unter Benützung der sub (LI) und (LII) für die Belastung eines einzelnen Feldes des sonst last- und gewichtfreien Trägers aufgestellten Theorie bemerke ich vorerst, dass nach den Bestimmungen der neuen Brückenverordnung hauptsächlich nur die drei letzten Belastungsarten (56) in Betracht zu ziehen sind und dass sich dann die Formeln (43), (44) und (45) in höchst einfacher Weise entsprechend umformen lassen:

Wir wissen (51) (52), dass die nur von den Längenverhältnissen abhängigen Coëfficienten  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots$  oder auch  $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots$  abwechselnde Vorzeichen besitzen und sehr rasch zunehmen. Um diesen Umstand in den Formeln zum Ausdrucke zu bringen, setze ich für das betrachtete belastete Brückenfeld

$$(57) \quad \left(-\frac{\alpha'}{\alpha}\right) = \mu \qquad \left(-\frac{\beta}{\beta'}\right) = \nu$$

wobei für ein allenfalls gewähltes Endfeld einer dieser Hilfswerthe, wie bereits erörtert (36) (37), unendlich zu denken ist\*\*).

Man hat dann im Allgemeinen bei beliebiger Belastungsart:

1. für ein allein belastetes Mittelfeld (43) und in demselben:

$$(58) \quad M = \frac{\nu T - T'}{1(\mu\nu - 1)} \qquad M' = \frac{\mu T' - T}{1(\mu\nu - 1)}$$

2. für ein allein belastetes Endfeld (44) (45) und in demselben:

$$(59) \quad \begin{array}{ccc} \text{Erstes Feld} & & \text{Letztes Feld} \\ \hline M = 0 & M' = \frac{T'}{\nu 1} & M = \frac{T}{\mu 1} \quad M' = 0 \end{array}$$

und wir wissen, dass die positiven Zahlen  $\mu$  und  $\nu$  jedenfalls immer grösser als 2, gewöhnlich aber zwischen 3 und 4 begriffen sind\*\*\*).

\*) Das letzte in [ ] befindliche Glied entspricht der blossen zufälligen Belastung des betrachteten Feldes. Dasselbe hat für die Momente nur eine theoretische, für die Verticalkräfte aber auch eine praktische Verwendung.

\*\*) Für das erste Feld der erste, für das letzte Feld der zweite.

\*\*\*) In dem bereits besprochenen Falle ganz gleicher Felder (51) findet man insbesondere sehr leicht im Felde: . . . . . Nr. 2 3 4 5 6 . . . . . 6 . . . .

$$\mu = \dots \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{1} = \frac{15}{4} = \frac{56}{15} = \frac{209}{56} = \frac{780}{209} = \dots = 0 = \dots \\ 4.00000 \quad 3.75000 \quad 3.73333 \quad 3.73214 \quad 3.73206 \dots \dots 06 \dots \end{array} \right.$$

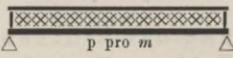
das sind die successiven Näherungswerthe des Kettenbruches:  $\mu = 4 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \dots$

(56) Zusammenstellung der üblichsten Werthe  $\mathbb{M}_x, \mathbb{V}_x, T, T'$ , welche aus der Theorie des frei aufliegenden Trägers entnommen sind.

Belastung	$\mathbb{M}_x = \sum_0^x P(x-a) - \frac{x \sum_0^x P(1-a)}{1}$	$\mathbb{V}_x = \frac{\sum_0^x P(1-a)}{1} - \sum_0^x P$	$T = + 6 E \cdot J \cdot \xi$	$T' = - 6 E \cdot J \cdot \xi^2$
	$x > a \dots \mathbb{M}_x = -\frac{P}{1} a(1-x) = -\frac{P}{1} (1-b)(1-x)$ $x = a \dots \mathbb{M}_x = \dots = \frac{P}{1} a \cdot b$ $x < a \dots \mathbb{M}_x = -\frac{P}{1} (1-a) \cdot x = -\frac{P}{1} b \cdot x$	$x > a \dots \mathbb{V}_x = -P \frac{a}{1} = -P \frac{(1-b)}{1}$ $x < a \dots \mathbb{V}_x = +P \frac{b}{1} = +P \frac{(1-a)}{1}$	$\frac{P}{1} a(1-a)(21-a) =$ $= \frac{P}{1} b(1-b)(21-b) =$ $= \frac{P}{1} a \cdot b \cdot (1+a)$	$\frac{P}{1} a(1-a)(1+a) = \frac{P}{1} a(1^2 - a^2) =$ $= \frac{P}{1} b(1-b)(21-b) =$ $= \frac{P}{1} a \cdot b \cdot (1+a)$
	$\left\{ \begin{aligned} \sum_0^x P(x-a) - \frac{x \sum_0^x P(1-a)}{1} = \\ = \sum_{1-x}^1 P(b+x-1) - \frac{x \sum_0^x P \cdot b}{1} \end{aligned} \right.$	$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{1} \sum_0^x P(1-a) - \sum_0^x P = \\ = \frac{1}{1} \sum_0^x P \cdot b - \sum_{1-x}^1 P \cdot P \end{aligned} \right.$	$\frac{\sum_0^x P a(1-a)(21-a)}{1}$	$\frac{\sum_0^x P a(1-a)(1+a)}{1}$
	$\left\{ \begin{aligned} -P \left[ x(a_2 - a_1) \left( 1 - \frac{a_2 + a_1}{21} \right) - \frac{1}{2} (x - a_1)^2 \right] \\ = -\frac{1}{2} P \left[ x(b_1^2 - b_2^2) - (b_1 + x - 1)^2 \right] \end{aligned} \right.$ $\text{für } x \geq a_1 \dots \mathbb{M}_x = -\frac{P x}{21} (b_1^2 - b_2^2)$ $\text{für } x \leq a_2 \dots \mathbb{M}_x = -\frac{P(1-x)}{21} (a_2^2 - a_1^2)$	$\left\{ \begin{aligned} \text{für } a_1 < x < a_2 \\ P \left[ a_2 - x - \frac{a_2 + a_1}{21} (a_2 - a_1) \right] \\ \text{für } x \geq a_1 \dots \mathbb{V}_x = P(a_2 - a_1) \left[ 1 - \frac{a_2 + a_1}{21} \right] \\ \text{für } x \leq a_2 \dots \mathbb{V}_x = -P(a_2 - a_1) \frac{a_2 + a_1}{21} \end{aligned} \right.$	$\frac{P}{1} \left[ a_2^2 \left( 1 - \frac{a_2^2}{2} \right) - a_1^2 \left( 1 - \frac{a_1^2}{2} \right) \right] =$ $= \frac{P}{1} (a_2 - a_1) \left( 1 - \frac{a_2 + a_1}{2} \right) \left[ 1(a_2 + a_1) - \frac{a_2^2 + a_1^2}{2} \right]$	$\left\{ \begin{aligned} \frac{P}{41} \left[ (1^2 - a_1^2)^2 - (1^2 - a_2^2)^2 \right] = \\ = \frac{P}{1} (a_2 - a_1) \frac{a_2 + a_1}{2} \left[ 1^2 - \frac{a_2^2 + a_1^2}{2} \right] \end{aligned} \right.$
	$\left\{ \begin{aligned} -\frac{p}{21} \left[ x(1-a)^2 - 1(x-a)^2 \right] = \\ = -\frac{p}{21} \left[ x b^2 - 1(b+x-1)^2 \right] \end{aligned} \right.$ $\text{für } x \geq a \dots \mathbb{M}_x = -\frac{p x}{21} b^2$	$\left\{ \begin{aligned} \text{für } x > a \\ \frac{p}{21} (1-a)^2 - p(x-a) = p \frac{1^2 - 21x + a^2}{21} \\ \text{für } x \leq a \dots \mathbb{V}_x = \frac{p}{21} (1-a)^2 = \frac{p b^2}{21} \end{aligned} \right.$	$\frac{p(1-a)^2}{41} [(1+a)^2 - 2a^2] =$ $= \frac{p b^2}{41} (21^2 - b^2)$	$\left\{ \begin{aligned} \frac{p(1-a)^2(1+a)^2}{41} = \\ = \frac{p b^2}{41} (21-b)^2 \end{aligned} \right.$
	$\left\{ \begin{aligned} -\frac{p}{21} [(1-x)a^2 - 1(a-x)^2] = \\ = -\frac{p}{21} [(1-x)(1-b)^2 - 1(1-x-b)^2] \end{aligned} \right.$ $\text{für } x \geq a \dots \mathbb{M}_x = -\frac{p x}{21} a^2$	$\left\{ \begin{aligned} \text{für } x < a \\ -\left[ \frac{p a^2}{21} - p(a-x) \right] = -p \frac{b^2 + 21x - 1^2}{21} \\ \text{für } x \geq a \dots \mathbb{V}_x = -\frac{p a^2}{21} = -\frac{p(1-b)^2}{21} \end{aligned} \right.$	$\frac{p a^2}{41} (21^2 - a^2) =$ $= \frac{p(1-b)^2}{41} [(1+b)^2 - 2b^2]$	$\frac{p a^2}{41} (21^2 - a^2) =$ $= \frac{p(1-b)^2}{41} [(1+b)^2 - 2b^2]$
	$\text{für } x = \frac{1}{2} \dots \mathbb{M}_x = -\frac{p}{8} \dots$ $\text{und hiernach } \dots \mathbb{M}_x = -M \cdot \left[ 1 - \left( \frac{2x}{1} \right)^2 \right]$	$p \left( \frac{1}{2} - x \right)$	$\frac{1}{4} p 1^2$	$\frac{1}{4} p 1^2$

Nach entsprechender Einführung der Werthe T und T' ergeben die vorangehenden Formeln folgende, den continuirlichen Lasten angepasste Ausdrücke:

1. Werthe der aus der blossen Feldbelastung resultirenden  
(60) . . . . . Stützenmomente M und M'.

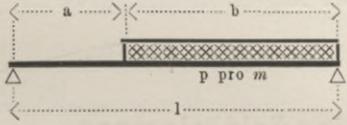
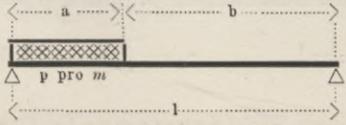
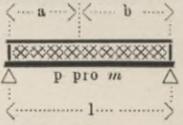
Im	Man hat mit totaler  Belastung im Felde:	
	Moment M	Moment M'
ersten Felde	$M = 0$	$M' = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{pl^2}{4}$
Mittelfelde	$M = \frac{\nu - 1}{\mu\nu - 1} \cdot \frac{pl^2}{4}$	$M' = \frac{\mu - 1}{\mu\nu - 1} \cdot \frac{pl^2}{4}$
letzten Felde	$M = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{pl^2}{4}$	$M' = 0$

NB. Für die in diesen Formeln erscheinende Last p pro m kann entweder die bleibende Belastung oder die zufällige Belastung nach Scala a unserer neuen Verordnung\*), oder aber auch die Summe beider Belastungen eingesetzt gedacht werden.

2. Werthe der aus der blossen Feldbelastung resultirenden verticalen

(61) . . . . . Scherkraft  $\frac{M - M'}{l} + (V_a)_p = (V_a)_p$

für alle drei in Betracht zu ziehenden Belastungsarten.

Im			
ersten Felde	$+\frac{pb^2}{21} \left[ 1 - \frac{1}{2\nu} \left( 1 + \frac{a}{l} \right)^2 \right]$	$-\frac{pa^2}{21} \left[ 1 + \frac{1}{2\nu} \left( 2 - \frac{a^2}{l^2} \right) \right]$	$+\frac{pl}{2} \left[ \frac{b-a}{l} - \frac{1}{2\nu} \right]$
Mittel-Felde	$+\frac{pb^2}{21} \left[ 1 - \frac{(\nu+1)\frac{a^2}{l^2} + \frac{\mu-\nu}{2} \left( 1 + \frac{a}{l} \right)^2}{\mu\nu-1} \right]$	$-\frac{pa^2}{21} \left[ 1 - \frac{(\mu+1)\frac{b^2}{l^2} + \frac{\nu-\mu}{2} \left( 1 + \frac{b}{l} \right)^2}{\mu\nu-1} \right]$	$+\frac{pl}{2} \left[ \frac{b-a}{l} + \frac{\nu-\mu}{2(\mu\nu-1)} \right]$
letzten Felde	$+\frac{pb^2}{21} \left[ 1 + \frac{1}{2\mu} \left( 2 - \frac{b^2}{l^2} \right) \right]$	$-\frac{pa^2}{21} \left[ 1 - \frac{1}{2\mu} \left( 1 + \frac{b}{l} \right)^2 \right]$	$+\frac{pl}{2} \left[ \frac{b-a}{l} + \frac{1}{2\mu} \right]$

NB. Für die in diesen Formeln erscheinende Last p ist ausschliesslich jene der Scala b unserer neuen Verordnung eingesetzt zu denken\*\*). Die Formeln bleiben aber auch für jeden anderen Werth von p ebenso richtig anwendbar.

Die Verhältnisse a:l und b:l sind gewöhnlich sehr einfache echte Brüche, welche nach der Mascheneintheilung der Träger oder für aliquote Theile der Stützweite zu nehmen sein werden.

\*) In diesem Falle ist  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} pl^2$  aus der Tabelle V des II. Bandes sofort zu entnehmen.

\*\*\*) Und ist diesfalls das Drehungsmoment  $\frac{1}{2} pb^2$  oder  $\frac{1}{2} pa^2$  sofort aus der Tab. V des II. Bandes zu entnehmen, weil eben nach § 3, lit. c der Verordnung (Absatz 2) die Scala b zu gelten hat.

Man kann also in jedem einzelnen Falle, wo  $l, \mu, \nu$  und  $p$  im belasteten Felde bekannt sind, sowohl die Stützenmomente  $M$  und  $M'$  nach (60) als auch die speciellen Verticalkräfte  $(V_a)_p$  nach (61) mit den eben aufgestellten Formeln leicht berechnen und ich will nun zeigen, wie die bezüglichen Resultate für die Benützung der allgemeinen Formeln (54), (55) zu verwerthen sind.

*LIV. Erläuterung des Rechnungsverfahrens durch allgemeine Behandlung eines Beispiels.*

1. Zur Bestimmung der Stützenmomente  $\mathcal{M}$   $\mathcal{M}'$  oder  $\mathcal{M}_0$   $\mathcal{M}'_0$ , welche aus der beliebigen Combination einer Anzahl total belasteter Felder (permanente Belastung mit oder ohne der zufälligen Last nach Scala **a** der Verordnung) resultiren, ist es am bequemsten, die sub (LI) und (LII) aufgestellte Theorie anzuwenden, beziehungsweise vorerst nur für die Belastung eines jeden einzelnen Feldes sämtliche aus den Formeln (42), (44), (45), (60), sowie (29), (31) zu enthaltende Stützenmomente  $M_1 M_2 M_3 \dots M_{n-1}$  zu berechnen und die Resultate in einem Schema zusammenzustellen.

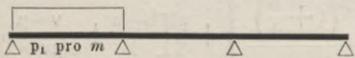
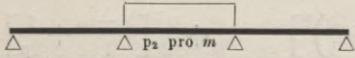
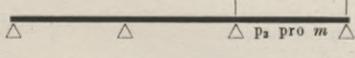
Will man dann mittelst dieses Schemas die einer beliebigen Combination belasteter Felder entsprechenden Stützenmomente  $\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2 \dots \mathcal{M}_{n-1}$  erhalten, so genügt es hierfür, die den belasteten Feldern correspondirenden schematischen Werthe algebraisch zu addiren.

Zur Berechnung der Momente  $M$  und  $M'$  dagegen, welche der theilweisen Belastung eines einzelnen Feldes nach der Scala **b** der Verordnung entsprechen, genügen unmittelbar die Formeln (58) oder (59), in welchen die  $T$  und  $T'$  als mit  $x$  veränderliche Grössen zu behandeln sind, welche nunmehr in der Form jener Integrale erscheinen, welche nach der Zusammenstellung (56) die früher für Einzellasten aufgestellten Werthe (18) (19) ersetzen. Die Berechnung dieser Momente  $M$  und  $M'$  selbst ist übrigens nicht nothwendig, da man mittelst der Formeln (61) sofort für alle Werthe  $x = a$  die complexen Ausdrücke  $\left[ \frac{M - M'}{1} + (V_a)_p \right]$  berechnen wird, welche dann (55) nur noch mit den Werthen  $(V_x)_q = q \left( \frac{1}{2} l - x \right)$  sowie mit der aus dem bereits früher aufgestellten Schema der Stützenmomente zu entnehmenden Constanten  $\frac{\mathcal{M}_0 - \mathcal{M}'_0}{1}$  zu addiren sind.

2. Man findet zum Beispiel für drei Felder mit den Werthen  $l_1 = \frac{8}{10} l$   $l_2 = l$   $l_3 = l$  und demnach mit den Belastungen  $p_1 p_2$  und  $p_3 = p_1$  pro  $m$  folgende Rechnungswerthe (46) (60)

$$(62) \quad \dots \quad \alpha_1 = \beta_1 = 1 \quad \alpha_2 = \beta_2 = -3.6 \quad \alpha_3 = \beta_3 = +14.95$$

(63) . . . Schema der Stützenmomente für je eine Feldbelastung.

Belastung	$M_1$	$M_2$
	$*) \quad M_1 = \begin{cases} +0.481605 \left( p_1 \frac{l_1^2}{8} \right) \\ +0.308227 \left( p_1 \frac{l^2}{8} \right) \end{cases}$	$M_2 = \begin{cases} -0.133779 \left( p_1 \frac{l_1^2}{8} \right) \\ -0.085619 \left( p_1 \frac{l^2}{8} \right) \end{cases}$
	$M_1 = +0.434783 \left( p_2 \frac{l^2}{8} \right)$	$M_2 = +0.434783 \left( p_2 \frac{l^2}{8} \right)$
	$*) \quad M_1 = \begin{cases} -0.133779 \left( p_3 \frac{l_3^2}{8} \right) \\ -0.085619 \left( p_3 \frac{l^2}{8} \right) \end{cases}$	$M_2 = \begin{cases} +0.481605 \left( p_3 \frac{l_3^2}{8} \right) \\ +0.085619 \left( p_3 \frac{l^2}{8} \right) \end{cases}$

Die in diesem Schema erscheinenden, nur von den  $\alpha$  und  $\beta$ , beziehungsweise nur von den Längenverhältnissen abhängigen numerischen Coëfficienten sind für die üblichsten Brücken

\*) Von den hier angeführten beiden Ausdrücken, wovon jeder einzelne gewisse Vortheile bietet, wird man natürlich nur einen einzigen ausrechnen, je nachdem man  $l_1$  oder  $l$  verwendet.

(mit gleichen Endfeldern und gleichen Mittelfeldern) aus den später besprochenen, bereits ganz ausgerechneten Tabellen XX bis XLIV des II. Bd. zu entnehmen und multipliciren je einen Aus-  
druck, welcher in der Theorie des frei aufliegenden Trägers das Biegemoment in der Feldmitte  
bedeutet\*).

Nimmt man nach der Scala **a** der Verordnung für die bewegliche Belastung:

$$(64) \dots \dots \begin{cases} \text{mit } l = 100 m & p_1 = p_3 = 4.4 t & p_2 = 4.1 t \\ \text{wonach } p_1 \frac{l^2}{8} = 5500 mt & & p_2 \frac{l^2}{8} = 5125 mt \end{cases}$$

so findet man mit (63) für die auf je einem Felde gedachte bewegliche Last das Schema:

(65) . . . . . Stützenmomente für die bewegliche Last.

	$M_1 = + 1695.25 mt$	$M_2 = - 470.90 mt$
	$M_1 = + 2228.26 mt$	$M_2 = + 2228.26 mt$
	$M_1 = - 470.90 mt$	$M_2 = + 1695.25 mt$

Hiermit ergibt dann die einfache algebraische Addirung das weitere Schema:

(66) . . . . . Stützenmomente für die bewegliche Last.

	$\mathcal{M}_1 = + 3923.51 mt$	$\mathcal{M}_2 = + 1757.36 mt$
	$\mathcal{M}_1 = + 1757.36 mt$	$\mathcal{M}_2 = + 3923.51 mt$
	$\mathcal{M}_1 = + 1224.35 mt$	$\mathcal{M}_2 = + 1224.35 mt$

Es sind dies bereits alle jene Belastungscombinationen\*\*), welche man zur Berechnung solcher Träger mit drei Feldern braucht, und müssen alle diese (65) (66) gefundenen Momente mit jenen Momenten vermehrt werden, welche der permanenten Eigenlast entsprechen und welche ebenfalls mittelst des Schemas (63) sofort bestimmt werden können. Nimmt man z. B. für die permanente Eigenlast pro laufenden Meter auf den drei Feldern

$$\text{pro } m \text{ Geleise } \dots \dots q_1 = q_3 = 3.5 t \quad q_2 = 4.3 t$$

$$\text{so sind: } \dots \dots \left( q_1 \frac{l^2}{8} \right) = 4375 mt \quad \left( q_2 \frac{l^2}{8} \right) = 5375 mt$$

Man hat sonach für die bleibende Belastung der Construction:

$$\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_2 = 0.308227 \left( q_1 \frac{l^2}{8} \right) + 0.434783 \left( q_2 \frac{l^2}{8} \right) - 0.085619 \left( q_1 \frac{l^2}{8} \right) = 3310.87 mt$$

\*) Da  $p_1$  und  $l_1 = 0.81$ ,  $p_2$  und  $l_2 = 1$ ,  $p_3$  und  $l_3 = 0.81$  nach der Scala **a** der neuen Verordnung correspondirend sind, so können die Momente  $\frac{1}{8} p_1 l_1^2$ ,  $\frac{1}{8} p_2 l_2^2$  und  $\frac{1}{8} p_3 l_3^2$  unmittelbar aus der für frei aufliegende Träger berechneten Tabelle V im II. Bande entnommen werden; aus diesem Grunde erscheinen im Schema (63) auch die für  $l_1$  und  $l_3$  passenden ersteren Coëfficienten citirt. Die hier gedachte Rechnungsart wird in dem sub LIX angeführten Rechnungsbeispiele verworhet.

\*\*) Bei der hier als Beispiel angeführten Berechnung wird vorläufig angenommen, dass die geehrten Leser im Allgemeinen mit dem Wesen der ungünstigsten Belastungscombinationen bekannt sind. Eine genaue allgemeine Theorie hierüber lasse ich übrigens später folgen.

Durch Addirung dieses Resultates mit jenen (65) (66), welche der beweglichen Last entsprechen, erhält man sofort das für die Dimensionirung der Constructionstheile nach (54) (55) massgebende allgemeine Schema der

(67) . Gesamtstützenmomente pro Geleise für die Combinationen der (nach Scala a der Verordnung) total belasteten Felder, sowie der bleibenden Last.

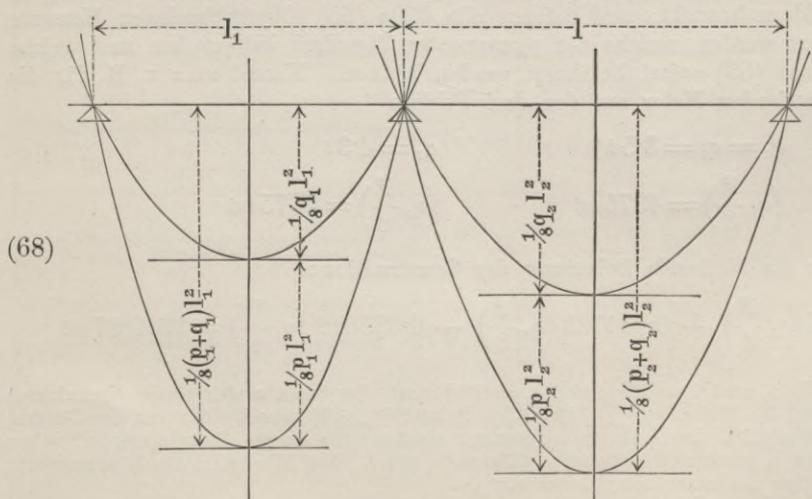
*) 1		$M_1 = 5006 \cdot 12$	$M_2 = 2839 \cdot 97$
2		$M_1 = 5539 \cdot 13$	$M_2 = 5539 \cdot 13$
3		$M_1 = 2839 \cdot 97$	$M_2 = 5006 \cdot 12$
4		$M_1 = 7234 \cdot 38$	$M_2 = 5068 \cdot 23$
5		$M_1 = 5068 \cdot 23$	$M_2 = 7234 \cdot 38$
6		$M_1 = 4535 \cdot 22$	$M_2 = 4535 \cdot 22$

Dieses für die als Beispiel genommene symmetrische Feldereinteilung hier enthaltene Schema ist natürlich auch ein symmetrisches, die Rechnungsmethode bliebe jedoch dieselbe für eine beliebige unsymmetrische Eintheilung.

3. Das bekannte Graphikon der Momente für die Materialvertheilung in den Gurten erhält man mittelst des Schemas (67) unmittelbar, indem man successive alle dort angeführten sechs Combinationen (hier nach Symmetrie) zuzieht und für eine jede dieser Combinationen die graphisch aufgetragenen Stützenmomente in der üblichen bekannten Weise mit den entsprechend (wie für frei aufliegende Träger) construirten Parabeln verbindet\*\*).

\*) Die hier erscheinende Rangordnung der Combinationen wurde einfach nach (65) (66) belassen. Man findet eine rationellere Rangordnung in der allgemeinen Belastungsschablone (LVII) eingeführt.

\*\*\*) Es sind zwei Parabeln für jede Feldlänge (68), also hier (wie meistens in der Praxis) im Ganzen



4 Parabeln aufzustellen, und zwar: zwei für das Endfeld mit den Lasten  $q_1$  u.  $(p_1 + q_1)$ , dann zwei für das Mittelfeld mit den Lasten  $q_2$  u.  $(p_2 + q_2)$ .

Jede solche aus Carton geschnittene Parabel wird als ein Curvenlineal zwischen die aufgetragenen Stützenmomente  $A$   $A'$   $M$   $M'$  derart eingeschoben (69), dass die Curve die Endpunkte  $M$   $M'$  verbinde und hierbei gleichzeitig die Symmetrieachse der Parabel senkrecht auf die Stützenslinie zu stehen komme. Der ausgezogene Parabelbogen wird dann in dem Bereiche der negativen Momente (Feldermitte) nach aufwärts überschlagen.

Die Richtigkeit dieser Construction mittelst der parabolischen Curvenlineale ergeht aus der Gleichung (54), nach welcher die Ordinaten  $M_x$  von der Geraden  $M$   $M'$  nach abwärts aufzutragen sind, so wie aus

4. Das Graphikon der Verticalkräfte hingegen besteht aus Curven höheren Grades und erfordert die Ausrechnung einer Anzahl Ordinaten, welche man in jedem Felde nach aliquoten Theilen der Stützweite oder nach der Mascheneintheilung wählen wird. Zu dieser Ausrechnung benützt man die drei ersten Combinationen (67) und die Formeln (61) unter Beifügung der Werthe  $(V_x)_q$ . Für das vorangehend behandelte Beispiel gestaltet sich die Rechnung wie folgt:

(70) . . . Werthe der grössten positiven und negativen Gesamt-Verticalkräfte pro Geleise im ersten Felde.

Nr. von (67)	Belastung	$-\frac{M'_0}{l_1} (V_x)_q = q_1 \left(\frac{l_1}{2} - a\right)$	$(V_n)_p = -\frac{M}{l_1} + (V_n)_p^*$
3		$(V_n)_+ = -35 \cdot 500 + 3 \cdot 500 \left(\frac{l_1}{2} - a\right) + 0 \cdot 0125 \frac{pb^2}{2} \left[1 - 0 \cdot 120401 \left(1 + \frac{a}{l_1}\right)^2\right]$	
2		$(V_n)_- = -69 \cdot 239 + 3 \cdot 500 \left(\frac{l_1}{2} - a\right) - 0 \cdot 0125 \frac{pa^2}{2} \left[1 + 0 \cdot 120401 \left(2 - \frac{a^2}{l_1^2}\right)\right]$	

(71) . . . Werthe der grössten positiven und negativen Gesamt-Verticalkräfte pro Geleise im Mittelfelde.

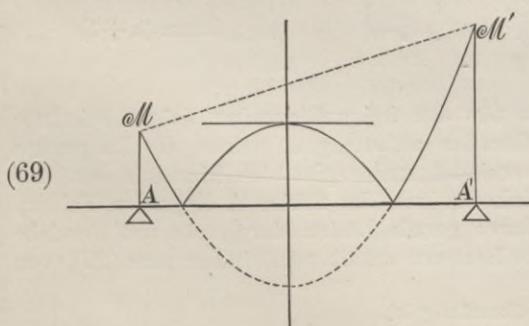
Nr. von (67)	Belastung	$\frac{M_0 - M'_0}{l_2} (V_x)_q = q_2 \left(\frac{l_2}{2} - a\right)$	$(V_n)_p = \frac{M - M'}{l_2} + (V_n)_p^*$
1		$(V_n)_+ = +21 \cdot 662 + 4 \cdot 300 \left(\frac{l_2}{2} - a\right) + 0 \cdot 0100 \frac{pb^2}{2} \left[1 - 0 \cdot 384615 \frac{a^2}{l_2^2}\right]$	
3		$(V_n)_- = -21 \cdot 662 + 4 \cdot 300 \left(\frac{l_2}{2} - a\right) - 0 \cdot 0100 \frac{pa^2}{2} \left[1 - 0 \cdot 384615 \frac{b^2}{l_2^2}\right]$	

dem bekannten mathematischen Satze, dass im Systeme der cartesianischen Coordinaten die Beifügung einer Geraden-Ordinate zu einer Parabel-Ordinate weder den Parameter noch die Achsenrichtung dieser Curve alterirt.

Es ist bemerkenswerth, dass ein jedes in oben-erwähnter Weise construirte parabolische Curvenlineal nur von der Last pro  $m$  und nicht von der Stützweite abhängig ist, oder mit anderen Worten, dass die Construction (68) dieselben Curvenlineale ergibt, wenn unter Beibehaltung der Lasten pro  $m$  anstatt  $l_1$  und  $l$  beliebige andere Weiten genommen werden. In (68) müssen übrigens, wegen der praktischen Verwendbarkeit der Curvenlineale, die Parabelschenkel auch entsprechend verlängert werden.

Für grössere Strassenbrücken gilt für alle Felder dieselbe zufällige Last pro  $m$  (Menschengedränge). Desgleichen ist auch die bezügliche Eigenlast pro  $m$  für den ganzen Träger nahezu constant. In diesem Falle sind dann im Ganzen nur zwei parabolische Curvenlineale erforderlich.

Man vgl. übrigens die später angeführte (137) praktisch-rascheste Construction der nöthigen Parabeln.  
\*) Mit den Lasten  $p$  nach Scala  $b$  der neuen Verordnung.



Die Ausrechnung der Verticalkräfte mit solchen Formeln\*) bietet, wie man sieht, kaum mehr Schwierigkeit als die ganz ähnliche Berechnung für frei aufliegende Träger, indem hier wie dort  $\frac{1}{2}pb^2$  und  $\frac{1}{2}pa^2$  aus der zum Voraus berechneten Tabelle V des II. Bandes zu entnehmen ist, und  $(\nabla_x)_q$  auch genau wie für frei aufliegende Träger berechnet wird.

Als eigentliche Erschwerniss wegen der Continuirlichkeit kann hier, von der Constanten  $(\mathcal{M}_0 - \mathcal{M}'_0) : 1$  abgesehen, nur die Ausrechnung des letzten in [ ] befindlichen Factors bemerkt werden, woselbst auch (61) noch ein Glied mehr vorkommt, wenn nicht, wie hier,  $\mu - \nu = 0$ . Die in dem gedachten Factor erscheinenden Coëfficienten (61) können jedoch mittelst  $\mu$  und  $\nu$  beziehungsweise mittelst der  $\alpha$  und  $\beta$  immer sehr leicht ausgerechnet und für die üblichsten Brücken (mit gleichen Endfeldern und gleichen Mittelfeldern) sogar aus den später besprochenen Tabellen sofort entnommen werden. (Tab. XX bis XLV des II. Bandes.)

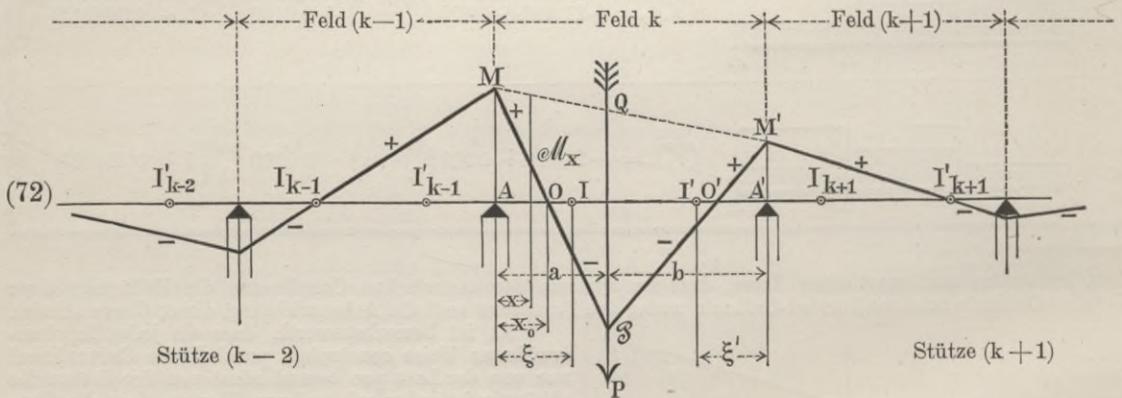
LV. Theorie der gefährlichsten Belastungen für die Gurten.

1. Die zwei festen Inflexionspunkte im Mittelfelde.

Wir haben im vorangehenden Beispiele genau nach den Vorschriften unserer neuen Verordnung angenommen, dass die in Betracht zu ziehende nachtheiligste Belastung für die Gurten auf eine Combination ganzer Felder, für die Streben dagegen auf einen Bruchtheil des betrachteten Feldes und eine Combination ganzer anderer Felder auszudehnen ist.

Diese Rechnungsart ist bei den meisten Constructeuren üblich und vom praktischen Standpunkte aus auch vollkommen genügend. Nachdem aber von mehreren Theoretikern bezüglich der Gurten auch Belastungen in Betracht gezogen werden, welche sich nur auf einen Theil des behandelten Feldes erstrecken und das auf solche Weise für bestimmte Beispiele aufgestellte Graphikon der Biegunngsmomente von den Constructeuren auch benützt erscheint, so ist es hier wohl am Platze, die Theorie der gefährlichsten Belastungen bei continuirlichen Trägern in Erinnerung zu bringen, um zu zeigen, dass die Vorschriften der Verordnung wirklich vollkommen genügen.

Die sub (LI) und (LII) gegebene Theorie führt rasch zum Ziele, wenn mit derselben die Wirkung einer Einzellast P auf alle Theile des sonst last- und gewichtfrei gedachten Trägers untersucht wird. Das bezüglichliche Graphikon der Biegunngsmomente in einem belasteten Mittelfelde stellt sich wie folgt:



Nach (54) ist hier im belasteten Felde k die für den frei aufliegenden Träger bekannte Ordinate der Momente  $\mathcal{M}_x$  nach abwärts von der Geraden aufzutragen, welche die Endpunkte M M' der dargestellten Stützenmomente AM A'M' verbindet und ergibt sich hiernach das Graphikon M $\mathcal{M}$ M' für das belastete Feld\*\*). In den links von der Stütze A liegenden Feldern (k - 1), (k - 2), (k - 3) . . . sind die Momente durch gerade Linien dargestellt (54), welche die dargestellten Stützenmomente verbinden und diese letzteren erhält man, indem man (29), von

\*) Wovon die letztere hier, wegen der Symmetrie, überzählig ist.

\*\*\*) Man hätte bekanntlich für  $\mathcal{M}_x$  bei einer Belastung durch mehrere concentrirte Lasten ein Polygon, bei einer gleichförmig vertheilten Belastung einen Parabelbogen . . . etc. nach Massgabe der Zusammenstellung (56).

AM angefangen nach links schreitend, die den zum Voraus berechneten Hilferwerthen  $\alpha$  entsprechenden Proportional-Ordinaten aufträgt, so dass:

$$(73) \quad \dots \quad \frac{M}{\alpha} = \frac{M_{k-1}}{\alpha_{k-1}} = \frac{M_{k-2}}{\alpha_{k-2}} = \frac{M_{k-3}}{\alpha_{k-3}} = \dots = \frac{M_2}{\alpha_2} = \frac{M_1}{1}$$

Die bezüglichen Nullpunkte  $I_{k-1} I_{k-2} \dots$  der gedachten Geraden theilen die Felderlängen im Verhältnisse der bezüglichen absoluten Werthe  $\alpha$ , sind daher nur von der Feldereinheitung und keinstheils von der Belastung abhängig\*).

Man nennt die Punkte I die linkseitigen festen Inflexionspunkte der betreffenden Felder.

Betrachtet man nun die rechts der Stütze A' liegenden unbelasteten Felder  $(k+1)$ ,  $(k+2)$ ,  $(k+3) \dots$ , so findet man dort offenbar das ähnliche Graphikon der Momente nach

$$(74) \quad \dots \quad \frac{M'}{\beta'} = \frac{M_k}{\beta_k} = \frac{M_{k+1}}{\beta_{k+1}} = \frac{M_{k+2}}{\beta_{k+2}} = \dots = \frac{M_{n-2}}{\beta_{n-2}} = \frac{M_{n-1}}{1}$$

und es kommen hiernach die rechtseitigen festen Inflexionspunkte  $I'_{k+1} I'_{k+2} \dots$  zur Definition.

Jedes Brückenfeld hat, an und für sich betrachtet, seine beiden festen Inflexionspunkte, welche nur von den Felderlängen abhängen und welche, wie wir sehen werden, eine in dieser Theorie höchst wichtige Rolle zu spielen haben.

Man hat nun insbesondere für die beiden festen Inflexionspunkte I und I' im Felde k mit den früheren Bezeichnungen:

$$(75) \quad \dots \quad \begin{cases} \frac{AI}{AI'} = -\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{1}{\mu} & \dots \dots \dots AI = \xi = \frac{1}{\mu+1} \\ \frac{AI'}{AI} = -\frac{\beta'}{\beta} = \frac{1}{\nu} & \dots \dots \dots AI' = \xi' = \frac{1}{\nu+1} \end{cases}$$

Der Punkt I ist der Nullpunkt aller die Momentenvermehrung darstellenden geraden Linien, welche im Felde k von allfälligen Belastungen auf den rechts von A' befindlichen Feldern herrühren würden, wogegen der Punkt I' als Nullpunkt aller ähnlichen darstellenden Geraden für allfällige Belastungen auf den links von A liegenden Feldern zu gelten hat.

Das Feld AA' lässt sich hiernach durch die Punkte I I' in drei Strecken zertheilen, für welche die Frage der nachtheiligsten Belastung gesondert zu untersuchen ist und muss hierbei auch noch selbstverständlich zwischen der Wirkung der im Felde selbst anhaftenden Belastung und der Mitwirkung der auf den anderen Feldern eingreifenden Lasten unterschieden werden.

2. Wirkung der Belastung am Felde selbst, Bestimmung der Nullpunkte.

Betrachten wir zunächst wieder das Graphikon (72) für die Wirkung einer Einzellast P auf den sonst last- und gewichtfreien Träger. Man hat mit den Formeln (58) nach Einführung der bezüglichen Werthe (56):

$$(76) \quad \dots \quad M = \frac{Pab}{1} \frac{\nu(1+b) - (1+a)}{1(\mu\nu - 1)} \quad M' = \frac{Pab}{1} \frac{\mu(1+a) - (1+b)}{1(\mu\nu - 1)}$$

In diesen Formeln stellt der erste Factor den absoluten Werth ( $-\square_k$ ) jenes Momentes dar, welches man im frei aufliegend gedachten Felde am Angriffspunkte der Kraft erhalten würde und welches im Graphikon (72) als die abwärts von MM' aufgetragene Länge Q<sup>3</sup> erscheint. Die zweiten Factoren in (76) hingegen sind von der Last unabhängig und besitzen für jede beliebige Stellung derselben immer positive Werthe, welche kleiner als 1 sind, denn die Ungleichheiten:

$$(77) \quad \dots \quad \nu(1+b) - (1+a) < 1(\mu\nu - 1) \quad \mu(1+a) - (1+b) < 1(\mu\nu - 1)$$

reduciren sich auf jene anderen:

$$(78) \quad \dots \quad \nu(1+b - \mu) < a \quad \mu(1+a - \nu) < b$$

deren Richtigkeit eine evidente ist, weil wegen  $\mu > 2$  und  $\nu > 2$  die linkseitigen Theile offenbar negative Werthe darstellen.

\*) Diese Punkte bleiben also auch dieselben, wenn anstatt der Einzellast eine andere complexe Belastung im Felde k gedacht wird. Die successiven Momente haben abwechselnde Zeichen wie die  $\alpha$  selbst.

Hieraus ergibt sich der allgemeine, für jeden continuirlichen Träger gültige Satz:

Durch eine Einzellast P werden immer ein negatives Moment am Angriffspunkte und zwei positive Momente M M' auf den anruhenden Stützen des belasteten Feldes (als Beiträge) hervorgerufen; alle drei Momente schwinden zu Null, wenn sich die Last P der einen oder anderen dieser Stützen nähert.

Betrachten wir nun die beiden Nullpunkte O O' der darstellenden Geraden M S und M' S, beziehungsweise vorläufig nur den Nullpunkt O allein, da vermöge der Symmetrie in den Bezeichnungen alle diesfälligen Erörterungen ebensogut auf den Punkt O' Anwendung finden müssen.

Man hat für das durch die Last P in einem beliebigen Querschnitte zwischen M und S hervorgerufene Angriffsmoment (54):

$$(79) \quad M_x = \frac{(1-x)M + xM'}{l} - \frac{P}{l}bx$$

Die Substitution der Werthe (76) von M und M' in diese Formel gibt nach Reduction:

$$(80) \quad M_x = -\frac{P \cdot b}{l(\mu\nu-1)} \left[ [(1-x)(\nu+1) - x(\mu+1)] \frac{a^2}{l^2} - [(1-x)(2\nu-1) + x(\mu-2)] \frac{a}{l} + (\mu\nu-1)x \right]$$

Hieraus ergibt sich für  $M_x = 0$  zwischen a und der Abscisse  $x_0$  des Nullpunktes O die nach den Potenzen von a geordnete Gleichung:

$$(81) \quad [1(\nu+1) - x_0(\mu+\nu+2)] \frac{a^2}{l^2} - [1(2\nu-1) - x_0(2\nu-\mu+1)] \frac{a}{l} + (\mu\nu-1)x_0 = 0$$

welche, je nachdem  $x_0$  oder a als Unbekannte betrachtet wird, als eine Gleichung ersten oder zweiten Grades erscheint.

Ist a gegeben, so berechnet sich die Unbekannte  $x_0$  mittelst der Formel:

$$(82) \quad x_0 = a \frac{(2\nu-1) - (\nu+1) \frac{a}{l}}{(\mu\nu-1) + (2\nu-\mu+1) \frac{a}{l} - (\mu+\nu+2) \frac{a^2}{l^2}} = 1 \cdot \frac{\mathfrak{D} \frac{a}{l} - \mathfrak{D}' \frac{a^2}{l^2}}{\mathfrak{D} + \mathfrak{D}' \frac{a}{l} - \mathfrak{D}'' \frac{a^2}{l^2}}$$

woselbst ich zur Vereinfachung mit  $\mathfrak{D} \mathfrak{D}' \mathfrak{D}'' \mathfrak{D}''' \mathfrak{D}''''$  die von  $\nu$  und  $\mu$  abhängigen Coëfficienten bezeichne, welche im Zähler und Nenner des letzten Bruches vorkommen.

Ich will nur zeigen, dass, wenn man die Stellung der Last P von  $a=0$  bis  $a=l$  continuirlich verschiebt, der Nullpunkt O sich continuirlich von A bis I bewegt, beziehungsweise, dass diesfalls die Abscisse  $x_0$  continuirlich

$$(83) \quad \text{von } x_0 = 0 \quad \text{bis } x_0 = \xi = \frac{l}{\mu+1} \quad \text{wächst.}$$

Die Endwerthe (83) ergeben sich unmittelbar aus der Formel (82). Man findet ferner durch Differentiation

$$(84) \quad \frac{dx_0}{da} = \frac{\mathfrak{D} \mathfrak{D}'' - 2 \mathfrak{D} \mathfrak{D}' \frac{a}{l} + (\mathfrak{D}'' \mathfrak{D}''' - \mathfrak{D}' \mathfrak{D}''') \frac{a^2}{l^2}}{(\mathfrak{D} + \mathfrak{D}' \frac{a}{l} - \mathfrak{D}'' \frac{a^2}{l^2})^2} = (\mu\nu-1) \frac{(2\nu-1) - 2(\nu+1) \frac{a}{l} + 3 \frac{a^2}{l^2}}{(\mathfrak{D} + \mathfrak{D}' \frac{a}{l} - \mathfrak{D}'' \frac{a^2}{l^2})^2}$$

Dieser Ausdruck lässt sich noch wesentlich vereinfachen, weil der Zähler im letzten Bruche den einfachen Factor  $(1 - \frac{a}{l})$  enthält und man findet schliesslich:

$$(85) \quad \frac{dx_0}{da} = 3 \cdot \frac{(\mu\nu-1) \left( \frac{2\nu-1}{3} - \frac{a}{l} \right) \left( 1 - \frac{a}{l} \right)}{\left[ (\mu\nu-1) + (2\nu-\mu+1) \frac{a}{l} - (\mu+\nu+2) \frac{a^2}{l^2} \right]^2} > 0$$

Diese Formel zeigt, dass von  $a=0$  bis  $a=l$   $\frac{dx_0}{da}$  immer positiv, demnach  $x_0$  immer wachsend bleiben. Man erkennt gleichfalls, dass diese beiden Grössen im gedachten Intervalle

nicht unendlich werden können, weil der auch in (85) vorkommende Nenner von  $x_0$  als algebraische Function 2. Grades nach der Veränderlichen ( $a:1$ ) betrachtet, die Ordinate einer Parabel darstellt, welche (weil mit negativem Coëfficienten von  $(a:1)^2$  und mit positivem unabhängigen Gliede behaftet) die Abscissenachse in zwei Punkten schneidet und zwischen denselben ihren Scheitel sowie ihre positiven Ordinaten besitzt und weil der gedachte Nenner für  $a=0$  und  $a=1$  die positiven Werthe  $(\mu \nu - 1)$  und  $(\mu + 1)(\nu - 2)$  besitzt, daher auch für alle Zwischenwerthe von  $a$  begrenzte positive Werthe besitzen muss.

$x_0$  hat also zwischen  $a=0$  und  $a=1$  immer positive begrenzte und wachsende Werthe, was zu beweisen war.

Vermöge der Symmetrie des Graphikons (72) ist nun ebenfalls bewiesen, dass, wenn sich die Last  $P$  continuirlich von der Stütze  $A'$  zur Stütze  $A$  bewegt, der Nullpunkt  $O'$  continuirlich von  $A'$  nach  $I'$  wandert. Es ergibt sich hieraus der Satz:

Durch eine Einzellast in ganz beliebiger Lage werden in allen innerhalb der festen Inflexionspunkte  $I$  und  $I'$  des belasteten Feldes begriffenen Trägerquerschnitten immer nur negative Momente erzeugt.

Durch eine ganz beliebige Belastung eines Mittelfeldes werden dortselbst Momente hervorgerufen, welche immer je einen Nullpunkt (zufälligen Inflexionspunkt) in den Theilstrecken  $AI$  und  $A'I'$  aufweisen\*) und nächst den Stützen positive, dagegen zwischen den Nullpunkten negative Werthe besitzen\*\*).

### 3. Bestimmung des Grenzpunktes.

Betrachten wir nun das durch die Gleichung (81) gekennzeichnete zweite Problem, nämlich die Bestimmung des einer gegebenen Abscisse  $x_0$  entsprechenden Werthes von  $a$ , beziehungsweise die Bestimmung des einen auf  $AI$  gegebenen Trägerquerschnittes entsprechenden sogen. Grenzpunktes  $G_x$ , welcher als Belastungsgrenze in der einen oder anderen Richtung zu gelten haben wird, je nachdem in dem betrachteten gegebenen Querschnitte nur positive oder aber nur negative Momente gesammelt werden.

Ich bemerke vor Allem, dass die Coëfficienten der Gleichung (81) für  $0 < x_0 < 1: (\mu + 1)$  immer positive Werthe besitzen, denn die Ungleichheiten

$$(86) \dots \frac{1}{\mu + 1} < \frac{1(\nu + 1)}{\mu + \nu + 2} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\mu + 1} < \frac{1(2\nu - 1)}{2\nu - \mu + 1}$$

reduciren sich beide auf  $1 < \mu \nu$ .

Ich will nun zeigen, dass die Gleichung (81) immer zwischen  $0 < x_0 < 1: (\mu + 1)$  zwei reelle und positive Wurzeln  $a$  besitzt, wovon die kleinere allein converirt\*\*\*).

\*) Für die gleichförmig vertheilte und totale Belastung  $p$  pro  $m$  im Felde hat man laut (56) (58) und (60):

$$(87) \dots T = T' = \frac{pl^3}{4} \quad M = \frac{\nu - 1}{\mu \nu - 1} \frac{pl^2}{4} \quad M' = \frac{\mu - 1}{\mu \nu - 1} \frac{pl^2}{4}$$

Hiernach findet man für das Moment  $(M_x)_p$  im beliebigen Querschnitte, dessen Abscisse  $x$  ist (54) (56)

$$(88) \dots (M_x)_p = \frac{(1-x)M + xM'}{1} + (\mathbb{M}_x)_p = \frac{pl^2}{4} \left\{ \frac{\nu - 1}{\mu \nu - 1} - \left[ 1 + \frac{(\mu + 1)(\nu - 1)}{\mu \nu - 1} \right] \frac{x}{1} + 2 \frac{x^2}{l^2} \right\}$$

Für ein Endfeld, zum Beispiel das letzte, woselbst  $\nu = \infty$ , wäre:

$$(89) \dots (M_x)_p = \left(1 - \frac{x}{1}\right)M + (\mathbb{M}_x)_p = \frac{pl^2}{2} \left[ \frac{1}{2\mu} - \left(1 + \frac{1}{2\mu}\right) \frac{x}{1} + \frac{x^2}{l^2} \right] = \frac{pl^2}{2} \left(1 - \frac{x}{1}\right) \left(\frac{1}{2\mu} - \frac{x}{1}\right)$$

Die Wurzeln für die Nullpunkte sind (88) im Allgemeinen, bei entsprechender Reduction:

$$(90) \dots \frac{x_0}{1} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\nu - \mu}{2(\mu \nu - 1)} \right] \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{\nu - \mu}{\mu \nu - 1}\right)^2 + 4 \frac{(\nu - 1)(\mu - 1)}{\mu \nu - 1}} \quad \text{sonach}$$

$$(91) \dots \text{wenn } \mu = \nu \dots \frac{x_0}{1} = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{\mu - 1}{\mu + 1}}\right), \quad \text{wenn } \nu = \infty \dots \frac{x_0}{1} = 1 \text{ und } \frac{x_0}{1} = \frac{1}{2\mu}$$

\*\*) Wenn nicht bloß ein einziges Feld sondern eine Combination von Feldern (Eigenlast) belastet ist, so kann das Gesamt-Graphikon auch innerhalb  $II'$  einen Nullpunkt aufweisen.

\*\*\*) Die vorangehende Discussion der Formeln (82) (85) beweist nur, dass eine convenirende positive Wurzel der Gleichung existiren muss; wir werden sehen, dass eine weitere Prüfung angezeigt ist.

Bezeichnet man mit  $\pm \sqrt{\mathcal{Q}}$  den irrationalen Zählerbeitrag in dem bekannten Ausdrucke der Wurzeln, so schreibt sich die Existenzbedingung der reellen Wurzeln:

$$(92) \dots \mathcal{Q} = [1(2\nu - 1) - x_0(2\nu - \mu + 1)]^2 - 4x_0(\mu\nu - 1)[1(\nu + 1) - x_0(\mu + \nu + 2)] > 0$$

Dieser Ausdruck  $\mathcal{Q}$  lässt sich in zwei einfache Factoren ersten Grades nach  $x_0$  zersetzen, denn die Gleichung zweiten Grades nach  $x_0$ :

$$(93) \dots \dots \mathcal{Q} = 0, \text{ enthält offenbar*) die Wurzel } x_0^y = \frac{1}{\mu + 1}$$

und es ergibt sich hiernach die zweite Wurzel  $x_0^w$  durch die sehr einfache Betrachtung des unabhängigen Gliedes als Product beider Wurzeln:

$$(94) \dots \dots x_0^w = \frac{(x_0^y x_0^w)}{x_0^y} = \frac{(\mu + 1)(2\nu - 1)^2 \cdot 1}{(2\nu - \mu + 1)^2 + 4(\mu\nu - 1)(\mu + \nu + 2)} = \frac{(2\nu - 1)^2 \cdot 1}{4\nu(\mu + \nu) + \mu - 7}$$

Mit diesen Werthen  $x_0^y$  und  $x_0^w$  erhält man dann:

$$(95) \dots \dots \mathcal{Q} = [1 - x_0(\mu + 1)][1(2\nu - 1)^2 - x_0[4\nu(\mu + \nu) + \mu - 7]]$$

$$(96) \dots \dots a = \frac{1}{2} \frac{1(2\nu - 1) - x_0(2\nu - \mu + 1) \pm \sqrt{\mathcal{Q}}}{1(\nu + 1) - x_0(\mu + \nu + 2)}$$

Diese Formeln zeigen, dass für  $0 < x_0 < 1 : (\mu + 1)$  immer  $\mathcal{Q} > 0$  ist, weil die Ungleichheit  $x_0^y < x_0^w$  sich auf  $0 < (\mu\nu - 1)(\nu - 2)$  reducirt, demnach auch  $x_0 < x_0^y < x_0^w$  ist und weil bekanntlich die Parabelordinate  $\mathcal{Q}$  für jede ausserhalb  $x_0^y$   $x_0^w$  gewählte Abscisse  $x_0$  positiv sein muss (95). Dass dann beide Werthe  $a$  auch positiv sind, erhellt aus (81) (86).

Man erkennt ferner, dass für  $x_0 = 1 : (\mu + 1)$  offenbar (95) auch  $\mathcal{Q} = 0$  und demnach beide Wurzeln  $a$  der Gleichung (81) gleich 1 sind, dass endlich für  $x_0 > 1 : (\mu + 1)$  immer  $\mathcal{Q} < 0$  und  $a$  imaginär bleiben.

Von den beiden Wurzeln  $a$  der Formel (96) ist auch immer die kleinere zu nehmen, weil  $a$  für  $x_0 = 0$  zu Null schwinden muss\*\*), was eben bei der kleineren Wurzel zutrifft.

Man wird nun mittelst der Formeln (95) und (96) für jeden zwischen A und I gegebenen Trägerquerschnitt den bezüglichen Grenzpunkt  $G_x$  bestimmen können und für den ganz ähnlichen Grenzpunkt  $G'_x$  eines zwischen A' und I' liegenden Querschnittes gelten die aus der blossen Symmetrie der Bezeichnungen entstehenden Formeln:

$$(98) \dots \mathcal{Q}' = [1 - (1 - x_0)(\nu + 1)][1(2\mu - 1)^2 - (1 - x_0)[4\mu(\nu + \mu) + \nu - 7]]$$

$$(99) \dots \dots b = \frac{1}{2} \frac{1(2\mu - 1) - (1 - x_0)(2\mu - \nu + 1) \pm \sqrt{\mathcal{Q}'}}{1(\mu + 1) - (1 - x_0)(\mu + \nu + 2)}$$

#### 4. Die gefährlichsten Gurtbelastungen im Mittelfelde.

Die Zusammenfassung der vorangehend aufgestellten Grundsätze führt unmittelbar zur Kenntniss der gefährlichsten Belastung für die Gurten in einer jeden der drei Theilstrecken AI II' I'A' eines betrachteten Mittelfeldes, und zwar:

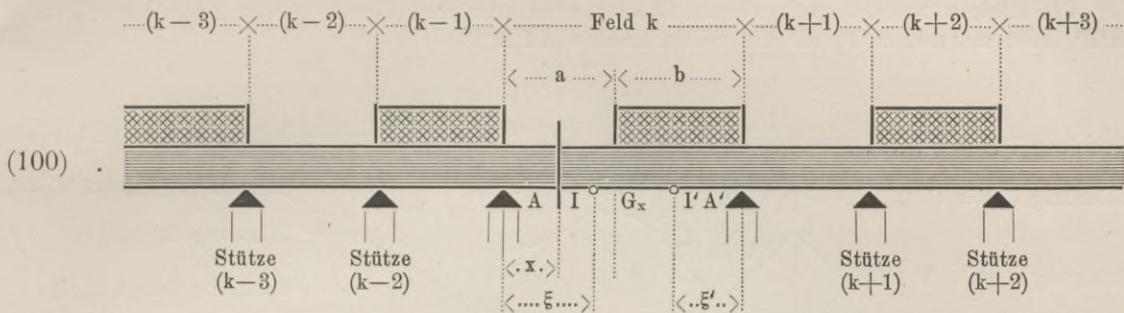
1. Das algebraisch grösste Gesamtmoment in einem Querschnitte der Seitenstrecke AI, dessen Abscisse  $x$  ist, ergibt sich durch die theilweise Belastung des betrachteten Feldes  $k$ , vom Grenzpunkte  $G_x$  angefangen bis zur Stütze A', ferner durch die totale Belastung der rechts liegenden Felder  $(k + 2)(k + 4) \dots$  etc., sowie der links liegenden Felder  $(k - 1)(k - 3) \dots$  etc., für welche sämtliche Felder die bezüglichen darstellenden Geraden noch positive Momentenbeiträge zubringen.

\*) Man findet diesfalls sofort durch Substitution des Werthes  $x_0$

$$(97) \dots \dots \frac{1}{2} [1(2\nu - 1) - x_0(2\nu - \mu + 1)] = [1(\nu + 1) - x_0(\mu + \nu + 2)] = \frac{\mu\nu - 1}{\mu + 1}$$

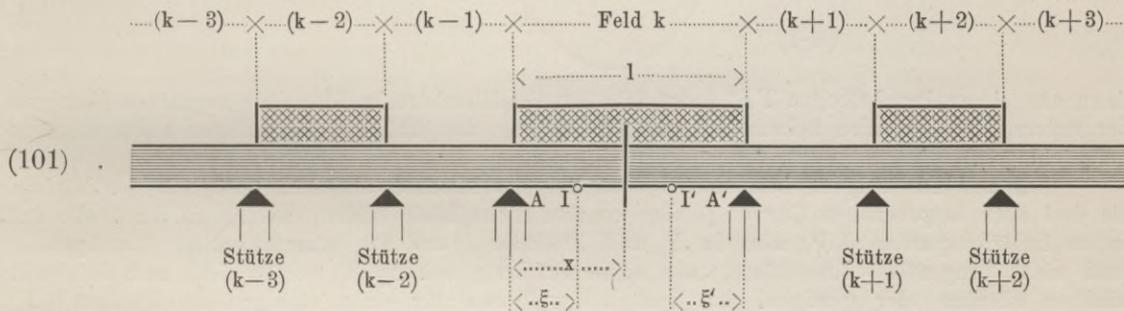
\*\*) In den meisten, oft sehr umfangreichen Arbeiten über diese hier nur nebenbei angeführte Theorie vermisse ich eine strenge allgemeine Discussion der Gleichung (81) und zwar ebensowehr bezüglich der einen oder der anderen der hier angeführten Auflösungsformeln (82) (96). Man wird deshalb die Ergänzungen des Textes gerechtfertigt finden.

Belastungsschema 1 für positive Momente im seitlichen Theile eines Mittelfeldes\*).



2. Das algebraisch kleinste Moment in einem Querschnitte der Mittelstrecke I I' ergibt sich durch die totale Belastung des betrachteten Feldes, der rechts liegenden Felder (k + 2) (k + 4) ... etc. und der links liegenden Felder (k - 2) (k - 4) ... etc.

Belastungsschema 2 für negative Momente im mittleren Theile eines Mittelfeldes\*).



3. Das algebraisch kleinste Moment in der Strecke AI oder aber das algebraisch grösste Moment in der Strecke I I' wird naturgemäss durch die complementäre Belastung zu (100) oder aber zu (101) erzeugt. Doch kommen derartige Belastungen beziehungsweise Momente, selbst theoretisch genommen, nur in der Umgebung der Punkte I I' zum Ausdrücke und haben an dieser Stelle (bei normalen Verhältnissen) meistens gar keine praktische Bedeutung, weil dortselbst (die bekannte Aushöhlung des Graphikons) in der üblichen Materialvertheilung immer ein wesentlicher Ueberschuss an Gurtblechen belassen wird.

4. Für die Seitenstrecke A'I' gilt offenbar das zu (100) symmetrisch gestellte Schema, beziehungsweise das allfällige complementäre Schema. Man hätte also im Allgemeinen für ein betrachtetes Mittelfeld ein sechsfaches Belastungsschema zu berücksichtigen, wenn nicht aus praktischen Rücksichten eine Vereinfachung eingeführt wird\*\*).

\*) Die hier für das Mittelfeld (100) (101) und später für das Endfeld (124) (125) angeführten schematischen Figuren zur Darstellung der bleibenden und beweglichen Belastungen, sind nur der grösseren Einfachheit wegen derart gezeichnet, dass anscheinlich überall dieselben Belastungen pro  $m$  zu gelten hätten. In Wirklichkeit kann aber sowohl die bleibende als auch die bewegliche Last pro  $m$  auf jedem Felde eine verschiedene und ganz beliebige sein, wie dies beispielweise in den Figuren (67) (70) für eine Brücke mit 3 Feldern dargestellt wird. Die hier nachfolgende Abhandlung basirt ebenfalls auf den soeben geschilderten allgemeinen Belastungsannahmen.

In dem Falle, wo für die bewegliche Last ein Eisenbahnzug mit concentrirten Achsendrücken unmittelbar in Rechnung gebracht werden wollte, wäre  $a$  die Abscisse der ersten Radachse des rechts zu der Länge  $b$  gedachten Zuges; die zwischen  $a$  und  $x_0$  gefundenen Relationen sind aber noch immer vollgiltig anwendbar.

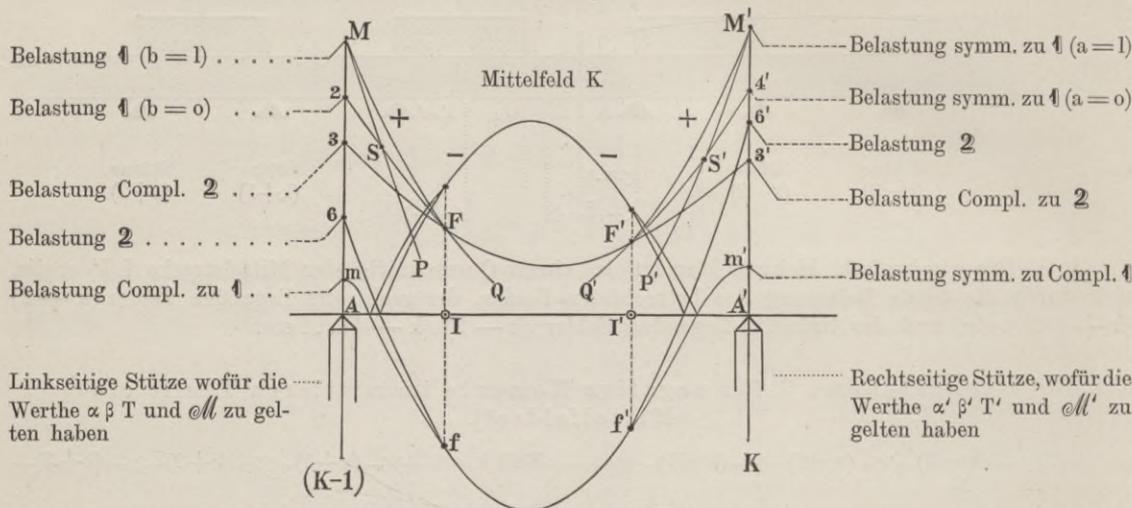
Ganz dieselben Bemerkungen gelten auch für die später aufgestellte allgemeine Belastungsschablone (136) und alle zu deren Anwendung gegebenen weiteren Erläuterungen.

\*\*) Es genügen demnach für alle Fälle die beiden schematischen Figuren (100) und (101), wenn auch die durch symmetrische oder complementäre Anordnung der beweglichen Lasten gebildeten anderen noch zuzuziehenden Belastungscombinationen hinzugedacht werden, wozu wohl keine weitere Darstellung erforderlich ist.

5. Graphikon der dargestellten Maximal- und Minimalmomente im Mittelfelde.

Die gesammte äusserste Umhüllungslinie im Mittelfelde sowohl für die Maxima als auch für die Minima besteht nach obigen Erörterungen aus zwei Curven höheren Grades MF und M'F' (oder mf und m'f') für die Seitenstrecken AI A'I'

(102)



dann aus einem Parabelbogen FF' (oder ff') für die Mittelstrecke II'. (Die negativen Momente der unteren Linie werden bekanntlich zur Aufstellung des üblichen Graphikons nach aufwärts umgeschlagen.)

Ich will nun zeigen, dass sowohl bezüglich der Maxima als auch bezüglich der Minima die drei eben besprochenen Curven je eine kontinuierliche Linie bilden, welche an der Stelle der festen Inflexionspunkte I I', also in F und F' (oder f und f'), stumpf-winklige Bruchpunkte (und nicht tangentiale Anschlüsse, wie seinerzeit irrig behauptet worden ist) aufweist, und wird es offenbar hier genügen, den bezüglichen Beweis für einen einzigen der Punkte F F' (oder f f') zum Beispiele F zu erbringen.

Die Ordinate IF der Curve MF erhält man mittelst der Belastung nach Schema 1 bei  $b = 0$ . Die Ordinate IF der Parabel FF' dagegen, erhält man mit der complementären Belastung zu jener des Schemas 2. Diese gedachten beiden Belastungen differiren (100) (101) nur durch die rechts von der Stütze A' vorkommenden Combinationen belasteter Felder (zufällige Last), wofür bekanntlich die darstellenden Geraden der Momente im Felde AA' sich im Punkte I schneiden. Die beiden Belastungen geben demnach im Querschnitte I dieselbe Ordinate IF.

Behufs Untersuchung der Tangente zur Curve MF sowohl am besprochenen Punkte F als auch am Punkte M wird es nothwendig, die Formeln der Ordinate  $\mathcal{M}_x$  innerhalb MF als eine Function von x aufzustellen. Bezeichnet man mit  $(M_x)_p$  den aus der blossen partiellen Feldbelastung herrührenden Momentenbeitrag im Querschnitte, dessen Abscisse x ist, so ergiebt nach (54) (58):

$$(103) \quad (M_x)_p = \frac{(1-x)M + xM'}{1} + (\mathcal{M}_x)_p = \frac{[1 - (\nu + 1)x]T - [1 - (\mu + 1)x]T'}{1^2(\mu\nu - 1)} + (\mathcal{M}_x)_p$$

$$(104) \quad \mathcal{M}_x = \mathcal{M}_0 + (\mathcal{M}'_0 - \mathcal{M}_0) \frac{x}{1} + (\mathcal{M}_x)_q + (M_x)_p$$

Die Substitution der sub (56) für die Hilfswerthe T T'  $(\mathcal{M}_x)_q$  bereits ausgewiesenen, der partiellen gleichförmigen Belastung entsprechenden Ausdrücke in die beiden obigen Gleichungen ergibt nach Reduction:

$$(105) \quad (M_x)_p = \frac{pb^2}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \nu - 1 + (\mu - \nu) \frac{x}{1} \right] \left( 1 + \frac{a}{1} \right)^2 - \left[ \nu - (\nu + 1) \frac{x}{1} \right] \frac{a^2}{1^2} - \frac{x}{1} \right\} = \frac{pl^2}{2} \left( 1 - \frac{a}{1} \right)^2 \cdot \mathcal{K}$$

$$(106) \quad \mathcal{M}_x = \mathcal{M}_0 - \left[ \mathcal{M}_0 - \mathcal{M}'_0 + \frac{ql}{2} (1-x) \right] \frac{x}{1} + (M_x)_p$$

Diese Formeln, wo  $b$  die belastete,  $a$  die unbelastete Feldlänge in Gemässheit von (81) (96), ferner  $p$  die zufällige und  $q$  die permanente Last pro  $m$ , endlich  $\mathcal{K}$  den in der grossen Klammer befindlichen Factor bezeichnen, können (mit dem Belastungsschema 4) zur Ausrechnung der Momente  $\mathcal{M}_x$  als Ordinaten der Curve MF bequem benützt werden.

Differentirt man nun die Gleichung (105) nach der unabhängigen Veränderlichen  $x$  und bezeichnet man hierbei mit dem Symbol  $\partial \mathcal{K}$  die Partialdifferentiirung von  $\mathcal{K}$  nach  $x$  oder  $a$  (als Function von  $x$ ) so hat man:

$$(107) \quad \frac{d(M_x)_p}{dx} = -pl \left(1 - \frac{a}{l}\right) \frac{da}{dx} \cdot \mathcal{K} + \frac{pl^2}{2} \left(1 - \frac{a}{l}\right)^2 \left( \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial a} \cdot \frac{da}{dx} \right)$$

Zur Verwerthung dieses Ausdruckes findet man für die darin vorkommenden Functionen:

1. Für den Punkt F nach (75) (85) und (105) die sehr einfachen Werthe:

$$(108) \quad x = \xi = \frac{l}{\mu + 1} \quad a = l \quad \left(1 - \frac{a}{l}\right) \frac{da}{dx} = \frac{(\mu + 1)^2}{2} \cdot \frac{\nu - 2}{\mu \nu - 1}$$

$$(109) \quad \left[ \nu - 1 + (\mu - \nu) \frac{\xi}{l} \right] = \left[ \nu - (\nu + 1) \frac{\xi}{l} \right] = \frac{\mu \nu - 1}{\mu + 1} \quad \text{und}$$

$$(110) \quad \mathcal{K} = 0 \quad \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x} = - \frac{(\mu + 1)(\nu - 2)}{l(\mu \nu - 1)} \quad \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial a} = 0$$

mit welchen Werthen der Ausdruck (107) zu Null schwindet, so dass im Punkte F nach (106) die Curve MF dieselbe Tangente hat wie jene Parabel, welche dem Belastungsschema 4 mit  $b = 0$  entspricht, demnach auch die Parabel FF', welche von der complementären Belastung zu Schema 2 herrührt, unter einem stumpfen Winkel schneidet\*).

2. Für den Punkt M nach (82) (96) und (105) die weiteren Werthe:

$$(111) \quad x = 0 \quad a = 0 \quad \frac{da}{dx} = \frac{\mu \nu - 1}{2\nu - 1}$$

$$(112) \quad \mathcal{K} = \frac{1}{2} \frac{\nu - 1}{\mu \nu - 1} \quad \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x} = - \frac{1}{2l} \left[ 1 + \frac{(\mu + 1)(\nu - 1)}{\mu \nu - 1} \right] \quad \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial a} = \frac{\nu - 1}{l(\mu \nu - 1)}$$

mit welchen Werthen sich der Ausdruck (107) nach Substitution und Reduction, auf:

$$(113) \quad \frac{d(M_x)_p}{dx} = - \frac{pl}{4} \left[ 1 + \frac{(\mu + 1)(\nu - 1)}{\mu \nu - 1} \right] = - \frac{pl}{2} \left[ 1 + \frac{\nu - \mu}{2(\mu \nu - 1)} \right]$$

also auf jenen Werth reducirt, welchen man auch nach der für die totale Belastung des Feldes aufgestellten Formel der Momente (88) erhält, so dass im Punkte M nach (106) die Curve MF dieselbe Tangente besitzt wie jene Parabel, welche dem Belastungsschema 4 mit  $b = 1$  entspricht.

Die vorangehende Theorie führt zu folgendem praktisch wichtigen Verfahren:

Die mittelst theilweiser Belastungen nach Schema 4 erhaltene Curve höheren Grades MF kann näherungsweise durch die aus zwei Parabelbögen gebildete gebrochene Linie MSF ersetzt werden, welche dadurch gebildet wird, dass man das Belastungsschema 4 nur für die beiden extremen Annahmen  $b = 1$  und  $b = 0$  anwendet und die beiden bezüglichen Parabeln mittelst der üblichen, für das betrachtete Feld mit  $(p + q)$  und  $(q)$  pro  $m$  construirten Schablonen (68) in Gemässheit der bereits berechneten Stützenmomente (für Combinationen total belasteter Felder) auszieht (69).

\*) Ich bemerke, dass nach (85) für  $x = \xi$  der Werth  $\frac{da}{dx} = +\infty$  wird, was in allen früheren Arbeiten übersehen erscheint. So z. B. wird in der hier vortheilhaft bekannten Schrift: „Theorie der äusseren Kräfte gerader Träger“ von Dr. E. Winkler, Wien 1870, Seite 48 u. 49, eine Beweisführung gegeben, nach welcher im Punkte F die beiden Anschlusscurven MF und FF' tangential in einander verlaufen würden. Diese Beweisführung leidet an einer irrigen Differentiirung (S. 49); das Conclusum und die bezügliche Figur sind unrichtig. In der Auflage v. J. 1875, S. 76 u. 77, ist derselbe Irrthum noch zu beklagen.

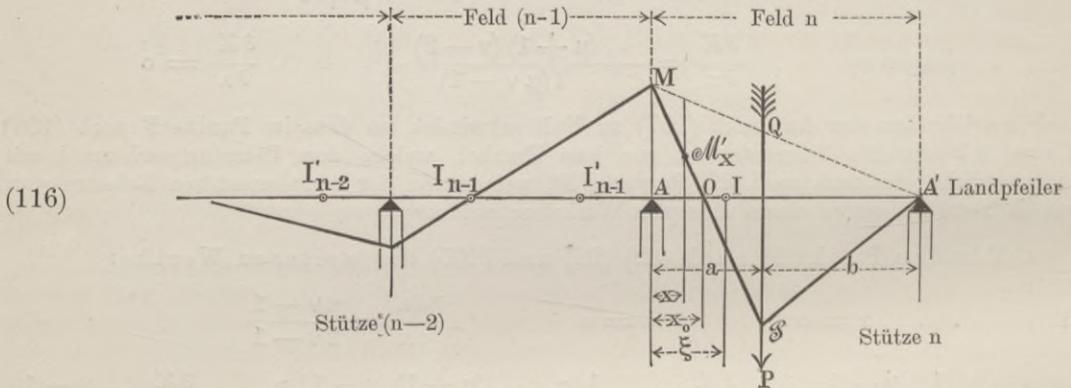
Die gebrochene Linie MSF ersetzt die Curve MF mit aller für die Praxis genügenden Genauigkeit, da, wie vorangehend erwiesen, die beiden Linien an ihren gemeinschaftlichen Endpunkten M und F auch gemeinschaftliche Tangenten besitzen\*).

Auf ganz gleiche Weise wird man die Curve höheren Grades M'F' durch eine entsprechende gebrochene Linie M'S'F' ersetzen.

Auf ganz ähnliche Weise endlich könnte man auch eine jede der beiden Curven mf und m'f' durch je zwei Parabelbögen ersetzen; doch diese Construction\*\*) wäre für den praktischen Zweck des Graphikons ganz gegenstandslos, weil die gedachten Curven nur mit ihren äussersten, nächst den Punkten f' liegenden Enden jemals zum Ausdrucke kommen können, woselbst sie von der nach Schema 2 construirten Parabel ganz unwesentlich abweichen.

### 6. Die gefährlichste Gurtbelastung in einem Endfelde.

Die ganze vorangehend sub 1, 2 bis 5 aufgestellte Theorie der gefährlichsten Gurtbelastung in einem beliebigen Mittelfelde ist auch mit einer sehr wesentlichen Vereinfachung für ein Endfeld anwendbar; es genügt hierbei, das eine der beiden Stützennomente als Null und den bezüglichen Hilfswerth  $\mu$  oder  $\nu$  als  $+\infty$  einzuführen. Betrachten wir z. B. das letzte Brückenfeld. Das Graphikon der Momente (72) für eine Einzellast P stellt sich offenbar wie folgt:



Der feste Inflexionspunkt I' befindet sich hier am Auflager A' und der verbleibende linksseitige ähnliche Punkt I kann nicht mehr, wie früher, als Inflexionspunkt definiert werden, weil eben der Träger auf der Stütze A' aufhört; man findet jedoch diesen Punkt I, indem man, wie früher, das Maximum der Länge  $x_0 = AO$  sucht. Die hier massgebenden Formeln deduciren

\*) Freunden von scharf theoretischen Bildern bleibt es unbenommen, ausserdem noch die Curve MF mittelst eines Curvenlineales nach der bereits sehr präcisirten Form derselben auszuzeichnen. Diese geringfügige Verbesserung wird für die mit dem Graphikon aufzustellende Materialvertheilung ziemlich gegenstandslos bleiben. Die complicirte Ausrechnung der Curve selbst wäre aber jedenfalls überflüssig. Man vgl. übrigens die Construction (137) der Curve als Parabel, worin hier selbstverständlich die tangirenden Parabelbögen mit den Tangenten selbst verwechselt werden können.

\*\*) Der im Texte nur für MF durchgeführte Beweis über die Richtigkeit der tangentialen Anschlüsse der Curve höheren Grades an die beiden Enden M und F der gebrochene Linie, welche als Ersatz dienen soll, lässt sich sofort auf die ganz ähnlichen Verhältnisse der Curve mf übertragen, und zwar als unmittelbare Consequenz einer Rechnungsmethode, welche zur Ausrechnung der bezüglichen Minimalmomente sehr gut verwendet werden könnte.

Bezeichnet man für die blosse Feldbelastung p pro m und für den auf AI befindlichen, der Abscisse x entsprechenden Querschnitt:

- (114)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{mit } (M_x)_{pb} \dots \text{ das von der belasteten Länge } b \text{ herrührende Moment wie im Texte;} \\ \text{mit } (M_x)_{pa} \dots \text{ das von der belasteten complementären Länge } a \text{ herrührende Moment;} \\ \text{mit } (M_x)_{pl} \dots \text{ das von der belasteten totalen Feldlänge } l \text{ herrührende Moment, so ist offenbar:} \end{array} \right.$

(115)  $\dots \dots \dots (M_x)_{pa} = (M_x)_{pl} - (M_x)_{pb}$

Die bezüglichen drei Differentialquotiente unterliegen derselben Relation. Hieraus ergeht, mit Rücksicht auf die im Texte bereits gefundenen Resultate, dass

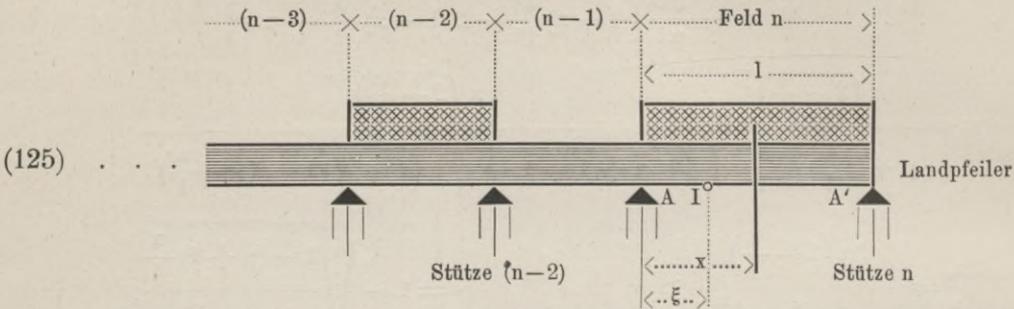
für  $a = 0 \dots \dots \dots \frac{d(M_x)_{pa}}{dx} = 0$  und für  $a = l \dots \dots \dots \frac{d(M_x)_{pa}}{dx} = \frac{d(M_x)_{pl}}{dx}$

Wodurch der im Texte für die positiven Momente geführte Beweis, auch hier auf die negativen Momente ausgedehnt erscheint, wiewohl letztere übrigens in der Praxis gar nicht in Betracht kommen.



2. Das algebraisch kleinste Moment für einen in der Landpfeilerstrecke A'I gelegenen Querschnitt ergibt sich aus der totalen Belastung des betrachteten Endfeldes, sowie der links liegenden Felder (n - 2), (n - 4) ... etc.

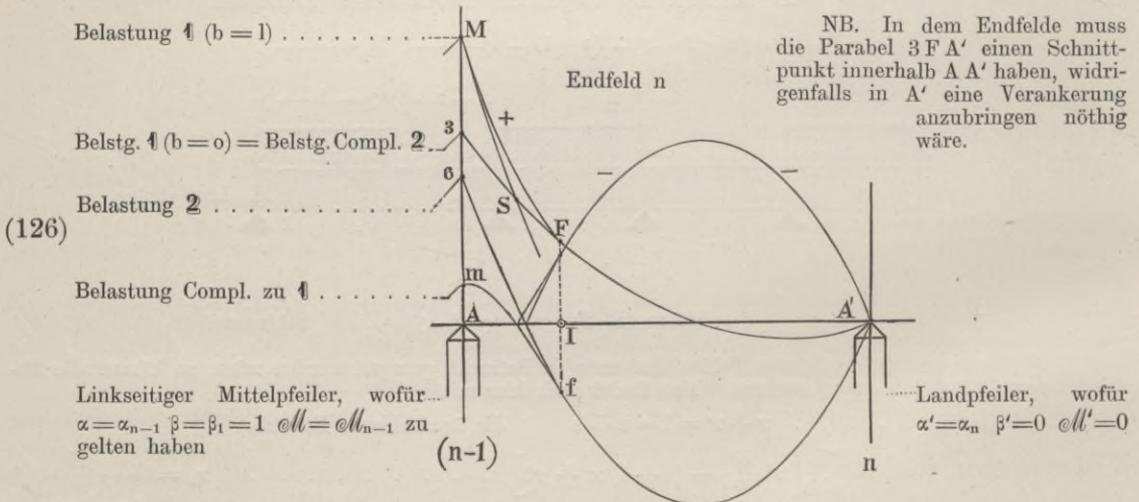
Belastungsschema 2 für negative Momente in dem beim Landpfeiler liegenden Theile eines Endfeldes.



3. Das algebraisch kleinste Moment innerhalb der Mittelpfeilerstrecke AI oder aber das algebraisch grösste Moment innerhalb der Landpfeilerstrecke A'I wird offenbar durch die complementäre Belastung zu Schema 1 (124) oder zu Schema 2 (125) erzeugt. Doch können diese gedachten Belastungen beziehungsweise Momente selbst in theoretischer Beziehung nur in der Umgebung des Punktes I zum Ausdruck gelangen und haben an dieser Stelle unter sonst normalen Verhältnissen gar keine praktische Bedeutung, weil dortselbst (die bekannte Aushöhlung des Graphikons) für die Materialvertheilung immer ein wesentlicher Ueberschuss an Gurtblechen belassen wird.

Man hätte also für ein betrachtetes Endfeld im Allgemeinen ein vierfaches Belastungsschema in Betracht zu ziehen, wenn nicht auch hier aus praktischen Rücksichten eine wesentliche Vereinfachung einzutreten hätte. Man wird übrigens bemerkt haben, dass die sub (124) (125) dargestellten Belastungsskizzen mit jenen (100) (101) des Mittelfeldes übereinstimmen, wenn nur dortselbst der rechts von A' liegende Trägertheil abgetrennt gedacht wird, so dass man eigentlich im Ganzen für Mittel- und Endfelder nur zwei Belastungsschemas und deren complementäre beziehungsweise symmetrische oder begrenzte Aequivalente zu betrachten hat.

Auch das ganze Graphikon der darstellenden Curven der Maxima und Minima steht mit jenem (102) des Mittelfeldes in eng verwandtschaftlicher Beziehung.



Auf der Landpfeilerseite sind die Curven höheren Grades M'F' und m'f' von (102) hier auf Null zusammengeschrumpft und die Punkte F' und f' mit dem Stützpunkte A' vereint.

Auf der Mittelpfeilerseite ist auch eine kleine Vereinfachung zu constatiren, da hier die Belastung 1 mit b = 0 und die complementäre Belastung zu 2 identisch sind und sonach die Parabelbögen 2SF und 3FF' von (102) hier zusammenfallen. Hieraus folgt, dass im Endfelde die Curve höheren Grades MF am Punkte F in die Parabel 3FA' tangential einmündet.

Alle diese aus den früheren, das Mittelfeld betreffenden Untersuchungen soeben abgeleiteten Eigenschaften des Endfeld-Graphikons lassen sich hier sehr leicht unmittelbar beweisen.

Man findet an Stelle der Gleichungen (105) und (106) ganz auf dieselbe Weise

$$(127) \quad (M_x)_p = \frac{p b^2}{2} \left\{ \left(1 - \frac{x}{1}\right) \frac{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{a}{1}\right)^2 - \frac{a^2}{1^2}}{\mu} - \frac{x}{1} \right\} = \frac{p l^2}{2} \left(1 - \frac{a}{1}\right)^2 \mathcal{K}$$

$$(128) \quad \dots \dots \mathcal{M}_x = \mathcal{M}_0 - \left[ \mathcal{M}_0 + \frac{q l}{2} (1 - x) \right] \frac{x}{1} + (M_x)_p$$

Diese Gleichungen, welche von jenen (105) und (106) des Mittelfeldes durch die blosse Einführung von  $\mathcal{M}'_0 = 0$  und  $\nu = \infty$  sofort deducirt werden könnten, führen, wie dort, zu demselben Conclusum, nämlich, dass die Curve höheren Grades MF an ihren beiden Enden die aus zwei Parabelbögen bestehende gebrochene Linie MSF tangirt und demnach durch diese gebrochene Linie, welche nur den beiden extremen Annahmen  $b=1$  und  $b=0$  entspricht, näherungsweise ersetzt werden kann.

Die Formel (127) unterliegt aber hier im Endfelde einigen interessanten Vereinfachungen, welche durch die Einführung von  $a=1-b$  und  $x'=1-x$  herbeigeführt werden. Man findet

$$(129) \quad (M_x)_p = \frac{p l^2}{2} \left\{ \frac{x'}{1} - \frac{\frac{1}{2} b^2}{\mu} - \left(1 - \frac{x'}{1}\right) \right\} = \frac{p b^2}{2 \mu} \left\{ (\mu + 1) \frac{x'}{1} - \mu - \frac{1}{2} \frac{b^2 x'}{1^2} \right\}$$

Die Zuziehung des Werthes (123) von  $(b:1)$  gibt dann  $(M_x)_p$  als Function von  $x'$  oder  $x$ :

$$(130) \quad (M_x)_p = \frac{p b^4 x'}{4 \mu l^3} = \frac{p l^2}{4 \mu} \frac{[(\mu + 1) \frac{x'}{1} - \mu]^2}{\frac{x'}{1}} = \frac{p l^3}{4 \mu} \frac{[1 - (\mu + 1) \frac{x}{1}]^2}{1 - \frac{x}{1}} \text{ sowie auch}$$

$$(131) \quad (M_x)_p = \frac{p l^3}{4 \mu} \left[ (\mu + 1) \left(\frac{x'}{1}\right)^{\frac{1}{2}} - \mu \left(\frac{x'}{1}\right)^{-\frac{1}{2}} \right]^2 = \frac{p l^3}{4} \left[ \frac{(\mu + 1)^2}{\mu} \frac{x'}{1} + \mu \frac{1}{x'} - 2(\mu + 1) \right]$$

Dieser letztere Ausdruck führt unmittelbar zur Formel der Tangente als Hyperbel 3. Grades:

$$(132) \quad \dots \dots \frac{d(M_x)_p}{dx} = - \frac{d(M_x)_p}{dx'} = - \frac{p l}{4} \left[ \frac{(\mu + 1)^2}{\mu} - \mu \frac{l^2}{x'^2} \right]$$

und die hiermit erhaltenen Werthe an den beiden Endpunkten M F der Curve höheren Grades:

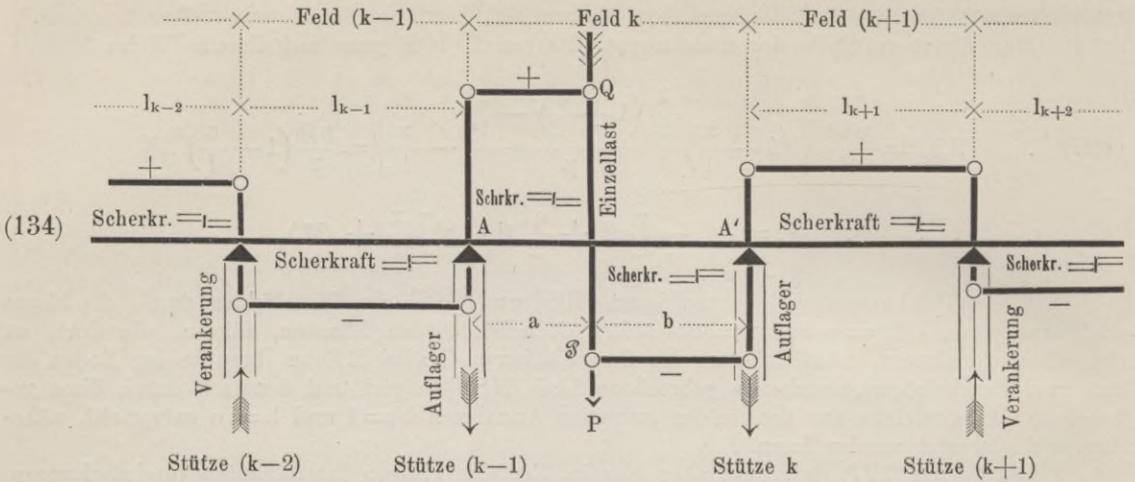
$$(133) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für } x = \frac{1}{\mu + 1} \quad \text{und} \quad x' = \frac{\mu l}{\mu + 1} \quad \dots \dots \frac{d(M_x)_p}{dx} = 0 \\ \text{für } x = 0 \quad \text{und} \quad x' = 1 \quad \dots \dots \frac{d(M_x)_p}{dx} = - \frac{p l}{2} \left(1 + \frac{1}{2 \mu}\right) \end{array} \right.$$

bestätigen mit Bezug auf (128) (89) die Richtigkeit der vorerwähnten Tangential-Anschlüsse an die gebrochene Linie MSF. Man wird übrigens bemerken, dass nach (131) (132) die Ausrechnung der Curve M F sich im Endfelde viel leichter vornehmen lässt als im Mittelfelde. Diese Rechnung wird aber hier ebenso, wie im Mittelfelde gewöhnlich gemieden.

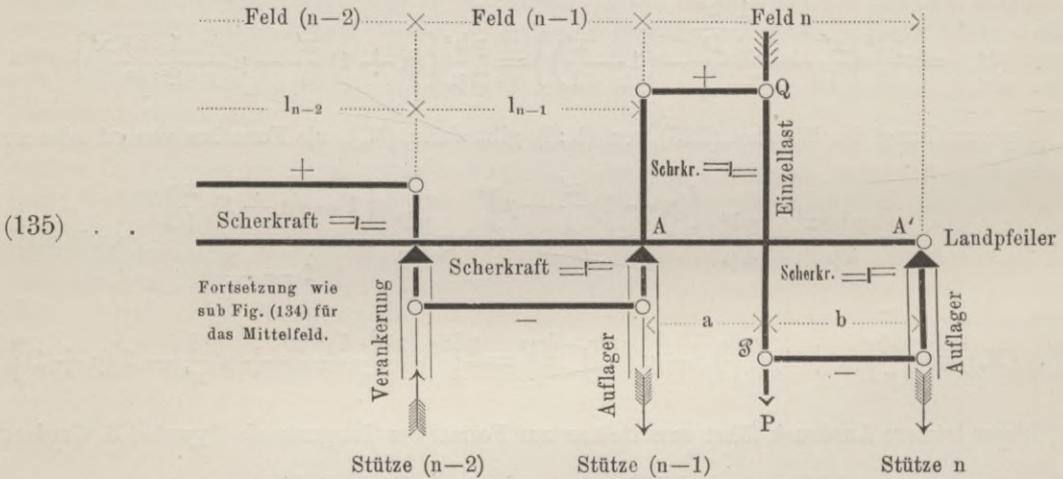
*LVI. Theorie der gefährlichsten Belastungen für die Streben.*

Das Graphikon der Verticalkräfte für die Wirkung einer Einzellast P auf den sonst last- und gewichtfreien Träger kann mittelst der hier anwendbaren bekannten Relation (8) von dem correspondirenden Graphikon (72) oder (116) der Momente sofort abgeleitet werden; man hat offenbar für eine ganz beliebige Lage der Last P innerhalb der Stützweite:

1. für das belastete Mittelfeld in dem sonst last- und gewichtfreien continuirlichen Träger:



2. für das belastete Endfeld in dem sonst last- und gewichtfreien continuirlichen Träger:



Das letztere Graphikon ist mit dem ersteren übereinstimmend, sobald man sich dortselbst den rechts von A' liegenden Trägertheil abgetrennt denkt. Man erkennt auch mit Bezug auf (11), dass hier die Last P auf den Stützen A A' des belasteten Feldes immer positive Auflagerdrücke, dagegen auf den links oder rechts noch vorhandenen fernerer Stützen abwechselnd negative und positive Auflagerdrücke erzeugt, deren absolute Grösse auf jeder Stütze durch die Entfernung der von dort abgehenden beiden wagrechten Geraden des Graphikons dargestellt erscheint.

Wird nun mittelst des Graphikons (134) oder (135) die Wirkung einer Einzellast sowohl im belasteten als auch in den anderen nicht belasteten Feldern in Erwägung gezogen, so gelangt man bezüglich der nachtheiligsten Strebenbelastung zu folgenden sehr einfachen Regeln:

1. Die algebraisch grösste Vertikalkraft in einem beliebigen Querschnitte eines Feldes A A' wird dadurch erzielt, dass man im Felde selbst die zwischen der Stütze A' und dem betrachteten Querschnitte liegende Strecke belastet (nach Scala b d. neuen Vdg.) und bezüglich der übrigen Felderbelastungen, sowie der permanenten Last das bereits für die Momente benützte Belastungsschema I nach (100) oder (124) mit  $b = 0$  in Anwendung bringt (nach Scala a d. neuen Vdg.).

2. Die algebraisch kleinste Vertikalkraft in einem beliebigen Querschnitte eines Feldes A A' wird dadurch erzielt, dass man im Felde selbst die zwischen der Stütze A und dem betrachteten Querschnitte liegende Strecke belastet (nach Scala b der neuen Verordnung) und bezüglich der übrigen Felderbelastungen, sowie der permanenten Last das bereits für die Momente benützte complementäre Belastungsschema zu I nach (100) oder (124) mit  $a = 0$  in Anwendung bringt (nach Scala a der neuen Verordnung).

Diese aus der vorangehenden Theorie entspringenden einfachen Regeln kennzeichnen den bei Berechnung der Verticalkräfte einzuhaltenden Vorgang, sowie derselbe bereits zur Erläuterung der Formel (55) mittelst eines Beispiels (67) (61) (70) (71) detaillirt erklärt wurde: man benützt das bereits schon früher für die Gurten aufgestellte Schema der Stützenmomente (Scala *a* der Verordnung) zur Bestimmung der Constanten  $(\mathcal{M}_0 - \mathcal{M}'_0) : 1$  und vermehrt diese letztere mit den Verticalkräften  $(V_a)_p$  und  $(V_x)_q$ , welche sich bloß auf das betrachtete und theilweise belastete Feld beziehen (Scala *b* der neuen Verordnung und Eigenlast).

*LVII. Praktischer Vorgang zur raschen Aufstellung des üblichen Graphikons der Momente und Verticalkräfte in dem gesammten continuirlichen Träger.*

Auf Grundlage der vorangehend sub *LV*, *LVI* gegebenen ganz präzisen theoretischen Ausführungen über die für Gurten und Streben anzunehmenden ungünstigsten Belastungen ist es leicht, die sub *LIV* bereits grundsätzlich gekennzeichneten und durch das Beispiel einer Brücke mit drei Feldern (63) (67) (68) (69) (70) (71) erläuterten Vorgang zur Berechnung eines continuirlichen Trägers nun entsprechend zu begründen und zu verallgemeinern.

Soll der gegebene Träger *n* ganz beliebige Oeffnungen  $l_1 l_2 \dots l_n$  überbrücken, so berechnet man vor Allem mittelst (46) die Coëfficienten  $\alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n$  sowie  $\beta_2 \beta_3 \dots \beta_n$ . Mit den Formeln (57) (60) und den eben erwähnten Coëfficienten (29) (31) stellt man das Schema (63) der sämtlichen Stützenmomente für die Belastung je eines Feldes sehr leicht\*) auf, welches dann mittelst einiger Addirungen zum allgemeinen Schema der Stützenmomente (67) führt.

Dieses Schema soll alle für Gurten und Streben nothwendigen und auch genügenden Belastungscombinationen enthalten, und ich will nun zeigen, auf welche Weise man diesen Bedingungen am leichtesten entsprechen kann. Die sub *LV* gegebene Theorie hat bewiesen, dass in jedem Mittelfelde das Graphikon der Momente (102) aus den fünf Parabelbögen *MS SF FF' F'S'* und *S'M'* für die grössten positiven Momente, sowie aus der entsprechend umgeschlagenen alleinigen Parabel *6ff'6'* für die negativen Momente mit einer für die Praxis vollkommen ausreichenden Genauigkeit gebildet werden kann.

Diese sechs Parabelbögen, welche ich zur Erleichterung der nachfolgenden Erörterungen mit 1, 2, 3, 4, 5, 6 numeriren will, entspringen aus sechs verschiedenen Belastungshypothesen, welche alle (100) (101) aus dem Schema 1 oder 2 für Mittelfelder abgeleitet werden.

Im Endfelde (126) ist einer der für das Mittelfeld soeben mit Nr. 1 und Nr. 5 bezeichneten seitlichen Bögen als zu Null geschwunden, ferner einer der Bögen Nr. 2 und Nr. 4 ebenfalls als zu Null geschwunden und der andere als mit Nr. 3 verschmolzen zu betrachten, so dass im letzten Felde nur die Bögen Nr. 1, 3, 6, im ersten Felde nur die Bögen Nr. 3, 5, 6 verbleiben, welche (124) (125) in jedem dieser Felder drei aus dem Schema 1 oder 2 für Endfelder abzuleitende verschiedene Belastungshypothesen erfordern.

Man hätte hiernach für den ganzen continuirlichen Träger mit *n*-Feldern eine Gesamtzahl von Belastungscombinationen zu berücksichtigen, welche

$$6(n - 2) + 3 \times 2 = 6(n - 1)$$

betragen müsste. Viele dieser Combinationen wiederholen sich aber für mehrere Felder, so dass die Gesamtzahl der wirklich erforderlichen, von einander verschiedenen Combinationen eine bedeutend geringere ist und, wie leicht zu erkennen, immer genau  $2 \times n$  beträgt.

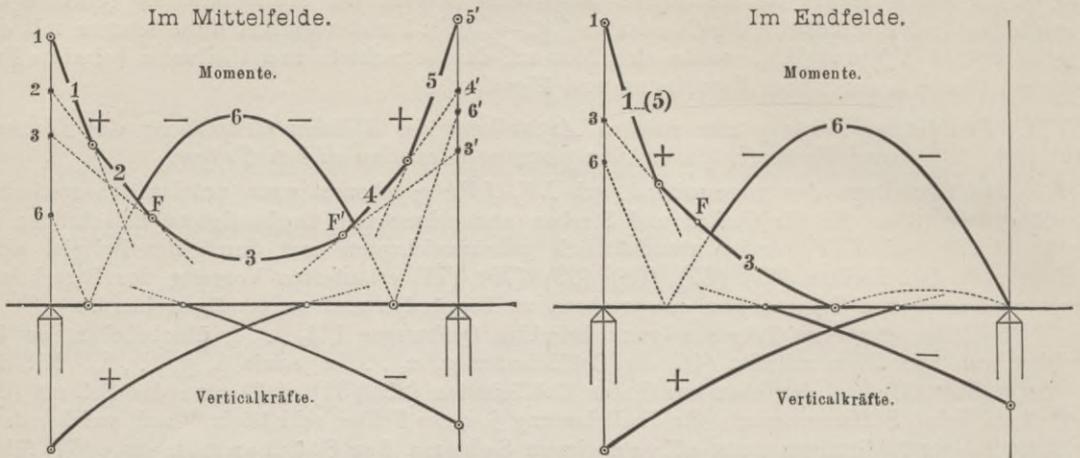
Zur Aufklärung hierüber\*\*) und damit die Herren Constructeurs in jedem einzelnen Falle nicht erst ihre erforderlichen Combinationen suchen und ordnen müssen, habe ich die nachfolgende allgemeine Belastungsschablone mit einer ganz speciellen Anordnung aufgestellt, durch welche gleichzeitig ersichtlich gemacht wird, welche Felder und diesfälligen Graphikontheile jede einzelne Combination erforderlich machen, oder aber auch welche Combination für ein bestimmtes Feld und einen darin betrachteten Graphikontheil in Verwendung zu kommen hat, wobei ebensowohl die Momente als auch die verticalen Scherkräfte berücksichtigt erscheinen\*\*).

\*) Bei den üblichen Trägern mit gleichen Mittelfeldern und gleichen Endfeldern unter Benützung meiner Coëfficiententabellen und Verwerthung der Symmetrie, so dass die Berechnung der  $\alpha$  und  $\beta$  entfällt und die Momente (Tab. V des II. Bandes) nach Scala *a* der Verordnung eingesetzt werden.

\*\*) Die Herren Professoren, welche mehrfach sehr weitgehende Abhandlungen über die continuirlichen Träger erscheinen liessen, haben es verabsäumt, die für den Praktiker doch so nothwendige Ordnung dieser Angelegenheit zu bewerkstelligen. Eine Bestimmung der erforderlichen Anzahl Combinationen findet sich nur auf Seite 294 des Buches: Collignon, Cours de mécanique appliquée aux constructions, Paris, Dunod 1869, woselbst der in Frankreich sehr vortheilhaft bekannte Verfasser (jetzt Inspector der Ecole des P. et Ch.) ebenfalls eine Gesamtzahl von  $2n$  Combinationen ausrechnet. In den anderen einschlägigen Werken sind abweichende, oft sehr divergirende Behauptungen angeführt. Meine Schablone bringt nicht allein die Anzahl  $2n$  der Combinationen, sondern auch deren Figur und Bildungsgesetz zum Ausdruck.

(136) . . . . . Belastungs-Schablone.

Allgemeines Schema der Haupt-Theillinien des Graphikons für Gurten und Streben der continüirlichen Träger.



Allgemeines Schema der Belastungscombinationen für Gurten und Streben der continüirlichen Träger mit:

2 Feldern	3 Feldern	4 Feldern	5 Feldern	6 Feldern	Post
					1
					2
					3
					4
					5
					6
					7
					8
					9
					10
					11
					12

**Erklärung :**

1. Die permanente Belastung pr.  $m$ , welche in jedem Felde eine andere sein kann, ist schwarz dargestellt.
2. Die zufällige Belastung (Scala @ der Vdg.), welche ebenfalls für jedes Feld eine andere sein kann, ist durch die weissen Rechtecke dargestellt.
3. Die auf einem Brückenfelde geschriebene Nummer ist jene des Momenten-Graphikontheiles im selben Felde, welches aus der bezüglichen Combination resultirt.
4. Die zwischen den Stützen geschriebenen Zeichen + oder - bedeuten, dass im selben Felde mit der bezüglichen Combination und der noch beizufügenden Feldbelastung (Scala @ der Vdg.) das Maximum resp. Minimum der Vertikalkraft erzielt wird.

**Anleitung zur Aufstellung und Erweiterung des Schemas der Combinationen.**

1. Für einen Träger mit  $n$  Feldern sind im Ganzen  $2^n$  Combinationen für die Berechnung der Gurten und Streben notwendig.
2. Vorerst nimmt man die  $(n-1)$  Combinationen, welche die grössten positiven Momente über den Mittelfeldern erzeugen und bei welchen je ein Paar nebeneinander liegender Felder, sowie ferner jedes zweit-, viert- . . . nächste Feld beiderseits als belastet erscheinen.
3. Dann nimmt man jene beiden Combinationen, welche die grössten negativen Momente nächst den Feldermitten erzeugen und bei welchen die Felder 1, 3, 5, 7 . . . resp. die Felder 2, 4, 6, 8 . . . als belastet erscheinen.
4. Endlich nimmt man noch jene  $(n-1)$  Combinationen, welche zu den sub (2) erwähnten complementär sind, bei welchen daher je ein Paar nebeneinander liegender unbelasteter Felder erscheint.

Die hier erscheinende Rangordnung der Combinationen entspricht auch beiläufig der relativen Wichtigkeit, welche denselben beizumessen ist. Vorerst kommen die  $(n-1)$  Combinationen, welche die grössten positiven Stützenmomente erzeugen, dann folgen jene beiden Combinationen, welche für die grössten negativen Momente nächst der Feldmitten massgebend sind, und zuletzt folgen noch jene  $(n-1)$  Combinationen, welche die Ergänzung des Momentengraphikons bezüglich der wohl minder wichtigen Theile Nr. 2 und 4 der Mittelfelder zu bewirken haben, welche aber immerhin bei der Berechnung der Verticalkräfte durchaus nothwendig sind.

Man überzeugt sich leicht davon, dass diese nach dem Bildungsgesetze der Schablone erhaltenen  $2n$  Combinationen\*) auch genau diejenigen sind, welche nach der Theorie der ungünstigsten Belastungen für Gurten und Streben für alle  $n$ -Felder erforderlich sind.

Es werden nämlich sicherlich jeder Graphikontheil Nr. 1 oder 5 durch eine der ersten  $(2-1)$  Combinationen, jeder Graphikontheil Nr. 3 oder 6 durch eine der zwei nächsten Combinationen und jeder Graphikontheil Nr. 2 oder 4 durch eine der  $(n-1)$  letzten Combinationen erzeugt, so dass die Schablone zum Mindesten alle gesuchten Combinationen enthalten muss. In derselben ist aber auch, vermöge des angeführten Bildungsgesetzes, irgend welche Wiederholung von vorneherein ausgeschlossen. Die Schablone gibt demnach genau alle die gesuchten Combinationen. Man erkennt auf ganz gleiche Weise, dass die Schablone auch alle für die verticalen Scherkräfte erforderlichen Combinationen enthält.

Hat man nun einmal mittelst der früher angedeuteten Methode und in Gemässheit der vorstehenden Belastungsschablone das allgemeine Schema (67) der sämtlichen Stützenmomente aufgestellt, so ist die wichtigste Rechnungsarbeit vollzogen und es erübrigt nur noch die Aufstellung des für die Materialvertheilung in Gurten und Streben nothwendigen Graphikons der Momente und Verticalkräfte.

Das Graphikon der Momente kann mittelst der üblichen (68) (69) mit den Lasten  $(p)$  und  $(p+q)$  für jedes Feld construirten parabolischen Curvenlineale (gewöhnlich 4 im Ganzen) leicht ausgezogen werden.

Es ist hierbei nicht absolut nothwendig, die Schnittpunkte  $F F'$  noch durch ihre Abscissen  $\xi \xi'$  zu bestimmen, und übrigens auch gleichgiltig, ob diese Punkte innerhalb oder ausserhalb der Parabel Nr. 6 zu liegen kommen\*\*).

Im selteneren Falle aber, wo eine ganz unregelmässige Feldereinteilung vorliegt, welche die Benützung meiner Coefficiententabellen nicht zulässt, wo also die  $\alpha$  und  $\beta$  ausgerechnet werden müssen, empfiehlt es sich jedenfalls zur Controle des mehr abnormal geformten Graphikons, auch die Abscissen  $\xi \xi'$  der Punkte  $F$  und  $F'$  nach (75) auszurechnen\*\*\*).

In allen anderen Fällen genügt die Tracirung mittelst der entsprechend ausgeschnittenen parabolischen Curvenlineale.

Für das Graphikon der Verticalkräfte, welches immer aus zwei Curven höheren Grades besteht, ist die Ausrechnung einer genügenden Anzahl Punkte nach den sub (61) gegebenen Formeln und nach dem sub (70) (71) erörterten Verfahren hier nothwendig.

Die wohl allgemein übliche Disposition des Graphikons ist jene, welche in der schematischen Skizze der Schablone (136) erscheint, laut welcher die Momente nach oben, die Verticalkräfte nach unten aufgetragen werden und man kann bekanntlich in vielen Fällen durch entsprechende Wahl der Massstäbe die Ordinaten des Graphikons mit den zu bestimmenden Dimensionen der Eisenaliber in unmittelbare Verbindung bringen, so dass hiermit die Aufgabe der Materialvertheilung für den Constructeur wesentlich erleichtert wird.

\*) Im Falle einer symmetrischen Feldereinteilung sind  $(n-1)$  Combinationen als die symmetrischen von ebensoviele anderen durch blosses Reversiren der Zahlenordnung zu berücksichtigen. Man hat also dann eigentlich nur  $(n+1)$  Combinationen direct aufzustellen.

\*\*\*) Die in dem bereits citirten Werke des Prof. Bresse (Cours de Mec. appl. 3<sup>me</sup> partie 1865) erhaltenen graphischen Darstellungen zeigen, dass für die üblichen Brücken mit gleichen Mittelfeldern und gleichen Endfeldern und bei constanter Belastung pro  $m$  die Punkte  $F F'$  bei  $l_1 : l_2 = 8 : 10$  noch innerhalb, bei  $l_1 : l_2 = 10 : 8$  aber bereits ausserhalb der Parabel Nr. 6 liegen; doch sind diese Verhältnisse auch etwas von den Belastungsannahmen abhängig.

In der Praxis ist es bequem, vorerst für den ganzen Träger in Gemässheit der Schablone (136) sämtliche Stützenmomente graphisch aufzutragen und die bezüglichen Endpunkte innerhalb eines jeden Feldes mit den ihnen dortselbst zukommenden Nummern 1, 2, 3, 4, 5, 6 zu bezeichnen. (Einige Punkte erhalten hierbei beiderseits der Stütze zugehörige Nummern.) Man construiert dann die parabolischen Curvenlineale und zieht damit in Gemässheit der Numerirung alle Bögen aus. (Das sogen. Millimeterpapier ist auch hier zu empfehlen.)

\*\*\*\*) Diese Abscissen lassen sich aber immerhin auch bei Benützung meiner Tabellen von Coefficienten oder meiner bezüglichen vereinfachten Formeln sehr leicht mitbestimmen (wie dies im später folgenden Beispiele von 5 Feldern gezeigt wird) und die bezügliche Verification kennzeichnet die Genauigkeit der mittelst der Parabelbögen erhaltenen Graphik.

Wenn es sich schliesslich nur um die Prüfung von Projecten handelt und man hierbei von jeder Graphik (so auch von den parabolischen Curvenlinealen) absehen will, so dürfte die Aufstellung des Schemas (67) der Stützenmomente und die Vornahme einiger Stichproben mittelst der Formeln (54) (55) beziehungsweise (61) unter Zuziehung der bereits früher für  $\square_x$  und  $\nabla_x$  besprochenen Hilfstabellen zur Prüfung der Vorlage genügen.

Man kann übrigens mittelst der früher citirten (68) (69) Parabelconstruction auch unmittelbar auf einem zu prüfenden Graphikon einen beliebigen Parabelbogen leicht ausziehen, da diesfalls immer die Endpunkte der Sehne (durch die aufgetragenen Stützenmomente) und die auf deren Mitte bezogene verticale Scheitelhöhe als Moment  $\frac{1}{8} q l^2$  oder  $\frac{1}{8} (p + q) l^2$  gegeben sind. (Man vgl. das sub (6) und (72) bereits Gesagte.\*)

*LVIII. Anleitung zur praktischen Benützung meiner Formeln-Zusammenstellungen und der zugehörigen numerischen Tabellen.*

Die nachfolgenden schematischen Zusammenstellungen von Formeln (im Vereine mit den zugehörigen Coëfficiententabellen des II. Bandes dieses Werkes) sind derart aufgestellt, dass der ausübende Ingenieur, welcher einmal nur principiell von meiner Rechnungsmethode (oder auch nur im Allgemeinen von einer der üblichsten Methoden) Kenntniss genommen hat, auch nach langjähriger, ganz anderer Verwendung wieder rasch erkennen kann, welche Rechnungsoperationen für eine zu projectirende continuirliche Brücke nothwendig sind, ohne deswegen zu vielen theoretischen Nachforschungen gezwungen zu sein.

Jede schematische Zusammenstellung ist deswegen als eine durchaus selbstständige verfasst, welche Alles enthält, was man für einen gegebenen Fall braucht und wurden sogar die diesfalls unvermeidlichen Wiederholungen nicht gescheut, um nur dem Leser das weitere Suchen zu ersparen.

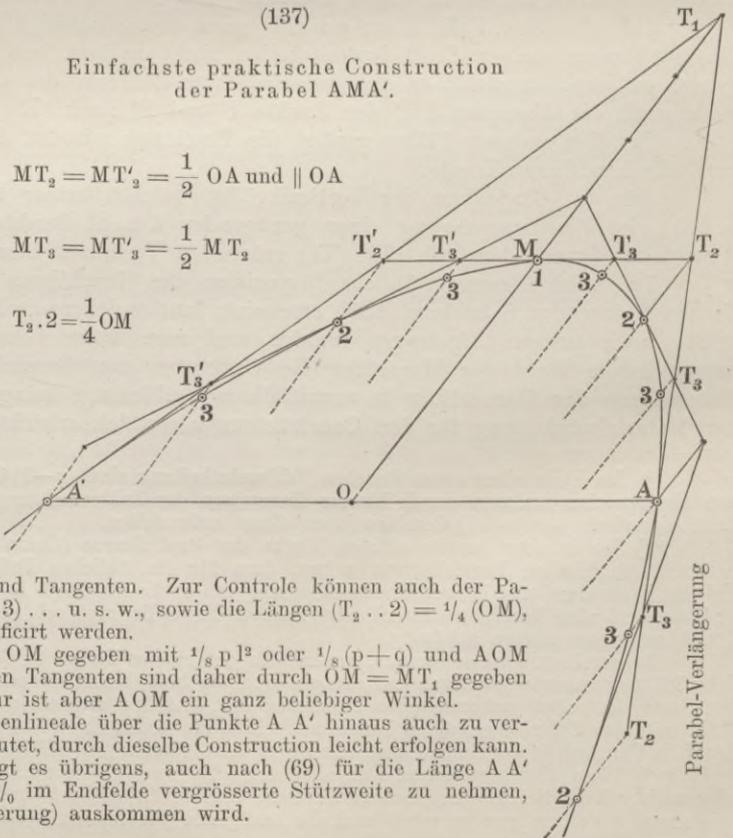
Die Formeln-Zusammenstellungen betreffen die continuirlichen Brücken mit 2, 3, 4 und 5 Feldern; sie behandeln immer vorangehend den allgemeineren, aber selteneren Fall einer ganz beliebigen Feldereitheilung und im Nachhange den fast immer zutreffenden praktischen Fall

\*) Als einfachste und praktischste unter den vielen Methoden zur Tracirung der parabolischen Curvenlineale empfehle ich jene, welche für den durch 2 Punkte A A' und deren Tangenten AT<sub>1</sub> A'T<sub>1</sub> gegebenen Parabelbogen dient. Man verbindet die Mittelpunkte T<sub>2</sub> T'<sub>2</sub> der beiden Längen AT<sub>1</sub> A'T<sub>1</sub> durch eine gerade Linie. Der Mittelpunkt M der Länge T<sub>2</sub> T'<sub>2</sub> ist ein Punkt der Parabel und hat die Linie T<sub>2</sub> T'<sub>2</sub> als Tangente. Man operirt dann auf jeden der Bögen AM und A'M, wie dies soeben für den ganzen Bogen AMA' geschehen ist und erhält die beiden Parabelpunkte 2, 2 und gleichzeitig deren Tangenten ... u. s. w.

Diese Construction, welche nur ein Millimeterlineal zu der bekanntlich damit sehr leichten Aufzeichnung der Mittelpunkte auf den successiven Tangenten AT<sub>1</sub> A'T<sub>1</sub>, dann T<sub>2</sub> T'<sub>2</sub> ... u. s. w. erfordert, gibt gleichzeitig die Parabelpunkte und Tangenten. Zur Controle können auch der Parallelismus der Linien (T<sub>1</sub>M) (T<sub>2</sub> 2) (T<sub>3</sub> 3) ... u. s. w., sowie die Längen (T<sub>2</sub> .. 2) =  $\frac{1}{4}$  (OM), (T<sub>3</sub> .. 3) =  $\frac{1}{4}$  (T<sub>2</sub> .. 2) ... u. s. w. verificirt werden.

Im vorliegenden Falle (68) ist OM gegeben mit  $\frac{1}{8} p l^2$  oder  $\frac{1}{8} (p + q)$  und AOM ein rechter Winkel. Die ersten beiden Tangenten sind daher durch OM = MT<sub>1</sub> gegeben (oder MT<sub>2</sub> =  $\frac{1}{3}$  AO). In obiger Figur ist aber AOM ein ganz beliebiger Winkel.

Die Parabeln sind für die Curvenlineale über die Punkte A A' hinaus auch zu verlängern, was, wie auf der Figur angedeutet, durch dieselbe Construction leicht erfolgen kann. Für den hier gedachten Zweck genügt es übrigens, auch nach (69) für die Länge AA' die um 30% im Mittelfelde und 160% im Endfelde vergrösserte Stützweite zu nehmen, womit man gewöhnlich (ohne Verlängerung) auskommen wird.



von gleichen Mittelfeldern und gleichen, etwas kleineren Endfeldern, in welchem alle vorkommenden, von der Feldereinteilung abhängigen Coëfficienten als Functionen des Verhältnisses  $\theta$  der Endfeldlänge zur Mittelfeldlänge gestaltet werden können, und erscheinen diesfalls auch die zur Berechnung der Scherkräfte nach Scala **b** der Verordnung entstehenden Beiträge ausdrücklich angeführt. Zur Nachrechnung der angeführten Formeln oder aber zur Ausrechnung der bezüglichen Werthe im allgemeineren Falle der beliebigen Feldereinteilung sind die Formeln (61) jedenfalls massgebend\*).

Hat man sich einmal von der Richtigkeit der für den praktischen Fall giltigen, nur von  $\theta$  abhängigen Coëfficienten überzeugt, so können dieselben dann in der Folge ohne jede weitere theoretische Nachforschung zur Anwendung gelangen; die numerischen Tabellen geben deren Werthe für Brücken mit 2, 3 und 4 Feldern unmittelbar und es sind die gedachten Tabellen immer unterhalb der Formeln selbst entsprechend angezogen.

Eine bereits nach den Vorschriften der neuen Brückenverordnung gebaute continuirliche Brücke über 5 Felder habe ich als Beispiel der vorgedeuteten Rechnungsmethode unterzogen; es ist dies die von der Gewerkschaft Witkowitz erbaute neue Sanbrücke im Kilometer 95·987 des 2. Geleises der Eisenbahnlinie Chyrow-Zagorz in Galizien.

Die bezüglichen, mittelst der Formeln ausgerechneten Coëfficienten differiren nur wenig von jenen ähnlichen Coëfficienten, welche man (bei gleichem  $\theta$ ) für eine 4feldrige Brücke mittelst der Tabellen erhalten kann. Man gelangt durch diese und ähnliche Betrachtungen über das aufgestellte Graphikon der 5feldrigen Brücke zu dem praktischen Schlusse, dass continuirliche Brücken mit mehr als 5 Feldern (bei gleichen Mittelfeldern und gleichen, etwas kleineren Endfeldern) mit einer nur auf 5 Felder ausgedehnten Berechnung dimensionirt werden können, wobei dann alle Mittelfelder vom 3. bis  $(n-2)$  mit dem 3. Felde der 5feldrigen Brücke gleichgehalten werden.

Die ganz ausgerechneten Coëfficienten-Tabellen XX bis XLV im II. Bande enthalten für alle Werthe  $\theta = 0\cdot500, = 0\cdot505, = 0\cdot510 \dots$  bis  $= 0\cdot995, = 1\cdot000$  jene Functionen von  $\theta$ , welche als Coëfficienten in den Formeln der Stützenmomente (nach Scala **a**) und der Scherkraftbeiträge (nach Scala **b**) erscheinen, und zwar in den Formeln: (139) (140) (141) (142) (143) (152) (153) (154) (155) (156) (162) (163) (164) (165) (166).

Bezüglich der Stützenmomente, welche durch Belastung eines Endfeldes entstehen (139) (152) (162) (137) wurden je zwei Tabellen ausgerechnet, wovon die eine die Coëfficienten von  $\frac{1}{8}pl_1^2$ , die andere jene von  $\frac{1}{8}pl^2$  betrifft\*\*).

Die erste Gattung Coëfficienten ist vorzugsweise zur Berechnung der Stützenmomente bei Eisenbahnbrücken geeignet, weil die Momente  $\frac{1}{8}pl_1^2$  nach Scala **a** der Verordnung bereits ganz ausgerechnet aus der Tab. V des II. Bandes entnommen werden können. Die bezüglichen Tabellen können auch gleichfalls für die Coëfficienten der verticalen Scherkräfte in den Endfeldern nach Scala **b** und nach den Formeln (142) (143) (155) (165) wieder benützt werden, welche Coëfficienten genau  $\frac{1}{4}$  der bezüglichen Coëfficienten für die Stützenmomente oberhalb des ersten Mittelpfeilers betragen. Aus diesem Grunde sind die gedachten Tabellen auch an gehöriger Stelle entsprechend angezogen.

Die zweite Gattung Coëfficienten (welche die Momente  $pl^2 : 8$  multipliciren sollen) ist vorzugsweise zur Berechnung von Strassenbrücken geeignet, bei welchen  $p$  für alle Felder denselben Werth (Menschenansammlung) besitzt, sonach nur das Moment  $pl^2 : 8$  in Betracht zu ziehen kommt. Diese Coëfficienten können auch zu jener Verification benützt werden, welche sich aus dem Vergleiche der auf allen Feldern gleichzeitig belasteten Brücke mit der algebraischen Zusammenziehung der für die Belastung aller einzelnen Felder erhaltenen Resultate ergibt.

\*) Bekanntlich setzt die ganze hier benützte Theorie der continuirlichen Träger wohl voraus, dass die Stützen keine Setzungen zu erleiden haben und man weiss, dass selbst auch nicht gar bedeutende Bewegungen in den gedachten Stützen eine wesentliche Verschiebung in der Vertheilung der Biegemomente mit sich bringen. Gewisse Ingenieure sind auch sogar (zum Mindesten in ihren Publicationen) mit dem Versuche hervorgetreten, mittelst einer künstlich zu bewirkenden Denivellation der Stützen die Biegemomente zu reguliren; doch entbehren derlei Studien jeder praktischen Begründung. Es empfiehlt sich, in der Praxis allfällige Setzungen mittelst Unterlagen thunlichst zu beseitigen und im Uebrigen dürfte der Bahnbetrieb die Constructionen und ihre Theile in relativ kurzer Zeit zu einer gewissen normalen Stimmung bringen, welche beiläufig den üblichen Annahmen entspricht. Zur Bewertung der aus Setzungen resultirenden Momentenvertheilung dient die verallgemeinerte Clapeyron'sche Gleichung (24), welche diesfalls auch im Rechnungsbeispiele verwerthet wird.

\*\*) Diese beiden Coëfficienten stehen natürlich für ein und denselben Werth  $\theta$  im genauen Verhältnisse  $= \theta^2$ .

1. Allgemeine Formeln für continuirliche Träger mit 2 Feldern.

<p align="center">Allgemeine Bezeichnungen</p> <p>Felder . . . . . 1    2</p> <p>Stützweiten . . . . . <math>l_1</math>    <math>l_2</math></p> <p>Coëfficienten . <math>\alpha_0=0</math>    <math>\alpha_1</math>    <math>\alpha_2</math></p> <p>Coëfficienten . . <math>\beta_2</math>    <math>\beta_1</math>    <math>\beta_0=0</math></p> <p>Gleichf. Last p. m. . <math>p_1</math>    <math>p_2</math></p> <p>Stützenmomte. <math>M_0=0</math>    <math>M_1</math>    <math>M_2=0</math></p>	<p align="center">Formeln der <math>\alpha</math></p> <p align="center"><math>\alpha_1 = 1</math></p> <p align="center"><math>\alpha_2 = -2 \left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right)</math></p>	<p align="center">Formeln der <math>\beta</math></p> <p align="center"><math>\beta_1 = 1</math></p> <p align="center"><math>\beta_2 = -2 \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)</math></p> <p align="center">Mit diesen Werthen oder auch mit <math>l_2 = 1</math> und <math>l_1 = \theta</math> l findet man:</p>	<p align="center">Lastenschaablone</p>
--	---	--	--

Allgemeine Formeln der Stützenmomente für die blosse Belastung eines Feldes des sonst last- und gewichtfreien Trägers.

<p>(139)</p>	$M_1 = -\frac{1}{\beta_2} \frac{p_1 l_1^2}{4} = \frac{l_1}{l_1 + l_2} \frac{p_1 l_1^2}{8} = \frac{\theta}{1 + \theta} \frac{p_1 l_1^2}{8} = \frac{\theta^3}{1 + \theta} \frac{p_1 l^2}{8}$ <p align="right">Tab. XX.                      Tab. XXI.</p>
<p>(140)</p>	$M_1 = -\frac{1}{\alpha_2} \frac{p l_2^2}{4} = \frac{l_2}{l_1 + l_2} \frac{p_2 l_2^2}{8} = \frac{1}{\theta^2 (1 + \theta)} \frac{p_2 l_2^2}{8} = \frac{1}{1 + \theta} \frac{p_2 l^2}{8}$ <p align="right">Tab. XXII.                      Tab. XXIV.</p>
<p>(141)</p>	$M_1 = -\frac{q}{4} \left( \frac{l_1^2}{\beta_2} + \frac{l_2^2}{\alpha_2} \right) = q \frac{l_1^3 + l_2^3}{8(l_1 + l_2)} = \frac{1 + \theta^3}{1 + \theta} \frac{q l^2}{8} = \left[ \frac{3}{4} + \left( \theta - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \frac{q l^2}{8}$ <p align="right">Tab. XXIII.                      Tab. XXIII.</p>

**NB.** Mit den obigen Momenten erhält man durch einfache algebraische Additionen das in Gemässheit der Lastenschaablone aufzustellende, für Gurten und Streben gültige, allgemeine Schema der Stützenmomente. Dasselbe ist für die Gurten unmittelbar in der sub (68) (69) (136) (137) besprochenen Weise, für die Streben dagegen im Vereine mit den nachstehenden Formeln von (V)<sub>p</sub> und dem sub (70) (71) (136) erörterten Verfahren, zu verwerthen. (Man vgl. die Anleitung LVIII im I. Bande.)

Allgemeine Formeln der Verticalkraft (V)<sub>p</sub> für die partielle Belastung des betrachteten Feldes.

<p>(142)</p>	<p>1. Feld</p> $+ \frac{p b^2}{2 l_1} \left[ 1 - \frac{\theta}{4(1+\theta)} \left( 1 + \frac{a}{l_1} \right)^2 \right]$ <p align="center">Tab. XX.</p>	<p>2. Feld</p> $- \frac{p a^2}{2 l_1} \left[ 1 + \frac{\theta}{4(1+\theta)} \left( 2 - \frac{a^2}{l_1^2} \right) \right]$ <p align="center">Tab. XX.</p>	<p>1. Feld</p> $+ \frac{p l_1}{2} \left[ \frac{b-a}{l_1} - \frac{\theta}{4(1+\theta)} \right]$ <p align="center">Tab. XX.</p>
<p>(143)</p>	<p>1. Feld</p> $+ \frac{p b^2}{2 l_2} \left[ 1 + \frac{1}{4(1+\theta)} \left( 2 - \frac{b^2}{l_2^2} \right) \right]$ <p align="center">Tab. XXIV.</p>	<p>2. Feld</p> $- \frac{p a^2}{2 l_2} \left[ 1 - \frac{1}{4(1+\theta)} \left( 1 + \frac{b}{l_2} \right)^2 \right]$ <p align="center">Tab. XXIV.</p>	<p>2. Feld</p> $+ \frac{p l_2}{2} \left[ \frac{b-a}{l_2} - \frac{1}{4(1+\theta)} \right]$ <p align="center">Tab. XXIV.</p>

**Specielle Formeln für die üblichen Träger mit  $l_1 = l_2 = l$ .**  
Specielle Formeln der Stützenmomente.

<p>(144)</p>	$M_1 = \frac{1}{2} \frac{p l^2}{8} = \frac{1}{16} p l^2$
<p>(145)</p>	$M_1 = \frac{1}{8} q l^2$

Specielle Formeln der Verticalkraft (V)<sub>p</sub>.

<p>(146)</p>	<p>1. Feld</p> $+ \frac{p b^2}{2 l} \left[ 1 - \frac{1}{8} \left( 1 + \frac{a}{l} \right)^2 \right]$	<p>2. Feld</p> $- \frac{p a^2}{2 l} \left[ 1 + \frac{1}{8} \left( 2 - \frac{a^2}{l^2} \right) \right]$	<p>1. Feld</p> $+ \frac{p l}{2} \left[ \frac{b-a}{l} - \frac{1}{8} \right]$
<p>(147)</p>	<p>1. Feld</p> $+ \frac{p b^2}{2 l} \left[ 1 + \frac{1}{8} \left( 2 - \frac{b^2}{l^2} \right) \right]$	<p>2. Feld</p> $- \frac{p a^2}{2 l} \left[ 1 - \frac{1}{8} \left( 1 + \frac{b}{l} \right)^2 \right]$	<p>2. Feld</p> $+ \frac{p l}{2} \left[ \frac{b-a}{l} + \frac{1}{8} \right]$

**2. Allgemeine Formeln für continuirliche Träger mit 3 Feldern.**

	Formeln der $\alpha$	Formeln der $\beta$	Lastenschemata
<p align="center">Allgemeine Bezeichnungen</p> <p>Felder . . . . . 1    2    3</p> <p>Stützweiten . . . . . <math>l_1</math>   <math>l_2</math>   <math>l_3</math></p> <p>Coëfficienten <math>\alpha_0=0</math>   <math>\alpha_1</math>   <math>\alpha_2</math>   <math>\alpha_3</math></p> <p>Coëfficienten . <math>\beta_3</math>   <math>\beta_2</math>   <math>\beta_1</math>   <math>\beta_0=0</math></p> <p>Gleich&gt;Last p. m . <math>p_1</math>   <math>p_2</math>   <math>p_3</math></p> <p>Stützenmomte. <math>M_0=0</math>   <math>M_1</math>   <math>M_2</math>   <math>M_3=0</math></p>	$\alpha_1 = 1$  $\alpha_2 = -2 \left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right)$  $\alpha_3 = -\frac{l_2}{l_3} - 2 \left(1 + \frac{l_2}{l_3}\right) \alpha_2$	$\beta_1 = 1$  $\beta_2 = -2 \left(1 + \frac{l_3}{l_2}\right)$  $\beta_3 = -\frac{l_2}{l_1} - 2 \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right) \beta_2$	

Allgemeine Formeln der Stützenmomente für die blosse Belastung eines Feldes des sonst last- und gewichtfreien Trägers.

(149)		$M_1 = -\frac{\beta_2 p_1 l_1^2}{\beta_3 4}$	$M_2 = -\frac{1 p_1 l_1^2}{\beta_3 4}$
(150)		$M_1 = \frac{1 + \beta_2 p_2 l_2^2}{1 - \alpha_2 \beta_2 4}$	$M_2 = \frac{1 + \alpha_2 p_2 l_2^2}{1 - \alpha_2 \beta_2 4}$
(151)		$M_1 = -\frac{1 p_3 l_3^2}{\alpha_3 4}$	$M_2 = -\frac{\alpha_2 p_3 l_3^2}{\alpha_3 4}$

**NB.** Mit den obigen Momenten erhält man durch einfache algebraische Addirungen das in Gemässheit der Lastenschemata aufzustellende, für Gurten und Streben gültige, allgemeine Schema der Stützenmomente. Dasselbe ist für die Gurten unmittelbar in der sub (68) (69) (136) (137) besprochenen Weise, für die Streben dagegen in Vereinen mit den allgemeinen Formeln (61) und dem sub (70) (71) (136) erörterten Verfahren, zu verwerthen. (Man vgl. die Anleitung LVIII im I. Bande.)

**Specielle Formeln für die üblichen Träger mit  $l_2 = 1$  und  $l_1 = l_3 = \theta 1$ .**

Specielle Formeln sämtlicher Stützenmomente, welche der blosse Belastung eines Feldes des sonst last- und gewichtfreien Trägers entsprechen.

(152)		$M_1 = +\frac{4 \theta (1 + \theta) p_1 l_1^2}{(3 + 2 \theta) (1 + 2 \theta) 8}$ <small>Tab. XXV oder XXVI.</small>	$M_2 = -\frac{2 \theta p_1 l_1^2}{(3 + 2 \theta) (1 + 2 \theta) 8}$ <small>Tab. XXVII oder XXVIII.</small>
(153)		$M_1 = +\frac{2 p_2 l^2}{3 + 2 \theta 8}$ <small>Tab. XXIX.</small>	$M_2 = +\frac{2 p_2 l^2}{3 + 2 \theta 8}$ <small>Tab. XXIX.</small>
(154)		$M_1 = +\frac{2 (1 + \theta^3) q l^3}{3 + 2 \theta 8}$ <small>Tab. XXX.</small>	$M_2 = +\frac{2 (1 + \theta^3) q l^3}{3 + 2 \theta 8}$ <small>Tab. XXX.</small>

Specielle Formeln der Vertikalkraft ( $V_p$ ) für die partielle Belastung des betrachteten Feldes.

(155)			
1. Feld	$+\frac{p b^2}{2 l_1} \left[ 1 - \frac{\theta (1 + \theta)}{(3 + 2 \theta) (1 + 2 \theta)} \left( 1 + \frac{a}{l_1} \right)^2 \right]$ <small>Tab. XXV.</small>	$-\frac{p a^2}{2 l_1} \left[ 1 + \frac{\theta (1 + \theta)}{(3 + 2 \theta) (1 + 2 \theta)} \left( 2 - \frac{a}{l_2} \right)^2 \right]$ <small>Tab. XXV.</small>	$+\frac{p l_1}{2} \left[ \frac{b - a}{l_1} - \frac{\theta (1 + \theta)}{(3 + 2 \theta) (1 + 2 \theta)} \right]$ <small>Tab. XXV.</small>
(156)	$+\frac{p b^2}{2 l_2} \left[ 1 - \frac{1}{1 + 2 \theta} \frac{a^2}{l_2^2} \right]$ <small>Tab. XXXI.</small>	$-\frac{p a^2}{2 l_2} \left[ 1 - \frac{1}{1 + 2 \theta} \frac{b^2}{l_2^2} \right]$ <small>Tab. XXXI.</small>	$+\frac{p}{2} (b - a)$
2. Feld			2. Feld

3. Allgemeine Formeln für continuirliche Träger mit 4 Feldern.

Allgemeine Bezeichnungen		Formeln der $\alpha$	Formeln der $\beta$	Lastrischablone
Felder . . . . .	1 2 3 4	$\alpha_1 = 1$	$\beta_1 = 1$	
Stützweiten . . . . .	$l_1$ $l_2$ $l_3$ $l_4$	$\alpha_2 = -2 \left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right)$	$\beta_2 = -2 \left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right)$	
Coëfficienten $\alpha$ . . . . .	$\alpha_1$ $\alpha_2$ $\alpha_3$ $\alpha_4$	$\alpha_3 = -\frac{l_2}{l_3} - 2 \left(1 + \frac{l_2}{l_3}\right) \alpha_2$	$\beta_3 = -\frac{l_3}{l_2} - 2 \left(1 + \frac{l_3}{l_2}\right) \beta_2$	
Coëfficienten $\beta$ . . . . .	$\beta_1$ $\beta_2$ $\beta_3$ $\beta_4$	$\alpha_4 = -\frac{l_3}{l_4} - 2 \left(1 + \frac{l_3}{l_4}\right) \alpha_3$	$\beta_4 = -\frac{l_4}{l_3} - 2 \left(1 + \frac{l_4}{l_3}\right) \beta_3$	
Gleichf. Last pr. m. . . . .	$P_1$ $P_2$ $P_3$ $P_4$			
Stützmomenten . . . . .	$M_0=0$ $M_1$ $M_2$ $M_3$ $M_4=0$			

(157)

Allgemeine Formeln der Stützmomenten für die blosse Belastung eines Feldes des sonst last- und gewichtfreien Trägers.

	$M_1 = -\frac{\beta_3 \cdot P_1 \cdot l_1^2}{\beta_4 \cdot 4}$	$M_3 = -\frac{\beta_2 \cdot P_1 \cdot l_1^2}{\beta_4 \cdot 4}$	$M_3 = -\frac{1 \cdot P_1 \cdot l_1^2}{\beta_4 \cdot 4}$
	$M_1 = \frac{\beta_2 + \beta_3}{\beta_2 - \alpha_3 \beta_3} \cdot \frac{P_2 \cdot l_2^2}{4}$	$M_3 = \frac{1 + \alpha_2}{\beta_2 - \alpha_2 \beta_3} \cdot \frac{P_2 \cdot l_2^2}{4}$	$M_3 = \frac{1 + \alpha_2}{\beta_2 - \alpha_2 \beta_3} \cdot \frac{P_2 \cdot l_2^2}{4}$
	$M_1 = \frac{1 + \beta_2}{\alpha_2 - \beta_2 \alpha_3} \cdot \frac{P_3 \cdot l_3^2}{4}$	$M_3 = \frac{1 + \beta_2}{\alpha_2 - \beta_2 \alpha_3} \cdot \frac{P_3 \cdot l_3^2}{4}$	$M_3 = \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_2 - \beta_2 \alpha_3} \cdot \frac{P_3 \cdot l_3^2}{4}$
	$M_1 = -\frac{1 \cdot P_4 \cdot l_4^2}{\alpha_4 \cdot 4}$	$M_3 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_4} \cdot \frac{P_4 \cdot l_4^2}{4}$	$M_3 = -\frac{\alpha_3}{\alpha_4} \cdot \frac{P_4 \cdot l_4^2}{4}$

(158)

(159)

(160)

(161)

**NB.** Mit den obigen Momenten erhält man durch einfache algebraische Additionen das in Gemäßheit der Lastrischablone anzustellende, für Gurten und Streben gültige allgemeine Schema der Stützmomenten. Dasselbe ist für die Gurten unmittelbar in der sub (68), (69), (136), (137), besprochenen Weise, für die Streben dagegen im Vereine mit den allgemeinen Formeln (61) und dem sub (70), (71), (136) erläuterten Verfahren, zu verwerthen. (Man vgl. die sub L VIII des I. Bandes gegebenen Erläuterungen.)

Spezielle Formeln für die üblichen Träger mit:  $l_3 = l_3 = 1$  und  $l_1 = l_4 = \theta l$ .

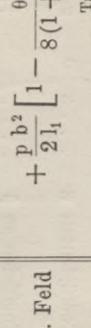
Spezielle Formeln sämtlicher Stützenmomente, welche der blossen Belastung eines Feldes des sonst last- und gewichthfreien Trägers entsprechen.

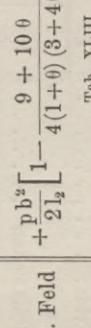
(162)  
$$M_1 = + \frac{\theta(7+8\theta)}{2(1+\theta)(3+4\theta)} \cdot \frac{p_1 l^2}{8}$$
 
$$M_3 = + \frac{\theta}{2(1+\theta)(3+4\theta)} \cdot \frac{p_1 l^2}{8}$$
 Tab. XXXVII oder XXXVIII. Tab. XXXVI oder XXXVII.

(163)  
$$M_1 = + \frac{5+6\theta}{2(1+\theta)(3+4\theta)} \cdot \frac{p_2 l^2}{8}$$
 
$$M_3 = - \frac{1+2\theta}{2(1+\theta)(3+4\theta)} \cdot \frac{p_2 l^2}{8}$$
 Tab. XXXVIII. Tab. XL.

(164)  
$$M_1 = + \frac{2(1+2\theta^2)}{3+4\theta} \cdot \frac{q l^2}{8}$$
 
$$M_3 = + \frac{2(1+2\theta^2)}{3+4\theta} \cdot \frac{q l^2}{8}$$
 Tab. XLII. Tab. XLII.

Spezielle Formeln der Vertikalkraft (V)<sub>p</sub> welche von der partiellen Feldbelastung herrührt.

(165)  
$$+ \frac{p b^2}{2 l_1} \left[ 1 - \frac{\theta(7+8\theta)}{8(1+\theta)(3+4\theta)} \left( 1 + \frac{a}{l_1} \right)^2 \right]$$
 
$$+ \frac{p_1}{2} \left[ \frac{b-a}{l_1} - \frac{\theta(7+8\theta)}{8(1+\theta)(3+4\theta)} \right]$$
 Tab. XXXII. Tab. XXXII.

(166)  
$$+ \frac{p b^2}{2 l_2} \left[ 1 - \frac{9+10\theta}{4(1+\theta)(3+4\theta)} \frac{a^2}{l_2^2} + \frac{3-4\theta^2}{8(1+\theta)(3+4\theta)} \left( 1 + \frac{a}{l_2} \right) \right]$$
 
$$+ \frac{p_2}{2} \left[ \frac{b-a}{l_2} + \frac{3-4\theta^2}{8(1+\theta)(3+4\theta)} \right]$$
 Tab. XLIII. Tab. XLIV. Tab. XLV.

\* Anmerkung. Die bei Brücken mit 4 und mehr Feldern in den Formeln der Mittelfelder erscheinenden letzten Glieder verschwinden bekanntlich in einem Felde, woselbst  $\mu = \nu$ . Dies ist hier (sowie auch bei 5 Feldern) bei dem auch sonst gut verwendbaren Verhältnisse  $\theta = \sqrt[3]{1/4} = 0.8660254037 \dots$  der Fall. Das in der Praxis beliebteste Verhältniss bleibt jedoch  $\theta = 9/10$ .

4. Allgemeine Formeln für continuirliche Träger mit 5 Feldern.

Allgemeine Bezeichnungen		Formeln der $\alpha$		Formeln der $\beta$		Lastenschemablene	
Felder . . . . .	$\Delta$ 1 $\Delta$ 2 $\Delta$ 3 $\Delta$ 4 $\Delta$ 5	$\alpha_1 = 1$	$\alpha_2 = -2 \left(1 + \frac{1}{I_3}\right)$	$\beta_1 = 1$	$\beta_2 = -2 \left(1 + \frac{1}{I_4}\right)$		
Stützweiten . . . . .	$l_1$ $l_2$ $l_3$ $l_4$ $l_5$		$\alpha_3 = -\frac{1}{I_3} - 2 \left(1 + \frac{1}{I_5}\right) \alpha_2$		$\beta_3 = -\frac{1}{I_3} - 2 \left(1 + \frac{1}{I_5}\right) \beta_2$		
Coefficienten $\alpha$ . . . . .	$\alpha_1$ $\alpha_2$ $\alpha_3$ $\alpha_4$ $\alpha_5$		$\alpha_4 = -\frac{1}{I_4} - 2 \left(1 + \frac{1}{I_5}\right) \alpha_3$		$\beta_4 = -\frac{1}{I_4} - 2 \left(1 + \frac{1}{I_5}\right) \beta_3$		
Coefficienten $\beta$ . . . . .	$\beta_1$ $\beta_2$ $\beta_3$ $\beta_4$ $\beta_5 = 0$		$\alpha_5 = -\frac{1}{I_5} - 2 \left(1 + \frac{1}{I_5}\right) \alpha_4$		$\beta_5 = -\frac{1}{I_5} - 2 \left(1 + \frac{1}{I_5}\right) \beta_4$		
Gleichform. Last pr. m.	$P_1$ $P_2$ $P_3$ $P_4$ $P_5$						
Stützenmomente . . . . .	$M_1$ $M_2$ $M_3$ $M_4$ $M_5 = 0$						

(167)

Allgemeine Formeln der Stützenmomente für die blosse Belastung eines Feldes des sonst last- und gewichtfreien Trägers.

	$M_1 = -\frac{\beta_4}{\beta_5} \frac{P_1 l_1^2}{4}$	$M_3 = -\frac{\beta_2}{\beta_5} \frac{P_1 l_1^2}{4}$	$M_4 = -\frac{1}{\beta_5} \frac{P_1 l_1^2}{4}$
	$M_1 = \frac{\beta_3 + \beta_4}{\beta_3 - \alpha_2 \beta_4} \frac{P_2 l_2^2}{4}$	$M_3 = \beta_2 \frac{1 + \alpha_3}{\beta_3 - \alpha_2 \beta_4} \frac{P_2 l_2^2}{4}$	$M_4 = \frac{1 + \alpha_2}{\beta_3 - \alpha_2 \beta_4} \frac{P_2 l_2^2}{4}$
	$M_1 = \frac{\beta_2 + \beta_3}{\alpha_2 \beta_3 - \alpha_3 \beta_3} \frac{P_3 l_3^2}{4}$	$M_3 = \beta_3 \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_2 \beta_3 - \alpha_3 \beta_3} \frac{P_3 l_3^2}{4}$	$M_4 = \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_2 \beta_3 - \alpha_3 \beta_3} \frac{P_3 l_3^2}{4}$
	$M_1 = \frac{1 + \beta_2}{\alpha_3 - \beta_3 \alpha_4} \frac{P_4 l_4^2}{4}$	$M_3 = \alpha_3 \frac{1 + \beta_3}{\alpha_3 - \beta_3 \alpha_4} \frac{P_4 l_4^2}{4}$	$M_4 = \frac{\alpha_3 + \alpha_4}{\alpha_3 - \beta_3 \alpha_4} \frac{P_4 l_4^2}{4}$
	$M_1 = -\frac{1}{\alpha_5} \frac{P_5 l_5^2}{4}$	$M_3 = -\frac{\alpha_6}{\alpha_5} \frac{P_5 l_5^2}{4}$	$M_4 = -\frac{\alpha_4}{\alpha_5} \frac{P_5 l_5^2}{4}$

(168)

(169)

(170)

(171)

(172)

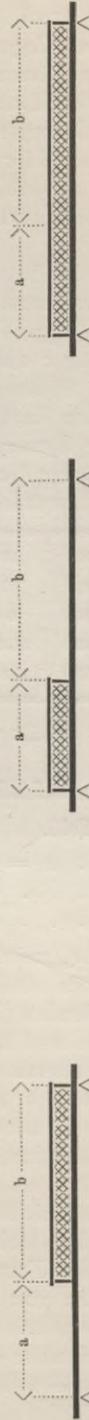
**NB.** Mit den obigen Momenten erhält man durch einfache algebraische Addition das in Gemässheit der Lastenschemablene aufzustellende, für Gurten und Streben gültige allgemeine Schema der Stützenmomente. Dasselbe ist für die Gurten unmittelbar in der sub (68) (69) (136) (137) besprochenen Weise, für die Streben dagegen im Vereine mit den allgemeinen Formeln (61) und dem sub (70) (71) (136) erklärten Verfahren, zu verwerthen. (Man vgl. die sub LVIII und LIX des I. Bandes gegebenen Erklärungen.)

Spezielle Formeln für die üblichen Träger mit:  $l_2 = l_3 = l_4 = 1$  und  $l_1 = l_5 = \theta l$ .

Spezielle Formeln sämtlicher Stützenmomente, welche der blossen Belastung eines Feldes des sonst last- und gewichtfreien Trägers entsprechen.

(173)		$M_1 = + \frac{4\theta(13+15\theta)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \frac{p_1 l_1^2}{8}$	$M_2 = - \frac{2\theta(7+8\theta)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \frac{p_1 l_1^2}{8}$	$M_3 = + \frac{4\theta(1+\theta)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \frac{p_1 l_1^2}{8}$	$M_4 = - \frac{2\theta}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \frac{p_1 l_1^2}{8}$
(174)		$M_1 = + \frac{2(19+22\theta)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \frac{p_2 l_1^2}{8}$	$M_2 = + \frac{2(7+8\theta)(1+2\theta)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \frac{p_2 l_1^2}{8}$	$M_3 = - \frac{4(1+\theta)(1+2\theta)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \frac{p_2 l_1^2}{8}$	$M_4 = + \frac{2(1+2\theta)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \frac{p_2 l_1^2}{8}$
(175)		$M_1 = - \frac{2}{9+10\theta} \frac{p_3 l_1^2}{8}$	$M_2 = + \frac{4(1+\theta)}{9+10\theta} \frac{p_3 l_1^2}{8}$	$M_3 = + \frac{4(1+\theta)}{9+10\theta} \frac{p_3 l_1^2}{8}$	$M_4 = - \frac{2}{9+10\theta} \frac{p_3 l_1^2}{8}$
(176)		$M_1 = + \frac{6+10\theta^3}{9+10\theta} \frac{q l_1^2}{8}$	$M_2 = + \frac{6+8\theta-2\theta^3}{9+10\theta} \frac{q l_1^2}{8}$	$M_3 = + \frac{6+8\theta-2\theta^3}{9+10\theta} \frac{q l_1^2}{8}$	$M_4 = + \frac{6+10\theta^3}{9+10\theta} \frac{q l_1^2}{8}$

Spezielle Formeln der Vertikalkraft (V), welche von der partiellen Feldbelastung herrührt.



(177)	1. Feld	$+ \frac{p b^2}{2l_1} \left[ 1 - \frac{\theta(13+15\theta)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \left( 1 + \frac{a}{l_1} \right)^2 \right]$	$- \frac{p a^2}{2l_1} \left[ 1 + \frac{\theta(13+15\theta)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \left( 2 - \frac{a^2}{l_1^2} \right) \right]$	$+ \frac{p l_1}{2} \left[ \frac{b-a}{l_1} - \frac{\theta(13+15\theta)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \right]$	1. Feld
(178)	2. Feld	$+ \frac{p b^2}{2l_2} \left[ 1 - \frac{33+38\theta}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \frac{a^2}{l_2^2} + \frac{2(3-4\theta^2)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \left( 1 + \frac{a}{l_2} \right) \right]$	$- \frac{p a^2}{2l_2} \left[ 1 - \frac{(3+2\theta)(7+8\theta)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \frac{b^2}{l_2^2} - \frac{2(3-4\theta^2)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \left( 1 + \frac{b}{l_2} \right) \right]$	$+ \frac{p l_2}{2} \left[ \frac{b-a}{l_2} + \frac{2(3-4\theta^2)}{(5+6\theta)(9+10\theta)} \right]$	2. Feld
(179)	3. Feld	$+ \frac{p b^2}{2l_3} \left[ 1 - \frac{2(1+\theta)}{5+6\theta} \frac{a^2}{l_3^2} \right]$	$- \frac{p a^2}{2l_3} \left[ 1 - \frac{2(1+\theta)}{5+6\theta} \frac{b^2}{l_3^2} \right]$	$+ \frac{p}{2} (b-a)$	3. Feld

LIX. Beispiel einer nach der neuen Verordnung vom 15. September 1887 gerechneten  
continuirlichen Brücke über 5 Felder.

Die vor kurzer Zeit zur Ausführung gekommenen Brückenbauten im Zuge des zweiten Geleises der Eisenbahnlinie Chyrow-Zagorz betreffen mehrere bedeutende Brücken mit continuirlichen Constructionen, für deren Dimensionirung die Vorschriften der neuen Verordnung noch vor ihrem Erscheinen als massgebend angenommen wurden.

Die Sanbrücke mit 5 Öffnungen wurde von mir als willkommenes Beispiel zur Anwendung der neuen Rechnungsmethode hier angenommen und man findet die bezüglichen Annahmen und Rechnungsergebnisse in den nachstehenden schematischen Ausweisen Nr. 1, 2, 3, 4, 5 und Nr. 6 (Graphikon) zusammengestellt, zu welchen ich nur noch wenige Aufklärungen beizufügen brauche, und zwar:

ad 1. Die angenommenen bleibenden Lasten pro  $m$  Geleise übersteigen nur wenig die aus der Tab. V des II. Bandes resultirenden bezüglichen Durchschnittswerthe; alle von den Belastungen abhängigen Werthe entsprechen den Scalen **a** und **b** und sind aus der bereits erwähnten, für frei aufliegende Träger aufgestellten Tabelle unmittelbar entnommen.

ad 2. Dieses Schema der Stützenmomente für die Belastung der einzelnen Felder nach Scala **a** oder durch die bleibenden Lasten ist nach den Formeln (173) (174) (175) aufgestellt und durch die Betrachtung der Symmetrie ergänzt. Die bezüglichen einfachen Factoren und deren Logarithmen sind in nachstehender Tabelle ausgewiesen, in welcher auch die für die Scherkräfte nöthigen Werthe beigefügt wurden.

(180)	$\theta = 0.770718 \dots \bar{1}.8868956$	$13 + 15 \theta = 24.56077 \dots \bar{1}.3902419$	$6 + 10 \theta^2 = 10.57812 \dots \bar{1}.0244085$
	$\theta^2 = 0.594007 \dots \bar{1}.7737912$	$7 + 8 \theta = 13.16574 \dots \bar{1}.1194454$	$6 + 8\theta - 2\theta^2 = 11.25012 \dots \bar{1}.0511572$
	$\theta^3 = 0.457812 \dots \bar{1}.6606868$	$4(1 + \theta) = 7.082872 \dots \bar{0}.8502094$	$33 + 38 \theta = 62.28730 \dots \bar{1}.7913995$
	$5 + 6 \theta = 9.624308 \dots \bar{0}.9833694$	$2(19 + 22 \theta) = 71.91159 \dots \bar{1}.8567982$	$3 + 2 \theta = 4.541436 \dots \bar{0}.6571933$
	$9 + 10 \theta = 16.70718 \dots \bar{1}.2229032$	$1 + 2 \theta = 2.541436 \dots \bar{0}.4050791$	$2(3 - 4 \theta^2) = 1.247944 \dots \bar{0}.0961955$

Mit diesen Hilfswerthen\*) erhält man sehr rasch sämmtliche in den Formeln (173) bis (179) erscheinende Coëfficienten.

Die Verifications für die auf allen 5 Feldern belastete Brücke ergeben sich durch:

	1. Feld.		2. Feld.
(181)	$+ 0.461310 \times \theta^2 \dots = + 0.274021$		$- 0.092263 \times \theta^2 \dots = - 0.054805$
	hierzu $\dots \dots \dots + 0.359127$		hierzu $\dots \dots \dots + 0.728175$
	zusammen $\dots \dots \dots + 0.633148$		zusammen $\dots \dots \dots + 0.673370$

Dies sind genau dieselben Werthe, welche man direct durch die Formeln (176) erhält.

Die verificirten Coëfficienten sind in dem schematischen Ausweise 2 zur Bewertung der von der beweglichen und bleibenden Last herrührenden Stützenmomente benützt. Die ausgerechneten Momente (mit Tonnen und Meter) sind dortselbst an gehöriger Stelle eingetragen.

ad 3. Dieses allgemeine Schema der Stützenmomente, welche durch die vereinigte Einwirkung der combinirten Belastungen nach Scala **a** und der bleibenden Last entstehen, erhält man unmittelbar mittelst entsprechender algebraischer Addirung der Momente des Ausweises 2 nach Massgabe der Belastungsschablone (136) und mittelst Beifügung der durch die Symmetrie begründeten Ergänzungen.

ad 4. Diese nach (55) aufgestellten Formeln zur Berechnung der grössten positiven und negativen Scherkräfte unterscheiden sich von den ähnlichen Formeln für eine frei aufliegende Brücke nur dadurch, dass in der Form einer Constanten ( $\mathcal{M}_0 - \mathcal{M}'_0$ ):1 ein neues Glied zugewachsen ist und dass im letzten von der Belastung nach Scala **b** herrührenden Gliede der in [ ] befindliche Factor beigefügt erscheint.

Zur Bewertung der Constanten dienen die bezüglichen Stützenmomente des Ausweises 3, und der in [ ] befindliche Factor des Gliedes ( $V_{a,p}$ ) ist durch die Formeln (177) (178) (179) gegeben, wozu die Coëfficienten mittelst der Hilfswerthe (180) ausgerechnet wurden.

ad 5. Bei der in diesem Ausweise durchgeführten Berechnung einer Anzahl Werthe der Scherkräfte nach den soeben besprochenen Formeln ist die Mascheneintheilung der Brücke nicht berücksichtigt. Es erscheint vielmehr jedes Feld in zehn gleiche Theile getheilt und wurden die Scherkräfte für die bezüglichen Theilungspunkte bestimmt. Dieser Vorgang, welcher für die

\*) Für die in der Praxis erforderliche Genauigkeit wäre es ganz genügend, die Rechnungen mit nur 4- bis 5ziffrigen Zahlen durchzuführen.

Aufstellung des Graphikons der Scherkräfte eine mehr als genügende Genauigkeit bietet\*), führt in die Berechnungen eine grosse Erleichterung und Vereinfachung ein, bei welcher sogar der erste Theil des Ausweises für alle ähnlichen Berechnungen immer derselbe, d. i. wieder benützbare bleibt.

Man wird ferner bemerken, dass die in den Zeilen Nr. 10 und 18 eingetragenen Drehungsmomente (nach Scala b) aus der für frei aufliegende Brücken gültigen Tabelle V des II. Bandes unmittelbar zu entnehmen sind und dass die grössten Scherkräfte im Falle, wo alle Felder einfach frei aufliegen würden, nach der üblichen Rechnungsart solche Werthe besitzen würden, welche man hier durch Summirung der Werthe Nr. 11 und 12 im ersten Felde, beziehungsweise Nr. 19 und 20 im zweiten (und dritten) Felde sofort erhält.

Diese Betrachtungen, sowie die Erwägung, dass auch hier die Constanten  $(\mathcal{M}_0 - \mathcal{M}'_0) : 1$ , sowie die sub Nr. 13 und 15 des Ausweises im ersten Felde, beziehungsweise Nr. 21 und 23 im zweiten Felde und Nr. 25 im dritten Felde ausgerechneten Coëfficienten berücksichtigt werden müssen, bringen eine gewiss nicht uninteressante Erscheinung zum Ausdrucke: dass nämlich in dem Falle eines richtig dimensionirten continuirlichen Trägers eher etwas mehr Eisen in die Verstreibungen gegeben werden muss, als wenn alle Felder oberhalb der Pfeiler abgetrennt wären, so dass eine eigentliche Materialersparniss nur in den Gurten aus der Continuirllichkeit resultirt. Dagegen werden die continuirlichen Träger fast nie im Sinne der Belastungsannahmen beansprucht und bieten daher eine wesentlich grössere Sicherheit.

ad 6. Zur Aufstellung des Graphikons der Momente wurden die Momente des Ausweises 3 graphisch aufgetragen und an den bezüglichen Endpunkten mit den in Gemässheit der Lastenschablone für jedes einzelne Feld gültigen Ordnungsnummern beschrieben. Für die Lasten  $q_1 (q_1 + p_1)$  im ersten Felde, beziehungsweise  $q_2 (q_2 + p_2)$  im zweiten und dritten Felde wurden sodann im Sinne der sub (68) (69) (137) gegebenen Erläuterungen die erforderlichen vier parabolischen Curvenlineale aus sogen. Millimeterpapier construirt und mit Hilfe derselben das Graphikon ausgezogen\*\*).

Zur Vervollständigung des theoretischen Bildes wurden auch nächst den Stützen die der theilweisen Feldbelastung entsprechenden Curven höheren Grades als (137) Parabelbögen ausgezogen, obwohl dieselben für die wirkliche Materialvertheilung in den Gurten wenig praktischen Werth besitzen. (Hierbei wurden natürlich die tangirenden Parabelbögen mit den Tangenten selbst verwechselt.)

Die für die eigentliche Materialvertheilung ebenfalls wenig wichtigen sogen. festen Inflexionspunkte lassen sich mittelst der Angaben des Ausweises 2 sehr leicht bestimmen\*\*\*).

Bezüglich des Endfeldes genügt die Bemerkung, dass nach (168) (173)

$$(182) \dots \frac{1}{v} = - \frac{\beta_4}{\beta_6} = \frac{1}{2} \frac{40(13 + 150)}{(5 + 60)(9 + 100)} = \frac{1}{2} 0.470896$$

wonach also für den festen Inflexionspunkt in dem ersten Felde der betrachteten Brücke:

$$(183) \dots \xi' = \frac{l_1}{v + 1} = \frac{0.470896}{2.470896} l_1 = 0.190577 \cdot l_1 = 5.317^m$$

Bezüglich der Mittelfelder dagegen genügt die sub (29) (31) erfolgte Definition der  $\alpha$  und  $\beta$ , beziehungsweise die sub (74) (75) hieraus deducirte Bestimmung der festen Inflexionspunkte; man hat hiernach in Gemässheit der Angaben des Ausweises 2:

$$(184) \dots \xi = \frac{0.119709 \cdot l_2}{0.423942 + 0.119709} = 0.220192 \cdot l_2 = 7.971^m \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{für das 2. Feld}$$

$$(185) \dots \xi' = \frac{0.126212 \cdot l_2}{0.470896 + 0.126212} = 0.211372 \cdot l_2 = 7.652^m \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\}$$

$$(186) \dots \xi = \xi' = \frac{0.111948 \cdot l_3}{0.416181 + 0.111948} = 0.211972 \cdot l_3 = 7.673^m \dots \text{für das 3. Feld}$$

\*) Für die Praxis würden auch noch halb so viele Theile genügen, weil das Graphikon der Scherkräfte durch sehr regelmässig und schwach gekrümmte Linien gebildet erscheint.

\*\*) Ob in einem betrachteten Felde zur Verbindung zweier gleichnumerirter Punkte das Curvenlineal  $(p + q)$  oder das Curvenlineal  $(q)$  zu nehmen ist (je nachdem bei der betrachteten Belastungscombination das Feld belastet ist oder nicht) wird in allen Fällen durch die im Ausweise 3 enthaltene Lastenschablone gedeutet.

\*\*\*) In den Mittelfeldern erscheinen dieselben bereits durch die Schnittpunkte der Parabelbögen Nr. 2, 3, 4 graphisch bestimmt.

Die obige Rechnung zeigt, dass auch die festen Inflexionspunkte mittelst der Coëfficienten des Ausweises 2 sehr leicht bestimmt werden können, und wurden die obigen Abscissen im Graphikon eincotirt.

Der im Graphikon der Momente eingezeichnete Massstab steht mit den Angaben der Ausweise 2 und 3 im Einklange, bezieht sich demnach auf die Momente pro Geleise in Tonnen-Meter.

In der Praxis nimmt man gewöhnlich eine durchschnittliche theoretische Trägerhöhe an, welche für die ganze continuirliche Brücke dann zur Bestimmung der Gurtspannungen verwendet wird (Quotient der Momente durch die Höhe).

Das vorbesprochene Graphikon der Momente pro Geleise kann dann bei entsprechend genommenem Massstabe ebensogut als Graphikon der Gurtspannungen pro Träger verwendet werden.

Um nun dieses Graphikon in der herkömmlichen Weise für das Project der Materialvertheilung in den Gurten zu verwerthen, beziehungsweise um beide Zeichnungen übereinander bringen zu können, damit constatirt werde, dass die letztere die erstere »genügend deckt«, ist zur Vereinfachung eine vorläufige Näherungsannahme erforderlich. Die neue Verordnung normirt nämlich die zulässige Inanspruchnahme für 36·2 m Stützweite mit 772 kg pro cm<sup>2</sup> und für 27·9 m Stützweite mit 756 kg pro cm<sup>2</sup>.

Man wird nun vorläufig die für die Mittelfelder allein giltige höhere Spannung von 772 kg als auf alle Gurtquerschnitte in allen Brückenfeldern angewendet annehmen und unter der Form der solcherweise erhaltenen Gurtwiderstände das Materialvertheilungs-Graphikon im selben Massstabe auftragen, welcher auch für das vorbesprochene Graphikon der Gurtspannungen zu gelten hat.

Nur bei der definitiven Richtigstellung der Materialvertheilung wird dann zu berücksichtigen sein, dass im Endfelde eine Ueberdeckung der Gurtspannungen im Verhältnisse von (772—756):756 oder circa 2·12% und in allen gedrückten Querschnitten überhaupt eine solche Ueberdeckung vorhanden sei, dass auch den Anforderungen der Knickfestigkeit vollständig Genüge geleistet werde\*).

Was nun das auf der unteren Seite der Zeichnung befindliche Graphikon der Scherkräfte anbelangt, so resultiren die darstellenden Linien unmittelbar aus der Auftragung der im Ausweise 5 ausgerechneten Scherkräfte und ist der bezügliche eingezeichnete Massstab für deren Bewerthung in Tonnen pro Geleise aufgestellt. Bei den üblichen Tragsystemen mit gleichmässigen Mascheneintheilungen, bei welchen sämmtliche Streben denselben Winkel mit dem Horizonte bilden, stehen die Streben Spannungen in einem directen Verhältnisse zu den bezüglichen Scherkräften.

Das vorbesprochene Graphikon der Scherkräfte kann demnach, unter Anwendung eines entsprechenden Massstabes, als Graphikon der Strebenkräfte verwerthet werden, auf welchen man die einzelnen Streben Spannungen abgreifen kann, was bekanntlich zu deren Dimensionirung vollständig genügt. Will man dann ausserdem das vereinigte Graphikon der Strebenwiderstände und Streben Spannungen ersichtlich machen, so kann dies in ganz ähnlicher Weise, wie bereits für die Gurten erörtert, sehr leicht geschehen.

\*) Die letztere Verbesserung ist bei den jetzt üblichen weitmaschigen Trägern viel wichtiger als diejenige, welche von den verschiedenartigen zulässigen Inanspruchnahmen herrührt.

Will man schliesslich noch über den Einfluss allfälliger Setzungen Abschluss, welche beispielweise in den Mittelpfeilern 2 und 3 entstehen könnten, so sind diesfalls die verallgemeinerten Clapeyron'schen Gleichungen (24) zu verwerthen. Man hat für das belastete dritte Feld und die Setzungen  $y_2$  und  $y_3$  (mit dem Hilfsverthe 6 E J : l<sup>2</sup> = S) für die 4 Momente:

$$\begin{aligned} 2(1 + 0) M_1 + M_2 &= S y_2 & M_1 + 4 M_2 + M_3 &= S (y_3 - 2 y_2) + \frac{1}{4} p l^2 \\ 2(1 + 0) M_4 + M_3 &= S y_3 & M_2 + 4 M_3 + M_4 &= S (y_2 - 2 y_3) + \frac{1}{4} p l^2 \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser 4 Gleichungen findet man insbesondere für die Momente am mittleren Felde:

$$M_2 = \frac{1 + 0}{9 + 10\theta} \cdot \frac{p l^2}{2} + \frac{6 E J}{l^2} \cdot \frac{24(1 + 0)^2 y_3 - [4(10 + 9\theta)(1 + 0) - 1] y_2}{(5 + 6\theta)(9 + 10\theta)}$$

$$M_3 = \frac{1 + 0}{9 + 10\theta} \cdot \frac{p l^2}{2} + \frac{6 E J}{l^2} \cdot \frac{24(1 + 0)^2 y_2 - [4(10 + 9\theta)(1 + 0) - 1] y_3}{(5 + 6\theta)(9 + 10\theta)}$$

Hiermit nach (180) und bei Einführung von  $J = 0\cdot33$ ,  $l = 36\cdot2$ ,  $E = 20 \times 10^6$  mit  $m$  und  $t$  sind:

$$M_2 = 400\cdot76 + 14142 y_3 - 22356 y_2 \qquad M_3 = 400\cdot76 + 14142 y_2 - 22356 y_3$$

*Sanbrücke im Kilometer 95·987 der Strecke Chyrow-Zagorz*  
 mit continuirlichen Trägern über 5 Felder:  $27·9^m + 36·2^m + 36·2^m + 36·2^m + 27·9^m$   
 (wonach  $0 = 27·9 : 36·2 = 0·770718 \dots \bar{1}·8868956$ ).

1. Hauptdaten für die Festigkeits-Berechnung.

Feld	Stützweite l	Bleibende Last pro m und Geleise q	Bewegliche Last pro Meter und Geleise				Scheitelhöhen der Parabellineale	
			Gurten		Streben		$\frac{ql^2}{8}$	$\frac{1}{8} (p + q) l^2$
			(p) <sub>a</sub>	$(\frac{pl^2}{8})$ <sub>a</sub>	(p) <sub>b</sub>	$(\frac{pl^2}{2})$ <sub>b</sub>		
1	m	t	t	mt	t	mt	mt	mt
2	27·9	2·08	6·1445	597·868	7·0470	2742·73	202·387	800·255
3	36·2	2·37	5·7710	945·319	6·4660	4236·65	388·218	1333·537
4	36·2	2·37	5·7710	945·319	6·4660	4236·65	388·218	1333·537

2. Schema zur Berechnung der Stützenmomente (pro Geleise).

Belastung	Formeln und Werthe der einzelnen Stützenmomente				Anmerkungen
	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>	
	$+ 0·470896 \cdot \frac{Pl_1^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $+ \frac{mt}{281·534}$	$- 0·126212 \cdot \frac{Pl_1^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $- \frac{mt}{75·458}$	symmetrisch $+ \frac{mt}{20·297}$	symmetrisch $- \frac{mt}{5·731}$	Die Symmetrie gibt die restirenden Momente.
	$+ 0·447225 \cdot \frac{P_2^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $+ 422·770$	$+ 0·416181 \cdot \frac{P_2^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $+ 393·424$	symmetrisch $- 105·827$	symmetrisch $+ 29·882$	
	$- 0·119709 \cdot \frac{P_3^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $- 113·161$	$+ 0·423942 \cdot \frac{P_3^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $+ 400·760$	symmetrisch $+ 400·760$	symmetrisch $- 113·161$	
	$+ 0·031611 \cdot \frac{P_4^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $+ 29·882$	$- 0·111948 \cdot \frac{P_4^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $- 105·827$	symmetrisch $+ 393·424$	symmetrisch $+ 422·770$	
	$- 0·009586 \cdot \frac{P_5^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $- 5·731$	$+ 0·033949 \cdot \frac{P_5^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $+ 20·297$	symmetrisch $- 75·458$	symmetrisch $+ 281·534$	
	$+ 0·461310 \cdot \frac{q_1^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $+ 0·359127 \cdot \frac{q_2^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $+ 232·782$	$- 0·092263 \cdot \frac{q_1^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $+ 0·728175 \cdot \frac{q_2^{1\frac{1}{2}}}{8}$ $+ 264·018$	symmetrisch $+ 264·018$	symmetrisch $+ 232·782$	Diese Coëfficienten ergeben sich aus der entsprechenden algebraischen Addition der Vorangehenden.

3. Stützenmomente bei combinirter bleibender und beweglicher Last (pro Geleise).

Belastung	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>
	$+ 966·968$	$+ 476·157$	$+ 571·912$	$+ 679·703$
	536·660	1078·499	483·493	431·037
	431·037	483·493	1078·499	536·660
	679·703	571·912	476·157	966·968
	395·424	609·617	609·617	395·424
	685·434	551·615	551·617	685·434
	113·890	685·075	589·320	401·155
	544·198	82·733	677·739	649·821
	649·821	677·739	82·733	544·198
	401·155	589·320	685·075	113·890

4. Formeln der grössten positiven und negativen Scherkräfte (pro Geleise) bei combinirter bleibender und beweglicher Last.

Feld	Belastung	$\%_a$	Constante	Bleibende Last	Bewegliche Last nach Scala b
			$\frac{M_0 - M'_0}{1}$	im getrennten Felde $(\mathcal{V})_q = q\left(\frac{1}{2} - a\right)$	$(\mathcal{V}_a)_p = \left[ \frac{M - M'}{1} + (\mathcal{V}_a)_p \right]$
1		$\%_a$	$+$	$-4.0821 + 2.08\left(\frac{1}{2} - a\right) + 0.0358423 \frac{pb^2}{2}$	$\left[ 1 - 0.117724 \left(1 + \frac{a}{1}\right)^2 \right]$
			$-$	$-24.5676 + 2.08\left(\frac{1}{2} - a\right) - 0.0358423 \frac{pa^2}{2}$	$\left[ 1 + 0.117724 \left(2 - \frac{a^2}{1^2}\right) \right]$
2		$\%_a$	$+$	$+12.7477 + 2.37\left(\frac{1}{2} - a\right) + 0.0276243 \frac{pb^2}{2}$	$\left[ 1 - 0.387371 \frac{a^2}{1^2} + 0.0077612 \left(1 + \frac{a}{1}\right)^2 \right]$
			$-$	$-15.7786 + 2.37\left(\frac{1}{2} - a\right) - 0.0276243 \frac{pa^2}{2}$	$\left[ 1 - 0.371849 \frac{b^2}{1^2} - 0.0077612 \left(1 + \frac{b}{1}\right)^2 \right]$
3		$\%_a$	$+$	$+16.4366 + 2.37\left(\frac{1}{2} - a\right) + 0.0276243 \frac{pb^2}{2}$	$\left[ 1 - 0.367968 \cdot \frac{a^2}{1^2} \right]$

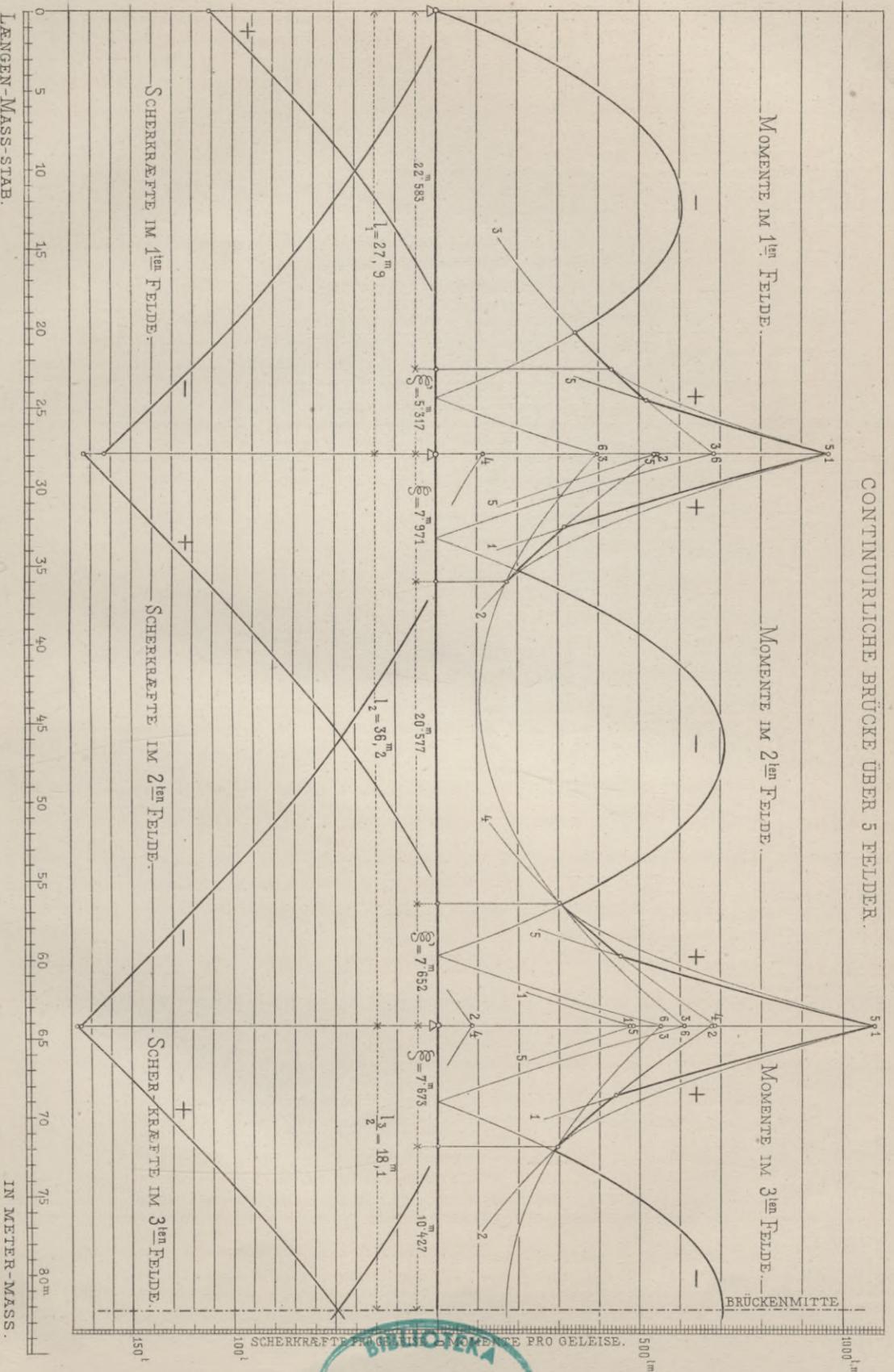
5. Ausrechnung der obigen Scherkräfte für a : l =

Functionen	= 0.0	= 0.1	= 0.2	= 0.3	= 0.4	= 0.5	= 0.6	= 0.7	= 0.8	= 0.9	= 1.0
1 $\frac{a}{l} = \dots$	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
2 $\left(\frac{a}{l}\right)^2 = \dots$	0.00	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.81	1.00
3 $\left(1 + \frac{a}{l}\right)^2 = \dots$	1.00	1.21	1.44	1.69	1.96	2.25	2.56	2.89	3.24	3.61	4.00
4 $2 - \frac{a^2}{l^2} = \dots$	2.00	1.99	1.96	1.91	1.84	1.75	1.64	1.51	1.36	1.19	1.00
5 $\frac{1}{2} - \frac{a}{l} = \dots$	+ 0.50	+ 0.40	+ 0.30	+ 0.20	+ 0.10	0.00	- 0.10	- 0.20	- 0.30	- 0.40	- 0.50
6 $\frac{b}{l} = \dots$	1.00	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.00
7 $\left(\frac{b}{l}\right)^2 = \dots$	1.00	0.81	0.64	0.49	0.36	0.25	0.16	0.09	0.04	0.01	0.00
8 $\left(1 + \frac{b}{l}\right)^2 = \dots$	4.00	3.61	3.24	2.89	2.56	2.25	1.96	1.69	1.44	1.21	1.00
9 <b>1. Feld.</b> b = . . . . .	27.90	25.11	22.32	19.53	16.74	13.95	11.16	8.37	5.58	2.79	0.00
10 $\frac{1}{2} pb^2 = \dots$	2742.73	2283.08	1852.64	1465.53	1147.08	857.71	601.06	395.96	210.74	68.255	0.000
11 $0.0358423 \frac{pb^2}{2} = \dots$	98.306	81.831	66.403	52.528	41.114	30.742	21.543	14.192	7.553	2.446	0.000
12 $58.032 \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{l}\right) = \dots$	+29.016	+23.213	+17.410	+11.606	+ 5.803	0.000	- 5.803	-11.606	-17.410	-23.213	-29.016
13 [für $(\%_a)_+$ ] = . . .	0.882276	0.857544	0.830477	0.801047	0.769261	0.735121	0.698627	0.659778	0.618574	0.575017	0.529104
14 $(\%_a)_+ = \dots$	+111.667	+ 89.304	+ 68.474	+ 49.601	+ 33.349	+ 18.517	+ 5.166	- 6.324			
15 [für $(\%_a)_-$ ] = . . .	1.235448	1.234271	1.230739	1.224853	1.216612	1.206017	1.193067	1.177763	1.160104	1.140091	1.117724
16 $(\%_a)_- = * . . .$	+ 4.448	- 4.375	- 16.433	- 30.305	- 44.975	- 61.644	- 79.423	- 98.039	-119.012	-141.076	-163.463
17 <b>2. Feld.</b> b = . . . . .	36.20	32.58	28.96	25.34	21.72	18.10	14.48	10.86	7.24	3.62	0.00
18 $\frac{1}{2} pb^2 = \dots$	4236.65	3566.18	2923.99	2319.93	1764.28	1300.94	907.45	574.49	319.96	106.21	0.000
19 $0.0276243 \frac{pb^2}{2} = \dots$	117.034	98.513	80.773	64.086	48.737	35.938	25.068	15.870	8.839	2.934	0.000
20 $85.794 \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{l}\right) = \dots$	+42.897	+34.318	+25.738	+17.159	+ 8.579	0.000	- 8.579	-17.159	-25.738	-34.318	-52.897
21 [für $(\%_a)_+$ ] = . . .	1.007761	1.005517	0.995680	0.978254	0.953233	0.920619	0.880416	0.832619	0.777228	0.714248	0.643674
22 $(\%_a)_+ = \dots$	+173.587	+146.123	+118.910	+ 92.600	+ 67.785	+ 45.833	+ 26.239	+ 8.802	- 6.120		
23 [für $(\%_a)_-$ ] = . . .	0.597106	0.670784	0.736871	0.795364	0.846265	0.889576	0.925292	0.953417	0.973951	0.986891	0.992239
24 $(\%_a)_- = * . . .$		+ 3.446	- 11.243	- 28.414	- 47.748	- 69.454	- 94.039	-120.186	-147.319	-174.802	
25 <b>3. Feld.</b> [für $(\%_a)_+$ ] = . . .	1.000000	0.996320	0.985281	0.966883	0.941125	0.908003	0.867532	0.819696	0.764500	0.701946	0.632032
26 $(\%_a)_+ = ** . . .$	+176.368	+148.906	+121.760	+ 95.560	+ 70.884	+ 49.069	+ 29.605	+ 12.286	- 2.544		

\* Die sub Nummer 11, 12 im 1. Felde und 19, 20 im 2. Felde für die  $(\%_a)_+$  berechneten Hilferwerthe kommen auch hier für die  $(\%_a)_-$  zur entsprechenden Wiederverwendung in symmetrischer Ordnung.

\*\* Die sub Nummer 19, 20 für das 2. Feld berechneten Werthe werden hier wieder verwendet.

CONTINUIRLICHE BRÜCKE ÜBER 5 FELDER.





LX. Buchstaben-Index für das ganze Werk . . . . .

	Auf Seite	
	I. Band	II. Band
$A_k \mathfrak{A}_k$ . . . . .	184	—
$A_0 A_1$ . . . . .	97	—
$\mathcal{A}$ . . . . .	107	—
$\left. \begin{array}{l} + \mathcal{A}' - \mathcal{A}'' \\ - \mathcal{A}' + \mathcal{A}'' \end{array} \right\}$ . . . . .	107	—
$a$ . . . . .	177	—
$a$ . . . . .	186	64
$a_1 a_2$ . . . . .	186	64
$a = \frac{1}{2} l$ . . . . .	35	IV
$a' a''$ . . . . .	36	—
$a_1 a_2 \dots a_n$ . . . . .	35	—
$a'_1 \dots a'_n$ und $a''_1 \dots a''_n$ . . . . .	36	—
$\mathfrak{a}$ . . . . .	2	1
$B_k \mathfrak{B}_k$ . . . . .	184	—
$B_0 B_1$ . . . . .	98	—
$b$ . . . . .	177	64
$b$ . . . . .	186	64
$b_1 b_2$ . . . . .	186	64
$b_1 b_2 \dots b_n$ . . . . .	35	—
$\mathfrak{b}$ . . . . .	2	1
$C' C''$ . . . . .	131	—
$C_2 C_3 C_4$ . . . . .	138	—
$\mathcal{C}$ . . . . .	107	—
$c$ . . . . .	103	VII
$c c'$ . . . . .	136	—
$c_i c'_i$ . . . . .	136	—
$D$ . . . . .	98	—
$D$ . . . . .	134	—
$\mathfrak{D} \mathfrak{D}' \mathfrak{D}''$ . . . . .	194	—
$\mathcal{D}$ . . . . .	107	—
$d$ . . . . .	142	—
$d$ . . . . .	—	VII
$d, d$ . . . . .	39	—
$\partial$ . . . . .	199	—
$\partial$ . . . . .	128	—
$E E$ . . . . .	96	—
$\mathfrak{E}$ . . . . .	218	—
$F(x, y) = 0$ . . . . .	125	—
$f$ . . . . .	96	—
$f$ . . . . .	125	—
$f$ . . . . .	149	—

Buchstaben-Index (Fortsetzung)

	Auf Seite		
	I. Band	II. Band	
$G_x$ . . . . .	Belastungsgrenze für die Abscisse $x$ (continuirliche Träger)	197	—
$G G' \mathcal{G} \mathcal{G}'$ . . . . .	Schwerpunkte in den Parabelsegmenten	127	—
$g$ . . . . .	Beschleunigung der Schwerkraft $g = 9^m 81$ . . . pro Secunde	85	—
$H$ . . . . .	Mittlere Höhe des Tragwand-Umrisses (Winddruck)	82	—
$H$ . . . . .	Stehblechhöhe in Blechträgern (Tabellen des II. Bandes)	—	VIII
$H H'$ . . . . .	Ständerhöhen im theoretischen frei aufliegenden Träger (einfaches Fachwerk)	155	—
$h$ . . . . .	Entfernung der gespanntesten Faser zur neutralen Achse	98	VII
$h_1$ . . . . .	Entfernung des Angriffspunktes der Kraft zur neutralen Achse	98	—
$h h'$ . . . . .	Flantschenhöhe und Kantenhöhe auf der neutralen Achse (Winkelisen)	—	VII
$J$ . . . . .	Trägheitsmoment auf die neutrale Achse bezogen im continuirlichen Träger (als constant angenommen für die Integrationen)	177	—
$J$ . . . . .	Trägheitsmoment des eingeknickten Stabes auf die neutrale Achse bezogen	94	VIII
$J$ . . . . .	Trägheitsmoment auf eine beliebige Achse bezogen (Winkelisen-Berechnung)	—	VII
$J_0$ . . . . .	Trägheitsmoment auf die neutrale Achse bezogen nach Formel $J_0 = J - \Omega d^2$	—	VII
$J J_0$ und $\mathcal{J} \mathcal{J}_0$ . . . . .	Aehnliche Trägheitsmomente für die Parabelsegmente	128	—
$J_{\text{voll}} J_A$ . . . . .	Trägheitsmomente des vollen Querschnittes in der Brückenmitte und am Auflager	145	—
$J_{\text{min}} J_{\text{max}}$ . . . . .	Trägheitsmomente auf die grosse und kleine Achse der Trägheitsellipse bezogen (Minimum und Maximum) in einem beliebigen Querschnitte	102	—
$J_1 J_2 J_3$ . . . . .	Trägheitsmomente auf Achsen bezogen, welche die Winkel $\omega$ , $(\omega + \pi : 4)$ , $(\omega + \pi : 2)$ mit der grossen Achse der Trägheitsellipse bilden	102	—
$J_x$ . . . . .	Trägheitsmoment des Querschnittes, dessen Abscisse $x$ ist	141	—
$J_x J_m$ . . . . .	Trägheitsmoment für die Abscisse $z$ und in der Brückenmitte	143	—
$i$ . . . . .	Inanspruchnahme des Materiales pro Flächeneinheit	141	1
$i'$ . . . . .	Die sogenannte verglichene Inanspruchnahme (Verordnungen von 1870, 1887)	118	1
$i i_0$ . . . . .	Inanspruchnahme mit und ohne Knickung	94	VIII
$K$ . . . . .	Entfernung der „verhältnissmässig mittleren Kraft“ vom Schwerpunkte des Zuges	36	—
$\mathcal{K}$ . . . . .	Hilfswerth in der Gleichung $(M_x)_p = \frac{p b^2}{2} \left\{ \mathcal{K} \right\} = \frac{p}{2} \left( 1 - \frac{a}{1} \right)^2 \mathcal{K}$	198	—
$\mathcal{K}$ . . . . .	Coëfficient in der sog. Gerber'schen Gleichung	107	—
$k$ . . . . .	Index-Bezeichnung des belasteten Feldes (continuirliche Träger)	177	—
$L_1 L_2 \dots L_6$ . . . . .	Locomotiven-Kategorien (Verkehrsbeschränkungen, Freizügigkeit)	116	—
$L L$ . . . . .	Stablänge für die Berechnung der Knickfestigkeit	94	VIII
$l l$ . . . . .	Freie Länge in den Windungen des eingeknickten Stabes	95	—
$l l$ . . . . .	Stützweite oder Feldlänge im Allgemeinen für den continuirlichen oder frei aufliegenden Träger	35	5
$l_1 l_2 \dots l_k \dots l_{n-1} l_n$ . . . . .	Stützweiten der successiven Felder des continuirlichen Trägers über $n$ Brückenöffnungen	177	66
$l'$ . . . . .	Belastete Länge im Brückenfelde, bei einem frei aufliegenden Träger	44	—
$l_n$ . . . . .	Entfernung der Einzellast $P_n$ vom betrachteten Querschnitte	44	—
$l_1 l_2 \dots l_n$ . . . . .	Entfernungen der Einzellasten $P_1 P_2 \dots P_n$ vom Auflager	43	—
$l_w l_w''$ . . . . .	Die mit Lastwagen bedeckten Längen (Verkehrsbeschränkungen, Freizügigkeit)	117	—
$M_x$ . . . . .	Biegemoment im Querschnitte, dessen Abscisse $x$ ist, bei blosser (beliebiger) Belastung des betrachteten Feldes eines sonst last- und gewichtfreien continuirlichen Trägers	194	XIII
$M M'$ . . . . .	Stützenmomente linksits und rechtsits des vorbesprochenen Feldes	183	XI
$M_1 M_2 \dots M_k \dots M_{n-1}$ . . . . .	Stützenmomente in dem vorgedachten continuirlichen Träger mit $n$ Feldern, dessen Feld $k$ belastet ist	177	—
$\mathcal{M}_x \mathcal{M} \mathcal{M}'$ . . . . .	Die zu $M_x M M'$ ähnlichen Momente in dem allgemeineren Falle, wo der continuirliche Träger beliebig belastet ist	143	x
$\mathcal{M}_0 \mathcal{M}'_0$ . . . . .	Theilmomente in obigen Stützenmomenten $\mathcal{M} \mathcal{M}'$ , welche (bleibende und bewegliche Last) unter Ausschluss der beweglichen Feldbelastung entstehen	179	XII
$\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2 \dots \mathcal{M}_k \dots \mathcal{M}_{n-1}$ . . . . .	Stützenmomente im continuirlichen Träger mit $n$ Feldern bei ganz beliebiger Belastung	177	—
$M_x$ . . . . .	Biegemoment im Querschnitte, dessen Abscisse $x$ ist, bei totaler Belastung eines frei aufliegenden Trägers (ohne Vorzeichen)	141	—
$\mathcal{M} \mathcal{M}'$ . . . . .	Biegemomente für die beiderseitigen Knoten einer Masche des nur partiell belasteten frei aufliegenden Trägers	155	—
$M_a \mathcal{M}_b$ . . . . .	Biegemomente nach Scala $a$ in der Brückenmitte und Drehungsmoment nach Scala $b$ im beliebigen Querschnitte für frei aufliegende Brücken (pro Geleise)	145	5

Buchstaben-Index (Fortsetzung)

	Auf Seite	
	I. Band	II. Band
$M_x$ . . . . .	Biegemoment (wie $M_x$ ) für das frei aufliegende Feld im Querschnitte, dessen Abscisse $x$ ist, bei beliebiger Belastung berechnet und mit dem für continuirliche Träger nöthigen Vorzeichen . . . . .	178 64
$M_{max}$ . . . . .	Aehnliches Moment wie $M_x$ inclusive der dynamischen Wirkungen . . . . .	84 —
$M_{p+q}$ . . . . .	Moment am Querträger für bleibende und bewegliche Last zusammen . . . . .	165 —
$m$ . . . . .	Statisches Moment eines Querschnittes auf gegebener Achse . . . . .	125 —
$m \mathcal{M}$ . . . . .	Statische Momente für die Parabelsegmente . . . . .	128 —
$m m_0$ . . . . .	Statische Momente auf eine beliebige und die Kantenachse bezogen . . . . .	— VII
$m_y$ . . . . .	Statisches Moment für die Ordinate $y$ (Schubfestigkeit) auf die neutrale Achse . . . . .	141 —
$m$ . . . . .	Achsenentfernung im Rechnungsbeispiele auf Seite . . . . .	34 —
$\mathcal{U} \mathcal{U}'$ . . . . .	Hilfscoefficienten im Zähler von $x_0$ (continuirliche Träger) . . . . .	194 —
$n$ . . . . .	Anzahl der Felder im continuirlichen Träger . . . . .	177 —
$n$ . . . . .	Anzahl der einfachen Nietschnitte in einer Nietverbindung . . . . .	— 23
$n$ . . . . .	Anzahl der Nietschäfte in einer Nietverbindung (Inanspruchn. d. Nietlochleibung)	— 24
$P$ . . . . .	Beliebige Einzellast in Wirkung auf den continuirlichen Träger . . . . .	177 64
$P_1 P_2 P_3$ . . . . .	Beliebige solche Lasten in einem Felde des obigen Trägers . . . . .	186 64
$P_1 P_2 \dots P_n$ . . . . .	Beliebige Einzellasten in Wirkung auf den frei aufliegenden Träger . . . . .	35 —
$P'_1$ und $P''_1$ . . . . .	Eine beliebige solche Last in Wirkung auf den frei aufliegenden Träger rechts- und links von einem betrachteten Querschnittes . . . . .	36 —
$P_m$ . . . . .	Verhältnissmässig mittlere Kraft (Momentenwirkung im frei aufliegenden Träger)	36 —
$P$ . . . . .	Druckkraft zur Einknickung eines Stabes . . . . .	96 —
$P_\varepsilon$ . . . . .	Theoretisch kleinste solche Kraft nach der Euler'schen Formel . . . . .	96 —
$P P_0$ . . . . .	Zerdrückungskraft mit und ohne Einknickung des betrachteten Stabes . . . . .	100 —
$\mathcal{P}$ . . . . .	Concentrirte Querträger oder Knotenlast im Allgemeinen . . . . .	76 —
$p$ . . . . .	Bewegliche Last pro $m$ auf dem continuirlichen Träger . . . . .	143 64
$p_a p_b$ . . . . .	Lasten pro $m$ , welche im Allgemeinen durch die Belastungsscalen $a$ und $b$ der Verordnung vorgeschrieben werden . . . . .	— 5
$p$ . . . . .	Winddruck pro $m^2$ im Allgemeinen (170 oder 270 Kg. pro $m^2$ ) . . . . .	161 —
$p$ . . . . .	Aequivalente Last pro $m$ für die Momente nächst der Trägermitte in dem frei aufliegenden Träger . . . . .	35 21
$p'$ . . . . .	Aequivalente Last pro $m$ für die Scherkraft nächst dem Auflager bei einem frei aufliegenden Träger . . . . .	43 2
$p p'$ . . . . .	Lasten pro $m$ nach den Verordnungen von den Jahren 1887 und 1870 . . . . .	118 1
$p'_1 p'_l$ . . . . .	Aequivalente Lasten $p'$ pro $m$ für die belasteten Längen $l$ und $l'$ im frei aufliegenden Träger . . . . .	56 —
$p''$ . . . . .	Aequivalente Last pro $m$ für die Momente nächst dem $\frac{1}{6}$ der Stützweite in dem frei aufliegenden Träger . . . . .	71 —
$\mathcal{P} \mathcal{P}'$ . . . . .	Die durch die Scalen $a$ und $b$ der Verordnung gegebenen Werthe für $p$ und $p'$ , welche mit obigen Belastungseinheiten verglichen werden . . . . .	71 —
$q$ . . . . .	Gleichförmig vertheilte bleibende Last pro $m$ in einem betrachteten Felde des continuirlichen Trägers . . . . .	185 66
$q$ . . . . .	Gleichförmig vertheilte bleibende Last pro $m$ in dem frei aufliegenden Träger . . . . .	85 5
$q q'$ . . . . .	Bleibende gleichförmig vertheilte Lasten pro $m$ für nach den Verordnungen von den Jahren 1887 und 1870 gebauten Brücken . . . . .	120 —
$R R'$ . . . . .	Linkseitige und rechtseitige Stützenreactionen an einem belasteten Felde des sonst last- und gewichtfreien continuirlichen Trägers . . . . .	177 —
$R_0 R_1 \dots R_k \dots R_n$ . . . . .	Sämmtliche Stützenreactionen in obigem Träger . . . . .	177 —
$R R_0$ . . . . .	Zerdrückungsfestigkeit pro Flächeneinheit mit und ohne Einknickung . . . . .	98 —
$\mathcal{R} \mathcal{R}'$ . . . . .	Linkseitige und rechtseitige Stützenreactionen an einem Felde des continuirlichen Trägers bei ganz beliebiger Belastung desselben . . . . .	179 —
$\mathcal{R}_0 \mathcal{R}_1 \dots \mathcal{R}_k \dots \mathcal{R}_n$ . . . . .	Sämmtliche Stützenreactionen im obigen continuirlichen Träger . . . . .	179 —
$r$ . . . . .	Trägheitsradius eines Querschnittes ( $J : \Omega$ ) <sup>1/2</sup> . . . . .	94 VIII
$r$ . . . . .	Bogenradius eines Geleises in $m$ (Centrifugalkraft auf Brücken im Bogen) . . . . .	84 —
$S$ . . . . .	Spannung eines Stabes im Allgemeinen und insbesondere der Diagonalstreben . . . . .	170 —
$S_{min} S_{max}$ . . . . .	Algebraisch kleinste und grösste Spannung eines Stabes . . . . .	108 —
$\mathcal{S}$ . . . . .	Schwingungsfestigkeit oder auch die sog. „natürliche Elasticitätsgrenze“ nach Definition des Herrn Prof. Bauschinger . . . . .	107 —
$s$ . . . . .	Bogenlänge auf der neutralen Faser des eingeknickten Stabes . . . . .	96 —
$s$ . . . . .	Bogenlänge bei den im Bogen liegenden Brücken (nach Trägerlänge gemessen)	149 —
$\circ$ . . . . .	Inanspruchnahme auf Schub pro Flächeneinheit . . . . .	141 —

*Buchstaben-Index (Fortsetzung)*

	Auf Seite	
	I. Band	II. Band
T T' . . . . .	Hilfswerthe $T = +6EJ\epsilon$ und $T' = -6EJ\epsilon'$ am linkseitigen und rechtseitigen Auflager eines belasteten Feldes des sonst last- und gewichtfreien continuirlichen Trägers (Seite 180)	
T <sub>1</sub> T <sub>2</sub> . . . T <sub>5</sub> . . .	143	64
T <sub>1</sub> T <sub>2</sub> . . . T <sub>5</sub> . . .	116	—
T . . . . .	107	—
t . t' . . . . .	Tangente des Winkels zwischen einem Elemente der neutralen Faser eines gebogenen continuirlichen Trägers und der Abscissenachse nächst dem linkseitigen und rechtseitigen Auflager (Seite 180)	
t . t' . . . . .	143	—
t t' . . . . .	Vorgedachte Tangenten, wenn der Träger oberhalb der Stützen abgetrennt wird (also im frei aufliegenden Träger) mit den im continuirlichen Träger üblichen Vorzeichen	
t . . . . .	143	64
t . . . . .	Tangente des Winkels zwischen einem Elemente der neutralen Faser eines eingeknickten Stabes mit der Krafrichtung oder Sehne zur freien Länge	
+ t <sub>0</sub> - t <sub>0</sub> . . .	97	—
+ t <sub>0</sub> - t <sub>0</sub> . . .	97	—
U . . . . .	Hilfswerth $U = \frac{Pl}{EJ} \cdot \frac{v^2}{2g}$ für dynamische Wirkungen	
U . . . . .	85	—
U . . . . .	Ursprungsfestigkeit (für die untere Grenze = null, ältere Theorie nach Wöhler)	
u . . . . .	107	—
u . . . . .	Schwerpunktshöhe in einem Winkeleisen-Querschnitte von der Kante abgemessen (gleichschenklige Winkel)	
u u' . . . . .	104	VII
u u' . . . . .	104	—
u u' . . . . .	Grössere und kleinere solche Höhe im ungleichschenkligen Winkel	
V <sub>x</sub> . . . . .	187	XIII
V <sub>x</sub> . . . . .	Verticale Scherkraft im Querschnitte, dessen Abscisse x ist, bei blosser (beliebiger) Belastung eines betrachteten Feldes des sonst last- und gewichtfreien continuirlichen Trägers	
V V . . . . .	177	—
V V . . . . .	Werthe von V <sub>x</sub> für x = 0 und x = l, also für die linkseitige und rechtseitige Stütze im obigen Träger (nicht verwendet)	
V <sub>x</sub> V <sub>x</sub> V <sub>x</sub> . . . . .	177	x
V <sub>x</sub> . . . . .	Die ähnlichen Scherkräfte wie V <sub>x</sub> V <sub>x</sub> V <sub>x</sub> in dem Falle, wo der continuirliche Träger ganz beliebig belastet ist	
V <sub>x</sub> . . . . .	141	—
V <sub>x</sub> . . . . .	Verticale Scherkraft im Querschnitte, dessen Abscisse x ist (ohne Vorzeichen), in einem beliebig belasteten frei aufliegenden Träger	
V <sub>x</sub> . . . . .	178	64
V <sub>x</sub> . . . . .	Aehnliche verticale Scherkraft wie V <sub>x</sub> , jedoch mit dem Vorzeichen, welches zur Verwendung bei den continuirlichen Trägern üblich ist	
v . . . . .	104	VII
v . . . . .	Schwerpunktshöhe in einem Winkeleisen-Querschnitte von der Flantsche abgemessen (gleichschenklige Winkel)	
v v' . . . . .	104	—
v v' . . . . .	Grössere und kleinere solche Höhe im ungleichschenkligen Winkeleisen	
v . . . . .	84	—
v . . . . .	Geschwindigkeit eines Eisenbahnzuges in m pro Secunde (dynamische Wirkung)	
W <sub>1</sub> W <sub>2</sub> W <sub>3</sub> . . . . .	116	—
W . . . . .	Wagenkategorien (Verkehrsbeschränkungen, Freizügigkeit auf Hauptbahnen)	
W . . . . .	80	v
W . . . . .	Factisch exponirte Fläche der einen Tragwand in m <sup>2</sup> und pro m Länge (Winddruck-Berechnung)	
w . . . . .	80	v
w . . . . .	Theilfläche von W, welche durch den Zug (oder umgekehrt auf diesem) gedeckt wird, in m <sup>2</sup> pro m Länge	
W w . . . . .	80	v
W w . . . . .	Rechnungsmässige Flächen $W(1 + \theta)$ und $2.5m - w(1 + \theta)$	
X . . . . .	142	—
X . . . . .	Function von x in der Formel für Schubfestigkeit	
x . . . . .	143	—
x . . . . .	Abscisse eines Punktes der neutralen Faser oder elastischen Linie in einem Felde des continuirlichen Trägers auf die linkseitige Stütze bezogen	
x' = 1 - x . . . . .	201	—
x <sub>m</sub> . . . . .	143	—
x <sub>0</sub> . . . . .	Abscisse wie oben, jedoch auf die rechtseitige Stütze bezogen	
x <sub>0</sub> . . . . .	143	—
x <sub>0</sub> . . . . .	Abscisse des Punktes, wo die stärkste (negative) Biegung vorherrscht	
x <sub>0</sub> . . . . .	194	—
x <sub>0</sub> . . . . .	Abscisse des linkseitigen Nullpunktes in dem Graphikon der Momente, welche im continuirlichen Träger durch eine Einzellast bewirkt werden	
x <sub>0</sub> x <sub>0</sub> . . . . .	196	—
x <sub>0</sub> x <sub>0</sub> . . . . .	Wurzeln der Gleichung $\mathcal{Q} = 0$ in einem Mittelfelde des continuirlichen Trägers zur Berechnung von a	
x x' . . . . .	141	64
x . . . . .	Die ähnlichen Abscissen wie x x' im frei aufliegenden Träger	
x . . . . .	36	—
x . . . . .	Entfernung des Punktes X <sub>1</sub> zu X, auch der Last P <sub>m</sub> zur Brückenmitte	
x x'' . . . . .	131	—
x . . . . .	Deformirte successive Abscissen für m und J	
x <sub>0</sub> . . . . .	127	—
x <sub>0</sub> . . . . .	Abscisse des Ursprunges einer Geraden für deren Gleichung	
x <sub>0</sub> . . . . .	128	—
x <sub>0</sub> . . . . .	Abscisse des Kreiscentrums für das kreisförmige Profil im Abscissensegmente	
x <sub>1</sub> . . . . .	132	—
x <sub>1</sub> . . . . .	Abscisse eines Profilpunktes M, als Ursprung der Tangente	
x <sub>1</sub> x <sub>2</sub> . . . . .	125	—
x <sub>1</sub> x <sub>2</sub> . . . . .	Endabscissen eines Abscissensegmentes oder Ordinatensegmentes	
x <sub>3</sub> x <sub>1</sub> x <sub>2</sub> . . . . .	126	—
x <sub>3</sub> x <sub>1</sub> x <sub>2</sub> . . . . .	Abscissen für die Simpson'sche Formel zu den Functionen $\Omega$ m J	
Q Q' . . . . .	196	—
Q Q' . . . . .	Hilfsfunctionen zur Berechnung von a (continuirliche Träger)	
Y . . . . .	129	—
Y . . . . .	Hilfswerth $Y = y - y_0$ zur Behandlung des kreisförmigen Profiles	
y . . . . .	177	—
y . . . . .	Ordinate eines Punktes der neutralen Faser oder elastischen Linie im continuirlichen Träger, für die Abscisse x	

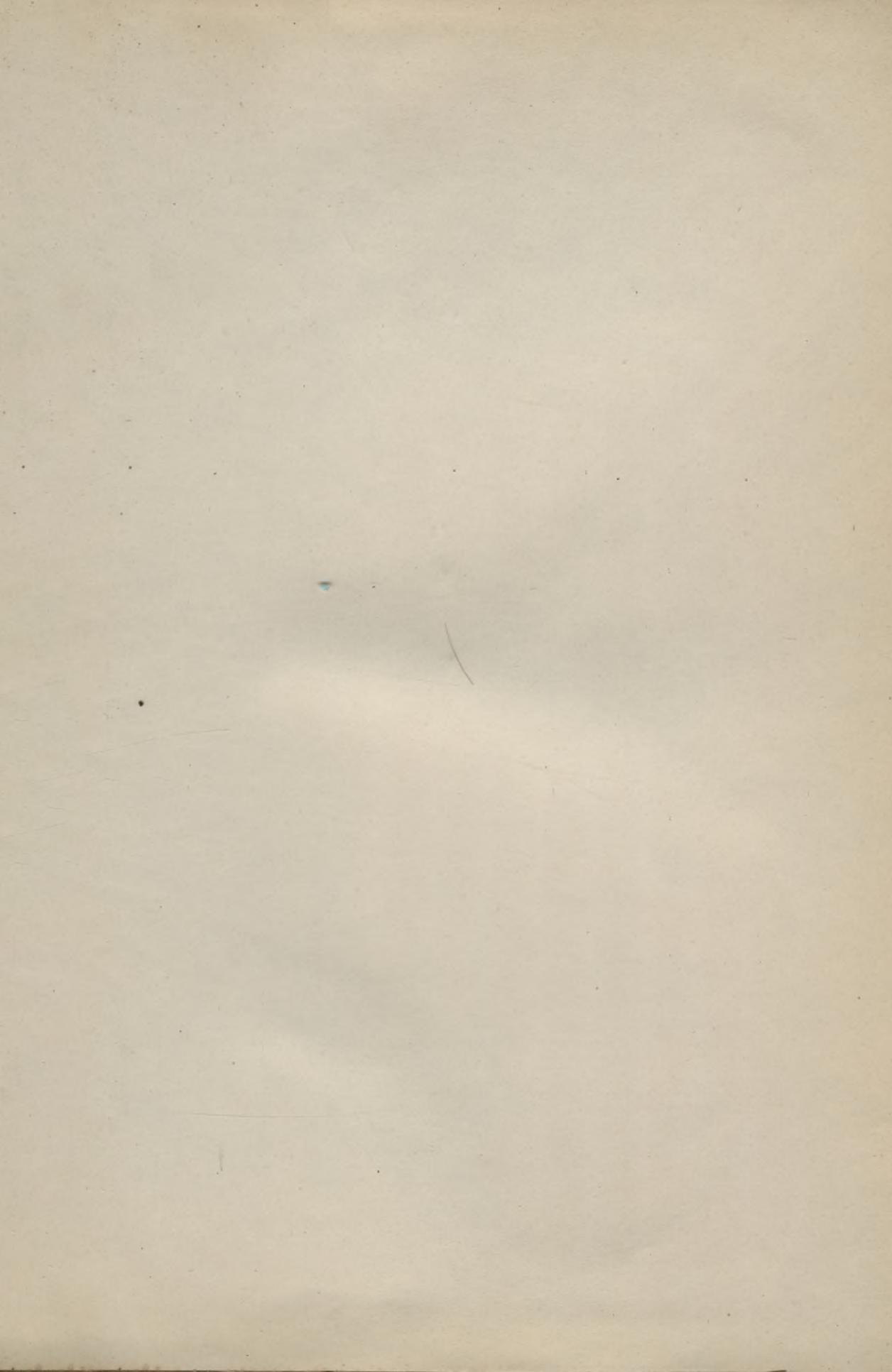
Buchstaben-Index (Fortsetzung)

	Auf Seite	
	I. Band	II. Band
$y_m$ . . . . .	Ordinate im selben Träger, für die Abscisse $x_m$ , welche das algebraische Minimum des Biegemomentes $M_x$ ergibt . . . . .	144 —
$y_A y'_A$ . . . . .	Ordinaten (Setzungen) oberhalb der linkseitigen und rechtseitigen Stütze am betrachteten Felde in einem continuirlichen Träger . . . . .	180 —
$y_0 y_1 y_2 \dots y_n$ . . . . .	Obige Setzungen oberhalb aller Stützen 0, 1, 2 . . . n . . . . .	177 —
$y$ . . . . .	Ordinate eines Querschnittspunktes oberhalb der neutralen Achse . . . . .	141 —
$y$ . . . . .	Ordinate eines Punktes der neutralen Faser oder elastischen Linie im frei aufliegenden Träger . . . . .	143 —
$y$ . . . . .	Ordinate eines Punktes der neutralen Faser in dem eingeknickten Stabe für die Bogenlänge $s$ , welche auf dieser Faser gemessen gedacht wird . . . . .	96 —
$y_0$ . . . . .	Ordinate des Ursprunges einer Geraden für deren Gleichung . . . . .	127 —
$y_0$ . . . . .	Ordinate des Kreiscentrums für das kreisförmige Profil im Abscissen-segmente . . . . .	128 —
$y_1$ . . . . .	Ordinate eines Profilkpunktes $M$ als Ursprung der Tangente . . . . .	132 —
$y_1 y_2 \dots$ . . . . .	Endordinaten eines Abscissen-segmentes oder Ordinaten-segmentes . . . . .	125 —
$y_0 y_1 \dots y_{2n}$ . . . . .	Ordinaten für die Simpson'sche Formel zu den Functionen $\Omega m J$ . . . . .	126 —
$Z$ . . . . .	Hilfsfunction für das geradlinige Abscissen-segment (Functionen $\Omega m J$ ) . . . . .	127 —
$Z'' Z' Z$ und $\Sigma = + Z$ . . . . .	Hilfsfunctionen für das kreisförmig profilirte Abscissen-segment . . . . .	129 —
$z$ . . . . .	Entfernung einer Einzellast oder eines Querschnittes zur Brückenmitte (frei aufliegende Träger) . . . . .	143 64
$z_0 z_1 z_2 \dots z_{2n}$ . . . . .	Ordinaten für die Simpson'sche Formel im Allgemeinen . . . . .	126 —
$\alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots \alpha_n$ . . . . .	Hilfswerthe für die continuirlichen Träger, welche den Stützen 0, 1, 2 . . . k . . . n angehören und nur von der Feldereinteilung abhängen (Seite 181) . . . . .	177 —
$\alpha \alpha'$ . . . . .	Die obigen Hilfswerthe für die linkseitige und rechtseitige Stütze an einem betrachteten Felde (Seite 183) eines continuirlichen Trägers . . . . .	143 XI
$\beta_0 \beta_1 \beta_2 \dots \beta_k \dots \beta_n$ . . . . .	Hilfswerthe für die continuirlichen Träger, welche den Stützen n (n-1) . . . k . . . 2, 1, 0 angehören und nur von der Feldereinteilung abhängen (Seite 181) . . . . .	177 —
$\beta \beta'$ . . . . .	Die obigen Hilfswerthe für die linkseitige und rechtseitige Stütze an einem betrachteten Felde (Seite 183) . . . . .	143 XI
$\gamma$ . . . . .	Winkel der Diagonalstreben eines Fach- oder Gitterwerkträgers mit dem Horizonte . . . . .	155 —
$\gamma$ . . . . .	Winkel der Windstreben mit der Brückenachse . . . . .	— V
$\Delta$ . . . . .	Uebliches Conventionalzeichen für die bekannten successiven Differenzen in tabellarischen Ausweisen . . . . .	— IX
$\delta$ . . . . .	Winkelflantschdicke (Berechnung der statischen Functionen) . . . . .	136 VII
$\varepsilon$ . . . . .	Stehblechdicke (durch Berücksichtigung des Schubes berechnet) . . . . .	141 —
$\eta$ . . . . .	Hilfswerth zur Berechnung der Schwerpunkts Höhen . . . . .	136 —
$\theta$ . . . . .	Der zwischen 0 und 1 begriffene Reductionscoefficient für Winddruck . . . . .	80 V
$\theta$ . . . . .	Das zwischen 0 und 1 begriffene Verhältniss des Uferfeldes zum Mittelfelde (continuirlche Träger) . . . . .	209 XV
$\lambda$ . . . . .	Das zwischen 0 und 1 begriffene Verhältniss von der Vergrößerung der Ver-änderlichen zur tabellarischen Abstufung in der Interpolationsformel . . . . .	— IX
$\mu$ . . . . .	Verhältniss $-\frac{\alpha'}{\alpha}$ im betrachteten Felde des continuirlichen Trägers . . . . .	185 XIV
$\nu$ . . . . .	Verhältniss $-\frac{\beta}{\beta'}$ im betrachteten Felde des continuirlichen Trägers . . . . .	185 XIV
$\xi$ . . . . .	Entfernung des linkseitigen festen Inflexionspunktes eines Mittelfeldes des continuirlichen Trägers zur linkseitigen Stütze . . . . .	193 —
$\xi'$ . . . . .	Entfernung des rechtseitigen festen Inflexionspunktes eines Mittelfeldes des continuirlichen Trägers zur rechtseitigen Stütze . . . . .	193 —
$\pi$ . . . . .	Das bekannte Verhältniss $\pi = 3.1459.26535$ zwischen Kreislänge u. Durchmesser . . . . .	96 —
$\rho$ . . . . .	Kreisradius bei einem kreisförmigen Profile . . . . .	128 —
$\rho$ . . . . .	Kreisradius bei Geleisen im Bogen (Sinus versus für Brücken im Bogen) . . . . .	149 —
$\Sigma$ . . . . .	Conventionalzeichen für Summirung . . . . .	35 64
$\sigma$ . . . . .	Querschnitt einer Niete (Nietdistanz), welche Stehblech und Gurt verbindet . . . . .	142 —
$\Omega$ . . . . .	Querschnittsfläche in Einzelstäben . . . . .	94 VII
$\Omega_p \Omega'_p \Omega''_p$ . . . . .	Planimetrirte Flächen (graphische Berechnung mit Hyperbelrastrirung) . . . . .	133 —
$\omega$ . . . . .	Winkel der einzelnen Gurtglieder mit dem Horizonte . . . . .	17 —
$\omega$ . . . . .	Winkel einer beliebigen, für ein Trägheitsmoment giltigen Achse, mit der grossen Achse der Trägheitsellipse des Querschnittes . . . . .	102 —

S. 61







0095



WYDZIAŁY POLITECHNICZNE

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



III-307173

Druk. U. J. Zam. 350. 10.000.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300685